

**T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ**



**HAYVANCILIKTA TEKRARLANAN ÖLÇÜMLERDE BAYESİAN YÖNTEMİ
ile FARKLI KOVARYANS YAPILARININ MODELLENMESİ**

Fatma YARDİBİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ZOOTEKNİ

ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

OCAK 2022

ANTALYA

**T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ**



**HAYVANCILIKTA TEKRARLANAN ÖLÇÜMLERDE BAYESİAN YÖNTEMİ
ile FARKLI KOVARYANS YAPILARININ MODELLENMESİ**

Fatma YARDİBİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ZOOTEKNİ

ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

OCAK 2022

ANTALYA

T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

HAYVANCILIKTA TEKRARLANAN ÖLÇÜMLERDE BAYESİAN YÖNTEMİ
ile FARKLI KOVARYANS YAPILARININ MODELLENMESİ

Fatma YARDİBİ

ZOOTEKNİ

ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

Bu tez 19/01/2022 tarihinde jüri tarafından Oybirliği ile kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Mehmet Ziya FIRAT (Danışman)

Prof. Dr. Mehmet MERT

Prof. Dr. Güçkan YAPAR

Prof. Dr. Çağdaş Hakan ALADAĞ

Doç. Dr. Burak KARACAÖREN

ÖZET

HAYVANCILIKTA TEKRARLANAN ÖLÇÜMLERDE BAYESİAN YÖNTEMİ ile FARKLI KOVARYANS YAPILARININ MODELLENMESİ Fatma YARDİBİ

Doktora Tezi, Zootečni Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Mehmet Ziya FIRAT

Ocak 2022; 154 sayfa

Tekrarlanan ölçüm analizleri, Zootečni araştırmalarında yaygın olarak kullanılan bir tasarımdır. Standart regresyon ve varyans analiz metotları tekrarlanan ölçümler için uygun varsayımları karşılamamaktadırlar. Bu verilerin analizi için uygulanacak model ve yöntemler aynı birimden elde edilen gözlemler arasındaki ilişkiyi tanımlamak zorundadırlar. Bu sebepten ve korelasyon yapılarından dolayı, tekrarlanan ölçümlü verileri özel istatistiksel modellerle temsil etmeye ve bunların tamamlayıcı analiz yöntemlerine gereksinim vardır. Karışık modeller, tekrarlanan ölçüm verileri için kovaryans yapılarının modellenmesinde daha fazla esneklik sağlar ve birimlerin zamana bağlı korelasyonlarını yeterince açıklar. Bayes Monte Carlo yöntemleri, Maksimum Olabilirlik (ML) gibi diğer istatistiksel yöntemlere göre daha etkili bir alternatif sunar. Modelleri karşılaştırmak için, verilerin modele uyumu ve modelin karmaşıklığı arasındaki ilişkiye dayalı sapma bilgi kriteri (DIC) ölçütü önerilmektedir. MCMC yöntemi ile elde edilmiş modellerin sonsal dağılımlarını kullanan bu ölçüt Bayesci model seçimlerinde kullanışlı olup birçok çalışmada kullanılmıştır. Uygun istatistik tahmin yöntemleri kullanarak canlı ağırlık, büyüme parametreleri gibi biyolojik verilerde geçerliliği yüksek tahminler yapmak büyük önem taşımaktadır. Bu doğrultuda literatür incelemeleri sonucunda belirlenmiş olan tez çalışmasının amacı; zootečni alanında tekrarlı ölçüm analizlerin Bayes analiz yöntemleri kullanılarak farklı kovaryans yapılarının modellenerek çözümlerini elde etmek ve canlı ağırlık veri seti kullanarak uygulanabilirliğini göstermektir. Bu amaçla, önsel bilgi içermeyen ve önsel bilgi içeren farklı kovaryans yapılarını modelleyerek, kuzulara ait canlı ağırlık verileri için en uygun modelin seçimi ölçü kriteri DIC ile yapılmış ve sonuçları yorumlanmıştır.

ANAHTAR KELİMELE: Bayes analizler, Kovaryans yapısı, MCMC, Proc BGLIMM, Tekrarlı ölçümler.

JÜRİ: Prof. Dr. Mehmet Ziya FIRAT

Prof. Dr. Mehmet MERT

Prof. Dr. Güçkan YAPAR

Prof. Dr. Çağdaş Hakan ALADAĞ

Doç. Dr. Burak KARACAÖREN

ABSTRACT

MODELING OF DIFFERENT COVARIANCE STRUCTURES WITH THE BAYESIAN METHOD IN REPEATED MEASUREMENTS IN ANIMAL SCIENCE

Fatma YARDİBİ

PhD Thesis in Animal Science

Supervisor: Prof. Dr. Mehmet Ziya FIRAT

January; 154 pages

Repeated measurement analysis is a widely used design in animal science research. Standard regression and variance analysis methods do not meet the appropriate assumptions for repeated measurements. The models and methods to be applied for the analysis of these data have to define the relationship between the observations obtained from the same unit. For this reason and because of their correlation structure, there is a need to represent the repeated measures data with special statistical models and their complementary analysis methods. Mixed models provide more flexibility in modeling covariance structures for repeated measurement data and adequately explain the time-dependent correlations of units. Bayesian Monte Carlo methods offer a more effective alternative to other statistical methods such as Maximum Likelihood (ML). In order to compare the models, the Deviance Information Criteria (DIC) based on the relationship between the fit of the data to the model and the complexity of the model is proposed. This criteria, which uses the posterior distributions of the models obtained by the MCMC method, is useful in Bayesian model selection and used in many studies. It is important to make high-valid estimations on biological data such as body-weight and growth parameters by using appropriate statistical estimation methods. In this direction, the aim of the thesis study, which was determined as a result of literature reviews; To obtain solutions by modeling different covariance structures by using Bayesian analysis methods of repeated measurement analyses in the field of zootechnics and to show its applicability by using body-weight dataset. For this purpose, by modeling different covariance structures for informative prior and non-informative prior, and the most appropriate model was selected according to DIC value, and the results were interpreted.

KEYWORDS: Bayesian analysis, Covariance structure, MCMC, Proc BGLIMM, Repeated measurements.

COMMITTEE: Prof. Dr. Mehmet Ziya FIRAT

Prof. Dr. Mehmet MERT

Prof. Dr. Güçkan YAPAR

Prof. Dr. Çağdaş Hakan ALADAĞ

Assoc. Dr. Burak KARACAÖREN

ÖNSÖZ

Gelişen bilgisayar teknolojisi ve programlarıyla zorlu hesaplamaların üstesinden gelerek daha fazla tercih edilmeye başlayan Bayesci analizler, her alanda olduğu gibi zootehni alanında da giderek yaygın bir kullanım alanına sahip olmaktadır. Bayesci analizlerin avantajlarını kullanarak yapılan bilimsel çalışmaların çoğunda PROC MCMC prosedürü kullanılmıştır. Derin programlama bilgisi gerektiren bu prosedür çoğu zaman kullanıcılar tarafından tercih edilmemekte ya da belirli analizlerde kullanılmaktadır. Bu tez çalışmasında, Bayesci analizlerin nispeten daha kolay yapılabilmesine olanak sağlayan yeni SAS prosedürü PROC BGLIMM kullanılmıştır. Bu prosedürün avantajlarını açıklayarak Bayesci yöntemlerin yaygınlaşmasına katkı sağlayacağını umuyorum.

Literatürde bazı terimlerde Türkçe karşılıkları olarak tek bir fikir birliğine varılmadığı anlaşıldığı için bu tez çalışmasında kullanılan terimleri açıklamak isterim. “Prior Distribution”, önsel dağılım; “Posterior Distribution”, sonsal dağılım; “Informative Prior”, bilgi içeren önsel; “Non-informative Prior”, bilgi içermeyen önsel; “Conjugate”, eşlenik; “Effective Sample Sizes”, etkili örnek büyüklüğü olarak kullanılmıştır.

Bu tezin gerçekleşmesinde, başından sonuna kadar benden bir an olsun yardımlarını esirgemeyen, bana ve tezime büyük katkılarda bulunan, Bayes analizleri konusunda üstün bilgi sahibi saygı değer danışmanım Sayın Prof. Dr. Mehmet Ziya Fırat teşekkürü bir borç bilirim. Tez izleme komitesi değerli üyeleri Sayın Prof. Dr. Mehmet Mert ve Sayın Doç. Dr. Burak Karacaören’e değerli katkılarından dolayı teşekkür ederim. Ayrıca hiçbir zaman desteğini esirgemeyen değerli hocam Prof. Dr. Güçkan Yapar’a çok teşekkür ederim.

Son olarak tezim süresince bana destek olan sevgili eşim Erkan Yardibi’ye, beni bugünlere getiren sevgili annem ve babama, kendisinden aldığım zamanı anlayışla karşılayan sevgili kızım Gonca Yardibi’ye sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
ÖNSÖZ	iii
AKADEMİK BEYAN	vi
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	ix
ÇİZELGELER DİZİNİ	xiv
1. GİRİŞ	1
2. KAYNAK TARAMASI	4
2.1. Tekrarlı Ölçüm Analizleri	4
2.2. Kovaryans Yapıları	6
2.3. Bayesci Yaklaşım.....	14
2.3.1. Bayes teoremi.....	18
2.3.2. Önsel dağılımın seçimi	19
2.3.3. Sonsal dağılımların hesaplanması.....	21
2.4. Bayes Tahmin ve MCMC Yöntemi	22
2.4.1. Burn-In ve Yakınsama	23
2.5. Model Karşılaştırmaları.....	24
2.5.1. Sapma Bilgi Kriteri	24
2.5.2. Model uyum ve sonsal öngörücü model kontrolleri	25
2. 6. SAS PROC BGLIMM.....	26
3. MATERYAL VE METOT	29
3.1. Materyal	29
3.2. Metot	29
3.2.1. Model	29

3.2.2. Önsel dağılışlar	31
3.2.3. Olabilirlik fonksiyonu	32
3.2.4. Müşterek sonsal yoğunluk fonksiyonu	33
3.2.5. Tam koşullu sonsal yoğunluklar	34
3.2.6. Bayesian doğrusal karışık model tanımlaması.....	35
3.3. Farklı kovaryans yapıları için Ters-Wishart önselinin özellikleri.....	35
3.4. Markov Zinciri Monte Carlo (MCMC) sayısal yaklaşımları	36
3.5. Sayısal Örnek için Model	36
4. BULGULAR	39
4.1. Tanımlayıcı İstatistikler.....	39
4.2. Kovaryans Yapıları	43
4.2.1.Bilgi içermeyen önsel seçimi ile varyans-kovaryans yapıları.....	43
4.2.2. Bilgi içeren önsel seçimi ile varyans- kovaryans yapıları.....	72
4.3 Model Karşılaştırma Kriterleri Sonuçları.....	78
5. TARTIŞMA	81
6. SONUÇLAR	85
7. KAYNAKLAR	87
8. EKLER.....	93
ÖZGEÇMİŞ	

AKADEMİK BEYAN

Doktora Tezi olarak sunduğum “Hayvancılıkta Tekrarlanan Ölçümlerde Bayesian Yöntemi ile Farklı Kovaryans Yapılarının Modellenmesi” adlı bu çalışmanın, akademik kurallar ve etik değerlere uygun olarak yazıldığını belirtir, bu tez çalışmasında bana ait olmayan tüm bilgilerin kaynağını gösterdiğimi beyan ederim.

19/01/2022

Fatma Yardibi



SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

$\propto$: Oransal

Ondalık ayracı (.) kullanılmıştır.

Kisaltmalar

AIC : Akaike Bilgi Kriteri

ANOVA : Varyans analizi

ANTE : Andependence

AR(1) : Birinci dereceden otoregresif

ARH(1) : Heterojen birinci dereceden otoregresif

ARMA : Otoregresif hareketli ortalamalar

BIC : Bayes Bilgi Kriteri

BLUP : En iyi doğrusal yansız tahmin

CAIC : Düzeltilmiş Akaike Bilgi Kriteri

CS : Bileşik simetri

CSH : Heterojen bileşik simetri

DIC : Sapma bilgi kriteri

ESS : Etkili örnek büyüklüğü

FA : Faktör analitik

GLM : Genel lineer model

HF : Huynh- Feldt

HMC : Hamiltonian Monte Carlo

HPD : En yüksek sonsal yoğunluk

MAR : Rastlantısal kayıp

MCAR : Tamamen rastlantısal kayıp

MCMC : Markov zinciri Monte Carlo

ML	: Maksimum Olabilirlik
PPMC	: Sonsal öngörücü model kontrolleri
PPP	: Sonsal tahmin olasılık değerleri
REML	: Kısıtlanmış en çok olabilirlik
TOEP	: Toeplitz
TOEPH	: Heterojen Toeplitz
UN	: Yapılandırılmamış
VC	: Varyans bileşenleri



ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. Tekrarlanan verilerin analizi için geleneksel ve karışık model yaklaşımlarının avantajlarının ve sınırlamalarının bir özeti.....	6
Şekil 4.1. Canlı ağırlığın aylara göre değişimi kutu grafiği.....	40
Şekil 4.2. Aylar arasındaki korelasyonun serpilme matrisi	41
Şekil 4.3. Canlı ağırlıklarının aylara göre profil grafiği	42
Şekil 4.4. Canlı ağırlıklar için ortalama profil grafikleri	43
Şekil 8.1. a) Sürü yılı 1'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) Sürü yılı 2'ye ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Sürü yılı 3'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Sürü yılı 4'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Sürü yılı 5'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri	93
Şekil 8.2. a) Birinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) İkinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Üçüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Dördüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Beşinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	94
Şekil 8.3. Sütten kesme gün sayısına ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	95
Şekil 8.4. a) Sürü yılı 1'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) Sürü yılı 2'ye ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Sürü yılı 3'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Sürü yılı 4'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Sürü yılı 5'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri	96
Şekil 8.5. a) Birinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) İkinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Üçüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Dördüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Beşinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	97
Şekil 8.6. Sütten kesme gün sayısına ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	98

Şekil 8.7. a) Sürü yılı 1'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) Sürü yılı 2'ye ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Sürü yılı 3'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Sürü yılı 4'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Sürü yılı 5'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	99
Şekil 8.8. a) Birinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) İkinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Üçüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Dördüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Beşinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	100
Şekil 8.9. Sütten kesme gün sayısına ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	101
Şekil 8.10. a) Sürü yılı 1'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) Sürü yılı 2'ye ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Sürü yılı 3'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Sürü yılı 4'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Sürü yılı 5'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	102
Şekil 8.11. a) Birinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) İkinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Üçüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Dördüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Beşinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	103
Şekil 8.12. Sütten kesme gün sayısına ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	104
Şekil 8.13. a) Sürü yılı 1'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) Sürü yılı 2'ye ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Sürü yılı 3'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Sürü yılı 4'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Sürü yılı 5'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	105
Şekil 8.14. a) Birinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) İkinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Üçüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Dördüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Beşinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	106
Şekil 8.15. Sütten kesme gün sayısına ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	107

Şekil 8.16. a) Sürü yılı 1'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) Sürü yılı 2'ye ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Sürü yılı 3'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Sürü yılı 4'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Sürü yılı 5'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	108
Şekil 8.17. a) Birinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) İkinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Üçüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Dördüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Beşinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	109
Şekil 7.18. Sütten kesme gün sayısına ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	110
Şekil 8.19. a) Sürü yılı 1'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) Sürü yılı 2'ye ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Sürü yılı 3'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Sürü yılı 4'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Sürü yılı 5'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	111
Şekil 8.20. a) Birinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) İkinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Üçüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Dördüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Beşinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	112
Şekil 8.21. Sütten kesme gün sayısına ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	113
Şekil 8.22. a) Sürü yılı 1'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) Sürü yılı 2'ye ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Sürü yılı 3'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Sürü yılı 4'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Sürü yılı 5'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	114
Şekil 8.23. a) Birinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) İkinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Üçüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Dördüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Beşinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	115
Şekil 8.24. Sütten kesme gün sayısına ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	116

Şekil 8.25. a) Sürü yılı 1'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) Sürü yılı 2'ye ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Sürü yılı 3'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Sürü yılı 4'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Sürü yılı 5'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	117
Şekil 8.26. a) Birinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) İkinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Üçüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Dördüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Beşinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	118
Şekil 8.27. Sütten kesme gün sayısına ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	119
Şekil 8.28. a) Sürü yılı 1'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) Sürü yılı 2'ye ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Sürü yılı 3'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Sürü yılı 4'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Sürü yılı 5'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	120
Şekil 8.29. a) Birinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) İkinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Üçüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Dördüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Beşinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	121
Şekil 8.30. Sütten kesme gün sayısına ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	122
Şekil 8.31. a) Sürü yılı 1'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) Sürü yılı 2'ye ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Sürü yılı 3'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Sürü yılı 4'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Sürü yılı 5'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	123
Şekil 8.32. a) Birinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) İkinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Üçüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Dördüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Beşinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	124
Şekil 8.33. Sütten kesme gün sayısına ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	125

Şekil 8.34. a) Sürü yılı 1'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) Sürü yılı 2'ye ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Sürü yılı 3'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Sürü yılı 4'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Sürü yılı 5'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	126
Şekil 8.35. a) Birinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) İkinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Üçüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Dördüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Beşinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	127
Şekil 8.36. Sütten kesme gün sayısına ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	128
Şekil 8.37. a) Sürü yılı 1'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) Sürü yılı 2'ye ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Sürü yılı 3'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Sürü yılı 4'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Sürü yılı 5'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	129
Şekil 8.38. a) Birinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) İkinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Üçüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Dördüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Beşinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	130
Şekil 8.39. Sütten kesme gün sayısına ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	131
Şekil 8.40. a) Sürü yılı 1'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) Sürü yılı 2'ye ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Sürü yılı 3'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Sürü yılı 4'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Sürü yılı 5'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	132
Şekil 8.41. a) Birinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) İkinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Üçüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Dördüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Beşinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	133
Şekil 8.42. Sütten kesme gün sayısına ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri.....	134

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 2.1. Farklı kovaryans yapıları	10
Çizelge 2.2. Frekansçı istatistik ile Bayesci istatistiğin özet bir karşılaştırması	16
Çizelge 2.3. Eşlenik Dağılımlar	21
Çizelge 2.4. Doğrusal karışık modeller için SAS prosedürleri	27
Çizelge 4.1. Tanımlayıcı istatistikler	39
Çizelge 4.2. Pearson Korelasyon Matrisi	40
Çizelge 4.3. VC model parametreleri için sonsal dağılımlarının özeti ve aralıklar	44
Çizelge 4.4. VC model parametreleri teşhis testleri	45
Çizelge 4.5. CS model parametreleri için sonsal özet ve aralıklar	46
Çizelge 4.6. CS model parametreleri teşhis testleri	47
Çizelge 4.7. CSH model parametreleri için sonsal özet ve aralıklar	48
Çizelge 4.8. CSH model parametreleri teşhis testleri	49
Çizelge 4.9. HF model parametreleri için sonsal özet ve aralıklar	50
Çizelge 4.10. HF model parametreleri teşhis testleri	52
Çizelge 4.11. AR(1) model parametreleri için sonsal özet ve aralıkları	53
Çizelge 4.12. AR(1) model parametreleri teşhis testleri	54
Çizelge 4.13. ARH(1) model parametreleri için sonsal özet ve aralıkları	55
Çizelge 4.14. ARH(1) model parametreleri teşhis testleri	56
Çizelge 4.15. FA model parametreleri için sonsal istatistikleri ve aralıklar	57
Çizelge 4.16. FA model parametrelerinin teşhis testleri	59
Çizelge 4.17. ANTE model parametreleri için sonsal istatistikleri ve aralıklar	60
Çizelge 4.18. ANTE model parametrelerinin teşhis testleri	62
Çizelge 4.19. TOEP model parametreleri için sonsal özet ve aralıklar	63
Çizelge 4.20. TOEP model parametrelerinin teşhis testleri	64
Çizelge 4.21. TOEPH model parametreleri için sonsal istatistikleri ve aralıklar	65

Çizelge 4.22. TOEPH model parametrelerinin teşhis testleri	67
Çizelge 4.23. UN model parametreleri için sonsal istatistikleri ve aralıklar	68
Çizelge 4.24. UN model parametrelerinin teşhis testleri	70
Çizelge 4.25. ARMA model parametreleri için sonsal istatistikleri ve aralıklar	71
Çizelge 4.26. ARMA model parametrelerinin teşhis testleri	72
Çizelge 4.27. Model parametreleri için sonsal istatistikleri ve aralıklar.....	73
Çizelge 4.28. Model parametrelerinin teşhis testleri	74
Çizelge 4.29. Model parametreleri için sonsal istatistikleri ve aralıklar.....	75
Çizelge 4.30. Model parametreleri teşhis testleri.....	77
Çizelge 4.31. Modellerin karşılaştırılması	78
Çizelge 4.32. R varyans-kovaryans matrisi	79
Çizelge 4.33. R korelasyon matrisi.....	79

1. GİRİŞ

Artan nüfus ile birlikte hayvansal gıdaya olan talebi karşılamak için hayvan başına düşen verimi artırmak ve bu amaçla yapılan çalışmalarda en doğru ve bilimsel sonuçları almak oldukça önemlidir. Yapılan bilimsel çalışmalarda doğru modelin seçimi ve modele ait parametrelerinin en etkin tahmincilerini bulmak çalışmanın başarısını etkileyen bir faktördür. Geliştirilen her istatistiki yöntem bir önceki yöntemin dezavantajlarını ortadan kaldırmak için geliştirilmiştir. Özellikle genetik ıslah araştırmalarında istatistik biliminin katkısı oldukça büyüktür. Bilgisayar programlarının hızlı gelişimi ile birlikte, karmaşık istatistiksel işlemlerin hız ve kapasitelerinin artması zootečni araştırmalarında daha kısa sürede sonuç alınmasına, böylece isabetli tahminler için yeni model, yöntem ve yaklaşımlar geliştirilmesine olanak sağlamıştır.

Tekrarlanan ölçüm analizleri, Zootečni araştırmalarında yaygın olarak kullanılan bir tasarımıdır. Örneğin, besi performanslarının veya laktasyon verimlerinin belirlenmesi ya da artırılmasının amaçlandığı çalışmalarda tekrarlanan ölçüm analizleri sıkça kullanılmaktadır. Analiz, aynı deney birimi üzerinde, zaman veya mekanda gözlemlenen çoklu ölçümleri ifade eder. Boylamsal veriler genellikle tekrarlı ölçümleri ifade etmekte kullanılırlar. Bazı yazarlar ise tekrarlı ölçüm faktörünün zaman olduğu durumlarda boylamsal verileri kullanmayı tercih etmektedir (Davis 2002). Tekrarlanan ölçüm analizlerinin, bireysel değişimleri konu alan bilgileri elde etmenin mümkün olduğu tek tasarım şekli olması bu analiz yönteminin güçlü yönüdür. Tekrarlanan ölçüm analizleri, tekrarlı ölçümler arası korelasyon olduğundan klasik ANOVA veya MANOVA analizlerinden farklılık göstermektedir. Çünkü aynı birimden alınan gözlemler arasında bir ilişki söz konusudur ve buna bağlı olarak genellikle heterojen bir varyans göstermektedirler. Dolayısıyla, standart regresyon ve varyans analiz metodları tekrarlanan ölçümler için uygun varsayımları karşılamamaktadırlar. Bu verilerin analizi için uygulanacak model ve yöntemler aynı üniteden elde edilen gözlemler arasındaki ilişkiyi tanımlamak zorundadırlar. Bu sebepten ve korelasyon yapılarından dolayı, tekrarlanan ölçümlü verileri özel istatistiksel modellerle temsil etmeye ve bunların tamamlayıcı analiz yöntemlerine gereksinim vardır. Tekrarlanan ölçümlü ANOVA ve karışık modellerin her ikisi de birimler arasındaki değişkenliği dikkate alan tekrarlanan ölçümler analiz yöntemleridir. Tekrarlı ölçüm analizlerini iki başlık altında toplayabiliriz: klasik yöntemler ve karışık modeller. Klasik yöntemlerin, eksik gözlem bulunması durumunda uygulanabilir olmaması, varyans-kovaryans yapılarına karşı kısıtlayıcı özelliklere sahip olması, modelde bireysel etkileri dikkate almaması sonucu zaman boyunca oluşan bireysel değişimleri göz ardı etmesinden dolayı kullanım alanları sınırlıdır. Ayrıca, genel doğrusal karışık modellerde aynı birimden eşit sayıda ölçüm alınması zorunluluğu olmadığı için eksik gözlemli verilerin analize dâhil edilmesi ile testin gücünün artması bir diğer avantajıdır (Bati 2017). Dolayısıyla, genel doğrusal karışık modeller bu verilerin analizinde ve bunlar hakkında anlamlı yorumlamalar yapmada oldukça faydalı istatistiksel araçlardır. Doğrusal karışık modellerde gözlenen veriler sabit ve şansa bağlı etkiler olmak üzere iki kısımdan oluşur. Şansa bağlı etkiler (muamele ve zaman etkisi gibi) gözlemlerin beklenen değeri, gözlemlerin varyans ve kovaryansları olarak tanımlanır. Her bir bireyin popülasyona göre nasıl bir değişim gösterdiği modeldeki şansa bağlı etkiler kullanılarak elde edilir.

Tüm modellerde olduğu gibi, her ölçümde artıklar da vardır ve aynı kişi üzerinde tekrarlanan ölçümler genellikle seri olarak ilişkilidir. Tekrarlı ölçümler, bağımsız ve aynı

şekilde dağılmamış artıklara sahip olma eğilimindedirler, yani artıkların kovaryans yapısının açıkça modellenmesi gerekir (McNeish 2016). Tekrarlanan ölçümlere ait kovaryans yapılarının doğru belirlenmesi, ortalama profillerinin katsayılarının standart hatalarının doğru tahmini için gereklidir.

Genel Lineer Model (GLM) yöntemi, genellikle, kovaryans matrisleri için özel parametrik yapıları karışık modele dayalı yöntemlerin uygulanmasında kullanılır. Karışık bir model, GLM yönteminde kullanılan standart modelin bir genelleştirilmesidir, genelleştirme verinin korelasyon ve değişkenlik göstermesine izin vermektedir.

Karışık modeller, tekrarlanan ölçüm verileri için kovaryans yapılarının modellenmesinde daha fazla esneklik sağlar ve deneklerin zamana bağlı korelasyonlarını yeterince açıklar (Littell vd. 1998). Ayrıca, tekrarlanan ölçüm verilerindeki eksik gözlemlerin MANOVA'dan daha iyi üstesinden gelebilir. Bu nedenle, karışık model yaklaşımının geleneksel yaklaşımlardan üstün olduğu düşünülmektedir. Veriler için uygun bir kovaryans yapısını değerlendirmek kolay olmasa da karışık model analizi daha hassastır.

Klasik yaklaşım ve Bayesci yaklaşım istatistik biliminin gelişim sürecinde temel olarak etkili olan iki farklı yaklaşımdır. Bayesci yaklaşım, klasik yaklaşımın aksine tümevarım yöntemine dayanarak, parametreleri olasılık dağılımına sahip şans değişkenleri olarak değerlendirir (Ekici 2009). Klasik yaklaşım, sadece örneklem bilgisini kullanırken, bayesci yaklaşım, örneklem bilgisi ile önsel dağılımı yani bir teoriden ya da araştırmanın başında sübjektif olarak belirlenen dağılımı birleştirerek kullanır (Başar 2016).

Bayesci yaklaşımın, çıkışı daha eski olmasına rağmen bazı klasik yaklaşımı benimseyen istatistikçilerin önsel bilginin analize dahil edilmesini kabul etmemeleri ve Bayes yöntemlerindeki sayısal integrallerin fazlalığından kaynaklanan hesaplama zorlukları sebebiyle klasik yöntemlerin gölgesinde bırakmıştır. Bununla birlikte, son yıllarda bilgisayar teknolojisindeki hızlı ilerlemeler sayesinde istatistik yazılımlardaki gelişmeler bayesci yönteminin kullanımındaki zorlukları aşarak yöntemi veri analistinin kullanımına sunmuştur. Bayes yöntemi, tekrarlanan ölçüm analizlerinde sıklıkla ihtiyaç duyulan rastgele etkilerin analizini ve tahminini kolaylaştırmakta ve klasik analizlerde sıklıkla bulunan asimptotik varsayımları içermeyen çeşitli çıkarımlara izin vermektedir. Ayrıca, zamana bağlı quadratik değişimlere müsaade eden karışık bir modele ait parametre değerlerindeki belirsizliği dikkate alan bu yöntem, geleneksel yöntemlerle ilgili birçok problemin üstesinden gelmektedir.

Bayesci analizler, önsel bilgileri formüle ederek parametreler için sonsal dağılımın elde edilmesine dayanır. Yapısı gereği, genel olarak analitik çözümleme ve sayısal çözümlemeyi gerektiren Bayesci analizlerde, özellikle eşlenik olmayan önsel dağılımların olduğu durumlarda sonsal dağılımın hesaplanması oldukça zordur. Bu gibi zorlu durumların üstesinden gelmek için analitik çözümleme yerine bir sayısal çözümleme olan Markov Zinciri Monte Carlo (MCMC) yöntemleri tercih edilmektedir. Bayes Monte Carlo yöntemleri, Maksimum Olabilirlik (ML) gibi diğer istatistiksel yöntemlere göre daha etkili bir alternatif sunar, çünkü rastgele etkilerin ve herhangi bir gereksiz (nuisance) parametresinin çok boyutlu integrallerine kolayca uygulanabilir (Kadarmideen vd. 2001).

Model Seçimi, bir dizi aday modelden en iyi (veya en uygun) istatistiksel modeli seçme görevi olarak tanımlanabilir. Model seçiminde, model uzayındaki modellerin farklı özelliklerini değerlendirerek bir karar kriteri oluşturan Akaike Bilgi Ölçütü (AIC), Bayes Bilgi Ölçütü (BIC), Mallow'un Cp, Bayes faktörleri vb. yaklaşımlar kullanılabilir. Modelleri karşılaştırmak için, verilerin modele uyumu ve modelin karmaşıklığı arasındaki ilişkiye dayalı kriterleri kullanan Spiegelhalter vd. (2002) tarafından sapma bilgi kriteri (DIC) ölçütü önerilmiştir. MCMC yöntemi ile elde edilmiş modellerin sonsal dağılımlarını kullanan bu ölçüt Bayesci model seçimlerinde kullanışlı olup birçok çalışmada kullanılmıştır. Bu tez çalışmasında model seçim kriteri DIC ölçütü ile model seçimi yapılmıştır.

Literatür incelemeleri sonucunda belirlenmiş olan bu çalışmanın amacı; zootekni alanında tekrarlı ölçüm analizlerin Bayes analiz yöntemleri kullanılarak farklı kovaryans yapılarının modellenerek çözümlerini elde etmek ve canlı ağırlık veri seti kullanarak uygulanabilirliğini göstermektir. Bu amaçla, önsel bilgi içermeyen 12 farklı kovaryans yapısı modellenerek canlı ağırlık verilerine en uygun model seçimi, ölçü kriteri DIC ile yapılmış ve sonuçları yorumlanmıştır. Ayrıca, yapılandırılmamış kovaryans yapısı ile varyans bileşenleri kovaryans yapıları için bilgi içeren önseller belirlenerek oluşturulan modellerin sonuçları, bilgi içeren önsel ve bilgi içermeyen önsel seçiminin sonuçlar üzerindeki etkisini görmek için incelenmiştir. Tekrarlı ölçüm analizlerinde kovaryans yapısının analiz sonuçlarını doğrudan etkilediği göz önünde bulundurularak kovaryans yapıları tek tek açıklanmıştır. Verilerin analizi, Bayes analizleri için nispeten kolaylık sağlayan SAS prosedürü PROC BGLIMM ile yapılmıştır. Ayrıca çalışma sonunda yöntemin üstünlükleri ve zayıf yönleri de tartışılacaktır.

Bu amaç doğrultusunda, tez çalışmasının bölümlerinin içerikleri kısaca verilmiştir. Birinci bölümde, tez konusuna giriş yapılmış ve tezin amacı anlatılmıştır. İkinci bölümde kaynak taraması ve kuramsal bilgiler verilmiştir. Bu bölümde tekrarlı ölçümlerin ortaya çıkışı hakkında kısaca bilgi verildikten sonra temel kavramlara değinilmiştir. Tekrarlı ölçümlerde farklı kovaryans yapıları temel kavramları ile anlatılmıştır. Devamında Bayes analizlerin tarihsel gelişiminden bahsedilmiştir. Bayesci yaklaşımının işleyişi, önsel dağılımlar, Bayesci yorumlama ve temel kavramları ile Markov Zinciri Monte Carlo yöntemi ve Markov Zinciri yakınsama değerlendirmesi ve son olarak model seçim kriterlerine değinilmiştir.

Üçüncü bölümde ise materyal ve metot bulunmaktadır. Bu bölümde, tez çalışmasında kullanılan veri setleri için Bayesci yaklaşımda kullanılacak önsel ve sonsal dağılımlar verilmiş, teorik yapıları açıklanmıştır. Dördüncü ve beşinci bölümler, bulgular ve tartışmaya ayrılmıştır. Bu bölümde SAS programında PROC BGLIMM prosedürü kullanılarak elde edilen sonuçlar verilmiş ve bu sonuçlar tartışılmıştır. Tezin altıncı ve son bölümünde ise sonuçlar ve öneriler bulunmaktadır. Çalışma yöntemin avantajları ve dezavantajlarının değerlendirilmesiyle son bulmuştur.

2. KAYNAK TARAMASI

Bu bölümde sırasıyla tekrarlı ölçüm analizleri, kovaryans yapıları, Bayes yöntemler, MCMC ve model karşılaştırma kriterlerinin tarihsel gelişimleri kuramsal çerçevede açıklanmıştır.

2.1. Tekrarlı Ölçüm Analizleri

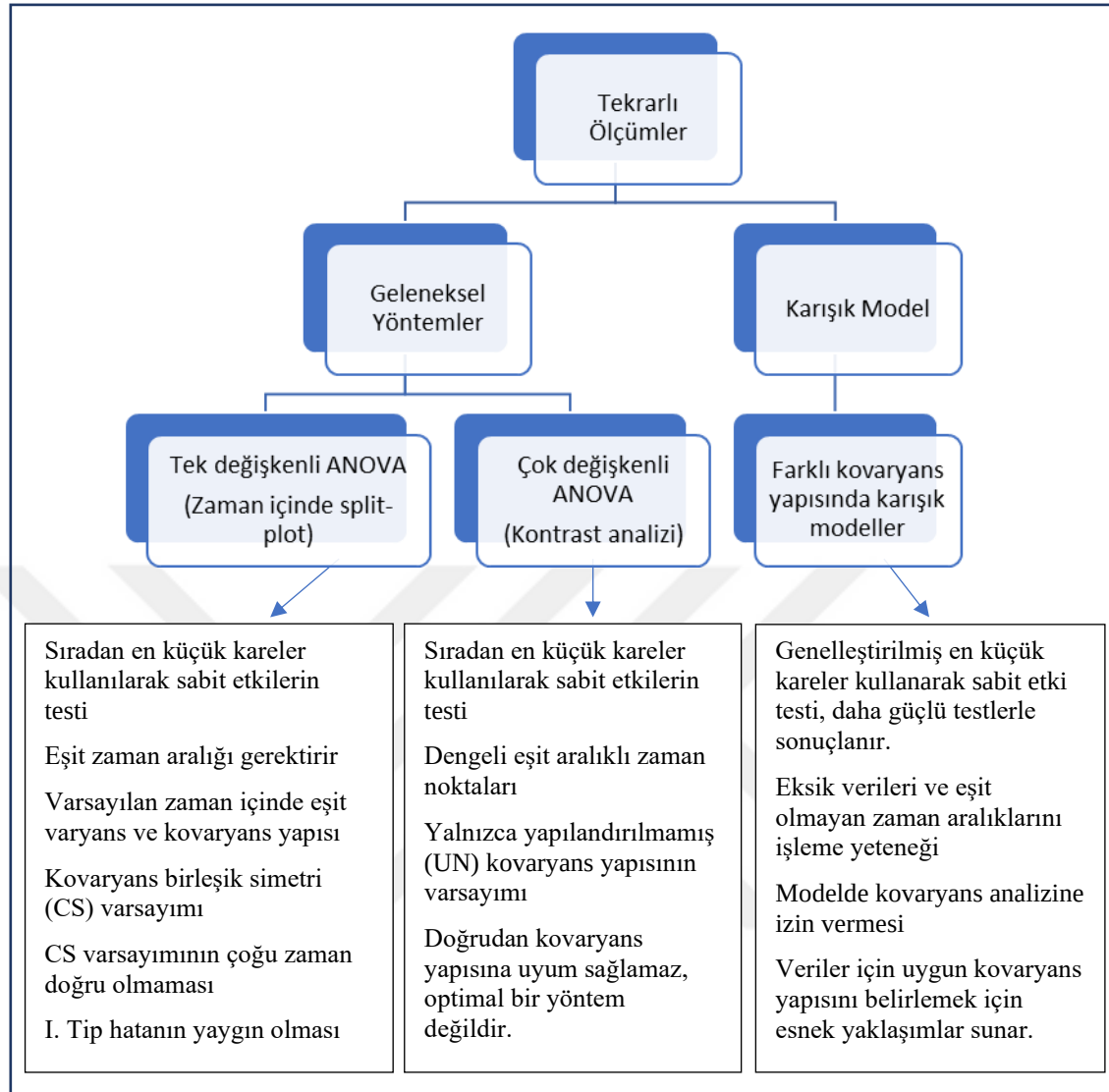
Tekrarlanan ölçüm analizleri, aynı deneme birimi üzerinden farklı koşullar altında veya iki veya daha fazla zaman periyodu boyunca alınmış ölçümlerinin sonuçlarının değerlendirilmesi olarak tanımlanabilir. Yani aynı deney birimi üzerinden farklı zamanlarda bir ölçümün tekrar alınması ya da aynı deney biriminin farklı durumlar altında belirlenen değerlerinin ölçülmesi ile oluşmaktadır (Yalçıntaş 2019). Bireysel değişimleri konu alan bilgileri elde etmenin mümkün olduğu tek tasarım şekli olması tekrarlı ölçüm analizinin güçlü yönüdür ve bu sebepten dolayı sıklıkla tercih edilir (Davis 2002). Tekrarlanan ölçüm verilerinin analizi, aynı birim üzerinde yapılan gözlemler ile zaman içinde aynı birimdeki gözlemler arasındaki olası heterojen varyanslar arasındaki korelasyonlar için uygun bir hesaplamayı gerektirir. Aynı birimden elde edilen bu gözlemler arasındaki kovaryans yapısının göz ardı edilmesi hatalı ve yetersiz yorumlamalara neden olabilir. Dolayısı ile, uygulama etkisini tahmin etmek için, tekrarlanan ölçümlerin kovaryans yapısını yeterince modellemek önem arz etmektedir.

Tekrarlanan ölçümlü veri setlerinin model uyumları ve analizi ilk olarak 1980 ve takip eden süreçte şansa bağlı regresyon analizi ile tıp alanında önerilmiş ve kullanılmaya başlanmıştır (Ali ve Schaeffer 1987). Diğer disiplinlerde ve hayvancılık alanında da aynı yıllarda modelleme ve analiz teknikleri üzerine çalışılmaya başlanmıştır. Ancak, hayvancılıkta zamana bağlı ölçümlerin genetik ve çevresel kaynaklı varyans unsurlarıyla beraber açıklanmasında oldukça kapsamlı ve geniş modellerin kullanılması ve zamana bağlılığın açıklanabilmesi için yapılan tanımlamaların hesaplanmasında zorluklar yaşanmıştır (Arslan ve Kara 2018). Littell vd. (2000) tarafından tekrarlı ölçümlerde kovaryans yapılarının modellenmesi üzerine yaptıkları çalışma literatürde önemli bir yere sahiptir. Çalışma sonucunda, aynı deney biriminden alınan tekrarlı ölçümler arasında ilişki olduğundan, bu verilerin analizinde klasik yöntemler yerine veriler arasında ilişki yapısının modellendiği genel doğrusal karışık modellerin kullanılması gerektiğini belirtmiştir.

Akbaş vd. (2001) Japon bildircinlarının haftalık canlı ağırlıklarının incelenmesi üzerine yaptıkları çalışmada verilerini, Split-plot yapısında tek değişkenli varyans analizi, genel doğrusal modellerde kontrast değişkenleri ile tekrarlanan gözlemlerin tek veya çok değişkenli analizi ve farklı kovaryans yapılarının tanımlandığı genel doğrusal karışık modeller ile test etmişlerdir. Benzer bir çalışmayı, Wang ve Goonewardene (2004), eşit zaman aralıklı bir seti kullanarak klasik yöntemler (ANOVA ve MANOVA) ile genel doğrusal karışık modeli karşılaştırarak yapmışlardır. Gomez vd. (2005), Kenward-Roger metodunun ile Wald-F istatistiklerini kullanılarak genel doğrusal karışık modellerde sabit etkiler için I.tip hata oranının araştırmışlar ve bu amaçla yaptıkları çalışmada, 15 kovaryans yapısı içerisinde en uygun varyans-kovaryans yapısının belirlenmesinde AIC ve BIC kriterlerini kullanmışlardır. Ser (2012) çalışmasında, kuzulara ait tekrarlı veriler ile genel doğrusal karışık modellerin özel bir durumu olan rasgele kesim noktası ve eğimi modelinde parametre tahmin yöntemiyle beraber farklı kovaryans yapılarını

incelenmiştir. Eyduran ve vd. (2013), 228 tane Mengali kuzusunun (24-30 aylık) 6 tekrarlı ağırlık değerleri üzerine yaptıkları çalışmada, tam ve eksik gözlem içeren tekrarlı ölçümlü verilerin analizi için en uygun kovaryans yapısı belirlenmiştir. Tekrarlanan ölçümlü denemelerde genel doğrusal karışık modelin hem eksik hem de tam gözlem içeren veri setleri için uygun kovaryans yapılarını tanımlamada iyi bir seçenek olduğunu belirtmişlerdir.

Ser vd. (2013), 33 baş Norduz erkek kuzusunun serum testosteron konsantrasyon değerlerine ait tekrarlı ölçüm veri seti ile, doğrusal karışık modellerin özel durumlarından yararlanılarak kurduğu üç model için en uygun parametre tahmin yöntemi ve kovaryans yapısı üzerine çalışmışlardır. Yurdigül (2014), yaptığı simülasyon çalışması ile varyans bileşenlerinin tahmin yöntemlerinden ANOVA, ML ve REML yöntemlerinin performansı karşılaştırılmış ve ML yönteminin diğer yöntemlere göre daha tutarlı sonuçlar verdiğini belirlemiştir. Ser ve Bati (2015), 7 aylık yaşta toplam 77 baş Norduz erkek toklusuna ait tekrarlı ölçüm verileri ile eksik gözlem olması durumunda, çoklu atama yönteminin, iki farklı eksik gözlem mekanizmasını (MAR ve MCAR) hem eksik gözlem durumunda hem de tam gözlem durumunda incelemiş ve genel doğrusal karışık modelde performansını değerlendirmiştir. Sonuç olarak her iki eksik gözlem yapısı ve oranlarında, eksik gözlem atama yöntemi olarak ML'in tercih edilmesi durumunda karışık modelde güvenilir bilgilerin elde edildiğini belirtmişlerdir.



Şekil 2.1. Tekrarlanan verilerin analizi için geleneksel ve karışık model yaklaşımlarının avantajlarının ve sınırlamalarının bir özeti

2.2. Kovaryans Yapıları

Tekrarlanan ölçüm veri analizini farklı kılan gözlemlenen verilerin kovaryans yapısıdır. Tekrarlanan ölçüm deneylerinde, yakın zaman noktalarında alınan iki ölçüm tipik olarak, birkaç zaman noktası sonrası alınan iki ölçümden daha yüksek düzeyde ilişkilidir. Bu nedenle, istatistiksel analiz genellikle verilerin kovaryans yapısının değerlendirilmesi ile başlar.

Tekrarlanan ölçümlü veriler arasındaki ilişkiden kaynaklanan varyans-kovaryans yapısı denemenin tasarımı veya faktörlerin yapısına göre farklılık göstermektedir. Karışık modeller, yani hem sabit etkilere hem de rasgele etkilere sahip modeller tekrarlı ölçüm analizlerinde sıklıkla kullanılırlar. Örneğin, Liu vd. (2007) çalışmalarına, üç farklı varyans kovaryans yapısı (CS, UN ve AR(1)) ile tekrarlı ölçüm analizini SAS programında PROC MIXED prosedüründe yapmışlardır. Bu çalışmanın sonucunda, CS

ve UN varyans kovaryans yapılarının sadece REPEATED seçeneği kullanıldığında, AR(1) varyans kovaryans yapısının da ise REPEATED seçeneğinin kullanıldığında ancak sadece eğer denekler arası varyasyon önemli ise hem REPEATED hem de RANDOM seçeneği kullanıldığında uygun olacağını belirtmişlerdir.

Al-Marsadi (2007) bir simülasyon çalışmasında, sekiz farklı varyans-kovaryans yapısını modelde tanımlamış ve veri setine en uygun modeli seçmek için yapının belirlenmesinde 6 farklı bilgi ölçütü kullanılmıştır. Tekrarlı verilerin analizinde, Düzeltilmiş Akaike Bilgi Kriteri (CAIC), AIC ve BIC tercih edilmesinin daha uygun olacağı sonucuna varmıştır.

Chan ve Choy (2008)'de yaptıkları bir çalışmada, varyans-kovaryans yapılarını küçük boyutlu veri setleri için incelemişler ve farklı büyüklükteki veri setlerinde uygun varyans-kovaryans yapısının belirlenmesinde gözlemler arasındaki korelasyonun gücünün ve örnek büyüklüğünün oldukça etkili olduğu sonucuna varmışlardır. Ayrıca, küçük örneklem büyüklüğüne sahip yüksek korelasyonlu veri setleri için TOEP yapısını, yüksek korelasyonlu ve büyük örneklem büyüklüğüne sahip verilerde ise AR(1) varyans kovaryans yapısının en iyi seçenek olduğunu belirtmişlerdir.

Tekrarlı ölçümün zaman olduğu analizlerinde, uygun varyans-kovaryans yapısının seçiminin, eşit zaman aralıklı olup olmamasından etkilendiğini Çetin (2009)'da yaptığı çalışma ile vurgulamıştır.

Ser (2012) çalışmasında, genel doğrusal karışık modellerin özel bir durumu olan rasgele kesim noktası ve eğimi modelinde ML parametre tahmin yöntemiyle altı farklı varyans kovaryans yapısını araştırmış ve heterojen varyans-kovaryans yapılarının veri setine en uygun yapılar olduğu belirlenmiştir.

Eyduran vd. (2013), çalışmalarında, tam ve eksik gözlem içeren tekrarlı ölçümlü verilerin analizi için en uygun kovaryans yapısını incelemişlerdir ve ANTE(1) varyans kovaryans yapısının hem eksik gözlemlili veride hem de tam veride en uygun yapı olduğunu sonucuna varmışlardır. Hem eksik gözlemlili hem de tam veri setleri için genel doğrusal karışık modellerin iyi bir seçenek olduğu sonucuna varmışlardır. Benzer bir çalışmayı Bati (2017)'de tekrarlı ölçüm denemelerinde varyans kovaryans yapısının belirlenmesinde parametre tahmin yöntemlerini değerlendirmiştir. Eşit ve eşit olmayan zaman aralıklarına sahip iki veri seti için genel doğrusal karışık modelde 15 farklı varyans-kovaryans yapısı üzerine çalışmış ve en iyi model seçimini AIC, BIC ve AICC bilgi ölçüm kriteri ile yapmıştır. Varyans- kovaryans parametre tahminlerini ise ML ve REML parametre tahmin yöntemlerini kullanmıştır. Sonucunda, tekrarlı ölçümlerin alındığı zaman noktalarının eşit olup-olmamasının varyans- kovaryans yapısı üzerinde belirleyici olduğunu ve genel doğrusal karışık modellerin etkili bir alternatif olduğunu belirtmiştir.

Karışık modellerin uygulanmasında genel bir strateji varyans-kovaryans yapısını seçmektir. Modeldeki sabit etkilerle ilgili çıkarımlar, genellikle bu stratejinin nihai hedefidir. Gerçek kovaryans yapısı, çalışmanın tasarımı nedeniyle bazen gerçek kovaryans parametre değerlerinden farklı olarak bilinir. (Gomez vd. 2005). Gerçek kovaryans yapısının bilinmediği durumda karmaşık bir durum daha da karmaşık hale gelir. Bu durumda veri analizi stratejisinin kilit noktası kovaryans yapısını seçmek olur.

Doğrusal Karışık Model, Genelleştirilmiş Doğrusal Karışık Model durumuna veya Doğrusal Olmayan Karışık Model durumuna genişletilirse hemen hemen her durumu elde etmek için kullanılabilir. Sabit etkili bir model aşağıdaki gibi yazılır.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \cdots + \beta_p x_{ip} + e_i \quad (2.1)$$

Eşitlikten $var(e_i) = \sigma_e^2$ olarak hesaplanır. n tane gözlem için model aşağıdaki gibi yazılır.

$$y_1 = \beta_0 + \beta_1 x_{11} + \beta_2 x_{12} + \cdots + \beta_p x_{1p} + e_1$$

$$y_2 = \beta_0 + \beta_1 x_{21} + \beta_2 x_{22} + \cdots + \beta_p x_{2p} + e_2$$

$$\vdots$$

$$y_n = \beta_0 + \beta_1 x_{n1} + \beta_2 x_{n2} + \cdots + \beta_p x_{np} + e_n$$

Hataların varyansı $var(e_1) = \sigma^2$, $var(e_2) = \sigma^2$, ..., $var(e_n) = \sigma^2$ olarak elde edilir. Modelin matris gösterimini aşağıdaki gibi yazmak mümkündür.

$$\begin{array}{ccccccc} & \beta_0 & \beta_1 & \beta_2 & \cdots & \beta_p & \\ \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{ni} \end{bmatrix} & \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix} & \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix} & \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix} \end{array}$$

$$var(\mathbf{Y}) = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma^2 \end{bmatrix} = \sigma^2 \mathbf{I}_{n \times n}$$

Yukarıdaki sabit etkili modelin matris notasyonunu $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$ şeklinde yazabiliriz. Sabit etkilere ait desen matrisi $\mathbf{X}$, sabit etkilere ilişkin parametre vektörü $\boldsymbol{\beta}$, hata vektörü $\boldsymbol{\varepsilon}$ ile gösterilmektedir. Bu modele şansa bağlı etkileri de eklersek aşağıdaki karışık modeli elde ederiz.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \cdots + \beta_p x_{ip} + \gamma_1 z_{i1} + \gamma_2 z_{i2} + \cdots + \gamma_q z_{iq} + e_i \quad (2.2)$$

Eşitlik (2.2)'de p tane sabit etki parametresine q tane şansa bağlı etkiler parametreleri eklenerek oluşturulmuştur.

$$\boldsymbol{\gamma} = \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \vdots \\ \gamma_q \end{bmatrix} \quad \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots & z_{1q} \\ z_{21} & z_{22} & \dots & z_{2q} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ z_{n1} & z_{n2} & \dots & z_{nq} \end{bmatrix}$$

Böylece Genel Doğrusal Karışık model;

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}\boldsymbol{\gamma} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.3)$$

elde edilir. Burada $\mathbf{X}$ ve $\mathbf{Z}$ sırasıyla sabit ve şansa bağlı etkiler için desen matrisi, $\boldsymbol{\beta}$ ve $\boldsymbol{\gamma}$ sırasıyla sabit ve şansa bağlı etkiler vektörleri ve $\boldsymbol{\varepsilon}$ hatalar vektörüdür. Ayrıca $\boldsymbol{\gamma}$ ve $\boldsymbol{\varepsilon}$ 'nin sırasıyla $N(\mathbf{0}, \mathbf{G})$ ve $N(\mathbf{0}, \mathbf{R})$ dağılımları ile bağımsız oldukları varsayılmaktadır.

Hata vektörü $e_i \sim N(0, R_i)$ ile normal dağılırken $R_i = cov(e_i)$ şeklindedir. Şansa bağlı etkilerin normal dağılım gösterdiği varsayımında modelin beklenen değeri ve varyansı aşağıdaki gibi olur.

$E \begin{bmatrix} \gamma_i \\ e_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ve $Var \begin{bmatrix} \boldsymbol{\gamma} \\ \boldsymbol{\varepsilon} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R} \end{bmatrix}$ olur. Burada hem $\mathbf{G}$ hem de $\mathbf{R}$ tekil değildir. $\mathbf{G}$ şansa bağlı etkilere ait kovaryans matrisinin ve $\mathbf{R}$ hataların kovaryans matrisinin gösterimi aşağıdaki gibidir.

$$\mathbf{G} = Var(\boldsymbol{\gamma}_i) = \begin{bmatrix} var(\gamma_{1i}) & cov(\gamma_{1i}, \gamma_{2i}) & \dots & cov(\gamma_{1i}, \gamma_{qi}) \\ cov(\gamma_{1i}, \gamma_{2i}) & var(\gamma_{2i}) & \dots & cov(\gamma_{2i}, \gamma_{qi}) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ cov(\gamma_{1i}, \gamma_{qi}) & cov(\gamma_{2i}, \gamma_{qi}) & \dots & var(\gamma_{qi}) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R} = Var(e_i) = \begin{bmatrix} var(e_{1i}) & cov(e_{1i}, e_{2i}) & \dots & cov(e_{1i}, e_{ni}) \\ cov(e_{1i}, e_{2i}) & var(e_{2i}) & \dots & cov(e_{2i}, e_{ni}) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ cov(e_{1i}, e_{ni}) & cov(e_{2i}, e_{ni}) & \dots & var(e_{ni}) \end{bmatrix}$$

Genel doğrusal karışık model varyansı;

$$\mathbf{V} = var(\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}\boldsymbol{\gamma} + \boldsymbol{\varepsilon}) \quad (2.4)$$

Şansa bağlı etkilerin ve hataların bağımsız olduğu varsayıldığında eşitlik (2.4) aşağıdaki gibi olur.

$$\mathbf{V} = var(\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) + var(\mathbf{Z}\boldsymbol{\gamma}) + var(\boldsymbol{\varepsilon}) \quad (2.5)$$

Sabit etkiler $\boldsymbol{\beta}$ 'nin varyansı $var(\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) = \mathbf{0}$ ve $var(\boldsymbol{\varepsilon}) = \sigma^2 \mathbf{I} = \mathbf{R}$ 'dir. Böylece eşitlik (2.5);

$$\mathbf{V} = \mathbf{0} + var(\mathbf{Z}\boldsymbol{\gamma}) + \mathbf{R} \quad (2.6)$$

olur. $\mathbf{Z}$ matrisi sabittir ve eşitlik aşağıdaki gibi düzenlenir.

$$\mathbf{V} = \mathbf{0} + \mathbf{Z}var(\boldsymbol{\gamma})\mathbf{Z}' + \mathbf{R} \quad (2.7)$$

Buna göre, genel doğrusal karışık modelde $\mathbf{Y}$ 'nin varyansı;

$$var(\mathbf{Y}) = \mathbf{Z}\mathbf{G}\mathbf{Z}' + \mathbf{R} = \mathbf{V} \quad (2.8)$$

elde edilir.

Klasik karışık modelde $\mathbf{R} = \sigma^2\mathbf{I}$ (burada $\mathbf{I}$, $n \times n$ birim matrisi) ve $\mathbf{G}$ varyans bileşenlerini içeren diyagonal matristir. Kovaryans yapısının seçimi, $\mathbf{G}$ ve $\mathbf{R}$ için yapı seçimine eşdeğerdir. Bu süreçteki ilk adım, çalışmanın tasarımını ve gözlemlerin engelleyici yapısını dikkate almaktır (Gomez vd. 2005). Tekrarlanan ölçüm çalışmaları için, $\mathbf{G}$ ve $\mathbf{R}$ hakkında yararlı deneysel bilgiler yapılandırılmamış örnek matrisinin hesaplanmasıyla elde edilebilir (Littell vd. 2000). Bu gibi durumlarda dizisel korelasyon tablosu ve diğer grafik araçları kovaryans yapısının doğasını önermek için oldukça kullanışlılardır. Matris formundaki varyans kovaryans yapısının ana köşegen değerleri aynı varyans değerine sahipse bu tür yapılar homojen varyans kovaryans yapıları denir (İyet 2008). Bu tez çalışmasında hem homojen varyans-kovaryans yapıları hem de heterojen varyans- kovaryans yapıları kullanılmıştır.

Çizelge 2.1. Farklı kovaryans yapıları

Yapı	Tanım	Parametre Sayısı	$\{i, j\}$ inci eleman
AR(1)	Autoregressive(1)	2	$\sigma_{ij} = \sigma^2 \rho^{ i-j }$
CS	Compound Symmetry	2	$\sigma_{ij} = \sigma_1 + \sigma^2 1 (i = j)$
UN	Unstructured	$t(t+1)/2$	$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}$
TOEP	Toeplitz	t	$\sigma_{ij} = \sigma_{ i-j +1}$
VC	Variance Components	q	$\sigma_{ij} = \sigma_k^2 1(i = j)$ ve i, k . etkiye karşılık gelir.
ARH(1)	Heterogeneous AR(1)	$t+1$	$\sigma_{ij} = \sigma_i \sigma_j \rho^{ i-j }$
CSH	Heterogeneous CS	$t+1$	$\sigma_{ij} = \sigma_i \sigma_j [\rho 1(i \neq j) + 1(i = j)]$
TOEPH	Heterogeneous TOEP	$2t-1$	$\sigma_{ij} = \sigma_i \sigma_j \rho_{ i-j }$
HF	Huynh-Feldt	$t+1$	$\sigma_{ij} = (\sigma_i^2 + \sigma_j^2)/2 - \lambda 1(i \neq j)$
FA(1)	Factor analytic	$2t$	$\sigma_{ij} = \sum_{k=1}^{\min(i,j,1)} \lambda_{ik} \lambda_{jk} + d_i 1(i = j)$
ANTE(1)	Antedependence	$2t-1$	$\sigma_{ij} = \sigma_i \sigma_j \prod_{k=i}^{j-1} \rho_k$
ARMA	ARMA(1,1)	3	$\sigma_{ij} = \sigma^2 [\gamma \rho^{ i-j -1} 1(i \neq j) + 1(i = j)]$

Kaynak: Shi and Chen, 2019

Farklı kovaryans yapıları parametre sayıları ile birlikte Çizelge 2.1’de verilmiştir. Basit kovaryans yapısı, tüm gözlemlerin birbirinden bağımsız olduğunu ve aynı denekteki tekrarlanan ölçümler arasında bile herhangi bir gözlem çifti arasında bir korelasyon (kovaryans) olmadığını varsayar. Bu yapı basit kabul edilir çünkü yalnızca tek bir parametre tahmini gereklidir. Bu, standart sabit model varyans analizinde varsayılan kovaryans yapısıdır. Bununla birlikte, basit kovaryans yapısı, tekrarlanan ölçüm verileri ile nadiren doğrudur. (Wang ve Goonewardene 2004).

Birinci dereceden otoregresif AR(1) kovaryans yapısı; zamana noktaları arasındaki uzaklık arttıkça üssel olarak azalan homojen varyanslara ve korelasyonlara sahiptir. Yani, bir ölçümdeki değişkenliğin onu ne zaman ölçtüğünüzden bağımsız olarak sabit olduğu, ayrıca, zaman içinde yan yana olan iki ölçümün oldukça ilişkili olacağı (ρ değerine bağlı olarak), ancak ölçümler arası uzaklaştıkça daha az ilişkili olacağı anlamına gelir (Kincaid 2005). Birinci dereceden otoregresif kovaryans yapısında, rastgele değişkenler ε_i ve ε_j arasındaki kovaryanslar $Cov[\varepsilon_i, \varepsilon_j] = \sigma^2 \rho^{|i^* - j^*|}$ şeklinde yapılandırılır. Burada i^* ve j^* değerleri sırasıyla i ve j gözlemler için türetilir ve gözlem numarası olmasa da olur. Örneğin, belirli bir özne içindeki i . ve j . gözlemin zaman etkisi için sınıf seviyelerine karşılık gelebilir. AR(1) kovaryans yapısının matris gösterimi aşağıda verilmiştir.

$$\sigma^2 \begin{bmatrix} 1 & \rho & \rho^2 & \rho^3 \\ \rho & 1 & \rho & \rho^2 \\ \rho^2 & \rho & 1 & \rho \\ \rho^3 & \rho^2 & \rho & 1 \end{bmatrix}$$

Bileşik Simetri (Compound Symmetry (CS)) yapısı daha önce sıklıkla kullanılan split plot tasarımı için gerekli olan ve iyi bilinen bileşik simetri yapısıdır. Varyanslar homojendir yani iki ayrı ölçüm arasında bir korelasyon vardır, ancak ölçümlerin birbirinden ne kadar uzakta olduğuna bakılmaksızın korelasyonun sabit olduğu varsayılır. Sabit varyans ve sabit kovaryansa sahip bileşik simetri yapısında rastgele değişkenler ε_i ve ε_j arasındaki kovaryanslar $Cov[\varepsilon_i, \varepsilon_j] = \begin{cases} \sigma^2 + \sigma_1 & i = j \\ \sigma_1 & i \neq j \end{cases}$ şeklinde yapılandırılır. CS kovaryans yapısının matris gösterimi aşağıda verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \sigma^2 + \sigma_1 & \sigma_1 & \sigma_1 & \sigma_1 \\ \sigma_1 & \sigma^2 + \sigma_1 & \sigma_1 & \sigma_1 \\ \sigma_1 & \sigma_1 & \sigma^2 + \sigma_1 & \sigma_1 \\ \sigma_1 & \sigma_1 & \sigma_1 & \sigma^2 + \sigma_1 \end{bmatrix}$$

Yapılandırılmamış (Unstructured (UN)) durumunda heterojen bir yapı ve varyans kovaryanslar için herhangi bir varsayım söz konusu olmadığından araştırmacı için iyi bir seçim olabilmektedir. Tekrarlı ölçüm sayısı parametre sayısını direkt etkilediği için en çok parametre uydurulması gereken yapı olmasından dolayı tekrarlı ölçüm sayısı az olduğu durumlarda kullanılması uygun olacaktır. Doğrudan varyanslar ve kovaryanslar cinsinden parametrelenen yapılandırılmamış kovaryans $Cov[\varepsilon_i, \varepsilon_j] = \sigma_{ij}$ yapısındadır ve kovaryans matrisi aşağıda verildiği gibidir.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{21} & \sigma_{31} & \sigma_{41} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \sigma_{32} & \sigma_{42} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_3^2 & \sigma_{43} \\ \sigma_{41} & \sigma_{42} & \sigma_{43} & \sigma_4^2 \end{bmatrix}$$

Toeplitz (TOEP) yapısı AR (1)'e benzer, çünkü birbirinin yanındaki tüm ölçümler aynı korelasyona sahiptir. Yani, iki ayrı ölçüm ilkinden farklı aynı korelasyona sahip, üç ayrı ölçümler ilk ikisinden farklı aynı korelasyona sahip gibi. Ancak, korelasyonların AR (1) ile aynı modele sahip olması gerekmez. Teknik olarak AR (1), TOEP'in özel bir durumudur. Rastgele değişkenler ε_i ve ε_j arasındaki kovaryanslar $Cov[\varepsilon_i, \varepsilon_j] = \begin{cases} \sigma^2 & i = j \\ \sigma_{|i-j|} & i \neq j \end{cases}$ şeklinde yapılandırılır ve kovaryans matris gösterimi aşağıda verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \sigma^2 & \sigma_1 & \sigma_2 & \sigma_3 \\ \sigma_1 & \sigma^2 & \sigma_1 & \sigma_2 \\ \sigma_2 & \sigma_1 & \sigma^2 & \sigma_1 \\ \sigma_3 & \sigma_2 & \sigma_1 & \sigma^2 \end{bmatrix}$$

Birbirleri ile arasında uzak zaman aralığı bulunan ölçüm çiftleri daha yakın zaman aralıklı çiftlere göre daha küçük korelasyona sahiptir. (Fitzmaurice vd. 2004; Ye 2005; Gomez vd. 2005). Ölçümler arası korelasyonu dikkate alan bu kovaryans yapısı, eşit olmayan zaman aralıklı tekrarlı ölçüm verileri için uygun değildir.

Varyans bileşenleri (Variance Components (VC)), standart varyans bileşenleridir ve varsayılandır. Bir diğer ismiyle basit kovaryans yapısı, tekrarlı ölçümlerin, aynı deney birimi üzerinden alındığı durumlar için birbiri ile ilişkisiz ve homojen varyansa sahip olduğu varsayımına dayanmaktadır. Standart varyans bileşenlerini belirtir ve hem G tarafı hem de R tarafı kovaryans yapıları için varsayılan yapıdır.

$$\begin{bmatrix} \sigma_B^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_B^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{AB}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{AB}^2 \end{bmatrix}$$

VC, denek içi hataların korelasyonunun 0 varsayıldığı en basit varyans-kovaryans yapısıdır. Genellikle, tekrarlanan ölçüm tasarımlarında mantıklı bir seçim değildir, ancak araştırma sürecinde diğer yapılara uyumun etkisini anlamak için kullanılabilir.

AR (1) ve CS yapılarının doğrudan genellemesi olan ARH(1) ve CHS heterojen yapılardır. Korelasyonlar CSH için sabit kalır ve ARH(1) için üssel olarak azalır. ARH (1) modeli, verilerin zaman içinde eşit aralıklarla yerleştirildiğini varsayar. Çok fazla varyans terimi olasılığı nedeniyle hantaldır, ancak varyansın zamanın bir fonksiyonu olarak belirtilmesi kesinlikle mümkündür (Wolfinger 1996).

Heterojen birinci dereceden otoregresif ARH(1) varyans-kovaryans modelinde tekrarlı ölçüm çiftleri arasındaki kovaryans değerleri üstel olarak azalmaktadır (Bati 2017). Bu kovaryans yapısı, AR(1) yapısıyla aynı korelasyon modeline sahiptir, ancak

varyansların farklı olmasına izin verilir. Rastgele değişkenler ε_i ve ε_j arasındaki kovaryanslar $Cov[\varepsilon_i, \varepsilon_j] = \sqrt{\sigma_i^2 \sigma_j^2} \rho^{|i^*-j^*|}$ şeklinde yapılandırılır. Matris gösterimi aşağıda verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_1 \sigma_2 \rho & \sigma_1 \sigma_3 \rho^2 & \sigma_1 \sigma_4 \rho^3 \\ \sigma_2 \sigma_1 \rho & \sigma_2^2 & \sigma_2 \sigma_3 \rho & \sigma_2 \sigma_4 \rho^2 \\ \sigma_3 \sigma_1 \rho^2 & \sigma_3 \sigma_2 \rho & \sigma_3^2 & \sigma_3 \sigma_4 \rho \\ \sigma_4 \sigma_1 \rho^3 & \sigma_4 \sigma_2 \rho^2 & \sigma_4 \sigma_3 \rho & \sigma_4^2 \end{bmatrix}$$

Heterojen bileşik simetri (CSH) kovaryans modeli, kovaryanslar, standart sapmaların ikili çarpımlarıyla, tek bir korelasyon katsayısının (ρ) çarpımına dayanmaktadır. Bu nedenle, zaman içindeki korelasyon sabittir, ancak kovaryanslar, zaman içindeki standart sapmalardaki farklılıklar nedeniyle birbirinden farklıdır.

$Cov[\varepsilon_i, \varepsilon_j] = \begin{cases} \sigma_i^2 + \sigma_j^2 & i = j \\ \sigma_i \sigma_j \rho & i \neq j \end{cases}$ CSH yapısının matris gösterimi aşağıda verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_1 \sigma_2 \rho & \sigma_1 \sigma_3 \rho & \sigma_1 \sigma_4 \rho \\ \sigma_2 \sigma_1 \rho & \sigma_2^2 & \sigma_2 \sigma_3 \rho & \sigma_2 \sigma_4 \rho \\ \sigma_3 \sigma_1 \rho & \sigma_3 \sigma_2 \rho & \sigma_3^2 & \sigma_3 \sigma_4 \rho \\ \sigma_4 \sigma_1 \rho & \sigma_4 \sigma_2 \rho & \sigma_4 \sigma_3 \rho & \sigma_4^2 \end{bmatrix}$$

Heterojen Toeplitz (TOEPH) kovaryans modelinde, varyanslar ve kovaryans değerleri birbirinden farklıdır. Tekrarlı ölçüm çiftleri arasındaki kovaryansları, standart sapmaların ikili çarpımları ile korelasyon katsayılarının çarpımına dayanan bu modelde, birbirlerinden eşit zaman uzaklığında olan tekrarlanan ölçüm çiftlerine aynı korelasyon değeri verilmiştir. TOEPH kovaryans yapısının matris gösterimi aşağıda verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_1 \sigma_2 \rho_1 & \sigma_1 \sigma_3 \rho_2 & \sigma_1 \sigma_4 \rho_3 \\ \sigma_2 \sigma_1 \rho_1 & \sigma_2^2 & \sigma_2 \sigma_3 \rho_1 & \sigma_2 \sigma_4 \rho_2 \\ \sigma_3 \sigma_1 \rho_2 & \sigma_3 \sigma_2 \rho_1 & \sigma_3^2 & \sigma_3 \sigma_4 \rho_1 \\ \sigma_4 \sigma_1 \rho_3 & \sigma_4 \sigma_2 \rho_2 & \sigma_4 \sigma_3 \rho_1 & \sigma_4^2 \end{bmatrix}$$

Antedependence (ANTE) modeller, ilk olarak Gabriel (1962) tarafından tanıtılmış ve tekrarlanan ölçüm analizleri gibi alanlarda kullanılmıştır. Eğer t sıralı $\varepsilon_i, \dots, \varepsilon_t$ rasgele değişkenleri birinci dereceden bir ANTE yapısına sahipse, her bir $\varepsilon_k, k < j$ verilen diğerlerinden bağımsızdır. Bu Markovian yapısı, tridiagonal olan ters varyans matrisi ile karakterize edilir. t boyutunda rastgele bir vektör için bir ANTE(1) yapısının parametreleştirilmesi, $2t - 1$ parametre gerektirir; varyanslar $\sigma_1^2, \dots, \sigma_t^2$ ve $t - 1$ korelasyon parametreleri $\rho_1, \dots, \rho_{t-1}$ 'dir. Rastgele değişkenler ε_i ve ε_j arasındaki kovaryanslar aşağıdaki gibi yapılandırılır:

$$Cov[\varepsilon_i, \varepsilon_j] = \sqrt{\sigma_i^2 \sigma_j^2} \prod_{k=i}^{j-1} \rho_k$$

ANTE(1) kovaryans yapısının matris gösterimi aşağıda verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_1\sigma_2\rho_1 & \sigma_1\sigma_3\rho_1\rho_2 \\ \sigma_2\sigma_1\rho_1 & \sigma_2^2 & \sigma_2\sigma_3\rho_2 \\ \sigma_3\sigma_1\rho_2\rho_1 & \sigma_3\sigma_2\rho_2 & \sigma_3^2 \end{bmatrix}$$

Huynh-Feldt (HF) yapısı, ana köşegen boyunca aynı yapılandırılmamış heterojenliğe ve aynı sayıda bilinmeyen parametreye sahip olması bakımından CSH yapısına benzer. Bununla birlikte, HF yapısı köşegen dışı elemanları geometrik yerine aritmetik olarak oluşturur (Wolfinger 1996). Genel olarak Huynh-Feldt koşulunu sağlayan bir kovaryans yapısı t elemanlı rastgele bir vektör için, $t + 1$ pozitif parametrelere ve kovaryanslara sahiptir. $Cov[\varepsilon_i, \varepsilon_j] = \begin{cases} \sigma_i^2 & i = j \\ 0.5(\sigma_i^2 + \sigma_j^2) - \lambda & i \neq j \end{cases}$

Bir kovaryans matrisi Σ , $\Sigma = \tau 1' + 1\tau' + \lambda I$ olarak yazılabilirse, genellikle Huynh-Feldt koşulunu karşılar. Kovaryans matrisi aşağıda verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{2} - \lambda & \frac{\sigma_1^2 + \sigma_3^2}{2} - \lambda \\ \frac{\sigma_2^2 + \sigma_1^2}{2} - \lambda & \sigma_2^2 & \frac{\sigma_2^2 + \sigma_3^2}{2} - \lambda \\ \frac{\sigma_3^2 + \sigma_1^2}{2} - \lambda & \frac{\sigma_3^2 + \sigma_2^2}{2} - \lambda & \sigma_3^2 \end{bmatrix}$$

Faktör analitik (FA(1)) yapısı tek faktörle belirtilir (Jennrich ve Schluchter 1986). Bu yapı, Λ 'nın bir $t \times 1$ vektör ve D 'nin t farklı parametreye sahip bir köşegen matris olduğu $\Lambda\Lambda' + D$ biçimindedir. Kovaryans matris yapısı aşağıda verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \lambda_1^2 + d_1 & \lambda_1\lambda_2 & \lambda_1\lambda_3 & \lambda_1\lambda_4 \\ \lambda_2\lambda_1 & \lambda_2^2 + d_2 & \lambda_2\lambda_3 & \lambda_2\lambda_4 \\ \lambda_3\lambda_1 & \lambda_3\lambda_2 & \lambda_3^2 + d_3 & \lambda_3\lambda_4 \\ \lambda_4\lambda_1 & \lambda_4\lambda_2 & \lambda_4\lambda_3 & \lambda_4^2 + d_4 \end{bmatrix}$$

Birinci dereceden otoregresif hareketli ortalama (ARMA(1,1)), ε_i ve ε_j rastgele değişkenleri arasındaki kovaryans yapıları $Cov[\varepsilon_i, \varepsilon_j] = \begin{cases} \sigma^2 & i = j \\ \sigma^2 \gamma \rho^{|i-j|-1} & i \neq j \end{cases}$ şeklinde tanımlanır. Burada ρ otoregresif parametredir, γ hareketli bir ortalama bileşeni modeller ve σ^2 bir ölçek parametresidir. Matris gösterimi aşağıda verilmiştir.

$$\sigma^2 \begin{bmatrix} 1 & \gamma & \gamma\rho & \gamma\rho^2 \\ \gamma & 1 & \gamma & \gamma\rho \\ \gamma\rho & \gamma & 1 & \gamma \\ \gamma\rho^2 & \gamma\rho & \gamma & 1 \end{bmatrix}$$

2.3. Bayesci Yaklaşım

Bayesci yaklaşım, istatistiksel çıkarsama ve karar verme yöntemlerinden biridir. Model parametre tahminlerinde bayesci yaklaşımda, verinin içermiş olduğu bilgi ile geçmişten gelen ön bilgi birleştirilerek parametrelere ilişkin çıkarsamalar yapılır. Bayesci

yaklaşımın temel amacı, bilinmeyen parametre dağılımlarını elde etmek için veri elde edildikten sonra önceden elde edilmiş bilgilerden yararlanarak (önsel) yeni bilgiler yardımıyla (sonsal) parametrelere ait tahminlerde bulunmaktır (Erkan 2019). İlk olarak 18.yy da Thomas Bayes tarafından geliştirilen bu yaklaşım ölümünden bir kaç yıl sonra arkadaşı Richard Price tarafından “Şans Doktrini’nde Bir Sorunun Çözülmesine Yönelik Bir Deneme (An Essay Towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances)” isimli çalışmasıyla ortaya çıkmıştır (Fienberg 2006). Ortaya konulan bu yaklaşım birçok matematikçi ve istatistikçi tarafından heyecan ile karşılanmış devrim niteliğinde görülmüştür. Çünkü bu yaklaşım, inancı, deneyimi, yani önsel bilgiyi dikkate alarak en yüksek olasılığa ulaşmayı amaçlayan, istatistik alanına yeni bir bakış açısı getiren tümevarımsal bir yöntemdir (Ekici 2009). Buna karşın bazı istatistikçiler tarafından ise bu yaklaşım kabul edilmemiş üzerine çok yorum yapılmıştır. Bunun sonucunda, zaman içerisinde istatistik bilimi klasik (veya Frekansçı, Berkeley istatistiği) yaklaşım ve Bayesci yaklaşımı olmak üzere iki farklı yaklaşım etkisinde kalmış ve gelişimini sürdürmüştür. Bayesci istatistiğin aksine frekansçı istatistik tanımlaması 1937’de “Klasik Olasılık Teorisine Dayalı İstatistiksel Tahmin Teorisinin Ana Hatları (Outline of a Theory of Statistical Estimation Based on the Classical Theory of Probability)” makalesinde Neyman’ın, yaklaşımını Jeffreys’in yaklaşımından ayırmak için “klasik” sıfatını kullanmasıyla ortaya çıkmıştır (Fienberg 2006). Bayes yaklaşımına önemli katkıları olan Savage, Laplace, Wald, Edgeworth, Galton, Pearson, Jeffreys, Finetti, Lindler, Schlaifer gibi bilim adamları sayesinde teorinin bugün ki yapısı oluşturulmuştur (Fienberg 2006). Özellikle, Jeffrey (1939), bayesci istatistik üzerine ilk bilimsel çalışmayı yapmış ve gelişimine büyük katkı sağlamıştır (Başar 2016).

Bayesci istatistiğin gelişiminin ana odağı 1970’lerin başında Jose Bernardo tarafından düzenlenen ve tutanakları Bayes yayınlarına yüksek bir standart oluşturan dört yıllık Valensiya Bayes İstatistikleri Sempozyumu olmuştur. 1980’lerin sonlarında Monte Carlo Markov zinciri yöntemlerinin kullanılmaya başlaması, yalnızca yirmi yıl öncesinde başkalarının hayal ettikleri olası hesaplamaları mümkün kıldığı için üstün başarı olarak görülmüştür. Günümüzde Bayesci yöntemler, uygulama alanlarına hızla yayılmış ve bilgisayar bilimi ve makine öğrenme gibi alanlarında çalışan bilim adamları tarafından desteklenmiştir. Zaman içerisinde oluşmuş bu iki yaklaşımın temel farklılıklarını göstermek amacıyla Frekansçı istatistik ile Bayesci istatistiğin özet bir karşılaştırması Çizelge 2.2’de verilmiştir.

Çizelge 2.2. Frekansçı istatistik ile Bayesci istatistiğin özet bir karşılaştırması

Bayesci	Frekansçı
Bayes analizinde, verileri oluşturan model parametrelerinin (ortalama veya oran gibi) bilinmeyen rastgele değişkenler olduğunu varsayar. Bu varsayım, parametreler hakkında doğrudan olasılık açıklamalarının yapılmasına izin verir. Verilerin sabit olduğu varsayılır, ancak popülasyon verilerinden çıkarımlar yapmak için bir popülasyondan rastgele bir örnek olduğu varsayılır.	Veri örneğinin rastgele olduğunu, ancak verileri oluşturan parametrelerin bilinmediğini ve sabit olduğunu varsayar. Bu nedenle, parametrelerle ilgili doğrudan olasılık ifadeleri, herhangi bir örnekten yapılamaz, ancak tekrarlanan rastgele örneklerin ve deneylerin varsayımsal bir sırasına dayalı olarak yapılabilir.
Parametre dağılımları (önsel inançlar) hakkında bazı beklentiler veya görüşler ile deneye girer, verileri gözlemler ve parametreler için güncellenmiş veya sonradan dağılımlar elde etmek için parametrelerle ilgili önsel inançları verilerle birleştirir.	Parametrelerle ilgili tüm bilgiler verilerden elde edilir. Yani, örnek veriler yalnızca parametre tahminlerini türetmek için kullanılır.
Verilere verilen parametreler için sonsal dağılım, parametre tahminleri sağlar ve parametrelerdeki belirsizliği nicelleştirir.	Olasılığa dayalı çıkarımda, model ve veriler için olabilirlik fonksiyonu değerlendirilir. Olabilirlik fonksiyonunun birinci ve ikinci türevleri, parametreleri tahmin etmek ve belirsizliği ölçmek için elde edilir (parametreler için standart hatalar).
Parametreler için hipotez testleri ve olasılık yorumları, parametrelerin posterior dağılımına dayanmaktadır. Parametreler için doğrudan olasılık yorumları mümkündür; bir parametrenin sonsal dağılımında bir değer olasılığı düşükse boş hipotez geçersiz kılınır.	Parametreler için hipotez testi ve olasılık yorumları, varsayımsal tekrarlanan rastgele örnekler arasındaki göreceli sıklığa veya parametreler için teorik örnekleme dağılımlarına dayanır; bu örnekleme dağılımında gözlemlenen veriler veya parametre tahminleri olası değilse boş hipotez geçersiz kılınır.

Kaynak: Stone ve Zhu (2015)

Model parametrelerini tahmin etmek için geleneksel yaklaşımların aksine, bir Bayes paradigması model parametrelerini rastgele değişkenler olarak kabul eder ve Bayes teoremi, model parametreleri için olasılık dağılımlarını elde etmek için kullanılır. Bununla birlikte, Bayes analizine olan ilgi, genel Bayesci tahmin yöntemlerini uygulamak için kullanılabilecek yazılımların varlığı ile artmıştır-örneğin, WinBUGS (Spiegelhalter vd. 2003) ve SAS prosedürleri.

Bayesci yaklaşım 1990'lardan itibaren kantitatif genetik alanında uygulanmaya başlamıştır. Kantitatif genetik, Bayes istatistiğine dayanan, Sorensen ve Gianola'nın çıkıran çalışmasından (2002, Olasılık, Bayesian ve MCMC Metodları, Nicel Genetik) beri özellikle hayvan yetiştiriciliği alanında tarihsel bir geçmişe sahiptir. Hayvan ışlahı çalışmalarında ise anaya ait etkinin eklendiği modelleri, seleksiyon etkisinin kullanıldığı modeller, tek özellikli ve çok özellikli karışık doğrusal modeller, tek değişkenli baba ve hayvan modelleri gibi genetik ve fenotipik parametrelerin tahminleri için kullanılmıştır.

Fırat vd. (1997) alışmalarında REML ve Gibbs rnekleme yöntemleri kullanarak 28.873 İngiliz Holstein-Friesian dvesi için genetik ve fenotipik parametrelerin ve bunların bireysel test günü süt verimi için fonksiyonlarının sonsal dağılımlarının tahminlerini elde edilmişlerdir. İki yöntemden elde edilen sonuçları karşılaştırmışlar ve parametrelerin sonsal beklentilerinin ve REML tahminlerinin oldukça benzer olduğunu bulmuşlardır. Gali (2002) alışmasında hayvan ışlahında boğa modelinin Gibbs rneklemesi kullanarak Bayes analizini yapmış ve Bayes analizinin klasik yöntemlerden daha üstün olabileceğini belirtmiştir.

Odegard vd. (2003), Tekrarlanan Somatik Hücre Skorları için Karışık Modelleri Kullanılarak Süt Sığırlarında Mastitis Tespiti: Gibbs rneklemesi ile Bayesci Bir Yaklaşım (Detection of Mastitis in Dairy Cattle by Use of Mixture Models for Repeated Somatic Cell Scores: A Bayesian Approach via Gibbs Sampling) alışmasında rastgele etkilere sahip değişen varyanslı iki bileşenli Bayes normal karışık modelini geliştirildiler ve Gibbs rneklemesi yoluyla uyguladılar. Varona vd. (2008) arpık özellikteki verilerin hayvan modellerinde genellikle normalleştirici bir dönüşümden sonra analiz edilebilmesine rağmen, MCMC algoritmaları bunları doğrudan çarpık bir hata dağılımıyla analiz etmek için tasarlanabileceğini göstermiştir. Villemereuil vd. (2013) alışmalarında MCMC'nin toplamsal genetik varyans tahmini için diğer algoritmalarından daha iyi performans gösterdiği gösterilmiştir.

Bayesci yaklaşımını kullanarak, Kızılkaya vd. (2010), 4 veya 12 serbestlik dereceli Student's-t ve Normal dağılımı türettikleri iki değişkenli veri setlerini analiz etmişlerdir. Ayrıca 7883 İtalyan Piemontese sığır ırkından alınan gebelik süresi ve doğum ağırlığı verilerini de aynı yöntemle analiz etmişlerdir. Akar ve Gündoğdu (2014) Bayes istatistik yöntemleri ile boy-ağırlık verilerine, doğrusal regresyon uygulanarak hem Bayesci istatistik yöntemiyle hem de klasik istatistik yöntemiyle ilgili parametreler ve güven aralıkları tahmin edilmişlerdir. Bayesci yaklaşımının klasik yaklaşımdan daha isabetli ve güvenilir olduğunu sonucuna varmışlardır.

Fırat vd. (2016), Japon bildirircınlarının büyüme verilerinin analizi için klasik doğrusal olmayan modellere alternatif olarak Bayesci yaklaşımın kullanımını tartışmıştır. Bayesci yaklaşım ile kanatlıların büyüme verilerinin analizinde yaygın olarak kullanılan Gompertz, Richards ve Logistic büyüme modellerini 499 Japon bildirircınlarından haftalık vücut ağırlığı verilerine uygulayarak doğrusal olmayan yöntemi açıklamış ve klasik doğrusal olmayan en kk kareler yöntemini Bayes yaklaşımı ile karşılaştırmışlardır. Ayrıca en kk kareler yöntemi ile Bayesci yaklaşımın uygulanması sonucunda elde edilen büyüme modellerinin parametre tahminleri arasında kk farklılıklar tespit etmişlerdir.

Peters vd. (2017a), sıcak ve nemli tropikal ortamda yetiştirilen 7 tavuk ırkının büyüme özelliklerini belirlemek için yaptıkları çalışmada Markov zinciri, Monte Carlo yöntemlerini kullanmışlardır. Model karşılaştırmalarında Sapma Bilgi Kriterleri (DIC) kullanmışlardır. Bu çalışma sonucunda dirençli karışık etkili modellerinin tavukların büyüme eğrilerinin oluşturulmasında kullanılabileceğini belirtmişlerdir. Peters vd. (2017b) sıcak ve nemli tropikal bir ortamda yetiştirilen yerel, egzotik ve melez hindilerin büyüme verilerinin analizinde dirençli Logistics, Gompertz ve Von Bertalanffy'nin doğrusal olmayan büyüme fonksiyonlarının Bayesci yaklaşıma göre kullanımını ve karşılaştırmalarını yapmışlardır.

Tatlıyer 2018, çalışmasında, 80 baba ve 1917 anadan olan 4971 kuzunun verisi ile, büyüme özelliklerinden olan doğum ağırlığı, sütten kesim ağırlığı ve doğum ile sütten kesim dönemi arasındaki günlük canlı ağırlık artışına ait genetik parametre tahminleri yapmak için klasik yaklaşımı ve Bayesci yaklaşımı kullanmıştır. Her iki yaklaşımda da genetik parametre tahmini için en basit modelin en uygun model olduğu sonucuna varmıştır.

Abacı 2018 çalışmasında 400 baş Holstein ineklerinin kısmi süt verimi için genomik ve pedigrîye dayalı damızlık değerlerini genomik seleksiyon için Bayes (A, B, C, Cpi) ve pedigrîye dayalı seleksiyon için BLUP yöntemlerini kullanarak hesaplamıştır. Genomik Seleksiyonda BLUP ve Bayes Yöntemlerinin Karşılaştırılmasını yapmıştır. Bayes yöntemleri ile elde edilen tahminlerin daha güvenilir tahminler üretebileceği sonucuna varmıştır.

Öztürkmen 2019 yüksek lisans tez çalışmasında, Japon bildircinlarının 0-8 haftalık canlı ağırlık değerlerini analiz etmek için Lojistik ve Gompertz büyüme modelleri kullanılmış ve parametre tahminlerini de Bayesci yaklaşım uygulanarak gerçekleştirmiştir.

2.3.1. Bayes teoremi

Bayes teoremi, bir olayın gerçekleşme olasılığının ek bilgiler ile değişebileceğini gösteren, koşullu olasılıklara dayanır. Bir Bayes analizi için, parametrelerin sonsal dağılımları, istatistiksel çıkarım için gereken tüm bilgileri sağlar. Bayes teoremini kullanarak, veri (y) veya $p(\theta|y)$ verilen bir θ parametresinin posterior dağılımı aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$p(\theta|y) = \frac{p(y|\theta)p(\theta)}{p(y)} \quad (2.9)$$

Burada $p(y|\theta)$ olasılık fonksiyonu (θ değeri bilindiğinde verilerin olasılığı) θ parametresi için önsel dağılımdır. Ya da veri almadan önce θ hakkındaki önceki inançlarımızdır, $p(y)$ marjinal olasılığıdır. Denklemden, $p(\theta|y)$, gözlemler elde edilmeden önce (önsel) bir parametre hakkındaki bilginin ağırlıklı ortalaması ve gözlemlere verilen en olası değerdir (olasılık) ve $p(\theta|y)$, önceki verileri gözlemlenen verilerle güncelledikten sonra θ 'deki kesinlik veya belirsizlik derecesini tanımlar. Ayrıca $p(\theta|y)$ 'nin $p(y|\theta)p(\theta)$ ile orantılıdır, çünkü $p(y)$ bir sabittir ve $p(y|\theta)p(\theta)$ 'nin şeklini değiştirmez.

Bayesci yaklaşımda θ 'yı içermeyen sabitler göz ardı edilerek $p(\theta|y)$ model parametrelerinin sonsal dağılımı eşitlikteki gibi elde edilir.

$$p(\theta|y) = \frac{p(y|\theta)p(\theta)}{\int p(y|\theta)p(\theta)d\theta} \propto p(y|\theta)p(\theta) = L(\theta).p(\theta) \quad (2.10)$$

Buradan özetle, (*Sonsal Dağılım* $\propto$ *Olabilirlik Fonksiyonu* $\times$ *Önsel Dağılım*) yazılabilir. Bayesci bir paradigmada, tüm istatistiksel çıkarımlar, model parametreleri için sonsal dağılımlardan yapılır. Örneğin, parametreler için nokta tahminleri sağlamak için parametre sonsal dağılımlarının araçları kullanılabilir ve parametrelerin tahmin edilmesindeki belirsizlik veya hata hakkında bilgi sağlamak için parametre sonsal dağılımlarının standart sapmaları kullanılabilir. Bayesci bir paradigmanın sağladığı doğrudan olasılık yorumlamalarına ek olarak, istatistiksel modelleri tahmin ederken sağladığı bazı avantajları vardır. Bunlar aşağıdaki gibi sıralanabilir;

- parametre tahminleri tipik olarak Maksimum Olabilirlik (ML) tahminlerinden daha kesindir,
- yöntemler, tam ve tamamlanmamış cevap değişkenleri modellerini uyum sağlarlar,
- önsel dağılımların kullanılması daha dengeli bir tahmin sağlayabilir. Yani, model parametresi tahminleri, örneğin küçük örneklerde olduğu gibi “sınırların dışına çıkmaz”,
- daha karmaşık veya çok parametrelili modellerin tahmini daha erişilebilirdir kılar (Stone ve Zhu 2015).

Bayesci yaklaşım ayrıca, frekansçı yöntemleri kullanmanın külfetli olduğu ve bazen açık olmadığı durumlarda, modeller oluşturma ve karmaşık problemler için tahmin ve çıkarım gerçekleştirme bir yolunu sağlar. Örneğin, hiyerarşik modeller ve eksik veri problemleri, Bayesci çözümlere güzel bir şekilde uygun olan iki durumdur.

2.3.2. Önsel dağılımın seçimi

Bayes teoremini uygulamak için, bilinmeyen parametrelere zaten var olan bilgilerin ifade edildiği önsel yoğunluk fonksiyonu atanmalıdır. Bayesci yaklaşımın en kritik noktası önsel dağılımın belirlenmesidir. Bayes analizi, analizde kullanılacak önsel dağılımın açık bir şekilde belirtilmesini gerektirir. Sonsal dağılımı elde etmek için hem önsel dağılım hem de örnek veriler gerektiğinden, önsel dağılımın seçimi araştırmacının bilgi ve deneyimine bağlıdır. Bazı teorik varsayımlar da önsel seçiminde etkilidir. Örneğin, önceki çalışmalardan bir uzman görüşüne veya tarihsel bilgiye sahip olabiliriz, biyolojik nedenlerle belirli bir parametrenin değer aralığını biliyor olabiliriz. Açıkça, seçilen önsel dağılım, bir analizin sonuçları üzerinde muazzam bir etkiye sahip olabilir ve akılcıca seçilmelidir. Analize önsel bilgileri dahil etme konusunda pek çok farklı görüş vardır. Önsel dağılımları bilgi içermeye durumlarına, olasılık yoğunluk fonksiyonlarının tanımına ve sahip oldukları dağılımlara göre değerlendirebiliriz.

Bayes analizinin ana fikir, model parametrelerinin rastgele değişkenler olmasıdır. Bu fikrin mekanizması, tüm bilinmeyen parametreler için önceki bilgileri önsel dağılım yoluyla temsil etmek ve bunları gözlemlerden gelen objektif bilgilerle birleştirerek sonsal

dağılımları elde etmektir. Sonsal dağılımlar Bayes teoreminin uygulanmasıyla elde edilir. Genel olarak, önsel dağılımın seçimi mevcut bilgilerin yapısına bağlıdır. Bilinmeyen parametreler hakkında hiçbir bilgi mevcut değilse, bilgi içermeyen (non-informative) önsel yoğunluk fonksiyonları kullanılır. Çoğu durumda, bir araştırmacı ön görüşünü önsel bir dağılımla ifade edemez. Eldeki problemle ilgili asgari bilgi mevcutsa ve önsel bilgisizliği bir olasılık dağılımına özetlemek istiyorsak, analize önsel girdiler eklemeyen bilgilendirici olmayan bir yöntem kullanmak yararlı olacaktır. Bilgi mevcutsa, önsel yoğunluk fonksiyonunun yalnızca mevcut olan bilgileri içermesi ve başka hiçbir bilgi içermemesi önemlidir. Bu tip önsel dağılımlar bilgi içeren (informative) önsel dağılımlar olarak adlandırılır. Bu, maksimum entropi ilkesi uygulanarak elde edilir. Bilgi içermeyen önsel dağılım olması durumunda, sonsal dağılım büyük ölçüde veriler tarafından belirlenir. Bilgi içeren önsel dağılım olması durumunda, sonsal, önselin ve verilerin bir karışımıdır. Önsel dağılım ne kadar bilgilendirici olursa, inançlarınızı “değiştirmek” için o kadar fazla veriye ihtiyaç vardır, çünkü sonsal dağılım daha çok önsel bilgiler tarafından yönlendirilir. Düz, belirsiz veya ayrıntılı önseller olarak da adlandırılan bilgi içermeyen önseller, tahmin edilen parametre hakkında minimum bilgi sağlamak ve verilerin sonsal dağılımın analizine veya belirlenmesine hakim olmasına izin vermek için tasarlanmıştır. Bilgi içermeyen önseller yaklaşık olarak eşit olasılık veya parametre uzayındaki bir parametrenin tüm olası değerlerine olasılık atar. Bilgi içeren önseller ise, veri toplamadan önce parametre hakkındaki harici bilgilere değer verir ve sonsalın analizini veya tespitini bu dış bilginin yanı sıra toplanan verilere dayandırır. Bilgi içeren bir önseli belirtmek için kullanılan harici bilgiler, benzer veri kümeleri üzerindeki önceki analizlerden gelebilir veya istatistiksel bir modeldeki parametrelerin matematiksel özelliklerine dayanabilir. Bilgi içeren önseller sonsal dağılımın şeklini etkileyebileceğinden, farklı bilgi içeren önsellerin parametreler için sonsal dağılımlar üzerindeki etkisini değerlendirmek için bir duyarlılık analizi yapılmalıdır. Bilgi içermeyen önseller, daha az “sübjektif” olarak değerlendirildikleri için tercih edilebilirse de bilgi içermeyen önseller, uygun olmayan sonsallar ile veya tanımlanmamış olasılık dağılımları ile sonuçlanabilir. Örneğin, $-\infty$ ’den ∞ ’e kadar “gerçek” çizgide bir önsel uniform genellikle belirsiz bir önseli temsil eder. Ek olarak, bir parametre uzayının bir alt kümesine göre yerel olarak tekdüze veya bilgi içermeyen bir önseli temsil eden Jeffrey’s önselleri, çeşitli istatistiksel modeller için belirtilebilir, ancak bir Jeffrey’nin önselinin kullanılması belirli bir sonsal dağılımı garanti etmez. Bununla birlikte, bir parametre için tipik değerleri yansıtan parametre uzayının bir bölgesi üzerinde yerel olarak tekdüze olan bir eşlenik önseli seçerek göreceli olarak bilgi içermeyen bir önsele ulaşabilirsiniz. Örneğin, tipik olarak 3 ile +3 arasında değişen bir parametre için büyük bir varyansa sahip Normal bir önsel seçilebilir. Bu durumda, 3 ile +3 aralığında kesilmiş (truncated) bir Normal (0,1000) önselden, esasen yerel olarak tekdüze bir önselin elde edilmesi için belirtilebilir. Bir alternatif, kesilmiş bir önseli belirtmek yerine, büyük varyans terimleri ile eşlenik önsel dağıtımları kullanan “zayıf” bilgi içeren önseller olabilir (Sheng 2013).

Önsel bir yoğunluk fonksiyonu analitik olarak ele alınabiliyorsa, önsel yoğunluk ve sonsal yoğunluk fonksiyonunun aynı dağılım sınıfına ait olması kolaylaştırıcıdır. Böyle bir yoğunluk fonksiyonuna önsel eşlenik denir (Koch 2007). Bir başka deyişle bir parametrenin, önsel dağılım ile aynı aileye ait olan, sonsal dağılımını elde etmek için gözlemlerin müşterek olasılık yoğunluk fonksiyonu ile birleştirilen önsel dağılımlarla, böyle bir aileye gözlemleri veren dağılıma (olabilirlik fonksiyonu) eşleniktir (konjugate) denir. Eşlenik önsel dağılım seçmek, aynı popülasyondan her zaman yeni örnekler almayı

mümkün kılar ve hesaplamaları matematiksel olarak kolaylaştırır. Böylelikle ilgilenilen parametreye ilişkin ön bilgiler gözden geçirilerek daha tutarlı sonuçlara ulaşmayı mümkün kılar (Başar 2016).

Çizelge 2.3. Eşlenik Dağılımlar

Olabilirlik	Önsel Dağılım	Sonsal Dağılım
<i>Bernoulli</i> (p)	<i>Beta</i> (α, β)	<i>Beta</i> ($\alpha + \sum x_i, \beta + n - \sum x_i$)
<i>Binom</i> (m, p)	<i>Beta</i> (α, β)	<i>Beta</i> ($\alpha + \sum x_i, \beta + mn - \sum x_i$)
<i>Negatif Binom</i> (r, p)	<i>Beta</i> (α, β)	<i>Beta</i> ($\alpha + nr, \beta + \sum x_i$)
<i>Gama</i> (α, β)	<i>Gama</i> (α_0, β_0)	<i>Gama</i> ($\alpha_0 + n, \beta_0 + \sum x_i$)
<i>Poisson</i> (λ)	<i>Gama</i> (α_0, β_0)	<i>Gama</i> ($\alpha_0 + \sum x_i, \beta_0 + n$)
<i>Normal</i> (μ, τ) (τ biliniyorken)	<i>Normal</i> (μ_0, τ_0)	<i>Normal</i> ($\frac{(\mu_0\tau_0 + \tau \sum x_i)}{(\tau_0 + n\tau)}, \tau_0 + n\tau$)
<i>Normal</i> (μ, τ) (μ biliniyorken)	<i>Gama</i> (α, β)	<i>Gama</i> ($\alpha + (n/2), (n - 1)S^2$)
<i>Log Normal</i> (μ, τ) (τ biliniyorken)	<i>Normal</i> (μ_0, τ_0)	<i>Normal</i> ($\frac{(\mu_0\tau_0 + \tau \prod x_i)}{(\tau_0 + n\tau)}, \tau_0 + n\tau$)
<i>Log Normal</i> (μ, τ) (μ biliniyorken)	<i>Gama</i> (α, β)	<i>Gama</i> ($\alpha + (n/2), (n - 1)S^2$)

S^2 : örnek varyansı (Kaynak :Başar 2016)

Önsel dağılımları, ayrıca olasılık yoğunluk fonksiyonlarının tanımlı olup olmamasına göre belirli (proper) ve belirsiz (improper) önsel dağılımlar olarak inceleyebiliriz. Bir olasılık yoğunluk fonksiyonunun $f(x)$ basit özelliği kendi parametre aralığındaki integrali veya toplamının 1'e eşit olmasıdır, yani;

$$\left\{ \begin{array}{l} \int f(x)dx \\ \sum f(x) \end{array} \right\} = 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} (x \text{ sürekli ise}) \\ (x \text{ kesikli ise}) \end{array} \right.$$

Eğer 1'e eşit değilse belirsiz olarak tanımlanır. Önsel dağılımlar hakkında daha çok teorik bilgi için Koch (2007) ve Brewer (2009) bakınız.

2.3.3. Sonsal dağılımların hesaplanması

İstatistiksel bir bağlamda, genellikle, çıkarım yoluyla parametrelerin tahmin edilmesi, hipotezlerin test edilmesi ve gelecekteki gözlemlerin tahmin edilmesi anlamına gelir. Bayesci yaklaşımla, tüm çıkarımlar, örnekleme dayalı parametrelerin olabilirlik fonksiyonu ve önsel dağılım yoluyla sonsal dağılımına dayanmaktadır. Sonsal dağılımı belirlemede önsel yoğunluk ve olabilirlik fonksiyonu rol oynamaktadır. Parametreler, klasik istatistiğin sabit model parametrelerinin aksine dağılımları olan rastgele değişkenlerdir. Bir Bayes analizinin tüm istatistiksel çıkarımları, nokta ve aralık

tahminleri gibi özet sonsal dağılım ölçülerinden gelir. Örneğin, bir sonsal dağılımın ortalaması veya medyanı θ için nokta tahminleri sağlarken, bunun nicelikleri güvenilir aralıklar sağlar (Stokes 2014).

Bayesci bir paradigmada, sonsal dağılımı kullanarak bir olasılık aralığı (Bayes veya Güvenilir Aralık) da oluşturulabilir. Örneğin, sonsal dağılım normal bir dağılıma yaklaşıyorsa, $\hat{\theta} \pm z_{\alpha/2} SE_{\hat{\theta}}$ kullanarak $(1 - \alpha)$ güvenilir aralık oluşturulabilir; burada $\hat{\theta}$, θ değerlerinin nokta tahminidir ve $SE_{\hat{\theta}}$ sonsal dağılımın standart sapmasıdır $p(\theta|y)$. Sonsal dağılım normal olmadığında, MCMC yöntemlerini kullanarak ampirik olarak türetilmiş bir sonsal dağılım için yüzdelik dilimlere dayalı olarak bir güvenilir aralık oluşturulabilir. Örneğin, θ için %95 güvenilir aralık $p(\theta|y)$ 'deki $[P_{2.5}, P_{97.5}]$ aralığını yansıtır. θ parametresiyle ilgili olasılık ifadeleri de $p(\theta|y)$ 'den yapılabilir. Güvenilir aralıklar güven aralıklarına benzer görünse de yorumlar ve çıkarımlar aynı değildir. Bir frekansçı çerçevede, θ parametresi sabit olduğundan, doğrudan olasılık ifadelerinin veya güven aralıklarından yorumlar yapılamaz.

Bayesci paradigmanın eleştirisi, parametreler hakkındaki önceki inançların sonuçları etkilediği yönüdeyse de parametreler için (parametre uzayının yerel bölgesi) geniş bir olası veya makul değerler aralığında nispeten düz olan bilgi içermeyen önsel dağılımlar belirlenebilir böylece örnek veriler tahmin sürecine hakim olur. Veriler çok sayıda olduğunda ve olasılık sonsal tarafa hakim olduğunda veya veriler kesin olduğunda (örneğin, sıcaklık ölçümleri) önseller daha az baskındır.

2.4. Bayes Tahmin ve MCMC Yöntemi

Bununla birlikte, çoğu deney ve istatistiksel model için, Bayes analizi ve sonsal dağılımları hesaplama karmaşık integralleri içerir. Ayrıca, model parametrelerinin sayısı arttıkça, integral seti sayısal olarak daha zorlu hale gelir. Bu sorunu çözmek için, parametreler için ortak sonsal dağılımlardan bir parametre değerleri örneği oluşturmak üzere MCMC yöntemlerini kullanılabilir. Bunu yaparken, karmaşık matematiksel hesaplamaların yerine simülasyonları kullanır. Artan bilgi işlem gücünün mevcudiyeti, Bayes analizini MCMC aracılığıyla çok daha erişilebilir hale getirmiştir. İstatistiksel MCMC yöntemlerinin kökleri Metropolis vd. (1953) tarafından geliştirilmiş Metropolis algoritmasına dayanmaktadır ve daha sonra Toronto Üniversitesi'nden Hastings tarafından genelleştirilmiş (Hastings 1970). Bu prosedür, sonsal dağılımdan parametre değerlerinin bir örneğini oluşturmak için parametre uzayında rastgele bir yürüyüş uygular ve MCMC'deki birçok model için kullanılır. Yöntemin Monte Carlo bileşeni, rastgele örneklemeler çekmek için kullanılan simülasyon yöntemlerini ifade eder; Markov Zinciri bileşeni, örneklenmiş değerler zincirinin önceki çekimlere bağlı olduğu gerçeğini ifade eder. Tipik olarak, istenen özelliklere sahip olacak bir Markov zinciri oluşturmak zor değildir. Kabul edilebilir bir hata dahilinde istenen dağılıma yakınsamak için gereken n adımı belirlemek daha zordur. Yöntemin başarısının anahtarı Markov özelliği değildir. Bununla birlikte, simülasyondaki n adımın her birinde yaklaşık dağılımlar geliştirilir. Böylece, ne kadar fazla adım atılırsa, istenen hedef dağılıma yakınsama o kadar yakın olur (Lindsey 2011).

Çok boyutlu bir parametre uzayında, Metropolis-Hastings algoritmasının özel bir durumu olan Gibbs örnekleme, model parametreleri için müşterek sonsal dağılımdan

örnekleme yapmak için kullanılabilir. Geman ve Geman (1984) tarafından ortaya atılan Gibbs örnekleme, Bayes analizinin uygulanmasında büyük bir artışa yol açmış ve Bayes analizini pratikte uygulanabilir hale getirmiştir. Bu yöntem, çok değişkenli zor problemi bir dizi basit düşük boyutlu probleme indirgeyen bir yaklaşım sağlar. Bu yöntem, marjinal sonsal dağılımdan çekime eşit sınırdaki bağımsız koşullu dağılımlardan değerler alır. Bu algoritmada, bir parametre vektöründeki her bir parametre veya rastgele değişken, vektördeki diğer parametreler için en son örneklenen değerlere bağlı olarak örneklendirilir. Gibbs örnekleme ile ilgili daha detaylı bilgi için Gelman vd. 2014 bakınız.

2.4.1. Burn-In ve Yakınsama

MCMC yöntemi parametre değerlerini yinelemeli olarak örneklemediğinden, Markov zincirinin hedef sonsal dağılıma yakınsayıp yakınsamadığını belirlemek gerekir. Zincir birleşmediyse, bu zincirden simüle edilen çekimler ilgili parametre uzayını veya hedef sonsal dağılımını temsil etmez. Bu nedenle, parametre sonsal dağılımlarından herhangi bir çıkarım yapmadan önce Markov zincirlerinin yakınsamasını değerlendirmeliyiz. Ek olarak, erken örneklenen değerlerin hedef sonsal üzerindeki herhangi bir etkisini en aza indirmek için Markov zincirinin ilk yinelemelerinden (Burn-in aşaması) örneklenen değerlerin atılması gelenekseldir.

Zincirin ne ölçüde birleştiğini belirlemek için çok sayıda tanı aracı mevcuttur. Popüler bir araç olarak, zincirdeki yinelemeler boyunca örneklenen parametre değerlerinin iz grafikleridir. Sonsal uzayı hızla “karıştıran” bir zincir, ilgili parametre uzayının tüm bölgelerine ulaşır ve sonsal dağılım için ortalama bir değer etrafında rastgele bir değer grafiği olarak görünür. Bir başka deyişle, iz grafiği, yineleme sayılarına karşı her yinelemede Markov zincirinin gerçekleştirmelerini gösteren bir zaman serisi grafiğidir. Bu grafiksel yöntem, Markov zincirinin durum uzayı etrafında nasıl hareket ettiğini, yani ne kadar iyi karıştığını görselleştirmek için kullanılır. MCMC zinciri durum uzayının bir bölümünde takılırsa, iz grafikleri yavaş yakınsamayı gösteren düz bitler gösterir. Yaygın olarak kullanılan diğer bir araç, farklı gecikmeler için örneklenen değerler arasındaki seri bağımlılık miktarını yansıtan bir otokorelasyon grafiğidir ve sırayla, MCMC algoritmasının verimliliğini yansıtır. Tüm Markov zincirleri bir dereceye kadar seri bağımlılık sergiler (Stone ve Zhu 2015). Bununla birlikte, MCMC algoritması iyi karışırıyorsa, seri bağımlılık hızla 0’a düşmelidir. Bu nedenle, iz ve otokorelasyon grafikleri tipik olarak kötü (zayıf) karıştırmanın göreceli derecesini gösterir. Zayıf karıştırma ve yüksek otokorelasyonların mutlaka önyargılı çıkarıma yol açmadığını, bunun yerine örnekleme sürecindeki verimsizliği gösterebileceği göz önüne alınmalıdır. İz ve otokorelasyon grafiklerine ek olarak, yaygın olarak kullanılan bazı teşhis istatistikleri aşağıda verilmiştir.

Gelman-Rubin: MCMC algoritmasından elde edilen örnekleri değerlendirmek için kullanılan popüler yöntemlerden biridir. Bu istatistik, farklı zincirlerin aynı sonsal dağılıma yakınsayıp yakınsamadığını değerlendirmek için farklı ve dağınık başlangıç değerlerine sahip paralel zincirler kullanır (Roy 2019).

Geweke: Bu test, yakınsamayı değerlendirmek için Markov zincirinin başlangıç ve sonraki yinelemelerinden gelen parametre ortalamalarını karşılaştırır. Geweke testi, modeldeki her parametre için bir z testi ile zincirin ilk %10’luk ortalamasını zincirin son %50’sinin ortalaması ile karşılaştırır. Bu ortalamalar önemli ölçüde farklı değilse, sonuç,

zincirin ilk %10'unda yakınsadığı ve sonraki tüm iterasyonların hedef dağılımdan alındığıdır.

Heidelberger – Welch (sabit test): Bu teşhis prosedürü, Markov zincirinin, zincirin farklı uzunlukları için parametre araçlarının göreceli doğruluğuna dayalı olarak bir Cramer-von Mises istatistiğini kullanan “zayıf” bir sabit süreç olup olmadığını test eder.

Heidelberger – Welch (yarı genişlik testi): Durağan testi geçen zincirin bölümünü kullanarak yarı genişlik testi, yineleme sayısının ortalama tahmin için belirli bir doğruluğu karşılamaya yeterli olup olmadığını değerlendirir.

Raftery – Lewis: Bu prosedür, parametre tahminleri için yüzdelerinde belirli bir doğruluğa ulaşmak için gereken örnek sayısını bildirir.

Etkili örnek büyüklüğü (ESS): Bu istatistik, zincirin yinelemeleri boyunca örneklenen değerlerdeki değişimi ölçer. Etkili örnek büyüklüğü ile simülasyon örnek büyüklüğü arasındaki büyük çelişki zincirin zayıf karışımını gösterir.

Tüm bu teşhis araçlarının yakınsamanın kanıtı olarak kullanılamayacağını, bunun yerine yalnızca zincirdeki yakınsama veya verimsizliği tespit etmek için kullanılacağını unutulmamalıdır. Ayrıca, farklı yakınsama teşhisleri, yakınsamanın farklı yönlerini kontrol etmek için tasarlanmıştır. Bu nedenle, tek bir araca güvenmek yerine birden çok tanılama aracı kullanarak yakınsamayla değerlendirmek iyi bir uygulamadır.

2.5. Model Karşılaştırmaları

Uygulamada birçok farklı model oluşturulabilir. Sonuç olarak, tercih edilen bir modele ulaşmak için sıklıkla farklı modeller arasından seçim yapmanız gerekir ve bu amaçla model karşılaştırma prosedürleri kullanılabilir. Model karşılaştırma yöntemleri aynı zamanda belirli bir modelin “uyum gösterme” mi yoksa belirli bir modelin “yetersiz uyumu” mu yansıttığını belirlemenizi sağlar. Bir Bayes paradigmasındaki model karşılaştırma yöntemleri iki sınıfa ayrılır: (1) Bayes bilgi tabanlı kriterler- Sapma Bilgi Kriterleri (Spiegelhalter vd. 2002) ve (2) Bayes faktörlerine dayalı indeksler. Bu indekslerin yalnızca farklı modeller arasındaki göreceli uyumu değerlendirmek için kullanılabileceğini ve herhangi bir belirli modelin mutlak uyumunu veya belirli bir modelin verilere en iyi yaklaşma derecesini ele almadığı göz önünde bulundurulmalıdır. Bayesci bir paradigmadaki mutlak model uyumu genellikle sonsal tahmine dayalı model kontrolleri (PPMC-posterior predictive model checks) aracılığıyla değerlendirilir. Bu yaklaşım için, bir model iyi tahminler üretiyorsa verilere uyar. Elbette bu yöntem, karşılaştırmaları modellemek için öngörücü bir yaklaşım benimseyerek ve daha iyi tahminler sağlayan modeli seçerek farklı modelleri karşılaştırmak için de kullanılabilir.

2.5.1. Sapma Bilgi Kriteri

Sapma Bilgi Kriteri (DIC Deviance Information Criteria; Spiegelhalter vd. 2002), iyi bilinen olasılığa dayalı bilgi kriterine (Akaike Bilgi Kriteri (AIC; Akaike 1974) ve Bayesian Bilgi Kriteri (BIC; Schwarz 1978)) benzer bir model karşılaştırma aracıdır. DIC, bağımsız olmayan aynı şekilde dağılmış değişkenlere sahip modellerin yanı sıra iç içe geçmiş veya iç içe olmayan modellere de uygulanabilir. Diğer bilgi kriteri indekslerine

benzer şekilde, DIC indeksi, tercih edilen bir modeli belirlemede hem model uyumunu hem de model karmaşıklığını ağırlıklandırır. DIC, MCMC tahmini önceki bilgileri kullandığı ve gerçek parametre sayısı AIC ve BIC indeksleri olarak açıkça tanımlanamadığı için geliştirilmiştir. DIC indeksi, Bayes tahmini ile yaygın olarak kullanılır ve aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$DIC = \bar{D}(\theta) + p_D$$

ve

$$p_D = \bar{D}(\theta) - D(\bar{\theta})$$

$\bar{D}(\theta)$, yinelemelerdeki sapmanın ortalamasıdır ve her yinelemede olabilirlik fonksiyonunu $(-2\log L(D|\theta))$ ve örneklenen parametre değerlerini kullanarak verilerin modele ne kadar iyi uyduğunu ölçer. Ve p_D , yüksek boyutlu modellere yönelik sapma (bias) düzeltmek için kullanılır. Daha spesifik olarak, p_D model parametrelerinin “efektif” sayısını yansıtır ve $\bar{D}(\theta)$ ve sapma arasındaki fark, model parametre tahminlerinin $D(\bar{\theta})$ sonsal ortalamasındaki log-olabilirlik fonksiyonuna dayalı olarak hesaplanır. Daha küçük DIC değerleri daha iyi uyumu gösterir. Olasılık benzersiz bir şekilde tanımlanmadığından, DIC’in eksik verilerle dikkatli kullanılması gerektiğini unutulmamalıdır (Lunn vd. 2013). Ek olarak, DIC, sonsal ortalamanın, sonsal dağılımdan doğru ve uygun bir tahmin olduğunu varsayar. Durum böyle değilse, sonsal yoğunluğun aşırı çarpıklığı veya çift modlu olduğunu yansıttığı için, DIC muhtemelen kullanılmamalıdır.

Lunn vd. (2013) tercih edilen bir modeli seçerken DIC değerindeki farklılıkları yorumlamak için “yaklaşık” kuralları tartışmışlardır ve özetle; 10’dan fazla farklılıklar, daha yüksek DIC’li modeli çıkarır; 5 ile 10 arasındaki farklar, daha küçük DIC değerli model lehine “önemli” farklılıkları yansıtır ve modeller arasında 5’ten az olan farklılıklar için tercih edilen bir model seçmek yanıltıcı olabilir sonucuna varmışlardır.

2.5.2. Model uyum ve sonsal öngörücü model kontrolleri

Sonsal öngörücü model kontrolleri (PPMC), varsayılan veya tahmin edilen model altında verileri simüle etmeyi ve simüle edilmiş verilerin özelliklerini gözlemlenen verilerle karşılaştırmayı içerir. Karşılaştırma hem simüle edilen hem de gözlemlenen veriler üzerinden hesaplanan tutarsızlık (discrepancy: fark) ölçüleri veya istatistikler kullanılarak yapılır. PPMC’nin altında yatan mantık, eğer bir model verilere uyuyorsa, o zaman gözlemlenen verilerin, sonsal tahmin dağılımlarından, $p(D^{rep}|D)$ türetilmiş kopyalanmış veya simüle edilmiş verilere benzer olması gerektirir. Buna karşılık, hem simüle edilmiş (D^{rep}) hem de gözlemlenen veriler (D) üzerinden hesaplanan tutarsızlık ölçüleri de benzer olmalıdır ve herhangi bir sistematik farklılık modelin olası uyumsuzluğunu gösterir (Gelman vd. 2014). Daha spesifik olarak, PPMC, gözlemlenen verilerin (D) modelden (D^{rep}) çoğaltılan verilerin sonsal tahmin dağılımına göre aşırı görünüp görünmediğini inceleyerek bir modelin uygunluğunu değerlendirir:

$$p(D^{rep}|D) = \int p(D^{rep}, \theta|D)d(\theta) = \int p(D^{rep}|\theta)p(\theta|D)d(\theta)$$

Hedef ortak sonsal dağılımdan $p(\theta|D)$ her bir yinleme veya örneklenmiş parametre değerleri kümesi için, model tabanlı tahmin edilen gözlemlerin veri kümeleri hesaplanır $D^{rep1}, \dots, D^{repR}$. Bu veri setleri, öngörülen sonsal dağılımdan $p(D^{rep}|D)$ gelen çekimleri temsil eder. Ardından, model-veri-uydurma farksızlık (null) koşulu altında tutarsızlık ölçülerinin bir dağılımını üretmek için her $D^{rep,r}$ çoğaltmasında bir tutarsızlık istatistiği (T) hesaplar. Bir tutarsızlık ölçüsü yalnızca verilere bağlı olduğunda, tutarsızlık ölçüsü çoğaltılan veriler için $T(D^{rep})$ ve gözlemlenen veriler için $T(D)$ olarak gösterilebilir. Tutarsızlık ölçüsü verilere ve model parametrelerine (θ) bağlı olduğunda, tutarsızlık ölçüsü çoğaltılan veriler için $T(D^{rep}, \theta)$ ve gözlemlenen veriler için $T(D, \theta)$ olarak gösterilebilir.

Her $D^{rep1}, \dots, D^{repR}$ ten hesaplanan aynı tutarsızlık ölçüsünün bir dağılımında gözlemlenen verilerden hesaplanan bir tutarsızlık ölçüsünü bulabilirsiniz. Örneğin, tanımlanan $T(D)$ konumu ile $T(D^{rep})$ dağılımı için bir histogram elde edilebilir. Ek olarak, sonsal tahmin olasılık değerlerini (PPP değerleri) hesaplayabilirsiniz.

$$PPP = P(T(D^{rep})) \geq T(D)$$

PPP değerlerinin geleneksel hipotez test p-değerleri ile aynı şekilde yorumlanmaması gerektiği unutulmamalıdır. Her ikisi de kuyruk alanı olasılıkları olarak tanımlansa da PPP değerleri sıfır hipotezi altında beklendiği gibi dağılmaz ve beklenenden daha sık olarak 5'e yakın olma eğilimindedir. Sonuç olarak, geleneksel bir hipotez testi çerçevesinde PPP değerlerinin kullanılması ihtiyatlı bir teste yol açacaktır.

PPMC, Bayes kestirimi kullanıldığında model karşılaştırmalarında da faydalı bulunmuştur (Stone ve Zhu 2015). Bir dizi aday modelin göreceli uyumu, farklı modeller için tutarsızlık ölçü(ler) için aşırı PPP değerlerinin sayıları karşılaştırılarak değerlendirilebilir. Daha az aşırı PPP değerine sahip bir modelin, verilere daha fazla sayıda aşırı PPP değerine sahip alternatif bir modelden daha iyi uyduğu kabul edilir. Tahmin edebileceği gibi, uygun tutarsızlık önlemlerinin seçilmesi, PPMC yönteminin uygulamalarında önemli bir husustur ve bunlar, potansiyel bir uyumsuzluğun kaynaklarını yansıtacak şekilde seçilmelidir.

2. 6. SAS PROC BGLIMM

Karmaşık Bayes analizlerini yapabilmek için SAS paket programında iki farklı prosedür vardır. Uzun yıllardır kullanılan SAS sisteminin orijinal ve çok amaçlı Bayes prosedürü PROC MCMC ve yeni prosedür PROC BGLIMM. PROC MCMC, model belirtiminde esneklik sağlayan ancak kullanıcı tarafından daha fazla programlama gerektiren genel amaçlı, simülasyon tabanlı bir Bayes prosedürüdür. PROC MCMC'nin kullandığı genel örnekleme (modele özgü olmayan) algoritmaları nedeniyle karıştırma bazen daha az verimli olabilir (Chen vd. 2016). PROC MCMC ayrıca bazı kolaylıklardan da yoksundur; örneğin, kategorik değişkenleri otomatik olarak işlemek için bir CLASS ifadesini desteklemez. PROC BGLIMM, Bayes çözümleri sağlar ve simülasyon yoluyla, verilere bağlı olarak tüm parametrelerin (sabit etkiler, rastgele etkiler, kovaryans) ortak sonsal dağılımlarını tahmin eder. Bu yaklaşım, Bayes paradigmasındaki, yani parametrelerin rastgele olduğu ve bu rastgele değişkenlerle ilişkili belirsizliği ölçmek için olasılık ifadeleri kullandığı varsayımlarını yansıtır.

PROC BGLIMM için kullanılan genel doğrusal karışık model notasyonu aşağıdaki gibidir.

$$y_i = x_i\beta + z_i\gamma_i + \varepsilon_i$$

$$\gamma_i \sim N(0, G_i)$$

$$\varepsilon_i \sim N(0, R_i)$$

Normal lineer karışık model için, burada y_i , i . birey için yanıt veya sonuç değişkeni olarak adlandırılırken y_i 'nin dağılımı normal dağılımdır. β , $p \times 1$ boyutlu sabit etkiler vektörü γ , $q \times 1$ boyutlu rasgele etkiler vektörüdür. ε_i varyansı $R_i = \sigma^2$ olan normal dağılıma sahiptir. G_i rassal etkiler γ_i 'nin kovaryans matrisidir. Aynı zamanda G , her bloğun G_i olduğu bir blok köşegen matrisidir.

Genelleştirilmiş doğrusal karışık modeller için kullanılan hem frekanscı hem de Bayes yöntemlerle çözümlerinin SAS prosedürlerin aşağıda Çizelge 2.4'de verilmiştir.

Çizelge 2.4. Doğrusal karışık modeller için SAS prosedürleri

	Olabilirlik Fonksiyonu	Cevap Dağılımı	Lineer Tahminci	Hiyerarşi
MIXED	Normal	Normal	$X\beta + Z\gamma$	Nested&Non-Nested
GLIMMIX	GLM	Normal	$X\beta + Z\gamma$	Nested&Non-Nested
NLMIXED	Genel	Normal	Genel	Nested
BGLIMM	GLM	Normal	$X\beta + Z\gamma$	Nested&Non-Nested
MCMC	Genel	Genel	Genel	Nested&Non-Nested

(Kaynak: SAS 2019)

PROC BGLIMM, Markov zinciri Monte Carlo yöntemlerini kullanarak genelleştirilmiş doğrusal karışık modelleri uydurmak için özel olarak tasarlanmış bir Bayes prosedürüdür. PROC BGLIMM, performans için paralel hale getirilmiş verimli örnekleme algoritmaları kullanır, bu da iyi karıştırma ve daha hızlı hesaplama ile sonuçlanır. Ayrıca, eksik verileri, iç içe geçmiş çok düzeyli modelleri ve tekrarlanan ölçüm verilerini işlemek için işlevsellik sağlar (SAS 2019).

PROC BGLIMM, parametreleri Gibbs örnekleme yoluyla koşullu ve sıralı olarak günceller. Sabit etkiler parametreleri, her yinelemede ilk önce bir araya getirilir. Rastgele etkiler parametreleri denekler tarafından güncellenir. G-side kovaryans parametreleri daha sonra örneklenir. Son olarak, R-side kovaryans parametreleri güncellenir. Varsa, eksik cevap değerleri parametre olarak ele alınır ve bu şekilde örneklenir.

PROC BGLIMM, parametrelerin sonsal dağılımından örnekler almak için çeşitli örnekleme algoritmaları kullanır. Bu algoritmalar arasında eşlenik örnekleyici, doğrudan örnekleme, Gamerman algoritması (genelleştirilmiş doğrusal modellere uyarlanmış Metropolis Hastings algoritmasının bir varyasyonu (daha detaylı bilgi için Gamerman 1997) ve No U-Turn Sampler (NUTS, Hamiltonian Monte Carlo (HMC) yönteminin kendi kendini ayarlayan bir varyasyonu; (daha detaylı bilgi için Neal 2011; Hoffman ve Gelman 2014 bakınız). Algoritmalar, çalışma süresini azaltmak için paralelleştirilmiştir. Gamerman algoritması, normal olmayan modellerde hem sabit etkiler hem de rastgele etkiler parametreleri için kullanılır. NUTS algoritması, eşlenik mevcut olmadığında kovaryans parametreleri için kullanılır. PROC BGLIMM, Gibbs örnekleme yoluyla parametreleri koşullu olarak günceller.

Nihai sonuç, bir ortalama, standart sapma ve ilgilenilen nicelikler veya her β ögesinin ve her kovaryans parametresinin sonsal dağılımıdır. BGLIMM'in ESTIMATE deyimini, veri analizinizin amaçlarına hitap eden β tahmin edilebilir fonksiyonlarını tanımlamak için kullanabilir. Bayes çıkarımı için yaygın olarak iki tür güvenilir aralık kullanılır:

1. en yüksek sonsal yoğunluk (HPD) aralığı. Bu, sonsal dağılımın belirli bir yüzdesini içeren alt ve üst sınır arasındaki en dar aralıktır.
2. kantil tabanlı aralık. Örneğin, alt ve üst sınırlar olarak sonsal dağılımın 2,5 ve 97,5 yüzdelik dilimlerini kullanarak %95 güvenilir bir aralık oluşturulur.

Olabilirliğe dayalı çıkarım, rastgele etkilerin integrallendiği marjinal olasılığa dayanır. İntegraller, Gauss kareleme yöntemleri (hesaplama açısından maliyetli olabilir) veya Laplace yöntemleri (daha hızlı olan ancak o kadar doğru olmayan) gibi sayısal yöntemler gerektirir. Bayes yaklaşımı, modeldeki tüm parametrelerin ortak dağılımını tahmin eder ve MCMC yöntemleri ile mümkün olur. γ rastgele etki parametrelerinin varlığı, Gibbs algoritmasına fazladan bir örnekleme adımı ekler, böylece β hakkında çıkarımlar yapmak için γ 'i sayısal olarak integralleme ihtiyacını ortadan kaldırır. MCMC yöntemleri, tüm sabit etki parametrelerinin marjinal dağılım tahminlerini üretir, $\mathbf{G}$ ve $\mathbf{R}$ kovaryans matrislerini içerir ve tahmini uygun hale getirir.

3. MATERYAL VE METOT

Bu bölümde tez çalışmasında kullanılan materyaller ve yöntemler teorik yapıları ile birlikte açıklanmıştır.

3.1. Materyal

Bu çalışmanın materyalini sütten kesilmiş 8 aylık 4154 adet kuzuya ait tekrarlanan ölçümlü canlı ağırlık verileri oluşturmaktadır. Her hayvan için ölçüm sayısı aynıdır ve her hayvan için 1 den 6 aya kadar olan canlı ağırlık ölçümleri alınmıştır. Sürü yılı (1'den 6'ya kadar), sütten kesme için gün sayısı, baba etkisi (sire) her hayvan için kaydedilmiştir. Analiz için veriler, toplam 59 adet baba etkisi için, bir sütunda ölçüm zamanı ve başka bir sütunda vücut ağırlığı ölçümünün yapıldığı her zaman noktası için bir kayıt olacak şekilde boylamsal veri formatında hazırlanmıştır.

3.2. Metot

Bu bölümde, çalışmada kullanılacak olan model ve tekrarlı ölçüm için Bayes çözümleri teorik yapısı ile birlikte verilmiştir.

3.2.1. Model

Bu çalışmada normal doğrusal karışık model kullanılacaktır. Doğrusal karışık model, doğrusal modelin genelleştirilmiş halidir ve i . bireyin n_i tekrarlanan ölçümü olduğunda en genel haliyle karışık etkiler modeli aşağıdaki gibi gösterilir.

$$y_i = X_i\beta + Z_i\gamma_i + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3.1)$$

burada

y_i : $n_i \times 1$ boyutlu gözlem vektörü

X_i : $n_i \times p$ boyutlu sabit etkiler desen matrisi

β : $p \times 1$ boyutlu sabit etkiler

Z_i : $n_i \times q$ boyutlu şansa bağlı etkiler desen matrisi

γ_i : $q \times 1$ boyutlu şansa bağlı etkiler vektörü

ε_i : $n_i \times 1$ boyutlu şansa bağlı hatalar vektörüdür.

Bu model (3.1)'de şansa bağlı etkilerin bireyden bireye değişmesine izin vermektedir. Diğer bir ifadeyle, popülasyondaki doğal heterojenliği yansıtan bireye-özel regresyon katsayıları ile elde edilebilir. Hayvancılık uygulamalarında erkek hayvan babanın (sire) şansa bağlı bir etki olduğunu düşünelim. Bu durumda, cevap değişkeni y_i 'ye her bir babanın etkisi, γ_i , her baba için farklıdır. Bütün babaların etkileri arasındaki ilişkinin, ortalaması 0 ve varyansı σ_s^2 olan Normal bir dağılışla tanımlandığını varsayalım.

Şansa bağlı etkiler, γ_i , için standart ve en temel varsayım γ_i 'lerin kovaryetelerden bağımsız olduğu ve aşağıdaki varsayımları yerine getirdikleridir.

$$E(\gamma_i) = 0, \text{Var}(\gamma_i) = \mathbf{G}_i$$

$$\gamma_i \sim N(0, \mathbf{G}_i) \quad (3.2)$$

burada $\mathbf{G}_i$ bireyler arası kaynaklardan ortaya çıkan varyans ve kovaryansı temsil etmektedir. Tekrarlanan ölçümler, ya aynı zamanda aynı deneme ünitesinden alınan çoklu ölçümler olarak, ya çoklu zamanlarda aynı deneme ünitesinden alınan tek bir ölçüm olarak ya da bu ikisinin birleşimi olarak tekrar edebilirler. Bu durumda, $\boldsymbol{\varepsilon}_i = \{\varepsilon_{i1}, \varepsilon_{i2}, \dots, \varepsilon_{im}\}$, m eşit aralıklı zaman noktalarından alınan ölçümlerin bir vektörü olduğunu varsayalım. Ölçümlerin her biri aşağıdaki kovaryans matrisine sahip normal bir dağılıştan gelmektedir.

$$\mathbf{R}_i = \text{Var}(\boldsymbol{\varepsilon}_i) = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{21} & \dots & \sigma_{1m} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{m1} & \sigma_{m2} & \dots & \sigma_{mm} \end{bmatrix}$$

Ölçümlerin tamamı aynı deneme ünitesinden alındıklarından birbirleriyle ilişkilidir.

Birey-içi sapma, $\boldsymbol{\varepsilon}_i$, birey-içine ait eklemeli etkileri temsil etmektedir. Standart ve en basit varsayım, $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ ve şansa bağlı etkiler, γ_i , bağımsızdır ve aşağıdaki varsayımları yerine getirirler.

$$E(\boldsymbol{\varepsilon}_i) = 0, \text{Var}(\boldsymbol{\varepsilon}_i) = \mathbf{R}_i$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i \sim N(0, \mathbf{R}_i) \quad (3.3)$$

Burada $\mathbf{R}_i$, i 'ninci birey için hataların kovaryans matrisidir. Sezgisel olarak, bir doğrusal karışık model basit çoklu regresyon modelini, $\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$ genişletmekte ve regresyon katsayılarına şansa bağlı etki γ_i 'nin eklenmesine izin vermektedir. Daha düzgün bir ifadeyle, şansa bağlı etkilerin ilavesi, koşullu ortalama (bireye-özel) $E(\mathbf{y}_i|\gamma_i)$ ve marjinal ortalama (popülasyon-ortalama) $E(\mathbf{y}_i)$ arasındaki ayrımı yapmaya yardım eder:

$$E(\mathbf{y}_i|\gamma_i) = \mathbf{X}_i\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}_i\gamma_i$$

$$E(\mathbf{y}_i) = \mathbf{X}_i\boldsymbol{\beta}$$

Benzer şekilde, bireye-özel kovaryans $\text{Cov}(\mathbf{y}_i|\gamma_i)$ ve popülasyon-ortalama kovaryansı $\text{Cov}(\mathbf{y}_i)$ şöyledir:

$$\text{Cov}(\mathbf{y}_i|\gamma_i) = \text{Cov}(\boldsymbol{\varepsilon}_i) = \mathbf{R}_i$$

$$\text{Cov}(\mathbf{y}_i) = \text{Cov}(\mathbf{Z}_i\gamma_i) + \text{Cov}(\boldsymbol{\varepsilon}_i) = \mathbf{Z}_i\mathbf{G}_i\mathbf{Z}_i' + \mathbf{R}_i \quad (3.4)$$

Son olarak, her bir birey için;

$$y_i \sim N(X_i \beta, Z_i G_i Z_i' + R_i) \quad (3.5)$$

yazılabilir. Burada y_i 'nin varyansı $V_i = Z_i G_i Z_i' + R_i$ ' dir. Modelin şansa bağlı kısmını, şansa bağlı desen matrisi Z_i 'yi tanımlayan terimleri belirleyerek ve G_i ve R_i matrislerinin varyans-kovaryans yapılarını belirleyerek uydurmaktayız.

Şimdi, $Z_{N \times m} = \text{blokköşegen}[Z_i]$ matrisi olduğunu varsayalım, burada $N = \sum_{i=1}^m n_i$. Sonraki bölümlerde notasyonun basit olması adına,

$$Y = (y_1', y_2', \dots, y_m')',$$

$$X = (X_1', X_2', \dots, X_m')',$$

$$\gamma = (\gamma_1', \gamma_2', \dots, \gamma_m')',$$

$$\varepsilon = (\varepsilon_1', \varepsilon_2', \dots, \varepsilon_m')',$$

$G = \text{blokköşegen}[G_i]$, ve $R = \text{blokköşegen}[R_i]$ olduğunu varsayalım. Eşitlik (3.1)'deki doğrusal karışık etkiler modeli tam matris notasyonunda aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir.

$$Y = X\beta + Z\gamma + \varepsilon \quad (3.6)$$

Y 'nin marjinal olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$Y \sim N(X\beta, ZGZ' + R)$$

ve γ verildiğinde Y 'nin koşullu yoğunluk fonksiyonu

$$Y|\gamma \sim N(X\beta + Z\gamma, R)$$

şeklinde yazılır. Bu varsayımlara ilave olarak, karışık etkiler olabilirlik fonksiyonu oluşturulurken aşağıdaki varsayımların da dikkate alınması gerekmektedir.

$$\gamma \sim N(0, G)$$

$$\varepsilon \sim N(0, R)$$

3.2.2. Önsel dağılımlar

Bayes analizinin en önemli kısmı modeldeki bütün bilinmeyen parametrelere (β, γ, G, R) önsel dağılımlar tayin etmektir. Önsel bilgi mevcuttur, dolayısı ile bilgi içeren önsel kullanılmalıdır. Bu tez çalışmasında, matematik bakımından uygunluklarından dolayı daha çok eşlenik (conjugate) önsel dağılımlar dikkate alınacaktır.

Sabit etkiler vektörü β söz konusu olduğunda, bu parametreler hakkında yeterli önsel bilgiyi temsil eden çok değişkenli normal dağılım önsel dağılım olarak belirlenmiştir ve aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\beta|b_0, B_0 \sim N(b_0, B_0)$$

$$f(\boldsymbol{\beta}|\mathbf{b}_0, \mathbf{B}_0) \propto |\mathbf{B}_0|^{-\frac{p}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{b}_0)' \mathbf{B}_0^{-1} (\boldsymbol{\beta} - \mathbf{b}_0) \right\} \quad (3.7)$$

Şansa bağlı etkiler vektörü $\boldsymbol{\gamma}$ 'ya önsel dağılış olarak normal dağılış belirlenebilir,

$$\boldsymbol{\gamma} | G \sim N(0, G)$$

$$f(\boldsymbol{\gamma} | G) \propto |G|^{-\frac{q}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \boldsymbol{\gamma}' G^{-1} \boldsymbol{\gamma} \right\} \quad (3.8)$$

Önsel dağılış tanımlamalarını tamamlamak için, varyans-kovaryans matrislerinin, $\mathbf{G}$ ve $\mathbf{R}$, belirlenmesi gerekmektedir. $\mathbf{G}$ ve $\mathbf{R}$ parametrelerine belirli bir kesinlik derecesi ile önsel olasılık ifadesi belirlemek mümkündür. Bu parametrelerin ters-Wishart dağılımına sahip oldukları önceden varsayılacaktır. V_g ve v_g verildiğinde, $\mathbf{G}$ 'nin önsel dağılışı aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$G \sim W_m(v_g + m, V_g)$$

$$f(\mathbf{G} | v_g, V_g) \propto |\mathbf{G}|^{-\frac{1}{2}(v_g + m + 1)} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \text{tr}(v_g \mathbf{G}^{-1} V_g) \right\} \quad (3.9)$$

Benzer şekilde, V_r ve v_r verildiğinde, $\mathbf{R}$ 'nin önsel dağılışının yoğunluk fonksiyonu aşağıda verilen ters-Wishart dağılışıdır.

$$R \sim W_m(v_r + m, V_r)$$

$$f(\mathbf{R} | v_r, V_r) \propto |\mathbf{R}|^{-\frac{1}{2}(v_r + m + 1)} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \text{tr}(v_r \mathbf{R}^{-1} V_r) \right\} \quad (3.10)$$

Burada V_g ve V_r , $m \times m$ boyutlu hiper parametrelerdir ve sırasıyla $\mathbf{G}$ ve $\mathbf{R}$ varyans-kovaryans parametrelerinin önsel dağılışlarının önsel değerleri olarak yorumlanabilir. v_g ve v_r de varyans-kovaryans matrisinin önsel dağılışının hiper parametreleri olup, V_g ve V_r 'ye olan inanç derecesinin bir ölçüsü olarak veya serbestlik derecesi olarak yorumlanabilen tamsayı değerleridir. $V_g = 0$ ve $V_r = 0$ olduğu zaman önsel bilginin yokluğunda, eşitlik (3.9) ve (3.10)'da verilen $\mathbf{G}$ ve $\mathbf{R}$ 'nin önsel dağılışları aşağıdaki gibi bilgi içermeyen olur.

$$f(\mathbf{G}) \propto |\mathbf{G}|^{-\frac{1}{2}(m+1)}$$

$$f(\mathbf{R}) \propto |\mathbf{R}|^{-\frac{1}{2}(m+1)}$$

3.2.3. Olabilirlik fonksiyonu

Model (3.6), $\boldsymbol{\beta}$, $\boldsymbol{\gamma}$, $\mathbf{G}$ ve $\mathbf{R}$ verildiğinde, gözlem vektörü $\mathbf{Y}$ 'nin aşağıda verilen olabilirlik fonksiyonuna sahip olduğunu belirtmektedir.

$$f(\mathbf{Y} | \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{G}, \mathbf{R}) = (2\pi)^{-N/2} |\mathbf{R}|^{-N/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\gamma})' \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\gamma}) \right\} \quad (3.11)$$

3.2.4. Müşterek sonsal yoğunluk fonksiyonu

Sırasıyla β, γ, G ve R için (3.7), (3.8), (3.9) ve (3.10)'da verilen önsel dağılımları (3.6)'daki model için (3.11)'de verilen olabilirlik fonksiyonu ile çarpmak suretiyle, Bayes kuralına dayalı olarak Y verildiğinde parametrelerin müşterek sonsal yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$\begin{aligned} f(\beta, \gamma, G, R|Y) &= f(\beta|b_0, B_0) \times f(\gamma|G) \times f(G|v_g, V_g) \times f(R|v_r, V_r) \\ &\quad \times f(Y|\beta, \gamma, G, R) \\ &\propto |B_0|^{-\frac{p}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\beta - b_0)' B_0^{-1}(\beta - b_0)\right\} \times |G|^{-\frac{q}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\gamma' G^{-1}\gamma\right\} \\ &\quad \times |G|^{-\frac{1}{2}(v_g+m+1)} \exp\left\{-\frac{1}{2}tr(v_g G^{-1} V_g)\right\} \times |R|^{-\frac{1}{2}(v_r+m+1)} \exp\left\{-\frac{1}{2}tr(v_r R^{-1} V_r)\right\} \\ &\quad \times |R|^{-N/2} \exp\left\{-\frac{1}{2}(Y - X\beta - Z\gamma)' R^{-1}(Y - X\beta - Z\gamma)\right\} \end{aligned}$$

Buradan

$$\begin{aligned} &\propto |B_0|^{-\frac{p}{2}} |G|^{-\frac{1}{2}(q+v_g+m+1)} |R|^{-\frac{1}{2}(N+v_r+m+1)} \\ &\quad \times \exp\left\{-\frac{1}{2}(\beta - b_0)' B_0^{-1}(\beta - b_0)\right\} \exp\left\{-\frac{1}{2}tr[G^{-1}(v_g V_g + \gamma' \gamma)]\right\} \\ &\quad \times \exp\left\{-\frac{1}{2}tr[R^{-1}(v_r V_r + (Y - X\beta - Z\gamma)'(Y - X\beta - Z\gamma))]\right\} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Bütün parametreleri β, γ, G ve R 'yi θ ile gösterelim ve $\pi(\theta)$ ilgi duyulan fonksiyon olsun. Bayes yorumlamasının amacı, sonsal yoğunluk fonksiyonu altında beklenen ortalamayı elde etmektir.

$$E[\pi(\theta)] = \int f(Y|\theta) f(\theta) d\theta \quad (3.13)$$

Burada $f(\theta) = f(\beta|b_0, B_0) \times f(\gamma|G) \times f(G|v_g, V_g) \times f(R|v_r, V_r)$, $f(Y|\theta)$, parametreler verildiğinde verilerin koşullu yoğunluk fonksiyonu veya (3.11)'de verilen olabilirlik fonksiyonudur. Bunu elde etmenin en az iki zorluğu vardır. Özellikle, (3.13)'ü elde etmek analitik olarak zordur. İkinci olarak, standart Monte Carlo yaklaşımı böylesine yüksek boyutlu integral problemi için bir çözüm olabilmesine rağmen, uygulaması kolay değildir. Çünkü, marjinal sonsal yoğunluk fonksiyonu bilinmeyen bir formda olabilir ve dolayısı ile de böyle bir yoğunluk fonksiyonundan örnek çekmek zordur. Neyse ki, diğer parametreler verildiğinde her bir parametrenin koşullu sonsal dağılımını kullanarak müşterek dağılımdan örnek çekmemize izin veren Gibbs örnekleme yaklaşımı bu problemin üstesinden gelmek için uygulanabilir.

3.2.5. Tam koşullu sonsal yoğunluklar

Eşitlik (3.6)'da verilen çok değişkenli karışık etkiler tekrarlanan ölçümlü model için Gibbs örneklemesini uygulamak için, geri kalan parametreler verildiğinde β, γ, G ve R 'nin tam koşullu sonsal dağılımına gerek vardır. Koşullu sonsal dağılımın dikkate alınması, hem sonsal dağılımın yapısı hakkında fikir verir hem de etkili bir hesaplama için temel oluşturur.

β, γ, G ve R 'nin tam koşullu sonsal dağılımları (3.12)'de verilen müşterek sonsal olasılık yoğunluk fonksiyonundan elde edilir. β, γ 'nın tam koşullu dağılımlarını elde etmek için, şöyle bir kuraldan yararlanılır. θ vektörünün olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki üstsel ifadeye oransal olsun;

$$\exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (\theta' A \theta - 2\theta' a) \right\}$$

burada A pozitif tanımlı bir matristir ve bu durumda θ 'nın dağılışı şöyledir;

$$N(A^{-1}a, A^{-1})$$

β 'nin koşullu sonsal dağılışı: β 'nin koşullu sonsal olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki üstsel ifadeye oransaldır.

$$\exp \left\{ -\frac{1}{2} [\beta' (X' R^{-1} X + B_0^{-1}) \beta - 2\beta' (X' R^{-1} (Y - Z\gamma) + B_0^{-1} b_0)] \right\}$$

Böylece β 'nin koşullu sonsal dağılışı aşağıdaki gibi olur.

$$[\beta | \gamma, G, R, Y] \sim N \left((X' R^{-1} X + B_0^{-1})^{-1} (X' R^{-1} (Y - Z\gamma) + B_0^{-1} b_0), (X' R^{-1} X + B_0^{-1})^{-1} \right) \quad (3.14)$$

γ 'nin koşullu sonsal dağılışı: γ 'nin koşullu sonsal olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki üstsel ifadeye oransaldır.

$$\exp \left\{ -\frac{1}{2} [\gamma' (G + Z' R^{-1} Z) \gamma - 2\gamma' (Z' R^{-1} (Y - X\beta))] \right\}$$

Böylece γ 'nin koşullu sonsal dağılışı aşağıdaki gibidir.

$$[\gamma | \beta, G, R, Y] \sim N \left((G + Z' R^{-1} Z)^{-1} (Z' R^{-1} (Y - X\beta)), (G + Z' R^{-1} Z)^{-1} \right) \quad (3.15)$$

G 'nin koşullu sonsal dağılışı: G 'nin sonsal olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki ifadeye oransaldır.

$$|G|^{-\frac{1}{2}(v_g + m + 1)} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \text{tr} [G^{-1} (v_g V_g + \gamma' \gamma)] \right\}$$

Dolayısıyla G 'nin koşullu sonsal dağılışı aşağıdaki gibidir.

$$[G|\beta, \gamma, R, Y] \sim W^{-1}(q + v_g, \gamma' \gamma + v_g V_g) \quad (3.16)$$

R 'nın koşullu sonsal dağılışı: R 'nin sonsal olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki ifadeye oransaldır.

$$|R|^{-\frac{1}{2}(N+v_r+m+1)} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \text{tr} [R^{-1}(v_r V_r + (Y - X\beta - Z\gamma)'(Y - X\beta - Z\gamma))] \right\}$$

Buradan R 'nın tam koşullu sonsal dağılışı aşağıdaki gibi elde edilir.

$$[R|\beta, \gamma, G, Y] \sim W^{-1}(N + v_r, (Y - X\beta - Z\gamma)'(Y - X\beta - Z\gamma) + v_r V_r) \quad (3.17)$$

(13.5) ve (3.16)'daki W^{-1} , m değişkenli ters Wishart dağılımını göstermektedir. Wishart dağılışı serbestlik derecesi (v_g ve v_r) ve kesinlik matrisi (V_g ve V_r) göre parametrelendirilmiştir. Eşitlik (3.6)'da verilen çok değişkenli karışık etkiler modelinin Gibbs örnekleme için β , ve γ için (3.14) ve (3.15)'deki çok değişkenli normal dağılımlardan ve G ve R için (3.16) ve (3.17)'deki ters-Wishart dağılımlarından örneklere ihtiyacımız vardır.

3.2.6. Bayesian doğrusal karışık model tanımlaması

Varyans bileşenlerinin, G ve R , önsel dağılımları çok değişkenli ters-Wishart dağılımlarıdır ve $V = 1$ olduğunda ters Gama dağılımına indirgenirler. Ters-Wishart ve ters-Gama dağılımlarının bazı avantajları, rasgele değişkenlerinin daima sırasıyla gerçel-değerli pozitif tanımlı matrisler ve pozitif gerçel değerler olması ve sırasıyla çok değişkenli normal ve tek değişkenli normal dağılımlar için eşlenik önsel dağılımlar olmalarıdır. Sabit etkilerin, β , önsel dağılışı, daha karmaşık kovaryans yapısına izin veren çok değişkenli normal bir dağılıştır. Modelimiz, zaman yapısını daha doğru bir şekilde modelleyen ilave kovaryeteler ve REML tahmini yerine MCMC örneklemesinin kullanılması dışında doğrusal karışık modele benzemektedir. MCMC örnekleme, alt-örneklem ve küme yaklaşımında olduğu gibi gözlemleri alt-örneklemmez. Bunun yerine, sonsal dağılımları kullanarak parametre tahminlerinin olası değerlerini örnekler. Bilinmeyen etkilerini analiz etmek için, bu parametre örneklerinden çok sayıda kullanıyoruz, fakat sonunda sadece bir tahmin elde ediyoruz. MCMC'nin ana çıktıları, parametreler ve şansa bağlı etkilerin sonsal dağılımından çekilen örnekler iken REML'in çıktıları nokta tahminleridir. Bayes doğrusal karışık modellerden MCMC örnekleme, farklı uygulamalar için parametreler ve şansa bağlı etkilerin sonsal dağılımlarının kuyruklarını analiz etmede bize daha fazla esneklik sağlamaktadır.

3.3. Farklı kovaryans yapıları için Ters-Wishart önselinin özellikleri

Buradaki amaç, ilgilenilen parametre için bilgi içermeyen bir önsel dağılımın nasıl belirleneceğini incelemektir. Böylece, β katsayıları için olduğu gibi, bu varyansların bazılarının gerçek boyutlarının küçük olduğu belirli koşullar altında, R şansa bağlı etkilerin tahminleri üzerindeki önselin belirleme etkisi minimumdur. Ters-Wishart dağılımı, çok değişkenli normal dağılımlı değişkenlerin kovaryans matrisi için önsel bir eşleniktir; bu, olabilirlik fonksiyonu ile birleştirildiğinde, aynı dağılım ailesine ait bir sonsal dağılımla sonuçlanacağı anlamına gelir. Ters Wishart dağılımının bir diğer önemli avantajı, kovaryans matrisinin pozitif kesinliğini sağlamasıdır (Schuurman vd. 2016).

Ters Wishart dağılımı, bir $q \times q$ varyans matrisi v ile belirtilir. Burada q şansa bağlı etkilere ait parametre sayısına eşittir ve serbestlik derecesi df , $df > q - 1$ kısıtlaması vardır. v , ters Wishart dağılımını parametre uzayında konumlandırmak için kullanılır ve df , ölçek matrisindeki önsel bilgiler hakkındaki kesinliği ayarlar. df ne kadar büyükse, v 'daki bilgi hakkındaki kesinlik o kadar yüksek ve dağılım o kadar bilgilendiricidir (Gelman vd. 2013; Gelman ve Hill 2007). En az bilgilendirici tanımlama, mümkün olan en düşük df sayısı olan $df = q$ olduğunda sonuçlanır. Schuurman vd. (2016), df arttığında, v varyansının küçüleceğini ve bunun da ters-Wishart dağılımının daha bilgilendirici hale geleceğini belirtmiştir. Ayrıca varyansın boyutu kısmen $\mathbf{R}$ tarafından belirlenir, $\mathbf{R}$ 'nin elemanları ne kadar küçükse, ters-Wishart dağılımının varyansı o kadar küçüktür ve dolayısıyla önsel daha bilgilendirici olacaktır. Bununla birlikte, varyansı büyük değerlere ayarlamak, parametre uzayındaki ters-Wishart dağılımının konumunu da etkiler, başka bir deyişle, bir ters-Wishart önsel dağılımı belirlemek, $\mathbf{R}$ ve df boyutunun dengelenmesini gerektirir (Schuurman vd. 2016).

3.4. Markov Zinciri Monte Carlo (MCMC) sayısal yaklaşımları

Sonsal dağılım $p(\beta|y)$ analitik olarak manuel çözülebilir değildir ve bu nedenle elde edilecek marjinal sonsal $p(\beta_j|y)$ MCMC yöntemi kullanılarak müşterek sonsal dağılım $p(\beta|y)$ örneklenecek elde edilir. Bağımsız örnekleme zordur, ancak denge dağılımında $p(\beta|y)$ ile Markov zincirinden bağımlı örnekleme daha kolaydır. Rasgele değişkenler dizisi $\beta^{(0)}, \beta^{(1)}, \beta^{(2)}, \dots; \beta^{(i+1)} \sim p(\beta|\beta^{(i)})$, yani sonraki değer $\beta^{(i+1)}$, şimdiki $\beta^{(i)}$ değerine bağlıysa ve geçmiş $\beta^{(i-1)}, \dots, \beta^{(0)}$ değerlerden bağımsızsa bir Markov zinciri oluşturur. Gibbs örnekleme, diğer tüm parametrelere göre koşullandırıldıkları için tam koşullu dağılımlardan bir Markov zinciri örnekleme oluşturan Gibbs algoritması kullanılarak sonsal dağılımdan örneklemede yaygın olarak kullanılmaktadır. Gibbs örneklemesinde, $\beta_j^{(0)}$ başlangıç değerlerini seçerek $j = 1, 2, \dots, t$ 'ye kadar ve $p(\beta_1|\beta_2^{(0)}, \beta_3^{(0)}, \dots, \beta_t^{(0)}, y)$ dağılımından yeni değer $\beta_1^{(0)}$ örneklenir. $p(\beta_2|\beta_1^{(1)}, \beta_3^{(0)}, \dots, \beta_t^{(0)}, y)$ 'den gelen sonraki örnekleme $\beta_2^{(2)}$, ve benzeri, ta ki $\beta_t^{(1)}$, $p(\beta_t|\beta_1^{(1)}, \beta_2^{(1)}, \dots, \beta_{t-1}^{(1)}, y)$ 'den örneklenene kadar devam eder. Bu işlem, sonunda parametrenin sonsal tahminlerini veren $p(\beta|y)$ 'den örnek elde etmek için binlerce kez tekrarlanır.

3.5. Sayısal Örnek için Model

Bu tez çalışmasında kullanılacak tekrarlı ölçüm veri seti için karışık-etkiler modeli kullanılmıştır.

$$y_{ijk} = \beta_0 + \beta_1 sy_i + \beta_2 x_{ijk} + s_k + e_{ijk}$$

Burada değişkenler;

- y_{ijk} : aylık vücut ağırlığı,
- sy_i : i . sürü yılının etkisi,
- $\beta_0, \beta_1, \beta_2$: regresyon katsayıları,

x_{ijk} : sütten kesme günleri,
 s_k : k . baba etkisi,
 e_{ijk} : hatalar olarak tanımlanmıştır. Model varsayımları şu şeklide sıralanır;

- Şansa bağlı baba (sire) etkisi normal dağılış gösterirler $s_k \sim N(0_q, \sigma_b^2 I_q)$.
- Modelin sabit etkiler kısmı y_{ijk} 'nin beklenen değerini belirler.
- Modelin şansa bağlı etkiler kısmı gözlemlerin kovaryans yapısını belirler.
- Farklı hayvanlara ait gözlemler bağımsızdır.
- Ayrıca, tek bir hayvan üzerindeki ölçümlerin varyansları ve kovaryansları grupların her birinde aynıdır.

Aylık vücut ağırlığı verilerinin Bayes analizinde aşağıdaki önseller dikkate alınmıştır.

Bütün regresyon katsayılarına, β_j ($j = 1,2$), sabit sürü yılı etkisi sy_i , ve sütten kesilme günleri x_{ijk} için bilgi içermeyen bir önsel dağılış olarak büyük varyanslı normal önsel Normal (0; var=1e4) belirlenmiştir.

Bilgi içermeyen bu önsel dağılışları BGLIMM prosedürü ile çözülmüştür. 10.000 iterasyon uzunluğundaki tek bir zincir çalıştırılmıştır. Başlangıçtaki 500 iterasyon burn-in olarak atılmış ve otokorelasyonu azaltmak için her 2. örnek kaydedilmiştir. Her bir parametre için toplam 5.000 örnek kaydedilmiş ve örnek değerlerinin ortalamaları parametrelerin tahmini olarak kullanılmıştır.

Temel olarak 12 farklı varyans-kovaryans yapısı için 12 farklı model oluşturulmuştur. Bu 12 model bilgi içermeyen önsel seçimi ile modellenmiştir. Ayrıca, bu modellerden varyans bileşenleri ve yapılandırılmamış varyans-kovaryans yapıları bilgi içeren önseller ile denenmiştir. Varyans- kovaryans yapılarına göre tüm modeller aşağıdaki gibi yazılmıştır.

Model 1: Varyans bileşenleri (VC) varyans- kovaryans yapısı

Model 2: Bileşik simetri (CS) varyans- kovaryans yapısı

Model 3: Heterojen bileşik simetri (CSH) varyans- kovaryans yapısı

Model 4: Huynh- Feldt (HF) varyans- kovaryans yapısı

Model 5: Birinci dereceden otoregresif (AR(1)) varyans- kovaryans yapısı

Model 6: Heterojen birinci dereceden otoregresif (ARH(1)) varyans- kovaryans yapısı

Model 7: Faktör analitik (FA) varyans- kovaryans yapısı

Model 8: Antedependence (ANTE) varyans- kovaryans yapısı

Model 9: Toeplitz (TOEP) varyans- kovaryans yapısı

Model 10: Heterojen Toeplitz (TOEPH) varyans- kovaryans yapısı

Model 11: Yapılandırılmamış (UN) varyans- kovaryans yapısı

Model 12: ARMA varyans- kovaryans yapısı

Model 1a: Bilgi içeren önsel seçimi ile VC varyans- kovaryans yapısı

Model 11a: Bilgi içeren önsel seçimi ile UN varyans- kovaryans yapısı

Modelleri karşılaştırmak için, Spiengelhalter vd. tarafından önerilen, verilerin modele uyumu ve modelin karmaşıklığı arasındaki ilişkiye dayalı kriterler kullanma prensibine dayalı bir Bayes karşılaştırma kriteri DIC kullanılmıştır.

$$DIC = 'uyumiyiliği' + 'karmaşıklık'$$

4. BULGULAR

Bu bölümde sütten kesilmiş 8 aylık 4154 adet kuzuya ait tekrarlanan ölçümlü canlı ağırlık verilerinin tanımlayıcı istatistiklerine ve farklı kovaryans yapılarına göre Bayesci çözümlerine yer verilmiştir. Tanımlayıcı istatistikler SAS programının farklı prosedürleri kullanılarak, her bir kovaryans yapısı için ise PROC BGLIMM prosedürü kullanılarak elde edilen bulgular bu bölümde yer almaktadır.

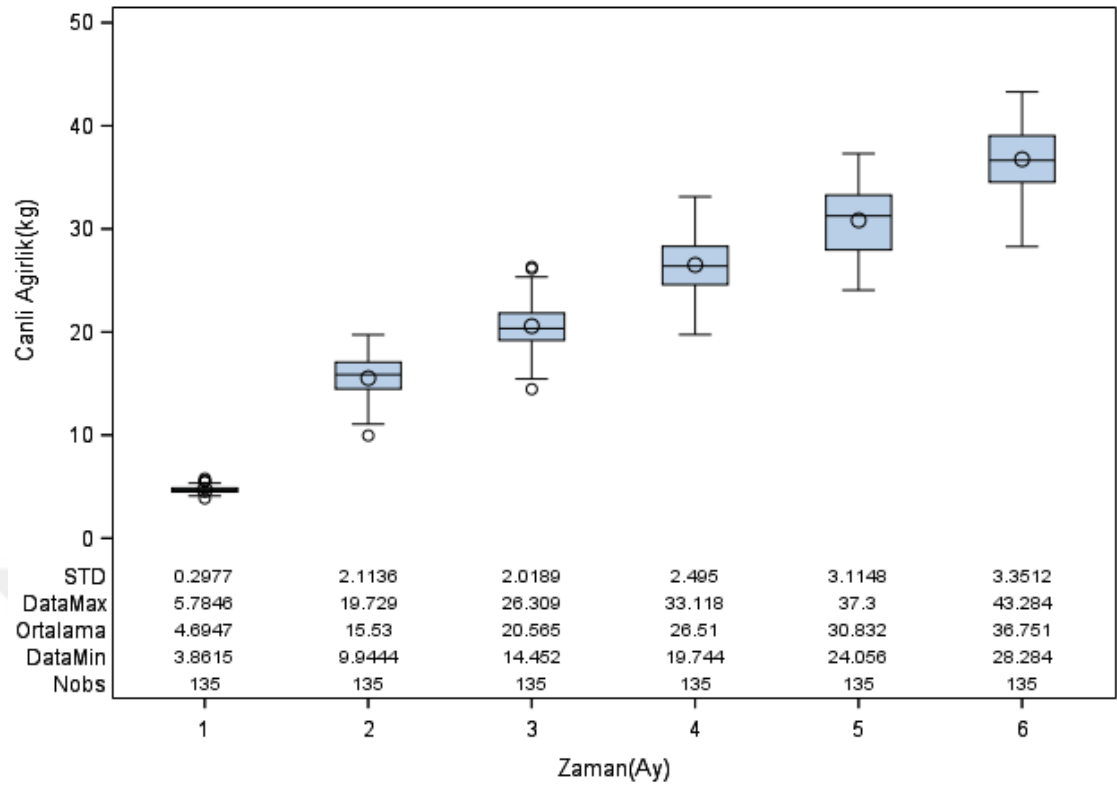
4.1. Tanımlayıcı İstatistikler

Kuzulara ait tekrarlı ölçüm canlı ağırlık verilerinin birinci aydan altıncı aya kadar değişimi incelenmiş ve tanımlayıcı istatistikleri Çizelge 4.1’de ortalaması, standart sapması, maksimum ve minimum değerleri ile verilmiştir.

Çizelge 4.1. Tanımlayıcı istatistikler

Aylar	Ortalama	Standart Sapma	Minimum	Maksimum
1	4.695	0.298	3.861	5.785
2	15.530	2.114	9.944	19.728
3	20.565	2.019	14.452	26.309
4	26.510	2.495	19.744	33.118
5	30.832	3.115	24.056	37.300
6	36.751	3.351	28.284	43.284

Aylık canlı ağırlığın değişimi Şekil 4.1’de verilmiştir. Birinci aya ait verilerin yayılımı en küçüktür, dolayısıyla en homojen veri setidir. Beşinci aya ait veri setinin yayılımı ise en büyüktür, dolayısıyla en heterojen veri setidir.



Şekil 4.1. Canlı ağırlığın aylara göre değişimi kutu grafiği

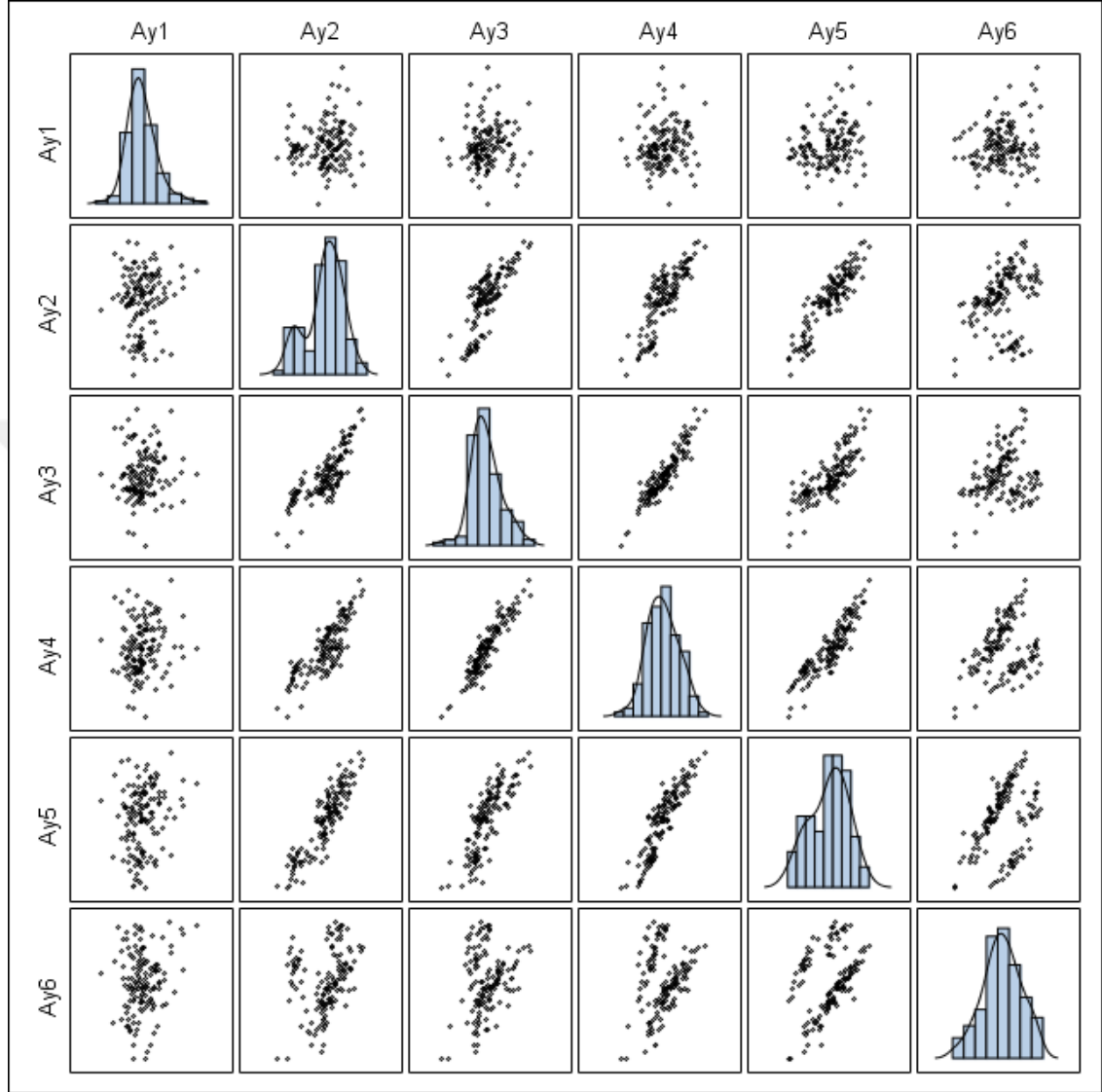
Çizelge 4.2. Pearson Korelasyon Matrisi

		1. Ay	2. Ay	3. Ay	4. Ay	5. Ay	6. Ay
1. Ay	r	1.0000					
	p						
2. Ay	r	0.1148	1.0000				
	p	0.1850					
3. Ay	r	0.0824	0.8043	1.0000			
	p	0.3422	0.0001				
4. Ay	r	0.1376	0.8247	0.9316	1.0000		
	p	0.1115	0.0001	0.0001			
5. Ay	r	0.1941	0.9033	0.8063	0.9052	1.0000	
	p	0.0241	0.0001	0.0001	0.0001		
6. Ay	r	0.1703	0.2973	0.2475	0.2777	0.3906	1.0000
	p	0.0483	0.0005	0.0038	0.0011	0.0001	

r: korelasyon değeri; p: p-değeri

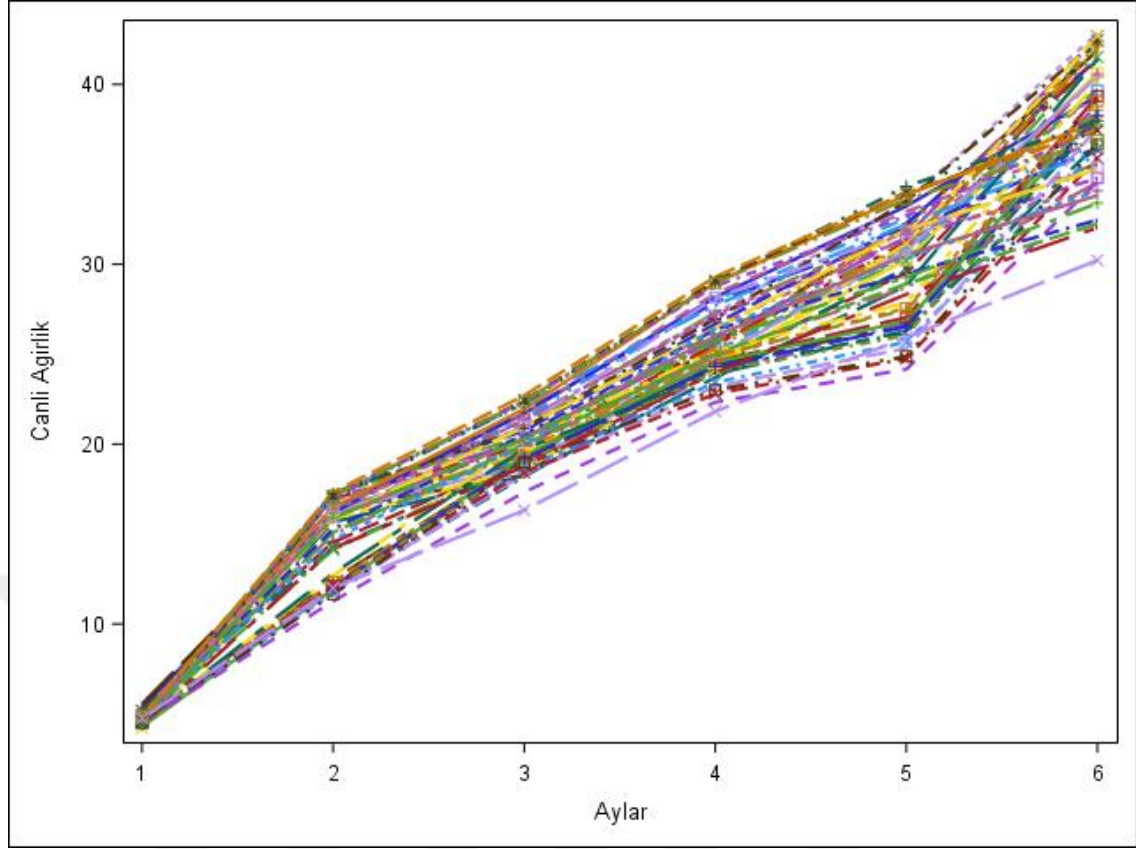
Çizelge 4.2 aylara göre canlı ağırlık değerlerinin Pearson korelasyonlarını gösterir. Birinci ayın diğer aylara ait canlı ağırlık verileri ile anlamlı bir korelasyon gözlemlenmezken, altıncı ayın diğer aylar ile zayıf korelasyonu gözlemlenmiştir. İkinci aya ait canlı ağırlık verileri ile üçüncü, dördüncü ve beşinci aya ait canlı ağırlık verileri arasında çok güçlü ve anlamlı ($p < .0001$) korelasyon gözlenirken altıncı aya ait veriler ile

düşük korelasyon gözlemlenmiştir. Üçüncü ay ile dördüncü ay ve dördüncü ay ile beşinci ay arasında güçlü ve anlamlı bir korelasyon vardır. Aylar arasındaki korelasyonun serpilme matrisi Şekil 4.2’de verilmiştir.



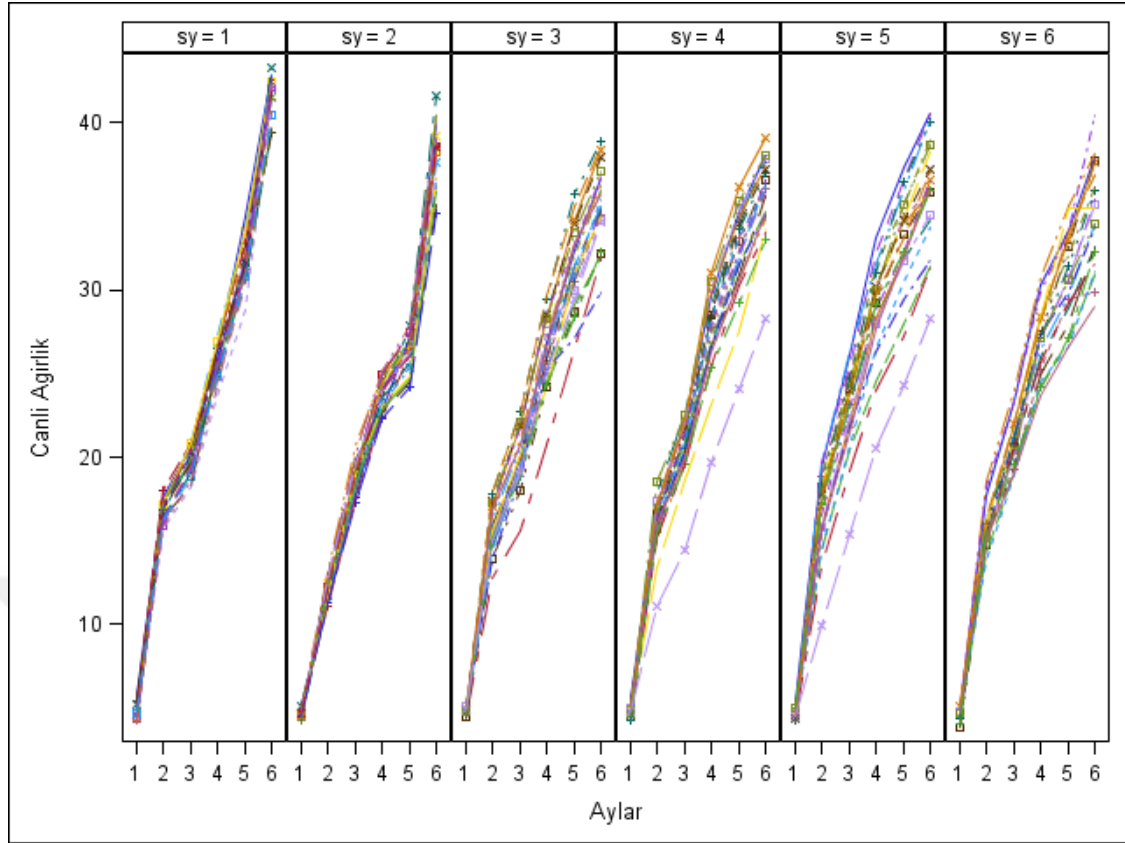
Şekil 4.2. Aylar arasındaki korelasyonun serpilme matrisi

Serpilme grafik matrisinden, ölçüm zamanları arasındaki aralığın artması ile birlikte korelasyonların azalan trendi belirgin bir şekilde görülmektedir. Canlı ağırlıklarının aylara göre profil grafiği 59 rassal baba (sire) için Şekil 4.3’de verilmiştir. Şekil 4.3’den de anlaşıldığı gibi zamana bağlı artış söz konusudur ve bu nedenle doğrusal ortalama bir model kullanılarak analiz edilebilir. Zaman içinde genel bir doğrusal artış vardır. Ortalama canlı ağırlıkların arasındaki farkların büyüklüğü zamanla artmıştır. Grafik, 59 rassal baba için ortalamaların birinci ayda neredeyse aynı olduğunu göstermektedir.



Şekil 4.3. Canlı ağırlıklarının aylara göre profil grafiği

Altı farklı sürü yılına göre canlı ağırlıklarının zaman içinde aylara göre değişimini gösteren profil grafiği Şekil 4.4'de verilmiştir. Ortalama profilin tahmini katsayılarının doğru standart hatalarına sahip olmak için, tekrarlanan ölçümlerin uygun kovaryans yapısı hakkında iyi bir fikre sahip olunması veya bilinmesi gerekir. Bayes bağlamında, doğru kovaryans matrisi, zaman içinde tekrarlanan yanıtın ortalama profilinde yer alan katsayıların sonsal dağılımı için uygun standart sapmalara sahip olacaktır. Ortalama yanıtta hataların kovaryans matrisinin ortalama yanıtla bağlı olduğuna ve bunun tersinin de dolayısıyla, bu iki ögenin ilişkili olduğu göz önünde bulundurulmalıdır.



Şekil 4.4. Canlı ağırlıklar için ortalama profil grafikleri (sy: sürü yılı)

4.2. Kovaryans Yapıları

Bu bölümde, sütten kesilmiş 8 aylık 4154 adet kuzuya ait tekrarlanan ölçümlü canlı ağırlık verileri için oluşturulmuş modelleri farklı varyans-kovaryans yapıları altında karşılaştırılmış ve grafikler ve parametre tahminleri Bayes yorumlaması ile sunulmuştur.

4.2.1. Bilgi içermeyen önsel seçimi ile varyans-kovaryans yapıları

Çalışmada modellerin sabit etkiler parametreleri sabit, sürü yılı, ay ve sütten kesme gün sayısı için ortalaması 0, varyansı 10000 olan normal dağılım seçilmiştir. Kovaryans yapı tipi her model için ayrı ayrı belirlenmiştir. Varyans-kovaryans yapıları için bilgi içermeyen ya da zayıf bilgi içeren önsel dağılım seçimleri, her varyans kovaryans yapısı için oluşturulan modellerde verilmiştir. Veri setinin Bayesci, çözümü için 10.000 iterasyon uzunluğundaki tek bir zincir olarak PROC BGLIMM ile çalıştırılmıştır. Başlangıçtaki 500 iterasyon burn-in olarak atılmış ve otokorelasyonu azaltmak için her 2. örnek kaydedilmiştir. Her bir parametre için toplam 5.000 örnek kaydedilmiş ve örnek değerlerinin ortalamaları parametrelerin tahmini olarak kullanılmıştır.

4.2.1.1. Model 1: VC varyans- kovaryans yapısı sonuçları

Parametrelerin sonsal dağılımından örneklerin seçimi eşlenik örnekleyici ile yapılmıştır. Model parametrelerinin önsel seçimleri; sabit etkiler $N(0, 1e4)$ ile normal

dağılım, ölçek ve kovaryans parametreleri $IG(2,2)$ dağılımı olarak belirlenmiştir. Kovaryans yapısı varyans bileşeni olarak seçilen model için parametreleri ve kovaryans parametrelerinin sonsal dağılımlarının ortalamaları ve standart sapmaları, en yüksek sonsal yoğunluk bölgesi (HPD) değerleri Çizelge 4.3’de verilmiştir.

Çizelge 4.3. VC model parametreleri için sonsal dağılımlarının özeti ve aralıklar

Parametre	N	Ortalama	Standart Sapma	95% HPD ¹ Aralık	
Intercept	5000	22.9657	1.1401	20.8382	25.3278
sy 1	5000	-6.0229	0.6811	-7.3792	-4.7323
sy 2	5000	1.3774	0.3860	0.6082	2.1141
sy 3	5000	-0.3114	0.2226	-0.7481	0.1186
sy 4	5000	-0.1574	0.2331	-0.5884	0.3224
sy 5	5000	1.1817	0.2233	0.7507	1.6190
Ay 1	5000	-32.0494	0.2219	-32.4803	-31.6186
Ay 2	5000	-21.2226	0.2246	-21.6578	-20.7869
Ay 3	5000	-16.1793	0.2219	-16.6156	-15.7621
Ay 4	5000	-10.2400	0.2200	-10.6698	-9.8040
Ay 5	5000	-5.9151	0.2230	-6.3577	-5.4887
iDW ²	5000	0.2756	0.0228	0.2296	0.3192
Scale	5000	3.3111	0.1706	2.9949	3.6574
Random Var	5000	0.6497	0.1582	0.3731	0.9588

¹ HPD: En yüksek sonsal yoğunluk; ²iDW: Sütten kesme gün sayısı;
sy: sürü yılları

Sonsal özetler her bir parametre için temel istatistikleri verir. Sonsal dağılımdan çıkarım yapmadan önce Bayes analizlerinde, sonsal özet istatistiklerinin güvenilir olup olmadığını anlamak amacıyla istatistiksel tanı testlerini yorumlamak gerekir. HPD’nin, 0’ı kapsamaması o değişkenin istatistiksel olarak anlamlı olmadığını göstergesidir. Çizelge 4.3’den de anlaşılacağı üzere sürü yılı sy3 ve sy4 istatistiksel olarak anlamsızken diğer parametreler anlamlıdır. Bir başka değişle, sürü yılı 3 ve 4’ün canlı ağırlığını önemli bir şekilde etkilemediği %95 Bayes güven aralığında söylenebilir. Varyans bileşenleri kovaryans yapısı modeli için sürü yılları sy1, sy2 ve sy5, canlı ağırlıkların aylara göre değişimi ve sütten kesme gün sayısı canlı ağırlık üzerinde etkilidir. Tüm parametrelerin yakınsamasının kontrolünü yapabilmek amacıyla öncelikle iz grafikleri incelenmiştir. Modellerde ait parametrelerin iz grafikleri genel akışı bozmamak adına eklerde verilmiştir. Sürü yıllarının 1., 2., 3., 4., ve 5. yılları için, canlı ağırlık ölçümlerinin 1., 2., 3., 4. ve 5. ayları için, sütten kesme gün sayısı için iz grafikleri, otokorelasyon grafikleri ve sonsal yoğunluk grafikleri Ek 1’de gösterilmektedir. Benzer şekilde devam ettiği için varyans-kovaryans parametrelerine ait iz grafikleri verilmemiştir. Markov zincirinin başarılı bir şekilde yakınsamayı gerçekleştirdiği her bir grafikten görülmektedir. Tüm parametreler için çizdirilen iz grafiklerinden MCMC durağan olduğu ve iyi bir karışıma sahip oldukları

anlaşılmaktadır. Ayrıca her parametre için otokorelasyon grafikleri incelendiğinde ise otokorelasyonun bulunmadığı, sonsal dağılımın neredeyse normal dağıldığı söylenir.

Literatürde genel olarak model parametreleri için teşhis testleri, yakınsamanın kontrolünde iz grafikleri ile birlikte değerlendirilmiştir. Model parametreleri için üç farklı teşhis testlerinin sonuçları Çizelge 4.4’de verilmiştir. Çizelgede Markov Zincirin yakınsamasını değerlendirmek amacıyla Geweke testi, Monte Carlo standart hataları ve etkili örnek büyüklüğü gösterilmiştir. Geweke z testi istatistikleri sonucunda, mutlak değerce büyük z değerleri $p > 0.05$ olduğu ve dolayısıyla bütün parametreler için yakınsamanın gerçekleştiği anlaşılmaktadır. Ayrıca, Monte Carlo standart hataya göre değerlendirildiğinde, Monte Carlo standart hata/standart sapma oranı tüm parametreler için %5’den küçük olduğundan yakınsama sağlanmıştır. Etkili örnek büyüklüğü (ESS) ile simülasyon örnek büyüklüğü arasında çelişki olmadığı, dolayısıyla tüm parametreler için yakınsamanın sağlandığı görülmektedir.

Çizelge 4.4. VC model parametreleri teşhis testleri

Parameter	Geweke		Monta Carlo Standart Hataları			Etkili Örnek Büyüklüğü		
	z	Pr > z	MCSE ¹	Standart Sapma	MCSE/SD	ESS ²	Otokorelasyon Zamanı	Etkinlik
Intercept	0.4983	0.6183	0.0206	1.1401	0.0180	3074.7	1.6262	0.6149
sy 1	1.2480	0.2120	0.0128	0.6811	0.0188	2836.4	1.7628	0.5673
sy 2	-0.1275	0.8985	0.00712	0.3860	0.0185	2936.6	1.7026	0.5873
sy 3	-0.3479	0.7279	0.00326	0.2226	0.0146	4669.2	1.0708	0.9338
sy 4	0.0394	0.9685	0.00340	0.2331	0.0146	4712.4	1.0610	0.9425
sy 5	0.0483	0.9615	0.00334	0.2233	0.0150	4469.2	1.1188	0.8938
Ay 1	0.6118	0.5407	0.00318	0.2219	0.0143	4878.7	1.0249	0.9757
Ay 2	0.5018	0.6158	0.00326	0.2246	0.0145	4735.1	1.0560	0.9470
Ay 3	0.2532	0.8001	0.00314	0.2219	0.0141	5000.0	1.0000	1.0000
Ay 4	0.5683	0.5698	0.00311	0.2200	0.0141	5000.0	1.0000	1.0000
Ay 5	0.6301	0.5286	0.00312	0.2230	0.0140	5118.8	0.9768	1.0238
iDW	-0.8457	0.3977	0.000414	0.0228	0.0181	3039.4	1.6451	0.6079
Scale	0.0009	0.9993	0.00252	0.1706	0.0148	4586.4	1.0902	0.9173
Random Var	-1.4670	0.1424	0.00273	0.1582	0.0173	3354.3	1.4906	0.6709

¹ MCSE: Monte Carlo standart hata; ² ESS: Etkili örnek büyüklüğü, sy: sürü yılları

Her parametre için hem otokorelasyon grafikleri hem de teşhis testleri incelemesi sonucunda, Markov zincirinin yakınsadığına karar verildikten sonra parametreler için elde edilen sonsal özet istatistiklerinin güvenilir olduğu söylenir.

4.2.1.2. Model 2: CS varyans- kovaryans yapısı sonuçları

Parametrelerin sonsal dağılımından örneklerin seçimi eşlenik örnekleyici ve Hamiltonian Monte Carlo (HMC) ile yapılmıştır. Model parametrelerinin önsel seçimleri; sabit etkiler $N(0,1e4)$ ile normal dağılım, ölçek ve kovaryans parametreleri Residual Cov sabit, Random Var $IG(2,2)$ dağılımı olarak belirlenmiştir. Kovaryans yapısı bileşik simetri olarak seçilen model için parametreleri ve kovaryans parametrelerinin sonsal dağılımlarının ortalamaları ve standart sapmaları, en yüksek sonsal yoğunluk bölgesi değerleri Çizelge 4.5 verilmiştir.

Çizelge 4.5. CS model parametreleri için sonsal özeti ve aralıklar

Parametre	N	Ortalama	Standart Sapma	95% HPD ¹ Aralık	
Intercept	5000	23.0699	1.2560	20.7479	25.6588
sy 1	5000	-5.9418	0.7416	-7.3940	-4.4946
sy 2	5000	1.3739	0.4214	0.5180	2.1683
sy 3	5000	-0.3143	0.2544	-0.8233	0.1778
sy 4	5000	-0.1556	0.2659	-0.6950	0.3420
sy 5	5000	1.1784	0.2569	0.6905	1.6940
Ay 1	5000	-32.0544	0.2201	-32.5051	-31.6470
Ay 2	5000	-21.2189	0.2205	-21.6529	-20.7928
Ay 3	5000	-16.1831	0.2217	-16.6324	-15.7642
Ay 4	5000	-10.2383	0.2204	-10.6710	-9.8089
Ay 5	5000	-5.9195	0.2190	-6.3530	-5.5019
iDW ²	5000	0.2733	0.0251	0.2231	0.3221
Residual Var	5000	3.2354	0.1781	2.9020	3.5800
Residual CS	5000	0.1748	0.1136	-0.0427	0.3876
Random Var	5000	0.6214	0.1600	0.3392	0.9374

¹HPD: En yüksek sonsal yoğunluk; ²iDW: Sütten kesme gün sayısı; sy: sürü yılları

Çizelge 4.5’de HPD’nin incelenmesi sonucunda sürü yılları sy3, sy4 ve Residual CS istatistiksel olarak anlamsızken diğer parametrelerin anlamlı olduğu görülmektedir. Modelin birbirini takip eden zincir değerlerinin otokorelasyonun gösterildiği otokorelasyon, iz grafikleri ve sonsal dağılımları Ek 2’de verilmiştir. Markov zinciri sabit etkiler sürü yılı, ay, sütten kesme gün sayısı ve varyans- kovaryans parametreleri için başarılı bir şekilde yakınsamayı gerçekleştirdiği, otokorelasyonun bulunmadığı, ayrıca sonsal dağılımın neredeyse normal dağıldığı grafiklerden anlaşılmaktadır.

Model parametreleri için iz grafiklerinden sonra kesin kararı vermek için teşhis testleri incelenmiş ve sonuçları Çizelgede verilmiştir. Çizelge 4.6’de Markov Zincirin yakınsamasını değerlendirmek amacıyla Geweke testi, Monte Carlo standart hataları ve

etkili örnek büyüklüğü, otokorelasyon zamanı ve etkinliği verilmiştir. Geweke z testi istatistikleri sonucunda, mutlak değerce büyük z değerleri $p > 0.05$ olduğu ancak artık varyansının 0.05'e çok yakın olduğu görülmüştür. Monte Carlo standart hataya göre değerlendirildiğinde, Monte Carlo standart hata/standart sapma oranı sabit etkiler parametrelerinde %5'den küçük olduğundan yakınsama sağlanmıştır ancak ölçek ve kovaryans parametrelerinde %5'den büyük olduğu dolayısıyla yakınsamanın istenilen şekilde gerçekleşmediği anlaşılmaktadır. Etkili örnek büyüklüğü ile simülasyon örnek büyüklüğü arasında artık varyans, Residual CS ve hata varyansı için çelişki olduğu, bir başka deyişle literatüre göre genel olarak etkinliğin 0.01'den büyük olması gerektiği Residual CS ve hata varyansı için bu koşulun sağlanmadığı dolayısıyla yakınsamanın istenilen şekilde gerçekleşmediği söylenir.

Çizelge 4.6. CS model parametreleri teşhis testleri

Parametre	Geweke		Monta Carlo Standart Hataları			Etkili Örnek Büyüklüğü		
	z	Pr > z	MCSE ¹	Standart Sapma	MCSE/SD	ESS ²	Otokorelasyon Zamanı	Etkinlik
Intercept	-0.1710	0.8642	0.0219	1.2560	0.0174	3284.8	1.5222	0.6570
sy 1	-0.2321	0.8164	0.0137	0.7416	0.0185	2924.1	1.7100	0.5848
sy 2	0.0359	0.9714	0.00728	0.4214	0.0173	3349.9	1.4926	0.6700
sy 3	-1.5073	0.1317	0.00363	0.2544	0.0143	4917.3	1.0168	0.9835
sy 4	-1.4019	0.1609	0.00384	0.2659	0.0144	4790.5	1.0437	0.9581
sy 5	-1.0622	0.2881	0.00380	0.2569	0.0148	4564.1	1.0955	0.9128
Ay 1	0.8140	0.4156	0.00306	0.2201	0.0139	5184.6	0.9644	1.0369
Ay 2	-0.6821	0.4952	0.00296	0.2205	0.0134	5565.0	0.8985	1.1130
Ay 3	1.2510	0.2109	0.00299	0.2217	0.0135	5492.8	0.9103	1.0986
Ay 4	1.0197	0.3079	0.00312	0.2204	0.0141	5000.0	1.0000	1.0000
Ay 5	0.7419	0.4582	0.00310	0.2190	0.0141	5000.0	1.0000	1.0000
iDW	0.0873	0.9304	0.000439	0.0251	0.0175	3272.5	1.5279	0.6545
Residual Var	-0.6546	0.5127	0.00365	0.1781	0.0205	2376.5	2.1040	0.4753
Residual CS	-1.3996	0.1616	0.00220	0.1136	0.0193	2677.6	1.8674	0.5355
Random Var	0.2323	0.8163	0.00301	0.1600	0.0188	2819.0	1.7736	0.5638

¹ MCSE: Monte Carlo standart hata; ² ESS: Etkili örnek büyüklüğü; sy: sürü yılları

Her parametre için hem otokorelasyon grafikleri hem de teşhis testleri incelemesi sonucunda, Markov zincirinin sabit etkiler sürü yılları, aylar, süttten kesme gün sayısı ve ölçek ve kovaryans parametreleri için başarılı bir şekilde yakınsamayı gerçekleştirdiği, otokorelasyonun bulunmadığına karar verilmiştir.

4.2.1.3. Model 3: CHS varyans- kovaryans yapısı sonuçları

Parametrelerin sonsal dağılımından örneklerin seçimi eşlenik örnekleyici ve HMC ile yapılmıştır. Model parametrelerinin önsel seçimleri; sabit etkiler $N(0,1e4)$ ile normal dağılım, ölçek ve kovaryans parametreleri Residual Cov sabit, Random Var $IG(2,2)$ dağılımı olarak belirlenmiştir. Kovaryans yapısı heterojen bileşik simetri olarak seçilen model için parametreleri ve kovaryans parametrelerinin sonsal dağılımlarının ortalamaları ve standart sapmaları, en yüksek sonsal yoğunluk bölgesi değerleri Çizelge 4.7’de verilmiştir.

Çizelge 4.7. CHS model parametreleri için sonsal özeti ve aralıklar

Parametre	N	Ortalama	Standart Sapma	95% HPD ¹ Aralık	
Intercept	5000	21.7484	1.0950	19.6735	23.9716
sy 1	5000	-7.8658	0.7079	-9.2686	-6.5289
sy 2	5000	-0.3532	0.4073	-1.1647	0.4094
sy 3	5000	-0.6039	0.2305	-1.0475	-0.1320
sy 4	5000	-0.6101	0.2297	-1.0574	-0.1547
sy 5	5000	1.1294	0.2396	0.6737	1.6016
Ay 1	5000	-32.0556	0.3136	-32.6625	-31.4364
Ay 2	5000	-21.2213	0.3028	-21.8052	-20.6216
Ay 3	5000	-16.1855	0.3008	-16.7632	-15.5796
Ay 4	5000	-10.2404	0.3015	-10.8509	-9.6675
Ay 5	5000	-5.9204	0.3023	-6.5062	-5.3203
iDW ²	5000	0.3123	0.0213	0.2715	0.3540
Residual VAR(1)	5000	5.2609	0.7710	3.8183	6.7934
Residual VAR(2)	5000	0.6277	0.1751	0.3797	0.9609
Residual VAR(3)	5000	1.6474	0.3211	0.9984	2.2624
Residual VAR(4)	5000	2.0593	0.3363	1.4000	2.6972
Residual VAR(5)	5000	3.1851	0.4319	2.3819	4.0435
Residual VAR(6)	5000	13.6419	1.7628	10.4492	17.0691
Residual CSH	5000	0.3315	0.0600	0.2204	0.4519
Random Var	5000	0.3769	0.1028	0.1905	0.5747

¹ HPD: En yüksek sonsal yoğunluk; ²iDW: Sütten kesme gün sayısı; sy: sürü yılları

Çizelge 4.7’de HPD’nin incelenmesi sonucunda sürü yılı sy2 istatistiksel olarak anlamsızken diğer parametrelerin anlamlı olduğu görülmektedir. Parametrelere ait otokorelasyon, iz grafikleri ve sonsal dağılımları Ek 3’de verilmiştir. Markov zinciri sabit etkiler sürü yılı, ay, sütten kesme gün sayısı ve Ölçek ve kovaryans parametreleri için

başarılı bir şekilde yakınsamayı gerçekleştirdiği, otokorelasyonun bulunmadığı, ayrıca sonsal dağılımın neredeyse normal dağıldığı grafiklerden anlaşılmaktadır.

İz grafiklerinden sonra model parametrelerinin teşhis testleri sonuçları Çizelge 4.8 Markov Zincirin yakınsamasını değerlendirmek amacıyla Geweke testi, Monte Carlo standart hataları ve etkili örnek büyüklüğü, otokorelasyon zamanı ve etkinliği verilmiştir. Geweke z testi istatistikleri sonucunda, Residual Var(6) için mutlak değerce büyük z değerleri $p > 0.05$ koşulunu az bir farkla sağlamadığı görülmüştür. Monte Carlo standart hataya göre değerlendirildiğinde, Monte Carlo standart hata/standart sapma oranı tüm parametrelerde %5'den küçük olduğundan yakınsama sağlanmıştır. Etkili örnek büyüklüğü ile simülasyon örnek büyüklüğü tüm parametreler için çelişki olmadığı anlaşılmaktadır.

Çizelge 4.8. CHS model parametreleri teşhis testleri

Parameter	Geweke		Monta Carlo Standart Hataları			Etkili Örnek Büyüklüğü		
	z	Pr > z	MCSE ¹	Standart Sapma	MCSE/SD	ESS ²	Otokorelasyon Zamanı	Etkinlik
Intercept	-0.0547	0.9564	0.0192	1.0950	0.0175	3247.9	1.5395	0.6496
sy 1	-0.1461	0.8839	0.0186	0.7079	0.0262	1455.6	3.4351	0.2911
sy 2	0.4965	0.6195	0.0101	0.4073	0.0249	1618.1	3.0900	0.3236
sy 3	-1.0385	0.2991	0.00492	0.2305	0.0214	2191.5	2.2816	0.4383
sy 4	-1.0728	0.2834	0.00386	0.2297	0.0168	3542.1	1.4116	0.7084
sy 5	-0.6045	0.5455	0.00521	0.2396	0.0218	2112.3	2.3671	0.4225
Ay 1	0.3963	0.6919	0.00435	0.3136	0.0139	5205.2	0.9606	1.0410
Ay 2	-0.5106	0.6096	0.00421	0.3028	0.0139	5173.4	0.9665	1.0347
Ay 3	0.1353	0.8924	0.00409	0.3008	0.0136	5409.7	0.9243	1.0819
Ay 4	0.2083	0.8350	0.00426	0.3015	0.0141	5000.0	1.0000	1.0000
Ay 5	0.0970	0.9227	0.00427	0.3023	0.0141	5000.0	1.0000	1.0000
iDW	0.0561	0.9553	0.000393	0.0213	0.0185	2936.3	1.7028	0.5873
Residual VAR(1)	-0.2884	0.7731	0.0209	0.7710	0.0271	1358.3	3.6810	0.2717
Residual VAR(2)	-0.3586	0.7199	0.00648	0.1751	0.0370	729.8	6.8510	0.1460
Residual VAR(3)	-0.7344	0.4627	0.0109	0.3211	0.0341	860.5	5.8106	0.1721
Residual VAR(4)	-0.7248	0.4686	0.0106	0.3363	0.0314	1016.1	4.9209	0.2032
Residual VAR(5)	-1.4768	0.1397	0.00910	0.4319	0.0211	2252.4	2.2198	0.4505
Residual VAR(6)	-1.9787	0.0479	0.0601	1.7628	0.0341	861.1	5.8065	0.1722
Residual CSH	-1.2336	0.2173	0.00166	0.0600	0.0277	1300.2	3.8455	0.2600
Random Var	0.2591	0.7955	0.00240	0.1028	0.0234	1833.9	2.7265	0.3668

¹ MCSE: Monte Carlo standart hata; ² ESS: Etkili örnek büyüklüğü; sy: sürü yılları

Her parametre için hem otokorelasyon grafikleri hem de teşhis testleri incelemesi sonucunda, Markov zincirinin sabit etkiler sürü yılları, aylar, sütten kesme gün sayısı için ve rassal etkiler ölçek ve kovaryans parametrelerinden için başarılı bir şekilde yakınsamayı gerçekleştirdiğine, otokorelasyonun bulunmadığına karar verilmiştir.

4.2.1.4. Model 4: HF varyans- kovaryans yapısı

Parametrelerin sonsal dağılımından örneklerin seçimi eşlenik örnekleyici ve Hamiltonian Monte Carlo (HMC) ile yapılmıştır. Model parametrelerinin önsel seçimleri; sabit etkiler $N(0,1e4)$ ile normal dağılım, ölçek ve kovaryans parametreleri Residual Cov sabit, Random Var $IG(2,2)$ dağılımı olarak belirlenmiştir. Kovaryans yapısı Huynh-Feldt olarak seçilen model için parametreleri ve kovaryans parametrelerinin sonsal dağılımlarının ortalamaları ve standart sapmaları, en yüksek sonsal yoğunluk bölgesi (HPD) değerleri Çizelge 4.9’da verilmiştir.

Çizelge 4.9. HF model parametreleri için sonsal özeti ve aralıklar

Parametre	N	Ortalama	Standart Sapma	95% HPD ¹ Aralık	
Intercept	5000	39.3317	0.7216	37.9559	40.7703
sy 1	5000	1.6876	0.3674	0.9519	2.3584
sy 2	5000	0.0342	0.2246	-0.4065	0.4655
sy 3	5000	0.1953	0.0786	0.0452	0.3522
sy 4	5000	0.2267	0.0795	0.0704	0.3838
sy 5	5000	-0.1499	0.0803	-0.3056	0.00992
Ay 1	5000	-32.0609	0.2194	-32.5235	-31.6640
Ay 2	5000	-21.2206	0.2218	-21.6531	-20.7852
Ay 3	5000	-16.1852	0.2227	-16.6125	-15.7522
Ay 4	5000	-10.2405	0.2204	-10.6658	-9.8100
Ay 5	5000	-5.9213	0.2196	-6.3566	-5.5077
iDW ²	5000	-0.0562	0.0139	-0.0853	-0.0310
Residual VAR(1)	5000	0.1952	0.0747	0.0706	0.3402
Residual VAR(2)	5000	7.9498	0.8124	6.4595	9.5392
Residual VAR(3)	5000	7.9979	0.6457	6.8061	9.2163
Residual VAR(4)	5000	7.1102	0.5199	6.1256	8.1444
Residual VAR(5)	5000	8.0616	0.5929	6.9091	9.2133
Residual VAR(6)	5000	7.3321	0.5192	6.3227	8.3384
Residual HF	5000	3.2831	0.1754	2.9606	3.6463
Random Var	5000	0.1292	0.0261	0.0835	0.1804

¹ HPD: En yüksek sonsal yoğunluk; ²iDW: Sütten kesme gün sayısı;
sy: sürü yılları

Çizelge 4.9’da HPD’nin incelenmesi sonucunda sürü yılları sy2 ve sy5 istatistiksel olarak anlamsızken diğer parametrelerin anlamlı olduğu görülmektedir. Bir başka değişle, varyans kovaryans yapısı Huynh-Feldt olan model için canlı ağırlık üzerinde birinci ve beşinci sürü yıllarının etkisinin olmadığı söylenir. Modelin birbirini takip eden zincir değerlerinin otokorelasyonun gösterildiği otokorelasyon, iz grafikleri ve sonsal dağılımları Ek 4’te verilmiştir. Markov zinciri sabit etkiler sabit, sürü yılları aylar, sütten kesme gün sayısı ve rasgele etkiler ölçek ve kovaryans parametreleri için başarılı bir şekilde yakınsamayı gerçekleştirdiği, otokorelasyonun bulunmadığı, ayrıca sonsal dağılımın neredeyse normal dağıldığı grafiklerden anlaşılmaktadır. Grafiklerden, salınımın düzenli yapısı ile gecikmelere (Lag) karşı korelasyonun olmadığı anlaşılmaktadır. Dolayısıyla, zincirler istenilen şekilde sonsal dağılıma ulaşmış yani yakınsama istenilen şekilde gerçekleşmiştir.

Yakınsamanın kanıtı olarak sadece bir teşhis aracını kullanmanın yeterli olmadığı, bunun yerine yalnızca zincirdeki yakınsama veya verimsizliği tespit etmek için kullanılacağını göz önünde bulundurularak farklı yakınsama teşhisleri kullanmak, yakınsamanın farklı yönlerini kontrol etmek için iyi bir yöntemdir. Çizelge 4.10’da Markov Zincirin yakınsamasını değerlendirmek amacıyla Geweke testi, Monte Carlo standart hataları ve etkili örnek büyüklüğü, otokorelasyon zamanı ve etkinliği verilmiştir. Geweke z testi istatistikleri sonucunda sabit, sy2, sy5, iDW, Residual Var(1), Residual Var(2), Residual Var(4), Residual Var(5) ve Residual Var(6) parametreleri için mutlak değerce büyük z değerleri $p > 0.05$ koşulunu sağlamadığı görülmüştür. Monte Carlo standart hataya göre değerlendirildiğinde, Monte Carlo standart hata/standart sapma oranı sabit, sy1, sy2, iDW, Residual Var(1), Residual Var(2), Residual Var(3), Residual Var(4), Residual Var(5) ve Residual Var(6) parametreleri için %5’den büyük olduğu dolayısıyla yakınsamanın istenilen şekilde gerçekleşmediği anlaşılmaktadır. Etkili örnek büyüklüğü ile simülasyon örnek büyüklüğü arasında sabit, Residual Var(2) parametreleri için hafif çelişki olduğu ancak etkinlik değerinin 0.01’e yakın ancak küçük olmamasından dolayı genel olarak etkili örnek büyüklüğüne göre çelişkinin olmadığı söylenebilir.

Çizelge 4.10. HF model parametreleri teşhis testleri

Parameter	Geweke		Monta Carlo Standart Hataları			Etkili Örnek Büyüklüğü		
	z	Pr > z	MCSE ¹	Standart Sapma	MCSE/SD	ESS ²	Otokorelasyon Zamamı	Etkinlik
Intercept	4.7388	<.0001	0.0754	0.7216	0.1045	91.6	54.5839	0.0183
sy 1	3.1636	0.0016	0.0230	0.3674	0.0627	254.6	19.6360	0.0509
sy 2	3.6465	0.0003	0.0146	0.2246	0.0651	235.8	21.2045	0.0472
sy 3	-2.8805	0.0040	0.00272	0.0786	0.0346	836.9	5.9742	0.1674
sy 4	-1.1943	0.2324	0.00249	0.0795	0.0313	1017.8	4.9124	0.2036
sy 5	-0.1293	0.8971	0.00274	0.0803	0.0341	858.0	5.8277	0.1716
Ay 1	-0.0873	0.9304	0.00307	0.2194	0.0140	5104.8	0.9795	1.0210
Ay 2	-0.7635	0.4451	0.00297	0.2218	0.0134	5563.2	0.8988	1.1126
Ay 3	0.9891	0.3226	0.00300	0.2227	0.0135	5516.8	0.9063	1.1034
Ay 4	0.8714	0.3835	0.00312	0.2204	0.0141	5000.0	1.0000	1.0000
Ay 5	0.5993	0.5489	0.00311	0.2196	0.0141	5000.0	1.0000	1.0000
iDW	-4.9044	<.0001	0.00133	0.0139	0.0951	110.5	45.2358	0.0221
Residual VAR(1)	5.0057	<.0001	0.00596	0.0747	0.0798	157.1	31.8253	0.0314
Residual VAR(2)	5.8989	<.0001	0.0904	0.8124	0.1112	80.8	61.8567	0.0162
Residual VAR(3)	1.0805	0.2799	0.0356	0.6457	0.0551	329.8	15.1629	0.0660
Residual VAR(4)	3.1446	0.0017	0.0313	0.5199	0.0602	276.1	18.1061	0.0552
Residual VAR(5)	4.6650	<.0001	0.0500	0.5929	0.0844	140.5	35.5889	0.0281
Residual VAR(6)	3.6794	0.0002	0.0356	0.5192	0.0685	213.0	23.4691	0.0426
Residual HF	1.0220	0.3068	0.00809	0.1754	0.0461	470.3	10.6304	0.0941
Random Var	0.2079	0.8353	0.000397	0.0261	0.0152	4305.8	1.1612	0.8612

¹ MCSE: Monte Carlo standart hata; ² ESS: Etkili örnek büyüklüğü; sy: sürü yılları

Her parametre için hem otokorelasyon grafikleri hem de teşhis testleri incelemesi sonucunda, Markov zincirinin sabit ve iDW için yakınsamada hafif sorunlara işaret etmesine rağmen iz grafiklerinin genel yapısı ve teşhis testleri değerlerinin istenilen değerlerden çok farklı olmamasından dolayısıyla tüm parametreler için yakınsamayı gerçekleştirdiği, ay parametreleri için otokorelasyonun bulunmadığı, diğer parametreler için düşük otokorelasyonun bulunduğu karar verilmiştir.

4.2.1.5. Model 5: AR(1) varyans- kovaryans yapısı

Parametrelerin sonsal dağılımından örneklerin seçimi eşlenik örnekleyici ve Hamiltonian Monte Carlo (HMC) ile yapılmıştır. Model parametrelerinin önsel seçimleri; sabit etkiler $N(0,1e4)$ ile normal dağılım, ölçek ve kovaryans parametreleri Residual Cov sabit, Random Var $IG(2,2)$ dağılımı olarak belirlenmiştir. Kovaryans yapısı birinci

derece otoregresif olarak seçilen model için parametreleri ve kovaryans parametrelerinin sonsal dağılımlarının ortalamaları ve standart sapmaları, en yüksek sonsal yoğunluk bölgesi değerleri Çizelge 4.11’de verilmiştir.

Çizelge 4.11. AR(1) model parametreleri için sonsal özeti ve aralıkları

Parametre	N	Ortalama	Standart Sapma	95% HPD ¹ Aralık	
Intercept	5000	23.9541	1.4808	21.1364	26.9036
sy 1	5000	-4.9443	0.8773	-6.6989	-3.2901
sy 2	5000	1.7438	0.4977	0.8317	2.7875
sy 3	5000	-0.2233	0.3183	-0.8615	0.3996
sy 4	5000	-0.0731	0.3309	-0.7234	0.5587
sy 5	5000	1.0994	0.3200	0.5047	1.7497
Ay 1	5000	-32.0541	0.2335	-32.5297	-31.6188
Ay 2	5000	-21.2183	0.2318	-21.6948	-20.7896
Ay 3	5000	-16.1828	0.2301	-16.6711	-15.7709
Ay 4	5000	-10.2375	0.2186	-10.6856	-9.8286
Ay 5	5000	-5.9191	0.1859	-6.2745	-5.5463
iDW ²	5000	0.2519	0.0297	0.1924	0.3090
Residual Var	5000	3.6763	0.2346	3.2133	4.1200
Residual AR(1)	5000	0.3670	0.0464	0.2740	0.4551
Random Var	5000	0.5573	0.1609	0.2722	0.8634

¹ HPD: En yüksek sonsal yoğunluk; ²iDW: Sütten kesme gün sayısı; sy: sürü yılları

Her parametrenin sonsal özet istatistikleri ve o değişkenin istatistiksel olarak anlamlılığını gösteren en yüksek sonsal yoğunluk bölgesi aralıkları Çizelge 4.11’de görüldüğü gibidir. Sonuçlara göre, modelde yer alan sabit etkili parametreler sürü yılları sy3 ve sy4 istatistiksel olarak anlamsızken diğer parametrelerin anlamlı olduğu anlaşılmaktadır. Parametrelere ait otokorelasyon, iz grafikleri ve sonsal dağılımları Ek 5’te verilmiştir. Markov zinciri sabit etkiler sabit, sürü yılı, ay, sütten kesme gün sayısı ve rassal etkiler ölçek ve kovaryans parametreleri için başarılı bir şekilde yakınsamayı gerçekleştirdiği, otokorelasyonun bulunmadığı, ayrıca sonsal dağılımın neredeyse normal dağıldığı grafiklerden anlaşılmaktadır.

Model parametrelerinin teşhis testleri sonuçları Çizelge 4.12’de Markov Zincirin yakınsamasını değerlendirmek amacıyla Geweke testi, Monte Carlo standart hataları ve etkili örnek büyüklüğü, otokorelasyon zamanı ve etkinliği verilmiştir. Geweke z testi istatistikleri sonucunda tüm parametreler için mutlak değerce büyük z değerleri $p > 0.05$ koşulunun sağlandığı görülmüştür. Monte Carlo standart hataya göre değerlendirildiğinde, Monte Carlo standart hata/standart sapma oranı tüm parametrelerde %5’den küçük olduğundan yakınsama sağlandığı söylenebilir. Etkili örnek büyüklüğü

(ESS) ile simülasyon örnek büyüklüğünün parametreler için tutarlı olduğu anlaşılmaktadır.

Çizelge 4.12. AR(1) model parametreleri teşhis testleri

Parameter	Geweke		Monta Carlo Standart Hataları			Etkili Örnek Büyüklüğü		
	z	Pr > z	MCSE ¹	Standart Sapma	MCSE/SD	ESS ²	Otokorelasyon Zamanı	Etkinlik
Intercept	-0.1878	0.8510	0.0245	1.4808	0.0165	3665.9	1.3639	0.7332
sy 1	-0.4814	0.6302	0.0155	0.8773	0.0177	3207.6	1.5588	0.6415
sy 2	-0.3572	0.7210	0.00802	0.4977	0.0161	3846.4	1.2999	0.7693
sy 3	-1.7195	0.0855	0.00450	0.3183	0.0142	4993.7	1.0013	0.9987
sy 4	-1.5015	0.1332	0.00473	0.3309	0.0143	4900.5	1.0203	0.9801
sy 5	-1.0251	0.3053	0.00474	0.3200	0.0148	4553.3	1.0981	0.9107
Ay 1	0.8670	0.3859	0.00324	0.2335	0.0139	5185.8	0.9642	1.0372
Ay 2	-0.3535	0.7237	0.00313	0.2318	0.0135	5492.1	0.9104	1.0984
Ay 3	1.0013	0.3167	0.00311	0.2301	0.0135	5475.6	0.9131	1.0951
Ay 4	1.2668	0.2052	0.00309	0.2186	0.0141	5000.0	1.0000	1.0000
Ay 5	1.1022	0.2704	0.00266	0.1859	0.0143	4894.4	1.0216	0.9789
iDW	0.1758	0.8604	0.000495	0.0297	0.0166	3610.5	1.3848	0.7221
Residual Var	-1.2273	0.2197	0.00711	0.2346	0.0303	1089.6	4.5886	0.2179
Residual AR(1)	-1.4837	0.1379	0.00109	0.0464	0.0235	1803.4	2.7725	0.3607
Random Var	0.3329	0.7392	0.00336	0.1609	0.0209	2297.0	2.1767	0.4594

¹ MCSE: Monte Carlo standart hata; ² ESS: Etkili örnek büyüklüğü; sy: sürü yılları

Her parametre için hem otokorelasyon grafikleri hem de teşhis testleri incelemesi sonucunda, Markov zincirinin tüm parametrelerde başarılı bir şekilde yakınsamayı gerçekleştirdiği, otokorelasyonun bulunmadığına karar verilmiştir.

4.2.1.6. Model 6: ARH(1) varyans- kovaryans yapısı

Parametrelerin sonsal dağılımından örneklerin seçimi eşlenik örnekleyici ve Hamiltonian Monte Carlo (HMC) ile yapılmıştır. Model parametrelerinin önsel seçimleri; sabit etkiler $N(0,1e4)$ ile normal dağılım, ölçek ve kovaryans parametreleri Residual Cov sabit, Random Var $IG(2,2)$ dağılımı olarak belirlenmiştir. Kovaryans yapısı birinci derece heterojen otoregresif olarak seçilen model için parametreleri ve kovaryans parametrelerinin sonsal dağılımlarının ortalamaları ve standart sapmaları, en yüksek sonsal yoğunluk bölgesi değerleri Çizelge 4.13'te verilmiştir.

Çizelge 4.13. ARH(1) model parametreleri için sonsal özeti ve aralıkları

Parametre	N	Ortalama	Standart Sapma	95% HPD ¹ Aralık	
Intercept	5000	19.5620	1.1537	17.2603	21.7000
sy 1	5000	-7.8601	0.6315	-9.1295	-6.6578
sy 2	5000	-0.8570	0.3739	-1.6335	-0.1625
sy 3	5000	-0.3020	0.2078	-0.6985	0.1240
sy 4	5000	-0.3876	0.2176	-0.8287	0.0248
sy 5	5000	0.9589	0.2102	0.5454	1.3610
Ay 1	5000	-32.0585	0.4181	-32.8781	-31.2478
Ay 2	5000	-21.2238	0.3783	-21.9503	-20.4787
Ay 3	5000	-16.1879	0.3702	-16.9334	-15.4884
Ay 4	5000	-10.2421	0.3493	-10.9693	-9.5934
Ay 5	5000	-5.9217	0.3063	-6.5234	-5.3305
iDW ²	5000	0.3548	0.0222	0.3098	0.3967
Residual VAR(1)	5000	6.4945	0.8064	4.9600	8.1086
Residual VAR(2)	5000	0.6406	0.1146	0.4355	0.8611
Residual VAR(3)	5000	2.5474	0.3566	1.8866	3.2624
Residual VAR(4)	5000	2.7355	0.4210	1.9233	3.5251
Residual VAR(5)	5000	3.2401	0.4629	2.3303	4.0996
Residual VAR(6)	5000	19.9505	3.1723	14.1412	26.7119
Residual ARH(1)	5000	0.6523	0.0497	0.5581	0.7505
Random Var	5000	0.4255	0.1091	0.2300	0.6383

¹ HPD: En yüksek sonsal yoğunluk; ²iDW: Sütten kesme gün sayısı;
sy: sürü yılları

Çizelge 4.13'te HPD'nin incelenmesi sonucunda sürü yılları sy3 ve sy4 istatistiksel olarak anlamsızken diğer parametrelerin anlamlı olduğu görülmektedir. Parametrelere ait otokorelasyon, iz grafikleri ve sonsal dağılımları Ek 6'da verilmiştir. Markov zinciri model parametreleri ve hata varyansı için başarılı bir şekilde yakınsamayı gerçekleştirdiği, otokorelasyonun bulunmadığı, ayrıca sonsal dağılımlarının neredeyse normal dağıldığı grafiklerden anlaşılmaktadır. Ölçek ve kovaryans parametreleri için ise yakınsamanın istenilen şekle çok yakın gerçekleştiği, otokorelasyonun olmadığı iz grafiklerine göre söylenebilir.

Parametrelerin yakınsamalarının daha detaylı incelemesi yapmak için tüm parametrelerin teşhis testleri sonuçları Çizelge 4.14'de Markov Zincirin yakınsamasını değerlendirmek amacıyla Geweke testi, Monte Carlo standart hataları ve etkili örnek büyüklüğü, otokorelasyon zamanı ve etkinliği verilmiştir. Geweke z testi istatistikleri

sonucunda tüm parametreler mutlak değerce büyük z değerleri $p > 0.05$ koşulunu sağlamıştır. Monte Carlo standart hataya göre değerlendirildiğinde, Monte Carlo standart hata/standart sapma oranının varyans- kovaryans parametreleri Residual Var(4), Residual Var(6) ve Residual ARH(1) için %5'den çok az bir farkla büyük olduğu dolayısıyla yakınsamanın istenilen şekle yakın gerçekleştiği anlaşılmaktadır. Etkili örnek büyüklüğü ile simülasyon örnek büyüklüğü arasında tüm parametreler için çelişki olmadığı anlaşılmaktadır.

Çizelge 4.14. ARH(1) model parametreleri teşhis testleri

Parameter	Geweke		Monta Carlo Standart Hataları			Etkili Örnek Büyüklüğü		
	z	$Pr > z $	MCSE	Standart Sapma	MCSE/SD	ESS	Otokorelasyon Zamanı	Etkinlik
Intercept	-0.0707	0.9436	0.0291	1.1537	0.0252	1574.1	3.1764	0.3148
sy 1	-0.1887	0.8504	0.0134	0.6315	0.0213	2208.1	2.2644	0.4416
sy 2	0.4529	0.6506	0.00878	0.3739	0.0235	1812.4	2.7587	0.3625
sy 3	-1.8220	0.0685	0.00306	0.2078	0.0147	4604.2	1.0860	0.9208
sy 4	-1.6469	0.0996	0.00318	0.2176	0.0146	4685.9	1.0670	0.9372
sy 5	-1.2273	0.2197	0.00305	0.2102	0.0145	4756.7	1.0511	0.9513
Ay 1	0.1647	0.8692	0.00578	0.4181	0.0138	5226.5	0.9567	1.0453
Ay 2	-0.5351	0.5926	0.00524	0.3783	0.0138	5217.7	0.9583	1.0435
Ay 3	-0.0601	0.9521	0.00503	0.3702	0.0136	5406.0	0.9249	1.0812
Ay 4	0.0548	0.9563	0.00488	0.3493	0.0140	5123.9	0.9758	1.0248
Ay 5	-0.0746	0.9405	0.00433	0.3063	0.0141	5000.0	1.0000	1.0000
iDW	0.1535	0.8780	0.000593	0.0222	0.0267	1406.3	3.5554	0.2813
Residual VAR(1)	0.5853	0.5584	0.0272	0.8064	0.0337	878.7	5.6904	0.1757
Residual VAR(2)	-0.7009	0.4834	0.00566	0.1146	0.0494	409.5	12.2096	0.0819
Residual VAR(3)	-0.4899	0.6242	0.0165	0.3566	0.0462	467.9	10.6856	0.0936
Residual VAR(4)	0.2379	0.8120	0.0228	0.4210	0.0542	340.3	14.6909	0.0681
Residual VAR(5)	1.4110	0.1582	0.0190	0.4629	0.0410	594.2	8.4150	0.1188
Residual VAR(6)	1.5372	0.1242	0.2486	3.1723	0.0784	162.8	30.7034	0.0326
Residual ARH(1)	0.1643	0.8695	0.00280	0.0497	0.0564	314.8	15.8830	0.0630
Random Var	-0.4704	0.6381	0.00206	0.1091	0.0189	2807.6	1.7809	0.5615

¹ MCSE: Monte Carlo standart hata; ² ESS: Etkili örnek büyüklüğü; sy: sürü yılları

Her parametre için hem otokorelasyon grafikleri hem de teşhis testleri incelemesi sonucunda, Markov zincirinin tüm parametreler için başarılı bir şekilde yakınsamayı gerçekleştirdiği, otokorelasyonun bulunmadığına karar verilmiştir. Dolayısıyla parametrelerin sonsal istatistiklerinin güvenilir olduğu söylenir.

4.2.1.7. Model 7: FA varyans- kovaryans yapısı

Parametrelerin sonsal dağılımından örneklerin seçimi eşlenik örnekleyici ve Hamiltonian Monte Carlo (HMC) ile yapılmıştır. Model parametrelerinin önsel seçimleri; sabit etkiler $N(0,1e4)$ ile normal dağılım, ölçek ve kovaryans parametreleri Residual Cov sabit, Random Var $IG(2,2)$ dağılımı olarak belirlenmiştir. Kovaryans yapısı faktör analitik olarak seçilen model için parametreleri ve kovaryans parametrelerinin sonsal dağılımlarının ortalamaları ve standart sapmaları, en yüksek sonsal yoğunluk bölgesi değerleri Çizelge 4.15'te verilmiştir.

Çizelge 4.15. FA model parametreleri için sonsal istatistikleri ve aralıklar

Parametre	N	Ortalama	Standart Sapma	95% HPD ¹ Aralık	
Intercept	5000	38.4028	0.6116	37.2446	39.6363
sy 1	5000	1.2259	0.3211	0.6229	1.8708
sy 2	5000	-0.1435	0.1223	-0.3968	0.0789
sy 3	5000	0.2015	0.0664	0.0705	0.3310
sy 4	5000	0.1827	0.0680	0.0496	0.3169
sy 5	5000	-0.0631	0.0727	-0.2114	0.0749
Ay 1	5000	-32.0633	0.2921	-32.6655	-31.5280
Ay 2	5000	-21.2248	0.3057	-21.8250	-20.6297
Ay 3	5000	-16.1895	0.2996	-16.7851	-15.6120
Ay 4	5000	-10.2433	0.3130	-10.8747	-9.6426
Ay 5	5000	-5.9222	0.3433	-6.6264	-5.2900
iDW ²	5000	-0.0368	0.0110	-0.0587	-0.0155
Residual FA(1,1)	5000	0.1750	0.0579	0.0653	0.2899
Residual FA(2,1)	5000	2.0360	0.1792	1.7037	2.3989
Residual FA(3,1)	5000	2.1015	0.1604	1.8143	2.4372
Residual FA(4,1)	5000	2.6554	0.1838	2.3309	3.0366
Residual FA(5,1)	5000	3.0704	0.2344	2.6224	3.5294
Residual FA(6,1)	5000	1.1362	0.3161	0.5203	1.7493
Residual FA(1)	5000	0.0369	0.00677	0.0247	0.0504
Residual FA(2)	5000	1.1725	0.1914	0.8221	1.5522
Residual FA(3)	5000	0.5640	0.0936	0.3871	0.7468
Residual FA(4)	5000	0.2558	0.1071	0.0557	0.4717
Residual FA(5)	5000	1.5294	0.2540	1.0489	2.0383
Residual FA(6)	5000	10.5440	1.3018	8.1275	13.2487
Random Var	5000	0.1278	0.0260	0.0814	0.1783

¹HPD: En yüksek sonsal yoğunluk; ²iDW: Sütten kesme gün sayısı; sy: sürü yılları

Çizelge 4.15'te HPD'nin incelenmesi sonucunda sürü yılları sy2 ve sy5 istatistiksel olarak anlamsızken diğer parametrelerin anlamlı olduğu görülmektedir.

Parametrelere ait otokorelasyon, iz grafikleri ve sonsal dağılımları Ek 7’de verilmiştir. Markov zinciri tüm parametreler için başarılı bir şekilde yakınsamayı gerçekleştirdiği, otokorelasyonun bulunmadığı, ayrıca sonsal dağılımın neredeyse normal dağıldığı grafiklerden anlaşılmaktadır. Tüm parametrelerin iz grafiklerinin salınımlarının düzenli olduğu, dolayısıyla sonsal dağılımın durağan bir dağılıma yakınsamasının istenilen şekilde olduğu ayrıca gecikmeler (Lag) karşı otokorelasyonun bulunmadığı söylenebilir.

İz grafiklerini desteklemesi ve yakınsamanın olup olmadığı ile ilgili nihai karar için model parametrelerinin teşhis testleri sonuçları hesaplanmıştır. Çizelge 4.16’da Markov Zincirin yakınsamasını değerlendirmek amacıyla Geweke testi, Monte Carlo standart hataları ve etkili örnek büyüklüğü otokorelasyon zamanı ve etkinliği verilmiştir. Geweke z testi istatistikleri sonucunda, tüm model parametreleri ve varyans-kovaryans parametreleri için mutlak değerce büyük z değerleri $p > 0.05$ koşulunu sağladığı görülmüştür. Monte Carlo standart hataya göre değerlendirildiğinde, Monte Carlo standart hata/standart sapma oranı tüm parametreler ve varyans-kovaryans parametreleri için %5’den küçük olduğu görülmüş dolayısıyla yakınsama sağlanmıştır. Etkili örnek büyüklüğü ile simülasyon örnek büyüklüğü tüm model parametreleri ve varyans-kovaryans parametreleri için uygun bulunmuştur.

Çizelge 4.16. FA model parametrelerinin teşhis testleri

Parameter	Geweke		Monta Carlo Standart Hataları			Etkili Örnek Büyüklüğü		
	z	Pr > z	MCSE ¹	Standart Sapma	MCSE/SD	ESS ²	Otokorelasyon Zamanı	Etkinlik
Intercept	0.1046	0.9167	0.0207	0.6116	0.0338	876.9	5.7018	0.1754
sy 1	0.1857	0.8527	0.0128	0.3211	0.0399	627.9	7.9628	0.1256
sy 2	0.9115	0.3620	0.00264	0.1223	0.0216	2139.2	2.3373	0.4278
sy 3	-0.6505	0.5153	0.00144	0.0664	0.0217	2127.8	2.3498	0.4256
sy 4	-0.6531	0.5137	0.00128	0.0680	0.0189	2807.2	1.7811	0.5614
sy 5	-0.8224	0.4109	0.00185	0.0727	0.0255	1542.6	3.2412	0.3085
Ay 1	-0.1891	0.8500	0.00413	0.2921	0.0141	5000.0	1.0000	1.0000
Ay 2	-0.7027	0.4822	0.00426	0.3057	0.0139	5158.7	0.9692	1.0317
Ay 3	-0.0985	0.9216	0.00410	0.2996	0.0137	5345.0	0.9355	1.0690
Ay 4	-0.0229	0.9817	0.00443	0.3130	0.0141	5000.0	1.0000	1.0000
Ay 5	0.0328	0.9738	0.00486	0.3433	0.0141	5000.0	1.0000	1.0000
iDW	-0.1707	0.8645	0.000388	0.0110	0.0351	812.3	6.1551	0.1625
Residual FA(1,1)	0.5050	0.6135	0.00253	0.0579	0.0436	525.2	9.5207	0.1050
Residual FA(2,1)	0.5534	0.5800	0.00491	0.1792	0.0274	1329.4	3.7611	0.2659
Residual FA(3,1)	0.6991	0.4845	0.00427	0.1604	0.0266	1408.3	3.5504	0.2817
Residual FA(4,1)	0.3830	0.7017	0.00477	0.1838	0.0260	1484.3	3.3686	0.2969
Residual FA(5,1)	0.1667	0.8676	0.00608	0.2344	0.0259	1486.1	3.3646	0.2972
Residual FA(6,1)	-0.8851	0.3761	0.00854	0.3161	0.0270	1369.5	3.6509	0.2739
Residual FA(1)	-0.6459	0.5184	0.000161	0.00677	0.0238	1772.7	2.8206	0.3545
Residual FA(2)	-0.6223	0.5337	0.00402	0.1914	0.0210	2271.8	2.2009	0.4544
Residual FA(3)	0.4867	0.6265	0.00166	0.0936	0.0178	3162.2	1.5812	0.6324
Residual FA(4)	0.0022	0.9982	0.00247	0.1071	0.0230	1882.6	2.6559	0.3765
Residual FA(5)	0.5812	0.5611	0.00523	0.2540	0.0206	2360.4	2.1183	0.4721
Residual FA(6)	0.7573	0.4488	0.0624	1.3018	0.0479	435.2	11.4878	0.0870
Random Var	0.4377	0.6616	0.000401	0.0260	0.0154	4192.3	1.1927	0.8385

¹ MCSE: Monte Carlo standart hata; ² ESS: Etkili örnek büyüklüğü; sy: sürü yılları

Her parametre için hem otokorelasyon grafikleri hem de teşhis testleri incelemesi sonucunda, Markov zincirinin aylar ve hata varyansı için başarılı bir şekilde yakınsamayı gerçekleştirdiği, otokorelasyonun bulunmadığına karar verilmiştir.

4.2.1.8. Model 8: ANTE varyans- kovaryans yapısı

Parametrelerin sonsal dağılımından örneklerin seçimi eşlenik örnekleyici ve Hamiltonian Monte Carlo (HMC) ile yapılmıştır. Model parametrelerinin önsel seçimleri; sabit etkiler $N(0,1e4)$ ile normal dağılım, ölçek ve kovaryans parametreleri Residual Cov sabit, Random Var $IG(2,2)$ dağılımı olarak belirlenmiştir. Kovaryans yapısı Antedepence olarak seçilen model için parametreleri ve kovaryans parametrelerinin sonsal dağılımlarının ortalamaları ve standart sapmaları, en yüksek sonsal yoğunluk bölgesi değerleri Çizelge 4.17’de verilmiştir.

Çizelge 4.17. ANTE model parametreleri için sonsal istatistikleri ve aralıklar

Parametre	N	Ortalama	Standart Sapma	95% HPD ¹ Aralık	
Intercept	5000	39.5465	0.7455	38.0769	41.0120
sy 1	5000	1.6106	0.3522	0.9393	2.3301
sy 2	5000	-0.0697	0.1198	-0.3128	0.1490
sy 3	5000	0.2140	0.0653	0.0900	0.3457
sy 4	5000	0.2400	0.0699	0.1022	0.3792
sy 5	5000	-0.0845	0.0706	-0.2179	0.0633
Ay 1	5000	-32.0632	0.2894	-32.6079	-31.4703
Ay 2	5000	-21.2249	0.3036	-21.8289	-20.6464
Ay 3	5000	-16.1895	0.2881	-16.7388	-15.6080
Ay 4	5000	-10.2427	0.2978	-10.7894	-9.6239
Ay 5	5000	-5.9212	0.3133	-6.5495	-5.3355
iDW ²	5000	-0.0603	0.0141	-0.0888	-0.0329
Residual Var(1)	5000	0.1417	0.0547	0.0562	0.2532
Residual Var(2)	5000	6.0435	0.8405	4.5720	7.7875
Residual Var(3)	5000	5.3683	0.7362	4.0290	6.8621
Residual Var(4)	5000	7.7597	1.0207	6.0042	9.8982
Residual Var(5)	5000	11.7651	1.5390	8.9934	14.9158
Residual Var(6)	5000	12.0426	1.4936	9.3835	15.1744
Residual Rho(1)	5000	0.8555	0.0771	0.7002	0.9603
Residual Rho(2)	5000	0.8464	0.0267	0.7955	0.8984
Residual Rho(3)	5000	0.9421	0.0105	0.9214	0.9611
Residual Rho(4)	5000	0.9192	0.0142	0.8892	0.9445
Residual Rho(5)	5000	0.4383	0.0717	0.2982	0.5761
Random Var	5000	0.1289	0.0261	0.0828	0.1802

¹ HPD: En yüksek sonsal yoğunluk; ²iDW: Sütten kesme gün sayısı;
sy: sürü yılları

Çizelgede HPD’nin incelenmesi sonucunda sürü yılları sy2 ve sy5 istatistiksel olarak anlamsızken diğer parametrelerin anlamlı olduğu görülmektedir. Parametrelere ait otokorelasyon, iz grafikleri ve sonsal dağılımları Ek 8’de verilmiştir. Markov zinciri model parametreleri için başarılı bir şekilde yakınsamayı gerçekleştirdiği, otokorelasyonun

bulunmadığı, ayrıca sonsal dağılımın neredeyse normal dağıldığı grafiklerden anlaşılmaktadır. Artık varyansları ($\sigma_1^2, \dots, \sigma_6^2$), korelasyon parametreleri ($\rho_1, \dots, \rho_5$) için iz grafiklerinin salınımlarının düzenli olduğu, dolayısıyla yakınsamasının istenilen şekilde olduğu ayrıca gecikmeler (Lag) karşı otokorelasyonun olmadığı söylenebilir.

İz grafiklerinden sonra model parametrelerinin teşhis testleri sonuçları Çizelge 4.18’de Markov Zincirin yakınsamasını değerlendirmek amacıyla Geweke testi, Monte Carlo standart hataları ve etkili örnek büyüklüğü, otokorelasyon zamanı ve etkinliği verilmiştir. Geweke z testi istatistikleri sonucunda tüm model parametreleri ve varyans-kovaryans parametreleri için mutlak değerce büyük z değerleri $p > 0.05$ koşulunu sağladığı için yakınsamanın gerçekleşmiştir. Monte Carlo standart hataya göre değerlendirildiğinde, Monte Carlo standart hata/standart sapma oranı sabit, sy1, iDW, Residual Var(1), Residual Var(2), Residual Var(3), Residual Var(4), Residual Var(5) ve Residual Rho(1) parametrelerinde %5’den büyük olduğu, ancak %5’e çok yakın olduğundan ve diğer parametreler için %5’den küçük olduğu için yakınsamanın istenilen şekilde gerçekleştiği söylenebilir. Etkili örnek büyüklüğü ile simülasyon örnek büyüklüğü arasında parametreler için büyük bir çelişki olmadığı anlaşılmaktadır.

Çizelge 4.18. ANTE model parametrelerinin teşhis testleri

Parameter	Geweke		Monta Carlo Standart Hataları			Etkili Örnek Büyüklüğü		
	z	Pr > z	MCSE ¹	Standart Sapma	MCSE/SD	ESS ¹	Otokorelasyon Zamanı	Etkinlik
Intercept	1.5277	0.1266	0.0472	0.7455	0.0633	249.4	20.0499	0.0499
sy 1	1.4855	0.1374	0.0232	0.3522	0.0658	231.1	21.6353	0.0462
sy 2	1.1737	0.2405	0.00257	0.1198	0.0215	2170.9	2.3032	0.4342
sy 3	0.2381	0.8118	0.00158	0.0653	0.0243	1698.9	2.9432	0.3398
sy 4	0.4780	0.6327	0.00195	0.0699	0.0279	1284.0	3.8940	0.2568
sy 5	-2.0961	0.0361	0.00222	0.0706	0.0315	1010.8	4.9467	0.2022
Ay 1	-0.1667	0.8676	0.00409	0.2894	0.0141	5000.0	1.0000	1.0000
Ay 2	-0.5043	0.6141	0.00423	0.3036	0.0139	5141.5	0.9725	1.0283
Ay 3	0.1376	0.8905	0.00407	0.2881	0.0141	5000.0	1.0000	1.0000
Ay 4	0.5021	0.6156	0.00421	0.2978	0.0141	5000.0	1.0000	1.0000
Ay 5	0.6943	0.4875	0.00443	0.3133	0.0141	5000.0	1.0000	1.0000
iDW	-1.6093	0.1076	0.000983	0.0141	0.0696	206.3	24.2362	0.0413
Residual Var(1)	1.4799	0.1389	0.00403	0.0547	0.0736	184.5	27.0968	0.0369
Residual Var(2)	0.4402	0.6598	0.0440	0.8405	0.0523	365.5	13.6817	0.0731
Residual Var(3)	0.5574	0.5773	0.0415	0.7362	0.0563	315.2	15.8609	0.0630
Residual Var(4)	0.2161	0.8289	0.0546	1.0207	0.0535	348.9	14.3299	0.0698
Residual Var(5)	0.3236	0.7463	0.0785	1.5390	0.0510	384.6	13.0015	0.0769
Residual Var(6)	-0.2813	0.7785	0.0557	1.4936	0.0373	719.4	6.9499	0.1439
Residual Rho(1)	1.7248	0.0846	0.00501	0.0771	0.0650	236.9	21.1026	0.0474
Residual Rho(2)	0.7219	0.4703	0.00102	0.0267	0.0381	690.0	7.2465	0.1380
Residual Rho(3)	0.1008	0.9197	0.000418	0.0105	0.0396	636.2	7.8589	0.1272
Residual Rho(4)	0.3999	0.6893	0.000502	0.0142	0.0354	798.1	6.2649	0.1596
Residual Rho(5)	1.6454	0.0999	0.00172	0.0717	0.0240	1733.9	2.8836	0.3468
Random Var	0.5733	0.5664	0.000399	0.0261	0.0153	4294.6	1.1642	0.8589

¹ MCSE: Monte Carlo standart hata; ² ESS: Etkili örnek büyüklüğü; sy: sürü yılları

Her parametre için hem otokorelasyon grafikleri hem de teşhis testleri incelemesi sonucunda, Markov zincirinin tüm parametreleri için başarılı bir şekilde yakınsamayı gerçekleştirdiği, otokorelasyonun bulunmadığına karar verilmiştir.

4.2.1.9. Model 9: TOEP Varyans- kovaryans yapısı

Parametrelerin sonsal dağılımından örneklerin seçimi eşlenik örnekleyici ve Hamiltonian Monte Carlo (HMC) ile yapılmıştır. Model parametrelerinin önsel seçimleri;

sabit etkiler $N(0,1e4)$ ile normal dağılım, ölçek ve kovaryans parametreleri Residual Cov sabit, Random Var $IG(2,2)$ dağılımı olarak belirlenmiştir. Kovaryans yapısı Toeplitz olarak seçilen model için parametreleri ve kovaryans parametrelerinin sonsal dağılımlarının ortalamaları ve standart sapmaları, en yüksek sonsal yoğunluk bölgesi değerleri Çizelge 4.19’da verilmiştir.

Çizelge 4.19. TOEP model parametreleri için sonsal özeti ve aralıklar

Parametre	N	Ortalama	Standart Sapma	95% HPD ¹ Aralık	
Intercept	5000	25.5021	1.2597	23.1007	28.0312
sy 1	5000	-2.9708	0.8772	-4.6969	-1.3066
sy 2	5000	2.3742	0.4458	1.5400	3.2794
sy 3	5000	0.0388	0.2463	-0.4634	0.5088
sy 4	5000	0.1409	0.2552	-0.3704	0.6321
sy 5	5000	0.8667	0.2457	0.3606	1.3175
Ay 1	5000	-32.0546	0.3212	-32.6748	-31.4325
Ay 2	5000	-21.2185	0.3094	-21.8052	-20.5905
Ay 3	5000	-16.1828	0.2688	-16.7026	-15.6510
Ay 4	5000	-10.2376	0.2398	-10.7079	-9.7604
Ay 5	5000	-5.9184	0.1786	-6.2733	-5.5693
iDW ²	5000	0.2137	0.0259	0.1651	0.2673
Residual Var	5000	4.3413	0.4110	3.5857	5.1757
Residual TOEP(2)	5000	2.1975	0.3835	1.4917	2.9798
Residual TOEP(3)	5000	0.5620	0.2504	0.0730	1.0576
Residual TOEP(4)	5000	-0.3943	0.1987	-0.7946	-0.0191
Residual TOEP(5)	5000	-2.0439	0.3378	-2.6870	-1.3494
Residual TOEP(6)	5000	-2.5381	0.5748	-3.6961	-1.4270
Random Var	5000	0.5979	0.1517	0.3215	0.8843

¹ HPD: En yüksek sonsal yoğunluk; ²iDW: Sütten kesme gün sayısı; sy: sürü yılları

Çizelge 4.19’da HPD’nin incelenmesi sonucunda sürü yılları sy3 ve sy4 istatistiksel olarak anlamsızken diğer parametrelerin anlamlı olduğu görülmektedir. Parametrelere ait otokorelasyon, iz grafikleri ve sonsal dağılımları Ek 9’da verilmiştir. Markov zinciri tüm parametrelerde başarılı bir şekilde yakınsamayı gerçekleştirdiği, otokorelasyonun bulunmadığı, ayrıca sonsal dağılımın neredeyse normal dağıldığı grafiklerden anlaşılmaktadır.

İz grafiklerinden sonra model parametrelerinin teşhis testleri sonuçları Çizelge 4.20’de Markov Zincirin yakınsamasını değerlendirmek amacıyla Geweke testi, Monte

Carlo standart hataları ve etkili örnek büyüklüğü ile otokorelasyon zamanı ve etkinliği verilmiştir. Geweke z testi istatistikleri sonucunda, model parametreler için mutlak değerce büyük z değerlerinin $p > 0.05$ koşulunun sağlandığı görülmüştür. Monte Carlo standart hataya göre değerlendirildiğinde, Monte Carlo standart hata/standart sapma oranı sabit etkiler parametrelerinde %5'den küçük olduğundan yakınsama sağlanmış, ölçek ve kovaryans parametreleri varyans-kovaryans parametreleri Residual Var, Residual TOEP(2), Residual TOEP(5) ve Residual TOEP(6) için %5'den büyük olduğu ancak %5'e çok yakın olduğu görülmüştür. Etkili örnek büyüklüğü ile simülasyon örnek büyüklüğü arasında ölçek ve kovaryans parametreleri için çelişki olmadığı anlaşılmaktadır.

Çizelge 4.20. TOEP model parametrelerinin teşhis testleri

Parametre	Geweke		Monta Carlo Standart Hataları			Etkili Örnek Büyüklüğü		
	z	Pr > z	MCSE ¹	Standart Sapma	MCSE/SD	ESS ²	Otokorelasyon Zamanı	Etkinlik
Intercept	1.4602	0.1442	0.0321	1.2597	0.0255	1538.1	3.2508	0.3076
sy 1	1.7889	0.0736	0.0332	0.8772	0.0378	699.8	7.1449	0.1400
sy 2	1.6343	0.1022	0.0127	0.4458	0.0285	1235.2	4.0478	0.2470
sy 3	-0.2413	0.8093	0.00418	0.2463	0.0170	3478.8	1.4373	0.6958
sy 4	-0.2873	0.7739	0.00457	0.2552	0.0179	3118.4	1.6034	0.6237
sy 5	-2.0844	0.0371	0.00409	0.2457	0.0167	3606.9	1.3862	0.7214
Ay 1	0.7541	0.4508	0.00445	0.3212	0.0139	5204.3	0.9607	1.0409
Ay 2	-0.0564	0.9550	0.00419	0.3094	0.0135	5446.9	0.9180	1.0894
Ay 3	0.8903	0.3733	0.00363	0.2688	0.0135	5466.8	0.9146	1.0934
Ay 4	1.2410	0.2146	0.00339	0.2398	0.0141	5000.0	1.0000	1.0000
Ay 5	0.5691	0.5693	0.00255	0.1786	0.0143	4900.2	1.0204	0.9800
iDW	-1.6512	0.0987	0.000746	0.0259	0.0288	1206.5	4.1441	0.2413
Residual Var	1.7444	0.0811	0.0230	0.4110	0.0561	318.3	15.7109	0.0637
Residual TOEP(2)	1.8375	0.0661	0.0220	0.3835	0.0575	302.8	16.5110	0.0606
Residual TOEP(3)	1.8525	0.0640	0.0120	0.2504	0.0478	437.2	11.4372	0.0874
Residual TOEP(4)	0.1031	0.9179	0.00447	0.1987	0.0225	1975.8	2.5306	0.3952
Residual TOEP(5)	-1.6392	0.1012	0.0179	0.3378	0.0530	356.2	14.0357	0.0712
Residual TOEP(6)	-1.9496	0.0512	0.0344	0.5748	0.0599	278.5	17.9535	0.0557
Random Var	0.0899	0.9283	0.00284	0.1517	0.0187	2849.3	1.7548	0.5699

¹ MCSE: Monte Carlo standart hata; ² ESS: Etkili örnek büyüklüğü; sy: sürü yılları

Genel olarak, her parametre için hem otokorelasyon grafikleri hem de teşhis testleri incelemesi sonucunda, Markov zincirinin tüm parametreler için başarılı bir şekilde yakınsamayı gerçekleştirdiği, otokorelasyonun olmadığına karar verilmiştir.

4.2.1.10. Model 10: TOEPH varyans- kovaryans yapısı

Parametrelerin sonsal dağılımından örneklerin seçimi eşlenik örnekleyici ve Hamiltonian Monte Carlo (HMC) ile yapılmıştır. Model parametrelerinin önsel seçimleri; sabit etkiler $N(0,1e4)$ ile normal dağılım, ölçek ve kovaryans parametreleri Residual Cov sabit, Random Var $IG(2,2)$ dağılımı olarak belirlenmiştir. Kovaryans yapısı heterojen Toeplitz olarak seçilen model için parametreleri ve kovaryans parametrelerinin sonsal dağılımlarının ortalamaları ve standart sapmaları, en yüksek sonsal yoğunluk bölgesi değerleri Çizelge 4.21’de verilmiştir.

Çizelge 4.21. TOEPH model parametreleri için sonsal istatistikleri ve aralıklar

Parametre	N	Ortalama	Standart Sapma	95% HPD ¹ Aralık	
Intercept	5000	20.3556	1.6781	17.2745	24.1366
sy 1	5000	-7.7312	0.6980	-9.0745	-6.3512
sy 2	5000	-0.2198	0.4756	-1.0779	0.7883
sy 3	5000	-0.4641	0.2415	-0.9729	-0.0155
sy 4	5000	-0.4684	0.2353	-0.9340	-0.00928
sy 5	5000	1.0335	0.2840	0.4810	1.6207
Ay 1	5000	-32.0572	0.3618	-32.7550	-31.3534
Ay 2	5000	-21.2226	0.3679	-21.9458	-20.5129
Ay 3	5000	-16.1870	0.3560	-16.8992	-15.5087
Ay 4	5000	-10.2414	0.3497	-10.9202	-9.5576
Ay 5	5000	-5.9215	0.3080	-6.5251	-5.3233
iDW ²	5000	0.3378	0.0329	0.2609	0.3939
Residual Var(1)	5000	5.4940	0.9024	3.5955	7.2434
Residual Var(2)	5000	0.8137	0.5623	0.3933	2.3197
Residual Var(3)	5000	2.0083	0.4925	0.7480	2.7271
Residual Var(4)	5000	2.0744	0.4417	1.1997	2.8796
Residual Var(5)	5000	2.7395	0.4110	2.0007	3.5554
Residual Var(6)	5000	17.8422	2.6862	12.8432	23.0952
Residual TOEPH(1)	5000	0.5531	0.0715	0.4059	0.6767
Residual TOEPH(2)	5000	0.2901	0.0896	0.1099	0.4547
Residual TOEPH(3)	5000	0.2360	0.0854	0.0690	0.3956
Residual TOEPH(4)	5000	0.0698	0.1408	-0.2146	0.3242
Residual TOEPH(5)	5000	0.2819	0.1345	0.0162	0.5261
Random Var	5000	0.4440	0.1230	0.2370	0.6888

¹ HPD: En yüksek sonsal yoğunluk; ²iDW: Sütten kesme gün sayısı; sy: sürü yılları

Çizelge 4.21’de HPD’nin incelenmesi sonucunda sürü yılları sy2 ve Residual TOEPH(4) istatistiksel olarak anlamsızken diğer parametrelerin anlamlı olduğu görülmektedir. Parametrelere ait otokorelasyon, iz grafikleri ve sonsal dağılımları Ek 10’da verilmiştir. Markov zinciri model parametreleri için başarılı bir şekilde

yakınsamayı gerçekleştirdiği, otokorelasyonun bulunmadığı, ayrıca sonsal dağılımın neredeyse normal dağıldığı grafiklerden anlaşılmaktadır. Ölçek ve kovaryans parametreleri artık varyansları için gecikmeler (Lag) düşük korelasyon gözlemlenmektedir.

İz grafiklerinden sonra model parametrelerinin teşhis testleri sonuçları Çizelge 4.22’de Markov Zincirin yakınsamasını değerlendirmek amacıyla Geweke testi, Monte Carlo standart hataları ve etkili örnek büyüklüğü, otokorelasyon zamanı ve etkinliği verilmiştir. Geweke z testi istatistikleri sonucunda sabit, sy5, iDW, Residual Var(1), Residual Var(2) ve Residual Va(3) parametreleri için mutlak değerce büyük z değerleri $p > 0.05$ koşulunu sağlamadığı görülmüştür. Monte Carlo standart hataya göre değerlendirildiğinde, Monte Carlo standart hata/standart sapma oranı ay parametrelerinde parametrelerinde %5’den küçük olduğundan yakınsama sağlanmıştır ancak sabit, sy2, sy3, sy5, iDW, Residual Var(1), Residual Var(2), Residual Var(3), Residual Var(6), Residual TOEPH(1), Residual TOEPH(2), Residual TOEPH(3), Residual TOEPH(4) ve Residual TOEPH(5) parametrelerde %5’den büyük olduğu dolayısıyla yakınsamanın istenilen şekilde gerçekleşmediği anlaşılmaktadır. Etkili örnek büyüklüğü (ESS) ile simülasyon örnek büyüklüğü arasında etkinlik değeri Residual Var(2) ve Residual Var(3) için 0.01 değerinden küçük olduğu için çelişki olduğu anlaşılmaktadır. Etkili örnek büyüklüğüne göre diğer parametrelerde büyük çelişki yoktur ancak bazı parametrelerin 0.01’e yakın olmasından dolayı yorumlamada diğer teşhis testleri ile birlikte dikkate alınması daha doğru sonuçlar verecektir.

Çizelge 4.22. TOEPH model parametrelerinin teşhis testleri

Parametre	Geweke		Monta Carlo Standart Hataları			Etkili Örnek Büyüklüğü		
	z	Pr > z	MCSE	Standart Sapma	MCSE/SD	ESS	Otokorelasyon Zamanı	Etkinlik
Intercept	-2.3923	0.0167	0.2196	1.6781	0.1309	58.4	85.6250	0.0117
sy 1	0.6459	0.5183	0.0179	0.6980	0.0256	1525.9	3.2767	0.3052
sy 2	-1.6994	0.0892	0.0444	0.4756	0.0933	114.9	43.5068	0.0230
sy 3	0.9583	0.3379	0.0186	0.2415	0.0769	169.3	29.5317	0.0339
sy 4	-0.1998	0.8416	0.00583	0.2353	0.0248	1630.6	3.0664	0.3261
sy 5	-3.0137	0.0026	0.0305	0.2840	0.1075	86.5	57.8340	0.0173
Ay 1	0.4766	0.6336	0.00500	0.3618	0.0138	5246.5	0.9530	1.0493
Ay 2	-0.3109	0.7559	0.00508	0.3679	0.0138	5237.4	0.9547	1.0475
Ay 3	0.0746	0.9406	0.00484	0.3560	0.0136	5413.8	0.9236	1.0828
Ay 4	0.2230	0.8236	0.00488	0.3497	0.0139	5139.4	0.9729	1.0279
Ay 5	-0.1178	0.9063	0.00429	0.3080	0.0139	5145.5	0.9717	1.0291
iDW	2.4168	0.0157	0.00434	0.0329	0.1319	57.5	86.9377	0.0115
Residual VAR(1)	2.1612	0.0307	0.0969	0.9024	0.1074	86.7	57.6700	0.0173
Residual VAR(2)	-2.8196	0.0048	0.0953	0.5623	0.1695	34.8	143.6	0.0070
Residual VAR(3)	2.3116	0.0208	0.0745	0.4925	0.1512	43.8	114.3	0.0088
Residual VAR(4)	1.5309	0.1258	0.0514	0.4417	0.1164	73.8	67.7929	0.0148
Residual VAR(5)	-0.6291	0.5293	0.0208	0.4110	0.0507	389.4	12.8389	0.0779
Residual VAR(6)	0.5609	0.5749	0.2274	2.6862	0.0847	139.5	35.8423	0.0279
Residual TOEPH(1)	0.7815	0.4345	0.00713	0.0715	0.0997	100.7	49.6549	0.0201
Residual TOEPH(2)	0.8230	0.4105	0.00840	0.0896	0.0937	113.9	43.9110	0.0228
Residual TOEPH(3)	0.8955	0.3705	0.00574	0.0854	0.0673	221.0	22.6281	0.0442
Residual TOEPH(4)	0.9962	0.3192	0.0130	0.1408	0.0920	118.3	42.2800	0.0237
Residual TOEPH(5)	0.7137	0.4754	0.00874	0.1345	0.0650	236.9	21.1051	0.0474
Random Var	-1.5550	0.1200	0.00528	0.1230	0.0429	543.5	9.1994	0.1087

¹ MCSE: Monte Carlo standart hata; ² ESS: Etkili örnek büyüklüğü; sy: sürü yılları

Her parametre için hem otokorelasyon grafikleri hem de teşhis testleri incelemesi sonucunda, Markov zincirinin aylar için başarılı bir şekilde yakınsamayı gerçekleştirdiği, otokorelasyonun bulunmadığına ancak, ölçek ve kovaryans parametreleri artık varyans, Residual TOEPH, hata varyansı ve sütten kesme gün sayısı için yakınsamanın istenilen şekilde gerçekleşmediğine, düşük otokorelasyonun olduğuna karar verilmiştir.

4.2.1.11. Model 11: UN Varyans- kovaryans yapısı

Parametrelerin sonsal dağılımından örneklerin seçimi eşlenik örnekleyici ile yapılmıştır. Model parametrelerinin önsel seçimleri; sabit etkiler $N(0,1e4)$ ile normal dağılım, ölçek ve kovaryans parametreleri Residual Cov $IW(DF = 9, Scale = 9)$, Random Var $IG(2,2)$ dağılımı olarak belirlenmiştir. Kovaryans yapısı yapılandırılmamış olarak seçilen model için parametreleri ve kovaryans parametrelerinin sonsal dağılımlarının ortalamaları ve standart sapmaları, en yüksek sonsal yoğunluk bölgesi değerleri Çizelge 4.23'te verilmiştir.

Çizelge 4.23. UN model parametreleri için sonsal istatistikleri ve aralıklar

Parametre	N	Ortalama	Standart Sapma	95% HPD ¹ Aralık	
Intercept	5000	36.1302	0.9449	34.2900	37.9510
sy 1	5000	0.1255	0.5489	-0.9809	1.1454
sy 2	5000	0.0515	0.3336	-0.6091	0.7105
sy 3	5000	0.0673	0.1288	-0.1846	0.3186
sy 4	5000	0.0498	0.1294	-0.2018	0.3039
sy 5	5000	0.0709	0.1284	-0.1790	0.3234
Ay 1	5000	-32.0588	0.2823	-32.6451	-31.5284
Ay 2	5000	-21.2220	0.2908	-21.7861	-20.6364
Ay 3	5000	-16.1885	0.2956	-16.7883	-15.6217
Ay 4	5000	-10.2416	0.3064	-10.8593	-9.6554
Ay 5	5000	-5.9175	0.3088	-6.5463	-5.3426
iDW ²	5000	0.0103	0.0185	-0.0257	0.0464
Residual UN(1,1)	5000	0.1884	0.0467	0.1148	0.2837
Residual UN(2,1)	5000	-0.0684	0.2352	-0.5124	0.3892
Residual UN(2,2)	5000	4.1512	0.6856	2.9183	5.5409
Residual UN(3,1)	5000	0.0177	0.1988	-0.3649	0.4043
Residual UN(3,2)	5000	3.1752	0.5996	2.0616	4.3649
Residual UN(3,3)	5000	3.9813	0.6122	2.8819	5.1980
Residual UN(4,1)	5000	0.0201	0.2541	-0.4623	0.5307
Residual UN(4,2)	5000	4.0258	0.7194	2.7390	5.4758
Residual UN(4,3)	5000	4.4706	0.7123	3.1413	5.8562
Residual UN(4,4)	5000	5.9967	0.8755	4.3278	7.6887
Residual UN(5,1)	5000	-0.0416	0.3308	-0.6591	0.6392
Residual UN(5,2)	5000	5.4634	0.8971	3.8913	7.3130
Residual UN(5,3)	5000	4.7099	0.8224	3.1916	6.3807
Residual UN(5,4)	5000	6.5966	1.0159	4.7490	8.6818
Residual UN(5,5)	5000	9.1552	1.2841	6.8359	11.7349
Residual UN(6,1)	5000	-0.1385	0.3007	-0.7204	0.4517
Residual UN(6,2)	5000	1.5813	0.6737	0.2997	2.9111
Residual UN(6,3)	5000	1.2691	0.6302	0.0680	2.5371
Residual UN(6,4)	5000	1.8482	0.7606	0.4526	3.4623
Residual UN(6,5)	5000	3.4360	0.9687	1.6401	5.3816
Residual UN(6,6)	5000	10.4639	1.3865	7.8027	13.1404
Random Var	5000	0.1402	0.0307	0.0866	0.1993

¹ HPD: En yüksek sonsal yoğunluk; ²iDW: Sütten kesme gün sayısı;
sy: sürü yılları

Çizelge 4.23'te HPD'nin incelenmesi sonucunda tüm sürü yılları, iDW, Residual UN(2,1), Residual UN(3,1), Residual UN(4,1), Residual UN(5,1) ve Residual UN(6,1) istatistiksel olarak anlamsızken diğer parametrelerin anlamlı olduğu görülmektedir. Parametrelere ait otokorelasyon, iz grafikleri ve sonsal dağılımları Ek 11'de verilmiştir. Markov zinciri tüm parametreler için başarılı bir şekilde yakınsamayı gerçekleştirdiği, otokorelasyonun bulunmadığı, ayrıca sonsal dağılımların neredeyse normal dağıldığı grafiklerden anlaşılmaktadır.

İz grafiklerinden sonra model parametrelerinin teşhis testleri sonuçları Çizelge 4.24'de Markov Zincirin yakınsamasını değerlendirmek amacıyla Geweke testi, Monte Carlo standart hataları ve etkili örnek büyüklüğü, otokorelasyon zamanı ve etkinliği verilmiştir. Geweke z testi istatistikleri sonucunda, sy2, sy5 ve Residual UN(6,6) parametreleri için mutlak değerce büyük z değerleri $p > 0.05$ koşulunu sağlamadığı görülmüştür. Monte Carlo standart hataya göre değerlendirildiğinde, Monte Carlo standart hata/standart sapma oranı sy1, sy2, Residual UN(2,1), Residual UN(3,1), Residual UN(4,1) ve Residual UN(5,1) parametrelerinde %5'den büyük olduğu ancak %5'e çok yakın olduğu anlaşılmaktadır. Etkili örnek büyüklüğü ile simülasyon örnek büyüklüğü arasında etkinlik değerine göre çelişki olmadığı anlaşılmaktadır.

Çizelge 4.24. UN model parametrelerinin teşhis testleri

Parametre	Geweke		Monta Carlo Standart Hataları			Etkili Örnek Büyüklüğü		
	z	Pr > z	MCSE ¹	Standart Sapma	MCSE/SD	ESS ²	Otokorelasyon Zamanı	Etkinlik
Intercept	0.7386	0.4601	0.0368	0.9449	0.0389	660.4	7.5707	0.1321
sy 1	2.1697	0.0300	0.0280	0.5489	0.0509	385.3	12.9761	0.0771
sy 2	1.0568	0.2906	0.0180	0.3336	0.0540	342.5	14.5970	0.0685
sy 3	0.4737	0.6357	0.00299	0.1288	0.0232	1852.2	2.6995	0.3704
sy 4	0.2222	0.8242	0.00282	0.1294	0.0218	2105.5	2.3748	0.4211
sy 5	-2.3034	0.0213	0.00316	0.1284	0.0246	1648.4	3.0332	0.3297
Ay 1	0.9224	0.3563	0.00386	0.2823	0.0137	5338.8	0.9365	1.0678
Ay 2	0.4914	0.6232	0.00404	0.2908	0.0139	5175.3	0.9661	1.0351
Ay 3	1.0284	0.3038	0.00410	0.2956	0.0139	5209.2	0.9598	1.0418
Ay 4	0.4652	0.6418	0.00426	0.3064	0.0139	5177.5	0.9657	1.0355
Ay 5	-0.4156	0.6777	0.00429	0.3088	0.0139	5193.6	0.9627	1.0387
iDW	-0.9838	0.3252	0.000788	0.0185	0.0426	550.3	9.0865	0.1101
Residual UN(1,1)	0.9388	0.3478	0.00176	0.0467	0.0377	701.8	7.1245	0.1404
Residual UN(2,1)	1.2021	0.2293	0.0150	0.2352	0.0637	246.2	20.3062	0.0492
Residual UN(2,2)	0.8443	0.3985	0.0324	0.6856	0.0472	448.3	11.1533	0.0897
Residual UN(3,1)	1.9431	0.0520	0.0115	0.1988	0.0578	299.8	16.6754	0.0600
Residual UN(3,2)	1.1207	0.2624	0.0273	0.5996	0.0455	483.0	10.3518	0.0966
Residual UN(3,3)	1.4806	0.1387	0.0239	0.6122	0.0390	657.4	7.6058	0.1315
Residual UN(4,1)	1.7864	0.0740	0.0154	0.2541	0.0605	273.2	18.3042	0.0546
Residual UN(4,2)	1.0768	0.2816	0.0317	0.7194	0.0441	514.3	9.7213	0.1029
Residual UN(4,3)	1.2615	0.2071	0.0279	0.7123	0.0392	650.0	7.6923	0.1300
Residual UN(4,4)	1.1345	0.2566	0.0306	0.8755	0.0349	819.2	6.1038	0.1638
Residual UN(5,1)	1.2450	0.2131	0.0205	0.3308	0.0621	259.6	19.2584	0.0519
Residual UN(5,2)	0.8187	0.4129	0.0383	0.8971	0.0426	550.0	9.0903	0.1100
Residual UN(5,3)	0.9584	0.3378	0.0339	0.8224	0.0412	589.8	8.4768	0.1180
Residual UN(5,4)	0.8988	0.3687	0.0390	1.0159	0.0384	679.4	7.3591	0.1359
Residual UN(5,5)	0.5851	0.5585	0.0423	1.2841	0.0330	920.7	5.4305	0.1841
Residual UN(6,1)	-1.6937	0.0903	0.0136	0.3007	0.0451	491.7	10.1681	0.0983
Residual UN(6,2)	-1.5670	0.1171	0.0172	0.6737	0.0256	1530.8	3.2662	0.3062
Residual UN(6,3)	-1.4985	0.1340	0.0142	0.6302	0.0226	1965.7	2.5436	0.3931
Residual UN(6,4)	-1.4446	0.1486	0.0169	0.7606	0.0222	2029.2	2.4641	0.4058
Residual UN(6,5)	-1.5982	0.1100	0.0225	0.9687	0.0232	1851.2	2.7010	0.3702
Residual UN(6,6)	-2.2862	0.0222	0.0303	1.3865	0.0219	2093.4	2.3884	0.4187
Random Var	-0.8471	0.3969	0.000470	0.0307	0.0153	4262.9	1.1729	0.8526

¹ MCSE: Monte Carlo standart hata; ² ESS: Etkili örnek büyüklüğü; sy: sürü yılları

Her parametre için hem otokorelasyon grafikleri hem de teşhis testleri incelemesi sonucunda, her ne kadar teşhis testleri sonucunda sy1, sy2, Residual UN(2,1), Residual UN(3,1), Residual UN(4,1) ve Residual UN(5,1) parametreleri yakınsama ile ilgili sorunlar olabileceğini gösterse de değerlerin istenilen sonuçlara çok yakın olması ve iz grafikleri Markov zincirinin genel olarak tüm parametreler için yakınsamayı gerçekleştirdiği, otokorelasyonun bulunmadığına karar verilmiştir.

4.2.1.12. Model 12: Varyans- kovaryans yapısı ARMA

Parametrelerin sonsal dağılımından örneklerin seçimi eşlenik örnekleyici ve Hamiltonian Monte Carlo (HMC) ile yapılmıştır. Model parametrelerinin önsel seçimleri; sabit etkiler $N(0,1e4)$ ile normal dağılım, ölçek ve kovaryans parametreleri Residual Cov sabit, Random Var $IG(2,2)$ dağılımı olarak belirlenmiştir. Kovaryans yapısı ARMA olarak seçilen model için parametreleri ve kovaryans parametrelerinin sonsal dağılımlarının ortalamaları ve standart sapmaları, en yüksek sonsal yoğunluk bölgesi değerleri Çizelge 4.25’de verilmiştir.

Çizelge 4.25. ARMA model parametreleri için sonsal istatistikleri ve aralıklar

Parametre	N	Ortalama	Standart Sapma	95% HPD ¹ Aralık	
Intercept	5000	23.8427	1.3921	21.1666	26.5673
sy 1	5000	-5.1890	0.8284	-6.7472	-3.4923
sy 2	5000	1.7317	0.4700	0.8456	2.6724
sy 3	5000	-0.2765	0.2908	-0.8765	0.2769
sy 4	5000	-0.1169	0.3031	-0.7023	0.4754
sy 5	5000	1.1241	0.2928	0.5679	1.7073
Ay 1	5000	-32.0542	0.2356	-32.5261	-31.6061
Ay 2	5000	-21.2186	0.2360	-21.7015	-20.7784
Ay 3	5000	-16.1832	0.2359	-16.6635	-15.7380
Ay 4	5000	-10.2374	0.2434	-10.7251	-9.7644
Ay 5	5000	-5.9187	0.1892	-6.3231	-5.5683
iDW ²	5000	0.2550	0.0280	0.1986	0.3081
Residual Var	5000	3.7195	0.2337	3.3094	4.2016
Residual Gamma	5000	0.3536	0.0438	0.2704	0.4413
Residual Rho	5000	-0.1521	0.1547	-0.4585	0.1654
Random Var	5000	0.5765	0.1593	0.2913	0.8831

¹HPD: En yüksek sonsal yoğunluk; ²iDW: Sütten kesme gün sayısı; sy: sürü yılları

Çizelge 4.25’de HPD’nin incelenmesi sonucunda sürü yılları sy3, sy4 ve Residual Rho istatistiksel olarak anlamsızken diğer parametrelerin anlamlı olduğu görülmektedir. Parametrelere ait otokorelasyon, iz grafikleri ve sonsal dağılımları Ek 12’de verilmiştir. Markov zinciri sabit etkiler sürü yılı, ay ve sütten kesme gün sayısı için ve varyans-kovaryans parametreleri için başarılı bir şekilde yakınsamayı gerçekleştirdiği, otokorelasyonun bulunmadığı, ayrıca sonsal dağılımın neredeyse normal dağıldığı grafiklerden anlaşılmaktadır.

İz grafiklerinden sonra model parametrelerinin teşhis testleri sonuçları Çizelge 4.26’da Markov Zincirin yakınsamasını değerlendirmek amacıyla Geweke testi, Monte

Carlo standart hataları ve etkili örnek büyüklüğü, otokorelasyon zamanı ve etkinliği verilmiştir. Geweke z testi istatistikleri sonucunda, tüm parametreler için mutlak değerce büyük z değerleri $p > 0.05$ koşulunu sağladığı görülmüştür. Monte Carlo standart hataya göre değerlendirildiğinde, Monte Carlo standart hata/standart sapma oranı tüm parametrelerinde %5'den küçük olduğundan yakınsama sağlanmıştır. Etkili örnek büyüklüğü ile simülasyon örnek büyüklüğü arasında parametreler için çelişki olmadığı anlaşılmaktadır.

Çizelge 4.26. ARMA model parametrelerinin teşhis testleri

Parameter	Geweke		Monta Carlo Standart Hataları			Etkili Örnek Büyüklüğü		
	z	Pr > z	MCSE ¹	Standart Sapma	MCSE/SD	ESS ²	Otokorelasyon Zamanı	Etkinlik
Intercept	-0.1127	0.9103	0.0238	1.3921	0.0171	3435.6	1.4554	0.6871
sy 1	-0.2017	0.8402	0.0155	0.8284	0.0187	2857.9	1.7496	0.5716
sy 2	-0.2078	0.8354	0.00791	0.4700	0.0168	3532.2	1.4156	0.7064
sy 3	-1.5230	0.1278	0.00413	0.2908	0.0142	4960.2	1.0080	0.9920
sy 4	-1.3543	0.1756	0.00435	0.3031	0.0143	4857.1	1.0294	0.9714
sy 5	-1.1892	0.2344	0.00435	0.2928	0.0149	4528.2	1.1042	0.9056
Ay 1	0.8979	0.3692	0.00327	0.2356	0.0139	5196.7	0.9621	1.0393
Ay 2	-0.3321	0.7398	0.00318	0.2360	0.0135	5500.8	0.9090	1.1002
Ay 3	0.9455	0.3444	0.00319	0.2359	0.0135	5459.6	0.9158	1.0919
Ay 4	1.5328	0.1253	0.00344	0.2434	0.0141	5000.0	1.0000	1.0000
Ay 5	0.8654	0.3868	0.00270	0.1892	0.0143	4898.3	1.0208	0.9797
iDW	0.0494	0.9606	0.000484	0.0280	0.0173	3340.1	1.4970	0.6680
Residual Var	-1.3576	0.1746	0.00751	0.2337	0.0321	969.4	5.1580	0.1939
Residual Gamma	-0.1168	0.9070	0.00125	0.0438	0.0286	1224.0	4.0850	0.2448
Residual Rho	0.7237	0.4692	0.00446	0.1547	0.0288	1202.3	4.1588	0.2405
Random Var	0.1255	0.9001	0.00319	0.1593	0.0201	2484.8	2.0122	0.4970

¹ MCSE: Monte Carlo standart hata; ² ESS: Etkili örnek büyüklüğü; sy: sürü yılları

Her parametre için hem otokorelasyon grafikleri hem de teşhis testleri incelemesi sonucunda, Markov zincirinin tüm parametrelerin başarılı bir şekilde yakınsamayı gerçekleştirdiğine, otokorelasyonun bulunmadığına karar verilmiştir.

4.2.2. Bilgi içeren önsel seçimi ile varyans- kovaryans yapıları

Varyans- kovaryans yapısı varyans bileşenleri ve yapılandırılmamış olan iki farklı model, varyans- kovaryans parametreleri için bilgi içeren önsel seçimi ile yeniden oluşturulmuştur. Modellerin sabit etkiler parametreleri için ortalaması 0, varyansı 10000 olan normal dağılım seçilmiştir. Kovaryans yapı tipi VC ve UN olarak belirlenmiştir.

Varyans-kovaryans yapıları için bilgi içeren önsel dağılım seçimleri, her varyans kovaryans yapısı için oluşturulan model sonuçlarında verilmiştir. Veri setinin Bayesci, çözümü için 10.000 iterasyon uzunluğundaki tek bir zincir olarak PROC BGLIMM ile çalıştırılmıştır. Başlangıçtaki 500 iterasyon burn-in olarak atılmış ve otokorelasyonu azaltmak için her 2. örnek kaydedilmiştir. Her bir parametre için toplam 5.000 örnek kaydedilmiş ve örnek değerlerinin ortalamaları parametrelerin tahmini olarak kullanılmıştır.

4.2.2.1. Model 1a: VC varyans- kovaryans yapısı için bilgi içeren önsel sonuçları

Parametrelerin sonsal dağılımından örneklerin seçimi eşlenik örnekleyici ile yapılmıştır. Model parametrelerinin önsel seçimleri; sabit etkiler $N(0,1e4)$ ile normal dağılım, ölçek ve kovaryans parametreleri Residual Cov $IW(DF = 4, Scale = 9)$, Random Var $IG(0.01,0.01)$ dağılımı bilgi içeren önsel olarak belirlenmiştir. Kovaryans yapısı varyans bileşenleri olarak seçilen model için parametreleri ve kovaryans parametrelerinin sonsal dağılımlarının ortalamaları ve standart sapmaları, en yüksek sonsal yoğunluk bölgesi değerleri Çizelge 4.27’de verilmiştir.

Çizelge 4.27. Model parametreleri için sonsal istatistikleri ve aralıklar

Parametre	N	Ortalama	Standart Sapma	95% HPD Aralık	
Intercept	5000	22.9771	1.1401	20.8587	25.2402
sy 1	5000	-6.0094	0.6717	-7.2624	-4.6690
sy 2	5000	1.3812	0.3840	0.6681	2.2025
sy 3	5000	-0.3130	0.2232	-0.7525	0.1125
sy 4	5000	-0.1611	0.2345	-0.6044	0.3138
sy 5	5000	1.1819	0.2268	0.7207	1.6103
Ay 1	5000	-32.0539	0.2179	-32.5008	-31.6490
Ay 2	5000	-21.2183	0.2171	-21.6372	-20.7984
Ay 3	5000	-16.1839	0.2221	-16.6204	-15.7729
Ay 4	5000	-10.2386	0.2178	-10.6551	-9.8162
Ay 5	5000	-5.9177	0.2206	-6.3639	-5.4870
iDW	5000	0.2753	0.0227	0.2316	0.3192
Scale	5000	3.3209	0.1732	2.9998	3.6724
Random Var	5000	0.5979	0.1608	0.3263	0.9298

¹ HPD: En yüksek sonsal yoğunluk; ²iDW: Sütten kesme gün sayısı; sy: sürü yılları

Çizelge 4.27’den de anlaşılacağı üzere sürü yılı sy3 ve sy4 istatistiksel olarak anlamsızken diğer parametreler anlamlıdır. Bir başka değişle, sürü yılı 3 ve 4’ün canlı ağırlığını önemli bir şekilde etkilemediği %95 bayes güven aralığında söylenebilir. Ek 14’de iz grafikleri, otokorelasyon grafikleri ve sonsal yoğunluk grafikleri verilmiştir. Markov zincirinin başarılı bir şekilde yakınsamayı gerçekleştirdiği her bir grafikte görülmektedir. Her parametre için otokorelasyon grafikleri incelendiğinde ise otokorelasyonun bulunmadığı, ayrıca sonsal dağılımın neredeyse normal dağıldığı görülmektedir. Sonuç olarak, tüm parametreler için yakınsamanın sağlandığı söylenir.

Model parametreleri için teşhis testleri sonuçları Çizelge 4.28’de verilmiştir. Çizelgede Markov Zincirin yakınsamasını değerlendirmek amacıyla Geweke testi, Monte

Carlo standart hataları ve etkili örnek büyüklüğü gösterilmiştir. Geweke z testi istatistikleri sonucunda, mutlak değerce büyük z değerleri $p > 0.05$ koşulunun tüm parametreler için sağlandığı ve yakınsamanın gerçekleştiği görülmektedir. Ayrıca, Monte Carlo standart hataya göre değerlendirildiğinde, Monte Carlo standart hata/standart sapma oranı tüm parametreler için %5'den küçük olduğundan yakınsama sağlanmıştır. Etkili örnek büyüklüğü ile simülasyon örnek büyüklüğü arasında çelişki olmadığı, dolayısıyla tüm parametreler için yakınsamanın sağlandığı görülmektedir.

Çizelge 4.28. Model parametreleri teşhis testleri

Parametre	Geweke		Monta Carlo Standart Hataları			Etkili Örnek Büyüklüğü		
	z	Pr > z	MCSE ¹	Standart Sapma	MCSE/SD	ESS ²	Otokorelasyon Zamanı	Etkinlik
Intercept	0.9995	0.3176	0.0207	1.1401	0.0182	3020.2	1.6555	0.6040
sy 1	1.1386	0.2549	0.0127	0.6717	0.0189	2785.0	1.7954	0.5570
sy 2	-0.5493	0.5828	0.00735	0.3840	0.0191	2732.1	1.8301	0.5464
sy 3	-1.1625	0.2450	0.00332	0.2232	0.0149	4508.7	1.1090	0.9017
sy 4	-1.0441	0.2964	0.00342	0.2345	0.0146	4689.9	1.0661	0.9380
sy 5	-1.9108	0.0560	0.00321	0.2268	0.0141	5000.0	1.0000	1.0000
Ay 1	-0.6852	0.4932	0.00308	0.2179	0.0141	5000.0	1.0000	1.0000
Ay 2	-2.1610	0.0307	0.00316	0.2171	0.0145	4730.8	1.0569	0.9462
Ay 3	-0.0384	0.9694	0.00294	0.2221	0.0132	5700.0	0.8772	1.1400
Ay 4	-0.0228	0.9818	0.00308	0.2178	0.0141	5000.0	1.0000	1.0000
Ay 5	-0.7727	0.4397	0.00315	0.2206	0.0143	4895.6	1.0213	0.9791
iDW	-0.9225	0.3563	0.000408	0.0227	0.0180	3093.7	1.6162	0.6187
Scale	1.0020	0.3163	0.00250	0.1732	0.0144	4801.8	1.0413	0.9604
Random Var	-0.6605	0.5089	0.00314	0.1608	0.0195	2621.1	1.9076	0.5242

¹ MCSE: Monte Carlo standart hata; ² ESS: Etkili örnek büyüklüğü; sy: sürü yılları

Her parametre için hem otokorelasyon grafikleri hem de teşhis testleri incelemesi sonucunda, Markov zincirinin yakınsadığına karar verildikten sonra parametreler için elde edilen sonsal özet istatistiklerinin güvenilir olduğu söylenir.

4.2.2.2. Model 11a: UN varyans- kovaryans yapısı için bilgi içeren önsel sonuçları

Parametrelerin sonsal dağılımından örneklerin seçimi eşlenik örnekleyici ile yapılmıştır. Model parametrelerinin önsel seçimleri; sabit etkiler $N(0,1e4)$ ile normal dağılım, ölçek ve kovaryans parametreleri Residual Cov $IW(DF = 9, Scale = 9)$, Random Var $IG(0.01,0.01)$ dağılımı bilgi içeren önsel olarak belirlenmiştir. Kovaryans yapısı yapılandırılmamış olarak seçilen model için parametreleri ve kovaryans parametrelerinin sonsal dağılımlarının ortalamaları ve standart sapmaları, en yüksek sonsal yoğunluk bölgesi değerleri Çizelge 4.29'da verilmiştir.

Çizelge 4.29. Model parametreleri için sonsal istatistikleri ve aralıklar

Parametre	N	Ortalama	Standart Sapma	95% HPD ¹ Aralık	
Intercept	5000	36.6630	0.8174	35.0412	38.1851
sy 1	5000	0.2871	0.4627	-0.5759	1.2065
sy 2	5000	0.0269	0.2945	-0.5777	0.5701
sy 3	5000	0.0580	0.1247	-0.1871	0.2990
sy 4	5000	0.0372	0.1247	-0.1970	0.2930
sy 5	5000	0.0374	0.1235	-0.2021	0.2808
Ay 1	5000	-32.0582	0.2823	-32.6374	-31.5187
Ay 2	5000	-21.2214	0.2914	-21.7976	-20.6461
Ay 3	5000	-16.1875	0.2958	-16.7617	-15.5919
Ay 4	5000	-10.2407	0.3066	-10.8435	-9.6367
Ay 5	5000	-5.9169	0.3092	-6.5308	-5.3236
iDW ²	5000	0.000189	0.0157	-0.0296	0.0314
Residual UN(1,1)	5000	0.1736	0.0365	0.1110	0.2425
Residual UN(2,1)	5000	0.0398	0.2235	-0.3942	0.4712
Residual UN(2,2)	5000	4.3807	0.6825	3.0836	5.7168
Residual UN(3,1)	5000	0.0931	0.1824	-0.2681	0.4389
Residual UN(3,2)	5000	3.3731	0.5915	2.2522	4.5441
Residual UN(3,3)	5000	4.1472	0.6021	3.0916	5.3742
Residual UN(4,1)	5000	0.1373	0.2311	-0.3001	0.5978
Residual UN(4,2)	5000	4.2654	0.7121	2.9785	5.6928
Residual UN(4,3)	5000	4.6782	0.7020	3.4327	6.1018
Residual UN(4,4)	5000	6.2466	0.8681	4.7102	8.0172
Residual UN(5,1)	5000	0.1383	0.3048	-0.4649	0.7277
Residual UN(5,2)	5000	5.7648	0.8947	4.1952	7.6488
Residual UN(5,3)	5000	4.9795	0.8150	3.5414	6.6533
Residual UN(5,4)	5000	6.9087	1.0130	5.0853	8.9355
Residual UN(5,5)	5000	9.5294	1.2899	7.1943	12.1280
Residual UN(6,1)	5000	-0.0292	0.2598	-0.5241	0.4931
Residual UN(6,2)	5000	1.8138	0.6775	0.5503	3.1704
Residual UN(6,3)	5000	1.4673	0.6297	0.2985	2.7691
Residual UN(6,4)	5000	2.0886	0.7661	0.5883	3.5914
Residual UN(6,5)	5000	3.7399	0.9795	1.8988	5.6740
Residual UN(6,6)	5000	10.6966	1.3825	8.2279	13.6487
Random Var	5000	0.0177	0.0100	0.00278	0.0382

¹HPD: En yüksek sonsal yoğunluk; ²iDW: Sütten kesme gün sayısı;

sy: sürü yılları

Çizelge 4.29’da en yüksek sonsal yoğunluk bölgesi (HPD)’nin incelenmesi sonucunda tüm sürü yılları, iDW, Residual UN(2,1), Residual UN(3,1), Residual UN(4,1), Residual UN(5,1) ve Residual UN(6,1) istatistiksel olarak anlamsızken diğer parametrelerin anlamlı olduğu görülmektedir. Parametrelere ait otokorelasyon, iz grafikleri ve sonsal dağılımları Ek 13’te verilmiştir. Markov zinciri tüm parametreler için

başarılı bir şekilde yakınsamayı gerçekleştirdiği, otokorelasyonun bulunmadığı grafiklerden anlaşılmaktadır.

İz grafiklerinden sonra model parametrelerinin teşhis testleri sonuçları Çizelge 4.30'da Markov Zincirin yakınsamasını değerlendirmek amacıyla Geweke testi, Monte Carlo standart hataları ve etkili örnek büyüklüğü, otokorelasyon zamanı ve etkinliği verilmiştir. Geweke z testi istatistikleri sonucunda, sy1, sy5 ve Residual UN(6,6) parametreleri için mutlak değerce büyük z değerleri $p > 0.05$ koşulunu sağlamadığı görülmüştür. Monte Carlo standart hataya göre değerlendirildiğinde, Monte Carlo standart hata/standart sapma oranı Residual UN(2,1), Residual UN(3,1), Residual UN(4,1) ve Residual UN(5,1) parametrelerinde %5'den büyük olduğu ancak çok küçük farklarla büyük olduğu anlaşılmaktadır. Etkili örnek büyüklüğü ile simülasyon örnek büyüklüğü arasında parametreler için büyük bir çelişki olmadığı anlaşılmaktadır.

Çizelge 4.30. Model parametrelerinin teşhis testleri

Parameter	Geweke		Monta Carlo Standart Hataları			Etkili Örnek Büyüklüğü		
	z	Pr > z	MCSE	Standart Sapma	MCSE/SD	ESS	Otokorelasyon Zamanı	Etkinlik
Intercept	0.6497	0.5159	0.0280	0.8174	0.0342	853.8	5.8562	0.1708
sy 1	2.0092	0.0445	0.0191	0.4627	0.0412	589.2	8.4856	0.1178
sy 2	0.7856	0.4321	0.0146	0.2945	0.0497	405.5	12.3313	0.0811
sy 3	0.0571	0.9544	0.00263	0.1247	0.0211	2252.7	2.2195	0.4505
sy 4	-0.2032	0.8390	0.00249	0.1247	0.0200	2504.2	1.9967	0.5008
sy 5	-2.4263	0.0153	0.00269	0.1235	0.0218	2101.9	2.3788	0.4204
Ay 1	0.9029	0.3666	0.00388	0.2823	0.0137	5306.9	0.9422	1.0614
Ay 2	0.4542	0.6497	0.00406	0.2914	0.0139	5150.9	0.9707	1.0302
Ay 3	0.9939	0.3203	0.00410	0.2958	0.0139	5198.5	0.9618	1.0397
Ay 4	0.4212	0.6736	0.00426	0.3066	0.0139	5169.7	0.9672	1.0339
Ay 5	-0.4650	0.6419	0.00428	0.3092	0.0138	5219.1	0.9580	1.0438
iDW	-0.8912	0.3728	0.000586	0.0157	0.0374	716.7	6.9765	0.1433
Residual UN(1,1)	1.4293	0.1529	0.00123	0.0365	0.0337	879.7	5.6835	0.1759
Residual UN(2,1)	1.0047	0.3150	0.0125	0.2235	0.0561	317.6	15.7434	0.0635
Residual UN(2,2)	0.5702	0.5685	0.0235	0.6825	0.0344	843.8	5.9255	0.1688
Residual UN(3,1)	1.7485	0.0804	0.00931	0.1824	0.0511	383.6	13.0344	0.0767
Residual UN(3,2)	0.7860	0.4319	0.0203	0.5915	0.0342	853.0	5.8616	0.1706
Residual UN(3,3)	1.1302	0.2584	0.0178	0.6021	0.0296	1138.4	4.3920	0.2277
Residual UN(4,1)	1.6055	0.1084	0.0124	0.2311	0.0537	346.2	14.4435	0.0692
Residual UN(4,2)	0.7305	0.4651	0.0231	0.7121	0.0325	949.3	5.2671	0.1899
Residual UN(4,3)	0.8826	0.3774	0.0208	0.7020	0.0296	1140.3	4.3846	0.2281
Residual UN(4,4)	0.7438	0.4570	0.0244	0.8681	0.0281	1266.7	3.9472	0.2533
Residual UN(5,1)	1.0751	0.2823	0.0169	0.3048	0.0556	323.7	15.4441	0.0647
Residual UN(5,2)	0.5219	0.6017	0.0282	0.8947	0.0315	1009.2	4.9546	0.2018
Residual UN(5,3)	0.6014	0.5476	0.0252	0.8150	0.0309	1047.2	4.7748	0.2094
Residual UN(5,4)	0.5314	0.5952	0.0287	1.0130	0.0283	1245.3	4.0150	0.2491
Residual UN(5,5)	0.2525	0.8006	0.0346	1.2899	0.0268	1390.9	3.5949	0.2782
Residual UN(6,1)	-1.4688	0.1419	0.0104	0.2598	0.0401	621.5	8.0446	0.1243
Residual UN(6,2)	-1.5273	0.1267	0.0153	0.6775	0.0226	1950.9	2.5629	0.3902
Residual UN(6,3)	-1.5000	0.1336	0.0125	0.6297	0.0199	2532.2	1.9746	0.5064
Residual UN(6,4)	-1.5335	0.1252	0.0153	0.7661	0.0199	2512.6	1.9900	0.5025
Residual UN(6,5)	-1.6526	0.0984	0.0207	0.9795	0.0211	2244.2	2.2280	0.4488
Residual UN(6,6)	-2.0368	0.0417	0.0265	1.3825	0.0192	2717.2	1.8401	0.5434
Random Var	-0.6251	0.5319	0.000427	0.0100	0.0426	551.1	9.0731	0.1102

¹ MCSE: Monte Carlo standart hata; ² ESS: Etkili örnek büyüklüğü; sy: sürü yılları

Her parametre için hem otokorelasyon grafikleri hem de teşhis testleri incelemesi sonucunda, her ne kadar ortak teşhis testleri, bazı parametreleri ile ilgili yakınsama sorunları olabileceğini gösterse de sonuçların istenilen sonuçlara çok yakın olduğu ve iz grafiklerinden Markov zincirinin genel olarak tüm parametreler için yakınsamayı gerçekleştirdiği, otokorelasyonun bulunmadığına karar verilmiştir.

4.3. Model Karşılaştırma Kriterleri Sonuçları

Bilgi içermeyen önsel seçimiyle oluşturulmuş 12 farklı varyans-kovaryans yapısı ile toplamda 12 model oluşturulmuş ve sonuçları değerlendirilmiştir. Sapma kriteri (DIC), Bayes analizi sonuçlarının yorumlanmasında en uygun modelin seçimi için kullanılmıştır. DIC, önsel bilgi ile veri arasındaki uyumun, bir başka deyişle parametreler için sonsal dağılımın iyi bir özet istatistiğinin en uygun modelinin seçimi için kullanılacaktır. Çizelge 4.30'da modellerin DIC değerleri verilmiştir. Bu değerler $DIC = Dbar + pD = Dhat + 2pD$ eşitliği ile hesaplanır. Burada pD , modelde yer alması gereken etkili parametre sayısı, sapmanın sonsal dağılımının ortalaması $Dbar$ ve log-olabilirliklerin Gibbs örnekleme iterasyonu sonucunda hesaplanmış ortalamasıdır. θ modelin bilinmeyen parametreleri varsayıldığında θ 'nın sonsal ortalamasındaki sapması $Dhat$ 'dır.

Çizelge 4.31. Modellerin karşılaştırılması

	Model	DIC	Dbar	Dhat	pD
Bilgi içermeyen	VC	3320.31	3269.89	3219.47	50.42
	CS	3327.76	3280.51	3233.27	47.25
	CSH	3014.26	2966.70	2919.13	47.57
	HF	2895.96	2891.27	2886.59	4.68
	AR(1)	3290.40	3249.74	3209.08	40.66
	ARH(1)	2965.02	2913.68	2862.34	51.34
	FA(1)	2551.29	2481.55	2411.80	69.74
	ANTE	2533.23	2475.89	2418.55	57.34
	TOEP	3214.28	3163.33	3112.38	50.95
	TOEPH	2910.90	2872.92	2834.93	37.98
	UN	2499.38	2460.82	2422.27	38.55
	ARMA	3278.50	3234.29	3190.08	44.21
Bilgi içeren	VC	3320.20	3270.73	3221.27	49.47
	UN	2482.95	2459.34	2435.74	23.60

En küçük DIC değerine sahip model en uygun model olarak belirlenir. Bilgi içermeyen önsel dağılımlara sahip modeller kendi içinde değerlendirildiğinde 12 farklı model içinde DIC değeri en küçük olan yapılandırılmamış (UN) varyans-kovaryans yapısına sahip model olmuştur. En uygun model olarak belirlenen yapılandırılmamış kovaryans yapısı için sütten kesilmiş 8 aylık 4154 adet kuzunun tekrarlanan ölçümlü canlı ağırlık verilerine ait model varyans-kovaryans matrisi aşağıdaki gibidir.

Çizelge 4.32. R varyans-kovaryans matrisi

R Matrisi						
Satır	Sütun 1	Sütun 2	Sütun 3	Sütun 4	Sütun 5	Sütun 6
1	0.1884	-0.06837	0.01771	0.02012	-0.04155	-0.1385
2	-0.06837	4.1512	3.1752	4.0258	5.4634	1.5813
3	0.01771	3.1752	3.9813	4.4706	4.7099	1.2691
4	0.02012	4.0258	4.4706	5.9967	6.5966	1.8482
5	-0.04155	5.4634	4.7099	6.5966	9.1552	3.4360
6	-0.1385	1.5813	1.2691	1.8482	3.4360	10.4639

Varyans tahminleri Çizelge 4.32.'deki matrisin köşegen elemanlarıdır ve birbirinden farklı olduğu için heterojen kovaryans yapısındadır. Varyans-kovaryans matrisi R 'nin satır ve sütunları tekrarlı ölçüm zaman değerini temsil etmektedir. Birinci aydan altıncı aya doğru canlı ağırlık verilerinin varyansının büyüdüğü görülmektedir. Başlangıçtaki canlı ağırlık değişkenliği 0.1884 iken altıncı ayda canlı ağırlık değişkenliği 10.4639 olmuştur. Canlı ağırlıklar aylara göre arttıkça değişkenliğin artması beklenen bir durumdur. Yapılandırılmamış varyans- kovaryans yapısındaki model için korelasyon matrisi Çizelge 4.33.'de verilmiştir.

Çizelge 4.33. R korelasyon matrisi

R Korelasyon Matrisi						
Satır	Sütun 1	Sütun 2	Sütun 3	Sütun 4	Sütun 5	Sütun 6
1	1.0000	-0.07730	0.02045	0.01892	-0.03164	-0.09865
2	-0.07730	1.0000	0.7810	0.8069	0.8862	0.2399
3	0.02045	0.7810	1.0000	0.9150	0.7801	0.1966
4	0.01892	0.8069	0.9150	1.0000	0.8903	0.2333
5	-0.03164	0.8862	0.7801	0.8903	1.0000	0.3510
6	-0.09865	0.2399	0.1966	0.2333	0.3510	1.0000

Çizelge 4.32.'de genel olarak birbirine yakın gözlem çiftleri arasında korelasyonun daha yüksek, birbirine uzak gözlem çiftleri arasında ise daha düşük olduğu görülmektedir.

Varyans bileşenleri ve yapılandırılmamış varyans- kovaryans yapısı için bilgi içeren önsel belirlenmesi durumlarına göre oluşturulan iki model oluşturulmuş ve sonuçları değerlendirilmiştir. Bilgi içeren önsel seçiminde incelenen iki kovaryans yapısından yapılandırılmamış model DIC değeri olarak daha küçük olduğu Çizelge 4.31’da görülmektedir. Dolayısıyla hem bilgi içeren hem de bilgi içermeyen önsel seçimlerinde bu tez çalışmasında kullanılan canlı ağırlık verileri için yapılandırılmamış model en uygun kovaryans yapısı olarak belirlenmiştir.



5. TARTIŞMA

Tekrarlanan ölçüm analizleri, zootekni araştırmalarında yaygın bir tasarımıdır ve analiz, aynı deney biriminden, zaman veya mekan üzerinde gözlemlenen çoklu ölçümlere dayanır. Hayvan bilimlerinde canlı ağırlık, kan parametreleri ve metabolizma ürünleri, besinlerin sindirilebilirliği ve besleme gibi deney tasarımlarında tekrarlanan ölçüm analizleri kullanılır. Bu tür ölçümler genellikle yemler, ilaçlar, hormonlar gibi sabit etkilere rastgele tahsis edilmiş deney birimlerinden, tasarımda rastgele etkiler olarak kabul edilen kalemler veya bloklarla alınır. Çoğu zaman, aynı hayvan üzerinde yapılan ölçümlerin, farklı hayvanlar üzerinde yapılan iki ölçümden daha fazla korelasyon gösterme olasılığı daha yüksektir ve aynı hayvan üzerinde zaman içinde daha yakın olarak alınan iki ölçümün, zaman içinde daha uzak yapılan ölçümlerden daha fazla korelasyon olması muhtemeldir. Tekrarlanan ölçüm verilerinin temel amaçları, basit faktör etkilerini (ana etkiler) ve bunlar arasındaki etkileşimin etkilerini incelemektir. Tekrarlanan ölçüm analizi modelinin diğer modellerden ayırt edici özelliği, hata varyansı ve kovaryans yapısı hakkındaki varsayımlardır. Tekrarlanan modelle, hata varyanslarının bağımsız ve homojen olduğuna ilişkin olağan varsayımlar artık geçerli değildir. Bu nedenle, tekrarlanan ölçüm verilerinin analizi, aynı birim üzerinde yapılan gözlemler ile zaman içinde aynı birim üzerindeki gözlemler arasındaki olası heterojen varyanslar arasındaki korelasyonlar için uygun bir hesaplama gerektirir. Wang ve Goonewardene (2004), zaman içinde eksik verilere ve eşit olmayan zaman aralıklarına ve daha da önemlisi, modelde kovaryans yapısına izin verdiği için hayvan çalışmalarında tekrarlanan ölçüm tasarımlarının analizi için karışık modelin kullanılması önermişlerdir. Uygun kovaryans seçimi ile genel lineer modellerin tekrarlanan ölçüm verileri için uygun ve tutarlı sonuçlar verdiği sonucuna varmışlardır. Ancak, tekrarlanan ölçüm veri analizinde pek çok kovaryans yapısı arasından analiz için en uygun yapıyı seçmek, verilerin gerçek yapısına en uygun varyans kovaryans yapısını belirlemek her zaman kolay değildir. Literatürün de gösterdiği gibi, kovaryans yapılarına izin veren genel doğrusal karışık modellerin tekrarlı ölçüm verileri için uygun model olduğu düşüncesinden yola çıkarak canlı ağırlık verilerinin analizi için GLM seçilmiştir.

Bu çalışmada, tekrarlı ölçümlerin çözümleri REML ve ML parametre tahmin yöntemleri yerine, bazı avantajlarından yararlanmak için Bayes yöntemleri ile yapılmıştır. Bayes yöntemleri ve Bayes teoremi, geleneksel istatistiklerde genellikle resmi olarak yapılamayan bilgi içeren önsellerin kullanımı yoluyla önceki bulguları mevcut bulgularla birleştirmek için doğal bir “zincir” sağlar. Bu nedenle, güvenilir önsel bilgi mevcutsa bilgi içeren öncelikler kullanılmalıdır. Dolayısıyla, Bayes tahmin edicilerinin doğal yapısı, verilerde bulunan parametreler hakkındaki bilgilere ve ayrıca ön bilgilere bağlıdır. Bu da Bayes yöntemlerinin potansiyel avantajlarından biridir. Bu nedenle, veriler ilgilenilen parametreler hakkında çok az bilgi içerdiğinde Bayes yönteminin klasik prosedürlerden daha iyi sonuç vermesi beklenmektedir (Fırat 2021). Ayrıca, Bayes yöntemi, ilgilenilen parametrelerdeki değerler hakkındaki belirsizliği dolaylı olarak hesaba katar. Bayes yöntemlerinin sonsal dağılımlar üzerinden çıkarımlara sahip olmasının, tahminler etrafındaki belirsizliği yorumlama ve daha da önemlisi, daha sonraki analizde bu tür belirsizliği yayma yeteneğini bilgi içeren önsel seçimi ile büyük ölçüde geliştirmesi avantajlarından biridir. Önsel bilgi çok güvenilir değilse, mevcut tüm bilgilerden daha az bilgi içeren bir önsel bilgi oluşturulabilir. Ya da bilgi içermeyen önsel dağılımlar, eldeki

analize dahil edilen verilerin öncesinde hakkında pek fazla şey bilinmeyen parametreler için Bayes çıkarımına izin vermek için kullanılabilir.

Bayes yaklaşımında, varyans unsurlarının negatif tahmin problemiyle karşılaşılması, küçük örneklem büyüklüğüne sahip veri kümelerinde simülasyon yöntemiyle örneklem boyutunun artırılması bir diğer avantajıdır. Başar ve Fırat (2016), Gibbs örnekleme yaklaşımını kullanan Bayesci tahmin yönteminin, özellikle küçük örnek veri kümeleri için, geleneksel yöntemlere kıyasla, dengeli iki yönlü iç içe tasarım altında varyans bileşenlerini tahmin etmek için uygun olduğu sonucuna vurgulamışlardır. Yomi-Owojori vd. (2020) çalışmalarında, Varyans Bileşeni (VC), Bileşik Simetri (SC) ve Birim matris (ID) olmak üzere üç tür varyans yapısını, tekrarlanan ölçüm tasarımı parametrelerinde kovaryans matrisi için Wishart önsel dağılımı seçimiyle Bayes yaklaşımı kullanılarak inceledi ve farklı varyans yapılarının etkilerinin küçük örneklem boyutu durumlarında önemli ölçüde farklı olması nedeniyle, tekrarlanan ölçüm tasarımları için yaygın olan küçük örneklem boyutu deneylerinde Bayes yaklaşımının uygun olduğunu savundu. En büyük farklılıkları örneklem boyutu küçük olduğunda, ancak örnek boyutları büyük olduğunda farklı kovaryans yapılarının aynı sonuçlara yaklaştığını belirttiler. Ancak, Bayes yöntemleri, verileri küçük örneklem boyutlarıyla modellemek için daha iyi donanımlı olsa da tahminler önsel dağılımın özelliklerine oldukça duyarlıdır. McNeish (2016), bu yönün dikkate alınmazsa, Bayes tahminlerinin, gerçekte klasik yöntemlerden daha kötü olabileceğini vurgulamıştır.

Bati (2017), parametre tahmin yöntemlerinden ML ve REML'in performanslarını CS, VC, AR(1), SP(POW), UN, TOEP, CSH, ARH1, TOEPH, FA(1), FA1(1), ARMA(1,1), TOEP2, UNR, UN(1) ve ANTE(1) varyans-kovaryans yapısı için test etmiştir. Eşit zaman aralıklarına sahip veri setinde varyans-kovaryans yapısı FA(1), eşit olmayan zaman aralıklı veride en uygun varyans-kovaryans yapısı ANTE(1) olarak belirlemiştir. Ayrıca, ML ve REML'in parametre tahmin yöntemlerinin performansları bakımından belirgin bir farklılık olmadığını belirtmiştir. Ayrıca, tekrarlı ölçümlerin eşit zaman aralıklı olup olmasının doğrudan varyans-kovaryans yapısı üzerinde etkili olduğunu savunmuştur. Kincaid (2005), veri yeterliyse, her zaman yapılandırılmamış kovaryans yapısının herhangi bir varsayım içermediği için uygun olabileceğini belirtmiştir. Varyans-kovaryans yapısının homojen ya da heterojen yapıda olması, eksik gözlemlili verinin varlığı, zaman aralıklarının eşit olup olmaması, tekrarlı ölçüm sayısının azlığı ya da çokluğu varyans-kovaryans yapısını belirlemede etkilidir. Literatürde veri yapısının eksik gözlemlili olup olmamasına, homojen olup olmamasına, aralıklarının eşit olup olmamasına, tekrarlı ölçüm sayısının azlığı ya da çokluğu göre hangi varyans-kovaryans yapısının uygun olduğu kesin değildir. Kendi içinde karışık dinamikleri barındıran tekrarlı ölçüm modelleri için birden çok kovaryans yapısının denenerek en uygun modelin seçilmesi daha doğrudur.

Farklı kovaryans yapılarına ait parametre sayıları farklılık göstermektedir. Parametre sayısı arttıkça karmaşılaşan kovaryans yapılarında yakınsamada bazı sorunlar yaşanabilmektedir. Veri sayısı yeteri kadar büyük olduğunda yakınsama sorunu karmaşık bir kovaryans yapısı için de çözülebilir olacağı bu çalışmada gösterilmiştir. Bu çalışmada incelenen varyans- kovaryans yapılarından HF, TOEPH ve UN yapıları için yakınsama ile ilgili bazı sorunlara dikkat çekse de iz grafikleri ile teşhis testleri birlikte göz önüne alınırsa yakınsamanın genel olarak gerçekleştiği görülmektedir. Sadece bir yakınsama

aracına güvenmek yerine farklı yakınsama araçlarının birlikte değerlendirilmesinin daha uygundur.

Bayes analizinin birçok avantajına rağmen, pratikte uygulanması konusunda devam eden bir tartışma vardır. Bilgi içeren önsel seçiminde varsayılan öznellik ve Bayes yöntemlerinin uygulanmasındaki hesaplama zorlukları iki ana dezavantajdır. Yeteri kadar büyük örneklem seçimi bilgi içeren önsel seçimindeki öznelliği nispeten ortadan kaldırabilir. SAS programının yeni prosedürü PROC BGLIMM ile Bayes analizlerin daha kolay yapılmasına olanak sağlaması hesaplama zorluklarını nispeten kolaylaştırmıştır. Bu Bayes prosedürü PROC BGLIMM, Markov zinciri Monte Carlo yöntemlerini kullanarak genelleştirilmiş doğrusal karma modelleri uydurmak için özel olarak tasarlanmıştır. Daha fazla programlama bilgisi gerektiren PROC MCMC'ye göre daha kullanıcı dostu olması bu yeni prosedürün Bayes analizlerin daha fazla araştırmacı tarafından tercih edileceğinin bir göstergesidir. PROC BGLIMM, performans için paralel hale getirilmiş verimli örnekleme algoritmaları kullanır, bu da iyi karıştırma ve daha hızlı hesaplama ile sonuçlanır (SAS 2019). PROC BGLIMM'in ayrıca eksik verileri, iç içe çok düzeyli modelleri ve tekrarlanan ölçüm verilerini işlemek için işlevsellik sağlaması bir başka tercih sebebi olacaktır. Yeni prosedürün kullanılarak yapılacağı çalışmaların artacağına olan inanç, ek özelliklerin gelecekteki sürümlerde eklenerek daha esnek hesaplamalar yapmaya imkan sağlayacağının belirtilmesinden kaynaklanmaktadır (SAS 2019).

Aynı zamanda hesaplama açısından da uygulanabilir ve çıkarımsal problemlere olabilirliğe dayalı tahmin yöntemlerinden çok daha mantıklı cevaplar verdiği saha deneylerini analiz etmede bazı önemli pratik avantajları olduğunu literatürle desteklenmektedir. Örneğin, önceki deneylerden elde edilen sonuçları, sonraki bir denemede önsele oldukça doğal bir şekilde dahil edilebilir ve makul gerçekçi formülasyonları analiz etmek ve model belirsizliğini ele almak için MCMC yöntemlerini kullanmak daha fazla araştırmacıya özgürlük sağlayabilir (Fırat 2021).

Bayesci analizlerin doğru yorumlanabilmesi için araştırmacı MCMC ile ilgili yeterli bilgi sahibi olmalıdır. Sonsal dağılımın MCMC yakınsamasının gerçekleşmediği durumlarda sonuçları yorumlarken dikkatli olunmalıdır. Daha uzun zincirler oluşturarak ya da farklı önseller seçerek yakınsama sağlanabilir ve analizlerin doğruluğu artırılabilir. İz grafikleri yakınsama teşhisi için literatürde kullanılan en etkin yakınsama testidir. Ancak sadece bir yakınsama aracına güvenmek yerine farklı teşhis testleri de kullanmak daha doğru sonuçlar verecektir. Bu tez çalışmasında iz grafikleri ile farklı teşhis testleri Geweke testi, Monte Carlo standart hataları ve etkili örneklem büyüklüğü birlikte değerlendirilmiştir. Tez çalışmasında kullanılan veriler için tüm parametrelerin sonsal dağılımlarında genel olarak yakınsama gerçekleşmiştir. Dolayısıyla, canlı ağırlık verileri için parametrelerin güvenilir sonsal istatistikleri elde edilmiş ve yorumları verilmiştir.

Belirlenen 12 farklı varyans- kovaryans yapısı için oluşturulan modellerin DIC değerlerinin UN (DIC: 2499.38), ANTE (DIC: 2533.23) ve FA (DIC: 2551.29) için birbirine yakın olduğu diğer modellere göre ciddi farklar olduğu gözlenmiştir. Lunn vd. (2013) tercih edilen bir modeli seçerken DIC değerindeki farklılıkları yorumlamak için "yaklaşık" kuralları tartışmışlardır. Karşılaştırılan modellerin DIC değerleri arasındaki farklara göre 10'dan fazla farklılıklar için daha yüksek DIC'li modeli çıkartılması; 5 ile 10 arasındaki farklar için, daha küçük DIC değerli model lehine "önemli" farklılıkları yansıttığı ve modeller arasında 5'ten az olan farklılıklar için tercih edilen bir model

seçmenin yanıltıcı sonuçlarının olabileceği sonucuna varmışlardır. Birbirine en yakın DIC değerli UN ve ANTE varyans-kovaryans yapısındaki modeller arasında 33.85'lik fark 10'dan büyük olduğu için en küçük DIC değerli modeli tercih etmek uygun bulunmuştur. Bu tez çalışmasında DIC değeri en küçük olan model seçilmiştir ancak gelecek çalışmalarda, birbirine yakın DIC değerli kovaryans yapıları belirlenerek DIC değerlerinin yanında grafiksel yöntemlerden de yararlanılabilir. Örneğin, modeller arasında 10'dan küçük farklılıklar varsa modellerin tahminlerinin standart hatalarının aralıkları incelenerek karar verilebilir. Başar (2016), tercih edilen model üzerinden yorumlama yapmaya geçmeden önce Bayes yöntem sonuçlarını ML yöntem sonuçları ile karşılaştırmanın doğru bir düşünce olacağını savunmuştur. İki yöntem sonuçları birbiri ile kıyaslanamayacak kadar farklı ise MCMC uygulamasında dikkatli olmak gerekir. Bu tez çalışmasında, ML analizleri sonuçlarına değinilmemiş olsa da UN yapısı için analiz sonuçları MCMC sonuçlarının geçerliliğini kuvvetlendirmek adına kontrol edilmiştir. Sonuç olarak bu açıdan MCMC analizleri güvenilirirdir.

Çalışma, farklı varyans-kovaryans yapılarının canlı ağırlık gibi biyolojik verilere, tekrarlanan ölçüm tasarımları için Bayes yaklaşımının uygun olduğunu kanıtlamıştır. Literatür incelemesi sonucunda Bayes yöntemler ile çözümü yapılmış bu çeşitlilikte varyans- kovaryans yapısı modeline rastlanmamıştır. Daha sonraki araştırmacılar için canlı ağırlık gibi tekrarlı ölçüm verilerinde varyans-kovaryans yapılarının kolaylıkla çok çeşitli modellenebileceği ve içlerinden en uygun modelin seçilerek daha isabetli tahminlerin yapılabileceği bu tez çalışması ile gösterilmiştir.

6. SONUÇLAR

Bu tez çalışmasında, sütten kesilmiş 8 aylık 4154 adet kuzuya ait tekrarlanan ölçümlü canlı ağırlık verileri farklı kovaryans yapıları ile modellenerek Bayes analizleri üzerine çalışılmıştır. Bilgi içermeyen önsel seçiminde 12 farklı kovaryans yapısı ile bilgi içeren önsel seçiminde varyans bileşenleri ve yapılandırılmamış varyans- kovaryans yapıları için modeller oluşturulmuş ve sonuçları incelenmiştir. Çalışmada tüm modeller için yakınsamanın istenilen şekilde gerçekleştiği, ciddi yakınsama sorunları olmadığı dolayısıyla çalışma verilerinin yeterli örneklem büyüklüne sahip olduğu anlaşılmaktadır. Aynı zamanda, yakınsamanın gerçekleşmiş olması modeller için yapılacak analiz yorumlarının geçerli olduğunun bir göstergesidir.

Çalışmada model seçim kriteri olarak, MCMC yöntemi ile elde edilmiş modellerin sonsal dağılımlarını kullan, verilerin modele uyumu ve modelin karmaşıklığı arasındaki ilişkiye dayalı bir kriter olan Bayes sapma kriteri DIC kullanılmıştır. En uygun model DIC değeri en küçük olan model olarak belirlenmiştir. Bilgi içermeyen 12 kovaryans yapısı arasından en küçük DIC değerini veren yapılandırılmamış (UN) varyans-kovaryans yapısı en uygun model olarak belirlenmiştir (Bkz. Çizelge 4.31). UN durumunda heterojen bir yapı ve varyans kovaryanslar için herhangi bir varsayım söz konusu olmamakla beraber aynı zamanda tekrarlanan ölçüm sayısı az olduğunda araştırmacı için iyi bir seçim olabilmektedir. Ancak, tıpkı geleneksel regresyonda olduğu gibi, modelde mümkün olduğunca az parametreye sahip olmak en uygun olanıdır. Parametre sayısı attıkça model karmaşılaşacaktır ve model ne kadar karmaşık olursa, veriler o kadar spesifik olacaktır dolayısıyla daha az genellenebilir olur. Mümkün olduğunda daha basit modeli tercih etmemiz gerektiği inancı ile karar verilmelidir. Sonuç olarak, tekrarlı ölçüm sayısı az olduğunda ve veri seti dengeli olduğunda tekrarlı ölçüm analizlerinde, UN kovaryans yapısı zootehni verileri için tercih edilebilir uygun bir yapı olarak görülmüştür. Bilgi içeren önsel seçiminde incelenen iki kovaryans yapısı için de yine yapılandırılmamış model DIC değeri olarak daha küçüktür. Dolayısıyla hem bilgi içeren hem de bilgi içermeyen önsel seçiminde bu tez çalışmasında kullanılan canlı ağırlık verileri için yapılandırılmamış model en uygun kovaryans yapısı olarak belirlenmiştir. Burada tekrarlı ölçüm sayısının çok olmaması ve verilerin eşit zaman aralıklı dengeli veri olması bu modelin seçiminde etkili olmuştur.

Genel lineer modellerde ilgilenilen parametreler hakkında çıkarımlarda bulunmak için klasik yaklaşımların çeşitli sınırlamaları vardır. Bu sınırlamalar, asimptotik teoriye güvenmeyi ve model parametreleri için belirsizliği hesaba katmamayı içerdiği için daha karmaşık modelleri idare edemeyebilir. Klasik yaklaşımlarla ilgili sorunların çoğunu ortadan kaldıran bir alternatif yaklaşım olarak Bayes yaklaşımı bilinmeyen parametreler hakkında çıkarımlar yapmak için önerilmiştir. Bayes tahmin edicileri, verilerde bulunan parametreler hakkındaki bilgilere ve ayrıca önsel bilgilere bağlıdır. Bu, Bayes yöntemlerinin potansiyel avantajlarından biridir. Bilgi içermeyen önsel seçimine alternatif bilgi içeren önsel seçiminde varyans bileşenleri ve yapılandırılmamış varyans-kovaryans yapıları için toplamda iki model oluşturulmuş ve sonuçları incelenmiştir. Bilgi içermeyen önsel ile bilgi içeren önsel seçimlerinin sonuçlarının çok benzer olduğu görülmüştür. Örneklem büyüklüğünün yeteri kadar büyük olması bilgi içeren ya da bilgi içermeyen önsel seçiminin sonsal dağılımı çok etkilemeyeceğinin sonucudur.

Literatürde her ne kadar klasik yöntemler ile varyans-kovaryans yapılarının modellenmesine ilişkin çalışmalar olsa da Bayesci yöntemler ile varyans-kovaryans yapılarının modellenmesini içeren çok fazla çalışmaya rastlanmamıştır. Bu çalışma ile parametre tahmin yöntemi Bayes olan varyans-kovaryans yapısının modellenmesi ile ilgili bugüne kadar yapılmış çalışmalar arasından en geniş çeşitlilik sunulmuştur. Daha sonraki araştırmacılar için canlı ağırlık gibi tekrarlı ölçüm verilerinde varyans-kovaryans yapılarının kolaylıkla çok çeşitli modellenebileceği ve içlerinden en uygun modelin seçilerek daha isabetli tahminlerin yapılabileceği gösterilmiştir.

Bu çalışma ile Bayes yönteminin uygulanması, özellikle farklı varyans-kovaryans yapılarının seçiminde sadece sonuçların yorumlanmasını kolaylaştırmakla kalmadığını, aynı zamanda araştırmacının herhangi bir varyans-kovaryans yapısı için Markov zinciri Monte Carlo yaklaşımlarını kullanarak karmaşık formülasyonları kolaylıkla analiz edebileceğini belirtilmiştir. Bayes yaklaşımı, model parametreleri ile önsel bilgileri birleştirebilen çıkarımı tahmin ve karar vermek için kendi içinde tutarlı bir teori sunar. Bu haliyle, hayvancılıkta canlı ağırlık verileri gibi tekrarlı ölçümlerde uygulanabilir olduğu anlaşılmaktadır.

Sonuç olarak bu tez çalışmasında, zootekni çalışmalarında sıklıkla kullanılan tekrarlı ölçüm deney tasarımları için Bayes çözümleri farklı kovaryans yapılarında modellenmiş ve sonuçları yorumlanmıştır. Genel olarak literatürde Bayes çözümler için PROC MCMC ile modellenen birkaç farklı kovaryans yapısına alternatif 12 farklı kovaryans yapısı PROC BGLIMM ile modellenmiş ve bu yeni prosedür tanıtılmıştır. PROC BGLIMM prosedürünün tekrarlı ölçüm analizlerinin Bayes çözümleri için etkili ve uygun bir yöntem olduğu anlaşılmaktadır. Bilimsel araştırmadaki ilerleme, birikmiş bilgiye dayanır mantığından yola çıkarak doğası gereği Bayesci çözümlerin zootekni alanında daha fazla yer bulacağına inanıyoruz.

7. KAYNAKLAR

- Abacı, S.H. 2018. Genomik seleksiyonda Blup ve Bayes yöntemlerinin karşılaştırılması, Doktora Tezi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Samsun, 98 s.
- Akaike, H. 1973. Information theory and an extension of the maximum likelihood principle. In: B. N. Petrov and F. Cs'aki, eds., 2nd International Symposium on Information Theory, Akad'emia Kiad'o, Budapest, pp. 267-281.
- Akar, M. and Gündoğdu, S. 2013. *The Usage of Bayes Theory in Fisheries Sciences. Journal of Fisheries Sciences com*, 8: 8-16.
- Akbaş, Y., Fırat, M.Z. ve Yakupoğlu, Ç. 2001. Hayvancılıkta tekrarlanan ölçümlerin analizinde kullanılan farklı modellerin karşılaştırılması ve SAS uygulamaları. Tarımsal Bilişim Teknolojileri Sempozyumu, 20-22 Eylül, Sütçü İmam Üniversitesi, Kahramanmaraş.
- Ali, T. E. and Schaeffer, L. R. 1987. *Accounting for covariances among test day milk yields in dairy cows. Canadian Journal of Animal Science*, 67(3): 637-644.
- AL-Marshadi, A.H. 2007. *The new approach to guide the selection of the covariance structure in mixed model. Research Journal of Medicine and Medical Sciences*, 2(2): 88-97.
- Arslan, S. ve Kara, M. 2018. *Tekrarlanan Ölçümlerde Varyans-Kovaryans Unsurlarının Tahmin Edilmesinde Farklı Yaklaşımların Performanslarının Karşılaştırılması. Türk Tarım ve Doğa Bilimleri Dergisi*, 5 (3): 310-316.
- Başar, K. E. 2016. Tarımsal Deneme Planlarının Bayesian Yöntemi ile Analizleri. Doktora tezi, Akdeniz Üniversitesi, Antalya, 132 s.
- Başar, E. K. ve Fırat, M. Z. 2016. *Comparison of Methods of Estimating Variance Components in Nested Designs. Anadolu University Journal of Science and Technology B-Theoretical Sciences*, 4(1): 1-10.
- Bati, C.T. 2017. Tekrarlı Ölçümlü Denemelerde Varyans-Kovaryans Yapısının Belirlenmesinde Parametre Tahmin Yöntemlerinin Değerlendirilmesi. Yüksek lisans tezi, Yüzüncü Yıl üniversitesi, Van, 78s.
- Brewer, B. J. 2009. Introduction to Bayesian statistics. The University of Auckland, 98 p.
- Chan, J.S.K. and Choy S.T.B. 2008. *Analysis of covariance structures in time series. Journal of Data Science*, 6: 573-589.
- Chen, F., Brown, G. and Stokes, M. 2016. Fitting your favorite mixed models with PROC MCMC. In Proceedings of the SAS Global Forum 2016 Conference, SAS Institute Cary, NC.

- Çetin, Ş. 2009. Tekarlanan Ölçümlü Denemelerde Kovaryans Yapılarının Karşılaştırılması. Yüksek Lisans Tezi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Samsun, 117 s.
- Davis, C.S. 2002. Statistical Methods for the Analysis of Repeated Measurements. Springer, New York, 412 p.
- Ekici, O. 2009. *İstatistikte Bayesyen ve Klasik Yaklaşımın Kavramsal Farklılıkları*. Balıkesir University Journal of Social Sciences Institute, 12(21).
- Erkan G., 2019. Klasik ve Bayesci Yapısal Eşitlik Modellerinde Parametre Tahminlerinin Karşılaştırılması: Sıralı Kategorik Verilerle Bir Uygulama. Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara, 109 s.
- Eyduran, E., Taliyer, A., Waheed, A. ve Tariq, M.M. 2013. *Determination of the most appropriate covariance structure for data with missing observations in repeated measures design*. Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi Doğa Bilimleri Dergisi, 16(3): 32-37
- Fienberg, S. E. 2006. *When did Bayesian inference become “Bayesian”?*. Bayesian analysis, 1(1): 1-40.
- Fitzmaurice, G.M., Laird, N.M. and Ware, J.H. 2004. Applied Longitudinal Analysis. Wiley and Sons, New York, 506 p.
- Fırat, M.Z., Theobald, C.M. and Thompson, R., 1997. *Multivariate Analysis of Test Day Milk Yield of British Holstein-Friesian Heifers Using Gibbs Sampling*. Acta Agriculturae Scandinavica Section A Animal Sciences, 47(4): 221-229.
- Fırat, M. Z., Karaman, E., Başar, E. K., and Narinc, D. 2016. *Bayesian analysis for the comparison of nonlinear regression model parameters: an application to the growth of Japanese quail*. Brazilian Journal of Poultry Science, 18(SPE): 19-26.
- Fırat, M. Z. 2021. *Bayesian analysis of agricultural experiments using PROC MCM*. Black Sea Journal of Agriculture, 1-2.
- Gabriel, K. R. 1962. *Ante-dependence analysis of an ordered set of variables*. The Annals of Mathematical Statistics, 201-212.
- Galiç A. 2002. Hayvan Islahında Boğa Modellerinin Gibbs Örneklemesi Kullanılarak Bayesian Analizi. Yüksek Lisans Tezi, Akdeniz Üniversitesi, Antalya, 40 s.
- Gamerman, D. 1997. *Sampling from the Posterior Distribution in Generalized Linear Models*. Statistics and Computing, 7:57–68.
- Gelman, A. and Hill, L.S. 2007. Data analysis using regression and multilevel/hierarchical models. Cambridge University Press, New York, 648 p.
- Gelman, A., Carlin, J.B., Stern, H.S., Dunson, D.B., Vehtari, A., and Rubin, D.B. 2013. Bayesian data analysis (3d ed.). Chapman and Hall/CRC, Boca Raton, FL, 675 p.

- Gelman, A., Carlin, J. B., Stern, H. S., Dunson, D. B., Vehtari, A. and Rubin, D. B. 2014. *Bayesian data analysis*. Chapman and Hall/ CRC, New York, 675 p.
- Geman, S. and Geman, D. 1984. *Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images. IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, (6): 721-741.
- Gomez, E.V., Schaaje, G.B. and Fellinghem, G.W. 2005. *Performance of the Kenward Roger Method when the Covariance Structure is Selected Using AIC and BIC. Communications in Statistics- Simulation and Computation*, 34(2): 377-392
- Hasting, W. 1970. *Monte Carlo sampling methods using Markov Chains and their applications. Biometrika*, 57: 97-109.
- Hoffman, M. D. and Gelman, A. 2014. *The No-U-Turn Sampler: Adaptively Setting Path Lengths in Hamiltonian Monte Carlo. Journal of Machine Learning Research*, 15:1351–1381.
- İyit, N. 2008. *İlişkili Veri Analizinde Lineer Karma Modellerin Yapılandırılması. Doktora Tezi, Selçuk Üniversitesi, Konya*, 175 s.
- Jennrich, R. I., and Schluchter, M. D. (1986). Unbalanced Repeated-Measures Models with Structured Covariance Matrices. *Biometrics* 42:805–820.
- Kadarmideen, H.N., Rekaya, R. And Gionala, D. 2001. *Genetic parameters for clinical mastitis in Holstein-Friesians in the United Kingdom: a Bayesian analysis, British Society of Animal Science*, 73: 229-240.
- Kincaid, C. 2005. Guidelines for selecting the covariance structure in mixed model analysis. In *Proceedings of the thirtieth annual SAS users group international conference*, Vol. 30, pp. 198-130, SAS Institute Inc., Car, North Carolina.
- Kızılkaya, K., Garrick, D. J., Fernando, R. L., Mestav, B. and Yıldız, M. A. 2010. *Use of linear mixed models for genetic evaluation of gestation length and birth weight allowing for heavy-tailed residual effects. Genetics Selection Evolution*, 42(1): 26-39.
- Koch, K. R. 2007. *Introduction to Bayesian statistics*. Springer Science and Business Media NY, 261 p.
- Lindsey, H. L. 2011. *An Introduction to Bayesian Methodology via WinBUGS and PROC MCMC*. M.Sc. Thesis, Brigham Young University, Utah, 215 p.
- Littell, R.C., Henry, P. R. and Ammerman, C. B. 1998. *Statistical analysis of repeated measures data using SAS procedures. Journal of Animal Science*, 76(4): 1216-1231.
- Littell, R. C., Pendergast, J. and Natarajan, R. 2000. *Modeling covariance structure in the analysis of repeated measures data. Statistics in Medicine* 19:1793–1819.

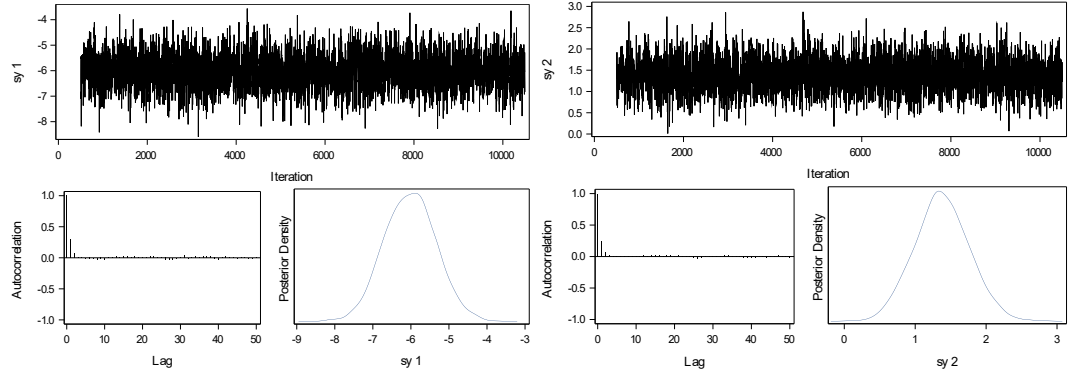
- Liu, C., Cao, D., Chen, P. and Zagar, T. 2007. Random and repeated statements-How to Use Them to Model the Covariance Structure in Proc Mixed. IN Paper S02-2007, Eli Lilly and Company, Indianapolis, IN Paper S02-2007.
- Lunn, D., Jackson, C., Best, N., Thomas, A. and Spiegelhalter, D. 2013. The BUGS book: A practical introduction to Bayesian analysis. CRC Press, New York, 399 p.
- McNeish, D. 2016. *On using Bayesian methods to address small sample problems. Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 23(5): 750-773.
- Neal, R. M. 2011. MCMC Using Hamiltonian Dynamics. In: Brooks, S., Gelman, A., Jones, G. L. and Meng, X.L., *Handbook of Markov Chain Monte Carlo*. CRC Press, FL, pp. 113–161.
- Odegard, J., Jensen, J., Madsen, P., Gianola, D., Klemetsdal, G. and Heringstad, B. 2003. *Detection of mastitis in dairy cattle by use of mixture models for repeated somatic cell scores: A Bayesian approach via Gibbs sampling. Journal of dairy science*, 86(11): 3694-3703.
- Öztürkmen, A. 2019, Büyüme modeli parametrelerin tahmininde dirençli bayesian yaklaşımı. Yüksek lisans tezi, Aydın Adnan Menderes Üniversitesi, Aydın, 58 s.
- Peters, S., Ozoje, M. and Kizilkaya, K. 2017a. Utility of robust mixed models in describing growth of seven strains of chicken using Logistics and Richards growth Functions. 2017 Annual Meeting of Poultry Science Association, USA.
- Peters, S., Ozoje, M. and Kizilkaya, K. 2017b. Application of Bayesian robust mixed model in the use of non-linear functions to describe growth of three turkey genotypes. 2017 Annual Meeting of Poultry Science Association, USA.
- Roy, V. 2020. *Convergence diagnostics for Markov chain Monte Carlo. Annual Review of Statistics and Its Application*, 7: 387-412.
- SAS Institute, 2019. The BGLIMM procedure. SAS/STAT 15.2 User's Guide file online. <https://support.sas.com/documentation/onlinedoc/stat/151/bglimm.pdf> [son erişim tarihi: 27.12.2021]
- Schuurman, N. K., Grasman, R. P. P. P. and Hamaker, E. L. 2016. *A comparison of inverse-wishart prior specifications for covariance matrices in multilevel autoregressive models. Multivariate Behavioral Research*, 51(2-3), 185-206.
- Schwarz, G. 1978. *Estimating the dimension of a model. Annals of Statistics* 6: 461– 464.
- Ser, G. 2012. *Determination of appropriate covariance structures in random slope and intercept model applied in repeated measures, The Journal of Animal and Plant Sciences*, 22(3):552-555.

- Ser, G., Kaki, B., Yeşilova, A. ve Yılmaz, A. 2013. *Genel doğrusal karışık modellerde farklı kovaryans yapıları ve tahmin yöntemlerinin performanslarının karşılaştırılması. Hayvansal Üretim Dergisi*, 64(2): 18-23.
- Ser, G. ve Bati, C.T. 2015. *Eksik veri analizinde çoklu atama yönteminin değerlendirilmesi: hayvancılıkta tekrarlı ölçüm verisi üzerine bir uygulama. Türk Tarım-Gıda Bilim ve Teknoloji Dergisi*, 3(12):926-932.
- Sheng, Y. 2013. *An empirical investigation of Bayesian hierarchical modeling with unidimensional IRT models. Behaviormetrika*, 40: 19-40.
- Shi, A. and Chen, F. 2019. Introducing the BGLIMM Procedure for Bayesian Generalized Linear Mixed Models. Paper SAS3042-2019, SAS Institute Inc., Cary, NC
- Sorensen, D. and Gianola, D. 2002. Likelihood, Bayesian, and MCMC methods in quantitative genetics. Springer Science and Business Media, NY, 740 p.
- Spiegelhalter, D. J., Best, N. G., Carlin, B. P. and Van Der Linde, A. 2002. *Bayesian measures of model complexity and fit. Journal of the royal statistical society: Series b (statistical methodology)*, 64(4): 583-639.
- Spiegelhalter, D., Thomas, A., Best, N. and Lunn, D. 2003. WinBUGS user manual online. <https://www.mrc-bsu.cam.ac.uk/wp-content/uploads/manual14.pdf> [Son erişim tarihi:25.12.2021]
- Stokes, M., Chen, F., and Gunes, F. 2014. An introduction to Bayesian analysis with SAS/STAT software. In Proceedings of the SAS Global Forum 2014 Conference, SAS Institute Inc, Cary, USA.
- Stone, C. A. and Zhu, X. 2015. Bayesian analysis of item response theory models using SAS. Sas Institute, Cary, NC, 280 p.
- Tatlıyer, A. 2018, Kuzularda Büyüme Özellikleri İçin Klasik ve Bayesyen Yöntemlerle Genetik Parametre Tahminleri. Doktora tezi, Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi, Kahramanmaraş, 115 s.
- Varona, L., Ibanez-Escriche, N., Quintanilla, R., Noguera, J. L. and Casellas, J. 2008. *Bayesian analysis of quantitative traits using skewed distributions. Genetics Research*, 90(2): 179-190.
- Villemereuil, P., Gimenez, O., and Doligez, B. 2013. *Comparing parent-offspring regression with frequentist and Bayesian animal models to estimate heritability in wild populations: a simulation study for Gaussian and binary traits. Methods in Ecology and Evolution*, 4(3): 260-275.
- Wang, Z., and Goonewardene L.A. 2004. *The use of mixed models in teh analysis of animal experiments with repeated measures data. Canadian Journal of Animal Science*, 84:1-11.

- Wolfinger, R. D. 1996. *Heterogeneous variance: covariance structures for repeated measures. Journal of agricultural, biological, and environmental statistics*, 205-230.
- Yalçıntaş, D. 2019 Tekrarlı Ölçüm Analizlerinde Küresellik Varsayımının İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi, Adana, 60 s.
- Ye, S., 2005. Covariance Structure Selection in Linear Mixed Models for Longitudinal Data, M.Sc. Thesis, University of Louisville, Louisville, Kentucky, 123 p.
- Yomi-Owojori, T. O., Afolabi, N. O., Ekong, A. H. and Okafor, B. N. 2020. *A Bayesian Approach on the Effect of Different Covariance Structures on Repeated Measures Data. Benin Journal Of Statistics*,3:101-115.
- Yurdigül Y. E. 2014. Dengeli Veri Kümelerinde Varyans Bileşenlerinin Kestirimi. Yüksek lisans tezi. Atatürk Üniversitesi, Erzurum, 83 s.

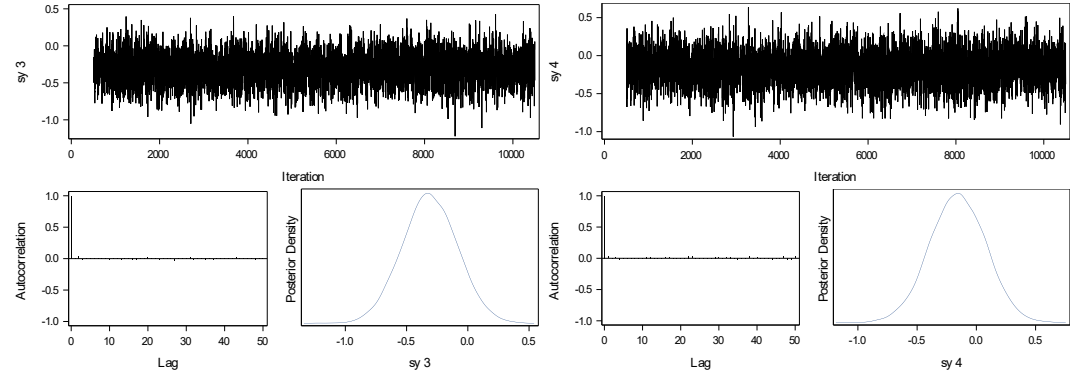
8. EKLER

Ek-1. Varyans- kovaryans yapısı VC model için iz grafikleri, otokorelasyon grafikleri ve sonsal yoğunluk grafikleri



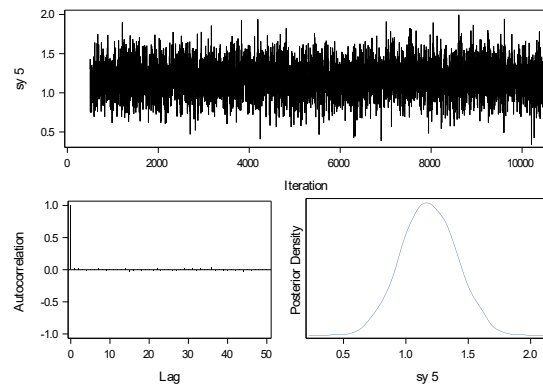
(a)

(b)



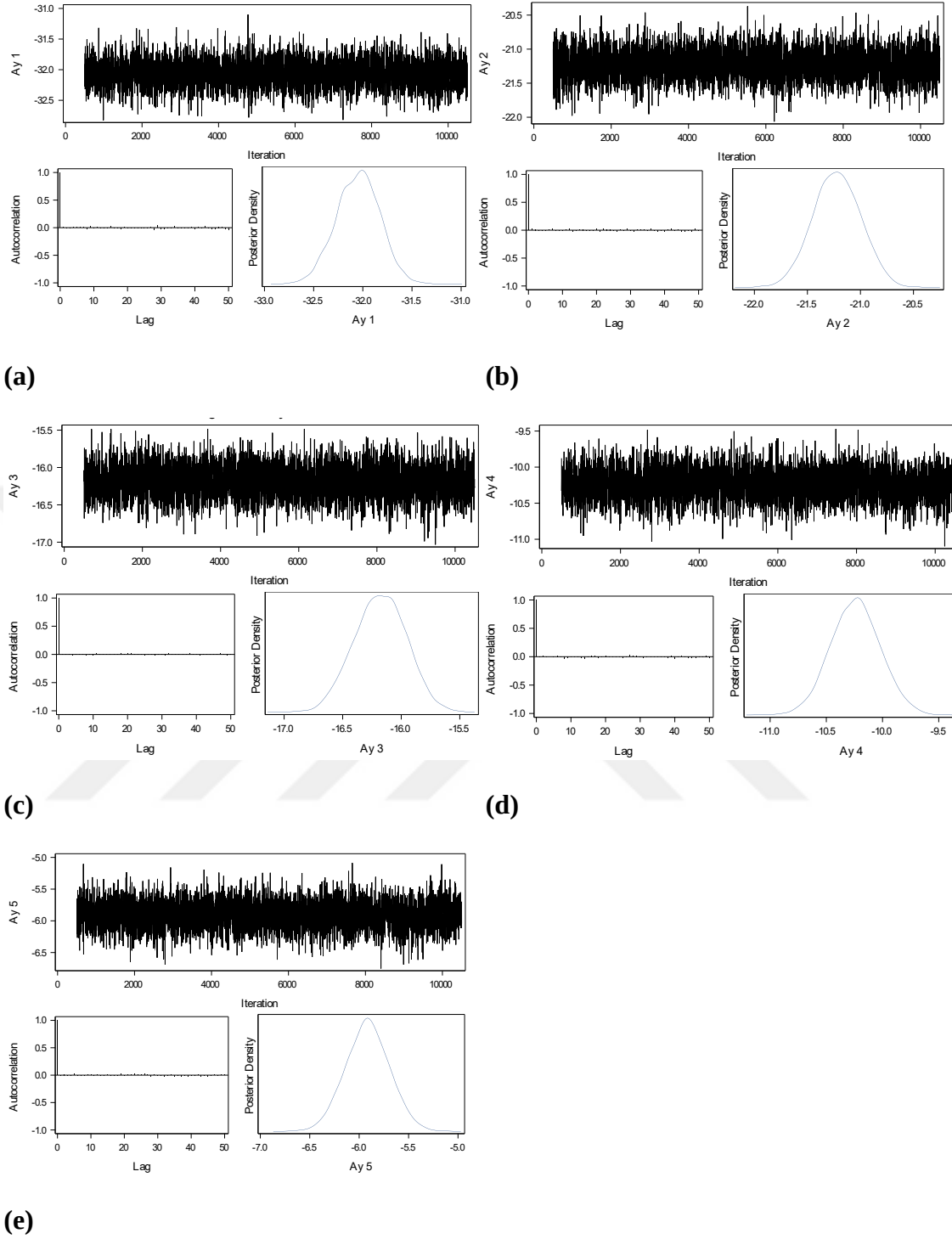
(c)

(d)

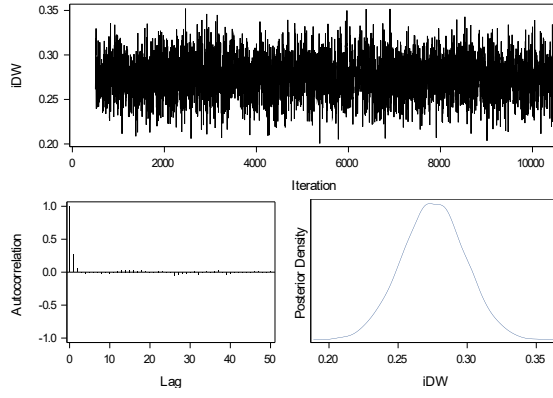


(e)

Şekil 8.1. a) Sürü yılı 1'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) Sürü yılı 2'ye ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Sürü yılı 3'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Sürü yılı 4'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Sürü yılı 5'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

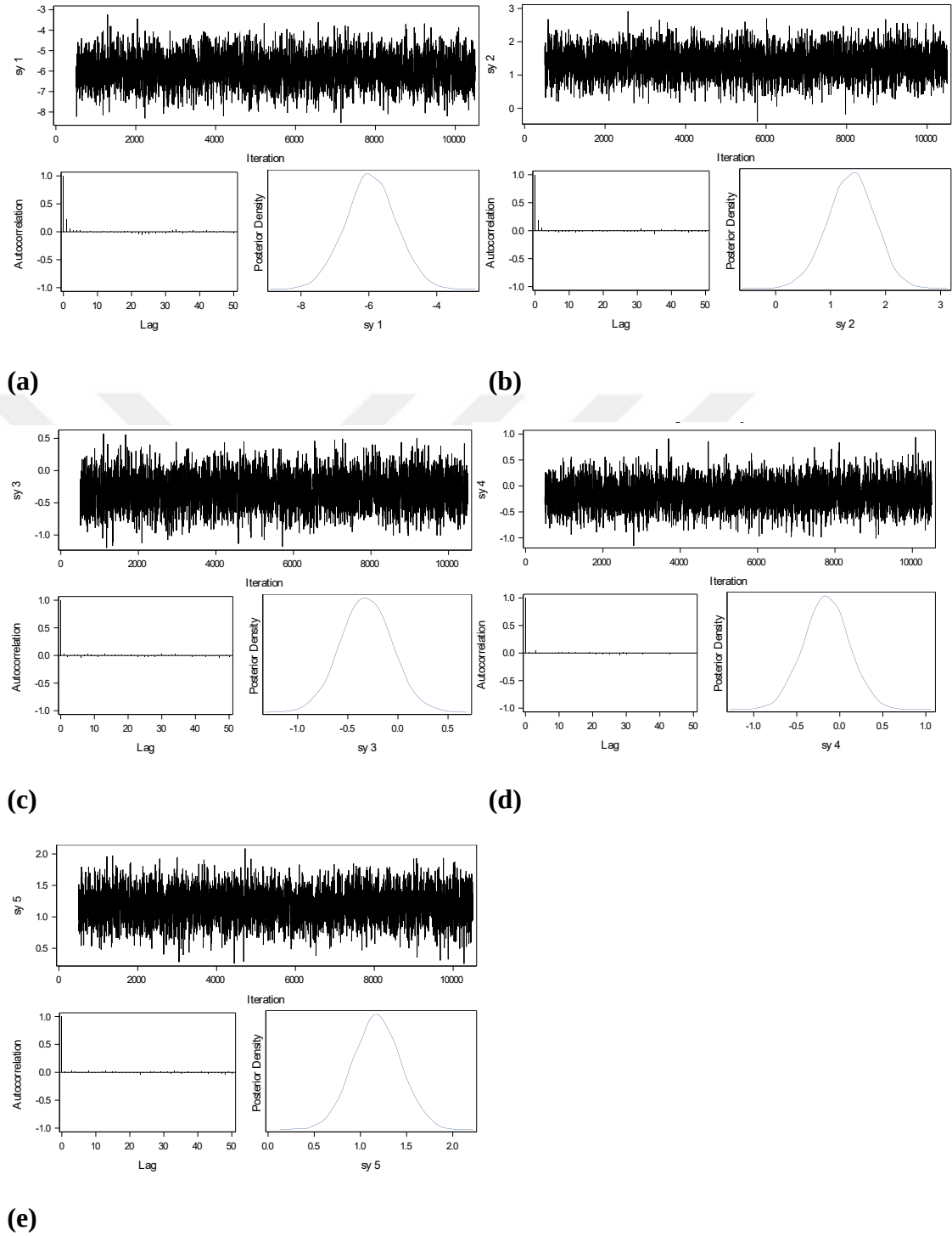


Şekil 8.2. a) Birinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **b)** İkinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **c)** Üçüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **d)** Dördüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **e)** Beşinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

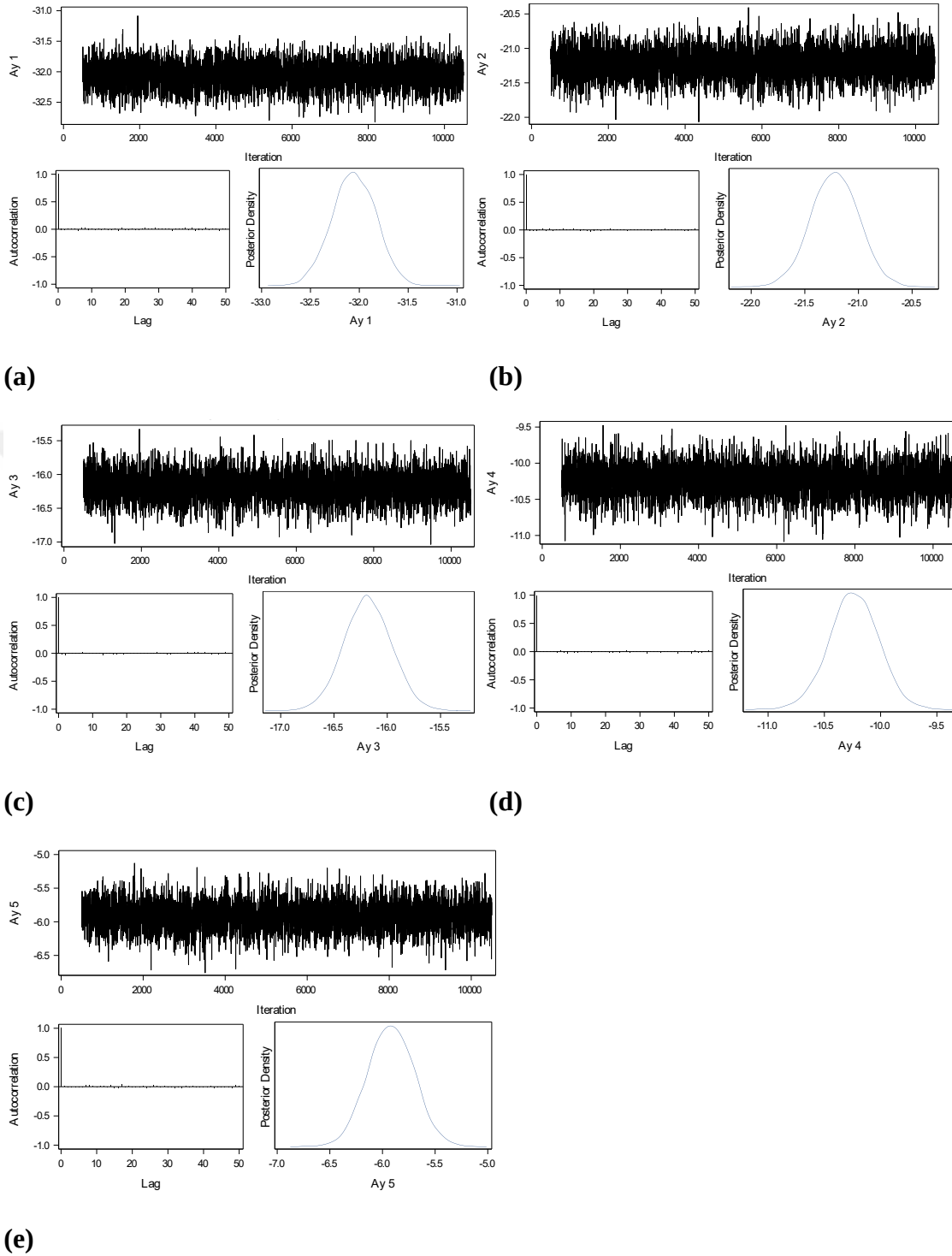


Şekil 8.3. Sütten kesme gün sayısına ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

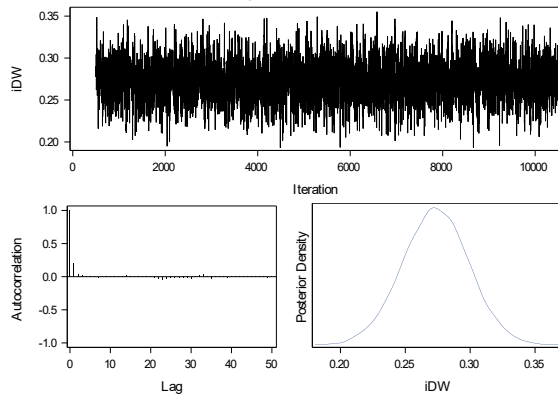
Ek-2. Varyans- kovaryans yapısı CS için iz grafikleri, otokorelasyon grafikleri ve sonsal yoğunluk grafikleri



Şekil 8.4. a) Sürü yılı 1'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) Sürü yılı 2'ye ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Sürü yılı 3'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Sürü yılı 4'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Sürü yılı 5'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

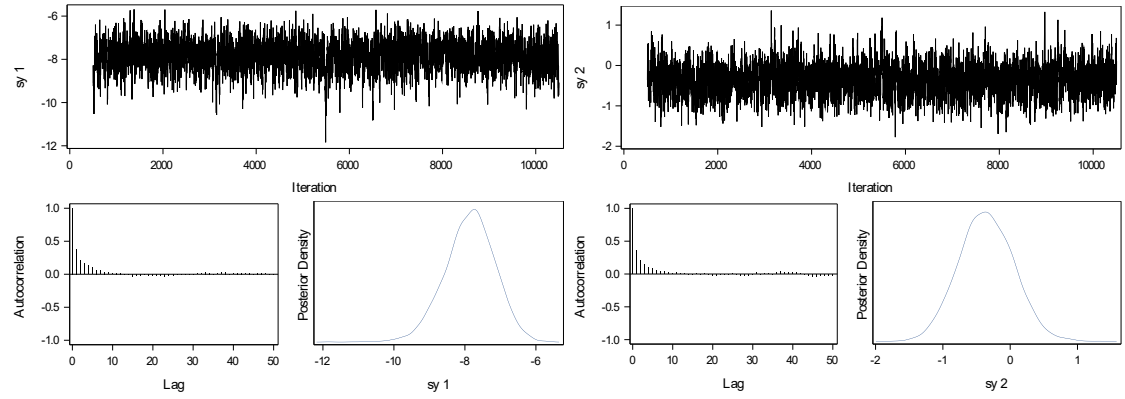


Şekil 8.5. a) Birinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **b)** İkinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **c)** Üçüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **d)** Dördüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **e)** Beşinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri



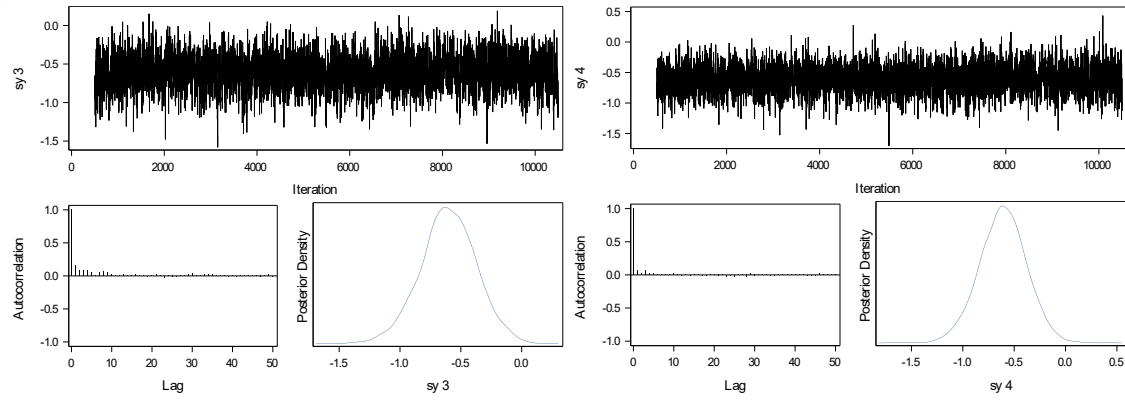
Şekil 8.6. Sütten kesme gün sayısına ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

Ek-3. Varyans- kovaryans yapısı CSH için iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri



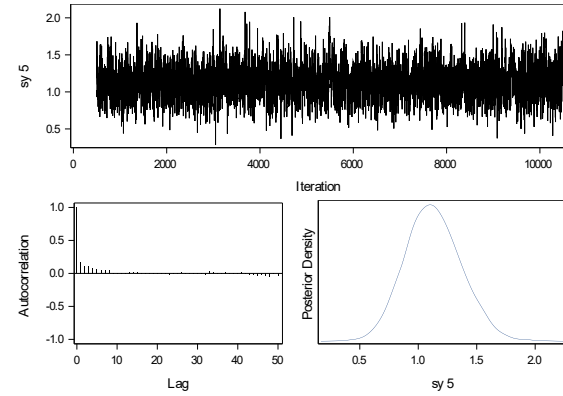
(a)

(b)



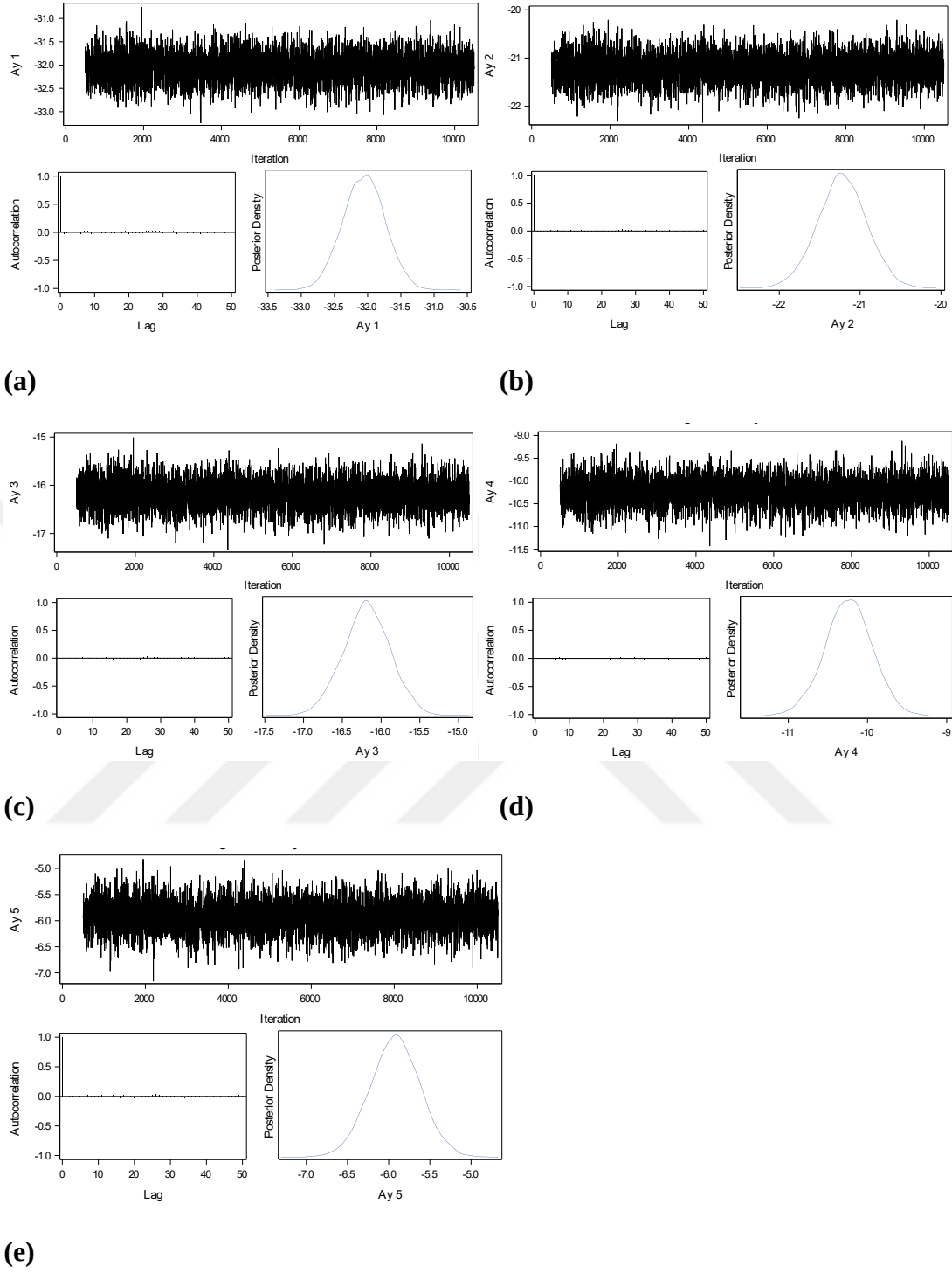
(c)

(d)

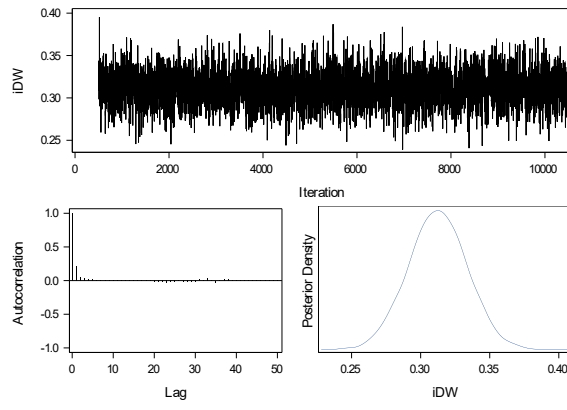


(e)

Şekil 8.7. a) Sürü yılı 1'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **b)** Sürü yılı 2'ye ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **c)** Sürü yılı 3'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **d)** Sürü yılı 4'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **e)** Sürü yılı 5'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

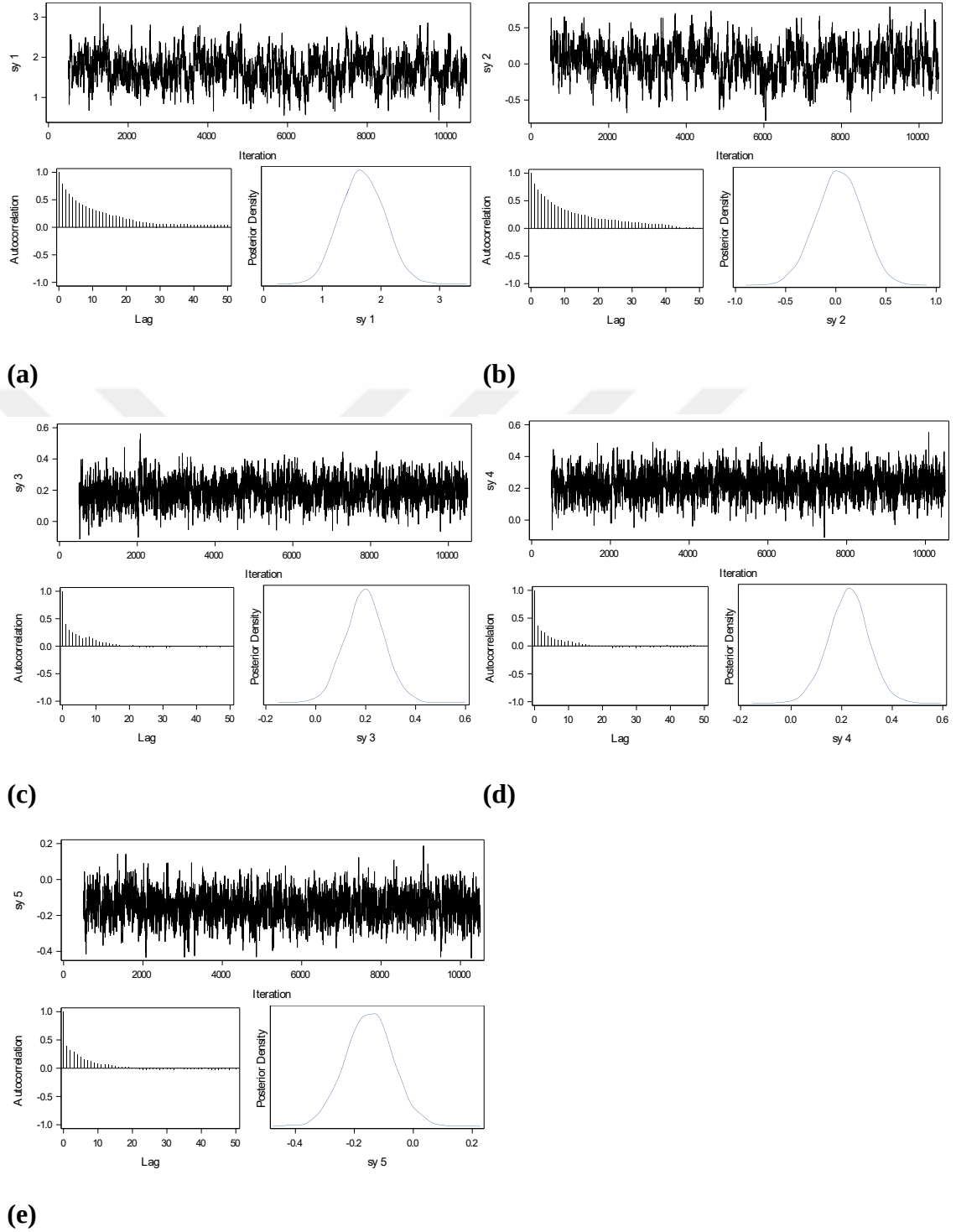


Şekil 8.8. a) Birinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **b)** İkinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **c)** Üçüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **d)** Dördüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **e)** Beşinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

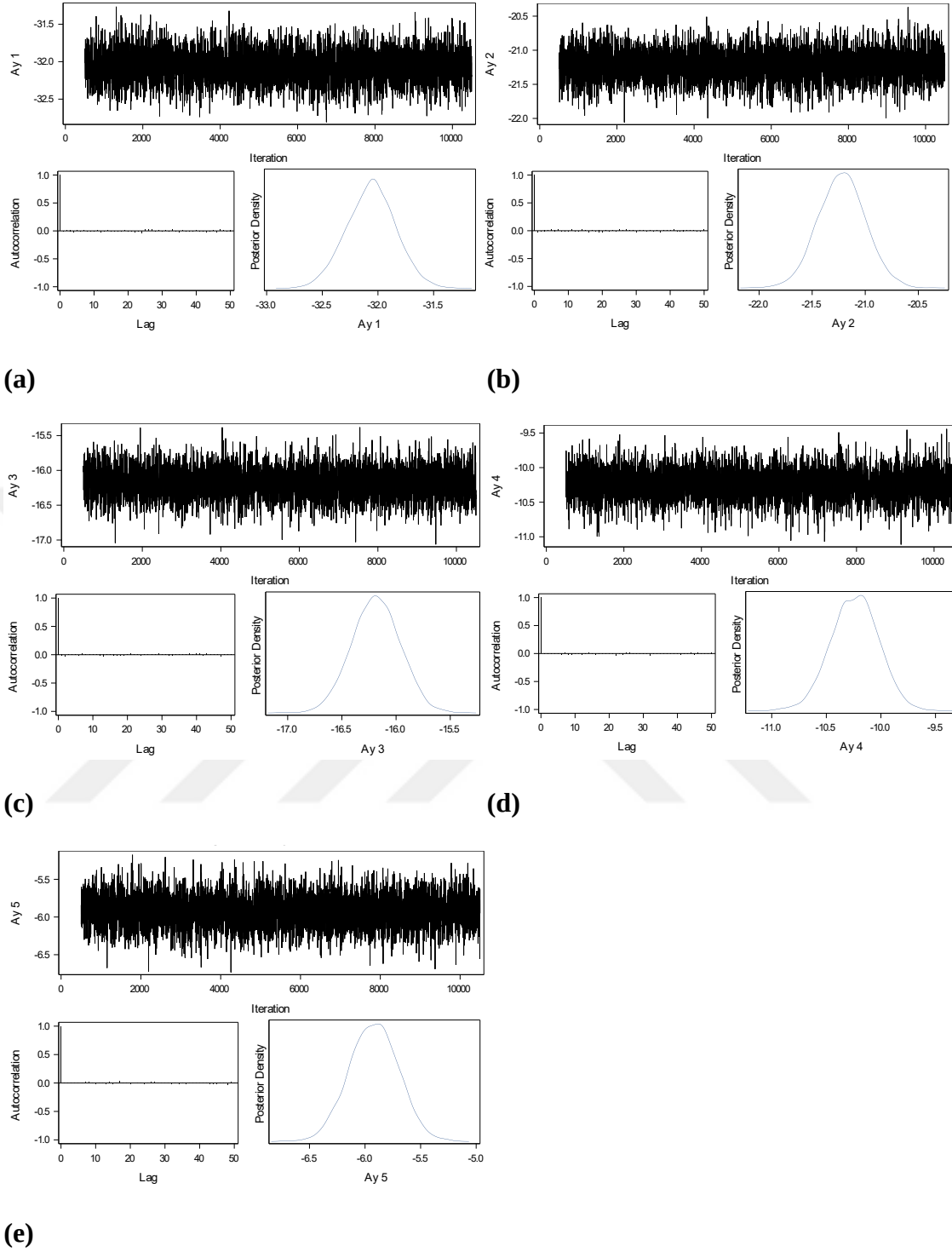


Şekil 8.9. Sütten kesme gün sayısına ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

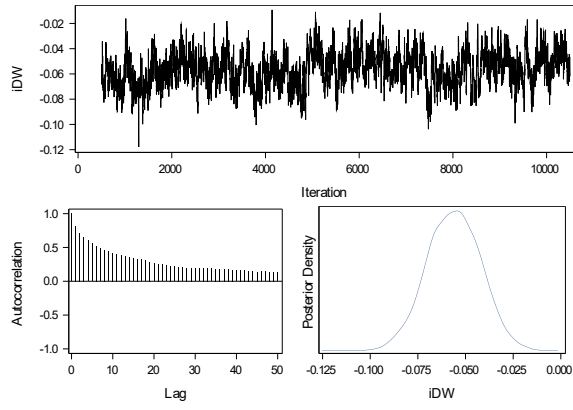
Ek-4. Varyans- kovaryans yapısı HF için iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri



Şekil 8.10. a) Sürü yılı 1'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **b)** Sürü yılı 2'ye ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **c)** Sürü yılı 3'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **d)** Sürü yılı 4'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **e)** Sürü yılı 5'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

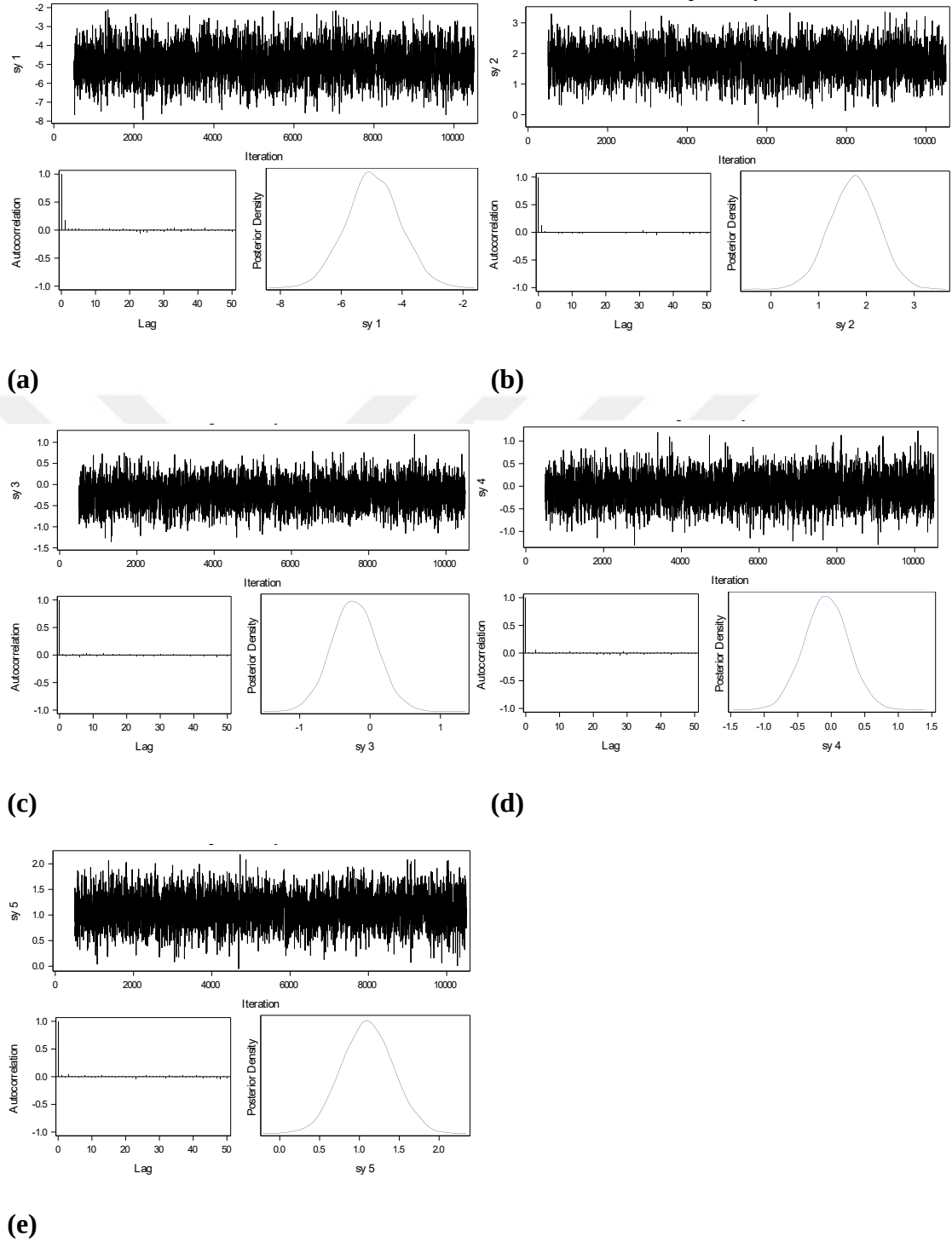


Şekil 8.11. a) Birinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) İkinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Üçüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Dördüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Beşinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

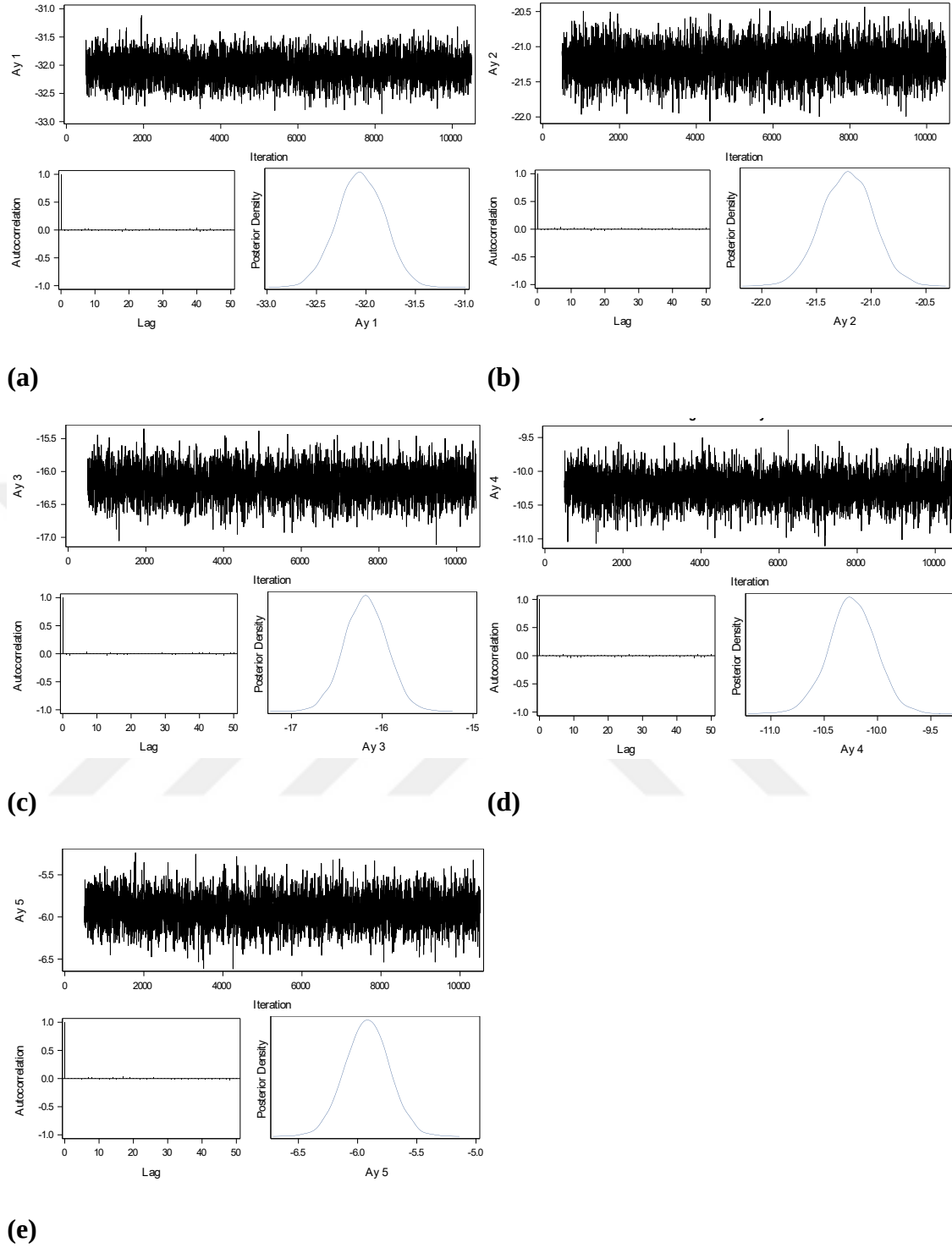


Şekil 8.12. Sütten kesme gün sayısına ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

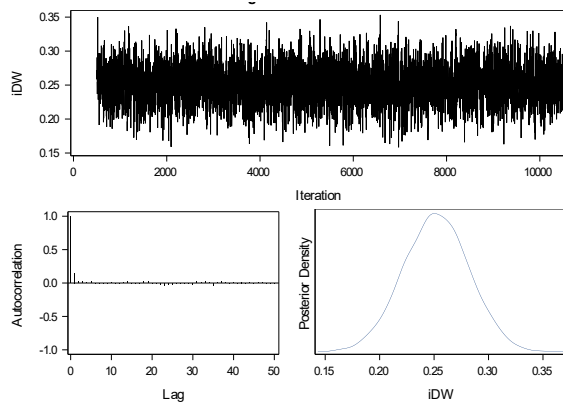
Ek-5. Varyans- kovaryans yapısı AR(1) için iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri



Şekil 8.13. a) Sürü yılı 1'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **b)** Sürü yılı 2'ye ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **c)** Sürü yılı 3'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **d)** Sürü yılı 4'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **e)** Sürü yılı 5'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

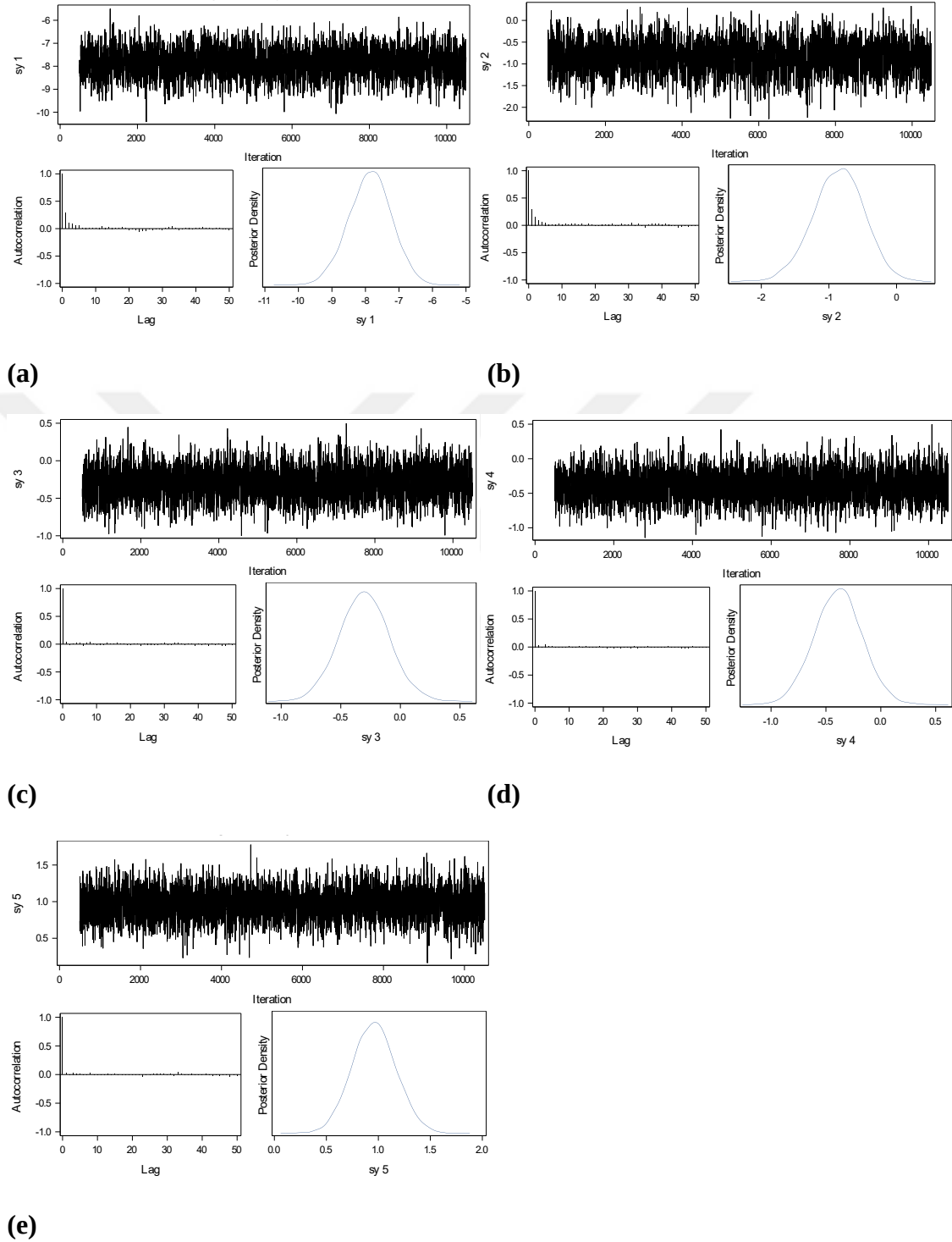


Şekil 8.14. a) Birinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) İkinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Üçüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Dördüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Beşinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

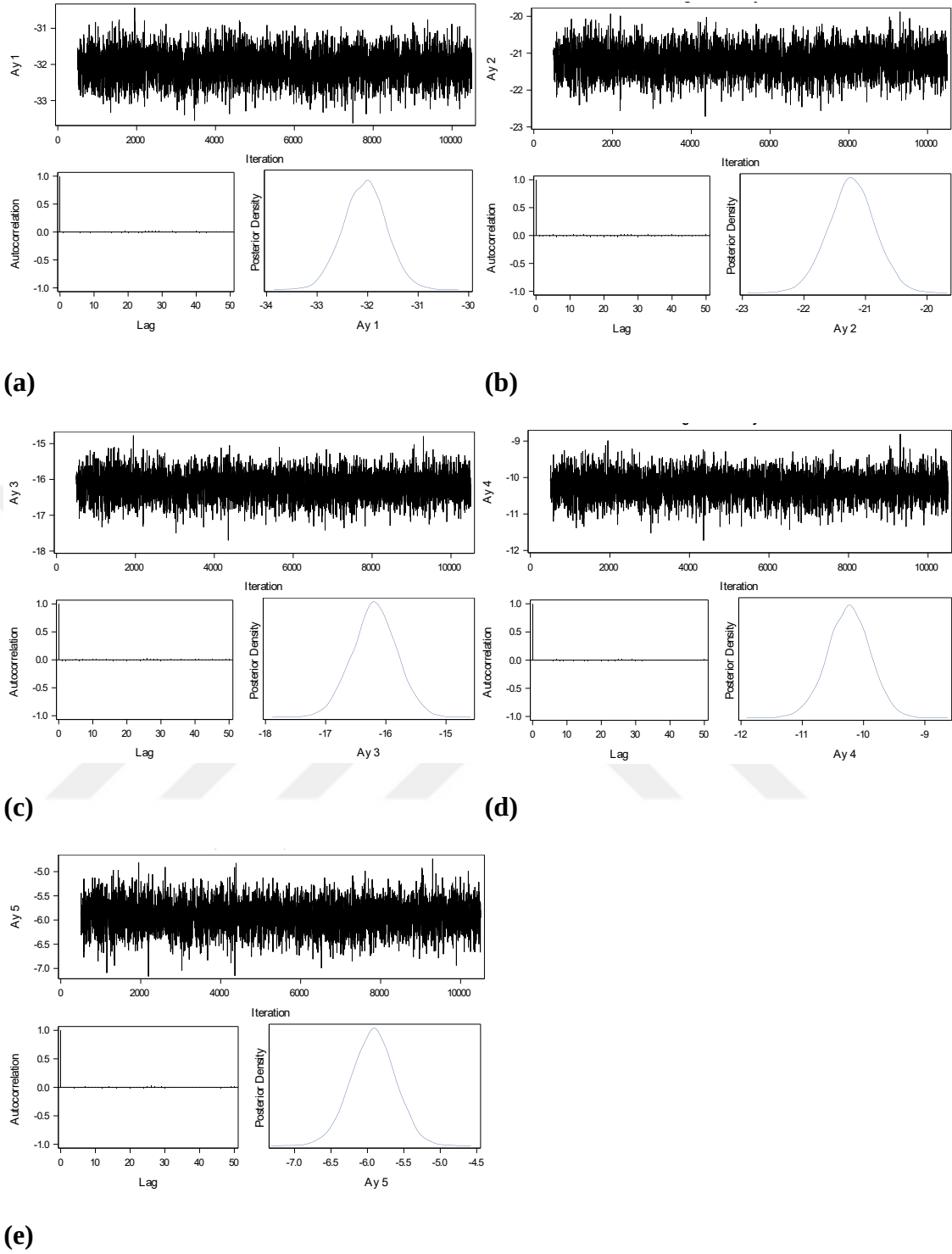


Şekil 8.15. Sütten kesme gün sayısına ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

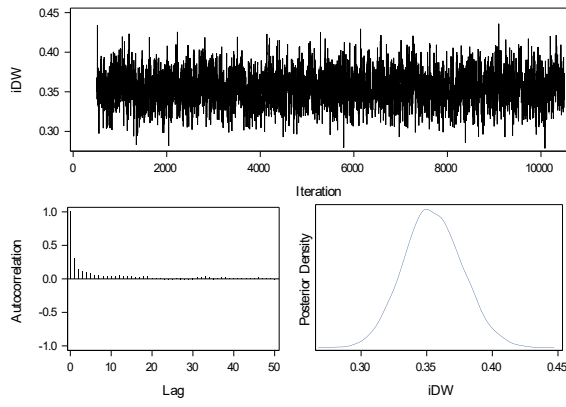
Ek-6. Varyans- kovaryans yapısı ARH(1) için iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri



Şekil 8.16. a) Sürü yılı 1'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **b)** Sürü yılı 2'ye ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **c)** Sürü yılı 3'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **d)** Sürü yılı 4'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **e)** Sürü yılı 5'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

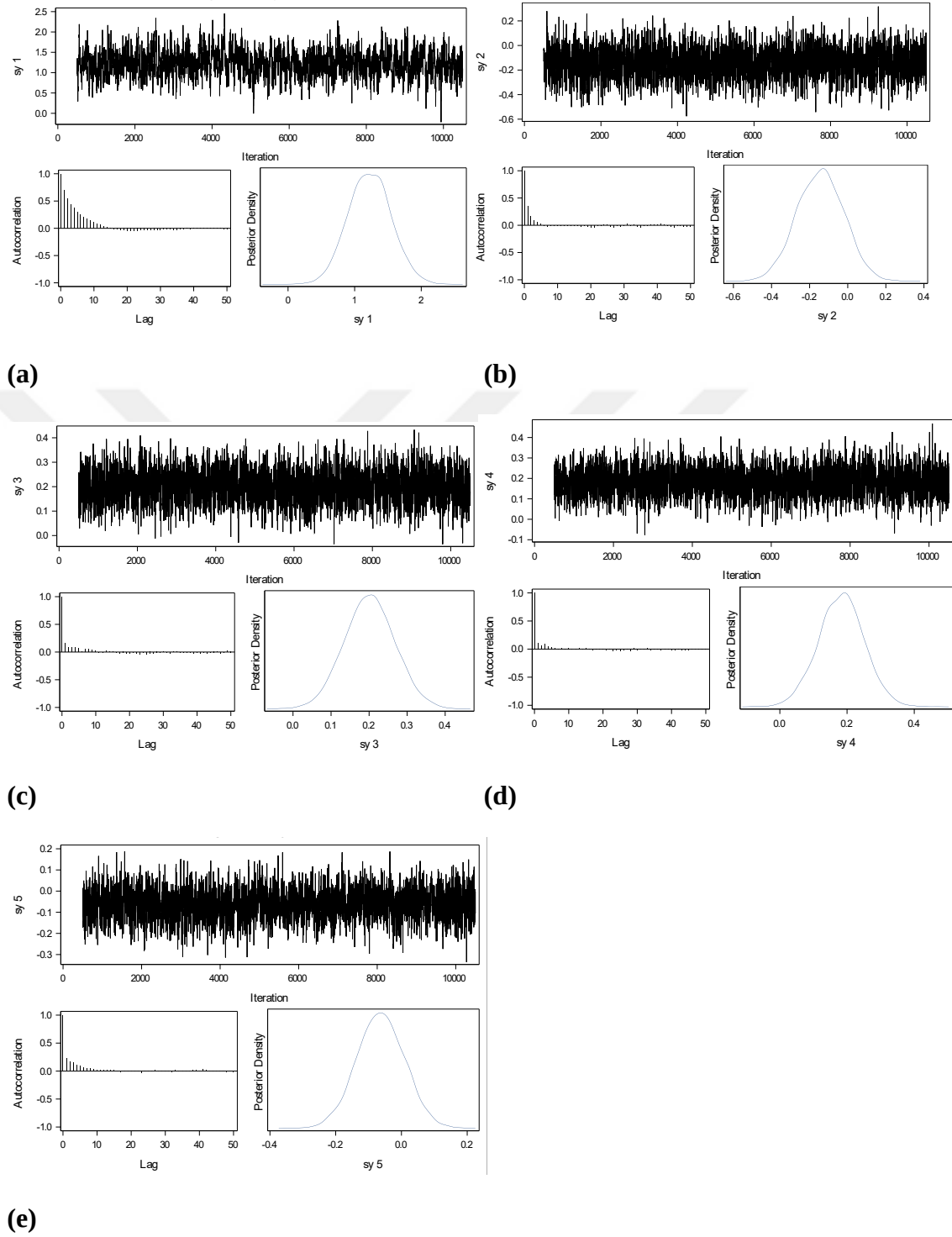


Şekil 8.17. a) Birinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **b)** İkinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **c)** Üçüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **d)** Dördüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **e)** Beşinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

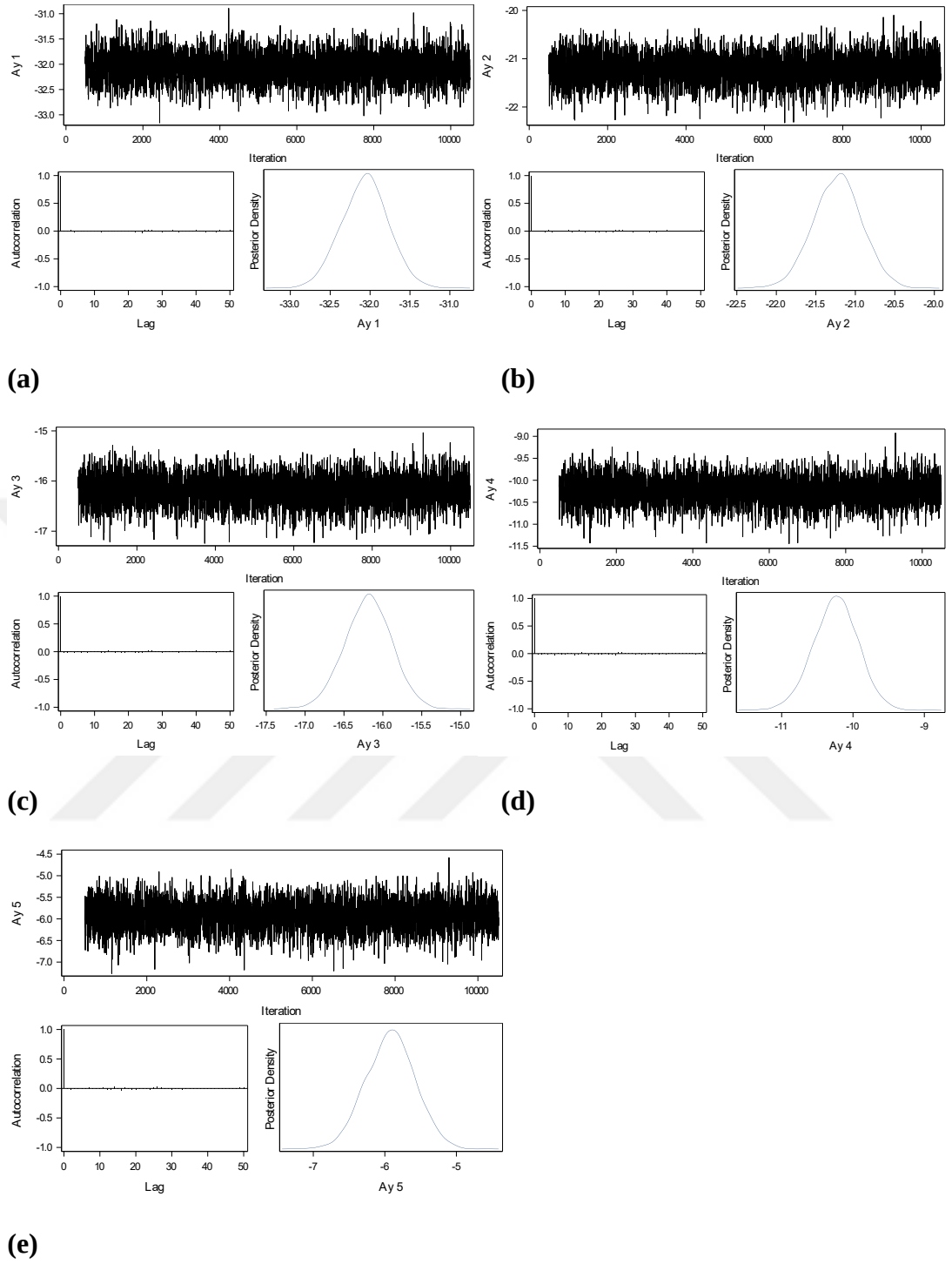


Şekil 8.18. Sütten kesme gün sayısına ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

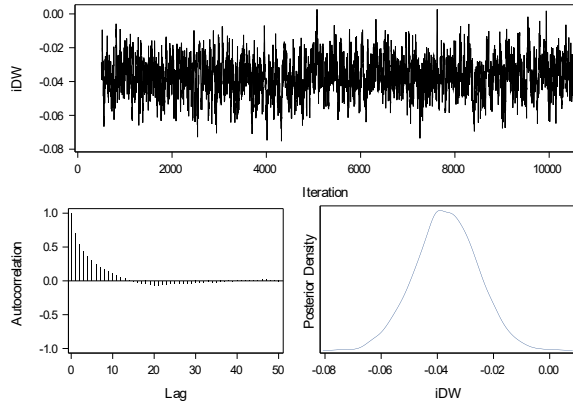
Ek-7. Varyans- kovaryans yapısı FA için iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri



Şekil 8.19. a) Sürü yılı 1'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **b)** Sürü yılı 2'ye ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **c)** Sürü yılı 3'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **d)** Sürü yılı 4'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **e)** Sürü yılı 5'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

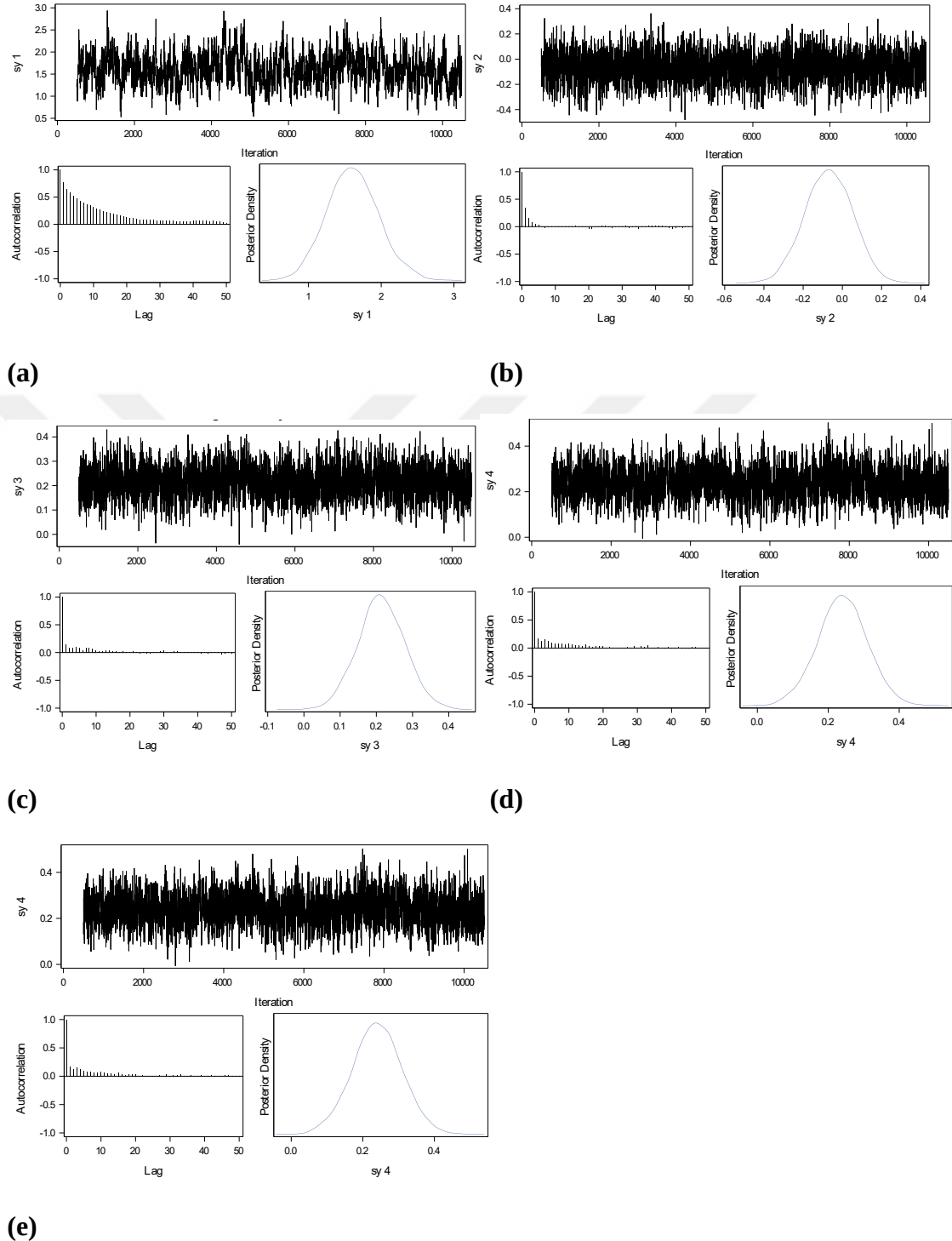


Şekil 8.20. a) Birinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **b)** İkinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **c)** Üçüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **d)** Dördüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **e)** Beşinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

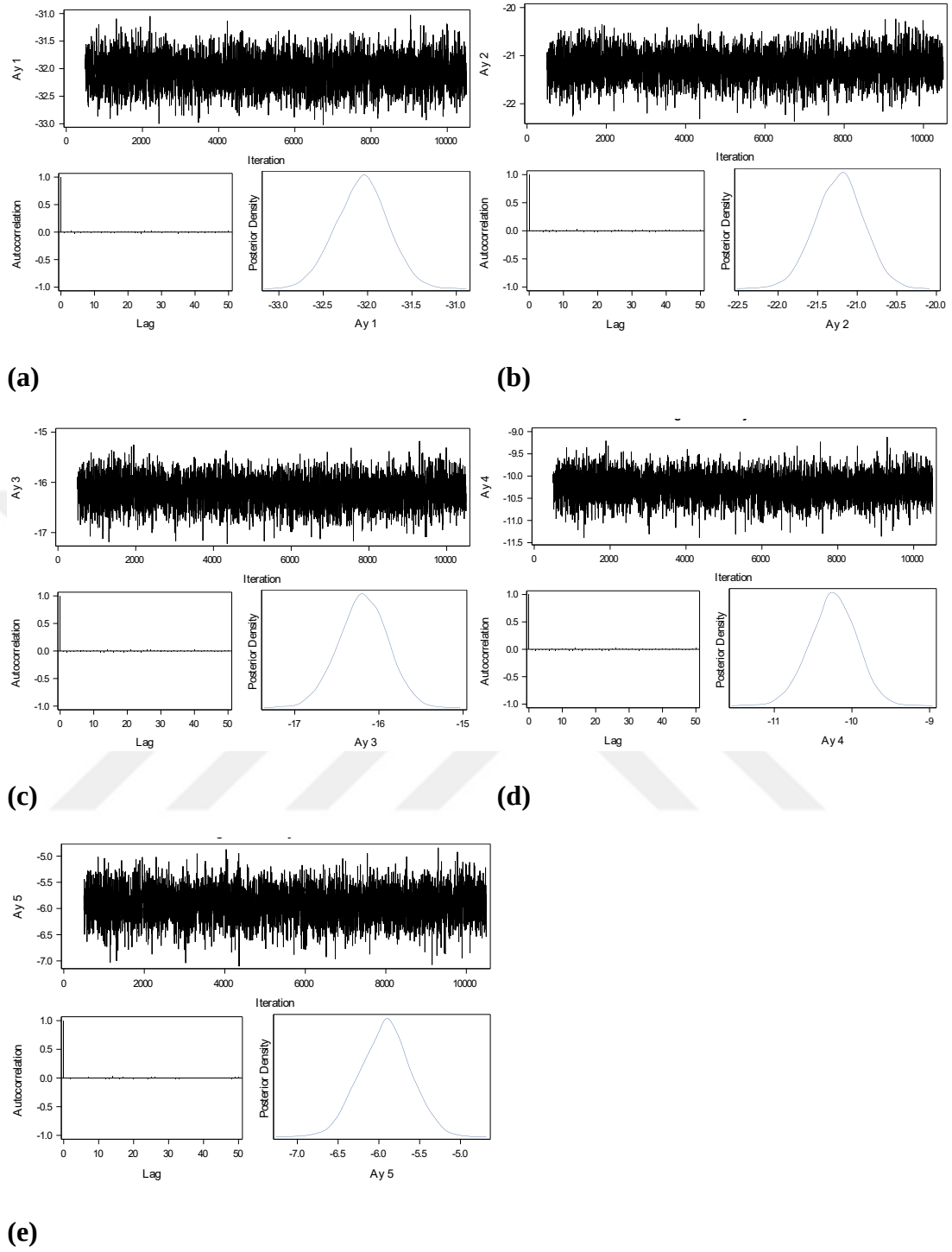


Şekil 8.21. Sütten kesme gün sayısına ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

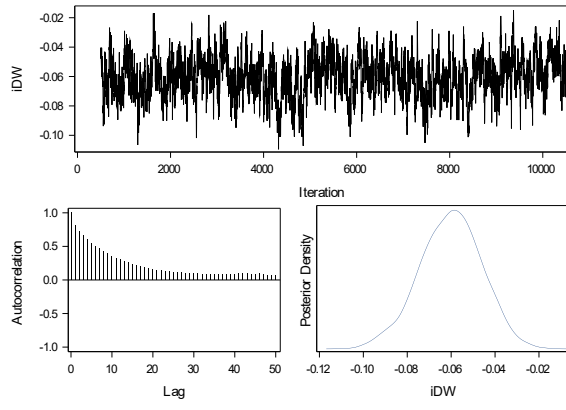
Ek-8. Varyans- kovaryans yapısı ANTE için iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri



Şekil 8.22. a) Sürü yılı 1'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **b)** Sürü yılı 2'ye ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **c)** Sürü yılı 3'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **d)** Sürü yılı 4'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **e)** Sürü yılı 5'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

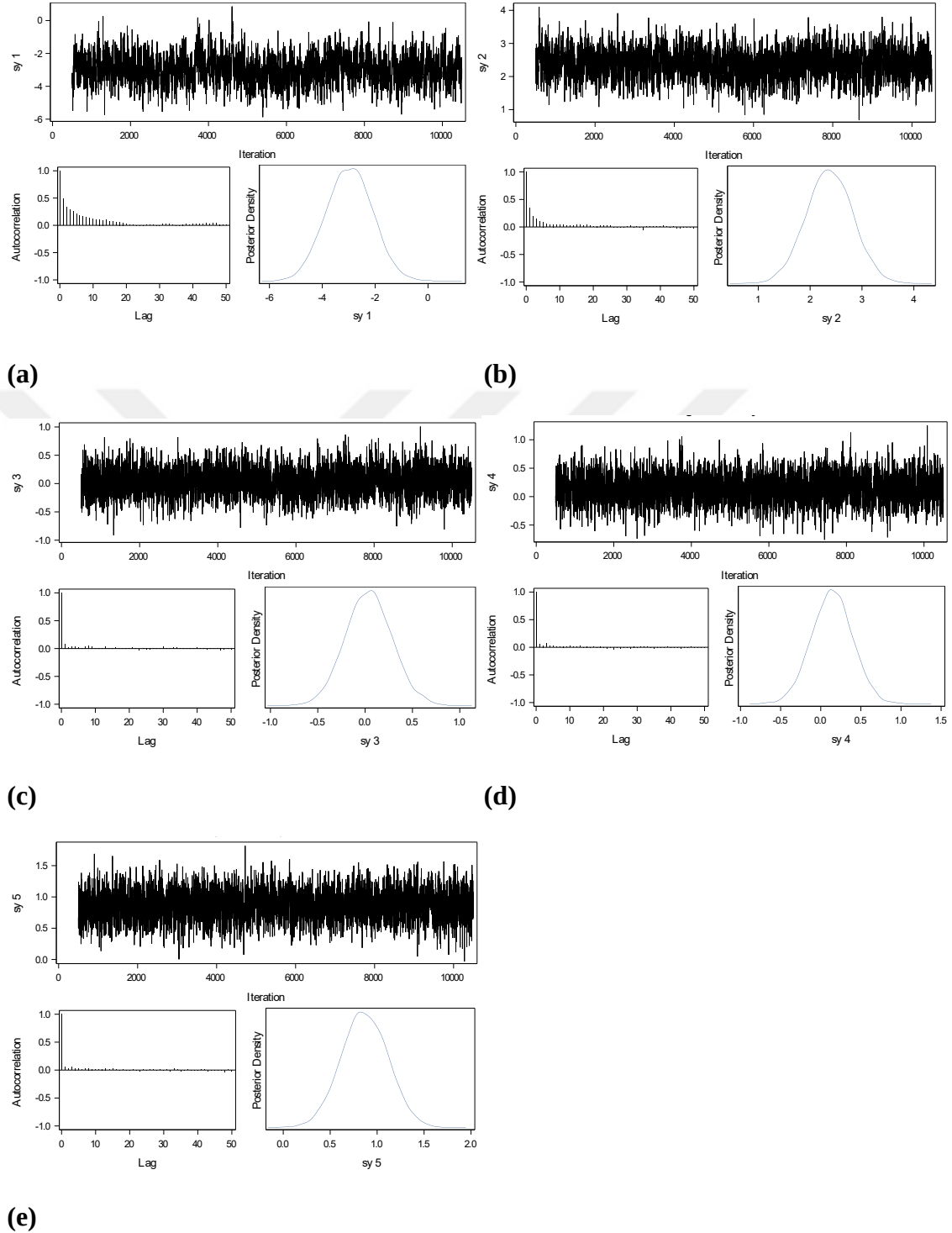


Şekil 8.23. a) Birinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **b)** İkinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **c)** Üçüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **d)** Dördüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **e)** Beşinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

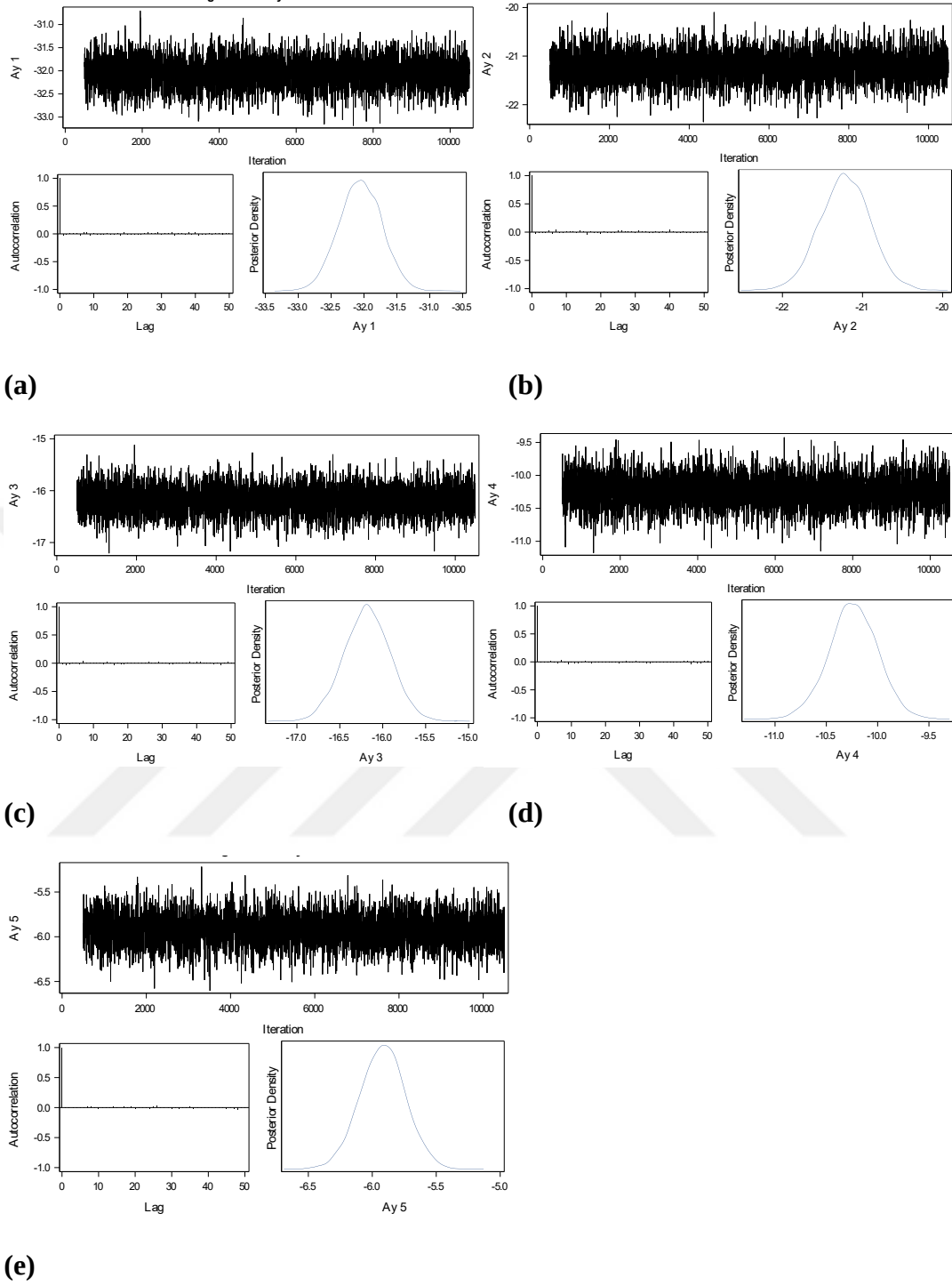


Şekil 8.24. Sütten kesme gün sayısına ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

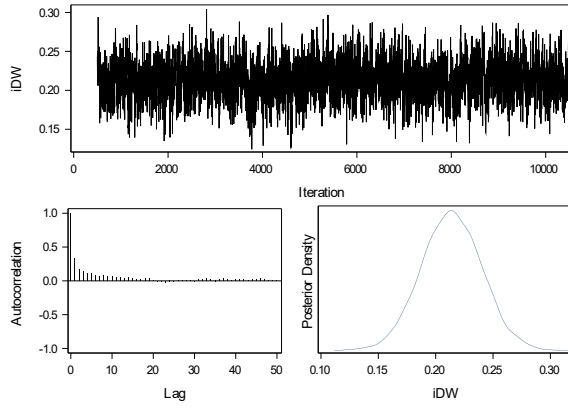
Ek-9. Varyans- kovaryans yapısı TOEP için iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri



Şekil 8.25. a) Sürü yılı 1'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **b)** Sürü yılı 2'ye ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **c)** Sürü yılı 3'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **d)** Sürü yılı 4'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **e)** Sürü yılı 5'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

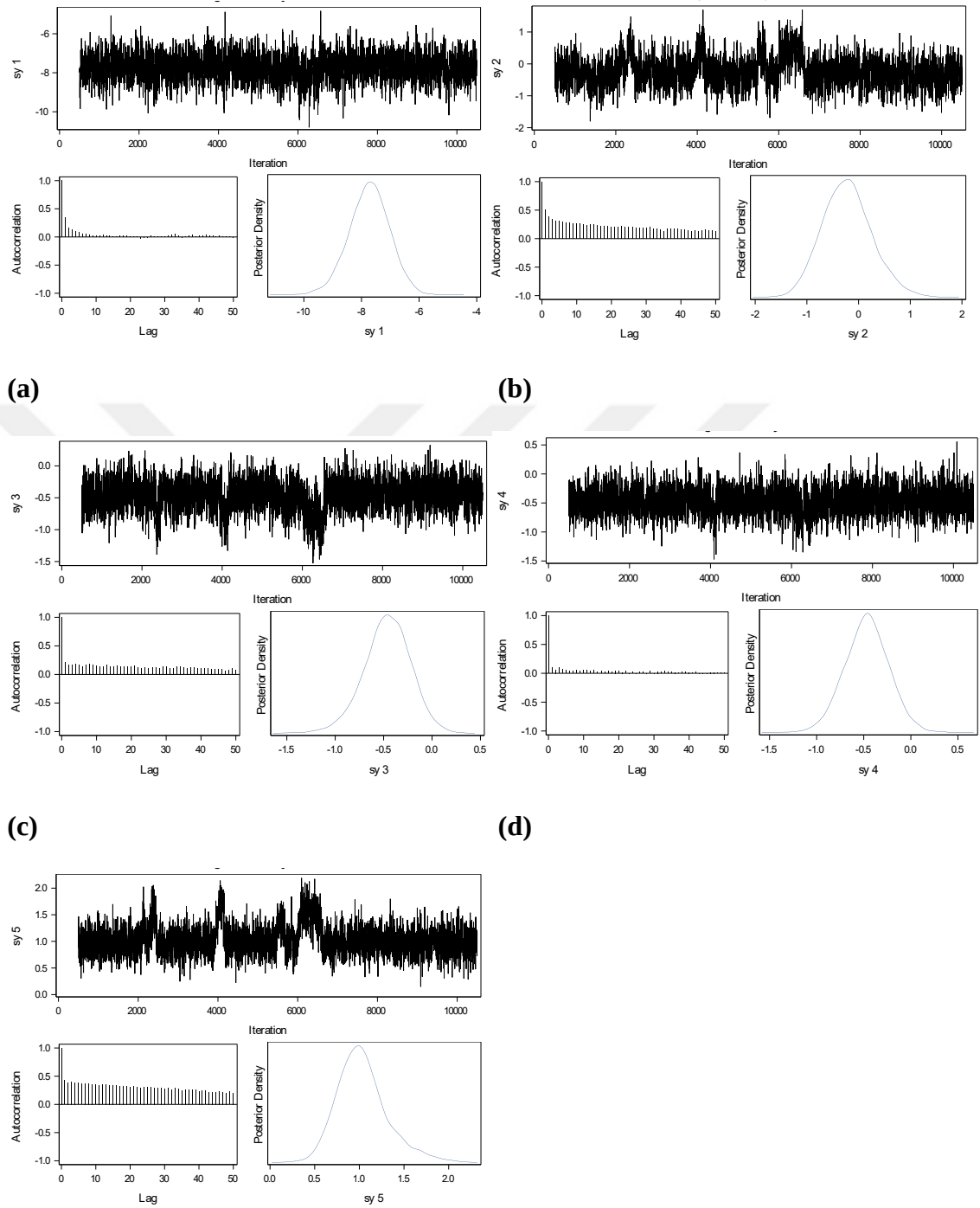


Şekil 8.26. a) Birinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **b)** İkinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **c)** Üçüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **d)** Dördüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **e)** Beşinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri



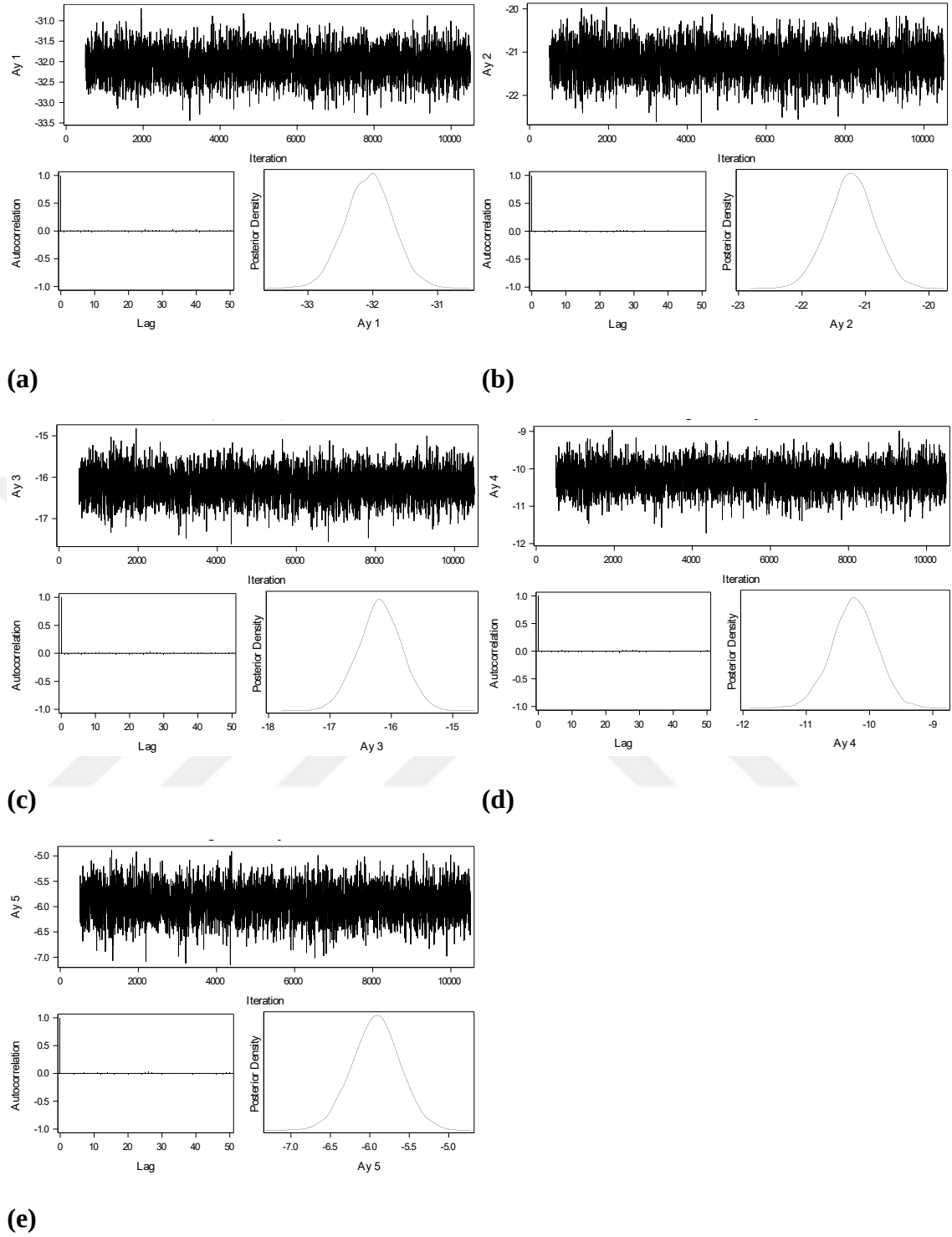
Şekil 8.27. Sütten kesme gün sayısına ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

Ek-10. Varyans- kovaryans yapısı TOEPH için iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

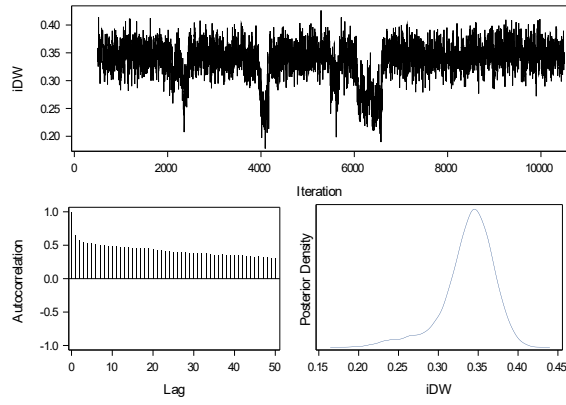


(e)

Şekil 8.28. a) Sürü yılı 1'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **b)** Sürü yılı 2'ye ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **c)** Sürü yılı 3'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **d)** Sürü yılı 4'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **e)** Sürü yılı 5'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

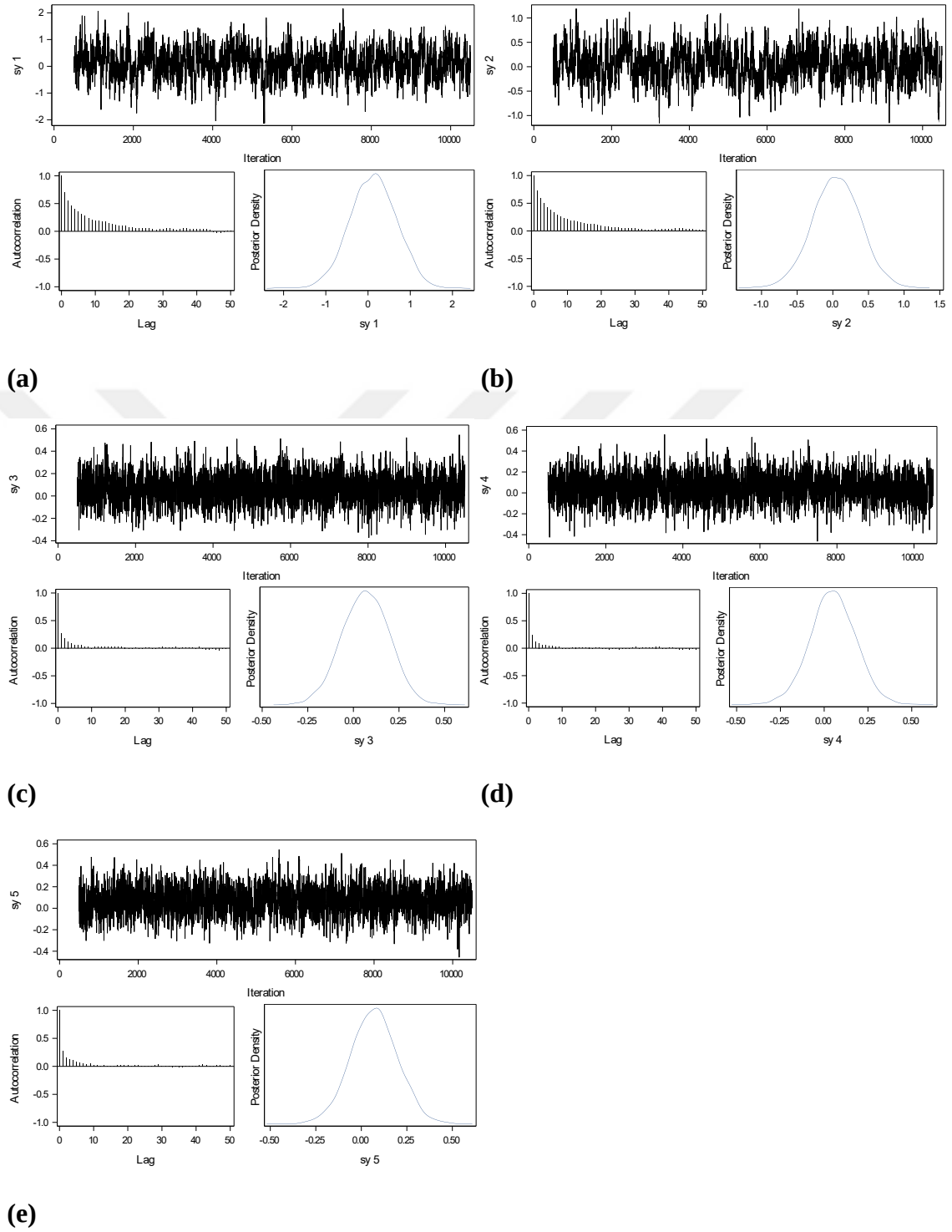


Şekil 8.29. a) Birinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **b)** İkinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **c)** Üçüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **d)** Dördüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **e)** Beşinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

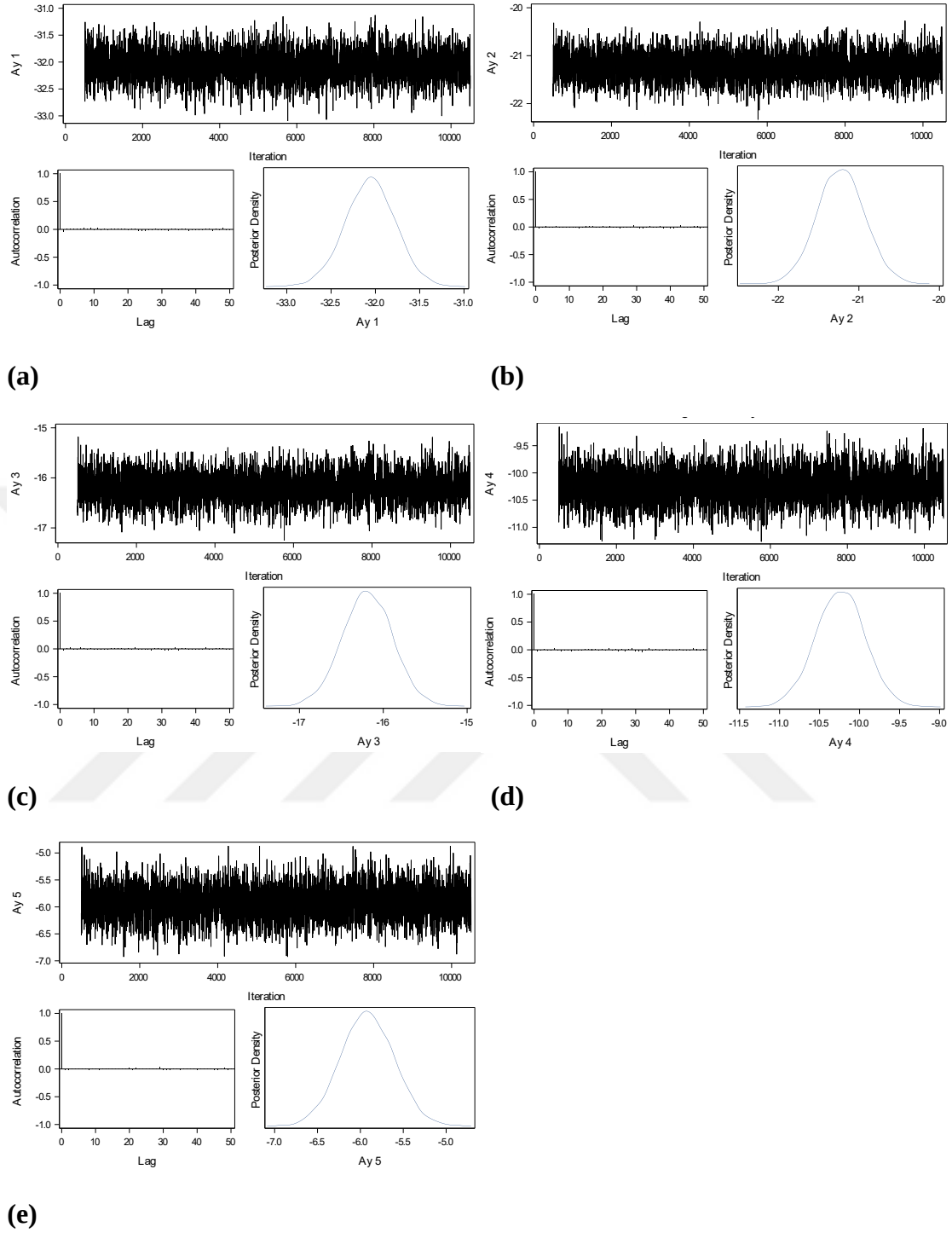


Şekil 8.30. Sütten kesme gün sayısına ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

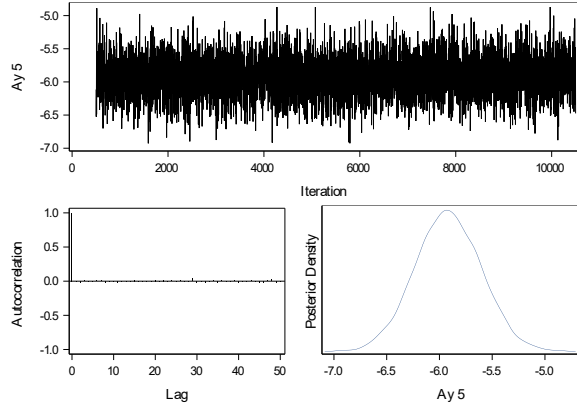
Ek-11. Varyans- kovaryans yapısı UN için iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri



Şekil 8.31. a) Sürü yılı 1'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **b)** Sürü yılı 2'ye ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **c)** Sürü yılı 3'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **d)** Sürü yılı 4'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **e)** Sürü yılı 5'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

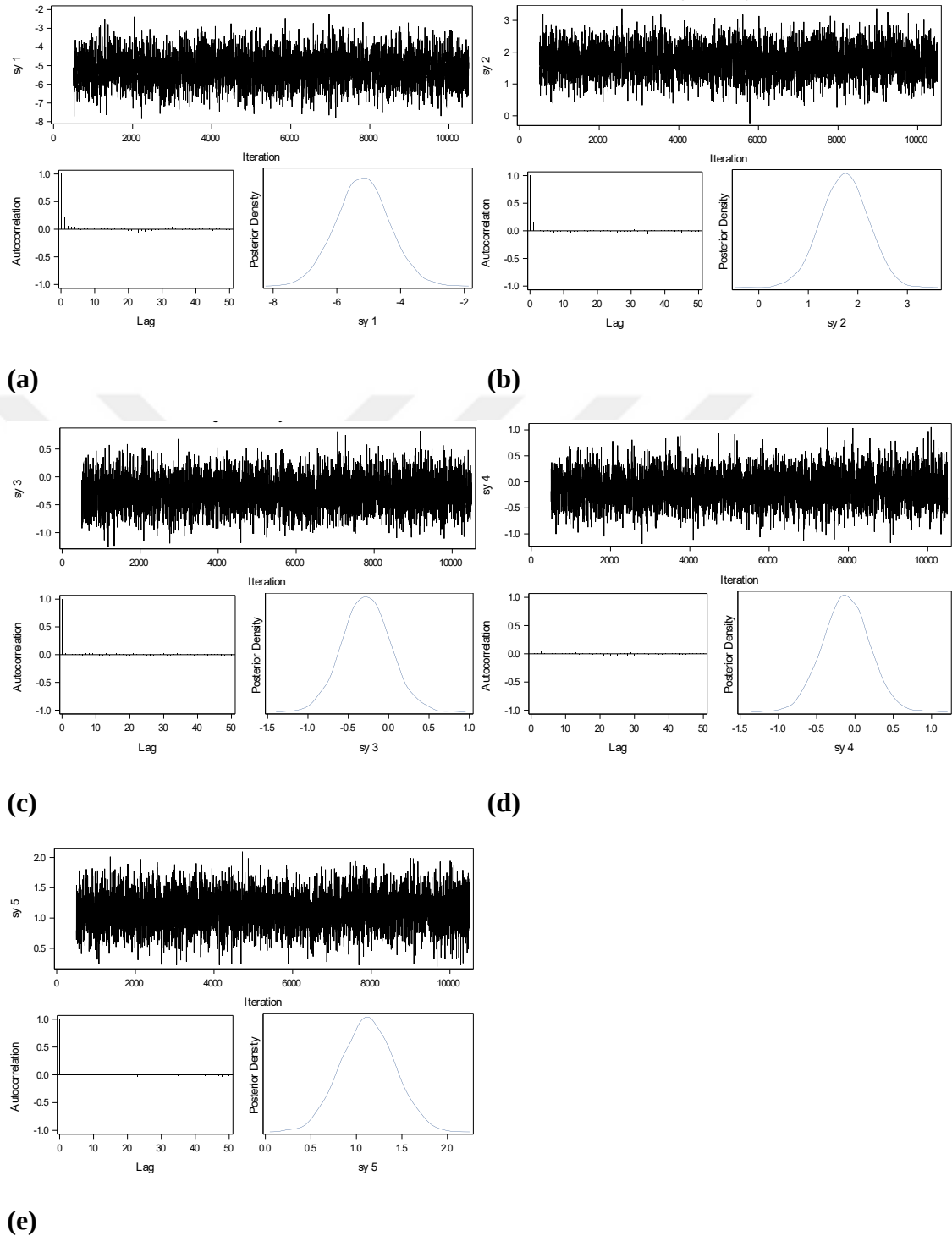


Şekil 8.32. a) Birinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **b)** İkinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **c)** Üçüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **d)** Dördüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **e)** Beşinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

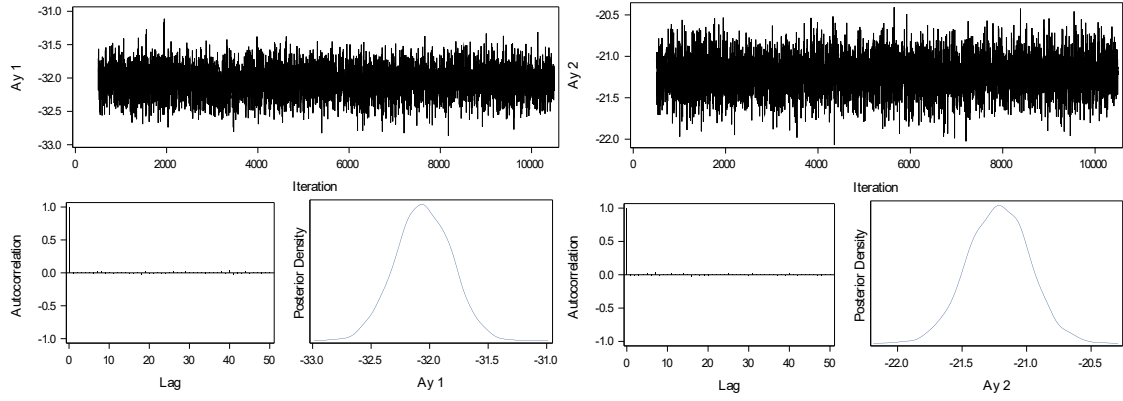


Şekil 8.33. Sütten kesme gün sayısına ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

Ek-12. Varyans- kovaryans yapısı ARMA için iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

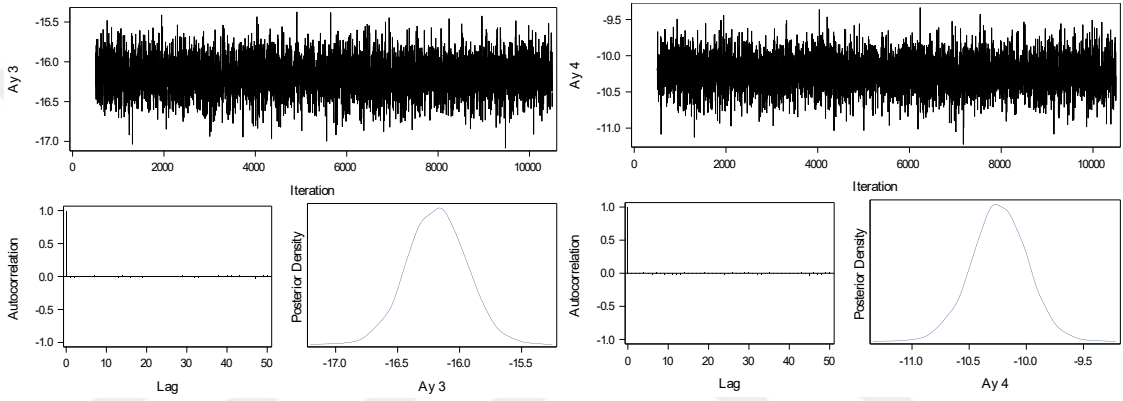


Şekil 8.34. a) Sürü yılı 1'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **b)** Sürü yılı 2'ye ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **c)** Sürü yılı 3'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **d)** Sürü yılı 4'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **e)** Sürü yılı 5'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri



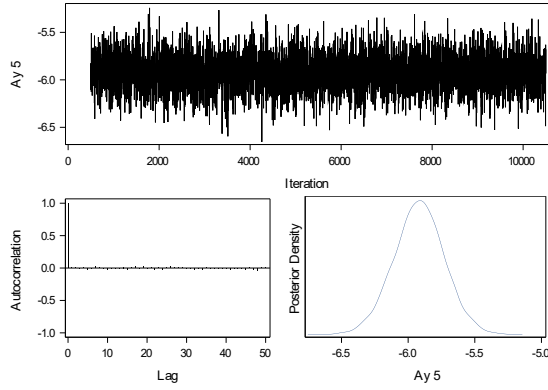
(a)

(b)



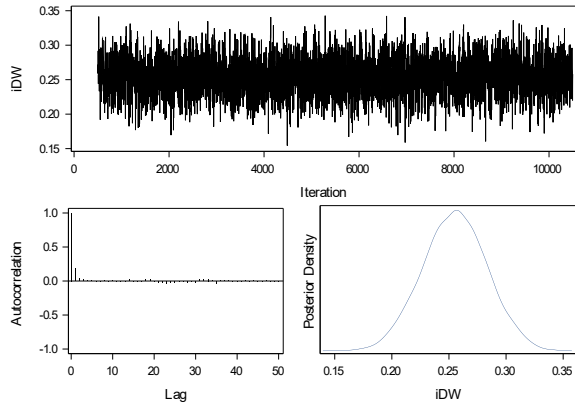
(c)

(d)



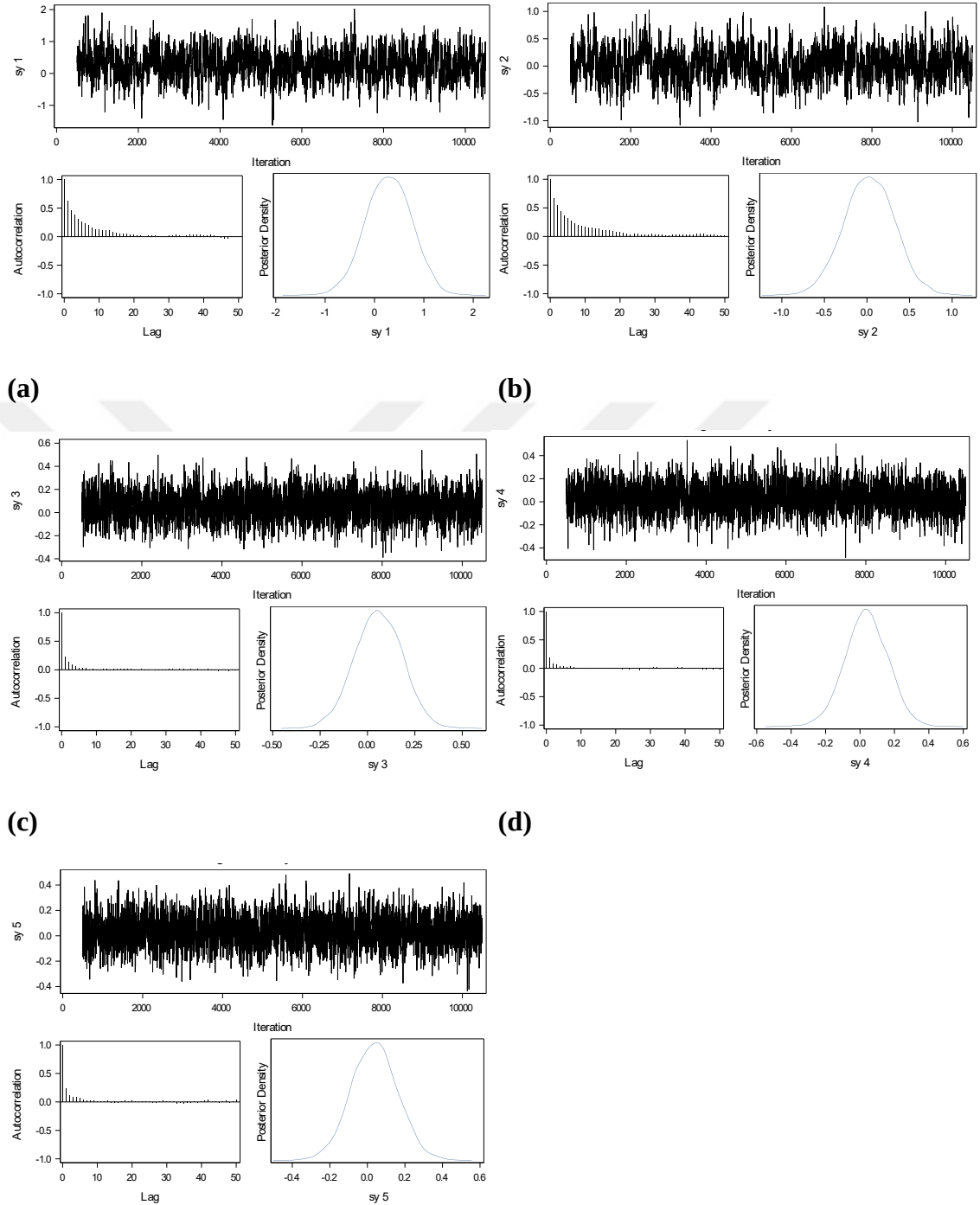
(e)

Şekil 8.35. a) Birinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **b)** İkinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **c)** Üçüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **d)** Dördüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **e)** Beşinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri



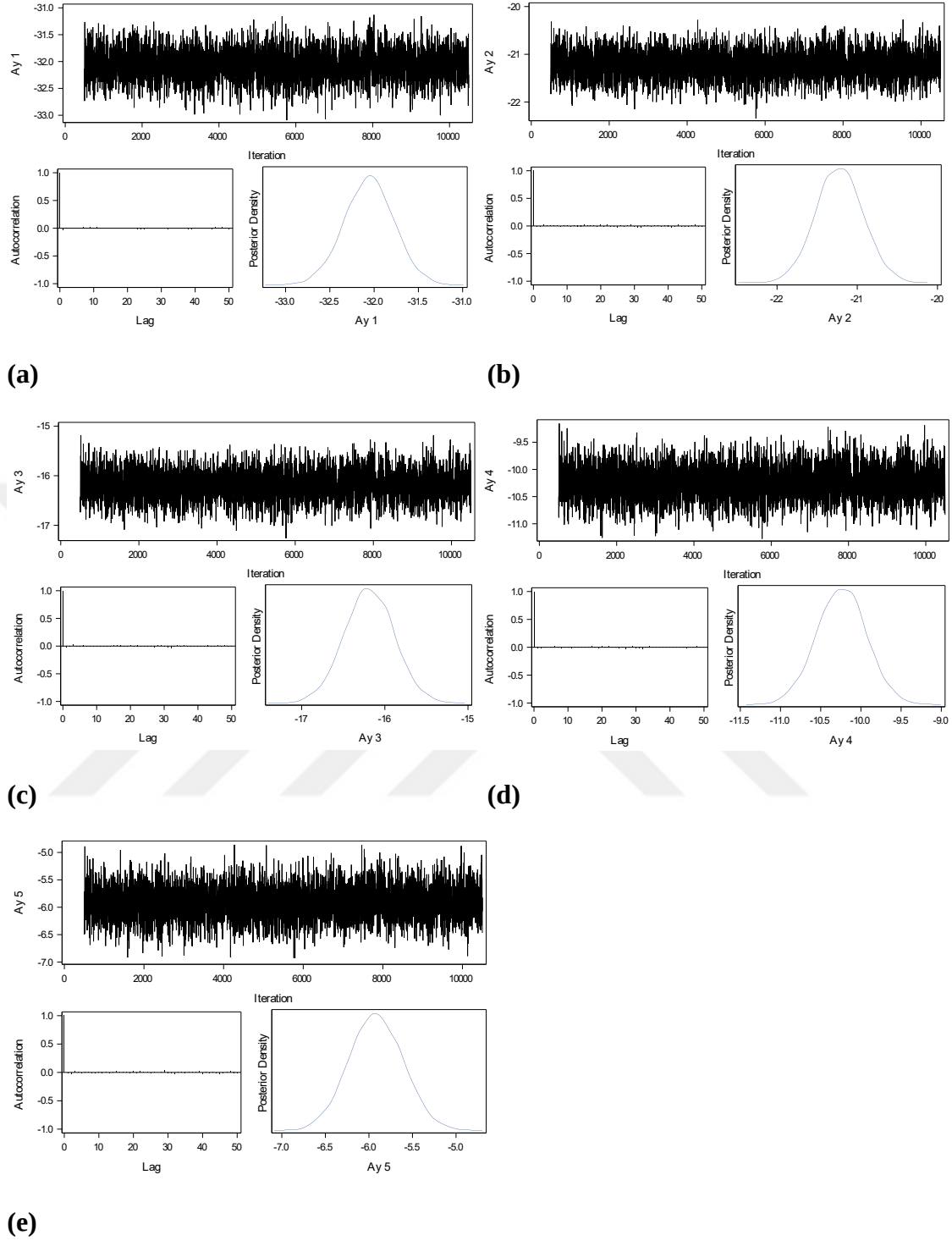
Şekil 8.36. Sütten kesme gün sayısına ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

Ek-13. Varyans- kovaryans yapısı UN için bilgi içeren önsel için iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

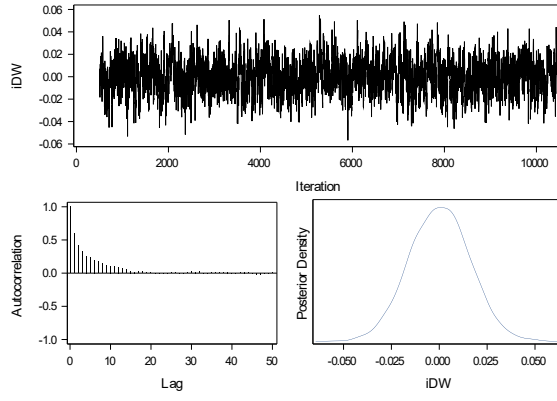


(e)

Şekil 8.37. a) Sürü yılı 1'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **b)** Sürü yılı 2'ye ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **c)** Sürü yılı 3'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **d)** Sürü yılı 4'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **e)** Sürü yılı 5'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

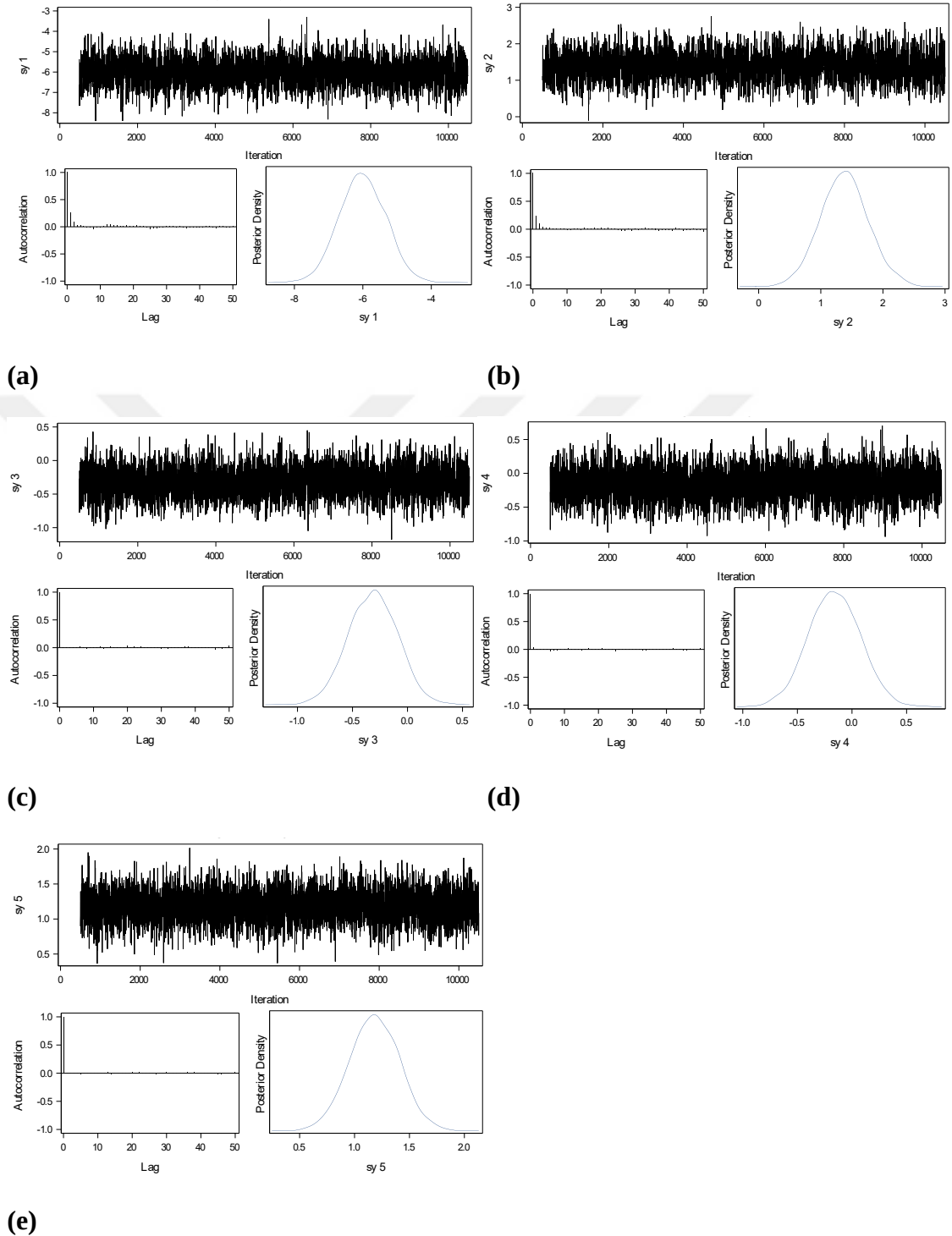


Şekil 8.38. a) Birinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; b) İkinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; c) Üçüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; d) Dördüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; e) Beşinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

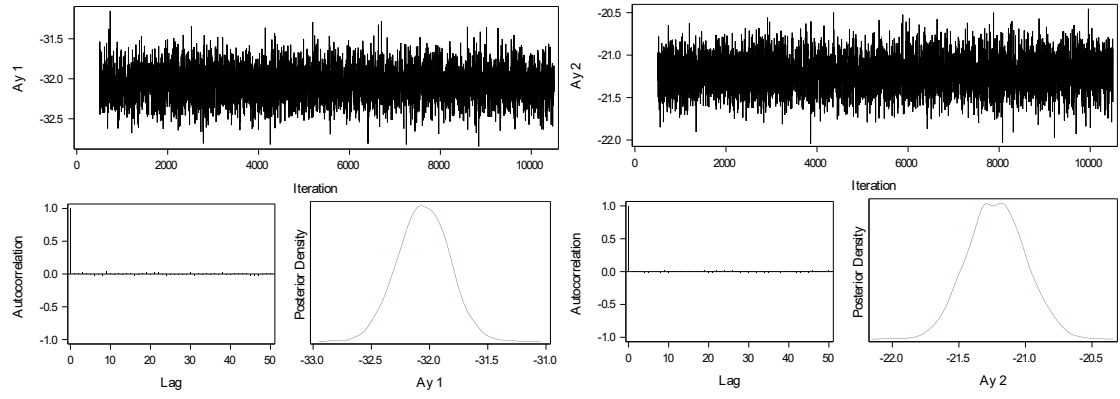


Şekil 8.39. Sütten kesme gün sayısına ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

Ek-14. Varyans- kovaryans yapısı VC için bilgi içeren önsel iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri

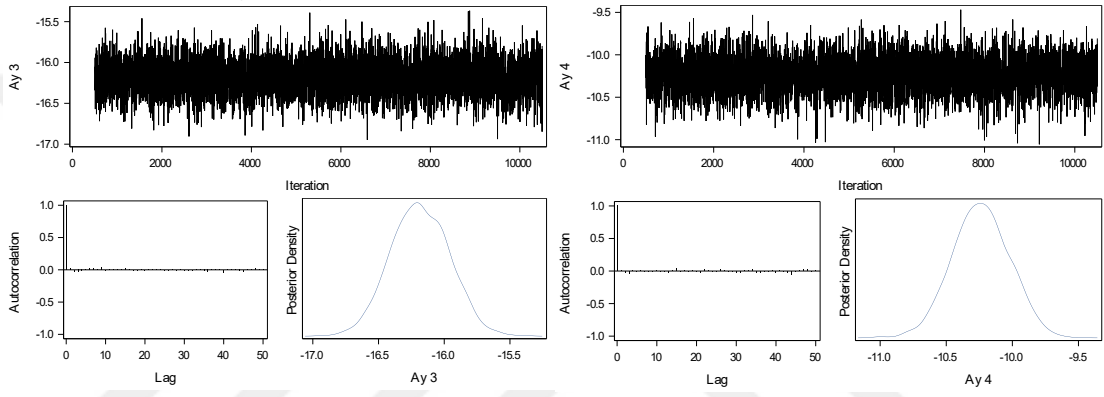


Şekil 8.40. a) Sürü yılı 1'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **b)** Sürü yılı 2'ye ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **c)** Sürü yılı 3'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **d)** Sürü yılı 4'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **e)** Sürü yılı 5'e ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri



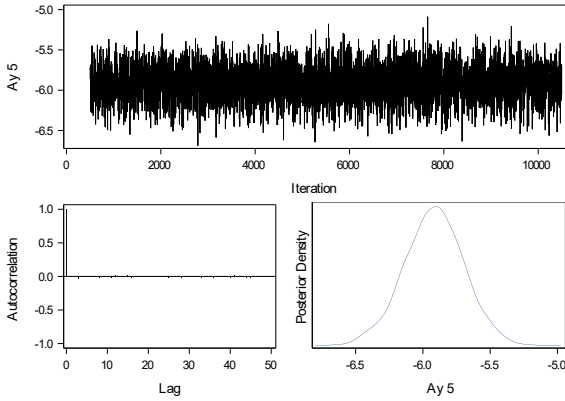
(a)

(b)



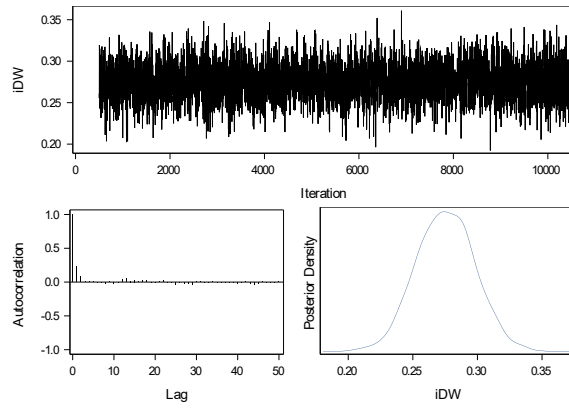
(c)

(d)



(e)

Şekil 8.41. a) Birinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **b)** İkinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **c)** Üçüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **d)** Dördüncü aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri; **e)** Beşinci aya ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri



Şekil 8.42. Sütten kesme gün sayısına ait iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikler

ÖZGEÇMİŞ
FATMA YARDİBİ

ÖĞRENİM BİLGİLERİ

Doktora 2018-2022	Akdeniz Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Zootekni Anabilim Dalı, Antalya
Yüksek Lisans 2006-2010	Akdeniz Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İşletme Anabilim Dalı, Antalya
Lisans 1994-1999 (Ocak)	Hacettepe Üniversitesi Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, Ankara

MESLEKİ VE İDARİ GÖREVLER

Öğretim Görevlisi 2009-2010	Akdeniz Üniversitesi Sosyal Bilimler Meslek Yüksek Okulu, Antalya
Memur 2008-2008	İş Bankası Dokuma Şubesi, Antalya

ESERLER

Uluslararası ve ulusal hakemli dergilerde yayımlanan makaleler

- 1- Yardibi, F., ve Fırat, M. (2021). A Bibliometric Analysis of Publications During The Last Decade on Growth Performance In Animal Science. *Hayvansal Üretim*, 62(2), 99-108. Doi: [10.29185/hayuretim.865473](https://doi.org/10.29185/hayuretim.865473)
- 2- Yardibi, F., Fırat, M. Z., & Teke, E. C. (2021). Trend topics in animal science: a bibliometric analysis using CiteSpace. *Turkish Journal of Veterinary and Animal Sciences*, 45(5), 833-840. Doi: [10.3906/vet-2001-103](https://doi.org/10.3906/vet-2001-103)
- 3- Kiliçaslan, Ö. F., Nabi, V., Yardibi, F., Tokgöz, M. A., & Köse, Ö. (2021). Research Tendency in Lumbar Spinal Stenosis over the Past Decade: A Bibliometric Analysis. *World Neurosurgery*, 149, e71-e84. Doi: [10.1016/j.wneu.2021.02.086](https://doi.org/10.1016/j.wneu.2021.02.086)
- 4- Yuksel, Y., Kose, O., Torun, E., Ergun, T., Yardibi, F., & Sarikcioglu, L. (2021). Estimating the adequacy of the free quadriceps tendon autograft length using anthropometric measures in anterior cruciate ligament reconstruction. *Archives of Orthopaedic and Trauma Surgery*, 1-10. Doi: [10.1007/s00402-021-04197-0](https://doi.org/10.1007/s00402-021-04197-0)

Ulusal bilimsel toplantılarda sunulan ve bildiri kitaplarında basılan bildiriler

- 1- Yardibi F. Ve Fırat M.Z. (2019). Bibliometric Analysis of Five Journals with the Highest Impact Factor in the Field of Statistics Using Citespace. 24. 11. International Statistics Congress, Bodrum. (Bildiri/ Tam metin)
- 2- Yardibi F. (2009). “Kayıp Dağılımlar Yaklaşımının Finans ve Aktüeryal Alanlardaki Uygulamalarının İncelenmesi”, 10. Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu, Erzurum 2009