

HEDEF PROGRAMLAMA İLE PORTFÖY OPTİMİZASYONU

Halil İbrahim AKYÜZ

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İSTATİSTİK**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

EYLÜL 2006

ANKARA

Halil İbrahim AKYÜZ tarafından hazırlanan HEDEF PROGRAMLAMA İLE PORTFÖY OPTİMİZASYONU adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Prof. Dr. Hasan BAL

Tez Yöneticisi

Bu çalışma, jürimiz tarafından oy birliği ile İSTATİSTİK Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan: : Prof. Dr. Ayşen APAYDIN

Üye : Prof. Dr. Hasan BAL

Üye : Prof. Dr. Semra ORAL ERBAŞ

Üye : Prof. Dr. Hadi GÖKÇEN

Üye : Doç. Dr. İhsan ALP

Tarih : 22/09/2006

Bu tez, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygundur.

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada orijinal olmayan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Halil İbrahim AKYÜZ

HEDEF PROGRAMLAMA İLE PORTFÖY OPTİMİZASYONU

(Yüksek Lisans Tezi)

Halil İbrahim AKYÜZ

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Eylül 2006

ÖZET

Portföy optimizasyonu günümüzde çok büyük öneme sahiptir. Çünkü yatırımcılar paralarının alım gücünü kaybetmesini istemezler bunun içinde yatırım yaparlar. Yatırım yapılabilecek bir çok yatırım aracı mevcuttur. Peki yatırımcı parasını nereye yatırırса daha çok kâr elde edebilir? Yatırım yaparken belirli bir riske de katlanmak zorunda eğer çok kazanmak isterse çok fazla riski göz önüne almak zorundadır. Peki bu getiri-risk oranı en etkin şekilde nasıl kullanılabilir? İşte bunu yapan belli başlı bir programlama modeli olan hedef programlama ile bu sınır belirlenmekte ve yatırımcıya yardım edilmektedir.

Hedef programlama tekniklerinin uygulama alanlarının başında finans, ekonomi, sigorta ve bankacılık sektörleri gelmektedir. Ayrıca bu teknik çok kullanışlı bir tekniktir.

Model oluşturulurken Markowitz-Ortalama varyans modeli kullanılmıştır. Bu modelde çeşitlendirme yapılarak portföyün riski azaltılmaya çalışılmıştır. Çeşitlendirme yapılırken yatırım araçlarının birbirleriyle olan karşılıklı ilişkileri çok önemlidir bunun içinde bu ilişkiyi de göz önüne alan bir model kurulmuştur.

Bu modelin en önemli özelliği ise portföye dahil edilecek yatırımların bir biriyle olan ilişkileri kullanılarak riski en aza indirebilecek yatırımlardan oluşmasıdır.

Bilim Kodu	:205.1.148
Anahtar Kelimeler	:Markowitz-ortalama Varyans modeli, hedef programla- ma, İMKB-30, portföy optimizasyonu, Yatırım araçları, risk, getiri
Sayfa Adedi	:106
Tez Yöneticisi	:Prof. Dr. Hasan BAL

PORTFOLIO OPTIMIZATION WITH GOAL PROGRAMMING**(M. Sc. Thesis)****Halil İbrahim AKYÜZ****GAZİ UNIVERSITY****INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY****September 2006****ABSTRACT**

Portfolio optimization is very important in these days. Because the investors don't want to lose their money's buying power, they invest. But there are many investment tools available to invest with. So where should the investor invest his money to get more profit? Of course you have to accept a risk while investing, the more you want to win, the more risks you have to put forth. So how could this return on investment rate be used on maximum efficiency. There is a programming model which is used for this. This goal programming model helps to define this border and at the same time helps the investor.

Here are the primary sectors in which goal programming techniques are used, such as finance, economy, insurance and banking sectors. Also this technique is very useful.

Markowitz-mean variance model has been used to construct this model. Portfolio's risk has been tried to be reduced by varying this model. While doing variations, the relations between investments tools are very important so such a model is formed taking this relation into consideration.

The most important feature of this that it is formed with the investments which can reduce the risks to the least by using the relations between the investments that are to be included on portfolio.

Science Code	:205.1.148
Key Words	:Markowitz-Mean Variance model, Goal Programming,İMKB-30, portfolio optimization, Investment Tools, Risk, Return.
Page Number	:106
Adviser	:Prof. Dr. Hasan BAL

TEŞEKKÜR

Bana bu çalışmam boyunca yardımlarını esirgemeyen ve kaynaklara ulaşmam da beni yönlendiren değerli hocam Prof. Dr. Hasan BAL'a ve görevimi yapmakta olduğum Kastamonu Üniversitesi öğretim üyelerinden hocam Prof. Dr. Ahmet KAÇAR'a bölüm başkanım öğretim görevlisi Erkan YANARATEŞ'e, Emekli öğretim görevlisi Zekiye GÜMÜŞOĞLU'na ve burada ismini sayamadığım bir çok arkadaşşıma bana verdikleri manevi destekten dolayı teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET.....	iv
ABSTRACT.....	vi
TEŞEKKÜR.....	viii
İÇİNDEKİLER	ix
ÇİZELGELERİN LİSTESİ.....	xii
ŞEKİLLERİN LİSTESİ	xiii
1. GİRİŞ	1
2. MODERN PORTFÖY TEORİSİ.....	5
2.1. Beklenen Getiri	5
2.2. Risk	6
2.3. Kovaryans ve Korelasyon Katsayısı	8
2.4. Modern Portföy Kuramının Temelleri	11
2.5. Portföy Getirilerinin Belirsizliği	12
2.6. Portföyü Oluşturan yatırım araçları	13
2.7. Yatırımlarla İlgili Riskler Ve Toplam Riskin Kaynakları.....	13
2.7.1. Sistematik riskin kaynakları	15
2.7.2. Sistematik olmayan risk kaynakları	21
2.7.3. Sistematik riskin ölçülmesi ve portföy seçiminde beta katsayılarının önemi	25
2.8. Portföy Analizinin Temelleri	31
2.9. Markowitz Ortalama-Varyans Modeli	32
3. HEDEF PROGRAMLAMA	44
3.1. Hedef Programlama (HP) Gelişimi.....	44

Sayfa

3.2. Hedef Programlamanın Varsayımları	46
3.3. Hedef Programlamanın Matematiksel Modeli	47
3.3.1. Metot	48
3.3.2. Amaç fonksiyonları	50
3.3.3. Hedeflerin durumuna göre minimum yapılacak sapmalar	50
3.3.4. Doğrusal hedef programlama problemleri için simpleks algoritması.....	51
3.4. Çoklu Amaçların Analizi	52
3.4.1. Çoklu amaçların öncelik düzeyleri.....	53
3.5. Doğrusal Olmayan Hedef Programlama	53
3.6. Doğrusal Olmayan Modelinin Doğrusal modele Dönüştürülmesi.....	54
3.6.1. Simpleks tabanlı doğrusal olmayan hedef programlama algoritması.....	56
3.6.2. Doğrusal olmayan hedef programlamada arama teknikleri	57
3.6.3. Doğrusal olmayan hedef programlamada model araması	58
3.6.4. Örnek.....	59
4. UYGULAMA	64
4.1. Modelle ilgili açıklamalar	72
4.2. Etkin Sınır	73
4.3. Standart Model	73
4.4. Yatırım üst sınırlı Model.....	76
4.5. Risksiz Yatırım Aracı İçeren Standart Model.....	81
4.6. İMKB-30 Endeksiyle Aynı Risk-Getiri Oranına Sahip Model.....	85
5. SONUÇ	90
KAYNAKLAR	93

Sayfa

EKLER.....	96
EK-1 Standart model lingo kodu.....	97
EK-2 Üst sınırlı model lingo kodu	99
EK-3 % 4 getiriye sahip risksiz yatırım araçlı model lingo kodu	101
EK-4 Endeksle aynı getiri-risk oranına sahip model lingo kodu	103
EK-5 Endeksle aynı getiri-risk oranına sahip model lingo çıktısı	105
ÖZGEÇMİŞ	106

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 2.1. İki hisseli portföy'ün karşılaştırılması.....	8
Çizelge 3.1. Hedeflerin durumuna göre minimum yapılacak sapmalar.....	50
Çizelge 4.1. İMKB-30 Hisse senetleri	64
Çizelge 4.2. Hisse senetlerinin aylık değerleri.....	65
Çizelge 4.3. Hisse senetlerinin aylık getirileri	67
Çizelge 4.4. Standart model sonuçları	74
Çizelge 4.5. %20 Üst sınırlı model sonuçları.....	78
Çizelge 4.6. % 4 Risksiz yatırım araçlı model sonuçları	83
Çizelge 4.7. İMKB-30 ile aynı risk-getiri oranına sahip portföy.....	87

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 1.1. Piyasa çalışma prensibi	2
Şekil 2.1. Riskin Kaynakları	14
Şekil 2.2. Risk bileşenleri.....	15
Şekil 2.3. Regresyon doğrusu.....	28
Şekil 3.1. $g_i(x) < b_i$ Biçimindeki sapma	51
Şekil 3.2. $g_i(x) = b_i$ Biçimindeki sapma	51
Şekil 3.3. $g_i(x) > b_i$ Biçimindeki sapma	51
Şekil 3.4. Hooke ve Jeves model araması	61
Şekil 3.5. Örnek 3.6.4 nin değiştirilmiş model araması ile çözümü	62
Şekil 4.1. Standart model risk-getiri grafiği.....	75
Şekil 4.2. Standart model risk-hisse senedi sayısı.....	76
Şekil 4.3. % 20 Üst sınırlı model risk-getiri grafiği.....	79
Şekil 4.4. % 20 Üst sınırlı model risk-hisse senedi sayısı grafiği	80
Şekil 4.5. % 4 Risksiz yatırım araçlı model risk-getiri grafiği.....	84
Şekil 4.6. % 4 Risksiz yatırım araçlı model risk-hisse senedi grafiği.....	85
Şekil 4.7. İMKB-30 endeksiyle aynı risk-getiri oranlı portföyün standart modelle karşılaştırılması	88

1. GİRİŞ

Bu çalışmanın amacı yatırımcının veya portföy yöneticisinin portföyünü oluştururken kullanabileceği bir yöntemi ayrıntılarıyla açıklamak ve bir uygulama ile bunların daha iyi kavranması sağlanmaktadır.

Portföy, bilindiği gibi bir yatırımcının sahip olduğu menkul kıymetlerin bir listesidir. Menkul kıymete yatırım belli amaçlar için yapılmaktadır. Portföy yönetimi, yatırımcının amaçlarını gerçekleştirmek için yapılan çalışmadır. Portföy yönetimi, yatırımcının sahip olduğu toplam menkul kıymetlerin seçimi ve her birinden portföye ne kadar dahil edileceği konusunda belli teknik ve yöntemleri kapsamaktadır.

Günümüzde portföyümüze dahil edebileceğimiz bir çok yatırım aracı bulunmaktadır. Bu yatırım araçlarının hepsi bir birinden farklı özellik taşırlar. Bunlar getiri ve risktir.

Yatırımdaki amaç en az riskle en fazla getirili portföyü oluşturmak veya aynı riske sahip daha fazla getirili portföyleri elde etmektir.

Optimizasyon verilen şartlar altında en iyi sonucun, elde edilmesi işidir[Bal, 1995]. Optimizasyon da yapılmaya çalışılan iş asıl olarak karı maksimize ederken, girdiyi minimize etmektir veya girdiyi minimize edip çıktıyı maksimize etmektir. En iyi sonuca ulaşmak için yapılan işlemlere de Optimizasyon denmektedir.

Optimizasyon günümüzde her konuda kullanılmaktadır. Örneğin bir oto aynasının tasarlanması, bir fakültede veya bir okulda sınav programının ayarlanması, ders programının yapılması en basit anlamda bir optimizasyon problemidir.

Optimumu (en iyiyi) araştıran yöntemler matematiksel programlama teknikleri olarak adlandırılır ve genellikle yöneylem araştırması içinde araştırılmıştır[Bal, 1995].

Hedef programlama, doğrusal programlamanın özel bir halidir. Doğrusal programlamadan farkı doğrusal programlama tek bir amacı sağlamaya çalışırken, hedef prog-

ramlama birden fazla amacı sağlamaya çalışmaktadır, ayrıca model içinde yer alan amaçların hepsinin aynı yönlü olmasına gerek yoktur; Amaçlar bir biri ile çelişebilir.

Gelişmekte olan ülkelerin gelişmesindeki en önemli faktör sermaye faktörüdür. Bu faktör, ülkenin ticari faaliyetleri sonucunda elde edilen gelirlerdir. Ve bu gelirler iyi şekilde değerlendirilerek kalkınmayı hızlandırabilir.

Sermaye piyasası aslında girişimci ve yatırımcı olmak üzere ikiye ayrılır. Girişimci ticari faaliyette bulunan kurum veya kuruluşlardır. Yatırımcı ise yatırımlarını belli beklentiler için yatırım araçlarına yatıranlardır. Yani burada bir döngü söz konusudur. Girişimci sahip olduğu kurum veya kuruluşun hisselerini satışa çıkartır, Yatırımcı ise beklentileri doğrultusunda bu girişimcinin hisselerini alarak o girişimciye ortak olmaktadır. Bu sayede girişimci ihtiyaç duyduğu taze parayla işlerini genişletir yeni yatırımlar yapar. Sermaye piyasası hisse senedi gibi ortaklık sağlayan ya da tahvil, finansman bonusu gibi alacaklılık sağlayan yatırım araçları vasıtasıyla, tasarruflardan girişimcilere kaynak aktarılan piyasalardır.



Şekil 1.1. Piyasa çalışma prensibi

Sermaye piyasası Şekil 1.1 deki gibi çalışmaktadır. Tabi bu akışı sağlayan en önemlilerinden birisi de aracı kurumlardır.

Bugün için hemen hemen her ülkede sermaye piyasası bulunmaktadır. Sermaye piyasası, sermaye birikimini ve firmaların daha da büyümesini sağlar ayrıca mülkiyetin

yaygınlaşması gibi sosyal amaçlara da hizmet eder. Bir menkul kıymete yatırım yapmak yatırım yapılan firmaya ortak olma anlamına gelir.

Yatırımcıların birikimlerini sermaye piyasalarında değerlendirmeye başlaması ile birlikte portföy ve portföy yönetimi ile ilgili konular tartışılmaya, araştırılmaya başlanmıştır.

Optimum portföy ise, minimum riskle maksimum kazanç elde etmeyi amaçlayarak oluşturulan portföydür. Tüm yatırımcıların amacı budur. Ama alınabilecek maksimum risk yatırımcıdan yatırımcıya değiştiği için her yatırımcının portföyü değişik olmaktadır.

Portföy yönetimi, yatırımcının tercih ve ihtiyaçlarına göre menkul kıymetlerin bir araya getirilmesi şeklinde de tanımlanabilir.

Bir çok alanda olduğu gibi portföy seçimi problemlerinde de hedef programlama etkin olarak uygulanır. Gelişmiş ülkelerde portföy yönetimi ile ilgilenen büyük şirketlerin kullandığı metotlar içinde hedef programlama büyük öneme sahiptir.

Bir menkul kıymetin iki özelliği vardır, bunalar risk ve getiri Yatırımcının esas amacı, yatırımının karşılığında belli bir süre sonunda en yüksek getiriye elde etmektir. Belirli risk düzeyinde en yüksek getiriye, belirli bir getiri düzeyinde en az riskli portföyü oluşturmaktır. Portföy oluşturulurken büyük bir kısmını tek bir menkul kıymete veya aynı sektör firmalarına yatırılması risk bakımından sakıncalı olabilmektedir. Bunun yanında riski azaltmak için çok aşırı çeşitlendirmeye gitmekte portföyü yönetmeyi güçlendirmektedir.

Portföyü oluştururken yatırımın riskinin ve getirisini geçmiş dönem verileri elimizde ne kadar çoksa tahmin değerimiz gerçekleşecek değerlere çok yanaşacaktır. Buna istatistikte büyük sayılar kanunu denmektedir.

Portföyün risk oranı, tek tek menkul kıymetlerin risk oranlarından her zaman düşük olacaktır. Fakat tek bir yatırımdan oluşan portföyün getirisi portföyün getirisinden fazla olabilir ama riski de fazla olur.

Bu çalışmada yatırımcıya katlanacağı risk için en fazla getiriyi sağlayan portföyü oluşturması için bir öneride bulunulmaya çalışıldı. Ayrıca yatırım yapılabilecek yatırımlardan elde edilebilecek en iyi portföyler oluşturuldu.

Bu çalışmada İMKB-30'da işlem gören hisse senetlerinden portföy oluşturulmaya çalışılmış, oluşturulan portföyler bir biriyle karşılaştırılarak etkin portföy sınırı oluşturulmuş. Bu etkin sınır üzerindeki portföylerin optimum olduğu gösterilmeye çalışılmıştır.

Bu modelle tek bir optimum portföy elde edilemez sadece etkin sınır elde edilebilir.

Tezin ikinci bölümünde Portföy hakkında bilinmesi gerekenler kısaca açıklanmaya çalışılmaktadır. Konu ile ilgili temel kavramlar, teoriler piyasanın nasıl çalıştığı, Riskler, getiriler üzerinde durulmuş.

Üçüncü bölümde hedef programlama modeli ve çözüm teknikleri hakkında bilgi verilirmeye çalışılmış.

Dördüncü bölümde ise İMKB-30 endeksinde yer alan firmaların geçmiş 26 dönemlik verileri kullanılarak etkin sınır çizilmiş. Değişik modeller kullanılarak oluşturulan etkin sınırlar elde edilmiştir.

2. MODERN PORTFÖY TEORİSİ

Portföy, belirli amaçları gerçekleştirmek isteyen yatırımcıların, sahip olduğu, birbiriyle ilişkisi olan ve kendine öz ölçülebilir nitelikleri olan yeni bir varlıktır[Ceylan,1998].

Portföy yönetimi, bir yatırıma başlamadan önce o yatırım ile ilgili gerekli etütleri yapıp, daha sonrada piyasanın durumuna göre bu portföydeki yatırım araçlarında değişiklik yapmaya denir.

Portföy yönetiminin amacı ise, yatırımcının kabul ettiği risk düzeyinde en yüksek getiriyi sağlamak, sahip olunan servetin satın alma gücünün korunmak olarak sayabiliriz.

2.1. Beklenen Getiri

Yatırım kararı geleceğe dönük verildiğinden getiri yerine beklenen değerden veya getiriden bahsetmek gerekmektedir. Bir yatırımın beklenen getirisi muhtemel getirilerin olasılık dağılımının beklenen değeridir. Diğer bir anlatımla çeşitli durumlardaki beklenen getirilerin ağırlıklı ortalamasıdır ve matematiksel olarak Eş 2.1 ile ifade edilmektedir.

$$\bar{r} = \sum_{j=1}^n r_j P_j \quad (2.1)$$

Eş. 2.1’de;

n : Yatırım aracı sayısı

$\bar{r}$: Beklenen getiri

r_j : j. durumun getirisi

P_j : j. durumun olasılığı

Eş. 2.1’de hesaplamalarda beklenen getiri hesaplanırken aritmetik ortalamadan yararlanılır.

Bir Portföyün bellenen getirisi kısaca portföydeki menkul kıymetlerin beklenen getirilerinin ağırlıklı ortalamasıdır ve Eş. 2.2 deki formülle hesaplanır.

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n (x_i E(R_i)) \quad (2.2)$$

Eş. 2.2’de ;

R_p : Portföyün getirisi

x_i : t. hisse senedinin portföydeki ağırlığı

$E(R_i)$: t. hisse senedinin beklenen getirisi

2.2. Risk

Yatırımın beklenen getirisine değil de aynı zamanda elde edilen getirilerin ortalamadan ne kadar farklı olduğuna da bakmak gerekmektedir.

Varyans, olasılık dağılımının sıklığını gösterir ve portföy yönetiminde risk ölçüsü olarak kullanılmaktadır.

Markowitz ve Tobin’in standart sapma ve varyansın sınırlarını belirlemeleriyle, portföy oluşturmada önemli gelişmeler meydana gelmiştir. Standart sapma ve varyans hesapları çerçevesinde, portföy seçiminin optimal olması için şartların uygun olması gerekmektedir. Ayrıca, portföy oluşturma modellerinin arzu edilen sonucu verebilmesi ve oluşturulan değerinin artması içinde alternatif ölçütlere ihtiyaç vardır. Başka bir ifadeyle optimal portföy oluşturmak için, sadece beklenen getiriye bakılmaz. Ayrıca her bir olasılığın beklenen getiriden ne kadar saptığına ilişkin bir ölçüde gereklidir. Bu ölçüye, varyans denir. Standart sapmanın veya varyansın küçüklüğü riskin az

olduğunun göstergesidir. Yatırımcı aynı getiri düzeyinde standart sapması küçük olan portföyü tercih eder.

Eğer olasılık dağılımında her bir getirinin meydana gelme olasılığı eşit ise, varyans Eş. 2.3'teki gibi formülle edilebilir.

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^n \frac{[R_{ij} - E(R_i)]^2}{n} \quad (2.3)$$

Eş. 2.3'de;

σ_i^2 : i. menkul kıymetin varyansı

R_{ij} : i. menkul kıymetin j. periyottaki getirisi

$E(R_i)$: i. menkul kıymetin beklenen getirisi

n : periyot sayısı

Standart sapma ise varyansın karekökü olduğundan Eş. 2.42teki gibi hesaplanır.

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_i^2} \quad (2.4)$$

İki varlıktan oluşan bir portföyün beklenen getirisi ve varyansı çizelge 2.1 incelendiğinde net bir şekilde anlaşılmaktadır. Aynı dönemlerde iki farklı hissenin getirileri hesaplandı. Her iki hisse senedinin de getirisi 9 birim. Riskleri farklı A'nın riski 50/3 B'nin ise 800/3 olarak hesaplandı. Daha sonra bu iki hisse senedinden %80 A, %20 B hisse senedinden alınarak bir portföy oluşturuldu ve beklenen getirisi yine 9 oldu fakat riskine bakıldığında 0 olduğu görülmektedir. Burada bu iki hisse senedinin korelasyon katsayısının -1 olduğu anlaşılmıştır.

Çizelge 2.1. İki hisseli portföy'ün karşılaştırılması

	Hisseler		Portföy
Dönem	A Getirisi	B Getirisi	%80 A, %20 B
1	14	—11	9
2	9	9	9
3	4	29	9
Ortalama getiri	9	9	9
Varyans(Risk)	50/3	800/3	0
Standart Sapma	$5\sqrt{\frac{2}{3}}$	$20\sqrt{\frac{2}{3}}$	0

2.3. Kovaryans ve Korelasyon Katsayısı

Daha önce açıklandığı gibi, menkul kıymetlerin tek tek risklerini standart sapma ve varyansla ölçmek mümkündür. Ancak iki yada daha fazla menkul kıymet söz konusu olduğunda risk her bir menkul kıymetin risklerinin toplanıp hisse senedi sayısına bölünmesi değildir.

Kovaryans, getirilerdeki sapmaların çarpımları toplamının (N-1) ile bölünmesiyle hesaplanır. Eğer, her iki menkul kıymette getirileriyle ortalamaları arasında pozitif veya her ikisinde de negatif büyük fark varsa, bu durumda kovaryans değeri büyük bir pozitif değerdir. Birisi, pozitif iken, diğeri negatif ise, bu kez kovaryans değeri negatif bir değerdir.

İki hisse senedi arasındaki Kovaryans Eş. 2.5'deki formülle hesaplanır

$$COV (ik) = \frac{\sum_{j=1}^N \left[\left(R_{ij} - E(R_i) \right) \left(R_{kj} - E(R_k) \right) \right]}{N - 1} \quad (2.5)$$

Eş. 2.5' de

- R_{ij} : i. menkul kıymetin j. dönemdeki getirisi
 R_{kj} : k. menkul kıymetin j. dönemdeki getirisi
 $E(R_i)$: i. menkul kıymetin beklenen getirisi
 $E(R_j)$: j. menkul kıymetin beklenen getirisi
N : Gözlem sayısı

kovaryans katsayısının işareti ilişkinin ne yönde olduğunu gösterir. Pozitif ise eş yönlülüğü negatif ise ters yönlülüğü ifade eder. Sıfır ve sıfıra yakınsa menkul kıymetler arasında doğrusal bir ilişkinin olmadığını ifade eder.

Portföye dahil edilecek menkul kıymetlerin getirileri arasındaki ilişkinin yönünün belirlenmesinde kullanılan ölçütlerden biri de korelasyon katsayısıdır. korelasyon, İki değişken arasındaki ilişkinin derecesini ve yönünü belirlemede kullanılır.

Hisse senetlerinin getirileri arasındaki ilişkinin derecesini ölçmekte kullanılan korelasyon katsayısı, kovaryansın, iki menkul kıymetin standart sapmalarına bölünmesiyle bulunur.

$$\delta_{ik} = \frac{COV(ik)}{\sigma_i \sigma_k} \quad (2.6)$$

korelasyon katsayısını +1 veya +1 e yakın bir değer alması pozitif tam korelasyon, -1 veya -1 e yakın bir değer alması negatif tam korelasyon, 0 olması ise aralarında doğrusal bir ilişkinin olmadığını ifade etmektedir.

1950'li yıllara kadar portföy yönetimi hisse senetlerinin birbiri ile olan ilişkileri göz önüne alınmadan portföyde bulunan varlıkları çeşitlendirerek riski azaltabileceklerini düşünmüşlerdir.

Modern portföy teorisinde sadece portföyü çeşitlendirerek riskin azaltılamayacağı çünkü portföyde yer alan varlıkların aynı yada ters yönde hareket ettikleri ileri sürülmektedir.

1952 yılında Hanry Markowitz'in "Portföy seçimi" başlıklı makalesi ile başlayan modern portföy teorisi, Bu modelde çeşitlendirme yaparken bu varlıkların birbirleriyle olan ilişkileri de göz önüne alınarak çeşitlendirme yoluna gidilmiş ve böylece riskin daha azaltılabileceğini göstermiştir. Bu modelde yatırımcının hedeflediği getiri düzeyine ulaşmak için üstlenilmesi gereken minimum risk düzeyini ve bu risk düzeyindeki portföyün yapısını belirlemeye çalışmıştır. Markowitz, geleneksel portföy yönetimine üç önemli noktada katkıda bulunmuştur. Bunlardan birincisi ve en önemlisi, portföy yönetiminde, kısımların veya parçaların toplamının, bütüne eşit olmadığına ispatlanmasıdır. Markowitz, burada portföy riskinin portföyü oluşturan varlıkların riskinden daha az olabileceğini ve belirli koşullarda portföyün sistematik olmayan riskinin sıfır yapılabileceğini göstermiştir. İkincisi, yatırımcıların bazı portföyleri aynı getiriye sağlamakla birlikte, daha riskli oldukları için, bazı portföyleri de aynı risk düzeyinde olmakla birlikte, daha az getiri sağladıkları için tercih etmeyeceklerini, dolayısıyla bazı portföylerin diğerlerine göre daha üstün olduklarını ve bu durumu üstünlük ilkesi olarak ileri sürmüştür. Markowitz'e göre menkul kıymetlerin seçiminde etkin sınır söz konusudur. Üçüncü kısım ise etkin sınırın kuadratik programlama yolu ile elde edilebileceğidir.

Bu nedenle, 1963 yılında Markowitz'in bir öğrencisi olan William Sharpe, bu yöntemi geliştirerek, basit bir şekilde ortaya koymuştur. Tekli indeks modeli, olarak bilinen bu yöntem 1970'lerde paket program haline getirilerek, bilgisayar çözümlerinde kullanılmaya başlanmıştır.

Portföy yönetimi konusunda, daha sonraları, Sharpe (1964), Lintner (1965) ve Mossin (1966), bütün tasarruf sahiplerinin modern portföy kuramına uygun olarak, menkul kıymetlere ve özellikle hisse senetlerine yatırım yapmaları halinde, fiyatların ne yönde değişeceğini araştırmışlardır. Bu çalışmaların sonucunda, (SVFM) Sermaye Varlıklarını Fiyatlama Modeli geliştirilmiştir SVFM, yirmi yıla yakın bir süre, batıda

portföy yönetiminde aracı kuruluşlar tarafından kullanıldıktan sonra, 1977'de Richard Roll, modelin yetersizliğini ileri sürerek, portföy yönetiminde kullanılmamasını önermiştir.

Hemen hemen, aynı yıllarda, Steve Ross, SVFM'e alternatif olarak (AFK) Arbitraj Fiyatlama Kuramı olarak bilinen modeli ortaya atmıştır. Bu modelde Ross, risk ve getiri arasında, hiç bir yatırımcıya arbitraj yolu ile sınırsız olarak servetini artırma imkanı vermeyecek bir ilişkiyi araştırmıştır. Günümüzde, Sermaye Varlıklarını Fiyatlandırma Modeli, uygulamada geniş ölçüde kullanılırken, AFK, henüz akademik çevrelerde tartışılmaktadır.

Portföy kuramında çok sayıda menkul kıymete yatırım yapılması durumunda, portföy riskinin ne olacağı hususu araştırılmaktadır. Portföy riski, getirilerdeki değişim yönünden ölçülür. Getirilerdeki değişim veya sapma, varyans veya standart sapma ile ifade edilir. Portföye hangi menkul kıymetlerin alınacağı konusu önem taşır. Portföye bir menkul kıymet eklendiğinde veya çıkarıldığında, portföy getirisi üzerindeki etkisi ne olur? Portföy riski artacak veya azalacak mıdır? Gelecek yıl portföy getirileri beklenen oranda gerçekleşecek mi? Bu ve benzeri soruların cevapları yatırımcıların bilmek istedikleri konulardır. Kısaca, yatırımcı bir grup, nasıl bir portföy oluşturmalıdır ki, portföy getirisi en çok ve riski en az olsun. Portföy yatırımcıları ile ilgili söz konusu endişeler, modern portföy kuramı yardımıyla en aza indirilmeye çalışılmıştır.

2.4. Modern Portföy Kuramının Temelleri

Harry Markowitz'in modern portföy yaklaşımını, geleneksel portföy yaklaşımından ayıran özellikleri ile ilgili görüşlerini şu şekilde özetlemek mümkündür;

Portföy seçimi, kavram olarak menkul kıymet seçimi kavramından daha geniş ve farklıdır. İyi bir portföyü, iyi hisse senetleri ve tahvillerden oluşan uzun bir liste olarak düşünmemek gerekir. Çünkü, portföye belirli amaçlar ve tekniklerle alınan menkul kıymetlerin tek tek ele alınması, farklılıklarının ve özelliklerinin araştırılması gerekir.

Öte yandan, portföy analizinin iki boyulu bulunmaktadır. Bunlardan ilki, menkul kıymetlere yatırım yapan yatırımcıdır. Diğeri ise, portföyü oluşturan finansal varlıklardır. Portföy analizi yapılırken, öncelikle, yatırımcının beklentileri göz önüne alınmalıdır.

Portföy analizi, menkul kıymetler hakkında gerekli olan bilgilerin toplanması ile başlar. Portföy analizinin temel girdilerini menkul kıymetler ile ilgili çeşitli bilgi kaynakları oluşturur. Bu kaynakların başlıcaları; menkul kıymetin ait olduğu işletme ile ilgili bilgiler, her bir menkul kıymetin geçmiş yıllarda gösterdiği performansı, menkul kıymet veya kıymetlerin gelecekteki performansları konusundaki beklentilerdir. Eğer, portföy analizi girdisi olarak, menkul kıymetin geçmiş yıllardaki performansı kullanılıyorsa, ulaşılan sonuç, genellikle geçmişin iyileştirilmiş tekrarı niteliğinde olacaktır.

Öte yandan, geleceğe ilişkin beklentiler, portföy analizine girdi oluşturuyorsa, ulaşılan sonuç, beklentilerin doğrultusuna bağlı olarak değişecektir.

Modern portföy kuramının temellerini, portföy gelirlerinin belirsizliği ve menkul kıymet getirilen arasındaki ilişki şeklinde ele almak mümkündür.

2.5. Portföy Getirilerinin Belirsizliği

Belirsizlik sorunuyla karşı karşıya kalan bir yatırımcı, muhtemel sonuçların olasılıkları hakkında objektif bir bilgi sahibi değildir. Genellikle, belirsizlik menkul kıymet yatırımlarının dikkati çeken başlıca unsurudur. Ekonomik konularda geleceğe ilişkin tahmin tekniklerinin karar alma sürecinde yeterince etkili olmamaları bir yana bırakılırsa, sistematik olmayan olaylardan kaynaklanan değişikliklerin, sermaye kazancını veya temettüyü, belli bir menkul Kıymet açısından etkilemesi, belirsizliğin boyutunu vurgulamaktır, örneğin, uluslararası ilişkilerde meydana gelen problemler, askeri harcamaların azalması veya artması, kurak geçen bir yaz, büyük bir keşif, portföy yöneticilerinin doğrudan hesaplara katamadığı belirsizliklerdir. Söz konusu olumsuz

durumların meydana gelmesi, portföy yöneticilerinin veya yatırımcıların beklentilerinde sapmalara neden olacaktır.

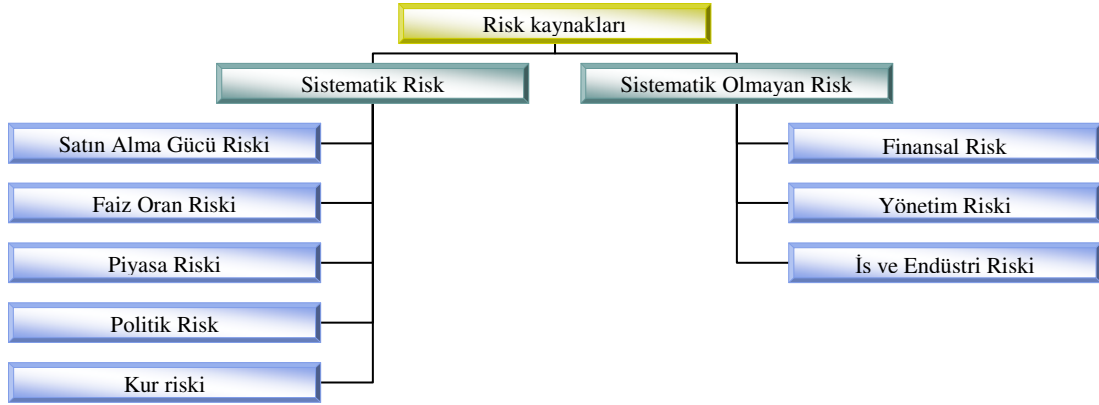
2.6. Portföyü Oluşturan Yatırım Araçları

Bir portföy hisse senedi ve tahvil gibi menkul kıymetler dışında başka yatırım araçları da mevcuttur bunlar;

- Varlığa dayalı menkul kıymet
- Finansman bonoları
- Hazine bonosu
- Gelir ortaklığı senetleri
- Banka garantili bonolar ve repolar
- Metre kare konut sertifikaları
- Döviz
- Altın

2.7. Yatırımlarla İlgili Riskler ve Toplam Riskin Kaynakları

Portföy yönetiminin en önemli fonksiyonlarından biri, risk ve getiri arasında ilişki kurmaktır. Bilindiği gibi, herhangi bir menkul kıymete yatırım yaparken, göz önünde tutulacak en önemli unsur, söz konusu menkul kıymete ait risk ve getiri arasındaki ilişkidir. Çünkü, yatırım araçlarının seçimi, büyük ölçüde bu iki unsurun karşılaştırılmasını ve bunlar arasında uygun bir değişimin saptanmasını gerektirir.



Şekil 2.1. Riskin kaynakları

Genellikle, yatırımcılar, getiri oranı hakkında oldukça fazla bilgi sahibi oldukları halde, risk kavramı hakkında yeterli bir bilgiye sahip değildirler. Bu nedenle, risk türleri ve toplam riskin kaynaklarının neler olduğunun açıklanması, bilinçli yatırım kararlarının alınması yönünden çok büyük önem taşımaktadır

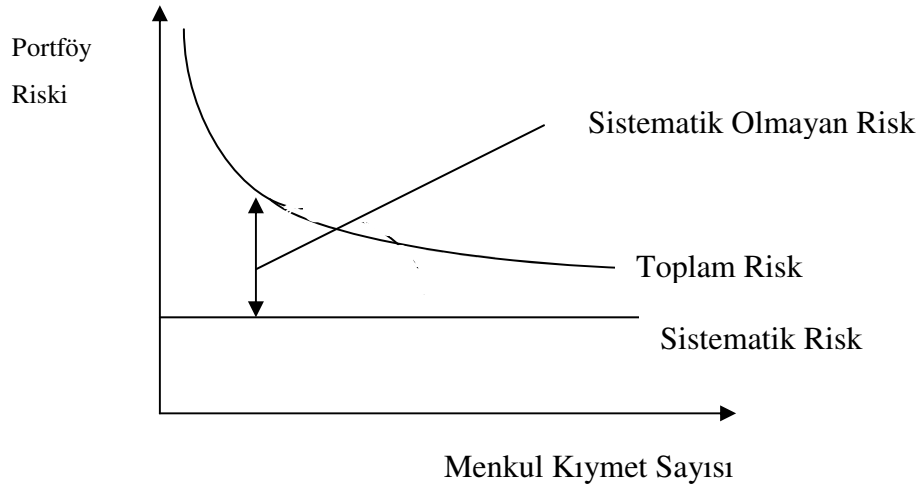
Geleneksel yatırım analizi, ortaya çıkış nedenlerine ve etkilerine bağlı olarak, farklı nitelikte risk çeşitleri ve farklı risk grupları üzerinde durmaktadır. Portföy kuramında yatırımcının riski kontrol altına alabilme veya sınırlayabilme olanağının olup olmamasına göre, toplam risk, sistematik ve sistematik olmayan risk olarak iki ana gruba ayrılabilir.

Yatırımcıların karşı karşıya kaldığı toplam risk, yukarıdaki belirtildiği gibi, iki bileşenden oluşur. Toplam riskin bileşenleri, sistematik risk ve sistematik olmayan risklerdir. Toplam risk Eş.2.7’de gösterilmiştir.

$$\theta_i^2 = \beta_i^2 \theta_m^2 + \theta_e^2 \quad (2.7)$$

Eş.2.7’ de (θ_i^2) yatırım yapılan menkul değerın toplam riskini, (β_i^2) menkul kıymetin sistematik riske karşı duyarlılığını, (θ_m^2) sistematik riski, (θ_e^2) ise menkul kıymetin kendisine özgü olan ve sistematik olmayan riskini ifade etmektedir.

Portföy kuramında çeşitlendirme ile portföy riski arasında bir ilişki olduğu varsayılır. Çeşitlendirmedeki amaç riski azaltmaktır. Çeşitlendirme ile portföy riskinin azalıp azalmadığını Şekil 2.2’de göstermek mümkündür.



Şekil 2.2. Risk bileşenleri

Görüldüğü gibi, sistemik risk, yatay eksene paralel bir doğru ile gösterilmiştir. Bunun anlamı, portföy ne kadar çeşitlendirilirse çeşitlendirilsin, bu risk aynı düzeyde kalacaktır. Ancak, sistemik risk, her zaman sabit değildir. Oluşturulan bazı portföyler için, söz konusu risk düzeyi daha aşağı veya daha yüksek bir seviyede oluşabilir. Her portföy için mutlaka bir sistemik risk söz konusudur. Ancak, portföyün çeşidine göre, bunun seviyesi değişebilmektedir. Örneğin, uluslararası sermaye piyasalarından oluşturulan bir portföyle, tek bir ülkedeki menkul kıymetlerden oluşturulan portföyün sistemik riski aynı seviyede değildir. Sistemik riski çeşitlendirmeyle düşürmek imkansızdır, sistemik olmayan riski ise, iyi bir çeşitlendirme ile düşürmek mümkündür. Çok iyi çeşitlendirilmiş bir portföyde sistemik olmayan risk, sistemik risk seviyesine kadar indirilebilir.

2.7.1. Sistemik riskin kaynakları

Sistemik riskin kaynakları, sosyal, ekonomik ve politik çevredeki değişimlerdir. Söz konusu değişimler, menkul kıymet pazarlarını etkilemektedir[Ceylan,1991]. Bu

etki bütün menkul kıymetleri aynı şekilde etkilemez. Genelde, temel endüstriyel maddeler üreten işletmelerde ve dolayısıyla söz konusu işletmelerin hisse senetleri üzerinde, sistematik riskin daha yüksek olduğu gözlenmiştir[Akgüç,1989]. Sistematik risk, portföyün çeşitlendirilmesi ile giderilemeyen risk olarak da tanımlanabilir.

Başka bir deyişle, sistematik risk, piyasada işlem gören tüm menkul kıymetlerin fiyatlarını aynı anda etkileyen faktörlerin neden olduğu risktir. Beklenen getirinin sistematik değişkenliği, hemen hemen tüm menkul kıymetlerin fiyatlarında değişen derecelerde mevcuttur. Çünkü, menkul kıymetlerin fiyatlarının çoğu, sistematik bir şekilde aynı yönde hareket ederler.1987 yılında IMKB'ye (İstanbul Menkul Kıymetler Borsası) kota olmuş ve işlem gören 28 şirket üzerinde yapılan bir incelemede, sistematik risk yüzdesi 65,5 olarak hesaplanmıştır[Teziş,1987].

ABD'de NYSE'de 63 firmanın hisse senetleri üzerinde yapılan bir başka araştırmada da sistematik riskin, toplam riskin yaklaşık % 33'ünü oluşturduğu tespit edilmiştir. Sistematik olmayan riskin, hisse senetlerinin değeri üzerindeki etkisinin, Türkiye'nin tersine, daha fazla olduğu saptanmıştır. Bu nedenle, gelişmiş ülke ekonomileri ile karşılaştırıldığında, Türk sermaye piyasasındaki hisse senetlerinin oldukça yüksek sistematik risk taşıdıkları söylenebilir. Bundan dolayı, faiz ve enflasyon oranları veya döviz kurundaki değişiklikler, IMKB'deki hisse senetlerinin fiyatını hemen etkileyebilmektedir[Ceylan ve Korkmaz, 1998].

Yatırımcılar açısından sistematik riskin kontrol olanağı yoktur. Bu nedenle, portföy yönetiminde tek belirsizlik kaynağının sistematik risk olduğu ifade edilebilir.

Sistematik riskin başlıca kaynakları şunlardır:

- 1.Satın Alma Gücü Riski,
2. Faiz Oranı Riski,
3. Piyasa Riski,

4. Politik Risk,

5. Kur Riski.

Satın alma gücü riski

Bilindiği gibi, satın alma gücü riski, enflasyon riski olarak da ifade edilebilir. Enflasyonun sözlük anlamı, paranın değerinin, hızlı bir şekilde düşmesi, fiyatlar genel seviyesinin yükselmesi, dolayısıyla dolaşımdaki para miktarının artmasıdır. Son yıllarda satın alma gücü riski veya enflasyon riski, yatırımcıların dikkatlerini daha fazla çekmektedir. Satın alma gücü riski, fiyat düzeylerindeki değişimler nedeniyle satın alma gücündeki potansiyel kayıplar olarak da tanımlanabilir. Bu risk, yatırımcının parasal değerlerle ifade edilen kıymetlerinin, enflasyon nedeniyle, satın alma gücünde meydana gelen kayıptır. Eğer, fiyatlar genel seviyesi belirgin ve sürekli olarak artıyor ve artış yatırımın getirisinin üstünde oluşuyorsa, satın alma gücünde azalma meydana gelmiş demektir. Böyle bir durumda, menkul kıymet yatırımları için nominal ve reel olmak üzere iki tür kazançtan söz edilebilir. Nominal kazanç, paranın satın alma gücündeki düşmeleri hesaba katmadan elde edilen kazançtır. Enflasyon oranının yüksek olduğu ülkelerde nominal kazanç anlamlı değildir. Bu nedenle, reel kazancın hesap edilmesi gerekir.

Görüleceği gibi, enflasyon, menkul kıymet yatırımlarından beklenen getirileri ve dolayısıyla menkul kıymetlerin değerini etkilemektedir. Bu nedenle, enflasyon, menkul kıymet yatırımlarının reel kârlılık düzeyini belirleyen önemli faktörlerden biridir.

Portföy yöneticileri, portföyden elde edecekleri gelirinin reel satın alma gücünü hesaplayabilmek için, aşağıdaki formülден yararlanabilirler:

$$x = \frac{1+r}{1+\frac{\Delta p}{p}} - 1 \quad (2.8)$$

Eş. 2.8' de;

x = Reel satın alma gücünü,

r = Faiz gelirini,

$\Delta p/p$ = Enflasyon oranını göstermektedir.

Eğer, enflasyon oranı ($\Delta p/p$) % 60, faiz geliri % 70 ise, yatırımcının satın alma gücü (x), % 6,2'dir. Görüleceği gibi, yatırımcının enflasyon sonrası reel satın alma gücü % 6,2'dir.

Genel fiyat düzeyindeki yükselme menkul kıymetlerin fiyatlarını farklı derecede etkilemektedir. Bu nedenle, enflasyonun tahvil ve hisse senetlerine olan etkisini ayrı ayrı incelemekte yarar vardır.

Hisse Senetleri ve Enflasyon Riski: Hisse senetlerinin enflasyona karşı dayanıklı olduğu fikrini ileri sürenler, enflasyonla birlikte, işletmenin varlıklarının değeri ile satış ve kârının artacağını düşünmektedirler. Böylece, enflasyona bağlı olarak, dağıtılan kâr paylarında bir yükselme olabilecektir. Bunun sonucu olarak, hisse senetlerinin piyasa fiyatı da artacak ve yatırımcılar enflasyondan zarar görmeyerek daha kârlı çıkabileceklerdir[Ceylan,2004].

Faiz oran riski

Faiz oranı riski, piyasa faiz oranının yükselme veya düşme olasılığını ifade eden bir kavramdır. Piyasa faiz oranında meydana değişmeler, belirli faiz getirisine sahip menkul kıymetlerin piyasa fiyatlarında ve dolayısıyla verimlerinde değişmelerin meydana gelmesine yol açmaktadır. Faiz oranı riski, sabit faizle borçlanmayı mümkün kılan menkul kıymetler için esas olan bir risk türüdür. Sabit getirili menkul kıymetlere yatırım yapan yatırımcı, piyasa faiz oranının yükselmesi durumunda bundan zarar görür. Faiz oranı riski, faiz oranının en düşük olduğu zaman en az, en yüksek olduğu zaman ise, maksimum düzeye çıkar. Faiz oranlarının değişmesinin tahvil gelirlerine bir başka etkisi ise, tahvillerden sağlanan gelirlerin yeniden yatırıma yönel-

tilmesi durumunda ortaya çıkmaktadır. Faiz gelirlerinin yeniden yatırıma yöneltilmesinde ortaya çıkan risk, yeniden yatırım oranı riski olarak tanımlanabilir. Tahvillere yatırım yapan bir yatırımcı, tahvili vade sonuna kadar elde tutmayı düşünüyorsa, sadece yeniden yatırım riskini üstlenecektir. Buna karşın, tahvili vadesinden önce satmayı düşünen bir yatırımcı, hem yeniden yatırım riski, hem de fiyat riski ile karşı karşıya kalacaktır[Ceylan ve Korkmaz, 1998].

Hazine bonoları ve devlet tahvilleri de faiz oranı riski taşımaktadır. Çünkü, devlet, açık piyasada bu bonoların arz ve talebini sağlayabilmek için, alıcı ve satıcı konumunda olabilmektedir.

Faiz oranı riski iki yönlü ele alınabilir. Bir taraftan faiz oranındaki değişimler menkul kıymetlerin fiyatını etkilerken, öte yandan, faiz oranlarındaki yükselme, yatırımcı için kaybedilmiş bir fırsat olarak ortaya çıkmaktadır. Çünkü, faiz oranlarındaki yükselme, menkul kıymetin fiyatının düşmesi demektir. Bu nedenle, yatırımcı için, enflasyon riskinde olduğu gibi, zarar söz konusu olmaktadır. Sabit getirili menkul kıymetlerin vadesi, faiz oranları değiştiğinde fiyat üzerinde önemli bir etkiye sahiptir. Çünkü, menkul kıymetlerin fiyatı ile piyasadaki faiz oranları arasında ters yönlü bir ilişki bulunmaktadır. Buna göre, faiz oranlarındaki yükselme, fiyatların düşüşünü, faiz oranlarındaki düşüş ise, menkul kıymetlerin fiyatlarının yükselişini ifade eder.

Piyasa riski

Sermaye piyasasında, zaman zaman belirli bir neden veya nedenlere bağlanabilen, bazen de hiç bir geçerli neden olmadan finansal varlıkların pazar fiyatlarında büyük düşüşler olabilir. İşte, böyle bir fiyat düşüşünün yatırımcının verimi üzerindeki olumsuz etkisi piyasa riskini oluşturur[Ceylan ve Korkmaz,1998].

Piyasa riskinden kaynaklanan fiyat değişimleri, şirketlerin denetimi dışındadır. Beklenilmeyen bir savaşın başlaması veya bitmesi, seçim yılı olması, politik faaliyetlerin artması veya ülkedeki başbakanın veya cumhurbaşkanının hastalanması veya ölmesi, piyasada spekülatif faaliyetlerin artması, altın ve petrol çıkarımının artması v.b., pi-

yasayı etkileyen psikolojik faktörlerdir. Yatırımcıların gelecek hakkındaki bekleyişlerinin karamsar yada iyimser olmasını etkileyen bir çok neden, piyasa riskinin etkinliğini artırıcı yada azaltıcı rol oynayabilir. Örneğin, 22 Kasım 1963'de NYSE'e Başkan Kennedy'nin ölüm haberi geldiğinde, menkul kıymet fiyatlarında hemen hızlı düşüş başlamıştır. Bunun üzerine borsa kapatılmıştır. Borsa tekrar açıldığında, piyasa riski ortadan kalktığından, menkul kıymet fiyatları normal seviyelerine yükselmiştir. Bu tür olaylarda önemli konulardan biri de belirsizliktir. Belirsizlik dönemlerinde, yatırımcıların kafalarındaki soru işaretleri artar ve bunun yerini piyasadan kaçış ya da hareketsizlik alır[Karan,2001].

Piyasa riski, yüksek kaliteli finansal varlıklardan ziyade, düşük kaliteli finansal varlıklar üzerinde daha fazla hissedilir. Aktif olmayan pazarlarda, aktif pazarlara kıyasla daha yüksek piyasa riski söz konusudur. Piyasa riski, hisse senetlerini tahvillerden daha fazla etkiler. Çünkü, tahvil ve bunlar gibi borçlanma senetlerinin gerçek değerleri, hisse senetlerinin değerlerinden daha hassas tahmin edilebilir. Bu özellik, tahvil piyasa fiyatının, bir hisse senedi fiyatına göre piyasa riski nedeni ile daha az dalgalanmasına neden olur. Yatırımcının, çeşitlendirme yoluna giderek, piyasa riskini azaltması veya ortadan kaldırması oldukça uzak bir ihtimaldir. Çünkü, piyasa riskinin ortaya çıkmasıyla birlikte, tüm menkul kıymetler aynı yönde hareket etmektedirler. Ancak, kendisini piyasa riskine karşı korumak isteyen bir yatırımcı, satın almayı düşündüğü hisse senedinin fiyatının piyasada meydana gelen değişkenliklere karşı olan duyarlılığını, yani beta katsayısını hesaplamalıdır.

Politik risk

Dünyada meydana gelen siyasi ve ekonomik krizler, savaşlar, yatırımcıların davranışları üzerinde oldukça etkilidir. Politik riskin bir başka boyutu da, uluslararası ticaretin hacmi ile ilgilidir. Koruma girişimleri, kotalar, döviz kurundaki dalgalanmalar veya yabancı sermaye yatırımları, bu riskin unsurlarını oluşturmaktadır[Ceylan ve Korkmaz,1998].

Politik risk, politik koşullardaki değişmelerin menkul kıymetlerin getirilerinde meydana getireceği değişiklikleri tanımlamakta kullanılan bir risk türüdür. Politik risk, ulusal ve uluslararası siyasi gelişmelerin bir yansıması olarak ortaya çıkabilir. Bir çok kaynakta politik risk, piyasa riskinin içerisinde düşünülerek incelenmektedir.

Kur riski

Kur riski, bazı kaynaklarda döviz riski olarak da ifade edilmektedir. Kur riski, yabancı para cinsinden yapılan yatırımlarda paraların değerinin değişmesi durumunda ortaya çıkan bir risktir. Önümüzdeki yıllarda, menkul kıymet yatırımcılarının ülke sınırlarını aşması, söz konusu riskin önemini de artıracaktır. Kurlardaki değişiklikle, değişik ülkelerdeki faizler arasında sıkı bir ilişki bulunmaktadır. Kurlardaki değişkenliğe paralel olarak, yabancı ülkelerde yapılan yatırımların kârlılıkları da değişebilecektir[Ceylan ve Korkmaz,1998].

Döviz kurlarının sürekli değişmesi, uluslararası portföye sahip yatırımcıların her zaman kazanacağı veya her zaman kaybedeceği anlamına gelmemektedir. Uluslararası alanda portföy oluşturan yatırımcıların, yatırımlarının portföyde yer alan ülkelerin bazılarının parası karşısında değer kazanması, bazıları karşısında da değer kaybetmesi mümkündür.

Kur riskinden korunabilmek için, yatırımcıların oluşturacakları uluslararası portföylerinde farklı ülkelere ait menkul kıymetlere yer vermeleri, kur riskini azaltıcı bir rol oynayabilir.

2.7.2. Sistematik olmayan risk kaynakları

Toplam riskin diğer bir bölümü olan sistematik olmayan risk, bir şirket veya sektöre özgü olan risktir. İşçi grevi, yönetim hataları, keşifler, reklam kampanyaları, tüketici tercihlerindeki değişmeler, şirket gelirinde sistematik olmayan değişmelere yol açabilir. Sistematik olmayan faktörler, diğer endüstriler ve genel olarak menkul kıymetler piyasasını etkileyen faktörlerden bağımsızdır.

Sistematiik olmayan risk, çok iyi çeşitlendirilmiş bir portföyle ortadan kaldırılabilir bir risk türüdür. Sistematiik riskin kontrol edilmesi imkânsızken, sistematiik olmayan riskin kaynaklarında yapılan değişmelerle ve yönlendirmelerle azaltılması veya yok edilmesi mümkündür.

Sistematiik olmayan riskin kaynakları şunlardır:

1. Finansal Risk,
2. İş ve Endüstri Riski,
3. Yönetim Riski.

Finansal risk

Finansal risk, işletmenin borç ödeme yeterliğinin azalmasıdır. Buradaki risk, firmanın faaliyetlerini özkaynaklarla veya yabancı kaynaklarla finanse etmesine bağlı olarak ortaya çıkar, finansal risk, firma gelirlerinin borçlanma sonucu sürekliliğini kaybetmesi ve başta ekonomik olmak üzere, çevresel koşullarda özel ya da genel bir değişikliğe ayak uyduramayarak, faiz ve kâr payı ödemelerini gerçekleştirecek gelir düzeyinin altına düşmesi tehlikesidir. Eğer, riski, hisse senedi başına düşen kârlarda meydana gelen azalma olarak tanımlarsak, satışların arttığı refah dönemlerinde veya enflasyonist ortamda, toplam sermayesi içinde yabancı kaynak sermayesi fazla olan işletmelerin, hisse senedi başına düşen kârları artar. Finansal risk, finansal kaldırāc derecesi ile belirlenir. Hisse senedi ile tahvil karşılaştırıldığında, hisse senedinin finansal riskinin daha yüksek olduğu görölecektir. Çünkü işletmenin durumu ne olursa olsun, tahvil sahiplerine olan faiz borcu öncelikle ödenir. Ancak, faiz borcunun büyüklüğü, hisse senedi sahiplerine ayrılacak kâr tutarında büyük dalgalanmalara yol açabilir[Ceylan ve Korkmaz,1998].

Yatırımcı açısından finansal risk, menkul kıymetlerine yatırım yaptığı işletmenin aşağıdaki faktörlerine bağlı olarak artar.

1. İşletmenin borçlarının artması,

2. Satışlarında dalgalanma,
3. Hammadde fiyatlarında artış olasılığı,
4. Grev,
5. Üretimin modasının geçmesi,
6. Rekabetteki artış,
7. Çalışma sermayesi yetersizliği,
8. Yönetim hataları v.b.

Öte yandan, bir yatırımcı için aşağıdaki faktörlere bağlı olarak yapmış olduğu yatırımın finansal riski azalabilir.

1. Yatırım yaptığı işletmenin teknolojisini yenilemesi,
2. İşletmenin monopolistik patentlere sahip olması,
3. Tüketicilerin işletmenin ürettiği mal ve hizmetleri tercih etmeleri,
4. İşletmenin hammadde kaynaklarını denetleyebilme olasılığının artması,
5. Sermaye artışlarının büyük oranda özkaynaklarla gerçekleştirilmesi,
6. İşletmenin ihracat potansiyelinin artış eğiliminde olması.

Bütün bu faktörlere bağlı olarak, endüstrideki değişik firmaların menkul kıymetlerinden oluşturulacak çok iyi bir portföyle finansal risk azaltılabilir veya ortadan kaldırılabilir.

İş ve endüstri riski

Bazen bir veya birkaç iş kolunda faaliyet gösteren firmaların, kârlarında meydana gelen değişimler, bu firmalara ait hisse senedi fiyatlarında belirgin dalgalanmalara neden olmaktadır. Söz konusu hisse senetlerine yatırım yapan yatırımcı, Sermaye ya

da gelir kaybına uğramaktadır. Endüstride meydana gelmesi beklenen değişimler, sadece o endüstri içindeki işletmeleri etkilemekte, endüstri dışındaki işletmeleri etkilememektedir. Endüstride meydana gelmesi beklenen değişimler, ekonomik koşullarda meydana gelen değişimlerle, yasalarda ve tutumlardaki değişimlerden kaynaklanmaktadır[Ceylan ve Korkmaz,1998].

Bu tür değişimler, işletmenin kârını ve dolayısıyla menkul kıymetlerinin değerini olumsuz yönde etkiler. Endüstri koşullarında meydana gelebilecek değişimler dikkate alınıp, işletmenin gelir giderlerinin ne yönde etkilenebileceğini tahmin etmek gerekir. Olumsuz değişimlere açık bir işletmede, verim değişkenliği ve dolayısıyla risk de yüksektir. Örneğin, un, kömür, demir gibi temel mallar üreten endüstrilerdeki şirketlerin riski, diğer endüstrilerdeki şirketlere göre daha azdır. Bunun nedeni, bu tür mallara olan talebin daha az dalgalanmasıdır. Bununla birlikte, hammadde kaynaklarında dışa bağımlı bir endüstrinin riski, yerli hammaddeyi kullanan bir endüstrinin riskinden daha yüksektir.

Sistematik olmayan risk türlerinden olan iş ve endüstri riskini de iyi bir çeşitlendirme yardımıyla kontrol etmek mümkündür.

Yönetim riski

Yönetim riski, işletmelerin iyi veya kötü yönetilmelerine göre ortaya çıkan bir risk türüdür. İşletmelerin başarıları büyük ölçüde yönetici kadrolarının yeteneklerine bağlıdır. Yapılan araştırmalar, işletmelerin başarısızlıklarının yönetim hatalarından kaynaklandığını ortaya koymuştur[Ceylan ve Korkmaz,1998].

yönetim hataları, hisse senetlerinin değerini belirleyen değişkenleri büyük ölçüde etkiler. Yönetim hataları sonucu, işletmelerin satışları ve kârı azalabileceği gibi, riski de artabilir. Bu gelişmeler, kuşkusuz hisse senetleri fiyatlarında düşüşe yol açar. Bu nedenle, sermaye piyasasının geliştiği ülkelerde, işletmelerin başına, başarılı yöneticilerin getirilmesi ile birlikte, işletmelerin hisse senetlerinin fiyatlarının arttığı görülmüştür. Yönetim riski, hisse senedi sahiplerini, tahvil sahiplerine göre daha fazla

etkileyen bir risktir. Bu nedenle, hisse senedine yatırım yapan kişiler veya kurumlar, yatırım yapacakları işletmenin yöneticilerinin kalitesine büyük önem verirler. Yönetim riskini de çok iyi çeşitlendirilmiş portföy yardımıyla ortadan kaldırmak mümkündür.

2.7.3. Sistemik riskin ölçülmesi ve portföy seçiminde beta katsayılarının önemi

Sistemik olmayan risk çeşitlendirme yoluyla ortadan kaldırılabileceğine göre, yatırımcıyı ilgilendiren sistemik risk olacaktır. Sistemik riskte ortadan kaldırılamadığına göre yatırımcı tarafından hesaplanması gerekiyor.

Alfa katsayısı

Alfa katsayısı menkul kıymet fiyat hareketinin sistemik olmayan riskini ölçen bir katsayıdır. Piyasanın 0 olması durumunda menkul kıymetten beklenen getiriyi ifade eden bir katsayıdır. Sistemik olmayan riski gösteren bir katsayı olmasından dolayı piyasadaki tüm menkul kıymetlerin alfa katsayısı toplamı teorik olarak 0'a eşit olması gerekmektedir.

Beta katsayısı

Beta katsayısı bir menkul kıymetin sistemik riskinin ölçüsüdür. Bir başka deyişle, menkul kıymetin performansının, piyasanın ortalama performansı ile olan ilişkisidir. Menkul kıymetin piyasadaki bir birimlik değişime karşılık yaptığı değişimin katsayısıdır. Piyasanın beta katsayısı her zaman için 1 olarak kabul edilir. Teorik olarak da piyasayı oluşturan tüm menkul kıymetlerin beta katsayısı toplamı da 1'e eşit olduğu söylenebilir.

Beta katsayısının 1 olması:

Bir menkul kıymetin beta katsayısının 1 olması, piyasadaki ne daha fazla ne de daha

az risk içermediğini, piyasayla aynı riski taşıdığını gösterir.

Örneğin, piyasa %5 yükselir veya düşerse, menkul kıymetin de %5 yükseleceği ya da düşeceği beklenir.

Beta katsayısının 1 den yüksek olması:

Bir menkul kıymetin beta katsayısının 1 den yüksek olması, menkul kıymetin fiyatının piyasadan daha fazla yükseleceğini ya da düşeceğini gösterir.

Örneğin, beta katsayısı 1.25 olan bir menkul kıymetin fiyatının piyasadan %25 daha fazla yükseleceği ya da düşeceği beklenir. Piyasa %1.00 yükseliyorsa, menkul kıymetin fiyatının %1.25 yükselmesi, piyasa %1.00 düşüyorsa, menkul kıymetin fiyatının da %1.25 düşmesi beklenir.

Beta katsayısının 1 den düşük olması:

Bir menkul kıymetin beta katsayısının 1 den düşük olması, menkul kıymetin fiyatının piyasadan daha az yükseleceğini ya da düşeceğini gösterir.

Örneğin, beta katsayısı 0.80 olan bir menkul kıymetin fiyatının piyasadan %20 daha az yükseleceği ya da düşeceği beklenir. Piyasa %1.00 yükseliyorsa, menkul kıymetin fiyatının %0.80 yükselmesi, piyasa %1.00 düşüyorsa, menkul kıymetin fiyatının da %0.80 düşmesi beklenir.

Beta katsayısı ile menkul kıymetin volatilitesi(belirsizlik) arasında yakın bir ilişkinin varlığından söz edilebilir. Beta katsayısı yükseldikçe menkul kıymetin volatilitesi artar. Beta katsayısı 1 den yüksek olan menkul kıymetler beta katsayısı 1 den küçük olan menkul kıymetlere oranla daha çok risk içerirler ve dolayısıyla beta katsayısı 1 den yüksek olan menkul kıymetlerden oluşan portföyün de riski artar. Dolayısıyla yükselen piyasalarda (boğa piyasası - bull market) beta katsayısı 1 den yüksek olan menkul kıymetler piyasadan daha yüksek getiri sağlarken, düşen piyasalarda (ayı

piyasası - bear market) da piyasadan daha yüksek bir zarar getirir. Bu sebeple düşen piyasalarda beta katsayısı 1 den düşük olan menkul kıymetler tercih edilir. İdeal bir piyasa fonu veya portföyü oluşturan menkul kıymetlerin toplam betaları da 1 e eşit olması gerekmektedir. Defansif bir portföyün 1 den küçük, agresif olanların ise 1 den büyük bir beta toplamına sahip olması gerektiği yönünde görüşler vardır.

Alfa ve beta katsayılarının hesaplanması

Biri bağımsız (R_m) ve diğeri bağımlı (R_i) gibi iki değişken arasındaki ilişkinin doğrusal biçimini basit doğrusal regresyon denklemi ile inceleyebilir.

Bir doğrusal regresyon modeli, iki temel bileşenden oluşur:

$Y = \text{Deterministik bileşen} + \text{Rassal hata}$

Bu modele göre deterministik bileşenimiz; $\alpha_i + (\beta_i * R_m)$ ve rassal hata ε_i olarak gösterilirse eşitliğin son hali Eş.2.9'dadır.

$$R_i = \alpha_i + (\beta_i * R_m) + \varepsilon_i \quad (2.9)$$

Eş. 2.9'da;

R_i = Menkul kıymetin getiri oranı,

R_m = Pazarın getiri oranı,

α_i = Regresyon doğrusunun y eksenini kestiği nokta (Alfa katsayısı),

β_i = Regresyon doğrusunun eğimi (Beta katsayısı)

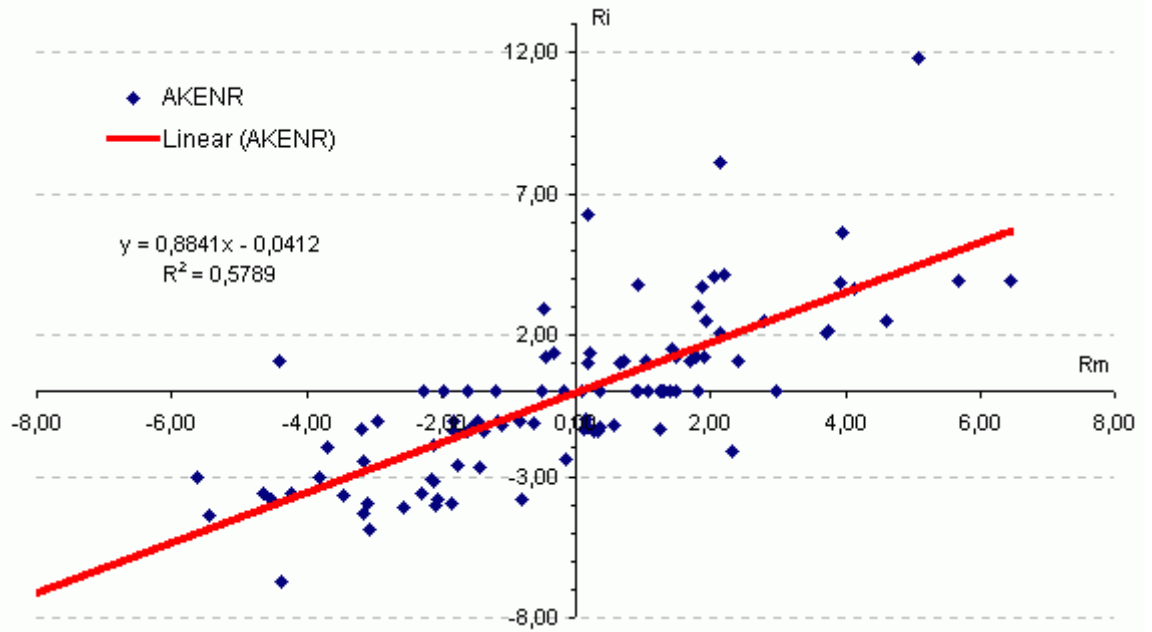
ε_i = Rassal hatadır.

Basit doğrusal regresyonda rassal hatanın beklenen değerini sıfır olarak kabul edebilir ve formülümüzü daha da basitleştirebiliriz. Ancak gerçekleşen getiri değerlerinin

regresyon doğrusunun etrafına dağılması, rassal hatanın varlığı anlamına gelecektir. Sonuç olarak formülümüzün son hali Eş. 2.10 daki gibi olacaktır:

$$R_i = \alpha_i + (\beta_i * R_m) \quad (2.10)$$

Regresyon doğrusunu oluşturmak için; grafiğin x eksenine belirli bir zaman aralığındaki pazarın getirileri ve y eksenine de aynı zaman aralığındaki hisse senedinin getirileri işaretlendiğinde oluşan noktalardan geçecek, en uygun regresyon doğrusunu bulmak için veri noktalarının doğrusal regresyon denkleminde olan sapmalarının, gerçek R_i değerleri ile doğru üzerinde yer alan teorik R_i değerleri arasındaki farklar olan hataların kareleri toplamını minimize edecek olan doğruyu seçilmesi gerekir. Regresyon doğrusunun y eksenini kestiği nokta α (alfa katsayısı) 'yı ve eğimi de β (beta katsayısı) 'yı verecektir.



Şekil 2.3. Regresyon doğrusu

Beta katsayısının hesaplanması için, belirli bir zaman periyodundaki hisse senedi ve endeks getirisi arasındaki kovaryansın, endeks getirisinin standart sapmasının karesi-

ne (varyansa) oranından faydalanılır.

$$\beta_i = \frac{\sum_{t=1}^n [(R_{it} - \overline{R_{it}})(R_{mt} - \overline{R_{mt}})]}{\sum_{t=1}^n (R_{mt} - \overline{R_{mt}})^2} \quad (2.11)$$

Alfa katsayısının hesaplanması için de, Eş. 2.12'den faydalanılır:

$$\alpha_i = \overline{R_{it}} - (\beta_i * \overline{R_{mt}}) \quad (2.12)$$

Beta katsayısının hesaplanmasında belirlenecek hesaplama dönemi uzunluğu ve dolayısıyla hesaplanacak gözlem sayısı için kesin bir kural yoktur. ABD'de NYSE endeksinin son 5 yıldaki haftalık getirilerinden yararlanılmaktadır. Bazı hesaplamalarda ise birim getiriler yerine birkaç birimin ortalama getirisi kullanılarak filtre beta hesaplanıyor. Örneğin 100 haftalık bir aralıkta 5'er haftalık ortalama getirilerinden beta hesaplanabiliyor. Ülkemizde ise hesaplamalarda çeşitli hesaplama dönemleri ve gözlem sayılarından faydalanılmaktadır. Genellikle günlük getiriler üzerinden maksimum 100 günlük periyotlar seçilmektedir.

Menkul kıymet getirileri arasındaki ilişki

Menkul kıymet yatırımlarının ikinci Önemli unsuru, getiriler arasındaki ilişkidir. Markowitz, finansal varlık getirileri arasındaki ilişkilerin dikkate alınması ve tam pozitif ilişki içinde bulunmayan varlıkların aynı portföyde birleştirilmesiyle, negatif ilişkili varlıkları portföye almakla, beklenen getiriden vazgeçmeden riskin azaltılabileceğini göstermiştir.

Menkul kıymet getirileri, birlikte yükselip, düşebilmektedir. Bu ilişki, mutlak anlamda tam değildir. Ekonomik koşullardaki değişikliklerin, menkul kıymetler üzerindeki etkisi, sektörsel veya işletme bazında farklılık gösterebilmektedir.

Eğer menkul kıymet getirileri arasında bir ilişki olmasaydı, çeşitlendirme ile riskin sınırlandırılabilmesi mümkün olmazdı. Bu nedenle, menkul kıymet getirileri arasında ilişki söz konusudur. Fakat bu ilişki tam değildir. Bundan dolayı, çeşitlendirme ile risk azaltılabilmekte, ancak ortadan kaldırılamamaktadır. Teoride mümkün olsa bile uygulamada böyle bir imkan olmadığı görülmektedir.

Menkul kıymet getirilen arasındaki ilişki, tüm menkul kıymetler için aynı değildir. Aynı endüstri kolunda faaliyet gösteren iki işletmenin menkul kıymet getirileri arasındaki ilişki, farklı endüstrilerde faaliyet gösteren işletmelere ait menkul kıymet getirileri arasındaki ilişkiden daha yüksektir.

Portföy riskinin azaltılabilmesi için, menkul kıymet getirileri arasındaki ilişkinin yüksek olduğu menkul kıymetler, portföye dahil edilmemelidir. Örneğin getirileri aynı yönde hareket eden, yüz adet menkul kıymet topluluğu, tek bir menkul kıymetin riskleri arasında pek fazla bir fark yoktur. Buna paralel olarak, modern portföy kuramına göre, portföye dahil edilecek menkul kıymet sayısının genelde 4-15 arasında olması gerektiği ileri sürülmektedir[Fisher,1979].

Örneğin İki tane hisse senedinin arasında mükemmel bir pozitif korelasyon varsa ($\delta_{ik}=+1$) ise bu durumda portföyün beklenen varyansı Eş. 2.13 te;

$$\begin{aligned} E(\sigma_p^2) &= w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \delta_{12} \sigma_1 \sigma_2 = \\ &= w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \sigma_1 \sigma_2 = \\ &= (w_1 \sigma_1 + w_2 \sigma_2)^2 \end{aligned} \quad (2.13)$$

Standart sapması ise Eş. 2.14' te;

$$E(\sigma_p) = (w_1 \sigma_1 + w_2 \sigma_2) \quad (2.14)$$

Eş. 2.14'ten de anlaşılacağı gibi eğer portföyünüz de aynı yönlü hareket eden iki hisse senediniz varsa portföyünüzün riski bu iki hisse senedinin riski toplamına eşittir.

Eğer iki hisse senedi arasında mükemmel bir negatif korelasyon varsa ($\delta_{ik}=-1$) varyansı Eş. 2.15'te;

$$\begin{aligned} E(\sigma_p^2) &= w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \delta_{12} \sigma_1 \sigma_2 = \\ &= w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 - 2w_1 w_2 \sigma_1 \sigma_2 = \\ &= (w_1 \sigma_1 - w_2 \sigma_2)^2 \end{aligned} \quad (2.15)$$

Eş. 2.15'te $w_1 \sigma_1$ eşitse $w_2 \sigma_2$ ye o zaman $E(\sigma_p^2)$ ' de sifıra eşit olur ve bu ise portföyün riskinin olmadığını gösterir yani sistematik olmayan riskin sıfır olmasıdır.

Eğer iki hisse senedi arasında hiçbir ilişki yoksa ($\delta_{ik}=0$) ise portföyün beklenen varyansı Eş. 2.16 da ki gibi olur.

$$\begin{aligned} E(\sigma_p^2) &= w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \delta_{12} \sigma_1 \sigma_2 = \\ &= w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 \end{aligned} \quad (2.16)$$

Eş. 2.13 , Eş. 2.15 ve Eş. 2.16 dan da anlaşılacağı gibi riskin negatif mükemmel bir ilişkide en az, pozitif mükemmel ilişkide ise en fazla olduğudur.

2.8. Portföy Analizinin Temelleri

Portföy analizinde karar sürecinin işleyebilmesi için, yatırımcı tipinin iyi belirlenmesi gerekir. Her şeyden önce, yatırımcının risk tercihinin, hayat standardının, tasarruf hacminin, hukuki durumu gibi ölçütlerin ortaya konması gerekmektedir. Çünkü, her bir yatırımcı tipi için, portföy analizinin ayrıntıları ayrı ayrı ortaya konulmak durumundadır.

Bununla beraber, iki temel yaklaşım, tüm yatırımcılar için geçerlidir.

1. Tüm yatırımcılar, aynı risk düzeyinde daha fazla getiriye tercih ederler.

2. Tüm yatırımcılar, aynı getiri düzeyinde daha az riski, daha fazla riske tercih ederler.

Modern portföy kuramının varsayımları

Modern portföy kuramının varsayımlarını beş ana başlık altında toplayabiliriz:

1. Yatırımcının amacı fayda fonksiyonunu maksimize etmektir. Bütün yatırımcılar rasyonel düşünürler. Yatırımcılar her dönemde beklenen faydayı en çok yapmayı amaçlarlar ve refahları azalan marjinal faydaya sahiptir. Yani, yatırımcılar, her yatırımı, belli bir elde tutma dönemi sonunda refahlarına katkıda bulunacak, olasılık dağılımına sahip getirileriyle algılarlar.
2. Yatırımcılar, yatırım kararlarını, beklenen geliri ve riske göre alırlar, Getiri ölçütü olarak, portföyü oluşturan varlıkların beklenen getirilerinin ortalaması, riskin ölçütü olarak bu portföy getirilerinin varyansı kullanılır.
3. Yatırımcıların, risk ve getiri hakkındaki beklentileri homojendir. Başka bir deyişle, tüm yatırımcılar, aynı risk düzeyinde daha fazla getiriyi azına tercih ederler.
4. Yatırımcılar özdeş zaman ufkuna sahiptirler.
5. Modern portföy teorisine göre, sermaye piyasası oldukça etkindir. Başka bir deyişle, bilgiler süratle, tamamen ve doğru olarak menkul kıymet fiyatlarına yansır. Piyasa her zaman dengededir Bilgi akışına herhangi bir kısıtlama konmamıştır ve yatırımcılar için söz konusu bilgilere eş-zamanlı olarak ulaşmak mümkündür. Bilgiye her yatırımcı istediği zaman ulaşabilir[Karan, 2001].

2.9. Markowitz Ortalama-Varyans Modeli

Bir çok tasarruf sahibi, hayatı boyunca farkında olmadan portföyler oluşturur. Bu portföyler beklili de en uygun portföyler değildir. Ancak, Yatırımcılar, risk, getiri ter-

cihleri ile bu portföyleri oluşturmuşlardır. Portföy oluşturmadaki amaç yatırımcının amaçladığı risk getiri bileşenlerine ulaşma çabasıdır.

Yatırımcıların, çeşitlendirme aracılığıyla en iyi risk getiri bileşenini oluşturmaları mümkündür bunu oluştururken de markowitz tarafından ortaya atılan ortalama-varyans modeli kullanılır.

Markowitz, etkin portföylerin, beklenen getiri ve bu getirinin varyansı göz önüne alınarak oluşturulması gerekliliğini savunmuştur.

Ortalama-varyans modeli şu iki varsayıma dayanmaktadır.

1. Yatırımcılar riskten kaçan bireylerdir.
2. Yatırımların olasılık dağılımı yaklaşık olarak normaldir.

Bu nedenle yatırımcı aynı getiriye sahip olan menkul kıymetten en küçük varyansa sahip olanı seçecektir, bir başka ifadeyle aynı varyansa sahip menkul kıymetten en yüksek getiriye sahip olanı seçmek isteyecektir. Böylece yatırımcı beklenen faydayı maksimum yapmaya çalışmaktadır. Ayrıca, etkin portföyleri oluşturulabilmesi için beklenen getiri, risk (varyans) ve menkul kıymetler arasındaki kovaryansların bilinmesi gerektiğini ileri sürmüştür[Markowitz,1956].

Markowitz modeli, hedeflenen beklenen getiri düzeyini karşılayacak minimum varyanslı(minimum riskli) portföyü bulmaya çalışır. Modelde birinci amaç riski minimum yapmak, ikincisi ise getiriye maksimize etmektir veya istenilen beklenen getiriye en düşük varyanslı portföyü oluşturmaktır.

$$\text{Min} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij} \quad (2.17)$$

Eş. 2.17’de

N : Mevcut varlık sayısı

σ_{ij} : i. ve j. varlıkları arasındaki kovaryans değeri

x_i : i. varlığın portföydeki ağırlığı

Bu modelde iki tane kısıt vardır bunlardan birincisi hedeflenen beklenen getiriye eşit beklenen getirili portföyü elde eden kısıt; matematiksel modeli Eş. 2.18 gibi olan;

$$\sum_{i=1}^N x_i \mu_i = R \quad (2.18)$$

Eş. 2.18’de

x_i : i. varlığın portföydeki ağırlığı

μ_i : i. varlığın beklenen getirisi

R : Portföyün hedeflenen getirisi

ikincisi ise portföydeki varlıkların ağırlıkları toplamı 1 e eşit olmasıdır. Bunun matematiksel gösterimi ise Eş. 2.19 da ;

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1 \quad (2.19)$$

Eş. 2.19’da

x_i : i. varlığın portföydeki ağırlığı

N : Mevcut varlık sayısı

Ortalama varyans modeli için pek çok çözüm algoritması geliştirilmiştir. Wolfe’nin 1959’da geliştirdiği algoritma halen bir çok çözücü tarafından kullanılmaktadır. Bu algoritmada; alınan modelin eşdeğeri doğrusal bir model oluşturulup çözülmesini temel alan bir çözüm yoludur. Doğrusal eşdeğer model ise Kuhn-Tucker optimallik koşullarını temel alarak elde edilmektedir.

Markowitz'in Bu ilk modeli, ortalamalar vektörü μ ve kovaryanslar matrisi C ye sahip n adet menkul kıymet içeriyordu. Modelin içerdiği x portföyü ise elde tutulan menkul kıymetlerin vektörüdür ve vektörün bileşenleri toplamı bire eşittir. Menkul kıymetlerin beklenen getiri ve varyansları $\mu^T x$ ve $x^T C x$ olarak ifade edilir. Doğrusal kayıtlamalar kümesi altında, etkin sınırlar maksimum beklenen getirisi ve minimum varyansı olan portföyler kümesidir. Ayrıca, bu model 0 dan sonsuza değişen bir γ parametresine bağlı olarak parametrik yapıda da ifade edilmiştir[Ulucan, 2004]

n adet beklenen getiri ve $n(n+1)/2$ adet varyans-kovaryansı hesaplamak oldukça zor olduğundan, bu nedenle, faktör ve indeks modelleri geliştirilmiştir [Sharpe 1970, Cohen ve Pogue 1967, Rosenberg 1974]. Ayrıca senaryo modelleri [Markowitz ve Perold 1981] ve çoklu grup modelleri [Elton ve Gruber, 1973] üzerinde çalışılan konular olmuştur.

Markowitz'in portföy seçim modeli, pratikte uygulanabilir olabilmesi için gerçek hayat koşullarını da içerecek şekilde geliştirilmiştir. Bu alanda Pogue'nin [Pogue, 1970] işlem maliyetleri, kısa satışlar borçlanma politikaları ve vergileri de kapsayan çalışması, modelin gerçekçi yapıya sokulmasını iyi ifade ettiği için önemlidir. Yine, Francis'in [Francis, 1978] bankaların aktif-pasif yönetiminde portföy analizini incelediği makalesi de, Markowitz portföy analizinin banka sistemi içinde uygulanabilirliği üzerine anlamlı bir çalışmadır[Ulucan,2004].

Modelin çözümü için gereken algoritmalar ise, parametrik olarak etkin sınırı bulan Markowitz (1956) ve Wolfe (1959)'un "bütünleştirici pivot" algoritmalarıyla başlamıştır. Modeli basitleştirip çözen algoritmalarından birisi, iteratif bir metod olan Von Hohenbalken (1975) algoritmasıdır. Ancak bu algoritma ve bundan türetilmiş diğer algoritmalar (Rudd ve Rosenberg 1979) oldukça iyi bir yaklaşık sonuç vermesine karşın optimum çözüme ulaşmada çok yavaş kalmaktadırlar ve parametrik değildirler. Markowitz ve Perold'un (1981) ve Perold'un (1984) algoritmaları ise kovaryans matrisinde faktör ve senaryo modelleri kullanır, işlem maliyetlerini ve sınırlarını içe-

rir, ayrıca parametrik çözüme imkân tanır bir yapıdadır. Ancak bu çözüm tekniklerinin tümü simpleks kökenli algoritmalarıdır[Ulucan,2004].

Üzerinden 50 yıl geçmesine rağmen finansal planlamada halen en kullanışlı ve popüler sayısal yöntem Markowitz'in ortalama-varyans modelidir. Bu metodoloji uygulamada ve teoride hala geliştirilmektedir (King 1993, Konno ve Yamazaki 1991, Markowitz ve diğerleri 1993). Geliştirmeler, yukarıda değinildiği gibi gerçek hayatı daha iyi ifade eden yeni kayıtlamaların eklenmesi şeklinde ve bunun yanı sıra, çok önemli optimizasyon ve simetrik olmayan risklerin modele eklenmesi şeklinde de yapılmaktadır[Ulucan,2004].

Model

Markowitz'in geliştirdiği ve bu çalışmada kullanılan kuadratik programlama formundaki ortalama-varyans modeli Eş. 2.20'dir.

$$\text{Min} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij},$$

Kısıtlar

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N x_i &= 1 \\ \sum_{i=1}^N x_i \mu_i &\geq R \end{aligned} \tag{2.20}$$

Eş. 2.20'de

N : Mevcut yatırım sayısı

x_i : i. varlığın portföydeki ağırlığı

σ_{ij} : i. ve j. varlıklar arasındaki kovaryans değeri

μ_i : i. varlığın ortalama getirisi

R : Hedeflenen getiri

Model kuadratik programlama formunda olduğu için çözümünde normal doğrusal programlama çözümünden daha farklı bir süreç izlenmiştir. Bu sürecin detaylı açıklaması aşağıda verilmiştir.

Kuadratik programlama en genel ifadeyle, kuadratik bir amaç fonksiyonunun, doğrusal kısıtlamalar (eşitlik ya da eşitsizlik şeklinde olabilir) altında iteratif olarak minimizasyonu (maksimizasyonu) olarak tanımlanabilir. Bu noktada kuadratik programlama ile ilgili bir takım özelliklere ve çözüm sürecine değinilmesi yararlı olacaktır.

Kuadratik programlama modeli Eş. 2.21'deki gibi tanımlanır:

$$\begin{aligned} \text{Max (Min)} f(x) &= cx + x^T Dx \\ Ax &\leq P_0, \quad x \geq 0 \end{aligned} \tag{2.21}$$

burada

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \tag{2.22}$$

$$C = (c_1, c_2, \dots, c_n)^T \tag{2.23}$$

$$P_0 = (b_1, b_2, \dots, b_m)^T \tag{2.24}$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{1n} \\ a_{n1} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{nn} \end{bmatrix} \tag{2.25}$$

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & d_{1n} \\ d_{n1} & \cdot & \cdot & \cdot & d_{nn} \end{bmatrix} \tag{2.26}$$

$XD X^T$, D matrisi simetrik olan kuadratik bir formdur. D matrisi, problem minimum ise pozitif tanımlı, maksimum olduğunda ise negatif tanımlı varsayılır. Yukarıdaki problemin çözümü Kuhn-Tucker gerek şartları uygulanarak elde edilir. $f(x)$ konveks (konkav) ve çözüm uzayı da konveks olduğundan bu şartlar mutlak optimum için yeterli olur. Kuadratik programlama problemi maksimum durumu için ele alınacaktır. Problemi yeniden Eş. 2.27'deki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned} \text{Max (Min)} f(x) &= cx + x^T D x \\ Ax &\leq P_0, \quad x \geq 0 \end{aligned} \quad (2.27)$$

$\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)^T$ ve $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ sırayla $Ax \leq P_0$ ve $-x \leq 0$ kısıtlarına karşı gelen Lagrange çarpanları olsun. Bu probleme Kuhn-Tucker şartlarını uygulamak için Lagrange fonksiyonu Eş. 2.28'deki gibi olacaktır.

$$L(x, \lambda, u) = f(x) + (\lambda^T, u^T) \left(\begin{pmatrix} P_0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} A \\ -I \end{pmatrix} x \right) \quad (2.28)$$

Eş. 2.28'deki lagrange fonksiyonu için Kuhn-Tucker gerek şartları;

$$\Delta f(x) + (\lambda^T, u^T) \Delta G(x) = 0 \quad (2.29)$$

$$\lambda_i \left(b_i \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \right) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.30)$$

$$\mu_j x_j = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2.31)$$

$$Ax \leq P_0, \quad -x \leq 0 \quad (2.32)$$

$$\lambda \geq 0, \quad u \geq 0 \quad (2.33)$$

olur. Buradan türevler alınır

$$\begin{aligned}\Delta f(x) &= C + 2X^T D \\ \Delta G(x) &= \begin{pmatrix} A \\ -I \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (2.34)$$

olacaktır. $S = P_0 - AX \geq 0$ aylak değişkenini alalım. Yukarıdaki K-T şartları Eş 2.35 biçimde yeniden yazılabilir.

$$\begin{aligned}-2X^T D + \lambda^T A - u^T &= c \\ AX + S &= P_0 \\ \mu_j x_j = 0 = \lambda_i S_i &, \quad \forall i \text{ ve } j \text{ için} \\ \lambda, u, X, S &\geq 0\end{aligned}\quad (2.35)$$

D simetrik bir matris olduğundan $D^T = D$ olur, ve ilk denklem kümesinin transpozu alınır

$$-2DX + A^T \lambda - u = C^T \quad (2.36)$$

elde edilir. Bu yüzden yukarıdaki Khun-Tucker gerek şartları,

$$\begin{bmatrix} -2D & A^T & -I & 0 \\ A & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ \lambda \\ u \\ S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C^T \\ P_0 \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

$$\begin{aligned}\mu_j x_j = 0 = \lambda_i S_i &, \quad \forall i \text{ ve } j \text{ için} \\ \lambda, u, X, S &\geq 0\end{aligned}\quad (2.38)$$

Eş. 2.38 deki gibi birleştirebilir.

$\mu_j x_j = 0 = \lambda_i S_i$ şartları dışında diğer denklem kümeleri doğrusaldır. O halde yukarıdaki problem bu ilave şartları sağlayan doğrusal denklemler kümesinin çözümüne eşdeğerdir. $f(x)$ kesin konkav (D negatif tanımlı) ve çözüm uzayı konveks olduğundan (kısıtlar doğrusal) yukarıdaki bütün şartları sağlayan mümkün bir çözüm direkt olarak optimum çözümü verir. aynı zamanda bu çözümün tek olduğu gösterilebilir. Eş. 2.37 ve Eş. 2.38'deki denklem sisteminin çözümü, katsayılarda birim matris bulunursa normal simpleks yöntemi ile yada birim matris bulunmuyorsa (genellikle bulunmaz) iki aşamalı simpleks yönteminin birinci aşaması yardımı ile elde edilir. Buradaki tek kısıtlama her zaman $\mu_j x_j = 0 = \lambda_i S_i$ şartının sağlanmasıdır bu şarta optimizasyonda aylaklığın tamamlayıcı (complementary slackness) adı verilmektedir.. Bu λ_i pozitif düzeyde temel çözümde yer alıyorsa S_i pozitif düzeyde temel çözümde olamaz demektir. Buna kısıtlı temel kuralı adı verilir. Birinci aşama yapay değişkenler sıfır oluncaya kadar yürütülür.

Kuadratik programlama modelinin kayıtlamaları doğrusal olduğu için, bu doğrularla sınırlanmış olan uygun çözümler bölgesi, doğrusal programlamada olduğu gibi düz bir yüzeydir. Bununla birlikte, amaç fonksiyonunun doğrusal olmayan yapısı yüzünden, optimal çözüm doğrusal programlamanın aksine, uygun çözümler bölgesinin köşelerinden birinde olmak zorunda değildir[Bal, 1995].

Portföy analizi probleminin kuadratik programlama ile elde edilen modeli konveks olduğu için, $\bar{x}$ optimal çözümü için gerek ve yeter şart Karush-Kuhn-Tucker (KKT) koşullarının sağlanmasıdır. Bu aşamada en genel anlamda aşağıda verilen bir matematiksel programlama ifadesinin KKT koşullarını belirtmekte yarar vardır.

$$\begin{aligned}
 &\min z(x, y); \\
 &g_i(x, y) \leq 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots, m \\
 &h_k(x, y) = 0, \quad k = 1, 2, 3, \dots, p \\
 &x_r \geq 0, \quad r = 1, 2, 3, \dots, q
 \end{aligned} \tag{2.39}$$

Yukarıdaki gösterimde, z , g_i ve h_k ifadeleri, pozitif x_r değişkenlerinin ve sınırlanmamış y_j değişkenlerinin sürekli ve türevlenebilir fonksiyonlarıdır. Öncelikle, $x_r \geq 0$ eşitsizliği, $-x_r \leq 0$ olarak standart hale getirilir. Daha sonra, S_i^2 ve t_r^2 aylak değişkenleri, eşitsizlikleri eşitlik haline getirmek için kullanılır. Standart hale sokulmuş modelin Lagrange formunda gösterimi Eş. 2.40'daki gibi olacaktır.

$$M(x, y, \lambda, \mu, v, s, t) = z(x, y) + \sum_i^m \lambda_i [g_i(x, y) + s_i^2] + \sum_{k=1}^p \mu_k h_k(x, y) + \sum_{r=1}^q v_r [t_r^2 - x_r] \quad (2.40)$$

Eş. 2.40 da λ_i, μ_k ve v_r Lagrange çarpanlarıdır ve M için gerekli şartlar Eş. 2.41'deki kısmi türevler alınarak elde edilir.

$$\begin{aligned} \nabla_x M &= \nabla_x z(\bar{x}, \bar{y}) + \nabla_x g(\bar{x}, \bar{y}) \bar{\lambda} + \nabla_x h(\bar{x}, \bar{y}) \bar{\mu} - \bar{v} = 0 \\ \nabla_y M &= \nabla_y z(\bar{x}, \bar{y}) + \nabla_y g(\bar{x}, \bar{y}) \bar{\lambda} + \nabla_y h(\bar{x}, \bar{y}) \bar{\mu} = 0 \\ \nabla_{s_i} M &= [g_i(\bar{x}, \bar{y}) + \bar{s}_i^2] = 0 \\ \nabla_{\mu_k} M &= [h_k(\bar{x}, \bar{y})] = 0 \\ \nabla_{v_r} M &= [\bar{t}_r^2 - \bar{x}_r] = 0 \\ \nabla_{s_i} M &= [\bar{s}_i \bar{\lambda}_i] = 0 \\ \nabla_{t_r} M &= [2\bar{t}_r \bar{v}_r] = 0 \end{aligned} \quad (2.41)$$

Minimizasyon problemi için, orijinal eşitsizlik kayıtlamalarından doğan Lagrange çarpanları negatif olmamalıdır[Bal,1995]. Dolayısıyla, $\bar{\lambda} \geq 0$ ve $\bar{v} \geq 0$ olarak ayarlanmalıdır ve Eş. 2.42'deki ifadeler yazılmalıdır.

$$\begin{aligned} \nabla_x z(\bar{x}, \bar{y}) + \nabla_x g(\bar{x}, \bar{y}) \bar{\lambda} + \nabla_x h(\bar{x}, \bar{y}) \bar{\mu} - \bar{v} &= 0 \\ \nabla_y z(\bar{x}, \bar{y}) + \nabla_y g(\bar{x}, \bar{y}) \bar{\lambda} + \nabla_y h(\bar{x}, \bar{y}) \bar{\mu} &= 0 \\ h(\bar{x}, \bar{y}) &= 0 \\ g(\bar{x}, \bar{y}) \leq 0, \quad \bar{\lambda}^T g(\bar{x}, \bar{y}) &= 0, \quad \bar{\lambda} \geq 0 \\ \bar{x} \geq 0, \quad \bar{v}^T \bar{x} &= 0, \quad \bar{v} \geq 0 \end{aligned} \quad (2.42)$$

Eş. 2.42 gerekli KKT koşullarını ifade etmektedir. En genel anlamda verilmiş yukarıdaki KKT koşulları, hiç eşitlik kayıtlaması (yukarıdaki h fonksiyonu) ve sınırlanmamış değişkeni (yukarıdaki y değişkeni) olmayan kuadratik programlama modeli için özelleştirilebilir. İlk olarak, ana kayıtlamalar, $g(x) \leq 0$ şeklinde standart forma dönüştürülmeli ve $u \geq 0$ olacak şekilde u aylak değişkeni eklenmelidir[Bal,1995].

$$\begin{aligned} g(x) + u &= b - Ax + u \\ u &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.43)$$

Gerekli türev işlemlerinin yapılması sonucu:

$$\begin{aligned} \nabla_x z(x) &= Dx + c, \\ \nabla_x g(x) &= -A^T \end{aligned} \quad (2.44)$$

Eş. 2.44 elde edilir. Burada D matrisinin simetrik olduğu göz önünde bulundurularak, KKT koşulları Eş. 2.49'da açık olarak yazılabilir.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} D & -A^T \\ A & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{v} \\ \bar{u} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -c \\ b \end{bmatrix}, \\ \bar{v}^T \bar{x} + \bar{\lambda}^T \bar{u} &= 0, \\ \bar{x} &\geq 0, \\ \bar{\lambda} &\geq 0, \\ \bar{v} &\geq 0, \\ \bar{u} &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.45)$$

Eş. 2.45 da $\bar{\lambda}$ ve $\bar{v}$ terimleri, λ ve v Lagrange çarpanlarının değerlerinin bir kümesidir ve sırasıyla ana kayıtlamalar ve negatif olamama koşullarından ortaya çıkmışlardır. Yukarıdaki gerekli ve yeterli optimallik kriteri, Doğrusal Tamamlayıcı Problemin (DTP) karakteristik formundadır. Yukarıdaki kriterlerin özel bir yapısı vardır; tamamlayıcı koşullarla desteklenmiş (eşitsizlikler) bir doğrusal cebirsel eşitlikler

setidir. Bu yapıdaki matematiksel ifadeler DTP olarak adlandırılır[Ulucan ve Tarım,2000]. Standart formatta DTP Eş. 2.46 da ifade edilir.

$$\begin{aligned} Mz - w &= q \\ z^T w &= 0, \\ z, w &\geq 0 \end{aligned} \tag{2.46}$$

Eş. 2.46 de M, NxN boyutlu bir matris, z ve w tamamlayıcı değişkenleri N boyutlu bir vektör, q da sabitler vektörüdür. Portföy analizi kuadratik programlama modeli için KKT koşulları, M in bisimetrik olduğu özel bir DTP oluşturur[Ulucan ve Tarım,2000].

3. HEDEF PROGRAMLAMA

3.1. Hedef Programlama (HP) Gelişimi

Genel olarak matematiksel programlama teknikleri doğrusal ve doğrusal olmayan eşitlik ve eşitsizlik denklemlerine dayanır. Doğrusal programla ilk olarak askeri problemlerin çözümünde kullanılmıştır daha sonra gelişmelerle birlikte bir çok problemin çözümünde aktif olarak kullanılmaya başlanmıştır.

Doğrusal programlamanın 1948 yılından itibaren endüstri problemlerine uygulamasında A. Charnes ve W.W. Cooper önemli rol oynamışlardır.

Hedef programlaması (Goal Programming) 1961 yılında A.A. Charnes tarafından geliştirilmiş, çok sayıda hedef ve amaçların bulunduğu doğrusal karar modellerine uygulanabilen bir çok amaçlı programlama tekniğidir[Bal,1995], 1965 yılında Ijiri tarafından “genelleştirilmiş ters alma tekniği ile çözüm elde edilebilen daha elverişli hale getirilmiştir. 1968 yılında da Contini belirsizlik durumlarına, Jaaskelainen ise toplu üretim problemlerine uyarlamış. Daha sonra Lee ve Jaaskelainen tarafından bunların bilgisayar algoritmaları geliştirilmiş ve daha fazla uygulanabilir olmuşlardır.

Hedef programlama, 1970 lerin başlarında önem kazanmaya başlamış ve 1980 lerde de bilgisayar sistemlerinin gelişmesine paralel olarak neredeyse tüm çok amaçlı karar verme problemlerinde etkin çözümü bulmakta kullanılmıştır.

Hedef programlama , kısıtlı optimizasyon tekniği olan doğrusal programlamanın özel bir durumudur, mümkün olduğunca çok amacı aynı anada sağlayan bir çözüm bulmaktır.

Çok hedefli bir doğrusal programlama problemini doğrusal programlama (D.P) ile ele çözmek mümkün değildir. Birden fazla ölçekle ifade edilen hedefler ele alınamaz. D.P. da hedefler tek bir ölçekle belirlenmeli yani hedefler kg ile ölçülmüşse amaçlar da kg la ölçülmüş olmalıdır.

Bu yaklaşım ile 3 tür analiz yapılabilir:

1. Arzu edilen amaçlara ulaşmayı sağlayan kaynak miktarı belirlenebilir.
2. Verilen kaynaklar kullanılarak oluşturulan hedeflerin elde edilme derecesi belirlenir.
3. Hedeflerin öncelik yapıları ve kaynak miktarlarının değişimine göre mümkün olduğunca en iyi tatmin edici sonuçları üretir.

Hedef programlamanın en büyük avantajı karmaşık hedef sistemlerinin aynı anda çözümünü elde edilebilmesidir. Hedef programlama çoklu amaç ve alt amaçlarla ilgili karar verme problemlerini çözmek için kullanılan bir tekniktir. Böyle problemlerde amaçlar birbirleriyle çelişebilirler ve bu amaçlardan birine ulaşıldığı zaman diğerine ulaşamayabilir. Bu nedenle, böyle bir problemin çözümünde amaçların önemliliklerine göre sıralanmasına gerek vardır. Eğer bu öncelikler karar verici tarafından verilebilirse bu hedefleri gerçekleştirmek yöntemin görevi olacaktır. Sonuçta ise hedeflerden sapmalar, yani bir hedefin aşılması (pozitif sapma), bir hedefin altında kalınması (negatif sapma) değerleri toplamını minimize edilmesi bir tek amaç olarak ortaya konulabilir. Hedef programlaması bu sapmaları en az yaparak çözüm arar [Bal,1995].

Hedef programlama tekniğinin temel düşüncesi, gerçekte çok amaçlı olan bir problemi tek amaçlı bir probleme dönüştürerek çözüm aramaktır. Karar vericiden her bir amaç için ulaşılmak istenen bir hedef değer belirlemesi istenir. Hedef programlama ile tüm çelişen amaçları optimum kılan tek bir çözüm bulmak imkansız olabilir, amaçların birine ulaşılabilir diğerlerine ulaşılmayabilir. Bu nedenle, bu tür modellerle ilgili problemlerin hedef programlama ile elde edilen çözüm değerlerine “etkin çözüm” adı verilmektedir.

Çeşitli Hedef programlama yöntemi vardır:

- Öncelikli Hedef programlaması
- Ağırlıklı Hedef programlaması
- Tamsayılı hedef programlaması
- Doğrusal olmayan hedef programlaması
- Bulanık hedef programlaması

3.2. Hedef Programlamanın Varsayımları

Hedef programlamanın etkin bir şekilde sonuca ulaşması için bazı varsayımları sağlaması gerekmektedir.

- Hedeflerin Ölçeklendirilmesi: Hedefleri ölçeklendirerek birden fazla hedeften tek bir hedef elde etmektir.
 - Ordinal Sıralama: Hedefler arasında bir öncelik sırası oluşturulmalı ve hedefler en yüksek öncelik P_1 (Birinci öncelik), P_2 (İkinci öncelik)..., P_n (n. Öncelik) şeklinde derecelendirilmelidir. Model daha sonra, yüksek öncelikli hedefin optimum değerini küçük öncelikli hedef tarafından kötüleştirilmesine izin vermeyecek şekilde, her seferinde bir hedef diğerini optimum sağlar[Bayar-Esnaf,2000].
 - Kardinal(Ağırlıklandırma): Burada hedeflerden istenmeyen sapmaya bir ağırlık verilmelidir. Verilen ağırlık istenmeyen sapmanın önem derecesini verir. Modeldeki gerçek amaç fonksiyonu, problemin hedeflerini temsil eden fonksiyonların ağırlıklandırının toplanmasıyla elde edilir.

○ Ordinal ve Kardinal Sıralama: Belirli bir hedef için tanımlanan sapmaların her ikisinin birden istenmemeleri durumunda kullanılabilir. Bu durumda aynı öncelik seviyesinde bulunan sapmalardan hangisinin daha önemli olduğunun belirlenmesi gerekir. Amaç fonksiyonun da yer alan sapmalardan hangisi istenmiyorsa hangisinin daha önemli olduğuna karar verilmeli eğer her ikisi de aynı öneme sahipse Amaç fonksiyonumuz da aynı önceliğe sahip ve bir birlerinin toplamı olarak yer alırlar.

– Negatif Olmama: Değişkenlerin sıfır veya pozitif olma varsayımıdır. Hedef programlamanın çözümünde kullanılan simpleks yöntemi negatif olmayan değişkenler gerektirdiği için bu varsayım şarttır[Cinemre,2003].

3.3. Hedef Programlamanın Matematiksel Modeli

Bu tezde doğrusal olmayan hedef programlamadan yararlanıldı. Hedef programlamada en iyi sonuçlar altında amaçları en iyi yapacak çözümler aranır. Kararlar sistemin temelini oluşturmaktadır. Amaç fonksiyonu karar ve kısıt değişkenlerinden oluşur. Modeldeki değişkenlere karar değişkenleri denir ve karar verici tarafından belirlenir. Karar değişkenlerinin değerleri istenilen şartlara göre değişiklik gösterilebilir. Değişkenler arasındaki değişiklikler de kısıtlayıcılarla anlatılır.

Örneğin orta yol tanımayan bir insanın birden fazla çok amacının olduğunu kabul edelim. Amaçların hepsine ulaşması mümkün değil ise bu insan ne yapar? Hangisinden vazgeçeceğini tespit etmek için amaçlarına önem bakımından sıraya dizer. Sonra en önemli amacına ulaşmak için uğraşır daha sonra ikinci sıradaki amacına ulaşmak için uğraşır bu böyle devam eder[Özgüven,2003].

Matematiksel modeller, sistemin karar değişkenlerinin tanımlanmasında bir grup matematiksel sembolleri kullanmaktadır. Sistem davranışlarının tanımlanmasında kullanılan matematiksel fonksiyonlarda yer alan bu değişkenler birbirleriyle ilişkilidir. Problemin çözümü, iyi geliştirilmiş matematiksel tekniklerin modele uygulanması ile elde edilmektedir.

Bir matematiksel model temelde,

- Karar değişkenleri ve parametreler
- Sınırlamalar ve kısıtlamalar
- Amaç fonksiyonu

Şeklinde üç ana gruba ayrılmaktadır.

Hedef Programlamada amaç ve hedef kavramları aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

Amaç: Genel olarak hareket etmek istenilen yön (doğrultu) olarak tanımlanır. “karar vericinin arzu ettiği genel bir ifadenin yansımasıdır”[Inzogi,1976]. “karar vericinin istekleri doğrultusunda maksimize ya da minimize edilmek istenen özelliklerdir”[Zeleney, 1973].

Hedef: Ulaşılmak istenen değeri bilinen amaç, hedef olarak tanımlanır “istenilen bir seviye ile belirlenmiş amaç” [Ignizo, 1976].

3.3.1. Metot

Hedef Programlama Tekniği, amaç fonksiyonunun doğrusal olduğu ve hedeflerdeki sapmaların minimize edilmek istendiği problemlerin çözümünde kullanılmaktadır. Genel bir hedef programlama modeli Eş. 3.1’ deki gibi verilebilir;

$$\begin{aligned}
 Ax &= b \\
 \text{Min } Z &= d^- + d^+ \\
 Ax + d^- - d^+ &= b \\
 x, d^-, d^+ &\geq 0
 \end{aligned}
 \tag{3.1}$$

Burada d^- ve d^+ amaçtan sapma değişkenleridir. $d^- - d^+$ (Z) değerini sıfıra yaklaştıra-

rak çözüm elde edilmeye çalışılır. d^- ve d^+ değerlerinin ikisi de minimum olup sıfıra yaklaştıkları zaman amaç değerine veya x in bir değeri için b ye ulaşmış olur. Burada tek bir amaç olduğundan bu d^- veya d^+ değerlerinden en az birisi 0 dır. Çünkü aynı anda amaçtan hem pozitif sapma hem de negatif olamaz bunlardan birisi mutlaka sıfırdır. Yani ya amacı geçmiştir yada amaca ulaşamamıştır veya her ikisi birden sıfır olursa amaca tam olarak ulaşılmıştır.

Modeli biraz daha genişletilerek aynı modele bir kısıt daha eklenirse model Eş. 3.2' deki gibi olur.

$$\begin{aligned}
 \text{Min } Z &= d^- + d^+ \\
 Ax + d^- - d^+ &= b \\
 Bx &\leq h \\
 x, d^-, d^+ &\geq 0
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

Modelin matris şeklinde gösterimi ise Eş. 3.3'deki gibidir.

$$\begin{aligned}
 \min Z &= d^- + d^+ \\
 [a_1, a_2, \dots, a_n] \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \cdot \\ X_3 \end{bmatrix} + d^- - d^+ &= b \\
 \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \cdot \\ X_n \end{bmatrix} &\leq \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \cdot \\ h_n \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \cdot \\ X_n \\ d^- \\ d^+ \end{bmatrix} &\geq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

3.3.2. Amaç fonksiyonları

Üç tip doğrusal hedef programlama amaç fonksiyonu vardır. Bunlar aşağıdaki şekilde gösterilir;

$$\text{minimum } Z = \sum_{i=1}^l d_i^- + d_i^+ \quad (3.4)$$

$$\text{minimum } Z = \sum_{i=1}^l p_k (d_i^- + d_i^+). \quad (k = 1, 2, 3, \dots, K) \quad (3.5)$$

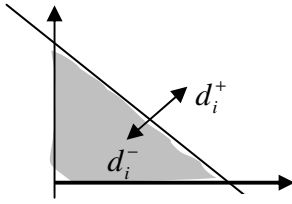
$$\text{minimum } Z = \sum_{i=1}^l w_{kl} p_k (d_i^- + d_i^+). \quad (k = 1, 2, 3, \dots, K; l = 1, 2, \dots, L) \quad (3.6)$$

Eş. 3.4. sapmalardaki öncelik veya ağırlık bakımından farklılık olmadığı zaman kullanılır yani tüm hedefler aynı düzeydeyse. Eş. 3.5 ise k tane hedef 1 den K'ya kadar öncelik değeri alır fakat her bir öncelik seviyeleri eşit önem seviyelerine sahiptir. İlk önce birinci öncelik sağlanıp daha sonra ikinci hedef sağlanmaya çalışılır ve böyle devam edilir. Eş. 3.6 da ise hedefler derecelendirilir ve sapma değişkenleri de her bir öncelik seviyesi w_{kl} özel ağırlıklar kullanılarak ağırlıklandırılır.

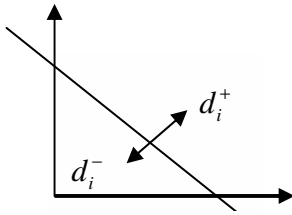
3.3.3. Hedeflerin durumuna göre minimum yapılacak sapmalar

Çizelge 3.1. Hedeflerin durumuna göre minimum yapılacak sapmalar

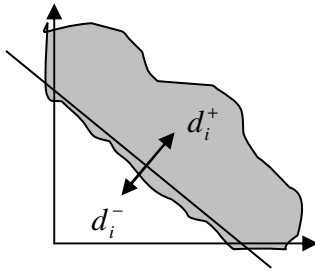
HEDEF	HEDEFİN SAPMALAR KULLANILARAK EŞİTLENMESİ	MİNİMUM YAPILACAK SAPMA
$g_i(x) \leq b_i$	$g_i(x) + d_i^- - d_i^+ = b_i$	d_i^+ (istenmeyen sapma)
$g_i(x) = b_i$	$g_i(x) + d_i^- - d_i^+ = b_i$	$d_i^- + d_i^+$ (istenmeyen sapma)
$g_i(x) \geq b_i$	$g_i(x) + d_i^- - d_i^+ = b_i$	d_i^- (istenmeyen sapma)



Şekil 3.1. $g_i(x) \leq b_i$ Biçimindeki sapma



Şekil 3.2. $g_i(x) = b_i$ Biçimindeki sapma



Şekil 3.3. $g_i(x) \geq b_i$ Biçimindeki sapma

3.3.4. Doğrusal hedef programlama problemleri için simpleks algoritması

$$1. \text{ Adım: } z_1(x) = \sum_{k \in K_1} (p_k^+ d_k^+ + p_k^- d_k^-) \quad , k = 1, 2, \dots, K \quad (3.7)$$

Eş. 3.7 formülü kullanılarak 1. öncelik sınıfına ait alt problemin amaç fonksiyonlarını belirle ve tabloyu oluşturacak tüm veriyi topla.

2. Adım: X_B^0 olan ilk temel değişkenleri bul. f_j pozitif ya da negatif olup olmamasına Bağlı olarak d_j^- veya d_j^+ değişkenlerini kullan. Ayrıca, kalan kısımları doldurmak için, şayet mümkünse aylak değişkenleri kullanılır. Aksi takdirde iki evreli simpleks

yöntemini kullanılır. Karşı gelen başlangıç simpleks tablosunu elde edilir ve $l=1$ olun.

3. *Adım:* 1. öncelik sınıfına ait alt problemi, yukarıda bahsedilen temele girecek değişken ve temelden çıkacak değişken kurallarına göre çözülür.

4. *Adım :* 1. alt problemin çözümü tekse veya $l=1$ ise durulur. Diğer durumda, $l=l+1$ olur ve Adım 3'e geri dönülür.

3.4. Çoklu Amaçların Analizi

Çoklu amaçların birbiriyle çelişkili ve farklı ölçekli olduğu düşünülerek, m tane amacın olduğunu düşünebilir. Problemden birbiriyle çelişkili çok amaç mevcuttur. Tüm amaçlardan sapmaları minimum yapacak bir model kurmalıdır. Bu model Eş. 3.8'deki gibidir.

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= \sum_{i=1}^m (d_i^- + d_i^+) \\ AX + Id^- - Id^+ &= b \\ X, d^-, d^+ &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

Bu modeli matris biçiminde Eş. 3.9 daki gibi ifade edebilir.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \cdot \\ X_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1^- \\ d_2^- \\ \cdot \\ d_m^- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1^+ \\ d_2^+ \\ \cdot \\ d_m^+ \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ b_m \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \cdot \\ X_n \end{bmatrix} \geq 0; \begin{bmatrix} d_1^- \\ d_2^- \\ \cdot \\ d_m^- \end{bmatrix} \geq 0; \begin{bmatrix} d_1^+ \\ d_2^+ \\ \cdot \\ d_m^+ \end{bmatrix} &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

3.4.1. Çoklu amaçların öncelik düzeyleri

Uygulamada amaca ulaşmak için kısıtların hepsi aynı anda elde edilemez, çoğu zaman amaçlar birbiriyle çelişirler. Böyle durumda araştırmacı bu amaçların önemliliği bakımından bir sıraya koyması gerekir. Araştırmacı en önemli amacı (ilk amacı) ikinci düzeyde bulunan amaçtan önce elde edilmelidir. Yani ilk önce ilk amaç sağlanmalı daha sonra öncelik değeri fazla olan amaçları sağlanmaya çalışılmalıdır. Amaçlardan fazla veya eksik olma durumuna göre hedeften sapmalar meydana gelmektedir. Bu da araştırmacının isteğine bağlı olarak pozitif sapma veya negatif olabilmektedir. Burada en önemli olan en küçük değerli öncelik düzeyli amaca ulaşmaktır ve daha sonraki amaç ise bu sapma değerlerini minimum yapacak çözümü elde etmektir. Eğer sapma istenmiyorsa yani amaçlara tam olarak ulaşılacak isteniyorsa pozitif ve negatif sapmalar her ikisinin de Hedef programlama probleminde tanımlanması gerekir. Bu yöntemde amaçların önceliğine göre çözümler elde edilir.

Amaçların öncelik düzeyine göre sıralandıklarını düşünülürken, Öncelik düzeyleri P_j , ($j=1,2,...,j$) pozitif veya negatif sapmalara verilmelidir. Bu durumda model Eş. 3.10 da olur.

$$\begin{aligned} & \text{Min } p_1(n_1d_1^- + u_1d_1^+), \dots, p_k(n_kd_k^- + u_kd_k^+) \\ & Ax + Rd = b \\ & x, d \geq 0 \end{aligned} \tag{3.10}$$

3.5. Doğrusal Olmayan Hedef Programlama

Gerçek hayatta bütün fonksiyonlar doğrusal olarak ifade edilmeyebilir. Hatta denilebilir ki gerçek hayatta çok az problem doğrusaldır. Gerçek hayat ile ilgili kararlar ile uğraşanların doğrusal olmayan fonksiyonları da olacaktır.

Doğrusal problemlerin çözümünde bir çok yol kullanılmaktadır. Bunlardan Griffith ve Stewart (GS) yönteminin temel yaklaşımını incelenmiştir. Doğrusal olmayan hedef programlama modellerini elde etmek oldukça zordur özellikle karar vericiler

artıkça zorlaşmaktadır. Fakat doğrusal olmayan hedef programlama modelleri bilgisayarların ve programların gelişmesiyle bilgisayarlar aracılığı ile saniye çözülmektedir. Bunun için kullanılan en popüler programlar lingo, solver vb dir.

Bu yaklaşımı uygulamak için şu adımların uygulanması gereklidir.

Adım 1: Karar modeli formüle edilir.

Adım 2: Başlangıç mümkün çözüm seçilir(keyfi, tahmin)

Adım 3: Bu başlangıç çözüme ilişkin komşuluk tanımlanır.

Adım 4: Doğrusal olmayan modelin doğrusal yaklaşımı geliştirilir.

Adım 5: Adım 2'deki tanımlanan komşuluğa göre modelin doğrusal yaklaşımının optimizasyonu çok boyutlu simpleks yöntemi ile gerçekleştirilir.

Adım 6: Adım 5'in sonucu ya yeni iyileşen bir çözüm ya da amaç fonksiyonunu iyileştirmeyen çözüm belirleyecektir. Birinci durumda Adım 3'e gidilir ikinci durumda ya yöntem durdurulur ya da doğrusal yaklaştırma modeli daha küçük bir komşulukta göz önüne alınır.

3.6. Doğrusal Olmayan Modelinin Doğrusal Modele Dönüştürülmesi

GS yaklaşımında uygulanan yöntem Taylor serisi kullanarak doğrusal olmayan fonksiyonu dönüştürmektir. Esas olarak, verilen bir $\bar{x}_s$ noktasında her $f_i(\bar{x}_s)$ 'in Taylor serisi açılımını kullanmak ve serideki doğrusal olmayan terimleri nazara almamaktır. Bunu yapabilmek için $f_i(\bar{x}_s)$ 'lerin türevlenebilir olması gerekir. Çok amaçlı karar modellerinde her bir amacı Eş. 3.11 daki gibi yazabilir.

$$G_i = f_i(\bar{x}) + N_i - P_i = b_i \quad (3.11)$$

Burada her $f_i(\bar{x}_s)$ 'in türevlenebilir bir fonksiyon olduğu varsayılır. $\bar{x}_s$ amaçlar kümesinin mümkün bir çözümü ise karşı gelen fonksiyonlar için karşı gelen doğrusal yaklaşıtırmalar:

$$b_i - N_i + P_i = f_i(\bar{x}) \cong f_i(\bar{x}_s) + \sum_{j=1}^J \frac{\partial f_i(\bar{x}_s)}{\partial x_j} (x_j - x_{s,j}) \quad (3.12)$$

olacaktır. Burada $i = 1, 2, \dots, m$ ve $x_{s,j}$; $\bar{x}_s$ 'nin bir bileşenidir.

$$\bar{x}_s = (x_{s,1}, x_{s,2}, \dots, x_{s,j}) \quad (3.13)$$

$$x_j ; \bar{x} \text{ 'nin bir bileşenidir. } \bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_j) \quad (3.14)$$

G_i amaç fonksiyonun doğrusal yaklaşıtırması $\hat{G}_i$ olarak gösterelir. O zaman:

$$\hat{G}_i = f_i(\bar{x}_s) + \sum_{j=1}^J \frac{\partial f_i(\bar{x}_s)}{\partial x_j} (x_j - x_{s,j}) + N_i - P_i = b_i \quad (3.15)$$

Eş. 3.15 ün doğrusal yaklaşımı vektör notasyonu ile Eş. 3.16 i tekrar yazılabilir:

$$\hat{G}_i = f_i(\bar{x}_s) + [\bar{\nabla} f_i(\bar{x}_s)] (\bar{x} - \bar{x}_s) + N_i - P_i = b_i \quad (3.16)$$

$\bar{x} - \bar{x}_s$ terimini yeni bir $\bar{y}$ vektörüyle değiştirilebilir.

$$\bar{y} = \bar{x} - \bar{x}_s \quad (3.17)$$

olur.

Sonuç olarak yeni $\bar{x}_s$ çözüm noktasından gelecek $\bar{x}$ noktasına değişimi temsil eder.

Ancak $\bar{y}$ 'nin bileşenleri aşıkardır ki işaret bakımından serbest olabilirler. Bundan

dolayı simpleks yöntemi kullanılırsa bir problem söz konusu olacaktır. Bu $\bar{y}$ değişkenini iki pozitif değişken cinsinden ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \bar{u} - \bar{v} \\ (\bar{u} \geq 0, \bar{v} \geq 0) \end{aligned} \quad (3.18)$$

Eş. 3.17 ve Eş. 3.18 ilişkilerinden yararlanarak Eş. 3.15' i tekrar Eş. 3.19 gibi yazılabilir.

$$\hat{G}_i = f_i(\bar{x}_s) + [\bar{\nabla} f_i(\bar{x}_s)](\bar{u} - \bar{v}) + N_i - P_i = b_i \quad (3.19)$$

Burada $[\bar{\nabla} f_i(\bar{x}_s)]$, $[\bar{\nabla} f_i(\bar{x}_s)]$ 'nın transpozudur ve $\bar{\nabla} f_i(\bar{x}_s) = f_i(\bar{x}_s)$ 'nın gradyantıdır ya da aşağıdaki gibi

$f_i(\bar{x}_s)$ 'nin kısmi türevlerinden oluşur:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial f_i(\bar{x}_s)}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f_i(\bar{x}_s)}{\partial x_2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\partial f_i(\bar{x}_s)}{\partial x_j} \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

Eş. 3.14 denklemi bu durumda herhangi bir fonksiyonun yaklaştırmada kullanılabilir formda olacaktır.

3.6.1. Simpleks tabanlı doğrusal olmayan hedef programlama algoritması

Doğrusal olmayan hedef programlama modeline çözümde doğrusal yaklaşımları nasıl kullanılacağını şimdi daha kolay gözlenebilir. Temel yaklaşım aşağıdaki gibi düzenlenebilir.

Adım 1: Doğrusal olmayan hedef programlama modelini formüle edilir ve $s = 0$ alınır.

Adım 2: Herhangi bir $\bar{x}_s$ için $\bar{a}_s$ 'yi belirlenir.

Adım 3: Eş. 3.14 ilişkisini kullanarak her G_i 'nin $\bar{x}_s$ civarındaki doğrusal yaklaşımı belirlenir.

Adım 4: Araştırma bölgesinin güveni için en üstün amaçlarını ilave edilir.

Adım 5: Bundan önce gördüğümüz doğrusal hedef programlama algoritması çok boyutlu simpleks kullanarak yukarıda formüle edilen problemin optimal çözümünü bulunur. Bu çözümü $\bar{x}_{s+1}$ olarak adlandırılır. Bazı örneklerde doğrusallaştırılan bir amacın sağ taraf sabiti negatif olabilir. Bu durumda dual simpleks algoritması kullanılarak çözüm yapılmalıdır.

Adım 6: $\bar{a}_{s+1}, \bar{a}_s$ 'ye göre daha iyi ise yeni bir $\bar{x}_{s+1}$ çözümü elde edilir $s = s + 1$ alınır ve adım 3'e gidilir. Aksi durumda algoritma durdurulur.

Adım 6 da ki ifadeler çok genel olduğu için biraz daha açıklama yapalım; önceden belirlenen $\bar{\epsilon}$ iyileşme ölçüsü alınır. $\bar{a}_s - \bar{a}_{s+1} > \bar{\epsilon}$ ise yeni $\bar{x}_{s+1}$ noktası alınır ve bu nokta ile ilgili yeni yaklaşım yapılır. $\bar{a}_s - \bar{a}_{s+1} \leq \bar{\epsilon}$ ise ya yöntem durdurulur ($\bar{x}_s$ optimal çözüm olur) ya da $\bar{x}_s$ yeni noktası için doğrusal yaklaşım bölgesi, yani d_j azaltılır.

3.6.2. Doğrusal olmayan hedef programlamada arama teknikleri

İster tek amaçlı ve isterse de çok amaçlı olsun, doğrusal olmayan modelleri çözmenin henüz en etkin bir yöntemi bulunamamıştır. Tek amaçlı doğrusal olmayan programlamada aşağıdaki deneyimlerden söz edilebilir;

- Bir problem için en iyi kullanılan ve etkin belirli bir yöntem o problem üzerinde az bir değişiklik yapıldığında etkinliğini kaybeder.
- Bu yöntemle elde edilen bir sonuç başlangıç seçilen çözümlerden aramayı tahmin etmede kullanılan noktalardan çok etkilenirler.
- Optimizasyon problemi özel bir yapıda olmaksızın elde edilen sonucu yalnızca yerel optimum olmaktadır.
- Çoğu çalışmalar küçük boyutlu problemler için yapılmıştır.

Doğrusal olmayan hedef programlama metotları tek amaçlı doğrusal olmayan bu metotların basit bir modifikasyonu olduğundan benzer sonuçları bu alanda da beklenebilmektedir. Bir önceki bölümde verilen Griffith ve Stewart metodu yukarıda verilen dezavantajlardan çok etkilenen bir metottur. Aynı metot için ayrıca iki dezavantaj daha bulunmaktadır, algoritmanın her bir adımında türev hesaplamalarına ihtiyaç duyulmaktadır. Her ardıştırmada simpleks metoduna kullanmak gereklidir.

Şimdi verilecek metot bu dezavantajları gidermektedir. Bu alanda pek çok yöntem önerilmiştir. Hooke-Jeves yöntemine dayalı olan arama yöntemi ile türev hesaplamadan sadece fonksiyon değerlerini göz önüne alarak çözüm araştırılır.

3.6.3. Doğrusal olmayan hedef programlamada model araması

Bu aramada başlangıç temel bir nokta ile başlanır. Bu nokta $\bar{x}^{(1)}$ ile gösterilir ve keyfi olarak seçilebilir en uygunu optimum noktaya yakın olmasıdır, bu durumda daha hızlı yakınsayacağı söylenmektedir.

Uygun olsun diye başlangıç temel nokta ilk deneme noktası olarak alınır. Bunu da $\bar{t}_{1,0}$ ile gösterilir. Bir deneme noktası indisi, yorumu özellikle önemlidir. Birincisi model araması numarasıdır ikincisi ise değişkenler üzerindeki (bozulma) ön arama

numarasıdır. Örneğin $\bar{t}_{1,0}$; Değişkenler üzerinde herhangi bir değişim (perturbasyon) olmadığında(ön aramasız) birinci model araması için deneme noktasını gösterir. Benzer olarak $\bar{t}_{k,j}$ j-inci değişkeni değiştğinde k-ıncı model araması için deneme noktası olur. Arama her deneme noktası için yapılır. Bunu yapmak için verilen deneme noktasına ait her değişkeni sırayla değiştirilir. Bu δ_j değiştirme, adım büyüklüğü, $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ n-değişken için yapılır. $\bar{\delta}_j$ j-inci bileşeni δ_j diğer bileşenleri sıfır olsun bu durumda 5-değişkenli bir problem için ($n = 5$)

$$\bar{\delta}_3 = (0; 0; \delta_3; 0; 0) \quad (3.21)$$

$$\bar{\delta}_5 = (0; 0; 0; 0; \delta_5) \quad (3.22)$$

3.6.4. Örnek

x_1 , x_2 ve x_3 değişkeni olsun. İlk başlangıç temel nokta $\bar{x}^{(1)} = (2; 2; 0)$ olsun. tanım gereği birinci deneme noktası birinci temel nokta olur. Böylece $\bar{t}_{1,0} = \bar{x}^{(1)} = (2; 2; 0)$

(3.23)

değiştirme/ adım büyüklüğü 0,1 varsayılır. O zaman;

$$\begin{aligned} \bar{\delta}_1 &= (0,1; 0; 0) \\ \bar{\delta}_2 &= (0; 0,1; 0) \\ \bar{\delta}_3 &= (0; 0; 0,1) \end{aligned} \quad (3.24)$$

$\bar{t}_{1,1}$, $\bar{t}_{1,0}$ değiştirerek (perturbe ederek) bulunur. Gerçekte $\bar{t}_{1,1}$

$$\bar{t}_{1,1} = \begin{cases} \bar{t}_{1,0} + \bar{\delta}_1 & \text{ya da} \\ \bar{t}_{1,0} - \bar{\delta}_1 & \text{ya da} \\ \bar{t}_{1,0} & \end{cases} \quad (3.25)$$

arasında a başarı vektörü en iyi olan olacaktır, yada bu örnek için

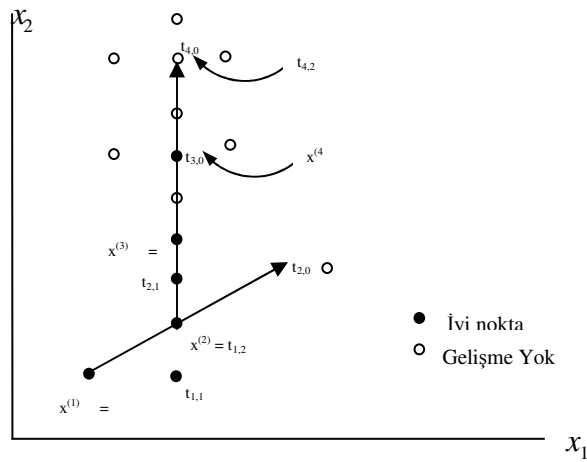
$$\bar{t}_{1,1} = \begin{cases} (2; 2; 0) + (0,1; 0; 0) = (2,1; 2; 0) & \text{ya da} \\ (2; 2; 0) - (0,1; 0; 0) = (1,9; 2; 0) & \text{ya da} \\ (2; 2; 0) \end{cases} \quad (3.26)$$

arasında a'yı en iyi yapan olacaktır. Verilen bir deneme noktasının bütün değişimlerini (perturbasyonlarını) hesaplamaya gerek yoktur. Bir noktanın $\bar{a}$ değeri bir önceki en iyi değişime (perturbasyona) göre daha iyi ise işlemi durdururuz. Örneğin; $\bar{a}$ $(2,1; 2; 0)$, $\bar{a}$ $(2; 2; 0)$ ya tercih edilirse $(2,1; 2; 0)$, $\bar{t}_{1,1}$ olarak seçilir. Bu durum (ön arama) için $(1,9; 2; 0)$ yi incelemek gereksizdir. Bir deneme noktasının bütün değişkenleri değişimden (perturbe edildikten) sonra (ön arama bittikten sonra) $(\bar{t}_{k,n})$ elde edilir. Bu önceki temel nokta ile, $(\bar{x}^{(k)})$ karşılaştırılır ($\bar{a}$ bakımından). $\bar{a}$ sı en iyi ise $(\bar{x}^{(k)})$ dan $\bar{t}_{k,n}$ yeni $(\bar{x}^{(k+1)})$ temel noktası olarak alınır. Eğer değilse, mevcut temel nokta $(\bar{x}^{(k)})$ hala şu ana kadar ki en iyi noktadır. Bu $(\bar{x}^{(k+1)})$ olarak alınır. Birinci durumda model aramasının bir bölümünü teşkil edilebilir. Bu model araması $(\bar{x}^{(k)})$ den $(\bar{x}^{(k+1)})$ önünde olacaktır. Buradan yeni, $\bar{t}_{k+1,0}$ deneme noktası

$$\bar{t}_{k+1,0} = 2\bar{x}^{(k+1)} - \bar{x}^{(k)} \quad (3.27)$$

Olur. Şekil 3.4'ü göz önüne alarak tipik model aramasındaki adımların bölümleri tartışabilir. Önce $\bar{x}^{(1)}$ temel noktası belirlenir. Tanım gereği $\bar{t}_{1,0} = \bar{x}^{(1)}$ 'dir. Şimdi $\bar{t}_{1,0}$ etrafında ön arama bölgesi araştırılır. $\bar{t}_{1,0}$ 'ı $\bar{\delta}_1$ ile değiştirerek $\bar{t}_{1,0} + \bar{\delta}_1$ elde edilir. $\bar{a}$ değeri bu noktada daha iyi olduğundan $\bar{t}_{1,1} = \bar{t}_{1,0} + \bar{\delta}_1$ alınır. Şimdi $\bar{t}_{1,1}$ 'i $\bar{\delta}_2$ kadar değiştirelim. Bunun $\bar{a}$ değerinin de şekilden önceki noktaya göre daha iyi olduğunu görüyoruz. O yüzden $\bar{t}_{1,2} = \bar{t}_{1,1} + \bar{\delta}_2$ alınır. Bununla $\bar{t}_{1,0}$ ile ilgili ön arama tamamlanır. Şimdi $\bar{t}_{1,2}$ 'nin $\bar{t}_{1,0}$ 'a göre tercih edilip edilemeyeceği belirlenmelidir.

$\bar{t}_{1,2}$ tercih ediliyorsa ikinci temel nokta olur ya da $\bar{x}^{(2)} = \bar{t}_{1,2}$ alınır. Model araması $\bar{x}^{(1)}$, $\bar{x}^{(2)}$ vektörleri yönünde yapılır. $\bar{t}_{2,0}$ noktasına varılır. Bu nokta ikinci deneme noktası olur. Sonra $\bar{t}_{2,0}$, $\bar{\delta}_1$ kadar değiştirilir. Bu noktanın $\bar{t}_{2,0} + \bar{\delta}_1$, $\bar{a}$ değerinde bir iyileşme görülmediğinden, ve $\bar{t}_{2,0} - \bar{\delta}_1$ noktasındaki $\bar{a}$ 'da iyileşme olduğundan $\bar{t}_{2,1} = \bar{t}_{2,0} - \bar{\delta}_1$ alınır. Şimdi $\bar{t}_{2,1}$, etrafında $\bar{\delta}_2$ kadar değiştirme olduğunda $\bar{a}$ da iyileşme görüldüğünden $\bar{t}_{2,2} = \bar{t}_{2,1} + \bar{\delta}_2$ alınır. Değişkenler için ön arama tamamlandığı için $\bar{t}_{2,2}$ deki $\bar{a}$ değerinde $\bar{x}^{(2)}$ ye göre iyileşme olup olmadığı araştırılır. $\bar{t}_{2,2}$ deki $\bar{a}$ değeri $\bar{x}^{(2)}$ deki $\bar{a}$ değerinden daha iyi olduğu için $\bar{x}^{(3)} = \bar{t}_{2,2}$ alınır. Buradan bu nokta da model araması yapılırsa, yani $\bar{x}^{(2)}$ den $\bar{x}^{(3)}$ e boyunca model araması yapılırsa $\bar{t}_{3,0}$ noktası elde edilir. yeni deneme noktası $\bar{t}_{3,0}$ olur. Bu nokta $\bar{t}_{3,0}$ etrafındaki ön aramalar başarısız olduğundan $\bar{t}_{3,2} = \bar{t}_{3,0}$ alınır. $\bar{t}_{3,2}$ teki $\bar{a}$, $\bar{x}^{(3)}$ teki $\bar{a}$ ile karşılaştırılırsa iyileşme olduğu görülür. Buradan $\bar{x}^{(4)} = \bar{t}_{3,2}$ alınır. $\bar{x}^{(3)}$ ile $\bar{x}^{(4)}$ boyunca ve yeni model aramasına geçilir. $\bar{t}_{4,0}$ deki ön aramalara geçilir. Bunların başarılı olmadığı görülüyor.



Şekil 3.4 Hooke ve Jeves model araması gösterimi

Adım 4: Aşağıdaki alt adımlarda $t_{k,n}$ 'i belirleyebilmek için $\bar{t}_{k,0}$ 'a ilişkin değişimler (perturbasyonlar) incelenir.

(a) $j=1$ alınır.

(b) $\bar{a}(\bar{t}_{k,0} + \bar{\delta}_j) < \bar{a}(t_{k,0})$ ise $\bar{t}_{k,j} = \bar{t}_{k,0} + \bar{\delta}_j$ alınır ve adım 4(d) 'ye gidilir aksi durumda 4(c)'ye gidilir.

(c) $\bar{a}(\bar{t}_{k,0} - \bar{\delta}_j) < \bar{a}(t_{k,0})$ ise $\bar{t}_{k,j} = \bar{t}_{k,0} - \bar{\delta}_j$ al ve 4(d)'ye git. Aksi durumda $\bar{t}_{k,j} = \bar{t}_{k,0}$ alıp 4(b)'ye gidilir.

(d) $j = n$ ise adım 5'e git aksi durumda $j = j + 1$ alıp 4(b)'ye dönülür.

Adım 5: $\bar{x}^{(k)}$ ile $\bar{t}_{k,n}$ 'de başarı fonksiyonunun değerini karşılaştır. $\bar{a}(\bar{t}_{k,n}) + \bar{\varepsilon} < \bar{a}(\bar{x}^{(k)})$ ise $\bar{t}_{k,n}$ yeni temel nokta olarak alınır. Burada $\bar{x}^{(q+1)} = \bar{t}_{k,n}$ dir. Altıncı adıma gidilir. Ancak $\bar{a}(\bar{t}_{k,n}) + \bar{\varepsilon} \geq \bar{a}(\bar{x}^{(k)})$ ise yeni temel nokta $\bar{x}^{(q+1)} = \bar{x}^{(k)}$ olur ve adım 7'ye gidilir.

Adım 6: $k = q + 1$ alınır. $r \geq R_{\max}$ ise dokuzuncu adıma git değilse $\bar{t}_{k,0} = 2\bar{x}^{(k)} - \bar{x}^{(k-1)}$ hesaplayıp üçüncü adıma gidilir.

Adım 7: $\bar{a}$ başarı vektöründe anlamlı bir iyileşme olmadığında değişim (perturbasyon) adım değeri azaltılır. Aramaya $\bar{\delta} = \bar{\delta}/2$ alınarak devam edilir.

Adım 8: $\bar{\delta}$, $\bar{\delta}_{\min}$ 'den küçük olduğunda dokuzuncu adıma git. Aksi takdirde $k = q + 1$ ve $\bar{t}_{k,0} = \bar{x}^{(q+1)}$ alınır ve üçüncü adıma gidilir.

Adım 9: aramayı durdur. Son temel noktayı çözüm olarak kullanılır.

4. UYGULAMA

İstanbul menkul kıymetler borsasında(İMKB) işlem gören Çizelge 4.1 de belirtilen İMKB30 endeksinde yer alan 27 hisse senedinin şubat 2004 ile mart 2006 tarihleri arasındaki her ayın ilk günündeki değerleri analizer programı ile elde edilmiştir. Bu 30 hisse senedinden 3 tanesinin seçilen döneme ait verilerinin bulunmaması sebebiyle analiz dışında bırakılmıştır. Bu hisse senetlerinin 26 aylık hisse değerleri Çizelge 4.2 deki gibidir. Üzerinde çalışma yapılan bu hisse senetlerinin 26 aylık değerine göre aylık getirileri Çizelge 4.3dir.

Çizelge 4.1. İMKB30 Hisse senetleri

1	AKBNK	AKBANK
2	ARCLK	ARÇELİK
3	DOHOL	DOĞAN HOLDİNG
4	DYHOL	DOĞAN YAYIN HOLDİNG
5	EREGL	EREĞLİ DEMİR ÇELİK
6	FINBN	FİNANSBANK
7	GARAN	GARANTİ BANKASI
8	HURGZ	HÜRRİYET GAZETESİ
9	ISCTR	İŞBANKASI (c)
10	ISGYO	İŞ GAYRİ MENKUL YATIRIM ORTAKLIĞI
11	KCHOL	KOÇ HOLDİNG
12	MIGRS	MİGROS
13	PETKM	PETKİM
14	PTOFS	PETROL OFİSİ
15	SAHOL	SABANCI HOLDİNG
16	SISE	ŞİŞECAM
17	SKBNK	ŞEKERBANK
18	TCELL	TURKCELL
19	THYAO	TÜRK HAVA YOLLARI
20	TNSAS	TANSAŞ
21	TOASO	TOFAŞ OTO FABRİKALARI
22	TSKB	TÜRKİYE SİNAİ KALKINMA BANKASI
23	TUPRS	TÜPRAŞ
24	ULKER	ÜLKER
25	VESTL	VESTEL
26	DISBNK	DIŞBANK
27	YKBNK	YAPI KREDİ BANKASI

Çizelge 4.2. Hisse senetlerinin aylık değerleri

AKBNK	ARCLK	DOHOL	DYHOL	EREGL	FINBN	GARAN	HURGZ	ISCTR	ISGYO	KCHOL	MIGRS	PETKM	PTOFS	Tarih
3,94	5,88	2,02	2,29	3,35	0,57	1,6	2,25	3,57	1,11	5,03	7,06	5,35	3,52	05.02.2004
4,31	6,85	2,44	2,63	3,57	0,65	1,86	2,75	4,13	1,06	5,03	7,01	5,15	3,67	01.03.2004
4,53	7,58	2,56	2,71	4,18	0,77	1,88	2,68	4,13	1,33	5,34	8,17	6,25	4,42	01.04.2004
4,24	6,57	2,04	2,44	3,21	0,73	1,73	2,17	3,63	1,1	4,34	6,52	5,3	3,74	03.05.2004
3,86	6,29	1,95	2,27	3,1	0,62	1,55	2,05	3,48	1,05	4,11	6,8	5,15	3,25	01.06.2004
4,62	6,85	2,11	2,38	3,29	0,7	1,76	2,4	3,84	1,11	4,8	7,29	5,35	3,4	01.07.2004
4,86	7,44	2,41	2,66	3,9	0,77	1,9	2,69	4,09	1,18	5,38	7,83	5,3	3,77	02.08.2004
5,14	7,44	2,58	2,84	4,59	0,8	1,95	2,86	4,13	1,31	5,66	8,03	5,4	3,88	01.09.2004
5,34	7,99	2,62	2,61	4,85	0,94	2	2,63	4,46	1,75	6	8,28	5,7	4,13	01.10.2004
5,22	8,22	2,64	2,79	5,11	0,91	2,28	2,92	5,03	1,7	6,14	8,92	7,55	4	01.11.2004
5,54	7,03	2,52	2,79	5,16	1,06	2,01	2,69	5,44	1,66	5,38	9,41	6,2	3,72	01.12.2004
6,75	7,49	2,9	3,39	5,33	1,57	2,48	3,24	6,26	1,92	6,11	11,73	6,5	3,74	03.01.2005
6,55	7,77	3,84	3,66	5,68	1,91	3	3,5	6,42	2,17	6,32	10,45	8,7	4,63	03.02.2005
6,26	7,81	3,6	3,7	5,94	2,04	3,26	3,26	7,2	2,08	5,94	10,05	8,5	3,92	01.03.2005
5,63	7,21	3,54	3,43	5,63	2,1	2,98	2,94	6,54	1,88	5,16	9,71	5,8	3,62	01.04.2005
5,88	6,02	3,08	3,2	5,16	2,4	2,86	2,5	6,13	1,65	4,72	9,46	5,15	3,17	02.05.2005
6,13	7,1	3,14	3,06	5,45	3,05	3	2,62	6,04	2,03	5,03	10,4	5,25	3,65	01.06.2005
6,75	7,95	3,42	3,42	5,9	3,73	3,35	3,26	6,75	2,23	5,34	10,7	6,1	4,28	01.07.2005
7,45	8,2	3,82	3,72	6,75	3,73	3,72	3,5	7,45	2,17	5,43	10,8	5,9	4,84	01.08.2005
8,65	8,05	3,94	3,82	7,5	4,57	3,78	3,56	8,45	2,14	6,35	11,8	6	5,05	01.09.2005
9,25	7,85	3,9	3,48	9	4,72	4,1	4,08	9,85	2,7	6,2	11,6	7,25	4,48	03.10.2005
8,8	8,25	3,44	3,4	7,4	4,18	4,1	3,9	9,85	2,55	5,1	11,9	6,7	4,76	01.11.2005
10,7	9,3	4,14	4,1	9,35	5,55	4,64	5,3	11,4	2,78	6,75	14,5	7,95	5,35	02.12.2005
10,9	9,45	4,34	5,25	8,75	5,95	4,96	5,15	11,9	2,9	6,25	12,9	7,75	6,2	02.01.2006
11,9	12,5	5,4	6,35	9,15	7,5	6,1	5,65	12,3	3,5	7,4	16	7,75	5,85	01.02.2006
13,4	12,3	7,25	6,4	8,85	7,25	6,1	5,55	12,6	3,86	8,2	17,2	7,45	7,35	01.03.2006

Çizelge 4.2. (Devam) Hisse senetlerinin aylık değerleri

ISGYO	KCHOL	MIGRS	NETAS	PETKM	PTOFS	SAHOL	SISE	TCELL	TNSAS	TOASO	TRKCAM	TRNSK	TARİH
0,64	3,97	5,45	25,78	7,2	3,66	2,89	1,14	3,11	0,94	1,4	1,69	0,51	05.02.2004
0,61	3,46	4,87	23,87	6,2	3,8	2,86	1,12	2,98	0,9	1,42	1,61	0,42	01.03.2004
0,58	3,29	4,87	23,87	7,1	4,02	2,62	1,06	3,13	0,88	1,53	1,79	0,34	01.04.2004
0,8	3,56	5,41	28,88	7,2	4,35	2,86	1,21	3,24	1,03	1,67	2	0,44	03.05.2004
0,76	3,68	5,61	29	8	3,98	2,84	1,25	3,14	1,1	1,66	1,86	0,52	01.06.2004
0,69	3,32	5,53	25,75	5,5	3,46	2,7	1,14	3,13	1	1,63	1,77	0,48	01.07.2004
0,62	3,3	5,81	23,4	5,45	3,07	2,66	1,12	3,48	0,95	1,64	1,74	0,4	02.08.2004
0,71	3,79	5,85	26,25	5,3	3,8	3,01	1,18	3,26	1,01	1,79	2,03	0,4	01.09.2004
0,77	4,55	6,83	29,75	5,4	3,76	3,79	1,35	3,91	1,21	2,01	2,13	0,4	01.10.2004
0,87	5,69	8,16	34,25	5,5	3,91	5,41	1,58	4,15	1,45	2,39	2,56	0,45	01.11.2004
0,84	5,37	7,38	32,5	5,15	3,85	4,92	1,47	4,81	1,68	2,32	2,51	0,42	01.12.2004
1,03	6,65	7,96	41,5	6,05	4,43	5,53	2,01	4,48	1,68	3,13	3,01	0,69	03.01.2005
1,14	5,75	7,16	37,25	5,35	4,26	4,56	2,05	5,48	1,53	2,53	2,88	0,58	03.02.2005
1,08	5,75	7,11	41,25	5,15	4,43	4,96	2,37	6,29	1,53	2,92	3,36	0,57	01.03.2005
1,37	6,11	8,29	41	6,25	5,35	5,04	2,68	5,15	1,72	3,3	3,34	0,54	01.04.2005
1,13	4,97	6,62	27,75	5,3	4,52	4,55	2,37	5,22	1,43	2,95	2,97	0,48	02.05.2005
1,08	4,7	6,9	27,5	5,15	3,93	4,1	2,33	6,17	1,17	2,45	3	0,41	01.06.2005
1,14	5,49	7,4	26,75	5,35	4,11	4,47	2,68	6	1,25	2,6	3,38	0,39	01.07.2005
1,21	6,16	7,95	27,5	5,3	4,57	4,85	3,02	5,7	1,32	3,17	3,7	0,44	01.08.2005
1,35	6,48	8,15	30,75	5,4	4,7	5,07	3,35	6,65	1,48	3,35	3,88	0,43	01.09.2005
1,79	6,87	8,4	32,25	5,7	5	5,25	3,32	8,5	1,52	3,52	3,76	0,55	03.10.2005
1,75	7,03	9,05	33,75	7,55	4,84	5,3	3,52	8,95	1,66	3,64	3,68	0,53	01.11.2005
1,7	6,16	9,55	31	6,2	4,5	4,6	3,3	9,01	1,54	2,74	3,66	0,5	02.12.2005
1,97	6,99	11,9	34,25	6,5	4,52	5,3	3,84	9,56	1,68	2,74	3,8	0,43	02.01.2006
2,32	6,91	10,7	37,75	8,75	5,55	5,85	4,14	9,85	1,93	3,1	4,1	0,4	01.02.2006
2,14	6,79	10,2	36,25	8,5	4,74	5,4	4,16	9,3	1,84	2,74	4,68	0,37	01.03.2006

Çizelge 4.3. Hisse senetlerini aylık getirileri

AKBNK	ARCLK	DOHOL	DYHOL	EREGL	FINBN	GARAN	HURGZ	ISCTR	ISGYO	KCHOL	MIGRS	PETKM	PTOFS	Dön.
0,09	0,16	0,21	0,15	0,07	0,14	0,16	0,22	0,16	-0,05	0,00	-0,01	-0,04	0,04	1
0,05	0,11	0,05	0,03	0,17	0,18	0,01	-0,03	0,00	0,25	0,06	0,17	0,21	0,20	2
-0,06	-0,13	-0,20	-0,10	-0,23	-0,05	-0,08	-0,19	-0,12	-0,17	-0,19	-0,20	-0,15	-0,15	3
-0,09	-0,04	-0,04	-0,07	-0,03	-0,15	-0,10	-0,06	-0,04	-0,05	-0,05	0,04	-0,03	-0,13	4
0,20	0,09	0,08	0,05	0,06	0,13	0,14	0,17	0,10	0,06	0,17	0,07	0,04	0,05	5
0,05	0,09	0,14	0,12	0,19	0,10	0,08	0,12	0,07	0,06	0,12	0,07	-0,01	0,11	6
0,06	0,00	0,07	0,07	0,18	0,04	0,03	0,06	0,01	0,11	0,05	0,03	0,02	0,03	7
0,04	0,07	0,02	-0,08	0,06	0,18	0,03	-0,08	0,08	0,34	0,06	0,03	0,06	0,06	8
-0,02	0,03	0,01	0,07	0,05	-0,03	0,14	0,11	0,13	-0,03	0,02	0,08	0,32	-0,03	9
0,06	-0,14	-0,05	0,00	0,01	0,16	-0,12	-0,08	0,08	-0,02	-0,12	0,05	-0,18	-0,07	10
0,22	0,07	0,15	0,22	0,03	0,48	0,23	0,20	0,15	0,16	0,14	0,25	0,05	0,01	11
-0,03	0,04	0,32	0,08	0,07	0,22	0,21	0,08	0,03	0,13	0,03	-0,11	0,34	0,24	12
-0,04	0,01	-0,06	0,01	0,05	0,07	0,09	-0,07	0,12	-0,04	-0,06	-0,04	-0,02	-0,15	13
-0,10	-0,08	-0,02	-0,07	-0,05	0,03	-0,09	-0,10	-0,09	-0,10	-0,13	-0,03	-0,32	-0,08	14
0,04	-0,17	-0,13	-0,07	-0,08	0,14	-0,04	-0,15	-0,06	-0,12	-0,09	-0,03	-0,11	-0,12	15
0,04	0,18	0,02	-0,04	0,06	0,27	0,05	0,05	-0,01	0,23	0,07	0,10	0,02	0,15	16
0,10	0,12	0,09	0,12	0,08	0,22	0,12	0,24	0,12	0,10	0,06	0,03	0,16	0,17	17
0,10	0,03	0,12	0,09	0,14	0,00	0,11	0,07	0,10	-0,03	0,02	0,01	-0,03	0,13	18
0,16	-0,02	0,03	0,03	0,11	0,23	0,02	0,02	0,13	-0,01	0,17	0,09	0,02	0,04	19
0,07	-0,02	-0,01	-0,09	0,20	0,03	0,08	0,15	0,17	0,26	-0,02	-0,02	0,21	-0,11	20
-0,05	0,05	-0,12	-0,02	-0,18	-0,11	0,00	-0,04	0,00	-0,06	-0,18	0,03	-0,08	0,06	21
0,22	0,13	0,20	0,21	0,26	0,33	0,13	0,36	0,16	0,09	0,32	0,22	0,19	0,12	22
0,02	0,02	0,05	0,28	-0,06	0,07	0,07	-0,03	0,04	0,04	-0,07	-0,11	-0,03	0,16	23
0,09	0,32	0,24	0,21	0,05	0,26	0,23	0,10	0,03	0,21	0,18	0,24	0,00	-0,06	24
0,13	-0,02	0,34	0,01	-0,03	-0,03	0,00	-0,02	0,02	0,10	0,11	0,08	-0,04	0,26	25
0,05	0,04	0,06	0,05	0,05	0,12	0,06	0,04	0,05	0,06	0,03	0,04	0,02	0,04	Getiri

Çizelge 4.3.(Devam) Hisse senetlerini aylık getirileri

SAHOL	SISE	SKBNK	TCELL	THYAO	TNSAS	TOASO	TSKB	TUPRS	ULKER	VESTL	DISFOR	YKBNK	Dön.
0,09	0,16	0,54	0,22	0,10	0,00	0,16	0,11	-0,08	0,86	0,04	0,13	0,11	1
0,02	0,13	0,03	0,15	0,13	0,12	0,13	0,06	0,03	0,34	0,06	0,27	0,26	2
-0,10	-0,12	-0,23	-0,18	-0,17	-0,17	-0,11	-0,06	-0,13	-0,23	-0,23	0,01	-0,12	3
-0,10	-0,02	0,04	0,01	0,01	-0,18	-0,17	-0,08	0,05	0,04	0,00	-0,15	-0,04	4
0,09	0,15	-0,02	0,18	-0,02	0,07	0,06	0,04	0,09	-0,02	0,02	0,19	0,18	5
0,08	0,13	0,14	-0,03	0,02	0,06	0,22	0,15	0,09	0,01	0,09	0,03	0,07	6
0,05	0,11	0,00	-0,05	0,00	0,12	0,05	0,04	0,09	0,07	0,09	0,07	-0,05	7
0,03	-0,01	0,13	0,17	0,15	0,03	0,05	0,14	0,04	0,01	0,03	-0,01	0,04	8
0,01	0,06	0,01	0,28	0,15	0,09	0,03	-0,01	0,11	0,01	-0,01	-0,05	-0,12	9
-0,13	-0,06	0,19	0,05	-0,33	-0,07	-0,25	0,00	0,06	-0,10	-0,12	0,04	0,14	10
0,15	0,16	0,60	0,10	0,17	0,09	0,00	0,20	-0,06	0,01	0,06	0,57	0,12	11
0,06	0,06	0,54	-0,06	-0,07	0,11	0,09	0,55	0,17	0,00	0,02	0,41	0,40	12
-0,04	0,02	0,17	0,00	-0,01	-0,01	-0,08	0,24	0,06	0,02	-0,04	-0,01	-0,08	13
-0,13	-0,14	-0,16	0,01	-0,10	-0,01	-0,07	0,13	0,09	-0,16	0,04	0,03	-0,04	14
-0,09	-0,13	0,03	-0,08	-0,15	0,03	-0,24	-0,01	-0,02	-0,20	-0,07	0,21	-0,03	15
0,11	0,09	-0,01	0,02	0,15	0,01	0,00	0,00	0,10	0,11	-0,06	-0,06	-0,01	16
0,15	0,21	0,31	-0,01	0,18	-0,02	0,21	0,01	0,10	0,05	0,07	0,00	0,02	17
0,05	0,20	0,29	0,07	0,09	0,02	0,05	0,31	0,03	0,02	0,03	0,00	0,10	18
0,09	0,00	-0,07	0,03	-0,08	0,18	0,00	0,15	0,12	-0,01	-0,01	0,03	0,04	19
0,18	-0,08	-0,04	0,01	-0,04	-0,01	0,21	0,24	0,08	0,24	-0,05	0,09	-0,04	20
-0,08	-0,10	-0,18	-0,02	-0,05	0,02	-0,01	-0,04	-0,04	-0,12	-0,02	0,00	-0,10	21
0,23	0,16	0,31	0,16	0,27	0,01	0,12	0,21	0,10	0,09	0,03	0,33	0,12	22
-0,06	0,00	-0,02	-0,03	-0,02	0,00	-0,01	0,05	-0,01	0,01	0,05	0,09	0,10	23
0,34	0,13	0,45	0,10	-0,04	0,18	0,51	0,22	0,11	0,05	0,04	0,11	0,16	24
0,05	0,21	0,03	0,07	0,03	0,00	0,03	0,03	-0,09	0,14	0,08	0,03	0,07	25
0,04	0,05	0,12	0,05	0,02	0,03	0,04	0,11	0,04	0,05	0,01	0,09	0,05	Getiri

Hisse senetlerinin aylık getirisi hesaplanırken;

$$R_t = \frac{P_{it} - P_{it-1}}{P_{it-1}} \quad (4.1)$$

Eş. 4.1 kullanılarak hisse senetlerinin aylık getiri oranları yüzde olarak ifade edilmiştir.

Eş. 4.1’de;

P_{it} : t ayında i hisse senedinin fiyatı

P_{it-1} : t – 1 ayında i. hisse senedinin fiyatı

i. hisse senedinin beklenen getirisi ise Eş. 4.2’deki gibi hesaplanır.

$$E(R_t) = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^c R_{ti} \quad (4.2)$$

Eş. 4.2’de;

R_{ti} : t. hisse senedinin i. periyottaki aylık getiri yüzdesi

c : periyot sayısı 1..n

Bir Portföyün beklenen getirisi kısaca portföydeki menkul kıymetlerin beklenen getirilerinin ağırlıklı ortalamasıdır ve Eş. 4.3 ile hesaplanır..

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n (x_i E(R_i)) \quad (4.3)$$

R_p : Portföyün getirisi

x_i : t. hisselerin portföydeki ağırlığı

$E(R_i)$: t. hisse senedinin beklenen getirisi

Bir portföyün riski hesaplanırken her bir menkul kıymetin riskinin ortalamasından konuya yaklaşırsak, menkul kıymetlerin kendi aralarındaki ilişki ihmal edilmiş olacaktır. Bu yüzden her bir menkul kıymet kombinasyonunun getirileri arasındaki kovaryansı hesaplanması gerekmektedir.

Kovaryans her hangi iki değişkenin zaman içinde hareketliliğinin aynı andaki uyumunun (ilişkinin) bir ölçüsüdür [Karan,2001].

Eş. 4.4’de hesaplanabilir;

$$\text{cov}(a,b) = \sigma_a \sigma_b \delta_{ab} \quad (4.4)$$

Eş. 4.7’de;

σ_a, σ_b : a ve b değişkenlerinin standart sapması

δ_{ab} : a ve b arasındaki korelasyon katsayısı

Bir portföyün varyansı ise Eş. 4.5’de hesaplanır;

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \text{cov}(ij)} \quad (4.5)$$

Eş. 4.5’de;

σ_p : Portföyün riski

w_i : i. menkul değer portföydeki ağırlığı

$\text{cov}(ij)$: i. ve j. menkul kıymet arasındaki kovaryans

Hedef programlamayla çözülen model Eş. 4.6 da gösterilmiştir.

$$\min d_1^+ + d_2^-$$

kısıtlar

$$\sum_{i=1}^{30} \sum_{j=1}^{30} x_i x_j \sigma_{ij} + d_1^- - d_1^+ = Risk$$

$$\sum_{i=1}^{30} x_i E(x_i) + d_2^- - d_2^+ = getiri$$

$$\sum_{i=1}^{30} x_i = 1$$

(4.6)

Burada d_1^- değerini minimize etmeye çalışılarak, hedeflenen getiriden daha fazla beklenen getiri elde etmeye izin vermek, d_2^+ yi minimize yapmaktaki amaç ise daha az riskli portföy oluşturmaya izin vermektir. Eğer hedeflerden yukarı ve aşağı sapma olmasını istemiyorsak bunun için minimize edilecek değerlere d_1^+ ve d_2^- değerlerini de dahil edilmesi gerekirdi. Bu doğrusal olmayan hedef programlama modelini lingo 9,0 bilgisayar programıyla çözüldü. Lingo bir optimizasyon programıdır ve en uygun çözüm elde etmede çok yararlı bir programdır. Yukarıdaki modelin lingo da ifade edilişi Eş. 4.7'dedir.

sets:

hisse/1..27/:ort,x;

kovmat(hisse,hisse):v;

endsets

data:

```
ort=  0,04  0,01  0,05  0,04  0,03  0,06  0,11  0,04  0,03
      0,06  0,05  0,06  0,04  0,06  0,06  0,03  0,03  0,02
      0,02  0,02  0,03  0,06  0,05  0,03  0,04  0,05  0,00
      0,09  0,04  0,10;
```

v= kovaryans matrisi(27*27);

getiri=0,1;

(4.7)

enddata

(ag) min = p1+n2;

(var) @sum(kovmat(I,J):v(I,J)*x(I)*x(J))+n1-p1=0,0 ;

(kazanc) @sum(hisse:ort*x)+n2-p2=getiri;

(yuzdeyuz)@sum(hisse:x)=1;

end

4.1. Modelle ilgili açıklamalar

Lingoya $d_1^-, d_1^+, d_2^-, d_2^+$ deki istenmeyen sapmaları sembol olarak girilemediğinden sırasıyla onların yerine n1,p1,n2,p2 sembolleri girildi.

Kümeler(sets): modelde, yatırım yapılabilecek 30 hisse senedine karşılık gelen Hisse adlı basit bit küme(primitive set) tanımlanmıştır. Hisse kümesinden, Hisse'nin kendisi ile çarpımıyla elde edilen Kovmat türetilmiş kümesi(dense set) elde edilmiştir. Bu türetilmiş küme kovaryans matrisini tanımlamaktadır.

Öznitelikler(Attributes): modelde üç öznitelik tanımlanmıştır. ORT hisse senetlerinin beklenen getirilerini, V'de kovaryans matrisini içermektedir. X ise modelin karar değişkenlerini oluşturmak için tanımlanmıştır. Kolaylıkla anlaşıldığı gibi, $x(i)$, i. hisse senedine yapılacak yatırım yüzdesini karşılık gelmektedir.

Amaç Fonksiyonu: getiri de meydana gelecek negatif sapmaları minimum yapmak ve riskte meydana gelecek pozitif sapmayı minimum yapmaya çalışarak en iyi sonucu elde etmeye çalışmaktadır.

Kısıtlar: modeldeki ilk kısıt portföy varyansını(riski) en alt seviye de tutmak ve hedeflenen risk seviyesinin daha altında riske sahip portföyü oluşturmak Eş. 4.8 deki gibi ifade edilmiştir.

$$@sum(kovmat(I,J):v(I,J)*x(I)*x(J))+n2-p2=Risk \quad (4.8)$$

İkincisi ise hedeflenen getiri düzeyine ulaşılması kısıtı Eş. 4.9 de verilmiştir.

$$@sum(hisse:ort*x)+n1-p1=getiri \quad (4.9)$$

Eş. 4.9 ile Hisse senetlerinin beklenen getirileri ile portföydeki ağırlıklarını çarparak portföy getirisini elde etmektir. Üçüncü kısıt ise hisse senetlerinin portföydeki ağır-

lıklarının toplamının 1 olması kısıtıdır. Eğer bu kısıt eklenmezse hisse senedi ağırlıkları toplamı %100 ün üstüne çıkmaktadır.

4.2. Etkin Sınır

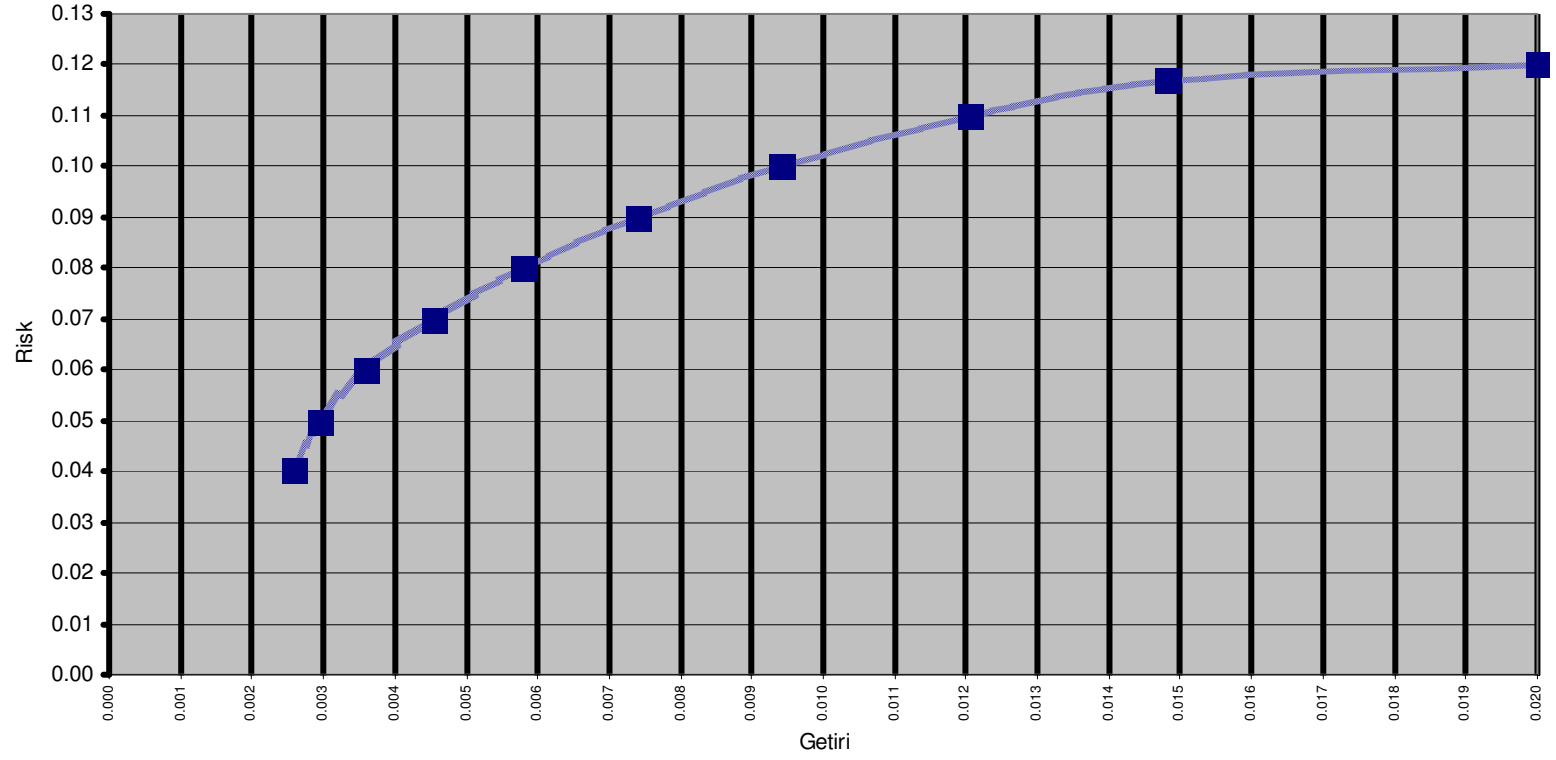
Yatırımcılar genelde benzer özellikler gösterirler bunlar aynı riske sahip olan portföyden fazla getiriye sahip olanı tercih eder veya aynı getiriye sahip portföyden düşük riskli olanı tercih ederler bu mantık ile oluşturulan portföylerden aynı risk seviyesinde daha az getiriye sahip olan portföyler elenir veya aynı getiri seviyesinde fazla riske sahip olan portföyler elenerek etkin olan portföyler elde edilir ve bu portföyler risk ve getiri grafiğinde birleştirilerek etkin sınır oluşturulur.

4.3. Standart Model

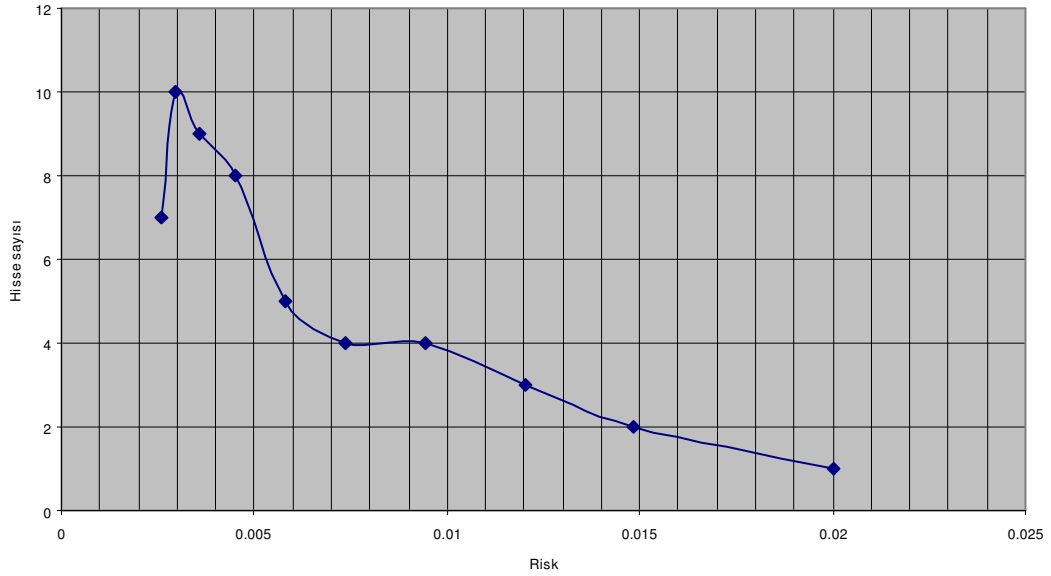
Eş. 4.6 daki standart model kullanılarak elde edilen çözümde en fazla elde edilebilen getiri %12, risk ise %2 olarak bulunmuştur. Oluşturulan bu portföy tek bir hisse senedinden oluşmaktadır. Buna rağmen bu portföy etkin sınır üzerindedir. En az getirili portföy ise %4 getirili %3 riskli 1. portföydür. Bu model değişik getiri değerlerinde çalıştırılarak oluşturulan portföyler Çizelge 3.4 verilmiş ve Şekil 4.1’de de risk-getiri grafiğinde de etkin sınır çizilmiştir.

Çizelge 4.4. Standart model sonuçları

Portföy	AKBNK	FINBN	ISCTR	PTOFS	SISE	TCELL	TSKB	TUPRS	ULKER	VESTL	DISFOR	Getiri	Risk	Hisse Sayısı
1	0,164	0,000	0,168	0,000	0,007	0,000	0,000	0,442	0,012	0,179	0,037	0,040	0,0026	7
2	0,164	0,002	0,166	0,033	0,000	0,058	0,046	0,449	0,013	0,011	0,058	0,050	0,0029	10
3	0,147	0,084	0,099	0,022	0,000	0,110	0,124	0,385	0,009	0,000	0,019	0,060	0,0036	9
4	0,112	0,164	0,037	0,007	0,000	0,161	0,196	0,319	0,005	0,000	0,000	0,070	0,0045	8
5	0,048	0,244	0,000	0,000	0,000	0,205	0,257	0,247	0,000	0,000	0,000	0,080	0,0058	5
6	0,000	0,320	0,000	0,000	0,000	0,213	0,318	0,149	0,000	0,000	0,000	0,090	0,0074	4
7	0,000	0,386	0,000	0,000	0,000	0,201	0,387	0,026	0,000	0,000	0,000	0,100	0,0094	4
8	0,000	0,491	0,000	0,000	0,000	0,082	0,427	0,000	0,000	0,000	0,000	0,110	0,0120	3
9	0,000	0,696	0,000	0,000	0,000	0,000	0,304	0,000	0,000	0,000	0,000	0,117	0,0148	2
10	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,120	0,0200	1



Şekil 4.1. Standart model risk-getiri grafiği



Şekil 4.2. Standart model risk-hisse senedi sayısı

Şekil 4.1 incelendiğinde modern portföy teorisine tamamen uygun bir yapı ortaya çıkmıştır. Risk artıkça getiride artmakta, aynı zamanda portföye giren hisse senesi sayısı da azalmaktadır. Şekil 4.2 incelendiğinde portföyde yer alan hisse sayısı ile risk arasındaki ilişki tam bir eğilim göstermekte özellikle 2. portföyden sonra ise modern portföy teorisini doğrular bir yapıya sahip olduğu gözükmemektedir. Risk artıkça portföye giren hisse senedi sayısının azaldığı gözükmemektedir. Burada oluşturulan bütün portföyler etkin sınır üzerinde olmasına rağmen çeşitlendirmeye bakıldığında 1. portföyde çeşitlendirmenin az olmasına rağmen riskinin az olduğu gözükmemektedir. Burada elde edilen 10 adet portföyün optimum portföyler olduğu söylenebilir.

4.4. Yatırım Üst Sınırlı Model

Bu modelde yatırım miktarına üst sınır getirilmesi durumunda modeldeki eklemeler tartışılacaktır. Oluşturulan model bir önceki uygulamada olduğu gibi çözülecek ve sonuçlar önceki uygulama verileriyle karşılaştırılacaktır. Bu modelle standart modelde aynı getiriye sahip portföydeki hisse senedi sayısından daha fazla hisse senedini portföye dahil edip, riski daha da azaltmayı amaçlanmaktadır.

Bu modelde yatırım yapılacak hisse senedinin portföy içindeki ağırlığının belli bir değerin üstüne çıkmaması istenecek ve modele Eş. 4.10 daki gibi bir üst sınır kısıtı eklenir.

$$X_i \leq Us_i, \quad i = 1, \dots, 30 \quad (4.10)$$

Bura da istenirse belli hisse senedinin ağırlığının belli bir değerden fazla olmamasını sağlamaktır. Genelde tüm hisse senetlerine aynı üst sınır kullanılır. Bunu lingo da ifade edilişi ise Eş. 4.11 deki gibi olur.

$$@for(hisse: @bnd(o,x,us)); \quad (4.11)$$

Üst sınır kısıtı eklenerek model Eş. 4.12 deki hale gelir;

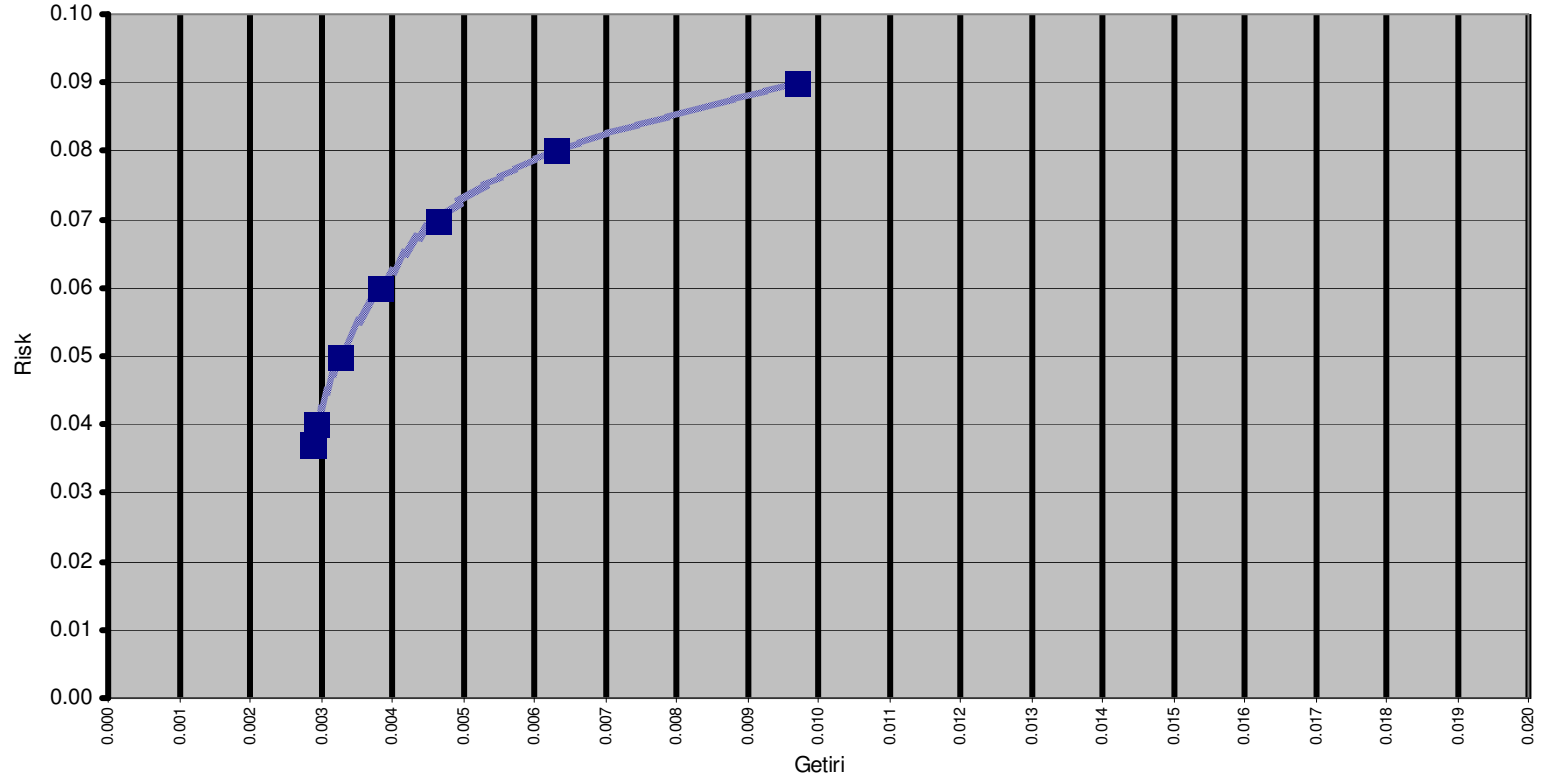
$$\begin{aligned} & \min d_1^+ + d_2^- + d_3^+ \\ & \text{kısıtlar} \\ & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} + d_1^- - d_1^+ = risk \\ & \sum_{i=1}^n x_i \mu_i + d_2^- - d_2^+ = Getiri \\ & x_i + d_3^- - d_3^+ = \ddot{U}s_i \\ & \sum_{i=1}^n x_i = 1 \end{aligned} \quad (4.12)$$

Bu uygulamada üst sınırı %20 olarak belirlendi. Bunun anlamı hiçbir hisse senedinin portföydeki ağırlığı 0,20 değerini geçemez. Bu da tek bir hisse senedine ağırlığın çok fazla verilmesini engeller, portföydeki çeşitlendirmeyi artırıcı bir rol oynar ve etkin portföylerin bir miktar varyanslarını artırır.

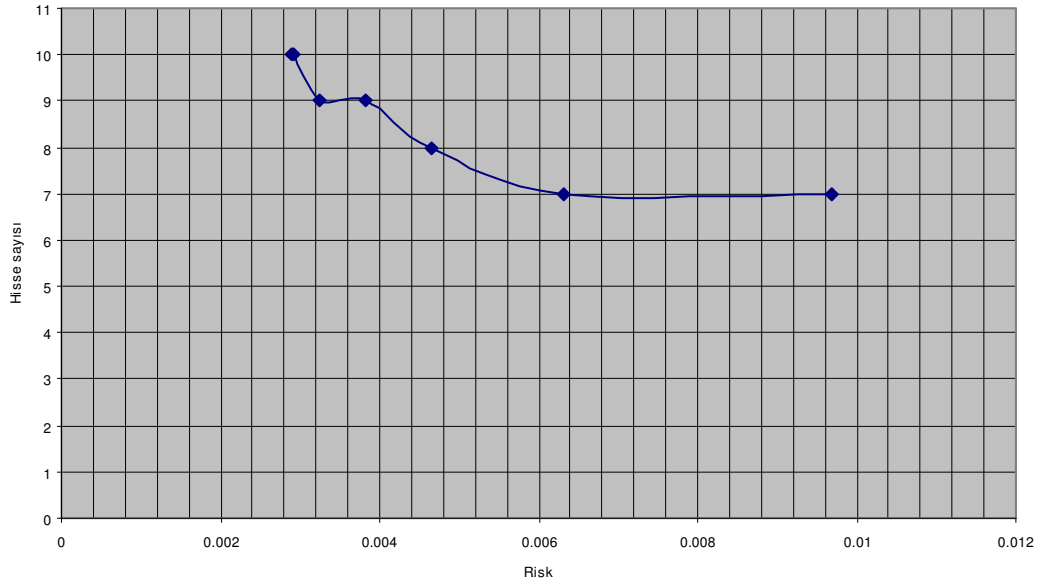
Üst sınırlı modeldeki sonuçlar Çizelge 4.5 te oluşturulan portföylerin getirileri, riskleri, hisse senedi sayıları ve hisse senedi ağırlıkları gösterilmiştir.

Çizelge 4.5. %20 Üst sınırlı model sonuçları

Portföy	AKBNK	ARCLK	DYHOL	FINBN	ISCTR	ISGYO	PTOFS	SKBNK	TCELL	THYAO	TNSAS	TSKB	TUPRS	ULKER	VESTL	DISBN	YKBNK	GETİRİ	RISK	Hisse Sayı- sı
1	0,184	0,013	0,000	0,000	0,200	0,000	0,003	0,000	0,020	0,005	0,135	0,000	0,200	0,000	0,200	0,000	0,040	0,037	0,0029	10
2	0,198	0,008	0,000	0,000	0,200	0,000	0,011	0,000	0,041	0,000	0,088	0,032	0,200	0,000	0,200	0,000	0,023	0,040	0,0029	10
3	0,186	0,000	0,000	0,027	0,195	0,000	0,022	0,000	0,085	0,000	0,000	0,111	0,200	0,000	0,166	0,007	0,000	0,050	0,0033	9
4	0,175	0,000	0,011	0,062	0,158	0,000	0,044	0,000	0,141	0,000	0,000	0,165	0,200	0,000	0,045	0,000	0,000	0,060	0,0038	9
5	0,119	0,000	0,008	0,148	0,111	0,000	0,036	0,000	0,178	0,000	0,000	0,200	0,200	0,000	0,000	0,000	0,000	0,070	0,0046	8
6	0,000	0,000	0,000	0,200	0,059	0,000	0,000	0,012	0,200	0,000	0,000	0,200	0,200	0,000	0,000	0,130	0,000	0,080	0,0063	7
7	0,000	0,000	0,000	0,200	0,000	0,028	0,000	0,107	0,190	0,000	0,000	0,200	0,095	0,000	0,000	0,180	0,000	0,090	0,0097	7



Şekil 4.3. % 20 Üst sınırlı model risk-getiri grafiği



Şekil 4.4. % 20 Üst sınırlı model risk-hisse senedi sayısı grafiği

Standart model yerine üst sınırlı model kullanılırsa burada açıkça görülmektedir ki portföye dahil edilen hisse senedi sayısı artmış, elde edilen maksimum getiri standart modelde %12 iken, üst sınırlı modelde % 4 dur. Portföylerin risklerin de standart modelden fazla olduğu açıkça görülmektedir.

Burada dikkat edilmesi gereken nokta aynı risk seviyesinde örneğin % 4 getirili portföylere bakıldığında standart modelin riski 0,0074 iken; üst sınırlı modelin riski 0,0097 ve hisse senedi sayısı ise; standart modelin 4 iken, üst sınırlı modelin 7 hisse senedi olması. Buradan anlaşılabileceği gibi sadece hisse senedi sayısının artırarak riskin azalamayacağını açıkça göstermiştir. Modern portföy teorisinin bir ispatı açıkça görülmektedir. Çünkü burada üst sınır verilerek aynı yönlü korelasyona sahip olan birkaç hisse senedi de portföye dahil edilmiştir ve buda riskin artmasına sebep olmuştur. Portföy optimizasyonun da asıl kullanılması gereken modelin standart model olduğu kesinlikle görülmektedir ve üst sınırlı modelde oluşturulan portföyler genel olarak standart modelden kötü sonuçlar verirler çünkü burada kullanıcı modele üst sınır kısıdını getirerek modele müdahale de bulunmuştur ama elde edilen portföyler üst sınırlı model için etkindir fakat standart modele göre etkin değildirler. Ayrıca bu

modele müdahale ederek alınabilecek en fazla getiri miktarını da sınırlamış olunmaktadır.

Şekil 4.4. incelendiğinde modern portföy teorisine tam anlamıyla uyan bir durum mevcuttur. Sadece üst sınırlı model incelendiğinde portföye giren hisse senedi sayısı artıkça risk azalmaktadır.

4.5. Risksiz Yatırım Aracı İçeren Standart Model

Standart modelde yatırım yapılabilecek tüm varlıklar riskliydi ama karar verici portföyüne risk içermeyen, yani sabit getirili yatırım aracı bulundurabilir bu banka faizi, devlet tahvili vb. olabilir. Bu modelde standart modele risksiz yatırım aracı eklenmesi durumunda modeldeki eklemeler tartışılacaktır ve elde edilen sonuçlar standart modeldeki sonuçlarla karşılaştırılacaktır.

Burada portföye eklenen risksiz yatırım aracı adından da anlaşılacağı gibi portföye ekstra bir getiri sağlayacak ama riske her hangi bir katkıda bulunmayacaktır. Yani getiriye artırıp riski değiştirmeyecektir. Getiriye sağladığı katkıyı şöyle gösterebiliriz $x_r\mu_r$ ve getiri formülümüz Eş. 4.13 deki gibi yazılır..

$$\sum_{i=1}^N (x_i\mu_i) + x_r\mu_r = \text{Beklenen Getiri} \quad (4.13)$$

Eş. 4.13’de

x_r : Risksiz yatırım aracının portföydeki ağırlığı

μ_r : Risksiz yatırım aracının beklenen getirisi

Burada standart modele ek olarak $x_r\mu_r$ beklenen getiri kısıtına eklenecek bununla birlikte portföydeki menkul kıymetlerin ağırlıklarının toplamının 1 olması kısıtına da x_r dahil edilip kısıt Eş. 4.14 deki gibi olur.

$$\sum_{i=1}^N x_i + x_r = 1 \quad (4.14)$$

Eş. 4.14’de;

x_i : i. hisse senedinin portföydeki ağırlığı

x_r : Risksiz yatırım aracının beklenen getirisi

Optimum risksiz yatırım aracı içeren portföyümüzü oluşturmak için kullanılan model

Eş. 4.15’ deki gibi olur.

$$\min d_1^+ + d_2^-$$

kısıtlar

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} + d_1^- - d_1^+ = Risk \quad (4.15)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \mu_i + x_r \mu_r + d_2^- - d_2^+ = Getiri$$

$$\sum_{i=1}^n x_i + x_r = 1$$

Standart modele göre bu modelde ek olarak x_r değişkeni eklenmiştir. Uygulamada Risksiz yatırım aracının aylık getirisinin % 4 olduğu kabul edilmiş ve problem ona göre çözülmüştür.

Risksiz yatırım araçlı modelde getiri, risk, hisse senedi sayısı ve portföyde yer alan hisselerin ağırlıkları Çizelge 4.6 te gösterilmiştir.

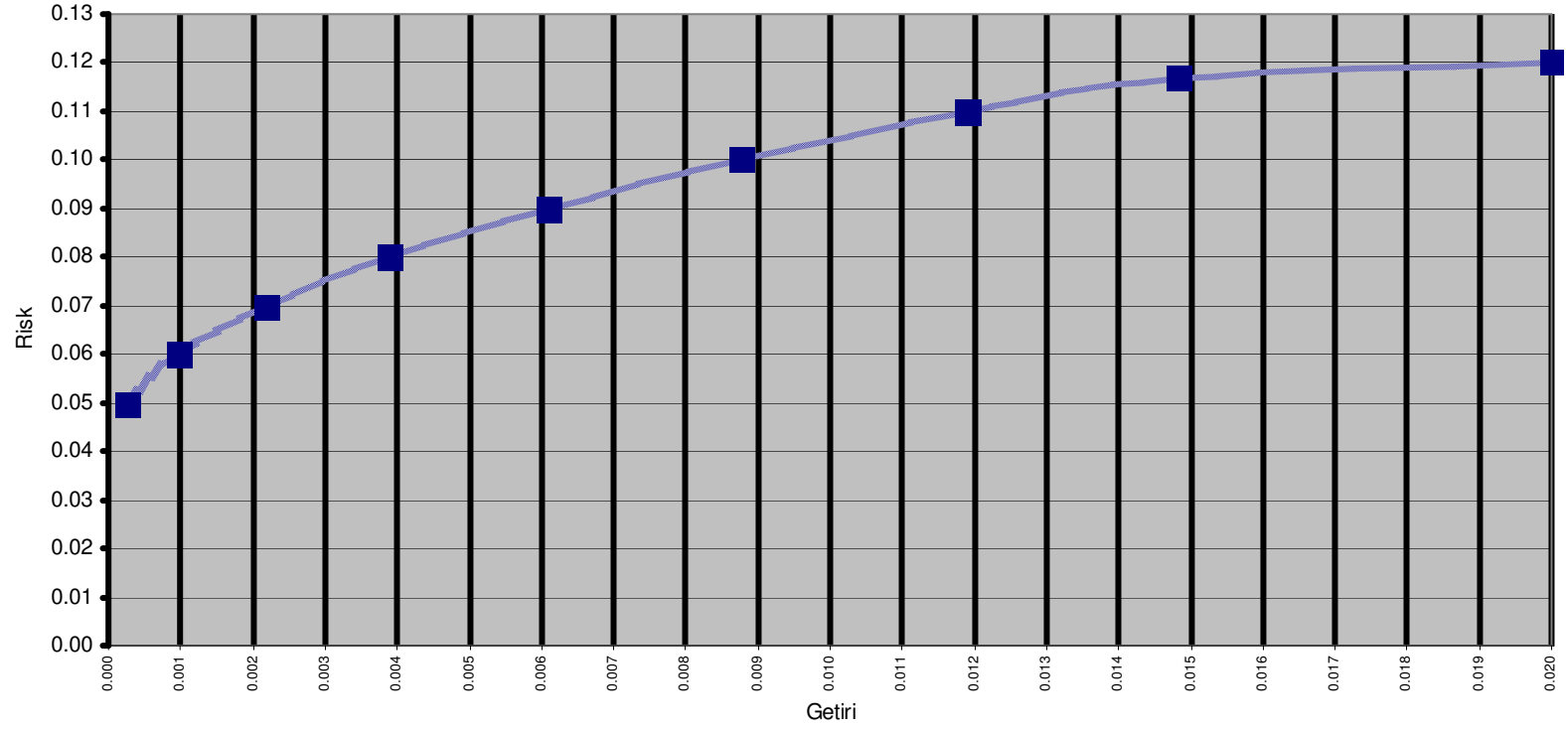
Çizelge 4.6. % 4 Risksiz yatırım araçlı model sonuçları

Portföy	FINBN	TSKB	% 4 Getirili risksiz yatırım aracı	Getiri	Risk	Risksiz yatırım aracı dahil mi?	Hisse senedi sayısı
1	0,000	0,000	1,000	0,040	0,000	Evet	0
2	0,074	0,058	0,868	0,050	0,000	Evet	2
3	0,148	0,117	0,735	0,060	0,001	Evet	2
4	0,222	0,175	0,603	0,070	0,002	Evet	2
5	0,295	0,234	0,471	0,080	0,004	Evet	2
6	0,369	0,292	0,338	0,090	0,006	Evet	2
7	0,443	0,351	0,206	0,100	0,009	Evet	2
8	0,517	0,409	0,074	0,110	0,012	Evet	2
9	0,696	0,304	0,000	0,117	0,015	Hayır	2
10	1,000	0,000	0,000	0,120	0,020	Hayır	1

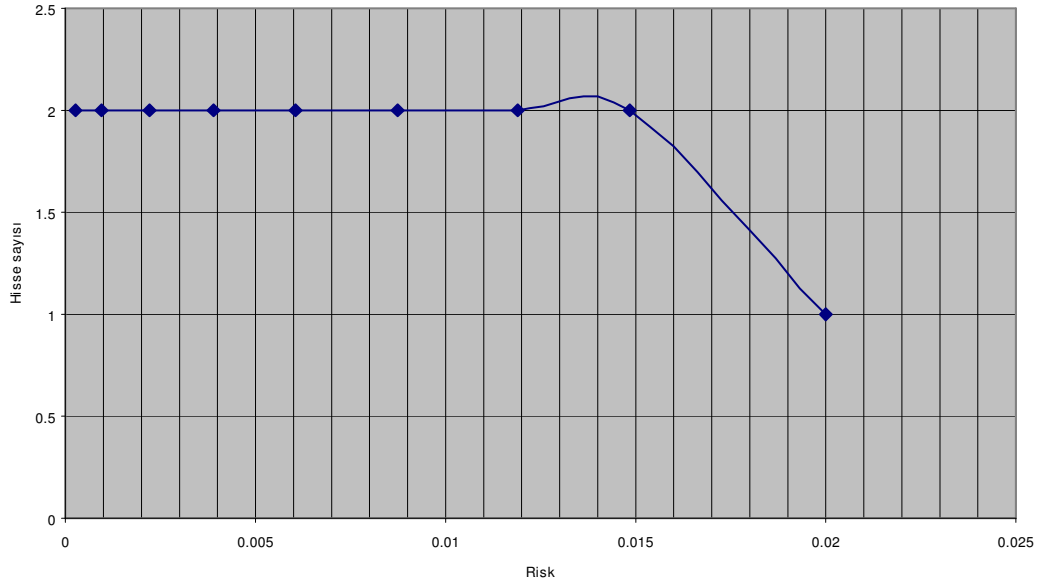
Bu modelde elde edilen portföylerde etkin portföylerdir. Piyasada % 4 lük bir risksiz yatırım aracı varken hiçbir yatırımcı parasını riskli ve getirisi % 4'ün altında olan bir yatırıma yatırım yapmaz. Bunun içinde bu modelde elde edilebilecek en portföyler az getiri % 4 olmak zorundadır. % 4'ün altında getiri beklenen getirisi olan portföyler bu piyasa koşullarında etkin değildir.

Çizelge 4.6 incelendiğinde oluşturulan portföyde en fazla 3 yatırım aracı bulunmakta bunun da bir tanesi risksiz yatırım aracıdır. Risksiz yatırım aracı bulunan bir piyasada elde edilen getiriler otomatik olarak artmakta ve riskte azalmaktadır.

Çizelge 4.6 incelendiğinde % 4 bir getiri isteyen yatırımcı parasının tamamını risksiz yatırıma yapar ve bu % 4'lük getiriyi elde eder. Burada incelendiğinde % 11 getiri seviyesine kadar olan ilk 8 portföyde risksiz yatırım aracı yer almış ve bu değerler standart modelle karşılaştırıldığında daha az riskli oldukları görülmektedir. 9. ve 10. portföyde ise risksiz yatırım aracı bulunmamaktadır. Bu portföyler standart modelle karşılaştırıldığında standart modeldeki aynı getiri seviyeli portföylerle aynı getiri ve risk değerlerine sahip olduğu açıkça görülmektedir.



Şekil 4.5. % 4 Risksiz yatırım araçlı model risk-getiri grafiği



Şekil 4.6. % 4 Risksiz yatırım araçlı model risk-hisse senedi sayısı grafiği

4.6. İMKB-30 Endeksiyle Aynı Getiri-Risk Oranına Sahip Model

Yatırımcılar çoğu zaman piyasayla aynı getiri ve riske sahip hisse senetlerine sahip olmak ister ama endeksler pek çok varlığın farklı ağırlıkla bir araya getirerek oluşturulmuştur ve bu sebeple portföyde yer alacak hisse senedi sayısı çok fazladır. Bu da yatırımcının tercih edeceği bir olay değildir. Bu modelde İMKB30 endeksiyle aynı getiri ve riske sahip portföy elde etmeye çalışılır. Bu portföydeki hisse senedi sayısı endeks içindeki hisse senedi sayısından daha az olacaktır. Bunun yapabilmek için endeksin oranına karşılık bir değişken tanımlanmalıdır. Bu modele portföy eşleştirme modeli de denir.

Standart modeldeki n yatırım aracını endekse alıp, diğer $n-1$ yatırım aracının da endeksle getiri ve risk düzeyi aynı olan portföyü oluşturmak için, modeli biraz daha geliştirmemiz gerekir.

Beklenen getiri n yerine $n-1$ alınarak Eş. 4.16' daki formülle hesaplanır. Böylece oluşturulacak portföyden oluşturulacak getirinin endeks getirisine eşit olması sağlanacak.

$$\sum_{i=1}^{N-1} x_i \mu_i = \mu_N \quad (4.16)$$

Hisse senetlerinin ağırlıkları toplamı bire eşit yapan kısıtta n tane yatırım aracı yerine n-1 yatırım aracının ağırlıkları toplamı bir olacağından kısıt ;

$$\sum_{i=1}^{N-1} x_i = 1 \quad (4.17)$$

n. araç olan endeksin n-1 yatırım aracına ağırlık olarak karşı gelmesi için $x_N = -1$ kısıtının modele eklenmesi gerekir. Böylece x_n değişkeni diğer değişkenlerin aksine sınırsız olarak tanımlanmayacaktır. Diğer bir ifadeyle x_n üzerinde negatif olmama şartı olmayacaktır.

Model Eş. 4.18 'deki gibi olacaktır.

$$\begin{aligned} & \text{Min } d_2^- + d_1^+ \\ & \text{kısıtlar} \\ & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij} + d_1^- - d_1^+ = 0 \\ & \sum_{i=1}^{N-1} x_i \mu_i + d_2^- - d_2^+ = \mu_N \\ & \sum_{i=1}^{N-1} x_i = 1 \\ & x_N = -1 \end{aligned} \quad (4.18)$$

N = mevcut varlık sayısı

μ_i : i. varlığın beklenen getirisi ($i = 1 \dots N$)

σ_{ij} : i. ve j. varlıklar arasındaki kovaryans değeri ($i = 1 \dots N, j = 1 \dots N$)

x_i : i. varlığın portföy içindeki oranı ($0 \leq x_i \leq 1, i = 1 \dots (N-1)$)

x_N : Karşılaştırılacak varlığın portföydeki oranı -1 sabit değerini almaz.

μ_N : Karşılaştırılacak varlığın (endeksin) beklenen getirisi

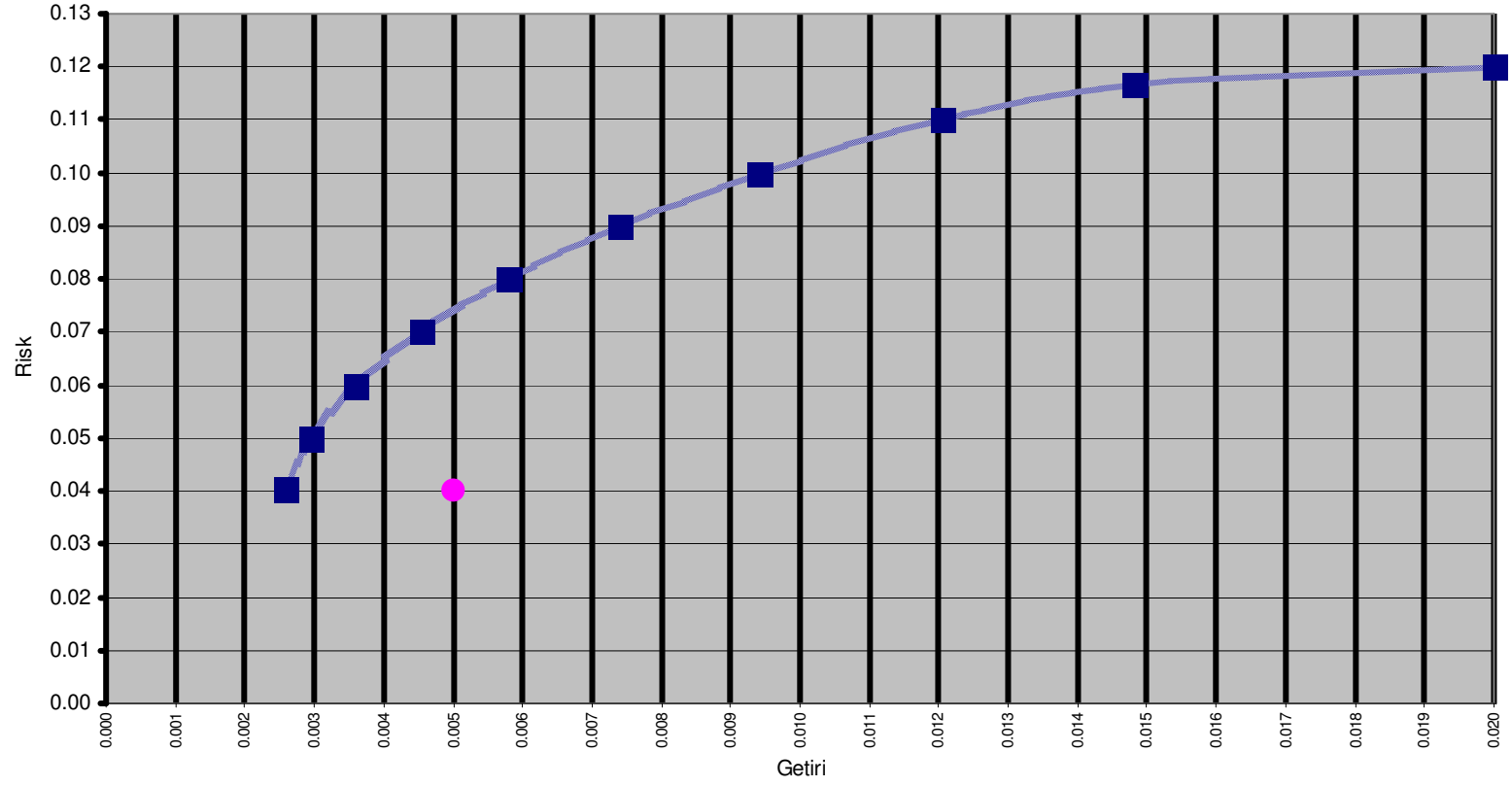
Modelde 27 adet hisse senedi olmasına rağmen IMKB30 endeksinin de aynı dönemlerdeki verileri de tanımlandığı için 28 veri olduğunu tanıtılması gerekmekte ve daha önce yapılan tüm işlemler yeniden indeks değerlerine uygulanmalı. Endeksi de dahil ederek tekrar kovaryans matrisi elde edilmek zorunda . Daha sonra bu tanımlanan endeks ağırlığının -1 olması sağlanmalı. Bu model çalıştırıldığında elde edilen sonuç Çizelge 4.7'deki gibidir.

Bu modelle getirisi % 4 ve riski 0,005 olan bir portföy oluşturulması amaçlanmakta. Buradaki getiri ve risk IMKB30 endeksinden elde edilen risk ve getiri değerleridir. Oluşturulan portföy IMKB30 endeksiyle aynı yönlü hareket edecek ve Endeks ne kadar kazanırsa portföyde o kadar kazanç elde edecek, ne kadar kaybederse portföyde o kadar kaybedecek anlamına gelmektedir.

Çizelge 4.7. İMKB-30 ile aynı risk-getiri oranına sahip portföy

KCHOL	PETKIM	TCELL	THYAO	TNSAS	TPRAS	VESTEL	Getiri	Risk	Hisse Sayısı
0,0013	0,0001	0,0114	0,0007	0,0004	0,9832	0,0026	0,040	0,005	7

Toplam 7 hisse senedinden oluşan bu portföyü oluşturulduğunda IMKB-30 endeksi kazanırsa portföy aynı oranda kazanacak, kaybederse yine aynı oranda kaybedecektir. Şekil 4.7 incelendiğinde ve oluşturulan portföy standart modeldeki değerlerle karşılaştırıldığında bu portföyün etkin olmadığı açıkça görülmektedir.



Şekil 4.7. İMKB-30 Endeksiyle aynı risk-getiri oranlı portföyün standart modelle karşılaştırılması

Şekil 4.7’de yuvarlakla gösterilen nokta endeksle aynı risk ve getiri düzeyine sahip portföy , dikkat edilirse aynı risk seviyesinde daha yüksek getirili bir portföyün olması, aynı getiri seviyesinde daha düşük riskli bir portföyün olması da bu elde edilen portföyü etkin bir portföy olmaktan çıkarmaktadır. Dolayısıyla etkin sınır altında kalan bütün portföyler etkin portföy değildirler.

5. SONUÇ

Markowitz-ortalama varyans modeli yaygın olarak portföy yöneticileri tarafından kullanılmakla beraber, günümüzde bilgisayar sistemlerinin ve algoritmaların gelişmesiyle daha da fazla kullanılmaya başlanmış ve etkin portföyleri bulmada oldukça iyi sonuçlar vermektedir.

Bu çalışmada oluşturduğumuz portföyler yatırımcının isteğine göre çeşitlendirilerek oluşturulmuştur. Standart modeldeki sonuçlara bakıldığında %1 ile %12 getiri seviyesi arasında oluşturulabilecek en az riskli portföyler oluşturuldu. Toplam 10 adet portföy oluşturuldu ve yatırımcının beklentisine göre bu portföylerden herhangi birisini alması önerildi. Önerilen portföyler ve bu portföylerde yer alan hisse senedi ağırlıkları çizelge 4.4'te verildi. Şekil 4.4 incelendiğinde bu portföylerin bir sınır oluşturduğu görüldü. Bu sınıra etkin sınır denir ve bu sınır üzerinde bulunan portföyler yatırımcılar tarafından tercih edilmelidir. Yapılan bu çalışmada bu etkin sınır üst kısmında bulunabilecek herhangi bir portföy olamayacağı iddia edilmektedir. Bu çizginin altında veya üzerinde portföyler elde edilebilir ve bu portföylerden çizginin üzerinde olanlar etkindi peki altında olanlar nasıl portföylerdi? Altında olanlar riski fazla getirisi az olan portföylerdi. Hiçbir yatırımcı çok risk alıp az getiri elde etmek istemez. Etkin sınırdaki bu mantığa göre oluşturulmaktadır.

İkinci model ise yatırım üst sınırlı modeldir. Bu model ise portföydeki çeşitlendirmeyi artıran bir kısıt getiriyordu. Bu kısıt sayesinde portföyde yer alan yatırım aracının ağırlığının belli bir oranın üstüne çıkmaması istenebilir. Bu kısıt portföyden elde edilebilecek en fazla getiri miktarını sınırlandırmakta ve standart modelde elde edilen portföylerden daha fazla riskli portföyler meydana oluşturmaktadır. Portföy oluştururken getirilen kısıtlar getiri-risk oranına sınırlandırma getirmektedir.

Üçüncü modelimiz ise % 4 getirili risksiz yatırım aracı piyasada mevcutsa bu durumda portföy nasıl meydana gelirdi, risksiz yatırım aracının portföye dahil edilmesiyle meydana gelen değişimler incelendi. Bir yatırım aracının risksiz olması onun riskinin sıfır olduğu anlamına gelir ve hiçbir yatırımcı bu durumda risksiz getiri mik-

tarının altında gelir elde etmek istemez. Bu durumda % 4 un altındaki getirili portföyler etkin olamayan portföylerdir. Bu modelde % 4 luk getiri seviyesindeki portföyün riski 0'a düşmüştür. Risksiz yatırım aracından dolayı portföyde yer alan hisse senedi sayısı düşmüştür. Etkin olan portföylerin riskleri azalmıştır.

Dördüncü model ise İMKB-30 endeksiyle aynı getiri elde etmeyi amaçlayan portföy de ise verilen sonuca göre böyle bir amaç içeren portföy oluşturulması etkin portföy sınırı içinde yer almamasına rağmen yatırımcılar böyle bir istekte bulunabilir bunun sebebi ise parasının her zaman piyasayla aynı kazanmasını isteyen yatırımcılar olabilir. Bu model 30 hisse senedinden daha az sayıda hisse senedi alarak piyasayla aynı yönde hareket eden bir yapıya sahip portföy oluşturulmaya çalışılmıştır.

Sonuç olarak standart model de elde edilebilecek en az getiri % 4 iken risk % 0.26'dır, % 20 üst modelde ise % 3.7 iken risk ise risk ise % 0.29, % 4 risksiz yatırım araçlı modelde ise en az elde edilebilecek getiri % 4 iken risk 0 dır. Buradan da anlaşılacağı gibi % 4 risksiz yatırım aracı olan bir piyasada yatırımcının aynı getiriyi elde etmek için parasını riskli bir yatırım aracına yatırması olanaksızdır. Standart modelle üst sınırlı model karşılaştırıldığında ise üst sınırlı modelin standart modelden iyi çalışmadığı açıktır. Hem getirisi az hem riski fazla olan bir portföy oluşturulmuştur. buradan da şu anlaşılmakta portföye eklenen kısıtlar elde edilebilecek getiriyi azaltmakta, riski ise artırmaktadır. Portföye dahil edilen risksiz yatırım araçları ise getiriyi değiştirmeden riski azaltmaktadır.

Standart , %20 üst sınırlı ve % 4 risksiz yatırım aracı içeren modellerle elde edilen portföylerden % 9 getiri seviyeli portföyler incelendiğinde; Standart modelde % 0.74 , %20 üst sınırlı modelde ise % 0.97 , % 4 risksiz yatırım aracı içeren modelde ise % 0.6 riskli olduğu görüldü. Buradan da anlaşıldığı gibi yine tercih edilecek modeller sırasıyla % 4 risksiz yatırım aracı içeren model, standart model ve % 20 üst sınırlı modeldir. % 20 üst sınırlı model iyi sonuçlar vermedi bunun sebebi modelin belli bir çeşitlendirmeye zorlayarak getirisi aynı olan fakat riski fazla olan hisseleri portföye dahil edilmesidir. Burada çeşitlendirmeni riske artı bir katkı sağladığı görülmektedir.

Endeksle aynı getiri-risk oranına sahip portföy ise diğer modellerle oluşturulmuş portföylerle karşılaştırıldığında etkin bir portföy olmadığı açıktır. Fakat bu portföyün tek özelliği piyasada yani IMKB30 ne oranda değişirse yatırımcının portföyü de o oranda değişecektir.

En büyük sorun olarak yatırımcının kararsız olmasıdır. Burada yatırımcıya bir çok etkin portföy sunarak yatırımcının yatırım yaparken yardımcı olmaya çalışacak modeller oluşturuldu. Ayrıca yatırımcının ihtiyaçlarına göre modele kısıtlar ekleyip, yatırımcıya yardımcı olunabilir.

Geçmiş dönemlerdeki verileri kullanarak gelecekle ilgili tahminler yapılmaya çalışıldı. Burada en büyük sorun ne kadarlık bir periyodun kullanılması gerektiğidir. Burada ne kadar büyük zaman dilimini kapsayacak veriler kullanırsak gelecekle ilgili tahminlerimizde o kadar gerçek değerlerine yanaşacağını söylenebilir.

Hedef programlama bu tür problemler için mükemmel sonuçlar vermektedir.

Modelde doğrusal programlama yöntemleri kullanılamaz çünkü burada ki risk hedefi doğrusal bir yapıya sahip değildir. Bunun için model doğrusal programlama ile değil de doğrusal olmayan programlama modeliyle çözülmüştür. Burada çözüm elde edebilmek için eğer bilgisayar sistemleri olmasaydı; Bu modeli doğrusal bir yapıya kavuşturmak için doğrusallaştırma yapılmalı, doğrusallaştırma tüm kısıtlara uygulanmalıdır. Bu tür büyüklükte bir problemi elle çözme imkanı yoktur bu sebeple bilgisayar sistemlerinin kullanılması şarttır.

Günümüz bilgisayar sistemlerinin gelişmesi ve optimizasyon paket programlarının kullanılmasıyla birlikte bu tür problemlerin çözümü çok kısa sürelerde yapılmakta ve sonuca ulaşılmaktadır.

KAYNAKLAR

- Akkaya, O., “Ortalama Varyans Yöntemi ile Portföy Optimizasyonu”, Yüksek Lisans Tezi, *Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Ankara, 21-40 (1996).
- Akpınar, S., “Sayısal Çözümleme”, *K.T.Ü. Matbaası*. Trabzon 51-55(2004).
- Arenas Parrra, M., Bilbao Terol, A., Rodrigez Uria, M.V., “A Fuzzy Goal Programming Approach to Portfolio Selection”, *European Journal of Operational Research*, 133:287-297(2001).
- Atan, M., Yalçın, K., Boztosun, D., “Karesel Programlama Yönteminin İMKB 100 Endeksine Uygulaması ve Portföy Optimizasyonu”, *İşletme Finans Dergisi*, 232:70-83(2005).
- Bal, H., “Optimizasyon Teknikleri”, *Gazi Üniversitesi Matbaası*, Ankara, 1-22, 178-200(1995).
- Bayar, Ş. A., Esnaf, Ş., “Yöneylem Araştırması”, *Literatür Yayınları*, İstanbul, 348(2000).
- Ceylan, A., Korkmaz, T., “Borsada Uygulamalı Portföy Yönetimi”, *Ekin Kitabevi*. Bursa, 29-53(1998).
- Chang, C., “On Mixed Binary Goal Programming Problems”, *Applied Mathematics and Computation*, 159:759-768(2004).
- Cinemre, N., “Yöneylem Araştırması”, *Beta basın yayın dağıtım*, İstanbul, 328(2003).
- Çankal, E., “Optimum portföy seçimi beta analizi ve kuadratik programlama ile bir uygulama”, Yüksek Lisans Tezi, *Gazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü*, Ankara, 106-117(1991).
- Dağdeviren, M., Eren, T., “Tedarikçi Firma Seçiminde Analitik Hiyerarşi Prosesi ve 0-1 Hedef Programlama Yöntemlerinin Kullanılması”, *G.Ü. Müh. Mim. Fak. Dergisi*, 16(2):41-52(2001).
- Demirtaş, Ö, Güngör, Z, “Portföy yönetimi ve portföy seçimine yönelik uygulama”, *Havacılık ve Uzay Teknolojileri Dergisi*, 1(4):103-109 (2004).
- Deb, K., Nonlinear goal programming, *Journal of the Operation Research Society*, 52:291-302(2001)
- Duman, S., “Doğrusal Olmayan Hedef Programlama ile portföy Optimizasyonu”, Yüksek Lisans Tezi, *Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*. Ankara, 22-44(2002) .

Elton, E.J., Gruber, M. J., “Estimating the Dependence Structure of Share Prices-Implications for Portfolio Selection”, *Journal of Finance*, 28:1203-1232(1973).

Ertuna, İ.Ö., “Yatırım ve Portföy Analizi”, *Boğaziçi Üniversitesi*, İstanbul, 9-27,39-59(1980)

Forell, J. L., “Portfolio Management: Theory and Application”, *Mc Graw-Hill*, Newyork, 121-140 (1997).

Francis, J. C., “Portfolio Analysis”, *Prentice Hall*, NewJersey, 522-579(1979).

Güngör, Z., “Doğrusal Olmayan optimizasyon Modellerinin Portföy yönetiminde Kullanılması”, *Gazi Üniversitesi Müh. Mim. Fak. Der*”, 6(1-2):63-76(1991).

Hougen, R. A., “Modern Investment Theory”, *Prentice Hall*, London, 65-75 (2004).

İçelli, A.M., “Portföy Yönetimi İçin Bir Simülasyon Modeli”, Yüksek Lisans Tezi, *Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Ankara,62-75(1999).

Ignizio, J. P., 1979, “Goal Programming and extensions”, *Lexington books*, Massachuset, 155-177(1979).

Karan, M.B., “Yatırım Analizi ve Portföy Yönetimi”, *Gazi Kitabevi*, Ankara, 131-192(2001).

King, A., “Assymetric Risk Measures and Tracking Models for Portfolio Optimization Under Uncertainly”, *Analns of Operations Research*”, 45:165-178(1993).

Markotiwitz, H., Yu, G., Yamane, Y., “Computation of Mean-semivariance Efficient Sets by Critical Line Algorithm.”, *Annals of Operational Search*, 45:307-317(1995)

Markowitz, H., “Portfolio Selection” *Journal of finance*, 7(1):77-91(1952).

Özgüven, C., “Doğrusal Programlama ve Uzantıları” *Detay*, Ankara, 223-245(2003).

Sharpe, W. F., “Portfolio Theory and Capital Markets”, *Mc Graw Hill*, , Newyork 523-580 (1970).

Ulucan, A., “Portföy Optimizasyonu”, *Siyasal Kitabevi*, Ankara,17-51,115-123(2004).

Ulucan, A., “Markowitz Kuadratik Programlama İle Portföy Seçim Model nin, Sermaye Piyasasında Endeks İle Aynı Risk-Getiri Yapısına Sahip Portföyün Elde Edilmesinde Kullanımı”, *Hacettepe Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 20:141-153(2002).

Ulucan, A., Tarım, A., “Markowitz Kuadratik Programlama İle Portföy Seçimi İçin Planlama Ufkunun Ampirik Olarak Belirlenmesi: İstanbul Menkul Kıymetler Borsası Uygulaması”, *Ankara Üniversitesi Siyasal Bilgiler Fakültesi Dergisi*, 55(2):143-160(2000).

Wolfe, P., “The Simplex Method for Quadratic Programming, *Econometrica*, 27:382-398(1959).

EKLER

EK-1 Standart modelin lingo kodu

```
Sets:  
hisse/1..27/:ort,x;  
kovmat(hisse,hisse):v;  
endsets  
data:
```


-0,018	-0,004	-0,005	0,007	0,007	0,009	-0,005	-0,002	0,020	0,035
0,017	0,026	0,037	0,003	0,073	0,044	0,042	0,022	0,026	0,032
0,046	0,017	0,000	0,083	-0,046	-0,157	0,977	0,039	0,019	0,007
0,022	-0,020	0,009	0,018	0,097	0,013	0,004	0,008	0,006	0,005
0,007	0,005	0,006	0,010	0,004	0,008	0,009	0,006	0,010	0,007
0,010	0,003	-0,018	0,039	0,016	0,002	0,008	0,002	0,001	0,011
0,005	0,003	0,001	0,003	0,004	0,005	0,004	0,005	0,006	0,005
0,004	0,002	0,005	0,006	0,004	0,005	0,004	0,006	0,001	-0,004
0,019	0,002	0,007	0,007	0,005	0,003	0,002	0,003	0,006	0,004
0,005	0,013	0,012	0,008	0,009	0,007	0,011	0,012	0,005	0,011
0,011	0,006	0,010	0,006	0,016	0,006	-0,005	0,007	0,008	0,007
0,024	0,009	0,004	0,013	0,006	0,004	0,006	0,002	0,004	0,010
0,004	0,007	0,008	0,008	0,006	0,004	0,006	0,006	0,000	0,008
0,004	0,008	0,001	0,007	0,022	0,002	0,005	0,009	0,019	0,004
0,003	0,003	0,011	0,010	0,000	0,002	0,002	0,001	0,005	0,002
0,002	0,003	0,001	0,003	0,003	0,002	0,005	0,001	0,002	0,002
0,007	-0,020	0,001	0,003	0,004	0,004	0,005	-0,002	0,001	0,000
0,002	0,005	0,011	0,012	0,006	0,010	0,004	0,007	0,013	0,007
0,008	0,006	0,004	0,009	0,007	0,009	0,009	0,009	0,009	0,011
0,002	0,013	0,003	-0,002	0,042	0,005	0,004	0,007	0,002	0,004
0,006	0,004	0,004	0,002	0,003	0,005	0,002	0,004	0,005	0,003
0,003	0,005	0,005	0,003	-0,005	0,018	0,005	0,003	0,006	0,003
0,001	0,005	0,005	0,003	0,003	0,007	0,003	0,009	0,008	0,004
0,015	0,008	0,008	0,003	0,005	0,007	0,005	0,008	0,005	0,011
-0,003	-0,002	0,097	0,003	0,006	0,004	0,011	0,000	0,004	0,003
0,025	0,012	0,004	0,005	0,011	0,006	0,005	0,009	0,005	0,005
0,002	0,006	0,007	0,003	0,006	0,008	0,005	0,006	0,020	0,013
0,001	0,004	0,006	0,010	0,002	0,007	0,003	0,012	0,014;	

getiri=0,90;

enddata

[ag] min =n1+p2;

[var] @sum(kovmat(I,J):v(I,J)*x(I)*x(J))+n2-p2=0.;

[kazanc] @sum(hisse:ort*x)+n1-p1=getiri;

[yuzdeyuz] @sum(hisse:x)=1;

End.

EK-2 Yatırım üst sınırlı model lingo kodu

```

sets:
hisse/1..27/:ort,x,us;
kovmat(hisse,hisse):v;
endsets
data:
ort=    0,05    0,04    0,06    0,05    0,05    0,12    0,06    0,04    0,05    0,06    0,03
        0,04    0,02    0,04    0,05    0,05    0,16    0,21    0,01    0,03    0,04    0,11
        0,04    0,05    0,01    0,09    0,05;
us=     0,2     0,2     0,2     0,2     0,2     0,2     0,2     0,2     0,2     0,2     0,2
        0,2     0,2     0,2     0,2     0,2     0,2     0,2     0,2     0,2     0,2     0,2
        0,2     0,2     0,2     0,2     0,2;

v=      0,008    0,003    0,006    0,005    0,005    0,008    0,004    0,008    0,004    0,004
        0,008    0,006    0,003    0,004    0,008    0,004    0,003    0,035    0,004    0,003
        0,005    0,002    0,000    0,005    0,002    0,007    0,004    0,003    0,011    0,008
        0,006    0,005    0,007    0,007    0,009    0,003    0,008    0,008    0,006    0,006
        0,006    0,011    0,005    -0,002    0,017    0,008    0,004    0,013    0,004    0,002
        0,011    0,004    0,003    0,005    0,006    0,008    0,018    0,008    0,007    0,008
        0,008    0,011    0,004    0,007    0,011    0,005    0,008    0,011    0,011    0,008
        0,009    0,026    0,006    0,005    0,012    0,010    0,002    0,012    0,006    0,009
        0,011    0,005    0,006    0,008    0,011    0,004    0,007    0,007    0,009    0,004
        0,002    0,007    0,004    0,004    0,005    0,008    0,004    0,005    0,037    0,005
        0,004    0,008    0,004    0,001    0,006    0,004    0,008    0,006    0,005    0,005
        0,007    0,004    0,013    0,007    0,005    0,010    0,006    0,008    0,010    0,006
        0,009    0,004    0,008    0,007    0,007    0,003    0,007    0,005    0,009    0,007
        0,005    0,010    0,004    0,004    0,005    0,008    0,007    0,008    0,007    0,007
        0,020    0,008    0,009    0,005    0,009    0,011    0,008    0,006    0,005    0,013
        0,002    0,009    0,073    0,005    0,006    0,007    0,008    0,002    0,004    0,002
        0,015    0,009    0,004    0,007    0,008    0,007    0,005    0,008    0,010    0,010
        0,005    0,005    0,007    0,004    0,009    0,004    0,011    0,002    -0,004    0,044
        0,006    0,005    0,011    0,008    0,002    0,007    0,003    0,008    0,005    0,008
        0,009    0,011    0,009    0,010    0,009    0,010    0,017    0,008    0,006    0,011
        0,007    0,011    0,006    0,014    0,006    0,002    0,042    0,010    0,004    0,012
        0,006    0,003    0,013    0,005    0,008    0,005    0,004    0,003    0,004    0,004
        0,006    0,005    0,005    0,008    0,006    0,003    0,005    0,003    0,006    0,002
        0,006    0,003    0,007    0,022    0,004    0,002    0,005    0,004    0,001    0,007
        0,002    0,003    0,002    0,004    0,008    0,007    0,002    0,008    0,009    0,005
        0,006    0,003    0,016    0,008    0,006    0,010    0,007    0,011    0,003    -0,002
        0,026    0,008    0,005    0,011    0,006    0,003    0,008    0,004    0,005    0,006
        0,008    0,008    0,011    0,007    0,010    0,011    0,007    0,011    0,005    0,008
        0,014    0,009    0,009    0,007    0,013    0,006    -0,003    0,032    0,009    0,006
        0,011    0,006    0,003    0,006    0,005    0,007    0,007    0,006    0,006    0,005
        0,004    0,006    0,008    0,004    0,007    0,003    0,006    0,009    0,011    0,004
        0,002    0,009    0,004    0,002    0,046    0,006    0,004    0,006    0,000    0,002
        0,004    0,003    0,005    0,003    0,003    0,006    0,008    0,004    0,009    0,006
        0,009    0,011    0,006    0,010    0,009    0,004    0,022    0,007    0,010    0,004
        -0,005    0,017    0,010    0,005    0,010    0,008    0,005    0,009    0,003    0,008
        0,006    0,004    0,006    0,011    0,005    0,004    0,005    0,004    0,006    0,002
        0,007    0,007    0,002    0,007    0,015    0,004    0,007    0,000    0,000    0,007
        0,004    0,006    0,004    0,001    0,007    0,005    0,005    0,008    0,008    0,011
        0,011    0,008    0,008    0,013    0,011    0,014    0,006    0,011    0,013    0,009

```

EK-2 (Devam) Yatırım üst sınırlı model lingo kodu

0,010	0,004	0,021	0,000	-0,019	0,083	0,010	0,006	0,016	0,008
0,002	0,009	0,005	0,011	0,005	0,004	0,005	0,008	0,004	0,007
0,002	0,002	0,006	0,003	0,003	0,006	0,004	0,004	0,007	0,000
0,016	0,035	-0,046	0,003	0,001	0,006	0,001	0,002	0,009	0,003
-0,003	0,006	0,003	-0,002	0,009	0,005	0,007	0,009	-0,004	0,002
0,007	-0,002	-0,003	0,002	-0,005	0,000	-0,019	0,035	0,189	-0,157
-0,018	-0,004	-0,005	0,007	0,007	0,009	-0,005	-0,002	0,020	0,035
0,017	0,026	0,037	0,003	0,073	0,044	0,042	0,022	0,026	0,032
0,046	0,017	0,000	0,083	-0,046	-0,157	0,977	0,039	0,019	0,007
0,022	-0,020	0,009	0,018	0,097	0,013	0,004	0,008	0,006	0,005
0,007	0,005	0,006	0,010	0,004	0,008	0,009	0,006	0,010	0,007
0,010	0,003	-0,018	0,039	0,016	0,002	0,008	0,002	0,001	0,011
0,005	0,003	0,001	0,003	0,004	0,005	0,004	0,005	0,006	0,005
0,004	0,002	0,005	0,006	0,004	0,005	0,004	0,006	0,001	-0,004
0,019	0,002	0,007	0,007	0,005	0,003	0,002	0,003	0,006	0,004
0,005	0,013	0,012	0,008	0,009	0,007	0,011	0,012	0,005	0,011
0,011	0,006	0,010	0,006	0,016	0,006	-0,005	0,007	0,008	0,007
0,024	0,009	0,004	0,013	0,006	0,004	0,006	0,002	0,004	0,010
0,004	0,007	0,008	0,008	0,006	0,004	0,006	0,006	0,000	0,008
0,004	0,008	0,001	0,007	0,022	0,002	0,005	0,009	0,019	0,004
0,003	0,003	0,011	0,010	0,000	0,002	0,002	0,001	0,005	0,002
0,002	0,003	0,001	0,003	0,003	0,002	0,005	0,001	0,002	0,002
0,007	-0,020	0,001	0,003	0,004	0,004	0,005	-0,002	0,001	0,000
0,002	0,005	0,011	0,012	0,006	0,010	0,004	0,007	0,013	0,007
0,008	0,006	0,004	0,009	0,007	0,009	0,009	0,009	0,009	0,011
0,002	0,013	0,003	-0,002	0,042	0,005	0,004	0,007	0,002	0,004
0,006	0,004	0,004	0,002	0,003	0,005	0,002	0,004	0,005	0,003
0,003	0,005	0,005	0,003	-0,005	0,018	0,005	0,003	0,006	0,003
0,001	0,005	0,005	0,003	0,003	0,007	0,003	0,009	0,008	0,004
0,015	0,008	0,008	0,003	0,005	0,007	0,005	0,008	0,005	0,011
-0,003	-0,002	0,097	0,003	0,006	0,004	0,011	0,000	0,004	0,003
0,025	0,012	0,004	0,005	0,011	0,006	0,005	0,009	0,005	0,005
0,002	0,006	0,007	0,003	0,006	0,008	0,005	0,006	0,020	0,013
0,001	0,004	0,006	0,010	0,002	0,007	0,003	0,012	0,014;	

getiri=0,4;

enddata

[ag] min =n1+p2;

[var] @sum(kovmat(I,J):v(I,J)*x(I)*x(J))+n2-p2=0;

[kazanc] @sum(hisse:ort*x)+n1-p1=getiri;

[yuzdeyuz] @sum(hisse:x)=1;

@for(hisse:@BND(0,x,Us));

end

EK-3 % 4 Getirili risksiz yatırım araçlı model lingo kodu

```

sets:
hisse/1..27/:ort,x;
kovmat(hisse,hisse):v;
endsets
data:

```

```

ort=    0,05    0,04    0,06    0,05    0,05    0,12    0,06    0,04    0,05    0,06    0,03
        0,04    0,02    0,04    0,05    0,05    0,16    0,21    0,01    0,03    0,04    0,11
        0,04    0,05    0,01    0,09    0,05;

```

```

v=      0,008    0,003    0,006    0,005    0,005    0,008    0,004    0,008    0,004    0,004
        0,008    0,006    0,003    0,004    0,008    0,004    0,003    0,035    0,004    0,003
        0,005    0,002    0,000    0,005    0,002    0,007    0,004    0,003    0,011    0,008
        0,006    0,005    0,007    0,007    0,009    0,003    0,008    0,008    0,006    0,006
        0,006    0,011    0,005    -0,002    0,017    0,008    0,004    0,013    0,004    0,002
        0,011    0,004    0,003    0,005    0,006    0,008    0,018    0,008    0,007    0,008
        0,008    0,011    0,004    0,007    0,011    0,005    0,008    0,011    0,011    0,008
        0,009    0,026    0,006    0,005    0,012    0,010    0,002    0,012    0,006    0,009
        0,011    0,005    0,006    0,008    0,011    0,004    0,007    0,007    0,009    0,004
        0,002    0,007    0,004    0,004    0,005    0,008    0,004    0,005    0,037    0,005
        0,004    0,008    0,004    0,001    0,006    0,004    0,008    0,006    0,005    0,005
        0,007    0,004    0,013    0,007    0,005    0,010    0,006    0,008    0,010    0,006
        0,009    0,004    0,008    0,007    0,007    0,003    0,007    0,005    0,009    0,007
        0,005    0,010    0,004    0,004    0,005    0,008    0,007    0,008    0,007    0,007
        0,020    0,008    0,009    0,005    0,009    0,011    0,008    0,006    0,005    0,013
        0,002    0,009    0,073    0,005    0,006    0,007    0,008    0,002    0,004    0,002
        0,015    0,009    0,004    0,007    0,008    0,007    0,005    0,008    0,010    0,010
        0,005    0,005    0,007    0,004    0,009    0,004    0,011    0,002    -0,004    0,044
        0,006    0,005    0,011    0,008    0,002    0,007    0,003    0,008    0,005    0,008
        0,009    0,011    0,009    0,010    0,009    0,010    0,017    0,008    0,006    0,011
        0,007    0,011    0,006    0,014    0,006    0,002    0,042    0,010    0,004    0,012
        0,006    0,003    0,013    0,005    0,008    0,005    0,004    0,003    0,004    0,004
        0,006    0,005    0,005    0,008    0,006    0,003    0,005    0,003    0,006    0,002
        0,006    0,003    0,007    0,022    0,004    0,002    0,005    0,004    0,001    0,007
        0,002    0,003    0,002    0,004    0,008    0,007    0,002    0,008    0,009    0,005
        0,006    0,003    0,016    0,008    0,006    0,010    0,007    0,011    0,003    -0,002
        0,026    0,008    0,005    0,011    0,006    0,003    0,008    0,004    0,005    0,006
        0,008    0,008    0,011    0,007    0,010    0,011    0,007    0,011    0,005    0,008
        0,014    0,009    0,009    0,007    0,013    0,006    -0,003    0,032    0,009    0,006
        0,011    0,006    0,003    0,006    0,005    0,007    0,007    0,006    0,006    0,005
        0,004    0,006    0,008    0,004    0,007    0,003    0,006    0,009    0,011    0,004
        0,002    0,009    0,004    0,002    0,046    0,006    0,004    0,006    0,000    0,002
        0,004    0,003    0,005    0,003    0,003    0,006    0,008    0,004    0,009    0,006
        0,009    0,011    0,006    0,010    0,009    0,004    0,022    0,007    0,010    0,004
        -0,005    0,017    0,010    0,005    0,010    0,008    0,005    0,009    0,003    0,008
        0,006    0,004    0,006    0,011    0,005    0,004    0,005    0,004    0,006    0,002
        0,007    0,007    0,002    0,007    0,015    0,004    0,007    0,000    0,000    0,007
        0,004    0,006    0,004    0,001    0,007    0,005    0,005    0,008    0,008    0,011
        0,011    0,008    0,008    0,013    0,011    0,014    0,006    0,011    0,013    0,009

```

EK-3 (Devam) % 4 Getirili risksiz yatırım araçlı model lingo kodu

0,010	0,004	0,021	0,000	-0,019	0,083	0,010	0,006	0,016	0,008
0,002	0,009	0,005	0,011	0,005	0,004	0,005	0,008	0,004	0,007
0,002	0,002	0,006	0,003	0,003	0,006	0,004	0,004	0,007	0,000
0,016	0,035	-0,046	0,003	0,001	0,006	0,001	0,002	0,009	0,003
-0,003	0,006	0,003	-0,002	0,009	0,005	0,007	0,009	-0,004	0,002
0,007	-0,002	-0,003	0,002	-0,005	0,000	-0,019	0,035	0,189	-0,157
-0,018	-0,004	-0,005	0,007	0,007	0,009	-0,005	-0,002	0,020	0,035
0,017	0,026	0,037	0,003	0,073	0,044	0,042	0,022	0,026	0,032
0,046	0,017	0,000	0,083	-0,046	-0,157	0,977	0,039	0,019	0,007
0,022	-0,020	0,009	0,018	0,097	0,013	0,004	0,008	0,006	0,005
0,007	0,005	0,006	0,010	0,004	0,008	0,009	0,006	0,010	0,007
0,010	0,003	-0,018	0,039	0,016	0,002	0,008	0,002	0,001	0,011
0,005	0,003	0,001	0,003	0,004	0,005	0,004	0,005	0,006	0,005
0,004	0,002	0,005	0,006	0,004	0,005	0,004	0,006	0,001	-0,004
0,019	0,002	0,007	0,007	0,005	0,003	0,002	0,003	0,006	0,004
0,005	0,013	0,012	0,008	0,009	0,007	0,011	0,012	0,005	0,011
0,011	0,006	0,010	0,006	0,016	0,006	-0,005	0,007	0,008	0,007
0,024	0,009	0,004	0,013	0,006	0,004	0,006	0,002	0,004	0,010
0,004	0,007	0,008	0,008	0,006	0,004	0,006	0,006	0,000	0,008
0,004	0,008	0,001	0,007	0,022	0,002	0,005	0,009	0,019	0,004
0,003	0,003	0,011	0,010	0,000	0,002	0,002	0,001	0,005	0,002
0,002	0,003	0,001	0,003	0,003	0,002	0,005	0,001	0,002	0,002
0,007	-0,020	0,001	0,003	0,004	0,004	0,005	-0,002	0,001	0,000
0,002	0,005	0,011	0,012	0,006	0,010	0,004	0,007	0,013	0,007
0,008	0,006	0,004	0,009	0,007	0,009	0,009	0,009	0,009	0,011
0,002	0,013	0,003	-0,002	0,042	0,005	0,004	0,007	0,002	0,004
0,006	0,004	0,004	0,002	0,003	0,005	0,002	0,004	0,005	0,003
0,003	0,005	0,005	0,003	-0,005	0,018	0,005	0,003	0,006	0,003
0,001	0,005	0,005	0,003	0,003	0,007	0,003	0,009	0,008	0,004
0,015	0,008	0,008	0,003	0,005	0,007	0,005	0,008	0,005	0,011
-0,003	-0,002	0,097	0,003	0,006	0,004	0,011	0,000	0,004	0,003
0,025	0,012	0,004	0,005	0,011	0,006	0,005	0,009	0,005	0,005
0,002	0,006	0,007	0,003	0,006	0,008	0,005	0,006	0,020	0,013
0,001	0,004	0,006	0,010	0,002	0,007	0,003	0,012	0,014;	

```

getiri=0,10;
risksiz=0,04;
enddata
[ag] min =n1+p2 ;
[var] @sum(kovmat(I,J):v(I,J)*x(I)*x(J))+n2-p2=0.0;
[kazanc] @sum(hisse:ort*x)+risksiz*xr+n1-p1=getiri;
[yuzdeyuz]@sum(hisse:x)+xr=1;
end

```

EK-4 Endeksle aynı getiri-risk oranına sahip modelin lingo kodu

sets:

hisse/1..28/:ort,x;

kovmat(hisse,hisse):v;

endsets

data:

ort=	0,05	0,04	0,06	0,05	0,05	0,12	0,06	0,04	0,05	0,06	0,03
	0,04	0,02	0,04	0,05	0,05	0,16	0,21	0,01	0,03	0,04	0,11
	0,04	0,05	0,01	0,09	0,05	0,04;					
v=	0,008	0,003	0,006	0,005	0,005	0,008	0,004	0,008	0,004	0,004	
	0,008	0,006	0,003	0,004	0,008	0,004	0,003	0,035	0,004	0,003	
	0,005	0,002	0,000	0,005	0,002	0,007	0,004	0,003	0,011	0,008	
	0,006	0,005	0,007	0,007	0,009	0,003	0,008	0,008	0,006	0,006	
	0,006	0,011	0,005	-0,002	0,017	0,008	0,004	0,013	0,004	0,002	
	0,011	0,004	0,003	0,005	0,006	0,008	0,018	0,008	0,007	0,008	
	0,008	0,011	0,004	0,007	0,011	0,005	0,008	0,011	0,011	0,008	
	0,009	0,026	0,006	0,005	0,012	0,010	0,002	0,012	0,006	0,009	
	0,011	0,005	0,006	0,008	0,011	0,004	0,007	0,007	0,009	0,004	
	0,002	0,007	0,004	0,004	0,005	0,008	0,004	0,005	0,037	0,005	
	0,004	0,008	0,004	0,001	0,006	0,004	0,008	0,006	0,005	0,005	
	0,007	0,004	0,013	0,007	0,005	0,010	0,006	0,008	0,010	0,006	
	0,009	0,004	0,008	0,007	0,007	0,003	0,007	0,005	0,009	0,007	
	0,005	0,010	0,004	0,004	0,005	0,008	0,007	0,008	0,007	0,007	
	0,020	0,008	0,009	0,005	0,009	0,011	0,008	0,006	0,005	0,013	
	0,002	0,009	0,073	0,005	0,006	0,007	0,008	0,002	0,004	0,002	
	0,015	0,009	0,004	0,007	0,008	0,007	0,005	0,008	0,010	0,010	
	0,005	0,005	0,007	0,004	0,009	0,004	0,011	0,002	-0,004	0,044	
	0,006	0,005	0,011	0,008	0,002	0,007	0,003	0,008	0,005	0,008	
	0,009	0,011	0,009	0,010	0,009	0,010	0,017	0,008	0,006	0,011	
	0,007	0,011	0,006	0,014	0,006	0,002	0,042	0,010	0,004	0,012	
	0,006	0,003	0,013	0,005	0,008	0,005	0,004	0,003	0,004	0,004	
	0,006	0,005	0,005	0,008	0,006	0,003	0,005	0,003	0,006	0,002	
	0,006	0,003	0,007	0,022	0,004	0,002	0,005	0,004	0,001	0,007	
	0,002	0,003	0,002	0,004	0,008	0,007	0,002	0,008	0,009	0,005	
	0,006	0,003	0,016	0,008	0,006	0,010	0,007	0,011	0,003	-0,002	
	0,026	0,008	0,005	0,011	0,006	0,003	0,008	0,004	0,005	0,006	
	0,008	0,008	0,011	0,007	0,010	0,011	0,007	0,011	0,005	0,008	
	0,014	0,009	0,009	0,007	0,013	0,006	-0,003	0,032	0,009	0,006	
	0,011	0,006	0,003	0,006	0,005	0,007	0,007	0,006	0,006	0,005	
	0,004	0,006	0,008	0,004	0,007	0,003	0,006	0,009	0,011	0,004	
	0,002	0,009	0,004	0,002	0,046	0,006	0,004	0,006	0,000	0,002	
	0,004	0,003	0,005	0,003	0,003	0,006	0,008	0,004	0,009	0,006	
	0,009	0,011	0,006	0,010	0,009	0,004	0,022	0,007	0,010	0,004	
	-0,005	0,017	0,010	0,005	0,010	0,008	0,005	0,009	0,003	0,008	
	0,006	0,004	0,006	0,011	0,005	0,004	0,005	0,004	0,006	0,002	
	0,007	0,007	0,002	0,007	0,015	0,004	0,007	0,000	0,000	0,007	
	0,004	0,006	0,004	0,001	0,007	0,005	0,005	0,008	0,008	0,011	
	0,011	0,008	0,008	0,013	0,011	0,014	0,006	0,011	0,013	0,009	

EK-4 (Devam) Endeksle aynı getiri-risk oranına sahip modelin lingo kodu

0,010	0,004	0,021	0,000	-0,019	0,083	0,010	0,006	0,016	0,008
0,002	0,009	0,005	0,011	0,005	0,004	0,005	0,008	0,004	0,007
0,002	0,002	0,006	0,003	0,003	0,006	0,004	0,004	0,007	0,000
0,016	0,035	-0,046	0,003	0,001	0,006	0,001	0,002	0,009	0,003
-0,003	0,006	0,003	-0,002	0,009	0,005	0,007	0,009	-0,004	0,002
0,007	-0,002	-0,003	0,002	-0,005	0,000	-0,019	0,035	0,189	-0,157
-0,018	-0,004	-0,005	0,007	0,007	0,009	-0,005	-0,002	0,020	0,035
0,017	0,026	0,037	0,003	0,073	0,044	0,042	0,022	0,026	0,032
0,046	0,017	0,000	0,083	-0,046	-0,157	0,977	0,039	0,019	0,007
0,022	-0,020	0,009	0,018	0,097	0,013	0,004	0,008	0,006	0,005
0,007	0,005	0,006	0,010	0,004	0,008	0,009	0,006	0,010	0,007
0,010	0,003	-0,018	0,039	0,016	0,002	0,008	0,002	0,001	0,011
0,005	0,003	0,001	0,003	0,004	0,005	0,004	0,005	0,006	0,005
0,004	0,002	0,005	0,006	0,004	0,005	0,004	0,006	0,001	-0,004
0,019	0,002	0,007	0,007	0,005	0,003	0,002	0,003	0,006	0,004
0,005	0,013	0,012	0,008	0,009	0,007	0,011	0,012	0,005	0,011
0,011	0,006	0,010	0,006	0,016	0,006	-0,005	0,007	0,008	0,007
0,024	0,009	0,004	0,013	0,006	0,004	0,006	0,002	0,004	0,010
0,004	0,007	0,008	0,008	0,006	0,004	0,006	0,006	0,000	0,008
0,004	0,008	0,001	0,007	0,022	0,002	0,005	0,009	0,019	0,004
0,003	0,003	0,011	0,010	0,000	0,002	0,002	0,001	0,005	0,002
0,002	0,003	0,001	0,003	0,003	0,002	0,005	0,001	0,002	0,002
0,007	-0,020	0,001	0,003	0,004	0,004	0,005	-0,002	0,001	0,000
0,002	0,005	0,011	0,012	0,006	0,010	0,004	0,007	0,013	0,007
0,008	0,006	0,004	0,009	0,007	0,009	0,009	0,009	0,009	0,011
0,002	0,013	0,003	-0,002	0,042	0,005	0,004	0,007	0,002	0,004
0,006	0,004	0,004	0,002	0,003	0,005	0,002	0,004	0,005	0,003
0,003	0,005	0,005	0,003	-0,005	0,018	0,005	0,003	0,006	0,003
0,001	0,005	0,005	0,003	0,003	0,007	0,003	0,009	0,008	0,004
0,015	0,008	0,008	0,003	0,005	0,007	0,005	0,008	0,005	0,011
-0,003	-0,002	0,097	0,003	0,006	0,004	0,011	0,000	0,004	0,003
0,025	0,012	0,004	0,005	0,011	0,006	0,005	0,009	0,005	0,005
0,002	0,006	0,007	0,003	0,006	0,008	0,005	0,006	0,020	0,013
0,001	0,004	0,006	0,010	0,002	0,007	0,003	0,012	0,014;	

```
getiri=0,04;
```

```
enddata
```

```
[ag] min = n2+p1+p2+n1;
```

```
[var] @sum(kovmat(I,J):v(I,J)*x(I)*x(J))+n2-p2=v(28,28);
```

```
[kazanc] @sum(hisse(I)ll #LT# 28:ORT(I)*X(I))+n1-p1=ort(28);
```

```
[yuzdeyuz] @sum(hisse(I)ll #LT# 28:x(I))=1;
```

```
X(28)=-1;
```

```
@FREE(X(28));
```

```
end
```

EK-5 Endeksle aynı risk-getiri oranına sahip model lingo çıktısı

Local optimal solution found.

Objective value: 0.000000
Total solver iterations: 14

GETIRI	0,4000000E-01	0,000000
N2	0,000000	1,000000
P1	0,000000	1,000000
P2	0,000000	0,000000
N1	0,1268894E-02	0,000000

X(1)	0,000000	0,000000
X(2)	0,000000	0,000000
X(3)	0,000000	0,000000
X(4)	0,5026460E-01	0,000000
X(5)	0,000000	0,000000
X(6)	0,3596785E-01	0,000000
X(7)	0,4787062E-01	0,000000
X(8)	0,5234458E-01	0,000000
X(9)	0,000000	0,000000
X(10)	0,000000	0,000000
X(11)	0,5336867E-01	0,000000
X(12)	0,000000	0,000000
X(13)	0,000000	0,000000
X(14)	0,000000	0,000000
X(15)	0,000000	0,000000
X(16)	0,000000	0,000000
X(17)	0,3259749E-01	0,000000
X(18)	0,2951223E-01	0,000000
X(19)	0,6205609	0,000000
X(20)	0,000000	0,000000
X(21)	0,000000	0,000000
X(22)	0,3698518E-01	0,000000
X(23)	0,000000	0,000000
X(24)	0,000000	0,000000
X(25)	0,000000	0,000000
X(26)	0,4052786E-01	0,000000
X(27)	0,000000	0,000000
X(28)	-1,000000	0,000000

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, Adı : AKYÜZ, Halil İbrahim

Uyruğu : T.C.

Doğum yeri ve Tarihi : 27.12.1980 Çankırı

Medeni hali : Bekar

Telefon : 0 (543) 413 19 89

Fax : 0 (366) 212 33 53

E-mail : hiakyuz@gazi.edu.tr

Eğitim Drece

Yer

Mezuniyet tarihi

Lisans Karadeniz Teknik Üni/İst ve Bilg. Bil. 2003

Lise Çankırı Yabancı Dil Ağırlıklı Lisesi 1998

İş Deneyimi Yıl

Yer

Görev

2003-2004 Çiftçiler Sig. Ltd. Şti./Ankara Bilg. Uzm.

2006-.... Kastamonu Eğit. Fakültesi Araş. Gör.

Yabancı Dil

İngilizce

Hobiler

Futbol, Voleybol, Bilgisayar teknolojileri, Masa tenisi