

**T.C.
MANİSA CELAL BAYAR ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ**



**YÜKSEK LİSANS TEZİ
ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ PROGRAMI**

**HETEROJEN FİLOLU ARAÇ ROTALAMA PROBLEMİ
İÇİN MATEMATİKSEL MODELLEME YAKLAŞIMLARININ
KARŞILAŞTIRILMASI**

Ümit ULUSOY

**Danışman
Prof. Dr. Pınar MIZRAK ÖZFIRAT**

MANİSA-2025

ÜMIT
ULUSOY

Heterojen Filolu Araç Rotalama Problemi için Matematiksel Modelleme Yaklaşımlarının
Karşılaştırılması

2025

TAAHHÜTNAME

Bu tezin Manisa Celal Bayar Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Endüstri Mühendisliği Ana Bilim Dalında akademik ve etik kurallara uygun olarak yazıldığını ve kullanılan tüm literatür bilgilerinin referans gösterilerek tezde yer aldığını, tamamen kendi çalışmam olduğunu, her alıntıya kaynak gösterdiğimi, tezin yazımında akademik ve etik kurallara aykırı herhangi bir yapay zeka ve program kullanmadığımı beyan ederim.

İmza
Ad SOYAD
Ümit ULUSOY



ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

Heterojen Filolu Araç Rotalama Problemi için Matematiksel Modelleme Yaklaşımlarının Karşılaştırılması

Ümit ULUSOY

Manisa Celal Bayar Üniversitesi
Lisansüstü Eğitim Enstitüsü
Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Pınar MIZRAK ÖZFIRAT

Araç rotalama problemleri son yıllarda literatürde oldukça sık çalışılan bir alandır. Aynı zamanda gerçek hayat problemleri içinde çok önemli bir rol oynamaktadır. Araç rotalama problemlerinin çözümlenmesi taşıma maliyetlerini oldukça azaltır aynı zamanda rotaların etkin bir şekilde planlanmasıyla vakit kayıplarının da önüne geçilmiş olur. Rotalar doğru belirlendiği takdirde hem araç sayısı hem de aracın kullandığı yakıt miktarı minimize edilmiş olur. Böylelikle firmalar daha az araçla daha verimli dağıtımlar yapabilir, bu dağıtımlar esnasında kullanılan yakıt gibi operasyonel giderlerden de tasarruf etmiş olurlar.

Yapılan tez çalışmasında kapasiteli ve heterojen filolu problemler seçilmiştir. Problemler için üç alternatif matematiksel model hazırlanmıştır. Hazırlanan modeller iki indisli yaklaşım, makine çizelgeleme tabanlı model yaklaşımı ve üç indisli yaklaşımdır. Bu üç farklı model Lingo programına uyarlanmıştır (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Tez kapsamında kullanılan modellerden ikisi daha önce literatürde var olan modellerdir diğeri ise tez çalışması kapsamında oluşturulmuştur. Tezin sonuç kısmında programdan elde edilen çıktılar karşılaştırılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Araç Rotalama Problemi, Kapasite Kısıtlı Araç Rotalama Problemi, Heterojen Filolu Araç Rotalama Problemi, Makine Çizelgeleme Tabanlı Yaklaşım, Üç İndisli Yaklaşım, İki İndisli Yaklaşım

2025, 99 sayfa

ABSTRACT

M.Sc. Thesis

Comparison of Mathematical Modeling Approaches for Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem

Ümit ULUSOY

**Manisa Celal Bayar University
Graduate School
Department of Industrial Engineering**

Supervisor: Prof. Dr. Pınar MIZRAK ÖZFIRAT

The vehicle routing problem has been a frequently studied area in the literature in recent years. It also plays a significant role in real-life problems. Solving vehicle routing problems significantly reduces transportation costs, while also preventing time losses through the efficient planning of routes. When the routes are properly determined, both the number of vehicles and the amount of fuel used by the vehicles can be minimized. In this way, companies can perform more efficient deliveries with fewer vehicles and save on operational costs, such as fuel, during these deliveries.

In the thesis, capacitated and heterogeneous fleet problems were selected. Three alternative mathematical models were developed for these problems. The models prepared include a two-index approach, a machine scheduling based approach, and a three-index approach. These three different models were adapted to the Lingo program (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Of the models used in the thesis, two are existing models from the literature, while one was developed as part of the thesis work. In the conclusion section of the thesis, the outputs obtained from the program were compared.

Keywords: Vehicle Routing Problem, Capacitated Vehicle Routing Problem, Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem, Machine Scheduling Based Approach, Three-Index Approach, Two-Index Approach

2025, 99 pages

ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR

Yapılan tez çalışmasında araç rotalama problemi çalışılmıştır. Daha önce literatürde mevcut olan iki yönteme ek olarak makine çizelgeleme tabanlı model yazılmıştır. Literatüre farklı olarak kazandırılmak istenmiştir.

Tez çalışmam kapsamında tecrübeleriyle her zaman yanımda olan, desteklerini hiç eksik etmeyen, bana her zaman yol gösteren kıymetli danışmanım Sayın Prof. Dr. Pınar MIZRAK ÖZFİRAT' a sonsuz teşekkür ederim. Yüksek lisans eğitimim boyunca maddi destek sağlayan Bilim İnsanı Destek Programları Başkanlığı'na (BİDEB) ve 2210-A Genel Yurt İçi Yüksek Lisans Burs Programı'na da ayrıca teşekkür ederim.

Ümit ULUSOY
Manisa, 2025

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

ARP	Araç Rotalama Problemi
HFARP	Heterojen Filolu Araç Rotalama Problemi



ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa
Şekil 2.1. Tarihsel Gelişim (Crianic vd. 1998)	3
Şekil 2.2. ARP Türleri	6
Şekil 2.3. 2009-2017 ARP Kendi İçinde Tür Dağılımı (Elshaer ve Awad, 2020)	11
Şekil 2.4. 2010-2020 ARP Kendi İçinde Tür Dağılımı (Konstantakopoulos, 2022).....	11
Şekil 3.1. Şehirlerin Koordinat Grafiği	22
Şekil 4.1. HFARP İçin Test Problemi Şehirlerinin Koordinat Grafiği (Gendreau vd., 1999).....	32
Şekil 5.1. 1. Grup Noktalar	40
Şekil 5.2. 1. Grup LİNGO Sonuç Çıktısı (Lingo 2025 (Lindo Systems)).....	42
Şekil 5.3. 1. Grup İçin Rota	42
Şekil 5.4. 2. Grup Noktalar	43
Şekil 5.5. 2. Grup LİNGO Sonuç Çıktısı (Lingo 2025 (Lindo Systems)).....	45
Şekil 5.6. 2. Grup İçin Rota	45
Şekil 5.7. 3. Grup Noktalar	46
Şekil 5.8. 3. Grup LİNGO Sonuç Çıktısı (Lingo 2025 (Lindo Systems)).....	48
Şekil 5.9. 3. Grup İçin Rota	48
Şekil 5.10. 4. Grup Noktalar	49
Şekil 5.11. 4. Grup LİNGO Sonuç Çıktısı (Lingo 2025 (Lindo Systems))....	51
Şekil 5.12. 4. Grup İçin Rota	51

TABLÖLAR DİZİNİ

	Sayfa
Tablo 2.1 Sıklıkla Çalışılan ARP Çeşitleri (Elshaer ve Awad, 2020)	10
Tablo 2.2. İncelenen Çalışmaların Analizi	13
Tablo 3.1. Şehirlerin Koordinat ve Talep Bilgileri (http://neumann.hec.ca/chairedistributive/data/)	22
Tablo 3.2. Model ARP1 (Üç İndisli Klasik Yaklaşım) Çıktıları	23
Tablo 3.3. Model ARP2 (Makine Çizelgeleme Tabanlı Model) Çıktıları.....	24
Tablo 3.4. Model ARP3 (İki İndisli Yaklaşım) Çıktıları.....	25
Tablo 3.5. Model Amaç Fonksiyonu Değerlerinin Karşılaştırılması	26
Tablo 3.6. Modellerin Değişken ve Kısıt Sayılarının Karşılaştırılması	27
Tablo 4.1 HFARP İçin Test Problemi Şehirlerinin Talep Bilgileri.....	32
Tablo 4.2. Kapasite ve Sabit Maliyet	33
Tablo 4.3. Heterojen Filolu ARP için HFARP1 Modeli Çıktıları	33
Tablo 4.4. ARP1 ve HFARP1 İçin Karşılaştırma.....	34
Tablo 4.5. Heterojen Filolu ARP İçin HFARP2 Modeli Çıktıları.....	35
Tablo 4.6. ARP2 ve HFARP2 İçin Karşılaştırma.....	35
Tablo 4.7. İki Farklı Modelin Amaç Fonksiyon Değeri Karşılaştırması.....	36
Tablo 4.8 Değişken ve Kısıt Sayısı Karşılaştırması	37
Tablo 5.1. Gruplar	39
Tablo 5.2. Araçlara Ait Kapasite ve Sabit Maliyetler	40
Tablo 5.3. 1.Grup Şehirlerin Talepleri	41
Tablo 5.4. 1.Grup Uzaklık Bilgisi	41
Tablo 5.5. Gerçek Hayat Problemi 1. Grup Sonuç Çıktısı	41
Tablo 5.6. 2.Grup Şehirlerin Talepleri	43
Tablo 5.7. 2.Grup Uzaklık Bilgisi	44
Tablo 5.8. Gerçek Hayat Problemi 2. Grup Sonuç Çıktısı	44
Tablo 5.9. 3.Grup Şehirlerin Talepleri	46
Tablo 5.10 3.Grup Uzaklık Bilgisi	47
Tablo 5.11. Gerçek Hayat Problemi 3. Grup Sonuç Çıktısı	47
Tablo 5.12. 4.Grup Şehirlerin Talepleri	49
Tablo 5.13. 4.Grup Uzaklık Bilgisi	50
Tablo 5.14. Gerçek Hayat Problemi 4. Grup Sonuç Çıktısı	50
Tablo 6.1. Üçüncü ve Dördüncü Bölümdeki Tüm Modellerin Karşılaştırılması	53

İÇİNDEKİLER

ÖZET	iv
ABSTRACT	v
ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR	vi
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ	viii
TABLolar DİZİNİ	ix
İÇİNDEKİLER	x
1. GİRİŞ	1
1.1. Proje Amacı	1
1.2. Proje Kapsamı	2
2. ARP VE LİTERATÜR TARAMASI	3
2.1. Araç Rotalama Problemi Kısıtları	5
2.2. Araç Rotalama Problemi Türleri	6
3. KAPASİTELİ ARP İÇİN MATEMATİKSEL MODELLEME YAKLAŞIMLARI	16
3.1. Üç İndisli Klasik Yaklaşım	16
3.2. Makine Çizelgeleme Tabanlı Model	18
3.3. İki İndisli Yaklaşım	20
3.4. Karşılaştırmalı Sonuçlar	21
4. BÖLÜM HETEROJEN FİLOLU ARP İÇİN MATEMATİKSEL MODELLEME YAKLAŞIMLARI	28
4.1. Üç İndisli Klasik Yaklaşım	28
4.2. Makine Çizelgeleme Tabanlı Model	30
4.3. Karşılaştırmalı Sonuçlar	31
5. BÖLÜM HETEROJEN FİLOLU ARP İÇİN GERÇEK HAYAT PROBLEMİ UYGULAMASI	39
5.1. Birinci Grup	40
5.2. İkinci Grup	43
5.3. Üçüncü Grup	46
5.4. Dördüncü Grup	49
SONUÇ	52
KAYNAKLAR	55
EKLER	62
EK A. Üç İndisli Klasik Yaklaşım Modeli LİNGO Sonuçları	62

Şekil A.1. n=6 sonuç raporu ekran görüntüsü	62
Şekil A.2. n=7 sonuç raporu ekran görüntüsü	62
Şekil A.3. n=8 sonuç raporu ekran görüntüsü	62
Şekil A.4. n=9 sonuç raporu ekran görüntüsü	63
Şekil A.5. n=10 sonuç raporu ekran görüntüsü	63
Şekil A.6. n=11 sonuç raporu ekran görüntüsü	63
Şekil A.7. n=12 sonuç raporu ekran görüntüsü	64
Şekil A.8. n=13 sonuç raporu ekran görüntüsü	64
Şekil A.9. n=14 sonuç raporu ekran görüntüsü	64
Şekil A.10. n=15 sonuç raporu ekran görüntüsü	65
Şekil A.11. n=16 sonuç raporu ekran görüntüsü	65
Şekil A.12. n=17 sonuç raporu ekran görüntüsü	65
Şekil A.13. n=18 sonuç raporu ekran görüntüsü	66
EK B. Makine Çizelgeleme Tabanlı Model LİNGO Sonuçları.....	66
Şekil B.1. n=6 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	66
Şekil B.2. n=7 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	66
Şekil B.3. n=8 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	67
Şekil B.4. n=9 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	67
Şekil B.5. n=10 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	67
Şekil B.6. n=11 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	68
Şekil B.7. n=12 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	68
Şekil B.8. n=13 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	68
Şekil B.9. n=14 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	69
Şekil B.10. n=15 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	69
Şekil B.11. n=16 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	69
Şekil B.12. n=17 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	70
Şekil B.13. n=18 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	70
Şekil B.14. n=19 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	70
Şekil B.15. n=20 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	71
Şekil B.16. n=21 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	71
Şekil B.17. n=22 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	71
Şekil B.18. n=23 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	72
Şekil B.19. n=24 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	72
Şekil B.20. n=25 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	72

EK C. İki İndisli Yaklaşım Modeli LİNGO Sonuçları	73
Şekil C.1. n=6 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	73
Şekil C.2. n=7 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	73
Şekil C.3. n=8 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	73
Şekil C.4. n=9 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	74
Şekil C.5. n=10 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	74
Şekil C.6. n=11 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	74
Şekil C.7. n=12 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	75
Şekil C.8. n=13 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	75
Şekil C.9. n=14 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	75
Şekil C.10. n=15 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	76
Şekil C.11. n=16 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	76
Şekil C.12. n=17 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	76
Şekil C.13. n=18 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	77
Şekil C.14. n=19 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	77
Şekil C.15. n=20 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	77
Şekil C.16. n=21 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	78
Şekil C.17. n=22 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	78
Şekil C.18. n=23 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	78
Şekil C.19. n=24 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	79
Şekil C.20. n=25 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	79
EK D. Heterojen Filo Üç İndisli Klasik Yaklaşım Modeli LİNGO Sonuçları	79
Şekil D.1. n=6 sonuç raporu ekran görüntüsü	79
Şekil D.2. n=7 sonuç raporu ekran görüntüsü	80
Şekil D.3. n=8 sonuç raporu ekran görüntüsü	80
EK E. Heterojen Filo Makine Çizelgeleme Tabanlı Model LİNGO Sonuçları	80
Şekil E.1. n=6 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	80
Şekil E.2. n=7 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	81
Şekil E.3. n=8 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	81
Şekil E.4. n=9 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	81
Şekil E.5. n=10 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	82
Şekil E.6. n=11 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	82
Şekil E.7. n=12 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	82
Şekil E.8. n=13 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	83

Şekil E.9. n=14 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	83
Şekil E.10. n=15 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	83
Şekil E.11. n=16 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	84
Şekil E.12. n=17 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	84
Şekil E.13. n=18 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	84
Şekil E.14. n=19 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	85
Şekil E.15. n=20 sonuç raporu ekran görüntüsü.....	85
EK F. Gerçek Hayat Problemi LİNGO Sonuçları	85
Şekil F.1. 1. Grup sonuç raporu ekran görüntüsü	85
Şekil F.2. 2. Grup sonuç raporu ekran görüntüsü	86
Şekil F.3. 3. Grup sonuç raporu ekran görüntüsü	86
Şekil F.4. 4. Grup sonuç raporu ekran görüntüsü	86

1.BÖLÜM GİRİŞ

1.1. Proje Amacı

Farklı konumlara sahip müşterilere bir ve/veya birden fazla depolardan çıkan ürünlerin en kısa sürede ve en az maliyetle teslim edilmesi günümüzde üzerine sıkça çalışılan alanlardan biridir. Bir veya birden çok dağıtım noktasından çıkarak ürünü müşteriye teslim etmeyi hedefleyen rotalama problemleri araç rotalama problemi olarak adlandırılır.

Araç rotalama problemleri dağıtım sırasında aracın kapasitesine, mevcut rotasına, teslim etme süresine, mevcut problemin gerektirdiği koşullara göre belirli kısıtlara sahiptir. Probleme eklenen her bir kısıt için farklı ARP türleri oluşmaktadır. Aynı zamanda problemin hedeflediği amaçlara göre de kendi içinde farklı ARP türleri oluşmaktadır.

Araç rotalama problemi literatürde NP-Zor (NP-Hard) sınıfında yer almaktadır. NP-Zor terimi, söz konusu problemin polinom zamanda çözülemeyeceğini ifade etmektedir. Büyük boyutlu gerçek yaşam veri setleri için kesin çözüm yöntemleri kullanılarak araç rotalama probleminin polinom zamanda çözümü çok zordur. Kesin çözüm yöntemleri problemin sadece küçük boyutlu örneklerini çözebilmektir. Bu özelliği nedeniyle, optimuma yakın çözümlerin kabul edilebilir bir hesap süresinde sağlanabilmesi için metasezgisel yöntemler son yıllarda oldukça sık bir şekilde kullanılmaktadır.

Araç rotalama problemlerinin çözümlenmesi taşıma maliyetlerinin azaltmada çok önemli bir rol oynar. Rotalar doğru belirlendiği takdirde hem araç sayısı hem de aracın kullandığı yakıt miktarı minimize edilmiş olur. Böylelikle firmalar daha az araçla daha verimli dağıtımlar yapabilir, bu dağıtımlar esnasında kullanılan yakıt gibi operasyonel giderlerden de tasarruf etmiş olurlar. ARP' de rotalar optimum olarak belirlendiğinden teslimat süreleri de kısalmış olur ve dağıtım süreci hızlandırılır böylelikle zaman kayıpları da önlenir. Bu durumda hem müşteri memnuniyeti artar hem de araçlar daha verimli çalışmış olur. ARP' de araçlar daha verimli rotalar izlediği için kullanılan araç sayısı ve harcanan yakıt miktarı azalır. Bu sayede araç rotalama, firmaların karbon ayak izlerinin küçülmesine de katkı sağlamış olur.

Araç rotalama problemlerinin çalışılması genel olarak çalışma verimliliğini artırır ve taşıma, personel vb. maliyetleri düşürür. Aynı zamanda çevreye olan zararlı

etkiler de azaltılmış olur. Zamandan tasarruf sayesinde teslimat sürelerinin kısalması ile müşteri memnuniyeti artar. Bu sebeple araç rotalama alanındaki çalışmalar teorik ve pratik yönden büyük bir önem teşkil etmektedir.

1.2. Proje Kapsamı

Yapılmış olan tez çalışmasında öncelikle seçilmiş olan kapasiteli ve heterojen filolu araç rotalama problemi için üç alternatif matematiksel model hazırlanmıştır. Bunlardan ikisi literatürde daha önceki çalışmalarda sunulan modellerdir. Biri ise bu tez kapsamında oluşturulmuştur. Oluşturulan model ARP problemini, sıra bağımlı paralel makine çizelgeleme problemine benzeterek hazırlanmıştır. Yazılan model ile küçük boyutlu problemler çözülerek optimum çözüm elde edilmiştir. Böylelikle çözülebilecek büyüklük tespit edilip, daha büyük boyutlu problemlerde ise alt sınır bulunmuştur. Tez çalışmasında iki indisli yaklaşım, makine çizelgeme tabanlı yaklaşım ve üç indisli yaklaşım modellemesi yapılmıştır. Bu üç farklı model için optimum çözüme ulaşabildikleri problem büyüklükleri karşılaştırılmıştır. Bir sonraki aşamada ise heterojen filolu gerçek yaşam problemi ele alınmıştır. Heterojen filolu ARP için kısıtlar göz önüne alınarak modeller uyarlanmıştır.

Araç rotalama probleminin çözüm uygulamasında LİNGO programı kullanılmıştır (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Öncelikle problemin gerektirdiği kısıtlar göz önüne alınarak matematiksel modelleme yapılmıştır. Matematiksel modeller hazırlandıktan sonra bu modeller LİNGO için formüle edilmiştir (Lingo 2025 (Lindo Systems)). LİNGO programı çalıştırılıp çözülen problemin optimum sonucu, uygulama esnasında problemin toplam değişken sayısı, toplam kısıtları ve LİNGO’da problemi çözmek için toplam geçen süreler sonuç çıktısından elde edilmiştir (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Mevcut yöntemler ve geliştirilen yöntemlerin sonuç çıktıları tablo halinde karşılaştırılmıştır.

2.BÖLÜM ARP VE LİTERATÜR TARAMASI

Araç Rotalama Problemini (Vehicle Routing Problem), 1959 yılında "Dantzig ve Ramser" literatüre kazandıran kişiler olmuştur. Dantzig ve Ramser yaptıkları çalışmalarda benzin istasyonlarına benzin dağıtım problemi üzerinde durmuşlar ve problemin çözümü için ilk matematiksel programlama modelini kurmuşlardır (Dantzig ve Ramser, 1959). Daha sonra 1964 yılında Clarke ve Wright probleme sezgisel bir çözüm önermiş ve bu çalışmadan sonra ARP'ye ilgi giderek artmıştır (Clarke ve Wright, 1964).

Araç rotalama problemi, merkezi bir depodan coğrafi olarak dağılmış durumda olan müşterilere optimum dağıtım ya da toplama rotalarının tasarımından oluşur ve araç kapasitesi, rota uzunluğu, zaman penceresi, müşteriler arası öncelik ilişkileri gibi kısıtlara sahiptir (Laporte, 2007). Şekil 2.1.'de araç rotalama problemi için 1950'lerde ilk çıkışından itibaren günümüze kadar geliştirilen yaklaşımların özeti görülmektedir.

Yıllar	Gelişmeler
1950'ler	ARP tamsayılı programlama olarak formüle edilmiş ve 10-20 müşterili küçük problemler çözülmüştür.
1960'lar	Rota kurma sezgiselleri sunulmuş ve 30-100 müşterili problemler çözülmüştür.
1970'ler	İki fazlı sezgiseller, interaktif (insan-makine) sezgiseller geliştirilmiş, yaklaşık 50 müşterili problemler optimal metotlarla çözülebilir hale gelmiştir.
1980'ler	Matematiksel programlama esaslı prosedürler literatüre sunulmuştur. Etkileşimli (interaktif: insan-makine) sezgiseller geliştirilmiştir. Optimal yöntemler kullanılarak yaklaşık 50 müşteriye sahip olan bazı problemler çözülmüştür.
1990'lar	Araç rotalama problemlerine meta-sezgiseller uygulanmıştır. 50– 100 müşteriye sahip bazı problemler optimal olarak çözülmüştür.
2000'ler	Meta-sezgiseller üzerine yapılan araştırmalar yoğunluk kazanmıştır. Birçok farklı meta-sezgisel ARP'lere uygulanmıştır. Melezleştirme teknikleri geliştirilmiş ve daha karmaşık ARP'ler üzerinde uygulamalar yapılmıştır.
2020'ler	Meta-sezgiseller üzerine yapılan araştırmaların yanı sıra mat-sezgisel çalışmaları da yapılmıştır. Farklı mat-sezgisel yöntemler ARP'lere uygulanmıştır.

Şekil 2.1. Tarihsel Gelişim (Crianic vd. 1998)

Araç rotalama problemi 1950’li yıllarda küçük problemler üzerine uygulanmaya başlanmıştır ve tam sayılı programlama kullanılarak çözülmüştür. 1960’lı yıllarda problemin müşteri sayısı artmış ve rota sezgiselleri kullanılmaya başlanmıştır. 1970’li yıllarda iki fazlı sezgisel yöntemler geliştirilip 50 müşterili problemlerde optimum çözülebilir hale gelmiştir. 1980’li yıllarda matematiksel programlama literatüre sunulmuş etkileşimli sezgisel yöntemler kullanılmıştır. 1990’lı yıllarda meta-sezgisel yöntemler probleme uygulanmıştır. 2000’li yıllarda meta-sezgisel yöntemler yoğunluk kazanmış olup farklı meta-sezgisel yöntemler daha karmaşık araç rotalama problemleri üzerine uygulanmıştır. 2020’li yıllarda mat-sezgisel yöntemler çalışılmaya başlanmış ve araç rotalama problemleri üzerinde uygulanmıştır.

Araç rotalama problemlerinde her bir araç, merkezi bir depodan başlayarak müşterileri sırasıyla ziyaret eder ve tekrar depoya döner. Bu şekilde hizmet sunan her bir araç, gezgin satıcı problemlerini (traveling salesman problem) anımsatmaktadır.

Gezgin satıcı problemi, n adet noktadan oluşur ve satıcı, başlangıç noktasından başlayarak diğer noktaları dolaşır başlangıç noktasına geri döner. Bu problemin amacı, satıcının geriye kalan $n - 1$ noktayı en kısa toplam mesafeyi kat ederek ya da en kısa sürede dolaşarak başlangıç noktasına geri dönmesidir (Flood, 1955).

Araç rotalama problemi, gezgin satıcı probleminin daha fazla araç ve kısıt içeren versiyonudur (Keskintürk vd., 2015). Araç rotalama problemi, gezgin satıcı problemini genelleştirdiğinden literatürde NP-Zor (NP-Hard) sınıfında yer almaktadır (Cordeau vd., 2007). NP-Zor terimi, problemin polinom zamanda çözülemeyeceğini ifade etmektedir.

Araç rotalama problemi için literatür taraması yapıldığında, araç rotalama probleminin en çok karşılaşıldığı sektörler sırasıyla; atık toplama, ürünlerin bir veya daha fazla depodan farklı müşteri noktalarına dağıtımı (ulaşım ve lojistik sektöründeki uygulamalar), dağıtım ve toplama problemleri, okul taşıt güzergâhlarının belirlenmesi, uçak rotalama problemleri, internet üzerinden yapılan alışverişlerin teslimatı, gazete, posta, ekmek, içecek vs. dağıtımı, devriye araçlarının rotalanması, stok alanındaki malzeme toplama problemleri, engelli insanların taşınması, servis araçlarının rotalanması, malzeme akış sistemi tasarımı ve benzeri pek çok yerde ARP

kullanılmaktadır(Orhan vd., 2010; Flood, 1955; Dantzig vd., 1957; Irnish, 2008; Demiral, 2008).

Atık toplama uygulamasında ARP' nin amacı farklı sağlık sektörü ya da evsel atıkların toplama merkezlerinden atık arıtma merkezlerine taşınması ile ilgili kullanılacak araçların sayısı ve rotası ile ilgili çözümler aramaktır. Ulaşım ve lojistik uygulamalarında ise ARP' nin amacı fabrikalardan depolara, depolardan müşterilere dağıtım yapan taşıma araçlarının rotalarının belirlenip en kısa süre ve en az maliyetle bunu sağlamaktır. Ulaşım sektöründe ise özellikle kamuda kullanılan toplu taşıma araçlarının rotalarının belirlenmesi sağlanmaktadır. Buna benzer olarak okul servislerinin rotalarının ve aynı rota üzerinde hangi yerleşim merkezlerinin seçilmesi gerektiği ile ilgili araştırmalar yapılmaktadır. Uçak rotalama problemlerinde ise ARP uçuş noktalarına hangi sıklıkla uçuş hizmeti verilmesi ve bu sıklığı karşılamak için uçuşların planlamasının nasıl olması gerektiği ile ilgili çözümler aranmak için kullanılmaktadır.

2.1 Araç Rotalama Problemi Kısıtları

ARP sahip olduğu problemin özelliklerine göre bazı kısıtlara sahiptir. Bu kısıtlar daha çok genel olabileceği gibi probleme göre özel kısıtlarda olabilmektedir.

ARP için kısıtlar üç ana grupta ifade edilebilmektedir:

- Araçlar bazında kısıtlar

Aracın sahip olduğu kapasite kısıtı (ağırlık veya hacim olarak)

Toplam zaman kısıtı

Sürücünün çalışma saatleri için mevcut olan yasal sınırlamalar

- Müşteriler bazında kısıtlar

Her bir müşterinin bir tür ürün talep etmesi veya belirli çeşitte ürün dağıtılması; Lojistik firmaları buna örnek verilebilir.

Dağıtımın yapılabilmesi için belirli zaman aralıklarının mevcut olması

- Diğer kısıtlar

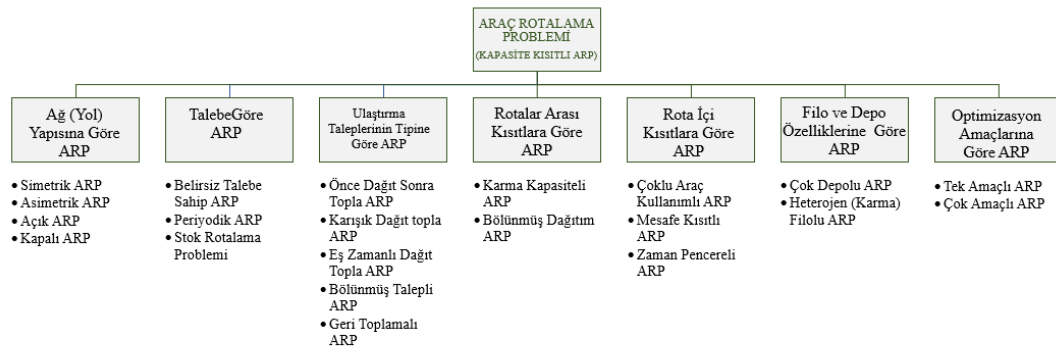
Aynı araç ile aynı gün içinde, aracın depoya dönerek tekrar yola çıkıp birden fazla tur yapılması

Bir turun bir günden uzun sürebilecek olması

Birden fazla depoya sahip olunması.

2.2 Araç Rotalama Problemi Türleri

Araç Rotalama Probleminde müşteriler ile ilgili kısıtlar araç ile ilgili kısıtlar ve kalan diğer kısıtlar göz önüne alındığında ARP için farklı çeşitler meydana gelmektedir. Araç Rotalama Problemlerini ağ(yol) yapısına göre, talebe göre, ulaştırma taleplerinin tipine göre, rotalar arası kısıtlara göre, rota içi kısıtlara göre, filo ve depo özelliklerine göre ve optimizasyon amaçlarına göre çeşitlendirmek mümkündür. Her bir çeşit kendi içinde alt başlıklardan oluşmaktadır. Amaca, ihtiyaca ve farklı kısıtlara göre ARP için yeni çeşitler meydana gelmektedir. Şekil 2.2.' de ARP türleri şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 2.2. ARP Türleri

- **Simetrik Araç Rotalama Problemi:** Bir müşteriden başka bir müşteriye gitmenin maliyeti ya da uzunluğu, tam tersi yöndeki yolculuğun maliyetine ya da uzunluğuna eşitse bu problem simetrik araç rotalama problemidir.
- **Asimetrik Araç Rotalama Problemi:** Bir müşteriden başka bir müşteriye gitmenin maliyeti ya da uzunluğu, tam tersi yöndeki yolculuğun maliyetine ya da uzunluğuna eşit değilse bu problem asimetrik araç rotalama problemidir.
- **Açık Araç Rotalama Problemi:** Araç bütün müşterilere hizmet sunduktan sonra başlangıç noktasına dönmüyorsa bu problem açık araç rotalama problemidir.
- **Kapalı Araç Rotalama Problemi:** Araç bütün müşterilere hizmet sunduktan sonra başlangıç noktasına dönüyorsa bu problem kapalı araç rotalama problemidir.

- Belirsiz Talebe Sahip Araç Rotalama Problemi: Bu tür problemler, talebin belirli olmadığı araç rotalama problemleridir. Dağıtım aracı müşteriye ulaştığı zaman o müşterinin talebinin ne olacağı belli olur.
- Periyodik Araç Rotalama Problemi: Müşterilerin talepleri belirli bir şekilde tekrarlanıyor ise periyodik araç rotalama problemini (periodic vehicle routing problem) oluşturur. Periyodik araç rotalama probleminde planlama günlük bazda yapılmaz, bunun yerine müşterilere belirli periyotlarda teslimat yapılacak şekilde planlama yapılır. Bu problemde, müşterilerin teslimatlarını belirlenen periyotta yapabilmek için bir planlama yapılır ve aynı zamanda kullanılan her bir aracın rotasının toplam kat edilen mesafeyi minimize edecek şekilde olması istenir (Alonso vd., 2008).
- Stok Rotalama Problemi: Müşterilerden gelen talepler, belirli bir düzende tekrarlanıyorsa stok rotalama problemi (inventory routing problem) söz konusu olur. Stok rotalama problemi, belirli bir planlama dönemi içinde tek bir ürünün tek bir tesisten bir müşteri kümesine tekrarlayan biçimde dağıtım ile ilgilenir. Amaç, planlama döneminde müşterinin stoksuz kalmayacak şekilde ortalama dağıtım maliyetinin minimum yapılmasıdır (Campbell vd., 1998).
- Önce Dağıt Sonra Topla Araç Rotalama Problemi: İlk olarak dağıtım yapılacak müşterilere gidilir. Dağıtım işlemleri tamamlandıktan sonra toplama işlemine geçilir.
- Karışık Dağıt Topla Araç Rotalama Problemi: Dağıtım ve toplama işlemleri için belirli bir sıra yoktur.
- Eş Zamanlı Dağıt ve Topla Araç Rotalama Problemi: Müşterinin dağıtım ve toplama talebi varsa aynı ziyarette hem dağıtım hemde toplama yapılır.
- Bölünmüş Talebe Sahip Araç Rotalama Problemi: Bölünmüş talebe sahip araç rotalama problemi, aynı müşteriye birden fazla aracın servis yapabilmesine olanak sağlayan araç rotalama problemidir.
- Geri Toplamalı Araç Rotalama Problemi: İade durumu gerektiren ürünlere uygulanan araç rotalama problemleridir. Ambalaj, depozito, otomotiv sektöründe yedek parçaların geri dönüşüm için fabrikalara geri gönderilmesi gibi işlemler bu araç rotalama problemine örnek olarak verilebilmektedir. Bu problem tipinde, müşterilerden iade gelebilecek ürünler göz önüne alınarak araç kapasiteleri hesaplanmalıdır (Clarke ve Wright, 1964).

- Rotalar arası süre, teslimat miktarı gibi farklılıkları azaltmak için “dengeleme” kısıtları, belirli bir depoya atanacak araç sayısı gibi global olarak sınırlı kaynakların paylaşımı ile ilgili “rotalar arası kaynak kısıtları” ve farklı tipte araçlar söz konusu olduğunda bu araçların faaliyetleri arasındaki “senkronizasyon” ile ilgili kısıtları (Irnich vd., 2014) içeren araç rotalama problemleri rotalar arası kısıtlara göre incelenebilir.
- Karma Kapasiteli Araç Rotalama Problemi: Araç rotalama probleminde yer alan dağıtım yapan araçların sabit bir kapasitesinin olmadığı durumlardır. Karma kapasiteli araç rotalama probleminde her bir aracın birbirinden farklı kapasitesi olabilir.
- Bölünmüş Dağıtım Araç Rotalama Problemi: Bütün görevlerin tek bir araç tarafından bir kerede yapıldığı varsayımı söz konusu olduğunda hizmetler bölünmemektedir (Irnich vd., 2014). Bazı durumlarda ise maliyet (uzaklık) odaklı bir yaklaşımla talepte bulunan noktaya verilecek hizmet, birden fazla araç arasında bölünür. Bu tarz problemlere bölünmüş dağıtım araç rotalama problemi (split delivery vehicle routing problem) denir (Dror ve Trudeau, 1990).
- Çoklu Araç Kullanımlı Araç Rotalama Problemi: Araç rotalama probleminin varsayımları arasında belirli bir planlama periyodunda her aracın bir kez kullanılması dolaylı olarak yer almaktadır. Araç sayısı m önceden biliniyorsa ve müşterilerin toplam talep miktarı Q görece olarak küçük ise, araç rotaları belirlendikten sonra bazı rotalar aynı araca atanarak daha az sayıda araç ile aynı dağıtım işlemi yapılabilir (Taillard vd., 1996). Bu tür problemlere çoklu araç kullanımlı araç rotalama problemi (vehicle routing problem with multiple use of vehicles) denir.
- Mesafe Kısıtlı Araç Rotalama Problemi: Bu problem tipinde, rotalara atanan her aracın gidebileceği maksimum mesafe için bir sınır(kısıt) bulunmaktadır. Bu mesafe kısıtları, araçların kapasite kısıtları ile birlikte kullanılabilirliği gibi, tek başlarına da kullanılabilirler. Bu kısıt ancak ve ancak araçların sürekli olarak belirli bir süreden fazla yolculuk yapmaması veya herhangi bir aksaklıktan dolayı gecikmemesi durumlarında eklenmelidir (Oropeza vd.,2012).

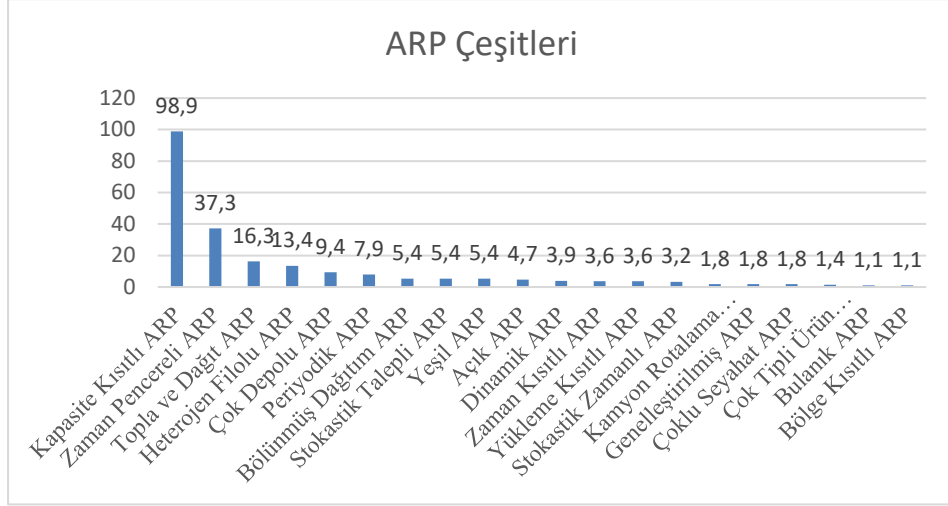
- Zaman Pencereleli Araç Rotalama Problemi: Müşterilere hizmet verilirken zaman unsuru planlamalara dâhil edilerek zaman pencereleri kullanılabilir. Zaman pencereleri kullanıldığında müşterilere hizmet verilebilecek en erken ve en geç zaman noktaları belirlenerek rotalama işlemi yapılır. Bu problemlerde müşterilerin talepleri ve zaman pencereleri kesin olarak bilinir ve problem, zaman pencereleli araç rotalama problemi (vehicle routing problem with time windows) olarak isimlendirilir (Bräysy ve Gendreau, 2005).
- Çok Depolu Araç Rotalama Problemi: Rotalama işleminde kullanılan araçların özellikleri ve depo sayısı ile ilgili literatürde değişik tipte problemler yer almaktadır. Bunlardan birisi, birden fazla depoya sahip olunan çok depolu araç rotalama problemidir (multi-depot vehicle routing problem). Bu problemin amacı, bütün müşterilere araç kapasitelerini aşmayacak ve toplam seyahat uzunluğunu minimum yapacak şekilde hizmet sunmaktır (Lim ve Wang, 2005).
- Heterojen ya da Karma Filolu Araç Rotalama Problemi: Aynı özelliklere sahip m adet aracın kullanılması araç rotalama probleminin varsayımlarından biridir. Gerçek hayatta bazen bu varsayım geçerli olmayabilir. Eğer birbirinden farklı özelliklerde araçlar söz konusu ise heterojen ya da karma filolu araç rotalama problemi (heterogeneous or mixed fleet vehicle routing problem) ortaya çıkmaktadır. Literatürde değişik tipleri bulunmakla birlikte, bunlar filo sınırlaması (sınırlı/sınırsız) ve maliyet (değişken/sabit) temellidir (Penna vd., 2013).
- Tek Amaçlı Araç Rotalama Problemleri: Ele alınan araç rotalama problemi yalnızca maliyet, süre, hizmet verilen müşteri sayısı gibi tek bir özelliğe odaklanıyorsa, bu problemlere tek amaçlı araç rotalama problemleri denir.
- Çok Amaçlı Araç Rotalama Problemleri: Birden fazla amacın öncelik sırasına göre optimize edildiği problemlere hiyerarşik amaçlı araç rotalama problemleri ve birden fazla amacın aynı anda optimize edildiği problemlere ise çok amaçlı araç rotalama problemleri denir (Irnich vd., 2014).

Bu ARP çeşitlerinden sıklıkla çalışılanlar Tablo 2.1’de (Elshaer ve Awad, 2020) görülmektedir.

Tablo 2.1. Sıklıkla Çalışılan ARP Çeşitleri (Elshaer ve Awad, 2020)

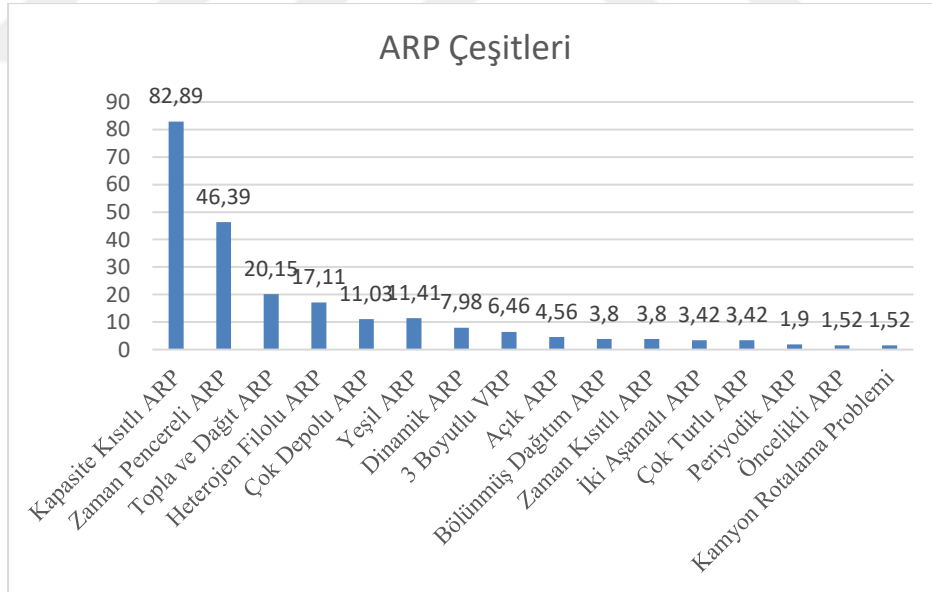
ARP Çeşitleri	Model Sayısı
Kapasite Kısıtlı ARP	273
Zaman Pencereli ARP	103
Topla ve Dağıt ARP	45
Heterojen Filolu ARP	37
Çok Depolu ARP	26
Periyodik ARP	22
Bölünmüş Dağıtım ARP	15
Stokastik Talepli ARP	15
Yeşil ARP	15
Açık ARP	13
Dinamik ARP	11
Zaman Kısıtlı ARP	10
Yükleme Kısıtlı ARP	10
Stokastik Zamanlı ARP	9
Kamyon Rotalama Problemi	5
Genelleştirilmiş ARP	5
Çoklu Seyahat ARP	5
Çok Tipli Ürün Taşıyan ARP	4
Bulanık ARP	3
Bölge Kısıtlı ARP	3

Araç Rotalama Problemi literatürde sık çalışılan bir konudur. Tablo 2.1.'de görüldüğü üzere (Elshaer ve Awad, 2020) en çok Kapasite Kısıtlı ARP, Zaman Pencereli ARP ve Topla Dağıt ARP çeşitlerinde çalışılmıştır. Elshaer ve Awad (2020) ve Konstantakopoulos'un (2022) bu alandaki literatür taraması niteliğindeki çalışmaları incelendiğinde Şekil 2.3. ve Şekil 2.4.' te 2009 ve 2023 yılları arasında çalışılan Araç Rotalama Problemlerinin kendi içlerinde tür dağılımları gösterilmektedir.



Şekil 2.3. 2009-2017 ARP Kendi İçinde Tür Dağılımı (Elshaer ve Awad, 2020)

Şekil 2.3.' te (Elshaer ve Awad, 2020), 2009 ve 2017 yılları arasında çalışılan Araç Rotalama Problemi çeşitleri ve dağılımları gösterilmektedir. Grafiğe göre üzerinde en çok çalışma yapılan çeşit Kapasite Kısıtlı ARP' dir. Onu Zaman Pencereci ARP, Topla ve Dağıt ARP ve Heterojen Filolu ARP takip etmektedir.



Şekil 2.4. 2010-2020 ARP Kendi İçinde Tür Dağılımı (Konstantakopoulos, 2022)

Şekil 2.4.' te (Konstantakopoulos, 2022), 2010 ve 2020 yılları arasında çalışılan Araç Rotalama Problemi çeşitleri ve dağılımları gösterilmektedir. Grafiğe

göre üzerinde en çok çalışma yapılan çeşit Kapasite Kısıtlı ARP'dir. Onu Zaman Pencereli ARP, Topla ve Dağıt ARP ve Heterojen Filolu ARP takip etmektedir.

Literatürde araç rotalama probleminin tiplerine ek olarak hangi yöntemlerin kullanıldığı da önemli bir başlıktır. En çok kullanılan yöntemler metasezgisel yöntemlerden sırasıyla Genetik Algoritma (Genetic algorithm-GA), Karınca Kolonisi Optimizasyonu (Ant Colony Optimization-ACO), Parçacık Sürü Optimizasyonu (Particle Swarm Optimization-PSO), Tabu Arama Algoritması (Tabu search-TS), Benzetimli Tavlama (Simulated annealing methods-SA), Taklitçi Algoritmalar (Memetic algorithm-MA), Rota Birleştirmeli (Path Relinking-PR), Değişken Komşuluk Araması (Variable neighborhood search-VNS), Açgözlü Rassallaştırılmış Uyarlamalı Arama Algoritmasıdır(Greedy Randomized Adaptive Search Procedure-GRASP).

İncelenen makale ve çalışmalar için kullanılan mat-sezgisel ve/veya meta-sezgisel yöntemler ile hangi ARP türünün ele alındığı belirlenerek Tablo 2.2. oluşturulmuştur. Bazı çalışmalarda amaçlanan hedef çok spesifik ve sadece o çalışmaya özel olarak yer almıştır. Böyle durumların söz konusu olduğu çalışmalar tablonun içinde bulunan Diğer ARP Çeşitleri içinde değerlendirilip ilgili sütunda yer almıştır. Genel olarak tablo incelendiğinde meta-sezgisel yöntemlerden parçacık sürü optimizasyonu, tabu arama algoritması, genetik algoritmanın daha sık kullanıldığı gözlemlenmiştir. Bunun yanı sıra mat-sezgisel yöntemlerde son yıllarda ARP üzerinde daha sık uygulanmaya başlanmıştır. Çalışmalar incelendiğinde araç rotalama problemleri içerisinde Kapasite Kısıtlı ARP, Zaman Pencereli ARP ve Çoklu Depo ARP türlerinin daha çok yer aldığı saptanmıştır.

Tablo 2.2. İncelenen Çalışmaların Analizi

	Kapasite Kısıtlı ARP	Periyodik ARP	Zaman Pencereci ARP
Parçacık Sürü Optimizasyonu	Önder (2011a)		Marinakis, vd. (2019) Chen, Shi(2019) Kuo vd.(2023) İnçki(2019)
Tabu Arama Algoritması	Kyriakakis vd. (2022) Cordeau, Maischberger(2012)	Cordeau, Maischberger(2012)	Sadati vd. (2021) Kyriakakis vd. (2022) Ahmed, Yousefikhoshbakht (2023)
Genetik Algoritma	Ercan (2014) Yıldırım (2019) Önder (2011a)		Wang vd. (2023) Agrawal vd. (2022) Şeker (2007) Göçken vd. (2018) İnçki (2019) Aksakal (2014)
Karınca Kolonisi Algoritması	Ercan (2014) Daşkın, Büyükoçkan (2022) Ekizler (2011)		Xue(2023)
Anı Kolonisi Algoritması	Babayigit, Yıldız (2019) Ekmekçi (2019) Ercan (2014)		
Tavlama Benzetimi	Yalçın (2021)		
Elektromanyetik Algoritma	Yurtkuran (2009)		
Matsezigisel Yöntem	Queiroga vd. (2021) Dumez vd. (2023) Torres-Tapia vd. (2022) Leggieri, Haouari (2018)	Huerta-Muñoz vd. (2022)	Dumez vd. (2023) Keskin, Çatay (2018)

Tablo 2.2. devamı

	Çoklu Depo ARP	Bölünmüş Dağıtım ARP	Açık ARP
Parçacık Sürü Optimizasyonu	Önder(2011b)		MirHassani, Abolghasemi (2011)
Tabu Arama Algoritması	Cordeau, Maischberger (2012) Sadati vd. (2021)	Qiu vd. (2018)	Sadati vd. (2021) Ahmed, Yousefikhoshbakht (2023)
Genetik Algoritma	Wang vd. (2023) Önder(2011b)		
Karınca Kolonisi Algoritması	Xue(2023) Yılmaz(2008)		

Tablo 2.2. devamı

	Dağıt Topla ARP	Heterojen Filolu ARP	Dinamik ARP
Parçacık Sürü Optimizasyonu			Demirtaş, Özdemir (2017)
Tabu Arama Algoritması		Ahmed, Yousefikhoshbakht(2023) Meliani vd.(2019) Meliani vd.(2022)	
Genetik Algoritma	Park vd. (2021)	Agrawal vd. (2022)	Yıldırım (2019)
Karınca Kolonisi Algoritması			
Arı Kolonisi Algoritması	Ekmekçi (2019)		
Tavlama Benzetimi			
Elektromanyetik Algoritma			
Matsezgisel Yöntem	Dumez vd. (2023)	Queiroga vd. (2021) Huerta-Muñoz vd. (2022)	

Tablo 2.2. devamı

	Belirli Talepli ARP	Diğer ARP Çeşitleri
Parçacık Sürü Optimizasyonu		Islam vd. (2021)
Tabu Arama Algoritması		Cordeau, Maischberger (2012)
Genetik Algoritma	Aksakal (2014)	Şeker (2007)
Karınca Kolonisi Algoritması		
Arı Kolonisi Algoritması		
Tavlama Benzetimi		
Elektromanyetik Algoritma		
Matsezigisel Yöntem		Gunawan vd. (2021) Moussavi (2019) Schermer vd. (2019) Leggieri, Haouari (2018)

Yapılan tez çalışmasında kapasite kısıtlı ARP ve heterojen filolu ARP çalışılmıştır. Tez çalışması kapsamında sıra bağımlı paralel makine çizelgeleme tabanlı farklı bir matematiksel model geliştirilmiştir. Geliştirilen yeni model hem kapasite kısıtlı ARP hem de heterojen filolu ARP’ de kullanılmıştır.

3.BÖLÜM KAPASİTELİ ARP İÇİN MATEMATİKSEL MODELLEME YAKLAŞIMLARI

Kapasite kısıtlı ARP en temel araç rotalama problemi türüdür. Kapasite kısıtlı ARP literatürde de oldukça sık çalışılmaktadır. Kapasite kısıtlı ARP de her aracın belli bir kapasite kısıtı vardır ve bu kısıt aşılmadan araçların rotalandırılıp müşteri taleplerinin karşılanması gerekmektedir. Tez çalışması için 13th Gen Intel® Core™ i5-1340P, 1900 Mhz, 12 Çekirdek, 16 Mantıksal İşlemci özelliklerine sahip bir bilgisayar kullanılmıştır.

3.1. Üç İndisli Klasik Yaklaşım

3 indisli klasik yaklaşım modeli Mızrak Özfiyat, 2008'den alınmıştır. Bu model tez çalışmasında Model ARP1 olarak adlandırılacaktır.

Kümeler:

$G = (N, A)$ bir çizgisi,

$N = \{n_0, n_1, \dots, n_n\}$ bir nokta kümesini ve

$A = \{(n_i, n_j) : n_i, n_j \in N, i \neq j\}$ bir kenar kümesini gösterebilir.

$V = (v_1, \dots, v_n)$ araç sayısı

Vertex n_0 , aynı ve tek tip Q kapasitesine sahip $V=V_1$ araç filosunun bulunduğu bir depo düğümünü temsil eder.

Parametreler:

$d_i : n_i$ noktasındaki müşteri talebi

C_{ij} : i noktasından j noktasına olan uzaklık

Karar Değişkeni:

$$X_{ijv} = \begin{cases} 1, & v \text{ aracı } n_i \text{ noktasından } n_j \text{ noktasına giderse} \\ 0, & \text{aksi takdirde} \end{cases}$$

Amaç fonksiyonu:

$$\sum_i \sum_j \sum_v X_{ijv} * C_{ij} \quad 3.1$$

Kısıtlar:

$$\sum_j \sum_v X_{ijv} = 1 \quad \forall i \in N \quad 3.2$$

$$\sum_i \sum_v X_{ijv} = 1 \quad \forall j \in N \quad 3.3$$

$$\sum_i X_{i0v} \leq 1 \quad \forall v \in V \quad 3.4$$

$$\sum_j X_{0jv} \leq 1 \quad \forall v \in V \quad 3.5$$

$$\sum_i X_{ikv} = \sum_j X_{kjh} \quad \forall k \in N, \forall v \in V \quad 3.6$$

$$\sum_i \left(\sum_j X_{ijv} \right) * d_i \leq Q \quad \forall v \in V \quad 3.7$$

$$X_{ijv} \in \mathbb{Z} \quad \forall i, j \in N, \forall v \in V \quad 3.8$$

$$X_{ijv} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in N, \forall v \in V \quad 3.9$$

$$Z = \{(X_{ijv}) : \sum_{i \in B} \sum_{j \in B} X_{ijv} \leq |B|-1, \forall B \subseteq V / \{0\}; |B| \geq 2\} \quad 3.10$$

Amaç fonksiyonu 3.1 de ifade edilmiştir. Amaç toplam kat edilen mesafeyi minimize etmektir. Kısıt 3.2 ve 3.3 her bir noktanın sadece bir kere mutlaka ziyaret edilmesi gerektiğini ifade etmektedir. Kısıt 3.4 ve 3.5 her aracın önce depodan çıkıp en son tekrar depoya dönmesi gerektiğini ifade etmektedir. Kısıt 3.6 aracın uğradığı noktaları terk etmesi zorunluluğunu ifade etmektedir. Kısıt 3.7 aracın kapasite kısıtıdır, aracın kapasitesinin aşılmasını ifade etmektedir. Kısıt 3.8 alt turları engellemek için yazılmıştır. Kısıt 3.9 değişkenin tipini belirleyen kısıttır 0 veya 1 olduğunu ifade etmektedir. 3.10 alt turları ifade etmektedir. Alt turları engellemektedir.

3.2. Makine Çizelgeleme Tabanlı Model

Tez çalışmasında araç rotalama problemi çözümü için makine çizelgeleme tabanlı model kullanılmıştır. Bu yönteme ait matematiksel model aşağıda yer almaktadır. Bu model tez çalışmasında Model ARP2 olarak adlandırılacaktır.

Kümeler:

n: Nokta sayısı (0,...n; 0: depo)

m: Araç sayısı

İndeksler:

i=0,1,2, ...n Noktaların indekslerini gösterir.

k=1,2, ...m Araçların indekslerini gösterir.

Parametreler:

p_{ij} : “i” noktasından “j” noktasına gidiş uzaklığı

TALEPi: “i” noktasının talebi

KAPASİTEk: “k” aracının kapasitesi

Cj: “j” noktasına kadar toplam kat edilen yol. (“j” işinin bitiş zamanı)

Karar değişkenleri:

$$Y_{ik} = \begin{cases} 1, & 'i' \text{ noktası } 'k' \text{ aracına atandıysa} \\ 0, & \text{aksi takdirde} \end{cases}$$

$$S_{ijk} = \begin{cases} 1, & 'i' \text{ noktası } k \text{ aracında } 'j' \text{ noktasından hemen önce geliyorsa} \\ 0, & \text{aksi takdirde} \end{cases}$$

$Cmax_k$: “k” aracının depoya döndüğünde kat ettiği yol

Amaç Fonksiyonu:

Min.

$$\sum_{k=1}^m Cmax_k \quad 3.11$$

Kısıtlar:

$$\sum_{k=1}^m Y_{ik} = 1 \quad \forall i \in \{1, \dots, n\} \quad 3.12$$

$$\sum_{i=1}^n (Y_{ik} * Talep_i) \leq Kapasite_k \quad \forall k \in \{1, \dots, m\} \quad 3.13$$

$$\sum_{j=1}^n S_{ijk} \leq Y_{ik} \quad \forall i \in \{0, \dots, n\}, \forall k \in \{1, \dots, m\} \quad 3.14$$

$$\sum_{i=0}^n S_{ijk} = Y_{jk} \quad \forall j \in \{1, \dots, n\}, \forall k \in \{1, \dots, m\} \quad 3.15$$

$$Y_{0k} = 1 \quad \forall k \in \{1, \dots, m\} \quad 3.16$$

$$C_0 = 0 \quad 3.17$$

$$Z_{ij} = \sum_{k=1}^m S_{ijk} \quad \forall i \in \{0, \dots, n\}, \forall j \in \{0, \dots, n\}; i \neq j \quad 3.18$$

$$M \left(\sum_{k=1}^m S_{ijk} - 1 \right) \leq C_j - C_i - p_{ij} \quad \forall i \in \{0, \dots, n\}, \forall j \in \{0, \dots, n\}; i \neq j \quad 3.19$$

$$C_{max_k} - C_i - (1 - \sum_{j=1}^n S_{ijk}) * p_{i0} \geq (Y_{ik} - 1)M \quad \forall i \in \{1, \dots, n\}, \forall k \in \{1, \dots, m\} \quad 3.20$$

Amaç fonksiyonu (3.11) k aracının depoya dönene kadar toplam kat ettiği yolun minimize edilmesi gerektiğini ifade etmektedir. Kısıt (3.12) her noktanın sadece bir araca atanması gerektiğini ifade etmektedir. Kısıt (3.13) aynı araca atanan noktaların taleplerinin toplamının araç kapasitesini geçmemesi gerektiğini ifade etmektedir. Kısıt (3.14) eğer ‘i’ noktası ‘k’ aracına atandıysa o araçta o noktadan önce mutlaka bir nokta atanması gerektiğini ifade etmektedir. Kısıt (3.15) eğer ‘j’ noktası ‘k’ aracına atandıysa o araçta o noktadan önce mutlaka bir nokta atanması gerektiğini ifade etmektedir. Kısıt (3.16) ‘0’ noktasının her araca atanması gerektiğini ifade etmektedir. Burada bahsedilen 0 noktası depodur. Kısıt (3.17) araçların ‘0’ noktasından çıkarken kat ettikleri toplam yolun sıfır olması gerektiğini ifade etmektedir. Yani her araç dağıtıma depodan çıkıp başlamalıdır. Kısıt (3.18) de yer alan

Zij değişkeni, 'i' noktasının 'j' noktasından hemen önce gelip gelmediğini ifade etmektedir. Kısıt (3.18) Zij değerinin 1 olması durumunda 'i' noktasına kadar kat edilen mesafeye 'i' ve 'j' noktası arasındaki uzaklığın da eklenmesi gerektiğini ifade etmektedir. Kısıt (3.19) 'k' aracının depoya döndüğünde kat ettiği toplam yolun en son gittiği noktanın depoya olan uzaklığının da eklenerek elde edilmesi gerektiğini ifade etmektedir.

3.3 İki İndisli Yaklaşım

İki indisli yaklaşım modeli LİNGO programının içinde yer alan örnek VROUTE modelinden alınmıştır (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Bu model tez çalışmasında Model ARP3 olarak adlandırılmıştır.

Parametreler:

Q_i : i. Şehirdeki talep miktarı

u_i : i. Şehre ulaşıldığında aracın toplam yükü

$DIST_{ij}$: i şehrinin j şehrine olan uzaklığı

VCAP: Aracın kapasitesi

Karar Değişkeni:

$$X_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{araç } i \text{ noktasından } j \text{ noktasına giderse} \\ 0, & \text{aksi takdirde} \end{cases}$$

VEHCLR: problem için gerekli olan araç sayısı

Amaç fonksiyonu:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n DIST_{ij} * X_{ij} \quad 3.21$$

Kısıtlar:

$$\sum_{i \neq k} X_{ik} = 1, \quad \forall k \in \{2, 3, \dots, n\} \quad 3.22$$

$$\sum_{j \neq k} X_{kj} = 1, \quad \forall k \in \{2, 3, \dots, n\} \quad 3.23$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_{ij} * Q_i \leq VCAP \quad 3.24$$

$$u_k \geq u_i + Q_k - VCAP + VCAP \cdot (X_{ki} + X_{ik}) \quad 3.25$$

$$u_k \geq VCAP - (VCAP - Q_k) \cdot X_{1k} \quad 3.26$$

$$u_k \geq Q_k + \sum_{i=1}^n Q_i \cdot X_{ik} \quad 3.27$$

$$\sum_j X_{1j} \geq VEHCLR \quad 3.28$$

$$VEHCLR = \frac{\sum_{i=1}^n Q_i}{VCAP} \quad 3.29$$

Amaç fonksiyonu (3.21) toplam seyahat mesafesini minimize edilmesi gerektiğini göstermektedir. Kısıt (3.22) her şehirden yalnızca bir araç çıkışı olması gerektiğini ifade etmektedir. Bu kısıt depo hariç her şehir için geçerlidir. Kısıt (3.23) her şehre yalnızca bir araç girişi olması gerektiğini ifade etmektedir. Bu kısıt depo hariç her şehir için geçerlidir. Kısıt (3.24) kapasite kısıtıdır. Taleplerin toplamı kapasiteyi geçmemelidir. Kısıt (3.25) şehir K' ya gidildiğinde, şehir K' dan sonraki rotalar için şehir i ile şehir j arasında seyahat ilişkisi olması gerektiğini göstermektedir. Kısıt (3.26) şehir K' nın ziyaret edilmesi sırasında araç kapasitesinin aşılmaması gerektiğini göstermektedir. Kısıt (3.27) eğer şehir K ilk ziyaret edilen şehir ise U(K) şehir K' nın talebine eşit olması gerektiğini göstermektedir. Kısıt (3.28) araçların depoya dönmeden ziyaret edilmeyen nokta kalmamasını sağlamaktadır. Kısıt (3.29) araç sayısının belirli bir minimum değeri karşılaması gerektiğini ifade etmektedir.

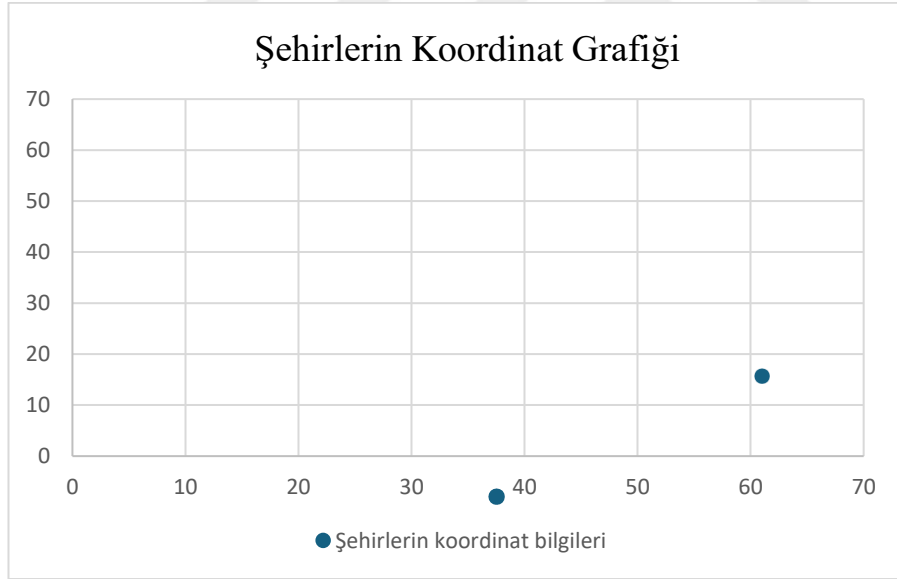
3.4 Karşılaştırmalı Sonuçlar

LİNGO probleminde çözdürülen üç farklı model için kullanılan veri seti <http://neumann.hec.ca/chairedistributique/data/> internet adresinden alınmıştır (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Veri setinde yer alan ilk 25 şehir için çözümleme gerçekleştirilmiştir.

Tablo 3.1.'de LİNGO probleminde çözdürülen ilk 25 şehre ait koordinat bilgileri ve her şehre ait talepler gösterilmektedir (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Şekil 3.1.'de ilk 25 şehrin XY ekseninde koordinat grafiği üzerinde konumlarının dağılımı gösterilmektedir.

Tablo 3.1. Şehirlerin Koordinat ve Talep Bilgileri
(<http://neumann.hec.ca/chairedistributique/data/>)

	x	y	talep
0	40	40	0
1	22	22	18
2	36	26	26
3	21	45	11
4	45	35	30
5	55	20	21
6	33	34	19
7	50	50	15
8	55	45	16
9	26	59	29
10	40	66	26
11	55	65	37
12	35	51	16
13	62	35	12
14	62	57	31
15	62	24	8
16	21	36	19
17	33	44	20
18	9	56	13
19	62	48	15
20	66	14	22
21	44	13	28
22	26	13	12
23	11	28	6
24	7	43	27
25	17	64	14



Şekil 3.1. Şehirlerin Koordinat Grafiği

Model ARP1 LİNGO programına uyarlanmıştır (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Alınan örnek veriler ile ilk önce 6 şehir baz alınarak problem çözdürülmüştür. Çözdürülen problemin sonuç çıktısında yer alan değişken sayısı, kısıt sayısı, problemin LİNGO uygulamasında çözülme süresi ve elde edilen sonuçlar ile Tablo 3.2. hazırlanmıştır (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Model ARP1’ de en fazla 16 şehri içeren bir ARP çözülebilmektedir. 16 ve üzeri şehirlerden sonra problemi çözdürebilmek

için 5 saatten fazla bir zaman gerekmektedir. Bu sebeple 16'dan fazla şehri içeren problemlerde çözüm süresi iki saat olarak belirlenip iki saatin sonunda LİNGO programı durdurularak sonuç çıktısı alınmıştır (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Tablo 3.2.'de optimum sonuçlar '*' ile işaretlenmiştir. 16 şehre kadar optimum çözüm elde edilmiştir. Model ARP1' de 19 şehri içeren problem LİNGO tarafından çözülememiştir (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Elde edilen sonuç çıktılarının ekran görüntüleri ayrıca tez çalışmasının Ek A kısmında yer almaktadır.

Tablo 3.2. Model ARP1 (Üç İndisli Klasik Yaklaşım) Çıktıları

N	Değişken Sayısı	Kısıt Sayısı	Süre	Amaç Fonksiyonu
6	42	4702	0,94	108,1040*
7	56	10903	1,13	130,9865*
8	144	44839	2,85	143,3605*
9	180	84283	6,45	165,1244*
10	220	147647	10,72	176,9981*
11	264	244471	34,88	188,9748*
12	312	386551	72,25	201,6083*
13	364	588179	163,00	217,1334*
14	630	1299560	509,54	240,3634*
15	720	1861735	7288,16	245,8167*
16	816	2603610	17179,44	245,8306*
17	918	3565199	7317,56	256,4118
18	1026	4792060	7220,78	482,4525

Model ARP2 (makine çizelgeleme tabanlı model) LİNGO programına uyarlanmıştır (Lingo 2025 (Lindo Systems)). İlk modelde kullanılan aynı veriler kullanılarak problem çözdürülmüştür. Önce 6 şehir ile problem çözdürülmeye başlanmıştır. 10 şehir ile problem çözdürüldüğünde LİNGO' nun problemi çözmesi 26 saati geçmiştir (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Bu sebeple 11. şehirden itibaren her problem iki saat çözdürülmüştür. İki saatin sonunda LİNGO programı durdurularak sonuç çıktıları alınmıştır (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Bu işlem ilk 25 şehir için uygulanmıştır. Elde edilen sonuç çıktılarının ekran görüntüleri ayrıca tez çalışmasının Ek B kısmında yer almaktadır. Elde edilen sonuçlar Tablo 3.3.' te görülmektedir. Tablo 3.3.'te optimum sonuçlar '*' ile işaretlenmiştir. 10 şehre kadar optimum çözüm elde edilmiştir.

Tablo 3.3. Model ARP2 (Makine Çizelgeleme Tabanlı Model) Çıktıları

N	Değişken Sayısı	Kısıt Sayısı	Süre	Amaç Fonksiyonu
6	56	64	1,48	108,1040*
7	72	64	6,42	130,9865*
8	188	135	415,76	143,3605*
9	229	160	5481,65	165,1244*
10	274	187	94648,34	176,9981*
11	479	252	7579,44	218,3672
12	558	286	7263,28	224,9050
13	643	322	7202,4	244,8796
14	734	360	7277,79	302,5836
15	831	400	7230,16	322,3229
16	934	442	7202,64	344,5428
17	1043	486	7240,2	349,0765
18	1158	532	7201,80	415,2472
19	1279	580	7201,84	451,5444
20	1406	630	7202,16	495,291
21	2045	748	7202,32	557,0737
22	2230	805	7203,17	621,2684
23	2423	864	7209,3	590,765
24	2624	925	7267,71	684,0711
25	2833	988	7202,80	680,2328

Model ARP3 (iki indisli yaklaşım modeli) LİNGO programına uyarlanmıştır (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Hazırlanan model çözdürülmüş ve Tablo 3.4.' te modelin sonuç çıktıları yer almaktadır. Önce 6 şehir ile problem çözdürülmeye başlanmıştır. Problem 25 şehre kadar LİNGO tarafından optimum olarak çözdürülmüştür (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Tablo 3.4.' te optimum sonuçlar '*' ile işaretlenmiştir. Elde edilen sonuç çıktılarının ekran görüntüleri ayrıca tez çalışmasının Ek C kısmında yer almaktadır.

Tablo 3.4. Model ARP3 (İki İndisli Yaklaşım) Çıktıları

N	Değişken Sayısı	Kısıt Sayısı	Süre	Amaç Fonksiyonu
6	50	56	0,40	108.1040*
7	65	72	0,33	130.9865*
8	82	90	0,40	143.3605*
9	101	110	0,33	165.1244*
10	122	132	0,49	176.9981*
11	145	156	0,69	188.9748*
12	170	182	0,86	201.6083*
13	197	210	2,29	217.1334*
14	226	240	2,07	240.3634*
15	257	272	3,64	245.8167*
16	290	306	3,45	245.8306*
17	325	342	3,01	246.2876*
18	362	380	15,26	274.7027*
19	401	420	32,58	279,7311*
20	442	462	67,64	294,9692*
21	485	506	20,31	314,8796*
22	530	552	54,49	329,3949*
23	577	600	367,82	349,2533*
24	626	650	2490,63	364,5147*
25	677	702	1257,18	368,8614*

Tablo 3.5.'te üç farklı yaklaşım için elde edilen sonuçlar gösterilmektedir. Sonuçların sağ üstünde * ile belirtilen sonuçlar programlardan elde edilen optimum sonuçları ifade etmektedir. Model ARP1 yaklaşım modeli 16 şehir için optimum çözümleri elde etmiştir. On yedi ve on sekiz şehirler için uygun çözüm bulmuştur ama on dokuz şehirli problemi çözememiştir. Model ARP1de kısıt sayıları diğer iki modele kıyasla çok daha fazla olmaktadır. Bu sebeple 19 şehir ve sonrası için problem çözümsüz kalmaktadır. Model ARP1, 18 şehir için makine çizelgeleme tabanlı modele göre daha maliyeti yüksek bir sonuç bulmuştur. Makine çizelgeleme tabanlı model 10 şehir için optimum çözümleri elde etmiştir. Geri kalan yirmi beş şehre kadar da uygun çözümler bulmuştur. İki indisli yaklaşım modeli 25 şehir için optimum çözümleri elde etmiştir.

Tablo 3.5. Model Amaç Fonksiyonu Değerlerinin Karşılaştırılması

N	ARP1	ARP2	ARP3
6	108,1040*	108,1040*	108.1040*
7	130,9865*	130,9865*	130.9865*
8	143,3605*	143,3605*	143.3605*
9	165,1244*	165,1244*	165.1244*
10	176,9981*	176,9981*	176.9981*
11	188,9748*	218,3672	188.9748*
12	201,6083*	224,9050	201.6083*
13	217,1334*	244,8796	217.1334*
14	240,3634*	302,5836	240.3634*
15	245,8167*	322,3229	245.8167*
16	245,8306*	344,5428	245.8306*
17	256,4118	349,0765	246.2876*
18	482,4525	415,2472	274.7027*
19	-	451,5444	279,7311*
20	-	495,291	294,9692*
21	-	557,0737	314,8796*
22	-	621,2684	329,3949*
23	-	590,765	349,2533*
24	-	684,0711	364,5147*
25	-	680,2328	368,8614*

Tablo 3.6.'da üç modele ait değişken ve kısıt sayıları gösterilmektedir. Model ARP1' de değişken sayıları makine çizelgelemeye göre daha az, kısıt sayıları ise makine çizelgelemeden daha fazla olmaktadır. Model ARP1' de kısıt sayıları çok fazla olduğu için 19 şehirden itibaren LİNGO programı hata vermektedir (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Model ARP3'te kısıt sayıları ve değişken sayıları diğerlerine göre daha az çıkmaktadır ancak Model ARP3 için heterojen filo uygulaması söz konusu değildir çünkü Model ARP3'te araç kapasitesi tek ve sabittir. Bu yüzden LİNGO model kodunda sisteme bir kere araç kapasitesi yazılır ve model şehirlerin toplam taleplerine göre otomatik olarak araç sayısını kendisi belirler (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Bu sebeple Model ARP3 heterojen filolu ARP için uygun değildir.

Tablo 3.6. Modellerin Değişken ve Kısıt Sayılarının Karşılaştırılması

N	Değişken Sayısı			Kısıt Sayısı		
	ARP1	ARP2	ARP3	ARP1	ARP2	ARP3
6	42	56	50	4702	64	56
7	56	72	65	10903	64	72
8	144	188	82	44839	135	90
9	180	229	101	84283	160	110
10	220	274	122	147647	187	132
11	396	479	145	366695	252	156
12	468	558	170	579814	286	182
13	546	643	197	882255	322	210
14	630	734	226	1299560	360	240
15	720	831	257	1861735	400	272
16	816	934	290	2603610	442	306
17	918	1043	325	3565199	486	342
18	1026	1158	362	4792060	532	380
19	-	1279	401	-	580	420
20	-	1406	442	-	630	462
21	-	2045	485	-	748	506
22	-	2230	530	-	805	552
23	-	2423	577	-	864	600
24	-	2624	626	-	925	650
25	-	2833	677	-	988	702

4.BÖLÜM HETEROJEN FİLOLU ARP İÇİN MATEMATİKSEL MODELLEME YAKLAŞIMLARI

Heterojen filolu araç rotalama probleminde her aracın farklı kapasite özelliği vardır. Araçlar rotalandırılırken her aracın sahip olduğu farklı kapasite sınırları dikkate alınarak gidilmesi gereken şehirler ve toplam talepler göz önüne alınarak araçlar rotalandırılmalıdır. Kapasite kısıtlı ARP de de olduğu gibi her aracın belli bir kapasite kısıtı vardır ve bu kısıt aşılmadan araçların rotalandırılıp müşteri taleplerinin karşılanması gerekmektedir.

Tez çalışmasının bu bölümünde, Üçüncü bölümde kapasiteli arp için verilen matematiksel modeller heterojen filolu ARP' ye uygun olacak şekilde güncellenmiştir. Model ARP1 ve Model ARP2 için modellere gerekli eklemeler yapılmıştır. Düzenlenen modeller 20 şehir içeren test problemleri üzerinde çözdürülmüştür. Ancak Model ARP3' ün heterojen filolu probleme uyarlanması mümkün değildir. İki indisli yaklaşımda araç için bir küme olmadığı için ayrı kapasiteleri ve ayrı sabit maliyetleri bu model yapısına uyarlamak mümkün değildir. Bu durum iki indisli modelin dezavantajı olarak ortaya çıkmaktadır. Dolayısıyla, heterojen filolu ARP için iki farklı matematiksel model yaklaşımı karşılaştırılmıştır.

4.1. Üç İndisli Klasik Yaklaşım

Kapasiteli ARP den farklı olarak bu modelde araçların farklı kapasiteleri ve farklı maliyetleri ortaya çıkmaktadır. Bu model tez çalışmasında HFARP1 olarak adlandırılacaktır. Bu modelin küme, parametre ve karar değişkenleri 3.1. bölümde verilen Model ARP1 ile aynıdır. Sadece heterojen filodaki araçların sabit maliyetlerini ifade eden parametre eklenmiştir.

Parametreler:

Fixed_v: v aracının sabit maliyeti

Amaç fonksiyonu:

Min

$$\sum_v \left(\sum_i \sum_j DIST_{ij} * X_{ijv} + \sum_j X_{1jv} * Fixed_v \right) \quad 4.1$$

Kısıtlar:

$$\sum_j \sum_v X_{ijv} = 1 \quad \forall i \in N \quad 4.2$$

$$\sum_i \sum_v X_{ijv} = 1 \quad \forall j \in N \quad 4.3$$

$$\sum_i X_{i1v} \leq 1 \quad \forall v \in V \quad 4.4$$

$$\sum_j X_{1jv} \leq 1 \quad \forall v \in V \quad 4.5$$

$$\sum_i X_{ikv} = \sum_j X_{kjh} \quad \forall k \in N, \forall v \in V \quad 4.6$$

$$\sum_i \left(\sum_j X_{ijv} \right) * Demand_i \leq Cap_v \quad \forall v \in V \quad 4.7$$

$$X_{ijv} \in Z \quad \forall i, j \in N, \forall v \in V \quad 4.8$$

$$Z = \{(X_{ijv}) : \sum_{i \in B} \sum_{j \in B} X_{ijv} \leq |B| - 1, \forall B \subseteq V / \{0\}; |B| \geq 2\}$$

$$X_{ijv} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in N, \forall v \in V \quad 4.9$$

Amaç fonksiyonu 4.1 de ifade edilmiştir. Amaç toplam kat edilen mesafeyi ve araçların toplam sabit maliyetini minimize etmektir. Kısıt 4.2 her talep noktasından sadece 1 çıkış olması gerektiğini ifade etmektedir. Kısıt 4.3 her talep noktasına sadece 1 giriş olması gerektiğini ifade etmektedir. Kısıt 4.4 her aracın en fazla 1 kere depoya girmesi gerektiğini ifade etmektedir. Kısıt 4.5 her aracın en fazla 1 kere depodan çıkması gerektiğini ifade etmektedir. Kısıt 4.6 bir noktaya giden aracın aynı noktadan çıkması gerektiğini ifade etmektedir. Kısıt 4.7 aracın kapasite kısıtıdır, araca yüklenecekler aracın kapasitesinden küçük ya da az olmalıdır. Kısıt 4.8 alt turları engellemek için yazılmıştır. Kısıt 4.9 ikili değişkeni ifade etmektedir. Tüm karar değişkenleri 0 veya 1 değerini almalıdır.

4.2. Makine Çizelgeleme Tabanlı Model

Kapasiteli ARP den farklı olarak bu modelde araçların farklı kapasiteleri ve farklı maliyetleri ortaya çıkmaktadır. Bu model tez çalışmasında HFARP2 olarak adlandırılacaktır. Bu modelin küme, parametre ve karar değişkenleri 3.2. bölümde verilen Model ARP2 ile aynıdır. Sadece heterojen filodaki araçların sabit maliyetlerini ifade eden parametre eklenmiştir.

Parametreler:

Fixed_k: “k” aracının maliyeti

Karar değişkenleri:

$$Y_{ik} = \begin{cases} 1, & 'i' \text{ noktası } 'k' \text{ aracına atandıysa} \\ 0, & \text{aksi takdirde} \end{cases}$$

$$S_{ijk} = \begin{cases} 1, & 'i' \text{ noktası } k \text{ aracında } 'j' \text{ noktasından hemen önce geliyorsa} \\ 0, & \text{aksi takdirde} \end{cases}$$

$$X_{ij} = \begin{cases} 1, & 'i' \text{ noktası } 'j' \text{ noktasından hemen önce geliyorsa} \\ 0, & \text{aksi takdirde} \end{cases}$$

Amaç Fonksiyonu:

Min.

$$\sum_k \left(CMAX_k + \sum_{j>1} S_{1jk} * Fixed_k \right) \quad 4.10$$

Kısıtlar

$$\sum_k Y_{ik} = 1, \quad \forall i > 1 \quad 4.11$$

$$\sum_i Y_{ik} * Demand_i \leq CAP_k, \quad \forall k \quad 4.12$$

$$\sum_{j>1} S_{ijk} \leq Y_{ik}, \quad \forall i, k \quad 4.13$$

$$\sum_{i \neq j} S_{ijk} = Y_{jk}, \quad \forall j > 1, k \quad 4.14$$

$$Y_{1k} = 1, \quad \forall k \quad 4.15$$

$$C_1 = 0 \quad 4.16$$

$$100000 * \left(\sum_k S_{ijk} - 1 \right) \leq C_j - C_i - DIST_{ij}, \quad \forall i \neq j \quad 4.17$$

$$CMAX_k - C_i - \left(1 - \sum_{j \neq i} S_{ijk} \right) * DIST_{i1} \geq (Y_{ik} - 1) * 100000, \quad \forall i, k \quad 4.18$$

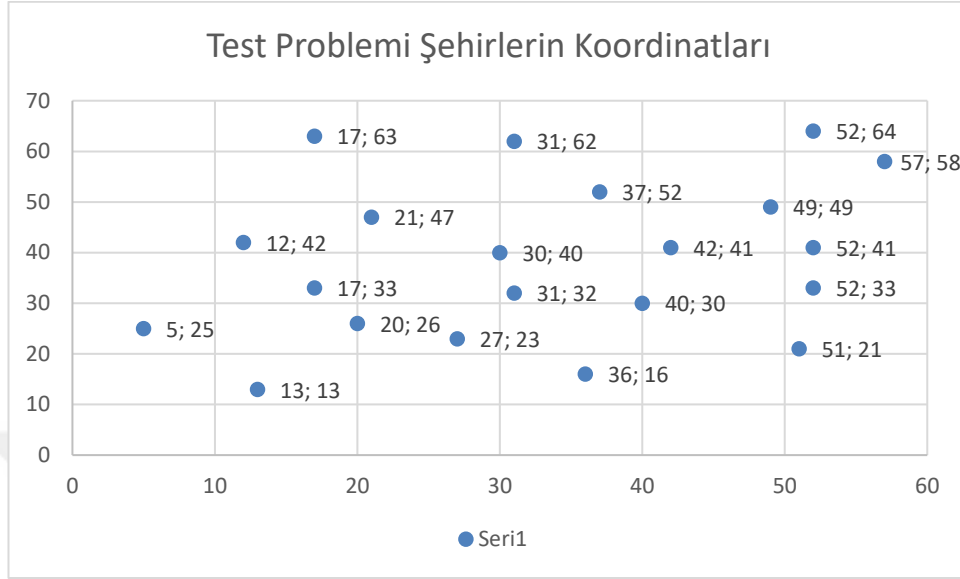
$$S_{ijk} \in \{0,1\}, \quad Y_{ik} \in \{0,1\}, \quad 4.19$$

Amaç fonksiyonu (4.10) tüm araçların depoya dönene kadar toplam kat ettiği yolun ve araçların toplam sabit maliyetinin minimize edilmesi gerektiğini ifade etmektedir. Kısıt (4.11) her noktanın sadece bir araç tarafından ziyaret edilmesi gerektiğini ifade etmektedir. Kısıt (4.12) araca atanan noktaların toplam talebinin aracın kapasitesini geçmemesi gerektiğini ifade etmektedir. Kısıt (4.13) eğer bir nokta araca atanmadıysa o nokta için rota belirlenmemesi gerektiğini ifade etmektedir. Kısıt (4.14) eğer bir nokta bir araca atandıysa, o noktadan önce mutlaka başka bir nokta olması gerektiğini ifade etmektedir. Kısıt (4.15) her aracın depodan çıkması gerektiğini ifade etmektedir. Kısıt (4.16) depodan çıkan her aracın başlangıç mesafesinin sıfır olması gerektiğini ifade etmektedir. Kısıt (4.17) alt tur engelleme kısıtıdır yani eğer i noktası j'den önce geliyorsa, j'ye kadar gidilen yol, i'ye kadar gidilen yol artı i'den j'ye olan mesafeden büyük olması gerektiğini ifade etmektedir. Kısıt (4.18) her aracın depoya döndüğündeki toplam yolunun, en son durak artı depoya dönüş mesafesinden büyük olması gerektiğini ifade etmektedir. Kısıt (4.19) ikili değişkenleri ifade etmektedir. Denklemden yer alan ikili değişkenler sadece 0 veya 1 değerini almalıdır.

4.3. Karşılaştırmalı Sonuçlar

Heterojen filolu ARP için LİNGO programında HFARP1 ve HFARP2 modelleri çözdürülmüştür (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Heterojen filolu ARP de araçların farklı sabit maliyetleri ve farklı kapasiteleri bulunmaktadır bu sebeple LİNGO modellerinde gerekli düzenlemeler yapılmıştır (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Programda kullanılan test problemleri Gendreau vd. (1999) tarafından çözülen problemler olup <http://mistic.heig-vd.ch/taillard/problemes.dir/vrp.dir/vrp.html> adresli internet sitesinden alınmıştır. Test probleminde 20 şehir ve farklı kapasite ile

farklı sabit maliyetlere sahip 3 araç bulunmaktadır. (Gendreau vd., 1999) Şekil 4.1.'de test probleminde yer alan 20 şehrin XY ekseninde koordinat grafiği üzerinde konumlarının dağılımı ve Tablo 4.1.'de her noktanın talebi görülmektedir.



Şekil 4.1. HFARP İçin Test Problemi Şehirlerinin Koordinat Grafiği (Gendreau vd., 1999)

Tablo 4.1. HFARP İçin Test Problemi Şehirlerinin Talep Bilgileri

	x	y	talep
0	30	40	0
1	37	52	7
2	49	49	30
3	52	64	16
4	20	26	9
5	40	30	21
6	21	47	15
7	17	63	19
8	31	62	23
9	52	33	11
10	51	21	5
11	42	41	19
12	31	32	29
13	5	25	23
14	12	42	21
15	36	16	10
16	52	41	15
17	27	23	3
18	17	33	41
19	13	13	9
20	57	58	28

Tablo 4.2.' de araçların kapasite ve sabit maliyet değerleri gösterilmektedir. Tablo 4.2.'de ifade edildiği üzere 3 farklı araç tipi vardır ve her araç için sabit maliyet değeri farklıdır.

Tablo 4.2. Kapasite ve Sabit Maliyet

Araç	Kapasite	Sabit Maliyet
1	60	1000
2	80	1500
3	150	3000

Heterojen filolu ARP için HFARP1 modeli LİNGO programına uyarlanmıştır (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Test probleminde yer alan veriler ile ilk önce 6 şehir baz alınarak problem çözdürülmüştür. Çözdürülen problemin sonuç çıktısında yer alan değişken sayısı, kısıt sayısı, problemin LİNGO uygulamasında çözülme süresi ve elde edilen sonuçlar ile Tablo 4.3. hazırlanmıştır (Lingo 2025 (Lindo Systems)). HFARP1de en fazla 7 şehri içeren bir ARP çözülebilmektedir. Çözdürülen 6 ve 7 şehir için optimum çözümler elde edilmiştir. Tablo 4.3.'te '*' işareti optimum çözüm olduğunu göstermektedir. 8 ve üzeri şehirlerden sonra problemi çözdürebilmek mümkün olmamıştır. Kısıt sayısı çok fazla olduğu için program çözüm kısmında hata vermiştir. Elde edilen sonuç çıktılarının ekran görüntüleri ayrıca tez çalışmasının Ek D kısmında yer almaktadır.

Tablo 4.3. Heterojen Filolu ARP için HFARP1 Modeli Çıktıları

N	Değişken Sayısı	Kısıt Sayısı	Süre	Amaç Fonksiyonu
6	210	117208	17,53	2136,3860*
7	280	1959575	3130,86	2175,659*
8	-	-	-	-
9	-	-	-	-
10	-	-	-	-
11	-	-	-	-

Bu sonuçlara ek olarak Üçüncü bölümde oluşturulan ARP1 modeli ile HFARP1 modelinin karşılaştırması yapılmıştır. Model ARP1 ve model HFARP1 için değişken sayısı, kısıt sayısı ve süre değerlerini içeren Tablo 4.4. oluşturulmuştur. İki model karşılaştırıldığında heterojen filoda beş farklı tipte araç olduğu için değişken sayısının beş katına çıktığı görülmektedir. Kısıt sayısının ise üssel şekilde arttığı görülmektedir. Dolayısıyla çözüm sürelerinin de arttığı görülmektedir. Ayrıca Model ARP1’ de 18 şehirli probleme kadar çözüm elde edilebilmişken, kısıt ve değişken sayısındaki artış nedeniyle Model HFARP1’de sadece 7 şehirli probleme kadar çözüm elde edilebilmiş. 8 şehir ve daha büyük problemler için hiçbir çözüm sunulamamıştır.

Tablo 4.4. ARP1 ve HFARP1 İçin Karşılaştırma

N	Değişken Sayısı		Kısıt Sayısı		Süre	
	ARP1	HFARP1	ARP1	HFARP1	ARP1	HFARP1
6	42	210	4702	117208	0,94	17,53
7	56	280	10903	1959575	1,13	3130,86
8	144	-	44839	-	2,85	-
9	180	-	84283	-	6,45	-
10	220	-	147647	-	10,72	-
11	396	-	366695	-	54,60	-
12	468	-	579814	-	94,11	-
13	546	-	882255	-	235,67	-
14	630	-	1299560	-	509,54	-
15	720	-	1861735	-	7288,16	-
16	816	-	2603610	-	17179,44	-
17	918	-	3565199	-	7317,56	-
18	1026	-	4792060	-	7220,78	-
19	-	-	-	-	-	-
20	-	-	-	-	-	-

HFARP2 modeli LİNGO programına uyarlanmıştır (Lingo 2025 (Lindo Systems)). İlk modelde kullanılan aynı veriler kullanılarak problem çözdürülmüştür. Önce 6 şehir ile problem çözdürülmeye başlanmıştır. 8 şehir ile problem çözdürüldüğünde LİNGO’ nun problemi çözmesi 10 saati geçmiştir (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Bu sebeple 8. şehirden itibaren her problem iki saat çözdürülmüştür. İki saatin sonunda LİNGO programı durdurularak sonuç çıktıları alınmıştır (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Bu işlem test probleminde yer alan 20 şehir için uygulanmıştır.

Sonuçlar Tablo 4.5.' te görülmektedir. Tablo 4.5.'te optimum sonuçlar * ile işaretlenmiştir. Elde edilen sonuç çıktıların ekran görüntüleri ayrıca tez çalışmasının Ek E kısmında yer almaktadır.

Tablo 4.5. Heterojen Filolu ARP İçin HFARP2 Modeli Çıktıları

N	Değişken Sayısı	Kısıt Sayısı	Süre	Amaç Fonksiyonu
6	286	154	21,6	2136,3860*
7	367	184	235,49	2175,659*
8	548	243	7202,41	2675,775
9	779	310	7202,38	3192,631
10	934	352	7201,22	3216,643
11	1259	432	7202,53	3811,882
12	1650	520	7695,88	4275,173
13	1903	574	7203,73	4851,078
14	2654	720	7203,23	4907,971
15	3007	784	7203,1	5414,289
16	3382	850	7203,35	5922,211
17	3779	918	7242,54	6447,676
18	4958	1102	7203,93	7044,785
19	5899	1240	7219,34	8584,378
20	6488	1323	7203,8	10225,73

Sonrasında Üçüncü bölümde geliştirilen ARP2 ile HFARP2 modelleri karşılaştırılmıştır. Model ARP2 ve model HFARP2 için değişken sayısı, kısıt sayısı ve süre değerlerini içeren Tablo 4.6. oluşturulmuştur. İki model karşılaştırıldığında değişken sayısının yaklaşık beş katına çıktığı görülmektedir. Kısıt sayısındaki artış ise daha az oranda gerçekleşmiştir. Kısıt ve değişken sayısındaki artış makul düzeyde olduğu için bu model 20 şehirli probleme kadar olurlu çözüm elde edebilmiştir.

Tablo 4.6. ARP2 ve HFARP2 İçin Karşılaştırma

	Değişken Sayısı		Kısıt Sayısı		Süre	
N	ARP2	HFARP2	ARP2	HFARP2	ARP2	HFARP2
6	56	286	64	154	1,48	21,6
7	72	367	64	184	6,42	235,49
8	188	548	135	243	415,76	7202,41
9	229	779	160	310	5481,65	7202,38
10	274	934	187	352	94648,34	7201,22
11	479	1259	252	432	7579,44	7202,53
12	558	1650	286	520	7230,59	7695,88

13	643	1903	322	574	7202,4	7203,73
14	734	2654	360	720	7277,79	7203,23
15	831	3007	400	784	7230,16	7203,1
16	934	3382	442	850	7202,64	7203,35
17	1043	3779	486	918	7240,2	7242,54
18	1158	4958	532	1102	7721,81	7203,93
19	1279	5899	580	1240	7456,63	7219,34
20	1406	6488	630	1323	7202,16	7203,8
21	2045	-	748	-	7202,32	-
22	2230	-	805	-	7203,17	-
23	2423	-	864	-	7209,3	-
24	2624	-	925	-	7267,71	-
25	2833	-	988	-	7785,88	-

Tablo 4.7.'de HFARP1 ve HFARP2 modellerinin sonuçlarının karşılaştırılması yapılmıştır. Sonuçlarda yer alan “*” simgesi o şehir için optimum değeri ifade etmektedir. İki modelde 6 ve 7 şehir için optimum sonucu bulmuştur. HFARP1 Modelinde 8 ve sonrası şehirler için bir çözüm bulamamıştır. HFARP2 modelinde ise model 6 ve 7 şehir için optimum sonucu bulmuştur. 8 ve sonrası şehirler için optimum çözümü elde edemese bile uygun(uygulanabilir) bir çözüm elde etmiştir.

Tablo 4.7. İki Farklı Modelin Amaç Fonksiyon Değeri Karşılaştırması

N	HFARP1	HFARP2
6	2136,386*	2136,386*
7	2175,659*	2175,659*
8	-	2675,775
9	-	3192,631
10	-	3216,643
11	-	3811,882
12	-	4275,173
13	-	4851,078
14	-	4907,971
15	-	5414,289
16	-	5922,211
17	-	6447,676
18	-	7044,785
19	-	8584,378
20	-	10225,73

Tablo 4.8.'de iki modele ait değişken ve kısıt sayıları gösterilmektedir. HFARP1 modelinde değişken sayıları HFARP2' ye göre daha az, kısıt sayıları ise çok daha fazla olmaktadır. HFARP1 modelinde kısıt sayıları çok fazla olduğu için 8 şehirden itibaren LİNGO programı hata vermektedir (Lingo 2025 (Lindo Systems)). HFARP2 modelinde ise değişken ve kısıt sayısı makul düzeyde artış gösterdiği için optimum sonuçlar elde edilemese bile uygun(feasible) çözümler elde edilebilmiştir.

Tablo 4.8. Değişken ve Kısıt Sayısı Karşılaştırması

N	Değişken Sayısı		Kısıt Sayısı	
	HFARP1	HFARP2	HFARP1	HFARP2
6	210	286	117208	154
7	280	367	1959575	184
8	-	548	-	243
9	-	779	-	310
10	-	934	-	352
11	-	1259	-	432
12	-	1650	-	520
13	-	1903	-	574
14	-	2654	-	720
15	-	3007	-	784
16	-	3382	-	850
17	-	3779	-	918
18	-	4958	-	1102
19	-	5899	-	1240
20	-	6488	-	1323

Model HFARP1' de şehir sayısı arttıkça kısıt sayısında çok fazla büyüme gerçekleşmiştir. Bu sebeple LİNGO probleminin karmaşıklığı da büyümektedir (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Model HFARP1' in çözümü için LİNGO programı, problemi çözmekte yetersiz kalmaktadır (Lingo 2025 (Lindo Systems)).

Tez çalışmasının üçüncü bölümünde yer alan Model ARP3 heterojen filolu araç rotalama problemine uygun değildir. Model ARP3' te araç kapasitesi tek ve sabittir model ihtiyaca göre araç sayısı belirlemektedir. Heterojen filolu araç rotalama probleminde ise her aracın özellikleri farklıdır. Araçlar farklı kapasiteye ve farklı sabit maliyetlere sahiptirler. Bu sebeple Model ARP3 heterojen filolu araç rotalama problemlerine dolayısı ile de gerçek hayat problemine uyarlanamamaktadır.

Makine çizelgeleme tabanlı model için hazırlanan ARP2 ve HFARP2 modelleri bilindiği kadarıyla ilk kez bu tez çalışmasında geliştirilmiştir. Bu modellerde şehir sayısı arttıkça kısıt ve değişken sayıları doğrusal olarak artmaktadır. Dolayısıyla modelin boyutu çözülebilir sınırlarda kalmaktadır ve hem kapasiteli ARP' de hem de heterojen filolu ARP' de olurlu çözümler elde edilmiştir.

Tez çalışmasının 5. Bölümünde gerçek hayat problemi ele alınmıştır. Gerçek hayat probleminin çözümü için uygun olan HFARP2 modeli kullanılmıştır.



5.BÖLÜM HETEROJEN FİLOLU ARP İÇİN GERÇEK HAYAT PROBLEMİ UYGULAMASI

Tez çalışmasının bu bölümünde gerçek bir hayat problemi makine çizelgeleme tabanlı yaklaşımla LİNGO programında çözdürülmüştür (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Çözülen problem Mızrak Özfiat, 2008'den alınmıştır. Çözüm yaklaşımı olarak makine çizelgeleme tabanlı model kullanılmıştır. Gerçek hayat problemi heterojen filolu araç rotalama problemine bir örnektir. Dolayısıyla Dördüncü bölümde geliştirilen HFARP2 modeli ile çözülmüştür.

Tez çalışmasında yer alan gerçek hayat probleminde 4 farklı alt grup yer almaktadır. Her grubun depo başlangıç yeri İzmir'dir. Her nokta mutlaka ziyaret edilmelidir. Kullanılacak her araç mutlaka depodan çıkıp en son depoya geri dönmelidir. Tablo 5.1.'de gerçek hayat problemine ait 4 grup ve bu grupların içerisinde yer alan noktalar gösterilmektedir.

Tablo 5.1. Gruplar

1. Grup	2. Grup	3. Grup	4. Grup
Depo	Depo	Depo	Depo
Alanya	Foça	Kuşadası	Alaşehir
Kemer	Aliağa	Aydın	Turgutlu
Antalya	Ayvalık	Söke	Salihli
Manavgat	Balıkesir	Muğla	Akhisar
Antalya 2	Altınoluk	Bodrum	Denizli
	Burhaniye	Milas	Manisa
	Çan	Didim	Ödemiş
	Çanakkale	Fethiye	Uşak
	Dikili	Marmaris	Soma
	Edremit	Nazilli	
	Çeşme	Özdere	
	Urla	Seferihisar	
		Selçuk	
		Tire	
		Torbalı	

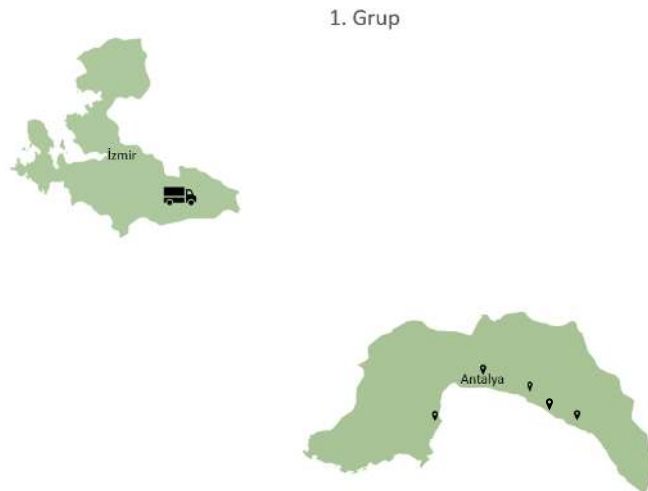
Tez çalışması kapsamında ele alınan gerçek hayat problemine ait araçların kapasite ve sabit maliyetleri Tablo 5.2.' de gösterilmektedir. Tabloda da belirtildiği üzere farklı kapasitelere ve farklı sabit maliyetlere sahip 9 farklı araç tipi bulunmaktadır.

Tablo 5.2. Araçlara Ait Kapasite ve Sabit Maliyetler

Araç	Kapasite	Sabit Maliyet
1	11484	1148,4
2	11144	1114,4
3	14314	1431,4
4	10514	1051,4
5	9980	998
6	11824	1182,4
7	10514	1051,4
8	15724	1572,4
9	12000	1200

5.1 Birinci Grup

1. Grupta araçların uğraması gereken noktalar İzmir, Alanya, Kemer, Manavgat, Antalya, Antalya 2'dir. İzmir başlangıç noktası yani depo kabul edilmektedir. Araçlar İzmir' den çıkıp İzmir' e geri dönmelidir. Bu grupta yer alan ziyaret noktaları Şekil 5.1.'de görülmektedir.



Şekil 5.1. 1. Grup Noktalar

Tablo 5.3.' te ziyaret noktalarının talepleri, Tablo 5.4.' te noktaların birbirine olan uzaklıkları gösterilmektedir. İzmir Depo olarak kabul edilmektedir.

Tablo 5.3. 1.Grup Şehirlerin Talepleri

1. Grup	
Yer	Talep
Depo	0
Alanya	890
Kemer	255
Antalya	2693
Manavgat	3494
Antalya 2	1350

Tablo 5.4. 1.Grup Uzaklık Bilgisi

1. Grup	Depo	Alanya	Kemer	Antalya	Manavgat	Antalya 2
Depo	0	600	537	503	580	600
Alanya	600	0	160	130	53	33
Kemer	537	160	0	30	100	127
Antalya	503	130	30	0	77	97
Manavgat	580	53	100	77	0	20
Antalya 2	600	33	127	97	20	0

LİNGO programında gerekli düzenlemeler yapılarak heterojen filolu araç rotalama problemi çözdürülmüştür (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Gerçek hayat problemi kısa bir sürede LİNGO' da optimum olarak çözdürülebilmektedir (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Tablo 5.5.' te 1. Grup'a ait değişken sayısı, kısıt sayısı, programın çözüme ulaşabilmesi için geçen süre ve sonuç değeri yer almaktadır. Tablo5.5.'te yer alan “*” simgesi o şehir için optimum değeri ifade etmektedir.

Tablo 5.5. Gerçek Hayat Problemi 1. Grup Sonuç Çıktısı

N	Değişken Sayısı	Kısıt Sayısı	Süre	Amaç Fonksiyonu
1.Grup	383	198	16,50	2284*

Şekil 5.2.'de LİNGO programının 1. Grup problemini çözdükten sonra verdiği sonuç çıktısı görülmektedir (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Çıktıda da optimum çözüm, süre, değişken sayısı ve kısıt sayıları ifade edilmektedir.

```
Lingo1 1401 antalya yeni
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value:                2284.000
Objective bound:                2284.000
Infeasibilities:                 0.000000
Extended solver steps:          16121
Total solver iterations:        341429
Elapsed runtime seconds:        16.50

Model Class:                    MILP

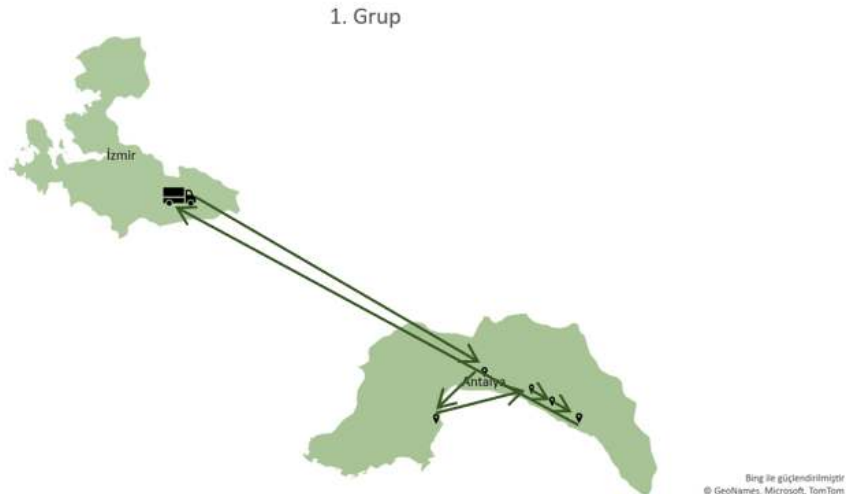
Total variables:                 383
Nonlinear variables:             0
Integer variables:               369

Total constraints:               198
Nonlinear constraints:           0

Total nonzeros:                 1418
Nonlinear nonzeros:             0
```

Şekil 5.2. 1. Grup LİNGO Sonuç Çıktısı (Lingo 2025 (Lindo Systems))

Şekil 5.3.'te probleme bir aracın atandığı ve izlediği rota görülmektedir. Şekilde 5.3.'te görüldüğü üzere 5 numaralı araç depodan çıkıp sırasıyla Antalya, Kemer, Manavgat, Antalya 2, Alanya noktalarını ziyaret ederek tekrar depoya dönmüştür.



Şekil 5.3. 1. Grup İçin Rota

5.2 İkinci Grup

2. Grupta araçların uğraması gereken noktalar İzmir, Foça, Aliğa, Ayvalık, Balıkesir, Altınoluk, Burhaniye, Çan, Çanakkale, Dikili, Edremit, Çeşme, Urla' dır. İzmir başlangıç noktası yani depo kabul edilmektedir. Araçlar İzmir' den çıkıp İzmir' e geri dönmelidir. Bu grupta yer alan ziyaret noktaları Şekil 5.4.'te görülmektedir.



Şekil 5.4. 2. Grup Noktalar

Tablo 5.6.' da araçların uğraması gereken noktalar ve talepleri gösterilmektedir.

Tablo 5.6. 2.Grup Şehirlerin Talepleri

2. Grup	
Yer	Talep
Depo	0
Foça	221
Aliğa	147
Ayvalık	1481
Balıkesir	1255
Altınoluk	887
Burhaniye	249
Çan	207

Çanakkale	191
Dikili	496
Edremit	843
Çeşme	903
Urla	1013

Tablo 5.7.' de şehirlerin birbirine olan uzaklıkları gösterilmektedir. İzmir Depo olarak kabul edilmektedir.

Tablo 5.7. 2.Grup Uzaklık Bilgisi

2. Grup	Depo	Foça	Aliğa	Ayvalık	Balıkesir	Altınoluk	Burhaniye	Çan	Çanakkale	Dikili	Edremit	Çeşme	Urla
Depo	0	88	78	170	192	243	201	294,5	343	136	213	100	52
Foça	88	0	10	134	206	155	171	281	356	48	184	195	140
Aliğa	78	10	0	90	114	199	135	217	292	58	135	178	130
Ayvalık	170	134	90	0	130	65	37	147	173	37	50	270	222
Balıkesir	192	206	114	130	0	112	103	132	210	145	95	292	244
Altınoluk	243	155	199	65	112	0	39	123	106	98	17	343	295
Burhaniye	201	171	135	37	103	39	0	110	185	74	22	301	253
Çan	294,5	281	217	147	132	123	110	0	75	184	97	295	347
Çanakkale	343	356	292	173	210	106	185	75	0	259	172	443	395
Dikili	136	48	58	37	145	98	74	184	259	0	87	243	188
Edremit	213	184	135	50	95	17	22	97	172	87	0	313	265
Çeşme	100	195	178	270	292	343	301	295	443	243	313	0	55
Urla	52	140	130	222	244	295	253	347	395	188	265	55	0

LİNGO programında 2. Grup problemi çözdürülmüştür (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Tablo 5.8.' de 2. Grup'a ait değişken sayısı, kısıt sayısı, programın çözümü ulaşabilmesi için geçen süre ve sonuç değeri yer almaktadır. 2. Grup problemi LİNGO' da 2 saat olarak çalıştırılıp iki saatin sonundaki sonuç çıktısından elde edilen değerler ile Tablo 5.8. oluşturulmuştur (Lingo 2025 (Lindo Systems)).

Tablo 5.8. Gerçek Hayat Problemi 2. Grup Sonuç Çıktısı

N	Değişken Sayısı	Kısıt Sayısı	Süre	Sonuç
2. Grup	1650	520	7203,9	2386,40

Şekil 5.5. LİNGO programının 2. Grup problemini çözdükten sonra verdiği sonuç çıktısıdır (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Sonuç çıktısında uygun(feasible) çözüm, süre, değişken sayısı ve kısıt sayıları ifade edilmektedir.

```
Lingo1 140 1 2.grup 2 saat
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value:                2386.400
Objective bound:                22.000000
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:         104241
Total solver iterations:       133641403
Elapsed runtime seconds:       7203.90

Model Class:                    MILP

Total variables:                1650
Nonlinear variables:            0
Integer variables:             1629

Total constraints:              520
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                6570
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil 5.5. 2. Grup LİNGO Sonuç Çıktısı (Lingo 2025 (Lindo Systems))

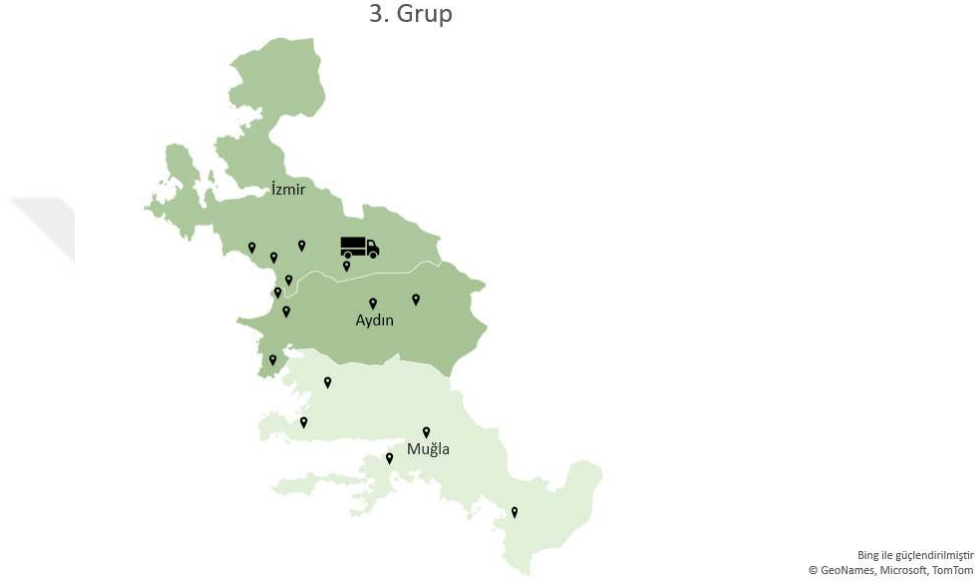
Şekil 5.6.'da 2. Grup probleminin izlediği rota gösterilmektedir. Şekil 5.6.'da da görüldüğü üzere 4 numaralı araç depodan çıkıp sırasıyla Çeşme, Urla, Foça, Altınoluk, Edremit, Ayvalık, Burhaniye, Çan, Çanakkale, Dikili, Balıkesir, Aliğa noktalarını ziyaret ederek tekrar depoya dönmüştür.



Şekil 5.6. 2. Grup İçin Rota

5.3 Üçüncü Grup

3. Grupta araçların uğraması gereken noktalar İzmir, Kuşadası, Aydın, Söke, Muğla, Milas, Bodrum, Didim, Fethiye, Marmaris, Nazilli, Özdere, Seferihisar, Selçuk, Tire ve Torbalı'dır. İzmir başlangıç noktası yani depo kabul edilmektedir. Araçlar İzmir' den çıkıp İzmir' e geri dönmelidir. 3. Grupta yer alan noktalar Şekil 5.7.' de gösterilmektedir.



Şekil 5.7. 3. Grup Noktalar

Tablo 5.9.' da araçların uğraması gereken noktalar ve talepleri gösterilmektedir. İzmir depo olarak kabul edilmektedir.

Tablo 5.9. 3.Grup Şehirlerin Talepleri

3. Grup	
Yer	Talep
Depo	0
Kuşadası	2117
Aydın	1374
Söke	823
Muğla	686
Bodrum	5067
Milas	787
Didim	650
Fethiye	748

Marmaris	2005
Nazilli	1964
Özdere	902
Seferihisar	1291
Selçuk	356
Tire	342
Torbalı	300

Tablo 5.10.' da şehirlerin birbirine olan uzaklıkları gösterilmektedir. İzmir Depo olarak kabul edilmektedir.

Tablo 5.10. 3.Grup Uzaklık Bilgisi

3. Grup	Depo	Kuşadası	Aydın	Söke	Muğla	Bodrum	Milas	Didim	Fethiye	Marmaris	Nazilli	Özdere	Seferihisar	Selçuk	Tire	Torbalı
Depo	0	84	94	99	197	252	182	152	329	249	141	57	61	62	74	36
Kuşadası	84	0	71	21	161	332	107	75	290	214	116	47	79	20	55	54
Aydın	94	71	0	51	101	231	98	76	230	154	45	98	156	60	54	70
Söke	99	21	51	0	149	330	86	54	278	202	96	67	99	40	41	75
Muğla	197	161	101	149	0	130	63	139	129	53	112	199	257	161	155	171
Bodrum	252	332	231	330	130	0	55	155	247	298	276	193	223	169	326	292
Milas	182	107	98	86	63	55	0	76	192	116	143	154	186	127	152	168
Didim	152	75	76	54	139	155	76	0	268	192	121	122	154	95	136	129
Fethiye	329	290	230	278	129	247	192	268	0	125	241	328	386	290	284	300
Marmaris	249	214	154	202	53	298	116	192	125	0	167	252	310	214	208	224
Nazilli	141	116	45	96	112	276	143	121	241	167	0	198	201	105	99	115
Özdere	57	47	98	67	199	193	154	122	328	252	198	0	32	38	79	66
Seferihisar	61	79	156	99	257	223	186	154	386	310	201	32	0	70	129	78
Selçuk	62	20	60	40	161	169	127	95	290	214	105	38	70	0	41	34
Tire	74	55	54	41	155	326	152	136	284	208	99	79	129	41	0	62
Torbalı	36	54	70	75	171	292	168	129	300	224	115	66	78	34	62	0

LİNGO programında 3. Grup problemi çözdürülmüştür (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Tablo 5.11.' de 3. Grup'a ait değişken sayısı, kısıt sayısı, programın çözüme ulaşabilmesi için geçen süre ve sonuç değeri yer almaktadır. 3. Grup problemi LİNGO' da 2 saat olarak çalıştırılıp iki saatin sonundaki sonuç çıktısından elde edilen değerler ile Tablo 5.11. oluşturulmuştur (Lingo 2025 (Lindo Systems)).

Tablo 5.11. Gerçek Hayat Problemi 3. Grup Sonuç Çıktısı

N	Değişken Sayısı	Kısıt Sayısı	Süre	Sonuç
3. Grup	4911	1120	7203,83	4128,4

Şekil 5.8. 'de LİNGO programının 3. Grup problemini çözdükten sonra verdiği sonuç çıktısı gösterilmektedir (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Sonuç çıktısında uygun(feasible) çözüm, süre, değişken sayısı ve kısıt sayıları ifade edilmektedir.

```
Lingo1 140 1 izmirmg
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value: 4128.400
Objective bound: 0.000000
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 29521
Total solver iterations: 59492001
Elapsed runtime seconds: 7203.83

Model Class: MILP

Total variables: 4911
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 4878

Total constraints: 1120
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 19386
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil 5.8. 3. Grup LİNGO Sonuç Çıktısı (Lingo 2025 (Lindo Systems))

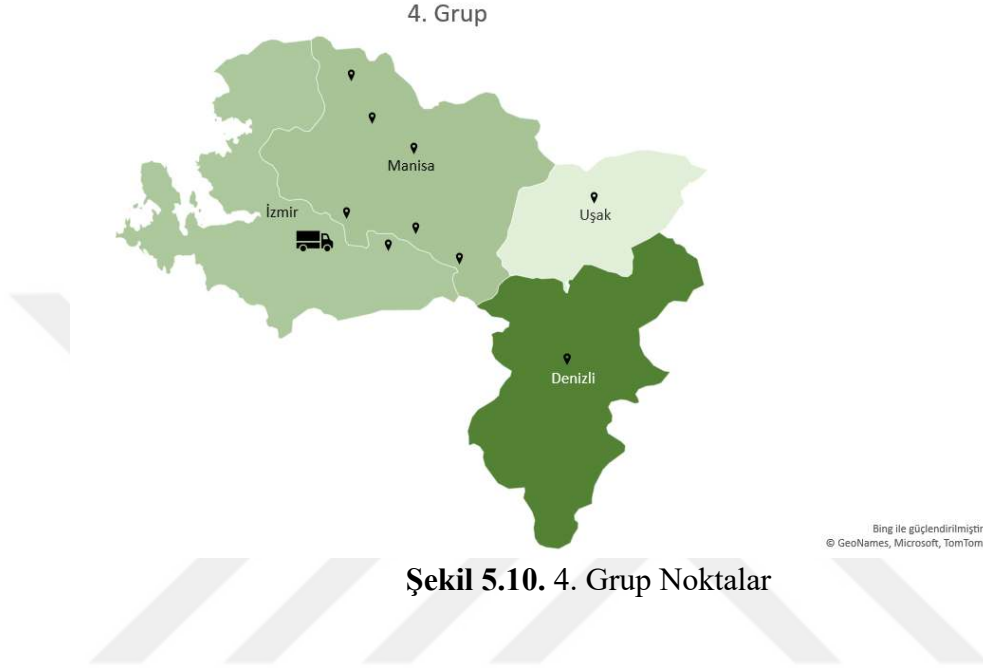
Şekil 5.9.'da 3. Grup probleminin izlediği rota gösterilmektedir. Şekil 5.9.'da görüldüğü üzere 9 numaralı araç depodan çıkıp sırasıyla Kuşadası, Söke, Bodrum, Didim, Özdere, Selçuk noktalarını ziyaret ederek tekrar depoya dönmüştür. 2 numaralı araç depodan çıkıp sırasıyla Aydın, Muğla, Milas, Fethiye, Marmaris, Nazilli, Seferihisar, Tire, Torbalı noktalarını ziyaret ederek tekrar depoya dönmüştür.



Şekil 5.9. 3. Grup İçin Rota

5.4. Dördüncü Grup

4. Grupta araçların uğraması gereken noktalar İzmir, Alaşehir, Turgutlu, Salihli, Akhisar, Denizli, Manisa, Ödemiş, Uşak ve Soma'dır. İzmir başlangıç noktası yani depo kabul edilmektedir. Araçlar İzmir' den çıkıp İzmir' e geri dönmelidir. Şekil 5.10.'da 4. Grup için ziyaret noktaları gösterilmektedir.



Şekil 5.10. 4. Grup Noktalar

Tablo 5.12.' de araçların uğraması gereken noktalar ve talepleri gösterilmektedir.

Tablo 5.12. 4.Grup Şehirlerin Talepleri

4. Grup	
Yer	Talep
Depo	0
Alaşehir	315
Turgutlu	91
Salihli	124
Akhisar	237
Denizli	81
Manisa	1243
Ödemiş	300
Uşak	237
Soma	663

Tablo 5.13.' te şehirlerin birbirine olan uzaklıkları gösterilmektedir. İzmir Depo olarak kabul edilmektedir.

Tablo 5.13. 4.Grup Uzaklık Bilgisi

4. Grup	Depo	Alaşehir	Turgutlu	Salihli	Akhisar	Denizli	Manisa	Ödemiş	Uşak	Soma
Depo	0	128	57	98	91	225	49	105	224	142
Alaşehir	128	0	76	36	99	91	101	96	103	136
Turgutlu	57	76	0	40	75	169	30	82	160	120
Salihli	98	36	40	0	63	129	90	61	120	104
Akhisar	91	99	75	63	0	190	45	121	183	37
Denizli	225	91	169	129	190	0	206	146	152	233
Manisa	49	101	30	90	45	206	0	112	193	90
Ödemiş	105	96	82	61	121	146	112	0	181	202
Uşak	224	103	160	120	183	152	193	181	0	224
Soma	142	136	120	104	37	233	90	202	224	0

LİNGO programında 4. Grup problemi çözdürülmüştür (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Tablo 5.14.' te 4. Grup'a ait değişken sayısı, kısıt sayısı, programın çözüme ulaşabilmesi için geçen süre ve sonuç değeri yer almaktadır. 4. Grup problemi LİNGO' da 2 saat olarak çalıştırılıp iki saatin sonundaki sonuç çıktısından elde edilen değerler ile Tablo 5.14. oluşturulmuştur (Lingo 2025 (Lindo Systems)).

Tablo 5.14. Gerçek Hayat Problemi 4. Grup Sonuç Çıktısı

N	Değişken Sayısı	Kısıt Sayısı	Süre	Sonuç
4. Grup	999	370	7233,42	1834

Şekil 5.11.' de LİNGO programının 4. Grup problemini çözdükten sonra verdiği sonuç çıktısı gösterilmiştir (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Sonuç çıktısında uygun(feasible) çözüm, süre, değişken sayısı ve kısıt sayıları ifade edilmektedir.

```
Lingo1 1401 izmird
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value: 1834.000
Objective bound: 82.00000
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 1712361
Total solver iterations: 266166291
Elapsed runtime seconds: 7233.42

Model Class: MILP

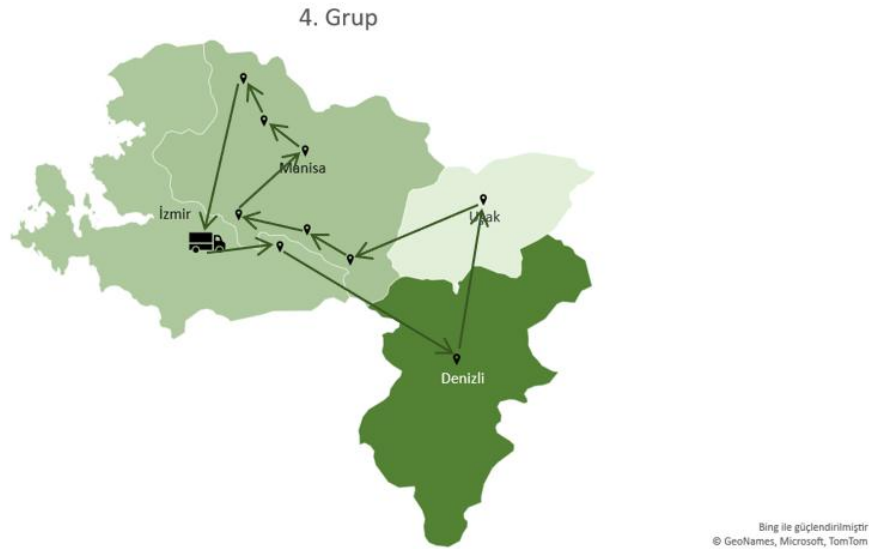
Total variables: 999
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 981

Total constraints: 370
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 3906
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil 5.11. 4. Grup LİNGO Sonuç Çıktısı (Lingo 2025 (Lindo Systems))

Şekil 5.12.'de 4. Grup probleminin izlediği rota gösterilmektedir. Şekil 5.12.'de görüldüğü üzere 5 numaralı araç depodan çıkıp sırasıyla Ödemiş, Denizli, Uşak, Alaşehir, Salihli, Turgutlu, Manisa, Akhisar, Soma noktalarını ziyaret ederek tekrar depoya dönmüştür.



Şekil 5.12. 4. Grup İçin Rota

6.BÖLÜM SONUÇ

Araç Rotalama Problemi literatürde oldukça sık çalışılan bir alandır. Teknoloji ilerledikçe rotalanan araçlarda da daha farklı kısıtlar ve hedeflenen amaçlar meydana gelmektedir. Araç rotalama problemleri çözüldüğünde rotalanan araçlarda hem maliyetlerin minimuma indirilmesi hedeflenmektedir hem de bu sayede zamandan tasarruf sağlanmaktadır. ARP' de araçlar daha verimli rotalar izlediği için kullanılan araç sayısı ve harcanan yakıt miktarı azalır. Bu sayede araç rotalama, firmaların karbon ayak izlerinin küçülmesine de katkı sağlamış olur. Böylelikle çevre duyarlılığı içinde faydalı bir yön sağlamaktadır.

Tez çalışması kapsamında araç rotalama problemi için üç yöntem belirlenmiştir. Bu yöntemler sırasıyla Üç İndisli Klasik Yaklaşım, Makine Çizelgeleme Tabanlı Model ve İki İndisli Yaklaşım yöntemleridir. Üç İndisli Klasik yaklaşım yöntemi ve İki İndisli Yaklaşım yöntemi daha önce literatürde yer alan ve çalışılan yöntemlerdir. Makine Çizelgeleme Tabanlı Model yöntemi tez çalışması kapsamında oluşturulan bir yöntemdir.

Tez çalışmasında öncelikle araç rotalama problemine uygun hazır bir veri seti seçilmiştir. Çalışmada LİNGO programı kullanılmıştır (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Tez çalışmasında kullanılan üç yöntem için matematiksel modeller yazılmış ve LİNGO programına uyarlanmıştır (Lingo 2025 (Lindo Systems)). LİNGO programında modeller çözdürülmüş ve sonuç çıktıları kaydedilmiştir (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Daha sonra heterojen filolu araç rotalama problemi için bir test problemi ele alınmıştır. Bu test problemi için LİNGO modeli heterojen filoya göre tekrar düzenlenmiştir (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Tez çalışması kapsamında yer alan Model ARP1 ve Model ARP2 için bu güncellemeler yapılarak HFARP1 ve HFARP2 oluşturulmuştur. Model ARP3' te LİNGO programı araç sayısını kendi belirlemektedir (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Modele sadece tek ve sabit bir araç kapasitesi girilebilmektedir. Bu sebeple Model ARP3 heterojen filoya uygulanamamıştır. HFARP1 ve HFARP2 modelleri heterojen filolu test problemleri LİNGO programında çözdürülmüştür (Lingo 2025 (Lindo Systems)). İki modelin çözüm çıktıları karşılaştırıldığında HFARP2 modelinin daha iyi çözüm verdiği görülmektedir. Bu sebeple gerçek hayat problemi için HFARP2 modeli üzerinden çözüm sağlanması gerektiğine karar verilmiştir.

Tablo 6.1.'de tez çalışması kapsamında uygulanan tüm modellerin karşılaştırması görülmektedir.

Tablo 6.1. Üçüncü ve Dördüncü Bölümdeki Tüm Modellerin Karşılaştırılması

	Üç İndisli Klasik Yaklaşım	Makine Çizelgeleme Tabanlı Model	İki İndisli Yaklaşım
Kapasiteli ARP	ARP1 n=14'e kadar optimum çözüm n=18'e kadar olurlu çözüm	ARP2 n=9'a kadar optimum çözüm n=25'e kadar olurlu çözüm	ARP3 n=25'e kadar optimum sonuç
Heterojen Filolu ARP	HFARP1 n=7'ye kadar optimum çözüm n=8'den sonra olurlu çözüm yok	HFARP2 n=7'ye kadar optimum çözüm n=20'ye kadar olurlu çözüm	Bu yaklaşım heterojen filoya uygun değildir.

Tablo 6.1.'de görüldüğü üzere:

- Model ARP1 ve HFARP1 belirli bir büyüklüğe kadar iyi performans gösterse de kısıt sayısı üssel olarak arttığı için belli bir büyüklükten sonra olurlu çözüm bile sunamamaktadır.
- Tez çalışmasının üçüncü bölümünde yer alan Model ARP3 sonuç ve süre bakımından iyi değerler vermektedir fakat heterojen filolu araç rotalama probleminde uygun değildir. Model ARP3' te araç için bir indis bulunmadığı için araç ile ilgili özellikler eklenememektedir. Araç kapasitesi tek bir değer olarak modelde yer almaktadır. Heterojen filolu araç rotalama probleminde ise araçların kapasiteleri ve sabit maliyetleri farklıdır. Bu özellikler modelde belirtilemediği için ARP3 heterojen filolu araç rotalama problemlerine uygun olmamaktadır.
- Makine çizelgeleme tabanlı modeller bu tez çalışması kapsamında geliştirilmiştir. Bu modeller Model ARP2 ve HFARP2' dir. İki modelde de şehir sayıları arttıkça kısıt ve değişken sayılarında yine artış gözlenmiştir ama bu artış diğer modellere kıyasla daha az olmuştur. Model ARP2 ve HFARP2 modelleri heterojen filolu probleme de kolayca uyarlanabilmiştir. Değişken ve kısıt sayıları artsa da Model ARP2 ve HFARP2 modelleri hem kapasite kısıtlı ARP' de hem de heterojen filolu ARP' de uygun çözümler elde etmiştir.

Tez çalışmasının gerçek hayat problemi uygulama kısmında LİNGO programında HFARP2 modeli kullanılmıştır (Lingo 2025 (Lindo Systems)). Gerçek hayat probleminde 4 grup yer almaktadır. Problemde yer alan 1. Grup için optimum çözüme ulaşılmıştır. 2. 3. ve 4. Gruplarda şehir sayısı fazla olduğu için 2 saatlik çalışma süresi sonunda program durdurulmuş olup çıkan sonuç çıktıları alınmıştır. Bu sonuçlar uygulanabilir(feasible) çözümlerdir. Elde edilen sonuç çıktıları Ek F' de yer almaktadır.

Heterojen Filolu Araç Rotalama Problemleri için mevcut problemlerde araç sayısı sabitlenerek ona göre bir çözüm yolu izlenebilir. Her aracın kapasitesi ve sahip olduğu kapasiteye göre maliyeti farklıdır. Ayrıca araçların sahip olduğu büyüklüklere göre çevreye yaydıkları karbondioksit gazı da farklılık göstermektedir. Problemde araç sayısı sabitlenerek çevresel duyarlılık ve sürdürülebilirlik göz önüne alınıp çözümler geliştirilebilir.

KAYNAKÇA

- [1] Agrawal, A., K., Yadav, S., Gupta, A., A., Pandey, S. (2022). A genetic algorithm model for optimizing vehicle routing problems with perishable products under time-window and quality requirements. *Decision Analytics Journal*, 5, 100139.
- [2] Ahmed, Z., H., Yousefikhoshbakht, M. (2023). An improved tabu search algorithm for solving heterogeneous fixed fleet open vehicle routing problem with time windows. *Alexandria Engineering Journal*, 64, 349-363.
- [3] Aksakal, B. (2014). Bir Firmanın Zaman Pencere Belirli Talepli Araç Rotalama Probleminin Genetik Algoritma Kullanılarak Çözülmesi.
- [4] Alonso, F., Alvarez, M. J. ve Beasley, J. E. (2008). “A Tabu Search Algorithm for The Periodic Vehicle Routing Problem with Multiple Vehicle Trips and Accessibility Restrictions”, *Journal of the Operational Research Society*, 59/7, 963-976.
- [5] Babayiğit, B., Yıldız, K. (2019). Kapasite Kısıtlı Araç Rotalama Problemi için Melez Bir Algoritma. *SETSCI Conference Proceedings*, 4 (1), 508-513.
- [6] Bräysy, O. ve Gendreau, M. (2005). “Vehicle Routing Problem with Time Windows, Part I: Route Construction and Local Search Algorithms”, *Transportation Science*, 39/1, 104-118.
- [7] Campbell, A., Clarke, L., Kleywegt, A. ve Savelsbergh, M. (1998). “The Inventory Routing Problem”. İçinde T. G. Crainic ve G. Laporte (Eds.), *Fleet Management and Logistics*, s. 95-113, Kluwer, Boston.
- [8] Chen, J., Shi, J. (2019). A multi-compartment vehicle routing problem with time windows for urban distribution – A comparison study on particle swarm optimization algorithms. *Computers and Industrial Engineering*, 133, 95-106.
- [9] Clarke, G., Wright, J.W., (1964). Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points. *Operations Research*, Vol. 12, pp. 568-581.
- [10] Cordeau, J. F., Laporte, G., Savelsbergh, M. W. P. ve Vigo, D. (2007). “Vehicle Routing”. İçinde C. Barnhart ve G. Laporte (Eds.), *Handbooks in Operations Research and Management Science*, s. 367-428, Elsevier.

- [11] Cordeau, J., F., Maischberger, M. (2012). A parallel iterated tabu search heuristic for vehicle routing problems. *Computers and Operations Research*, 39, 2033-2050.
- [12] Cirić, T. G. Laporte, G. 1998. *Fleet Management and Logistics*. Kluwer Academic Publishers, USA, s:215
- [13] Dantzig, G. B. ve Ramser, J. H. (1959). “The Truck Dispatching Problem”, *Management Science*, 6/1, 80-91.
- [14] Dantzig, G.B., Fulkerson, R., Johnson, J., (1957). Solution of a Large Scale Travelling Salesman Problem, *J. Opns. Res. Soc.* 4, 266-277.
- [15] Daşkın, B., D., Büyüközkın, K. (2022). Karınca Kolonisi Algoritmasının Kapasite Kısıtlı Araç Rotalama Problemine Uygulanması. *El-Cezerî Fen ve Mühendislik Dergisi* Cilt: 9, No: 4, 1466-1483.
- [16] Demiral, M. F. 2008. “Servis Araçlarının Rotalanmasında Optimizasyon ve Bir Uygulama,” Yüksek Lisans Tezi, Süleyman Demirel Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Isparta.
- [17] Demirtaş, Y., Özdemir, E. (2017). Dinamik Araç Rotalama Problemleri İçin Yeni Bir Çözüm Önerisi. *Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 22, 3, 807-823.
- [18] Dror, M. ve Trudeau, P. (1990). “Split Delivery Routing”, *Naval Research Logistics (NRL)*, 37/3, 383-402.
- [19] Dumez, D., Tilk, C., Irnich, S., Lehuédé, F., Olkis, K., Péton, O. (2023) A matheuristic for a 2-echelon vehicle routing problem with capacitated satellites and reverse flows. *European Journal of Operational Research*, 305, 64-84.
- [20] Ekizler, H. (2011). Araç Rotalama Probleminin Çözümünde Karınca Kolonisi Optimizasyonu Algoritmasının Kullanılması.
- [21] Ekmekçi, D. (2019). Ağ ve Araç Rotalarının Optimizasyonu İçin Meta-sezgisel Bir Çözüm Önerisi.
- [22] Elshaer, R., Awad, H. (2020). A taxonomic review of metaheuristic algorithms for solving the vehicle routing problem and its variants. *Computers and Industrial Engineering*, 140, 106242.

[23] Ercan, S. (2014). Bir Süpermarket Zincirinde Rotalama Probleminin Metasezgisel Algoritmalar ile Çözülmesi.

[24] Flood, M. F. (1955). “The Traveling-Salesman Problem”, Operations Research, 4/1, 61- 75.

[25] Gendreau, M., Laporte, G., Musaraganyi, C., Taillard, E. D. (1999). A tabu search heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. Computers and Operations Research, 26, 1153-1173.

[26] Göçken, T., Yaktubay, M., Kılıç, F. (2018). Zaman Pencere Aracı Rotalama Problemi Çözümü İçin Çok Amaçlı Genetik Algoritma Yaklaşımı. Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi, C, 6(4), 774-786.

[27] Gunawan, A., Widjaja A. T., Vansteenwegen P., Yu V. F. (2021). A matheuristic algorithm for the vehicle routing problem with cross-docking. Applied Soft Computing Journal, 103, 107-163.

[28] <http://mistic.heig-vd.ch/taillard/problemes.dir/vrp.dir/vrp.html>

[29] <http://neumann.hec.ca/chairedistributique/data/>

[30] Huerta-Muñoz, D., L., Archetti, C., Fernández, E., Perea, F. (2022). The Heterogeneous Flexible Periodic Vehicle Routing Problem: Mathematical formulations and solution algorithms. Computers and Operations Research, 141, 105662.

[31] Irnich, S., (2008) Solution of real-world postman problems. European Journal of Operational, vol. 190, No. 1, October 2008, 52-67, ISSN: 0377-2217.

[32] Irnich, S., Toth, P. ve Vigo, D. (2014). “The Family of Vehicle Routing Problems”. İçinde Toth, P. ve Vigo, D. (Eds.), Vehicle Routing: Problems, Methods, and Applications, Second Edition, s. 1-33, SIAM Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia.

[33] Islam, A., Gajpal, Y., Elmekawy, T., Y. (2021). Hybrid particle swarm optimization algorithm for solving the clustered vehicle routing problem. Applied Soft Computing, 110, 107655.

[34] İnçki, M. (2019). Zaman Pencere Aracı Rotalama Problemine Uygulanan Meta-sezgisel Çözüm Önerilerinin Karşılaştırılması.

- [35] Keskin, M., Çatay, B. (2018). A matheuristic method for the electric vehicle routing problem with time windows and fast chargers. *Computers and Operations Research*, 100, 172-188.
- [36] Keskindürk, T., Topuk, N. ve Özyeşil, O. (2015). “Araç Rotalama Problemleri ve Çözüm Yöntemleri”, *İşletme Bilimi Dergisi*, 3/2, 77-107.
- [37] Konstantakopoulos, G. D., Gayialis, S. P., Kechagias, E. P. (2022). Vehicle routing problem and related algorithms for logistics distribution: A literature review and classification. *Operational research*, 22(3), 2033-2062.
- [38] Kuo, R., J., Luthfiansyah, M., F., Masrurah, N., A., Zulvia, F., E. (2023). Application of improved multi-objective particle swarm optimization algorithm to solve disruption for the two-stage vehicle routing problem with time windows. *Expert Systems With Applications*, 225, 120009.
- [39] Kyriakakis, N., A., Sevastopoulos, I., Marinaki, M., Marinakis, Y. (2022). A hybrid Tabu search – Variable neighborhood descent algorithm for the cumulative capacitated vehicle routing problem with time windows in humanitarian applications. *Computers and Industrial Engineering*, 164, 107868.
- [40] Laporte, G. (2007). “What You Should Know About the Vehicle Routing Problem”, *Naval Research Logistics (NRL)*, 54/8, 811-819.
- [41] Leggieri, V., Haouari, M. (2018). A matheuristic for the asymmetric capacitated vehicle routing problem. *Discrete Applied Mathematics*, 234, 139-150.
- [42] Lim, A. ve Wang, F. (2005). “Multi-Depot Vehicle Routing Problem: A One-Stage Approach”, *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2/4, 397-402.
- [43] Lingo 2025. Lindo Systems Inc. Illinois, ABD.
- [44] Marinakis, Y., Marinaki, M., Migdalas, A. (2019). A multi-adaptive particle swarm optimization for the vehicle routing problem with time windows. *Information Sciences*, 481, 311-329.
- [45] Meliani, Y., Hani, Y., Elhaq, S., L., Mhamedi, A., E. (2019). A developed Tabu Search algorithm for heterogeneous fleet vehicle routing problem. *IFAC PapersOnLine*, 52-13, 1051-1056.

[46] Meliani, Y., Hani, Y., Elhaq, S., L., Mhamedi, A., E. (2022). A developed Tabu Search algorithm for heterogeneous fleet vehicle routing problem. *Applied Soft Computing*, 126, 109239.

[47] Mızrak Özfiat P., Exact and Heuristic Algorithms For The Variants of the Vehicle Routing Problem, Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 2008.

[48] MirHassani, S., A., Abolghasemi, N. (2011). A particle swarm optimization algorithm for open vehicle routing problem. *Expert Systems with Applications*, 38, 11547-11551.

[49] Moussavi, S.E., Mahdjoub, M., Grunder, O. (2019). A matheuristic approach to the integration of worker assignment and vehicle routing problems: Application to home healthcare scheduling. *Expert Systems With Applications* 125, 317–332.

[50] Orhan, B., Kapanoğlu, Muzaffer, Karakoç, T. (2010) Havayolu Operasyonlarında Planlama ve Çizelgeleme Planning and Scheduling of Airline Operations, Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Müh.-Mim. Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü.

[51] Oropeza, A., Cruz-Chávez, M., Cruz-Rosal Martín H. es, P. Bernal, J .C.Abarca , (2012) Unsupervised Clustering Method for the Capacited Vehicle Routing Problem,Ninth Electronics, Robotics and Automotive Mechanics Conference, Mexico.

[52] Önder, E. (2011a). Araç Rotalama Problemlerinin Parçacık Sürü ve Genetik Algoritma ile Optimizasyonu.

[53] Önder, E. (2011b). İstanbul Halk Ekmek A.Ş. (İhe)'ye Ait Çok Depolu Araç Rotalama Problemininmeta-sezgisel Yöntemler ile Optimizasyonu.

[54] Park, H., Son, D., Koo, B., Jeong, B. (2021). Waiting strategy for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery using genetic algorithm. *Expert Systems With Applications*, 165, 113959.

[55] Penna, P. H. V., Subramanian, A. ve Ochi, L. S. (2013). “An Iterated Local Search heuristic for the Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem”, *Journal of Heuristics*, 19/2, 201-232.

[56] Qiu, M., Fu, Z., Eglese, R., Tang, Q. (2018). A Tabu Search algorithm for the vehicle routing problem with discrete split deliveries and pickups. *Computers and Operations Research*, 100, 102-116.

[57] Queiroga, E., Sadykov, R., Uchoa, E. (2021). A POPMUSIC matheuristic for the capacitated vehicle routing problem. *Computers and Operations Research*, 136, 105475.

[58] Sadati, M., E., H., Çatay, B., Aksen, D. (2021). An efficient variable neighborhood search with tabu shaking for a class of multi-depot vehicle routing problems. *Computers and Operations Research*, 133, 105269.

[59] Schermer, D., Moeini, M., Wendt, O. (2019). A matheuristic for the vehicle routing problem with drones and its variants. *Transportation Research Part C*, 106, 166-204.

[60] Şeker, Ş. (2007). Araç Rotalama Problemleri ve Zaman Pencere Stokastik Araç Rotalama Problemine Genetik Algoritma Yaklaşımı.

[61] Taillard, É. D., Laporte, G. ve Gendreau, M. (1996). “Vehicle Routeing with Multiple Use of Vehicles”, *The Journal of the Operational Research Society*, 47/8, 1065- 1070.

[62] Torres-Tapia, W., -Montoya-Torres J. R., Ruiz-Meza, J., Belmokhtar-Berraf, S. (2022). A Matheuristic based on Ant Colony System for the Combined Flexible Jobshop Scheduling and Vehicle Routing Problem. *IFAC PapersOnLine* 55-10, 1613–1618.

[63] Wang, Y., Wei, Y., Wang, X., Wang, Z., Wang, H. (2023). A clustering-based extended genetic algorithm for the multidepot vehicle routing problem with time windows and three-dimensional loading constraints. *Applied Soft Computing*, 133, 109922.

[64] Xue, S. (2023). An adaptive ant colony algorithm for crowdsourcing multi-depot vehicle routing problem with time windows. *Sustainable Operations and Computers*, 4, 62-75.

[65] Yalçiner, A. (2021). Tavlama Benzetimi Temelli Yaklaşım ile Kapasite Kısıtlı Araç Rotalama Optimizasyonu: Karadeniz Bölgesi Örneği. *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi Özel Sayı 22*, 239-248.

[66] Yıldırım, Ü. (2019). Kapasite Kısıtlı Araç Rotalama Probleminin Yabani Ot ve Hibrit Metasezgisel Algoritmalarla Çözümü.

[67] Yılmaz, Ş. (2008). Çok Depolu Araç Rotalama Probleminin Karınca Kolonisi Optimizasyonu ile Modellenmesi ve Bir Çözüm Önerisi.

[68] Yurtkuran, A. (2009). Araç Rotalama Problemlerinin Çözümü İçin Yeni Bir Metasezgisel Yaklaşım: Elektromanyetik Algoritma.



EK A. Üç İndisli Klasik Yaklaşım Modeli LİNGO Sonuçları

Şekil A.1. n=6 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo2 140 06 yeni
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value:                108.1040
Objective bound:                108.1040
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:          0
Total solver iterations:        290
Elapsed runtime seconds:        0.94

Model Class:                    FILP

Total variables:                42
Nonlinear variables:            0
Integer variables:              42

Total constraints:              4702
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                20994
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil A.2. n=7 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo2 140 07 yeni
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value:                130.9865
Objective bound:                130.9865
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:          0
Total solver iterations:        623
Elapsed runtime seconds:        1.13

Model Class:                    FILP

Total variables:                56
Nonlinear variables:            0
Integer variables:              56

Total constraints:              10903
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                49791
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil A.3. n=8 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo2 140 140 08 yeni
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value:                143.3605
Objective bound:                143.3605
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:          0
Total solver iterations:        858
Elapsed runtime seconds:        2.85

Model Class:                    FILP

Total variables:                144
Nonlinear variables:            0
Integer variables:              144

Total constraints:              44839
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                208016
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil A.4. n=9 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo2 140 140 09 yeni
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value: 165.1244
Objective bound: 165.1244
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 77
Total solver iterations: 6943
Elapsed runtime seconds: 6.45

Model Class: MILP

Total variables: 180
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 180

Total constraints: 84283
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 395298
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil A.5. n=10 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo2 140 140 010 yeni
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value: 176.9981
Objective bound: 176.9981
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 50
Total solver iterations: 5979
Elapsed runtime seconds: 10.72

Model Class: MILP

Total variables: 220
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 220

Total constraints: 147647
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 698220
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil A.6. n=11 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo2 140 11 doğrusu
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value: 188.9748
Objective bound: 188.9748
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 2168
Total solver iterations: 27052
Elapsed runtime seconds: 34.88

Model Class: MILP

Total variables: 264
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 264

Total constraints: 244471
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 1163558
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil A.7. n=12 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo2 140 12 doğruşu
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value:                201.6083
Objective bound:                201.6083
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:         2866
Total solver iterations:        32569
Elapsed runtime seconds:       72.25

Model Class:                    PILP

Total variables:                312
Nonlinear variables:            0
Integer variables:              312

Total constraints:              386551
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                1849272
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil A.8. n=13 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo2 140 13 doğruşu
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value:                217.1334
Objective bound:                217.1334
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:         8174
Total solver iterations:        82999
Elapsed runtime seconds:       163.00

Model Class:                    PILP

Total variables:                364
Nonlinear variables:            0
Integer variables:              364

Total constraints:              588179
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                2825706
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil A.9. n=14 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo2 140 140 140 014 yeni
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value:                240.3634
Objective bound:                240.3634
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:         18820
Total solver iterations:        499065
Elapsed runtime seconds:       509.54

Model Class:                    PILP

Total variables:                630
Nonlinear variables:            0
Integer variables:              630

Total constraints:              1299560
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                6265182
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil A.10. n=15 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo2 140 140 140 015 yeni
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value:                245.8167
Objective bound:                245.8167
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:         28771
Total solver iterations:       971716
Elapsed runtime seconds:       7288.16

Model Class:                    PILP

Total variables:                720
Nonlinear variables:            0
Integer variables:             720

Total constraints:              1861735
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                9001845
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil A.11. n=16 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo2 140 140 140 016 yeni
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value:                245.8306
Objective bound:                245.8306
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:         15410
Total solver iterations:       717754
Elapsed runtime seconds:       17179.44

Model Class:                    PILP

Total variables:                816
Nonlinear variables:            0
Integer variables:             816

Total constraints:              2603610
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                12620592
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil A.12. n=17 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo2 140 017s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value:                256.4118
Objective bound:                229.8297
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:         6820
Total solver iterations:       629860
Elapsed runtime seconds:       7317.56

Model Class:                    PILP

Total variables:                918
Nonlinear variables:            0
Integer variables:             918

Total constraints:              3565199
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                17319243
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil A.13. n=18 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo2 140 018s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value: 482.4525
Objective bound: 247.8386
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 2103
Total solver iterations: 432159
Elapsed runtime seconds: 7220.78

Model Class: MILP

Total variables: 1026
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 1026

Total constraints: 4792060
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 23323194
Nonlinear nonzeros: 0
```

EK B. Makine Çizelgeleme Tabanlı Modeli LİNGO Sonuçları

Şekil B.1. n=6 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 140 06 yeni
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value: 108.1040
Objective bound: 108.1040
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 2045
Total solver iterations: 32550
Elapsed runtime seconds: 1.48

Model Class: MILP

Total variables: 56
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 49

Total constraints: 64
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 242
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil B.2. n=7 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 140 07 yeni
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value: 130.9865
Objective bound: 130.9865
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 15623
Total solver iterations: 143196
Elapsed runtime seconds: 6.42

Model Class: MILP

Total variables: 72
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 64

Total constraints: 81
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 324
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil B.3. n=8 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 140 140 08 yeni
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value: 143.3605
Objective bound: 143.3605
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 550000
Total solver iterations: 10187952
Elapsed runtime seconds: 415.76

Model Class: MILP

Total variables: 188
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 178

Total constraints: 135
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 788
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil B.4. n=9 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 140 140 09 yeni
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value: 165.1244
Objective bound: 165.1244
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 2549394
Total solver iterations: 96739231
Elapsed runtime seconds: 12609.93

Model Class: MILP

Total variables: 229
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 218

Total constraints: 160
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 976
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil B.5. n=10 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 140 140 010 sonuç
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value: 176.9981
Objective bound: 176.9981
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 19595467
Total solver iterations: 627276607
Elapsed runtime seconds: 94648.34

Model Class: MILP

Total variables: 274
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 262

Total constraints: 187
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 1184
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil B.6. n=11 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 140 011s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value:                218.3672
Objective bound:                15.81139
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:          8032182
Total solver iterations:        345075885
Elapsed runtime seconds:        7579.44

Model Class:                    MILP

Total variables:                479
Nonlinear variables:            0
Integer variables:              465

Total constraints:              252
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                1997
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil B.7. n=12 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 140 012s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value:                260.7898
Objective bound:                14.14214
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:          6896087
Total solver iterations:        297784822
Elapsed runtime seconds:        7230.59

Model Class:                    MILP

Total variables:                558
Nonlinear variables:            0
Integer variables:              543

Total constraints:              286
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                2346
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil B.8. n=13 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 140 013s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value:                244.8796
Objective bound:                12.21132
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:          4527952
Total solver iterations:        245567417
Elapsed runtime seconds:        7202.40

Model Class:                    MILP

Total variables:                643
Nonlinear variables:            0
Integer variables:              627

Total constraints:              322
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                2723
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil B.9. n=14 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 140 014s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value: 302.5836
Objective bound: 12.20656
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 3930162
Total solver iterations: 203868790
Elapsed runtime seconds: 7277.79

Model Class: MILP

Total variables: 734
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 717

Total constraints: 360
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 3128
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil B.10. n=15 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 140 015s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value: 322.3229
Objective bound: 8.544004
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 5283184
Total solver iterations: 165771521
Elapsed runtime seconds: 7230.16

Model Class: MILP

Total variables: 831
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 813

Total constraints: 400
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 3561
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil B.11. n=16 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 140 016s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value: 344.5428
Objective bound: 8.062258
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 2557459
Total solver iterations: 219460124
Elapsed runtime seconds: 7202.64

Model Class: MILP

Total variables: 934
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 915

Total constraints: 442
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 4022
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil B.12. n=17 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 140 017s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value: 349.0765
Objective bound: 8.062258
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 2006522
Total solver iterations: 189062346
Elapsed runtime seconds: 7240.20

Model Class: MILP

Total variables: 1043
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 1023

Total constraints: 486
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 4511
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil B.13. n=18 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 140 18.yeni
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value: 415.2472
Objective bound: 7.071068
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 5574959
Total solver iterations: 261872272
Elapsed runtime seconds: 7201.80

Model Class: MILP

Total variables: 1158
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 1137

Total constraints: 532
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 5028
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil B.14. n=19 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 140 019.yeni
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value: 451.5444
Objective bound: 0.000000
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 5052321
Total solver iterations: 170835148
Elapsed runtime seconds: 7201.84

Model Class: MILP

Total variables: 1279
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 1257

Total constraints: 580
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 5573
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil B.15. n=20 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 140 020s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value: 495.2910
Objective bound: 0.000000
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 5836668
Total solver iterations: 215861607
Elapsed runtime seconds: 7202.16

Model Class: MILP

Total variables: 1406
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 1383

Total constraints: 630
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 6146
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil B.16. n=21 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 140 021s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value: 557.0737
Objective bound: 0.000000
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 63888
Total solver iterations: 156486377
Elapsed runtime seconds: 7202.32

Model Class: MILP

Total variables: 2045
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 2020

Total constraints: 748
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 8702
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil B.17. n=22 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 140 022s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value: 621.2684
Objective bound: 0.000000
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 66694
Total solver iterations: 170337718
Elapsed runtime seconds: 7203.17

Model Class: MILP

Total variables: 2230
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 2204

Total constraints: 805
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 9512
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil B.18. n=23 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 140 023s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value: 590.7650
Objective bound: 0.000000
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 130654
Total solver iterations: 141990437
Elapsed runtime seconds: 7209.30

Model Class: MILP

Total variables: 2423
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 2396

Total constraints: 864
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 10358
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil B.19. n=24 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 140 024s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value: 684.0711
Objective bound: 0.000000
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 92176
Total solver iterations: 135436743
Elapsed runtime seconds: 7267.71

Model Class: MILP

Total variables: 2624
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 2596

Total constraints: 925
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 11240
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil B.20. n=25 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 140 025 yeni
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value: 680.2328
Objective bound: 0.000000
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 73015
Total solver iterations: 106492672
Elapsed runtime seconds: 7202.80

Model Class: MILP

Total variables: 2833
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 2804

Total constraints: 988
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 12158
Nonlinear nonzeros: 0
```

EK C. İki İndisli Yaklaşım Modeli LİNGO Sonuçları

Şekil C.1. n=6 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
2 indisli yaklaşım 140 06 24 aralık
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value:                108.1040
Objective bound:                108.1040
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:          0
Total solver iterations:        91
Elapsed runtime seconds:        0.40

Model Class:                    MILP

Total variables:                50
Nonlinear variables:            0
Integer variables:              43

Total constraints:              56
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                288
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil C.2. n=7 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
2 indisli yaklaşım 140 07 24 aralık doğrusu
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value:                130.9865
Objective bound:                130.9865
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:          0
Total solver iterations:        524
Elapsed runtime seconds:        0.33

Model Class:                    MILP

Total variables:                65
Nonlinear variables:            0
Integer variables:              57

Total constraints:              72
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                392
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil C.3. n=8 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
2 indisli yaklaşım 140 08 24 aralık doğrusu
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value:                143.3605
Objective bound:                143.3605
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:          0
Total solver iterations:        114
Elapsed runtime seconds:        0.40

Model Class:                    MILP

Total variables:                82
Nonlinear variables:            0
Integer variables:              73

Total constraints:              90
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                512
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil C.4. n=9 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
2 indisli yaklaşıım 140 09 24 aralık
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value: 165.1244
Objective bound: 165.1244
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 2
Total solver iterations: 594
Elapsed runtime seconds: 0.33

Model Class: MILP

Total variables: 101
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 91

Total constraints: 110
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 648
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil C.5. n=10 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
2 indisli yaklaşıım 140 010 24 aralık
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value: 176.9981
Objective bound: 176.9981
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 7
Total solver iterations: 1293
Elapsed runtime seconds: 0.49

Model Class: MILP

Total variables: 122
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 111

Total constraints: 132
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 800
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil C.6. n=11 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
2 indisli yaklaşıım 140 011 24 aralık
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value: 188.9748
Objective bound: 188.9748
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 226
Total solver iterations: 4647
Elapsed runtime seconds: 0.69

Model Class: MILP

Total variables: 145
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 133

Total constraints: 156
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 968
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil C.7. n=12 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
2 indisli yaklaşımlar 140 012 24 aralık
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value:                201.6083
Objective bound:                201.6083
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:          216
Total solver iterations:        10242
Elapsed runtime seconds:        0.86

Model Class:                    MILP

Total variables:                170
Nonlinear variables:            0
Integer variables:              157

Total constraints:              182
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                1152
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil C.8. n=13 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
2 indisli yaklaşımlar 140 013 24 aralık
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value:                217.1334
Objective bound:                217.1334
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:          4339
Total solver iterations:        46076
Elapsed runtime seconds:        2.29

Model Class:                    MILP

Total variables:                197
Nonlinear variables:            0
Integer variables:              183

Total constraints:              210
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                1352
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil C.9. n=14 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
2 indisli yaklaşımlar 140 014 24 aralık
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value:                240.3634
Objective bound:                240.3634
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:          3058
Total solver iterations:        35824
Elapsed runtime seconds:        2.07

Model Class:                    MILP

Total variables:                226
Nonlinear variables:            0
Integer variables:              211

Total constraints:              240
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                1568
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil C.10. n=15 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
2 indisli yaklaşıım 140 015 24 aralık
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value:                245.8167
Objective bound:                245.8167
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:          5992
Total solver iterations:         76131
Elapsed runtime seconds:        3.64

Model Class:                    MILP

Total variables:                257
Nonlinear variables:            0
Integer variables:              241

Total constraints:              272
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                1800
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil C.11. n=16 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
2 indisli yaklaşıım 140 016 24 aralık
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value:                245.8306
Objective bound:                245.8306
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:          4632
Total solver iterations:         60305
Elapsed runtime seconds:        3.45

Model Class:                    MILP

Total variables:                290
Nonlinear variables:            0
Integer variables:              273

Total constraints:              306
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                2048
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil C.12. n=17 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
2 indisli yaklaşıım 140 017 24 aralık
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value:                246.2876
Objective bound:                246.2876
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:          3220
Total solver iterations:         52378
Elapsed runtime seconds:        3.01

Model Class:                    MILP

Total variables:                325
Nonlinear variables:            0
Integer variables:              307

Total constraints:              342
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                2312
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil C.13. n=18 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
2 indisli yaklaşıım 140 018 24 aralık
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value:                274.7027
Objective bound:                274.7027
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:         21543
Total solver iterations:        320309
Elapsed runtime seconds:        15.26

Model Class:                    MILP

Total variables:                362
Nonlinear variables:            0
Integer variables:              343

Total constraints:              380
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                2592
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil C.14. n=19 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
2 indisli yaklaşıım 019s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value:                279.7311
Objective bound:                279.7311
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:         50183
Total solver iterations:        727115
Elapsed runtime seconds:        32.58

Model Class:                    MILP

Total variables:                401
Nonlinear variables:            0
Integer variables:              381

Total constraints:              420
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                2888
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil C.15. n=20 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
2 indisli yaklaşıım 020s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value:                294.9692
Objective bound:                294.9692
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:         88000
Total solver iterations:        1336848
Elapsed runtime seconds:        67.64

Model Class:                    MILP

Total variables:                442
Nonlinear variables:            0
Integer variables:              421

Total constraints:              462
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                3200
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil C.16. n=21 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
2 indisli yaklaşımlar 021s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value: 314.8796
Objective bound: 314.8796
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 24452
Total solver iterations: 390431
Elapsed runtime seconds: 20.31

Model Class: MILP

Total variables: 485
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 463

Total constraints: 506
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 3528
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil C.17. n=22 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
2 indisli yaklaşımlar 022s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value: 329.3949
Objective bound: 329.3949
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 72678
Total solver iterations: 1090390
Elapsed runtime seconds: 54.49

Model Class: MILP

Total variables: 530
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 507

Total constraints: 552
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 3872
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil C.18. n=23 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
2 indisli yaklaşımlar 023s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value: 349.2533
Objective bound: 349.2533
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 279305
Total solver iterations: 6600700
Elapsed runtime seconds: 367.82

Model Class: MILP

Total variables: 577
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 553

Total constraints: 600
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 4232
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil C.19. n=24 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
2 indisli yaklaşıım 024s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value: 364.5147
Objective bound: 364.5147
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 1233086
Total solver iterations: 36799201
Elapsed runtime seconds: 2490.63

Model Class: MILP

Total variables: 626
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 601

Total constraints: 650
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 4608
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil C.20. n=25 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
2 indisli yaklaşıım 025s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value: 368.8614
Objective bound: 368.8614
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 711962
Total solver iterations: 20871480
Elapsed runtime seconds: 1257.18

Model Class: MILP

Total variables: 677
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 651

Total constraints: 702
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 5000
Nonlinear nonzeros: 0
```

EK D. Heterojen Filo Üç İndisli Klasik Yaklaşım Modeli LİNGO Sonuçları

Şekil D.1. n=6 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo2 140 testpro 06s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value: 2136.386
Objective bound: 2136.386
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 11565
Total solver iterations: 68722
Elapsed runtime seconds: 17.53

Model Class: MILP

Total variables: 210
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 210

Total constraints: 117208
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 623070
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil D.2. n=7 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo2 140 testpro 07s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value:                2175.659
Objective bound:                2175.659
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:         64525
Total solver iterations:        683748
Elapsed runtime seconds:       3130.86

Model Class:                    FILP

Total variables:                280
Nonlinear variables:            0
Integer variables:              280

Total constraints:              1959575
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                12433995
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil D.3. n=8 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo2 140 testpro 08s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025
```

EK E. Heterojen Filo Makine Çizelgeleme Tabanlı Model LİNGO Sonuçları

Şekil E.1. n=6 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 140 1 06s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value:                2136.386
Objective bound:                2136.386
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:         23311
Total solver iterations:        580673
Elapsed runtime seconds:       21.60

Model Class:                    MILP

Total variables:                286
Nonlinear variables:            0
Integer variables:              275

Total constraints:              154
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                1102
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil E.2. n=7 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 140107s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value:                2175.659
Objective bound:                2175.659
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:         140293
Total solver iterations:        6664021
Elapsed runtime seconds:        235.49

Model Class:                    MILP

Total variables:                367
Nonlinear variables:            0
Integer variables:              355

Total constraints:              184
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                1438
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil E.3. n=8 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 140108s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value:                2675.775
Objective bound:                110.3127
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:         2454674
Total solver iterations:        147148205
Elapsed runtime seconds:        7202.41

Model Class:                    MILP

Total variables:                548
Nonlinear variables:            0
Integer variables:              534

Total constraints:              243
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                2156
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil E.4. n=9 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 140109s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value:                3192.631
Objective bound:                12.54959
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:         3939726
Total solver iterations:        264737289
Elapsed runtime seconds:        7202.38

Model Class:                    MILP

Total variables:                779
Nonlinear variables:            0
Integer variables:              763

Total constraints:              310
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                3074
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil E.5. n=10 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo11401010s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value: 3216.643
Objective bound: 12.04159
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 1916612
Total solver iterations: 270807040
Elapsed runtime seconds: 7201.22

Model Class: MILP

Total variables: 934
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 917

Total constraints: 352
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 3714
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil E.6. n=11 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo11401011s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value: 3811.882
Objective bound: 11.66190
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 69277
Total solver iterations: 163328108
Elapsed runtime seconds: 7202.53

Model Class: MILP

Total variables: 1259
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 1240

Total constraints: 432
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 5010
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil E.7. n=12 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo11401012s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value: 4275.173
Objective bound: 0.1819968E-07
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 93095
Total solver iterations: 163681690
Elapsed runtime seconds: 7695.88

Model Class: MILP

Total variables: 1650
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 1629

Total constraints: 520
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 6570
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil E.8. n=13 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 140.1013s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value: 4851.078
Objective bound: 0.1757525E-08
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 66775
Total solver iterations: 136780632
Elapsed runtime seconds: 7203.73

Model Class: MILP

Total variables: 1903
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 1881

Total constraints: 574
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 7610
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil E.9. n=14 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 140.1014s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value: 4907.971
Objective bound: 0.000000
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 48196
Total solver iterations: 106527445
Elapsed runtime seconds: 7203.23

Model Class: MILP

Total variables: 2654
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 2629

Total constraints: 720
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 10578
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil E.10. n=15 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 140.1015s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value: 5414.289
Objective bound: 0.000000
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 40328
Total solver iterations: 90732045
Elapsed runtime seconds: 7203.10

Model Class: MILP

Total variables: 3007
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 2981

Total constraints: 784
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 12022
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil E.11. n=16 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 1401016s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value: 5922.211
Objective bound: 0.000000
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 22200
Total solver iterations: 48254304
Elapsed runtime seconds: 7203.35

Model Class: MILP

Total variables: 3382
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 3355

Total constraints: 850
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 13558
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil E.12. n=17 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 1401017s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value: 6447.676
Objective bound: 0.000000
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 38243
Total solver iterations: 77546331
Elapsed runtime seconds: 7242.54

Model Class: MILP

Total variables: 3779
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 3751

Total constraints: 918
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 15186
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil E.13. n=18 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 1401018s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value: 7044.785
Objective bound: 0.000000
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 23672
Total solver iterations: 53206873
Elapsed runtime seconds: 7203.93

Model Class: MILP

Total variables: 4958
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 4927

Total constraints: 1102
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 19862
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil E.14. n=19 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 140 1019s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value: 8584.378
Objective bound: 0.000000
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 814538
Total solver iterations: 135096330
Elapsed runtime seconds: 7219.34

Model Class: MILP

Total variables: 5899
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 5866

Total constraints: 1240
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 23626
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil E.15. n=20 sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 140 1020s
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value: 10225.73
Objective bound: 0.000000
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 31404
Total solver iterations: 57960104
Elapsed runtime seconds: 7203.80

Model Class: MILP

Total variables: 6488
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 6454

Total constraints: 1323
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 26028
Nonlinear nonzeros: 0
```

EK F. Gerçek Hayat Problemi LİNGO Sonuçları

Şekil F.1. 1. Grup sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo1 140 1 antalya yeni
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Global optimal solution found.
Objective value: 2284.000
Objective bound: 2284.000
Infeasibilities: 0.000000
Extended solver steps: 16121
Total solver iterations: 341429
Elapsed runtime seconds: 16.50

Model Class: MILP

Total variables: 383
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 369

Total constraints: 198
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 1418
Nonlinear nonzeros: 0
```

Şekil F.2. 2. Grup sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo114012.grup.2.saat
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value:                2386.400
Objective bound:                22.00000
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:         104241
Total solver iterations:       133641403
Elapsed runtime seconds:       7203.90

Model Class:                    MILP

Total variables:                1650
Nonlinear variables:            0
Integer variables:              1629

Total constraints:              520
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                6570
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil F.3. 3. Grup sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo114011.izmirg
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value:                4128.400
Objective bound:                0.000000
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:         29521
Total solver iterations:       59492001
Elapsed runtime seconds:       7203.83

Model Class:                    MILP

Total variables:                4911
Nonlinear variables:            0
Integer variables:              4878

Total constraints:              1120
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                19386
Nonlinear nonzeros:            0
```

Şekil F.4. 4. Grup sonuç raporu ekran görüntüsü

```
Lingo114011.izmird
LINGO/WIN64 20.0.23 (5 Sep 2023 ), LINDO API 14.0.5099.295

Licensee info: 211203012@ogr.cbu.edu.tr
License expires: 2 JUN 2025

Feasible solution found.
Objective value:                1834.000
Objective bound:                82.00000
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:         1712361
Total solver iterations:       266166291
Elapsed runtime seconds:       7233.42

Model Class:                    MILP

Total variables:                999
Nonlinear variables:            0
Integer variables:              981

Total constraints:              370
Nonlinear constraints:          0

Total nonzeros:                3906
Nonlinear nonzeros:            0
```