

28546

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ * NÜKLEER ENERJİ ENSTİTÜSÜ

İ.T.Ü. TRIGA Mark-II REAKTÖRÜ

NEGATİF UYARIM KALİBRASYONU

(YÜKSEK LİSANS TEZİ)

EMİNE DİLARA ATALAY

Tez Yöneticisi : Doç. Dr. ERDİNÇ EDGÜ

Anabilim Dalı : NÜKLEER TEKNOLOJİ

Program : NÜKLEER ENERJİ

ŞUBAT 1993

İ Ç İ N D E K İ L E R

ÖZET	II
İNGİLİZCE ÖZET	III
SİMGELER	IV
BÖLÜM 1 GİRİŞ	1
BÖLÜM 2 NÖTRON TRANSPORT DENKLEMİ VE BU DENKLEMDEN NOKTA KİNETİK DENKLEMLERİN ELDE EDİLMESİ	2
BÖLÜM 3 ZAMAN FONKSİYONUNUN BÜYÜK NEGATİF UYARIMLAR İÇİN ELDE EDİLMESİ	29
BÖLÜM 4 NEGATİF UYARIM İLE DETEKTÖR ÇIKIŞLARININ İNTEGRASYONU ARASINDA BİR BAĞINTI	45
BÖLÜM 5 DENEY	48
5.1. REAKTÖR VE KONSOLDAN VERİLERİN ALINIŞI	48
5.2. KONTROL ÇUBUKLARI KALİBRASYONU	53
5.3. DENEY SONUÇLARI	60
BÖLÜM 6 SONUÇ	75
EK - A	76
EK - B	90
KAYNAKLAR	92
TEŞEKKÜR	94
ÖZGEÇMİŞ	95

Ö Z E T

Nükleer reaktörlerin kontrolü, kumandası kontrol çubuklarının reaktör içinde hareketi yardımıyla yapılır. Bu bakımdan nükleer reaktörler için kontrol çubuklarının çeşitli nükleer dinamiksel karakteristiklerinin bilinmesi istenir.

I.T.Ü. TRIGA Mark - II reaktörü için de böyledir.

Kısaca; herhangi bir kontrol çubuğunun herhangi iki konumu arasında adım biçiminde değişmesi ile reaktöre sokulacak pozitif veya negatif bir uyarımın miktarının belirlenmesi işlemi kontrol çubuğunun kalibrasyon eğrisi yardımıyla olur.

Kontrol çubuklarının kalibrasyonunda klasik yöntem, pozitif uyarım ekleme ve asimtotik periyot ölçümü yolu ile kalibrasyonun yapılmasıdır.

Biz bu çalışmamızda, I.T.Ü. TRIGA Mark - II reaktörünün kontrol çubuklarının kalibrasyonunu, kontrol çubuklarını değişik yüksekliklerden düşürerek reaktöre negatif uyarımlar eklemek yöntemiyle yaptık.

İ N G İ L İ Z C E Ö Z E T

NEGATIVE REACTIVITY CALIBRATION of İ.T.Ü. TRIGA Mark - II REACTOR

ABSTRACT

The control and command of nuclear reactors are done by the help of movement of control rods inside the reactor. For this reason various nuclear dynamical characteristics of the control rods are to be known for nuclear reactors.

This is also valid for İ.T.Ü. TRIGA Mark-II Reactor.

In short, the reactivity worth between any two given elevations of any particular control rod can be determined by using the control rod calibration curve.

The classic method in the calibration of control rods is done by adding a small amount of positive reactivity into the critical core and by measuring the asymptotic period of the reactor.

In our study, we have calibrated the control rods of İ.T.Ü. TRIGA Mark-II Reactor using the method of negative reactivity by dropping the control rods into the critical core from different elevations.

S İ M G E L E R

- $\phi(\vec{r}, E, t)$: t anında, $\vec{r}$ noktası dolayındaki birim hacimde, enerjileri E olan nötronlar akısı,
- $v(E)$: E enerjisindeki nötron hızı,
- $\Sigma_f(\vec{r}, E, t)$: t anında, $\vec{r}$ noktasında bulunan çekirdeklerin enerjileri E olan nötronlar için makroskopik fisyon etkin kesiti,
- $\Sigma_t(\vec{r}, E, t)$: t anında, $\vec{r}$ noktasında bulunan çekirdeklerin enerjileri E olan nötronlar için makroskopik toplam etkin kesiti,
- $\Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, t)$: t anında, $\vec{r}$ noktasında bulunan çekirdeklerden; enerjisi E' olan nötronların, E enerjisine saçılmaları ile ilgili makroskopik etkin kesiti,
- $\chi_p(E)$: ani nötronların E enerjisinde doğma olasılığı,
- $\chi_i(E)$: i. grup gecikmiş nötronların E enerjisinde doğma olasılığı,
- ν : fisyon başına yayınlanan ortalama nötron sayısı,
- β : toplam gecikmiş nötron oranı,
- β_i : i. grup gecikmiş nötron öncü oranı,
- $D(\vec{r}, E, t)$: t anında, $\vec{r}$ noktasında bulunan ve enerjileri E olan nötronlar için difüzyon katsayısı,

- $c_i(\vec{r},t)$: t anında, $\vec{r}$ noktası dolayındaki birim hacimde, i.grup gecikmiş nötron öncüsü sayısı,
- λ_i : i. grup nötron öncüleri bozunma katsayısı,
- $S(\vec{r},E,t)$: $\vec{r}$ noktası dolayındaki birim hacimde, t anı dolayındaki birim zaman aralığında, fisyon sonucu veya bağımsız nötron kaynaklarından yayınlanan ve enerjileri E olan nötron sayısı,
- $J(\vec{r},E,t)$: t anında, $\vec{r}$ noktası dolayındaki birim hacimde, enerjileri E olan nötronlar akımı,
- $n(\vec{r},E,t)$: t anında, $\vec{r}$ noktası dolayındaki birim hacim içinde, E enerjisinde bulunan nötron sayısı,
- $N(t)$: zaman fonksiyonu, amplitüd fonksiyonu,
- $\psi(\vec{r},E)$: $\phi(\vec{r},E,t)$ 'nin E enerjili nötronlar için yer bağımlılığı, biçim fonksiyonu,
- $W(\vec{r},E)$: ağırlık fonksiyonu,
- $\rho(t)$: t anındaki uyarım,
- $\Lambda(t)$: t anındaki üreme zamanı,
- $C_i(t)$: t anındaki i. tip gecikmiş nötron öncü yoğunluğu,

B Ö L Ü M 1

G İ R İ Ş

Reaktör kinetiğinin temel problemi, belli bir malzemeden oluşan bir nükleer sistem içindeki nötron dağılımının saptanmasıdır. Bu dağılımı saptayabilirsek, nükleer sistemdeki çeşitli nükleer reaksiyon hızlarını ve reaktörün çoğaltma katsayısını da kolayca hesaplayabiliriz. Nötron dağılımını veya diğer bir deyişle belirli bir t anındaki nötron sayısını saptayabilmek için de nötronların transport sürecini, yani nötronların reaktör içinde izledikleri yolları, saçılmalarını, reaktör dışına sızmalarını ve yutulmalarını incelememiz gerekir [1-8].

Nötron dağılımını saptayan temel denklem nötron transport denklemi (ya da Boltzmann Denklemi) dir.

Transport denkleminin statik hesaplamalar için çözümünde dahi büyük zorluklarla karşılaşılır.

Zamana bağlı dinamik incelemelerde nötron transport denkleminin, bir dizi yaklaşım ve işlemlerle uzay değişkeni içermeyen nokta kinetik denklemleri elde edilir.

Biz bu çalışmamızda çubuk düşürme yoluyla, reaktöre negatif uyarım verme dinamik sürecinde detektör çıkışı integrasyonu ile verilen bu negatif uyarım arasındaki bağıntıyı nokta kinetik denklemler uzantısında göstererek, bulunan sonucu bir dizi deney ile de doğrulamayı amaçlıyoruz.

Diğer yandan, integral detektör çıkışı ile negatif uyarım arasındaki deneysel eğri bize negatif uyarım kalibrasyon eğrisini vermiş olacaktır.

B Ö L Ü M 2

N Ö T R O N T R A N S P O R T D E N K L E M İ V E B U

D E N K L E M D E N N O K T A K İ N E T İ K

D E N K L E M L E R İ N E L D E E D İ L İ Ş İ

Nötron transport denklemine yakından bakalım.

t anı dolayındaki birim zaman süresinde, birim hacim içindeki nükleer olayların yazılması ile nötron transport denklemi elde edilir. Bu nükleer olayları ise ele alınan birim hacme nötronların katılması veya bu birim hacimden nötronların ayrılması olarak genelleleyebiliriz. Söz konusu birim hacme nötronların katılması; fisyon yoluyla, diğer enerjilerden saçılmayla, bağımsız nötron kaynaklarından nötronların yayınlanmasıyla veya dışarıdan nötronların hacim içine sızmasıyla olabilir. Nötronların bu birim hacimden ayrılması ise; hacim içerisinde etkileşmeye girerek yutulmaları, hacim dışına diğer enerjilere saçılması veya sızması yoluyla olabilir. Tüm bunları gözönüne alarak nötron transport denklemini aşağıdaki şekilde yazabiliriz:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{v(E)} \frac{\partial \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)}{\partial t} + \vec{\Omega} \cdot \nabla \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) + \Sigma_t(\vec{r}, E) \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) \\
& = \int_{4\pi} d\Omega' \int_0^\infty dE' \left[\Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega}) \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}', E', t) \right] \\
& + S(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) \quad . \quad (2.1)
\end{aligned}$$

(2.1) denkleminde geçen büyüklükler:

- $v(E)$: E enerjisindeki nötronların hızı ,
- $\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)$: t anında, $\vec{r}$ noktasındaki birim hacimde, E civarındaki birim enerji aralığında ve $\vec{\Omega}$ yönü civarındaki birim katı açı içindeki nötron akısı, yönsel nötron akısı ,
- $\Sigma_t(\vec{r}, E)$: $\vec{r}$ noktasındaki birim hacimde, E enerjili nötronlar için makroskopik toplam tesir kesiti ,
- $\Sigma_s(r, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega})$: E' enerjili ve $\vec{\Omega}'$ yönlü nötronların, $\vec{r}$ noktasındaki birim hacme, enerjileri E ve yönleri $\vec{\Omega}$ olacak şekilde saçılmalarıyla ilgili makroskopik tesir kesiti ,
- $S(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)$: Fisyon sonucu veya bağımsız nötron kaynaklarından t anı civarındaki birim zaman aralığında, $\vec{r}$ noktası civarındaki birim hacimde, E civarındaki birim enerji aralığında ve $\vec{\Omega}$ civarındaki birim katı açı içinde yönlü olarak yayınlanması beklenen nötron sayısı .

Fisyon sonrası $\vec{r}$ noktası civarındaki birim hacimde yayınlanan nötron sayısını,

$$\int_{4\pi} d\Omega' \int_0^{\infty} dE' \nu(\vec{r}, E') \Sigma_f(\vec{r}, E') \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}', E', t) , \quad (2.2)$$

şeklinde yazıyoruz. Bu yayınlanan nötronlardan $\chi(E)$ kadarının enerjileri E civarındaki birim enerji aralığında olacaktır. Buna göre,

$$S(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) = \frac{\chi(E)}{4\pi} \int_{4\pi} d\Omega' \int_0^{\infty} dE' \left[\nu(\vec{r}, E') \Sigma_f(\vec{r}, E') \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}', E', t) \right] + S_{\circ}(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) , \quad (2.3)$$

olarak yazılabilir. Buradaki $S_{\circ}(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)$ terimi bağımsız nötron kaynaklarından t anı civarındaki birim zaman aralığı içinde, $\vec{r}$ noktası civarındaki birim hacimde, $\vec{\Omega}$ yönü civarındaki birim katı açı içinde ve E enerjisi civarındaki birim enerji aralığında kinetik enerjili olarak yayınlanması beklenen nötron sayısıdır.

(2.3) bağıntısını (2.1)'e yerleştirdiğimizde nötron transport denklemi,

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{v(E)} \frac{\partial \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)}{\partial t} + \vec{\Omega} \cdot \nabla \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) + \Sigma_t(\vec{r}, E) \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) \\
&= \int_{4\pi} d\Omega' \int_0^\infty dE' \left[\Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}', \vec{\Omega}) \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}', E', t) \right] \\
&+ \frac{\chi(E)}{4\pi} \int_{4\pi} d\Omega' \int_0^\infty dE' \left[\nu(\vec{r}, E') \Sigma_f(\vec{r}, E') \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}', E', t) \right] \\
&+ S_s(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) \quad , \quad (2.4)
\end{aligned}$$

inde elde edilir.

$$\phi(\vec{r}, E, t) = \int_{4\pi} d\Omega \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) \quad . \quad (2.5)$$

Yönsel akıdan kurtulmak ve sadece enerjiye bağımlı nötron sayısını $\phi(\vec{r}, E, t)$ 'yi içeren bir denklem bulabilmek amacı ile arıdaki (2.5) tanım bağıntısını kullanacağız. Nötron transport denkleminin her bir terimini 4π 'lik katı açı üzerinden entegre edeceğiz. Bu işlemi her bir terime uyguladığımızda,

$$\int_{4\pi} d\Omega \frac{1}{v} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \int_{4\pi} d\Omega \Phi = \frac{1}{v} \frac{\partial \phi(\vec{r}, E, t)}{\partial t} \quad , \quad (2.6)$$

$$\int_{4\pi} d\Omega \Sigma_i \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) = \Sigma_i \int_{4\pi} d\Omega \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) = \Sigma_i \phi(\vec{r}, E, t) \quad , \quad (2.7)$$

$$\int_{4\pi} d\Omega S(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) = S(\vec{r}, E, t) \quad , \quad (2.8)$$

ifadeleri kolayca bulunur. Dördüncü terimin katı açı üzerinden integralini kolaylaştırmak için $\vec{\Omega}'$ yönünü z' - eksenini olarak alacağız. Buna göre,

$$\Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}', \vec{\Omega}) = \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \mu_0) \quad , \quad (2.9)$$

bağıntısını yazabiliriz. Daha sonrada saçılma olasılığının azimütal açının kosinüsünden (μ_0 'dan) bağımsızlığını gözönüne alarak,

$$\int_{4\pi} d\Omega \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}', \vec{\Omega}) = 2\pi \int_{-1}^{+1} d\mu_0 \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \mu_0) = \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E) \quad , \quad (2.10)$$

tek - differansiyel makroskopik saçılma tesir kesitini buluruz.

$$\begin{aligned} & \int_{4\pi} d\Omega \int_{4\pi} d\Omega' \int_0^\infty dE' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}', \vec{\Omega}) \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}', E', t) \\ &= \int_{4\pi} d\Omega' \int_0^\infty dE' \left[\int_{4\pi} d\Omega \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}', \vec{\Omega}) \right] \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}', E', t) \quad . \end{aligned} \quad (2.11)$$

(2.10) bağıntısını (2.11) 'de yerine koyarak nötron transport denklemindeki dördüncü terimin 4π katı açısı üzerinden integralini aşağıdaki şekilde hesaplarız.

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^{\infty} dE' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E) \left[\int_{4\pi} d\Omega' \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}', E', t) \right] \\
 &= \int_0^{\infty} dE' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E) \phi(\vec{r}, E', t) \quad , \quad (2.12)
 \end{aligned}$$

Son olarak ikinci terimin integralini hesaplırsak,

$$\int_{4\pi} d\Omega \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \Phi = \vec{\nabla} \cdot \int_{4\pi} d\Omega (\vec{\Omega} \Phi) = \vec{\nabla} \cdot \vec{J}(\vec{r}, E, t) \quad , \quad (2.13)$$

sonucu bulunur. Nötron transport denkleminin 4π katı açı üzerinden integrasyonu ile,

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{v(E)} \frac{\partial \phi(\vec{r}, E, t)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J}(\vec{r}, E, t) + \Sigma_t(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, t) \\
 &= \int_0^{\infty} dE' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E) \phi(\vec{r}, E', t) + S(\vec{r}, E, t) \quad , \quad (2.14)
 \end{aligned}$$

denklemini türetilir. Bu denkleme nötron süreklilik denklemini adı verilir. Bu denklem bir nötron denge denklemdir. (2.14) denklemindeki bize yabancı olan tek terim $\vec{J}(\vec{r}, E, t)$ terimidir. $\vec{J}(\vec{r}, E, t)$ enerjiye bağımlı nötron akım vektörüdür. (2.13) bağıntısından da görülebileceği gibi,

$$J(\vec{r}, E, t) = \int_{4\pi} d\Omega \vec{n} \cdot \vec{\Phi}(\vec{r}, \vec{n}, E, t) \quad . \quad (2.15)$$

olarak tanımlanır.

(2.14) denklemi $\phi(\vec{r}, E, t)$ ve $J(\vec{r}, E, t)$ olmak üzere iki bilinmeyen içermektedir. Enerjiye bağımlı nötron akısı ve nötron akımı tamamen değişik fonksiyonlardır. Nötron transport denklemini çözebilmek ve nötron dağılımını bulabilmek için bu iki fonksiyon arasında bir ilişki bulmak zorundayız. Bu da bir yaklaşım yapmadan sağlanamaz. Burada kullandığımız yaklaşım P_1 yaklaşımı adını alır.

Transport denklemindeki saçılma terimine P_1 yaklaşımı uygulandığında;

$$\begin{aligned} & \frac{1}{v(E)} \frac{\partial \Phi(\vec{r}, \vec{n}, E, t)}{\partial t} + \vec{n} \cdot \nabla \Phi(\vec{r}, \vec{n}, E, t) + \Sigma_t(\vec{r}, E) \Phi(\vec{r}, \vec{n}, E, t) \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty dE' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E) \phi(\vec{r}, E', t) \\ &+ \frac{3}{4\pi} \int_0^\infty dE' \Sigma_{s,1}(\vec{r}, E' \rightarrow E) \left[\vec{n} \cdot J(\vec{r}, E', t) \right] \\ &+ S(\vec{r}, \vec{n}, E, t) \quad , \quad (2.16) \end{aligned}$$

denklem yukarıdaki şekile indirgenebilir [12]. (2.16) denklemi $\vec{n}$ ile çarpılıp 4π katı açı üzerinden entegre edildiğinde Ek-A Tablo.1 de verilen sonuçların yardımı ile;

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{v(E)} \frac{\partial \vec{J}(\vec{r}, E, t)}{\partial t} + \frac{1}{3} \vec{\nabla} \phi(\vec{r}, E, t) + \Sigma_t(\vec{r}, E) \vec{J}(\vec{r}, E, t) \\
& = \int_0^\infty dE' \Sigma_{s,1}(\vec{r}, E' \rightarrow E) \vec{J}(\vec{r}, E', t) + S_1(\vec{r}, E, t) \quad , \quad (2.17)
\end{aligned}$$

şekline döndür. (2.14) ve (2.17) denklemlerine enerjiye bağımlı P_1 denklemleri denir. Bu iki differansiyel denklemi birarada çözerek iki bilinmiyeni; enerjiye bağımlı nötron akısı $\phi(\vec{r}, E, t)$ ve akım vektörü $\vec{J}(\vec{r}, E, t)$ 'yi bulabiliriz. Fakat burada (2.17) denklemini bazı fiziksel gerekçelere dayanılarak daha basitleştirebiliriz.

Fisyon sonucu veya bağımsız kaynaklardan yayınlanan nötronlar eşyönlü olarak yayınlandığı için:

$$S(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) = \frac{S(\vec{r}, E, t)}{4\pi} \quad , \quad (2.18)$$

olur. Buna göre de,

$$S_1(\vec{r}, E, t) = \int_{4\pi} d\Omega \vec{\Omega} S(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) = \frac{S(\vec{r}, E, t)}{4\pi} \int_{4\pi} d\Omega \vec{\Omega} = 0 \quad , \quad (2.19)$$

bulunur. (2.17) denklemindeki;

$$\frac{1}{v(E)} \frac{\partial \vec{J}(\vec{r}, E, t)}{\partial t}$$

terimi diğer terimlerden çok daha küçüktür. Bu nedenle bu terim sıfır alınabilir. Yani

$$\frac{1}{v(E)} \frac{\partial \vec{J}(\vec{r}, E, t)}{\partial t} = 0 \quad , \quad (2.20)$$

şeklinde yazılabilir. (2.18) ve (2.19) varsayımları yardımı ile (2.17) denklemini tekrar yazarsak;

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \vec{\nabla} \phi(\vec{r}, E, t) + \sum_l (\vec{r}, E) \vec{J}(\vec{r}, E, t) \\ = \int_0^\infty dE' \sum_{s,1} (\vec{r}, E' \rightarrow E, t) \vec{J}(\vec{r}, E', t) \quad , \end{aligned} \quad (2.21)$$

denklemini elde ederiz. Saçılmaların eşyönlü olarak gerçekleştiği varsayımı yapılırsa, yani

$$\sum_s (\vec{r}, E' \rightarrow E, \mu_0) = \frac{\sum_s (\vec{r}, E' \rightarrow E)}{4\pi} \quad , \quad (2.22)$$

olarak alınırsa;

$$\sum_{s,1} (\vec{r}, E' \rightarrow E) = \frac{2\pi}{4\pi} \sum_s (\vec{r}, E' \rightarrow E) \int_{-1}^{+1} d\mu_0 \mu_0 = 0 \quad , \quad (2.23)$$

olacaktır. Bu sonucu (2.21) denklemine yerleştirirsek;

$$\vec{J}(\vec{r}, E, t) = - \frac{1}{3\Sigma_t(\vec{r}, E)} \vec{\nabla} \phi(\vec{r}, E, t) \quad , \quad (2.24)$$

yazılabilir. Burada bir tanım yapalım ve enerjiye bağlı difüzyon sabiti $D(\vec{r}, E)$ 'yi, saçılmanın kütle merkezi sisteminde izotropik olduğu varsayımı ile aşağıdaki şekilde tanımlayalım:

$$D(\vec{r}, E) = \frac{1}{3\Sigma_t(\vec{r}, E)} \quad . \quad (2.25)$$

Bu tanımı (2.24) denklemine yerleştirirsek,

$$\vec{J}(\vec{r}, E, t) = - D(\vec{r}, E) \vec{\nabla} \phi(\vec{r}, E, t) \quad , \quad (2.26)$$

Fick bağıntısını yazarız. Bu bağıntı (2.14) ile verilen nötron süreklilik denklemine yerleştirilirse;

$$\begin{aligned} \frac{1}{v(E)} \frac{\partial \phi(\vec{r}, E, t)}{\partial t} - \vec{\nabla} \cdot D(\vec{r}, E) \vec{\nabla} \phi(\vec{r}, E, t) + \Sigma_t(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, t) \\ = \int_0^\infty dE' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E) \phi(\vec{r}, E', t) + S(\vec{r}, E, t) \quad , \end{aligned} \quad (2.27)$$

enerjiye bağımlı nötron difüzyon denklemi elde edilir. Bu denklemdaki kısaca kaynak terimi olarak adlandırdığımız $S(\vec{r}, E, t)$ terimi, (2.3) bağıntısıyla verilen $S(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)$ 'nin katı açılış üzerinden integrasyonu ile elde edilir.

$$\begin{aligned}
S(\vec{r}, E, t) &= \int_{4\pi} d\Omega S(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) \\
&= \chi(E) \int_0^\infty dE' \left[\nu(\vec{r}, E') \Sigma_f(\vec{r}, E') \phi(\vec{r}, E', t) \right] \\
&\quad + S_\theta(\vec{r}, E, t) \quad , \quad (2.28)
\end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir. Burada,

$$S_\theta(\vec{r}, E, t) = \int_{4\pi} d\Omega S(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) \quad , \quad (2.29)$$

olarak tanımlanmıştır. (2.28) bağıntısını kullanarak (2.27) denklemini tekrar yazarsak;

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{v(E)} \frac{\partial \phi(\vec{r}, E, t)}{\partial t} - \vec{\nabla} \cdot D(\vec{r}, E) \vec{\nabla} \phi(\vec{r}, E, t) + \Sigma_t(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, t) \\
&= \int_0^\infty dE' \Sigma_\theta(\vec{r}, E' \rightarrow E) \phi(\vec{r}, E', t) \\
&\quad + \chi(E) \int_0^\infty dE' \left[\nu(\vec{r}, E') \Sigma_f(\vec{r}, E') \phi(\vec{r}, E', t) \right] \\
&\quad + S_\theta(\vec{r}, E, t) \quad , \quad (2.30)
\end{aligned}$$

denklemini elde ederiz. (2.30) denklemine enerjiye bağımlı difüzyon denklemi denir. Bu denklem öne sürülen varsayımların

geçerli olması koşulu ile bir nükleer sistemde nötron dağılımını veren temel denklemdir.

Fisyonda yayınlanan nötronların çok küçük bir hacmini gecikmiş nötronlar oluşturur. Gecikmiş nötronlar reaktör kinetiğinde çok büyük önem taşırlar. Bir nükleer sistemde nötron yayınlanma hızını saptamak için gecikmiş nötron yayınlanmasına yol açan gecikmiş nötron öncüsü çekirdeklerinin yoğunluğunun bilinmesi gerekir.

Toplam I ayrı tip gecikmiş nötron öncüsü olduğunu kabul ediyoruz. $i.ci$ ($i= 1,2,...,I$) tip gecikmiş nötron öncüsünün t anında, $\vec{r}$ noktasında $c_i(\vec{r},t)$ yoğunluğunda bulunduğunu varsayarsak ve bu $i.ci$ tip öncünün bozunum sabitini de λ_i olarak alırsak; t anında, $\vec{r}$ noktasındaki birim hacimde ve birim zamanda yayınlanan gecikmiş nötron sayısı,

$$\sum_{i=1}^I \lambda_i c_i(\vec{r},t) \quad , \quad (2.31)$$

olarak tanımlayabiliriz. Fisyon başına yayınlanan nötronlardan, $i.ci$ gecikmiş nötron öncü grubu tarafından yayınlananların kesrini, gecikmiş nötron kesrini β_i ile gösterelim. Bu β_i tane gecikmiş nötron için önce fisyon anında β_i tane i - tipi gecikmiş nötron öncüsü oluşmalıdır.

t anında, $\vec{r}$ noktasındaki birim hacimde ve birim zamanda fisyon sonucu oluşan i -tipi gecikmiş nötron öncü sayısı,

$$\beta_i \int_0^{\infty} dE \nu \Sigma_f(\vec{r}, E, t) \phi(\vec{r}, E, t) \quad , \quad (2.32)$$

şeklinde olmaktadır. Buradaki ν : Fisyon başına yayınlanan ortalama nötron sayısıdır. Gecikmiş nötron öncüsü bozunduğu zaman kaybolduğuna göre (2.31) denklemi bize gecikmiş nötron öncüsü kayıp hızını verir. Bununla beraber (2.32) denklemi de gecikmiş nötron öncülerinin üretim hızıdır. Üretim hızından kayıp hızını çıkararak;

$$\frac{\partial c_i(\vec{r}, t)}{\partial t} = \beta_i \int_0^{\infty} dE \nu \Sigma_f(\vec{r}, E, t) \phi(\vec{r}, E, t) - \lambda_i c_i(\vec{r}, t) \quad ,$$

$i = 1, 2, \dots, I \quad (2.33)$

gecikmiş nötron öncülerinin zamana bağlı değişimlerini bulabiliriz. $\chi_i(E)dE$ ile i .ci tip öncü tarafından yayınlanan bir nötronun E ile $E+dE$ arasında kinetik enerji ile yayınlanma olasılığını gösterirsek; t anında, $\vec{r}$ noktasındaki birim hacim ve birim zamanda E ile $E+dE$ arasında kinetik enerjili olarak yayınlanan gecikmiş nötron sayısını;

$$\sum_{i=1}^I \chi_i(E) \lambda_i c_i(\vec{r}, t) dE \quad , \quad (2.34)$$

olarak tanımlarız. Fisyon sonucunda bir anı nötronun E ile $E+dE$ arasında kinetik enerjili olarak yayınlanma olasılığını da $\chi_p(E)dE$ ile ifade ediyoruz.

Fisyon başına yayınlanan bir nötronun gecikmiş olarak yayınlanma olasılığı,

$$\beta = \sum_{i=1}^I \beta_i , \quad (2.35)$$

olarak tanımlandığına göre, ani olarak yayınlanma olasılığını da $(1-\beta)$ ile gösteririz. Buna göre t anında, $\vec{r}$ noktasındaki birim hacim ve birim zamanda E ile $E+dE$ arasında kinetik enerjili olarak yayınlanan ani nötron sayısı,

$$\chi_p(E) (1-\beta) \left[\int_0^\infty dE' \nu \Sigma_f(\vec{r}, E', t) \phi(\vec{r}, E', t) \right] dE , \quad (2.36)$$

olur. Tüm bu tanımlardan sonra ani ve gecikmiş fisyon nötronu terimlerini birbirinden ayırarak, enerjiye bağımlı difüzyon denklemini yeniden yazalım:

$$\begin{aligned} \frac{1}{v(E)} \frac{\partial \phi(\vec{r}, E, t)}{\partial t} &= \vec{\nabla} \cdot D(\vec{r}, E, t) \vec{\nabla} \phi(\vec{r}, E, t) - \Sigma_t(\vec{r}, E, t) \phi(\vec{r}, E, t) \\ &+ \int_0^\infty dE' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, t) \phi(\vec{r}, E', t) \\ &+ \chi_p(E) (1-\beta) \int_0^\infty dE' \left[\nu \Sigma_f(\vec{r}, E', t) \phi(\vec{r}, E', t) \right] \\ &+ \sum_{i=1}^I \chi_i(E) \lambda_i c_i(\vec{r}, t) \\ &+ S(\vec{r}, E, t) , \end{aligned} \quad (2.37)$$

Burada difüzyon sabiti ve tesir kesitlerinin zamanla değişimine izin verildiğine dikkati çekelim.

(2.33) ve (2.37) bağıntılarını daha düzenli bir şekilde yazabilmek için $f(\vec{r}, E, t)$ herhangi bir fonksiyon olmak üzere $\mathcal{A}$ ve $\mathcal{M}$ adlarında iki operatör tanımlayalım:

$$\mathcal{A}f(\vec{r}, E, t) \equiv \Sigma_t(\vec{r}, E, t) f(\vec{r}, E, t) - \int_0^\infty dE' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, t) f(\vec{r}, E', t) \quad (2.38)$$

$$\mathcal{M}f(\vec{r}, E, t) \equiv \int_0^\infty dE' \nu \Sigma_f(\vec{r}, E', t) f(\vec{r}, E', t) \quad , \quad (2.39)$$

Difüzyon denklemini ve gecikmiş nötron öncülerinin zamana bağlı değişimlerine ilişkin denklemi, $\mathcal{A}$ ve $\mathcal{M}$ operatörlerini $\phi(\vec{r}, E, t)$ üzerinden işleterek yeniden yazarsak:

$$\begin{aligned} \frac{1}{v(E)} \frac{\partial \phi(\vec{r}, E, t)}{\partial t} &= \vec{\nabla} \cdot D(\vec{r}, E, t) \vec{\nabla} \phi(\vec{r}, E, t) - \mathcal{A} \phi(\vec{r}, E, t) \\ &+ \chi_p(E) (1-\beta) \mathcal{M} \phi(\vec{r}, E', t) \\ &+ \sum_{i=1}^I \chi_i(E) \lambda_i c_i(\vec{r}, t) + S(\vec{r}, E, t) \quad , \end{aligned} \quad (2.40)$$

$$\frac{\partial c_i(\vec{r}, t)}{\partial t} = \beta_i \mathcal{M} \phi(\vec{r}, E, t) - \lambda_i c_i(\vec{r}, t) \quad , \quad i = 1, 2, \dots, I. \quad (2.41)$$

Reaktörde I ayrı tip gecikmiş nötron öncüsü olduğu için I adet denklem elde edilir. Bizim amacımız olan zamana bağlı nötron akısının bulunması, difüzyon denklemi ile birlikte birbirine kuple I+1 adet diferansiyel denklemin çözümünü gerektirmektedir. Bu denklemlerin çözümü nükleer bir sistem için oldukça zordur. Fakat bu denklemlerden yola çıkılarak, kinetik olayların fiziğinden kaynaklanan bazı yaklaşımların da yardımı ile zamana bağlı reaktör davranışı bulunabilir.

Reaktörde nötron yayınlayacak bağımsız bir nötron kaynağı olmadığını varsayarak sonraki işlemlerimizde $S(\vec{r}, E, t)$ terimini ihmal edeceğiz. (2.40) denkleminin çözümünde, makroskopik etkin kesitlerinin işleme alınabilmesi, sistemdeki tüm izotopların yoğunluklarının yanı sıra, bunların mümkün tüm nötron enerjilerine karşılık, ilgili bütün etkileşmelerindeki, mikroskopik etkin kesitlerinin deney veya hesap yoluyla bulunmuş olmasını gerektirir. Bu bütün izotopların etkin kesitlerine ilişkin, ölçüm ve hesaplardaki belirsizlikler reaktör teorisi için bugün bile hala bir sorun olmaktadır.

$n(\vec{r}, E, t)$: t anında, $\vec{r}$ noktasındaki birim hacimde E enerjisinde bulunan nötron sayısı,

olmak üzere nötron akısını,

$$\phi(\vec{r}, E, t) = n(\vec{r}, E, t) v(E) \quad , \quad (2.42)$$

olarak yazıyoruz.

Reaktörde herhangi bir t anında bulunan toplam nötron sayısını; $n(\vec{r}, E, t)$ 'nin reaktör hacmi ve tüm nötron enerjileri üzerinden alınan integrali ile;

$$n(t) = \int_V dV \int_0^{\infty} dE \frac{\phi(\vec{r}, E, t)}{v(E)} , \quad (2.43)$$

biçiminde buluruz.

Nötron akısının düzeyinin bir ölçüsü olarak, yere ve enerjiye bağlı nötron yoğunluğunu; $W(\vec{r}, E)$ ile gösterilen ve önceden bilindiği varsayılan ağırlık fonksiyonu ile çarparak ağırlaştırdıktan sonra, reaktör hacmi ve tüm enerjiler üzerinden integralini alalım.

$$N(t) = \int_V dV \int_0^{\infty} dE W(\vec{r}, E) \frac{\phi(\vec{r}, E, t)}{v(E)} . \quad (2.44)$$

Bu işlem sonucunda elde ettiğimiz $N(t)$ fonksiyonu, t anında reaktörde bulunan toplam nötron sayısının ağırlaştırılmış bir fonksiyonu olmaktadır. Biz bu fonksiyona kısaca zaman fonksiyonu veya amplitüd fonksiyonu adını veriyoruz.

Difüzyon denkleminin yaklaşık çözümünü bulurken bir yaklaşım yapıyoruz ve akıyı yer ve enerji ile zamana bağlı iki fonksiyonun çarpımı şeklinde yazıyoruz:

$$\phi(\vec{r}, E, t) \cong \psi(\vec{r}, E) N(t) . \quad (2.45)$$

Akı; yer ve enerji ile zaman bağımlılığının birbirlerinden ayrılacağı varsayımı, reaktör teorisinde "nokta kinetik varsayımı" olarak bilinir. Fakat bu varsayım, reaktörde nötronların sayısında meydana gelecek değişimin büyük olmadığı koşullarda geçerlidir. Mesela bir kontrol çubuğunun hareketinden doğacak değişim süreci nokta kinetik yaklaşımla incelenebilir. Ayrıca nokta kinetik yaklaşım, reaktörde akı biçiminin zamanla çok sert değişmediği veya biraz daha kaba bir ifadeyle, hiç değişmediği varsayımına dayanır.

(2.45) denklemindeki;

$\psi(\vec{r}, E)$: $\phi(\vec{r}, E, t)$ 'nin E enerjili nötronlar için yer bağımlılığı, biçim fonksiyonu,

olarak tanımlanmaktadır.

(2.45) bağıntısıyla verilen akı değerini, zaman fonksiyonunun tanımında yerine yazarsak;

$$N(t) = \left[\int_V dV \int_0^\infty dE \, W(\vec{r}, E) \frac{1}{v(E)} \psi(\vec{r}, E) \right] N(t) , \quad (2.46)$$

elde ederiz. Bu bağıntıdan görüldüğü gibi parantezin içindeki değer 1 'dir ve bu normalizasyon koşulu olarak bilinir.

$$\left[\int_V dV \int_0^\infty dE \, W(\vec{r}, E) \frac{1}{v(E)} \psi(\vec{r}, E) \right] = 1 . \quad (2.47)$$

(2.40) bağıntısıyla verilen; yere, enerjiye ve zamana bağlı difüzyon denklemine

$$\sum_{i=1}^I \chi_i \beta_i \lambda \phi \quad , \quad (2.48)$$

terimini ekleyip çıkaralım ve denklemini $W(\vec{r}, E)$ ile çarparak reaktör hacmi ve enerji üzerinden integre edelim.

(2.41) bağıntısıyla verilen; gecikmiş nötron öncülerinin zamana bağlı değişimlerine ilişkin denklemini de

$$\chi_i(E) W(\vec{r}, E) \quad , \quad (2.49)$$

ile çarparak yine reaktör hacmi ve enerji üzerinden integre edelim.

Bu işlemler sonucunda,

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} \left[\int_V dV \int_0^\infty dE W(\vec{r}, E) \frac{1}{v(E)} \psi(\vec{r}, E) N(t) \right] \\
&= \int_V dV \int_0^\infty dE W(\vec{r}, E) \left[\vec{\nabla} \cdot D(\vec{r}, E, t) \vec{\nabla} \psi(\vec{r}, E) - \mathcal{A} \psi(\vec{r}, E) \right. \\
&\quad \left. + \left[\chi_p(E) (1-\beta) + \sum_{i=1}^I \chi_i(E) \beta_i \right] \mathcal{M} \psi(\vec{r}, E) \right] N(t) \\
&\quad - \int_V dV \int_0^\infty dE W(\vec{r}, E) \sum_{i=1}^I \chi_i(E) \beta_i \mathcal{M} \psi(\vec{r}, E) N(t) \\
&\quad + \sum_{i=1}^I \lambda_i \int_V dV \int_0^\infty dE W(\vec{r}, E) \chi_i(E) c_i(\vec{r}, t) \quad , \\
&\hspace{25em} (2.50)
\end{aligned}$$

ve,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\int_V dV \int_0^\infty dE W(\vec{r}, E) \chi_i(E) c_i(\vec{r}, t) \right]$$

$$\begin{aligned}
&= \int_V dV \int_0^\infty dE \, W(\vec{r}, E) \, \chi_i(E) \, \beta_i \, \mathcal{M}\psi(\vec{r}, E) \, N(t) \\
&+ \int_V dV \int_0^\infty dE \, W(\vec{r}, E) \, \chi_i(E) \, c_i(\vec{r}, t) \quad , \quad i=1,2,\dots,I.
\end{aligned}
\tag{2.51}$$

bağıntıları elde edilir. Bu bağıntıların sol yanlarını, (2.47) ile elde ettiğimiz normalizasyon koşulunu kullanarak,

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial t} \left[\int_V dV \int_0^\infty dE \, W(\vec{r}, E) \, \frac{1}{v(E)} \, \psi(\vec{r}, E) \, N(t) \right] \\
&= \left[\int_V dV \int_0^\infty dE \, W(\vec{r}, E) \, \frac{1}{v(E)} \, \psi(\vec{r}, E) \right] \frac{dN(t)}{dt} \quad ,
\end{aligned}
\tag{2.52}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\int_V dV \int_0^\infty dE \, W(\vec{r}, E) \, \chi_i(E) \, c_i(\vec{r}, t) \right]$$

$$= \left[\int_V dV \int_0^\infty dE W(\vec{r}, E) \frac{\psi(\vec{r}, E)}{v(E)} \right] \frac{d}{dt} \left[\frac{\int_V dV \int_0^\infty dE W(\vec{r}, E) \chi_i(E) c_i(\vec{r}, E)}{\int_V dV \int_0^\infty dE W(\vec{r}, E) \frac{\psi(\vec{r}, E)}{v(E)}} \right] \quad (2.53)$$

biçiminde elde ederiz. Integrasyonunu elde ettiğimiz (2.50) ve (2.51) bağıntılarını,

$$\int_V dV \int_0^\infty dE W(\vec{r}, E) \left[\chi_p(E) (1-\beta) + \sum_{i=1}^I \chi_i(E) \beta_i \right] M\psi(\vec{r}, E) ,$$

büyükliğüne bölerek;

$$\rho(t) = \frac{\int_V dV \int_0^\infty dE W \left[\vec{\nabla} \cdot D \vec{\nabla} \psi - \mathcal{A}\psi + \left\{ \chi_p(1-\beta) + \sum_{i=1}^I \chi_i \beta_i \right\} M\psi \right]}{\int_V dV \int_0^\infty dE W \left[\chi_p(1-\beta) + \sum_{i=1}^I \chi_i \beta_i \right] M\psi} \quad (2.54)$$

$$\beta_i(t) = \frac{\int_V dV \int_0^\infty dE W(\vec{r}, E) \sum_{i=1}^I \chi_i(E) \beta_i \mathcal{M}\psi(\vec{r}, E)}{\int_V dV \int_0^\infty dE W(\vec{r}, E) \left[\chi_p(E) (1-\beta) + \sum_{i=1}^I \chi_i(E) \beta_i \right] \mathcal{M}\psi(\vec{r}, E)}$$

(2.55)

$$\Lambda(t) = \frac{\int_V dV \int_0^\infty dE W(\vec{r}, E) \frac{1}{v(E)} \psi(\vec{r}, E)}{\int_V dV \int_0^\infty dE W(\vec{r}, E) \left[\chi_p(E) (1-\beta) + \sum_{i=1}^I \chi_i(E) \beta_i \right] \mathcal{M}\psi(\vec{r}, E)}$$

(2.56)

ve,

$$C_i(t) = \frac{\int_V dV \int_0^\infty dE W(\vec{r}, E) \chi_i(E) c_i(\vec{r}, t)}{\int_V dV \int_0^\infty dE W(\vec{r}, E) \frac{1}{v(E)} \psi(\vec{r}, E)}, \quad (2.57)$$

bulunur .

$W(\vec{r}, t)$ fonksiyonunun seçimine bağlı olarak $\rho(t)$, $C_i(t)$, $\beta_i(t)$ ve $\Lambda(t)$ 'nin fiziksel yorumunu yapabiliriz.

$\rho(t)$ 'ye fiziksel bir yorum getirebilmek için (2.54) bağıntısının pay ve paydasını, zaman fonksiyonu olarak tanımladığımız $N(t)$ ile çarpalım. (2.45) bağıntısını da gözönüne alarak (2.54) 'ün pay ve paydasına bakalım:

$$\text{Paydadaki } \left[\chi_p(E) (1-\beta) + \sum_{i=1}^I \chi_i(E) \beta_i \right] \mathcal{M}\phi(\vec{r}, E, t) \text{ ifadesi, } t$$

anında, dV hacminde ve dE enerjisindeki nötron üreme hızıdır. Bütünüyle payda ise; nötron üreme hızının reaktör ve tüm enerji üzerinden ağırlaştırılmış integralidir.

Pay da bulunan $\nabla \cdot \vec{D}(\vec{r}, E, t) \nabla \phi(\vec{r}, E, t) - \mathcal{M}\phi(\vec{r}, E, t)$ ifadesi ise; t anında, dV hacminde E enerjisindeki nötronların kayıp hızıdır. Bütünüyle pay, net nötron üreme hızının ağırlaştırılmış integralidir. Bu durumda $\rho(t)$, ağırlaştırılmış net nötron üreme hızının, ağırlaştırılmış nötron üreme hızına oranıdır.

$\beta_i(t)$, i . grup gecikmiş nötron üretim hızının fisyonda üreyen nötron hızına, ağırlaştırılmış anlamda bir oranıdır. Eğer $W(\vec{r}, E) = 1$ seçilirse, $\beta_i(t) = \beta_i$, yani etkin gecikmiş nötron kesri gerçek gecikmiş nötron kesrine eşit olur. $W(\vec{r}, E)$, 1' den farklı ise; $W(\vec{r}, E)$ seçimine bağlı olarak etkin gecikmiş nötron kesri gerçek gecikmiş nötron kesrinden farklı olur.

$\Lambda(t)$ 'ye fiziksel bir yorum getirebilmek için (2.56) bağıntısı, $W(\vec{r}, E) = 1$ alınarak aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\int_V dV \int_0^\infty dE \left[\chi_p(E) (1-\beta) + \sum_{i=1}^I \chi_i(E) \beta_i \right] \mathcal{M}\phi(\vec{r}, E, t) =$$

$$\frac{\int_V dV \int_0^\infty dE \frac{1}{v(E)} \phi(\vec{r}, E, t)}{\Lambda(t)} \quad (2.58)$$

Sol taraf, yani fisyon nötronu üretim hızı, reaktördeki toplam nötron sayısının $\Lambda(t)$ 'ye oranıdır. $\Lambda(t)$, reaktörde üreyen bir nötronun ömrü olmaktadır. $W(\vec{r}, E)$, 1' den farklı ise $\Lambda(t)$, ağırlaştırılmış anlamda nötron üreme hızıdır.

(2.57) bağıntısındaki $C_i(t)$, gecikmiş nötron öncüleri tarafından üretilen, ağırlaştırılmış gecikmiş nötron sayısının, reaktörde yine ağırlaştırılmış anlamda nötron sayısına oranıdır.

Bu açıklamalardan sonra yukarıdaki parametreleri yeniden ele alırsak:

$\rho(t)$: t anındaki uyarım,

$\beta_i(t)$: t anındaki i. öncü grup gecikmiş nötron oranı,

$\Lambda(t)$: t anındaki nötron üreme zamanı,

$C_i(t)$: t anındaki i. grup gecikmiş nötron öncü yoğunluğu,

olmaktadır.

Bu tanımları kullanarak (2.52) ve (2.53) bağıntılarını yeniden yazarsak;

$$\Lambda(t) \frac{dN(t)}{dt} = \left[\rho(t) - \beta(t) \right] N(t) + \Lambda(t) \sum_{i=1}^I \lambda_i C_i(t) \quad , \quad (2.59)$$

$$\Lambda(t) \frac{dC_i(t)}{dt} = \beta_i(t) N(t) - \lambda_i \Lambda(t) C_i(t) \quad . \quad (2.60)$$

Son iki bağıntıyı tekrar düzenlersek;

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{\rho(t) - \beta(t)}{\Lambda(t)} N(t) + \sum_{i=1}^I \lambda_i C_i(t) \quad , \quad (2.61)$$

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \frac{\beta_i(t)}{\Lambda(t)} N(t) - \lambda_i C_i(t) \quad , \quad i = 1, 2, \dots, I \quad . \quad (2.62)$$

(2.61) ve (2.62) bağıntıları, reaktör kinetiğinin temel denklemleri olarak bilinen Nokta Kinetik Denklemlerdir.

$\beta_i(t)$, zamanla çok az değişir. $\Lambda(t)$ değeri de zamana bağlı olarak çok az değişir. Kinetik hesapları yaparken $\beta_i(t)$ ve $\Lambda(t)$ 'nin zaman bağımlılığı ihmal edilir. Bu arada ihmal edebileceğimiz bir diğer parametre de reaktöre adım şeklinde verdiğimiz $\rho(t)$ reaktivite değeridir. Böylece;

$$\beta_i(t) = \beta_i \quad , \quad (2.63)$$

$$\Lambda(t) = \Lambda \quad , \quad (2.64)$$

$$\rho(t) = \rho \quad , \quad (2.65)$$

alınarak, (2.61) ve (2.62) bağıntıları aşağıdaki son biçimini alır:

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} N(t) + \sum_{i=1}^I \lambda_i C_i(t) \quad , \quad (2.66)$$

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \frac{\beta_i}{\Lambda} N(t) - \lambda_i C_i(t) \quad , \quad i = 1, 2, \dots, I \quad . \quad (2.67)$$

B Ö L Ü M 3

Z A M A N F O N K S İ Y O N U N U N B Ü Y Ü K N E G A T İ F U Y A R I M L A R İ Ç İ N E L D E E D İ L M E S İ

Bölüm 2' nin sonunda bulduğumuz ve Nokta Kinetik Denklemler adı verilen (2.66) ve (2.67) bağıntılarını aşağıya bir kez daha alalım:

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} N(t) + \sum_{i=1}^I \lambda_i C_i(t) , \quad (3.1)$$

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \frac{\beta_i}{\Lambda} N(t) - \lambda_i C_i(t) , \quad i= 1,2,\dots,I. \quad (3.2)$$

Çalışmamızın bu aşamasında, I adet gecikmiş nötron grubu yerine sadece bir adet gecikmiş nötron grubu var kabul ediyoruz ve bu kabulden hareketle (3.1) ve (3.2) bağıntılarını tekrar yazıyoruz:

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} N(t) + \lambda C(t) , \quad (3.3)$$

$$\frac{dC(t)}{dt} = \frac{\beta}{\Lambda} N(t) - \lambda C(t) . \quad (3.4)$$

$N(t)$ ve $C(t)$ fonksiyonlarının değişimlerini,

$$N(t) = a_1 e^{\omega t} , \quad (3.5)$$

$$C(t) = a_2 e^{\omega t} , \quad (3.6)$$

olarak alıyoruz. (3.5) ve (3.6) bağıntılarını kullanarak (3.3) ve (3.4) denklemlerini düzenleyelim. Böylece,

$$\frac{dN(t)}{dt} = \omega a_1 e^{\omega t} = \omega N(t) , \quad (3.7)$$

$$\frac{dC(t)}{dt} = \omega a_2 e^{\omega t} = \omega C(t) , \quad (3.8)$$

$$\omega N(t) = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} N(t) + \lambda C(t) , \quad (3.9)$$

$$\omega C(t) = \frac{\beta}{\Lambda} N(t) - \lambda C(t) , \quad (3.10)$$

ifadelerini elde ediyoruz. Şimdi (3.10)' u kullanarak $C(t)$ ile $N(t)$ arasında bir bağıntı bulmaya çalışalım.

$$\omega C(t) = \frac{\beta}{\Lambda} N(t) - \lambda C(t) ,$$

$$(\omega + \lambda) C(t) = \frac{\beta}{\Lambda} N(t) ,$$

$$C(t) = \frac{\beta}{\Lambda(\omega + \lambda)} N(t) \quad . \quad (3.11)$$

Bu (3.11) ile bulduğumuz bağıntıyı (3.9)' da yerine yazarsak,

$$\omega N(t) = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} N(t) + \lambda \frac{\beta}{\Lambda(\omega + \lambda)} N(t)$$

$$\frac{\rho - \beta}{\Lambda} + \frac{\lambda\beta}{\Lambda(\omega + \lambda)} - \omega = 0$$

denklemini buluruz. Bu denklemde payda eşitlersek,

$$\frac{(\rho - \beta)(\omega + \lambda) + \lambda\beta - \Lambda(\omega + \lambda)\omega}{\Lambda(\omega + \lambda)} = 0$$

$$(\rho - \beta)(\omega + \lambda) + \lambda\beta - \Lambda(\omega + \lambda)\omega = 0$$

$$\rho\omega + \rho\lambda - \beta\omega - \beta\lambda + \lambda\beta - \Lambda\omega^2 - \Lambda\lambda\omega = 0$$

$$-\Lambda\omega^2 + (\rho - \beta - \lambda\Lambda)\omega + \lambda\rho = 0$$

$$\omega^2 - \left[\frac{\rho - \beta}{\Lambda} - \lambda \right] \omega - \frac{\lambda\rho}{\Lambda} = 0 \quad (3.12)$$

ω ' ya bağılı ikinci derece denklemini elde ederiz. Bu karakteristik denklemin çözümünü yaparak ω_1 ve ω_2 'yi bulalım:

ÇÖZÜM:

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad (3.13)$$

$$\Delta = \left[\frac{\rho - \beta}{\Lambda} - \lambda \right]^2 + 4 \frac{\lambda \rho}{\Lambda}$$

$$\omega_{1,2} = \frac{-b \pm (\Delta)^{1/2}}{2a} \quad (3.14)$$

(3.14) 'ü kullanarak;

$$\omega_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{\rho - \beta}{\Lambda} - \lambda \right) + \left[\frac{1}{4} \left(\frac{\rho - \beta}{\Lambda} - \lambda \right)^2 + \frac{\lambda \rho}{\Lambda} \right]^{1/2} \quad (3.15)$$

$$\omega_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\rho - \beta}{\Lambda} - \lambda \right) - \left[\frac{1}{4} \left(\frac{\rho - \beta}{\Lambda} - \lambda \right)^2 + \frac{\lambda \rho}{\Lambda} \right]^{1/2} \quad (3.16)$$

eşitliklerini buluruz.

(3.9) ve (3.10) denklemlerini kullanarak $C(t)$ ' nin $N(t)$ ' ye oranını hesaplayalım:

$$\omega N(t) = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} N(t) + \lambda C(t)$$

$$\left(\omega - \frac{\rho - \beta}{\Lambda}\right) N(t) = \lambda C(t)$$

$$\frac{C(t)}{N(t)} = \frac{\left(\omega - \frac{\rho - \beta}{\Lambda}\right)}{\lambda} \quad (3.17)$$

$$\frac{C(t)}{N(t)} = \frac{\left(\omega_1 - \frac{\rho - \beta}{\Lambda}\right)}{\lambda} = \frac{\left(\omega_2 - \frac{\rho - \beta}{\Lambda}\right)}{\lambda} \quad (3.18)$$

(3.17) ifadesini ω_1 ve ω_2 ' yi kullanarak yukarıdaki şekilde yazabiliriz. Aynı zamanda (3.10) denklemini yardımıyla da,

$$\omega C(t) = \frac{\beta}{\Lambda} N(t) - \lambda C(t)$$

$$(\omega + \lambda) C(t) = \frac{\beta}{\Lambda} N(t)$$

$$\frac{C(t)}{N(t)} = \frac{\beta}{\Lambda(\omega + \lambda)} , \quad (3.19)$$

eşitliğini buluruz. Yine ω 'nın köklerini kullanarak,

$$\frac{C(t)}{N(t)} = \frac{\beta}{\Lambda(\omega_1 + \lambda)} = \frac{\beta}{\Lambda(\omega_2 + \lambda)} , \quad (3.20)$$

şeklinde yazabiliriz.

$N(t)$ fonksiyonunun çözümünü (3.21) ifadesi ile veriyoruz.

$$N(t) = A_1 e^{\omega_1 t} + A_2 e^{\omega_2 t} . \quad (3.21)$$

Yine aynı şekilde $C(t)$ fonksiyonunun genel çözümünü bulabilmek için de (3.11) bağıntısını kullanıyoruz. Böylece,

$$C(t) = \frac{\beta}{\Lambda(\omega + \lambda)} (A_1 e^{\omega_1 t} + A_2 e^{\omega_2 t}) ,$$

$$C(t) = A_1 \frac{\beta}{\Lambda(\omega_1 + \lambda)} e^{\omega_1 t} + A_2 \frac{\beta}{\Lambda(\omega_2 + \lambda)} e^{\omega_2 t} , \quad (3.22)$$

elde ediyoruz.

(3.21) ve (3.22) ifadelerini alt alta yazalım:

$$N(t) = A_1 e^{\omega_1 t} + A_2 e^{\omega_2 t} \quad (3.23)$$

$$C(t) = A_1 \frac{\beta}{\Lambda(\omega_1 + \lambda)} e^{\omega_1 t} + A_2 \frac{\beta}{\Lambda(\omega_2 + \lambda)} e^{\omega_2 t} \quad (3.24)$$

(3.12) ile verdiğimiz ω 'ya bağlı karakteristik denklemi yeniden yazalım:

$$\omega^2 - \left[\frac{\rho - \beta}{\Lambda} - \lambda \right] \omega - \frac{\lambda \rho}{\Lambda} = 0$$

Bu aşamada birtakım yaklaşımlar kullanarak ω_1 ve ω_2 için yaklaşık değerler hesaplayacağız. Şimdi bu yaklaşımları yazalım:

$$|\rho| \gg \beta, \quad (\rho, \beta \text{ 'dan çok farklı}) \quad (3.25)$$

$$\omega^2 \gg \frac{\lambda \rho}{\Lambda} \quad \text{ve} \quad \frac{\rho - \beta}{\Lambda} \quad \text{yanında } \lambda \text{ çok küçük bir değerde,} \quad (3.26)$$

$$\omega^2 \ll \frac{\lambda \rho}{\Lambda} \quad \text{ve} \quad \frac{\rho - \beta}{\Lambda} \quad \text{yanında } \lambda \text{ çok küçük bir değerde,} \quad (3.27)$$

Bu yaklaşımlardan önce (3.26) 'yı karakteristik denklemde kullanırsak, λ ve $\frac{\lambda \rho}{\Lambda}$ yı ihmal edebiliriz. Böylece karakteristik denklem;

$$\omega^2 - \left(\frac{\rho - \beta}{\Lambda}\right)\omega \cong 0 \quad , \quad (3.28)$$

halini alır. (3.13) ve (3.14) 'ü kullanarak bu denklemin çözümünü yaparsak;

$$\Delta \cong \left(\frac{\rho - \beta}{\Lambda}\right)^2$$

$$\omega_1 \cong \frac{\frac{\rho - \beta}{\Lambda} + \left[\left(\frac{\rho - \beta}{\Lambda}\right)^2\right]^{1/2}}{2} \quad ,$$

$$\omega_1 \cong \frac{\rho - \beta}{\Lambda} \quad ,$$

veya,

$$\omega_1 \cong - \frac{\beta - \rho}{\Lambda} \quad . \quad (3.29)$$

olarak ω_1 'in yaklaşık değerini buluruz. Bu seferde aynı işlemleri (3.27) yaklaşımını kullanarak yaparsak karakteristik denklem:

$$- \frac{\rho - \beta}{\Lambda} \omega - \frac{\lambda \rho}{\Lambda} \cong 0 \quad , \quad (3.30)$$

olarak bulunur. Buradan da ω_2 değerini,

$$- \frac{\rho - \beta}{\Lambda} \omega_2 \cong \frac{\lambda \rho}{\Lambda} \quad ,$$

$$\omega_2 \cong - \frac{\lambda \rho}{\rho - \beta} \quad ,$$

$$\omega_2 \cong \frac{\lambda \rho}{\beta - \rho} \quad . \quad (3.31)$$

şeklinde elde ederiz. Yaklaşımlar sonucunda bulduğumuz ω_1 ve ω_2 değerlerini tekrar yazalım:

$$\omega_1 \cong - \frac{\beta - \rho}{\Lambda} \quad , \quad (3.32)$$

$$\omega_2 \cong \frac{\lambda \rho}{\beta - \rho} \quad . \quad (3.33)$$

(3.23) denklemindeki A_1 ve A_2 katsayılarını bulabilmek için verilen başlangıç koşullarını kullanacağız. Bu koşullar sırasıyla;

$$t=0 \quad \text{ için } \quad N(t) = N_0 \quad , \quad (3.34)$$

$$t=0 \quad \text{ için } \quad C(t) = C_0 \quad . \quad (3.35)$$

Bu arada sisteme ani olarak verilecek bir ρ_0 uyarımının neden olacağı zamana bağlı güç değişiminin çok kısa bir sürede cereyan ettiği varsayılırsa, gecikmiş nötron öncü yoğunluğunun sabit kaldığı öngörülebilir. Bu dinamik süreç içinde gecikmiş nötronların sayısındaki değişim de ihmal edilebilir. Böylece,

$$t=0 \quad \text{ için } \quad \frac{dC(t)}{dt} = 0 \quad . \quad (3.36)$$

alınabilir. (3.34) ifadesini (3.23) 'de kullanırsak,

$$N(t=0) = N_0 = A_1 + A_2 \quad (3.37)$$

denklemleri elde edilir. (3.4) ifadesinde, yukarıda verilen başlangıç koşullarını ve (3.36) 'yı kullanarak C_0 ile N_0 arasında bir ilişki bulalım: (3.4) ifadesi,

$$\frac{dC(t)}{dt} = \frac{\beta}{\Lambda} N(t) - \lambda C(t) \quad ,$$

idi. Buradan $t=0$ için;

$$\frac{dC(t)}{dt} = 0 = \frac{\beta}{\Lambda} N_0 - \lambda C_0 \quad ,$$

$$\lambda C_o = \frac{\beta}{\Lambda} N_o ,$$

$$C_o = \frac{\beta}{\lambda \Lambda} N_o . \quad (3.38)$$

ifadesi elde edilir. (3.25) ifadesini, (3.34) ve (3.35) ile verilen başlangıç koşullarını kullanarak yeniden yazalım:

$$C_o = A_1 \frac{\beta}{\Lambda(\omega_1 + \lambda)} + A_2 \frac{\beta}{\Lambda(\omega_2 + \lambda)} \quad (3.39)$$

(3.37) ifadesinden A_2 'yi çekelim;

$$A_2 = N_o - A_1 . \quad (3.40)$$

Elde ettiğimiz (3.38) ve (3.40) eşitliklerini (3.39) da yerine koyarsak;

$$\frac{\beta}{\Lambda \lambda} N_o = A_1 \frac{\beta}{\Lambda(\omega_1 + \lambda)} + A_2 \frac{\beta}{\Lambda(\omega_2 + \lambda)} (N_o - A_1) ,$$

$$\begin{aligned} \frac{\beta}{\Lambda \lambda} N_o &= A_1 \frac{\beta}{\Lambda(\omega_1 + \lambda)} + N_o \frac{\beta}{\Lambda(\omega_2 + \lambda)} \\ &\quad - A_1 \frac{\beta}{\Lambda(\omega_2 + \lambda)} . \end{aligned}$$

ifadesini elde ederiz. Tüm terimlerde ortak olan $\frac{\beta}{\Lambda}$ yı yok edelim ve geri kalan terimleri A_1 ve N_0 parantezlerinde yazalım:

$$\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{(\omega_2 + \lambda)} \right) N_0 = A_1 \left(\frac{1}{(\omega_1 + \lambda)} - \frac{1}{(\omega_2 + \lambda)} \right)$$

Paydaları eşitler ve gerekli kısaltmaları yaparsak,

$$\frac{\omega_2}{\lambda(\omega_2 + \lambda)} N_0 = \frac{\omega_2 - \omega_1}{(\omega_1 + \lambda)(\omega_2 + \lambda)} A_1$$

eşitliğini buluruz. Bu eşitlikte de $(\omega_2 + \lambda)$ çarpanlarını yok edelim:

$$\frac{\omega_2}{\lambda} N_0 = \frac{\omega_2 - \omega_1}{(\omega_1 + \lambda)} A_1$$

$$A_1 = N_0 \frac{\omega_2(\omega_1 + \lambda)}{\lambda(\omega_2 - \omega_1)} \quad (3.41)$$

(3.32) ve (3.33) 'de bulduğumuz ω_1 ve ω_2 'nin yaklaşık değerlerini (3.41) 'de yerine koyarsak,

$$A_1 \cong N_0 \frac{\frac{\lambda \rho}{\beta - \rho} \left(-\frac{\beta - \rho}{\Lambda} + \lambda \right)}{\lambda \left(\frac{\lambda \rho}{\beta - \rho} + \frac{\beta - \rho}{\Lambda} \right)} \quad (3.42)$$

elde ederiz. Bu ifadede de parantezleri açıp, her terinde ortak olan λ 'ları yok ettikten sonra, payda eşitleyelim:

$$A_1 \cong N_0 \frac{-\frac{\lambda \rho}{\Lambda} + \frac{\lambda^2 \rho}{\beta - \rho}}{\frac{\lambda^2 \rho}{\beta - \rho} + \frac{\lambda(\beta - \rho)}{\Lambda}}$$

$$A_1 \cong N_0 \frac{-\frac{\rho}{\Lambda} + \frac{\lambda \rho}{\beta - \rho}}{\frac{\lambda \rho}{\beta - \rho} + \frac{\beta - \rho}{\Lambda}}$$

$$A_1 \cong N_0 \frac{\frac{-\rho(\beta - \rho) + \lambda \rho \Lambda}{\Lambda(\beta - \rho)}}{\frac{\lambda \rho \Lambda + (\beta - \rho)^2}{\Lambda(\beta - \rho)}}$$

$$A_1 \cong N_0 \frac{-\rho(\beta - \rho) + \lambda\rho\Lambda}{\lambda\rho\Lambda + (\beta - \rho)^2} . \quad (3.43)$$

Bu aşamada daha önce yaptığımız (3.25) , (3.26) ve (3.27) yaklaşımlarını kullanacağız.

Eğer ρ 'nun mutlak değeri, β 'dan çok farklı ise o zaman;

$$|\rho| \approx |\rho - \beta| , \quad (3.44)$$

yazılabilir. Yine (3.26) veya (3.27) 'yi kullanarak elde ettiğimiz bir diğer sonuçta;

$$|\rho - \beta| \gg \lambda\Lambda , \quad (3.45)$$

olacaktır. (3.43) ifadesinde sadece payı ele alalım: Payda bulunan her iki terimde de ρ olduğu için payı ρ parantezinde yazarsak;

$$-\rho[(\beta - \rho) + \lambda\Lambda] ,$$

elde edilir. Burada (3.45)'in yardımıyla $\lambda\Lambda$ 'yı $(\beta - \rho)$ 'nun yanında ihmal edebiliriz. Böylece pay da,

$$-\rho(\beta - \rho) ,$$

terimi kalır. Şimdi de (3.44) ifadesini paydada kullanalım. Paydanın ilk terimi olan $\lambda\rho\Lambda$ teriminde, ρ yerine $(\rho - \beta)$ veya $(\beta - \rho)$ yazabiliriz. Böylece payda;

$$\lambda\Lambda(\beta - \rho) + (\beta - \rho)^2 ,$$

halini alır. Bu ifadeyi $(\beta - \rho)$ parantezine alırsak;

$$(\beta - \rho) \left[\lambda\Lambda + (\beta - \rho) \right] ,$$

elde ederiz. Burada da (3.45)'i kullanarak $\lambda\Lambda$ 'yı ihmal ediyoruz. Böylece payda,

$$(\beta - \rho)^2 ,$$

halinde elde edilir. Böylece (3.46) ve (3.47) 'yi birleştirerek, (3.43) ifadesi,

$$A_1 \cong N_0 \frac{-\rho(\beta - \rho)}{(\beta - \rho)^2} ,$$

$$A_1 \cong N_0 \frac{-\rho}{(\beta - \rho)} , \quad (3.46)$$

şeklini alır. Bulduğumuz bu A_1 değerini, (3.40) 'da yerine yazarsak;

$$A_2 \cong N_0 + N_0 \frac{\rho}{(\beta - \rho)} ,$$

$$A_2 \cong (1 + \frac{\rho}{\beta - \rho}) N_0 ,$$

$$A_2 \cong N_0 \frac{\beta}{\beta - \rho} , \quad (3.47)$$

şeklinde bulunur. $N(t)$ fonksiyonunu bulunan tüm değerlerle tekrar yazalım:

$$N(t) = N_0 \left[- \frac{\rho}{\beta - \rho} e^{-(\beta - \rho/\Lambda)t} + \frac{\beta}{\beta - \rho} e^{(\lambda\rho/\beta - \rho)t} \right] .$$

(3.48)

B Ü L Ü M 4

NEGATİF UYARIM İLE

DETEKTÖR ÇIKIŞLARININ İNTEGRASYONU

ARASINDA BİR BAĞINTI

Hafif sulu reaktörlerde, tipik β , Λ ve λ değerlerinin $|\rho| \gg \beta$ olduğu durumlarda, ilk 0.01 saniye içinde $N(t)$ 'nin % 87' sinin yok olduğunu ve ilk terimdeki üssün mutlak değerinin çok büyük olması nedeniyle; ilk terimin sönmülmesiyle (3.48) bağıntısı yaklaşık olarak aşağıdaki gibi olur [1]:

$$N(t) \cong N_0 \frac{\beta}{\beta - \rho} e^{(\lambda\rho/\beta - \rho)t} \quad (4.1)$$

Bulduğumuz bu $N(t)$ fonksiyonunun 0 'dan T 'ye kadar integralini alalım.

$$\int_0^T N(t) dt = N_0 \frac{\beta}{\lambda\rho} \left[e^{(\lambda\rho/\beta - \rho)T} - 1 \right] \quad (4.2)$$

Şimdi, reaktör kritik olarak çalışmakta iken T süresi içinde bir detektörden alınacak toplam sayım sayısına; bu durumdaki reaktöre büyük bir negatif uyarım verildikten sonra 0 ile T süresi içinde aynı detektörde alınan sayımın bölünmesi ile bulunacak oranı yeni bir büyüklük olarak tanımlayalım:

$$R(T) \equiv \frac{\int_0^T N(t) dt}{N_0 T} \quad (4.3)$$

$R(T)$ ' nin bu değerinde, (4.2) bağıntısı kullanılıp, tersi alınırsa,

$$\left[R(T) \right]^{-1} = \frac{\lambda \rho T}{\beta} \left(e^{(\lambda \rho / \beta - \rho) T} - 1 \right)^{-1}, \quad (4.4)$$

elde ederiz.

Daha önce yaptığımız, $|\rho| \approx |\rho - \beta|$ kabulü ile,

$$\frac{\rho}{\beta - \rho} \cong -1, \quad (4.5)$$

alınabileceği görülür. Böylelikle (4.4) bağıntısı,

$$\left[R(T) \right]^{-1} = \frac{\lambda T}{\beta} \left(e^{-\lambda T} - 1 \right)^{-1} \rho \quad , \quad (4.6)$$

biçimini alır.

λ ve β değişmeyen değerler olduğundan T sayım süresinde sabit tutulmak üzere, (4.6)'nın sağ yanında ρ 'yu çarpan büyüklük sabit bir büyüklük olacaktır:

$$k \equiv \frac{\beta}{\lambda T} \left(e^{-\lambda T} - 1 \right) \quad , \quad (4.7)$$

tanımı ile,

$$\rho = k \left[R(T) \right]^{-1} \quad , \quad (4.8)$$

bağıntısını buluruz.

Demek ki, yukarıda sayılan koşullar sağlandıktan sonra, değişik ρ 'lar ile yapılacak bir dizi deneyde elde edilecek

$\left[R(T) \right]^{-1}$ 'lerin orijinden geçecek bir doğruyu vereceğini ortaya

koymuş oluyoruz.

Bu sonucun, 6 gecikmiş nötron öncüsü grubu da göz önüne alan nokta kinetik denklemlerle de benzeşimi, uyuşması Ek-B'de verilmiştir.

B Ö L Ü M 5

D E N E Y

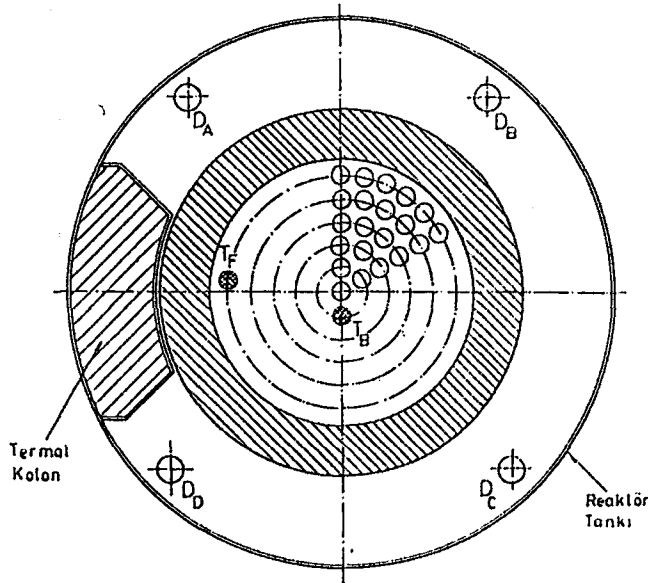
GİRİŞ

İ.T.Ü. TRIGA Mark-II reaktörünün negatif uyarım kalibrasyon eğrilerini çıkarmaya yönelik çalışmamızda, ρ ile $R(T)$ arasındaki bağıntıyı deneylerimize temel olmaları bakımından buraya, bir kez daha göz önüne, alalım:

$$\rho = k [R(T)]^{-1} \quad (5.1)$$

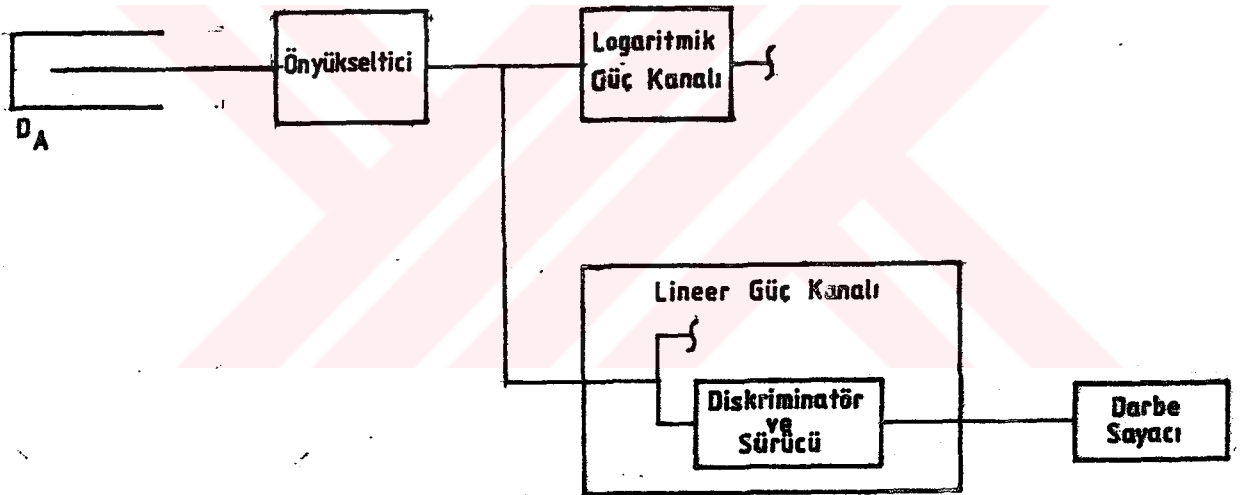
5.1. REAKTÖR VE KONSOLDAN VERİLERİN ALINIŞI

Reaktörde güç ve sıcaklık değerlerinin alındığı yerler Şekil 5.1' de görülmektedir.



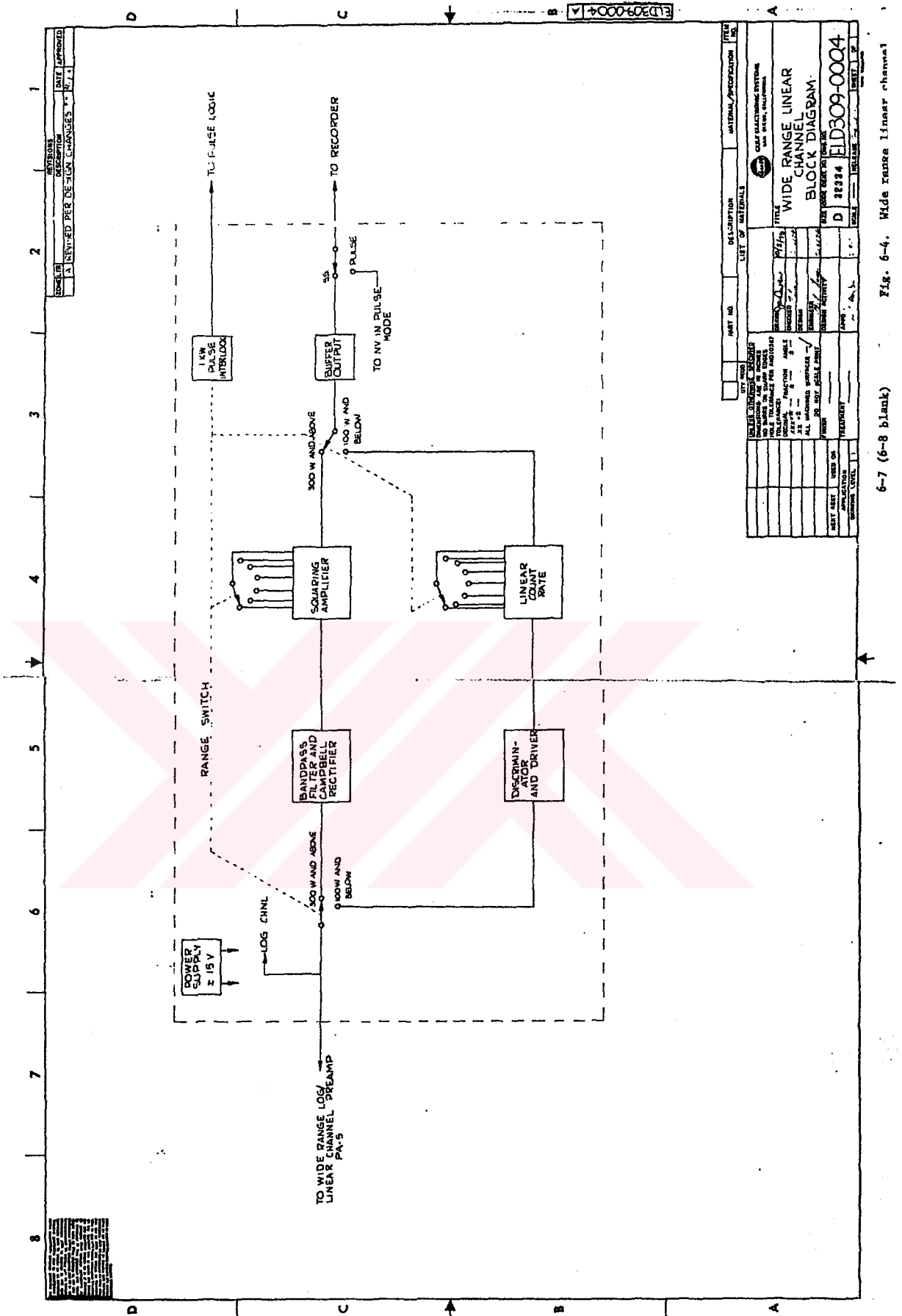
Sek.5.1. Dedektörler ve termoeleman çiftlerinin reaktör tankı içindeki yerleri.[111]

Deneyimizde biz sinyalleri, kompanze edilmiş iyonizasyon odası (CIC) olan, D_A detektöründen alacağız. Alınan sinyallerin, darbe sayacından sayım olarak alınincaya kadar izlediği yol, Şekil 5.2' de görülmektedir.

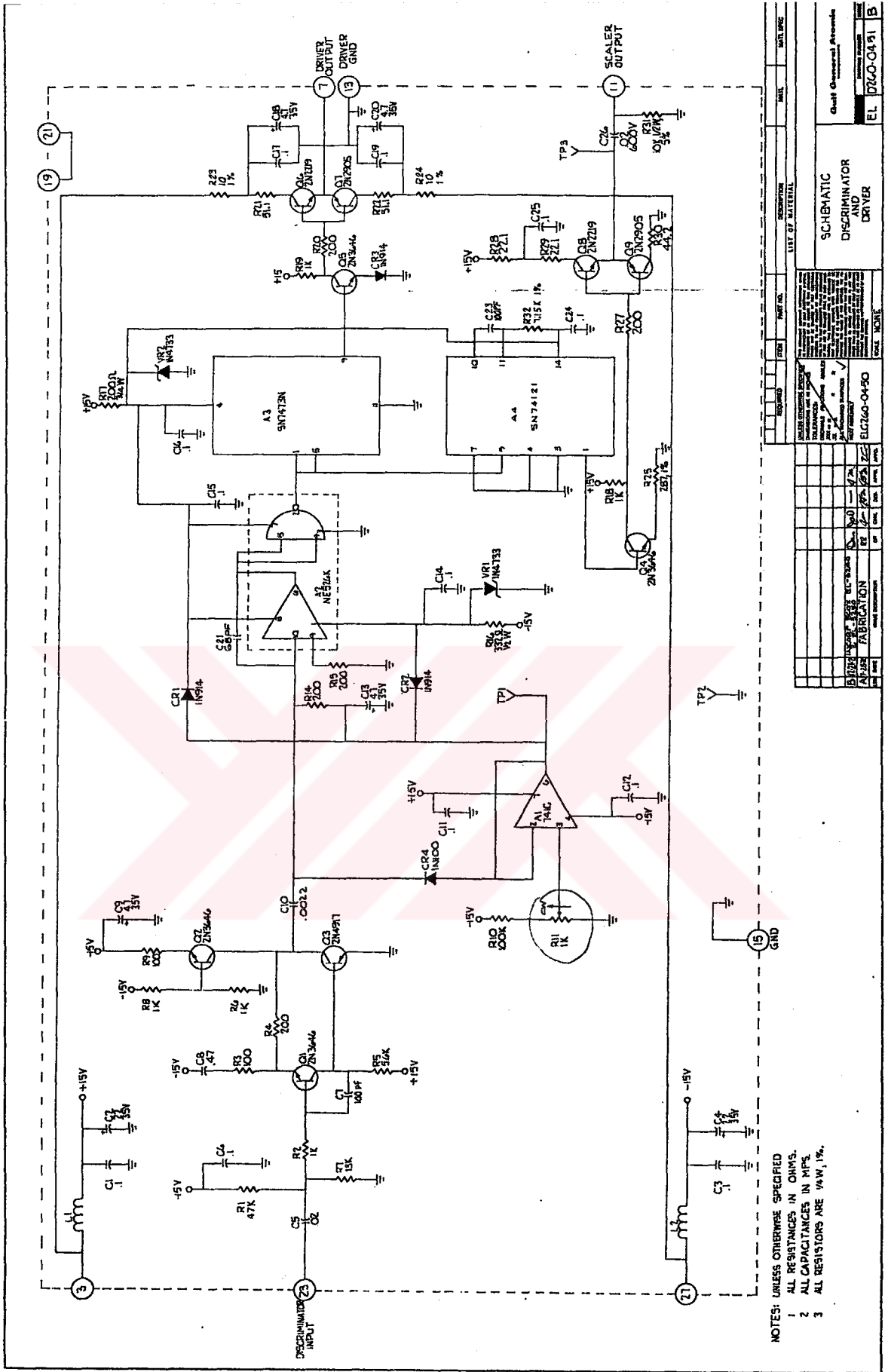


Şek. 5.2. Dedektörden darbe sayıcısına deney düzeneği blok diyagramı

Şekil 5.2' deki elemanlar ile ilgili bir blok diyagramı Şekil 5.3' te, ve şematik diyagramlar Şekil 5.4 ve Şekil 5.5' te görülmektedir.



Sek. 5.3. Geniş band lineer güç kanalı blok diyagramı [9.10].



Sek. 5.5. Sematik diskriminatör ve sürücü [10].

5.2. KONTROL ÇUBUKLARI KALİBRASYONU

Kontrol çubuklarının fırlatılması veya çekilmesi sonucunda, uyarımda meydana gelebilecek değişimin miktarını diğer bir deyişle uyarımın yeni değerini, çubukların önceden çizilmiş bulunan kalibrasyon eğrileri yardımı ile buluruz. Kalibrasyon eğrilerinin çizilmesinde;

$$\rho(\tau) = \frac{\Lambda}{\tau} + \sum_{i=1}^{\sigma} \frac{\beta_i}{1 + \lambda_i \tau} \quad (5.2)$$

bağıntısı ile verilen " Inhour Denklemi " nden yararlanılır. Inhour denklemini yazarken, daha önce (2.45) ile verilen ve reaktörde kontrol çubuğunun küçük bir hareketinden doğan herhangi bir uyarım değişiminde; akının yere ve zamana bağlı bileşenlerini ayrılabilir kabul eden nokta kinetik varsayımı kullanılır.

(5.2) bağıntısında geçen,

ρ : Reaktöre ithal edilen farklı uyarım değerleri,

τ : Reaktör periyodu,

olmaktadır.

Şimdi sırasıyla çubuk kalibrasyonları ile elde edilen sonuçları verelim.

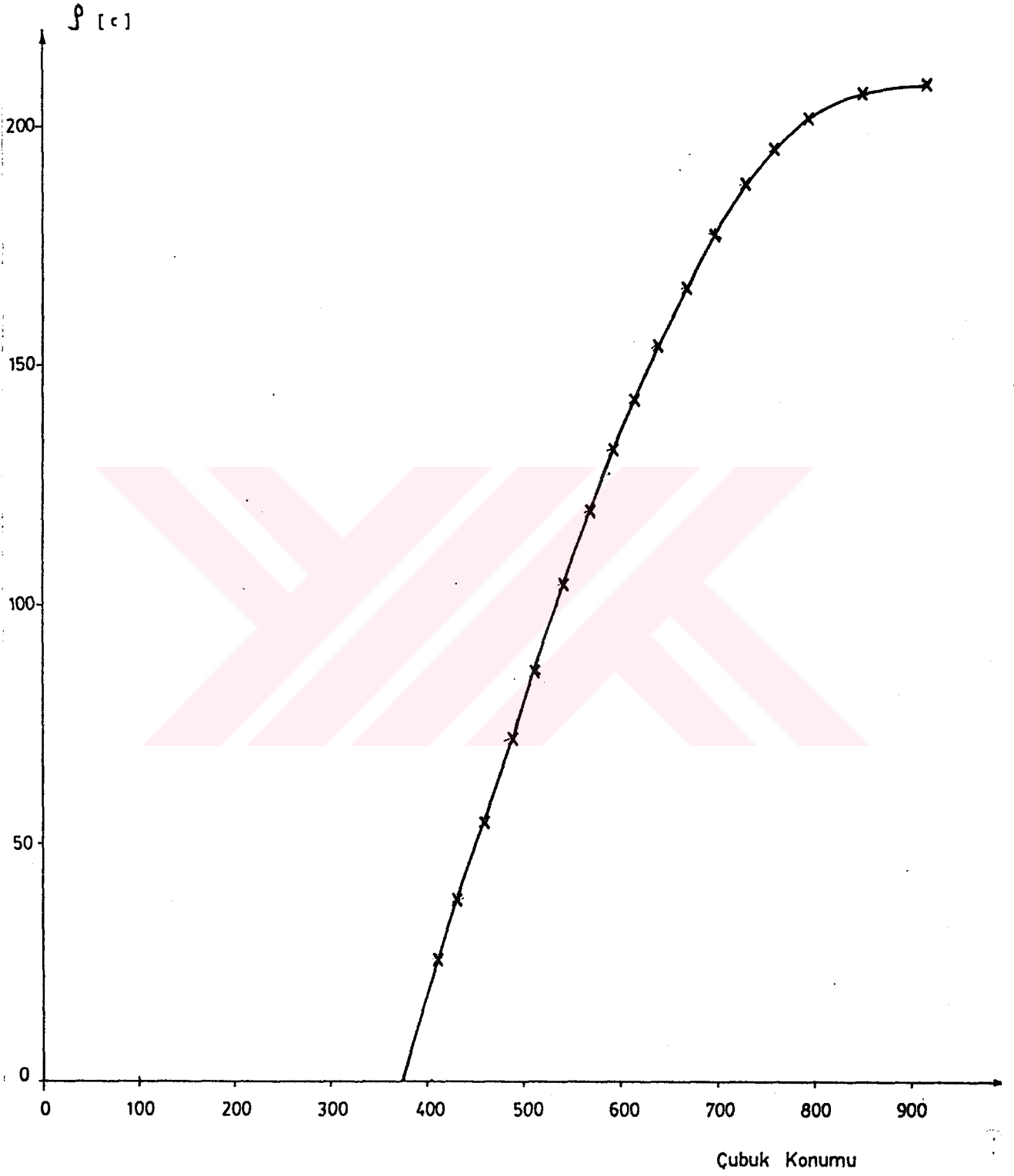
5.2.1. DARBE ÇUBUĞU KALİBRASYONU

Darbe çubuğu için yapılan deneyde alınan değerler ve bunların yardımıyla hesaplanan sonuçlar Tablo 5.1' de görülmektedir.

Tablo 5.1. Darbe Çubuğu Kalibrasyon Deneyi Değerleri

Çubuk durumu	τ (s)	ρ/β (g)	$\sum \rho/\beta$ (g)
374 → 408	32.3	20.56	20.6
408 → 435	47.4	17.0	37.6
435 → 461	49.3	16.5	54.1
461 → 488	43.0	18.1	72.2
488 → 512	67.8	13.2	85.5
512 → 542	40.7	18.8	104.3
542 → 569	54.8	15.4	119.7
569 → 590	76.5	12.1	131.8
590 → 615	91.3	10.6	142.4
615 → 639	80.4	11.7	154.1
639 → 667	77.2	12.0	166.1
667 → 694	90.5	10.7	176.8
694 → 727	90.8	10.7	187.5
727 → 757	139.6	7.6	195.0
757 → 794	189.2	5.9	200.9
794 → 849	277.2	5.1	206.0
849 → 916	680.7	1.8	207.8

Bu tablodan yararlanılarak çizilen darbe çubuğu kalibrasyon eğrisi Şekil 5.6' da görülmektedir.



Şek.5.6. Darbe çubuğu kalibrasyon eğrisi

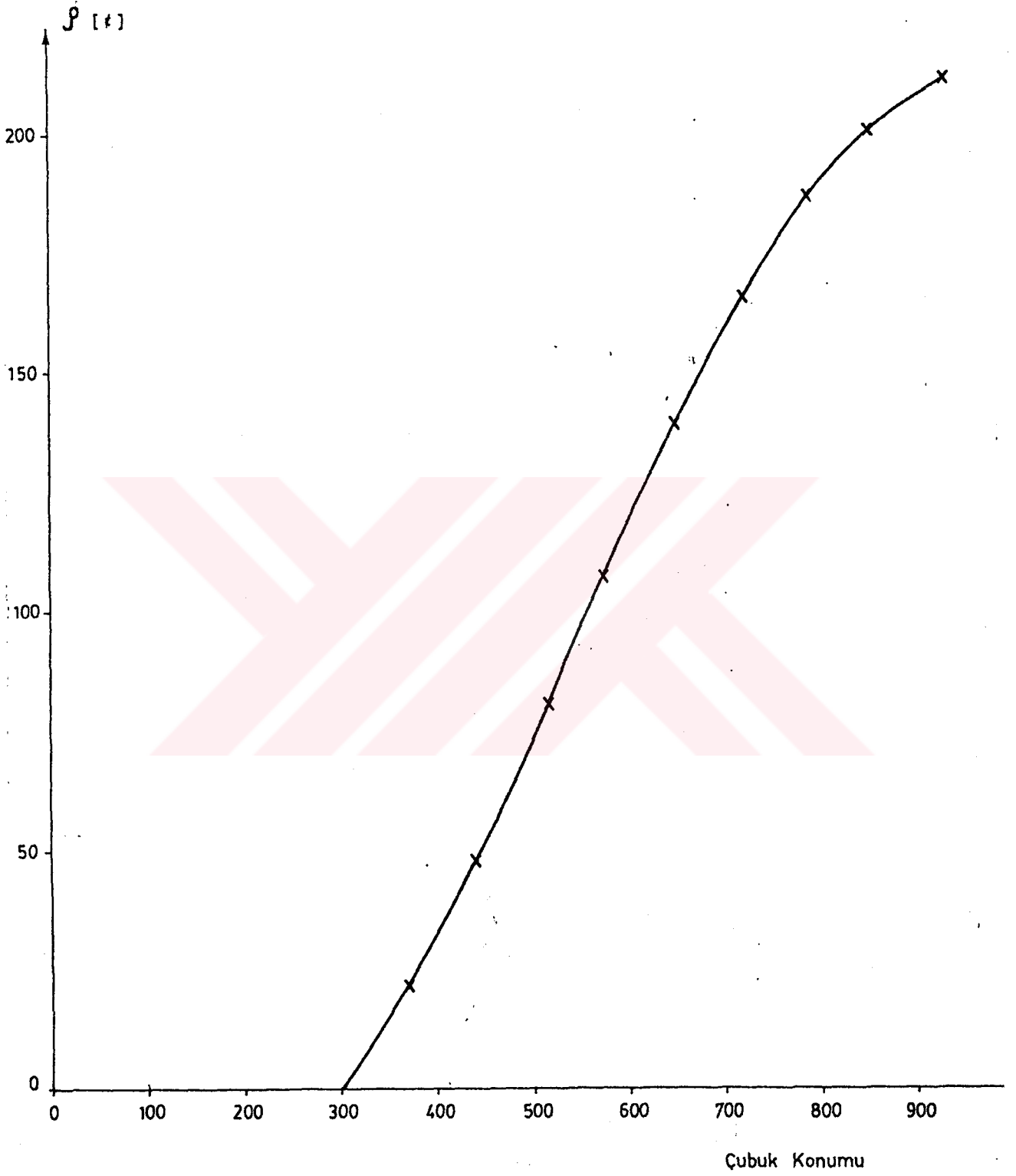
5.2.2. GÜVENLİK ÇUBUĞU KALİBRASYONU

Güvenlik çubuğu için yapılan kalibrasyon deneyinde alınan değerler ve bunlara dayanılarak hesaplanan değerler Tablo 5.2' de verilmektedir.

Tablo 5.2. Güvenlik Çubuğu Kalibrasyon Deneyi Değerleri

Çubuk durumu	τ (s)	ρ/β (°)	$\sum \rho/\beta$ (°)
300 → 371	33.5	21.20	21.20
371 → 440	23.9	25.86	47.06
440 → 518	14.3	33.85	80.91
518 → 575	23.7	26.01	106.92
575 → 650	16.5	31.50	138.42
650 → 719	22.9	26.47	164.89
719 → 789	33.0	21.40	186.29
789 → 852	66.1	13.49	199.78
852 → 933	93.0	10.46	210.24

Tablo 5.2' den yararlanılarak çizilen güvenlik çubuğu kalibrasyon eğrisi Şekil 5.7' de görülmektedir.



Sek.5.7. Güvenlik çubuğu kalibrasyon eğrisi

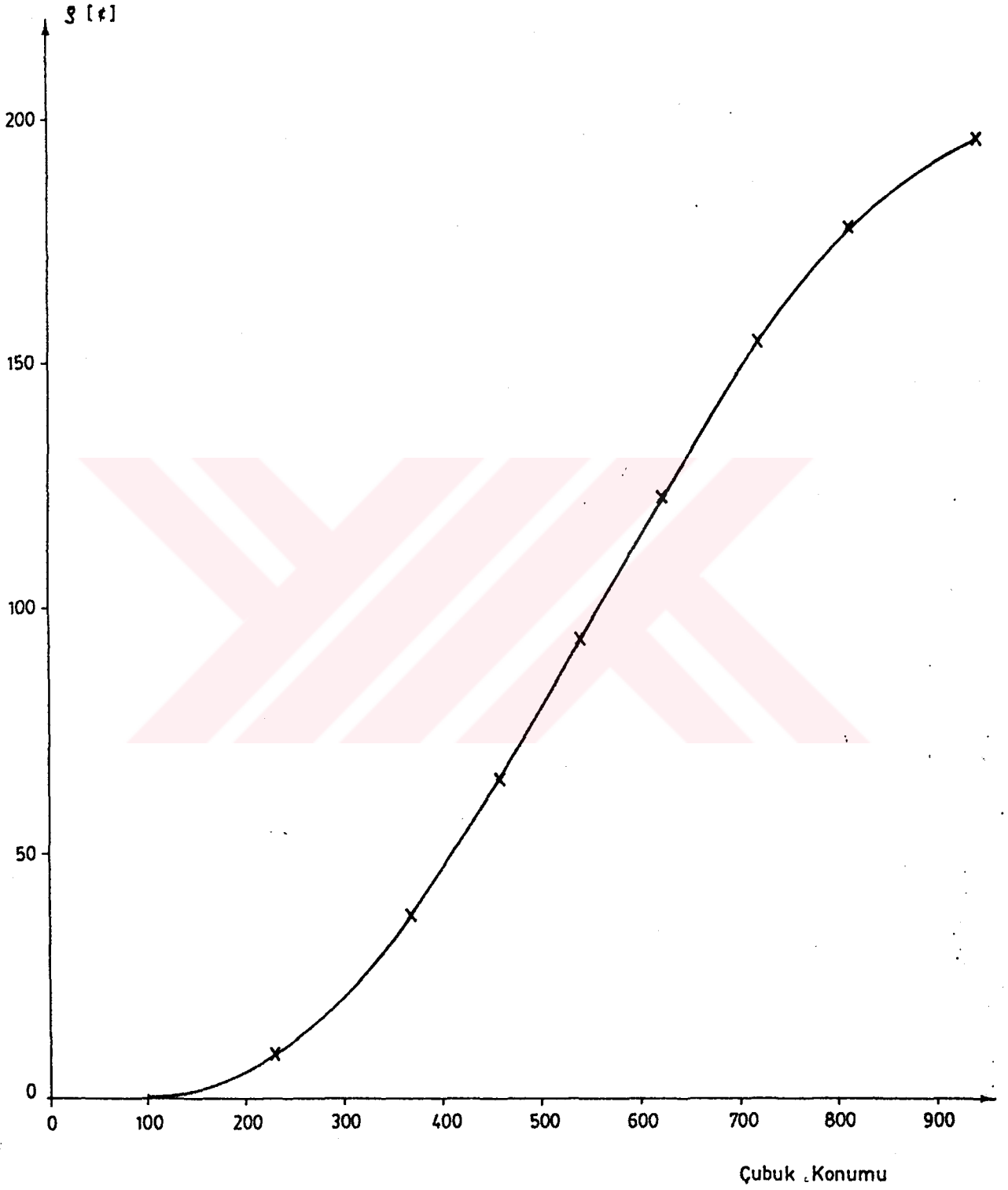
5.2.3. AYAR ÇUBUĞU KALİBRASYONU

Son olarak yaptığımız ayar çubuğu kalibrasyonu için alınan değerler ve bunların yardımıyla elde edilen sonuçlar eğerler Tablo 5.3.' de verilmektedir.

Tablo 5.3. Ayar Çubuğu Kalibrasyon Deneyi Değerleri

Çubuk durumu	τ (s)	ρ/β (°)	$\sum \rho/\beta$ (°)
98 → 232	114.7	8.87	8.87
232 → 368	19.7	28.73	37.60
368 → 459	21.5	27.46	65.06
459 → 540	19.7	28.73	93.79
540 → 623	19.0	29.32	123.11
623 → 720	17.0	31.04	154.15
720 → 813	29.1	23.09	177.24
813 → 946	44.2	18.35	195.59

Tablodan hareketle çizilen ayar çubuğu kalibrasyon eğrisi Şekil 5.8'de görülmektedir.



Sek.5.8. Ayar çubuğu kalibrasyon eğrisi

5.4 DENEY SONUÇLARI

Reaktör 15W güçte kritik olarak çalışırken, 50 sn' lik sürelerle üç kez sayım alınarak bu üç sayımın ortalaması hesaplandı. Her üç çubuk için de geçerli olmak üzere çubuklar düşürüldükten sonra; 30.sn ile 80.sn arası, 90.sn ile 140.sn arası ve 150.sn ile 200.sn arası yine 50 sn' lik sayımlar alındı. Her çubuk için alınan bu değerleri aşağıdaki Tablo 5.4-6' da veriyoruz.

Tablo 5.4. Darbe Çubuğu Düşürme Deneyi Değerleri

Çubuğun Düştüğü Konum	N _o T		S(T)		
	Deney Sayıları	Ortalama	30s-80s	90s-140s	150s-200s
916(Tepe)	4328693 4332204 4332749	4331215	71112	18413	6517
700	4315602 4318719 4339547	4324622	82763	21456	7546
575	4277265 4304065 4356728	4312686	111790	30210	10684
475	4341548 4355084 4337978	4344870	175903	50480	14149

Tablo 5.5. Güvenlik Çubuğu Düşürme Deneyi Değerleri

Çubuğun Düştüğü Konum	N _o T		S(T)		
	Deney Sayıları	Ortalama	30s-80s	90s-140s	150s-200s
933(Tepe)	4339231 4342184 4346063	4342492	114331	30506	10483
700	4355873 4315752 4265461	4312362	149896	40383	14126
525	4354738 4312059 4363744	4343513	264193	78522	28669
375	4333841 4309636 4355710	4333062	673928	250100	104907

Tablo 5.6. Ayar Çubuğu Düşürme Deneyi Değerleri

Çubuğun Düştüğü Konum	N _o T		S(T)		
	Deney Sayıları	Ortalama	30s-80s	90s-140s	150s-200s
946(Tepe)	4320146 4324762 4328269	4324392	126862	34367	12081
750	4374121 4291628 4345322	4337024	163636	45350	16161
550	4338668 4340527 4349813	4343003	298100	90511	33703
350	4336097 4350938 4356902	4347979	1034037	456136	-

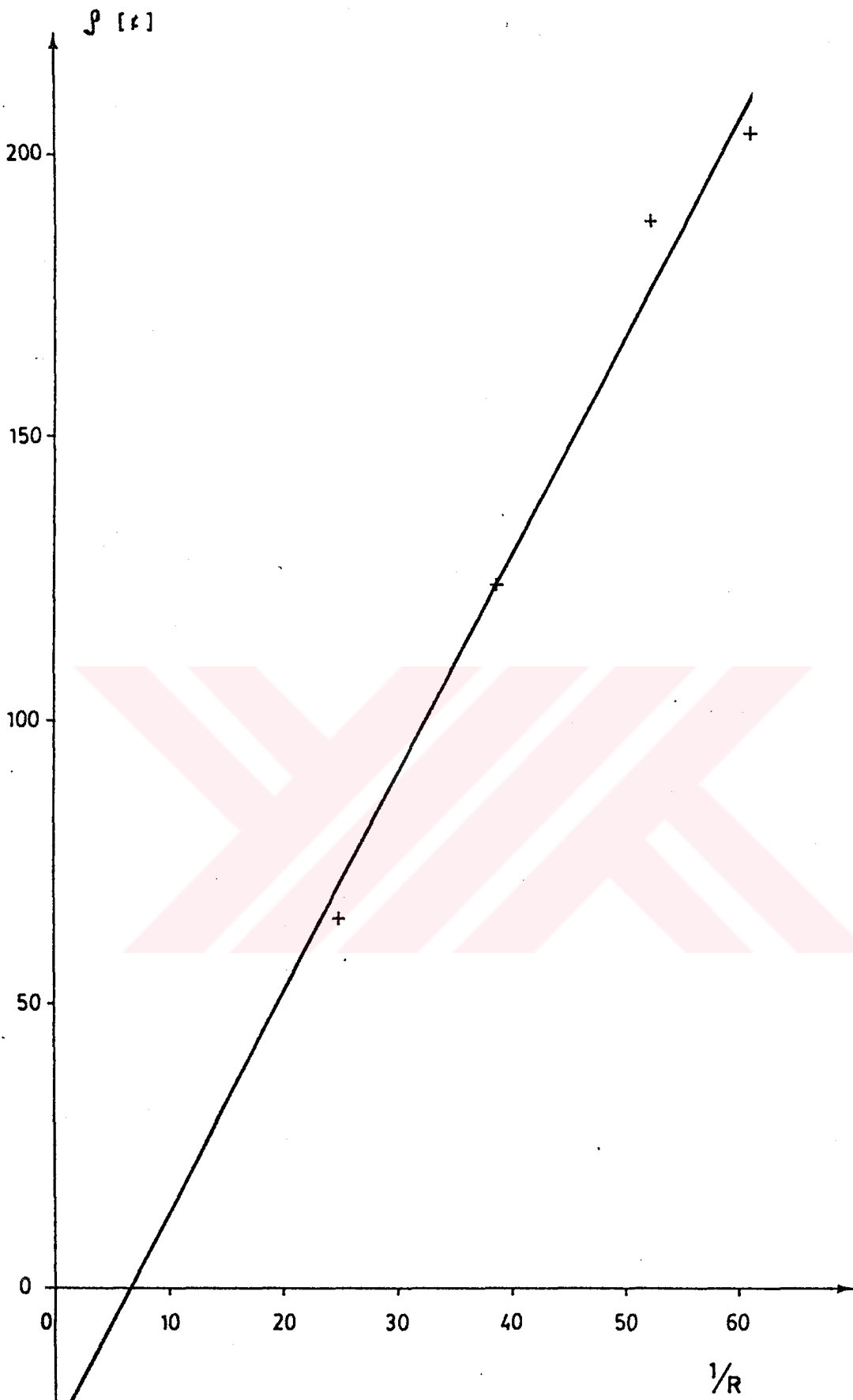
Her üç kontrol çubuğunun tepe konumundan başlayarak değişik yüksekliklerden düşürülerek bulunan deneysel veriler böylece üç tablo ile verilmiş olmaktadır.

Tablo 5.4., 5.5.ve 5.6.'daki deney sonuçlarından hareketle çizeceğimiz çubuk düşürme kalibrasyon eğrilerine esas olmak üzere hesaplanan değerler, Tablo 5.7., Tablo 5.8. ve Tablo 5.9.' da görülmektedir.

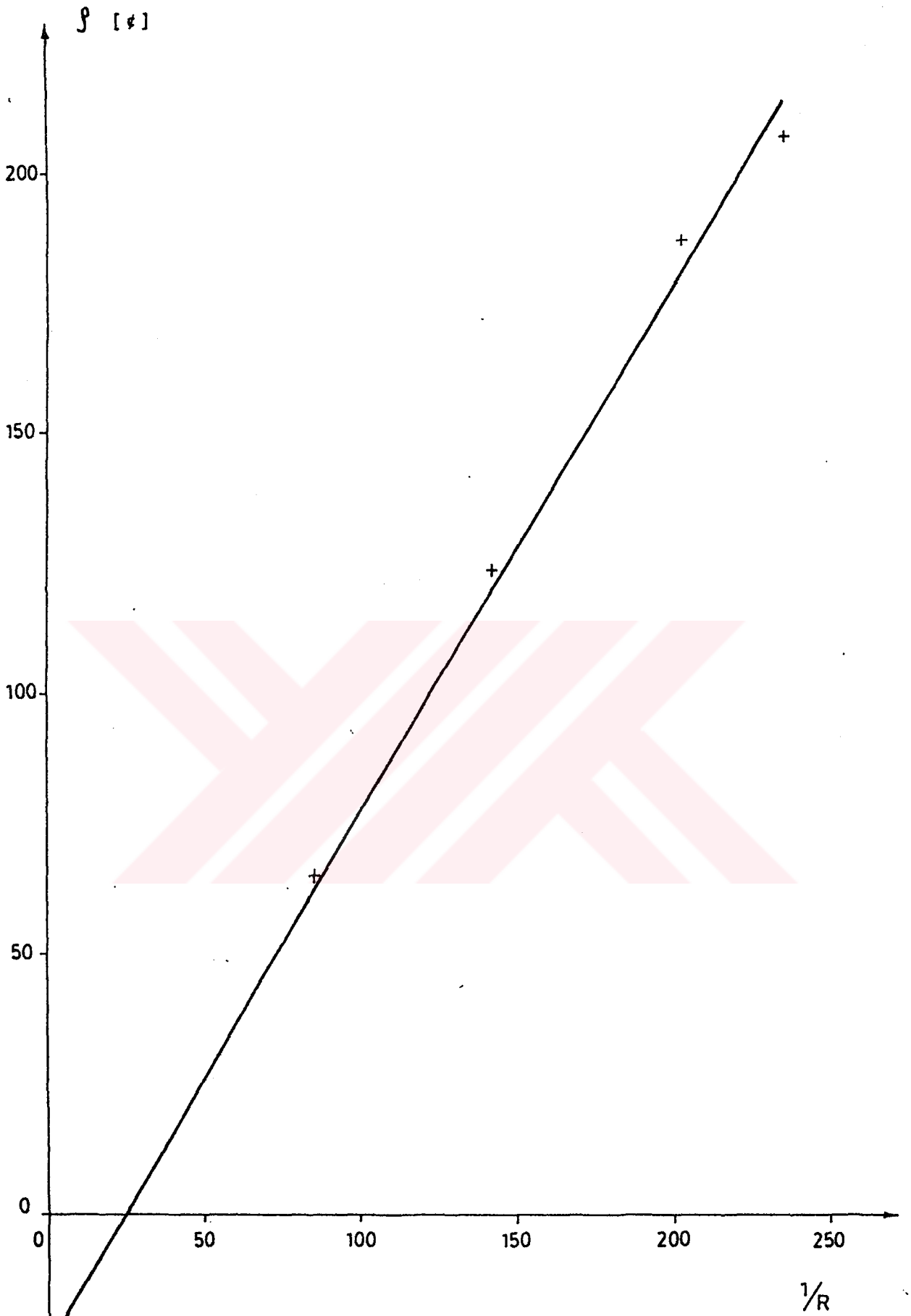
Her bir tablodaki değerlerle çizilmiş grafikler ise Şekil 5.9-17' de görölmektedir.

Tablo 5.7. Darbe Çubuğu İçin Deney Sonucu Hesaplanan Değerler

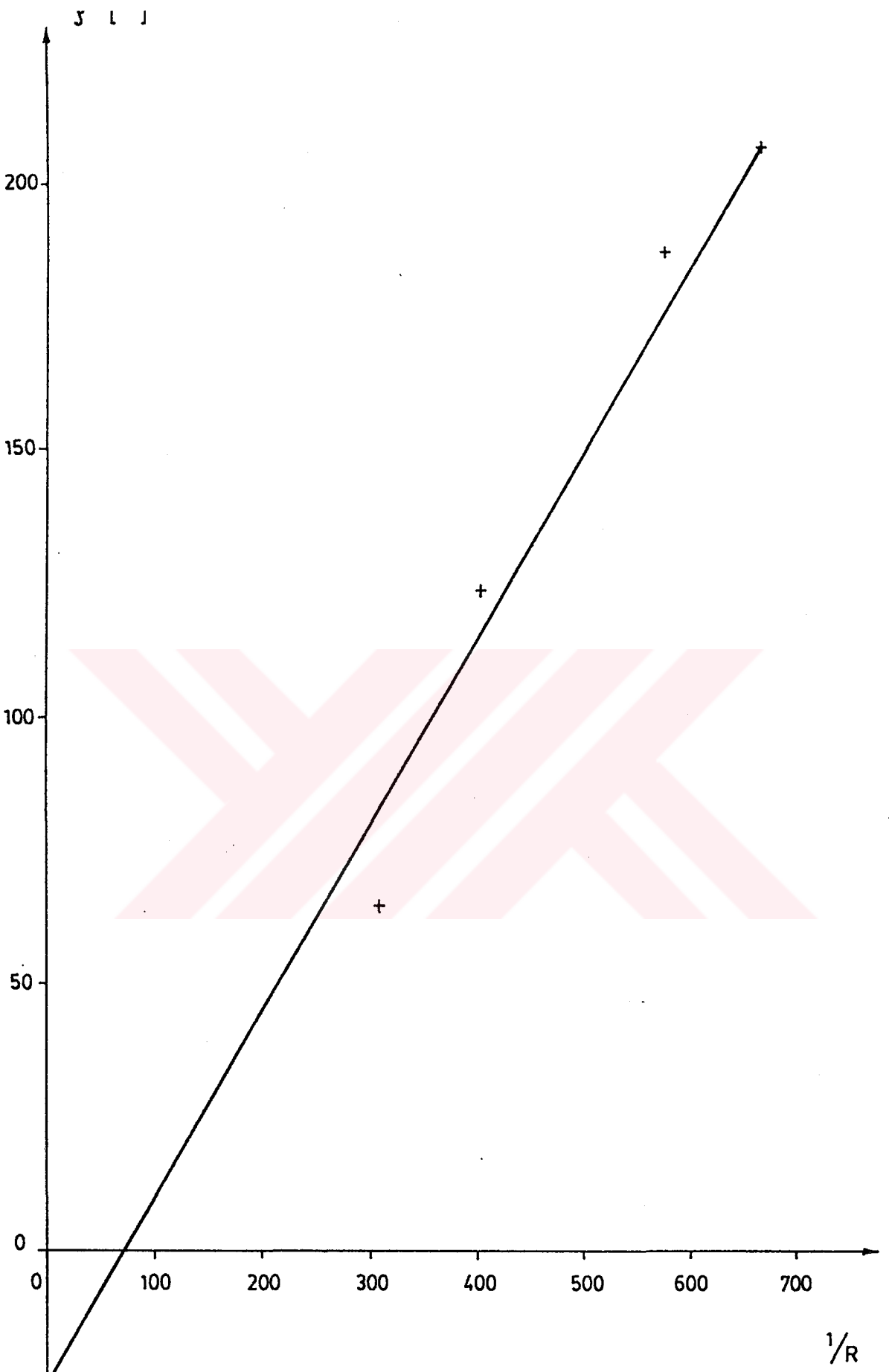
Sayımın Alındığı Zaman Aralığı	$R(T) = \frac{S(T)}{N_o T}$	$1 / R(T)$	ρ (%)
30s - 80s	1.641×10^{-2}	60.9	207.8
	1.914×10^{-2}	52.2	188.5
	2.592×10^{-2}	38.6	124.0
	4.049×10^{-2}	24.7	65.0
90s - 140s	4.251×10^{-3}	235.2	207.8
	4.961×10^{-3}	201.6	188.5
	7.005×10^{-3}	142.8	124.0
	1.162×10^{-2}	86.1	65.0
150s - 200s	1.505×10^{-3}	664.5	207.8
	1.745×10^{-3}	573.1	188.5
	2.477×10^{-3}	403.7	124.0
	3.256×10^{-3}	307.1	65.0



Sek. 5.9. Darbe çubuğu 30s-80s için çizilmiş negatif uyarım kalibrasyon eğrisi



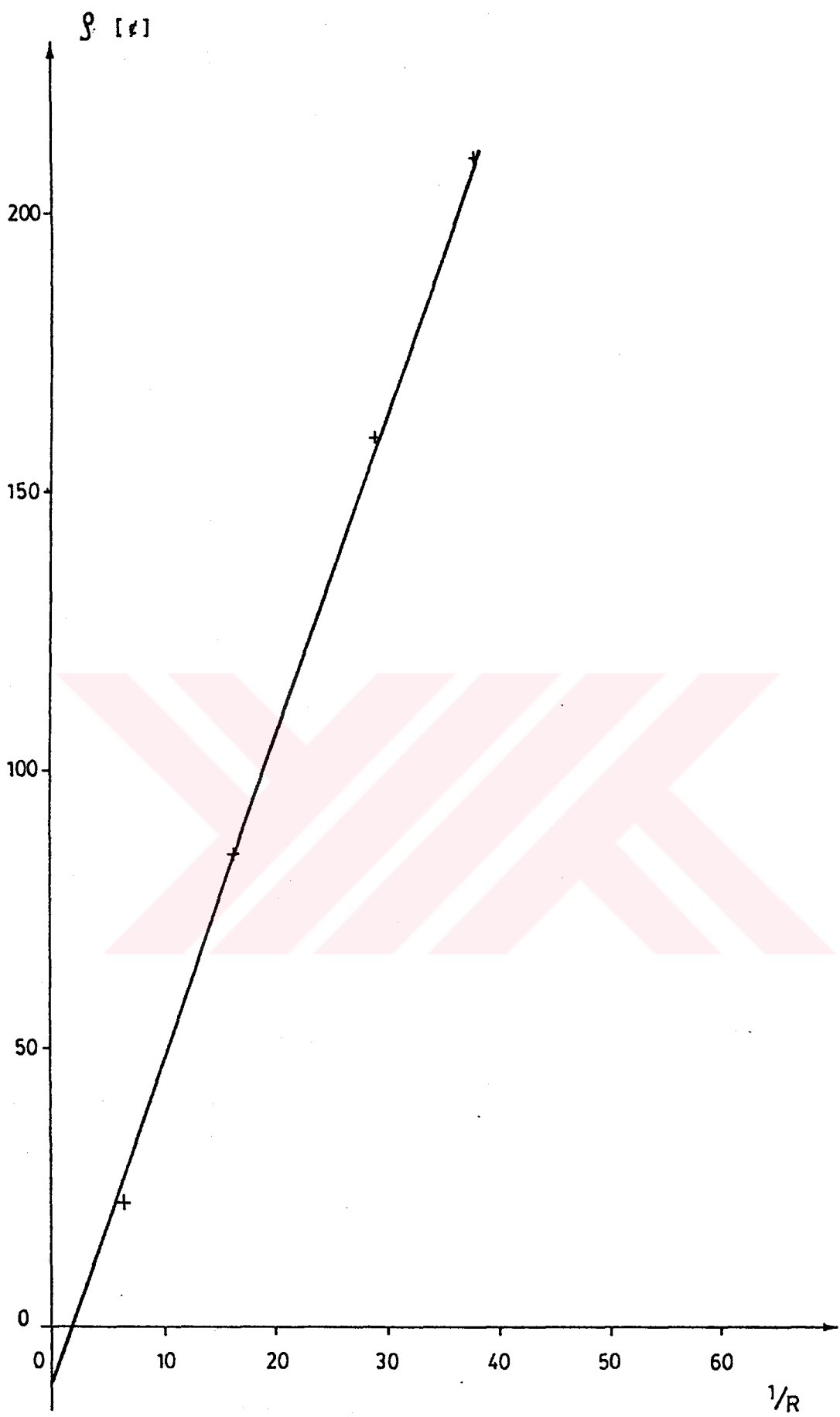
Sek. 5.10. Darbe çubuğu 90s-140s için çizilmiş negatif uyarım kalibrasyon eğrisi



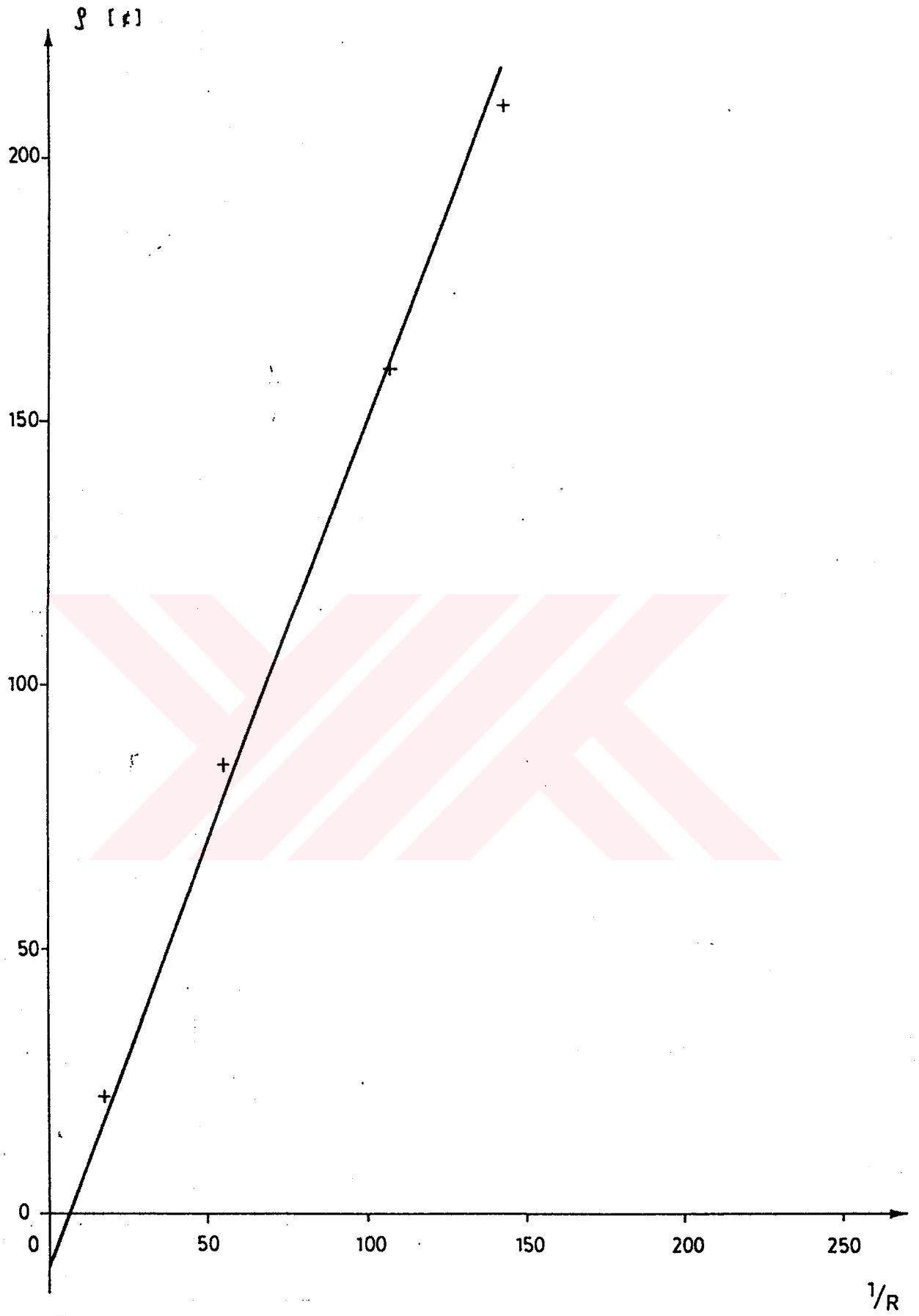
Sek. 5.11. Darbe çubuğu 150s-200s için çizilmiş negatif uyarım kalibrasyon eğrisi

Tablo 5.8. Güvenlik Çubuğu İçin Deney Sonucu Hesaplanan Değerler

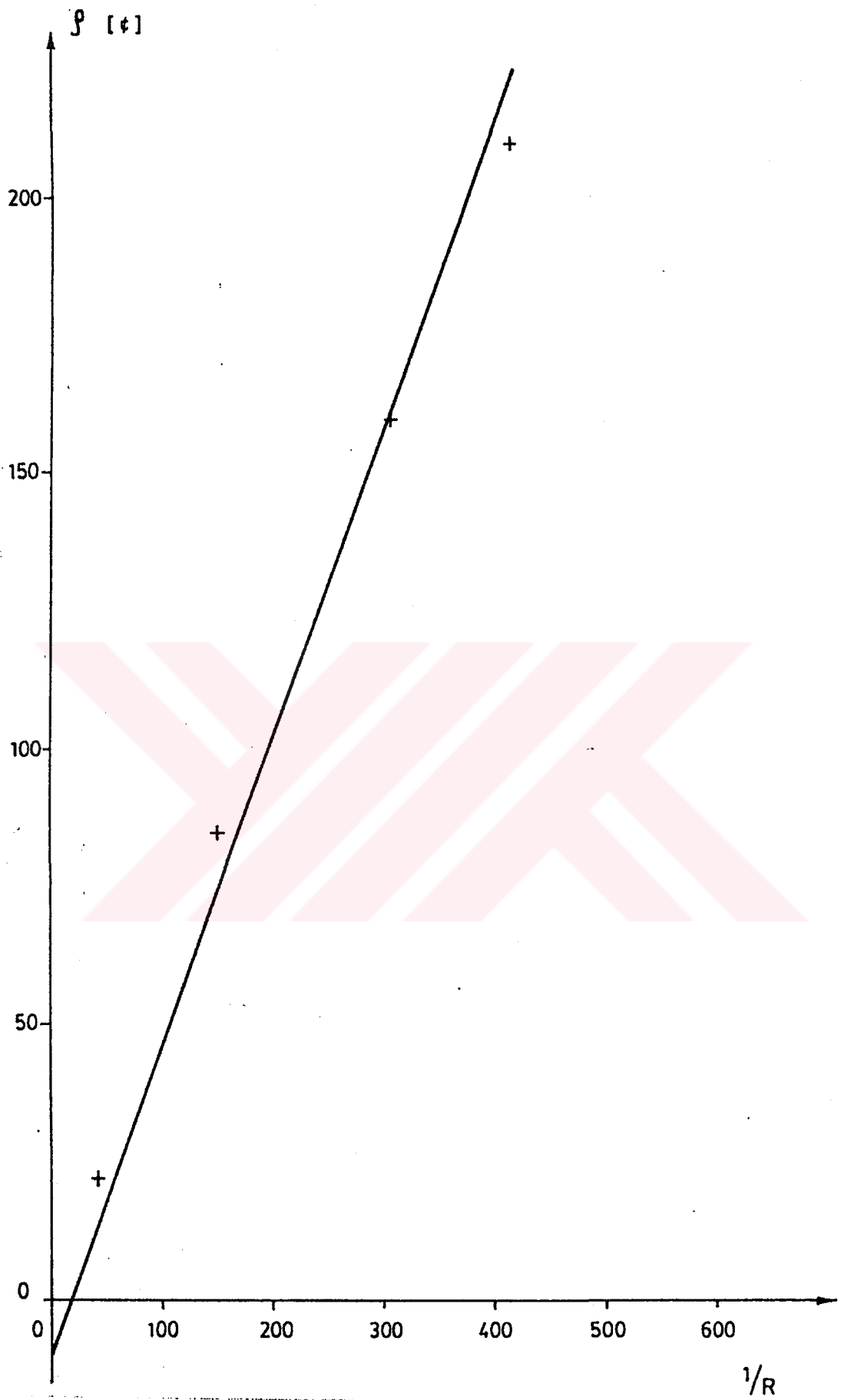
Sayımın Alındığı Zaman Aralığı	$R(T) = \frac{S(T)}{N_o T}$	$1 / R(T)$	ρ (%)
30s - 80s	2.633×10^{-2}	37.8	210.2
	3.476×10^{-2}	28.8	160.0
	6.082×10^{-2}	16.4	85.0
	1.555×10^{-1}	6.4	22.2
90s - 140s	7.025×10^{-3}	142.3	210.2
	9.364×10^{-3}	106.8	160.0
	1.808×10^{-2}	55.3	85.0
	5.772×10^{-2}	17.3	22.2
150s - 200s	2.414×10^{-3}	413.3	210.2
	3.276×10^{-3}	305.3	160.0
	6.600×10^{-3}	151.5	85.0
	2.421×10^{-2}	41.3	22.2



Sek. 5.12. Güvenlik çubuğu 30s-80s için çizilmiş negatif uyarım kalibrasyon eğrisi



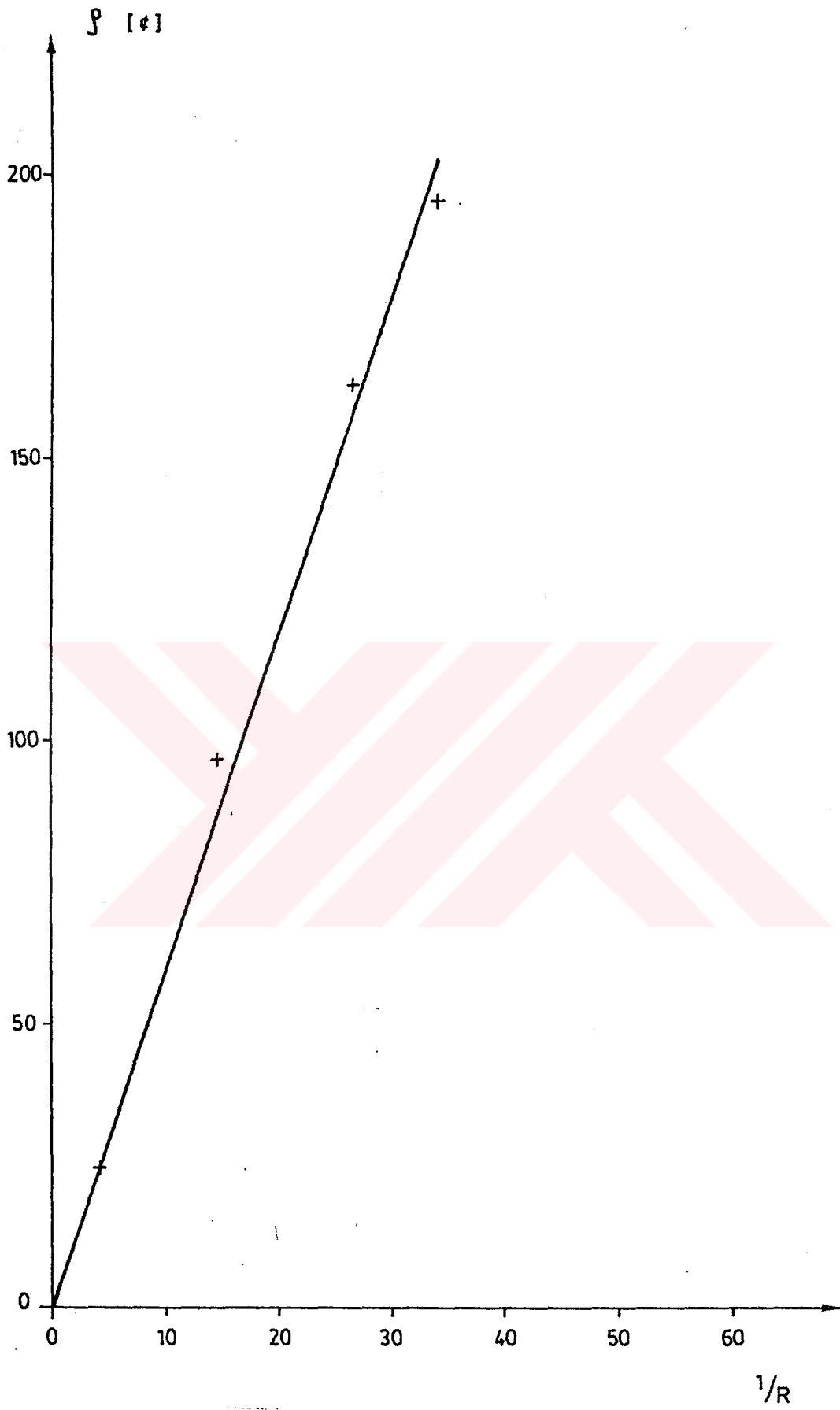
Sek. 8.13. Güvenlik çubuğu 90s-140s için çizilmiş negatif uyarım kalibrasyon eğrisi



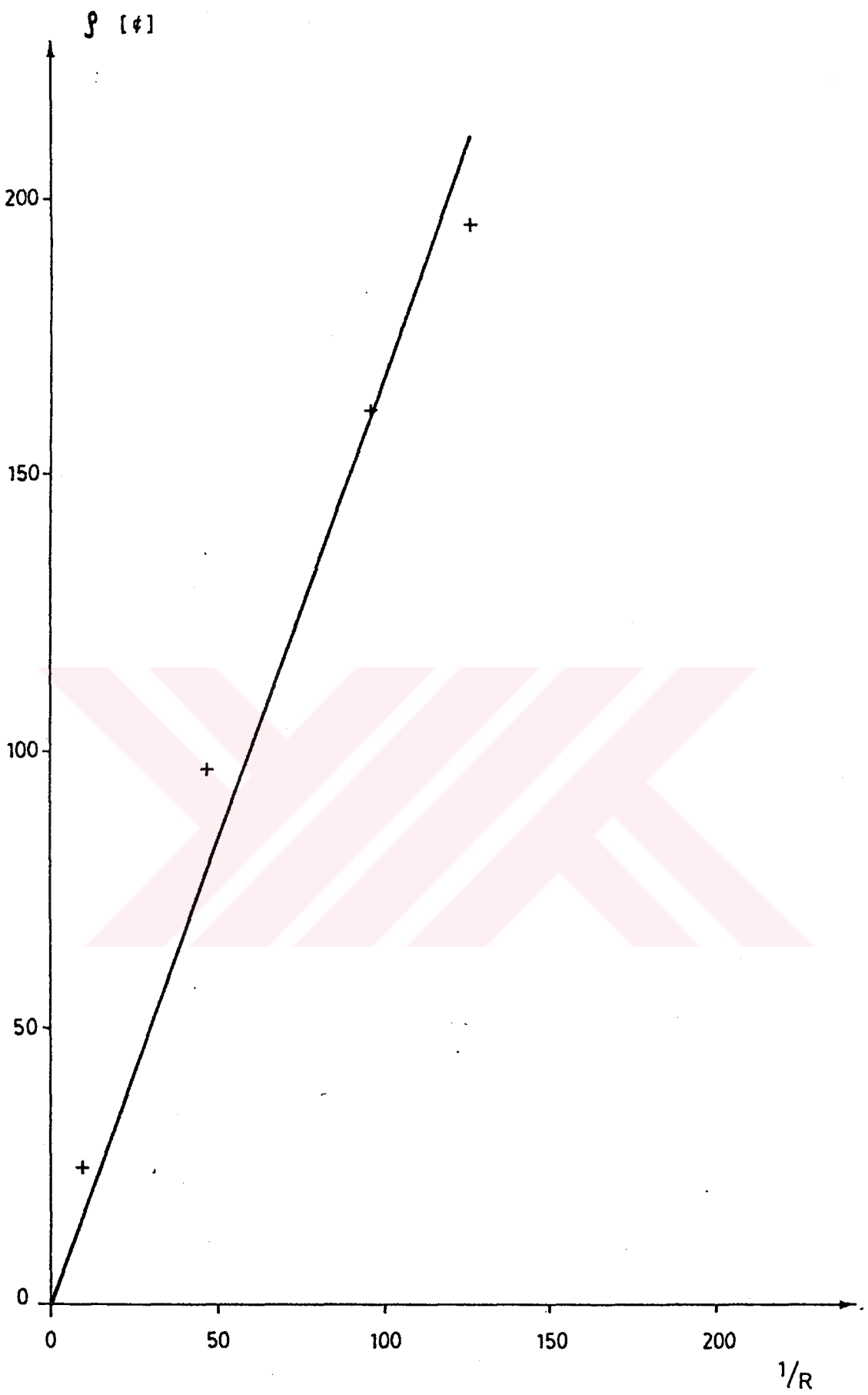
Sek. 5.14. Güvenlik çubuğu 150s-200s için çizilmiş negatif uyarım kalibrasyon eğrisi

Tablo 5.9. Ayar Çubuğu İçin Deney Sonucu Hesaplanan Değerler

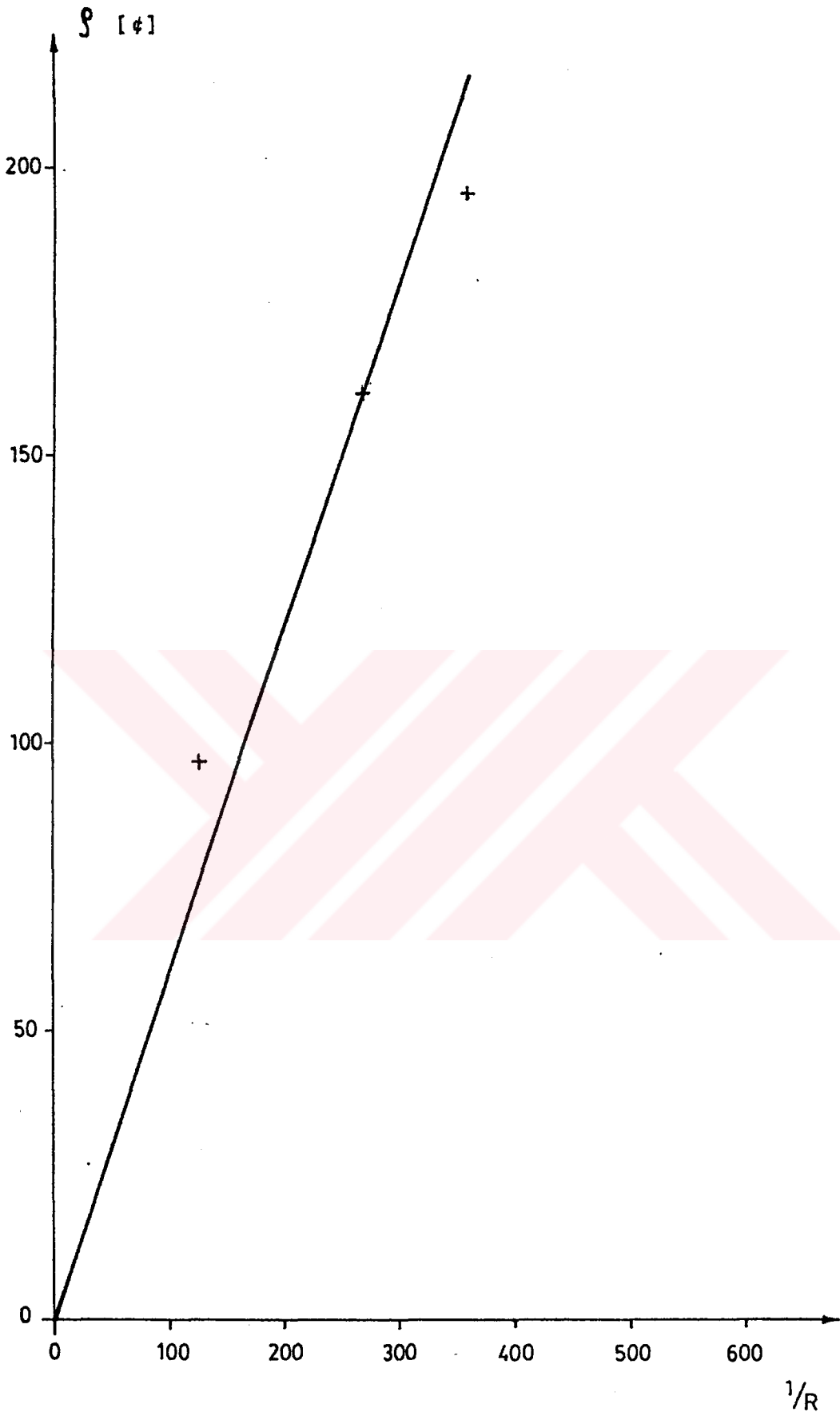
Sayımın Alındığı Zaman Aralığı	$R(T) = \frac{S(T)}{N_o T}$	$1 / R(T)$	ρ (%)
30s - 80s	2.934×10^{-2}	34.1	195.5
	3.773×10^{-2}	26.5	162.0
	6.863×10^{-2}	14.8	97.0
	2.378×10^{-1}	4.2	25.0
90s - 140s	7.947×10^{-3}	125.8	195.5
	1.045×10^{-1}	95.7	162.0
	2.084×10^{-2}	48.0	97.0
	1.049×10^{-1}	9.5	25.0
150s - 200s	2.794×10^{-3}	357.9	195.5
	3.726×10^{-3}	268.4	162.0
	7.760×10^{-3}	128.9	97.0
	-	-	-



Sek. 5.15. Ayar çubuğu 30s-80s için çizilmiş negatif uyarım kalibrasyon eğrisi



Sek. 5.16. Ayar cubuğu 90s-140s için çizilmiş negatif uyarım kalibrasyon eğrisi



Sek. 5.17. Ayar çubuğu 150s-200s için çizilmiş negatif uyarım kalibrasyon eğrisi

B Ö L Ü M 6

S O N U Ç

Çubuk düşürme yoluyla İ.T.Ü. TRIGA Mark-II reaktörüne negatif uyarım verme ve bu uyarımların uzantısında ilk 30s' den 50 saniye süre ile sayım alma ve bu periyodu üç kez tekrarlama suretiyle gerçekleştirdiğimiz deney sonuçları doyurucu görülmektedir.

Darbe, güvenlik ve ayar çubukları için çizilen üçer eğriye bakıldığında $1/R'$ ye karşı çizilen ρ eğrilerinin beklenildiği gibi doğrular olduğu görülmektedir. Çubuk düşürme anından uzaklaştıkça $1/R'$ lerin büyüdüğü görülmektedir.

İlgi çekici bir bulgu; darbe çubuğunun Şek.5.9-11' deki doğruların her üçünde ρ eksenini -25 ¢ değerinde; güvenlik çubuğunun Şek.5.12-14' deki doğruların her üçünde ρ eksenini -10 ¢ değerinde; ve ayar çubuğunun Şek.5.6-8' deki doğruların her üçünde ρ eksenini orijinde kesmeleridir.

İntegral kalibrasyon eğrileri ile bu sonuçlar büyük bir uyum içindedir.

Darbe çubuğu diğer iki çubuk bütünüyle tepede olduğunda dahi ancak 375 konumuna çekildiğinde reaktörü kritik yapabilmektedir. Bu olgu başlangıçtan beri darbe çubuğunun en az 25 ¢'lik bir uyarım kaybettiğini göstermektedir. Benzer sözler güvenlik çubuğu için 300 konumu ve 10¢'lik bir uyarım için yinelenebilir.

E K - A

LEGENDRE POLİNOMLARI VE ASOSYE LEGENDRE FONKSİYONLARI

$$P_0(x) = 1, \quad (A.1)$$

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} \left[(x^2-1)^n \right], \quad n = 1, 2, \dots, \quad (A.2)$$

olarak tanımlanmış polinomlara Legendre polinomları denir. Bu polinomlar $-1 \leq x \leq 1$ arasında diklik özelliği gösterirler. Yani,

$$\int_{-1}^{+1} P_m(x) P_n(x) dx = \frac{2\delta_{mn}}{2n+1}, \quad (A.3)$$

olur. Burada δ_{mn} ; kronecker deltası adını alır ve $m=n$ ise 1'e, m farklı n ise 0'a eşittir.

Herhangi bir $f(x)$ fonksiyonunun, $-1 \leq x \leq 1$ aralığında Legendre polinomları cinsinden açılımı tam bir küme oluşturur. $f(x)$ fonksiyonu; parçasal, sürekli ve sonsuz değerler almayan bir fonksiyon ise, fonksiyonun sürekli olduğu $-1 \leq x \leq 1$ arasındaki herhangi bir noktada,

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{4\pi} f_n P_n(x) , \quad (A.4)$$

olur. Legendre fonksiyonlarının diklik özelliğinden,

$$f_n = 2\pi \int_{-1}^{+1} f(x) P_n(x) dx , \quad (A.5)$$

bulunur.

Asosye Legendre Fonksiyonu ; $P_l^m(x)$ ise $m= 0, 1, \dots, l$ için :

$$P_l^m(x) = (-1)^m (1-x^2)^{m/2} \frac{d^m P_l(x)}{dx^m} , \quad (A.6)$$

bağıntısıyla tanımlıdır. Bu tanıma göre $P_l^0(x) = P_l(x)$ olur. Bu fonksiyonlar da $-1 \leq x \leq 1$ aralığında,

$$\int_{-1}^{+1} P_l^m(x) P_{l'}^m(x) dx = \frac{2}{2l+1} \frac{(l+m)!}{(l-m)!} \delta_{ll'} , \quad (A.7)$$

diklik (ortogonalite) özelliği gösterirler.

Legendre Toplama Teoremi : $\vec{n}$ ve $\vec{n}'$ birim yön vektörlerinin,

polar açılarını θ ve θ' , azimütal açılarını ϕ ve ϕ' ile

simgelelendirirsek ve $\mu = \cos\theta$ ve $\mu' = \cos\theta'$ tanımlarını yaparsak ve

ayrıca θ ile θ' arasındaki açıyı θ_0 olarak tanımlar ve $\mu_0 = \cos\theta_0$

şeklinde μ_0 'ı yazarsak; tüm bunların yardımıyla Legendre Toplama

Teoremi:

$$P_l(\mu_0) = P_l(\mu) P_l(\mu') + 2 \sum_{m=1}^l \frac{(1-m)!}{(1+m)!} P_l^m(\mu) P_l^m(\mu') \cos [m(\phi - \phi')] \quad (A.8)$$

şeklinde elde edilir.

P-1 Yaklaşımı : $-1 \leq \mu_0 \leq 1$ için tanımlı makroskopik çift diferansiyel saçılma tesir kesitini, Legendre polinomları ile;

$$\Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{n}, \vec{n}') = \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \mu_0) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{4\pi} \Sigma_{s,l}(\vec{r}, E' \rightarrow E) P_l(\mu_0) \quad (A.9)$$

şeklinde açabiliriz. (A.9) 'daki $\Sigma_{s,l}(\vec{r}, E' \rightarrow E)$ terimi, Legendre

fonksiyonlarının diklik özelliği yardımıyla,

$$\Sigma_{s,l}(\vec{r}, E' \rightarrow E) = 2\pi \int_{-1}^{+1} \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \mu_0) P_l(\mu_0) d\mu_0 \quad , \quad (A.10)$$

halini almakta ve $P_0(\mu_0) = 1$ tanımından:

$$\Sigma_{s,0}(\vec{r}, E' \rightarrow E) = 2\pi \int_{-1}^{+1} \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \mu_0) d\mu_0 = \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E) \quad , \quad (A.11)$$

sonucu elde edilmektedir.

Öte yandan (A.8) ile verilen Legendre toplama teoremi yardımıyla, asosye legendre fonksiyonları cinsinden $\Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \mu_0)$ terimini aşağıdaki şekilde yazabiliriz:

$$\begin{aligned} \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \mu_0) = & \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{4\pi} \Sigma_{s,l}(\vec{r}, E' \rightarrow E) \left[P_l(\mu) P_l(\mu') \right. \\ & \left. + 2 \sum_{m=1}^l \frac{(1-m)!}{(1+m)!} P_l^m(\mu) P_l^m(\mu') \cos [m(\varphi - \varphi')] \right] \quad . \end{aligned}$$

(A.12)

(A.12) ifadesini, (2.1) ile verilen nötron transport denkleminde yerleştirdiğimizde, nötron transport denklemi:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{v(E)} \frac{\partial \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)}{\partial t} + \vec{\Omega} \cdot \nabla \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) + \Sigma_t(\vec{r}, E) \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \\
& = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{4\pi} \int_0^{\infty} dE' \left[\Sigma_{s,l}(\vec{r}, E' \rightarrow E) \left[P_l(\mu) \int_{4\pi} P_l(\mu') \Phi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}', t) d\Omega' \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + 2 \sum_{m=1}^l \frac{(1-m)!}{(1+m)!} P_l^m(\mu) \int_{4\pi} P_l^m(\mu') \cos[m(\varphi - \varphi')] \Phi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}', t) d\Omega' \right] \right] \\
& + S(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \quad , \tag{A.13}
\end{aligned}$$

olarak elde edilir. Bu noktada P_1 yaklaşımını yapıyoruz ve nötron yönsel dağılımının;

$$\Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = A(\vec{r}, E, t) + \vec{\Omega} \cdot B(\vec{r}, E, t) \quad , \tag{A.14}$$

şeklinde yazılabileceğini varsayıyoruz.

$$\vec{\Omega} = \sin\theta \cos\varphi \vec{e}_x + \sin\theta \sin\varphi \vec{e}_y + \cos\theta \vec{e}_z \quad , \tag{A.15}$$

$$d\vec{\Omega} = \sin\theta d\theta d\varphi \quad , \tag{A.16}$$

özdeşlikleri yardımıyla, katı açı integrasyonu ile elde edilen sonuçlar aşağıdaki tabloda verilmektedir.

Tablo A.1. İntegrasyon Sonuçları

KATI	AÇI	İNTEGRASYON	SONUÇLARI
		$\int_{4\pi} d\Omega$	$= 4\pi$
		$\int_{4\pi} \vec{n} d\Omega$	$= 0$
		$\int_{4\pi} (\vec{n} \cdot \vec{A}) \vec{n} d\Omega$	$= \frac{4\pi}{3} \vec{A}$
		$\int_{4\pi} (\vec{n} \cdot \vec{A}) (\vec{n} \cdot \vec{B}) d\Omega$	$= \frac{4\pi}{3} \vec{A} \cdot \vec{B}$
		$\vec{A}$ ve $\vec{B}$, $\vec{n}$ 'dan bağımsız vektörler	

(A.14) ile verilen P_1 yaklaşımını 4π katı açı üzerinden integre edince, tablodaki sonuçların da yardımıyla;

$$\begin{aligned}
 \int_{4\pi} \Phi(\vec{r}, E, \vec{n}, t) d\Omega &= \phi(\vec{r}, E, t) = A(\vec{r}, E, t) \int_{4\pi} d\Omega + B(\vec{r}, E, t) \int_{4\pi} \vec{n} d\Omega \\
 &= 4\pi A(\vec{r}, E, t) \quad ,
 \end{aligned}$$

yani,

$$A(\vec{r}, E, t) = \frac{1}{4\pi} \phi(\vec{r}, E, t) \quad , \quad (A.17)$$

sonucuna varılır. Bu seferde P_1 yaklaşımını $\vec{\Omega}$ ile çarptıktan sonra integre edersek yine tablodaki sonuçların yardımıyla;

$$\begin{aligned} \int_{4\pi} \vec{\Omega} \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) d\Omega &= \vec{J}(\vec{r}, E, t) \\ &= A(\vec{r}, E, t) \int_{4\pi} \vec{\Omega} d\Omega + \int_{4\pi} \left[\vec{\Omega} B(\vec{r}, E, t) \right] \vec{\Omega} d\Omega \\ &= \frac{4\pi}{3} B(\vec{r}, E, t) \quad , \end{aligned}$$

yani,

$$B(\vec{r}, E, t) = \frac{3}{4\pi} \vec{J}(\vec{r}, E, t) \quad , \quad (A.18)$$

özdeşliği bulunur. (A.17) ve (A.18) özdeşlikleri yardımıyla P_1 yaklaşımı:

$$\Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = \frac{1}{4\pi} \left[\phi(\vec{r}, E, t) + 3\vec{\Omega} \cdot \vec{J}(\vec{r}, E, t) \right] \quad , \quad (A.19)$$

şeklinde de yazılabilir.

(A.13) ile verilen transport denkleminin sağ tarafındaki ilk terimi aşağıya bir kez daha yazalım ve bu terime P_1 yaklaşımını uygulayalım. Tüm bu işlemler sonucunda, saçılma terimi aşağıdaki hali alır:

$$\begin{aligned}
& \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{4\pi} \int_0^{\infty} dE' \left[\Sigma_{s,l}(r, \vec{r}, E' \rightarrow E) \left[P_l(\mu) \int_{4\pi} P_l(\mu') \Phi(\vec{r}, E', \vec{r}', t) d\Omega' \right. \right. \\
& \left. \left. + 2 \sum_{m=1}^l \frac{(1-m)!}{(1+m)!} P_l^m(\mu) \int_{4\pi} P_l^m(\mu') \cos[m(\varphi - \varphi')] \Phi(\vec{r}, E', \vec{r}', t) d\Omega' \right] \right]
\end{aligned}$$

$$= (I) + (II) \quad . \quad (A.20)$$

$$\begin{aligned}
(I) &= \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{4\pi} \int_0^{\infty} dE' \left[\Sigma_{s,l}(r, \vec{r}, E' \rightarrow E) \left[P_l(\mu) \int_{4\pi} P_l(\mu') \Phi(\vec{r}, E', \vec{r}', t) d\Omega' \right. \right. \\
& \left. \left. + 2 \sum_{m=1}^l \frac{(1-m)!}{(1+m)!} P_l^m(\mu) \int_{4\pi} P_l^m(\mu') \cos[m(\varphi - \varphi')] \Phi(\vec{r}, E', \vec{r}', t) d\Omega' \right] \frac{\phi}{4\pi} \right]
\end{aligned}$$

$$(A.21)$$

$$\begin{aligned}
(II) &= \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{4\pi} \int_0^{\infty} dE' \left[\Sigma_{s,l}(r, \vec{r}, E' \rightarrow E) \left[P_l(\mu) \int_{4\pi} P_l(\mu') \Phi(\vec{r}, E', \vec{r}', t) d\Omega' \right. \right. \\
& \left. \left. + 2 \sum_{m=1}^l \frac{(1-m)!}{(1+m)!} P_l^m(\mu) \int_{4\pi} P_l^m(\mu') \cos[m(\varphi - \varphi')] \Phi(\vec{r}, E', \vec{r}', t) d\Omega' \right] \frac{3J}{4\pi} \right]
\end{aligned}$$

$$(A.22)$$

Burada:

$$\int_{4\pi} P_l(\mu') d\Omega' = \int_0^{2\pi} d\phi' \int_{-1}^{+1} P_l(\mu') d\mu' = 2\pi \left[\frac{2\delta_{l,0}}{2 \times 0 + 1} \right] \\ = 4\pi \delta_{l,0} \quad , \quad (A.23)$$

ve,

$$\int_{4\pi} P_l^m(\mu') \cos[m(\varphi - \varphi')] d\Omega' = \int_{-1}^{+1} P_l(\mu') d\mu' \int_0^{2\pi} \cos[m(\varphi - \varphi')] d\phi' , \\ (A.24)$$

$$\int_0^{2\pi} \cos[m(\varphi - \varphi')] d\phi' = 0 \quad , \quad (A.25)$$

özdeşlikleri kullanılarak (A.21) ifadesi;

$$(I) = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty dE' \Sigma_{s,0}(\vec{r}, E' \rightarrow E) \phi(\vec{r}, E', t) \quad , \quad (A.26)$$

şeklinde yazılabilir. Öte yandan:

$$\int_{4\pi} P_l^m(\mu') \vec{\Omega}' d\Omega' = \frac{4\pi}{3} \delta_{l,1} \vec{e}_z \quad , \quad (A.27)$$

ve,

$$\int_{4\pi} P_l^m(\mu') \cos[m(\varphi - \varphi')] \vec{\Omega}' d\Omega' = - \frac{4\pi}{3} \delta_{l,1} \delta_{m,1} [\cos\varphi \vec{e}_x + \sin\varphi \vec{e}_y]$$

(A.28)

integrasyon sonuçlarını (A.22) denkleminde kullanırsak;

$$(II) = \frac{3}{4\pi} \int_0^\infty dE' \left[\Sigma_{s,1}(\vec{r}; E' \rightarrow E) \left[\cos\theta \vec{e}_z + \sin\theta \cos\theta \vec{e}_x + \sin\theta \sin\theta \vec{e}_y \right] \vec{J}(\vec{r}, E', t) \right]$$

$$= \frac{3}{4\pi} \int_0^\infty dE' \Sigma_{s,1}(\vec{r}; E' \rightarrow E) \left[\vec{\Omega} \cdot \vec{J}(\vec{r}, E', t) \right] \quad , \quad (A.29)$$

bulunur. Elde edilen bu sonuçların yardımıyla nötron transport denklemi:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{v(E)} \frac{\partial \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)}{\partial t} + \vec{\Omega} \cdot \nabla \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) + \Sigma_t(\vec{r}, E) \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty dE' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E) \phi(\vec{r}, E', t) \\ &+ \frac{3}{4\pi} \int_0^\infty dE' \Sigma_{s,1}(\vec{r}; E' \rightarrow E) \left[\vec{\Omega} \cdot \vec{J}(\vec{r}, E', t) \right] + S(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \quad , \end{aligned}$$

(A.30)

şekline indirgenebilir. (A.30) ile verilen nötron transport denklemini, $\vec{\Omega}$ ile çarpıp 4π katı açı üzerinden integre edelim. Her bir terimi ayrı ayrı yazalım:

$$\begin{aligned}
 (I) &= \int_{4\pi} d\Omega \frac{1}{v(E)} \vec{\Omega} \frac{\partial \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)}{\partial t} \\
 &= \frac{1}{v(E)} \frac{\partial}{\partial t} \left[\int_{4\pi} \vec{\Omega} \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) d\Omega \right] \\
 &= \frac{1}{v(E)} \frac{\partial \vec{J}(\vec{r}, E, t)}{\partial t} \quad (A.31)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (III) &= \int_{4\pi} d\Omega \Sigma_t(\vec{r}, E) \vec{\Omega} \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = \Sigma_t(\vec{r}, E) \int_{4\pi} d\Omega \vec{\Omega} \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \\
 &= \Sigma_t(\vec{r}, E) \vec{J}(\vec{r}, E, t) \quad (A.32)
 \end{aligned}$$

$$(IV) = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty dE' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E) \phi(\vec{r}, E', t) \int_{4\pi} \vec{\Omega} d\Omega = 0 \quad (A.33)$$

$$(V) = \frac{3}{4\pi} \int_0^\infty dE' \Sigma_{s,1}(\vec{r}, \vec{E}' \rightarrow E) \int_{4\pi} \left[\vec{\Omega} \cdot \vec{J}(\vec{r}, E', t) \right] \vec{\Omega} d\Omega$$

$$= \frac{3}{4\pi} \int_0^\infty dE' \Sigma_{s,1}(\vec{r}, \vec{E}' \rightarrow E) \left[\frac{4\pi}{3} \vec{J}(\vec{r}, E', t) \right]$$

$$= \int_0^\infty dE' \Sigma_{s,1}(\vec{r}, \vec{E}' \rightarrow E) \vec{J}(\vec{r}, E', t) \quad (A.34)$$

Bu arada $\vec{S}_1$ vektörü tanımlanarak;

$$(VI) = \vec{S}_1(\vec{r}, E, t) = \int_{4\pi} \vec{\Omega} S(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) d\Omega \quad , \quad (A.35)$$

kaynak terimi ifade edilir.

Şimdi (II) numaralı terime P_1 yaklaşımını uygulayalım:

$$\begin{aligned} (II) = \int_{4\pi} d\Omega \left[\vec{\Omega} \cdot \nabla \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \right] \vec{\Omega} &= \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} d\Omega \vec{\Omega} \left[\vec{\Omega} \cdot \nabla \phi(\vec{r}, E, t) \right] \\ &+ \frac{3}{4\pi} \int_{4\pi} d\Omega \vec{\Omega} \left[\vec{\Omega} \cdot \nabla \left[\vec{\Omega} \cdot \vec{J}(\vec{r}, E, t) \right] \right] \end{aligned}$$

Burada,

$$\int_{4\pi} d\Omega \vec{\Omega} \left[\vec{\Omega} \cdot \nabla \left[\vec{\Omega} \cdot \vec{J}(\vec{r}, E, t) \right] \right] = 0 \quad ,$$

olduğundan (II) ifadesi;

$$(II) = \frac{1}{4\pi} \frac{4\pi}{3} \nabla \phi(\vec{r}, E, t) = \frac{1}{3} \nabla \phi(\vec{r}, E, t) \quad , \quad (A.36)$$

şeklinde elde edilir.

(A.36) ifadesini bulurken;

$$\int_{4\pi} d\Omega \Omega_x^l \Omega_y^m \Omega_z^n = 0 \quad , \quad (l, m, n \text{ tek bir tam sayı})$$

özdeşliği kullanıldı ve ikinci integral sıfır oldu.

Transport denkleminin P_1 yaklaşımı uygulanıp, $\vec{\Omega}$ ile çarpılarak, 4π katı açı üzerinden yapılan integrasyon sonucunda elde ettiğimiz;

$$(I) + (II) + (III) = (IV) + (V) + (VI) \quad , \quad (A.37)$$

özdeşliği yardımıyla nötron transport denklemi:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{v(E)} \frac{\partial \vec{J}(\vec{r}, E, t)}{\partial t} + \frac{1}{3} \nabla \phi(\vec{r}, E, t) + \Sigma_t(\vec{r}, E) \vec{J}(\vec{r}, E, t) \\
& = \int_0^\infty dE' \Sigma_{s,1}(\vec{r}, \vec{E}' \rightarrow E) \vec{J}(\vec{r}, E', t) + \vec{S}_1(\vec{r}, E, t) .
\end{aligned}$$

(A.38)

halini alır.

E K - B

6 GECİKMİŞ NÖTRON GRUPLU SAYISAL UYGULAMA

$N(t)$ fonksiyonu için (4.1) bağıntısındaki yaklaşık değer yerine aşağıdaki, 6 gecikmiş nötron gruplu analitik değeri ele alalım [13]:

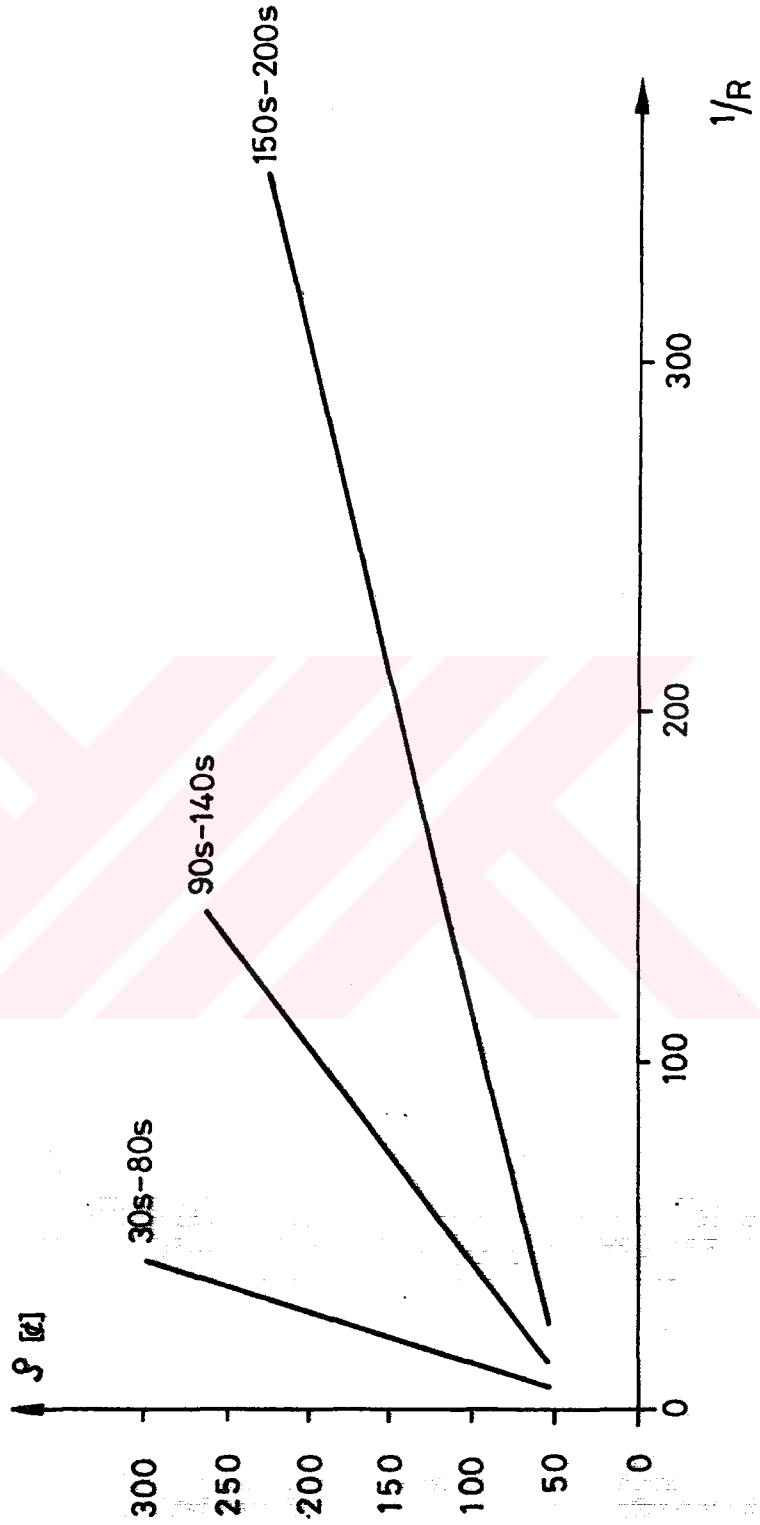
$$N(t) = N_0 \rho_0 \sum_{j=1}^7 \frac{e^{\omega_j t}}{\omega_j \left[\Lambda + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i \lambda_i}{(\omega_j + \lambda_i)^2} \right]} \quad (B.1)$$

(4.3) tanımı ile verilen $R(T)$ 'yi (B.1) bağıntısı yardımıyla yeniden hesaplayalım:

$$R(T) = \rho_0 \sum_{j=1}^7 \frac{\frac{1}{\omega_j T} (e^{\omega_j T} - 1) e^{\omega_j T_0}}{\omega_j \left[\Lambda + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i \lambda_i}{(\omega_j + \lambda_i)^2} \right]} \quad (B.2)$$

Burada; T_0 , çubuğun düştürüldüğü andan başlayarak, sayım alınmasının başlayacağı ana kadar geçen zaman, T ise, sayım süresidir. Bizim deneylerimizde T_0 , sırasıyla 30s, 90s ve 150s olup, T sayım süresi ise hep 50s olmaktadır.

$1/R$ ile ρ arasında, buradan hareketle çizilen eğriler, Şekil B.1 'de görülmektedir.



Sek. B-1. 6 gecikmiş nötron gruplu $1/R$ ile ρ değişimi

K A Y N A K L A R

- [1] A.F. HENRY, Nuclear Reactor Analysis
MIT, 1977.
- [2] J.R. LAMARSH, Nuclear Reactor Theory
Addison - Wesley Publishing Company, 1972.
- [3] J.J. DUDERSTADT, L.J. HAMILTON, Nuclear Reactor Analysis
John Wiley and Sons, Inc., 1976.
- [4] Z. AKÇASU, G.S. LELLOUCHE, L.M. SHOTKIN
Mathematical Methods in Nuclear Reactor Dynamics
Academic Press, New York, 1971.
- [5] L.E. WEAVER, System Analysis of Nuclear Reactor Dynamics
Rowman and Littlefield, Inc., New York, 1963.
- [6] R.V. MEGHREBLIAN, D.K. HOLMES, Reactor Analysis
McGraw - Hill Book Company, Inc., New York, 1960.
- [7] J. LEWINS, Nuclear Reactor Kinetics and Control
Pergamon Press, 1978.
- [8] G.R. KEEPIN, Physics of Nuclear Kinetics
Addison - Wesley Publishing Company, 1965.
- [9] Safety Analysis Report for the TRIGA Mark-II Reactor
for the Institute for Nuclear Energy, Technical
University of Istanbul, Turkey, (August 1978)

- [10] TRIGA Mark - II Reactor,
Mechanical Operation and Maintenance Manual, Prepared
for the Institute Nuclear Energy of Tecnical University
of İstanbul, Turkey, 1978.
- [11] H. ÖZDOĞANCI, TRIGA Dinamik Parametrelerinin Yeni Hızlı
Bir Yaklaşımla Belirlenmesine Yönelik Ölçü Yönteminin
Geliştirilmesi, Doç. Dr. Erdinç EDGÜ yönetimindeki
Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi
Nükleer Enerji Enstitüsü, 1992.
- [12] A. ÖZGENER, Reaktör Teorisi Ders Notları.
- [13] D.L.HETRICK, Dynamics of Nuclear Reactors
The University of Chicago Press, 1971.

TESEKKUR

Çalışmalarına yön veren Sn. Hocam Doç.Dr. Erdinç EDGÜ' ye teşekkür ederim.

Deneysel çalışmalarımda yardımını ve ilgisini esirgemeyen Sn. Hocam Prof.Dr. Melih GEÇKİNLİ' ye teşekkür ederim.

Grafik ve şekillerin çizimini büyük bir titizlikle gerçekleştiren Sn. İsmail ERDOĞAN' a ve reaktörde deneylerin gerçekleşmesinde emeği geçen Sn. Şecaattin YENER' e teşekkür ederim.

Ö Z G E C M İ S

1967 yılında İstanbul Büyükçekmece' de doğdu. İlk ve orta tahsilini İstanbul' da tamamladı. 1984 yılında İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi Fizik Bölümü' ne girdi. 1989 yılında Fizik Bölümü' nden mezun olduktan sonra aynı yıl İstanbul Teknik Üniversitesi Nükleer Enerji Enstitüsü' nde yüksek lisans eğitimine başladı.