

**İKİ DOĞRUSAL REGRESYON MODELİNİN KARŞILAŞTIRILMASINDA  
EŞANLI GÜVEN BANTLARI**

**Leyla YILMAZ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ  
İSTATİSTİK**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**HAZİRAN 2008  
ANKARA**

## **TEZ BİLDİRİMİ**

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Leyla YILMAZ

**İKİ DOĞRUSAL REGRESYON MODELİNİN KARŞILAŞTIRILMASINDA  
EŞANLI GÜVEN BANTLARI  
(Yüksek Lisans Tezi)**

**Leyla YILMAZ**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
Haziran 2008**

**ÖZET**

Bu çalışmada, iki doğrusal regresyon modelinin karşılaştırılması için eşanlı güven bantları üzerine çalışılmıştır. İki doğrusal regresyon modelinin karşılaştırılmasında genellikle kısmi F testi kullanılır. Bağımsız değişkenlerin tüm aralığında oluşturulan iki yanlı eşanlı güven bandı gerçekte kısmi F testi ile doğal ilişkilidir ve hipotezin kendisini test etmekten daha bilgi vericidir. Regresyon modelleri çoğunlukla bağımsız değişkenlerin sınırlı bölgeleriyle ilgilendiklerinden, güven bandının bu sınırlı bölge dışında kalan kısmı  $1-\alpha$  güven düzeyini sağlamak amacıyla ve kaynakların boşa kullanımı nedeniyle kullanışsızdır. Bağımsız değişkenlerin sınırlı bölgede kullanılmasıyla daha dar ve daha verimli güven bantları elde edilir. Burada bayan ve erkeklerin yaş ve yüksek kan basıncı verileri kullanılarak iki yanlı ve tek yanlı eşanlı güven bantları oluşturulup gruplar karşılaştırılmış, aynı yöntem iki bağımsız değişkenli modeller için de uygulanarak eşanlı güven bandının kısmi F testinden üstünlüğü vurgulanmıştır.

**Bilim Kodu : 205.1.066**  
**Anahtar Kelimeler : Eşanlı güven bantları, kısmi F testi, model karşılaştırma, doğrusal regresyon**  
**Sayfa Adedi : 94**  
**Tez Yöneticisi : Prof. Dr. Müslim EKNİ**

# **SIMULTANEOUS CONFIDENCE BANDS FOR THE COMPARISON OF TWO LINEAR REGRESSION MODELS**

**(M. Sc. Thesis)**

**Leyla YILMAZ**

**GAZİ UNIVERSITY  
INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY**

**June 2008**

## **ABSTRACT**

In this study, it has been studied on simultaneous confidence bands for the comparison of two linear regression models. Generally the partial F test is being used as an approach to comparison of two linear regression models. Two- sided simultaneous confidence band which is over the entire range of all the covariates has been in fact a naturally associated with partial F test and is more informative than the test of hypothesis itself. As regression models are of most often interest over a restricted region of the covariates, the part of the confidence band outside this restricted region is therefore useless in order to ensure  $1-\alpha$  confidence level and owing to wasteful of resources. With usage of the covariates over a restricted region, narrower confidence band and hence more efficient confidence band is obtained. In this work, by using ages and high blood pressure of men and women, firstly two-sided and one-side simultaneous confidence band were constructed and then groups of men and women were compared. Furthermore, it had been emphasized that simultaneous confidence band applied in this work was superior to the partial F test by applying for two covariate models.

|                     |                                                                                                   |
|---------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Science Code</b> | <b>:205.1.066</b>                                                                                 |
| <b>Key Words</b>    | <b>:Simultaneous confidence bands, partial F test,<br/>comparison of model, linear regression</b> |
| <b>Page Number</b>  | <b>: 94</b>                                                                                       |
| <b>Adviser</b>      | <b>:Prof. Dr. Müslim EKNİ</b>                                                                     |

## TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca değerli yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren Hocam Prof. Dr. Müslim EKNİ' ye değerli bilgilerinde faydalandığım, yardım ve katkısını benden esirgemeyen hocalarım Yrd. Doç. Dr. Fikri GÖKPINAR' a ve Yrd. Doç. Dr. Bülent ALTUNKAYNAK' a ve yine destekleriyle beni hiçbir zaman yalnız bırakmayan sevgili aileme, Bilge YILMAZ' a ve Aytunç AYHAN' a teşekkürü bir borç bilirim.

## İÇİNDEKİLER

### Sayfa

|                                                                                                               |      |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ÖZET .....                                                                                                    | iv   |
| ABSTRACT .....                                                                                                | v    |
| TEŞEKKÜR .....                                                                                                | vii  |
| İÇİNDEKİLER .....                                                                                             | viii |
| ÇİZELGELERİN LİSTESİ .....                                                                                    | x    |
| ŞEKİLLERİN LİSTESİ .....                                                                                      | xi   |
| SİMGELER VE KISALTMALAR .....                                                                                 | xii  |
| 1.GİRİŞ .....                                                                                                 | 1    |
| 2.İKİ DOĞRUSAL REGRESYON MODELİNİN KARŞILAŞTIRILMASI .....                                                    | 8    |
| 2.1.İki Doğrusal Regresyon Modelinin Karşılaştırılmasında Olası Durumlar .....                                | 8    |
| 2.2.İki Doğrusal Regresyon Modeli Karşılaştırılırken Dikkate Alınacak Sorular .....                           | 11   |
| 2.3.Regresyon Modellerinin Karşılaştırılması için Kullanılan Klasik Yöntemler .....                           | 11   |
| 2.3.1.Chow testi .....                                                                                        | 12   |
| 2.3.2.Dummy değişken (gölge değişken) yaklaşımı .....                                                         | 15   |
| 2.3.3.Ayrı regresyon modelleri yaklaşımı ve tek model (dummy değişkenli) yaklaşımının karşılaştırılması ..... | 20   |
| 2.3.4.Dummy değişken testinin Chow testinden üstünlüğü .....                                                  | 21   |
| 2.3.5.Kısmi F testi .....                                                                                     | 22   |
| 3. EŞANLI GÜVEN BANTLARI .....                                                                                | 26   |
| 3.1.Değişkenlerin $(-\infty, \infty)$ Tam Aralığında Eşanlı Güven Bantları .....                              | 29   |
| 3.2.Sınırlı Bölge Boyunca Eşanlı Güven Bantları .....                                                         | 30   |

**Sayfa**

|                                                                                                                                                                  |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 3.3.Tek Yanlı Eşanlı Güven Bantları.....                                                                                                                         | 32 |
| 3.4.Eşanlı Güven Bandı Kullanmanın Avantajları .....                                                                                                             | 34 |
| 4.UYGULAMA.....                                                                                                                                                  | 36 |
| 4.1.Tek Bağımsız Değişkenli İki Yanlı Eşanlı Güven Bantları<br>Uygulaması.....                                                                                   | 39 |
| 4.2.Tek Değişkenli İki Yanlı Eşanlı Güven Bantlarında Bağımsız<br>Değişkenin İlgilenilen Değerinde Bant Sınırlarının Belirlenmesi ve<br>Bantların Kararları..... | 44 |
| 4.3.İki Doğrusal Regresyon Modelinin Karşılaştırılması için Kısmi<br>F Testi.....                                                                                | 48 |
| 4.4.Tek Bağımsız Değişkenli Tek Yanlı Eşanlı Güven Bantları Uygulaması<br>.....                                                                                  | 54 |
| 4.5.İki Bağımsız Değişkenli İki Yanlı ve Tek Yanlı Eşanlı Güven Bantları<br>Uygulaması.....                                                                      | 57 |
| 5.SONUÇ VE ÖNERİLER.....                                                                                                                                         | 67 |
| 6.KAYNAKLAR .....                                                                                                                                                | 72 |
| EKLER.....                                                                                                                                                       | 74 |
| EK-1 Hochberg&Quade Bandı Kritik Sabitler Tablosu .....                                                                                                          | 75 |
| EK-2 Bant Çiziminde Kullanılan Matlab Programı.....                                                                                                              | 76 |
| EK-3 423 Bayan ve 238 Erkek için Yüksek Kan Basıncı, Yaş ve Beden<br>Kitle indeksi Verileri.....                                                                 | 81 |
| EK-4 Veriler İçin İzin Yazısı .....                                                                                                                              | 93 |
| ÖZGEÇMİŞ.....                                                                                                                                                    | 94 |

## ÇİZELGELERİN LİSTESİ

| Çizelge                                                                                                                           | Sayfa |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Çizelge 4.1. Değişkenlerin verilen aralıkta hesaplanan iki yanlı eşanlı güven bandının alt, üst değerleri ve $H_0$ 'ın testi..... | 46    |

## ŞEKİLLERİN LİSTESİ

| Şekil                                                                                                                                                             | Sayfa |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Şekil 2.1. Çakışık regresyonlar .....                                                                                                                             | 8     |
| Şekil 2.2. Koşut regresyonlar .....                                                                                                                               | 9     |
| Şekil 2.3. Uyumlu regresyonlar .....                                                                                                                              | 10    |
| Şekil 2.4. Benzemez regresyonlar .....                                                                                                                            | 10    |
| Şekil 4.1. Yaş değişkeninin farklı aralıklarında oluşturulmuş iki yanlı eşanlı güven bantları .....                                                               | 40    |
| Şekil. 4.2. Yaş değişkeninin alt sınırı ( $al$ ) sabitken üst sınırın ( $bl$ ) aldığı değere göre $c$ değerindeki değişim .....                                   | 43    |
| Şekil 4.3. Yaş değişkeninin farklı noktalarında bant değerleri .....                                                                                              | 44    |
| Şekil 4.4. Yaş değişkeninin farklı aralıklarında oluşturulmuş tek yanlı eşanlı güven bantları .....                                                               | 55    |
| Şekil 4.5. Bağımsız değişkenlerin $(-\infty, \infty)$ tam aralığı için % 99 güven düzeyinde çizilmiş iki bağımsız değişkenli, iki yanlı eşanlı güven bandı .....  | 58    |
| Şekil 4.6. Bağımsız değişkenlerin $(al, bl)$ sınırlı aralığı için % 99 güven düzeyinde çizilmiş iki bağımsız değişkenli, iki yanlı eşanlı güven bandı .....       | 59    |
| Şekil 4.7. Bağımsız değişkenlerin $(al = bl)$ uç durumunda % 99 güven düzeyinde çizilmiş, iki bağımsız değişkenli, iki yanlı eşanlı güven bandı .....             | 61    |
| Şekil 4.8. Bağımsız değişkenlerin $(-\infty, \infty)$ tam aralığı için % 99 güven düzeyinde çizilmiş, iki bağımsız değişkenli, tek yanlı eşanlı güven bandı ..... | 63    |
| Şekil 4.9. Bağımsız değişkenlerin $(al, bl)$ sınırlı aralığı için % 99 güven düzeyinde çizilmiş, iki bağımsız değişkenli, tek yanlı eşanlı güven bandı .....      | 64    |
| Şekil 4.10. Bağımsız değişkenlerin $(al = bl)$ uç durumunda % 99 güven düzeyinde çizilmiş, iki bağımsız değişkenli, tek yanlı eşanlı güven bandı .....            | 65    |

## SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış bazı simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

| Simgeler     | Açıklama                                                                             |
|--------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| $\alpha$     | Anlamlılık düzeyi                                                                    |
| $p$          | Bağımsız değişken sayısı                                                             |
| $n_i$        | i'nci örnek hacmi                                                                    |
| $c$          | Eşanlı güven bandının kritik sabiti                                                  |
| $a_l$        | Bağımsız değişkenin alt sınırı                                                       |
| $b_l$        | Bağımsız değişkenin üst sınırı                                                       |
| $Z$          | Dummy değişken                                                                       |
| Kısaltmalar  | Açıklama                                                                             |
| <b>ciüst</b> | $(a_l, b_l)$ sınırlı aralığında oluşturulan eşanlı güven bandının üst sınırı         |
| <b>cialt</b> | $(a_l, b_l)$ sınırlı aralığında oluşturulan eşanlı güven bandının alt sınırı         |
| <b>csüst</b> | $(-\infty, \infty)$ tam aralığı boyunca oluşturulan eşanlı güven bandının üst sınırı |
| <b>csalt</b> | $(-\infty, \infty)$ tam aralığı boyunca oluşturulan eşanlı güven bandının alt sınırı |
| <b>ctüst</b> | $(a_l = b_l)$ uç durumu için oluşturulan eşanlı güven bandının üst sınırı            |
| <b>ctalt</b> | $(a_l = b_l)$ uç durumu için oluşturulan eşanlı güven bandının alt sınırı            |

## 1. GİRİŞ

İki doğrusal regresyon modelinin karşılaştırılmasında genellikle kısmi F testi kullanılır. Ancak eşanlı güven bantları iki doğrusal regresyon modelinin karşılaştırılmasında kısmi F testinden çok daha bilgi vericidir.

Bu çalışmada iki doğrusal regresyon modelinin karşılaştırılması için Jamshidian ve arkadaşları (2005) tarafından önerilen eşanlı güven bantları üzerine çalışılmıştır [1].

Kısmi F testi bağımsız değişkenlerin  $(-\infty, \infty)$  tam aralığı boyunca oluşturulurken, eşanlı güven bantları bütün bağımsız değişkenlerin tam aralığı boyunca oluşturulabileceği gibi, bağımsız değişkenlerin ilgilenilen sınırlı aralıkları ve hatta alt sınır ve üst sınırın eşit olacağı önceden belirlenmiş noktalar için de oluşturulabilir.

Bağımsız değişkenler her zaman  $(-\infty, \infty)$  tam aralığı boyunca değer alamayabilirler. Bağımsız değişkenlerin değer alamayacağı bölgelerde hesaplama yapılması kaynak ve zaman israfına yol açacağı gibi, bu anlamsız bölgelerin incelemeye dahil edilmesi durumunda, iki doğrusal regresyon modelinin aynı olduğunu ileri süren  $H_0$  hipotezinin reddi ya da kabulü konusunda verilen kararın güvenilirliği de azalır. Kısmi F testinin değişkenlerin değer alabileceği aralıkta değil de,  $(-\infty, \infty)$  tam aralığı boyunca oluşturulması kısmi F testinin dezavantajıdır.

Bağımsız değişkenin  $(-\infty, \infty)$  tam aralığı boyunca oluşturulan eşanlı güven bantları kısmi F testi ile doğal ilişkilidir. Ancak kısmi F testi sonucu gibi iki modelin aynı ya da farklı olma bilgisinin yanı sıra iki modelin farklı olduğu durumda hangi doğrusal regresyon modelinin daha düşük ya da daha yüksek seyretme eğiliminde olduğunu ve iki model arasında farklılaşmanın yaklaşık hangi değerlerden itibaren belirginleştiği bilgisini de sağlamamıza yardımcı olur. Eşanlı güven bantlarının bağımsız değişkenin değer alabileceği sınırlı

bölge de çizilmesi, tam aralıkta oluşturulandan daha dar ve daha güvenilir bantlar elde etmemizi sağlar.

Eşanlı güven bantları oluşturulurken bandın hesaplanması için kritik sabit  $c$  gereklidir. Bu kritik sabit  $c$ , sınırlı bölgede oluşturulacak eşanlı güven bantları için simülasyon çalışması yardımıyla bulunurken,  $(-\infty, \infty)$  tam aralığı boyunca oluşturulacak bantta  $F$  tablosu yardımıyla,  $a_\ell = b_\ell$  özel durumu için oluşturulacak eşanlı güven bandında ise  $t$  tablosu yardımıyla elde edilir.

Güven bantlarında  $(1-\alpha)$  olasılıkla  $X=0$  ( $x^T 0$ ) çizgisinin güven bandının içinde uzanıp uzanmamasına göre hipotezin red veya kabul kararı verilir.  $\alpha$  anlamlılık düzeyinde  $H_0$  hipotezinin testinde en az bir  $x$  için ( $x^T 0$ ) 'ın güven bandı dışında olması durumunda iki regresyon modelinin eşitliğini ileri süren  $H_0$  hipotezi reddedilir.

İlgilenilen bölgede sadece hangi doğrusal regresyon modelinin daha yüksek ya da daha düşük seyreden bir yanıt değişken olduğu ise tek yanlı eşanlı güven bantları kullanılarak daha etkin sonuçlar elde edilebilir.

Üç ya da daha fazla grubun karşılaştırılmasında hataların normal, aynı dağılımlı ve bağımsız rasgele değişkenler olduğu varsayımı altında grup ortalamalarının karşılaştırılması üzerine birçok çalışma bulunmaktadır.

Tukey (1953) çalışmasında  $k$  yığın ortalamasının çiftler halinde karşılaştırılmasını dikkate almıştır [2]. Örnek çaplarının eşit olduğu ve olmadığı durumlar üzerine çalışmıştır. Tukey metodu eşit olmayan örnek çapları kullanıldığında Tukey Kramer metodu olarak da söylenebilir [3]. Dunnett (1955) bir kontrol ortalaması ile birkaç ortalamanın karşılaştırılması üzerine çalışmıştır [4]. Scheffe (1953) çalışmasında da yine aynı bağımsız normal dağılan hata varsayımı altında işlem ortalamalarının bütün karşılaştırmaları için kesin eşanlı güven bantları geliştirmiştir [5]. Bonferroni

her bir grubun ortalama vektörlerinin genel ortalama vektöründen farkları ile ilgilenmiştir. Deney ve kontrol gruplarının düzeltilmiş ortalama puanları arasında anlamlı bir fark bulunduğunda, farkın kaynağını belirlemek amacıyla, grupların düzeltilmiş ortalama değerleri arasında Bonferroni testi kullanılarak anlamlı farkın hangi gruplar arasında olduğu incelenebilir [3].

İkili karşılaştırmalar ile ilgilenildiğinde, örnek çaplarının eşit olduğu durumda Tukey metodu, eşit olmadığı durumda ise Scheffe metodu daha iyi sonuçlar verir. İkili karşılaştırmaların tamamı ile ilgilenildiğinde Tukey metodu tercih edilirken, ikili karşılaştırmaların bazı alt grupları ile ilgilenildiğinde Bonferroni metodu daha dar güven aralığı sağlamak bakımından tercih edilir. Çoklu karşılaştırmalar yapıldığında kullanıcı tarafından belirtilmiş özel karşılaştırmalar durumunda Bonferroni daha iyi sonuçlar verirken, planlanmamış karşılaştırmalar durumunda Scheffe metodu tercih edilir. Tahmin edilen karşılaştırma sayısı küçük ise yani karşılaştırma sayısı yaklaşık olarak faktör düzeyleri ile aynı ya da daha az olarak tahmin edildiğinde Bonferroni metodu daha iyi sonuçlar verirken, istenilen karşılaştırma sayısı faktör sayısının iki katından daha az değil ise Scheffe metodu Bonferroni metodundan daha iyi sonuçlar verir [6].

Son zamanlarda üç ya da daha fazla grubun karşılaştırılmasında, grup ortalamalarının karşılaştırılması yerine bazı parametrik fonksiyonlara dayalı karşılaştırmalar üzerine çalışmalar yoğunlaşmıştır.

Masuda, Saito ve Inui (1997), zamanın fonksiyonu olarak fare böbreğinde bulunan dokularda kemoterapi vasıtasıyla metotreksatin toplanması üzerine (indomethacin, ketoprofen ve kontrol) üç işlemin etkilerini çalışmışlardır. Çalışmada kullanılan zaman aralıklarında her bir deneme için zaman ve yığılma arasında doğrusal bir ilişki olduğu önerilmiştir. Bu durumda, üç regresyon modelinin çoklu karşılaştırılma yapılması yoluyla üç işlem karşılaştırılmıştır [7].

Spurrier (1999), üç veya daha fazla regresyon doğrusunun bütün karşılaştırmaları için kesin güven bantları üzerine çalışmıştır. Bu çalışmada  $k$  işlemin çoklu karşılaştırma yöntemini ortalamaların karşılaştırılmasından daha karmaşık olan parametrik fonksiyonların karşılaştırılmasına taşımıştır. İlgilenilen parametrik fonksiyon benzer doğrusal regresyon modelleridir. Her bir işlem için eşit tasarım matrisleri ve hata terimlerinin bağımsız ve aynı dağılıma sahip rasgele değişkenler olduğu varsayımı altında bu karşılaştırmalar için eşanlı güven bantları geliştirmek amacıyla union-intersection metodu kullanmıştır. Bu metot uygun eksen niceliklerini belirlemek amacıyla kullanılmıştır. Kesin güven bantları üç yada daha fazla işlem grubunun karşılaştırılması durumunda her bir grup için aynı tasarım matrisleri varsayımı altında Scheffe metodundan daha dar güven bantları üretir, Scheffe metodu ise eşit olmayan tasarım matrisleri durumu için kullanılabilir. Kesin bantlar Scheffe bantlarından  $k=3$  grubun karşılaştırılması için yaklaşık %5,  $k=6$  grubun karşılaştırılması için ise yaklaşık %13 daha dar bantlar vermektedir [8].

Spurrier (2002), üç veya daha fazla regresyon doğrusunun çiftler halinde ve bir kontrol regresyonu ile karşılaştırmaları üzerine çalışmıştır. Hata terimlerinin bağımsız ve aynı dağılıma sahip rasgele değişkenler olduğu varsayımı altında tahmin edici değişkenler üzerinde kısıtlama yokken ancak tasarım matrislerinin eşit olduğu kısıtlaması altında bir kontrol ile karşılaştırmaları ve regresyon doğrularının bütün çiftler halinde (ikili) karşılaştırmaları için kesin eşanlı güven bantları geliştirmiştir. Yine  $k$  grup sayısı olmak üzere, eşit tasarım matrisleri varsayımı altında  $(k-1)$  basit doğrusal regresyonu, bir kontrol regresyonu ile karşılaştırmak için kesin olasılık noktası bulmuştur. Spurrier (1999) çalışmada  $k$  basit regresyon modelinin tüm karşılaştırmaları için  $c$  değeri önermektedir. Basit regresyon doğrularının tüm karşılaştırmalarından tüm ikili karşılaştırmalarına, tüm kontrol regresyonu ile karşılaştırmalarına dönüşü karşılaştırmaların setini azaltmıştır. Bu durum da olasılık noktası  $c$  'yi küçülterek daha dar güven bantları elde etmeyi sağlamıştır [9].

Bhargava ve Spurrier (2004) çalışmasında sabit aralıkta iki doğrusal regresyon doğrusunun, bir kontrol regresyon doğrusu ile karşılaştırılması için  $x \in [a, b]$  (ki burada  $a$  ve  $b$  önceden belirlenmiş sabitler) sınırlı bölgesinde iki grubun basit doğrusal regresyon modellerini karşılaştırmak için eşanlı iki yanlı ve tek yanlı kesin güven bantları üzerine çalışmışlardır. Yine hata terimlerinin bağımsız ve aynı dağılıma sahip rasgele değişkenler olduğu varsayımı vardır. İki işlemin tasarım matrisleri eşit ve kontrol regresyonu için tasarım matrisi işlemler için tasarım matrisinin her bir farklı sütununun kopyasıyla aynı sayıdadır. Olasılık noktası aralık ile ilişkili açların boyutuna bağlıdır. Bu çalışmadaki tahmin edici değişken önceden belirlenmiş aralıkta sınırlandırılabilir olduğundan buradaki iki yanlı bant Spurrier (2002) çalışmasındaki iki yanlı banttandan daha gelişmiştir. Sınırlandırılmış tahmin edici değişken bu aralığın alt seti olduğunda daha dar bantlar elde edilmiştir. Karşılaştırmada hangi değişkenin daha yüksek ya da daha düşük seyretme eğiliminde olduğunun testi ile ilgilenildiğinde, bu çalışmadaki tek taraflı bantlarının kullanılmasıyla daha iyi sonuçlar elde edilmiştir [10].

Liu ve arkadaşları (2004) birkaç doğrusal regresyon modelinin çoklu karşılaştırılması üzerine çalışmışlardır. Spurrier'in tasarım matrislerinin eşitliğinde doğrusal regresyon modelleri üzerinde  $(-\infty, \infty)$  aralığı boyunca bütün karşılaştırmaları için ürettiği eşanlı güven bantlarını bazı yönlerden geliştirmişlerdir. İlk olarak birçok bağımsız değişkenin modele alındığı çoklu doğrusal regresyon modelleri dikkate alınmıştır. Tasarım matrisleri tam sütun ranklı olduğu sürece bu regresyon modellerinin farklı tasarım matrislerine sahip olmalarına izin verilmiştir. İkinci olarak tahmin edici değişkenler sonlu aralıkta sınırlandırılmış ya da sınırlandırılmamış olabilirler. Üçüncü olarak ise regresyon modellerinin ikili karşılaştırmaları ya da bir kontrol modeli ile karşılaştırılması yerine bütün karşılaştırmaları ile ilgilenilmiştir. Bu çalışmada birkaç doğrusal regresyon modelinin birçok karşılaştırması için eşanlı güven bantlarının kritik sabitlerinin Monte Carlo simülasyonu ile belirlenmesi üzerine çalışılmıştır. Tahmin edici değişken üzerinde hiçbir sınırlama olmadan bu kritik değer doğrudan tablo değeri ile bulunurken, tahmin edici değişkenler

sınırlandırılmış aralık içinde iken simülasyon çalışması yardımıyla bandın kritik sabiti hesaplanmıştır [11].

Liu ve arkadaşları (2007) işlenebilir bölge eşitliğinde sınırlı bölge boyunca iki regresyon modelinin eşitliği için eşanlı güven bantları üzerine çalışmışlardır. İki doğrusal regresyon modelinin karşılaştırılmasında birçok bilimsel problemin amacı, bu regresyon modellerinin sadece önemsiz farklılıklara sahip olduğunu ve pratikte eşit olarak ele alınabileceklerini göstermektir. İki modelin aynı olduğunu ileri süren yokluk hipotezinin testinde sık kullanılan kısmi F testi bu amaç için uygun değildir. Bu çalışmada eşanlı güven bantlarının amacı, değişkenlerin standart hatalarının aynı olduğu ve değişkenlerin tanımlanan bölgesi boyunca iki model arasında olabilecek en büyük farkı sağlayan üst bantlar elde etmektir. Diğer eşanlı güven bantları  $x^T\beta_1 - x^T\beta_2$  için oluşturulurken, bu çalışmada  $(x^T\beta_1 - x^T\beta_2)/\sigma$  için bant oluşturularak iki regresyon doğrusu arasında olabilecek en büyük farkı sağlayan ve iki regresyon doğrusunun eşitliğini kabul eden üst bantlar elde edilmiştir. Bu çalışmadaki güven bandı, diğer çalışmalardaki güven bantlarından iki yönüyle farklıdır. İlk olarak diğer güven bantları iki model arasındaki farkı araştırmak için uygun olurken bu çalışmadaki güven bantları, iki modelin eşitliğinin bulunması için uygundur. İkinci olarak diğer güven bantları iki model arasındaki farkı doğrudan ölçerken, bu çalışmadaki yeni bant bilinmeyen standart hata  $\sigma$ 'ların eşitliğinde iki model arasındaki farkı belirlemektedir [12].

Bu çalışmada, Jamshidian ve arkadaşları (2005) tarafından önerilen eşanlı güven bandının iki doğrusal regresyon modelinin karşılaştırılmasında kısmi F testinden üstünlüğü vurgulanmıştır. Bir ve birden fazla bağımsız değişkenin olduğu doğrusal regresyon modelleri için iki yanlı ve tek yanlı eşanlı güven bantları, bağımsız değişkenlerin sınırlı bölgelerinde,  $(-\infty, \infty)$  tam aralığı boyunca ve  $a_i = b_i$  özel durumları için eşanlı güven bantları oluşturularak iki doğrusal regresyon modelinin farklı olup olmadığı karşılaştırılması

yapılmıştır. İki modelin farklı olduğu durumda bölgede hangi modelin daha yüksek ya da daha düşük seyretmekte olduğu belirlenmiş ve yine modellerin farklı olduğu durumda farklılaşmanın yaklaşık olarak bağımsız değişkenlerin hangi değerlerinden itibaren olduğu belirlenmiştir [1].

## 2. İKİ DOĞRUSAL REGRESYON MODELİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

### 2.1. İki Doğrusal Regresyon Modelinin Karşılaştırılmasında Olası Durumlar

İki gruptan gelen veriler için doğrusal regresyon modelleri;

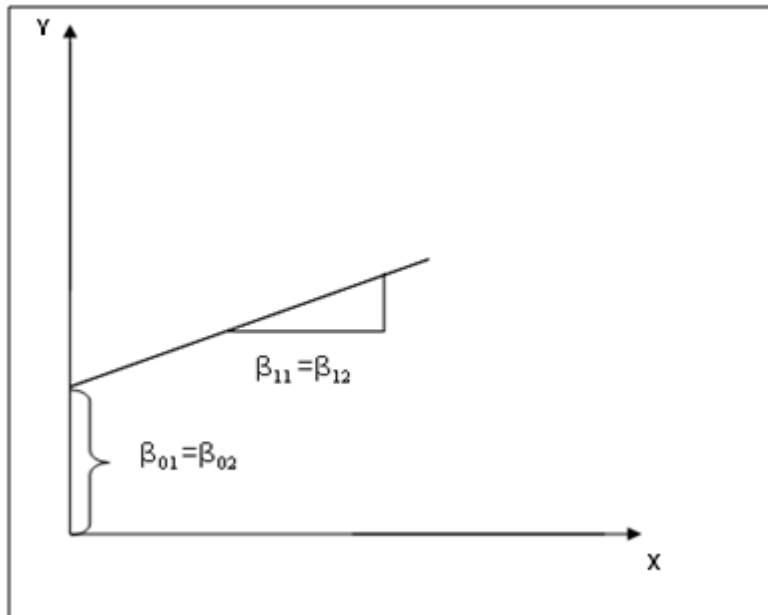
$$Y_1 = \beta_{01} + \beta_{11}X + \varepsilon_1, \quad \text{1nci grup için doğrusal regresyon modeli}$$

$$Y_2 = \beta_{02} + \beta_{12}X + \varepsilon_2, \quad \text{2nci grup için doğrusal regresyon modeli}$$

olarak yazılabilir.

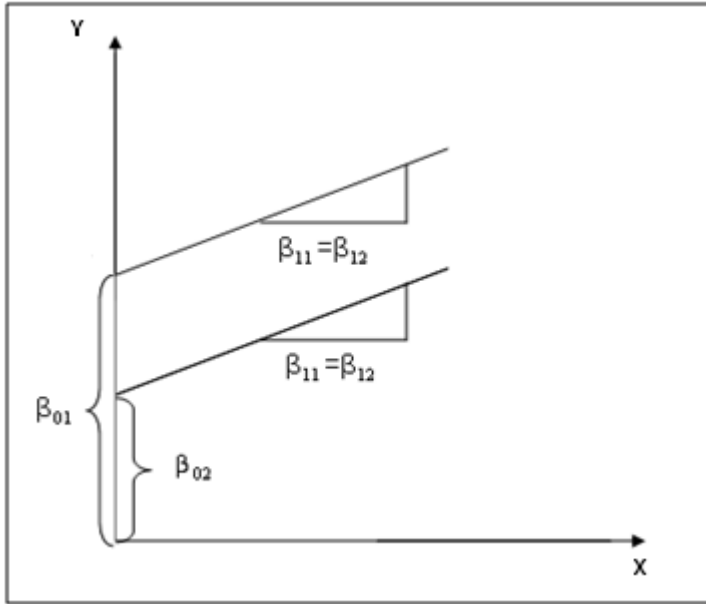
Bu doğrusal regresyon modelleri karşılaştırılırken çakışık regresyonlar, koşut regresyonlar, uyumlu regresyonlar ve benzemez regresyonlar olmak üzere 4 olası durumla karşılaşılabılır.

$\beta_{01} = \beta_{02}$  ve  $\beta_{11} = \beta_{12}$ , yani iki regresyon doğrusunun hem eğimleri hem de sabit terimleri aynı olduğunda, iki regresyon doğrusu aynıdır. Bu tür regresyon doğrularına çakışık regresyonlar denilmektedir. Çakışık regresyonlar Şekil 2.1 'de gösterilmiştir.



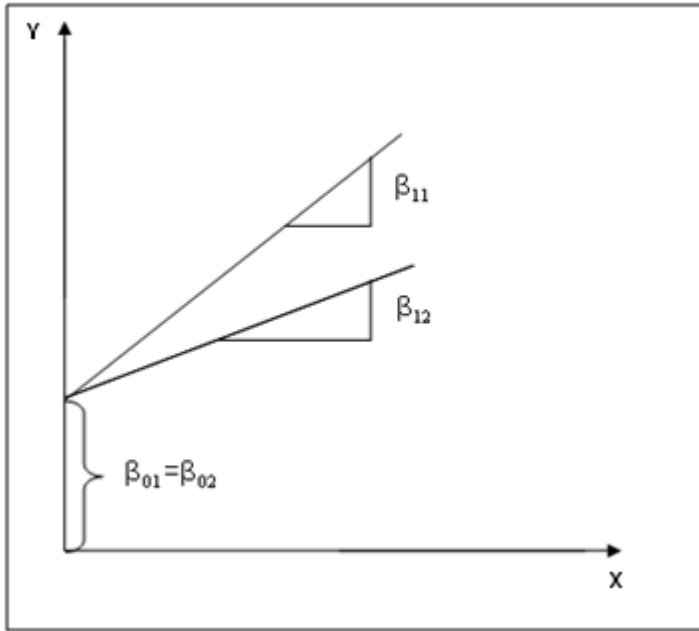
Şekil 2.1. Çakışık regresyonlar

$\beta_{01} \neq \beta_{02}$  fakat  $\beta_{11} = \beta_{12}$  , yani iki regresyon doğrusu yalnız sabit terimleri bakımından farklıdır ancak aynı eğime sahiptir. Bu tür regresyon doğrularına koşut regresyonlar denilmektedir. Koşut regresyonlar Şekil 2.2’de gösterilmiştir.



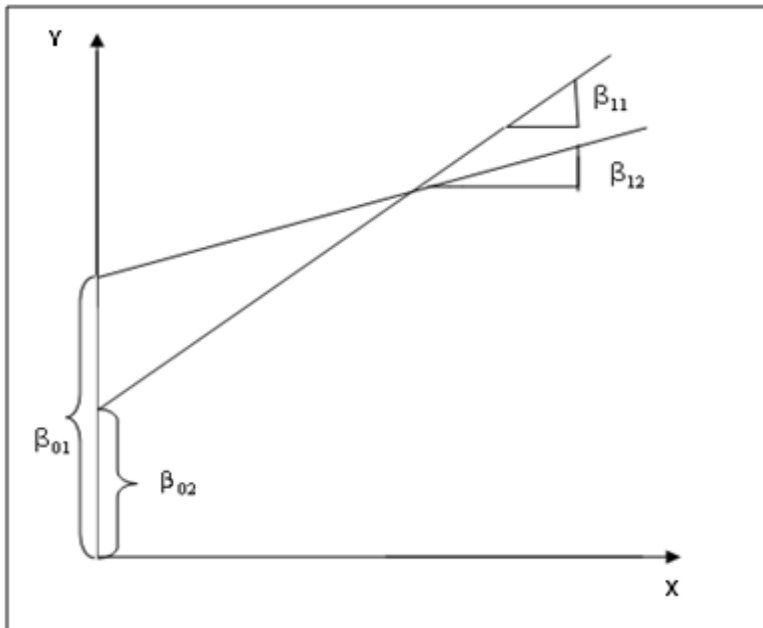
Şekil 2.2. Koşut regresyonlar

$\beta_{01} = \beta_{02}$  fakat  $\beta_{11} \neq \beta_{12}$  , yani iki regresyon doğrusu aynı sabit terimli fakat farklı eğimlidir. Bu tür regresyon doğrularına uyumlu regresyonlar denilmektedir. Uyumlu regresyonlar Şekil 2.3’ de gösterilmiştir.



Şekil 2.3. Uyumlu regresyonlar

$\beta_{01} \neq \beta_{02}$  ve  $\beta_{11} \neq \beta_{12}$ , yani iki regresyon doğrusunun hem eğim hem de sabit terimleri farklıdır. Bu tür regresyon doğrularına benzemez regresyonlar denilmektedir. Benzemez regresyonlar Şekil 2.4' te gösterilmiştir.



Şekil 2.4. Benzemez regresyonlar

## **2.2. İki Doğrusal Regresyon Modeli Karşılaştırılırken Dikkate Alınacak Sorular**

İki doğrusal regresyon modeli karşılaştırılırken 3 temel soru dikkate alınır.

- 1) İki regresyon doğrusunun eğimleri aynı mı yoksa farklı mı? (sabit terimlerin aynı olup olmadığını dikkate alınmadan)
- 2) İki regresyon doğrusunun sabit terimleri (intercept) aynı mı yoksa farklı mı? (Eğimlerin aynı olup olmadığını dikkate alınmadan)
- 3) İki regresyon doğrusu çakışık mı (aynı mı?) veya eğimlerinde ve/veya sabit terimlerinde farklılık var mı?

Eğer iki regresyon doğrusu aynı sabit terime fakat farklı eğime sahipse bu iki grubun ortalama aynı değerle başladıklarını fakat farklı oranlarda değiştiklerini gösterir.

Eğer iki regresyon doğrusu farklı eğim ve farklı sabit terime sahipse bunun anlamı, iki grup için değişkenler arasındaki ilişkinin başlangıçta farklı olduğu ve farklı değişim oranlarına sahip olduğudur [13].

## **2.3. Regresyon Modellerinin Karşılaştırılması için Kullanılan Klasik Yöntemler**

İki regresyon modeli karşılaştırılırken çoğunlukla Chow testi, Dummy değişken yaklaşımı ve Kısmi F testi kullanılır.

### 2.3.1. Chow testi

Aynı değişkenlerle farklı dönemlere (veya farklı gruplara) ilişkin regresyon denklemlerinin eşitliğini test eden uygulamalardan birisi de 1960 'larda Gregory C.Chow tarafından geliştirilen Chow testidir.

Chow testi yaklaşımıyla uygulamada, aynı bağımlı değişkeni sağlayan iki veya daha fazla regresyon denkleminde katsayıların eşitliği değerlendirilerek, zaman serilerinin parçalanan dönemlerinin, tüm döneme göre istatistiksel açıdan farklı olup olmadıkları belirlenebilir [14].

Örneğin bir ekonomide para talebine ilişkin kısa veya uzun dönem karşılaştırması veya gelire göre tasarrufun kırsal alandaki eğiliminin, şehirdeki eğilimi ile karşılaştırılmasında Chow testi kullanılırken, belirli bir zaman aralığında ekonomide yaşanan arizi bir olgunun öncesi ve sonraki dönemlerdeki etkinliğinin araştırılması gibi örneklerde de en yaygın kullanım alanı bulunan Chow testidir.

Yapısal bir değişim, iki sabit terimin farklı olması, ya da iki eğimin farklı olması, yahut hem sabit terimlerin hem eğimlerin farklı olması anlamına gelebilir. İki regresyon modelinin karşılaştırılmasında, yapısal bir değişme olup olmadığını belirlemek için Chow testi yapılabilir [15].

Model denklemleri;

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon \quad (1)$$

1nci ve 2nci gruptan bütün veriyi içeren tam model (  $n_1 + n_2 = n$  olmak üzere  $n$  sayıda veriden oluşan regresyon modeli)

$$Y_1 = \beta_{01} + \beta_{11} X + \varepsilon_1 \quad (2)$$

1nci gruptaki  $n_1$  birimden derlenen veri için oluşturulmuş regresyon modeli

$$Y_2 = \beta_{02} + \beta_{12}X + \varepsilon_2 \quad (3)$$

2nci gruptaki  $n_2$  birimden derlenen veri için oluşturulmuş regresyon modeli olarak verilsin.

Yokluk hipotezi  $H_0 : \beta_{01} = \beta_{02} , \beta_{11} = \beta_{12}$  şeklinde oluşturulur ve iki model arasında fark olmadığını iddia eder.

$H_0$  : İki regresyon modeli arasında fark yoktur.

$H_1$  :İki regresyon modeli arasında fark vardır, biçiminde ifade edilebilir.

Chow'un önerdiği test aslında varyans analizindeki F testinden başka bir şey değildir. Bu nedenle birçok yazar bu testi varyans analizi olarak adlandırmaktadır.

Chow testine ilişkin iki önemli varsayım vardır.

$\varepsilon_1 \sim N(0, \sigma^2)$  ,  $\varepsilon_2 \sim N(0, \sigma^2)$  iki hata terimi de aynı varyans  $\sigma^2$  ile normal dağılmaktadır.

Hata terimleri  $\varepsilon_1$  ile  $\varepsilon_2$  birbirinden bağımsız dağılmaktadır.

$n_1$  : 1.gruptaki gözlem sayısı

$n_2$  : 2.gruptaki gözlem sayısı olmak üzere  $n = n_1 + n_2$

dir. Eğer yapısal kararlılık varsa  $n_1$  ve  $n_2$  birleştirilip iki bireysel modelden bütün veriler için kapsamlı model Eş.1' deki gibi yazılabilir.

$AKT_1$  : 1nci grup için oluşturulan modelden hesaplanan artık kareler toplamı

$AKT_2$  : 2nci grup için oluşturulan modelden hesaplanan artık kareler toplamı  
ve

$TAKT$  :Tüm veri seti ( $n = n_1 + n_2$ ) için oluşturulan modelden hesaplanan  
artık kareler toplamı olsun.

$$AKT = AKT_1 + AKT_2$$

$$\frac{AKT_1}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n_1-k}$$

$$\frac{AKT_2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n_2-k}$$

$$\frac{AKT_1 + AKT_2}{\sigma^2} = \frac{AKT}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n_1+n_2-2k}$$

k, parametre sayısıdır.

Chow testi yapılırken, tüm gözlemlerden oluşan tam model için model denklemleri tahmin edilir ve bu tam model yardımıyla  $TAKT$  hesaplanır.  $n_1$  gözlemden oluşan 1nci grubun verisinden elde edilen regresyon modeli tahmin edilir ve bu regresyon modelinden artık kareler toplamı ( $AKT_1$ ) hesaplanır.  $n_2$  gözlemden oluşan 2nci grubun verisinden elde edilen regresyon modeli tahmin edilir ve bu modelin artık kareler toplamı ( $AKT_2$ ) hesaplanır.

Test istatistiği;

$$F = \frac{(TAKT - AKT)/k}{AKT/(n - 2k)} \sim F_{k, n-2k}$$

dir.Eğer hesaplanan F değeri  $\alpha$  anlamlılık düzeyinde k, n-2k serbestlik dereceli F tablo değerinden büyükse yani  $F_{hesaplanan} > F_{k, n-2k, \alpha}$  ise  $H_0$  hipotezi reddedilir ve iki regresyon modeli arasında istatistiksel olarak anlamlı fark olduğu sonucuna ulaşılır.

### 2.3.2. Dummy değişken (gölge değişken) yaklaşımı

#### Dummy Değişken Tanımı

Regresyon çözümlemesinde bağımlı değişkenler (gelir, üretim, fiyat, maliyet, boy, ısı gibi) iyi tanımlanmış bir ölçekte kolayca sayısallaştırılabilen değişkenlerden değil, (cinsiyet, ırk, ten rengi, din, milliyet, savaş, deprem, grev, siyasal karışıklık, hükümet politikalarında değişme gibi) özünde nitel olan değişkenlerden de sıklıkla etkilenir. Bağımlı değişkeni etkileyen bu nitel değişkenler de bağımsız değişkenler arasına katılmalıdır. Bu tür nitel değişkenler genellikle, bir niteliğin ya da bir özelliğin varlığını ya da yokluğunu gösterdiklerinden, bu özellikleri nicelleştirmenin bir yolu yapay (dummy) değişkenler oluşturmaktır.

Dummy değişken, regresyon eşitliğinde sınıflama düzeyinde ölçülen değişkenin farklı kategorilerini tanımlayabilmek amacıyla sonlu sayılı değer alan herhangi bir sayıda değişkendir. Dummy değişkenler genellikle işlem grupları arasındaki farkı ayırt etmek için kullanılır ve en basit olarak “0” ve “1” değerlerini alırlar. Almaşık adları gösterge değişkenler, iki değerli değişkenler, yapay değişkenler, sınıf değişkenleri, nitel değişkenler ve iki uçlu değişkenlerdir. Dummy değişkenlerde değişkenin “0” değerini alması özelliğin yokluğunu, “1” değerini alması ise varlığını gösterebilir. Eğer “0” değeri verilmişse bu kontrol grubu, “1” değeri verilmişse bu işlem grubudur. Dummy değişkenler kullanışlıdır. Zira çoklu grupları göstermek amacıyla tek bir regresyon eşitliği kullanmaya imkan sağlar. Bunun anlamı her bir alt grup için ayrı ayrı eşitlik yazmaya gerek olmadığıdır. 0–1 dummy değişken değerlerini kullanmanın diğer bir avantajı ise değişken sınıflama düzeyinde ölçülmüş olmasına rağmen istatistiksel olarak aralık veya oran seviyesinde ölçülmüş değişkenmiş gibi işlem yapılabilir. Gölge değişken kullanılan regresyon modelleri yorumlanırken, 0-1 değerlerinin nasıl verildiğini bilmek önemlidir. 0-1 değerleri farklı verildiğinde sonuç aynı fakat işaret ters çıkar. 0 değeri verilen öbek, şık ya da düzeye temel şık, ölçü şıkkı, kontrol şıkkı,

karşılaştırma şıkkı, başvuru şıkkı ya da atlanan şık gibi adlar verilir. Bu şık öbürlerinin karşılaştırılması için bir temeldir [16-17].

Regresyon analizleri için dummy değişken tanımlanmasında doğrudanlıktan (aynı doğrudan olma durumu) kaçınmak için basit bir kural uygulanabilir. Regresyon modelinin sabit terim içerdiği durumda eğer sınıflama düzeyinde ölçülen değişken k kategoriden oluşuyorsa kategorileri belirtmek için k-1 dummy değişken kullanılmalıdır. Eğer regresyon modeli sabit terim içermiyorsa ilgilenilen k kategoriyi belirtmek için k tane dummy değişkene ihtiyaç duyulur. Eğer sabit terim içeren bir modelde k kategoride sınıflama düzeyinde ölçülen değişkeni tanımlamak için k tane dummy değişken kullanılmışsa, aynı doğru üstünde olma durumu (doğrudanlık) söz konusu olduğundan modeldeki bütün katsayılar benzersiz şekilde tahmin edilemez [13].

### Dummy Değişken Testi

İki doğrusal regresyon modeli karşılaştırılırken iki model ayrı modeller olarak ele alınabileceği gibi, dummy değişken kullanılarak iki model birleştirilip tek bir model gibi düşünülmek de model karşılaştırması yapılabilir.

İki farklı grubun regresyon modelleri;

$$Y_1 = \beta_{01} + \beta_{11}X + \varepsilon_1 \quad \text{1nci grup için doğrusal regresyon modeli}$$

$$Y_2 = \beta_{02} + \beta_{12}X + \varepsilon_2 \quad \text{2nci grup için doğrusal regresyon modeli}$$

olarak yazılabilir.

Burada  $n_1$ , 1nci,  $n_2$ , 2nci grupta bulunan değişkenin gözlenmiş değerlerinin sayısı olmak üzere, bütün  $n_1$  ve  $n_2$  gözlemleri bir araya getirilip dummy değişken kullanılarak, elde edilen bu iki ayrı regresyon modeli yerine, iki

model değişkeninin gözlenmiş değerlerinin tümünü kapsayan tek bir model elde edilir. Bu model aşağıdaki regresyon eşitliği şeklinde yazılabilir.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 Z + \beta_3 XZ + \varepsilon \quad (4)$$

Burada Z iki farklı grubu belirten dummy değişkendir.

1nci gruptaki gözlenmiş değerler için  $Z=0$  ve doğrusal regresyon modeli  $Y_1 = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$ , 2nci gruptaki gözlenmiş değerler için  $Z=1$  ve doğrusal regresyon modeli ise  $Y_2 = (\beta_0 + \beta_2) + (\beta_1 + \beta_3)X + \varepsilon$  olarak oluşturulur. Böylece Eş.4 ' teki modelin katsayı terimleriyle, ayrı modeller için regresyon katsayıları;  $\beta_{01} = \beta_0$ ,  $\beta_{02} = \beta_0 + \beta_2$ ,  $\beta_{11} = \beta_1$ ,  $\beta_{12} = \beta_1 + \beta_3$  olarak yazılabilir.  $\beta_2$  ve  $\beta_3$  'ün anlamlılığı için testler yapılır.  $\beta_2$  anlamlı ise iki modelin sabit terimler açısından farklı,  $\beta_3$  anlamlı ise iki modelin eğimleri açısından farklı olduğu yorumu yapılabilir. İki katsayıda anlamlı olursa modellerin hem sabit terimler hem de eğimler açısından farklı olduğu söylenebilirken, iki grubun regresyon modelleri arasında farklılık olmadığı varsayımının kabulü için bu iki katsayının da anlamsız (sıfıra eşit) olduğu hipotezi kabul edilmelidir [13].

#### Paralellik Testi

Dummy değişkenli Eş.4 ele alınırsa iki regresyon modelinin paralellliği için yokluk hipotezi  $H_0: \beta_3 = 0$  şeklinde oluşturulur. Eğer  $\beta_3 = 0$  olursa 2nci grup için eğim  $\beta_{12} = \beta_1 + \beta_3$ ,  $\beta_1$  'e eşit olur ki;  $\beta_1$  ise ilk grubun regresyon doğrusunun eğimidir. Bu durumda iki regresyon doğrusu paraleldir.  $H_0: \beta_3 = 0$  hipotezinin testi için test istatistiği X ve Z yi içeren modele XZ değişkeninin katkısının önemliliği için kısmi F testi yapmaktır.

$H_0: \beta_3 = 0$  hipotezinin reddedilemediği durumda  $\beta_3$  katsayısı anlamsız olur ve modelden çıkartılır. Bu sınırlandırılmış (indirgenmiş) model

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 Z + \varepsilon \quad (5)$$

olur.

Test İstatistiği;

$$F(XZ|X,Z) = \frac{RKT(X,Z,XZ) - RKT(X,Z)}{HKO(X,Z,XZ)} \sim F_{1,n-k}$$

dir.

(RKT: Regresyon kare toplamı, HKO: Hata kare ortalaması)

(k modelde tahmin edilen parametre sayısı, n ise örnek hacmidir)

Eğer hesaplanan F değeri  $\alpha$  anlamlılık düzeyinde 1, n-k serbestlik dereceli F tablo değerinden küçük ise yani  $F_{hesaplanan} < F_{Tablo}$  ise  $H_0$  reddedilemez ve bu durum iki regresyon doğrusunun paralel olmadığı şeklinde istatistiksel bir kanıt olmadığını gösterir.

$H_0: \beta_3 = 0$  hipotezi t testi uygulanarak da test edilebilir.  $V(\hat{\beta}) = S^2(X'X)^{-1}$  formülü yardımıyla  $\hat{\beta}$  değişkenin varyansı,  $\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$  ile regresyon modelinin parametreleri tahmin edilir.  $S^2$ , İki model değişkeninin gözlenmiş değerlerinin tümünü kapsayan tam model için hata kare ortalaması olmak üzere;

$$H_0: \beta_3 = 0$$

$$H_1: \beta_3 \neq 0 \text{ hipotezinin testi için t test istatistiği;}$$

$$t = \frac{(\hat{\beta}_3 - \beta_3)}{\sqrt{V(\hat{\beta}_3)}} \sim t_{n-k}$$

dir. Eğer hesaplanan t değeri  $\alpha/2$  anlamlılık düzeyinde  $n-k$  serbestlik dereceli t tablo değerinden büyük ise yani  $t_{\text{hesaplanan}} > t_{\text{tablo}}$  ise  $H_0$  reddedilir ve  $\beta_3$  'ün anlamlı olduğu ve iki doğrusal regresyon modelinin eğimlerinin farklı olduğu, dolayısıyla iki modelin paralel olmadığı yorumu yapılabilir [13].

### Sabit Terimlerin Eşitliği Testi

İki modelin sabit terimlerinin eşitliği hipotez testi, farklı eğimlere de izin vererek Eş.4'de  $H_0: \beta_2 = 0$  hipotezinin testidir.

Eş.5' te verilen model ile indirgenmiş model olarak  $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$  alınarak  $\beta_2$  katsayısının anlamlılığı testi yapılabilir. Bu test eğimlerin eşit olduğunu varsayar bu nedenle çakışıklık için paralellik varsayımında gerekli bir testtir.

$H_0: \beta_2 = 0$  hipotezi için test istatistiği;

$$F(Z|X) = \frac{RKT(Z, X) - RKT(X)}{HKO(X, Z)} \sim F_{1, n-k}$$

dir. Eğer hesaplanan F değeri  $\alpha$  anlamlılık düzeyinde 1,  $n-k$  serbestlik dereceli F tablo değerinden büyük ise yani  $F_{\text{hesaplanan}} > F_{\text{Tablo}}$  ise  $H_0$  hipotezi reddedilir ve iki grubun sabit terimlerinin farklı olduğu yargısına varılır.

$H_0: \beta_2 = 0$  hipotezinin testi yukarıda verildiği gibi t testi yardımıyla da yapılabilir [13].

### Çakışıklık Testi

İki regresyon doğrusunun çakışıklığının testi için yokluk hipotezi  $H_0: \beta_2 = \beta_3 = 0$  olarak oluşturulur.  $\beta_2$  ve  $\beta_3$  sıfır olduğunda yani iki doğrunun çakışık olduğu durumda 2nci grup için regresyon modeli

$Y_2 = (\beta_0 + \beta_2) + (\beta_1 + \beta_3)X + \varepsilon$ , 1nci grup için regresyon modeli  $Y_1 = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$  modeline indirgenebilir.  $H_0: \beta_2 = \beta_3 = 0$  hipotezinin testi regresyon katsayılarının alt setlerini içerdiğinden çoklu kısmi F testi ile yapılır.

Tam model Eş.4 ve indirgenmiş model  $Y_1 = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$  karşılaştırmada kullanılan iki modeldir. Eğer  $H_0$  hipotezi reddedilmezse yani  $\beta_2 = \beta_3 = 0$  olursa model  $Y_1 = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$  formuna indirgenir.

Karşılaştırma için test istatistiği;

$$F(XZ, Z|X) = \frac{[RKT(X, Z, XZ) - RKT(X)]}{HKO(X, Z, XZ)} \sim F_{1, n-k}$$

dir. Eğer hesaplanan F değeri  $\alpha$  anlamlılık düzeyinde 1, n-k serbestlik dereceli F tablo değerinden büyük ise yani  $F_{hesaplanan} > F_{Tablo}$  ise  $H_0$  hipotezi reddedilir. Bu ise iki doğrunun çakışık olmadığına dair güçlü bir kanıttır [13].

### 2.3.3. Ayrı regresyon modelleri yaklaşımı ve tek model (dummy değişkenli) yaklaşımının karşılaştırılması

İki regresyon modelinin karşılaştırılması için farklı iki regresyon eşitliği kullanma yaklaşımının, dummy değişken kullanarak tek bir regresyon doğrusu yardımıyla karşılaştırma yapma yaklaşımından farklı olup olmadığı ve eğer farklılık varsa hangi yaklaşımın tercih edileceği belirlenir. Dummy değişken kullanılan yaklaşım uygundur. Ancak homojen varyans varsayımının sağlanmadığı durumda dummy değişken kullanımından vazgeçilmelidir.

Yaklaşımın tercih edilir olup olmamasında öncelikle iki doğrusal regresyon modeli için iki metodun aynı regresyon katsayı tahminlerini verip vermediğine dikkat edilmelidir.

- 1) Paralel doğrular için testler kesinlikle eşittir.
- 2) Çakışık doğrular için testler farklıdır. Genellikle dummy değişken kullanılan model tercih edilir [13].

#### 2.3.4. Dummy değişken testinin Chow testinden üstünlüğü

Dummy değişken testinin Chow testinden üstünlüğü kolayca görülebilir.

Dummy değişken yaklaşımında yalnız tek bir regresyon modeli bulmak yeterlidir, çünkü farklı gruplar için regresyon modelleri buradan türetilir.

Dummy değişken içeren tek bir regresyon doğrusu çeşitli hipotezlerin testinde kullanılabilir. Böylece, eğer  $\beta_2$  sabit terim farkı istatistiksel bakımdan anlamsızsa, iki regresyonun aynı sabit terimi paylaştıkları, yani uyumlu regresyon oldukları kabul edilebilir. Benzer biçimde, eğer  $\beta_3$  eğim farkı katsayısı istatistiksel bakımdan anlamsız ise, iki regresyonun aynı eğimi paylaştıkları, yani koşut regresyonlar oldukları kabul edilebilir. Tahmin edilen modelin bütününe anlamlılığı yani eşanlı olarak  $H_0: \beta_2 = \beta_3 = 0$  hipotezinin testi, bilinen F testi ile yapılabilir. Eğer bu katsayılar sıfıra eşit çıkarsa regresyon doğrularının çakışık olduğu söylenebilir.

Chow testi iki dönem (iki model )arasında hangi katsayının, sabit terimin mi, eğimin mi, yoksa her ikisinin mi farklı olduğunu açıkça söyleyemez, yani yalnız eğimler farklı, yalnız sabit terimler farklı ya da ikisi de farklı olduğu için Chow testi anlamlı çıkabilir. Bu yüzden gölge değişken yaklaşımı açık bir üstünlük taşır, çünkü yalnızca iki regresyonun farklı olduklarını söylemekle yetinmez, bu farkın sabit terimden mi, eğimden mi, yoksa her ikisinden mi kaynaklandığını da gösterir. Uygulamada iki regresyonun hangi katsayıdan dolayı farklı olduğunu bilmek en az farklı olduğunu bilmek kadar önemlidir.

Verilerin bir araya getirilmesi serbestlik derecesini yükseltip tahmin edilen ana kütle katsayılarının görelî hassaslığını artırır [16].

### 2.3.5. Kısmî F testi

İki doğrusal regresyon modelinin karşılaştırılmasına yaklaşım olarak genellikle kısmî F testi kullanılır. F testinde biri daha geniş sınırlandırılmamış (tam) model ile biri daha dar sınırlandırılmış (indirgenmiş) model diye iki model vardır. Bunlardan sınırlandırılmış model sınırlandırılmamış (tam) modelden bazı değişkenler çıkarılarak ya da ana kütle katsayısına bazı doğrusal sınırlandırmalar getirilerek bulunur. Verilen iki doğrusal regresyon modelinin farklı olup olmadığı test edilmek istendiğinde, bütün  $\beta$ 'ların (bütün değişkenlerin) bulunduğu tam model ile yalnızca bir gruptan gelen değişkenlerin bulunduğu sınırlandırılmış modele ait  $\beta$ 'ların bulunduğu modellerin regresyon kareler toplamı arasındaki fark kullanılarak iki model karşılaştırması yapılabilir [18].

İki bireysel modelden bütün verileri içeren tam model;

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 ZX + \varepsilon \quad (6)$$

olarak yazılabilir.  $\varepsilon$  hata terimi olup  $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$  dağılımına sahiptir.

Bu modelde Z, değişken değerlerinin hangi gruptan geldiğini belirten dummy değişkendir. 1nci gruptaki gözlenmiş değerler için  $Z=0$ , 2nci gruptaki gözlenmiş değerler için  $Z=1$  alınabilir.

$Z=0$  iken,  $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$  1nci gruptaki gözlenmiş veriler için oluşturulmuş doğrusal regresyon modeli,

$Z=1$  iken  $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X + \varepsilon$  veya buna denk olarak  $Y = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2)X + \varepsilon$ , 2nci gruptaki gözlenmiş veriler için oluşturulmuş doğrusal regresyon modeli olur.

1nci gruptan değişken değerleri için yani  $Z=0$  olduğu durumda bulunan  $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$  modeli indirgenmiş modeldir.

İki doğrusal regresyon modelini kısmi F testi ile karşılaştırmak için hesaplanan tam modelin regresyon kareler toplamından, sadece 1nci grubun gözlenen değerleri kullanarak elde edilen indirgenmiş modelin regresyon kareler toplamı çıkarılarak regresyon kareler toplamları arasındaki fark yardımıyla test istatistiği oluşturulur.

Kısmi F test istatistiği;

$$F = \frac{[RKT(\text{tam model}) - RKT(1\text{nci grup})]}{HKO(\text{tam model})} \sim F_{1, n-k}$$

dir.

(k modelde tahmin edilen parametre sayısı, n ise örnek hacmidir.)

RKT (tam model) : İki gruptan tüm gözlenen değerlerden oluşturulmuş tam modelin regresyon kareler toplamıdır.

RKT (1nci grup) : 1nci gruptan gözlenen değerler ile oluşturulmuş modelin regresyon kareler toplamıdır.

HKO (tam model) : İki gruptan tüm gözlenen değerler ile oluşturulmuş tam modelin hata kare ortalamasıdır.

$$F = \frac{R(\hat{\beta}_2 / \hat{\beta}_1)}{S^2} \sim F_{1, n-k}$$

olarak da yazılabilir.

Burada;

$R(\hat{\beta}_2/\hat{\beta}_1)$  :  $\hat{\beta}_2$  katsayısının regresyon kare toplamına katkısını verir.

Bunun büyük olması  $\beta_2$  katsayısının anlamlı olduğuna dolayısıyla iki doğrusal regresyon modelinin farklı olduğuna işaret eder.

$R(\hat{\beta}_2/\hat{\beta}_1) = R(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) - R(\hat{\beta}_1)$  ile hesaplanabilir.

$R(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)$  : 1nci ve 2nci gruptan tüm gözlenen değerlerden oluşan doğrusal regresyon modeli için regresyon kare toplamı

$R(\hat{\beta}_1)$  : Yalnızca 1nci gruptan gelen gözlenen değerlerden oluşturulan regresyon modelinin, regresyon kareler toplamıdır.

Burada sınırlandırılmış model ile tam modelin regresyon kareler toplamı farkını kıyaslanarak, yanıtta değişimi tatmin edici olarak açıklamak için sınırlandırılmış modelin yeterli olup olmadığı test edilir. Eğer sınırlandırılmış model yanıtta değişimi açıklamakta yeterli değil ise, yani regresyon kareler farkı yeterince büyük ise bu iki modelin farklı olduğu anlamına gelir [1].

İki regresyon modelinin karşılaştırılması için yokluk hipotezi  $H_0: \beta_2 = 0$  şeklinde oluşturulabilir.  $\beta_2$  'nin yani 2nci gruptan gözlenen değerler ile oluşturulmuş regresyon model katsayısının sıfıra eşit olması, diğer bir ifade ile model denklemine katkısının anlamsız olması, Eş.6 tam modelinin,  $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$  1nci gruptan gözlenen değerler ile oluşturulmuş regresyon modeline eşit olduğunu dolayısıyla iki grup için regresyon modellerinin aynı olduğunu belirtir.

Buna denk olarak eğer iki doğrusal regresyon modelinin karşılaştırılmasında yokluk hipotezi  $H_0: \beta_1 = \beta_2$  olarak oluşturulup test edilmek istenirse;

İki gruptan tüm verilerin bulunduğu kapsamlı model,  $Y = x^T c_1 + Zx^T c_2 + \varepsilon$  olarak oluşturulabilir.

Burada;

$Z = \begin{cases} 1 & \text{eğer } Y \text{ model 1'den ise} \\ 0 & \text{eğer } Y \text{ model 2'den ise} \end{cases}$ ,  $x^T = (1, x_1, \dots, x_p)$  bağımsız değişkenlerin bir vektörü,  $c_1 = \beta_2$   $c_2 = \beta_1 - \beta_2$  olarak belirlenir.

$Z=1$  olduğunda yani bireysel model 1'den Y'ler için regresyon modeli

$$Y = x^T(c_1 + c_2) + \varepsilon = x^T\beta_1 + \varepsilon ;$$

$Z=0$  olduğunda yani bireysel model 2'den Y'ler için regresyon modeli

$$Y = x^Tc_1 + \varepsilon = x^T\beta_2 + \varepsilon \quad \text{elde edilir.}$$

Tam model ve indirgenmiş model arasındaki regresyon kareler farkı yardımıyla  $H_0: \beta_1 = \beta_2$  hipotezi,  $H_1: \beta_1 \neq \beta_2$  hipotezine karşı test edilir [1].

### 3. EŞANLI GÜVEN BANTLARI

İki doğrusal regresyon modelinin karşılaştırılması problemiyle birçok araştırmada karşılaşılabilir. İki doğrusal regresyon modeli karşılaştırılırken, iki grup için regresyon modellerinin aynı olup olmadığı ve hangi grubun diğerinden daha yüksek ya da düşük seyretme eğiliminde olduğu ile ilgilenilir. Böyle iki regresyon modelinin karşılaştırılmasına yaklaşım olarak genellikle kısmi F testi kullanılır. İki yanlı eşanlı güven bandı gerçekte kısmi F testi ile doğal ilişkilidir ve hipotezin kendisini test etmekten daha bilgi vericidir. Fakat bu güven bandı bütün bağımsız değişkenlerin sınırlandırılmamış tam bölgesi boyuncadır. Regresyon modelleri çoğunlukla bağımsız değişkenlerin sadece sınırlı bölgeleriyle ilgilendiklerinden, güven bandının bu sınırlı bölge dışında kalan parçası  $1-\alpha$  eşanlı takip olasılığını garantiye almak için kaynakların boşa kullanımı nedeniyle kullanışsızdır. Bağımsız değişkenlerin sınırlı bölgede kullanılması daha dar ve daha verimli güven bantları elde etmek amacıyla. Sınırlı bölgede oluşturulacak güven bandı için gerekli kritik sabit Monte Carlo simülasyonu ile hesaplanabilir. İki yanlı güven bantları, iki doğrusal regresyon modelinin iki yanlı karşılaştırılması için uygundur. Eğer ilgilenilen sadece bir regresyon modelinin bölgedeki diğer modellerden daha düşük ya da daha yüksek seyretme eğiliminde olup olmadığının değerlendirilmesiye, benzer yolla daha verimli tek taraflı bir güven bandı da oluşturulabilir [1].

İki regresyon modelinin karşılaştırılmasında, iki model arasındaki fark parametresi  $x^T\beta_1 - x^T\beta_2$  için eşanlı güven bantları oluşturulur.

İki doğrusal regresyon modeli;

$Y_i = X_i\beta_i + \varepsilon_i$   $i=1,2$  olarak yazılabilir.

$x_1, x_2, \dots, x_p$   $p$  sayıda bağımsız değişken olmak üzere,

$$Y_i = \begin{bmatrix} y_{i,1} \\ \vdots \\ y_{i,ni} \end{bmatrix} \text{ gözlemler vektörüdür.}$$

$$X_i = \begin{bmatrix} 1 & x_{i,1,1} & \dots & x_{i,p,1} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & x_{i,1,ni} & \dots & x_{i,p,ni} \end{bmatrix} : \text{ilk sütunu } (1, 1, \dots, 1)^T \text{ olarak verilen ve boyutu}$$

$n_i * (p + 1)$  olan tam ranklı bir tasarım matrisi,

$$\varepsilon_i = \begin{bmatrix} \varepsilon_{i,1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{i,ni} \end{bmatrix} : \sigma^2 \text{ bilinmeyen yığın varyansı olmak üzere, } \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$$

dağılımına sahip bağımsız ve aynı dağılımlı rasgele hataların bir vektörü,

$$\beta_i = \begin{bmatrix} \beta_{i,0} \\ \vdots \\ \beta_{i,p} \end{bmatrix} : \text{bilinmeyen katsayılar vektörü olmak üzere,}$$

Doğrusal regresyon modeli;

$$\begin{bmatrix} y_{i,1} \\ \vdots \\ y_{i,ni} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{i,1,1} & \dots & x_{i,p,1} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & x_{i,1,ni} & \dots & x_{i,p,ni} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \beta_{i,0} \\ \vdots \\ \beta_{i,p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{i,1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{i,ni} \end{bmatrix} \text{ formunda da yazılabilir.}$$

İki grup karşılaştırması yapılacağından  $i=1,2$  değerlerini alır.

İki regresyon modelinin aynı olup olmadığının testinde hipotezler aşağıdaki gibi oluşturulur.

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2$$

$$H_A : \beta_1 \neq \beta_2$$

Burada  $H_0$  'ın reddedilmesi iki regresyon modelin farklı olduğunu gösterirken,  $H_0$  'ın reddedilememesi iki regresyon modelinin farklı olup olmadığını göstermekte tatmin edici istatistiki bir kanıt sağlamaz.  $H_0$  'ın reddedilip reddedilemediğinin testiyle yani bu hipotez testi yaklaşımıyla iki model arasındaki farkın önemi üzerine bir bilgi elde edilemez. Bu hipotez testi bize iki doğrusal regresyon modelinin aynı olup olmadıklarına dair bilgi verir. Fakat iki model arasında nasıl farklılıklar olduğuna dair bir bilgi sağlamaz.

$H_0: \beta_1 = \beta_2$  hipotezinin eşanlı güven bandı kullanılarak test edilmesi de mümkündür.

Bu eşanlı güven bantları;

- 1) Tahmin edici değişkenlerin herhangi bir sayıda olduğu  $(x_1, x_2, \dots, x_p)$ ,
- 2) Tasarım matrislerinin eşitliğine ihtiyaç olmadığı,
- 3) Değişkenlerin sınırlı ve sınırsız aralıkta sınırlandırılabilirdiği durumlara izin verir [19].

İki regresyon modelinin karşılaştırılmasında aradaki fark parametresi  $x^T \beta_1 - x^T \beta_2$  için eşanlı güven bandı;

$$x^T \beta_1 - x^T \beta_2 \in (x^T \hat{\beta}_1 - x^T \hat{\beta}_2) \pm c \hat{\sigma} \sqrt{x^T \Delta x} \quad (7)$$

şeklinde oluşturulur.

Burada;

$$x^T \beta_1 - x^T \beta_2 = (1, x_1, x_2, \dots, x_p) \beta_1 - (1, x_1, x_2, \dots, x_p) \beta_2 \text{ 'dir.}$$

$\hat{\sigma}^2$ ; İki bireysel modelden bütün verileri içeren tam model Eş.6 için toplam ortalama hata karedir.  $\hat{\sigma}^2$ ,  $\hat{\beta}_i$  'den bağımsızdır. Tahmin edilen varyansın  $(\hat{\sigma}^2)$  dağılımı,  $v=n_1+n_2-2(p+1)$  olmak üzere,  $\chi_v^2/v$  'dir.

Fark istatistiği  $(x^T \hat{\beta}_1 - x^T \hat{\beta}_2)$ 'nin varyansı;

$\text{Var}(x^T \hat{\beta}_1 - x^T \hat{\beta}_2) = \hat{\sigma}^2 x^T \Delta x$  olarak verilir.  $\Delta = (X_1^T X_1)^{-1} + (X_2^T X_2)^{-1}$  dir [19].

$X_i^T X_i$  matrisinin tekil olmadığı varsayıldığında  $\beta_i$ 'nin en küçük kareler tahmin edicisi  $\hat{\beta}_i = (X_i^T X_i)^{-1} X_i^T Y_i$ ,  $i=1,2$  yardımıyla hesaplanır.

Eşanlı güven bandında  $H_0$  hipotezinin kabul veya reddedilmesi  $X=0$  çizgisinin tamamıyla güven bandının içinde olup olmamasına göre test edilebilir. Yani en az bir  $(x^T 0)$ 'in güven bandı dışında olması durumunda  $H_0$  reddedilir ve iki doğrusal regresyon modelinin farklı olduğu yargısına varılır.

### 3.1. Değişkenlerin $(-\infty, \infty)$ Tam Aralığında Eşanlı Güven Bantları

İki regresyon modelinin karşılaştırılmasında iki model arasındaki fark  $x^T \beta_1 - x^T \beta_2 = (1, x_1, x_2, \dots, x_p) \beta_1 - (1, x_1, x_2, \dots, x_p) \beta_2$  için eşanlı güven bandı, bağımsız değişkenlerin  $\{x_l \in (-\infty, \infty); l=1, \dots, p \text{ için}\}$  tam aralığı boyunca kesinlikle kullanışlıdır. Değişkenlerin  $(-\infty, \infty)$  aralığındaki eşanlı güven bantları kısmi F testi ile doğal ilişkili ancak kısmi F testinden daha bilgi vericidir. Kısmi F testinde hipotezin reddedilip edilmediğine göre regresyon modellerinin farklı olup olmadığı kararı verilirken, bağımsız değişkenlerin  $(-\infty, \infty)$  aralığı için oluşturulan eşanlı güven bantlarında iki modelin farklılığının testinin yanı sıra iki model arasında farklılık var ise hangi modelin daha yüksek ya da daha düşük seyretme eğiliminde olduğu ve bu farklılığın değişkenlerin yaklaşık hangi aralığında olduğu gibi sonuçlar da elde edilebilir.

İki regresyon modeli arasındaki fark  $(x^T \beta_1 - x^T \beta_2)$  için eşanlı güven bandı;

$$x^T \beta_1 - x^T \beta_2 \in (x^T \hat{\beta}_1 - x^T \hat{\beta}_2) \pm c \hat{\sigma} \sqrt{x^T \Delta x} \quad (8)$$

$$\forall x_l \in (-\infty, \infty) ; l=1, \dots, p \text{ için}$$

şeklinde oluşturulur.

Burada  $c$  güven bandının eşanlı kapsama olasılığını  $(1-\alpha)$ ' ya eşitlemek amacıyla seçilen kritik sabittir. Değişkenlerin  $(-\infty, \infty)$  aralığında, sınırlandırılmamış bölgedeki eşanlı güven bantları için bu kritik sabit  $c = \sqrt{(p+1)F_{p+1, v, \alpha}}$  olarak belirlenir [1].

Eş.8 'deki güven bandından eğer  $H_0$  doğru ise iki regresyon modelinin aynı olduğu açıktır.  $1-\alpha$  olasılıkla sıfır çizgisi ( $x^T0$ ), bütün aralık için bandın içinde uzanır. Bu nedenle  $\alpha$  anlamlılık düzeyinde  $H_0$  'ın testinde en az bir  $x$  için ( $x^T0$ ) 'ın güven bandı dışında olması durumunda  $H_0$  reddedilir. Bu gerçekte kısmi F testi ile aynıdır. En az bir ( $x^T0$ ) 'ın güven bandı dışında kalmasıyla kısmi F testi de  $H_0$  'ı reddeder. Bu nedenle kısmi F testi Eş.8 güven bandının sadece tek taraflı sonucu olarak kabul edilir. Güven bandı her bir  $x$  noktasında regresyon doğrusunun farklılığından daha fazla bilgi verir. Ancak bu bilgiye kısmi F testinden ulaşılamaz.

### 3.2. Sınırlı Bölge Boyunca Eşanlı Güven Bantları

İki regresyon modelinin karşılaştırılmasında bağımsız değişkenlerin bütün aralığı nadiren ilgimizi çeker. Bunun bir sebebi çoğunlukla bağımsız değişkenlerin sadece sınırlı alanlarda değerler alabilmesidir. Bağımsız değişkenler  $(-\infty, \infty)$  aralığında değerler alabilseler bile doğrusal regresyon modelleri bağımsız değişkenlerin bütün bölgesi boyunca nadiren uygun olur [1].

Eğer tahmin edici değişkenlerin doğal sınırları biliniyorsa bu değişkenler doğal sınırları ile sınırlandırılabilirler ve tahmin edicilerin bu sınırlı bölgesi boyunca eşanlı güven bantları çizilebilir. Sınırlandırılmış tahmin edici

değişkenlerin kullanılmasıyla sınırlandırılmış bölge boyunca çizilen güven bandı, sınırlandırılmamış  $(-\infty, \infty)$  aralığında çizilecek banttandır. Bu nedenle eşanlı güven bandı sınırlı bölge boyunca daha etkili sonuçlar verir [19].

$x_l \in [a_l, b_l]$ ,  $-\infty < a_l \leq b_l < \infty$ ,  $l = 1, 2, \dots, p$  olmak üzere eşanlı güven bandı;

$$x^T \beta_1 - x^T \beta_2 \in (x^T \hat{\beta}_1 - x^T \hat{\beta}_2) \pm c \hat{\sigma} \sqrt{x^T \Delta x} \quad (9)$$

$$\forall x_l \in [a_l, b_l], l=1, \dots, p \text{ için}$$

şeklinde oluşturulur.

Burada  $c$  güven bandının eşanlı kapsama olasılığını  $(1-\alpha)$ ' ya eşitlemek amacıyla seçilen kritik sabittir.  $[a_l, b_l]$  aralığında sınırlandırılmış bölgedeki eşanlı güven bantları için bu kritik sabit  $c$ ,  $P(T < c)$  yoluyla hesaplanır.

$$T = \sup_{x_l \in (a_l, b_l), l=1, \dots, p} \frac{x^T[(\hat{\beta}_1 - \beta_1) - (\hat{\beta}_2 - \beta_2)]}{\hat{\sigma} \sqrt{x^T \Delta x}} \quad \text{olarak verilir.}$$

$T'$  nin önemli bir özelliği dağılımının, bilinmeyen  $\beta_1, \beta_2$  ve  $\sigma$  parametrelerinden bağımsız olmasıdır. Bu nedenle kritik değer  $c$ , eğer  $T'$  nin dağılımı bulunabilirse belirlenebilir.  $T'$  nin dağılımı için kapalı bir form formülü bulmak oldukça zordur. Bu nedenle yeterli büyüklükteki  $R$  sayıda simülasyon ile rasgele değişken  $T$  türetilmeli ve  $[(1-\alpha)R]$  'inci en büyük simülasyon değeri kritik sabit  $c$  olarak belirlenmelidir [11].

$a_l = -\infty$   $b_l = \infty$  durumu için bir önceki bölümde güven bandının kritik sabiti  $c = \sqrt{(p+1)F_{p+1, v, \alpha}}$  olarak tanımlanmıştı.

$a_l = b_l$  ,  $l=1,\dots,p$  özel durumu için bu kritik sabit  $c$ ,  $t_{v,1-\alpha/2}$  olarak verilir. Burada  $t_{v,1-\alpha/2}$ ,  $v=n_1+n_2-2(p+1)$  olmak üzere,  $1-\alpha/2$  güven düzeyi ve  $v$  serbestlik dereceli  $t$  dağılımıdır.

Sınırlı bölgede değişkenlere sahip iki doğrusal regresyon modeli karşılaştırılırken, Eş.9 güven bandı kullanılır.

İki doğrusal regresyon modelinin eşitliğini ileri süren  $H_0$  hipotezinin reddedilmesi,

$$\sup_{x_l \in (a_l, b_l), l=1, \dots, p} \frac{|x^T(\hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2)|}{\hat{\sigma} \sqrt{x^T \Delta x}} > c$$
 olması durumunda veya buna eşdeğer olarak  $(x^T 0)$  'ın sınırlı bölgede en az bir  $x$  için güven bandı dışında bulunmasıyla olur.

### 3.3. Tek Yanlı Eşanlı Güven Bantları

Eş.8 ve Eş.9 güven bantları iki taraflı çıkarımlar için uygundur. Eğer ilgilenilen sadece bir doğrusal regresyon modelinin diğer doğrusal regresyon modelinden düşük seyredip seyretmediği ise tek taraflı güven bandı kullanmak daha uygun olur. Tek taraflı güven bandı oluşturulurken güven aralığı formunun üst güven bandı formu dikkate alınır.

Bohrer, sabit terimsiz genel regresyon yüzeyleri için tek taraflı eşanlı güven bantları sağlamış, sabit terimi olan regresyon modellerini incelememiştir. Bohrer ve Francis tüm aralık boyunca sabit terime sahip olan tek yanlı eşanlı güven bantları sağlamışlardır. Bu çalışmaların hiçbiri sabit terime ve birden çok bağımsız değişkene sahip regresyon modelleri için tek yanlı eşanlı güven bandı sağlamamıştır. Hochberg ve Quade sabit terimli ve istenilen sayıda bağımsız değişkenli genel regresyon modelleri için kesin, tek taraflı eşanlı güven bantları üzerine çalışmışlardır [20].

$a_l = -\infty$   $b_l = \infty$  durumu için tek taraflı eşanlı güven bandının kritik sabiti c'yi hesaplamak için aşağıdaki Hochberg ve Quade eşitsizliğinden yararlanılır.

$$\frac{1}{2}F(c^2/(p+1); p+1, v) + \frac{1}{2}F(c^2/p; p, v) = 1-\alpha$$

Burada  $F(., m, v)$ ,  $m$  ve  $v$  serbestlik dereceli merkezi  $F$  değişkeninin birikimli dağılım fonksiyonudur. Bu kritik sabitleri içeren bir tablo Ek-1' de verilmiştir.

$[a_l, b_l]$  sınırlı bölgesi için oluşturulacak tek yanlı eşanlı güven bandının kritik sabiti  $c$ , iki yanlı eşanlı güven bandındaki gibi simülasyon ile belirlenir.

$a_l = b_l; l=1, \dots, p$  durumu için bu kritik sabit  $c = t_{v, 1-\alpha}$  olarak bulunur. Burada  $t_{v, 1-\alpha}$  ;  $v = n_1 + n_2 - 2(p+1)$  olmak üzere,  $1-\alpha$  güven düzeyi ve  $v$  serbestlik dereceli  $t$  dağılımıdır. Bu banda ise pointwise bandı denir.

$x^T \beta_1 - x^T \beta_2$  parametresi için oluşturulacak tek yanlı eşanlı güven bandı;

$$x^T \beta_1 - x^T \beta_2 \leq (x^T \hat{\beta}_1 - x^T \hat{\beta}_2) + c \hat{\sigma} \sqrt{x^T \Delta x} \quad (10)$$

olarak verilir. İlgilenilen değişken aralığına göre  $c$  değeri değişmektedir. Burada değişkenlerin ilgilenilen bölgesinde model 1'in yanıt değişkeni  $x^T \beta_1$ ' in, model 2'nin yanıt değişkeni  $x^T \beta_2$ 'den daha düşük olup olmadığı bilgisini elde ederiz.

Pointwise bandı sadece önceden belirlenmiş  $x$  noktalarında çıkarım yapmak için kullanılır ve çok kullanışlı değildir.  $[a_l, b_l]$  sınırlı bölgesi için tek taraflı eşanlı güven bandı bu bölgede her zaman daha alçak ve Hochberg ve Quade bandından daha bilgi vericidir.  $[a_l, b_l]$  sınırlı bölgesinde oluşturulan

bant her zaman Eş.9'daki bandın üst eğrisinden daha alçaktır ve daha bilgi vericidir.

### 3.4. Eşanlı Güven Bandı Kullanmanın Avantajları

Eşanlı güven bantları, Kısmi F testi gibi iki regresyon doğrusunun aynı ya da farklı olduğunun yanı sıra hangi regresyon doğrusunun daha yüksek ya da daha düşük seyretme eğiliminde olduğunu gösterir.

Kısmi F testinde değişkenler ilgilenilen bölgeleri ile sınırlandırılmazken, değişkenlerin ilgilenilen sınırlı aralıkları için eşanlı güven bantları çizilebilir. Böylece daha dar dolayısıyla da daha verimli sonuçlar elde edilir.

Eşanlı güven bandında değişkenlerin ilgilenilen bölgesi boyunca eşanlı güven bantları çizilebileceğinden, güven bandının bu sınırlı bölge dışında kalan parçası için  $(1-\alpha)$  güven derecesini sağlamak amacıyla kaynakların boşa kullanımı da engellenmiş olur.

Kısmi F testi, değişkenlerin  $(-\infty, \infty)$  tam aralığı boyunca çizilir. Oysa pratikte değişkenlerin çoğu bu tam aralık boyunca değer almazlar ya da çoğu modelde değişkenlerin aldığı tüm değerlerle ilgilenilmez. Değişkenin değer alamayacağı aralığın ya da ilgilenilmeyen aralığının test'e dahil edilmesi durumunda  $H_0$ 'ın reddedilmesi veya kabul edilmesi için geçerli sebep olup olmadığını gösteremez. Bizi yanıltıcı sonuçlara götürebilir.

İki doğrusal regresyon doğrusu karşılaştırılırken İki model arasında farklılık varsa bu farklılaşmanın hangi değerlerden itibaren başladığı ve hangi değer aralığında farklılaşma olduğu yaklaşık olarak belirlenebilir.

Eğer sadece bir regresyon modelinin bölgedeki diğer modellerden düşük ya da yüksek olma eğilimi ile ilgileniliyorsa, daha verimli tek taraflı eşanlı güven bantları oluşturulabilir.

#### 4. UYGULAMA

423 bayan ve 238 erkek verisi kullanılarak bayan ve erkeklerin yüksek kan basıncı ve yaş değişkenleri ile doğrusal regresyon modelleri oluşturulmuştur, 1nci ve 4ncü uygulamalarda  $x^T(\beta_{\text{erkek}} - \beta_{\text{bayan}})$  farkı için iki yanlı ve tek yanlı eşanlı güven bantları oluşturularak, bayan ve erkek olmak üzere iki grubun doğrusal regresyon modelleri karşılaştırılmıştır. Bayan ve erkek modelleri arasında farklılık olduğu durumlarda nasıl bir farklılık olduğu ve bu farklılığın yaklaşık olarak hangi yaş değerlerinden itibaren belirginleştiği belirlenmiştir.

Eşanlı güven bantları  $\alpha=0.01$  anlamlılık düzeyinde hesaplanmıştır.

Uygulamada kullanılacak olan bayan ve erkekler için yaş, beden kitle indeksleri ve yüksek kan basıncı verileri Hacettepe Üniversitesi Tıp Fakültesi Halk Sağlığı Anabilim Dalı'ndan, TÜBİTAK tarafından desteklenen ve raporu 2003 yılında yayınlanan "Van İli Merkez İlçesi Kentsel Kesim Nüfusunun Sosyodemografik Özellikleri, Yaşam Kalitesi ve Sağlık Düzeyinin Belirlenmesi Araştırması." (Proje no. 101YO92) çalışmasından alınmış ve Ek-3' te verilmiştir.

Bayan ve erkek gruplarının doğrusal regresyon modellerinin karşılaştırılması için eşanlı güven bantları Matlab programı kullanılarak çizilmiştir.

Bayan ve erkek regresyon modellerinin karşılaştırılması için iki grubun yaş ve yüksek kan basıncı kullanılarak, yaş değişkeninin  $(-\infty, \infty)$  tam aralığı,  $(a_l, b_l)$  sınırlı aralığı ve  $(a_l = b_l)$  uç durumu için oluşturulmuş üç farklı iki yanlı eşanlı güven bandı üzerindeki bazı yaş noktaları incelenerek, bantların bu yaş noktalarında iki modelin aynı olduğunu varsayan  $H_0$  hipotezinin testinde hangi kararları aldıkları 2nci uygulamada gösterilmiştir.

3ncü uygulamada kısmi F testi, tüm elimizdeki bayan ve erkek verilerine, belirli yaş altı ve belirli yaş üstü bayan ve erkek verilerine uygulanarak, güven bandının red ve kabul kararı verdiği bölgelerde kısmi F testinin ne kararı verdiği incelenmiştir. Böylece kısmi F testinin karar vermede eksik yönlerinin olup olmadığı belirlenmiştir.

Yine 423 bayan ve 238 erkek verisi kullanılarak bayan ve erkeklerin yüksek kan basıncı, yaş ve beden kitle indeksleri gibi birden fazla bağımsız değişken içeren modellerde  $x^T(\beta_{\text{erkek}} - \beta_{\text{bayan}})$  farkı için tek yanlı ve iki yanlı eşanlı güven bantları 5nci uygulamada incelenmiştir. Burada da yaş ve beden kitle indeksi bağımsız değişkenleri ile yüksek kan basıncı bağımlı değişkenlerinden oluşturulan bayan ve erkek doğrusal regresyon modelleri arasında fark olup olmadığı test edilerek birden fazla bağımsız değişken içeren iki doğrusal regresyon modelin karşılaştırılması yapılmıştır. Eğer iki doğrusal regresyon modeli arasında farklılık var ise bu farklılığın nasıl olduğu ve hangi bağımsız değişkenlerin hangi değerlerinde ortaya çıktığı değerlendirilmiştir.

Bağımsız değişkenlerin  $(-\infty, \infty)$  tam aralığında,  $(a_l, b_l)$  sınırlı aralığında ve  $(a_l = b_l)$  uç durumu için üç farklı eşanlı güven bandı oluşturulmuş ve bunların etkinlikleri kıyaslanmıştır.

$(-\infty, \infty)$  bandının kritik sabiti F dağılım tablosu yardımıyla,  $(a_l = b_l)$  uç durumunda çizilen eşanlı güven bandının kritik sabiti, t dağılım tablosu yardımıyla elde edilmiştir.  $(a_l, b_l)$  sınırlı aralığındaki eşanlı güven bandının kritik sabiti ise Ek-2' deki matlab programının içinde bulunan Monte Carlo simülasyonu ile hesaplanmıştır.

Tek yanlı eşanlı güven bandı için  $(-\infty, \infty)$  bölgesinde oluşturulan eşanlı güven bandının kritik sabiti Ek-1' de verilen Hochberg&Quade bandı için kritik sabitler tablosu yardımıyla bulunmuştur.

İki gruptan gelen veriler için doğrusal regresyon modelleri;

$Y_1 = \beta_{01} + \beta_{11}X + \varepsilon_1$  1nci gruptan değişken değerleri için doğrusal regresyon modeli

$Y_2 = \beta_{02} + \beta_{12}X + \varepsilon_2$  2nci gruptan değişken değerleri için doğrusal regresyon modeli olarak yazılabilir.

$\varepsilon_1 \sim N(0, \sigma^2)$  ,  $\varepsilon_2 \sim N(0, \sigma^2)$  iki hata terimi de aynı varyans  $\sigma^2$  ile normal dağılmaktadır.

Model parametreleri  $\hat{\beta} = (X'X)^{-1}(X'Y)$  ile tahmin edilir. Burada yaş ve yüksek kan basıncı değişkenleriyle bayan verileri kullanılarak doğrusal regresyon modeli oluşturmak için matrisler;

$$X_{\text{bayan}} = \begin{bmatrix} 1 & x_{1,1,1} & x_{1,p,1} \\ 1 & x_{1,1,2} & x_{1,p,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{1,1,423} & x_{1,p,423} \end{bmatrix}_{423 \times 2} \quad p \text{ bağımsız değişken için genel form}$$

olmak üzere;

$$X_{\text{bayan}} = \begin{bmatrix} 1 & 20 \\ 1 & 22 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 92 \end{bmatrix}_{423 \times 2} ; Y_{\text{bayan}} = \begin{bmatrix} 110 \\ 120 \\ \vdots \\ 110 \end{bmatrix}_{423} \quad \text{olarak belirlenir.}$$

Yaş ve yüksek kan basıncı değişkenleriyle erkek verileri kullanılarak doğrusal regresyon modeli oluşturmak için matrisler;

$$X_{\text{erkek}} = \begin{bmatrix} 1 & x_{2,1,1} & x_{2,p,1} \\ 1 & x_{2,1,2} & x_{2,p,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{2,1,238} & x_{2,p,238} \end{bmatrix}_{238 \times 2} \quad p \text{ bağımsız değişken için genel form}$$

olmak üzere;

$$X_{\text{erkek}} = \begin{bmatrix} 1 & 28 \\ 1 & 29 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 77 \end{bmatrix}_{238 \times 2} ; Y_{\text{erkek}} = \begin{bmatrix} 160 \\ 100 \\ \vdots \\ 165 \end{bmatrix}_{238} \text{ olarak belirlenir.}$$

Bu matrisler yardımıyla model katsayıları;

$$\hat{\beta}_{\text{bayan}} = \begin{bmatrix} 81.7647 \\ 0.9919 \end{bmatrix}; \hat{\beta}_{\text{erkek}} = \begin{bmatrix} 90.9167 \\ 0.6786 \end{bmatrix} \text{ olarak tahmin edilmiştir.}$$

İki grup için doğrusal regresyon modelleri;

$$\hat{Y}_{\text{erkek}} = 90,9167 + 0,6786x_1$$

$$\hat{Y}_{\text{bayan}} = 81,7647 + 0,9919x_1$$

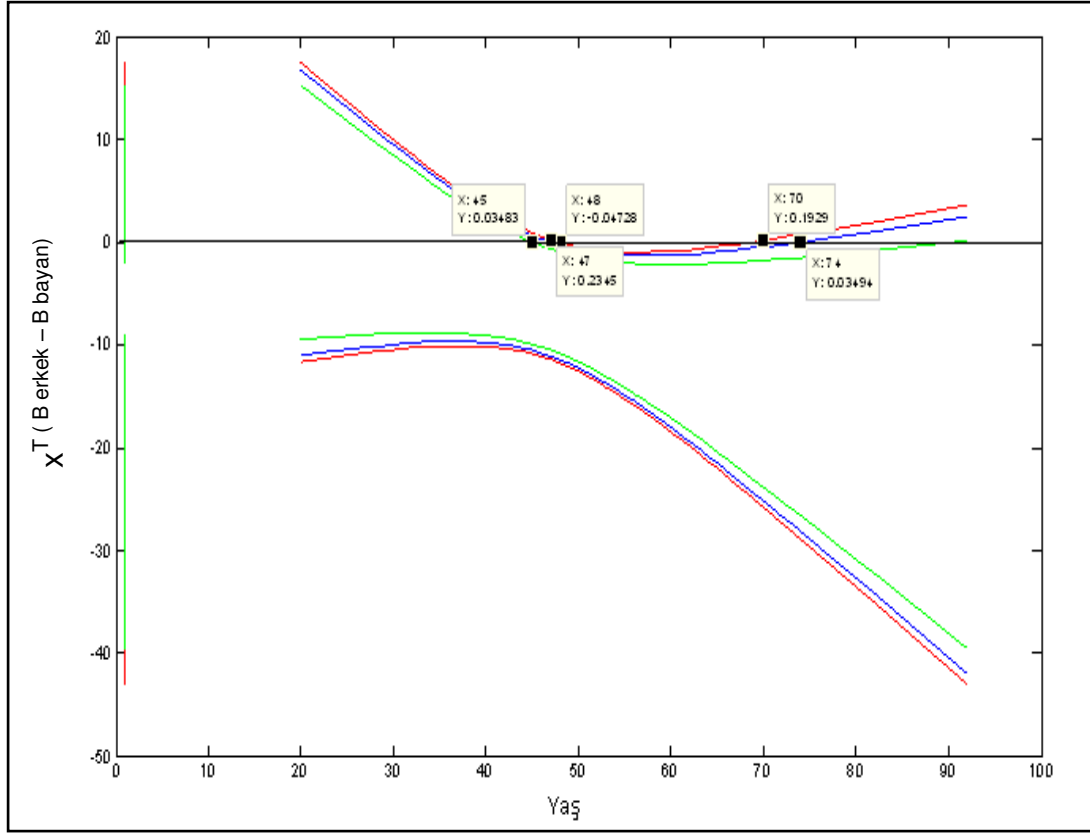
olarak yazılabilir.

İki yanlı eşanlı güven bantları eşitlik Eş.7 yardımıyla oluşturulurken, tek yanlı eşanlı güven bandı Eş.10 yardımıyla hesaplanır.

#### 4.1. Tek Bağımsız Değişkenli İki Yanlı Eşanlı Güven Bantları Uygulaması

Bayan ve erkek gruplarının doğrusal regresyon modellerinin karşılaştırılması için oluşturulan eşanlı güven bantları Ek-2 'de verilen ve matlab' ta yazılan program yardımıyla çizilmiştir.

Bu iki doğrusal regresyon modelinin karşılaştırılmasında Eş.7 yardımıyla oluşturulan iki yanlı eşanlı güven bantları aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 4.1. Yaş değişkeninin farklı aralıklarında oluşturulmuş iki yanlı eşanlı güven bantları

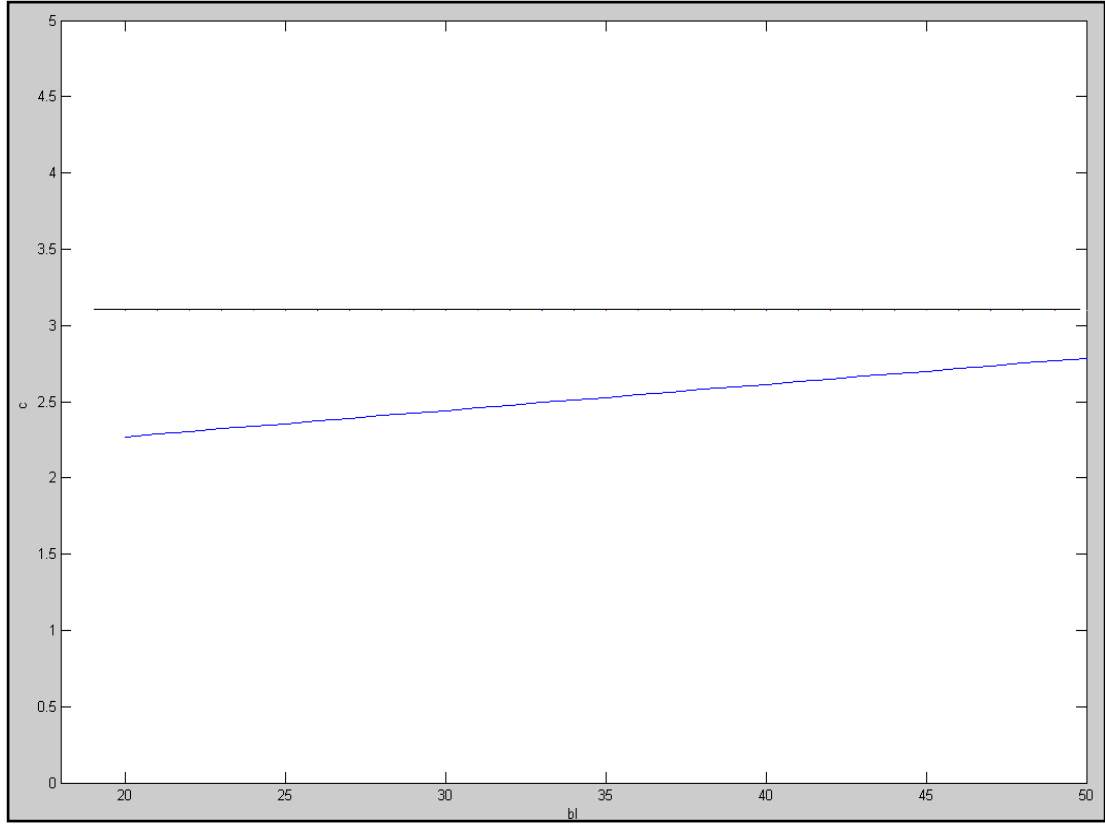
Şekilde, en dıştaki kırmızı bant  $(-\infty, \infty)$  sınırsız aralığı boyunca, ortadaki mavi bant yaş değişkeninin sınırlı bölgesi için ve en içteki yeşil bant ise,  $a_l = b_l$  uç durumu için oluşturulmuş eşanlı güven bantlarıdır. Şekil 4.1 'den bakıldığında sınırlı bölge boyunca çizilen eşanlı güven bandı,  $a_l = -\infty$ ,  $b_l = \infty$  tam aralığı boyunca çizilen güven bandından daha dardır ve dolayısıyla daha bilgi vericidir. Burada yaş değişkeni için  $a_l = 20$   $b_l = 92$  aralığı boyunca çizilmiş olan mavi renkteki sınırlı bölge eşanlı güven bandı, en dışta yaş değişkeninin  $a_l = -\infty$ ,  $b_l = \infty$  tam aralığı boyunca çizilen eşanlı güven bandından yaklaşık % 6 kadar daha dardır. En içte  $a_l = b_l$  uç durumu için oluşturulmuş yeşil renkli eşanlı güven bandı da  $a_l, b_l$  sınırlı bölgesi boyunca çizilen mavi renkli eşanlı güven bandından yaklaşık % 13 kadar,  $a_l = -\infty$ ,  $b_l = \infty$  tam aralığı boyunca çizilen kırmızı renkli banttan ise yaklaşık % 18 kadar daha dardır. Yaş değişkeninin  $(-\infty, \infty)$  tam aralığı için çizilen kırmızı renkteki % 99 güven

düzeyinde iki yanlı eşanlı güven bandının kritik sabiti F tablosu yardımıyla  $c = \sqrt{2 * F_{2,657,0.01}} = 3,0455$  olarak, yaş değişkeninin  $(a_l, b_l)$  sınırlı aralığı için çizilmiş mavi renkteki % 99 güven düzeyinde iki yanlı eşanlı güven bandının kritik sabiti Monte Carlo simülasyonu ile 1000000 sayıda simülasyon yapılarak  $c=2,8977$  olarak ve yaş değişkeninin  $(a_l = b_l)$  uç durumunda % 99 güven düzeyinde yeşil renkli iki yanlı eşanlı güven bandının kritik sabiti t tablosu yardımıyla  $c = t_{657,0.995} = 2,5833$  olarak bulunur.  $(a_l, b_l)$  aralığı daraldıkça bandın kritik sabiti  $c'$  nin küçüldüğü, daha dar ve dolayısıyla daha bilgi verici güven bantlarının elde edildiği söylenebilir. Burada  $48 \leq x \leq 70$  yaş için  $X=0$  çizgisi eşanlı güven bandı içinde uzanmadığından iki doğrusal regresyon modelinin eşitliğini ileri süren  $H_0$  hipotezinin reddedildiği görülmektedir.  $(a_l = -\infty, b_l = \infty)$  bölgesi için) ve bu  $48 \leq x \leq 70$  aralığında iki doğrusal regresyon modelinin eşit olmadığı, hatta burada Y eksenindeki değişken  $x^T(\beta_{erkek} - \beta_{bayan})$  alınarak bant çizildiğinden bandın negatif bölgede bulunması yardımıyla bu bölgede bayanların erkeklerden daha yüksek kan basıncına sahip olma eğiliminde olduğu söylenebilir. Bu iki doğrusal regresyon modelinin aynı ya da farklı olmasından daha fazla bilgi vericidir ve güven bandı kullanmanın kısmi F testi kullanmaya göre avantajlarından biridir. Ayrıca  $(-\infty, 0]$  aralığında yaş değişkeni değer alamayacağı için bu tanımsız aralığın değerlendirmeye katılması bizi yanıltıcı sonuçlara götürebilir. Bu tanımsız aralıkta  $H_0$  hipotezinin reddi veya kabulü için geçerli sebep olup olmadığı gösterilemez. Yukarıdaki grafikte  $(-\infty, 0]$  aralığında sıfır çizgisi bandın içinde uzandığından bu aralık boyunca iki doğrusal regresyon modelinin farklı olmadığı yorumunu yapmak yanlış olur. Zira yaş negatif değerler alamaz ve değişkenin değer almadığı bölgesini yorumlamak anlamsız olacaktır. Kısmi F testinde de değişken için bu sınırlama yapılamaz. Değişkenin  $(-\infty, \infty)$  tam aralığı boyunca kısmi F testi hesaplanacağından  $H_0$  hipotezinin reddi veya kabulü kararı yanlış verilmiş olabilir. Bu kısmi F testinin dezavantajıdır.

Ayrıca kısmi F testinde farklılaşmanın yaklaşık hangi yaşlar arasında olduğu yorumunu yapamazken Şekil 4.1 'e bakıldığında eşanlı güven bandının sıfır çizgisini içerip içermediğine göre iki model arasındaki farklılaşmanın değişkenlerin  $(-\infty, \infty)$  tam aralığında oluşturulan bant için yaklaşık olarak 48 ile 70 yaşları arasında olduğu söylenebilir. Yani yaklaşık 48-70 yaş aralığındaki bayanların kan basıncının, erkeklerin kan basıncından daha yüksek seyretme eğiliminde olduğu yorumu yapılabilir.

Yaş değişkeninin sınırlı bölgesi için oluşturulmuş mavi renkteki eşanlı güven bandı ise 47-73.7 arasında  $H_0$  hipotezini reddetmiştir. Bu bantta ise bayanlar ve erkekler için yüksek kan basınçlarının 47 yaştan itibaren farklılık göstermeye başladığı söylenebilir. Yaklaşık olarak 47 yaş altı ve 73,7 yaş üstü bayan ve erkeklerin yüksek kan basınçlarında anlamlı bir farklılık olmadığı yorumu da yapılabilir. Kısmi F testi kullanarak sadece bayan ve erkeklerin kan basınçlarının aynı olup olmadığı yorumu yapabilirken burada, farklılaşmanın yaklaşık hangi yaşlar arasında olduğu, hatta bu farklılaşmada bayanların erkeklerden daha yüksek kan basıncına sahip olma eğiliminde olduğu da söylenebilir. Bu bant değişkenin değer alabileceği sınırlı bölgede çizildiğinden yani negatif değerler gibi yaş değişkeninin değer alamayacağı bölgeler hesaba katılmadığından daha güvenilir sonuçlar elde edilir. Bu bandın  $a_l = -\infty$ ,  $b_l = \infty$  tam aralığı boyunca çizilen eşanlı güven bandından yaklaşık % 6 kadar daha dar olması da bu bandın daha güvenilir sonuçlar vereceğine işaret eder.

$a_l = b_l$  uç durumu için oluşturulmuş yeşil renkli eşanlı güven bandı da 45-91 yaş aralığında  $H_0$  hipotezini reddetmiştir. Bu bant bir uç durum olup diğer iki banda göre oldukça daha dardır.



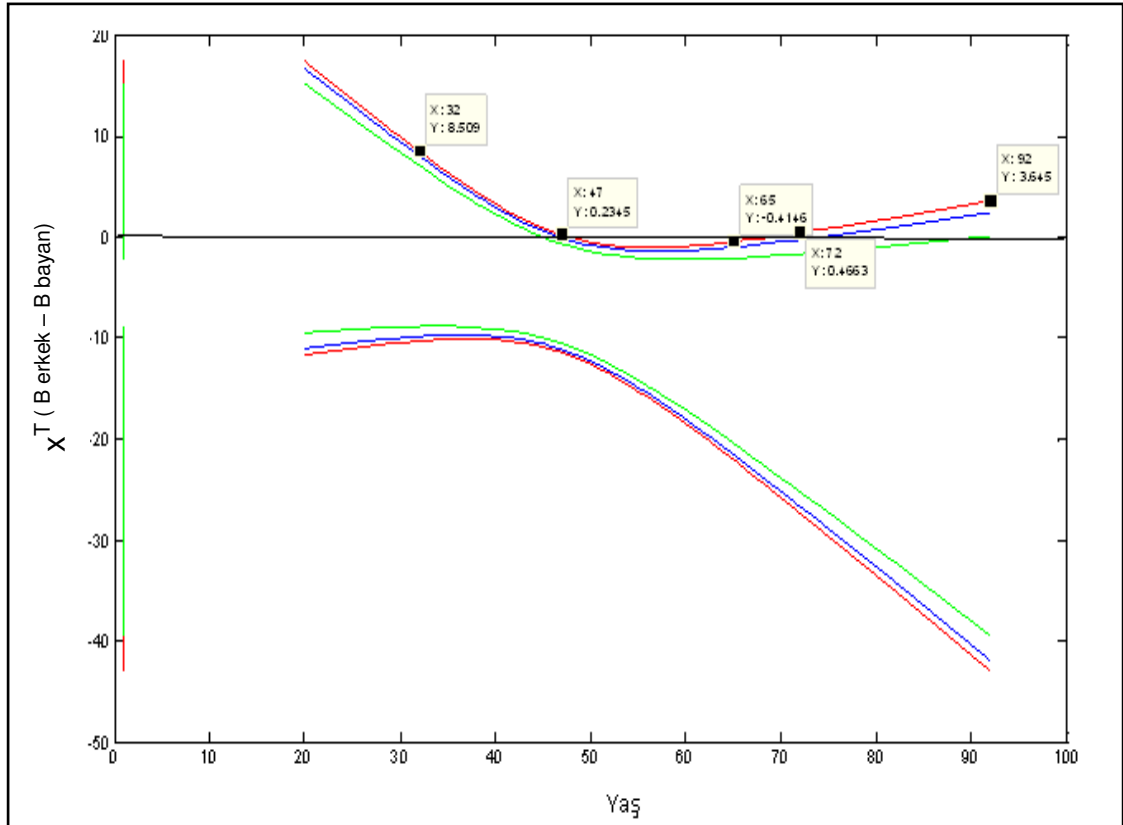
Şekil. 4.2. Yaş değişkeninin alt sınırı ( $a_l$ ) sabitken üst sınırın ( $b_l$ ) aldığı değere göre  $c$  değerindeki değişim

Yukarıdaki şekilde yaş değişkeninin alt sınırı  $a_l=18$  alınarak yaş değişkeninin üst sınırı olan  $b_l$  'nin değişimine göre eşanlı güven bandının kritik sabiti  $c$  değerlerine ilişkin grafik verilmiştir. Görüldüğü gibi yaş değişkeninin alt sınırı sabit bir değer alınırca, yaş değişkeninin üst sınırı büyüdükçe yani incelenen eşanlı güven bandı için bağımsız değişkenin sınırları genişledikçe bandın kritik sabiti  $c$  'de büyümektedir. Bandın kritik sabitinin büyümesi ise daha geniş bantların elde edilmesi anlamına gelir. Oysa dar bantlar daha güvenilirdir. Yukarıdaki örnekte de görüldüğü gibi yaş değişkeninin  $a_l = -\infty$ ,  $b_l = \infty$  tam aralığı boyunca oluşturulan eşanlı güven bandının kritik değeri en büyükken bu alan daraltıldıkça  $c$  değeri küçülmekte ve en küçük değerini ise  $a_l=b_l$  uç durumu için almaktadır. Dolayısıyla eşanlı güven bantlarına bakıldığında da  $a_l=b_l$  uç durumu için çizilen bant, yaş

değişkeninin  $a_l = -\infty$ ,  $b_l = \infty$  tam aralığı boyunca oluşturulan banttı yaklaşık % 18 daha dar olma eğilimindedir ve bu nedenle daha güvenilirdir.

#### 4.2. Tek Değişkenli İki Yanlı Eşanlı Güven Bantlarında Bağımsız Değişkenin İlgilenilen Değerinde Bant Sınırlarının Belirlenmesi ve Bantların Kararları

Bantlar üzerindeki belirli noktalar aşağıda Şekil 4.3’de olduğu gibi incelenerek bu noktalarda hangi bandın, iki doğrusal regresyon modelinin eşitliğini varsayan  $H_0$  hipotezinin reddi veya kabulü konusunda ne karar verdiği görülebilir.



Şekil 4.3. Yaş değişkeninin farklı noktalarında bant değerleri

Yaş değişkeninin  $(-\infty, \infty)$  tam aralığında,  $(a_l, b_l)$  sınırlı aralığında ve  $(a_l = b_l)$  uç durumu için oluşturulan üç güven bandının belirlenen yaş noktasındaki üst ve alt bant değerlerini hesaplayarak, bu değerlerin sıfırı içerip içermemesine göre bu yaş noktasında, üç bandın iki regresyon modeli arasında fark olmadığını ileri süren  $H_0$  hipotezini reddedip reddedemeyeceğinin testini yapabiliriz.

Belirlenen yaş için bant değeri ve her bandın hesaplanan bant kritik sabiti,  $c$  değeri kullanılarak bandın alt ve üst sınırları;

$$x^T(\beta_2 - \beta_1) \in (x^T\hat{\beta}_1 - x^T\hat{\beta}_2) \mp c\hat{\sigma}\sqrt{x^T\Delta x}$$

formülü yardımıyla hesaplanabilir.

Bu bantların farklı birkaç yaş değerinde alt, üst sınırları ve

$H_0$ : iki doğrusal regresyon modeli arasında fark yoktur hipotezinin testinde verdiği kararlar aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Çizelge 4.1. Değişkenlerin verilen aralıkta hesaplanan iki yanlı eşanlı güven bandının alt, üst değerleri ve  $H_0$ 'ın testi

| Yaş | $(-\infty, \infty)$ tam aralığında | $(a_l, b_l)$ sınırlı aralığında | $(a_l = b_l)$ uç durumu |
|-----|------------------------------------|---------------------------------|-------------------------|
|     | c= 3,0455                          | c= 2,8977                       | c= 2,5833               |
| 32  | csüst :8,5091                      | ciüst :8,0537                   | ctüst :7,0851           |
|     | csalt :-10,2563                    | cialt :-9,8009                  | ctalt :-8,8321          |
|     | Karar : $H_0$ kabul                | Karar : $H_0$ kabul             | Karar : $H_0$ kabul     |
| 47  | csüst :0,2351                      | ciüst :-0,0467                  | ctüst :-0,6464          |
|     | csalt :-11,3813                    | cialt :-11,0995                 | ctalt :-10,4998         |
|     | Karar : $H_0$ kabul                | Karar : $H_0$ red **            | Karar : $H_0$ red **    |
| 49  | csüst :-0,2862                     | ciüst :-0,5732                  | ctüst :-1,1837          |
|     | csalt :-12,1132                    | cialt :-11,8262                 | ctalt :-11,2157         |
|     | Karar : $H_0$ red **               | Karar : $H_0$ red **            | Karar : $H_0$ red **    |
| 65  | csüst :-0,4137                     | ciüst :-0,9378                  | ctüst :-2,0526          |
|     | csalt :-22,0113                    | cialt :-21,4872                 | ctalt :-20,3724         |
|     | Karar : $H_0$ red **               | Karar : $H_0$ red **            | Karar : $H_0$ red **    |
| 72  | csüst :0,4673                      | ciüst :-0,2060                  | ctüst :-1,6381          |
|     | csalt :-26,6052                    | cialt :-26,6052                 | ctalt :-25,1731         |
|     | Karar : $H_0$ kabul                | Karar : $H_0$ red               | Karar : $H_0$ red       |
| 76  | csüst : 1,0549                     | ciüst :0,2875                   | ctüst :-1,3342          |
|     | csalt :-30,3725                    | cialt :-29,6051                 | ctalt :-27,9834         |
|     | Karar : $H_0$ kabul                | Karar : $H_0$ kabul             | Karar : $H_0$ red **    |
| 78  | csüst :1,3551                      | ciüst :0,5475                   | ctüst :-1,1704          |
|     | csalt :-31,9259                    | cialt :-31,1183                 | ctalt :-29,4004         |
|     | Karar : $H_0$ kabul                | Karar : $H_0$ kabul             | Karar : $H_0$ red **    |
| 92  | csüst :3,6465                      | ciüst :2,5148                   | ctüst :0,1076           |
|     | csalt :-42,9897                    | cialt :-21,8580                 | ctalt :-39,4508         |
|     | Karar : $H_0$ kabul                | Karar : $H_0$ kabul             | Karar : $H_0$ kabul     |

Bu çizelgeden 47 yaş değeri aşağıdaki gibi yorumlanabilir.

$x=[1;47]$  yaş noktasında yaş değişkeninin  $(-\infty, \infty)$  tam aralığında,  $(a_l, b_l)$  sınırlı aralığında ve  $(a_l = b_l)$  uç durumu için oluşturulan üç güven bandının alt ve üst bant sınırları oluşturularak bu sınırların sıfır çizgisini kapsayıp kapsamaması incelenmiş ve üç bandın bu 47 yaş noktasında  $H_0$  hipotezini reddedip reddedemeyeceği testi yapılmıştır.

$(-\infty, \infty)$  tam aralığı boyunca oluşturulan eşanlı güven bandında, kritik sabit  $c=3,0455$  ve  $x=[1;47]$  olarak alınıp, bu bölgede eşanlı güven bandının üst sınırı  $cs_{üst}=0,2351$ , alt sınırı  $cs_{alt}=-11,3813$  olarak hesaplanır. Bu aralık sıfır çizgisini  $(x^T 0)$  içerdiğinden bayanların ve erkeklerin kan basınçları arasında fark olmadığını ileri süren  $H_0$  hipotezi 47 yaş noktasında kabul edilir.

$(a_l, b_l)$  aralığında oluşturulan sınırlı bölge eşanlı güven bandında, kritik sabit  $c= 2,8977$  ve  $x=[1;47]$  olarak alınıp, bu bölgede eşanlı güven bandının üst sınırı  $ci_{üst}=-0,0467$ , alt sınırı ise  $ci_{alt}=-11,0995$  olarak hesaplanır. Bu aralık sıfır çizgisini içermediği için 47 yaşta  $H_0$  hipotezi  $(a_l, b_l)$  sınırlı bandı tarafından reddedilir ve bu noktada bayanların ve erkeklerin farklı kan basıncına sahip olma eğiliminde oldukları, hatta  $x^T(\beta_{erkek} - \beta_{bayan})$  için oluşturulan bant negatif bölgede olduğundan bayanların 47 yaş noktasında erkeklerden daha yüksek kan basıncına sahip olma eğiliminde oldukları söylenebilir.

$(a_l = b_l)$  uç durumu için oluşturulan eşanlı güven bandında, kritik sabit  $c= 2,5833$  ve  $x=[1;47]$  olarak alınıp, bu bölgede oluşturulan iki yanlı eşanlı güven bandının üst sınırı  $ct_{üst}= -0,6464$ , alt sınırı ise  $ct_{alt}=-10,4998$  olarak hesaplanır. Bu aralık sıfır çizgisini içermediğinden bu 47 yaş noktasında bayan ve erkeklerin kan basınçları farklıdır. Bu noktada iki doğrusal regresyon modelinin farklı olduğu söylenebilir. Hatta bu noktada bayanların erkeklerden daha yüksek kan basıncı eğiliminde olduğu da söylenebilir.

Görüldüğü gibi, hiç kısıt koymadan yaş değişkeninin  $(-\infty, \infty)$  tam aralığında oluşturulan bant  $H_0$  hipotezini kabul ederken, kısıt konulmuş yani sınırlandırılmış bölge boyunca çizilen eşanlı güven bandı  $H_0$  hipotezini reddetmektedir. Değişkenler için sınırlandırılmış aralıkta oluşturulmuş eşanlı güven bantları iki doğrusal regresyon modeli arasındaki farklılığı yakalayabilirken,  $(-\infty, \infty)$  aralığında oluşturulan bant bu farklılığı yakalayamamıştır. Bağımsız değişkenin değerlendirildiği aralık önemlidir ve değişkenlerin ilgilenilen bölgesine göre, iki doğrusal regresyon modelinin eşit olup olmadığının testinde verilen kararı değiştirebilmektedir.

Yaş değişkeninin 32, 49, 65, 72, 76, 78 ve 92 değerlerinde de yukarıda verildiği gibi değişkenlerin ilgilenilen bölgelerine göre oluşturulmuş üç güven bandı için; bantların alt, üst sınırları ve  $H_0$  hipotezinin reddi veya kabulü konusunda verdiği karar Çizelge 4.1 'de verilmiştir.

#### **4.3. İki Doğrusal Regresyon Modelinin Karşılaştırılması için Kısmi F Testi**

Kısmi F testinin, bantların red veya kabul kararı verdiği noktalarda ne kararı verdiğini görebilmek ve var ise farklılığı ortaya koyabilmek için bu verilere kısmi F testi uygulanmıştır. Ayrıca yaş değişkeninin belli aralıktaki değerleri için de kısmi F testi uygulanarak bandın red veya kabul kararı verdiği bölgelerde kısmi F testinin ne karar aldığı incelenmiş ve kısmi F testinin yetersiz kaldığı durumlar gösterilmiştir.

İki doğrusal regresyon modelinin aynı ya da farklı olduğunun testinde eşanlı güven bandı kullanarak yapılan hesaplamalarda iki model arasında fark olmadığını ileri süren  $H_0$  hipotezinin  $(-\infty, \infty)$  sınırsız aralığı boyunca çizilen eşanlı güven bandında 48-70 yaş aralığında,  $a_1, b_1$  sınırlı bölgesi boyunca çizilen eşanlı güven bandında 47-73,7 aralığında ve  $a_1=b_1$  uç durumu için oluşturulmuş güven bandında ise 45-91 aralığında reddedildiği görülmüştür.

Kısmi F testi, yaş değişkeninde hiçbir sınırlama yapmaksızın bütün veriler için, 49 yaş altı veriler için ve 49-70 arası veriler için uygulanarak bandın red veya kabul kararları aldığı bu bölgelerde kısmi F testinin iki model arasında fark olmadığını ileri süren  $H_0$  hipotezinin testi için hangi kararları verebileceği incelenebilir. Model;

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 ZX + \varepsilon \text{ olsun.}$$

$\varepsilon$  hata terimi olup  $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$  dağılımına sahiptir.

$Z=0$  iken  $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$  bayanlar için doğrusal regresyon modeli,  $Z=1$  iken  $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X + \varepsilon$  veya buna denk olarak  $Y = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2)X + \varepsilon$  erkekler için doğrusal regresyon modeli elde edilir.

Bayan verileri için yani  $Z=0$  olduğu durumda bulunan  $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$  modeli indirgenmiş modeldir.

İki regresyon modelinin karşılaştırılması için yokluk hipotezi  $H_0: \beta_2 = 0$  şeklinde oluşturulmuştur.  $\beta_2$  'nin yani erkeklerden gelen veriler için oluşturulmuş regresyon model katsayısının sıfıra eşit olması, diğer bir ifade ile model denkleminin katkısının anlamsız olması,  $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 ZX + \varepsilon$  tam modelinin,  $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$  bayan verileri için oluşturulan regresyon modeline eşdeğer olacağını dolayısıyla iki grup için regresyon modellerinin aynı olduğunu belirtir.

Yaş değişkeni için herhangi bir sınırlama yapılmaksızın toplanan tüm veriler için kısmi F testi;

$$F = \frac{\text{Tam model için RKT} - \text{Bayanlar için RKT}}{\text{Tam model için HKO}} \sim F_{1, n-k}$$

eşitliği yardımı ile hesaplanır.

Burada ;

Tam model için RKT: Bayan ve erkeklere ait yaş değişkeni üzerinde hiçbir sınırlama olmaksızın tüm veriyi içeren modelin regresyon kareler toplamıdır ve 69846,030 olarak hesaplanmıştır.

Tam model için HKO: Bayan ve erkeklere ait yaş değişkeni üzerinde hiçbir sınırlama olmaksızın tüm veriyi içeren modelin hata kare ortalamasıdır ve 553,475 olarak hesaplanmıştır.

Bayanlar için RKT: Sadece bayanlara ait veriden yaş değişkeni üzerinde hiçbir sınırlama konulmaksızın hesaplanan regresyon modelinin regresyon kareler toplamıdır ve 58049,920 olarak hesaplanmıştır.

p modeldeki bağımsız değişken sayısıdır.

Hesaplanan kısmi F değeri;

$$F_{\text{Hesaplanan}} = \frac{69846,030 - 58049,920}{553,475} = 21,313$$

dir.

Kısmi F testinde, hesaplanan F değeri tablo değeri ile kıyaslanarak hipotezin red veya kabul kararı verilir.

$F_{1,657,0.01} = 6,63$  tablo değeri ile hesaplanan F değeri karşılaştırılır.  $F_{\text{Hesaplanan}} > F_{\text{Tablo}}$  olduğundan ( $21,313 > 6,63$ )  $H_0: \beta_2 = 0$  hipotezi reddedilir.  $\beta_2 \neq 0$  olması durumunda  $\beta_2$  'nin yani erkeklerden gelen veriler için oluşturulmuş regresyon model katsayısının sıfırdan farklı olması, diğer bir ifadeyle model denkleminin katkısının anlamsız olmaması,  $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 Z + \varepsilon$  tam modelinin,  $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$  bayan verileri için oluşturulan regresyon modelinden farklı olacağı dolayısıyla iki grup için regresyon modellerinin yaş değişkeni üzerinde hiçbir sınırlama yapılmadığı bu aralık için farklı olduğu söylenebilir.

Bu veriler için eşanlı güven bandı oluşturulduğunda ise tüm yaşlarda iki model arasında farklılaşma olmadığı, farklılaşmanın tercih edilen bant türü için ilk uygulamada bulunan 48-70 yaş aralığında, 47-73.7 aralığında ve 45-91 aralığında olduğu gösterilmiş idi. Kısmi F testi ise bütün yaşlar için bayan ve erkek regresyon modelleri arasında farklılık olmadığını ileri süren  $H_0$  hipotezini reddetmektedir. Oysaki bayan ve erkek modelleri arasındaki farklılık tüm yaşlar boyunca değil sadece yukarıda belirlenen yaşlar arasındadır. Bu farklılaşmanın hangi yaş aralıklarında olduğunun belirlenememesi ve fark olmayan yaşlarda bile genel bir yaklaşım kullanarak iki model arasında farklılık olduğunu söylemesi kısmi F testinin bir dezavantajıdır.

Aynı hesaplama sadece 49 yaş altı veriler için yapılırsa;

RKT tam model :49 yaş altı bayan ve erkek verilerinden hesaplanan regresyon modeli için regresyon kareler toplamı olmak üzere 6717,040 olarak hesaplanmıştır.

RKT Bayan : 49 yaş altı bayan verilerinden oluşturulan regresyon modeli için regresyon kareler toplamı olmak üzere 5045,425 olarak hesaplanmıştır.

HKO tam model :49 yaş altı bayan ve erkek verilerinden hesaplanan regresyon modeli için hata kare ortalaması olmak üzere 419,534 olarak hesaplanmıştır.

Hesaplanan kısmi F değeri;

$$F_{\text{Hesaplanan}} = \frac{6717,040 - 5045,425}{419,534} = 3,9844$$

bulunur.

$F_{1,390,0.01} = 6,63$  tablo değeri ile hesaplanan F değeri karşılaştırılır.

$F_{\text{Hesaplanan}} < F_{\text{Tablo}}$  olduğundan İki regresyon modelinin karşılaştırılması için oluşturulan  $H_0: \beta_2 = 0$  hipotezi kabul edilir.  $\beta_2$  'nin yani erkek grubu verileri için oluşturulmuş regresyon model katsayısının sıfıra eşit olması, diğer bir değişle model denklemine katkısının anlamsız olması,  $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 Z + \varepsilon$  tam modelinin,  $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$  bayan verileri için oluşturulan regresyon modeline eşit olacağını dolayısıyla iki grup için regresyon modellerinin aynı olduğunu belirtir. Kısmi F testi sonucuna göre 49 yaş altında bayanların ve erkeklerin yaş ve yüksek kan basınçları ile oluşturulan doğrusal regresyon modelleri arasında farklılık olmadığı söylenebilir. Eşanlı güven bantlarına baktığımızda oluşturulan üç bantta 49 yaş altı için sıfır çizgisini kapsamamaktadır. 45-49 yaş arasında bantlar  $H_0$  hipotezini reddetmektedir. Bantlarda bayan ve erkeklerin yüksek kan basınçları arasında farklılık olmadığını ileri süren  $H_0$  hipotezi yaklaşık 45 yaş altı bayan ve erkekler için kabul edilmiştir. Oysa kısmi F testi 49 yaş altı bütün veriler için iki regresyon modelinin aynı olduğunu ileri sürdüğünden, 45-49 yaş arasında iki model farklı olmasına rağmen bu farklılığı yakalayamamış ve 49 yaş altı tüm veriler için iki model arasında farklılık olmadığını kabul etmiştir.

Aynı hesaplama sadece 45 yaş altı veriler için yapılırsa;

- RKT tam model : 45 yaş altı bayan ve erkek verilerinden hesaplanan regresyon modeli için regresyon kareler toplamı olmak üzere 2905,884 olarak hesaplanmıştır.
- RKT Bayan : 45 yaş altı bayan verilerinden oluşturulan regresyon modeli için regresyon kareler toplamı olmak üzere 2696,580 olarak hesaplanmıştır.
- HKO tam model : 45 yaş altı bayan ve erkek verilerinden hesaplanan regresyon modeli için hata kare ortalaması olmak üzere 396,430 olarak hesaplanmıştır.

Hesaplanan kısmi F değeri;

$$F_{\text{Hesaplanan}} = \frac{2905,884 - 2696,580}{396,430} = 0,528$$

bulunur.

$F_{1,323,0.01} = 6,63$  tablo değeri ile hesaplanan F değeri karşılaştırılır.

$F_{\text{Hesaplanan}} < F_{\text{Tablo}}$  olduğundan İki regresyon modelinin karşılaştırılması için oluşturulan  $H_0: \beta_2 = 0$  hipotezi kabul edilir.  $\beta_2$  'nin yani erkek grubundan gelen veriler için oluşturulmuş regresyon model katsayısının sıfıra eşit olması, diğer bir değişle model denklemine katkısının anlamsız olması,  $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 Z + \varepsilon$  tam modelinin,  $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$  bayan verileri için oluşturulan regresyon modeline eşit olacağını dolayısıyla iki grup için regresyon modellerinin aynı olduğunu belirtir. Kısmi F testi sonucuna göre 45 yaş altında bayanların ve erkeklerin yüksek kan basınçları için oluşturulan doğrusal regresyon modelleri arasında fark olmadığı söylenebilir. Eşanlı güven bantlarına baktığımızda oluşturulan üç banttta 45 yaş altı için sıfır çizgisini kapsamaktadır. Dolayısıyla bantlar da bu yaş aralığında bayan ve erkeklerin yüksek kan basınçları arasında farklılık olmadığını kabul etmiştir.

Aynı hesaplama 45<yaş<70 aralığında veriler için yapılır ise;

RKT tam model : 45<yaş<70 aralığında bayan ve erkek verilerinden hesaplanan regresyon modeli için regresyon kareler toplamı olmak üzere 17874,792 olarak hesaplanır.

RKT Bayan : 45<yaş<70 aralığında bayan verilerinden oluşturulan regresyon modeli için regresyon kareler toplamı olmak üzere 14780,027 olarak hesaplanır.

HKO tam model : 45<yaş<70 aralığında bayan ve erkek verilerinden hesaplanan regresyon modeli için hata kare ortalaması olmak üzere 708,102 olarak hesaplanır.

Hesaplanan kısmi F değeri;

$$F_{\text{Hesaplanan}} = \frac{17874,792 - 14780,027}{708,107} = 4,371$$

bulunur.

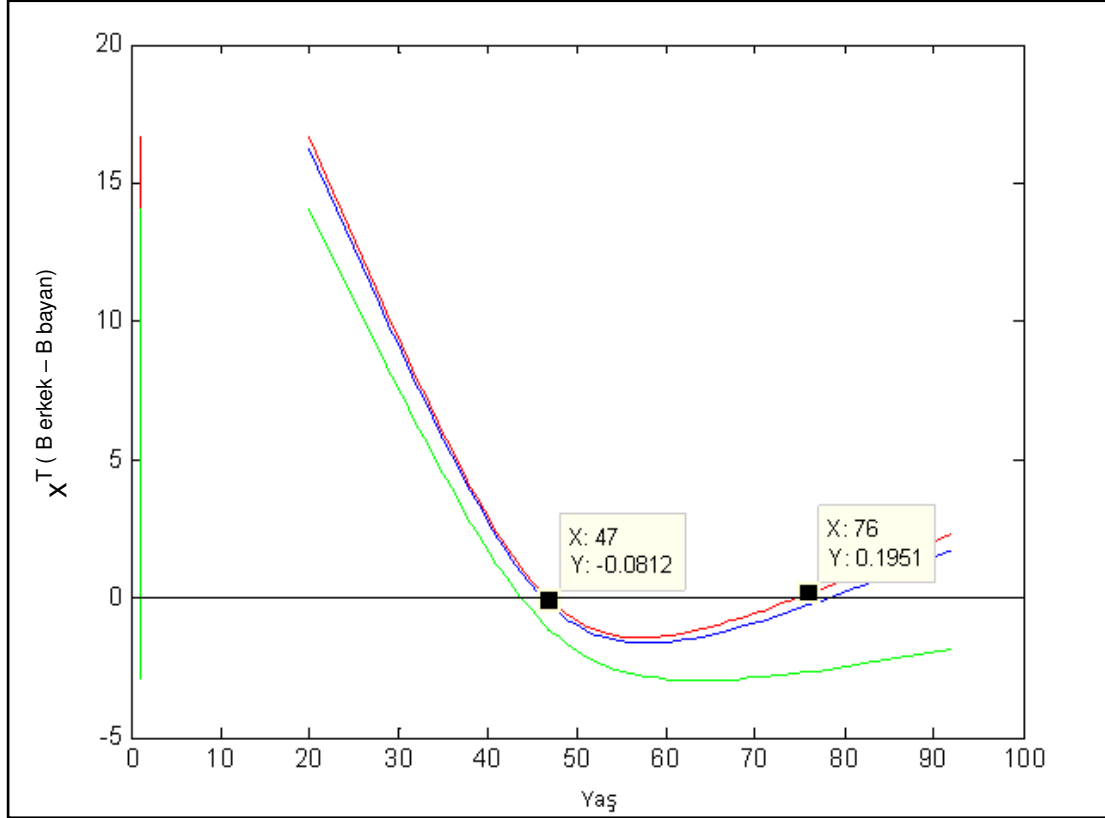
$F_{1,301,0.01}=6,63$  tablo değeri ile hesaplanan F değeri karşılaştırılır.  $F_{\text{Hesaplanan}} < F_{\text{Tablo}}$  olduğundan İki regresyon modelinin karşılaştırılması için oluşturulan  $H_0: \beta_2 = 0$  hipotezi kabul edilir.  $\beta_2$  'nin yani erkeklerden gelen veriler için oluşturulmuş regresyon model katsayısının sıfıra eşit olması, diğer bir deyişle model denkleminde katkısının anlamsız olması,  $Y = \beta_0 + \beta_1X + \beta_2ZX + \varepsilon$  tam modelinin,  $Y = \beta_0 + \beta_1X + \varepsilon$  bayan verileri için oluşturulan regresyon modeline eşit olacağını dolayısıyla iki grup için regresyon modellerinin aynı olduğunu belirtir. Kısmi F testi sonucuna göre  $45 < \text{yaş} < 70$  bayanların ve erkeklerin yüksek kan basınçları için oluşturulan doğrusal regresyon modelleri arasında farklılık olmadığı söylenebilir. Eşanlı güven bantlarına baktığımızda oluşturulan üç bantta  $45 < \text{yaş} < 70$  için sıfır çizgisini kapsamamaktadır dolayısıyla bantlar bu yaş aralığında bayan ve erkeklerin yüksek kan basınçları arasında farklılık olduğunu kabul etmiştir. Oysa kısmi F testi bu farklılığı yakalayamamıştır.

#### **4.4. Tek Bağımsız Değişkenli Tek Yanlı Eşanlı Güven Bantları Uygulaması**

Tek yanlı eşanlı güven bantları oluşturularak bölgedeki modellerin hangisinin daha yüksek ya da daha düşük seyretme eğiliminde olduğu belirlenebilir.

İki yanlı eşanlı güven bantları iki taraflı çıkarımlar için uygundur. Eğer ilgilenilen sadece bir doğrusal regresyon modelinin diğer doğrusal regresyon modelinden düşük seyredip seyretmediği ise, yani verilen aralık boyunca bayanların aynı yaşta erkeklerden daha yüksek kan basıncı eğiliminde olup

olmadığı durumuyla ilgilenildiğinde tek yanlı güven bandı kullanmak daha uygun olur.



Şekil 4.4. Yaş değişkeninin farklı aralıklarında oluşturulmuş tek yanlı eşanlı güven bantları

Tek yanlı eşanlı güven bantları, güven aralığı formunun üst güven bandı formu dikkate alınarak oluşturulur. Bantlar için gerekli kritik sabit belirlendikten sonra bu üst formda ilgili değerler yazılarak bant çizdirilir.

Şekil 4.4 'te en dışta kırmızı renkteki bant  $a_i = -\infty$ ,  $b_i = \infty$  durumu için çizilmiş tek taraflı eşanlı güven bandıdır. Bu bandın kritik sabiti c'yi hesaplamak için Hochberg ve Quade eşitsizliğinden yararlanıldığı söylenmişti. Bu bandın kritik sabiti Ek-1' de verilen Hochberg&Quade bandı kritik sabitler tablosuna bakılarak bulunur. Bu tabloda  $\alpha=0,01$ ,  $p=2$ ;  $v=657$  ( $v=n_1+n_2-2(p+1)$ )

değerlerinin kesişim noktasındaki değer bandın kritik sabiti olarak belirlenir. Bu bandın kritik sabiti tablodan bakılarak  $c = 2,8800$  olarak bulunur.

Ortadaki mavi renkteki bant ise  $20 < a_l \leq b_l < 92$  aralığında oluşturulan eşanlı güven bandıdır. Bu bandın kritik sabiti, iki yanlı eşanlı güven bandında olduğu gibi 1000000 kere yapılan simülasyonla  $c = 2,7975$  olarak hesaplanır. En alttaki yeşil renkli bant ise,  $a_l = b_l$  uç durumu için oluşturulmuş eşanlı güven bandıdır. Bu bandın kritik sabiti 0.99 güven düzeyi ve 657 serbestlik dereceli t tablo değerine bakılarak  $c = 2,3320$  olarak bulunur.

Hochberg and Quade' in bandı en yüksek eğri ile, sınırlı bölge tek yanlı eşanlı güven bandı orta eğri ile ve pointwise bandı ise en alçak eğri ile verilmiştir. Pointwise bandı sadece önceden belirlenmiş  $x$  noktalarında çıkarım yapmak için kullanılır ve çok kullanışlı değildir. Sınırlı bölgede çizilen tek yanlı eşanlı güven bandı her zaman Hochberg and Quade' in bandından daha alçak ve daha bilgi vericidir. Sınırlı bölgede çizilen tek yanlı eşanlı güven bandı, iki yanlı eşanlı güven bandının üst eğrisinin her zaman altındadır. Bölgede hangi modelin daha alçak ya da daha yüksek seyrettiği ile ilgilenildiği durumda iki yanlı banttı daha bilgi vericidir.

Şekil 4.4 'e bakıldığında bayanların erkeklerden daha yüksek kan basıncına sahip olma eğiliminde olduğu ve bayanlarla erkeklerin kan basınçları arasındaki farklılaşmanın yaklaşık 47- 76 yaşlar arasında olduğu yorumu yapılabilir.

Burada yaş değişkeni için  $a_l = 20$   $b_l = 92$  aralığı boyunca çizilmiş olan mavi renkteki sınırlı bölge eşanlı güven bandı, en dışta yaş değişkeninin  $a_l = -\infty$ ,  $b_l = \infty$  tam aralığı boyunca çizilen eşanlı güven bandından yaklaşık % 8, en içte  $a_l = b_l$  uç durumu için oluşturulmuş yeşil renkli eşanlı güven bandı da  $a_l, b_l$  sınırlı bölgesi boyunca çizilen mavi renkli eşanlı güven bandından

yaklaşık % 44 ve  $a_l = -\infty$ ,  $b_l = \infty$  tam aralığı boyunca çizilen kırmızı renkli banttandır ise yaklaşık % 51 kadar daha dardır.

#### 4.5. İki Bağımsız Değişkenli İki Yanlı ve Tek Yanlı Eşanlı Güven Bantları Uygulaması

Birden fazla bağımsız değişken kullanılarak da iki yanlı ve tek yanlı eşanlı güven bantları oluşturulabilir. Bu çalışmanın metodolojilerinin herhangi bir sayıdaki bağımsız değişken için uygulanabilir olduğunu vurgulamak için  $p=2$  bağımsız değişkenli başka bir örnek uygulaması yapılmıştır.

Burada 423 bayan ve 238 erkek verisi kullanılarak bayan ve erkeklerin yaş ve beden kitle indeksleri gibi birden fazla bağımsız değişkeni ve yüksek kan basıncı bağımlı değişkeni yardımıyla oluşturulan modellerde  $x^T(\beta_{\text{erkek}} - \beta_{\text{bayan}})$  farkı için tek yanlı ve iki yanlı eşanlı güven bantları oluşturulmuştur.

Bu uygulamada bayan ve erkek iki cinsiyet grubu için yaş ve beden kitle indeksi değişkenlerinin aynı dağılımı boyunca farklı yüksek kan basıncına sahip olup olmadığı ile ilgilenilmektedir. Bu değişkenler için iki cinsiyet grubu karşılaştırılması yapılır.

Bu veriler için  $x_1$  yaş,  $x_2$  beden kitle indeksi olmak üzere,  $(x_1 = 20, \dots, 92, x_2 = 14,36, \dots, 53,94)$  iki cinsiyet grubu için doğrusal regresyon modelleri;

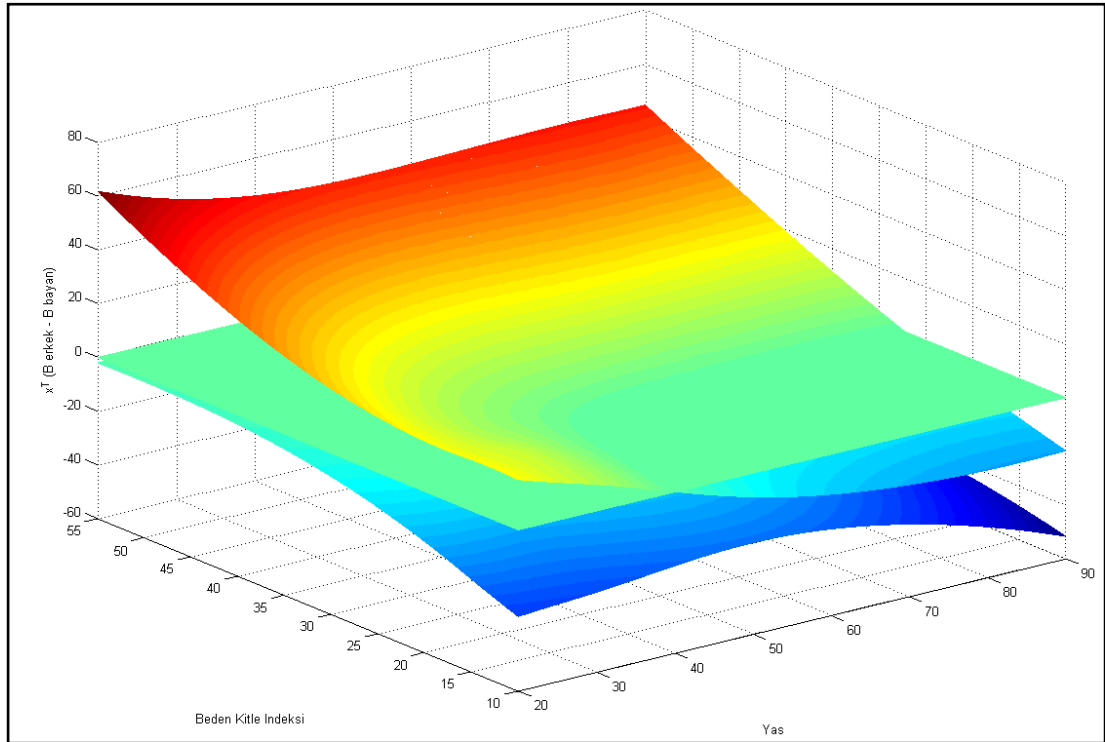
$$\hat{Y}_{\text{erkek}} = 65,5647 + 0,6849x_1 + 0,9521x_2$$

$$\hat{Y}_{\text{bayan}} = 71,7674 + 0,9747x_1 + 0,3716x_2$$

şeklinde oluşturulur.

Öncelikle  $(-\infty, \infty)$  tam aralığı,  $(a_l, b_l)$  sınırlı aralığı ve  $(a_l = b_l)$  uç durumu için üç farklı iki yanlı eşanlı güven bandı incelenmiştir.

Bağımsız değişkenlerin  $(-\infty, \infty)$  tam aralığı için % 99 güven düzeyinde iki yanlı eşanlı güven bandının kritik sabiti F tablosu yardımıyla  $c = \sqrt{3 * F_{3,655,0.01}} = 2,9642$  olarak bulunur. Bu kritik sabit yardımıyla değişkenlerin sınırsız bölgeleri boyunca iki yanlı eşanlı güven bandı aşağıdaki gibi çizilmiştir.

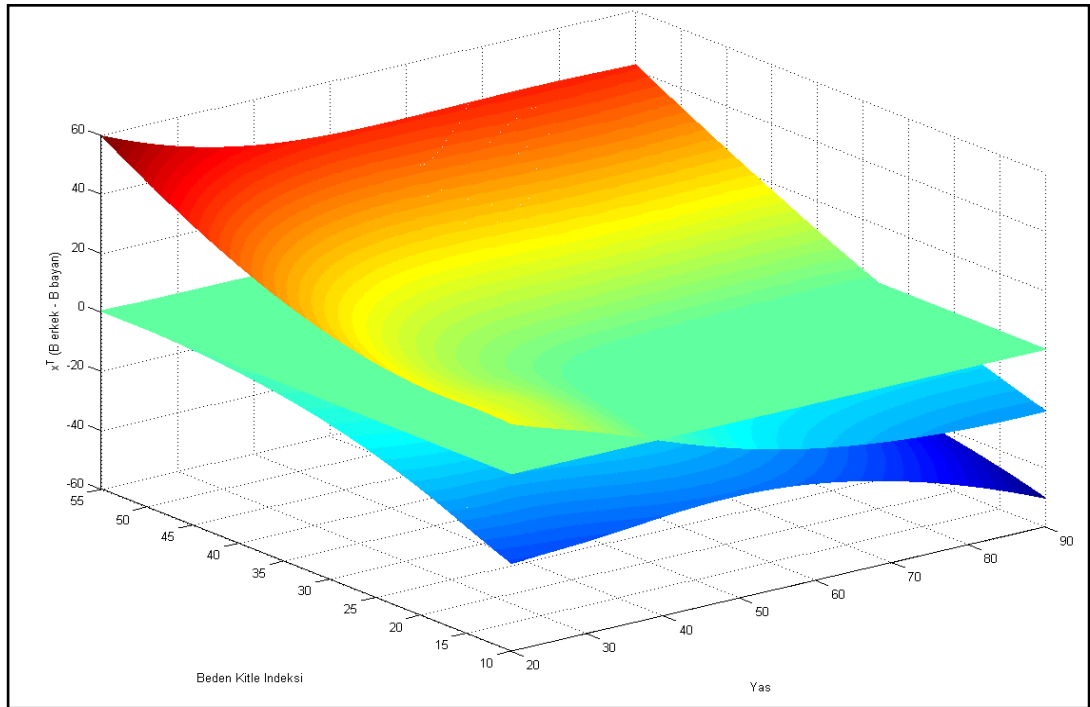


Şekil 4.5. Bağımsız değişkenlerin  $(-\infty, \infty)$  tam aralığı için % 99 güven düzeyinde çizilmiş iki bağımsız değişkenli, iki yanlı eşanlı güven bandı

İki cinsiyet grubunun doğrusal regresyon modellerinin karşılaştırılması için yukarıdaki eşanlı güven bandı elde edilmiştir. Bu güven bandının  $(x^T0)$  çizgisini içerip içermediğine göre iki grubun doğrusal regresyon modellerinin aynı olup olmadığı karşılaştırılması yapılabilir. Şekil 4.5 'ten yaş değişkeninin 40-92 aralığı ve beden kitle değişkeninin 14,36-27,8 aralığı için eşanlı güven

bandının sıfır çizgisini ( $x^T0$ ) içermediği görülmektedir. Bağımsız değişkenlerimizin bu değerlerinde iki doğrusal regresyon modelinin farklı olduğu yorumu yapılabilir. Eşanlı güven bandı  $x^T(\beta_{\text{erkek}} - \beta_{\text{bayan}})$  olarak oluşturulmuştur. Eşanlı güven bandı yaş değişkeninin 40-90 aralığı ve beden kitle değişkeninin 14,36-27,8 aralığında iki doğrusal regresyon modelinin farklı olduğunun yanısıra, Şekil 4.5 'e bakıldığında bu değer aralıklarında bant negatif bölgede olduğundan değişkenlerin bu değer aralığında bayanların erkeklerden daha yüksek kan basıncı eğiliminde olduğu söylenebilir.

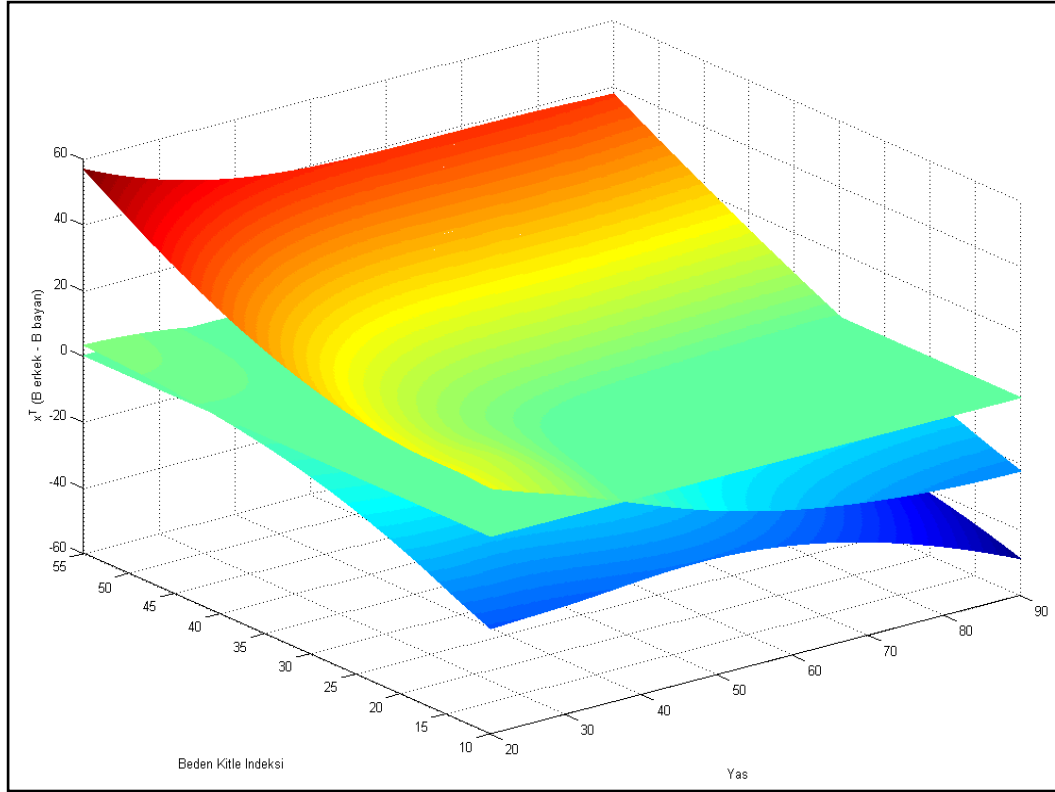
Bağımsız değişkenlerin ( $a_1, b_1$ ) sınırlı aralığı için % 99 güven düzeyinde iki yanlı eşanlı güven bandının kritik sabiti Monte Carlo simülasyonu ile 1000000 sayıda simülasyon yapılarak  $c=2,8595$  olarak bulunmuş ve bu kritik sabit yardımıyla değişkenlerin sınırlı bölgeleri boyunca iki yanlı eşanlı güven bandı aşağıdaki gibi çizilmiştir.



Şekil 4.6. Bağımsız değişkenlerin ( $a_1, b_1$ ) sınırlı aralığı için % 99 güven düzeyinde çizilmiş iki bağımsız değişkenli, iki yanlı eşanlı güven bandı

İki cinsiyet grubunun doğrusal regresyon modellerinin karşılaştırılması için yukarıdaki eşanlı güven bandı elde edilmiştir. Bu güven bandının ( $x^T0$ ) çizgisini içerip içermediğine göre iki grubun doğrusal regresyon modellerinin aynı olup olmadığı karşılaştırılması yapılabilir. Yaş değişkeninin 20-92 aralığı ile beden kitle indeksinin 14,36-53,94 değer aralığı için iki yanlı eşanlı güven bantları oluşturulmuştur. Şekle bakıldığında yaş değişkeninin 39-92 aralığı ve beden kitle değişkeninin 14,36-28,4 aralığı için eşanlı güven bandımız sıfır çizgisini ( $x^T0$ ) içermediği görülmektedir. Bağımsız değişkenlerimizin bu değerlerinde iki doğrusal regresyon modelinin farklı olduğu yorumu yapılabilir. Eşanlı güven bandı  $x^T(\beta_{\text{erkek}} - \beta_{\text{bayan}})$  olarak oluşturulmuştur. Eşanlı güven bandı yaş değişkeninin 39-92 aralığı ve beden kitle değişkeninin 14,36-28,4 aralığında iki doğrusal regresyon modelinin farklı olduğunun yanısıra, Şekil 4.6 'ya bakıldığında değişkenlerin bu değer aralıklarında eşanlı güven bandı negatif bölgede olduğundan bayanların erkeklerden daha yüksek kan basıncı eğiliminde olduğu söylenebilir.

( $a_1 = b_1$ ) uç durumunda bayan ve erkek iki cinsiyet grubu için yaş ve beden kitle indeksi değişkenlerinin aynı dağılımı boyunca farklı yüksek kan basıncına sahip olup olmadığı ile ilgilenilir. Bu değişkenler için iki cinsiyet grubu karşılaştırılması yapılır. Bağımsız değişkenlerin ( $a_1 = b_1$ ) uç durumunda % 99 güven düzeyinde iki yanlı eşanlı güven bandının kritik sabiti t tablosu yardımıyla  $c = t_{655,0.995} = 2,5834$  olarak bulunur. Bu kritik sabit yardımıyla değişkenlerin bu sınırlı bölgeleri boyunca iki yanlı eşanlı güven bandı aşağıdaki gibi çizilmiştir.



Şekil 4.7. Bağımsız değişkenlerin ( $a_l = b_l$ ) uç durumunda % 99 güven düzeyinde çizilmiş, iki bağımsız değişkenli, iki yanlı eşanlı güven bandı

İki cinsiyet grubunun doğrusal regresyon modellerinin karşılaştırılması için yukarıdaki eşanlı güven bandı elde edilmiştir. Bu güven bandının ( $x^T0$ ) çizgisini içerip içermediğine göre iki grubun doğrusal regresyon modellerinin aynı olup olmadığı karşılaştırılması yapılabilir. Şekle bakıldığında yaş değişkeninin 38-92 aralığı ve beden kitle değişkeninin 14,36-29,5 aralığı için eşanlı güven bandının sıfır çizgisini ( $x^T0$ ) içermediği görülmektedir. Bağımsız değişkenlerin bu değerlerinde iki doğrusal regresyon modelinin farklı olduğu yorumu yapılabilir. Eşanlı güven bandı  $x^T(\beta_{\text{erkek}} - \beta_{\text{bayan}})$  olarak oluşturulmuştur. Eşanlı güven bandı yaş değişkeninin 38-92 aralığı ve beden kitle indeksi değişkeninin 14,36-29,5 aralığında iki doğrusal regresyon modelinin farklı olduğunun yanısıra, Şekil 4.7 'ye bakıldığında değişkenlerin bu değer aralığında eşanlı güven bandı negatif bölgede bulunduğundan

bayanların erkeklerden daha yüksek kan basıncı eğiliminde olduğu söylenebilir.

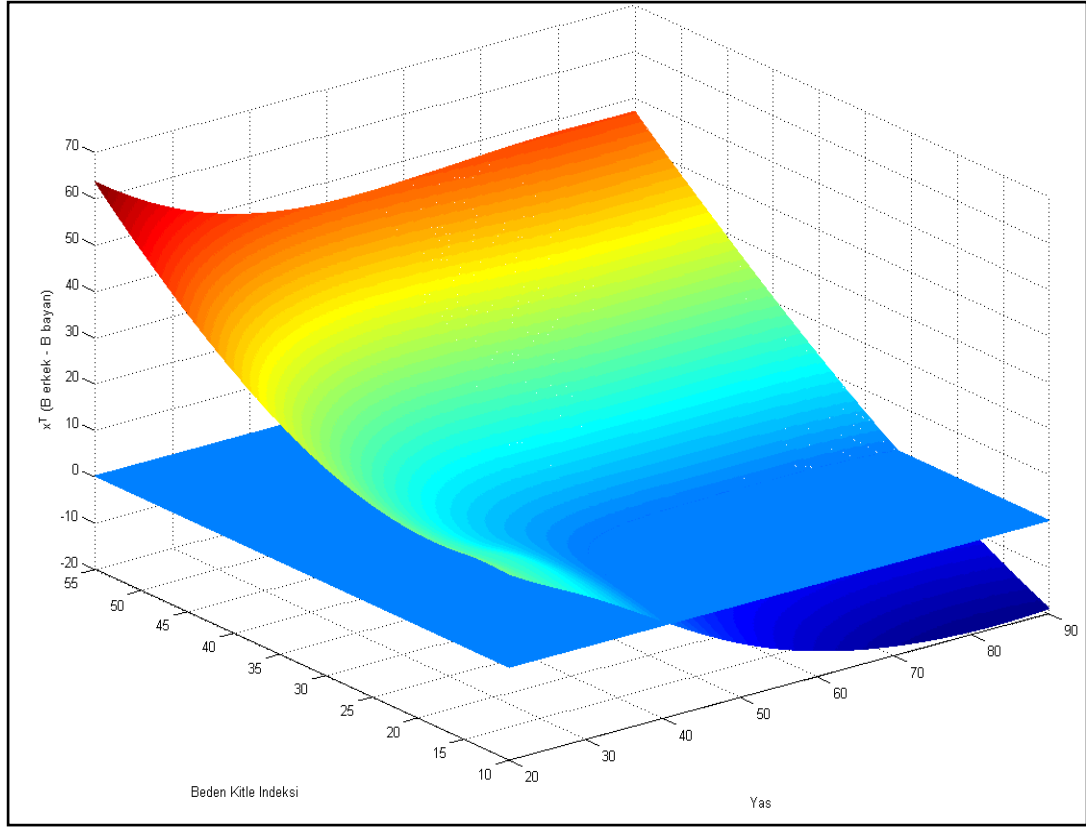
Bağımsız değişken aralıkları küçüldükçe bandın kritik sabiti  $c$  küçülmekte ve daha dar dolayısıyla daha güvenilir eşanlı güven bantları elde edilmektedir.  $(a_l = b_l)$  uç durumu için oluşturulan iki yanlı eşanlı güven bandı,  $(a_l, b_l)$  sınırlı aralığı için oluşturulan iki yanlı eşanlı güven bandından yaklaşık %2,  $(-\infty, \infty)$  tam aralığı için oluşturulan iki yanlı eşanlı güven bandından yaklaşık %9 daha dardır.  $(a_l, b_l)$  sınırlı aralığı için oluşturulan iki yanlı eşanlı güven bandı ise bağımsız değişkenlerin  $(-\infty, \infty)$  tam aralığı için oluşturulan iki yanlı eşanlı güven bandından yaklaşık %8,2 daha dardır.

Birden fazla bağımsız değişkenin olduğu modellerde tek yanlı eşanlı güven bantları da oluşturulabilir.

Bayan ve erkek gruplarının yaş ve beden kitle indeksleri gibi birden fazla bağımsız değişkeni ve yüksek kan basıncı bağımlı değişkeni yardımıyla oluşturulan modellerinde  $x^T(\beta_{\text{erkek}} - \beta_{\text{bayan}})$  farkı için tek yanlı eşanlı güven bantları aşağıdaki gibi oluşturulmuştur.

Öncelikle  $(-\infty, \infty)$  tam aralığı,  $(a_l, b_l)$  sınırlı aralığı ve  $(a_l = b_l)$  uç durumu için üç farklı tek yanlı eşanlı güven bandı incelenmiştir.

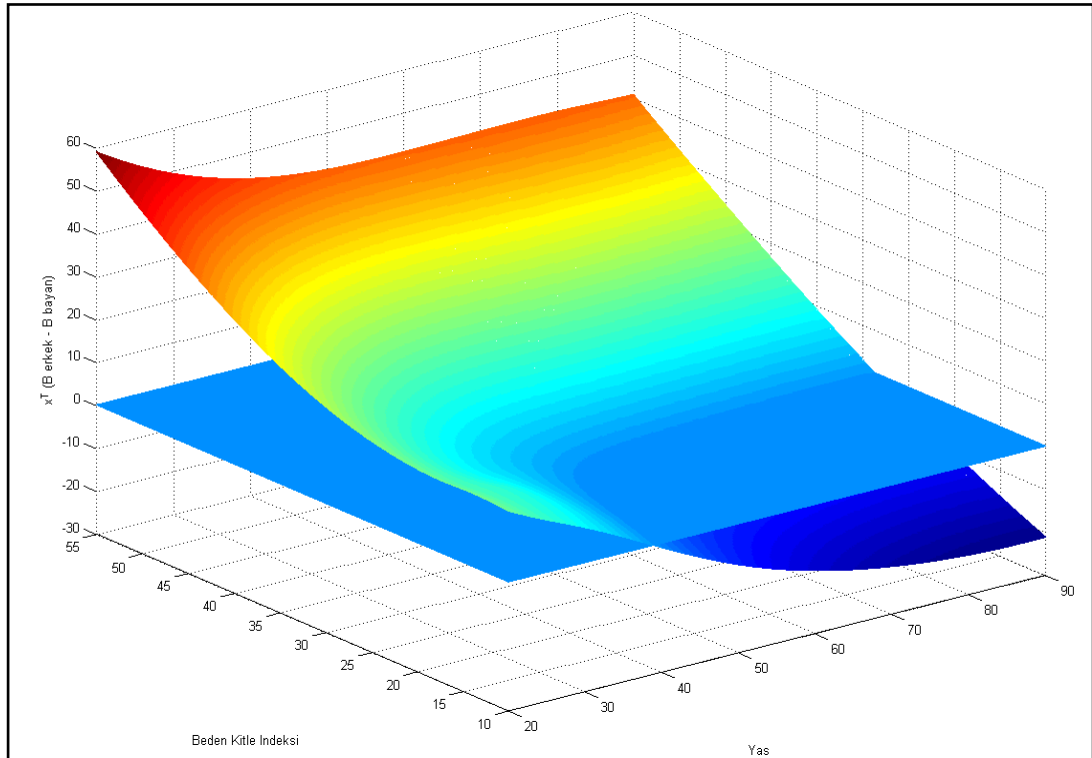
Bağımsız değişkenlerin  $(-\infty, \infty)$  tam aralığı için % 99 güven düzeyinde tek yanlı eşanlı güven bandının kritik sabiti Ek-1 'de verilen Hochberg&Quade bandı kritik sabitler tablosuna bakılarak bulunur. Bu tabloda  $\alpha=0,01$ ,  $p=3$ ;  $v=655$  değerlerinin kesişim noktasındaki değer bandın kritik sabiti olarak belirlenir. Bu bandın kritik sabiti tablodan bakılarak  $c = 3,24$  olarak bulunur. Bu kritik sabit yardımıyla değişkenlerin sınırsız bölgeleri boyunca tek yanlı eşanlı güven bandı aşağıdaki gibi çizilmiştir.



Şekil 4.8. Bağımsız değişkenlerin  $(-\infty, \infty)$  tam aralığı için % 99 güven düzeyinde çizilmiş, iki bağımsız değişkenli, tek yanlı eşanlı güven bandı

Tek yanlı eşanlı güven bantları oluşturulurken incelenen bölgede sadece hangi doğrusal regresyon modelinin daha alçak yada daha yüksek olma eğiliminde olduğu ile ilgilenilir. Burada verilen aralık boyunca bayanların aynı yaştaki ve beden kitle indeksindeki erkeklerden daha yüksek kan basıncı eğiliminde olup olmadığıyla ilgilenilir. Bu güven bandında bölgenin bir kısmı boyunca yada tamamında model 1'in yanıt değişkeni  $x^T\beta_1$ ' in, model 2'nin yanıt değişkeni  $x^T\beta_2$ 'den daha alçak seyredip seyretmediği bilgisi elde edilir. Şekil 4.8 'e bakıldığında eşanlı güven bandı  $x^T(\beta_{\text{erkek}} - \beta_{\text{bayan}})$  olarak oluşturulmuş ve yaş değişkeninin 41 - 92, beden kitle indeksinin ise 14,36-26,4 aralıklarında negatif bölgede bulunduğundan, değişkenlerin bu değer aralıklarında bayanların erkeklerden daha yüksek kan basıncı eğiliminde olduğu söylenebilir.

Bağımsız değişkenlerin ( $a_l$ ,  $b_l$ ) sınırlı aralığı için % 99 güven düzeyinde tek yanlı eşanlı güven bandının kritik sabiti Monte Carlo simülasyonu ile 1000000 sayıda simülasyon yapılarak  $c=2,8065$  olarak bulunur. Bu kritik sabit yardımıyla değişkenlerin sınırlı bölgeleri boyunca tek yanlı eşanlı güven bandı aşağıdaki gibi çizilmiştir.

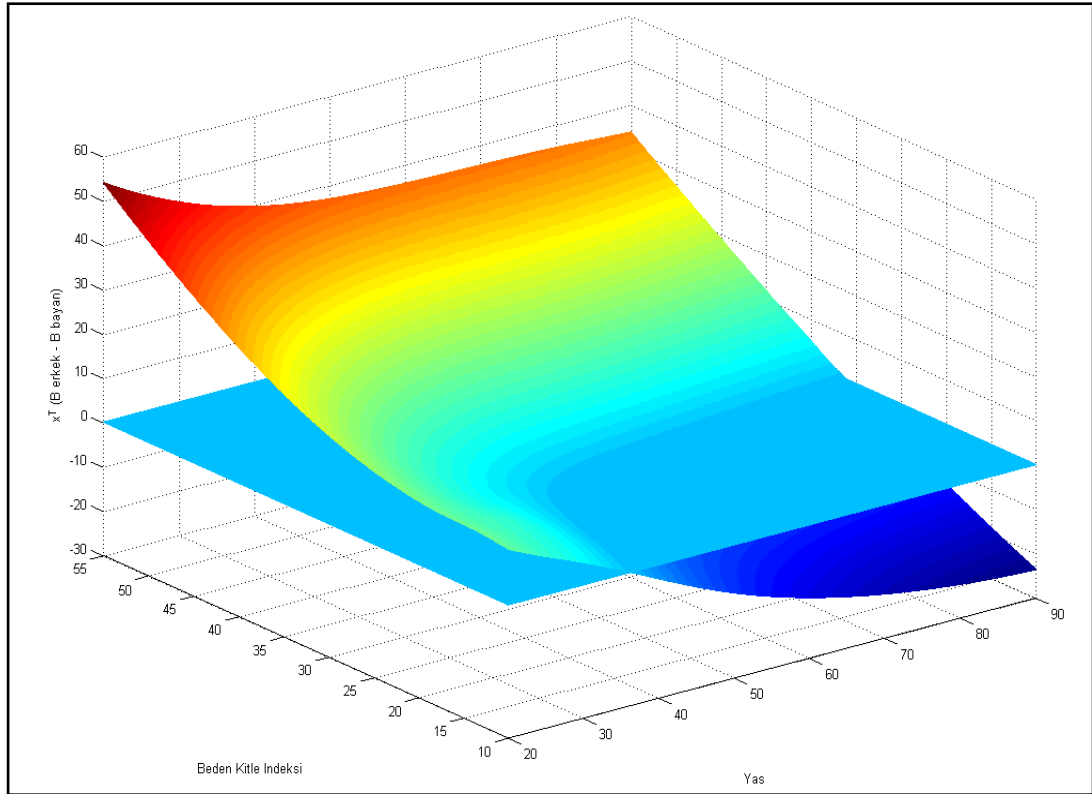


Şekil 4.9. Bağımsız değişkenlerin ( $a_l$ ,  $b_l$ ) sınırlı aralığı için % 99 güven düzeyinde çizilmiş, iki bağımsız değişkenli, tek yanlı eşanlı güven bandı

Şekil 4.9 'a bakıldığında yaş değişkeninin 39 – 92, beden kitle indeksinin ise 14,36 – 28,61 aralıklarında bayanların erkeklerden daha yüksek kan basıncı eğiliminde olduğu söylenebilir.

( $a_l = b_l$ ) uç durumunda bayan ve erkek iki cinsiyet grubu için yaş ve beden kitle indeksi değişkenlerinin aynı dağılımı boyunca bayanların erkeklerden daha yüksek kan basıncı eğiliminde olup olmadığıyla ilgilenilir. Bu değişkenler için iki cinsiyet grubu karşılaştırılması yapılır.

Bağımsız değişkenlerin  $(a_1 = b_1)$  uç durumunda % 99 güven düzeyinde tek yanlı eşanlı güven bandının kritik sabiti  $t$  tablosu yardımıyla  $c = t_{655,0.99} = 2.3321$  olarak bulunur. Bu kritik sabit yardımıyla değişkenlerin bu sınırlı bölgeleri boyunca tek yanlı eşanlı güven bandı aşağıdaki gibi çizilmiştir.



Şekil 4.10. Bağımsız değişkenlerin  $(a_1 = b_1)$  uç durumunda % 99 güven düzeyinde çizilmiş, iki bağımsız değişkenli, tek yanlı eşanlı güven bandı

Şekil 4.10 'a bakıldığında yaş değişkeninin 39 – 92, beden kitle indeksinin ise 14,36 – 31,26 aralıklarında bayanların erkeklerden daha yüksek kan basıncı eğiliminde olduğu söylenebilir.

Bağımsız değişken aralıkları küçüldükçe bandın kritik sabiti  $c$  küçülmekte ve daha dar dolayısıyla daha güvenilir eşanlı güven bantları elde edilmektedir.  $(a_1 = b_1)$  uç durumu için oluşturulan tek yanlı eşanlı güven bandı,  $(a_1, b_1)$  sınırlı

aralığı için oluşturulan tek yanlı eşanlı güven bandından yaklaşık %46,  $(-\infty, \infty)$  tam aralığı için oluşturulan tek yanlı eşanlı güven bandından yaklaşık %62 daha dardır.  $(a_1, b_1)$  sınırlı aralığı için oluşturulan tek yanlı eşanlı güven bandı ise bağımsız değişkenlerin  $(-\infty, \infty)$  tam aralığı için oluşturulan tek yanlı eşanlı güven bandından yaklaşık %29 daha dardır.

## 5. SONUÇ VE ÖNERİLER

İki doğrusal regresyon modelinin karşılaştırılmasında genellikle kısmi F testi kullanılır. Bu çalışmada ise iki doğrusal regresyon modelinin karşılaştırılmasında eşanlı güven bantları kullanılmış ve kısmi F testinin bazı durumlarda dezavantajlı olduğu görülmüştür.

İki regresyon modelinin karşılaştırılmasında bağımsız değişkenlerin bütün aralığı nadiren ilgimizi çeker. Bunun bir sebebi çoğunlukla bağımsız değişkenlerin sadece sınırlı alanlarda değerler alabilmesidir. Bağımsız değişkenler  $(-\infty, \infty)$  aralığında değerler alabilseler bile doğrusal regresyon modelleri bağımsız değişkenlerin bütün bölgesi boyunca nadiren uygun olur. Eğer tahmin edici değişkenlerin doğal sınırları biliniyorsa bu değişkenler doğal sınırları ile sınırlandırılabilirler ve tahmin edicilerin bu sınırlı bölgesi boyunca eşanlı güven bantları çizilebilir. Sınırlandırılmış tahmin edici değişkenlerin kullanılmasıyla sınırlandırılmış bölge boyunca çizilen eşanlı güven bandı, sınırlandırılmamış  $(-\infty, \infty)$  aralığında çizilen eşanlı güven bandından daha dardır ve daha etkili sonuçlar verir.

Kısmi F testi, değişkenlerin  $(-\infty, \infty)$  sınırsız aralığı boyunca uygulanırken eşanlı güven bantları değişkenlerin ilgilenilen bölgesi boyunca çizilebilir. Uygulamamıza bakıldığında  $(-\infty, 0]$  aralığında yaş değişkeni değer alamayacağı için bu tanımsız aralığın değerlendirmeye katılması bizi yanıltıcı sonuçlara götürebilir. Bu tanımsız aralıkta iki doğrusal regresyon modeli arasında fark olmadığını ileri süren  $H_0$  hipotezinin reddi veya kabulü için geçerli sebep olup olmadığı gösterilemez. Şekil 4.1 grafiğinde  $(-\infty, 0]$  aralığında sıfır çizgisi bandın içinde uzandığından bu aralık boyunca iki doğrusal regresyon modelinin farklı olmadığı yorumunu yapmak yanlış olur. Zira yaş negatif değerler alamaz. Değişkenin değer almadığı bölgesi için yorum yapmak anlamsız olacaktır. Kısmi F testinde değişkenler için bu sınırlama yapılamaz ve değişkenlerin  $(-\infty, \infty)$  tam aralığı boyunca kısmi F testi

hesaplanacağından  $H_0$  hipotezinin reddi veya kabulü kararı yanlış verilmiş olabilir.

Yaş değişkeninin değer alamayacağı  $(-\infty, 0]$  aralığının da hesaplama katılması, yanıltıcı sonuçlara götürmenin yanı sıra, yaş değişkeninin kullanılmayan bu aralığında kalan kısmı için  $(1-\alpha)$  güven düzeyini sağlamak amacıyla kaynakların boşa kullanımına neden olur.

Bağımsız değişkenin ilgilenilen aralıkları için eşanlı güven bantları oluşturulabilir. Yaş ve yüksek kan basıncı için, yaş değişkeninin  $(-\infty, \infty)$  sınırsız aralığı,  $(a_1, b_1)$  sınırlı aralığı ve  $a_1=b_1$  uç durumu için oluşturulan iki yanlı eşanlı güven bantlarına bakıldığında  $c$  değerleri sırasıyla 3,0455, 2,8977 ve 2,5833 olarak bulunmuştur. Şekil 4.1 'e bakıldığında  $c$  değeri en küçük olan bant en dar ve dolayısıyla en güvenilir banttır. Bağımsız değişkenlerin sınırlandırıldığı aralık küçüldükçe eşanlı güven bandının kritik sabiti  $c$  değeri de küçülür dolayısıyla daha dar ve daha güvenilir eşanlı güven bantları elde edilir.

Eşanlı güven bantları yardımıyla iki doğrusal regresyon modelinin karşılaştırılmasında, değişkenlerin yaklaşık hangi değerlerinden itibaren iki modelin farklılaşmaya başladığı bilgisi de elde edilebilir. İki doğrusal regresyon modelinin aynı ya da farklı olduğunun testinde eşanlı güven bandı kullanarak yapılan hesaplamalarda  $H_0$  hipotezinin  $(-\infty, \infty)$  sınırsız aralığı boyunca çizilen eşanlı güven bandında 48-70 yaş aralığında;  $a_1, b_1$  sınırlı bölgesi boyunca çizilen eşanlı güven bandında 47-73,7 yaş aralığında;  $a_1=b_1$  uç durumu için oluşturulmuş güven bandında ise 45-91 aralığında reddedildiği görülmüştür. 4üncü uygulamaya bakıldığında bütün verilere uygulanan kısmi F testi, bütün yaşlar için bayan ve erkek regresyon modelleri arasında farklılık olduğu hipotezini kabul etmiştir. Oysa bayan ve erkek modelleri arasındaki farklılık tüm yaşlar boyunca değil sadece yukarıda belirlenen yaşlar aralığındadır. Bu farklılaşmanın hangi yaş aralıklarında olduğunun belirlenememesi ve fark olmayan yaşlarda bile genel bir yaklaşım

kullanarak iki model arasında farklılık olduğunu söylemesi kısmi F testinin bir dezavantajıdır. Eşanlı güven bandı kullanarak hem yaş değişkeninin ilgilenilen sınırlı bölgeleri incelenebilir hem de farklılaşmanın ilgilenilen bölge için yaklaşık hangi yaşlardan itibaren başladığı belirlenebilir.

Kısmi F testi ile yaş değişkeninin  $(-\infty, \infty)$  sınırsız aralığı boyunca oluşturulan eşanlı güven bandı doğal ilişkilidir. Ancak bant, kısmi F testi gibi sadece  $H_0$  hipotezinin red veya kabulü kararını almayıp, bölgede hangi yanıt değişkenin daha yüksek ya da düşük seyretme eğiliminde olduğu bilgisini de sağlamaktadır.

Kısmi F testi, sadece bayanlar ve erkekler için oluşturulan doğrusal regresyon modellerinin farklı olduğu bilgisini verirken, eşanlı güven bantları dikkate alındığında buna ek olarak iki model arasında nasıl bir farklılaşma olduğunu yani aynı yaşlarda bayanların erkeklerden daha yüksek kan basıncına sahip olma eğiliminde olduğu bilgisini de vermektedir.

Yaş değişkeninin  $45 < \text{yaş} < 70$  aralığındaki verilere kısmi F testi uygulanırsa, kısmi F testi sonucuna göre  $45 < \text{yaş} < 70$  yaş aralığında bayanların ve erkeklerin yüksek kan basınçları arasında farklılık olmadığı söylenebilir. Eşanlı güven bantlarına baktığımızda oluşturulan üç bantta  $45 < \text{yaş} < 70$  için sıfır çizgisini kapsamamaktadır dolayısıyla bantlar bu yaş aralığında bayan ve erkeklerin yüksek kan basınçları arasında farklılık olduğunu kabul etmiştir. Oysa kısmi F testi bu farklılığı yakalayamamıştır.

Yaş değişkeninin  $(-\infty, \infty)$  tam aralığında,  $(a_1, b_1)$  sınırlı aralığında ve  $(a_1 = b_1)$  uç durumu için oluşturulan üç güven bandının belirlenen yaş noktasındaki üst ve alt bant değerleri hesaplanarak, bu değerlerin sıfırı içerip içermemesine göre bu yaş noktasında, bu üç bant için iki regresyon modeli arasında fark olmadığını ileri süren  $H_0$  hipotezinin reddedip reddedemeyeceği testi yapılarak farklı yaş aralıklarında oluşturulan eşanlı güven bantlarında c

değerinin değişeceğini dolayısıyla bandın darlığının değişeceğini ve bu değişimin  $H_0$  hipotezinin reddi veya kabulü kararını etkileyeceği görülür. 32 yaş noktasında üç bantta aynı kararı verip  $H_0$  hipotezini kabul ederken, 47 yaş noktasındaki durum incelendiğinde hiç kısıt koymadan yaş değişkeninin  $(-\infty, \infty)$  tam aralığında oluşturulan bant,  $H_0$  hipotezini kabul ederken kısıt koyulmuş yani sınırlandırılmış bölge boyunca çizilen eşanlı güven bantları,  $H_0$  hipotezini reddetmektedir. Bağımsız değişkenin incelenen sınırları daraldıkça eşanlı güven bantları da daralmakta ve hipotezin reddi veya kabulü kararı da bu duruma göre değişiklik göstermektedir.

Eğer ilgilenilen sadece bir doğrusal regresyon modelinin diğer doğrusal regresyon modelinden düşük seyredip seyretmemesi durumu ise, yani verilen aralık boyunca bayanların aynı yaşta erkeklerden daha yüksek kan basıncı eğiliminde olup olmadığı ile ilgileniliyor ise tek yanlı eşanlı güven bandı kullanmak daha uygun olur.  $a_l = -\infty$ ,  $b_l = \infty$  durumu için çizilmiş tek taraflı eşanlı güven bandı (Hochberg ve Quade bandı),  $(a_l, b_l)$  sınırlı aralığında ve  $a_l = b_l$  uç durumu için (Pointwise bandı) tek yanlı eşanlı güven bandı oluşturularak bu bantların etkinlikleri kıyaslandığında  $a_l = b_l$  uç durumu için oluşturulan bant, en dar olmak üzere yaş aralığı arttıkça kritik sabit  $c$  nin arttığı ve eşanlı güven bandının genişlediği görülür. Yani tek yanlı eşanlı güven bantlarında da bağımsız değişkenlerin değer aldığı sınırlar daraldıkça  $c$  değeri küçülür, daha dar ve dolayısıyla daha güvenilir eşanlı güven bantları elde edilir.

Pointwise bandı sadece önceden belirlenmiş  $x$  noktalarında çıkarım yapmak için kullanılır. Çok kullanışlı değildir. Sınırlı bölgede çizilen tek yanlı eşanlı güven bandı her zaman Hochberg and Quade' in bandından daha düşük ve daha bilgi vericidir. Sınırlı bölgede çizilen tek yanlı eşanlı güven bandı, iki yanlı eşanlı güven bandının üst eğrisinin her zaman altındadır ve bölgede hangi modelin daha düşük ya da daha yüksek seyrettiği ile ilgilenildiği durumda iki yanlı banttan daha bilgi vericidir.

Literatüre bakıldığında tek bağımsız değişken için eşanlı güven bantları üzerinde çalışmalar olduğu görülmektedir. Bu çalışmada birden fazla bağımsız değişken kullanılarak da iki yanlı ve tek yanlı eşanlı güven bantları oluşturulabileceği gösterilmiştir.

## KAYNAKLAR

1. Liu, W., Jamshidian, M., Zhang, Y., Bretz, F., Han, X. "Some new methods for the comparison of two linear regression models", **Science Direct, Journal of Statistical Planning and Inference**, 137 (1): 57-67 (2005)
2. Tukey, J. W., "The Problem of Multiple Comparisons", **Chapman and Hall**, 1948-1983 (1953)
3. Neter, J., Wasserman, W., Kutner, M. H., "Analysis of Factor Level Effects", Applied Linear Statistical Models, 3rd ed. **McGraw-Hill**, Irwin, 581-859 (1990).
4. Dunnett, C. W., "A Multiple Comparison Procedure for Comparing Several Treatments With a Control", **Journal of American Association**, 50: 482-491 (1955)
5. Scheffe, H. "A Method for Judging all Contrasts in the Analysis of Variance," **Biometrika**, 40: 87-104 (1953)
6. Kleinbaum, D. G., Kupper, L. L., Muller, K. E., Nizam, A., "One-Way Analysis of Variance", Applied Regression Analysis and Multivariable Methods, 3rd ed. **Duxbury Press**, North Scituate, MA., 423-457 (1998)
7. Masuda, S., Saito, H., Inui, K. "Interactions of Nonsteroidal Anti-inflammatory Drugs with Rat Renal Organic Anion Transporter, OAT-K1", **The journal of pharmacology and Experimental Therapeutics**, 283 (3): 1039-1042 (1997)
8. Spurrier, J.D., "Exact Confidence Bounds For All Contrasts Of Three Or More Regression Lines". **Journal of the American Statistical Association**, 94 (446): 483-488 (1999)
9. Spurrier, J.D., "Exact Multiple Comparisons Of Three Or More Regression Lines: Pairwise Comparisons And Comparisons With A Control", **Biometrical Journal**, 44 (7): 801-812 (2002)
10. Bhargava, P., Spurrier, J.D., "Exact Confidence Bounds For Comparing Two Regression Line On A Fixed Interval", **Biometrical Journal**, 46 (6): 720-730 (2004)
11. Liu, W., Jamshidian, M., Zhang, Y., "Multiple Comparison Of Several Linear Regression Models", **Journal of the American Statistical Association**, 99 (466): 395-403 (2004)

12. Liu, W., Hayter, A. J., Wynn, H. P., "Operability Region Equivalence: Simultaneous Confidence Bands for the Equivalence of Two Regression Models over Restricted Regions" **Biometrical Journal**, 49 (1): 144–150 (2007)
13. Kleinbaum, D. G., Kupper, L. L., Muller, K. E., Nizam, A., "Dummy Variables in Regression ", Applied Regression Analysis and Multivariable Methods , 3rd ed. **Duxbury Press**, North Scituate, MA., 317-360 (1998)
14. Algan, Ü. R., "Farklı Regresyon Doğrularında Parametrelerin Karşılaştırılması ve "Chow" Test; Türkiye'de Bazı Döviz Kurları Üzerine Bir Deneme", **Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi**, 1 (1): 17-25 (1987)
15. Gujarati, N.D., "Çoklu Regresyon Çözümlemesi: Çıkarsama Sorunu", Temel Ekonometri, Çeviri: Ümit Şenesen, **Literatür Yayınları**, İstanbul, 262-265 (1999)
16. Gujarati, N.D., " Gölge Değişkenlerle Regresyon", Temel Ekonometri, Çeviri: Ümit Şenesen, **Literatür Yayınları**, İstanbul, 499-513 (1999)
17. İnternet: Web Center For Social Research Methods  
<http://www.socialresearchmethods.net/kb/dummyvar.php>, (2007)
18. Myers, H.R., Milton, J.S., "Hypotesis Testing in the Full Rank Model", A First Course In The Theory Of Linear Statisticals Models, **Pws-Kent**, Boston, 145-180 (1991)
19. Jamshidian, M., Liu, W., Zhang, Y., Jamshidian, F., "SimReg: A Software Including Some New Developments in Multiple Comparison and Simultaneous Confidence Bands for Linear Regression Models", **Journal of Statistical Software**, 12 (2): 1-22 (2005)
20. Hochberg, Y., Quade, D., "One-Sided Simultaneous Confidence Bounds On Regression Surfaces With Intercepts", **Journal of the American Statistical Association**, 70:(352), 889-89 (1975)

**EKLER**

## EK-1 Hochberg&amp;Quade Bandı Kritik Sabitler Tablosu

Çizelge 1.1.  $(-\infty, \infty)$  Sınırsız Aralığındaki Tek Yanlı Eşanlı Güven Bantları için  
Kritik Sabitler (Hochberg&Quade bandı) Tablosu

| P              | v     |       |       |      |      |      |      |      |      |      |          |
|----------------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|------|------|----------|
|                | 2     | 3     | 4     | 6    | 8    | 10   | 20   | 40   | 60   | 120  | $\infty$ |
| $\alpha = .25$ |       |       |       |      |      |      |      |      |      |      |          |
| 2              | 2.05  | 1.81  | 1.70  | 1.61 | 1.56 | 1.54 | 1.49 | 1.47 | 1.46 | 1.45 | 1.45     |
| 3              | 2.77  | 2.41  | 2.25  | 2.11 | 2.04 | 2.01 | 1.93 | 1.90 | 1.89 | 1.88 | 1.86     |
| 4              | 3.34  | 2.88  | 2.68  | 2.50 | 2.42 | 2.37 | 2.27 | 2.23 | 2.21 | 2.20 | 2.19     |
| 5              | 3.83  | 3.29  | 3.05  | 2.84 | 2.74 | 2.68 | 2.56 | 2.51 | 2.49 | 2.47 | 2.46     |
| 6              | 4.26  | 3.64  | 3.38  | 3.13 | 3.02 | 2.95 | 2.82 | 2.76 | 2.74 | 2.71 | 2.69     |
| 7              | 4.65  | 3.97  | 3.68  | 3.40 | 3.27 | 3.20 | 3.05 | 2.98 | 2.96 | 2.93 | 2.91     |
| 8              | 5.01  | 4.27  | 3.95  | 3.65 | 3.51 | 3.43 | 3.27 | 3.19 | 3.16 | 3.13 | 3.11     |
| 9              | 5.34  | 4.55  | 4.21  | 3.88 | 3.73 | 3.64 | 3.46 | 3.38 | 3.35 | 3.32 | 3.29     |
| 10             | 5.66  | 4.82  | 4.45  | 4.10 | 3.94 | 3.84 | 3.65 | 3.56 | 3.53 | 3.49 | 3.46     |
| $\alpha = .10$ |       |       |       |      |      |      |      |      |      |      |          |
| 2              | 3.63  | 2.88  | 2.59  | 2.34 | 2.23 | 2.17 | 2.06 | 2.00 | 1.99 | 1.97 | 1.95     |
| 3              | 4.76  | 3.69  | 3.27  | 2.91 | 2.76 | 2.67 | 2.50 | 2.42 | 2.40 | 2.38 | 2.35     |
| 4              | 5.67  | 4.34  | 3.81  | 3.37 | 3.17 | 3.06 | 2.85 | 2.76 | 2.72 | 2.69 | 2.66     |
| 5              | 6.46  | 4.90  | 4.29  | 3.77 | 3.53 | 3.40 | 3.16 | 3.04 | 3.00 | 2.96 | 2.93     |
| 6              | 7.15  | 5.40  | 4.71  | 4.12 | 3.86 | 3.71 | 3.42 | 3.29 | 3.25 | 3.20 | 3.16     |
| 7              | 7.79  | 5.86  | 5.10  | 4.44 | 4.15 | 3.98 | 3.67 | 3.52 | 3.47 | 3.42 | 3.37     |
| 8              | 8.38  | 6.28  | 5.46  | 4.75 | 4.42 | 4.24 | 3.90 | 3.73 | 3.68 | 3.62 | 3.57     |
| 9              | 8.93  | 6.68  | 5.79  | 5.03 | 4.68 | 4.48 | 4.11 | 3.93 | 3.87 | 3.81 | 3.75     |
| 10             | 9.44  | 7.05  | 6.11  | 5.29 | 4.92 | 4.71 | 4.31 | 4.11 | 4.05 | 3.99 | 3.92     |
| $\alpha = .05$ |       |       |       |      |      |      |      |      |      |      |          |
| 2              | 5.31  | 3.85  | 3.32  | 2.90 | 2.71 | 2.61 | 2.43 | 2.35 | 2.32 | 2.29 | 2.27     |
| 3              | 6.91  | 4.86  | 4.12  | 3.53 | 3.27 | 3.13 | 2.88 | 2.76 | 2.73 | 2.69 | 2.66     |
| 4              | 8.20  | 5.68  | 4.77  | 4.04 | 3.73 | 3.55 | 3.24 | 3.10 | 3.05 | 3.00 | 2.96     |
| 5              | 9.31  | 6.39  | 5.34  | 4.49 | 4.12 | 3.92 | 3.55 | 3.38 | 3.33 | 3.27 | 3.22     |
| 6              | 10.31 | 7.03  | 5.85  | 4.89 | 4.48 | 4.25 | 3.83 | 3.63 | 3.57 | 3.51 | 3.45     |
| 7              | 11.21 | 7.61  | 6.32  | 5.26 | 4.80 | 4.55 | 4.08 | 3.87 | 3.80 | 3.73 | 3.66     |
| 8              | 12.05 | 8.16  | 6.75  | 5.60 | 5.11 | 4.83 | 4.32 | 4.08 | 4.00 | 3.93 | 3.86     |
| 9              | 12.83 | 8.66  | 7.16  | 5.92 | 5.39 | 5.09 | 4.54 | 4.28 | 4.20 | 4.12 | 4.04     |
| 10             | 13.57 | 9.14  | 7.54  | 6.23 | 5.66 | 5.34 | 4.75 | 4.47 | 4.38 | 4.29 | 4.20     |
| $\alpha = .01$ |       |       |       |      |      |      |      |      |      |      |          |
| 2              | 12.17 | 6.98  | 5.42  | 4.29 | 3.85 | 3.62 | 3.21 | 3.04 | 2.98 | 2.93 | 2.88     |
| 3              | 15.74 | 8.69  | 6.60  | 5.10 | 4.51 | 4.21 | 3.68 | 3.45 | 3.38 | 3.31 | 3.24     |
| 4              | 18.63 | 10.10 | 7.57  | 5.77 | 5.06 | 4.70 | 4.06 | 3.78 | 3.70 | 3.61 | 3.54     |
| 5              | 21.14 | 11.33 | 8.43  | 6.36 | 5.55 | 5.13 | 4.39 | 4.07 | 3.97 | 3.88 | 3.79     |
| 6              | 23.37 | 12.43 | 9.20  | 6.89 | 5.99 | 5.51 | 4.69 | 4.33 | 4.22 | 4.11 | 4.01     |
| 7              | 25.41 | 13.45 | 9.91  | 7.38 | 6.39 | 5.87 | 4.97 | 4.57 | 4.45 | 4.33 | 4.22     |
| 8              | 27.30 | 14.39 | 10.57 | 7.84 | 6.77 | 6.21 | 5.23 | 4.80 | 4.66 | 4.53 | 4.41     |
| 9              | 29.06 | 15.27 | 11.19 | 8.27 | 7.13 | 6.53 | 5.47 | 5.01 | 4.86 | 4.72 | 4.58     |
| 10             | 30.73 | 16.10 | 11.78 | 8.68 | 7.47 | 6.83 | 5.70 | 5.20 | 5.05 | 4.90 | 4.75     |

Hochberg&Quade bandının (p,  $\alpha$ , v) değerlerine göre bulunacak kritik sabiti c değerleri yukarıdaki tabloda verilmiştir.



## EK-2 (Devam) Bant Çiziminde Kullanılan Matlab Programı

```
;1 67 ;1 67 ;1 68 ;1 68 ;1 69 ;1 69 ;1 69 ;1 70 ;1 70 ;1 71 ;1 72 ;1 72 ;1 72 ;1
73 ;1 74 ;1 76 ;1 76 ;1 77 ;1 77 ;1 81 ;1 82 ;1 92]
```

|        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| YY2=[  | 160.00 | 110.00 | 120.00 | 130.00 | 110.00 | 132.00 | 140.00 | 120.00 |
| 108.00 | 100.00 | 161.00 | 138.00 | 100.00 | 100.00 | 110.00 | 100.00 | 100.00 |
| 90.00  | 110.00 | 90.00  | 120.00 | 95.00  | 130.00 | 110.00 | 110.00 | 105.00 |
| 120.00 | 140.00 |        |        |        |        |        |        |        |

|        |        |        |        |        |        |         |        |        |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|--------|--------|
|        |        |        |        |        |        |         |        | 110.00 |
| 170.00 | 140.00 | 178.00 | 170.00 | 100.00 | 170.00 | 120.00  | 150.00 | 130.00 |
| 160.00 | 140.00 | 100.00 | 180.00 | 125.00 | 139.00 | 130.00  | 140.00 | 102.00 |
| 150.00 | 140.00 | 170.00 | 182.00 | 140.00 | 120.00 | 150.00  | 120.00 | 90.00  |
| 140.00 | 180.00 | 110.00 | 120.00 | 130.00 | 100.00 | 165.00] |        |        |

$$YY_2 = YY_2';$$

```
XX2=[1 28 ;1 29 ;1 30 ;1 30 ;1 30 ;1 30 ;1 30 ;1 31 ;1 31 ;1 31 ;1 31 ;1 31 ;1  
31 ;1 31 ;1 31 ;1 31 ;1 31 ;1 31 ;1 32 ;1 32 ;1 32 ;1 32 ;1 32 ;1 32 ;1 32 ;1 32  
;1 32 ;1 32 ;1 33 ;1 33 ;1 33 ;1 33 ;1 33 ;1 34 ;1 34 ;1 34 ;1 34 ;1 34 ;1 34 ;1  
34 ;1 34 ;1 35 ;1 35 ;1 35 ;1 35 ;1 36 ;1 36 ;1 36 ;1 36 ;1 36 ;1 36 ;1 36 ;1 36  
;1 37 ;1 37 ;1 37 ;1 37 ;1 37 ;1 37 . . . . .  
. . . . .  
. . . . .  
. . . . .
```

```

;1 59 ;1 60 ;1 60 ;1 60 ;1 60 ;1 60 ;1 61 ;1 61 ;1 62 ;1 62 ;1 62 ;1 63 ;1 63 ;1
64 ;1 64 ;1 64 ;1 64 ;1 64 ;1 64 ;1 64 ;1 64 ;1 64 ;1 65 ;1 65 ;1 65 ;1 66 ;1 66
;1 66 ;1 66 ;1 66 ;1 66 ;1 67 ;1 67 ;1 67 ;1 67 ;1 68 ;1 70 ;1 70 ;1 71 ;1 71 ;1
71 ;1 77 ;1 77]

```

```
XX=[XX1;XX2];
```

$$YY=[YY1;YY2];$$

```
ii=0;
```

```
alt=10;
```

```
ust=100;
```

```
for i=1:nn1
```

```
if XX1(i,2)>alt-1 & XX1(i,2)<ust+1
```

## EK-2 (Devam) Bant Çiziminde Kullanılan Matlab Programı

```

        ii=ii+1;
        X1(ii,1)=1;
        X1(ii,2)=XX1(i,2);
        Y1(ii,1)=YY1(i,1);
    end
end
ii=0;
for i=1:nn2
    if XX2(i,2)>alt-1 & XX2(i,2)<ust+1
        ii=ii+1;
        X2(ii,1)=1;
        X2(ii,2)=XX2(i,2);
        Y2(ii,1)=YY2(i,1);
    end
end
n1=size(X1,1);
n2=size(X2,1);
v=n1+n2-2*(p+1);
A=inv(X1'*X1)+inv(X2'*X2);
AA=inv(XX1'*XX1)+inv(XX2'*XX2);
P=chol(A);
X=[X1;X2];Y=[Y1;Y2];
for i=1:N
    mu(1:p+1)=0;
    Z1=mvnrnd(mu,inv(X1'*X1));
    Z2=mvnrnd(mu,inv(X2'*X2));
    Z=inv(P')*(Z1'-Z2');
    si=sqrt(chi2rnd(v)/v);
    V=P*[X1;X2]';
    ic=V'*Z;
    ice=V*(-Z);
    for j=1:n1+n2
        cost(j)=ic(j)/(norm(Z)*norm(V(:,j)));
        cost(n1+n2+j)=ice(j)/(norm(-Z)*norm(V(:,j)));
    end
    Q=max(cost);

```

## EK-2 (Devam) Bant Çiziminde Kullanılan Matlab Programı

```

T(i)=Q*norm(Z)/si;
end
Tsira=sort(T);
c=Tsira(N*.995)
b1= regress(Y1,X1)
b2= regress(Y2,X2)
[b,bint,r,rint,stats] = regress(Y,X);
st=sqrt(stats(4))
X=sort(X);
cs=sqrt((p+1)*finv(0.99,p+1,nn1+nn2-2*(p+1)))
bb1= regress(YY1,XX1)
bb2= regress(YY2,XX2)
[b,bint,r,rint,stat] = regress(YY,XX);
stt=sqrt(stat(4))
XX=sort(XX);
for i=1:n1+n2
    ciust(i)=(bb2'-bb1')*XX(i,:)+c*stt*sqrt(XX(i,:)*AA*XX(i,:));
    cialt(i)=(bb2'-bb1')*XX(i,:)-c*stt*sqrt(XX(i,:)*AA*XX(i,:));
end
ciust;
cialt;
for i=1:nn1+nn2
    cisust(i)=(bb2'-bb1')*XX(i,:)+cs*stt*sqrt(XX(i,:)*AA*XX(i,:));
    cisalt(i)=(bb2'-bb1')*XX(i,:)-cs*stt*sqrt(XX(i,:)*AA*XX(i,:));
end
cisust;
cisalt;
ct=ttinv(0.995,nn1+nn2-2*(p+1))
for i=1:nn1+nn2
    ctust(i)=(bb2'-bb1')*XX(i,:)+ct*stt*sqrt(XX(i,:)*AA*XX(i,:));
    ctsalt(i)=(bb2'-bb1')*XX(i,:)-ct*stt*sqrt(XX(i,:)*AA*XX(i,:));
end
plot(X,ciust,'b',X,cialt,'b',XX,cisust,'r',XX,cisalt,'r',XX,ctust,'g',XX,ctsalt,'g')
c
cs
ct

```

## EK-2 (Devam) Bant Çiziminde Kullanılan Matlab Programı

```
fark=cisalt-cialt;
for i=1:n1+n2
    oran(i)=abs(fark(i)/cisalt(i));
end
max(oran)
fark1=cisalt-ctsalt;
for i=1:n1+n2
    oran1(i)=abs(fark1(i)/ cisalt (i));
end
max(oran1)
fark2=cialt-ctsalt;
for i=1:n1+n2
    oran2(i)=abs(fark2(i)/ cialt (i));
end
max(oran2)
```

EK-3 423 Bayan ve 238 Erkek için Yüksek Kan Basıncı, Yaş ve Beden Kitle indeksi Verileri

|         | Bayanlar için Veriler |     |                     |  | Erkekler için Veriler |     |                     |
|---------|-----------------------|-----|---------------------|--|-----------------------|-----|---------------------|
| Kişi no | Yüksek Kan Basıncı    | Yaş | Beden Kitle İndeksi |  | Yüksek Kan Basıncı    | Yaş | Beden Kitle İndeksi |
| 1       | 110                   | 20  | 23.03               |  | 160                   | 28  | 28.25               |
| 2       | 120                   | 22  | 14.36               |  | 110                   | 29  | 29.16               |
| 3       | 100                   | 29  | 24.19               |  | 120                   | 30  | 25.15               |
| 4       | 120                   | 29  | 25.32               |  | 130                   | 30  | 20.82               |
| 5       | 102                   | 29  | 36.78               |  | 110                   | 30  | 26.03               |
| 6       | 120                   | 30  | 27.23               |  | 132                   | 30  | 27.28               |
| 7       | 80                    | 30  | 20.06               |  | 140                   | 30  | 28.10               |
| 8       | 110                   | 30  | 31.05               |  | 120                   | 31  | 21.56               |
| 9       | 120                   | 30  | 28.46               |  | 108                   | 31  | 24.96               |
| 10      | 120                   | 30  | 31.31               |  | 100                   | 31  | 18.89               |
| 11      | 130                   | 30  | 31.87               |  | 161                   | 31  | 28.50               |
| 12      | 115                   | 30  | 25.16               |  | 138                   | 31  | 18.32               |
| 13      | 153                   | 30  | 28.70               |  | 100                   | 31  | 25.34               |
| 14      | 120                   | 30  | 25.84               |  | 100                   | 31  | 25.34               |
| 15      | 110                   | 30  | 22.06               |  | 110                   | 31  | 25.16               |
| 16      | 100                   | 30  | 30.22               |  | 100                   | 31  | 27.38               |
| 17      | 120                   | 31  | 27.16               |  | 100                   | 31  | 24.91               |
| 18      | 110                   | 31  | 31.54               |  | 90                    | 31  | 25.71               |
| 19      | 110                   | 31  | 28.52               |  | 110                   | 32  | 20.73               |
| 20      | 100                   | 31  | 35.13               |  | 90                    | 32  | 31.60               |
| 21      | 130                   | 31  | 21.00               |  | 120                   | 32  | 25.45               |
| 22      | 110                   | 31  | 27.93               |  | 95                    | 32  | 26.03               |
| 23      | 100                   | 31  | 29.94               |  | 130                   | 32  | 32.00               |
| 24      | 98                    | 31  | 26.43               |  | 110                   | 32  | 28.09               |
| 25      | 101                   | 31  | 21.88               |  | 110                   | 32  | 24.30               |
| 26      | 130                   | 31  | 22.26               |  | 105                   | 32  | 24.30               |
| 27      | 90                    | 31  | 20.50               |  | 120                   | 32  | 26.78               |
| 28      | 90                    | 31  | 27.65               |  | 140                   | 32  | 26.04               |
| 29      | 134                   | 31  | 25.28               |  | 130                   | 33  | 32.01               |
| 30      | 110                   | 31  | 21.74               |  | 100                   | 33  | 23.63               |
| 31      | 110                   | 31  | 21.93               |  | 140                   | 33  | 28.27               |
| 32      | 90                    | 31  | 31.96               |  | 110                   | 33  | 21.37               |
| 33      | 90                    | 32  | 25.72               |  | 110                   | 33  | 27.39               |
| 34      | 130                   | 32  | 20.52               |  | 100                   | 34  | 25.48               |
| 35      | 90                    | 32  | 26.31               |  | 70                    | 34  | 25.31               |
| 36      | 110                   | 32  | 23.93               |  | 110                   | 34  | 23.81               |

EK-3 ( Devam) 423 Bayan ve 238 Erkek için Yüksek Kan Basıncı, Yaş ve  
Beden Kitle indeksi Verileri

| Kişi<br>no | Yüksek Kan<br>Basıncı | Yaş | Beden Kitle<br>İndeksi |  | Yüksek Kan<br>Basıncı | Yaş | Beden Kitle<br>İndeksi |
|------------|-----------------------|-----|------------------------|--|-----------------------|-----|------------------------|
| 37         | 114                   | 32  | 35.81                  |  | 140                   | 34  | 30.00                  |
| 38         | 94                    | 32  | 27.76                  |  | 90                    | 34  | 28.61                  |
| 39         | 130                   | 32  | 31.99                  |  | 90                    | 34  | 23.16                  |
| 40         | 120                   | 32  | 19.98                  |  | 110                   | 34  | 33.01                  |
| 41         | 120                   | 32  | 22.12                  |  | 140                   | 34  | 26.72                  |
| 42         | 98                    | 32  | 27.76                  |  | 130                   | 35  | 25.95                  |
| 43         | 110                   | 32  | 18.83                  |  | 110                   | 35  | 22.09                  |
| 44         | 110                   | 32  | 34.22                  |  | 140                   | 35  | 28.72                  |
| 45         | 180                   | 32  | 34.92                  |  | 130                   | 35  | 33.82                  |
| 46         | 110                   | 32  | 26.13                  |  | 110                   | 36  | 23.89                  |
| 47         | 130                   | 32  | 33.21                  |  | 110                   | 36  | 21.09                  |
| 48         | 112                   | 32  | 19.52                  |  | 115                   | 36  | 22.11                  |
| 49         | 130                   | 32  | 34.03                  |  | 120                   | 36  | 22.37                  |
| 50         | 111                   | 32  | 27.66                  |  | 106                   | 36  | 25.27                  |
| 51         | 120                   | 33  | 21.05                  |  | 110                   | 36  | 23.89                  |
| 52         | 140                   | 33  | 26.85                  |  | 95                    | 36  | 27.05                  |
| 53         | 120                   | 33  | 22.11                  |  | 105                   | 36  | 23.21                  |
| 54         | 100                   | 33  | 27.66                  |  | 110                   | 37  | 28.31                  |
| 55         | 130                   | 33  | 26.65                  |  | 140                   | 37  | 24.27                  |
| 56         | 120                   | 33  | 26.19                  |  | 114                   | 37  | 32.31                  |
| 57         | 100                   | 33  | 37.39                  |  | 100                   | 37  | 26.67                  |
| 58         | 101                   | 33  | 24.46                  |  | 90                    | 37  | 26.06                  |
| 59         | 120                   | 33  | 31.30                  |  | 110                   | 37  | 29.34                  |
| 60         | 111                   | 33  | 24.01                  |  | 125                   | 38  | 21.77                  |
| 61         | 120                   | 33  | 26.49                  |  | 90                    | 38  | 22.84                  |
| 62         | 100                   | 34  | 26.40                  |  | 118                   | 38  | 25.25                  |
| 63         | 110                   | 34  | 31.97                  |  | 110                   | 38  | 21.53                  |
| 64         | 110                   | 34  | 26.18                  |  | 100                   | 38  | 21.01                  |
| 65         | 110                   | 34  | 29.94                  |  | 140                   | 38  | 26.12                  |
| 66         | 100                   | 34  | 30.96                  |  | 100                   | 39  | 25.01                  |
| 67         | 140                   | 34  | 28.01                  |  | 120                   | 39  | 25.96                  |
| 68         | 120                   | 34  | 25.06                  |  | 120                   | 39  | 26.82                  |
| 69         | 170                   | 34  | 24.60                  |  | 90                    | 39  | 29.08                  |
| 70         | 120                   | 34  | 45.02                  |  | 130                   | 39  | 30.22                  |
| 71         | 90                    | 34  | 29.13                  |  | 100                   | 39  | 25.73                  |
| 72         | 150                   | 35  | 22.56                  |  | 110                   | 39  | 24.28                  |

EK-3 ( Devam) 423 Bayan ve 238 Erkek için Yüksek Kan Basıncı, Yaş ve  
Beden Kitle indeksi Verileri

| Kişi no | Yüksek Kan Basıncı | Yaş | Beden Kitle İndeksi |  | Yüksek Kan Basıncı | Yaş | Beden Kitle İndeksi |
|---------|--------------------|-----|---------------------|--|--------------------|-----|---------------------|
| 73      | 120                | 35  | 37.51               |  | 150                | 40  | 35.40               |
| 74      | 164                | 35  | 36.52               |  | 130                | 40  | 19.18               |
| 75      | 90                 | 35  | 22.38               |  | 104                | 40  | 28.64               |
| 76      | 132                | 35  | 31.85               |  | 100                | 40  | 23.42               |
| 77      | 94                 | 35  | 24.55               |  | 130                | 40  | 23.94               |
| 78      | 110                | 35  | 21.11               |  | 122                | 40  | 26.37               |
| 79      | 180                | 35  | 29.55               |  | 100                | 40  | 29.19               |
| 80      | 144                | 35  | 30.96               |  | 110                | 41  | 20.18               |
| 81      | 105                | 36  | 20.88               |  | 110                | 41  | 21.11               |
| 82      | 120                | 36  | 25.53               |  | 120                | 41  | 21.16               |
| 83      | 100                | 36  | 29.56               |  | 130                | 41  | 23.57               |
| 84      | 110                | 36  | 23.83               |  | 110                | 41  | 32.61               |
| 85      | 110                | 36  | 32.21               |  | 100                | 41  | 29.84               |
| 86      | 110                | 36  | 23.77               |  | 105                | 41  | 21.48               |
| 87      | 100                | 36  | 27.59               |  | 140                | 41  | 32.76               |
| 88      | 100                | 36  | 34.39               |  | 120                | 41  | 29.96               |
| 89      | 104                | 36  | 28.85               |  | 130                | 41  | 30.45               |
| 90      | 100                | 36  | 23.45               |  | 100                | 41  | 30.62               |
| 91      | 90                 | 36  | 31.03               |  | 90                 | 41  | 26.19               |
| 92      | 113                | 36  | 26.11               |  | 104                | 42  | 28.24               |
| 93      | 128                | 36  | 29.43               |  | 130                | 42  | 30.29               |
| 94      | 110                | 36  | 30.02               |  | 90                 | 42  | 23.25               |
| 95      | 99                 | 36  | 20.58               |  | 90                 | 42  | 29.10               |
| 96      | 90                 | 36  | 31.33               |  | 110                | 42  | 34.71               |
| 97      | 100                | 36  | 21.22               |  | 110                | 42  | 28.40               |
| 98      | 105                | 36  | 27.36               |  | 123                | 42  | 27.72               |
| 99      | 90                 | 36  | 27.37               |  | 100                | 42  | 29.89               |
| 100     | 100                | 36  | 21.84               |  | 110                | 43  | 26.12               |
| 101     | 136                | 36  | 34.17               |  | 120                | 43  | 27.07               |
| 102     | 110                | 36  | 23.32               |  | 140                | 43  | 28.64               |
| 103     | 120                | 37  | 32.95               |  | 130                | 43  | 27.84               |
| 104     | 120                | 37  | 25.11               |  | 110                | 43  | 20.96               |
| 105     | 100                | 37  | 26.21               |  | 110                | 43  | 25.49               |
| 106     | 124                | 37  | 20.29               |  | 110                | 43  | 24.69               |
| 107     | 120                | 37  | 26.73               |  | 130                | 43  | 36.44               |

EK-3 ( Devam) 423 Bayan ve 238 Erkek için Yüksek Kan Basıncı, Yaş ve  
Beden Kitle indeksi Verileri

| Kişi no | Yüksek Kan Basıncı | Yaş | Beden Kitle İndeksi |  | Yüksek Kan Basıncı | Yaş | Beden Kitle İndeksi |
|---------|--------------------|-----|---------------------|--|--------------------|-----|---------------------|
| 108     | 110                | 37  | 30.66               |  | 150                | 43  | 31.07               |
| 109     | 140                | 37  | 35.63               |  | 160                | 44  | 27.22               |
| 110     | 114                | 37  | 24.21               |  | 189                | 44  | 32.38               |
| 111     | 110                | 37  | 27.89               |  | 170                | 44  | 29.19               |
| 112     | 120                | 37  | 28.39               |  | 130                | 44  | 27.61               |
| 113     | 130                | 37  | 25.68               |  | 80                 | 44  | 24.87               |
| 114     | 90                 | 37  | 21.56               |  | 140                | 44  | 30.65               |
| 115     | 110                | 37  | 32.59               |  | 110                | 45  | 29.51               |
| 116     | 138                | 38  | 28.65               |  | 110                | 45  | 25.31               |
| 117     | 120                | 38  | 30.09               |  | 128                | 46  | 27.40               |
| 118     | 95                 | 38  | 26.06               |  | 130                | 46  | 33.22               |
| 119     | 170                | 38  | 32.28               |  | 140                | 46  | 32.17               |
| 120     | 112                | 38  | 31.53               |  | 120                | 46  | 25.43               |
| 121     | 110                | 38  | 32.65               |  | 140                | 46  | 23.27               |
| 122     | 160                | 38  | 28.80               |  | 135                | 46  | 21.53               |
| 123     | 90                 | 38  | 19.86               |  | 110                | 46  | 28.97               |
| 124     | 140                | 38  | 22.88               |  | 110                | 46  | 21.51               |
| 125     | 114                | 38  | 32.6                |  | 100                | 46  | 20.75               |
| 126     | 110                | 38  | 53.94               |  | 100                | 46  | 28.56               |
| 127     | 118                | 38  | 29.42               |  | 145                | 46  | 26.82               |
| 128     | 130                | 38  | 35.56               |  | 140                | 47  | 21.40               |
| 129     | 120                | 38  | 30.08               |  | 96                 | 47  | 26.02               |
| 130     | 90                 | 38  | 30.21               |  | 120                | 47  | 28.20               |
| 131     | 130                | 38  | 29.32               |  | 120                | 47  | 24.05               |
| 132     | 100                | 38  | 25.27               |  | 110                | 47  | 25.96               |
| 133     | 130                | 39  | 23.17               |  | 130                | 47  | 32.16               |
| 134     | 132                | 39  | 27.85               |  | 110                | 47  | 27.42               |
| 135     | 100                | 39  | 34.60               |  | 100                | 47  | 22.28               |
| 136     | 110                | 39  | 27.75               |  | 120                | 47  | 27.72               |
| 137     | 92                 | 39  | 25.7                |  | 121                | 48  | 27.58               |
| 138     | 140                | 39  | 35.25               |  | 110                | 48  | 24.22               |
| 139     | 100                | 39  | 29.78               |  | 115                | 48  | 28.1                |
| 140     | 121                | 39  | 27.97               |  | 250                | 48  | 25.49               |
| 141     | 110                | 39  | 28.82               |  | 130                | 48  | 31.79               |
| 142     | 100                | 39  | 34.23               |  | 120                | 48  | 25.10               |
| 143     | 110                | 39  | 34.09               |  | 90                 | 49  | 27.42               |
| 144     | 100                | 39  | 40.31               |  | 110                | 49  | 21.03               |
| 145     | 130                | 40  | 22.22               |  | 118                | 49  | 23.77               |

EK-3 ( Devam) 423 Bayan ve 238 Erkek için Yüksek Kan Basıncı, Yaş ve  
Beden Kitle indeksi Verileri

| Kişi<br>no | Yüksek Kan<br>Basıncı | Yaş | Beden Kitle<br>İndeksi |  | Yüksek Kan<br>Basıncı | Yaş | Beden Kitle<br>İndeksi |
|------------|-----------------------|-----|------------------------|--|-----------------------|-----|------------------------|
| 146        | 120                   | 40  | 24.92                  |  | 120                   | 49  | 28.56                  |
| 147        | 120                   | 40  | 27.40                  |  | 120                   | 50  | 27.46                  |
| 148        | 110                   | 40  | 29.06                  |  | 150                   | 50  | 21.25                  |
| 149        | 120                   | 40  | 35.88                  |  | 108                   | 50  | 35.84                  |
| 150        | 120                   | 40  | 29.09                  |  | 102                   | 50  | 31.09                  |
| 151        | 160                   | 40  | 23.61                  |  | 130                   | 50  | 26.46                  |
| 152        | 100                   | 40  | 34.60                  |  | 110                   | 50  | 23.30                  |
| 153        | 80                    | 40  | 25.72                  |  | 130                   | 51  | 27.34                  |
| 154        | 130                   | 40  | 32.42                  |  | 100                   | 51  | 29.21                  |
| 155        | 100                   | 40  | 25.39                  |  | 110                   | 51  | 23.02                  |
| 156        | 120                   | 40  | 30.63                  |  | 130                   | 51  | 29.70                  |
| 157        | 130                   | 40  | 25.97                  |  | 110                   | 52  | 24.49                  |
| 158        | 220                   | 40  | 31.27                  |  | 160                   | 52  | 18.76                  |
| 159        | 110                   | 41  | 29.01                  |  | 110                   | 52  | 26.86                  |
| 160        | 130                   | 41  | 30.67                  |  | 90                    | 52  | 27.86                  |
| 161        | 150                   | 41  | 22.25                  |  | 170                   | 52  | 27.51                  |
| 162        | 110                   | 41  | 35.56                  |  | 130                   | 52  | 23.15                  |
| 163        | 90                    | 41  | 26.84                  |  | 110                   | 52  | 27.80                  |
| 164        | 110                   | 41  | 25.85                  |  | 130                   | 53  | 21.52                  |
| 165        | 150                   | 41  | 22.99                  |  | 130                   | 53  | 26.03                  |
| 166        | 90                    | 41  | 24.6                   |  | 90                    | 53  | 36.39                  |
| 167        | 130                   | 41  | 27.29                  |  | 120                   | 53  | 23.36                  |
| 168        | 110                   | 41  | 27.36                  |  | 152                   | 53  | 24.10                  |
| 169        | 110                   | 41  | 36.20                  |  | 120                   | 53  | 31.53                  |
| 170        | 173                   | 41  | 29.50                  |  | 120                   | 53  | 25.60                  |
| 171        | 130                   | 41  | 33.98                  |  | 110                   | 54  | 25.40                  |
| 172        | 138                   | 41  | 25.00                  |  | 130                   | 54  | 18.81                  |
| 173        | 152                   | 41  | 22.76                  |  | 130                   | 54  | 28.13                  |
| 174        | 110                   | 41  | 30.00                  |  | 160                   | 54  | 30.08                  |
| 175        | 160                   | 41  | 43.06                  |  | 145                   | 55  | 28.47                  |
| 176        | 120                   | 41  | 26.41                  |  | 115                   | 55  | 25.10                  |
| 177        | 110                   | 42  | 29.60                  |  | 183                   | 55  | 29.27                  |
| 178        | 90                    | 42  | 31.65                  |  | 90                    | 56  | 20.10                  |
| 179        | 110                   | 42  | 29.43                  |  | 110                   | 56  | 26.98                  |
| 180        | 130                   | 42  | 28.42                  |  | 131                   | 56  | 27.27                  |
| 181        | 130                   | 42  | 23.46                  |  | 110                   | 56  | 23.23                  |
| 182        | 100                   | 42  | 35.70                  |  | 110                   | 57  | 23.61                  |
| 183        | 126                   | 42  | 25.93                  |  | 100                   | 57  | 22.32                  |

EK-3 ( Devam) 423 Bayan ve 238 Erkek için Yüksek Kan Basıncı, Yaş ve  
Beden Kitle indeksi Verileri

| Kişi<br>no | Yüksek Kan<br>Basıncı | Yaş | Beden Kitle<br>İndeksi |  | Yüksek Kan<br>Basıncı | Yaş | Beden Kitle<br>İndeksi |
|------------|-----------------------|-----|------------------------|--|-----------------------|-----|------------------------|
| 184        | 110                   | 42  | 36.07                  |  | 130                   | 57  | 25.34                  |
| 185        | 120                   | 42  | 29.84                  |  | 110                   | 57  | 26.37                  |
| 186        | 120                   | 42  | 29.94                  |  | 150                   | 57  | 32.21                  |
| 187        | 100                   | 42  | 28.28                  |  | 170                   | 57  | 35.82                  |
| 188        | 150                   | 42  | 31.88                  |  | 70                    | 58  | 20.83                  |
| 189        | 153                   | 42  | 26.87                  |  | 170                   | 58  | 17.91                  |
| 190        | 100                   | 42  | 29.51                  |  | 162                   | 58  | 29.31                  |
| 191        | 135                   | 42  | 31.94                  |  | 134                   | 58  | 27.82                  |
| 192        | 130                   | 42  | 25.94                  |  | 134                   | 58  | 26.30                  |
| 193        | 122                   | 42  | 28.63                  |  | 130                   | 59  | 26.29                  |
| 194        | 110                   | 42  | 34.53                  |  | 120                   | 59  | 21.49                  |
| 195        | 110                   | 43  | 26.48                  |  | 130                   | 59  | 29.63                  |
| 196        | 110                   | 43  | 20.67                  |  | 100                   | 59  | 26.68                  |
| 197        | 142                   | 43  | 28.33                  |  | 130                   | 60  | 29.60                  |
| 198        | 120                   | 43  | 27.11                  |  | 100                   | 60  | 19.58                  |
| 199        | 110                   | 43  | 29.05                  |  | 150                   | 60  | 29.80                  |
| 200        | 150                   | 43  | 30.71                  |  | 152                   | 60  | 29.51                  |
| 201        | 160                   | 43  | 32.11                  |  | 150                   | 60  | 28.38                  |
| 202        | 120                   | 44  | 37.93                  |  | 130                   | 61  | 31.59                  |
| 203        | 120                   | 44  | 28.92                  |  | 140                   | 61  | 25.40                  |
| 204        | 90                    | 44  | 32.28                  |  | 110                   | 62  | 27.99                  |
| 205        | 114                   | 44  | 30.57                  |  | 170                   | 62  | 33.83                  |
| 206        | 120                   | 44  | 29.55                  |  | 140                   | 62  | 23.65                  |
| 207        | 160                   | 44  | 36.53                  |  | 178                   | 63  | 19.76                  |
| 208        | 130                   | 44  | 22.71                  |  | 170                   | 63  | 27.89                  |
| 209        | 130                   | 44  | 29.67                  |  | 100                   | 64  | 30.81                  |
| 210        | 120                   | 44  | 28.34                  |  | 170                   | 64  | 30.05                  |
| 211        | 120                   | 44  | 28.74                  |  | 120                   | 64  | 19.05                  |
| 212        | 110                   | 44  | 27.54                  |  | 150                   | 64  | 28.21                  |
| 213        | 130                   | 44  | 34.52                  |  | 130                   | 64  | 23.88                  |
| 214        | 150                   | 45  | 26.79                  |  | 160                   | 64  | 26.85                  |
| 215        | 160                   | 45  | 27.06                  |  | 140                   | 64  | 27.29                  |
| 216        | 120                   | 45  | 34.09                  |  | 100                   | 64  | 28.93                  |
| 217        | 110                   | 45  | 31.14                  |  | 180                   | 64  | 25.65                  |
| 218        | 130                   | 45  | 26.4                   |  | 125                   | 65  | 22.32                  |
| 219        | 134                   | 46  | 27.83                  |  | 139                   | 65  | 23.17                  |
| 220        | 120                   | 46  | 27.16                  |  | 130                   | 65  | 33.67                  |
| 221        | 110                   | 46  | 44.74                  |  | 140                   | 66  | 24.00                  |

EK-3 ( Devam) 423 Bayan ve 238 Erkek için Yüksek Kan Basıncı, Yaş ve  
Beden Kitle indeksi Verileri

| Kişi no | Yüksek Kan Basıncı | Yaş | Beden Kitle İndeksi |  | Yüksek Kan Basıncı | Yaş | Beden Kitle İndeksi |
|---------|--------------------|-----|---------------------|--|--------------------|-----|---------------------|
| 222     | 135                | 46  | 35.99               |  | 102                | 66  | 20.79               |
| 223     | 120                | 46  | 23.31               |  | 150                | 66  | 22.73               |
| 224     | 130                | 46  | 29.10               |  | 140                | 66  | 27.08               |
| 225     | 100                | 46  | 26.70               |  | 170                | 66  | 25.31               |
| 226     | 125                | 46  | 31.13               |  | 182                | 66  | 25.40               |
| 227     | 120                | 47  | 31.80               |  | 140                | 67  | 22.37               |
| 228     | 120                | 47  | 24.50               |  | 120                | 67  | 22.66               |
| 229     | 110                | 47  | 23.40               |  | 150                | 67  | 22.78               |
| 230     | 120                | 47  | 26.71               |  | 120                | 67  | 23.15               |
| 231     | 90                 | 47  | 40.62               |  | 90                 | 68  | 27.51               |
| 232     | 130                | 47  | 25.40               |  | 140                | 70  | 27.34               |
| 233     | 140                | 47  | 29.86               |  | 180                | 70  | 25.52               |
| 234     | 160                | 47  | 32.23               |  | 110                | 71  | 25.12               |
| 235     | 140                | 47  | 27.91               |  | 120                | 71  | 28.33               |
| 236     | 100                | 47  | 22.97               |  | 130                | 71  | 25.31               |
| 237     | 165                | 48  | 32.33               |  | 100                | 77  | 21.25               |
| 238     | 100                | 48  | 24.07               |  | 165                | 77  | 28.52               |
| 239     | 130                | 48  | 26.67               |  |                    |     |                     |
| 240     | 140                | 48  | 20.40               |  |                    |     |                     |
| 241     | 150                | 48  | 30.22               |  |                    |     |                     |
| 242     | 150                | 48  | 33.29               |  |                    |     |                     |
| 243     | 130                | 48  | 33.84               |  |                    |     |                     |
| 244     | 140                | 48  | 19.10               |  |                    |     |                     |
| 245     | 140                | 48  | 22.66               |  |                    |     |                     |
| 246     | 148                | 48  | 36.36               |  |                    |     |                     |
| 247     | 110                | 48  | 23.31               |  |                    |     |                     |
| 248     | 120                | 48  | 33.76               |  |                    |     |                     |
| 249     | 90                 | 48  | 36.16               |  |                    |     |                     |
| 250     | 100                | 48  | 41.43               |  |                    |     |                     |
| 251     | 130                | 48  | 32.51               |  |                    |     |                     |
| 252     | 105                | 48  | 32.28               |  |                    |     |                     |
| 253     | 90                 | 49  | 27.11               |  |                    |     |                     |
| 254     | 125                | 49  | 35.72               |  |                    |     |                     |
| 255     | 180                | 49  | 40.38               |  |                    |     |                     |
| 256     | 100                | 49  | 39.58               |  |                    |     |                     |
| 257     | 100                | 49  | 24.00               |  |                    |     |                     |
| 258     | 120                | 49  | 41.62               |  |                    |     |                     |

EK-3 ( Devam) 423 Bayan ve 238 Erkek için Yüksek Kan Basıncı, Yaş ve  
Beden Kitle indeksi Verileri

| Kişi<br>no | Yüksek Kan<br>Basıncı | Yaş | Beden Kitle<br>İndeksi |  |
|------------|-----------------------|-----|------------------------|--|
| 259        | 150                   | 49  | 32.87                  |  |
| 260        | 143                   | 49  | 30.37                  |  |
| 261        | 130                   | 49  | 38.32                  |  |
| 262        | 100                   | 49  | 28.87                  |  |
| 263        | 130                   | 49  | 28.48                  |  |
| 264        | 130                   | 49  | 33.66                  |  |
| 265        | 100                   | 50  | 29.62                  |  |
| 266        | 110                   | 50  | 19.69                  |  |
| 267        | 140                   | 50  | 28.30                  |  |
| 268        | 120                   | 50  | 28.46                  |  |
| 269        | 123                   | 50  | 36.01                  |  |
| 270        | 110                   | 50  | 32.37                  |  |
| 271        | 120                   | 50  | 36.05                  |  |
| 272        | 140                   | 50  | 31.89                  |  |
| 273        | 110                   | 50  | 26.88                  |  |
| 274        | 120                   | 51  | 29.41                  |  |
| 275        | 152                   | 51  | 49.84                  |  |
| 276        | 120                   | 51  | 21.67                  |  |
| 277        | 124                   | 51  | 37.28                  |  |
| 278        | 120                   | 51  | 22.69                  |  |
| 279        | 154                   | 51  | 30.41                  |  |
| 280        | 122                   | 51  | 35.42                  |  |
| 281        | 140                   | 51  | 23.53                  |  |
| 282        | 122                   | 51  | 21.80                  |  |
| 283        | 180                   | 52  | 27.32                  |  |
| 284        | 80                    | 52  | 22.46                  |  |
| 285        | 120                   | 52  | 24.97                  |  |
| 286        | 170                   | 52  | 39.09                  |  |
| 287        | 170                   | 52  | 41.02                  |  |
| 288        | 150                   | 52  | 26.29                  |  |
| 289        | 180                   | 52  | 24.84                  |  |
| 290        | 120                   | 52  | 25.91                  |  |
| 291        | 110                   | 52  | 28.51                  |  |
| 292        | 145                   | 52  | 38.67                  |  |
| 293        | 154                   | 52  | 23.70                  |  |
| 294        | 121                   | 52  | 33.58                  |  |
| 295        | 180                   | 52  | 30.70                  |  |
| 296        | 120                   | 52  | 24.56                  |  |

EK-3 ( Devam) 423 Bayan ve 238 Erkek için Yüksek Kan Basıncı, Yaş ve  
Beden Kitle indeksi Verileri

| Kişi<br>no | Yüksek Kan<br>Basıncı | Yaş | Beden Kitle<br>İndeksi |  |
|------------|-----------------------|-----|------------------------|--|
| 297        | 110                   | 52  | 27.34                  |  |
| 298        | 140                   | 53  | 30.4                   |  |
| 299        | 100                   | 53  | 30.00                  |  |
| 300        | 90                    | 53  | 28.99                  |  |
| 301        | 130                   | 53  | 35.94                  |  |
| 302        | 140                   | 53  | 26.12                  |  |
| 303        | 130                   | 53  | 30.53                  |  |
| 304        | 100                   | 53  | 37.04                  |  |
| 305        | 140                   | 53  | 22.31                  |  |
| 306        | 120                   | 53  | 35.67                  |  |
| 307        | 110                   | 53  | 38.16                  |  |
| 308        | 110                   | 53  | 31.56                  |  |
| 309        | 100                   | 54  | 23.42                  |  |
| 310        | 190                   | 54  | 37.09                  |  |
| 311        | 120                   | 54  | 39.12                  |  |
| 312        | 150                   | 54  | 35.02                  |  |
| 313        | 160                   | 54  | 31.26                  |  |
| 314        | 130                   | 54  | 32.77                  |  |
| 315        | 170                   | 54  | 20.94                  |  |
| 316        | 113                   | 54  | 35.69                  |  |
| 317        | 180                   | 54  | 28.51                  |  |
| 318        | 107                   | 54  | 24.84                  |  |
| 319        | 180                   | 54  | 28.68                  |  |
| 320        | 130                   | 55  | 27.62                  |  |
| 321        | 130                   | 55  | 32.74                  |  |
| 322        | 140                   | 55  | 24.38                  |  |
| 323        | 140                   | 55  | 39.39                  |  |
| 324        | 171                   | 55  | 25.44                  |  |
| 325        | 211                   | 55  | 37.70                  |  |
| 326        | 120                   | 55  | 24.84                  |  |
| 327        | 224                   | 56  | 26.61                  |  |
| 328        | 90                    | 56  | 27.37                  |  |
| 329        | 180                   | 56  | 31.58                  |  |
| 330        | 224                   | 56  | 25.72                  |  |
| 331        | 180                   | 56  | 28.34                  |  |
| 332        | 157                   | 56  | 28.24                  |  |
| 333        | 120                   | 56  | 28.57                  |  |
| 334        | 133                   | 56  | 24.54                  |  |
| 335        | 160                   | 56  | 35.34                  |  |

EK-3 ( Devam) 423 Bayan ve 238 Erkek için Yüksek Kan Basıncı, Yaş ve  
Beden Kitle indeksi Verileri

| Kişi<br>no | Yüksek Kan<br>Basıncı | Yaş | Beden Kitle<br>İndeksi |  |
|------------|-----------------------|-----|------------------------|--|
| 336        | 140                   | 57  | 31.38                  |  |
| 337        | 140                   | 57  | 38.70                  |  |
| 338        | 180                   | 57  | 30.31                  |  |
| 339        | 164                   | 57  | 26.78                  |  |
| 340        | 146                   | 57  | 33.54                  |  |
| 341        | 120                   | 57  | 36.34                  |  |
| 342        | 180                   | 57  | 31.42                  |  |
| 343        | 160                   | 57  | 30.65                  |  |
| 344        | 130                   | 58  | 23.31                  |  |
| 345        | 114                   | 58  | 22.32                  |  |
| 346        | 170                   | 58  | 21.62                  |  |
| 347        | 120                   | 58  | 31.47                  |  |
| 348        | 180                   | 58  | 40.80                  |  |
| 349        | 120                   | 58  | 23.77                  |  |
| 350        | 160                   | 58  | 29.08                  |  |
| 351        | 90                    | 58  | 33.66                  |  |
| 352        | 160                   | 59  | 26.22                  |  |
| 353        | 90                    | 59  | 23.44                  |  |
| 354        | 162                   | 59  | 31.18                  |  |
| 355        | 160                   | 59  | 30.33                  |  |
| 356        | 140                   | 60  | 27.93                  |  |
| 357        | 163                   | 60  | 29.04                  |  |
| 358        | 180                   | 60  | 34.98                  |  |
| 359        | 110                   | 60  | 27.67                  |  |
| 360        | 160                   | 60  | 30.39                  |  |
| 361        | 161                   | 60  | 25.69                  |  |
| 362        | 140                   | 60  | 29.14                  |  |
| 363        | 170                   | 60  | 29.49                  |  |
| 364        | 180                   | 60  | 36.84                  |  |
| 365        | 120                   | 60  | 30.94                  |  |
| 366        | 130                   | 60  | 28.84                  |  |
| 367        | 140                   | 61  | 30.09                  |  |
| 368        | 130                   | 61  | 24.88                  |  |
| 369        | 100                   | 61  | 28.25                  |  |
| 370        | 120                   | 61  | 26.99                  |  |
| 371        | 130                   | 61  | 26.68                  |  |
| 372        | 150                   | 61  | 29.40                  |  |
| 373        | 130                   | 61  | 25.13                  |  |
| 374        | 140                   | 62  | 30.82                  |  |

EK-3 ( Devam) 423 Bayan ve 238 Erkek için Yüksek Kan Basıncı, Yaş ve  
Beden Kitle indeksi Verileri

| Kişi<br>no | Yüksek Kan<br>Basıncı | Yaş | Beden Kitle<br>İndeksi |  |
|------------|-----------------------|-----|------------------------|--|
| 375        | 100                   | 62  | 29.22                  |  |
| 376        | 165                   | 62  | 25.20                  |  |
| 377        | 160                   | 62  | 22.52                  |  |
| 378        | 110                   | 62  | 29.76                  |  |
| 379        | 112                   | 62  | 25.21                  |  |
| 380        | 130                   | 62  | 27.82                  |  |
| 381        | 160                   | 62  | 24.85                  |  |
| 382        | 100                   | 62  | 17.54                  |  |
| 383        | 180                   | 62  | 32.34                  |  |
| 384        | 110                   | 63  | 31.43                  |  |
| 385        | 110                   | 63  | 39.53                  |  |
| 386        | 130                   | 63  | 24.11                  |  |
| 387        | 150                   | 64  | 23.74                  |  |
| 388        | 120                   | 64  | 20.84                  |  |
| 389        | 160                   | 64  | 42.92                  |  |
| 390        | 130                   | 64  | 24.84                  |  |
| 391        | 150                   | 64  | 29.24                  |  |
| 392        | 156                   | 65  | 39.81                  |  |
| 393        | 180                   | 65  | 30.04                  |  |
| 394        | 180                   | 65  | 32.00                  |  |
| 395        | 120                   | 65  | 32.35                  |  |
| 396        | 170                   | 66  | 27.55                  |  |
| 397        | 160                   | 66  | 20.65                  |  |
| 398        | 170                   | 66  | 39.11                  |  |
| 399        | 130                   | 66  | 31.86                  |  |
| 400        | 172                   | 66  | 30.82                  |  |
| 401        | 200                   | 66  | 26.35                  |  |
| 402        | 140                   | 67  | 35.16                  |  |
| 403        | 150                   | 67  | 44.42                  |  |
| 404        | 200                   | 68  | 30.61                  |  |
| 405        | 161                   | 68  | 23.64                  |  |
| 406        | 150                   | 69  | 27.81                  |  |
| 407        | 180                   | 69  | 22.62                  |  |
| 408        | 100                   | 69  | 34.57                  |  |
| 409        | 160                   | 70  | 18.90                  |  |
| 410        | 173                   | 70  | 26.83                  |  |
| 411        | 150                   | 71  | 24.62                  |  |
| 412        | 200                   | 72  | 27.80                  |  |

EK-3 ( Devam) 423 Bayan ve 238 Erkek için Yüksek Kan Basıncı, Yaş ve  
Beden Kitle indeksi Verileri

| Kişi<br>no | Yüksek Kan<br>Basıncı | Yaş | Beden Kitle<br>İndeksi |  |
|------------|-----------------------|-----|------------------------|--|
| 413        | 130                   | 72  | 29.71                  |  |
| 414        | 165                   | 72  | 29.43                  |  |
| 415        | 110                   | 73  | 22.53                  |  |
| 416        | 140                   | 74  | 32.45                  |  |
| 417        | 130                   | 76  | 29.93                  |  |
| 418        | 140                   | 76  | 44.03                  |  |
| 419        | 170                   | 77  | 27.47                  |  |
| 420        | 130                   | 77  | 23.02                  |  |
| 421        | 165                   | 81  | 27.26                  |  |
| 422        | 152                   | 82  | 22.57                  |  |
| 423        | 110                   | 92  | 21.33                  |  |

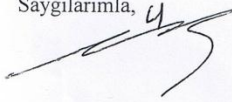
## EK-4 Veriler İçin İzin Yazısı

2 Temmuz 2007

Sayın Leyla Yılmaz,

TUBİTAK tarafından desteklenen ve raporu 2003 yılında yayınlanan “Van İli Merkez İlçesi Kentsel Kesim Nüfusunun Sosyodemografik Özellikleri, Yaşam Kalitesi ve Sağlık Düzeyinin belirlenmesi Araştırması,” (Proje no. 101YO92) verilerinin bir bölümünün Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Bölümünde yapmakta olduğunuz “İki Lineer Regresyon Modelinin Karşılaştırılmasında Eşanlı Güven Bantları” isimli yüksek lisans tez çalışmasında kullanılmasına izin verilmiştir.

Saygılarımla,



Proje ekibi adına,

Yard. Doç. Dr. Nüket Paksoy Erbaydar

## ÖZGEÇMİŞ

### Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : Yılmaz, Leyla  
 Uyruğu : T.C.  
 Doğum tarihi ve yeri: 23.05.1983 Ankara  
 Medeni hali : Bekar  
 Telefon :0 (312) 381 07 89  
 E-mail : leylayilmaz2305@gmail.com

### Eğitim

| Derece        | Eğitim Birimi                          | Mezuniyet tarihi |
|---------------|----------------------------------------|------------------|
| Yüksek Lisans | Gazi Üniversitesi/İstatistik Bölümü    | 2008             |
| Lisans        | Gazi Üniversitesi/İstatistik Bölümü    | 2005             |
| Lisans        | Anadolu Üniversitesi/İşletme Bölümü    | 2007             |
| Lise          | Ankara Fatih Sultan Mehmet Lisesi(YDA) | 2001             |

### İş Deneyimi

| Yıl       | Yer                                                      | Görev                       |
|-----------|----------------------------------------------------------|-----------------------------|
| 2006-2007 | CE SİSTEM Uluslararası<br>Belgelendirme Denetim Ltd. Şti | Planlama<br>Sorumlusu       |
| 2007-     | Milli Prodüktivite Merkezi                               | Bilişim Destek<br>Sorumlusu |

### Yabancı Dil

İngilizce

### Hobiler

Seyahat, yüzmek, müzik dinlemek