

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**İKİ YÜZEYİNDEN TEKİL YÜK ETKİSİNDEKİ FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ
ELASTİK TABAKADA BULUNAN ÇATLAĞIN KISMİ KAPANMASI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Onural Osman KALAYCI

**ARALIK 2022
TRABZON**



KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**İKİ YÜZEYİNDEN TEKİL YÜK ETKİSİNDEKİ FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ
ELASTİK TABAKADA BULUNAN ÇATLAĞIN KISMİ KAPANMASI**

Onural Osman KALAYCI

ORCID : - - -

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünce
"İNŞAAT YÜKSEK MÜHENDİSİ"
Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 28 / 11 / 2022

Tezin Savunma Tarihi : 15 / 12 / 2022

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Talat Şükrü ÖZŞAHİN
ORCID : - - -

Trabzon 2022

ÖNSÖZ

Bu çalışma, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı'nda yüksek lisans tezi olarak hazırlanmıştır.

“İki Yüzeyinden Tekil Yük Etkisindeki Fonksiyonel Derecelendirilmiş Elastik Tabakada Bulunan Çatlağın Kısmi Kapanması” konu başlıklı yüksek lisans tez çalışmasını bana öneren ve yüksek lisans sürecimin tüm aşamalarında beni özenle takip eden, tecrübe ve bilgi birikimini bana aktaran, hoşgörü ve sabrını benden esirgemeyen, öğrencisi olmaktan ve kendisi ile birlikte bu yüksek lisans sürecinde beraber olmaktan onur duyduğum çok değerli tez danışmanım Sayın Prof. Dr. Talat Şükrü ÖZŞAHİN' e teşekkürlerimi sunarım.

Eğitim, öğretim hayatım boyunca bana emeği geçen tüm öğretmenlerimi saygıyla anar, kendilerine teşekkürü borç bilirim.

Çalışmamın her aşamasında deneyim ve birikimlerinden faydalandığım kıymetli hocalarım Sn. Prof. Dr. Ahmet BİRİNCİ' ye ve Sn. Dr. Öğretim Üyesi Gökhan ADIYAMAN' a teşekkür ederim.

Çalışmalarım sırasında bana yardımcı olan kıymetli hocalarım Sn. Prof. Dr. İsa ÇÖMEZ' e, Sn. Dr. Öğretim Üyesi Alper POLAT' a, Sn. Arş. Gör. Ayhan Üstün' e Sn. Arş. Gör. Dr. Yusuf KAYA' ya ve kıymetli meslektaşlarım İnş. Yük. Müh. Mustafa YILMAZ' a ve İnşaat Müh. Aleyna YAZICIOĞLU' na teşekkürlerimi sunarım.

Eğitim hayatımda bana yol gösterici olan dedem Mahmut KALAYCI' ya ve amcam Şeref KALAYCI' ya teşekkür ederim.

Tüm hayatım boyunca bana maddi ve manevi destek olan annem Şenol Lütfiye KALAYCI' ya, rahmetli babam Yusuf KALAYCI' ya, kardeşlerim Betül KALAYCI' ya ve Bahadır Berkay KALAYCI' ya tüm kalbimle teşekkür ederim.

Onural Osman KALAYCI

TRABZON, 2022

TEZ ETİK BEYANNAMESİ

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “İki Yüzeyinden Tekil Yük Etkisindeki Fonksiyonel Derecelendirilmiş Elastik Tabakada Bulunan Çatlağın Kısmi Kapanması” başlıklı bu çalışmayı baştan sona kadar danışmanım Prof. Dr. Talat Şükrü ÖZŞAHİN’ in sorumluluğunda tamamladığımı, verileri/örnekleri kendim topladığımı, deneyleri/analizleri ilgili laboratuvarlarda yaptığımı/yaptırdığımı, başka kaynaklardan aldığım bilgileri metinde ve kaynakçada eksiksiz olarak gösterdiğimi, çalışma sürecinde bilimsel araştırma ve etik kurallara uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ederim. 15/12/2022

Onural Osman KALAYCI

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ.....	III
TEZ ETİK BEYANNAMESİ.....	IV
İÇİNDEKİLER.....	V
ÖZET.....	VII
SUMMARY.....	VIII
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	IX
TABLolar DİZİNİ.....	X
SEMBOLLER DİZİNİ.....	XII
1. GENEL BİLGİLER.....	1
1.1. Giriş.....	1
1.2. Konu ile İlgili Yapılmış Çalışmalar.....	2
1.3. Çalışmanın Amacı ve Kapsamı.....	13
1.4. Genel Denklemlerin Elde Edilmesi.....	14
1.4.1. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Tabakaya Ait Genel Denklemlerin Elde Edilmesi.. ..	14
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR.....	21
2.1. Problemin Tanımı.....	21
2.2. Problemin Çözümü.....	22
2.3. Kullanılacak Denklemler.....	22
2.4. Probleme Ait Sınır Şartları.....	23
2.5. Katsayıların Belirlenmesi.....	23
2.6. İntegral Denklemin Elde Edilmesi.....	26
2.7. İntegral Denklemin Boyutsuzlaştırılması.....	29
2.8. İntegral Denklemin Sayısal Çözümü.....	31
2.9. Gerilme Şiddeti Faktörünün Hesaplanması.....	33
3. BULGULAR VE İRDELEME.....	34
3.1. Giriş.....	34

3.2.	Kritik Yük Faktörüne İlişkin Bulgular.....	34
3.3.	Gerilme şiddeti Faktörü Oranına İlişkin Bulgular.....	36
4.	SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	56
5.	KAYNAKLAR.....	58
ÖZGEÇMİş		



Yüksek Lisans Tezi

ÖZET

İKİ YÜZEYİNDEN TEKİL YÜK ETKİSİNDEKİ FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ ELASTİK TABAKADA BULUNAN ÇATLAĞIN KISMI KAPANMASI

Onural Osman KALAYCI

Karadeniz Teknik Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı
Danışman: Prof. Dr. Talat Şükrü ÖZŞAHİN
2022, 66 Sayfa

Bu tez çalışması kapsamında alt ve üst yüzeyinden tekil yük etkisindeki fonksiyonel derecelendirilmiş tabakada bulunan çatlak kısmi kapanması elastisite teorisi yardımıyla incelenmiştir. Fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın kayma modülü bir fonksiyona bağlı olarak tanımlanmıştır. Çalışmada ilk olarak elastisite teorisinin temel denklemleri ve integral dönüşüm teknikleri kullanılarak fonksiyonel derecelendirilmiş tabakaya ait gerilme, yer değiştirme ifadelerine ulaşılmıştır. Daha sonra problem tanımlanmış ve probleme ait sınır şartları belirlenmiştir. Sınır şartlarının gerilme ve yer değiştirme ifadelerine uygulanması ile dört bilinmeyenli dört denklem elde edilmiş bu denklem sisteminin çözümünün sonucunda gerilme ve yer değiştirme ifadelerindeki katsayılar bilinmeyen bir eğim fonksiyonuna bağlı olarak elde edilmiştir. Katsayıların elde edilmesinde kullanılmayan sınır şartında bu katsayıların yerlerine yazılması ile problemin çözümü tekil integral denkleme indirgenmiştir. Daha sonra boyutsuzlaştırılan bu integral denklem Gauss-Chebyshev integrasyon formülasyonu ile cebrik bir denklem sistemine dönüştürülmüş ve bilinmeyen olan çatlak ucundaki eğime bağlı olarak çatlak ucundaki gerilme şiddeti faktörü belirlenmiştir. Gerilme şiddeti faktörü, tabaka kalınlığının çatlak kapanma uzunluğuna oranı, çatlak başlangıç ve kapanma uzunluklarının oranı, yük şiddeti faktörü, rijitlik parametresi ve Kolosov sabitinin farklı değerleri için hesaplanmış ve incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Kırılma Mekaniği, Çatlak Problemi, Fonksiyonel Derecelendirilmiş Tabaka, Elastisite Teorisi, Gerilme Şiddeti Faktörü

Master Thesis

ÖZET

PARTIAL CLOSURE OF THE CRACK IN THE FUNCTIONAL GRADED ELASTIC
LAYER UNDER THE EFFECT OF A SINGLE LOAD FROM TWO SURFACES

Onural Osman KALAYCI

Karadeniz Technical University
The Graduate School of Natural and Applied Sciences
Civil Engineering Graduate Program
Supervisor: Prof. Dr. Talat Şükrü ÖZŞAHİN
2022, 66 Pages

Within the scope of this thesis, the partial closure of the crack in the functional graded layer under the effect of a singular load from under and upper surfaces was investigated with the help of elasticity theory. The shear modulus of the functionally graded layer is defined as depending on a function. In the study, the basic equations of elasticity theory and integral transformation techniques were used to obtain the stress and displacement expressions of the functionally graded layer. Then the problem is defined and the boundary conditions of the problem are determined. Applying the boundary conditions to the stress and displacement expressions, four equations with four unknowns were obtained as a result of solving this system of equations, the coefficients in the stress and displacement expressions were obtained depending on an unknown slope function. The solution of the problem is reduced to a singular integral equation by writing these coefficients in their places under the boundary condition that is not used to obtain the coefficients. Then, this dimensionalized integral equation was transformed into an algebraic equation system by the Gauss-Chebyshev integration formulation and the stress intensity factor at the crack end was determined depending on the slope at the crack end, which is unknown. The stress intensity factor, the ratio of layer thickness to crack closure length, the ratio of crack start and closure lengths, the load intensity factor, the stiffness parameter and the Kolosov constant were calculated and studied for different values.

Key Words: Fracture Mechanics, Crack Problem, Functionally Graded Layer, Elasticity Theory, Stress Intensity Factor

ŞEKİLLER DİZİNİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1. Problem geometrisi ve yükleme durumu.....	21
Şekil 2. Çeşitli a/c ve h/c değerleri için Q kritik yük faktörü değerinin değişimi.....	35
Şekil 3. $\beta = 0.001$ ve $a/c=0.001$ olması durumunda çeşitli h/c ve K değerleri için $k'(c)$ değerinin değişimi.....	36
Şekil 4. $\beta = 0.3$ ve $a/c=0.001$ olması durumunda çeşitli h/c ve K değerleri için $k'(c)$ değerinin değişimi.....	39
Şekil 5. $\beta = 0.001$ ve $h/c=0,90$ olması durumunda çeşitli a/c ve K değerleri için $k'(c)$ değerinin değişimi.....	42
Şekil 6. $\beta = 0.001$ ve $h/c=0,90$ olması durumunda çeşitli Q ve K değerleri için $k'(c)$ değerinin değişimi.....	43
Şekil 7. $\beta = 0.3$ ve $h/c=0,90$ olması durumunda çeşitli a/c ve K değerleri için $k'(c)$ değerinin değişimi.....	47
Şekil 8. $\beta = 0.3$ ve $h/c=0,90$ olması durumunda çeşitli Q ve K değerleri için $k'(c)$ değerinin değişimi.....	47
Şekil 9. $K=1,8$ ve $h/c=0,9$ olması durumunda çeşitli a/c , ve β değerleri için $k'(c)$ değerinin değişimi.....	50
Şekil 10. $K=1,8$ ve $h/c=0,9$ olması durumunda çeşitli Q ve β değerleri için $k'(c)$ değerinin değişimi.....	50
Şekil 11. $K=1,8$ ve $a/c=0,001$ olması durumunda çeşitli h/c , ve β değerleri için $k'(c)$ değerinin değişimi.....	53

TABLÖLAR DİZİNİ

Sayfa No

Tablo 1.	Çeşitli a/c ve h/c değerleri için Q yük faktörü değerleri.....	35
Tablo 2.	$\beta = 0.001$ ve $a/c=0.001$ olması durumunda çeşitli h/c ve $K=1,8$ ve $K=2$ değerleri için gerilme şiddeti faktörü oranı $k'(c)$ değerleri.....	37
Tablo 3.	$\beta = 0.001$ ve $a/c=0.001$ olması durumunda çeşitli h/c ve $K=2,2$ ve $K=2,999$ değerleri için gerilme şiddeti faktörü oranı $k'(c)$ değerler.....	38
Tablo 4.	$\beta = 0.3$ ve $a/c=0.001$ olması durumunda çeşitli h/c ve $K=1,8$ ve $K=2$ değerleri için gerilme şiddeti faktörü oranı $k'(c)$ değerleri.....	40
Tablo 5.	$\beta = 0.3$ ve $a/c=0.001$ olması durumunda çeşitli h/c ve $K=2,2$ ve $K=2,999$ değerleri için gerilme şiddeti faktörü oranı $k'(c)$ değerleri.....	41
Tablo 6.	$\beta = 0.001$ ve $h/c=0,90$ olması durumunda çeşitli a/c , Q ve $K=1,8$ ve $K=2$ için $k'(c)$ değerleri.....	43
Tablo 7.	$\beta = 0.001$ ve $h/c=0,90$ olması durumunda çeşitli a/c , Q ve $K=2,2$ ve $K=2,999$ için $k'(c)$ değerleri.....	44
Tablo 8.	Elastik ve homojen tabakada $h/c=0,90$ olması durumunda çeşitli a/c ve Q değerleri için $k'(c)$ değerleri.....	45
Tablo 9.	Elastik homojen tabakada $a/c=0,001$ olması durumunda çeşitli h/c ve Q değerleri için $k'(c)$ değerleri.....	46
Tablo 10.	$\beta = 0.3$ ve $h/c=0,90$ olması durumunda çeşitli a/c , Q ve $K=1,8$ ve $K=2$ için $k'(c)$ değerleri.....	48
Tablo 11.	$\beta = 0.3$ ve $h/c=0,90$ olması durumunda çeşitli a/c , Q ve $K=2,2$ ve $K=2,999$ için $k'(c)$ değerleri.....	49
Tablo 12.	$K=1,8$ ve $h/c=0,9$ olması durumunda çeşitli a/c , Q ve $\beta=0,001$ ve $\beta=0,3$ için $k'(c)$ değerleri.....	51
Tablo 13.	$K=1,8$ ve $h/c=0,9$ olması durumunda çeşitli a/c , Q ve $\beta=0,6$ ve $\beta=0,9$ için $k'(c)$ değerleri.....	52
Tablo 14.	$K=1,8$ ve $a/c=0,001$ olması durumunda çeşitli h/c , Q ve $\beta=0,001$ ve $\beta=0,3$ için $k'(c)$ değerleri.....	54

Tablo 15. $K=1,8$ ve $a/c=0,001$ olması durumunda çeşitli h/c , Q ve $\beta=0,6$ ve $\beta=0,9$ için $k'(c)$ değerleri.....	55
---	----



SEMBOLLER DİZİNİ

a	: Çatlak kapanma noktasının tabakanın orta noktasına olan uzaklığı
c	: Çatlak başlangıç noktasının tabaka orta noktasına uzaklığı
h	: Tabaka kalınlığı
P	: Tabakaya etkiyen tekil yük
P_0	: Çatlak yüzeyi boyunca etkili düzgün yayılı yük
$f(t)$	: Çatlak yüzeyi eğim fonksiyonu
β	: Rijitlik parametresi
$\mu(y)$	: Tabakaya ait kayma modülü
K	: Kolosov sabiti
u, v, w	: Sırasıyla x, y, z doğrultusundaki yer değiştirme bileşenleridir
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	: x, y, z doğrultularındaki uzama şekil değiştirmeleri
τ_x, τ_y, τ_z	: Kayma gerilmesi bileşenleri
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	: x, y, z doğrultusundaki normal gerilme bileşenleri
ν	: Poisson oranı
∂	: Türev operatörü
Q	: Yük şiddeti faktörü
$k(c)$	: Gerilme şiddeti faktörü
$k'(c)$	: Gerilme şiddeti faktör oranı $k(c)/p_0\sqrt{c}$

Not : Burada temel olarak açıklanan semboller dışında çalışmada kullanılan sembol ve ifadeler kullanıldıkları yerlerde detaylı şekilde açıklanmıştır.

1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

Malzemelerdeki çatlaklar ve ayrılmaların ilerleyişini inceleyen bilim dalı kırılma mekaniğidir. Malzemelerde oluşan çatlak veya ayrılma sorunları I. Dünya Savaşı sırasında Griffith tarafından kırılma mekaniğinin geliştirilmesi ile sonuçlanmış ve Griffith'in kendi adını taşıyan Griffith çatlak terimi ortaya çıkmıştır. Griffith tarafından yapılan çalışmalar 1950'li yıllara kadar görmezden gelinmiştir. 1957'de G. Irwin bugün kabul görmekte olan kırılmanın Mod-I, Mod-II ve Mod-III durumlarını açıklamıştır. Devam eden tarihlerde ise birçok yapı elemanı ve makine parçasının en büyük problemi haline gelen kırılma sorununa karşı çözüm arayışına girilmiştir.

1980'li yılların ortalarında ilk kez uzay çalışmaları için incelenen ve modellenen Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzeme, malzeme özelliğinin iki nokta arasında fonksiyonel olarak değiştiği mikro yapılar olarak tanımlanabilir. Günümüzde inşaat, kimya, elektrik gibi pek çok alanda kendine kullanım alanı bulan fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme, mevcudiyetindeki dereceli düzenden dolayı diğer tabakalı malzemelerde karşı karşıya kalınan aşınma, korozyon ve ani kesit değişikliklerinden kaynaklanan kırılmaları ve çatlamları en az seviyeye indirgemektedir. Kullanım alanı ve tercih edilen üretim yöntemine göre, fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin dereceli yapısı güç prensibine göre tabakalı veya üstel bir fonksiyona bağlı olarak düzenli bir şekilde değişebilir. Zaman ilerledikçe fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme ile ilgili yeni çalışmalar yapılmasına rağmen, fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerde çatlak ve ayrılma problemleri hakkında yapılan çalışmalar sınırlıdır.

Fonksiyonel derecelendirilmiş tabakada yapılan çalışmalar incelendiğinde sürekli ve süreksiz temas durumlarında sınırlı sayıdaki çatlak ve ayrılma problemi karşımıza çıkmaktadır. İncelenen temas problemleri bir veya daha fazla tabakadan oluşabildiği gibi, bu tabakaların hem homojen hem de fonksiyonel derecelendirilmiş tabakadan meydana geldiği görülmektedir.

1.2. Konu ile İlgili Yapılmış Çalışmalar

Chen ve Engel (1972), yaptıkları çalışmada elastik yarım düzleme oturan en az bir en çok iki tabakalı, rijit blok ile yüklenen sistemin temas problemini incelemişlerdir. Farklı blok şekilleri için blok altı gerilmelere ve düşey yer değiştirmelere ulaşmışlardır.

Loboda ve Tauchert (1985), ucundan simetrik olarak yüklenen yarı sonsuz ortotropik tabakanın gerilme durumunu ortotropik sonsuz bir tabaka ile mesnetlenmesi hali için incelemişlerdir. Çalışma Fourier dönüşüm teknikleri kullanılarak tekil integral denkleme indirgenmiştir. Farklı malzeme özellikleri ve yükler için gerilmelere sayısal olarak ulaşılmıştır.

Geçit (1986), elastik dairesel bir silindirin elastik yarı sonsuz düzleme bastırılması ile oluşan gerilmeleri elde etmiştir. Problemden sürtünmeler ihmal edilmiştir. Gerilmeler farklı boyutsuz büyüklükler ve malzeme özellikleri için hesaplanmıştır.

Klarbring (1986), elastik yarım düzleme oturan elastik dikdörtgen bloğun üç boyutlu sürtünmeli temas problemini geliştirilen matematiksel bir programlama tekniği ile incelemiştir. Çalışmada ulaşılan temas bölgesindeki normal gerilme ve kayma gerilmesi dağılımlarının literatürdeki çalışma sonuçları ile uyumlu olduğu görülmüştür.

Noda ve Jin (1993), yüzeyinde düzgün ısı akışı uygulanan bir yüzey içi çatlak barındıran, fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme kaplı gövdede ısı malzeme özelliklerinin sürekli olarak değiştiği bir problemi incelemişlerdir.

Erdoğan (1994), yaptığı çalışmada fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeli tabakada temas problemini çözmüştür.

Chen ve Erdoğan (1996), homojen bir gövde üzerindeki fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme kaplı arayüz çatlağı problemini, çatlak yüzeyinde mekanik zorlanmaları ele alarak incelemişlerdir. El-Borgi (2003), bu çalışmayı ısı yüklemesi ve mekanik yüklemeleri birlikte etki ettirerek genişletmiştir.

Giannakopoulos ve Suresh (1997), batan uçlara sahip konik, küresel, düz rijit bloklar vasıtasıyla yüklenmiş olan fonksiyona bağlı olarak derecelendirilmiş tabakalarda temas gerilmelerini incelemişlerdir. Problemden sürtünme etkisi ihmal edilmiştir.

Birinci vd. (1997), İntegral dönüşüm teknikleri ve elastisite teorisinden yararlanarak yaptıkları incelemede elastik mesnete oturmuş olan, elastik sabitleri ve yükseklikleri birbirinden farklı sonsuz uzunluktaki iki tabakanın temasını incelemişlerdir. Çalışma ile

kütle kuvvetleri dikkate alınmış, dış yüklerin sonucu oluşan ilk ayrılma noktası ve ilk ayrılma yükleri hesaplanmıştır.

Lee ve Erdoğan (1998), fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme kaplı arayüzdeki yüzey içi çatlak problemini düzgün ısı akışı kabulüyle irdelemişlerdir.

Birinci (1998), alt tabakasında çatlağın var olduğu ve birbirinden farklı elastik sabitlere ve yüksekliklere sahip, iki tabakadan oluşan, rijit blok yardımıyla yüklenen çatlak ve temas problemlerini elastisite teorisi vasıtasıyla incelemiştir. Problemde tabakaların basit mesnete oturmuş olduğu ve yüzeylerin tamamında sürtünme olmadığı kabul edilmiştir. Sonuç olarak farklı mesnet genişliği, blok çapı, tabaka kalınlığı ve malzeme özelliklerine göre temas ve normal gerilmeler, ilk ayrılma uzaklıkları ve ayrılma başlangıç yükleri ile çatlak ucundaki yer değiştirme ve gerilme şiddeti faktörleri belirlenmiştir.

Giannakopoulos ve Pallot (2000), sürtünmeli silindirik rijit zımba etkisine maruz bırakılmış fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme kaplı tabaka için yaklaşık bir sonuç bulmuştur. Bu incelemelerde kolaylık sağlanması için elastisite modülü $E = E_0 y^k$ olarak üstel bir fonksiyonla formüle edilmiştir.

Dağ ve Erdoğan (2000), sürtünmeli zımba etkisindeki fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme kaplı tabakadaki temas hali ve yüzey çatlağı problemini incelemiştir. Bu çalışmada fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme için kayma modülü derinlik boyunca değişime uğrayan bir fonksiyona bağlı olarak formüle edilmiştir.

Özşahin (2000), elastik sabitleri ve yükseklikleri farklı iki rijit düz blok üzerine oturmuş olan, homojen izotrop iki elastik tabakaya ait temasın sürekli ve süreksiz olması durumunu sayısal olarak farklı mesnet açıklıkları, farklı mesnet özellikleri ve farklı malzeme özellikleri için incelemiştir.

Dağ (2001), fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme kaplı gövdede yüzey çatlağı problemini, değişik profillerdeki sürtünmeli rijit blok etkisinde incelemiştir.

Choi (2001), çatlak problemini temas gerilmeleri etkisi altında çözümlemiştir.

Çakıroğlu vd. (2001), sürtünmesiz olduğu kabul edilen ortamda elastik yarı sonsuz düzlem üzerine oturmuş olan iki elastik tabakadaki temasın sürekli ve süreksiz olması durumunu birbirinden ayrı olarak incelemişlerdir. İnceleme sonucunda sürekli temas durumu için ayrılma başlangıç yükü ve uzaklığı bulunmuştur. Daha sonra süreksiz temas durumu, ayrılmanın iki tabaka arasında var olması ve yarı sonsuz düzlem ile tabaka arasında olması durumları için ayrı ayrı incelenmiştir.

Kahya (2003), rijit temelin üzerine yapışmış ve yayılı yük uygulanan iki elastik ve ortotrop tabakada sürekli ve süreksiz temas durumunu birbirinde ayrı olarak incelemiştir.

Birinci ve Çakıroğlu (2003), elastik sonsuz bir düzlemde bulunan çatlaktaki kısmi kapanma problemini Elastisite Teorisi vasıtasıyla ve İntegral Dönüşüm Tekniklerinden faydalanarak incelemiştir.

Özşahin ve Çakıroğlu (2003), farklı elastik sabitlere ve yüksekliklere sahip ve rijit daire şeklindeki iki mesnete oturmuş olan iki tabakada temas problemini incelemiştir. Kütle kuvvetlerinin ihmal edildiği problemde sürtünmeler dikkate alınmıştır. Sonuç olarak bileşik tabaka ile mesnetler arasındaki temas gerilmelerini farklı yayılı yük genişlikleri ve şiddetleri ile farklı rijit blok profillerine göre belirlemiştir.

Güler ve Erdoğan (2004), fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme ile kaplanmış tabakada elastik yarı sonsuz düzlemdeki sürtünmenin var olarak kabul edildiği temas problemini sayısal olarak incelemiştir. Kaplamanın kayma modülü tabaka yüksekliği boyunca değişen bir fonksiyon olarak kabul edilirken, Poisson oranının ise aynı kaldığı kabul edilmiştir. Kuvvetlerin tabakaya yatay ve düşey olarak bir blok yardımıyla uygulandığı çalışmada, malzeme homojenliği ve sürtünme katsayısının ayrılma başlangıç yükü ve ayrılma başlangıç uzaklığına olan etkileri irdelenmiştir.

El-Borgi vd. (2004), fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeli kaplamada gömülü yatay çatlak problemini temas gerilmesi etkisi altında çözmüştür.

Ma ve Korsunsky (2004,2006), yeterince ince olan tabakayla kaplanmış elastik düzleme, elastik blokla tekil bir kuvvet ve buna doğrultusu dik olan bir sürtünme kuvveti etkilemesi sonucu oluşan probleminin çözümünü Airy gerilme fonksiyonlarından yararlanarak elde etmişlerdir.

Lajnef (2005), fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeye sahip tabakadaki bir yüzey çatlağı problemini, çatlağa düzgün ve derinlikle değişen gerilme dağılışı uygulanması durumu için incelemiştir.

El-Borgi vd. (2006), elastik yarı sonsuz düzleme oturmuş olan fonksiyonel derecelendirilmiş, yayılı yük ile yüklü tabakada sürtünmenin olmadığı kabul edilen durumda ayrılmalı temas problemini incelemiştir.

Kahya vd., (2007), rijit bir blok ile yüklenen anizotropik tabaka ile elastik bir düzlem arasındaki, sürtünmelerin ihmal edildiği temas problemini kütle kuvvetlerinin olmadığı kabulünü yaptıkları durum için incelemiştir.

El-Borgi (2007), fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme kaplı tabakadaki bir yüzey çatlağı problemini, çatlağa düzgün ve derinlikle değişen gerilme uygulanması durumu için incelemiştir.

Çömez (2009), elastik düzlem üzerine oturmuş olan, rijit silindirik blok ile yüklenmiş, homojen, elastik ve izotrop tabakanın sürtünmeli temas problemini kütle kuvvetlerinin ihmal edildiği durum için analitik olarak incelemiştir.

Elloumi vd. (2010), fonksiyonel derecelendirilmiş düzlem ve tekil yük etkisindeki rastgele şekilli blok arasında oluşan kayma teması problemini çözmüşlerdir. Poisson oranının sabit olduğu ve çalışmada ele alınan fonksiyonel derecelendirilmiş olan düzlemin, kayma modülü bir fonksiyona bağlı olarak tanımlanmıştır.

Adıbelli (2010), çalışmasında rijit blok vasıtasıyla tekil yük etkisinde kalan ve elastik yarı sonsuz düzleme oturmuş olan, değişik yüksekliklere ve elastik sabitlere sahip iki tabakanın temas problemini, elastisite teorisi ve integral dönüşüm teknikleri aracılığıyla sayısal olarak çözümlenmiştir. Sonuçta farklı yük değerleri ve malzeme özelliklerine ve rijit bloğun farklı geometrik şekillerine bağlı olarak, temas mesafeleri ve temas gerilme değerleri sayısal olarak hesaplanmıştır.

Rekik vd. (2010), homojen düzleme bağlı olan fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme kaplı tabakada gömülü eksenel simetrik çatlak problemini analitik olarak incelenmişlerdir. Sonuçlar bilgisayar ortamında gerçekleştirilen sonlu elemanlar metodu çözümü ile karşılaştırılmıştır.

Apatay (2010), fonksiyonel derecelendirilmiş tabaka ile temas halinde bulunan sürtünmeli zımba etkisindeki kaplamadaki kenar çatlağı problemini incelenmiş ve gerilme şiddeti faktörlerini hesaplanmıştır.

Öner (2011), rijit bir blok vasıtasıyla yük etkisine maruz bırakılmış ve elastik düzlem üzerine oturmuş olan iki elastik tabakanın sürekli temas problemini tüm yüzeylerde sürtünmenin olmadığı kabulü ile incelemiştir. Sonuçta değişik malzeme özellikleri, yük değerlerine ve bloğun farklı geometrik şekillerine bağlı olarak temas bölgesindeki gerilme değerleri, temas uzunlukları, ayrılma başlangıç uzaklıkları ve ilk ayrılma yükleri hesaplanmıştır.

Yeganehpour (2012), malzeme parametrelerinin sıcaklığa bağlı olduğu izotropik fonksiyonel derecelendirilmiş malzemede var olan eğrisel çatlakların gerilme şiddet faktörlerini integral dönüşüm teknikleri yardımıyla sayısal olarak hesaplamıştır.

Güler vd. (2012), çalışmalarında rijit silindir ve fonksiyonel derecelendirilmiş bir

tabaka arasında yuvarlanma durumunda var olan temas problemini sürtünmelerin var olduğu kabulü ile araştırmışlardır. Kayma modülü değerinin bir fonksiyon olarak tanımlandığı probleme ait tekil integral denklemler elde edilmiştir. İntegral denklemlerin çözümünde Goodman yaklaşımı esas alınmış, integral denklemlerinin sayısal çözümüne Gauss-Chebyshev metodu ile ulaşılmıştır.

Nikbakht vd. (2013), fonksiyonel derecelendirilmiş düşük karbon muhtevasına sahip çelik plakayla rijit blok arasındaki sürtünmenin var olmadığı kabulünü esas alarak elastik temas halini irdelemişlerdir. Derecelendirilen tabakanın elastisite modülünün, kalınlıkla orantılı değiştiği varsayılmış ve sonuçlar, nano girinti tekniği kullanılarak deneysel yolla bulunmuştur. Ek olarak Tamura, Ozawa ve Tomota tarafından orijinal olarak tavsiye edilen matematiksel model ile problem çözüme kavuşturulmuştur. Tabaka ve kürenin temas durumu problemi hem sayısal olarak hem de sonlu elemanlar metodu yardımıyla hesaplamıştır. Sonuçta fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin metal faz hacimsel kırılma değerinin arttırılmasının, fonksiyonel derecelendirilmiş plakadaki gerilmeyi ve temas kuvveti değerini arttırdığı izlenmiştir.

Yaylacı (2013), çalışmasında düzgün yayılı yük etkisindeki, homojen, izotrop ve simetrik iki çeyrek düzlem üzerine oturmuş olan, yükseklik değerleri ve elastisite özellikleri birbirinden farklı homojen ve izotrop iki elastik tabakanın sürtünmesiz temas problemini sayısal olarak incelemekle beraber sonlu elemanlar metodu ile de inceleyerek elde edilen sonuçları karşılaştırmıştır. Sonuçta farklı yük şiddeti değerleri ve genişlik değerleri, malzeme özellikleri, tabaka yükseklik değerleri ve elastik özellikler için gerilme değerlerine ait sonuçlara ulaşılmıştır.

Chidlow ve Teodorescu (2013), çalışmalarında blok vasıtasıyla aktarılan yük etkisinde kalan heterojen bir malzemenin temas problemini araştırmışlardır. Problemde sürtünme ihmal edilmiştir. Homojen olmayan, katı ve yarı sonsuz düzlem üzerine oturmuş olan elastik tabakanın kayma modülü fonksiyonel derecelendirilmiş ara bir katman olarak tanımlanmıştır. Çalışmada kaplama kalınlık değeri ve malzemenin homojen olmayışının, katman üzerindeki etkileri incelenmiş ve en büyük gerilme değerinin, homojen olmayan tabakanın kalınlık değerine ve mekanik özelliklerine bağlı olduğu görülmüştür.

Adıyaman (2013), iki çeyrek düzleme oturmuş olan elastik tabakanın sürtünmesiz ve süreksiz temas problemini elastisite teorisine göre araştırmıştır. Blok altındaki temas gerilme değerlerine ve temas uzunluk değerlerine ait sonuçlar elde edilmiştir.

Abhilash ve Murthy (2014), blok üzerinden yüklenen fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme kaplı yarı sonsuz düzlemdeki iki boyutlu temas problemini sonlu elemanlar metodunu kullanarak incelemişlerdir. İki farklı durum için inceledikleri problemde ilk durumda bloklar rijit kabul edilerek çözüm yapılmış ve ulaşılan sonuçlar literatürdeki sonuçlar ile uyumlu çıkmıştır. İkinci durumda ise blokların elastik olduğu kabul edilerek çözüm yapıp sonuçlar incelenmiştir.

Küçüksucu vd. (2015), fonksiyonel derecelendirilmiş ortotropik yarı sonsuz düzlemde, düzlem ile düzleme oturan rijit blok arasındaki temas problemini incelemişlerdir. Elastisite modülü değerinin yarı sonsuz düzlemin derinliği ile değiştiği kabul edilen problemde, rijitlik parametre değeri, rijit blok ve yarı sonsuz düzlem arasındaki sürtünme katsayısı değeri ve elastik malzeme özelliklerinin gerilme yayılışına etkileri incelenmiştir.

Nyqvist vd. (2015), temas halinde olan tabakaların uyuşmayan kaba yüzey temaslarının incelenmesi için bir model oluşturmuşlardır. Bu model sayesinde yüzey deformasyonları, temas gerilme yayılışları ve yüzey altında var olan temas uzunluklarına ulaşılmıştır.

Bora (2016), iki blok ile yüklenen ve elastik yarı sonsuz düzlem üzerine oturmuş olan, elastik özellikleri ve yükseklikleri farklı homojen, izotrop iki tabakanın temas problemini temasın sürekli ve süreksiz olması durumları için ayrı ayrı hem sayısal hem de sonlu elemanlar metodunu kullanarak çözümlemiştir. Değişen blok genişlik değerleri, bloklar arası mesafe uzaklıkları, malzemeye ait olan parametreler, tabaka yükseklik değerleri için gerilmeler ve yer değiştirmelere dair sonuçlar sayısal olarak çözümlenmekle beraber sonlu elemanlar metodu yardımıyla da hesaplanarak sonuçlar karşılaştırılıp birbiriyle uyumlu olduğu görülmüştür.

Talezadehlari vd. (2016), yüzey çatlaklı bulunduran fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın elastik yarı sonsuz düzleme oturması durumundaki sürtünme etkisinin dikkate alındığı, iki boyutlu temas problemini rijit düz ve dairesel bloklar için incelemişlerdir. Çalışmalarında gerilme şiddet faktörlerini ve temas gerilme değerlerini incelemek amacıyla sonlu farklar metoduna dayanan bir metod geliştirmişlerdir. Temas bölgesinde Coulomb'un kuru sürtünme yasasının kabulleri esas alınarak işlemler yapılmıştır. İnceleme sonucunda bloğun genişliğinin, sürtünme katsayısının ve tabakanın kalınlığının artmasının temas gerilmelerini arttırdığı görülmüştür.

Li vd. (2017), ortotropik fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerde statik ve dinamik yükler altında gerilme şiddet faktörlerini belirlemek için Laplace dönüşümü ve

Durbin ters dönüşüm yöntemini kullanarak sonlu blok yöntemini geliştirmişlerdir. Çalışmalarında sonlu blok yönteminin doğruluğunu ve yakınsamasını göstermek amacıyla sonlu elemanlar metodu ve analitik olarak çeşitli örnekler çözüp karşılaştırmalar yapılmıştır.

Patra vd. (2017), piezoelektrik özelliklere sahip tabakaya oturan rijit blok ile tabaka arasındaki temas problemini sürtünmeleri ihmal ederek incelemişlerdir. Sayısal çözüme ulaşılırken Hankel dönüşümü uygulamalarından yararlanılan çalışmada çözüm sonucunda farklı blok şekillerine bağlı olarak, tabaka yüzeyinde açığa çıkan gerilmeler, temas mesafeleri ve elektriksel yer değiştirme ifadelerine ait değerler elde edilmiştir.

Yan ve Mi (2017), çalışmalarında elastik düzlem üzerine oturan biri homojen diğeri fonksiyonel derecelendirilmiş tabakalardan, homojen tabakanın üzerine rijit blok vasıtasıyla yük uygulanmasında oluşacak olan temas gerilmelerini incelemişlerdir. Sonuç olarak temas gerilmelerinin, temas alanı büyüklüğü ile ters orantılı olduğu izlenirken çentik yüklerinin büyümesinin hem büyük temas gerilmelerine hem de temas alanı büyüklüğüne sebep olduğu görülmüştür.

Adıyaman vd. (2017), rijit düzlem üzerine oturan ve yayılı yük ile çekilen fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın sürekli ve süreksiz temasını elastisite teorisini kullanılarak analitik olarak irdemişlerdir. Sonuç olarak tabaka üzerindeki rijitlik ve yoğunluğun azaltılmasının, ilk ayrılma mesafesinde ve ilk ayrılma yükünde artışa yol açtığı görülmüştür.

El-Borgi ve Çömez (2017), dairesel blok vasıtasıyla yük uygulanmış ve elastik yarı sonsuz düzleme oturmuş olan fonksiyonel derecelendirilmiş tabakada ayrılmanın var olduğu temas problemini incelemişlerdir. İnceleme sonucunda blok yarıçapı ve rijitlik parametresi gibi çeşitli boyutsuz büyüklükler için ayrılma bölgesinde mevcut olan temas gerilme değerleri ve uzunlukları belirlenmiştir.

Öner vd. (2017), elastik yarı sonsuz düzlem üzerine oturmuş olan ve rijit düz blok vasıtasıyla yüklenmiş fonksiyonel olarak derecelendirilmiş tabakanın sürekli temas problemini sayısal yöntemle çözmüşlerdir. Araştırmada çeşitli boyutsuz büyüklükler için, blok altı gerilme değerleri, gerilme yayılışları, fonksiyonel derecelendirilmiş tabaka ile elastik yarı sonsuz düzlem arasında meydana gelen ayrılma başlangıç uzaklıkları ve ayrılma başlangıç yüklerine ulaşılmıştır.

Güler vd. (2017), fonksiyonel olarak derecelendirilen ortotropik yarı sonsuz düzlem ile düzlem üzerinde hareket eden rijit silindir blok arasındaki sürtünmelerin dikkate alındığı temas problemini incelemişlerdir. Çalışmada temas gerilmelerine ulaşmak amacıyla sayısal

yöntemler geliştirilmiş sonuçların literatürdeki diğer çalışmalarla uyumlu olduğu gözlemlenmiştir.

Yaylacı vd. (2017), rijit düzlem üzerine oturmuş olan iki elastik tabakanın temas problemini simetrik ve çift ayrılma bölgesine sahip olduğu şekliyle irdelemişlerdir. Problem hem elastisite teorisi hem de sonlu elemanlar metodu ile çözülmüş sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Balcı ve Dağ (2018), sabit hızda doğrusal olarak hareket eden blok ile kuvvet aktarılan elastik kaplamanın dinamik sürtünmeli temas durumu için bir teori ortaya koymuşlardır. Geliştirilen teoriyi mevcut hesaplamalar ile kıyaslayarak doğrulamışlardır.

Adıyaman vd. (2018), rijit düzlem üzerine oturan tabakalı ortam için süreksiz temas problemini irdelemiş, bilgisayar programı yazarak temas problemini çözmüşlerdir

Yılmaz (2018), rijit blok vasıtasıyla yüklenen iki fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın süreksiz temas problemini incelemiştir. Çalışmaya sürtünme etkisi de dahil edilmiştir. Çalışmalarında problemi hem elastisite teorisi kullanarak sayısal hem de sonlu elemanlar metodundan yararlanarak yaklaşık olarak çözüp sonuçları birbirleriyle karşılaştırmışlardır.

Polat vd. (2018), sürekli temas problemini elastisite teorisi ve integral dönüşüm teknikleri vasıtasıyla elastik yarı sonsuz düzleme oturan fonksiyonel derecelendirilmiş tabaka için çözmüşlerdir. Çalışmalarında fonksiyonel derecelendirilmiş tabaka iki tane rijit blok ile yüklenmiş ve tabakaların ağırlıkları dikkate alınmıştır.

Su vd. (2018), fonksiyonel derecelendirilmiş piezoelektrik malzeme kaplı yarı sonsuz düzlem ile hareketli dairesel rijit blok arasındaki sürtünmeli temas problemini incelemişlerdir. Problem süperpozisyon yöntemi ve Fourier integral dönüşüm teknikleri kullanılarak çift Cauchy tekil integral denklem sistemine indirgenip çözümlenmiştir. Problemin çözümünde sürtünme katsayısı ve gradyan indeksine ait değerlerin yüzey elektromekanik alanları üzerindeki etkileri incelenmiştir.

Alinia vd. (2018), ortotropik kaplamanın yüzeyinde malzeme ortotropi parametrelerinin, bağıl rijitliğin, sürtünme katsayısının ve kaplama kalınlığının, gerilme dağılımı üzerindeki etkisini analitik olarak incelemişlerdir. Sonuç olarak, yükün sabit bir değer olması halinde, rijitlik oranının ve kayma parametresinin yüzey gerilmesi bileşenleri üzerinde Poisson oranından daha kayda değer bir etkiye sahip olduğu kanısına ulaşmışlardır.

Karabulut vd. (2018), yayılı yüke maruz bırakılmış elastik yarı sonsuz düzleme oturan homojen bir tabakanın sürekli ve süreksiz temas problemini sayısal ve sonlu elemanlar

metodu ile incelemişlerdir. İnceleme sonucunda analitik ve sonlu elemanlar metodu ile ortaya çıkan sonuçlar birbiri ile kıyaslanmıştır.

Adıyaman ve Birinci (2018), fonksiyonel derecelendirilmiş tabakadaki ayrılmalı temas problemini tabakanın Winkler elastik zemine oturması durumu için incelemişlerdir. Çalışma sonucunda temas gerilmelerini ve mesafelerini hem simetrik hem de asimetrik yükleme durumu için ayrı ayrı hesaplamışlardır.

Liu vd. (2018), alt tabakasının fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeli üst tabakanın ise homojen olduğu yarı sonsuz düzlem üzerine oturmuş olan iki tabakanın temas problemini incelemişlerdir. İncelemede, sistem yayılı yüke maruz bırakılmıştır. Problem hem elastisite teorisi yardımıyla hem de sonlu elemanlar metodu yardımıyla çözülmüş temas gerilme değerleri ve temas bölgesi uzunlukları için elde edilen sayısal sonuçlar kıyaslanmıştır.

Çömez (2019), rijit düzlem üzerine oturmuş olan fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın sürekli ve süreksiz temas problemini analitik olarak incelemiştir. Yapılan çalışmada fonksiyonel derecelendirilmiş tabakaya rijit blok vasıtasıyla yük uygulanmış ve rijit bloğun yarıçapı ve rijitlik parametrelerine göre blok altındaki gerilme yayılımı, ayrılma bölgesinin değişimi ve temas mesafesi ortaya konulmuştur.

Polat (2019), düz iki rijit blok ile yüklenmiş ve elastik yarım düzleme oturmuş olan fonksiyonel derecelendirilmiş tabakadaki sürekli ve süreksiz teması analitik ve sonlu elemanlar metodu ile incelemiştir. Farklı blok genişlikleri, bloklar arası mesafe, malzeme özellikleri, yük oranları ve rijitlik parametreleri için gerilme ve yer değiştirmelere ait analitik ve sonlu elemanlar metoduyla elde edilen sonuçlar kıyaslanmıştır.

Eyüboğlu (2019), Winkler temeline oturmuş olan ve rijit dairesel blok aracılığıyla yüklenen biri homojen, biri fonksiyonel derecelendirilmiş iki tabakadaki temas problemini incelemiştir. Çalışma sonucunda farklı parametreler için sonuçlara ulaşıldığı görülmüştür.

Adıyaman (2019), tabakalı ortamlarda sürtünmenin olmadığı temas problemlerinin genel çözümünü konu alan MATLAB tabanına dayanan bir bilgisayar programı geliştirmiştir. Çalışmanın sonucunda temas gerilmeleri, temas uzunlukları ve tabakanın herhangi bir noktasındaki yer değiştirme değerlerine ulaşılmıştır. Ortaya çıkan sonuçlar literatürdeki diğer çalışmalar ile kıyaslanmış ve uyumlu olduğu görülmüştür.

Üstün (2019), geometrisi ve yüklemesi antisimetrik olan iki rijit blok vasıtasıyla yüklenmiş olan homojen yarı sonsuz düzlemdeki temas ve çatlak problemini incelemiştir.

Lopes ve Hills (2019), yarı sonsuz düzleme oturmuş olan ve tekil yük etkisine maruz bırakılmış tabakanın eksenel simetrik temas problemini sürtünme kuvvetini dikkate alarak analitik olarak incelemiştir.

Abanoz (2019), alt yüzeyinden tam bağlanmış fonksiyonel derecelendirilmiş tabaka ile rijit blok arasındaki sürtünmenin var olmadığı temas problemini sayısal olarak hesaplamıştır.

Yılmaz vd. (2019), monoklinik kaplama ve izotropik alt tabaka sistemi ile rijit ve hareketli blok arasındaki temas problemini sürtünme kuvvetini dikkate alarak hem sonlu elemanlar metodu ile hem de analitik olarak irdelemiştir.

Wu vd. (2019), rijit bir düzleme oturmuş olan elastik, yeterince ince bir tabakada ayrılma problemini hem analitik hem de sonlu elemanlar metodu ile incelemiştir.

Yan ve Mi (2020), yarı sonsuz düzleme oturmuş olan ve fonksiyonel derecelendirilmiş tabaka ile güçlendirilen homojen bir tabakada süreksiz temas problemini çözümlenmiştir. Çözümleme yapılırken Fourier integral dönüşüm teknikleri ve Gauss-Chebyshev integral formüllerinden yararlanılmıştır.

Öner ve Birinci (2017,2020), blokla yüke maruz bırakılmış ve elastik düzleme oturmuş olan fonksiyonel derecelendirilmiş bir tabakada temasın süreksiz olması durumunu analitik olarak çözümlenmiştir.

Kaya (2020), rijit düzleme oturan ve iki rijit blok vasıtasıyla yüke maruz bırakılmış fonksiyonel derecelendirilmiş ve homojen tabakalar arasındaki temas problemini incelemiştir. Fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın yoğunluğu ve elastisite modülü tabaka derinliği boyunca değişen üstel fonksiyon olarak tanımlanmıştır. Problemde sürekli ve süreksiz temas problemleri için ayrı ayrı çözüm yapılmış olup sonuçlar bilgisayar ortamında sonlu elemanlar metodu ile karşılaştırılmıştır.

Huang vd. (2020), nanoplateletlerle güçlendirilmiş kompozit şerit halindeki fonksiyonel derecelendirilmiş çok katmanlı grafenin kırılma analizini gerçekleştirmişlerdir.

Erdurcan (2020), fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeli izotropik kirişlerde çatlak ve prozite halinin serbest titreşime etkisini matematik tabanlı bilgisayar programı yardımıyla analitik olarak incelemiştir.

Arslan (2020), fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeden oluşan yarım düzlem ile rastgele şekillendirilmiş blok arasındaki hareketli temas problemini sürtünme kuvvetini dikkate alarak incelemiştir.

Saadatfar (2021), fonksiyonel derecelendirilmiş sonlu içi boş silindirin geçici koşullar altındaki higrotermal gerilme analizini gerçekleştirmiştir.

Çömez vd. (2021), yaptıkları çalışmada monoklinik fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerde kesin bir esneklik çözümü ortaya koymuşlardır.

Çömez ve Omurtag (2021), çalışmalarında pasternak temel üzerine oturan fonksiyonel derecelendirilmiş ortotropik tabaka ile tabaka üzerindeki rijit blok arasındaki temas problemini incelemişlerdir.

Çömez (2021), yaptığı çalışmada iletken rijit blok ile fonksiyonel derecelendirilmiş piezoelektrik katmanlı yarım düzlem arasındaki hareketli temas problemini sürtünme etkisini dikkate alarak incelemiştir.

Çömez vd. (2022), çalışmalarında fonksiyonel derecelendirilmiş piezoelektrik katmanlı kirişlerin iki boyutlu çözümünü ele almışlardır.

Çömez ve Güler (2022), ısı üretimi ile fonksiyonel derecelendirilmiş piezoelektrik katmanlı yarım düzlem ve düzlem üzerinde kayan rijit bloğun termoelastik temas problemini incelemişlerdir.

Çömez (2022), çalışmasında fonksiyonel derecelendirilmiş monoklinik tabaka ile tabaka üzerindeki rijit blok arasındaki hareketli temas problemini sürtünme etkisini dikkate alarak incelemiştir.

Çömez (2022), yaptığı çalışmada izotropik homojen tabaka üzerine oturan fonksiyonel derecelendirilmiş ortotropik tabaka ile tabaka üzerindeki kayan rijit silindirik blok arasındaki hareketli temas problemini incelemiştir.

Goyat vd. (2022), bir kenar çatlağının fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme kaplı tabakadaki delik etrafındaki gerilme dağılışına etkisini incelemişlerdir.

Bagherpoor ve Pourseifi (2022), mod-III gerilme şiddeti faktörünü fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme ile kaplı ortotropik tabakadaki çoklu eksenel simetrik arayüz çatlağı için hesaplamışlardır.

Hashemi ve Ayatollahi (2022), kusurlu fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme kaplı birden fazla katmanlı ve gömülü çatlak içeren ortotropik tabakanın darbe ve düzlemsel olmayan kayma etkisi altındaki geçici davranışını incelemişlerdir.

Goyat vd. (2022), ters mesafe fonksiyonlu fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme kaplı sonlu tabakada, çift eksenli yükleme altındaki dairesel deliğin gerilme yoğunluğu analizini irdelemişlerdir.

Swaminathan (2022), titreşim ve stabilite özellikleri fonksiyonel olarak değişen iki malzeme arasında plaka olması ve olmaması durumunda kenar yükleri altındaki açıklıkları incelemişlerdir.

Kumar ve Harsha (2022), fonksiyonel derecelendirilmiş piezoelektrik plakada statik, burkulma ve titreşim analizlerini gerçekleştirmişlerdir.

Fargadhale (2022), yüksek mukavemetli karbon çelik borudaki yarı eliptik çatlak genişletilmiş izogeometrik analizinde gerilme şiddet faktörünü hesaplamak için yeni bir kolerasyon geliştirmişlerdir

1.3. Çalışmanın Amacı ve Kapsamı

Bu çalışmada, alt ve üst yüzeyinden tekil yük etkisindeki fonksiyonel derecelendirilmiş elastik tabakada bulunan çatlak kısmi kapanması, elastisite teorisi ve integral dönüşüm teknikleri yardımıyla incelenmiştir. Dış basınç tekil yükleri P ve çatlak yüzeyleri boyunca bir çift tekdüze basınç gerilmesi olan p_0 sisteme etki etmektedir. Problemin çözümünde integral dönüşüm tekniklerinin yanında elastisite teorisinin temel denklemleri olan denge denklemleri ve uygunluk bağıntıları kullanılmıştır.

Çalışmada ağırlığın etkisi ihmal edilmiştir. Problem klasik bir çatlak problemi yerine çatlak-temas problemi olarak adlandırılabilir. Bu problemdeki kapanma bölgesi incelendiğinde kritik yük faktöründen daha küçük olan bir yük faktörü $Q(Q < Q_c)$ durumunda çatlak yüzeyinde kapanma meydana gelmezken kritik yük faktöründen daha büyük $Q(Q \geq Q_c)$ değeri için çatlak yüzeyinde kapanma meydana gelmektedir. Burada ' Q_c ' yük faktörü çatlak kapanmasını başlatan ilk değer olarak kabul edilen kritik yük faktörü değeridir.

Problem çözümüne genel denklemlerin elde edilmesiyle başlanmış daha sonra tanımlanan probleme ait sınır şartları yardımıyla gerilme ve yer değiştirme ifadelerinde bilinmeyen olan katsayıları ulaşılmıştır. Elde edilen katsayıların yerlerine konulması ve oluşan gerilme ve yer değiştirme ifadelerinin kullanılmayan sınır şartında yerine yazılmasıyla integral denklem elde edilmiştir. Boyusuzlaştırılan integral denklem tek değerlilik şartıyla, Gauss-Chebyshev integrasyon formüllerine uygun şekilde çözümlenmiştir.

Gerilme şiddeti faktörü oranı $k'(c)$; rijitlik parametresi β , çatlak uzunluğu ' c ', kapanma(temas) uzunluğu ' a ' ve yük faktörü $Q(Q \geq Q_c)$ ' nun çeşitli boyutsuz değerleri için

araştırılmıştır. Çalışma sonucunda; elde edilen sayısal değerler irdelenerek çalışmaya ilişkin sonuçlar tartışılmıştır.

1.4. Genel Denklemlerin Elde Edilmesi

Bu bölümde, elastisite teorisinin temel denklemleri kullanılarak fonksiyonel derecelendirilmiş tabaka için gerilme ve yer değiştirme bileşenlerinin genel ifadeleri elde edilmiştir. Bu amaçla; önce bünye denklemleri ve yer değiştirme-şekil değiştirme bağıntıları kullanılarak denge denklemleri, yer değiştirmeler cinsinden yazılarak Navier denklemleri elde edilmiştir. Yer değiştirme bileşenlerinin gerekli türevleri alınıp Navier denklemlerinde yerlerine yazılarak elde edilen adi diferansiyel denklem takımının çözümü sonucunda da yer değiştirme bileşenlerinin genel ifadeleri bulunmuştur. Bu ifadelerin bünye denklemlerinde yerine yazılması ile de gerilme bileşenlerinin genel ifadeleri belirlenmiştir.

1.4.1. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Tabakaya Ait Genel Denklemlerin Çıkartılması

Düzlem hal için; σ_x , σ_y , τ_{xy} fonksiyonel derecelendirilmiş tabakaya ait gerilme bileşenleri olmak üzere kütle kuvvetsiz halde denge denklemleri aşağıdaki gibi yazılır:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

(1) ve (2) numaralı eşitliklerdeki gerilme bileşenleri, yer değiştirme-şekil değiştirme ve bünye denklemleri kullanılarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\sigma_x = \frac{\mu(y)}{(\kappa - 1)} \left[(\kappa + 1) \frac{\partial u}{\partial x} + (3 - \kappa) \frac{\partial v}{\partial y} \right] \quad (3)$$

$$\sigma_y = \frac{\mu(y)}{(\kappa - 1)} \left[(3 - \kappa) \frac{\partial u}{\partial x} + (\kappa + 1) \frac{\partial v}{\partial y} \right] \quad (4)$$

$$\tau_{xy} = \mu(y) \left[\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right] \quad (5)$$

(3), (4) ve (5) numaralı ifadelerde geçen u , x doğrultusundaki yer değiştirmeyi, v , y doğrultusundaki yer değiştirmeyi, κ , Kolosov sabitini ve $\mu(y)$ ise fonksiyonel derecelendirilmiş tabakaya ilişkin kayma modülünü ifade etmektedir.

Kolosov sabiti ve Poisson oranı arasındaki bağıntı düzlem gerilme durumu için $K=(3-4\nu)$, düzlem gerilme durumu için ise $K= (3 - \nu) / (1 + \nu)$ olarak tanımlanabilir.

Fonksiyonel derecelendirilmiş tabaka için tanımlanan $\mu(y)$ kayma modülü, tabakanın yüksekliğiyle değiştiği kabul edilerek aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$\mu(y) = \mu_0 e^{\beta|y|} \quad (6)$$

Burada μ_0 , fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın $y=0$ 'daki kayma modülü değerini, β ise sıfırdan farklı yükseklikle değişimi belirten rijitlik parametresini ifade etmektedir.

(3), (4) ve (5) numaralı denklemlerin gerekli türevleri alınıp (1) ve (2) numaralı denklemlerde gerekli yerlere yazılmasıyla, düzlem şekil değiştirme hali için Navier denklemleri aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$(\kappa+1) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (\kappa-1) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2 \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \right) + \beta(\kappa-1) \frac{\partial u}{\partial y} + \beta(\kappa-1) \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

$$(\kappa-1) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + (\kappa+1) \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + 2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right) + \beta(3-\kappa) \frac{\partial u}{\partial x} + \beta(\kappa+1) \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (8)$$

Elde edilen Navier denklemlerinin kısmi türevli diferansiyel denklem takımı oluşturması problemin çözümünü zorlaştırmaktadır. Problemin çözümünü kolaylaştırmak ve Navier denklemlerinin adi diferansiyel denklemlere dönüştürülebilmesi için $u(x,y)$ ve $v(x,y)$ yer değiştirme ifadeleri, bilinmeyen $\phi(\xi,y)$ ve $\psi(\xi,y)$ fonksiyonlarının Fourier sinüs ve Fourier kosinüs dönüşümleri şeklinde tanımlanarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$u(x, y) = F_s[\phi(\xi, y); \xi \rightarrow x] = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \phi(\xi, y) \sin(\xi x) d\xi \quad (9)$$

$$v(x, y) = F_c[\psi(\xi, y); \xi \rightarrow x] = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \psi(\xi, y) \cos(\xi x) d\xi \quad (10)$$

Bu ifadelerin ters Fourier dönüşümleri de aşağıdaki gibi tanımlanabilir,

$$\phi(\xi, y) = F_s^{-1}[u(x, y); x \rightarrow \xi] = \int_0^{\infty} u(x, y) \sin(\xi x) dx \quad (11)$$

$$\psi(\xi, y) = F_c^{-1}[v(x, y); x \rightarrow \xi] = \int_0^{\infty} v(x, y) \cos(\xi x) dx \quad (12)$$

Burada, ξ dönüşüm değişkeni, $\phi(\xi, y)$ ve $\psi(\xi, y)$ ise $u(x, y)$ ve $v(x, y)$ 'nin bilinmeyen ters Fourier sinüs ve Fourier kosinüs dönüşümleridir.

Bu fonksiyonların belirlenmesi için (7) numaralı denklem, $\sin(\xi x)dx$ ve (8) numaralı denklem $\cos(\xi x)dx$ ile çarpılarak denklemlerin $(0, +\infty)$ aralığında integralleri alınır,

$$\int_0^{\infty} [(\kappa+1)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (\kappa-1)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y}) + \beta(\kappa-1)\frac{\partial u}{\partial y} + \beta(\kappa-1)\frac{\partial v}{\partial x}] \sin(\xi x) dx = 0 \quad (13)$$

$$\int_0^{\infty} [(\kappa-1)\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + (\kappa+1)\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + 2(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}) + \beta(3-\kappa)\frac{\partial u}{\partial x} + \beta(\kappa+1)\frac{\partial v}{\partial y}] \cos(\xi x) dx = 0 \quad (14)$$

eşitlikleri elde edilir. Bu denklemlerde $u=u(x, y)$ ve $v=v(x, y)$ olduğu bilinmektedir. (13) ve (14) numaralı denklemlerde u ve v 'nin bazı türevlerinin Fourier dönüşümleri aşağıdaki gibidir.

$$F_s[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; x \rightarrow \xi] = -\xi^2 \phi \quad (15)$$

$$F_s[\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}; x \rightarrow \xi] = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \quad (16)$$

$$F_s\left[\frac{\partial^2 v(x, y)}{\partial x \partial y}; x \rightarrow \xi\right] = -\xi \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (17)$$

$$F_c\left[\frac{\partial^2 v(x, y)}{\partial x^2}; x \rightarrow \xi\right] = -\xi^2 \psi \quad (18)$$

$$F_c\left[\frac{\partial^2 v(x, y)}{\partial y^2}; x \rightarrow \xi\right] = \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \quad (19)$$

$$F_c\left[\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x \partial y}; x \rightarrow \xi\right] = \xi \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (20)$$

Kısmi integrasyon yardımıyla elde edilen yukarıdaki eşitlikler aşağıdaki sınır şartlarına göre yazılmıştır.

$$u(0, y) = u(\infty, y) = v(\infty, y) = \frac{\partial u(x, y)}{\partial x} \Big|_{x=\infty} = \frac{\partial v(x, y)}{\partial x} \Big|_{x=\infty} = \frac{\partial v(x, y)}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \quad (21)$$

(15-20) numaralı ifadeler (13) ve (14) numaralı eşitliklerde yerlerine konulup gerekli düzenlemeler yapılırsa;

$$-(\kappa+1)\xi^2\phi + (\kappa-1)\frac{d^2\phi}{dy^2} - 2\xi\frac{d\psi}{dy} + \beta(\kappa-1)\frac{d\phi}{dy} - \beta(\kappa-1)(\xi\psi) = 0 \quad (22)$$

$$-(\kappa-1)\xi^2\psi + (\kappa+1)\frac{d^2\psi}{dy^2} + 2\xi\frac{d\phi}{dy} + \beta(3-\kappa)(\xi\phi) + \beta(\kappa+1)\left(\frac{d\psi}{dy}\right) = 0 \quad (23)$$

adi diferansiyel denklem takımı elde edilmiş olur. (22) ve (23) numaralı denklemler $\ddot{y} = \mathbf{\tilde{O}}\dot{y} + k y$ şeklinde bir diferansiyel denklem takımıdır (Apatay, 2010). Bu denklem sisteminin çözümü için,

$$\phi = y_1 \text{ ve } \frac{d\phi}{dy} = y_3 \quad (24)$$

$$\psi = y_2 \text{ ve } \frac{d\psi}{dy} = y_4 \quad (25)$$

eşitlemeleri yapılarak diferansiyel denklem sistemi $\dot{y} = \mathfrak{U}y$ şeklindeki bir matris olarak tanımlanabilir.

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{y}_3 \\ \dot{y}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \xi^2 \frac{(\kappa+1)}{(\kappa-1)} & \beta\xi & -\beta & \frac{2\xi}{(\kappa-1)} \\ -\beta\xi \frac{(3-\kappa)}{(\kappa+1)} & \xi^2 \frac{(\kappa-1)}{(\kappa+1)} & -\frac{2\xi}{(\kappa+1)} & -\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Buradan;

$$\mathfrak{U} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \xi^2 \frac{(\kappa+1)}{(\kappa-1)} & \beta\xi & -\beta & \frac{2\xi}{(\kappa-1)} \\ -\beta\xi \frac{(3-\kappa)}{(\kappa+1)} & \xi^2 \frac{(\kappa-1)}{(\kappa+1)} & -\frac{2\xi}{(\kappa+1)} & -\beta \end{bmatrix}$$

olarak tanımlanırsa ve $|\mathfrak{U} - nI| = 0$ yazılırsa;

$$n^4 + 2\beta n^3 + (\beta^2 - 2\xi^2)n^2 - 2\xi^2\beta n + \frac{\xi^2(3\beta^2 + \xi^2 + (\xi^2 - \beta^2)\kappa)}{(\kappa+1)} = 0 \quad (27)$$

şeklinde diferansiyel denklem takımının karakteristik denklemi elde edilmiş olur.

Diferansiyel denklem sisteminin çözümü e^{ny} şeklinde aranır,

$$\phi = \sum_{j=1}^4 A_j e^{n_j y} \quad (28)$$

$$\psi = \sum_{j=1}^4 A_j m_j e^{n_j y} \quad (29)$$

elde edilir. (28) ve (29) numaralı ifadeler (22) ve (23) numaralı denklemlerde yerlerine konulursa;

$$m_j = \frac{(3\beta + 2n_j - \beta\kappa)[n_j(\beta + n_j)(\kappa + 1) - \xi^2(\kappa + 3)]}{4\xi^3 - \xi\beta^2(\kappa - 3)(\kappa + 1)}, \quad (j=1,2,3,4) \quad (30)$$

olarak bulunur. Karakteristik denklemin kökleri ise aşağıdaki gibi olur.

$$n_1 = -\frac{1}{2} \left(\beta + \sqrt{4\xi^2 + \beta^2 - 4\xi\beta i \sqrt{\frac{3-\kappa}{\kappa+1}}} \right) \quad (31)$$

$$n_2 = -\frac{1}{2} \left(\beta - \sqrt{4\xi^2 + \beta^2 - 4\xi\beta i \sqrt{\frac{3-\kappa}{\kappa+1}}} \right) \quad (32)$$

$$n_3 = -\frac{1}{2} \left(\beta + \sqrt{4\xi^2 + \beta^2 + 4\xi\beta i \sqrt{\frac{3-\kappa}{\kappa+1}}} \right) \quad (33)$$

$$n_4 = -\frac{1}{2} \left(\beta - \sqrt{4\xi^2 + \beta^2 + 4\xi\beta i \sqrt{\frac{3-\kappa}{\kappa+1}}} \right) \quad (34)$$

(28) numaralı denklemde tanımlanan $\phi(\xi, y)$ ifadesi (9) numaralı denklemde ve (29) numaralı denklemde tanımlanan $\psi(\xi, y)$ ifadesi (10) numaralı denklemde yerine yazılırsa; fonksiyonel derecelendirilmiş tabakaya ait yer değiştirme ifadeleri kütle kuvvetinin ihmal edildiği durumda aşağıdaki gibi bulunur:

$$u(x, y) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \sum_{j=1}^4 A_j e^{n_j y} \sin(\xi x) d\xi \quad (35)$$

$$v(x, y) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \sum_{j=1}^4 A_j m_j e^{n_j y} \cos(\xi x) d\xi \quad (36)$$

Bu denklemlerde geçen $A_j (j=1,2,3,4)$ büyüklükleri bilinmeyen katsayılar olup probleme ait sınır şartlarından elde edilecektir.

(35) ve (36) numaralı yer değiştirme ifadeleri (3), (4) ve (5) numaralı gerilme bileşenlerinde yerlerine yazılırsa fonksiyonel derecelendirilmiş tabaka için gerilme bileşenleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\sigma_x(x, y) = \frac{2\mu_0 e^{\beta y}}{\pi(\kappa - 1)} \int_0^\infty \sum_{j=1}^4 A_j [(3 - \kappa)m_j n_j + \xi(\kappa + 1)] e^{n_j y} \cos(\xi x) d\xi \quad (37)$$

$$\sigma_y(x, y) = \frac{2\mu_0 e^{\beta y}}{\pi(\kappa - 1)} \int_0^\infty \sum_{j=1}^4 A_j C_j e^{n_j y} \cos(\xi x) d\xi \quad (38)$$

$$\tau_{xy}(x, y) = \frac{2\mu_0 e^{\beta y}}{\pi} \int_0^\infty \sum_{j=1}^4 A_j D_j e^{n_j y} \sin(\xi x) d\xi \quad (39)$$

Burada;

$$C_j = [(\kappa + 1)m_j n_j + \xi(3 - \kappa)] \quad (j = 1, 2, 3, 4) \quad (40)$$

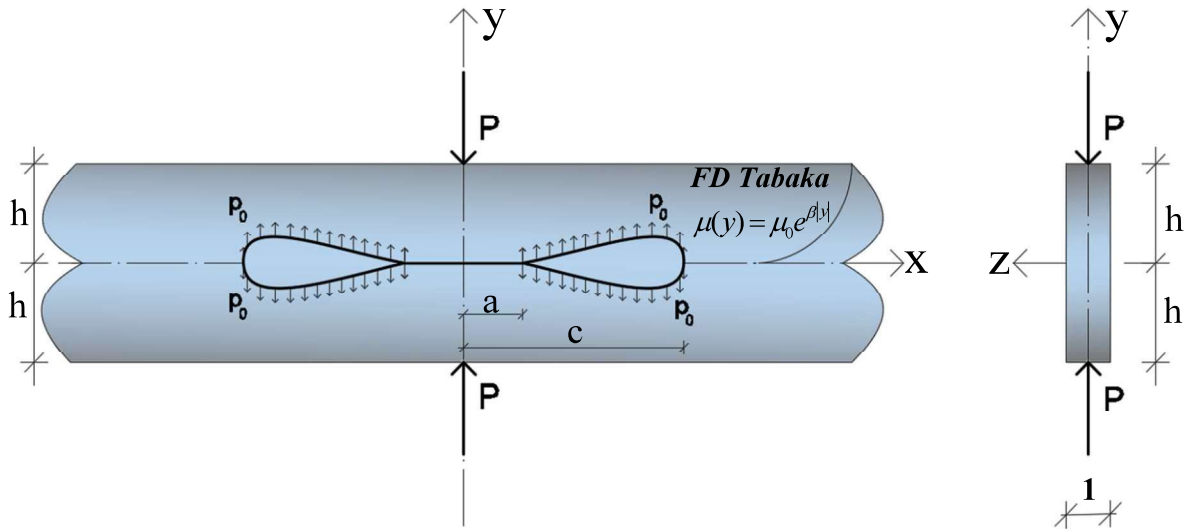
$$D_j = [n_j - \xi m_j] \quad (j = 1, 2, 3, 4) \quad (41)$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

2.1. Problemin Tanımı

Bu bölümde, iki yüzeyinden tekil yük ile yüklü fonksiyonel derecelendirilmiş elastik tabakada bulunan çatlağın kapanması problemi elastisite teorisine göre incelenecektir. Fonksiyonel derecelendirilmiş tabaka iki yüzeyinden tekil yük ile yüklenmiş olup fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın kayma modülü y ekseninde derinliğe bağlı olarak değişen bir üstel fonksiyon olarak tanımlanmıştır. Ayrılma bölgesinde sürtünmenin olmadığı ve tabakanın kütle kuvvetinin ihmal edildiği problemde, geometri ve yükleme durumu Şekil-1 de verilmiştir.



Şekil 1. Problem geometrisi ve yükleme durumu

Şekilde görüldüğü gibi, fonksiyonel derecelendirilmiş (FD) tabakada çatlak probleminin çözümünü, gerek x ve gerekse de y eksenine göre geometri ve yükleme durumu simetrik olduğundan dolayı $[0, h]$ ve $[0, \infty)$ araştırmak yeterli olacaktır.

2.2. Problemin Çözümü

Problem, elastisite teorisi ve integral dönüşüm teknikleri yardımıyla incelenmiştir. Problemin çözümüne genel denklemlerin elde edilmesiyle başlanmış daha sonra probleme ait sınır şartları yardımıyla gerilme ve yer değiştirme ifadelerindeki katsayılar bilinmeyen eğim fonksiyonuna bağlı olarak belirlenmiştir. Bilinmeyen eğim fonksiyonunun belirlenebilmesi için katsayıların belirlenmesinde kullanılmayan sınır şartından faydalanılmış ve problem bir tekil integral denkleme indirgenmiştir. Boyusuzlaştırılan integral denklem, Gauss-Chebyshev integrasyon formülasyonu kullanılarak çözümlenmiştir.

2.3. Kullanılacak Denklemler

Problemde fonksiyonel derecelendirilmiş tabaka için kayma modülü (42) numaralı denklemde gösterildiği gibi üstel fonksiyona bağlı olarak değişmektedir.

$$\mu(y) = \mu_0 e^{\beta|y|} \quad (42)$$

Burada μ_0 tabakanın orta yüzeyindeki kayma modülünü, β ise sıfırdan farklı olmak koşuluyla rijitlik parametresini ifade etmektedir.

Problemin çözümünde kullanılacak gerilme ve yer değiştirme ifadeleri aşağıdaki gibidir;

$$\sigma_x(x, y) = \frac{2\mu_0 e^{\beta y}}{\pi(\kappa - 1)} \int_0^\infty \sum_{j=1}^4 A_j [(3 - \kappa)m_j n_j + \xi(\kappa + 1)] e^{n_j y} \cos(\xi x) d\xi \quad (43)$$

$$\sigma_y(x, y) = \frac{2\mu_0 e^{\beta y}}{\pi(\kappa - 1)} \int_0^\infty \sum_{j=1}^4 A_j C_j e^{n_j y} \cos(\xi x) d\xi \quad (44)$$

$$\tau_{xy}(x, y) = \frac{2\mu_0 e^{\beta y}}{\pi} \int_0^\infty \sum_{j=1}^4 A_j D_j e^{n_j y} \sin(\xi x) d\xi \quad (45)$$

$$u(x, y) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \sum_{j=1}^4 A_j e^{n_j y} \sin(\xi x) d\xi \quad (46)$$

$$v(x, y) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \sum_{j=1}^4 A_j m_j e^{n_j y} \cos(\xi x) d\xi \quad (47)$$

2.4. Probleme Ait Sınır Şartları

$\sigma_x(x, y)$, $\sigma_y(x, y)$, $\tau_{xy}(x, y)$ gerilme bileşenlerini, $u(x, y)$ ve $v(x, y)$ yer değiştirme bileşenlerini göstermek üzere probleme ait sınır şartları aşağıdaki gibidir.

$$\tau_{xy}(x, 0) = 0 \quad (48)$$

$$\sigma_y(x, h) = -\frac{P}{2} \delta(x) \quad (49)$$

$$\sigma_y(x, 0) = -p_0 \quad [a < |x| < c] \quad (50)$$

$$\tau_{xy}(x, h) = 0 \quad (51)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} [v(x, 0)] = \begin{cases} 0 & ; [|x| < a, |x| > c] \\ f(x) & ; [a < |x| < c] \end{cases} \quad (52)$$

Probleme ait tek değerlilik şartı ise aşağıdaki gibidir.

$$\int_a^c f(x) dx = 0 \quad (53)$$

2.5. Katsayıların Belirlenmesi

Fonksiyonel derecelendirilmiş tabakaya ait yer değiştirme ve gerilme bileşenlerinin (48), (49), (51) ve (52) nolu şartlarında yerlerine yazılıp uygulanması ve ters Fourier kosinüs veya sinüs dönüşümlerinin alınmasıyla yer değiştirme ve gerilme ifadelerindeki bilinmeyenler A_j ($j=1, 2, 3, 4$)' lere bağlı olan 4 adet cebrik denklem aşağıdaki gibi elde edilir.

(48) numaralı sınır şartının, (45) numaralı gerilme bileşeninde yerine konulup ters Fourier sinüs dönüşümünün alınmasıyla;

$$\sum_{j=1}^4 A_j D_j = 0 \quad (54)$$

ifadesi elde edilir.

(51) numaralı sınır şartının, (45) numaralı gerilme bileşeninde yerine konulup ters Fourier sinüs dönüşümünün alınmasıyla;

$$\sum_{j=1}^4 A_j D_j e^{n_j h} = 0 \quad (55)$$

ifadesi elde edilir.

(49) numaralı sınır şartının, (44) numaralı gerilme bileşeninde yerine konulup ters Fourier kosinüs dönüşümünün alınmasıyla;

$$\sum_{j=1}^4 A_j C_j e^{n_j h} = -\frac{P(\kappa-1)}{2\mu_0 e^{\beta h}} \quad (56)$$

ifadesi elde edilir.

(52) numaralı sınır şartının, gerekli türevi alınan (47) numaralı yer değiştirme bileşeninde yerine konulup ters Fourier sinüs dönüşümünün alınmasıyla;

$$\sum_{j=1}^4 (-\xi A_j m_j) = \overline{f(t)} \quad (57)$$

ifadesi elde edilir. Burada $\overline{f(t)} = \int_a^c f(t) \sin(\xi t) dt$ olarak tanımlanmıştır.

Elde edilen cebrik denklemler matris formuna dönüştürülüp gerilme ve yer değiştirme bileşenlerinde bilinmeyen olan A_j ($j=1,2,3,4$) katsayılarına ulaşılabacaktır.

$$\begin{bmatrix} D_1 & D_2 & D_3 & D_4 \\ D_1 e^{n_1 h} & D_2 e^{n_2 h} & D_3 e^{n_3 h} & D_4 e^{n_4 h} \\ C_1 e^{n_1 h} & C_2 e^{n_2 h} & C_3 e^{n_3 h} & C_4 e^{n_4 h} \\ -\xi m_1 & -\xi m_2 & -\xi m_3 & -\xi m_4 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{P(\kappa-1)}{2\mu_0 e^{\beta h}} \\ \overline{f(t)} \end{bmatrix} \quad (58)$$

Bu denklem sisteminin çözümünden;

$$\begin{aligned} A_1 = e^{-\beta h} [P\xi(\kappa-1)(-D_2 D_3 m_4 e^{n_2 h} + D_2 D_4 m_3 e^{n_2 h} + D_2 D_3 m_4 e^{n_3 h} - D_3 D_4 m_2 e^{n_3 h} \\ - D_2 D_4 m_3 e^{n_4 h} + D_3 D_4 m_2 e^{n_4 h}) + 2\overline{f(t)}\mu_0 e^{\beta h} (C_2 D_3 D_4 e^{n_2 h} e^{n_3 h} - C_3 D_2 D_4 e^{n_2 h} e^{n_3 h} \\ - C_2 D_3 D_4 e^{n_2 h} e^{n_4 h} + C_4 D_2 D_3 e^{n_2 h} e^{n_4 h} + C_3 D_2 D_4 e^{n_3 h} e^{n_4 h} - C_4 D_2 D_3 e^{n_3 h} e^{n_4 h})] / \Delta_1 \end{aligned} \quad (59)$$

$$\begin{aligned} A_2 = e^{-\beta h} [P\xi(\kappa-1)(D_1 D_3 m_4 e^{n_1 h} - D_1 D_4 m_3 e^{n_1 h} - D_1 D_3 m_4 e^{n_3 h} + D_3 D_4 m_1 e^{n_3 h} \\ + D_1 D_4 m_3 e^{n_4 h} - D_3 D_4 m_1 e^{n_4 h}) + 2\overline{f(t)}\mu_0 e^{\beta h} (-C_1 D_3 D_4 e^{n_1 h} e^{n_3 h} + C_3 D_1 D_4 e^{n_1 h} e^{n_3 h} \\ + C_1 D_3 D_4 e^{n_1 h} e^{n_4 h} - C_4 D_1 D_3 e^{n_1 h} e^{n_4 h} - C_3 D_1 D_4 e^{n_3 h} e^{n_4 h} + C_4 D_1 D_3 e^{n_3 h} e^{n_4 h})] / \Delta_1 \end{aligned} \quad (60)$$

$$\begin{aligned} A_3 = e^{-\beta h} [P\xi(\kappa-1)(-D_1 D_2 m_4 e^{n_1 h} + D_1 D_4 m_2 e^{n_1 h} + D_1 D_2 m_4 e^{n_2 h} - D_2 D_4 m_1 e^{n_2 h} \\ - D_1 D_4 m_2 e^{n_4 h} + D_2 D_4 m_1 e^{n_4 h}) + 2\overline{f(t)}\mu_0 e^{\beta h} (C_1 D_2 D_4 e^{n_1 h} e^{n_2 h} - C_2 D_1 D_4 e^{n_1 h} e^{n_2 h} \\ - C_1 D_2 D_4 e^{n_1 h} e^{n_4 h} + C_4 D_1 D_2 e^{n_1 h} e^{n_4 h} + C_2 D_1 D_4 e^{n_2 h} e^{n_4 h} - C_4 D_1 D_2 e^{n_2 h} e^{n_4 h})] / \Delta_1 \end{aligned} \quad (61)$$

$$\begin{aligned} A_4 = e^{-\beta h} [P\xi(\kappa-1)(D_1 D_2 m_3 e^{n_1 h} - D_1 D_3 m_2 e^{n_1 h} - D_1 D_2 m_3 e^{n_2 h} + D_2 D_3 m_1 e^{n_2 h} \\ + D_1 D_3 m_2 e^{n_3 h} - D_2 D_3 m_1 e^{n_3 h}) + 2\overline{f(t)}\mu_0 e^{\beta h} (-C_1 D_2 D_3 e^{n_1 h} e^{n_2 h} + C_2 D_1 D_3 e^{n_1 h} e^{n_2 h} \\ + C_1 D_2 D_3 e^{n_1 h} e^{n_3 h} - C_3 D_1 D_2 e^{n_1 h} e^{n_3 h} - C_2 D_1 D_3 e^{n_2 h} e^{n_3 h} + C_3 D_1 D_2 e^{n_2 h} e^{n_3 h})] / \Delta_1 \end{aligned} \quad (62)$$

elde edilmiştir.

Bu ifadelerde bulunan Δ_1 ifadesi;

$$\begin{aligned} \Delta_1 = 2\xi\mu_0 [e^{n_1 h} e^{n_2 h} (m_4 C_1 D_2 D_3 - m_3 C_1 D_2 D_4 - m_4 C_2 D_1 D_3 + m_3 C_2 D_1 D_4) \\ + e^{n_1 h} e^{n_3 h} (-m_4 C_1 D_2 D_3 - m_2 C_1 D_3 D_4 + m_4 C_3 D_1 D_2 - m_2 C_3 D_1 D_4) \\ + e^{n_1 h} e^{n_4 h} (m_3 C_1 D_2 D_4 - m_2 C_1 D_3 D_4 - m_3 C_4 D_1 D_2 + m_2 C_4 D_1 D_3) \\ + e^{n_2 h} e^{n_3 h} (m_4 C_2 D_1 D_3 - m_1 C_2 D_3 D_4 - m_4 C_3 D_1 D_2 + m_1 C_3 D_2 D_4) \\ + e^{n_2 h} e^{n_4 h} (-m_3 C_2 D_1 D_4 + m_1 C_2 D_3 D_4 + m_3 C_4 D_1 D_2 - m_1 C_4 D_2 D_3) \\ + e^{n_3 h} e^{n_4 h} (m_2 C_3 D_1 D_4 - m_1 C_3 D_2 D_4 - m_2 C_4 D_1 D_3 + m_1 C_4 D_2 D_3)] \end{aligned} \quad (63)$$

2.6. İntegral Denklemin Elde Edilmesi

Fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın ayrılma bölgesinde [a-c] aralığında gerilme şiddeti faktörü değerinin bulunabilmesi için öncelikle [a-c] ayrılma bölgesinde bilinmeyen $f(t)$ eğim fonksiyonunun belirlenmesi gerekmektedir. Bu fonksiyona, problemde bu aşamaya kadar kullanılmamış (50) nolu sınır şartından elde edilecek olan tekil integral denklemin çözümünden ulaşılabacaktır. (50) nolu sınır şartı aşağıda açık şekilde ifade edilmiştir.

$$\sigma_y(x, y) = \frac{2\mu_0 e^{\beta y}}{\pi(\kappa - 1)} \int_0^\infty \sum_{j=1}^4 A_j C_j e^{n_j y} \cos(\xi x) d\xi \quad (64)$$

$$\sigma_y(x, 0) = \frac{2\mu_0}{\pi(\kappa - 1)} \int_0^\infty \sum_{j=1}^4 A_j C_j \cos(\xi x) d\xi = -p_0 \quad (65)$$

Denklemden gerekli olan A_j ($j=1, 2, 3, 4$) ve C_j ($j=1, 2, 3, 4$) ifadeleri yerlerine yazılıp gerekli düzenlemeler yapılırsa;

$$\begin{aligned} \sigma_y(x, 0) \frac{2\mu_0}{\pi(\kappa - 1)} = & \int_0^\infty [\{P\xi(\kappa - 1)[(-C_1 D_2 D_3 m_4 e^{n_2 h} + C_1 D_2 D_4 m_3 e^{n_2 h} \\ & + C_1 D_2 D_3 m_4 e^{n_3 h} - C_1 D_3 D_4 m_2 e^{n_3 h} - C_1 D_2 D_4 m_3 e^{n_4 h} + C_1 D_3 D_4 m_2 e^{n_4 h} \\ & + C_2 D_1 D_3 m_4 e^{n_1 h} - C_2 D_1 D_4 m_3 e^{n_1 h} - C_2 D_1 D_3 m_4 e^{n_3 h} + C_2 D_3 D_4 m_1 e^{n_3 h} + C_2 D_1 D_4 m_3 e^{n_4 h} \\ & - C_2 D_3 D_4 m_1 e^{n_4 h} - C_3 D_1 D_2 m_4 e^{n_1 h} + C_3 D_1 D_4 m_2 e^{n_1 h} + C_3 D_1 D_2 m_4 e^{n_2 h} - C_3 D_2 D_4 m_1 e^{n_2 h} \\ & - C_3 D_1 D_4 m_2 e^{n_4 h} + C_3 D_2 D_4 m_1 e^{n_4 h} + C_4 D_1 D_2 m_3 e^{n_1 h} - C_4 D_1 D_3 m_2 e^{n_1 h} - C_4 D_1 D_2 m_3 e^{n_2 h} \\ & + C_4 D_2 D_3 m_1 e^{n_2 h} + C_4 D_1 D_3 m_2 e^{n_3 h} - C_4 D_2 D_3 m_1 e^{n_3 h})] \\ & + 2\overline{f(t)}\mu_0 e^{\beta h} [(C_1 C_2 D_3 D_4 e^{n_2 h} e^{n_3 h} - C_1 C_3 D_2 D_4 e^{n_2 h} e^{n_3 h} - C_1 C_2 D_3 D_4 e^{n_2 h} e^{n_4 h} \\ & + C_1 C_4 D_2 D_3 e^{n_2 h} e^{n_4 h} + C_1 C_3 D_2 D_4 e^{n_3 h} e^{n_4 h} - C_1 C_4 D_2 D_3 e^{n_3 h} e^{n_4 h} - C_1 C_2 D_3 D_4 e^{n_1 h} e^{n_3 h} \\ & + C_2 C_3 D_1 D_4 e^{n_1 h} e^{n_3 h} + C_1 C_2 D_3 D_4 e^{n_1 h} e^{n_4 h} - C_2 C_4 D_1 D_3 e^{n_1 h} e^{n_4 h} - C_2 C_3 D_1 D_4 e^{n_3 h} e^{n_4 h} \\ & + C_2 C_4 D_1 D_3 e^{n_3 h} e^{n_4 h} + C_1 C_3 D_2 D_4 e^{n_1 h} e^{n_2 h} - C_2 C_3 D_1 D_4 e^{n_1 h} e^{n_2 h} - C_1 C_3 D_2 D_4 e^{n_1 h} e^{n_4 h} \\ & + C_3 C_4 D_1 D_2 e^{n_1 h} e^{n_4 h} + C_2 C_3 D_1 D_4 e^{n_2 h} e^{n_4 h} - C_3 C_4 D_1 D_2 e^{n_2 h} e^{n_4 h} - C_1 C_4 D_2 D_3 e^{n_1 h} e^{n_2 h} \\ & + C_2 C_4 D_1 D_3 e^{n_1 h} e^{n_2 h} + C_1 C_4 D_2 D_3 e^{n_1 h} e^{n_3 h} - C_3 C_4 D_1 D_2 e^{n_1 h} e^{n_3 h} - C_2 C_4 D_1 D_3 e^{n_2 h} e^{n_3 h} \\ & + C_3 C_4 D_1 D_2 e^{n_2 h} e^{n_3 h})] \} / \Delta_2] \cos(\xi x) d\xi = -p_0 \end{aligned} \quad (66)$$

ifadesi elde edilmiş olur. Burada Δ_2 ;

$$\begin{aligned}
\Delta_2 = & 2\xi\mu_0 e^{\beta h} [e^{n_1 h} e^{n_2 h} (m_4 C_1 D_2 D_3 - m_3 C_1 D_2 D_4 - m_4 C_2 D_1 D_3 + m_3 C_2 D_1 D_4) \\
& + e^{n_1 h} e^{n_3 h} (-m_4 C_1 D_2 D_3 - m_2 C_1 D_3 D_4 + m_4 C_3 D_1 D_2 - m_2 C_3 D_1 D_4) \\
& + e^{n_1 h} e^{n_4 h} (m_3 C_1 D_2 D_4 - m_2 C_1 D_3 D_4 - m_3 C_4 D_1 D_2 + m_2 C_4 D_1 D_3) \\
& + e^{n_2 h} e^{n_3 h} (m_4 C_2 D_1 D_3 - m_1 C_2 D_3 D_4 - m_4 C_3 D_1 D_2 + m_1 C_3 D_2 D_4) \\
& + e^{n_2 h} e^{n_4 h} (-m_3 C_2 D_1 D_4 + m_1 C_2 D_3 D_4 + m_3 C_4 D_1 D_2 - m_1 C_4 D_2 D_3) \\
& + e^{n_3 h} e^{n_4 h} (m_2 C_3 D_1 D_4 - m_1 C_3 D_2 D_4 - m_2 C_4 D_1 D_3 + m_1 C_4 D_2 D_3)]
\end{aligned} \tag{67}$$

dir. (50) nolu sınır şartı $y=0$ için yazıldığından, (66) nolu denklemde $y \rightarrow 0$ limitine geçmek gerekmektedir. Fakat $y \rightarrow 0$ limitine geçildiğinde, integral çekirdeğinin içinde bulunan $\overline{f(t)}$ 'ye bağlı terimlerin yakınsamasının bozulduğu görülmektedir. Başka bir ifadeyle büyük ξ değerleri için çekirdeğin integrali sıfırdan farklı bir sabit değere yakınsamaktadır. Çekirdek içinde bulunan yakınsamayı bozan singüler terim (ST) araştırılarak ayıklandığında;

$$ST = \int_0^\infty \left[\frac{4(\kappa-1)}{(\kappa+1)} \right] \sin(\xi t) \cos(\xi x) d\xi \tag{68}$$

olarak bulunur.

Çekirdeğin araştırılması ve ayıklanması sonucu ortaya çıkan singüler terimin kapalı integrali, integral dönüşüm tabloları yardımıyla (Erdelyi vd., 1954)

$$\int_0^\infty \left[\frac{4(\kappa-1)}{(\kappa+1)} \right] \sin(\xi t) \cos(\xi x) d\xi = \frac{2(\kappa-1)}{(\kappa+1)} \left[\frac{1}{t+x} + \frac{1}{t-x} \right] \tag{69}$$

olarak elde edilir. İntegral çekirdeğinin yakınsamasını bozan bu singüler terim (66) nolu çekirdeğin içinden çıkarılıp (69) nolu denklemde elde edilen kapalı integral ifadesinin eklenip denklemin yeniden düzenlenmesiyle;

$$\frac{2\mu_0}{(\kappa-1)\pi} \int_a^c f(t) k_1(x, t) dt + \frac{2\mu_0}{(\kappa-1)\pi} \int_a^c f(t) (ST) dt + \frac{P}{\pi} k_2(x) = -p_0 \tag{70}$$

integral denklem elde edilir. Burada,

$$ST = \int_0^\infty \left[\frac{4(\kappa-1)}{(\kappa+1)} \right] \sin(\xi t) \cos(\xi x) d\xi = \frac{2(\kappa-1)}{(\kappa+1)} \left[\frac{1}{t+x} + \frac{1}{t-x} \right] \quad (71)$$

$$k_1(x, t) = \int_0^\infty \left(\frac{X}{\Delta_2} - \frac{4(\kappa-1)}{(\kappa+1)} \right) \sin(\xi t) \cos(\xi x) d\xi \quad (72)$$

$$k_2(x) = \int_0^\infty \frac{T}{\Delta_2} \cos(\xi x) d\xi \quad (73)$$

$$\sin(\xi t) \cos(\xi x) = \frac{1}{2} (\sin \xi(t+x) - \sin \xi(x-t)) \quad (74)$$

$$-\sin \xi(x-t) = \sin \xi(t-x) \quad (75)$$

$$\sin(\xi t) \cos(\xi x) = \frac{1}{2} [(\sin \xi(t+x) + \sin \xi(t-x))] \quad (76)$$

$$\begin{aligned} X = 2\mu_0 e^{\beta h} [& (C_1 C_2 D_3 D_4 e^{n_2 h} e^{n_3 h} - C_1 C_3 D_2 D_4 e^{n_2 h} e^{n_3 h} - C_1 C_2 D_3 D_4 e^{n_2 h} e^{n_4 h} \\ & + C_1 C_4 D_2 D_3 e^{n_2 h} e^{n_4 h} + C_1 C_3 D_2 D_4 e^{n_3 h} e^{n_4 h} - C_1 C_4 D_2 D_3 e^{n_3 h} e^{n_4 h} - C_1 C_2 D_3 D_4 e^{n_1 h} e^{n_3 h} \\ & + C_2 C_3 D_1 D_4 e^{n_1 h} e^{n_3 h} + C_1 C_2 D_3 D_4 e^{n_1 h} e^{n_4 h} - C_2 C_4 D_1 D_3 e^{n_1 h} e^{n_4 h} - C_2 C_3 D_1 D_4 e^{n_3 h} e^{n_4 h} \\ & + C_2 C_4 D_1 D_3 e^{n_3 h} e^{n_4 h} + C_1 C_3 D_2 D_4 e^{n_1 h} e^{n_2 h} - C_2 C_3 D_1 D_4 e^{n_1 h} e^{n_2 h} - C_1 C_3 D_2 D_4 e^{n_1 h} e^{n_4 h} \\ & + C_3 C_4 D_1 D_2 e^{n_1 h} e^{n_4 h} + C_2 C_3 D_1 D_4 e^{n_2 h} e^{n_4 h} - C_3 C_4 D_1 D_2 e^{n_2 h} e^{n_4 h} - C_1 C_4 D_2 D_3 e^{n_1 h} e^{n_2 h} \\ & + C_2 C_4 D_1 D_3 e^{n_1 h} e^{n_2 h} + C_1 C_4 D_2 D_3 e^{n_1 h} e^{n_3 h} - C_3 C_4 D_1 D_2 e^{n_1 h} e^{n_3 h} - C_2 C_4 D_1 D_3 e^{n_2 h} e^{n_3 h} \\ & + C_3 C_4 D_1 D_2 e^{n_2 h} e^{n_3 h})] \end{aligned} \quad (77)$$

$$\begin{aligned} T = 2\xi [& (-C_1 D_2 D_3 m_4 e^{n_2 h} + C_1 D_2 D_4 m_3 e^{n_2 h} + C_1 D_2 D_3 m_4 e^{n_3 h} - C_1 D_3 D_4 m_2 e^{n_3 h} \\ & - C_1 D_2 D_4 m_3 e^{n_4 h} + C_1 D_3 D_4 m_2 e^{n_4 h} + C_2 D_1 D_3 m_4 e^{n_1 h} - C_2 D_1 D_4 m_3 e^{n_1 h} \\ & - C_2 D_1 D_3 m_4 e^{n_3 h} + C_2 D_3 D_4 m_1 e^{n_3 h} + C_2 D_1 D_4 m_3 e^{n_4 h} - C_2 D_3 D_4 m_1 e^{n_4 h} \\ & - C_3 D_1 D_2 m_4 e^{n_1 h} + C_3 D_1 D_4 m_2 e^{n_1 h} + C_3 D_1 D_2 m_4 e^{n_2 h} - C_3 D_2 D_4 m_1 e^{n_2 h} \\ & - C_3 D_1 D_4 m_2 e^{n_4 h} + C_3 D_2 D_4 m_1 e^{n_4 h} + C_4 D_1 D_2 m_3 e^{n_1 h} - C_4 D_1 D_3 m_2 e^{n_1 h} \\ & - C_4 D_1 D_2 m_3 e^{n_2 h} + C_4 D_2 D_3 m_1 e^{n_2 h} + C_4 D_1 D_3 m_2 e^{n_3 h} - C_4 D_2 D_3 m_1 e^{n_3 h})] \end{aligned} \quad (78)$$

eşitlikleri elde edilir. Boyutsuzlaştırma işlemlerinde kolaylık sağlaması için (70) nolu integral denklemin her iki tarafındaki tüm ifadeler $1/p_0$ ile çarpılırsa integral denklem;

$$\frac{2\mu_0}{p_0(\kappa-1)\pi} \int_a^c f(t) k_1(x, t) dt + \frac{2\mu_0}{p_0(\kappa-1)\pi} \int_a^c f(t) (ST) dt + \frac{P}{p_0\pi} k_2(x) = -1 \quad (79)$$

haline dönüşür.

2.7. İntegral Denklemin Boyutsuzlaştırılması

Elde edilen integral denklemin sayısal çözümünün yapılabilmesi için aşağıdaki değişken dönüşümleri yapılarak boyutsuz büyüklükler elde edilir.

$$x = \frac{c-a}{2}r + \frac{c+a}{2} \quad (80)$$

$$t = \frac{c-a}{2}s + \frac{c+a}{2} \quad dt = \frac{c-a}{2}ds \quad (81)$$

$$\phi(s) = \frac{2\mu_0}{p_0(\kappa-1)} f(t) \quad (82)$$

$$w = \xi c \quad dw = d\xi c, \quad \xi = \frac{w}{c} \quad d\xi = \frac{dw}{c} \quad (83)$$

$$Q = \frac{P}{p_0 c} \quad (84)$$

$$\varphi = \frac{a}{c} \quad (85)$$

Tanımlanan boyutsuz büyüklükler (79) nolu denklemin her bir teriminde yerine yazılıp gerekli düzenlemeler yapılırsa

$$\frac{2\mu_0}{p_0(\kappa-1)\pi} \int_a^c f(t) k_1(x, t) dt \text{ ifadesi, } \left(\frac{1-\varphi}{4} \right) \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \phi(s) k_1(r, s) ds$$

$$\frac{2\mu_0}{p_0(\kappa-1)\pi} \int_a^c f(t) (ST) dt \text{ ifadesi, } \frac{2(\kappa-1)}{(\kappa+1)} \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \left[\frac{1}{s-r} + \frac{1}{(s+r) + 2(1+\varphi)/(1-\varphi)} \right] \phi(s) ds$$

$$\frac{P}{p_0\pi} k_2(x) \text{ ifadesi, } \frac{Q}{\pi} k_2(r) \text{ ifadelerine dönüşmüş olur.}$$

Burada;

$$k_1(r, s) = \int_0^\infty \left(\frac{X'}{\Delta_2'} - \frac{4(\kappa-1)}{(\kappa+1)} \right) \left(\sin \frac{w}{c} \left(\frac{(c-a)(s-r)}{2} \right) + \sin \frac{w}{c} \left(\frac{(c-a)(r+s) + 2(c+a)}{2} \right) \right) \frac{dw}{c} \quad (86)$$

$$k_2(r) = \int_0^{\infty} \frac{T'}{\Delta_2'} \cos\left(\frac{w}{c} \left[\frac{c-a}{2} r + \frac{c+a}{2} \right]\right) dw \quad (87)$$

şeklindedir. Burada X', T' ve Δ_2' ifadeleri de tanımlanan boyutsuz büyüklüklerin X, T ve Δ_2 olarak tanımlanan ifadelerde yerlerine yazılması ile aşağıdaki şekilde yeniden düzenlemiştir.

$$\begin{aligned} X' = 2\mu_0 e^{\beta h} [& (C_1 C_2 D_3 D_4 e^{n_2 h} e^{n_3 h} - C_1 C_3 D_2 D_4 e^{n_2 h} e^{n_3 h} - C_1 C_2 D_3 D_4 e^{n_2 h} e^{n_4 h} \\ & + C_1 C_4 D_2 D_3 e^{n_2 h} e^{n_4 h} + C_1 C_3 D_2 D_4 e^{n_3 h} e^{n_4 h} - C_1 C_4 D_2 D_3 e^{n_3 h} e^{n_4 h} - C_1 C_2 D_3 D_4 e^{n_1 h} e^{n_3 h} \\ & + C_2 C_3 D_1 D_4 e^{n_1 h} e^{n_3 h} + C_1 C_2 D_3 D_4 e^{n_1 h} e^{n_4 h} - C_2 C_4 D_1 D_3 e^{n_1 h} e^{n_4 h} - C_2 C_3 D_1 D_4 e^{n_3 h} e^{n_4 h} \\ & + C_2 C_4 D_1 D_3 e^{n_3 h} e^{n_4 h} + C_1 C_3 D_2 D_4 e^{n_1 h} e^{n_2 h} - C_2 C_3 D_1 D_4 e^{n_1 h} e^{n_2 h} - C_1 C_3 D_2 D_4 e^{n_1 h} e^{n_4 h} \\ & + C_3 C_4 D_1 D_2 e^{n_1 h} e^{n_4 h} + C_2 C_3 D_1 D_4 e^{n_2 h} e^{n_4 h} - C_3 C_4 D_1 D_2 e^{n_2 h} e^{n_4 h} - C_1 C_4 D_2 D_3 e^{n_1 h} e^{n_2 h} \\ & + C_2 C_4 D_1 D_3 e^{n_1 h} e^{n_2 h} + C_1 C_4 D_2 D_3 e^{n_1 h} e^{n_3 h} - C_3 C_4 D_1 D_2 e^{n_1 h} e^{n_3 h} - C_2 C_4 D_1 D_3 e^{n_2 h} e^{n_3 h} \\ & + C_3 C_4 D_1 D_2 e^{n_2 h} e^{n_3 h})] \end{aligned} \quad (88)$$

$$\begin{aligned} T' = 2 \frac{W}{c} [& (-C_1 D_2 D_3 m_4 e^{n_2 h} + C_1 D_2 D_4 m_3 e^{n_2 h} + C_1 D_2 D_3 m_4 e^{n_3 h} - C_1 D_3 D_4 m_2 e^{n_3 h} \\ & - C_1 D_2 D_4 m_3 e^{n_4 h} + C_1 D_3 D_4 m_2 e^{n_4 h} + C_2 D_1 D_3 m_4 e^{n_1 h} - C_2 D_1 D_4 m_3 e^{n_1 h} \\ & - C_2 D_1 D_3 m_4 e^{n_3 h} + C_2 D_3 D_4 m_1 e^{n_3 h} + C_2 D_1 D_4 m_3 e^{n_4 h} - C_2 D_3 D_4 m_1 e^{n_4 h} \\ & - C_3 D_1 D_2 m_4 e^{n_1 h} + C_3 D_1 D_4 m_2 e^{n_1 h} + C_3 D_1 D_2 m_4 e^{n_2 h} - C_3 D_2 D_4 m_1 e^{n_2 h} \\ & - C_3 D_1 D_4 m_2 e^{n_4 h} + C_3 D_2 D_4 m_1 e^{n_4 h} + C_4 D_1 D_2 m_3 e^{n_1 h} - C_4 D_1 D_3 m_2 e^{n_1 h} \\ & - C_4 D_1 D_2 m_3 e^{n_2 h} + C_4 D_2 D_3 m_1 e^{n_2 h} + C_4 D_1 D_3 m_2 e^{n_3 h} - C_4 D_2 D_3 m_1 e^{n_3 h})] \end{aligned} \quad (89)$$

$$\begin{aligned} \Delta_2' = 2 \frac{W}{c} \mu_0 e^{\beta h} [& e^{n_1 h} e^{n_2 h} (m_4 C_1 D_2 D_3 - m_3 C_1 D_2 D_4 - m_4 C_2 D_1 D_3 + m_3 C_2 D_1 D_4) \\ & + e^{n_1 h} e^{n_3 h} (-m_4 C_1 D_2 D_3 - m_2 C_1 D_3 D_4 + m_4 C_3 D_1 D_2 - m_2 C_3 D_1 D_4) \\ & + e^{n_1 h} e^{n_4 h} (m_3 C_1 D_2 D_4 - m_2 C_1 D_3 D_4 - m_3 C_4 D_1 D_2 + m_2 C_4 D_1 D_3) \\ & + e^{n_2 h} e^{n_3 h} (m_4 C_2 D_1 D_3 - m_1 C_2 D_3 D_4 - m_4 C_3 D_1 D_2 + m_1 C_3 D_2 D_4) \\ & + e^{n_2 h} e^{n_4 h} (-m_3 C_2 D_1 D_4 + m_1 C_2 D_3 D_4 + m_3 C_4 D_1 D_2 - m_1 C_4 D_2 D_3) \\ & + e^{n_3 h} e^{n_4 h} (m_2 C_3 D_1 D_4 - m_1 C_3 D_2 D_4 - m_2 C_4 D_1 D_3 + m_1 C_4 D_2 D_3)] \end{aligned} \quad (90)$$

$$C'_j = [(\kappa + 1)m'_j n'_j + \frac{W}{c}(3 - \kappa)] \quad (j=1,2,3,4) \quad (91)$$

$$D'_j = [n'_j - \frac{W}{c}m'_j] \quad (j=1,2,3,4) \quad (92)$$

$$m'_j = \frac{(3\beta + 2n'_j - \beta\kappa)[n'_j(\beta + n'_j)(\kappa + 1) - \left\{\frac{w}{c}\right\}^2(\kappa + 3)]}{4\left\{\frac{w}{c}\right\}^3 - \left\{\frac{w}{c}\right\}\beta^2(\kappa - 3)(\kappa + 1)} \quad (j = 1, 2, 3, 4) \quad (93)$$

$$n'_1 = -\frac{1}{2} \left(\beta + \sqrt{4\left\{\frac{w}{c}\right\}^2 + \beta^2 - 4\left\{\frac{w}{c}\right\}\beta i \sqrt{\frac{3-\kappa}{\kappa+1}}} \right) \quad (94)$$

$$n'_2 = -\frac{1}{2} \left(\beta - \sqrt{4\left\{\frac{w}{c}\right\}^2 + \beta^2 - 4\left\{\frac{w}{c}\right\}\beta i \sqrt{\frac{3-\kappa}{\kappa+1}}} \right) \quad (95)$$

$$n'_3 = -\frac{1}{2} \left(\beta + \sqrt{4\left\{\frac{w}{c}\right\}^2 + \beta^2 + 4\left\{\frac{w}{c}\right\}\beta i \sqrt{\frac{3-\kappa}{\kappa+1}}} \right) \quad (96)$$

$$n'_4 = -\frac{1}{2} \left(\beta - \sqrt{4\left\{\frac{w}{c}\right\}^2 + \beta^2 + 4\left\{\frac{w}{c}\right\}\beta i \sqrt{\frac{3-\kappa}{\kappa+1}}} \right) \quad (97)$$

‘dir.

Tüm bu ifadeler (79) nolu denklemde yerlerine yazılır ve düzenlenirse boyutsuzlaştırılan tekil integral denklem.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1-\varphi}{4} \right) \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \phi(s) k_1(r, s) ds + \frac{2(\kappa-1)}{(\kappa+1)} \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \left[\frac{1}{s-r} + \frac{1}{(s+r) + 2(1+\varphi)/(1-\varphi)} \right] \phi(s) ds \\ & = -1 - \frac{Q}{\pi} k_2(r) \quad (-1 < r < +1) \end{aligned} \quad (98)$$

Ve tek değerlilik şartı

$$\int_{-1}^1 \phi(s) ds = 0 \quad (99)$$

olarak elde edilir.

2.8. İntegral Denklemin Sayısal Çözümü

Boyutsuz hale getirilen (98) nolu integral denklem ve (99) nolu tek değerlilik şartının çözümü, problem geometrisine bağlı olarak integral denklemin indisinin seçilmesinin ardından Gauss-Chebyshev integrasyon formülleri kullanılarak elde edilecektir.

Problem geometrisine bağılı olarak a noktasında çatlak kapandığından $\phi(-1)$ 'de eğim sıfırdır dolayısıyla integral denklemin indisi 0'dır. (Gupta ve Erdoğan, 1974; Geçit,1978). Bu nedenle çözüm aşağıdaki gibi belirlenmiş olur.

$$\phi(s) = \psi(s)(1+s)^{1/2}(1-s)^{-1/2} \quad (-1 < s < 1) \quad (100)$$

Burada $\psi(s)$ $(-1 < s < 1)$ aralığında sınırlıdır. (98) ve (99) nolu denklemlere Gauss-Chebyshev integrasyon formülasyonu uygulanırsa (Erdoğan ve Gupta, 1972), denklemler aşağıdaki denklemlere dönüşür.

$$\sum_1^N W_k \psi(s_k) \left\{ \frac{2(\kappa-1)}{(\kappa+1)} \left[\frac{1}{s_k - r_i} + \frac{1}{s_k + r_i + 2(1+\varphi)/(1-\varphi)} \right] + \left(\frac{1-\varphi}{2} \right) k_1(r_i, s_k) \right\} \quad (101a)$$

$$= -1 - \frac{Q}{\pi} k_2(r_i) \quad (i = 1, \dots, N)$$

$$\sum_1^N W_k \psi(s_k) = 0 \quad (101b)$$

Burada;

$$W_k = \frac{2(1+s_k)}{2N+1} \quad (k = 1, \dots, N) \quad (102)$$

$$s_k = \cos\left(\frac{2k-1}{2N+1} \pi\right) \quad (k = 1, \dots, N) \quad (103)$$

$$r_i = \cos\left(\frac{2i}{2N+1} \pi\right) \quad (i = 1, \dots, N) \quad (104)$$

olarak tanımlanır.

(101a) ve (101b) denklemler ile verilen sistem incelendiğinde, $N+1$ adet bilinmeyen ve bunlara çözüm olacak olan $N+1$ adet cebirsel denklem içerdiği görülmektedir. Bilinmeyenler ise $\psi(s)$ $(-1 < s < 1)$ ve çatlak kapanma uzunluğu olan a veya yük faktörü olan Q 'dur. Sistem $\psi(s)$ için lineerdir fakat a veya Q için lineer değildir. Bundan dolayı bilinmeyenleri belirlemek için interpolasyon işlemi yapılması gerekmektedir. Bu

interpolasyon işleminin ardından bilinmeyen olan çatlak kapanma uzunluğu olan a ve yük faktörü Q hesaplanmış olur. Çözümlerde N değeri 20 olarak alınmıştır.

2.9. Gerilme Şiddeti Faktörünün Hesaplanması

Bu problem özelinde incelendiğinde çatlak ucu olan c noktasındaki çatlak ucundaki elastik alanın büyüklüğünü tanımlayan gerilme tekilliğinin gücünü karakterize eden gerilme şiddeti faktörü $k(c)$ aşağıdaki gibi tanımlanmıştır (Gupta ve Erdoğan, 1974; Geçit, 1978).

$$k(c) = -\lim_{t \rightarrow c} \frac{2\mu}{\kappa - 1} \sqrt{2(c-t)} f(t) \quad (105)$$

(80-85) eşitlikleri (105) nolu denklemde yerine yazılır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa

$$k(c) = -p_0 \sqrt{2(c-a)} \psi(1) = -p_0 \sqrt{c} \sqrt{2(1-\phi)} \psi(1) \quad (106)$$

elde edilir.

(106) nolu denklemin düzenlenmesi ile

$$\frac{k(c)}{p_0 \sqrt{c}} = -\sqrt{2(1-\phi)} \psi(1) \quad (107)$$

olarak elde edilir. Burada $\psi(1)$ interpolasyon metodu kullanılarak $\psi(s_k)$ ($k = 1, \dots, N$)' dan elde edilir. (Krenk, 1975).

3. BULGULAR VE İRDELEME

3.1. Giriş

Bu bölümde, bir önceki bölümde verilmiş olan formüllerden yararlanılarak çatlak başlangıç ve kapanma uzunluğu oranı, çatlak kapanma uzunluğu ve tabaka kalınlığı oranı, farklı rijitlik parametresi değerleri, farklı kritik yük faktörü ve farklı poisson oranı ve buna bağlı olarak farklı Kolosov sabiti değerleri için bazı bulgular elde edilecektir.

Tablo ve grafiklerde geçecek olan bazı boyutsuz büyüklükler aşağıda tanımlanmıştır.

a/c : Çatlak kapanma uzunluğunun, çatlak başlangıç uzunluğuna oranı,

h/c : Fonksiyonel derecelendirilmiş tabaka kalınlığının çatlak başlangıç uzunluğuna oranı,

Q : P/p_{0c} şeklinde boyutsuzlaştırılmış olup Q_c kritik yük faktörü değerini ifade etmektedir.

K : Kolosov sabiti olup $K=3-4\nu$ şeklinde tanımlanmıştır.

ν : Poisson oranını ifade etmektedir.

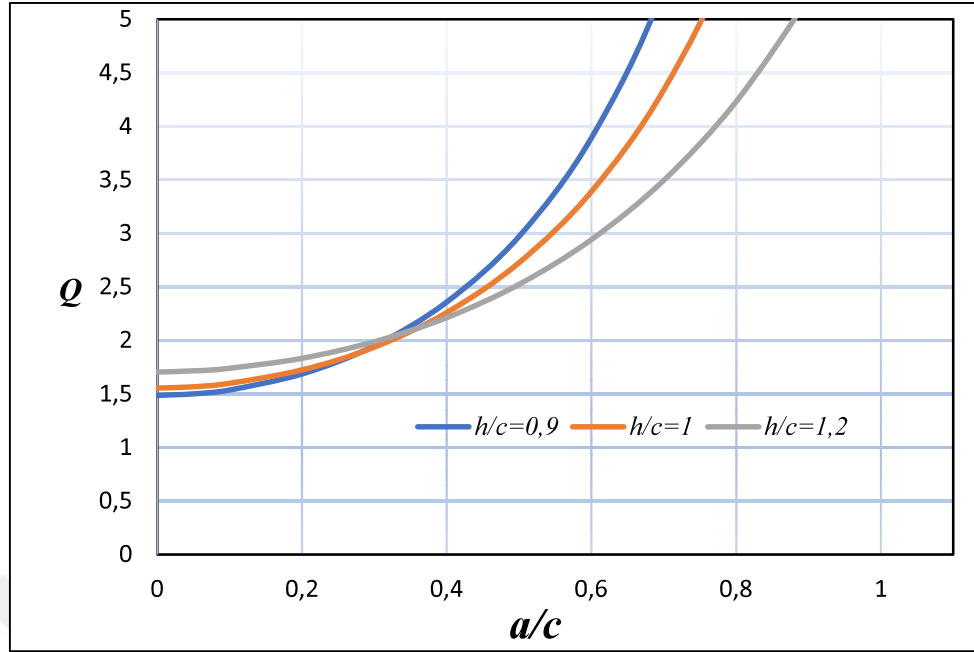
$k(c)$: Gerilme şiddeti faktörünü ifade etmektedir.

$k'(c)$: $k(c)/p_0\sqrt{c}$ gerilme şiddet faktörü oranı,

β : Rijitlik parametresi olarak tanımlanmıştır.

3.2. Kritik Yük Faktörüne İlişkin Bulgular

Bir önceki bölümde verilen denklemlerde ifade edildiği gibi bilinmeyen Q kritik yük faktörü değerleri için interpolasyon yapılarak çeşitli a/c ve h/c oranları için Q kritik yük faktörü değeri bulunmuştur. Kritik yük faktörü çatlağın kapanmasını sağlayan yük değerini ifade etmektedir Aşağıdaki grafik ve tabloda çeşitli a/c ve h/c oranları için Q kritik yük faktörü değeri incelenmiştir.



Şekil 2. Çeşitli a/c ve h/c değerleri için Q kritik yük faktörü değerinin değişimi

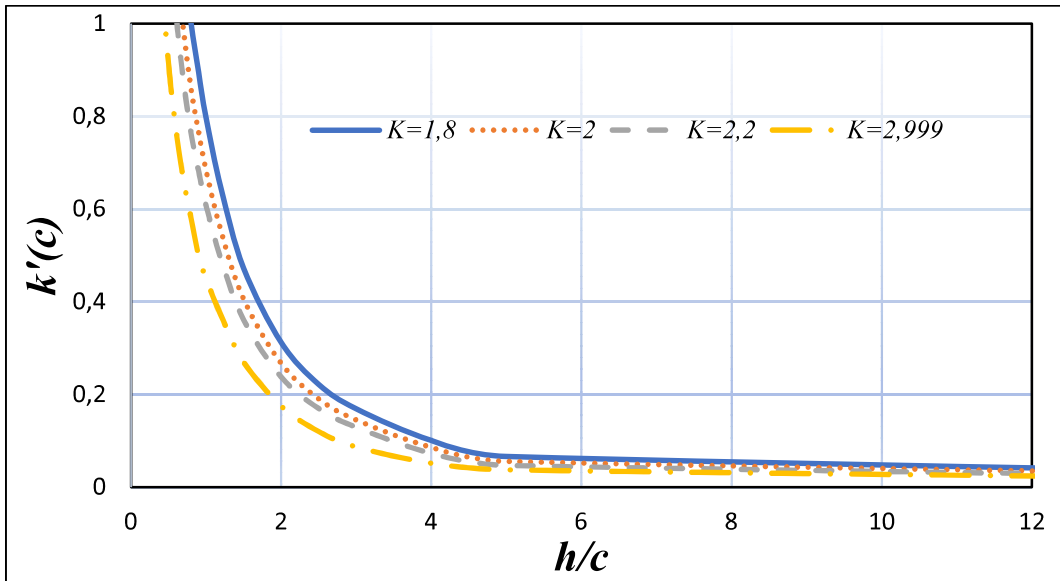
Tablo 1. Çeşitli a/c ve h/c değerleri için Q kritik yük faktörü değerleri

$h/c=0,9$		$h/c=1$		$h/c=1,2$	
a/c	Q	a/c	Q	a/c	Q
0	1,4867	0	1,5557	0	1,7059
0,05	1,5006	0,05	1,5676	0,05	1,7154
0,1	1,5387	0,1	1,5999	0,1	1,7404
0,2	1,6882	0,2	1,7243	0,2	1,8341
0,3	1,9503	0,3	1,9372	0,3	1,9889
0,4	2,3596	0,4	2,26	0,4	2,2146
0,5	2,9742	0,5	2,7267	0,5	2,5255
0,6	3,895	0,6	3,3919	0,6	2,9429
0,7	5,3012	0,7	4,3432	0,7	3,4971
0,8	7,531	0,8	5,7247	0,8	4,2312
0,9	11,2865	0,9	7,7841	0,9	5,207
0,95	14,1858	0,95	9,1965	0,95	5,8119
1	18,2453	1	10,9698	1	6,5119

Tablo-1 ve Şekil (2)' de görüldüğü gibi Q kritik yük faktörü değeri a/c ve h/c oranına bağlı olarak değişmektedir h/c oranı artış gösterdikçe, a/c oranının artışına bağlı olarak Q yük faktörü değerinin artışı yavaşlamaktadır. Daha düşük h/c oranlarında ise a/c oranının artışına bağlı olarak Q kritik yük faktörü değeri daha hızlı artmaktadır.

3.3. Gerilme Şiddeti Faktörü Oranına İlişkin Bulgular

Problemin çözümünde çeşitli a/c , h/c , Q , v ve buna bağlı olarak değişen Kolosov sabitini gösteren farklı K değerleri için gerilme şiddeti faktörü oranı olarak tanımlanan $k'(c) = k(c) / p_0 \sqrt{c}$ hesaplanmıştır. Problemde fonksiyonel derecelendirilmiş tabakaya ait Kolosov sabiti ve rijitlik parametresi değerlerinin sırasıyla $K=2,999$ ve $\beta = 0,001$ olması durumunda elde edilen sonuçlar, tabakanın homojen olması durumundaki sonuçlara karşılık gelmektedir. Oluşturulan grafiklerde problem sonuçlarını ayrıntılı inceleyebilmek için öncelikle rijitlik parametresi β sabit tutulup farklı Kolosov sabitleri için grafikler oluşturulurken daha sonra Kolosov sabiti tek bir değer olarak ele alınıp farklı rijitlik parametresi β değerleri için grafikler oluşturulmuştur. Grafikler oluşturulurken çeşitli a/c , h/c ve Q değerleri ele alınıp gerilme şiddeti faktörü oranlarına ulaşılmıştır. Gerilme şiddeti faktörü oranından yola çıkılarak gerilme şiddeti faktörü hakkında yorum yapılacaktır.



Şekil 3. $\beta = 0.001$ ve $a/c=0.001$ olması durumunda çeşitli h/c ve K değerleri için $k'(c)$ değerinin değişimi

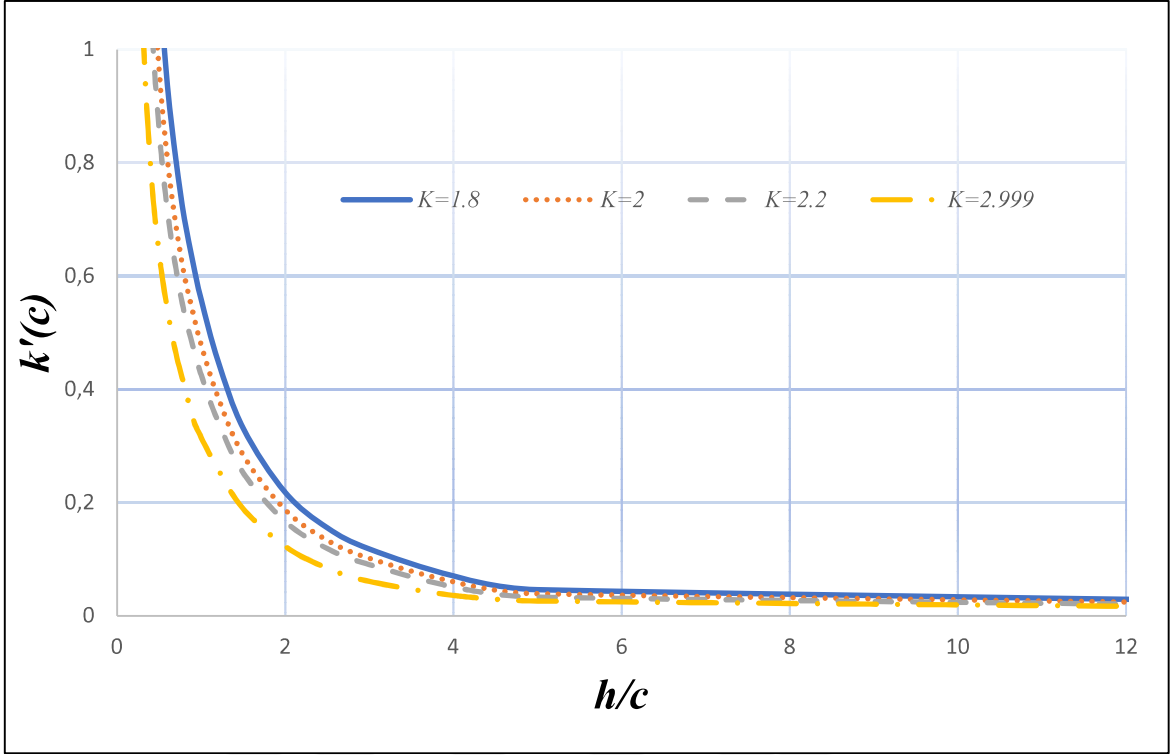
Tablo 2. $\beta = 0.001$ ve $a/c=0.001$ olması durumunda çeşitli h/c ve $K=1,8$ ve $K=2$ değerleri için gerilme şiddeti faktörü oranı $k'(c)$ değerleri

$K=1,8$			$K=2$		
h/c	Q	$k'(c)$	h/c	Q	$k'(c)$
0	1	∞	0	1	∞
0,1	1,0611	11,1932	0,1	1,0611	9,1425
0,2	1,1119	4,7584	0,2	1,1119	4,0787
0,3	1,1593	2,8139	0,3	1,1593	2,412
0,4	1,2063	2,0316	0,4	1,2063	1,7414
0,5	1,255	1,6092	0,5	1,255	1,3794
0,6	1,3068	1,3401	0,6	1,3068	1,1488
0,7	1,3623	1,1494	0,7	1,3623	0,9853
0,8	1,4223	1,003	0,8	1,4223	0,8599
0,9	1,4867	0,8952	0,9	1,4867	0,7675
1	1,5557	0,7978	1	1,5557	0,684
1,2	1,7059	0,6441	1,2	1,7059	0,5522
1,5	1,9566	0,4732	1,5	1,9566	0,4058
2	2,4188	0,3119	2	2,4188	0,2676
2,5	2,9126	0,2221	2,5	2,9126	0,1907
3	3,423	0,169	3	3,423	0,1453
4	4,4695	0,101	4	4,4695	0,0861
5	5,5326	0,0661	5	5,5326	0,0558
25	27,1871	0,0026	25	27,1871	0,0023
∞	∞	0	∞	∞	0

Tablo 3. $\beta = 0.001$ ve $a/c=0.001$ olması durumunda çeşitli h/c ve $K=2,2$ ve $K=2,999$ değerleri için gerilme şiddeti faktörü oranı $k'(c)$ değerleri

$K=2,2$			$K=2,999$		
h/c	Q	$k'(c)$	h/c	Q	$k'(c)$
0	1	∞	0	1	∞
0,1	1,0611	8,8207	0,1	1,0611	5,937
0,2	1,1119	3,6256	0,2	1,1119	2,4388
0,3	1,1593	2,144	0,3	1,1593	1,5342
0,4	1,2063	1,548	0,4	1,2063	1,1312
0,5	1,255	1,2262	0,5	1,255	0,9145
0,6	1,3068	1,0212	0,6	1,3068	0,7712
0,7	1,3623	0,8759	0,7	1,3623	0,6621
0,8	1,4223	0,7644	0,8	1,4223	0,5812
0,9	1,4867	0,6823	0,9	1,4867	0,4998
1	1,5557	0,6081	1	1,5557	0,4502
1,2	1,7059	0,4	1,2	1,7059	0,3702
1,5	1,9566	0,3609	1,5	1,9566	0,2701
2	2,4188	0,2381	2	2,4188	0,1752
2,5	2,9126	0,1698	2,5	2,9126	0,1203
3	3,423	0,1294	3	3,423	0,0871
4	4,4695	0,0731	4	4,4695	0,0517
5	5,5326	0,0471	5	5,5326	0,0375
25	27,1871	0,0022	25	27,1871	0,0021
∞	∞	0	∞	∞	0

Şekil (3), Tablo-2 ve Tablo-3 incelendiğinde $\beta = 0,001$ ve $a/c=0,001$ olması durumunda h/c oranı arttıkça $k'(c)$ değerinin azaldığı, malzeme sabiti K değeri arttıkça da $k'(c)$ değerinin azaldığı gözlemlenmiştir.



Şekil 4. $\beta = 0.3$ ve $a/c = 0.001$ olması durumunda çeşitli h/c ve K değerleri için $k'(c)$ değerinin değişimi

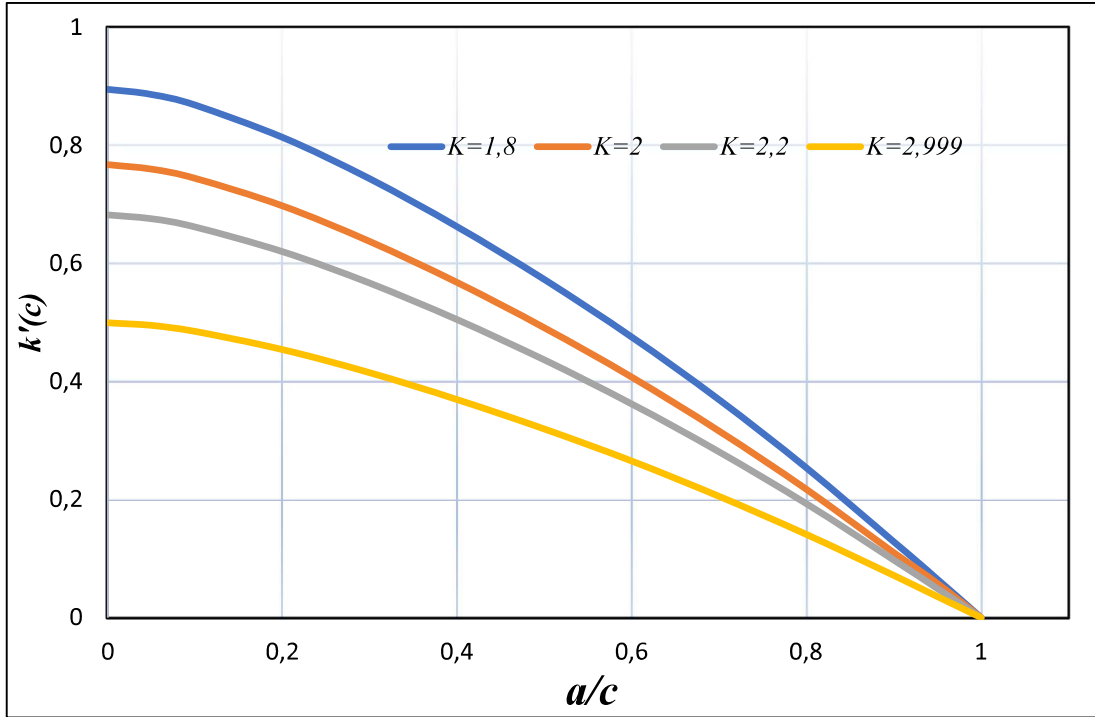
Tablo 4. $\beta = 0.3$ ve $a/c=0.001$ olması durumunda çeşitli h/c ve $K=1,8$ ve $K=2$ değerleri için gerilme şiddeti faktörü oranı $k'(c)$ değerleri

$K=1,8$			$K=2$		
h/c	Q	$k'(c)$	h/c	Q	$k'(c)$
0	1	∞	0	1	∞
0,1	1,0611	7,828524	0,1	1,0611	6,394265
0,2	1,1119	3,328025	0,2	1,1119	2,852643
0,3	1,1593	1,968042	0,3	1,1593	1,686953
0,4	1,2063	1,420901	0,4	1,2063	1,217935
0,5	1,255	1,125474	0,5	1,255	0,964752
0,6	1,3068	0,937266	0,6	1,3068	0,803471
0,7	1,3623	0,80389	0,7	1,3623	0,689119
0,8	1,4223	0,701498	0,8	1,4223	0,601414
0,9	1,4867	0,626103	0,9	1,4867	0,53679
1	1,5557	0,557981	1	1,5557	0,47839
1,2	1,7059	0,450484	1,2	1,7059	0,386209
1,5	1,9566	0,330956	1,5	1,9566	0,283817
2	2,4188	0,218143	2	2,4188	0,187159
2,5	2,9126	0,155337	2,5	2,9126	0,133376
3	3,423	0,118199	3	3,423	0,101623
4	4,4695	0,070639	4	4,4695	0,060218
5	5,5326	0,04623	5	5,5326	0,039027
25	27,1871	0,001818	25	27,1871	0,001609
∞	∞	0	∞	∞	0

Tablo 5. $\beta = 0.3$ ve $a/c=0.001$ olması durumunda çeşitli h/c ve $K=2,2$ ve $K=2,999$ değerleri için gerilme şiddeti faktörü oranı $k'(c)$ değerleri

$K=2,2$			$K=2,999$		
h/c	Q	$k'(c)$	h/c	Q	$k'(c)$
0	1	∞	0	1	∞
0,1	1,0611	6,169198	0,1	1,0611	4,152338
0,2	1,1119	2,535745	0,2	1,1119	1,705697
0,3	1,1593	1,499514	0,3	1,1593	1,073019
0,4	1,2063	1,082671	0,4	1,2063	0,791161
0,5	1,255	0,857604	0,5	1,255	0,639601
0,6	1,3068	0,714227	0,6	1,3068	0,539377
0,7	1,3623	0,612604	0,7	1,3623	0,463073
0,8	1,4223	0,534621	0,8	1,4223	0,406491
0,9	1,4867	0,477201	0,9	1,4867	0,34956
1	1,5557	0,425305	1	1,5557	0,31487
1,2	1,7059	0,343405	1,2	1,7059	0,258918
1,5	1,9566	0,252413	1,5	1,9566	0,188908
2	2,4188	0,166527	2	2,4188	0,122535
2,5	2,9126	0,118758	2,5	2,9126	0,084138
3	3,423	0,090502	3	3,423	0,060918
4	4,4695	0,051126	4	4,4695	0,036159
5	5,5326	0,032942	5	5,5326	0,026228
25	27,1871	0,001488	25	27,1871	0,001469
∞	∞	0	∞	∞	0

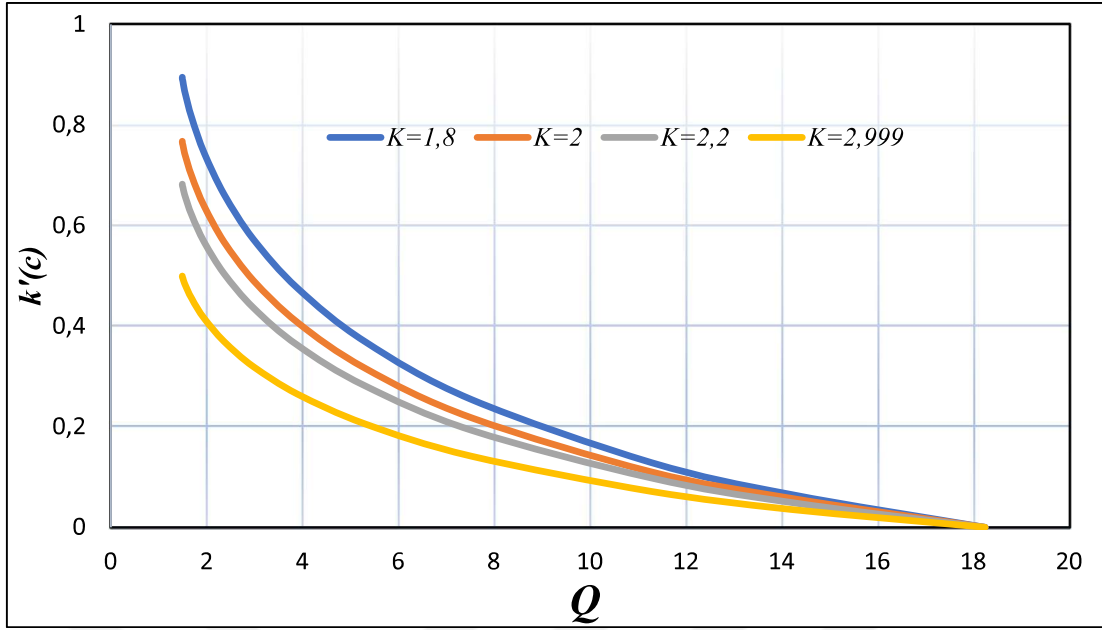
Şekil (3) ve Şekil (4) ile Tablo (2-3) ve Tablo (4-5) beraber incelendiğinde $a/c=0,001$ olması durumunda rijitlik parametresi β ve h/c oranı arttıkça gerilme şiddeti faktörü oranı $k'(c)$ değerinin azaldığı ve K değeri arttıkça gerilme şiddeti faktörü oranı $k'(c)$ değerinin azaldığı görülmüştür.



Şekil 5. $\beta = 0.001$ ve $h/c=0,90$ olması durumunda çeşitli a/c ve K değerleri için $k'(c)$ değerinin değişimi

Şekil (5) ve Tablo (6-7) incelendiğinde, tabakanın homojen olması durumuna denk gelen, rijitlik parametresi değeri $\beta=0,001$ hali için gerilme şiddeti faktörü oranının; a/c oranı arttıkça, azalıp sıfır olduğu gözlemlenmiştir. Malzeme yapısının özelliğini gösteren ifade olan Kolosov sabitinin azalması gerilme şiddeti faktörü oranının artmasına yol açmaktadır.

Şekil (6) ile Tablo (6-7) beraber incelendiğinde $\beta = 0.001$ olması durumunda Q yük faktörü ve Kolosov sabiti değeri K arttıkça gerilme şiddeti faktörü oranı $k'(c)$ ' nin azaldığı görülmüştür.



Şekil 6. $\beta = 0.001$ ve $h/c=0,90$ olması durumunda çeşitli Q ve K değerleri için $k'(c)$ değerinin değişimi

Tablo 6. $\beta = 0.001$ ve $h/c=0,90$ olması durumunda çeşitli a/c , Q ve $K=1,8$ ve $K=2$ için $k'(c)$ değerleri

$h/c=0,90$					
$K=1,8$			$K=2$		
a/c	Q	$k'(c)$	a/c	Q	$k'(c)$
0	1,4867	0,8952	0	1,4867	0,7675
0,05	1,5006	0,8868	0,05	1,5006	0,7602
0,1	1,5387	0,8684	0,1	1,5387	0,7445
0,2	1,6882	0,8138	0,2	1,6882	0,6976
0,3	1,9503	0,7438	0,3	1,9503	0,6376
0,4	2,3596	0,6626	0,4	2,3596	0,568
0,5	2,9742	0,5729	0,5	2,9742	0,4911
0,6	3,9850	0,4754	0,6	3,9850	0,4074
0,7	5,3012	0,3694	0,7	5,3012	0,3165
0,8	7,5310	0,2538	0,8	7,5310	0,2174
0,9	11,2865	0,1288	0,9	11,2865	0,1102
0,95	14,1858	0,0653	0,95	14,1858	0,058
1	18,2453	0	1	18,2453	0

Tablo 7. $\beta = 0.001$ ve $h/c=0,90$ olması durumunda çeşitli a/c , Q ve $K=2,2$ ve $K=2,999$ için $k'(c)$ değerleri

$h/c=0,90$					
$K=2,2$			$K=2,999$		
a/c	Q	$k'(c)$	a/c	Q	$k'(c)$
0	1,4867	0,6823	0	1,4867	0,4998
0,05	1,5006	0,6759	0,05	1,5006	0,4951
0,1	1,5387	0,6618	0,1	1,5387	0,4848
0,2	1,6882	0,6202	0,2	1,6882	0,4543
0,3	1,9503	0,5668	0,3	1,9503	0,4151
0,4	2,3596	0,5049	0,4	2,3596	0,3697
0,5	2,9742	0,4365	0,5	2,9742	0,3196
0,6	3,9850	0,3621	0,6	3,9850	0,265
0,7	5,3012	0,2812	0,7	5,3012	0,2057
0,8	7,5310	0,1931	0,8	7,5310	0,1411
0,9	11,2865	0,0978	0,9	11,2865	0,0713
0,95	14,1858	0,0495	0,95	14,1858	0,0359
1	18,2453	0	1	18,2453	0

Çalışmaya ait sonuçların kıyaslanması açısından referans alınan Birinci ve Çakıroğlu (2003), tarafından yapılan çalışmada problem elastik homojen tabaka için çözülmüştür. Elastik ve homojen tabakaya ait sonuçlar bu tez çalışmasında rijitlik parametresi β değerinin 0,001 ve Kolosov sabiti değerinin ise 2,999 olması durumuna karşılık gelmektedir. Birinci ve Çakıroğlu (2003) tarafından yapılan çalışmaya ait sonuçlar Tablo (8-9)'da verilmiştir.

Tablo 8. Elastik homojen tabakada $h/c=0,90$ olması durumunda çeşitli a/c ve Q değerleri için $k'(c)$ değerleri

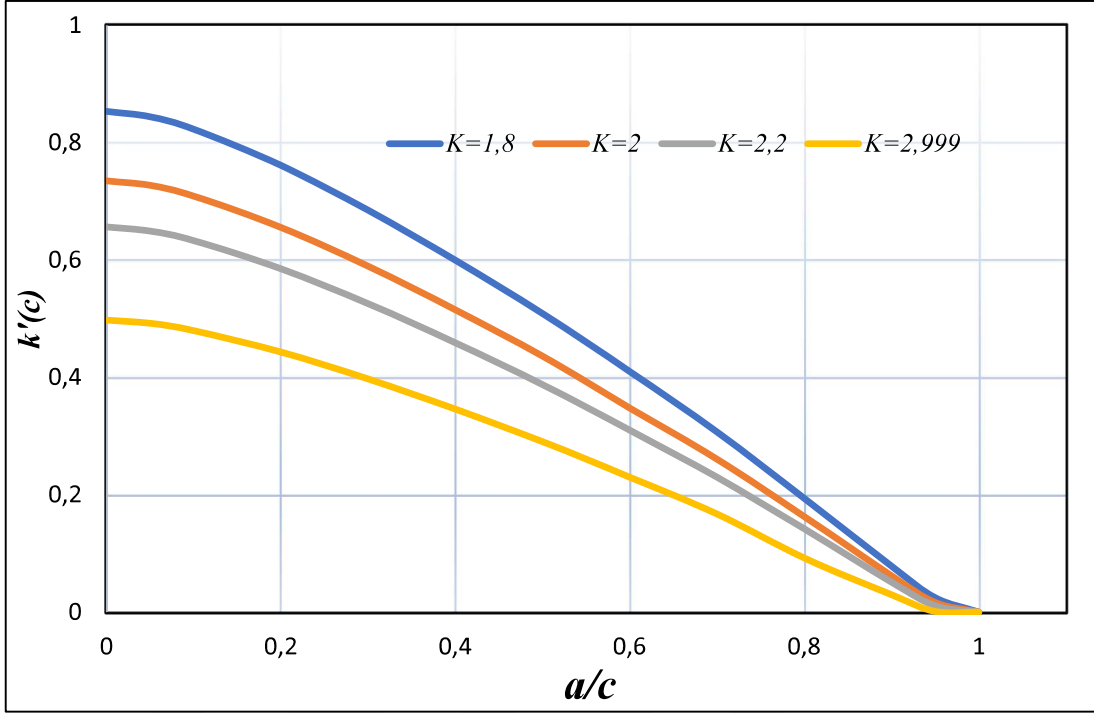
$h/c=0,9$		
a/c	Q	$k'(c)$
0	1,4867	0,5051
0,05	1,5006	0,5003
0,1	1,5387	0,4897
0,2	1,6882	0,4585
0,3	1,9503	0,4181
0,4	2,3596	0,3712
0,5	2,9742	0,3190
0,6	3,9850	0,2618
0,7	5,3012	0,1993
0,8	7,5310	0,1312
0,9	11,2865	0,0586
0,95	14,1858	0,0239
1	18,2453	0

Birinci ve Çakıroğlu (2003), tarafından yapılan çalışmaya ait Tablo (8) bu tez çalışmasına ait (7) numaralı tablo ile karşılaştırıldığında ilgili değerlerin birbirine oldukça yakın olduğu görülmektedir. Bu da tez çalışmasının doğruluna katkıda bulunmaktadır.

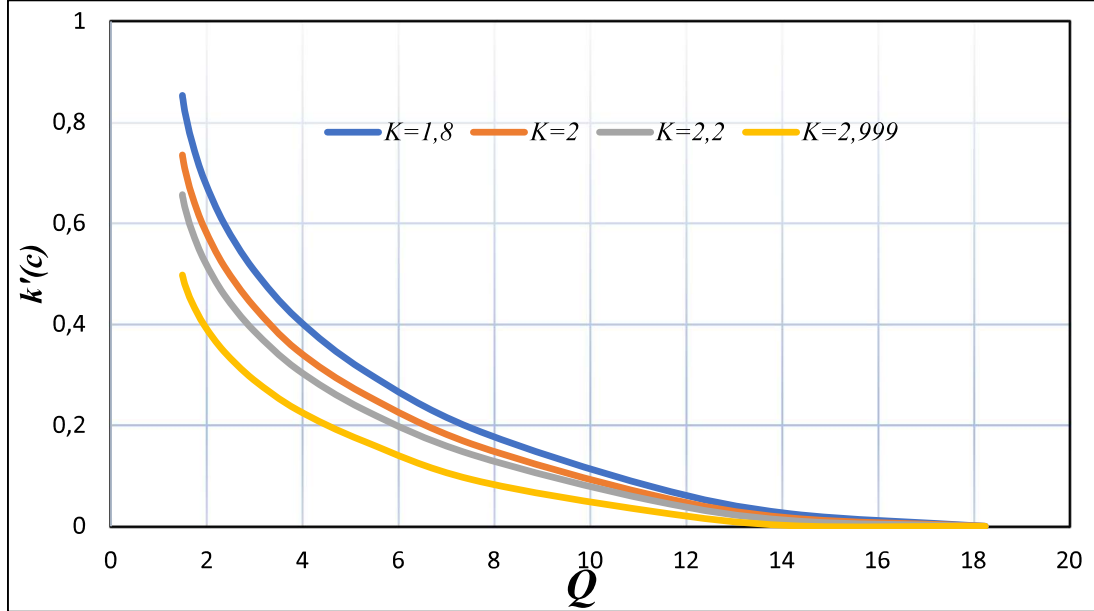
Tablo 9. Elastik homojen tabakada $a/c=0,001$ olması durumunda çeşitli h/c ve Q değerleri için $k'(c)$ değerleri

$a/c=0,001$		
h/c	Q	$k'(c)$
0	1	∞
0,1	1,0611	5,9269
0,2	1,1119	2,4368
0,3	1,1593	1,5292
0,4	1,2063	1,1292
0,5	1,255	0,9045
0,6	1,3068	0,7582
0,7	1,3623	0,6528
0,8	1,4223	0,5712
0,9	1,4867	0,5051
1	1,5557	0,4497
1,2	1,7059	0,3059
1,5	1,9566	0,2685
2	2,4188	0,1735
2,5	2,9126	0,1194
3	3,423	0,0865
4	4,4695	0,0509
5	5,5326	0,0333
25	27,1871	0,0014
∞	∞	0

Birinci ve Çakıroğlu (2003), tarafından yapılan çalışmaya ait Tablo (9) bu tez çalışmasına ait (3) numaralı tablo ile karşılaştırıldığında ilgili değerlerin birbirine oldukça yakın olduğu görülmektedir. Bu da tez çalışmasının doğruluna katkıda bulunmaktadır.



Şekil 7. $\beta = 0.3$ ve $h/c=0,90$ olması durumunda çeşitli a/c ve K değerleri için $k'(c)$ değerinin değişimi



Şekil 8. $\beta = 0.3$ ve $h/c=0,90$ olması durumunda çeşitli K değerleri için $k'(c)$ değerinin Q yük faktörü ile değişimi

Tablo 10. $\beta = 0.3$ ve $h/c=0,90$ olması durumunda çeşitli a/c , Q ve $K=1,8$ ve $K=2$ için $k'(c)$ değerleri

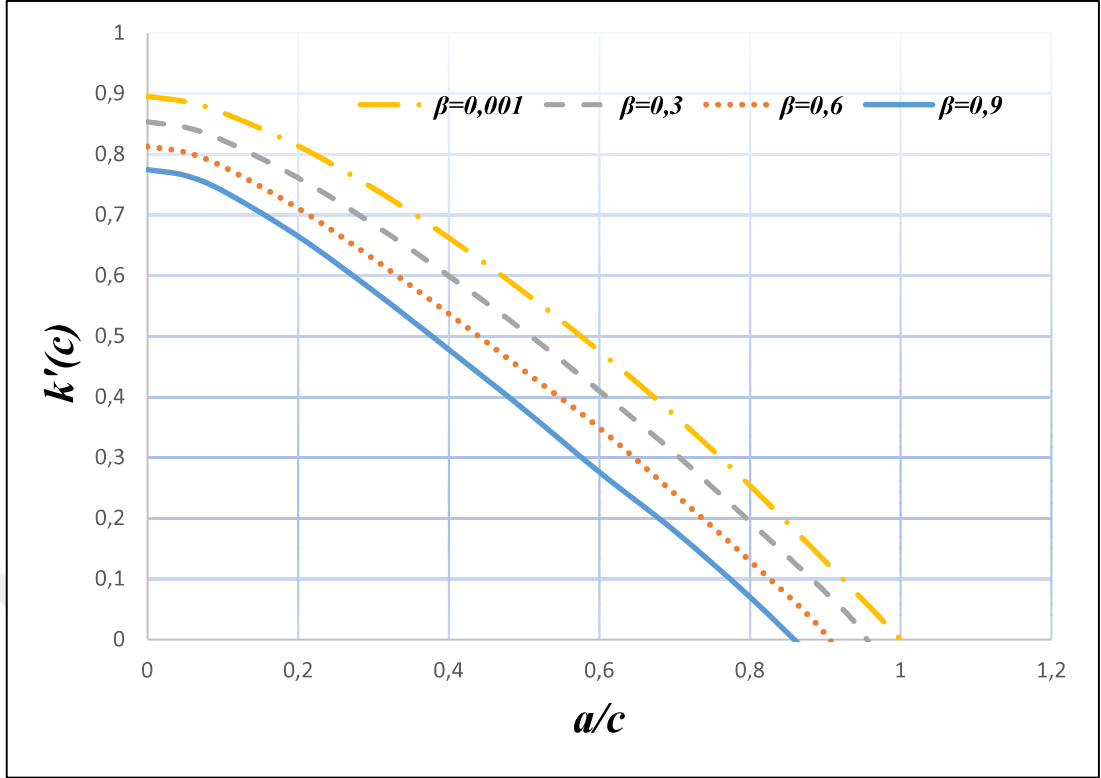
$h/c=0,90$					
$K=1,8$			$K=2$		
a/c	Q	$k'(c)$	a/c	Q	$k'(c)$
0	1,4867	0,8534	0	1,4867	0,7352
0,05	1,5006	0,8444	0,05	1,5006	0,7275
0,1	1,5387	0,8232	0,1	1,5387	0,7092
0,2	1,6882	0,7612	0,2	1,6882	0,6556
0,3	1,9503	0,6847	0,3	1,9503	0,5893
0,4	2,3596	0,5996	0,4	2,3596	0,5153
0,5	2,9742	0,5085	0,5	2,9742	0,436
0,6	3,9850	0,3821	0,6	3,9850	0,3263
0,7	5,3012	0,3071	0,7	5,3012	0,2606
0,8	7,5310	0,194	0,8	7,5310	0,1631
0,9	11,2865	0,0783	0,9	11,2865	0,062
0,95	14,1858	0,0248	0,95	14,1858	0,0165
1	18,2453	0	1	18,2453	0

Tablo 11. $\beta = 0.3$ ve $h/c=0,90$ olması durumunda çeşitli a/c , Q ve $K=2,2$ ve $K=2,999$ için $k'(c)$ değerleri

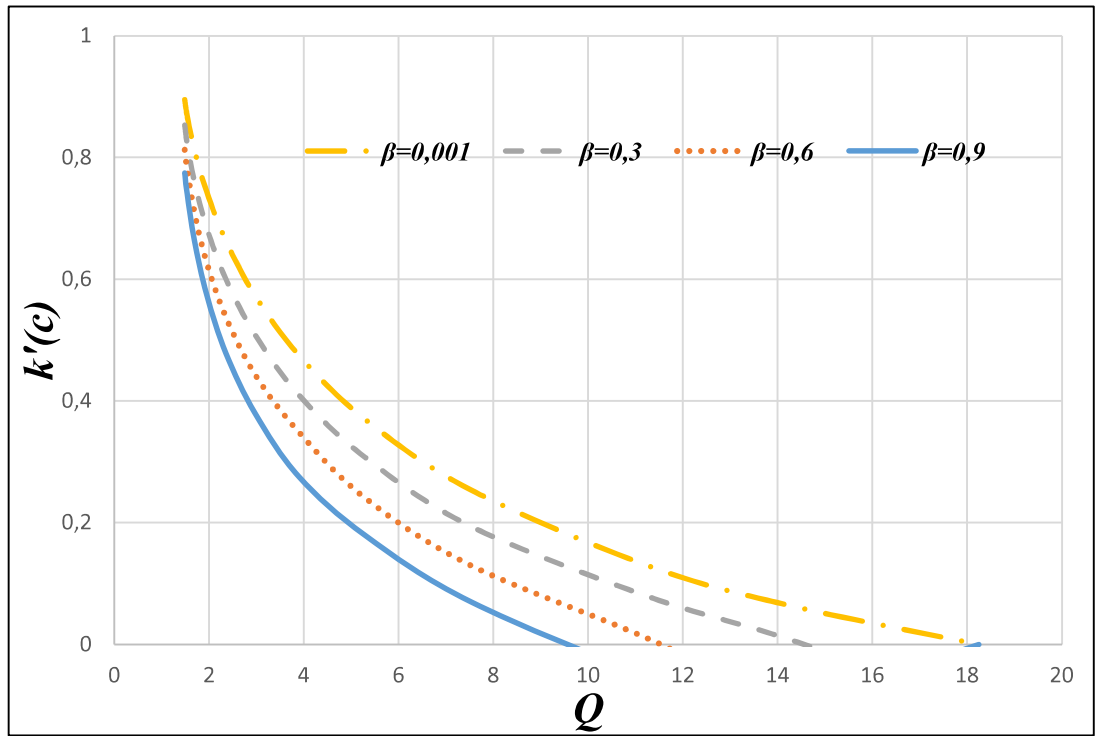
$h/c=0,90$					
$K=2,2$			$K=2,999$		
a/c	Q	$k'(c)$	a/c	Q	$k'(c)$
0	1,4867	0,6565	0	1,4867	0,4977
0,05	1,5006	0,6495	0,05	1,5006	0,4924
0,1	1,5387	0,6332	0,1	1,5387	0,48
0,2	1,6882	0,5852	0,2	1,6882	0,4433
0,3	1,9503	0,5257	0,3	1,9503	0,3975
0,4	2,3596	0,4591	0,4	2,3596	0,3459
0,5	2,9742	0,3878	0,5	2,9742	0,2905
0,6	3,9850	0,2891	0,6	3,9850	0,2143
0,7	5,3012	0,2297	0,7	5,3012	0,1674
0,8	7,5310	0,1419	0,8	7,5310	0,0922
0,9	11,2865	0,0512	0,9	11,2865	0,0296
0,95	14,1858	0,011	0,95	14,1858	0,0012
1	18,2453	0	1	18,2453	0

Şekil (5-6) ile Şekil (7-8) ve Tablo (6-7) ile Tablo (10-11) beraber incelendiğinde h/c 'nin sabit değeri için rijitlik parametresi β arttıkça a/c oranının aynı değerleri için gerilme şiddeti faktörü oranı $k'(c)$ azalmaktadır. Bunun sebebi rijitlik parametresinin tabaka yüksekliğine çarpan etkisi yapması ve yük faktörü değerinin tabaka kalınlığının artmasına bağlı olarak çatlak bölgesindeki etsinin azaltılmasıdır. Rijitlik parametresi β 'nın değişimi yük faktörü Q 'yu etkilemezken sabit rijitlik parametresi değerleri için yük faktörü arttıkça gerilme şiddeti faktörü oranı azalmaktadır.

Rijitlik parametresinin değişimiyle, gerilme şiddeti faktörü oranının değişimi arasındaki ilişki aşağıdaki şekil ve tablolarda verilmiştir.



Şekil 9. $K=1,8$ ve $h/c=0,9$ olması durumunda çeşitli a/c , ve β için $k'(c)$ değerinin değişimi



Şekil 10. $K=1,8$ ve $h/c=0,9$ olması durumunda çeşitli Q ve β için $k'(c)$ değerinin değişimi

Tablo 12. $K=1,8$ ve $h/c=0,9$ olması durumunda çeşitli a/c , Q ve $\beta=0,001$ ve $\beta=0,3$ için $k'(c)$ değerleri

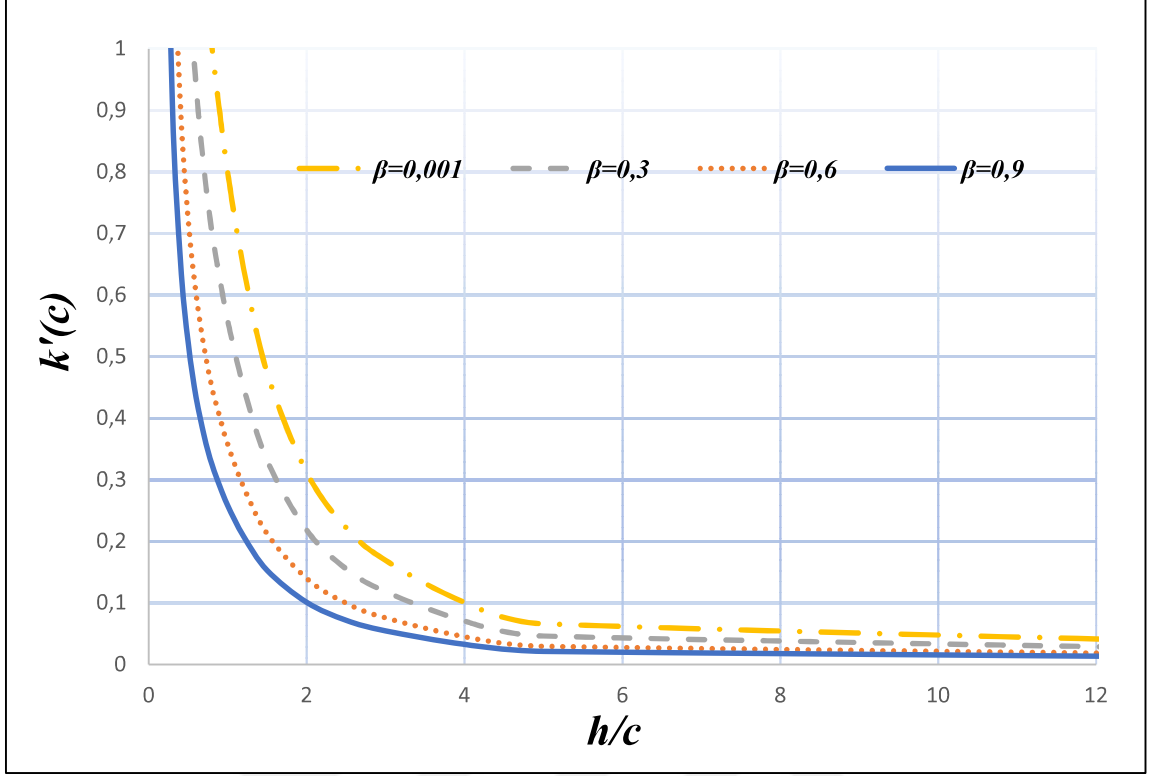
$K=1,8$ ve $h/c=0,90$					
$\beta=0,001$			$\beta=0,3$		
a/c	Q	$k'(c)$	a/c	Q	$k'(c)$
0	1,4867	0,8952	0	1,4867	0,8534
0,05	1,5006	0,8868	0,05	1,5006	0,8444
0,1	1,5387	0,8684	0,1	1,5387	0,8232
0,2	1,6882	0,8138	0,2	1,6882	0,7612
0,3	1,9503	0,7438	0,3	1,9503	0,6847
0,4	2,3596	0,6626	0,4	2,3596	0,5996
0,5	2,9742	0,5729	0,5	2,9742	0,5085
0,6	3,9850	0,4754	0,6	3,9850	0,3821
0,7	5,3012	0,3694	0,7	5,3012	0,3071
0,8	7,5310	0,2538	0,8	7,5310	0,194
0,9	11,2865	0,1288	0,9	11,2865	0,0783
0,95	14,1858	0,0653	0,95	14,1858	0,0248
1	18,2453	0	1	18,2453	0

Tablo 13. $K=1,8$ ve $h/c=0,9$ olması durumunda çeşitli a/c , Q ve $\beta=0,6$ ve $\beta=0,9$ için $k'(c)$ değerleri

$K=1,8$ ve $h/c=0,90$					
$\beta=0,6$			$\beta=0,9$		
a/c	Q	$k'(c)$	a/c	Q	$k'(c)$
0	1,4867	0,8128	0	1,4867	0,7749
0,05	1,5006	0,8033	0,05	1,5006	0,765
0,1	1,5387	0,7798	0,1	1,5387	0,7398
0,2	1,6882	0,711	0,2	1,6882	0,665
0,3	1,9503	0,6275	0,3	1,9503	0,5745
0,4	2,3596	0,5372	0,4	2,3596	0,4781
0,5	2,9742	0,4431	0,5	2,9742	0,3796
0,6	3,9850	0,3489	0,6	3,9850	0,28
0,7	5,3012	0,2402	0,7	5,3012	0,1714
0,8	7,5310	0,1297	0,8	7,5310	0,0602
0,9	11,2865	0,0198	0,9	11,2865	0,012
0,95	14,1858	0,002	0,95	14,1858	0,0013
1	18,2453	0	1	18,2453	0

Şekil (9) ve Tablo (12-13) incelendiğinde, Kolosov sabiti $K= 1,8$ ve $h/c= 0,9$ olması durumunda a/c oranı ve rijitlik parametresi değeri β arttıkça gerilme şiddeti faktörü oranı $k'(c)$ ' nin azaldığı gözlemlenmiştir.

Şekil (10) ile Tablo (12-13) beraber incelendiğinde, Kolosov sabiti $K= 1,8$ ve $h/c= 0,9$ olması durumunda yük faktörü değeri Q ve rijitlik parametresi değeri β arttıkça gerilme şiddeti faktörü oranı $k'(c)$ ' nin azaldığı gözlemlenir.



Şekil 11. $K=1,8$ ve $a/c=0,001$ olması durumunda çeşitli h/c , ve β için $k'(c)$ değerinin değişimi

Şekil (11) ve Tablo (14-15) incelendiğinde artan; h/c oranı, yük faktörü Q ve rijitlik parametresi β için $k'(c)$ değerleri azalmaktadır. h/c ve Q değeri sonsuza yaklaştıkça $k'(c)$ değeri sıfıra yaklaşmaktadır. Sıfıra yaklaşan h/c değerleri için ise gerilme şiddeti faktörü oranı $k'(c)$ değeri sonsuz büyüklüğe yaklaştığı görülmüştür. Bunun sebebi olarak tabaka kalınlığının azalması kritik yük şiddeti faktörünün çatlak ayrılma bölgesine etkisini arttıracığından gerilme şiddeti faktörü artmaktadır.

Tablo 14. $K=1,8$ ve $a/c=0.001$ olması durumunda çeşitli h/c , Q ve $\beta=0,001$ ve $\beta=0,3$ için gerilme şiddeti faktörü oranı $k'(c)$ değerleri

$\beta=0,001$			$\beta=0,3$		
h/c	Q	$k'(c)$	h/c	Q	$k'(c)$
0	1	∞	0	1	∞
0,1	1,0611	11,1932	0,1	1,0611	7,828524
0,2	1,1119	4,7584	0,2	1,1119	3,328025
0,3	1,1593	2,8139	0,3	1,1593	1,968042
0,4	1,2063	2,0316	0,4	1,2063	1,420901
0,5	1,255	1,6092	0,5	1,255	1,125474
0,6	1,3068	1,3401	0,6	1,3068	0,937266
0,7	1,3623	1,1494	0,7	1,3623	0,80389
0,8	1,4223	1,003	0,8	1,4223	0,701498
0,9	1,4867	0,8952	0,9	1,4867	0,626103
1	1,5557	0,7978	1	1,5557	0,557981
1,2	1,7059	0,6441	1,2	1,7059	0,450484
1,5	1,9566	0,4732	1,5	1,9566	0,330956
2	2,4188	0,3119	2	2,4188	0,218143
2,5	2,9126	0,2221	2,5	2,9126	0,155337
3	3,423	0,169	3	3,423	0,118199
4	4,4695	0,101	4	4,4695	0,070639
5	5,5326	0,0661	5	5,5326	0,04623
25	27,1871	0,0026	25	27,1871	0,001818
∞	∞	0	∞	∞	0

Tablo 15. $K=1,8$ ve $a/c=0.001$ olması durumunda çeşitli h/c ve $\beta=0,6$ ve $\beta=0,9$ değerleri için gerilme şiddeti faktörü oranı $k'(c)$ değerleri

$\beta=0,6$			$\beta=0,9$		
h/c	Q	$k'(c)$	h/c	Q	$k'(c)$
0	1	∞	0	1	∞
0,1	1,0611	5,014554	0,1	1,0611	3,621012
0,2	1,1119	2,131763	0,2	1,1119	1,539347
0,3	1,1593	1,260627	0,3	1,1593	0,9103
0,4	1,2063	0,910157	0,4	1,2063	0,657225
0,5	1,255	0,720922	0,5	1,255	0,520578
0,6	1,3068	0,600365	0,6	1,3068	0,433524
0,7	1,3623	0,514931	0,7	1,3623	0,371832
0,8	1,4223	0,449344	0,8	1,4223	0,324472
0,9	1,4867	0,40105	0,9	1,4867	0,289598
1	1,5557	0,357414	1	1,5557	0,258089
1,2	1,7059	0,288557	1,2	1,7059	0,208367
1,5	1,9566	0,211994	1,5	1,9566	0,153081
2	2,4188	0,139731	2	2,4188	0,1009
2,5	2,9126	0,099501	2,5	2,9126	0,07185
3	3,423	0,075712	3	3,423	0,054672
4	4,4695	0,045248	4	4,4695	0,032674
5	5,5326	0,029613	5	5,5326	0,021383
25	27,1871	0,001165	25	27,1871	0,000841
∞	∞	0	∞	∞	0

4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmada alt ve üst yüzeyinden tekil yük etkisindeki fonksiyonel derecelendirilmiş elastik tabakada bulunan çatlak kısmi kapanma problemi incelenmiştir. Kütle kuvvetlerinin ihmal edildiği problemde elastisite teorisinin temel denklemleri ve integral dönüşüm teknikleri kullanılarak probleme ait gerilme ve yer değiştirme ifadeleri elde edilmiştir. Gerilme ve yer değiştirme ifadelerindeki bilinmeyen katsayılar, probleme ait sınır şartları yardımıyla bilinmeyen çatlak yüzeyi eğim fonksiyonuna bağlı olarak bulunmuştur. Katsayıların belirlenmesinde kullanılmayan sınır şartı yardımıyla tekil integral denkleme indirgenen problem, Gauss-Chebyshev integrasyon formülasyonu yardımıyla sayısal olarak çözümlenmiştir. Çözümleme sonucu ortaya çıkan ifade ve değerler yardımıyla çatlakta ait gerilme şiddeti faktörü yorumlanırken $k'(c) = k(c) / p_0 \sqrt{c}$ şeklinde tanımlanan gerilme şiddeti faktörü oranı kullanılmıştır. Gerilme şiddeti faktörü oranı $k'(c)$; farklı (a/c) , (h/c) , (Q) , rijitlik parametresi β ve $(3-4\nu)$ şeklinde tanımlanan Kolosov sabiti (K) değerleri için oluşturulan grafik ve tablolar yardımıyla incelenmiştir. Bu inceleme sonucunda ulaşılan sonuçlar aşağıda özetlenmiştir:

- Tabakanın malzeme sabiti olarak tanımlanan poisson oranı ve ona bağlı olarak değişen Kolosov sabiti K , problemde fonksiyonel derecelendirilmiş tabaka ile homojen tabaka arasındaki farkı ortaya koyan önemli bir değişkendir.
- Poisson oranı ν arttıkça ya da $(3-4\nu)$ şeklinde tanımlanan Kolosov sabiti K azaldıkça $k'(c) = k(c) / p_0 \sqrt{c}$ değeri artmaktadır.
- Çatlak kapanma uzunluğunun, çatlak başlangıç uzunluğuna oranı olan a/c değeri arttıkça gerilme şiddeti faktörü oranı $k'(c) = k(c) / p_0 \sqrt{c}$ azalmaktadır.
- Fonksiyonel derecelendirilmiş tabaka kalınlığının çatlak başlangıç uzunluğuna oranı h/c arttıkça gerilme şiddeti faktörü oranı $k'(c) = k(c) / p_0 \sqrt{c}$ azalmaktadır.
- Çatlak kapanma uzunluğunun, çatlak başlangıç uzunluğuna oranı olan a/c arttıkça $P/p_0 c$ şeklinde tanımlanan kritik yük faktörü Q değeri artmaktadır.

- Rijitlik parametresi β arttıkça $k'(c) = k(c) / p_0 \sqrt{c}$ gerilme şiddeti faktörü oranı azalmaktadır.
- Fonksiyonel derecelendirilmiş tabaka kalınlığının çatlak başlangıç noktası uzunluğuna oranı h/c değeri arttıkça $P/p_0 c$ şeklinde tanımlanmış olan kritik yük faktörü Q değeri artmaktadır.
- $P/p_0 c$ şeklinde tanımlanmış olan kritik yük faktörü Q değeri arttıkça gerilme şiddeti faktörü oranı $k'(c) = k(c) / p_0 \sqrt{c}$ değeri azalmaktadır.

Bu sonuçlar değerlendirildiğinde; çatlak uzunluğunun, tabaka kalınlığının, Poisson oranının ve buna bağlı olarak K Kolosov sabitinin, tabaka yüzeyine ve çatlak yüzeyine etkileyen yüklerin ve β rijitlik parametresinin gerilme şiddeti faktörü üzerinde önemli etkilere sahip olduğu belirlenmiştir.

Çalışmanın geliştirilmesine öneri olarak;

- Problem, sonlu elemanlar metoduna dayanan paket program ile çözümlenerek sonuçlar analitik çözümden gelen sonuçlar ile karşılaştırılabilir.
- Problem, farklı yükleme durumları için incelenebilir.

5. KAYNAKLAR

- Abanoz, M., 2019. Rijit Bir Pan Aracılığıyla Yüklenmiş ve Rijit Temele Bağlanmış Fonksiyonel Derecelendirilmiş Tabakanın Temas Problemi, Yüksek Lisans Tezi, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Rize.
- Abhilash, M.N. ve Murthy, H., 2014. Finite Element Analysis of 2-D Elastic Contacts Involving FGMs, International Journal of Computer Methods Engineering Science Mechanic, 15, 3, 253–257.
- Adıbelli, H., 2010. Elastik Yarım Düzleme Oturan Simetrik Yüklü Yapışık ift Tabakada Değme ve atlak Problemi, Yüksek Lisans Tezi, KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Adıyaman G. ve Birinci A., 2018. A general solution for the receding contact problem of a functionally graded layer resting on a Winkler foundation. Journal of Structural Engineering & Applied Mechanics, 1, 3, 136-146.
- Adıyaman G., ner E. ve Birinci A., 2017. Continuous and discontinuous contact problem of a functionally graded layer resting on a rigid foundation, Acta Mechanica, 228, 3003-3017.
- Adıyaman G., ner E. ve Birinci A., 2018. The general solution of a layered medium resting on a rigid foundation. Sigma Journal of Engineering and Natural Sciences, 9, 213-222.
- Adıyaman, G., 2013. İki eyrek Düzlem zerine Oturan Elastik Bir Tabakanın Sürtünmesiz ve Ayrılmalı Temas Problemi, Yüksek Lisans Tezi, KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Adıyaman, G., 2019. Tabakalı Ortamlarda Temas Problemlerinin Genel zm ve Bu zme İlişkin Bir Bilgisayar Programının Geliştirilmesi, Doktora Tezi, KTFen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Akın, E., 2006. entik ekme Deneyinin Sonlu Elemanlar Yöntemiyle İncelenmesi, Yüksek Lisans Tezi, Sakarya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. İstanbul.
- Alinia, Y., Hosseini-nasab, M. ve Güler, M.A., 2018. The sliding contact problem for an orthotropic coating bonded to an isotropic substrate, European Journal of Mechanics, 70, 156-171.
- Apatay, T., Dağ, S., Güler, M. A. ve Güleç, M., 2010. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kaplamalarda Sürtünmeli Rijit Zimba Etkisiyle Oluşan Yüzeyaltı Temas Gerilmeleri, Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi, 25, 3, 611-623.
- Apatay T., 2010. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kaplamalarda atlak ve Temas Problemi, Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

- Arslan, O., 2020. Plane Contact Problem Between a Rigid Punch and a Bidirectional Functionally Graded Medium, European Journal of Mechanics, 80, 103925,1-1
- Atkinson, C., 1980. The Interface Crack with a Contact Zone (an Analytical treatment), International Journal of Fracture, 18, 3, 161-177.
- Balcı, N.M. ve Dağ, S., 2018. Dynamic Frictional Contact Problems Involving Elastic Coating, Tribology International, 124, 70-91.
- Balcı, N.M. ve Dağ, S., 2019. Solution of the Dynamic Frictional Contact Problem Between a Functionally Graded Coating and a Moving Cylindrical Punch, International Journal of Solids and Structures, 161, 267-281.
- Birinci, A., 1998. Alt Tabakasında Düşey Bir Çatlağı Bulunan ve Rijit Bir Blok Aracılığı İle Yüklenen Bileşik Tabaka Problemi, Doktora Tezi, KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Birinci, A., Birinci, F., Çakıroğlu, F., L., ve Erdöl, R., 2009. An Internal Crack Problem for an Infinite Elastic Layer, Archive of Applied Mechanics, 80, 997-1005.
- Birinci, A. ve Eyüboğlu, A., 2020. A Double Receding Contact Problem of a Functionally Graded Layer and a Homogeneous Elastic Layer Resting on a Winkler Foundation, Sigma Journal of Engineering and Natural Sciences, 38, 2, 667-686.
- Birinci, A., Kahya, V. ve Erdöl, R., 1997. Elastik Mesnete Oturan Bileşik Tabakalarda Sürekli Değme Problemi, X. Ulusal Mekanik Kongresi, Eylül, İstanbul, Bildiriler Kitabı, 165-173.
- Birinci, A. ve Çakıroğlu, F. L., 2003. Partial closure of a crack located in an infinite elastic layer. European Journal of Mechanics, 22, 583-590.
- Bora, P., 2016. İki Rijit Dikdörtgen Blok ile Yüklenmiş Elastik Yarı Sonsuz Düzlem Üzerine Oturan İki Elastik Tabakanın Temas Problemi, Doktora Tezi, KTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Chen, W. T. ve Engel, P.A., 1972. Impact and Contact Stress Analysis in Multilayered Media, International Journal of Solids and Structure, 8, 1257-1281.
- Chidlow, S.J., Chong, W.W.F. ve Teodorescu, M., 2013. On the Two-Dimensional Solution of Both Adhesive and Non-adhesive Contact Problems Involving Functionally Graded Materials, European Journal of Mechanics, 42, 97, 136-140.
- Çakıroğlu, F. L., Çakıroğlu, M. ve Erdöl, R., 2001. Contact Problems for Two Elastic Layers Resting on Elastic Half-Plane, Journal of Engineering Mechanics, 127, 2, 113-118.
- Çömez, İ., 2009. Rijit Dairesel Bir Pançla Bastırılan Elastik Tabaka ve Yarım Düzlemin Sürtünmeli Değme Problemi, Doktora Tezi, KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

- Çömez, İ., 2019. Continuous and Discontinuous Contact Problem of a Functionally Graded Layer Pressed by a Rigid Cylindrical Punch. European Journal of Mechanics/A Solids, 73, 437-448.
- Çömez, İ., 2019. Frictional Moving Contact Problem of an Orthotropic Layer Indented by a Rigid Cylindrical Punch, Mechanics of Materials, 133, 120-127.
- Çömez, İ., El-Borgi, S. ve Yıldırım, B., 2019. Frictional Receding Contact Problem of a Functionally Graded Layer Resting on a Homogeneous Coated Half-Plane, Archive of Applied Mechanics, 90, 2113-2131.
- Çömez, İ. ve Yılmaz, K. B., 2019. Mechanics of Frictional Contact for an Arbitrary Oriented Orthotropic Material, Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 99, 3, e201800084.
- Çömez, İ., Yılmaz, K.B., Güler, M.A. ve Yıldırım, B., 2019. Frictionless Contact Problem Between a Rigid Moving Punch and a Homogeneous Layer Resting on a Winkler Foundation, Journal of Structural Engineering and Applied Mechanics, 2, 2, 75- 87.
- Çömez, İ., Yılmaz, K.B., Güler, M.A. ve Yıldırım, B., 2019. On the Plane Frictional Contact Problem of a Homogeneous Orthotropic Layer Loaded by a Rigid Cylindrical Stamp, Archive of Applied Mechanics, 89, 7, 1403-1419.
- Çömez, İ., 2020. Contact Mechanics of the Functionally Graded Monoclinic Layer, European Journal of Mechanics/A Solids, 83, 104-118.
- Çömez, İ., Güler, M.A. ve El-Borgi, S., 2020. Continuous and Discontinuous Contact Problems of a Homogeneous Piezoelectric Layer Pressed by a Conducting Rigid Flat Punch, Acta Mechanica, 231, 3, 957-976.
- Çömez, İ., Aribas, U. N., Kutlu, A. Ve Omurtag, M. H., 2021. An Exact Elasticity Solution for Monoclinic Functionally Graded Beams, Arabian Journal for Science and Engineering, 46, 5, 5135-5155.
- Çömez, İ., 2021. Thermoelastic Receding Contact Problem of a Layer Resting on a Half Plane with Frictional Heat Generation, Journal of Thermal Stresses, 44, 5, 566-581.
- Çömez, İ. ve Omurtag, M. H., 2021. Contact Problem Between a Rigid Punch and a Functionally Graded Orthotropic Layer Resting on a Pasternak Foundation, Archive of Applied Mechanics, 91, 9, 3937-3958.
- Çömez, İ., 2021. Frictional Moving Contact Problem Between a Conducting Rigid Cylindrical Punch and a Functionally Graded Piezoelectric Layered Half Plane, Meccanica, 56, 12, 3039-3058.
- Çömez, İ., Aribas, U. N., Kutlu, A. Ve Omurtag, M. H., 2022. Two-Dimensional Solution of Functionally Graded Piezoelectric-Layered Beams, Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 44, 3, 1-24.

- Çömez, İ. ve Güler, M. A., 2022. Thermoelastic Contact Problem of a Rigid Punch Sliding on a Functionally Graded Piezoelectric Layered Half Plane with Heat Generation, Journal of the Thermal Stresses, 45, 3, 191-213.
- Çömez, İ., 2022. Frictional Moving Contact Problem Between a Functionally Graded Monoclinic Layer and a Rigid Punch of an Arbitrary Profile, Acta Mechanica, 233, 4, 1435-1453:
- Çömez, İ., 2022. Sliding Moving Contact Problem Between a Rigid Cylindrical Punch and a Functionally Graded Orthotropic Layer Bonded to an İsotropic Homogeneous Layer, Mechanics Based Design of Structures and Machines, 1-14.
- El-Borgi, S. ve Çömez, İ., 2017. A Receding Frictional Contact Problem Between a Graded Layer and a Homogeneous Substrate Pressed by a Rigid Punch, Mechanics of Materials, 114, 201-214.
- El-Borgi, S., Abdelmoula, R. ve Keer L., 2006. A Receding Contact Problem Between a Functionally Graded Layer and a Homogeneous Substrate, International Journal of Solids and Structures, 43, 658-674.
- Elloumi, R., Kallel-Kamoun, I. ve El-Borgi, S., 2010. A Fully Coupled Partial Slip Contact Problem in a Graded Half-Plane, Mechanics of Materials, 42, 417-428.
- Erdurcan, E. F., 2020. Yüzeyleri Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzeme ile Kaplı İzotropik Krişlerde Çatlak ve Prosite Durumunun Serbest Titreşime Etkisinin İncelenmesi, Doktora Tezi, Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Niğde.
- Erdogan, F. ve Gupta, G.D., 1972. On the Numerical Solution of Singular Integral Equations, Quarterly Journal of Applied Mathematics, 29, 525-534.
- Erhan, E. E., 2011. Kiriş Elemanlardan Oluşan Bir Yapının Sonlu Eleman Analizi, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Erken, B., 2009. Kafes Kirişli Portal Kren Ana Kirişinin Sonlu Elemanlar Yöntemiyle Analizi ve Modellenmesi, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü 15-20.
- Eyüboğlu, A., 2019. Winkler Temele Oturan ve Rijit Dairesel Blok Aracılığıyla Yüklenen Biri Fonksiyonel Derecelendirilmiş İki Tabakanın Temas Problemi, Yüksek Lisans Tezi, KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Geçit, M.R., 1986. Axisymmetric Contact Problem for a Semi Infinite Cylinder and Half Space, International Journal of Engineering Sciences, 24, 8, 1245-1256.
- Giannakopoulos, A.E. ve Pallot, P. 2000. Two-Dimensional Contact Analysis of Elastic Graded Materials. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 48, 1597-1631.

- Goyat, V., Verma, S. ve Garg, R. K., 2022. Effect of an Edge Crack on Stress Concentration Around Hole Surrounded by Functionally Graded Material Layer, Engineering Solid Mechanics, 10, 325-340.
- Guler, M.A. ve Erdogan, F., 2004. Contact Mechanics of Graded Coatings. International Journal of Solids and Structures, 41, 3865–3889.
- Güler, M.A., Gülver, Y.F. ve Nart, E., 2012. Contact Analysis of Thin Films Bonded to Graded Coatings, International Journal of Mechanical Science, 55,1, 50–64.
- Güler, M.A., Kucuksucu, A., Yilmaz, K.B. ve Yildirim, B. 2017. On the Analytical and Finite Element Solution of Plane Contact Problem of a Rigid Cylindrical Punch Sliding over a Functionally Graded Orthotropic Medium, International Journal of Mechanical Sciences, 120, 12-29.
- Güven, İ. ve Madenci, E., 2006. The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS, Springer, Arizona, 686.
- Hertz, H., 1895. Gessammelte Worke von Heinrich Hertz, Leipzig.
- Huang, X., Gao, K. ve Yang, J., 2020. Fracture Analysis of Functionally Graded Multilayer Graphene Nanoplatelets-Reinforced Composite Strips, European Journal of Mechanics, 83, 104038.
- Jin F., Guo X. ve Gao H., 2013. Adhesive Contact on Power-Law Graded Elastic Solids: the JKR–DMT Transition Using a Double-Hertz Model, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 61, 2473-2492.
- Kahya, V., 2003. İki Tabakalı Elastik Ortamda Sürekli ve Süreksiz Temas Problemlerinin İncelenmesi, Doktora Tezi, K.T.Ü, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Kahya, V., Özşahin, T.Ş., Birinci, A. ve Erdöl, R., 2007. A Receding Contact Problem for an Anisotropic Elastic Medium Consisting of a Layer and a Half Plane, International Journal of Solids and Structures, 44, 17, 5695-5710.
- Karabulut, P. M., Yaylacı, M. ve Birinci, A., 2018. Finite Element Solution of the Contact Problem, Turkish Journal of Science & Technology, Volume 13, 1, 113-117.
- Kaya Y., 2020. Rijit Düzlem Üzerine Oturan ve İki Rijit Düz Blok Aracılığıyla Yüklenmiş Biri Fonksiyonel Derecelendirilmiş İki Tabakanın Temas Problemi, Doktora Tezi, KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Keer, L.M. ve Chantaramungkorn, K., 1972. Loss of Contact Between an Elastic Layer and Half-Space, Journal of Elasticity, 2, 3, 191-197.
- Klarbring, A., 1986. A Mathematical Programming Approach to Three Dimensional Contact Problems with Friction, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 58, 2, 175-200.

- Küçüksucu, A., Güler, M.A ve Avcı, A., 2015. Mechanics of Sliding Frictional Contact For A Graded Orthotropic Half-Plane. Acta Mechanica, 226,10, 3333–74.
- Li J., Liu J.Z., Korakianitis T. ve Wen P.H., 2017. Finite Block Method in Fracture Analysis with Functionally Graded Materials, Engineering Analysis with Boundary Elements, 82, 57-67.
- Liu, Z.X., Yan, J. ve Mi, C.W., 2018. On The Receding Contact Between a Two-Layer Inhomogeneous Laminate and a Half-Plane, Structural Engineering and Mechanics, 66, 3, 329-341.
- Loboda, V.V. ve Tauchert, T.R., 1985. The Elastic Contact Problem for Dissimilar Orthotropic Semi-Infinite and Infinite Strips, International Journal of Engineering Sciences, 23, 12, 1337-1349.
- Lopes, J.P. ve Hills, D.A., 2019. The Axisymmetric Frictional Receding Contact of a Layer Pressed Against a Half-Space by a Point Force, International Journal of Solids and Structures, 171, 47-53.
- Ma, L. F., Korsunsky, A. M. ve Sun, K., 2006. Contact of Coated Systems under Sliding Conditions, ASME Journal of Tribology, 128, 886-890.
- Ma, L. F. ve Korsunsky, A. M., 2004. Fundamental Formulation for Frictional Contact Problems of Coated Systems, International Journal of Solids and Structures, 41, 11-12, 2837-2854.
- Nikbakht, A., Arezoodar, A.F., Sadighi, M., Zucchelli, A. ve Lari A.F., 2013. Frictionless Elastic Contact Analysis of a Functionally Graded Vitreous Enamelled Low Carbon Steel Plate and a Rigid Spherical Indenter, Composite Structures, 96, 484-501.
- Nyqvist, J., Kadiric, A., Ioannides, S. ve Sayles R., 2015. Semi-Analytical Model for Rough Multilayered Contacts. Tribology International, 87, 98–112.
- Öner, E., 2011. Rijit Dairesel Bir Panç Aracılığı ile Yüklenmiş ve Elastik Yarı Sonsuz Düzleme Oturan İki Elastik Tabakanın Sürekli Temas Problemi, Yüksek Lisans Tezi, KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Öner, E., Adıyaman, G. ve Birinci, A., 2017. Continuous Contact Problem of a Functionally Graded Layer Resting on an Elastic Half-Plane, Archives of Mechanics, 69, 53-73.
- Öner E. ve Birinci, A., 2020. Investigation of the Solution for Discontinuous Contact Problem Between a Functionally Graded (FG) Layer and Homogeneous Half- Space, Archive of Applied Mechanics, 90, 2799-2819.
- Özşahin, T.Ş. ve Çakıroğlu, A.O., 2003. İki Elastik Blok Yardımı ile Yüklenmiş Elastik Tabakada Temas Problemi, XIII. Ulusal Mekanik Kongresi, 8-12 Eylül, Gaziantep, 647-656.

- Özşahin, T.Ş., 2000. Rijit İki Blok Üzerine Oturan Bileşik Tabakada Sürekli ve Süreksiz Temas Problemi, Doktora Tezi, KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Patra, R., Barik, S.P. ve Chaudhuri, P.K., 2017. Frictionless Contact of a Rigid Punch Indenting an Elastic Layer Having Piezoelectric Properties, Acta Mechanica, 228, 367-384.
- Patra, R., Barik, S.P., Kundu, M. ve Chaudhuri, P.K., 2014. Plane Elastostatic in an Infinite Functionally Graded Layer Weakened by a Crack Lying in the Middle of the Layer, International Journal of Computational Mathematics, 25.
- Polat, A., 2019. Elastik Yarım Düzleme Oturan ve İki Rijit Blok Aracılığıyla Yüklenmiş Fonksiyonel Derecelendirilmiş Tabakanın Temas Problemi, Doktora Tezi, KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Polat, A., Kaya, Y., Bora, P., Kouider, B. ve Özşahin, T.Ş., 2019. Investigation of the Contact Problem for a Partial Functionally Graded Layer by Using Finite Element Method, Journal of Structural Engineering Applied Mechanics, 1, 4, 185-193.
- Polat, A., Kaya, Y., Kouider, B. ve Özşahin, T.Ş., 2019. Frictionless Contact Problem for a Functionally Graded Layer Loaded Through Two Rigid Punches Using Finite Element Method, Journal of Mechanics, 35, 5, 591-600.
- Polat, A., Kaya, Y. ve Özşahin, T. Ş., 2018. Analytical Solution to Continuous Contact Problem for a Functionally Graded Layer Loaded Through Two Dissimilar Rigid Punches, Meccanica, 53, 14, 3565-3577.
- Rekik M., Neifar M. ve El-Borgi S., 2010. An Axisymmetric Problem of an Embedded Crack in a Graded Layer Bonded to a Homogeneous Half-Space, International Journal of Solids and Structures, 47, 2043-2055.
- Saadatfar, M., 2021. Transient Coupled Hygrothermal Stress Analysis of a Finite Length Functionally Graded Hollow Cylinder, Journal of Stress Analysis, 6, 1, 89-103.
- Su, J., Ke L.L., El- Borgi, S., Xiang, Y. ve Wang Y.S., 2018. An Effective Method for The Sliding Frictional Contact of Conducting Cylindrical Punch on FGPMs, International Journal of Solids and Structures, 141-142, 127-136.
- Swaminathan, K., Hirannaiah, S. ve Rajana, T., 2022. Vibration and Stability Characteristics of Functionally Graded Sandwich Plates with/without Prosity Subjected to Localized Edge Loadings, Mechanics Based Design of Structures and Machines, 53, 11, 1-39.
- Şengül Şabano, B., 2020. Elastik Yarı Sonsuz Düzleme Oturan ve Yayılı Yük ile Yüklenen Fonksiyonel Derecelendirilmiş İki Tabakanın Temas Problemi, Yüksek Lisans Tezi, KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Talezadehlari A., Nikbakht A., Sadighi M. ve Zucchelli A., 2016. Numerical Analysis of Frictional Contact in The Presence of a Surface Crack in a Functionally Graded Coating Substrate System, International Journal of Mechanical Science, 117, 286- 298.

- Wu, T., Wu J. ve Zhang, L., 2019. An Analytical Analysis of Receding Contact Between a Compressible Elastic Thin Film and a Rigid Substrate Due to Spherical Indentation, Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik ZAMP, 70, 126, 1-13.
- Yan J. ve Mi C., 2017. On the Receding Contact between an Inhomogeneously Coated Elastic Layer and a Homogeneous Half-Plane, Mechanics of Materials, 112, 18- 27.
- Yan, J. ve Mi, C., 2020. On the Receding Contact Between a Homogeneous Elastic Layer and a Half-plane Substrate Coated with Functionally Graded Materials, International Journal of Computational Methods, 17, 1, 1-21.
- Yaylacı, M., 2013. İki Elastik Çeyrek Düzleme Oturan İki Elastik Tabakanın Temas Problemi, Doktora Tezi, K.T.Ü Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Yaylacı, M., 2017. Comparison Between Numerical and Analytical Solutions for the Receding Contact Problem, Sigma Journal of Engineering and Natural Sciences, 2, 333-346.
- Yaylacı, M. ve Terzi, C., 2018. Temas Problemlerinde Sonlu Elemanlar Yönteminin Doğruluğunun İncelenmesi, Mühendislik Bilimleri ve Tasarım Dergisi, 6, 3, 511- 519.
- Yaylacı, M., Terzi, C. ve Avcar, M., 2019. Numerical Analysis of the Receding Contact Problem of Two Bonded Layers Resting on an Elastic Half Plane, Structural Engineering and Mechanics, 72, 6, 775-783.
- Yaylı, M., 2019. Yarım Düzlem Üzerine Oturan Fonksiyonel Derecelendirilmiş Tabakanın Temas Problemi, Yüksek Lisans Tezi, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Rize.
- Yeganehpour, M., 2012. Malzeme Özellikleri Sıcaklığa Bağımlı Olan İzotropik Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerde Bulunan Eğik Çatlakların Gerilme Şiddet Çarpanları J_k – İntegral Yöntemi ile Hesaplanması, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Yıldırım, B., Yılmaz, K. B., Çömez, İ. ve Güler, M. A., 2019. Double Frictional Receding Contact Problem for an Orthotropic Layer Loaded by Normal and Tangential Forces, Meccanica, 54, 14, 2183-2206.
- Yıldız, A., 2011. Kaynaklı Parçaların Sonlu Elemanlar Yöntemi ile Analizi, Yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Bursa.
- Yılmaz, K. B., Çömez, İ., Yıldırım, B., Güler, M. A. ve El-Borgi, S., 2018. Frictional Receding Contact Problem for a Graded Bilayer System Indented by a Rigid Punch, International Journal of Mechanical Sciences, 141, 127-142.

- Yılmaz, K. B., Çömez, İ., Güler, M. A. ve Yıldırım, B., 2019. Analytical and Finite Element Solution of the Sliding Frictional Contact Problem for a Homogeneous Orthotropic Coating-İsotropic Substrate System, ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, 99, 3, e201800117.
- Yılmaz, K.B., Çömez, İ., Güler, M.A. ve Yıldırım, B., 2019. Sliding Frictional Contact Analysis of a Monoclinic Coating/Isotropic Substrate System, Mechanics of Material, 137, 103-132.
- Yılmaz, K. B., Çömez, İ., Güler, M. A. ve Yıldırım, B., 2019. The Effect of Orthotropic Material Gradation on the Plane Sliding Frictional Contact Mechanics Problem, The Journal of Strain Analysis for Engineering Design, 54, 4, 254-275.



ÖZGEÇMİŞ

Onural Osman KALAYCI, İlköğretimini 2008 yılında İstanbul Yunus Emre İlköğretim Okulunda ve Ortaöğretimini 2012 yılında İstanbul Sultanbeyli Anadolu Lisesinde tamamladı. 2015 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi İnşaat Mühendisliği Bölümünü kazandı ve lisans eğitimini 2019 yılında burada tamamladı. Aynı yıl başladığı Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Ana Bilim Dalında Yüksek Lisans Eğitimine halen devam etmekte olup yabancı dil olarak iyi derecede İngilizce bilmektedir.

