

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**İLK VARIŞ ZAMANLARINDAN SİSMİK ORTAMA AİT İSTATİSTİKSEL
PARAMETRELERİN KESTİRİLMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Deniz VARILSÜHA

**Jeofizik Mühendisliği Anabilim Dalı
Jeofizik Mühendisliği Yüksek Lisans Programı**

OCAK, 2015

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**İLK VARIŞ ZAMANLARINDAN SİSMİK ORTAMA AİT İSTATİSTİKSEL
PARAMETRELERİN KESTİRİLMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Deniz VARILSUHA

505111401

Jeofizik Mühendisliği Anabilim Dalı

Jeofizik Mühendisliği Yüksek Lisans Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ayşe KAŞLILAR ŞİŞMAN

15, Aralık, 2015

İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 505111401 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi Deniz VARILSÜHA ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “İLK VARİŞ ZAMANLARINDAN SİSMİK ORTAMA AİT İSTATİSTİKSEL PARAMETRELERİN KESTİRİLMESİ” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : **Prof. Dr. Ayşe KAŞLILAR ŞİŞMAN**
 İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Doç. Dr. Serdar ÖZALAYBEY**
 TUBİTAK-MAM

Yrd. Doç. Dr. Tuna EKEN
 İstanbul Teknik Üniversitesi

Teslim Tarihi : 15.12.2014

Savunma Tarihi : 16.01.2015

ÖNSÖZ

Bu yüksek lisans tezinde bana inanan, sabır gösteren ve yardımlarını esirgemeyen tez danışmanım Ayşe KAŞLILAR'a, paralel programlama konusunda bana fikren yardımcı olan Recep Kürşad ERSON'a ve aileme teşekkür ederim

Ocak, 2015

Deniz Varılsüha
(Jeofizik Mühendisi)

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖNSÖZ.....	v
İÇİNDEKİLER	vii
KISALTMALAR.....	ix
ÇİZELGE LİSTESİ	xi
ŞEKİL LİSTESİ	xiii
ÖZET	xvii
SUMMARY	xix
1. GİRİŞ.....	1
2. RASTGELE INHOMOJEN ORTAMIN MODELLENMESİ.....	5
2.1 Jeofizikte Modelleme	5
2.2 Işın (Geometrik Optik) Teorisi.....	8
2.3 Akustik Dalga Yayılımının Sonlu Farklar Yöntemi ile Modellenmesi	9
2.4 Rastgele Inhomojen Ortam	12
3. FARKLI ÖZİLİŞKİ FONKSİYONLARINA SAHİP RASTGELE ORTAMLARIN SEYAHAT ZAMANLARINDAKİ SALINIMLARDAN ORTAMA AİT İSTATİSTİK PARAMETRELERİN KESTİRİLMESİ	15
3.1 Işın İzleme Yöntemi ile Modelleme.....	15
3.2 Rastgele Ortamların Oluşturulması ve Işın İzleme	17
3.3 Rastgele Ortama Ait İstatistik Parametrelerin Kestirilmesi	23
4. AKUSTİK DALGA YAYILIMI VE IŞIN İZLEME YÖNTEMİ İLE ELDE EDİLEN SEYAHAT ZAMANLARINDAN KESTİRİLEN ORTAMA AİT İSTATİSTİK PARAMETRELERİN KARŞILAŞTIRILMASI.....	37
4.1 Kullanılan akustik sonlu farklar betikleri ve paralelleştirilmesi	37
4.2 Akustik Dalga Yayılımı ile Rastgele Ortamların Modellenmesi ve Yapay Sismogramların Elde Edilmesi	40
4.3 The Akaike Information of Criterion (AIC) Yöntemi ile İlk Varışların Bulunması.....	43
4.4 Yapay ve Teorik Zaman-Uzaklık Grafiklerinin Çakıştırılması	45
4.5 Akustik Dalga Yayılımı ile Elde Edilen Sismogramların İlk Varış Salınımlarından Ortama Ait İstatistiksel Parametrelerin Kestirilmesi	48
5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	55
KAYNAKLAR	57
EKLER.....	61
ÖZGEÇMİŞ.....	71

KISALTMALAR

V	: Hızı derinlikle doğrusal olarak artan inhomojen ortam [m/s]
$\bar{V}$	: Hızı derinlikle doğrusal olarak artan ortam [m/s]
V_0	: Yüzey hızı [m/s]
k	: Hızın derinlikle artma miktarı [1/s]
z	: Derinlik [m]
x	: Yatay yönde en küçük adım aralığı [m]
X	: Yatay yönde uzaklık [m]
H	: Karakteristik derinlik [m]
l_z	: Düşey yöndeki inhomojenitenin uzunluğu [m]
l_x	: Yatay yöndeki inhomojenitenin uzunluğu [m]
$\tilde{t}$	: Seyahat zamanı salınımları [s]
Z	: Işının ulaştığı derinlik [m]
ΔX_c	: Korelasyon uzunluğu [m]
ρ	: l_z/l_x oranı [birimsiz]
ξ	: Boyutsuz inhomojen ortam [birimsiz]
γ	: Boyutsuz uzaklık [birimsiz]
$\tilde{\eta}$	: Kırılma indisi salınımları [birimsiz]
σ_ξ	: Ortam hızının standart sapması [birimsiz]
Γ	: $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$
l	: Inhomojenite boyutu [m]
$l_\perp$	: Dalganın inhomojenite içinden geçtiği doğrultuya dik inhomojenite uzunluğu [m]
l_c	: Karakteristik inhomojenite boyutu [m]
a_f	: Fresnel bölgesi [m]
K	: Değiştirilmiş Bessel fonksiyonu
κ	: Bessel fonksiyonunun karmaşıklık ölçüsü [birimsiz]

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 2.1 : Farklı özilişki fonksiyonlarının formülleri	14
Çizelge 3.1 : Bölüm 3.3'te yer alan bağıntılarda kullanılan değişkenler ve açıklamaları.	27
Çizelge 3.2 : Kestirilen parametreler ve yüzde hataları.....	29
Çizelge 3.3 : Çakıştırılan varyans eğrilerinin teorik eğriye göre ortalama mutlak hata yüzdeleri.....	29
Çizelge 3.4 : Gauss, üstel ve von Kármán özilişki fonksiyonlarına sahip ortamlardan elde edilen korelasyon uzunluğu (ΔX_c) değerleri.	31
Çizelge 3.5 : Çakıştırılan kovaryans eğrilerinin ortalama mutlak hata yüzdeleri.....	33
Çizelge 3.6 : Tüm rastgele ortamlar için kestirilen model parametreleri ve yüzde hata miktarları.....	34
Çizelge 4.1 : Paralleştirme sonucu elde edilen hesaplama süreleri.	39
Çizelge 4.2 : Farklı örnekleme aralıklarının süreye etkisi.	39
Çizelge 4.3 : AIC ile gözle okuma değerleri ve % cinsinden hata oranı.	45
Çizelge 4.4 : Yapay sismogramdan kestirilen yüzey hızı ve hız gradyanı değerleri.	46
Çizelge 4.5 : Çakıştırılan varyans eğrilerinin ortalama mutlak hata yüzdeleri.....	50
Çizelge 4.6 : Gerçek ve kestirilen parametreler ve yüzde hataları.	51
Çizelge 4.7 : Okunan ΔX_c değerlerinin karşılaştırması.	53
Çizelge 4.8 : Çakıştırılan kovaryans eğrileri için ortalama mutlak hata yüzdeleri....	54
Çizelge 4.9 : Işın izleme ve Akustik Yöntem için kestirilen değerler.	54

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 : Jeofizikte düz problem çözümü (Canitez, 1992).....	6
Şekil 2.2 : Doğrusal dizge (Canitez, 1992).....	7
Şekil 2.3 : Dalga cephesi ve ona dik yönde ışın yolları.....	8
Şekil 2.4 : Laplasyen için gerekli yaklaşık değerlere ait hesaplama peteği (Youzwishen ve Margrave, 1999).....	11
Şekil 2.5 : Farklı özilişki fonksiyonlarına sahip rastgele ortam örnekleri (a) Gauss. (b) Üstel. (c) Von Kármán.....	13
Şekil 3.1 : Hızı derinlikle doğrusal olarak artan ortamın iki boyutlu grafiği.	18
Şekil 3.2 : Gauss özilişki fonksiyonuna sahip rastgele ortam.	18
Şekil 3.3 : Üstel özilişki fonksiyonuna sahip rastgele ortam.	19
Şekil 3.4 : Von Kármán özilişki fonksiyonuna sahip rastgele ortam.	19
Şekil 3.5 : İki boyutlu Gauss özilişki fonksiyonuna sahip rastgele ortam. Düşey eksen genlik bilgisidir.....	19
Şekil 3.6 : Gauss fonksiyonu için hızın derinlikle doğrusal arttığı model için (Şekil 3.1) hesaplanan rastgele inhomojen ortam.....	20
Şekil 3.7 : Üstel fonksiyon için hızın derinlikle doğrusal arttığı arttığı model için (Şekil 3.1) hesaplanan rastgele inhomojen ortam.....	20
Şekil 3.8 : Von Kármán fonksiyonu için hızın derinlikle doğrusal arttığı model için (Şekil 3.1) hesaplanan rastgele inhomojen ortam.....	21
Şekil 3.9 : Gauss fonksiyonu için iki boyutlu hızın derinlikle arttığı rastgele inhomojen ortam. Düşey eksen genlik bilgisidir.....	21
Şekil 3.10 : Gauss fonksiyonu ile üretilmiş kırılma indisi matrisi ($\tilde{n} = -\frac{V_0 \tilde{V}}{\bar{V}^2}$).	22
Şekil 3.11 : Üstel fonksiyon ile üretilmiş ikiboyutlu kırılma indisi matrisi $\tilde{n} = -\frac{V_0 \tilde{V}}{\bar{V}^2}$	22
Şekil 3.12 : Von Kármán fonksiyonu ile üretilmiş iki boyutlu kırılma indisi matrisi $\tilde{n} = -\frac{V_0 \tilde{V}}{\bar{V}^2}$	22
Şekil 3.13 : Gauss özilişki fonksiyonuna sahip iki boyutlu kırılma indisi matrisi Düşey eksen genlik bilgisidir.....	23
Şekil 3.14 : Şekil 3.10'daki kırılma indisi ortamı için hesaplanan ışın yolları.....	24
Şekil 3.15 : Gauss özilişki fonksiyonuna sahip on adet rastgele ortam örneği için elde edilmiş seyahat zamanı salınımları, $\tilde{t}$	24
Şekil 3.16 : Üstel özilişki fonksiyonuna sahip on adet rastgele ortam örneği için elde edilmiş seyahat zamanı salınımları, $\tilde{t}$	25
Şekil 3.17 : Von Kármán özilişki fonksiyonuna sahip on adet rastgele ortam örneği için elde edilmiş seyahat zamanı salınımları, $\tilde{t}$	25

Şekil 3.18 : Gauss özilişki fonksiyonuna sahip ortamlar için (3.14) bağıntısı ile verilen teorik eğrinin gerçek eğri ile karşılaştırılması.....	27
Şekil 3.19 : Üstel özilişki fonksiyonuna sahip ortamlar için (3.14) bağıntısı ile verilen teorik eğrinin gerçek eğri ile karşılaştırılması.....	28
Şekil 3.20 : Von Kármán özilişki fonksiyonuna sahip ortamlar için (3.14) bağıntısı ile verilen teorik eğrinin gerçek eğri ile karşılaştırılması.....	28
Şekil 3.21 : Gauss, üstel ve von Kármán özilişki fonksiyonları için gözlenen ve hesaplanan varyans değerleri ve başlangıç parametreleri kullanılarak 3.13 bağıntısı ile hesaplanmış teorik eğri.....	30
Şekil 3.22 : Farklı uzaklıklar için Gauss özilişki fonksiyonuna sahip rastgele ortamlardan elde edilen kovaryans.....	31
Şekil 3.23 : Farklı uzaklıklar için üstel özilişki fonksiyonuna sahip rastgele ortamlardan elde edilen kovaryans.....	32
Şekil 3.24 : Farklı uzaklıklar için von Kármán özilişki fonksiyonuna sahip rastgele ortamlardan elde edilen kovaryans.....	32
Şekil 3.25 : Özilişki fonksiyonlarının gözlenen ve hesaplanan Δc eğrileri.....	34
Şekil 3.26 : Varyans ve kovaryans bilgilerinden tüm parametrelerin kestirimi.....	35
Şekil 4.1 : Dalgacık (a) Zaman-genlik grafiği. (b) Frekans-genlik grafiği.....	41
Şekil 4.2 : Gauss özilişki fonksiyonuna sahip rastgele ortam.....	42
Şekil 4.3 : Gauss özilişki fonksiyonu için hızın derinlikle doğrusal arttığı rastgele inhomojen ortam.....	42
Şekil 4.4 : Rastgele inhomojen ortam içeren hız-derinlik modeli.....	43
Şekil 4.5 : Gauss özilişki fonksiyonuna sahip rastgele bir ortam için akustik dalga yayılımı ile elde edilen sismogram.....	42
Şekil 4.6 : Kaynaktan 4.4 km sonra gözle okunmuş ilk varış.....	44
Şekil 4.7 : Kaynaktan 4.4 km sonra AIC algoritmasıyla ilk varış zamanı.....	44
Şekil 4.8 : Akustik dalga yayılımı ile elde edilen ilk varış zamanlarının uzaklığa bağlı grafiği.....	45
Şekil 4.9 : İlk varış zamanları ve karşılaştırılmış teorik eğri.....	46
Şekil 4.10 : Akustik dalga yayılımı ve ışın izleme yöntemi ile elde edilmiş seyahat zamanı salınımları.....	47
Şekil 4.11 : Akustik dalga yayılımı ve ışın izleme yöntemi ile elde edilmiş seyahat zamanı salınımları.....	47
Şekil 4.12 : Akustik dalga yayılımı ve ışın izleme yöntemi ile elde edilmiş seyahat zamanı salınımları.....	48
Şekil 4.13 : Akustik dalga yayılımı ve ışın izleme yöntemi ile elde edilen ilk varış zamanı salınımları.....	49
Şekil 4.14 : Akustik dalga yayılımının modellenmesi ile elde edilmiş varyans eğrisi ve hesaplanan model.....	49
Şekil 4.15 : Işın izleme yöntemi ile elde edilmiş varyans eğrisi ve hesaplanan model.....	50
Şekil 4.16 : Akustik (FD) ve ışın izleme (RT) yöntemleri için gözlenen (g) ve hesaplanan (h) varyanslar eğrileri.....	51
Şekil 4.17 : Farklı uzaklıklar için akustik dalga yayılımı ile rastgele inhomojen ortamlardan elde edilen kovaryans.....	52
Şekil 4.18 : Farklı uzaklıklar için akustik ışın izleme ile rastgele ortamlardan elde edilen kovaryans.....	52
Şekil 4.19 : Işın izleme (RT) ve akustik yöntem (FD) için gözlenen (o) ve hesaplanan (c) Δ eğrileri.....	53
Şekil B.1 : $t - \Delta t$ zaman ortamı için iki boyutlu matris.....	66

Şekil B.2 : t zaman ortamı için iki boyutlu matris.....	67
Şekil B.3 : $t + \Delta t$ zaman ortamı için iki boyutlu matris.....	67
Şekil B.4 : Dağıtık bellek yapısı için $t - \Delta t$ zaman ortamı.....	68
Şekil B.5 : Dağıtık bellek yapısı için t zaman ortamı.....	68
Şekil B.6 : Dağıtık bellek yapısı için $t - \Delta t$ zaman ortamı.....	68
Şekil B.7 : Dağıtık bellek yapısı için t zaman ortamı.....	69

İLK VARİŞ ZAMANLARINDAN SİSMİK ORTAMA AİT İSTATİSTİKSEL PARAMETRELERİN KESTİRİLMESİ

ÖZET

Yer altı hız yapısının belirlenmesine yönelik çalışmaların bir kısmı yer ortamının homojen tabakalardan oluştuğu varsayımına dayanmaktadır. Bununla birlikte yer içi küçük ve büyük ölçekli inhomojeniteleri de içeren karmaşık bir yapıya sahiptir. Yer içerisindeki inhomojeniteler sismik dalga seyahat zamanlarının beklenen varış zamanlarından sapmasına neden olmaktadır. Seyahat zamanlarındaki bu salınımlardan (fluctuation) yararlanılarak yer içerisindeki inhomojenitelerin karakteristik boyutları ve diğer istatistik özellikleri (sismik hızın varyansı, kovaryans ve ortalama) belirlenebilir. İnhomojenitelerin istatistik özellikleri jeostatistiksel yaklaşımlar ile birlikte sismik ters çözümde, hidrokarbon rezervuarlarının karakterizasyonunda, kayaçların litolojik tanımlamalarında kullanılabilecek potansiyel parametrelerdir.

Bu çalışmada kullanılan ve sismik ortama ait istatistiksel parametreleri kestirmek için önerilen yöntem ışın teorisi (yüksek frekans yaklaşımı) esaslarına ve Gauss özilişki fonksiyonuna sahip rastgele ortam varsayımına dayanmaktadır. İstatistik analiz için bir çok rastgele ortamda ışın izleme yapıp, elde edilen seyahat zamanı salınımlarının grup ortalamalarının (ensemble average) hesaplanması gerekmektedir. Bu çalışmada hızın derinlikle doğrusal arttığı, inhomojenite boyutları yön bağımlı rastgele ortamlar dikkate alınmıştır. Önerilen yöntemi test etmek ve değişik özilişki fonksiyonları için yöntemin uygulanabilirliğini anlamak amacı ile farklı özilişki fonksiyonlarına sahip rastgele ortamlar üretilmiş, her birinde ışınlar izletilmiş ve elde edilen seyahat zamanları kullanılarak ortam istatistik parametreleri (yatay ve düşey yöndeki inhomojenite boyutları ve ortam hızının standart sapması) kestirilmiştir. Elde edilen sonuçlar gerçek değerleri ile karşılaştırılmıştır. Gauss, üstel ve von Kármán özilişki fonksiyonlarına sahip rastgele ortamlardan kestirilen parametreler ile gerçek parametreler kıyaslandığında Gauss ve üstel özilişki fonksiyonuna sahip ortamlarda hata oranının %15 ten az olduğu saptanırken von Kármán özilişki fonksiyonuna sahip ortamlardan kestirilen parametrelerde hata oranının daha yüksek olduğu (%25) görülmüştür. Dolayısı ile Gauss özilişki fonksiyonuna sahip rastgele ortamlar için türetilmiş bağıntılar daha karmaşık özilişki fonksiyonlarına sahip rastgele ortamlarda (von Kármán ve benzeri) kullanıldığında kestirilen parametrelerde hata miktarının artacağı dikkate alınmalıdır.

Yöntem ışın teorisi koşulları için geliştirilmiş olmakla birlikte ışın teorisi yüksek frekans yaklaşımı olduğundan ve gerçekte elde ettiğimiz sismik/sismolojik kayıtlar sonlu frekans bilgisi içerdiğinden, bu çalışmada, önerilen teori ve yöntemin sonlu frekans koşullarında çalışma sınırlarının ve başarısının incelenmesi de hedeflenmiştir. Bunun için Gauss özilişki fonksiyonuna sahip rastgele ortamlarda akustik dalga yayılımı modellenerek elde edilen yapay sismogramların seyahat zamanları kullanılarak ortama ait istatistiksel parametreler kestirilmiş ve gerçek değerleri ile

kıyaslanmıştır. Işın teorisi koşullarını sağlayacak koşullarda akustik dalga yayılımının modellenmesi çok zaman aldığından önce seri olarak yazılmış bir program paralel hale getirilmiş ve hesaplama süresi 50 kat hızlandırılmıştır. Böylece tek bir rastgele ortam için 100 saat süren hesaplama süresi 2 saate düşürülmüştür. Grup ortalaması alabilmek için yüz rastgele ortamın modellendiği dikkate alındığında hesaplama süresinde önemli bir tasarruf sağlandığı görülmüştür.

Akustik dalga yayılımının modellenmesi ile elde edilen seyahat salınımları ve kestirilen parametreler ışın teorisi sonuçları ile kıyaslanmıştır. Akustik dalga yayılımı ile elde edilen seyahat zamanları salınımlarından kestirilen parametrelerin hata oranlarının ışın teorisi ile elde edilenlere göre %40 daha hatalı olduğu görülmüştür. Hata miktarının fazla olması sonsuz frekans esaslı olan ışın teorisi için geliştirilen bağıntının sonlu frekans ortamlara uygulanmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Literatürde hız ötelemesi (velocity shift) olarak isimlendirilen bu durumun giderilmesi ve gerçek parametrelerin doğru şekilde kestirilebilmesi için ışın teorisi esaslı bağıntılara düzeltme terim(ler)inin eklenmesi gerekmektedir.

Yapılan çalışma ile ışın teorisi ve Gauss özilişki fonksiyonuna sahip rastgele ortamlar için geliştirilen yöntemin sonlu frekans ve farklı özilişki fonksiyonlarına sahip ortamlardaki uygulanabilirliği incelenmiştir. Rastgele ortamların Gauss gibi yumuşak değişim gösteren özilişki fonksiyonlarından çok uzaklaşması durumunda ve sismik/sismolojik kayıtlarda olduğu gibi sonlu frekans bilgisi içerdiği durumlarda kestirilen parametrelerde hata oranının arttığı gözlenmiştir. Yöntemin uygulamalarında bu koşulların dikkate alınması gerektiği görülmüştür.

ESTIMATING MEDIUM STATISTICAL PARAMETERS USING FIRST ARRIVAL TRAVEL TIMES

SUMMARY

Several seismic and bore-hole log studies support the existence of random inhomogeneities in the Earth's crust. Therefore, besides deterministic methods of velocity estimation, the use of statistical methods may significantly improve the estimations of the velocity field and can help to quantify the textural properties of the medium which is important for petrophysical interpretations. The studies for the velocity determination of the subsurface are mainly based on the homogeneously layered medium assumption. However the Earth is a complex structure which involves both small and large scale inhomogeneities. Because of these inhomogeneities the seismic travel times fluctuates around the expected travel times. These fluctuations can be used to estimate the characteristic scale lengths of the inhomogeneities and the other statistical parameters such as velocity variance, and covariance function. The statistical parameters of inhomogeneities can be used in seismic inversion combined with geostatistical approaches in characterization of hydrocarbon reservoirs and in lithologic description of rocks.

To estimate the statistical parameters of a seismic medium, a method based on ray theory (high frequency approach) is exploited. Ray theory is valid if the characteristic scale lengths of inhomogeneities are larger than the seismic wavelength and the width of the first Fresnel Zone. Under these conditions scattering and localization effects are ignored. In the proposed method first order velocity (or refractive index) perturbations and a dispersion free medium are considered. It is assumed that the inhomogeneities are larger than the dominant seismic wavelength. The method links the travel time fluctuations to medium statistical parameters (variance of the medium fluctuations and inhomogeneity scale lengths in different directions) via the variance and covariance functions of the travel time fluctuations. Both isometric and anisometric (statistically anisotropic or different correlation lengths l_x , l_y and l_z in x, y and z directions respectively) inhomogeneities can be considered. Travel time fluctuations from a sufficient number of medium realizations are required for a good statistical sampling and for the application of the method. In previous studies the derived formulas are numerically verified by ray method considering a medium with Gaussian auto-correlation function (ACF). Some questions regarding to the assumptions of the Gaussian random medium have arisen in different occasions, since many stochastic parameter estimation studies suggest a von Kármán ACF for the Earth medium. It has been a question whether the studied medium is Gaussian or not, and whether the formulas derived by considering Gaussian random medium will give successful estimations for media having non-Gaussian ACF's, such as Exponential and von Kármán. In this thesis it is tested whether it is possible to estimate the medium fluctuations and the characteristic scale lengths of the inhomogeneities by the suggested method, even the random medium is not represented by a Gaussian ACF.

Ray theory is a high frequency approximation to wave propagation, on the other hand the data recorded in seismic/seismology is finite frequency. Another motivation of this thesis is to understand the limits and the success of the method in finite frequency conditions. For this purpose, wave propagation simulations in random media are necessary. To compare the ray theoretical and wave propagation results, the ray theoretical conditions are considered and a serial acoustic finite difference wave propagation code has been used for simulation. For one random medium realization, the computation time of the wave propagation has last 95 hours, although the ray theory conditions were not totally fulfilled due to the requirement of high computation power. For ensemble averaging, 100 random media realizations are used in ray theory. When the computation time of wave propagation simulation for one random medium realization is considered, the parallel computing became necessary. Therefore the wave propagation code has been parallelized and tested. At this stage, a high performance computing system is required. Especially, when the ray theory conditions (the wavelength should be much smaller than the inhomogeneity scale length) and finite difference conditions (stability and grid dispersion) are considered, very dense computation grid is required which is very compute expensive.

In this study, medium which has anisometric inhomogeneities and linearly increasing velocity with depth is considered. The random and the mean parts of the velocity field is calculated. For the ray tracing the refractive index medium is prepared, while for the acoustic modeling the velocity field is used. Considering Gaussian, Exponential and von Kármán autocorrelation functions 100 random medium realization are performed. Using 100 different refractive index media for each autocorrelation function, the travel time fluctuations are calculated for each autocorrelation function by tracing the rays over the random media. Then using these travel time fluctuations, variances for each distances from source are calculated. The best fit between the calculated and theoretical relation of travel time variance is obtained and the the model parameters, the product of the vertical inhomogeneity scale length and the variance of the medium, and the inhomogeneity scale length ratio (ratio of vertical to horizontal scale lengths) are estimated. Next the travel time fluctuations are used for the calculation of the covariance function which will provide the estimation of the medium parameters separately. The covariance functions are calculated by windowing the travel time fluctuation data at determined distances. From the covariances, the correlation distances for each window is calculated. These correlation distances are related to the horizontal inhomogeneity scale length. Using these calculated correlation distances and the theoretical relations the horizontal inhomogeneity scale length is estimated. This information is used in formerly estimated parameters and the vertical inhomogeneity scale length, and the variance of the medium are estimated subsequently. The results for each random media are compared with the actual medium parameters. It is seen that random media having Gaussian and exponential ACFs give reliable estimates while parameter estimations obtained from von Kármán medium have relatively larger errors.

To understand the limits and the success of the method in finite frequency conditions acoustic wave propagation is simulated in the same random media that are used in ray method. In this case only random media with Gaussian ACF having anisometric inhomogeneities and linearly increasing velocity with depth is considered. To simulate acoustic waves, a script written for Matlab is rewritten in Fortran by using MPI library. In this way, the simulation speed is increased about 50 fold. The acoustic wave propagation is performed by using the generated random media. Due to the linear

increase of velocity, diving waves are obtained. The first arrival times are automatically picked by using Akaike Information Criterion (AIC), which is formulated for detection of first arrival P-waves. Theoretical curve for diving waves are fitted to the observed travel times to estimate the near-surface velocity and the velocity gradient. The travel time fluctuations are obtained by calculating the difference between the theoretical and observed travel times. By using the travel time fluctuations of 100 random media, the travel time variance is calculated. The best fit between the calculated and theoretical relation of travel time variance is obtained and the model parameters, the product of the vertical inhomogeneity scale length and the variance of the medium, and the inhomogeneity scale length ratio are estimated. Next the travel time fluctuations are used for the calculation of the covariance function which will provide the estimation of the horizontal inhomogeneity scale length and hence the vertical inhomogeneity scale length, and the variance of the medium as described in the previous paragraph. The results obtained by ray method and acoustic modeling are compared by considering the actual parameters of the medium. It is observed that the parameters obtained from acoustic modeling traveltimes have larger errors when compared to the ray method. This discrepancy may be due to the phenomenon known as velocity shift in literature. As a future study the reason of this discrepancy can be investigated.

In this thesis the formulas derived in a former study by considering ray theory and random media with Gaussian ACF is examined by considering finite frequency modeling and by using ACFs different than Gaussian ACF. It is seen that there are discrepancies in the estimated parameters between acoustic modeling and ray method. Also the estimated parameters obtained from random media generated by considering von Kármán ACF have larger errors. These results should be considered when using these relations.

1. GİRİŞ

Yeraltı hız yapısının kestirilmesine yönelik çalışmalar yeraltının incelenmesinde çok önemli bir yere sahiptir. Yeraltındaki hız yapısındaki heterojeniteye bağlı salınımlar deterministik yöntemlerle bulunamamaktadır. Bu hız salınımları ise her zaman sismik ve sismolojik kayıtlarda bulunmakta ve seyahat zamanı ve genlik gibi parametrelere etki etmektedir. Bu yüzden yeraltı yapısını daha iyi anlamak için deterministik yöntemler dışında istatistiksel yöntemlerden de yardım almak gereklidir.

Sismogramlardaki kayıtlara etkiyen ortam inhomojenitelerini anlamak için günümüze kadar yapılan çalışmalarda seyahat zamanındaki ve genlikteki salınımlardan yararlanılmıştır (Frankel & Clayton 1986; Müller ve diğ., 1992; Roth & Korn 1993; Shapiro & Kneib 1993; Roth 1997; Iooss 1998; Shapiro & Hubral 1999; Hoshiba 2000; Müller ve diğ., 2002; Saito 2006; Sato 2006; Kravtsov ve diğ., 2003; Kravtsov ve diğ., 2005). Özellikle yerin petrofiziksel özellikleri olan litoloji, gözeneklilik ve geçirgenlik gibi özelliklerini anlamak adına yer kabuğu ölçeğinde inhomojeniteler modelleme yapılarak incelenmiştir (Carpentier & Roy-Chowdhury 2007; Scholer ve diğ., 2010). Ayrıca gerçek veriler üzerinden de çalışmalar gerçekleştirilmiştir (Mela & Louie 2001; Thybo ve diğ., 2003; Carpentier ve diğ., 2011). Hatta kuyu logu verilerini kullanan, inhomojenitelerin kestirilmesi üzerine çalışmalar da vardır (Holliger 1997; Dolan ve diğ., 1998; Browaeys & Fomel 2009)

Yapılan bu çalışmalarda kullanılan ortamların Gauss, Üstel ya da von Kármán özilişki fonksiyonlarına sahip oldukları görülmektedir. Bunlardan bazılarında von Kármán özilişki fonksiyonunun yeraltını en gerçekçi şekilde temsil ettiği savunulmakta ve inhomojenitelerin yatay büyüklüğünün ve uzun menzilli zaman serilerindeki korelasyonu belirlemede kullanılan Hurst sayısının kestirimine uğraşılmaktadır (Hurich 1996; Pullammanappallil ve diğ., 1997; Hurich & Kocurko 2000; Hurich 2003; Carpentier & Roy-Chowdhury 2007; Carpentier & Roy-Chowdhury 2009; Carpentier ve diğ., 2009; Scholer ve diğ., 2010; Carpentier ve diğ., 2011). Bu çalışmaların bazılarında düşey inhomojenite boyutunun kestiriminin zor olduğu ve kestirilen değerlerin güvenilir olmadığı gerekçesiyle bu parametrenin

kestirilmediğinden bahsedilmektedir. Fakat Poppeliers & Levander (2004) ve Poppeliers (2007) von Kármán özilişki fonksiyonuna sahip ortamlar üzerinde yaptığı çalışmalarda düşey inhomojenite boyutunu güvenilir bir şekilde kestirmiştir.

Tüm bu çalışmalar yeraltı inhomojenitelerinin anlaşılmasında istatistiksel yaklaşımın önemini ortaya koymuştur. Kravtsov ve diğ. (2005) tarafından yapılan çalışma ise yeraltında kırılarak giden dalgaları kullanarak yeraltı hız yapısındaki salınımların standard sapmasını ve inhomojenite boyutlarının yatay ve düşey uzunluklarını kestirmektedir. Bu çalışma ışın teorisi koşulları dikkate alınarak geliştirilmiştir. Işın teorisi, inhomojenite boyutları dalga boyundan ve birinci Fresnel bölgesinden büyük olduğu durumlarda çalışmaktadır fakat gerçek sismolojik gözlemler sonlu frekans bandına sahiptir.

Bu çalışmada kullanılan yöntem ilk olarak Kravtsov ve diğ., (2005) tarafından önerilmiştir. Önerilen yöntem inhomojen ortamın Gauss özilişki fonksiyonuna sahip olduğunu varsaymaktadır. Uygulaması yapılan çalışmada elde edilen seyahat zamanı salınımları yüksek frekans yaklaşımı olan ışın izleme yöntemi ile elde edilmiştir. Bu çalışmada hem farklı özilişki fonksiyonlarına sahip ortamlardan elde edilen sonuçların başarısı hem de sonlu frekans yaklaşımı olan akustik dalga modellemesi ile kestirimlerin başarısı sınanmaktadır.

Bu çalışmada rastgele dağılmış saçıcılardan oluşan bir ortamın, hızı derinlikle doğrusal olarak artan bir ortamın üzerine eklenerek ve bu ortam üzerinde yayılan sismik dalgaların ilk varışlarını kullanmak suretiyle ters çözüm yapılarak, inhomojen ortamın yatay ve düşey inhomojenite uzunlukları ve ortam hızının standart sapması elde edilmiştir. Bu çalışmada kullanılan yöntem ortamın Gauss özilişki fonksiyonuna sahip olması varsayımına dayanmaktadır. Rastgele ortamın von Kármán ve üstel gibi Gauss olmayan özilişki fonksiyonlarına sahip olması durumunda yöntemin uygulanabilirliğini anlamak için modelleme çalışmaları yapılmıştır.

Çalışmanın ikinci bölümde bu çalışmada kullanılan ışın izleme yönteminin teorisine değinilmiş ayrıca yine bu çalışmada kullanılan akustik dalga yayılımı açıklanmıştır. Rastgele saçıcı ortamların farklı özilişki fonksiyonları ile hazırlanma yöntemi bu bölümde verilmiştir.

Üçüncü bölümde, Gauss, Üstel ve von Kármán özilişki fonksiyonları ile, belirlenen inhomojenite boyutları ve standart sapma değerleri kullanılarak rastgele saçıcı

ortamlar düz çözüm ile hazırlanmış ve bu ortamlar kullanılarak ışın izleme yöntemiyle ilk varış zamanlarının salınımları elde edilmiştir. Elde edilen bu ilk varış salınımları kullanılarak ters çözümle inhomojen ortamın parametreleri kestirilmiştir. Ters çözüm ile elde edilmiş parametreler ile düz çözümle üretirken kullanılan parametreler karşılaştırılmış ve hata miktarları hesaplanmıştır. Her bir özilişki fonksiyonun gerçek parametrelere göre hata oranları incelenirken, özilişki fonksiyonları arasındaki hata oranları da karşılaştırılmıştır.

Dördüncü bölümde gauss özilişki fonksiyonuna sahip inhomojen ortam üzerinde akustik sonlu farklar yöntemiyle modellemeler yapılmıştır. Youzwishen ve Margrave (1999) tarafından geliştirilmiş MATLAB kodu farklı bir dilde paralelleştirilerek kullanılmıştır. Hız artışına bağlı olarak yüksek çözünürlükteki ortamlarda modellemeler mümkün hale gelmiştir. 100 adet ortam üzerinde hem akustik modelleme hem de ışın izleme yapılarak ortam parametreleri kestirilmiş ve elde edilen hata oranları karşılaştırılmıştır. En son bölümde bu çalışmanın sonuçları özetlenmiş, karşılaşılan problemlere değinilmiştir.

2. RASTGELE INHOMOJEN ORTAMIN MODELLENMESİ

2.1 Jeofizikte Modelleme

Bir fiziksel olayın matematiksel bağıntılar ile ifade edilmesine modelleme denir. Modelleme jeofiziğin yanı sıra kimya, biyoloji, astronomi, tıp ve benzeri birçok alanda kullanılmaktadır. Jeofizikte modellemenin amacı jeofizik belirtiyi neden olan yeraltı yapısını ve fiziksel özelliklerini elde etmektir. Modelleme yapmak için değişkenlerin tanımlanması gerekir. Jeolojik bir yapıyı modellemek için gereken değişkenler, geometrik ve fiziksel değişkenler olarak iki sınıf altında toplanabilir. Bir modelin fiziksel özellikleriyle ilgili olan parametrelere fiziksel parametreler, biçimine bağlı geometrik özellikleriyle ilgili olan parametrelere ise geometrik parametreler adı verilir. Hız (v), yoğunluk (ρ), kütle (m) fiziksel değişkenlere, uzunluk (L), yarıçap (r), hacim (V), konum (x), derinlik (z) geometrik değişkenlere örnek olarak verilebilir.

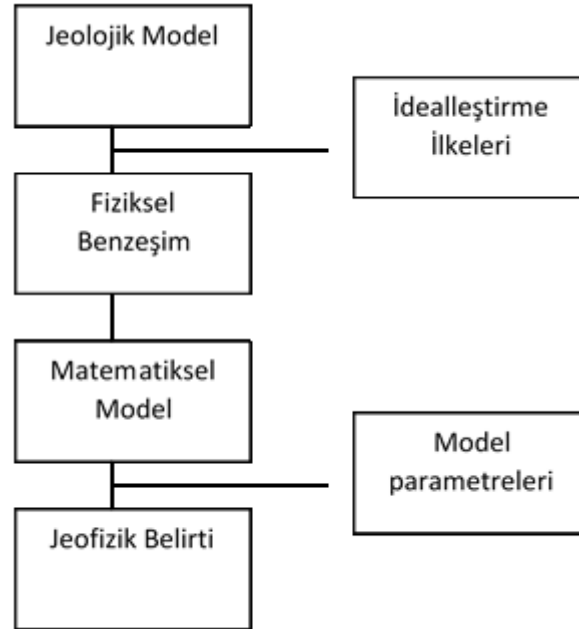
Yeraltındaki özel bir jeolojik yapının derinliği, hacmi, kütlesi, çevresiyle olan yoğunluk ve hız farkı (empedans farkı) biliniyorsa bu yapı gerçeğe uygun olarak modellenebilir. Ancak tüm bu nitelikleri bilebilmek için verilerin tanımsal olması gerekmektedir. Tanımsal veri, matematiksel bağıntılarla tanımlanabilen, deneylerle kontrol edilebilen verilerdir. Gözleme dayalı verilerden tanımsal olanları bulmak kolay değildir; çünkü gerçekteki tüm veriler gürültü olarak adlandırılan rastgele bileşenleri de içermektedir. Bu yüzden tanımsal özellikteki verilerin içerisinde bulunan rastgele verilerin yoğunluğu ne kadar az olursa olsun problemlerin çözümünde kullanılan değişkenler hiçbir zaman tam anlamıyla saptanamaz, ancak belirli hata payları ile tahmin edilebilirler. Modellerin güvenilirliğini belirleyen de içerdikleri hata payıdır (Canitez, 1992).

Modellemede problem çözümü düz ve ters problem çözümü olarak iki gruba ayrılır. Düz problem çözümünün esası, tanımsal yaklaşımla yapay veri üretmektir. Bir başka deyişle fiziksel ve geometrik özellikleri tanımlanmış bir jeolojik yapının yeryüzünde yaratacağı jeofizik belirtiyi hesaplamaktır. Düz problem çözümünün akış diyagramı Şekil 2.1’de verilmiştir.

Şekil 2.1’ deki ilk adıma göre, jeolojik modeli belirleyecek fiziksel ve geometrik değişkenler saptanır. Jeolojik yapılar iki ya da üç boyutlu olarak modellenenebilir. Yapının geometrik sınırları işlemin yapılacağı koordinat sistemine göre belirlenir. Model, mümkün olan en az nokta ile oluşturularak idealleştirilmeye çalışır. Karmaşık geometrilere sahip olan cisimleri belirleyen değişken sayısı, basit geometrili cisimleri belirleyen değişkenlere oranla daha fazladır; çünkü her süreksizlik sınırı daha fazla sayıda noktayla tanımlanacaktır.

Geometrik parametrelerden sonra modele ait fiziksel değişkenleri de saptamak gerekmektedir. Jeofizik Mühendisliği kapsamında yapılan modellemelerde fiziksel değişken uygulanan yöntemle göre değişir. Belirlenecek fiziksel değişkenlerin sayısı cismin geometrisine bağlı olarak artar. Örneğin, sismik modellemede kullanılan hız (v) değişkeninin sayısı ortamın süreksizliği arttıkça çoğalacaktır.

Jeolojik modele ait tüm değişkenler tayin edildikten sonra bu model fiziksel bir modele benzetilir. Buradaki amaç, söz konusu problemi bir fizik problemine çevirmektir. Böylece problem, bir jeolojik yapı problemi olarak değil, matematiksel yaklaşımlarla çözülebilecek bir fizik problemi olarak değerlendirilebilecektir.



Şekil 2.1 : Jeofizikte düz problem çözümü (Canitez, 1992).

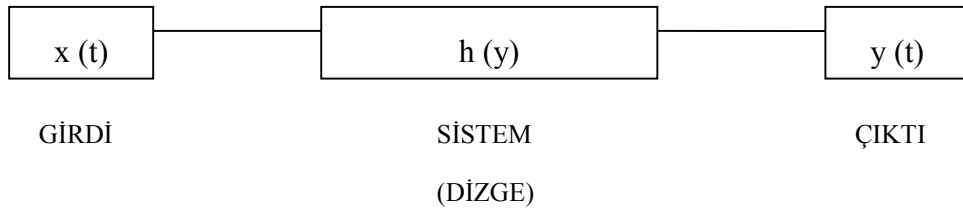
Fiziksel benzeşime ortamın yatay katmanlardan oluştuğu, tabakaların kendi içlerinde homojen oldukları vb. varsayımlarla başlanarak jeolojik yapı oldukça sadeleştirilir. Ancak tanımlanan ortam her ne kadar basitleştirilmiş olursa olsun, problemin çözümü

için bir diferansiyel denklemle karşılaşılabılır. Bu yüzden, denklemin özel çözümlerine ulaşmak için başlangıç ve sınır koşulları da belirlenmelidir.

Çözümlemek istenen problemin niteliğine göre fiziksel benzeşim ile biçimlenen denklem elde edilmek istenen jeofizik belirtinin matematiksel anlatımıdır. Matematik model, parametre değerlerinin değiştirilmesiyle farklı sayısal büyüklüklerin vereceği jeofizik tepkileri elde etmek amacıyla kullanılır.

Aktif jeofizik yöntemlerde yer ile etkileşim aktif bir kaynak ile sağlanır ve yerin kaynağa verdiği tepki ölçülür. Teorik ve gözlemsel çalışmaların sonuçlarına dayanarak yerin doğrusal bir sistem prensibiyle çalıştığı söylenebilir. Uyarı bu sistemin girdisine, yerin tepkisi de çıktısına denk gelmektedir (Canitez, 1992).

Şekil 2.2’ de verilen doğrusal sistem, matematikte evrişim ile karşılanmaktadır ve (2.1) bağıntısı ile tanımlanır.



Şekil 2.2 : Doğrusal dizge (Canitez, 1992).

Örneğin, sismik prospeksiyonda kaynak dalgacığını yeraltındaki farklı ortamların yansıma katsayıları ile ilişkilendirebilmek için evrişimden yararlanılır (Robinson, 1957),

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot h(t - \tau) d\tau \quad (2.1)$$

Bağıntıda, $y(t)$, çıktıyı, $x(t)$, girdiyi ve $h(t-\tau)$, sistemin tepki fonksiyonunu temsil etmektedir.

Jeofizik Mühendisliği’nde, düz problem çözümünün yanı sıra ters problem çözümüyle de modellemeler yapılmaktadır. Yer doğrusal bir dizge prensibiyle çalıştığından ters problem çözümünde bu sistemin girdisi bulunmaya çalışılır. Dizgenin çıktısı, evrişmiş bir im olduğundan çıktı üzerindeki konvolüsyon işlemi kaldırılmalıdır; bu işlem ters evrişim olarak adlandırılır (Canitez, 1992).

Varsayımsal bir yer modelinden yapay sismogram hesaplaması, sismik kesitlerin yorumlanmasına oldukça yardımcı olmaktadır. Düz problem çözümü sonucunda elde

edilen yapay veriler, sahada toplanan veriler ile kıyaslanarak birbirleriyle en iyi uyumu gösterene kadar temel alınan model değiştirilir (Baysal, 1992). Böylelikle yeraltı yapısının gerçek haline çok yakın bir modele ulaşılmış olur.

2.2 Işın (Geometrik Optik) Teorisi

Dinamik elastik dalga denkleminin yüksek frekanslı (asimptotik) çözümü ışın teorisi olarak adlandırılır ve yüksek frekans çözümü ışın serileri ile incelenir.

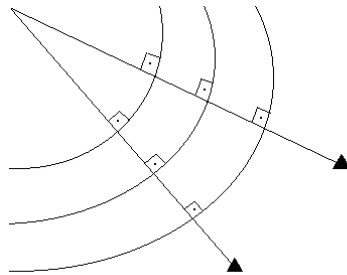
Sismik ışın teorisi kinematik ve dinamik olmak üzere iki kısma ayrılabilir. Işın teorisinin kinematik kısmı ışın izleme, dalga cephesi ve seyahat zamanlarının hesaplanmasını içerir. Dinamik kısım ise yer değiştirme vektörünün genliğini ve yapay sismogramların hesaplamaları aşamalarını içerir.

Dinamik elastik dalga denklemi izleyen bağıntı ile verilir.

$$(\lambda + \mu)\nabla(\nabla \cdot \vec{u}) + \mu \nabla^2 \vec{u} + \nabla \lambda(\nabla \cdot \vec{u}) + \nabla \lambda x(\nabla x \vec{u}) + 2(\nabla \mu \cdot \nabla) \vec{u} = \rho \frac{d^2 \vec{u}}{dt^2} \quad (2.2)$$

Bağıntıda λ ve μ lame sabitlerini, u yer değiştirme fonksiyonunu, $\vec{\nabla}$, Nabla operatörünü ifade eder. $\tau(x_i) = \text{sabit}$ olduğu yüzeyler dalga cephesini tanımlar. Dalga cephesinin normali ise ışın olarak tanımlanır (Şekil 2.3).

Dalga cephesi $\tau(x_i) = t$ ifadesi ile tanımlanır. Bu ifade verilen bir zamanda dalga cephesinin hangi konumda olduğunu belirtir veya denklem ışın yolunun konumunun zamanla değişimini verir.



Şekil 2.3 : Dalga cephesi ve ona dik yönde ışın yolları.

Elastodinamik denklemin ışın serisi çözümü aşağıdaki şekilde verilebilir

$$\vec{u}(x_i, t) = \sum_{u=0}^{\infty} \vec{u}_k(x_i) F_k[t - \tau(x_i)] \quad (2.3)$$

Dalga denkleminin seri çözümü d’Alembert çözümünün genelleştirilmiş şeklidir. d’Alembert çözümü

$$u(x,t) = f(t \mp x/c) \quad (2.4)$$

$\vec{u}$ ve F_k reel veya kompleks sayı olabilir. $(-) \rightarrow +x$, $(+) \rightarrow -x$ yönünde ilerleyen dalgayı temsil eder. Bağıntıda $\tau(x_i)$ sadece konumun fonksiyonudur ve faz fonksiyonu , seyahat süresi alanı veya Eikonal olarak isimlendirilir. Eikonal denklemini izleyen bağıntı ile verilir.

$$|\vec{\nabla} \tau(x_i)|^2 = \frac{1}{c^2} \quad (2.5)$$

bağıntıda $\vec{\nabla}$ nabla operatörünü

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \hat{e}_x + \frac{\partial}{\partial z} \hat{e}_z, \quad (2.6)$$

c ise dalga hızını, x yatay yöndeki uzaklığı ve z ise düşey yöndeki uzaklığı temsil etmektedir. 2.5 bağıntısı optik, akustik ve sismolojide çok sık kullanılan bir denklemdir.

$$\vec{\nabla} \tau \cdot \vec{\nabla} \tau = \frac{1}{\alpha^2} \text{ P dalgası} \quad (2.7)$$

$$\vec{\nabla} \tau \cdot \vec{\nabla} \tau = \frac{1}{\beta^2} \text{ S dalgası} \quad (2.8)$$

eikonal denklemleridir.

2.3 Akustik Dalga Yayılımının Sonlu Farklar Yöntemi ile Modellenmesi

Bir ortam içindeki dalga yayılımı, konuma ve zamana bağlı olarak iki boyutlu dalga denkleminin çözümü ile modellenenebilir. Akustik dalga denkleminin iki boyutlu hali (2.9)' de verilmektedir.

$$\frac{\partial^2 u(x,z,t)}{\partial t^2} = v^2(x,z) \nabla^2 u(x,z,t) \quad (2.9)$$

Bağıntıda, u , yer değıştirme fonksiyonu, t , zaman (s), x , uzaklık (m), z , derinlik (m), v , hız (m/s) ve ∇^2 , laplasyen olarak ifade edilmektedir. Zamana bağlı u yerdeğıştirme fonksiyonu yatay ekseninde x' e, düşey ekseninde z' ye bağımlı olduğundan bu fonksiyonun gradyanı (2.10)' daki gibi x' in ve z' nin kısmi türevleri ile belirlenir,

$$\vec{\nabla} u = \frac{\partial u}{\partial x} \hat{e}_x + \frac{\partial u}{\partial z} \hat{e}_z \quad (2.10)$$

İkinci mertebeden bir kısmi diferansiyel denklem olan akustik dalga denkleminin laplasyenine, (2.10)' deki gradyanın (2.6)' te tanımlanan nabla operatörü ile skaler çarpıma girmesiyle ulaşılır; bu da gradyanın diverjansına eşittir. (2.11) bağıntısı, u yer değiştirme fonksiyonunun laplasyeninin açık ifadesidir,

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} u) = \nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (2.11)$$

Akustik dalga denkleminin iki boyutlu modellemesinde sonlu farklar yönteminden yararlanılmıştır. İki boyutlu modellemede bir grid yapısına oturan beş noktalı merkezi fark yöntemi kullanılmıştır. Akustik dalga denklemini bu şekilde ayrıklaştırmak ve dalga hareketini modelleyebilmek için Youzwishen ve Margrave'ın (1999) makalesi temel alınmıştır. Bu makaleye göre; iki boyutlu düz modellemelerin esası, aynı bir boyutludaki gibi, ikinci mertebeden bir kısmi diferansiyel denklem olan akustik dalga denkleminin mertebesine uygun merkezi farklar yöntemiyle ayrıklaştırılmasıdır. İki boyutlunun tek farkı, düşey eksenindeki konumun getirdiği parametre fazlalığından dolayı daha fazla ayrık değere sahip olma zorunluluğudur.

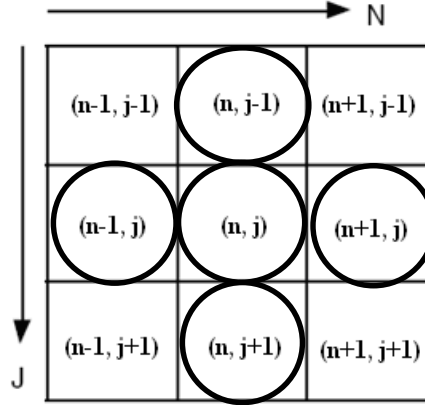
Bir boyut için üç noktalı merkezi farklar ile tanımlanabilen sonlu farklar modeli, denklem iki boyutlu olduğunda Şekil 2.4.' de yuvarlak içine alınmış beş noktalı petek yapısına göre çözülmektedir. n ve j indisleriyle tanımlanmış iki boyutlu akustik dalga denkleminin laplasyeninin bulunduğu (2.12) bağıntısına ve Şekil 2.4.' e bakıldığında dalga denkleminin (n, j) ' deki laplasyeni için $(n, j-1)$, $(n-1, j)$, $(n+1, j)$ ve $(n, j+1)$ noktalarındaki değerlerinin bilinmesi gerektiği görülmektedir. Modellerde ise n indisi x koordinatlarına, j indisi ise z koordinatlarına karşılık gelmektedir,

$$\nabla^2 u_j^n \approx \frac{u_j^{n+1} - 2u_j^n + u_j^{n-1}}{\Delta x^2} + \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{\Delta z^2} \quad (2.12)$$

Bağıntıda, Δx , konumdaki artım (m), Δz , derinlikteki artım (m) olarak ifade edilmektedir.

Eşit grid aralıkları ($\Delta x = \Delta z$) hesaplamaları kolaylaştırdığından modeller kurulurken x eksenini ve z eksenini yönündeki grid aralıkları metre cinsinden eşit kabul edilmiştir. Ayrıca; dördüncü merteben dokuz noktalı çözümler gerçek değerlere daha çok yakınsayacağı halde bu çalışmada ikinci mertebeden beş noktalı çözümler kullanılmıştır. Çünkü beş noktalı çözümler dördüncü mertebeden olanlara göre daha kısa sürede hesaplanmaktadır. Kullanılan ayrıklaştırma ister ikinci dereceden ister

dördüncü dereceden olsun kararlılık (stability) koşullarının sağlanması gerekmektedir (Youzwishen ve Margrave, 1999).



Şekil 2.4 : Laplasyen için gerekli yaklaşık değerlere ait hesaplama peteği (Youzwishen ve Margrave, 1999).

Sonlu farklar yönteminde kararlı olmama durumu (instability) ve grid dispersiyonu (grid dispersion) karşılaşılabilen iki temel sayısal problemdir. Kararlılık, dalga alanının ilerlemesi sırasında genlik değerlerinin sayısal hataların birikimi sonucu fiziksel olmayan nedenlerle değişmesidir. Bu durum zaman örnekleme (time-stepping) ile ilgilidir. İlerleyen dalga alanının kararlı olabilmesi için laplasyene ikinci mertebeden beş noktalı yaklaşım kullanılması durumunda (2.13) koşulunun sağlanması gerekir, Youzwishen ve Margrave, (1999) tarafından verilen kararlılık koşulu aşağıdaki gibidir:

$$\frac{V_{\max} \Delta t}{\Delta x} = \sqrt{\frac{1}{2}}. \quad (2.13)$$

Bağıntıda, $V_{\max}$ maksimum hıza, Δt , örnekleme aralığına, Δx ise grid aralığına karşılık gelmektedir. Burada $\Delta x = \Delta z$ seçildiğinden Δz için ayrıca (2.13) daki gibi bir koşulun tanımlanmasına gerek kalmamaktadır. Grid dispersiyonu ise kullanılan kaynak dalgacığının boyunun uzamsal örnekleme ile ilgilidir. Grid dispersiyonunu önlemek için bir dalga boyu en az beş nokta ile örneklenmelidir ve örnekleme (2.14) eşitliğinde verilen en küçük dalga boyu dikkate alınarak hesaplanmalıdır,

$$\lambda_{\min} = \frac{V_{\min}}{f_{\max}} \quad (2.14)$$

Bağıntıda, $\lambda_{\min}$, kaynak dalgacığının minimum dalga boyu, $V_{\min}$, ortamdaki minimum hız ve $f_{\max}$, kaynak dalgacığı maksimum frekansıdır.

Akustik dalga denkleminin zamana göre ikinci mertebeden türevi ayrıklaştırılmış olarak,

$$\frac{\partial^2 u(t)}{\partial t^2} \approx \frac{u(t + \Delta t) - 2u(t) + u(t - \Delta t)}{\Delta t^2} \quad (2.15)$$

şeklinde ifade edilebilir. Ayrıca (2.15) eşitliği, (2.8)' de yerine konulduğunda zamanın $t = t + \Delta t$ olduğu anı için dalga denkleminin ayrıklaştırılmış ifadesine ulaşılmaktadır,

$$u_j^n(t + \Delta t) \approx \Delta t^2 (v_j^n)^2 \nabla^2 u_j^n(t) + 2u_j^n(t) - u_j^n(t - \Delta t). \quad (2.16)$$

(2.16) bağıntısından anlaşıldığı üzere $t + \Delta t$ anındaki dalga alanını belirleyebilmek için t ve $t - \Delta t$ anlarındaki dalga alanlarına ihtiyaç vardır. Yapılan bu işlem zaman adımlaması (time-stepping) olarak isimlendirilmektedir. Böylece, Δt artışı her bir dalga alanı enstantane olarak görüntülenebilir (Youzwishen ve Margrave, 1999). İki başlangıç koşulu olarak t_1 ve t_2 zamanlarındaki dalga alanları kullanılabilir.

İki boyutlu akustik dalga denkleminin başlangıç koşulları (2.17) ve (2.18)' de matematiksel olarak ifade edilmiştir,

$$u(x, z, t_1) = 0, \quad (2.17)$$

$$u(x, z, t_2) = 1. \quad (2.18)$$

Model gridlerinin kenarlarında meydana gelen yansımaları azaltmak için programın içerisinde soğurucu sınır koşulları tanımlanmıştır (Clayton ve Enquist, 1977). Bu işlem için ortamı tanımlayan grid yapısının sınırlarının dışına iki satır ve sütundan oluşan gridler eklenmiş ve soğurucu ortam olarak tanımlanmıştır. Atışlar yeryüzünde yapıldığından yeryüzü yüzey gerilmelerinin, dolayısıyla deformasyonun bulunmadığı serbest yüzey olarak tanımlanmıştır.

2.4 Rastgele Inhomojen Ortam

Sismik dalgalar yer içerisinde yayılırken büyük ve küçük ölçekli jeolojik yapılarla karşılaşılır. Sismik dalgalar yardımı ile yeraltının görüntülenmesi, hız yapısının dalga seyahat sürelerinin kestirilmesi ile mümkündür. Büyük ölçekli yapılar deterministik yöntemler ile (hız analizi, tomografi) kestirilen hızlarla elde edilebilir. Sismik ortam karmaşık hale geldiğinde küçük ölçekli yapıların seyahat süreleri üzerindeki etkileri önemli olabilir ve dolayısı ile hız kestiriminde ve yeraltı yapısının görüntülenmesinde belirsizliklere neden olabilir. Küçük ölçekli yapıların büyüklüklerinin bilinmesi belirsizliklerin nedenlerinin anlaşılmasına katkıda bulunabilir. Küçük ölçekli yapıların

kestirilebilmesi için istatistik yöntemlerinden yararlanılır. Küçük ölçekli yapılar, ortalama değer, standart sapma, kovaryans, korelasyon uzunlukları gibi istatistik parametrelerle tanımlanabilirler. Rastgele ortam tanımları, küçük ölçekli değişimlerin tanımlanmasında kullanılmaktadır. Rastgele ortamlar, konuma bağlı ortalama hız alanı ($\bar{V}(\vec{x})$) ile pertürbe eden hız alanının ($\tilde{V}(\vec{x})$) toplamı şeklinde ifade edilir.

$$V(\vec{x}) = \bar{V} + \tilde{V} = \bar{V} \left(1 + \frac{\tilde{V}}{\bar{V}}\right) \quad (2.19)$$

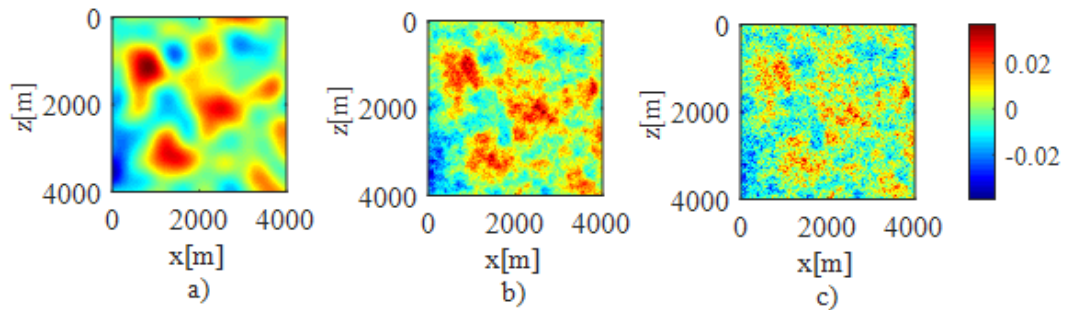
$\tilde{V}/\bar{V}$ dalga hızının oransal salınımidir (fluctuation) ve topluluk ortalaması ($\langle \cdot \rangle$) sıfıra eşittir, $\langle \tilde{V}/\bar{V} \rangle = 0$. $\tilde{V}/\bar{V}$ oranını $\xi(\vec{x})$ ile tanımlanırsa, özilişki fonksiyonu

$$C(\vec{x}) = \langle \xi(\vec{y}) \xi(\vec{y} + \vec{x}) \rangle \quad (2.20)$$

şeklinde ifade edilir. Özilişki fonksiyonu konum ($r \equiv |\vec{x}|$) ve ortamdaki düzensizliğin istatistiksel ölçüsüdür. Oransal dalgalanmanın $\xi(\vec{x})$ büyüklüğü ortalama kare (mean square) ile izleyen şekilde ifade edilir

$$\sigma^2 \equiv C(0) = \langle \xi(\vec{y})^2 \rangle. \quad (2.21)$$

$\frac{C(\vec{x})}{\sigma^2}$ normalize özilişki fonksiyonu olarak adlandırılır. Literatürde üstel, Gauss, von Kármán özilişki fonksiyonları rastgele ortamların oluşturulmasında en sık kullanılan ortamlardır (Sato ve Fehler, 1998). Bu ortamları tanımlayan özilişki fonksiyonları Tablo 2.1’de ve bu fonksiyonlar ile elde edilmiş rastgele ortamlar Şekil 2.5’te verilmektedir. Şekil 2.5’te x ve z yönünde inhomojenite boyutları l_x , l_z ve σ^2 sırasıyla 500m, 500m ve 0.0001 olarak alınmıştır.



Şekil 2.5 : Farklı özilişki fonksiyonlarına sahip rastgele ortam örnekleri (a) Gauss. (b) Üstel. (c) Von Kármán.

Çizelge 2.1 : Farklı özilişki fonsiyonlarının formülleri

	Gauss	Üstel	Von Kármán
$C(\vec{x})$	$\sigma^2 e^{-(\mathbf{r}/l)^2}$	$\sigma^2 e^{-(\mathbf{r}/l)}$	$\frac{\sigma^2 2^{1-\kappa}}{\Gamma(\kappa)} \left(\frac{\mathbf{r}}{l}\right)^\kappa K_\kappa\left(\frac{\mathbf{r}}{l}\right)$

Burada Γ gamma fonsiyonunu, K değiştirilmiş Bessel fonsiyonunu ve κ Bessel fonsiyonunu mertebesini, $\mathbf{r}$ konumu, l ise inhomojenite boyutlarını temsil etmektedir.

Bu çalışmada Rastgele ortam üretiminde Gauss, üstel ve von Kármán özilişki fonsiyonları kullanılmıştır. Ortamın elde edilmesinde izlenen işlem aşamaları izleyen şekildedir.

- Belirlenen x ve z yönündeki uzunluk ve inhomojenite büyüklükleri için özilişki fonsiyonu hesaplanır. Örneğin Gauss özilişki fonsiyonu $\sigma^2 \exp\left(-\left[(x/l_x)^2 + (z/l_z)^2\right]\right)$ açık formülüyle hesaplanır.
- Hesaplanan özilişki fonsiyonunun Fourier dönüşümü alınarak dalga sayısı ortamına geçilir. Konum ortamında özilişki fonsiyonu dalga sayısı ortamında güç spektrumunu temsil eder ve fonsiyonun genlik spektrumunun karesidir.
- İkinci aşamada elde edilen güç spektrumunun mutlak değerinin karekökü alınarak genlik spektrumu elde edilir.
- Üçüncü aşamada Gaussian dağılım gösteren rastgele sayılar matrisi x ve z boyutlarında oluşturulur. Bu matrisin Fourier dönüşümü alınır
- Fourier dönüşümü alınarak dalga sayısı ortamına geçirilen özilişki fonsiyonunun karekökü alınmış olarak genlik spektrumu ($A(w)$), rastgele ortamın Fourier dönüşü alınmış halinin faz bilgisi faz spektrumu ($\phi(w)$) olarak alınır ve $A(w).e^{i\phi(w)}$ hesaplanır.
- Dördüncü aşamada, çarpım sonucu elde edilen verinin ters Fourier dönüşümü alınarak tekrar konum ortamına geçilir ve istenen özilişki fonsiyonuna sahip rastgele ortam elde edilir (Şekil 2.5).
- Konum uzayında belirlenen x ve z yönündeki uzaklıklar dikkate alınarak tüm özilişki fonsiyonları için rastgele ortamlar tek tek üretilir.
- Her bir özilişki fonsiyonu için aynı rastgele sayılar kullanılmıştır.

3. FARKLI ÖZİLİŞKİ FONKSİYONLARINA SAHİP RASTGELE ORTAMLARIN SEYAHAT ZAMANLARINDAKİ SALINIMLARDAN ORTAMA AİT İSTATİSTİK PARAMETRELERİN KESTİRİLMESİ

Sismik seyahat zamanları yeraltı yapısını anlamak için uygulamalı jeofizik ve sismolojide en çok kullanılan ve en önemli parametrelerden biridir. Büyük ölçekli jeolojik yapıların belirlenmesinde hız analizi , tomografi gibi deterministik yöntemler kullanılırken, küçük ölçekli (inhomojenite) yapıların belirlenmesinde istatistik yöntemlerden yararlanılabilir. İnhojenitenin istatistik özellikleri bilinirse hidrokarbon rezervuarlarının karakterizasyonunda kullanılabilir.

Çalışmanın bu bölümünde Kravtsov ve diğ, (2005) ve Kaslılar ve diğ, (2008) 'de Gauss özilişki fonksiyonuna sahip ortamlar için önerilen yöntem kullanılarak rastgele ortamların hem Gauss hem de Gauss olmayan (üstel ve von Kármán) özilişki fonksiyonlarına sahip olmaları durumunda yöntemin uygulanabilirliği incelenmiştir. Yöntemin uygulanması ile ortamlardaki inhomojenitelerin boyutları ve ortamı temsil eden ortalama hızdan olan sapmaların varyansı kestirilmektedir. Her bir ortam için kestirilen parametreler, modelleme sırasında kullanılan gerçek model parametreleri ile kıyaslanarak sonuçlar değerlendirilmiştir

3.1 Işın İzleme Yöntemi ile Modelleme

Bu bölümde hızın derinlikle arttığı bir ortam farklı özilişki fonksiyonlarına sahip rastgele ortamlar ile pertürbe edilerek, ışın izleme yolu ile seyahat zamanlarındaki salınımlar hesaplanmıştır. Rastgele ortam nedeniyle oluşan salınımlar (fluctuation) kullanılarak ters çözüm yapılmış ve ortama ait istatistiksel parametreler kestirilmiştir.

Çalışmanın dayanağı olan geometrik optik koşullarına göre kullanılan baskın dalgaboyu λ karakteristik saçıcı boyutundan l_c küçük olmalıdır,

$$l_c \gg \lambda. \quad (3.1)$$

Ayrıca Fresnel hacminin kesiti, a_f , enlemesine inhomojenite büyüklüğü olan $L_{\perp}$ 'den küçük olmalıdır. (Kravtsov & Orlov 1990, Born & Wolf 1999)

$$a_f \approx \sqrt{X\lambda} < l_{\perp}. \quad (3.2)$$

Burada X ışının vardığı son noktayı ifade etmektedir. Inhomojenite boyutları (l) dalgalının seyahat ettiği yolun uzunluğundan (X) küçük olmalıdır,

$$l \ll X. \quad (3.3)$$

Bu koşullar sağlandığında seyahat zamanı Eikonal bağıntısıyla (3.4) ifade edilebilmektedir. Seyahat zamanı t ve Eikonal $\tau(r)$ ilişkisi aşağıdaki bağıntıyla verilmektedir

$$t = \frac{1}{v_0} \tau(\mathbf{r}) = \frac{1}{v_0} \int n(\mathbf{r}) ds. \quad (3.4)$$

Bağıntıda ds ışın yolu boyunca yay uzunluğunun diferansiyelini, V_0 yakın yüzey hızını, $\mathbf{r}$ yer vektörünü ve n ise kırılma indisleri ortamını ifade etmektedir. Eğer ortamın yaklaşık homojen olduğu varsayılırsa ve birinci dereceden pertürbasyonlar kullanılırsa kırılma indisi aşağıdaki gibi ifade edilir,

$$n(\mathbf{r}) = \bar{n}(\mathbf{r}) + \tilde{n}(\mathbf{r}). \quad (3.5)$$

Kırılma indisinin rastgele kısmının ortalamasının sıfır $\langle \tilde{n}(\mathbf{r}) \rangle = 0$ ve kırılma indisinin ortalama kısmının rastgele kısmından çok büyük olduğu kabul edilmektedir $|\tilde{n}(\mathbf{r})| \ll \bar{n}(\mathbf{r})$. Bu varsayımlar dikkate alındığında, seyahat zamanı salınımları, kırılma indisi salınımları ile temsil edilen ortamda pertürbe olmamış ışın yolu üzerinden integral alınarak aşağıdaki bağıntıyla hesaplanabilir

$$\tilde{t} = \frac{1}{V_0} \int \tilde{n}(\mathbf{r}) ds. \quad (3.6)$$

3.6 bağıntısında kırılma indisinin rastgele kısmı hız türünde aşağıda bağıntı ile temsil edilir (Kravtsov ve diğ., 2005),

$$\tilde{n} = -\frac{V_0 \tilde{V}}{\bar{V}^2}. \quad (3.7)$$

Çalışmada hızın derinlikle doğrusal arttığı bir ortam dikkate alındığından, 3.7 bağıntısında yer alan hızın ortalama ve rastgele kısımları sırasıyla aşağıdaki bağıntılarla temsil edilir,

$$\bar{V} = V_0 + kz, \quad (3.8)$$

ve

$$\tilde{V} = (V_0 + kz)\xi . \quad (3.9)$$

Bağıntılarda yer alan k değişkeni hız gradyanıdır. Toplam hız alanı ise ortalama ve rastgele hız ortamlarının toplamı ile elde edilmektedir ve aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır

$$V = \bar{V} + \tilde{V} . \quad (3.10)$$

Hızın derinlikle doğrusal arttığı ortamda ışın yörüngesi z

$$z = \sqrt{H^2 + xX - x^2} - H \quad (3.11)$$

bağıntısı ile verilmektedir (Kravtsov ve diğ., 2005). Bağıntıda z derinlik, X ışının ulaştığı son nokta (alıcı), x ışın yolu boyunca grid noktalarını temsil eden uzaklıklardır. Bağıntı 3.11’de verilen H , yüzey hızının (V_0) iki kata ulaştığı karakteristik derinliktir ve $H = V_0/k$ ile temsil edilir.

Hızın derinlikle doğrusal arttığı ortamda 3.11 ışın yolu dikkate alınarak 3.6 bağıntısı düzenlenir ve kartezyen koordinatlarda ifade edilirse, seyahat zamanları salınımları doğrudan 3.12 bağıntısı ile hesaplanabilir,

$$\tilde{t} = \frac{1}{V_0} \sqrt{H^2 + \left(\frac{X}{2}\right)^2} \int_0^X \frac{\tilde{n}[x, z(x)] dx}{\sqrt{H^2 + xX - x^2}} . \quad (3.12)$$

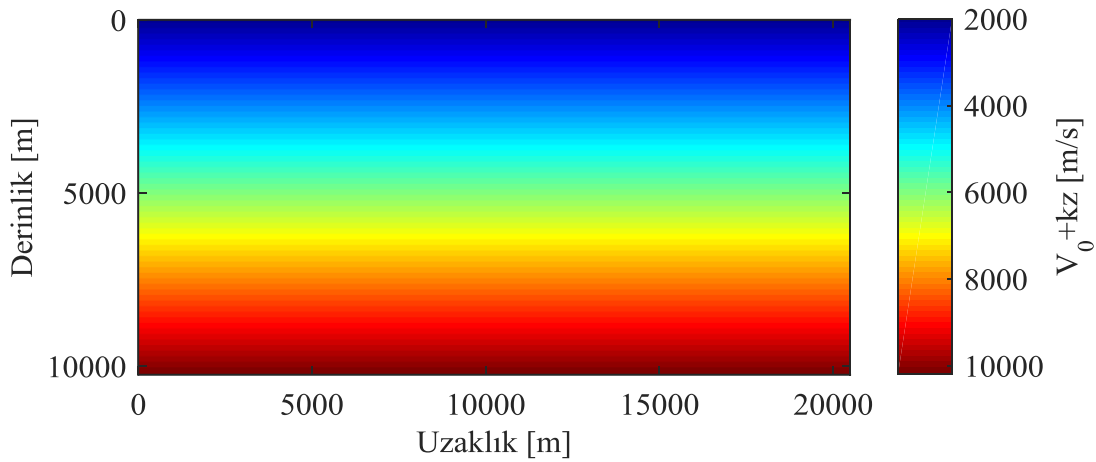
Bu çalışmada seyahat sürelerindeki salınımların hesabında 3.12 bağıntısı kullanılmıştır.

3.2 Rastgele Ortamların Oluşturulması ve Işın İzleme

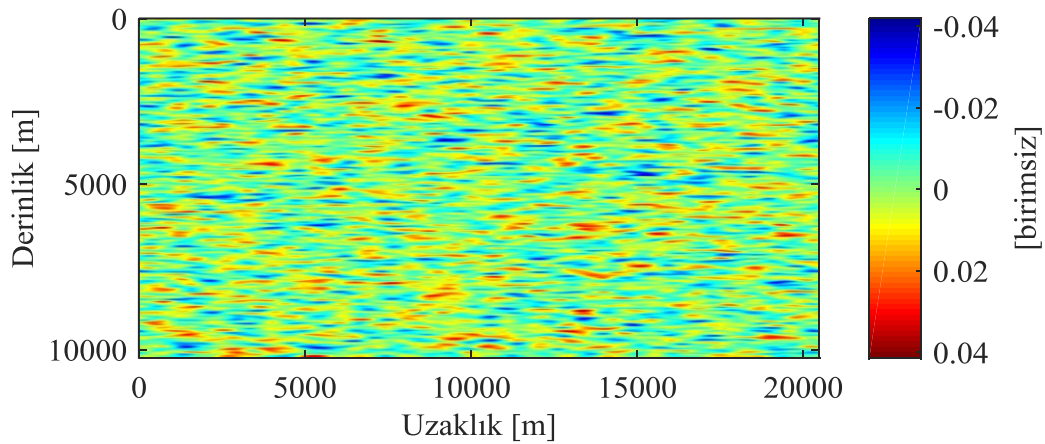
Seyahat zamanlarındaki salınımların elde edilmesi için kullanılacak 3.12 bağıntısı kırılma indisi salınımları bilgisini içermektedir. Bu ortamı oluşturmak için yatay yönde $nx=2048$ ve düşey yönde $nz=1024$ noktadan oluşan ve grid aralıkları $dx=dz=10$ metre olan bir ortam alınmıştır. Ortamın yakın yüzey hızı $V_0 = 2000m/s$ ve hız gradyanı $k = 0.8s^{-1}$ ’dir. İnhojenite boyutları yatay yönde $l_x = 500m$, düşey yönde $l_z = 50m$ olarak alınmıştır. Rastgele ortamın pertürbasyonu ise $\sigma = \%1$ olarak belirlenmiştir. Farklı özilişki fonksiyonları dikkate alındığından sonuçlara olan etkisini doğru izleyebilmek için ortamları oluştururken kullanılan, bilgisayar tarafından oluşturulan rastgele sayı çekirdekleri dizisi her bir özilişki fonksiyonu için aynen kullanılmıştır. Böylece farklı fonksiyonlardan çıkacak olan farklı sonuçlardan rastgeleliğin etkisi yok

edilmiştir. Rastgele sayı üretiminde Gauss dağılımına uyan rastgele sayılar kullanılmıştır.

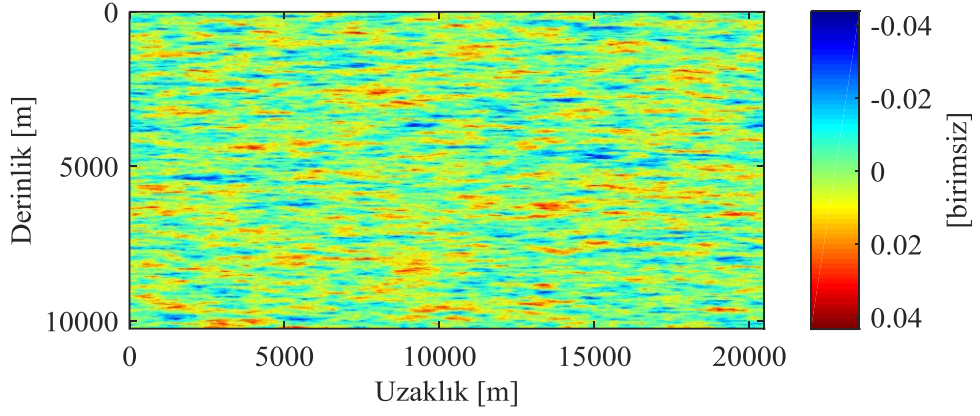
3.7 bağıntısında verilen kırılma indisi ortamını elde edebilmek için hızın derinlikle arttığı ortam (bağıntı 3.8) ve hızın derinlikle arttığı rastgele ortam (bağıntı 3.9) oluşturulmalıdır. Hızın derinlikle arttığı rastgele ortamı oluşturabilmek için de rastgele saçıcı ortam (ξ , bağıntı 2.21) oluşturulmalıdır. Bunun için Şekil 3.1’de hızın derinlikle arttığı ortam ($\bar{V} = V_0 + kz$); Şekil 3.2’de Gauss, Şekil 3.3’de Üstel, ve Şekil 3.4’de von Kármán özilişki fonksiyonlarının sahip rastgele inhomejen ortamlar (ξ) görülmektedir. Şekil 3.4’deki von Kármán özilişki fonksiyonu için Çizelge 2.1’deki formülündeki karmaşıklık ölçüsü $\kappa = 0.2$ olarak hesaplanmıştır. κ değerini küçültmek ortamdaki inhomojeniteler arasındaki hız geçişlerini hızlandırmaktadır.



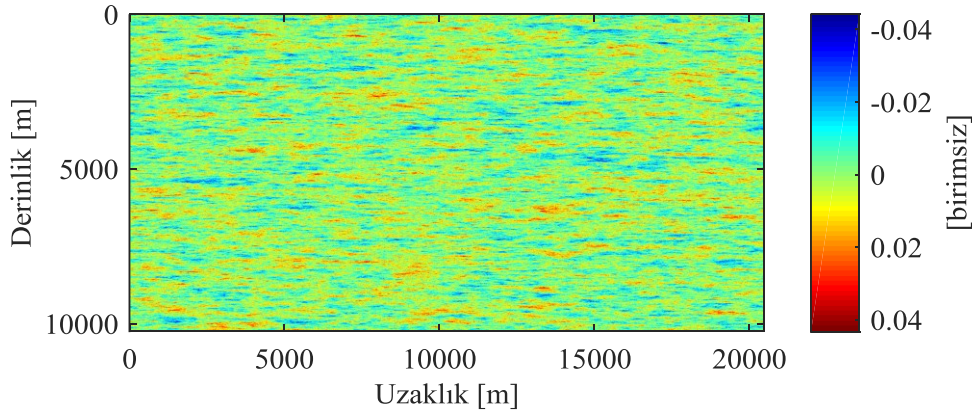
Şekil 3.1 : Hızı derinlikle doğrusal olarak artan ortamın iki boyutlu grafiği.



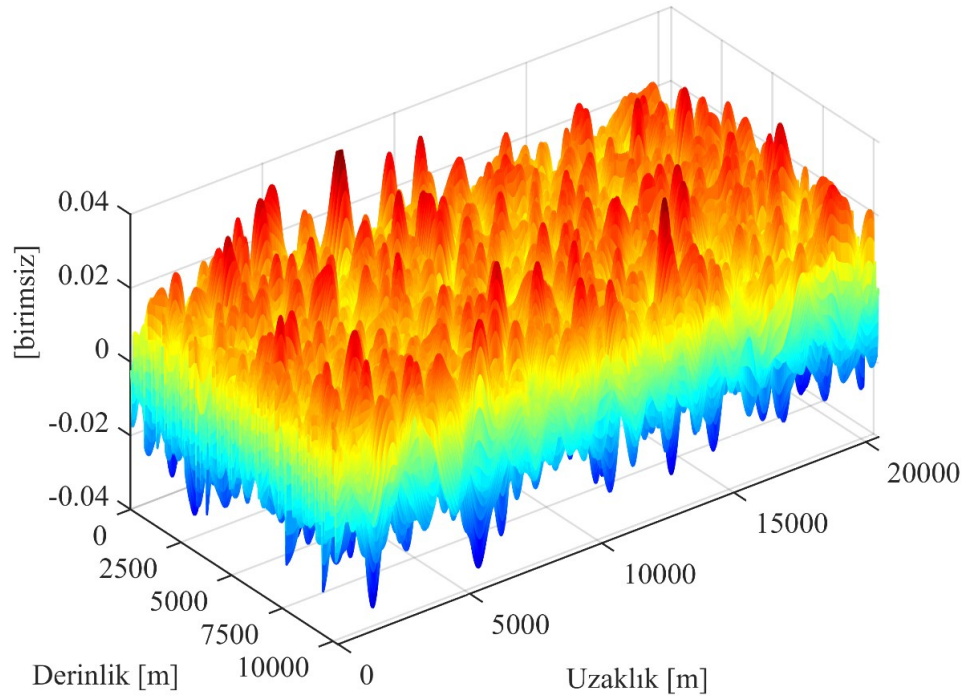
Şekil 3.2 : Gauss özilişki fonksiyonuna sahip rastgele ortam.



Şekil 3.3 : Üstel özilişki fonksiyonuna sahip rastgele ortam.



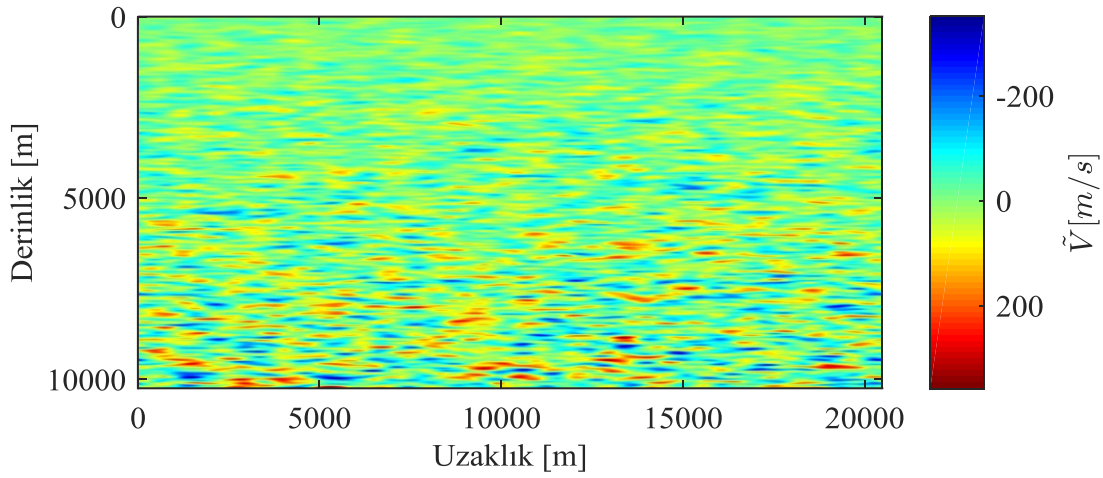
Şekil 3.4 : Von Kármán özilişki fonksiyonuna sahip rastgele ortam.



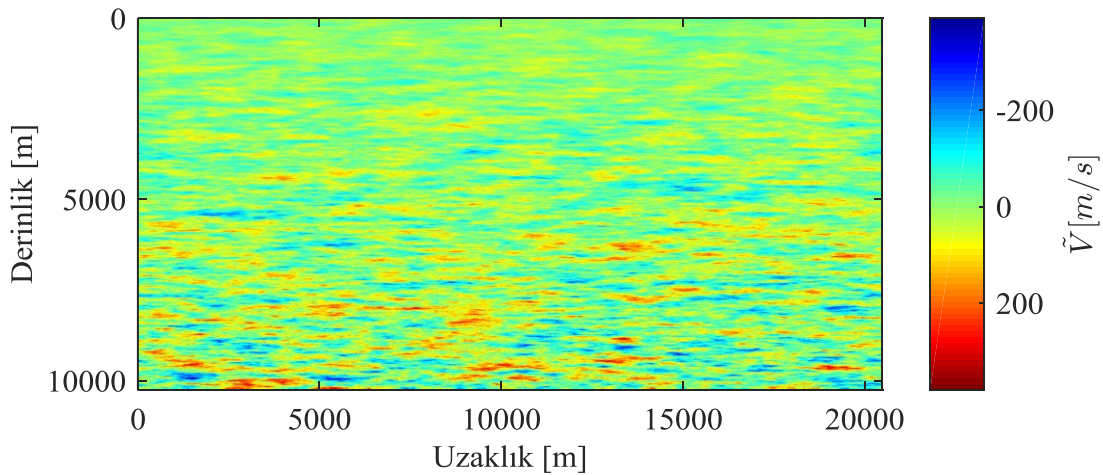
Şekil 3.5 : İki boyutlu Gauss özilişki fonksiyonuna sahip rastgele ortam. Düşey eksen genlik bilgisidir.

Görüldüğü üzere, şekillerdeki anisometrik (yatay ve düşey yönde boyutları farklı) ortamdaki değişimler Gauss özilişki fonksiyonuna sahip ortamda yavaş ve yumuşak iken, Üstel ve Von Kármán özilişki fonksiyonlarında daha hızlı ve karmaşıktır. Şekil 3.5’de ise iki boyutlu Gauss özilişki fonksiyonuna sahip rastgele inhomojen ortam düşey eksen genlik bilgisi olacak şekilde verilmektedir.

Kırılma indisi ortamını hesaplayabilmek için sonraki adımda hızın derinlikle arttığı rastgele ortam oluşturulur. Şekil 3.6, 3.7 ve 3.8’de 3.8 bağıntısı ($\tilde{V} = (V_0 + kz)\xi$) kullanılarak sırasıyla Gauss, Üstel ve von Kármán özilişki fonksiyonları için elde edilmiş hızın derinlikle doğrusal arttığı rastgele inhomojen ortamlar görülmektedir.



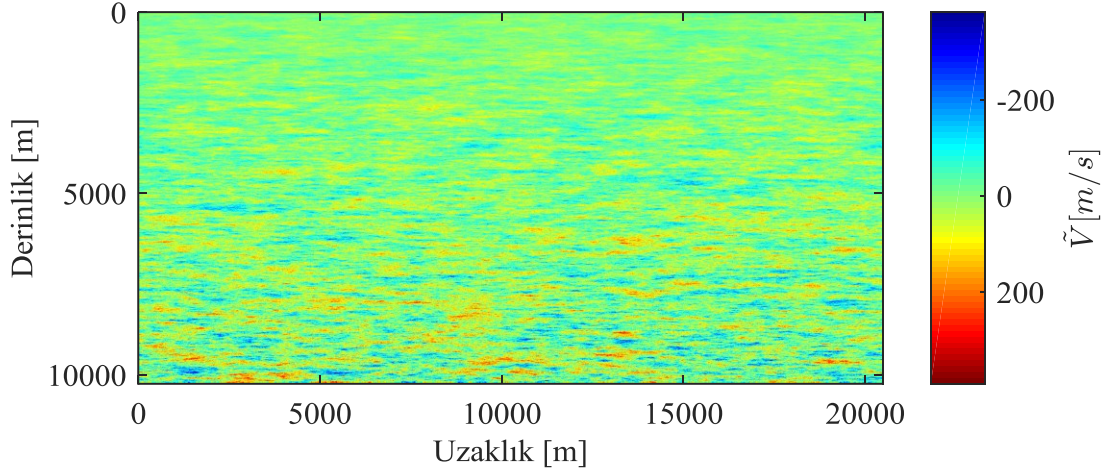
Şekil 3.6 : Gauss fonksiyonu için hızın derinlikle doğrusal arttığı model için (Şekil 3.1) hesaplanan rastgele inhomojen ortam.



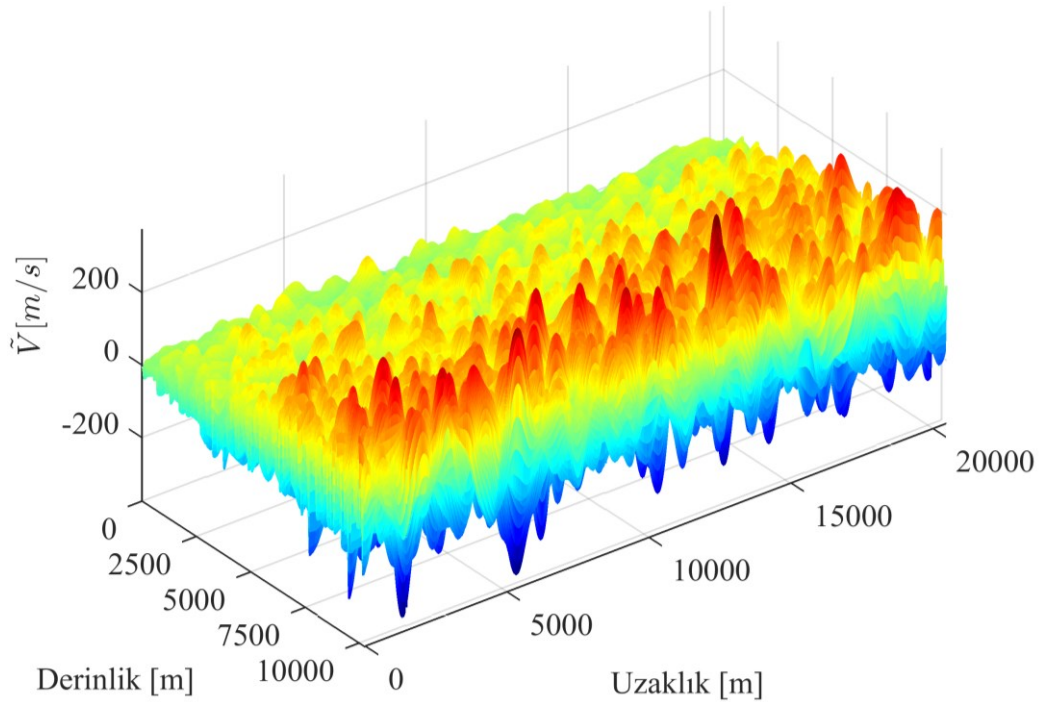
Şekil 3.7 : Üstel fonksiyon için hızın derinlikle doğrusal arttığı model için (Şekil 3.1) hesaplanan rastgele inhomojen ortam.

Görüldüğü gibi hızın derinlikle doğrusal arttığı rastgele ortamlarda derinlerdeki hız salınımları daha büyüktür çünkü derine doğru gittikçe ortamın hızı artmakta ve bu

sayede rastgele inhomojenitelerin hız değişimine olan etkisi de artmaktadır. Gauss özilişki fonksiyonuna sahip hızın derinlikle doğrusal arttığı rastgele inhomojen ortamlardan birinin üç boyutlu grafiği Şekil 3.9’da verilmektedir.

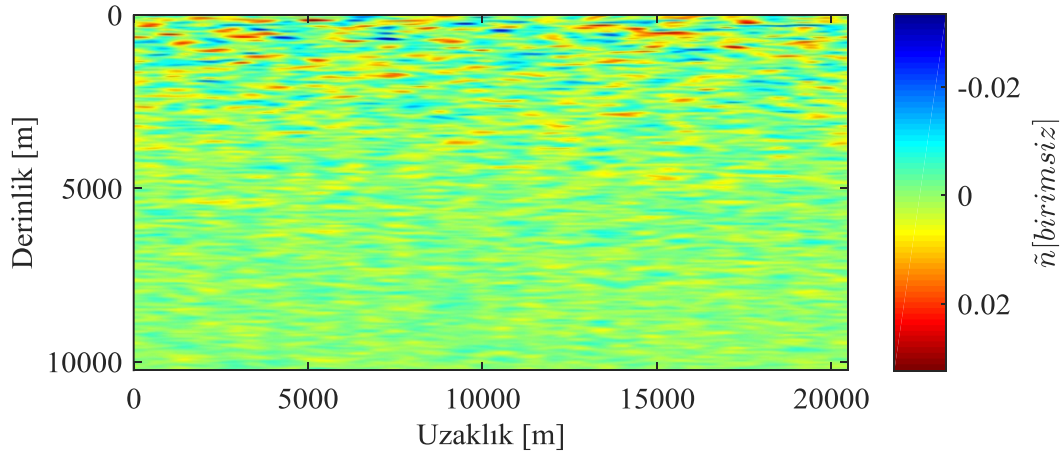


Şekil 3.8 : Von Kármán fonksiyonu için hızın derinlikle doğrusal arttığı model için (Şekil 3.1) hesaplanan rastgele inhomojen ortam.

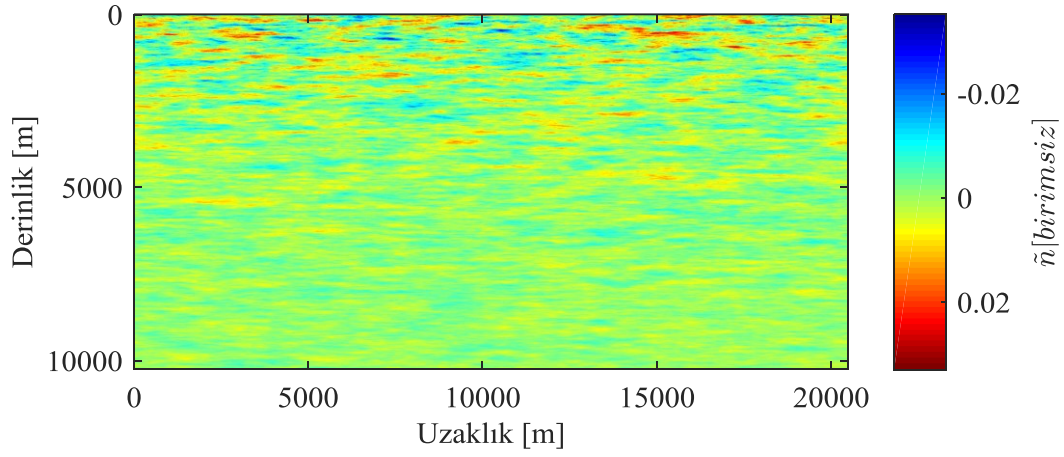


Şekil 3.9 : Gauss fonksiyonu için iki boyutlu hızın derinlikle arttığı rastgele inhomojen ortam. Düşey eksen genlik bilgisidir.

Ortalama ve pertürbe eden hız alanları elde edildikten sonra pertürbe kırılma indisi ortamı oluşturulur. Şekil 3.10’de 3.7 bağıntısı kullanılarak oluşturulmuş Gauss özilişki fonksiyonuna sahip kırılma indisi ortamı verilmektedir. Şekil 3.11 ve Şekil 3.12’de ise üstel ve von Kármán özilişki fonksiyonlarına sahip kırılma indisi ortamları görülmektedir.

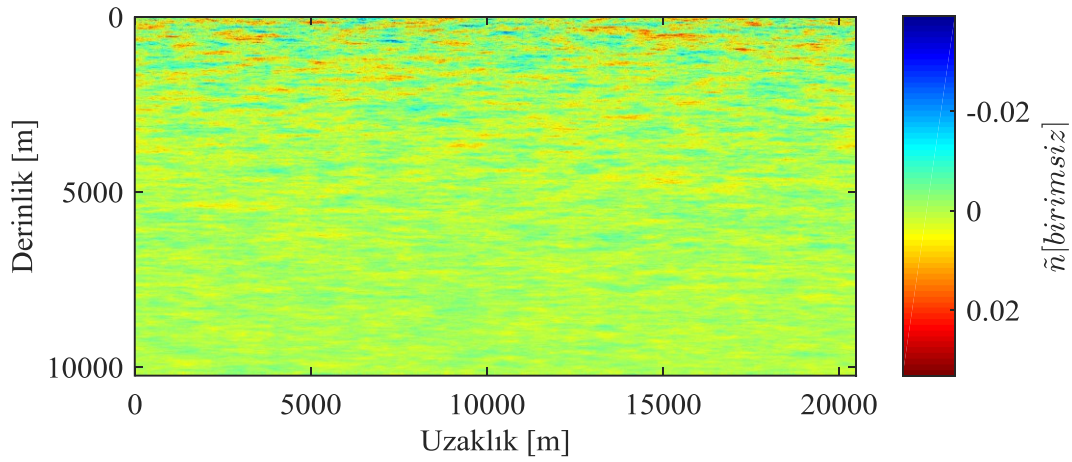


Şekil 3.10 : Gauss fonksiyonu ile üretilmiş kırılma indisi matrisi ($\tilde{n} = -\frac{V_0 \tilde{V}}{\bar{V}^2}$).



Şekil 3.11 : Üstel fonksiyon ile üretilmiş ikiboyutlu kırılma indisi matrisi

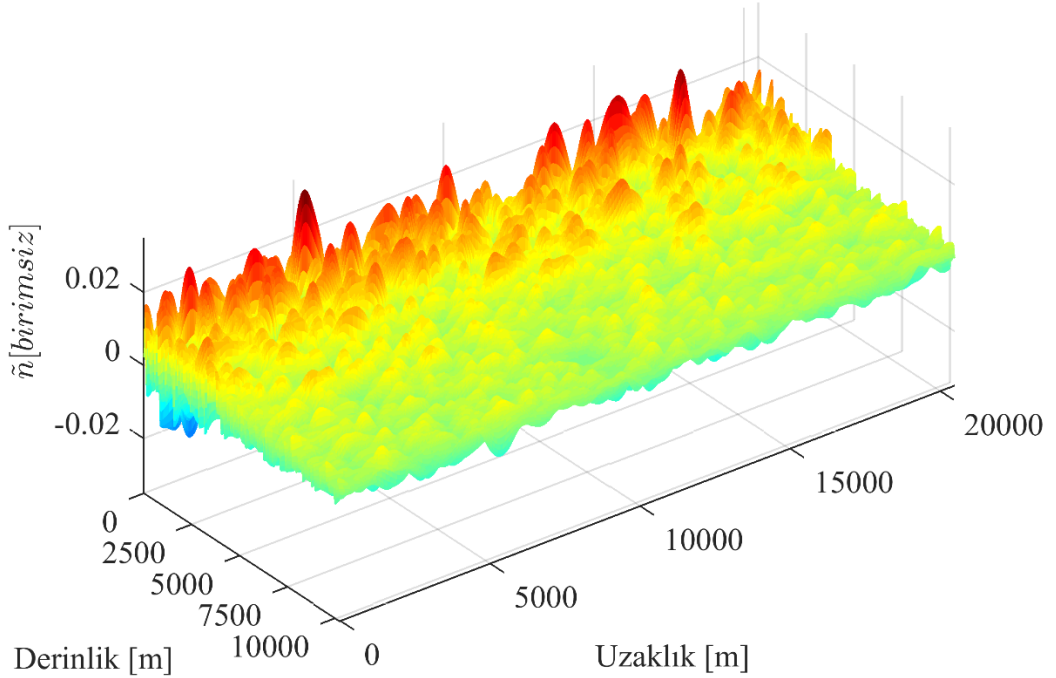
$$\tilde{n} = -\frac{V_0 \tilde{V}}{\bar{V}^2}$$



Şekil 3.12 : Von Kármán fonksiyonu ile üretilmiş iki boyutlu kırılma indisi matrisi

$$\tilde{n} = -\frac{V_0 \tilde{V}}{\bar{V}^2}$$

Pertürbe eden kırılma indisi ortamlarında görüldüğü gibi yüzeyde kontrast derinlere nazaran fazladır. Bunun nedeni 3.7 bağıntısından kaynaklanmaktadır. Formülde hızın derinlikle arttığı rastgele ortam ile yakın yüzey hızı çarpılmakta ve sonrasında hızın derinlikle arttığı ortamın karesine bölünmektedir. Bu kesirli ifadenin payındaki çarpımda elde edilen ortamda derine inildikçe elde edilen hız artışı kesirin paydasındaki matrisin hız artışı kadar olmamaktadır. Bu yüzden elde edilen kırılma indisi matrisinde yüzeye yakın noktaların mutlak değerleri hem daha büyük olmaktadır hem de salınımlarının daha büyük olduğu görülmektedir. Gauss özilişki fonksiyonuna sahip pertürbe kırılma indisi ortamının üç boyutlu görüntüsü Şekil 3.13’de verilmektedir.

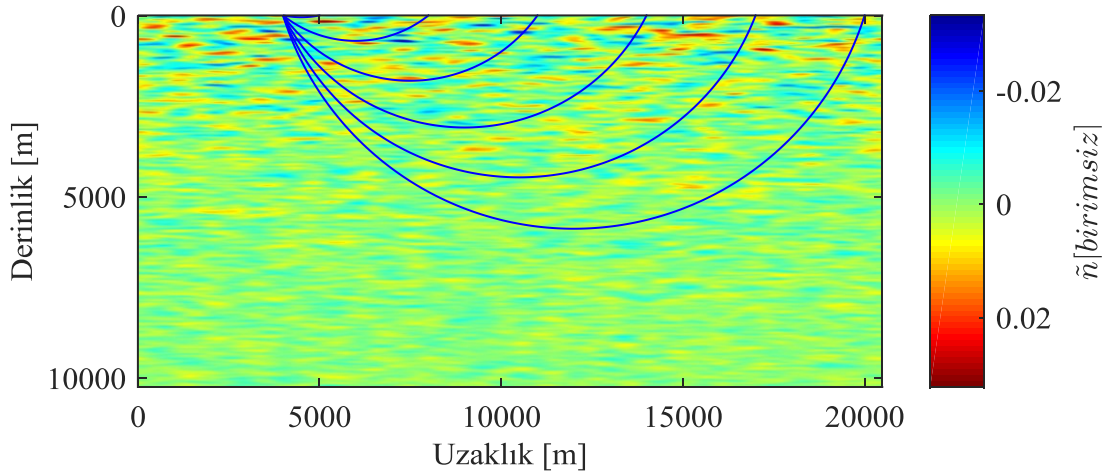


Şekil 3.13 : Gauss özilişki fonksiyonuna sahip iki boyutlu kırılma indisi matrisi
Düşey eksen genlik bilgisidir.

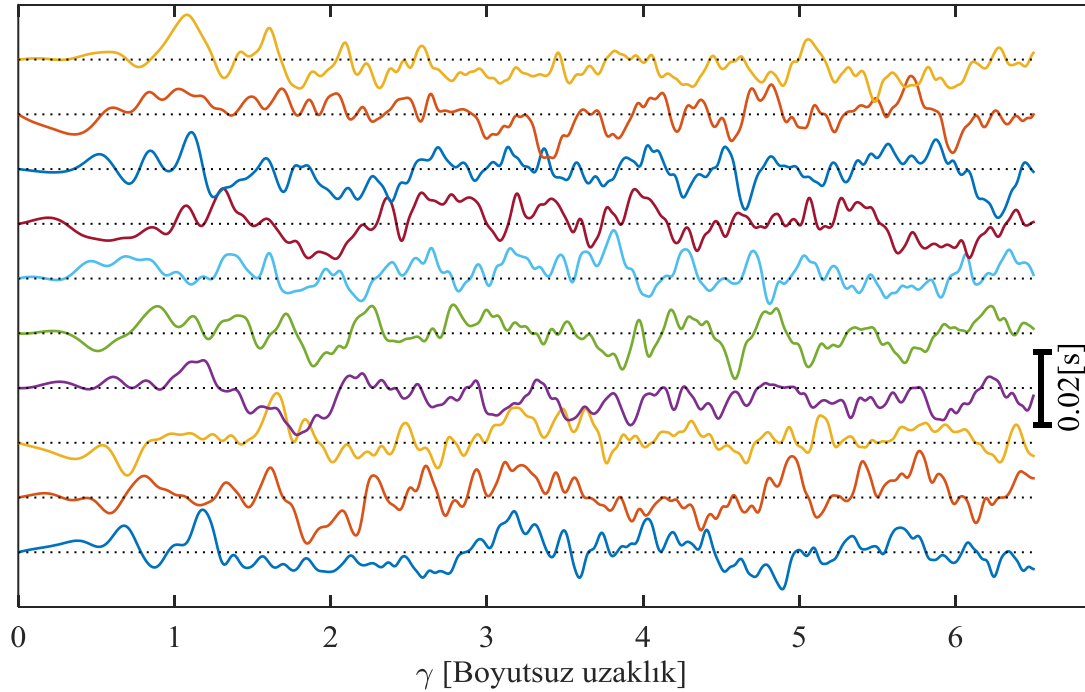
3.3 Rastgele Ortama Ait İstatistik Parametrelerin Kestirilmesi

Kravtsov ve diğ. (2005) tarafından önerilen yöntem ile ortama ait varyans ve yatay ve düşey yöndeki inhomojenite boyutları kestirilmektedir. Bu kısımda önce rastgele ortamlar üretilmiş ve ardından seyahat zamanı salınımları hesaplanıp istatistiksel parametrelerin kesitiriminde kullanılmıştır. İstatistiksel bir çalışma yapıldığından bölüm 3.2’de bahsedilen kırılma indisi ortamlarından her özilişki fonksiyonu için 100 adet üretilmiş yani Gauss, üstel ve von Kármán özilişki fonksiyonlu ortamlar için toplamda 300 adet rastgele ortam hazırlanmıştır. Her bir ortamda ışın izleme yapılarak

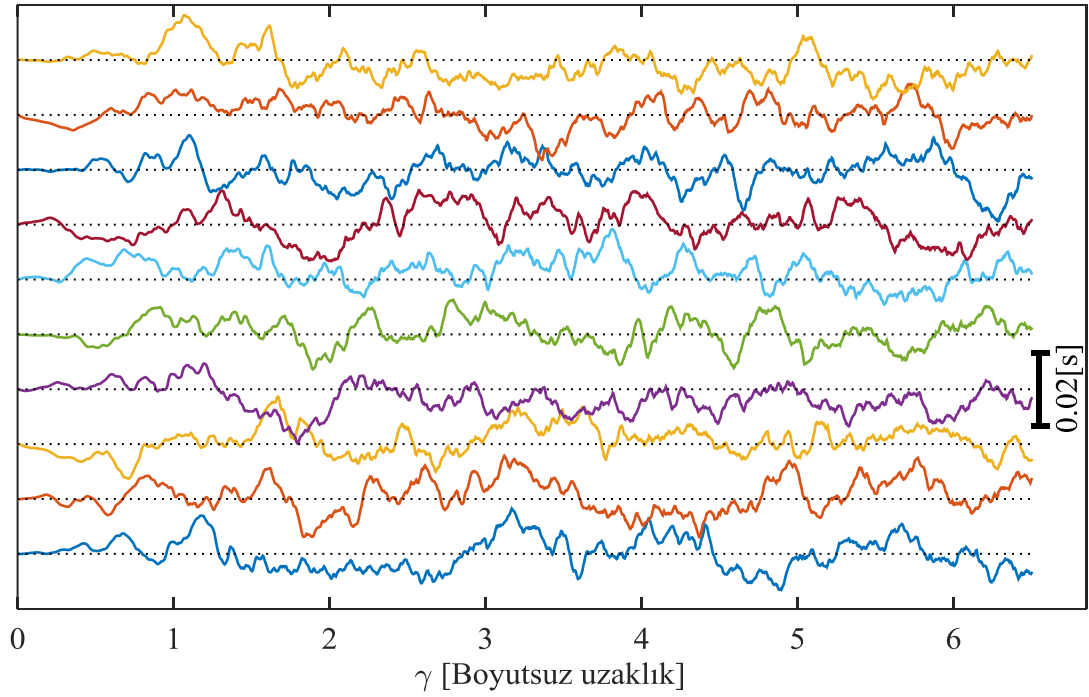
(Şekil 3.14) seyahat zamanlarındaki salınımlar 3.12 bağıntısı ile hesaplanmıştır. Seyahat zamanlarındaki salınımlar 3.18 bağıntısı ile verilen boyutsuz uzaklık olan $\gamma = X/H$ 'ya bağlı olarak Şekil 3.15'de Gauss özilişki fonksiyonuna sahip ortamlar için verilmiştir. Şekil 3.16 ve Şekil 3.17'da ise sırayla üstel ve von Kármán özilişki fonksiyonuna sahip rastgele ortamlardan elde edilen seyahat zamanı salınımları 10 adet örnek için verilmiştir. Ters çözüm için kullanılan bağıntıların γ 'ya bağlı olması nedeniyle bundan sonra boyutsuz uzaklık γ olarak kullanılacaktır.



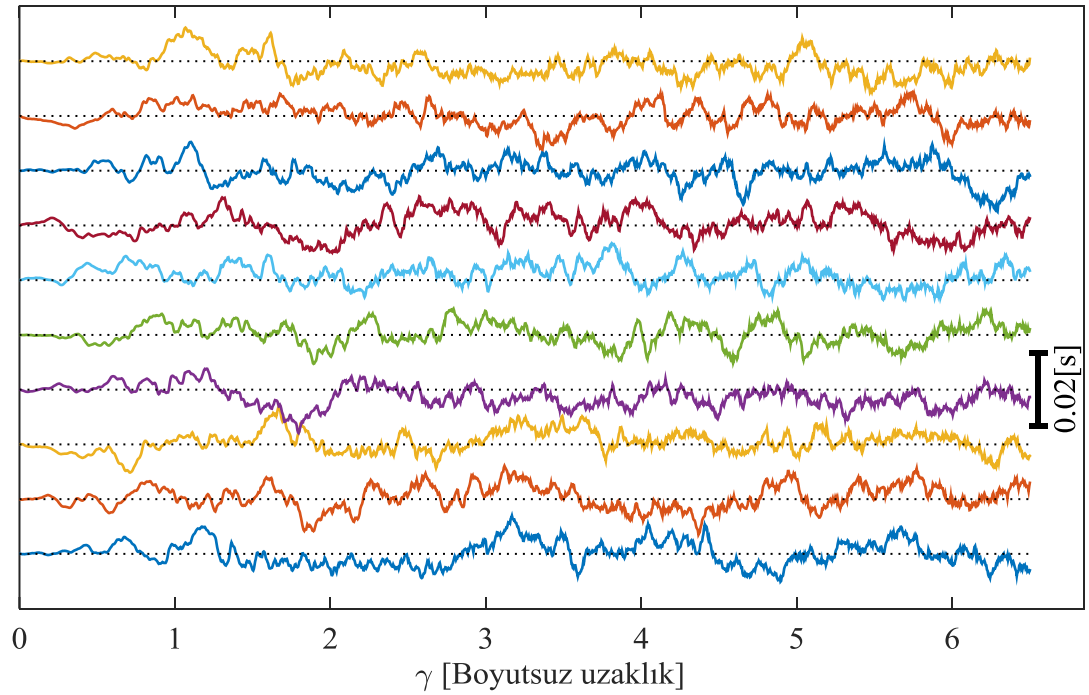
Şekil 3.14 : Şekil 3.10'daki kırılma indisi ortamı için hesaplanan ışın yolları.



Şekil 3.15 : Gauss özilişki fonksiyonuna sahip on adet rastgele ortam örneği için elde edilmiş seyahat zamanı salınımları, $\tilde{t}$.



Şekil 3.16 : Üstel özilişki fonksiyonuna sahip on adet rastgele ortam örneği için elde edilmiş seyahat zamanı salınımları, $\tilde{t}$.



Şekil 3.17 : Von Kármán özilişki fonksiyonuna sahip on adet rastgele ortam örneği için elde edilmiş seyahat zamanı salınımları, $\tilde{t}$.

Şekillerde her bir özilişki fonksiyonu için 10'ar adet rastgele ortamdan elde edilen seyahat zamanı salınımları örnekleri verilmiş olmakla birlikte hesaplamalar 100 adet rastgele ortamdan elde edilen seyahat zamanı salınımları kullanılarak yapılmıştır. Şekil 3.15'deki Gauss fonksiyonuna sahip ortamda seyahat zamanı salınımları görece

yumuşak bir şekilde salınırken Şekil 3.16'deki salınımlarda yüksek frekanslı değişimler gözlenmekte ve von Kármán fonksiyonuna ait Şekil 3.17'de bu değişimler daha da artmaktadır.

Şekil 3.15, 3.16 ve 3.17'de örnekleri verilen seyahat sürelerindeki salınımlar kullanılarak varyans

$$\sigma_t^2(\gamma) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\tilde{t}_i(\gamma)]^2 \quad (3.13)$$

bağıntısı kullanılarak hesaplanmıştır. Burada N kullanılan seyahat zamanı salınımlarının, bir başka deyişle rastgele inhomojen ortamların sayısını ifade eder. Bağıntı 3.1-3.3'de verilen geometrik optik koşulları dikkate alınarak, Kravtsov ve diğ. (2005)'te teorik seyahat zamanı salınımları için varyans

$$\sigma_t^2(\gamma) = DJ(\rho, \gamma) \quad (3.14)$$

bağıntısı ile verilir. Bağıntıda

$$D = 2\Gamma \sigma_\xi^2 l_z H / V_0^2 \quad (3.15)$$

$$J(\rho, \gamma) = B^2 \int_{-\gamma/2}^{\gamma/2} \frac{d\eta}{(B^2 - \eta^2)^{3/2} \sqrt{\rho^2 (B^2 - \eta^2) + \eta^2}} \quad (3.16)$$

$$\eta = \frac{x - X/2}{H} \quad (3.17)$$

$$\gamma = \frac{X}{H} = \frac{Xk}{V_0} \quad (3.18)$$

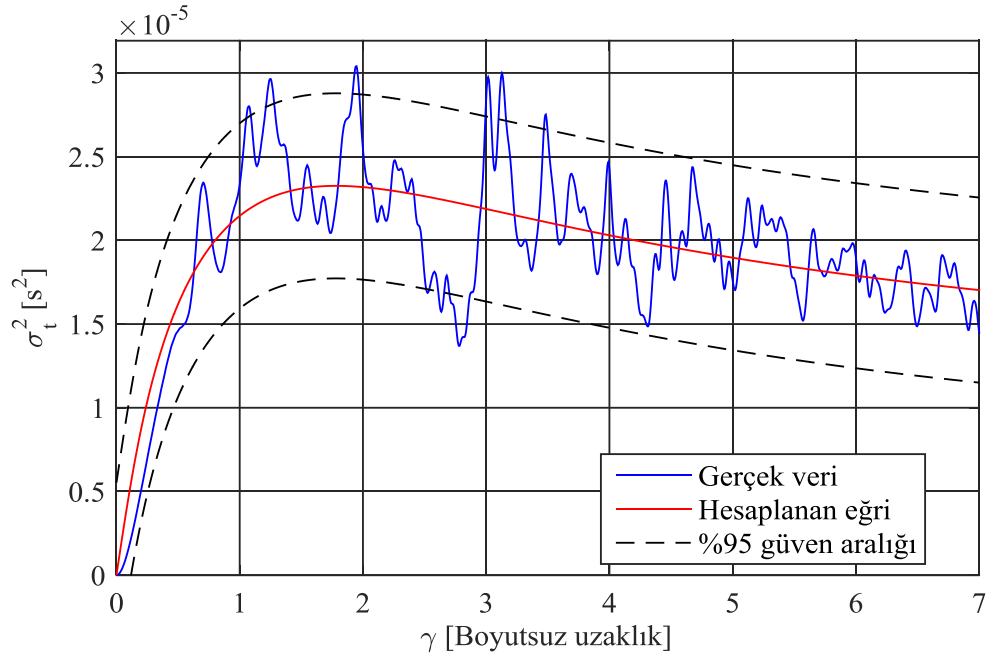
$$\rho = \frac{l_z}{l_x} \quad (3.19)$$

$$B = \sqrt{1 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2} \quad (3.20)$$

ilişkileriyle temsil edilmektedir. Kullanılan parametrelerin açıklamaları Çizelge 3.1'de verilmektedir. 3.14 bağıntısı ile verilen teorik varyans bağıntısı ile 3.13 ile hesaplanan varyans arasındaki uyum Levenberg-Marquardt yöntemi ile (bkz. EK A) hesaplanarak ρ ve $\sigma_\xi^2 l_z$ değerleri kestirilmiştir. Şekil 3.18'de Gauss özilişki fonksiyonuna sahip rastgele ortamlar için hesaplanan eğrinin ve teorik eğrinin grafikleri verilmektedir. Şekil 3.19 ve Şekil 3.20'de sırayla Üstel ve von Kármán fonksiyonlu ortamların sonuçları verilmiştir. Ayrıca tüm karşılaştırılan eğrilerin %95 güvenlik aralığı çizilmiştir.

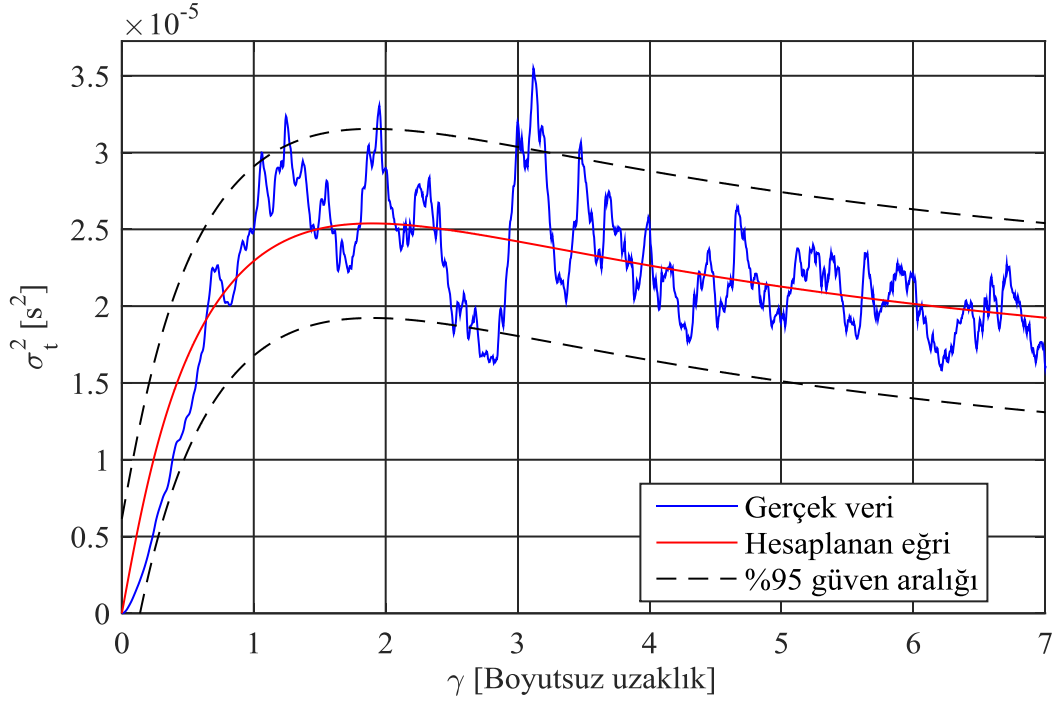
Çizelge 3.1 : Bölüm 3.3’te yer alan bağıntılarda kullanılan değişkenler ve açıklamaları.

Değişken	Bağıntı	Açıklama
X	-	Kaynak ile alıcı arasındaki mesafe [m]
x	-	Kaynak ile alıcı arasındaki grid noktalarının kaynağa olan yatay uzaklığı [m]
H	V_0/k	Yüzey hızının iki katına çıktığı karakteristik derinlik [m]
$\tilde{t}$	-	Seyahat zamanı salınımları [s]
γ	3.18	Boyutsuz uzaklık [birimsiz]
σ_t^2	3.14	Seyahat zamanı salınımlarının varyansı [s^2]
σ_ξ	-	Rastgele ortamın standart sapması [birimsiz]
ρ	3.19	Düşey ve yatay inhomojenite boyutlarının oranı [birimsiz]
$DJ(\rho, \gamma)$	3.14	σ_t^2 için teorik varyans modeli [s^2]
V_0	-	Yüzey hızı [m/s]
ΔX_c	-	Korelasyon uzunluğu [m]
$P(\rho, \gamma, \Lambda_c)$	3.23	Kovaryans fonksiyonu
Λ_c	3.25	Korelasyon uzunluğunun yatay inhomojenite boyuna oranı [birimsiz]

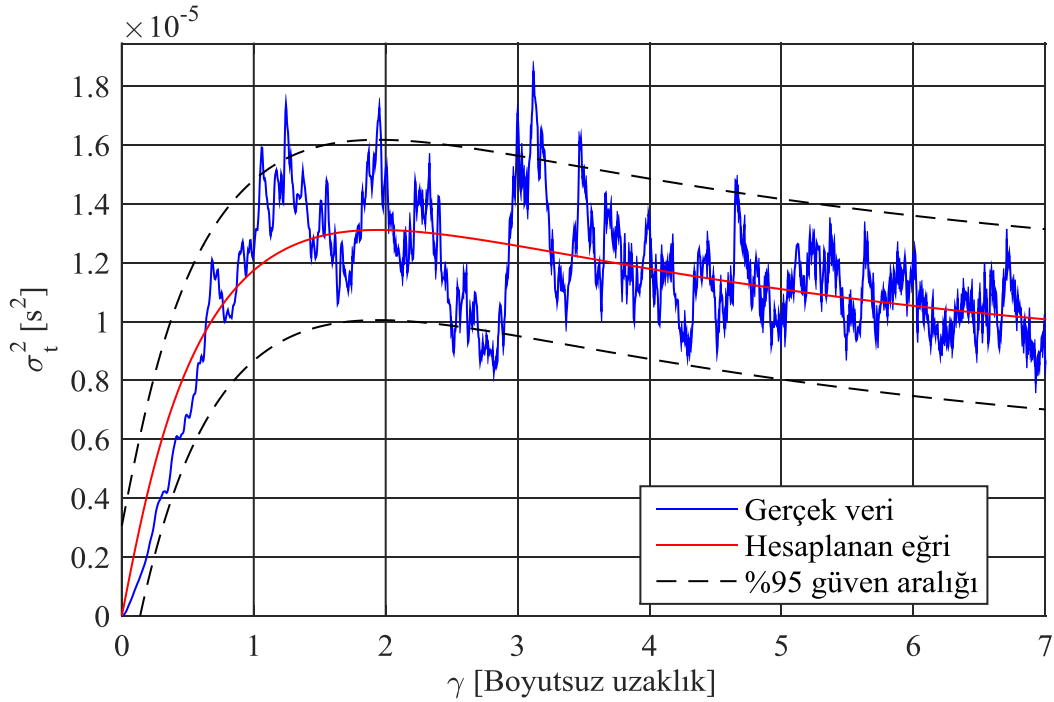


Şekil 3.18 : Gauss özilişki fonksiyonuna sahip ortamlar için (3.14) bağıntısı ile verilen teorik eğrinin gerçek eğri ile karşılaştırılması.

Şekil 3.18’de Gauss ortam için 3.13 bağıntısıyla hesaplanan σ_t^2 yani varyans eğrisi üzerine 3.14 bağıntısıyla verilen teorik eğri karşılaştırılarak ρ ve $\sigma_\xi^2 l_z$ değerleri kestirilmiştir. Aynı işlem Şekil 3.19’da üstel özilişki fonksiyonuna sahip ortam için ve Şekil 3.20’de von Kármán özilişki fonksiyonuna sahip ortam için yapılmıştır.



Şekil 3.19 : Üstel özilişki fonksiyonuna sahip ortamlar için (3.14) bağıntısı ile verilen teorik eğrinin gerçek eğri ile karşılaştırılması.



Şekil 3.20 : Von Kármán özilişki fonksiyonuna sahip ortamlar için (3.14) bağıntısı ile verilen teorik eğrinin gerçek eğri ile karşılaştırılması.

Uzaklığa bağlı olarak varyansın azaldığı görülmektedir. Bunun sebebi yatay ve düşey inhomojenite oranının ($\rho = l_z / l_z$) küçük olmasıdır (Kravtsov ve diğ., 2005, Şekil 5a). Hesaplanan varyans eğrileri birbirine çok benzemesine rağmen, gerçek veri üzerindeki yüksek frekanslı değişimlerin Şekil 3.20’de von Kármán için en yüksek olduğu

görülmektedir. Çizelge 3.2’de kestirilen değerler, gerçek değerler ve hata oranları birlikte verilmektedir. Şekil 3.21’de ise tüm özilişki fonksiyonları için hesaplanan varyans eğrileri ve karşılaştırılan modeller merteye kıyaslaması yapabilmeleri için verilmektedir.

Kravtsov ve diğ. (2005) tarafından Gauss özilişki fonksiyonu dikkate alınarak türetilen bağıntılar, üstel ve von Kármán özilişki fonksiyonuna sahip rastgele inhomojen ortamlarda kullanıldığında, üstel fonksiyon ve Gauss ile uyumlu sonuçlar verdiği buna karşılık von Kármán özilişki fonksiyonuna sahip rastgele inhomojen ortam için elde edilen eğrinin oldukça farklılık gösterdiği görülmektedir (Şekil 3.21). Bu farklılığa ait sayısal büyüklükler Çizelge 3.3’ de verilmektedir. Çizelge 3.3’ de rastgele ortamı temsil eden değerler kullanılarak (3.21) bağıntısı ile elde edilen teorik eğri ile gözlenen değerlere karşılaştırma sonucu elde edilen hesaplanan eğriler arasındaki hata oranları hesaplanmıştır. Von Kármán özilişki fonksiyonuna sahip ortamlardan elde edilen varyans grafiği en yüksek hata oranına sahiptir. Bu sonuç Gauss özilişki fonksiyonunu dikkate alarak geliştirilen bağıntıların hızlı değişim gösteren karmaşık ortamlara uygulanması durumunda kestirim hatalarının artacağını göstermektedir.

Hesaplanan eğriler ile teorik eğriler arasındaki hata oranı aşağıda verilen ortalama mutlak hata yüzdesi bağıntısı ile hesaplanmaktadır

$$M = \frac{100}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{A_t - F_t}{A_t} \right|. \quad (3.21)$$

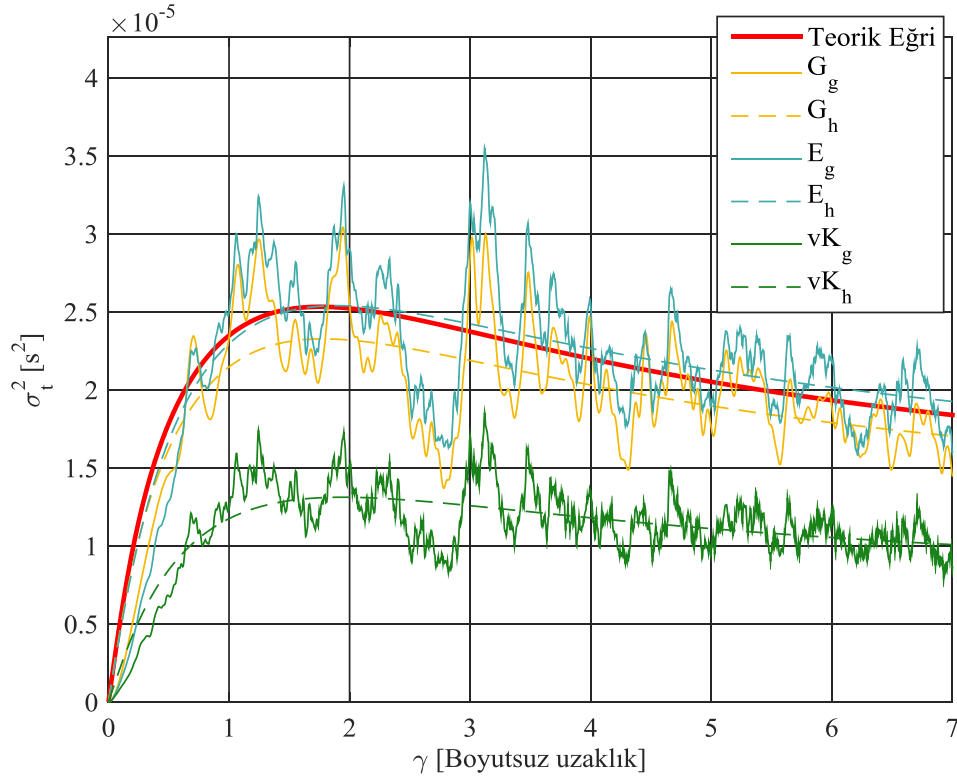
Burada n eğrilerin temsil edildiği nokta sayısını ifade eder ve M hata oranını yüzde cinsinden verir. A_t teorik eğriyi temsil ederken F_t hesaplanan eğriyi ifade eder.

Çizelge 3.2 : Kestirilen parametreler ve yüzde hataları.

Parametre	Gerçek	Kestirilen			Hata[%]		
		Gauss	Üstel	v. Kármán	Gauss	Üstel	v. Kármán
ρ	0.1	0.0913	0.0955	0.1018	8.7	4.5	1.8
$\sigma_{\xi}^2 l_z$ [m]	0.005	0.0048	0.0053	0.0028	4.0	6.0	44.0

Çizelge 3.3 : Karşılaştırılan varyans eğrilerinin teorik eğriye göre ortalama mutlak hata yüzdeleri.

	Gauss	Üstel	Von Kármán
Hata[%]	1.76	7.52	44.31



Şekil 3.21 : Gauss, üstel ve von Kármán özilişki fonksiyonları için gözlenen ve hesaplanan varyans değerleri ve başlangıç parametreleri kullanılarak 3.13 bağıntısı ile hesaplanmış teorik eğri.

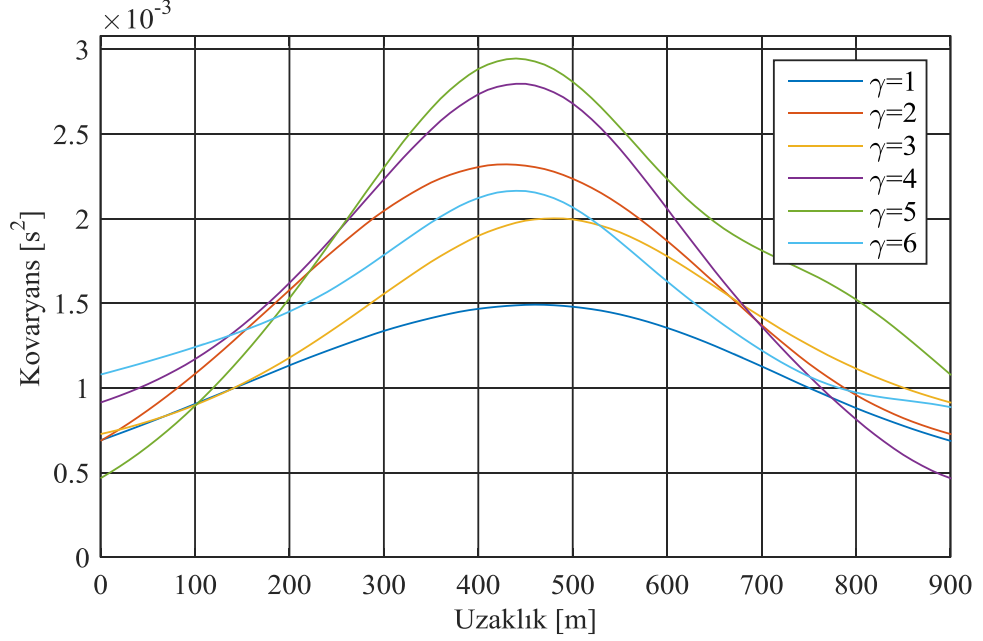
Şekil 3.21’de G_g , Gauss özilişki fonksiyonu ile gözlenen veri, G_h Gauss özilişki fonksiyonu için gözlenen veriye karşılaştırılıp hesaplanan eğri, E_g , üstel özilişki fonksiyonu için gözlenen veri, E_h üstel özilişki fonksiyonu için gözlenen veriye karşılaştırılıp hesaplanan eğri, vK_g , von Kármán özilişki fonksiyonu için gözlenen veri, vK_h , von Kármán özilişki fonksiyonu için gözlenen veriye karşılaştırılıp hesaplanan eğri, teorik eğri ise düz çözümde kullanılan ortam parametreleri ile hesaplanan eğridir.

Varyans bağıntısı 3.14 kullanılarak kestirilen ρ ve $\sigma_\varepsilon^2 l_z$ parametrelerinden sonra kovaryans fonksiyonu yardımı ile yatay inhomojenite boyu l_x kestirilir. Kovaryans bağıntısı Kravtsov ve diğ, (2005) tarafından

$$Cov[\tilde{t}(X), \tilde{t}(X + \Delta X_c)]_{num} \equiv \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tilde{t}_i(x) \tilde{t}_i(X + \Delta X_c) \quad (3.22)$$

şeklinde verilmektedir. Kovaryans fonksiyonu hesaplamak için 91 nokta uzunluğunda pencereler seçilerek $\gamma = 1, 2, 3, 4, 5$ ve 6 merkez noktaları için kovaryans fonksiyonu hesaplanmıştır. Kovaryans fonksiyonlarından elde edilecek ΔX_c korelasyon uzunluğu

yatay inhomojenite boyu, l_x ile ilişkilidir. Hesaplanan kovaryans fonksiyonu yeterince rastgele ortam kullanılması durumunda Gauss çanı şeklinde olmaktadır. ΔX_c değerleri Gauss çanının yarı yüksekliğindeki yarı genişlik değeri okunarak elde edilir. Şekil 3.22’de Gauss fonksiyonu için hesaplanan tüm kovaryans eğrileri verilmiştir. Üstel fonksiyon için olan eğriler ise Şekil 3.23’de verilirken, von Kármán fonksiyonu için 3.24’de verilmektedir.

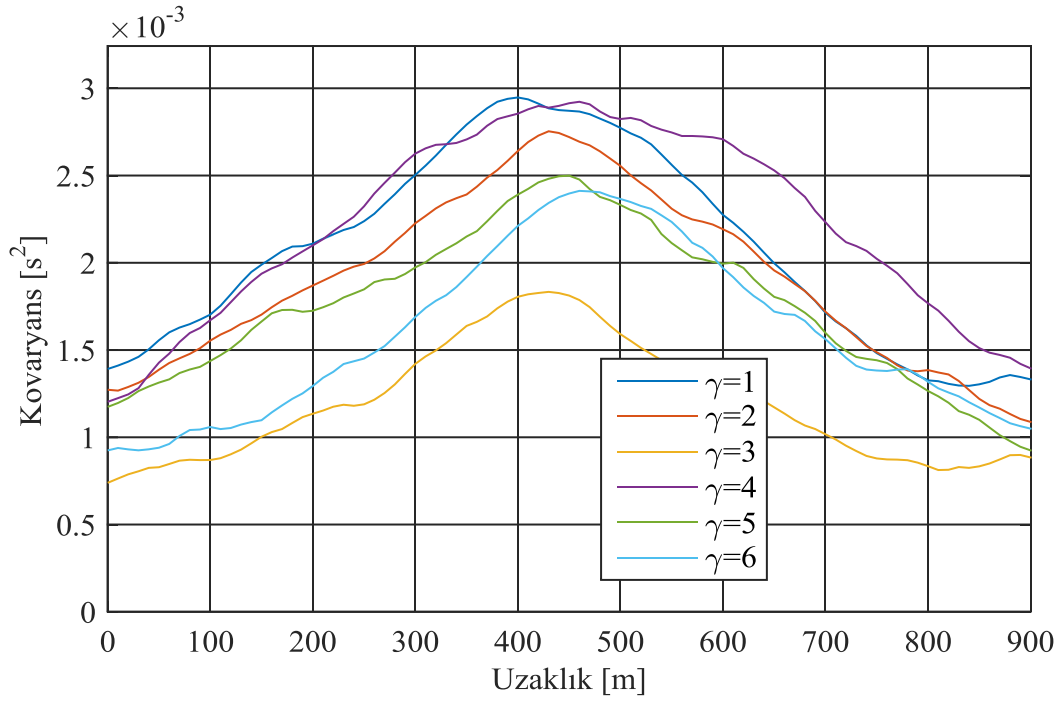


Şekil 3.22 : Farklı uzaklıklar için Gauss özilişki fonksiyonuna sahip rastgele ortamlardan elde edilen kovaryans.

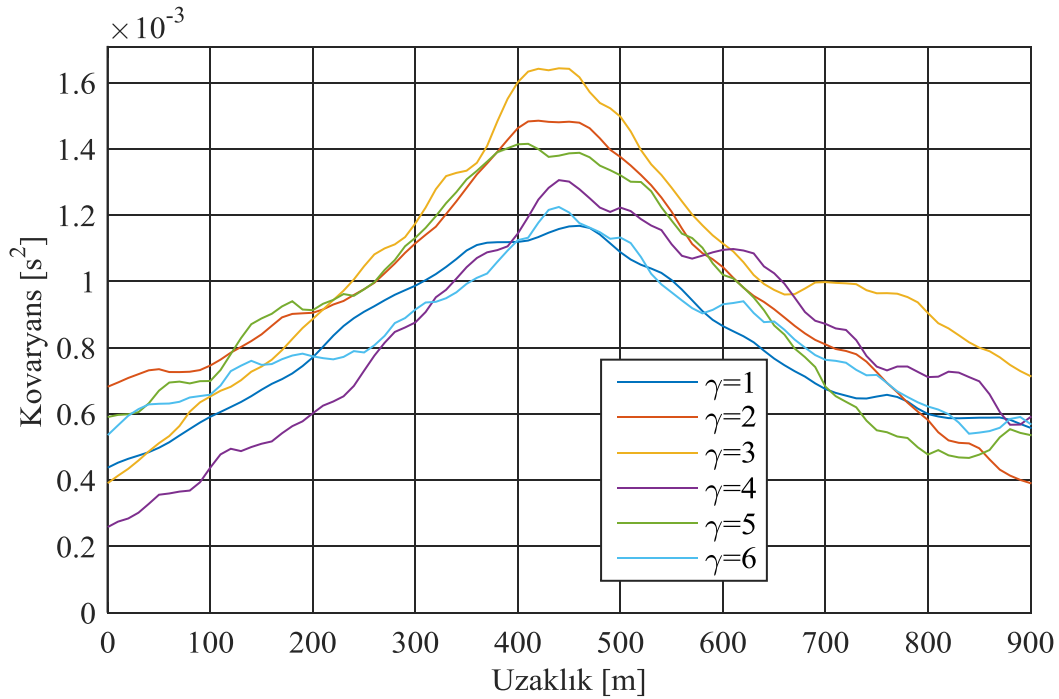
Yüz adet rastgele ortam örneklenerek farklı özilişki fonksiyonlarından elde edilen kovaryans grafikleri Gauss çanı biçimindedir. Ancak Gauss özilişki fonksiyonuna sahip yavaş değişimli ortamdan üstel ve von Kármán özilişki fonksiyonuna sahip daha hızlı değişim gösteren ortamlara geçildikçe Gauss çanları üzerindeki yüksek frekanslı salınımlar artmaktadır. Çizelge 3.4’de, Şekil 3.21-3.23 de verilen kovaryans eğrileri kullanılarak hesaplanan ΔX_c değerleri tüm özilişki fonksiyonları için verilmektedir.

Çizelge 3.4 : Gauss, üstel ve von Kármán özilişki fonksiyonlarına sahip ortamlardan elde edilen korelasyon uzunluğu (ΔX_c) değerleri.

γ	Gauss	Üstel	Von Kármán
1	377m	366m	311m
2	246m	338m	248m
3	292m	384m	338m
4	354m	328m	263m
5	286m	393m	279m
6	394m	385m	399m



Şekil 3.23 : Farklı uzaklıklar için üstel özilişki fonksiyonuna sahip rastgele ortamlardan elde edilen kovaryans.



Şekil 3.24 : Farklı uzaklıklar için von Kármán özilişki fonksiyonuna sahip rastgele ortamlardan elde edilen kovaryans.

Teorik kovaryans fonksiyonu Kravtsov ve diğ. (2005) tarafından

$$P(\rho, \gamma, \Lambda_c) = \frac{2\Gamma \sigma_\xi^2 l_z H}{v_0^2} B^2 \int_{-\gamma/2}^{\gamma/2} \frac{\exp(-Q) d\eta}{(B^2 - \eta^2)^{3/2} \sqrt{\rho^2 (B^2 - \eta^2) + \eta^2}} \quad (3.23)$$

bağıntısı ile verilmektedir. Bağıntıda

$$Q = \frac{\left(\eta + \frac{\gamma}{2}\right)^2}{4(\rho^2(B^2 - \eta^2) + \eta^2)} \quad (3.24)$$

ve

$$\Lambda = \frac{\Delta X_c}{l_x} \quad (3.25)$$

şeklinde ifade edilir.

$\Lambda_c = 0$ olduğu durumda kovaryans fonksiyonu varyansa eşit olur ve

$$P(\rho, \gamma, \Lambda_c) = \frac{1}{2} P(\rho, \gamma, 0) = \frac{1}{2} \sigma_t^2(\gamma) \quad (3.26)$$

ilişkisi ile tanımlanır. Bu eşitlikten kökler bulunarak hesaplanan ve teorik Λ_c değerleri elde edilir. Hesaplanan değerler ΔX_c , teorik değerler ise $\Delta X_c / l_x$ 'tir.

$$y = (\Delta X_c)_n \quad (3.27)$$

$$x = \left(\frac{\Delta X_c}{l_x} \right)_t \quad (3.28)$$

olarak düşünülerek teorik ve hesaplanan eğriler arasında doğrusal karşılaştırma işlemi yapılarak

$$y = ax \quad (3.29)$$

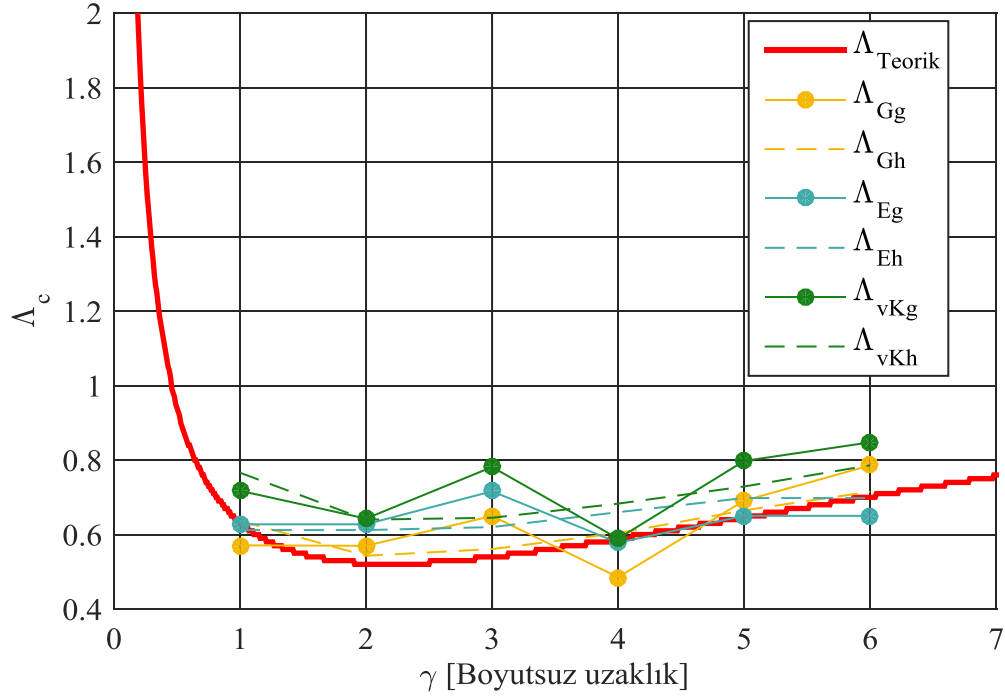
$$(\Delta X_c)_n = a \left(\frac{\Delta X_c}{l_x} \right)_t \quad (3.30)$$

a değeri bulunur. Burada a değeri yatay yöndeki inhomojenite boyunu temsil etmektedir. Şekil 3.25'de Gauss, Üstel ve von Kármán özilişki fonksiyonları için yapılan karşılaştırma tek bir grafikte verilmektedir. Bu karşılaştırma sonucunda verilen fonksiyonlar için l_x değeri kestirilmiştir.

Hesaplanan kovaryans eğrilerinin teorik eğri ile olan ortalama mutlak hata yüzdeleri tüm özilişki fonksiyonları için Çizelge 3.5'de verilmektedir. Yine en büyük hata oranı von Kármán özilişki fonksiyonuna sahip ortamlar için elde edilmiştir.

Çizelge 3.5 : Çakıştırılan kovaryans eğrilerinin ortalama mutlak hata yüzdeleri.

	Gauss	Üstel	Von Kármán
Hata [%]	3.01	13.82	17.36



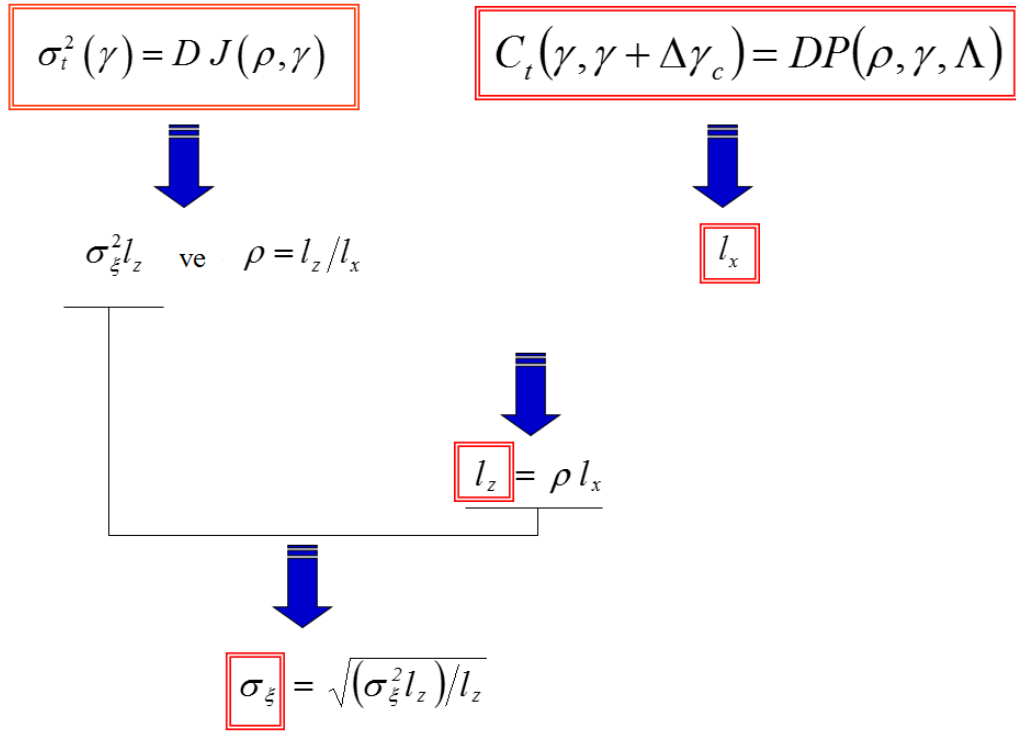
Şekil 3.25 : Özilişki fonksiyonlarının gözlenen ve hesaplanan Λ_c eğrileri.

Şekil 3.25’de görüldüğü üzere tüm özilişki fonksiyonları için çakıştırmalar başarılıdır. Böylece kovaryans verisinden l_x , yatay yöndeki inhomojenite boyu değeri elde edilmiştir. Çizelge 3.2’de varyans verisi kullanılarak kestirilen ρ ve $\sigma_\xi^2 l_z$ değerleri kullanılarak, $\rho = l_z/l_x$ ilişkisinden l_z , düşey yöndeki inhomojenite boyu değeri bulunur. Ardından l_z değeri $\sigma_\xi^2 l_z$ değerinde yerleştirilerek σ_ξ^2 değeri yani ortam salınımlarının varyansı hesaplanır. Parametrelerin kestirimini özetleyen şema Şekil 3.26 da verilmektedir.

Çizelge 3.6’de tüm özilişki fonksiyonları için kestirilen parametreler verilmektedir. Bu sonuçlar her bir özilişki fonksiyonu için 100 adet farklı rastgele ortam kullanılarak elde edilmiştir.

Çizelge 3.6 : Tüm rastgele ortamlar için kestirilen model parametreleri ve yüzde hata miktarları.

Parametre	Gerçek	Kestirilen			Hata[%]		
		Gauss	Üstel	v. Kármán	Gauss	Üstel	v. Kármán.
l_x [m]	500	513	572	475	2.7	14.3	5.03
l_z [m]	50	47	55	48	6.2	9.2	3.3
σ_ξ	0.01	0.0101	0.0099	0.0076	1.4	1.1	24.1
ρ	0.10	0.0913	0.0954	0.1018	8.6	4.5	1.80



Şekil 3.26 : Varyans ve kovaryans bilgilerinden tüm parametrelerin kestirimi.

Çizelge 3.6’ da en büyük hata değeri yüzde 25 olarak von Kármán fonksiyonlu ortamda elde edilmiştir. Bu sonuç yavaş değişimli ortamları temsil eden Gauss özililişki fonksiyonu için geliştirilmiş bağıntıların hızlı değişim gösteren ortamlara uygulanması durumunda hata oranlarının arttığı gözlenmektedir. Geliştirilen bağıntıların von Kármán ve benzeri hızlı değişim gösteren ortamlarda kullanılması durumunda kestirimlerdeki bu hataların dikkate alınması gerekmektedir.

4. AKUSTİK DALGA YAYILIMI VE IŞIN İZLEME YÖNTEMİ İLE ELDE EDİLEN SEYAHAT ZAMANLARINDAN KESTİRİLEN ORTAMA AİT İSTATİSTİK PARAMETRELERİN KARŞILAŞTIRILMASI

Kravtsov ve diğ., (2005) tarafından önerilen yöntem yüksek frekans yaklaşımı olan ışın izleme yöntemi dikkate alınarak geliştirilmiştir. Oysa gözlediğimiz gerçek veriler sonlu frekans bandına sahip olup, 3.1 ve 3.2 bağıntılarında belirtilen koşulların sağlanmaması durumunda ışın teorisi ile elde edilen sonuçların hata oranları artabilir. Bu bölümde, Kravtsov ve diğ., (2005) tarafından geliştirilen bağıntıların sonlu frekans bandında uygulanabilirliğini anlamak için Gauss özilişki fonksiyonuna sahip rastgele ortamlar akustik dalga yayılımı ile modellenerek elde edilen seyahat zamanı salınımlarından ortama ait istatistiksel parametreler kestirilip ışın izleme sonuçları ve gerçek model parametreleri ile kıyaslanmış ve yöntemin başarısı incelenmiştir.

4.1 Kullanılan akustik sonlu farklar betikleri ve paralelleştirilmesi

Bu çalışmada Youzwishen ve Margrave (1999) tarafından yazılan ve Bölüm 2.3'te anlatılan akustik dalga yayılımını sonlu farklar yöntemi ile modelleyen MATLAB betiği esas alınarak ve Fortran programlama dilinde yeniden yazılarak kullanılmıştır. Youzwishen ve Margrave (1999) tarafından hazırlanan program seri bir yazılım olup bu çalışmada yapılan hesaplama yüklerini karşılayamadığından program Fortran dilinde paralel programlama mantığıyla tekrar yazılarak kullanılmıştır.

MATLAB programları ve programlama mantığı yazımı kolay ve hata düzeltme imkanları geniş, kolay öğrenilebilir bir yapıdadır. Buna karşılık betiklerin koşturulma süresi geleneksel yüksek başarımlı programlama dillerine (C, FORTRAN vb.) kıyasla çok daha yavaştır. Yapılan bu çalışmada sonlu farklar yöntemiyle modellenmesi gereken verinin boyutunun büyüklüğü sebebi bu betiğin farklı bir dilde tekrar yazılması gerekmiştir. Bu sebeplerden ötürü bu betik FORTRAN90 dilinde MPI kütüphanesi kullanılarak paralelleştirilmiştir (EK B).

Fortran 1950'lerin başında geliştirilen, günümüzde halen kullanılmakta olan en eski programlama dillerinden biridir. Bu programlama dili günümüzde pekçok mühendislik alanında aktif olarak kullanılmaktadır. Günümüz süper bilgisayarlarında iklim ve

akışkan modellemelerinde, hesaplamalı fizik ve ekonomi gibi pekçok alanda kullanılmaktadır. Bu dilin bu kadar popüler olmasını sağlayan etkenlerden en önemlisi fiziksel formüllerin hesaplamasında kullanılan matris ve vektörlerle çalışmanın çok kolay ve verimli olmasıdır. Ayrıca 60 yıllık bir tarihe sahip olmasından ötürü bu dil için yazılan kütüphane sayısı oldukça fazladır. Tüm bu sebeplerden ötürü yoğun sayısal hesaplama gerektiren işlerde tercih edilmesi gereken birkaç dilden biridir.

Günümüzde ticari ve bireysel olarak satılan bilgisayarların büyük bir bölümü çok çekirdekli. Çok çekirdekli tüm bilgisayarların her çekirdeği, bilgisayarın belleğini ortaklaşa olarak kullanabilmektedir. Bu ortaklaşa kullanılan belleğe paylaşımlı bellek denmektedir. Dolayısıyla çok çekirdekli bir bilgisayarda çalışan çekirdeklerin kullandıkları veri bellekte tüm çekirdeklerin erişebileceği bir biçimde bulunmaktadır. Fakat süper bilgisayarlar olarak tabir edilen bilgisayarlar, pekçok tekil bilgisayarın bir ağ aracılığıyla birbirine bağlanmasıyla oluşmaktadır. Bu sebeple bir bilgisayarda ki çekirdek öteki bilgisayardaki çekirdeğin üzerinde çalıştığı yada ürettiği veriye doğrudan ulaşamamaktadır. Bir başka deyişle her bilgisayarın belleğine yine kendisi erişebilmektedir. Bu tip bellek yapısına dağıtık bellek denilmektedir. Bu yüzden iki yada daha fazla farklı bilgisayarın birbiriyle iletişim kurabilmesi için günümüze kadar pekçok araç geliştirilmiştir. Günümüzde ise dağıtık bellek yapısına sahip sistemler için en çok kullanılan kütüphane MPI'dır (Message Passing Interface). MPI ilk olarak 1994 yılında standartlaştırılan özellikle dağıtık bellek kullanan süper bilgisayarlar arasında haberleşmeyi sağlayan bir kütüphanedir. MPI özellikle dağıtık bellek sistemleri için tasarlanmasına rağmen paylaşımlı bellek sistemlerinde de sorunsuz çalışmaktadır. Sonuç olarak MPI kütüphanesiyle paralelleştirilen bir kod hem çok çekirdekli tek bir bilgisayarda hem de pekçok bilgisayarı içinde barındıran bir süper bilgisayarda koşturulabilir.

Youzwishen ve Margrave (1999) tarafından yazılan ve seri hesaplama yapan MATLAB betiği ile bu çalışmada FORTRAN90 dili ve MPI kütüphanesi kullanılarak paralelleştirilerek yeniden yazılan programın hesaplama süreleri kıyaslanmıştır. Çizelge 4.1'de aynı boyutlara sahip tek bir ortamın aynı bilgisayarda (Core i7 930 @ 4.2 Ghz işlemci, 24 GB 1600 MHz bellek) MATLAB seri ve FORTRAN paralel hesaplamaları sonucu kayıt edilen hesaplama süreleri verilmektedir.

Çizelge 4.1 : Paralleştirme sonucu elde edilen hesaplama süreleri.

	Matlab	Fortran + MPI
Geçen Süre [saat]	~95	~2
Hızlanma [kat]	1	~47

Çizelge 4.1’ de görüldüğü üzere paraleştirme sonucunda elde edilen hızlanma MATLAB seri hesaplamaya göre yaklaşık 47 kat fazladır. Bu çalışmada rastgele ortamların 100 örnek için üretildiği düşünülürse hesaplama süresinde anlamlı bir hızlanma olduğu görülür

Özellikle dalga boyu inhomojenite ilişkisinde geometrik optik koşullarını sağlamak için dx ve dz örneklemeleri önem kazanmaktadır. Bu çalışmada akustik dalga modellemesi için kullanılan ortamın boyutu yatay yönde 17 km düşey yönde 6 km olarak belirlenmiştir. Yatay ve düşey yönde örneklemeye aralığı (dx, dz) eşit boyutta alınarak modelleme yapılmaktadır. Paralleştirilmiş betik ile farklı örneklemeye aralıklarının hesaplama süresine ve bellek ihtiyacına olan etkisi Çizelge 4.2’de verilmektedir. Bu hesaplamalar için farklı bir bilgisayar kullanılmıştır (Core i7 5960x işlemci @ 3.5GHz, 64GB 2666 MHz bellek).

Çizelge 4.2 : Farklı örneklemeye aralıklarının süreye etkisi.

	dx=dz [m]	Toplam veri [GB]	Süre [saat]
	1	2.3	0.8
	0.5	9.1	6.5
	0.25	36	51
	0.2	57	100
	0.1	216	800
Zorluk [kat]	n	n^2	n^3

Görüldüğü üzere n katsayısıyla küçültülen dx ve dz örneklemeye aralığı bellekte ayrılan toplam veri boyutuna n^2 oranında etki etmektedir çünkü ortamın örneklemeye aralığı hem yatay yönde hemde düşey yönde değişmektedir. Programın çalışma süresi ise n^3 oranında etkilenmektedir çünkü 2.13 bağıntısıyla verilen kararlılık koşuluna göre Δx n defa küçülürse Δt ’de n defa küçülmelidir. Böylelik zaman ortamında sonlu farklar ile dalgayı belli bir süre için çözebilmek için gereken adım miktarı n defa büyüyecektir. Ortamın boyutu da n^2 defa arttığına göre işlemciye binen yük toplamda n^3 kat artmış olacaktır. O yüzden hesaplama sürelerinde üstel bir artış gözlenmektedir.

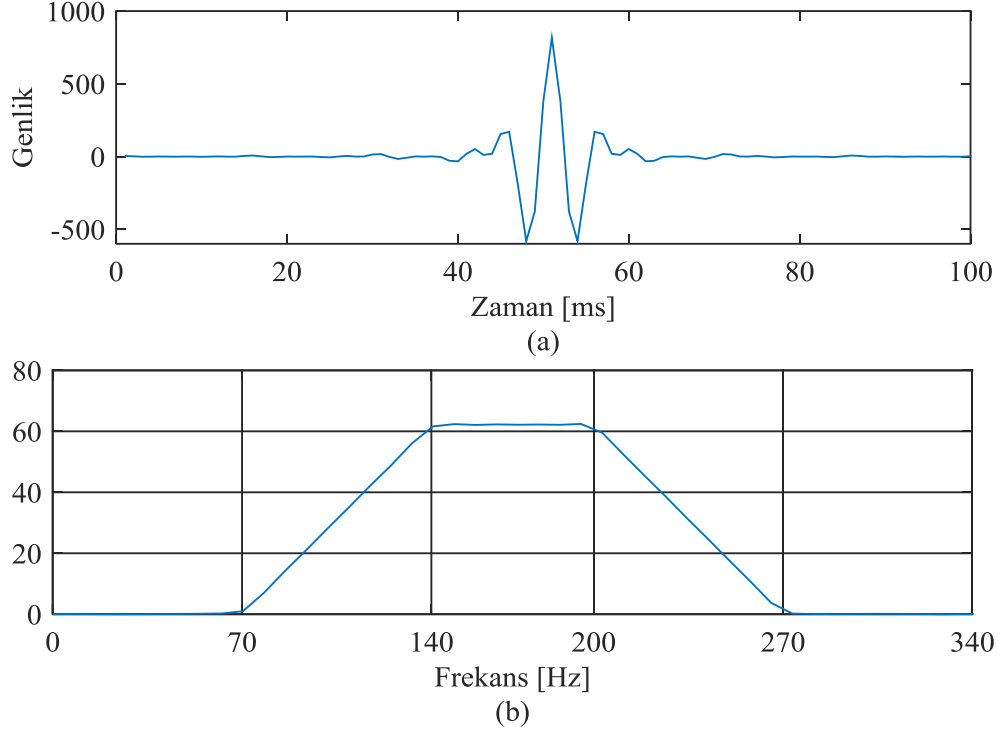
4.2 Akustik Dalga Yayılımı ile Rastgele Ortamların Modellenmesi ve Yapay Sismogramların Elde Edilmesi

Paralleleştirilerek tekrar yazılan sonlu farklar akustik dalga yayılımı programı kullanılarak rastgele ortamlar için yapay sismogramlar hesaplanmıştır. Modellenen rastgele ortamda yatay uzaklık 17 km, düşey derinlik 6 km olarak alınmıştır. Yatayda ve düşeyde örnekleme aralığı $dx=dz=1m$ olarak belirlenmiştir. Şekil 4.2’de Gauss özilişki fonksiyonuna sahip rastgele ortam Şekil 4.3’de hızın derinlikle arttığı, Gauss özilişki fonksiyonuna sahip rastgele ortam $(\tilde{V} = (V_0 + kz)\xi)$ görülmektedir. Akustik dalga yayılımı için 3.10 bağıntısıyla $(V = \bar{V} + \tilde{V})$ verilen rastgele hız ortamı kullanılmakta olup bu ortam Şekil 4.4’de verilmektedir. Rastgele ortamda yer alan inhomojenitelerin düşey uzunluğu $l_z = 400m$ yatay uzunluğu $l_x = 500m$ olarak belirlenmiştir, hız bilgisini içeren rastgele ortamın standart sapması %1 olarak alınmıştır. Alıcılar yer yüzünde 10 metre aralıklarla yatay bir konumda dizilmiş durumda bulunmaktadır. Atış modelin sol sınırından yansımaların kaydı bozmaması için 1000 metrede yapılmıştır ve bu atıştan yayılan dalgaların tüm jeofonlara ulaşması yaklaşık 5 saniye sürmüştür. Grafikler adlandırılırken atışın yapıldığı 1000 noktası orijin olarak alınmış ve 0 m olarak kabul edilmiştir. Şekil 4.5’de bir ortamdan elde edilen sismogram görülmektedir. Toplamda 100 adet ortam üretilmiş ve akustik sonlu farklar ile modelleme yapılarak yapay sismogramlar kaydedilmiştir. Akustik dalga yayılımında baskın dalga aralığının kolay belirlenebiliyor olması sebebiyle ormsby dalgacığı kaynak olarak kullanılmıştır. Bağıntı 3.1-3.3 arasında verilen ışın teorisi koşullarını sağlamak için dalgacığın baskın frekans aralığı (f_d) 140Hz ile 200Hz arasında alınmıştır. Şekil 4.1’de kullanılan ormsby dalgacığı zamana bağlı olarak verilmekte ayrıca bu dalgacığın frekans bandı görülmektedir.

Şekil 4.1a’da üretilen Ormsby dalgacığının Fourier dönüşümü alındığında elde edilen frekans aralığı Şekil 4.1b’de görülmekte ve başlangıçta verilen değerlerle örtüşmektedir.

Dalgacığın en küçük dalga boyu aşağıdaki bağıntıyla hesaplanır

$$\lambda_{\min} = \frac{V_{\min}}{f_{\max}} . \quad (4.1)$$



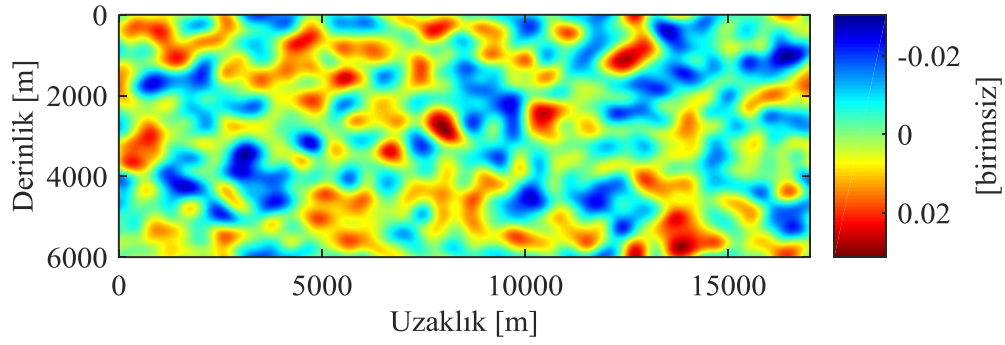
Şekil 4.1 : Dalgacık (a) Zaman-genlik grafiği. (b) Frekans-genlik grafiği.

Burada V_0 ortamın en küçük hız değeridir ve yakın yüzey hızı V_0 alınır. $f_{\max}$ ise kullanılan dalgacığın en yüksek frekansını temsil eder. Buradan $\lambda_{\min} = 2000/200 = 10m$ olarak hesaplanır. Aşağıda ise kaynak dalgacığının en büyük dalga boyu formülü verilmiştir.

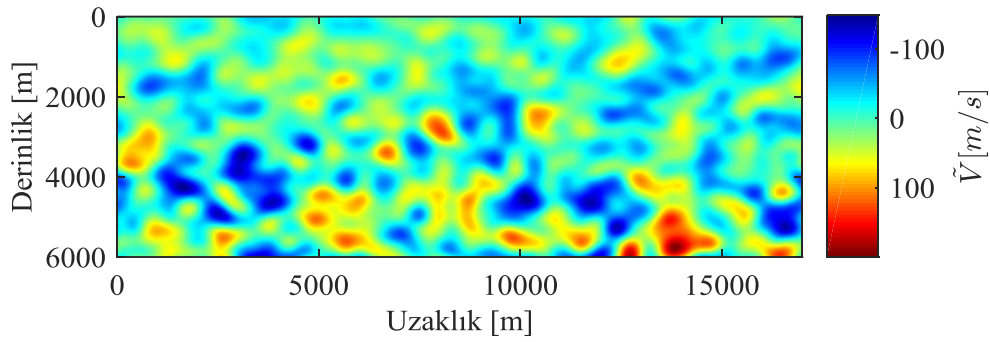
$$\lambda_{\max} = \frac{V_{\max}}{f_{\min}} \quad (4.2)$$

Burada $V_{\max}$ dalgacığının seyahat ettiği ortamdaki en yüksek hız miktarıdır ve $f_{\min}$ en küçük dalgacık frekansıdır. (4.2) bağıntısından $\lambda_{\max} = 6800/140 \cong 50m$ olarak hesaplanır. Hesaplanan $\lambda_{\min}$ ve $\lambda_{\max}$ değerleri seçilen inhomojenite boyutları olan $l_z = 400m$ ve $l_x = 500m$ 'den en az 10 kat daha düşüktür. Bu şekilde bağıntı 3.1 sağlanmış olur. Ayrıca ortamın örnekleme aralığı $dx = 1m$ seçilerek kaynak dalgacığının dalga boyu en az 10 kere örneklenmiş ve grid dispersiyonunu önlemek için minimum koşul sağlanmıştır. Bağıntı 3.2'de verilen $(\sqrt{X\lambda} < l_{\perp})$ koşul ise $\sqrt{X\lambda} = \sqrt{16000.50} = 900m$ ve $l_{\perp} = 400m$ olarak hesaplanmıştır. Bu durumda $\sqrt{X\lambda} > l_{\perp}$ oluşmuş ve Fresnel zonu için olan koşul sağlanamamıştır. Bu koşulu sağlayabilmek için gerekli olan λ dalga boyu ile grid dispersiyonu koşulunu

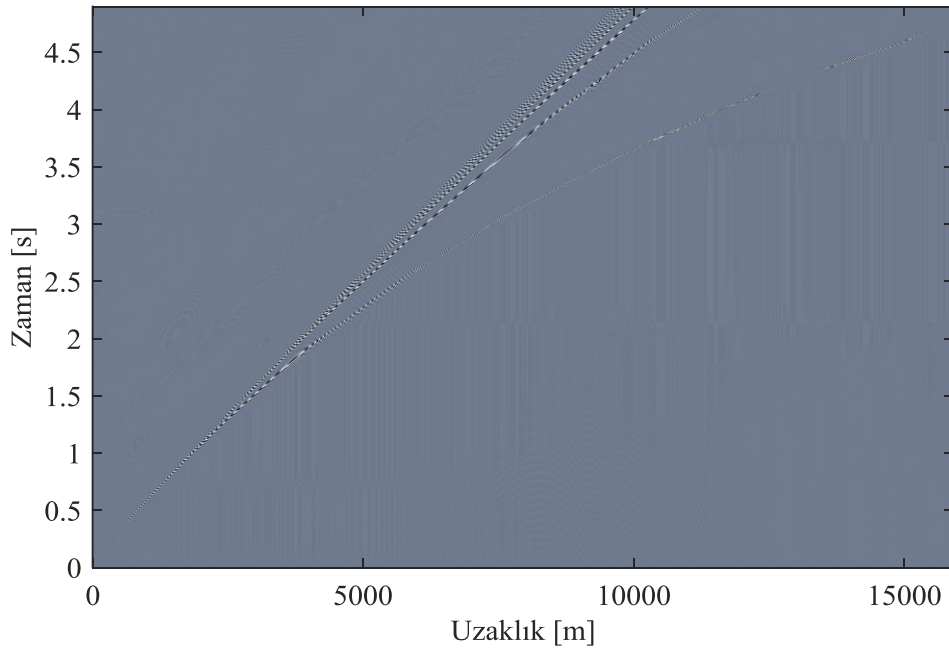
sağlayabilmek için örnekleme sıklığını artırmak gerekmekte bu da bir ortamda modelleme yapabilmek için gereken süreyi çok fazla arttırmaktadır.



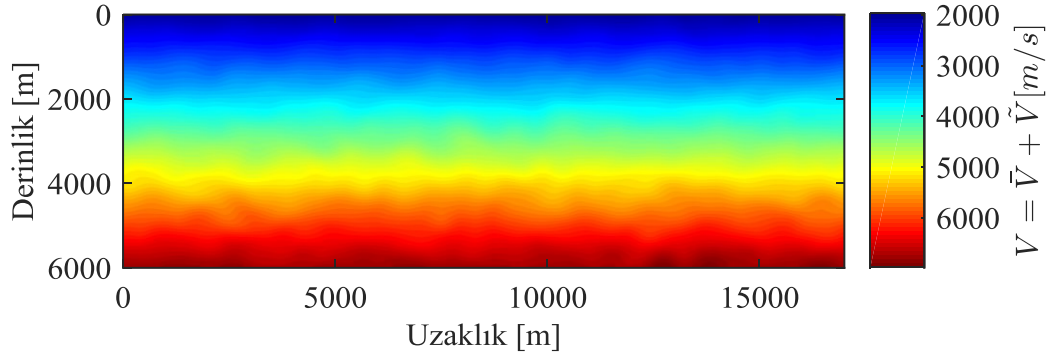
Şekil 4.2 : Gauss özilişki fonksiyonuna sahip rastgele ortam.



Şekil 4.3 : Gauss özilişki fonksiyonu için hızın derinlikle doğrusal arttığı rastgele inhomojen ortam.



Şekil 4.4 : Gauss özilişki fonksiyonuna sahip rastgele bir ortam için akustik dalga yayılımı ile elde edilen sismogram.



Şekil 4.5 : Rastgele inhomojen ortam içeren hız-derinlik modeli.

4.3 The Akaike Information of Criterion (AIC) Yöntemi ile İlk Varışların Bulunması

Akustik dalga yayılımının modellenmesi ile elde edilen sismogramların varış zamanlarını okumak için The Akaike Information of Criterion (AIC) (Akaike, H., 1974) yönteminden yararlanılmıştır. Bu algoritma istatistiksel tabanlı bir algoritma olup tanımlanan bağıntının zaman serisi üzerinde kayan pencereler ile hesaplanıp uyum derecesinin incelenmesi esasına dayanmaktadır. P-dalgası varışlarının belirlenmesi amacıyla ilk olarak Maeda (1985) tarafından değiştirilerek izleyen şekilde verilmiştir.

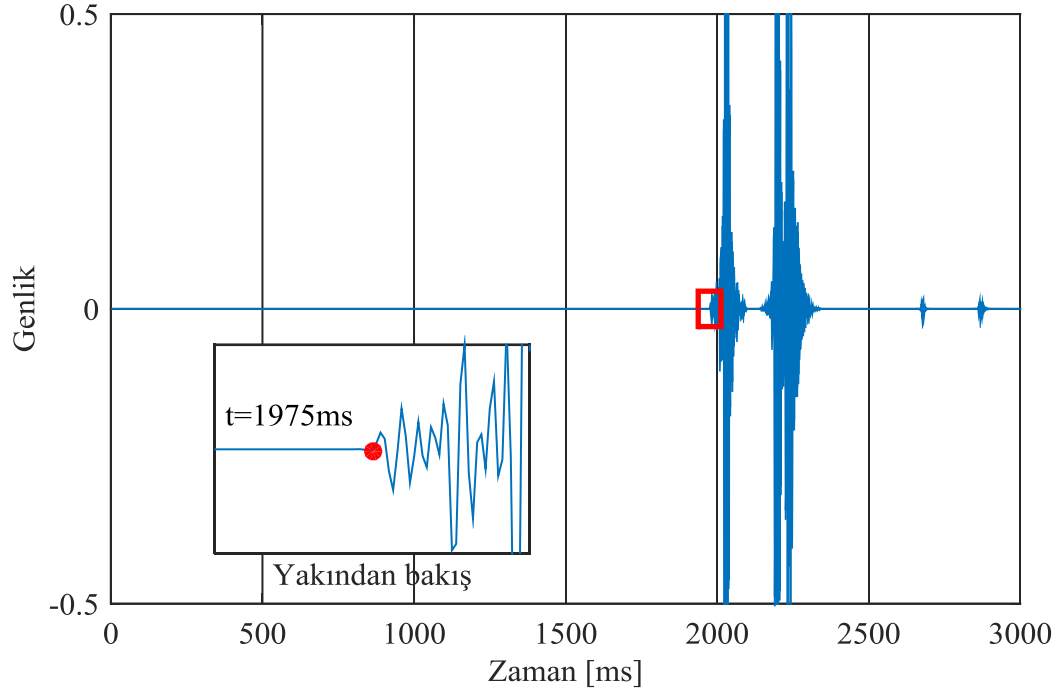
$$AIC(k) = k \log(\text{var}(x(1, k))) + (n - 1 - k) \log(\text{var}(x(k + 1, n))) \quad (4.3)$$

Burada x bir zaman serisi olup genlik bilgisini içermektedir. k ise zaman indeksidir. n , zaman serisinin toplam boyunu ifade etmektedir. Bağıntı 4.3 incelendiğinde sismogram üzerinde adım adım ilerlediği ve her adımda bir AIC değeri bulunduğu görülmektedir. Bağıntıya göre AIC değerinin en küçük olduğu nokta P fazının başladığı noktayı verecektir. Şekil 4.6’de bir kaynaktan 4400 metre uzaktaki jeofon kaydı ve Şekil 4.7’de bağıntı 4.3’ de verilen AIC yöntemi ile hesaplanmış ilk varış zamanı kestirimi grafiği verilmektedir.

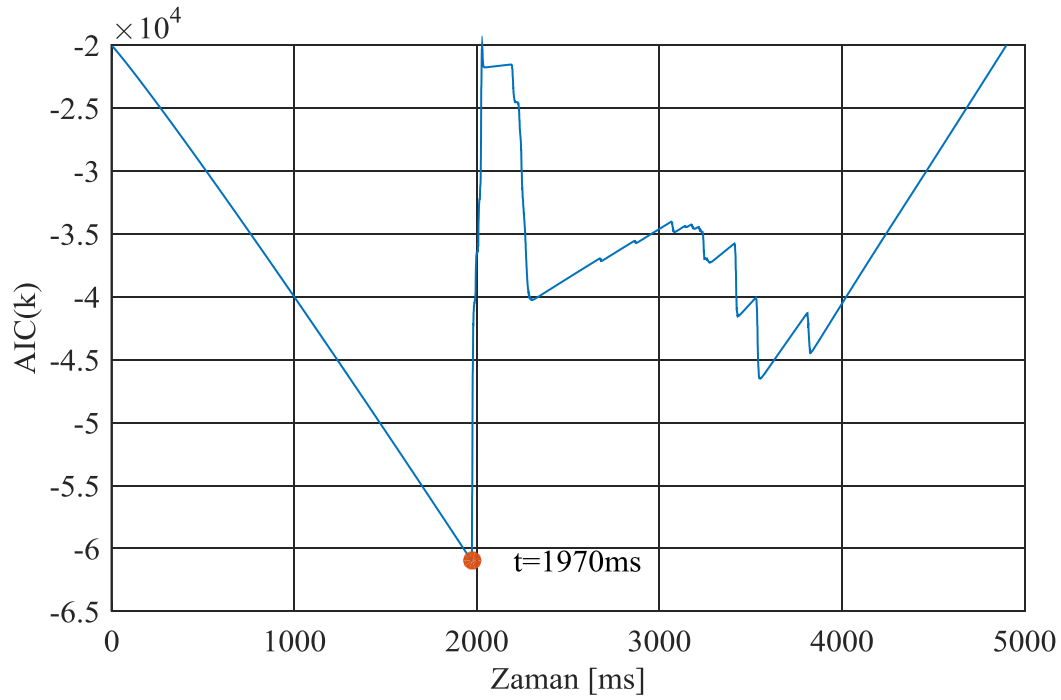
Görüldüğü üzere Şekil 4.6’deki kayıt ile Şekil 4.7’deki AIC eğrisi benzerlik göstermektedir. Jeofon kaydında ilk varış noktası 1975ms olarak gözükmekte bunu takiben AIC eğrisinin en düşük değeri 1970ms’de görülmektedir. Gözle okunan kayıt ile AIC eğrisinin minimum değeri birbirine çok yakındır. Algoritmanın istatistiksel benzerlik yöntemine göre çalıştığı analitiksel olarak ispatlanmıştır. AIC yöntemi, yapılan testlerle yüzde 91 doğruluk ile ilk P fazını tespit edebildiği görülmüştür. (Zhang, 1997). Bu yüzden bu yöntem tüm P varışları okumalarında kullanılmıştır. 4400 metredeki sismogramda elle okunan ve AIC ile hesaplanan ilk varış değerleri

Çizelge 4.3’de verilmektedir. Gözle okunan değerlerdeki küçük hatalar gözardı edilirse AIC yöntemi ile elle okuma arasındaki hata oranı

$$\%Hata = \frac{|Gözle Okuma - AIC|}{Gözle Okuma} \text{ formülüyle verilebilir.}$$



Şekil 4.6 : Kaynaktan 4.4 km sonra gözle okunmuş ilk varış.



Şekil 4.7 : Kaynaktan 4.4 km sonra AIC algoritmasıyla ilk varış zamanı.

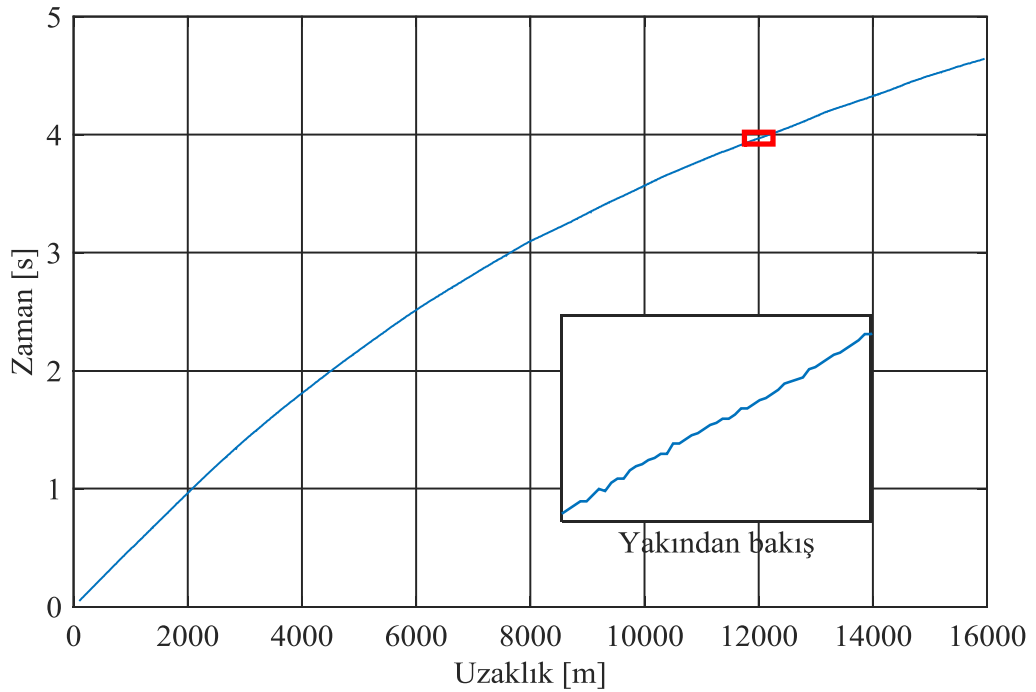
Çizelge 4.3 : AIC ile gözle okuma değerleri ve % cinsinden hata oranı.

AIC [ms]	Gözle okuma [ms]	Hata [%]
1970	1975	0.25

Bu çalışmada elde edilen hata oranları Munro (2004) tarafından belirtilen hata mertebeleriyle uyumludur.

4.4 Yapay ve Teorik Zaman-Uzaklık Grafiklerinin Çakıştırılması

Elde edilen sismogramlardan AIC yöntemi kullanılarak ilk varışlar her bir sismogram için hesaplanır. Hesaplanan ilk varışlarla zaman-uzaklık grafiği çizilirse Şekil 4.7’deki örnek gibi bir eğri elde edilir.



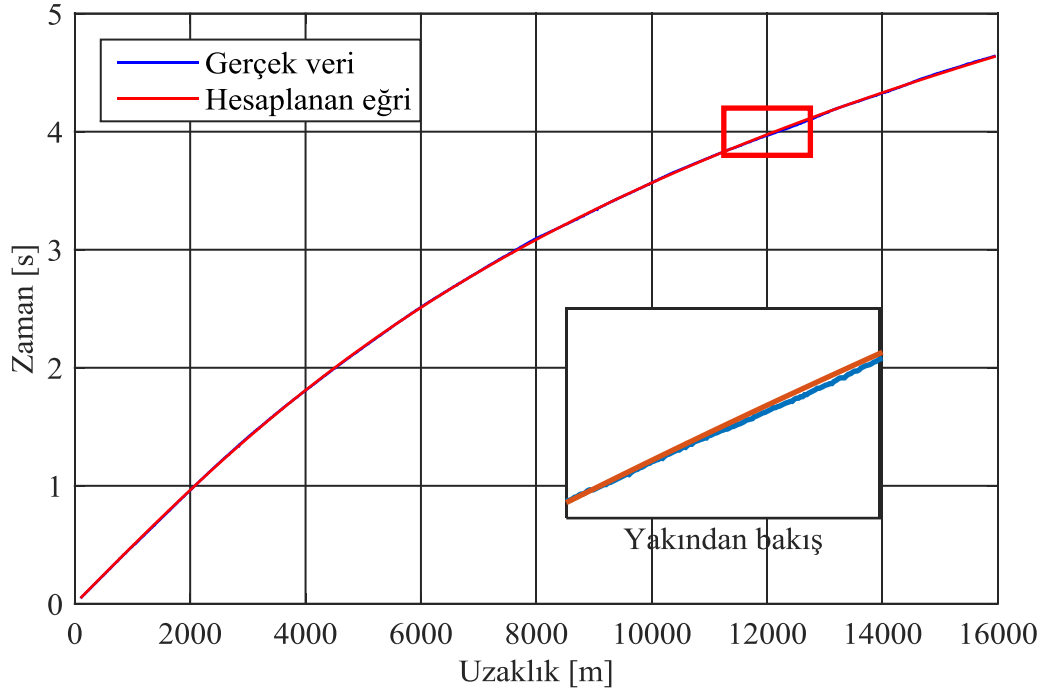
Şekil 4.8 : Akustik dalga yayılımı ile elde edilen ilk varış zamanlarının uzaklığa bağlı grafiği.

Şekil 4.8.’deki zaman-uzaklık grafiğine yakından bakıldığında gözlenen ufak salınımlar rastgele ortamdan kaynaklanmaktadır. Bundan sonra bu eğriye teorik bir eğri çakıştırmak suretiyle salınımlar veriden ayrılacaktır. Hızın derinlikle doğrusal arttığı ortamlarda zaman-uzaklık bağıntısı

$$t(x) = \frac{2}{k} \sinh^{-1} \left(\frac{kx}{2V_0} \right) \quad (4.4)$$

şeklindedir. Bağıntıda k [s^{-1}], hız gradyanı, V_0 [m/s], yakın yüzey hızı, x [m] alıcıların kaynaktan olan uzaklığıdır. 4.4 bağıntısında verilen teorik eğri ile Şekil 4.8’de yapay

sismogramlardan elde edilen ilk varış zamanlarının eğrisi arasında karşılaştırma işlemi yapılır (Ek A). Şekil 4.8’de teorik eğri ve modelleme sonucu elde edilen zaman-uzaklık eğrisi birlikte grafiklenmiştir.



Şekil 4.9 : İlk varış zamanları ve karşılaştırılmış teorik eğri.

En küçük kareler ile yapılan karşılaştırma sonunda yakın yüzey hızı V_0 ve hız gradyanı k kestirilir. Bu örnek için kestirilen değerler ve gerçek değerler Çizelge 4.4’de verilmiştir. Gerçek veriye karşılaştırılan teorik model Şekil 4.9’da verilmektedir.

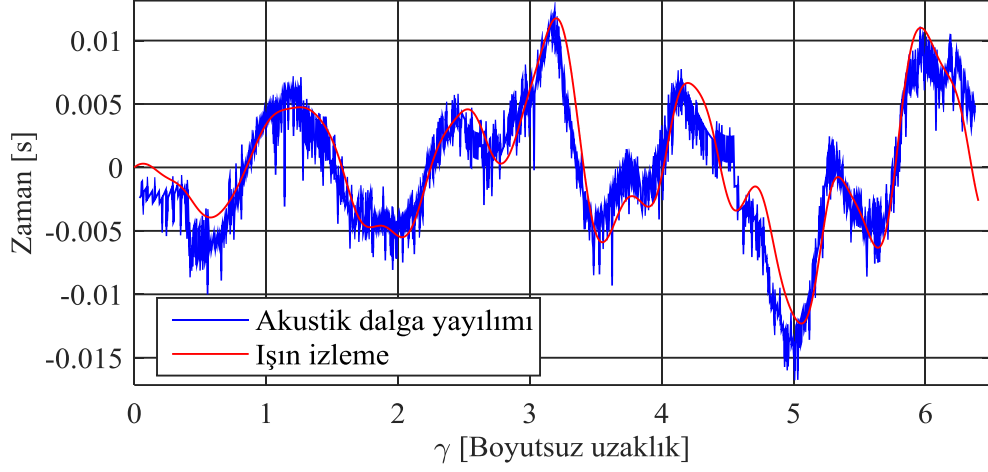
Çizelge 4.4 : Yapay sismogramdan kestirilen yüzey hızı ve hız gradyanı değerleri.

	$V_0[m/s]$	$k[s^{-1}]$
Model	2000	0.8
Hesaplanan	2016	0.817
Hata [%]	0.8	2.17

Bir sonraki adımda Şekil 4.9’de görülen gerçek veriden teorik eğri çıkartılır ve ilk varış salınımları elde edilir. Aynı ortam üzerinde ışın izleme yapıldığında elde edilen ilk varış salınımları ile akustik dalga yayılımı ile elde edilen salınımların karşılaştırması Şekil 4.10’da yapılmaktadır. İki eğri arasındaki uyum aşağıdaki *semblance* bağıntı ile hesaplanır (Neidell, N.S., ve Taner, M.T., 1971)

$$S = 0.5 + \frac{R_{12}(0)}{(R_{11}(0) + R_{22}(0))}. \quad (4.5)$$

Bu bağıntıda $R_{12}(0)$ her iki eğrinin birbirleriyle olan çapraz ilişkilerinin sıfır zaman kaymasındaki değerini, $R_{11}(0)$ ve $R_{22}(0)$ eğrilerin kendileri ile olan öz ilişkilerinin sıfır zaman kaymasındaki değerini ifade etmektedir.



Şekil 4.10 : Akustik dalga yayılımı ve ışın izleme yöntemi ile elde edilmiş seyahat zamanı salınımları.

Şekil 4.10’da görüldüğü gibi akustik yöntemle elde edilen salınımlarla ışın izleme yöntemiyle elde edilen salınımlar çok iyi bir uyum göstermektedir. Fakat bu uyum her rastgele ortam için elde edilememektedir. Bu örnek için elde edilen uyum 4.5 bağıntısıyla $S=0.958$ olarak hesaplanmıştır.

Farklı rastgele ortamlar için ve $dx=dz=1$ örnekleme aralığı kullanarak akustik yöntemle elde edilen ilk varış salınımları her zaman ışın izleme yöntemiyle elde edilen salınımlarla uyumlu olmamaktadır. Şekil 4.10’da iyi bir uyum gözlenirken Şekil 4.11’de önceki örnek kadar iyi olmayan bir uyum görülmektedir.



Şekil 4.11 : Akustik dalga yayılımı ve ışın izleme yöntemi ile elde edilmiş seyahat zamanı salınımları.

Şekil 4.11'deki örnek için uyum $S=0.829$ olarak hesaplanmıştır. Ender olarak uyumun çok bozulduğu örneklere de rastlanmıştır. Şekil 4.12'de uyumun kötü olduğu bir örnek verilmektedir. Bu örnek için uyum $S=0.671$ olarak hesaplanmıştır.

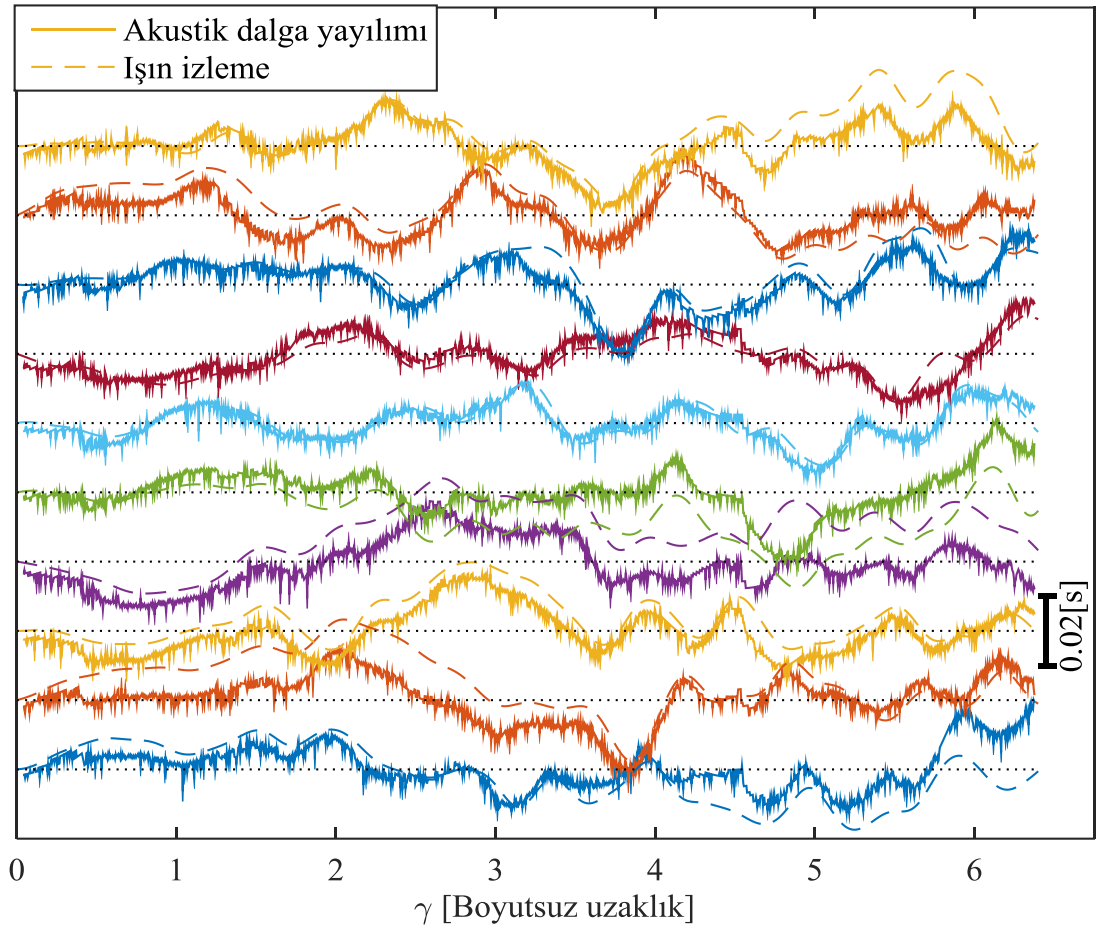


Şekil 4.12: Akustik dalga yayılımı ve ışın izleme yöntemi ile elde edilmiş seyahat zamanı salınımları.

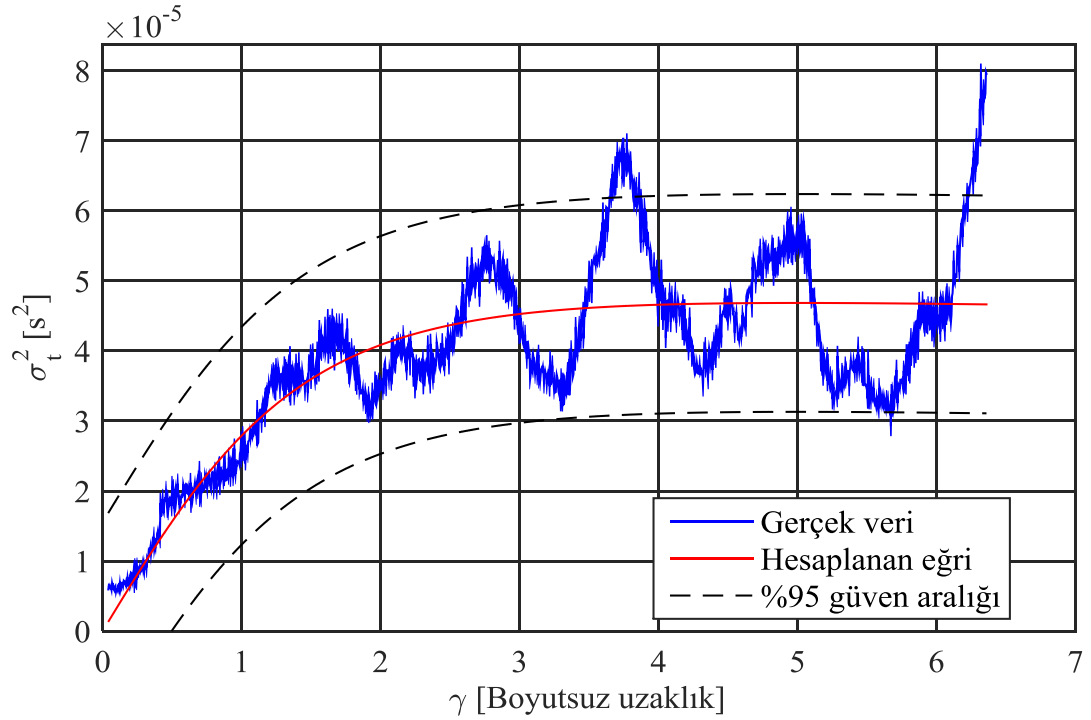
4.5 Akustik Dalga Yayılımı ile Elde Edilen Sismogramların İlk Varış Salınımlarından Ortama Ait İstatistiksel Parametrelerin Kestirilmesi

Özellikleri bölüm 4.2'de verilen Gauss özilişki fonksiyonuna sahip 100 adet rastgele ortam üretilmiştir. Bu ortamlarda akustik dalga yayılımı gerçekleştirilerek yapay sismogramlar elde edilmiştir. Bölüm 4.3'de anlatıldığı üzere AIC yöntemi ile ilk varış zamanları sismogramlardan elde edilir. Bölüm 4.4'de anlatıldığı gibi, yapay zaman-uzaklık verisi üzerine 4.4 bağıntısıyla verilen teorik model çakıştırılır. Ardından yapay veriden model eğrisi çıkarılarak seyahat zamanı salınımları elde edilir. Aynı işlemler kırılma indisi ortamı üzerinde ışın izleme yöntemi ile de yapılmış ve seyahat zamanı salınımları elde edilmiştir. Şekil 4.13'de akustik dalga yayılımı ve ışın izleme yöntemleriyle elde edilmiş ilk varış salınımları 10'ar adet ortam için verilmektedir. Bu şekilde 10'ar adet seyahat salınımı verilmiş olmasına rağmen hesaplamalar 100 adet ortamdan elde edilen seyahat zamanı salınımları kullanılarak yapılmaktadır.

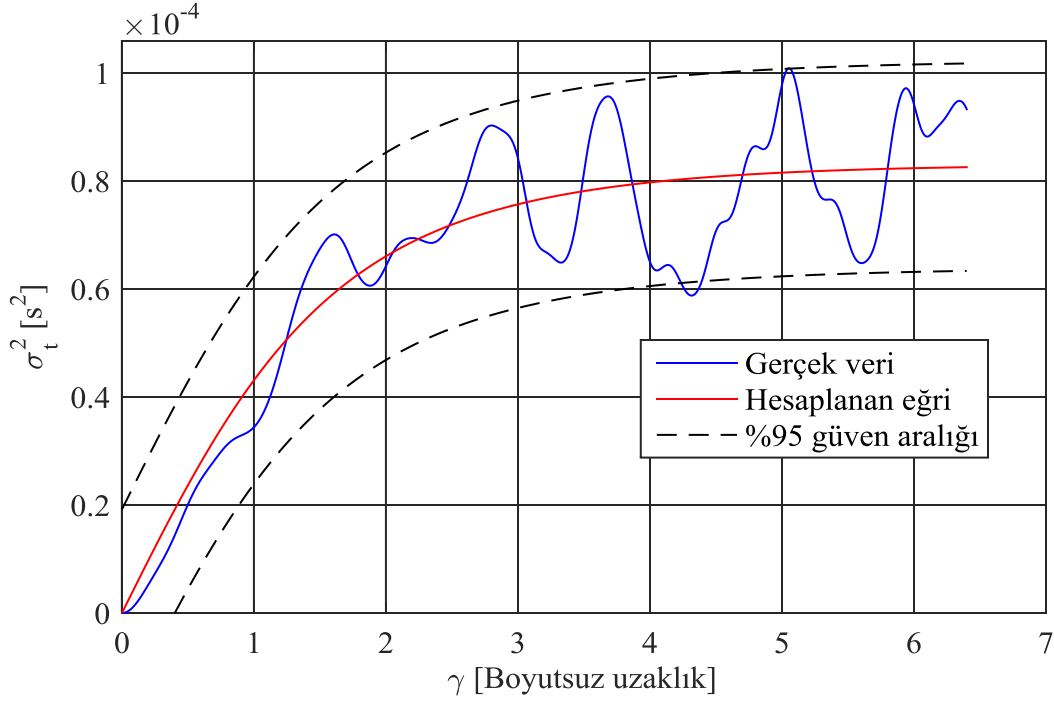
100 adet ortam için elde edilen seyahat zamanı salınımları kullanılarak 3.13 bağıntısıyla varyans eğrisi hesaplanır. 3.14 bağıntısıyla verilen teorik varyans modeli gerçek varyans verisinin üzerine çakıştırılır. Şekil 4.14'de akustik yöntemle ait çakıştırma örneği görülmektedir. Aynı işlem ışın izleme yöntemi ile elde edilmiş seyahat zamanı salınımları ile de yapılır (Şekil 4.15).



Şekil 4.13 : Akustik dalga yayılımı ve ışın izleme yöntemi ile elde edilen ilk varış zamanı salınımları.



Şekil 4.14 : Akustik dalga yayılımının modellenmesi ile elde edilmiş varyans eğrisi ve hesaplanan model.



Şekil 4.15 : Işın izleme yöntemi ile elde edilmiş varyans eğrisi ve hesaplanan model.

Hesaplanan model eğrilerinin mertebelerini kıyaslayabilmek için iki yöntem ile elde gözlenen ve hesaplanan eğriler Şekil 4.16'de verilmektedir. $\rho=0.8$ olduğundan ötürü varyans eğrisinde uzaklığa bağlı bir artış görülmektedir (Kravtsov ve diğ., 2005, Şekil 6).

Hesaplanan eğrilerin teorik eğriden olan ortalama mutlak hata yüzdeleri 3.21 bağıntısıyla hesaplanmış ve Çizelge 4.5'de verilmektedir.

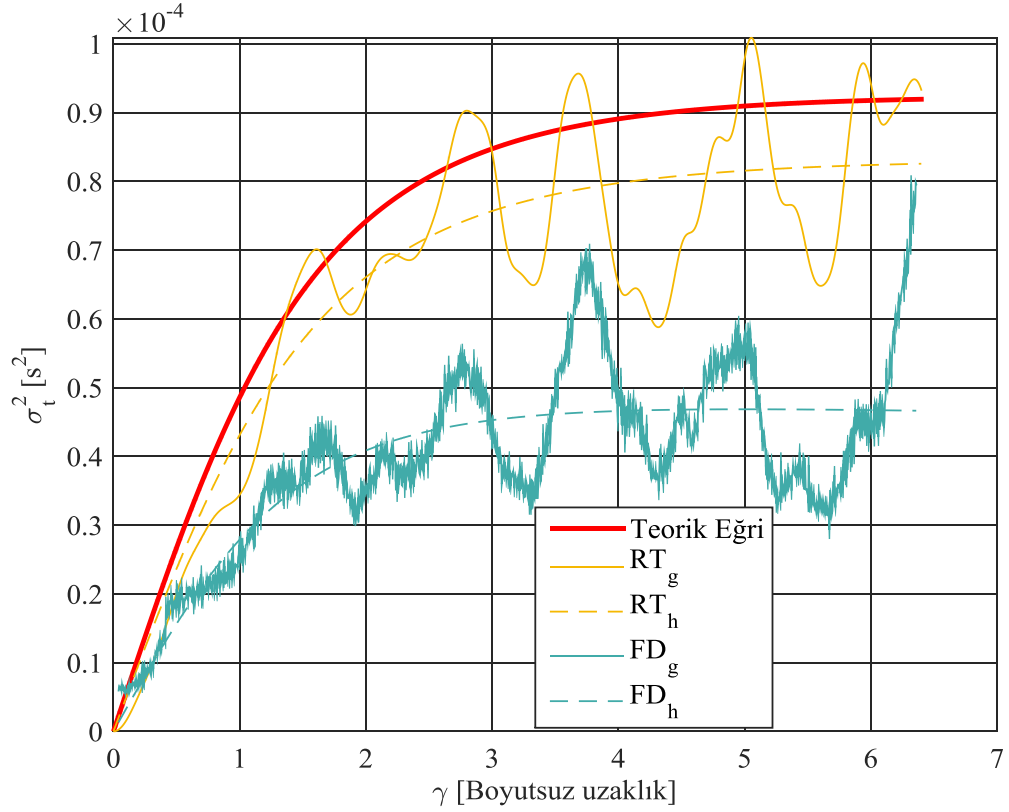
Çizelge 4.5 : Çakıştırılan varyans eğrilerinin ortalama mutlak hata yüzdeleri.

	Işın izleme Yöntemi	Akustik Yöntem
Hata[%]	10.74	45.68

Yukarıdaki şekillerde görüldüğü üzere akustik yöntemle elde edilmiş varyans eğrisinin üzerindeki yüksek frekanslı salınımlar göze çarpmaktadır.

Şekil 4.16' da gözlemlendiği üzere model parametreleri kullanılarak hesaplanan teorik eğri ile ışın izleme ve akustik dalga yayılımı sonucu elde edilen varyans eğrileri arasında fark vardır. Çizelge 4.5'te görüldüğü üzere ışın izleme ile elde edilen varyans eğrisinin teorik eğriye göre hatası %10 iken akustik modelleme ile elde edilen varyans değerlerinde hata %50 lere yaklaşmaktadır. Bu sonuç, ışın izleme için geliştirilen bağıntıların sonlu frekans bandına sahip sismik ortamlarda kullanılması durumunda yüksek hata oranları içereceğini belirtmektedir. Işın izleme ve akustik modelleme

sonucu elde edilen varyans eğrisine 3.14 bağıntısının çakıştırılması ile elde edilen parametreler ve gerçek değerlere göre kestirim hataları Çizelge 4.6’da verilmektedir. Akustik modelleme ve ışın izleme yöntemleri ile elde edilen varyans eğrilerindeki farklılığın parametre kestirimine olan etkileri de yine Çizelge 4.6’da gözlenmektedir



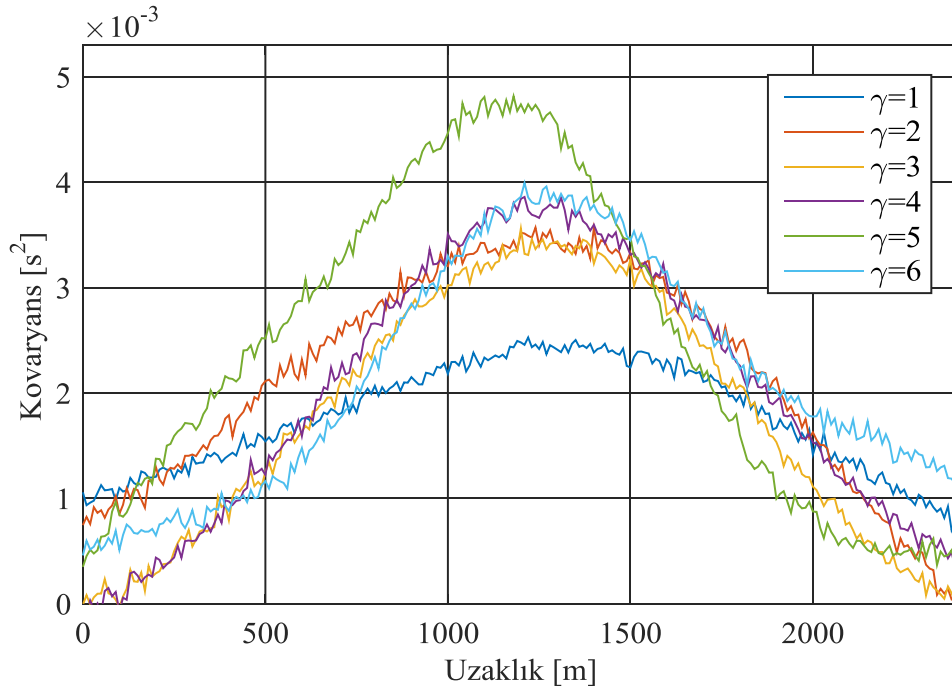
Şekil 4.16 : Akustik (FD) ve ışın izleme (RT) yöntemleri için gözlenen (g) ve hesaplanan (h) varyanslar eğrileri.

Sonraki adımda 3.22 bağıntısıyla verilen formül kullanılarak 2710m uzunluğunda 271 noktalı pencere seçilerek 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 merkez noktaları için kovaryans fonksiyonu hesaplanmıştır. Şekil 4.17’de akustik yöntemle ait kovaryans fonksiyonları Şekil 4.18’de ışın izleme yöntemine ait kovaryans fonksiyonları verilmiştir.

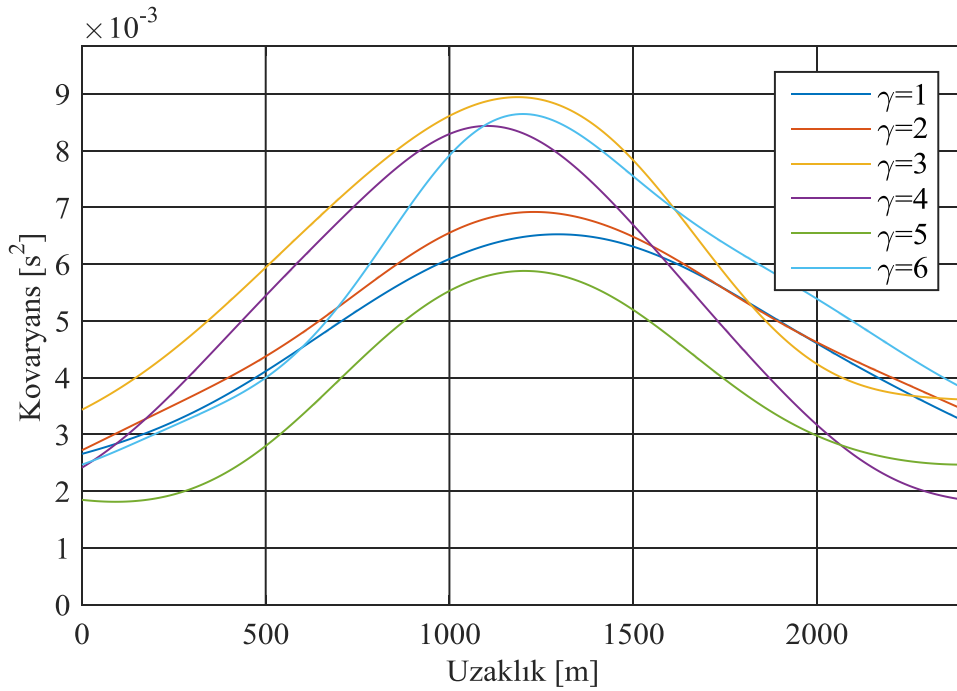
. **Çizelge 4.6 :** Gerçek ve kestirilen parametreler ve yüzde hataları.

Parametre	Gerçek	Kestirilen		%Hata	
		Akustik	Işın İzleme	Akustik	Işın İzleme
ρ	0.8	0.605	0.818	24.4	2.3
$\sigma_{\xi}^2 l_z$ [m]	0.04	0.0184	0.0362	54	9.5

Akustik yöntemden elde edilmiş kovaryans fonksiyonlarının üstündeki yüksekfrekanslı dalgalar göze çarpmaktadır. Bunlar varyans eğrilerinin üstündeki yüksek frekanslı dalgalardan kaynaklanmaktadır.



Şekil 4.17 : Farklı uzaklıklar için akustik dalga yayılımı ile rastgele inhomojen ortamlardan elde edilen kovaryans.



Şekil 4.18 : Farklı uzaklıklar için akustik ışın izleme ile rastgele ortamlardan elde edilen kovaryans.

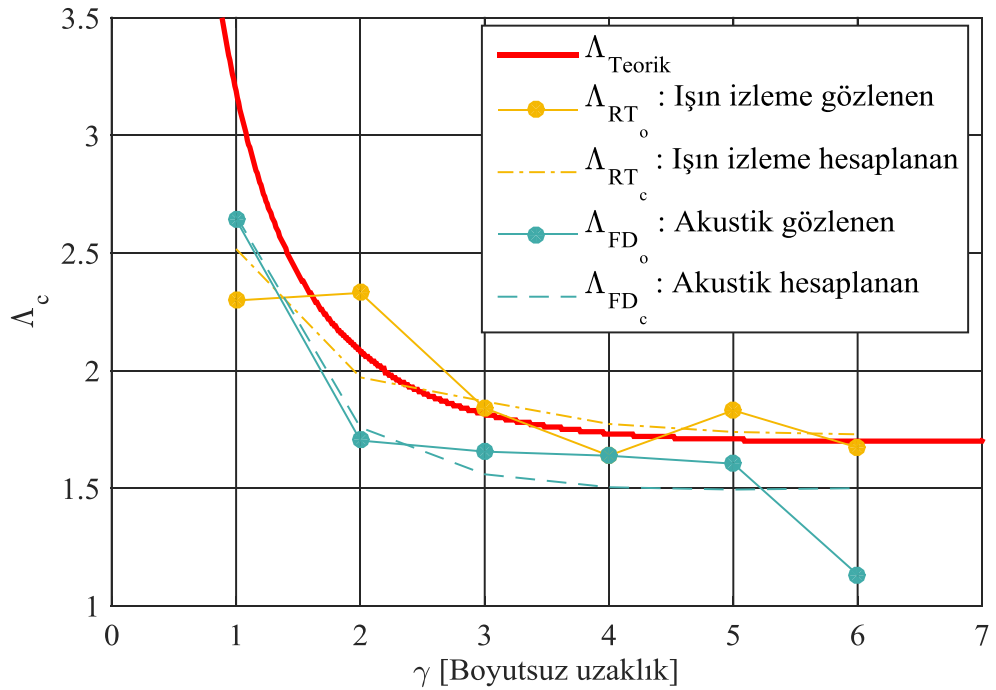
Kovaryans fonksiyonlarından elde edilecek ΔX_c korelasyon uzunluğu inhomojenitenin yatay uzunluğu, l_x ile ilişkilidir. Hesaplanan kovaryans fonksiyonu yeterince rastgele ortam kullanılması durumunda Gauss çanı şeklinde olmaktadır. ΔX_c değerleri Gauss çanının yarı yüksekliğindeki yarı genişlik değeri okunarak elde edilir.

Okunan ΔX_c değerleri Çizelge 4.7’de verilmektedir. Çizelge 4.7 incelendiğinde γ boyutsuz uzaklık arttıkça ışıın izleme ile akustik dalga yayılımı modellemesi ile elde edilen sonuçlar arasındaki farkın arttığı gözlenmektedir.

Çizelge 4.7 : Okunan ΔX_c değerlerinin karşılaştırması.

γ	Işın İzleme Yöntemi.	Akustik Yöntem.
1	943m	979m
2	764m	557m
3	792m	567m
4	829m	673m
5	890m	586m
6	788m	430m

Gerçek kovaryans eğrileri hesaplandıktan sonra 3.26 bağıntısıyla verilen teorik kovaryans fonksiyonu kullanılarak çakıştırma yapılır ve l_x değeri kestirilir. Şekil 4.19’de akustik dalga yayılımı ve ışıın izleme yöntemi için yapılan çakıştırmalar beraber görülmektedir. Akustik modelleme ile elde edilen sonuçların model parametreleri kullanılarak hesaplanan teorik sonuçlardan farklılık gösterdiği gözlenmektedir.



Şekil 4.19 : Işın izleme (RT) ve akustik yöntem (FD) için gözlenen (o) ve hesaplanan (c) Λ_c eğrileri.

Çakıştırmalar sonucu hesaplanan eğrilerin teorik eğrilere göre ortalama mutlak hata yüzdeleri 3.21 bağıntısıyla hesaplanıp Çizelge 4.8’de verilmektedir.

Çizelge 4.8 : Çakıştırılan kovaryans eğrileri için ortalama mutlak hata yüzdeleri

	Işın izleme Yöntemi	Akustik Yöntem
Hata[%]	1.90	14.95

Model bağıntısının çakıştırılması sonucu hesaplanan kovaryans eğrisinden l_x değerleri kestirilmiştir. Çizelge 4.6’da varyans verisi kullanılarak kestirilen ρ ve $\sigma_\xi^2 l_z$ değerleri kullanılarak, $\rho = l_z / l_x$ ilişkisinden l_z , düşey yöndeki inhomojenite uzunluğu değeri bulunur. Ardından l_z değeri $\sigma_\xi^2 l_z$ değerinde yerleştirilerek σ_ξ^2 değeri yani ortam salınımlarının varyansı hesaplanır. Hesaplama şeması ayrıca Şekil 3.26’da verilmektedir. Çizelge 4.8’de hem akustik yöntem hem de ışın izleme yöntemi için kestirilen tüm değerler verilmektedir. Bu sonuçlar 100 adet farklı rastgele ortam kullanılarak elde edilmiştir.

Çizelge 4.9 : Işın izleme ve Akustik Yöntem için kestirilen değerler.

Parametre	Gerçek	Kestirilen		%Hata	
		Akustik	Işın İzleme	Akustik	Işın İzleme
l_x [m]	500	371	464	25.8	7.1
l_z [m]	400	225	380	43.9	5.0
σ_ξ	0.01	0.0091	0.0098	9.4	2.4
ρ	0.8	0.605	0.818	24.4	2.2

Görüldüğü üzere ışın izleme yöntemiyle hata oranları %10’un altında kalmıştır. Akustik yöntemle kullanılarak elde edilen sonuçlarda ise hata oranları yüksektir. Işın teorisi (yüksek frekans yaklaşımı) esaslı ile geliştirilmiş bağıntılar akustik dalga yayılımı (sonlu frekans) ile elde edilen yapay sismogramlar kullanılarak uygulandığında kestirim hatalarının ışın izleme yöntemine göre çok daha fazla olduğu gözlenmektedir. Akustik modelleme ile elde edilen seyahat zamanı varyans eğrisi ile ışın izleme sonucu elde edilen eğri (Şekil 4.17) ile kıyaslandığında akustik modelleme ile elde edilen seyahat zamanı varyans değerlerinin ışın izleme değerlerine göre düşük olduğu gözlenmektedir. Bu sonucun nedenlerinden biri hız ötelemesi (velocity shift) olabilir (Shapiro ve diğ. 1996) ve detaylı incelenmesi gerekir.

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, Kravtsov ve diğ (2005) tarafından, Gauss özilişki fonksiyonuna sahip rastgele inhomojen ortamların seyahat zamanlarındaki salınımları kullanılarak ortama ait parametrelerin kestirilmesi için geliştirilmiş olan yöntem kullanılmıştır. Bu yöntemin Gauss dışında üstel ve von Kármán özilişki fonksiyonlarına sahip ortamlar için verdiği sonuçlar karşılaştırılmıştır. Ayrıca yüksek frekans yaklaşımı olan ışın izleme yöntemine dayanan bu bağıntıların sonlu frekans yaklaşımı olan akustik sonlu farklar yöntemi ile çalışıp çalışmadığına bakılmıştır.

Tezin birinci aşamasında, Kravtsov ve diğ, (2005) ve Kaslılar ve diğ, (2008) 'de Gauss özilişki fonksiyonuna sahip ortamlar için önerilen yöntem kullanılarak rastgele ortamların hem Gauss hem de Gauss olmayan (üstel ve von Kármán) özilişki fonksiyonlarına sahip olmaları durumunda yöntemin uygulanabilirliği incelenmiştir. Farklı özilişki fonksiyonları kullanarak (Gauss, üstel ve von Kármán) inhomojenite uzunlukları yatay ve düşey ekseninde belirlenerek belirli ve bir standart sapma değeri ile rastgele saçıcılar içeren hızı derinlikle doğrusal artan ortamlar hazırlanmıştır. Bu ortamların kırılma indisi salınımları kullanarak ışın izleme yöntemi ile modellemeyle ilk varış zamanları salınımları elde edilmiştir. Farklı ortamlardan elde edilen farklı varış zamanı salınımları kullanarak ilk başta belirlenen parametreler kestirilmiştir. İnhomojen ortama ait inhomojenitelerin düşey ve yatay uzunlukları ile standart sapması bulunmuştur. Her bir özilişki fonksiyonu için kestirilen değerlerin hata oranları düz çözümde belirlenen gerçek değerler ile karşılaştırılmıştır. Von Kármán özilişki fonksiyonuna sahip rastgele inhomojen ortamdan kestirilen parametrelerdeki hata oranları Gauss ve üstel özilişki fonksiyonuna sahip rastgele ortamlardan kestirilen parametrelere göre yüksek çıkmıştır.

Tezin ikinci aşamasında, Kravtsov ve diğ., (2005) tarafından yüksek frekans yaklaşımı olan ışın izleme yöntemi dikkate alınarak geliştirilen yöntemin sonlu frekans bandına sahip akustik dalga yayılımı ile verdiği sonuçların başarısı incelenmiştir. Akustik dalga yayılımı ile ışın izleme yöntemini karşılaştırabilmek için önceki adımda kullanılan inhomojenite boyutlarından farklı boyutlardaki inhomojeniteler içeren Gauss özilişki

fonksiyonuna sahip ortamlar hazırlanmıştır. Bu ortama özgü akustik sonlu farklar yöntemi için yazılmış paralelleştirilmiş bir betik kullanılarak yapay sismogramlar elde edilmiştir. Sismogramlardan ilk varış zamanlarını otomatik olarak belirleyebilmek için AIC (Akaike Information Criterion) yöntemi kullanılmıştır. İlk varışların salınımlarını elde edebilmek için teorik bir model ile ilk varışların eğrisi karşılaştırılmış ve ortama ait yüzey hızı ve hız gradyanı kestirilmiştir. İlk varış eğrisinden teorik eğri çıkarıldığında ilk varış zamanlarının salınımları elde edilmiştir. Gauss özilişki fonksiyonuna sahip 100 adet rastgele ortam üretilerek elde edilen ilk varış zamanı salınımlarından rastgele ortama ait istatistiksel parametreler kestirilmiştir. Hem ışın izleme hem de akustik dalga yayılımının modellenmesi ile kestirilen parametreler gerçek değerler ile karşılaştırılmıştır. Işın izleme yönteminde beklendiği üzere hata oranları düşük çıkarken akustik yöntemde hata oranları yüksek bulunmuştur.

Kravtsov ve diğ (2005) tarafından Gauss özilişki fonksiyonu için ışın izleme esasına göre geliştirilen yöntem Gauss ve üstel özilişki fonksiyonlarına sahip rastgele ortamlarda iyi sonuçlar verirken ve von Kármán özilişki fonksiyonuna sahip ortamlarda kestirim hataları yüksek sonuçlar vermektedir. Işın izlemeye dayanan bu yöntem akustik dalga yayılımı modellenerek elde edilen sonlu frekans kayıtlara uygulandığında kestirilen parametrelerdeki hata oranları yüksek çıkmıştır. Bunun sebebi dalga alanının beklenen hızlardan farklı hızlarla seyahat etmesi olabilir. Bu olay hız ötelemesi (velocity shift) olarak isimlendirilmektedir. Bu konunun incelenmesi ve kestirim hataları hız ötelemesi kaynaklı ise teorik bağıntıların incelenip bir düzeltme parametresinin eklenmesi gerekebilir.

6. KAYNAKLAR

- Baysal, E.** (1992). Akustik Dalga Denklemi ile Jeofizikte Modelleme. “*Jeofizikte Modelleme Düz ve Ters Problem Çözümleri Kollokyumu Ders Notları*”, Ankara, s. 157-176.
- Browaeys J.T. ve Fomel S.** (2009). Fractal heterogeneities in sonic logs and low-frequency scattering attenuation, *Geophysics*, 74, 77-92.
- Canitez, N.** (1992). Jeofizikte Modellemenin Amaç ve Kapsamı. “*Jeofizikte Modelleme Düz ve Ters Problem Çözümleri Kollokyumu Ders Notları*”, İstanbul, s. 1-10.
- Carpentier, S. & Roy-Chowdhury, K.** (2007). Underestimation of scale lengths in stochastic fields and their seismic response: a quantification exercise, *Geophys. J. Int.*, 169, 547–562.
- Carpentier, S. & Roy-Chowdhury, K.** (2009). Conservation of lateral stochastic structure of a medium in its simulated seismic response, *J. geophys. Res.*, 114, B10314.
- Carpentier, S., Roy-Chowdhury, K., Stephenson, R. & Stovba, S.** (2009). Delineating tectonic units beneath the donbas fold belt using scale lengths estimated from dobre 2000/ 2001 deep reflection data, *J. geophys. Res.*, 114, B10315.
- Carpentier, S.F.A., Roy-Chowdhury, K. & Hurich, C.A.** (2011). Mapping correlation lengths of lower crustal heterogeneities together with their maximum-likelihood uncertainties, *Tectonophysics*, 508, 117–130.
- Clayton, R. ve Enquist, B.** (1977). Absorbing Boundary Conditions for Acoustic and Elastic Wave Equations, *Bull. Seis. Soc. Am.*, No. 67, s. 1529-1540.
- Frankel, A. & Clayton, R.** (1986). Finite difference simulations of seismic scattering: Implications for the propagation of short-period seismic waves in the crust and models of crustal heterogeneity, *J. geophys. Res.*, 91, 6465–6489.
- Holliger, K.** (1997). Seismic scattering in the upper crystalline crust based on evidence from sonic logs, *Geophys. J. Int.*, 128, 65–72.
- Hoshiba M.** (2000). Large fluctuation of wave amplitude produced by small fluctuation of velocity structure, *Phys. Earth planet. Inter.*, 120, 201–217.
- Hurich, C. & Kocurko, A.** (2000). Statistical approaches to interpretation of seismic reflection data, *Tectonophysics*, 329, 251–267.
- Hurich, C.** (1996). Statistical description of seismic reflection wavefields: a step towards quantitative interpretation of deep seismic reflection profiles, *Geophys. J. Int.*, 125, 719–728.

- Hurich, C.** (2003). The nature of crustal seismic heterogeneity: a case study from the Grenville Province, in *Heterogeneity in the Crust and Upper Mantle: Nature, Scaling, and Seismic Properties*, pp. 299–320, Kluwer Academic Publishers, New York.
- Kaslilar, A., Kravtsov, Y.A. and Shapiro, S.A.** (2008). Geometrical optics of acoustic media with anisometric random heterogeneities: Travel time statistics of reflected and refracted waves. *Advances in Geophysics*, 50, (ed. Sato, H. and Fehler, M.), Burlington Academic Press, Elsevier, 95-122, ISBN: 978-0-12-374509-5.
- Kravtsov, Y.A., Müller, T.M., Shapiro, S.A. & Buske, S.** (2003). Statistical properties of reflection travel-times in 3D randomly inhomogeneous and anisometric media, *Geophys. J. Int.*, 154, 841–851.
- Kravtsov, YU. A., Kaslilar, A., Shapiro, S. A., Buske, S., & Müller, T.** (2005). Estimating Statistical Parameters of an Elastic Random Medium from Traveltime Fluctuations of Refracted Waves. *Waves in Random and Complex Media*, Vol. 15, No. 1, pp.43-60
- Maeda, N.** (1985). A method for reading and checking phase times in auto-processing system of seismic wave data, *Zisin Jishin* 38, 365-379
- Marquardt, D.** (1963). An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters. *SIAM J. Appl. Math.* 11, 431-441,
- Mela, K. & Louie, J.N.** (2001). Correlation length and fractal dimension interpretation from seismic data using variograms and power spectra, *Geophysics*, 66(5), 1372-1378.
- Munro, K.** (2004). Automatic Event Detection and Picking of P-wave Arrival, CREWES Research Report, V. 16
- Müller, G., Roth, M. & Korn, M.** (1992). Seismic-wave traveltimes in random media, *Geophys. J. Int.*, 110, 29–41.
- Müller, T.M., Shapiro, S.A. & Sick, C.M.A.** (2002). Most probable ballistic waves in random media: a weak-fluctuation approximation and numerical results, *Waves Random Media*, 12, 223–245.
- Neidell, N. S., and Taner, M. T.** (1971). Semblance and other coherency measures for multichannel data, *Geophysics*, 36, 482-497.
- Poppeliers, C. & Levander, A.** (2004). Estimation of vertical stochastic scale parameters in the Earth's crystalline crust from seismic reflection data, *Geophys. Res. Lett.*, 31, L13607.538.
- Pullammanappallil, S., Levander, A. & Larkin, S.** 1997. Estimation of crustal stochastic parameters from seismic exploration data, *J. geophys. Res.*, 102(B7), 15269–15286.
- Robinson, E.** (1957). Predictive Decompositon of Seismic Traces, *Geophysics*, No. 22, s. 767-778
- Roth, M. & Korn, M.** (1993). Single Scattering Theory Versus Numerical Modelling In 2-D Random Media, *Geophys. J. Int.*, 112, 124-140

- Roth, M.** (1997). Statistical interpretation of traveltimes fluctuations, *Phys. Earth planet. Inter.*, 104, 213–228.
- Saito, T.** (2006). Velocity shift in two-dimensional anisotropic random media using the Rytov method, *Geophys. J. Int.*, 166, 293–308.
- Sato H.** (2006). Synthesis of vector wave envelopes in three-dimensional random elastic media characterized by a Gaussian autocorrelation function based on the Markov approximation: Plane wave case, *J. geophys. Res.*, 111, B06306.
- Sato, H., Fehler, M. C.** (1998). *Seismic Wave Propagation and Scattering in the Heterogeneous, Earth* Springer Verlag and American Institute of Physics Press, New York.
- Scholer, M. Irving J. & Holliger K.** (2010). Estimation of the correlation structure of crustal velocity heterogeneity from seismic reflection data, *Geophys. J. Int.*, 183, 1408–1428.
- Shapiro S.A. Schwarz R. Gold N.** (1996). The effect of random isotropic inhomogeneities on the phase velocity of seismic waves, *Geophys. J. Int.*, 127, 7
- Shapiro, S.A. & Hubral, P.** (1999). *Elastic Waves in Random Media*, Springer, Berlin.
- Shapiro, S.A. & Kneib, G.** (1993). Seismic scattering attenuation: Theory and numerical results, *Geophys. J. Int.*, 114, 373–391.
- Thybo, H. Nielsen, L. & Perchuc, E.** (2003). Seismic scattering at the top of the mantle transition zone, *Earth planet. Sci. Lett.*, 216, 259–269.
- Varilsuha D. ve Kaslilar A.** (2012). Estimating Statistical Parameters from Travel Time Fluctuations of Non-Gaussian Media. *74th EAGE Conference & Exhibition incorporating SPE EUROPEC, May 5, 2012, Copenhagen, Denmark* 83–794.
- Youzwishen, C., F. ve Margrave, G. F.** (1999). Finite Difference Modeling of Acoustic Waves in Matlab, *CREWES Research Report*, No. 11, s. 1-10.
- Zhang, H.** (1997). Application of Multilayer Perceptron (MLP) Neural Network in Identification and Picking P-wave arrival, ECE539 Project Report

EKLER

EK A : Doğrusal olmayan en küçük kareler yöntemi

EK B : Sonlu farklar dalga denkleminin paralelleştirilmesi

EK A

Jacobian matrisi (duyarlılık matrisi) modele ait fonsiyonun modelin bilinmeyenlerine göre birinci dereceden kısmi türevlerinden oluşmaktadır.

Jacobian matris fonsiyonun analitik yolla kısmi türevleri alınarak oluşturulabilir. Ancak bazen fonsiyonların analitik türevlerini almak zor yada mümkün olmayabilir. Bu durumda sayısal türevler kullanılabilir.

Bir eğri üzerinde yeralan x_i noktasındaki türev $f'(x_i)$ noktasından geçen teğet ile temsil edilir. Sayısal türev almak için fonsiyonun $f(x_i)$ ve $f(x_{i+1})$ noktalarındaki değerlerine ihtiyaç vardır. Bilinen $f(x_i)$ ve $f(x_{i+1})$ değerinin hesaplanan taylor serisi yardımı ile A.1 bağıntısı ile mümkündür.

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + (x_{i+1} - x_i)f'(x_i) + \frac{(x_{i+1} - x_i)^2}{2}f''(x_i) + \frac{(x_{i+1} - x_i)^3}{3!}f'''(x_i) \quad (\text{A.1})$$

Bağıntı A.1'de

$$x_{i+1} - x_i = \Delta x \quad (\text{A.2})$$

yazılır ve A.1 ifadesinin her iki yanı Δx 'e bölünürse

$$\frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{\Delta x} = f'(x_i) + \frac{\Delta x}{2}f''(x_i) + \frac{\Delta x^2}{6}f'''(x_i) + \dots \quad (\text{A.3})$$

bağıntısı elde edilir. Birinci türev için

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{\Delta x} - \left[\frac{\Delta x}{2}f''(x_i) + \frac{\Delta x^2}{6}f'''(x_i) + \dots \right] = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{\Delta x} - O \quad (\text{A.4})$$

bağıntısı elde edilir. A.4 bağıntısında O hata terimini ifade etmektedir. A.3 bağıntısı ileri farklar ile hesaplanan sayısal türev ifadesidir. Yukarıda açıklanan benzer işlem adımlarını kullanarak geri farklar ve merkezi farklar türev ifadeleri izleyen bağıntılarla temsil edilir.

$$f'(x_i) = \frac{f(x_i) - f(x_{i-1})}{\Delta x} - O \quad (\text{A.5})$$

ile geri farklar bağıntısı verilir.

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1})}{2\Delta x} - O \quad (\text{A.6})$$

ile merkezi farklar bağıntısı verilir. Merkezi farklar ile elde edilen sayısal türevde hata daha düşüktür. Bu nedenle analitik türeve daha yakın bir türev değeri verir.

Jacobian matrisinin merkezi farklarla sayısal türevinin hesaplanmasında izlenecek yol şöyledir. Bir fonksiyonun x değişkenine göre $x = x_i$ noktasındaki sayısal türevini almak için x_i değeri $\mp \zeta$ artım miktarı kadar değiştirilir.

$$x_i^+ = x_i + \zeta \quad (\text{A.7})$$

$$x_i^- = x_i - \zeta \quad (\text{A.8})$$

ve fonksiyon bu yeni değerler kullanılarak $f(x_i^+)$ ve $f(x_i^-)$ hesaplanır. Böylece x_i noktası merkezi farklar sayısal türev

$$\frac{df(x_i)}{dx_i} = \frac{f(x_i^+) - f(x_i^-)}{2\zeta} \quad (\text{A.9})$$

ifadesi ile hesaplanır. Diğer gözlem noktaları ve model parametreleri için de aynı işlemler tekrarlanarak kısmi türevler hesaplanır ve jacobian matrisi oluşturulur.

Levenberg - Marquardt yöntemi ile doğrusal olmayan çakıştırma :

Eldeki herhangi bir k 'ya bağlı $y(k)$ veri setine $\hat{y}(k)$ modeli çakıştırılmak istendiğinde aşağıdaki bağıntı kullanılır.

$$S_r(P) = \sum_{k=1}^n (y(k) - \hat{y}(k; P))^2 \quad (\text{A.10})$$

Buradaki P parametrelerine bağlı $\hat{y}(k)$ modelinin eldeki $y(k)$ veri setinden farkının karesinin en küçük hale getirilerek $S_r(P)=0$ yapılmasına çalışılır. Eğer eldeki $\hat{y}(k)$ modeli doğrusal değilse bu fonksiyon taylor serisine açılarak doğrusal hale getirilir.

$$\hat{y}(P + \Delta P) \approx \hat{y}(P) + \frac{\partial \hat{y}}{\partial P} \Delta P \quad (\text{A.11})$$

Sonrasında A10 bağıntısı vektör-matris formunda yazılır

$$S_r(P) = (y - \hat{y}(P))^T (y - \hat{y}(P)) \quad (\text{A.12})$$

$S_r(P)$ fonksiyonuna ΔP kadar değişim uygulanırsa

$$S_r(P + \Delta P) = (y - \hat{y}(P + \Delta P))^T (y - \hat{y}(P + \Delta P)) \quad (\text{A.13})$$

elde edilir. Burada A11 bağıntısındaki $\hat{y}$ 'nin taylor açılımı yerine yazılırsa

$$S_r(P + \Delta P) = (y - \hat{y}(P) - \frac{\partial \hat{y}}{\partial P} \Delta P)^T (y - \hat{y}(P) - \frac{\partial \hat{y}}{\partial P} \Delta P) \quad (\text{A.14})$$

elde edilir. Böylelikle $S_r(P + \Delta P)$ fonksiyonu seriye açılmış olur. Burada

$$D = y - \hat{y}(P) \quad (\text{A15})$$

ve

$$J = \frac{\partial \hat{y}}{\partial P} \quad (\text{A16})$$

olarak ifade edilir. J, jakobien matrisi ve D, kalıntı vektörü olarak ifade edilir.

$S_r(P + \Delta P)$ 'yi ifade eden matris ve vektörler açık olarak

$$D = \begin{bmatrix} y_1 - \hat{y}_1 \\ y_2 - \hat{y}_2 \\ \vdots \\ y_n - \hat{y}_n \end{bmatrix}, \quad J = \begin{bmatrix} \partial y_1 / \partial p_1 & \partial y_1 / \partial p_2 & \cdots & \partial y_1 / \partial p_m \\ \partial y_2 / \partial p_1 & \partial y_2 / \partial p_2 & \cdots & \partial y_2 / \partial p_m \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \partial y_n / \partial p_1 & \partial y_n / \partial p_2 & \cdots & \partial y_n / \partial p_m \end{bmatrix} \text{ ve } \Delta P = \begin{bmatrix} \Delta p_1 \\ \Delta p_2 \\ \vdots \\ \Delta p_m \end{bmatrix}$$

şeklinde verilmektedir. O halde A.14 bağıntısındaki $S_r(P + \Delta P)$ aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$S_r(P + \Delta P) \approx (D - J\Delta P)^T (D - J\Delta P), \quad (\text{A.17})$$

Çarpma işleminden sonra

$$S_r(P + \Delta P) \approx D^T D - D^T J\Delta P - \Delta P^T J^T D + \Delta P^T J^T J\Delta P, \quad (\text{A.18})$$

elde edilir. Sonrasında $S_r(P + \Delta P)$ minimize etmek için ΔP 'ye göre türev alınarak

$$\frac{\partial S_r(P + \Delta P)}{\partial \Delta P} \approx \frac{\partial}{\partial \Delta P} [D^T D - D^T J\Delta P - \Delta P^T J^T D + \Delta P^T J^T J\Delta P] = 0_v, \quad (\text{A.19})$$

bağıntısı yazılır. Sadeleştirilirse

$$\frac{\partial S_r(P + \Delta P)}{\partial \Delta P} \approx -D^T J - J^T D + J^T J\Delta P + \Delta P^T J^T J = 0_v, \quad (\text{A.20})$$

şeklini alır. Burada $(D^T J)^T = J^T D$ ve $(\Delta P^T J^T J)^T = J^T J\Delta P$ olduğuna göre

$$J^T J\Delta P = J^T D, \quad (\text{A.21})$$

eşitliği elde edilir. Buradan

$$\Delta P = (J^T J)^{-1} J^T D, \quad (\text{A.22})$$

bağıntısıyla model parametresindeki değişim hesaplanır. Levenberg Marquardt yönteminde ΔP geliştirilerek

$$\Delta P = (J^T J + \lambda I J^T J)^{-1} J^T D, \quad (\text{A.23})$$

şeklinde formüle edilmiştir (Marquardt, 1963). Burada λ sönüm parametresidir ve Matlab programında varyasılan olarak $\lambda = 0.01$ tanımlanmıştır. İteratif olarak

$$\begin{aligned} P_1 &= P_0 + \Delta P_0 \\ P_2 &= P_1 + \Delta P_1 \\ &\vdots \\ P_m &= P_{m-1} + \Delta P_{m-1} \end{aligned}$$

şeklinde yeni model parametreleri hesaplanır. Parametrelerin değişim miktarının normu belirlenen sınırın (ε) altında kalıncaya kadar ($\|\Delta P\| \leq \varepsilon$) bu işlem devam eder. Çakıştırılan $\hat{y}$ eğrisinin güvenlik aralığını hesaplamak için standard hata oranına ihtiyaç vardır ve aşağıdaki bağıntı ile hesaplanır.

$$\sigma_{\hat{y}} = \sqrt{\text{diag}(J(J^T J)^{-1} J^T)} \quad (\text{A.24})$$

Güvenlik aralığını ise t tablosu kullanarak aşağıdaki bağıntıyla hesaplanır

$$CI = \hat{y} \pm t_{a/2} \sigma_{\hat{y}}. \quad (\text{A.25})$$

Burada a değeri %95 güvenlik aralığı için aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned} 0.95 &= (1 - \alpha) \\ a &= 0.05 \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

EK B

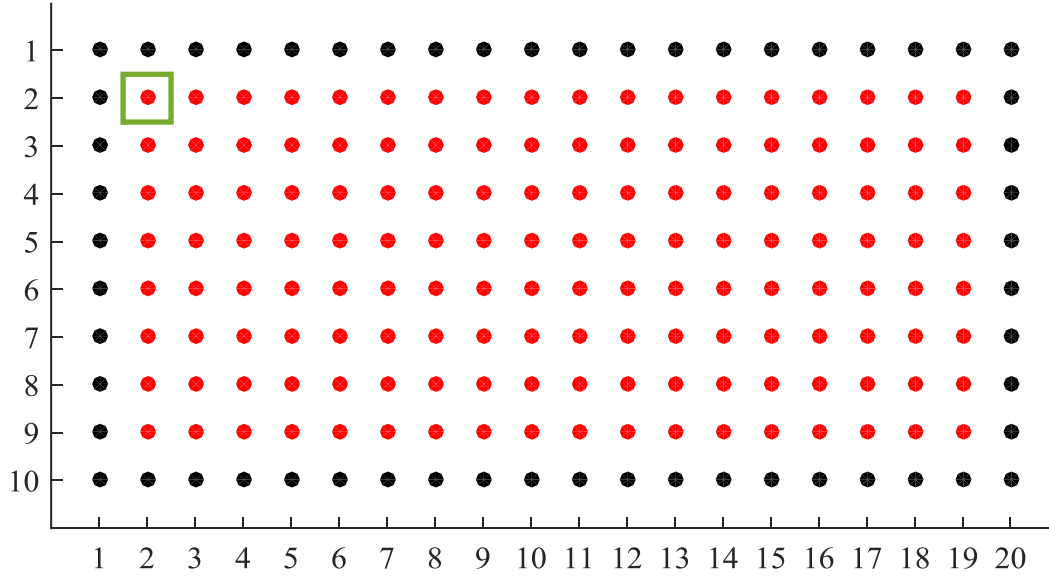
2 boyutlu dalga denklemi aşağıda verilmektedir

$$\frac{\partial^2 u(t)}{\partial t^2} \approx \frac{u(t + \Delta t) - 2u(t) + u(t - \Delta t))}{\Delta t^2} \quad (\text{B.1})$$

Bu denklem ayrıklaştırılmış şekilde aşağıdaki gibi yazılır.

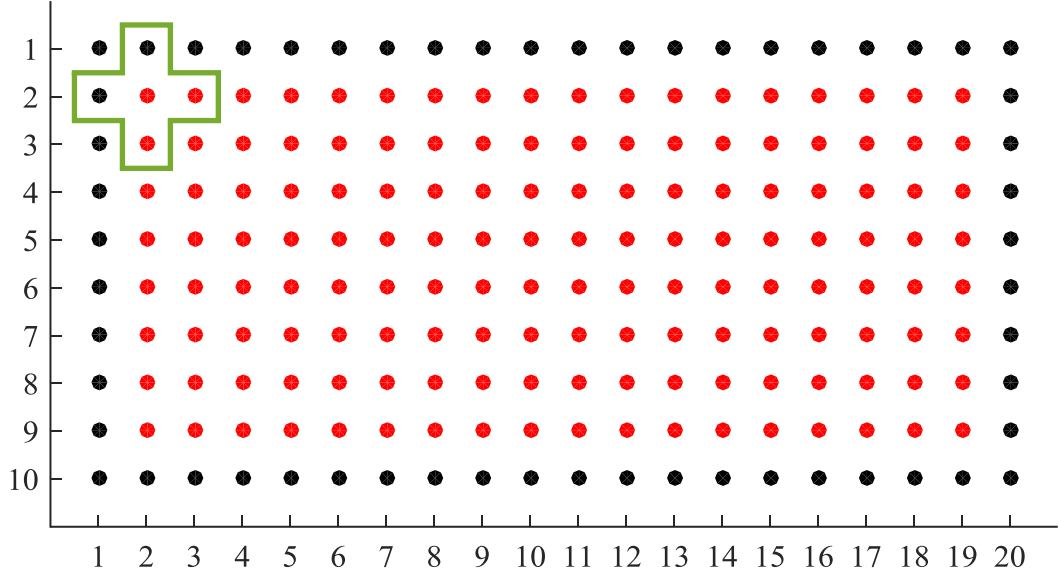
$$u_j^n(t + \Delta t) \approx \Delta t^2 (v_j^n)^2 \nabla^2 u_j^n(t) + 2u_j^n(t) - u_j^n(t - \Delta t) \quad (\text{B.2})$$

Burada u yer değiştirme, Δt zaman adımı, v hız vektörü, n ve j konumları ifade etmektedir. Görselleştirmek için 10 satır ve 20 kolona sahip bir matris Şekil B.1’de verilmektedir. B.2 bağıntısı ile bir sonraki zaman adımını hesaplayabilmek için önceki iki zaman adımına ihtiyaç vardır. Görselleştirmek amacıyla $t - \Delta t$ zaman ortamı Şekil B.1’de, t zaman ortamı Şekil B.2’de, hesaplanan $t + \Delta t$ zaman ortamı da Şekil B.3’de verilmektedir. $t + \Delta t$ zaman ortamında (2,2) noktasını hesaplayabilmek için diğer zaman ortamlarında kullanılan noktalar bu şekillerde verilmektedir. Buradan görüldüğü üzere $t + \Delta t$ zaman ortamında hesaplanan nokta ile $t - \Delta t$ zaman ortamında kullanılan nokta aynı noktadır.

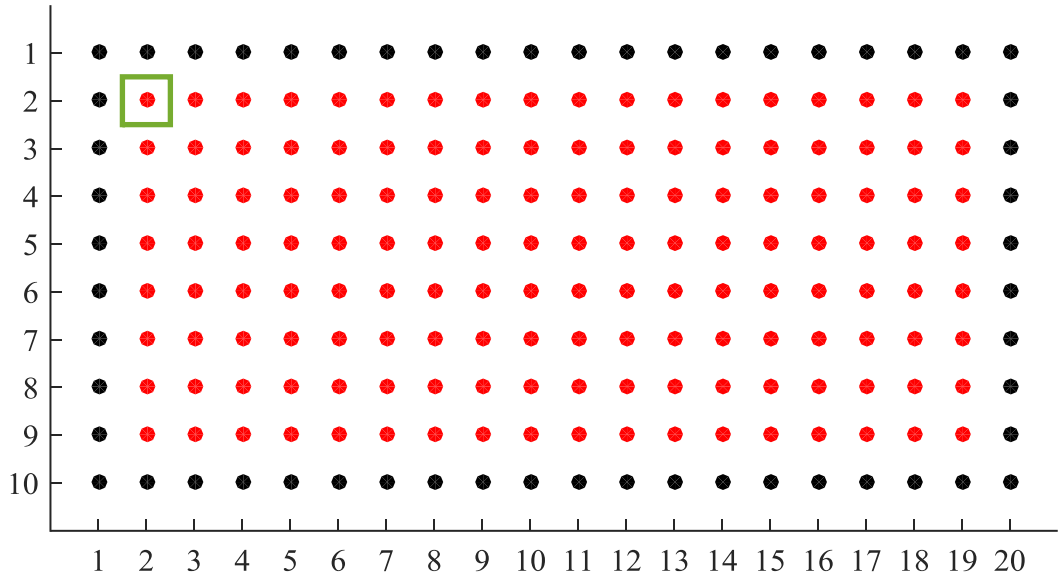


Şekil B.1 : $t - \Delta t$ zaman ortamı için iki boyutlu matris.

O yüzden bellekten kazanmak için $t + \Delta t$ zaman ortamı için hesaplanan değerler $t - \Delta t$ zaman ortamına yazılabilir. Bu şekilde hesaplamalar yapılırken gereken ortam sayısı üç adetten iki adede indirilir.

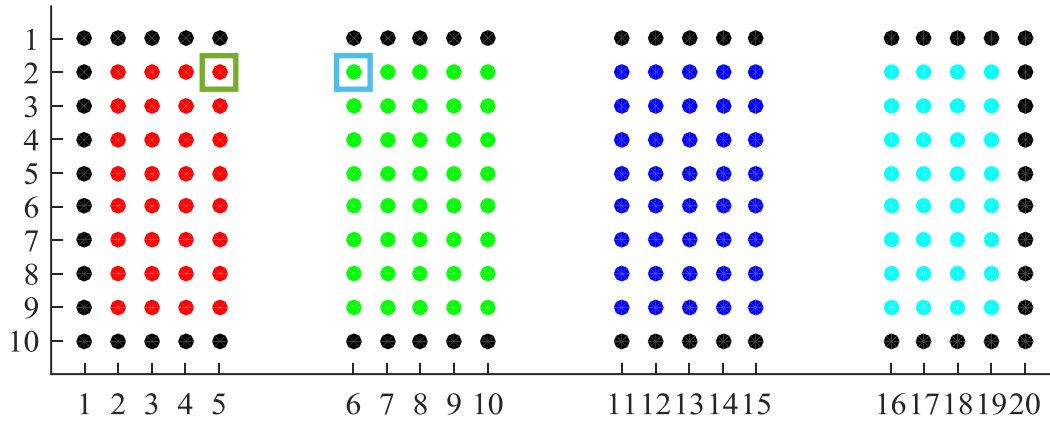


Şekil B.2 : t zaman ortamı için iki boyutlu matris.

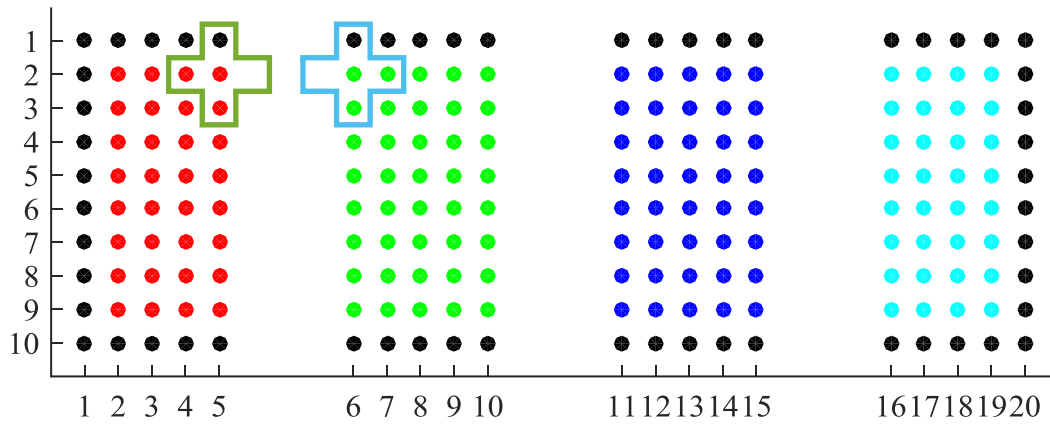


Şekil B.3 : $t + \Delta t$ zaman ortamı için iki boyutlu matris.

Eğer birden fazla çekirdek/bilgisayar kullanılarak hesaplamalar yapılmak istenirse zaman ortamı olarak kullanılan matrisler çekirdeklere eşit olarak paylaştırılmalıdır. Şekil B.4’de $t - \Delta t$ zaman ortamı Şekil B.5’de t zaman ortamı için örnek olarak 4 çekirdek için paylaştırılmış olarak verilmektedir. Görüldüğü üzere çekirdeklerin belleklerindeki matrislerin sınır kolonlarındaki hesaplamaları yaparken problem çıkmaktadır. t zaman ortamında sınır kolonlar hesaplanırken ihtiyaç olan noktalar çekirdeğin belleğinde bulunamamaktadır. İhtiyaç olan değerler yan çekirdekten temin edilmelidir.

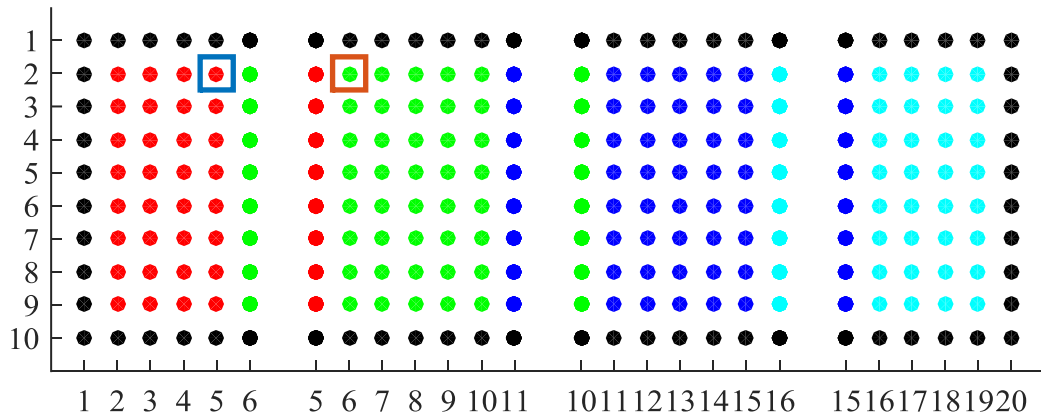


Şekil B.4 : Dağıtık bellek yapısı için $t - \Delta t$ zaman ortamı



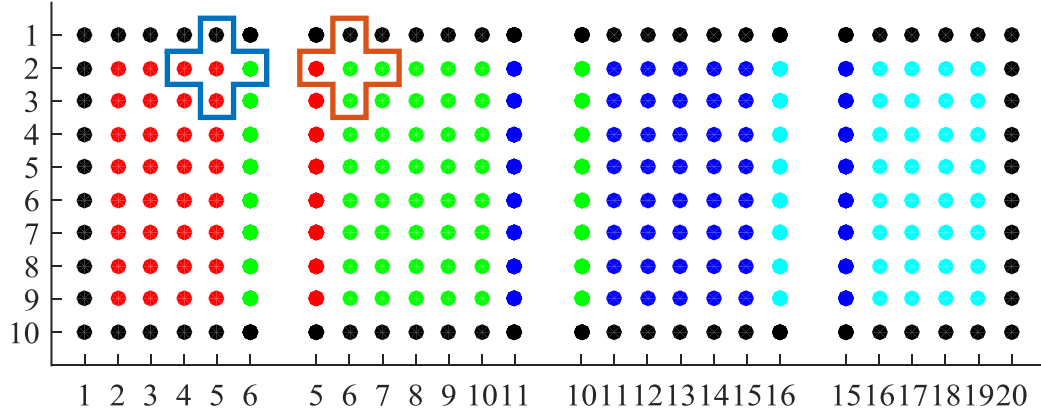
Şekil B.5 : Dağıtık bellek yapısı için t zaman ortamı

Bu sorunu çözmek için her çekirdek yanında bulunan çekirdekten sınır kolondaki verileri alır aynı zamanda her çekirdek sınır kolonlarındaki verileri yanında bulunan çekirdeklere verir. Böylece tüm hesaplamaların gerçekleştirilmesi mümkün hale gelir. $t - \Delta t$ zaman ortamı için dağıtılmış matrisler Şekil B.6'da, t zaman ortamı için matrisler Şekil B.7'de verilmektedir.



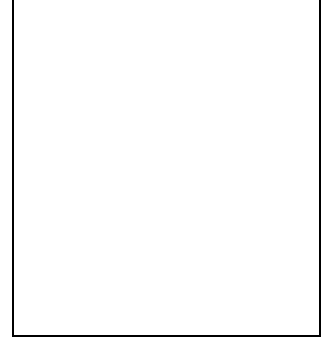
Şekil B.6 : Dağıtık bellek yapısı için $t - \Delta t$ zaman ortamı

Hesaplanan $t + \Delta t$ zaman ortamı yine $t - \Delta t$ zaman ortamına yazılır. $t + \Delta t$ zaman ortamı için tüm hesaplamalar bittikten sonra sınırdaki kolonlar hesaplanmadığı için bu kolonlar eski zaman ortamına ait değerleri ($t - \Delta t$) barındırmaktadır. Bu yüzden bu kolonların güncel değerlerini ($t + \Delta t$) yan çekirdekten alarak güncellerler. Bu işlem her zaman adımında yapılarak dalga denkleminin zaman ortamında çözümü yapılır.



Şekil B.7 : Dağıtık bellek yapısı için t zaman ortamı

ÖZGEÇMİŞ



Ad Soyad : Deniz Varılsüha
Doğum Yeri ve Tarihi : İstanbul, 27.04.1988
E-Posta : deniz.varilsuha@itu.edu.tr

ÖĞRENİM DURUMU:

- **Lisans** : 2011, İstanbul Teknik Üniversitesi, Maden Fakültesi, Jeofizik Mühendisliği Bölümü

TEZDEN TÜRETİLEN YAYINLAR, SUNUMLAR VE PATENTLER:

- Varılsüha D., Kaslılar A., 2012. Estimating Statistical Parameters from Travel Time Fluctuations of Non-Gaussian Media. *74th EAGE Conference & Exhibition incorporating SPE EUROPEC*, May 5, 2012, Copenhagen, Denmark