

T.C.
ABANT İZZET BAYSAL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ ANA BİLİM DALI

İLKÖĞRETİM 3 VE 4.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN SÖZEL
MATEMATİK PROBLEMLERİNİ MODELLEMESİ:
ÇARPMA VE BÖLME İŞLEMİ.

Yüksek Lisans Tezi

Hazırlayan:
Serkan KARTALLIOĞLU

Danışman:
Yrd. Doç. Dr. Zülbiye TOLUK UÇAR

BOLU–2005

İLKÖĞRETİM 3 VE 4.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN SÖZEL
MATEMATİK PROBLEMLERİNİ MODELLEMESİ:
ÇARPMA VE BÖLME İŞLEMİ.

T.C.
ABANT İZZET BAYSAL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ
ANA BİLİM DALINDA
YÜKSEK LİSANS DERECEŚİ İÇİN GEREKLİ ÇALIŞMALARI
YERİNE GETİREREK ONAYA SUNULAN TEZ

Ağustos–2005

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ'NE

SERKAN KARTALLIOĞLU'na ait **İlköğretim 3 Ve 4.Sınıf Öğrencilerinin Sözel Matematik Problemlerini Modellemesi: Çarpma Ve Bölme İşlemi** adlı çalışma, jürimiz tarafından Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Akademik Unvan ve Adı Soyadı

İmza

Üye (Tez Danışmanı) : Yrd. Doç. Dr.Zülbiye TOLUK UÇAR

Üye : Yrd. Doç. Dr. Soner DURMUŞ

Üye : Yrd. Doç. Dr. Mehtap ÇAKAN

Prof. Dr. Yaşar AKBIYIK
Sosyal Bilimler Enstitüsü Müdür V.

ABSTRACT

ELEMENTARY THIRD AND FOURTH GRADE STUDENTS’ MODELING OF MATHEMATICS WORD PROBLEMS: MULTIPLICATION AND DIVISION

Serkan KARTALLIOĞLU

Master Thesis

Department of Elementary Mathematics Education

Advisor : Asst. Prof. Zülbiye TOLUK UÇAR

August 2005, 75 pages

Because mathematics consists of abstract concepts, it is difficult for many students who are developmentally in concrete operation period. In order to establish a sound foundation for these abstract concepts, students need concrete experiences for constructing meaningful concepts. For this reason, it is very important that mathematical modeling must be used in teaching. Mathematical modeling is a process in that a complex phenomenon is described in mathematical terms, solving these mathematical descriptions and evaluating and interpreting results according to the original situation. Research studies has shown that young children need such experiences from the very first year of schooling.

This study has two main purposes. First is to determine what kind of strategies third and fourth graders use as they solve multiplication and division word problems. Second is to determine why they use these strategies. In order to serve the aims of the study two elementary schools were selected. From these schools one third grade class and one fourth grade class were selected. A problem solving test was administered to these classes. After the analysis of the strategies the students used in solving problems on the test, 8 students, 4 from each grade, were selected for the interviews.

As a result of the analyses of the data collected, third graders were found to be more successful than fourth graders in solving multiplication and division word problems. It was observed that students generally preferred to use symbolic operations as a problem solving strategy, they only choose modeling the problem using drawings when they had difficulty in understanding the problem or in choosing an operation. The reason for choosing symbolic operations to solve such problems, they stated that they were not used to using modeling, it was difficult for them to model problem situations or it was easy and time saving to use operations. In addition, it was found that students chose an operation for solving a problem including fractional numbers without understanding. They also misinterpret fractional numbers (half and quarters), as a result, used incorrect operation.

Key Words: Mathematics, problem solving, modeling, multiplication and division word problems, half and quarter.

ÖZET

İLKÖĞRETİM 3 VE 4.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN SÖZEL MATEMATİK PROBLEMLERİNİ MODELLEMESİ: ÇARPMA VE BÖLME İŞLEMİ.

Serkan KARTALLIOĞLU

Yüksek Lisans Tezi

İlköğretim Matematik Öğretmenliği Ana Bilim Dalı

Tez Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. Zülbiye TOLUK UÇAR

Ağustos 2005, 75 Sayfa

Matematik soyut kavramlardan oluştuğu için özellikle somut işlem dönemindeki öğrenciler için oldukça zordur. Kavramların temellerinin atıldığı bu dönemde, öğrencinin bu kavramları daha iyi anlayabilmesi için somutlaştırabilmesi gerekmektedir. Bu nedenle, öğrencinin matematiksel kavramları zihinde oluşturabilmesi ve kalıcı öğrenmenin sağlanması için öğretimde modellemenin kullanılması oldukça önemlidir. Matematiksel modelleme, karmaşık durumlardaki ilişkilerin matematik diline dönüştürülmesi, matematik diline dönüştürüldüğünde elde edilen matematiksel denklemlerin çözümünün bulunması, bulunan sonuçların problem durumuna göre yorumlanması ve değerlendirilmesi sürecidir. Yapılan

araştırmalar öğrencilerin ilköğretimin ilk yıllarından itibaren bu tür modellere ihtiyaç duyduklarını göstermektedir.

Bu çalışmanın iki temel amacı vardır. Birincisi, öğrencilerin sözel problemleri çözerken kullandıkları stratejileri belirlemektir. İkincisi ise, öğrencilerin kullandıkları stratejilerin nedenlerini ortaya çıkarmaktır. Bu amaçla iki ilköğretim okulunda çalışma yapıldı. Bu okulların 3 ve 4.sınıflarından birer şube seçilerek sınıfta bulunan her öğrenciye araştırma soruları yazılı olarak verildi. Daha sonra her okuldan dörder öğrenci olmak üzere toplam 8 öğrenci (3 erkek, 5 kız) seçildi. Bu seçilen öğrencilerle klinik görüşmeler yapıldı.

Toplanan verilerin analizi sonucunda, çarpma ve bölme sözel problemlerinde 3. sınıf öğrencilerinin 4. sınıf öğrencilerine göre daha başarılı oldukları saptanmıştır. Öğrencilerin sözel problemleri çözerken ilk olarak işlem kullanmayı tercih ettikleri, işlem seçmekte zorlandıkları ya da problemi anlayamadıkları zaman ise şekil kullandıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin problemleri çözerken neden ilk olarak işlem kullanmayı tercih ettiklerinin birçok nedeninin olduğu belirlenmiştir. Öğrenciler şekil kullanmaya alışık olmadıklarını, şekil çözerken zorlandıklarını ya da ihtiyaç duymadıklarını belirtmişlerdir. Ayrıca öğrenciler kesirli sayılarla problem çözerlerken ezbere işlem seçtiklerini ya da kesirli sayıları (yarım ve çeyrek) yanlış yorumladıkları saptanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Matematik, problem çözme, modelleme, çarpma ve bölme sözel problemleri, yarım ve çeyrek.

Eşime ve Oğluma

TEŞEKKÜR

Sayın Yrd.Doç.Dr. Zülbiye TOLUK UÇAR'a araştırma boyunca gösterdiği rehberlik, olağanüstü anlayış ve eşsiz katkılarından dolayı sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Yüksek lisans eğitimim boyunca derslerini takip ettiğim ve bana matematik eğitimine farklı bir bakış açısı kazandıran, öğretmek ve öğrenmek üzerine yeni yaklaşımlar öğrendiğim Sayın Yrd.Doç.Dr. Soner DURMUŞ ve Yrd.Doç.Dr. Sinan OLKUN'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Bilgi ve görüşlerini bizlerden esirgemeyen Sayın Yrd.Doç.Dr. Sadegül AKBABA ALTUN'a ve Sayın Yrd.Doç.Dr. Mehtap ÇAKAN'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Yüksek lisans eğitimi boyunca varlığını ve desteğini hiç esirgemeyen arkadaşım Ersoy BURAN'a teşekkür ederim. Yüksek lisans eğitimime başlamama sebep olan, eğitimim boyunca beni her zaman destekleyen ve yardımlarını benden hiç esirgemeyen, en çekilmez olduğum anlarda bile bana tahammül ederek beni sabırla dinleyen eşim Ebru KARTALLIOĞLU'na teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

ABSTRACT	iv
ÖZET	vi
İTHAF	viii
TEŞEKKÜR.....	ix
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	x
TABLolar DİZİNİ.....	xii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xiii
BÖLÜM I.....	1
GİRİŞ	1
BÖLÜM II.....	7
KAVRAMSAL ÇATI VE İLGİLİ LİTERATÜR.....	7
2.1. Problem ve Problem Çözme Süreci	7
2.2. Problem Çözme Üzerine Araştırmalar	12
2.3. Matematiksel Modelleme	17
2.4. Araştırma Problemi	24
2.5. Sınırlılıklar.....	24
BÖLÜM III.....	25
YÖNTEM.....	25
3.1. Araştırmanın Deseni.....	25
3.2. Alan ve Katılımcılar	27
3.3. Veri Toplama Aracı.....	28
3.4. Verilerin Analizi	31

BÖLÜM IV	34
BULGULAR	34
4.1. Nicel Bulgular	34
4.1.1. İlköğretim 3 ve 4. sınıf öğrencilerinin çarpma ve bölme işlemi gerektiren sözel problemleri çözmedeki başarıları arasında anlamlı bir fark var mıdır?	34
4.1.2 İlköğretim 3 ve 4. sınıf öğrencileri çarpma ve bölme işlemi gerektiren sözel problemleri çözerken hangi stratejileri kullanıyorlar?	35
4.2. Nitel Bulgular	39
4.2.1 İlköğretim 3 ve 4. sınıf öğrencileri çarpma ve bölme işlemi gerektiren sözel problemleri çözerken ne zaman modellemeye ihtiyaç duyuyorlar?	39
BÖLÜM V.....	57
TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER	57
5.1. Tartışma ve Sonuçlar.....	57
5.2. Öneriler.....	62
KAYNAKÇA	64
EKLER.....	70
EK A	70
Matematik okuryazarlığında altı yeterlilik düzeyi için özet tanımlar	70
EK B.....	71
PISA 2003 Matematik / Seviyelere Göre Öğrenci Yüzdesi Dağılımı.....	71
EK C	72
Sözel problemlere verilen cevaplar	72
EK D	74
Problemlerin çözümlerinde öğrencilerin kullandıkları stratejiler	74

TABLÖLAR DİZİNİ

Tablo 1. Matematik alt testlerine göre Türkiye'nin başarı düzeyi	4
Tablo 2. Matematikte modellerin kullanılmasına ilişkin genel ilkeler	22
Tablo 3. Katılımcıların sınıflara ve cinsiyete göre dağılımı	27
Tablo 4. Problem çözme testindeki sözel problemler	30
Tablo 5. Problem çözme testindeki sözel problemlerde kullanılan sayı ve işlemler	31
Tablo 6. Problem çözme testindeki puanların sınıflara göre ilişkisiz t-testi sonuçları	35
Tablo 7. Problem çözme testindeki problemlere verilen cevapların ve kullanılan stratejilerin frekans dağılımı	36
Tablo 8. Görüşmelerde öğrencilerin problemleri çözmek için kullandıkları stratejiler ve stratejilerinin başarısı	40

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1. Gerçekçi Matematik Eğitime göre öğrenme döngüsü	11
Şekil 2. Sözel problemlerin yüzeysel çözümü	14
Şekil 3. Matematiksel bilginin çeşitli temsilleri ve birbirine dönüştürülebilirliği	19
Şekil 4. Her sözel problemi doğru yapan öğrenci sayısı	37
Şekil 5. Sözel problemi çözerken işlem kullanan öğrenci sayısı	38

BÖLÜM I

GİRİŞ

Gelecekte karşılaşılabileceği problemlerin üstesinden gelebilecek bireylerin yetiştirilmesi eğitimin öncelikli hedeflerinden biridir. Matematik eğitimcileri, öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilmesi ve bunun eğitimin öncelikli amacı olması konusunda aynı düşünceye sahiptirler (Charles ve Lester, 1982). Problem çözme becerisinin kazandırılması ile öğrenci matematiksel işlemleri anlamlandırır ve farklı durumlarda kullanır. Problem çözme sürecinde öğrenciler, kavramları ve işlemleri bir araya getirerek ilişkilendirir ve öğrencinin matematiksel bilgisi zenginleşir (Bernardo, 1999). Bu nedenle, son yıllarda matematik öğrenme bir problem çözme etkinliği olarak da görülmektedir.

Piaget (1973), kavramların somuttan soyuta, basitten zora veya bilinenlerden bilinmeyenlere göre sıralandığında çocuklar tarafından daha kolay anlaşılacağını savunmaktadır. Matematik özellikle somut işlem dönemindeki bir öğrenci için soyut bir şekilde öğretildiği zaman, onun öğrenilmesi oldukça zorlaşır. Bu nedenle öğrencilerin matematiksel kavramları oluşturabilmesi için somut deneyimlere ihtiyaçları vardır. Öğrenciler somut modeller üzerinde bir takım eylemlerde bulunarak matematiksel kavramı zihninde oluştururlar. Matematiksel bir kavramın modeli; bu kavramın taşıdığı ilişkiyi içinde barındıran bir resim, bir çizim, sembol ya da bir somut araç olabilir (Olkun ve Toluk, 2003). Bu nedenle, öğrencilerin kullanacağı modeller dikkatlice seçilmelidir.

Somut işlem dönemindeki bir öğrencinin matematiksel kavramları zihinde oluşturabilmesi ve kalıcı öğrenmenin sağlanması için öğretimde modellemenin kullanılması oldukça önemlidir. Matematiksel modelleme, matematiğin bilimsel bilgi üretme yöntemi olarak tanımlanabilir. Matematiksel modelleme; gerçek yaşam durumlarını matematik terimleriyle açıklama, bu matematiksel açıklamadan matematiksel bir sonuç elde etme, elde edilen sonuçları gerçek yaşam durumuna göre yorumlama ve değerlendirme sürecidir (Froelich, 2000). Bir başka deyişle, matematiksel modelleme gerçek hayatta karşılaşılan durumların matematiksel olarak ifade edilmesi, anlaşılması ve yorumlanmasıdır. Bu anlamda matematiksel modelleme çok yönlü ve deneysel bir problem çözme sürecidir. Bu süreç Gerçekçi Matematik Eğitimciler tarafından “matematize etme” olarak da tanımlanmaktadır (Freudenthal, 1973). Örneğin, sayma işlemi gerektiren problem durumlarında doğal sayıların somut nesnelerle temsil edilmesi bir modelleme olabilirken, bir ülkedeki nüfus artışını etkileyen değişkenlerle ifade etmek de bir modellemedir.

Öğrenci, doğal sayılar kullanılarak verilen bir sözel problemi çözerken bu sayıları somut nesnelerle doğrudan modelleyerek matematiksel ilişkileri anlamlandırmaktadır. Öğrencinin doğal sayılar içeren problemleri çözme sürecinde nesneleri kullanarak doğal sayıları temsil edebilmesi yani somutlaştırma yapabilmesi bu problemlerin çözümünü kolaylaştırmaktadır. Özellikle somut işlem döneminde olan ilköğretim 1–5. sınıf öğrencisinin bu yolla problem çözme sürecinde daha etkin olduğu görülmektedir. Asıl sorun, sözel problemler kesir sayıları kullanılarak verildiğinde yaşanır. Öğrencinin kesir sayıları kullanarak verilen problemleri çözerken kesirli sayıları doğrudan somut nesnelerle temsil edebilmesi ve matematiksel modelleme yapması doğal sayılardakinden daha farklı olmaktadır. Gerçek hayatta öğrencinin her zaman karşılaşılabileceği durumların somut nesnelerin kullanılarak temsil edilmesi ile öğretime, öğrencinin de aktif katılımı sağlanabilir. Öğrenci bu şekilde problem durumunu kendi zihninde somutlaştırarak soyut ifadelerle anlam kazandırabilmektedir.

Öğrencilerin kesirlerle yaşadığı sorunların nedenleri çeşitli olabilir. Örneğin, öğrenci doğal sayıları çevredeki somut nesneleri sayarak elde ederken, kesirleri elde etmek için nesneleri veya miktarları eşit parçalara ayırma ve bölmeye ihtiyaç duyar. Parçalanmış bütün ile parçalar arasındaki ilişkiyi belirleyerek iki doğal sayı ile bu ilişkiyi ifade edebilmelidir. Bu süreç çocuk için oldukça zordur. Bu nedenle, öğrencinin gerçek hayat durumlarını model kullanarak ifade edebileceği ve matematiksel ilişkiyi belirleyebileceği etkinliklere ihtiyacı vardır. Öğrenciler, kesirlerle ilgili kavramları öğrenirken yeterince matematiksel modelleme etkinlikleri yapmadıkları zaman sadece kuralları ezberlemek zorunda kalmaktadırlar. Yapılan araştırmalar, öğrencilerin kesirlerle işlem yaparken kuralları yanlış genellediklerini, kesirleri karşılaştıramadıklarını ve verilen kesirleri şekille göstermekte zorlandıklarını göstermiştir (Toluk, 2002).

Soyut kavramların temsili olarak bazı materyaller kullanılabilir. Öğrenciler bu materyalleri kullanarak, kullanılan sembollerin matematiksel anlamını oluşturabilirler. Sembolik kesirler ancak bir şeyi temsil ettiğinde anlaşılır olacaktır. Bir başka deyişle, kesirler tek başına bir anlam ifade etmezler. Kesirlerle ilgili ilişkiler matematiksel modelleme ile öğrenildiğinde, öğrenci öğrenmeyi kendi kendine denetleyebilir. Bir başka deyişle, öğrenci öğrendiği yeni kavramlara kendi kendine anlam kazandırabilir (Streefland, 1993).

Öğrenciler matematiksel kavramları model kullanarak öğrendikleri zaman, bu kavramlar öğrenci için daha anlamlı olacak ve kavramsal anlama gerçekleşecektir. Yapılan bir araştırma, Türk öğrencilerin farklı biçimlerde (sembolik, sözel problem, kavramsal) sunulan kesir problemlerindeki performansları incelendiğinde; sembolik biçimde sunulan problemlerde, sözel problemlere ve kavramsal düzeydeki sorulara göre daha başarılı oldukları gözlenmiştir (Aksu, 1997). Bu bulgudan öğrencilerin derslerde kesirleri sembolik bir yaklaşımla öğrendiklerini ve kavramsal düzeyde öğrenemedikleri sonucu çıkarılabilir.

Matematik öğretiminde matematiksel modellemenin yanı sıra, modelleme sürecinde kullanılan problemlerin niteliği de oldukça önemlidir. Fakat, Türkiye de dahil olmak üzere birçok ülkede, öğrencilerin bilgilerini pekiştirmek amacıyla işlenen konuyla ilgili alıştırma niteliğinde çok sayıda rutin problem kullanılmaktadır. Bu rutin problemler öğrencilere belli kalıplardaki problemlerin çözüm yollarını öğretmekle birlikte, problem çözme işlevini ezberlenen bir yöntemin bilinçsizce tekrarlanması şekline dönüştürme riskini de taşımaktadır (Karakırık, 2002). Bu nedenle, sınıf ortamlarında yapılan problem çözme etkinliklerinde öğrenciyi zorlayarak matematiksel modelleme yolu ile farklı çözüm yolları oluşturabilecek nitelikli problemler de kullanılmalıdır.

TIMSS 1999 (Mullis at all, 2000)'daki verilerde; matematik testinin sonuçlarına göre Türkiye, 8.sınıf düzeyinde projeye giren 38 ülke arasında 31. sırada yer almıştır. Türkiye'nin matematikteki ortalaması 429'dur. Uluslararası matematik ortalaması ise 487'dir. Matematik alt testlerine göre Türkiye'nin uluslararası ortalamaya göre ne düzeyde olduğu Tablo 1'de gösterilmektedir. Tablo 1'e göre Türk öğrencileri en çok "geometri" konularından sonra "kesirler ve sayıları anlama" konularında güçlükle karşılaşmaktadırlar.

Tablo 1. Matematik Alt Testlerine Göre Türkiye'nin Başarı Düzeyi (Mullis at all, 2000).

Alt Boyutlar	Ulusal Ortalama	Uluslararası Ortalama
Kesirler ve Sayıları Anlama	430 (4.3) ▼	487 (0.7)
Ölçme	436 (6.5) ▼	487 (0.7)
Veri Gösterimi, Analiz ve Olasılık	446 (3.3) ▼	487 (0.7)
Geometri	428 (5.7) ▼	487 (0.7)
Cebir	432 (4.6) ▼	487 (0.7)

() Standart hatalar (SH) parantez içinde verilmiştir. Sonuçlar en yakın tam sayıya yuvarlatıldığı için, bazı toplamlar tutarsız olabilir.

▼ Ülke averajı uluslararası averajdan anlamlı ölçüde daha düşük.

Diğer bir uluslararası araştırma olan PISA’da da benzer sonuçlar elde edilmiştir. OECD ülkelerinden 29 ülkeyi kapsayan bir araştırmada, Türkiye, matematik alanında 423 ortalama puan ile 28. sırada yer almaktadır. Problem çözme alanında da 408 ortalama puanıyla yine aynı sırada yer almaktadır (MEB, 2004b). Bu da bizlere hem matematik hem de problem çözme alanında sıkıntılarımız olduğunu göstermektedir. Ek olarak öğrencilerimizin okullarda uluslararası düzeyde problem çözme deneyimlerinin bulunmadığını göstermektedir.

Türk öğrencilerinin uluslararası düzeydeki araştırmalarda göstermiş oldukları düşük performanslarının nedenlerini anlamak için bu öğrencilerin eğitimini almış olduğu eski matematik programını incelemek gerekir. Eski İlköğretim Matematik Programı (1998)’nda, “Problemler, öğrencilerin dört işlemi kullanmalarını gerektiren durumlardır.” şeklinde bir ifade yer almaktadır. Böyle bir ifadede, problemler işlem yapmak için bir ortam olarak görülmektedir. Ayrıca programda problem çözme tartışılırken sonuca en kısa yoldan götüren çözüm yolunun tercih edilmesinin yanı sıra farklı çözümlerin de değerlendirilmesi vurgulanmaktadır. Bu programda genel olarak problem çözme süreci, çevreyle ve çocuğun kendi yaşantısı ile ilişkili olarak öğrenilen matematiksel işlemlerin bir uygulaması olarak göze çarpmaktadır. Karakırık (2002)’ın belirttiği gibi bu programda da problem çözme işlemsel bilgiyi pekiştirmek için işlenen, işlemle ilgili bol sayıda alıştırmaya niteliğinde rutin problemlerin çözümü olarak yansıtılmaktadır.

Son yıllarda Türk öğrencilerinin matematikte sergilemiş oldukları başarısızlıkların bir nedeni olarak mevcut matematik programı görülerek, 2004 yılında yeni matematik programı geliştirilmiştir. Bu İlköğretim Matematik Programı (2005)’nin problem çözme bölümünde; “Problem, çözüm yolu önceden bilinen alıştırmaya ve soruya olarak algılanmamalıdır. Bir matematiksel durumun problem olabilmesi için çözüme ulaşma yolunun açık olmaması ve öğrencinin mevcut bilgileri ile akıl yürütme becerilerini kullanmasını gerektirmelidir. Problem çözmeye algoritmik ve kural temelli yaklaşılmalıdır.” şeklinde ifade edilmektedir. Bu programda da “Problem çözme sürecinde, problemin cevabından çok çözüm yoluna

önem verilmelidir. Öğrencinin problemi nasıl çözdüğü, problemdeki hangi bilgilerin bu çözüme katkıda bulunduğu, problemi nasıl temsil ettiği (tablo, şekil, somut nesne, vb.), seçtiği stratejinin ve temsil biçiminin çözümü nasıl kolaylaştırdığı üzerinde durulmalıdır. Problem çözme yolları öğrenciye doğrudan verilmemeli, öğrencilerin kendi çözüm yollarını oluşturmaları için uygun ortam sağlanmalıdır. Sınıf içi tartışmalarla, en iyi ve en kolay çözüm yollarına birlikte karar verilmelidir.” şeklindeki ifade, bu sürecin ne derecede önemli olduğunu ve olayın tamamen öğrenenin zihninde gerçekleştiğini vurgulamaktadır. Diğer taraftan problemin sonucunun veya problemin çözümü için seçilen matematiksel işlemin önemi azalarak, problemin çözümünde kullanılan strateji ve problemin temsil biçimleri ön plana çıkmaktadır.

Yukarıdaki veriler doğrultusunda yapılan bu araştırmada öncelikli olarak somut işlem dönemindeki 3 ve 4. sınıf öğrencilerinin matematiksel sözel problemleri zihinlerinde ne şekilde canlandırabildiği, problemlerin çözümünde kullandıkları stratejiler ve temsiller incelenmiştir.

Bu çalışmanın iki temel amacı vardır. Birincisi, 3 ve 4. sınıf öğrencilerinin sözel problemleri çözerken kullandıkları stratejileri belirlemektir. İkincisi ise, öğrencilerin sözel problemleri çözerken kullandıkları stratejilerin nedenlerini ortaya çıkarmaktır.

BÖLÜM II

KAVRAMSAL ÇATI VE İLGİLİ LİTERATÜR

Bu bölümde problem çözme süreci ve matematiksel modelleme hakkında bilgi verilecektir. Ayrıca matematiksel modellemenin matematik öğretimindeki önemine değinilecektir. Daha sonra bu konu ile ilgili yapılmış çalışmalara yer verilerek araştırma soruları ve çalışmanın sınırlılıkları belirtilecektir.

2.1. Problem ve Problem Çözme Süreci

Problem çözme sürecini iyi anlayabilmek için öncelikle problemin ne olduğuna karar vermek gerekir. Problem; kişide çözme arzusu uyandıran ve çözüm prosedürü hazırda olmayan fakat kişinin bilgi ve deneyimlerini kullanarak çözebileceği durumlara denir (Toluk ve Olkun, 2001). Problem, kişinin istediği bir şeyi elde etmek için ne yapacağını hemen bilemediği bir durumu içerir. Eğer bir problemin cevabı açık veya çocuk için nasıl elde edileceği bilinecek kadar çok kolay ise gerçek anlamda ortada bir problem yok demektir. Problem çözümü, bir çözümün ve çözüm yönteminin hemen görülmediği durumlarda güçlüklerin üstesinden gelmek için kullanılan tek yöntem olarak kullanılır (Pesen ve Odabaşı, 2000). Kısacası, problem çözme “Ne yapılacağının bilinmediği durumlarda yapılması gerekeni bilmektir.” Bir problemle karşılaşıldığı zaman onun anlaşılması çok önemlidir. Birey anlamadığı problem için, bir çözüm öneremez, herhangi bir strateji tespit edip bunu uygulayamaz. Buna bağlı olarak problem çözme süreci; “Net olarak

tasarlanan fakat hemen ulaşılamayan bir hedefe varmak için kontrollü etkinliklerle araştırma yapmadır” şeklinde açıklanabilir (Altun, 2000).

Davranışçı ve Bilişsel psikologlara göre problem çözme farklılık göstermektedir. Davranışçılar, problem çözme edimsel koşullanma ile açıklarlar ve problem çözme sürecinde, uyarıcı-davranış-pekiştireç ilişkisine dikkat çekerler. Problem çözme edimsel koşullanma işlemlerinin bir uzantısı olarak ifade ederek, doğru davranışların kazanıldığı, yanlışların ortadan kaldırıldığı bir süreç olarak görürler. Bu yaklaşımda problem çözme adım adım ilerleyen lineer bir süreçtir. Davranışçıların aksine, bilişsel alan kuramcılarına göre problem çözmede kavrama ve anlama önemlidir. Bireyin sergilediği davranışlardan çok bu davranışları etkileyen bilişsel süreçler daha önemlidir.

Bir problemi çözerken bir bireyin izlemesi gereken aşamalar eğitimciler tarafından ortak görüş olarak kabul görmektedir. (Charles, 1985)’a göre problem çözme sürecinde bireyin,

- Problem cümlesini anlaması,
- Çözüm için gerekli verileri seçmesi,
- Çözüm için uygun planın seçilmesi,
- Problemi cevaplaması ve bu cevabın mantıklı olup olmadığına karar vermesi,
- Problemi genişletmesi,
- Alternatif yöntem önermesi,

gibi bilişsel bir süreçten geçmesi gerekmektedir. Bu süreci Polya, dört aşamada tanımlamaktadır. Problem çözmede Polya (1962)’nın önermiş olduğu basamaklar, rutin olan ve olmayan problemlerin çözümleri konusunda en çok kabul gören süreçtir. Polya’ya göre problem çözme dört aşamalı bir süreçtir. Bu sürecin basamakları şöyledir:

1. Problemin anlaşılması
2. Çözümle ilgili stratejinin seçilmesi
3. Seçilen stratejinin uygulanması
4. Çözümün değerlendirilmesi

Bu basamakların bilinmesi, problem çözmeyi sağlamaz, ancak bu dört basamağa uygun çalışma biçimi çözümü kolaylaştırır. Çünkü birinci basamakta ne istendiğinin bilinmesi, ikinci basamakta hangi stratejinin seçileceği yine çözen kişiye kalmaktadır (Altun, 2000). Bu aktif süreç, zihinsel düşünmeyi hareketlendirdiğinden ve bireyin zihinsel gelişimine yardımcı olduğundan Piaget'in öğrenme kuramına da uymaktadır (Karataş ve Güven, 2003).

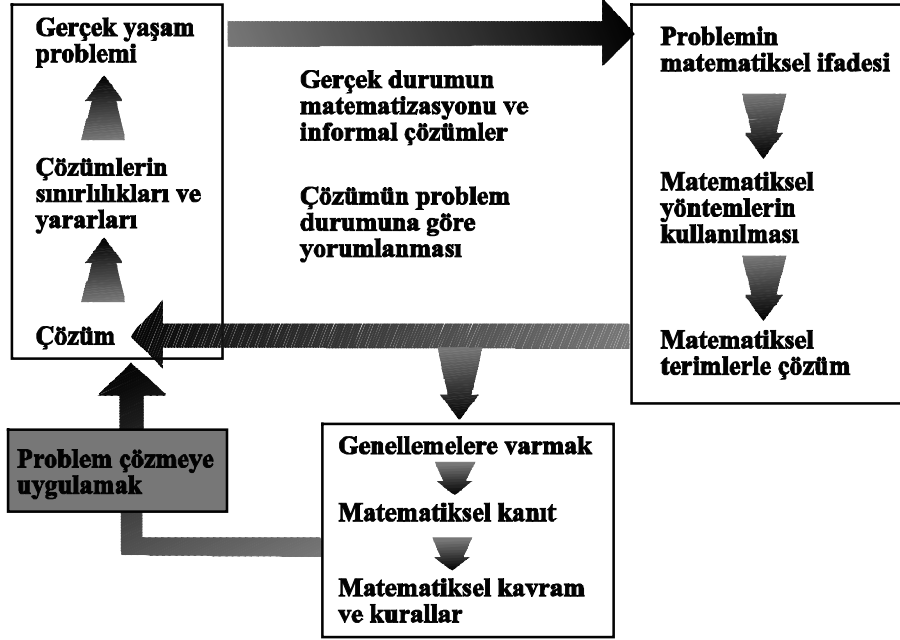
Bilişsel alan kuramcılarının Bruner (1966) problem çözmede, bireyin sahip olduğu bilişsel yapılarla geçmiş yaşantılarından edindiği bilgilerin önemli rol oynadığını vurgulamaktadır. Bruner, Piaget'den oldukça fazla etkilenmiştir. Piaget'in zihinsel gelişim kuramı problem çözme sürecini anlamamıza önemli katkılar getirmiştir. 11 yaş öncesi çocukların problem çözmede, daha somut bir yaklaşım gösterdiklerini, ancak ergenlikte soyutlama yaparak bir grup problemi somut nesnelere ihtiyaç duymadan çözebildiklerini işaret etmiştir. Özellikle somut işlemler dönemindeki öğrencilerin verilen problemleri çözerken somut nesnelerle sayıları temsil ettikleri ve daha sonra problemde belirtilen eylemi nesneler üzerinde gerçekleştirdikleri bilinmektedir. Bu dönemdeki çocuklar bu problem çözme etkinliklerinden matematiksel ilişkileri soyutlarlar ve matematiği öğrenirler.

Son yıllarda matematik eğitimcileri geleneksel yaklaşımın aksine problem çözmeyi bir öğrenme süreci olarak ele almaktadır. Sınıfta matematiksel bir etkinlik yapmak, açıklama, düzenleme, modelleme, soyutlama, genelleme, bulma, ispatlama gibi bir dizi matematiksel etkinlik gerektirir. Putnam ve diğerleri (1990)'ne göre bu tür etkinliklerin her biri problem çözme etkinliğidir. Böylece, matematiği anlamak, bir matematiksel problemin nasıl çözüleceği hakkında bilgi sahibi olmak şeklinde

görülebilir. Bir başka deyişle problem çözme lineer, tek düze bir süreç değil karmaşık bir süreçtir.

Başka bir eğitim yaklaşımı olan, Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME) ise matematiği yaratıcı bir insan etkinliği olarak görür ve çocukların matematiği, problemleri çözmek için etkili yollar geliştirdikleri zaman öğrendiklerini savunur (Freudenthal, 1973). Şekil 1'deki şema GME teorisine göre öğrenmeyi özetlemektedir. Şema dikkatle incelenirse, GME' de matematik öğrenme, bir problem çözme süreci olarak da yorumlanabilir. Bu süreçte, çocuklara yaşantısal olarak gerçekçi problem durumları verilerek başlanır. Çocuk, verilen problem durumuna çözüm arayışı içine girerek durumu matematiksel dile dönüştürür. Bu süreçte “yatay matematizasyon” adı verilir. Problem durumu matematiksel dile dönüştürüldükten sonra artık oluşturulan matematiksel modele matematiksel yöntemler kullanılarak çözümler üretilmeye başlanır. Matematiğin kendi içinde yürütülen bu süreçte ise “dikey matematizasyon” adı verilir. Bu sürecin içinde çocuk yeni matematiksel kavram ve kurallar öğrenirken, yeni öğrendiği matematiksel bilgiyi de farklı problem durumlarına uygular. Bu uygulama aşaması yeni bir öğrenme döngüsünün başlangıcı olur (Olkun ve Toluk, 2003). GME için ana ilke olarak benimsenen matematikleştirme, matematik içinde bir seviye yükselmesidir. Gravemeijer (1994), matematikte seviye yükseltmenin, matematiksel etkinlikte bulunmakla gerçekleştiğini vurgular. Matematiksel etkinlik konusu, matematikten veya gerçek hayattan olan bir problem için çözüm arayışı, çözüm için düzenlemenin yapılması olarak açıklanmaktadır.

Problem çözmenin matematik programlarının merkezinde olması, bu konuya matematik eğitimcilerinin ayrı bir önem vermesine neden olmuştur. Çünkü matematiksel bilgiyi anlama ve bu bilgiler arasındaki ilişkiyi oluşturma problem çözme sürecinde meydana gelir (Swings ve Peterson, 1988).



Şekil 1: Gerçekçi Matematik Eğitime göre öğrenme döngüsü
(Olkun ve Toluk, 2003).

Yeni İlköğretim Matematik Programı (2004)'nda ise problem çözme başlı başına konu değil bir süreçtir. Bu süreç, bütün matematik programına kaynaştırılarak problem çözme becerilerinin öğrenilmesi ve kullanılması hedeflenmiştir. Programda, problem çözme becerisi kazandırılırken öğrencilerde aşağıdaki becerilerin de geliştirilmesi hedeflenmiştir:

- Problem çözmeyi, matematiksel kavramları irdelemek ve anlamak için kullanabilme
- Matematiksel ve günlük yaşam durumlarını kullanarak problem kurabilme
- Değişik problemleri çözebilmek için farklı problem çözme stratejileri kullanabilme
- Deneme-yanılma
- Şekil, tablo, vb. model kullanma

- Sistematik bir liste oluşturma
- Örüntü arama
- Geriye doğru çalışma
- Tahmin ve kontrol etme
- Varsayımları kullanma
- Problemi başka bir biçimde tekrar ifade etme
- Problemi basitleřtirme
- Problemin bir bölümünü çözme
- Çözümlerin probleme uygunluğunu ve akla yatkınlığını kontrol edebilme ve yorumlayabilme
- Matematiği anlamlı bir şekilde kullanmak için özgüven geliştirebilme.

Problem çözmenin matematik öğretiminde, iki önemli ürünü vardır. Birincisi öğretilen konuya özel strateji ve kuralların gelişimi, ikincisi ise bir kuralı, formülü geliştirmek için kullanılabilecek düşünme yolları ve genel yaklaşımların gelişmesidir. Öğrenciler problem çözerken, yeni stratejiler oluşturmayı ve eski stratejileri düzenleyerek yeni tür problemleri çözmeyi öğrenirler (Olkun ve Toluk, 2003).

2.2. Problem Çözme Üzerine Araştırmalar

Bilişsel Temelli Eğitim, bir öğretim yaklaşımdır. Bilişsel Temelli Eğitime göre hareket eden bir öğretmen, öğrencilerin matematiksel kavramları nasıl anladıklarını öğrenmeye çalışır ve bu yönde öğretim yaklaşımını değiştirir. Yani öğretmenin görevi matematik eğitimi sürecinde kuralları göstermek veya anlatmak değil öğrencilerin düşüncelerini ortaya koymaları için gerekli ortamı hazırlamaktır. (Fennema & Carpenter, 1996)

Bilişsel Temelli Eğitim, Thomas Carpenter ve Elizabeth Fennema tarafından öğrencilerin matematik problemlerinin çözümündeki düşünce

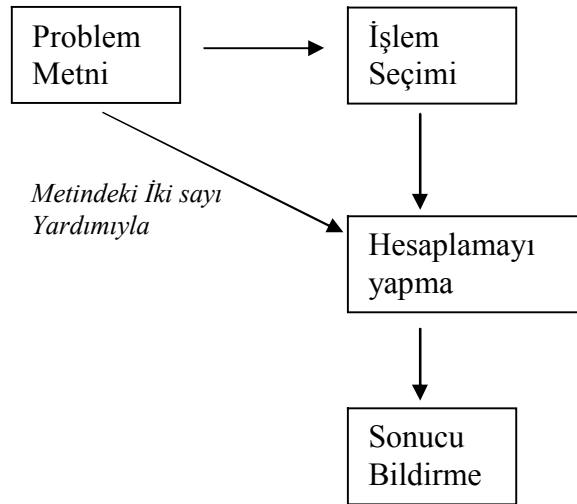
süreçlerinde geliştirilmiştir. Bilişsel Temelli Eğitimde öğretmenlere verilecek yetkileri dört maddede toparlayabiliriz:

1. Öğretmenler, öğrencilerinin temel matematiksel kavramları (toplama, çıkarma vb.) nasıl oluşturduklarını bilmelidir.
2. Öğretmenler, matematiksel problemlerin çözümünü kavramsal çerçevede yapabilmelidir.
3. Öğretmenler, öğrencilerin problemlerde kavramlar hakkında ne düşündüklerini tayin edebilmelidir.
4. Öğretmenler, öğrencilerin düşüncelerini kendi bilgilerine dayandırarak eğitimsel kararlar (konuların sırası, düzeni vb.) alabilmelidir. (Secada&Carey, 1989)

Bilişsel Temelli Eğitim kullanıldığı zaman öğretmen ve öğrenciler doğrudan problem çözerler. Öğretmen, öğrencilere cevaba nasıl ulaşıldığını ve öğrencilerin hangi stratejileri izlediklerini sorar. Bilişsel Temelli Eğitimde, öğrencinin verdiği cevaplarla doğru çözümü nasıl araştırdığı önemli bir faktördür. Öğretmen, problemin çözümü için birçok yöntemin olduğunu öğrencilere sezdirmelidir. Öğrenci bu şekilde vereceği cevaplarla, doğru cevaba ulaşmayı öğrenecektir. Bu da öğrencinin motivasyonunu artıracaktır. (Secada & Carey, 1989)

Bilişsel Temelli Eğitim; öğrencilerin sayılar üzerinde kullandıkları stratejiler hakkında, öğretmenlere yol gösterir. Dört yıl süreyle 21 öğretmenle yapılan bir çalışmada, “Öğrencilerin matematiksel düşüncesini anlamak, öğretmenlere yardım açısından daha verimli olabilir.” şeklinde belirtilmiştir (Fennema & Carpenter, 1996). Başka bir deyişle, öğrenciler problem çözme üzerine bir eğitim almadan toplama ve çıkarma işlemi içeren sözel problemleri çözmek için kendi stratejilerini geliştirebilmektedirler. Bu stratejiler doğrudan modellemeden daha gelişmiş stratejilere doğru zamanla ilerlemektedir.

Öğrenciler problem çözme üzerine bir eğitim almadan toplama ve çıkarma işlemi içeren sözel problemleri çözmek için kendi stratejilerini geliştirebilirken kendisine verilen eğitimle öğrencilerin problemleri çözmede farklı eğilimler göstermeye başladığı bazı araştırmalar tarafından ortaya çıkarılmıştır. Greer (1997) yaptığı bir araştırmada tek işlem kullanılarak çözülebilen sözel problemlerin çözüm sürecinde birçok öğrencinin Şekil 2’de gösterildiği gibi bir yol izlediğini belirlemiştir. Bu süreçte öğrenci problem içinde geçen anahtar kelimeleri kullanarak dört işlemden birini seçmekte veya ilkel bir model kullanarak işlemin seçimini yaparak çözüme ulaşmaktadırlar. Bu tür sözel problemlerde öğrenci herhangi bir işlemi seçmekte, işlemin sonucunu bulmakta ve bulduğu sonucu ise problemin çözümü olarak kabul etmektedir. Öğrenciler, problem çözmede önemli bir öge olan çözümün veya işlem seçiminin kontrolü için tekrar probleme dönme aşamasını uygulamamaktadırlar. Oysa bu tür durumlarda model kullanımı, problemdeki ilişkilerin daha rahat kavranabilmesini ve işlem seçimini kolaylaştıracaktır.



Şekil 2: Sözel problemlerin yüzeysel çözümü (Greer, 1997)

Problemin çözümü sonrasında bulunan sonuç, çözümün doğruluğu olarak öğrenci tarafından genelde kabul görmektedir. Burada öğrencinin kontrol amacıyla

ilk aklına gelen, problemin çözümü için seçilen işlemin sağlaması olmaktadır. Eğer sağlamada da işlem doğru ise, problemin çözümü de doğru olmaktadır.

Toplama ve çıkarma işlemi içeren sözel problemlerin çözümü ile çarpma ve bölme içeren sözel problemlerin çözüm özellikleri bazı farklılıklar göstermektedir. Çarpma ve bölme içeren sözel problemlerde öğrencilerin çözüm stratejilerinin nitelikleri farklı olmaktadır. Önceki araştırmalarda çarpma ve bölme işlemi içeren sözel problemlerin çözüm yöntemlerinde; öğrencilerin somut materyaller kullandıklarında, farklı çözüm yöntemlerini kolaylıkla anladıklarına dikkat çekilmiştir. Fakat öğrenci kendi akıl yürütme yoluyla bulduğu çözüm yönteminden emin ise, materyalleri kullanmadan kendisinin emin olduğu yöntemi seçecektir (Kouba, 1989).

İlköğretim Matematik Programlarının üzerinde durduğu diğer bir konu kesirlerin öğretimi ve öğrenimindeki zorluklardır. Çünkü öğrenciler farklı kesir durumlarını ve kesir kavramlarını, gerçek hayatla ve çevreyle ilişkilendirmekte zorlanmaktadırlar. Yani kesirlerin farklı temsillerini yapamamakta veya bunu yapmakta zorlanmaktadırlar (Williams, 1984).

Öğrenmede bir sürpriz olarak, “birinci sınıf öğrencileri kesirler hakkında birçok şey biliyorlar” diyebiliriz. Üçüncü, dördüncü ve beşinci sınıf öğrencileri de kesirleri aynı yollarla öğrenebilirler. Araştırmalar, ana sınıfı öğrencilerinin eşit paylaşım problemlerinin çözümünde kendi yöntemlerini kullandıklarını gösteriyor. Aynı şekilde birinci sınıf öğrencileri de bu eşit paylaşım durumları hakkında kesirli nicelikler üreterek, eşit paylaşım bilgilerini kullanırlar. Eşit paylaşım, öğrencilerin parçaların eşit büyüklükte olması gerektiğini anlamasına yardımcı olur. Üst sınıftaki öğrenciler bunu sembol kullanarak göstermektedir. Daha sonra semboller öğrenci için anlamlı hale gelmektedir. Problemin çözümü gösterilmeden 3, 4 ve 5. sınıf öğrencileri, problemin çözümünde kendi buldukları yöntemleri kullanmaktadırlar (Empson, 1995b).

Empson (1996)'a göre kesir kavramının temelleri eşit paylaşım problemleri ile atılmalıdır. Çünkü öğrencilerin nesnelerin eşit paylaşımına dair hem deneyimden gelen hem de sezgisel bilgileri vardır. Bu temel üzerine kesir kavramını inşa etmek daha kolay olacaktır. Öğrencilerin, kesirlerle yapılan sembolik işlemleri öğrenmeden önce, kesirlerin kavramsal anlamlarını öğrenmeye ihtiyaçları vardır (Saenz ve Ludlow, 1995). Bu kavramların öğretimi ise en iyi şekilde eşit paylaşım veya bölüm durumlarını içeren problemlerin çözümlerinin kavratılması ile mümkündür (Pothier ve Sawada, 1990). Ayrıca Empson (1995a)'a göre bu tür problemlerin çözümünde öğrencilerin kendi stratejilerini kendilerinin bulmaları sağlanmalıdır. Bu şekilde öğrencilerin ne düşündükleri hakkında daha fazla bilgi elde edilebilir.

1, 2 ve 3. sınıf öğrencileri de problemlerin çözümlerinde işlem kullanımını seçmektedirler. Eğer öğrenciler, problemi zor bulmakta veya gerekli olan işlemi seçmekte zorlanırsa, doğrudan modelleme veya geleneksel olmayan stratejileri kullanmaktadırlar. Bazen de öğrenciler cevaptan emin olmadıkları zaman modelleme yolunu seçmektedirler. Genelde bu yaştaki öğrenciler problemlerin çözümlerinde doğrudan modelleme yolunu seçmektedirler. Bazı öğrenciler ise işlem seçimine geçmeden önce modelleme ile birlikte işlem kullanarak problemin sonucuna ulaşmaktadırlar (Toluk ve Olkun, 2002).

9–10 yaşındaki çocuklar, tanımlama, ilişkilendirme, temsil etme ve kesirlere çevirme şeklindeki kavramsal yapıları, çevresindeki somut varlıklarla eşleştirerek kendileri bulabilirler. Ayrıca, kesir problemlerinde kullanılan kelimelerin anlaşılmasının zorluğu, bazı davranışların ortaya çıkmasını engellemektedir. Çocuklara kesirlerin anlamları zor gelse de bazı durumlar vardır ki, çocuklar kesir içeren problemleri okulda öğretilmeden önce de çözebilirler. Çocuklar okula başlamadan önce çevresinde kullanılan yarım ve çeyrek kavramlarını anlayabilirler,

bunlarla ilgili basit temel problemlerin çözümünü yapabilirler (Hunting ve Sharpley, 1988).

12–15 yaş arası öğrenciler, sistematik olarak çözüme kolay ulaşılabilen bir problemde dahi, problemi çözerken kesirlerle çarpma işlemini yapmaktan sakınılmaktadırlar. Yani, kesirlerle çarpma işleminde kullanabileceğimiz sadeleştirme işlemini yapmaktan kaçınılmaktadırlar. Bu öğrenciler, geleneksel yollardan öğrendiği çarpma ve bölme işlemlerini kullanarak daha karmaşık yapıları tercih etmektedirler (Fischbein at all, 1985).

2.3. Matematiksel Modelleme

Çocukların ilerleyen yıllarda gösterdikleri problem çözme yetersizliklerinin ilk yıllardaki problem çözme öğretimi ile ilgili yakın ilgisi vardır. Öğretimdeki temel hedef, çocukların problemleri çözme ile ilgili sezgisel modelleme becerilerini temel problemlere uygulamalarına yardımcı olmaktır (Carpenter ve diğerleri, 1993).

Genellikle öğrenciler, matematik problemlerinin çözümünde değişik temsil yollarını kullanırlar. Eğer öğrencilere çoklu temsil gibi yeni eğitim metotları ile öğretim yapılırsa, öğrenciler matematiği ve matematiksel kavramları daha iyi anlayacaklardır (Çıkla, 2004).

Temsil etme, aktiviteleri esnasında deneyimlerini geliştirmek ve araştırmak için öğrencinin problem durumlarını dönüştürme sürecidir (Hall, 1996). Temsiller, içsel ve dışsal olmak üzere ikiye ayrılır. İçsel temsiller, matematiksel düşünme ve problem çözme süreçlerinde insan davranışlarını tanımlamak ve bireysel düşünceleri ortaya çıkarma olarak tanımlanır. Dışsal temsiller ise soyut matematiksel fikirleri somutlaştırma olarak tanımlanır (Goldin ve Janvier, 1998).

Farklı olarak oluşturmacı yaklaşımla bakıldığında, içsel temsiller, öğrencinin zihninde ne olduğunu veya öğrencinin ne düşündüğünü gösterir. Dışsal temsiller ise, öğrencinin öğrendiklerini çevresinde bulunan varlıklarla anlamlandırmasıdır (Cobb ve diğerleri, 1992).

İçsel ve dışsal temsilleri birbirinden ayıran fark şu şekilde belirtilmektedir. İçsel temsillerde sadece öğrenci bir şeyleri yapılandırır. Örneğin, şekilleri, şemaları ve problem çözme yollarını kendisi yapılandırarak yapar. Dışsal temsiller ise geleneksel olarak paylaşılmaktadır. Matematik tabloları, grafikleri ve benzeri gösterimleri dışsal temsillere örnek verilebilir (Edward, 1998).

ABD'deki Ulusal Standartlar, öğrencilerden (A–12) beklentilerini üç gruba ayırmıştır;

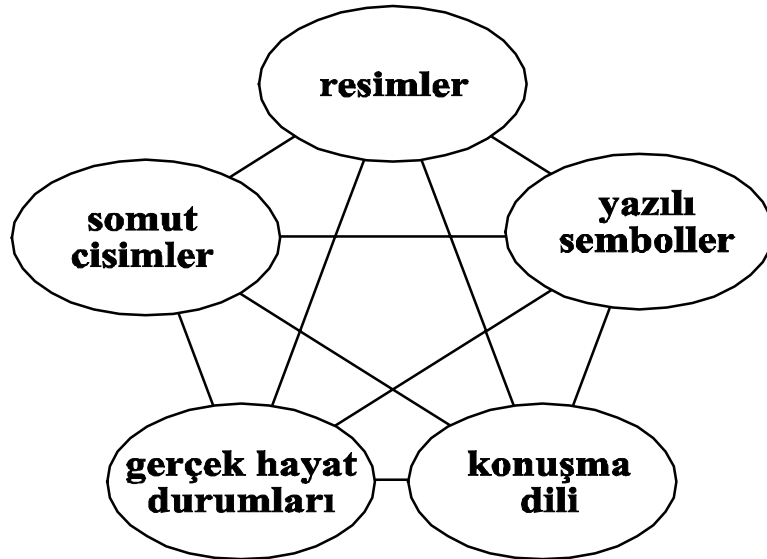
1. Matematiksel bilgileri ilişkilendirmek, organize etmek ve kaydetmek için yaratıcı olabilme ve temsilleri kullanabilme,
2. Problemleri çözebilmek için matematiksel temsiller arasında seçim ve geçiş yapabilme,
3. Fiziksel, sosyal ve matematiksel durumları modelleyebilmek ve anlamını açıklayabilmek için temsilleri kullanabilme (NCTM, 2000).

Yeni İlköğretim Matematik Programı (2005)'nin iletişim bölümünde ise şu ifadeler yer verilmektedir. İletişim, öğrencilerin sezgiye dayalı bilgileriyle soyut matematik dili ve sembolleri arasında köprü kurmada önemli bir rol oynar. Aynı zamanda iletişim, matematiksel düşüncelerin fiziksel, resim, grafik, sembolik, sözel ve zihinsel temsilleri arasında önemli bağlar kurmasında anahtar rol oynar. Öğrenciler bir temsil biçiminin birden fazla durumu gösterdiğini anladığı zaman, matematiğin gücünü takdir etmeye başlar. Ayrıca, bir problemi temsil etmenin bazı yollarının diğerlerinden daha kolay ve etkili olduğunu gördüğünde matematiğin yararlarını ve esnekliğini takdir eder. Böylece öğrenciler, matematikte bir problemi çözmenin ve temsil etmenin birden fazla yolu olduğunu farkına varır. Programda

matematiksel bilgiyi temsil etme ile ilgili şu becerilerin geliştirilmesi vurgulanmaktadır;

- Somut model, şekil, resim, grafik, tablo gibi temsil biçimlerini kullanarak matematiksel düşünceleri ifade edebilme,
- Günlük dili, matematiksel dil ve sembollerle ilişkilendirebilme.

Matematiksel bilgiyi birkaç değişik biçimde ifade etmek mümkündür. Genel olarak 5 değişik temsil (Bkz. Şekil 3)'den bahsedilir. Ayrıca bir problemin çözümünde matematiksel bilgiyi böyle değişik şekillerde ifade etmek bir gereklilik de olabilir. Matematiksel bilginin değişik biçimlerde ifade edilebilmesi yine problem çözmede çözüm için değişik olasılıkları düşünebilmemizi sağlar. Şekil 3'de birbiriyle ilişkili olan bu beş farklı temsilin şematik gösterimi verilmiştir. Dikkat edilirse, her bir temsil şekli bir başka temsile dönüştürülebilir (Olkun ve Toluk, 2003).



Şekil 3: Matematiksel bilginin çeşitli temsilleri ve birbirine dönüştürülebilirliği (Kaynak: Van De Walle, 1998)

Somut işlem dönemindeki öğrenciler, çevresindeki varlıklar ve bu varlıklar arasındaki ilişkileri anlamaya çalışır. Soyut kavramların anlaşılması için henüz çok erkendir. Bu yüzden sadece matematik dersinde değil birçok derste konular, kavramlar somutlaştırılarak ve modelleme yapılarak yani öğrencinin yaşadığı çevre ile ilişkilendirilerek öğretilir. Özellikle bu dönemde, artı-eksi, denklem vb. çoğaltabileceğimiz bütün kavramların öğretiminde modelleme yolu kullanılabilir.

Van De Walle (1998)'ye göre matematiksel bir kavram çocuğa doğrudan gösterilemez. Bunun yerine çocuğa matematiksel modeller kullanılır. Bu modeller çocuğun öğrenmiş olduğu matematiksel kavramı zihninde oluşturmaya yardımcı olur. Matematiksel bir kavramın modeli bu kavramın taşıdığı ilişkiyi içinde barındıran bir resim, bir çizim, sembol ya da bir araç olabilir. Çocukluktan gençliğe doğru insanlar soyut matematiksel ilişkileri somut nesneleri manipüle ederek öğrenirler. Genç öğrenci matematiksel bilgiyi, bu bilgiye uygun modeli irdeleyerek inşa eder. Modeller üç değişik amaçla kullanılabilir;

1. Öğrencinin yeni kavram ve ilişkileri geliştirmesi için,
2. Öğrencinin kavramlar ve semboller arasındaki ilişkiyi kurmasına yardımcı olmak için,
3. Öğrencinin anlama düzeyini ölçmek için.

(Toluk ve Olkun, 2001).

Matematiksel modelleme tamamen zihinsel bir faaliyettir. Çünkü öğrenci modelleme yaparken, uğraştığı problemi çözme eğilimindedir. Bu problemi çözme aşamasında bir çaba gösteriyorsa, zihinsel olarak aktiftir. Matematiksel bir problemi çözmeye çalışan öğrencilerde genel eğilim daha problemi anlamadan, problemde verilen sayıları dört işlemde uygulamaya sokmaktır. Deneme-yanılma yolu ile sonucu bulmak için çaba harcar. Eğer problemin sonucu önceden verilmişse öğrencinin tek amacı bu sayıya ulaşmak olacaktır. Eğer öğrenci problemi okuduktan sonra çevreyle olan ilişkisini kurabiliyor, zihninde mantıksal ilişkiler oluşturabiliyor

ve bu problem hakkında kendi kapasitesi doğrultusunda bir model oluşturabiliyorsa “problemin anlaşılması” aşaması tamamlanmış demektir.

Bu şekilde modelleme yaparken kullanılan somut araçlar veya problemi anlaşılmasını kolaylaştırmak için kullanılan somut araçların hepsi modeldir. Bu modeller çevreden seçilebilir. Örneğin kesir kavramını anlatırken kullanılabilecek elma, karton veya tahtaya çizilebilecek herhangi bir şekil modeli temsil etmektedir. İlköğretim birinci sınıfta kullanılan abaküs dahi sayıların öğretiminde bir modeldir. Burada model olarak bahsedilen araçlar, öğrencinin bir problemi veya bir konuyu görsel boyuta indirgemesine ve bu şekilde çözüm basamaklarında veya konunun ilerleyen kısımlarında kavramlar arasında mantıksal bağ kurulmasına yardımcı olur. Burada öğrenci zihinsel olarak aktif olduğundan öğrencide kalıcı öğrenme yüksek seviyeye çıkmış olur.

Tablo 2’de matematikte modellerin kullanılmasına ilişkin genel ilkeler verilmektedir. Tabloda verilen özellikler birbirinden tamamen bağımsız değildir. Yani bir model hem somut hem de statik ya da dinamik olabilir. Bunların kullanılması tamamen amaca göre düzenlenmelidir. Öğretmenin bu modelleri nasıl kullanması gerektiğine ilişkin bir diğer yol gösterici de öğrencinin düzeyidir. Sonuç olarak, bir modelin etkililiğini o modelin düşünceyi zorlama yeteneğine bağlayabiliriz. Matematiksel ilişkiler modellerin içinde saydam olarak bulunmazlar. Bu ilişkiler öğrenci tarafından oluşturulur. Ancak iyi bir model ve uygun sorgulamaya dayalı etkinlik ortamı bu oluşuma aracılık eder (Olkun ve Toluk, 2003).

Tablo 2: Matematikte modellerin kullanılmasına ilişkin genel İlkeler (Olkun ve Toluk, 2003).

Alt sınıflar	Orta sınıflar	Üst sınıflar
Kavramlarla ilk tanıştırma		Sonraki aşamalar
Uygun sözel ifadeler		
Somut nesne modelleri	Çizim-grafik modeller	Soyut-sembolik modeller
Statik modeller		Dinamik modeller

Matematik, birçok öğrenci için anlaşılması zor, çoğu zaman en zor ders olarak görülür. Bunda da matematiğin soyut kavramlardan oluşan, akıl yürütmeye dayanan bir ders olmasının payı büyüktür. İlköğretimin ilk yıllarında başlanılan matematik öğretiminin, öğrencinin gerek eğitim-öğretim gerekse günlük hayatındaki yeri düşünülürse, ilk yıllardaki matematik öğretiminin neden bu kadar önemli olduğunu daha iyi kavrayabiliriz.

Eğer ilköğretimin ilk yıllarında yani öğrenci somut işlem döneminde iken, matematik öğretimi etkin bir biçimde verilmezse bu, öğrenci için soyut işlem dönemine geçtiğinde daha büyük öğrenme sorunları yaratacak belki de konuların birbiriyle zincirleme gitmesinden dolayı bu ders artık öğrenci için içinden çıkılmaz bir hale gelecektir. Yani somut işlem döneminde modelleme yapılmadan ezberlenen soyut bilgi, öğrenci soyut işlem dönemine geldiğinde hem öğretmen hem de öğrenci için sorunlar yaratacaktır. Dolayısıyla öğrencinin bazı matematiksel kavramları somut işlem döneminde anlaması gerekir.

Sözel problemlerin, kesir sayıları kullanılarak verildiği zaman yaşanan sıkıntılara daha önce değinilmişti. Kimi çocuklar tam, yarım, çeyrek gibi parça bütün ilişkileri taşıyan rasyonel ifadelerle okul öncesinde karşılaşılır ve bunlara

farklı büyüklükler olarak anlam yüklerler. Kesirlerin öğretiminde kullanılabilecek modelleri, (1) alan modeli, (2) küme modeli, (3) sayı doğrusu modeli olmak üzere üçe ayırabiliriz. Öğrencilerin her durumda bir kesiri anlayabilmeleri yani onun değişik anlamlarını kavrayabilmeleri için değişik problem durumlarında deneyim kazanmaları gerekir. Sağlam bir kesir kavramının temelleri kesrin değişik anlamlarının öğrencide somutlaşması ile gerçekleşir (Olkun ve Toluk, 2003).

Somut işlem döneminde matematik çevreyle ilişkilendirilir ve bu şekilde kavramlar daha da somut hale getirilebilir. Bu da, öğrencinin matematiği daha rahat anlaması ve öğrenilen bilgilerinin kalıcılığının sağlanması için matematiksel modelleme yolunun kullanılması demektir. Modelleme, matematikte öğrenciye soyut görünen bazı kavramların somutlaştırılmasıdır. Matematiksel modelleme ile bu dersin alt yapısını sağlam bir biçimde kurabiliriz. Daha sonraki yıllarda (öğrencinin soyut işlem dönemine geçtiği yıllarda) ise, yine bu bilgiler geri çağrılarak kullanılabilir. Böylece öğrenci yaptığı işlemin ya da çözdüğü problemin sonucundan emin olur ve bu da öğrencinin matematiği sevmesine ve kendine güven duymasına katkı sağlar.

Sonuç olarak şunu söyleyebiliriz ki; gerek matematik dersinde gerekse diğer bütün derslerde kullanabileceğimiz matematiksel modelleme, bilim dalları içinde matematiğin yerini ve bilim dallarıyla olan ilişkisini daha belirgin hale getirir. Çünkü çevre ile olan ilişkilendirmede, bütün bilim dallarından yararlanılabilir. Yapılan matematiksel modelleme sadece somut işlem döneminde değil soyut işlem döneminde de yapılabilmekte hatta diğer derslerde de kullanılabilir. Yine matematik öğretiminin kalıcılığı, dersin öğrenciye sevdirmesi ve daha ilk yıllardan matematiğe karşı olumsuz bir kanı oluşmaması için matematiksel modelleme mümkün olduğunca çok kullanılmalıdır. Modellemenin önemi eğitimin bütün aşamalarında kendini gösterecek ve sonraki aşamalarda, modellemenin başarısına bağlı olarak değişecektir.

2.4. Araştırma Problemi

İlköğretim 3 ve 4. sınıf öğrencileri çarpma ve bölme içeren sözel problemleri modelleyerek nasıl çözmektedirler?

Araştırmada bu probleme bağlı olarak aşağıdaki alt problemlere yanıt aranmıştır;

1. İlköğretim 3 ve 4. sınıf öğrencilerinin çarpma ve bölme işlemi gerektiren sözel problemleri çözmedeki başarıları arasında anlamlı bir fark var mıdır?
2. İlköğretim 3 ve 4. sınıf öğrencileri çarpma ve bölme işlemi gerektiren sözel problemleri çözerken hangi stratejileri kullanıyorlar?
3. İlköğretim 3 ve 4. sınıf öğrencileri çarpma ve bölme işlemi gerektiren sözel problemleri çözerken ne zaman modellemeye ihtiyaç duyuyorlar?

2.5. Sınırlılıklar

1. Araştırma, nicel veriler için 2003'de Bolu ili Merkez ilçesindeki iki ilköğretim okulundaki 3 ve 4. sınıflarda öğrenim gören 54 öğrenci ile sınırlıdır.
2. Araştırma, nitel veriler için 3 ve 4. sınıflarda öğrenim gören 8 öğrenci ile sınırlıdır.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın deseni, araştırmanın katılımcıları, veri toplama aracı ve verilerin analizinde kullanılan yöntem ve teknikler açıklanmıştır.

3.1. Araştırmanın Deseni

Araştırmanın deseni olarak nicel ve nitel yöntemler birlikte kullanılmıştır. Nicel veriler ilköğretim 3 ve 4. sınıf öğrencilerinin çarpma ve bölme sözel problemlerini çözmedeki başarılarını belirlemek için toplanmıştır. Nicel verileri elde etmek için araştırmaya toplam 54 öğrenci (bkz. Tablo 3) katılmıştır. Nitel veriler ise, nicel yöntemlerle toplanan verileri desteklemek ve daha iyi anlamak için kullanılmıştır. Bir başka deyişle öğrencilerin çarpma ve bölme sözel problemlerini çözerken nasıl düşündüklerini daha iyi anlamak ve hangi stratejileri kullandıklarını ortaya çıkarmak için 8 öğrenci ile görüşmeler yapılmıştır.

Öğrencilerin problem çözme becerilerini değerlendirmek, diğer becerileri değerlendirmeye göre oldukça zordur. Problem çözme becerilerinin değerlendirilmesi; “öğrencilerin problem çözmede matematiği kullanma becerisini değerlendirmek, öğrencilerin problemleri matematiksel denklemlere dönüştürmesi, problem çözmede farklı yöntemlerin kullanılması, problemleri çözmesi, sonuçları

doğrulaması, açıklaması ve genellemesi ile olabilir” şeklinde ifade edilmiştir (NCTM, 1989). Yine, eğitimin bütün aşamalarında öğrencilerin problem çözme süreçlerini açıklamalarına olanak sağlayacak yaklaşımların kullanılmasının gerektiği belirtilmiştir (NCTM, 2000).

Bu nedenle veriler, nitel veri toplama tekniklerinden olan ve ilk kez Piaget tarafından psikolojik araştırmalar için kullanılan, daha sonra geliştirilerek öğrencilerin düşüncelerindeki zenginliği keşfetmek, onun temel aktivitelerini yakalamak ve bilişsel beceriyi değerlendirmek için esnek soru sorma metodu olan klinik görüşmeler yoluyla elde edilmiştir. Matematik öğretiminde klinik görüşmelerin amacı, öğrencilerin stratejilerini, bilgi yapılarını veya becerilerini karakterize etmek ve belirli bir öğretimin etkililiğini araştırmak, gelişim sürecini daha iyi anlamak veya problem çözme süreçlerini araştırmaktır. Özellikle eğitim açısından oldukça karışık süreç olarak tanımlanan problem çözme süreçlerini ve öğrencilerin bu süreç içerisindeki davranışlarını ayrıntılı inceleme ve araştırma klinik görüşmelerle mümkün olmaktadır (Karataş ve Güven, 2003).

Bu araştırmada da, öğrencilerin problemlerin çözümünde kullandığı çözüm stratejileri ve öğrencilerin problemleri nasıl modellediği hakkındaki güvenilir bilgiler, öğrenciyle yapılacak birebir görüşmede elde edilmiştir.

Bu görüşmelerdeki amaç sadece o problemin çözümü için öğrencinin ne düşündüğü ve nasıl bir yol izlediğidir. Öğrencilerle yapılan her bir görüşme yaklaşık 20–30 dakika sürmüştür. Görüşmeler sırasında araştırmacı tarafından gerekli görüldüğünde notlar da alınmıştır. Araştırmacı, öğrenciler ile önceden tanışarak yapılan bu araştırmanın nedenini açıkladıktan sonra problemleri doğru ya da yanlış yapmalarının önemli olmadığı ve görüşmelerin kayıt cihazına kaydedileceğini dile getirmiştir. Bununla birlikte kayıtları sadece araştırmacının dinleyeceği başka hiç kimsenin bundan haberdar olmayacağı belirtilmiştir.

Bu görüşmelerin sonunda öğrencilerin matematik problemlerine buldukları sonuçların doğruluğundan nasıl emin oldukları, işlem kullanarak mı yoksa modelleme yaparak mı çözümleri daha kolay belirledikleri öğrenilmeye çalışılmıştır.

3.2. Alan ve Katılımcılar

Bu araştırma 2003 yılının Mart-Nisan aylarında, araştırma sorularına yanıt bulunması amacıyla Bolu Merkez ilçeye bağlı, ailelerin sosya-ekonomik düzeyi yüksek ve orta olan iki ilköğretim okulunda yapılmıştır.

Bu okulların birinden 3. sınıf ve diğerinden de 4. sınıf olmak üzere, olasılık temelli örnekleme yöntemlerinden “küme örnekleme yöntemi” (Yıldırım ve Şimşek, 2000) ile birer şube seçilerek sınıfta bulunan her öğrenciye araştırma soruları yazılı olarak verilmiştir. Nicel verileri elde etmek için araştırmaya katılan 54 öğrencinin sınıflara ve cinsiyete göre dağılımı Tablo 3’de verilmiştir.

Tablo 3. Katılımcıların sınıflara ve cinsiyete göre dağılımı.

Sınıflar	Kız	Erkek	Toplam
3. sınıf	13	15	28
4. sınıf	17	9	26
Toplam	30	24	54

Okullardaki uygulama iki aşamadan oluşmaktadır. Birinci aşamada; araştırmaya katılan 54 öğrenciye araştırmada kullanılan problemler yazılı olarak verilmiş ve bu problemleri yine yazılı olarak çözmeleri istenmiştir. Öğrencilerin verdikleri yanıtlar incelendikten sonra ikinci aşamada birbirine benzer işlem gerektiren sorularda farklı çözüm yolları veya bütün problemleri aynı strateji ile çözen öğrencilerden her sınıftan dörder öğrenci olmak üzere toplam 8 öğrenci (3 erkek, 5 kız) seçilmiştir. Bu öğrenciler amaçlı örnekleme yöntemlerinden “ölçüt

örnekleme yöntemi” ile seçilmişlerdir (Yıldırım ve Şimşek, 2000). Seçilen bu öğrencilerle 2–3 haftalık süre sonrasında klinik görüşmeler yapılmıştır. Bu klinik görüşmelerde öğrencilerden, daha önce çözmüş oldukları problemleri tekrar çözmeleri istenmiştir.

Bulgular bölümünde bahsedilen ve öğrencilerle geçen diyaloglardaki alıntılarda kullanılan isimler, öğrencilerin gerçek isimleri değildir.

3.3. Veri Toplama Aracı

Görüşmelerde her bir öğrenciye ilköğretim matematik programı (MEB, 1998) incelendikten sonra sınıf düzeylerine uygun olan on tane sözel problem yöneltmiştir. Hazırlanan bu sözel problemler alan uzmanlarına da gösterilerek içerik bakımından geçerliği sağlanmıştır. Problem Çözme Testindeki sözel problemler Tablo 4’de verilmiştir.

Problem Çözme Testi toplam 10 tane çarpma, bölme ve çıkarma probleminden oluşmaktadır. Problemlerden 5 tanesi bölme işlemi, 4 tanesi çarpma işlemi ve 1 tanesi ise çıkarma işlemi içermektedir (bkz. Tablo 5). Ayrıca, problemlerde doğal sayıların yanı sıra kesirli sayılar kullanılmıştır. Kesirli sayılar yarım ve çeyrek olarak seçilmiştir. Problem Çözme Testinde farklı sayıların ve işlemlerin seçilmesinin nedeni problem içeriğinin, problem çözme aşamasında öğrencilerin başarısını ve kullandıkları stratejileri etkileyip etkilemediğini belirlemektir. Bir başka deyişle öğrencilerin doğal sayılar ve kesirli sayılar içeren sözel problemleri çözerken kullandıkları stratejiler bu sayılara göre bir değişim gösterip göstermediğinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Problem Çözme Testinin güvenirlik katsayısı Sosyal Bilimler için İstatistiksel Paket Programı (SPSS 10) kullanılmıştır. Bir ölçeğin sadece bir uygulaması için uygun olan Cronbach Alpha Problem Çözme Testinin iç güvenirliğini tahmin etmek için kullanılmıştır. Hesaplamalardan sonra, Problem Çözme Testinin iç tutarlılığına ait güvenirlik katsayısı 0.81 olarak bulunmuştur.

Araştırmada kullanılan problemler, araştırmaya katılan öğrencilerin bulundukları sınıflardaki tüm öğrencilere yazılı olarak verilmiş ve çözümlerinin de yazılı olarak yapmaları istenmiştir. Cevaplar incelendikten sonra birbirine benzeyen problemlerde farklı veya bütün problemlerde aynı çözüm stratejileri izleyen öğrenciler klinik görüşmeler için seçilmiştir. Bu görüşmelerde öğrencilere daha önce çözmüş oldukları sorular yine aynı şekilde yazılı olarak verilmiş, öğrencilerin bu soruları tekrar çözmeleri istenmiştir. Öğrenci bu soruları çözerken kendilerine,

1. Problemin çözümü için neden çarpma işlemini seçtiğini açıklayabilir misin?
2. Problemin çözümü için neden bölme işlemini seçtiğini açıklayabilir misin?
3. Seçtiğin işlemin doğru olduğunu nasıl anlıyorsun?
4. Yarım deyince ne anlıyorsun?
5. Çeyrek deyince ne anlıyorsun?
6. Bulduğun sonucun doğru olduğundan nasıl emin olabiliyorsun?
7. Bulduğun sonucun doğru olup-olmadığını nasıl kontrol ediyorsun?
8. Problemi çözerken neden şekil çizme gereksinimi duydun?
9. İşlem kullanarak çözdüğün bu problemi şekil kullanarak da çözebilir misin?
10. Bu problemi bana farklı bir yolla da çözebilir misin?

gibi sorular yöneltilerek, öğrencilerin düşünceleri ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Eğer farklı bir şekilde öğrenci problemin çözümünü yapamaz ya da zorlanırsa öğrenciye, şekille yapması istenmiştir. Buna rağmen şekil çizmekte zorlanan veya çözemeyeceğini belirten öğrencinin bir sonraki soruyu çözmesi istenmiştir.

Tablo 4. Problem Çözme testindeki sözel problemler

Sözel Problemler
1. 30 kişilik sınıfta her öğrenciye dörder tane elma verilecektir. Toplam kaç elmaya ihtiyaç vardır?
2. Yemekhanede 60 tane ekmek vardır. Her bir öğrenciye çeyrek ekmek verilirse, ekmek kaç öğrenciye yeter?
3. Sepetteki 100 yumurtanın dörtte biri kırıldığına göre, kırılan yumurtaların sayısı kaçtır?
4. 80 tane cevizi dört kişi aralarında eşit bir şekilde paylaşıyorlar. Her biri kaç ceviz alır?
5. Bir işyerinde 20 işçi çalışmaktadır. Öğle yemeğinde her işçi çeyrek dilim pizza yerse, kaç tane pizza sipariş etmemiz gerekir?
6. Cemil aldığı 6 tane çikolatayı arkadaşları ile paylaşmak istiyor. Eğer her arkadaşına yarım çikolata verirse, çikolata kaç arkadaşına yeter?
7. Çetin bir günde yarım ekmek yiyebildiğine göre, 10 günde kaç ekmek yiyebilir?
8. Ali, doğum günü partisi için 4 pasta alıyor. Her arkadaşına çeyrek dilim pasta ikram etmek istiyor. Buna göre Ali doğum günü partisine kaç arkadaşını davet etmelidir?
9. İki arkadaş yarım pastayı eşit bir biçimde paylaşacaktır. Her birine bu yarım pastanın ne kadarı düşer?
10. Elif, bakkaldan bir tane ekmek almıştır. Bu ekmeğin çeyreğini yediğine göre, geriye ne kadar ekmek kalmıştır?

Problem Çözme Testindeki sözel problemlerde kullanılan sayı ve işlemler Tablo 5'te özetlenmiştir.

Tablo 5. Problem Çözme testindeki sözel problemlerde Kullanılan sayı ve işlemler

Sözel Problemler	Sayı	İşlem
1	doğal sayılar	çarpma
2	çeyrek	çarpma
3	dörtte-bir	bölme
4	doğal sayılar	bölme
5	çeyrek	bölme
6	yarım	çarpma
7	yarım	bölme
8	çeyrek	çarpma
9	yarım	bölme
10	çeyrek	çıkarma

3.4. Verilerin Analizi

Araştırma için gerekli olan nicel veriler Problem Çözme Testi ile elde edilmiştir. Her probleme verilen cevaplar doğru ise 1, yanlış ise 0 olarak kodlanmıştır. Benzer şekilde, her problemin çözümünde kullanılan stratejiler; boş bırakılmış ise 0, sadece işlem kullanılmış ise 1, model kullanılmış ise 2 olarak kodlanmıştır. Kodlamalardan sonra, veriler SPSS paket programı kullanılarak bilgisayar ortamına aktarılmıştır.

Verilerin analizleri SPSS 10 paket programı kullanılarak yapılmıştır. Her problemin doğruluk yüzdesi ve problemin çözümünde kullanılan stratejilerin frekansı hesaplanmıştır. Ayrıca, 3 ve 4. sınıfların Problem Çözme Testinden elde ettikleri puan ortalamaları ilişkisiz t-testi kullanılarak karşılaştırılmıştır.

Araştırma için gerekli nitel veriler ise klinik görüşmeler yoluyla elde edilmiştir. Görüşme kasetlerinin tam çözümlemesi yapılmış ve tamamı bilgisayar ortamına aktarılmıştır. Kaset çözümlemeleri yapıldıktan sonra nitel verilerin analizi iki aşamada olmuştur.

Birinci aşamada; araştırmada toplanan verilerin, araştırma problemine ilişkin olarak, neleri söylediği ya da hangi sonuçları ortaya koyduğunu ön plana çıkarmak, yani “ne” sorusuna yanıt aramak için betimsel analiz kullanılmıştır. İkinci aşamada ise; toplanan verilerde doğrudan görülemeyen, ancak kavramsal kodlama ve sınıflama yoluyla temaları ve bu temalar arasındaki ilişkileri ortaya çıkarmak, yani “neden” ve “nasıl” sorularına yanıt aramak için içerik analizi kullanılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2000).

Betimsel analizde, görüşme yapılan bireylerin görüşlerini yansıtmak amacıyla doğrudan alıntılara yer verilmiştir. Bu analizde, elde edilen veriler önce anlaşılır bir biçimde betimlenmiştir. Daha sonra yapılan bu betimlemeler ışığında yorumlar yapılmıştır.

İçerik analizinde ise; daha önce betimsel analizde özetlenen ve yorumlanan veriler önce kavramsallaştırılmış (kodlama ve temalar), daha sonra da ortaya çıkan kavramlara göre veriyi açıklayan temalar saptanmıştır.

Bu araştırmada kodlama her soru için 3 kategoride yapılmıştır;

(0) Boş.

(1) İşlem kullanılmış.

(2) Model kullanılmış.

Nitel veriler analiz edilirken, öğrencilerin yaptığı çözümleri yalnız işlem kullanarak mı yoksa model kullanarak mı çözdükleri incelenmiştir. Bazı problemleri işlemle doğru çözmesine rağmen aynı problemi model kullanarak çözmesi istenmiş,

bu şekilde öğrencilerin ne derecede matematiksel modelleme yaptıkları ve kendilerinin herhangi bir modelleme kullanıp kullanmadıkları ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Öğrencilerin yarım ve çeyrek kavramlarından ne anladıkları, bu kavramların geçtiği problemlere vermiş oldukları çözümler incelenerek öğrencilerin yapmış oldukları hataların nedenleri araştırılmıştır. Bu durumlarda, öğrencinin izlediği strateji belirlenerek diğer problemlerde de aynı stratejiyi kullanıp kullanmadığı ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır.

BÖLÜM IV

BULGULAR

Bu bölümde araştırmada toplanan verilerin analizinden elde edilen bulgular sunulacaktır. Bulgular nicel ve nitel bulgular olmak üzere iki bölümde sunulmuştur. Nicel bulgular bölümünde araştırmanın ilk iki problemine ait bulgular, nitel bulgular bölümünde ise son problemine ait bulgulara yer verilmiştir.

4.1. Nicel Bulgular

Nicel bulgular bu araştırmanın alt problemlerine göre düzenlenmiştir.

4.1.1. İlköğretim 3 ve 4. sınıf öğrencilerinin çarpma ve bölme işlemi gerektiren sözel problemleri çözmedeki başarıları arasında anlamlı bir fark var mıdır?

Bu problemi cevaplamak için 3 ve 4. sınıf öğrencilerinin ortalama puanları ilişkisiz t-testi kullanılarak karşılaştırılmıştır. İlişkisiz t-testi sonuçları Tablo 6'da sunulmuştur.

Tablo 6. Problem Çözme Testindeki puanların sınıflara göre
İlişkisiz t-testi sonuçları

Sınıf	N	$\bar{X}$	SS	t	p
3	28	6.07	2.14	4.78	.000 *
4	26	3.2	2.28		

N=54 ; * p<0,01

Öğrencilerin çarpma ve bölme sözel problemlerindeki başarıları sınıflara göre anlamlı bir fark göstermektedir ($t_{(52)} = 4.78$, $p < 0.01$). İlköğretim 3. sınıf öğrencilerinin çarpma ve bölme sözel problemlerindeki başarıları ($\bar{X} = 6.07$), 4. sınıf öğrencilerinin başarılarından ($\bar{X} = 3.2$) daha yüksektir. Araştırmanın başlangıcında, ilköğretim 4. sınıf öğrencilerinin hem bir yıl fazla eğitim almalarından hem de olgunlaşma nedeniyle Problem Çözme Testindeki başarılarının daha yüksek olması beklenmekteydi. Fakat t-testi sonuçları 3. sınıfların daha başarılı olduğunu göstermektedir.

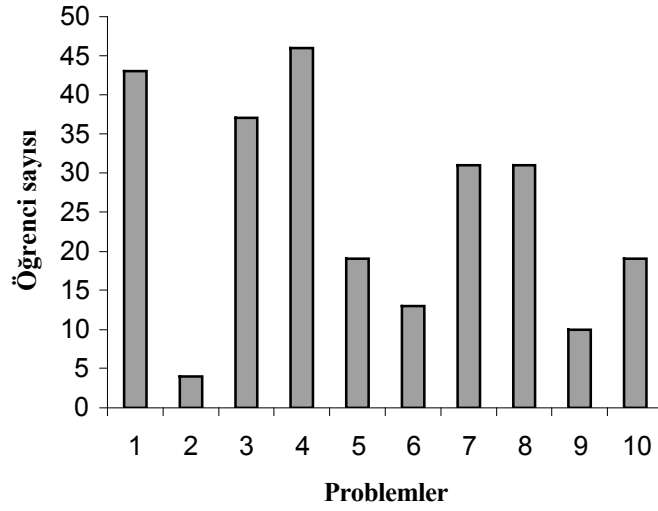
4.1.2 İlköğretim 3 ve 4. sınıf öğrencileri çarpma ve bölme işlemi gerektiren sözel problemleri çözerken hangi stratejileri kullanıyorlar?

İlköğretim 3 ve 4. sınıftan toplam 54 öğrencinin Problem Çözme Testindeki sözel problemleri çözerken hem hangi stratejileri kullandıklarını belirlemek hem de her sözel problemlerdeki genel başarıyı belirlemek için problemlere verilen cevapların ve kullanılan stratejilerin frekans dağılımı hesaplanmıştır. Elde edilen nicel verilerden oluşan bu bilgiler Tablo 7’te sunulmuştur.

Tablo 7. Problem Çözme Testindeki problemlere verilen cevapların ve kullanılan stratejilerin frekans dağılımı.

Problemler	Başarı		Kullanılan Strateji	
	Doğru	Yanlış	İşlem	Model
1	43 (%80)	11 (%20)	54 (%100)	0
2	4 (%7)	50 (%93)	50 (% 93)	2 (% 4)
3	37 (% 69)	17 (% 21)	51 (% 94)	0
4	46 (% 85)	8 (% 15)	54 (%100)	0
5	19 (% 35)	35 (% 65)	40 (% 74)	4 (% 7)
6	13 (% 24)	41 (% 76)	52 (% 96)	2 (% 4)
7	31 (% 57)	23 (% 43)	49 (% 91)	4 (% 7)
8	31 (% 57)	23 (% 43)	48 (% 89)	3 (% 6)
9	10 (% 18)	44 (% 82)	27 (% 50)	13 (% 24)
10	19 (% 35)	35 (% 65)	28 (% 52)	11 (% 20)

Tablo 7 incelendiğinde öğrencilerin sözel problemlerdeki başarıları farklılık göstermektedir. Sözel problemlerin 5 tanesini (1, 3, 4, 7 ve 8. problemler) öğrencilerin % 50'sinden fazlası doğru çözmüştür. Diğer 5 problemi ise öğrencilerin % 50'sinden fazlası yanlış çözmüştür. Başarı yüzdesi en yüksek olan 1 ve 4. problemlerde doğal sayılar kullanılmıştır. Şekil 4'de soruları doğru yapan öğrenci sayılarının grafiği verilmiştir. Grafikten öğrencilerin en başarılı olduğu sözel problemlerin doğal sayılar kullanılan iki problemle birlikte bir kesir sayıları içeren 3. sözel problem olduğu görülmektedir.

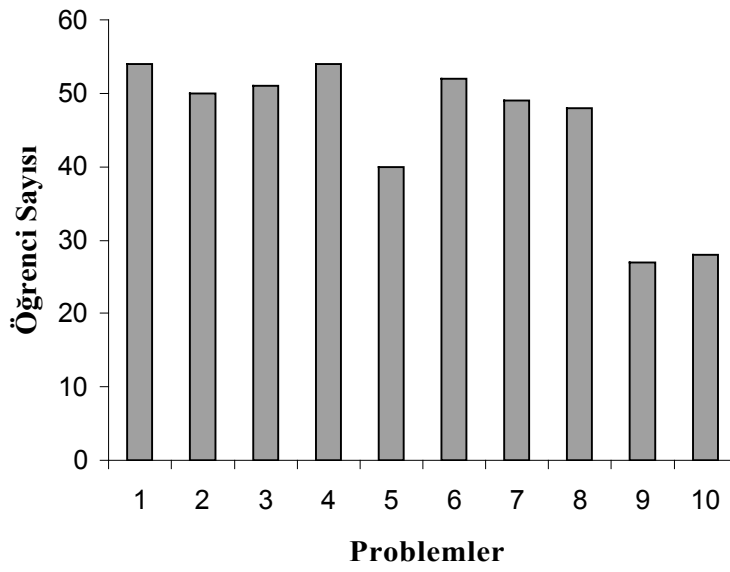


Şekil 4. Her sözel problemi doğru yapan öğrenci sayısı

Tablo 7 öğrencilerin sözel problemleri çözerken kullandıkları stratejiler açısından incelendiğinde 540 çözüm (54 öğrenci, 10 problem)’ün 453’ünde (% 84) işlem, 39 tanesinde (% 7) model kullanıldığı ve 48 tanesinin (% 9) ise boş bırakıldığı görülmektedir (bkz. EK D). Bu verilerden ilköğretim 3 ve 4. sınıf öğrencilerinin sözel problemleri çözerken büyük bir çoğunlukla işlem kullanmayı tercih ettikleri ve model kullanmadıkları sonucu çıkarılabilir. Şekil 5’te verilen grafik sözel problemleri çözerken işlem kullanan öğrencilerin sayılarını göstermektedir.

Öğrenci başarısının % 50’den düşük olduğu problemlerde öğrenciler çoğunlukla işlem kullanmışlardır. Örneğin, 2. problemi sadece 4 öğrenci (% 7) doğru çözebilmiştir. Bu problemin çözümünde öğrencilerin % 93’ü işlem kullanmayı tercih etmiştir. Benzer şekilde, 6. problemi çözebilmek için öğrencilerin % 96’sı işlem kullanmayı tercih etmiş fakat öğrencilerin sadece % 24’ü problemi doğru çözebilmiştir.

Veriler biraz daha detaylı incelendiği zaman, 2. problemi çözmek için işlem kullanmayı tercih eden öğrencilerin % 93'ü problemi yanlış çözmüştür. Aynı şekilde 6. problemde öğrencilerin % 76'sı, 9. problemde % 82'si ve 10. problemde ise % 65'i başarısız olmuşlardır. Model kullanmayı tercih eden öğrencilerin problemleri doğru çözüp çözmediği incelendiği zaman ise model kullanan öğrencilerin hepsinin problemleri doğru çözdüğü belirlenmiştir.



Şekil 5. Sözel problemleri çözerken işlem kullanan öğrenci sayısı

4.2. Nitel Bulgular

Nitel yöntemlerle elde edilen bulguları daha iyi anlamak ve 3. alt probleme cevap bulabilmek için araştırmaya katılan 8 öğrenci ile klinik görüşmeler yapılmıştır.

4.2.1 İlköğretim 3 ve 4. sınıf öğrencileri çarpma ve bölme işlemi gerektiren sözel problemleri çözerken ne zaman modellemeye ihtiyaç duyuyorlar?

Kavramların temellerinin atıldığı bu dönemde araştırmaya katılan 3 ve 4. sınıf öğrencilerinden bu tür problemlerin çözümünde çoğunlukla modelleme veya şekil çizerek sonuca ulaşması beklenmektedir. Diğer taraftan sadece işlem yaparak çözen öğrencinin ise yaptığı işlemin sonucunun doğruluğundan öte seçtiği işlemin doğruluğundan emin olması gerekmektedir.

Görüşmelerde, araştırmacı öğrencilerin matematiksel modelleme becerilerini belirlemek amacıyla, öğrencilerden işlem kullanarak çözdükleri bazı problemleri şekil kullanarak çözmeleri istenmiştir. Araştırma problemlerine öğrencilerin verdikleri cevaplar Tablo 8’de gösterilmiştir.

Tablo 8’de da görüldüğü gibi 1 ve 4. problemler tüm öğrenciler tarafından hiç modelleme kullanılmadan işlemle ve doğru olarak çözülmüştür. Bu problemler, doğal sayılarla işlem gerektiren sorulardır. Öğrencilerin doğal sayılarla işlem gerektiren sözel problemlerde herhangi bir modelleme kullanmadan doğrudan işlemi belirleyerek problemi doğru olarak çözmüşlerdir.

9 ve 10. problemlerde de model kullanma eğiliminin fazla olduğu görülmektedir. Bu problemler kesirli sayılarla işlem gerektirmektedir. Araştırmacı bu problemleri çözerken işlem kullanan öğrencilerden aynı problemi şekil kullanarak da çözmelerini istemiştir.

Tablo 8. Görüşmelerde öğrencilerin problemleri çözmek için kullandıkları stratejiler ve stratejilerinin başarısı.

Öğrenci	Problemler									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ahmet	model doğru	işlem doğru	model doğru	işlem doğru	model doğru	işlem doğru	işlem yanlış	işlem doğru	model doğru	işlem doğru
Burcu	işlem doğru	işlem yanlış	işlem doğru	işlem doğru	işlem yanlış	işlem doğru	işlem yanlış	model doğru	model doğru	model doğru
Eren	işlem doğru	işlem doğru	işlem doğru	işlem doğru	işlem doğru	işlem doğru	işlem doğru	işlem doğru	işlem doğru	işlem doğru
Serap	işlem yanlış	işlem doğru	işlem doğru	işlem doğru	işlem yanlış	işlem yanlış	işlem doğru	işlem doğru	işlem yanlış	model doğru
Meral	işlem doğru	model doğru	işlem doğru	işlem doğru	model doğru	işlem doğru	model doğru	model doğru	model doğru	model doğru
Okan	işlem doğru	işlem yanlış	işlem doğru	işlem doğru	model doğru	model doğru	işlem doğru	model doğru	model doğru	model doğru
Melek	işlem doğru	işlem doğru	işlem doğru	işlem doğru	işlem yanlış	işlem yanlış	işlem doğru	işlem doğru	işlem yanlış	model doğru
Zeynep	işlem doğru	işlem yanlış	işlem doğru	işlem doğru	işlem yanlış	işlem yanlış	işlem doğru	boş	işlem doğru	işlem doğru

Burada, araştırmada kullandığımız kodlama sırasına göre öğrencilerin çözümlerini inceleyeceğiz. Öğrencilerin neden sözel problemleri çözerken işlem kullanmayı tercih ettiklerini, neden şekil kullanmadıklarını problemde kullanılan sayıların, öğrencilerin bu tercihlerini nasıl etkilediğini daha iyi anlamak için klinik görüşmelerden alıntılar aşağıda sunulmuştur.

Görüşmelerde bütün öğrenciler problemleri çözmeye uğraşmıştır. Yalnız bir öğrenci 8. problemi boş bırakmıştır. Araştırmaya katılan öğrencilerden Zeynep 8. problemi okumuş, fakat daha sonra soruyu anlayamadığı için çözümünü boş bırakmıştır. Bu öğrenci ile yapılan görüşme aşağıdaki gibi olmuştur:

Problem 8: Ali, doğum günü partisi için 4 pasta alıyor. Her arkadaşına çeyrek dilim pasta ikram etmek istiyor. Buna göre Ali doğum günü partisine kaç arkadaşını davet etmelidir?

Z: Ali doğum günü partisi için 4 pasta alıyormuş. Her arkadaşına çeyrek dilim pasta ikram etmek istiyor. Buna göre Ali doğum günü partisine kaç arkadaşını davet etmelidir diyo. (düşünüyor)

K: düşünüyorsun. Neyi düşünüyorsun? Hangi işlemi yapman gerektiğini mi?

Z: hayır.nasıl yapacağımı düşünüyorum.

K: nasıl yapacağımı derken işlemimi düşünüyorsun? Hangi işlemi seçmen gerektiğini mi düşünüyorsun?

Z: hayır.

K: şu anda işlemi düşünmüyorsun öyle değil mi?

Z: hayır. Nasıl yapmam gerektiğini.

K: soruyu tam olarak anlamadın mı? Tekrar okuyabilirsin

Z: Ali doğum günü partisi için 4 pasta alıyor. Her arkadaşına çeyrek dilim pasta ikram etmek istiyor. Buna göre Ali doğum günü partisine kaç arkadaşını davet etmelidir diyo.

K: evet. Soruyu anladın mı?

Z: hayır.

Bir problemi çözmek için strateji olarak işlem kullanmayı seçen fakat problemi yanlış çözen öğrenciler, genellikle yanlış işlem seçmişlerdir. Bazı problemlerde öğrenciler problemin çözümünde ilk olarak yanlış işlemi seçmişler daha sonra yönlendirici sorular yardımıyla doğru işlemi seçmişlerdir. Doğru işlem seçiminde bulunamayan öğrenciye daha fazla yönlendirme yapılmamıştır. Bazı

öğrenciler de doğru cevabı bulmalarına rağmen soruda verilen bazı anahtar kelimeleri yanlış anlayıp ikinci bir işlem daha seçerek sonucu yanlış bulmuşlardır. Örneğin aşağıdaki görüşmede öğrenci problemdeki nicelikler arasındaki ilişkiyi yanlış anladığı için yanlış işlem seçmiştir. Serap ile yapılan görüşme aşağıdaki gibi olmuştur:

Problem 1: 30 kişilik sınıfta her öğrenciye dörder tane elma verilecektir. Toplam kaç elmaya ihtiyaç vardır?

S: burada 30 kişilik sınıfta her öğrenciye dörder tane elma verilecek diyor ya.

K: evet.

S: dörder tane diyor ya burada katlama olayı var.

K: katlama olayı var

S: bu yüzden 30 la 4 ü çarparız.

K: tamam.

S: 4 kere sıfır, sıfır. 4 kere 3, 12. sonra buradan devam ediyoruz. Burda toplam kaç elmaya ihtiyacı vardır diyo. Toplam dediği için 30 ile 120 yi toplamayı düşünüyorum.

K: neden?

S: 30 kişilik diyor.

K: evet. 30 kişilik dediği için mi 120 ile 30 u topluyorsun.

S: evet. Bence öyle.(işlemi yapıyor.) 150 elmaya ihtiyaç varmış.

Görüşmeden de anlaşıldığı gibi eğer Serap problemi çözmek için model kullanmayı tercih etmiş olsaydı, problemi çözmek için uygun işlemin çarpma değil bölme olduğunu daha kolay gerebilirdi. Serap başka bir problemi çözerken yine yanlış işlem seçmiş ve neden bu işlemi seçtiğini açıklaması istenmiştir. Öğrenci neden çarpma işlemi seçtiğini şöyle açıklamıştır:

Problem 5: Bir işyerinde 20 işçi çalışmaktadır. Öğle yemeğinde her işçi çeyrek dilim pizza yerse, kaç tane pizza sipariş etmemiz gerekir?

S: Bir işyerinde 20 işçi çalışmaktadır. Öğle yemeğinde her işçi çeyrek dilim pizza yerse, kaç tane pizza sipariş etmemiz gerekir? Burada da çeyreğini soruyor.

Daha demin söylemiştim 1 çeyrek 4 eder diye. 20 ile 4 çarpılır.

K: neden 20 ile 4 ü çarpıyoruz?

S: 1 çeyrek 4.

K: o yüzden mi?

S: evet.

K: pekâlâ, bu soruyu bana şekil çizerek yapabilir misin? (başını sallayarak hayır diyor). Pekâlâ, bir pizza kaç işçiye yetiyor?

S: burada 20 işçi var diyor.

K: bir pizza kaç işçiye yeter?

S: her biri 1 tane alabilir mi?

K: her biri kaç tane alacakmış?

S: her biri 1 çeyrek.

K: 1 çeyrek alacak, 1 pizza da kaç tane çeyrek dilim var?

S: 4 çeyrek dilim var.

K: o zaman 1 pizza kaç işçiye yeter?

S: yapamadım.

K: yapamadın mı? 1 pizza çizip gösterebilir misin kaç kişiye yeteceğini?

S: çizemem.

K: çizemezsin?

S: hayır.

K: burada işlemin çarpma olduğuna nasıl karar verdin?

S: katlama olayı olduğunu düşündüm.

Serap problemleri çözerken 10 problemin hepsinde de işlem kullanmayı tercih etmiştir. Yukarıdaki alıntılardan da görüldüğü gibi işlem seçmesinin nedeni öğrencinin problemi model kullanarak nasıl modelleyeceğini bilmemesi olabilir. Ayrıca içinde çeyrek gibi ifadeler gördüğü zaman hemen çarpma işlemi yapması gerektiğini düşünmektedir. Serap gibi başka bir öğrenci Ahmet de verilen problemi çözmek için yanlış işlem seçmiştir.

Problem 7: Çetin bir günde yarım ekmek yiyebildiğine göre, 10 günde kaç ekmek yiyebilir?

*A: Çetin bir günde yarım ekmek yiyebildiğine göre, 10 günde kaç ekmek yiyebilir?
... 10 la 2 yi çarparız. Çünkü yine öbürkü gibi, 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10... 10 günde
20 ekmek yapıyor.*

K: 1 günde kaç ekmek yiyor?

A: 1 günde yarım ekmek yiyor.

K: 2 günde.

A: 1 ekmek yiyor.

K: 2 günde 1 ekmek yiyor. 10 günde 20 ekmek mi yiyor?

A: evet.

Görüşmeden görüldüğü gibi Ahmet her ne kadar problemi çözmesi için gerekli olan ilişkileri sezmeye başlamış olsa da, çarpma işlemi yapmasının (katlama) gerekliliğinde ısrar etmiştir. Ahmet'in neden çarpma işleminde ısrar ettiğini daha iyi anlamak için başka bir öğrenci Melek ile yapılan görüşmeden alıntı aşağıda verilmiştir.

Problem 5: Bir işyerinde 20 işçi çalışmaktadır. Öğle yemeğinde her işçi çeyrek dilim pizza yerse, kaç tane pizza sipariş etmemiz gerekir?

M: bir işyerinde 20 tane işçi çalışmaktadır. Öğle yemeğinde her işçi çeyrek dilim pizza yerse kaç tane pizza sipariş etmemiz gerekir? 20 yi 4 le çarparız.

K: 20 yi 4 le çarptın, neden?

M: çünkü öğretmenim bir işyerinde 20 kişi çalışıyormuş. Öğle yemeğinde her işçiye çeyrek pizza verilirse, çeyrek $\frac{1}{4}$ olduğu için 4'le çarparız.

Yukarıdaki görüşme alıntılarında da görüldüğü gibi, işlem seçiminde yapılan hataların, öğrencilerin daha önceki sözel problemlerde yarım ve çeyrek kavramı ile karşılaştıklarında, çarpma işlemini kullanmalarından kaynaklanıyor olabilir. Öğrenciler bu tür problemlerden, içinde yarım ve çeyrek ifadeleri geçen problemleri çözerken çarpma işlemi kullanmaları gerektiği genellemesine varmış olabilirler. Fakat daha sonra öğrenciler modelleme yaptıklarında, yaptıkları bu hataların çok çabuk farkına varmışlar ve hatalarını düzeltmişlerdir.

Bu çalışmaya katılan tüm öğrenciler 1. ve 4. problemleri hiç şekil kullanmadan işlemle ve doğru olarak çözmüşlerdir. Bir başka deyişle, öğrenciler içinde doğal sayılar bulunan çarpma ve bölme sözel problemlerini herhangi bir matematiksel modelleme kullanmadan çözmüşlerdir. Kesirli sayılar içeren bazı problemlerde de doğru işlem seçerek problemleri çözebilmişlerdir. Belki öğrenciler her ne kadar kâğıt üzerinde olmasa da zihinlerinde problemin bir modelini oluşturmuşlardır. Zihinlerinde oluşturdukları bu modeller bazen bir şekil çizme bazen de akıl yürütme olabilir. Öğrenciler zihinlerinde oluşturdukları bu modellere uygun bir işlem seçmekte ve problemi çözmektedir. Eren ile yapılan görüşmeden alıntıyı inceleyelim:

Problem 5: Bir işyerinde 20 işçi çalışmaktadır. Öğle yemeğinde her işçi çeyrek dilim pizza yerse, kaç tane pizza sipariş etmemiz gerekir?

E: Bir işyerinde 20 işçi çalışmaktadır. Öğle yemeğinde her işçi çeyrek dilim pizza yerse, kaç tane pizza sipariş etmemiz gerekir ?... bir işyerinde 20 işçi çalıştığına göre, her işçi çeyrek dilim pizza yiyormuş. 20 ile 4 ü çarparız. Yine öyle onun gibi olabilir.... Bir işyerinde 20 işçi çalışmaktadır. Öğle yemeğinde her işçi çeyrek dilim pizza yer... çeyreğini yiyormuş... kaç tane pizza sipariş etmemiz gerekir... tamam... 20 yi 4 e böleriz. Çünkü kaç... 20 işçi çalışmak toplam. Her işçi çeyrek dilim pizza yer o yüzden 20 yi 4 e böleriz.

K: nasıl karar verdin?

E: yani.. hani çeyrek dilim pizza yiyor ya her işçi.

K: evet.

E: 4 tane işçi 1 pizza yiyor. 20 yi 4 e bölüyoruz.

K: 4 işçi yediği için 1 pizzayı?

E: evet.

Görüşmeden de anlaşıldığı gibi öğrenci önce çarpma işlemi yapmayı düşünmüş fakat daha sonra akıl yürüterek uygun işlemin bölme işlemi olduğuna karar vermiştir. Araştırmaya katılan Ahmet ile yapılan görüşmede, öğrenci, önce mantıklı bir sonucu zihinden buluyor ve daha sonra işlem seçimini yaparak problemi çözüyor. Ahmet ile yapılan görüşme aşağıdaki gibi olmuştur:

Problem 2: Yemekhanede 60 tane ekmek vardır. Her bir öğrenciye çeyrek ekmek verilirse, ekmek kaç öğrenciye yeter?

A: Yemekhanede 60 tane ekmek vardır. Her bir öğrenciye çeyrek ekmek verilirse, ekmek kaç öğrenciye yeter ?... bu soruyu yanlış yaptım galiba. 60 ekmek var, her öğrenciye çeyrek ekmek verilecekmiş. 60 ı 4 e böleriz. (işlemi yapıyor)... 15... çeyrek ekmek veririz, kaç öğrenciye...

K: 15 öğrenciye mi yetiyor, 60 ekmek?

A: (hemen cevaplıyor). Hayır, 4 le çarpacağız.

K: ne oldu, kararın değişti birden?

A: orada, şey... sonuç 240.

K: nasıl değiştirdin kararını?

A: çünkü her öğrenciye çeyrek ekmek veriliyor, o zaman 60 la 4 ü... şey... çünkü çeyrek ekmek tam ekmeklerden fazla olmalı. Onun için 4 le çarptım.

K: çeyrek ekmekler, tam ekmeklerden fazla olduğu için mi 4 le çarptın.

A: evet. Çünkü 1 parça 4 parçaya bölündüğü için fazlalaşır.

K: kafanda bir şekil mi oluşturdun?

A: evet...

Yukarıdaki görüşmede Ahmet önce bölme işlemi yapması gerektiğini düşünmüş fakat bulduğu cevabın anlamlı olmadığına karar vermiştir. Çeyrek ekmeklerin sayısının bütün ekmeklerden fazla olacağı için çarpma işlemi yapmıştır. Ahmet bu seçimini yaparken bir bütünün dört çeyrekte oluştuğu ilişkisinden faydalanmıştır. Burcu da yine bir bütün ile yarım arasındaki ilişkilerden yola çıkarak problemi aşağıdaki gibi doğru çözmüştür.

Problem 6: Cemil aldığı 6 tane çikolatayı arkadaşları ile paylaşmak istiyor. Eğer her arkadaşına yarım çikolata verirse, çikolata kaç arkadaşına yeter?

B: Cemil aldığı 6 tane çikolatayı arkadaşları ile paylaşmak istiyor. Eğer her arkadaşına yarım çikolata verirse, çikolata kaç arkadaşına yeter ?... Bu bir çikolata (şekil çiziyor).

K: evet.

B: bir arkadaşına yarım çikolata veriyormuş.

K: evet.

B: 6 tane çikolata varmış. 6 yı... 1 çikolata 2 yarım ettiği için 6 yı 2 ile çarparım... (işlemi yapıyor)... 12.

K: nasıl açıkladın bana tekrar söyleyebilir misin onu? 1 çikolata...

B: 1 çikolata. Bir arkadaşına yarım çikolata verirse.

K: evet.

B: yarısını buldum, 2.

K: evet.

B: 6 tane çikolata olduğu için, 2 ile çarptım 12 buldum.

Benzer bir şekilde Okan, verilen sözel problemi akıl yürüterek çözmüştür. Bu öğrencinin bütün ile yarım arasındaki ilişkiyi iyi anlamış olması problemi kolaylıkla çözebilmesine yardımcı olmuştur. Okan, verilen sözel problemi nasıl çözdüğünü aşağıda şöyle açıklamıştır:

Problem 7: Çetin bir günde yarım ekmek yiyebildiğine göre, 10 günde kaç ekmek yiyebilir?

O: Çetin bir günde yarım ekmek yiyebildiğine göre, 10 günde kaç ekmek yiyebilir? Çetin bir günde, bir gün geçiyor yarım ekmek yiyor. 10 günde kaç ekmek yer. Bir günde yarım ekmek yiyorsa 10 günde 5 ekmek yer.

K: kafadan mı hesapladın?

O: evet bir günde yarım. Bir günde bir bütün yese, zaten 10 günde 10 tane yer.

K: evet.

O: bir günde yarım yediği için onu yarıya böleriz.

Yukarıdaki görüşmelerden de anlaşıldığı gibi öğrenciler kesirli sayıları iyi anladıkları takdirde akıl yürüterek probleme uygun işlemi rahatlıkla seçebilmişlerdir. Bu nedenle de verilen sözel problemleri çözmek için herhangi bir model kullanmaya ihtiyaç duymamışlardır. Problemi doğru çözmelerine rağmen, bu öğrenciler düşüncelerini şekil kullanarak açıklamakta zorlanmışlardır. Bunun nedeni ise belki şeklin çiziminin öğrencilere zor gelmesi ya da şekil kullanmaya alışkın olmamaları olarak yorumlanabilir. Örneğin aşağıdaki Serap ile geçen görüşme aktarılmıştır. Serap düşüncesini şekil kullanarak anlatmakta zorlanmıştır:

Problem 2: Yemekhanede 60 tane ekmek vardır. Her bir öğrenciye çeyrek ekmek verilirse, ekmek kaç öğrenciye yeter?

S: Yemekhanede 60 tane ekmek varmış. Her bir öğrenciye çeyrek ekmek verilirse, ekmek kaç öğrenciye yeter ? diyor... bir çeyrek dört oluyor, 60 ı 4 le çarpacağım.

K: neden?

S: bir çeyrek 4...

K: çeyrek dört müdür, o yüzden mi 4 le çarpıyorsun?

S: evet.(işlemi yapıyor.) 4 kere sıfır, sıfır. 4 kere 6, 24 yapar.

K: pekala. 1 ekmek kaç öğrenciye yetiyor?

S: 1 ekmek uuu, onu anlayamadım.

K: anlayamadın mı? Şimdi 1 tane ekmeğimiz olsaydı kaç öğrenciye yeter?

S: 1 tane ekmek olsaydı, 60 tane ekmek varmış.

K: evet.

S: her öğrenciye 1 ekmek düşebilir.

K: 1 ekmek.

S: birer tane yerlerse.

K: ama soruda her öğrenciye çeyrek ekmek verilirse diyor. Çeyrek ekmek verirse 1 ekmek kaç öğrenciye yeter?

S: 1 çeyrek dört oluyor.

K: evet.

S: dört öğrenciye...

K: şekil çizebilir misin?

S: şekil yapamam. Yani hep işlemle yaparım. Şekil çizemem. Şekle alışmamışım.

K: şekle alışmamışsın.

S: şekille yapamam hiç.

Yukarıdan da görüldüğü gibi, öğrenci bazen şekil çizmenin zaman kaybettirdiğini ya da şekil çizme becerisinin olmadığını belirtmektedir. Başka bir öğrenciye, neden problemi çözmek için şekil kullanmadığı sorulmuştur. Eren bunun nedenini aşağıdaki gibi açıklamıştır:

K: Şekil pek kullanmadık.

E: şekille yapmayı pek beceremem. Onun için.

K: şekille yapmayı beceremez misin?

E: hem zamandan fayda...

K: işlemi seçtiğin zamanda, işlemin doğru olup olmadığını nasıl anlıyorsun?

E: bilemem. Bazen öyle yapıyorum da. Bu seferlik yapmadım.

K: pekala sınıfta nasıl çözüyorsunuz.

E: sınıfta da böyle çözüyoruz. Sağlamasını yapıyoruz ama.

K: şekiller zaman kaybettirdiği için mi işlem seçiyorsun?

E: evet.

K: işlemin doğru olup olmadığını...

E: sağlaması ile...

K: şekille...

E: pek yapmıyorum.

Öğrencilerin özellikle yarım kavramında hata yapmadıkları gözlenmiştir. Bunun nedenini de, 2 sayısı ile yapılan çarpma ve bölme işleminin kolaylıkla zihinden yapılabileceği olabilir.

Araştırmaya katılan öğrenciler, problemlerin çözümünde kullanacakları işlemi seçmekte zorlandıkları zaman modelleme yoluna gitmektedirler. Bazı soruları çözerlerken, hemen modelleme yoluna gitmiş ve şekil çizmişlerdir. Şekiller sadece yarım ve çeyrek kavramlarını içeren sözel problemlerde kullanılmamış, doğal sayılarla işlem gerektiren problemlerde de kullanılmıştır. Ahmet birinci problemi şöyle çözmüştür:

Problem 1: 30 kişilik sınıfta her öğrenciye dörder tane elma verilecektir. Toplam kaç elmaya ihtiyaç vardır?

A: 30 kişilik sınıfta her öğrenciye dörder tane elma verilecektir. Toplam kaç elmaya ihtiyaç vardır ?.. şimdi bir sınıfta 30 kişi var her öğrenciye dörder elma...

K: evet.

A: şekille de yapabiliriz.

K: evet.... ne yapıyorsun?... Çizgiler mi çiziyorsun?

A: evet. 30 tane çizgi çizdik... bunu kısaca 30 la 4 ü çarparak da bulabiliriz. (işlemi yapıyor).... 120.

K: 120 evet, şu 30 tane çizgiyi neden çizdik?

A: hepsine 4 tane yazacağız. 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28...

K: tamam. Anladım. Yazmana gerek yok. Bu şekilde mi karar verdin çarpma işlemine?

A: evet.

Öğrenciler verilen problemleri çözerken, seçmiş oldukları işlemin doğru olup olmadığından emin olmadıkları zaman, bazı sözel problemlerde doğrudan şekil çizmeyi tercih etmişlerdir. Aşağıdaki Burcu ile yapılan görüşmede öğrenci çeyrek ile bütün arasındaki ilişkiyi şekil çizerek daha kolay belirlemiş ve probleme uygun işlemi seçebilmiştir.

Problem 8: Ali, doğum günü partisi için 4 pasta alıyor. Her arkadaşına çeyrek dilim pasta ikram etmek istiyor. Buna göre Ali doğum günü partisine kaç arkadaşını davet etmelidir?

B: Ali, doğum günü partisi için 4 pasta alıyor. Her arkadaşına çeyrek dilim pasta ikram etmek istiyor. Buna göre Ali doğum günü partisine kaç arkadaşını davet etmelidir?.. (şekil çiziyor) 1 pasta bu 4 arkadaş.... 2.pasta.... 4.pasta... Çeyrek dilim verecekmiş her arkadaşına.

K: evet.

B: bunları sayarız. 1,2,3,4 tür. 4 le 4 ü çarparız. 16.

K: ilk önce şekil çizdin.

B: evet.

K: daha sonra işleme geçtin.

B: evet.

Bazı öğrenciler de işlem seçiminde zorlanmışlardır. Bazı sözel problemlerde de öğrenciler yanlış işlem seçerek çözümü yanlış yapmışlardır. Daha sonra öğrencilerden şekil çizerek soruyu tekrar çözmeleri istenmiştir. Şekil çizdiklerinde önce seçtikleri işlemin yanlış olduğunu hemen fark ederek, seçtikleri işlemi değiştirmişlerdir. Aşağıdaki görüşmede öğrenci şekil çizerek iki yarımı bir bütün ettiğini belirlemiş fakat işlemi yine yanlış seçmiştir. Öğrencinin doğru işlemi seçebilmesi için bir kaç şekil daha çizmesi gerekmiştir. Burcu ile yapılan görüşme aşağıdaki gibi olmuştur.

Problem 7: Çetin bir günde yarım ekmek yiyebildiğine göre, 10 günde kaç ekmek yiyebilir?

*B: Çetin bir günde yarım ekmek yiyebildiğine göre, 10 günde kaç ekmek yiyebilir
?... bu bir ekmek (şekil çiziyor)*

K: evet.

*B: 1 günde yarım ekmek yiyormuş. Bütünü yarıma böldüm, o da iki. 10 uda 2 ile
çarparım.*

K: evet.

B: 20 tane ekmek yiyormuş.

K: tamam. şekli bir daha açıklayabilir misin bana.

B: bu bir ekmek.

K: evet ekmek.

B: ekmeği ortadan...

K: ikiye böldün, daha sonra işleme geçtin.

B: bir günde bu kadarını yiyormuş.

K: 2 günde?

B: 2 günde 1 tane bütün yiyor.

K: o zaman hangi işlemi seçtin?

B: 10 la 2 yi çarptım.

K: 1 ekmek daha çizebilir misin?

B: bunun gibi mi?

K: evet onun gibi.

*B: bu da ekmek. Yarisını böldüm. 1 günde bu kadar yiyormuş, 2 günde bunun
bütünü bitiyormuş.*

K: 1.ekmek kaç gün yetiyor?

B: gün olarak değil mi?

K: evet.

B: 2 gün.

K: 2.ekmek?

B: 4.

K: bir sonraki ekmeği çizebilir misin?

B: 6.

K: evet.

B: 8.

K: evet.

B: (gülüyor)

K: nasıl yaptık?

B: 10 günde 5 ekmek yiyor

K: fakat biz işlemle yanlış yaptık, nerede yanlış yaptık?

B: 10 u 2 ye bölmem gerekiyordu.

K: 10 u 2 ye bölmen gerekiyordu.

B: (işlemi yapıyor) 5 ekmek yiyormuş.

K: bölme işlemi olduğuna nasıl karar verdin?

B: çünkü buraya ekmekleri çizdim.

K: evet. 5 tane çıktı?

B: evet. 5 tane çıktı. 10 u 2 ye böldüm.

Bu çalışmada genelde öğrencilerin problem çözümünde ilk tercihi işlemden yana olmakta fakat bu yolla sonuca ulaşamadıkları zaman problemi modelleyerek çözebilmişlerdir. Bazı öğrenciler işlem seçmekte zorlandıkları zaman şekil çizmeye çalışmış fakat sayılar büyük olduğu için şekil çizmekte de zorlanmışlardır. Aşağıdaki görüşmede Serap neden şekil çizmediğini şöyle açıklamıştır:

K: ...sınıfta bu tür matematik problemlerini çözerken, hemen işlem mi yapıyorsun yoksa şekil çizerek mi yapıyorsun?

S: işlemle çözmeye çalışıyorum, çözemezsem öğretmene söylüyorum.

K: öğretmene söylüyorsun.

S: o kadar zorlanırsam.

K: şekil çizmeyi deniyor musun hiç?

S: şekil çizemiyorum. Öğretmende diyor ama çizemiyorum.

K: neden çizemiyorsun şekil?

S: alışkın değilim.

K: alışkın değilsin. Pekala işlem yaptığın zaman, az önceki sorularda yaptın.

Doğru işlemi seçtiğinden nasıl emin olabiliyorsun?

S: katlama yada eşit paylaşım... katlamada çarpma geliyor, paylaşmada bölme.

K: katlama olduğu zaman çarpma olduğunu düşünüyorsun.

S: evet. Katlama olduğunu düşünüyorum.

K: katlama veya paylaşım olduğunu nasıl anlıyorsun.

S: anlıyorum. Karşıma çıktığı zaman...

Yukarıdaki görüşmede, öğrencinin kendince hangi problemlere hangi işlemin uygun olduğu hakkında düşünceler geliştirdiği gözlenmektedir. İşlem seçimine nasıl karar verdiğini açıklarken de bu düşünceleri kullanmaktadır. Öğrenci, sözel problemleri çözerken şekil kullanmamasının nedenlerini zorlanması ve alışık olmaması olarak belirtmiştir. Ahmet de yine aynı şekilde sözel problemleri çözerken ilk önce işlem kullanmayı tercih ettiğini belirtmiş ve düşüncelerini şöyle açıklamıştır:

K: Pekâlâ bu tür kesirlerle ilgili problemlerde veya diğer matematik problemlerinde ilk önce işlem mi düşünüyorsun yoksa şekil mi?

A: ilk önce şekil.

K: ilk önce şekil diyorsun.

A: ama çoğu zaman işlem yapıyorum daha sonra şekil yapıyorum.

K: neden öyle yapıyorsun?

A: şekil çizmek zaman alır diye, problemler süreli verildiyse. Eğer süre verilmediyse, problemi yapmak için ilk önce şekil yapıyorum.

K: yani süre kısıtlıysa işlem mi yaparım diyorsun?

A: evet.

K: yoksa yavaş yavaş yapıyorsan, şekil...

A: evet.

K: seçtiğin işlemin doğru olduğunu nasıl anlıyorsun?

A: aklımdan bazen şekiller yapıyorum veya şey problemlerin sağlamasını yapıyorum.

K: problemlerin sağlamasını nasıl yapıyorsun?

A: şey, mesela bir şeyi bir şeye böldüğümde, sağlaması için onunla onu çarpıyorum.

K: pekala işlemin doğru seçildiğine emin olabiliyor musun?

A: belki işlemin doğruluğuna şekil olabilir. Eğer işlemde emin olmazsan şekil çizebilirsin, sağlamak için.

Yukarıdaki görüşmede öğrenci problem çözmede şekil kullanmamasının nedenini problemi çözmek için tanınan sürenin kısıtlı olması olarak açıklamaktadır. Fakat ilginç olarak, öğrenci bazen problemin şeklini zihninde oluşturmaya çalıştığını da belirtmiştir. Öğrenci ayrıca bir probleme uygun işlemin seçilip seçilmediğine karar vermekle, seçilen işlemi doğru yapıp yapılmadığını kontrol etmenin aynı şey olduğunu düşünmektedir. Belki bunun bir nedeni sınıflarda problem çözme etkinliklerinde verilen problemlere seçilen işlemlerin doğru olup olmadığının sorgulanmaması görülebilir. Başka bir öğrenci de çeyrek ile bütün arasındaki ilişkiyi doğru kurmasına rağmen işlemi yanlış seçmiştir. Zeynep problemi çözmek için neden çarpma işlemini seçtiğini şöyle açıklamıştır:

Z: Bir işyerinde 20 işçi çalışmaktadır. Öğle yemeğinde her işçi çeyrek dilim pizza yerse, kaç tane pizza sipariş etmemiz gerekir ? diyor.

K: evet.

Z: çeyrek olduğuna göre 4 bölü 1... 20 ile 4 ü çarpacağız.

K: neden? (düşünüyor)... yine problemde geçen hangi kelime sana çarpma işlemini seçtirdi.

Z: çeyrek dilim

K: çeyrek sana 4 anlamına mı geliyor? 4 le çarpman mı gerekiyor?

Z: evet.

Genelde öğrenciler bir bütünün iki yarım ve dört çeyrekten oluştuğunu bilmektedirler. Bu bilgiden yola çıkarak içinde yarım ve çeyrek kelimelerinin

geçtiği sözel problemlerde genelde çarpma işlemini seçmişlerdir. Öğrenciler bir bütünün iki yarımdan ve dört çeyrekten oluştuğu bilgisinden yola çıkarak problemlerin cevaplarının katlanması yani çarpma işlemi kullanarak elde edilmesi gerektiği düşüncesini geliştirmişlerdir. Bir başka deyişle öğrenciler kavramları doğru bilmelerine rağmen, problemleri çözerken doğru bir şekilde kullanamamışlardır.

Bazı öğrencilerin de yarım ve çeyrek kavramlarını yanlış öğrendikleri gözlenmektedir. Özellikle problemde verilen sayılar büyük ise sonucu tahmin edemedikleri için buldukları sonuç yanlış da olsa doğru olarak değerlendirmişler, sayılar küçük olduğunda ise sonucu tahmin edebildikleri ve zihinlerinde modelleyebildikleri için yanlış seçilen işlemi değiştirme yoluna gitmişlerdir.

BÖLÜM V

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmada elde edilen bulgular, ilgili literatür ışığında tartışılacak ve araştırmanın sonuçları sunulacaktır. Ayrıca araştırmada elde edilen bulgular ve sonuçlara dayanarak matematik öğretimi ve matematik öğretmeni eğitimi ile ilgili önerilere yer verilecektir. Araştırmanın sonuçlarına göre yeni araştırmalara yön verecek bazı öneriler de sunulacaktır.

5.1. Tartışma ve Sonuçlar

İlköğretim 1–5. sınıflarında (Piaget, 1973; Brunner, 1966), bütün derslerde olduğu gibi matematik dersinde de konular somutlaştırılarak yani, matematiksel modelleme yolu izlenerek işlenmektedir. Somut işlem döneminde olan 1–5. sınıflarındaki öğrenciler, modellemeyi bu yıllarda bütün problemlerin çözümünde uygulayabilecek düzeydedirler.

Yapılan uluslararası araştırmalarda (MEB, 2004b) belirlenen matematik düzeylerinde (bkz. EK A) Türkiye’deki öğrencileri alt seviyelerde (bkz. EK B) görmekteyiz. Bunun nedenlerinden biri olarak, ilköğretimin ilk yıllarından itibaren matematiksel bilgilerin istenilen boyutlarda öğrenciye kazandırılmaması görülebilir.

Bu araştırmanın başlangıcında, 4. sınıfların daha başarılı olması beklenmekteydi. Fakat araştırmaya katılan 3. sınıf öğrencilerinin 4. sınıf öğrencilerine oranla daha başarılı oldukları belirlenmiştir. Bunun nedeni olarak sınıfta işlenen öğretim yöntemlerinin farklı olabileceği, başka bir deyişle öğretmenden kaynaklanabileceği düşünülmektedir. 3 ve 4. sınıf öğrencilerinin problem çözme düzeylerindeki başarı farklılığının önceki yıllardaki problem çözme öğretimindeki eksikliklerden ve farklılıklardan kaynaklanabileceği yapılan araştırmalarla (Carpenter ve diğerleri, 1993; Secada ve Carey, 1989; Mullis at all, 2000) da tutarlılık göstermektedir.

Araştırmada kullanılan sözel problemlerin çözümlerinde, öğrencilerin başarıları farklılık göstermektedir. Özellikle doğal sayılar kullanılarak öğrencilere verilen problemlerdeki başarı yüzdesi daha yüksektir. Çünkü öğrencilerin büyük çoğunluğu bu problemleri ilk olarak işlem ile çözme yoluna gitmişler ve doğru işlemi seçmişlerdir. Kesir sayıları içeren problemleri çözerken ise işlem seçiminde zorlandıkları, bununla beraber yanlış işlemi seçmiş olmaları da kesir kavramının bu yaş grubundaki öğrencilerde tam olarak kavranılmadığını göstermektedir. Yapılan araştırmalar (Hunting ve Sharpley, 1988; Toluk, 2002) da öğrencilerin, kesir sayılarını anlamlandırmakta zorlandıklarını göstermektedir.

Tüm öğrencilerin verdikleri cevaplar incelendiğinde, problemlerin çözümü için ilk olarak işlem seçiminin yapıldığı, özellikle doğal sayılar içeren 2 problemin (1 ve 4. problem) çözümü için sadece işlem kullanıldığı herhangi bir modelleme yoluna gidilmediği belirlenmiştir. Diğer sorularda da işlem kullanımının %50'nin üzerinde olduğu saptanmış olup, modelleme veya temsil biçimlerinin kullanımının ise çok az (% 0–24) olduğu görülmektedir.

Diğer bir bulgu olarak öğrencilerin anahtar kelimeleri kullanarak işlem seçimini yaptıkları belirlenmiştir. Öğrenciler “dörder tane” ifadesinden “katlama” anladıklarını ve çarpma işlemi seçtiklerini, “toplam kaç” ifadesinden ise “toplama”

anladıklarını belirtmişlerdir. Bazı araştırmalar da bunu (Reusser ve Stebler, 1997) desteklemektedir. Fakat bazı öğrenciler bu anahtar kelimeler verildiğinde doğru işlem seçmiş olsalar da, tek işlemle çözülebilecek problemlerde iki işlem yaparak yanlış sonuca ulaşmışlardır. Bu da öğrencilerin sadece işlem yapma ve sonuca ulaşma isteklerinin olduğunu, onlara göre problemlerin zihinde modellenmesinin ya da sonucun doğru olup olmadığının önemsiz olduğunu göstermektedir.

Öğrenciler, yarım ve çeyrek kavramlarından çarpma işlemi yapmalarının gerekli olduğunu belirtmişlerdir. Bazı öğrencilerin de şekille çözüm yaptıktan sonra işlemi değiştirme yoluna gittikleri görülmüştür. Öğrencilerin büyük bir çoğunluğu şekil çizimi ya da herhangi bir modelleme yaptıktan sonra yaptıkları hatanın farkına varmıştır. Buna rağmen ilk önce şekil çizerek çözüme başlayan öğrencilerin doğru sonuca ulaştıkları görülmüştür. Bu da, bu yaş grubundaki öğrencilerin kesir kavramları içeren sözel problemleri modelleyerek doğru çözdükleri anlamına gelmektedir. Bazı öğrenciler çarpma işlemi yaptıktan sonra akıl yürütme ile veya zihinde modelleme ile cevabı anlamlı bulmadıklarını belirtmişler ve işlem değiştirerek bölme işlemini yapmışlardır.

Bazı öğrenciler de doğal sayılar içeren problemleri çözerken de şekil kullanmış ve daha sonra işlem seçimi yaparak doğru sonuca ulaşmışlardır. Bu durumdan, bu öğrencilerin yapmaları gereken işlemden emin olmadıkları veya bu yaştaki bir öğrencide problem çözme temellerinin ilk önce şekil çizilerek öğretildiği sonucuna varılabilir.

Problem, işlem kullanılarak çözülemediği zaman, bazı öğrenciler tarafından, 1–5. sınıflarda daha çok uygulanan somut modelleme yolu devreye girmiştir. Bazen ise öğrenci şekli kafasında oluşturmuş veya parmaklarıyla hesap yapmıştır.

Bazı öğrencilerin ise problemleri hiç şekil kullanmadan yalnızca işlemle çözdükleri görülmüştür. Bu öğrencilerden işlemle çözdüğü problemi şekille çözmesi istendiğinde öğrenciler, şekille yapamayacağını şekle alışık olmadığını belirtmiştir. Ayrıca öğrenci kendi ders öğretmeninin de şekil ile yapmasını istediğini fakat yapamadığını belirtmiştir. Bir öğrenci ise zaman kısıtlı olduğu zaman işlem kullanarak çözdüğünü, fakat zaman sorunu olmadığında şekil kullanarak çözdüğünü belirtmiştir. Bunun sebebi, öğrenciler için problemi daha hızlı çözmenin daha önemli olmasıdır. Çünkü uygulamada olan sınav sistemi ile öğrenciler birbirleriyle yarış halindedirler ve bu yaş grubundaki öğrenciler dahi aynı mantıkla her yıl deneme sınavlarına girmektedirler.

Önemli olan diğer bir bulgu ise öğrencilerin çeyrek kavramını 4, yarım kavramını 2 olarak hatırlamalarıdır. Öğrenciler daha sonra bu sayılarla çarpma işlemi yapmaktadırlar. Bu ise yarım ve çeyrek kavramlarının öğrencide tam olarak kavranmadığı ya da yanlış kavrandığı anlamına gelmektedir. Burada diğer bir sorun “bu öğrencinin neden çarpma işlemini seçmesi gerektiği” olarak görülebilir. Bunun sebebi ise öğretmenlerin herhangi bir işlemin anlatımından sonra kitapta bulunan alıştırmaları ve konunun devamındaki problemleri yapmaları olabilir. Çünkü alıştırmaların çözümünde hep aynı işlemi kullanan bir öğrenci problemlere geçtikten sonra da aynı işlemin olduğunu bilmekte ve bu nedenle problemi okumadan problemin çözümü için herhangi bir akıl yürütme yapmadan problemdeki iki sayıyı (Greer, 1997) işleme koymaktadır. Bu da araştırmaya katılan öğrencilerin çoğunluğunun ilk çözüm yolu olarak işlem seçmesini ve bu işlemlerde hata yapmasını açıklamaktadır. Her şeye rağmen matematiksel modellemenin, öğrenci için daha zor ve zaman alıcı olduğu, tali bir çözüm yolu olarak kullanıldığı belirlenmiştir.

Bu araştırmada, 3 ve 4. sınıf öğrencilerinin sözel problemleri çözerken kullandıkları stratejilerin belirlenmesi ve öğrencilerin sözel problemlerin çözümünde kullandıkları stratejilerin nedenlerinin ortaya çıkarılması araştırılmıştır.

Araştırmanın verileri araştırmacı tarafından hazırlanan on adet sözel problemin öğrenciler tarafından ne şekilde çözümlendiğiyle elde edilmiştir.

İki İlköğretim Okulunda yapılan çalışmada 3 ve 4. sınıf öğrencilerinden 8 öğrenci ile klinik görüşmeler yapılmıştır. Yapılan çalışmada öğrencilerin birçoğunun, ilk önce modelleme ya da başka yollarla problemi somutlaştırarak değil de, işlem yapma yolu ile çözüme ulaşmayı tercih ettikleri görülmüştür. Bu şekilde problemin çözümüne ulaşamayan ya da yanlış işlem yapan öğrencilerin ise ikincil bir tercih olarak modellemeyi tercih ettikleri görülmüştür. Bu da, öğrencilerin neden işlemleri ilk olarak kullandığını ve modellemenin bu kadar az kullanılmasının sebeplerinin neler olduğu sorularını beraberinde getirmiştir.

Birçok öğrenci için problem çözmenin işlem kullanılarak, problemin tam olarak neyi anlatmaya çalıştığı anlaşılmadan yapılan bir süreç olduğu görülmüştür. Yapılan klinik görüşmelerde öncelikle problemi işlem kullanarak çözen öğrencilere araştırmacı tarafından, “Aynı problemi şekil kullanarak çözebilir misin? Bu problemi farklı yolla yapabilir misin?” şeklindeki sorular yöneltilerek problemin zihinlerinde nasıl canlandırıldığı araştırılmıştır. Bazı öğrenciler şekille problem çözümünü açıklamayı başarmış, az da olsa bazı öğrenciler ise şekil kullanarak açıklayamayacağını ifade etmiştir.

Araştırma açısından önemli olan farklı bir durum ise, öğrencilerin problemin çözümü için seçilen yanlış işlemi ya da yapılan işlemdeki matematiksel hatayı, modelleme yaptığında kendilerinin fark edebilmeleridir.

Bu çalışmaya katılan 3 ve 4. sınıftaki öğrencilerde, soyut işlemlerle çözüme ulaşmanın daha kolay olması düşüncesi okullarımızda yapılan ezberci eğitimin bir sonucu olarak görülebilir. Bu sonucun da ilerleyen yıllarda kümülatif olarak büyüyen bir sorun haline geleceği açıktır. Öğrencinin problemi zihninde tasarlamadan, önceden öğrendiği ezbere işlemlerle yapması ve son çare olarak şekil çizerek modelleme yoluna gitmesi düşünme tembelliğine yol açacaktır. Yani

matematik, mantıksal bir akıl yürütme biçimi olmaktan çıkıp birkaç işlemin denenerek sonucun bulunduğu, düz mantıkla da (öğrencinin herhangi bir işlemi seçmesiyle) kolaylıkla çözülebilen bir ders haline gelmektedir. Fakat öğrenci üst sınıflarda daha karmaşık problemlerle karşılaştığında, problem çözme öğrenci için içinden çıkılması zor bir durum ve matematik dersi de öğrenilmesi çok zor olan bir ders haline gelecektir.

5.2. Öneriler

Öğretmenler, özellikle de somut işlem dönemindeki öğrenciler için problem çözme sürecinde modellemeye daha fazla ağırlık vermelidirler. Sözel problemlerin çözüm sürecinde öğrencinin farklı temsil biçimlerini kullanabileceği ortamlar hazırlanmalıdır. Öğretmen, bir problemin çözümü yapılırken öğrencinin zihinsel faaliyetlerini üst seviyelerde tutmalı ve öğrenciye farklı çözüm yollarını da kullanması için yönlendirmelerde bulunmalıdır. Ayrıca seçilen problemlerin öğrencinin kendi yaşadığı çevre ile ilişkili olması problemin modelleme yolu ile çözümünü kolaylaştırmaktadır.

Problem çözme sürecine farklı bir bakış açısı getiren yeni Matematik Programının değişimi olumlu yönde bir gelişme olarak görülmektedir. Daha önceki programda problem çözme dört işlemin uygulama alanı olan bir matematiksel etkinlik görülürken yeni programda problem çözmeye bilişsel bir süreç olarak bakılmaktadır. Bu değişimin hızlı bir şekilde öğretmenlere yansıtılması gerekmektedir. Öğretmenlerde problem çözmeyi farklı bir süreç olarak anlamalı ve öğrencilerin düzeylerini göz önünde bulundurarak bunu derslerine aktarmaları gerekmektedir. Bu şekilde problem çözme sürecine farklı bir bakış açısıyla yaklaşıldığında, matematik dersinde daha etkin bir öğretim sağlanacaktır.

Bu bakımdan üniversite düzeyindeki matematik öğretmenliği ve sınıf öğretmenliği programlarında da problem çözme süreci ve modelleme üzerinde daha fazla durulmalı, bu süreç hakkında tartışma ortamları yaratılmalıdır. Çalışmakta olan öğretmenler de hizmet içi eğitim seminerleri ile bilgilendirilerek yeterlikleri sağlanmalıdır.

İleride yapılacak olan araştırmalarda,

1. Değişik okul ve sınıf seviyelerinde benzer araştırmalar yapılarak aynı sonuçlara ulaşılabilir mi?
2. Matematik öğretmenlerinin derslerde modellemeyi ne düzeyde kullandığı belirlenebilir mi?
3. Aynı araştırma farklı kesir sayıları içeren sözel problemler kullanılarak yapıldığında da benzer sonuçlara ulaşılabilir mi?

sorularına yanıt aranabilir.

Aynı araştırma yeni matematik programının (MEB, 2004a) uygulanmasından sonra da aynı sınıf düzeylerinde yapılarak eğitim programlarının bir karşılaştırılması yapılabilir.

KAYNAKÇA

- Aksu, M.** (1997). *Student Performance in Dealing With Fractions*. The Journal of Educational Research, 90(6), p 375-380. 1997.
- Altun, M.** (2000) *Matematik Öğretimi*. Bursa; Alfa Basım Yayım Dağıtım. 8.Baskı.
- Altun, M.** (2001) *Altı Yaş Grubu Çocukların Problem Çözme Stratejileri Ve Bunlarla İlgili Öğretmen Ve Müfettiş Algıları*. Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, Cilt XIV, Sayı 1.
- Baki, A., Karataş, İ., Güven, B.** (2002). *Klinik Mülakat Yöntemi ile Problem çözme Becerilerinin Değerlendirilmesi*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi. Ankara.
- Bernardo, A.B.** (1999) *Overcoming obstacles in understanding and solving word problems in mathematics*. Educational Psychology, 19(2), p 149-163.
- Brunner, J.** (1966). *Toward Theory of Instruction*. The Belknap Pres, Cambridge:MA
- Carpenter, T.P., Ansell, E., Franke, M.L., Fennema, E., Weisbeck, L.** (1993). *Models Of Problem Solving: A Study Of Kindergarden Children's Problem-Solving Processes*. Journal For Research in Mathematics Education. Vol 24, Number 5, U.K.
- Charles R. & Lester F.** (1982). *Teaching Problem Solving; What, Why & How*. Palo Alto, CA: Dale Seymour Publications.

- Charles R. & Lester F.** (1984). *An evaluation of a process-priented instructional program in mathematical problem solving in grades 5 and 7*. Journal for Research in Mathematics Education. 15, 15–34.
- Charles, R.T.** (1985). *The role of problem solving*. Arithmetic teacher, 32, p 48-50.
- Çıkla-Akkuş, O.** (2004). *The Effects of Multiple Representations-Based Instruction on Seventh Grade Student's Algebra Performance, Attitude Toward Mathematics, and Representation Preference*. Doktora Tezi, METU.
- Cobb, P., Yackel, E., Wood, T.** (1992). *A Constructivist Alternative to the Representational View of Mind in Mathematics Education*. Journal for Research in Mathematics Education, 23(1), 2–33.
- Demirel, Ö.** (1999). *Planlamadan Değerlendirmeye Öğretme Sanatı*. Pegem A Yayıncılık
- Edward, L.D.** (1998). *Embodying Mathematics and Science: Microworld as Representation*. The Journal of Mathematical Behavior, 17(1), p 53–78.
- Empson, S.B.** (1995a). *Equal Sharing and Shared Meaning: The Development of Fraction Concepts in a First-Grade Classroom*. Paper Preseted at the AERA, San Francisco.
- Empson, S.B.** (1995b). *Using Sharing Situations to Help Children Learn Fractions*. Teaching Children Mathematics. October, 110–114.
- Empson, S.B.** (1996). *Equal sharing, and shared meaning*. Cognition & Insruction, 17(3). 283-342.
- Fennema, E., Carpenter, T.P.** (1996). *A longitudinal study of learning to use children's thinking mathematics instruction*. Journal for Research in Mathematics Education, 27(4), 148-170

- Fischbein, E., Deri, M., Nello, M.S., Marino, M.S.** (1985). *The Role of Implicit Models in Solving Verbal Problems in Multiplication and Division*. Journal For Research in Mathematics Education. Vol.16, No.1, 3-17.
- Freudenthal, H. (1973).** Mathematics as a pedagogical task. Stuttgart:Klett.
- Froelich, G. (2000).** *Modeling Soft Drink Packaging*. Mathematics Teacher, 93(6), ss.478-484.
- Ginsburg, H.P.** (1981). *The Clinical Interview in psychological research on mathematical thinking: aims, rationales, techniques*. For The Learning of Mathematics, 1(3), 4-11.
- Goldin, G., Janvier, C.** (1998). *Representation and The Psychology of Mathematics Education*. The Journal of Mathematical Behavior, 17(1), p 1–4.
- Gravemeijer, K.** (1994). *Developing Realistic Mathematics Education*, Freudenthal Institute, Utrecht.
- Greer, B.** (1997). *Modelling Reality in Mathematics Classrooms: The Case of Word Problems*. Learning and Instruction, 7(4), (pp.293-307).
- Hall, R.** (1996). *Representation as Shared Activity: Situated Cognition and Dewey's Cartography of Experience*. The Journal of The Learning Sciences. 5(3), p 209–238.
- Hunting, R.P., Sharpley, C.F.** (1998). *Fraction Knowledge in Preschool Children*.
- Karakırık, E.** (2002). *Aşamalı Problem Çözümü*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi. Ankara.

- Karataş, İ., Güven, B.** (2003) “*Problem Çözme Davranışlarının Değerlendirilmesinde Kullanılan Yöntemler: Klinik Mülakatın Potansiyeli*”. İlköğretim-online E-Dergi 2(2), <http://www.ilkogretim-online.com.tr>.
- Kouba, V.L.** (1989). *Children’s Solution Strategies For Equivalent Set Multiplication and Division Word Problems*. Journal For Research in Mathematics Education. Vol.20, No.2, 147–158.
- MEB.** (1998). *İlköğretim Okulu Matematik Programı*. Milli Eğitim Basımevi. Ankara.
- MEB.** (2004a). *İlköğretim Okulu Matematik Programı*. Milli Eğitim Basımevi. Ankara.
- MEB.** (2004b). *PISA 2003 Projesi*. Milli Eğitim Bakanlığı Ulusal Ön Raporu. Ankara.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Gonzalez, E. J., Gregory, K. D., Garden, R. A., O’Connor, K. M., Chrostowski, S. J. ve Smith, T. A.,** (2000). *TIMSS 1999: International Mathematics Report: Findings from IEAS Repeat of the Third International Mathematics and Science Study at the Eight Grade*. International Study Center, Boston College, Chesnut Hill.
- National Council Of Teachers Of Mathematics** (1989). *Curriculum And Evaluation Standarts For School Mathematics*. Reston, Va: NCTM
- National Council Of Teachers Of Mathematics** (2000). *Principles and Standarts For School Mathematics*. Reston, Va: NCTM
- Olkun, S., Toluk, Z.** (2003). *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi*. Ankara: Anı Yayıncılık.

- Pesen, C., Odabaşı, A.** (2000). *Matematik Öğretimi*. Konya: Mikro Yayınları.
- Piaget, J.** (1973). *Foreword*. In M. Schwabel and J. Raph *Piaget in the Classroom*. New York: Basic Books.
- Polya G.** (1962). *Mathematical Discovery*. New York: Wiley.
- Pothier, Y., Sawada, D.** (1990). *Partitioning: An Approach to Fractions*. Arithmetic Teacher. December, n 12–16.
- Putnam, R. T., Lampert, M., & Peterson, P. L.** (1990). *Alternative Perspectives on Knowing Mathematics in Elementary Schools*. In C. B. Cazden (ed.), p 57-150. Review of Research in Education, 16. American Educational Reserch Association, Washington:DC.
- Saenz-Ludlow, A.** (1995). *Ann's Fraction Schemes*. Educational Studies in Mathematics, v 28, n 101–102.
- Secada, W.G., Carey, D.A.** (1989). *Innovative Strategies for Teaching Mathematics to Limited English Proficient Students*. NCBE, No.10, Summer.
- Streefland L.** (1993). *Fractions: A Realistic Approach*. In T.P.Carpenter, E. Fennema, & T.A. Romberg (eds.), *Rational Numbers: An Integration of Research*, (pp. 289-325). Hillsdale, NJ: Erlbaum. State University of Utrecht.
- Swing, S., Peterson, P.** (1988). *Eleborative and Integrative Thought Processes in Mathematics Learning*. Journal of Educational Psychology. 80(1)
- Toluk, Z., Olkun, S.** (2001). *İlköğretimde Matematik Öğretimi 1–5 Sınıflar*. Ankara: Artım Yayınları.
- Toluk, Z., Olkun, S.** (2002). *Children's Strategies for Solving Fractions Problems: A Comparison of Primary and Intermediate Grades*. Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 2002–2, 5.

- Toluk, Z.** (2002). *İlkokul Öğrencilerinin Bölme İşlemi Ve Rasyonel Sayıları İlişkilendirme Süreçleri*. Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi. Cilt 19(2).
- Vacc, N. N. ve Bright, G. W.** (1999). *Elementary preservice teachers' changing beliefs and instructional use of children's mathematical thinking*, Journal for Research in Mathematics Education, 30(1), 89-110.
- Van De Walle, J.A.** (1998). *Elementary School Mathematics: Teaching Developmentally*. Second Edition. Longman: New York.
- Williams, D.E.** (1984). *By Way of Introduction*. Arithmetic Teacher. v 31, n 6, p 1.
- Yıldırım,A., Şimşek, H.** (2000). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin yayıncılık.

EKLER

EK A

Matematik okuryazarlığında altı yeterlilik düzeyi için özet tanımlar

Düzyey	Öğrencilerin tipik olarak yapabilecekleri
Düzyey 6	Bu düzyeye ulaşan öğrenciler, karmaşık problem durumlarına ilişkin kendi araştırmalarına ve modellemelerine dayanarak bilgileri kavramsallaştırırlar, genelleyebilirler ve kullanabilirler. Farklı bilgi kaynakları ve gösterimleri arasında bağlantı kurarlar ve bunlar arasında esnek geçiş sağlarlar. Bu düzyedeki öğrenciler ileri düzyede matematiksel düşünme ve muhakeme yapma becerilerini gösterirler. Bu öğrenciler geliştirmiş oldukları bu becerileri ve anlama düzyeyini, öğrenmiş oldukları sembolik ve matematiksel işlemler ve ilişkilerle birlikte, yeni problem durumlarını çözmek için gerekli olan stratejileri geliştirmek amacı ile kullanıp uygulayabilirler. Bu düzyedeki öğrenciler bulgularını, yorumlarını, görüşlerini ve tüm bunların verilen durum ile olan uygunluğunu tasarlayıp yapmış oldukları işlemleri ve yansıtımları doğru bir şekilde iletirler.
Düzyey 5	Bu düzyedeki öğrenciler, karmaşık durumların yansıtıldığı modelleri geliştirip kullanabilir, sınırlılıkları ayırt edebilir ve sayıtları belirleyebilirler. Bu öğrenciler, bu modellere ilişkin karmaşık problem durumları için uygun çözüm stratejilerini seçebilir, karşılaştırabilir ve değerlendirebilirler. Bu düzyedeki öğrenciler kapsamlı, iyi geliştirilmiş düşünme ve muhakeme becerilerini, uygun matematiksel ilişkileri, sembolik ve formal gösterimleri ve tüm bu durumlarla ilişkili fikirlerini kullanarak stratejik çalışabilirler. Yaptıkları işlemlere ilişkin yansıtma yapabilirler, yorumlarını ve muhakemelerini formüle edip matematiksel dil kullanarak iletirirler.
Düzyey 4	Bu düzyedeki öğrenciler sınırlılıkları olan ve sayıtlı kurmayı gerektiren karmaşık, somut durumları yansıtan belirgin modellerle etkili bir şekilde çalışabilirler. Sembolik durumlar dahil farklı gösterimleri seçip birleştirebilir ve gerçek dünyada karşılaşılabilecek durumlarla ilişkilendirebilirler. Bu kapsam içerisinde öğrenciler iyi geliştirilmiş beceri ve düşünce esnekliğini belli öngörüler içerisinde kullanabilirler. Öğrenciler kendi yorumlarına, görüşlerine ve hareketlerine dayanarak açıklama ve görüş kurgulayabilir ve bununla ilgili matematiksel dil kullanarak iletişim becerileri sergileyebilirler.
Düzyey 3	Bu düzyedeki öğrenciler ardışık düşünmeleri gerektiren durumlar dahil açıkça tanımlanmış süreçlerle ilgili işlem yapabilirler. Basit problem çözme stratejilerini seçip kullanabilirler. Farklı bilgi kaynaklarına dayanan gösterimleri yorumlayıp kullanabilir, bu kaynaklardan doğrudan muhakeme yapabilirler. Yorumlarını, sonuçlarını ve muhakemelerini kısaca rapor eden matematiksel dil kullanarak iletişim kurma becerilerini gösterebilirler.
Düzyey 2	Bu düzyedeki öğrenciler bir kapsam içinde verilen durumlardan doğrudan çıkarım yapmaktan başka bir beceriye gerek duyulmayan şartlara ilişkin tanımlama ve yorum yapabilirler. Tek bir kaynaktan ilgili bilgiyi çıkarabilir, tek bir gösterimsel durumu kullanabilirler. Bu düzyedeki öğrenciler temel algoritmaları, formülleri, süreçleri yada genellemeleri kullanabilirler. Öğrenciler sonuçlardan doğrudan muhakeme, çıkarım ve yorum yapma becerisine sahiptirler.
Düzyey 1	Sorunun açıkça yönlendirildiği, çözüm için gerekli tüm bilgilerin var olduğu bilinen bir kapsam içerisinde verilen sorulara cevap verebilirler. Öğrenciler belirgin ve bilinen durumlara yönelik verilen yönergeler göre bilgileri ayırt edebilir ve rutin süreçleri içeren işlemleri yapabilirler. Son derece açık olan ve tek bir uyarıcı ile takip etmeyi gerektiren hareketleri gerçekleştirebilirler.
Düzyey 1'in altı	

EK B

PISA 2003 Matematik / Seviyelere Göre Öğrenci Yüzdesi Dağılımı

	Ortalama	1. seviyenin altı (358 puanın altı)	1. seviye (358– 420)	2. seviye (421– 482)	3. seviye (483– 544)	4. seviye (545– 606)	5. seviye (607– 688)	6. seviye (688 puanın üstü)
Türkiye	423	27,7	24,6	22,1	13,5	6,8	3,1	2,4
OECD tüm	489	11,0	14,6	21,2	22,4	17,6	9,6	3,5
OECD ortalama	500	8,2	13,2	21,1	23,7	19,1	10,6	4,0

EK C

Sözel problemlere verilen cevaplar

Doğru (1), Yanlış (0)

Öğrenci sıra no	Problemler									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0
2	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0
3	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0
4	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0
5	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0
6	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
7	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0
8	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1
9	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0
10	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0
11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
12	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
13	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0
14	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0
15	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0
16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
17	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
18	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1
19	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1
20	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1
21	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1
22	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1
23	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0
24	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0
25	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0

Öğrenci sıra no	Problemler									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
26	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0
27	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
28	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1
29	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1
31	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
33	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0
34	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
35	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
36	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
37	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
38	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
39	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
40	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
41	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
42	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0
43	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
44	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1
45	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1
46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
47	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
48	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1
49	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
50	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1
51	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
52	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
53	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0
54	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0

Öğrenci sıra no	Problemler									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
26	1	1	1	1	1	1	1	1	0	2
27	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2
28	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1
29	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
30	1	1	0	1	2	1	2	2	2	2
31	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1
32	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
33	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
34	1	1	1	1	0	1	1	1	2	2
35	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
36	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0
37	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0
38	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
39	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
40	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0
41	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
42	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
43	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
44	1	2	1	1	1	1	1	2	1	1
45	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
46	1	1	1	1	1	2	2	1	1	1
47	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2
48	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
49	1	0	1	1	0	1	1	1	0	2
50	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
51	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
52	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
53	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0
54	1	1	1	1	0	1	1	1	2	0