

İLKÖĞRETİM İKİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNDE
EŞİT İŞARETİNİN İLİŞKİSEL ANLAMINI GELİŞTİRME

HAKAN YAMAN

144144

ABANT İZZET BAYSAL ÜNİVERSİTESİ

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ ANABİLİM DALINDA

YÜKSEK LİSANS

DERECESİ İÇİN GEREKLİ ÇALIŞMALARI YERİNE GETİREREK

ONAYA SUNULAN TEZ

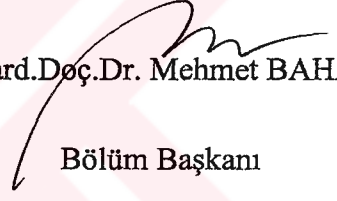
OCAK 2004

Sosyal Bilimler Enstitüsü'nün Onayı


Prof. Dr. Esergöl BALCI BUCAK

Enstitü Müdürü

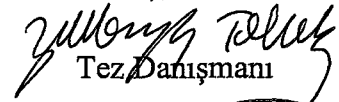
Bu tezin, Yüksek Lisans derecesinde bir tez olarak gerekli çalışmaları yerine getirdiğini onaylarım.


Yard. Doç. Dr. Mehmet BAHAR

Bölüm Başkanı

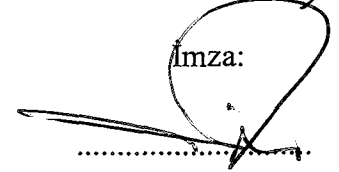
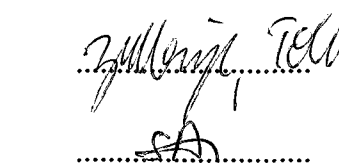
Okuduğumuz bu tezin Yüksek Lisans derecesinde bir tez olarak onaylanması, düşüncemize göre, amaç ve kalite olarak tamamen uygundur.

Yard. Doç. Dr. Zülbiye TOLUK


Tez Danışmanı

Jüri Üyeleri:

1. Yard. Doç. Dr. Sinan OLKUN
2. Yard. Doç. Dr. Zülbiye TOLUK
3. Yard. Doç. Dr. Sadegül AKBABA ALTUN

İmza:

.....

.....

ABSTRACT

THE DEVELOPMENT OF THE RELATIONAL MEANING OF THE EQUAL SIGN AT THE SECOND GRADE LEVEL

YAMAN, Hakan

Master, Faculty of Education

Advisor: Assist.Prof.Dr. Zülbiye TOLUK

January 2004, 94 pages

For a student to be successful in algebra, it is necessary for her/him to understand the use of basic algebraic symbols and equations. One of these basic symbols is the equal sign. It is represented with the symbol “=” and doesn’t mean calculation. The relationship represented by this sign is one of the basic mathematical relationship used in arithmetic and algebra. That’s why it is important that the students should understand the equality concept and the equal sign from the early years of elementary school, the student perceive the equal sign as sign showing a result of an operation. In addition, these studies claim that the students that can not understand the equal sign as an relational symbol will have problems in algebra.

There are two main aims of this study. The first aim is to determine how students understand equality and interpret the equal sign. The second aim is to determine the effect of an instruction supporting the relational meaning of the equality symbol on students' understanding of the concept of equality. Hence, two experimental and control groups were selected from second grades. Experimental groups were taught in a manner that supports the relational meaning of the equality symbol, while the control groups continued to receive the traditional instruction. The equality test developed by the researcher were delivered to each group as pre, post and retention test. Furthermore, interviews were conducted with eight students selected from experimental groups, 4 males and 4 females, both before and after the instruction. During these interviews, students were required to explain the answers they had given to the questions in the equality test.

The findings of this study show that the students perceived equal sign as an operation symbol before the instruction. After the instruction, however, the students who received supporting instruction started to interpret the equal sign as a relational symbol and the students in the traditional classroom continue to perceive equal sign as an operation symbol. Based on these findings, it can be suggested that from the early years of schooling, the activities emphasizing relational meaning of equal sign should be included in mathematics classes. These activities should be prepared in a manner that the student can manipulate concrete materials and share their thinking in the classroom. Finally, it can be concluded that such activities help the students understand equal sign as showing a relationship between quantities.

Key Words: Equal sign, concrete materials, activities, arithmetic, algebra,

ÖZET

İLKÖĞRETİM İKİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNDE EŞİT İŞARETİNİN İLİŞKİSEL ANLAMINI GELİŞTİRME

Yaman, Hakan

Yüksek Lisans, Eğitim Fakültesi

Tez Danışmanı: Yard.Doç.Dr. Zülbiye TOLUK

Ocak 2004, 94 sayfa

Bir öğrencinin cebirde başarılı olabilmesi için matematiksel kavramların temelini teşkil eden sembolleri, ifadeleri ve denklemleri iyi kullanabilmesi gereklidir. Bu temel sembollerden biri de eşit işaretidir. Eşit işareti “=” sembolü ile gösterilir ve hesaplama anlamına gelmez. Bu işaretin temsil ettiği eşitlik ilişkisi, aritmetikte ve ileride cebirde kullanılan temel matematiksel ilişkilerden biridir. Bu yüzden eşitlik kavramını ve eşit işaretini öğrencilerin ilkokulun ilk yıllarından itibaren iyi kavramaları gerekmektedir. Yapılan araştırmalar öğrencilerin ilköğretimin ilk yıllarından itibaren eşit işaretini bir işlemin sonucunu belirten bir işaret olarak algıladıklarını göstermiştir. Ayrıca, bu araştırmalar eşit

işaretinin ilişkisel bir sembol olduğunu algılayamayan öğrencilerin ileride cebir derslerinde sorun yaşadıklarını iddia etmişlerdir.

Bu çalışmanın iki temel amacı vardır. Birincisi; öğrencilerin eşitliği nasıl anladığını ve eşit işaretini nasıl yorumladığını belirlemektir. İkincisi ise; eşitlik sembolünün ilişkisel anlamını destekleyen öğretimin çocukların eşitlik kavramını anlamaları üzerine etkisini ortaya çıkarmaktır. Bu amaçla ilköğretim 2. sınıflardan iki sınıf deney grubu iki sınıfta kontrol grubu olarak seçilmiş ve deney gruplarında eşit işaretinin ilişkisel anlamını destekleyici bir eğitim verilirken kontrol gruplarında geleneksel eğitime devam edilmiştir. Her gruba ön-son ve kalıcılık testi olarak eşitlik testi uygulanmıştır. Ayrıca deney gruplarından seçilen sekiz öğrenci (dört kız - dört erkek) ile eğitimden önce ve eğitimden sonra görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmelerde öğrencilerden eşitlik testindeki sorulara verdikleri cevapları açıklamaları istenmiştir.

Araştırmanın bulguları eğitimden önce öğrencilerin eşit işaretini bir işlem sembolü olarak algıladıkları ve destekleyici eğitim alan sınıflardaki öğrencilerin eğitimden sonra eşit işaretinin ilişkisel anlamını oluşturabildiklerini, geleneksel eğitim alan öğrencilerin ise eşit işaretini bir işlem sembolü olarak görmeye devam ettiklerini göstermiştir. Buradan, ilköğretimin ilk yıllarından itibaren somut materyaller (terazi, LEGO parçaları) kullanılarak ve sınıflarda tartışma ortamları yaratılarak etkinlikler hazırlanabilir. Bu etkinlikler öğrencilerin eşit işaretini iki miktar arasındaki ilişkiyi ifade eden bir sembol olarak algılamalarına yardımcı olmaktadır.

Anahtar Sözcükler: Eşit işareti, somut materyaller, etkinlikler, aritmetik, cebir

Eşime, Anneme ve Babama



TEŞEKKÜR

Sayın Yard.Doç.Dr. Zülbiye TOLUK'a araştırma boyunca gösterdiği rehberlik, anlayış ve katkılarından dolayı sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Sayın Yard.Doç.Dr. Sadegül Akbaba ALTUN'a araştırma boyunca nitel ve nicel araştırma yöntemleri konusundaki yardımlarından dolayı teşekkürlerimi sunarım. Yüksek lisans eğitimim boyunca derslerini takip ettiğim ve bana matematik eğitimine farklı bir bakış açısı kazandıran Ana Bilim Dalı Başkanımız Sayın Yard.Doç.Dr. Soner DURMUŞ ve Sayın Yard.Doç.Dr. Sinan OLKUN'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Vermiş oldukları maddi manevi desteklerinden dolayı Bölüm Başkanımız Sayın Yard.Doç.Dr. Mehmet Bahar'a, odası ile birlikte görüşlerini benimle paylaşan Sayın Yard.Doç.Dr. Kaya YILDIZ'a ve yüksek lisans eğitimim boyunca derslerini takip ettiğim diğer bütün öğretim üyelerine de sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca araştırma boyunca beni her zaman destekleyen, elinden geldiğince tezimi yazmamda yardımcı olan ve en çekilmez olduğum anlarda bile bana tahammül ederek bana sabırla yaklaşan eşim Seçil Rana YAMAN'a teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

ABSTRACT.....	iii
ÖZET.....	v
İTHAF.....	vii
TEŞEKKÜR.....	viii
İÇİNDEKİLER DİZİNİ.....	ix
TABLolar DİZİNİ.....	xii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xiii
I. BÖLÜM	1
GİRİŞ	1
1.1. Çalışmanın Amacı	4
II. BÖLÜM	5
KAVRAMSAL ÇATI	5
2.1. Eşitlik Kavramı: Güncel Kullanım ve Matematiksel Dil	5
2.2. Cebir ve Eşit İşaretinin Tarihsel Gelişimi	8
2.2.1. Cebirin Tarihi	8
2.2.2. Eşit İşaretinin Tarihi	10
2.3. Çocuklarda Eşit İşaretinin Gelişimi	12
2.3.1. Çocukların Eşit İşareti Hakkındaki Düşünceleri ile İlgili Araştırmalar	12
2.3.2. Çocukların Eşit İşareti Hakkındaki Düşüncelerini Geliştirmek İçin Yapılan Araştırmalar	22

2.3.3. Çocukların Eşit İşaretini Bir İşlem Sembolü Olarak Algılamasının Olası Nedenleri	28
2.4. Araştırma Soruları	30
2.5. Sınırlılıklar	32
III. BÖLÜM	33
YÖNTEM	33
3.1. Araştırmanın Deseni	33
3.2. Alan ve Katılımcılar	34
3.3. Veri Toplama Aracı	36
3.4. Uygulama	39
Örnek Bir Ders İşlenişi: Etkinlik II	40
3.5. Verilerin Analizi	42
IV. BÖLÜM	43
BULGULAR	43
4.1. Nicel Bulgular	43
4.1.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular	43
4.1.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular	44
4.1.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular	45
4.1.4. Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular	46
4.1.5. Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular	47
4.1.6. Altıncı Alt Probleme İlişkin Bulgular	48
4.2. Nitel Bulgular	50
4.2.1. Eğitimden Önce Öğrencilerin Eşit İşareti Hakkındaki Düşünceleri ...	54
4.2.2. Eğitimden Sonra Öğrencilerin Eşit İşareti Hakkındaki Düşünceleri ..	60
V. BÖLÜM	65

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER	65
5.1. Tartışma	65
5.2. Sonuç ve Öneriler	71
KAYNAKÇA	75
EKLER	79
EK A	79
T (Araştırmada Kullanılan Eşitlik Testi)	79
EK B	80
Araştırmada Uygulanan Etkinlikler	80
EK C	89
Araştırmada Öğrencilere Dağıtılan Çalışma Yaprakları	89

TABLÖLAR DİZİNİ

Tablo 2.1. Öğrencilerin eşit işaretini yanlış anlamalarına neden olabilecek bazı örnekler	29
Tablo 3.1. Nicel deney deseni.....	34
Tablo 3.2. Deney ve kontrol grupların ön test puanları.....	35
Tablo 3.3. Deney ve kontrol gruplarının cinsiyete göre dağılımı.....	36
Tablo 4.1. Deney ve kontrol gruplarının ön test puanları.....	44
Tablo 4.2. Deney gruplarının ön test ve son test puanları.....	45
Tablo 4.3. Deney ve kontrol gruplarının son test puanları.....	46
Tablo 4.4. Deney gruplarının son test ve kalıcılık testi puanları.....	47
Tablo 4.5. Deney ve kontrol gruplarının kalıcılık testi puanları.....	48
Tablo 4.6. Kız ve erkek öğrencilerin ön test puanları.....	49
Tablo 4.7. Kız ve erkek öğrencilerin son test puanları.....	49
Tablo 4.8. Kız ve erkek öğrencilerin kalıcılık testi puanları.....	50
Tablo 4.9. Öğrencilerin eğitimden önce ve sonra eşit işareti hakkındaki genel eğilimleri.....	51
Tablo 4.10. Erkek öğrencilerin eğitimden önce ve sonra eşit işareti hakkındaki genel eğilimleri.....	52

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1: Bir dönemlik eğitimden önce ve sonra $8+4=\square+5$ sorusuna doğru cevap veren öğrencilerin oranı ve sınıf seviyeleri	23
Şekil 3.1. Araştırmada kullanılan karma yöntem şeması.....	33
Şekil 3.2. Araştırmada kullanılan eşitlik testi.....	38
Şekil 4.1: E1'in eşitlik testindeki sorulara verdiği bazı cevaplardan örnekler.....	63
Şekil 4.2: K1'in eşitlik testindeki sorulara verdiği bazı cevaplardan örnekler.....	63
Şekil 4.3: K3'ün eşitlik testindeki sorulardan birine verdiği cevap.....	63

I. BÖLÜM

GİRİŞ

Matematikte, kavrama, isim takma ve sonra bunu bir sembolle gösterme döngüsü vardır. Matematikçilerin bu kavramsallaştırma, isimlendirme ve sembolleştirme etkinliği yüzyıllardır süregelmiştir. Her öğrenci uzlaşılan bu sembollerini kabul etmek zorundadır. Bununla birlikte, bir sembolün bir öğrenci tarafından kabulü ve ona yüklediği anlam her zaman o sembolün barındırması gereken anlama eşlik etmeyebilir. Matematikçiler açısından, matematiksel bir kavram için bir sembol bulmak ve matematiksel sembolleri yorumlamak kişisel bir süreçtir. Yani bir matematikçi için kullanacağı kavramı bir sembolle göstermek, o sembolü kullanmak ve o sembole anlam yüklemek kolay bir süreçtir. Bu süreç çocuklar için biraz daha farklıdır. Öğrenciler okul matematiği içinde sembollerle kültürlenme sürecine girerler. Öğrencilerin sembollerle kültürlenmeleri, sembolün anlamını tam olarak yükleyebilmeleri için o sembolü kullanmaları anlamına gelmektedir. Bu kültürlenme süreci sayesinde öğrenciler matematiksel sembolleri yorumlar ve matematiksel sembolleri sözel olarak ifade etmek için zihinsel bir etkinlik yapmış olurlar. Bu zihinsel etkinliklerin sonucunda bazen bir matematiksel sembol ve ona yüklenen sözel ifade bire bir denk gelmemektedir. Örneğin “4-2” bir matematikçi tarafından bir çok yolla sözel olarak ifade edilebilir. “4 eksi 2”, “4’den 2 çıkar”, “4 ile 2 arasındaki fark”, “2, 4’den küçüktür”, “4, 2’den büyüktür” vb. Fakat çocuklar bu ifadelerden bir ya da

bir kaçıını yükleyebilmektedir. Freudenthal (1983, 1991), tanımlanan özel bir kavramın bu dilsel biçimini “matematiğin görünen dili” olarak adlandırmaktadır.

Sembollerden, matematiksel kavramları inşa etme karmaşık bir bilişsel süreçtir. Bir sembolü yorumlama, öğrencinin geçmiş deneyimlerinin de etkisiyle bireysel olarak kendi bilişsel süreçlerini kullandığı bir durumdur. Bir diğer deyişle matematiksel bir sembol özel bir düşünceyi akla getirir. Sembol, kavramsal bir nesnenin ortaya çıkmasına yardım eder ve böyle kavramsal nesnelerin anlamının belirgin özelliklerini ortaya koyar. Freudenthal’ın liderlik ettiği fikri izlersek öğrenciler matematikten çok matematize etmeyi, soyuttan çok soyutlamayı, şemadan çok şemalaştırmayı, formülden çok formüle etmeyi, dilden çok sözelleştirmeyi yeniden icat etmelidir. Fakat sembolleri yeniden sembolize etmeleri gerekmemektedir. Çünkü semboller ortak kullanım için matematikçiler tarafından bulunmuştur ve her bir matematiksel kavramın, herkesin kullanması gereken ortak bir sembolü vardır. Öğrenciler böyle durumlarda matematiksel sembollerden çok bu sembolün anlamını oluşturmaları gerekmektedir.

Eşitlik kavramını temsil edecek sembol diğer semboller gibi matematikçiler tarafından seçilmiştir. Diğer sembollerde olduğu gibi bu seçimin mantıksal bir sebebi yoktur. Eşit işareti “=” sembolü ile gösterilir ve hesaplama anlamına gelmez. Bu işaretin temsil ettiği eşitlik ilişkisi, aritmetikte ve ileride cebirde kullanılan temel matematiksel ilişkilerden biridir. Bu yüzden eşitlik kavramını ve eşit işaretini öğrencilerin ilkokulun ilk yıllarından itibaren iyi kavramaları gerekmektedir.

Aritmetik öğrenirken de çocukların ilk karşılaştıkları matematiksel semboller +, = gibi semboller ve 3+4 gibi ifadelerdir (Behr, Erlwanger ve Nichols,

1980). Aritmetikte eşit işareti hemen hemen her zaman bir işlemin solda cevabın sağda olduğu bir semboller dizisinde bazı şeyleri yapan bir işaret olarak görülür. Cebirde ise aynı sembol soldaki sayısal değerin sağdaki sayısal değerle aynı olduğu anlamına gelir. Yapılan araştırmalar 6-8 yaş arasındaki çocukların eşitlik kavramını kolayca ve hızlı bir şekilde anlayamadığını göstermektedir (Schoenfeld, 1988).

Çocuklarda eşitlik kavramının gelişimi uzun bir süreye yayılır. Herscovics ve Kieran (1980) eşitlik anlamının aritmetikle başladığını ve cebirsel kavramları geliştirmede önemli bir role sahip olduğu görüşünü savunmaktadırlar. Eşit işaretinin önemine rağmen, öğrenciler bu kavramın anlamını iyi oluşturamamaktadırlar. Örneğin; cebirdeki en önemli kavram yanlışlarından biri öğrencilerin, eşit işaretinin bir eylem anlamına geldiğini düşünmeleridir (Perso, 1992). Bir çok öğrenci eşit işaretini, ayırma sembolü olarak, bir noktalama işareti (Gupta, 1996) veya işlemsel bir işaret (Behr, Erlwanger ve Nichols, 1980) olarak düşünürler. Öğrencilerin eşit işaretini bu şekilde kavramaları ve kullanmaları cebirsel etkinlikler için uygun olmamakta ve öğrencilerin bazı yanlışlar yapmalarına neden olmaktadır (Davis, 1975, Kieran, 1992, Gupta, 1996). Bu kavram yanlışısına sahip öğrenciler ciddi bir dezavantaja sahiptirler; çünkü cebirsel ifadeler matematiğin temelini oluşturmaktadır (NCTM, 1989).

Bir öğrencinin cebirde başarılı olabilmesi için matematiksel kavramların temelini teşkil eden sembolleri, ifadeleri ve denklemleri iyi kullanabilmesi gereklidir (Kieran, 1992). Bu temel sembollerden birisi de eşit işaretidir. Eşit işareti ana okulundan üniversiteye kadar bütün öğrenciler tarafından kullanılan bir semboldür. National Council of Teacher of Mathematics (NCTM, 2000)

ilköğretim seviyesi için konulan cebirsel içeriğin bir parçası olarak eşitlik düşüncesinin gelişiminin desteklenmesini ve eşit işaretinin bir işlem sembolü olarak anlaşılmasının giderilmesini önermektedir. Türkiye’deki ilköğretim matematik programına bakıldığında eşitlik kavramının oluşmasına yardımcı olacak etkinliklerin çok fazla olmadığı görülmektedir. Eşit işareti daha çok toplama, çıkarma, çarpma, bölme gibi işlemlerin sonuçlarını veren bir işaret olarak ele alınmaktadır. Bu da öğrencilerin eşit işaretinin anlamını yani eşitlik kavramını oluşturmalarını zorlaştırabilir. Eşit işaretinin ne anlama geldiğinin söylenmesi de bir çok öğrenci için, bu işaretin kullanımını tam olarak anlamada yeterli olmayabilir.

1.1. Çalışmanın Amacı

Bu araştırmanın iki temel amacı vardır. Birincisi; öğrencilerin eşitliği nasıl kavradığını ve eşit işaretini nasıl yorumladığını belirlemektir. İkincisi ise; eşitlik sembolünün ilişkisel anlamını destekleyen öğretimin çocukların eşitlik kavramını anlamaları üzerine etkisini ortaya çıkarmaktır.

II. BÖLÜM

KAVRAMSAL ÇATI

Bu bölümde eşitlik kavramının ne olduğu hem matematiksel hem de günlük yaşam açısından incelenecektir. Ayrıca eşitlik sembolünün tarih içindeki gelişimi, öğrenciler için neden önemli olduğu ve öğrencilerin eşitlik hakkındaki düşünceleri ile ilgili yapılmış çalışmalar tartışılacaktır.

2.1. Eşitlik Kavramı: Güncel Kullanım ve Matematiksel Dil

Eşitlik kavramı sadece matematikte değil günlük yaşamda da kullandığımız önemli kavramlardan biridir. Eşitlik kavramının sözlük anlamı şu şekilde tanımlanmaktadır (www.tdk.gov.tr):

1. İki veya daha çok şeyin eşit olması durumu, denklik, müsavat, muadelet.
2. Kanunlar yönünden insanlar arasında ayırım bulunmaması durumu.
3. (*sosyoloji*) Bedenî, ruhî, başkalıkları ne olursa olsun, insanlar arasında toplumsal ve siyasî haklar yönünden ayırım bulunmaması durumu

Eşit kavramı da sözlük de şu şekilde tanımlanmaktadır (www.tdk.gov.tr):

1. Yapı, değer, boyut, nicelik ve nitelik bakımından birbirinden ne artık ne eksik olmayan (iki veya daha çok şeyler), müsavi
2. (*isim*) Aynı haklardan yararlanan, aynı düzeyde olan kimse:

Görüldüğü gibi genel olarak eşitlik kavramı, “aynılık”, “fark olmama” olarak, eşit kavramı da “aynı” olarak tanımlanmaktadır. Günlük yaşamımızda da sözlük anlamına uygun olarak “eşit” ve “eşitlik” kavramlarını kullanmaktayız. Bazı nesneler arasında belli nitelikler açısından kıyaslama yaptığımızda “eşit” ve “eşitlik” kavramlarını kullanırız. Mesela Ali ve Bekir’in her ikisinin de boyları aynı ise Ali ile Mehmet’in boyları eşittir deriz. Fakat burada Ali ile Bekir’in eşit olduğunu söyleyemeyiz. Çünkü Ali ile Bekir aynı kişiler değildir. Sadece boylarının uzunluğu aynıdır ve bu durumda boylarının eşit olduğunu söyleyebiliriz. Aynı şekilde bir öğretmene hangi öğrencilerini daha çok sevdiğini sorarsanız genellikle alacağımız cevap “Hepsini eşit seviyorum” olacaktır. Burada ki “eşit” kavramı birini diğerinden fazla veya eksik sevmediğini ifade etmek için kullanılmaktadır. Yani günlük anlamda kullandığımız “eşitlik” ve “eşit” kavramı matematiksel anlamda kullandığımız biçimiyle örtüşmektedir ve “iki miktarın ya da iki niceliğin aynı olması” anlamına gelmektedir.

Eşitlik kavramı matematikte, aritmetikten soyut cebire kadar bir çok konunun temelini oluşturmaktadır. Matematiksel açıdan eşitlik en temel anlamda grup ve fonksiyonların eşitliğini ele alarak şöyle yapılmaktadır (Herstein, 1990):

...S ve T iki grup olsun, bu iki grup aynı elemanlardan oluşuyorsa birbirine eşittir (s. 4)

Herstein (1990), matematiğin önemli kavramlarından birisi olan fonksiyon kavramında da eşitliği şu şekilde tanımlamıştır.

S ve T iki grup olmak üzere her bir $s \in S$ için bir tek $t \in T$ denk geliyorsa S’den T’ye tanımlanan f bir fonksiyondur... $f: S \rightarrow T$ ve

$g:S \rightarrow T$ iki fonksiyon olsun. Her $s \in S$ için $f(s)=g(s)$ oluyorsa f ve g fonksiyonları birbirine eşittir (s. 8-11)

Herstein (1990) eşlik ve eşitlik arasında da bir ayırım yapmıştır.

Fonksiyon kavramı matematiğin bir çok kolu tarafından kullanılır. Fonksiyon aynı zamanda bir bağıntıdır. $a, b \in S$ için $a=b$ bir bağıntıdır. Aynı şekilde $a < b$, $a > b$ 'de bir bağıntıdır. Bunların yanında $\sim$ 'de S grubunda bir bağıntıdır ve eşlik bağıntısı diye adlandırılır. Her $a, b, c \in S$ için;

- a) $a \sim a$ 'dır (yansıma)
- b) $a \sim b$ ise $b \sim a$ 'dır (simetri)
- c) $a \sim b$ ve $b \sim c$ ise $a \sim c$ 'dir (geçişme)

Tabi ki eşitlik bir eşlik bağıntısıdır. Eşlik bağıntısının genel fikri eşitliğin bir genellemesi olmasıdır. Eşlik bağıntısı bazı özelliklere bakarak eşitliği ölçer (s. 67)

Diğer bir deyişle S bir depoda satılan bütün malların grubu ise $a, b \in S$ için a 'nın fiyatı b 'nin fiyatına eşitse $a \sim b$ diyebiliriz. Böylece, fiyat dışında a ve b 'nin bütün özelliklerine aldırmaabiliriz.

Herstein (1990) eşit ve aynı kelimeleri arasındaki ilişkiyi şu şekilde göstermektedir. Ona göre gruplar, ancak elemanları tıpatıp aynı olduğu zaman eşittir. Buna uygun olarak toplama ve çarpma işlemleri fonksiyon ile bazı ortak özellikleri paylaşmaktadır. İşlem, $5+2=7$ olarak ifade edilebilen bir eylemdir. Bu toplama işlemi $f(x)=x+2$ gibi bir fonksiyon olarak da ifade edilebilir. Bu şekilde

düşünürsek “+” işlemsel bir işarettir ve “=” ilişkisel bir işarettir. Toplama işareti fonksiyon veya işlemin hareketini açıklarken, eşit işareti ise belirtilen toplama ile toplam veya işlem sırası ile kurallar arasındaki ilişkiyi açıklamaktadır. Ayrıca eşit işareti, denklemlerden oluşan ifadelerin sayısal eşitliğini ifade etmektedir. Yani $8+4=3\times 4$ ’dür. Eşit işaretinin bu kullanımı onun ilişkisel bir sembol olduğunu göstermektedir.

Bazen de eşit işareti $5+2=7$ ’de ki gibi bir toplamının sonucunu gösteriyor olarak yorumlanabilmektedir. Buradaki kullanım eşit işaretinin bir işlem sembolü olduğunu gösteriyor olsa da, ilişkisel özelliğini korumaktadır. Çünkü her ne kadar eşit işareti işlemi sonucundan ayırıyor gibi görünse de, her iki taraftaki niceliğin aynı olduğunu da göstermektedir

2.2. Cebir ve Eşit İşaretinin Tarihsel Gelişimi

Bu bölümde eşitlik işaretinin gelişimi ile cebirin tarihi incelenmiştir. Cebirin tarihi, işlemsel bir yaklaşımdan ilişkisel bir yaklaşıma doğru bir ilerleme kaydetmiştir. Bu ilerleme içinde eşit işaretinin anlamındaki değişim ele alınacaktır.

2.2.1. Cebirin Tarihi

Cebirin tarihi işlemsel yaklaşımdan ilişkisel yaklaşıma doğru yavaş bir gelişim göstermektedir. Bu gelişme genellikle üç aşamaya ayrılmaktadır (Kieran, 1992; Sfard,1992). Bu aşamalar söz aşaması, sembol-söz karışımı aşama ve sembolik aşamadır.

- 1. Söz Aşaması:** Söz (rhetorical) aşaması içinde (M.S. 250’ye kadar) cebirsel prosedürler, uygulamalar doğal dilde ifade edilmiş ve vurgu sadece

bireysel problemlerle sınırlı kalmıştır. Bu aşamada bilinmeyenleri ve işlemleri ifade etmek için özel işaret veya semboller kullanılmamıştır.

2. Sembol-Söz Karışımı (syncopated) Aşama: Diophantus ile başlayan (M.S. 250 ve belki hem kelimeler hem de semboller kullanılmasından dolayı sembol-söz karışımı (syncopated) aşama olarak adlandırılır) dönemde ilk kez değişkenler ortaya çıkmış ve özel problemlerin çözümünde bilinmeyenlerin yerine harfler kullanılmıştır. Bu aşamadaki amaç ispatlar yapmak yerine problemdeki bilinmeyenin değerini belirlemek olmuştur.

3. Sembolik Aşama: Bu aşama özellikle 17. yüzyıldan sonra müslüman matematikçilerin, Yunan ve Hintli matematikçilerin eserlerini incelemeleriyle başlamıştır. Ancak bu aşamada da sadece birkaç özel terim için semboller kullanılmıştır (toplama için p, çıkarma için m gibi). Bu aşamadaki asıl büyük değişim Avrupa'lı matematikçilerin Diophantus'un çalışmalarını incelemeleri ile olmuştur. Bu dönemde cebirsel sistemlerin yapısını genellemek için hem bilinen hem de bilinmeyen miktarlar için değişkenlerin kullanımı ortaya çıkmıştır. Ayrıca matematikçiler, fonksiyon kavramının sembolik cebirin gelişimine büyük katkılar sağladığını düşünmüşlerdir. Bağımlı ($f(x)$) ve bağımsız (x) değişken kavramlarını içeren fonksiyon kavramı ilk önceleri Euler tarafından girdi çıktı bağlantılarını gösteren işlemsel bir yapı gibi görülürken, daha sonraları Dirichlet tarafından reel sayılar arasındaki bire bir eşlemeyi gösteren bir kavram ve yüzyıl sonra da Bourbaki tarafından iki küme arasındaki yapısal ilişkileri ifade eden bir kavram olarak görülmüştür. Cebirsel semboller bu

şekilde dereceli olarak, matematiğin işlemsel görüşünden daha ilişkisel bir görüşe doğru ilerleme göstermiştir. Bu ilerleme ancak cebirsel sembollerin ve cebirsel düşüncenin kullanımındaki bir artış ile meydana gelmiştir (Kieran, 1992; Sfard, 1992; Stallings, 2000). Bu ilerleme sonucunda cebirin içeriği değişmiştir. Bu değişim sonucunda cebir kitaplarında ve cebir öğretiminde de değişimler olmuş ve soyut bir dil kullanılmaya başlanmıştır (Kieran, 1992)

2.2.2. Eşit İşaretinin Tarihi

Eşit işaretinin tarihi uzun ve çeşitlidir. Şu anda eşit işareti için kullanılan sembol matematik tarihine baktığımızda oldukça güncel bir sembol olarak görülmektedir. Buna karşın eşitlik fikri yeni değildir. Smith'e (1925) göre "cebirin ilk kullanılan işaretlerinden birisi eşit işaretidir ve toplamının sonucudur" (Akt: Gupta, 1996). Eşit işaretinin gelişiminin cebirin gelişimi ile tutarlı üç safhası vardır.

1. **Söz Aşaması:** Bu aşamadaki eşitlikle ilgili ilk işaretler işlemsel kullanıma ve konuşmaya dayalıdır. Bu işaretler günümüzdeki eşitlik kavramını ifade etmemektedir. Daha doğrusu bu işaretler bir hesabın sonucunun yerini işaretlemek için kullanılmaktaydı. Belli bir sembol kullanılmamakla birlikte bir hesabın sonucu uygun bir kelimeyle ifade edilmekteydi. Bu uygulama toplam, eder, yapar, tutar, fark, kalır vb. gibi kelimelerle günümüze kadar sürmüştür. Örneğin 2, 3 daha 5 eder gibi.
2. **Sembol-Söz Karışımı (syncopated) Aşama:** Bu aşamada, eşitlik kavramının anlamı günümüz matematikçilerinin paylaştığı düşünceye daha

yakındır. Bir önceki aşamada olduğu gibi fikirleri ifade etmek için sembollerden daha çok kelimeler kullanılmaktadır. Bu kelimelerin çoğu Latince olan *aequalis* ve *aequus* kelimelerinden türemiştir ve eşitlik anlamına gelmektedir (“*aequales*, *aequantur*, *aeq*, *esgale*, *faciunt*, *ghelijck* ve *gleich*”). Bu konuşmaya dayalı kullanım, işlemsel ve ilişkisel anlam arasındaki farkı ortaya koymaktadır. İşlemsel anlamda “yapar”, “eder” gibi kelimeler kullanılırken ilişkisel anlamda sadece “eşittir” kelimesi kullanılmaktadır (Cajori, 1928).

- 3. Sembolik Aşama:** Üçüncü aşamada eşittir işaretinin bir hesabın ya da bir işlemin sonucunu ifade eden bir sembol olmadığı görüşü matematiksel toplum tarafından kabul edilmiştir. Bir başka deyişle, eşittir işaretinin işlemsel anlamından ilişkisel anlamına doğru bir kayma olmuştur. Davis (1975) ve Kaput (1979) okullarda hesaplama yaparken “ $\Rightarrow$ ” işaretinin kullanımının işlemsel anlama daha uygun olacağını ve ilişkisel anlamla karıştırılmayacağını önermişlerdir. Fakat bunları izleyen olmamış ve okullarda hem hesaplama hem de ilişkisel kullanım için eşit işaretinin (“ $=$ ”) kullanımı matematiksel toplum tarafından kabul edilmiştir.

Günümüzde kullanılan eşit işaretinin babası ise İngiliz Robert Recorde’dır. Recorde ilk kez bu işareti (“ $=$ ”) 1557 yılında “Witte’nin Bileği Taşı” adlı cebir kitabında kullanmıştır. Eşit paralel iki doğru parçasını seçmesinin nedenini ise şöyle açıklamıştır: “Bir birine paralel iki çizgiden daha eşit bir şey düşünemezdim”. Record’un sembolünün diğer ataları ise Diofantos’un kullandığı “/” hintlilerin kullandığı eğik bir sembolün tersyüz edilmiş halidir. Recorde’nin

tanıştırdığı eşit işaretinden sonra, Buteo tarafından “[“, Reyher tarafından “I” kullanılmıştır (Stallings, 2000). Fakat bu işaretler fazla kullanılmamıştır.

Özet olarak eşit işaretinin gelişiminde de cebirin tarihi ile tutarlı olarak işlemsel anlamdan ilişkisel anlama doğru bir değişim vardır. İlk aşamada eşit işareti yerine kelimeler kullanılmış ve bu kelimeler sadece bir hesabın sonucunu belirtmek için kullanılmıştır. İkinci aşamada ise yine kelimeler kullanılmış fakat bu aşamada bir hesabın sonucunu belirtirken başka, ilişkisel anlam için başka kelimeler kullanılmıştır. Son aşamada ise sembollerin kullanımına geçilmiş ve eşit işaretinin bir hesabın sonucunu vermesinin yanında ilişkisel bir sembol olduğu matematiksel toplum tarafından kabul edilmiştir. Bu eğilim, çocukların eşit işaretini önce işlemsel bir sembol olarak, daha sonra ise ilişkisel bir sembol olarak görmesi ile tutarlı görülmektedir. Bir sonraki bölümde bu değişim tartışılacaktır.

2.3. Çocuklarda Eşit işaretinin Gelişimi

2.3.1. Çocukların Eşit İşareti Hakkındaki Düşünceleri ile İlgili Araştırmalar

Eşitlikle ilgili araştırma literatürü, öğrencilerin bu işareti bir işaret sembolü mü yoksa iki şey arasındaki ilişkiyi ifade eden bir sembol olarak mı yorumladıklarının araştırılmasıyla başlar. Öğrencilerin eşitlikle ilgili düşünceleri üzerine yapılan araştırmaların çoğu 1990’lı yıllara kadar öğrencilerin ne tür kavram yanılgılarına sahip olduklarını ortaya çıkarmıştır. Fakat bu tür araştırmalar öğrencilerin alanla ilgili ne anladıklarıyla ilgili detaylı bilgi verememektedir. Bu araştırmalardan bazılarının bulguları aşağıda verilmiştir:

1. Çocuklar eşit işaretinin birincil kullanımının, cevabı probleminden ayırmak olduğuna inanmaktadır (Gupta, 1996).
2. Altıncı sınıflara eşit işaretinin kullanımı bir örnek verilerek sorulduğunda öğrencilerin hepsi solda bir sayı, bir işlem (+, -, x, ÷) ve sonra yine bir sayı; eşit işareti ve bu işareten sonra sağda da sonucun olduğu bir örnek halinde gördüklerini ifade etmişlerdir (Kieran, 1981).
3. Yapılan görüşmelerde, çocukların eşit işaretini bir hesaplama ve bir sonuç bulma direktifi olarak yorumladıkları bulunmuştur. Örneğin $2+5=7$ eşitliğini çocukların “2 artı 5, 7 eder” diye okudukları bulunmuştur (Behr, Erlwanger ve Nichols, 1980).
4. Lise öğrencileri bir denklemde değişken değiştiğinde sonucunda değişebileceğini düşünmüşlerdir. $7W+3=38$ ve $7B+3=38$ denklemleri verildiğinde öğrenciler farklı sonuçlar bulmuşlardır. Bazı öğrenciler W’nin B’den daha büyük olacağını düşünmüşlerdir. Bunun nedenini de W’nin alfabede B’den daha ileride olması olarak ifade etmişlerdir (Wagner, 1981). Bu bulgu ayrıca, çocukların eşit işaretinin rolünü algılayamadıklarını ve bu nedenle verilen denklemleri doğru okuyamadıklarını göstermektedir. Çocuklar eşit işaretinin ilişkisel anlamını geliştirmiş olsalardı $7W+3=7B+3$ olduğunu görebilirler ve buradan da $W=B$ olduğunu anlayabilirlerdi.
5. ABD’de ulusal düzeyde yapılmış bir testte, 9 yaşındaki çocuklara $\square - 19 = 32$ tipinde bir denklem sorulduğunda öğrencilerin sadece %15’i bu soruyu doğru cevaplayabilmiştir (Carpenter, Corbitt, Kepner, Lindquist ve Reys,

1981). Onüç yaşındaki öğrencilerin ise sadece %30'u bu soruyu doğru cevaplayabilmiştir. Fakat problem “Janette’nin 173 parça legosu var. Bir miktarda teyzesi veriyor toplam legosu 241 parça oluyor. Teyzesi kaç parça lego vermiştir?” şeklinde sorulduğunda katılan öğrencilerin %69'u doğru cevap vermişlerdir.

6. Çocuklar $\square=12+59$ gibi denklemleri çözerken $12+59=\square$ gibi denklemleri çözdüklerinden daha fazla zorluk çekmektedirler (Denmark, Barco ve Voran, 1976).

7. Bir mühendislik bölümünün hazırlık sınıfındaki öğrencilerin %37'si “Her 6 öğrenciye 1 profesör düşer” denklemini matematiksel olarak yazamamışlardır (Clement, 1982).

Yukarıda verilen bulgular, çocukların eşit işaretini işlemsel bir sembol olarak yorumladıklarını ve bu nedenle cebirde güçlük çektiklerini göstermektedir. Benzer şekilde daha sonra yapılan bir çok araştırmada, çocukların eşit işaretini ilişkisel bir sembol olarak değil “soldan sağa bir eylem belirten” bir sembol olarak gördüklerini bulmuştur (Behr, Erlwanger ve Nichols, 1980; Carpenter ve Levi, 2000; Carpenter, Levi ve Farnsworth, 2000; Falkner, Levi ve Carpenter, 1999; Denmark, Barco ve Voran, 1976; Ginsburg, 1977 (akt. O’rode, 2002), Yaman, Toluk ve Olkun, 2003). Bu araştırmalar değişik yaş gruplarındaki öğrencilerin, benzer kavram yanlışlarına sahip olduklarını göstermektedir. Bu da olgunlaşmanın eşit işaretinin uygun anlamını oluşturmada bir etken olmadığını göstermektedir.

Baroody ve Ginsburg (1983), okula yeni başlamış çocuklar için eşit işaretinin ilişkisel bir görüşünü kullanmada bilişsel bir engel olduğunu varsaymaktadırlar. Yapılan araştırmalar da bu varsayımı desteklemektedir. Bir çok araştırmacı okula yeni başlamış çocukların eşit işaretini bir işlem olarak yorumladığını bulmuştur (Behr, Erlwanger ve Nichols, 1980; Denmark, Barco ve Voran, 1976; Ginsburg, 1977 (akt. O'rode, 2002). Bu dönemde, çocuklar aritmetik işlem ve kavramları somut nesneleri sayarak öğrenir. Çocukların sayma deneyimleri çoğunlukla nesneleri bir araya getirme ve onları saymaktan oluşmaktadır ve doğal olarak eşitliği “yapar”, “toplar” gibi fiiller kullanarak tanımlamaktadırlar. Sayma işleminin sonucunu $a+b=c$ biçimindeki eşitliklerle ifade ederler. Bu deneyimlerin sonucunda çocuklar eşit işaretinin rolünü işlemi sonucundan ayıran bir sembol ya da soldan sağa doğru yön belirten bir sembol olarak algılamaya başlar. Bu nedenle işlemin sağda sonucun solda olduğu $a=b+c$ biçimindeki eşitlikler okula yeni başlamış çocuklar için zor eşitliklerdir. Bu da çocukların, eşitliklerin sadece işlemsel kullanımını kabul etmesini ve ilk bu anlamını oluşturmasını desteklemektedir.

Çocukların aritmetik işlemleri nasıl öğrendiğini inceleyen araştırmalar da, çocukların neden eşit işaretinin ilk işlemsel anlamını geliştirdiğine bir ışık tutmaktadır. Carpenter ve Moser (1983) okula yeni başlamış çocuklarla yapmış oldukları araştırmada sembolik problemlerin zorluk derecelerini incelemişlerdir. Bu araştırmada sembolik problemlerin öğrenilmesinin aşağıdaki sırayı izlediği bulunmuştur.

1. $a+\square=c$ sorusu $a+b=\square$ sorusundan daha zordur.
2. $a-b=\square$ sorusu $a+b=\square$ sorusundan daha zordur.

3. $a+\square=c$, $\square+b=c$ ve $a-\square=c$ soruları aynı zorluktadır.
4. $\square-b=c$ sorusu diğer beş durumdan daha zordur.
5. İşlemin eşit işaretinin sağında ve sonucun solda olduğu ($c=a+\square$) olduğu problemler diğerine ($a+\square=c$) göre daha zordur.

Bu zorluk sıralaması öğrencilerin $a+b=\square$ şeklindeki eşitliklerde zorlanmaması diğer tipteki eşitliklerde zorlanması, çocukların eşit işaretini yorumlamalarıyla tutarlılık göstermektedir. Bir başka deyişle, ilköğretimin ilk yıllarında çocukların doğal olarak ilk önce eşit işaretinin işlemsel görüşünü geliştirdiklerini göstermektedir. İlköğretimin birinci kademesindeki çocuklarla yapılan diğer araştırmalarda bu görüşü desteklemektedir. Behr ve ark. (1980) geleneksel eğitim alan birinci, ikinci, üçüncü ve beşinci sınıflardaki öğrencilerle yaptıkları görüşmelerin sonunda öğrencilerin ilköğretim boyunca eşit işaretini bir işlem sembolü olarak algıladıklarını bulmuşlardır.

Yukarıda verilen zorluk sıralaması ile tutarlı olarak, $\square=a+b$ gibi durumlarla karşılaşan öğrencilerden bazıları bunları çözmeyi reddetmekte ya da iki veya daha fazla terimin solda, sonucun sağda olduğu bir biçime dönüştürmeye çalışmaktadırlar (Behr, Erlwanger ve Nichols, 1980; Carpenter ve Levi, 2000; Carpenter, Levi ve Farnsworth, 2000; Falkner, Levi ve Carpenter, 1999; Yaman, Toluk ve Olkun, 2003). Çocukların bu türde verilen problemleri reddetmesinin nedeni, eşit işaretini “soldan sağa bir eylem belirten” fakat sol tarafta iki terim verilmedikçe hiçbir şey yapmayan bir işlem olarak görmelerinden kaynaklanmaktadır. Bir başka deyişle, çocuklara göre eşit işareti, örneğin toplama yapmayı sonra sonucu sağ tarafa yazmayı söylemektedir.

Aynı şekilde çocukların eşitlik hakkındaki yanlış anlamalarının nedenlerini araştıran Carpenter ve Levi (2000) 2. sınıf öğrencilerinin $a+b=\square$ şeklinde olmayan durumlarla karşılaştıklarında ne tür tartışmalara girdiklerini gözlemlemişlerdir. Örneğin; bir öğrenciye $2=1+1$ ’ in doğru olup olmadığı sorulduğunda öğrenci “Emin değilim. Ters yazılmış. -Bir artı bir- diğer tarafta... Fakat... Sanıyorum doğru.” şeklinde açıklamıştır. Bu da öğrencilerin derslerde bu tür geleneksel olmayan durumlarla fazla karşılaşmadıklarını göstermektedir.

Tall ve ark. (2000) ise öğrencilerin geleneksel olmayan (bilinmeyen yeri farklı olan) eşitliklerle karşılaştıklarında nasıl bir çözüm yöntemi kullandıklarını araştırmışlardır. Araştırmacılar, öğrencilere, İngiliz Ulusal Programında ilköğretim seviyesinde cebire bir başlangıç olması amacıyla derslerde sunulması önemli görülen aşağıdaki gibi aritmetik problemleri vermişlerdir:

(1): $3+4=\square$

(2): $3+\square=7$

(3): $\square+3=7$

Bu problemler cebir gibi görünse de birer aritmetik problemidir. Çocuklar bu tür problemlere değişik sayma stratejileri kullanarak çözüm üretebilirler. Birinci eşitlik herhangi bir hesaplama modeli ile yapılabilirken ikinci eşitlik ise 3’ten 7’ye kadar sayarak yapılabilir. Üçüncü eşitlik ise daha karmaşıktır. Eğer çocuk toplamının sırasını önemsemezse bu eşitliği ikinci eşitlikte kullandığı sayma stratejisini kullanarak yapabilir. Eğer toplama sırasını önemserse daha zor bir hesap yapması gerekir. Bu durumda çocuk bir sayıdan sonra 3 daha sayacak ve 7’ye ulaşacak ve ilk seçtiği sayıda sorunun cevabı olacaktır. Bu da deneme yanılma yolu ile bir çok başlangıç noktası seçmesine neden olacaktır. Tall ve ark. (2000) bu tür etkinliklerin dikkatli bir şekilde analiz edildiğinde, öğrencilerin ne düşündüklerinin ve neler inşa ettiklerinin açık seçik görülebileceğini ifade

etmektedirler. Bu araştırmanın analizlerinde öğrencilerin sembolleri soldan sağa doğru düşündüklerini bulmuşlardır. Ayrıca, bilinmeyenle başlayan ifadelerde öğrencilerin sorun yaşadıklarını görmüşlerdir. Bunun yanında öğrencilerin çok azının “ $N+3-5=N-2$ ” ifadesini bir aritmetik işlem ve bir eşitlik olarak gördüklerini bulmuşlardır.

Yukarıdaki araştırma sonuçlarından da görüldüğü gibi öğrenciler ilköğretimin ilk kademelerinde geleneksel olmayan biçimdeki eşitlikleri kabul etmemektedir. Buradan yola çıkarak Rittle-Johnson ve Alibali (1999) ilköğretimin ilk kademelerinde öğrencilerin eşit işaretini bir işlem sembolü olarak anlaması ve geleneksel biçimde olmayan eşitlikleri kabul etmemesinin ileriki yıllarda devam edip etmediğini araştırmışlardır. Yaptıkları araştırma sonucunda dördüncü sınıftan sonra öğrencilerin eşit işaretini iki niceliğin aynılığı olarak kavramalarının arttığını önermektedirler. Buna rağmen yaptıkları araştırmada beşinci ve altıncı sınıftaki çoğu öğrencinin eşit işaretinin anlamını veya eşitliklerin yapısını tam olarak kavrayamadıklarını bulmuşlardır. Bu araştırmaların sonucunda ilköğretimin başındaki ve sonundaki öğrencilerin eşit işareti hakkında yanlış anlamalara sahip oldukları söylenebilmektedir. Bu araştırmaların ışığında çocukların gelişimsel açıdan ilk olarak işlemsel anlamı oluşturmaları doğal görünmektedir. Fakat çocukların zamanla ilişkisel anlamı geliştirmelerinde artış gözlenmektedir.

Yapılan araştırmalar öğrencilerin bu yanlış anlamalarının ortaöğretimde de devam ettiğini göstermektedir. Bu araştırmalara bakıldığında, öğretmenlerin, öğrencileri ile birlikte eşit işaretini ilköğretimde ve ortaöğretimde sık sık kullanmalarına rağmen, eşitlik kavramı ve eşit işareti hakkında öğrencilerinin ne

anladıklarının üzerine pek düşünmediklerini göstermektedir (Falkner, Levi ve Carpenter, 1999). Birçok öğretmen için $8+4=\square+5$ sorusu önemsiz gibi görülebilir. Fakat bu sorunun hiç de ilginç olmadığını düşünen bir altıncı sınıf öğretmenin sınıfında yapılan araştırmada öğrencilerin hepsi de kutu yerine 12 gelmesi gerektiğini söylemişlerdir. Benzer yanlış anlamalara diğer altıncı sınıf öğrencilerinin de sahip oldukları gözlenmiştir. Öğretmen; “Başka bir cevabı olan var mı?” diye sorduğunda öğrencilerinden sadece biri kutuya 7 gelmesi gerektiğini söyleyip, nedenini de şöyle açıklamıştır: “ Cevap 7’ dir. Çünkü eşit işaretinin her iki tarafında aynı miktarı bulmak zorundayız. Bu eşit işaretinin anlamıdır.” Aynı soru için bir başka öğrenci “Miktar eşit işaretinin her iki yanında da aynı olmalıdır. (Elleri ile göstererek) Bir tahterevalli gibi!” demiştir (Falkner, Levi ve Carpenter, 1999). Öğrencilerin, $8+4=\square+5$ sorusuna 12 veya 17’ yi cevap olarak vermesi, onların eşitlik kavramını ve eşit işaretini sınırlı bir şekilde anladıklarını göstermektedir. Ayrıca matematiksel sembollerin derslerde sıkça kullanılması fakat ne anlama geldiğinin sorgulanmaması ya da tartışılmaması, bu sembollerin matematiksel anlamlarının oluşmasına yardımcı olmadığı görülmektedir.

Falkner ve arkadaşları (1999), yaptıkları bu araştırmada öğrencilerin sorulan $8+4=\square+5$ sorusuna 5 değişik şekilde cevap verdiklerini bulmuşlardır.

1. Eşit işaretinden sonra her zaman cevap geleceğini düşünen öğrenciler, eşit işaretinden önceki işlemin sonucu eşit işaretinden sonra yazmışlardır.

2. Bütün sayılar toplanacağını düşünen öğrenciler, eşitlikteki sembollerin yerine dikkat etmeden bütün sayıları toplamış ve kutu yerine 17 yazmışlardır.
3. Bazı öğrenciler ise kutu yerine yine ilk iki sayının toplamını yazmış sonra bir eşit işareti daha yazarak bu toplamı diğer sayı ile toplamışlardır.
4. Yapılan bu araştırmada eşit işaretinin iki miktar arasındaki bir ilişkiyi gösterdiğini anlayan öğrenciler de bulunduğu gözlenmiştir. Bunların bir kısmı her iki taraftaki sayıların toplamının aynı olduğunu söylemişlerdir.

Türkiye’de yapılan benzer bir araştırmada da Yaman, Toluk ve Olkun (2003) ilk ve ortaöğretim öğrencileri ile görüşmeler yapmış ve onların bu tür eşitliklerle karşılaştıklarında nasıl düşündüklerini araştırmışlardır. Bu çalışmada öğrencilere üç kategoride sorular yöneltilmiştir. Bunlar sözel problemler, sembolik problemler ve doğru ve yanlış eşitliklerden oluşmaktadır. Görüşmelere katılan öğrencilerin sözel problemlerde sorun yaşamazken, sembolik problemlerde hata yaptıkları gözlenmiştir. Öğrenciler özellikle $\square = a + b$ türündeki eşitliklerin ters yazıldığını ve böyle bir eşitliğin yazılamayacağını söylemişlerdir. Aynı şekilde $a + b = \square + c$ türündeki eşitliklerde ise Falkner ve ark. yaptığı araştırma ile tutarlı olarak ya soldaki sayıları toplayıp kutu yerine sonucu yazmışlar, ya da bütün sayıları toplayıp kutu yerine yazmışlardır. Bir kısım öğrenci ise önce soldaki sayıları toplayıp kutu yerine sonucu yazmış sonra kutudaki sayı ile “c”yi toplayıp eşitliğin sonuna bir eşittir işareti daha koyarak sonucu yazmışlardır.

Yapılan araştırmaların ortaokul öğrencilerinin de eşit işaretini hatalı anladıklarını işaret etmesine rağmen Kieran (1988) 13 yaş civarının eşit işareti ve

eşitlik kavramını öğrencilerin geliştirmesi için kritik bir yaş olduğunu önermektedir. Bu önerinin nedeni öğrencilerin 7. sınıftan itibaren (yaklaşık olarak 13 yaş) cebir dersleri alması olarak görülebilmektedir. Kieran (1988) 13 yaşındaki öğrencilerle yaptığı çalışmada öğrencilerin denklemlere bakış açılarını iki farklı yönden araştırmıştır. Bu çalışmada aritmetik grubu ve cebir grubu olmak üzere iki grup ortaya çıkmıştır. Aritmetik grubundaki öğrencilerin tahmin ve kontrol yoluyla denklemleri çözdüklerini, cebir grubundaki öğrencilerin de ters işlem yaparak çözüme ulaştıklarını görmüştür. Cebir grubundaki öğrenciler bilinmeyen denklemler çözülmedikçe bir değer alamayacağını düşünürken aritmetik grubundaki öğrenciler bilinmeyeni denklemin bir parçası olan bir sayı olarak görmüşlerdir. Aritmetik grubundaki öğrenciler her iki tarafta benzer işlemler yapmanın çözüme daha kolay götürdüğünü düşünürken cebir grubundaki öğrenciler ise yer değiştirme yoluyla çözüm yapmada ısrar etmişlerdir. Aritmetik grubundaki öğrenciler eşitlik kavramının daha fazla kavramsal algısına sahip olmaları nedeniyle daha düzenli bir başarıya ulaşmışlardır.

Wagner ve Kieran (1989), cebir dersi almış ortaokul öğrencileri ile yaptıkları araştırmada öğrencilerin eşitlik kavramının ilişkisel değil de işlemsel anlamını oluşturmuş olsalar da toplama içeren denklemleri çözebildiklerini işaret etmiştir. Öğrenciler böyle tek bilinmeyenli ve tek işlem içeren denklemleri ($x+5=17$ gibi) çözebilmektedirler. Wagner ve Kieran (1989), öğrencilerin eşit işaretinin bir yanında birden fazla cebirsel terim olan bir problem ile karşılaştıklarında, bu görüşün pek etkili bir yol olmadığını belirtmektedirler. Örneğin, öğrenciler $3x+4+5x=20$ denklemini çözerken, “dört çıkar, üçe böl, beşe

böl,...” deyip şaşırabilmektedirler. Bu tür denklemleri çözebilmek için işlem önceliğini ve eşitlik kavramını iyi anlamaları gerekmektedir.

Steinberg, Sleeman ve Ktorza (1990) ise cebir dersini almış sekizinci ve dokuzuncu sınıf (lise) öğrencileri ile eşit denklemleri araştırmışlardır. Bu araştırmada öğrencilere bir çift denklem verilmiş ve bu denklemlerin eşit olup olmadığı sorulmuştur. Sekizinci sınıfların yaklaşık yarısı, dokuzuncu sınıfların da çok azı bu tür denklemlere yanlış cevaplar vermiştir. Bu denklemlerle karşılaşan öğrenciler ya denklemleri çözmeye çalışmışlar ve dönüşüm kurallarını kullanmışlar ya da cevapları için yanlış nedenler vermişlerdir.

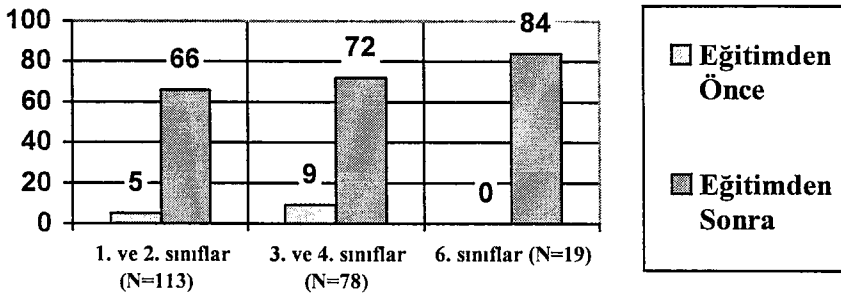
Bu bölümde ilkökul, ortaokul ve lise seviyesindeki öğrencilerin eşit işareti ile ilgili düşüncelerini, eşit işaretini nasıl anladıklarını ortaya çıkarmaya çalışan araştırmaların sonuçları tartışılmıştır. Araştırmacılar bu düşünceleri ortaya çıkardıktan sonra hatalı düşünceleri ve yanlış algıları düzeltmek için derslerde bazı etkinlikler düzenlemişler ve bu etkinlikler sonrasında öğrencilerdeki değişimi gözlemişlerdir. Bundan sonraki bölümde bu araştırmaların sonuçları tartışılacaktır.

2.3.2. Çocukların Eşit İşareti Hakkındaki Düşüncelerini Geliştirmek İçin Yapılan Araştırmalar

Çocukların eşit işareti hakkındaki düşüncelerini geliştirmek için yapılan araştırmaları iki bölümde inceleyebiliriz. Birinci bölümdeki araştırmacılar, öğrencilerin eşit işareti hakkındaki düşüncelerini geliştirmelerini sağlamak için sınıflarda tartışma ortamı yaratılması gerektiğini önermektedirler. Bu tartışma ortamlarında öğrencilere doğru ve yanlış eşitlikler verilip bunların doğruluğunun

tartışılması gerektiğini, her zaman sonuç bilinmeyenli değil başlangıç bilinmeyenli soruların da sorulması gerektiğini ifade etmektedirler. İkinci bölümdeki araştırmacılar ise öğrencilerin eşit işareti hakkındaki düşüncelerini geliştirmelerini sağlamak için sınıf içi bazı etkinlikler düzenlemenin önemli olduğunu belirtmektedirler. Bu araştırmacılar genellikle hazırladıkları etkinliklerde “denge” kavramına önem vermektedirler ve eşitliğin bir denge belirttiğini anlayabilen bir öğrencinin eşit işaretinin ilişkisel anlamını da anlayabileceğini önermektedirler.

Eşit işaretinin anlamını öğrencilerin farklı algılaması, araştırmacıları öğrencileri yanlış anlamalarıyla yüzleştirip onlara yardım etmeye yöneltmiştir. Bir araştırmada eşit işaretinin doğru anlamlandırılmasını sağlamak ve öğrencilerin öğrenmesini güçlendirmek için sınıfta doğru ve yanlış eşitlikler verilmiştir (Carpenter, Levi ve Farnsworth, 2000). Bu eşitliklerin doğruluğu üzerine yapılan tartışmalar sonucunda çocukların anlamasında önemli değişiklikler (Bkz Şekil 2.1) ve problem çözümlerinde düzeltilmeler saptanmıştır.



Şekil 2.1: Bir dönemlik eğitimden önce ve sonra $8+4=\square+5$ sorusuna doğru cevap veren öğrencilerin oranı ve sınıf seviyeleri (Carpenter, Levi ve Farnsworth, 2000)

Sınıf içi tartışmalara önem veren araştırmaların bir diğesinde ise Falkner ve ark. (1999) öğrencilere özel görevler vererek onları eşit işaretini tartışmaya yönlendirdiklerinde öğrencilerin daha verimli olduklarını bulmuşlardır. Falkner ve ark. uygun olarak seçilen görevlerin, öğrencilerin fikirlerini tartışmaları ve birbirleriyle etkileşimde bulunmaları için bir ortam yarattığını, öğrencilere farklı ortamlar sağlamak vasıtasıyla öğrencilerin algıları ile mücadele etmelerini sağladığını ve çocukların düşünmeleri için onlara bir pencere sağladığını belirtmektedirler.

Bu çalışmalarla uyumlu olarak Saenz-Ludlow ve Walgamuth (1998)'da yaptıkları çalışmalarında bir yıl boyunca sosyo-oluşturmacı bir öğretimle yapılan sınıf tartışmalarına katılan 3. sınıf öğrencilerinin eşitlik kavramı ve eşit işaretini nasıl yorumladıklarını analiz etmişlerdir. Bu çocuklar başlangıçta eşit işaretini bir aritmetiksel işlem olarak yorumlamışlardır. Öğrencilerin çok azı bu işareti iki miktar arasındaki ilişkiyi ifade eden bir sembol olarak görmüştür. Yapılan öğretim sonunda çocuklar bu işareti iki sayısal ifadenin nicel aynılığı olarak kavramsallaştırmışlardır ve “aynılık”, “eşittir” olarak tanımlayabilmişlerdir. Çocuklar sınıf tartışmalarında aktif rol almalarından dolayı, eşitliği kavramsallaştırmalarında ilerleme görülmüştür.

Yukarıdaki araştırma sonuçlarından da görüldüğü gibi öğrenciler, sınıf içi tartışmalara katılarak eşit işareti hakkındaki düşüncelerini geliştirebilmişlerdir. Ayrıca öğrenciler, bu tür tartışma ortamlarında kendi buldukları cevapların neden doğru veya yanlış olduğunu anlayabilmektedirler. Kendi verdiği cevabın neden yanlış olduğunu anlayan öğrenci, eşit işaretini daha iyi kavramsallaştırmakta ve eşit işaretinin ilişkisel anlamını oluşturmaya başlamaktadır.

Yukarıda da değinildiği gibi bazı araştırmalarda eşit işareti düşüncesinin gelişimi için sınıf içi etkinliklere ve denge kavramına önem verilmiştir. Bu araştırmalardan biri Thompson (1988)'ın ilköğretim öğrencilerine somut materyaller kullanarak denklemleri çözmeyi öğretmek için yaptığı araştırmadır. Bu araştırmada Thompson öğrencilerin eşitliğin anlamını iletmelerini sağlamayı amaçlamış ve bu nedenle öğrencileri sayıları ve bilinmeyenleri temsil etmesi için kareler ve barlar, eşit işaretini temsil etmek içinde bir ip kullanmaya yönlendirmiştir. Araştırmacı bu temsiller sayesinde öğrencilerin eşit işaretini dengedeki iki tarafı ayırıyor olarak düşünebileceklerini ifade etmiştir. Bu çalışmada öğrenciler siyah ipin her bir tarafında aynı miktar olana kadar kareleri alabilmekte veya kare koyabilmektedirler. Thompson öğrencilere somut materyallerin resmini çizmede de yol göstermiş ve sonunda öğrenciler semboller kullanarak denklemleri temsil edebilmişlerdir. Bu teknik vasıtasıyla öğrencilerin çoğu bir denklemden her iki tarafında dengede olması gerektiğini anlayabilmişlerdir.

Cebirsel problemlerde öğrencilerin yaşadığı zorlukları ortaya çıkarmaya çalışan Schliemann (2000) yaptığı çalışmada Brezilya'da büyük bir şehirdeki bir okuldan 20 öğrenci ile görüşmeler yapmıştır. Bu öğrencilerin 10 tanesini cebir eğitimi almamış ve denklemleri çözme kurallarını bilmeyen 5. sınıf öğrencilerinden, diğer 10 öğrenciyi ise cebir eğitimi almaya yeni başlayan 6. sınıf öğrencilerinden seçmiştir. Burada öğrencilerle beraber iki ayrı terazi etkinliği yapılmıştır. Etkinliklerin ilkinde içi tahıl dolu paketlerin ağırlığını 1, 2 ve 5 gramlarla hesaplamaktır. Bu tahıl paketleri ise 1, 3 ve 4 gram ağırlığındadır. İkinci etkinlikte

ise bilinmeyen ağırlıklarla bir eşitlik kurulmuş ve öğrencilerden bu bilinmeyen ağırlıkları bulmaları istenmiştir. Bu altı denemede temsil edilen eşitlikler şöyledir:

a) $2+x=5$, b) $3+2x=5$, c) $5+x=3+2x$, d) $5+2+x=3+2x$,
e) $5+y=1+y+x$, f) $5+5+y=4+4+y+2x$

Bu çalışmadaki amaç öğrencilerin bir eşitliğin (dengenin) her bir tarafından eşit miktarda ekleme veya çıkarma yaptığımızda eşitliğin bozulmadığını anlamalarıdır. İlk 3 denemede “denge” durumunu bütün öğrenciler doğru yapmışlardır. Sonraki 6 denemede ise iki gruptaki öğrencilerin çoğu doğru cevapları verebilmişlerdir. 5. sınıflardan seçilen öğrencilerin %80’i, 6. sınıfların da %70’i d, e ve f eşitliklerinde sorun yaşamışlardır. Ayrıca iki gruptaki öğrencilerin hemen hepsi bir eşitliğin her bir tarafından bir şey alır veya eklersek eşitliğin değişmeyeceğini söylemişlerdir. İki grup arasında yazılı denklemlerde kullandıkları stratejiler konusunda farklılıklar olmuştur. 5. sınıf öğrencileri eşitliğin yalnızca bir tarafında bilinmeyen varsa bilinmeyeni aritmetik hesaplarla çözebilmişlerdir. 6. sınıf öğrencileri ise bu tip eşitliklerde cebirsel kuralları (eşitliğin öbür tarafına ters işaretli olarak geçer) kullanarak çözümü bulmuşlardır. Eşitliğin her iki tarafında da bilinmeyen varsa 5. sınıflar yine aritmetik olarak hesaplamaya çalışmışlar fakat çoğu bu yolla bir cevap bulamamıştır. Bu durumda araştırmacı terazi ile ölçüm yapabileceklerini söylemiş ve onlarda ölçüm yaparak çözümü bulmuşlardır. 6. sınıf öğrencilerinin çoğu ise yine cebirsel kurallar ile çözüme ulaşmışlardır.

Herscovics ve Kieran (1980) ise ortaokul öğrencileri ile yapılan bir öğretim deneyinde, öğrencilerin eşit işaretinin anlamını geliştirebilmelerini

sağlamak için öğrencilerin sahip olduğu aritmetik bilgilerini kullandırmaya çalışmışlardır. Etkinliklerde aritmetik eşitliklerini dönüştürme üzerinde durulmuştur ($4 \times 5 = 10 + 10$ ve bu eşitliği $4 \times 5 + 3 = 10 + 10 + 3$ e dönüştürmek gibi). Bu tür etkinliklerin sonunda öğrenciler bir eşitlikte terimlerin yerinin değiştiğinde, ya da eşitliğin her iki tarafında aynı işlem yapıldığında eşitliğin değişmediğini algılayabilmişlerdir.

Sınıf içi etkinliklere ve denge kavramına önem veren araştırmaların sonuçları öğrencilerin eşit işaretini bir denge olarak anlamalarının çok önemli olduğunu göstermektedir. Eşit işaretini denge olarak anlayan öğrenciler eşit işaretinin sol ve sağ tarafında aynı işlemler yapıldığında eşitliğin bozulmadığını anlamaktadırlar. Böylece bu öğrenciler eşit işaretinin ilişkisel anlamını oluşturabilmektedirler.

Şimdiye kadar öğrencilerin eşit işaretini ilişkisel bir sembol olarak anlamasının öneminden ve bunu sağlamak için yapılması gerekenlerden bahsedilmiştir. Fakat öğrencilerin eşit işareti ile ilgili hatalı algılarının neden devamlı ve süregelen olduğunu bulmak gerçekten zordur. Bunun nedenlerinden birisi öğrencilerin devamlı eşit işaretinin solunda işlemler sağında sonucun olduğu örneklerle karşılaşması olabilir. Bu tür sınırlı örneklerden öğrenciler yanlış genellemeler yapabilirler. Bir sonraki bölümde öğrencilerin eşit işaretini işlemsel bir sembol olarak algılamasının olası nedenleri incelenecektir.

2.3.3. Çocukların Eşit İşaretini Bir İşlem Sembolü Olarak Algılamasının Olası Nedenleri

Çocukların eşit işaretini bir işlem sembolü olarak algılamasının nedenleri; hesap makinesi kullanımı, bilişsel gelişim sınırları ve okul eğitimi olarak düşünebiliriz.

Bir hesap makinesi ile hesaplama yapıldığında önce terimler ve işlemlere basılır sonra “=” işaretine basılır ve sonuç hesap makinesinin ekranına gelir. Bu yüzden hesap makinesi kullanımı öğrencilerin eşit işaretini bir işlem sembolü olarak algılamalarını desteklemekte olduğu düşünülmektedir. Türkiye’deki eğitim sistemine baktığımızda, derslerde hesap makinesi kullanılmamasına rağmen öğrencilerin eşit işaretini bir işlem sembolü olarak algıladıkları bulunmuştur (Yaman, Toluk ve Olkun, 2003). Bu da hesap makinesi kullanılsa da kullanılmasa da öğrencilerin eşit işaretini hatalı olarak algılayabileceklerini göstermektedir.

Ayrıca çocuklardaki bilişsel sınırların, onların eşit işaretini bir işlem sembolü olarak algılamalarının nedeni olabileceğini belirten bir teori bulunmaktadır. Bu bilişsel sınırlılık yaşla ve olgunlaşmayla doğrudan ilgili olabilir. Kieran (1981) 13 yaşının eşit işaretini bir işlem sembolü olarak algılamakla ilişkisel bir sembol olarak algılamak arasında geçiş dönemi olduğunu ifade etmektedir. Çocuklar ilköğretim de genellikle aritmetik işlemler yapmakta olduklarından eşit işaretini bir işlem sembolü olarak görebilmektedirler. Fakat orta okula geçtiklerinde ve 7. sınıfa başladıklarında (yaklaşık 13 yaş civarı) cebire geçiş yapmaktadırlar. Burada öğrendikleri cebirsel kavramlar ve cebirsel uygulamalar sayesinde eşit işaretinin ilişkisel anlamını oluşturmaya başlayabilirler.

Çocukların eşit işaretini bir işlem sembolü olarak görmelerinin nedenlerinden biri de okul eğitimi olabilir. Özellikle geleneksel eğitim, eşit işaretini bir işlem sembolü olarak algılamada öğrencilere önderlik edebilmektedir (Behr, Erlwanger ve Nichols, 1980; Kieran, 1981; Saenz-Ludlow ve Walgamuth, 1998). Öğrenciler derslerde genellikle eşit işaretini bir işlemin sonucunu bulmak için kullanmaktadırlar. Bu da onların eşit işaretini ilişkisel bir sembol olarak algılamalarını engelleyen etkenlerden biridir. Ayrıca eşit işaretinin derslerde yanlış kullanımı da öğrencilerin eşit işaretinin ilişkisel anlamını oluşturmalarını engellemektedir. Tablo 2.1’de eşit işaretinin kullanımı ile ilgili bazı örnekler görülmektedir. Bu tür örnekler öğrencilerin eşit işaretini yanlış anlamalarına neden olabilmektedir.

Tablo 2.1. Öğrencilerin eşit işaretini yanlış anlamalarına neden olabilecek bazı örnekler:

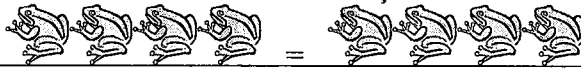
1. Kişilerin veya nesnelerin yaş gibi sayısal karakteristiklerini yazmak
John = 8, Marcie = 9 vb.

2. Toplu nesnelerin sayısını belirtmek



3. Hesaplama yaparken kullanılan eşitlik
 $20 + 30 = 50 + 7 = 57 + 8 = 58$

4. İki resim arasında kullanılan eşitlik



Birinci örneğe baktığımızda John bir sayı değildir. Onun yaşı 8 olabilir veya bir oyundan kazandığı puan 8 olabilir. Bu yüzden bu gösterimde eşit işareti kullanımından kaçınmalıyız. Eşit işaretini sayılar veya ifadelerin arasındaki ilişkiyi göstermede kullanabiliriz. İkinci ve dördüncü örnekte de benzer bir sorun vardır. İkinci örnekteki resimde nesnelerin sayısı 6’dır. Fakat grup 6’ya eşit

değildir. Dördüncü örneğe baktığımızda da 6 kurbağalık bir grup, diğer 6 kurbağalık bir gruba eşit değildir. İki gruptaki kişilerin sayısı aynı olabilir ama gruplar aynı olmayabilir. Bu yüzden burada da eşit işareti kullanmaktan kaçınmalıyız. Hesaplama yaparken eşit işareti kullanımına dikkat etmeliyiz. Üçüncü örneğe bakarsak burada da eşit işaretinin yanlış kullanıldığından söz edebiliriz. Uzun bir hesaplama yapılacağı zaman her bir işlemin sonucu ile diğer sayıyı işleme tabi tutmak için ayrı ayrı sayı cümleleri yazılmalıdır; “ $20+30=50$ $50+7=57$ $57+8=65$ ”

Özet olarak, literatür taraması geleneksel eğitim alan öğrencilerin eşit işaretini ilişkisel bir sembol olarak değil işlemsel bir sembol olarak algıladıklarını göstermektedir. Buradan yola çıkarak geleneksel eğitim dışında bir eğitim verilerek öğrencilerin eşit işareti hakkındaki düşüncelerinde bir değişim olup olmadığı araştırılmaya değer bulunmaktadır.

2.4. Araştırma Soruları

Eşitlik sembolünün ilişkisel bir sembol olma özelliğini destekleyen bir programla yapılan eğitimin, ilköğretim 2. sınıf öğrencilerinin bu sembol hakkındaki düşünceleri üzerine etkisi nedir? Araştırmada bu probleme bağlı olarak aşağıdaki alt problemlere yanıt aranmıştır.

1. Eşittir sembolünün ilişkisel bir sembol olma özelliğini destekleyen bir programla eğitim gören ilköğretim 2. sınıf öğrencileri ile geleneksel eğitim gören ilköğretim 2. sınıf öğrencilerinin ön test başarıları arasında anlamlı bir fark var mıdır?

2. Eşittir sembolünün ilişkisel bir sembol olma özelliğini destekleyen bir programla yapılan eğitimden önce ve sonra ilköğretim 2. sınıf öğrencilerinin eşitlik testi başarıları arasında anlamlı bir fark var mıdır?
3. Eşittir sembolünün ilişkisel bir sembol olma özelliğini destekleyen bir programla eğitim gören ilköğretim 2. sınıf öğrencileri ile geleneksel eğitim gören ilköğretim 2. sınıf öğrencilerinin son test başarıları arasında anlamlı bir fark var mıdır?
4. Destekleyici eğitimi almış ilköğretim 2. sınıf öğrencileri, 3. sınıfa geçtiklerinde eşitlik testi başarıları arasında anlamlı bir fark var mıdır?
5. Eşittir sembolünün ilişkisel bir sembol olma özelliğini destekleyen bir programla eğitim gören ilköğretim 2. sınıf öğrencileri ile geleneksel eğitim gören ilköğretim 2. sınıf öğrencilerinin kalıcılık testi başarıları arasında anlamlı bir fark var mıdır?
6. Eşittir sembolünün ilişkisel bir sembol olma özelliğini destekleyen bir programla eğitim gören ilköğretim 2. sınıf öğrencileri ile geleneksel eğitim gören ilköğretim 2. sınıf öğrencilerinin cinsiyet açısından ön test, son test ve kalıcılık testi başarıları arasında anlamlı bir fark var mıdır?
7. Eşittir sembolünün ilişkisel bir sembol olma özelliğini destekleyen bir programla yapılan eğitimden önce ilköğretim 2. sınıf öğrencileri bu sembolü nasıl algılamaktadırlar?
8. Eşittir sembolünün ilişkisel bir sembol olma özelliğini destekleyen bir programla yapılan eğitimden sonra ilköğretim 2. sınıf öğrencileri bu sembolü nasıl algılamaktadırlar?

2.5. Sınırlılıklar

1. Araştırma Bolu ili Merkez ilçesindeki bir ilköğretim okulundaki 2. sınıflarla sınırlıdır.
2. Araştırma 2002-2003 eğitim öğretim yılı bahar yarıyılı ve 2003-2004 eğitim öğretim yılı güz yarıyılı ile sınırlıdır.



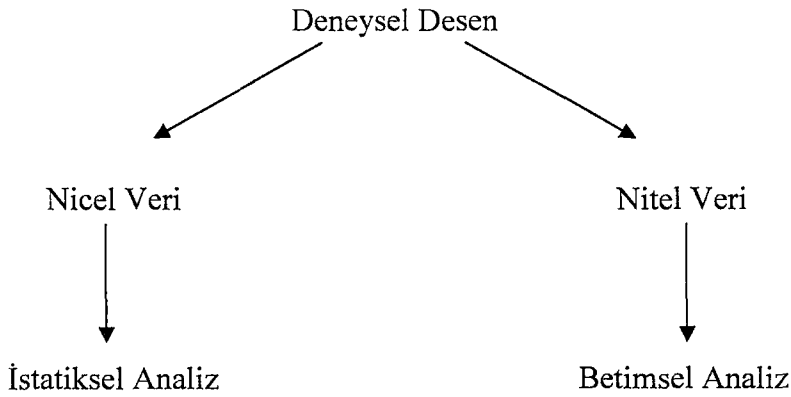
III. BÖLÜM

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın deseni, araştırmanın katılımcıları, veri toplama araçları, uygulama, verilerin nasıl toplandığı ve verilerin analizinde kullanılan istatistiksel yöntem ve teknikler açıklanmıştır.

3.1. Araştırmanın Deseni

Bu araştırmada nitel ve nicel tekniklerden oluşan karma bir yöntem kullanılmıştır (Patton, 1990). Araştırmanın birinci kısmında deneysel desenle nicel veri toplanarak istatistiksel analiz yapılmıştır. İkinci kısmında ise deneysel desenle nitel veri toplanarak betimsel analiz yapılmıştır (Bkz Şekil 3.1).



Şekil 3.1. Araştırmada kullanılan karma yöntem şeması

Araştırmanın nicel kısmında, "Kontrol Gruplu Ön Test – Son Test Deney Deseni" kullanılmıştır. Araştırma dört grup üzerinde gerçekleştirilmiştir.

Grupların ikisi deney, diğer ikisi de kontrol grubu olarak ayrılmıştır. Deney gruplarında eşit işaretinin ilişkisel bir sembol olma özelliğini destekleyen bir öğretim programı kullanılarak matematik öğretimi yapılırken, kontrol grubunda geleneksel öğretim sürdürülmüştür. Öğretim, deney gruplarında araştırmacı tarafından, kontrol gruplarında ise sınıf öğretmenleri tarafından yürütülmüştür.

Araştırmada kullanılan nicel deney modeli Tablo 3.1’de gösterilmiştir.

Tablo 3.1. Nicel deney deseni

Gruplar	Ön Test	DeneySEL Desen	Son Test	Kalıcılık
G1	T1	Destekleyici Öğretim (5 ders saati)	T2	T3
G2	T1	Geleneksel Öğretim (5 ders saati)	T2	T3

Not: Desendeki G1 deney gruplarını, G2 kontrol gruplarını, T ise ön test-son test ve kalıcılık testi olarak kullanılan eşitlik kavramını içeren başarı testini göstermektedir.

Araştırmanın nitel kısmında ise deney gruplarından seçilen sekiz öğrenci ile uygulamadan önce ve sonra otuzar dakikalık görüşmeler yapılmış ve bu görüşmeler kasetlere kaydedilmiştir. Bu görüşmelerde öğrencilerden T (eşitlik kavramını içeren başarı testi) testindeki soruları nasıl çözdüklerini anlatmaları istenmiştir.

3.2. Alan ve Katılımcılar

Araştırmanın nicel kısmında deneysel desen kullanıldığından evren ve örneklem tayinine gidilmemiştir. Araştırma, Bolu il merkezinde bulunan ve sosyo-ekonomik durumu orta seviyede olan bir ilköğretim okulunda uygulanmıştır. Araştırmanın denekleri, 2002-2003 öğretim yılında, Bolu il

merkezinde seçilen bir ilköğretim okuluna devam eden 2.sınıf şubeleri arasında seçilmiştir. Okulda iki sabahçı ve iki öğlenci olmak üzere dört tane 2. sınıf bulunmaktadır. 2-C ve 2-D sınıfları sabahçı, 2-A ve 2-B sınıfları ise öğlenci olan sınıflardır. Araştırmada sınıflardan 2-A ve 2-D şubeleri deney (G1), 2-B ve 2-C şubeleri ise kontrol (G2) grubu olarak atanmıştır. Deney ve kontrol gruplarının ön test ortalamaları arasında anlamlı bir fark olmamasına rağmen ön test sonuçlarına göre aritmetik ortalaması daha az olan 2-D sınıfı ve 2-A sınıfı deney grubu olarak seçilmiştir (Bkz. Tablo 3.2). Deney grubu olarak seçilen 2-D sınıfında arkadaşlarıyla arasında uyum sorunu olan bir öğrenci bulunmaktadır. Bu öğrenci ilk üç etkinliğe katılmıştır. Daha sonra sınıfta dolaşması, sınıftaki arkadaşlarına fiili müdahalede bulunması ve sınıf düzenini bozması nedeniyle son iki etkinlikte sınıf öğretmeni tarafından dışarı çıkarılmıştır. Fakat bu öğrencinin test sonuçları analizlere katılmıştır.

Deney ve kontrol gruplarının hazır bulunuşlukları açısından denk olup olmadıklarını saptamak amacıyla, grupların ön test puanları üzerinde t-testi yapılmıştır. Yapılan analizler sonucunda elde edilen bulgular (ön test toplam puanları) Tablo 3.2’de sunulmuştur.

Tablo 3.2. Deney ve kontrol grupların ön test puanları

	N	X	S	t	p
DENEY	57	9,88	2,52	-1.377	,171
KONTROL	58	10,53	2,60		

Tablo 3.2’ deki analiz sonuçları toplam ön test puan ortalamaları deney gruplarının 9.88, kontrol gruplarının ise 10.53 bulunmuştur. Grupların ön test

puan ortalamaları arasında anlamlı bir farkın olup olmadığı t-testiyle yoklanmış ve kontrol ve deney gruplarının ön test puanları arasında ($t(113) = -1,377; p>.05$) anlamlı bir fark bulunamamıştır.

Deney ve kontrol grubu olarak seçilen sınıfların cinsiyete göre dağılımı ile ilgili veriler Tablo 3.3'te sunulmuştur. Tablo 3.3'te görüldüğü gibi deney ve kontrol gruplarındaki toplam öğrenci sayısı 115'dir. Deney grupları toplamında, 57 öğrenciden 28'i kız , 29'u erkektir. Kontrol grupları toplamında da 58 öğrenciden 32'si kız, 26'sı erkektir. Bu verilere göre deney ve kontrol gruplarındaki öğrenci sayıları ve cinsiyete göre dağılımlarının birbirlerine yakın olduğu söylenebilir.

Tablo 3.3. Deney ve kontrol gruplarının cinsiyete göre dağılımı

	KIZ	ERKEK	TOPLAM
DENEY	28	29	57
KONTROL	32	26	58
TOPLAM	60	55	115

Araştırmanın nitel kısmında ise deney gruplarından, yapılan ön test sonuçlarına göre 8 öğrenci seçilmiştir. İki deney grubundan da 4'er öğrenci olmak üzere, ikisi ön testten yüksek puan alan, diğer ikisi de ön testten düşük puan alan öğrencilerden seçilmiştir.

3.3. Veri Toplama Aracı

Araştırmanın nicel kısmında kontrol ve deney grubundaki öğrencilere Şekil 3.2'deki sorular ön test (25 Nisan 2003'te) olarak sorulmuştur. Veri toplama aracı, literatür taramasında ortaya çıkan, çocukların eşitlik sembolüne ilişkin

düşünceleri göz önüne alınarak hazırlanmıştır (Behr, Erlwanger ve Nichols, 1980; Carpenter, Levi ve Farnsworth, 2000; Falkner, Levi ve Carpenter, 1999; Denmark, Barco ve Voran, 1976; Ginsburg, 1977 (akt. O'rode, 2002); Saenz-Ludlow ve Walgamuth, 1998; Yaman, Toluk & Olkun, 2003). Hazırlanan bu sorular alan uzmanlarına da gösterilerek içerik bakımından geçerliği sağlanmıştır. Sorular iki bölümden oluşmuştur. I. bölümde öğrencilere matematik cümlesi şeklinde 10 adet soru verilmiştir. Bu sorular toplama, çıkarma, çarpma ve bölme içeren, $a+b=\square$, $\square=a-b$, $axb=\square+c$ gibi boşluk doldurmalı eşitliklerdir. II. bölümde ise öğrencilere 10 adet eşitlik verilmiş ve öğrencilerin bu eşitlikleri doğru ve yanlış olarak ayırmaları istenmiştir. Testin puanlamasında, sorulara verilen her bir doğru cevap için öğrencilere 1 puan, her yanlış cevap için de 0 puan verilmiştir. Her bir öğrencinin toplam puanı, bu puanlama sistemi üzerinden hesaplanmıştır. Test üzerinden alınabilecek en yüksek puan 20, en düşük puan ise 0'dır. Aynı test uygulama bittikten sonra yine aynı gruplara son test (12 Mayıs 2003'te) olarak uygulanmıştır. Aynı sorular deney grupları 3. sınıfa geçtiğinde de (20 Ekim 2003'te) uygulanmış ve öğrencilerin aldıkları notlara göre eşitlikle ilgili algılarının kalıcılık düzeyleri kontrol edilmiştir.

Adı-Soyadı:	Sınıfı :
1-Aşağıdaki eşitliklerde $\square$ ve O yerine gelmesi gereken sayıları yazınız.	
a) $3 = \square$	f) $5 - \square = 6 - 3$
b) $2 + 4 = \square$	g) $2 \times 5 = \square$
c) $\square = 1 + 3$	h) $\square = 3 \times 2$
d) $3 + 2 = \square + 1$	i) $\square + O = 7$
e) $5 + \square = 6 + 3$	j) $5 = \square + O$
2-Aşağıdaki eşitlikler, doğru ise yanındaki boşluğa D, yanlış ise Y koyunuz.	
a) $3 = 3$	f) $2 + 3 = 5 + 2$
b) $3 = 5$	g) $3 \times 3 = 9 + 3$
c) $4 + 4 = 8$	h) $2 \times 2 = 4 \times 1$
d) $6 = 8 - 2$	i) $7 - 3 = 4 + 1$
e) $3 + 5 = 0 + 8$	j) $2 \times 4 = 5 + 3$

Şekil 3.2. Araştırmada kullanılan eşitlik testi

Araştırmanın nitel kısmında ise öğrencilerin başlangıçta eşit işaretini nasıl algıladıklarını ve araştırmadan sonra bu algıların nasıl bir değişim gösterdiğini belirlemek için deney gruplarından seçilen sekiz öğrenciyle uygulamadan önce ve sonra 30’ar dakikalık görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmeler kasetlere kaydedilmiştir. Görüşmelerde öğrencilere eşitlik testi verilmiş ve cevaplarını açıklamaları istenmiştir. Testin I. bölümünde çocuklardan buldukları çözüme nasıl ulaştıklarını anlatmaları istenerek, çözümden emin olup olmadıklarını anlamak için de “Neden öyle düşünüyorsun?, Nasıl emin olabiliriz?” gibi sorular sorulmuştur. II. bölümde ise çocukların, her bir eşitliği doğru ve yanlış olarak ayırırken, nasıl bu sonuca vardıkları ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Bu nedenle öğrencilere, her bir eşitlik hakkında düşünürlerken, “Bu eşitlik sence doğru mu?, Neden öyle düşünüyorsun?, Bunu nasıl kontrol edebiliriz?, (Denklemin yanlış olduğunu

söylüyorsa) O halde doğrusu nasıl olur?, Nasıl olmalıydı?” gibi sorular sorulmuştur.

3.4. Uygulama

Araştırmada, eşit işaretinin ilişkisel bir kavram olma özelliğini destekleyici bir eğitim uygulanmıştır. Bu eğitim için deney gruplarında uygulanmak üzere, ilköğretim matematik programından ve yapılan araştırmalardan yararlanarak 5 adet sınıf içi etkinlik hazırlanmıştır (Bkz. Ek B). Bu etkinlikler, seçilen iki deney grubunda bir hafta içindeki 5 ders saatinde araştırmacı tarafından uygulanmıştır. Bu etkinlikler, öğrencilerin sınıfta aktif katılımcı olmalarını sağlamak için hazırlanmıştır. Araştırmacı sınıfta sadece öğrencilere rehberlik görevini üstlenmiştir.

Etkinlikler uygulanırken her bir öğrenciye o etkinlikle ilgili çalışma yaprakları (Bkz. Ek C) verilmiştir. Her öğrenci etkinlik sonunda bu çalışma yapraklarını kendisi cevaplamıştır.

Etkinlikler önce somut materyallerle başlamaktadır. Özellikle eşitlik kavramının daha iyi algılanabilmesini sağlamak için sınıfa hassas bir terazi ve LEGO parçaları getirilmiş ve etkinlikler terazinin kullanımı üzerine yoğunlaşmıştır. Somut materyallerden sonra resimli şekiller kullanılarak öğrencilerin öğrendikleri kavramsal yapıyı soyutlamalarına yardım edilmiştir. Son olarak da araştırmacı terazi üzerinde yaptığı etkinlikleri tamamen sembolik halde tahtaya yazıp öğrencilerin matematiksel semboller üzerinde de bu işlemleri yapıp yapamadıklarını kontrol etmiştir. Etkinliklerin amacı kısaca aşağıdaki gibidir:

1. Etkinlik I sayesinde öğrencilerin, miktarlar arasındaki ilişkileri cebirsel olarak ifade etmeye başlamaları amaçlanmıştır. Örneğin, ağırlık olarak iki sarı LEGO parçasının bir kırmızı LEGO parçasına eşit olduğunu görmeleri öğrencilerin denge ve eşitlik arasındaki ilişkiyi kurmalarında yardımcı olması amaçlanmıştır.
2. Etkinlik II sayesinde öğrencilerin, terazi kefelerine koyulan miktarlar dengede ise bu miktarların aynı olmasıyla yani eşitlikle ilişkisini kurabilmeleri amaçlanmıştır.
3. Etkinlik III sayesinde öğrencilerin, temel toplama problemleri vasıtasıyla basit denklemlerin çözümleri hakkında stratejiler geliştirebilmeleri amaçlanmıştır.
4. Etkinlik IV sayesinde öğrencilerin, ölçüm yaparak denge ile eşitlik arasındaki ilişkiyi kurabilmeleri ve denklem çözümlerini yapabilmeleri amaçlanmıştır.
5. Etkinlik V sayesinde öğrencilerin, geometrik şekillerin resimlerini kullanarak soyut ölçümler yapabilmeleri ve hangi geometrik şeklin ağırlığının hangisine eşit olacağını bulabilmeleri amaçlanmıştır. Bunun için dengenin her iki tarafındaki şekillerin ağırlığının birbirine eşit olması gerektiği kuralını kullanmaları gerektiğini anlamaları amaçlanmıştır.

Örnek Bir Ders İşlenişi: Etkinlik II

Etkinlik II'yi uygulayabilmek için sınıfa terazi, birim küpler, terazi ve küplerin resimlerini içeren saydamlar getirilmiştir. Ayrıca öğrencilere bu etkinlikle ilgili çalışma yaprağı dağıtılmıştır (ÇY 2; Bkz. Ek C). Terazi

hazırlandıktan sonra terazinin bir kefesine 4 tane birim küp koyularak öğrencilere “Terazimizin dengede olması için diğer kefeye kaç tane birim küp koymamız gerekir?” sorusu sorulmuştur. Araştırmacı, öğrencilerin bu soru ile ilgili düşüncelerinin sınıfta tartışılmasını sağlamıştır. Mesela bazı öğrenciler diğer kefeye “5 birim küp koymak gerekir”, bazıları da “4 birim küp koymak gerekir” demiştir. Neden 4 veya neden 5 küp koyulması gerektiğini kendi aralarında tartışmışlardır. Öğrenciler verdikleri cevapları terazide göstermek için tahtaya kalkmışlardır. Beş küp gerektiği cevabını veren öğrencilerden birisi terazinin diğer kefesine 5 birim küp koyduğunda bu cevabı veren öğrenciler dengenin oluşmadığını gördüklerinde çok şaşırmışlardır. Dört küp gerektiği cevabını veren öğrencilerden birisi terazinin diğer kefesine 4 birim küp koyduğunda sınıftaki öğrenciler denge durumunun oluştuğunu görmüşlerdir. Sonuçta diğer kefeye de 4 küp koyulması gerektiğini bütün öğrenciler kabul etmişlerdir. Araştırmacı daha sonra benzer soruları tahtaya çizerek, önceden hazırlanmış saydamları tepegözde göstererek öğrencileri yeni tartışmalara sevk etmiştir.

Bundan sonra araştırmacı sorulardan biri üzerinde öğrencilerin bu ilişkiyi sözel ve sembolik olarak ifade etmelerini istemiştir. Etkinliğin bu bölümünde de yine öğrencilerin değişik cevapları sayesinde bir tartışma ortamı yaratılmıştır. Bu tartışmalar sayesinde öğrenciler bu ilişkiyi “dört eşittir dört” ya da “dört küp dört kübe eşittir” şeklinde sözel olarak ifade etmişlerdir. Bunun yanında bütün öğrenciler bu ilişkiyi “ $4=4$ ” şeklinde sembolik olarak ifade edebilmişlerdir. Öğrenciler buldukları sözel ve sembolik ifadeleri araştırmacının dağıttığı çalışma yaprağında (ÇY 2; Bkz. Ek C) uygun yerlere yazmışlardır.

Daha sonra araştırmacı yine birim küpler yardımıyla terazide bir denge oluşturmuş ve kefelere birinden bir küp olarak ne olduğunu sormuştur.

Öğrenciler bu sefer kolaylıkla dengenin bozulduğunu yani eşitliğin bozulduğunu söyleyebilmişlerdir. Bu şekilde terazi üzerinde ekleme ve çıkarmalar yapılmış ve öğrencilerin böyle durumlarda dengenin yani eşitliğin bozulduğunu algılayabildikleri görülmüştür.

3.5.Verilerin Analizi

Araştırmanın nicel kısmında kontrol ve deney grubunun ön test ve son testten aldığı puanlar hesaplanmıştır. Toplanan veriler SPSS paket programı kullanılarak analiz edilmiştir. Veri analizinde t-testi kullanılarak grupların ön test ve son test ortalama puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığı belirlenmiştir. Ayrıca, deney ve kontrol gruplarının son test ortalama puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığına bakılmıştır.

Nitel kısımda ise analiz yöntemi olarak betimsel analiz (Yıldırım & şimşek, 2000) yöntemi kullanılmıştır. Analiz iki aşamadan oluşmuştur. Birinci aşamada her bir çocukla yapılan görüşmeler çözümlenmiştir. İkinci aşamada, toplam veri birkaç kez okunduktan sonra, her bir çocuğun eşit işaretini nasıl algıladıkları hakkında çıkarımlarda bulunularak veri içinde bu çıkarımları destekleyecek ya da çürütecek kanıtlar aranmıştır. Ayrıca, çocukların görüşmelerdeki soruları cevaplamada kullandığı değişik uygulamalar ve araştırmacının almış olduğu notlar analizde kullanılmıştır. Veri analizinde, çocukların eşit işaretini algılamalarındaki ortak özelliklerin ve uygulamadan sonra bu algılamadaki değişimlerin ortaya çıkarılması amaçlanmıştır.

IV. BÖLÜM

BULGULAR

Bu araştırmada elde edilen verilerin analizi sonucunda ortaya çıkan bulgular iki ayrı bölümde sunulmuştur. Birinci bölümde nicel veriler ile elde edilen bulgular, ikinci bölümde ise nitel veriler ile elde edilen bulgular sunulacaktır. Nicel bölümde ölçme araçları ile toplanan veriler, uygun istatistik teknikler kullanılarak analiz edilmiş ve bulgular tablo haline getirilerek açıklanmıştır. Nitel bölümde ise öğrencilerin eşit işaretini nasıl algıladıklarına dair bulgular yapılan görüşmelerden alıntılar yapılarak sunulmuştur.

4.1. Nicel Bulgular

4.1.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın birinci alt problemi; “Eşittir sembolünün ilişkisel bir sembol olma özelliğini destekleyen bir programla eğitim gören ilköğretim 2. sınıf öğrencileri ile geleneksel eğitim gören ilköğretim 2. sınıf öğrencilerinin ön test başarıları arasında anlamlı bir fark var mıdır?” şeklindeydi. Bu alt problemi test etmek için önce deney ve kontrol gruplarının ön test puanlarının ortalama ve standart sapmaları hesaplanmıştır, deney ve kontrol gruplarının ön test puanları

arasındaki fark, bağımsız t-testi ile karşılaştırılmıştır. Bu veriler deney ve kontrol grupları için Tablo 4.1’de sunulmuştur.

Tablo 4.1. Deney ve kontrol gruplarının ön test puanları

	n	$\bar{x}$	Ss	t	p
DENEY	57	9,88	2,52	-1,377	,171
KONTROL	58	10,53	2,60		

Tablo 4.1’de görüldüğü gibi deney grubunun ön test puanlarına ait ortalaması ile kontrol grubunun ön test puanlarına ait ortalaması arasındaki fark, t-testiyle karşılaştırılmış ($t(113) = -1,377$; $p > .05$) ve $\alpha = .05$ düzeyinde anlamlı bulunmamıştır. Bu verilere dayanarak deney ve kontrol gruplarının ön test başarıları arasında anlamlı bir fark olmadığı söylenebilir.

4.1.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın ikinci alt problemi; “Eşittir sembolünün ilişkisel bir sembol olma özelliğini destekleyen bir programla yapılan eğitimden önce ve sonra ilköğretim 2. sınıf öğrencilerinin eşitlik testi başarıları arasında anlamlı bir fark var mıdır?” şeklindeydi. Bu alt problemi test etmek için önce deney gruplarının ön test ve son test puanlarının ortalama ve standart sapmaları hesaplanmış ve ön test son test puanları arasındaki fark, ilişkili t-testi ile karşılaştırılmıştır. Bu veriler deney grupları için Tablo 4.2’de sunulmuştur.

Tablo 4.2. Deney gruplarının ön test ve son test puanları

		n	$\bar{x}$	Ss	t	p
DENEY	Ön Test	57	9,88	2,52	-11,916	,000*
	Son Test	57	15,12	3,39		

*p < ,05

Tablo 4.2’de görüldüğü gibi deney grubunun ön test ve son test puanlarına ait ortalamalar arasındaki fark t-testiyle karşılaştırılmış ($t(56) = -11,916$; $p < .05$) ve $\alpha = .05$ düzeyinde anlamlı bulunmuştur. Bu verilere dayanarak deney gruplarının ön test ve son test başarıları arasında anlamlı bir fark olduğu ortaya çıkmıştır. Bir başka deyişle eşittir sembolünün ilişkisel bir sembol olma özelliğini destekleyen bir programla yapılan eğitimin, ilköğretim 2. sınıf öğrencilerinin bu sembolü algılamalarına olumlu bir etkisi olduğu söylenebilir.

4.1.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın üçüncü alt problemi; “Eşittir sembolünün ilişkisel bir sembol olma özelliğini destekleyen bir programla eğitim gören ilköğretim 2. sınıf öğrencileri ile geleneksel eğitim gören ilköğretim 2. sınıf öğrencilerinin son test başarıları arasında anlamlı bir fark var mıdır?” şeklindeydi. Bu alt problemi test etmek için deney ve kontrol gruplarının son test puanlarının ortalama ve standart sapmaları hesaplanarak deney ve kontrol gruplarının son test puanları arasındaki fark, bağımsız t-testi ile karşılaştırılmıştır. Bu veriler deney ve kontrol grupları için Tablo 4.3’de sunulmuştur.

Tablo 4.3. Deney ve kontrol gruplarının son test puanları

	n	$\bar{x}$	Ss	t	p
DENEY	57	15,12	3,39	4,888	,000*
KONTROL	57	12,12	3,16		

* $p < ,05$

Tablo 4.3'te görüldüğü gibi deney grubunun son test puanlarına ait ortalaması ile kontrol grubunun son test puanlarına ait ortalaması arasındaki fark t-testiyle karşılaştırılmış ($t(112) = 4,888$; $p < .05$) ve $\alpha = .05$ düzeyinde anlamlı bulunmuştur. Bu verilere dayanarak deney ve kontrol gruplarının son test başarıları arasında, deney grubunun lehine anlamlı bir fark olduğu ortaya çıkmıştır. Bir başka deyişle, deney grupları kontrol gruplarına göre son testte daha yüksek bir başarı sergilemişlerdir.

4.1.4. Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanı dördüncü alt problemi; “Destekleyici eğitimi almış ilköğretim 2. sınıf öğrencileri, 3. sınıfa geçtiklerinde eşitlik testi başarıları arasında anlamlı bir fark var mıdır?” şeklindeydi. Bu alt problemi test etmek için önce deney gruplarının son test ve kalıcılık testi puanlarının ortalama ve standart sapmaları hesaplanmış ve son test kalıcılık testi puanları arasındaki fark, ilişkili t-testi ile karşılaştırılmıştır. Bu veriler deney grupları için Tablo 4.4'te sunulmuştur.

Tablo 4.4. Deney gruplarının son test ve kalıcılık testi puanları

		n	$\bar{x}$	Ss	t	p
DENEY	Son Test	52	15,12	3,39	-1,246	,219
	Kalıcılık Testi	52	15,69	3,31		

Tablo 4.4’te görüldüğü gibi deney grubunun son test ve kalıcılık testi puanlarına ait ortalamaları arasındaki fark t-testiyle karşılaştırılmış ($t(51) = -1,246$; $p > .05$) ve $\alpha = .05$ düzeyinde anlamlı bulunmamıştır. Bu verilere dayanarak deney gruplarının son test ve kalıcılık testi başarıları arasında anlamlı bir fark olmadığı ortaya çıkmıştır. Bir başka deyişle eşittir sembolünün ilişkisel bir sembol olma özelliğini destekleyen bir programla yapılan eğitime katılan ilköğretim 2. sınıf öğrencileri 3. sınıfa geçtiklerinde de eşit işaretini algılamalarında bir farklılık görülmemektedir. Fakat, Tablo 4.4’e bakıldığında çocukların 3. sınıftaki ortalamaları 2. sınıftaki ortalamalarından çok az da olsa yüksektir.

4.1.5. Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın beşinci alt problemi; “Eşittir sembolünün ilişkisel bir sembol olma özelliğini destekleyen bir programla eğitim gören ilköğretim 2. sınıf öğrencileri ile geleneksel eğitim gören ilköğretim 2. sınıf öğrencilerinin kalıcılık testi başarıları arasında anlamlı bir fark var mıdır?” şeklindeydi. Bu alt problemi test etmek için önce deney ve kontrol gruplarının kalıcılık testi puanlarının ortalama ve standart sapmaları hesaplanmıştır, deney ve kontrol gruplarının kalıcılık testi puanları arasındaki fark, bağımsız t-testi ile karşılaştırılmıştır. Bu veriler deney ve kontrol grupları için Tablo 4.5’te sunulmuştur.

Tablo 4.5. Deney ve kontrol gruplarının kalıcılık testi puanları

	n	$\bar{x}$	Ss	t	p
DENEY	52	15,69	3,31	5,069	,000*
KONTROL	56	12,43	3,38		

* $p < ,05$

Tablo 4.5'te görüldüğü gibi deney grubunun kalıcılık testi puanlarına ait ortalaması ile kontrol grubunun kalıcılık testi puanlarına ait ortalaması arasındaki fark t-testiyle karşılaştırılmış ($t(106) = 5,069$; $p < .05$) ve $\alpha = .05$ düzeyinde anlamlı bulunmuştur. Bu verilere dayanarak deney ve kontrol gruplarının kalıcılık testi başarıları arasında, deney grubunun lehine anlamlı bir fark olduğunu söyleyebiliriz. Ayrıca, deney gruplarında olduğu gibi kontrol gruplarında da eşitlik testi son test ortalama puanları 12,12'den kalıcılık ortalama puanları 12,43'e yükselmiştir. Bu değişimin nedenleri olgunlaşma olarak açıklanabilir.

4.1.6. Altıncı Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın altıncı alt problemi; "Eşittir sembolünün ilişkisel bir sembol olma özelliğini destekleyen bir programla eğitim gören ilköğretim 2. sınıf öğrencileri ile geleneksel eğitim gören ilköğretim 2. sınıf öğrencilerinin cinsiyet açısından ön, son ve kalıcılık test başarıları arasında anlamlı bir fark var mıdır?" şeklindeydi. Bu alt problemi test etmek için önce deney gruplarının ön test, son test ve kalıcılık testi puanlarının ortalama ve standart sapmaları hesaplanmıştır, araştırmaya katılan bütün gruptaki öğrencilerin cinsiyet değişkenine bağlı olarak ön test, son test ve kalıcılık testi puanları arasındaki fark, bağımsız t-testi

ile karşılaştırılmıştır. Bu veriler ön test için Tablo 4.6’da, son test için Tablo 4.7’de ve kalıcılık testi için Tablo 4.8’de sunulmuştur.

Tablo 4.6. Kız ve erkek öğrencilerin ön test puanları

	n	$\bar{x}$	Ss	t	p
KIZ	60	10,53	2,59	1,423	,158
ERKEK	55	9,85	2,52		

Tablo 4.6’da görüldüğü gibi kız öğrencilerin ön test puanlarına ait ortalaması ile erkek öğrencilerin ön test puanlarına ait ortalaması arasındaki fark t-testiyle karşılaştırılmış ($t(113) = 1,423$; $p > .05$) ve $\alpha = .05$ düzeyinde anlamlı bulunmamıştır. Bu verilere dayanarak kız ve erkek öğrencilerin ön test başarıları arasında anlamlı bir fark olmadığını söyleyebiliriz.

Tablo 4.7. Kız ve erkek öğrencilerin son test puanları

	n	$\bar{x}$	Ss	t	P
KIZ	59	13,46	3,47	-,505	,614
ERKEK	55	13,80	3,75		

Tablo 4.7’de görüldüğü gibi kız öğrencilerin son test puanlarına ait ortalaması ile erkek öğrencilerin son test puanlarına ait ortalaması arasındaki fark t-testiyle karşılaştırılmış ($t(112) = -,505$; $p > .05$) ve $\alpha = .05$ düzeyinde anlamlı bulunmamıştır. Bu verilere dayanarak kız ve erkek öğrencilerin son test başarıları arasında anlamlı bir fark olmadığını söyleyebiliriz.

Tablo 4.8. Kız ve erkek öğrencilerin kalıcılık testi puanları

	N	$\bar{x}$	Ss	t	p
KIZ	58	14,26	3,20	-,763	,447
ERKEK	50	13,70	4,24		

Tablo 4.8’de görüldüğü gibi kız öğrencilerin kalıcılık testi puanlarına ait ortalaması ile erkek öğrencilerin kalıcılık testi puanlarına ait ortalaması arasındaki fark t-testiyle karşılaştırılmış ($t(106) = -,763$; $p > .05$) ve $\alpha = .05$ düzeyinde anlamlı bulunmamıştır. Bu verilere dayanarak kız ve erkek öğrencilerin kalıcılık testi başarıları arasında anlamlı bir fark olmadığını söyleyebiliriz.

4.2. Nitel Bulgular

Öğrencilere eğitimden önce ve sonraki görüşmelerde, eşitlik kavramını içeren başarı testi olarak hazırladığımız eşitlik testi (Bkz. Ek A) sunulmuştur. Bu testin ilk bölümünde öğrencilerden boşlukları doldurmaları, ikinci bölümde ise verilen eşitlikleri doğru veya yanlış olarak ayırmaları istenmiştir. Bu kısımda ilk önce eşittir sembolünün ilişkisel bir sembol olma özelliğini destekleyen bir programla yapılan eğitimden önce ilköğretim 2. sınıf öğrencilerinin bu sembolü nasıl algıladıkları hakkında elde edilen bulgular sunulacaktır. Daha sonra ise eğitim bittikten sonra ilköğretim 2. sınıf öğrencilerinin algılarında ne gibi değişimler olduğu hakkında elde edilen bulgular sunulacaktır. Görüşme yapılan öğrencilerin eğitimden önce ve sonra eşit işareti hakkındaki genel eğilimleri Tablo 4.9 ve 4.10’da sunulmaktadır.

Tablo 4.9. Öğrencilerin eğitimden önce ve sonra eşit işareti hakkındaki genel eğilimleri

	Eğitimden Önce	Eğitimden Sonra
K1	3=3 yazıp cevabını açıklayamadı.	Her sayı kendisine eşittir.
	c=a+b tipindeki soruları yanlış cevapladı (Eşitliğin bir yön belirttiğini düşündü).	Eşitliğin bir yön belirttiği düşüncesinden vazgeçti.
	Eşitlik bir işlemin sonucunu belirtir (işlem sembolü).	Eşitlik bir denge gibidir (ilişkisel sembol).
K2	3=□ sorusunu yanlış cevapladı.	3=3 yazıp cevabını açıklayamadı.
	c=a+b tipindeki soruları doğru cevapladı.	c=a+b tipindeki soruları doğru cevapladı.
	Eşitlik bir işlemin sonucunu belirtir (işlem sembolü).	Eşitlik bir işlemin sonucunu belirtir (işlem sembolü)..
K3	3=3 yazıp cevabını açıklayamadı.	Her sayı kendisine eşittir.
	c=a+b tipindeki soruları yanlış cevapladı (Eşitliğin bir yön belirttiğini düşündü).	Eşitliğin bir yön belirttiği düşüncesinden vazgeçti.
	Eşitlik bir işlemin sonucunu belirtir (işlem sembolü).	Eşitlik bir denge gibidir (ilişkisel sembol).
K4	Her sayı kendisine eşittir.	Her sayı kendisine eşittir.
	c=a+b tipindeki soruları doğru cevapladı.	c=a+b tipindeki soruları doğru cevapladı.
	Eşitlik bir denge gibidir (ilişkisel sembol).	Eşitlik bir denge gibidir (ilişkisel sembol).

Not: K1, K2, K3, K4 görüşmelere katılan kız öğrencileri göstermektedir.

Tablo 4.10. Erkek öğrencilerin eğitimden önce ve sonra eşit işareti hakkındaki genel eğilimleri

	Eğitimden Önce	Eğitimden Sonra
E1	3=3 yazıp cevabını açıklayamadı.	Her sayı kendisine eşittir.
	c=a+b tipindeki soruları doğru cevapladı.	c=a+b tipindeki soruları doğru cevapladı.
	Eşitlik bir işlemin sonucunu belirtir (işlem sembolü).	Eşitlik bir denge gibidir (ilişkisel sembol).
E2	3=3 yazıp cevabını açıklayamadı.	Her sayı kendisine eşittir.
	c=a+b tipindeki soruları yanlış cevapladı (Eşitliğin bir yön belirttiğini düşündü).	Eşitliğin bir yön belirttiği düşüncesinden vazgeçti.
	Eşitlik bir işlemin sonucunu belirtir (işlem sembolü).	Eşitlik bir denge gibidir (ilişkisel sembol).
E3	3=□ sorusunu yanlış cevapladı.	Her sayı kendisine eşittir.
	c=a+b tipindeki soruları yanlış cevapladı (Eşitliğin bir yön belirttiğini düşündü).	Eşitliğin bir yön belirttiği düşüncesinden vazgeçti.
	Eşitlik bir işlemin sonucunu belirtir (işlem sembolü).	Eşitlik bir denge gibidir (ilişkisel sembol).
E4	Her sayı kendisine eşittir.	Her sayı kendisine eşittir.
	c=a+b tipindeki soruları doğru cevapladı.	c=a+b tipindeki soruları doğru cevapladı.
	Eşitlik bir işlemin sonucunu belirtir (işlem sembolü).	Eşitlik bir denge gibidir (ilişkisel sembol).

Not: E1, E2, E3, E4 görüşmelere katılan erkek öğrencileri göstermektedir.

Tablo 4.9 ve 4.10'u incelediğimizde öğrencilerin eğitimden önce eşitliği ve eşit işaretini eksik ve hatalı algıladıkları görülmektedir. Eşittir sembolünün ilişkisel bir sembol olma özelliğini destekleyen bir programla yapılan eğitimden sonra ilköğretim 2. sınıf öğrencilerinin bu sembolü algılamalarında pozitif yönde bir değişim olmuştur. Eğitimden önce öğrencilerden sadece 2 tanesi (1 kız, 1 erkek), eğitimden sonra ise öğrencilerin 7 tanesi (3 kız, 4 erkek) bir sayının

kendisine eşit olması gerektiğini söyleyebilmiştir. Yine eğitimden önce 8 öğrenciden 4 tanesi (2 kız, 2 erkek) eşitliğin bir yön belirttiğini savunmuşlar ve $\square = a+b$ biçimindeki soruları $a+b=\square$ şeklinde düşünmüşlerdir. Eğitimden sonra ise öğrencilerin hiç biri eşitliğin bir yönden bir yöne doğru olması gerektiğini düşünmemişlerdir. Eğitimden önce 8 öğrenciden sadece 1 tanesi (1 kız) eşitliğin sadece bir sonuç belirtmediğini aynı zamanda bir denge anlamına geldiğini söylemiştir. Diğer öğrenciler ise eşitliğin bir işlemin sonucunu verdiğini ifade etmişlerdir. Eğitim bittikten sonra ise öğrencilerden sadece 1 tanesi (1 kız) hala eşit işaretinin bir işlemin sonucunu bulmak için kullanıldığı konusunda ısrar etmiştir. Diğer öğrenciler ise eşitliğin aynı zamanda bir ilişki ifade ettiğini anlayabilmişler ve bir denge anlamına geldiğini belirtmişlerdir.

Eğitim öncesinde yapılan görüşmelerde öğrenciler $a+b=\square+c$ biçimindeki sorularda da problemler yaşamıştır. Öğrencilerden 3 tanesi (1 kız, 2 erkek) $\square$ yerine a ile b'nin toplamının yazılması gerektiğini, 1 tanesi (1 kız) $\square$ yerine a, b ve c'nin toplamının yazılması gerektiğini ifade etmişlerdir. 1 öğrenci (1 kız) bazı sorularda $\square$ yerine a ile b'nin toplamını bazılarında ise a, b ve c'nin toplamını yazmışlardır. Diğer 1 öğrenci ise (1 erkek) bazı sorularda $\square$ yerine a ile b'nin toplamını yazmış, bazı sorularda ise c'den sonra bir eşittir daha koyarak bütün sayıları toplamıştır. Bir diğer erkek öğrenci de ya bütün sayıları toplayıp $\square$ yerine yazmış ya da c'den sonra bir eşittir daha koyarak bütün sayıları toplamıştır. Kız öğrencilerden biri ise bu tür soruları doğru cevaplamıştır. Verilen eğitimden sonra ise eşitliğin bir işlemin sonucunu verdiğini ifade eden öğrenci haricindeki öğrenciler bu türdeki sorularda sorun yaşamamışlar ve bu soruları doğru cevaplamışlardır.

Bundan sonraki bölümde, öğrencilerle eğitimden önce ve sonra yapılan görüşmeler yardımıyla yukarıda açıkladığımız öğrencilerin genel eğilimleri ile ilgili bulguları destekleyen deliller sunulmuştur. Bu deliller eğitimden önce ve sonra olmak üzere iki bölümde sunulacaktır.

4.2.1. Eğitimden Önce Öğrencilerin Eşit İşareti Hakkındaki Düşünceleri

A. Bir sayı kendisine eşittir:

Eşitlik testinin ilk bölümünde öğrencilere $3=\square$ eşitliğinde $\square$ yerine yazmaları gereken sayı sorulmuştur. Öğrencilerden altı tanesi bu soruda $\square$ yerine 3 gelmesi gerektiğini söylemişlerdir. Fakat bu öğrencilerden sadece iki tanesi neden $\square$ yerine 3 gelmesi gerektiğini açıklayabilmişlerdir. K4 ve E4, yapılan görüşmede cevaplarını şöyle açıklamışlardır:

K4. 3, 3'e eşittir.

A. Neden?

K4. Çünkü 3 ile 3 aynı sayı olduğu için

...

E4. 3, 3'e eşittir.

A. Neden?

E4. Çünkü eşit sayı anlamında

...

Bu iki öğrenci bir sayının kendisine eşit olması gerektiğini algılayabilmiştir. Diğer öğrenciler ise bu soruda bir işlem olmadığı için şaşırılmışlar ve birkaç denemeden sonra nedenini açıklayamadan $\square$ yerine 3 gelmesi gerektiğini söylemişlerdir. Yine bu soru ile ilişkili olarak eşitlik testinin ikinci bölümünde $3=3$ ve $3=5$ eşitliklerinin doğru mu yanlış mı olduğu

sorulmuştur. Bu soruları cevaplarken E2 ve E3, $3=5$ eşitliğinin yanlış olduğunu şöyle açıklamışlardır:

E1. 3 eşittir 5. Yanlış

A. Neden?

E1. Çünkü 3 tane 3 altı eder.

...

E2. (boşluğa yanlış yazdı) 3, 5'e eşit değildir. 3 ile 2, 5'e eşittir.

...

Aynı şekilde $3=\square$ sorusunu yanlış cevaplayan K3 nedenlerini şöyle açıklamıştır:

K3. 3 eşittir 3. Yanlış.

A. Neden yanlış? Doğrusu ne olması gerekir?

K3. Burası artı olacaktı.

A. Peki doğrusunu yazar mısın bana?

K3. (3+3 yazdı)

A. Onun sonucu ne?

K3. 6

A. Öteki

K3. 3 eşittir 5. Yanlış.

A. Bunun doğrusunu yazar mısın?

K3. (3+5=8 yazdı)

...

Bu öğrenciler eşit işareti ile karşılaştıklarında bir işlem aramaktadırlar. Soruda işlem olmadığı için kendileri bir işlem yazarak soruyu başka bir biçime dönüştürmektedirler.

B. Eşitlikler $a+b=c$ şeklinde yazılırlar. Eşitlik bir yön belirtir:

Eşitlik testinde sorulan soruların bazıları geleneksel biçimde ($a+b=c$) bazıları ise geleneksel olmayan biçimde ($a=b+c$) sorulmuştur. Bu şekilde sorulan sorular aşağıdaki gibidir:

$$2+4=\square, \square=1+3, 2 \times 5=\square, \square=3 \times 2, \square+0=7, , 4+4=8, 6=8-2$$

Bu tip sorularda öğrencilerin dört tanesi (2 kız, 2 erkek) geleneksel olmayan biçimdeki sorularda sorun yaşamışlar ve geleneksel biçime çevirmeye çalışmışlardır. K1, K3, E2 ve E3 yapılan görüşmelerde geleneksel olmayan biçimdeki sorularda “=” ile işlem işaretinin yerine dikkat etmeden işlem yapmışlardır:

K1. ($5=\square+0$ sorusunda $5=3+8$ yazdı)

A. Nasıl yaptın?

K1. 5 ile 3'ü topladım 8

...

K3. ($6=8-2$ doğru mu yanlış mı?) 6 eşittir 8 eksi 2. Yanlış.

A. Doğrusunu yazar mısın?

K3. ($6+8=2$ yazdı)

...

E2. ($\square=1+3$ sorusunda) 2 ile 1'i toplarsam 3 olur.

...

E3. ($\square=1+3$ sorusunda) 2

A. Neden 2 gelmesi lazım?

E3. 2 ile 1'i topladım 3 etti.

...

Bu öğrenciler eşitliğin denge belirttiğini anlayamadıkları için sorulan soruları iki veya daha fazla sayının ve işlemin eşit işaretinin solunda, sonucun ise eşit işaretinin sağında olduğu bir biçime dönüştürmeye çalışmışlardır. Yukarıdaki görüşmelerden de görüldüğü gibi çocuklar eşit işaretini bir işlem ve sonucunu ayıran bir sembol olarak düşünmektedirler. Bu nedenle ortaya çıkan niceliklerin eşitliğine bakmadan işlem yapmaya çalışmaktadırlar. Ayrıca, işlemi hep soldan sağa doğru yapmaktadırlar.

C. Eşitlik bir işlemin sonucunu belirtir. Eşit işareti bir işlem sembolüdür:

Öğrencilerin eşit işaretinin ilişkisel anlamını algılayıp algılayamadıklarını ortaya çıkarabilmek için eşitlik testinde bazı sorularda eşit işaretinin her iki tarafında da işlemin olduğu biçimde sorular sorulmuştur:

$$3+2=\square+1, 5+\square=6+3, 5-\square=6-3, 3+5=0+8, 2+3=5+2, 3\times 3=9+3, 2\times 2=4\times 1, 7-3=4+1$$

Bu tip sorularda öğrencilerden sadece bir tanesi sorun yaşamadan soruları cevaplamıştır. Diğer öğrencilerin hepsi değişik metotlarla bu tip soruları çözmüşlerdir. Öğrencilerden 3 tanesi (1 kız, 2 erkek) bu tip sorularda $\square$ 'nın bulunduğu yere göre eşit işaretinin diğer tarafındaki işlemin sonucunu $\square$ yerine yazmışlardır. K3, E2 ve E3 ile yapılan görüşmeler bu çözüm yolları ile ilgili deliller sunmaktadır:

K3. ($2+3=5+2$ doğru mu yanlış mı?) Yanlış.

A. Neden yanlış?

K3. Burada (eşitliğin sağ tarafı) toplama koymuşlar.

A. İkinci tarafa toplama koyulmaz mı hiç?

K3. Hayır.

A. Doğrusunu yazar mısın?

K3. ($2+3=5$ yazdı)

...

E2. ($3\times 3=9+3$ doğru mu yanlış mı?) Doğru. 3 ile 3'ü çarptım 9 eder. Burada da 9 verilmiş.

E2. ($7-3=4+1$ doğru mu yanlış mı?) Doğru. Çünkü 7'den 3 çıkınca 4 kalır.

A. Peki bu 1 ne?

E2. 1, yanıltmak için olabilir.

...

E3. ($3+2=\square+1$ sorusu) 5 gelir.

A. Neden 5?

E3. 3 ile 2'yi toplayınca 5 eder.

A. Peki oradaki +1 ne?

E3. (...)

...

Bu öğrenciler $\square$ yerine bir işlemin sonucunun gelmesi gerektiğini düşünmüşlerdir. Soru $a+b=\square+c$ şeklinde ise $\square$ yerine a ile b'nin toplamını, $a+\square=b+c$ şeklinde ise $\square$ yerine b ile c'nin toplamını yazmışlardır. Diğer kullanmadıkları sayı sorulduğunda ise o sayının yanılmak için yazılmış olabileceğini söylemişler veya cevap verememişlerdir.

Kız öğrencilerden biri (K1) bu tip soruları çözerken verilen bütün sayıları verilen işlemlerden yararlanarak hesaplamıştır. Bu öğrenci ile yapılan görüşme aşağıdaki gibidir:

K1. $(3+2=\square+1 \text{ sorusu})$ 6 gelmesi lazım.

A. Nasıl yaptın?

K1. 3 ile 2'yi topladım ondan sonra da 1 topladım 6 oldu.

A. Peki diğer soru? $(5+\square=6+3 \text{ sorusu})$

K1. 14. 3, 6 ve 5'i topladım 14 yaptı.

...

Yine kız öğrencilerden bir tanesi (K2) bazı sorularda $\square$ yerine bir sonuç yazmıştır ya da verilen bütün sayıları işleme tabi tutmuştur. Bu öğrenci yapılan görüşmede şunları ifade etmiştir:

K2. $(3 \times 3=9+3 \text{ doğru mu yanlış mı?})$ 3 ile 3'ü çarpacağız. 3 kere 1, 3; 3 kere 2, 6; 3 kere 3, 9. Doğru.

K2. $(3+2=\square+1 \text{ sorusu})$ 5 gelmesi lazım. 3 ile 2'yi topladım.

A. Peki oradaki 1 ne oldu?

K2. 5 ile 1'i toplayacağız. 6

...

Erkek öğrencilerden biri (E1) bu tipteki bazı sorularda ya $\square$ yerine bir sonuç yazmıştır ya da $\square$ yerine sonuç yazmış ve en sona bir eşittir işareti daha

koyarak diğer sayı ile $\square$ yerine yazdığı sayıyı işleme tabi tutmuştur. Bu öğrenci yapılan görüşmede verilen soruları şöyle cevaplamıştır:

E1. ($2 \times 4 = 5 + 3$ doğru mu yanlış mı?) 2 kere 4, 5 artı 3. (...) Yanlış

A. Neden yanlış?

E1. 2 kere 4, 5 ama ... Yok 5 değil. 2 kere 4, 8 şurada 5 var o zaman yanlış

A. Doğrusu ne olması gerekiyordu?

E1. Doğrusu 8 olması gerekiyordu.

E1. ($3 + 2 = \square + 1$ sorusu) 3 artı 2 eşittir 5, 5 artı 1 eşittir 6 ($3 + 2 = 5 + 1 = 6$ yazdı)

A. Neden böyle yaptın? Burada eşittir var mı 1'den sonra? Neden eşittir koydun oraya?

E1. Bilmiyorum.

...

Erkek öğrencilerden biri (E4) ise bu tipteki bazı sorularda ya bütün sayıları verilen işlemler vasıtasıyla hesaplayıp $\square$ yerine yazmış ya da $\square$ yerine bir tarafın sonucunu yazmış ve en sona bir eşittir işareti daha koyarak diğer sayı ile $\square$ yerine yazdığı sayıyı işleme tabi tutmuştur. Bu öğrenci yapılan görüşmede şunları söylemiştir:

E4. ($3 + 2 = \square + 1$ sorusu) 6

A. Nasıl yaptın?

E4. 3 ile 2'yi topladım. Çıkan sayı ile de 1'i topladım.

E4. ($5 + \square = 6 + 3$ sorusu) 1 (...) Buraya 1. Yani 5, 1 daha 6.

A. Burda bir de +3 var. Sence o ne?

E4. O da 6 ile 3'ü toplama.

A. Yaz bakalım.

E4. 9 (sona eşittir yazıp 9 yazdı)

...

Burada görüşmelerinden alıntı yapılan öğrencilerin hepsi eşittir işaretini bir işlem sembolü olarak görmüştür. Onlar bu tip sorularda gördükleri işlemi yapıp sonucu eşittir işaretinden sonraya yazmayı benimsemişlerdir.

D. Eşittir işareti bir denge belirtir:

Görüşme yapılan öğrencilerden sadece bir tanesi (K3) eğitimden önce eşitliğin bir denge belirttiğini algılayabilmiştir. Bu öğrenci yapılan görüşmede eşitliğin ilişkisel anlamını oluşturabilmiş ve şu şekilde açıklamıştır:

K4. (5+□=6+3 sorusu) 5 artı ...Hımmm. Ben buraya 1 yazdım. 3 mü oldu? 9 mu acaba? Yok. Şurası 4 yazsam ben buraya...

A. Ne olur o zaman?

K4. 5 artı 4 eşittir 6 artı 3

A. Nasıl oldu yani şimdi?

K4. 5, 4 daha 9 eşittir 6, 3 daha o da 9 oluyor. Ona eşit oluyor.

K4. (2x2=4x1 doğru mu yanlış mı?) 2 kere 2 eşittir 4 eder. Burası doğru. Çünkü 2 kere 2, 4 eder. Burası da 4 kere 1, 4 eder. Doğru oluyor.

A. Peki öteki soruya bakar mısın? (7-3=4+1 doğru mu yanlış mı?)

K4. 7 eksi 3 eşittir 4 artı 1. Bu yanlış.

A. Doğrusunu yazar mısın?

K4. Yazarım. (7-3=2+2 yazdı.)

...

Görüşmelerden yaptığımız alıntılardan da gördüğümüz gibi eğitimden önce görüşme yapılan öğrencilerden sadece bir tanesi eşittir işaretinin ilişkisel bir sembol olduğunu algılayabilmiş ve eşitlik testinin bütün sorularını doğru cevaplamıştır.

4.2.2. Eğitimden Sonra Öğrencilerin Eşit İşareti Hakkındaki Düşünceleri

A. Bir sayı kendisine eşittir:

Eğitimden önce sadece iki öğrenci bir sayının kendisine eşit olduğunu ifade ederken eğitimden sonra öğrencilerden yedi tanesi her sayının eşitinin kendisi olduğunu ifade edebilmişlerdir. K3 ve K4 ile yapılan görüşmelerde $3=\square$ sorusuna verdikleri cevaplar aşağıda verilmiştir:

K3. 3 gelir. Aynı sayı olduğu için.

...

K4. 3, 3'e eşittir. Örneğin bir terazide 3 küp şeker varsa diğerinde eşit olması için 3 küp şeker olması gerekir.

...

Görüldüğü gibi eğitimden önce öğrencilerin hemen hepsi bu tipteki sorularda sorun yaşayıp bir işlem ararken, eğitimden sonra bir öğrenci haricinde tüm öğrenciler her sayının kendisine eşit olduğunu algılayabilmişlerdir.

B. Eşitlikler $a+b=c$ şeklinde yazılırlar. Eşitlik bir yön belirtir:

Eğitimden sonra görüşme yapılan öğrencilerin hepsi geleneksel biçimde ($a+b=c$) olmayan sorularda sorun yaşamadan cevabı bulabilmişlerdir. Bu da verilen eğitimin, öğrencilerin eşitliğin bir yön belirttiği hakkındaki algılarında değişime neden olabileceğini göstermektedir. E1 ve E4 ile yapılan görüşmelerde $\square=1+3$ sorusuna verdikleri cevap aşağıda sunulmuştur:

E1. Ters işlem.

A. Neden ters işlem?

E1. Yok. 3, 1, 4.

A. Peki ($1+3=\square$ yazdım) bu ne olur?

E1. 4

A. Aralarında fark var mı?

E1. Yok. Sadece ters.

...

E4. 4. Çünkü 3, 1 daha 4.

A. Peki 1 artı 3 eşittir 4 yazsaydım fark eder miydi?

E4. Fark etmez. Sonuç aynı.

...

Bu alıntılardan da anlayacağımız gibi artık öğrenciler bir işlemin soldan sağa doğru olması gerektiği düşüncesinden kurtulmuşlardır. Bir başka deyişle

$a+b=c$ ve $c=a+b$ tipindeki eşitliklerin her ikisinin de aynı olduğunu, aralarında bir fark olmadığını ifade edebilmişlerdir.

C. Eşitlik bir işlemin sonucunu belirtir. Eşit işareti bir işlem semboldür:

Eğitimden önce yedi öğrenci eşit işaretinin bir işlem sembolü olduğunu düşünürken eğitim sonrasında sadece bir öğrenci bu düşüncesinde ısrar etmiştir. Diğer öğrenciler ise verilen eğitim sayesinde eşit işaretinin ilişkisel anlamını oluşturabilmişlerdir. K2 yapılan görüşmede $3+2=\square+1$ sorusunu cevaplarken önce 5 cevabını sonra da 6 cevabını vermiştir:

K2. 5

A. Oldu mu şimdi bak bakalım?

K2. Burada 5 tane var.

A. Peki bu tarafta?

K2. 6

A. Peki burası 5'ti burası 6 oldu. Eşit oldu mu?

K2. Olmadı 6 yazacağım.

...

Bu öğrenci eğitimden önce de bu soruyu aynı şekilde cevaplamıştır. Yani

eski düşüncesinde herhangi bir değişme olmamıştır.

D. Eşittir işareti bir denge belirtir:

Eğitimden önce yalnız bir öğrenci eşitliğin bir denge olduğunu ifade ederken eğitimden sonra yedi öğrenci bu şekilde düşünmüştür. Öğrenciler birden fazla işlem içeren soruları çözerken eşittir işaretinin sağ ve sol tarafını dengelemeye çalışarak bu tür soruları cevaplamışlardır. Aşağıda öğrencilerin bu türdeki sorulara verdikleri cevaplardan örnekler verilmiştir:

E1. ($3 \times 3 = 9 + 3$ doğru mu yanlış mı?) 3 çarpı 3 eşittir 9. Burası 12. Eşit değil. Yanlış. (Bkz. Şekil 4.1)

E1. ($2 \times 4 = 5 + 3$ doğru mu yanlış mı?) 2 çarpı 4 eşittir 8. 5 artı 3 ...8. Doğru. (Bkz. Şekil 4.1)

A. Neden?

E1. $8 - 8$ Eşit.

$$\begin{array}{r} 3 \times 3 = 9 + 3 \\ \hline 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \times 4 = 5 + 3 \\ \hline 8 \end{array}$$

Şekil 4.1: E1'in eşitlik testindeki sorulara verdiği bazı cevaplardan

örnekler

E2. ($5 + \square = 6 + 3$ sorusu) 6 ile 3'ü topladım 9. 5 ile 4'ü topladım yine 9. Sonuç aynı olduğu için eşit.

...

K1. ($5 + \square = 6 + 3$ sorusu) 6 ile 3'ü topladım 9 yapıyor. Bu tarafta 5 vardı. Yani burada 9 olduğu için oraya da 4 ekledim orası da 9 oldu. (Bkz. Şekil 4.2)

K1. ($7 - 3 = 4 + 1$ doğru mu yanlış mı?) 7 eksi 3, 4. 4 artı 1, 5. Yanlış. Burası 4, burası 5. (Bkz. Şekil 4.2)

A. Neye benzetmiştik biz bunu?

K1. Tartıya. 5 olan daha ağır gelir. Eşit olmaz.

$$\begin{array}{r} 5 + 3 = 6 + 3 \\ \hline 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 - 3 = 4 + 1 \\ \hline 8 \end{array}$$

Şekil 4.2: K1'in eşitlik testindeki sorulara verdiği bazı cevaplardan

örnekler

K4. ($7 - 3 = 4 + 1$ doğru mu yanlış mı?) Yanlış. Çünkü 7'den 3 çıkarsa 4 kalır. 4 ile 1'i toplarsak ta 5 eder. Eşit değil.

...

K3. 3. 5'den 2 çıkarırsam 3 yapar. (Bkz. Şekil 4.3)

A. O zaman kutu yerine kaç yazmam lazım?

K3. 2

$$\begin{array}{r} 5 - 2 = 6 - 3 \\ \hline 3 \end{array}$$

Şekil 4.3: K3'ün eşitlik testindeki sorulardan birine verdiği cevap

Yukarıdaki alıntılar da göstermektedir ki öğrenciler verilen eğitimden sonra eşit işaretinin ilişkisel anlamını oluşturabilmişler ve geleneksel olmayan eşitliklerle karşılaştıklarında hiçbir sorun yaşamadan bu tür eşitlikleri çözebilmişlerdir.



V. BÖLÜM

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde öncelikle araştırmada elde edilen nicel ve nitel bulgular ile bu bulguların yorumları, araştırmanın alt problemleri ve ilgili literatür göz önüne alınarak tartışılmaktadır. Daha sonra bu bulguların matematik eğitimi ve eğitim araştırmalarına ilişkin doğurguları tartışılacaktır.

5.1. Tartışma

Eşit işaretinin doğru algılanması, ilköğretim öğrencilerinin daha sonra göreceği cebir dersleri için önemli bir temel teşkil etmektedir. Bu çalışmada ilkokul 2. sınıf öğrencilerinin destekleyici eğitimi görmeden önce ve sonra eşit işaretini nasıl algıladıkları ve eşitlik testinden aldıkları puanlarda pozitif yönde bir artış olup olmadığı araştırılmıştır. Ayrıca öğrencilerin eşit işaretine ilişkin nasıl bir gelişim gösterdikleri incelenmiştir.

Araştırmanın bulguları, deney ve kontrol gruplarındaki ilköğretim 2. sınıf öğrencilerinin destekleyici eğitimi almadan önce, eşit işareti ile ilgili başarı testinden hemen hemen aynı sonuçları aldıklarını ve aralarında anlamlı bir fark olmadığını göstermektedir. Bir başka deyişle, ilköğretim ikinci sınıf öğrencilerinin araştırmanın başında eşit işaretini, eşitliğin iki yanındaki nicelikler arasında ilişki ifade eden bir sembol olarak değil, bir işlem sembolü olarak anladıklarını göstermektedir. Bu bulgu yapılan diğer araştırmalarla da tutarlılık göstermektedir.

(Behr, Erlwanger ve Nichols, 1980; Carpenter ve Levi, 2000; Carpenter, Levi ve Farnsworth, 2000; Falkner, Levi ve Carpenter, 1999; Yaman, Toluk ve Olkun, 2003; Saenz-Ludlow ve Walgamuth, 1998). Öğrenciler diğer araştırmalarda (Behr, Erlwanger ve Nichols, 1980; Yaman, Toluk ve Olkun, 2003) olduğu gibi eşit işaretinin bir yön belirttiğini ve bir işlemin sonucunu verdiğini belirtmişlerdir. Eşit işareti ile ilgili başarı testine verdikleri cevaplarda ve yapılan görüşmelerde öğrencilerin yarısı eşitliği “soldan sağa doğru yapılan bir işlem” olarak görmüş ve $\square=a+b$ tipindeki eşitliklere “yanlış” veya “ters” demişlerdir. Öğrencilerin diğer yarısı ise $\square=a+b$ şeklinde bir eşitliğin yazılabileceğini söylemişlerdir.

Ders ve test kitaplarında, öğretmenlerin ve ailelerin çocuklarına sordukları sorularda devamlı aynı tip ($a+b=\square$) eşitliklerin sorulması, öğrencilerin eşit işaretini bu şekilde anlamalarını desteklemektedir. Böylece, çocuklar bir veya daha fazla sayı ile işlemin solda, sonucun sağda olduğu eşitliklere alışmakta ve eşit işaretinin bir işlem sembolü olduğu düşüncesini geliştirmektedirler.

Bir diğer bulgu da araştırmanın başında öğrencilerin eşit işaretini bir işlemin sonucunu belirten bir sembol olarak görmeleridir. Onlar için eşit işaretinden önce 2 veya daha fazla sayı ve bir işlem, eşit işaretinden sonra da bir sayı gelmektedir. Bu şekilde düşündüklerinden $a+b=\square+c$ biçimindeki ifadelerde $\square$ yerine a ile b’nin toplamını ya da a, b ve c’nin toplamını yazmışlardır. Bazı öğrenciler ise $\square$ yerine a ile b’nin toplamını yazıp sonra da eşitliğin sonuna bir eşitlik daha koyup c ile toplamışlardır. Bu bulgu diğer araştırmalarla tutarlılık göstermektedir (Behr, Erlwanger ve Nichols, 1980; Yaman, Toluk ve Olkun, 2003; Carpenter, Levi ve Farnsworth, 2000; Falkner, Levi ve Carpenter, 1999). Ayrıca öğrencilerin çoğu, $\square=3$ gibi hiçbir işlemin olmadığı tipte eşitliklerle

karşılaştıklarında □ yerine 3 gelmesi gerektiğini bulmalarına rağmen bunun nedenini açıklayamamışlardır. Öğrencilerin sadece iki tanesi cevaplarını her sayının kendisine eşit olması gerektiğini söyleyerek açıklamışlardır.

Yapılan araştırmalar destekleyici bir eğitim almayan, geleneksel eğitim gören öğrencilerin eşit işaretini bir işlem sembolü olarak gördüklerini belirtmektedirler (Behr, Erlwanger ve Nichols, 1980; Carpenter ve Levi, 2000; Carpenter, Levi ve Farnsworth, 2000; Falkner, Levi ve Carpenter, 1999; Yaman, Toluk ve Olkun, 2003). Bu araştırmalar, geleneksel eğitim alan öğrencilerin 4. sınıftan itibaren eşitliğin ilişkisel anlamını oluşturmaya başladığını bildirmekle beraber yine de 5 ve 6. sınıf öğrencileri ile yapılan araştırmalar da öğrencilerin eşit işaretinin bir işlem sembolü olduğu konusunda değişmeyen, sağlam bir hatalı anlamaya sahip olduklarını göstermektedir (Rittle-Johnson ve Alibali, 1999). Bir başka deyişle geleneksel eğitimin, öğrencilere eşit işaretinin ilişkisel anlamını kazandırmada etkili olamadığı görülmektedir.

Araştırma sonucunda, deney grubunun ön test ve son test başarıları arasında anlamlı bir fark ortaya çıkmıştır (Bkz. Tablo 4.2). Bir başka deyişle, destekleyici eğitimi alan ilköğretim 2. sınıf öğrencileri, eğitimden sonra eşit işareti ile ilgili başarı testinden daha yüksek bir başarı elde etmişlerdir. Araştırmaya katılan öğrencilerin destekleyici eğitimi gördükten sonra eşit işaretini ilişki ifade eden bir sembol olarak görmeye başladıkları görülmüştür. Bu bulgu yapılan diğer araştırmalarla tutarlıdır (Carpenter, Levi ve Farnsworth, 2000; Falkner, Levi ve Carpenter, 1999; Saenz-Ludlow ve Walgamuth, 1998; Thompson, 1998; Schliemann, 2000).

Destekleyici eğitimden önce, eşit işareti ile ilgili başarı testine verdikleri cevaplarda ve yapılan görüşmelerde geleneksel biçimde olmayan, $\square=a+b$ tipindeki eşitlikleri kabul etmeyen öğrencilerin, destekleyici eğitimden sonra bu tipteki eşitlikleri kabul ettikleri görülmüştür. Öğrencilerin tamamı $\square=a+b$ tipindeki eşitlikleri doğru bir şekilde çözmüşler ve böyle eşitliklerin yazılabileceğini söylemişlerdir. Ayrıca öğrenciler, $\square=a+b$ ile $a+b=\square$ eşitliklerinde sonucun değişmediğini ve her iki eşitlikte de $\square$ yerine aynı sayının geleceğini söylemişlerdir.

Bir diğer bulgu ise, öğrencilerin destekleyici eğitimden sonra eşit işaretini bir işlemin sonucu olarak görmemeleridir. Öğrencilerin bir tanesi hariç diğerleri eşit işaretinin ilişkisel anlamını yakalayabilmiş ve $a+b=\square+c$ biçimindeki eşitliklerde sorun yaşamadan sonuca ulaşmışlardır. Bu tip sorularda eşit işaretinin her iki tarafını bir terazi kefesine benzeterek sonuçları bulmuşlardır. Bu da araştırmada hazırlanan terazi etkinliklerinin, öğrencilerin eşit işaretinin ilişkisel anlamını oluşturmalarına yardımcı olduğunu göstermektedir.

Aynı zamanda destekleyici eğitimden önce $\square=3$ gibi hiçbir işlemin olmadığı tipte eşitliklerle karşılaştıklarında sorun yaşayan öğrenciler, destekleyici eğitimden sonra bütün sayıların kendisine eşit olması gerektiğini anlamaya başlamışlardır. Öğrenciler bu tür sorularda yine eşitliğin her iki tarafını terazi kefesi olarak düşünmüşler ve ona göre bir tarafta hangi sayı varsa diğer tarafa da aynı sayının gelmesi gerektiğini söylemişlerdir.

Yapılan araştırmalar, eşit işaretinin ilişkisel anlamını destekleyen bir programla eğitim yapıldığında, öğrencilerin ilköğretimin ilk yıllarında bile eşit

işaretinin ilişkisel anlamını anlayabildiklerini göstermektedir (Carpenter, Levi ve Farnsworth, 2000; Saenz-Ludlow ve Walgamuth, 1998). Araştırmacılar ilköğretimin ikinci kademesinde yaptıkları araştırmalarda da eşit işaretinin ilişkisel anlamını geliştirememiş öğrencilerin destekleyici bir eğitimle bu anlamı oluşturabildiklerini önermektedirler (Schliemann, 2000; Herscovics ve Kieran, 1980). Bu araştırmalar genelde eşit işareti ile denge kavramını birbiriyle ilişkilendiren etkinliklere ve sınıf tartışmalarına dayanmaktadır. Bazı araştırmalarda verilen eğitimin sonucunda çocukların eşit işaretini ilişkisel bir işaret olarak anlamalarında bir artış görülmüş fakat bir çok öğrenci eşit işaretini bir işlem sembolü olarak algılamaya devam etmiştir (Baroody ve Ginsburg, 1983; Denmark, Barco ve Voran, 1976). Bu araştırmada elde edilen bulgular belirtilen araştırma sonuçlarını desteklememektedir. Çünkü sonuç olarak, terazi kullanılarak hazırlanan etkinliklerin, öğrencilere, eşit işaretinin ilişkisel anlamını oluşturmada yardımcı olduğu görülmektedir.

Deney grubunun eşitlikle ilgili başarı testinden aldığı notlar ile kontrol grubunun eşitlikle ilgili başarı testinden aldığı notlar karşılaştırılmış ve sonuç olarak aralarında deney grubu lehine anlamlı bir fark bulunmuştur. Deney grubunda öğrenciler, destekleyici eğitim alırken, kontrol grubunda geleneksel bir eğitim izlenmiştir. Destekleyici eğitim için etkinlikler hazırlanırken terazi, LEGO parçaları, fındık gibi somut materyaller kullanılmıştır. Ayrıca etkinlikler boyunca öğrencilerin aktif katılımı ön planda tutulmuştur. Bu şekilde somut materyallerin kullanıldığı etkinlikler, öğrencilerin matematiksel kavramları geliştirmesinde etkili olmaktadır (Thompson, 1998; Schliemann, 2000). Ayrıca öğrencilerin sınıf içindeki tartışmalara katılması, öğretmenin sadece bir rehber olarak bulunması ve

öğrencilere yol göstermesi, öğrencilerin matematiksel kavramları daha kolay anlamasına yardımcı olmaktadır (Saenz-Ludlow ve Walgamuth, 1998; Carpenter, Levi ve Farnsworth, 2000). Bu araştırmada elde edilen bulgular da somut materyallerin kullanıldığı ve sınıf içi tartışma ortamlarının yaratıldığı destekleyici bir eğitim gören öğrencilerin geleneksel eğitim gören öğrencilere göre eşit işaretinin ilişkisel anlamını daha kolay oluşturabildiklerini göstermektedir.

Deney grubunun son test ortalaması ile kalıcılık testi ortalaması karşılaştırılmış ve aralarında anlamlı bir fark bulunamamıştır. Bu ortalamalar arasında fark olmamasına rağmen, deney grubundaki öğrencilerin kalıcılık testi ortalamaları son test ortalamalarından çok az da olsa yüksek bulunmuştur. Bu artış öğrencilerin yaş olarak gelişmesi ve olgunlaşması ile açıklanabilir. Yapılan araştırmalar, somut materyallerin kullanıldığı etkinliklerle ve sınıf içi tartışmalara önem verilerek yapılan eğitim sayesinde öğrencilerin daha kalıcı anlamalar sağladığını ifade etmektedir (Arsal, 2002; Verschaffel ve De Corte, 1997). Ayrıca araştırma sonucunda deney ve kontrol gruplarının kalıcılık testleri karşılaştırılmış ve aralarında deney grubu lehine anlamlı bir fark bulunmuştur. Böylece terazi kullanılarak yapılan eğitimin, kalıcılık konusunda geleneksel eğitime göre daha etkili olduğu söylenebilir.

Araştırma sonucunda kız ve erkek öğrencilerin ön, son ve kalıcılık testi başarı ortalamaları hesaplanmış ve aralarında anlamlı bir fark bulunamamıştır. Daha önce yapılan araştırmalar incelendiğinde, öğrencilerin eşit işaretini anlamalarının cinsiyet açısından farklılık gösterip göstermediğinin araştırılmadığı görülmektedir. Fakat araştırma sonucunda elde edilen bulgular kız öğrencilerin ön test ortalamalarının erkek öğrencilerden daha yüksek olduğunu göstermektedir.

Fakat bu fark anlamlı bulunmamıştır. Son test ortalamalarında ise erkek öğrenciler lehine bir artış gözlenmesine rağmen bu fark da anlamlı bulunmamıştır. Kalıcılık testinde ise yine kız öğrenciler daha yüksek ortalama alırken bu fark da anlamlı bulunmamıştır.

5.2. Sonuç ve Öneriler

Bu araştırmada eşitlik sembolünün ilişkisel bir sembol olma özelliğini destekleyen bir programla yapılan eğitimin, ilköğretim 2. sınıf öğrencilerinin bu sembol hakkındaki düşünceleri üzerine etkisi araştırılmıştır. Araştırmanın problemine ilişkin veriler araştırmacı tarafından ilgili literatür yardımıyla geliştirilen eşit işareti ile ilgili başarı testinden elde edilmiştir.

Destekleyici eğitimden önce deney ve kontrol grubundaki öğrencilere eşit işareti ile ilgili başarı testi ön test olarak uygulanmış ve öğrencilerin hemen hepsi eşittir işaretini ilişkisel bir sembol olarak değil işlemsel bir sembol olarak görmüşlerdir. Bir başka deyişle 2 yıl boyunca geleneksel eğitimle ders işleyen bu öğrencilerin, sınıf öğretmenleri farklı olsa da eşit işareti hakkındaki düşünceleri aynı olmuştur. Hiçbir öğrenci ön testten tam puan alamamıştır. Buradan araştırmaya katılan öğrencilerden hiç birinin eşit işaretini tam olarak algılayamadığını söyleyebiliriz. Eşittir sembolünün ilişkisel bir sembol olma özelliğini destekleyen bir programla yapılan eğitimden önce ilköğretim 2. sınıf öğrencilerinin bu sembolü şu şekilde algıladıkları ortaya çıkmıştır:

- a) İşlem olmayan eşitlikler yazılamaz.
- b) Eşitlik kavramı yön belirtir.
- c) Eşitlik kavramı bir işlemin sonucunu belirtir.

Destekleyici eğitim verildikten sonra, bu eğitimi alan öğrencilerin son test başarılarının ön test başarılarından çok daha yüksek olduğu görülmüştür. Ayrıca destekleyici eğitim alan öğrencilerin son test başarılarının, geleneksel eğitim alan öğrencilerin son test başarılarından çok daha yüksek olduğu bulunmuştur. Destekleyici eğitimi alan öğrenciler, eğitim boyunca bir somut materyal olarak eşit kollu terazi ile devamlı etkileşimde bulunmuştur. Eşit kollu terazi sayesinde öğrencilerin verdikleri cevapların doğruluğu ya da yanlışlığı sınıfta tartışılmış hatta öğrencinin verdiği cevabı terazi üzerinde göstermesi istenerek yanlış varsa daha rahat görebilmesi sağlanmıştır. Bu sayede destekleyici eğitimi alan öğrencilerin eşit işareti algılarında pozitif bir gelişme olduğu gözlenmiştir. Bu da eşit işareti konusunda, somut materyaller kullanarak ve öğrencileri yapılan etkinliklerin temeline koyarak işlenen derslerin etkililiğini göstermektedir. Verilen eğitimden sonra ilköğretim 2. sınıf öğrencilerinin bu sembolü algılamalarındaki değişimi aşağıdaki ifadeler göstermektedir:

- a) Her sayı kendisine eşittir.
- b) Eşitlik kavramı yön belirtmez.
- c) Eşitlik kavramı bir işlemin sonucunu belirtmez.
- d) Eşitlik kavramı ilişkisel bir kavramdır.

Bu nedenle eğitim fakültelerinde ki öğretmen adayları çocukların eşit işaretine ilişkin kavram yanılgıları hakkında bilgilendirilmeli ve bu kavram yanılgılarının nasıl ortadan kaldırılacağına yolları tartışılmalıdır. Öğretmenler, geleneksel ders kitabını takip anlayışından uzaklaşmalı, öğretim materyallerini hazırlayan ve geliştiren kişiler olmalıdır. Ayrıca öğretmenler öğrencilerine eşit

işaretini tanıtırken bu işareti toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinden ve işaretlerinden ayrı olarak da tanıtmalıdır. Bu sayede öğrencilerin eşit işaretinin sadece dört işlemden herhangi birini yaptıktan sonra sonucu yazmak için kullanıldığını düşünmeleri önlenebilir. Bunların yanında öğretmenler, somut materyallerin sınıf ortamında kullanılmasıyla ve sınıf içi tartışma ortamlarının yaratılmasıyla etkili bir öğretimin sağlanabileceği konusunda bilinçlenmelidir.

Öğretmenler, eşit işareti hakkında bilgi verirken önce somut materyalleri (terazi, fındık, LEGO parçaları vb.) kullanmalı, sonra resim ve şekillerle göstermeli ve son olarak matematiksel sembolleri kullanmalıdır. Sınıflarda yapılan etkinliklerde her öğrencinin kullanılan somut materyallere dokunması ve somut materyallerle yapılacak işlemleri öğrencilerin yapması sağlanmalıdır. İlköğretimin ilk yıllarından itibaren terazi etkinlikleri kullanılarak öğrencilerin eşit işaretini bir denge olarak anlamaları sağlanmalıdır. Öğretmenler, derslerde yapılan işlemlerde geleneksel biçimde olmayan ($\square = a+b$, $a+b = \square + c$ vb.) eşitliklere de yer vermelidirler. Ayrıca ders ve test kitaplarında da sonuç bilinmeyenli eşitliklerin ($a+b = \square$) yanında başlangıç bilinmeyenli eşitliklerin de ($\square + b = c$) yer alması gereklidir. Bu sayede öğrenciler, eşit işaretinin bir yön belirttiği ve bir işlemin sonucunu verdiği düşüncelerinden vazgeçebilirler. Öğretmenler sınıfta öğrencilerin de bir katılımcı olmasını sağlamalı ve öğrencilere sadece rehberlik yapmalıdır. Böyle ortamlarda öğrencilerin doğru ve yanlış bütün düşüncelerini arkadaşlarıyla paylaşmaları ve birbirleriyle etkileşimde bulunmaları sağlanmalıdır.

Destekleyici eğitimi alan 2. sınıf öğrencilerinin eşit işareti ile ilgili oluşturmuş olduğu düşünceler, 3. sınıfa geçtiklerinde de devam etmiştir. Ayrıca,

destekleyici eğitimi alan öğrencilerin kalıcılık başarıları geleneksel eğitim alan öğrencilerden daha yüksek çıkmıştır. Buradan, öğrencilerin destekleyici eğitim sayesinde edindikleri eşit işareti algılarını kolay kolay unutmadıkları görülmektedir. Bunun yanında kalıcılık testi sonuçları hem destekleyici eğitimi alan öğrencilerin hem de geleneksel eğitim alan öğrencilerin son test ortalamalarından daha iyi bir sonuç aldıklarını göstermiştir. Bu da öğrencilerin bilişsel gelişimi ile birlikte eşit işareti algılarında küçük de olsa bir artış olduğunu göstermektedir.

Son olarak araştırmaya katılan öğrencilerin ön test, son test ve kalıcılık testi ortalamaları kız ve erkek öğrenciler arasında eşit işareti algılamada bir farklılık olmadığını ortaya çıkarmıştır.

İleride yapılacak olan araştırmalarda;

1. Değişik okul ve sınıf seviyelerinde benzer araştırmalar yapılarak aynı sonuçlara ulaşılabilir mi?
2. Denge konusu ile ilgili oluşturulmuş bilgisayar programları kullanılarak benzer sonuçlar bulunabilir mi?
3. Eşit işareti dışında başka kavramların öğretilmesinde de somut materyaller ve sınıf içi tartışmalar etkili olabilir mi?
4. Terazî etkinlikleri ile ilgili eğitim verilen öğretmenlerin sınıflarındaki öğrencilerin eşit işareti ile ilgili düşüncelerinde değişim olabilir mi?
5. Bu tür bir eğitime katılan öğrenciler, cebir dersi almaya başladıklarında bu eğitimi almamış öğrencilerden daha başarılı olabilir mi?

sorularına yanıt aranabilir.

KAYNAKÇA

- Arsal, Z. (2002). *İlköğretim Matematik Dersi Bölme İşleminde Somut Araçlarla Yapılan Öğretimin Etkililiği*, Yayınlanmamış Doktora Tezi
- Baroody, A.J. ve Ginsburg, H.P. (1983). The Effects of Instruction on Children's Understanding of the Equal Sign. *Elementary School Journal*, 44(2), 198-212
- Behr, M.; Erlwanger, S. ve Nichols, E. (1980). How Children View the Equal Sign, *Mathematics Teaching*, 92, 13-16
- Cajori, F. (1993) *A History of Mathematical Notations*. New York: Dover. (Original yayın 1927-28) (<http://members.aol.com/jeff570/relation.html> adresinden 15 Mart 2003 tarihinde alınmıştır.)
- Carpenter, T.P., Corbitt, M.K., Kepner, H.S., Lindquist, M.M., & Reys, R.E. (1981). *Results of the second mathematics assessment of the national assessment of educational progress*. Reston, VA: NCTM
- Carpenter, T.P. ve Levi, L. (2000). "Developing conceptions of algebraic reasoning in the primary grades", *National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science*
- Carpenter, T. P. & Moser, J. M. (1983). *The acquisition of addition and subtraction concepts*. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *The Acquisition of Mathematics Concepts and Processes* (pp. 7-44). Orlando, FL: Academic Press
- Carpenter, T.P., Levi, L. ve Farnsworth, V. (2000). "Building a foundation for learning algebra in the elementary grades", *National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science*

- Clement, J.: 1982, 'Algebra Word problem solutions: Thought processes underlying a common misconception', *Journal for Research in Mathematics Education*, 13(1), 16–30
- Davis, R.B. (1975). Cognitive Processes Involved in Solving Simple Algebraic Equations. *Journal of Children's Mathematical Behaviour*, 1(3), 7-35
- Denmark, T.; Barco, E. ve Voran, J. (1976). *Final Report: A Teaching Experiment on Equality*. (PMDC Technical Report No.6, Florida State University). (ERIC Document Reproduction Service No. ED144805)
- Falkner, K.P., Levi, L. ve Carpenter, T.P. (1999). "Children' s understanding of equality: A foundation for algebra", *Teaching Children Mathematics*, 6 (4), 232-6
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Kluwer Academic Publishers Group, Boston
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education*. Kluwer Academic Publishers Group, Boston
- Gupta, B.M. (1996). *Constructing Connections: Children Building Their Conception of Equality into Their Interpretation of the Equal Sign*. Yayınlanmamış Doktora Tezi
- Herscovics, N. ve Kieran, C. (1980). Constructing Meaning for the Concept of Equation. *Mathematics Teachers*, November, pp.572-580
- Herstein, I.N. (1990). *Abstract Algebra* (Second Edition ed.). New York: Macmillan
- Kaput J.J. (1979). Children's Operational Thinking Within the Context of Bracketing and the Order of Operations. *In Third International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Warwick, England
- Kieran, C. (1981). Concepts Associated with the Equality Symbol. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 317-326

- Kieran, C. (1992). *The Learning and Teaching of School Algebra*. In D. Grouws (Eds.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. 390-419. New York:Macmillan
- NCTM (1989). *Curriculum and Evaluation Standarts for School Mathematics*. (<http://standards.nctm.org/> adresinden 13 Şubat 2003 tarihinde alınmıştır.)
- NCTM (2000). *Principle and Standarts for School Mathematics*. (<http://standards.nctm.org/> adresinden 13 Şubat 2003 tarihinde alınmıştır.)
- O'Rode, N. (2002). *Supporting Latino Students' Learning in Eight Grade Algebra: Uses of Language, Resources, and Models for Understanding Equivalence by Students Using Two Reform-baesd Curricula*. Yayınlanmamış Doktora Tezi
- Patton, M.Q. (1990). *Qualitative Evaluation and Research Methods*. 2nd Edt. Newbury Park, CA:SAGE
- Perso, T.F. (1992). *Using Diagnostic (Conflict) Teaching to Overcome Misconceptions in Algebra*. The Mathematics Association of Western Australia (INC), Subiaco W.A.
- Rittle-Johnson, B. ve Alibali, M. (1999). Conceptual and Procedural Knowledge of Mathematics: Does One Lead yo the Other?, *Journal of Educational Psychology*, 91, 175-189
- Saenz-Ludlow, A. ve Walgamuth, C. (1998). Third Graders' Interpretations of Equality and the Equal Symbol. *Educational Studies in Mathematics*, 35, 153-187
- Schliemann, A.D. (2000). Constraint, cooperation, and algebraic problem solving. *New Ideas in Psychology*, 18 (2-3), 157-169.
- Schoenfeld, A. H. and Abraham, A. (1988). On the Meaning of Variable. *Mathematics Teacher*, 81, 420-7
- Sfard, A. (1992). The Development of Algebra-Confronting Historical and Psychological Perspectives. *Algebra Working Group*, ICME 7 No. The Hebrew University of Jerusalem

- Smith, D.E. (1925). *History of Mathematics: Special Topics of Elementary Mathematics* (third ed.). New York:Dover (Akt. Gupta)
- Stallings, L. (2000), A Brief History of Algebraic Notation, *School Science and Mathematics*, Vol. 100, Issue 5, 230-235
- Steinberg, R.M.; Sleeman, D.H. ve Ktorza, D. (1990) Algebra Students' Knowledge of Equivalence of Equation. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22, (2) 112-121
- Tall, D., Gray, E., Ali, M., Crowley, L., DeMarois, P., McGowen, M., Pitta, D., Pinto, M., Thomas, M., Yusof, Y., (2000). Symbols and the Bifurcation between Procedural and Conceptual Thinking, *Canadian Journal of Science, Mathematics & Technology Education* 1, 80–104.
- www.tdk.gov.tr
- Thompson, F. (1988). “Algebraic Instruction for the Younger Child.” In A. Coxford and A. Shulte (eds.), *The Ideas of Algebra, K-12*, Reston, VA: NCTM, pp. 69-77.
- Verschaffel, L. ve De Corte, E. (1997). “Teaching Realistic Mathematical Modelling in the Elementary.” *Journal for Research in Mathematics Education*. 97,28 577-579
- Wagner, S. (1981) Conservation of Equation and Function Transformations of Variable. *Journal for Research in Mathematics Education*, 12, 107-118
- Wagner, S., Kieran, C. (1989). “An Agenda for Research on the Learning and Teaching of Algebra.” In S. Wagner & C. Kieran (eds.), *Research Agenda for Mathematics Education: Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra*, Reston, VA: NCTM, pp. 220-37.
- Yaman, H.; Toluk, Z. ve Olkun, S. (2003). İlköğretim Öğrencileri Eşit İşaretini Nasıl Algılamaktadırlar?. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, Sayı 24, 142-151
- Yıldırım A., Şimşek H. (2000), *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Seçkin Yayıncılık, 2. Baskı, Ankara ,

EKLER

EK A

T (Araştırmada Kullanılan Eşitlik Testi)

Adı-Soyadı:

Sınıfı :

1- Aşağıdaki eşitliklerde $\square$ ve O yerine gelmesi gereken sayıları yazınız.

a) $3 = \square$

f) $5 - \square = 6 - 3$

b) $2 + 4 = \square$

g) $2 \times 5 = \square$

c) $\square = 1 + 3$

h) $\square = 3 \times 2$

d) $3 + 2 = \square + 1$

i) $\square + O = 7$

e) $5 + \square = 6 + 3$

j) $5 = \square + O$

2- Aşağıdaki eşitlikler, doğru ise yanındaki boşluğa D, yanlış ise Y koyunuz.

a) $3 = 3$

f) $2 + 3 = 5 + 2$

b) $3 = 5$

g) $3 \times 3 = 9 + 3$

c) $4 + 4 = 8$

h) $2 \times 2 = 4 \times 1$

d) $6 = 8 - 2$

i) $7 - 3 = 4 + 1$

e) $3 + 5 = 0 + 8$

j) $2 \times 4 = 5 + 3$

EK B

Araştırmada Uygulanan Etkinlikler

ETKİNLİK I: Kaç Tane Sarı Lego Var?

Tanım: Bu etkinlik sayesinde öğrenciler miktarlar arasındaki ilişkileri cebirsel olarak ifade etmeye başlayacaklar. Örneğin, ağırlık olarak iki sarı LEGO parçasının bir kırmızı LEGO parçasına eşit olduğunu görmeleri öğrencilerin denge ve eşitlik arasındaki ilişkiyi kurmalarında yardımcı olacaktır.

Amaç: Öğrencilerin terazi kefelerini dengelemesi, bunlarla ilgili bir desen tanımlayabilmesi ve sembolik sistem içinde ilişkileri genellemek için bir kural geliştirmesi yani eşitlik olarak ifade etmesi

Materyaller: Hassas terazi, renkli LEGO parçaları, LEGO parçalarının resimli saydamları, tepegöz, Çalışma Yapağı 1 (ÇY1)

Dersin İşlenişi:

1. Öğretmen LEGO parçalarını öğrencilerin görebileceği şekilde masaya koyar ve her bir öğrenciye etkinlikle ilgili birer çalışma yapağı (ÇY1) dağıtır.
2. Öğretmen öğrencilerine kırmızı LEGO parçasının ağırlığının kaç sarı LEGO parçasının ağırlığına eşit olduğunu bulmak istediğimizi söyler.
3. Öğretmen terazinin bir kefesine kırmızı bir LEGO parçası diğer kefesine de sarı bir LEGO parçası koyar. Öğretmen öğrencilerine bu iki parçanın

eşit olup olmadığını sorar. Dengeyi sağlamak için ne yapmak gerektiğini sorar.

4. Sonra öğretmen sarı LEGO parçasının olduğu kefeye bir sarı LEGO parçası daha koyar ve öğrencilere şimdi ne olduğunu sorar.
5. Öğretmen öğrencilerden bu durumla ilgili herkesin bir açıklama yapmasını ve bu açıklamalarını ÇY1'deki ilgili yere yazmalarını ister. Yani “İki sarı LEGO parçası bir kırmızı LEGO parçasına eşittir” gibi bir genellemede bulunmaları beklenir.
6. Öğretmen öğrenciler genellemelerini yaptıktan sonra ÇY1'de bulunan aşağıdaki gibi sorular sorar ve cevaplarını ÇY1 üzerine yazmalarını ister.

“Kırmızı LEGO parçasının olduğu kefeye bir kırmızı LEGO parçası daha koysaydık denge için kaç sarı LEGO parçası gerekirdi?”, “İki kırmızı LEGO parçasını dengelemek için kaç sarı LEGO parçası gerekir?”, “Üç kırmızı LEGO parçasını dengelemek için kaç sarı LEGO parçası gerekir?”, “Sekiz sarı LEGO parçasını dengelemek için kaç kırmızı LEGO parçası gerekir?”
7. Öğretmen sonra bu ilişkiyi sözel olarak tahtaya yazar.

Bir kırmızıya iki sarı, iki kırmızıya dört sarı, üç kırmızıya altı sarı eşittir veya “Kırmızı=2 Sarı” yazar.

ETKİNLİK II: Denge ve Eşitlik

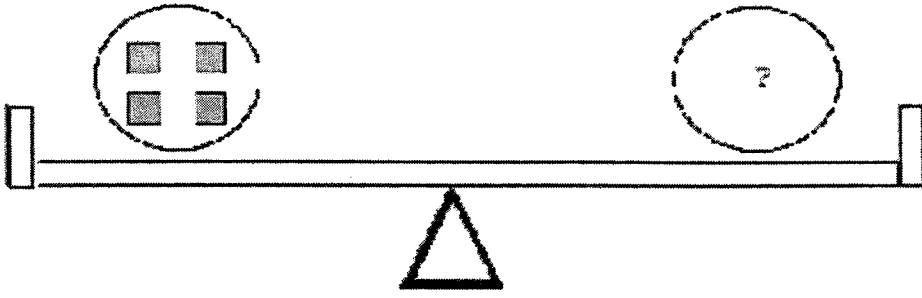
Tanım: Bu etkinlik sayesinde öğrenciler terazi kefelerine koyulan miktarlar dengede ise bu miktarların aynı olmasıyla yani eşitlikle ilişkisini kurabilirler.

Amaç: Öğrencilerin terazi kefelerini dengeleyerek her iki kefedeki miktarın aynı olması gerektiğini görmesi

Materyaller: Hassas terazi, birim küpler, terazi ve küpleri içeren saydamlar, tepegöz, ÇY2

Dersin İşlenişi:

1. Öğretmen birim küpleri öğrencilerin görebileceği şekilde masaya koyar ve her bir öğrenciye etkinlikle ilgili birer çalışma yaprağı (ÇY2) dağıtır.
2. Öğretmen terazinin bir kefesine dört tane birim küp koyar. Öğrencilerine terazinin dengede olması için diğer kefeye kaç birim küp koymaları gerektiğini sorar.
3. Aynı işlemi bir de saydamlar yardımıyla tepegözde öğrencilerine gösterir (Şekil 1).
4. Öğretmen öğrencilerinden bu işlemdeki ilişkiyi sözel olarak ifade etmelerini ve buldukları ilişkileri ÇY2’de ilgili yere yazmalarını ister. Yani “Dört eşittir dört” gibi bir genellemede bulunmalarını bekler.
5. Öğretmen öğrencilerin bu genellemeleri bulmasından sonra tahtaya yazar. “Dört eşittir dört” (Sözel olarak) ve “ $4 = 4$ ” (Sembolik olarak)
6. Sonra öğretmen terazinin kefelerinden bir adet birim küp alır veya koyar ve öğrencilerine “Şimdi ne oldu?” diye sorar. Öğrencilerin terazi dengede olmadığında eşitliğin bozulduğunu görmelerini bekler.
7. Aynı işlemler değişik sayıda birim küplerle tekrarlanır.



ŞEKİL 1

ETKİNLİK III: Basit Denklem Çözümleri

Tanım: Bu etkinlik sayesinde öğrenciler temel toplama problemleri vasıtasıyla basit denklemlerin çözümleri hakkında zihinsel fikirler geliştirebilirler.

Amaç: Öğrencilerin terazi kefelerini dengeleyerek her iki kefedeki miktarın aynı olması gerektiğini görmesi, basit denklemlerde eksik miktarı ekleyince dengenin sağlanacağını görmeleri

Materyaller: Hassas terazi, birim küpler, terazi ve küpleri içeren saydamlar, tepegöz, ÇY3

Dersin İşlenişi:

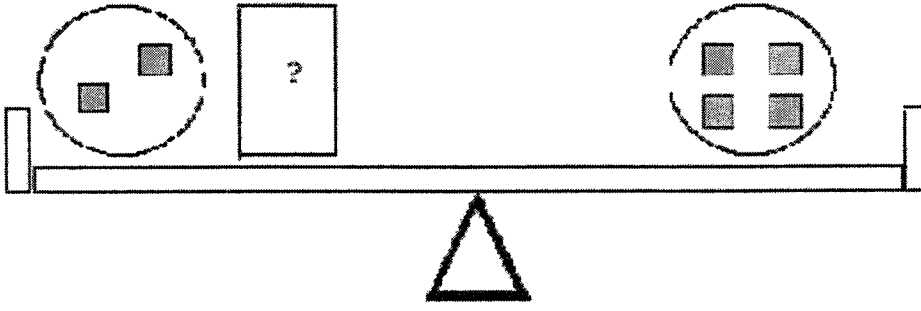
1. Öğretmen birim küpleri öğrencilerin görebileceği şekilde masaya koyar ve her bir öğrenciye etkinlikle ilgili birer çalışma yaprağı (ÇY3) dağıtır.
2. Öğretmen öğrencilere içinde toplama işlemi içeren birkaç hikaye anlatır. Bu hikayelerde değişken devamlı değişmelidir. Yani birinde bilinmeyen sonuçken, diğerinde toplanan sayılardan biri bilinmeyen olur, bir diğerinde

de sonucu verip diğerk taraftaki toplananlardan biri bilinmeyen olur.

Hikayeler şöyle olabilir:

“Mert’in 2 kalemi var. Bir miktarda öğretmeni veriyor ve Mert’in 4 kalemi oluyor. Acaba öğretmeni Mert’e kaç kalem vermiştir?”

3. Öğretmen, öğrencilere Mert’in başlangıçta sahip olduğu küpleri gösterdiğini ifade ederek terazinin bir kefesine, 2 tane birim küp koyar. Diğerk kefesine de Mert’in en son elinde bulunan birim küpleri temsil etmesi için 4 birim küp koyar. Öğrencilerine ÇY3’de de geçen “Terazinin dengede olması için ne yapmamız gerekir?” sorusunu sorar.
4. Öğretmen, öğrencileri “2” cevabında karar kıldıklarında bu toplama işlemini sembolik olarak ÇY3’e yazmalarını ister. Sonra herkesin sonuçları sınıfta tartışılır.
5. Öğretmen öğrencilere biraz süre tanıdıktan sonra tahtaya “ $2 + \square = 4$ ” yazar. Daha sonrada Buradaki $\square$ öğretmenin Mert’e verdiği kalemlerin sayısını gösteriyor.” diye açıkladıktan sonra “ $\square$ yerine kaç gelmesi gerekiyordu?” diye sorar.
6. Aynı işlemi bir de saydamlar yardımıyla tepegözde öğrencilerine gösterir (Şekil 2).
7. Aynı işlemler değişik sayıda birim küplerle ve bilinmeyenin yeri değiştirilerek tekrarlanır.



ŞEKİL 2

ETKİNLİK IV: Denklemler

Tanım: Öğrenciler ölçüm yaparak denge ile eşitlik arasındaki ilişkiyi kurarlar ve denklem çözümlerini yapabilirler.

Amaç: Öğrencilerin cebir dersleri görmeden denge etkinlikleri kullanarak denklemleri çözebilmeleri.

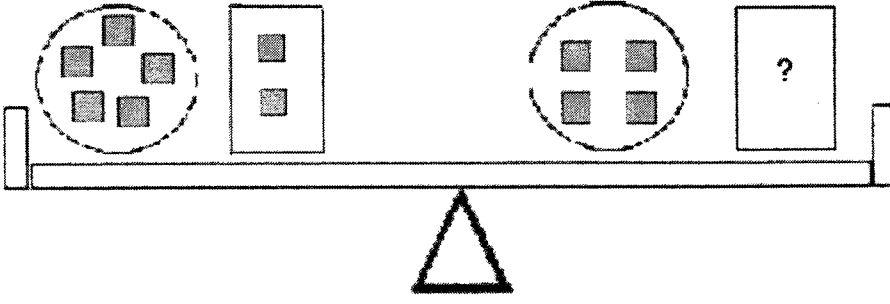
Materyaller: Hassas terazi, birim küpler, terazi ve küpleri içeren saydamlar, tepegöz, ÇY4

Dersin İşlenişi:

1. Öğretmen birim küpleri öğrencilerin görebileceği şekilde masaya koyar ve her bir öğrenciye etkinlikle ilgili birer çalışma yaprağı (ÇY4) dağıtır.
2. Öğretmen bir önceki etkinlikteki gibi öğrencilere denklem içeren sözel problemler sorar. Bu problemlerde de bilinmeyen devamlı değişmektedir.
3. “Ali’nin 5 tane oyun küpü var, daha sonra kardeşinden 2 oyun küpü daha almıştır, Bekir’inde 4 tane oyun küpü vardır. Bekir’e annesi bir miktar

oyun küpü verdiğinde Bekir ile Ali'nin oyun küpleri eşit sayıda oluyor. Bekir'in başlangıçta kaç oyun küpü vardır?"

4. Öğretmen, öğrencilere Ali'nin başlangıçta sahip olduğu küpleri gösterdiğini ifade ederek terazinin bir kefesine, 5 tane birim küp koyar. Daha sonra 3 tanede kardeşinin verdiğini söyleyerek aynı kefeye 2 birim küp daha koyar, terazinin diğer kefesine de Bekir'in başlangıçta sahip olduğu oyun küplerini gösterdiğini söyleyerek 4 birim küp koyar.
5. Öğrencilerine ÇY4'te de geçen "Terazinin dengede olması için ne yapmamız gerekir?" sorusunu sorar.
6. Öğretmen, öğrencilerin "3" cevabında karar kıldıklarında bu toplama işlemini sembolik olarak ÇY4'te uygun yere yazmalarını ister. Sonra herkesin sonuçları sınıfta tartışılır.
7. Öğretmen öğrencilere biraz süre tanıdıktan sonra tahtaya " $5 + 2 = 4 + \square$ " yazar. Öğretmen öğrencilerine bu ifade neyi gösteriyor diye sorar, sonra cevaplara göre açıklama yapar. Daha sonrada "Buradaki $\square$ annesinin Bekir'e verdiği oyun küplerinin sayısını gösteriyor." diye açıkladıktan sonra " $\square$ yerine kaç gelmesi gerekiyordu?" diye sorar.
8. Aynı işlemi bir de saydamlar yardımıyla tepegözde öğrencilerine gösterir (Şekil 3).
9. Aynı işlemler değişik sayıda birim küplerle ve bilinmeyenin yeri değiştirilerek tekrarlanır.



ŞEKİL 3

ETKİNLİK V: Ağırlık problemleri

Tanım: Öğrenciler geometrik şekillerin resimlerini kullanarak soyut ölçümler yapar ve hangi geometrik şeklin ağırlığının hangisine eşit olacağını bulurlar. Bunun için dengenin her iki tarafındaki şekillerin ağırlığının birbirine eşit olması gerektiği kuralını kullanırlar.

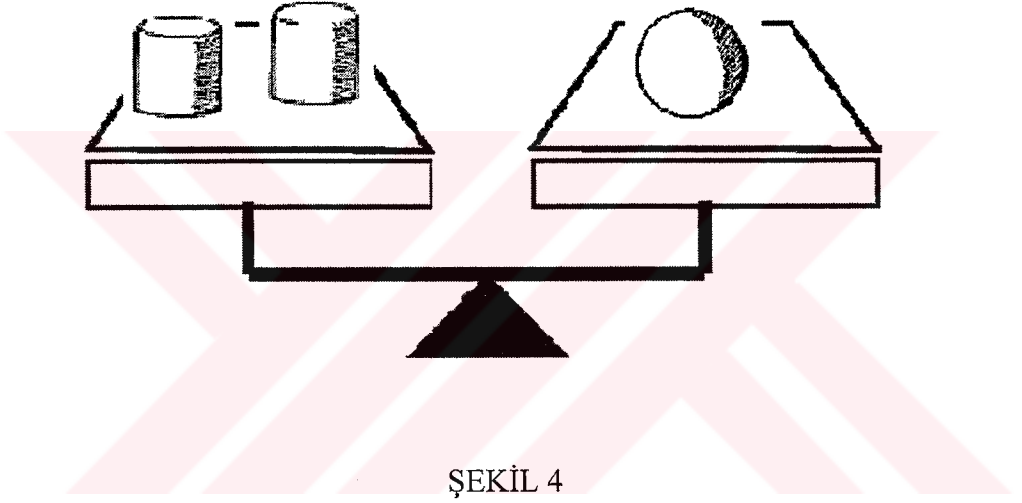
Amaç: Eşitlik veya dengenin anlamını geliştirmede değişik şekiller arasındaki eşitlik kavramını kullanabilirler. Bu da cebirde denklem çözümü için gerekli bir temeldir.

Materyaller: Terazî ve geometrik şekilleri içeren saydamlar, tepegöz, ÇY5

Dersin İşlenişi:

1. Öğretmen öğrencilerine geometrik şekillerin ağırlıklarının dengesiyle ilgili çalışma yaprağı (ÇY5) dağıtır. Aynı çalışma yaprağının saydamını tepegöz kullanarak sınıfta gösterir (Şekil 4).

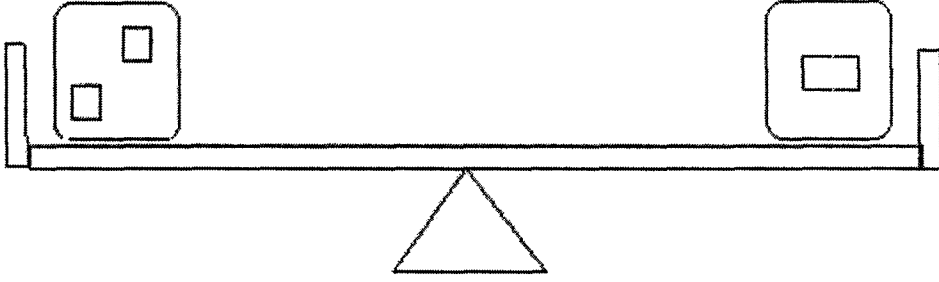
2. Öğretmen sınıfa bu saydamı göstererek, “Bu denge neyi ifade eder? Bu geometrik şekillerin birbiriyle ilişkisi hakkında ne söyleyebiliriz?” diye sorar.
3. Şekil 4 için öğrencilerden “2 silindirin ağırlığı 1 küpün ağırlığına eşittir” cevabını bekler, bu cevabı alabilmek için sınıfta bir tartışma ortamı yaratır.
4. Öğretmen önce öğrencilerin çalışma yaprağındaki soruları çözmelerini bekler sonra birlikte bulunan sonuçları tartışır.



EK C

Araştırmada Öğrencilere Dağıtılan Çalışma Yaprakları

ÇALIŞMA YAPRAĞI 1



Terazimizin sol kefesinde iki tane sarı LEGO parçası, sağ kefesinde de bir tane kırmızı LEGO parçası var.

1. Terazinin durumu hakkında ne söyleyebilirsiniz?

.....

2. Terazimizin sol kefesinde bir tane sarı LEGO parçası, sağ kefesinde de bir tane kırmızı LEGO parçası olsaydı terazinin durumu hakkında ne söyleyebilirdiniz?

.....

3. Kırmızı LEGO parçasının ağırlığı kaç sarı LEGO parçasının ağırlığına eşittir?

.....

4. Bu durumu sözel ve sembolik olarak yazınız.

.....

5. Kırmızı LEGO parçasının olduğu kefeye bir kırmızı LEGO parçası daha koysaydık denge için kaç sarı LEGO parçası gerekirdi?

.....

6. İki kırmızı LEGO parçasını dengelemek için kaç sarı LEGO parçası gerekir?

.....

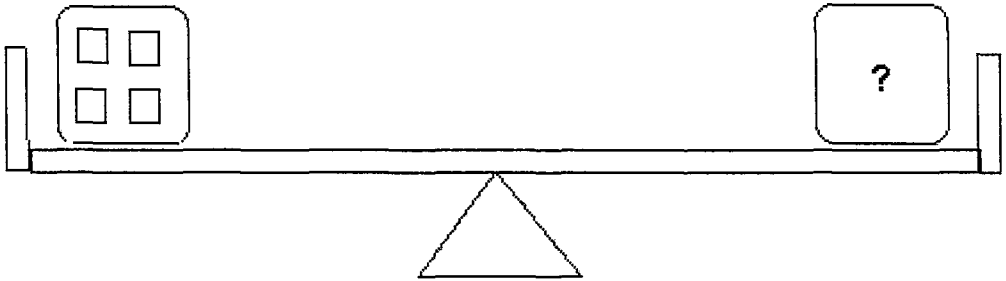
7. Üç kırmızı LEGO parçasını dengelemek için kaç sarı LEGO parçası gerekir?

.....

8. Sekiz sarı LEGO parçasını dengelemek için kaç kırmızı LEGO parçası gerekir?

.....

ÇALIŞMA YAPRAĞI 2



Terazimizin sol kefesine 4 tane birim küp koyalım.

1. Terazinin dengede olması için diğer kefeye kaç birim küp koymamız gerekir?

.....

2. Bu işlemdeki ilişkiyi sözel olarak ifade edebilir misiniz?

.....

3. Bu işlemdeki ilişkiyi sembolik olarak ifade edebilir misiniz?

.....

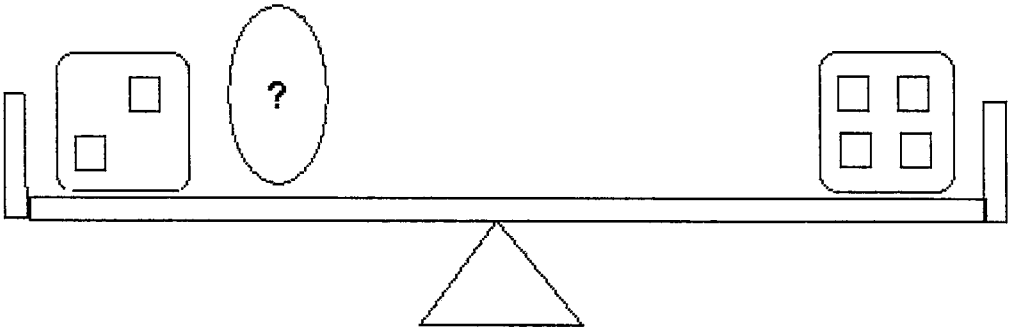
4. Terazinin kefelerinden bir adet birim küp alırsak ne olur?

.....

5. Terazinin kefelerine bir adet birim küp koyarsak ne olur?

.....

ÇALIŞMA YAPRAĞI 3



“Mert’in başlangıçta 2 kalemi var. Bir miktarda öğretmeni veriyor ve Mert’in 4 kalemi oluyor. Acaba öğretmeni Mert’e kaç kalem vermiştir?” Mert’in başlangıçta sahip olduğu küpleri ifade etmesi için terazinin sol kefesine 2 tane

birim küp koyulur. Diğer kefesine de Mert'in en son elinde bulunan birim küpleri temsil etmesi için 4 birim küp koyulur.

1. Terazinin dengede olması için ne yapmamız gerekir?

.....

2. Bu toplama işlemini sembolik olarak nasıl yazabiliriz?

.....

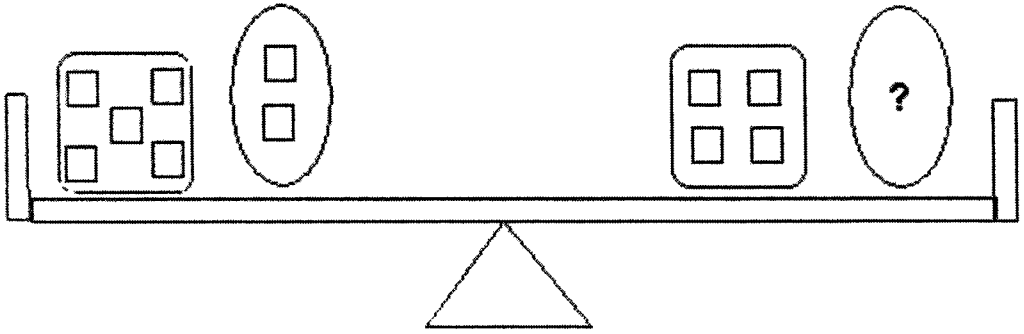
3. Mert'in başlangıçta 1 kalemi olsaydı toplam 7 kalemi olması için öğretmenin Mert'e kaç kalem vermesi gerekirdi?

.....

4. Bu toplama işlemini sembolik olarak nasıl yazabiliriz?

.....

ÇALIŞMA YAPRAĞI 4



“Ali'nin 5 tane oyun küpü var, daha sonra kardeşinden 2 oyun küpü daha almıştır, Bekir'inde 4 tane oyun küpü vardır. Bekir'e annesi bir miktar oyun küpü

verdiğinde Bekir ile Ali'nin oyun küpleri eşit sayıda oluyor. Bekir'in başlangıçta kaç oyun küpü vardır?"

Ali'nin başlangıçta sahip olduğu küpleri ifade etmesi için terazinin sol kefesine 5 tane birim küp koyulur. Daha sonra 2 tanede kardeşinin verdiği söylenerek aynı kefeye 2 birim küp daha koyulur, terazinin diğer kefesine de Bekir'in başlangıçta sahip olduğu oyun küplerini ifade etmesi için 4 birim küp koyulur.

1. Terazinin dengede olması için ne yapmamız gerekir?

.....

2. Bu toplama işlemini sembolik olarak nasıl yazabiliriz?

.....

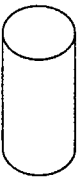
3. Ali'nin başlangıçta 3 oyun küpü olsaydı ve kardeşinden 7 tane daha oyun küpü alsaydı, Ali ile Bekir'in eşit sayıda oyun küpü olması için Bekir'e annesinin kaç oyun küpü vermesi gerekirdi?

.....

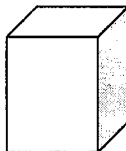
4. Bu toplama işlemini sembolik olarak nasıl yazabiliriz?

.....

ÇALIŞMA YAPRAĞI 5



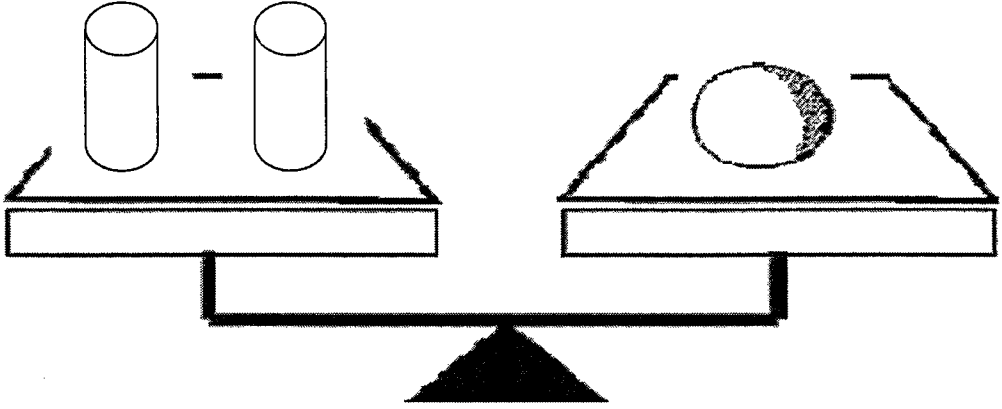
Silindir



Küp



Küre

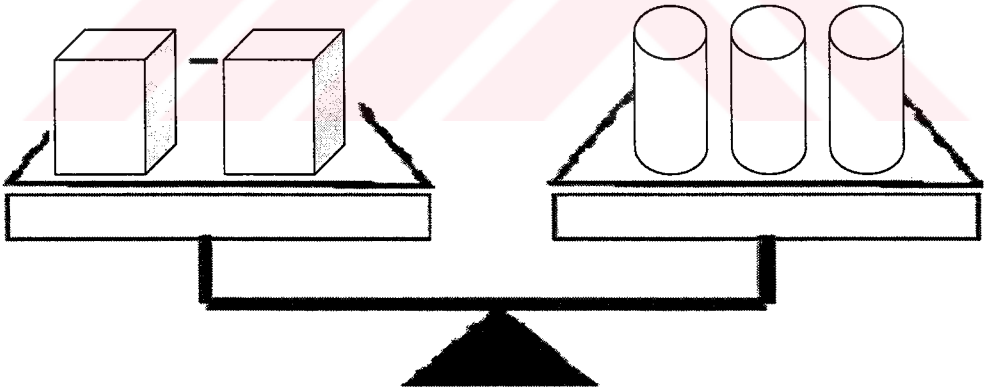


1. Bu denge neyi ifade eder?

.....

2. Bu geometrik şekillerin birbiriyle ilişkisi hakkında ne söyleyebiliriz?

.....



1. Bu denge neyi ifade eder?

.....

2. Bu geometrik şekillerin birbiriyle ilişkisi hakkında ne söyleyebiliriz?

.....