

T.C.
ABANT İZZET BAYSAL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ ANA BİLİM
DALI

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN
KESİRLERLE BÖLMEME İLİŞKİN KAVRAMSAL BİLGİ
DÜZEYLERİ

Yüksek Lisans Tezi

Hazırlayan:
Sabriye ARSLAN KILCAN

Danışman:
Yrd. Doç. Dr. Zülbiye TOLUK UÇAR

BOLU-2006

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ'NE

SABRİYE ARSLAN KILCAN'a ait İlköğretim Matematik Öğretmenlerinin Kesirlerle Bölmeye İlişkin Kavramsal Bilgi Düzeyleri adlı çalışma, jürimiz tarafından İlköğretim Anabilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Bilim Dalında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Akademik Unvan ve Adı Soyadı

İmza

Üye (Tez Danışmanı) : Yrd. Doç. Dr.Zülbiye TOLUK UÇAR

Üye : Doç. Dr. Soner DURMUŞ

Üye : Yrd. Doç. Dr. Mehtap ÇAKAN

Prof. Dr. Uğur ESER

Sosyal Bilimler Enstitüsü Müdürü

ABSTRACT

THE LEVELS OF ELEMENTARY MATHEMATICS TEACHERS' CONCEPTUAL KNOWLEDGE OF THE DIVISION WITH FRACTIONS

Sabriye ARSLAN KILCAN

Master Thesis

Elementary Mathematics Education

Advisor: Assist. Prof. Dr. Zülbiye TOLUK UÇAR

August 2006, 115 pages

The division with fractions is the most difficult topic of the elementary school mathematics. Studies showed that mathematics teachers have a limited knowledge of the division with fractions and lack of conceptual knowledge of this domain. Teachers' limited knowledge of the content may have a negative effect on students' learning.

The aim of this study is to determine how elementary school mathematics teachers interpret the division with fractions and how their interpretation affects their teaching. Participants of the study were four elementary mathematics teachers working in different schools. At the time of the study, two of the participants were teaching new elementary mathematics curriculum while the other two were teaching the old curriculum. Data collection consisted of two phases. First, four teachers'

lessons on the division of fractions were observed and then each teacher was interviewed individually.

The results of the study showed that the teachers' knowledge of the division with fractions was mostly procedural. Three of the four teachers oftenly focused on the use of invert and multiply rule, and had hard time in explaining why they used this rule and in providing an alternative algorithm. Two teachers interpreted the division situations as equal sharing and that's why, they were unable to provide a reasonable explanation for the situations in which the divisor was a fraction. In addition to equal sharing meaning of division, one of the teacher was able to think of the measurement meaning but was unable to apply this knowledge to the problem situations. Only one of the four teachers was able to interpret the given situations using both meaning of the division and apply this understanding alternatively when appropriate. Moreover, except one teacher, the rest of the teachers could not explain the relationships among the quantities involved in a division situation. This was evident in their explanations when asked to provide different strategies for estimating the remainder in a division situations. Only one teacher was able to provide four different strategies for estimating the remainder the others were not.

Results showed that three of the four teachers' knowledge of the division with fractions were at procedural level, one's was at conceptual level. The teaching of the teachers at the procedural level can be characterized as the teaching situations in which the procedural understanding can be developed. These teachers repeatedly emphasized the use of rules and paid almost no attention to how their students think. In contrast, the teacher with the conceptual knowledge paid more attention to her students' thinking and enabled them to develop their own strategies and understanding. This teacher's lesson on division with fractions lasted longer than the other teachers'.

Key Words: Elementary mathematics teachers, conceptual knowledge, division with fractions, pedagogical content knowledge.

ÖZET

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN KESİRLERLE BÖLMEME İLİŞKİN KAVRAMSAL BİLGİ DÜZEYLERİ

Sabriye ARSLAN KILCAN

Yüksek Lisans Tezi

İlköğretim Matematik Öğretmenliği Ana Bilim Dalı

Tez Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. Zülbiye TOLUK UÇAR

Ağustos 2006, 115 Sayfa

Kesirlerle bölme ilköğretim matematiğinin en zor konusudur. Yapılan araştırmalar öğretmenlerin kesirlerle bölme bilgisinin kısıtlı olduğunu ve kesirlerle bölme işlemini kavramsal olarak öğrenmediklerini göstermektedir. Öğretmenlerdeki konu alanı bilgisi eksikliği öğrencilerin öğrenmesinde olumsuz bir etkiye sahiptir.

Bu çalışmanın amacı; ilköğretim matematik öğretmenlerinin kesirlerle bölme işlemini nasıl yorumladıklarını ve öğretmenlerin kesirlerle bölme bilgilerinin öğretimlerine nasıl yansıdığını araştırmaktır. Bu amaçla farklı okullarda görevli olan dört ilköğretim matematik öğretmenin kesirlerle bölme konulu dersleri gözlemlenmiştir. Bu öğretmenlerden ikisi yeni matematik programının uygulandığı okullarda görev yapmaktadır. Daha sonra öğretmenlerle görüşmeler yapılmıştır.

Araştırmanın bulguları, öğretmenlerin çoğunun kesirlerle bölme bilgilerinin büyük ölçüde işlemsel düzeyde olduğunu göstermiştir. Araştırmaya katılan dört öğretmenden üçü ters çevirip çarpma kuralına odaklanmışlar fakat o kuralın neden öyle olduğu ile ilgili bir açıklama getirememişlerdir. İki öğretmenin bölme durumlarını yorumlamaları bölme işleminin eşit paylaşma anlamı ile sınırlı kalmıştır. Bu nedenle bölenin kesir olduğu durumlarda bölme işlemini açıklayamamışlardır. Araştırmaya katılan öğretmenlerden biri bölmenin eşit paylaşma anlamının yanında ölçme anlamını da düşünebilmiştir. Fakat bu bilgilerini farklı temsil biçimlerine dönüştürememiş, problem durumlarına uygulayamamıştır. Dört öğretmenden sadece biri verilen durumları bölmenin her iki anlamını da kullanarak yorumlamış ve farklı çözüm yolları geliştirebilmiştir. Ayrıca araştırmaya katılan öğretmenlerden üçü bir bölme işleminde farklı nicelikler arasındaki ilişkileri açıklayamamışlardır. Bu öğretmenler bir bölme işleminde kalanı tahmin etmeleri istendiğinde başarılı olamamışlardır. Sadece bir öğretmen kalanı tahmin etmede dört farklı strateji geliştirebilmiştir.

Araştırmanın bulguları araştırmaya katılan dört öğretmenden üçünün kesirlerle bölme bilgisinin işlemsel düzeyde olduğunu, bir öğretmenin ise kavramsal düzeyde olduğunu göstermiştir. Kesirlerle bölme bilgileri işlemsel bilgi düzeyinde olan öğretmenler öğretimlerinde öğrencilerine işlemsel öğrenmenin gerçekleşebileceği ortamlar sunmuşlardır. Bu öğretmenler öğrencilerinin nasıl düşündüklerini dikkate almadan, derslerinde sürekli kuralın ezberlenmesi gerektiğini vurgulamışlardır. Kesirlerle bölme bilgisi kavramsal bilgi düzeyinde olan bir öğretmen ise öğrencilerinin düşüncelerine daha fazla önem vermiş ve öğrencilerine kendi anlamalarını ve çözüm yollarını oluşturabilecekleri bir öğrenme ortamı hazırlamıştır. Bu öğretmenin kesirlerle bölme dersi diğer öğretmenlerin derslerinden daha uzun sürmüştür.

Anahtar Kelimeler: İlköğretim matematik öğretmenleri, kavramsal bilgi, kesirlerle bölme, pedagojik içerik bilgisi.

Anneme, Eşime ve Oğluma

TEŞEKKÜR

Sayın Yrd.Doç.Dr. Zülbiye TOLUK UÇAR’a araştırma boyunca gösterdiği rehberlik, anlayış ve eşsiz katkılarından dolayı sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Yüksek lisans eğitimim boyunca derslerini takip ettiğim ve bana matematik eğitimine farklı bir bakış açısı kazandıran Sayın Doç.Dr. Soner DURMUŞ’a sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Bilgi ve görüşlerini bizlerden esirgemeyen Sayın Yrd. Doç. Dr. Mehtap ÇAKAN’a ve Sayın Yrd.Doç.Dr. Bayram BIÇAK’a sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Yüksek lisans eğitimim boyunca derslerini takip ettiğim diğer bütün öğretim üyelerine de teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca yüksek lisans eğitimime başlamama sebep olan, eğitimim boyunca beni her zaman destekleyen ve yardımlarını benden hiç esirgemeyen, en çekilmez olduğum anlarda bile bana tahammül ederek bana sabırla yaklaşan eşim Murat KILCAN’a teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

ABSTRACT	iii
ÖZET	vii
İTHAF	vii
TEŞEKKÜR.....	viii
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	ix
TABLolar DİZİNİ.....	xi
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xii
BÖLÜM 1.....	1
GİRİŞ	1
1. 1. Problem Cümlesi ve Araştırma Soruları.....	7
1. 2. Çalışmanın Sınırlılıkları.....	7
BÖLÜM 2.....	8
KAVRAMSAL ÇERÇEVE	8
2. 1. Matematiksel Bilgi.....	8
2.2. Öğretmen Bilgisi.....	12
2. 2. 1. Pedagojik İçerik Bilgisi	14
2. 3. Kesirler ile İlgili Araştırmalar ve Sonuçları	21
2. 4. Bölme İşlemi ile İlgili Araştırmalar ve Sonuçları.....	24
2. 5. Kesirlerle Bölme İşlemi İle İlgili Araştırmalar.....	30
BÖLÜM 3.....	37
YÖNTEM.....	37

3.1. Katılımcılar	37
3. 2. Veri Toplama Aracı.....	38
3. 3. Veri Toplama Süreci	38
3. 4. Verilerin Analizi	41
BÖLÜM 4.....	43
BULGULAR	43
4.1. Çağla Öğretmen	43
4. 2. Yeliz Öğretmen.....	54
4. 3. Funda Öğretmen.....	69
4. 4. Hülya Öğretmen.....	82
4. 5. Öğretmenlerin Kesirlerle Bölmeyi Kavramsallaştırma Düzeyleri.....	94
BÖLÜM 5.....	989
TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER	99
5.1. Tartışma ve Sonuçlar.....	99
5. 2. Öneriler.....	105
KAYNAKÇA	107
EKLER.....	113
EK A: GÖZLEM FORMU.....	114
EK B: GÖRÜŞME SORULARI.....	115

TABLÖLAR DİZİNİ

Tablo 4. 1. Çağla Öğretmenin sembolik ifadelerdeki performansı	47
Tablo 4. 2. Çağla Öğretmenin sözel problemlerdeki performansı.....	52
Tablo 4. 3. Yeliz Öğretmenin sembolik ifadelerdeki performansı.....	58
Tablo 4. 4. Yeliz Öğretmenin sözel problemlerdeki performansı	67
Tablo 4. 5. Funda Öğretmenin sembolik ifadelerdeki performansı.....	75
Tablo 4. 6. Funda Öğretmenin sözel problemlerdeki performansı.....	80
Tablo 4. 7. Hülya Öğretmenin sembolik ifadelerdeki performansı	87
Tablo 4. 8. Hülya Öğretmenin sözel problemlerdeki performansı.....	92

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2. 1. Shulman'ın pedagojik içerik bilgisi tanımı.....	14
Şekil 2. 2. Matematiksel bilginin çeşitli temsilleri ve birbirine dönüştürülebilirliği.....	15
Şekil 4. 1. Çağla Öğretmenin dersinde çizdiği model.....	44
Şekil 4. 2. Yeliz Öğretmenin dersinde çizdiği model.....	56
Şekil 4. 3. Yeliz Öğretmenin $\frac{2}{5} \div 3$ işlemine çözümü.....	59
Şekil 4. 4. Funda Öğretmenin dersinde çizdiği model.....	70
Şekil 4. 5. Funda Öğretmenin öğrencisinin derste çizdiği model.....	73
Şekil 4. 6. Funda Öğretmenin $\frac{2}{5} \div 3$ işlemine çözümü.....	76
Şekil 4. 7. Funda Öğretmenin sözel probleme çözümü.....	81
Şekil 4. 8. Hülya Öğretmenin öğrencisinin derste çizdiği model.....	83
Şekil 4. 9. Hülya Öğretmenin $\frac{2}{5} \div 3$ işlemine çözümü.....	88
Şekil 4. 10. Hülya Öğretmenin $1\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{5}$ işlemine çözümü.....	89
Şekil 4. 11. Hülya Öğretmenin sözel probleme çözümü.....	93

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Eğitim alanında yapılan çalışmalara gün geçtikçe yenileri eklenmekte ve eğitimle ilgili konu alanı giderek zenginleşmektedir. Matematik eğitiminde de, matematiğin ne olduğu, ne ölçüde ve nasıl öğretilmesi gerektiği vb. konularda önemli düşünce değişiklikleri ve yenilikler olmaktadır. Günümüz dünyasında artık var olan yaklaşımların yerini oldukça farklı bir matematik öğrenimi ve öğretimi almaktadır (NCTM, 2000). Bu gelişmeler, matematiğin diğer derslerden, günlük hayattan kopuk, durağan bilgi ve becerilerin öne çıktığı bir disiplin olması yerine, öğrenciyi etrafındaki dünyayı araştırma ve varsayımlar yoluyla görmesini etkin kılacak problem çözme, nedensellik ve iletişim olarak algılanması gerektiğini göstermektedir.

Çağdaş bakış açıları, işlemlerin mekanik ezberlenmesi, algoritmalar, zihni sadece anlamsız bilgiyle doldurma gibi şeyleri aşmış matematik öğretmenleri ve öğrencilerinin analiz, sentez, problem kurma ve çözme, desen arama, zengin kavramsal anlama gibi derinlemesine matematiksel düşüncelerini desteklemektedir. Fakat Türkiye’de matematik eğitimi bu becerilerin kazandırılmasında yetersiz kalmaktadır. Örneğin TIMSS 1999 (MEB, 2003)’daki verilerde matematik testi sonuçlarına göre Türkiye sekizinci sınıf düzeyinde projeye giren 38 ülke arasında 31. sırada yer almıştır. Uluslar arası matematik ortalaması 487 iken Türkiye’nin matematik ortalaması 429 dur. Sekizinci sınıf öğrencilerinin sadece yüzde altmış beşi temel dört işlem becerilerinde başarılı olabilmişlerdir. Başka bir uluslararası çalışma olan PISA 2003’de de benzer sonuçlar ortaya çıkmıştır (MEB, 2004). Yirmi dokuz ülkenin katıldığı araştırmada Türkiye matematik alanında 423 ortalama puan ile 28. sırada yer almaktadır.

Matematiğin ne olduğu ve nasıl öğretilmesi gerektiği konularındaki son yıllardaki önemli düşünce değışikliklerine paralel olarak ve son yıllarda Türk öğrencilerinin matematikte sergilemiş oldukları başarısızlıkların bir nedeni olarak mevcut matematik programı görülerek, ülkemizde de öğretim programlarında bir takım yenilikler olmuştur. 2004'te 1- 5. sınıflar matematik öğretim programı, 2005'te de 6- 8. sınıflar matematik öğretim programı yenilenmiş, geleneksel programda bir takım köklü değışiklikler yapılmıştır.

Yeni öğretim programlarının hedefi, 1940'lardan beri takip edilen davranışçı yaklaşımı terk etmektir. Mevcut davranışçı yaklaşım belli bilgi ve becerilerin öğrencilere kazandırılmasında davranışları öne çıkarmaktadır. Davranışçı öğrenme yaklaşımı, gözlenebilir davranışlar üzerinde yoğunlaşmaktadır. Doğrudan gözlenemeyen veya daha az gözlenebilen öğrenme süreçlerinin davranışçı yaklaşımla ele alınması oldukça zordur. Özellikle soyut, karmaşık kavramların öğrenilmesinde kavram oluşturma, sonuç çıkarmanın öğrenilmesinde ve problem çözme becerilerinin geliştirilmesinde davranışçı yaklaşımın işlevsel olarak söyleyeceği çok fazla bir şeyi yoktur. Bu yaklaşımda öğrenme, çoğunlukla öğretmenin yönlendirdiği ve kontrol ettiği, öğrencinin alıcı durumunda olduğu bir süreçtir. Davranışçı eğitim anlayışında derslerin yapısı yoğun bir şekilde kitaplara dayanır, öğretmenler bilgi otoriteleri olarak çalışır ve öğrencilere düşüncelerini ve bilgilerini transfer etmeye uğraşırlar. Bu yaklaşımda öğrenci kaynaklı sorular, bağımsız düşünce veya etkileşim azdır. Öğrencinin amacı öğretmen tarafından açıklanan yöntemi veya kabul edilen açıklamayı aynen tekrarlamaktır (Özden, 2003). Sonuç olarak da davranışı ön plana çıkarma ezberci bir yaklaşıma neden olabilmektedir.

Yeni matematik öğretim programının dayandığı temel yaklaşım oluşturmacı öğrenme yaklaşımı ile uyum içindedir. Bu yaklaşımda amaç, kişinin bilgiyi özümsemede aktif rol alarak onu kendi zihinsel şemalarında yerli yerine oturtabilmesidir. Oluşturmacı yaklaşım, dışarıda bir yerde öğrenenden bağımsız bir bilgi olmadığını, sadece öğrenirken kendi kendimize yapılandırdığımız bilginin var olduğunu savunur. Oluşturmacı öğrenmede; öğretme değil öğrenme ön plandadır.

Öğrenci bilgiyi sorgular ve öğrenmede yaşantı önemli yer tutar. Öğrenme öğrencinin zihinsel yapıları üzerine kurulur. Öğretme, öğrencinin sadece ne öğrendiği ile değil nasıl öğrendiği ile de ilgilenir ve öğrencilere kendi deneyimlerinden öğrenme fırsatı sunulur. Öğretmenler öğrencilerin belli bir konudaki görüş ve fikirlerini anlamak için uğraşırlar.

Yeni matematik öğretim programında kavramsal bir yaklaşım izlenmekte, matematikle ilgili kavramların ve ilişkilerin geliştirilmesi vurgulanmaktadır. Kavramsal yaklaşım matematikle ilgili bilgilerin kavramsal temellerinin oluşturulmasına daha çok zaman ayırmayı ve böylece kavramsal ve işlemsel bilgiler arasında ilişkiler kurmayı gerektirmektedir. İşlemsel bilgi, sıradan problemleri ve alıştırma türü soruları çözmede kullanılan, kural ve işlemlerde izlenen yolları içeren bilgidir. Kavramsal bilgi, birey tarafından içsel olarak oluşturulmuş anlamlı ilişkilerdir. Sadece “nasıl”ı bilmekten çok “niçin”i de bilmektir. Kavramsal bilgide anlam önemlidir. Bu anlam kişinin var olan bilgilerini kullanarak yeni bilgiyi açıklamasıdır (Toluk & Olkun, 2003). Kavramsal bilginin işlemsel bilgiden daha önemli olduğu ya da bunun tersi düşünülmemelidir. Matematik öğrenmede hem işlemsel bilgiye hem de kavramsal bilgiye gereksinim vardır. Kavramsal bilgi işlemsel bilgiye anlam kazandırarak ona destek olur ve anlama da budur (Ersoy, 2003).

Programda anlamlı öğrenme, öğrencilerin bilgileri yalnızca hatırlamaları ve tanımları değil öğrendiklerinin arkasında yatan anlamı kavramaları hedeflenmektedir. Matematiği anlayarak öğrenme ve öğretme NCTM’nin de prensipleri arasındadır. Öğrenciler matematiği anlayarak, deneyimlerini kullanarak, eski bilgilerden yeni bilgiyi etkin olarak oluşturarak öğrenmelidir. Kavramları ve işlemleri anlamadan ezberleyen öğrenciler bildiklerini ne zaman ve nasıl kullanacaklarından genellikle emin değildir ve bu tip öğrenmeler çabuk unutulur. Anlayarak öğrenme sonraki öğrenmeleri de kolay kılar. Öğrenciler yeni bilgi ile var olan bilgi arasında bir anlam bağı kurarlarsa matematik anlamlanır (NCTM, 2000).

Matematik eğitiminde diğer önemli bir unsur da öğretmendir. Öğrenciler matematiği öğretmenlerin sağladığı deneyimlerle öğrenir. Öğrencilerin matematiği

anlayışları okulda karşılaştıkları öğretimlerle şekillenir. Öğretmenin sınıfta ne yaptığı öğrencilerin matematiğe ilişkin inançlarını etkilemektedir. Aynı zamanda öğretmenlerin matematiğe ilişkin inançları sınıfta ne yaptıklarını etkilemektedir (Aksu, Demir& Sümer, 1998). TIMSS 1999 (MEB, 2003) projesinde başarı ölçülerinin yanı sıra öğrencilere ve öğretmenlere uygulanan anket sorularıyla da pek çok bilgi toplanmıştır. TIMSS öğretmen anketi sonuçlarına bakıldığında, öğretmenlerin önemli bir bölümü, matematiği soyut bir konu olarak görmekte, algoritmalar ve kurallar kümesi olarak öğretilmesi gerektiğini düşünmektedir. Öğrenci anketi sonuçları da öğretmenlerin, sınıflarında matematik öğretimi ile ilgili düşündükleri gibi davrandıklarını doğrulamaktadır. Öğrencilerin %86'sı yeni konuya başlarken yapılan etkinliklerle ilgili olarak öğretmenin kuralları ve tanımları açıklaması ile başladığını söylemiştir. Türk öğrencilerin uluslararası düzeydeki araştırmalarda göstermiş oldukları düşük performanslarının bir nedeni de öğretmenler olabilir. Matematik öğretimi ile ilgili böyle düşüncelere sahip olan öğretmenlerden sınıflarında desen arama ve bulma, kanıtlama gibi üst düzey matematik becerilerini öğretmeye, kavramsal anlamaya yönelik bir ders işlemesi beklenemez.

Öğretmenlik mesleği için yeterlik kriteri olarak, bir uçta konu alanı bilgisi – ne öğreteceğini bilmek-, diğer uçta pedagoji ve yöntem bilmek- nasıl öğreteceğini bilmek- önemli görülmektedir. Ancak araştırmalar yeterli olabilmek için en azından, öğretilecek konuyu iyi bilmek ve belli konuların en iyi nasıl öğretileceği konusunda uzmanlık kazanmak gerektiği üzerinde durmaktadır. Öğretmen hem konu ile ilgili bilgiyi hem de öğrencilerin hangi alanlarda zorlandığını ve bu zorlukların üstesinden gelmek için ne tür köprülerin öğrencilere yardımcı olacağını bilmelidir. Bu da pedagojik içerik bilgisi olarak adlandırılmaktadır (Shulman, 1986). Pedagojik içerik bilgisi öğretme ve öğrenme stratejileriyle içeriği bir araya getiren tek bilgi türüdür.

Yapılan araştırmalar öğretmenlerin konu alanı bilgisi eksikliğinin yaygın olduğunu göstermiştir (Ball, 1990; Simon, 1993). Öğretmenlerdeki bu bilgi eksikliği, öğrencilerin öğrenmesinde olumsuz bir etkiye sahiptir (Ball, 1990). Konu alanı bilgisi yetersiz olan öğretmenler genellikle kavramların ve ilişkilerin eksik

tanımlamasını verir. Böyle öğretmenler öğretmen merkezli, sıkı kontrollü, öğrencilerin sorularının önlendiği ve öğrenci katılımının cesaretlendirilmediği öğrenme ortamları hazırlar. Sınırlı matematik bilgisine sahip olmak öğretmenin sınıftaki etkisini azaltır. Bu yetersizliklerin bir sonucu olarak, öğrencileri eksik bilgilerle yetiştir. Öğretmenler bir konuyu derinlemesine anladığında kavramayla ilgili etkinlikler seçer. Öğretim aşamasında daha esnek, etkileşimli, öğrenci merkezli, tartışmaya dayalı bir tutum sergiler (Shulman, 1987). Bu da öğrencilere olumlu biçimde yansır. Çünkü öğretmen bilgisi ve öğrenci başarısı arasında pozitif bir ilişki vardır (Monk, 1994). Özet olarak, öğretmenler etkili olmak için öğrettikleri matematiği derinlemesine anlamak ve bilmek zorunda olup, bu bilgilerini öğretim aşamasında kullanabilmelidir (NCTM, 2000).

Kesirlerle bölme, öğrencilerin matematiksel gelişimlerinde temel olan konulardan biridir. Bu yüzden öğretmenler diğer matematiksel kavramlarda olduğu gibi kesirlerle bölmede de derinlemesine, kapsamlı bir anlamaya sahip olmalıdır. Kesirlerle bölme işlemi ilköğretim matematiğinin en zor konusudur (Ma, 1999). Bu konu matematiğin iki konusunun (bölme ve kesirler) kesişimi içerisinde yer alır. Kesirler ilköğretim matematiğinin en soyut konusudur ve matematik programında yer alan pek çok konuya (ondalık kesirler, rasyonel sayılar, oran orantı vb.) temel olmaktadır. Tam sayılarla bölme öğrenci ve öğretmenler için önemli derecede zordur ve kesirlerin kullanımı bu kavramı daha da karışık bir hale getirir (Simon, 1993; Ma, 1999). Bu nedenle kesirlerle bölme işlemi öğretmenler ve öğrenciler için kavramsal yeterlilik gerektirmektedir.

Kesirlerle bölme işlemi yapılırken en çok kullanılan iki algoritma, ters çevirip çarpma ve ortak payda algoritmalarıdır. İşlemsel açıdan kolay ve pratik olması nedeniyle ters çevirip çarpma algoritması ortak payda algoritmasına göre daha çok tercih edilir. Kolay olması nedeniyle de, ters çevirip çarpma algoritması ile bölme işlemi öğrencilere ezberletilerek verilir. Öğrenciler verilen alıştırmaları bu algoritma ile hatasız olarak yaparlar fakat nedenini sorgulamazlar.

Baturo ve Nason'a göre (1996), başarılı bir hesaplama anlamının gerçekleştiğini göstermez. Matematikte bir konuyu bilmek demek, çözümler üretmek, belli bir hesaplama yönteminin neden çalıştığını, neden doğru çözümü verdiğini ve matematiğin farklı kavramlarının birbiriyle nasıl bağlantılı olduğunu görmek demektir. Çünkü, matematiği anlama süreci matematiği sorgulamayı gerektirir.

Yapılan araştırmalar, öğretmenlerin kesirlerle bölme bilgisinin kısıtlı olduğunu göstermiştir. Öğretmenler kesirlerle bölme işlemi kavramsal öğrenmeden uzak olarak alışlagelmiş prosedürlerle öğrenmiştir (Simon, 1993; Ball, 1990; Lubinski & Fox, 1998; Tirosh & Graeber, 1989). Alışlagelmiş prosedürlerden fazlasını öğrencilerine öğretmek isteyen öğretmenler, matematikle ilgili önceki deneyimlerinden farklı yollarla bu konuları algılamalıdır.

Etkili matematik öğretiminin temel amacı, öğrencilere matematikle ilgili bilgi ve becerileri gerekli olan durumlarda kullanabilecekleri ve gerektiğinde yeni bilgilere uyarlamada aktarabilecekleri anlamda kazandırmaktır. Bu temel amacı gerçekleştirebilmek birçok unsurun dikkate alınmasıyla mümkündür. Ancak etkili öğretimi sağlamada en önemli rol öğretmenlere düşmektedir.

Öğrenciler için soyut ve anlaşılması güç bir konu olan kesirlerde Türkiye'de yapılan araştırmalar, öğrencilerin kesirler konusu ile yaşadığı güçlüklerin belirlenmesi çerçevesindedir. Kesirler ya da kesirlerle işlemlerde öğrencilerin zorlanmasının nedenlerinin neler olabileceği ya da öğretmenlerin kesirleri ve kesirlerle işlemleri nasıl algıladığı, öğretimlerine nasıl yansıttığı ile ilgili herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır. Öğrencilerin matematiği anlayışlarında, öğretmenin rolü düşünüldüğünde kesirler ve kesirlerle işlemlerle ilgili öğretmenlerle yapılacak olan çalışmaların gerekli olacağı ve bu sayede aday öğretmenlerin bilgilerini genişletmelerine ve değiştirmelerine yardımcı olacak öğretimsel müdahaleler de geliştirilebileceği düşünülmektedir.

1.1. Problem Cümlesi ve Araştırma Soruları

Matematik öğretmenleri kesirlerle bölme işlemini nasıl yorumlamaktadırlar ve öğretmenlerin kesirlerle bölme bilgisi öğretimlerine nasıl yansımaktadır?

Araştırmada bu problem cümlesine bağlı olarak aşağıdaki araştırma sorularına yanıt aranmıştır.

1. Öğretmenler bölme işleminin anlamını nasıl yorumlamaktadırlar?
2. Öğretmenler kesirlerle bölme bilgilerini değişik temsil biçimlerine dönüştürebiliyorlar mı?
3. Öğretmenlerin sözel problem durumlarında ve sembolik durumlarda bölmeyi anlamalarında fark var mıdır?
4. Öğretmenlerin kesirlerle bölme bilgilerinde ve öğretimlerinde yeni öğretim programının etkisi var mıdır?
5. Öğretmenlerin kesirlerle bölme bilgilerinin niteliği/düzeyi öğretimlerini nasıl etkilemektedir?

1. 2. Çalışmanın Sınırlılıkları

1. Araştırma Bolu ili Merkez ve Gerede ilçesine bağlı 4 ilköğretim okulunda görevli dört matematik öğretmeni ile sınırlıdır.

2. Araştırma 2005- 2006 eğitim öğretim yılı ile sınırlıdır.

BÖLÜM 2

KAVRAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde matematiksel bilgi, öğretmen bilgisi ve özellikle pedagojik içerik bilgisi tartışılacaktır. Daha sonra kesirler, bölme işlemi ve kesirlerle bölme işlemi ile ilgili araştırmalar ve sonuçlarına değinilecektir.

2. 1. Matematiksel Bilgi

Bilgi, bir bireyin dış dünyadaki olayları algılama, işleme, değerlendirme, muhakeme etme sonucunda zihninde ürettiği anlamdır. Bu tanım biraz açılacak olursa bilgi ile ilgili şu temel niteliklerin bilinmesi gerekir.

Bilgi, insanın kendisi tarafından yapılandırılır.

Bilgi, kesin değildir, değişken bir yapıya sahiptir.

Bilgi, bir birikim sonucu oluşur.

Bu tanım gereğince matematiksel bilgiyi gruplandırarak olursak; matematiksel bilgi kavramsal ve işlemsel bilgi olmak üzere iki türdür (Ersoy, 2003).

Kavramsal bilgi, birey tarafından içsel olarak ve o anda sahip olduğu bilgiye bağlı olarak oluşturulmuş ilişkilerden oluşur (Toluk & Olkun, 2003). Kavram bilgisi çok çeşitli ve farklı kavramların ilişkileriyle birbirlerine zincirleme bağlıdır. Kavram bilgilerinin genişlemesi bilgi parçaları arasındaki yapı bağlarının artmasından meydana gelir. Kavramsal bilgiyi bir zincir halkasına benzetirsek, her bir halka bir bilgi içerir. Birbiriyle bağlantılı bilgi genişledikçe dahil olduğu zincir halkası genişleyecek, dolayısıyla bağlı olduğu bilgi parçası güçlenecektir. Her bir halka daha anlamlı olacağından zincirin temsil ettiği kavram anlamlılık kazanacaktır (Hiebert & Lefevre, 1986). Kavramsal bilgi sadece kavramı tanımak veya kavramın

tanımını ve adını bilmek değildir. Kavramsal bilgide kavramlar arasındaki ilişkinin kurulması gerekmektedir. Kavramın taşıdığı anlam anlaşıldığı sürece kavramsal bilgi gerçekleşir. Kavramsal bilgide anlam önemlidir. Bu anlam kişinin mevcut bilgilerini kullanarak yeni bilgiyi açıklamasıdır. Böylece yeni matematiksel bilgiler var olan eski bilgilere eklenir, yeni bilgi eski bilgiyle uygun bir şekilde ilişkilendirilebilir ve kişi tarafından içselleştirilir.

İşlemsel bilgi, rutin matematiksel soruları yapmakta kullanılan kural ve işlemlerle, matematiksel bilgiyi temsil etmekte kullanılan sembollerini içerir ve aralarında mantıksal bağlar olma zorunluluğu yoktur (Toluk & Olkun, 2003). Hiebert ve Lefevre (1986)'ye göre de işlemsel bilgi, formal dil ya da matematiği sembollerle temsil etme sistemi ve matematiksel görevleri tamamlamak için gerekli algoritmalar ya da kurallardan oluşur. Matematiksel semboller konunun yüzeysel özelliklerini verir fakat anlamını vermez. İşlemsel bilgide matematiksel sembol sistemini, problemleri çözmek için kullanılan bağıntıları ve işlemleri bilmek gerekir. Örneğin ondalık sayıların çarpım kuralı verildiğinde bu anlamlı olmayan bir işlem bilgisidir. İşlemsel öğrenme işlemleri taşıdığı anlamları ile değil kural niteliğinde ezberlemeyi tercih eder. İşlemsel bilgilerin kural niteliğinde ezberlenmesi, kavramsal temellerinin kazanılmaması ve işlemsel bilgi ile kavramsal bilgi arasında ilişki kurulmaması modellerin oluşturulamamasına, işlemlerin nerede kullanılacağına karar verilememesine sebep olmaktadır. Gerçekten bazı öğrenciler dört işlemi yapabildikleri halde, bu işlemlerle problem çözmede büyük zorluk çekmektedirler. Bunun nedeni mekanik olan işlemlerin ezberlenmiş fakat işlemlerin anlamlarının öğrenilmemiş olmasıdır (Baykul, 2002).

Kavramsal temelleri tam olan bir öğrenci, işlem bilgilerinin sadece nasıl yapıldığını değil, aynı zamanda niçin yapıldığını da bilir. Kavramsal öğrenmede öğrencilere bilgilerin doğrudan aktarılması değil, gerekli kavramları sorgulama, tartışma yoluyla matematik bilgilerinin öğrenci tarafından zihninde oluşturulması sağlanır. Öğrenciler bilgileri kavramsal olarak öğrendikten sonra gerektiği yerde bu bilgiyi işlem olarak kullanabilir. Fakat bu bilgi öğrenciye doğrudan işlemsel bilgi

olarak verildiğinde öğrenci bu bilgiyi ezberleyecektir. Ezberlediği bilgiyi de gerektiği zaman ya unutmuş olacak ya da eksik hatırlayacaktır.

Amerika Birleşik Devletlerinde Eğitimde İlerlemenin Ulusal Değerlendirilmesi (National Assessment of Education Progress, 1982)’

araştırmasından alınan bir örnek: $\frac{12}{13} + \frac{7}{8}$ işleminin sonucunu öğrencilerden yaklaşık

olarak hesaplamaları istenmiştir ve cevap şıkları olarak

a) 1 b) 2 c) 19 d) 21 e) Hiçbiri

verilmiştir (Hiebert & Lefevre, 1986). Bu soruya öğrencilerden sadece %24’ü doğru yanıt verebilmiştir ve en çok karşılaşılan cevap şıkları 19 ve 21 olmuştur. Burada öğrenciler soruyu cevaplarken kavram bilgisini kullanamamıştır. Verilen kesirlerin 1 den küçük olduğu düşünülseydi, asla c ve d şıkları işaretlenmezdi.

TIMSS 1999’da 8. sınıf öğrencilerine sorulmuş bir geometri sorusunda ise dik kenar uzunlukları 2 cm ve 3 cm olan bir dik üçgen ve kısa kenarının uzunluğu 4 cm, uzun kenarının uzunluğu 6 cm olan bir dikdörtgen verilmiştir. Verilen dikdörtgeni kaplayabilmek için kaç tane dik üçgene gereksinim olduğu sorulmuştur. Bu soruya Türkiye’den katılan öğrencilerin ancak %30’u doğru yanıt verebilmiştir. Bu oranla Türkiye 31. sırada yer almıştır. Bu sorunun uluslararası ortalaması %46’dır. Türkiye bu soru ile de ortalamanın oldukça altında yer almıştır. Bu soruda öğrencilerin sadece dik üçgen ve dikdörtgenin alan formülünü bilmeleri yetmemektedir, soruda bunları kullanması gerektiğini de bilmelidir. Bir başka deyişle öğrencilerin alan kavramını içselleştirmiş olmaları gerekmektedir (Olkun & Aydoğdu, 2003).

Baki ve Kartal (2002), çalışmalarında kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebir bilgilerini değerlendirmişlerdir. Araştırma sonuçları çoğu öğrencinin cebirsel bilgilerinde kavramsal ve işlemsel bilgilerin dengeli olmadığını, işlemsel bilgilerin ağırlıklı olduğunu ortaya koymuştur. Kavramsal bilgiye sahip olan öğrencilerin işlemsel bilgilerinin de gelişmiş olduğunu, buna karşın kavramsal bilgiye sahip olmayan öğrencilerde işlemsel bilginin de olmadığını belirtmektedir.

Buradan işlemsel bilgilerin gerekli olmadığı veya kavramsal bilgilerin daha önemli olduğu sonucu çıkarılmamalıdır. Aksine her iki tür bilgide farklı işlevlere sahiptir ve matematik öğrenmede her iki tür bilgiye de gereksinim vardır. Kavramsal bilgi, işlemsel bilgiye anlam kazandırarak ona destek olur ve anlama da budur.

“Prensipler ve Standartlar” (NCTM, 2000) adlı kitaptaki okul matematiği vizyonu öğrencilerin matematiği anlayarak öğrenmesi temeline dayanır. Matematik öğrenme, anlamayı, kavramları uygulamayı, teknik ve algoritmaları ezberlemenin yerine, öğrencilerin matematiksel beceriler geliştirmesini, araştırma becerisini, tahmin, mantıksal muhakeme etmeyi, rutin olmayan problemlerin çözümü için çeşitli matematiksel yöntemleri etkili olarak kullanma yeteneğini gerektirir. Bu nedenle matematik, algoritmaları ve prosedürleri düşüncesizce uygulamanın, herhangi bir şey üretmeden bir ayna gibi kendine gelenleri ustalıkla geriye yansıtmanın tersine problem çözme ve anlam oluşturma ile ilgilidir.

Matematik öğretiminin amacı genel olarak şöyle ifade edilebilir: Kişiyi günlük hayatın gerektirdiği matematik bilgi ve becerileri kazandırmak, ona problem çözme öğretmek ve olayları problem çözme yaklaşımı içinde ele alan bir düşünce biçimi kazandırmaktır (Altun, 2002). Bir diğer deyişle kendi kendini idare edebilen öğrenenler yetiştirmektir diyebiliriz. Anlayarak öğrenme de bu amacı destekler. Fakat matematiği anlamadan öğrenme okul matematik öğretiminin uzun yıllar boyunca genel bir çıktısı olmuştur. Aslında anlamadan öğrenme 1930’lardan beri gelen bir problemdir ve eğitimciler- psikologlar arasında yıllarca tartışılan , araştırma yapılan bir konu olmuştur. Matematik gibi kompleks konularda yeterli olmak için bilgiyi esnekçe kullanmak, öğrenilenleri bir durumdan diğerine uygulayabilmek gereklidir. Araştırmaların en güçlü bulgularından biri, kavramsal anlamının yeterliliğin en önemli bileşenlerinden olduğudur (NCTM, 2000).

Yeni matematik öğretim programlarında, matematik öğretimi ve öğrenmede anlamlı öğrenme amaçlanmaktadır (MEB, 2004). Öğrencilerin bilgileri yalnızca hatırlamaları ve tanımları değil, öğrendiklerinin arkasında yatan anlamı kavramaları hedeflenmektedir. Matematik doğruluğu su götürmez, gözü kapalı öğrenilmesi gereken bir takım kural, işlem, teoremler yumağı olarak değil, her noktası tartışmaya

açık, doğruları irdelenebilen bir çalışma olarak işlenmeli, öğrenci bilineni irdeme, yeni çözümler arama, yeni ilişkiler bulma etkinliği içine girme fırsatı bulmalıdır. Öğrenci ancak öyle bir etkinlik içinde matematiği benimser ve anlayarak öğrenir (Yıldırım, 1996).

2.2. Öğretmen Bilgisi

Öğretmen, öğretme ve öğrenme süreçlerinin temel öğelerinden biridir. Öğrenciyle devamlı etkileşim halinde bulunan, eğitim programını uygulayan, öğretimi yöneten ve hem öğrencinin hem de öğretimin değerlendirmesini yapan kişidir. Öğretmenin nitelikleri, bu süreçlerin niteliğini de büyük ölçüde etkilemektedir.

Yeterlik, mesleki yönden bir mesleğin başarılı bir biçimde yürütülebilmesi için sahip olunması gereken nitelikleri (bilgi, beceri, tutumlar) ifade etmektedir (Şişman, 2000). MEGEP kapsamında MEB ve YÖK tarafından belirlenen öğretmen yeterlikleri şu şekilde listelenmiştir:

1. Konu Alanı ve Alan Eğitime İlişkin Yeterlikler

Konu Alanı Bilgisi

Alan Eğitimi Bilgisi

2. Öğretme-Öğrenme Sürecine İlişkin Yeterlikler

Planlama

Öğretim Süreci

Sınıf Yönetimi

İletişim

3. Öğrencilerin Öğrenmelerini İzleme, Değerlendirme ve Kayıt Tutma

4. Tamamlayıcı Mesleki Yeterlikler

Bu dört grup içinde yer alan yeterlikler, öğretmenlerin hizmet öncesi eğitimlerinde alan, meslek ve genel kültür boyutlarında yetişmelerinin destekler nitelikte görülmektedir. Halen görev başında olan öğretmenlerin de hizmet içi eğitim yoluyla istenilen bu niteliklere sahip olmaları öngörülmektedir.

Shulman (1987), iyi bir öğretmende en az yedi bilgi kategorisinin olabileceğini ifade etmektedir. Bu kategorileri şunlardır:

İçerik bilgisi

Pedagojik içerik bilgisi (çocukların yanlış anlamalarına yönelik analogiler ve temsiller)

Genel pedagoji bilgisi (yönetim ve organizasyon)

Program bilgisi

Öğrenen kişilerin bilgisi (çocuk gelişim teorileri)

Eğitimsel içerik bilgisi (grupla çalışma, sınıf içi gruplar)

Eğitimsel sonuçların, amaçların, değerlerin ve onların tarihsel ve felsefi temelleri

McNamara (1991)'ya göre ise öğretmenin sınıftaki becerileri iki şekilde incelenebilir:

Öğretmenin öğretim sürecindeki becerileri: Çeşitli ve uygun öğretim yöntemlerini bilme, dersi planlama, öğretim materyallerini etkili kullanma ve öğrencilerin öğrenmelerini değerlendirmede uygun yöntemler kullanma ile ilgili becerilerdir. Bütün bu beceriler ise genel pedagoji bilgisi ile ilgilidir.

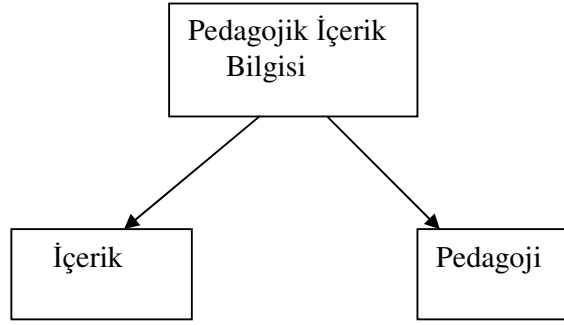
Öğretmenin becerileri ayrıca konu bilgisi ile de ilgilidir. Bu iki durumun meydana gelmesiyle pedagojik içerik bilgisi ortaya çıkar.

Pedagojik içerik bilgisi öğretme ve öğrenme görüşü ile içeriği bir araya getiren tek bilgi türüdür. Öğretmenler hem konu ile ilgili bilgiyi bilmeye, hem de öğrencilerin hangi alanlarda zorlandığını ve bu zorlukların üstesinden gelmek için ne tür köprülerin öğrencilere yardımcı olacağını bilmelidir (NCTM, 2000).

Burada matematik öğretmenlerinin kesirlerle bölme işlemini nasıl yorumladıkları ve öğretim aşamasında bunu öğrencilere nasıl yansıttıkları incelendiğinden öğretmenlerin sahip olması gereken bilgilerden pedagojik içerik bilgisi üzerinde özel olarak durulacaktır. Pedagojik içerik bilgisi, öğrencilerin matematiği anlayarak öğrenebileceği uygun öğretimsel ortamlar düzenleme yeterliğine sahip olmada öğretmenler için gerekli bilgiyi anlamak açısından önemlidir. Bir sonraki bölümde pedagojik içerik bilgisi daha ayrıntılı ele alınacaktır.

2. 2. 1. Pedagojik İçerik Bilgisi

Öğretmenlerin öğretim için içerik bilgisi Shulman (1986) tarafından pedagojik içerik bilgisi olarak adlandırılmıştır. Bu bilgi sadece öğretmen tarafından sağlanabilen içerikle, pedagojinin özel bir karışımı olarak tanımlanmıştır.



Şekil 2. 1. Shulman'ın pedagojik içerik bilgisi tanımı

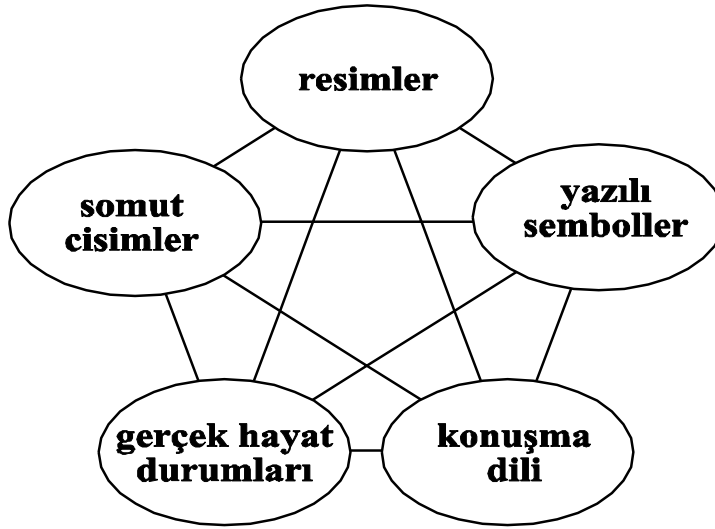
Öğretmenlerin pedagojik içerik bilgisi, öğrencilerinin düşüncelerinin bilgisini, etkinliklerin ve temsil biçimlerinin nasıl kullanılacağını anlamayı içerir. Pedagojik içerik bilgisinin üç bileşeni vardır (Staley, 2004). Bu bileşenler şunlardır:

1. Temsil biçimleri (representations)
2. Etkinlikler (activities or tasks)
3. Öğrenci düşüncelerinin bilgisi (knowledge of student ideas)

1.Temsiller:

Temsil etme, etkinlikleri esnasında deneyimlerini geliştirmek ve farklı yollar araştırmak için öğrencinin problem durumlarını farklı biçimlere dönüştürme sürecidir (Hall, 1996). Shulman (1986) temsil biçimlerini resimler, çizimler, örnekler, metaforlar, açıklamalar, benzetmeler, modeller olarak ifade etmektedir. Matematiksel bilgi değişik şekillerde ifade edilebilir. Genel olarak 5 değişik temsilden bahsedilebilir. Bunlar somut cisimler, gerçek hayat problemleri, resimler, yazılı semboller ve konuşma dilidir (Toluk & Olkun, 2003). Şekil 2. 2'de birbiriyle

ilişkili olan bu beş farklı temsilin şematik gösterimi verilmiştir. Dikkat edilirse, her bir temsil şekli bir başka temsile dönüştürülebilir.



Şekil 2. 2. Matematiksel bilginin çeşitli temsilleri ve birbirine dönüştürülebilirliği
(Kaynak: Van De Walle, 1998, akt. Toluk & Olkun, 2003)

Öğrencilerin anlamlı matematik öğrenmeleri bilgiyi farklı ortamlarda uygulayabilmeleri, kavramlar arası ilişkiyi kurabilmeleri, bilgiyi çeşitli temsil biçimlerine dönüştürebilmeleri ile yakından ilgilidir (MEB, 2004). Etkili bir öğretmen öğrencilerinin bilgilerini arttıran ve destekleyen, bilginin değişik biçimdeki temsillerini bulabilmeli ve ne zaman etkili olduğunu belirleyebilmelidir.

Yeni İlköğretim Matematik Programında (2004) temsil biçimleri ile ilgili olarak şu ifadelere yer verilmektedir. “İletişim, öğrencilerin sezgiye dayalı bilgileriyle soyut matematik dili ve sembolleri arasında köprü kurmada önemli bir rol oynar. Aynı zamanda iletişim, matematiksel düşüncelerin fiziksel, resim, grafik, sembolik, sözel ve zihinsel temsilleri arasında önemli bağlar kurmasında anahtar rol oynar. Öğrenciler bir temsil biçiminin birden fazla durumu gösterdiğini anladığı zaman, matematiğin gücünü takdir etmeye başlar. Ayrıca, bir problemi temsil etmenin bazı yollarının diğerlerinden daha kolay ve etkili olduğunu gördüğünde

matematiğin yararlarını ve esnekliğini takdir eder. Böylece öğrenciler, matematikte bir problemi çözmenin ve temsil etmenin birden fazla yolu olduğunu farkına varır.” Programda matematiksel bilgiyi temsil etme ile ilgili aşağıdaki becerilerin geliştirilmesi vurgulanmaktadır;

- Somut model, şekil, resim, grafik, tablo gibi temsil biçimlerini kullanarak matematiksel düşünceleri ifade edebilme,
- Günlük dili, matematiksel dil ve sembollerle ilişkilendirebilme.

Bir öğretmenin gelişimi, konuyla ilgili bilgiyi farklı yönlerde anlayabilme yeteneğini geliştirmesi ile ilgilidir. Çeşitli temsil biçimlerini kullanabilen öğretmenler, öğrencilerinin de sınıfa getirdiği temsil biçimlerini yakalayabilirler (Staley, 2004). Matematiksel bilgiyi farklı biçimlerde ifade edebilen öğrenciler ve öğretmenler problem çözümlerinde farklı çözüm olasılıklarını düşünebilirler.

2. Etkinlikler:

Etkinlik, bilgiyi bir problem ortamına taşıma ve bilgiye bu problemin çözümü sonucunda ulaşmaktır. Her etkinlik bir problem olmak zorunda değildir. Bazen bir bilginin pratik bir uygulaması üzerinde çalışmak, bazen bir oyun, bilinen bir bağıntının geometrik bir uygulamasını yapmak da etkinliktir (Sinoplu, Olkun & Ekmekçi, 2003). Etkinlikler ya da ödevler öğrencilerin kavramları ya da ilişkileri anlamalarını; problemleri çözerken farklı temsil biçimlerini araştırmalarını sağlar. Etkinlikler öğrencilerin matematiğe olan ilgisini ve merakını artırır. Bu ilgi ve merak sayesinde öğrenciler pek çok beceriyi zorlanmadan, kendi kendine deneyerek kazanır.

Öğrencileri sadece etkinliklerle canlandırmak etkili öğretim için yeterli değildir. Öğretmenler dersle ilgili etkinlikleri seçmekte önemli role sahiptir. İyi seçilmiş etkinlikler, öğrencilerin merakını canlandırır ve matematik yaptıklarında kendilerine güvenmelerini sağlar. Bu etkinlikler öğrencilerin gerçek dünya deneyimleri ile ilintili olabilir ya da sadece matematiksel olabilir. Öğrencilerin kavramsal ve işlemsel bilgiler arasında bağlantılar kurmaları için zengin etkinlikler geliştirilmeli, öğrencilere meydan okuyacak ve öğrenciler arasında tartışmalara

neden olacak işler verilmelidir. Öğretmenler ayrıca etkinliğin hangi yönünün önemli olduğuna, bunu nasıl organize edeceklerine ve öğrencilerin çalışmalarını nasıl organize edeceklerine, çeşitli düzeylerde öğrencilere nasıl sorular soracaklarına, onların düşünme süreçlerini üstlerine almadan, onları düşünme sürecinden uzaklaştırmadan nasıl destekleyeceklerine de karar vermelidir (NCTM, 2000).

3. Öğrenci Düşüncelerinin Bilgisi:

Son yıllarda yapılan araştırmalar matematiksel bilginin bir bireyden diğerine aktarılamayacağını, yeni bilgilerin oluşması için bu bilgilerin var olan bilgi birikimleriyle ve deneyimlerle desteklenmesi gerektiğini ortaya koymuştur. Öğrenciler kavramları, işlemleri, bunlar arasındaki ilişkileri kendilerine aktarıldığı şekliyle öğrenmezler. Anlamli bir öğrenmenin gerçekleşebilmesi için öğretmenlerin, öğrendikleri gibi öğretmekten vazgeçmeleri, öğrenme ve öğretme ile ilgili inançlarını değiştirmeleri gerekir (Fennema ve Carpenter, 1996). Öğretmenler, bir takım kurallar aktarmak yerine öğrencilerin aktif çabasıyla matematiksel düşüncelerini oluşturabileceği ortamlar sağlamalıdır.

Bilişsel Temelli Eğitim, öğretimde öğrencilerin matematiksel düşüncelerini temel alan bir yaklaşımdır. Öğretmenlerin bir konuda, öğrencilerinin düşünceleri hakkında bilgi ve inançları ile öğrencilerin öğrenmeleri arasında pozitif bir ilişki vardır (Fennema ve Carpenter, 1996). Sınıflarında bu yaklaşıma göre hareket eden öğretmenler öğrencilerinin matematiksel düşüncelerini öğretimde kritik bir unsur olarak görürler. Bu öğretmenler öğrencilerine değer verildiğini hissettirerek, güvenli bir atmosferde öğrencilerinin problem çözümlerini ve düşüncelerini anlayana kadar sorgularlar, sürekli değerlendirmeler yaparak dersin akışını öğrencilerin ihtiyaçları doğrultusunda değiştirirler (Vacc ve Bright, 1999). Yani Bilişsel Temelli Eğitimde, öğretmenin görevi matematik eğitimi sürecinde kuralları göstermek veya anlatmak değil öğrencilerin düşüncelerini ortaya koymaları için gerekli ortamı hazırlamaktır.

Yapılan bir araştırmada bir ilkökul öğretmeni sınıfında uyguladığı yöntemlerle öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ortaya çıkarmış ve geliştirmiştir (Fraivillig, Murphy ve Fuson, 1999; Fraivillig, 2001). Kullandığı bu yöntemlerin

birbiriyle ilişkili üç bölümü vardır; ortaya çıkarma, destekleme ve geliştirme. Bu bölümler ard arda sıralanmazlar. Bu bakımdan kesin sınırlarla birbirinden ayırmak mümkün değildir. Ortaya çıkarma bölümünde öğretmen öğrencilerini bir problemle karşı karşıya bırakır, bu problem için her türlü çözüm yöntemini düşünmelerini ister. Bunun için öğrencilerine;

Bu problemi başka bir yoldan çözen var mı?

Arkadaşınızın yaptığından farklı bir şey yapan var mı?

Problemin çözümünde farklı bir yol (parmaklarınız, sayı doğrusu vb.) kullanabilir misiniz?

gibi sorular yöneltir. Öğrencilerinin çözümleri ile ilgili açıklamalarını bekler, dinler ve ek sorular sorarak düşüncelerini ayrıntılı açıklamalarına yardımcı olur. Hataların özellikle üzerinde durarak dersin içeriğini öğrencilerinin açıklamalarına göre düzenler. Destekleme bölümünde, probleme benzer daha önce çözdükleri basit bir problem hatırlatma, ön bilgilerini hatırlatma, bütün çözüm yöntemlerinin sembolik ifadelerini tahtaya yazma vb. yollarla öğrencilerinin öğrenmelerini ilerletmelerine yardımcı olur. Geliştirme bölümünde; öğrencilerini genellemeler yapmaya özendirme, tüm çözüm yollarını tahtada listeleme, öğrencileri tek tek alternatif çözüm yolları denemeye yönlendirme vb. yollarla öğrencilerinin kapasitelerini genişletir. Bütün bunlarla öğrencilerinin probleme alternatif çözümler üretmelerini, genellemelere ulaşmalarını sağlar. Öğrenci kendi matematik bilgisini kendisi oluşturduğu için ilişkisel anlaması güçlenerek, yeni ve farklı problem durumlarına çözüm üretmesi daha kolay olacaktır.

Öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ortaya çıkarmak ve geliştirmek için sorulan her soru öğrenciyi harekete geçirmeyebilir, bunun için doğru sorular seçmek gerekir. Sıradan matematik derslerinde sık sık sorulan “Ne buldun?”, “Nasıl buldun?” gibi soruların yanında öğrencilerin düşüncelerini tam ve ayrıntılı ortaya çıkarmaya ve anlamaya yönelik sorular da sorulmalıdır. Bu soruları modelleme, mantıksal analiz, anlam çıkartıcı, iyileştirici ve özetleyici olmak üzere beş grupta inceleyebiliriz (Schiellack, Chancellar ve Childs, 2000). Modelleme öğrencinin dikkatini görsel veya sembolik ifadelere çekerek önemli özellikleri görmelerini sağlar. Mantıksal analiz soruları öğrencilerin çözümlerindeki nedenleri

araştırmalarını sağlar. Neden? Nasıl karar verdin? vb. Anlam çıkartıcı sorular öğrencinin elindeki verilerden tahminlerde ve genellemelerde bulunmasına yardımcı olur. İyileştirme soruları farklı çözüm yöntemlerini karşılaştırmalarını ve en iyi çözümü bulmalarını sağlar. Özetleyici sorular genellemelere ulaşmalarını ve bazı matematiksel ilişkileri bulmalarını sağlar.

Fennema ve Carpenter (1996) çalışmalarında Bilişsel Temelli Eğitim programına katılan 21 ilköğretim öğretmeninin inançlarındaki ve öğretimlerindeki değişiklikleri incelemişlerdir. Öğretmenlerin katıldığı bu program, öğretmenlerin öğrencilerinin matematiksel düşüncelerinin gelişimini anlamalarını sağlamayı amaçlamaktadır. Çalışma süresince 18 öğretmenin inançlarında ve öğretimlerinde önemli değişiklikler olmuştur. Öğretmenlerin öğretimlerindeki değişikliklerin doğrudan öğrencilerin başarılarını etkilediği görölmüştür. Her bir öğretmen için çalışmanın sonunda kavramlarda ve problem çözmede sınıf başarısının yükseldiği görölmüştür. Öğretimlerinde öğrencilerinin düşüncelerine daha çok yer veren öğretmenler başarılı olmuşlardır.

Turner ve Rossman' ın (1997) matematiksel düşünceyi destekleme ile ilgili çalışması, matematik programının bir parçası olan matematiksel anlamı oluşturma, öğrencilerin akıl yürütme becerilerini geliştirebilme, işbirliği içinde çalışma prensiplerini kazandırabilme aşamalarında ortaöğretim matematik öğretmenlerinin karşılaştıkları zorlukları içermektedir. Ayrıca matematik kurallarını daha çok düşünmeye yönelik bir hale getirerek, öğrencilerin birer matematik düşünürü gibi kendi düşüncelerinden seçilmiş etkinliklerle destekleyerek matematik tüm öğrencilerin anlayabileceği bir ders olarak sunulmuştur. Araştırma sonuçlarına göre, birçok öğretmen öğretim modelleri eksikliğinden, örneklerin yetersizliğinden, matematik öğretimının nasıl düzenleneceğini bilmediklerinden dolayı bu hususları öğrencilere aktaramadıkları ve onlarla iletişim sağlayamadıkları gözlenmiştir.

Özet olarak öğretmenlerin pedagojik içerik bilgisi öğretmenlerin kendi matematiksel bilgilerini kullanarak öğrencilerinin matematiksel düşüncelerini yorumlamayı ve öğretimlerini bu yönde düzenlemeyi içerir. Matematik öğretmenleri, matematiksel bilgilerini kullanarak öğrencilerinin hareketlerini ve ifadelerini

yorumlamalıdır ve buna göre öğrencilerinin öğrenecekleri matematikle ilgili kararlar alabilmelidir (Staley, 2004). Öğretmenlerin etkili olmaları için öğrettikleri matematiği iyice anlamaları ve bilmeleri gerekir. Matematikte bir konuyu bilmek, çözüm üretme anlayışı edinmek, belli bir hesaplama yönteminin neden çalıştığı, neden doğru çözümü verdiği ve matematiğin farklı kavramlarının birbiriyle nasıl bağlantılı olduğunu bilmek olarak düşünülebilir. Bir öğretmen konu ile ilgili yeterince bilgiye sahipse farklı açıklamalar ve örnekler bulması kolay olacaktır. Öğretmenlerin konu ile ilgili bilgisi, ders içerisindeki öğretimsel davranışlarını etkilemektedir.

Silverman (2005), pedagojik ve matematiksel bilginin üniversite derslerinden okuldaki öğretim uygulamalarına transferini anlamak amacıyla yaptığı çalışmada 3 hizmet öncesi öğretmeni incelemiştir. Bu öğretmen gelişimi deneyi yalnızca katılımcıların matematiksel gelişimi ile ilgili değil öğretmenlerin profesyonel gelişimlerini de daha iyi anlama ile ilgilidir. Bu çalışma bir öğretmenin matematiksel bir kavramı nasıl anladığı öğretimsel diyalogunu etkileyecektir inancını esas almıştır. Çalışmanın başında öğretmenlerin fonksiyon kavramındaki durumlarını anlamak için ön değerlendirme yapılmıştır. Bu değerlendirmenin sonucunda öğretmenlerin fonksiyon kavramını anlama durumları iki kategoride incelenmiştir; ezberlenmiş bir tanımlı söyleme girişimi ve geleneksel öğretim sonucu oluşan bir düşünce (fonksiyon bir sayıyı başka bir sayıya dönüştüren bir şeydir). Hizmet öncesi öğretmenler fonksiyon konusu ile ilgili bir ders planlamışlar ve öğretim yaparken kaydedilmişlerdir. Bu ilk ders planlarında ve öğretimlerinde çok az bir anlama, ezber prosedürler ve formüller görülmüştür. Hizmet öncesi öğretmenlerin fonksiyonu anlamalarını incelemek, önemli gelişimsel anlamaların nasıl geliştirilebileceğini anlamak için çalışmanın öğretimsel aşamaları düzenlenmiştir. Çalışmanın son aşamasında öğretmenler tekrar bir ders planlamış ve öğretim yapmışlardır. Hizmet öncesi öğretmenler çalışmanın sonunda bir öğretmenin öğrettiği konu alanı ile ilgili derinlemesine bir anlamaya sahip olmanın önemini ve planlarında matematiksel anlamaya odaklanmanın önemini fark ettiklerini belirtmişlerdir. Öğretmenlerin derslerinde, matematiksel ve pedagojik anlamalarında önemli değişiklikler görülmüştür.

Öğretmen adaylarının fakülte sıralarında öğretim yöntemlerinin kuramsal ve uygulamaya dönük niteliklerini anlaması yetmemektedir aynı zamanda bunları bir model içinde tanıması ve yaşaması gerekmektedir. Öğretmen adaylarından kavramsal anlamayı sağlayacak şekilde öğretmesi isteniyorsa bu işi yapmadan önce kendisinin öğreteceği matematiği kavramsal olarak öğrenmesi üniversite eğitimi sırasında sağlanmalıdır. Eğitimi boyunca geleneksel yaklaşımlar dışında farklı deneyimlerle tanışmayan bir öğretmenin öğrendiği gibi öğretmesi kaçınılmazdır.

2. 3. Kesirler ile İlgili Araştırmalar ve Sonuçları

Kesirler sayma sayılarından oldukça farklıdır. Çevremizdeki çoklukları sayarak belirleyebilir ve bir doğal sayı ile gösterebiliriz. Örneğin “sınıfta 15 öğrenci var” dediğimizde bir sayma işleminden bahsedebiliriz. Fakat kesirleri sayma işlemi ile üretemeyiz. Bölme ve ölçme yaparak kesirleri oluştururuz. Bu nedenle kesirler doğal sayılardan farklıdır. Ayrıca bir kesri gösterebilmek için iki doğal sayıya ihtiyaç vardır. Doğal sayılar “kaç tane?” sorusuna yanıt olurken, kesirler “ne kadar?” sorusuna yanıttırlar. Bu nedenle kesirler konusu çocuklar için soyut ve zor bir konudur (Toluk & Olkun, 2003).

Kesirlerin öğrenilmesinin ve öğretilmesinin zor olmasının bir başka nedeni ise kesirli ifadelerin değişik anlamlara gelebilmesidir. $\frac{a}{b}$ sembolünün farklı anlamları şu şekilde verilmiştir (Toluk, 2002).

- Parça-Bütün Anlamı: $\frac{a}{b}$ kesri bir parça bütün ilişkisini gösterir.
- Bölüm Anlamı: $\frac{a}{b}$ kesri bir bölme işleminin sonucunu gösterir.
- Oran Anlamı: $\frac{a}{b}$ kesri bir a niceliğinin b niceliğine kıyaslanmasını gösterir.
- Ölçme Anlamı: Ölçüm olarak rasyonel sayılar bir ölçme işleminin sonucunu gösterirler.

- İşlemci (Operatör) Anlamı: Rasyonel sayılarla çarpma işleminin kuralını belirtir.

Kesir öğretiminde kullanılabilecek birçok model vardır. Alan modelinde, kesir sayısı bir bölgenin belli bir parçası olarak somutlaştırılır. Küme modelinde, bir kümede bulunan nesnelerin bir bölümü temsil edilir. Sayı doğrusu modeli, kesir sayısını soyut bir gerçek sayı olarak nitelendirir. Her kesir bir sayıdır ve sayı doğrusu üzerinde bir noktaya karşılık gelir. Öğrencilerin nesnelerin eşit paylaşımı ile ilgili hem yaşantılarından hem de sezgisel bilgileri vardır. Bu temel üzerine alan ve küme modelleri kullanılarak kesir kavramı inşa edilebilir. Öğrencilerin her durumda bir kesri anlayabilmeleri yani onun değişik anlamlarını kavrayabilmeleri için değişik problem durumlarında deneyim kazanmaları gerekir. Sağlam bir kesir kavramının temelleri kesrin değişik anlamlarının öğrencide somutlaşması ile gerçekleşir (Toluk & Olkun, 2003).

Türkiye’de kesirlerle ilgili yapılan çalışmalar oldukça azdır ve öğrencilerin kesirler konusu ile yaşadığı güçlüklerin belirlenmesi çerçevesindedir (Ersoy&Ardahan, 2003; Haser & Ubuz, 2002). Kesirlerin öğrenilmesi konusunda yapılan incelemelerde, öğrencilerde karşılaşılan en yaygın kavram yanlışları şu şekilde ifade edilmiştir (Ersoy&Ardahan, 2003).

- Öğrenciler, kesrin sembolik gösterimi a/b ’yi bir tek sayı olarak algılamakta güçlük çekip farklı anlamları ve değerleri olan iki sayı olarak kavramaktadırlar.
- Öğrenciler paydaları farklı kesirleri toplarken, kesirlerin pay ve paydalarını ayrı ayrı toplayıp sıra ile pay ve payda olarak ifade etmektedirler.
- Öğrenciler, kesirleri (küçükten büyüğe ya da büyükten küçüğe) sıralarken, doğal sayıları sıraladıkları gibi davranmaktadırlar. Örneğin, paydaları farklı birim kesirleri sıralarken, öğrenci bir kesrin büyüklüğü ile paydasının büyüklüğü arasında ters bir ilişki olduğunu kavramamış olup yanlış yapmaktadır.

- Sayı doğrusu üzerinde, verilen basit veya tam sayılı bir kesre denk gelen noktayı gösterememektedirler.

Haser ve Ubuz (2002), öğrencilerin kesirler konusunda sahip oldukları bilgi ve becerileri kavramsal ve işlemsel durumlarda kullanma performanslarını incelemişlerdir. Öğrencilerin aynı hedefi farklı durumlarda ölçen kavramsal performansa yönelik sorularda sorunun içerdiği kesir çeşitlerine göre farklı performans gösterdikleri tam sayılı kesir içeren sorularda ise en düşük performans gösterdikleri görülmüştür. İşlemsel performansa yönelik sorularda ise farklı tipte kesirler arasındaki çarpma ve çıkarma işlemlerinde toplama işlemine göre daha düşük performans gösterdikleri görülmüştür. Öğrencilerin kesir tanımı ve gösterimleri ile ilgili durumlarda eş parçalara ayırma kuralını göz ardı ettikleri ve kesirlerle işlemlerde doğal sayılarda edindikleri işlem alışkanlıklarını devam ettirme eğilimleri gözlenmiştir.

Aksu (1997), Türk öğrencilerin farklı biçimlerde (sembolik, sözel problem, kavramsal) sunulan kesir problemlerindeki performanslarını incelemiştir. Sembolik biçimde sunulan problemlerde sözel problemlere ve kavramsal düzeydeki sorulara göre daha başarılı oldukları gözlenmiştir. Bu bulgudan öğrencilerin derslerde kesirleri sembolik bir yaklaşımla öğrendiklerini ve kavramsal düzeyde öğrenemedikleri sonucu çıkarılabilir.

İlk ve orta okul öğrencilerin sözel problemlerin çözümündeki yanılgılarının teşhisi (Ardahan, H. , Sulak, H. Ve ark. ,1999) adlı projede pek çok yanılgının yeterli kavram eğitimi yapılmamasından ortaya çıktığı, ilköğretim birinci kademede görülen kesir ve ondalık kesir kavramı yanılgılarının ilköğretim ikinci kademede de devam ettiği ve kalıcı olduğu belirlenmiştir (akt. Ersoy&Ardahan, 2003).

Son yıllarda kesirler konusunda yapılan araştırmalardan elde edilen bulgular, birçok matematik konusunda olduğu gibi hesaplamaya ve kurala yönelik öğretimin çocukların kesirleri öğrenmesini zorlaştırdığını göstermektedir (Toluk, 2002). Bunun yerine öğrencilerin daha önceki deneyimlerinden faydalanarak, model oluşturmaları için fiziksel nesneler kullanarak, çocukların matematiksel

düşüncelerine dayalı olarak kesirlerle ilgili matematiksel fikirler oluşturmaları sağlanabilir (Steencken&Maher, 2003).

Steencken ve Maher (2003) 'in öğrencilerin kesirlerle ilgili ne bildiklerini öğrenmek için yapılmış çalışmalardan farklı olarak yapmış oldukları çalışmaları, kesirlerle ilgili işlemleri bilmeyen öğrencilerin, öğrenci merkezli bir yaklaşım dikkate alarak, materyal kullanmaları ve yeni matematiksel fikirler oluşturmaları temeline dayanır. Araştırmacılar 4. sınıf öğrencilerini, matematiksel düşünce ve strateji oluşturmalarını sağlamak için problemlerle karşılaştırmıştır. Çocukların düşüncelerini söyleyebileceği, sınıf içinde dolaşp diğer gruplarla bulduklarını tartışabilecekleri bir ortam oluşturulmuş ve model oluşturmaları için fiziksel nesneler kullanılmıştır. Çocuklarla yapılan görüşmelerde kesir fikrini, kesirlerde denklik, karşılaştırma, toplama, çıkarma, çarpma ve bölme ile ilgili fikirler keşfettikleri görülmüştür. Öğrencilerin somuttan soyuta geçiş yaparak kesirlerle sayılar gibi çalıştıkları gözlenmiştir.

2. 4. Bölme İşlemi ile İlgili Araştırmalar ve Sonuçları

Matematik eğitimi araştırmacıları tarafından genel olarak iki bölme modeli olduğu ifade edilmektedir.

a) Eşit Paylaşım: Bu tür bölme problemlerinde grup sayısı bilinmemekte fakat grupların büyüklüğü bilinmemektedir. Bir kümede bulunan elemanların sayısını eşit gruplara ayırmaktır (Toluk& Olkun, 2003). Örneğin $9 \div 3$ işlemi, “9 portakal 3 tabağa paylaştırıldığında her birine kaçar tane düşer?” sorusunun cevabıdır. Cevabın bulunmasında portakallar tabaklara bitinceye kadar birer birer paylaştırılır. Sonuç her bir tabaktaki portakal sayısını ifade eder.

$$\text{Parçalar} / \text{Gruplar} = \text{Grup başına parçalar}$$

b) Ölçme: Bölmenin bir diğer anlamı ise ölçmedir. Bu tür bir bölme probleminde ise grup büyüklüğü bilinmemekte fakat grup sayısı bilinmemektedir (Toluk& Olkun, 2003). Örneğin $9 \div 3$ işlemi “9 portakal her birinde 3'er tane olacak

şekilde tabaklara konulduğunda kaç tabak kullanılır?” sorusunun cevabıdır. Cevap bulunurken 9 portakal 3’er 3’er gruplara ayrılır. Elde edilen grupların sayısı, sorunun cevabını verir. Bölüm bir tam sayı ise bu model bir tekrarlı çıkarma olarak da görülebilir.

Parçalar / Her gruba düşen parçalar = Gruplar

Yapılan araştırmalar, çoğu insanın çarpma ve bölme ile ilgili sözel problemleri çözmede zorlanmalarına neden olan yanlış anlamalara sahip olduğunu göstermiştir (Fischbein ve ark., 1985; Graeber, Tirosh & Glover, 1989; Tirosh & Graeber, 1989). Bu işlemlerle ilgili ortak yanlış anlamalar “ çarpma büyütür”, “ bölme küçültür”, “ bölen bölünenden küçük olmalıdır” şeklindedir. Fischbein ve arkadaşları (1985), bu yanlış anlamaların çarpma ve bölme için temel modellerden kaynaklandığını düşünmektedir.

Fischbein ve arkadaşları (1985), eşit paylaşım modelinin üç kısıtlamaya sahip olduğunu belirtmektedir: Bölen bölünenden küçük olmalıdır, bölen bir tam sayı olmalıdır, bölüm bölünenden küçük olmalıdır. Ölçme modelinde ise tek kısıtlama “ bölünen bölenden büyük olmalıdır” şeklinde ifade etmişlerdir. Çocuklar tarafından öğrenilen ilk yorumlamalar onların zihinsel davranışlarında güçlü ve değişmez olma eğilimi göstermektedir. Bu modellerde değişime karşı oldukça dirençlidir. Tirosh ve Graeber (1989), “ bir ondalık sayıyı bölmek için virgülü hareket ettir ve bölüneni tam sayı olarak yaz” gibi prosedürel kurallarında böyle yanlış anlamaları (kaynağı olmasa da) destekleyebileceğini ifade etmektedir.

Yapılan araştırmalar, hizmet öncesi öğretmenlerin de aynı yanlış anlamalara sahip olduğunu göstermektedir (Graeber, Tirosh & Glover, 1989; Tirosh & Graeber, 1989). Graeber, Tirosh ve Glover (1989), çalışmalarında hizmet öncesi öğretmenlere Fischbein ve arkadaşlarının (1985) 10- 15 yaş arası çocuklara yönelttiği soruları yöneltmişlerdir. Çalışmanın sonuçları öğretmenlerin çocuklarla aynı yanlış anlamalara sahip olduğunu göstermiştir. Öğretmenlerin sadece %13 ‘ü tüm problemlere çözüm için doğru ifade yazabilmiştir. Öğretmenler verilen bölen

bölünenden büyük olduğunda bölen ve bölünenin yerlerini değiştirmişlerdir. Bu da hizmet öncesi öğretmenlerin yarının öğretmenleri olarak öğrenme- öğretme döngüsü içinde çarpma ve bölme ile ilgili yanlış kavramaları ve yanlış anlamaları devam ettirebileceğini göstermiştir.

Öğrenci ve öğretmenlerin bir bölme problemi ile karşılaştıklarında başvurdukları ilk model eşit paylaşma modelidir (Fischbein ve ark.,1985; Graeber, Tirosh & Glover, 1989; Tirosh & Graeber, 1989; Ball, 1990; Simon, 1993). Ayrıca hizmet öncesi öğretmenler bölmenin eşit paylaşma modeline uygun problemlerde daha başarılıdır (Graeber, Tirosh & Glover, 1989).

Tirosh ve Graeber (1989), hizmet öncesi öğretmenlerin bölmedeki yanlış anlama durumları ve hesaplamalarının sonuçları arasındaki tutarsızlıkla karşılaştırma yoluna giderek yanlış anlamayı destekleyen kaynaklarla ilgili bilgi sahibi olmayı düşündükleri çalışmalarında ön test sonucu bölme işlemi ile ilgili hesaplamayı doğru yapan ancak “bölme küçültür” yanılışına sahip olan öğretmenlerle görüşme yapmıştır. Çalışmanın sonunda öğretmenlerin çoğunun bölmenin eşit paylaşım anlamını verdiği ve çoğunun bölmenin küçülttüğü yanılışına sahip olduğu görülmüştür. Öğretmenlerin çoğunluğunda verilen bölme sözel problemlerinde bölüneni bir tam sayı olarak düşünme girişi olmuştur. Küçük bölünenlerin verildiği bazı bölme problemlerinde bölüneni daha büyük yapmak için bölünenin birimini değiştirmişlerdir. Katılımcıların sadece % 60 ı yanlış anlamaların farkına varabilmiştir.

Hizmet öncesi öğretmenler bölmeyi bilinçli olarak eşit paylaşma ya da ölçme olarak düşünememektedirler. Simon (1993) çalışmasında, öğretmen adaylarından 51’i 4’e bölerek çözülebilecek, cevapları $12\frac{3}{4}$, 13 ve 12 olan 3 sözel problem yazmalarını istemiştir. Öğretmen adayları 13 yanıtına uygun sözel problem yazmada diğerlerine göre daha fazla zorlanmışlardır. 13 cevabını bulabilmek için ölçme anlamına uygun bir problem oluşturma becerisi gerekmektedir. Öğretmen adayları belirli bir model seçtiklerinden habersiz olarak her durum için eşit paylaşma anlamını kullanmışlardır.

Graeber ve Baker (1991), çalışmalarında 3- 8. sınıf seviyesinde 3 ders kitabı serisi incelemişlerdir. Tüm bölme sözel problemlerini (eşit paylaşma- ölçme olarak sınıflandırarak) hesaplamışlar ve öğretmen kitaplarındaki açıklayıcı notları ve önerileri de analiz etmişlerdir. 3 seride de bölmenin eşit paylaşma anlamı ölçme anlamına göre sözel problemlerde daha kapsamlı kullanılmıştır. Öğrenci ve öğretmenlerin ölçme anlamına pek aşına olmamalarının bir nedeni de bu olabilir. Ya da farklı bir açıdan bakarsak bu kitapları da hazırlayanların öğretmenler ya da öğretmen yetiştiricileri olduğu düşünülürse kitaplarda incelenen sorularda eşit paylaşma anlamının daha kapsamlı kullanılması şaşırtıcı değildir. Sürekli eşit paylaşımlı bölme problemleri üzerine çalışan bir öğrenci bölme için bunun bir paylaşırma eylemi olduğu şeklinde öğrenciyi sınırlayabilecek bir anlayış geliştirebilir. Ayrıca çalışmanın sonuçları, kitaplarda öğrenci ve öğretmenlerde bölme ile ilgili var olan yanlış anlamaların giderilmesine yönelik çalışmaların olmadığını da göstermiştir.

Hizmet öncesi öğretmenler bölmenin ölçme yorumuna aşına olmadıklarından bir ondalık sayı ya da kesir böleni olan bir bölme ifadesini açıklayamamaktadırlar (Ball, 1990; Simon, 1993; Ma, 1999). Ball (1990), öğretmen adaylarının bölme bilgisini üç durumda incelemiştir; kesirlerle bölme, sıfıra bölme ve cebirsel denklemlerle bölme. Araştırma sonuçları, öğretmen adaylarının bölme bilgilerinin büyük ölçüde işlemsel olduğunu, açıklamalarının bölme kavramının temeli ile ilgili olma eğilimi göstermediğini ortaya koymuştur.

Öğrencilerin ve öğretmen adaylarının bölme problemlerini çözerken kalanları yorumlamadaki yetersizliği de birçok araştırmacı tarafından ortaya konulmuştur (Silver, Mukhopadhyay & Gabriele, 1992; Cai & Silver, 1993; Silver, Shapiro & Deutsch, 1993; Simon, 1993; DeFranco & Curcio, 1997). Tam sayılarla kalanlarla ilgili problemlerde öğrencilerin yaşadığı genel başarısızlık Ulusal Eğitim Süreci Değerlendirme (NAEP) kuruluşu tarafından değerlendirilmiş ve rapor haline getirilmiştir. “bir ordu otobüsü 36 asker taşımaktadır. 1128 askerin eğitim alanına taşınması için kaç otobüs gereklidir?” sorusuna 13 yaşındaki öğrencilerin sadece % 24’ü doğru cevap verebilmiştir. Benzer şekilde California Assessment Program

(CAP) ‘ın 6. sınıflar için olan testinde benzer bir probleme öğrencilerin sadece %35’i doğru yanıt verebilmiştir.

Cai ve Silver (1993), öğrencilerin işlemsel beceri gerektiren bölme hesaplamalarında ve matematiksel düşünce, yorumlama gerektiren kalanlı sözel bölme problemlerindeki başarılarını incelemişlerdir. Matematikte yeterli yeteneğe sahip 186 öğrenciden 2 tane sayısal bölme hesaplaması için sonuç ve kalanlı bölme problemi için sayısal bir cevap ve çözüm süreçlerini yazmalarını istemişlerdir. Araştırma sonucunda öğrencilerin tamamına yakını bölme işlemlerini yapmış ve kalanlı bölme problemi için problemin bölme gerektirdiğini fark etmiştir ve hesaplamayı doğru olarak yapmıştır. Ancak farklı sayısal cevaplar vermişlerdir. Öğrencilerden sadece %20 si cevapları için uygun ve tamamlayıcı açıklamalar yapabilmıştır. 5. ve 6. sınıf seviyesinde Çinli öğrenciler için bu başarı oranı NAEP (1982) de yapılan 8. sınıf seviyesinde U.S. li öğrencilerdeki başarı oranı ile hemen hemen aynıdır.

Öğrencilerin bölme problemlerinde kalanı yorumlamada zorlanmalarının nedeni, kalanın nasıl bir bilgi verdiğini düşünmemeleri olabilir. Realistik (gerçek) bölme durumlarında üç kalan durumu vardır (Burton, 1992).

a) Kalan 0’ dır ve bölüm istenen cevabı verir. Örneğin, “bir defada 2 fincan taşıyabilen bir çocuk, 14 fincanı masanın üstüne kaç defada taşır?”

b) Kalan 0’ dan farklıdır fakat istenen cevap yine bölümdür. Örneğin, “oyuncak araba yapmak isteyen bir çocuk 15 tekerlekle kaç araba yapabilir?”

c) Kalan 0’ dan farklıdır, problemi cevaplamak için bölüm 1 arttırılır. Örneğin, “bir defada 3 kemik taşıyabilen bir köpek 13 kemiği kaç seferde taşır?”

Okullarda kalanı bulma ve kesirli bölümler işlemsel olarak ele alınır. Öğrenciler önce kalanı bulmayı öğrenir daha sonraki seviyelerde de kalanı kesrin payı ve böleni payda şeklinde yazmayı öğrenir. Böyle bir öğretimde bölümün kesir kısmının ve kalanın nasıl bir bilgi verdiğini düşüncesine odaklanılmaz. Öğrenciler rutin hesaplama durumlarında kalanların farklı formlarda ifadesinde zorluk çekmemektedir. Örneğin 12 kalan 2, $12\frac{1}{2}$ ya da 12,5 gibi. Fakat hesaplama bir

problem durumuna yerleştirildiğinde öğrenci ve öğretmen adayları kalanlarla ilgili ciddi sıkıntılar yaşamaktadır. Sıkıntıların kaynağı Silver ve arkadaşları (1992) tarafından şu şekilde ifade edilmektedir. Bir bölme problemine ait aynı sembolik ifade çok farklı problem durumlarını temsil edebilir ve farklı cevapları olabilir. Örneğin, Ali'nin 100 kurabiyesi var ve bunları her biri 40 kurabiye alan kutulara yerleştirmek istiyor.

Kaç kutuyu tam olarak doldurabilir?

Tüm kurabiyeler için kaç kutu gereklidir?

Doldurabileceği kadar kutuyu tam olarak doldurunca kaç kurabiye artar?

Bu problemlerin çözümünde her biri için $100 : 40$ işlemi kullanılır ancak her bir probleme farklı bir cevap verilir. Kalanlı bölme problemlerinde sonuçla ilgili yorum yapabilmek için problem durumuna geri dönülmesi ve matematiksel çözümün son bir yorumlaması gerekmektedir. Silver ve arkadaşları (1992), önce sadece bölüm ve sadece kalan problemleri ile karşılaştırılması halinde doğrudan bölme işleminden doğru cevabın edinilemediği problemlerde öğrencilerin performanslarının önemli ölçüde arttığını ifade etmektedir.

Silver, Shapiro ve Deutsch (1993), öğrencilerin kalan içeren sözel bölme problemlerini çözmede kalanların büyüklüğünün çözümlerini ve açıklamalarını nasıl etkilediğini incelemişlerdir. Kalanın büyüklüğünün çözüm sürecini ve açıklamaları etkilediğine dair bir bulguya rastlamamışlardır. Öğrenciler çalışmalarının nasıl açıklanacağını hiçbir zaman öğretilmemesine dayanan engellerden ve doğru hesaplama her zaman doğru cevabı getirir inancına dayanan engellerden dolayı cevaplarını açıklamada sıkıntı çekmişlerdir.

DeFranco ve Curcio (1997), bir problemin gerçekçi bir durum içine yerleştirilmesi halinde öğrencilerin yorumlayabildiğini ve sorunlarını çözmede matematiği uygun biçimde kullanabildiklerini ifade etmektedir. Kalan içeren aynı sözel bölme problemine okul ortamında 20 öğrenciden 18'i yanlış cevap verirken, problem gerçek yaşam durumu içinde sunulduğunda 20 öğrenciden 16'sı doğru cevabı vermiş, kalanı doğru olarak yorumlayabilmiştir. Kısıtlayıcı okul ortamlarında öğrenciler problem çözmek için gerekli hesaplama odaklanmaktadır.

Bir bölme probleminde problemin farklı kısımlarının (bölen, bölünen, bölümün tam kısmı, bölümün kesir kısmı gibi) neyi temsil ettiğini öğretmen adaylarının anlayıp anlamadığını belirlemek için Simon (1993), öğretmen adaylarından hesap makinası kullanılarak yapılan bir bölme işleminde kalanı bulmalarını istemiştir. Katılımcıların sadece %6'sı bölümün tam kısmı ve böleni çarparak bölünenden çıkarma yolunu kullanarak problemi çözmüştür. Öğretmen adaylarından hiçbiri bunun için iki farklı strateji oluşturamamıştır.

Özel olarak kalanlı bölme problemlerine odaklanan araştırma çalışmaları genel olarak tam sayılarla bölme ile sınırlıdır. Simon (1993), bölenin kesir olduğu bir kalanlı sözel bölme problemini öğretmen adaylarına yöneltmiştir. Araştırmaya katılan öğretmen adaylarından %85'i yanlış yanıt vermiştir.

Türkiye'de bölme işlemini tam sayılar ya da kesirler çerçevesinde öğrenci ya da öğretmenlerin nasıl algıladığı, kalanları nasıl yorumladığı, ne gibi yanlış anlamalara sahip oldukları vb. ile ilgili herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır. Doğal sayılarla ilgili dört işlemde ilköğretim 1. kademe öğrencilerinin yaptıkları hata türleri incelenmiş, bölme işlemini yaparken işlemsel boyutta ne gibi hatalar yaptıkları ortaya konmuştur (Doğan, 2002).

2. 5. Kesirlerle Bölme İşlemi İle İlgili Araştırmalar

Kesirlerle bölme işlemi ilköğretim matematiğinin en zor konusudur (Ma, 1999). Bu konu iki matematiksel alanın (bölme ve kesirler) kesişimi içerisinde yer alır ve iki alanda da kavramsal yeterlilik gerektirmektedir. Tam sayılarla bölme, öğrenci ve öğretmenler için önemli derecede zordur ve kesirlerin kullanımı bu kavramı öğrenci ve öğretmenler için daha karışık bir hale getirir (Ma, 1999; Simon, 1993). Yapılan bir araştırmada ilköğretim öğrencilerinde kesirlerde dört işlemde zorluk oranları şu şekilde tespit edilmiştir; toplama-çıkarmada %3, çarpmada %12, bölmede %35 (Ardahan & Ersoy, 2003).

Kesirlerle bölme işleminde yapılan hatalar algoritmik tabanlı hatalar, sezgiye dayalı hatalar, formal becerilerden kaynaklanan hatalar olmak üzere üç kategoriye ayrılarak sınıflandırılmıştır (Tirosh, 2000; akt. Bulgar, 2003).

1) Algoritmik tabanlı hatalar; işlemlerdeki hesaplama sürecinde yapılan hatalardır. (Örneğin $7 \cdot 8 = 54$, $18 \div 3 = 5$ gibi)

2) Sezgiye dayalı hatalar; kesirlerle bölme işlemini yanlış yorumlamadan kaynaklanan hatalardır. Bu tip hatalar öğrencilerde bölme kavramının oluşmamasından kaynaklanmaktadır. (Örneğin; $2/3$ 'ün yarısını bulunuz sorusu yöneltildiğinde $2/3 - 1/2$ şeklinde işlemi ifade etmektedir.)

3) Formal becerilerden kaynaklanan hatalar; (Örneğin tam sayılı kesir verildiğinde bileşik kesre çevirememekte veya yanlış çevirmektedir.)

Kesirlerle bölme işlemini öğrenmedeki zorlukların bir kaynağı da bu işlemin algoritmalarının öğretiminde aranabilir. Kesirlerle bölme işlemi yapılırken kullanılan iki algoritma ters çevirip çarpma ve ortak payda algoritmalarıdır. Kesirlerle bölme işlemini algılamada iki algoritmada da öğrencilerin sıkıntıları vardır. Ortak payda algoritması bilinen bölme tanımları üzerine kurulu iken, ters çevirip çarpma algoritması çarpma ve bölme arasındaki ilişki ve eşitliğin özellikleri üzerine kuruludur. Ortak payda algoritması tam sayılardaki bölme becerilerinden dolayı daha kolay görünmektedir. Bununla birlikte bölme sonucunda kalan olursa ya da bölen bölünenden daha büyük olursa öğrenciler algoritmada sıkıntı yaşamaktadır. Çünkü daha önce bahsettiğimiz gibi öğrencilerin kalanları yorumlamada ciddi sıkıntıları vardır ve bölenin bölünenden daha büyük olamayacağı gibi yanlış anlamalara sahiptirler. Ayrıca bölen bölünenden büyük olduğunda bölenin ne kadarını bölünenin içine yerleştirebilirim şeklinde düşünememektedirler. Ters çevirip çarpma algoritmasını anlamak için cebirsel düşüncede yeterliğe sahip olmak gerekmektedir (Sharp & Adams, 2002).

Okullarda çoğunlukla ters çevirip çarpma algoritması kullanılır. Bu algoritma işlemsel açıdan kolay ve pratik olması nedeniyle öğrenciler ve öğretmenler tarafından ortak payda algoritmasına göre daha çok tercih edilir. Bu algoritma işlem yapma becerisi açısından verimli olmasına rağmen öğrencilerin kendi becerilerini

oluşturmaları yönünden pek uygun değildir, öğrencilerin var olan bilgi birikimleri ile desteklenmemektedir. Öğrenciler bu algoritma ile verilen alıştırmaları hatasız olarak yaparlar fakat nedenini sorgulamazlar.

Thompson (1993), çalışmasında 6. sınıf öğrencilerinden kesirlerle bölme için çarpma ve bölme arasındaki özel ilişkiyi (ters çevirip çarpma algoritmasını) keşfetmelerini beklemiştir. Öğrencilere kesir blokları ile bölme tanıtılmıştır. Böleni grup büyüklüğü olarak kullanarak öğrencilerden “ne kadar?” ya da “kaç tane?” sorularını cevaplamaları istenmiştir. Öğrenciler problemler görsel olarak çözülebilir olduğunda ortak payda metoduna geçmişlerdir. Öğrencilerden kesir blokları ile $2 \div \frac{2}{3} = 3$ ve $2.3/2 = 3$ işlemlerini çözmeleri ve aralarındaki benzerlik ve farklılıkları bulmaları istenmiştir. Öğrenciler kesirlerle bölme ve tersi ile çarpma arasındaki ilişkiyi rahatlıkla görebilmiş ve ters çevirip çarpmayı ifade edebilmiştir. Ancak öğrenciler buna kendi kendilerine ulaşamamışlardır. Thompson (1993), kesirlerle bölme için ters çevirip çarpma alternatifi tanıtılmadan önce ortak payda metodunun geliştirilmesinin iyice öğrenilmesi gerektiğini vurgulamaktadır. NCTM’de öğrencilerin ters çevirip çarpma algoritması ile kesirlerle bölmenin kavramsal ve işlemsel anlamını oluşturmaları sağlandıktan sonra karşılaştırılmalarını daha anlamlı bulmaktadır.

Yapılan araştırmalar, kesirlerle bölme işlemi ile ilgili herhangi bir formal eğitim almadan ve algoritmalar verilmeden öğrencilerin kesirlerle bölme ile ilgili problemlerin çözümünde kendi çözüm yöntemlerini geliştirebileceğini göstermiştir (Bulgar, 2003; Sharp & Adams, 2002). Bulgar (2003), araştırmasında, 4. sınıf öğrencilerinin, somut materyallerle çalışarak çözümlerinde doğal sayılar, ölçüler, kesirler ve bunların kombinasyonunu kullanarak kesirlerle bölme ile ilgili kendi becerilerini oluşturabildiğini ifade etmiştir.

Sharp ve Adams (2002), gerçek hayat durumlarının etkili öğretim için temel oluşturduğu düşüncesiyle ortaya koydukları çalışmalarında daha önce kesirlerle bölme çalışmamış, 5. sınıf öğrencilerini incelemişlerdir. Öğrencilere gerçek hayat problemleri ile kesirlerle bölme hakkında kişisel beceri oluşturma fırsatı sağlanmıştır. Çocukların kullandığı tüm stratejiler kesirlerle toplama ve çıkarma ile ilgili

kavramsal becerilerinin bazı kanıtı ve bölme tanımından ibaret olmuştur. Bazı öğrenciler formal sembolik prosedür geliştirmiş, bazıları resimsel prosedür geliştirmiştir. Ters çevirip çarpma prosedürü hiçbir öğrenci tarafından keşfedilmemiştir. Bu algoritma ile daha önceden karşılaşmış bir öğrenci bile problem çözümlerinde kendisine gösterilen algoritmayı kullanmamış, kendi yolunu keşfetmeye çalışmıştır.

Oluşturmacı yaklaşım penceresinden böyle çalışmalar, araştırmacıların ve eğitimcilerin çocukların oluşturdukları becerileri ve ters çevirip çarpmaya alternatif kesirlerle bölmeyi öğrenebildiğini görmelerini sağlamıştır. Çocuklar var olan deneyimleri üzerine kendi kişisel ve gerçek hayatlarından faydalanarak daha gelişmiş ve karmaşık beceriler oluşturabilmektedir (Steencken & Maher, 2003). Öğrencilere problemleri derinlemesine incelemeleri için yeterli zaman ve imkan verilmelidir ve öğrencilerin matematiksel kavramların oluşmasında ve gelişmesinde aktif rol alması sağlanmalıdır (Bulgar, 2003). Öğretmenler öğrencilerine bu imkanları verebilmek için öğrettikleri matematiğin derinlemesine bir anlamaya sahip olmak zorundadır.

Öğretmen adaylarının kesirlerle bölmenin anlamı ile ilgili ciddi sıkıntıları olduğu birçok araştırmacı tarafından ortaya konmuştur (Ball, 1990; Simon, 1993; Ma,1999; Lubinski & Fox, 1998). Çoğu öğretmen adayı bölmeyi bir paylaşma etkinliği olarak düşünmektedir (Graeber, Tirosh, & Glover, 1989; Simon, 1993; Tirosh & Graeber, 1989; Ball, 1990). Halbuki kesirlerle bölme de ölçme anlamı, paylaşma anlamına göre daha anlamlıdır (Ball, 1990; Simon, 1993). Bölmenin ölçme anlamına pek aşina olmayan öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeyi anlamlandırması zor olmaktadır.

Ball (1990), aday öğretmenlerin bölme bilgisini incelemek için üç farklı matematiksel durum kullanmıştır; kesirlerle bölme, 0 ile bölme, cebirsel denklemlerle bölme. Her durum için öğretmen adaylarının temsiller oluşturmaları ve açıklama yapmaları istenmiştir. $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$ işlemini nasıl çözecekleri, bu ifade için uygun bir durum ya da sözel problem söylemeleri istenmiş, düşünceleri incelenmiştir. Öğretmenlerin çoğu bölme işlemini doğru bir şekilde yapmış ancak

sadece %25 i uygun bir temsil oluşturabilmiştir. Uygun temsil oluşturabilen katılımcılar bölmenin ölçme anlamını kullanmıştır. Bu çalışmada öğretmen adayları tarafından en çok yapılan hata, $\frac{1}{2}$ ’ ye bölme ile 2’ ye bölmenin karıştırılması olmuştur. Bölmeyi bir paylaşırma aktivitesi olarak düşündüklerinden, $\frac{1}{2}$ kişiye paylaşırma da mümkün olmayacağından bunu 2 ye bölme olarak düşünmüşler, o yönde temsiller yapmışlardır.

Ma (1999), çalışmasında öğretmenlerin bazı konularda matematiksel düşüncelerini ve anlamalarını tanımlamak için birçok Amerikalı ve Çinli öğretmenin bilgisini araştırmıştır. Ball (1990)’ın çalışmasındaki $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$ sorusuna Amerikalı öğretmenlerin % 43’ü doğru algoritmayı kullanarak, prosedürel bir cevap verebilmiştir ve sadece % 4’ü kavramsal olarak doğru bir açıklama ortaya koymuştur. Çinli öğretmenler için bu prosedürel yeterlikte % 100 ve kavramsal yeterlikte %90 olmuştur.

Simon (1993)’ın çalışması da bu çalışmalardan elde edilen sonuçlarla tutarlıdır. Öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeye anlayış oluşturabilmeleri için yeterli ve geniş bir bölme kavramına sahip olup olmadıklarını incelemek için $\frac{3}{4} \div \frac{1}{4}$ ifadesine uygun bir sözel problem yazmalarını istemiştir. Öğretmen adaylarından % 70’i uygun bir problem oluşturamamıştır. Bu araştırmalar öğretmen adaylarının bölme bilgisinin belli bir kuralı hatırlamaktan ibaret olduğunu göstermektedir. Öğretmen adayları kesirlerle bölme ifadesini uygun bir temsil oluşturamama gerekçeleri olarak bunu daha çok tamsayılarla düşündüklerini, kesirlerle düşünmediklerini ifade etmişlerdir (Ball,1990).

Wilson, Graeber, Fischbein ve Tirosh (1998), öğretmen adaylarının rasyonel sayılardaki matematiksel anlamalarını ve öğrencilerin bunlarla ilgili düşünme yolları hakkındaki bilgilerini genişletmeye yardımcı olmayı hedefleyen öğretici yaklaşımlar geliştirmek amacıyla 3 yıl süren bir proje yürütmüşlerdir. Öğrencilerin matematiksel

bilgilerini algoritmik (kurallar), sezgisel (sayı kavramını ve işlemleri temsil etmede kullanılan zihinsel modeller) ve formal (kavramların ve işlemlerin tanımı) boyutlarda incelemişlerdir. Matematik bölümü aday öğretmenlerinin rasyonel sayılardaki algoritmik ve formal bilgilerinin yeterli olduğunu ifade etmişlerdir. Aday öğretmenlerin daha öncede bahsettiğimiz çarpma ve bölmedeki yanlış anlamalara sahip oldukları görülmüştür ve çok az aday öğretmen kesir içeren çarpma ve bölme ifadelerine uygun temsiller oluşturabilmiştir.

Zembat (2004) çalışmasında aday öğretmenlerin kesirlerle bölme ile ilgili anlamalarını ve kavramsal gelişimlerini incelemiştir. Yaklaşık 2 ay süren öğretim deneyine üç aday ilköğretim öğretmeni katılmıştır. Öğretmenlerle yaptığı ön görüşmeler sonucu öğretmenlerin kesirlerle bölme için genel bir tanımları ve çözüm için bir algoritmaları olduğunu görmüştür. Öğretmen adayları $a \div b$ şeklinde matematiksel bir ifade ile karşılaştıklarında bu ifadeyi “a’nın içinde kaç tane b var?” şeklinde açıklamışlar ve çözüme ulaşmak için ters çevirip çarpma algoritmasına yönelmişlerdir. Bir problemin bölme problemi olup olmadığını da tanımlarından yola çıkarak belirlemişlerdir. Öğretmen adayları ters çevirip çarpma algoritmasının neden doğru sonucu verdiğini de açıklayamamışlardır. Araştırmacı, öğretmen adaylarının kesirlerle bölme içeren matematiksel ifadeler için sözel problem oluşturmakta da zorlandıklarını görmüştür. Çalışmanın öğretim aşamasında araştırmacı, katılımcıların kesirlerle bölme ile ilgili düşüncelerinin gelişmesine yardımcı olacak etkinlikler düzenlemiştir. Katılımcıların verilen çalışma kağıtlarında işlemsel hesaplamalar kullanmalarına izin verilmemiştir. Katılımcılar yalnız şekil kullanmakla sınırlandırılmışlardır. Bu şekilde ortak payda algoritmasını geliştirmeye yönlendirilmişlerdir. Çalışmanın sonunda öğretmen adaylarının bölmeyi kavramsal olarak anlamaları sağlanmıştır.

Lubinski ve Fox (1998), çalışmalarında aday öğretmenlere kesirlerle bölmeyle ilgili matematiksel durumlara derinlemesine anlam geliştirme fırsatı sağlayarak, aday öğretmenlerin anlamlandırma sürecini yansıtmışlardır. Aday öğretmenler kesirlerle bölmeye derinlemesine bir anlam geliştirme sürecinde sayısız durumlar deneyerek mantıklı düşünmeye ve açıklamaya yetenekli olduklarını

göstermişlerdir. Lubinski ve Fox (1998), aday öğretmenlere böyle fırsatlar verilirse, mutlaka kendilerine öğretildiği gibi değil, kendilerini sorgulamayı ve anlamayı öğrendikleri gibi mantıklı düşünmeyi ve anlamlandırmayı temel alarak öğreteceklerini ve gelecekteki sınıfları için aktivitelerini matematiksel anlayış geliştirme çerçevesinde planlayacaklarını ifade etmektedir.

Özet olarak literatür taraması, öğrencilerin ve öğretmenlerin tam sayılar ve kesirler çerçevesinde bölme işleminde yanlış anlamalara sahip olduğunu ve kesirlerle bölme işleminde öğretmen adaylarının bölme bilgisinin belli bir kuralı hatırlamaktan ibaret olduğunu ve bu bilgilerini farklı temsil biçimlerine dönüştüremediklerini göstermiştir. Diğer ülkelerden farklı bir kültüre ve öğretim programına sahip olan Türkiye’de öğretmenlerin kesirlerle bölme işlemini nasıl yorumladıkları ve kesirlerle bölme bilgilerinin öğretimlerine nasıl yansıdığı araştırılmaya değer bulunmaktadır.

BÖLÜM 3

YÖNTEM

Bu çalışmada veriler nitel veri toplama yöntemlerinden gözlem ve görüşme yoluyla elde edilmiştir. Öğretmenlerin kesirlerle bölme işlemini nasıl yorumladıkları ve kesirlerle bölme bilgilerini öğretimlerine nasıl yansıttıkları ile ilgili sayısal veri elde etmekten çok derinlemesine ve ayrıntılı açıklamalar ve incelemeler yapılmak istenmiştir. Ayrıca öğretmenlerin matematiksel düşüncelerine ve anlamalarına doğrudan ulaşılması mümkün olmadığı için bu yöntemler kullanılmıştır.

Araştırmacı çalışmaya katılan öğretmenlerle önceden tanışarak yapılacak olan araştırmanın içeriği ve veri toplama süreci ile ilgili bilgi vermiştir. Araştırmacı veri toplama sürecinde gözlemci ve görüşmeci görevini üstlenmiştir.

3.1. Katılımcılar

Bu çalışma 2005- 2006 güz döneminde Bolu Merkez ilçeye bağlı, yeni öğretim programının uygulandığı iki pilot ilköğretim okulu ve Bolu'nun Gerede ilçesine bağlı iki ilköğretim okulu olmak üzere toplam dört ilköğretim okulunda yapılmıştır. Bu okullarda matematik öğretmeni olarak görev yapan ve çalışmaya katılan dört öğretmenin de hizmet süresi 0-4 yıl aralığında değişmektedir ve öğretmenler farklı üniversitelerden mezun olmuşlardır.

Öğretmenlerin kesirlerle bölme bilgilerinde ve öğretimlerinde yeni öğretim programının etkisi olup olmadığı da incelenmek istendiği için öğretmenlerden ikisi yeni matematik öğretim programının uygulandığı okullardan seçilmiştir.

Araştırmada bulgular açıklanırken gizlilik nedeniyle öğretmenlerin gerçek isimleri yerine takma ad kullanılmıştır.

3. 2. Veri Toplama Aracı

İlköğretim matematik öğretmenlerinin kesirlerle bölme bilgilerini öğretimlerine nasıl yansıttıklarını incelemek amacıyla gözlem formu (Ek- A) ve kesirlerle bölme işlemini nasıl yorumladıklarını ortaya çıkarmak için de görüşme soruları (Ek- B) hazırlanmıştır. Görüşme soruları, literatür taramasında ortaya çıkan, öğretmenlerin kesirlerle bölme ile ilgili bilgileri ve düşünceleri göz önüne alınarak hazırlanmıştır (Graeber, Tirosh & Glover, 1989; Ball, 1990; Simon, 1993; Wilson, Graeber, Fischbein & Tirosh, 1998). Hazırlanan gözlem formu ve görüşme soruları alan uzmanlarına da gösterilerek içerik bakımından geçerliği sağlanmıştır. Öğretmenlerin kesirlerle bölme bilgilerinin öğretimlerine nasıl yansıdığı ile ilgili ayrıntılı ve kapsamlı olarak bilgi edinebilmek için, konuyla ilgili öğretmenlerin bütün yönleriyle ve derinlemesine irdelenmesini olanaklı kıldığı için gözlem ve görüşme yöntemi kullanılmıştır.

Görüşme soruları, 6 sembolik ifade, 4 sözel problem ve 1 hesap makinası probleminden oluşmaktadır. Hesap makinası problemi Simon (1993)'ün çalışmasından uyarlanmıştır.

3. 3. Veri Toplama Süreci

Okullardaki uygulama iki aşamadan oluşmuştur. Birinci aşamada araştırmaya katılan öğretmenlerin her birinin kesirlerle bölme işlemi konusunun işlendiği dersleri gözlemlenmiştir. Öğretmenlerin öğretimlerini etkileyebileceği düşünüldüğünden görüşmeler ikinci aşamada yapılmıştır.

Araştırmacı öğretmenler ile gözlem ve görüşmelerden yaklaşık dört ay önce tanışmış, araştırmanın içeriği, amacı ve veri toplama süreci ile ilgili bilgi vermiştir.

Görüşmelerin kayıt cihazına kaydedileceğini belirtmiştir. Kesirlerle bölme konusuna başlamadan bir hafta önce haber vermeleri istenmiştir.

Yeni öğretim programının uygulanmadığı okullardaki öğretmenlerin kesirlerle bölme dersi Şubat ayının 2. haftası ve 3. haftası gözlemlenmiştir, her iki öğretmende de kesirlerle bölme konusu 2 ders saati sürmüştür. Pilot ilköğretim okullarından birinde nisan ayının 3. haftası gözlem yapılmış ve 2 ders saati sürmüştür. Diğer okulda ise mayıs ayının son haftası gözlem yapılmış ve 4 ders saati sürmüştür. Araştırmacı derse öğretmenle birlikte girmiş, en arka sırada bir öğrenci ile birlikte oturmuştur ve dersin bitiminde de öğretmenle birlikte sınıftan çıkmıştır. Bu öğretmenlerden bir tanesi (Çağla Öğretmen) başlangıçta araştırmaya katılmayı gönüllü olarak istemesine rağmen kesirlerle bölme konusuna gelmeden bir hafta önce haber vermemiştir. Araştırmacı bu öğretmenin okuluna gittiğinde kesirlerle bölme dersinin bir sonraki gün olduğunu öğrenmiştir. Bu öğretmene araştırmanın amacı tekrar açıklanmış, kayıtları sadece araştırmacının dinleyeceği, gerçek isimlerin kullanılmayacağı dile getirilmiştir. Araştırmacı, bu öğretmene eğer istemiyorsa araştırmaya katılmayabileceğini söylemesine rağmen öğretmen katılmak istemiştir. Fakat gözlem ve görüşme sürecinde tedirginliği ortadan kaldırılamamıştır.

Araştırmacı gözlemlerini gözlem formundaki kriterler doğrultusunda yapmıştır. Ayrıca gözlem esnasında gözlem formunda bulunmayan fakat önemli gördüğü ayrıntıları da not etmiştir. Öğretmenler ile gözlem süreci tamamlandıktan bir hafta sonra görüşmeler yapılmıştır. Her öğretmen ile yapılan görüşmeler yaklaşık olarak bir saat sürmüştür. Görüşmelerde müdür yardımcılarının odaları kullanılmıştır. Öğretmenlerden üçü ile görüşmelerin tamamı kayıt cihazı kullanılarak kasetlere kaydedilmiştir. Çağla Öğretmen ise daha önceden kayıt cihazı kullanılacağını bilmesine ve kabul etmesine rağmen görüşme başlamadan 1- 2 dakika önce kesinlikle kayıt cihazı istemediğini dile getirmiştir. Araştırmacı bu öğretmenle görüşmenin 20 dakikasını kayıt cihazı kullanmadan yalnızca not alarak yürütmüştür. Daha sonra öğretmen fikrini değiştirmiş ve görüşmenin kalan kısmında kayıt cihazı kullanılmıştır.

Görüşme sorularına başlamadan önce her öğretmene,

- Sizce öğrenme nedir?
- Öğrenciler sizce nasıl öğrenir?

gibi sorular yöneltilerek öğretmenlerin bakış açıları ve öğretim yaklaşımları anlaşılmaya çalışılmıştır. Daha sonra görüşme sorularına geçilmiştir. Görüşmelerde her öğretmene görüşme soruları küçük kartonlara yazılı olarak sırasıyla teker teker sunulmuştur. Ayrıca her öğretmene kullanabilecekleri ayrı bir kağıt ve kalem verilmiştir.

Sembolik ifadelerden sonra öğretmenlere,

- Bu işlemin anlamı nedir? Sizce bölme ne anlama geliyor?
- İşlemi yapmadan önce sonucun 1 den büyük mü küçük mü çıkacağını tahmin edebilir misiniz?
- İşlemi yaptığınızda bulacağınız sonuç size nasıl bir bilgi verir? Sonuç size ne ifade ediyor?
- Bu işlemi nasıl yaparsınız?
- Niçin ters çevirip çarpıyorsunuz? Neden ters çevirip çarptığınızda bölme işlemi yapmış oluyorsunuz?
- Bu işlemde kalan var mıdır? Bunu nasıl anladınız? Kalan nedir?
- Bu işlemi daha farklı bir yoldan yapabilir misiniz?
- Bu işlemi şekil kullanarak yapabilir misiniz?
- Bu işlemi sayı doğrusu üzerinde yapabilir misiniz?
- Çözümü bu şekilde yapılabilen bir sözel problem söyleyebilir misiniz?

gibi sorular yöneltilerek öğretmenlerin düşünceleri ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Sembolik ifadelerden sonra öğretmenlere sözel problemler yöneltilmiştir. Sözel problemlerden sonra öğretmenlere,

- Problemi hangi işlemi kullanarak çözebilirsiniz?
- Niçin bu işlemi tercih ettiniz?
- Problemi daha farklı bir yoldan çözebilir misiniz?
- Problemi şekil kullanarak çözebilir misiniz?

gibi sorular yöneltmiştir. Son olarak hesap makinası problemi verilmiştir. Kartonda yazılı olarak verilen işlemi hesap makinası kullanarak yapmaları istenmiştir. Daha sonra araştırmacı şu soruları yöneltmiştir:

- İşlemin sonucu size nasıl bir bilgi verir?
- Bulduğunuz sonucun anlamı nedir?
- Bu işlemde bu sonuca bakarak kalanın ne olduğunu bulabilir misiniz?
- Sizce kalan yaklaşık olarak kaçtır? Buna nasıl karar verdiniz?
- Kalanı bulmak için hesap makinasını nasıl kullanırsınız?
- Kullandığınız bu yöntemin neden doğru sonucu vereceğini açıklayınız.
- Kalanın ne olduğunu bulmak için 2. bir yöntem daha söyleyebilir misiniz?

Öğretmenlerle yapılan görüşmelerden, öğretmenlerin bölme işleminin anlamının bilinçli olarak farkında olup olmadıkları, literatürde olduğu gibi eşit paylaşma anlamına bağımlılık durumları, bölme işlemi ile ilgili bilgilerini değişik temsil biçimlerine dönüştürme becerileri, soyut ve gerçek dünyaları arasında ilişki kurup kuramadıkları, kullandıkları algoritmanın neden doğru sonucu verdiğini bilip bilmedikleri, sembolik işlemler ve bu işlemlerin anlamlarını gerçek hayat durumları ile ilişkilendirebilmedeki, kesirlerle bölme içeren ifadelerde kalanları yorumlamadaki durumları, bölme işleminde bölümün tam ve kesir kısmının neyi ifade ettiğini, bölünen, bölüm, bölen ve kalanın rollerini bilip bilmedikleri anlaşılmaya çalışılmıştır.

3. 4. Verilerin Analizi

Araştırma için gerekli olan veriler, gözlem ve görüşmeler yoluyla elde edilmiştir. Bu veriler için, betimsel analiz yöntemi (Yıldırım & Şimşek, 2000) kullanılmıştır. Her bir öğretmenle yapılan görüşmeler çözümlenmiştir. Verilerin analiz edilmesi sürecinde, gözlem formları, araştırmacının gözlem ve görüşmeler sırasında aldığı notlar da kullanılmıştır. Toplam veri birkaç kez okunduktan sonra her

bir üretmenin kesirlerle bölme konusunun ğretiminde nasıl davrandığı, sınıftaki rolü ve kesirlerle bölmeyi nasıl algıladığı hakkında çıkarımlarda bulunularak veri içinde bu çıkarımları destekleyecek ya da çürütecek kanıtlar aranmıştır. Veri analizinde öğretmenlerin kesirlerle bölmeyi kavramsallaştırma düzeyleri ve öğretmenlerin bir konuyu algılama düzeyinin öğretimsel davranışlarını nasıl etkilediğı de ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır.

BÖLÜM 4

BULGULAR

Bu bölüm araştırmanın bulgularını içermektedir. Bu bölümde araştırmaya katılan 4 öğretmenin kesirlerle bölme işlemini nasıl anladıkları her öğretmen için ayrı ayrı açıklanacaktır. Bu açıklamalarda önce öğretmenlerin derslerindeki gözlemlerden, daha sonra öğretmenlerle yapılan görüşmelerden bahsedilmektedir. Her öğretmenin dersinin gözleminden elde edilen bulgular sonucunda, öğretmenlerin genel olarak matematik öğretimine nasıl yaklaştıkları, özel olarak ise kesirlerle bölme işlemini nasıl ele aldıkları incelenmiştir. Daha sonra gözlemlerden elde edilen sonuçlar öğretmenlerle yapılan görüşmelerle derinlemesine irdelenmiştir. Öğretmenlerin kesirlerle bölme işlemini nasıl kavramsallaştırdıklarının bir resmi çıkarılmaya çalışılmıştır.

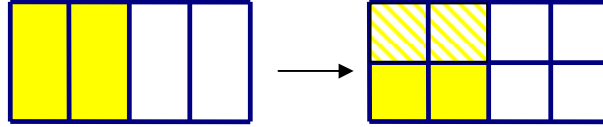
4.1. Çağla Öğretmen

Eski matematik öğretim programının uygulandığı bir okulda görev yapan Çağla Öğretmenin kesirlerle bölme dersi 16.02.06 tarihinde 2 ders saati sürmüştür. Araştırmacı, öğretmenle birlikte derse girmiş ve en arka sırada bir öğrencinin yanına oturmuştur. Sınıf panolarının boş olduğu görülmüştür.

Öğretmen tahtaya “ Kesirlerle Bölme İşlemi” yazıp, öğrencilerine “*bu işlemin nasıl yapıldığını bilen var mı?*” diye sorarak derse başlamıştır. Sınıftan bazı öğrenciler ters çevirip çarpma kuralını ifade etmişlerdir. Öğretmen öğrenci cevaplarını onaylayarak, $\frac{2}{4} \div 2$ işlemini şekil kullanarak aşağıdaki şekilde

çözmüştür. Öğretmen tahtaya $\frac{2}{4} \div 2$ yazmış ve öğrencilerinden dinlemelerini istemiştir.

Ç: $\frac{2}{4}$ 'ü 2' ye bölersek ($\frac{2}{4}$ 'ü şekille gösterdi ve şekil üzerinde 2 ye böldü.)



Şekil 4. 1. Çağla Öğretmenin dersinde çizdiği model

Öğretmen “Üst 2 parçayı tarayalım, şimdi taralı kısmı tüm şekle göre ifade edelim” diyerek sonucu tahtaya yazmıştır. Bu süre içerisinde öğretmen, sadece anlatmış, öğrencilere düşüncelerini sormamış veya anlattıklarını öğrencilerin anlayıp anlamadıklarını belirlemeye çalışmamıştır. Çağla Öğretmen $\frac{2}{4} \div 2$ işlemini modellerken kesir kavramı ve bölme işleminin taşıdığı anlam üzerinde durmamış, bir sözel problem durumu vererek işlemin kavramsal olarak ne anlama geldiğini vurgulamamıştır. Öğrencilerden de herhangi bir soru veya tepki gelmemiş, öğretmenlerini izlemiş ve tahtaya yazılanları defterlerine yazmışlardır.

Çağla Öğretmen, işlemin çözümü ile bir ilişkilendirme yapmadan kuralı vermiş ve aynı işlemi ters çevirip çarpma kuralı ile yapmıştır. Ters çevirip çarpma kuralını “1. kesir aynen yazılır, 2. kesir ters çevrilir, takla attırılır da diyebilirsiniz aklınızda kalması için, bölme işlemi çarpmaya dönüştürülür” şeklinde açıklamıştır. Kural öğrencilerin defterlerine de öğretmen tarafından yazdırılmış ve alıştırmalara geçilmiştir. Bu süreçte bölme işlemini yapmak için neden böyle bir kural kullanıldığını öğrenciler sormamış, öğretmen de böyle bir ihtiyaç hissetmemiştir. Öğretmen, öğrencilerinden tahtaya yazdığı alıştırmaları kuralı kullanarak yapmalarını istemiştir.

Öğretmen öğrencilerin aktif olarak bilgiye ulaşmalarını ve kendi anlamalarını oluşturmalarını sağlayacak etkinlikler düzenlememiştir. Öğrencilere kuralın mutlaka bilinmesi gerektiğini, kuralı bilmezlerse kesirlerle bölme işlemini yapmalarının mümkün olmadığını defalarca tekrarlamıştır. Öğretmen 2 saatlik dersi süresince ters çevir çarp kuralının bir dizi işlemin yapılmasında uygulamalarını yaptırmış, öğrencilerine farklı temsil biçimlerini kullanırmamış, kendisi de kullanmamıştır.

Öğretmenin amacı, öğretiminde kesirlerle bölme işleminin anlamını geliştirmekten çok bu işlemin kuralını kullanırmak olduğu için, derste kesirlerle bölme işleminin kuralı kullanılarak çözülebilecek sorulara geçiş yapmıştır. Bu geçişte, kesirlerle bölme işlemi ile bir ilişki kurulmamıştır. “ $\frac{2}{3}$ ’ü 9 olan sayı kaçtır?”

sorusunu tahtaya yazdıktan sonra öğrencilerine şöyle bir açıklama yapmıştır:

“Size çarpma işleminde anlatmıştım, bütün verilir parça istendiğinde ne yapıyorduk, çarpma işlemi. Burada ne var? Parça verilmiş, bütün isteniyor. Çarpmanın tersi bölme olduğuna göre bu durumda da bölme yaparız.”

Öğretmen bu soruyu, kesirlerle bölme kavramı ile ilgisi olmayan açıklamasının ardından bölme işlemi yaparak çözmüştür. Daha sonra “ $\frac{1}{2}$ ’si 200 olan sayının tamamı kaçtır?” sorusunu sormuş ve tahtaya kendi isteği ile kalkan bir öğrenci, çözüm için $\frac{1}{2} \div 200$ sayı cümlesini yazmıştır. Öğrenci soruda verilenlerin ne ifade ettiğini düşünmeden, soruda geçen sayıları rastgele işleme sokmuştur. Öğretmen, “yanlış yaptın, 200’ü $\frac{1}{2}$ ’ye böleceksin” diyerek düzeltmiş fakat neden

200’ün $\frac{1}{2}$ ’ye bölüneceği ile ilgili mantıklı bir açıklama getirmemiştir. Öğretmen öğrencilere aynı soruyu öğrencilerinin daha kolay anlayacağı bir problem durumuna dönüştürebilirdi. Örneğin, “hangi sayının yarısı 200 dür?” sorusuna öğrenciler kolaylıkla çözüm bulabilirler ve öğretmen bu çözümü bölme işlemi ile ilişkilendirebilirdi. Bunun yerine öğretmen, öğrencilerin kuralı doğru uygulayıp

uygulamadıkları ile ilgilenmiştir. Daha sonra, ders kitabından, kesirlerle bölme işlemi ile ilgili alıştırmaları ödev olarak vermiş ve ders sona ermiştir.

Gözlem sürecine genel olarak bakıldığında, Çağla Öğretmenin yaklaşımı işlemsel öğrenmenin gerçekleşebileceği bir ders olarak düşünülebilir. “Kesirlerle bölme işlemi” başlığı altında işlenen konuda, işlemin nasıl yapılacağı üzerinde durulmuş, ters çevirip çarpma algoritması sürekli vurgulanmıştır. Öğretmen, bölme işleminin taşıdığı anlama hiç değinmemiş, öğrencilerinin ne düşündüğü ile değil, kuralın uygulanıp uygulanmadığı ile ilgilenmiştir. Çağla Öğretmenin yaklaşımı kural odaklı ve bu kuralın ezberlenmesi için sürekli tekrarın vurgulandığı bir öğrenme ortamı olarak açıklanabilir. Öğretmen kesirlerle bölme işleminin kavramsal temellerinden çok kesirlerle bölme işleminin kuralını vurgulamıştır ve kuralın neden doğru sonucu verdiği üzerinde de durmamıştır. Öğretim, içerikten yoksun ve farklı temsil biçimleri kullanılmadan yapılmıştır.

Çağla Öğretmen ile kesirlerle bölme dersinden 1 hafta sonra 24.02.06 tarihinde görüşme yapılmıştır. Görüşme sorularına başlamadan önce, öğrenmenin ne olduğu sorulduğunda şu şekilde açıklamıştır.

A: Sizce öğrenme nedir? Öğrenciler sizce nasıl öğrenir?

Ç: Okul ortamında verilen bilgilerin öğrenci tarafından alınması diyebiliriz öğrenme için. Kullanılmayan bilgiler tekrar olmadığından unutma olasılığı fazladır. Özellikle ilköğretim öğrencilerinin öğrenmesi için tekrar çok önemli. Bana göre evde çocuğun ödevlerini yapması, tekrar etmesi, derse hazır gelmesi bunların biri eksik olursa öğrenme olmaz.

A: Başarılı öğrenci sizce nasıl bir öğrencidir?

Ç: İstenen davranışı gösteren öğrencidir. Amacımız neyse atıyorum rasyonel sayılarda toplama, çıkarmayı verdikten sonra bunlarla ilgili alıştırmaları çözmesi ve bunun devamlılığını sağlayabilmesidir yani unutmamasıdır. Devamlılık yoksa başarı da uçar gider zaten, tekrarın önemini de bunun için vurguluyorum. Kısa bellekte bilgiler depolanıyordu oradan uzun belleğe geçirilirse bilgi kalıcıdır. Bunun için tekrarlar, pekiştireçler önemli.

Çağla Öğretmen, açıklamasından da anlaşıldığı gibi öğrenmeye bakışı davranışçı öğrenme yaklaşımına daha yakın görünmektedir. Bu yaklaşımda öğretmen bilginin kaynağıdır. Öğretmen kural ve bilgileri gösterir öğrenci de bu bilgileri sürekli tekrar ederek öğrenir. Çağla Öğretmenin öğrenmeyi tanımlama şekliyle, kendi rolünü nasıl algıladığı da ortaya çıkmaktadır. Ders içerisinde, öğrenme tanımına uygun olarak, kendisi öğrencilerine bilgiyi aktaran kaynak, öğrencileri de pasif alıcılar olmuştur. Bu nedenle, öğrencileri düşündürmeye, kendi yollarını geliştirmelerine yönelik bir çaba da göstermemiştir. Ayrıca, Çağla Öğretmenin ders içindeki davranışları, kendisi göstermeden öğrencilerinin bir şeyler yapabileceğine inanmadığını göstermektedir.

Çağla Öğretmene görüşme soruları yöneltildiğinde biraz tedirgin davranmış, çözümlerini kağıda yapmayı pek istememiştir. Bunun yerine sözlü olarak açıklamayı daha çok tercih etmiştir. Çağla Öğretmenin sembolik ifadelerdeki performansı Tablo 4.1’ de sunulmuştur.

Tablo 4. 1. Çağla Öğretmenin sembolik ifadelerdeki performansı

	Anlam	Farklı Temsiller	Sözel problem
$\frac{2}{5} \div 3$	Eşit paylaşım	Şekil Sayı doğrusu	Uygun
$5 \div \frac{3}{4}$	5’in $\frac{3}{4}$ ’ünü bulmak	Şekille yanlış	Uygun değil
$\frac{8}{3} \div \frac{2}{3}$	$\frac{8}{3}$ ’ün $\frac{2}{3}$ ’ü	Şekille yanlış	—
$\frac{19}{4} \div \frac{3}{4}$	—	—	—
$\frac{5}{6} \div \frac{5}{3}$	—	—	—
$1\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{5}$	—	—	—

Çağla Öğretmen bölmeyi, eşit paylaşım anlamı ile düşünmektedir. Kendisine verilen ilk sembolik ifade için şunları söylemiştir:

A: Bu işlemin anlamı nedir? Sizce bölme ne anlama geliyor?

Ç: Bu işlemin anlamı, hep tam olacak diye bir şey yok, bir parça var bu parçayı bir parçaya bölmüş. Bölmeyi yani burada kesirlerde bölmeyi parçayı da parçalamak diyebiliriz ya da eşit parçalara ayırmak.

Çağla Öğretmen bölmeyi paylaşma daha doğrusu parçalama olarak yorumlamaktadır. Bu görüş bölme işleminin tam anlamını yansıtmamaktadır. Çünkü bölme işlemi verilen problem durumuna göre bazen bir miktarı eşit parçalara ayırma anlamına gelir bazen de bir miktarın içinde diğer bir miktarın aranması anlamına gelir. Bölmeyi, paylaşma olarak düşündüğü için bölenin tam sayı olması durumunda, işlemi anlamlandırmakta, şekil kullanarak çözmekte veya bu işlemle çözülebilen sözel problem yazmakta zorluk çekmemektedir. Fakat bölenin tam sayı olmadığı durumlarda eşit paylaşma anlamı işlemi modellemede yardımcı olmamış ve bölme işlemine başka bir anlam yüklemek zorunda kalmıştır. Aşağıdaki görüşmeden de görüldüğü gibi verilen bölme işlemini kesirlerle çarpma işlemi gibi yorumlamıştır.

A: ($5 \div \frac{3}{4}$ için) Bu işlemin anlamı nedir sizce? İşlemi yaptığınızda neyi bulmuş olacaksınız?

Ç: Bölme işleminin anlamı burada da 5 parça, 5 bütün var yani bu bütünüün $\frac{3}{4}$ 'ü ne kadardır. Yani yarısı değil de $\frac{3}{4}$ 'ü. 5'in $\frac{3}{4}$ 'ünü bulmak için bu bölmeye ihtiyacımız var. Yani bütünü parçalamak adına.

Çağla Öğretmen, kesirlerle bölme işlemini eşit paylaşma anlamını kullanarak açıklayamadığı için kesirlerle çarpma işleminin anlamını kullanarak açıklamıştır. Bu düşünce ise öğretmenin, bölme işlemini modellemesine yardımcı olmamıştır. Bu nedenle de bölme işlemini ters çevirip çarpma kuralı ile yapmıştır. Kesirlerle bölme işlemi yaparken neden ters çevirip çarptığını şöyle açıklamıştır: “Neden ters çevirip çarpıyoruz aslında umm (Düşünüyor) bu denenmiştir yani neden -3 vardır gibi bir soru oldu belki bu. Neden ters çeviriyoruz, şimdi $\frac{3}{4}$ 'e bölüyoruz, çarpma ve bölme

birbirinin tersi olan işlemler olduğu için $\frac{3}{4}$ ü ters çeviriyoruz onun için de bölmeyi çarpmaya dönüştürüyoruz diye düşünüyorum.” Çağla Öğretmen açıklamasından da görüldüğü gibi ters çevirip çarpma algoritmasına cebirsel olarak bir açıklama getirememiştir. İşlemi şekil kullanarak yapması istendiğinde önce 5’in $\frac{3}{4}$ ’ünü bulmaya çalışmış, fakat kural ile elde ettiği sonucu bulamayınca şaşırmıştır. Bölmenin kavramsal desteği olmadığı için kurala sıkı sıkıya bağlı kalmış, çizdiği şekli ters çevirip çarparak bulduğu sonuca uydurmaya çalışmıştır.

A: Bu işlemi şekil kullanarak yapabilir misiniz?

Ç: Yani yine 5 tane tam alınır. O zaman (5 tane şekil çiziyor sayarak) daha sonra $\frac{3}{4}$ ’ü, bu parçaların hepsi 4’e bölünür (düşünüyor) belki yani o zaman (düşünüyor) 4’e değil de 3’e bölünür galiba evet (düşünüyor) 3’e bölünür sonra da 3’e bölüp 20 tane parça almamız gerekir bundan. 5 parça 3’e bölünür sonra bunlardan 20 parçası alınır.

A: Peki neden önce 4’e , sonra 3’e bölüneceğini düşündünüz?

Ç: Yani sonuçtan dolayı düşündüm açıkça. Yani 5 bölü 1 kesirdir yani 5 tane bütündür. Yani ne yarısı ne bir tanesi hepsini belki $\frac{3}{4}$ parçaya böleceğiz şeklinde düşünebilirim. Yani bu konuda biraz çok fazla düşünmedim açıkçası şimdiye kadar.

Çağla Öğretmen kesirlerle bölme işlemini ölçme anlamını kullanarak yorumlayamadığı için, verilen sembolik ifade ile çözülebilecek bir sözel problem söylemesi istendiğinde de ilk ifade dışında hiçbir ifadeye uygun problem söyleyememiştir. Kesirlerle bölme işlemini bir kesrin verilen kesir kadarını bulma olarak algıladığı için, işlemlere yazmış olduğu sözel problemler de bu düşüncüyü yansıtmıştır. Bir başka deyişle aşağıdaki görüşmeden alıntının göstermiş olduğu gibi, yazdığı problem bir bölme problemi değil bir çarpma problemi olmuştur.

Ç: $(5 \div \frac{3}{4})$ için) Yine pasta örneğini verebiliriz. Ve bu seferde bir tane pasta olmaz da 5 tane pasta olur ve bunun $\frac{3}{4}$ 'ünü bulunuz şeklinde.

Çağla Öğretmen, bölenin tam sayı olmadığı durumlarda bölme işleminin anlamını, çarpma kavramının anlamı ile karıştırmıştır. Kesirlerle bölme ile ilgili böyle bir yanlışlığa sahip olduğu için de aşağıda verilen problemin çözümü için bölme işleminin uygun olduğunu söylemiştir.

Problem: Bir bitki bir yılda yaklaşık $\frac{18}{5}$ dm büyüyor. Gelişiminin $\frac{2}{3}$ 'ünü gece saatlerinde tamamlıyor. Gece saatlerinde 1 yıl süresince kaç dm uzadığını bulunuz.

A: $\frac{18}{5} \div \frac{2}{3}$ ifadesi verilen problemin çözümü için uygun mudur? Neden?

Ç: (Problemi okuyor)Yani bence 1 yılda bu kadar büyüyorsa önce parçasını bulmamız lazım, her gece bir yılda ne kadar büyüdüğünü bulacağız, böylece bu yüzden uygun bence. Yani bütünü vermiş, gelişiminin gece saatinde ne kadar olduğunu vermiş öyle olunca tamam uygun bence.

Çağla Öğretmenin bölme kavramı, bölmenin ölçme anlamını içermemektedir. Bölme işlemini, eşit parçalara ayırmak olarak düşünmektedir. Fakat bu düşüncesi nedeniyle bölmenin küçülttüğü yanlışlığına da sahiptir. Bölümün her zaman bölünen sayının bir parçası olduğunu düşünmektedir. Bununla ilgili açıklaması şu şekildedir:

A: $(\frac{5}{6} \div \frac{5}{3})$ Burada işlemi yapmadan önce sonuç sizce 1'den büyük mü çıkar küçük mü?

Ç: Küçük çıkar. İlk başta bölünen kesir daha küçüktür. Yani küçüğü zaten bölüyorsun yani küçüğü zaten küçük parçalara ayırıyorsun. İlk başta zaten bir bütün olmadığı için.

A: Peki bölme sizce her zaman küçültür mü?

Ç: (Düşünüyor) Bölme bence hani her zaman küçültür mü? Bölme zaten parçalara ayırmak olduğu için aslında bütün eksilmez ama parçalara ayırdığın zaman parçalar küçülür.

A: Yani sonuçta bulduğumuz sayı bölünenden küçük müdür?

Ç: Bütünü parçalıyorsun o parçalardan her biri bütünden küçük olmak zorundadır.

Açıklamalarından da anlaşıldığı gibi, Çağla Öğretmen bölmenin her zaman küçülttüğünü düşünmektedir. Bu düşüncesi eşit paylaşım durumlarında geçerlidir. Fakat iki miktarın karşılaştırıldığı durumlarda yani ölçme durumlarında bu düşünce geçerli değildir. Eşit paylaşım durumlarında bölüm bölünenin bir parçasıyken, ölçme durumlarında bölüm bölünenin bir parçası değildir. Ölçme durumlarında, bölüm bölen ile bölünenin karşılaştırmasının bir ifadesidir. Çağla Öğretmen zengin bir bölme kavramına sahip olmadığı için de, bir bölme işlemindeki nicelikler arasındaki ilişkileri kurmakta zorlanmaktadır. Bunun bir göstergesi de, bir bölme işleminde kalanı tahmin etmesi istendiğinde ortaya çıkmıştır. Çağla Öğretmen, kesirlerle bölmede kalanı, bölme işleminin anlamını ya da bölme işleminde bölünen, bölen, bölüm ve kalanın anlamını düşünerek yorumlayamamaktadır. Kesirlerle bölme içeren bir ifade verildiğinde, kural yardımıyla işlemi yaparak sonucun tam sayı olup olmamasına göre kalanı ifade etmiştir. Aşağıdaki konuşma Çağla Öğretmenin kesirlerle bölmede kalanı nasıl yorumladığını göstermektedir.

A: $(\frac{19}{4} \div \frac{3}{4})$ Peki bu işlemde kalan var mıdır sizce?

Ç: Kalan vardır.

A: Bunu nasıl anladınız? Kaçtır kalan?

Ç: Şimdi ters çevirip çarp, yine 4'ler sadeleşti. 19'u 3'e bölersek 19, 3'ün katı değildir. 6 tane bütün vardır kalan o zaman $\frac{1}{3}$ dür.

A: Bütün derken peki, 6 tane bütün olarak bahsettiğiniz bu bütünler ne kadardır?

Ç: Şimdi 6 tane tam var içinde bir de bir bütünün 3 parçaya ayrılmış ve 1'i alınmış olarak vardır. Kalan kısmı $\frac{1}{3}$ dür.

Çağla Öğretmenin açıklamasından da anlaşıldığı gibi, kesirlerle bölmede kalanın ve bölümün ne ifade ettiğini yanlış açıklamaktadır. Açıklamalarında bölümün kesir kısmını kalan olarak ifade etmektedir. Oysaki, bir bölme işleminde bölümdeki kesirli kısım bu işlemde kalanın olduğunu gösterir, kalanı değil. Öğretmenin açıklamaları kesirlerle bölme işlemini hatta genelde bölme işleminin ne anlama geldiğini tam bilmediğini göstermektedir. Öğretmen bölme işlemini kural odaklı düşünmekte ve yapılan işlemin ne anlama geldiği üzerine düşünmemektedir. Bu nedenle de bölünen, bölen, bölüm ve kalan arasındaki ilişkileri belirlemekte ve açıklamakta zorluk çekmektedir. Bu nedenle de, işlemi farklı biçimlerde temsil edememektedir.

Tablo 4. 2’de görüldüğü gibi, kesirlerle bölme içeren ifadelerin sözel problemle veya sembolik olarak verilmesi, Çağla Öğretmenin kesirlerle bölmeyi kavramsal olarak ifade etmesinde farklılığa yol açmamıştır. Sözel problem durumlarında da paylaşma, parçalama düşüncesinden yola çıkarak işlem olarak bölmeyi seçmiştir. Fakat bölünenin tam sayı olmadığı durumlarda kurala bağlı kalmış ve farklı çözüm yolları denemeyi reddetmiştir.

Tablo 4. 2. Çağla Öğretmenin sözel problemlerdeki performansı

Problem	İşlem seçimi	Farklı çözüm
Bir pastanın $\frac{7}{8}$ ini 4 arkadaş eşit olarak paylaşmak istiyor. Her birine pastanın ne kadarı düşer?	$\frac{7}{8} \div 4$	Şekil
Selma’nın doğum günü partisinde bir pizzanın $\frac{7}{8}$ i artmıştır. Bunu dolaba kaldırmak için bir pizzanın $\frac{3}{4}$ ünü alan saklama kaplarından kaç tane kullanılır?	$\frac{7}{8} \div \frac{3}{4}$	–
$\frac{15}{6}$ km uzunluğunda bir yol yapım çalışmasında, işçiler her gün $\frac{2}{3}$ km yolun yapımını tamamladıklarına göre tüm yolu kaç günde yaparlar?	$\frac{15}{6} \div \frac{2}{3}$	–

Çağla Öğretmen, herhangi bir bölme işleminde bölünen, bölen, kalan, bölümün tam ve kesir kısmının ne ifade ettiği konusunda da yanlış anlamalara sahiptir. Hesap makinesi problemine yanıtı aşağıdaki şekilde olmuştur.

A: $9628 \div 38$ işlemini hesap makinesi kullanarak yapabilir misiniz?

Ç: (Bölüyor) 253,368421 çıkıyor.

A: Bu işlemin sonucu size nasıl bir bilgi veriyor?

Ç: Bu işlemin sonucu bize bunun tam olmadığını, tam değil de çok küçük parçaların da olduğunu, yani çok küçük parçalara ayrıldığını gösterir.

A: Ne bulmuş oldunuz peki burada?

Ç: Burada bu bunun katı olmadığını bulduk.

A: Peki bu sonuca bakarak $9628 \div 38$ işlemindeki kalanı tahmin edebilir ya da bulabilir misiniz?

Ç: Hmm (düşünüyor) Kalanı bulabiliriz. Şu kesir kısmına bakarız. Kesir kısmı alınmıştır zaten tüm 1'dir. 1 olduğuna göre bunun bu kadarını almışsak kalan da 1'den virgülden sonrasını çıkardığımızda kalanı buluruz.

Görüşmeden de anlaşılacağı gibi, Çağla Öğretmen bölme işlemi ile ilgili kavramsal anlamaya sahip olmadığı için bir bölme işleminde bölüme bakarak kalanın ne olabileceği hakkında akıl yürütememektedir. Bölme işleminde bölümün kesirli kısmının bulunmasının kalanın olduğunu gösterdiğini belirleyebilmiştir. Fakat kalanın büyüklüğünü, kesirli kısım ile bölüneni ilişkilendirerek belirleyememiştir. Bölümdeki 0,368421 ifadesi kalanın bölünenin yaklaşık üçte biri kadarı yani yaklaşık 13 olduğunu göstermektedir. Oysa Çağla Öğretmen bölüneni göz önünde bulundurmadan 1 den bu kesirli sayıyı çıkarmış ve kalan olarak da bu farkı belirtmiştir.

Çağla Öğretmen ile yapılan gözlem ve görüşmeden elde edilen sonuçlara baktığımızda, öğretiminde doğrudan kuralı verip, kuralın ezberlenmesini sağlamaya çalışmasının nedeni olarak kesirlerle bölme ile ilgili çok sınırlı bir anlamaya sahip olması düşünülebilir. Öğretmen bölme işlemini “parçalara ayırmak, bütünü parçalamak” olarak yorumlamaktadır. Bu nedenle, kesirlerle bölmede yalnızca bölünenin tam sayı olduğu durumlar için yeterli açıklamalar getirebilmiştir. Bölünen

tam sayı olmadığı durumlarda kesirlerle bölme ile ilgili bilgisi, ters çevirip çarpma algoritması ile sınırlı kalmıştır. Öğretmen bu algoritma olmadan kesirlerle bölmeyi düşünemediği için, öğrencilerine kuralı mutlaka bilmek zorunda olduklarını tekrarlamıştır. Kesirlerle bölmeyi kavramsal olarak ele alabilmesi için kendisinin de bu konuda kavramsal yeterliliğe sahip olması gerekmektedir.

4.2. Yeliz Öğretmen

Eski matematik öğretim programının uygulandığı bir okulda görev yapan Yeliz Öğretmenin dersi 22.02.06 tarihinde, 2 ders saati sürmüştür. Sadece Yeliz Öğretmene ait olan matematik sınıfının duvarlarında ve panolarında Pisagor ve Öklit bağıntılarının, bir doğal sayının basamak ve sayı değerlerinin yer aldığı kartonlar, ünlü matematikçilerin yaşam öyküleri vb. yazılar bulunmaktadır.

Yeliz Öğretmen, “Kesirlerle Bölme İşlemi” konulu dersine kesirlerle bölme işleminin yapılması için çarpma işleminin çok iyi yapılması gerektiğini vurgulayarak başlamıştır. Matematik programında (M.E.B., 2000) yer alan “Kesirlerle bölme işlemini yapabilme” hedefindeki davranışları sırasıyla öğrencilerine göstermiştir. Kesirlerle bölme işlemini yapabilme hedefinin davranışları, ters çevirip çarpma algoritmasına yönelik olarak düzenlenmiştir. Öğretmen, “*bir kesrin çarpmaya göre tersini bulmak için, pay ve paydayı yer değiştiririz*” açıklamasından sonra, öğrencilerden tahtaya yazdığı kesirlerin çarpmaya göre terslerini bulmalarını istemiştir. “*Çarpmaya göre tersinin ve kendisinin çarpımı 1 olmalı, bulduklarımızın doğru olup olmadığını kontrol edelim*” diyerek verilen kesrin çarpmaya göre tersini bulan öğrenciye kontrol etmesini söylemiştir. Öğrenciler sessizce dinlemiş, öğretmenlerinin söylediklerini uygulamaya çalışmışlardır.

Öğretmen, 0 (sıfır) sayısının çarpmaya göre tersini “*normalde bu $\frac{1}{0}$ dir, fakat kural gereği $\frac{1}{0}$ tanımsızdır*” şeklinde açıklamıştır. Buradan bölme işlemine geçmiştir. “ $\frac{a}{b}$ ifadesini $\frac{c}{d}$ ifadesine bölelim” diyerek $\frac{a}{b} : \frac{c}{d}$ yazmıştır. $\frac{a}{b}$ ’nin altına bölünen, $\frac{c}{d}$ ’nin altına bölen yazmıştır. Öğretmen, bölme kavramının anlamı ile ilişkilendirmeden, “*Bizim yapacağımız iş, bölünen sayıyı bölen sayının çarpmaya*

göre tersi ile çarpıcaz” şeklinde kesirlerle bölme işleminin nasıl yapılacağını açıklamış ve kuralı kutu içine almıştır.

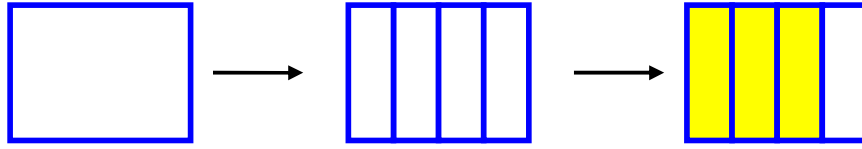
$$\boxed{\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}}$$

“Öncelikli olarak şu (kutu içindeki ifade) bizim kuralımız olsun, bunu örneklerle pekiştirelim” diyerek alıştırmalara geçilmiştir. Öğretmen tahtaya kalkan öğrenciden, alıştırmayı kuralı tekrarlayarak yaptıktan sonra bir alıştırma yazıp oturmasını istemiştir. Bu şekilde yaklaşık 7- 8 uygulama yapılmıştır. Öğretmen, *“kural daima aynı, kesirler ne olursa olsun ister tam sayılı, ister bileşik yapacağımız şey hep aynı, bölünen kesri yazıp, bölen kesri ters çevirip çarpmak”* şeklinde kuralı tekrarlamıştır. Öğrencilerden bir kısmı, (biraz şaşkın bir tavırla) *“yani bölme işlemi böyle mi oluyor?”* şeklinde tepki vermişlerdir. Öğretmenin *“evet böyle oluyor”* cevabına tüm sınıf *“çok kolaymış”* diyerek karşılık vermiştir. Öğrencilerin bu tepkisi belki de kesirlerle bölme işleminde verilen kuralı, bölme ile ilgili daha önceki bilgileri ile bağdaştıramamalarından kaynaklanabilir. Belki de doğal sayılarla bölme işlemini yaparken yaşadıkları zorluklardan dolayı bölme işlemi için yalnızca ters çevirip çarpmak öğrenciler için çok kolay görünmüş olabilir.

Bir kesrin 1’e bölümü, 1’in bir kesre bölümü, 0’ın bir kesre bölümü, bir kesrin 0’a bölümü sırasıyla öğrencilere ters çevirip çarpma algoritması ile yaptırılmış, bulunan sonuçlar öğrencilerin defterlerine kural olarak yazdırılmış ve kutu içine aldırılmıştır. Öğretmen, *“Kesirlerle bölmeyi anladık, şimdi kesirlerle ilgili karışık birkaç alıştırma yapalım”* diyerek tahtaya içerisinde dört işlemin bulunduğu alıştırmalar yazmıştır. Öğretmene göre kesirlerle bölmeyi anlamak, bu işlemin nasıl yapıldığının kuralını bilmek anlamına gelmektedir. Bunun için öğretiminde amacı, bölme işleminin nasıl yapılacağının kuralını vermek ve bu kuralı kullanırmak olmuştur. Öğretmenin tahtaya yazdığı alıştırmalar, parmak kaldırınlar arasından (yaklaşık sınıfın yarısı) tahtaya kalkan öğrenciler tarafından çözülmüştür. Öğretmen, başarılı bir hesaplamının anlama için yeterli olduğunu düşünmektedir.

Kesir kadarı verilen bütünü bulma ile ilgili uygulamaları öğretmen, kesirlerin parça-bütün anlamından yola çıkarak, şekil kullanarak çözmüştür. Böyle

problemlerin çözümünde, ezber bir prosedür şeklinde kesirlerle bölmeyi kullanmamış, biraz daha anlama dayalı ve model kullanarak kesirlerin ne ifade ettiğini içeren bir çözüm yapmıştır. Öğretiminde sık sık kuralları vurgulamasına rağmen burada bir kural vermemiştir. Örneğin, “Bir çuval buğdayın $\frac{3}{4}$ ü 24 kg olduğuna göre çuvalın tamamı kaç kg dır?” sorusunu öğretmen aşağıdaki şekilde çözmüştür. (Öğrencilerden biri yapmak istedi. Öğretmen “bunu beraber yapalım, konuşarak. Herkes tahtaya baksın. Yaslanın arkaya” diyerek aşağıdaki şekli çizdi.)



Şekil 4. 2. Yeliz Öğretmenin dersinde çizdiği model

Öğretmenin, “şu benim çuvalım, çuvalımı dört eşit parçaya bölmüşüm, üç parçasını almışım. Çuvalımın üç parçası doluymuş ve bu 3 parça 24 kg ise bir parçasını bulmak için ne yaparız?” sorusunu, öğrenciler “3 e böleriz” şeklinde yanıtlamıştır. Öğretmen, “ $24 \div 3 = 8$, her bir parça 8 kg, çuvalın tamamı 4 tanesi 32’dir” diyerek problemi cevaplamıştır. Bu örneğe benzer birkaç örnek daha, öğretmenin çözümüne benzer şekilde öğrenciler tarafından çözülmüştür. Öğretmenin çözüm yolu dikkatli incelenirse çözümün kesirlerle bölme işleminin anlamı ile hiçbir ilgisi yoktur. Kesirlerle bölme işleminin nasıl yapılacağını bilmeden de bu problem çözülebilir. Öğretmen bu tür problemleri kesirlerle bölme işlemi ile ilişkilendirebilirdi. Fakat programda yapılması gereken davranışlardan biri olduğu için bu problemlerin çözümüne geçmiş olabilir. Bu geçiş kesirlerle bölme işleminin öğretiminde bir kopukluk oluşturmuştur.

Öğretmen, ders boyunca öğrencilere verilen problemleri çözmek için kendi yollarını geliştirmeleri ve çözümle ilgili düşüncelerini açıklamaları için fırsat vermemiştir. Sınıfta benzeri yapılmamış bir örneği ilk olarak kendisi yapmıştır. Öğrencilerine ne yapmaları gerektiğini sırasıyla söylemiştir. Öğrenciler daha farklı çözüm yolları bulmaya gerek duymadan bir önceki örneğe bakarak prosedürü

uygulamışlardır. Öğretmenin ders kitabından kesirlerle bölme işlemi konusunun sonundaki alıştırmaları ödev vermesiyle ders sona ermiştir.

Yeliz Öğretmenin kesirlerle bölme dersine baktığımızda, öğretmen merkezli, kural ve algoritmaların öğretmen tarafından hazır sunulduğu bir konu öğretimi görülmektedir. Öğretmen, matematik öğretim programında yer alan hedef ve davranışlara ve ders kitabına sıkı sıkıya bağlı kalmış ve iki saatlik dersi süresince bunların dışında bir kaynak kullanmamıştır. Öğretmenin öğretim şekli, matematik öğrenmenin, bir takım kurallar bilmek ve bu kuralları uygulayarak işlem yapmak olduğu düşüncesini yansıtmaktadır. Öğrenci, ters çevirip çarpma kuralını başarılı bir şekilde uyguladığında, kesirlerle bölme için matematiksel anlamının gerçekleşmesi için yeterli sayılmıştır. Bu nedenle, öğretmen kesirlerle bölme işlemini kavramsal olarak ele almamıştır. Kesirlerle bölme işleminin kuralını vurgulamış, kuralın neden öyle olduğu üzerinde de durmamıştır.

Yeliz Öğretmen ile 27.02.06 tarihinde yapılan görüşme yaklaşık 1 saat sürmüştür. Yeliz Öğretmen görüşmeye geldiğinde oldukça rahattı, görüşme sorularına geçmeden önce öğrenme ile ilgili düşünceleri sorulduğunda, aşağıdaki açıklamaları yapmıştır.

A: Sizce öğrenme nedir? Öğrenciler sizce nasıl öğrenir?

Y: Öğrenme, öğrencilerin bir şeyleri kendilerinin yapması olarak söylenebilir. Çocuklar nasıl öğrenir (düşünüyor) bi defa her şeyden önce yaptıkları zaman çok iyi akıllarında kalır. Duydukları şeyleri belki unutuyorlar ama en azından tahtaya kalkıp bir soruyu kendisi çöze, o soruyu bir daha unutmaz. En güzeli süre yeterli olsa da hepsi ile ilgili örnekler yapabilseler. Yani biz anlattığımızda bir şey anlamayabilir ama öğrenci örnekleri kendisi yapması lazım.

Yeliz Öğretmen, açıklamasından da anlaşıldığı gibi öğrenmede öğrencinin yaparak öğrenmesinin esas olduğunu vurgulamaktadır. Fakat öğretim biçimi bu düşüncesini yansıtmamaktadır. Gözlemlerde öğretmen bir kuralın nasıl uygulanacağını, bir problemin nasıl çözüleceğini önce kendisi açıklamış, daha sonra da öğrencilerin bunları benzer durumlara uygulamalarını istemiştir. Bu ise, öğrencilerin kendilerine gösterilmeyen bir şeyi yapabileceğine inanmadığını göstermektedir. Bu nedenle,

öncekilerden farklı gördüğü alıştırma ya da problemlerin çözümünü ilk olarak kendisi yapmış, öğrencilerin düşüncelerini söylemelerine izin vermemiştir. Ayrıca, bir kavramın öğretiminde o kavramın uygulandığı olası tüm durumlarla ilgili örneklerin verilmesi gerektiğini düşünmektedir.

Görüşme sorularına geçildiğinde, ilk baştaki rahat tavrı biraz değişmiştir. Yeliz Öğretmenin görüşme sorularından sembolik ifadelerdeki performansı Tablo 4. 3 'te verilmiştir.

Tablo 4. 3. Yeliz Öğretmenin sembolik ifadelerdeki performansı

	Anlam	Farklı Temsiller	Sözel problem
$\frac{2}{5} \div 3$	Eşit paylaşım	Şekil Sayı doğrusu	Uygun
$5 \div \frac{3}{4}$	5'in $\frac{3}{4}$ 'ünü bulmak	–	Uygun değil
$\frac{8}{3} \div \frac{2}{3}$	$\frac{8}{3}$ ün $\frac{2}{3}$ ü	Sayı doğrusu yanlış	–
$\frac{19}{4} \div \frac{3}{4}$	–	–	Uygun değil
$\frac{5}{6} \div \frac{5}{3}$	–	–	Uygun değil
$1\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{5}$	ölçme	–	–

Tablo 4. 3'e bakıldığında, öğretmenin bölmeyi eşit paylaşma anlamı ile yorumladığı görülmektedir. Bu nedenle sembolik ifadelerde bölenin tam sayı olması durumunda bölme bilgisini farklı temsil biçimlerine dönüştürebilmektedir. $\frac{2}{5} \div 3$ işlemi için şunları söylemiştir.

A: Bu işlemin anlamı nedir sizce?

Y: $\frac{2}{5}$ kesrini 3'e böl, 3'e ayır. 3 eşit parçaya böl, paylaşır, dilimle yani.

A: İşlemi yaptığınızda bulacağınız sonuç size nasıl bir bilgi veriyor?

Y: (şaşırdı) Nasıl yani?

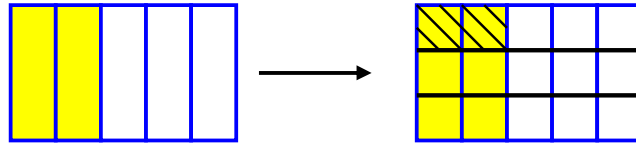
A: İşlemi yaptınız, bir sonuç buldunuz, neyi bulmuş oldunuz?

Y: Kesri 3'e böldüğümde bir parçasını

Yeliz Öğretmen işlemi doğru yapmasına rağmen açıklamaları matematiksel açıdan yetersiz kalmıştır. Eşit paylaşım durumlarında, bölme işleminin sonucu, bölünenin bir parçasından ziyade eşit parçalarından birinin büyüklüğünü göstermektedir. Yeliz Öğretmen, işlemi ters çevirip çarpma algoritmasını kullanarak sonucu bulmuştur. Neden ters çevirip çarptığını “*çarpmanın tersi bölme gibi düşünüyorum bu yüzden ters çevirip çarpıyoruz*” şeklinde açıklamıştır. Ters çevirip çarpma algoritmasına cebirsel olarak bir açıklama getirmemiştir. Bölen tam sayı olduğunda, kesirlerle bölmeyi açıklamak için eşit paylaşma anlamı uygun olmaktadır. Bu nedenle aynı işlemi şekil kullanarak yapması ve işleme uygun sözel problem yazması istendiğinde zorlanmamıştır.

A: Peki bu işlemi daha farklı bir yoldan yapabilir misiniz?

Y: Şekille gösterebiliriz belki. (Aşağıdaki şekli çizdi, 5'e böldü) 2 tanesini tarayalım. Bir de bunun tamamını bütün olarak 3'e bölmem gerekiyor ki 3'e böldüğüm için bir tanesini gösterebileyim. Tamamını 3'e böldüm, bir tanesini alıcam, toplam 15 parça oldu 2 tanesi alınırsa 2 bölü 15 olur.



Şekil 4. 3. Yeliz Öğretmenin $\frac{2}{5} \div 3$ işlemine çözümü

Yeliz Öğretmen şekil kullanarak yaptığı çözümün ardından aynı işlemi sayı doğrusu kullanarak yapması istenmiştir. Yeliz Öğretmen sayı doğrusunda çözümünü şu şekilde açıklamıştır.

Y: (Sayı doğrusu çizdi ve $\frac{2}{5}$ 'i gösterdi) $\frac{2}{5}$ 'i tekrar 3'e bölmemiz gerekir daha rahat bölmemiz için 3 parçaya (Düşünüyor) 3'e bölmemiz gerekiyor ama payda mı eşitlesek (Düşünüyor) tabi daha rahat bölmemiz için genişletmemiz gerekebilir, şimdi 2, 3'e tam bölünebilen bir sayı olmadığı için bunu genişletirsek mesela 6 bölü 15 deseydik daha rahat yapardık yani 6 tane dilimi 3'e böldüğümde ikisini daha rahat seçebilirdik. O yüzden payı 3'e bölünebilen bir sayı olacak şekilde genişletirsek daha rahat yapabiliriz sayı doğrusunda

Yeliz Öğretmen, sayı doğrusunda şekilde olduğu gibi kolayca $\frac{2}{5}$ 'i 3'e bölüp bir parçasını gösterememiştir. Sayı doğrusunda $\frac{2}{5}$ 'i 3'e böldüğünde doğrudan hangi kesre karşılık geldiğini göremediğinden $\frac{2}{5}$ kesrini genişleterek bölme işlemini yapmıştır. Bölmenin eşit paylaşma anlamını kullanarak, ters çevirip çarpma kuralına başvurmadan $\frac{2}{5} \div 3$ işlemini şekil ve sayı doğrusu kullanarak yapabilmıştır. Yeliz Öğretmen bu işlem ile çözülebilecek sözel problemi de şöyle ifade etmiştir: “Bir top kumaşın $\frac{2}{5}$ ini 3'e böldüğümüzde (gülüyor) olmadı, bir top kumaşın $\frac{2}{5}$ i ile 3 parça kumaş çıkıyor yani 3 takım çıkıyor, bir takıma bir top kumaşın ne kadarı gider?”

Bölenin tam sayı olmadığı durumlarda ise bölme işlemini eşit paylaşma anlamını kullanarak açıklayamamıştır. Bölme işlemini farklı biçimde yorumlayamadığı için, bölen tam sayı olmadığında kesirlerle bölmeyi, çarpma kavramının anlamı ile karıştırmıştır. Aşağıdaki konuşma, bölenin tam sayı olmadığı durumda Yeliz Öğretmenin kesirlerle bölmeyi nasıl yorumladığını göstermektedir.

A: ($5 \div \frac{3}{4}$ kartını verdi) Bu işlemin anlamı nedir?

Y: (Oldukça kendinden emin) 5 doğal sayısı 4 parçaya böl 3 tanesini al ya da 3'ünü tara.

A: Peki burada işlemi yapmadan önce sonuç 1'den büyük mü çıkar küçük mü?

Y: Hım (Düşünüyor) Büyük çıkar çünkü 5 sayısı 1'den büyük bir şey 4'e bölücem bir de 4'e böldüğümde 1'den büyük çıkacak bir de 3 tanesini alıcam 1'den büyük çıkar. 1'in katı yani 3 küsürlü bir şey çıkar. Çünkü bu 5'i 4'e bölüp 3 ile çarpıcam demektir 4'e böldüm 1,25 bi de 3 ile çarptım 3 küsürlü çıkar.

A: İşlemi yaptığınızda burada sonuç size ne ifade ediyor, nasıl bir bilgi veriyor?

Y: İşte ne verir? (Düşünüyor) 5 sayısının $\frac{3}{4}$ 'ü ne kadar ediyor, ne ediyor, onu görmüş oluruz. 4'e böldüğümde 3'ünü aldığımızda ne kadar ettiğini görmüş oluruz.

Bölme işleminde bölümü tahmin ederken, bölme işleminin anlamını düşünmeden prosedürel bir açıklama getirmeye çalışmıştır. Fakat bu açıklamanın bölme işleminin prosedürü olmadığını farkına varmamıştır. Ölçme anlamını kullanarak, 5 in içinde 1 den küçük bir sayının en az 5 kez olacağını kolaylıkla tahmin edebilirdi. Fakat öğretmenin bölme kavramı, ölçme anlamını içermediği için, çarpma işlemini kullanarak açıklamıştır. İşlemi şekil kullanarak çözmesi istendiğinde, açıklamasını şekilde ifade edememiştir. Bir başka deyişle, 5'in $\frac{3}{4}$ 'ünü gösterebileceği bir model oluşturamamıştır.

Y: O zaman 5 tane bütün mü çizmemiz lazım burada 5 tane bütün çizerim, her birini 4'e bölerim her birinden 3 parça alırım. 5 tam şeklinde düşündüğümde böyleydi herhalde. (Düşünüyor) Bu şekilde olmaz (Düşünüyor) 5'in $\frac{3}{4}$ 'ünü nasıl gösteririz bir dakika şimdi.(Düşünüyor) Geçelim bunu, düşünmedim ben hiç, bir düşünüyim.

Çok emin olamamakla birlikte, Yeliz Öğretmen kesirlerle bölme işlemini bir kesrin verilen kesir kadarını bulma olarak yorumlamaktadır. $5 \div \frac{3}{4}$ için yazmış olduğu problem de bunu yansıtmaktadır. Bu işlem ile çözülebilecek sözel problemi şu şekilde ifade etmiştir: “Ayşe'nin elinde 5 kg unu var Ayşe elindeki unun $\frac{3}{4}$ 'ünü kullanarak kek yapacaktır. Ayşe kaç kg un kullanır?”

Kesirlerle bölmede bölenin tam sayı olmadığı durumlarda bölmenin anlamını, $\frac{8}{3} \div \frac{2}{3}$ örneğinde olduğu gibi çarpmanın anlamı ile açıklamıştır. İşlemi ters çevirip çarpmaya alternatif bir yolla yapması istendiğinde, sayı doğrusunda yapmayı tercih etmiştir. Sayı doğrusunda $\frac{8}{3}$ ü göstermiş, kesri genişleterek $\frac{24}{9}$ olarak düşünmüştür. $\frac{24}{9}$ u 3 parçaya ayırıp, 2 tanesini alarak cevabı $\frac{16}{9}$ olarak söylemiştir. Araştırmacı tarafından algoritma ile bulduğu sonuç ve sayı doğrusunda bulduğu sonucu karşılaştırması istenmiştir. Yeliz Öğretmenin karşılaştırması şu şekildedir: *“Ters çevirip çarptığımda 4 bulmuştum. (düşünüyor)Nerde hata yapıyoruz? (düşünüyor) Biz $\frac{2}{3}$ ünü buluyoruz, 3’e bölüp, 2 ile çarpıyoruz. Ama bu $\frac{16}{9}$ çarpma işleminin sonucu. Biz tabi böyle yaparsam sayının $\frac{2}{3}$ ünü bulmak çarpma işlemi yapmak. O zaman bölme, nerde hata yapıyorum? (düşünüyor) yok hayır, geçelim bunu, bi hata yapıyorum ama, yok geçelim”* Bulduğu sonuçları karşılaştırdığında, bölme işleminin anlamını çarpma işlemi ile karıştırdığının farkına varmıştır. Fakat yine de bölme işlemi için uygun bir açıklama getirememiştir. Bu nedenle de, daha sonra verilen sembolik ifadelerde şekil veya daha farklı bir yol kullanarak işlemi yapmak istememiş ve ters çevir çarp kuralını uygulamıştır. Soru kartları verildiğinde *“burada şekil falan sormayın”* diyerek araştırmacıyı uyarmıştır. Verilen ifadelerle çözülebilecek sözel problemler yazması gerektiğinde de bölme işlemini çarpma işlemine dönüştürdükten sonra sözel problem oluşturmaya çalışmıştır. Örneğin, $\frac{19}{4} \div \frac{3}{4}$ işlemini önce kuralı uygulayarak $\frac{19}{4} \cdot \frac{4}{3}$ işlemini elde etmiş ve şunları söylemiştir: *“Bir sayının $\frac{19}{4}$ ünün, işte ters çevirip çarpınca, $\frac{4}{3}$ ü ne kadardır diye.”* Dikkat edilirse Yeliz Öğretmenin ifadesi bir sözel problemten çok çarpma işleminin bir ifadesi şeklindedir.

Yeliz Öğretmen, en son sembolik ifade de bölmeyi ölçme anlamı ile düşünmüş fakat yine farklı çözümler (şekil, sayı doğrusu vb.) denemeyi ve sözel problem yazmayı reddetmiştir. Aşağıda bu ifade ile ilgili açıklaması verilmiştir.

A: $(1\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{5})$ kartını verdi) işlemi yapmadan burada sonuç sizce 1'den büyük mü

çıkart küçük mü?

Y: Burada (düşünüyor) büyük çıkar herhalde

A: Nasıl düşündünüz?

Y: Şu bir tamları düşünmedim. $\frac{1}{5}$ den $\frac{2}{3}$ daha büyüktür. $\frac{1}{5}$ e böldüğümde içinde daha fazla vardır. 1 defadan fazla vardır diye düşündüm o yüzden 1'den büyük çıkar.

Yeliz Öğretmen başlangıçta bölmeyi eşit paylaşma anlamı ile düşünmekteydi. Eşit paylaşma anlamı bölenin tam sayı olmadığı durumları açıklamasına olanak vermediğinden bölmeyi bir kesrin verilen bir kesir kadarını bulmak olarak açıklamıştır. Model kullanarak bir kesrin verilen bir kesir kadarını bulması da o kadar kolay olmamıştır. Araştırmacı, öğretmene oluşturduğu modelin ve uyguladığı kuralın neden farklı sonuçlar verdiğini belirttiğinde de öğretmen bölmeyi çarpma işlemi ile karıştırdığını fark etmiştir. Yeliz Öğretmen yaptığı hatanın farkına varması ile belki de bir dönüşüm yaşamış ve kesirlerle bölmeyi bölme işleminin ölçme anlamı ile yorumlamaya başlamış olabilir. Kendisine verilen en son sembolik ifadede verilen iki kesir arasında büyüklük karşılaştırması yaparak bölenin $1\frac{2}{3}$ içinde 1 kereden daha fazla olacağını fark etmiş, bölmeyi ölçme anlamı ile düşünmüştür. Bu anlamı hatırlaması kesirlerle bölmeyi kavramsallaştırmasında yine de yeterli olmamıştır. Çünkü işlemi şekil kullanarak yapmayı ve işleme uygun sözel problem yazmayı reddetmiştir.

Yeliz Öğretmen bölme ile çarpma işlemini karıştırdığını fark etmemiş olsaydı Çağla Öğretmen'de olduğu gibi çarpma işlemi ile çözülebilecek bir problem için bölme işleminin uygun olduğunu söyleyebilirdi. Yeliz Öğretmen'e "Bir bitki bir

yılda yaklaşık $\frac{18}{5} dm$ büyüyor. Gelişiminin $\frac{2}{3}$ 'ünü gece saatlerinde tamamlıyor. Gece saatlerinde 1 yıl süresince kaç dm uzadığını bulunuz.” problemi verilmiş ve bu problemin çözümü için $\frac{18}{5} \div \frac{2}{3}$ ifadesinin uygun olup olmadığı sorulmuştur.

Y: (Problemi sesli okudu) Hayır değil. Bu şekilde bölme ile çözülmesi için $\frac{3}{2}$ sini gece saatlerinde tamamlıyor demesi gerekirdi, ters çevirip çarpıyoruz ya. (Tekrar okuyor, düşünüyor) Sanki burada $\frac{2}{3}$ 'ünü gece saatlerinde derken çarpma işlemi gibi (Düşünüyor) çarpma olması gerekiyor gibi düşünüyorum (Tekrar okuyor) $\frac{18}{5}$ 'in $\frac{2}{3}$ 'ünü bulurken çarpardık yani şu şekilde bölme işlemi ile gösteremeyiz.

Yeliz Öğretmen bu problemin bölme problemi olup olmadığını bölmenin anlamını düşünerek değil, bölme işlemi çarpma işlemine dönüştürerek değerlendirmektedir. Yeliz Öğretmenin sembolik ifadelerde çarpma işlemi ile bölme işleminin anlamını karıştırdığının farkına varmış olması bu problemin çözümü için bölme işleminin uygun olmadığını düşünmesinde etkili olmuş olabilir.

Yeliz Öğretmen, kesirlerle bölmede kalanı da bölünen, bölen ve bölüm ile ilişkilendirememiştir. Kalan ile ilgili kavramsal olarak doğru bir açıklama yapamamıştır. Kesirlerle bölme işleminde kalanı, işlemi ters çevirip çarpma algoritması ile yaptıktan sonra bulduğu sonuca göre ifade etmiştir. Aşağıdaki konuşma Yeliz Öğretmenin kalanı nasıl açıkladığı ile ilgilidir.

A: ($5 \div \frac{3}{4}$ için) Bu bölme işleminde sizce kalan var mıdır?

Y: Kalan vardır

A: Nasıl anladınız kalan olduğunu?

Y: Kesirlerle bölmede kalan şimdi, kesir zaten tam olanda olabilir, tam bölünmeyen bir şey de olabilir. $\frac{3}{4}$ kesri bu zaten tam bölünmeyen bir şeydir.

Şundan da kestirebiliriz, 5 tam 4'e bölünmez, 4'e bölüp 3 ile çarpıcaz dedim ya, tam bölünen bir sayı değildir, bir de 3 ile çarpınca elde bi kalan çıkacaktır.

A: Kalan kaçtır peki?

Y: Kalanın ne olduğunu söyleriz. $\frac{20}{3}$ ten işte, 18 dersek 6 tam $\frac{2}{3}$ olur kalan 2'dir.

Yeliz Öğretmenin açıklamaları anlamdan çok kurala dayalıdır. $5 \div \frac{3}{4}$ işleminde kalanı işlemi yaparak tahmin etmeye çalışmıştır. Oysa ki, eğer Yeliz Öğretmen yeterli kavramsal anlamaya sahip olsaydı, 5 sayısını da $\frac{1}{4}$ cinsinden ifade ederek kalanı daha kolay tahmin edebileceğini bilirdi. Bir başka deyişle $5 = \frac{20}{4}$ ifadesini elde ederek 20'nin 3'ün katı olmadığını görür ve kalanın $\frac{2}{4}$ olduğunu belirleyebilirdi. Böylesi bir kavramsal anlamadan yoksun olduğu için yine kuralı uygulayarak bir açıklama getirmeye çalışmış ve kalanı yanlış bulmuştur. Yeliz Öğretmen, bir bölme işleminde kalanın bölenden büyük bir sayı olamayacağını fark edememiş ve kalanı 2 olarak bulmuştur. .

Yeliz Öğretmen, diğer sembolik ifadelerde de kalanı aynı şekilde açıklamıştır. $1\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{5}$ ifadesinde işlemi ters çevirip çarparak yapmış, sonucu $\frac{25}{18}$ bulmuş ve kalanın 7 olduğunu söylemiştir. Daha sonra bu düşüncesinden vazgeçerek aşağıdaki açıklamayı yapmıştır.

Y: ($1\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{5}$ için) Bu 7 aslında 25'i 18'e böldüğümdeki kalan yani bu bölmedeki kalan değil

A: Peki bu bölme işleminde kalan var mıdır?

Y: Kalan var mıdır (düşünüyor) kalan şöyle, $\frac{25}{18}$ kesrini şöyle gösterebilirim 2 tane şekil çizmem gerek, 1 tam, 2. şekilde 18 tane kareden 7 tanesini tararım geriye kalan 11 tanesi kalandır. Yani $\frac{11}{18}$ kalandır. Yani kalan 2. şekildeki boşluklardır.

Yeliz Öğretmen açıklamalarından da görüldüğü gibi bölme işleminde kalanın ne ifade ettiği ile ilgili kavramsal olarak doğru bir açıklama yapamamıştır. Yeliz Öğretmen, kesirlerle bölme işlemini bölenin tam sayı olmadığı durumlarda kavramsallaştıramadığından, kesirlerle bölmede kalanı bölünen, bölen ve bölüm ile ilişkilendirememiş olabilir. Ya da kesirlerle bölmeyi doğal sayılarla bölme işlemi gibi görmediğinden, doğal sayılarla bölmedeki kalanın rolünün kesirlerle bölmede de aynı olduğunu düşünemiyor olabilir. Fakat bölme doğal sayılarla verildiğinde de kalanın ne ifade ettiğini ve kalanın bölünen, bölen ve bölümle ilişkisini düşünememiştir. $9628 \div 38$ işleminde de bölüme bakarak kalanla ilgili bir tahminde bulunamamıştır. $9628 \div 38$ işlemini hesap makinesinde yaparak sonucu bulmuştur. Bulduğu sonucu “*demek ki 38,9628’in içinde tam yok 253 defa var, diğer kısmı da tam değil. Tam olarak 38 eşit parçaya ayrılmıyor.*” şeklinde açıklayarak bölmeyi hem ölçme hem de eşit paylaşma anlamı ile düşünmüştür. Açıklamasına rağmen bölme işlemi ve bölme kavramı arasında bir ilişki kuramamış, “*burada bölüme bakarak kalan hakkında bir şey söyleyemeyiz*” demiştir. Buradan Yeliz Öğretmenin doğal sayılarla bölmeyi de kavramsal olarak anlamadığını düşünebiliriz. $9628 \div 38$ işleminde bölmenin tanımını söylemektedir fakat bölünenin, bölenin, bölümün ve kalanın ne ifade ettiği ile ilgili bir anlam oluşturmamıştır.

Yeliz Öğretmen, sözel problem durumlarında da sembolik ifadelerde olduğu gibi bölen tam sayı olduğunda çözümü şekil kullanarak yapmakta sıkıntı çekmemiştir. Tablo 4. 4’de Yeliz Öğretmenin sözel problemlerdeki performansı verilmiştir.

Tablo 4. 4. Yeliz Öğretmenin sözel problemlerdeki performansı

Problem	İşlem seçimi	Farklı çözüm
Bir pastanın $\frac{7}{8}$ ini 4 arkadaş eşit olarak paylaşmak istiyor. her birine pastanın ne kadarı düşer?	$\frac{7}{8} \div 4$	Şekil
Selma'nın doğum günü partisinde bir pizzanın $\frac{7}{8}$ i artmıştır. Bunu dolaba kaldırmak için bir pizzanın $\frac{3}{4}$ ünü alan saklama kaplarından kaç tane kullanılır?	$\frac{7}{8} \times \frac{3}{4}$	Tekrarlı çıkarma
$\frac{15}{6}$ km uzunluğunda bir yol yapım çalışmasında, işçiler her gün $\frac{2}{3}$ km yolun yapımını tamamladıklarına göre tüm yolu kaç günde yaparlar?	$\frac{15}{6} \div \frac{2}{3}$	–

Yeliz Öğretmenin bölme kavramı sadece bölmenin eşit paylaşma anlamını içerdiği için ilk sözel problemi hem işlem hem de model kullanarak çözmüştür.

Problem: Bir pastanın $\frac{7}{8}$ ini 4 arkadaş eşit olarak paylaşmak istiyor. Her birine pastanın ne kadarı düşer?

A: Bu problemi hangi işlemi kullanarak çözebilirsiniz?

Y: (Problemi sesli okudu) Burada bölme işlemi yaparız.

A: Neden bölme işlemi tercih ettiniz peki?

Y: Paylaşmak istiyο, bölme için paylaştırmak, parçalamak demiştik. Bölücez, paylaştıracğız pastayı onun için bölme.

A: Daha farklı bir yoldan çözebilir misiniz bu problemi?

Y: (Düşünüyor) Şekil kullanarak çözerim aslında. Bu ne demektir, 8 parçaya böl 7'sini al, bir de bunu 4'e bölücem, 7'yi yani 4'e bölünen bir sayıyla genişletirsem

daha rahat ederim. O zaman bu $\frac{28}{32}$ olur, şimdi bunu bir de 4'e bölersem her bir arkadaşına $\frac{7}{32}$ olur.

Yeliz Öğretmen, bölenin tam sayı olmadığı bir bölme probleminde ise çözüm için bölme işlemini seçmemiştir. Bölmeyi kavramsal olarak yorumlayamadığı için bir problemin hangi durumlarda bölme problemi olacağını bilmiyor olabilir. “Selma’nın doğum günü partisinde bir pizzanın $\frac{7}{8}$ ’i artmıştır. Bunu dolaba kaldırmak için bir pizzanın $\frac{3}{4}$ ünü alan saklama kaplarından kaç tane kullanılır?” probleminin çözümü için çarpma işlemini seçmiştir.

A: Hangi işlemi kullanarak çözebilirsiniz bu problemi?

Y: (düşünüyor) Hmm pizzanın ne kadarını almak için çarparım, $\frac{21}{32}$ dir cevap.

Problemi daha farklı bir yol kullanarak çözmesi istendiğinde aşağıdaki şekilde çözmüştür.

Y: (soruyu tekrar sesli okuyor) pizzanın $\frac{7}{8}$ ’i artmış, şunu da genişletelim, bir kap pizzanın $\frac{6}{8}$ ini alıyormuş, 1 tane saklama kabı dolar, diğer kaba $\frac{1}{8}$ i kalır.

A: Son kabın ne kadarı dolar?

Y: Bir tanesi tamamen dolar, bir tanesi de 8 parçadan birini alır. Saklama kabı tamamı pizzanın $\frac{6}{8}$ ini alıyor demek ki $\frac{1}{8}$ i kaldı. Diğerinin de 8’de birini doldurur evet.

A: Burada hangi işlemi kullanmış oldunuz peki?

Y: Yok işlem kullanmadım, genişletme yaptım sadece, şurada $\frac{7}{8}$ i kaldığına göre,

kalan pizzayı $\frac{6}{8}$ i bir kaba dolar, $\frac{1}{8}$ i 2. kaba dedim.

Yeliz Öğretmen, bölme durumu sözel problem içerisinde verildiğinde problemi $\frac{7}{8}$ in içindeki $\frac{6}{8}$ leri bulmaya çalışarak, tekrarlı çıkarma yaparak problemi çözmüştür. Fakat tekrarlı çıkarmanın bölme işleminin bir başka yolu olduğunu fark edememiştir. Pizzadan kalan $\frac{1}{8}$ lik parça, kabın ne kadar pizza aldığı ve bu parçanın saklama kabının ne kadarını dolduracağı arasında doğru bir ilişki kuramamıştır. Bir başka deyişle yukarıdaki işlemde kalan pastanın $\frac{1}{8}$ idir. Bu kalan parça kabın $\frac{1}{8}$ ini değil $\frac{1}{6}$ sını doldurur. Benzer şekilde, kesirlerle bölmede kalanı, sözel problem durumunda da yorumlayamamıştır.

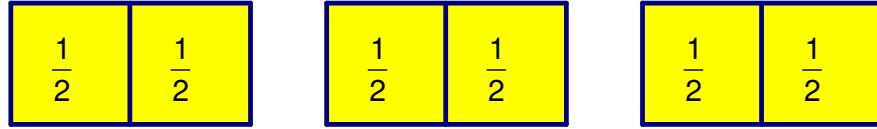
Yeliz Öğretmenin görüşme sorularından sadece bölenin tam sayı olduğu durumlarda kesirlerle bölme ile yeterli açıklamalar getirebildiği görülmektedir. Bu durumun bölmenin anlamını “ayırma, parçalama” olarak yorumlamasından kaynaklandığı düşünülebilir. Diğer bölme durumlarında bölme bilgisi ters çevirip çarpma algoritması ile sınırlı kalmıştır. Bu algoritmanın neye dayandığını da açıklayamamıştır. Öğretmen kesirlerle bölme işleminin öğretiminde öğrencilerine doğrudan ters çevirip çarpma kuralını vermiş, öğrencilerinden bu kuralı uygulamalarını beklemiştir. Bölmeyi bir kavram olarak ele alıp, doğal sayılardan başlayarak daha geniş sayı kümelerinde bu kavramın incelendiği bir ortam oluşturamamıştır. Öğretmenin kendisi kesirlerle bölme ile ilgili kavramsal bir anlamaya sahip olmadığı için öğretiminde de kesirlerle bölmeyi kavramsal olarak ele almamış olabilir.

4.3. Funda Öğretmen

Yeni matematik öğretim programının uygulandığı bir pilot ilköğretim okulunda görev yapan Funda Öğretmenin kesirlerle bölme dersi 17.04.06 tarihinde 2 ders saati sürmüştür. Öğrenciler ve öğretmen gözlem sürecinde oldukça rahat

davranmışlardır. Funda Öğretmen, Talim Terbiye’den gelen görevliler tarafından verildiğini söylediği kesirlerle bölme ile ilgili ders planını masasına koymuş ve öğretiminde birebir bu planı uygulamaya çalışmıştır.

Kesirlerle bölme konusuna “Kesirlerle bölme işlemi” başlığını yazdıktan sonra bir sözel problem ile başlamıştır. “Bir ekmeğin her çocuğa $\frac{1}{2}$ si verildiğine göre 3 ekmeği kaç çocuk eşit olarak paylaşır?” problemini öğrencilerine yazdırmış ve anlatmalarını istemiştir. İki öğrenci problemi tekrarladıktan sonra öğretmen “*üç tane kağıt çıkarın, evet herkes 3 kağıt çıkarsın, her kağıdı ortadan ikiye katlayın*” diyerek bütün öğrencilerin katlamasını beklemiştir. Bütün öğrenciler çıkardıkları kağıtları katladıktan sonra öğretmen sınıfa “*3 tam içinde kaç tane $\frac{1}{2}$ var?*” sorusunu yöneltmiştir. Öğrencilerden birkaçı 6 olarak cevaplamışlardır. Öğretmen “*bu modeli defterinize çiziyorsunuz*” diyerek tahtaya aşağıdaki modeli çizmiştir



Şekil 4. 4. Funda Öğretmenin dersinde çizdiği model

Funda Öğretmen dersine doğrudan kesirlerle bölme işleminin nasıl yapılacağını söyleyerek değil, kesirlerle bölme durumu içeren bir sözel problemle başlamıştır. Problemin çözümünde öğrencilerine somut model kullandırmıştır. Fakat burada öğrencilerin düşünme sürecini kendi üstüne almıştır. Bir başka deyişle öğrencilerin düşüncelerini açıklamalarına, problemi analiz etmelerine, kendi modellerini oluşturmalarına fırsat vermemiştir. Öğrencilerin problem durumu ile ilgili görüş ve fikirlerini almaya çalışmamıştır. Bu arada, bazı öğrenciler yapılan etkinliği değersiz bularak “boşu boşuna kağıt ziyanı” şeklinde yorumlar yapmıştır.

Öğretmen tahtaya çizdiği modeli işaret ederek “*bu modelin gösterdiği matematik cümlesini yazınız, bu hangi işlemi gösteriyor?*” sorusunu yöneltmiş,

öğrencilerin cevaplamasını beklemiştir. Sınıftan bir öğrenci “3 tamın içinde kaç tane $\frac{1}{2}$ olduğunu gösteriyor, $3 \div \frac{1}{2}$ değil mi öğretmenim?” diyerek fırlamıştır. Bu öğrenci tahtaya kalkarak düşüncelerini şöyle açıklamıştır: “burada 3 tamda kaç $\frac{1}{2}$ olduğunu soruyor. Bunu $3 \div \frac{1}{2}$ deriz. Burada 3 tane tam var, bir ekmeğin yarısını 1 çocuğa vericez, 3 tamı yarımşar yarımşar bölücez bunu yapmak için de böleriz”.

Öğrencilerden bu modelle ilgili olarak, “ 3×2 ”, “6 tane $\frac{1}{2}$ ”, “ $6 \times \frac{1}{2}$ ” gibi cevaplarda gelmiştir. Fakat öğretmen bu öğrencilerin düşüncelerini açıklamalarına izin vermemiştir, bu cevaplar üzerinde durmamıştır. Problemle ilgili bir doğru cevabın gelmesi öğretmen için yeterli olmuştur. Öğrencilerin bölme ile çarpma arasında kurduğu ilişkiyi ve verilen farklı cevapları görmezden gelmiştir. Problemin çözümünü yapan öğrenci dışında, sınıftaki diğer öğrencilerin çözümleri ile ilgilenmeden bir sonraki probleme geçmiştir. “Bir ekmeğin $\frac{2}{3}$ ’ ü 4 çocuğa eşit olarak paylaştırılırsa her çocuk ne kadar ekmeğe alır?” problemini öğrencilerine yazdırdıktan sonra yine kağıt çıkarmalarını istemiştir. “herkes $\frac{2}{3}$ ü gösterebilir, taralı alanı 4 çocuğa paylaştırmak bakalım” diyerek öğrencilerin düşünmesine izin vermeden ne yapmaları gerektiğini adım adım söylemiştir. Öğrencilerden üç tanesi, zihinsel olarak verilen kesrin payını 4 kişiye rahat paylaştırabilecek şekilde kesri genişletmiş, cevabın $\frac{1}{6}$ olduğunu söylemişlerdir. Ayrıca kağıt katlama modeli ve şekil kullanarak da çözümlerini açıklamışlardır. Bu öğrencilerden birini öğretmen tahtaya kaldırmış, modelini tahtaya çizmesini istemiştir. Sınıftaki diğer öğrencilerde problemle ilgili herhangi bir yorum yapmadan tahtaya çizilenleri defterlerine yazmışlardır. Öğretmen bu problemle ilgili, birkaç öğrencinin yaptığı açıklama ile yetinmiş, ek olarak bir şey söylememiştir. Bölme işlemi ve bölme kavramı arasında öğrencilerin kurduğu ilişkileri vurgulamamıştır. Sınıftaki diğer öğrencilerin tahtaya çizilen modeli anlayıp anlamadığı ya da onların nasıl modeller oluşturduğu ile ilgilenmeden başka bir probleme geçmiştir.

“Akşam yemeğinden sonra bir tepsi böreğin yarısı kalmıştır. Ertesi gün kalan börek $\frac{1}{3}$ ’lük parçalara bölündüğünde kaç parça börek elde edilmiş olur?” sözel problemini şekil kullanarak çözmelerini istemiştir. Öğrencilerden ikisi bu problemin çözümünde ortak payda algoritmasına yönelmiştir. Bu öğrencilerden biri çözümünü şu şekilde açıklamıştır: “(Elindeki kağıdı göstererek) bu bir tepsi börekse (katladı) burası yarısı oldu. Bu yarısını biz $\frac{1}{3}$ ’lük parçalara bölücez, en sonunda kaç tane $\frac{1}{3}$ ’lük dilim olduğunu bulucuz. Bunu biz ayırmak için paydalarını eşitleyelim, (tahtaya $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$ yazdı) bu $\frac{3}{6} \div \frac{2}{6}$ olur, $\frac{3}{6}$ ’yı $\frac{2}{6}$ ’ya bölücez yani burada 3’ü 2’ye bölücez.” Öğretmen öğrencinin açıklamasını “çok güzel” diyerek onaylamış farklı bir açıklamada bulunmamıştır. Diğer öğrencilerin problemle ilgili düşüncelerini almadan, ortak payda algoritmasını tanıtmıştır. Öğretmen bu öğrencinin çözümünden yola çıkarak daha kolay birkaç tane daha problem durumu vererek öğrencilerin kendilerinin çözmelerini sağlayabilirdi. Böylece ortak payda algoritması öğrencilerin çözümünden gelişebilirdi. Fakat öğretmen bir örneği yeterli görerek algoritmayı tanıtmayı tercih etmiştir. Öğrencilerin büyük çoğunluğundan “nasıl oldu öğretmenim o?”, “ben anlamadım, neden payda eşitliyoruz?” gibi sorular gelmiştir. Öğretmen bu sorulara “ben de size soruyorum neden” şeklinde karşılık vermiş, öğrencilere açıklayıcı, bölmenin anlamı ile ortak payda algoritmasını ilişkilendirecek bir cevap vermemiştir. Öğrencilerin sorularını yanıtız bırakmasının nedeni belki de bu sorulara cevap verecek kavramsal anlamaya sahip olmaması olabilir. Öğretmen üç tane sözel problemin ardından bölme kavramı ve bölme işlemi arasında ilişki kurmadan doğrudan ortak payda algoritmasını vermiştir. Öğrencilerden birkaçı sözel problemlerden sonra ortak payda algoritmasına yönelmişler fakat öğretmen desteklememiştir.

Öğretmen tahtaya yazdığı sembolik ifadelerde ortak payda algoritmasının uygulamasını yaptırmıştır. Bu ifadeler arasında bölünenin bölenden küçük olarak verildiği bir örnekte öğrenciler “5, 6’ya bölünmez ki öğretmenim” diyerek itiraz

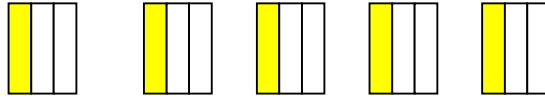
etmişler fakat öğretmen yine dikkate almamıştır. Öğretmen bölme ile ilişkilendirmeden, işlemi yapmak için başka bir yol olarak ters çevirip çarpma algoritmasını vermiştir. Öğretmen tahtaya yazdığı sembolik bölme ifadelerinde her iki algoritmayı kullanarak işlemi yapmalarını istemiştir. Öğrenciler ters çevirip çarpma algoritması için “*öğretmenim bu çok basitmiş, bundan sonra böyle yapalım*”, ortak payda algoritması için de “*öğretmenim bu çok zor bunu bırakın öteki ile yapalım*” gibi yorumlar yapmışlardır.

Üç sözel problemin çözümü ve ortak payda, ters çevirip çarpma algoritmalarının uygulamalarından sonra öğretmen tahtaya şöyle bir soru yazmıştır.

$$5 \div \frac{1}{3} \text{ ifadesine göre}$$

- a) Verilen matematiksel ifadeyi açıklayınız.
- b) Bölme işleminin modelini oluşturunuz.
- c) Bölme işlemini yapınız.

Öğrencilerden sadece üç tanesi bu sorulara cevap verebilmiştir. Bir öğrenci verilen matematiksel ifadeyi şöyle açıklamıştır: “Bir bütünü 5 parçaya böl, $\frac{1}{3}$ ’ünü al demek”, başka bir öğrenci matematiksel ifadeyi “5’den hep $\frac{1}{3}$ al” şeklinde açıklamış ve aşağıdaki modeli çizmiştir.



Şekil 4. 5. Funda Öğretmenin öğrencisinin derste çizdiği model

Öğretmen bu çözümler üzerinde durmamış, öğrencilerin yanlış anlamalarını düzeltmeye çalışmamıştır. Doğru cevabı veren bir öğrenci, matematiksel ifadeyi açıklamış, modeli tahtaya çizmiş ve işlemi de yapmıştır. Diğer öğrencilerde tahtaya yazılanları defterlerine geçirmişlerdir. Sınıf mevcudu çok az olmasına rağmen sınıftaki öğrencilerin çok azı derse aktif olarak katılmıştır. Öğretmen de öğrencilerin aktif katılımını sağlayacak bir çaba göstermemiştir.

Gözlem sürecine genel olarak bakıldığında, öğrenme ortamı öğrencilerin sorularına ve düşüncelerine değer verilmeyen, öğrenci katılımının cesaretlendirilmediği, tek bir doğru cevabın önemsendiği bir ortam olarak açıklanabilir. Elindeki ders planına sıkı sıkıya bağlı olan öğretmen, konuya başlarken öğrencilerine yönelttiği sözel problemleri bölme kavramı ve bölme işlemi arasında ilişki kurmak için bir araç olarak görmemiştir. Kesirlerle bölme kavramının oluşması ve gelişmesi için öğrencilerini desteklememiştir. Funda Öğretmen elinde yeterli materyal olmasına rağmen, kesirlerle bölmenin kavramsal temellerini vurgulamak yerine, işlemsel becerilere ağırlık vermeyi tercih etmiştir.

Funda Öğretmen ile kesirlerle bölme dersinden bir hafta sonra yapılan görüşme yaklaşık bir saat sürmüştür. Öğretmen gözlem sürecinde oldukça rahat davranmasına rağmen görüşmeye geldiğinde oldukça heyecanlıydı. Görüşme sorularına başlamadan önce öğrenmeyi tanımlaması istendiğinde şöyle açıklamıştır.

A: Sizce öğrenme nedir? Öğrenciler nasıl öğrenir?

F: Öğrenme öğrenciye göre bir şeyleri öğrendiğinin farkına varma. Yani çocukta ben bu bilgiyi bilmiyordum ama bir şey öğrendim ki o bilgi bende gelişti. Öğrendiğinin farkına varmak bence öğrenme.

A: Öğrenciler nasıl öğrenir sizce?

F: Bence birebir yaparak, yaşayarak öğrenirler, kendileri öğrenecekler yani, çocuk kendi başına bir şey yaparsa o zaman zaten bir şeyler öğrenmiş olur. Bi şeyleri kendisi keşfeder, ben bir şeyler yapabiliyorum der.

Funda Öğretmen, öğrencilerin öğrenmesinde kendi kendilerine bir şeyler yapmalarının önemli olduğunu vurgulamaktadır. Fakat öğretiminde bu düşüncenin aksine, öğrencilerinin kendi kendilerine bir şeyler yapmasına fırsat vermemiştir. Funda Öğretmen öğrencilerinin düşünme sürecini üstüne almıştır. Öğrencilerin kendi modellerini oluşturup, bu modellerini irdeleyerek değişik ilişkilerin farkına varabilecekleri bir ortam oluşturmamıştır. Funda Öğretmenin öğretim şekli öğrenmeye bakışını yansıtmamaktadır.

Tablo 4. 5’de Funda Öğretmenin görüşme sorularından sembolik ifadelerdeki performansı verilmiştir.

Tablo 4. 5. Funda Öğretmenin sembolik ifadelerdeki performansı

	Anlam	Farklı Temsiller	Sözel problem
$\frac{2}{5} \div 3$	Eşit paylaşım	Şekille sonuçsuz	Uygun değil
$5 \div \frac{3}{4}$	ölçme	Şekil-çarpma	–
$\frac{8}{3} \div \frac{2}{3}$	ölçme	Sayı doğrusu- tekrarlı toplama	–
$\frac{19}{4} \div \frac{3}{4}$	ölçme	Sayı doğrusu- eksik	–
$\frac{5}{6} \div \frac{5}{3}$	ölçme	–	Uygun değil (çarpma)
$1\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{5}$	ölçme	–	–

Funda Öğretmen kendisine kesirlerle ilgili bir sembolik ifade verildiğinde, bölenin tam sayı olması durumunda eşit paylaşım anlamını kullanarak, bölenin tam sayı olmadığı durumlarda ise bölmenin ölçme anlamını kullanarak verilen matematiksel ifadeleri açıklamıştır. Fakat sembolik ifadeler için, kesirlerle bölme bilgilerini farklı temsil biçimlerine dönüştürememiştir.

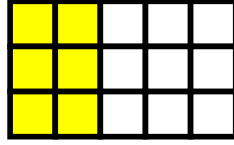
Funda Öğretmenin $\frac{2}{5} \div 3$ ifadesi ile ilgili açıklamaları aşağıdaki şekildedir.

A: ($\frac{2}{5} \div 3$ kartını verdi) Bu işlemin anlamı nedir? Sizce bölme ne anlama geliyor?

F: Bir şeyi paylaşmak başka ne olabilir ki. $\frac{2}{5}$ ’i, 3 kişiye eşit paylaşırcam.

A: Bu işlemi şekil kullanarak yapabilir misiniz?

F: $\frac{2}{5}$ 'i gösteririm. Bir bütünü 5 eşit parçaya bölmüşüm bu 2'yi 3 kişi arasında paylaştırcam.(Aşağıdaki şekli çizdi)



Şekil 4. 6. Funda Öğretmenin $\frac{2}{5} \div 3$ işlemine çözümü

A: Sonuç nedir peki?

F: Sonuç şunlardan bir tanesi oldu işte ($\frac{1}{15}$ 'i gösterdi) yok hayır, eee kaçtı oldu bunun (Düşünüyor) yarısı mı oldu, kaçtı oldu bunun ya, neresi oldu bunun sonuç.

Funda Öğretmen şekil kullanarak $\frac{2}{5}$ 'i 3 kişiye paylaştırmak istemiş ve $\frac{2}{5}$ 'i 3 eşit parçaya bölmüş fakat 3 eş parçanın hangi parçalar olduğunu belirleyememiştir. Araştırmacı bu ifadeye uygun bir sözel problem söylemesini ve bu probleme göre şekline tekrar dönmesini istemiştir. Öğretmen (biraz düşündükten sonra) “Bir tepsi böreğin $\frac{2}{5}$ 'ini 3 kişiye eşit paylaştırmak için hepsi ne kadar börek yer?” problemini söylemiştir. “Şekille bulamadım, neresi yanlış oldu anlamadım ki” diyerek şekil kullanarak yaptığı çözümüne dönmek istememiştir. Funda Öğretmen $\frac{2}{5}$ 'lik parçayı 3 kişiye eşit olarak paylaştırdığında bir kişinin payının bölme işleminin sonucunu ifade ettiğini fark edememiştir.

Funda Öğretmen $5 \div \frac{3}{4}$ ifadesini “5'in içinde kaç tane $\frac{3}{4}$ var?” şeklinde

açıklamış ve 5 tam çizerek bu tamların içindeki $\frac{3}{4}$ 'leri aramıştır. Fakat her tamdan artan $\frac{1}{4}$ 'leri saymadığı için işlemle bulduğu sonucu elde edememiş ve şaşırmıştır. Çözümünü şu şekilde açıklamıştır.

F: 4'e bölüp 3 tanesini alıcam (beş tane şekil çizip her birinden $\frac{3}{4}$ 'lük parçalar işaretledi) Bu $\frac{3}{4}$, bu da $\frac{3}{4}$, bu da $\frac{3}{4}$, kaç tane $\frac{3}{4}$ var, 5 tane (düşünüyor) çarparım. $5 \cdot \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$ mü çıkıyor, olur mu $\frac{20}{3}$ çıkması lazım. Nerde hata yaptık? 5 tane $\frac{3}{4}$ var (düşünüyor).

A: Şimdi burada 5'in içinde kaç tane $\frac{3}{4}$ var dediniz ama bu parçaları almadınız (her bütünde kalan $\frac{1}{4}$ leri gösterdi). Bunlar 5'e dahil değil mi?

F: Onlarda 5'e dahil tabi (düşünüyor) şekille neden çıkmadı bu ya, çıkması lazım aslında.

Açıklamalarından da görüldüğü gibi çözüm yolunun doğru olmasına rağmen kuralla elde ettiği sonucu elde edemediği için çözümünün yanlış olduğunu düşünmüştür. Oysa kuralla elde ettiği çözümü analiz etmiş olsaydı şekille de problemi çözebilirdi. Kuralla elde ettiği sonucu $\frac{20}{3} = \frac{18}{3} + \frac{2}{3} = 6 + \frac{2}{3}$ şeklinde parçaladığı takdirde 5'in içinde 6 tane $\frac{3}{4}$ olduğunu ve artan kısmın ise $\frac{3}{4}$ 'ün $\frac{2}{3}$ si olduğunu bulacaktı. Belki de kalanı belirleyemediği için çözümünü şekille tamamlayamamış olabilir.

Funda Öğretmen, verilen sembolik ifadelere uygun sözel problem söylemesi istendiğinde bölmenin tam sayı olmadığı durumların neredeyse tamamı için “bölünen kesrin içinde bölen kesir kaç tane?” cevabını vermiştir. Örneğin $\frac{19}{4} \div \frac{3}{4}$ işlemi ile çözülebilecek bir sözel problem söylemesi istendiğinde problemini “ $\frac{19}{4}$ 'ün içerisinde kaç tane $\frac{3}{4}$ var?” şeklinde ifade etmiştir. Funda Öğretmenin ifadesi bir sözel problemden çok bölme işleminin ifadesi şeklindedir. Farklı olarak $\frac{5}{6} \div \frac{5}{3}$ işlemi için şu şekilde bir sözel problem söylemiştir. “ $\frac{5}{6}$ cm lik bir kurdelenin $\frac{5}{3}$ 'ü kaçtır?” Funda Öğretmenin bu sözel problemi de bölme işlemine değil bir çarpma işlemine

uygun bir ifadedir. Funda Öğretmen $\frac{5}{6} \div \frac{5}{3}$ işlemini yaptığında $\frac{5}{6}$ 'nın içinde kaç tane $\frac{5}{3}$ olduğunu bulacağını söylemektedir. Fakat sözel problem olarak söylediği ifadesinde çarpma ve bölme işlemlerini karıştırdığı görülmektedir.

Funda Öğretmen hiçbir ifade için uygun sözel problem üretememiştir. Buradan Funda Öğretmenin kavramların tanımını bilmesine rağmen, çözümlerini farklı yollarla açıklayamaması, kavramların tanımının ezberlenmesinin anlam oluşturmak için yeterli olmadığını göstermektedir. Böyle bir durumda öğretmen kavramları birbirine de karıştırabilmektedir. Funda Öğretmen bölmenin tanımını ezbere öğrenmiştir fakat kesirlerle bölmeyi kavramsallaştırmasına yardımcı olacak anlamı oluşturamamıştır.

Funda Öğretmen kesirlerle bölmede kalanı da bölme kavramı, bölünen, bölen ve bölüm ile ilişkilendirememektedir. Aşağıdaki konuşma Funda Öğretmenin kesirlerle bölmede kalanı nasıl açıkladığını göstermektedir.

A: ($\frac{19}{4} \div \frac{3}{4}$ için) Bu bölme işleminde kalan var mıdır?

F: Kalan 1'dir. 19'u 3'e böldüğümde bulduğum kalan işlemin kalanıdır.

Yukarıdaki açıklamalara bakıldığında, öğretmen $\frac{19}{4} \div \frac{3}{4}$ işleminde kalanı yanlış belirlemiştir. Bu işlemde kalan 1 değil $\frac{1}{4}$ tür. Funda Öğretmen $5 \div \frac{3}{4}$ işleminde de kalanı işlemi yaparak tahmin etmeye çalışmıştır.

A: Bu bölme işleminde kalan var mıdır?

F: Burada kalan 2'dir. İşlemin sonucu $\frac{20}{3}$ tür, 20'yi 3'e bölünce kalan 2'dir. Evet kalan 2.

Funda Öğretmen $5 \div \frac{3}{4}$ işlemini, “5’in içinde kaç tane $\frac{3}{4}$ var?” şeklinde açıklamasına ve şekil kullanarak yaptığı çözümde 5’in içindeki $\frac{3}{4}$ ’leri saymayı denemesine rağmen kalanla ilgili açıklamalarını anlamdan çok kurala dayalı olarak yapmıştır. Kesirlerle bölme kalanı, bölümün ve kalanın ne ifade ettiğini düşünmeden açıklamaktadır. Kesirlerle bölme işlemini yaptıktan sonra bulduğu sonucun payını paydasına böldüğünde elde edilen kalanı kesirlerle bölme işleminin kalanı olarak söylemektedir. Funda Öğretmen bir bölme işleminde kalanın bölenden büyük bir sayı olamayacağını da fark edememektedir. Funda Öğretmen tam sayılarla bölme de kalanı kavramsal olarak açıklayamamaktadır. $9628 \div 38$ işleminde bölüme bakarak kalanı tahmin etmesi istendiğinde aşağıdaki açıklamaları yapmıştır.

A: Bu işlemin sonucu size nasıl bir bilgi veriyor?

F: (düşünüyor) 9628 içerisinde 38 sayısı 253 tam yüz binde 368421 defa varmış.

A: 253 tam ve şu kesir kısmının anlamı nedir?

F: Bunun içinde bunun ne kadar olduğunu

A: $9628 \div 38$ işlemini yapmadan bu bölme işlemindeki kalanı, bölüme bakarak tahmin edebilir misiniz?

F: Bölüm 253,368421 nasıl bulacağız buna bakıp (küçük sayılarla denedi $16 \div 3$, $255 \div 12$ gibi) kalan bölenden küçük olur. Bulabiliriz herhalde kalan 1’dir, en son basamağa baktım, 1 mi acaba başka alternatif yok.

A: Şu virgülden sonrası size ne anlatıyor?

F: 253 ile 254 arasında 253’e daha yakın.

A: O zaman kaç olabilir sizce kalan?

F: Kalan 3’tür.

A: Neden?

F: Onda birler basamağına baktım. Çünkü yuvarlarken oraya bakarız. (Kalanı bölerek bulmak istemiş ve bölme işlemini yapıp 14 bulmuştur) Virgülden sonraki rakamları mı toplayacaktık acaba.(topladı) $3+6+8+4+2+1$ yok fazla geldi.

Funda Öğretmen, bölme, bölünen, bölen, bölümün tam ve kesir kısmı ve kalanın rollerini düşünmemiştir. Bölme işlemi ve bölme kavramı arasında mantıklı bir ilişki kuramamıştır. Kalanla ilgili tahminleri oldukça ilginçtir. Açıklamalarından da

anlaşılacağı gibi kalanı tahmin ederken kullandığı yol bölme işlemindeki nicelikler arası ilişkiden çok bazı eksik hatırlanan ilgisiz kurallardan ibarettir.

Funda Öğretmen sözel problemlerin tamamında işlem olarak bölmeyi seçmiştir. Funda Öğretmenin sözel problemlerdeki performansı Tablo 4. 6'da verilmiştir.

Tablo 4. 6. Funda Öğretmenin sözel problemlerdeki performansı

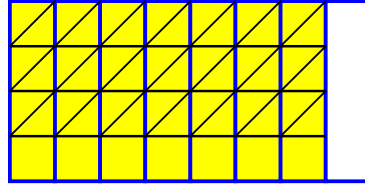
Problem	İşlem seçimi	Farklı çözüm
Bir pastanın $\frac{7}{8}$ ini 4 arkadaş eşit olarak paylaşmak istiyor. her birine pastanın ne kadarı düşer?	$\frac{7}{8} \div 4$	–
Selma'nın doğum günü partisinde bir pizzanın $\frac{7}{8}$ i artmıştır. Bunu dolaba kaldırmak için bir pizzanın $\frac{3}{4}$ ünü alan saklama kaplarından kaç tane kullanılır?	$\frac{7}{8} \div \frac{3}{4}$	Şekille yanlış
$\frac{15}{6}$ km uzunluğunda bir yol yapım çalışmasında, işçiler her gün $\frac{2}{3}$ km yolun yapımını tamamladıklarına göre tüm yolu kaç günde yaparlar?	$\frac{15}{6} \div \frac{2}{3}$	Sayı doğrusu ile doğru Tekrarlı toplama

Bölme durumlarının sözel problem içerisinde verilmiş olması, Funda Öğretmenin bölmede anlam oluşturmada etkili olmamıştır. İki problemin çözümünü bölme işlemi ile yapmış fakat farklı çözümler üretememiştir. Verilen ilk sözel problemin çözümünde bölme işlemini tercih etmiş ve neden bu işlemi tercih ettiğini şöyle açıklamıştır: “*Bölme işlemi, çünkü eşit olarak paylaşmak istiyor.*” Açıklamanın ardından ters çevirip çarparak sonucu söylemiştir. Problemi daha farklı bir yol kullanarak çözmesi istendiğinde, “*Şekille çözmek istemiyorum, geçelim.*”

demmiştir. “Selma’nın doğum günü partisinde bir pizzanın $\frac{7}{8}$ ’i artmıştır. Bunu dolaba kaldırmak için bir pizzanın $\frac{3}{4}$ ’ünü alan saklama kaplarından kaç tane kullanılır?” probleminin çözümünde ise oluşturduğu modelde $\frac{7}{8}$ ’in $\frac{3}{4}$ ’ünü bulmaya çalışmıştır.

A: Bu problemi şekil kullanarak çözebilir misiniz?

F: Yapalım $\frac{7}{8}$, bir de bunun $\frac{3}{4}$ ’ünü alıcam (Aşağıdaki şekli çizdi)



Şekil 4. 7. Funda Öğretmenin sözel probleme çözümü

(Düşündü) ne bileyim, yapamadım ben bunu geçelim.

Funda Öğretmen problemin çözümü için bölme işlemi kullanılacağını söylemesine rağmen, problemi model kullanarak çözmesi istendiğinde oluşturmaya çalıştığı modelde bölme işleminin anlamını kullanmamıştır. Funda Öğretmen bölme ile ilgili yeterli kavramsal anlamaya sahip olsaydı problemin çözümünde ters çevirip çarparak bulduğu $\frac{7}{6}$ sonucunun ne ifade ettiğini düşünerek modelinde $\frac{7}{8}$ ’in içinde kaç tane $\frac{3}{4}$ olduğunu bulmaya çalışabilirdi.

“ $\frac{15}{6}$ km uzunluğunda bir yol yapım çalışmasında, işçiler her gün $\frac{2}{3}$ km

yolun yapımını tamamladıklarına göre tüm yolu kaç günde yaparlar?” probleminde bölmenin ölçme anlamını tanım olarak söylemenin yanında sezgisel olarak da düşünebilmiştir. Tekrarlı toplamadan yola çıkarak, $\frac{15}{6}$ kesrini $\frac{4}{6} + \frac{4}{6} + \frac{4}{6} + \frac{3}{6}$

şeklinde ifade etmiş, cevabını “4 günde yaparlar, 3 günde yaparlar 4. günde $\frac{1}{2}$ km yol yaparlar” şeklinde ifade etmiştir.

Funda Öğretmenin gözlem ve görüşme sonuçlarına bakıldığında, kesirlerle bölme bilgisinin bölmenin tanımı ve bölme kavramı ile ilişkilendirilmemiş ortak payda, ters çevirip çarpma algoritması ile sınırlı olduğu söylenebilir. Funda Öğretmen $a \div b$ şeklinde bir ifade verildiğinde bu ifadeyi, b tam sayı ise “a’yı b kişiye paylaştırma”, b tam sayı değil ise “a’nın içinde kaç tane b var?” şeklinde açıklamaktadır. Fakat bu açıklamalarını değişik durumlara dönüştürememektedir. Verilen ifadeleri şekil kullanarak çözmesi veya bu ifadelere uygun sözel problem yazması istendiğinde başarılı olamamıştır. Bölme durumlarının sözel problem içerisinde verilmesi de bölme bilgisini değişik temsil biçimlerine dönüştürmesinde etkili olmamıştır. Funda Öğretmenin öğretiminde öğrencilerinin sorularına cevap verememesinin, yanlış anlamalarının fark edememesinin, sınıf içinde oluşturulan modelleri irdelememesinin nedeni belki de bölme ile ilgili sınırlı bilgisi olabilir. Öğretmenin kendisi kesirlerle bölme ile ilgili anlam oluşturamadığı için öğrencilerin oluşturduğu anlamları fark edip pekiştirememiş olabilir. Funda Öğretmen kesirlerle bölme işleminin nasıl yapılacağı ile ilgili kuralları, dersin başındaki problemlerin çözümünden geliştirerek vermemiştir. Bu kuralların neye dayandığını, temelinde ne olduğunu açıklayamamaktadır. Bu nedenle, öğrencilerden birinin problem durumuyla çalışırken ortak payda algoritmasını geliştirmesini önemsememiş, öğrencinin kurduğu ilişkileri pekiştirmeye çalışmamış olabilir.

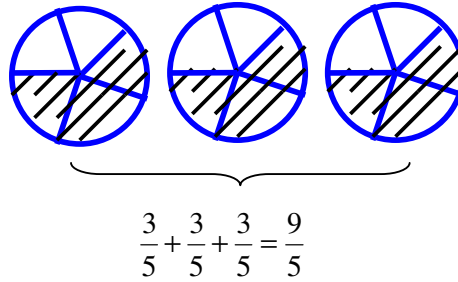
4.4. Hülya Öğretmen

Yeni matematik öğretim programının uygulandığı bir pilot ilköğretim okulunda görev yapan Hülya Öğretmen kesirlerle bölme konusuna araştırmaya katılan diğer öğretmenlerden daha sonra 29.05.06 tarihinde başlamıştır. Öğretmen, araştırmacıya bu durumun öğretim programının yetişmesi gibi bir kaygıyla konuları anlaşılmadan geçmek istemeyişinden kaynaklandığını açıklamıştır. Kesirlerle bölme konusu 4 ders saati sürmüştür. Sınıf içerisinde duvarlarda prizmaların açık ve kapalı

şekillerinin bulunduğu renkli kartonlar, matematiksel kavramların öğrencilere ait tanımları, mukavvadan kesilmiş renkli kartonlarla kaplanmış geometrik şekiller vb. bulunmaktaydı.

Öğretmen derse “Kesirlerle bölme” başlığını yazdırdıktan sonra, öğrencilere genel olarak bölmenin ne anlama geldiğini sorarak başlamıştır. Öğrencilerden “bir şeyin kaç bölüneceği”, “paylaşma”, “çıkarmalarla bölmeyi yapma”, “çarpmanın tersi” gibi yanıtlar gelmiştir. Öğretmen öğrencilerin cevaplarını dinledikten sonra bölmenin eşit paylaşma olduğunu ve ayrıca bölme ile çıkarma arasında da ilişki kuracaklarını tekrarlayarak öğrencilerine “haydi paylaşalım” adlı çalışma yaprağını dağıtmıştır. Bu çalışma yaprağında üç tane sözel problem yer almaktaydı. Öğretmen, öğrencilerinden problemleri okumalarını ve düşüncelerini ve oluşturdukları modelleri sınıf arkadaşları ile paylaşmalarını istedi.

“Üç pastayı, her bir tabağa bir pastanın $\frac{3}{5}$ ’i olacak şekilde servis yaparsak pastanın tamamını servis yapmak için kaç tabağa ihtiyacımız vardır?” şeklindeki ilk sözel problemle ilgili bir öğrenci, “üç pasta çizelim, eşit paylaşım olması için hepsinin aynı büyüklükte olması gerek” açıklamasının ardından cetvel yardımıyla tahtaya üç tane dikdörtgen çizmiştir. Başka bir öğrenci, defterine çizmiş olduğu aşağıdaki modelini arkadaşlarına ve öğretmene gösterdi.



Şekil 4. 8. Hülya Öğretmenin öğrencisinin derste çizdiği model

Öğretmen, “soruda senden ne isteniyor? , çözümünde ne yapmak istediğini anlatabilir misin?” vb. sorularla öğrencinin nasıl düşündüğünü anlamaya çalışmıştır. Öğrencinin gösterdiği model öğrencilerle birlikte tartışılarak, 3 dilim pasta bir tabağa şeklinde gösterilerek çözüm açıklanmıştır. Daha sonra tahtadaki öğrenciye dönülmüş,

izdiği dikdörtgen şekiller kullanılarak çözüm öğretmen ve öğrenciler tarafından yapılmıştır. Öğretmen problemin çözümünü birkaç kez daha tekrarladıktan sonra “*bu sorudan ve çözümden ne anladıysanız, buna benzer bir soru yazın*” diyerek öğrencilerine süre vermiştir. Öğrencilerin yazdığı problemlere birkaç örnek aşağıda verilmiştir.

“Bir evde 3 kardeş var. Bu kardeşlere 2 elma verilmiştir, bu kardeşlere elmanın $\frac{1}{4}$ ’ ü gelecek şekilde paylaştıralım”

“3 ekmeği $\frac{2}{4}$ olarak paylaştırmak için kaç poşete ihtiyaç vardır?”

“Bir kutudaki 15 kurabiyenin $\frac{2}{6}$ sı olacak şekilde dağıtılıyor. Bu kurabiyeler için kaç tabak gerekir?”

“Bir bakkal 30 kg’lık şekeri $\frac{5}{6}$ sı olacak şekilde poşetlere koyacaktır. Acaba kaç poşet gereklidir?”

Öğretmen öğrencilerin yazdığı problemleri tahtaya yazmış ve her problem ve çözüm yolları tek tek öğrencilerle birlikte tartışılmıştır.

Çalışma yaprağındaki ikinci problem, “ $\frac{1}{2}$ metrelik ip $\frac{1}{4}$ metrelik parçalara ayrılmak isteniyor, kaç tane $\frac{1}{4}$ metrelik ip olur?” şeklindeydi. Öğretmen bu problem için her masaya $\frac{1}{2}$ metrelik ip dağıtmış ve bu ip yardımıyla sıra arkadaşları ile tartışarak problemi çözmelerini istemiştir. Öğrenciler $\frac{1}{2}$ metrenin 50 cm, $\frac{1}{4}$ metrenin 25 cm olduğunu düşünerek cevaplarını söylemişlerdir. Öğretmen “ $\frac{1}{2}$ ’nin içinde kaç tane $\frac{1}{4}$ var?” diyerek öğrencilerinden bu ifadeyi matematiksel olarak yazmalarını istemiştir. Öğrenciler bölme işlemi yapmaları gerektiğini ve bu ifadeyi $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$ olarak yazabileceklerini söylemişlerdir. Öğretmen tahtaya $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = 2$ eşitliğini yazmıştır.

Çalışma yaprağındaki “ $\frac{1}{2}$ metrelik ip $\frac{1}{8}$ metrelik parçalara ayrılmak isteniyor. Kaç tane $\frac{1}{8}$ metrelik ip olur?” problemi de öğrenciler tarafından $\frac{1}{8}$ metrenin 25 santimetrenin yarısı olduğu düşünülerek çözülmüştür. Son iki problem, öğrencilerin kesirlerle bölmeyi doğal sayılarla düşünebilmelerine olanak sağlamıştır. Bu iki problemin çözümünde öğrenciler kesirleri kullanmamışlardır. Öğretmen de öğrencileri çözümlerine ek olarak, bölmeyi kesirlerle düşünmelerini sağlayacak çözümlere yönlendirmemiştir. Öğretmen $\frac{1}{2} \div \frac{1}{8} = 4$ şeklinde öğrencilerin çözümlerini ifade etmiş, “*bu işlemi nasıl yapıyor olabiliriz?*” diye sormuştur. Hiçbir öğrenci ortak payda algoritmasına yönelmemiştir. Bunun nedeni, son iki etkinliğin kuralı geliştirmeye yardımcı olacak şekilde ele alınmamış olması olabilir. Öğretmen, son iki etkinlikte somut model kullandırmanın yanında, problemi şekil kullanarak da çözmelerini isteyebilirdi. Öğretmen, ortak payda algoritmasını tanıtmış, payda eşitlemelerinin nedenini “*toplama ve çıkarmada aynı parçalardan söz edebilmek için payda eşitliyorduk, burada da $\frac{1}{2}$ ’nin içinde kaç tane $\frac{1}{8}$ olduğunu bulurken parçalar aynı büyüklükte olsun ki sayabilelim*” şeklinde açıklamıştır. Öğrencilerle birlikte, kesirlerle bölme işlemleri ortak payda algoritması ile yapılmış, aynı işlemlerin çözümü şekil kullanarak da tartışılmıştır. Öğrenciler, ters çevirip çarpma algoritması ile kesirlerle bölme konusunun dördüncü dersinde karşılaştırılmıştır. Öğretmen algoritmayı neye dayandığını açıklamadan kural olarak vermiş, bölme işlemlerini her iki algoritma ile yapmalarını istemiştir. Öğretmen ödev olarak tahtaya beş tane sembolik bölme ifadesi yazarak, bu işlemleri her iki algoritma ile yapmalarını ve uygun birer sözel problem yazmalarını istemiştir.

Gözlem sürecine bakıldığında, Hülya Öğretmenin yaklaşımı kavramsal öğrenmenin gerçekleşebileceği bir ders olarak düşünülebilir. Hülya Öğretmen, “kesirlerle bölme” konulu dersinde bölme işleminin taşıdığı anlamı vurgulamıştır. Öğrencilerini bölme durumu içeren bir sözel problem ile karşılaştırmış, problemle ilgili düşüncelerini, oluşturdukları modelleri sınıf arkadaşlarıyla paylaşmaya

özendirmiştir. Öğrencilerin oluşturdukları modellerin ve düşüncelerinin özgürce tartışıldığı bir ortam oluşturmuştur. Öğretmen, öğrencilerin cevaplarını doğru ya da yanlış diyerek tek bir yargıyla değerlendirmektense yanlış cevapların neden yanlış, doğru cevapların neden doğru olduklarını irdelemektedir. Öğrencilerinde kesirlerle bölmenin kavramsal temellerini oluşturmaya çalışmış, öğrencilerinin düşüncelerini esas alarak dersini şekillendirmiştir.

Hülya Öğretmen ile 05.06.2006 tarihinde yapılan görüşme yaklaşık 40 dakika sürmüştür. Hülya Öğretmen görüşme sorularına başlamadan önce öğrenme ile ilgili düşünceleri sorulduğunda aşağıdaki açıklamaları yapmıştır.

A: Sizce öğrenme nedir?

H: Öğrenilecek konunun öğrenci tarafından günlük yaşamla bağlantısı kurularak, öğretmenin rehberliğinde kendi sonuçlarına kendinin ulaşmasıdır.

A: Sizce öğrenciler nasıl öğrenir?

H: Öğrenciler (Düşünüyor) öğrenme olayını içselleştirmeleri gerekir. Geçmiş yaşantılar öğrenmede önemlidir. Öğrendikleri yeni konuyu bildiği konularla ilişkilendirerek öğrenirler. İyi düzenlenmiş öğrenme ortamları ve öğrencinin öğrenmeye karşı istekliliği önemlidir.

Hülya Öğretmen açıklamasından da anlaşıldığı gibi öğrenmeye bakışı oluşturmacı eğitim anlayışına daha yakın görünmektedir. Bu yaklaşımda öğrenci aktif katılımcı, konuşan, soru soran, düşünen, tartışan, kendi problemlerini kuran ve çözen rollerindedir. Öğretmen ise sorgulayan, düşündüren, tartıştıran rollerindedir. Hülya Öğretmen kendisini bilgi aktaran kaynak değil rehber olarak, öğrencilerini ise pasif alıcılar değil yaparak yaşayarak kendi sonuçlarına ulaşan aktif öğrenciler olarak görmektedir. Öğrencilerin yeni bilgilerini daha önceki bilgileri ile ilişkilendirerek öğrendiğini vurgulamaktadır. Hülya Öğretmen gözlem sürecinde de öğrencilerine daha çok rehber olarak davranmış, öğrencilerinin kendi kendilerine bir şeyler yapmalarına fırsat vererek, düşüncelerini, oluşturdukları modelleri özgürce tartışabilecekleri bir ortam oluşturmuştur. Matematik sınıfında tahta ve kalemde çok modeller ve çalışma yapıları kullanılmıştır. Buradan Hülya Öğretmenin öğretim şeklinin öğrenmeye bakışı ile tutarlılık gösterdiği sonucuna varılabilir.

Hülya Öğretmen görüşme sürecinde oldukça rahat davranmıştır. Hülya Öğretmenin bölme kavramı, bölmenin hem eşit paylaşma hem de ölçme anlamını içermektedir. Sembolik bölme ifadelerini bölen tam sayı olduğunda bölmenin eşit paylaşma anlamını, bölenin tam sayı olmadığı durumlarda ölçme anlamını kullanarak açıklamaktadır. Örneğin $\frac{2}{5} \div 3$ ifadesini “ $\frac{2}{5}$ ’i 3 eşit parçaya ayırmak, her bir eşit parçayı bulmak”, $5 \div \frac{3}{4}$ ifadesini “5 tam sayısının içinde kaç tane $\frac{3}{4}$ parçası olduğunu bulmak” şeklinde açıklamıştır. Hülya Öğretmenin sembolik ifadelerdeki performansı Tablo 4. 7’de verilmiştir.

Tablo 4. 7. Hülya Öğretmenin sembolik ifadelerdeki performansı

	Anlam	Farklı Temsiller	Sözel problem
$\frac{2}{5} \div 3$	Eşit paylaşım	Şekil	Uygun
$5 \div \frac{3}{4}$	ölçme	Şekil	Uygun
$\frac{8}{3} \div \frac{2}{3}$	ölçme	Şekil	Uygun
$\frac{19}{4} \div \frac{3}{4}$	ölçme	Şekil	Uygun
$\frac{5}{6} \div \frac{5}{3}$	ölçme	–	–
$1\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{5}$	ölçme	Şekil	Uygun

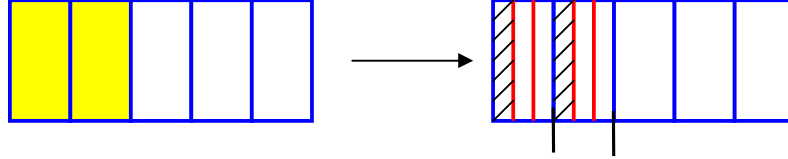
Hülya Öğretmen bölme tanımını bilmesinin yanında, bu bilgisini zorlanmadan farklı temsil biçimlerine de dönüştürebilmektedir. Aşağıdaki konuşmada $\frac{2}{5} \div 3$ işlemi ile ilgili oluşturduğu modeli açıklamaktadır.

A: Bu işlemi daha farklı bir yoldan yapabilir misiniz?

H: Ortak payda yöntemi ile yapabilirim ya da şekil kullanarak yapabilirim.

A: Peki şekil kullanarak yapabilir misiniz?

H: Bir bütün çizelim, 5 eşit parçaya ayıralım, 2 parçasını aldım. Daha sonra bunu 3 eşit parçaya bölmem lazım (düşünüyor) 3 eşit parçaya bölersem de ne yapmam gerekiyor? Burayı 15 eşit parçaya bölersem, yani her bir parçada bu ikisi cevap olur. Cevap $\frac{2}{15}$.



Şekil 4. 9. Hülya Öğretmenin $\frac{2}{5} \div 3$ işlemine çözümü

Hülya Öğretmen, $\frac{2}{5}$ 'i 3'e bölebilmek için her bir $\frac{1}{5}$ 'lik parçayı tekrar 3'e bölmüş,

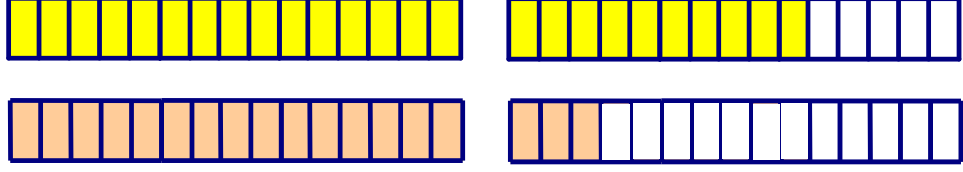
$\frac{2}{5}$ 'e ait olan parçalardan birer tane alarak bölme işleminin sonucunu $\frac{2}{15}$ olarak ifade etmiştir. Hülya Öğretmenin bu işlemle çözülebilecek sözel problemi ise şu şekildedir:

“Bir kişi maaşının $\frac{2}{5}$ 'ini çocuklarına harçlık olarak ayırmıştır. 3 çocuğu vardır. Çocuklarına eşit harçlık düşecek şekilde verdiğinde her birinin harçlığı maaşının ne kadardır?”

Hülya Öğretmen $1\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{5}$ işlemi için oluşturduğu modeli ise şöyle açıklamıştır:

A: Bu işlemi şekil kullanarak yapabilir misiniz?

H: Şekil kullanarak yapabiliriz yine $\frac{5}{3}$ ve $\frac{6}{5}$ üzerinden gidelim. Bunların yine aynı bütünüün eşit parçalarında bahsedebilmem için paydalarını eşitlemem lazım. Bu o zaman $\frac{25}{15}$, bu da $\frac{18}{15}$ olur. Şekille gösterirken aslında ortak payda metodu daha yardımcı. Ordan şimdi bunun içinde 1 tam olacak, burdada 10 parça olacak. ($\frac{25}{15}$ 'i gösterdiği aşağıdaki şekli çizdi)



Şekil 4. 10. Hülya Öğretmenin $1\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{5}$ işlemine çözümü

Şurda 5 parça kalacak. Şimdi bunun içinde $\frac{18}{15}$ 'i arayacağım. Yani şurda 15 parça vardı ya burada da 10 parça var. Buradan 15 parça, şurdan da 3'ünü aldım 18 oldu. Yani 1 tam oldu, geriye burada 7 kaldı bu da $1\frac{7}{18}$ oldu.

A: Peki payda 15 mi 18 midir?

H: 18 çünkü 18 parçaya 1 tam dedim.

Hülya Öğretmen şekil kullanarak yaptığı çözümünde ortak payda metodundan faydalanmıştır, kendisi de şekille çözümünde bu metodun yardımcı olduğunu ifade etmiştir. Hülya Öğretmen, kesirlerle bölmeye ilgili kavramsal anlamaya sahip olduğundan bölümdeki 1 tamın ne ifade ettiğini açıklayabilmekte kalanı da bölen göre ifade etmekte sıkıntı çekmemektedir. Hülya Öğretmen $1\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{5}$ ifadesi ile çözülebilecek bir sözel problemi de şöyle ifade etmiştir: “ $\frac{5}{3}$ litre süt $\frac{6}{5}$ litrelik süt şişelerine bölünecektir. Kaç şişe gerekir?”

Hülya Öğretmen kendisine verilen sembolik bölme ifadelerini şekil kullanarak gösterebilmiş ve bu ifadelere uygun sözel problemler de yazabilmiştir. Ancak bölünenin bölenden küçük olduğu $\frac{5}{6} \div \frac{5}{3}$ ifadesinde küçüğün içinde büyüğü aramanın zor olduğunu ifade etmiştir. Bu ifade ile ilgili açıklaması aşağıdadır.

A: ($\frac{5}{6} \div \frac{5}{3}$ kartını verdi) Bu işlemi yapmadan, sizce sonuç 1'den büyük mü çıkar küçük mü, tahmin edebilir misiniz?

H: 1'den küçük çıkar. Çünkü burada 2. terim daha büyük.

A: Peki bu işlemi şekil kullanarak yapabilir misiniz?

H: $\frac{5}{6}$ ı (düşünüyor) küçük olunca (düşünüyor) $\frac{5}{6}$ 'lık bir kesri $\frac{5}{3}$ 'lük parçalara

bölüyorum o şekilde mi oluyor, nasıl oluyor? (Düşünüyor) Şimdi daha küçük bir şeyin içinde büyük bir şey arandığı için sıkıntı var. $\frac{5}{6}$ 'nın içinde $\frac{5}{3}$ 'ü arıyorum

kaldım yani. Şimdi aynı parçalardan söz edebilmem için payda eşitlenmesi gerekiyor $\frac{10}{6}$ olacak, $\frac{10}{6}$ bunun içinde yok (düşünüyor), yok ya düşünemedim, kafam karıştı.

A: Peki sözel problem söyleyebilir misiniz?

H: Ne yazabiliriz $\frac{5}{6}$ ve $\frac{5}{3}$ (düşünüyor) yok bu soruda tılandım ben sözel problem de söyleyemeyeceğim.

Hülya Öğretmen bölen kesrin daha büyük olduğu durumda, bölünen kesrin içine bölenin ne kadarını yerleştirebilirim şeklinde düşünememiştir. Bölen kesrin tamamını, bölünenin içinde göremediğinden bu ifadeye bir anlam verememiştir.

Hülya Öğretmen, kesirlerle bölmede kalanın ne ifade ettiğini açıklamış ve kalanın ne olduğunu doğru olarak söylemiştir. $5:\frac{3}{4}$ bölme işleminde kalanın ne olduğu sorulduğunda, “Eee 0,75 derim $\frac{3}{4}$ için, 5'in içinde 0,75 kaç defa var. 0,75'in tam katı 4,5. 5'e gelmesine 0,5 var kalan $\frac{1}{2}$ 'dir.” şeklinde açıklamıştır. $\frac{19}{4} \div \frac{3}{4}$ işlemini de şekil kullanarak yapmış, kalanı şöyle açıklamıştır.

H: Toplam kaç bütünümlü oluyor 5 bütüne ihtiyacım var. Her bir şekli 4 parçaya bölüyorum, en son bütünden 3 tanesini karaladım. $\frac{3}{4}$ 'lük parçalara ayırdı

şöyle($\frac{3}{4}$ parçalarını saydı) 6 tam oldu 6 tam $\frac{1}{4}$, kalan $\frac{1}{4}$

A: Peki sonuç?

H: Sonuç 6 tam $\frac{1}{4}$ (düşünüyor) yok şurası 3 olacak (4'ü göstererek)

A: Neden önce 4 olacağını söylediniz şimdi 3 dediniz?

H: İlk başta böldüğüm parçaları mı alıcam yoksa bütün olarak saydığım parçaları mı alıcam karıştırdım biraz. Ama şu tam olarak saydığım parçalara bakmam lazım çünkü en son kalan, bu saydığım tamlara göre ne kadar olur ona bakmam lazım.

A: Peki kalan nedir bu işlemde?

H: Kalan, $\frac{1}{4}$ 'lük bir parça kalıyor.

Hülya Öğretmen açıklamasından da anlaşıldığı gibi hem kesirlerle bölme işleminde kalanın kaç olduğunu doğru olarak söylemekte hem de kalanı bölene göre ifade ederek bölme işleminin sonucunu yazabilmektedir.

Hülya Öğretmen bölme işleminde bölünenin, bölenin, bölümün tam ve kesir kısmının, kalanın rollerini belirleyebilmiştir. $9628 \div 38$ işleminde bölümün tam ve kesir kısmının ne ifade ettiğini düşünerek, bölme işlemi ve bölme kavramı arasında oldukça zengin ilişkiler kurarak, kalanı farklı yollardan tahmin etmiştir. Aşağıdaki konuşma, Hülya Öğretmenin bölme işlemi ve bölme kavramı arasında nasıl ilişkiler kurduğunu göstermektedir.

A: 9628:38 işlemini hesap makinasında yaptığımızda sonuç 253,368421 çıkıyor. Bu sonuç size nasıl bir bilgi veriyor?

H: 9628, 38'e tam bölünmediği, 9628 parçanın içinde 38'lik parçalara ayrıldığında 253 tam parça ve bundan sonraki kadar kalan

A: Peki bu işlemde bu sonuca bakarak kalanın ne olduğunu tahmin edebilir misiniz?

H: Eee, şöyle şimdi şurdakine bakarsam burada virgülden sonra demek ki sıfır indirilmiş virgöl konulmuş sıfır indirildiğinde kalan sayı 38'e bölündüğünde 3 bölümünü vermiş, 38 ile 3'ü çarparım kaç ediyor 114'ü veriyor demek ki 12 gibi bir şey kalmış olabilir işlemin sonucunda.

A: Daha farklı bir yol söyleyebilir misiniz?

H: 253 ile 38'i çarpardım. Şimdi bu sayının içinde 38, 253 tane tam şekilde varmış o yüzden 253 ile 38'i çarpar 9628'den çıkarırsam kalanı bulurum.

A: Daha farklı bir yol geliyor mu aklınıza?

H: (Düşünüyor) Virgülden sonra yarımdan daha az bir parça var. Kalan da 38'in yarısından daha az bir kalan olacaktır. (Düşünüyor) 12, 13 civarında birşey

olabilir. Çünkü bunu (virgülden sonrası) tamın %30, %35'i olarak düşünürsek kalan da 38'in aynı şekilde 3'e bölersem 12, 13 gibi bir şey olur.

A: Daha farklı bir yol olabilir mi?

H: Başka ne yapabilirim (düşünüyor) 254 ile 38'i çarpabiliriz bulduğum sonuç 9628 den daha büyük olacaktır o zaman yine kalanın yaklaşık değerini bulurum.

Hülya Öğretmen sözel problemleri de hem işlem hem şekil kullanarak çözmüştür. Hülya Öğretmenin sözel problemlerdeki performansı Tablo 4. 8'de verilmiştir.

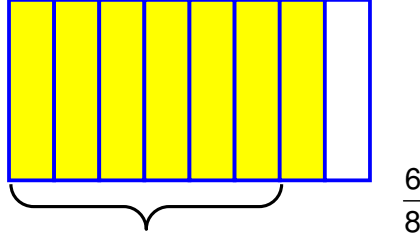
Tablo 4. 8. Hülya Öğretmenin sözel problemlerdeki performansı

Problem	İşlem seçimi	Farklı çözüm
Bir pastanın $\frac{7}{8}$ ini 4 arkadaş eşit olarak paylaşmak istiyor.her birine pastanın ne kadarı düşer?	$\frac{7}{8} \div 4$	Şekil
Selma'nın doğum günü partisinde bir pizzanın $\frac{7}{8}$ i artmıştır. Bunu dolaba kaldırmak için bir pizzanın $\frac{3}{4}$ ünü alan saklama kaplarından kaç tane kullanılır?	$\frac{7}{8} \div \frac{3}{4}$	Şekil
$\frac{15}{6}$ km uzunluğunda bir yol yapım çalışmasında, işçiler her gün $\frac{2}{3}$ km yolun yapımını tamamladıklarına göre tüm yolu kaç günde yaparlar?	$\frac{15}{6} \div \frac{2}{3}$	Şekil

Hülya Öğretmen şekil kullanarak yaptığı çözümlerde payda eşitleyerek daha rahat düşünebildiğini ifade etmiştir. Örneğin “Selma'nın doğum günü partisinde bir pizzanın $\frac{7}{8}$ i artmıştır. Bunu dolaba kaldırmak için bir pizzanın $\frac{3}{4}$ ünü alan saklama kaplarından kaç tane kullanılır?” probleminin çözümü için kullandığı model ve açıklamaları şöyledir:

A: Daha farklı bir yoldan çözebilir misiniz bu problemi?

H: Şekille yapalım bir de, $\frac{7}{8}$ in içinde $\frac{3}{4}$ lük kaç tane parça olduğunu bulmam isteniyor. Payda eşitleyeyim ben, payda eşitlersem bu şekilde hem kafam da karışmayacak. (Aşağıdaki şekli çizdi)



Şekil 4. 11. Hülya Öğretmenin sözel probleme çözümü

Şuradan bir tane 6'yı aldım, bu bir kaba girecek olan, burada bir parça kaldı bu da bütünüün yani 6 bölü 8'in $\frac{1}{6}$ sı olduğu için 2. kabın $\frac{1}{6}$ 'sını doldurur. 2 kap olur.

Hülya Öğretmen sembolik bölme ifadelerinde olduğu gibi sözel problem durumlarında da kalanı yorumlayabilmiş ve bölene göre ifade edebilmiştir.

Hülya Öğretmenin bölme kavramı, bölmenin hem eşit paylaşma hem de ölçme anlamını içermektedir. Kesirlerle bölmede bölmenin tam sayı olduğu durumları bölmenin eşit paylaşma anlamını kullanarak, bölmenin tam sayı olmadığı durumları da bölmenin ölçme anlamını kullanarak açıklayabilmektedir. Kesirlerle bölme bilgilerini sembolik veya sözel problem ortamlarında farklı temsil biçimlerine dönüştürebilmektedir. Hülya Öğretmen, kesirlerle bölmenin öğretim aşamasında etkileşimli, öğrenci merkezli, tartışmaya dayalı bir tutum sergilemiştir. Dersini öğrencilerinin düşüncelerine, eksiklerine ve yanlış anlamalarına göre yönlendirmiştir. Öğrencilerine kendi düşünceleri içindeki tutarsızlıkları ortaya çıkarabilecekleri deneyimler sunmuştur. Öğretiminde doğru cevapların yanında yanlış cevaplar üzerinde de durmuştur. Kesirlerle bölmede, işlemin nasıl yapılacağı ile ilgili kurallardan çok, işlemin taşıdığı anlamı vurgulamıştır. Hülya Öğretmenin böyle bir öğrenme ortamı oluşturmasında, kesirlerle bölmeyi kavramsal olarak ele almasında, kesirlerle bölmede kavramsal anlamaya sahip olması etkili olmuş olabilir.

4. 5. Öğretmenlerin Kesirlerle Bölmeyi Kavramsallaştırma Düzeyleri

Araştırmaya katılan öğretmenlerin kesirlerle bölmeyi kavramsallaştırma düzeylerinin farklı olduğu görülmüştür. Dört öğretmenin kesirlerle bölme işlemini kavramsallaştırma düzeyleri 3 grupta toplanabilir. Bu düzeyler kurala dayalı işlemsel bilgiden anlama dayalı kavramsal bilgiye doğru bir özellik içermektedir. Öğretmenlerin düzeyleri görüşme ve gözlemlerden elde edilen bulguların bir özeti biçiminde sunulacaktır.

Düzyey 1: Kurala dayalı bilgi düzeyi: Bu düzeydeki bir öğretmenin kesirlerle bölme işlemi bilgisi işlemin nasıl yapılacağı bilgisinden ibarettir. Bir başka deyişle, öğretmen işlemin kuralını bilmekte fakat o kuralın neden öyle olduğu, neden verilen işlem ve problemlere bir çözüm ürettiği hakkında bir açıklama getirememektedir. Bu nedenle de verilen problemleri ters çevir çarp kuralını kullanarak çözmeyi tercih etmişler; farklı bir çözüm yolu ve açıklama getirememişlerdir. Bölme işlemini yorumlamaları ise bölmenin eşit paylaşma anlamı ile sınırlı kalmaktadır. Bölmenin tam sayı olmadığı durumlarda işlemi açıklamada zorlanmışlar ve sık sık kurala başvurmak zorunda kalmışlardır. İşlemleri modellemeleri istendiğinde modellerinde bölme işleminin anlamını kullanmak yerine kuralla elde ettikleri sonuçları arama eğilimine girmişler ve çözümde başarılı olamamışlardır.

Öğretmenlerin kesirlerle bölme bilgileri anlamdan yoksun olduğu için gözlemlerde ve görüşmelerde verilen bir bölme işlemini farklı temsil biçimlerine dönüştürememişlerdir. Bu nedenle de öğretimlerinde sürekli kuralın ezberlenmesi gerektiğini vurgulamışlar ve ezberi kolaylaştırmak için öğrencilerine alıştırma yaptırmışlardır. Ayrıca, bu düzeydeki öğretmenlerin işlemsel bilgileri de sadece bir kural ile sınırlı kalmıştır. Oysa ki, bölme işleminin bir diğer alternatif kuralı ise ortak payda algoritmasıdır. Fakat öğretmenler kesirlerle bölme işleminin kavramsal olarak ne olduğunu anlamadıkları için ortak payda algoritmasını da geliştirememişlerdir.

Bu düzeydeki öğretmenler bir bölme işlemindeki nicelikler arasında ilişki kurmakta zorlanmışlardır. Bir bölme işleminde kalanı tahmin etmeleri istendiğinde

bu düzeydeki öğretmenlerin hiç biri kalanı doğru olarak tahmin edememişlerdir. Eski programı uygulayan iki öğretmende bu düzeyin özelliklerini sergilemişlerdir.

Çağla ve Yeliz Öğretmen bölmeyi paylaşma olarak düşünmektedirler. Kesirlerle bölme içeren bir sembolik ifade ya da sözel problem verildiğinde bölenin tam sayı olması durumunda işlemi şekil kullanarak çözmekte ve sembolik ifade için uygun sözel problem yazmakta sıkıntı çekmemektedirler. Fakat bölenin tam sayı olmadığı durumları bölmenin eşit paylaşma anlamını kullanarak açıklayamadıkları için kesirlerle bölme işlemi çarpma işleminin anlamını kullanarak açıklamışlardır. Çağla ve Yeliz Öğretmen kesirlerle bölme işlemi ölçme anlamını kullanarak yorumlayamadıkları için verilen sembolik ifade ile çözülebilecek sözel problem söylemeleri istendiğinde uygun problem söyleyememişlerdir. Bölen tam sayı olmadığı kesirlerle bölmeyi bir kesrin verilen kesir kadarını bulma olarak yorumladıkları için işlemlere yazmış oldukları sözel problemler de bu yorumlamayı yansıtmıştır. Çağla Öğretmen bölme işlemi modellemesi istendiğinde modelini ters çevirip çarparak bulduğu sonuca uydurmaya çalışmıştır. Yeliz Öğretmen ise bölme işlemi için oluşturduğu modelde bir kesrin verilen kesir kadarını bulmuştur. Model kullanarak yaptığı çözümünden elde ettiği sonucu, ters çevirip çarparak bulduğu sonuçla karşılaştırdığında bölme işlemi ile çarpma işlemlerinin anlamlarını karıştırdığını fark etmiştir. Fakat yine de bölme işlemine bir anlam verememiştir.

Çağla Öğretmen ve Yeliz Öğretmenin bölme kavramı, bölmenin sadece eşit paylaşma anlamını içermektedir. Bu nedenle sadece bölenin tam sayı olduğu durumlarda kesirlerle bölme ile ilgili yeterli açıklamalar getirebilmişlerdir. Bu öğretmenler, işlemleri yaparken ters çevirip çarpma algoritmasını kullanmışlar fakat bu algoritmanın neden doğru sonucu verdiğini açıklayamamışlardır. Her iki öğretmen de ortak payda algoritmasını hiç kullanmamıştır.

Çağla Öğretmen ve Yeliz Öğretmen kesirlerle bölme işlemi konulu derslerinde bölme işleminin taşıdığı anlama hiç değinmeden işlemin nasıl yapılacağı üzerinde durmuşlardır. Öğrencilerine ters çevirip çarpma algoritmasını verdikten sonra, bu kuralı kullanarak alıştırmalar yaptırmışlar ve sürekli algoritmayı vurgulamışlardır. Bu öğretmenler öğrencileri ters çevirip çarpma kuralını başarılı bir

şekilde uyguladığında kesirlerle bölme için matematiksel anlamının gerçekleştiğini düşünmektedirler. Öğrencilerden akıl yürütmeye, düşünmeye gerek duymadan bir dizi alıştırmaya kuralı uygulamalarını beklemişler, öğretimlerinde farklı temsil biçimleri kullanmamışlardır.

Düzyey 2: Anlamdan yoksun işlemsel bilgi: Bu düzeydeki bir öğretmen 1. düzeydeki öğretmenlerin özelliklerine ek olarak, ortak payda algoritmasını bilmekte ve bölmenin ölçme anlamını düşünebilmektedir. Öğretmen ortak payda algoritması ve bölmenin ölçme anlamını bilmesine rağmen bu bilgilerini farklı temsil biçimlerini kullanarak açıklayamamış ve öğretimi kural odaklı bir özellik göstermiştir. İşlemleri modellemeleri istendiğinde modellerinde bölme işleminin anlamını kullanmak yerine kuralla elde ettikleri sonuçları arama eğilimine girmişler ve çözümde başarılı olamamışlardır. Bu düzeydeki bir öğretmen, verilen bölme problemlerine farklı çözüm yolları geliştirememiş, yine kural ağırlıklı bir yaklaşım sergilemiştir.

Yeni öğretim programının uygulandığı bir okulda görev yapan Funda Öğretmen, bu düzeyin özelliklerini sergilemiştir. Funda Öğretmen $a \div b$ şeklinde bir ifade ile karşılaştığında bu ifadeyi b tam sayı ise bölmenin eşit paylaşma anlamını kullanarak, b tam sayı değilse bölmenin ölçme anlamını kullanarak açıklayabilmiştir. Kesirlerle bölme içeren sembolik ifadeleri açıklayabilmesine rağmen bu açıklamalarını değişik durumlara dönüştürememiştir. Görüşme sorularından sadece bir sembolik ifade ve bir sözel problemin çözümünde model oluşturabilmiştir. Sembolik ifadelerin hiçbirine uygun sözel problem yazamamıştır. Sözel problem ortamlarında da bölme bilgisini farklı temsil biçimlerine dönüştürememektedir. Funda Öğretmen ters çevirip çarpma algoritmasının kural gereği doğru sonucu verdiğini ifade etmekte, fakat neye dayandığını bilmemektedir. Öğretmenin kesirlerle bölme bilgisi bölmenin tanımı ve bölme kavramı ile ilişkilendirilmemiş ortak payda, ters çevirip çarpma algoritmaları ile sınırlıdır.

Funda Öğretmen kesirlerle bölme dersine sözel problem ile başlamış, problemin çözümünde öğrencilerine model kullandırmıştır. Fakat Funda Öğretmen öğrencilerin düşünme süreçlerini kendi üstüne alarak öğrencilerine modellerini oluşturmaları için fırsat vermemiştir. Öğrencilerin düşüncelerinin, yanlış

anlamalarının, sorularının önemsenmediği, öğrenci cevaplarının doğru ya da yanlış olarak değerlendirildiği bir ortam oluşturmuştur. Kesirlerle bölme işleminin nasıl yapılacağı ile ilgili kuralları bölmenin anlamı ile ilişkilendirmeden doğrudan vermiştir. Bu kuralların neden doğru sonucu verdiği üzerinde de durmamıştır.

Düzyey 3: Kavramsal Bilgi Düzyeyi: Bu düzyeydeki bir öğretmenin bölme işlemini bilgisi sadece kural ile sınırlı kalmamakta, işlemini farklı biçimlerde ifade edebilmekte, farklı çözüm yolları geliştirebilmekte, eşit paylaşım ve ölçme anlamını uygun durumlarda uygulayabilmektedir. Bu nedenle öğretmen, öğretiminde daha rahat ve esnek bir yaklaşım izlemektedir. Öğrencilerinin soru sormalarına, düşüncelerini paylaşmalarına, kendi çözüm yollarını oluşturmalarına fırsat tanımaktadır. Öğretmen verilen bir bölme işlemine bölme işleminin anlamından yola çıkarak sözel problemler oluşturabilmekte ve bu sözel problemleri kurala başvurmadan modeller yardımıyla çözebilmektedir.

Yeni öğretim programının uygulandığı bir okulda görev yapan Hülya Öğretmen bu düzyeyin özelliklerini sergilemiştir. Hülya Öğretmen $a \div b$ şeklinde bir ifade ile karşılaştığında bu ifadeyi b tam sayı ise bölmenin eşit paylaşma anlamını kullanarak, b tam sayı değilse bölmenin ölçme anlamını kullanarak açıklayabilmektedir. Hülya Öğretmen böyle bir ifade verildiğinde bölme işlemini şekil kullanarak veya sayı doğrusu üzerinde yapabilmekte ve bu ifade ile çözülebilecek bir sözel problem söyleyebilmektedir. Kesirlerle bölme içeren bir sözel problem durumunda da verilen problemi işlem kullanarak ve model oluşturarak çözebilmektedir. Ortak payda ve ters çevirip çarpma algoritmalarının neye dayandığını, temelinde ne olduğunu açıklayabilmektedir. Hülya Öğretmenin kesirlerle bölme ile ilgili kavramsal anlamaya sahip olduğu söylenebilir.

Hülya Öğretmen de kesirlerle bölme dersine sözel problem ile başlamış, problemin çözümünde öğrencilerine model kullandırmıştır. Fakat Hülya Öğretmen, Funda Öğretmenden farklı olarak öğrenci düşüncelerini esas alarak dersini şekillendirmiştir. Öğrencilerine düşündürücü sorular sormuş, düşüncelerini rahatlıkla ifade edebilecekleri, tartışabilecekleri bir ortam oluşturmuştur. Öğretiminde doğru cevaplar kadar yanlış cevaplar üzerinde de durmuştur. Bölme işleminin anlamını

vurgulamış, öğrencilerine farklı temsil biçimleri kullandırmıştır. Hülya Öğretmenin yaptığı etkinlikler öğrencilerin kuralı geliştirmesinde yeterli olmamıştır. Fakat öğretmen ortak payda algoritmasını bölmenin anlamı ile ilişkilendirerek vermiştir.

Araştırmaya katılan öğretmenlerden sadece Hülya Öğretmen kesirlerle bölmede kalanla ilgili kavramsal olarak doğru bir açıklama yapabilmıştır. Kesirlerle bölme işleminde bölünen, bölen, bölüm ve kalanın ne ifade ettiğini düşünerek kalanı doğru olarak söyleyebilmiştir. Çağla Öğretmen, kesirlerle bölme işleminde bölümün kesir kısmını kalan olarak ifade etmiştir. Yeliz ve Funda Öğretmen ise kesirlerle bölmede kalanı işlemi yaptıktan sonra buldukları sonucun payını paydasına bölerek bulmuşlardır. Öğretmenlerden $9628 \div 38$ işlemini hesap makinesi kullanarak yapmaları istenmiş ve bu işlemde kalanı nasıl bulabilecekleri sorulmuştur. Bu problem öğretmenlerin bir bölme işleminde bölünen, bölen, bölümün tam ve kesir kısmı ve kalanın neyi temsil ettiğini bilip bilmediklerini belirlemek için düzenlenmiştir. Bu problemde de sadece Hülya Öğretmen bölme işlemi ve bölme kavramı arasında zengin ilişkiler kurarak, çarpma ve bölme arasındaki ilişkiyi vurgulayarak kalanı tahmin etmek için dört farklı metot kullanmıştır. Diğer öğretmenler ise kalanı tahmin etmek için mantıklı bir metot önerememişlerdir.

Araştırmaya katılan öğretmenlerden hiçbiri bölünen kesrin bölen kesirden daha küçük olduğu $\frac{5}{6} \div \frac{5}{3}$ işlemini model kullanarak çözememiş ve bu işlemle çözülebilecek bir sözel problem söyleyememiştir. Kesirlerle bölmede kavramsal anlamaya sahip olan Hülya Öğretmen de küçüğün içinde büyüğü aramanın zor olduğunu ifade etmiş, bölen kesrin tamamını bölünen kesrin içinde göremediğinden bu ifadeye bir anlam verememiştir.

BÖLÜM 5

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmada elde edilen bulgular, ilgili literatür ışığında tartışılacak ve araştırmanın sonuçları sunulacaktır. Ayrıca araştırmada elde edilen bulgular ve sonuçlara dayanarak matematik öğretmeni eğitimi ile ilgili önerilere yer verilecektir. Araştırmanın sonuçlarına göre yeni araştırmalara yön verecek bazı öneriler de sunulacaktır.

5.1. Tartışma ve Sonuçlar

Öğretmenlerin bir konuyu öğrencilerine uygun ve çeşitli yollardan sunabilmeleri için o konuyu yeterli derinlikte anlamaları gerekmektedir (Ball, 1990). Bu çalışmada ilköğretim matematik öğretmenlerinin kesirlerle bölme işlemini nasıl yorumladıkları ve öğretmenlerin kesirlerle bölme bilgilerinin öğretimlerine nasıl yansıdığı araştırılmıştır.

Araştırmanın bulguları araştırmaya katılan öğretmenlerin çoğunun kesirlerle bölme bilgilerinin büyük ölçüde işlemsel düzeyde olduğunu ortaya koymuştur. Bu bulgu yapılan diğer araştırmalarla tutarlılık göstermektedir (Ball,1990; Simon,1993; Wilson, Graeber, Fischbein & Tirosh, 1998; Ma,1999). Öğretmenler bölme işleminin kuralını bilmekte fakat o kuralın neden öyle olduğu, neden verilen işlem ve problemlere bir çözüm ürettiği ile ilgili bir açıklama getirememektedirler. Bu nedenle de araştırmaya katılan dört öğretmenden üçü verilen problemleri ters çevirip çarpma kuralını kullanarak çözmeyi tercih etmişler, farklı çözüm yolu ve açıklama getirememişlerdir.

İşlem yapma ve hesap yapabilme becerilerinin ön planda olduğu geleneksel matematik eğitiminde kesirlerle bölme işlemi geleneksel olarak ters çevirip çarpma

kuralı ile öğretilmektedir. Araştırmaya katılan öğretmenlerin çoğunun bölme bilgilerinin işlemin nasıl yapılacağı bilgisinden ibaret olmasının bir nedeni öğretmenlerin kesirlerle bölmeyi ters çevirip çarpma kuralı ile öğrenmeleri ve daha sonraki eğitimlerinde kesirlerle bölmeyi daha farklı bir şekilde ele almamaları olabilir. Ayrıca, bir öğretmenin kesirlerle bölme işleminin kavramsal öğretimi için elinde yeterli etkinlik olmasına rağmen, öğretmenin bilgi düzeyi bu etkinlikleri etkin bir şekilde kullanılmasını engellemiştir. Öğretmenin kesirlerle bölme işlemi bilgisi tanım ve algoritmik düzeyde yeterli olmasına rağmen, öğretmen bu bilgisini farklı temsil biçimlerine dönüştürerek açıklayamamıştır.

Araştırmaya katılan öğretmenlerden bazılarının kesirlerle bölme işlemini yorumlamaları bölmenin eşit paylaşma anlamı ile sınırlı kalmıştır. Bu bulgu diğer araştırmalarla tutarlılık göstermektedir (Graeber, Tirosh & Glover, 1989; Tirosh & Graeber, 1989; Ball, 1990; Simon, 1993). Bu öğretmenler kesirlerle bölmede bölenin tam sayı olduğu durumlarda bölme bilgilerini farklı temsil biçimlerine dönüştürebilmişlerdir. Yapılan diğer araştırmalar da aday öğretmenlerin bölmenin eşit paylaşma modeline uygun problemlerde daha başarılı olduğunu göstermektedir (Graeber, Tirosh & Glover, 1989; Simon, 1993). Öğretmenlerin bölmenin bir paylaşma eylemi olduğu şeklinde bir anlayışa sahip olmalarının bir nedeni kendi eğitimleri süresince eşit paylaşımlı bölme problemleri üzerine daha fazla çalışmış olmaları olabilir. Bu öğretmenler diğer araştırmalarda (Ball, 1990; Simon, 1993; Ma, 1999) olduğu gibi bölenin tam sayı olmadığı durumlarda bölme işlemini açıklayamamaktadırlar. Öğretmenler bölmeyi bir paylaşma eylemi olarak düşündüklerinden ve bu düşünceleri bölenin tam sayı olmadığı durumları açıklamalarına olanak vermediğinden böyle durumlarda bölme işlemini çarpma işleminin anlamını kullanarak açıklamışlardır. Ayrıca öğretmenlerden biri çarpma işlemi ile çözülebilecek bir sözel problemin çözümü için bölme ifadesinin uygun olduğunu ifade etmiştir. Bölen tam sayı olmadığında kesirlerle bölmeyi bir kesrin verilen kesir kadarını bulma olarak yorumladıkları için işlemlere yazmış oldukları sözel problemler de bu yorumlamayı yansıtmıştır. Böyle durumlar için uygun sözel problemler söyleyememişlerdir. Bölenin tam sayı olmadığı sembolik bölme

ifadelerini ve sözel problemleri model kullanarak çözmeye kalkıştıklarında kuralla elde ettikleri sonuçları arama eğilimine girmişlerdir ve başarılı olamamışlardır.

Araştırmaya katılan öğretmenlerden diğer ikisi bölmenin hem eşit paylaşma hem de ölçme anlamını bilmektedir. Bu öğretmenler $a \div b$ şeklinde bir ifade ile karşılaştıklarında bu ifadeyi b tam sayı ise bölmenin eşit paylaşma anlamını kullanarak, b tam sayı değilse bölmenin ölçme anlamını kullanarak açıklamışlardır. Fakat öğretmenlerden biri bu bilgilerini farklı temsil biçimleri kullanarak açıklayamamıştır. Sembolik ifadelerin hiçbirine uygun sözel problem yazamamıştır. Bunun nedeni öğretmenin bölmenin tanımını ezbere öğrenmiş olması olabilir. Buradan, kavramların tanımını bilmenin, farklı çözüm yolları oluşturmak ve anlam oluşturmak için yeterli olmadığı sonucuna varılabilir.

Araştırmaya katılan öğretmenlerden sadece birinin bölme işlemi bilgisi yalnız kural ile sınırlı kalmamış, işlemi farklı biçimlerde ifade edebilmiştir. Öğretmen verilen bir bölme işlemine, bölme işleminin anlamından yola çıkarak sözel problemler oluşturabilmekte ve bu sözel problemleri kuralla başvurmadan modeller yardımıyla çözebilmektedir.

Öğretmenlerin sembolik bölme ifadelerinde ve sözel problem durumlarında bölmeyi yorumlamalarında bir fark ortaya çıkmamıştır. Halbuki araştırmanın başında katılımcıların sözel problem durumlarında bölmeyi daha kolay anlamlandırabilecekleri düşünülmüştür. Çünkü matematiksel kavramlar bir problem ortamında sunulduğunda, ele alınan matematiksel kavramların ne anlama geldiği ve modellenmesi hakkında daha kolay ipuçları elde edilebilir. Sembolik bölme ifadelerinde bölenin tamsayı olduğu durumları bölmenin eşit paylaşma anlamı ile açıklayan öğretmenler, eşit paylaşma durumuna uygun sözel problemlerde problemi model kullanarak da çözebilmişlerdir. Ölçme durumuna uygun problemlerde ise yalnızca problemin çözümü olan bölme ifadesini yazarak, ters çevirip çarpma kuralı ile problemi çözmüşlerdir. Öğretmenlerin üçü ölçme problemlerini model kullanarak çözememişlerdir. Bunun bir nedeni, öğretmenlerin sözel problemlerin çözümünde işlemlerin anlamlarını düşünerek model kullanmaktan çok işlem seçimini tercih etme gibi bir alışkanlıklarının olması olabilir. Diğer bir nedeni, öğretmenlerin kesirlerle

bölme işlemini farklı temsil biçimlere dönüştürebilecekleri ve farklı şekillerde düşünebilecekleri düzeyde kavramsal bilgiye sahip olmamaları olabilir.

Bir diğer bulgu da araştırmaya katılan öğretmenlerden hiçbirinin bölen kesrin bölünen kesirden daha büyük olduğu bir bölme ifadesini anlamlandıramamasıdır. Öğretmenlerden hiçbiri böyle bir bölme işlemini model kullanarak çözememiş ve bu işlemle çözülebilecek bir problem söyleyememiştir. Kesirlerle bölme bilgisi kavramsal bilgi düzeyinde olan bir öğretmen de küçük sayının içinde büyük sayıyı aramanın zor olduğunu ifade etmiştir. Yapılan araştırmalar (Graeber, Tirosh & Glover, 1989; Tirosh & Glover, 1989) öğretmenlerin bölenin bölünenden küçük olması gerektiği gibi yanlış anlamalara sahip olduğunu belirtmektedir. Bu araştırmaya katılan öğretmenlerin bölünen kesrin, bölenden daha küçük olduğu bir bölme ifadesi için farklı çözüm yolları geliştirememelerinin nedeni belki de bu öğretmenlerin de böyle yanlış anlamalara sahip olmaları olabilir.

Simon (1993)'un araştırmasında olduğu gibi, araştırmaya katılan öğretmenlerin çoğu kesirlerle bölme işleminde kalanın büyüklüğünü belirlemede başarısız olmuşlardır. Öğretmenlerden sadece biri kesirlerle bölme işleminde bölünen, bölen, bölüm ve kalanın ne ifade ettiğini düşünerek kalanı doğru olarak söyleyebilmiştir. Bazı öğretmenler kesirlerle bölme işleminde kalanı, işlemi yaptıktan sonra buldukları sonucun payını paydasına bölerek bulmuşlardır. Bir öğretmen ise işlemi yaptıktan sonra bölümün kesir kısmını kalan olarak ifade etmiştir.

Öğretmenler kesirlerle bölme işlemi yaparken işlemin taşıdığı anlamdan, bölmedeki niceliklerin (bölünen, bölen, bölüm, kalan) ne ifade ettiğinden çok ters çevirip çarpma kuralına odaklanmaktadırlar. Bu da öğretmenlerin kesirlerle bölmeyi doğal sayılarla bölme işlemi gibi görmemelerine, doğal sayılarla bölmede kalanın rolünün kesirlerle bölmede de aynı olduğunu düşünememelerine neden olabilir.

Araştırmaya katılan öğretmenlerin çoğu doğal sayılarla bölme işleminde de bölünen, bölen, bölümün tam ve kesir kısmı ve kalanın neyi temsil ettiği ile ilgili yeterli açıklamalar yapamamışlardır. Öğretmenler bölme işlemi ve bölme kavramı arasında ilişki kuramamış, bir bölme işleminde bölümün tam ve kesir kısmına

bakarak tam sayı kalanı bulmakta başarısız olmuşlardır. Bu bulgu Simon (1993)'un araştırması ile tutarlıdır. Ancak Simon (1993)'un çalışmasında hiçbir öğretmen kalanı tahmin etmek için iki farklı strateji oluşturamazken, bu çalışmada öğretmenlerden biri bölme işlemi ve bölme kavramı arasında zengin ilişkiler kurarak kalanı tahmin etmek için dört farklı strateji oluşturmuştur.

Okullarda kalanı bulma ve kesirli bölümler işlemsel olarak ele alınır ve önce kalanı bulma, daha sonraki seviyelerde de kalanı kesrin payı ve böleni payda olarak yazma öğretilir. Böyle bir öğretimde bölümün kesir kısmının ne ifade ettiğine odaklanılmaz. Böyle bir öğretim ise öğretmenlerin bölümün tam ve kesir kısmına bakarak kalanın ne olabileceği hakkında akıl yürütmelerine yardımcı olmamıştır.

Öğretmenlerin kesirlerle bölme bilgilerinin niteliği/ düzeyi öğretimlerini etkilemektedir. Kesirlerle bölme bilgileri kurala dayalı ve işlemsel bilgi düzeyinde olan öğretmenler öğretimlerinde öğrencilerine işlemsel öğrenmenin gerçekleşebileceği bir ortam sunmaktadır. Bu öğretmenler derslerinde sürekli kuralın ezberlenmesi gerektiğini vurgulamışlar ve ezberi kolaylaştırmak için öğrencilerine alıştırma yaptırmışlardır. Öğretimlerinde bölme işleminin taşıdığı anlama hiç değinmemişler ve öğrencilerinin ne düşündüğü ile değil kuralın uygulanıp uygulanmadığı ile ilgilenmişlerdir. Öğretimleri içerikten yoksun ve farklı temsil biçimleri kullanılmadan yapılmıştır. Kesirlerle bölme bilgisi kavramsal bilgi düzeyinde olan bir öğretmen ise öğretiminde bölme işleminin taşıdığı anlamı vurgulamıştır. Öğrencilerinin soru sormalarına, düşüncelerini paylaşmalarına ve kendi çözüm yollarını oluşturmalarına fırsat tanımıştır. Öğretiminde farklı temsil biçimleri kullanmaya özen göstermiştir.

Öğretmenlerin, öğretimlerinde etkili olan diğer unsurlardan biri de öğrenmeye bakışları olarak söylenebilir. Toluk ve Olkun (2003); bir öğretmenin öğrenmeyi tanımlama şekliyle, öğretme şekli arasında çok sıkı bir ilişki olduğunu ifade etmektedir. Araştırmaya katılan öğretmenlerin çoğunun öğrenmeye bakışı genel olarak davranışçı öğrenme yaklaşımına daha yakın görünmektedir. Öğretimlerinde de kendileri öğrencilerine bilgiyi aktaran kaynak, öğrencileri de pasif alıcılar olmuştur. Öğrencileri düşündürmeye, kendi yollarını geliştirmelerine yönelik bir çaba sarf

etmemişlerdir. Öğrenmeye bakışı oluşturmacı eğitim anlayışına yakın olan bir öğretmen ise öğretiminde bilgiyi aktaran kaynak olarak değil, rehber olarak davranmış, öğrencilerinin kendi kendilerine bir şeyler yapmalarına fırsat vererek, düşüncelerini, oluşturdukları modelleri özgürce tartışabilecekleri bir ortam oluşturmuştur. Öğretmenlerin kesirlerle bölme bilgilerinin düzeyinde ve öğrenmeye bakışlarında üniversitede almış oldukları eğitim de farklılığa yol açmış olabilir.

Araştırma sonucunda öğretmenlerin kesirlerle bölme bilgilerinde ve öğretimlerinde yeni matematik öğretim programının etkisi olmadığı ortaya çıkmıştır. Eski matematik öğretim programının uygulandığı okullarda görev yapan öğretmenlerin kesirlerle bölme öğretimi öğretmenlerin işlemin nasıl yapılacağına kuralını vermesi ve bu kuralın ezberlenmesi için alıştırma ve tekrarın vurgulanması şeklinde geçmiştir. Yeni matematik programının uygulandığı okullarda ise öğretmenlerin ellerinde kesirlerle bölmeyi kavramsal olarak ele alabilecekleri materyaller bulunmaktaydı. Fakat bu okullarda görevli olan öğretmenlerden biri elinde yeterli materyal olmasına rağmen kesirlerle bölmenin kavramsal temellerini vurgulamak yerine işlemsel becerilere ağırlık vermeyi tercih etmiştir. Öğretmen elindeki planda yer alan etkinliklerin önemli yönlerini vurgulamakta, bu etkinlikleri öğrencilerin kesirlerle bölme ile ilgili anlam oluşturmalarına yardımcı olacak şekilde organize etmekte başarısız olmuştur. Öğrencilerin sınıf ortamına getirdiği farklı veya hatalı temsiller üzerinde durmamıştır. Öğrencilerin düşüncelerine değer vermemiştir. Öğretmenin elinde yeterli materyal olması, öğretmenin öğrencilerinin aktif olarak kesirlerle bölmeye anlam oluşturmalarını sağlamada yardımcı olmamıştır. Pedagojik içerik bilgisi öğretmenin öğretimini etkilemektedir (Shulman, 1987). Öğretmen kesirlerle bölmeyi kendisi kavramsal olarak anlamadığı için öğrencilerinin matematiksel düşüncelerini yorumlayamamış ve öğretimini bu yönde düzenleyememiştir. Kesirlerle bölmede kavramsal anlamaya sahip bir öğretmen ise öğretim aşamasında daha esnek, etkileşimli, öğrenci merkezli, tartışmaya dayalı bir tutum sergilemiştir. Öğretmen kendi matematiksel bilgilerini kullanarak öğrencilerin düşüncelerini yorumlayarak öğretimini bu yönde şekillendirmiştir. Bu öğretmenin kavramsal düzeyde sahip olduğu matematik bilgisi, öğrencilerine kendi anlamalarını

ve çözüm yollarını oluşturabilecekleri öğrenme ortamlarını düzenlemesine olanak sağlamıştır.

Yeni matematik öğretim programını uygulayan iki öğretmenden biri öğretimini işlemsel düzeyde gerçekleştirirken, diğeri ise kavramsal düzeyde gerçekleştirmek için etkinlikler geliştirebilmiştir. Her iki öğretmenin de aynı programı uygulamasına rağmen öğretimlerinde vurgulamış oldukları becerilerin farklı olması, öğretimde uygulanan programdan çok öğretmenlerin pedagojik içerik bilgilerinin niteliğinin belirleyici olduğu sonucu ortaya çıkmaktadır. Bu sonuç öğretim programlarının değiştirilmesinin okullarda gerçekleştirilen öğretimin kalitesini artırmak için yeterli olmadığını göstermektedir. Okullardaki matematik eğitiminin kalitesini artırmak için öğretim programındaki değişikliklere paralel olarak matematik öğretmenlerinin de belli bir eğitimden geçmesi gereklidir. Öğretmenlere hazır öğretim materyallerinin sağlamanın yanı sıra bu materyallerin etkin bir şekilde nasıl kullanılması gerektiğinin de eğitimi verilmelidir.

5. 2. Öneriler

Matematik eğitiminde yapılan yenilikler öğretmenlerin, öğrencilerinin hem işlemsel hem kavramsal anlamalarını geliştirmelerine yardımcı olmalarını gerektirmektedir. Yeni matematik öğretim programında (MEB, 2004) vurgu işlem bilgilerinden kavram bilgilerine kaymıştır. Yapılan bu araştırmada öğretmenlerin çoğunun kesirlerle bölme bilgilerinin işlemsel olduğu, bu konuda kavramsal anlamaya sahip olmadıkları görülmüştür. Bu öğretmenler öğrencilerinin kesirlerle bölmeyi kavramsal olarak anlamalarında, bölme işlemi ve bölme kavramı arasında ilişki kurmalarında yardımcı olamamışlardır. Öğretmenlerden kavramsal anlamayı sağlayacak şekilde öğretmesi isteniyorsa, bu işi yapmadan önce kendilerinin öğreteceği matematiği kavramsal olarak öğrenmesi üniversite eğitimleri sırasında sağlanmalıdır. Üniversite eğitimleri süresince öğretmen adaylarına öğretecekleri matematik konuları ile ilgili derinlemesine anlam oluşturma fırsatı sağlanmalıdır. Lubinski ve Fox (1998) aday öğretmenlere böyle fırsatlar verilirse mutlaka kendilerine öğretildiği gibi değil, mantıklı düşünmeyi, anlamlandırmayı temel alarak

öğreteceklerini ve gelecekteki sınıfları için etkinliklerini matematiksel anlayış geliştirme çerçevesinde planlayacaklarını ifade etmektedir. Hizmet içi öğretmenlere de eğitim kurslarında öğrenme kuramlarını, öğretim yöntemlerini teorik olarak anlatmak yerine anlam merkezli görevler verilebilir. Örneğin $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$ ifadesinin ne anlama geldiğini, bu işlemin nasıl yapılabileceğini, algoritmanın neden doğru sonucu verdiğini, işlemi yapmak için daha farklı yolların neler olabileceğini tartışabilirler. Daha sonra öğretmenlerden bu işlemin öğrencilere en iyi nasıl öğretilabileceğini düşünceleri ve matematiksel bir etkinlik hazırlamaları istenebilir. Böylece öğretmenlerin pedagojik içerik bilgileri geliştirilebilir.

Öğretmenlerin çoğunun öğrenmeye bakışı davranışçı öğrenme yaklaşımına daha yakındır. Var olan öğretmen eğitimi öğretmenlere kavramsal anlamayı sağlayan matematik öğretimi yaklaşımlarını tanıtmakta ve benimsetmekte yetersiz kalmaktadır. Öğretmenler eğitimleri boyunca geleneksel yaklaşımların dışında farklı deneyimlerle tanışmamakta ve böylece işlemsel matematik görüşlerini meslek yaşamlarına taşımamaktadırlar. Matematik eğitiminde yapılan yenilikler çerçevesinde yalnızca ilköğretim matematik programının değiştirilmesi yeterli değildir. Öğretmen yetiştirme programlarında da bir takım yenilikler yapılması gerekmektedir. Ayrıca hizmet içi öğretmenlerin de kavramsal anlamayı sağlayan matematik öğretimi yaklaşımlarını sadece teorik olarak değil uygulamaya yönelik olarak da tanıması sağlanmalıdır.

Yapılan birçok araştırmada öğretmenlerin bölmenin eşit paylaşma anlamına ölçme anlamına göre daha yatkın olduğu görülmüştür. Öğretmenler bölmenin bir paylaşma işlemi olduğunu düşünmektedir. Öğretmenlerin bölme kavramının bölmenin her iki anlamını da içermesini sağlamak için hazırlanan öğretmen kılavuz kitaplarında bölmenin sadece bir paylaşma işlemi olmadığı vurgulanabilir. Yapılacak olan araştırmalarda öğretmenlerin neden bölmenin bir paylaşma işlemi olduğunu düşündükleri araştırılabilir. Örneğin ilköğretim 3-8. sınıf öğrenci ve öğretmen kitap serileri incelenerek bölmenin paylaşma ve ölçme anlamına yönelik problemler incelenebilir.

İleride yapılacak olan araştırmalarda aşağıdaki sorulara yanıt aranması faydalı görünmektedir.

1. Farklı öğretmenlerle benzer araştırmalar yapılarak aynı sonuçlara ulaşılabilir mi?
2. Matematik öğretmenleri kesirlerle bölme dışında daha farklı matematiksel kavramları nasıl yorumlamaktadırlar?
3. Matematik öğretmeni adayları kesirlerle bölme işlemini nasıl yorumlamaktadırlar?
4. Matematik öğretmenlerinin kesirlerle bölme işlemine ait matematiksel bilgileri ile öğrencilerinin matematiksel bilgileri arasında nasıl bir ilişki vardır?
5. Neden bazı öğretmenler öğrencilerin matematiğı yaparak öğrendiğini düşündüğü halde öğretimlerinde bu ortamları öğrencilerine sağlamamaktadırlar?

KAYNAKÇA

- Aksu, M.** (1997). *Student Performance in Dealing With Fractions*. The Journal of Educational Research, 90(6), p 375- 380.
- Aksu, M., Demir, C., Sümer, Z.** (1998). *Matematik Öğretmenlerinin ve Öğrencilerinin Matematik Hakkındaki İnançları*. III. Ulusal Fen Bilimleri Sempozyumu, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Altun, M.** (2002). *İlköğretim İkinci Kademedeki Matematik Öğretimi*. İstanbul: Delta Yayınları
- Ball, D.L.** (1990). *Prospective Elementary and Secondary Teachers' Understanding of Division*. Journal for Research in Mathematics Education, 21(2), 132- 144.
- Batura, A. & Nason, R.** (1996). *Student Teachers' Subject Matter Knowledge Within the Domain of Area Measurement*. Educational Studies in Mathematics, 31(3), 235-268.
- Baykul, Y.** (2002). *İlköğretimde Matematik Öğretimi*. Ankara: Pegem Yayıncılık.
- Bulgar, S.** (2003). *Children's sense-making of division of fractions*. Journal of Mathematical Behavior, 22, 319- 334.
- Burton, G. M.** (1992). *Young Childrens' Choices of Manipulatives and Strategies for Solving Whole Number Division Problems*. Focus on Learning Problems in Mathematics, 14(2), 2-17.
- Cai, J., Silver, E. A.** (1993). *Solution Processes and Interpretations of Solutions in Solving a Division- With- Remainder Story Problem: Do Chinese and U.S. Students Have Similar Difficulties?*. Brief Report.
- DeFranco, T. C., Curcio, F. R.** (1997). *A Division Problem With A Remainder Embedded Across Two Contexts: Children's Solutions in Restrictive vs. Real-world Settings*. Focus on Learning Problems in Mathematics, 19(2), 58-72.
- Doğan, A.** (2002). *Doğal Sayılarla İlgili Dört İşlemde İlköğretim 1. Kademe Öğrencilerinin Yaptıkları Hata Türleri*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi.

- Ersoy, Y.** (2003). *Matematik Okur Yazarlığı-II:Hedefler, Geliştirilecek Yetiler Ve Beceriler*. (<http://www.matder.org.tr/adresinden> Aralık 2005 ‘de alınmıştır.).
- Ersoy, Y., Ardahan, H.** (2003). *İlköğretim Okullarında Kesirlerin Öğretimi-II Taniya Yönelik Etkinlikler Düzenleme*. (<http://www.matder.org.tr/adresinden> Ocak 2006 da alınmıştır.).
- Fennema, E., Carpenter, T.P.** (1996). *A Longitudinal Study of Learning to Use Children’s Thinking Mathematics Instruction*. Journal for Research in Mathematics Education, 27(4), 148-170.
- Fischbein, R., Deri, M., Nello, M.S. & Marino, M. S.** (1985). *The Role of Imlicit Models in Solving Verbal Problems in Multiplication and Division*. Journal for Research in Mathematics Education, 16(1), 3-17.
- Fraivillig, J. L.** (2001). *Strategies for Advancing Children’s Mathematical Thinking*. Teaching Children Mathematics, 454-459.
- Fraivillig, J. L., Murphy, L. A. ve Fuson, K. C.** (1999). *Advancing Children’s Mathematical Thinking in Everyday Mathematics Classrooms*. Journal for Research in Mathematics Education, 30(2), 148-170.
- Graeber, A.O., Baker, K.M.** (1991). *Curriculum Materials and Misconceptions Concerning Multiplication and Division*. Focus on Learning Problems in Mathematics, 13(3), 25- 37.
- Graeber, A.O., Tirosh, D., Glover, R.** (1989). *Preservice Teachers’ Misconceptions in Solving Verbal Problems in Multiplication and Division*. Journal for Research in Mathematics Education, 20, 95-102.
- Hall, R.** (1996). *Representation as Shared Activity: Situated Cognition and Dewey’s Cartography of Experience*. The Journal of The Learning Sciences, 5(3), 209–238.
- Haser, Ç., Ubuz, B.** (2002). *Kesirlerde Kavramsal ve İşlemsel Performans*. Eğitim ve Bilim, 27(126), 53-61.
- Hiebert, J., Lefevre, P.** (1986). *Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis*. The Case of Mathematics, 1-28.

- Kartal, T., Baki, A.** (2002, Eylül). Lise Öğrencilerinin Cebir Bilgilerinin Kavramsal ve İşlemsel Bilgi Bağlamında Değerlendirilmesi. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde Sunulan Bildiri, ODTÜ, Ankara.
- Lubinski, C. A., & Fox, T.** (1998). *Learning to make sense of divisions: One k-8 preservice teacher's perspective*. School Science & Mathematics, 98(5), 247-260.
- Ma, L.** (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ:Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- MEB.** (2000). *İlköğretim Okulu Matematik Programı*. İstanbul: Milli Eğitim Basımevi.
- MEB.** (2004). *PISA 2003 Projesi*. Milli Eğitim Bakanlığı Ulusal Ön Raporu. Ankara.
- MEGEP kapsamında MEB ve YÖK tarafından belirlenen öğretmen yeterlikleri. (<http://oyegm.meb.gov.tr/yet/> adresinden Kasım 2005'te alınmıştır).
- McNamara, D.** (1991). *Subject Knowledge and Its Application: Problems and Possibilities for Teacher Educators*. Journal of Education for Teaching, 17(2), 113-128
- Monk, D. H.** (1994). *Subject Area Preparation of Secondary Mathematics and Science Teachers and Student Achievement*. Economics of Education Review, 13, 125-145.
- NCTM** (2000). *Principle and Standarts for School Mathematics*. (<http://standarts.nctm.org/> adresinden Kasım 2005 te alınmıştır.)
- Olkun, S., Aydoğdu, T.** (2003). *Üçüncü Uluslar Arası Matematik ve Fen Araştırması (TIMSS) Nedir? Neyi Sorgular? Örnek Geometri Soruları ve Etkinlikler*. İlköğretim- Online, 2(1), 28-35. (<http://www.ilkogretim-online.org.tr>)
- Özden, Y.** (2003). *Öğrenme ve Öğretme*. Ankara: Pegem Yayıncılık.
- Schiellack, J. F., Chancellor, D. ve Childs, K. M.** (2000). *Designing questions to encourage children's mathematical thinking*. Teaching Children Mathematics, 398-402.

- Shulman, L. S.** (1986). *Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching*. Educational Researcher, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. S.** (1987). *Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform*. Harvard Educational Review, 57(1), 1-22.
- Sharp, J., & Adams, B.** (2002). *Children's Constructions of Knowledge for Fraction Division After Solving Realistic Problems*. Journal of Educational Research, 95(6), 333-348.
- Silver, E. A., Mukhopadhyay, S., Gabriele, A. J.** (1992). *Referential Mappings and the Solution of Division Story Problems Involving Remainders*. Focus on Learning Problems in Mathematics, 14(3), 29-39.
- Silver, E. A., Shapiro, L. J., Deutsch, A.** (1993). *Sense Making and The Solution of Division Problems Involving Remainders: An Examination of Middle School Students' Solution Processes and Their Interpretations of Solutions*. Journal for Research in Mathematics Education, 24(2), 117-135.
- Silverman, J.** (2005). *An Investigation of Content Knowledge for Teaching: Understanding Its Development And Its Influence on Pedagogy*. Yayınlanmamış Doktora Tezi.
- Simon, M. A.** (1993). *Prospective Elementary Teachers' Knowledge of Division*. Journal for Research in Mathematics Education, 24(3), 233-254.
- Sinoplu, N. B., Olkun, S., Ekmekçi, N.** (2003). *Aktif Öğrenme Matematik Modülü*. Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Eğitim Araştırmaları ve Uygulama Merkezi.
- Staley, K. N.** (2004). *Tracing the Development of Understanding Rate of Change: A Case Study of Changes in a Pre-service Teacher's Pedagogical Content Knowledge*. Yayınlanmamış Doktora Tezi.
- Steencken, E. P., & Maher, C. A.** (2003). *Tracing fourth graders' learning of fractions: Early episodes from a year-long teaching experiment*. Journal of Mathematical Behavior, 22, 113-132.
- Şişman, M.** (2000). *Öğretmenliğe Giriş*. Ankara: Pegem Yayıncılık.

- T.C. Milli Eğitim Bakanlığı Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığı.** (2003). TIMSS 1999 Üçüncü Uluslar Arası Matematik ve Fen Bilgisi Çalışması Ulusal Rapor. (www.earged.meb.gov.tr/ adresinden Mart 2006'da alınmıştır.)
- T.C. Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.** (2005). *İlköğretim Matematik Dersi (1-5. sınıflar) Öğretim Programı*, Ankara.
- Thompson, F.M.** (1993). *A Conceptual Development of Fraction Multiplication and Division*. Contemporary Education, 65(1), 29- 35.
- Tirosh, D., Fischbein, E., Graeber, A. O., Wilson, J.W.** (1998). *Prospective Elementary Teachers' Conceptions of Rational Numbers*. The United State- Israel Binational Science Foundation.
- Tirosh, D. & Graeber, A.** (1989). *Evoking Cognitive Conflict To Explore Preservice Teachers' Thinking About Division*. Journal for Research in Mathematics Education, 21(2), 98-108.
- Toluk, Z.** (2002). *İlkokul Öğrencilerinin Bölme İşlemi Ve Rasyonel Sayıları İlişkilendirme Süreçleri*. Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi. Cilt 19(2).
- Toluk, Z. & Olkun, S.** (2003). *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Turner, J., Rossman, K.** (1997). *Encouraging Mathematical Thinking*. School Science & Mathematics, 3(1), 66-67.
- Vacc, N. N., Bright, G. W.** (1999). *Elementary Preservice Teachers' Changing Beliefs and Instructional Use of Children's Mathematical Thinking*. Journal for Research in Mathematics Education, 10(1), 89-110.
- Yıldırım, C.** (1996). *Matematiksel Düşünme*. İstanbul: Remzi Kitabevi.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H.** (2000). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin yayıncılık.
- Zembat, I. O.** (2004). *Conceptual Development of Prospective Elementary Teachers: The Case of Division of Fractions*. Yayınlanmamış Doktora Tezi.

EKLER

EK A

GÖZLEM FORMU

Gözlem Maddeleri	Açıklamalar/Notlar
1. Konuya giriş (Sözel problem, tanım, işlem)	
2. Somut model kullandırma (kesir seti, kâğıt katlama, vb.)	
3. Bölme işleminin anlamını vurgulama	
4. Doğal sayılarla bölme işlemi ile ilişkilendirme	
5. Öğrenciyi düşündürücü, akıl yürütmeyi sağlayıcı sorular sorma	
6. Öğrenci düşüncelerini esas alarak dersi şekillendirme	
7. Farklı temsil biçimlerini kullandırma	
8. Vurgu algoritma üzerine mi yoksa anlam mı üzerine	
9. Öğrencileri tartıştırma, aktif olarak bilgiye ulaşmalarını sağlayacak etkinlikler düzenleme	
10. Kural verip geçme	
11. Kuralı geliştirmeye yardımcı olma	

EK B

GÖRÜŞME SORULARI

1) $\frac{2}{5} \div 3$

2) $5 \div \frac{3}{4}$

3) $\frac{8}{3} \div \frac{2}{3}$

4) $\frac{19}{4} \div \frac{3}{4}$

5) $\frac{5}{6} \div \frac{5}{3}$

6) $1\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{5}$

7) $\frac{18}{5} \div \frac{2}{3}$ ifadesi aşağıda verilen sözel problemin çözümü için uygun bir ifade midir? Neden?

Bir bitki bir yılda yaklaşık $\frac{18}{5}$ dm büyüyor. Gelişiminin $\frac{2}{3}$ ünü gece saatlerinde tamamlıyor. Gece saatlerinde 1 yıl süresince kaç dm uzadığını bulunuz.

8) Bir pastanın $\frac{7}{8}$ ini 4 arkadaş eşit olarak paylaşmak istiyor. Her birine pastanın ne kadarı düşer?

9) Selma'nın doğum günü partisinde bir pizzanın $\frac{7}{8}$ i artmıştır. Bunu dolaba kaldırmak için bir pizzanın $\frac{3}{4}$ ünü alan saklama kapları kullanılacaktır.

Kaç kap kullanılır? Son kabın ne kadarı dolar?

10) $\frac{15}{6}$ km uzunluğunda bir yol yapım çalışması vardır. İşçiler her gün $\frac{2}{3}$ km yolun yapımını tamamlamaktadır. Tüm yolu kaç günde yaparlar? Son gün kaç km yol yaptıklarını bulunuz.

11) $9628 \div 38$ işlemini hesap makinası kullanarak yapınız.