



T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ LİSANS
ÖĞRENCİLERİNİN VEKTÖREL VE KARMA ÇARPIM
KONULARINDAKİ ALAN BİLGİLERİNİN İNCELENMESİ

SİDAR GÜZEL

İzmir
2021

T.C.

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ LİSANS
ÖĞRENCİLERİNİN VEKTÖREL VE KARMA ÇARPIM
KONULARINDAKİ ALAN BİLGİLERİNİN İNCELENMESİ**

SİDAR GÜZEL

DANIŞMAN

PROF. DR. SÜHA YILMAZ

İZMİR

2021

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Yüksek lisans tezi olarak sunduğum “İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ LİSANS ÖĞRENCİLERİNİN VEKTÖREL VE KARMA ÇARPIM KONULARINDAKİ ALAN BİLGİLERİNİN İNCELENMESİ” adlı çalışmanın içerdiği fikri izinsiz başka bir yerden almadığımı; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında ve bölümlerinin yazımında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yaptığımı ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi, ayrıca bu çalışmanın Dokuz Eylül Üniversitesi tarafından kullanılan bilimsel intihal tespit programıyla tarandığını ve intihal içermediğini beyan ederim. Herhangi bir zamanda aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonuca razı olduğumu bildiririm.

18/06/2021

Sidar GÜZEL



DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS/DOKTORA TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU



Tarih: 04/07/2021

Tez Başlığı:

İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Öğrencilerinin Vektörel ve Karma Çarpım Konularındaki Alan Bilgilerinin İncelenmesi

Yukarıda başlığı belirtilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler ve d) Sonuç kısımlarından oluşan toplam 266 sayfalık kısmına ilişkin, 04/07/2021 tarihinde **tez danışmanım tarafından** Dokuz Eylül Üniversitesi Kütüphane ve Dokümantasyon Daire Başkanlığı'nın sağladığı İntihal Tespit Programından (Turnitin-Tez İntihal Analiz Programı) aşağıda belirtilen **filtreleme tiplerinden biri** (uygun olanı işaretleyiniz) uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin **benzerlik oranı %24'dür**.

- <http://www.kutuphane.deu.edu.tr/tr/turnitin-tez-intihal-analiz-programi/> adresindeki Tez İntihal Analiz Programı Kullanım Kılavuzunu okudum ☒

Filtreleme Tipi 1(Maksimum %15) ☐

Filtreleme Tipi 2(Maksimum %30) ☒

☐ Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç, ☐ Kaynakça hariç, ☐ Alıntılar dâhil, ☐ Altı (6) kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç.	☒ Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç, ☒ Kaynakça dâhil, ☒ Alıntılar dâhil.
EK 1- İntihal Tespit Programı Raporu İLK SAYFA Çıktısı. X EK 2- İntihal Tespit Programı Raporu (Tümü) Cd İçinde. X	

Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orijinallik Raporu Uygulama Esasları'nı inceledim ve yukarıda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

Adı Soyadı : SİDAR GÜZEL
 Öğrenci No : 2018950188
 Anabilim Dalı : Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
 Programı : İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı
 Statüsü : Yüksek Lisans X Doktora ☐

ÖĞRENCİ

DANIŞMAN

SİDAR GÜZEL

PROF. DR. SUHA YILMAZ

04/07/2021

04/07/2021

Açıklamalar

1: Bu formu teslim etmeden önce sizden istenen bilgileri uygun kutucuğu (□) işaretleyerek doldurunuz.

Kullanıcı şifre vb. konusunda sorun yaşanması durumunda Üniversitemiz Merkez Kütüphanesinde bulunan Turnitin yetkilisine (Ali Taş Tel: +90 (232) 3018026 veya ali.tas@deu.edu.tr) başvurunuz.

2: Yüksek Lisans/Doktora Tez Çalışması Orijinallik Raporu" formu tezin ciltlenmiş ve elektronik nüshalarının içerisinde ekler kısmında yer alır.

3: Tez savunmasında düzeltme alınması durumunda bu form güncellenerek yeniden hazırlanır.

4: Turnitin-Tez İntihal Analiz Programına yüklemeye yapılırken Dosya Başlığı (document title) olarak **tez başlığının tamamı**, Yazar Adı (author's first name) olarak **öğrencinin adı**, Yazar Soyadı (author's last name) olarak **öğrencinin soyadı** bilgisini yazınız.

TEŞEKKÜR

Kuan Tzu: “ Bir yıl sonrasıysa düşündüğün, tohum ek. Ağaç dik, on yıl sonrasıysa tasarladığın, ama düşünüyorsan yüz yıl ötesini, halkı eğit o zaman...Bir kez tohum ekersen, bir kez ürün alırsın, bir kez ağaç dikersen, on kez ürün alırsın. Yüz kez olur bu ürün, eğitirsen toplumu. Birine bir balık versen, doyar bir defa; Balık tutmayı öğret, doysun ömür boyunca.” Sözünü tekrar tekrar kendime hatırlatıyorum. Bana bu sözün değerini hissettiren danışmanım ve aynı zamanda lisans zamanında her zaman beni ileriye taşıyan çok kıymet ve değer verdiğim Prof.Dr. Suha YILMAZ’a sonsuz teşekkür ederim.

Bu zor ama bir o kadarda keyif aldığım süreçte desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen sevgili babam Ahmet GÜZEL ve her zaman yanımda hissettiğim annem Yeter GÜZEL ve ablam Canan GÜZEL’ e çok teşekkür ederim.

Lisan ve yüksek lisans eğitimimde büyük katkıları olan Prof.Dr. Sibel YEŞİLDERE İMRE, Prof. Dr. Serkan NARLI, Prof. Dr.Elif TÜRNÜKLÜ, Prof.Dr.Cenk KEŞAN, Doç.Dr.Berna CANTÜRK GÜNHAN ve Doç.Dr.Şerife FAYDAOĞLU hocalarımda çok teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	xxi
ABSTRACT.....	xxiii
BÖLÜM I.....	1
GİRİŞ	1
1.1. Problem Durumu.....	5
1.2. Araştırmanın Amacı ve Önemi	7
1.3. Problem Cümlesi /Alt Problemler	7
1.4.Sınırlılıklar	8
1.5.Varsayımlar	8
1.6. Tanımlar	9
1.7. Kısaltmalar	11
BÖLÜM 2	12
KURAMSAL ÇERÇEVE / KAVRAMSAL ÇERÇEVE / İLGİLİ ARAŞTIRMALAR	
.....	12
2.1. Öğretmen Yeterlilikleri ve Önemi:	12
2.2. Öğretmen Bilgisinin Modelleri:	15
2.3. Matematik Eğitiminde Öğretmen Bilgisi:	23
2.4. Konu alan bilgisi:	25
2.5. Karma ve Vektörel Çarpım	39
2.5.1. İki Vektörün Skaler Çarpımı	41
2.5.2.Karma Çarpım.....	43
2.5.3. Vektörel Çarpım.....	44
2.5.4.Vektörlerin Doğrultu Açıları Ve Doğrultman Kosinüsleri	46
2.6.Matematik Öğretimi	47
2.7. Geometri Öğretimi	50
2.8.Analitik Geometri Öğretimi	56
2.9.Tutum ve Öz Yeterlik.....	58
2.10. Konu Alan Bilgisi İle İlgili Yapılan Çalışmalar:	61

BÖLÜM III	82
YÖNTEM.....	82
3.1. Araştırma Modeli	82
3.2. Araştırmanın Örneklemi.....	83
3.3. Verilerin Toplama araçları	83
3.3.1.Karma Ve Vektörel Çarpım Başarı Testi:	83
3.3.2.Analitik Geometriye Yönelik Tutum ve Özyeterlilik Ölçeği.....	86
3.4. Verilerin toplanma süreci.....	87
3.5. Tasarım, Geliştirme, Uygulama Süreci	88
3.6. Verilerin analizi:.....	88
3.6. Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği.....	90
3.8. Araştırmacının Rolü	91
BÖLÜM IV	92
BULGULAR.....	92
Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar.....	92
İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar	141
Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar	187
Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar.....	188
Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar.....	189
Altıncı Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar.....	191
BÖLÜM V	193
TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER.....	193
5.1. Tartışma ve Sonuç.....	193
5.2. Öneriler	205
Kaynakça.....	207
EKLER.....	226
EK1. Öğrencinin Akademik Özgeçmişi.....	226
EK 2. Uygulama İzinleri (1.izin)	227
EK 3. Uygulama İzinleri (2.izin)	228
Ek 4. Uygulama İzinleri (3.izin)	229
Ek 5. Tez Uygulama İzni	230

EK 6. Karma ve Vektörel Çarpım Konu Alan Bilgisi Başarı Testi	231
EK 7. Analitik Geometri Tutum Ve Öz Yeterlik Ölçeği	236



TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 1. <i>Matematik Pedagojik Alan Bilgisi İçin Kuramsal Çerçeve (Baker ve Chick,2006;s.61)</i>	31
Tablo 2. <i>Matematiksel alan bilgisinin alt alanları(Mullis ve diğerlerinden uyarlayan Tatto ve diğerleri,2008;s.36).....</i>	33
Tablo 3. <i>IEA-TEDS-M'in matematik pedagojik alan bilgisi için kuramsal çerçevesi(Tatto ve diğ,2008;s.39)</i>	34
Tablo 4. <i>Dörtlü Bilgi Modeli 'nin Boyutlarına Göre Kodlamaları(Rawland,2013) ..</i>	38
Tablo 5. <i>Araştırmaya Katılan Öğrencilerin Cinsiyete Göre Dağılımı</i>	83
Tablo 6. <i>KVÇBT boyutları ve madde numaraları</i>	84
Tablo 7. <i>Analitik Geometriye Yönelik Tutum Ve Öz Yeterlilik Ölçeği 'Nin Boyutları Ve Boyutlara Ait Madde Numaraları.....</i>	87
Tablo8. <i>Vektörel Çarpım Puanlarına Yönelik Ortalama Ve Standart Sapma Değerleri</i>	92
Tablo 9. <i>Öğrencilerin 1.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri.....</i>	93
Tablo 10. <i>Öğrencilerin 6.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri.....</i>	95
Tablo 11. <i>Öğrencilerin 7.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri.....</i>	97
Tablo 12. <i>Öğrencilerin 8.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri.....</i>	99
Tablo 13. <i>Öğrencilerin 9.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri....</i>	102
Tablo 14. <i>Öğrencilerin 12. soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri</i>	105
Tablo 15. <i>Öğrencilerin 13.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri.</i>	108
Tablo 16. <i>Öğrencilerin 16.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri..</i>	113
Tablo 17. <i>Öğrencilerin 17.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri.</i>	114
Tablo 18. <i>Öğrencilerin 20.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri..</i>	119
Tablo 19. <i>Öğrencilerin 22.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri..</i>	122
Tablo 20. <i>Öğrencilerin 23.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri.</i>	126
Tablo 21. <i>Öğrencilerin 24.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri..</i>	128
Tablo 22. <i>Öğrencilerin 28.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri.</i>	131
Tablo 23. <i>Öğrencilerin 29.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri.</i>	134
Tablo 24. <i>Öğrencilerin 30.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri.</i>	138

Tablo 25. Karma çarpım puanlarına yönelik ortalama ve standart sapma değerleri	141
Tablo 26. Öğrencilerin 2.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri...	142
Tablo 27. Öğrencilerin 3.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri...	144
Tablo 28. Öğrencilerin 4.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri...	147
Tablo 29. Öğrencilerin 5.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri...	149
Tablo 30. Öğrencilerin 6.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri...	152
Tablo 31. Öğrencilerin 11.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri.	155
Tablo 32. Öğrencilerin 14.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri.	158
Tablo 33. Öğrencilerin 15.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri..	163
Tablo 34. Öğrencilerin 18.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri.	169
Tablo 35. Öğrencilerin 19.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri..	172
Tablo 36. Öğrencilerin 21.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri.	174
Tablo 37. Öğrencilerin 21.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri.	177
Tablo 38. Öğrencilerin 26.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri.	179
Tablo 39. Öğrencilerin 27.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri.	183
Tablo 40. Cinsiyete göre öğrencilerin Başarı testine yönelik t- testi sonuçları	187
Tablo 41. Cinsiyete göre öğrencilerin başarı testi alt faktörüne ait t testi sonuçları	188
Tablo 42. Öğrencilerin analitik geometri tutum ve öz yeterlik ölçeğinden elde ettikleri puan ortalamaları ve standart sapma değerleri	189
Tablo 43. Cinsiyete Göre Öğrencilerin Analitik geometri tutum ve öz yeterliklerine yönelik t-Testi Sonuçları	190
Tablo 44. Cinsiyete göre öğrencilerin Analitik geometri tutum ve öz yeterlik alt faktörlerine ait t testi sonuçları.....	191
Tablo 45. Öğrencilerinin Karma Ve Vektörel Çarpım Konusunu Öğrenme Düzeyi İle Analitik Geometriye Yönelik Tutum Ve Öz Yeterlilik Düzeyleri Arasındaki Pearson Korelasyon Katsayısı Değerleri.....	192

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1. Öğretmen bilgisi modeli (Grossman, 1990).....	17
Şekil 2.Öğretmen bilgi modeli (Fennema ve Franke,1992)	18
Şekil 3.Pedagojik alan bilme modeli (Cochran ve diğerleri, 1993).....	19
Şekil 4.Pedagojik alan bilgisi bileşenleri (Magnusson vd.,1999).....	20
Şekil 5.Pedagojik alan bilgisi modeli (An, Kulm ve Wu, 2004).....	22
Şekil 6. Ball ve diğerleri alanı öğretme bilgisi modeli (2005)	23
Şekil 7.Shualman(1986)'nın ve Ball, Thames ve Phelps'in (2008) bilgi kategorilerinin karşılaştırılması (Ball, Thaes ve Phelps, 2008.s.393).....	27
Şekil 8.Matematik pedagojik alan bilgisi ağı(An, Kulm ve Wu, 2004.s.147).....	30
Şekil 9.Matematik öğretimi bilgisinin bileşenleri(Baki,2010;s.25)	37
Şekil 10. $U^{\rightarrow}$ ve $V^{\rightarrow}$ vektörlerinin iç çarpımının geometrik anlamı	42
Şekil 11. Karma çarpımın geometrik yorumu	43
Şekil 12.Sağ el kuralı olarak adlandırılan kural ile vektörel çarpımın yönünü ve vektörü tayin etme.....	44
Şekil 13.Vektörel çarpımın geometrik anlamı.....	45
Şekil 14. U vektörünün doğrultman kosinüsleri	46
Şekil 15. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 1. Soruda iki vektör arasındaki açının tanjant değerini tam ve doğru ifade eden öğrenci cevabı.....	93
Şekil 16. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 1.Soruda iç çarpım bağıntısını kurarken vektörlerin normlarının çarpımının vektörel çarpımın normuna eşit olduğunu düşünerek yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı.....	94
Şekil 17. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 1.Soruda vektörel çarpımın normu ile ilgili olan bağıntıyı hatalı ifade etmesinden dolayı doğru çözüme ulaşamayan ancak doğru adımlar kullanarak işlem yapan öğrenci cevabı.....	94
Şekil 18. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 6. Soruda soruyu çözerken başlangıçtan itibaren yanlış ilerleyip sonucu yanlış bulan öğrenci cevabı.	95
Şekil 19. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 6. Soruda soruyu çözerken başlangıçtan itibaren yanlış ilerleyip sonucu yanlış bulan öğrenci cevabı	96
Şekil 20. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 6. Soruda soru da sadece sonucu yazarak gerekli adımları uygulamayarak eksik yanıtlayan öğrenci cevabı.....	96

<i>Şekil 21.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 6. Soruda soruyu çözerken çözüme ulaşamamış ancak sarrus kuralını uygularken işlemsel düzeyde bir hata yaparak doğru sonuca ulaşamayan öğrenci cevabı	96
<i>Şekil 22.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 7. Soruda çözümü tam ve doğru yapan öğrenci cevabı.....	97
<i>Şekil 23.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 7. Soruda çözümü tam ve doğru yapan öğrenci cevabı.....	98
<i>Şekil 24.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 7. Soruda çözüme ulaşamayıp ancak doğru adımlar kullanılarak işlem yapan öğrenci cevabı	98
<i>Şekil 25.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 7. Soruda soruyu kısmen doğru yapan öğrenci cevabı	99
<i>Şekil 26.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 8. Soruyu doğru yanıtlayan öğrenci cevabı	100
<i>Şekil 27.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 8. Soruda izdüşümü kavramından yararlanarak t değişkeninin doğru hesaplandığı ve vektörel çarpımının doğru belirlendiği öğrenci cevabı.....	101
<i>Şekil 28.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 8. Soruda başlangıçtan itibaren hatalı bir yol izleyerek yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı	101
<i>Şekil 29.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 9. Soruda çözümü tam ve doğru yaparak farklı iki vektöre karşılık geldiğinin farkında olan öğrenci cevabı	103
<i>Şekil 30.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 9. Soruda soruyu çözerken verilen vektöre paralel vektörü dikkate almayarak yanlış bir yol izleyip sonucu yanlış bulan öğrenci cevabı	103
<i>Şekil 31.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 9. Soruda doğru adımlarla ilerleyip doğru sonuçlardan yalnızca birine ulaşan öğrenci cevabı.....	104
<i>Şekil 32.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 9. Soruda doğru adımlarla ilerleyip işlem hatası sonucu doğru sonuca ulaşamayan ve kısmen doğru yapan öğrenci cevabı	104
<i>Şekil 33.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 12. Soruda çözümü tam ve doğru yapan öğrenci cevabı.....	105
<i>Şekil 35.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 12. Soruda doğru adımlar kullanılarak işlem yapılan ancak işlem hatası sonucu doğru sonuca ulaşamayan öğrenci cevabı.....	106

<i>Şekil 36.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 12. Soruda hatalı bir yol izleyerek yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı	106
<i>Şekil 34.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 12. Soruda α 'nın yalnızca bir vektöre karşılık geldiği varsayılarak doğru sonuçlardan birine ulaşan öğrenci cevabı	106
<i>Şekil 37.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 12. Soruda vektörel çarpım yerine iç çarpımı kullanarak sonuca ulaşmaya çalışan öğrenci cevabı	107
<i>Şekil 38.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 12. Soruda başlangıçtan itibaren hatalı izleyerek sonuca ulaşamayan öğrenci cevabı	107
<i>Şekil 39.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 12. Soruda yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı	107
<i>Şekil 40.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 13. Soruda çözümü tam ve doğru yapan öğrenci cevabı	109
<i>Şekil 41.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 13. Soruda çözüme ulaşamayıp ancak doğru adımlarla işlem yapmaya çalışan vektörel çarpımın normunu belirleyemeyen öğrenci cevabı	109
<i>Şekil 42.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 13. Soruda paralel kenarın alanının y vektörüne bağlı olarak değişebileceğini göz ardı ederek vektörel çarpımdan yararlanarak yalnızca tek bir y vektörü olabileceğini kabul ederek kısmen doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı	110
<i>Şekil 43.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 13. Soruda yalnızca tek bir y vektörü için çözüme ulaşıldığı kısmen doğru cevap veren öğrenci cevabı	111
<i>Şekil 44.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 13 soruda çözüme ulaşamayan öğrenci cevabı	111
<i>Şekil 45.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 13. Soruda soruyu çözerken yanlış bilgiye sahip olması ve hatalı bir yol izleyerek yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı	111
<i>Şekil 46.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 13. Soruda yanlış bilgi sahip olmasından dolayı soruyu çözerken başlangıçtan itibaren hatalı bir yol izleyerek sonucu yanlış bulan öğrenci cevabı	112
<i>Şekil 47.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 16 soruda determinantta iki satırın yer değiştirmesi işareti değiştirebileceği bilgisine sahip olduğu ve çözümü tam ve doğru yanıtlayan öğrenci cevabı	113

- Şekil 48.* Karma ve vektörel çarpım başarı testi 16. Soruda vektörel çarpımın değişme özelliği olmadığı bilgisinden yararlanarak çözümü tam ve doğru yanıtlayan öğrenci cevabı 113
- Şekil 49.* Karma ve vektörel çarpım başarı testi 17. Soruda vektörel çarpımın normunun sıfıra eşit olduğu bilgisine sahip olduğu, birbirine dik olan iki vektörün vektörel çarpımlarının normu ayrı normlarının çarpımına eşit olduğu bilerek sonucu tam ve doğru yaparak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı 115
- Şekil 50.* Karma ve vektörel çarpım başarı testi 17. Soruda doğru çıkarımlarda bulunarak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı 115
- Şekil 52.* Karma ve vektörel çarpım başarı testi 17. Soruda iki vektörün vektörel çarpımının bir reel sayıya karşılık geldiğini bu nedenle doğru sonuca ulaşamayan ancak kısmen doğru bilgiye sahip olan öğrenci cevabı 116
- Şekil 51.* Karma ve vektörel çarpım başarı testi 17. Soruda vektörel çarpımın normunun sıfıra eşit olduğu bilgisine sahip, aynı zamanda birbirine dik olan iki vektörün vektörel çarpımlarının normu ayrı normlarının çarpımına eşit olduğu bilerek sonucu tam ve doğru 116
- Şekil 53.* Karma ve vektörel çarpım başarı testi 17. Soruda doğru sonuca ulaşan ancak yeterli açıklamada bulunmayan öğrenci cevabı 117
- Şekil 54.* Karma ve vektörel çarpım başarı testi 17. Soruda yanlış sonucu işaretleyen ancak ilk öncül hakkında doğru bilgiye sahiptir. Üçüncü öncülde yanlış bir çıkarımda bulunarak çözüme ulaşamayan öğrenci cevabı 117
- Şekil 55.* Karma ve vektörel çarpım başarı testi 17. Sorusunda birinci öncülde paralel iki vektörün vektörel çarpımının sonucunda sıfır vektörü elde edildiği bilgisine sahip olmadığı reel sayıya karşılık geldiğini düşünmektedir. Çözümü tam ve doğru yapamayan öğrenci cevabı 117
- Şekil 57.* Karma ve vektörel çarpım başarı testi 17. Soruya verilen öğrenci cevabı 118
- Şekil 56.* Karma ve vektörel çarpım başarı testi 17 sorusunda sadece sonucu yazdığı doğru cevaba ulaştıracak yeterli açıklamada bulunmayan öğrenci cevabı 118
- Şekil 58.* Karma ve vektörel çarpım başarı testi 20. Soruda vektörel çarpımın tanım kümesini ve değer kümesinin neye karşılık geldiğinin farkında olan ve fonksiyon olarak tam ve doğru ifade eden öğrenci cevabı 119

<i>Şekil 59.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 20. Soruda vektörel çarpımın tanım kümesini ve değer kümesinin neye karşılık geldiğinin farkında olan ve fonksiyon olarak tam ve doğru ifade eden öğrenci cevabı.....	120
<i>Şekil 61.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 20. Soruda tanım ve değer kümesini doğru belirleyen ancak vektörel çarpımın iç çarpıma eşit olduğunu kabul eden öğrenci cevabı	120
<i>Şekil 60.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 20. Soruda dış çarpımın tanımın ve değer kümesini belirten ancak fonksiyon olarak belirtmeyerek kısmen doğru cevaplayan öğrenci cevabı	120
<i>Şekil 62.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 20. Soruda çözüm yapan öğrenci cevabı	121
<i>Şekil 63.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 20. Soruda vektörel çarpımın tanım ve değer kümesinin belirlenmesi ve vektörel çarpımın fonksiyon olarak ifade edilmediği vektörel fonksiyon kavramının tanımlanmaya çalışıldığı öğrenci cevabı	121
<i>Şekil 64.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 22. Soruda verilen ifadelerin eşit olmadığını seçilen vektörlerin ifadelerde yerine yazılarak gösterilmeye çalışıldığı ve özümü tam ve doğru şekilde ulaşan öğrenci cevabı	123
<i>Şekil 65.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 22. Soruda vektörel çarpımın sonucunun bir vektöre karşılık geldiği ancak iç çarpımın reel bir sayı ile ifade edildiğini belirterek cevaplandıran öğrenci cevabı	123
<i>Şekil 66.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 22. Soruda vektörel çarpım sonucu bir vektör iç çarpım sonucu bir reel sayı olduğu gerçeğine düşünerek ifadenin eşit olamayacağını belirten öğrenci cevabı	123
<i>Şekil 69.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 22. Soruda hatalı bir bağıntı kurup ifadenin eşit olmadığını belirten öğrenci cevabı	124
<i>Şekil 67.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 22. Soruyu yanıtlayan öğrenci cevabı	124
<i>Şekil 68.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 22. Soruda iç çarpım ve vektörel çarpımın neye karşılık geldiği konusunda eksik bilgiye sahip, verilen eşitlik ile sağlanabileceği görülmektedir. Soruyu çözerken başlangıçtan itibaren hatalı bir yol izleyerek eşitliğin olamayacağını belirten öğrenci cevabı	124

<i>Şekil 70.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 22. Soruda hatalı bir yol izleyerek doğru sonuca ulaşamayan öğrenci cevabı	125
<i>Şekil 71.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 22. Soruda başlangıçtan itibaren hatalı ilerleyerek yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı	125
<i>Şekil 72.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 23. Soruda çözüme tam ve doğru ulaşan ve yeterli örneği veren öğrenci cevabı	126
<i>Şekil 73.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 23. Soruda çözüme tam ve doğru ulaşan ve yeterli örneği veren öğrenci cevabı	127
<i>Şekil 74.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 23. Soruda iç çarpımdan yararlanarak çözüme tam ve doğru ulaşan ve yeterli örneği veren öğrenci cevabı	127
<i>Şekil 75.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 23. Soruda doğru adımlar kullanılarak doğru cevaba ulaşılmaya çalışılsa da hatalı işleminden dolayı çözüme ulaşamayan öğrenci cevabı	127
<i>Şekil 76.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 23. Soruda çözüme ulaşamayan öğrenci cevabı	128
<i>Şekil 77.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 24. Soruda çözümü tam ve doğru yaparak eşitliğin olduğunu gösteren öğrenci cevabı	129
<i>Şekil 78.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 24. Soruda bilinen bir eşitlikten yararlanarak eşitliğin olduğunu gösteren öğrenci cevabı.....	129
<i>Şekil 79.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 24. Soruda çözümü tam ve doğru yaparak eşitliğin olduğunu gösteren öğrenci cevabı	129
<i>Şekil 80.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 24. Soruda çözümü tam ve doğru yaparak eşitliğin olduğunu gösteren öğrenci cevabı	130
<i>Şekil 81.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 24. Soruda eşitliğin olduğu kanıtlayan öğrenci cevabı	130
<i>Şekil 82.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 24. Soruda eşitliği düzlemde yeri belli olan iki vektörün alınmasıyla eşitliğin gösterildiği öğrenci cevabı	130
<i>Şekil 83.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 24. Soruda vektörel çarpımı iç çarpım olarak düşünerek yanlış bir yol izleyerek eşit olduğunu kabul eden öğrenci cevabı.....	131
<i>Şekil 84.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 28. Soruda doğru bir çözüm yolu tercih ederek doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı.....	132

<i>Şekil 85.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 28. Soruda çözümü tam ve doğru yapan öğrenci cevabı.....	132
<i>Şekil 86.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 28. Soruda vektörel çarpımdan yararlanarak iki vektörele dik olan vektörü belirlemeye çalışan ancak uzunluk hesaplamada hata yapan ancak doğru seçeneğe ulaşan öğrenci cevabı	133
<i>Şekil 87.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 28. Soruda iki vektöre dik olan herhangi bir vektör iç çarpım ile belirlenmi ancak hatalı bir yol izleyerek ve çıkarım yapılarak doğru seçeneğe ulaşan öğrenci cevabı	133
<i>Şekil 88.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 28. Soruda yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı	134
<i>Şekil 90.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 29. Soruda doğru sonuca ulaşan ancak matematiksel gösterimlerde hatalar yapan öğrenci cevabı	135
<i>Şekil 89.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 29. Soruda doğru seçeneğe ulaşan öğrenci cevabı	135
<i>Şekil 91.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 29. Soruda çözümü tam ve doğru şekilde yaparak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı.....	136
<i>Şekil 92.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 29. Soruda çözümü tam ve doğru şekilde yaparak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı.....	136
<i>Şekil 94.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 29. Soruda gerekli işlemleri gerçekleştirme konusunda sıkıntı yaşayan ancak doğru seçeneği işaretleyen öğrenci cevabı	137
<i>Şekil 93.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 29. Soruda verilen iki vektörele aynı anda dik olan vektörü belirleyen ancak doğru çözüme ulaştıracak yeterli çözümü gerçekleştirilerek doğru seçeneği işaretleyen öğrenci cevabı	137
<i>Şekil 95.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 29. Soruda iç çarpım ile paralellik arasında yanlış bir ilişki kuran ve yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı	138
<i>Şekil 96.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 30. Soruda doğru bir yol kullanılarak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı.....	139
<i>Şekil 97.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 30. Soruda çözümü tam ve doğru yapan öğrenci cevabı.....	139
<i>Şekil 98.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 30. Soruda çözümü tam ve doğru yapan öğrenci cevabı.....	140

<i>Şekil 99.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 30. Soruda iç çarpım kullanılarak yalnızca bir vektör varmış gibi işlem yapan çözümü tam ve doğru yapamayan öğrenci.....	140
<i>Şekil 100.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 2.Soruda determinant ve iç çarpım kuralından yararlanarak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı.....	142
<i>Şekil 101.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 2.Soruda elde etmiş olduğu paralel yüzünün hacminden yararlanarak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı	143
<i>Şekil 102.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 2. Soruda çözüme tam olarak ulaşamayıp ancak doğru adımlarla işlem yapan öğrenci cevabı	143
<i>Şekil 103.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 2.Soruda c vektörünün normunun bir olduğunu göz ardı ederek başlangıçtan itibaren yanlış bir yol izleyerek sonucu yanlış bulan öğrenci cevabı.....	144
<i>Şekil 104.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 3. Soruda doğrultman kosinüslerden yararlanarak bilinmeyenlerin bulunarak çözüme tam ve doğru ulaşan öğrenci cevabı	145
<i>Şekil 105.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 3. Soruda doğru adımlar kullanılarak bilinmeyenlerin bulunmaya çalışılmış ancak çözüme ulaşamamış kısmen doğru yanıtlayan öğrenci cevabı.....	146
<i>Şekil 106.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 3. Soruda sonuca ulaşamayan öğrenci cevabı yanlış.....	146
<i>Şekil 107.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 4. Soruda determinant özelliklerini kullanarak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı.....	147
<i>Şekil 108.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 4. Soruda elementer satır işlemleri yapılarak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı.....	148
<i>Şekil 109.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 4. Soruda determinant özellikleri kullanarak çözümü tam ve doğru yapan öğrenci cevabı	148
<i>Şekil 110.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 4. Soruda soruyu çözerken yanlış ilerleyerek sonuca ulaşamayan öğrenci cevabı	149
<i>Şekil 111.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 5. Soruda çözümü tam ve doğru yapan öğrenci cevabı.....	150
<i>Şekil 112.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 5. Soruda bilinmeyen iki değeri olduğunu fark etmeyerek yalnızca 3 değeri olduğunu düşünen öğrenci cevabı	150

<i>Şekil 113.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 5. Soruda tek bir doğru sonucu olduğunu düşünen öğrenci cevabı.....	151
<i>Şekil 114.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 5. Soruda gerekli ve yeterli işlemleri gerçekleştirmeyerek sadece sonucu yazana öğrenci cevabı.....	151
<i>Şekil 115.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 5. Soruda yanlış bir yol izleyerek yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı	151
<i>Şekil 116.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 5. Soruda yanlış ilerleyerek yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı	152
<i>Şekil 117.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 5. Soruda yanlış ilerleyerek yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı	152
<i>Şekil 118.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 10. Soruda aradaki açının farkında olarak bu üç vektörün paralel yüz oluşturmayacağını anlayan çözümü tam ve doğru yanıtlayan öğrenci cevabı.....	153
<i>Şekil 119.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 10. Soruda herhangi bir işlem gerçekleştirmeden yalnızca yanıtın verildiği öğrenci cevabı	153
<i>Şekil 120.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 10. Soruda yanlış bir yol izleyerek yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı	154
<i>Şekil 122.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 10. Soruda yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı	154
<i>Şekil 121.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 10. Soruda yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı	154
<i>Şekil 123.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 11. Soruda şekil üstteki gibi bir yol tercih edip doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı.....	156
<i>Şekil 125.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 11. Soruda çözüme tam anlamıyla ulaşamayıp ancak doğru adımlarla ile çözmeye çalışan ancak işlem hatası yapan öğrenci cevabı	156
<i>Şekil 124.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 11. Soruda çözümü tam ve doğru yaparak sonuca ulaşan öğrenci cevabı	156
<i>Şekil 126.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 11. Soruda doğru sonuca tam olarak ulaşamayan öğrenci cevabı	157

<i>Şekil 127.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 11. Soruda standart birim vektörlerin sonuca dahil edilmesi gerektiğini düşünen, çözüme ulaşamayan ancak doğru adımlarla işlem yapan öğrenci cevabı.....	157
<i>Şekil 128.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 11. Soruda yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı	157
<i>Şekil 129.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 11. Soruda gerekli işlemleri gerçekleştirilmeden yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı	158
<i>Şekil 130.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 14. Soruda doğru yanıtı ulaştıracak şekilde görsel kullanarak açıklayıcı şekilde yanıtlayan öğrenci cevabı.....	159
<i>Şekil 131.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 14. Soruda doğru yanıtı ulaştıracak şekilde yeterli açıklamayı yapan öğrenci cevabı.....	159
<i>Şekil 132.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 14. Soruda doğru yanıtı ulaştıracak şekilde yeterli açıklamayı yapan öğrenci cevabı.....	159
<i>Şekil 133.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 14. Soruyu tam ve doğru yanıtlayan öğrenci cevabı	160
<i>Şekil 134.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 14. Soruyu yanıtlayan öğrenci cevabı.	160
<i>Şekil 135.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 14. Soruyu tam ve doğru yanıtlayan öğrenci cevabı	160
<i>Şekil 137.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 14. Soruda “ R^3 ’te üç vektörün hacim belirtmesi için bu üç vektörün en az ikisi paralel olmalıdır” ifadesinin yanlış olduğunu determinantın kurallarını kullanarak doğru yanıtlayan öğrenci.....	161
<i>Şekil 136.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 14. Soruyu tam ve doğru yanıtlayan öğrenci cevabı	161
<i>Şekil 138.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 14. Soruda doğru yanıtı ulaştıracak şekilde yeterli açıklamayı yapan öğrenci cevabı.....	162
<i>Şekil 139.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 14. Soruyu yanlış işaretleyip ancak doğru bir açıklamada bulunan öğrenci cevabı	162
<i>Şekil 140.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 14. Soruda verilen üç vektörün hacim belirtebilmesi için birbirlerine dik olması şartı aranmaz ancak öğrencinin böyle yanlış bir bilgiye sahip olduğu anlaşılmaktadır.....	162

<i>Şekil 141.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 14. Soruda verilen üç vektörün hacim belirtebilmesi için birbirlerine dik olması şartı aranmaz ancak öğrencinin böyle yanlış bir bilgiye sahip olduğu anlaşılmaktadır.....	162
<i>Şekil 142.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 15. Soruya yanıt veren öğrenci cevabı	164
<i>Şekil 143.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 15. Soruyu doğru yanıtlayan öğrenci cevabı	164
<i>Şekil 144.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 15. Soruyu doğru yanıtlayan öğrenci cevabı	164
<i>Şekil 146.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 15. Soruda tam ve doğru yanıtlayan öğrenci cevabı	165
<i>Şekil 147.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 15. Soruda çözümü tam ve doğru yaparak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı	165
<i>Şekil 145.</i> Karma ve Vektörel çarpım başarı testi 15. Soruyu doğru yanıtlayan öğrenci cevabı	165
<i>Şekil 148.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 15. Soruda çözümü tam ve doğru yaparak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı	166
<i>Şekil 149.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 15. Soruya dair gerekli ve yeterli açıklama yaparak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı.....	166
<i>Şekil 150.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 15. Soruda doğru yanıtlayan ancak gerekli ve yeterli açıklamada bulunmayan öğrenci cevabı	167
<i>Şekil 151.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 15. Soruya yalnızca doğru yanıt veren ancak gerekli ve yeterli açıklama yapmayan öğrenci cevabı	167
<i>Şekil 152.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 15. Soruda sadece sonucu yazıp ancak gerekli açıklamalarda bulunmayan öğrenci cevabı.....	167
<i>Şekil 153.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 15. Soruda sadece sonucu yazana ancak gerekli işlemleri ve açıklamaları yapmayan öğrenci cevabı.....	168
<i>Şekil 154.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 15. Soruda yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı	168
<i>Şekil 155.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 15. Soruyu doğru yapan öğrenci cevabı	168

<i>Şekil 157.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 18. Soruda elementer satır ve sütun işlemleri uygulayarak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı.....	170
<i>Şekil 158.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 18. Soruda determinant ile rank kavramı arasındaki ilişkinin farkında olarak çözümü tam ve doğru bir şekilde açıklayarak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı	170
<i>Şekil 156.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 18. Soruda çözümü tam ve doğru yaparak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı	170
<i>Şekil 159.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 18. Soruda determinant ile rank kavramı arasındaki ilişkinin farkında olarak çözümü tam ve doğru bir şekilde açıklayarak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı	171
<i>Şekil 160.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 18. Soruda gerekli işlemleri yapmayıp sadece sonucu yazan öğrenci cevabı	171
<i>Şekil 161.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 18. Soruda doğru sonuca ulaşan ancak gerekli açıklamada bulunmayan öğrenci cevabı.....	171
<i>Şekil 162.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 18. Soruda sadece sonucu yazan ancak gerekli işlemleri gerçekleştirmeyen öğrenci cevabı.....	171
<i>Şekil 163.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 19. Soruda çözümü tam ve doğru yapan öğrenci cevabı.....	173
<i>Şekil 164.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 19. Soruda çözümü tam ve doğru yapan öğrenci cevabı.....	173
<i>Şekil 165.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 21. Soruda tanım ve değer kümesini doğru şekilde ifade eden ve çözümü tam ve doğru yapan öğrenci cevabı	175
<i>Şekil 166.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 21. Soruda tanım ve değer kümesini belirterek doğru bir şekilde fonksiyon olarak tanımlayan öğrenci cevabı	175
<i>Şekil 167.</i> Karma çarpımının tanım ve değer kümelerini doğru ifade ederek fonksiyon olarak tam ve doğru ifade eden öğrenci cevabı.....	175
<i>Şekil 169.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 21. Soruda tanım ve değer kümesini belirleyemeyen ve dış çarpımı yerine karma çarpım fonksiyonu ifade eden öğrenci cevabı	176
<i>Şekil 168.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 21. Soruda dış çarpımının tanımının yapıldığı, fonksiyon olarak ifade edilemediği öğrenci cevabı	176

<i>Şekil 170.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 25. Soruda çözümü tam ve doğru yapan öğrenci cevabı.....	177
<i>Şekil 171.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 25 soruda kısmen doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı	178
<i>Şekil 172.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 25. Soruda çözümü tam ve doğru yapmayan öğrenci cevabı	178
<i>Şekil 173.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 25. Soruda çözüme ulaşamayan öğrenci cevabı	178
<i>Şekil 174.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 25. Soruda soruyu çözerken başlangıçtan itibaren hatalı ilerleyerek yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı	179
<i>Şekil 175.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 26. Soruda istenilen dört yüzlünün hacmini tam ve doğru bir şekilde yanıtlayan öğrenci cevabı	180
<i>Şekil 176.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 26. Soruda çözüme tam ve doğru ulaşan öğrenci cevabı	180
<i>Şekil 177.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 26. Soruda çözümü tam ve doğru yapan öğrenci cevabı	181
<i>Şekil 178.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 26. Soruda elde edilen konum vektörleri üzerine kurulan paralel yüzünün hacminin dört yüzünün hacmine eşit olduğunu kabul eden öğrenci cevabı	181
<i>Şekil 179.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 26. Soruda elde etmiş olduğu konum vektörleri üzerine kurulan paralel yüzünün hacmini hespalarkenn hata yapan çözüme tam ve doğru ulaşamayan öğrenci cevabı	182
<i>Şekil 180.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 26. Soruda elde etmiş olduğu konum vektörleri sonucu elde etmiş oldukları determinantta hata yapan çözüme tam ve doğru ulaşamayan öğrenci cevabı	182
<i>Şekil 181.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 27. Soruda doğru adımlar kullanılarak işlem yapılmış sonucun m değerine karşılık geldiğini düşünen öğrenci cevabı	183
<i>Şekil 182.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 27. Soruda determinant ile boyut arasındaki iliikiden yararlanarak çözüme ulaşan öğrenci cevabı	184
<i>Şekil 183.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 27. Soruda kofaktör yardımıyla determinant hesaplayan doğru sonuca ulaşamayan öğrenci cevabı	184

<i>Şekil 184.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 27. Soruya yönelik kısmen doğru çözüm yapan öğrenci cevabı	185
<i>Şekil 185.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 27. Soruda determinant ile boyut arasındaki ilişkiden yararlanarak çözüme ulaşan öğrenci cevabı.	185
<i>Şekil 186.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 27. Soruda sadece sonuca odaklanıp gerekli işlemleri gerçekleştirmeyen ancak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı	186
<i>Şekil 187.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 27. Soruda her bir vektörün 3. değişkenin sıfır kabul edilerek cevaplandırılan öğrenci cevabı	186
<i>Şekil 188.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 27. Soruda çözümü yanlış bulan öğrenci cevabı	186
<i>Şekil 189.</i> Karma ve vektörel çarpım başarı testi 27. Soruda çözüme ulaşamayan öğrenci cevabı	186

ÖZET

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ LİSANS ÖĞRENCİLERİNİN VEKTÖREL VE KARMA ÇARPIM KONULARINDAKİ ALAN BİLGİLERİNİN İNCELENMESİ

Bilgi ve teknoloji çağı olarak nitelendirdiğimiz günümüzde matematiğin ve matematiğin önemli bir dalı olan geometrinin önemi göz ardı edilemez. Bu araştırmanın amacı ilköğretim matematik öğretmenliği lisans öğrencilerinin karma ve vektörel çarpım konularında var olan bilgi düzeyleri ile analitik geometriye yönelik tutum ve öz yeterliliklerini belirlemek ve çeşitli değişkenler açısından incelemektir. Aynı zamanda karma ve vektörel çarpım konularındaki bilgi düzeyi ile analitik geometriye yönelik tutum ve öz yeterlilikleri arasındaki ilişkinin incelenmesi amaçlanmaktadır.

Araştırmanın örneklemini 2020-2021 eğitim-öğretim yılı güz döneminde Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programında öğrenim görmekte olan 2. sınıf lisans öğrencilerini oluşturmaktadır. Araştırmanın amacı doğrultusunda altı farklı alt problem belirlenmiştir. Bu çalışmada genel tarama modeli tercih edilmiştir. Bu bağlamda karma ve vektörel çarpım konu alan bilgisi başarı testi uygulanması sürecinde tekil tarama modeli, analitik geometri tutum ve öz yeterlilik ölçeğinin uygulanması sürecinde ise ilişkisel tarama modeli kullanılmıştır. Araştırmaya yön vermesi amacıyla iki farklı veri toplama aracı kullanılmıştır. Bunlardan ilki, ilköğretim matematik öğretmenliği lisans öğrencilerinin karma ve vektörel çarpım konularındaki alan bilgilerinin incelenmesini amaçlayan ve araştırmacı tarafından geliştirilen, geçerliliği ve güvenilirliği kanıtlanmış 30 maddelik “Karma ve Vektörel Çarpım Başarı Testi” dir. İkinci veri toplama aracı ise lisans öğrencilerinin analitik geometriye yönelik görüşlerinin belirlenmesini amaçlayan Ilgün, Azak ve Takunyacı’nın (2012) geliştirdiği “Analitik Geometri Tutum ve Öz Yeterlilik” ölçeğidir. Verilerin analizinde IBM SPSS Statistics 23.0 paket programı kullanılmıştır. Verilerin analizinde frekans dağılımı, betimsel istatistikler, korelasyon ve bağımsız örneklem t-testi uygulanmıştır.

Araştırmanın sonucunda lisans öğrencilerin karma ve vektörel çarpım başarı testine ve analitik geometri tutum ve öz yeterlilik ölçeğine vermiş oldukları yanıtlar incelenmiş bu

bağlamda lisans öğrencilerinin vektörel çarpım ve karma çarpım konularında başarılı oldukları tespit edilmiştir. Araştırmadan elde edilen bir başka sonuç ise lisans öğrencilerin karma ve vektörel çarpım başarı puanlarının cinsiyet değişkenine göre anlamlı bir fark göstermediği sonucuna ulaşılmıştır. İkinci sınıf lisans öğrencilerinin analitik geometriye yönelik genel görüşlerinin puan ortalamaları incelendiğinde yüksek düzeyde olduğu anlaşılmıştır. Tutum ve öz yeterlik ölçeğinin alt boyutları açısından incelendiğinde ise öz-yeterlik ve başarı gerekliliğinin yüksek olduğu ancak zorluk alt boyutunun orta düzeyde olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmanın ulaştığı bir başka sonuç ise lisans öğrencilerin analitik geometriye yönelik görüşlerinin cinsiyet değişkenine göre anlamlı bir farklılık göstermediği görülürken benzer şekilde her bir alt boyutunda cinsiyete göre anlamlı bir fark yaratmadığı bulgusuna ulaşılmıştır. Araştırmanın son alt probleminin ulaştığı sonuca göre lisans öğrencilerin karma ve vektörel çarpım konusunu öğrenme düzeyi ile analitik geometriye yönelik tutum ve öz yeterlilik düzeyleri arasında yüksek düzeyde, pozitif ve anlamlı bir ilişkinin olduğu görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Konu alan bilgisi, karma çarpım, vektörel çarpım, analitik geometri, tutum ve öz yeterlilik.

ABSTRACT

AN INVESTIGATION INTO CONTENT KNOWLEDGE OF PRIMARY SCHOOL MATHEMATICS PRE-SERVICE TEACHERS' ON VECTORAL AND MIXED PRODUCT SUBJECTS

The importance of mathematics and geometry, which is an important branch of mathematics cannot be ignored in these days, called the age of information and technology. The aim of the is the determination of the existing knowledge levels of primary mathematics education undergraduate students in the subjects of mixed and vector multiplication and their attitudes and self-efficacy towards analytical geometry and the examination in terms of various variables. At the same time, it is aimed to examine the relationship between knowledge level in mixed and vector product issues and attitude and self-efficacy towards analytical geometry.

The sample of the research consists of 2nd year undergraduate students studying at Dokuz Eylul University Faculty of Education Elementary Mathematics Teaching Program in the fall semester of the 2020-2021 academic year. Six different sub-problems were determined in line with the purpose of the study. In this study, general scanning model was preferred. In this context, singular scanning model was used in the process of applying the content knowledge achievement test on mixed and vector multiplication, and the relational scanning model was used in the process of applying the analytical geometry attitude and self-efficacy scale. Two different data collection tools were used to shape the study. The first of these is the 30-item "Mixed and Vector Multiplication Success Test", developed by the researcher, which aims to examine the content knowledge of pre-service teachers on mixed and vector multiplication. The second data collection tool whose aim is to determine undergraduate students' views on analytical geometry was "Analytical Geometry Attitude and Self-Efficacy" scale, which was developed by Ilgün, Azak and Takunyacı (2012). IBM SPSS Statistics 23.0 package program was used for data analysis. In the analysis of the data, the frequency distribution, descriptive statistics, correlation and independent samples-t test were used.

As a result of the study, the answers given by undergraduate students to the mixed and vector multiplication achievement test and analytical geometry attitude and self-efficacy scale were examined, and in this context, it was determined that undergraduate students were successful in vector product and mixed product. Another result obtained from the research is that it was concluded that the mixed and vector multiplication success scores of the students didn't have a significant difference according to the gender variable. When the average scores of the pre-service teachers' general views on analytical geometry were examined, it was understood that they were at a high level. When examined in terms of sub-dimensions of the attitude and self-efficacy scale, it was concluded that the self-efficacy and success requirement was high, but the difficulty sub-dimension was at a medium level. The other result of the study is that while students' views on analytical geometry didn't differ significantly according to gender variable, similarly, it was found that each sub-dimension didn't have a significant difference according to gender. According to the result of the last sub-problem of the study, it was seen that there was a high level, positive and significant relationship between the students' level of learning about the subject of mixed and vector product and their attitude towards analytical geometry and self-efficacy levels.

Keywords: Content knowledge, mixed product, vector product, analytical geometry, attitude and self efficacy.

BÖLÜM I

GİRİŞ

Geçmişten günümüze kadar geçen sürede eğitime yönelik farklı bakış açılarını yansıtan farklı tanımlar yapılmış olsa da bireyleri belirlenen amaçlar doğrultusunda geliştirmek, amaçlanan hedeflerin istenilen düzeyde gerçekleşmesinin beklenmesi eğitime yönelik yapılan tanımların en genel ifadesidir. Öğretmenlerin ne şekilde geliştirileceği ve hangi niteliklere sahip olması gerektiği, yeterliliklerinin neler olduğu ve bunların nasıl belirlenebileceği gibi bu ve buna benzer birçok soru önemli görülmüş ve çalışmaların araştırma konusu olmuştur (Özer ve Gelen, 2008). Gelişen teknolojinin beraberinde değişimler yüzyılı olarak nitelendirdiği 21.yyda öğretmenlerin nitelikli bir biçimde yetiştirilmesi büyük bir öneme sahip olduğu gibi beklenen değişimin toplumlara taşınabilmesi eğitim aracılığıyla gerçekleşebilmekte ve bu da beraberinde nitelikli öğretmen ihtiyacını gerekli kılmaktadır.

Eğitimin, toplumların var olan değerlerini yeni kuşaklara transfer ederek sosyalleşmelerini sağlama, bireylerin var olan yeteneklerinin ortaya çıkarılmasında ve yeteneklerinin geliştirilmesinde, hayatlarını devam ettirebilmek ve toplumsal yaşama katkıda bulunulması amacıyla meslek sahibi olmalarını sağlamak gibi bir çok işlevinin olduğu söylenebilir. Eğitimin bu temel işlevlerinin etkili bir biçimde yerine getirilmesinde, eğitimin amacı doğrultusunda istenilen çıktıların elde edilmesinde eğitimin en hayati ögesi olan öğretmenlerin sahip olmuş oldukları niteliklerin iyileştirilmesi ve geliştirilmesi büyük bir öneme sahiptir (Öğretmen Yetiştirme ve Eğitimi Genel Müdürlüğü, 2017).

Yeniliklere açık olabilmek ve ayak uydurabilmek eğitimle gerçekleşebildiği gibi okullarda nitelikli bir eğitim, nitelikli öğretmen ihtiyacını gerektirir *“Yetiştirdiği her insanı yeniden kullanabilen toplum, akılcı, uygar, ileri bir toplumdur. Ancak, yetişkin insanların en iyilerini öğretmenlik mesleğine seçebilen toplum en güçlü toplumdur.”*Japon eğitim felsefesinin bir parçası olan bu söz öğretmenlere neden önem verilmesi gerektiğini çok iyi bir şekilde ifade ettiği söylenebilir. Dolayısıyla nitelikli bir eğitim sistemi hedefleniyorsa bununla beraber nitelikli öğretmenlerin yetiştirilmesi gerekmektedir ki bu da belirlenen genel ve özel alan yeterliliklerinin hizmet öncesi ve hizmet içi eğitim programlarıyla gerçekleştirilmektedir. 1982 yılından itibaren Yüksek Öğretim Kurumu [YÖK]’na geçen öğretmen yetiştirmenin, üniversiteleşmesi ve meslekileşmesi beraberinde mesleki niteliklerin

öğretilmesini zorunlu kılmıştır. Üniversiteler, öğretmenlerin yetiştirilmesine yönelik, genel alan bilgisi, meslek bilgisi, genel kültür bilgisi gibi nitelikleri dört yıllık lisans programlarıyla kazandırmayı hedeflemektedir (Uygun, Ergen ve Öztürk, 2011).

Öğretmenlerin yeterli donanıma sahip olmaları, nasıl yetiştirilmeleri gerektiği, eksiklerinin belirlenmesi, hangi niteliklere sahip oldukları ve buna benzer birçok konu geçmişten günümüze her zaman önem arz etmekte ve toplantıların, çalışmaların, raporların temel konularını oluşturmaktadır (Özer ve Gelen, 2008).

Kendini geliştirmiş olan ülkelerde olduğu gibi bir toplumun ilerleyebilmesi ve refah seviyesine ulaşabilmesi için, okullarında verilen eğitimin nitelikli olması gerekmekte bu da doğal olarak öğretmenlerin nitelikli olması gerektiği fikrini akla getirmektedir. Araştırma ve geliştirme çalışmalarında önemli bir araştırma konusu haline gelen öğretmen yeterlilikleri: “öğretmenlerin öğretmenlik mesleğini etkili ve verimli biçimde yerine getirebilmek için sahip olunması gereken bilgi, beceri ve tutumlar” olarak tanımlamakta ayrıca “ öğretmenlerin öğrencilerine ve öğrencilerin öğrenmesine adanmış olması”, “teknolojik pedagojik alan bilgisi”, “öğretimi planlama ve uygulama”, “değerlendirme ve izleme”, “öğretme öğrenme ortamında etkili bir iletişim sağlayabilme ve öğrenci davranışlarını yönetme”, bireysel ve mesleki gelişimi planlama ve gerçekleştirme”, “diğer öğretmenler, veliler ve okul çalışanları ile işbirliği içinde çalışabilme, takım çalışması ve işbirliği” ve son olarak “mesleki görevleri ve işiyle ilgili mevzuatı bilme ve anlama” şeklinde bir öğretmenin sahip olması gereken yeterlilikleri belirlemişlerdir (Türk Eğitim Derneği[TED], 2009).

Çağın gereksinimlerine bağlı olarak öğretmenler, öğrencilerinde olumlu öğrenme iklimi oluşturmali, öğrencilerin bireysel farklılıkları olduğunun bilincinde olarak farklı öğrenme ortamları oluşturmali, öğrencilerle beraber onların analitik ve yaratıcı düşünme becerilerini geliştirmeli ve destekleyici çalışmalar yürütmeli, öğrencilerinin kendilerini tanıyabilmeleri için fırsatlar yaratmalı, öğrencilerle ve çevreyle etkili bir iletişim becerisine sahip olmalı, eğitim öğretimi etkili bir biçimde planlamalı, kendi alanına yönelik yeterli bilgiye ve mesleki becerilere sahip olması beklenen bu gibi nitelikler öğretmenlerin sahip olması istenilen yeterliliklerin temelini oluşturmaktadır (Öğretmen Yetiştirme ve Eğitimi Genel Müdürlüğü, 2017). Öğrencilerin bağımsız düşünme ve problem çözme becerilerinin gelişmesinde öğretmenlerin kulanmış oldukları iletişim biçiminin büyük bir etkisi olduğu bilinmektedir. Öğretmenlerin anlamlı öğrenmeyi gerçekleştirmesinde etkisi olduğu düşünülürse daha sorgulayıcı ve öğrenmeyi kolaylaştıracak soruları tercih etmesi gerekmekte ve daha çok “Konu hakkında neler düşünüyorsunuz?” , “Böyle düşünmenizın nedeni nedir?” veya “Bu sonuca ne şekilde ve nasıl ulaştınız?” tarzında sorularla öğrenme-

öğretme sürecini desteklenmesi gerekmektedir (Alkove ve McCarty, 1992). Eğitimin temel yapı taşı olan öğretmenlerin, eğitimden beklenen amaçları gerçekleştirmede yol gösterici olduğu gibi aynı zamanda öğrencilerin etkin katılımını sağlayan, dünyada ve toplumlarda gerçekleşen değişimlerden haberdar eden, öğrencilerin ilgisini çekmeyi, ilgilerini fark edip aynı zamanda farklı ilgi alanlarına yönlendirmek gibi bir çok işlevi yerine getirdiği gibi buna benzer daha pek çok niteliği kazandırması beklenmektedir.

Kaliteli bir eğitim, öğretmenlerin sahip olduğu niteliklere bağlı olduğu gibi bu niteliklerin belirlenerek öğretmen yetiştirme sürecinde öğretmen adaylarına kazandırılması gerekmektedir (Erdem, 2015; Seferoğlu, 2004). Eğitim-öğretim faaliyetlerinin başarılı ve hedeflenen şekilde gerçekleştirilmesi için fiziki şartların dışında aynı zamanda genel kültür bilgisi, özel alan bilgisi ve meslek bilgisini en iyi şekilde kullanabilen öğretmenlerin yetiştirilmesi oldukça önemlidir (Çelikten, Şanal ve Yeni, 2005). 1739 sayılı Milli Eğitim Temel Kanununun 43. maddesi, “*Öğretmenlik mesleğine hazırlık genel kültür, özel alan eğitimi ve pedagojik formasyon ile sağlanır*” şeklinde öğretmen niteliklerine değinmektedir. 2006-2007 akademik yılından itibaren eğitim fakültesi öğretmen yetiştirme lisans programında yapılan güncellemelere göre öğretmenlerin sahip olmasını hedeflediği ve bu amaç doğrultusunda öğretmen yeterliliklerini %50 alan bilgisi ve becerileri, % 30 öğretmenlik meslek bilgisi ve % 20 genel kültür bilgisi olarak belirlenmiştir (YÖK, 2007). Genel olarak belirtildiği gibi öğretmenlerde bulunması hedeflenen öğretmen yeterlilikleri şu ana başlıklarda toplanmıştır: Konu alan bilgisi [KAB], meslek bilgisi ve genel kültür bilgisi (Şişman, 2009).

Matematik alanı içindeki her temanın varoluşu bir nedene bağlıdır. Matematik alanı içinde yer alan her kavramın gelişigüzel bir şekilde ortaya çıkmadığı bunun bir ihtiyaç ürünü olduğu unutulmamalıdır. Bir kavramın açıklamasını yapabilmek ya da tanımlı yapılan bir kavramın ismini söyleyebilmek kişilerin kavrama yönelik yeterli düzeyde bilgi sahibi olduğu anlamına gelmemekte ayrıca o kavramın farklı kavramlarla olan ilişkisini fark edebilmesi ve aradaki geçişleri görebilmesi gerekmektedir çünkü bir kavram tek başına önemli düzeyde bir anlam ifade etmez (Bekdemir, 2012:84). Baki ve Kartal’a (2004: 28) göre bireylerin, öğrenmeyi hedefledikleri kavrama yönelik bilgiyi anlamlı düzeyde öğrenebilmeleri ancak önceki bilgileri ile bağlantısı kurulduğu takdirde gerçekleşebileceğini belirtmiştir. Anlaşılacağı üzere kavram bilgisine tam olarak sahip olan birey o kavramın matematiğin diğer kavramlarıyla olan bağlantısını yakalayabilen bireydir. Schoenfeld’e (1985) göre matematiğin içinde var olan her sembol uygun kavramlarla anlamlı olmaktadır. Matematiğin birbirinden farklı konularında var olan kuralların anlamlı

öğrenmeler gerçekleşecek şekilde öğrencilere kazandırılması için kuralların öğretmenler tarafından gerekçelendirilmesi gerekmektedir. Bu şekilde nedenleri, niçinleri öğrencilere açıklandığı takdirde öğrenciler o kuralları ezbere dayalı bir işlem bilgisi olarak görmeyecek ve kavramsal öğrenmede bu şekilde gerçekleşebilecektir.

Geçmişten günümüze kadar tartışma konusu olan ve üzerinde fikir yürütülen bir konu haline gelen matematiğin nasıl öğretilmesi gerektiği, matematiğin ne olduğu, öğretilirken nelere dikkat edilmesi gerektiği gibi bir çok soruya cevap aranmaya çalışılmıştır. Bu gibi sorulara cevap aranmaya çalışılırken beraberinde öğretmenin sahip olduğu roller değişmiş, öğretmenin aktif olduğu ve bilgi aktaran rolden çıkıp öğrencinin katılımının sağlandığı ve öğrencinin merkezde olması amacıyla öğrencinin bilgiye ulaşma yollarını kazandıran bir role bürünmüştür bu durumda değişime ayak uydurabilmenin yolu etkili bir matematik eğitimi dolayısıyla bu da iyi yetişmiş matematik öğretmenlerini gerekli kılmaktadır (Baki, 2008). Öğretmen, öğrenci, sınıfının imkanları, çalışmanın yürütüldüğü program-plan, zaman ve daha bir çok faktör güçlü bir matematik öğretiminin unsurlarıdır. Bunun gibi bir çok değişken etkili bir matematik öğretimi için gerekli olmasına rağmen en büyük rol öğretmenlere düşmektedir (Arslan-Kılcan, 2006). Bu nedenle öğretmen yetiştirme ve öğretmenlerin niteliklerini belirlenmesi üzerine çok sayıda çalışma yürütülmüştür. Tünnüklü'ye (2005) göre matematik öğretmenlerinin etkili bir matematik öğretimi gerçekleştirebilmeleri için kazandırılmak istenen konu hakkında yeterli ve doğru bir konu alan bilgisine sahip olmaları gerektiğini ifade etmiş çünkü yanlış alan bilgisine sahip olan öğretmenler çoğunlukla kavramları, terimleri ve var olan matematiksel ilişkileri yanlış veya eksik olarak tanımlamalarına neden olmakta ayrıca bu şekilde bir alan bilgisine sahip olan matematik öğretmenleri dersi öğrenci merkezli anlatmaktan ziyade daha çok öğretmenin bilgiyi aktaran role sahip olduğu bir anlatım gerçekleştirmesine, disiplinsiz ve öğrencinin derse katılımının sınırlı olduğu bir öğrenme ortamına neden olmaktadır. Dolayısıyla öğrencilere doğru bilgiyi kazandıramayacaklarından öğrencilerde istenmeyen öğrenmeler gerçekleşecektir (Käpyla, Heikkinen ve Asunta, 2009; Arslan-Kılcan, 2006). Öğretmenlerin anlatacakları konuya dair yeterli ve kapsamlı bir konu alan bilgisine sahip olmaları o konuyu çok iyi ve etkili bir biçimde anlatacakları ve öğretecekleri anlamına gelmeyeceğinden (Kahan, Cooper ve Bethea, 2003), konu alan bilgisi ile beraber yeterli bir pedagojik alan bilgisine de sahip olmaları gerekmektedir (Ball, 1990).

Matematik alan bilgisi, matematik öğretmenlerinin öğrencilere kazandırmayı amaçladığı matematiğin içeriğinde yer alan konuların ve matematiğin var olan temel kavramlarına yönelik sahip olduğu bilgiyi ifade etmektedir. Öğretimin uygulayıcısı olan

öğretmenlerin, öğretim programında yer alan kazanımları öğrenciye kazandırabilecek uygun öğrenme ortamını düzenleyebilmeli, programda yer alan temel konuların ve kavramların tarihsel gelişimini, kültürel ve aynı zamanda bilimsel gelişimini öğrencinin kavramasını sağlamalıdır. Matematik öğretmenleri, matematiğin içeriğinde yer alan kavram ve konuları öğrenciye kazandırmayı hedeflerken aynı zamanda kazandırılmak istenen içeriğin diğer disiplinlere ve gerçek hayat durumlarına transfer edebilmesini ve uygulayabilmesini sağlaması gerekmektedir. Matematik öğretmenlerinin öğrenciye kazandırmayı istediği hedeflere ulaşabilmesi için aynı zamanda öğrencilerin yapmış oldukları matematiksel hataları fark edebilmeli, bu hataları düzeltebilecek yeterli bir alan bilgisine sahip olmalı, matematik alanına yönelik öğretim stratejileri bilmeli ve kullanmalıdır (Damla Gedik, 2014).

Bilişim teknolojilerinin gelişmesi ile birlikte animasyonlardan küresel konumlama sistemlerine uzanan ve matematiğin içinde büyük bir öneme sahip geometrinin, daha farklı ve yeni kullanım alanlarının ortaya çıkması günümüzde geometri alan bilgisinin öneminin artmasında büyük bir etkiye sahiptir (Van de Walle, Karp ve Williams, 2010). Çağın beraberinde getirmiş olduğu yenilikler, geometri dalında var olan konu alan bilgisinin önemini ortaya çıkarmakta ve bu durumun ilerleyen zamanlarda dahada artış gösterebileceğinden bahsedebiliriz.

1.1. Problem Durumu

Bilgi ve teknoloji çağı olarak nitelendirdiğimiz günümüzde matematiğin ve matematiğin önemli bir dalı olan geometrinin önemi göz ardı edilemez. İlköğretim matematik öğretmenliği lisans programında zorunlu ders olarak okutulmakta olan Analitik geometri, Kartezyen koordinat sistemi ile Öklid düzlemini (iki boyutlu) ve Öklid uzayını (üç boyutlu) inceler. İlköğretim matematik öğretmenliği okumakta olan lisans öğrencilerine programda amaçlanan; uzayda analitik geometride nokta ve doğru ilişkisi, uzayda vektörler, doğru ve temel problemler, düzlem ve temel problemler, ikinci dereceden yüzeyler ve temel problemler, düzlem analitik geometride nokta ve doğru ilişkisi, düzlemde vektörler, doğru ve temel problemler, çember ve temel problemler, elips ve temel problemler, hiperbol ve temel problemler, parabol ve temel problemleri kazandırmayı amaç edindiği programda ilköğretim matematik öğretmenleri yetiştirilmekte ve bu yönde donanım kazandırılmak istenmektedir.

İlköğretim matematik öğretmenliği okumakta olan 2. Sınıf lisans öğrencilerinin üç boyutlu uzayda karma ve vektörel çarpım konularında sahip oldukları alan bilgilerinin yalnızca işlemsel boyutu ele alınmamakta kavramsal ve işlemsel boyut bir bütün olarak ele alınarak karma ve vektörel çarpımı tanımlama, temel özelliklerini bilme, örneklendirme,

özellikleri tanıma, geometrik yorumu, karma ve vektörel çarpım arasındaki farkı anlama, karma ve vektörel çarpım ile ilgili kritik özellikleri belirleme, ispat yapabilme, terim ve notasyonları doğru kullanabilme(simge ve gösterimler), kavramlar arasında ilişki kurma, kavramla ilgili temsiller, işlem yapabilme, konu ile temel kavram ve ilkeleri bilme, konuda geçen temel ilke ve kavramları mantıksal bir tutarlılıkla ilişkilendirebilme, konu ile diğer konuları ilişkilendirebilme becerileri ele alınmakta ve bu doğrultuda çalışma yürütülmek istenmektedir.

Analitik geometri 1 dersi ilköğretim matematik öğretmenliği 2. Sınıfta okutulan ve diğer derslerle bağlantılı olan önemli bir derstir. Bu nedenle karma ve vektörel çarpım konularında alan bilgilerini belirleyerek, diğer konuyla bağlantılı kavramların öğrenilmesinde yaşanacak sorunların ortadan kaldırılacağı düşünülmektedir. Vektörel ve karma çarpım üç boyutlu uzayda düzlem ve doğru konularında kullanılan kavramlar olmakla beraber aynı zamanda vektörler ve düzlem konuları kavram kargaşası ve kavram yanılgılarına sebep olan önemli konulardır bu nedenle bu konuların çok iyi bir biçimde öğretmen adaylarına kazandırılması gerekmektedir.

Öğretmenlerin analitik geometri dersine yönelik konu alan bilgilerini inceleyen çalışmalara pek rastlanmadığı, ulusal ve uluslar arası alan yazında sınırlı sayıda çalışmaya rastlandığı görülmektedir (Akıncı ve Genç, 2019; Altun ve Arslan, 2006; Baki ve Çekmez 2012; Bekdemir, 2012; Çıkrıkçı, 2015; Duran ve Kaplan, 2016; Erskin, 2010; Gökkurt ve Soylu, 2016a; Işık ve Kaya,2017). Oysa öğrenme-öğretme sürecinin içerisinde bizzat yer alan öğretmenlerin karma ve vektörel çarpım konularına ilişkin sahip oldukları alan bilgilerinin belirlenmesi önem arz etmektedir çünkü öğretmenlerin belli bir konuya yönelik sahip oldukları bilgi düzeyleri ve tutumları, sorunların ortadan kaldırılmasına ve buna paralel olarak öğretim sürecinin iyileştirilmesinde çok büyük bir etkisi vardır tabi ki de istenilen ve hedeflenen öğrenmelerin gerçekleşmesi ancak bilgi sahibi öğretmenler ile mümkün olabilmektedir.

Araştırmanın üzerinde titizlikle durduğu en genel problem ilköğretim matematik öğretmenliği ikinci sınıf lisans öğrencilerinin karma ve vektörel çarpım konularında sahip oldukları bilgilerin ne düzeyde olduğu ayrıca analitik geometri dersine yönelik tutum ve öz yeterliliklerinin belirlemek istenmektedir. Literatür incelendiğinde karma ve vektörel çarpım konusunu ele alan herhangi bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Bu nedenle yapılmış olan bu çalışma bundan sonra yapılacak olan çalışmalara ışık tutacağı düşünülmektedir.

1.2. Araştırmanın Amacı ve Önemi

Bu araştırmanın amacı ilköğretim matematik öğretmenliği okumakta olan ikinci sınıf lisans öğrencilerinin karma ve vektörel çarpım konularında var olan bilgi düzeyleri ile analitik geometriye yönelik tutum ve öz yeterliliklerinin belirlenmesi ve bunların cinsiyet çeşitli değişkeni açısından incelenmesidir. Aynı zamanda karma ve vektörel çarpım konularındaki bilgi düzeyleri ile analitik geometriye yönelik tutum ve öz yeterlilikleri arasındaki ilişkinin incelenmesi amaçlanmaktadır.

Analitik geometri 1 dersi ilköğretim matematik öğretmenliği 2. sınıfta okutulan ve diğer derslerle bağlantılı olan önemli bir derstir. Bu nedenle karma ve vektörel çarpım konularında alan bilgilerini belirlemek, diğer konuyla bağlantılı kavramların öğrenilmesinde yaşanacak sorunların ortadan kaldırılacağı düşünülmektedir. Vektörel ve karma çarpım üç boyutlu uzayda düzlem ve doğru konularında kullanılan kavramlar olmakla beraber aynı zamanda vektörler ve düzlem konuları kavram kargaşası ve kavram yanılgılarına sebep olan önemli konulardır bu nedenle bu konuların çok iyi bir biçimde öğretmen adaylarına kazandırılması gerekmektedir. Analitik geometri 1 dersini işlerken lisans öğrencilerinin karma ve vektörel çarpım konularında sahip oldukları bilgi düzeylerinin bilinmesi ve öğretmenlerin analitik geometriye yönelik tutumlarının farkına varılması ve bunlara dikkat çekilmesi sonraki öğrenmeler açısından yararlı olacağı düşünülmektedir.

1.3. Problem Cümlesi /Alt Problemler

İlköğretim matematik öğretmenliği programında okumakta olan ikinci sınıf lisans öğrencilerinin vektörel ve karma çarpım konularındaki alan bilgisi ile analitik geometriye yönelik tutum ve öz yeterlilik ne düzeydedir?

Araştırmanın Alt problemleri

1. İlköğretim matematik öğretmenliği ikinci sınıf lisans öğrencilerinin vektörel çarpım konusunu öğrenme düzeyi nedir?
2. İlköğretim matematik öğretmenliği ikinci sınıf lisans öğrencilerinin karma çarpım konusunu öğrenme düzeyi nedir?
3. İlköğretim matematik öğretmenliği ikinci sınıf lisans öğrencilerinin vektörel ve karma çarpım konularını öğrenme düzeyleri ile cinsiyetleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark var mıdır?
4. İlköğretim matematik öğretmenliği ikinci sınıf lisans öğrencilerinin analitik geometriye yönelik tutum ve öz yeterlilikleri ile cinsiyetleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark var mıdır?

5. İlköğretim matematik öğretmenliği ikinci sınıf lisans öğrencilerinin analitik geometriye yönelik tutum ve öz yeterlilik ne düzeydedir?

6. İlköğretim matematik öğretmenliği ikinci sınıf lisans öğrencilerinin karma ve vektörel çarpım konusunu öğrenme düzeyi ile analitik geometriye yönelik tutum ve öz yeterlilik arasında anlamlı bir ilişki var mıdır?

1.4.Sınırlılıklar

1. Bu araştırma 2020-2021 eğitim-öğretim yılı güz döneminde Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programında öğrenim görmekte olan ikinci sınıfta 70 lisans öğrencisi ile sınırlıdır.

2. Araştırma, Analitik Geometri 1 derslerine katılan ilköğretim matematik öğretmenliği lisans öğrencilerinin karma ve vektörel çarpım konuları ile ilgili bilgi ve deneyimleri ile sınırlıdır.

3. Araştırmaya yönelik toplanan veriler, karma ve vektörel çarpım konusuna yönelik açık uçlu ve çoktan seçmeli soruların yer aldığı dokümanlar ile sınırlıdır.

1.5.Varsayımlar

1.) Çalışma süresince öğretmen adaylarının, birbiriyle olumlu veya olumsuz etkileşim içinde bulunmadıkları varsayılmaktadır.

2.) Araştırmada kullanılan veri toplama araçları ilköğretim matematik öğretmenliği adaylarının bilgilerini derinlemesine ölçebilecek niteliğe sahip olduğu kabul edilmektedir.

3.) Lisans öğrencilerinin veri toplama araçlarında yer alan soruları içtenlikle yanıtladıkları kabul edilmiştir.

4.) Araştırma için seçilen örneklemin, evreni temsil ettiği varsayılmaktadır.

5.) Araştırmada lisans öğrencilerinin karma ve vektörel çarpım konularına yönelik bilgi düzeylerini ölçmeyi amaçlayan başarı testinde yer alan sorular için alınan uzman görüşlerinin yerinde ve yeterli olduğu kabul edilmektedir.

6.) Araştırmada kullanılan veri toplama araçlarının veri toplamada ve yorumlamada yeterli olduğu kabul edilmektedir.

1.6. Tanımlar

Analitik geometri: Analitik geometri, koordinat geometrisi olarak da bilinen ve geometri problemlerinin tanımlanması ve bu problemlerin çözümlenmesi amacıyla cebirsel problemlerin ve simgelerin kullanılmasını gerektiren, kısacası geometri ve cebirin birlikte uygulanmasını gerektiren matematiğin bir dalıdır (Altun, 2004).

Boyut: Türk dil kurumu sözlüğüne göre boyut” bir cismin herhangi bir yöndeki uzantısı” olarak tanımlanırken matematikte ise doğruların, yüzeylerin veya cisimlerin ölçülmesinde ele alınan üç doğrultudan uzunluk, genişlik ve derinlik olarak tanımlanmaktadır.

Dik vektörler: İki vektör arasındaki açı $\frac{\pi}{2}$ ise bu vektörler birbirine diktir denir ve $\vec{a} \perp \vec{b}$ şeklinde gösterilir.

Düzlem: Üzerinde alınan farklı iki noktanın birleştirilmesi ile elde edilen doğruyu içine alan ve aynı zamanda bu doğrunun herhangi iki noktası değiştirilince tüm noktalarında aynı zamanda değmesini gerektiren yüzeydir.

Karma çarpım: $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in \mathbb{R}^3$, aynı düzlemde bulunmayan üç vektör olmak üzere, uzayda herhangi $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektörleri verildiğinde, $\vec{a}$ vektörü ile $\vec{b} \wedge \vec{c}$ veya $(\vec{b} \times \vec{c})$ vektörünün skaler çarpımı olan $\vec{a} \cdot (\vec{b} \wedge \vec{c})$ gerçek sayısına $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektörlerinin karma çarpımı denir.

Kavramsal Bilgi: Hiebert and Lefevre (1986) matematikte önemli görülen kavramsal bilgi kavramını, bilgi için önemli görülen özel parçalarını içine alan bir ağıın parçası ayrıca bu parçaların kendi arasındaki ilişkiler olarak tanımlamıştır.

Matematik Alan Bilgisi: Bu kavram, matematik öğretmenlerin öğrencilere kazandırmayı amaçladığı matematiğin içeriğinde yer alan konuların ve matematiğin var olan temel kavramlarına yönelik sahip olduğu bilgiyi ifade etmektedir.

İşlemsel Bilgi: Baykul’a (1997) göre işlemsel bilgi, matematikte sıklıkla yer alan semboller, kurallar ile matematik yapılırken ihtiyaç duyulan işlemlerin bilgisi olduğunu ifade etmişti

Uzamsal düşünme: Uzamsal düşünme, üç boyutlu uzayda kişilerin belirli nesnelere ait görüntüler üzerinde zihinsel oynamalar yapabilme bunlara hareket kazandırarak zihinde canlandırma yeteneğidir (Turgut, 2007)

Öz yeterlilik: Senemoğlu (2010) öz yeterlik kavramını, “ bireyin yaşamında karşılaştığı zor durumlarda ne düzeyde bir çaba ve başarı sergileyerek bu durumun üstesinden gelebileceğine yönelik bireyin kendi hakkındaki yargısı” şeklinde tanımlamıştır.

Vektörel çarpım: İki vektörün birbirleriyle çarpılması sonucunda bu iki vektöre dik bir vektör türeten işleme vektörel çarpım denir.

Yeterlilik: Yeterlilik, “*Bir işi etkili ve verimli biçimde yerine getirebilmek için sahip olunması gereken bilgi, beceri, tutum ve değerlerdir*” olarak tanımlanmaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı ([MEB], 2017).



1.7. Kısaltmalar

IEA:Uluslararası Eğitim Başarılarını Değerlendirme Kuruluşu

KAB:Konu Alan Bilgisi

KVÇBT:Karma Ve Vektörel Çarpım Başarı Testi

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM: National Council Of Teachers Of Mathematics

OGÖP:Ortaöğretim Geometri Öğretim Programı

ÖYGM:Öğretmen Yetiştirme Ve Geliştirme

PAB:Pedagojik Alan Bilgisi

TED:Türk Eğitim Derneği

TEDS-M:Matematikte Öğretmen Eğitimi Ve Gelişimi Çalışması

TIMSS:Uluslararası Matematik Ve Fen Eğilimleri Araştırması

YÖK:Yüksek Öğretim Kurumu

İAY:İstatistiksel Akıl yürütme

BÖLÜM 2

KURAMSAL ÇERÇEVE / KAVRAMSAL ÇERÇEVE / İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu çalışmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarının karma ve vektörel çarpım konularına yönelik sahip oldukları bilgi düzeyleri ile analitik geometriye yönelik tutum ve öz yeterlilikleri araştırıldığından; bu bölümde araştırma için önemli görülen “Öğretmen Yeterlilikleri ve Önemi”, “Öğretmen Bilgisi Modelleri”, “Matematik Eğitiminde Öğretmen Bilgisi”, “Konu Alan Bilgisi”, “Karma Çarpım”, “Vektörel Çarpım”, “Matematik Öğretimi”, “Geometri Öğretimi”, “Analitik Geometri Öğretimi”, “Tutum ve Öz-Yeterlik” kavramları adı altında araştırmaya yön veren kuramsal ve kavramsal çerçeveler ile ilgili araştırmalar ele alınacaktır.

2.1. Öğretmen Yeterlilikleri ve Önemi:

Uzmanlık gerektirmeyecek şekilde gerçekleşen öğretmenlik mesleği, toplumun ihtiyaçları doğrultusunda değişim ve beraberinde gelişime uğramıştır. Sanayi devrimi beraberinde iş yapan ve nitelikli insan ihtiyacının artmasına, beraberinde başlayan okullaşmayla birlikte öğretmene duyulan gereksinim artmıştır (Hesapçıoğlu, 2005). Öğretmen ihtiyacını karşılayabilmek amacıyla 18.Yüzyılda Avrupa da açılan okullarda ilkokul mezunları çok kısa bir zamanda 2-3 senelik bir sürede öğretmen yapılmaktaydı. Ancak 20.yüzyılın başlarında bu sürenin arttığı 4 yıllık bir sürede tamamlandığını ve üniversite adı altında eğitimin verildiği görülmüştür (Yüksel, 2011).

Geçmişten günümüze kadar geçen sürede eğitime yönelik farklı bakış açılarını yansıtan farklı tanımlar yapılmış olsada bireylerin belirlenen amaçlar doğrultusunda geliştirmek, amaçlanan hedeflerin istenilen düzeyde gerçekleşmesinin beklenmesi eğitime yönelik yapılan tanımların en genel ifadesidir. Öğretmenleri yeterli donanıma sahip olmaları, nasıl yetiştirilmeleri gerektiği, eksilerinin belirlenmesi, hangi niteliklere sahip oldukları ve buna benzer birçok konu geçmişten günümüze her zaman önem arz etmekte ve toplantıların, çalışmaların, raporların temel konularını oluşturmaktadır (Özer ve Gelen, 2008).

Gelişen teknolojinin beraberinde değişimler yüzyılı olarak nitelendirdiği 21.yüzyılda da öğretmenlerin nitelikli bir biçimde yetiştirilmesi büyük bir öneme sahip olduğu gibi beklenen değişimin toplumlara taşınabilmesi eğitim aracılığıyla gerçekleşebilmekte ve bu da beraberinde nitelikli öğretmen ihtiyacını gerekli kılmaktadır. Yeniliklere açık olabilmek ve ayak uydurabilmek eğitimle gerçekleşebildiği gibi okullarda nitelikli bir eğitim, nitelikli

öğretmen ihtiyacını gerektirir. *“Yetiştirdiği her insanı yeniden kullanabilen toplum, akılcı, uygar, ileri bir toplumdur. Ancak, yetişkin insanların en iyilerini öğretmenlik mesleğine seçebilen toplum en güçlü toplumdur.”* Japon eğitim felsefesinin bir parçası olan bu söz öğretmenlere neden önem verilmesin gerektiğini çok iyi bir şekilde ifade ettiği söylenebilir. Kendini geliştirmiş olan ülkelerde olduğu gibi bir toplumun ilerleyebilmesi ve refah seviyesine ulaşabilmesi için, okullarında verilen eğitimin nitelikli olması gerekmektedir bu da doğal olarak öğretmenlerin nitelikli olması gerektiği fikrin akla getirmektedir (Öğretmen Yetiştirme ve Eğitimi Genel Müdürlüğü, 2009). Dolayısıyla nitelikli bir eğitim sistemi hedefleniyorsa bununla beraber nitelikli öğretmenlerin yetiştirilmesi gerekmektedir ki buda belirlenen genel ve özel alan yeterliliklerinin hizmet öncesi ve hizmet içi eğitim programlarıyla gerçekleştirilmektedir. 1982 yılından itibaren YÖK’e geçen öğretmen yetiştirmenin, üniversiteleşmesi ve meslekileşmesi beraberinde mesleki niteliklerin öğretilmesini zorunlu kılmıştır. Üniversiteler, öğretmenlerin yetiştirilmesine yönelik, genel alan bilgisi, meslek bilgisi, genel kültür bilgisi gibi nitelikleri 4 yıllık lisans programlarıyla kazandırmayı hedeflemektedir (Uygun, Ergen ve Öztürk, 2011).

Araştırma ve geliştirme çalışmalarında önemli bir araştırma konusu haline gelen öğretmen yeterlilikleri, öğretmenlerin öğretmenlik mesleklerini etkili ve verimli biçimde yerine getirebilmek için sahip olunması gereken bilgi, beceri ve tutumlar olarak tanımlamakta ayrıca “öğretmenlerin öğrencilerine ve öğrencilerin öğrenmesine adanmış olması”, “teknolojik pedagojik alan bilgisi”, ”öğretimi planlama ve uygulama”, “değerlendirme ve izleme”, “öğretme öğrenme ortamında etkili bir iletişim sağlayabilme ve öğrenci davranışlarını yönetme”, “bireysel ve mesleki gelişimi planlama ve gerçekleştirme”, “diğer öğretmenler, veliler ve okul çalışanları ile işbirliği içinde çalışabilme”, “takım çalışması ve işbirliği” ve son olarak “mesleki görevleri ve işiyle ilgili mevzuatı bilme ve anlama” şeklinde bir öğretmenin sahip olması gereken yeterlilikleri belirlemişlerdir (TED, 2009).

Bir öğretmenin meslek hayatı boyunca ona destek olan ve ayakta durmasını sağlayan öğretmen yeterliliklerini sistematik bir şekilde ele alan Shulman (1986) öğretmenlerde bulunması gereken bilgileri 3 kategoride ele almıştır. İlk olarak pedagojik alan bilgisi bileşenini, dersin içeriğinden ziyade aynı zamanda o içeriğin ne şekilde öğretebileceği bilgisi olarak tanımlarken, ikinci kategori olan müfredat bilgisini ise öğretmenin dersinde ne anlatacağını bilmesi şeklinde tanımlamıştır. Son bilgi kategorisi olan alan bilgisini ise o alana yönelik bilgilerin öğretmenin zihninde oluşması olarak ifade ederken aynı zamanda öğretimi gerçekleştiren öğretmenlerin alana yönelik bilgiyi aktarırken beraberinde

öğrencilerine açıklamış oldukları bilgileri gerekçelendirmeleri ve kavramlar arasındaki ilişkinin farkına varmalarını da sağlaması gerekmektedir. Eğitimin, toplumların var olan değerlerini yeni kuşaklara transfer ederek sosyalleşmeylemlerini sağlama, bireylerin var olan yeteneklerinin ortaya çıkarılmasında ve yeteneklerinin geliştirilmesinde, hayatlarını devam ettirebilmek ve toplumsal yaşama katkıda bulunulması amacıyla meslek sahibi olmalarını sağlamak gibi bir çok işlevinin olduğu söylenebilir. Eğitimin bu temel işlevlerinin etkili bir biçimde yerine getirilmesinde ve eğitimin amacı doğrultusunda istenilen çıktıların elde edilmesinde eğitimin en hayati ögesi olan öğretmenlerin sahip olmuş oldukları niteliklerin iyileştirilmesi ve geliştirilmesi büyük bir öneme sahiptir (Öğretmen Yetiştirme ve Eğitimi Genel Müdürlüğü, 2017). Öğrencilerin başarılarının arttırılmasında ve kişisel gelişimlerinde öğretmenlerin sahip olması gereken temel yeterlilikler büyük bir önem sahiptir. Bu nedenle öğretmenleri gelişimleri doğrultusunda teşvik etmek, sahip oldukları yeterlilikleri ve yeteneklerini fark etmeleri ve arttırmaları için destek olunması gerekmektedir (Öğretmen Yetiştirme ve Eğitimi Genel Müdürlüğü, 2017). Çağın gereksinimlerine bağlı olarak öğretmenler, öğrencilerinde olumlu öğrenme iklimi oluşturmalı, öğrencilerin bireysel farklılıkları olduğunun bilincinde olarak farklı öğrenme ortamları oluşturmalı, öğrencilerle beraber onların analitik ve yaratıcı düşünme becerilerini geliştirmeli ve destekleyici çalışmalar yürütmeli, öğrencilerinin kendilerini tanıyabilmeleri için fırsatlar yaratmalı, öğrencilerle ve çevreyle etkili bir iletişim becerisine sahip olmalı, eğitim öğretimi etkili bir biçimde planlamalı, kendi alanına yönelik yeterli bilgiye ve mesleki becerilere sahip olması beklenen bu gibi nitelikler öğretmenlerin sahip olması istenilen yeterliliklerin temelini oluşturmaktadır (Öğretmen Yetiştirme ve Eğitimi Genel Müdürlüğü, 2017).

1739 sayılı Milli Eğitim Temel Kanununun 43. maddesi, “*Öğretmenlik mesleğine hazırlık genel kültür, özel alan eğitimi ve pedagojik formasyon ile sağlanır*” şeklinde öğretmen niteliklerine değinmektedir. Yüksek öğretim kurulunun (YÖK) , eğitim fakültesi öğretmen yetiştirme lisans programında yapılan güncellemelere göre öğretmenlerin sahip olmasını hedeflediği ve bu amaç doğrultusunda öğretmen yeterliliklerini %50 alan bilgisi ve becerileri, %30 öğretmenlik meslek bilgisi ve %20 genel kültür bilgisi olarak belirlenmiştir (YÖK, 2007). Genel olarak belirtildiği gibi öğretmenlerde bulunması hedeflenen öğretmen yeterlilikleri şu ana başlıklarda toplanmıştır: Konu Alan Bilgisi(KAB), meslek bilgisi ve genel kültür bilgisi (Şişman, 2009).

Yeterlilik kavramı “*Bir işi etkili ve verimli biçimde yerine getirebilmek için sahip olunması gereken bilgi, beceri, tutum ve değerlerdir*” biçiminde tanımlanmaktadır (MEB, 2017). Öğretmenlere kazandırmayı amaçladığımız öğretmen yeterlilikleri olarak kabul

edilen beceri, tutum, bilgi, davranış, değer gibi niteliklerin kazandırılması kaliteli ve nitelikli bir eğitimin gerçekleştirilmesi için önemli görülmektedir (Seferoğlu, 2004;Şişman, 2009).

Eğitim-öğretim faaliyetlerinin başarılı ve hedeflenen şekilde gerçekleştirilmesi için fiziki şartların dışında aynı zamanda genel kültür bilgisi, özel alan bilgisi ve meslek bilgisini en iyi şekilde kullanabilen öğretmenlerin yetiştirilmesi oldukça önemlidir (Çelikten, Şanal ve Yeni, 2005). Eğitimin temel yapı taşı olan öğretmenlerin, eğitimden beklenen amaçları gerçekleştirmede yol gösterici olduğu gibi aynı zamanda öğrencilerin etkin katılımını sağlayan, dünyada ve toplumlarda gerçekleşen değişimlerden haberdar eden, öğrencilerin ilgisini çekmeyi, ilgilerini fark edip aynı zamanda farklı ilgi alanlarına yönlendirmek gibi bir çok işleve sahip olabilecek niteliklerin kazandırılması gerekmektedir. Kaliteli bir eğitim, öğretmenlerin sahip olduğu niteliklere bağlı olduğu gibi bu niteliklerin belirlenerek öğretmen yetiştirme sürecinde öğretmen adaylarına kazandırılması gerekmektedir (Erdem, 2015; Seferoğlu, 2004).

2.2. Öğretmen Bilgisinin Modelleri:

Bir çok araştırmacı öğretmen bilgisi ve bu bilginin bileşenlerinin yer aldığı bazı modeller oluşturmuşlardır.

Shulman Modeli (1986,1987)

Pedagojik alan bilgisinin, araştırma konusu olduğu bir çok araştırma olmasına rağmen eğitimcilerin sahip olmuş oldukları konu alan bilgilerinin öğrencilere nasıl aktarılacağına yönelik çalışmaların 1980’li yıllara kadar araştırma konusu olmadığı görülmüş ve Shulman temeline konu alan bilgisini yerleştirmiş olduğu yaklaşımıyla konu alan bilgisinin öğretime dönüştürülme sürecinin eksikliğini “kayıp paradigma” şeklinde tarif ederek konu alan bilgisi ile pedagojik bilgisini bir araya getirerek pedagojik alan bilgisini tanımlamıştır (Shulman, 1986). Shulman öğretmen bilgisini üç temel bileşenini konu alan bilgisi, pedagojik alan bilgisi ve program bilgisi olarak ele alırken daha sonra Shulman (1987), öğretmen bilgisi modelini alan bilgisi, genel pedagoji bilgisi, öğretim programı bilgisi, öğrenci bilgisi, eğitim amaçları bilgisi, eğitim ortamı bilgisi ve pedagojik alan bilgisi olarak 7 bileşene dönüştürmüştür.

Shulman (1987) modelinde “bilmek ve öğretmek” bakış açısıyla öğreticilerin yani öğretmenlerin sahip olmasını istediği bilgi birikimini “bilgi temeli” ya da benzer şekilde “bilgi tabanı” olarak ifade edilen teoriye göre açıklamakta, ayrıca öğretmenlerde bulunması istenilen bilgiyi ise alan bilgisi, genel pedagojik bilgi ve son olarak pedagojik alan bilgisi olacak şekilde 3 kategoriye ayırmaktadır. Shulman (1986), öğretmenlerin sahip olması gereken bilgi kategorilerinden biri olan alan bilgisini tanımlarken öğretmenin belleğinde var

olan ve düzenlenmiş bilgi miktarını işaret etmekte ancak bu bilginin yalnızca kavramlardan ve bilinen doğrulardan ibaret olmadığını belirtirken, diğer kategori olan genel pedagojik bilgisini ise öğretmenin kendi dersini planlama süreci, değerlendirme ve sınıf yönetimine dair öğretmenin sahip olduğu ilkeleri ve stratejileri bilgisi olarak tanımlamıştır. Shulman (1987), üç kategori olarak belirlediği pedagoji ile içeriğin sentezlenmiş hali olan pedagojik alan bilgisini ise “öğretmenin işlenecek konu ve bu konunun içeriğinde yer alan problemlerin öğrencilerin var olan yetenekleri ve ilgileri dikkate alınacak şekilde yani bireysel farklılıkları dikkate alınacak şekilde nasıl düzenlenmesi gerektiği, ne şekilde temsil edileceği ve uyarlanacağını şekillendiren bir bilgi kategorisi” olarak tanımlamıştır. Shulman (1986), pedagojik alan bilgisinin bir sentezi olarak kabul ettiği pedagojik alan bilgisini, öğrencileri anlama ve öğretim stratejisi bilgisi olacak şekilde 2 alt bileşene ayırmıştır. Öğrenme işleminin istenilen düzeyde gerçekleşebilmesi sunulan öğretimin niteliğinden ve biçiminden etkilenmekte bu nedenle öğretmenler, öğrencilerin konuya yönelik sahip oldukları ön bilgileri, kavrama veya konuya yönelik sahip oldukları yanlışları, bu yanlışları ne şekilde önleyebileceği ve ortadan kaldıracabileceği, öğrencilerin kavrama yönelik anlamlı ve kalıcı öğrenmeyi sağlamada hangi yöntem ve stratejinin gerekli olduğu bilmesi önceden öğrencilerinin hazır bulunuşlukları, yanlışları ve ilgileri hakkında bilgilere sahip olması etkili olmaktadır.

Peterson Modeli (1988)

Peterson'nun (1988) modeli incelendiğinde bu modelin Shulman modelinden tamamen bağımsız olmadığı, her öğretmenin sahip olması gerektiğini düşündüğü bileşenlerini; öğrenciler içerik alanında nasıl düşünürler, öğrencilerin öğrenmeleri nasıl kolaylaşır ve kendi biliş yöntemlerinin farkında olup olmadıkları şeklinde ele aldığı görülmüştür aynı zamanda Peterson kendi modelinde Shulman'ın modelinde yer alan program bilgisine hiç değinmediği görülmüştür.

Leinhardt Modeli (1985,1986)

Leinhardt, Smith, ve Greeno yapmış oldukları çalışmada öğretmenlerin sahip olması gereken öğretmen bilgisi bileşenlerinin ders yapısındaki bilgi ve konu alan bilgisi olduğunu belirtmiştir (Leinhardt ve Smith, 1985; Leinhardt ve Greeno, 1986). Bu modelde yer alan “ders yapısı bilgisi” olarak belirlenen ve dersin planlanması, planın uygulanması ile beraber konunun sunulmasında gerekli beceriyi gerektiren bileşenin, Shulman'ın modelinde yer alan “pedagojik alan bilgisi” ve “program bilgisi” bileşenlerinin harmanlanmış bir şekli olduğu görülürken ikinci bileşen olan konu alan bilgisinin Shulman modelinde yer alan

konu alan bilgisi bileşeninden farklı, aynı zamanda öğrencilerin öğrenmelerinin gerçekleştiği ortama neler getirdikleri bilgisini içermiş olmasıdır.

Grossman Modeli (1990)

Grossman (1990), öğretmen bilgisini alan bilgisi, genel pedagojik bilgi, alanı öğrenme bilgisi ve bağlam bilgisi gibi birbiri ile ilişkili olan dört temel bilgi kategorisi adı altında incelemiştir.



Şekil 1. Öğretmen bilgisi modeli (Grossman, 1990)

Yukarıda yer alan şekil 1. Grossman modelinde yer alan konu alan bilgisi kategorisi, öğretmenlerin konunun içeriğini, öğrenciye kazandırmayı amaçladığı konuyu ne şekilde anlattığı, öğretmenin kullanmış olduğu öğretim stratejisi ve dersin ne şekilde planlandığına yönelik öğretmen bilgisidir. Genel pedagojik bilgi, dersin kontrolünü sağlayan öğreticinin sınıf disiplininin sağlanması, öğrencileri hedefe ulaştıracak öğrenme etkinlikleriyle geçirilen zamanın artırımını amaçlayan sınıf yönetimi, dersin amacına yönelik kullanılacak etkinlikler ile materyallerin düzenlenmesi, derse uygun hale getirilmesini içeren öğretmen bilgisidir. Alan bilgisi, genel pedagojik bilgi ve bağlam bilgisinin merkezinde yer alan alanı öğrenme bilgisi, pedagojik alan bilgisine karşılık gelirken aynı zamanda bünyesinde öğrenci anlama bilgisi, öğretim programı bilgisi ve öğretim stratejileri bilgisini içeren bilgidir. Grossman modelinin son kategorisi olarak belirtilen bağlam bilgisi ise öğrencilerin içinde bulunduğu toplumu, çevreyi, bölgeyi ve eğitim gördüğü okulu içermektedir. Grossman (1995) daha sonraları öğretmenlerin sahip olması hedeflenen öğretmen bilgisini alan bilgisi, öğrenme ve

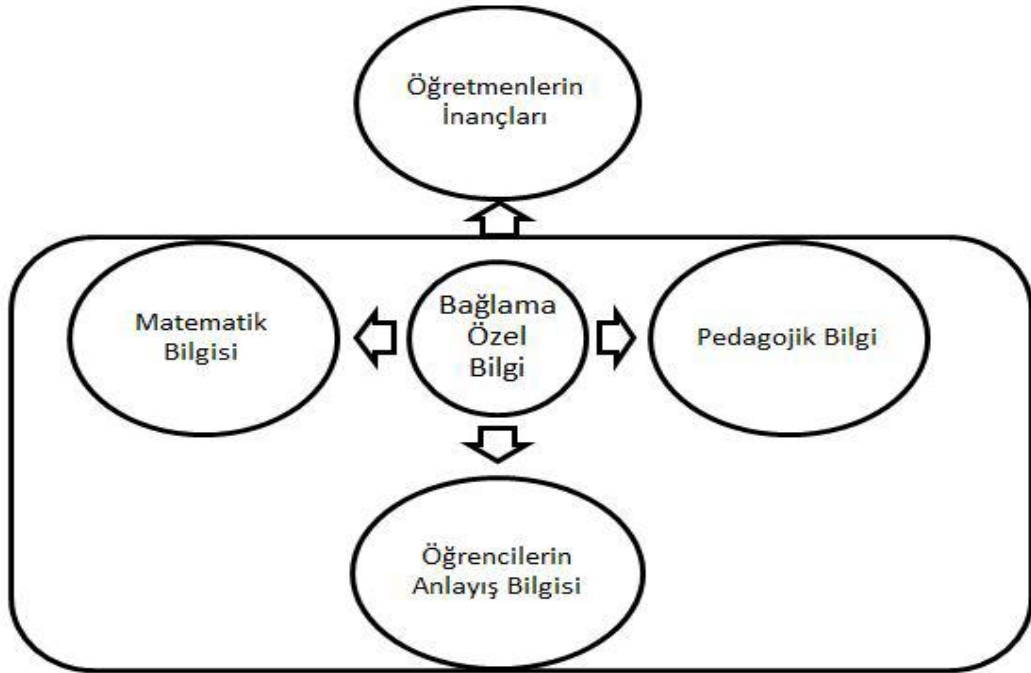
öğrenenlerin bilgisi, genel pedagojik bilgi, program bilgisi, bağlam bilgisi ve benlik bilgisi olacak şekilde 6 kategoriye ayırmıştır.

Marks Modeli (1990)

Marks (1990), Shulman ve Grossman'ın çalışmalarında pedagojik alan bilgisi modellerinin kompleks olduğunu ayrıca konu alan bilgisi ile pedagojik alan bilgisi kategorileri arasında sınır çizilemeyeceğini ifade etmiştir ve kendi modelinde pedagojik alan bilgisini öğretim amaçlı konu alanı bilgisi, öğrencilerin konu alanının anlaşılması, konu alanında öğretimsel medya(kaynak ve materyaller) bilgisi ve konu alanı için öğretimsel süreçler olacak şekilde dört bileşen olarak incelediği araştırmasında konu alan bilgisini pedagojik alan bilgisinin bir alt boyutu olarak değerlendirmiştir.

Fennema ve Franke Modeli (1992)

Fennema ve Franke (1992) birbirinden farklı araştırmaları harmanlayarak geliştirmiş oldukları matematik öğretimi üzerine kurguladıkları öğretmen bilgisi modelinde ele aldıkları öğretmen bilgisi bileşenlerini; matematik bilgisi, pedagojik bilgi, öğrencilerin anlayış bilgisi ve öğretmen inançları bilgisi bileşenlerinin zamanla gelişime ve değişime uğrayabileceğini ifade etmişlerdir.



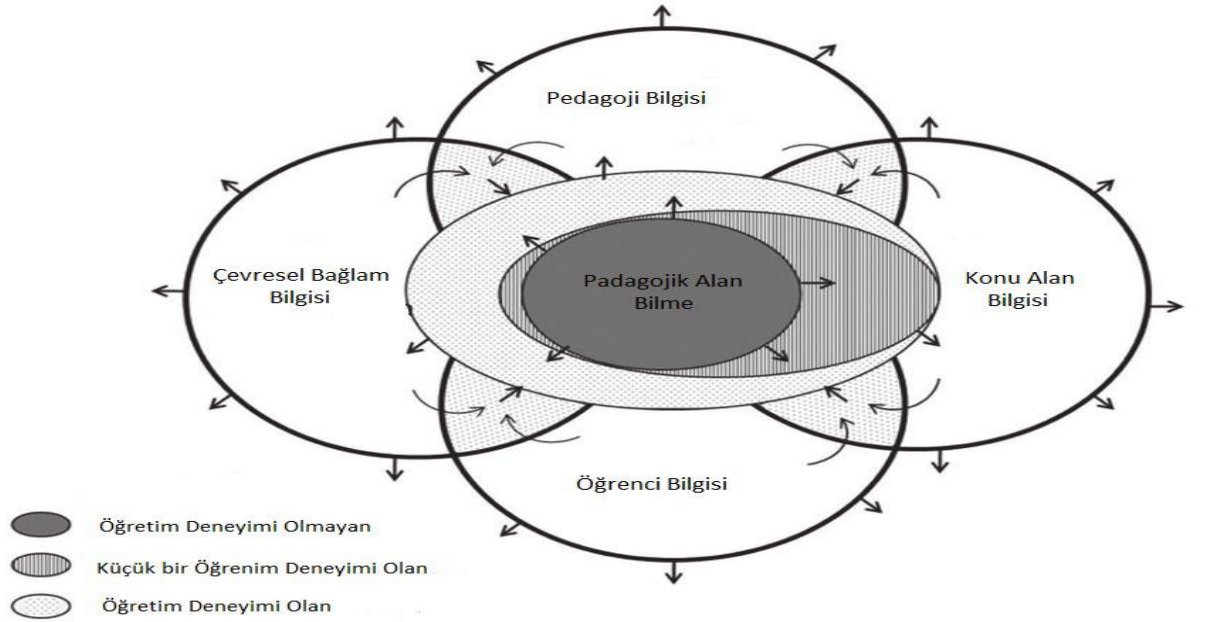
Şekil 2.Öğretmen bilgi modeli (Fennema ve Franke,1992)

Şekil 2’ de görüldüğü gibi Matematik bilgisi pedagojik bilgi, öğrencilerin anlayış bilgisi ve öğretmen inançları bilgisini kapsayan öğretmen bilgisine ek olarak öğretmenin sahip olduğu tecrübeleri ile devamlı değişime ve gelişime uğrayan bağlama özel bilgi, çevrelenen pedagojik bilgi, öğrencilerin anlayış bilgisi ve matematik bilgisi olarak belirlenen 3 bilgi türünü öğretmenlerin sahip olduğu inançları ile bütünleştirerek öğretmenin sınıf içinde gerçekleştireceği öğretimi biçimlendirmektedir.

Cochran, DeRuiter ve King Modeli (1993)

Cochran, Deruiter ve King (1993) Shulman modelinde yer alan pedagojik alan bilgisini, yapılandırmacı yaklaşım doğrultusunda tekrardan incelemiş ve bilgi kelimesinin yapılandırmacı yaklaşımla örtüşmemesinden kaynaklı olarak inceledikleri modelde pedagojik alan bilgisi demeyip bunun yerine bilme ve anlama kavramlarını tercih etmişlerdir (Bütün, 2012).

Pedagojik Alan bilme, konu alan bilgisi, pedagoji bilgisi, çevresel bağlam bilgisi ve öğrenci bilgisi olarak belirlenmiş olan dört ana bilgi kategorisinden oluşmaktadır.



Şekil 3. Pedagojik alan bilme modeli (Cochran ve diğerleri, 1993)

Cochran, DeRuiter ve King Modelinde yer alan kategorilerden biri olan konu alan bilgisi, akademik olarak öğretmenin bilgisini; öğrenci bilgisi, öğrencilerin sahip oldukları gelişim seviyelerini, konuya yönelik sahip oldukları ön organize edicileri gibi buna benzer bilgileri kapsar. Grossmanın modeline benzer bir yapıya sahip olan çevresel bağlam bilgisi, öğrencilerin kültürel ve sosyal çevrelerini ifade ederken Fennema ve Franke'nin

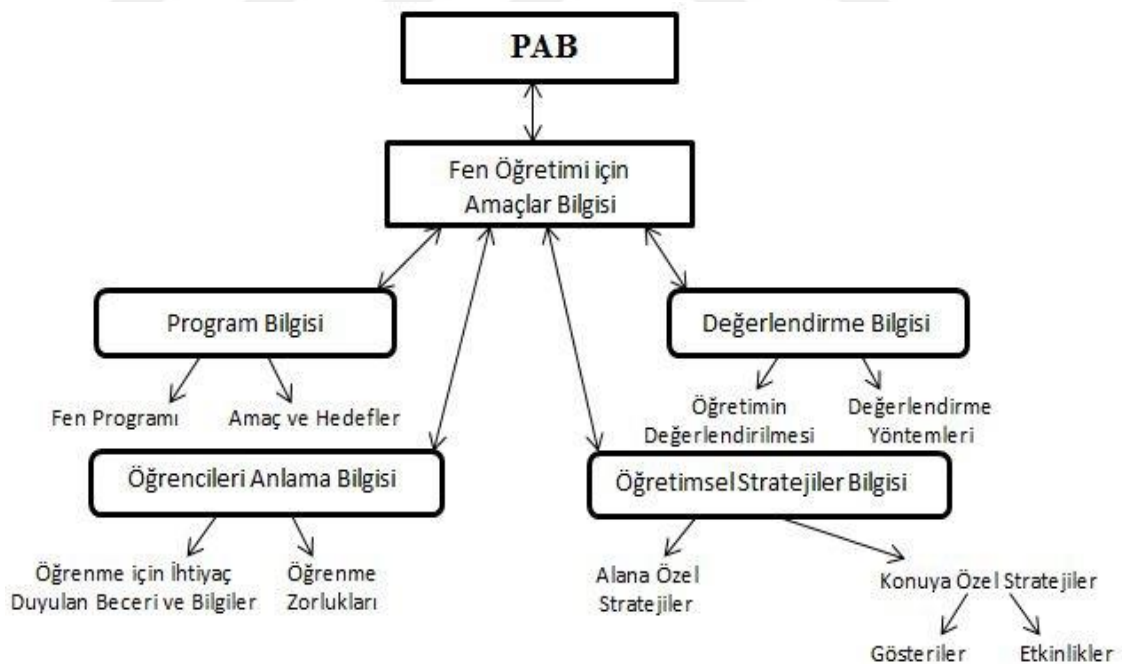
ifade etmiş olduğu gibi pedagojik alan bilmenin tecrübe-deneyimle beraber devamlı gelişim içinde olduğunu belirtmişlerdir.

Fernandez-Balboa ve Stiehl Modeli (1995)

Fernandez-Balboa ve Stiehl (1995), pedagojik alan bilgisi üzerine yapılan çalışmalardan faydalanarak kendi modelinde pedagojik alan bilgisini özel pedagojik alan bilgisi ve genel pedagojik alan bilgisi şeklinde 2 kategoride incelemiş ve belirli bir konuya yönelik öğretimini içeren bilgiye özel pedagojik alan bilgisi ile tüm konuların öğretimini içeren bilgiyi genel pedagojik alan bilgisi olarak tanımlamıştır. Fernandez-Balboa ve Stiehl Modeli incelendiğinde kategorilerden biri olan pedagojik alan bilgisi genel olarak, konu alan bilgisi, öğrenciler hakkında bilgi, öğretim stratejileri bilgisi, öğretim ortamları ve öğretim amaçları bilgisi olarak belirlenmiş 5 farklı bileşenden oluşmaktadır.

Magnusson, Krajcik ve Borko Modeli (1999)

Magnusson, Krajcik ve Borko(1999) fen öğretimine yönelik gerçekleştirmiş oldukları çalışmalarda pedagojik alan bilgisini, fen öğretimi için amaçlar bilgisi, program bilgisi, değerlendirme bilgisi, öğretim stratejileri bilgisi ve öğrencileri anlama bilgisi olarak 5 boyutta incelemişlerdir.



Şekil 4. Pedagojik alan bilgisi bileşenleri (Magnusson vd., 1999)

Magnusson vd. (1999) modelinde alt bileşenlerden bir olan Öğretim için Amaçlar bilgisini kapsayan öğretmenin sahip olduğu bu inanç, değer ve bilgiler öğretmenlerin dersin amacına yönelik kullanacağı öğretim yöntem-teknikleri ile derse yönelik materyallerin

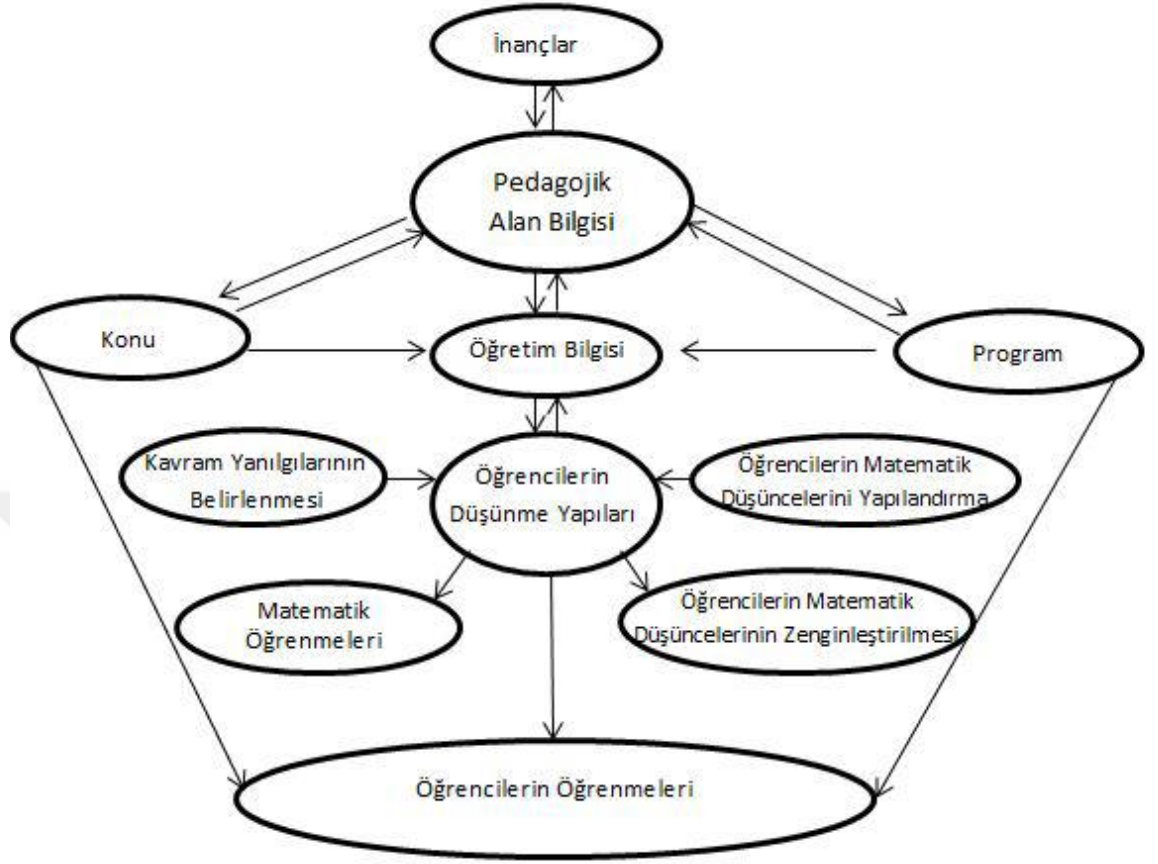
belirlenmesini, ne şekilde değerlendireceklerini, sınıfın kontrolü sağlamaya yönelik sınıf yönetimi gibi buna benzer pek çok konuyu etkilemektedir.

Gess-Newsome Modeli (1999)

Gess-Newsome modeli incelendiğinde Gess-Newsome (1999) öğretmen bilgisini bütünlüyci ve dönüştürücü model olacak şekilde iki farklı modelle incelediği görülmüştür. Üzerinde durmuş olduğu modellerden biri olarak geleneksel bir şekilde eğitim veren öğretmen eğitim programlarında tercih edildiğini ifade eden Gess-Newsome (1999) bütünlüyci modelde pedagojik alan bilgisi yer almamakta ve ayrıca öğretmen bilgisini, konu, pedagoji ve içerik bilgisinin birleşimi olarak ele almıştır. Gess-Newsome modelinin incelediği dönüştürücü modelde ise pedagojik alan bilgisi öğretim için ihtiyaç duyulan tüm bilgilerin bir sentezi olarak ifade etmiş ve bu bilgiyi konu alanı, pedagoji ve içerik bilgisinin bir araya gelmesiyle daha güçlü bilgiye dönüştüğünü kabul etmiştir. Gess- Newsome (1999), kendi modelinde yer verdiği bütünlüyci ve dönüştürücü modeller arasındaki farkı: farklı bilgilerin bir araya gelmesi ile bütünlüyci model, var olan bilgilerin farklı ve yeni formlara dönüştürülerek elde edilen bilgilere dönüşmesini ise dönüştürücü model olarak tanımlamıştır.

An, Kulm ve Wu Modeli (2004)

An, Kulm ve Wu (2004), alan bilgisi, program bilgisi ve öğretim bilgisi olarak belirlemiş oldukları pedagojik alan bilgisinin 3 bileşenini ele alarak matematik öğretmenleri üzerinde gerçekleştirmiş oldukları çalışmalarında belirlenen bu üç bilgi bileşeninin öğretmenlerin sahip oldukları inançları ve değerleri doğrultusunda biçimlendirilerek davranışa dönüşebileceğini belirtmişlerdir.



Şekil 5. Pedagojik alan bilgisi modeli (An, Kulm ve Wu, 2004)

An, Kulm ve Wu (2004), matematik öğretmenleri üzerine gerçekleştirmiş oldukları araştırmada, pedagojik alan bilgisinin bileşenlerinden biri olan öğrenme bilgisi, öğrencilerin sahip oldukları düşünme yapılarını bilmeyi ön planda tutarak sahip oldukları kavram yanılgılarını ortaya çıkarmak, öğrencilerin konuya-içeriğe yönelik sahip oldukları ön öğrenmelerinin bilgisi, matematiğe yönelik düşüncelerini yapılandırma ayrıca sahip oldukları bu düşüncelerini geliştirme, zenginleştirmeye yönelik öğretmenin yeterli bir bilgiye sahip olmalıdır.

Ball, Thames ve Phelps Modeli (2008)

Ball, Thames ve Phelps(2008), Shulman'ın belirtmiş olduğu pedagojik alan bilgisi kavramı üzerine çalışmasını yürüterek öğretmen bilgisini, alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisi olacak şekilde iki ana kategoride tanımlamış ve “alanı öğrenme bilgisi” adı altında kendi modelini oluşturmuşlardır.



Şekil 6. Ball ve diğerleri alanı öğretme bilgisi modeli (2005)

Ball ve diğerleri (2008), öğretmen bilgisi olarak inceledikleri kategorilerden alan bilgisini yatay alan bilgisi, genel alan bilgisi ve özel alan bilgisi olarak 3 bilgi türüne ayırmakta ayrıca öğretmenlerin belirlenen pedagojik alan bilgisi ve alan bilgisine aynı anda sahip olması gerektiğini ifade etmişlerdir. Alan bilgisinin bilgi türlerinden olan yatay alan bilgisi farklı zamanlarda gerçekleşen öğrenmeler arasında köprü kurmayı ifade ederken özel alan bilgisi, öğretmenlerin konuya yönelik sahip oldukları akademik bilgiyi tanımlamakta aynı zamanda Ball ve diğerleri (2008), öğrenci başarısını etkileyen en etkili ve önemli bilgi türünün özel alan bilgisi olduğunu ifade etmişlerdir.

2.3. Matematik Eğitiminde Öğretmen Bilgisi:

Matematik alanı içindeki her temanın varoluşu bir nedene bağlıdır. Matematik alanı içinde yer alan her kavramın gelişigüzel bir şekilde ortaya çıkmadığı bunun bir ihtiyaç ürünü olduğu unutulmamalıdır. Bir kavramın açıklamasını yapabilmek ya da tanımlı yapılan bir kavramın ismini söyleyebilmek kişilerin kavrama yönelik yeterli düzeyde bilgi sahibi olduğu anlamına gelmemekte ayrıca o kavramın farklı kavramlarla olan ilişkisini fark edebilmesi ve aradaki geçişleri görebilmesi gerekmektedir çünkü bir kavram, tek başına önemli düzeyde bir anlam ifade etmez (Bekdemir, 2012:84). Baki ve Kartal'a (2004: 28) göre bireylerin, öğrenmeyi hedefledikleri kavrama yönelik bilgiyi anlamlı düzeyde öğrenebilmeleri ancak önceki bilgileri ile bağlantısı kurulduğu takdirde gerçekleşebileceğini belirtmiştir. Anlaşılabacağı üzere kavram bilgisine tam olarak sahip olan birey o kavramın matematiğin diğer kavramlarıyla olan bağlantısını yakalayabilen bireydir.

Literatür incelendiğinde kavram yanlışlığını inceleyen pek çok araştırma olduğu görülmektedir ve bu kavram yanlışlıklarının nedenleri incelendiğinde ise bazı nedenlerin öğrencilerin kavrama yönelik alan bilgileri, yapılan matematiksel işlem bilgilerinin doğru ve

birbirini tamamlayacak şekilde öğrenilmemiş ya da öğretilmemiş olması ayrıca yeterli düzeyde kazılmamış olan matematiksel bilgileri gibi pek çok neden olduğu bilinmektedir. Bu nedenle bu gibi sorunların ortaya çıkmaması veya sorunlara çözüm aranmasında en temel faktörün öğretmen olduğu unutulmamalıdır çünkü öğrenme-öğretme sürecinde öğrencilerle sürekli etkileşim halinde olan, kazandırılması hedeflenen öğretim programının uygulayıcıları ayrıca öğretimi yöneten, değerlendiren kişiler olduklarından öğretmenlerin sahip olması gereken niteliklerde doğal olarak önemli görülmektedir.

Schoenfeld'e (1985) göre matematiğin içinde var olan her sembol uygun kavramlarla anlamlı olmaktadır. Matematiğin birbirinden farklı konularında var olan kuralların anlamlı öğrenmeler gerçekleşecek şekilde öğrencilere kazandırılması için kuralların öğretmenler tarafından gerekçelendirilmesi gerekmektedir. Bu şekilde nedenleri, niçinleri öğrencilere açıklandığı taktirde öğrenciler o kuralları ezbere dayalı bir işlem bilgisi olarak görmeyecek ve kavramsal öğrenmede bu şekilde gerçekleştirebilecektir.

Öğrencilerin bağımsız düşünme ve problem çözme becerilerinin gelişmesinde öğretmenlerin kullandıkları iletişim biçiminin büyük bir etkisi olduğu bilinmektedir. Anlamlı öğrenmelerin gerçekleştirilmesinde öğretmenlerin etkisinin olduğu düşünülür ise öğretmenlerin daha sorgulayıcı ve öğrenmeyi kolaylaştırıcı soruları tercih etmeleri gerekmekte ve daha çok “konu hakkında neler düşünüyorsunuz?”, “böyle düşünmeniz nedenidir?” veya “bu sonuca ne şekilde ve nasıl ulaştınız?” tarzında sorularla öğrenme - öğretme sürecini desteklemeleri gerekmektedir (Alkove ve McCarty, 1992).

Her bilim dalının kendi amacına yönelik kendine özgü bir öğretim tarzı olduğu gibi matematiğinde kendi yapısına uyacak şekilde bir öğretim gerçekleştirirken, öğrencilerin var olan matematiğe yönelik kavramları anlamasını, matematiksel işlemleri anlamalarını ve kavram ile işlemler arasındaki ilişkiyi fark etmelerini amaçlanmalıdır (Van de Wella, 1989). Matematiksel bilgi kendi içinde hem işlemsel hem de matematiksel bilgiyi içerdiğinden matematikle ilgilenen eğitimciler matematiksel bilgiyi kavramsal ve işlemsel bilgi olacak şekilde iki gruba ayırmaktadırlar.

Ma (1999), öğretmenlerin sahip olması gereken konu alan bilgisini PUFM bilgisi olarak ifade etmiştir. Öğretmenlerin öğrencilere kazandırmayı amaçladıkları konulara yönelik derin bir bilgiye sahip olması gerekmekte ve bununla beraber ayrıca matematiğin kendi içinde var olan kavramlarına yönelik farklı temsilleri, gösterimleri, temel özelliklerini bilmeleri konu alan bilgisini şekillendirmektedir (Even, 1993). Kavramsal ve işlemsel bilgi arasındaki dengeyi sağlayabilmek konu alan bilgisinin bir parçasıdır.

Matematik alan bilgisi, matematik öğretmenlerin öğrencilere kazandırmayı amaçladığı matematiğin içeriğinde yer alan konuların ve matematiğin var olan temel kavramlarına yönelik sahip olduğu bilgiyi ifade etmektedir. Öğretimin uygulayıcısı olan öğretmenlerin, öğretim programında yer alan kazanımları öğrenciye kazandırabilecek uygun öğrenme ortamını düzenleyebilmeli, programda yer alan temel konuların ve kavramların tarihsel gelişimini, kültürel ve aynı zamanda bilimsel gelişimini öğrencinin kavramasını sağlamalıdır. Matematik öğretmenleri, matematiğin içeriğinde yer alan kavram ve konuları öğrenciye kazandırmayı hedeflerken aynı zamanda kazandırılmak istenen içeriğin diğer disiplinlere ve gerçek hayat durumlarına transfer edebilmesini ve uygulayabilmesini sağlaması gerekmektedir. Matematik öğretmenlerinin öğrenciye kazandırmayı istediği hedeflere ulaşabilmesi için aynı zamanda öğrencilerin yapmış oldukları matematiksel hataları fark edebilmeli, bu hataları düzeltebilecek yeterli bir alan bilgisine sahip olmalı, matematik alanına yönelik öğretim stratejileri bilmeli ve kullanmalıdır (Gedik, 2014).

2.4. Konu alan bilgisi:

Ma (1999) PUFM bilgisini yani bir öğretmende bulunması istenilen genel anlamdaki konu alan bilgisini ortaya atmıştır ki öğretmenlerin derse yönelik belirlemiş olduğu matematiksel amaçların, istenilen boyuta varabilmesi ve matematiksel bilgilerin kazandırılmasında öğretmenlerin, anlatacağı konuya yönelik derin bir konu alan bilgisinin etkili olduğu bilinmektedir. Yapılan bazı çalışmalar göstermektedir ki matematik öğretmenlerinin kavramsal boyutu düşünmeden soru çözümlerinde ağırlıklı olarak işlemsel süreçleri işledikleri görülmektedir (Konyalıoğlu, Tortumlu, Durkaya ve Hızarcı, 2011; Lucas, 2006). Bu nedenle kavramın veya işlemin nedenine odaklanmayıp nasıl yapılacağını önemli gören işlemsel bilgi ile kavrama durumunun öne çıktığı kavramsal bilgi arasındaki dengeyi kurabilmek için ilgilenilen konu ile ilgili temsilleri, temel özellikleri ve anlatılan konunun içeriğine uygun var olan kavramlarla ilgili çeşitli yolları bilmede konu alan bilgisini biçimlendirmektedir (Even, 1993). Öğrenciye istenilen boyutta iyi bir matematik eğitimi verilmesinde iyi bir öğreticinin etkisi büyüktür.

Türnüklü'ye (2005) göre matematik öğretmenlerinin etkili bir matematik öğretimi gerçekleştirebilmeleri için öğrencilere kazandırmayı amaçladığı konu hakkında yeterli ve doğru bir konu alan bilgisine sahip olmaları gerektiğini belirtmiştir çünkü yanlış alan bilgisine sahip olan öğretmenler çoğunlukla kavramları, terimleri ve var olan matematiksel ilişkileri yanlış veya eksik olarak tanımlamalarına neden olmakta ayrıca bu şekilde bir alan bilgisine sahip olan matematik öğretmenleri dersi öğrenci merkezli anlatmak yerine daha çok öğretmenin bilgiyi aktaran bir role büründüğü aynı zamanda disiplinsiz ve öğrencinin derse

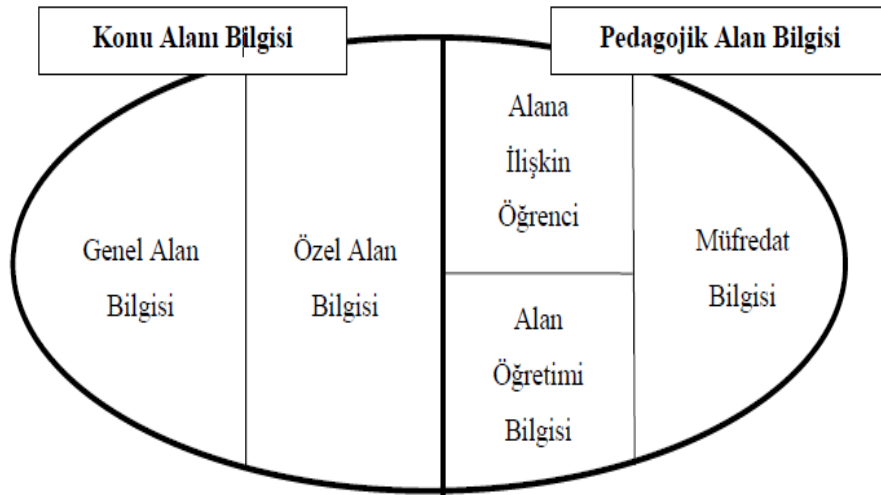
katılımının sınırlı oluğu bir öğrenme ortamı oluşturmaktadır. Dolayısıyla öğrencilere doğru bilgiyi kazandıramayacaklarından öğrencilerde istenmeyen öğrenmeler gerçekleşecektir (Arslan-Kılcan, 2006; Käpyla, Heikkinen ve Asunta, 2009). Öğretmenlerin anlatacakları konuya yönelik yeterli ve kapsamlı bir konu alan bilgisine sahip olmaları o konuyu çok iyi ve etkili bir biçimde anlatacakları ve öğretebileceği anlamına gelmemekte (Kahan, Cooper ve Bethea, 2003), konu alan bilgisi ile beraber yeterli bir pedagojik alan bilgisine de sahip olmaları gerekmektedir (Ball, 1990).

Geçmişten günümüze kadar tartışma konusu olan ve üzerinde fikir yürütülen bir konu olan matematiğin nasıl öğretilmesi gerektiği, matematiğin ne olduğu, öğretilirken nelere dikkat edilmesi gerektiği gibi bir çok soruya cevap aranmaya çalışılmıştır. Bu gibi sorulara cevap aranmaya çalışılırken beraberinde öğretmenin sahip olduğu roller değişmiş öğretmenin aktif olduğu ve bilgi aktaran rolden çıkıp öğrencinin katılımının sağlandığı ve öğrencinin merkezde olması amacıyla öğrencinin bilgiye ulaşma yollarını kazandıran bir role bürünmüştür bu nedenle bu değişime ayak uydurabilmenin yolu etkili bir matematik eğitimi dolayısıyla bu da iyi yetişmiş matematik öğretmenlerini gerekli kılmaktadır (Baki,2008). Öğretmen, öğrenci sınıfının imkanları, çalışmanın yürütüldüğü program-plan, zaman ve daha bir çok faktör güçlü bir matematik öğretiminin unsurlarıdır. Bunun gibi bir çok değişken etkili bir matematik öğretimi için gerekli olmasına rağmen en büyük rol öğretmenlere düşmektedir (Arslan-Kılcan, 2006). Bu nedenle öğretmen yetiştirme ve öğretmenlerin niteliklerini belirlenmesi üzerine çok sayıda çalışma yürütülmüştür.

Shulman (1987), “Bilmek ve Öğretmek” bakış açısına göre öğretmenlerde olmasını hedeflediği bilgi birikimlerini “bilgi temeli/tabanı” teorisine dayanarak açıklamış ve öğretmenlerin, belirlenmiş olan alan bilgisi, genel pedagojik bilgi ve pedagojik alan bilgisi kategorilerine sahip olmaları gerektiğini belirtmiştir. Shulman (1986) öğretmenlerin belleklerindeki var olan bilgileri yani alan bilgileri olarak tanımladığı kategorinin istenilen alana yönelik doğrular ve kavramlar bilgisinden daha fazlasını gerektirdiğini bir öğretmenin çalışmayı yürüteceği derse yönelik yapmış olduğu ders planlama süreci, sınıf içinde kontrolü sağlama, öğrenci değerlendirme ve sınıf yönetimi sırasında kullanmış olduğu farklı strateji, yöntem, teknik gibi bilgileri genel pedagojik bilgisi kategorisi olarak tanımlamıştır. İstenilen konunun öğretilmesinde öğretmenlerin sahip olduğu alan bilgisinin dışında aynı zamanda pedagojik alan bilgisinin de gerekli olduğunu belirten Shulman (1986) Pedagojik alan bilgisini derse yönelik konuların ve soruların kazandırılması sürecinde öğrencilerin var olan bireysel farklılıkları olarak kabul edilen ilgi ve yetenekleri dikkate alınarak nasıl planlanacağı, temsil edileceği, düzenleneceği ve bunun ne şekilde uyarlanacağına yönelik

pedagoji ile içeriğin karışımıdır(Shulman, 1987). Shulman'nın (1986) pedagojik alan bilgisinin “öğrencileri anlama” ve “öğretim stratejileri” olarak belirttiği bu iki bileşeni öğretmenlerin “çok iyi bilmek” ile “iyi öğretebilmek” arasındaki çizgiyi ifade ettiğini çünkü Shulman'a (1987) göre öğretmenlerin yetileri sahip oldukları alan bilgilerini güçlü formlara dönüştürmeleri ile ilgilidir.

Shulman'nın (1986, 1987) öğretmenlerin sahip oldukları bilgileri belirlemeye yönelik yapmış olduğu çalışmaları, daha sonra yapılacak olan öğretmen eğitimi çalışmalarını bu bilginin kategorilerine ve alt bileşenlerine yönlendirmiştir. Ball, Thames ve Phelps'in (2008) yapmış olduğu çalışmada ise Shulman'nın (1986) öğretmenlerin sahip olması gereken alan bilgisi bileşenlerini geliştirmeyi amaçlamış ve alan bilgisini şekil 7 deki gibi gruplandırmıştır.



Şekil 7. Shulman(1986)'nın ve Ball, Thames ve Phelps'in (2008) bilgi kategorilerinin karşılaştırılması (Ball, Thaes ve Phelps, 2008.s.393)

Şekil 7 incelendiğinde Ball Thames ve Phelps (2008), Shulman(1986)'ın kategorilediği alan bilgisi olan konu alan bilgisini, genel alan bilgisi ve özel alan bilgisi olarak iki alt boyut olarak tanımlamıştır. Ball, Thames ve Phelps (2008), konu alan bilgisi, genel alan bilgisi ve özel alan bilgisini matematik eğitimi çerçevesinde şu şekilde tanımlamıştır.

- Konu alan bilgisi: kişinin matematik öğretebilmesi için sahip olması gereken matematik bilgisidir.
- Genel Alan Bilgisi: öğrencilerin yapmış oldukları hataların farkında olma ve bunları belirleyebilme, konu çerçevesinde kitaplarda yer alan tanımların uygun olup olmadığını fark edebilme, uygun ve doğru terimleri, kavramları ve notasyonları

seçebilme ve bunları kullanarak konuşma ve yazabilme gibi genel olarak iyi eğitim almış bir yetişkinde olması gereken matematiksel bilgi ve becerilerdir.

- Özel alan bilgisi: matematiksel işlemin arkasında yatan algoritma doğrultusunda açıklama yapabilecek düzeyde bir bilgiye sahip olan özel alan bilgisi iyi eğitilmiş bireylerden beklenenden daha fazlasını gerektiren, matematiği öğretebilecek düzeyde bir matematik bilgisidir.

Ball, Thames ve Phelps'e (2008) göre konu alan bilgisinin alt boyutlarından biri olan özel alan bilgisi, bir matematiksel görevin öğretiminde bazı beceriler gerektirmektedir. (s. 398)

- Matematiksel fikirlerin sunumu
- Bazı matematiksel temsillerin kullanımını içeren ifadeleri bilme ve tanıma, temsillerin içerdiği fikirlerle ya da farklı temsiller arasında ilişkiyi kurma
- Bir konunun öğrenilmiş veya öğrenilecek olan konular arasında bağlantı kurulması
- Ders kitaplarında yer alan içeriklerin incelenmesi, değerlendirilmesi ve uyarlanması
- Belirlenmiş olan görevlerin zorluk derecelerine göre daha kolay veya daha zor olacak biçimde değiştirme
- Niçin? Sorusunun yanıtlanması
- Konu doğrultusunda kullanıma uygun tanımları belirleyebilme ve bu tanımları daha da geliştirebilme
- Öğrencilerin bazı konular doğrultusunda ifade ettikleri iddialarının mantığını değerlendirme
- Orijinal ve kendine özgü matematik soruları oluşturabilme ve üretken sorular sorma
- Alan dili kullanımına yönelik matematiksel dili kullanımı ve niceliklerin matematiksel olarak kullanımına yönelik notasyonların kullanımı ve bu kullanımların eleştirilmesi
- Matematiksel durumlara uygun örnekler belirleme
- Matematiğe yönelik belirlenmiş olan amaçların ve hedeflerin açıklanması ayrıca belirli amaçlar doğrultusunda uygun temsilleri seçme
- Eşitliklerin incelenmesi

Özel alan bilgisinin gerektirdiği beceriler ve bu alt boyutun tanımı incelendiğinde görülmektedir ki özel alan bilgisinin arka planında etkili bir genel alan bilgisini varlığını zorunlu kılmakta ve pedagojik alan bilgisini desteklediği ifade edilebilir.

Ball, Thames ve Phelps (2008), alan bilgisinin pedagojik alan bilgisi boyutunu şu şekilde 3 alt kategoriye ayırmıştır:

- ✓ alana ilişkin öğrenci bilgisi,
- ✓ alan öğretimi bilgisi
- ✓ müfredat bilgisi

Ball, Thames ve Phelps (2008), pedagojik alan bilgisinin bir alt bileşeni olarak kabul ettiği müfredat bilgisini; Shulman (1987), PAB'ın bir alt bileşeni olarak kabul etmeyip bu bilgi boyutunu farklı bir kategoride değerlendirmiştir. Buradan şu söylenebilir ki müfredat, izlenecek ders doğrultusunda hangi konuların öğretileceğini, nasıl bir sıra izleneceği, ne kadar zamanda gerçekleşeceği yani kısacası içeriğin kapsamını ve sunuş şeklini etkilediğinden müfredat bilgisinin pedagojik alan bilgisinin içeriğin öğretilebilir yönlerini temsil eden alan bilgisinin özel bir biçimi (Shulman, 1986) ile ilişkili olduğu kabul edilirse, Ball, Thames ve Phelps'in (2008) pedagojik alan bilgisinin bir alt bileşeni olarak kabul ettiği müfredat bilgisinin pedagojik alan bilgisini etkileyeceği görülebilir ki bu da Ball, Thames ve Phelps'in (2008), doğru ve yerinde bir tespit yaptıkları söylenebilir.

Alanyazı incelendiğinde Skemp (1976), matematiksel alan bilgisini aşağıda belirtildiği gibi iki alt bileşene ayırmıştır.

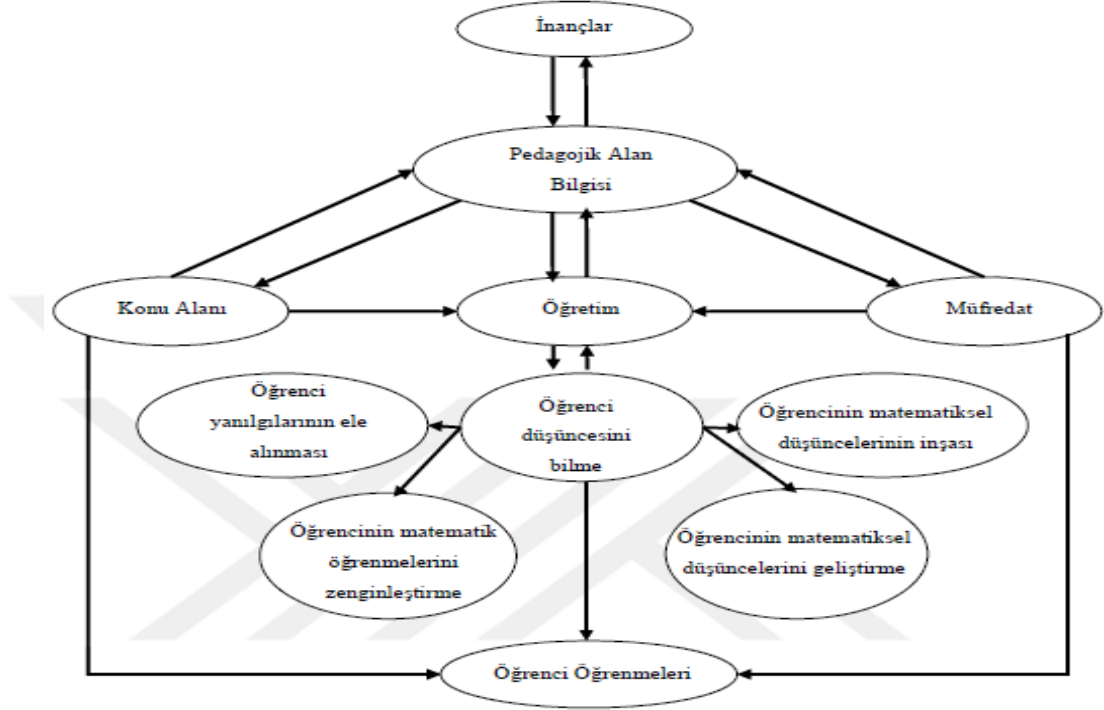
- ✓ kavramsal bilgi
- ✓ işlemsel bilgi

Matematiksel kavramlar ile bu kavramlar arasındaki geçişlere ve bunlar arasındaki ilişkileri içeren bilgi olan (Skemp, 1976); ayrıca matematiksel kuralların, kavramlar arasındaki ilişkilerin, genellemelerin ve matematiksel işlemlerin arka planında yer alan bilgi kavramsal bilgi olarak tanımlanırken (Kaya ve Keşan, 2012); işlemsel bilgi ise matematiksel yöntemlerin, kuralların ve algoritmaların bilgisi olarak tanımlanmaktadır (Skemp, 1976).

Ball, Lubienski ve Mewborn'un (2001) alan bilgisini matematik bilgisi ve matematiğe ilişkin bilgi olmak üzere iki farklı gruplandırma yapmışlardır. Ball, Lubienski ve Mewborn'un (2001) belirtmiş oldukları kategorilerden matematiksel bilgi, matematiksel işlemler ve bu işlemleri gerçekleştirirken altında yatan matematiksel anlamları içerir. Diğer kategori olan matematiğe ilişkin bilgi ise matematiğe yönelik temsilleri-gösterimleri ve matematiğin bir disiplin olarak bir değişime uğradığı ve ne şekilde geliştiğine yönelik bilgileri içermektedir (Ball ve diğ., 2001).

Bir bilgi kategorisi olarak ilk defa Shulman (1986) tarafından ortaya konulan pedagoji alan bilgisi daha sonra yapılacak olan çalışmalara ışık tutmuş ve bununla birlikte pedagojik alan bilgisinin ne olduğu ve bunun alt boyutlarını içeren farklı çalışmaların sayısı artmıştır (An, Kulm ve Wu, 2004; Baker ve Chick, 2006; Ball ve diğ., 2008; Rowland, Huckstep ve Thwaites, 2003; Rowland, 2005; Rowland, 2013; Tatto, Ingvarson, Schwille,

Peck, Senk ve Rowley, 2008). An, Kulm ve Wu (2004), pedagojik alan bilgisini alan bilgisi, müfredat bilgisi ve öğretim programı bilgisi olacak şekilde kategorilemiş ve pedagojik alan bilgisinin merkezine öğrenci düşüncesi bilgisini yerleştirmiştir.



Şekil 8. Matematik pedagojik alan bilgisi ağı (An, Kulm ve Wu, 2004, s.147)

An, Kulm ve Wu'nun (2004) Şekil 8' de yer alan matematik pedagojik alan bilgisi ağı incelendiğinde öğretmen inançlarının pedagojik alan bilgisi ile doğrudan etkileşimin olduğu, PAB ağına merkezinde öğrenci düşünce bilgisine yer verilerek öğretimi nasıl şekillendireceği ve öğrencilerin öğrenmelerini nasıl etkileyebileceği gibi birkaç önemli noktada diğer çalışmalardan farklılaşırken aynı zamanda öğretmenlerin sahip olduğu farklı eğitimsel inançları beraberinde farklı Pedagojik alan bilgisi nitelikleri ortaya çıkarmaktadır. An, Kulm ve Wu'ya (2004) göre öğrenci düşüncesi bilgisi merkezi bir konuma sahip olması ile PAB'nin bileşenlerini şekillendirmektedir.

Baker ve Chick (2006), matematik öğretmenlerinin PAB'ı sorgulamaya yönelik olarak kullanışlı bir çerçeve sunmayı amaçladıkları araştırmalarında PAB'ı, pedagojik alan bilgisi, alan bilgisi ve pedagoji bilgisi olacak şekilde 3 kategoriye ayırmışlardır. Baker ve Chick (2006), çalışmaları doğrultusunda alan ve pedagoji bilgisinin bileşimi olan pedagojik alan bilgisi, en doğrudan konu alanı dışında bilgi yönlerini içine alan pedagojik bağlamdaki alan bilgisi ve son olarak ele alınan en doğrudan pedagojiden çıkarılan bilgi yönlerini içeren bir konu bağlamındaki pedagoji bilgi olarak üç farklı kategori ele almışlardır.

Tablo 1

Matematik Pedagogik Alan Bilgisi İçin Kuramsal Çerçeve (Baker ve Chick,2006;s.61)

PAB kategorileri	Gösterge
Açıkça Pedagogik Alan Bilgisi	
Öğretim Stratejileri	Bir matematiksel kavramın öğretilmesi için kullanılan stratejiler, yaklaşımlar ve tartışmalar
Öğrenci Düşüncesi	Bir matematiksel kavram hakkında öğrencinin düşünme yollarının ya da anlama düzeyinin ele alınması ya da tartışılması
Öğrenci Yanılgıları	Bir kavrama ilişkin öğrenci yanılgılarının ele alınması ya da tartışılması
Görevlerin Bilişsel Talepleri	Bir görevin karmaşıklığını etkileyen yönlerin belirlenmesi
Kavramların Uygun Ve Detaylı Temsilleri	Bir kavramın örneklendirme ya da modelleme yollarının gösterilmesi ya da açıklanması
Kaynak Bilgisi	Öğretimi destekleyen mevcut kaynakların kullanımı
Müfredat Bilgisi	Konuların müfredat içerisinde nasıl yerleştirildiğinin ele alınması
İçerik Bilgisinin Amacı	Konuların müfredata nasıl dahil edildiği ya da dahil edilme nedenlerinin ele alınması
Bir Pedagogik Bağlamdaki Alan Bilgisi	
Temel Matematiğin Derin Anlayışı	Matematiğin belirli yönlerine derin kavramsal anlayış sergilenmesi
İçeriğin Anahtar Bileşenlerinin Çözümlemesi	Bir kavramın anlaşılması ve uygulanması için kritik matematiksel bileşenlerinin tanımlanması/belirlenmesi

• Matematiksel Yapı Ve Bağlantılar	Karşılıklı bağımlılık (interdependence) içeren kavramlar ve konular arasında bağlantılar kurma
• Süreç Bilgisi	Matematiksel problemleri çözme becerileri sergileme
• Çözüm Yöntemleri	Bir matematiksel probleminin çözüm yöntemlerini sergileme

Bir Konu Bağlamındaki Pedagojik Bilgi

• Öğrenme Hedefleri	Öğrencilerin öğrenme hedeflerini tanımlama
• Öğrenci Odağının /İlgisinin Kazanılması Ve Devam Ettirilmesi	Öğrencilerde merak uyandıran stratejilerin ele alınması
• Sınıf Teknikleri	Genel sınıf uygulamalarının ele alınması

Tablo1 incelendiğinde Baker ve Chick'in (2006), belirmiş olduğu pedagojik alan bilgisinin bileşenlerinin Ball, Thames ve Phelps (2008) ve Shulman'nın (1986) çalışmaları doğrultusunda belirttikleri pedagojik alan bilgisi bileşenleri açısından bazı farklılıklar bulunmaktadır. Ball, Thames ve Phelps müfredat bilgisini pedagojik alan bilgisinin bir alt bileşeni olarak ele alırken; Shulman bir öğretmenin sahip olması gereken müfredat bilgisini PAB'in alt bileşeni olarak ele almayıp farklı bir kategoride değerlendirirken Baker ve Chick ise müfredat bilgisini Ball, Thames ve Phelps gibi PAB'in bir alt bileşeni olarak değerlendirmiştir. Ball, Thames ve Phelps (2008), Shulman ile Baker ve Chick'in (2006) yapmış oldukları çalışmalarda da öğretim stratejileri bilgisi PAB'in birer alt bileşeni olarak yer almıştır. Shulman'ın PAB'in bir alt bileşeni olan öğrencileri anlama bilgisini, Ball, Thames ve Phelps'in alana ilişkin öğrenci bilgisi olarak; Baker ve Chick'in ise öğrenci düşüncesi ve öğrenci yanılgıları bilgisi olarak açıkça pedagojik alan bilgisindeki iki alt bileşende ele aldığı görülmektedir.

Fennema ve Franke (1992) öğretmenlerin, öğrenciye kazandırmayı istedikleri matematiksel bilgilerin öğretilmesinde öğretmenlerin sahip olması gereken matematiksel bilgi ve matematiksel sunumlar bilgisi olarak belirlemiş olduğu bileşenler matematiksel alan bilgisi ile bağlantılıyken, öğrenci bilgisi ve öğretim bilgisi olarak belirlenmiş olan bileşenlerin ise pedagojik alan bilgisi ile ilişkili olduğu söylenebilir. Fennema ve Franke'ye (1992) göre sınıfta öğrencinin ders içinde ve derse yönelik yapmış olduklarının büyük bir

önemi olduğu kadar bulunduğu öğrenme ortamı da büyük bir etkiye sahiptir çünkü öğrenme sınıf içinde meydana gelip tüm olayları kapsamaktadır ayrıca öğretmenin sahip olmuş olduğu inançları, bilgisi, yargıları ve düşünceleri de öğrenme ortamındaki plan ve hareketlerini etkilemektedir.

Uluslararası Eğitim Başarılarını Değerlendirme Birliği (IEA), ilkokul ve ortaokulda görev yapan matematik öğretmenlerinin eğitimlerine yönelik kuramsal bir çerçeve oluşturulmak istenmiştir. Bu kuramsal çerçevenin geliştirilmesinde, matematikte öğretmen eğitiminin geliştirilmesi çalışmaları (TEDS-M) kapsamında yapılmış olan bir araştırmanın sonucunda elde edilen verilerinden faydalanılmış ve aynı zamanda bu doğrultuda matematiksel alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisi olarak kabul edilen matematiği öğretme bilgisinin iki bilgi yapısı dikkate alınmıştır (Tatto ve diğ., 2008). IEA, öğretmenlerin eğitimine uyarlamış olduğu matematik alan bilgisi bileşenini 2007 yılının uluslararası matematik ve fen eğitimi araştırması (TIMSS) sınavının değerlendirmelerine göre ele almış ve bu doğrultuda iyi yetişmesini hedeflediğimiz donanımlı matematik öğretmenlerinin yetiştirilmesi yönelik geleceğin matematik öğretmenlerinin tablo 2’de gösterildiği gibi sayılar, cebir, geometri ve veri şeklinde belirtilmiş olan alt alanlara sahip olması gerekmektedir.

Tablo 2

Matematiksel alan bilgisinin alt alanları(Mullis ve diğerlerinden uyarlayan Tatto ve diğerleri,2008;s.36)

Sayılar	Cebir
✓ Pozitif tam sayılar	✓ Örüntüler
✓ Kesirler ve ondalık gösterimler	✓ Cebirsel ifadeler
✓ Sayı cümleleri	✓ Eşitlikler /formüller ve fonksiyonlar
✓ Örüntüler ve ilişkiler	✓ Hesaplama ve analiz
✓ Tam sayılar	✓ Lineer cebir ve soyut cebir
✓ Oran, orantı ve yüzdeler	
✓ İrasyonel sayılar	
✓ Sayı teorileri	
Geometri	Veri
✓ Geometrik şekiller	✓ Verilerin düzenlemesi ve temsil edilmesi
✓ Geometrik ölçüler	✓ Verilerin okunması ve yorumlanması
✓ Konum ve hareket	✓ Şans

IEA-TEDS-M(Tatto ve diğ., 2008)'in belirtmiş olduğu matematik alan bilgisinin alt alanları ile Matematik Öğretmenlerinin Ulusal Kongresi'nin [NCTM] (1989, 2000 ve 2004) matematik öğretiminde ifade etmiş olduğu sayılar, geometri, ölçme, cebir, veri ve olasılık olarak kabul edilmiş olan öğrenme alanları standartları ile hemen hemen aynı olduğu saptanırken, aynı zamanda bu sınıflandırmanın, Ball, Thames ve Phelps'in (2008) konu alan bilgisinin bir alt boyutu olan ve genel olarak iyi eğitim almış bir yetişkinde olması gereken matematiksel bilgi ve beceri olarak tanımlanmış olduğu genel konu alan bilgisi ile paralellik gösterdiği söylenebilir.

IEA-TEDS-M (Tatto ve diğ., 2008) matematik öğretmenlerinde pedagojik alan bilginin, matematiksel müfredat bilgisi, matematik öğretme ve öğrenme için planlama bilgisi ve matematiği etkileşimli olarak ortaya koyma bilgisi olarak belirtmiş olduğu 3 alt boyutun varlığından söz etmiştir. Tablo3'de bir matematik öğretmeninde bulunan pedagojik alan bilgisini 3 alt boyutuna göre gerekli olan eylemler gösterilmiştir.

Tablo 3

IEA-TEDS-M'in matematik pedagojik alan bilgisi için kuramsal çerçevesi(Tatto ve diğ.,2008;s.39)

Matematik PAB'nın Boyutları	Boyutlara İlişkin Eylemler
Matematiksel Müfredat Bilgisi	➤ Uygun öğrenme hedeflerinin oluşturulması ➤ Farklı değerlendirme biçimlerini bilme ➤ Müfredat içerisindeki ilişkileri görme ve olası yolları seçme ➤ Öğrenme programının anahtar fikirlerini belirleme ➤ Matematik müfredatını bilme
Matematik Öğretimi Ve Öğrenimi İçin Planlama Bilgisi	➤ Uygun aktivitelerin planlanması ve seçimi ➤ Değerlendirme biçimlerinin seçimi ➤ Yanılgılar içeren tipik öğrenci yanılgılarını tahmin etme ➤ Matematiksel fikirlerin temsili için uygun yöntemler planlama ➤ Didaktik yöntemler ve öğretim tasarımları arasında bağlantı kurma ➤ Matematiksel problemlerin çözümünde farklı yaklaşımları belirleme ➤ Matematik derslerinin planlanması

	➤ Öğrencilerin matematiksel çözümlerini ve tartışmalarını analiz etme/değerlendirme
Matematiği	
Etkileşimli	➤ Öğrenci sorularının kapsamını analiz etme
Olarak	➤ Yanılgılar içeren öğrenci yanıtlarını belirleme
Ortaya	➤ Matematiksel kavramları ve süreçleri açıklama/temsili etme
Koyma	➤ Verimli sorular üretme
Bilgisi	➤ Beklenmedik matematiksel sorunları karşılama
	➤ Uygun geri dönütler sağlama

IEA-TEDS-M (Tatto ve diğ., 2008) matematik öğretmenlerinin sahip olması gereken alt boyutlardan biri olan “matematiği etkileşimli olarak ortaya koyma bilgisi” nin önemli ve merkezinde yer almakta olan “öğretmenin öğretimsel müdahalelerde bulunma yeterliliği” görülürken aynı zamanda öğrenme-öğretme sürecinin amaçlanan hedeflere ulaşılması ve bu sürecin nitelikli olabilmesi doğrultusunda belirlenmiş olan öğretmen yeterliliklerine yönelik ölçütler şu şekilde belirtilmiştir: Oluşabilecek matematiksel sorunları karşılama, öğrenci çözümlerini değerlendirme, yanılgılar içeren öğrenci yanıtlarını belirleme, uygun geri dönütler sağlama, matematiksel kavramları açıklama ve temsil etme becerileri şeklindedir.

Baker ve Chick’in (2006) matematik öğretmenlerinin PAB’ını sorgulamaya yönelik olarak kullanışlı bir çerçeve sunmayı amaçladıkları çalışmaları, IEA-TEDS-M (Tatto ve diğ., 2008)’in pedagojik alan bilgisinin belirlemiş oldukları matematiksel müfredat bilgisi, matematik öğretme ve öğrenme için planlama bilgisi ve matematiği etkileşimli olarak ortaya koyma bilgisi boyutları gibi matematik eğitime özel geliştirmeyi hedefledikleri kuramsal çerçevelere benzer başka bir çalışma ise Baki (2010) tarafından geliştirilmiş ve geliştirilmiş olan bu kuramsal çerçeve pedagojik alan bilgisini alanı öğretme bilgisi olarak olarak ele alınmıştır. Baki (2010,s.24), alanı öğretme bilgisi boyutunun gerektirdiği becerileri şu şekilde sıralamıştır.

- ☐ Öğreteceği müfredatı bilme
- ☐ Müfredatın öğrenme alanlarını bilme ve ilişkilendirme
- ☐ Alt öğrenme alanlarının kazanımlarını bilme
- ☐ Öğrencinin nasıl anladığını bilme
- ☐ Öğrencinin konuya özgü mevcut işlemsel ve kavramsal bilgisini bilme
- ☐ Konuya özgü özel öğretim yöntemlerini bilme
- ☐ Konuya özgü materyal tasarlayabilme

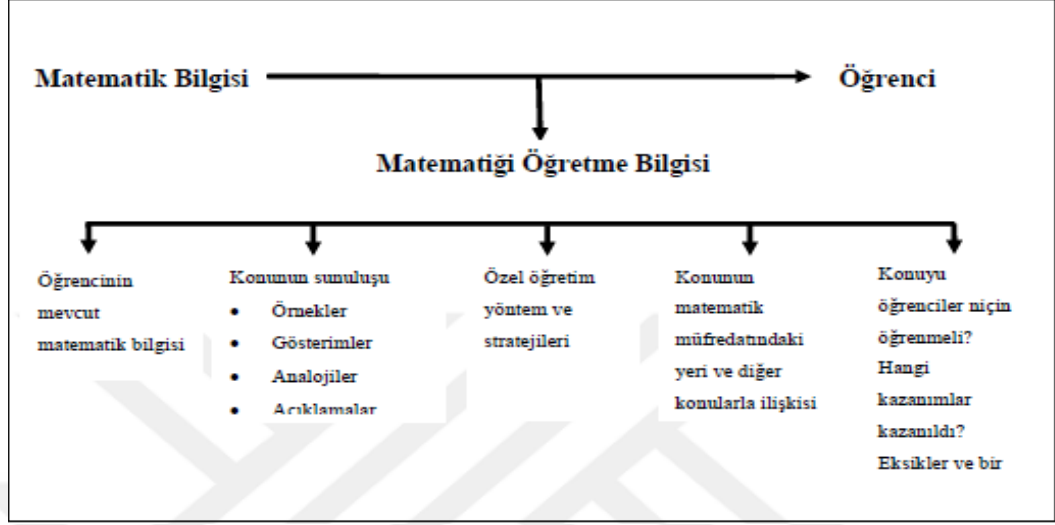
□ Konuya özgü öğrenme etkinliklerini düzenleyebilme

□ Öğrencinin öğrenmelerini ölçme ve değerlendirme

Baki'nin (2010), alanı öğretme bilgisi olarak belirlemiş olduğu becerilerden öğreteceği müfredatı bilme, müfredatın öğrenme alanlarını bilme ve ilişkilendirme, alt öğrenme alanlarının kazanımlarını belirleme olarak belirlemiş olduğu becerilerin PAB bileşenlerinden olan müfredat bilgisi ile ilgili olduğu belirtilebilir (An ve diğ, 2004; Baker ve Chick, 2006; Ball ve diğ, 2008; Tatto ve diğ, 2008). Bu becerilerden olan öğrencinin nasıl anladığını ve konuya özgü mevcut işlemsel ve kavramsal bilgisini bilme olarak belirtilen becerilerin pedagojik alan bilgisi bileşenlerinden öğrenciyi anlama bilgisi bileşenine yönlendirmektedir (An ve diğ., 2004; Baker ve Chick, 2006; Ball ve diğ., 2008; Shulman 1986). Alanyazın incelendiğinde pedagojik alan bilgisinin bir bileşeni olan öğretim bilgisine ilişkin bilgiler, konuya özgü özel öğretim yöntemlerini bilme, materyal tasarlayabilme, öğrenme etkinliklerini düzenleyebilme ve öğrenci öğrenmelerini ölçme ve değerlendirme becerileridir (An ve diğ., 2004; Baker ve Chick, 2006; Ball ve diğ., 2008; Shulman, 1986).

Bu çerçeveden hareket ederek matematik öğretimi bilgisinin bileşenlerini Şekil 9'daki gibi bir şema ile açıklamaya çalışan Baki (2010), belirtilmiş olan bileşenlerden planlama bilgisini oluşturduğu ve IAE-TEDS-M(Tatto ve diğ., 2008)'in belirtmiş oldukları Matematik pedagojik alan bilgisinin bir bileşeni olarak kabul edilen “Matematik Öğretimi ve Öğrenimi İçin Planlama Bilgisi” ile paralel olduğu belirtilebilir

Baki (2010) ve IAE-TEDSM(Tatto ve diğ., 2008)'in pedagojik alan bilgisinin bir bileşeni olarak değerlendirmiş oldukları planlama bilgisinin; sistematik ve bağlantılı bir matematik öğretimi gerçekleştirilmesi açısından ayrıca öğretmenlerin matematik öğretimini gerçekleştirecekleri sınıflarda o sınıfın sınıf düzeyine ve okul kültürüne göre öğretimi planlaması ve ayarlaması açısından büyük bir öneme sahiptir.



Şekil 9. Matematik öğretimi bilgisinin bileşenleri (Baki, 2010; s. 25)

Öğretmen adaylarının sahip oldukları matematik bilgilerinin çok ayrıntılı bir biçimde tanımlamak ve çözümleyebilmeyi amaçlayan bir kuramsal çerçeve tanımlamayı ve geliştirmeyi hedefleyen araştırmalar ve incelemeler yapan Rowland'a (2005) göre ise öğretmenlerin bu tür özelliklerini belirlemede en iyi şekilde öğretim yaparken belirlenebileceğini belirtmiştir. 2002-2004 yılları arasında ilk olarak Cambridge Üniversitesinde geliştirilmiş (Rowland, 2013) ve öğretmenlerin sahip oldukları matematik alan bilgileri ile pedagojik alan bilgilerinin birlikte değerlendirilmesine imkan veren bir çerçeve sunan “Dörtlü Bilgi Modeli” bir çok çalışmanın ve araştırmanın izlerini taşımaktadır. Dörtlü bilgi modeline göre bir öğretmende bulunması gereken temel bilgi, dönüşüm bilgisi, bağlantı kurma bilgisi ve beklenmeyen olaylar bilgisi olarak belirlenmiş 4 bilgi boyutuna sahip olması gerekmektedir (Rowland, Huckstep ve Thwaites, 2003). Bu belirlenmiş olan bilgi boyutları, Rowland, Huckstep ve Thwaites (2003) ve Rowland'ın (2005) çalışmaları incelendiğinde; öğretmen adaylarının sınıfta yapmaları gereken görevleri için eğitim aldıkları süreçte akademide kazanmış oldukları ve ilk kategori olan temel bilgiyi oluşturan bilgiler, görüşler ve düşünceler öğretmenlerin sahip oldukları pedagojik stratejilerine ve tercihleri konusunda bilgi vermektedir. Öğretime yönelik yapılan planlama ve öğretimin kendisi ile gösterilen eylem bilgisi ikinci boyut olarak ifade edilen dönüşüm bilgisini oluşturmaktadır bu nedenle sınıf içinde veya öğretime yönelik yapılacak çalışmalarda çocukların kavram oluşumuna, dil edinimine ve süreçlerin gösterilmesine yardımcı olabilmesi için doğru ve dikkatli örneklerin seçilmesi gerekmektedir. Üçüncü boyut olan ilişki kurma bilgisi işlenecek derse yönelik yapılacakların planlanması ve belirli bir şekilde sıralanması açısından karar vermeyi, bir önceki derslerin içeriği ile bağlantı

kurabilmek ve aynı zamanda öğrencilerin sahip oldukları bilgileri arasında bağlantı kurup ilişkilendirebilme, bazı düşüncelerin karmaşıklığını önceden öngörerek öğrencilerin anlayacağı bir sisteme dönüştürüp basamaklandırmayı ayrıca kavramların ve işlemlerin ilişkilendirilmesi gibi bir çok bağlantıyı içine alan bir boyut olarak kabul edilen bu bilgi boyutu ders bölümlerinin ve bir çok sıralı dersin planlanmasında ve öğretiminin gerçekleştirilmesindeki tutarlılıkla ilgilidir. Dörtlü bilgi modelinin son boyutu olarak kabul edilen beklenmeyen olaylar bilgisi ise planlanması mümkün olmayan olaylarla ilgili olup öğrencilerin sahip oldukları düşünceleri, fikirleri doğrultusunda yönlendirmeye hazırlıklı olabilmektir. Rowland'ın (2013) dörtlü bilgi boyutunun belirlenmiş olan temel bilgi, dönüşüm bilgisi, bağlantı kurma bilgisi ve beklenmeyen olaylar bilgisi olarak belirlenmiş kategorilerin göstergelerine yönelik sınıflandırması tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4

Dörtlü bilgi modelinin boyutlarına göre kodlamaları(Rawland,2013)

Bilgi Boyutları	kodlar
Temel Blgiler	▪ Amaçların farkında olma ▪ Ders kitabına uyum ▪ Süreçlere yoğunlaşma ▪ Hataları belirleme ▪ Konu bilgisinin açıkça sergilenmesi ▪ Pedagojinin teorik destekleri ▪ Matematiksel terminoloji kullanımı
Dönüşüm Bilgisi	▪ Örneklerin seçimi ▪ Temsillerin seçimi ▪ Öğretim materyallerin kullanımı ▪ Gösteri deneyleri
Bağlantı Kurma Bilgisi	▪ Karmaşıklık beklentisi ▪ Dizilimlere ilişkin kararlar ▪ Kavramsal uygunluğun tanımlanması ▪ İşlemler arasında bağlantılar kurma ▪ Kavramlar arasında bağlantılar kurma
Beklenemeyen Olaylar Bilgisi	▪ Belirlenen plandan sapma ▪ Öğrenci düşüncelerine karşılık verme ▪ Fırsatların kullanılması ▪ Öğretim sırasında öğretmen iç görüşü ▪ Araçların ve kaynakların erişilebilirliğini ya da erişilemezliğini yanıtlama

Dörtlü bilgi modeli, matematik bilgisi ve matematiği öğretme bilgisini aynı anda ele almakta bu durumda bu iki bilginin büyük bir öneme sahip olduğunu göstermektedir. Nitelikli bir matematik pedagojik alan bilgisine sahip olabilmek için aynı zamanda kuvvetli bir matematik konu alan bilgisine sahip olunması gerektiği fikrini doğurmaktadır. İyi bir matematik konu alan bilgisinin varlığı, pedagojik alan bilgisi için gerekli olduğu ancak yeterli kabul edilmediği söylenebilir. Dörtlü bilgi modelinin belirlenmiş olan boyutları incelendiğinde bu modelin matematik konu alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisinin iyi bir bileşimi olduğu sonucuna ulaşılabılır.

Pedagojik alan bilgisi kavramını ele alan asıl çalışmalar 1980’li yıllardan sonra yapılmaya başlanmıştır (Shulman, 1986). Elbaz (1983) kendi modelinde öğretmenin sahip olduğu pratik bilgisini sınıflandırmada 5 farklı kategori ele almış ve bu kategoriler alan bilgisi, öğretim bilgisi, öğretim programı bilgisi, bağlam bilgisi ve son olarak kişisel bilgi olarak belirlemiş ayrıca modeliyle öğretmen bilgisi kavramına yönelik literatürdeki ilk kuramsal model ve sınıflandırmayı ele almıştır. Genel olarak öğretmenin mesleki yeterliliklerinden pedagojik alan bilgisi ile matematik alan bilgisi arasında ilişkisinin incelendiği çalışmaların büyük bir kısmında konu alan bilgisi ile pedagojik alan bilgisi arasında sıkı ve anlamlı bir ilişkinin var olduğu sonucuna ulaşılmıştır (Even, 1993; Capraro, R.M., Capraro, M. M., Parker, Kulm ve Raulerson, 2005; Boz, 2004; Türnüklü, 2005). Konu alan bilgisi ile pedagojik alan bilgisi arasındaki kopukluğu, Shulman’ın (1986; 1987) ortaya atmış olduğu ve öğretmenlerin sahip olmasını hedeflediği konu alan bilgisi, pedagojik alan bilgisi ve öğretim programı bilgisi olarak belirlediği bileşenler ile gidermeye çalışmıştır. Bu bileşenlerden alan bilgisi, pedagojik alan bilgisinin temelini oluşturmaktadır (Ball, Thames ve Phelps, 2008). Çünkü Shulman’a (1987) göre pedagojik alan bilgisi olarak belirtilen bileşen, öğretmenlerin alan bilgilerine ve sahip oldukları bu alan bilgilerini öğrencilerin anlayabileceği bir biçime-şekle dönüştürmelerine bağlıdır.

2.5. Karma ve Vektörel Çarpım

Bu kısımda karma ve vektörel çarpımın analitik geometri bağlamında bilinmesi gereken alan bilgisi ele alınacaktır.

Vektörleri tanımlamak için iki yol vardır: Uzayda noktalara karşılık gelen bir koordinat sistemindeki noktaları veya büyüklük ve yönü olan nesneler. Vektörler genellikle büyüklük ve yöne sahip nesneler olarak örneğin; ötelemeler, yer değiştirmeler, hızlar, kuvvetler vb. kullanılır. Bu şekilde tanımlanan vektörlere serbest vektörler denir. Dolayısıyla bu tanımla bir vektör, paralel yönlendirilmiş doğru parçalarının sonsuz bir kümesidir.

Koordinat sisteminin başlangıcını tanımlayan ve konum vektörlerinin kullanılabilmesine olanak sağlayan özel bir vektör vardır ve bu vektör sıfır vektörüdür ayrıca R^n uzayında $\vec{0}=(0,0,0,\dots,0)$ şeklinde gösterilebilir. Sıfır vektörü sonsuz sayıda doğrultu ve yöne sahiptir ayrıca bu vektörün başlangıç ve bitim noktaları çakışıktır. Sabit bir başlangıç noktasına sahip olan vektöre konum vektörü ya da yer vektörü denir. Kartezyen sisteminde başlangıç $\vec{0} = (0, 0, 0, \dots, 0)$ noktasını bir A noktasına birleştiren $\vec{OA}$ vektörüne A noktasının konum vektörü denir. Matematikte noktalar ve uzaylar(mekan, yer, boşluk) temel soyut kavramlar olarak düşünülür ve bir koordinat sistemi kullanarak bir uzay modeli oluşturulur. Üç boyutlu bir koordinat sistemi, basitçe gerçek sayıların(x,y,z) sıralı üçlülerinin sonsuz bir kümesidir ve her nokta, noktanın koordinatları olarak adlandırılan bu sıralı üçlülerden birine karşılık gelir. Her serbest vektöre (veya öteleme için), o öteleme altında orijin ile ilişkili bir konum vektörü karşılık gelir. Böylece konum vektörü uzayda noktalar olarak tanımlanır ve hiçbir P konum vektörüne eşsiz(tek) bir $\vec{OP}$ vektörüne karşılık gelir.

Matematik, istatistik, mekanik gibi çeşitli bilim dallarında uzunluk, alan, hacim, yoğunluk, kütle, elektriksel yük gibi büyüklükler, cebirsel kurallara göre ifade edilirler. Bu tür çokluklara skaler büyüklükler denir. Hareket, hız, kuvvet vs. gibi hem yönü, hem doğrultusu, hem de büyüklüğü olan çokluklara vektörel büyüklükler denir. Bir $\vec{U}$ vektörünün uzunluğu vektör elemanlarının karelerinin toplamının kareköküdür ve $\|\vec{U}\|$ ile tanımlanır.

$\|\vec{U}\| = \sqrt{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \dots + U_n^2}$ Uzunluğu ya da salt değeri 1'e eşit olan vektörlere birim vektör denir. Bir $\vec{U}$ vektörü, $e = \frac{U}{\|\vec{U}\|}$ işlemi ile birim vektörüne dönüştürülebilir. Bir $\vec{U}$ vektörü,

birim vektör ve uzunluğu cinsinden yazılabilir. $\vec{U} = \|\vec{U}\|.e$

Üç boyutlu Kartezyen sistemde başlangıç(orijin) O(0,0,0) noktasının: (1,0,0), (0,1,0) ve (0,0,1) noktalarına birleştiren vektörlere sırasıyla OX, OY, OZ eksenlerinin birim vektörleri denir. i, j, k ile gösterilir. $i=(1,0,0)$, $j=(0,1,0)$, $k=(0,0,1)$ n boyutlu uzayının birim vektörleri de benzer biçimde tanımlanmaktadır.

$$e_1=(1,0,0,0,\dots,0)$$

$$e_2=(0,1,0,0,\dots,0)$$

$$e_3=(0,0,1,0,\dots,0)$$

.....

.....

.....

$e_n=(0,0,0,0,\dots,1)$ biçiminde ifade edilir.

Üç boyutlu uzaydaki herhangi bir $\vec{U}=(u_1, u_2, u_3)$ vektörü, i,j,k birim vektörlerinin doğrusal kombinasyonu olarak yazılabilir. $\vec{U}=u_1i+u_2j+u_3k$ bu ifadeye $\vec{U}$ vektörünün analitik gösterimi denir. n-boyutlu uzaydaki herhangi bir $\vec{U}=(u_1, u_2, u_3, \dots, u_n)$ konum vektörü $e_1, e_2, e_3, \dots, e_n$ birim vektörlerinin doğrusal kombinasyonu olarak yazılabilir. $\vec{U}=u_1.e_1+u_2.e_2+u_3.e_3+\dots+u_n.e_n$ bu ifadeye $\vec{U}$ konum vektörünün analitik gösterimi denir.

2.5.1. İki Vektörün Skaler Çarpımı

Uzayda $\vec{a}=(a_1, a_2, a_3)$ ve $\vec{b}=(b_1, b_2, b_3)$ gibi iki vektörün skaler çarpımı $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1.b_1 + a_2.b_2 + a_3.b_3$ şeklinde tanımlanır. Bu tanıma göre, iki vektörün skaler çarpımında bir gerçektek sayı elde edilir.

Skaler çarpımın özellikleri

- $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ (değişme özellikleri)
- $\vec{a} \cdot \vec{a} \geq 0$ ancak ve ancak $\vec{a} = \vec{0}$ (pozitif tanımlılık)
- $k.(\vec{a} \cdot \vec{b}) = (k.\vec{a}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot (k.\vec{b})$ $k \in \mathbb{R}$
- $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$ (dağılma özelliği)

Skaler çarpım ile ilgili sonuçlar

- Bir $\vec{a}$ vektörünün normu; $|\vec{a}| = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}} = \sqrt{(a_1, a_2, a_3) \cdot (a_1, a_2, a_3)}$
 $\sqrt{a_1.a_1 + a_2.a_2 + a_3.a_3} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$ şeklinde. Skaler çarpımda tanımlanır.
- $\vec{a}$ ve $\vec{b}$ gibi iki vektör arasındaki küçük açı θ ise $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \theta$ ve $0 \leq \theta \leq \pi$ olduğundan $\vec{a} \cdot \vec{b} \leq |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ 'dır
- İki vektör arasındaki açı $\frac{\pi}{2}$ ise bu vektörler birbirine diktir denir ve $\vec{a} \perp \vec{b}$ şeklinde gösterilir. Sıfırdan farklı $\vec{a}$ ve $\vec{b}$ vektörleri için;
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ise $\vec{a} \perp \vec{b}$ 'dir.

Skaler çarpım literatürde nokta çarpımı veya içi çarpım olarak da adlandırılmaktadır.

$$\vec{U} \cdot \vec{V} = \|\vec{U}\| \cdot \|\vec{V}\| \cdot \cos \theta$$

- Bir vektörün kendisine izdüşümü, büyüklüğünü değiştirmeden bıraktığı için herhangi bir vektörün kendisi ile iç çarpımı, vektörün büyüklüğünün karesidir.

$$\vec{U} \cdot \vec{U} = \|\vec{U}\| \cdot \|\vec{U}\| \cdot \cos \theta = \|\vec{U}\|^2$$

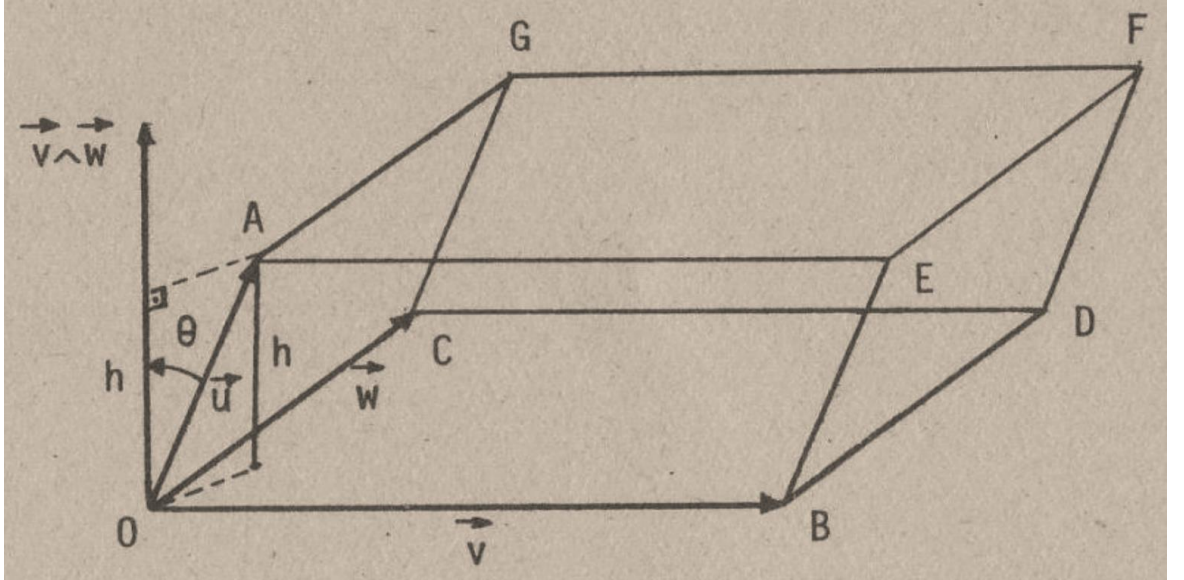
- ❖ $\vec{U}(\vec{V} + \vec{W}) = \vec{U} \cdot \vec{V} + \vec{U} \cdot \vec{W}$
- ❖ $\vec{U} \cdot \vec{V} = \vec{V} \cdot \vec{U}$
- ❖ $a(\vec{U} \cdot \vec{V}) = (\vec{U} \cdot \vec{V}) \cdot \vec{U} = \vec{U} \cdot (\vec{U} \cdot \vec{V})$
- ❖ $\vec{U} \perp \vec{V}$ için gerek ve yeterli koşul $\vec{U} \cdot \vec{V} = 0$
- ❖ $\|\vec{U}\| = 1$ ise $\vec{U} \cdot \vec{U} = 1$
- ❖ $\vec{U} \cdot \vec{U} = \vec{U}^2$, $(\sqrt{\vec{U}^2} = \|\vec{U}\|)$

2.5.2. Karma Çarpım

$\vec{U}, \vec{V}, \vec{W} \in \mathbb{R}^3$, aynı düzlemde bulunmayan üç vektör olmak üzere, uzayda herhangi $\vec{U}, \vec{V}, \vec{W}$ vektörleri verildiğinde, $\vec{U}$ vektörü ile $\vec{V} \wedge \vec{W}$ veya $(\vec{V} \times \vec{W})$ vektörünün skaler çarpımı olan $\vec{U} \cdot (\vec{V} \wedge \vec{W})$ gerçekte sayısına $\vec{U}, \vec{V}, \vec{W}$ vektörlerinin karma çarpımı denir.

$$\vec{U} \cdot (\vec{V} \wedge \vec{W}) \quad \text{determinant tanımı ile} \quad (\vec{U}, \vec{V}, \vec{W}) = \vec{U} \cdot (\vec{V} \wedge \vec{W}) = \begin{vmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \\ w_1 & w_2 & w_3 \end{vmatrix}$$

biçiminde tanımlanan işleme karma çarpım denir. Karma çarpım sonucu daima bir skalerdir. $\vec{U}$ ve $\vec{V} \times \vec{W}$ birer vektör olduğundan bu vektörlerin nokta(iç) çarpımı bir skaler tanımlar.



Şekil 11. Karma çarpımın geometrik yorumu

Şekil 11'de gösterildiği gibi karma çarpımın büyüklüğü, bu çarpımın geometrik anlamını ortaya çıkarmaktadır. $\vec{U}, \vec{V}, \vec{W}$ vektörleri üzerine kurulan paralel yüzün hacmi

$|\vec{U}(\vec{V} \wedge \vec{W})|$ e eşittir. Ve $|\vec{U}(\vec{V} \wedge \vec{W})| = |\vec{U}| \cdot |(\vec{V} \wedge \vec{W})| \cdot \cos \theta$ formülü ile bu hacim hesaplanır.

Karma çarpımın özellikleri

$$\vec{U}, \vec{V}, \vec{W} = (\vec{V}, \vec{W}, \vec{U}) = (\vec{W}, \vec{U}, \vec{V})$$

$$(\vec{U}, \vec{V}, \vec{W}) = (a + k \cdot \vec{V}, \vec{V}, \vec{W}) = (\vec{U}, \vec{V} + l \cdot \vec{W}, \vec{W}) ; k, l \in \mathbb{R}$$

$$(k \cdot \vec{U}, l \cdot \vec{V}, m \cdot \vec{W}) = (k \cdot l \cdot m) \cdot (\vec{U}, \vec{V}, \vec{W}) ; k, l, m \in \mathbb{R}$$

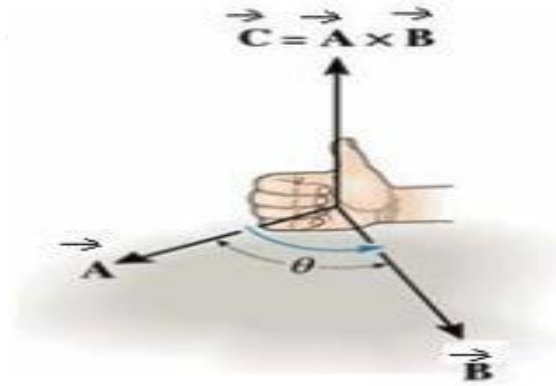
$$(\vec{U}, \vec{U}, \vec{V}) = (\vec{U}, \vec{V}, \vec{V}) = (\vec{U}, \vec{W}, \vec{W}) = 0$$

$$(\vec{U} + \vec{V}, \vec{W}, \vec{Z}) = (\vec{U}, \vec{W}, \vec{Z}) + (\vec{V}, \vec{W}, \vec{Z})$$

Lagrange Özdeşliği: $\vec{U}, \vec{V}, \vec{W}, \vec{Z} \in \mathbb{R}^3$ uzayında $(\vec{U} \times \vec{V}) \cdot (\vec{W} \times \vec{Z}) = (\vec{U} \cdot \vec{W}) \cdot (\vec{V} \cdot \vec{Z}) - (\vec{U} \cdot \vec{Z}) \cdot (\vec{V} \cdot \vec{W})$ eşitliği sağlanır.

2.5.3. Vektörel Çarpım

İki vektörün birbirleriyle çarpılması sonucunda bu iki vektöre dik bir vektör türeten işleme vektörel çarpım denir. Literatürde çarpa çarpım ya da dış çarpım olarak da bilinmektedir. Aşağıdaki biçimlerde tanımlanır.



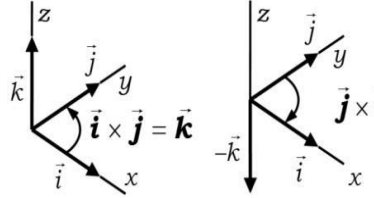
Şekil 12. Sağ el kuralı olarak adlandırılan kural ile vektörel çarpımın yönünü ve vektörü tayin etme

$\|\vec{C}\| = \|\vec{A} \wedge \vec{B}\| = \|\vec{A}\| \cdot \|\vec{B}\| \cdot \sin \theta$ Analitik olarak tanıma geçmeden önce birim vektörlerin vektörel çarpımlarının eşitlerini bilmek gerekir. Bunun için sağ el kuralı olarak adlandırılan kural ile vektörel çarpımın yönü tayin edilebilir. Bu kurala göre saat yönünün tersi pozitif “+” yön olarak seçildikten sonra, Şekil12’de gösterildiği gibi

1. 4 parmağımız ilk vektörün (çarpma ilk sırada girecek olan vektörün) yönünü gösterecek şekilde sağ el düz olarak birinci vektörün üzerine konulur.

2. Elimiz hala düz iken, avucumuzun içi ile iki vektör arasındaki küçük açı taranır.
3. Dört parmağımıza dik tuttuğumuz baş parmağımız sonuç vektörünün yönünü verir.

$$\vec{U} = (u_1, u_2, u_3) = u_1 \cdot \vec{i} + u_2 \cdot \vec{j} + u_3 \cdot \vec{k} \quad \text{ve} \quad \vec{V} = (v_1, v_2, v_3) = v_1 \cdot \vec{i} + v_2 \cdot \vec{j} + v_3 \cdot \vec{k}$$



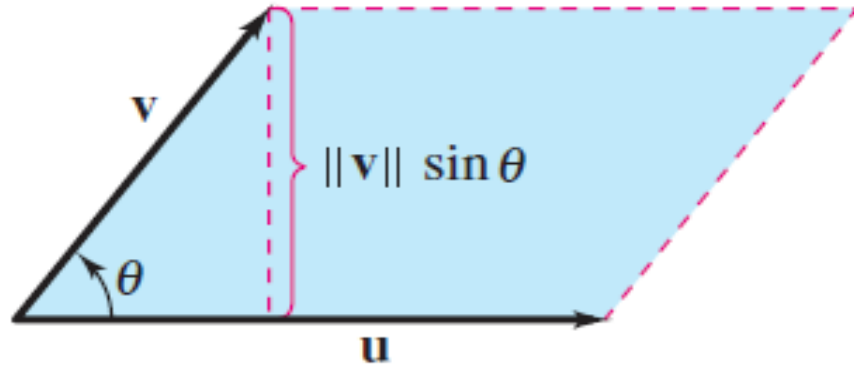
$\vec{i} \times \vec{i} = \vec{0}$	$\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$	$\vec{i} \times \vec{k} = -\vec{j}$
$\vec{j} \times \vec{i} = -\vec{k}$	$\vec{j} \times \vec{j} = \vec{0}$	$\vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}$
$\vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}$	$\vec{k} \times \vec{j} = -\vec{i}$	$\vec{k} \times \vec{k} = \vec{0}$

$$\begin{aligned} \vec{U} \times \vec{V} &= (u_2 \cdot v_3 - u_3 \cdot v_2) \vec{i} - (u_1 \cdot v_3 - u_3 \cdot v_1) \vec{j} + (u_1 \cdot v_2 - u_2 \cdot v_1) \vec{k} \\ &= (u_2 \cdot v_3 - u_3 \cdot v_2, u_1 \cdot v_3 - u_3 \cdot v_1, u_1 \cdot v_2 - u_2 \cdot v_1) \end{aligned}$$

Biçiminde yazılabilir. İki vektörün vektörel çarpımı sonucunda başka bir vektör elde edilir . Bu çarpım determinantlar kullanılarak aşağıdaki şekilde yapılabilir.

$$\vec{U} \times \vec{V} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$$

Vektörel çarpımın en önemli geometrik anlamlarından birisi; $\vec{U} \wedge \vec{V}$ çarpımının uzunluğu yani $|\vec{U} \wedge \vec{V}|$ değeri, $\vec{U}$ ve $\vec{V}$ vektörleri ile oluşan paralel kenarın alanına eşittir. Şekil 13'te paralel kenarın yüksekliği $|\vec{V}| \cdot \sin \theta$ taban uzunluğu ise $|\vec{U}|$ olup paralel kenarın alanı $A = |\vec{V}| \cdot |\vec{U}| \cdot \sin \theta = |\vec{U} \wedge \vec{V}|$ olur.



Şekil 13. Vektörel çarpımın geometrik anlamı

Vektörel çarpımın özellikleri

$$\vec{U}, \vec{V}, \vec{W} \in \mathbb{R}^3, \text{ ve } c \in \mathbb{R} \text{ olmak üzere}$$

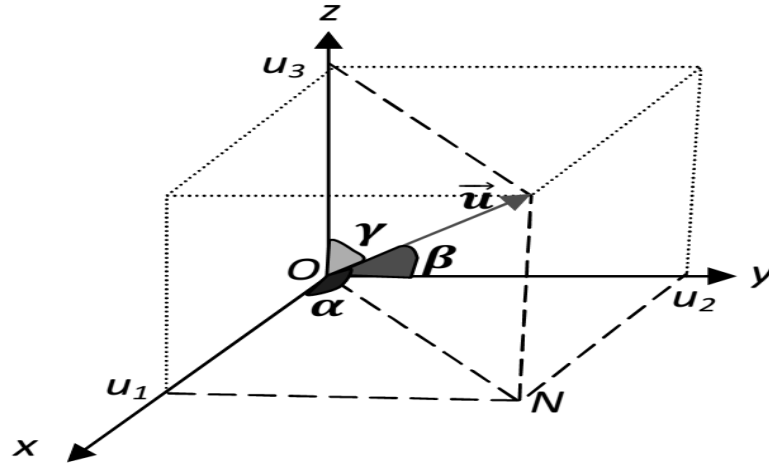
- ✓ $(\vec{U} \wedge (\vec{V} + \vec{W})) = (\vec{U} \wedge \vec{V} + \vec{U} \wedge \vec{W})$
- ✓ $\vec{U} \wedge \vec{V} \neq \vec{V} \wedge \vec{U}$ fakat $\vec{U} \wedge \vec{V} = -\vec{V} \wedge \vec{U}$
- ✓ $c \cdot (\vec{U} \wedge \vec{V}) = \vec{U} \wedge c \cdot \vec{V} = c \cdot (\vec{U} \wedge \vec{V})$ $c \in \mathbb{R}$

- ✓ $\vec{U} \wedge \vec{0} = \vec{0} \wedge \vec{U} = \vec{0}$
- ✓ $\vec{U} \wedge \vec{U} = \vec{0}$
- ✓ $\vec{U} \cdot (\vec{V} \wedge \vec{W}) = (\vec{U} \wedge \vec{V}) \cdot \vec{W}$
- ✓ $\vec{U} \wedge \vec{V}$ sonucunda elde edilen yeni vektör hem $\vec{U}$ hem de $\vec{V}$ 'ye diktir.

2.5.4. Vektörlerin Doğrultu Açıları Ve Doğrultman Kosinüsleri

R^n uzayında herhangi bir vektörün doğrultusu koordinat eksenlerinin pozitif yönde yaptığı açılarının kosinüsleri verilerek belirlenebilir. Bir $\vec{u}$ vektörünün koordinat eksenleriyle yaptıkları açılara doğrultu açıları, bu açıların kosinüslerine de doğrultman kosinüsleri denir.

R^3 uzayında $\vec{U} = (u_1, u_2, u_3)$ koordinat eksenleriyle pozitif yönde yaptığı açılar sırasıyla α, β, γ olsun. $\vec{U}$ vektörünün doğrultman kosinüsleri aşağıdaki gibi belirlenebilir. X,Y,Z koordinatlarının doğrultu vektörleri sırasıyla $e_1=(1,0,0)$, $e_2 = (0,1,0)$, $e_3=(0,0,1)$ ile veririz.



Şekil 14. $\vec{U}$ vektörünün doğrultman kosinüsleri

$$\langle \vec{U}, e_1 \rangle = \vec{U} \cdot e_1 \cdot \cos \alpha \text{ ise } u_1 = |\vec{U}| \cdot \cos \alpha \text{ ise } \cos \alpha = \frac{u_1}{|\vec{U}|}$$

$$\langle \vec{U}, e_2 \rangle = \vec{U} \cdot e_2 \cdot \cos \beta \text{ ise } u_2 = |\vec{U}| \cdot \cos \beta \text{ ise } \cos \beta = \frac{u_2}{|\vec{U}|}$$

$$\langle \vec{U}, \vec{e}_3 \rangle = \vec{U} \cdot \vec{e}_3 \cdot \cos \gamma \text{ ise } u_3 = |\vec{U}| \cdot \cos \gamma \text{ ise } \cos \gamma = \frac{u_3}{|\vec{U}|} \text{ elde edilir.}$$

R^n uzayında koordinat eksenlerinin doğrultu vektörleri olarak, $\vec{e}_1=(1,0,0,0,\dots,0)$, $\vec{e}_2=(0,1,0,0,\dots,0)$, $\vec{e}_3=(0,0,1,0,\dots,0),\dots, \vec{e}_n=(0,0,0,0,\dots,1)$ alınabilir buna göre; $\cos \theta_i = \frac{\langle \vec{U}, \vec{e}_i \rangle}{|\vec{U}| \cdot |\vec{e}_i|} = \frac{\vec{U}_i}{|\vec{U}|}$ elde edilir.

2.6. Matematik Öğretimi

Evrensel bir dil ve düşünme biçimi olan matematiğin, bireylerin günlük ve mesleki yaşamında gerekli olan çözümleme, muhakeme etme, iletişim kurabilme, genellemelerde bulunabilme, karşılaşmış olduğu problemlere akılcı çözümler üretebilme gibi bir çok üst düzey davranışların harekete geçirilmesinde etkili olduğu söylenebilir. Güven'e (1990:40) göre matematik, yeni bilgilerin kazanılmasında, bu yeni kazanılan bilgilerin açıklanması ve irdelenmesinde ve sonraki nesillere taşınmasında sağlam ve güvenilir bir araç olduğu gibi aynı zamanda insan, toplum ve teknoloji için vazgeçilmesi mümkün olmayan güvenilir bir araçtır.

Matematikçilerin gözünde bizi doğru ve kesin bilgiye ulaştıran bir disiplin olan matematik kavramı Yıldırım'a (2010) göre soyut kavramlar olarak bilinen sayı, nokta, düzlem, fonksiyon gibi somut olmayan kavramlara yönelik özellikleri belirleme, bunları ortaya çıkarma ve bu gibi kavramların mantıksal açıdan kanıtlama bilimi olarak ifade ederken benzer şekilde Tepedelenlioğlu (2010) matematiğin insanların nesnel gerçekliği daha iyi anlaması ve kavraması ve bunu gerçekleştirebilmek için soyutladığı kavramlar ile bu soyut kavramların birbiri ile olan ilişkileri ile uğraştığını bu süreçte mantığı yöntem olarak kullanırken aynı zamanda kullanılan formüller ve simgelerin yalnızca bir araç olduğu savunur, Altun (2004) toplumlar ve bireyler için vazgeçilmesi mümkün olmayan bir disiplin olan matematik, dedüktif akıl yürütme yöntemi olarak da bilinen tümdengelim yöntemiyle düşünceyi işleterek sayılar, şekiller gibi somut olmayan varlıklara yönelik özellikler ve bu soyut varlıklar arasında kurulan bağlantıları inceleyen bilimlerden oluşan bir grup olarak tanımlamıştır. Farklı bir tanımda ise matematiğin sayı ve uzay bilimi, tüm var olan olası örüntülerin incelenmesi, aritmetik, cebir, geometri gibi sayı ve ölçüyü temel alan niceliklerin özelliklerini inceleyen bilimlerin ortak adı olduğu söylenmektedir (Altun, 2001). Baykul ve Aşkar (1987) bireylerin mantıklı düşüncelerini, yaşamış oldukları dünyayı anlamalarını ve bulundukları çevreyi geliştirmelerini sağlayan, bazı sembolleri içinde barındıran bir dil ve aynı zamanda günlük hayattaki problemlerin çözümüne yardımcı olan sayma, hesaplama, ölçme ve çizme işlemini içeren bir sistem olarak matematiği

tanımlamaktadır (Alakoç, 2003). Eğitimin etkilendiği birçok bilimden biri olan matematik, dil, din ırk ve ulus farkı gözetmeden uygarlıktan uygarlığa zenginleşerek taşınan, sağlam, kullanışlı ve evrensel bir dildir (Karacay, 1985:15).

Matematiği öğrenme ve öğretme sürecindeki çalışmaları kapsamakta olan matematik eğitimi, bireylerin bulundukları fiziksel dünyayı anlamayı gerçekleştirecek geniş düzeyde bir bilgi ve beceri kazandırmakta aynı zamanda bireylerin farklı deneyimleri analiz edebilecekleri, bunları açıklayabilecekleri, bu yönde tahminlerde bulunabilecekleri aynı zamanda problem çözebilecekleri bir dil ve sistematik kazandırır (Günhan, 2006;12). Ayrıca matematik eğitimi, bireylerde yaratıcı düşünmeyi, akıl yürütme becerisinin geliştirilmesini ve hızlandırılması işlevi görmektedir (İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı, 2005).

Herhangi bir bedensel hareketin gerçekleştirilmesinde biyolojik olarak belli bir olgunluğa ulaşılması gerektiği gibi insan zihni tarafından yaratılmış olan soyut kavramlar olan matematiksel kavramlarında aynı şekilde birey tarafından kazanılması içinde belli zihinsel olgunluğa ulaşılması gerekmektedir bu nedenle bütün çocuklarda bir kavramın kazandırılması aynı zamanda gerçekleşmeyebilir ayrıca aynı yaş gurubunda olsalar dahi zihinsel gelişimlik seviyeleri açısından farklı durumlarla karşılaşılabilir (Altun, 2008)

İşlemsel ve kavramsal bilgi türlerini birbirinden ayrılması mümkün değildir ancak bu iki bilgi türünü de karakterize edecek öğrenme ürünlerinin olduğu söylenebilir (Baki, 2006). Nitelikli bir matematik eğitiminin gerçekleşmesinde bilginin kavramsal ya da işlemsel olup olmadığının ayırt edilebilmesi etkilidir. işlemsel bilgi de rutin matematiksel problemlerde kullanılan kural ve işlemler yer alırken bu iki bilgi türlerinden olan kavramsal bilgide ise anlam önemli görülmekte ve işlemsel bilginin kazandırılmasında etkili olduğu bu nedenle matematik öğrenmek için bu iki bilgi türüne de ihtiyaç duyulmaktadır. Var olan yeni bilgilerin eski bilgilerle ilişkilendirilme derecesi olarak tanımlanan anlamada bireylerin anlama düzeyleri birbirinden farklı olabilmekte bunun nedenlerinden birinin ise bireylerin sahip olmuş oldukları bilgi yapılarının farklı olmasından kaynaklanmaktadır. Belli kavramlar ve bu kavramlar arasındaki ilişkiler zamanla kurulmakta ve bu kavramların birbirinden farklı anlamları olabileceği gibi aynı zamanda diğer kavramlarla arasındaki ilişkileri birbirine bağladığında ilişkisel öğrenme gerçekleşmektedir. Günlük yaşamımızda öğrenmiş olduğumuz öğrenmelerde dahil öğrenmiş olduğumuz tüm kavramlar arasında ilişki kurulması gerekli ve önemlidir çünkü bu şekilde ilişkisel öğrenmenin önemini farkında olan eğitimciler nitelikli öğrenmenin gerçekleştirilmesi yönünde çalışmakta ve niteliğini arttırma çabası içerisindeyler. Sulak (1999) “Matematik disiplini içinde yer alan her kavramın ve düşüncenin birbiri ile bağlantılı olduğu ve içinde yer alan konuların bir bütünün parçaları

işlevi gördüğü bu nedenle ön şart konumunda yer alan konuların öğretimi gerçekleşmediği sürece yeni konuların öğretilmesi mümkün görülmemekte ve ayrıca neden ve niçinler ile öğrenilmeyen konular sadece ezberlenmeye çalışılan bilgilerden başka bir şey değildir” şeklinde tanımlamıştır. Yani matematiğin kendi içinde yer alan konuları arasında aşamalılık olduğu önceki öğrenmelerin eksik veya yanlış öğrenilmiş olması bir sonraki konunun öğrenilmesini ve anlaşılabilirliğini engelleyecektir bu şekilde yeni bilişsel beceriler kazanılması mümkün olmayacaktır. Benzer şekilde Aksu (1985:52) matematiğin bir disiplin, bilgi alanı, iletişim aracı, bir düşünme biçimi, ardışık ve yığılmalı olduğunu birbiri üzerine kurulu olduğunu ifade etmiştir.

Gerek aynı düzeyde gerekse farklı düzeylerde yer alan eğitim kurumlarında matematiğin göz ardı edilemeyecek bir boyutta önemli ve gerekli olduğu fikri yerini almıştır çünkü insanların ortak iletişim aracı olduğu gibi aynı zamanda bireyleri etkileyen basit olaylardan evrenin yapısına kadar giden düşüncelerin tamamında bu kavramın etkisi görülmektedir (Çoban, 2002). Teknolojinin ilerlemesi beraberinde bilgi toplumunda daha fazla matematik bilen insan ihtiyacını ortaya çıkarmakta ve bu da doğal olarak matematiksel düşünme becerisine sahip insan yetiştirilmesi gerektiği fikrini akıllara getirmekte, dolayısıyla okullarda eğitim gören öğrencilerinde matematik dersinde başarılı olmaları ve belli bir seviyeye ulaşmaları için hangi faktörlerin öğrencilerin matematik öğrenmelerinde etkili olduğu sorusuna cevap arayabilmek için eğitimciler ve psikologlar araştırmalarını sürdürmüşlerdir (Wang, Haertel ve Walberg, 1990). Etkili bir matematik öğretiminin gerçekleştirilmesinde öğrencinin öğrenme işine aktif katılmalıdır bunun için ise öğrenme-öğretme sürecinde öğrencinin merkezi konumda olduğu öğretim yöntem ve tekniklerinin kullanılması gerektiği fikrini akıllara getirmekte (Tanışlı ve Sağlam, 2006) ve aynı zamanda matematiğin yapısına uygun nitelikli ve etkili bir matematik öğretiminin gerçekleştirilmesinde öğrencilerin matematiğin içerisinde yer alan matematiksel kavramları anlamaları, matematiksel işlemleri anlamaları ve bu kavramlar ile işlemler arasındaki ilişkilerin kurulmasına yardımcı olmak gibi farklı amaçlara yönelik olmalıdır (Van de Vella, 2004).

Günlük hayatın bir parçası olan matematik bireylere doğru düşünmenin kurallarını öğrettiği gibi aynı zamanda düşünceler ile soyut olmayan kavramlar arasında da ilişki kurarak insan zekasını geliştirmektedir. Bireylerin düşünmelerini ve akıl yürütmelerinin gelişimini sağlayan matematiksel düşünme, tahminlerde bulunma, genellemelere ulaşma, soyutlama, karşılaştırma ve ispatlama ile yeni bilgi ve kavramlara ulaşıldığı zaman var olan diğer düşünme ve değerlendirmelerden farklılaşmaktadır. Matematiğin temel bileşenleri

arasındaki ilişkinin ortaya çıkarılmasında ve aynı zamanda anlaşılabilirliğinin kolaylaştırılmasında etkili olan matematiksel ispat; soyutlama, ilişkilendirme, akıl yürütme ve genelleme gibi var olan zihinsel süreçleri içerdiğinden bu süreçler sonucunda bireyin matematiksel bilgiler arasında bağlantı kurması sağlanarak özümsemesi amaçlanır. Zihinsel süreçlerin etkili olduğu özümsemeyi yapabilmek için matematiksel akıl yürütme olarak bilinen matematiksel muhakeme kullanılır bu sayede elde edilen sonuçların tutarlı ve mantıklı olması sağlanmış olur ve sonuç olarak matematiğin merkezi konumunda yer alan ispat matematiğin önemli bir bölümünü oluşturur (Padula, 2006).

2.7. Geometri Öğretimi

Dünyanın ölçümü anlamına gelen geometri ilk zamanlarda düzlemde ve uzayda var olan şekilleri ele aldığı aynı zamanda Herodot'un(M.Ö.450), geometri kavramının başlangıç noktasının Mısır olduğu bu nedenle bu sözcüğün mısır kökenli olduğunu ifade etmiştir. Geometri sözcüğünün kullanımı Eflatun, Aristo ve Thales'e kadar uzandığı bilinmektedir. Temelleri milattan önceki yıllara kadar uzanan geometri uzun bir süre boyunca Öklid geometrisi olarak ifade edilmiştir. Bilimin ilerlemesi beraberinde geometrinin genişlemesine ve beraberinde farklı dallarının ortaya çıkmasını sağlasa da halen okul programlarında Öklid geometrisi ağırlıkta okutulmaktadır. Geometrinin kendini geliştirdiği bu süre zarfında kendini yenilemiş ve içeriğini zenginleştirerek Öklid geometri olarak ifade edilmenin ötesine geçmiştir (MEB, 2010). Günümüzde adını sıklıkla duyduğumuz Euclit geometrisinin temelini oluşturan noktanın hareketinden doğru elde edildiği ve doğrunun, Eflatuncular tarafından ensiz uzunluk ile ifade edildiği bilinmektedir. Doğrunun hareketiyle yüzey, yüzeyin hareketiyle de hacim kavramının elde edildiği daha sonraları ise doğru, yarı doğru, doğru parçası, yüzey, düzlemsel yüzey, açı, çember, daire, çap, yarı çap, paralel doğrular ile dik doğrular gibi birçok geometrik kavramlar geometride yerini almıştır (Dönmez, 2002). Mühendisler, mimarlar, iç mimarlar, peyzajcılar vs. gibi bir çok meslek elemanlarının uğraş alanlarının geometrik şekiller, biçim ve desen olduğu söylenebilir.

Ticaretin başlaması ve vergilendirme sistemi, matematiksel hesaplamaların gerekliliğini ortaya koyarken beraberinde de cebirin ilerlemesini sağlamış benzer şekilde bir yüzeyi fonksiyonel ve estetik bir biçimde parçalara ayırma gereksinimi ise geometrinin gelişimine yardım olmuştur (Olkun ve Yeşildere, 2007:1). Benzer şekilde Nil Nehrinin suladığı topraklarda yaşamını sürdüren Mısırlılar geçimini daha çok bu bölgedeki topraklardan sağlamakta ancak Nil nehrinin ara ara taşması beraberinde tarım alanlarının sular altında kalmasına neden olmuştur. Yaşanan bu olumsuz durumdan kurtulmak için bu bölgenin halkı sulama kanalları inşa etmiş ve bu durum arazi ölçme ihtiyacını doğurmuş ve

ilk geometrik kavramlar bu şekilde ortaya çıkmıştır (Gözen, 2006:22). Görüldüğü gibi matematik ve matematiğin içinde yer alan bazı disiplinlerin ortaya çıkması, ilerlenmesi ve işlevselliğinin sağlanmasında yaşanan problemlere çözüm bulabilme ihtiyacı etkili olabilmektedir. Değişen dünyada geometriye duyulan ihtiyaç gün geçtikçe artış göstermektedir. Mesela bir evin bölümlerinin inşasında ya da bir otoparka yerleşecek araç sayısının belirlenmesinde bu bölümlerin ne kadar büyüklükte olması, nasıl düzenlenmesi gerektiği gibi sorular geometriye duyulan ihtiyacı ortaya koymaktadır.

Günlük hayatta karşılaştığımız problemlerin çözülebilmesi temel geometri becerilerin kazandırılmasını gerektirir. Sherard'a (1981:19-21) göre günlük konuşma ve yazı dilinde çokça geometrik terim kullanılmakta bu nedenle geometri, iletişim kurmada önemli bir yere sahiptir. Ayrıca geometri günlük hayatta karşılaşılan problemlere çözüm bulucu olması, matematiğin aritmetik, cebir ve istatistik gibi farklı alt dallarının kazandırılmasında görsellik katması, uzaysal algılamayı geliştirmesi, zihin jimnastiği yaptırarak zihni canlandırma gibi becerilerin kazandırılmasında etkilidir.

Geometri kavramına yönelik yapılan tanımlar incelendiğinde Baykul'a (2000) göre geometri; nokta, doğru, düzlem, düzlemsel şekiller, uzay, uzaysal şekiller ile bu kavramlar arasındaki bağlantıları inceleyen aynı zamanda geometrik şekillerin uzunluk, alan, hacim ve açı gibi ölçülerini ele alan matematiğin bir dalı olduğunu belirtmiştir. Baki'ye (2001) göre öğrencinin yaşamış olduğu fiziksel dünyanın, içinde bulunmuş olduğu çevrenin ve evrenin izah edilmesinde, anlam kazandırılmasında geometri öğretiminin etkisi olduğu gibi aynı zamanda geometri öğretiminin bir diğer amacının ise öğrencilerin problem çözebilme becerisini geliştirmesidir. Çağdaş yaşamda insanlara gerekli olan temel becerileri kazandıran geometri, nokta, doğru, düzlem, uzay, küme gibi tanımsız terimler ile aksiyomlar, teoremler ve tanımlı terimler üzerine odaklanmakta konu olarak şekil ve cisimleri incelemektedir (Altun, 2001:357). Kurtuluş, Tepe, Yılmaz, Karakoç ve Okur'a (2005) göre çevremizde yer alan olay ve varlıkların şekil, büyüklük ve oluş bakımından birbirlerinden ayırt edilmesinde insanların analitik düşünme ile çok yönlü incelemelerinin etkili olduğunu elde edilen verileri kullanarak detaylarla boğulmadan çözüme ulaşılmasında kişinin birikimleri, deneyimleri, tecrübelerinin etkisi olduğu kısaca geometrinin bir "görme sanatı" olduğunu ifade etmiştir. Matematiğin bir alt dalı ve önemli bir bilimi olan geometri, matematiğin denklemlerden sıyrılarak anlam kazanmış bir resmi olduğunu söyleyebiliriz. Türk Dil Kurumu [TDK], (2013) matematik biliminin önemli bir parçası olan geometri kavramını "nokta, çizgi, açı, yüzey ve cisimlerin özellikleri irdeleyen ve ölçen aynı zamanda bunların birbirleriyle olan ilişkilerini ele alan matematik dalı" şeklinde tanımlamıştır.

Geometrinin amacının düzlemde ve üç boyutlu uzayda karşılaşılan geometrik nesnelerin var olan özelliklerini görebilme ve bunları tanıyabilme, geometrik nesneler arasındaki ilişkiyi fark edebilme, geometrik yeri açıklama, dönüşümleri tanımlayabilme ve bu dönüşümleri ifade edebilmesi olarak belirtilebilir. Şekiller ve geometrik cisimler ile ilgilenen geometri çocukların bulundukları çevreyi çok yakından tanıma olanağı sağlayarak, yaşamış oldukları dünyaya karşı farkındalık kazanmalarını aynı zamanda geometrinin içeriğinde yer alan konular öğrencilerin zamanlarını değerlendirmelerine imkan vermektedir (Hacısalioğlu, Mirasyedioğlu ve Akpınar, 2004:38). Matematiğin önemli çalışma alanlarından olan geometri, akıl yürütme, araçları kullanarak yapı oluşturma ve uzayın sözlü yorumunun açıklanmasında ve temsil edilmesinde etkili olan görselleştirme gibi birbirinden bağımsız olarak gerçekleşebilen üç çeşit bilişsel işlemde oluşmakta ve bunlar belirli bilgi felsefesi fonksiyonlarını içinde barındırmaktadır (Duval, 1998).

Gökbulut, Sidekli ve Yangın (2010:376) geometriye dair somut yaşantıların kişilerin doğumundan itibaren kazanılmaya başlanıldığını bu nedenle bir çok disiplinde önemli bir yer tutan geometri alanına yönelik gerçekleştirilen öğretimin okul öncesi dönemden başlanıp yüksek öğretime kadar devam edilmesi gereken önemli bir süreç olarak ifade etmiştir. Çocuklar okula başlamadan önce zamanlarının çoğunu oyun oynayarak geçirmekte oyun oynarken aynı zamanda şekiller arasındaki ilişkileri keşfedebilmektedir. Çocuklar bu şekilde oyunlar aracılığıyla şekilleri sınıflandırabilmekte, bu şekilleri bir araya getirebilmekte ve bunları yuvarlayarak farklı formlara dönüştürerek geometriye yönelik farklı deneyimler kazanabilmektedir. Çocukların oyun çağında kazanmış oldukları bu deneyimler sayesinde sonraki yıllarda öğrenecekleri geometrinin temelini oluşturacaktır. Bu nedenle ilk deneyimler, okul matematiğine yönelik olarak eğitici ve istenilen boyutta olmalıdır (Burns, 2000:79).

Develi ve Orbay'a (2003) göre öğrenci geometri sayesinde içinde bulunduğu çevreyi gerçekçi bir şekilde tanıyıp yargıya varabilmekte, matematiğin kendi alanları ile diğer birçok bilim dalındaki bilgi ve becerinin kazandırılmasında etkili olmakta, problem çözme stratejilerinin kullanılmasında bir araç olarak yararlanılmakta, bir çok mesleğin içinde yer almakta, sağlam ve etkili zihinsel gelişimi tetiklemektedir. Bu ve buna benzer ilk eleştirel gözlemlerin yapıldığı dönem olan ilköğretimde geometri öğretiminin önemini ve gerekliliğini açıklamaktadır. İlköğretimde kazandırılmaya çalışılan geometri öğretiminin önemi daha sonraki dönemlere oranla daha fazla etkilidir çünkü geometriye yönelik yapılan ilk eleştirel gözlemler bu dönemde kazanılır. Geometrik düşünmenin istendik yönde gelişmesi ve ilerlemesi, öğrencilerin ilköğretimde karşılaşmış oldukları geometri eğitimi ile

bağlantılı olduğu bilinmektedir bu nedenle ilköğretim düzeyinde öğrencilerin bireysel farklılıklarının dikkate alındığı bir sistemde hareket edilerek öğrencilerin geometrik akıl yürütme becerisi kazandırılmalıdır. Bu durumda bu planın uygulayıcısı olan öğretmenlerin bilgi, beceri ve yeterlilikleri ön plana çıkmaktadır. Ancak eğitim sistemi içerisinde yer alan geometri kavramlarının öğretimi daha çok tanımların ezberletilmeye çalışılması ile sağlanmaktadır. Bu istenmedik durumun oluşmaması için geometri öğretim sürecinde geometri problemlerinde mantıksal çıkarımlar yapmaları sağlanmalı, düşüncelerini analiz etmeleri için fırsat verilmeli, probleme yönelik vermiş oldukları cevapları gurupla tartışmaları sağlanmalı, sorunun tek bir çözüm yolunun olup olamayacağı konusunda araştırma yapmaları sağlanmalıdır. Ayrıca geometrinin kendine özgü bir dilinin olduğu gerçeğinden hareketle öğrencilerin doğru terimleri kullanmaları, gerektiğinde görselleştirme ve çizim becerilerinde kullanmaları yönünde teşvik edilmelidir.

Okulda öğrenilen matematiğin önemli ve temel yapı taşlarından biri olan geometri, yaşamış olduğumuz çevreyi sorgulamada ve açıklamada önemli bir araç olarak yerini almaktadır. Okulda öğrenilen matematiğin önemli ve temel yapı taşlarından biri olan Geometri öğretimi beraberinde öğrencilerin analiz edebilme, karşılaştırma yapabilme ve genellemelerde bulunabilme gibi temel becerilerinin gelişimini sağlarken aynı zamanda bilimsel düşünme becerilerinden olan inceleme, araştırma, tenkit edebilme, öğrenmiş olduğu bilgileri gün yüzüne çıkarabilme, sistemli, dikkatli, sabırlı olma ve sahip olduğu düşüncelerini açık ve anlaşılır bir şekilde aktarabilmesini sağlar (Kılıç,2003:28).

Hoffer'e (1981:11-13) göre geometri dersinin pek çok öğrenci tarafından sevilmemesinin temelinde görüş becerileri, söz becerileri, çizim becerileri, mantık ve uygulama becerisi şeklinde adlandırmış olduğu 5 farklı becerinin tetiklediğini belirtmiştir. Tanıma, gözlemlleme, harita okuma, farklı açılardan bakabilme gibi görsel becerilerin kazandırılması, sağlıklı ve verimli bir geometri öğretiminin gerçekleştirilmesi için doğru terminolojinin seçilmesi, öğrencilerin sahip oldukları düşüncelerini şekilleştirmelerinde, öğrencilerin karşılaşmış oldukları problemlerin çözümüne yönelik hipotez kurma ve bunları sınama, bu problemleri doğru bir biçimde değerlendirebilmesi mantık becerisini gerektirir ve son olarak öğrencinin karşılaşmış oldukları durumlarla yüzleştirmek ve bu yönde örnekler seçerek aktif katılımı sağlamak önemli görülmektedir. Öğrencilerin karşılaşmış oldukları geometri sorularında istenilen başarıyı elde edememelerinde öğrencinin ön organize edicilerinin eksikliği ve öğrencinin bunun farkına varamaması, yanlış veya yetersiz akıl yürütme becerisine sahip olması bu başarısızlığın sebepleri arasında gösterilebilir (Bostancı, 2019). Öğrencilerin matematiğe ve özellikle matematiğin alt dalı olan geometriye yönelik

öz-yeterlik farkındalığının istenilen boyutta olmaması geometri dersine karşı olumsuz tutum geliştirmelerine dolayısıyla da bu derse yönelik istenilen başarının elde edilmemesine neden olacaktır. Geometri derslerinde öğrencilerin başarısız olmalarında en önemi nedenin bu derse karşı yeterli değerin ve önemin verilmeyişinin etkisi olduğu ancak tek etkenin bu olmadığı aynı zamanda bu derse yönelik kazandırılmaya çalışılan bilgi ve becerilerin kazandırılma sürecinde öğretmenlerin hatalı yönlendirmeleri görülmektedir. Öğretmenlerin doğru yönlendirmeleri sayesinde öğrenciler geometrinin içeriğini zenginleştiren bilgi ve becerilerin işlevsel yönleriyle karşılaşabilecek, geometriyi bir ilişkiler ağı olarak görebilecek bu sayede öğrencilerin ezbere öğrenmelerinin önüne geçilebilecektir (Olkun ve Aydoğdu, 2003:34).

Geometri öğretiminin gerçekleştirilmesinde bireylere kazandırılmaya çalışılan konuya yönelik önceden sahip oldukları ön organize edicileri önemli görüldüğü gibi aynı zamanda bu süreçte basitten karmaşığa doğru bir sıranın da izlenmesi gerekmektedir çünkü bir üst seviyeye geçtiğinde sorun yaşamaması ancak bir alt seviyelerin halledilmesi ile mümkün görülmektedir. Dolayısıyla geometri öğretimi gerçekleştirilirken bireylerin bulundukları düşünme seviyeleri göz ardı edilmeden kolaydan zora doğru ardışıklık içerecek şekilde öğretim yapılması gerekmektedir (Özgen, 2016:1525). Öğretmenlerin geometri öğretimine yönelik gerçekleştireceği ders etkinliklerinde kullanacakları kıyaslama, keşfetme ve çizim yaptıрма öğrencinin geometrik düşünme düzeyini etkileyeceğinden öğrencinin aktif katılımının sağlandığı ders içeriklerine ağırlık verilmelidir (Temur ve Tertemiz,2012). Bu şekilde gerçekleşen geometri öğretiminde bolca örnek olan ve örnek olmayan durumların ele alınması gerekmektedir bu şekilde planlanan öğretimin sonucunda öğrenci ezbere yönelmeyecek ve anlamlı öğrenme gerçekleşecektir (Alkış, Küçükaydın ve Gökbulut, 2013). Sadece formül odaklı geometri öğretimi kavramların anlaşılmasını engelleyerek ezbere yöneltecek ve bununla beraber kalıcı öğrenmeler gerçekleşmeyecektir.

Öğrencilerin geometrik düşünme yeteneklerinin geliştirilmesinde kavramlar arasındaki ilişkinin açıklanması önemli bir etkidir. Düzenli ve sistemli bir şekilde planlanmış etkinlikler, uygun araçlar ve doğru bir öğretim desteğiyle öğrenciler geometrinin kendi kurallarının farkına varabilir ve geometrik düşüncelerini muhakeme ederek sahip oldukları kavram yanılgılarını giderebilir (Özsoy ve Kemankaşlı, 2004:147). Bu istendik durumların aksi yönünde yapılan her türlü hareket bir tanımın hatırlanması ve uygulanabilirliğini düşürecektir.

Matematiğin doğal bir alanı olarak kabul edilen ve öğrencilerin mantıksal ve matematiksel olarak düşünebilme becerilerini geliştiren geometrinin belirtilen ilkeleri ve

standartları, somut modeller, çizimler ve dinamik yazılımlar kullanılarak öğrenildiği gibi aynı zamanda işe yarar aktiviteler, çeşitli materyaller ve nitelikli öğretmen desteği sayesinde geometriye yönelik varsayımlarda bulunup bunları inceleyebilmelidir (Akuysal, 2007).

Okulda öğrenilen matematiğin önemli ve temel yapı taşlarından biri olan geometri, yaşamış olduğumuz çevreyi sorgulamada ve açıklamada önemli bir araç olarak yerini almakta ancak daha önceki çalışmalarda öğrencilerin bu alana yönelik yeterli ve istendik yönde davranış sergilemedikleri görülmüştür. 1999 yılında yapılmış olan üçüncü Uluslararası Matematik ve Fen Çalışmalarına(TIMMS) katılım gösteren 38 farklı ülke arasından Türkiye, yapılan çalışmada geometri alanı içinde 34. sırada yerini alarak uluslar arası ortalamanın altında kalmıştır. Olkun ve Aydoğdu (2003:7) öğretmenlerin öğrencilere belli geometrik bilgileri kavratmadan yanlış yönlendirmeler ile ezberlettirmeye çalışmasının etkisi olduğunu belirtmiştir. Toluk (2003) ise geometri sonuçlarının bu kadar kötü olmasının nedenini, öğretim programlarında geometri konularının yoğunlukta olması olarak göstermektedir.

Geometri yalnızca çocukların, evrende yer alan geometrik yapılar ile matematiğin bir çok dalı arasındaki ilişkileri görmelerinden ziyade aynı zamanda kazanmış oldukları geometri bilgilerini karşılaştırmış oldukları problemlerin çözümünde kullanabilmekte, bu kazanılmış geometri bilgilerini günlük hayata ve diğer derslere etkili bir biçimde transfer edebilmesi gerekir aynı zamanda çözümleme, karşılaştırma, genelleme, inceleme, araştırma, eleştirme, öğrenmiş olduklarını şemalaştırma, düzenli, dikkatli, sabırlı, düşüncelerini açık bir biçimde ifade edebilme gibi becerileri kazandırmaktadır. Bu nedenle geometri öğretimi, ilköğretim çocuklarının yakın çevresini görmesi, tanınması ve anlaması açısından üzerinde dikkatle durulması gereken bir konudur (Milli Eğitim Bakanlığı[MEB], 2000:58). Geometri çalışmaları öğrencilerin eleştirel düşüncelerini sağladığı gibi problem çözme becerisini de geliştirmekte, hoş vakit geçirmelerini sağlamakta, içinde yaşamış oldukları gerçek dünyayı yakından tanıyarak öneminin farkına varmalarını sağlamakta, matematiğin diğer konularının öğretiminde etkisi olduğunu görmekte, gerektiğinde kullanabilmektedir. Bu gibi nedenler neden ilköğretim matematik programında geometri konularına yer verilmesi gerektiğini iyi bir şekilde açıklamaktadır (Baykul, 1990:452). İlköğretim matematik öğretmenlerinin programda yer alan kazanımları öğrencilere istendik yönde kazandırabilmek için öğrencilerin yorum yapmaları için fırsatlar yaratmalı, farklı örneklerle yer vererek bilgilerini görmeleri sağlanmalı, olaylardaki eğilimleri ve sonuçları tahmin edecek şekilde yönlendirmelerde bulunmalı, bu olay ve durumları etkileyen faktörlerin neler olduğunu ve aralarındaki ilişkiyi

keşfettirmeli, karşılaşmış oldukları durumlara uygun problemler kurmaları sağlanarak yardımcı olunması gerekmektedir (Baykul, 1994:63).

Altun'a (2008) göre geometri, etkinlikler aracılığıyla sezgilerin kullanılması ile kazanılan tanımsız terimler, doğruluğu açık bir biçimde görülen ve matematikte akıl yürütmede kullanılan aksiyomlar, doğruluğunun kanıtlanması ve ispatının yapılmasını gerektiren teoremler ve son olarak tanımsız terimler ile kendinden önce elde edilmiş tanımlanmış olan terimlerden faydalanılarak kazanılan tanımlı terimler dediğimiz dört ana eleman üzerine kurulmaktadır.

2.8. Analitik Geometri Öğretimi

Var olan tüm disiplinlerin ve bilimlerin ortaya çıkması ve ilerlemesinde ihtiyaçların etkili olduğu bilinmektedir. Geometri ve cebirin bir araya gelerek harmanlanması Fransız düşünür Rene Descartes tarafından ortaya atılan analitik geometriyi doğurmuştur (Hogben, 1942). Gelişiminin başlangıcı on yedinci yüzyıla dayanan Kartezyen geometri veya koordinat geometri olarak da isimlendirilen analitik geometri, düzlemsel şekillerin ele alınıp incelenen kısmı "Düzlem Analitik Geometri" olarak tanımlanırken, cisimleri ve uzay eğrilerini ele alıp inceleyen kısmı ise "Uzay Analitik Geometri" olarak adlandırılmaktadır (Altun, 2004). Matematiğin alt dalı olan geometri, düzlemsel şekiller veya üç boyutlu nesnelerin ele alındığı geometrinin dışına çıkmış ve kendi içinde düzlem geometri, sentetik geometri, analitik geometri, diferansiyel geometri ve tasarım geometrisi olarak belirtilmiş olan alt dallara ayrılmıştır.

Analitik geometri bir diğer deyişle çözümsel geometri, geometrinin incelemiş olduğu geometrik şekillerin bir düzleme aktarılacak içgüdüsel olarak uzaklığın belirlenmesinin dışında, geometrik şeklin her noktasının sayısallaştırılması, bu noktaların Kartezyen koordinat sisteminde gösterilmesi ve bu şekilde uzaklıklar arasında cebirsel işlemlerin yapılmasını gerektiren geometrinin bir dalıdır. Yani genel olarak analitik geometri, herhangi bir düzlemde yer alan nokta ya da bir geometrik şeklin konumunu belirleyebilmek amacıyla bir ya da birden fazla koordinatın kullanılmasını gerektiren, koordinat sisteminde bu şekillerin konumları ile boyutları hakkında cebirsel denklemler kullanarak açıklama yapan bir daldır. Matematiğin cebir, istatistik, olasılık, geometri, analiz, aritmetik gibi bir çok alt dalında olduğu gibi analitik geometrinin de kendine özgü bir dili ve gösterim şekli bulunmaktadır. Öklid geometrisinin ulaşamadığı ilişkileri analitik geometri irdelleyebilmekte, çözümleyebilmekte ve son olarak sonuca ulaştırabilmektedir. Analitik geometrinin en önemli kazancı, verilen cebirsel denklemlerin farklı geometrik şekillerle olan bağlantısıdır. $8x+3y=12$ şeklinde verilmiş olan bir cebirsel denklemde değişkenlerin

bulunmasıyla elde edilecek olan (x,y) ikilisi koordinat sisteminde bir noktayı ifade etmekte ve verilen bu cebirsel denklemi sağlayan ikililerin oluşturduğu küme koordinat sisteminde belirtilmesi ile bir doğru grafiği elde edilmiş olur aynı şekilde bu doğru parçasının uzunluğunun hesaplanması için ise koordinat sistemi ve Pisagor teoreminden yararlanabilmekteyiz.

Analitik geometri ile geometri dersleri birbirinden bağımsız düşünülemez çünkü analitik geometride başarıya ulaşılabilmesi için geometri derslerindeki var olan bilgi birikimlerini gerektirmektedir. Matematik ve geometri konularında olduğu gibi analitik geometri dersinde de her konu ve kavram bir önceki konuların ve kavramların kazandırılmasını gerektirmektedir çünkü öğrencilerin analitik geometri dersinde yer alan ve konuların içeriği oluşturan her türlü kavram veya terim yeterli ve doğru bir şekilde kazandırılmadığı sürece konuyla bağlantılı olan bir sonraki kavramlarında öğrenilmesinin önüne geçecektir.

Geometrik düşünme becerisi gelişmiş bir birey, günlük hayatta karşılaşmış olduğu problemlere farklı çözüm yolları üreten, bu problemlere yönelik mantıksal açıklamalar yapabilen, irdeleyip olaylar arasındaki ilişkileri fark edebilen bireydir. Günlük hayatımızda geometrinin alt dallarına oranla en çok karşılaştığımız ve büyük öneme sahip analitik geometri, fizik, mühendislik, bilgisayarlı tasarımlar, havacılık, uzay bilimi ve uzay programlarında geniş bir çalışma alanına sahip olabilmektedir. Yaşamın içinde bu kadar önemli bir yere sahip olan analitik geometri Kartezyen koordinat sistemi, Öklid düzlemini ve aynı zamanda Öklid uzayına ele almaktadır. Günlük hayatta ulaşımı sağlamak amacıyla hava veya deniz ulaşımından yararlanabilmekteyiz bu durumda kaptanın ve pilotun güzergahını belirlerken koordinatlardan faydalandığı aynı şekilde harita, inşaat ve kadastronun ortak alanı olarak bilinen topografyada da alan ve hacmin hesaplanmasında analitik geometrinin içeriğinde yer alan unsurlar kullanılmaktadır (Özerdem, 2007).

Öğrencilerin zengin deneyimler kazanmaları, bu deneyimler ışığında kendilerini geliştirebilmeleri ve yetiştirebilmeleri, araştırma ve inceleme yapabilmeleri sağlanmak istenmekte ve bu yönde yönlendirmelerde bulunulmalıdır ancak okullarda okutulmakta olan Öklid geometrisi bu istendik durumları yeterince karşılayamamaktadır. Bu istenmedik durumların yaşanmaması amacıyla geometri öğretimi gerçekleştirilirken öğrencilerin kuralların, örneklerin ve ispatların ezberletilmesinden ziyade anlamaları ve keşfetmeleri için farklı ortamlar yaratılmalı ve bireysel farklılıkları dikkate alarak yönlendirmelerde bulunulmalıdır. Bu şekilde planlanan ve uygulanan geometri öğretimi sayesinde öğrencilerde

soyutlama, ifade etme, sembolleştirme, genelleme, ispatlama, ölçme, görselleştirme ve orijinal sorular üretebilmeleri sağlanmış olacaktır (Erdoğan ve Sağan, 2002).

Geometri ve cebir gibi farklı bilim dallarının birleşmesi ve dayanışması ile işlevsel bir boyuta ulaşan analitik geometri, somut olmayan kavramları içermesi ve soyut düşünmeyi ele alan bir dal olması nedeniyle öğrencilerin anlamakta zorlandıkları bir disiplinlerden biri haline gelmiştir (Gözen, 2001).

Geometri ve geometrinin alt dalı olan analitik geometri konularının öğretim programlarında yer alma durumu tarihsel açıdan ele alınacak olursa ilk olarak 1976-1977 eğitim ve öğretim yılından itibaren ülkenin genelinde modern matematik adı altında programlar hazırlanmaya başlanmıştır. Ortaöğretim matematik öğretim programlarında ise 1987-1991 yıllarını kapsayan süreçte program değişikliğe uğramamıştır. 1991-1992 eğitim-öğretim yılında uygulamaya konulan kredili ders geçme sistemi 3 yılın ardından uygulanmamaya başlanmıştır. Hazırlanan bu programlarda analitik geometri ve geometri konuları kendi başına dersler olarak ele alınarak matematik dersinden sıyrılmaktadır. 1998 ve 1992 yılındaki analitik geometri ve geometri programları birbirine paralel olarak ele alınmış, 1998 programı ise 2005-2006 öğretim yılına kadar uygulanmaya devam etmiştir. 2005-2006 eğitim öğretim yılında ortaöğretim dört yıla çıkarılmış geometri-1, geometri-2 dersleri öğretim programında sırasıyla 10. ve 11. Sınıflarda okutulmaya başlanmış, geometri-3 ve analitik geometri(1-2) dersleri ise son sınıfta(12.sınıf) anlatılmaya çalışılmıştır. Daha sonra 2011-2012 eğitim öğretim yılında öğretim programı tekrardan revize edilerek Ortaöğretim Geometri Öğretim Programı (OGÖP) uygulanmaya başlanmıştır (MEB,2010). Yıllar içinde ara ara revize edilerek değişime uğramış yeni öğretim programlar hazırlanmış ve uygulamaya konulmuştur bunlardan biri olan ve Milli Eğitim Bakanlığı Talim Terbiye Kurulunun 01.02.2013 tarihli ve 9 sayılı kararı ile geometri konularının ortaöğretim matematik dersi öğretim programına yerleştirilmesi ile bu öğretim yılından itibaren hazırlanan bu program ortaöğretim birinci sınıftan itibaren aşamalı bir şekilde uygulanmaya başlanmıştır (MEB, 2013).

2.9.Tutum ve Öz Yeterlik

Tutum kavramı genel anlamda üzerinde çalışma yürütülen alana, konuya, nesneye ya da olaya yönelik olumlu ya da olumsuz bir hal takınması olarak kabul edilebildiği bu nedenle bu olumlu veya olumsuz hallerin doğrudan ölçülemeyeceği bu nedenle kişilerin dolaylı olarak davranışlarından yararlanabiliriz. Tutum kavramına yönelik yapılmış çok fazla tanım bulunmaktadır. Tutum konusunda görüş belirten Katz, tutumun bir düşünce biçimi olduğu ve aynı zamanda kişilerin değerlerine bağlı olarak geliştiği ve var olan bir simgeyi, bir

nesnenin, dünyanın ya da kişinin; iyi, kötü, yararlı ya da zararlı yönleriyle algılanması şeklinde ifade ederken aynı zamanda tutum kavramının belirgin bazı özelliklerini; temelinde yaşantıların olduğu ve bu şekilde öğrenildiği, edinilmiş olan tutumların hemen kaybolmadığı belli bir süre devam ettiği, kişinin davranışlarında olumlu veya olumsuz yönde bir değişime neden olabileceğini belirtmiştir (Tavşancıl, 2002). Tavşancıl, duyuşsal bir özellik olan tutumun direk olarak ölçülemeyeceği ancak bireylerin herhangi bir olaya ya da nesneye karşı göstermiş oldukları davranışların gözlemlenerek anlaşılacağını belirtirken aynı zamanda tutumun yaşantı sonucu deneyimlerimize bağlı kazanıldığını, herhangi bir nesneye karşı olumlu veya olumsuz bir tutum sergileyebilmemiz ancak farklı nesnelerle mukayese edilmesi ile gerçekleşebildiği ve aynı zamanda değişken olmadıklarını belirtmiştir. Tutum kavramına yönelik önceden yapılmış başka bir tanıma göre tutum, kişilerin yaşadıkları çevrede karşılaşmış oldukları durumlara veya olaylara anlamlar yükleyerek bunları bireysel deneyimlere dönüştürerek dış çevrelerine taşırlar. Dış çevreye aktarmış oldukları deneyimlerin yansıtılması farklı inanç ve yaklaşımları biçimlendirmekte dolayısıyla tüm bu inanç ve yaklaşımlar tutum kavramı adı altında toplanmaktadır (Yenilmez ve Özabacı, 2003). Ayrıca Yenilmez ve Özabacı öğretmen faktörü, benlik imajı faktörü, duygusal faktör ve davranışlar faktörü olarak belirlediği dört faktörün öğrencilerin matematiğe ve dolaylı olarak da geometriye yönelik tutumunu etkileyebileceğini belirtmiştir. Yani öğretmenlerin anlatacakları konuya yeterince hakim olması ve bunu öğrenciye ne şekilde aktarması gerektiğinin farkında olması, bireylerin kendileri hakkında dışarıdan birinin ne şekilde düşündüğü, öğrencinin derse karşı hisleri ve dışarıdan birinin ona ne şekilde yaklaştığı gibi bir çok etkenin öğrencilerin tutumlarını etkileyebilmektedir. Tutum bireylerin karşılaşmış oldukları ya da karşılaşacakları olaylara ne şekilde davranış sergileyeceklerini gösteren önemli duyuşsal bir özelliktir (Anıkaydın, 2017). Takunyacı (2007) tutumu, karşılaşılan durumlara karşı gösterilen olumlu ya da olumsuz davranışlar sergileme şekli olduğunu ifade etmiştir. Tutum kavramına hakkında yapılan başka bir tanımda ise bireylerin yaşamı boyunca çevresinde karşılaşmış olduğu herhangi bir nesneye, olaya veya kişiye yönelik kazanmış olduğu bilişsel, duyuşsal şekilde bir tepki verme eğilimidir ancak bu durumun oluşmasında deneyimlerin, motivasyonun ve bireyin sahip oldukları bilgilerinin etkili olduğunu belirtilmiştir (İnceoğlu, 2000). Petty ve Cacippo'a (1986) göre tutum ve davranış kavramı, kişilerin karşılaşmış oldukları farklı durumlara, olaylara, varlıklara ya da kendisine yönelik genel bir değerlendirme hali olduğunu ifade etmiş ayrıca değerlendirme sürecinde kişinin sahip olduğu zihinsel aktivitelerin baskın olduğu davranışların kodlandığı bilişsel alan, öğrenilmiş olan duyguların baskın olup

kodlandığı alan olan duyuşsal alan ve son olarak alan becerilerinin baskın olduğu devinimsel alana dayandırmaktadır. Matematiğin alt dallarından biri olan geometri dersine yönelik tutumun ise, kişileri geometrinin içeriğinde yer alan konularla bağlantılı etkinliklere, geometri öğreticilerine ve bu dersin öğrenciler üzerindeki kişisel duygu, düşünce ve davranışlarını ele alan bir eğilim olarak ifade edilmektedir (Bindak, 2004).

Matematik dersine ve onun alt dalları olan derslere yönelik öğrenciler çoğunlukla yanlış yaparım ya da hataya düşerim düşüncesiyle bu derslere yeterince ağırlık vermezler ve ilgisiz kalırlar dolayısıyla bu derslere sempatik bakamazlar. Matematik ve geometri derslerinde yeterince başarılı olamayan öğrenciler bu derslere karşı olumlu tutum gösteremezler. Bu durumun nedenlerinden birinin dersin öğretmenlerinin bu derse karşı olumsuz bir tavır takınmasından kaynaklanabilmektedir. Lisans düzeyinde yeterli ve istendik düzeyde bir eğitim almış, bilgi, beceri ve donanımı yeterli ve güçlü olan öğretmenler, matematik öğretimi sürecinde daha idealist ve aynı zamanda daha özgüvenli ve kararlı tutumlar sergileyecektir. İleride öğretmenlik mesleğine atılacak olan öğretmen adaylarının eğitim seviyelerinin kaliteli ve yeterli olması yetiştirecekleri öğrencilerinde bilgi düzeyi, kalitesi ve başarısını da etkileyecektir. Anlaşılacağı üzere İleriye dönük ve sağlıklı bir eğitim sürecinin gerçekleşebilmesi sürecinin en başından takip edilmesi ve kontrolünün sağlanması gerekmektedir. Matematik disiplinine yönelik olumlu ya da olumsuz yönde kazanılmış olan bilişsel, duyuşsal veya devinimsel bir eğilim hali olan tutum, kişilerin yaşantısı sonucu kazanıldığı ve bu derse karşı tepkilerinin, davranışlarının ne şekilde olacağını belirleyici olan önemli etkenlerden biridir. Bahsedildiği gibi tutumun kişinin yaşantılarının bir ürünü olduğu gerçeğinden hareket edilirse matematiğe yönelik tutumların okul hayatı boyunca kazanıldığı söylenebilir (Nazlıçiçek ve Erkin,2002).

Matematik dersine yönelik tutum kavramını inceleyen birçok çalışma olduğu bilinmektedir. Matematiğe yönelik tutumu inceleyen Peker ve Mirasyedioğlu (2003) öğrencilerin matematiğe yönelik sahip oldukları tutumları ile matematik başarıları arasında anlamlı bir ilişkinin olduğu sonucuna ulaşmıştır. Benzer şekilde Ertem ve Alkan (2004) öğrencilerin matematik dersine yönelik sahip oldukları tutum ile matematiği sevip sevmemelerinin büyük bir etkisi olduğunu belirtmiştir. Bu nedenle matematik derslerinde ve matematik içeriklerinin ele alındığı derslerde, matematiğin eğlenceli yönünün de olduğu, derse olan ilginin artırıldığı, öğrencilerin seviyesine uygun eğlenceli etkinliklerin yer verildiği ders içeriklerinin hazırlanması ayrıca dersin neden önemli olduğunun önemi üzerinde durularak bunu öğrenciye hissettirilmesi gerekmektedir çünkü matematiksel başarının istenilen seviyede olması duyuşsal davranışlarının da işe koşulması ile

gerçekleşebilmektedir (Baykul, 2000, s.46). Öğrencilerde istenilen başarının sağlanması eğitim kurumlarının amaçlarından birini oluşturmaktadır. Bu nedenle bu başarıya yalnızca bilişsel olarak değil aynı zamanda duyuşsal olarak da hazır olunması gerekmektedir. Öğrencilerin duyuşsal davranışlardan olan tutumun istenilen düzeyde olabilmesi için öğretmenlerin öğrencilerini düşünmeye teşvik etmeli, bireysel farklılıkları ve gelişim düzeylerinin farkında olarak ders içerikleri planlamalı, onları istediklerini yapabileceklerine inandırmalı, onları cesaretlendirecek yönlendirmelerde bulunmalıdır.

Öz yeterlik inanç olmasından dolayı insanların sahip oldukları değer yargısına göre değişebilmektedir yani insanlar yapması gereken bir görevi yapabilecek yeterli beceriye ve bilgiye sahip olabilir ancak yapamayacağını düşünebilir. Bu durum tam tersi şekilde de işleyebilir. Birey yapılması gereken işi yapabilecek bilgi ve beceriye sahip olmamakta ancak üstesinden gelebileceğini ve yapabileceğine inanmaktadır. Bandura'nın (1997) yapmış bir olduğu bir çalışmada yüksek ve düşük öz yeterliliğe sahip olan insan davranışların nasıl olabileceği üzerinde durmuş ve zorlu ve büyük gayret gerektiren görevleri daha istekli kabul etme, zorlandığı bir durumun üstesinden gelmekte çok fazla kararlılık gösterme, karşılaştığı istenmedikleri durumları fırsata çevirmesi gerektiğini bilmekte ve bu fırsatı doğru değerlendirmekte, başarısızlığının gerekçesini yeteri kadar gösterilmeyen çabaya dayandıran bireylerin yüksek düzeyde öz yeterliliğe sahip olduğunu belirtirken, düşük öz yeterliliğe sahip insanların ise büyük çaba gerektiren ve zor görevlerden kaçındıkları, verilen göreve yeterince bağlanmadıkları dolayısıyla fazla çaba sarf etmeleri gerektiğini düşünmeyerek zorlandıklarını anladıkları an pes edebildikleri, bekleneni gerçekleştiremedikleri zaman sorunu kendi yetersizlikleriyle ilişkilendirebilirler ayrıca bunların dışında üstesinden gelemedikleri görevlerin ardından sinirli, asık suratlı, stresli olabilirler.

2.10. Konu Alan Bilgisi İle İlgili Yapılan Çalışmalar:

Yangın, Yangın ve Pırasa'nın (2018) "Özel Eğitim Öğretmenlerinin Kesirler Konusundaki Alan ve Pedagojik Alan Bilgileri" başlıklı çalışması öğrencilerin yaptıkları hatalar üzerinden incelenmiştir. Nitel araştırma yöntemlerinden Durum çalışması olan araştırma, Rize ilinde özel eğitim ve rehabilitasyon merkezinde çalışan 10 öğretmen ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı tarafında geliştirilen formun içeriğinde çoğunlukla öğrenciler tarafından kesirler konusunda hatalı şekilde cevaplandırılmış problem durumlar ele alınmış bu doğrultuda öğretmenlerin alan ve pedagojik alan bilgilerinin değerlendirilmesi için kesirler konusundaki alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisi yeterliliklerini belirlemek amacıyla 7 soruluk görüşme formu hazırlanmıştır. Verilerin analizi için alanında iki uzman kişinin görüşleri alınmış ve verilen cevaplar doğrultusunda öğretmenlerin yeterli alan

bilgisine sahip olmadıkları belirlenmiştir. Öğretmenlerin sorulara vermiş olduğu yanıtlar incelenmiş ve araştırma sonuçlarına göre, özel eğitim öğretmenlerinin kesirler konusunda alan ve pedagojik alan bilgilerinin yeterli düzeyde olmadığı ve yanılgılar içerisinde oldukları belirlenmiştir. Bu da öğretmenlerin kesirlerde çıkarma işlemi hakkında yeterli alan bilgisine sahip olmadıklarını düşündürmüştür. Öğretmenlerin özellikle yanlış cevaplanmış sorularda yetersiz alan bilgisine sahip oldukları ortaya konulmuştur. Bunun yanında hatanın düzeltilmesi için anında dönüte başvurarak davranışçı anlayışa uygun biçimde sorunun doğru cevabının öğrenciye aktarılması gerektiği ileri sürülmüştür. Pedagojik alan bilgisi ölçeğinden elde edilen bulgulara göre, öğretmen adaylarının çoğunun öğrenciler tarafından yapılan hataların kaynağını belirlemede güçlük çektikleri görülmüştür. Bu sonuca dayanarak özel eğitim öğretmenlerinin kesirler ve diğer temalarla ilgili olarak alan ve pedagojik alan bilgilerinin gelişimi üzerine projeler yürütülmesi, akademik çalışmalar gerçekleştirilmesi ve lisans programlarının gözden geçirilmesi önerilmiştir. Dolayısıyla bu sonuçlara göre kesirlerde çıkarma işlemine yönelik özel eğitim öğretmenlerinin 2004 yılından beri uygulanmakta olan matematik dersi öğretim programı çerçevesinde pedagojik alan bilgilerinin yeterli düzeyde olmadığı söylenebilir.

Türnüklü'nün (2005) yapmış olduğu çalışmada matematik öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgileri ile matematiksel alan bilgileri arasındaki ilişkiyi incelenmiştir. Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesinde lisans öğrenci olan toplam 45 öğretmen adayı üzerinden çalışma yürütülmüştür. Çalışmanın amacı doğrultusunda alan bilgilerini değerlendirmek için öğrenim hayatı boyunca matematikten almış oldukları notların ortalaması alınmış ve pedagoji alan bilgilerini incelemek amacıyla da araştırmacı tarafından 4 problem geliştirilmiştir. McNemar testi kullanılarak pedagojik alan bilgileri ile matematiksel alan bilgileri arasındaki ilişki incelenmiş ve elde edilen sonuçlar doğrultusunda matematik alan bilgisi ile pedagojik alan bilgileri arasında ilişki olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Konyalıoğlu, Özkaya ve Gedik'in (2012) "Matematik Öğretmen Adaylarının Konu Alan Bilgilerinin Hataya Yaklaşımları Açısından İncelenmesi" başlıklı çalışmada öğretmen adaylarının türev kavramındaki matematik konu alan bilgileri, hatalı çözülmüş sorulara yaklaşımları dikkate alınarak incelenmiştir. Betimsel bir çalışma olan araştırmada 20 bayan, 26 bay olmak üzere toplam 46 ortaöğretim matematik öğretmeni ile çalışılmıştır. Çalışma doğrultusunda öğretmenlerin konu alan bilgilerinin hataya yaklaşımları açısından incelemek için türev konusundaki hataya yaklaşımları, konu ile ilgili hatalı çözülmüş soruların yer aldığı ve yapılan hataları belirlemek ve sebeplerini incelemek için veri toplama

aracı olarak açık uçlu soruların yer aldığı bir test geliştirilmiştir ve bu test maddelerini; hatayı doğru bir şekilde tespit etme, bu hatanın sebebini doğru olarak açıklama ve verilen soruyu doğru çözüme şeklinde incelenmiştir. Araştırmanın sonuçlarına göre bazı öğretmen adaylarının yeterli bir konu alan bilgisine sahip olmadıkları ortaya çıkmıştır. Analiz sonuçlarına göre matematik öğretmen adaylarının türev konusundaki işlem içeren soruları genelde yapabildikleri ancak bu soruların benzerlerinin çözümlerinde yapılan hataları konu alan bilgisi bağlamında açıklayamadıklarını göstermiştir. Bileşenlerden biri olan hatayı doğru bir şekilde belirlemek öğretmen adayların konu alan bilgisi yeterliliklerinin göstergesidir.

Gökkurt ve Soylu'nun (2016b) “Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Pedagojik Alan Bilgilerinin İncelenmesi: Koni Örneği” başlıklı çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin koni konusundaki pedagojik alan bilgilerini belirlemek amacıyla konu alan bilgileri, öğrenci bilgileri ve öğretim strateji bilgileri olmak üzere 3 farklı bileşen açısından incelenmiştir. Araştırma kapsamında nitel araştırma yöntemlerinden olan durum çalışmasının kullanılmıştır. Amaçlı örneklem yönteminin kullanıldığı araştırmada aynı okulda çalışan ancak farklı hizmet süresine sahip 6 matematik öğretmeni çalışma gurubunu oluşturmuştur. veri üçlemesi kullanıldığı çalışmada Yarı yapılandırılmış görüşme, yarı yapılandırılmış gözlem ve doküman incelemesi ile verilerin toplanmıştır. Görüşme formunda koni konusuyla ilgili alan bilgisine yönelik beş soru, öğretim strateji bilgisine ilişkin iki senaryo sorusu ve öğrenci bilgisine yönelik bir soru hazırlanmıştır. Nitel veri analizi tekniklerinin kullanıldığı araştırmada Nvivo 8 paket programı ile konu alan bilgisine yönelik veriler analiz edilmiş. Çalışma doğrultusunda elde verilerin analizinde içerik analizi ve betimsel analiz kullanılmıştır. Öğretmenler ile yapılan görüşmeler ile gözlemlerin tamamı ses kaydına ve üç öğretmenin ders anlatımları video kaydına alınmıştır. Araştırma sonucunda elde edilen bulgulara göre çalışma gurubundaki öğretmenlerin genelinin koni konusuyla ilgili konu alan bilgilerinin yeterli olmadığı genellikle koninin tanımı, yanal alanı, hacmi ve farklı yüzey açınımları konusunda yeterli olmadıkları ve yanlış bilgilere sahip oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Bir başka sonuçta ise öğrencilerin konu hakkındaki bilgilerinin yeterli olduğudur. Öğrencinin aktif katılımını sağlayan “Buluş Yoluyla Öğrenme” stratejisini öğretmenlerin yeterince derste kullanmadıkları sonucuna Öğretim stratejileri yönelik yapılan incelemelerin sonucunda öğretmenlerin çoğunlukla geleneksel yaklaşıma dayalı öğretim strateji, yöntem ve teknikleri tercih etmektedirler. Araştırmada elde edilen bir başka sonuç ise koni konusuna ilişkin alan bilgilerinin eksik olmasında, strateji bilgilerinin etkisi vardır

çalışmada elde edilen diğer bir sonuç ise, öğrenci bilgilerinin bu iki bileşene (konu alan ve öğretim strateji bilgisi) kıyasla daha iyi olmasıdır.

Işık ve Kaya'nın (2017) "Sınıf Öğretmenliği Programı Öğrencilerinin Matematiksel Alan Bilgilerinin İncelenmesi" başlıklı çalışmasında öğretmen adaylarının matematik dersine yönelik bilgilerini ve bununla beraber yaşamış oldukları zorluklar incelenmiştir. Nitel araştırma yöntemlerinden olan durum çalışmasının kullanıldığı araştırmada bir üniversitenin eğitim fakültesindeki sınıf öğretmenliği programına yeni başlayan toplam 42 öğretmen adayı ile çalışma yürütülmüştür. "Temel Matematik 1" dersinin içeriğine yönelik kavramları matematiksek olarak tanımlama, bu kavramlara yönelik farklı zorluk düzeyinde problemler ve ayrıca genel olarak öğrencilerin bilgisini ve bu bilgilerinin kullanırken kullanmış oldukları matematiksel dili incelemeyi amaçlayan birbirinden farklı iki test geliştirilmiş ve farklı zamanlarda öğretmen adaylarına uygulanmıştır. Araştırmanın sonucunda görülüyor ki kavramları tanımlayamadıkları, sembol ve gösterimleri kullanmada sıkıntılar yaşadıkları, soruları tam olarak anlayamadıkları ve bu nedenle kavram kargaşasına düştükleri, kavramları genel olarak birbirlerine karıştırdıkları, verilen soruları ayrıntılı çözmek yerine yalnızca sonucu yazdıkları görülmüş bunun nedenlerinden biri olarak lise alışkanlıklarını devam ettirmelerinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Kavramların matematiksel tanımlarını yapamadıkları, örnek vererek açıklamak yerine sadece örnek verme, görsel olarak ifade etme gibi yöntemlere başvurdukları görülmüştür. Öğretmen adaylarının yaşadıkları zorluklar dikkate alındığında, bu zorlukların bir kısmının kendilerine sunulan bir problemi yeterince anlayamadıklarından kaynaklandığı görülmüştür. Yani problemi tam olarak anlayamadıkları ve bununla beraber doğal olarak eksik ya da yanlış cevaplamalarına neden olmuştur. Araştırmaya genel olarak bakıldığında, katılımcıların işlemsel becerilerinden ziyade kavramsal bilgi gerektiren sorularla karşı karşıya geldiklerinden zorlandıkları söylenebilir. Temel Matematik-I içeriğinde yer alan benzer kavramları birbiriyle karıştırmış, bazı kavramların yalnızca belli durumlar için geçerli oldukları algısına sahip oldukları görülmüştür. Sonuç olarak araştırmaya katılan sınıf öğretmenliği programı öğrencilerinin, yeterli düzeyde matematiksel alan bilgisine sahip olmadıkları görülmüştür.

Gedik'in (2014) "Matematik Alan Bilgisi Geliştirme Sürecinde Hata Temelli Aktivitelerin Etkisi" başlıklı çalışmasında ortaöğretim matematik öğretmenlerinin matematik alan bilgilerini geliştirme sürecinde hata temelli aktivitelerin etkisini incelemek amacıyla 5 ortaöğretim matematik öğretmeni ile hata temelli aktiviteler gerçekleştirilmiştir. Durum çalışmasının uygulandığı araştırmanın katılımcı gurubunu bir devlet üniversitesinde doktora yapan 5 ortaöğretim matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Verilerin toplanması için

durum çalışması ile öğretmenlerin matematik alan bilgisinde kendilerini nasıl gördükleri tespit edilmeye çalışılmıştır. Matematik alan bilgisi ile ilgili geliştirilen yazılı görüş alma testi ön tanı testi olarak uygulanmış, görüşmeler yapılmıştır ardından basit deneysel çalışma yapılmıştır. Bu yapılırken hata temelli aktiviteler uygulanıp aktiviteler üzerine odak grup görüşmeleri yapılmış ve videoya çekilmiştir ve son olarak ise öğretmenlerin matematik alan bilgisinde kendilerini nasıl gördüklerini yani öz değerlendirmelerini yansıtmaya yönelik yapılan ön tanı testi tekrar son tanı olarak uygulanmıştır. Bu şekilde hata temelli aktivitelerin ortaöğretim matematik öğretmenlerinin matematik alan bilgilerinde nasıl bir değişim gerçekleştirdiği belirlenmeye çalışılmıştır. Dokuz hafta süre zarfında odak gurup görüşmesinde ses kayıtlarının transkripti, günlükler, yarı yapılandırılmış görüşmeler ve buna ek olarak araştırmacının gözlemlerinden yararlanılmıştır. Araştırmaya yön vermesi amacıyla kullanılan veri toplama araçlarından elde edilen veriler yorumlandığında hata temelli aktivitelerin, öğretmenlerin kendi matematik alan bilgilerini geliştirme süreçlerinde bilişsel ve duyuşsal açıdan olumlu yönde etkisinin olduğu görülmüş ayrıca bu aktivite uygulamalarının öğretmenlerin motivasyonlarında önemli bir etkisinin olduğuda anlaşılmıştır. Hata temelli aktivite çalışmalarının çalışmanın yapıldığı öğretmenlerin bakış açılarını ve eleştirel düşünme becerilerini olumlu etkileyip geliştirdiği, kavramsal öğrenmeye teşvik ettiği, öğretmenlerin dikkatlerini ve farkındalıklarını arttırdığı görülmüştür. Araştırmadan elde edilen bir başka sonuç ise bu uygulamaların öğretmenleri araştırma yapmaya yönlendirerek öğretmenlerin kendi matematik alan bilgilerinin farkına varmalarını bu şekilde eksiklerini tamamlamaya çalıştıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Çıkrıkçı'nın (2015) Ball, Thames ve Phelps (2008) tarafından geliştirilen, "Öğretim İçin Matematiksel Bilgi" kuramsal çerçevesinden faydalanarak ortaokul matematik öğretmen adaylarının 8. Sınıf cebir öğrenme alanına ilişkin alan ve pedagojik alan bilgilerini incelemeyi amaçladı özel durum çalışması, Buca Eğitim Fakültesinde ilköğretim matematik öğretmenliğinde öğrenimine devam eden ve öğretmenlik uygulaması dersini alan matematik öğretmen adaylarından ölçüt örnekleme yöntemi ile belirlenen 3 son sınıf öğrencisi ile çalışma yürütülmüştür. Öğretim İçin Matematiksel Bilgi Modelinin bileşenlerine yönelik öğretmen adaylarıyla görüşmeler yapılmış ardından 4 saatlik öğretim süreçleri gözlemlenmiş ve bunlar video kamera ile kayıt altına alınmıştır. Öğretim sürecinin tamamlanması ile beraber 3 öğretmen adayı ile genel görüşme yapılmıştır. Veri toplama araçları olarak video kayıtları, ses kayıtları, yazılı formlar kullanılmış ve elde edilen veriler ÖMB modelinin bileşenlerine ait göstergeler bağlamında incelenmiştir. Araştırmanın sonucunda elde edilen bulgulara göre öğretmenlerin 8. Sınıf cebir öğrenme alanına yönelik matematik öğretme

bilgilerinin eksik olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmenlerinin eksikliklerinin özellikle özelleştirilmiş alan bilgisi ile alanın ve öğrencinin bilgisi basamaklarında yoğunlaştığı görülmüştür. GAB'ın "Öğretmenler çeşitli matematiksel hesaplamaları ve problemleri doğru bir şekilde cevaplayabilirler" göstergesine göre öğretmen adaylarının çeşitli matematiksel hesaplamaları ve problemleri genel itibarıyla doğru cevaplayabildikleri görülmüştür. Öğretmenlerin bazı soruları cevaplamakta sıkıntı yaşadıkları ayrıca öğretmen adaylarının görüşme sorularına vermiş oldukları yanıtlar ile öğretim süreçlerinde gözlenen durumlar arasında bazı farklılıklar gözlenmiştir.

Tanışlı'nın (2013) "İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Pedagojik Alan Bilgisi Bağlamında Sorgulama Becerilerini ve Öğrenci Bilgileri" başlıklı çalışmasında öğretmenlerin klinik görüşme görevlerini hazırlayabilme, sorgulayabilme ve bu sorguladıklarını öğrencilerin düşüncelerini analiz edebilme ve yorumlama becerileri belirlenmiştir. Araştırma ilköğretim matematik öğretmenliği okuyan ve öğretmen adaylarının uygun soru hazırlama, cebirsel düşünmeyi harekete geçirici sorgulama yapma ve öğrenci bilgisini değerlendirme becerilerinin gelişimini hedefleyen "İlköğretimde Cebirsel Düşünmenin Gelişimi" dersine kayıtlı 26 kız ve 13 erkekten oluşan toplam 39 öğretmen adayı ile çalışma yürütülmüştür. Çalışmada adayların bir ilköğretim öğrencisi ile gerçekleştirdikleri görüşmelerde kullandıkları sorgulama stratejileri ile adayların bu öğrencilerin matematiksel düşüncelerine ilişkin bilgileri araştırılmıştır ve kuram oluşturma kullanıldığı çalışmada öğretmen adaylarının klinik görüşmeleri nasıl gerçekleştirdiklerini ve bu sürece nasıl entegre olduklarını ve bu bağlamda öğrencilerin düşüncelerini nasıl değerlendirdiklerini görüşme dökümleri, klinik görüşme video kayıtları, öğrencilere ilişkin hazırlanan raporlar ve adayların tuttukları günlükler kullanılarak ortaya çıkarmak ve konuyu adayların pedagojik alan bilgileri bağlamında bütün gerçekliği ile incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırmanın sonucunda öğretmenlerin sorgulama becerileri, soru hazırlamaları ve ayrıca öğrenci bilgi edinimlerinin genelde yetersiz olduğu sonucuna ulaşılmasına rağmen adayların matematik öğrenimi ve öğretimine ilişkin düşüncelerinde ve inançlarında büyük değişimler olduğu da gözlenmiştir.

Gökkurt ve Soylu'nun (2016a) ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik cisimlerden biri olan prizma konusuna yönelik matematiksel alan bilgilerini incelemeyi amaçladığı çalışma amaçlı örneklem yöntemi ile belirlenmiş 3 lisans, 2 yüksek lisans ve 1 doktora yapan toplam 6 matematik öğretmeni araştırmanın çalışma gurubunu oluşturmaktadır. Nitel araştırma yöntemlerinden "bütüncül çoklu durum" deseni kullanılmıştır. Üçgenlemenin kullanıldığı çalışmada yarı-yapılandırılmış görüşme, yarı-

yapılandırılmış gözlem ve doküman incelemesi teknikleri ile veriler toplanmıştır. Uygulama sürecinde öğretmenlerle yapılan görüşmeler ve gözlemler ses kaydına alınmış, üç öğretmenin yapmış olduğu ders anlatımları video kaydına alınmıştır. Matematik öğretmenlerinin prizma konusuna yönelik matematiksel alan bilgilerini incelemeyi amaçladığı çalışmanın verileri analiz etmek için içerik ve betimsel analiz teknikleri kullanılan araştırmanın verilerin analizinde Nvivo 8 paket programı kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda, matematik öğretmenlerinin genel olarak prizma kavramını tanımlayamadıkları, temel elemanlarını belirleme ve ayrıca farklı yüzey açılımları verilen küpleri tanıma konusunda yetersiz oldukları sonucuna varılmıştır. Öğretmenlerin prizmaları çizme konusundaki becerileri incelendiğinde ise öğretmenlerin görev süresinin bir etkisi olmadığı ve ayrıca geometrik cisimleri çizme konusunda yeterli oldukları, üç boyut kazandırmalarına rağmen cisimlerin yüzlerini kesikli çizgi ile göstermeye çok dikkat etmedikleri söylenebilir. Çizmiş oldukları prizma örneklerinin prizma olmasının nedenleri hakkında görüşleri incelendiğinde öğretmenlerin açıklamalarının yeterli bir düzeyde olmadığı ortaya çıkmıştır. Genel olarak ulaşılan sonuçlara bakıldığında prizmayı tanımlama, temel elemanlarını tanımlama ve farklı yüzey açınımları verilen küpleri tanıyamadıkları görülmüştür. Araştırmacı, prizma konusuna ilişkin alan bilgilerinin gelişimine yönelik çalışmalar yapabileceğini, öğretmenlerin bu eksiklerinin nedenleri ayrıntılı incelenebileceği ve diğer geometrik cisimler üzerinden araştırma yapılabileceğini ayrıca geometrinin alt öğrenme alanlarında yer alan farklı konular üzerinden de çalışmalar yapılabileceğini ve karşılaştırmalı olarak benzer çalışma öğretmen adayları ile de yürütülebileceğini önermiştir.

Genç ve Akıncı'nın (2019) "İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Lisans Eğitiminde Alınan Matematik Konu Alan Derslerine İlişkin Görüşleri" başlıklı çalışmasında, nitel araştırma yöntemlerinden olan olgu bilim çalışılmıştır. Ölçüt örnekleme yöntemi ile belirlenen 43 matematik öğretmen adayının çalışmaya dahil olduğu araştırmada öğretmenlerin görüşlerini belirlemek amacıyla açık uçlu soruların yer aldığı bir görüşme formu uygulanmıştır. Elde edilen verilerin analizi Nvivo 11 paket programı ile analiz edilmiş ve araştırmanın sonuçlarına göre, lisans matematik derslerinin, öğretmen adaylarının matematiksel becerilerinin genel gelişimine odaklanması gerektiğini, kavramsal ilişkileri kurmak için dikkatli bir akıl yürütme ve matematiksel sağduyu geliştirerek matematiğin derinlemesine anlaşılmasının gerekliliğini ortaya çıkararak sadece konu alan bilgisinin aktarımının yeterli olmadığını savunmuştur. Ayrıca diğer matematiksel kavramlar ve gerçek yaşam durumlarıyla ilişkili geniş kapsamlı ve detaylı matematiksel konu alan bilgisinin öğretimi, öğretmen adaylarının matematik derslerine yönelik motivasyonlarını artıracak ve

öğretilen matematiği daha anlamlı kılacaktır. Katılımcıların görüşleri doğrultusunda Konu alan bilgisi, Matematiksel akıl yürütme ve ispat, Matematiksel düşünme, Duyuşsal gelişim, Matematiksel ilişkilendirme, Problem çözme ve farklı stratejiler geliştirme, Matematiksel dili kullanma, Matematiksel modelleme ve Teknoloji kullanımı olmak üzere bazı matematik alan derslerinin faydalı olduğuna yönelik görüş belirtmişlerdir. Hemen hemen tüm öğretmen adayları matematik alan derslerinin faydasına yönelik düşüncelerini konu alan bilgisine katkısı olarak ifade etmiştir. Ayrıca çoğu öğretmen adayı matematik alan derslerinin faydasını matematiksel akıl yürütme ve ispat yeteneğini geliştirme olarak görmüştür. 41 öğretmen adayı matematik alan derslerinin konu alan bilgisi gelişimi açısından ilköğretim öğretmen adaylarına fayda sağlayacağı görüşünü savunmaktadır. En çok faydası olduğu düşünülen dersin genel matematik olarak belirtilmiştir. Mesleki donanımına sahip olmak üst düzey bir konu alan bilgisi ile gerçekleştirebileceği ve bunun da alınan alan dersleri ile ulaşılacaklarını belirtmişlerdir. Formüllerin kalıcı olmasını sağlamak için ispatın önemli olduğuna yönelik görüş belirtmişlerdir ve bu şekilde matematiği temellendirebileceği ve gerekçelendirmek açısından ispatın gerekli olduğu vurgulanmıştır. Bazı alan dersleri ise analitik, çok boyutlu, soyut ve geometrik düşünme becerileri kazandırdığı ve matematiğe yönelik farklı bakış açısı kazandırdığını ifade etmişlerdir. Son olarak matematik kaygısı, konu alan bilgisine katkısının olmaması, derslerin içeriğinin benzerliği, matematiksel beceri kazanıma katkısının olmaması ve son olarak teknoloji kullanımının eksik olması bazı derslerin faydalı görülmemesinin nedenleri olarak görülmüştür.

Duran ve Kaplan'nın (2016) " Lise Matematik Öğretmenlerinin Türevin Tanımına ve Türev-Süreklilik İlişkisine Yönelik Pedagojik Alan Bilgileri" başlıklı çalışmasında lise matematik öğretmenlerinin konu alan bilgilerini; türevi tanımlama ve örnek verme, kavramın tanımını görselleştirme ve türev-süreklilik ilişkisini açıklayabilme şeklinde üç başlık adı altında incelenmiş ve bunlara yönelik pedagojik alan bilgilerini konu alan bilgisi bağlamında incelemeyi amaçlamıştır. Nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışmasının kullanıldığı çalışmada katılımcı grup Milli eğitimde görev yapan ikisi fen edebiyat fakültesi mezunu diğer ikisi ise eğitim fakültesi olmak üzere 4 lise matematik öğretmeni ile çalışma yapılmıştır. Yarı-yapılandırılmış görüşme formu kullanılan çalışmada, elde edilen verilerin analizinde içerik analizi tekniği kullanılmıştır. Araştırmanın sonuçları incelendiğinde öğretmenlerin türevin tanımına yönelik gerekli ancak yeterli bir tanım yapamadıkları görülmüştür. Anlık değişim, değişim hızı ve değişim oranı gibi örneklerle sınırlı kalmışlardır. Lise matematik öğretmenlerinin türev ile süreklilik arasındaki ilişkiye yönelik vermiş oldukları açıklamalar incelendiğinde iki öğretmenin yeterli açıklama yaptığı

görülürken diğer iki öğretmenin gerekli ancak yeterli şekilde açıklayamadıkları tespit edilmiştir. Bu sonuçlara göre öğretmenlerin türevi tanımlama, tanımlı görselleştirme ve türev ile süreklilik arasındaki ilişkiyi tespit etme konusunda konu alan bilgilerinin yetersiz olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Türevle ilgili günlük hayattan örnekler verme konusunda da öğretmenlerin örnek verirken zorlandıkları görülmüştür. Ayrıca yapılan çalışma doğrultusunda öğretmenlerin konu alanı bilgilerinin belirlenmesinde mesleki deneyim kriterinin çok etkisinin olmadığı ve aynı şekilde mezun olunan fakültenin de öğretmenlerin konu alanı bilgi düzeylerinin belirlenmesinde çok etkili olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Yıldızlı ve Sarı'nın (2016) sınıf öğretmenlerinin ilköğretim matematik öğretim programında bulunan küp, üçgen prizma, kare prizma, dikdörtgen prizma, silindir ve koni konularına ilişkin alan bilgilerinin incelenmesi amaçlayan nitel araştırma, Nevşehir ilinde farklı okullardan belirlenmiş sınıf öğretmeni olan 15 öğretmene geometrik cisimlerin çizme, tanımlama, özelliklerini ayırt etme, örneklendirme ve geometrik cisimleri tanımaya yönelik sorularla geometrik cisimler konusunda alan bilgilerini incelenmek istenmiştir. Araştırma doğrultusunda verileri toplamak amacıyla araştırmacıların geliştirmiş olduğu yarı-yapılandırılmış görüşme formu kullanılmıştır. Betimsel analizin uygulandığı araştırmanın sonucunda sınıf öğretmenlerinin belirlenen geometrik cisimler konusunda çizimlerinin yetersiz olduğu özellikle geometrik cisimleri tanımlama ve bu cisimlerin şekillerini tanıyamadıkları görülmüştür ki bu da konu alan bilgilerinin yetersiz olduğu sonucunu doğrulamaktadır. Silindir, koni ve üçgen prizma konularında konu alan bilgileri yetersiz oldukları görülmüştür. Öğretmenlerin büyük bir kısmı geometrik cisimlerden silindir ve koninin özelliklerini ayırt etmede sıkıntı yaşadıkları görülmüştür. Geometrik cisimlerden en çok üçgen prizma konusunda günlük hayattan örnek vermede eksikleri oldukları görülmüştür. Araştırmacın elde ettiği verilere göre sınıf öğretmenlerinin geometrik cisimlere yönelik konu alan bilgilerinin yetersiz olduğu ayrıca geometrik cisimlere ilişkin çizim becerileri, onları tanımlama, özellikleri ayırt etmede, örneklendirme ve açık/kapalı hallerini tanıma konusunda zorlandıkları ve eksikleri oldukları sonucuna ulaşılmıştır.

Özkaya ve Konyalıoğlu'nun (2018) "Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Konu Alan Bilgilerinin Gelişiminde Hata Temelli Aktiviteler: Kesirlerle Toplama İşlemi" başlıklı çalışmada hata temelli aktiviteler üzerinden matematik öğretmenlerinin kesirle toplama işlemi konusunda alan bilgileri gelişimi incelenmiştir. Durum çalışmasının uygulandığı çalışmada uygulama öncesinde amaçlı örneklem ile belirlenmiş 7 ortaokul matematik öğretmeni ile kesirle toplama işlemi ile ilgili işlem yapma, problem kurma, resim veya diyagram gibi modeller kullanma, dikkat edilmesi gereken noktaları açıklama ve bilme

konularında hata temelli aktiviteler ile konu alan bilgileri incelenmiştir. Araştırmacı tarafından, araştırma doğrultusunda verileri toplamak için konu alan bilgisi testi, odak gurup görüşmeleri ve günlüklerden oluşan doküman kullanılmıştır. Betimsel analizin uygulandığı araştırmanın bulgularına göre uygulama öncesinde öğretmenlerin kesirlerle toplama işlemine uygun problem kurma becerilerin konu alan bilgisi bağlamında yeterli olmağı sonucuna ulaşılmıştır. Hatalı sorular ve öğretmenlerin kendilerinin yapmış oldukları hatalar kullanılarak hata temelli aktivite ile çalışmalar yürütülmüştür. Uygulama sonrasında hata temelli aktivitelerle matematik öğretmenlerinin kavramsal farkındalıklarını olumlu etkiledikleri ancak hizmet süresi fazla olan matematik öğretmenlerinin uygulama sürecinde hatalarını söyleme konusunda çekinceleri oldukları ve hatalarını kabul etmedikleri görülmüştür.

Kartal ve Çınar'ın (2017) “İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Çokgenlere Dair Geometri Bilgilerinin İncelenmesi” adlı çalışmasında amaçlı örneklem yöntemi belirlenmiş ilköğretim matematik öğretmenliği okuyan 33 matematik öğretmen adayı ile çalışma yürütülmüştür. Nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışmasının kullanıldığı çalışmada, araştırmacı tarafından tanım, matematiksel ilişki ve bağıntı ve matematiksel işlem ve süreçleri belirlemeyi gerektiren soruların yer aldığı 19 açık uçlu sorudan oluşmuş “Çokgenler Konu Testi” veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. “Çokgenler Konu Testi” ile lisans öğrencilerinin çokgenler konusunda sahip oldukları bilgi ve kavramları, çokgenlere dair ispat yollarını ve problem çözme aşamalarını ayrıntılı incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırma sonucunda elde edilen bulgulara göre belirlenen alt guruplardaki sorulara oranla öğretmen adaylarının matematiksel tanım bilmeyi gerektiren problemlerde daha başarı oldukları görülmüştür. Elde edilen sonuçlara göre katılımcılar sonucu doğru bulmalarına rağmen verdikleri cevapları açıklama konusunda yetersiz oldukları ve öğretmen adaylarının matematiksel düşünceye uygun gerekçelendiremedikleri saptanmıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel tanımları bilmeyi içeren sorularda daha başarılı oldukları ve tanım içeren sorulardan en fazla çokgenleri tanımlama konusunda yetersiz görülmüşlerdir. Genel olarak öğretmen adayları verilen şekilleri çokgen olup olmadıkları konusunda ayırım yapabildikleri ancak çokgenleri tam olarak doğru bir biçimde tanımlayamadıkları belirlenmiştir. Araştırmacı, çalışmanın bulgularına göre; öğretmen adaylarına geometrik argüman yazma ve geometrik ispat yapma konusunda daha fazla imkan verilmesi gerektiğini önerilmiştir.

Çakmak'ın (2014), ilköğretim matematik öğretmenliği lisans öğrencilerinin üç boyutlu cisimler konusundaki alan bilgilerinin kavramsal boyutta incelediği çalışmasında

nicel verilerin toplanmasında bilgi testi, nitel verilerin elde edilmesinde ise yarı yapılandırılmış görüşme kullanılmıştır. Karma yöntemin kullanıldığı çalışmada farklı eğitim fakültelerinden seçilmiş toplam 131 ilköğretim matematik öğretmen adayı ile çalışma yürütülmüştür. Elde edilen bulgulara göre geometrik cisimleri tanımada matematiksel tanım yapamadıkları daha çok genel tanım yaptıkları, özellikleri tanımda ise genel olarak görsel nedenli cevap verdikleri yani genel olarak öğretmen adaylarının üç boyutlu cisimlere ilişkin tanıma ve tanımlama konusunda bazı güçlüklerle sahiptirler. Adayların geometrik cisimleri uzamsal düşünmede zorlanmadıkları ancak geometrik cisimlerin günlük hayatta örnek vermeleri istendiğinde daha çok piramit örneği veremedikleri görülmüştür. Çoğu öğretmen adayı prizmayı doğru çizdikleri; geometrik cisimleri çizebildikleri ancak çoğunluğu dikdörtgen prizma ve kare piramit çizebildikleri görülmüştür. daha çok üç boyutlu cisimlerin kritik özelliklerini belirlerken ve tanımlarken zorlandıkları görüldükçe, adayların yaptıkları tanımın diğer cisimler içinde geçerli olabileceğini düşünememişlerdir. Çoğu öğretmen adayı en az bir günlük hayat örneği verebilirken birden fazla örnek verirken zorlandıkları, özellikle geometrik cisimlerden piramit örneği vermede zorlandıkları daha çok mısır piramiti örneği verdikleri sonucuna ulaşılmıştır. Yüzey, ayrıt ve köşegen sayılarının belirlenmesini istedikleri küp, silindir, üçgensel piramit, koni ve küre için öğretmenlerin çoğu belirlenen geometrik cisimlerin tümünün yüzey sayılarını doğru bildikleri, yalnızca silindir ve konide sıkıntı yaşamışlardır. Yapılan görüşmeler sonucunda silindirin ve koninin ayrıt sayısı hakkında öğretmen adayları düzlemde çizilen silindirin ve koninin iki ayrıta sahipmiş gibi görünmesinden dolayı, daha çok görsel nedenli cevaplar verdikleri ve bu nedenle hataya düştükleri, öğretmen adaylarının koninin ve silindirin ayrıt sayısının sonsuz olduğu; bunun nedeninin ise tabanlarının daire olmasından ve dairenin de sonsuz kenarlı bir çokgen olarak nitelendirilmesinden dolayı, ayrıt sayısını sonsuz olarak belirledikleri tespit edilmiştir. öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun verilen üç boyutlu cismin açık formunu çizmede sıkıntı yaşamadıkları görülmüştür. Bu konuda sıkıntı yaşayan öğretmen adaylarının yaptıkları yanlışlar değerlendirildiğinde ise, verilen cisimlerin açık halini çizerken öğretmen adaylarının ya eksik yüzey çizdikleri ya da fazla yüzey çizdikleri görülmüştür. Genel anlamda öğretmen adaylarının üç boyutlu cisimler hakkında konu alan bilgilerindeki eksikliklerinin tanımlama ve tanıma noktasında olduğu tespit edilmiştir.

Koçak, Gökçurt- Özdemir ve Soylu'nun (2014) ” İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Silindir Kavramıyla İlgili Pedagojik Alan Bilgilerinin İncelenmesi” başlıklı durum çalışmasında amaçlı örneklem yöntemi ile seçilmiş 7 matematik öğretmen adayının yarı-yapılandırılmış mülakat ile silindir kavramına yönelik sahi oldukları pedagojik alan

bilgilerini; konu alan bilgisi, öğretim strateji bilgisi, öğrenciyi anlama bilgisi ve ölçme değerlendirme alt boyutlarında incelenmiştir. Araştırmanın sonucunda silindirin kapalı halini çizme ve özellikleri açıklama konusundaki alan bilgileri dik dairesel silindir ile sınırlı oldu görülmüş ve temel elemanları tam olarak belirleyen hiçbir öğretmen rastlanmamıştır. Silindir kavramıyla ilgili günlük hayattan örneklerin genelde defterde ve çalışma kitaplarındaki örnekleri verdikleri görülmüş. Silindirin açınımını çizerken monotip çizimler olduğu genel olarak farklı açınımlar çizmedikleri görülmüştür. Araştırmanın sonuçları hakkında genel bir açıklama yapmak gerekirse öğretmen adayları farklı örnekler sunamadıkları, kapalı formu ve açık formunu yeterince çizemedikleri, temel özellikleri ve elemanları belirleyemedikleri tanımını yapma konusunda yeterli olamadıkları görülmüştür. Öğretmen adaylarının öğrenciyi anlama bilgilerinin, strateji bilgilerine oranla daha yeterli oldukları görülmüş. öğrencinin yapmış olduğu haytayı fark edebildikleri fakat hatanın aşılması konusunda yeterli stratejiye sahip olamadıkları görülmüştür. Ayrıca ölçme ve değerlendirme bilgilerinin yetersiz oldukları görülmüş sonuç olarak öğretmen adaylarının silindir kavramına yönelik pedagojik alan bilgilerinin istenilen düzeyde olmadığı özellikle de konu alan bilgileri ve ölçme ve değerlendirme bilgilerinin yetersiz olduğu görülmüştür. Ayrıca öğretmen adaylarının öğretim strateji bilgilerine nazaran öğrenciyi anlama bilgilerinin daha yeterli olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Baştürk ve Dönmez'in (2011) çalışmasında öğretmen adaylarının limit ve süreklilik kavramlarıyla ilgili var olan kavram yanılgılarını belirlemek amacıyla yapmış oldukları çalışmada bir devlet üniversitesinden 27 ortaöğretim matematik öğretmen adayına açık ve kapalı uçlu soruların yer aldığı "Alan Bilgisi Anketi" uygulanmış gözlem, görüşme ve doküman analizi ve alan bilgisi anketi ile veriler toplanarak, nicel ve nitel olarak analizler yapılmış ile elde edilen sonuçlara göre, bir fonksiyon bir noktada limite sahipse o noktada tanımlı ve sürekli, eğer bir fonksiyonun grafiği tek parçadan oluşmuyorsa, bu fonksiyon sürekli değildir gibi yanılgılara sahip oldukları, bazı öğretmenlerin tanımsızlık ve belirsizlik kavramlarını ayırt edemedikleri görülmüştür.

Koç ve Bozkurt'un (2012) yapmış olduğu çalışmada ilköğretim matematik öğretmenliği okuyan 1. Sınıftaki öğretmen adaylarının prizma kavramını tanımlamaları incelemek amacıyla 2010-2011 eğitim- öğretim yılında bir devlet üniversitesinde geometri dersini almakta olan 158 öğretmen adayı ile çalışma yürütülmüş ve çalışma doğrultusunda prizmanın da olduğu bazı geometrik kavramları tanımlamaları, yazmaları ve örnek çizimleri için önceden geliştirilmiş olan bir testin verileri kullanılmıştır. 12 öğretmen adayı ile yarı-yapılandırılmış mülakat yapılmıştır. Nitel analizler sonucunda öğretmen adayları prizmayı

tanımlarken genel olarak boş bıraktıkları veya anlamsız ifadeler kullandıkları sonuç olarak da tanımlamada zorlandıkları ayrıca tanımlarken kullanmış oldukları matematiksel dilin kullanma konusunda yetersiz oldukları görülmüştür.

Konyalıoğlu, Tortumlu, Kaplan, Işık ve Hızarcı (2011)'nın "Matematik Öğretmen Adaylarının İntegral Kavramını Kavramsal Anlamaları Üzerine" başlıklı betimsel çalışmada integral kavramını kavramsal boyut öğrenme düzeyinde incelemiştir. Araştırmanın amacına yönelik Doğru-Yanlış sorularından oluşan ve hatalı çözülmüş ve neden hatalı çözüldüklerini belirlemeye yönelik hazırlanmış bir test uygulanmıştır. veri toplamak amacıyla 41 matematik öğretmen adayı (15 bayan-26 bay) ile çalışma yürütülmüştür. Çalışmadan elde edilen sonuçlara göre matematik öğretmen adaylarının integral kavramı hakkında kavramsal öğrenme boyutunda yeterli olmadıkları ve zorlandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Bu nedenle araştırmacı, iyi öğretimin kazandırılması için öğretmen adaylarının matematiksel kavramları ve işlemleri kavramsal anlama boyutunda yeterli ve anlamlı öğrenmeleri gerektiği ve tek sorumlu olan öğretmen adaylarının zaman kaybetmeden üzerine düşen görevleri yerine getirilmesi gerektiğini önermiştir.

Yazıcı ve Kültür'ün (2017) "Matematik Öğretmenlerinin Kümeler Ünitesinde Yer Alan Temel Kavramlara İlişkin Matematiksel Bilgilerinin İncelenmesi" adlı çalışması "Öğretim İçin Matematik Bilgisi (ÖMB)" modeli çerçevesinde konu alan bilgileri incelenmiştir. Çalışma nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılarak 2015-2016 eğitim-öğretim yılında ilköğretim ve ortaöğretimde görev yapmakta olan 5 matematik öğretmeni ile çalışma yürütülmüş. İlk olarak, öğretmenlere "Genel Alan Bilgisi" altında değerlendirilmek amacıyla "Kümelerde Temel Kavramlara" ilişkin bazı kavramları tanımlamaları ve bu kavramlar hakkında örnekler vermeleri istenmişti. Araştırmada, öğretmenlere "Genel Alan Bilgisi" altında sorulan temel kavramlara ilişkin daha detaylı bilgi edinmek amacıyla, araştırmacı tarafından "Uzmanlık Alan Bilgisinin" içeriğine göre ve "Neden?" ve "Niçin?" şeklinde sorularla da kapsamı genişletilecek şekilde hazırlanmış 5 adet soru yöneltilmiştir. Araştırmada son olarak öğretmenlerin matematiğe bir bütün olarak nasıl bakabildiklerini ortaya koymak amacıyla, öğretmenlere "Kapsamlı Alan Bilgisi" altında, matematik müfredatında hem yatay da hem dikey de (5,6,7,8,9,10,11. Sınıf) "Küme Kavramı" ile ilişkili olabilecek (Fonksiyon, Türev, Bağlantı, Olasılık, Denklem, Çember) ve "Nasıl bir ilişki?" olabileceği sorulmuştu. Açık uçlu sorular ve yarı-yapılandırılmış görüşme formu ile veriler toplanmıştır. MEB'in, 2015-2016 eğitim-öğretim yılında hazırlanmış öğretmen ve öğrenci ders kitapları referans alınarak gerekli analizler yapılmıştır. Analizle sonucunda elde edilen bulgulara göre "Küme, Evrensel Küme ve Sonsuz Küme"

kavramlarına ilişkin öğretmenlerin genel olarak yanlış cevaplar verdikleri, “Boş Küme ve Sonlu Küme” kavramlarına ilişkin öğretmenlerin tamamının doğru cevaplar verdikleri ve “Alt Küme ve Eşit Küme” kavramlarına ilişkin ise öğretmenlerin kısmen doğru cevaplar verdikleri tespit edilmiştir. Buna göre daha çok “Sonsuz Küme”, “Evrensel Küme” ve “Eşit Küme” kavramlarına yönelik yüzeysel bilgilere sahiptirler. Öğretmenlerin bir kısmının “Küme Kavramı” ile “Fonksiyon, Türev, Bağlantı, Olasılık, Denklem, Çember” kavramlarını ilişkilendirirken zorlandıkları görülürken bir kısım öğretmen adayları ise herhangi bir ilişki kurmamıştır. Sonuçlara bakılırsa genel olarak matematik öğretmenleri yöneltilen sorulara genel olarak yüzeysel veya eksik cevaplar verdikleri, genel bir matematiksel bilgi ile açıklama yaptıkları ve bazı kısımlarda da yanlış cevap verdikleri görülmüştür. Sonuç olarak öğretmenlerin açık uçlu sorulara ve yarı yapılandırılmış görüşme sorularına vermiş oldukları cevaplar incelendiğinde, “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin konu alan bilgilerinde eksikliklerin olduğu tespit edilmiştir.

Gökkurt’un (2014) yapmış olduğu çalışmada, konu alan bilgisi, öğrencilerin anlamalarını bilme bilgisi, öğretim programı bilgisi, öğretim stratejileri bilgisi ve ölçme-değerlendirme bilgisi bileşenlerinin yer aldığı pedagoji alan bilgisi modeli kullanılarak pedagoji alan bilgisi bileşeni doğrultusunda ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik cisimler konusundaki pedagojik alan bilgilerini incelemiştir. Nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışmasının kullanıldığı çalışmada hizmet süreleri birbirinden farklı ve amaçlı örneklem yöntemi ile belirlenmiş 6 matematik öğretmen ile çalışma yürütülmüştür. Yarı-yapılandırılmış görüşme, yarı-yapılandırılmış gözlem ve doküman incelemesi teknikleri ile veriler toplanmış Uygulama sürecinde görüşmeler ile gözlemlerin tamamı ses kaydına alınmış, üç öğretmenin ders anlatımları da video kaydına alınmıştır. Verilerin analizi sonucunda çoğu öğretmenin, konu alan bilgisine ilişkin geometrik cisimlerin farklı yüzey açınımlarını çizebilmede zorlandıkları, koni ve küre konularında eksik bilgilere sahip oldukları, geometrik cisimlerin tanımlarını ve temel elemanlarını tam olarak doğru bir şekilde ifade edemedikleri ve öğretim programında konuya yönelik kazanımları tam olarak bilmedikleri ayrıca ölçme ve değerlendirme konusunda daha çok geleneksel öğretim yöntem ve teknikleri tercih ettikleri görülmüştür. Matematik öğretmenleri ile yapılan çalışmada çoğu öğretmenin dört bileşenden öğrencilerin anlamalarını bilme bileşeninde daha iyi bir seviyede oldukları görülmüştür. Sonuç olarak öğretmenlerin çoğunun, geometrik cisimler konusunda PAB’in bileşenleri olan konu alan bilgisi, öğretim programı bilgisi, öğretim stratejileri bilgisi ve ölçme-değerlendirme bilgisine yönelik pedagojik alan bilgilerinin istenilen düzeyde olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Işıksal'ın (2006) 2004-2005 eğitim-öğretim yılında bir devlet üniversitesindeki 4. sınıfta okumakta olan öğretmen adayları ile yürütmüş olduğu çalışmanın amacı öğretmen adaylarının kesirle çarpma ve bölme işlemine yönelik kavram, prensip ve ispata yönelik anlamaları 6. ve 7. Sınıftaki öğrencilerin kesirlerle çarpma ve bölme işlemi konusundaki sahip olabilecekleri kavram ve kavram yanılgıları hakkındaki bilgileri ve kesirlerle çarpma ve bölme işlemi konularını öğretirken öğretmen adaylarının kullanmış oldukları stratejileri ve bu konuları anlamlandırmaya yönelik gösterimleri araştırılmıştır. Elde edilen bulgulara göre matematik öğretmen adayları konu ile ilgili verilen problemleri rahat bir şekilde sembolleştirerek çözdükleri görülürken bu kavramları yorumlama ve anlamdirmalarındaki alan bilgilerinin yeterince derin olmadığı ve ayrıca öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye ilişkin kavramların mantığına vurgu yapılması gerektiğine yönelik inançlarının yüksek olmasına rağmen, bu kavramların açıklama ve gösterimine yönelik bilgilerinin yeterli olmadığı belirlenmiştir.

Katmer-Bayraklı'nın (2013) 2011-2012 eğitim-öğretim yılında Marmara üniversitesi ortaöğretim matematik öğretmenliği son sınıf öğrencilerinden seçilmiş 4 öğretmen adayı ile yapılan çalışmanın amacı matematik öğretmen adaylarının geometri öğretiminde vektörel yaklaşıma yönelik pedagojik alan bilgilerini ve görüşlerini ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Araştırmaya yönelik verileri toplamak amacıyla gözlem, görüşme ve doküman analizi yöntemleri kullanılarak nitel araştırma yöntemlerinden “Bütüncül Çoklu Durum” deseni kullanılmıştır. Matematik öğretmen adaylarının yapmış oldukları mikro-öğretimleri gözlemlenmiştir. Araştırma doğrultusunda elde edilen verilerin analizi “Betimsel Analiz” ve “İçerik Analizi” yöntemleri ile analiz edilmiştir. Çalışmanın sonucunda elde edilen bulgulara göre matematik öğretmen adaylarının vektörel yaklaşım konusunda pedagojik alan bilgilerinin, öğretim programı bilgisi, öğretim yöntem ve stratejileri bilgisi, öğrenciyi anlama bilgisi ölçme ve değerlendirme bilgisi yetersiz olduğu görülmüştür. Araştırmanın sonuçlarına göre konu alan bilgisi PAB için gereklidir ancak PAB nin alt boyutları olan öğretim programı bilgisi, öğretim yöntem ve stratejileri bilgisi, öğrenciyi anlama bilgisi ve ölçme ve değerlendirme bilgileri de konu alan bilgisinin gerekliliği kadar önemli olmaktadır. Matematik öğretmen adayları ile yapılan vektörel yaklaşıma yönelik görüşmelerin sonucunda öğretmen adayları vektörel yaklaşım konusunda yanlış bir algıya sahip oldukları aynı zamanda olumsuz bir tutum sergiledikleri görülürken ayrıca öğretmen adayları hem kendilerini hem de öğrencilerini vektörel yaklaşımı kullanma konusunda hazır hissetmedikleri sonucuna ulaşılmıştır.

Seçir'in (2017) "İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Kesirlerle Çarpma ve Bölme İşlemlerine İlişkin Özelleştirilmiş Alan Bilgilerinin Gelişiminin İncelenmesi" başlıklı doktora tezinde 2014-2015 eğitim-öğretim yılında bir devlet üniversitesinde ilköğretim matematik öğretmenliği okumakta olan 3. Sınıf lisans öğrencilerinden 6 öğretmen adayı ile çalışma yürütülmüş. Durum çalışmasının kullanıldığı çalışmada ilk olarak öğretmen adaylarının konuya ilişkin kavramsal anlama kazandırabilmek amacıyla bir öğretim hazırlanarak bu süreçte kesirle çarpma ve bölmenin anlamları verilerek buna yönelik model çizme, problem kurma, verilen model ya da problemi matematiksel dile çevirme, gerekçelendirme ve açıklama yapmaları istenmiştir. Araştırmanın amacı doğrultusunda Kesirlerde Çarpma ve Bölme(KÇB) testi öğretimden önce ve sonra uygulanmış ardından test hakkında öğretmen adayları ile görüşmeler yapılarak veriler toplanmıştır. Bu şekilde özelleştirilmiş alan bilgilerini ortaya çıkarmak istenmiştir. Çalışma doğrultusunda temsiller, gerekçelendirme ve açıklama olacak şekilde özelleştirilmiş alan bilgisinin belirlenen bileşenleri dikkate alınmıştır. Araştırmacının ulaştığı sonuçlara göre kesirlerle çarpma ve bölmeye ilişkin kavramsal anlamalarını ön test sonuçlarına göre zayıf olduğu görülürken, öğretimden sonra gerçekleştirilen son test sonuçlarında ise anlamalarının öğretmen adaylarının en çok zorlandıklarının genel olarak bütünü çokluk olarak alma, bilinmeyenin olmaması, birim kargaşası, kesir sayısına doğal sayı anlamı yükleme ve parça-bütün ilişkisi kuramama olduğu tespit edilmiştir. Yapılan zorlukların oluşmaması için bölmeyi çarpmanın tersi olarak yazmanın, işlemdeki sayıları grup ve nesne kavramlarıyla ifade etmenin ve referans alınan bütünün belirlenmesinin yardımcı olduğu görülmüştür. matematik öğretmen adaylarının açıklamaları incelendiğinde pay ile pay, payda ile payda çarpma ve ters çevirmeye yönelik anlamaları konusunda en fazla gelişim gösterdikleri görülürken aynı zamanda adayların öğretimden önce algoritmaların neden gerekli olduğu hakkında fikirlerini açıklayamazken, öğretim gerçekleştirildikten sonra fikirlerini belirtebildikleri görülmüş sonuç olarak öğretmen adaylarının konu hakkındaki özel alan bilgilerinin model çizme, problem kurma, matematiksel ifade yazma, gerekçelendirme ve açıklama yapma deneyimleri yoluyla geliştiği sonucuna ulaşılmıştır..

Yazıcı'nın (2017) "Matematik Öğretmenlerinin Öğretim İçin Matematik Bilgisi: Kümelerde Temel Kavramların Analizi" başlıklı durum çalışmasında 18 matematik öğretmeni ve 210 öğrencinin katılımının sağlandığı çalışmada matematik öğretmenlerinin Kümelerde Temel Kavramlar konusuna ilişkin öğretim için matematik bilgileri (ÖMB) modelinin dört alt bileşeni bağlamında incelenmiştir. "Küme Bilgisi Testi, Öğrenci Başarı Testi, Ders Gözlem Formu, öğrenci ders notları ile ses ve video kayıtları" kullanılarak veriler

toplanmıştır. 18 matematik öğretmenine, öğretim için küme bilgi testi uygulanmış ve amaçlı örneklem yöntemi ile belirlenen 3 öğretmenin ders anlatımları, öğretim süreçleri video ve ses kaydı ile kayıt edilmiş ve ayrıca gözlem yapılan 3 öğretmenin öğretim süreçleri için ders gözlem formları kullanılmıştır. Belirlenmiş olan 3 öğretmenin sınıfında bulunan toplam 210 öğrenciye “öğrenci başarı testi” uygulanmış ayrıca video kaydı yapılan sınıflardan 6 öğrenci seçilmiş ve bu 3 öğrencinin ders notları incelenmiştir. Elde edilen sonuçları incelendiğinde öğretmenlerin öğretim için matematiksel bilgi modelinin düzeylerine göre kümelerde temel kavramlara ilişkin konu alan bilgileri ve pedagojik alan bilgilerinde eksikliklerin olduğunu tespit edilirken daha çok bu eksikliklerin öğretim için matematiksel bilgi modelinin bileşenlerinden olan “Uzmanlık Alan Bilgisi” ile “Alan ve Öğretme Bilgisi”ne yoğunlaşmıştır. Öğretmenlerde var olan bu eksiklerin aynı zamanda öğrencilerin başarılarını olumsuz etkilediği görülmüştür. Araştırmacının çalışmasında son olarak, öğretmenlerin konu ve pedagojik alan bilgileri zenginleştirilmeli ve dolayısıyla matematik alanında var olan matematiksel kavramlara daha farklı açılardan bakabilmeyi, farklı temsilleri tercih etmeleri ve kullanmaları ayrıca kavramları açıklarken bu temsilleri tercih etmelerini önermiştir.

Şen’in (2019) farklı sınıf düzeyindeki 4 sınıf öğretmeni ile yapmış olduğu bütüncül çoklu durum çalışmasında pedagojik alan bilgisinin “konu alan bilgisi ,program bilgisi,öğretimsel stratejiler bilgisi ve öğrencilerin anlama bilgisi” olarak belirlenmiş 4 boyutta öğretmenlerin dörtgenler konusunda pedagojik alan bilgileri incelenmiştir. Görüşme, gözlem ve doküman analizi kullanılarak verilerin toplandığı çalışmada görüşme yapılırken öğretmenlerin görüşme sorularına vermiş oldukları cevaplama düzeyleri gözlenmiş ve bu süreç ses kaydına alınmıştır. Araştırmanın bulgularına göre sınıf öğretmenlerinin konuya yönelik en yetersiz oldukları bileşenin program bilgisi olduğu görülmüştür. Dörtgenler konusunda yetersiz bir konu alan bilgisine sahip oldukları ayrıca pedagojik alan bilgisinin bileşeni olan öğretimsel stratejiler bilgisinde sınırlı sayıda teknik ve yöntem kullandıkları ve daha çok aynı yöntem ve teknikleri tercih ettikleri ayrıca bu teknik ve yöntemlerin adlarını hatırlayamadıkları görülmüştür. Elde edilen bir başka sonuçta ise belirlenmiş olan bileşenlerin içinden en nitelikli cevapları öğrencilerin anlama bilgisi konusunda verdikleri sonucuna ulaşılmıştır.

Gökçe’nin (2016) “Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin İstatistiksel Akıl Yürütmeye[İAY] İlişkin Alan ve Pedagojik Alan Bilgilerinin İncelenmesi” başlıklı nitel çalışmasında öğretmenlerin istatistiksel akıl yürütmeye yönelik alan ve pedagojik alan bilgilerinin düzeyini belirlemek amacıyla 9 ortaokul matematik öğretmeni ile çalışma

yürütülmüştür. İstatistiksel Akıl Yürütmeye İlişkin Alan Bilgisi Testi, görüşme ve ders gözlemleri ile çalışmaya yönelik veriler toplanmıştır. Matematik öğretmenlerinin “Veri İşleme” öğrenme alanına ait birer ders saatleri gözlemlenmiş ve bu veriler ikincil veri olarak değerlendirilmiştir. Durum çalışması ile elde edilen verilerden sonra İstatistiksel Akıl Yürütmeye İlişkin Alan Bilgisi Testi ve İstatistiksel Akıl Yürütmeye İlişkin Pedagojik Alan Bilgisi görüşme formları ile veriler toplanmıştır. İlk olarak istatistiksel akıl yürütmeye yönelik alan bilgisi testi daha sonra İstatistiksel Akıl Yürütmeye İlişkin Pedagojik Alan Bilgisi Görüşme Formu ile görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın bulguları incelendiğinde istatistiksel akıl yürütme alan bilgisi düzeyinde öğretmenlerin daha çok orta düzeyde oldukları dağılıma ve değişebilirliğe ilişkin, merkez ile ilgili ve informel çıkarımsal akıl yürütme becerilerinde sınırlı yaklaşımlar gösterdiklerini ortaya koymuştur. Pedagojik alan bilgisinin istatistiksel fikirleri kullanarak akıl yürütme, öğrenci düşüncesi, öğrenci yanılığı ve öğretimsel müdahaleler bilgisi bileşenleri göz önüne alınarak istatistiksel akıl yürütme pedagojik alan bilgisi görüşme formu incelenmiş ve istatistiksel fikirleri kullanarak akıl yürütme boyutunda büyük çoğunluğu yetkin düzeyde, öğrenci düşüncesi ve öğrenci yanılığı bilgisi boyutlarında farkındalık düzeyinde, öğretimsel müdahale boyutunda ise yetersiz ve farkındalık düzeyinde açıklamalar yaptıkları belirlenmiştir. Ders içi gözlemler incelendiğinde matematik öğretmenlerinin belirlenmiş olan düzeylerdeki performanslarını destekleyen yaklaşımlar göstermiştir. Öğretmenlerin istatistiksel akıl yürütme pedagojik alan bilgilerinin yeterli olmadığı ayrıca istatistiksel akıl yürütme alan bilgisi düzeyinin istatistiksel akıl yürütme pedagojik alan bilgisi düzeyine göre daha iyi oldukları görülmüştür. Yapılan çalışma doğrultusunda elde edilen sonuca göre verilen gerçek hayat problemine yönelik İAY açısından öğrenci bilgisi ve öğretimsel müdahale açısından aynı düzeyde olmadıkları tespit edilmiştir.

Dellalbaş ve Soylu'nun(2012) 41 ilköğretim matematik öğretmenin katılımı olduğu nitel çalışmasında matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgileri ile matematik alan bilgileri arasında ilişkiyi incelenmiş ve çalışma doğrultusunda verilerin toplanması amacıyla yarı-yapılandırılmış mülakat ve öğretmenlerin yazılı açıklamalarına başvurulmuştur. Çalışma doğrultusunda Kesirler, Tamsayılar, Üslü Sayılar, Faktöriyel, Denklem Çözümünü içeren 8 açık uçlu soru kullanılırken aynı zamanda her biri pedagojik alan bilgilerini ve matematiksel alan bilgilerini belirlemeye yönelik iki açık uçlu soru içermektedir. Betimsel ve içerik analiz sonuçlarına göre ilköğretim matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgileri ile matematik alan bilgileri arasında yakın bir ilişki olduğu ayrıca katılımcıların büyük bir kısmının bazı matematiksel konularda sahip oldukları

matematiksel bilgilerin, öğretim için yeterli olmadığı ayrıca daha çok işlemsel boyutta matematiksel anlamalara sahip oldukları ayrıca öğretime yönelik yapmış oldukları açıklamaların daha çok işlemsel düzeyde olduğu görülürken bir kısım matematik öğretmeni ise öğretimsel açıklamalarını kavramsal düzeyde açıkladıkları görülmüş ancak bu düzeye yönelik açıklama yapanlar, öğretmenlerin çok az bir kısmını oluşturmaktadır. Kavramsal düzeyde öğretimsel açıklama yapan matematik öğretmenlerin büyük bir kısmı matematiksel alan bilgileri konusunda başarılı oldukları tespit edilmiştir. Çalışmaya yönelik araştırmacılar: MEB, öğretim programlarının istenen düzeyde kazandırılması ve amaçlanan hedeflere ulaşılması için öğretmenlere matematiksel alan bilgisi ayrıca matematik öğrenme ve öğretme konusunda eğitimler verilebileceği ayrıca çalışmanın yürütüldüğü matematik konularında zümrelerin konu alan bilgisine yönelik birbiriyle yardımlaşabileceği ve bilgi alışverişinde bulunması konusunda önerilerde bulunulmuştur.

Bekdemir'in (2012) sınıf öğretmenliği okumakta olan 158 öğretmen adayı ile yürütmüş olduğu çalışmada, öğretmen adaylarının çember ve daire konularında sahip oldukları kavram ve işlem bilgilerini incelemeyi amaçlamıştır. Öğretmen adaylarının çember ve daire konularına dair sahip oldukları kavram ve işlem bilgilerini ayırt etmek amacıyla ikisi π (p) sayısı, üçü çemberin çevresi, dokuzu dairenin çevresi ve alanını içine alan genel olarak 7'sinin kavramsal bilgi geriye kalan 7 maddenin ise işlemsel bilgiye yönelik hazırlanmış 14 açık uçlu sorunun yer aldığı bir ölçek geliştirilmiştir. Hem betimsel hem de istatistiksel bir araştırmadır. Araştırma doğrultusunda elde edilen veriler, bağımsız örneklemeler t-testi, MANOVA ve betimsel analizler ile analiz edilmiş ve yorumlanmıştır. Araştırmanın bulguları incelendiğinde öğretmen adaylarının işlemsel bilgiye yönelik sahip oldukları başarı genel olarak kavramsal bilgi düzeyinde elde etmiş oldukları başarılarından anlamlı olarak daha yüksek olduğu tespit edilirken aynı zamanda öğretmenlerin bu iki düzeyde de başarı düzeyleri incelendiğinde yetersiz oldukları görülmüştür. Farklı sınıf seviyeleri açısından incelendiğinde de 4. sınıfta öğrenim gören lisans öğrencilerinin kavramsal ve işlemsel bilgilerinin 1. Sınıf lisans öğrencilerine oranla daha iyi olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmadan elde edilen başka bir sonuç ise öğretmen adaylarının kavramları ve bu kavramların arasındaki ilişkiyi ve formüllerin ortaya çıkarılması ve anlamı konusunda yetersiz oldukları anlaşılmıştır. Ayrıca öğrencilerin hem "soyutlama, genelleme ve bir alandaki bilgiyi başka bir alana doğru bir şekilde transfer etme" hem de "işlem bilgi açısından özellikle cebirsel ve kareköklü ifadelerle işlem yapma becerileri" bakımından yetersiz oldukları sonucuna varılmıştır.

Baki ve Kartal'ın (2014) “Kavramsal ve İşlemsel Bilgi Bağlamında Lise Öğrencilerinin Cebir Bilgilerinin Karakterizasyonu” başlıklı çalışmasında lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin doğasını işlem ve kavram bilgisi çerçevesinde değerlendirmeyi amaçlamışlardır. Özel durum çalışmasının kullanıldığı araştırmada veri toplama aracı olarak ortaöğretim müfredatında yer alan bağıntı, fonksiyon, işlem, sayılar, polinomlar, çarpanlarına ayırma ve birinci dereceden denklem konularının yer aldığı 2 ayrı sınav hazırlanmıştır. Farklı zamanlarda katılımcılara uygulanan sınavlardan ilkinde soruların çözümleri daha çok işlemsel bilgiye dayanırken ikinci sınav kavram bilgisi gerektiren sorulardan oluşmaktadır. Araştırmanın katılımcı grubu olarak Trabzon ilinde yer alan 5 farklı liseden seçilmiş toplam 250 lise son sınıf öğrencisi ile çalışma yürütülmüştür. Araştırmanın sonuçlarına bakıldığında araştırmaya katılan öğrencilerin geçmiş yaşam deneyimlerindeki problem çözümlerini işlemsel bilgi boyutunda genel olarak sorgulamadıkları ve ilişkilendirme yapmayarak anımsadıkları kadarıyla karşılaşacakları farklı ve yeni problemlerin çözümlerinde kullandıkları görülmüştür. Araştırmanın örneklemini oluşturan öğrencilerin yarısından fazlasının işlem yürütme becerisinin yetersiz olduğu ve ayrıca öğrencilerin sorunun içeriğinde yer alan bağlantıların bir kez kullanılması gerektiği yanılışına düştükleri görülmüştür. Araştırmadan elde edilen bir başka sonuca göre öğrencilerin çoğunluğu matematiksel öğrenmenin yalnızca var olan matematiksel kuralların, formüllerin, bağıntıların ve temel özelliklerinin bilinmesine dayandığı ve yalnızca bunların bilgi düzeyinde kullanımının yeterli olabileceği yanılışına sahip oldukları görülmüştür. Başka bir sonuca göre öğrencilerin matematik konularında yer alan matematiksel bilgileri yanlış hatırladıkları ya da hatırlayamadıkları, var olan matematiksel bağıntıları hatalı kullandıkları ve bu nedenle işlemsel düzeyde hatalar yaptıkları anlaşılmıştır. Kavram bilgisi boyutunda bakıldığında öğrencilerin kavramları taşıdıkları anlamlarla bağlantı kuramayarak ilişkilendiremedikleri ve öğrenemediklerinden ötürü cebir üzerine bilmesi gereken kavramlar hakkında büyük oranda yanılışıya sahip oldukları anlaşılmıştır. Öğrencilerin düştüğü bir başka hata ise araştırmada yer alan problemlere bir bütün olarak bakamadıkları, yapısıyla ilgilenmedikleri bunlardan ziyade sorunun tipiyle ilgilendikleri bu nedenle soruları algılamada zorluk çektikleri görülmüştür. Öğrencilerin sayılar konusunda kavram yanılışlarına sahip oldukları, genellemelerde bulunarak değişik çözüm yollarını tercih ederek doğru çözüme ulaşan öğrencilerin çoğunluğun çok düşük bir yüzdesini oluşturdukları, öğrencilerin büyük bir kısmının grafiklerde verilenler ile konu arasında bir bağlantıyı yaklayamadıkları ve yer alan grafikleri okumakta zorlandıkları ya da okuyamadıkları anlaşılmıştır. Kavramsal ve işlemsel bilginin ele alındığı sorularda öğrencilerin matematiksel

dili oluşturan sembollerin ne anlama geldiğini tam olarak bilememekte ve bu durumda yanlış yorumlaması öğrencilerin cebirsel yanlışlılara sahip oldukları sonucuna ulaştırmaktadır.



BÖLÜM III

YÖNTEM

İlköğretim matematik öğretmen adaylarının karma ve vektörel çarpım alan bilgilerinin incelendiği bu araştırmanın yöntem kısmında araştırmanın modeli, verilerin toplandığı örneklem, veri toplama araçları, verilerin nasıl toplandığı, elde edilen verilerin analizlerinin nasıl ve ne şekilde yapıldığına yönelik açıklamalar yer almaktadır.

3.1. Araştırma Modeli

Bu araştırmada genel tarama kapsamında; karma ve vektörel çarpım konu alan bilgisi başarı testi uygulanması sürecinde tekil tarama modeli, analitik geometri tutum ve özyeterlilik ölçeğinin uygulanması sürecinde ise ilişkisel tarama modeli kullanılmıştır. Tarama modelleri, geçmişte ya da halen var olan bir durumu var olduğu şekliyle betimlemeyi amaçlayan araştırma yaklaşımlarıdır. Araştırmaya konu olan olay, birey ya da nesne, kendi koşulları içinde ve olduğu gibi tanımlanmaya çalışılır. Onları, herhangi bir şekilde değiştirme, etkileme çabası gösterilmez. Bilinmek istenen şey vardır ve oradadır. Önemli olan, ona uygun bir biçimde “gözleyip” belirleyebilmektir (Karasar, 2002). Araştırmada evreni temsil ettiği düşünülen örneklemin, karma ve vektörel çarpım konusunda alan bilgilerini belirlemek ve araştırma sonuçlarının evrene genellenebilmesi amaçlandığından tarama araştırması olarak belirlenmiştir.

Genel tarama modelleri, çok sayıda elemandan oluşan bir evrende, evren hakkında genel bir yargıya varmak amacı ile evrenin tümü ya da ondan alınacak bir grup, örnek ya da örneklem üzerinde yapılan tarama düzenlemeleridir (Karasar, 2002). Değişkenlerin, tek tek, tür ya da miktar olarak oluşumlarının belirlenmesi amacıyla yapılan araştırma modellerine tekil tarama modeli denir. Araştırmada, araştırmaya konu olan örneklemin başarı ve analitik geometriye yönelik görüşleri arasındaki ilişki incelendiğinden araştırma aynı zamanda ilişkisel (korelasyonel) tarama modeline de örnek gösterilebilir. İlişkisel tarama modeli, iki ya da daha fazla değişken arasında birlikte değişim varlığını tasvir etmeyi amaçlayan tarama yaklaşımıdır. Araştırma yapılırken araştırmaya yön vermesi açısından konu ile ilgisi bulunan makale, yayınlanmış tez, bildiri gibi pek çok yerli ve yabancı kaynaktan yararlanılmış, internet üzerinden doküman analizi yapılmıştır. İlişkisel tarama modelleri ise, iki ve daha çok sayıdaki değişken arasında birlikte değişim varlığını ve/veya derecesini belirlemeyi amaçlayan araştırma modelleridir (Karasar, 2002).

3.2. Araştırmanın Örneklemi

Araştırmanın örneklemini 2020-2021 eğitim-öğretim yılı güz döneminde Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programında öğrenim görmekte olan 2. sınıf 70 lisans öğrencisi oluşturmaktadır. Nicel verileri toplamak için seçkisiz olmayan örnekleme yoluna gidilmiş ve zaman, para ve işgücü yönünden var olan sınırlılıklardan dolayı örneklemin uygulama yapılabilir birimlerden seçilmesi (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2018) şeklinde tanımlanabilecek olan elverişli örnekleme (uygun örnekleme) yöntemi seçilmiştir. Öğrencilere ait bilgiler incelendiğinde, cinsiyetlerine göre dağılımları Tablo 5’ de gösterilmiştir.

Tablo 5

Araştırmaya Katılan Öğrencilerin Cinsiyete Göre Dağılımı

Cinsiyet	F	%
Kadın	48	68.6
Erkek	22	31.4
Toplam	70	100

Tablo5 incelendiğinde çalışmaya katılan 70 ilköğretim matematik öğretmenliği ikinci sınıf lisans öğrencilerinin grup değişkeni açısından incelendiğinde %68.6’nın (n=48) kadın, %31.4’nün (n=22) erkek olduğu görülmüştür.

3.3. Verilerin Toplama araçları

Araştırmaya yön vermesi amacıyla iki farklı veri toplama aracı kullanılmıştır. Bunlardan ilki, öğretmen adaylarının karma ve vektörel çarpım konularındaki alan bilgilerinin incelenmesini amaçlayan ve araştırmacı tarafından geliştirilen, geçerliliği ve güvenilirliği kanıtlanmış 30 maddelik “Karma ve Vektörel Çarpım Başarı Testi “ dir. İkinci veri toplama aracı ise lisans öğrencilerinin analitik geometriye yönelik görüşlerinin belirlenmesini amaçlayan Ilgün, Azak ve Takunyacı’nın (2012) geliştirmiş olduğu “Analitik Geometri Tutum ve Öz Yeterlilik” ölçeğidir.

3.3.1.Karma Ve Vektörel Çarpım Başarı Testi:

Araştırma doğrultusunda kullanılmak üzere araştırmacı tarafından geliştirilen ve lisans öğrencilerinin programda yer alan karma ve vektörel çarpım konularına yönelik bilgi düzeylerini ölçmeyi amaçladığımız karma ve vektörel çarpım başarı testinin geçerliliğini belirlemek amacıyla ölçüt olarak içerik geçerliliği kullanılmıştır. İçerik geçerliliği, araştırma doğrultusunda hazırlanmış olan ölçme aracında yer alan maddelerin ölçülmek istenen amaca uygun olup olmadığı, ölçmek istenilen alanı yeterince temsil edip etmediğine yönelik olup

uzman görüşüne göre belirlenmektedir (Karasar, 2002). Yapılan bu çalışmada karma ve vektörel çarpım başarı testinin kapsam ve görünüş yönüyle geçerlilik seviyesini belirleyebilmek amacıyla kaynak tarama, danışman ve uzman görüşlerinden faydalanılmıştır. Bu doğrultuda başlangıçta başarı testinde kullanılması için 53 soruluk bir başarı testi geliştirilmiş, testin kapsam geçerliliği ve konuya uygun olması sağlamak amacıyla uzman görüşü alınıp gerekli düzenlemelerden sonra uygun olmayan maddeler testten atılmış bu şekilde başarı testinde 24 açık uçlu ve 9 çoktan seçmeli sorulardan oluşan 33 maddelik başarı testi geliştirilmiştir. Başarı testinde yer alan sorular ilköğretim matematik öğretmenliği programında yer alan kazanımlar dikkate alınarak hazırlanmıştır. Başarı testinin pilot çalışması, Dokuz Eylül Üniversitesinde ortaöğretim matematik öğretmenliği okumakta olan 2. sınıf lisans öğrencilerine uygulanmıştır. Pilot çalışmanın verilerinden yararlanarak 3 madde başarı testinden çıkarılmış ve karma ve vektörel çarpım başarı testi 22 açık uçlu ve 8 çoktan seçmeli sorunun yer aldığı 30 maddelik başarı testine dönüştürülmüştür. Karma ve vektörel çarpım başarı testinde yer alan maddeler ve alt boyutları tablo 6’da gösterilmiştir.

Tablo 6

Karma ve vektörel çarpım başarı testi boyutları ve madde numaraları

Karma Ve Vektörel Çarpım Başarı Testi Boyutları	Madde Numaraları
Karma Çarpım	2,3,4,5,10,11,14,15,18,19,21,25,26,27
Vektörel Çarpım	1,6,7,8,9,12,13,16,17,20,22,23,24,28,29,30

Tablo 6 incelendiğinde karma ve vektörel çarpım başarı testi, karma çarpım ve vektörel çarpım şeklinde iki alt boyuta ayrılmış ve 14 madde karma çarpıma ağırlık verilirken geriye kalan 16 maddenin ise vektörel çarpıma ağırlık verdiği söylenebilir. Başarı testinde yer alan birinci soruda bilinmeyen iki vektörün iç çarpım değeri ve vektörel çarpımın normu verilmiş ve bu bilinmeyen iki vektör arasındaki açının tanjant değerini sorulmaktadır. İkinci soruda $\mathbf{R}^3$ ’de verilen üç birim vektör arasında $\langle \vec{b}, \vec{c} \rangle = \langle \vec{c}, \vec{a} \rangle = 0$, $\langle \vec{a}, \vec{b} \wedge \vec{c} \rangle = \frac{9}{11}$ bağıntıları olması durumunda $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$ değerinin hesaplamaya yöneliktir. Üçüncü soruda bilinmeyenlerin yer aldığı üç vektör ve doğrultman kosinüsleri verilen vektörlerin üzerine kurulan paralel yüzünün hacmini sormaktadır. Dördüncü soruda vektörel işlemler uygulanarak elde edilen farklı üç vektörün determinantının bilinmesi durumunda bilinmeyen bu üç vektörün determinanı hesaplatılmaya çalışılmıştır. Beşinci soruda farklı eksenler üzerinde yer alan vektörlerin determinant değeri bilinmekte ve normu bilinmeyen vektörlerden birinin normu hesaplatılmak istenmiştir. Altıncı soruda verilen iki

vektörde uygulanan vektörel işlemler sonucunda elde edilen yeni vektörlerin vektörel çarpımının değeri hesaplatılmak istenmiştir. Yedinci soruda iki vektörün toplamının normu ve farkının normu bilinmekte ancak bu iki vektörün vektörel çarpımının uzunluğu sorulmuştur. Sekizinci soruda öğrencilerin standart birimler vektörler cinsinden verilmiş olan iki vektörü izdüşüm uzunluğu verilmiş ve bu iki vektöre aynı anda dik olan üçüncü vektörün ne olduğu sorulmuştur. Dokuzuncu soruda iç çarpım ve paralellik şartlarını sağlayan ve 2 birim uzunluğundaki vektörün ne olduğu sorulmuştur. Onuncu soruda koordinatları bilinmeyen 3 vektörden ikisinin oluşturduğu paralel yüzünün değeri ve aralarındaki bazı eşitlikler bilinmekte ve bu üç vektör üzerine kurulan hacmin değerini sorulmaktadır. On birinci soruda R^3 'te $\vec{x} = (3, 2, -1)$, $\vec{y} = (2, -1, 5)$ iki vektör olmak üzere , $\vec{x} \wedge \vec{y} = \vec{z}$ ise $\langle \vec{x} \wedge \vec{y}, \vec{z} \rangle$ değeri istenmiştir. On ikinci soruda doğrultman kosinüsü ve uzunluğu verilen bir vektör ile koordinat noktaları bilinen ikinci vektörün vektörel çarpımının değeri sorulmuştur. On üçüncü soruda ortogonal taban olan 3 vektörün verilmiş ve bunlardan ikisinin vektörel çarpımının hesaplanması istenmiştir. 14. soruda karma çarpımın özelliklerinden olmayanı işaretlemeleri istenmiş ve ayrıca neden o şekilde işaretlediklerini gerekçelendirmeleri istenmiştir. 15. soruda amaç R^3 'te üç vektörün aynı düzemde yer almasının sonucunda bu üç vektör hakkında ne gibi çıkarımlar yapılabileceğini ölçmek istenmiştir. 16. soruda soru ile öğrencilerin vektörel çarpım ve birim vektör ile ilgili bilgi düzeyini ölçmektedir. 17. Soruda vektörel çarpım ve birim vektörün özelliklerini ele almıştır. 18. Soruda R^3 verilen üç vektörün rankının 3'den küçük olması durumunda rank ile hacim arasındaki ilişki sorgulanmaya çalışmıştır. 19.soru " R^3 'te determinantı alınan üç vektörün herhangi bir reel katı alındığında elde edilecek olan yeni vektörlerin determinantının değeri sorulmuştur. 20 soruda vektörel çarpım fonksiyonunun tanım ve değer kümelerini yazarak fonksiyon olarak ifade etmeleri istenmiştir. 21.soruda karma çarpım fonksiyonunun tanım ve değer kümelerini yazarak fonksiyon olarak ifade edilmesi istenmiştir. 22. soru R^3 'te verilen üç vektör arasında $\vec{a} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{c}) = \vec{a} \cdot (\vec{b} \wedge \vec{c})$ ifadesinin eşit olup olmadığını göstermeleri istenmiştir. 23. soruda iki vektör verilmiş ve bu vektörlere dik olan vektörün belirlenmesi ve aynı zamanda belirlenen vektöre paralel iki vektörün yazılması istenmiştir. 24.soru " $p \in R$ için $(p \cdot \vec{x}) \wedge \vec{y} = p(\vec{x} \wedge \vec{y})$ eşitliğini vektörlerden yararlanarak kanıtlanması istenmiştir. 25.soru R^3 'te $\vec{a} = (3, 2, 1)$, $\vec{b} = (7, 0, 1)$, $\vec{c} = (2, 2, 1)$ ve $\vec{k}$ vektörleri için; $\langle \vec{k}, \vec{a} \wedge \vec{b} \rangle = 0$ ve $\langle \vec{k}, \vec{a} \wedge \vec{c} \rangle = 0$ bağıntılarını sağlayan k birim vektörünü istenmiştir. 26. Soruda verilen üç vektörden yararlanarak elde edilen yeni konum vektörlerinin oluşturduğu dört yüzünün hacminin hesaplanmasıdır. 27. Soruda

vektörlerinin gerdiği uzayın boyutu 2 olması durumunda verilen cebirsel ifadenin değeri istenmiştir. 28. Soruda verilen iki vektöre aynı anda dik olan yeni vektörün uzunluğuna eşit farklı bir vektörün seçilmesi istenmiştir. 29. soruda verilen iki vektöre de aynı anda dik olan vektöre paralel ve uzunluğu 13 birim olan yeni vektörün belirlenmesi istenmiştir. 30.soruda ise verilen iki vektöre de aynı anda dik olan vektörün neye karşılık geldiği bilgisinden yararlanarak iki vektör arasındaki açının kosinüsünün değeri sorulmuştur.

3.3.2. Analitik Geometriye Yönelik Tutum ve Özyeterlilik Ölçeği

Bireylerin başarısı aldıkları derslere ilişkin algılarına, öz yeterliklerine ve tutumlarına bağlı olabilir. Analitik geometri bu derslerden biridir. Ayrıca, bir önceki derste elde edilen bilgiler, bireylerin tutumlarını etkileyebilir (Özerdem, 2007). Bu nedenle Ilgün, Azak ve Takunyacı (2012) tarafından ,üniversite öğrencilerinin algılarını, öz yeterliklerini ve analitik geometriye yönelik tutumlarını yansıtan analitik geometri hakkında bir ölçek geliştirmek istenmiş ve araştırma doğrultusunda analitik geometriye yönelik tutum ve öz yeterlilik ölçeği geliştirilmiştir. Analitik geometriye yönelik tutum ve öz yeterlilik ölçeğinin hazırlanması sırasında önce kapsamlı bir literatür araştırması yapılmış ve bu doğrultuda ölçeğin teorik yapısı kurulmaya çalışılmıştır. İlköğretim matematik eğitimi ve matematik bölümüne kayıt yaptıran üniversite öğrencilerine verilen yazılı formlardan elde edilen sonuçlara yönelik olarak analitik geometriye yönelik fikirleri alınması ile beraber öğrencilerin bu derse yönelik algı ve tutumları hakkındaki görüşleri bu ölçeğe uygun maddelere dönüştürülmüştür. Ölçeğin hazırlanması aşamasında ilk olarak 46 madde yer almakta ancak daha sonra 46 madde anlaşılabilirlik, uygunluk açısından 3 matematik eğitimcisi, 1 uzman türk eğitimcisi tarafından kontrol edilmiş ve ölçek son olarak 26 maddenin yer aldığı bir ölçeğe dönüştürülmüştür. Öğrencilerin Analitik Geometriye yönelik algı ve tutumlarını ölçmek için geliştirilen Analitik Geometri Ölçeğinde, "1" "kesinlikle katılmıyorum", "2" "katılmıyorum", "3" "tarafsız", "4" "katılıyorum" ve "5" "kesinlikle katılıyorum" şeklinde 5'li likert tipi bir ölçek hazırlanmıştır. Ölçekten alınabilecek en düşük puan 26 olurken; 130 puan ise en yüksek puan olabilir. "Analitik geometriye karşı zorluk " alt faktörü için en düşük puan 14 ve en yüksek puan 70, "analitik geometrinin öz yeterliliği" ve "başarı gereksinimi" alt faktörleri için en düşük puan 6 ve en yüksek puan 30 olabilmektedir. Analitik geometri dersine yönelik tutumun, zorluk, öz yeterlilik ve başarı gereksinimleri boyutlarından oluştuğu kabul edilerek ölçek bu belirlenmiş olan üç boyutu örtecek bir şekilde hazırlanmış ve boyutları ve bu boyutlara ait madde numaraları tablo7'de belirtilmiştir.

Tablo 7

Analitik geometriye yönelik tutum ve öz Yeterlilik ölçeğinin boyutları ve boyutlara ait madde numaraları

Boyutlar	Madde Numaraları
Zorluk	1,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14
Öz Yeterlilik	15,16,17,18,19,20
Başarı Gereksinimi	21,22,23,24,24,25,26

Ilgün, Azak ve Takunyacı'nın (2012) geliştirmiş olduğu analitik geometriye yönelik tutum ve öz yeterlilik ölçeği; zorluk, öz yeterlilik ve başarı gereksinimi boyutlarından oluşmaktadır. Ilgün, Azak ve Takunyacı (2012) ölçeğin güvenirlik değerini zorluk alt boyutu için 0.79, öz yeterliği alt boyutu için 0.81 ve başarı gereksinimi alt boyutu için 0.77 olduğu tespit etmiştir. İlköğretim matematik öğretmenliği lisans öğrencilerinin karma ve vektörel çarpım konu alan bilgilerinin incelendiği çalışmada ise Ilgün, Azak ve Takunyacı'nın geliştirdiği ölçek tekrar güvenirlik testinden geçirilmiş, ölçeğin güvenirlik değeri zorluk alt boyutu için 0.99, öz yeterlik alt boyutu için 0.98 ve başarı gereksinimi alt boyutu için 0.97 olduğunu anlaşılmıştır. Araştırmanın genel güvenirliğine bakıldığında ise 0.99 olduğu görülmektedir.

3.4. Verilerin toplanma süreci

Bu araştırma 2020-2021 eğitim-öğretim yılında Ege bölgesinde yer alan bir devlet üniversitesinde ilköğretim matematik öğretmenliği okumakta olan 2. Sınıf toplam 70 lisans öğrencisi ile çalışma yürütülmüştür.

Başarı testi söz konusu olan karma ve vektörel çarpım konuları öğretildikten sonra uygulanmıştır. Öğrencilere ilk olarak karma ve vektörel çarpım konularındaki bilgi düzeylerini incelemek amacıyla “Karma ve Vektörel Çarpım Başarı Testi” uygulanmış bir hafta sonra aynı üniversite öğrencilerinin analitik geometriye yönelik zorluk, analitik geometriye yönelik öz yeterliklerini ve analitik geometriye yönelik başarı gereksinimlerini belirleyebilmek amacıyla “Analitik Geometriye Yönelik Tutum ve Öz Yeterlilik Ölçeği” nin cevapları öğrencilerden istenmiştir. Karma ve vektörel çarpım başarı testi ve analitik geometriye yönelik tutum ve öz yeterlilik ölçeği uygulanmadan önce araştırmanın amacı öğrencilere açıklanmış ve dikkat edilmesi gereken noktalar söylenerek gerekli uyarılar yapılmıştır. Veri toplama araçlarının uygulanacağı şubelerdeki öğrencilerin cevaplama süreleri aynı tutulmuştur. Başarı testinin ve ölçeğin uygulanması esnasında öğrenciler hiçbir soru yöneltmemişlerdir.

3.5. Tasarım, Geliştirme, Uygulama Süreci

Yapılan bu çalışmada karma ve vektörel çarpım başarı testinin kapsam ve görünüş yönüyle geçerlilik seviyesini belirleyebilmek amacıyla kaynak tarama, danışman ve uzman görüşlerinden faydalanılmıştır. Bu doğrultuda başlangıçta başarı testinde kullanılması için 53 soruluk bir başarı testi geliştirilmiş, testin kapsam geçerliliği ve konuya uygun olması sağlamak amacıyla uzman görüşü alınıp gerekli düzenlemelerden sonra uygun olmayan maddeler testten atılmış bu şekilde başarı testinde 24 açık uçlu ve 9 çoktan seçmeli sorulardan oluşan 33 maddelik başarı testi geliştirilmiştir. Başarı testinde yer alan sorular ilköğretim matematik öğretmenliği programında yer alan kazanımlar dikkate alınarak hazırlanmıştır. Başarı testi ortaöğretim matematik öğretmenliği okuyan 2 sınıf lisans öğrencilerine uygulanarak pilot çalışma yapılmış, pilot çalışmanın verilerinden yararlanarak 3 madde başarı testinden çıkarılmış ve karma ve vektörel çarpım başarı testi 22 açık uçlu ve 8 çoktan seçmeli sorunun yer aldığı 30 maddelik başarı testine dönüştürülmüştür.

Hazırlanan sorular ile lisans öğrencilerinin belirlenen konu hakkında ne düzeyde bir alan bilgisine sahip oldukları tespit edilmeye çalışılırken aynı zamanda ne şekilde hatalar yaptıkları da görülmeye çalışılmıştır. Başarı testinde yer alan soruların cevaplandırılabilmesi için lisans öğrencilerine 90 dakikalık süre verilmiştir. Öncelikle öğretmen adaylarının başarı testi uygulanmış 1 hafta ara ile analitik geometri tutum ve öz yeterlilik ölçeği öğrencilere uygulanmıştır.

3.6. Verilerin analizi:

İlköğretim matematik öğretmenliği 2. Sınıf lisans öğrencilerinin karma ve vektörel çarpım başarı düzeyleri ile analitik geometriye yönelik tutum ve öz yeterliklerinin belirlenmesi amacıyla hazırlanmış olan veri toplama araçlarından elde edilen veriler tek tek incelenmiş hatalı ve boş bırakılmış olan testler araştırmanın verilerine dahil edilmemiştir. Geriye kalan öğrenci kağıtlarına 1'den 70'e kadar numara verilerek incelenmiş ve veriler SPSS 23 Paket programına girilmiştir.

Karma ve vektörel çarpım başarı testinin cevap anahtarı iki uzman tarafından hazırlanmış ve her bir öğrencinin her bir maddeye vermiş olduğu olası yanıtları incelenmiş ve 0 ile 4 arasında puanlandırılmıştır. Karma ve vektörel çarpım başarı testinde yer alan her bir soruya verilen öğrenci cevapları puanlandırılırken genel olarak şuna dikkat edilmiştir: Çözümü tam ve doğru yapan öğrenci cevabı “doğru” olarak kabul edilip 4 puan olarak değerlendirilmekte, çözüme ulaşamayan ancak doğru adımlarla işlem yapan öğrenci cevabı 3 puan olarak belirlenmiş ve kısmen doğru olarak nitelendirilmiş, sadece sonucu

yazan ancak gerekli işlemleri gerçekleştirilmeyen ya da hatalı gerçekleştiren öğrenci cevabı “eksik” olarak kabul edilip 2 puan olarak değerlendirilmiş, soruyu çözerken başlangıçtan itibaren yanlış bir yol izleyerek sonucu yanlış bulan veya sonuca ulaşamayan öğrenci cevabı “yanlış” olarak nitelendirilip 1 puan olarak değerlendirilmiş ve son olarak soruya dair herhangi bir işlem veya açıklama yapmayıp boş bırakan öğrenci cevabı “boş” olarak kabul edilmiş ve 0 puan olarak değerlendirilmiştir. Başarı testinde yer alan her bir maddeye verilen öğrenci cevaplarının frekans ve yüzdeleri tablolar halinde verilmiştir. Çalışmada öğrencilerin her bir maddeye vermiş olduğu yanıtlardan önemli görülen öğrenci cevaplarından alıntılar yapılarak araştırmanın bulgular kısmında yer verilmiştir. Öğretmen adaylarının başarı testinden elde ettikleri puanların yorumlanmasında aşağıda yer alan aralıklar dikkate alınmıştır.

- $0.00 \leq x \leq 0.99$; “önemli eksikleri var”;
- $1.00 \leq x \leq 1.99$; “geliştirilmesi gerekir”;
- $2.00 \leq x \leq 2.99$; “başarılı”;
- $3.00 \leq x \leq 4.00$; “oldukça başarılı”

Analitik geometri tutum ve öz yeterlik ölçeğinden elde edilen puanların yorumlanmasında aşağıda yer alan aralıklar dikkate alınmıştır.

- ❖ 4.20-5.00 ; “Çok Yüksek”
- ❖ 3.40-4.19 ; “Yüksek ”
- ❖ 2.60-3.39 ; “Orta ”
- ❖ 1.80-2.59 ; “Düşük ”
- ❖ 1.00-1.79 ; “Çok Düşük”

Matematik öğretmen adaylarının ölçeklerden aldıkları puanlara göre düzeylerini belirlenmesinde , ölçeğin aralık genişliği belirlenirken “dizi genişliği/yapılacak grup sayısı” ($4/5=0.80$) formülünden yararlanılarak hesaplanmış ve çalışmada yer verilmiştir (Tekin,1993).

Başarı testinden elde edilen verilere göre İlköğretim matematik öğretmenliği ikinci Sınıf lisans öğrencilerinin Vektörel çarpım konusunu öğrenme düzeyi ile karma çarpım konusunu öğrenme düzeyinin yorumlanması için puanların ortalamaları ve standart sapma değerleri belirlenmiştir. Öğrencilerinin vektörel ve karma çarpım konularını öğrenme düzeyleri ile cinsiyetleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık gösterip göstermeyeceğini anlayabilmek için öncelikle karma ve vektörel çarpım başarı puanlarının normal dağılıma uyup uymadığı incelenmiştir. Verilerin normal dağılıma uyup

uymadıklarını Skewness-Kurtosis analizi sonuçlarına göre yorumlanmış, öğrencilerin ortalama karma çarpım puanının normal dağılım gösterdiği ($\bar{C}.K = -0.792$; $-1 < \bar{C}.K < +1$) ancak vektörel çarpım puanlarının normal dağılım göstermediği görülmüş bu nedenle normal dağılım göstermesi için log10 dönüşümü ile normal dağılıma çevrilmiştir ($\bar{C}.K = 0.282$; $-1 < \bar{C}.K < +1$). Öğrencilerinin analitik geometriye yönelik tutum ve öz yeterlilik düzeylerinin belirlenmesinde analitik geometri tutum ve öz yeterlilik ölçeğine verdikleri cevapların puan ortalamaları ve standart sapma değerleri hesaplanmıştır. Öğrencilerinin analitik geometriye yönelik görüşleri ile cinsiyetleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığını belirleyebilmek için öncelikle tutum ve öz-yeterlilik ölçeğinin genel ortalaması ile alt boyutlarının normal dağılım gösterip göstermediği Skewness -Kurtosis analizi sonuçlarına göre belirlenmiş olup öğrencilerin ortalama zorluk boyutunun normal dağılıma uymadığı ($\bar{C}.K = -1.040$; $-1 < \bar{C}.K < +1$) görülürken ölçeğin genel puan ortalamasının ve diğer alt boyutları olan başarı gerekliliği ve öz-yeterlilik puan ortalamalarının normal dağılıma uyduğu anlaşılmıştır. Normalite testlerinin uygulanması amacıyla normal dağılım göstermeyen zorluk alt boyutu log10 dönüşümü yardımı ile normal dağılıma çevrilmiştir. Normal dağılıma dönüştürüldükten öğrencilerinin analitik geometriye yönelik görüşleri ile cinsiyetleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık gösterip göstermediği bağımsız örneklem t testi kullanılarak analiz edilmiştir. Son olarak öğrencilerinin karma ve vektörel çarpım konusunu öğrenme düzeyi ile analitik geometriye yönelik tutum ve öz yeterlilik arasında anlamlı bir ilişkinin olup olmayacağı Pearson Korelasyon Katsayısı ile belirlenmiştir.

3.6. Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği

Araştırmanın geçerli ve güvenilir olması için karma ve vektörel çarpım başarı testinde yer alan her bir madde analitik geometri 1 dersinin konu ile ilgili olan kazanımlarını içerecek şekilde hazırlanmıştır. Sorular hazırlandıktan sonra pilot çalışması yapılmış ve başarı testi tekrardan incelenmiş ve hatalı olan sorular testten atılmıştır. Başarı testinde yer alan her bir madde için 2 uzman kişinin hazırlamış oldukları cevap anahtarları dikkate alınarak puanlandırılmıştır. Başarı testinde yer alan her bir maddenin yeterince açık ve anlaşılır olmasına dikkat edilmiş ve her bir kazanıma yönelik birden fazla soru sorulmuştur. Uygulanan başarı testinde yer alan her bir maddenin yeterince açık ve anlaşılır olduğu verilen cevaplardan anlaşılmıştır. Başarı testi pilot çalışmasından önce ve sonra uzman görüşünden yararlanılmış ve başarı testi uygulamaya hazır hale getirilmiştir. Ilgün, Azak ve Takunyacı'nın (2012) geliştirmiş olduğu ölçek tekrar güvenirlik testinden geçirilmiş, ölçeğin güvenirlik değeri zorluk alt boyutu için 0.99, öz yeterliliği alt boyutu

için 0.98 ve başarı gereksinimi alt boyutu için 0.97 olduğunu görülürken aynı zamanda ölçeğin genel güvenilirlik değerinin ise 0.99 olduğu güvenilirlik analizi sonucu anlaşılmıştır. Bu da ölçeğin yeterince güvenilir olduğunu göstermektedir.

3.8. Araştırmacının Rolü

Araştırmacı araştırmanın temelini oluşturan “Karma ve Vektörel Çarpım Başarı Testi”nin sorularını hazırlamış ve belirlenen bir süre içerisinde bu testi lisans öğrencilerine uygulamıştır. Uygulanan testten elde edilen veriler araştırmacı tarafından tek tek incelenmiştir. Gerekli tespitler yapılmış ve konu ile ilgili bilgi düzeyi belirlenmiştir. Analitik geometri tutum ve öz yeterlilik ölçeğinden elde edilen verilerde tek tek ele alınmış gerekli analizler uygulanmıştır. Araştırmacının üzerinde önemle durmuş olduğu alt problemlere tek tek yanıt aranmaya çalışılmıştır. Araştırmacının ulaştığı sonuçlar daha sonrasında yapılacak olan çalışmalara ışık tutacağı düşünülmektedir.

BÖLÜM IV

BULGULAR

Bu bölümde araştırmanın önceden belirlenmiş olan alt problemlerine yönelik elde edilen bulgular ve bu bulgularla ilgili yorumlara yer verilmiştir. Çalışma doğrultusunda belirlenmiş olan her bir alt probleme ait istatistiksel işlemler sonucunda elde edilen analiz bulguları ve yorumları aşağıda belirtilmiştir.

Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Araştırmanın 1. Alt probleminde “ İlköğretim matematik öğretmenliği ikinci Sınıf lisans öğrencilerinin Vektörel çarpım konusunu öğrenme düzeyi nedir?” sorusuna yanıt aranmak istenmiştir. ilköğretim matematik öğretmenliği okumakta olan 2. Sınıf lisans öğrencilerinin karma ve vektörel çarpım başarı testinde yer alan 1,6,7,8,9,12,13,16,17,20,22,23,24,28,29,30. Sorulardan elde ettikleri puanlar ve sorulara vermiş oldukları yanıtlar incelenmiştir. Başarı testinden elde edilen puanların ortalaması ve standart sapma değerleri ise tablo 8’de belirtilmiştir.

Tablo 8

Vektörel Çarpım Puanlarına Yönelik Ortalama Ve Standart Sapma Değerleri

	N	Minimum	Maksimum	$\bar{X}$	s.s.
Vektörel çarpım puanları	70	0	4	2.9571	0.84388

Tablo 8 incelendiğinde araştırmaya katılan 70 ilköğretim matematik öğretmenliği ikinci sınıf lisans öğrencisine uygulanmış olan karma ve vektörel çarpım başarı testinin içeriğinde yer alan vektörel çarpım puan ortalamalarını $\bar{X}= 2.9571$ olduğu görülmektedir. Bu bağlamda lisans öğrencilerinin elde ettikleri puan ortalaması değerlendirildiğinde uygulamaya katılım gösteren öğretmen adaylarının vektörel çarpım konusunda başarılı oldukları sonucuna ulaşılmıştır.

1.soruda “ β , $\vec{a}$ ile $\vec{b}$ vektörleri arasındaki açı olmak üzere , $\|\vec{a} \wedge \vec{b}\| = 8$, $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = 7$ ise bu iki vektör arasındaki açının tanjantı kaçtır?” şeklinde öğrencilere sorulmuştur. Bu soruda amaç bilinmeyen iki vektörün iç çarpım değeri ve vektörel çarpımın normunun bilinmesi durumunda bu iki vektör arasındaki açının tanjant değerinin belirlenip

belirlenemeyeceğine yöneliktir. Öğrencilerin 1. Soruya vermiş oldukları yanıtlar incelenmiş ve bu soruya ait frekans ve yüzde dağılımı tablo 9’da gösterilmiştir.

Tablo 9

Öğrencilerin 1.soruya vermiş olduğu cevapların frekan ve yüzdeleri

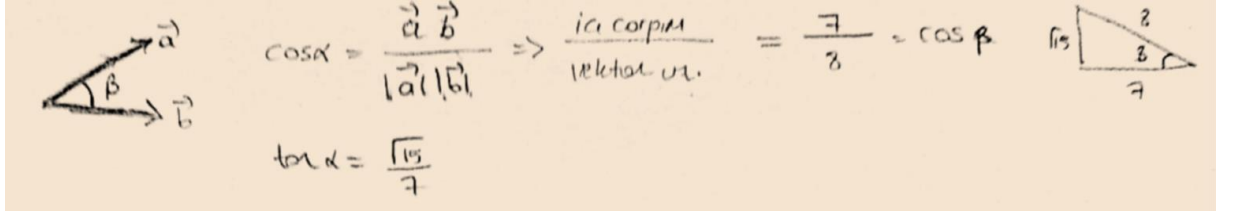
SORU 1	F	%
Boş	2	2.9
Yanlış	5	7.1
Eksik	0	0.0
Kısmen Doğru	1	1.4
Doğru	62	88.6
Toplam	70	100

Tablo 9 incelendiğinde öğrencilerin %2.9 nun soruyu boş bıraktığı, %7.1 nin soruyu yanlış cevapladığı,% 0 nin soruyu eksik cevapladığı,%1.4 nün soruyu kısmen doğru cevapladıkları ve son olarak %88.6 sınıf ise soruyu doğru yanıtladıkları görülmüştür. Birinci sorunun çözümünü tam ve doğru olarak yapanların yüzdesinin yeterince yüksek olduğu sonucuna ulaşabiliriz.

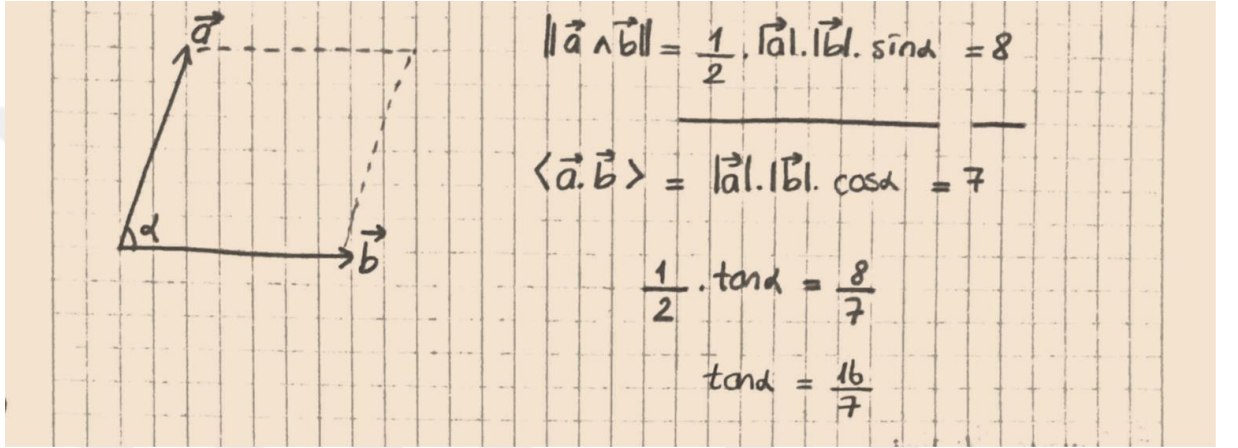
İki vektör arasındaki açının tanjant değerini doğru ifade eden öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 15’te, yanlış ifade eden şekil 16’de ve kısmen doğru ifade eden şekil 17’de gösterilmiştir.

$$\begin{aligned}
 \|\vec{a} \wedge \vec{b}\| &= \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \cdot \sin \beta & 2 \text{ eşitliği birbirine oranlayıp} \\
 \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle &= \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \cdot \cos \beta & \text{sadeleştirirsek;} \\
 \frac{\|\vec{a} \wedge \vec{b}\|}{\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle} &= \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \tan \beta & , \quad \tan \beta = \frac{8}{7}
 \end{aligned}$$

Şekil 15. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 1. Soruda iki vektör arasındaki açının tanjant değerini tam ve doğru ifade eden öğrenci cevabı



Şekil 16. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 1.Soruda iç çarpım bağıntısını kurarken vektörlerin normlarının çarpımının vektörel çarpımın normuna eşit olduğunu düşünerek yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı



Şekil 17. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 1.Soruda vektörel çarpımın normu ile ilgili olan bağıntıyı hatalı ifade etmesinden dolayı doğru çözüme ulaşamayan ancak doğru adımlar kullanarak işlem yapan öğrenci cevabı

6.soruda " $\mathbb{R}^3$ 'te $\vec{u} = (1, 2, -1)$, $\vec{v} = (2, -2, 5)$ vektörleri için $\vec{x} = 2\vec{u} + \vec{v}$ ve $\vec{y} = -2\vec{u} + \vec{v}$ ise $\vec{x} \wedge \vec{y} = ?$ " şeklinde öğrencilere sorulmuştur. Bu soruda amaç vektörel işlemlere yönelik ön bilgilerini yararlanarak elde edecekleri farklı iki vektörün vektörel çarpımının belirlenmesi istenmiştir. Öğrencilerin 6. Soruya vermiş oldukları yanıtlar incelenmiş ve bu soruya ait frekans ve yüzde dağılımı tablo 10'da gösterilmiştir.

Tablo 10

Öğrencilerin 6.soruya vermiş olduğu cevapların frekan ve yüzdeleri

SORU 6	F	%
Boş	2	2,9
Yanlış	4	5.7
Eksik	1	1.4
Kısmen Doğru	14	20.0
Doğru	49	70.0
Toplam	70	100

Tablo 10 incelendiğinde öğrencilerin %2.9 nun soruyu boş bıraktığı, %5.7 sinin soruyu yanlış cevapladığı, %1.4nün eksik bıraktığı, % 20 sinin soruyu kısmen doğru cevapladığı ve son olarak %70 nin soruyu tam ve doğru yaparak doğru yanıtladıkları sonucuna ulaşılmıştır. Yüzdelere bakıldığında öğrencilerin büyük çoğunlunun soruyu eksiksiz ve doğru bir şekilde yanıtlamış olduğu görülse de % 20 gibi bir oranın ise çözüme ulaşamadığı ancak doğru adımlar kullanarak çözüme ulaşmaya çalıştıkları da görülmüştür.

Vektörel işlemler kullanılarak oluşturulmuş iki vektörün vektörel çarpımını tam ve doğru ifade eden öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 18’de, yanlış yanıtlayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 19’da, eksik yanıtlayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 20’de, kısmen doğru yanıtlayan öğrenci cevaplarında alıntılar şekil 21 ve şekil 22 da gösterilmiştir.

SORU-6

$$\vec{u} = (1, 2, -1), \vec{v} = (2, -2, 5), \vec{x} = 2\vec{u} + \vec{v}, \vec{y} = -2\vec{u} + \vec{v}, \vec{x} \wedge \vec{y} = ?$$

$$\vec{x} = (2, 4, -2) + (2, -2, 5) = (4, 2, 3)$$

$$\vec{y} = (-2, -4, 2) + (2, -2, 5) = (0, -6, 7)$$

$$\vec{x} \wedge \vec{y} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & 2 & 3 \\ 0 & -6 & 7 \end{vmatrix}$$

$$= 32\hat{i} - 28\hat{j} - 24\hat{k}$$

Şekil 18. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 6. Soruda soruyu çözerken başlangıçtan itibaren yanlış ilerleyip sonucu yanlış bulan öğrenci cevabı.

$$\vec{x} = 2\vec{u} + \vec{v} = (6, 2, 3) \quad \vec{y} = -2\vec{u} + \vec{v} = (0, -6, 7)$$

$$\vec{x} \wedge \vec{y} = \begin{bmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ 6 & 2 & 3 \\ 0 & -6 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} \begin{array}{ccc} e_1 & e_2 & e_3 \\ 6 & 2 & 3 \\ 0 & -6 & 7 \end{array} = 14e_1 - 36e_3 + 18e_1 - 42e_2 \\ \begin{array}{ccc} e_1 & e_2 & e_3 \\ 6 & 2 & 3 \\ 0 & -6 & 7 \end{array} = 42e_1 - 42e_2 - 36e_3 \\ \begin{array}{ccc} e_1 & e_2 & e_3 \\ 6 & 2 & 3 \\ 0 & -6 & 7 \end{array} = \boxed{(42, -42, -36)} \end{array}$$

Şekil 19. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 6. Soruda soruyu çözerken başlangıçtan itibaren yanlış ilerleyip sonucu yanlış bulan öğrenci cevabı

$$\vec{x} = (4, 2, 3) \quad \vec{y} = (0, -6, 7) \quad \vec{x} \wedge \vec{y} = (0, -12, 21)$$

Şekil 20. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 6. Soruda soru da sadece sonucu yazarak gerekli adımları uygulamayarak eksik yanıtlayan öğrenci cevabı

6) $\mathbb{R}^3$ 'te $\vec{u} = (1, 2, -1)$, $\vec{v} = (2, -2, 5)$ vektörleri için $\vec{x} = 2\vec{u} + \vec{v}$ ve $\vec{y} = -2\vec{u} + \vec{v}$ ise $\vec{x} \wedge \vec{y} = ?$

$$\begin{aligned} x &= 2(1, 2, -1) + (2, -2, 5) & y &= -2(1, 2, -1) + (2, -2, 5) \\ x &= (2, 4, -2) + (2, -2, 5) & y &= (-2, -4, 2) + (2, -2, 5) \\ x &= (4, 2, 3) & y &= (0, -6, 7) \end{aligned}$$

$$\vec{x} \wedge \vec{y} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 4 & 2 & 3 \\ 0 & -6 & 7 \end{vmatrix} = -11i - 28j - 24k = (-11, -28, -24)$$

Şekil 21. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 6. Soruda soruyu çözerken çözüme ulaşamamış ancak sarrus kuralını uygularken işlemsel düzeyde bir hata yaparak doğru sonuca ulaşamayan öğrenci cevabı

7. soru “ $\left\| \vec{x} + \vec{y} \right\| = 5$, $\|x\| = 1$ ve $\left\| \vec{x} - \vec{y} \right\| = 3$ olduğuna göre $\left\| \vec{x} \wedge \vec{y} \right\| = ?$ ” olarak hazırlanmış ve öğrencilerden cevaplandırmaları istenmiştir. Bu soru ile iki vektörün toplamının normu ve farkının normu özdeşliklerinden yararlanarak bu iki vektöre dik olan vektörün normunun hesaplanması amaçlanmıştır. 7.soruya vermiş oldukları yanıtlar incelenmiş ve bu soruya ait frekans ve yüzde dağılımı tablo 11’de gösterilmiştir.

Tablo 11

Öğrencilerin 7.soruya vermiş olduğu cevapların frekan ve yüzdeleri

Soru 7	F	%
Boş	19	27.1
Yanlış	0	0.0
Eksik	1	1.4
Kısmen Doğru	15	21.4
Doğru	35	50.0
Toplam	70	100

Tablo 11 İncelendiğinde öğrencilerin %27.1' sinin soruyu boş bıraktığı, %0.0 yanlış, %1.4'nün eksik, %21.4'nün kısmen doğru yanıtladığı ve %50.0 sinin soruyu doğru yanıtladıkları sonucuna ulaşılmıştır. Soruya dair hiçbir işlem yapamayan öğrencilerin 19 kişi olduğu yarisinin ise çözümü tam ve doğru olarak yanıtladıkları anlaşılmıştır. Sadece sonucu yazan ancak gerekli işlemleri gerçekleştirmeyen ya da hatalı gerçekleştiren öğrenciler ile soruyu boş bırakan öğrencilerin yüzdesinin yakın oldukları anlaşılmıştır.

İki vektörün vektörel çarpımının normunu doğru hesaplayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 22 ve şekil 23'de, çözüme ulaşamayan ancak doğru adımlar kullanarak sonuca ulaşan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 24 ve şekil 25'te gösterilmiştir.

$$\begin{aligned}
 \|\vec{x} + \vec{y}\|^2 &= \|\vec{x}\|^2 + \|\vec{y}\|^2 + 2\langle \vec{x}, \vec{y} \rangle = 25 \\
 \|\vec{x} - \vec{y}\|^2 &= \|\vec{x}\|^2 + \|\vec{y}\|^2 - 2\langle \vec{x}, \vec{y} \rangle = 9 \\
 \text{Taraf tarafa toplanırsa,} \\
 34 &= 2(\|\vec{x}\|^2 + \|\vec{y}\|^2) \Rightarrow 17 = \underbrace{\|\vec{x}\|^2}_1 + \|\vec{y}\|^2 \Rightarrow \|\vec{y}\|^2 = 16 \Rightarrow \|\vec{y}\| = 4 \\
 \text{Taraf tarafa çıkarılırsa,} \\
 16 &= 4\langle \vec{x}, \vec{y} \rangle \Rightarrow 4 = \langle \vec{x}, \vec{y} \rangle = \|\vec{x}\| \cdot \|\vec{y}\| \cdot \cos\theta = 4\cos\theta = 4 \Rightarrow \cos\theta = 1 \text{ dir.} \\
 \cos\theta &= 1 \text{ ise } \sin\theta = 0 \text{ dir.} \\
 \|\vec{x} \wedge \vec{y}\| &= \|\vec{x}\| \cdot \|\vec{y}\| \cdot \sin\theta = 1 \cdot 4 \cdot 0 = 0 \text{ dir.}
 \end{aligned}$$

Şekil 22. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 7. Soruda çözümü tam ve doğru yapan öğrenci cevabı

$$\begin{aligned}
 \|\vec{x} + \vec{y}\|^2 &= \|\vec{x}\|^2 + 2\langle \vec{x}, \vec{y} \rangle + \|\vec{y}\|^2 \quad (1) \\
 25 &= 1 + 2\langle \vec{x}, \vec{y} \rangle + \|\vec{y}\|^2 \\
 \|\vec{x} - \vec{y}\|^2 &= \|\vec{x}\|^2 - 2\langle \vec{x}, \vec{y} \rangle + \|\vec{y}\|^2 \quad (2) \\
 9 &= 1 - 2\langle \vec{x}, \vec{y} \rangle + \|\vec{y}\|^2 \\
 (1) + (2) \quad 34 &= 2 + 2\|\vec{y}\|^2 \\
 16 &= \|\vec{y}\|^2 \\
 \|\vec{y}\| &= 4 \\
 (1) - (2) \quad 16 &= 4\langle \vec{x}, \vec{y} \rangle \\
 16 &= 4 \cdot \underbrace{\|\vec{x}\|}_1 \cdot \underbrace{\|\vec{y}\|}_4 \cdot \cos \theta \\
 \cos \theta &= 1 \Rightarrow \theta = 0^\circ \\
 \|\vec{x} \wedge \vec{y}\| &= \underbrace{\|\vec{x}\|}_1 \cdot \underbrace{\|\vec{y}\|}_4 \cdot \sin \theta \\
 \|\vec{x} \wedge \vec{y}\| &= 4 \cdot \sin 0 \\
 \|\vec{x} \wedge \vec{y}\| &= 0
 \end{aligned}$$

Şekil 23. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 7. Soruda çözümü tam ve doğru yapan öğrenci cevabı

$$\begin{aligned}
 \|\vec{x} + \vec{y}\|^2 &= \langle \vec{x} + \vec{y}, \vec{x} + \vec{y} \rangle = \langle \vec{x}, \vec{x} \rangle + \langle \vec{x}, \vec{y} \rangle + \langle \vec{y}, \vec{x} \rangle + \langle \vec{y}, \vec{y} \rangle \\
 25 &= \underbrace{\|\vec{x}\|^2}_1 + 2\langle \vec{x}, \vec{y} \rangle + \|\vec{y}\|^2 \quad (I) \\
 \|\vec{x} - \vec{y}\|^2 &= \langle \vec{x} - \vec{y}, \vec{x} - \vec{y} \rangle = \langle \vec{x}, \vec{x} \rangle - 2\langle \vec{x}, \vec{y} \rangle + \langle \vec{y}, \vec{y} \rangle \\
 9 &= \|\vec{x}\|^2 - 2\langle \vec{x}, \vec{y} \rangle + \|\vec{y}\|^2 \quad (II) \\
 (I) \text{ ve } (II) \text{ 'den } \|\vec{y}\| &= 4 \text{ bulunur.} \\
 \|\vec{x} \wedge \vec{y}\| &= \underbrace{\|\vec{x}\|}_1 \cdot \underbrace{\|\vec{y}\|}_4 \cdot \sin \theta = 4 \sin \theta
 \end{aligned}$$

Şekil 24. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 7. Soruda çözüme ulaşamayıp ancak doğru adımlar kullanılarak işlem yapan öğrenci cevabı

$$\begin{aligned}
\|\vec{x} + \vec{y}\|^2 &= \|\vec{x}\|^2 + \|\vec{y}\|^2 + 2 \cdot \vec{x} \cdot \vec{y} \\
\|\vec{x} - \vec{y}\|^2 &= \|\vec{x}\|^2 + \|\vec{y}\|^2 - 2 \cdot \vec{x} \cdot \vec{y} \\
\Rightarrow \|\vec{x} + \vec{y}\|^2 - \|\vec{x} - \vec{y}\|^2 &= 4 \cdot \vec{x} \cdot \vec{y} \\
5^2 - 3^2 &= 4 \cdot 1 \cdot \vec{y} \\
25 - 9 &= 4\vec{y} \\
16 &= 4\vec{y} \\
\vec{y} &= 4 \\
\|\vec{x}\| &= \sqrt{\langle \vec{x}, \vec{x} \rangle} \\
1 &= \sqrt{x^2} \quad \boxed{\vec{x} = 1} \\
\|\vec{y}\| &= \sqrt{\langle \vec{y}, \vec{y} \rangle} = \sqrt{4 \cdot 4} \\
\|\vec{y}\| &= \sqrt{16} \quad \boxed{\|\vec{y}\| = 4} \\
\|\vec{x} \wedge \vec{y}\| &= \|\vec{x}\| \cdot \|\vec{y}\| \cdot \sin \theta \\
&= 1 \cdot 4 \cdot \sin 90^\circ = 1 \cdot 4 \cdot 1 \\
\|\vec{x} \wedge \vec{y}\| &= 4 \quad \#
\end{aligned}$$

Şekil 25. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 7. Soruda soruyu kısmen doğru yapan öğrenci cevabı

8.soru “ $\vec{a}, \vec{b} \in R^3$ ve $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 6t\vec{k}$ vektörünün $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ vektörü üzerindeki izdüşümünün cebirsel ölçüsü $\frac{8}{3}$ olduğuna göre, $\vec{a}$ ve $\vec{b}$ vektörlerine aynı anda dik olan $\vec{c}$ vektörünü bulunuz. ($t \in R$ ve $\vec{i}, \vec{j}$ ve $\vec{k}$ R^3 'te standart birim vektörler)” olarak hazırlanmış ve öğrencilerden cevaplandırmaları istenmiştir. Bu soruda ise amaç öğrencilerin standart birimler vektörler cinsinden verilmiş olan iki vektörü izdüşüm uzunluğundan yararlanarak bilinmeyenleri hesaplatmak ve bu iki vektöre aynı anda dik olan üçüncü vektöre ulaşmaktır. Öğrencilerin 8. soruya vermiş oldukları yanıtlar incelenmiş ve bu soruya ait frekans ve yüzde dağılımı tablo12’de gösterilmiştir

Tablo 12

Öğrencilerin 8.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri

Soru 8	F	%
Boş	6	8.6
Yanlış	2	2.9
Eksik	0	0.0
Kısmen Doğru	3	4.3
Doğru	59	84.3
Toplam	70	100

Tablo 12 incelendiğinde öğrencilerin % 8.6 sınıf soruyu boş bıraktıkları, %2.9 unun yanlış yanıtladıkları, sadece sonucu yazıp ancak soruya dair gerekli işlemleri gerçekleştirmeyen ve

ya hatalı gerçekleştiren öğrencilerin olamadığı, soruyu kısmen yanıtlayanların öğrencilerin %4.3 ünü oluşturduğu ve doğru yanıtlayanların ise %84.3 ünü oluşturmuştur. Yüzdelere bakıldığında çözümü eksiksiz ve doğru yanıtlayan öğrencilerin çoğunlukta olduğu sonucuna ulaştırmaktadır. İzdüşümü kavramına yönelik yeterli bilgiye sahip oldukları söylenebilir.

İki vektörde aynı anda dik olan vektöre tam ve doğru çözümle ulaşan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 26 ve şekil 27’de, yanlış belirleyen öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 28’de gösterilmiştir.

$$\vec{a} = (2, -3, 6t) \quad \vec{b} = (1, 2, 2) \quad \|\vec{b}\| = \sqrt{1+4+4} = 3$$

$$\frac{\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle}{\|\vec{b}\|} = \frac{2-6+12t}{3} = \frac{8}{3} \quad -4+12t=8 \Rightarrow 12t=12 \quad t=1$$

$$\begin{bmatrix} i & j & k \\ 2 & -3 & 6 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i & j & k \\ 2 & -3 & 6 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i & j & k \\ 2 & -3 & 6 \end{bmatrix} = -6i + 4k + 6j + 3k - 12i - 4j$$

$$\vec{c} = -18i + 7k + 2j$$

$$\boxed{\vec{c} = (-18, 7, 2)}$$

Şekil 26. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 8. Soruyu doğru yanıtlayan öğrenci cevabı

$\vec{a}$ ve $\vec{b}$ ye aynı anda dik olan $\vec{c}$ vektörü?

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 1 + (-3) \cdot 2 + 6t \cdot 2$$

$$= -4 + 12t$$

$$\|\vec{b}\| = \frac{-4 + 12t}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = \frac{8}{3}$$

$$12t - 4 = 8 \quad t = 1$$

Her ikisine de aynı anda dik olan vektör, bu iki vektörün vektörel çarpımıdır.

e_1	e_2	e_3	
2	-3	6	=
1	2	2	

$$= -18\mathbf{i} + 7\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$$

Şekil 27. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 8. Soruda izdüşümü kavramından yararlanarak t değişkeninin doğru hesaplandığı ve vektörel çarpımının doğru belirlendiği öğrenci cevabı

$$\vec{a} = (2, -3, 6t), \vec{b} = (1, 2, 2), \vec{c} = (x, y, z)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = \frac{3}{8} \vec{c} \cdot \vec{b} \Rightarrow (x-2) = \frac{3}{8} (1-x) \Rightarrow x = \frac{19}{11}$$

$$(y+3) = \frac{3}{8} (2-y) \Rightarrow y = -\frac{13}{11}$$

$$(z-6t) = \frac{3}{8} (2-z) \Rightarrow z = \frac{6+48t}{11}$$

$\vec{a}$	$\vec{c}$	
1	$\frac{19}{11}$	
2	$-\frac{13}{11}$	
2	$\frac{6+48t}{11}$	

$\vec{a}$ ve $\vec{c}$ dik olduğundan $48t = -24$
 $t = -\frac{1}{2}$ çıkar

Buradan $\vec{c} = (\frac{19}{11}, -\frac{13}{11}, -\frac{19}{11})$ çıkar.

Şekil 28. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 8. Soruda başlangıçtan itibaren hatalı bir yol izleyerek yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı

9.soru” $\vec{i}, \vec{j}$ ve $\vec{k}$ R^3 ’te standart birim vektörlerdir. $\vec{x} = (2, 6, -3c)$ vektörüne paralel ve $\vec{y} = (3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k})$ vektörüne dik olan 2 birim uzunluğundaki vektörü bulunuz.” Olarak

hazırlanmıştır. Bu soruda amaç iç çarpım ve paralellik koşullarını kullanarak istenilen sonuca ulaşp ulaşamayacaklarını inceleyebilmektir. Öğrencilerin 9. soruya vermiş oldukları yanıtlar incelenmiş ve bu soruya ait frekans ve yüzde dağılımı tablo 13’de gösterilmiştir

Tablo 13

Öğrencilerin 9.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri

Soru 9	F	%
Boş	7	10.0
Yanlış	2	2.9
Eksik	1	1.4
Kısmen Doğru	4	5.7
Doğru	56	80.0
Toplam	70	100

Tablo13 İncelendiğinde öğrencilerin %10.0 inin boş bıraktığı, %2.9 yanlış ,%1.4 eksik, %5.7 sinin kısmen doğru ve son olarak %80 i soruyu doğru yanıtladıkları görülmüştür. Yanıtlar incelendiğinde öğrencelerin büyük çoğunluğunun soruyu eksiksiz ve doğru yanıtladıkları sonucuna ulaşılmaktadır.

İstenilen koşulları sağlayan iki birim uzunluğundaki vektörlere ulaşan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 29’da, yanlış cevaplayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil30’da ve bu şartı sağlayan yalnızca bir vektöre ulaşarak kısmen doğru cevaplayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 31 ve şekil 32’de gösterilmiştir.

9) $\vec{x} = (2, 6, -3c)$, $\vec{y} = (3, -2, 1)$, $\vec{x} \perp \vec{z}$, $\vec{z} \perp \vec{y}$
 $\vec{z} = (2a, 6a, -3ac)$

$\vec{z} \perp \vec{y}$ olduğundan $\langle \vec{z}, \vec{y} \rangle = 0 \Rightarrow 2a \cdot 3 + 6a \cdot (-2) + (-3ac) \cdot 1 = 0$
 $c = -2$

$\vec{x} = (2, 6, 6)$, $\vec{x} \parallel \vec{z}$ olduğundan $\vec{z} = (2a, 6a, 6a)$ olur.

$|\vec{z}| = \sqrt{(2a)^2 + (6a)^2 + (6a)^2} = 2$
 $|\vec{z}|^2 = 4a^2 + 36a^2 + 36a^2 = 4$
 $|\vec{z}|^2 = 76a^2 = 4 \Rightarrow a^2 = \frac{4}{76} \Rightarrow a = \pm \frac{1}{\sqrt{19}}$

 $\vec{z} = \left(\frac{2}{\sqrt{19}}, \frac{6}{\sqrt{19}}, \frac{6}{\sqrt{19}} \right)$

 $\vec{z} = \left(-\frac{2}{\sqrt{19}}, -\frac{6}{\sqrt{19}}, -\frac{6}{\sqrt{19}} \right)$ olur.

Şekil 29. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 9. Soruda çözümü tam ve doğru yaparak farklı iki vektöre karşılık geldiğinin farkında olan öğrenci cevabı

1) $\vec{z} = (s, t, r)$ olsun.

$\langle \vec{y}, \vec{z} \rangle = 0 \quad 3s - 2t + r = 0 \quad \begin{matrix} s = 1k \\ t = 6k \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} 6k - 12k + r = 0 \\ r = 6k \end{matrix}$

$s^2 + t^2 + r^2 = 4 \quad 4k^2 + 36k^2 + 36k^2 = 76k^2 = 4 \quad k^2 = \frac{1}{19} \quad k = \pm \frac{1}{\sqrt{19}}$

$\vec{z} = \left(\pm \frac{2}{\sqrt{19}}, \pm \frac{6}{\sqrt{19}}, \pm \frac{6}{\sqrt{19}} \right)$

Şekil 30. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 9. Soruda soruyu çözerken verilen vektöre paralel vektörü dikkate almayarak yanlış bir yol izleyip sonucu yanlış bulan öğrenci cevabı

$$\vec{x} + \vec{y} \quad \langle \vec{x}, \vec{y} \rangle = 6 \cdot 12 - 3c = 0$$

$$-6 = 3c$$

$$c = -2$$

$$\vec{x} = (2, 6, 6) \quad \vec{x} \parallel \vec{z} \text{ ise } \vec{z} = (2k, 6k, 6k)$$

$$\sqrt{4k^2 + 36k^2 + 36k^2} = 2$$

$$\sqrt{76k^2} = 2 \quad k\sqrt{76} = 2 \quad 2k\sqrt{19} = 2 \quad k = \frac{1}{\sqrt{19}}$$

$$\vec{z} = \left(\frac{2}{\sqrt{19}}, \frac{6}{\sqrt{19}}, \frac{6}{\sqrt{19}} \right)$$

Şekil 31. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 9. Soruda doğru adımlarla ilerleyip doğru sonuçlardan yalnızca birine ulaşan öğrenci cevabı

⇒ Bu vektör $\vec{v}$ olsun. $\vec{v} = (k, l, m)$
 $\vec{v} \perp \vec{y}$ old. için $\vec{v} \cdot \vec{y} = 0$ olmalı $\Rightarrow 3k - 2l + m = 0 \dots (1)$
 $\vec{x} \parallel \vec{v}$ old. için $\frac{2}{k} = \frac{6}{l} = \frac{3c}{m}$, $|\vec{v}| = \sqrt{k^2 + l^2 + m^2} = 2 \dots (2)$ olmalı
 $\downarrow$
 $k = 2n, l = 6n, m = 3cn$ (1)'de yerine koyarsak $3 \cdot 2n - 2 \cdot 6n + 3cn = 0$
 $\Rightarrow 6n = 3cn \Rightarrow \boxed{c = 2}$
 (2) için denk yazarsak $|\vec{v}| = \sqrt{(2n)^2 + (6n)^2 + (6n)^2} = 2 \Rightarrow 76n^2 = 4 \Rightarrow n^2 = \frac{1}{19} \Rightarrow n = \frac{1}{\sqrt{19}}$
 $\vec{v} = (k, l, m) = (2n, 6n, 6n) = \left(\frac{2}{\sqrt{19}}, \frac{6}{\sqrt{19}}, \frac{6}{\sqrt{19}} \right)$ olur

Şekil 32. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 9. Soruda doğru adımlarla ilerleyip işlem hatası sonucu doğru sonuca ulaşamayan ve kısmen doğru yapan öğrenci cevabı

12. soru " $\vec{i}, \vec{j}$ ve $\vec{k}$ R^3 'te standart birim vektörlerdir. R^3 'te $\vec{a} = \vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$ Vektörü ile Koordinant eksenleriyle eşit açılar yapan uzunluğu 20 olan $\vec{b}$ vektörleri veriliyor buna göre $\vec{a} \wedge \vec{b} = ?$ " Bu soruda amaç öğrencilerin açılardan yararlanarak bu iki vektöre aynı dik olan yeni vektörün elde edilmesidir. Önceki var bilgilerinden yararlanarak bunlar arasında ilişki kurması amaç edinmiştir. Öğrencilerin 12. soruya vermiş oldukları yanıtlar incelenmiş ve bu soruya ait frekans ve yüzde dağılımı tablo 14'de gösterilmiştir.

Tablo 14

Öğrencilerin 12. soruya vermiş olduğu cevapların frekan ve yüzdeleri

Soru 12	F	%
Boş	25	35.7
Yanlış	17	24.3
Eksik	0	0.0
Kısmen Doğru	12	17.1
Doğru	16	22.9
Toplam	70	100

Tablo14 İncelendiğinde öğrencilerin %35.7 sinin soruyu boş bıraktığı, %24.3 nün yanlış yanıtladığı, %0 ı eksik , %17.1'i kısmen doğru, %22.9 u ise doğru yanıtladıkları sonucuna ulaşılmıştır. Yüzdelere yorumlandığında soruya dair hiçbir işlem veya açıklama yapmayan öğrencilerin çoğunlukta olduğu, çözüme ulaşamayan ancak doğru adımlar kullanılarak işlem yapan öğrenciler ile soruyu çözerken başlangıçtan itibaren yanlış bir yol izleyerek yanlış sonuca ulaşan öğrencilerin oranının birbirine çok yakın oldukları görülmüştür.

Verilen şartları sağlayan ikinci vektörün elde edilmesiyle bu iki vektörde aynı anda dik olan vektörleri tam ve doğru belirleyen öğrenci cevaplarından alıntılar şekil33'de, kısmen doğru çözen öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 34 ve şekil 35'de ve son olarak yanlış cevaplayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 36, şekil 37, şekil 38 ve şekil 39'da gösterilmiştir.

$$\begin{aligned}
 &\Rightarrow \vec{B} = (-1, 5, -2) \\
 &\vec{a} \text{ vektörünü bulalım} \quad \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \\
 &\Rightarrow 3\cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ olur} \\
 &a_1 = a_2 = a_3 = 20. \left(\pm \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = \pm \frac{20}{\sqrt{3}} \text{ olduğundan} \\
 &\vec{a} = \left(\frac{20}{\sqrt{3}}, \frac{20}{\sqrt{3}}, \frac{20}{\sqrt{3}} \right) \text{ veya } \vec{a} = \left(-\frac{20}{\sqrt{3}}, -\frac{20}{\sqrt{3}}, -\frac{20}{\sqrt{3}} \right) \text{ bulunur.} \\
 &\vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ \frac{20}{\sqrt{3}} & \frac{20}{\sqrt{3}} & \frac{20}{\sqrt{3}} \\ -1 & 5 & -2 \end{vmatrix} = -\frac{40}{\sqrt{3}} \vec{e}_1 + \frac{100}{\sqrt{3}} \vec{e}_2 - \frac{20}{\sqrt{3}} \vec{e}_3 - \left(-\frac{20}{\sqrt{3}} \vec{e}_3 + \frac{100}{\sqrt{3}} \vec{e}_1 - \frac{40}{\sqrt{3}} \vec{e}_2 \right) \\
 &= -\frac{140}{\sqrt{3}} \vec{e}_1 + \frac{20}{\sqrt{3}} \vec{e}_2 + \frac{120}{\sqrt{3}} \vec{e}_3 = \left(-\frac{140}{\sqrt{3}}, \frac{20}{\sqrt{3}}, \frac{120}{\sqrt{3}} \right) \\
 &\text{veya} \\
 &\vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ -\frac{20}{\sqrt{3}} & -\frac{20}{\sqrt{3}} & -\frac{20}{\sqrt{3}} \\ -1 & 5 & -2 \end{vmatrix} = \frac{40}{\sqrt{3}} \vec{e}_1 - \frac{100}{\sqrt{3}} \vec{e}_2 + \frac{20}{\sqrt{3}} \vec{e}_3 - \left(\frac{20}{\sqrt{3}} \vec{e}_3 - \frac{100}{\sqrt{3}} \vec{e}_1 + \frac{40}{\sqrt{3}} \vec{e}_2 \right) \\
 &= \frac{140}{\sqrt{3}} \vec{e}_1 - \frac{20}{\sqrt{3}} \vec{e}_2 + \frac{120}{\sqrt{3}} \vec{e}_3 = \left(\frac{140}{\sqrt{3}}, -\frac{20}{\sqrt{3}}, \frac{120}{\sqrt{3}} \right)
 \end{aligned}$$

Şekil 33. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 12. Soruda çözümü tam ve doğru yapan öğrenci cevabı

$$\begin{aligned}
 \vec{b} &= (-1, 5, -2) \\
 \vec{a} &= (c, d, e) \text{ olsun} \\
 \left. \begin{aligned} a_x &= c \\ a_y &= d \\ a_z &= e \end{aligned} \right\} \alpha = 20^\circ = \sqrt{c^2 + d^2 + e^2} \\
 \left. \begin{aligned} c &= 20 \cdot \cos \alpha \\ d &= 20 \cdot \cos \alpha \\ e &= 20 \cdot \cos \alpha \end{aligned} \right\} c = d = e \text{ olur} \\
 \vec{a} &= (c, c, c) \\
 20 &= \sqrt{c^2 + c^2 + c^2} \\
 \frac{20}{\sqrt{3}} &= c \\
 \vec{a} &= \left(\frac{20}{\sqrt{3}}, \frac{20}{\sqrt{3}}, \frac{20}{\sqrt{3}} \right) \\
 \vec{a} \wedge \vec{b} &= ? \\
 \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{20}{\sqrt{3}} & \frac{20}{\sqrt{3}} & \frac{20}{\sqrt{3}} \\ -1 & 5 & -2 \end{vmatrix} &= \frac{-140}{\sqrt{3}} \vec{i} + \frac{20}{\sqrt{3}} \vec{j} + \frac{120}{\sqrt{3}} \vec{k} \\
 \vec{a} \wedge \vec{b} &= \left(\frac{-140}{\sqrt{3}}, \frac{20}{\sqrt{3}}, \frac{120}{\sqrt{3}} \right)
 \end{aligned}$$

Şekil 34. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 12. Soruda $\vec{a}$ 'nın yalnızca bir vektöre karşılık geldiği varsayılarak doğru sonuçlardan birine ulaşan öğrenci cevabı

$$\begin{aligned}
 \vec{b} &= (-1, 5, -2) \\
 \vec{a} &\Rightarrow \|\vec{a}\| = 20 \\
 \vec{a} &= (x, y, z) \\
 \vec{a} &= \left(\frac{20}{\sqrt{3}}, \frac{20}{\sqrt{3}}, \frac{20}{\sqrt{3}} \right) \\
 \vec{a} \wedge \vec{b} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{20}{\sqrt{3}} & \frac{20}{\sqrt{3}} & \frac{20}{\sqrt{3}} \\ -1 & 5 & -2 \end{vmatrix} = \left(\frac{-140}{\sqrt{3}}, \frac{120}{\sqrt{3}}, \frac{20}{\sqrt{3}} \right) \\
 \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\
 3 \cos^2 \alpha &= 1 \\
 \cos \alpha &= \frac{1}{\sqrt{3}} \\
 x = \frac{20}{\sqrt{3}} & \quad y = \frac{20}{\sqrt{3}} \quad z = \frac{20}{\sqrt{3}}
 \end{aligned}$$

Şekil 35. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 12. Soruda doğru adımlar kullanılarak işlem yapılan ancak işlem hatası sonucu doğru sonuca ulaşamayan öğrenci cevabı

$$\begin{aligned}
 \vec{a} \text{ koordinat eksenleriyle eşit açılar yapıyorsa} \\
 \text{açı } \pi/2 \text{ derecedir} \quad \|\vec{b}\| = \sqrt{1+25+4} = \sqrt{30} \\
 \vec{a} \wedge \vec{b} = \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \cdot \sin \frac{\pi}{2} = 20 \cdot \sqrt{30} \cdot 1 = 20\sqrt{30}
 \end{aligned}$$

Şekil 36. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 12. Soruda hatalı bir yol izleyerek yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı

12-) $\vec{u} = \cos \alpha \vec{i} + \cos \alpha \vec{j} + \cos \alpha \vec{k}$ * $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$

$3 \cos^2 \alpha = 1 \quad \cos^2 \alpha = \frac{1}{3} \quad \cos \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\vec{u} = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \vec{i} \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \vec{j} \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \vec{k}$

$\vec{a} = 20 \vec{u} = \pm \frac{20}{\sqrt{3}} \vec{i} \pm \frac{20}{\sqrt{3}} \vec{j} \pm \frac{20}{\sqrt{3}} \vec{k}$

$\vec{a} \wedge \vec{b} = \left(\pm \frac{20\sqrt{3}}{3}, \pm \frac{100\sqrt{3}}{3}, \pm \frac{40\sqrt{3}}{3} \right)$

Şekil 37. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 12. Soruda vektörel çarpım yerine iç çarpımı kullanarak sonuca ulaşmaya çalışan öğrenci cevabı

SORU 12 $b = (-1, 5, -2)$

$a = \lambda(-1, 5, -2)$

$\|a\| = \lambda^2 + 25\lambda^2 + 4\lambda^2 = 400 \rightarrow 30\lambda^2 = 400 \rightarrow \lambda = \frac{20\sqrt{10}}{\sqrt{3}}$

$a = \left(\frac{-2\sqrt{10}}{\sqrt{3}}, \frac{10\sqrt{10}}{\sqrt{3}}, \frac{-4\sqrt{10}}{\sqrt{3}} \right), \left(\frac{2\sqrt{10}}{\sqrt{3}}, \frac{-10\sqrt{10}}{\sqrt{3}}, \frac{11\sqrt{10}}{\sqrt{3}} \right)$

Şekil 38. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 12. Soruda başlangıçtan itibaren hatalı izleyerek sonuca ulaşamayan öğrenci cevabı

$\vec{b} = (-1, 5, -2)$

$\cos 120 = \frac{x}{20} = -\frac{1}{2} \quad x = -10$

$\cos 120 = \frac{y}{20} \quad y = -10$

$\cos 120 = \frac{z}{20} \quad z = -10$

$\vec{a} = (-10, -10, -10)$

$\vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 5 & -2 \\ -10 & -10 & -10 \end{vmatrix} = (-20\vec{i} + 10\vec{j} + 60\vec{k})$

$= (-20, 10, 60)$

Şekil 39. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 12. Soruda yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı

13. soru “ R^3 ‘te $\left\{ \vec{x} = (1,2,3), \vec{y} = (a,b,c), \vec{z} = (-2,4,k) \right\}$ birer ortogonal taban olduğuna göre $\vec{y}$ ve $\vec{z}$ üzerine kurulan paralel kenarın alanı kaçtır?” şeklinde hazırlanmış ve amaç öğrencilerin ortogonal taban kavramı hakkındaki ön bilgilerine yeterince sahip olup olmadığının bilinmesi ve paralel kenarın alanına bu bilgiden ulaşip ulaşamayacağı belirlenmek istenmiştir. Paralel kenarın alanı ile bu iki vektörün vektörel çarpımı arasındaki ilişkinin farkında olup olmadığı test edilmek istenmiştir. Öğrencilerin 13. soruya vermiş oldukları yanıtlar incelenmiş ve bu soruya ait frekans ve yüzde dağılımı tablo 15’de gösterilmiştir.

Tablo 15

Öğrencilerin 13.soruya vermiş olduğu cevapların frekan ve yüzdeleri

Soru 13	F	%
Boş	27	38.6
Yanlış	7	10.0
Eksik	2	2.9
Kısmen Doğru	17	24.3
Doğru	17	24.3
Toplam	70	100

Tablo15 İncelendiğinde öğrencilerin %38.6 sınıfın soruya dair hiçbir işlem ve açıklama yapmadığı, %10 unun soruyu yanlış yaptığı %2. 9 nun sadece sonucu yazdığı ancak gerekli işlemleri gerçekleştirmediği yada hatalı gerçekleştirdiği görülürken % 24.3ünün ise kısmen doğru cevapladığı ve aynı oranda %24.3 ünün soruyu doğru yanıtladıkları sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmanın sonuçları göstermektedir öğrenciler 27 si soruya dair hiçbir açıklama ve işlem yapmadığı yani soruyu boş bıraktıkları anlaşılmıştır. Buda soruyu ne şekilde çözeceklerine dair bir fikirlerinin olmadığı sonucuna ulaştırabilir.

Paralel kenarın alanını tam ve doğru bulan öğrenci cevaplarından alıntı şekil 40’da , doğru adımlarla ilerleyip çözüm yapan ancak tam olarak istenilen sonuca ulaşamayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 41, şekil 42 ve şekil 43’da gösterilmiştir.soruyu çözerken başlangıçtan itibaren hatalı bir yol izleyerek sonuca ulaşamayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 44, şekil 45 ve şekil 46’da gösterilmiştir.

$$\vec{x} = (1, 2, 3) \quad \vec{y} = (a, b, c) \quad \vec{z} = (-2, 4, k) \quad \text{ortogonal taban ise;}$$

$$\vec{x} \perp \vec{y} \perp \vec{z}$$

$$\vec{x} \cdot \vec{y} = 0 \Rightarrow a + 2b + 3c = 0 \quad \dots (1)$$

$$\vec{y} \cdot \vec{z} = 0 \Rightarrow -2a + 4b + kc = 0 \rightarrow -2a + 4b - 2c = 0 \quad \dots (2)$$

$$\vec{z} \cdot \vec{x} = 0 \Rightarrow -2 + 8 + 3k = 0 \Rightarrow k = -2 \text{ olur.}$$

(1) ve (2). denklemleri $a = 4b$ $c = -2b$ $a = -2c$ olarak bulunur.

$$\vec{y} = (4b, b, -2b) \text{ olur.} \quad \vec{z} = (-2, 4, -2)$$

$$\begin{aligned} \text{Alan}(\vec{y}, \vec{z}) &= \sqrt{\langle \vec{y}, \vec{y} \rangle \langle \vec{z}, \vec{z} \rangle - \langle \vec{y}, \vec{z} \rangle^2} \\ &= \sqrt{(16b^2 + b^2 + 4b^2) \cdot (4 + 16 + 4)} \\ &= \sqrt{21 \cdot b^2 \cdot 24} = b\sqrt{504} = 6b\sqrt{14} \end{aligned}$$

Şekil 40. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 13. Soruda çözümü tam ve doğru yapan öğrenci cevabı

$\Rightarrow$ verilen vektörler ortogonal taban(baz) ise

1* ortogonal küme olmalı yani; $\vec{x} \perp \vec{y} \perp \vec{z} \Rightarrow \vec{x} \cdot \vec{y} = 0, \vec{x} \cdot \vec{z} = 0, \vec{y} \cdot \vec{z} = 0$ olmalı

2* Kümenin elemanları lineer bağımsız olmalı

3* Kümenin bulunduğu uzayı ($\mathbb{R}^3$) germeli

1. bağıtlığı kullanalım: $\vec{x} \cdot \vec{z} = 0 \Rightarrow (1, 2, 3) \cdot (-2, 4, k) = -2 + 8 + 3k = 0 \Rightarrow k = -2$ ($\vec{z} = (-2, 4, -2)$ olur)

$$\vec{x} \cdot \vec{y} = 0 \Rightarrow a + 2b + 3c = 0$$

$$\vec{z} \cdot \vec{y} = 0 \Rightarrow -2a + 4b - 2c = 0$$

$$8b + 4c = 0 \Rightarrow 2b = -c$$

$$a + 2m - 6m = 0$$

$$a = 4m$$

$$\text{o halde } \vec{y} = (4m, m, -2m) \text{ olur}$$

$$\vec{y} \wedge \vec{z} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4m & m & -2m \\ -2 & 4 & -2 \end{vmatrix} = -2m\hat{i} + 16m\hat{k} + 4m\hat{j} - (-2m\hat{k} - 8m\hat{i} - 8m\hat{j})$$

$$\Rightarrow |\vec{y} \wedge \vec{z}| = 6m\hat{i} + 12m\hat{j} + 18m\hat{k} = (6m, 12m, 18m) \text{ olur}$$

Şekil 41. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 13. Soruda çözüme ulaşamayıp ancak doğru adımlarla işlem yapmaya çalışan vektörel çarpımın normunu belirleyemeyen öğrenci cevabı

CEVAP 13) ikili vektörlerin çarpımları 0 olması gerekir (ortogonal taban)

$$\vec{x} \cdot \vec{y} = a + 2b + 3c = 0$$

$$\vec{y} \cdot \vec{z} = -2a + b + c \cdot k = 0$$

$$\vec{x} \cdot \vec{z} = -2 + 8 + 3k = 0 \quad \boxed{k = -2}$$

$4 + 16 + 4$
 $\sqrt{24}$

$$\vec{x} = (1, 2, 3)$$

$$\vec{y} = (a, b, c)$$

$$\vec{z} = (-2, 4, -2)$$

$$\vec{y} \text{ için } = \begin{bmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & 3 \\ -2 & 4 & -2 \end{bmatrix} = -16i - 4j + 8k$$

$$\vec{y} = (-16, -4, 8)$$

$\vec{y}$ ve $\vec{z}$ vektörleri üzerine kurulan paralelkenarın alanı

$$\|\vec{y} \wedge \vec{z}\| = \|\vec{y}\| \cdot \|\vec{z}\| \cdot \sin 90^\circ$$

vektörler birbirine dik

$$\|\vec{y}\| = \sqrt{336} = 4\sqrt{21}$$

$$\|\vec{z}\| = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

$$4\sqrt{21} \cdot 2\sqrt{6} \cdot 1 = \underline{\underline{24\sqrt{14}}}$$

Şekil 42. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 13. Soruda paralel kenarın alanının y vektörüne bağlı olarak değişebileceğini göz ardı ederek vektörel çarpımdan yararlanarak yalnızca tek bir y vektörü olabileceğini kabul ederek kısmen doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı

Ortogonal = Hepsî birbirine dik.

$$\begin{aligned} \langle \vec{x}, \vec{z} \rangle &= 0 & -2 + 8 + 3k &= 0 & k &= -2 \\ \langle \vec{x}, \vec{y} \rangle &= 0 & a + 2b + 3c &= 0 \\ & & -2a + 4b - 2c &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= -4 \\ b &= -1 \\ c &= 2 \end{aligned} \quad \vec{y} = (-4, -1, 2)$$

$$\begin{aligned} a &= -2c \\ 2b &= -c \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} 2a &= -4c \\ 2b &= -c \end{aligned} \right\}$$

$$\|\vec{y} \wedge \vec{z}\| = \underbrace{\|\vec{y}\|}_{\sqrt{21}} \cdot \underbrace{\|\vec{z}\|}_{\sqrt{6}} \cdot \underbrace{\sin 90^\circ}_1 = 6\sqrt{14}$$

$$\|\vec{y}\| = \sqrt{16+1+4} = \sqrt{21}$$

$$\|\vec{z}\| = \sqrt{4+16+4} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

Şekil 43. Karma ve vektörel çarpım aşarı testi 13. Soruda yalnızca tek bir y vektörü için çözüme ulaşıldığı kısmen doğru cevap veren öğrenci cevabı

SORU 13 $x \cdot z = 0 \rightarrow -2 + 8 + 3k = 0$

$$\begin{aligned} b &= -3k \\ -2 &= k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -2a + 4b - 2c &= 0 \\ -2/ & a + 2b + 3c = 0 \\ + & \quad \quad \quad -4a = 8c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= -2c \\ a &= 4b \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} a &= -2c \\ a &= 4b \end{aligned} \right\} a = (4t, t, -2t)$$

Şekil 44. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 13 soruda çözüme ulaşamayan öğrenci cevabı

13. Soru: Cevap: Vektörler ortogonal taban olduğu için vektörel çarpımları birbirine eşittir.

$\vec{y}$ ve $\vec{z}$ vektörlerinin üzerine kurulan paralelkenarın alanı $\vec{y}$ ve $\vec{z}$ vektörlerinin vektörel çarpımıdır. Ve x 'in normuna eşittir.

$$\begin{aligned} &\sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} \\ &= \sqrt{14} \end{aligned}$$

Şekil 45. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 13. Soruda soruyu çözerken yanlış bilgiye sahip olması ve hatalı bir yol izleyerek yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı

Soru 13. vektörler ortogonal taban olduğu için vektörel çarpımları birbirine eşittir.
 $\vec{y}$ ve $\vec{z}$ vektörlerinin üzerine kurulan paralelkenarın alanı
 $\vec{y}$ ve $\vec{z}$ vektörlerinin vektörel çarpımıdır. X 'in normuna eşittir.
 $\|\vec{x}\| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{14}$

Şekil 46. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 13. Soruda yanlış bilgi sahip olmasından dolayı soruyu çözerken başlangıçtan itibaren hatalı bir yol izleyerek sonucu yanlış bulan öğrenci cevabı

16. soru “Aşağıdaki ifadelerden hangisi yanlıştır?”

- A) $\alpha \in \mathbb{R}$ için $(\alpha \vec{x}) \wedge \vec{y} = \alpha (\vec{x} \wedge \vec{y})$
- B) $\vec{0} \wedge \vec{x} = 0$
- C) $\langle \vec{a}, \vec{a} \wedge \vec{b} \rangle = 0$
- D) $\vec{x} \wedge (\vec{y} + \vec{z}) = (\vec{x} \wedge \vec{y}) + (\vec{x} \wedge \vec{z})$
- E) $\vec{x} \wedge \vec{y} = \vec{y} \wedge \vec{x}$

CEVAP... ÇÜNKÜ...” şeklinde sorulmuştur. Bu soru ile öğrencilerin vektörel çarpımın temel özelliklerine yönelik bilgi düzeylerinin ölçülmesi amaçlanmıştır. Soruda vektörel çarpımın değişme özelliğinin olmadığı bilgisine sahip olup olmadıkları hakkında bilgi sahibi olunmak istenmiştir. Öğrencilerin 16. soruya vermiş oldukları yanıtlar incelenmiş ve bu soruya ait frekans ve yüzde dağılımı tablo 16’da gösterilmiştir.

Tablo 16

Öğrencilerin 16.soruya vermiş olduğu cevapların frekan ve yüzdeleri

SORU 16	F	%
Boş	4	5.7
Yanlış	0	0.0
Eksik	0	0.0
Kısmen Doğru	0	0.0
Doğru	66	94.3
Toplam	70	100

Tablo 16 incelendiğinde 16. Soruyu yanıtlamayan örneklemin %5.7 sini oluşturan soruyu yanlış, eksik ve kısmen doğru yapan öğrencinin olmadığı görülürken %94.3 ü gibi bir oran ise soruyu doğru yanıtlamıştır.

Vektörel çarpımın değişme özelliğinin olmadığı yönünde çözüm belirten öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 47 ve şekil 48’de gösterilmiştir.

16.sorunun cevabı: Vektörel çarpımda $\vec{a} \wedge \vec{b}$ değerini determinantla hesap-
larsak, $\vec{b} \wedge \vec{a}$ olarak değiştirdiğimizde determinantta satır değişmesinden
dolayı değeri $-(\vec{b} \wedge \vec{a})$ olacaktır. Bu yüzden E yanlıştır.

Şekil 47. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 16 soruda determinantta iki satırın yer değiştirmesi işareti değiştirebileceği bilgisine sahip olduğu ve çözümü tam ve doğru yanıtlayan öğrenci cevabı

Sorutbı:
 $\vec{x} \wedge \vec{y} = -\vec{y} \wedge \vec{x}$ (vektörel çarpımın değişme özelliği yok)
 Kanıt: Vektörel çarpımın determinantlı tanımının doğrudan sonucudur. Determinantta iki satırın yerini değiştirirse, deter-
 minant işareti değişirir.
 " $\vec{x} \wedge \vec{y} = \vec{y} \wedge \vec{x}$ " ifadesi yanlıştır.
 Cevap: E

Şekil 48. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 16. Soruda vektörel çarpımın değişme özelliği olmadığı bilgisinden yararlanarak çözümü tam ve doğru yanıtlayan öğrenci cevabı

17. soru “Aşağıdaki ifadelerden hangisi ya da hangileri yanlıştır?”

- I. $\vec{u} // \vec{v}$ İse $\left\| \vec{u} \wedge \vec{v} \right\| = 0$
- II. $\vec{u} \neq \vec{0}$ İken $\frac{\vec{u}}{\left\| \vec{u} \right\|}$ daima birim vektördür.
- III. $\vec{x} \perp \vec{y}$ İse $\left\| \vec{x} \wedge \vec{y} \right\| = 0$

A) Yalnız 1 B) 2 ve 3 C) 1 ve 3 D) yalnız 3 E) 1, 2 ve 3

CEVAP... ÇÜNKÜ... “ olarak hazırlanmıştır. Öğrencilerin 17. soruya vermiş oldukları yanıtlar incelenmiş ve bu soruya ait frekans ve yüzde dağılımı tablo 17’de gösterilmiştir.

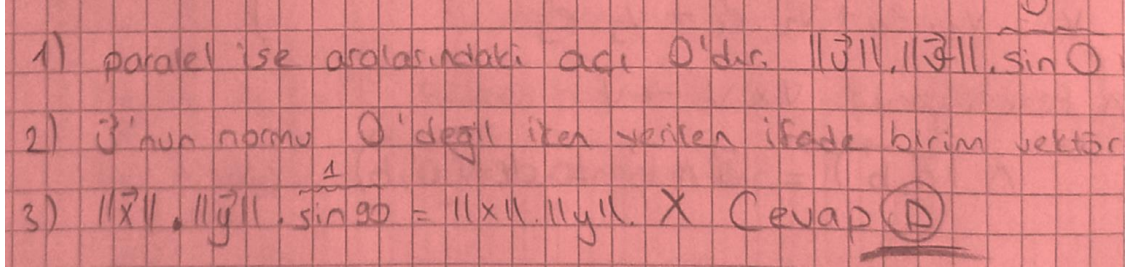
Tablo 17

Öğrencilerin 17.soruya vermiş olduğu cevapların frekan ve yüzdeleri

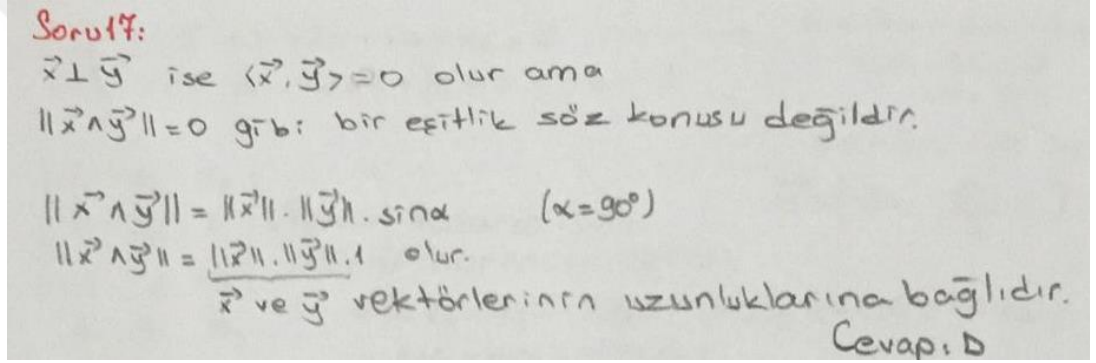
Soru 17	F	%
Boş	7	10.0
Yanlış	4	5.7
Eksik	5	7.1
Kısmen Doğru	5	7.1
Doğru	49	70.0
Toplam	70	100

Tablo 17 İncelendiğinde öğrencilerin soruya vermiş oldukları yanıtlara göre % 10 unun boş bıraktığı, %5.7 sinin yanlış yaptığı, % 7.1 si eksik , % 7.1 kısmen doğru yaptığı ve son olarak %70 ise soruyu doğru yanıtlamışlardır. Öğrencilerin büyük çoğunluğunun çözümü tam ve doğru yaparak sonuca ulaştıkları anlaşılmıştır.

Vektörlerin paralel ve dik olması durumlarında vektörel çarpımın uzunluğu ve kendisinin neye karşılık geleceğine yönelik farklı çözümler yapan öğrenci cevaplarından tam ve doğru yaparak istenilen sonuca ulaşan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 49, şekil 50, şekil 51, şekil52’de gösterilmiş olup sonucu kısmen doğru yapan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil53, şekil54, şekil55 ve şekil 56’da gösterilirken yanlış yapan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 57’de gösterilmiştir.



Şekil 49. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 17. Soruda vektörel çarpımın normunun sıfıra eşit olduğu bilgisine sahip olduğu, birbirine dik olan iki vektörün vektörel çarpımlarının normu ayrı normlarının çarpımına eşit olduğu bilerek sonucu tam ve doğru yaparak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı



Şekil 50. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 17. Soruda doğru çıkarımlarda bulunarak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı

I öncülü doğrudur. Çünkü $\vec{u} \parallel \vec{v} \Rightarrow \vec{u} = \lambda \cdot \vec{v}$ 'dir. Vektörel çarpımın determinant açılımını düşünürsek herhangi bir satırın bir reel sayıyla çarpılmış hali başka satırda bulunursa determinant sifıra eşit olur. Burada bir satırın λ katı diğer satırda olacağından determinant değeri sifırdır.

$$\vec{u} \parallel \vec{v} \Rightarrow \vec{u} = \lambda \cdot \vec{v}$$

$$\vec{u} = (a, b, c)$$

$$\vec{v} = (\lambda a, \lambda b, \lambda c)$$

$$\vec{u} \wedge \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a & b & c \\ \lambda a & \lambda b & \lambda c \end{vmatrix} = \lambda \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a & b & c \\ a & b & c \end{vmatrix} = 0$$

II öncülü doğrudur. Çünkü $\frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|}$ birim vektörü verir.

$\vec{u} \neq \vec{0}$ olduğundan paydanın sifır olması söz konusu değildir.

III öncülü yanlıştır. Çünkü $\vec{x} \perp \vec{y} \Rightarrow \vec{x}$ ve $\vec{y}$ arasındaki θ açısı 90° 'dir.

$$\|\vec{x} \wedge \vec{y}\| = \|\vec{x}\| \cdot \|\vec{y}\| \cdot \underbrace{\sin 90}_1 \Rightarrow \|\vec{x} \wedge \vec{y}\| = \|\vec{x}\| \cdot \|\vec{y}\| \text{ olur.}$$

Yani $\vec{x} \perp \vec{y}$ olması $\|\vec{x} \wedge \vec{y}\|$ değerini sifır yapmaz.

Şekil 51. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 17. Soruda vektörel çarpımın normunun sifıra eşit olduğu bilgisine sahip, aynı zamanda birbirine dik olan iki vektörün vektörel çarpımlarının normu ayrı normlarının çarpımına eşit olduğu bilerek sonucu tam ve doğru

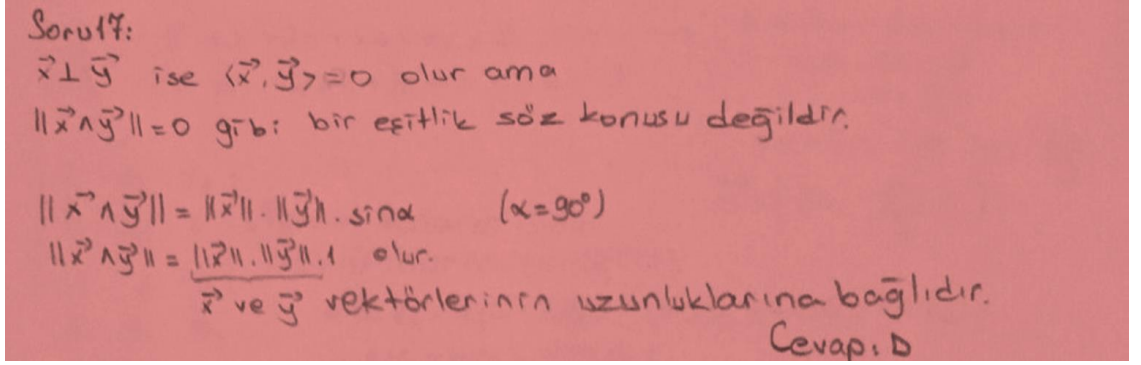
I. madde) $\vec{u} \parallel \vec{v} \Rightarrow \vec{u} = \lambda \cdot \vec{v}$ için λ

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} = 0 \text{ olur}$$

II. madde) $\vec{u} \neq \vec{0} \rightarrow \|\vec{u}\| = \sqrt{\langle u, u \rangle}$
 $\|\vec{u}\| \neq 0$
 $\frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|}$ birim vektördür.

III. madde) $\|\vec{x} \wedge \vec{y}\| = \|\vec{x}\| \cdot \|\vec{y}\| \cdot \sin 90$
 $= \|\vec{x}\| \cdot \|\vec{y}\|$

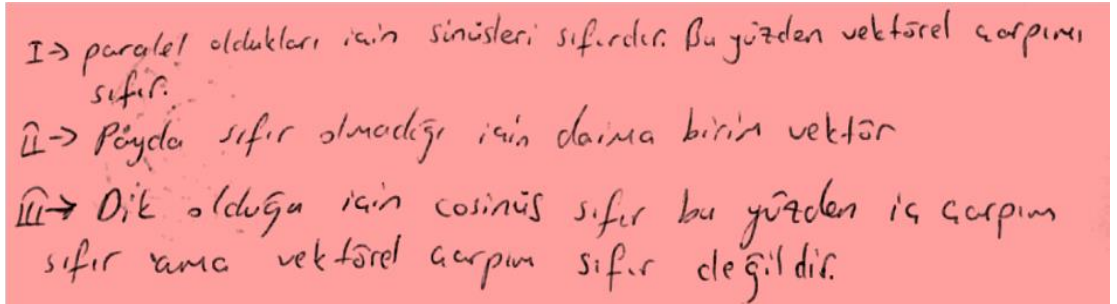
Şekil 52. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 17. Soruda iki vektörün vektörel çarpımının bir reel sayıya karşılık geldiğini bu nedenle doğru sonuca ulaşamayan ancak kısmen doğru bilgiye sahip olan öğrenci cevabı



Şekil 53. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 17. Soruda doğru sonuca ulaşan ancak yeterli açıklamada bulunmayan öğrenci cevabı

17. sorunun cevabı: $\vec{u} \parallel \vec{v}$ ise $\|\vec{u} \wedge \vec{v}\| = 0$ olması gerekir.
 $\|\vec{u}\| \neq 0$ iken $\frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|}$ daima birim vektördür.
 $\vec{x} \perp \vec{y}$ ise $\vec{x} \wedge \vec{y} = 0$ olması gerekir.
 Bu yüzden hepsi yanlıştır. Cevap E

Şekil 54. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 17. Soruda yanlış sonucu işaretleyen ancak ilk öncül hakkında doğru bilgiye sahiptir. Üçüncü öncülde yanlış bir çıkarımda bulunarak çözüme ulaşamayan öğrenci cevabı



Şekil 55. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 17. Sorusunda birinci öncülde paralel iki vektörün vektörel çarpımının sonucunda sıfır vektörü elde edildiği bilgisine sahip olmadığı reel sayıya karşılık geldiğini düşünmektedir. Çözümü tam ve doğru yapamayan öğrenci cevabı

17) Cevap = D
 $\vec{x} \perp \vec{y}$ ise $\vec{x} \cdot \vec{y} = 0$ $\|\vec{x} \wedge \vec{y}\| = \|\vec{x}\| \cdot \|\vec{y}\| \cdot \sin 90^\circ = 0$ olmak zorunda değildir.

Şekil 56. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 17 sorusunda sadece sonucu yazdığı doğru cevaba ulaştıracak yeterli açıklamada bulunmayan öğrenci cevabı

17) Cevap **A** çünkü iki vektör paralel ise
 $\vec{U} = (x_1, y_1, z_1)$, $\vec{V} = (x_2, y_2, z_2)$
 $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$ burdan $\vec{U} \wedge \vec{V} = 0$ sonucu doğru değildir.

Şekil 57. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 17. Soruya verilen öğrenci cevabı

20 soru “ Vektörel çarpım fonksiyonunun tanım ve değer kümelerini yazarak fonksiyon olarak ifade ediniz.” Şeklinde belirtilmiştir. Bu soru ile öğrencilerin vektörel çarpım problemlerini çözmekten ziyade bu kavramın ne ifade ettiği tanım ve değer kümesini ne şekilde gösterebildikleri ve vektörel çarpımın değerinin vektör mü yoksa herhangi bir reel sayıya karşılık gelip gelmediğini test etmeyi amaçlamıştır. Öğrencilerin 20. soruya vermiş oldukları yanıtlar incelenmiş ve bu soruya ait frekans ve yüzde dağılımı tablo18’de gösterilmiştir.

Tablo 18

Öğrencilerin 20.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri

Soru 20	F	%
Boş	26	37.1
Yanlış	1	1.4
Eksik	1	1.4
Kısmen Doğru	3	4.3
Doğru	39	55.7
Toplam	70	100

Tablo18 İncelendiğinde öğrencilerin %37.1 boş , %1.4 ü yanlış, % 1.4 eksik,%4.3 nün kısmen doğru ve %55.7 sinin doğru yanıtladıkları görülmüştür. Öğrencilerin yarısından fazlasının vektörel çarpımı tanımlayabildikleri, tanım ve değer kümesinin neye karşılık geldiğinin farkında olduğu anlaşılsa da yarısına yakınının ise soruya dair herhangi bir tanımlama ve açıklama yapmadıkları görülmüştür.

Vektörel çarpımın tanım ve değer kümesinin neye karşılık geldiğini ve fonksiyon olarak nasıl belirtileceğini tam ve doğru bir şekilde ele alan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 58, şekil59'da kısmen doğru yanıtlayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 60 ve şekil 61'de, yanlış yanıtlayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 62 ve şekil 63'de gösterilmiştir.

*ÇÖZÜM! V bir vektör uzayı dırsın. $x, y \in V$ için $(x \wedge y)$ ile gösterilen $(\wedge) : V \times V \rightarrow V, (x, y) \rightarrow (x \wedge y)$ fonksiyonu -
nın tanım kümesi : $V \times V$
değer kümesi: V olarak bulunur.
 $V \times V \rightarrow V$
 $f(x, y) = (x \wedge y)$ olarak da ifade edebiliriz.*

Şekil 58. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 20. Soruda vektörel çarpımın tanım kümesini ve değer kümesinin neye karşılık geldiğinin farkında olan ve fonksiyon olarak tam ve doğru ifade eden öğrenci cevabı

Cevap 21) 3 boyutlu reel vektör uzayı V olsun. V 'de :

$$\vec{a} = a_1 \cdot \vec{e}_1 + a_2 \cdot \vec{e}_2 + a_3 \cdot \vec{e}_3 \quad \in V \text{ göz önüne alalım.}$$

$$\vec{b} = b_1 \cdot \vec{e}_1 + b_2 \cdot \vec{e}_2 + b_3 \cdot \vec{e}_3$$

$$\wedge : V \times V \rightarrow V \quad \wedge(\vec{a}, \vec{b}) = \det(\vec{a}, \vec{b}) = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} \text{ biçiminde tanımlanan}$$

funksiyona vektörel çarpım denir.

Şekil 59. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 20. Soruda vektörel çarpımın tanım kümesini ve değer kümesinin neye karşılık geldiğinin farkında olan ve fonksiyon olarak tam ve doğru ifade eden öğrenci cevabı

VEKTÖR UZAYI V OLUN

$$f : V \times V \rightarrow V$$

Şekil 61. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 20. Soruda dış çarpımın tanımın ve değer kümesini belirten ancak fonksiyon olarak belirtmeyerek kısmen doğru cevaplayan öğrenci cevabı

üç boyutlu uzayda vektörel çarpım.

$$\wedge : V \times V \rightarrow V$$

$$\wedge(\vec{a}, \vec{b}) = \vec{a} \wedge \vec{b} = \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \det(\vec{a}, \vec{b})$$

Şekil 60. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 20. Soruda tanım ve değer kümesini doğru belirleyen ancak vektörel çarpımın iç çarpıma eşit olduğunu kabul eden öğrenci cevabı

$$\mathbb{R}^2 \text{ de } \rightarrow \vec{r}(t) = (f(t), g(t)) = \langle f(t), g(t) \rangle$$

$$\mathbb{R}^3 \text{ de } \rightarrow \vec{r}(t) = (f(t), g(t), h(t)) = \langle f(t), g(t), h(t) \rangle$$

Fonksiyonlarda tanımsız yapan değerleri Reel sayılarda çıkararak tanım kümesi bulunur.

Şekil 62. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 20. Soruda çözüm yapan öğrenci cevabı

1) A reel sayıların bir alt kümesi ve V'de bir vektör uzayı olsun. A'nın her bir elemanına, U'nun yalnız ve yalnız bir elemanını karşılık getiren fonksiyona bir vektör değerli fonksiyon adı verilir.

Bu tanımdan sonra, V vektör uzayımızın $\mathbb{R}^3$ olarak seçersek genel olarak vektörel fonksiyonu aşağıdaki gibi gösterebiliriz.

$$\vec{A}(x, y) = [A_1(x, y), A_2(x, y), A_3(x, y)]$$

Burada A_1, A_2 ve A_3 ler A vektörünün bileşenleri adını almaktadır. Vektörel fonksiyonlarda tanım bölgesi, tüm bileşenlerin tanım bölgelerinin kesişimidir. Yani fonksiyonun bütün bileşenlerinin tanımlı olduğu bölgedir.

Şekil 63. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 20. Soruda vektörel çarpımın tanım ve değer kümesinin belirlenmesi ve vektörel çarpımın fonksiyon olarak ifade edilmediği vektörel fonksiyon kavramının tanımlanmaya çalışıldığı öğrenci cevabı

22. soru “ $\mathbb{R}^3$ 'te verilen $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ için $\vec{a} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{c}) = \vec{a} \cdot (\vec{b} \wedge \vec{c})$ ifadesinin eşit olup olmadığını gösteriniz” şeklinde hazırlanmıştır. Burada amaç eşitliğin sol tarafının bir vektöre karşılık geldiğinin eşitliğin sağ tarafının ise herhangi bir reel sayıya karşılık geldiğinin farkında olup olmadığını görebilmektir. Öğrencilerin 22. soruya vermiş oldukları yanıtlar incelenmiş ve bu soruya ait frekans ve yüzde dağılımı tablo 19'da gösterilmiştir.

Tablo 19

Öğrencilerin 22.soruya vermiş olduğu cevapların frekan ve yüzdeleri

Soru 22	F	%
Boş	36	51.4
Yanlış	5	7.1
Eksik	4	5.7
Kısmen Doğru	10	14.3
Doğru	15	21.4
Toplam	70	100

Tablo19 İncelendiğinde öğrencilerin % 51.4 nü boş bıraktığı, %7.1 sinin yanlış yanıtladığı, % 5.7 sinin eksik yanıtladığı,%14.3 nün kısmen doğru yanıtladığı, %21.4 nün ise doğru yanıtladıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin yüzdelere bakıldığında yarısından fazlasının soruya dair herhangi bir işlem yapmadıkları ve açıklamada bulunmadıkları görülmüştür.

Vektörel çarpım ve iç çarpım içeren bağıntının sağlanıp sağlanamayacağına yönelik öğrenci cevapları incelendiğinde sonucu tam ve doğru ifade eden öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 64, şekil 65, şekil66 ve şekil67’de, yanlış bir yol izleyerek bağıntının eşit olmadığını belirten öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 68 ve şekil 69’da, hatalı bir çözüm yolu tercih ederek eşitliğin olduğunu belirten öğrenci cevaplarından alıntılar şekil70 ve şekil71’de gösterilmiştir.

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = a_1 b_2 c_3 + b_1 c_2 a_3 + c_1 a_2 b_3 - (a_3 b_2 c_1 + b_3 c_2 a_1 + c_3 a_2 b_1)$$

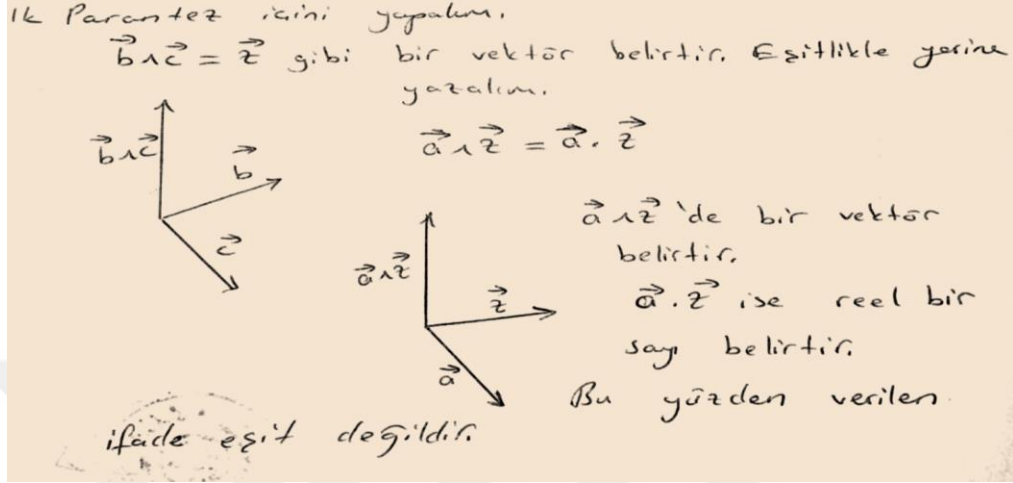
Sonucu reel sayı olur

$$\begin{vmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \\ e_1 & e_2 & e_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = e_1 [a_2 c_2 b_1 - a_2 b_2 c_1 - a_3 b_3 c_1 + a_3 c_3 b_1] \\ + e_2 [a_3 b_2 c_3 - a_3 b_3 c_2 - a_1 c_2 b_1 + a_1 b_2 c_1] \\ + e_3 [a_1 b_3 c_1 - a_1 c_3 b_1 - a_2 b_2 c_3 + a_2 b_3 c_2]$$

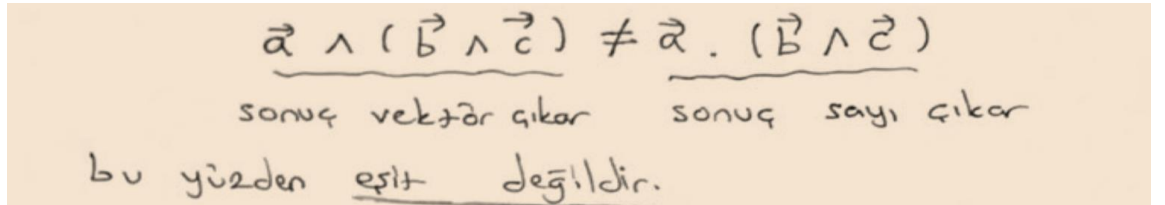
Sonucu vektör olur.

Eşit değildir.

Şekil 64. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 22. Soruda verilen ifadelerin eşit olmadığını seçilen vektörlerin ifadelerde yerine yazılarak gösterilmeye çalışıldığı ve özümü tam ve doğru şekilde ulaşan öğrenci cevabı



Şekil 65. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 22. Soruda vektörel çarpımın sonucunun bir vektöre karşılık geldiği ancak iç çarpımın reel bir sayı ile ifade edildiğini belirterek cevaplandıran öğrenci cevabı



Şekil 66. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 22. Soruda vektörel çarpım sonucu bir vektör iç çarpım sonucu bir reel sayı olduğu gerçeğine düşünerek ifadenin eşit olamayacağını belirten öğrenci cevabı

Soru 23: Eşitliğin sol tarafı vektörel çarpımdır ve sonucu vektör çıkar. Değer kümesi V vektör uzayıdır.
 Eşitliğin sağ tarafı ise karma çarpımdır ve sonucu sayı çıkar. Değer kümesi R reel sayılar kümesidir.
 $V \neq R$ olduğu için $\vec{a} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{c}) \neq \vec{a} \cdot (\vec{b} \wedge \vec{c})$ olduğunu göstermiş olduk.

Şekil 67. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 22. Soruyu yanıtlayan öğrenci cevabı

$\vec{a} \cdot \vec{b} = \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \cdot \cos \theta$ (skaler çarpım)
 $\vec{a} \times \vec{b} = \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \cdot \sin \theta$ (vektörel çarpım) } eşit değillerdir
 Dolayısıyla, $\vec{a} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{c}) \neq \vec{a} \cdot (\vec{b} \wedge \vec{c})$ olur.

Şekil 68. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 22. Soruda iç çarpım ve vektörel çarpımın neye karşılık geldiği konusunda eksik bilgiye sahip, verilen eşitlik ile sağlanabileceği görülmektedir. Soruyu çözerken başlangıçtan itibaren hatalı bir yol izleyerek eşitliğin olamayacağını belirten öğrenci cevabı

R^3 te verilen $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ için;
 $\vec{a} \cdot (\vec{b} \wedge \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{b}) \wedge \vec{c} - (\vec{a} \cdot \vec{c}) \wedge \vec{b}$ olduğundan
 $\vec{a} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{c}) \neq \vec{a} \cdot (\vec{b} \wedge \vec{c})$ dir.

Şekil 69. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 22. Soruda hatalı bir bağıntı kurup ifadenin eşit olmadığını belirten öğrenci cevabı

SORU 23 $a \wedge (b \wedge c) = \det(a, b, c)$

$$= a_1 (b_2 c_3 - b_3 c_2) - a_2 (b_1 c_3 - b_3 c_1) + a_3 (b_1 c_2 - b_2 c_1)$$

$$a \cdot (b \wedge c)$$

$$(b_2 c_3 - b_3 c_2) e_1 - (b_1 c_3 - b_3 c_1) e_2 + (b_1 c_2 - b_2 c_1) e_3$$

$$a \cdot (b \wedge c)$$

$$= a_1 (b_2 c_3 - b_3 c_2) e_1 - a_2 (b_1 c_3 - b_3 c_1) e_2 + a_3 (b_1 c_2 - b_2 c_1) e_3$$

$$\text{Sonuç} = a \wedge (b \wedge c) = a \cdot (b \wedge c)$$

Şekil 70. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 22. Soruda hatalı bir yol izleyerek doğru sonuca ulaşamayan öğrenci cevabı

$$\vec{a} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{c}) = \vec{a} \cdot (\vec{b} \wedge \vec{c})$$

$$\|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b} \wedge \vec{c}\| \cdot \sin \alpha = \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b} \wedge \vec{c}\| \cdot \cos \alpha$$

Eğer α açısı 45° ya da 225° ise bu eşitlik doğrudur, değil ise yanlıştır.

Şekil 71. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 22. Soruda başlangıçtan itibaren hatalı ilerleyerek yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı

23. soru “ $\mathbf{R}^3$ ’te $\vec{x} = (-1, -3, -4)$, $\vec{y} = (-2, -1, -3)$ vektörlerine dik olan vektör $\vec{z}$ olduğuna göre $\vec{z}$ vektörüne paralel iki vektör bulunuz.” Şeklinde öğrencilere sorulmuştur. Öğrencilerin paralel vektörleri belirleyebilmesi için öncelikle z vektörünün nasıl ve ne şekilde elde edebileceğinin farkında olması gerekir bu nedenle öğrencilerin bu bağlantıyı kurup kuramadıkları amaçlanmıştır. Öğrencilerin 23. soruya vermiş oldukları yanıtlar incelenmiş ve bu soruya ait frekans ve yüzde dağılımı tablo 20’de gösterilmiştir.

Tablo 20

Öğrencilerin 23.soruya vermiş olduğu cevapların frekan ve yüzdeleri

Soru 23	F	%
Boş	10	14.3
Yanlış	3	4.3
Eksik	0	0.0
Kısmen Doğru	3	4.3
Doğru	54	77.1
Toplam	70	100

Tablo20 İncelendiğinde öğrencilerin verdiği yanıtlara göre %14.3 ü boş, %4.3 yanlış ,% 0 ı eksik ,%4.3 kısmen doğru ve %77.1 inin ise soruyu doğru yanıtladıkları tespit edilmiştir. Çözümü tam ve doğru olarak yanıtlayan öğrenciler örneklemin çoğunluğunu oluşturmaktadır bu da dik vektörün vektörel çarpıma karşılık geldiği bilgisine sahip oldukları sonucuna ulaştırabilir.

Verilen iki vektörde aynı anda dik olan vektörlere paralel olan vektörleri tam ve doğru veren öğrenci cevaplarından alıntılar şekil72, şekil 73 ve şekil 74’de, kısmen doğru yanıtlayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil75’de ve son olarak hatalı ilerleyerek yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 76’da gösterilmiştir.

2 vektöre aynı anda dik olan vektör o vektörlerin vektörel çarpımıdır.

$$\vec{x} \times \vec{y} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & -3 & -4 \\ -2 & -1 & -3 \end{vmatrix} = \vec{i} + \vec{k} + 8\vec{j} - (6\vec{k} + 4\vec{i} + 3\vec{j})$$

$$5\vec{i} - 5\vec{k} + 5\vec{j} = \vec{z} = (5, 5, -5)$$

Paralel vektörler birbirinin katıdır.

Bir vektörümüz $\frac{1}{5} \vec{z}$, diğeri $2\vec{z}$ olsun.

$$\frac{\vec{z}}{5} = (1, 1, -1), \quad 2\vec{z} = (10, 10, -10)$$

Şekil 72. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 23. Soruda çözüme tam ve doğru ulaşan ve yeterli örneği veren öğrenci cevabı

$$\begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ -1 & -3 & -4 \\ -2 & -1 & -3 \end{vmatrix} = -6\vec{e}_3 - 4\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 + 9\vec{e}_1 + \vec{e}_3 + 8\vec{e}_2 \\
 = 5\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 - 5\vec{e}_3 \\
 \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\
 -1 & -3 & -4 = (5, 5, -5) \Rightarrow \text{Dik vektör}$$

1. paralel vektör: $(1, 1, -1)$
 2. paralel vektör: $(10, 10, -10)$

Şekil 73. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 23. Soruda çözüme tam ve doğru ulaşan ve yeterli örneği veren öğrenci cevabı

$$\vec{X} = (-1, -3, -4), \vec{Y} = (-2, -1, -3) \text{ ve } \vec{Z} = (x_1, y_1, z_1)$$

$$\vec{X} \cdot \vec{Z} = \vec{Y} \cdot \vec{Z} = 0 \Rightarrow -x_1 - 3y_1 - 4z_1 = -2x_1 - y_1 - 3z_1 = 0$$

Burada denklemi düzenlersek $x_1 = y_1 = -z_1$ olur.

$$\vec{Z} = (1, 1, -1) \Rightarrow \vec{U} = (2, 2, -2), \vec{V} = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

Şekil 74. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 23. Soruda iç çarpımdan yararlanarak çözüme tam ve doğru ulaşan ve yeterli örneği veren öğrenci cevabı

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & -3 & -4 \\ -2 & -1 & -3 \end{vmatrix} = (9i + k + 8j) - (6k + 4i + 3j) \\
 = 5i + 11j - 5k \\
 \vec{Z} = (5, 11, -5)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{5}{k_1} &= \frac{11}{k_2} = \frac{-5}{k_3} \text{ olmalı.} \\ \vec{a} &= (10, 22, -10) \text{ ya da} \\ \vec{b} &= (-10, -22, 10) \text{ olabilir.} \\ \vec{Z} &\parallel \vec{a} \text{ ve } \vec{Z} \parallel \vec{b} \end{aligned} \right\}$$

Şekil 75. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 23. Soruda doğru adımlar kullanılarak doğru cevaba ulaşılmaya çalışılsa da hatalı işlem nedeniyle çözüme ulaşamayan öğrenci cevabı

Şekil 76. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 23. Soruda çözüme ulaşamayan öğrenci cevabı

24.soru “ $p \in \mathbb{R}$ için $(p \cdot \vec{x}) \wedge \vec{y} = p(\vec{x} \wedge \vec{y})$ eşitliğini vektörlerden yararlanarak kanıtlayınız.”

Şeklinde öğrencilere sorulan soruda amaç vektörel çarpımın ve determinantın özelliklerini yeterince farkında olup olamadığının tespit edilmesi istenmiştir. Öğrencilerin 24. soruya vermiş oldukları yanıtlar incelenmiş ve bu soruya ait frekans ve yüzde dağılımı tablo21’de gösterilmiştir.

Tablo 21

Öğrencilerin 24.soruya vermiş olduğu cevapların frekan ve yüzdeleri

Soru 24	F	%
Boş	17	24.3
Yanlış	1	1.4
Eksik	0	0.0
Kısmen Doğru	0	0.0
Doğru	52	74.3
Toplam	70	100

Tablo21 İncelendiğinde öğrencilerin sorulara vermiş odluları yanıtlara göre öğrencilerin %24.3 ünün boş bıraktığı,%1.4 ünün yanlış, %0 ‘ının eksik,%0’ının kısmen doğru ,%74.3 ünün doğru yanıtladıkları görülmüştür. Yüzdeler incelendiğinde çözümü eksisiz ve doğru bir şekilde yanıtlayan öğrenciler oldukça yüksek bir yüzdelik dilime sahiptir.

Vektörel çarpım ile ilgili verilen eşitliği tam ve doğru bir şekilde kanıtlayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 77, şekil 78, şekil79, şekil80, şekil81, şekil82’de gösterilmiş olup hatalı bir çözüm yolu terci edip eşitliğin sağlanabileceğini belirten öğrenci cevaplarından alıntılar şekil83’de gösterilmiştir.

b) $p \in \mathbb{R}$ için $(p \cdot \vec{x}) \wedge \vec{y} = p (\vec{x} \wedge \vec{y})$ eşitliğini vektörlerden yararlanarak kanıtlayınız.

$\downarrow$ $\downarrow$
 $\vec{x}$ $\vec{y}$

$p(x_2 y_3 - x_3 y_2) \vec{e}_1 + p(x_1 y_3 - x_3 y_1) \vec{e}_2 + p(x_1 y_2 - x_2 y_1) \vec{e}_3$ dir. *

$(p x_2 y_3 - p x_3 y_2) \vec{e}_1 + (p x_1 y_3 - p x_3 y_1) \vec{e}_2 + (p x_1 y_2 - p x_2 y_1) \vec{e}_3$ dir. **

düzenlersek; p paranteze alınmalıdır.

$p(x_2 y_3 - x_3 y_2) \vec{e}_1 + p(x_1 y_3 - x_3 y_1) \vec{e}_2 + p(x_1 y_2 - x_2 y_1) \vec{e}_3$ vektörel olarak iki ifade eşittir.

Şekil 77. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 24. Soruda çözümü tam ve doğru yaparak eşitliğin olduğunu gösteren öğrenci cevabı

$\Rightarrow p \cdot \|\vec{x}\| = \|p \cdot \vec{x}\|$ olduğunu biliyoruz

$(p \cdot \vec{x}) \wedge \vec{y} = \|p \cdot \vec{x}\| \|\vec{y}\| \sin \alpha = p \cdot \underbrace{\|\vec{x}\| \|\vec{y}\| \sin \alpha}_{\vec{x} \wedge \vec{y}} = p \cdot (\vec{x} \wedge \vec{y})$ olur

Şekil 78. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 24. Soruda bilinen bir eşitlikten yararlanarak eşitliğin olduğunu gösteren öğrenci cevabı

$\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$ $\vec{y} = (y_1, y_2, y_3)$

$(p \cdot \vec{x}) \wedge \vec{y} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ p x_1 & p x_2 & p x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix} = p \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix} = p \cdot (\vec{x} \wedge \vec{y})$

şeklinde kanıtlanır.

Şekil 79. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 24. Soruda çözümü tam ve doğru yaparak eşitliğin olduğunu gösteren öğrenci cevabı

$$(p \cdot \vec{x}) \wedge \vec{y} = \begin{vmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ p \cdot x_1 & p \cdot x_2 & p \cdot x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix} = p \cdot (\vec{x} \wedge \vec{y})$$

Determinantın özelliklerinden;
Bir satır bir reel sayıyla çarpılırsa bu sayı determinant dışına çıkabilir.

Şekil 80. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 24. Soruda çözümü tam ve doğru yaparak eşitliğin olduğunu gösteren öğrenci cevabı

ÇÖZÜM: Formülü hatırlayalım: $\|\vec{a} \wedge \vec{b}\| = \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \cdot \sin \alpha$

Soruda uygulayalım:

$$(p \cdot \vec{x}) \wedge \vec{y} = \|p \cdot \vec{x}\| \cdot \|\vec{y}\| \cdot \sin \alpha = p \cdot \underbrace{\|\vec{x}\| \cdot \|\vec{y}\| \cdot \sin \alpha}_{(\vec{x} \wedge \vec{y})} = p \cdot (\vec{x} \wedge \vec{y})$$

Eşitliği göstermiş olduk.

Şekil 81. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 24. Soruda eşitliğin olduğu kanıtlayan öğrenci cevabı

$$\begin{aligned} 26) \vec{x} &= (1, 0, 2) \quad \vec{y} = (0, 3, 4) \\ [p \cdot (1, 0, 2)] \wedge (0, 3, 4) &\stackrel{?}{=} p [(1, 0, 2) \wedge (0, 3, 4)] \\ (p, 0, 2p) \wedge (0, 3, 4) &\stackrel{?}{=} p [(1, 0, 2) \wedge (0, 3, 4)] \\ \begin{vmatrix} i & j & k \\ p & 0 & 2p \\ 0 & 3 & 4 \end{vmatrix} &\stackrel{?}{=} 3pk - (6pi + 4pj) \\ &= -6pi - 4pj + 3pk \\ &= (-6p, -4p, 3p) \\ (-6p, -4p, 3p) &\stackrel{?}{=} p \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \end{vmatrix} \\ &= p [3k - (6i + 4j)] = p (-6i - 4j + 3k) \\ &= (-6p, -4p, 3p) \\ (-6p, -4p, 3p) &\stackrel{?}{=} (-6p, -4p, 3p) \\ \text{eşitlik sağlanıyor} \end{aligned}$$

Şekil 82. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 24. Soruda eşitliği düzlemde yeri belli olan iki vektörün alınmasıyla eşitliğin gösterildiği öğrenci cevabı

$$b) \underbrace{(\varphi \cdot \vec{x}) \wedge \vec{y}}_I = \underbrace{\varphi(\vec{x} \wedge \vec{y})}_I$$

$$I) \varphi((x_1, y_1) \cdot (x_2, y_2)) = \varphi(x_1 x_2 + y_1 y_2) = \varphi x_1 x_2 + \varphi y_1 y_2$$

$$II) (\varphi \cdot (x_1, y_1)) \cdot (x_2, y_2) = (\varphi x_1, \varphi y_1) \cdot (x_2, y_2) = \varphi x_1 x_2 + \varphi y_1 y_2 \quad \text{esit olur.}$$

Şekil 83. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 24. Soruda vektörel çarpımı iç çarpım olarak düşünerek yanlış bir yol izleyerek eşit olduğunu kabul eden öğrenci cevabı

28.soru ,” $\vec{X}=(1,4,2)$ ve $\vec{Y}=(2,3,-1)$ vektörleri R^3 uzayında verilen iki vektör olmak üzere;

Aşağıdaki vektörlerden hangisinin normu bu iki vektöre dik olan vektörün normuna eşittir?

- A) (2,8,11) B) (3,-4,-5) C) (8,-8,4 $\sqrt{2}$) D)(3,4, 5 $\sqrt{5}$) E)(0,-8,14)

CEVAP... ÇÜNKÜ...” şeklinde sorulmuştur. Amaç aynı anda iki vektör de dikliğin neyi ifade ettiğinin belirlenmesi ve aynı zamanda vektörlerin uzunluğunun ne şekilde hesaplanabileceği tespit edilmek istenmiştir. Öğrencilerin 28. soruya vermiş oldukları yanıtlar incelenmiş ve bu soruya ait frekans ve yüzde dağılımı tablo 22’de gösterilmiştir.

Tablo 22

Öğrencilerin 28.soruya vermiş olduğu cevapların frekan ve yüzdeleri

Soru 28	F	%
Boş	6	8.6
Yanlış	1	1.4
Eksik	4	5.7
Kısmen Doğru	6	8.6
Doğru	53	75.7
Toplam	70	100

Tablo 22 incelendiğinde öğrencilerin vermiş oldukları yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin %8.6 sınıfın boş bıraktığı, %1.4 nün yanlış yanıtladığı,%5.7 sınıfın eksik bıraktığı,%8.6 sınıfın kısmen doğru yanıtladığı,%75.7 sınıfın ise doğru cevapladıkları görülmüştür. Yüzdelere incelendiğinde çözümü eksiksiz ve doğru bir şekilde yanıtlayan öğrenciler oldukça yüksek bir yüzdelik dilime sahiptir.

Verilen iki vektörde aynı anda dik olan vektörün uzunluğuna eş olan vektörü tam ve doğru belirleyen öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 84 ve şekil 85’de gösterilmiş olup kısmen

doğru cevaplayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil86'da, sadece sonucu doğru belirleyen ancak gerekli işlemleri hatalı bir şekilde gerçekleştiren öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 87'de gösterilmiş ve soruyu çözerken başlangıçtan itibaren hatalı bir yol izleyerek sonucu yanlış bulan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil88'de gösterilmiştir.

$\det(\vec{x}, \vec{y}) =$

$\vec{e}_1$	$\vec{e}_2$	$\vec{e}_3$
1	4	2
2	3	-1

$8\vec{e}_3$ $\vec{e}_1$ $\vec{e}_2$ $\vec{e}_3$ $-4\vec{e}_1$
 $6\vec{e}_1$ 1 4 2 $3\vec{e}_3$
 $+\vec{e}_2$ $4\vec{e}_2$

$\Rightarrow (-4\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3) - (6\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + 8\vec{e}_3)$
 $= -10\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 - 5\vec{e}_3 = (-10, 5, -5) = \vec{z}$

$\vec{z}$ vektörü $\vec{x}$ ve $\vec{y}$ vektörlerinin temsil etmiş olduğu düzleme diktir.
 $\vec{x} \perp \vec{z}$ ve $\vec{y} \perp \vec{z}$ $\vec{z} = (-10, 5, -5)$

$\|\vec{z}\| = \sqrt{\langle \vec{z}, \vec{z} \rangle} = \sqrt{100 + 25 + 25} = \sqrt{150}$

D Şıkkı $\vec{D} = (6, 8, 5\sqrt{2})$ vektörünün normuna eşittir.

$\|\vec{D}\| = \sqrt{\langle \vec{D}, \vec{D} \rangle} = \sqrt{36 + 64 + 50} = \sqrt{150}$ #

Şekil 84. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 28. Soruda doğru bir çözüm yolu tercih ederek doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı

$\vec{x} = (1, 4, 2)$, $\vec{y} = (2, 3, -1)$

$\vec{z} = \vec{x} \wedge \vec{y} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ 1 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \end{vmatrix} = -4\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 - 8\vec{e}_3 - 6\vec{e}_1 + \vec{e}_2$

$\vec{z} = (-10, 5, -5)$

$\|\vec{z}\| = \sqrt{100 + 25 + 25} = 5\sqrt{6}$

Şıklarda normu $5\sqrt{6}$ ya eşit olan vektör $(6, 8, 5\sqrt{2})$ vektörüdür.

Cevap: D) $(6, 8, 5\sqrt{2})$

Şekil 85. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 28. Soruda çözümü tam ve doğru yapan öğrenci cevabı

$$\vec{x} \wedge \vec{y} = \begin{vmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ 1 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ e_1 & e_2 & e_3 \\ 1 & 4 & 2 \end{vmatrix} \begin{matrix} -4e_1 + 3e_3 + 4e_2 - 8e_3 - 6e_1 + e_2 \\ -10e_1 + 5e_2 - 5e_3 = (-10, 5, -5) \end{matrix}$$

$$\sqrt{200} = 10\sqrt{2}$$

"D" şıkkı $10\sqrt{2}$ yapar

Şekil 86. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 28. Soruda vektörel çarpımdan yararlanarak iki vektöre dik olan vektörü belirlemeye çalışan ancak uzunluk hesaplamada hata yapan ancak doğru seçeneğe ulaşan öğrenci cevabı

$$\begin{aligned} \vec{x} &= (1, 4, 2) \\ \vec{y} &= (2, 3, -1) \\ \vec{z} &= (a, b, c) \end{aligned} \quad \begin{aligned} a + 4b + 2c &= 0 \\ 2a + 3b - c &= 0 \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} & \\ & \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{buradan} \\ &b = -c \\ &a = 2c \end{aligned}$$

$$\vec{z} = (2c, -c, c) \text{ olur.}$$

$$\|\vec{z}\| = \sqrt{4c^2 + c^2 + c^2} = \sqrt{6}c$$

Cevap D şıkkı. (çünkü D şıkkının normu $\sqrt{6}$ 'nın katıdır.)

Şekil 87. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 28. Soruda iki vektöre dik olan herhangi bir vektör iç çarpım ile belirlenmi ancak hatalı bir yol izleyerek ve çıkarım yapılarak doğru seçeneğe ulaşan öğrenci cevabı

31) $\vec{x} \perp \vec{z}$ $|a+4b+2c|=0$ $\vec{z}=(a,b,c)$
 $|\vec{z}|=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$
 $|\vec{z}|=\sqrt{4+1+1}=\sqrt{6}$

32) $\vec{y} \perp \vec{z}$ $|2a+3b-c|=0$
 $a=-2$
 $b=+1$
 $c=-1$
 $\vec{z}=(-2, 1, -1)$
 Cevap E

Şekil 88. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 28. Soruda yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı

29.soru " $\mathbf{R}^3$ " te $\vec{t}=(1,-3,-2)$ ve $\vec{k}=(-1,3,5)$ vektörlerine aynı anda dik olan vektöre paralel, uzunluğu 13 birim olan vektör aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $(\frac{9}{\sqrt{10}}, \frac{7}{\sqrt{10}}, 0)$ B) $(-\frac{7}{\sqrt{10}}, \frac{9}{\sqrt{10}}, 3)$ C) $(\frac{-39}{\sqrt{10}}, \frac{-13}{\sqrt{10}}, 0)$ D) $(-\frac{9}{\sqrt{10}}, \frac{8}{\sqrt{10}}, 0)$ E) $(-3, 0, 0)$

CEVAP... ÇÜNKÜ..." sorusu ile öğrencilerin vektörel çarpımdan yararlanarak elde etmiş oldukları dik vektöre paralel sayısız vektör elde edebilecekleri ancak bunu sınırladıysak sayılı vektöre karşılık gelebileceğinin görülmesi amaçlanmıştır. Öğrencilerin 29. soruya vermiş oldukları yanıtlar incelenmiş ve bu soruya ait frekans ve yüzde dağılımı tablo 23'te gösterilmiştir.

Tablo 23

Öğrencilerin 29.soruya vermiş olduğu cevapların frekan ve yüzdeleri

Soru 29	F	%
Boş	9	12.9
Yanlış	4	5.7
Eksik	9	12.9
Kısmen Doğru	2	2.9
Doğru	46	65.7
Toplam	70	100

Tablo 23 incelendiğinde öğrencilerin %12.9'nun soruyu boş bıraktıkları, %5.7 sinin yanlış, %12.9 eksik, %2.9'unun kısmen doğru, %65.7 sinin ise soruyu tam ve doğru olarak yanıtladıkları görülmüştür. Soruyu boş ve eksik yanıtlayan öğrenciler eğitim yüzdesine sahiptir. Verilere göre çözümü eksiksiz ve doğru bir şekilde yanıtlayan öğrenciler oldukça yüksek bir yüzdelik dilime sahiptir.

Verilen şartları aynı anda sağlayan ve uzunluğu 13 birim olan vektörlerden birini tam ve doğru şekilde belirleyen öğrencilerin cevaplarından alıntılar şekil 89, şekil 90, şekil 91, şekil 92'de, kısmen doğru yanıtlayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 93 ve şekil 94'te, yanlış yanıtlayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 95'te gösterilmiştir.

$$\begin{aligned}
 \vec{t} \wedge \vec{k} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -3 & -2 \\ -1 & 3 & 5 \end{vmatrix} = -15\vec{i} + 3\vec{k} + 2\vec{j} - 3\vec{k} + 6\vec{i} - 5\vec{j} \\
 &= -9\vec{i} - 3\vec{j} = (-9, -3, 0) = \vec{z} \\
 \|\vec{z}\| &= \sqrt{81+9} = \sqrt{90} \\
 \sqrt{90} \cdot a &= \sqrt{169} \quad a = \frac{13}{3\sqrt{10}} \\
 \frac{13}{3\sqrt{10}} \cdot (-9, -3, 0) &= \left(\frac{-39}{\sqrt{10}}, \frac{-13}{\sqrt{10}}, 0 \right) \\
 \text{Bu nedenle doğru cevap} &= C
 \end{aligned}$$

Şekil 89. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 29. Soruda doğru seçeneğe ulaşan öğrenci cevabı

$$\begin{aligned}
 \text{.sorunun cevabı: } & \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ 1 & -3 & -2 \\ -1 & 3 & 5 \end{vmatrix} = -9\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2, 0 \\
 & \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ 1 & -3 & -2 \end{vmatrix} = (-9, -3, 0) \\
 \|\vec{y}\| &= (-9)^2 + (-3)^2 + 0^2 = 90 \\
 &= 3\sqrt{10} \\
 3\sqrt{10} \cdot a &= \sqrt{169} \\
 a &= \frac{13}{3\sqrt{10}} \\
 \frac{13}{3\sqrt{10}} \cdot (-9, -3, 0) &= \left(-\frac{39}{\sqrt{10}}, -\frac{13}{\sqrt{10}}, 0 \right) \Rightarrow \text{Cevap C}
 \end{aligned}$$

Şekil 90. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 29. Soruda doğru sonuca ulaşan ancak matematiksel gösterimlerde hatalar yapan öğrenci cevabı

$$\vec{E} = (1, -3, -2) \text{ ve } \vec{L} = (-1, 3, 5)$$

$$\vec{E} \wedge \vec{L} = \det(\vec{E}, \vec{L}) = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ 1 & -3 & -2 \\ -1 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$

$$\vec{E} \wedge \vec{L} = -9\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 + 0\vec{e}_3$$

$$\vec{E} \wedge \vec{L} = (-9, -3, 0)$$

vektörümüz; $\vec{x} = (a_1, a_2, a_3)$ olsun,

$$\frac{-9}{a_1} = \frac{-3}{a_2} = \frac{0}{a_3} = m$$

$$\vec{x} = \left(\frac{-9}{m}, \frac{-3}{m}, \frac{0}{m} \right) = \left(\frac{3}{m}, \frac{1}{m}, 0 \right)$$

$$\|\vec{x}\| = \sqrt{\frac{3^2}{m^2} + \frac{1^2}{m^2} + 0} = 13 \Rightarrow \frac{10}{m^2} = 169$$

$$\sqrt{m^2} = \sqrt{\frac{169}{10}} \Rightarrow m = \frac{13}{\sqrt{10}}, \frac{-13}{\sqrt{10}} \quad \vec{x} = \left(\frac{-39}{\sqrt{10}}, \frac{-13}{\sqrt{10}}, 0 \right) \text{ olabilir.}$$

$$\text{Cevap: } C \left(\frac{-39}{\sqrt{10}}, \frac{-13}{\sqrt{10}}, 0 \right)$$

canem cennet yilmaz

Şekil 91. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 29. Soruda çözümü tam ve doğru şekilde yaparak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı

SORU 32 $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$

$$a_1 k = a_1 - 3a_2 - 2a_3 = 0$$

$$+ a_1 k = -a_1 + 3a_2 + 5a_3 = 0$$

$$3a_3 = 0 \quad a_3 = 0$$

$$a_1 = 3a_2$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ 3k & k \\ -3k & -k \end{matrix}$$

$$\vec{a} = \left(\frac{39}{\sqrt{10}}, \frac{13}{\sqrt{10}}, 0 \right) \quad \vec{a} = \left(\frac{-39}{\sqrt{10}}, \frac{-13}{\sqrt{10}}, 0 \right) \quad \text{SONUÇ } \underline{\underline{C}}$$

$$\vec{a} = (3k, k, 0), (-3k, k, 0)$$

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{9k^2 + k^2 + 0}$$

$$10k^2 = 169 \rightarrow k = \pm \frac{13}{\sqrt{10}}$$

Şekil 92. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 29. Soruda çözümü tam ve doğru şekilde yaparak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı

$$\vec{t} \wedge \vec{k} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ 1 & -3 & -2 \\ -1 & 3 & 5 \end{vmatrix} = -9\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 \quad \vec{t} \wedge \vec{k} = (-9, -3, 0)$$

$$\vec{z} = (z_1, z_2, z_3) \text{ olsun}$$

$$\frac{-9}{z_1} = \frac{-3}{z_2} = \frac{0}{z_3} \quad \text{ve} \quad \|\vec{z}\| = 13 \text{ 'tür.}$$

$$C \text{ şıkkı} \rightarrow \|\vec{z}\| = \sqrt{\frac{39^2}{10} + \frac{13^2}{10} + 0} = 13 \text{ br}$$

Cevap: C

Şekil 93. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 29. Soruda verilen iki vektöre aynı anda dik olan vektörü belirleyen ancak doğru çözüme ulaştıracak yeterli çözümü gerçekleştirilerek doğru seçeneği işaretleyen öğrenci cevabı

$$\vec{t} \times \vec{k} \perp \vec{t} \quad \vec{t} \times \vec{k} \perp \vec{k}$$

$$\vec{t} \times \vec{k} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -3 & -2 \\ -1 & 3 & 5 \end{vmatrix} = (-15\vec{i} + 3\vec{k} + 2\vec{j}) - (3\vec{k} - 6\vec{i} + 5\vec{j})$$

$$= -9\vec{i} - 3\vec{j}$$

$$\vec{t} \times \vec{k} = (-9, -3, 0)$$

$$\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$$

$$\vec{u} \parallel \vec{v} \Rightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$$

$$\vec{t} \times \vec{k} \parallel \vec{u} \Rightarrow \frac{-9}{x_1} = \frac{-3}{y_1} \quad \text{ve} \quad x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 = 13$$

$$3y_1 = x_1 \quad \text{ve} \quad x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 = 169$$

Bu şartları sağlayan tek seçenek C'dir

Şekil 94. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 29. Soruda gerekli işlemleri gerçekleştirme konusunda sıkıntı yaşayan ancak doğru seçeneği işaretleyen öğrenci cevabı

32. soru $\rightarrow$ Sorunun cevabı A şıkkıdır.

$\vec{I}$ ve $\vec{K}$ vektörlerine dik olan vektörü bulmak için

$$\vec{I} \wedge \vec{K} = \begin{vmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ 1 & -3 & -2 \\ -1 & 3 & 5 \end{vmatrix} = -15e_1 + \cancel{3e_3} + 2e_2 - \cancel{3e_3} + 6e_1 - 5e_2 = -9e_1 - 3e_2 = (-9, -3, 0) = \vec{a} \text{ diyelim}$$

$e_1 \quad e_2 \quad e_3$
 $1 \quad -3 \quad -2$

$\varnothing$ Paralel vektörlerin iç çarpımı 0'dır. $\vec{a}$ vektörüyle iç çarpımı 0 olan ve boyutu 3 birim olan vektör A şıkkındaki vektördür.

Şekil 95. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 29. Soruda iç çarpım ile paralellik arasında yanlış bir ilişki kuran ve yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı

30.soru “ $\vec{a}=3\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$ ve $\vec{b}=\vec{i}+3\vec{j}+4\vec{k}$ vektörleri $\vec{i}$, $\vec{j}$ ve $\vec{k}$ standart birim vektörlerine bağlı iki vektör olmak üzere; $\vec{a}$ ve $\vec{b}$ vektörlerinin her birine dik olan $\vec{c}$ vektörünün $\vec{t}=(2,1,3)$ vektörüyle yaptığı açının kosinüsü kaçtır?” şeklinde öğrencilere sorulmuştur. Bu soru ile öğrencilerin iki vektöre de aynı anda dik olan vektörün neye karşılık geldiği bilgisinden yararlanarak iki vektör arasındaki açının kosinüsünün hesaplanması amaçlanmıştır. Öğrencilerin 30. soruya vermiş oldukları yanıtlar incelenmiş ve bu soruya ait frekans ve yüzde dağılımı tablo²⁴’ te gösterilmiştir.

Tablo 24

Öğrencilerin 30.soruya vermiş olduğu cevapların frekan ve yüzdeleri

Soru 30	F	%
Boş	7	10.0
Yanlış	1	1.4
Eksik	0	0.0
Kısmen Doğru	6	8.6
Doğru	56	80.0
Toplam	70	100

Tablo24 incelendiğinde 30. soruya 70 ilköğretim matematik öğretmenliği lisans öğrencisine sorulduğunda örneklemin %10.0'ının boş bıraktığı,%1.4 nün yanlış yanıtladığı, %0 ının eksik bıraktığı, %8.6'sının kısmen doğru yanıtladığını,%80.0' i doğru olarak çözdüğü görülmüştür. Başlangıçtan itibaren yanlış bir yol izleyip sonucu yanlış bulan veya sonuca

ulaşamayan öğrenciler yalnız örneklemin %1,4 ünü oluşturmuş bu oranda oldukça düşük olduğunu göstermektedir.

İki vektör arasındaki açının kosinüs değerini tam ve doğru bir şekilde belirleyen öğrenci cevaplarından alıntılar şekil96, şekil 97 ve şekil 98’de, kısmen doğru yanıtlayan öğrenci cevapları şekil 96’da gösterilmiştir.

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 4\vec{i} + 9\vec{k} - 2\vec{j} - (\vec{k} - 6\vec{i} + 12\vec{j})$$

$$= 10\vec{i} - 14\vec{j} + 8\vec{k} = (10, -14, 8)$$

$$2 \cdot 10 + 1 \cdot (-14) + 3 \cdot 8 = \|\vec{t}\| \cdot \|(10, -14, 8)\| \cdot \cos \alpha$$

$$30 = \sqrt{14} \cdot 2 \cdot 3\sqrt{10} \cdot \cos \alpha$$

$$5 = 2\sqrt{35} \cos \alpha \Rightarrow \frac{5\sqrt{35}}{70} = \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{35}}{14}$$

Şekil 96. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 30. Soruda doğru bir yol kullanılarak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı

$$\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \quad \vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$$

$$\begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix} = 4\vec{i} + 9\vec{k} - 2\vec{j} - \vec{k} + 6\vec{i} - 12\vec{j}$$

$$= 10\vec{i} - 14\vec{j} + 8\vec{k}$$

$$\vec{c} = (10, -14, 8) \quad \vec{t} = (2, 1, 3)$$

$$\cos \theta = \frac{\langle \vec{c}, \vec{t} \rangle}{\|\vec{c}\| \|\vec{t}\|} = \frac{30}{12\sqrt{35}} = \frac{\sqrt{35}}{14}$$

$$\langle \vec{c}, \vec{t} \rangle = 20 - 14 + 24 = 30$$

$$\|\vec{c}\| = \sqrt{10^2 + (-14)^2 + 8^2} = \sqrt{360} = 6\sqrt{10}$$

$$\|\vec{t}\| = \sqrt{2^2 + 1^2 + 3^2} = \sqrt{14} = \sqrt{14}$$

Şekil 97. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 30. Soruda çözümü tam ve doğru yapan öğrenci cevabı

53) $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ ve $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$ vektörleri $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ Standart birim vektörlerine bağlı 2 vektör olmak üzere; $\vec{a}$ ve $\vec{b}$ vektörlerinin her ikisine dik olan $\vec{c}$ vektörünün $\vec{c} = (2, 4, 3)$ vektörüyle yaptığı açının kosinüsü kaçtır?

$\vec{c}, \vec{a}$ ve $\vec{b}$ vektörüne ikisine de diktir $\Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{c}$ doğruluğu $\Rightarrow$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 4 \end{vmatrix} = (10, -14, 8) = \vec{c}$

$\cos \alpha = \frac{\langle \vec{c}, \vec{c} \rangle}{\|\vec{c}\| \cdot \|\vec{c}\|}$

$= \frac{30}{\sqrt{360} \cdot \sqrt{14}} = \frac{5}{2\sqrt{35}}$

Vektörel çarpım sonucu ortaya çıkan vektör, vektörel çarpıma giren her iki vektöre de diktir.

Şekil 98. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 30. Soruda çözümü tam ve doğru yapan öğrenci cevabı

331) $\vec{a} = (3, 1, -2)$ $\vec{b} = (1, 3, 4)$ $\vec{c} = (x, y, z)$

$\vec{a} \perp \vec{c}$ $3x + y - 2z = 0$ $\vec{b} \perp \vec{c}$ $x + 3y + 4z = 0$

$x = -5$ $y = 7$ $z = -4$

$\vec{c} = (-5, 7, -4)$

$\vec{c}$ ile $\vec{t}$ arasındaki açı $\alpha = \alpha$

$\cos \alpha = \frac{\langle \vec{c}, \vec{t} \rangle}{\|\vec{c}\| \cdot \|\vec{t}\|} = \frac{-5 \cdot 2 + 7 \cdot 1 + -4 \cdot 3}{\sqrt{25 + 49 + 16} \cdot \sqrt{4 + 1 + 9}}$

$= \frac{-15}{6\sqrt{35}} = \frac{-15}{6\sqrt{35}} = \frac{-5}{2\sqrt{35}}$

Şekil 99. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 30. Soruda iç çarpım kullanılarak yalnızca bir vektör varmış gibi işlem yapan çözümü tam ve doğru yapamayan öğrenci

İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Araştırmanın 2. Alt probleminde İlköğretim matematik öğretmenliği ikinci Sınıf lisans öğrencilerinin karma çarpım konusunu öğrenme düzeyi nedir?” sorusuna yanıt aranmak istenmiştir. İlköğretim matematik öğretmenliği okumakta olan 2. Sınıf lisans öğrencilerinin “karma ve vektörel çarpım başarı testi”nde yer alan 2.3.4.5.10.11.14.15.18.19.21.25.26.27. Sorulardan elde ettikleri puanlar ve sorulara vermiş oldukları yanıtlar incelenmiştir. Başarı testinden elde edilen puanların ortalaması ve standart sapma değerleri ise tablo 25’te belirtilmiştir.

Tablo 25

Karma çarpım puanlarına yönelik ortalama ve standart sapma değerleri

	N	Minimum	Maksimum	$\bar{x}$	s.s.
Karma Çarpım Puanları	70	0.29	4	2.8704	0.80787

Tablo25 İncelendiğinde araştırmaya katılan 70 ilköğretim matematik öğretmenliği ikinci sınıf lisans öğrencisine uygulanmış olan “Karma ve vektörel çarpım başarı testinin içeriğinde yer alan karma çarpım puan ortalamalarını $\bar{x} = 2.8704$ olduğu görülmektedir. Bu bağlamda lisans öğrencilerinin elde ettikleri puan ortalaması değerlendirildiğinde uygulamaya katılım gösteren öğretmen adaylarının karma çarpım konusunda başarılı oldukları sonucuna ulaşılmıştır.

2.soru “ $\mathbf{R}^3$ ‘te $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektörleri birim vektörlerdir, $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \langle \vec{b}, \vec{c} \rangle = \langle \vec{c}, \vec{a} \rangle = 0$, $\langle \vec{a}, \vec{b} \wedge \vec{c} \rangle = \frac{9}{11}$ ise $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = ?$ ” şeklinde hazırlanmıştır. Bu soruda amaç iç çarpımları sıfır olan vektörlerin neyi ifade ettiğinin farkında olarak karma çarpımı verilen ifadeden yararlanarak iç çarpımı hesaplabilmektedir. Karma çarpım ile hacim arasındaki ilişkinin görülmesi beklenmektedir. Öğrencilerin 2. soruya vermiş oldukları yanıtlar incelenmiş ve bu soruya ait frekans ve yüzde dağılımı tablo26’ da gösterilmiştir.

Tablo 26

Öğrencilerin 2.soruya vermiş olduğu cevapların frekan ve yüzdeleri

Soru 2	F	%
Boş	5	7.1
Yanlış	1	1.4
Eksik	0	0.0
Kısmen Doğru	1	1.4
Doğru	63	90.0
Toplam	70	100

Tablo 26 İncelendiğinde 2. Soruya verilen yanıtlar incelendiğinde örneklemin %7.1 i boş bıraktığı, %1.4 ünün yanlış cevapladığı, %1.4 eksik, %0 inin eksik,%1.4ünün kısmen doğru ve %90 ının doğru yaptığı görülmüştür. Frekans ve yüzde verileri incelendiğinde sorunun çözümünde sadece sonucu yazan ancak gerekli işlemleri gerçekleştirmeyen veya hatalı gerçekleştiren öğrencinin olmadığı ancak soruyu çözerken başlangıçtan itibaren yanlış bir yol izleyerek sonuca yanlış ulaşan ya da hiç ulaşamayan yalnızca bir öğrencinin olduğu anlaşılmıştır. Verilere göre çözümü eksiksiz ve doğru bir şekilde yanıtlayan öğrenciler oldukça yüksek bir yüzdelik dilime sahiptir

İki vektörün iç çarpım değerini tam ve doğru yanıtlayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 100, şekil 101’de kısmen doğru yanıtlayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 102’de, yanlış yanıtlayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 103’de gösterilmiştir.

$$2. sorunun cevabı: \langle \vec{b}, \vec{c} \rangle = \langle \vec{c}, \vec{a} \rangle = 0 \quad \langle \vec{a}, \vec{b} \wedge \vec{c} \rangle = \frac{9}{11}$$

$$\langle \vec{a}, \vec{b} \wedge \vec{c} \rangle = \det(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) = \|\vec{a} \wedge \vec{b}\| \cdot \|\vec{c}\|$$

$$\frac{9}{11} = \underbrace{\|\vec{a}\|}_1 \cdot \underbrace{\|\vec{b}\|}_1 \cdot \sin \theta \cdot \underbrace{\|\vec{c}\|}_1$$

$$\sin \theta = \frac{9}{11}$$



$$\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \cdot \cos \theta$$

$$= 1 \cdot 1 \cdot \frac{2\sqrt{10}}{11}$$

$$= \boxed{\frac{2\sqrt{10}}{11}}$$

Şekil 100. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 2.Soruda determinant ve iç çarpım kuralından yararlanarak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı

$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ birim vektörler ise $\|\vec{a}\|=1, \|\vec{b}\|=1, \|\vec{c}\|=1$

$\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \underbrace{\|\vec{a}\|}_1 \cdot \underbrace{\|\vec{b}\|}_1 \cdot \cos \theta = \cos \theta$

$\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \cos \theta$

$\langle \vec{a}, \vec{b} \wedge \vec{c} \rangle = \frac{9}{11} = \det(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) \rightarrow$ yani verilen paralelyüzün hacmidir.

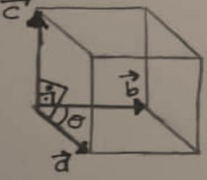
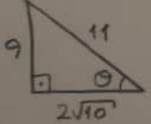
$V = \frac{9}{11} = \|\vec{a} \wedge \vec{b}\| \cdot \|\vec{c}\|$

$= \underbrace{\|\vec{a}\|}_1 \cdot \underbrace{\|\vec{b}\|}_1 \cdot \sin \theta \cdot \underbrace{\|\vec{c}\|}_1$

Buradan $V = \sin \theta = \frac{9}{11}$ gelir.

$\cos \theta = \frac{2\sqrt{10}}{11} \Rightarrow \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \cos \theta$

$\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{2\sqrt{10}}{11}$

Şekil 101. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 2.Soruda elde etmiş olduğu paralel yüzünün hacminden yararlanarak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı

2) $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \underbrace{\|\vec{a}\|}_1 \underbrace{\|\vec{b}\|}_1 \cos \theta$ (Birim vektör)

$\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \cos \theta$

$(\vec{a}, \vec{b} \wedge \vec{c}) = \det(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) = \frac{9}{11}$

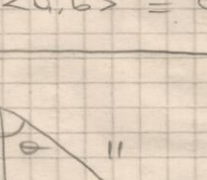
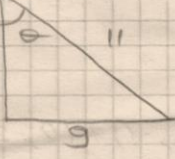
$V = \|\vec{a} \wedge \vec{b}\| \|\vec{c}\| = \frac{9}{11}$

$V = \underbrace{\|\vec{a}\|}_1 \underbrace{\|\vec{b}\|}_1 \sin \theta \underbrace{\|\vec{c}\|}_1$ (Birim vektör)

$V = \sin \theta$

$\sin \theta = \frac{9}{11}$

$\Rightarrow \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{9}{11} = \frac{9\sqrt{10}}{110}$

Şekil 102. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 2. Soruda çözüme tam olarak ulaşamayıp ancak doğru adımlarla işlem yapan öğrenci cevabı

$\Rightarrow \vec{b} \cdot \vec{c} = 0$ ise $\vec{b} \perp \vec{c}$ aynı şekilde $\vec{c} \cdot \vec{a} = 0$ ise $\vec{c} \perp \vec{a}$ dir
 $\vec{c}$ vektörü hem $\vec{b}$, hem de $\vec{a}$ vektörüne dik ise bu bana $\vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{c}$ olduğunu anlatır.
 Şimdi buna gelelim;
 $\langle \vec{a}, \vec{b} \wedge \vec{c} \rangle = (\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) = -(\vec{c}, \vec{b}, \vec{a}) = (-)(-)(\vec{c}, \vec{a}, \vec{b}) = \langle \vec{c}, \vec{a} \wedge \vec{b} \rangle$ olarak yazılabilir,
 $\vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{c}$ olduğunu biliyoruz buradan $\langle \vec{c}, \vec{c} \rangle = \|\vec{c}\|^2 = \frac{9}{11} \Rightarrow \|\vec{c}\| = \frac{3}{\sqrt{11}}$ olur
 $\|\vec{a} \wedge \vec{b}\| = \frac{\|\vec{a}\| \|\vec{b}\|}{1} \cdot \sin \alpha = \|\vec{c}\| = \frac{3}{\sqrt{11}} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{11}}$ buradan $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{11}}$ olur
 $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\|\vec{a}\| \|\vec{b}\|}{1} \cdot \cos \alpha \Rightarrow \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{11}}$ yazılabilir. ($\|\vec{a}\|$ ve $\|\vec{b}\|$ birim vektör olduklarından 1'e eşit)

Şekil 103. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 2.Soruda c vektörünün normunun bir olduğunu göz ardı ederek başlangıçtan itibaren yanlış bir yol izleyerek sonucu yanlış bulan öğrenci cevabı

3.soru “ R^3 'te $\vec{u} = (k, 1, 2)$, $\vec{v} = (4, 6, c)$, $\vec{z} = (1, m, 1)$ vektörleri sırasıyla OX ekseniiyle pozitif yönde 30, 60 ve 45 derecelik açılar yapıyor. Buna göre bu üç vektör üzerine kurulan paralel yüzlünün hacmi kaçtır? “ şeklinde belirtilmiş. Bu soruda amaç öğrencilerin doğrultman kosinüs kavramından yararlanarak bilinmeyenlerin belirlenmesi bu doğrultuda üç vektör üzerine kurulan paralel yüzlünün hacminin analitik geometride neye karşılık geldiğinin tespit edilmesidir. Öğrencilerin 3. soruya vermiş oldukları yanıtlar incelenmiş ve bu soruya ait frekans ve yüzde dağılımı tablo 27’de gösterilmiştir.

Tablo 27

Öğrencilerin 3.soruya vermiş olduğu cevapların frekan ve yüzdeleri

Soru 3	F	%
Boş	25	35.7
Yanlış	2	2.9
Eksik	2	2.9
Kısmen Doğru	2	2.9
Doğru	39	55.7
Toplam	70	100

Tablo 27 incelendiğinde 3. Soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin %35.7 sinin cevaplamayarak boş bıraktığı, %2.9 lük oranlara sahip olan yanlış, eksik ve kısmen doğru

cevaplayan öğrencilerin eşit sayıda oldukları ve son olarak %55.7 si ise doğru yanıtladığı görülmüştür. Bu da göstermektedir ki OX eksenine pozitif yönde 30, 60 ve 45 derecelik açılar yapan üç vektörün aslında analitik geometride doğrultman kosinüslerine karşılık geldiğinin farkında olarak doğru ve eksiksiz olarak işlem yapan öğrencilerin örneklemin yarısından fazlasını oluşturmaktadır.

Paralel yüzünün hacmini doğru adımlar kullanarak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil104'te kısmen doğru sonuca ulaşan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 105'de hatalı bir yol izleyerek doğru sonuca ulaşamayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil106'da gösterilmiştir.

3- $\vec{u} = (k, 1, 2)$ $\vec{v} = (4, 6, c)$ $\vec{z} = (1, m, 1)$ $Ox = (1, 0, 0)$

$$\cos \theta = \frac{\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle}{\|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\|}$$

$$\cos 30 = \frac{\langle \vec{u}, \vec{x} \rangle}{\|\vec{u}\| \|\vec{x}\|} = \frac{k}{\sqrt{k^2+5}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{matrix} 3k^2+15 = 4k^2 \\ 15 = k^2 \Rightarrow k = \sqrt{15} \end{matrix}$$

$$\cos 60 = \frac{\langle \vec{v}, \vec{x} \rangle}{\|\vec{v}\| \|\vec{x}\|} = \frac{4}{\sqrt{52+c^2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{matrix} 52+c^2 = 64 \\ c^2 = 12 \Rightarrow c = \sqrt{12} \end{matrix}$$

$$\cos 45 = \frac{\langle \vec{z}, \vec{x} \rangle}{\|\vec{z}\| \|\vec{x}\|} = \frac{1}{\sqrt{2+m^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \begin{matrix} 4+2m^2 = 4 \\ 2m^2 = 0 \Rightarrow m = 0 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} \sqrt{15} & 1 & 2 \\ 4 & 6 & \sqrt{12} \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{15} & 1 & 2 \\ 4 & 6 & \sqrt{12} \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sqrt{15} & 1 & 2 \\ 4 & 6 & \sqrt{12} \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= 6\sqrt{15} + \sqrt{12} - 12 - 4 = \boxed{6\sqrt{15} + 2\sqrt{3} - 16}$$

Şekil 104. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 3. Soruda doğrultman kosinüslerden yararlanarak ilinmeyenlerin bulunarak çözüme tam ve doğru ulaşan öğrenci cevabı

$$V = \langle \vec{U}, \vec{V}, \vec{Z} \rangle = \det(\vec{U}, \vec{V}, \vec{Z})$$

$$\cos 30 = \frac{\langle \vec{U}, \vec{i} \rangle}{\|\vec{U}\| \cdot \|\vec{i}\|} = \frac{k \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot 0}{\sqrt{k^2 + 1 + 4} \cdot 1}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{k}{\sqrt{k^2 + 5}}$$

$$-2k = 3k^2 + 3 + 12$$

$$3k^2 + 2k + 15 = 0$$

$$\cos 60 = \frac{\langle \vec{V}, \vec{i} \rangle}{\|\vec{V}\| \cdot \|\vec{i}\|} = \frac{4 \cdot 1 + 6 \cdot 0 + c \cdot 0}{\sqrt{16 + 36 + c^2} \cdot 1}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{4}{\sqrt{52 + c^2}}$$

$$64 = 52 + c^2$$

$$c = 2\sqrt{3}$$

$$\cos 45 = \frac{\langle \vec{Z}, \vec{i} \rangle}{\|\vec{Z}\| \cdot \|\vec{i}\|} = \frac{1 \cdot 1 + m \cdot 0 + 1 \cdot 0}{\sqrt{1 + m^2 + 1} \cdot 1}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2 + m^2}}$$

$$4 + 2m^2 = 2$$

$$2 + m^2 = 1$$

Şekil 105. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 3. Soruda doğru adımlar kullanılarak bilinmeyenlerin bulunmaya çalışılmış ancak çözüme ulaşamamış kısmen doğru yanıtlayan öğrenci cevabı

$$\vec{U} = (k, 1, 2) \quad \vec{V} = (4, b, c) \quad \vec{Z} = (1, m, 1)$$

$$\cos 30 = \frac{k \cdot 1}{\sqrt{k^2 + 1^2 + 2^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$4k^2 = 3k^2 + 15$$

$$k^2 = 15$$

Şekil 106. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 3. Soruda sonuca ulaşamayan öğrenci cevabı yanlış

4.soru “ $\left[\vec{x} + 2\vec{y}, \vec{z} + \vec{y}, 3\vec{x} + 4\vec{z} \right]$ karma çarpımının değeri 30 olduğuna göre $\mathbf{R}^3$ 'te $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ vektörlerinin oluşturduğu paralel yüzölçümünün hacmi kaçtır?” ile öğrencilerin determinantın özelliklerini kullanarak bu üç vektörün hacmini karma çarpım kullanarak hesaplanması amaçlanmıştır. Öğrencilerin 4. soruya vermiş oldukları yanıtlar incelenmiş ve bu soruya ait frekans ve yüzde dağılımı tablo 28’de gösterilmiştir.

Tablo 28

Öğrencilerin 4.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri

Soru 4	F	%
Boş	9	12.9
Yanlış	2	2.9
Eksik	0	0.0
Kısmen Doğru	0	0.0
Doğru	59	84.3
Toplam	70	100

Yukarıda yer alan Tablo 28 incelendiğinde öğrencilerin 4.soruya verdikleri yanıtlara göre %12.9 soruya yönelik herhangi bir işlem ve açıklama yapmayarak boş bıraktıkları, %2.9 nun soruyu yanlış yanıtladıkları, kısmen doğru cevaplayan ya da eksik cevaplayan öğrencilerin örneklemin %0 nı oluşturdukları , tam ve doğru olarak soruyu cevaplayan öğrencilerin ise örneklemin % 84.3 ünü oluşturarak doğru yanıtladıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Paralel yüzünün hacmini doğru adımlar kullanarak doğru hesaplayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil107, şekil108 ve şekil109'da yanlış cevaplayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil110'da gösterilmiştir.

$$\begin{aligned}
 &\Rightarrow [\vec{x} + 2\vec{z}, \vec{z} + \vec{y}, 3\vec{x} + 4\vec{z}] = [\vec{x}, \vec{z} + \vec{y}, 3\vec{x} + 4\vec{z}] + [2\vec{z}, \vec{z} + \vec{y}, 3\vec{x} + 4\vec{z}] \\
 &= [\vec{x}, \vec{z}, 3\vec{x} + 4\vec{z}] + [\vec{x}, \vec{y}, 3\vec{x} + 4\vec{z}] + [2\vec{z}, \vec{z}, 3\vec{x} + 4\vec{z}] + [2\vec{z}, \vec{y}, 3\vec{x} + 4\vec{z}] \\
 &= \underbrace{[\vec{x}, \vec{z}, 3\vec{x}]}_0 + \underbrace{[\vec{x}, \vec{z}, 4\vec{z}]}_0 + \underbrace{[\vec{x}, \vec{y}, 3\vec{x}]}_0 + \underbrace{[\vec{x}, \vec{y}, 4\vec{z}]}_0 + \underbrace{[2\vec{z}, \vec{z}, 3\vec{x}]}_0 + \underbrace{[2\vec{z}, \vec{z}, 4\vec{z}]}_0 \\
 &= 4[\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}] + 2 \cdot 3[\vec{y}, \vec{z}, \vec{x}] \quad * (\vec{y}, \vec{z}, \vec{x}) = (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) \\
 &= 10[\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}] = 30 \quad \text{olarak verilmiş} \\
 &\Rightarrow \underline{[\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}] = 3} \quad \text{olarak oluşan paralel yüzünün hacmi bulunur}
 \end{aligned}$$

Şekil 107. Karma ve evktörel çarpım başarı testi 4. Soruda determinant özelliklerini kullanarak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı

$$\vec{x} = (x_1, x_2, x_3), \quad \vec{y} = (y_1, y_2, y_3), \quad \vec{z} = (z_1, z_2, z_3)$$

$$\begin{vmatrix} x_1 + 2y_1 & x_2 + 2y_2 & x_3 + 2y_3 \\ y_1 + z_1 & y_2 + z_2 & y_3 + z_3 \\ 3x_1 + 4z_1 & 3x_2 + 4z_2 & 3x_3 + 4z_3 \end{vmatrix} \quad -4S_2 + S_3 \rightarrow S_3$$

$$\begin{vmatrix} x_1 + 2y_1 & x_2 + 2y_2 & x_3 + 2y_3 \\ y_1 + z_1 & y_2 + z_2 & y_3 + z_3 \\ 3x_1 - 4y_1 & 3x_2 - 4y_2 & 3x_3 - 4y_3 \end{vmatrix} \quad 2S_1 + S_3 \rightarrow S_3$$

$$\begin{vmatrix} x_1 + 2y_1 & x_2 + 2y_2 & x_3 + 2y_3 \\ y_1 + z_1 & y_2 + z_2 & y_3 + z_3 \\ 5x_1 & 5x_2 & 5x_3 \end{vmatrix} \quad -\frac{S_3}{5} + S_1 \rightarrow S_1 \quad \begin{vmatrix} 2y_1 & 2y_2 & 2y_3 \\ y_1 + z_1 & y_2 + z_2 & y_3 + z_3 \\ 5x_1 & 5x_2 & 5x_3 \end{vmatrix}$$

$$-\frac{1}{2}S_1 + S_2 \rightarrow S_2 \quad \begin{vmatrix} 2y_1 & 2y_2 & 2y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \\ 5x_1 & 5x_2 & 5x_3 \end{vmatrix} = 10 \quad \begin{vmatrix} y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \\ x_1 & x_2 & x_3 \end{vmatrix} = 30$$

Paralel yüzünün hacmi: $|\vec{y}, \vec{z}, \vec{x}| = 3$

Şekil 108. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 4. Soruda elementer satır işlemleri yapılarak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı

4. sorunun cevabı: $[\vec{x} + 2\vec{y}, \vec{z} + \vec{y}, 3\vec{x} + 4\vec{z}] = 30$

$$\det \begin{vmatrix} \vec{x} + 2\vec{y} \\ \vec{z} + \vec{y} \\ 3\vec{x} + 4\vec{z} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 4 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \vec{x} \\ \vec{y} \\ \vec{z} \end{vmatrix} = 30$$

$$= 10, \det \begin{vmatrix} \vec{x} \\ \vec{y} \\ \vec{z} \end{vmatrix} = 30$$

$$[\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}] = 3$$

$$\det \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 4 + 0 + 6 - 0 - 0 - 0 = 10$$

Şekil 109. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 4. Soruda determinant özellikleri kullanarak çözümü tam ve doğru yapan öğrenci cevabı

Şekil 110. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 4. Soruda soruyu çözerken yanlış ilerleyerek sonuca ulaşamayan öğrenci cevabı

5. soru “ OZ ekseninde olan $\vec{c}$ vektörünün normu 4, OY ekseninde yer alan $\vec{b}$ vektörünün normu 3 ve OX ekseninde olan $\vec{a}$ vektörünün normu k olduğuna göre , $\det(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) = 36$ ise k değeri kaç eştir? “ şeklinde hazırlanmıştır. bu soru ile eksenler üzerinde yer alan vektörlerin nasıl elde edildikleri bilgisinden yararlanarak determinant hesaplanması istenmiştir. Determinantın üç vektör üzerine kurulan paralel yüzölçümüne hacmine karşılık gelip gelmediği öğrenciler tarafından ölçülmek istenmiştir. 5. soruya vermiş oldukları yanıtlar incelenmiş ve bu soruya ait frekans ve yüzde dağılımı tablo 29’da gösterilmiştir.

Tablo 29

Öğrencilerin 5.soruya vermiş olduğu cevapların frekan ve yüzdeleri

SORU 5	F	%
Boş	11	15.7
Yanlış	8	11.4
Eksik	1	1.4
Kısmen Doğru	9	12.9
Doğru	41	58.6
Toplam	70	100

Tablo 29 incelendiğinde 5. Soruyu boş bırakan öğrencilerin örneklemin %15.7 sini, yanlış yanıtlayanlar %11.4 ünü, eksik cevaplayan%1.4 ünü,kısmen doğru cevaplayanlar %12.9 unu ve doğru yanıtlayanlar %58.6 sını oluşturmaktadır. Yüzde ve frekans değerlerine bakıldığında soruyu yanlış ve kısmen doğru cevaplayanların yüzdesinin birbirlerine yakın olduğu ve örneklem yarısından fazlasının ise soruyu tam ve doğru bir şekilde yanıtladıkları görülmektedir.

Bilinmeyenini değerini tam ve doğru belirleyen öğrenci cevaplarından alıntılar şekil111’de, yalnızca bir tek değeri olabileceğini düşünerek kısmen doğru yanıtlayan öğrenci cevaplarından

alıntılar şekil112 ve şekil113’de, eksik yanıtlayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil114’de ve hatalı bir yol izleyerek yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil115, şekil116 ve şekil117’de gösterilmiştir.

SORU 5 $c = (0, 0, c)$
 $b = (0, b, 0)$
 $a = (a, 0, 0)$

$$\begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{vmatrix} = 36 \quad a, b, c = 36$$

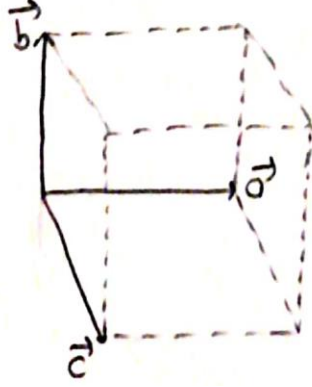
$$\begin{cases} \|c\| = \sqrt{0^2 + 0^2 + c^2} = \|c\| = 4 \\ \|b\| = \sqrt{0^2 + b^2 + 0^2} = \|b\| = 3 \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} a \cdot 3 \cdot 4 = 36 \rightarrow a = 3 \\ a \cdot 3 \cdot 4 = 36 \rightarrow a = 3 \end{array} \right\} \underline{a = 3}$$

Şekil 111. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 5. Soruda çözümü tam ve doğru yapan öğrenci cevabı

5- $\|\vec{c}\| = 4$ $z = (0, 0, c)$ $\Rightarrow \sqrt{c^2} = 4 \Rightarrow c = 4$
 $\|\vec{b}\| = 3$ $y = (0, b, 0)$ $\Rightarrow \sqrt{b^2} = 3 \Rightarrow b = 3$
 $\|\vec{a}\| = k$ $x = (k, 0, 0)$ $\Rightarrow \sqrt{a^2} = k \Rightarrow a = k$

$$\begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} = 36 \Rightarrow \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow 12k = 36 \Rightarrow \boxed{k = 3}$$

Şekil 112. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 5. Soruda bilinmeyen iki değeri olduğunu fark etmeyerek yalnızca 3 değeri olduğunu düşünen öğrenci cevabı



$$\|\vec{a} \wedge \vec{b}\| \cdot \|\vec{c}\| = 36$$

$$\|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \cdot \sin 90^\circ \cdot \|\vec{c}\| = 36$$

$$k \cdot 3 \cdot 1 \cdot 4 = 36$$

$$\underline{k = 3}$$

Şekil 113. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 5. Soruda tek bir doğru sonucu olduğunu düşünen öğrenci cevabı

$$\begin{vmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 36$$

$$12k = 36$$

$$k = \underline{3}$$

Şekil 114. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 5. Soruda gerekli ve yeterli işlemleri gerçekleştirmeyerek sadece sonucu yazana öğrenci cevabı

$$4^2 + 3^2 + k^2 = 36$$

$$k^2 = 11$$

$$\boxed{k = \pm 11}$$

Şekil 115. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 5. Soruda yanlış bir yol izleyerek yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı

$$\begin{aligned}
 4) \det(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) &= 36 \\
 \langle \vec{a}, \vec{b} \wedge \vec{c} \rangle &= \|\vec{a} \wedge \vec{b}\| \cdot \|\vec{c}\| = \|\vec{a}\| \cdot \frac{\|\vec{b}\|}{3} \cdot \frac{\sin \theta}{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\|\vec{c}\|}{4} = 36 \\
 \|\vec{a}\| &= k = 6 \text{ dir.}
 \end{aligned}$$

Şekil 116. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 5. Soruda yanlış ilerleyerek yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı

$$\begin{aligned}
 \det(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) &= \langle \vec{a}, \vec{b} \wedge \vec{c} \rangle \\
 &= \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b} \wedge \vec{c}\| \cdot \cos \theta \\
 &= \|\vec{a}\| \cdot \underbrace{\|\vec{b}\| \cdot \|\vec{c}\| \cdot \sin \theta}_{3 \cdot 4 \cdot \sin 90} \cdot \cos \theta \\
 36 &= \|\vec{a}\| \cdot 12 \cdot \cos 135 \\
 36 &= \|\vec{a}\| \cdot 6\sqrt{2} \Rightarrow \|\vec{a}\| = \frac{36}{6\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} //
 \end{aligned}$$

Şekil 117. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 5. Soruda yanlış ilerleyerek yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı

10.soru “ $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \in \mathbb{R}^3$, $(\vec{x} \wedge \vec{y}) \perp \vec{z}$, $\frac{\|\vec{x} \wedge \vec{y}\|}{2} = \|\vec{z}\|$ olmak üzere $\vec{x}$ ve $\vec{y}$ vektörleri üzerine kurulan paralel kenarın alanı 32 olduğuna göre $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ vektörleri üzerine kurulan paralel yüzünün hacmi kaçtır?” şeklinde yer almıştır. bu soruda ile öğrencilerin paralel kenarın alan bağıntısından yararlanarak paralel yüzünün hacmini hesaplayabilmeleri istenmiştir. 10. soruya vermiş oldukları yanıtlar incelenmiş ve bu soruya ait frekans ve yüzde dağılımı tablo 30’da gösterilmiştir.

Tablo 30

Öğrencilerin 6.soruya vermiş olduğu cevapların frekan ve yüzdeleri

Soru 10	F	%
Boş	10	14.3
Yanlış	26	37.1
Eksik	4	5.7
Kısmen Doğru	10	14.3
Doğru	20	28.6
Toplam	70	100

Tablo 30 incelendiğinde 10. Soruyu boş bırakan ve kısmen doğru yanıtlayan öğrencilerin örneklemdeki oranların eşit ve %14.3 olduğu, sadece sonucu yazan ancak çözüme yönelik herhangi bir işlem gerçekleştirememiş ya da hatalı gerçekleştiren öğrenciler örneklemin %5.7 sini, sorun çözümünü eksiksiz ve doğru olarak yanıtlayan öğrenciler örneklemin %28.6 sını oluşturmaktadır. Soruyu yanlış çözen öğrenciler ise örneklemin %37.1 ini oluşturmuştur.

Üç vektör üzerine kurulan paralel yüzünün hacmini tam ve doğru bir şekilde yanıtlayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil118'te, yalnızca sonucu yazan ancak herhangi bir işlem gerçekleştirmeyen öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 119'da, hatalı bir yol izleyerek yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil120, şekil121 ve şekil122'de gösterilmiştir.

10) $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \in \mathbb{R}^3$, $(\vec{x} \wedge \vec{y}) \perp \vec{z}$, $\|\vec{x} \wedge \vec{y}\| = \|\vec{z}\|$ olmak üzere $\vec{x}$ ve $\vec{y}$ vektörleri üzerine kurulan paralelkenarın alanı 32 olduğuna göre $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ vektörleri üzerine kurulan paralel yüzünün hacmi kaçtır?

$\vec{x}$ ve $\vec{y}$ vektörleri üzerine kurulan paralelkenarın alanı $= \|\vec{x} \wedge \vec{y}\| = 32 = 2 \cdot \|\vec{z}\| \Rightarrow \|\vec{z}\| = 16$

$\langle (\vec{x} \wedge \vec{y}), \vec{z} \rangle = \|\vec{x} \wedge \vec{y}\| \cdot \|\vec{z}\| \cdot \cos \theta$, $(\vec{x} \wedge \vec{y}) \perp \vec{z}$ olduğundan $\theta = 90^\circ$ 'dir.

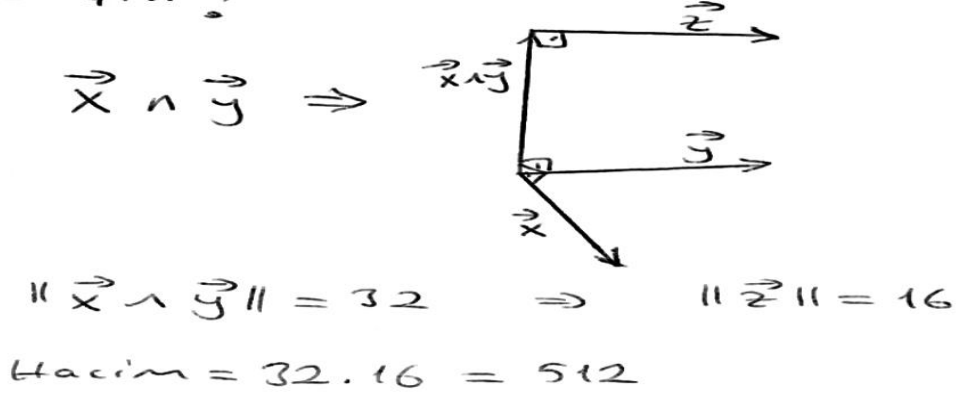
$\langle (\vec{x} \wedge \vec{y}), \vec{z} \rangle = 32 \cdot 16 \cdot \cos 90 = 32 \cdot 16 \cdot 0 = 0$ 'dir. Yani bu üç vektör paralel yüz oluşturmazlar.

Şekil 118. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 10. Soruda aradaki açının farkında olarak bu üç vektörün paralel yüz oluşturamayacağını anlayan çözümü tam ve doğru yanıtlayan öğrenci cevabı

$z \perp (x \wedge y)$ ise

$\langle z, x \wedge y \rangle = 0$ olur

Şekil 119. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 10. Soruda herhangi bir işlem gerçekleştirmeden yalnızca yanıtın verildiği öğrenci cevabı

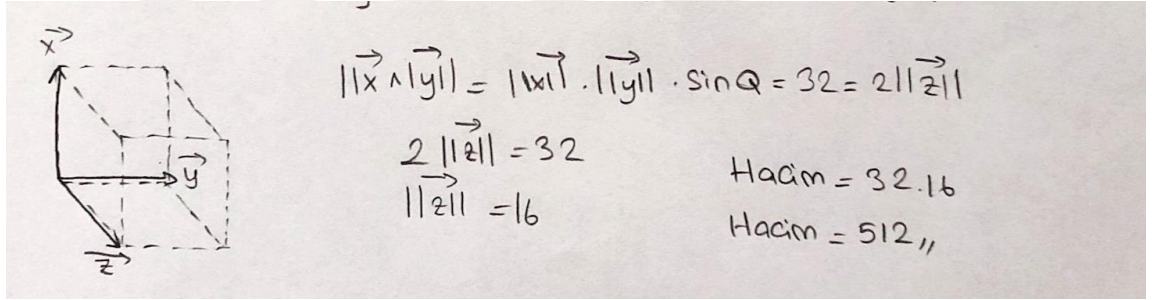


$$\vec{x} \wedge \vec{y} \Rightarrow \vec{x} \wedge \vec{y}$$

$$\|\vec{x} \wedge \vec{y}\| = 32 \Rightarrow \|\vec{z}\| = 16$$

$$\text{Hacim} = 32 \cdot 16 = 512$$

Şekil 120. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 10. Soruda yanlış bir yol izleyerek yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı



$$\|\vec{x} \wedge \vec{y}\| = \|\vec{x}\| \cdot \|\vec{y}\| \cdot \sin \theta = 32 = 2\|\vec{z}\|$$

$$2\|\vec{z}\| = 32$$

$$\|\vec{z}\| = 16$$

$$\text{Hacim} = 32 \cdot 16$$

$$\text{Hacim} = 512,,$$

Şekil 121. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 10. Soruda yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı

SORU-10

$$(\vec{x} \wedge \vec{y}) \perp \vec{z} \Rightarrow \langle (\vec{x} \wedge \vec{y}), \vec{z} \rangle = 0 \text{ dir.}$$

$$\|\vec{x} \wedge \vec{y}\| = \|\vec{x}\| \cdot \|\vec{y}\| \cdot \sin \theta = 32$$

$$\frac{\|\vec{x} \wedge \vec{y}\|}{2} = \|\vec{z}\| \Rightarrow \|\vec{z}\| = 16$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Paralel yüzünün hacmi} \\ \det(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) \\ (\vec{x} \wedge \vec{y}) \wedge \vec{z} = \|\vec{x} \wedge \vec{y}\| \cdot \|\vec{z}\| \cdot \sin \theta \\ = 32 \cdot 16 \\ = 512 \end{array} \right\}$$

Şekil 122. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 10. Soruda yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı

11.soru “ R^3 ’te $\vec{x} = (3, 2, -1)$, $\vec{y} = (2, -1, 5)$ iki vektör olmak üzere , $\vec{x} \wedge \vec{y} = \vec{z}$ ise $\langle \vec{x} \wedge \vec{y}, \vec{z} \rangle = ?$ “ şeklindedir. Burada amaç öğrencilerin $\langle \vec{x} \wedge \vec{y}, \vec{z} \rangle$ ifadesinin her zaman bir hacim belirtmeyeceğinin fark edilmesini sağlamaktır. Bu doğrultuda öğrencilerin 11. soruya vermiş oldukları yanıtlar incelenmiş ve bu soruya ait frekans ve yüzde dağılımı tablo 31’de gösterilmiştir.

Tablo 31

Öğrencilerin 11.soruya vermiş olduğu cevapların frekan ve yüzdeleri

Soru 11	F	%
Boş	5	7.1
Yanlış	3	4.3
Eksik	0	0.0
Kısmen Doğru	7	10.0
Doğru	55	78.6
Toplam	70	100

Yukarıdaki tablo 31’de yer alan frekans ve yüzdeler incelendiğinde soruyu boş bırakanların örneklemin %7.1 ini oluşturduğu, %4.3 ünün soruyu yanlış yanıtladığı, %0 mın eksik cevapladığı, %10 nun çözüme ulaşamadığı ancak doğru adımlarla işlem yaptıkları ve son olarak örneklemin %78.6 sının ise çözümü eksiksiz ve doğru yanıtladıkları sonucuna ulaşılmıştır. bu durumda öğrencilerin büyük kısmı R^3 verilen üç vektörün her zaman bir hacim belirtmeyeceği bilginse sahip olduğunu düşünebiliriz.

$\langle \vec{x} \wedge \vec{y}, \vec{z} \rangle$ ifadesinin değerini belirken çözümü tam ve doğru yapan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil123 ve şekil124’te, çözüme ulaşamayan ancak başlangıçtan itibaren doğru adımlar kullanılarak sonuca ulaşmaya çalışan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil125, şekil126 ve şekil127’de çözüme ulaşamayan ve yanlış işlem yapan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil128 ve şekil129’da gösterilmiştir.

$$\Rightarrow \vec{x} \wedge \vec{y} = \vec{z} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 10\vec{i} - 3\vec{k} - 2\vec{j} - (4\vec{k} + \vec{i} + 15\vec{j}) = 10\vec{i} - 3\vec{k} - 2\vec{j} - 4\vec{k} - \vec{i} - 15\vec{j} \\ = 9\vec{i} - 17\vec{j} - 7\vec{k} = (9, -17, -7) \\ \langle \vec{x} \wedge \vec{y}, \vec{z} \rangle = \langle \vec{z}, \vec{z} \rangle = \|\vec{z}\|^2 = 9^2 + (-17)^2 + (-7)^2 \\ = 81 + 289 + 49 = 419$$

Şekil 123. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 11. Soruda şekil üstteki gibi bir yol tercih edip doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı

$$\vec{x} = (3, 2, -1), \quad \vec{y} = (2, -1, 5), \quad \vec{x} \wedge \vec{y} = \vec{z} \\ \vec{x} \wedge \vec{y} = \det(\vec{x}, \vec{y}) = \begin{vmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 9e_1 - 17e_2 - 7e_3 \\ \vec{x} \wedge \vec{y} = \vec{z} = 9e_1 - 17e_2 - 7e_3 \\ \vec{z} = (9, -17, -7) \\ \langle \vec{x} \wedge \vec{y}, \vec{z} \rangle = \langle \vec{z}, \vec{z} \rangle = \|\vec{z}\| \cdot \|\vec{z}\| \cdot \underbrace{\cos \theta}_1 \quad (\theta = 0 \Rightarrow \cos \theta = 1) \\ \langle \vec{x} \wedge \vec{y}, \vec{z} \rangle = \|\vec{z}\|^2 = (\sqrt{419})^2 = 419$$

Şekil 124. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 11. Soruda çözümü tam ve doğru yaparak sonuca ulaşan öğrenci cevabı

$$\underline{\text{Çözüm}} \quad \vec{x} \wedge \vec{y} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{(Sarrus yöntemiyle)}} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 10\vec{i} - 3\vec{k} - 2\vec{j} - 4\vec{k} - \vec{i} - 15\vec{j} \\ = 9\vec{i} - 17\vec{j} - 7\vec{k}$$

$$\vec{z} = (9, -17, -7)$$

$$\langle \vec{x} \wedge \vec{y}, \vec{z} \rangle = \det(x, y, z)$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 5 \\ 9 & -17 & -7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 5 \\ 9 & -17 & -7 \end{vmatrix} = 21 - 34 + 90 + 9 + 255 + 28 \\ = 369$$

$$\boxed{\langle \vec{x} \wedge \vec{y}, \vec{z} \rangle = 369}$$

Şekil 125. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 11. Soruda çözüme tam anlamıyla ulaşamayıp ancak doğru adımlarla ile çözmeye çalışan ancak işlem hatası yapan öğrenci cevabı

$$\vec{x} = (3, 2, -1), \vec{y} = (2, -1, 5)$$

$$\vec{x} \wedge \vec{y} = \begin{vmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ 10e_1 & -7e_2 & -7e_3 \\ e_1 & 15e_2 & 4e_3 \end{vmatrix}$$

$$(10e_1 - 7e_2 - 7e_3) - (e_1 + 15e_2 + 4e_3)$$

$$= 9e_1 - 17e_2 - 7e_3$$

$$\vec{z} = (9, -17, -7)$$

$$\langle \vec{x} \wedge \vec{y}, \vec{z} \rangle =$$

Şekil 126. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 11. Soruda doğru sonuca tam olarak ulaşamayan öğrenci cevabı

$$\left\{ \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} \right\} = 9i - 7k - 17j$$

$$= \sqrt{(9i)^2 + (-17j)^2 + (-7k)^2}$$

$$= \boxed{81i^2 + 49k^2 + 289j^2}$$

Şekil 127. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 11. Soruda standart birim vektörlerin sonuca dahil edilmesi gerektiğini düşünen, çözüme ulaşamayan ancak doğru adımlarla işlem yapan öğrenci cevabı

$$11. \text{ Sorunun cevabı: } \vec{x} \wedge \vec{y} = \vec{z} \text{ ise } \langle \vec{x} \wedge \vec{y}, \vec{z} \rangle = \langle \vec{z}, \vec{z} \rangle = \boxed{0},$$

Şekil 128. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 11. Soruda yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı

$$\langle \vec{z}, \vec{z} \rangle = \|\vec{z}\|^2$$

$$\vec{x} \wedge \vec{y} = (6, -2, -5) = \vec{z} \quad \|\vec{z}\| = \sqrt{36+4+25} = \sqrt{65} \quad \|\vec{z}\|^2 = 65 //$$

Şekil 129. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 11. Soruda gerekli işlemleri gerçekleştirmeyerek yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı

14.soru “Aşağıdaki ifadelerden hangisi yanlıştır?”

- A)karma çarpımları sıfır olan üç vektör lineer bağımlıdır.
- B) karma çarpımları sıfır olan üç vektör aynı düzlemedir
- C) üç vektörün karma çarpımı sıfırdan farklı ise , bu vektörler lineer bağımsızdır.
- D) $\mathbf{R}^3$ ‘te üç vektörün hacim belirtmesi için bu üç vektörün en az ikisi paralel olmalıdır.
- E) Karma çarpımı sıfırdan farklı olan üç vektör, $\mathbf{R}^3$ uzayını gererler.

Neden bu cevabı verdiğinizi kısaca açıklayınız” şeklindedir. Bu soruda amaç öğrencilerin karma çarpımın temel özellikleri hakkında yeterli bilgiye sahip olup olmadıkları hakkında bilgiye sahip olabilmektir. Bu doğrultuda öğrencilerin 14. soruya vermiş oldukları yanıtlar incelenmiş ve bu soruya ait frekans ve yüzde dağılımı tablo 32’de gösterilmiştir.

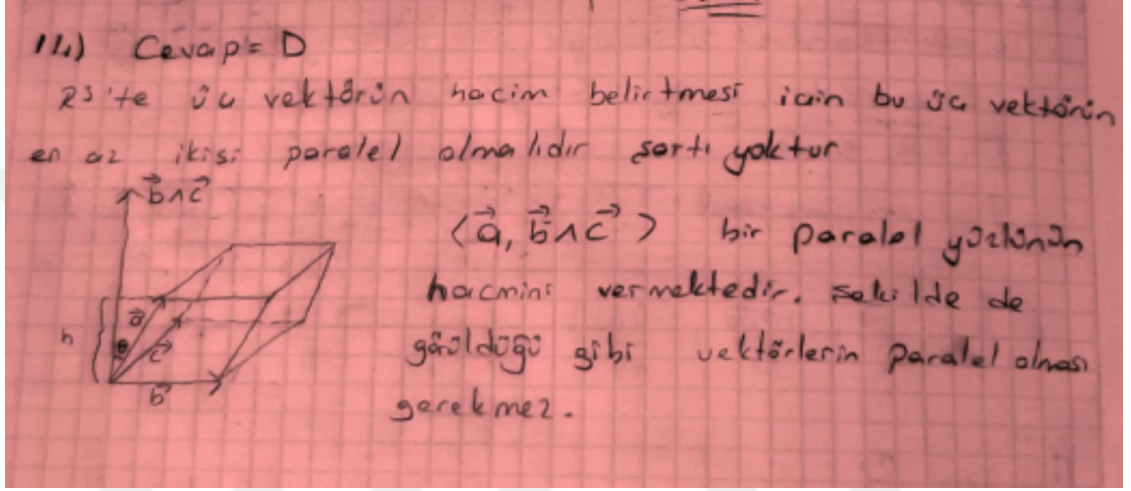
Tablo 32

Öğrencilerin 14.soruya vermiş olduğu cevapların frekan ve yüzdeleri

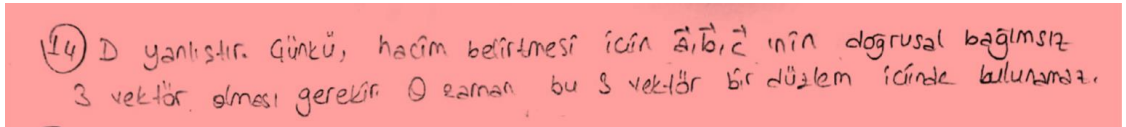
Soru 14	F	%
Boş	13	18.6
Yanlış	1	1.4
Eksik	3	4.3
Kısmen Doğru	1	1.4
Doğru	52	74.3
Toplam	70	100

Tablo 32 incelendiğinde çalışmaya katılan 70 öğrencinin %13 ü soruyu boş bıraktığı,%1.4 ü yanlış yanıtladığı,%4.3 ünün soruyu eksik yanıtladıkları % 1.4 ünün kısmen doğru cevapladıkları ve son olarak %74.3 ü soruyu doğru yanıtladıkları anlaşılmıştır.

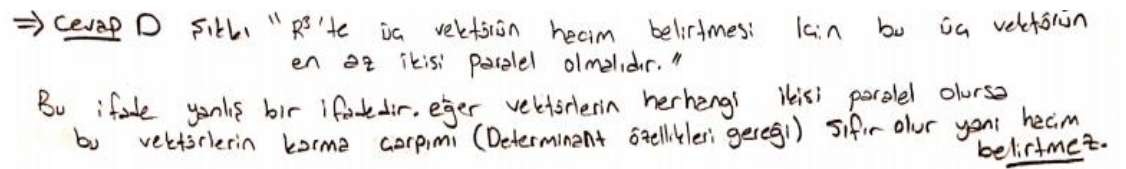
Karma çarpımın bazı kritik özelliklerini sorgulatmayı amaçlayan doğru sonuca açıklamaya ulaşan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil130, şekil131, şekil132, şekil133, şekil134, şekil135, şekil136, şekil137 ve şekil138'te, doğru seçeneği işaretlemeyen ancak doğru açıklamayı yapan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil139'da ve son olarak sadece doğru seçeneği işarteleyen ancak hatalı açıklamalar yaparak yanlış bilgiye sahip olan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil140 ve şekil141'de gösterilmiştir.



Şekil 130. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 14. Soruda doğru yanıtı ulaştıracak şekilde görsel kullanarak açıklayıcı şekilde yanıtlayan öğrenci cevabı



Şekil 131. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 14. Soruda doğru yanıtı ulaştıracak şekilde yeterli açıklamayı yapan öğrenci cevabı



Şekil 132. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 14. Soruda doğru yanıtı ulaştıracak şekilde yeterli açıklamayı yapan öğrenci cevabı

14-) Cevap D seçeneğidir. Çünkü $\mathbb{R}^3$ 'te hacim belirtmesi için lineer bağımsız olmalıdır. Doğruların paralel olması aynı düzlemde olduklarını gösterir. Bu durumda hacmi hesaplanamaz.

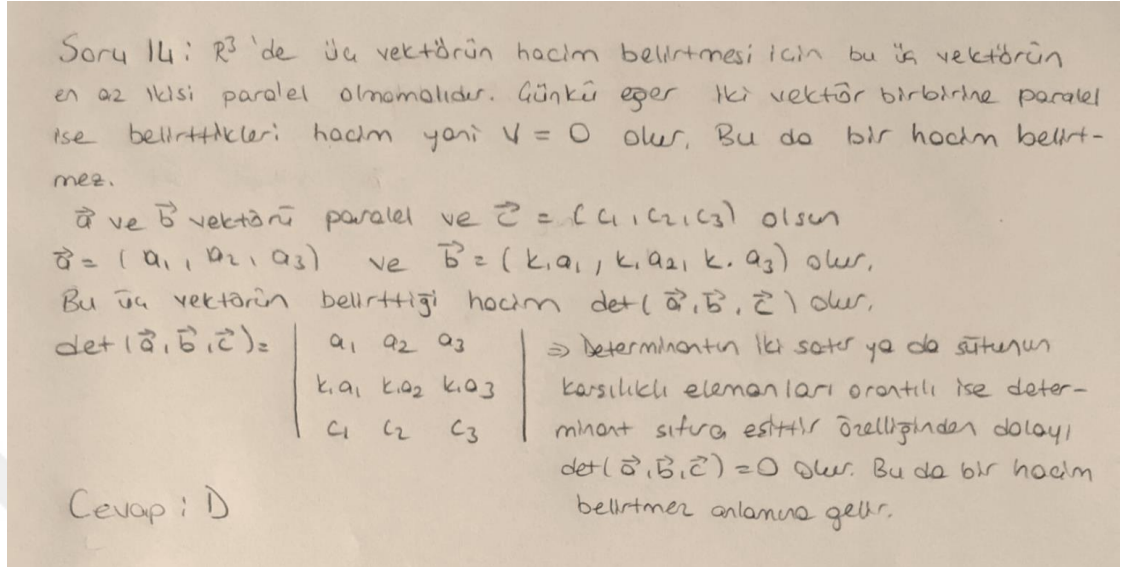
Şekil 133. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 14. Soruyu tam ve doğru yanıtlayan öğrenci cevabı

14). soru: ① $\mathbb{R}^3$ 'te üç vektörün hacim belirtmesi için bu üç vektörün en az ikisi paralel olmalıdır.
 $\Rightarrow$ Hacim belirtmesi için hiçbir vektör birbirine paralel olmamalıdır. Yüzler birbirine paralel olmamalıdır.

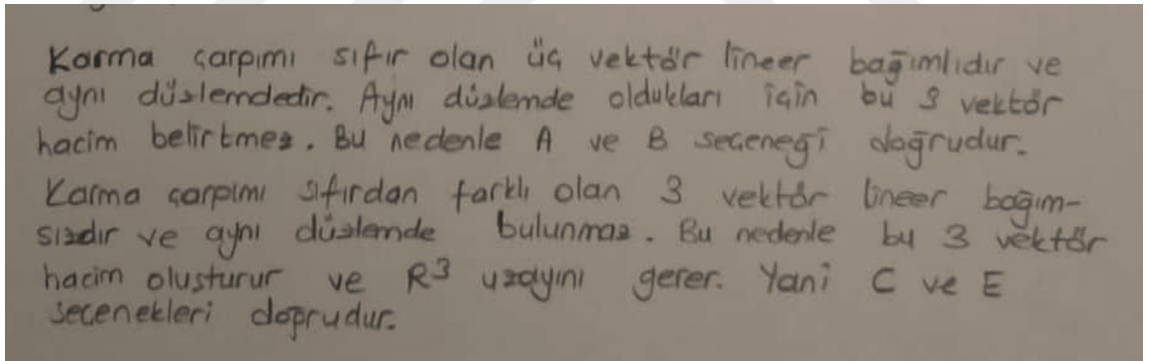
Şekil 134. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 14. Soruyu yanıtlayan öğrenci cevabı.

14. sorunun cevabı: D şıkkı yanlıştır. Çünkü "üç vektörden en az ikisinin paralel olması determinantı sıfır yapar. Determinantın sıfır olması, bu üç vektörün aynı düzlemde olduğunu gösterir. Aynı düzlemde olanlar, doğrusal bağımsız olmadığı için hacim belirtmez.
 Bu yüzden cevap D

Şekil 135. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 14. Soruyu tam ve doğru yanıtlayan öğrenci cevabı



Şekil 136. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 14. Soruyu tam ve doğru yanıtlayan öğrenci cevabı



Şekil 137. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 14. Soruda " $\mathbb{R}^3$ 'te üç vektörün hacim belirtmesi için bu üç vektörün en az ikisi paralel olmalıdır" ifadesinin yanlış olduğunu determinantın kurallarını kullanarak doğru yanıtlayan öğrenci

14) Cevap "D" dir. Çünkü R^3 'de hacim olması için lineer bağımsız olması gerek. Çünkü lineer bağımlı vektörlerin Karma Çarpımı 0 dir. Doğrular paralel olması için de aynı düzlemde olmalıdır. Bu nedenle en az ikişi paralel olamaz.

Şekil 138. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 14. Soruda doğru yanıtı ulaştıracak şekilde yeterli açıklamayı yapan öğrenci cevabı

E seçeneği
Çünkü hacim $\vec{x} \cdot (\vec{y} \wedge \vec{z})$, $\vec{y} \wedge \vec{z}$ demek hem $\vec{y}$ 'ye hem de $\vec{z}$ 'ye dik olan bir vektör, eğer $\vec{y}$ ve $\vec{z}$ paralel olursa vektörel çarpım, 0 olur bu da sonucu sıfır yapan ve hacim olmaz

Şekil 139. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 14. Soruyu yanlış işaretleyip ancak doğru bir açıklamada bulunan öğrenci cevabı

14. Soru: Cevap: D sıkı cıktı 3 vektörün hacim belirtmesi için 3 vektörün de birbirlerine dik olması gerekir. Eğer paralel olursa hacim belirtmek imkansızdır.

Şekil 140. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 14. Soruda verilen üç vektörün hacim belirtebilmesi için birbirlerine dik olması şartı aranmaz ancak öğrencinin böyle yanlış bir bilgiye sahip olduğu anlaşılmaktadır.

14- D sıkı
Çünkü hacim belirtmesi için üç vektörün dik olması gerekir.

Şekil 141. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 14. Soruda verilen üç vektörün hacim belirtebilmesi için birbirlerine dik olması şartı aranmaz ancak öğrencinin böyle yanlış bir bilgiye sahip olduğu anlaşılmaktadır.

15.soru “15.) $\mathbf{R}^3$ ’te $\vec{x}$, $\vec{y}$ ve $\vec{z}$ vektörlerinin karma çarpımı $\left[\vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \right]$ şeklinde gösterilmektedir. Bu üç vektör $\mathbf{R}^3$ ’te aynı düzlemde ise, aşağıdaki ifadelerden hangisi ya da hangileri kesinlikle doğrudur?

1. $\left[\vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \right] = 0$
2. $\langle \vec{x} \wedge \vec{y}, \vec{z} \rangle = 0$
3. $\vec{x} // \vec{y}$
4. $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ hacim belirtmez.

A) 1 ve 2 B) Yalnız 3 C) 1, 2 ve 4 D) 2 ve 3 E) 3 ve 4

Neden bu cevabı verdiğinizi kısaca açıklayınız” şeklindedir. Burada amaç $\mathbf{R}^3$ ’te üç vektörün aynı düzlemde yer almasının sonucunda bu üç vektör hakkında ne gibi çıkarımlar yapılabileceğini ölçmek istenmiştir. Bu doğrultuda öğrencilerin 15. soruya vermiş oldukları yanıtlar incelenmiş ve bu soruya ait frekans ve yüzde dağılımı tablo 33’de gösterilmiştir.

Tablo 33

Öğrencilerin 15.soruya vermiş olduğu cevapların frekan ve yüzdeleri

Soru 15	F	%
Boş	5	7.1
Yanlış	2	2.9
Eksik	5	7.1
Kısmen Doğru	2	2.9
Doğru	56	80.0
Toplam	70	100

Tablo 33 incelendiğinde araştırmaya katılan 70 lisans öğrencisinin %7.1 i boş bıraktığı, %2.9 u yanlış, %7.1 i eksik bıraktığı, %2.9 u kısmen doğru cevapladığı ve %80nin ise soruyu doğru cevapladıkları sonucuna ulaşılmıştır.

$\mathbf{R}^3$ ’te üç vektörün aynı düzlemde yer almasının sonucunda kesinlikle doğru çıkarımlarda bulunarak bunları tam ve doğru bir şekilde açıklayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil142, şekil143, şekil144, şekil145, şekil146, şekil147, şekil148 ve şekil149’de, yeterli açıklamayı yapmayarak sadece doğru sonucu işaretleyen öğrenci cevaplarından alıntılar

şekil150, şekil151 ve şekil152 ve şekil153'de son olarak yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil154 ve şekil155'te gösterilmiştir.

Aynı düzlemde oldukları için hacim belirtmezler. Bu yüzden karma çarpımları sıfırdır.

$\vec{x} \wedge \vec{y}$, $\vec{z}$ 'ye dik bir vektördür. Bu yüzden $\vec{z}$ 'sinin iç çarpımı sıfır olur.

Şekil 142. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 15. Soruya yanıt veren öğrenci cevabı

(15) $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ aynı düzlemde ise hacim belirtmezler. $D=0$ olur.
 $[x, y, z] = \langle \vec{x} \wedge \vec{y}, \vec{z} \rangle = \det \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \end{vmatrix} = 0$ old. için 1, 2 ve 4 doğrudur.
 Cevap C'dir //

Şekil 143. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 15. Soruyu doğru yanıtlayan öğrenci cevabı

(15) Cevap "C" dir. Çünkü $\mathbb{R}^3$ 'te vektörler aynı düzlemde ise lineer bağımlıdır ve karma çarpımları 0'dır. Bu yüzden 1. maddemiz doğrudur. 2. maddemiz karma çarpıma eşit ve sonucu 0 olduğu için doğrudur. 3. madde adına net bir şey denemez. Çünkü aynı düzlemde olması paralel olduğunu göstermez. 4. maddemizde ise hacim karma çarpıma eşit ve karma çarpım sıfır olduğu için doğru olur.

Şekil 144. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 15. Soruyu doğru yanıtlayan öğrenci cevabı

Görüm Cevap C seçeneğidir. Çünkü aynı düzlemde olan üç vektörün karma çarpımı ve iç çarpımı deimo sıfırdır ve kesinlikle hacim belirtmezler. Fakat aynı düzlemde olan vektörler birbirlerine paralel olduğu gibi dik de olabilirler. Bu yüzden cevap C seçeneğidir.

$$\boxed{= C}$$

Şekil 145. Karma ve Vektörel çarpım başarı testi 15. Soruyu doğru yanıtlayan öğrenci cevabı

15. soru,
 (C) 1, 2 ve 4
 $\Rightarrow$ iç çarpımları ve karma çarpımları 0 olmalıdır. $\vec{x}$ ve $\vec{y}$ vektörlerinin kesinlikle paralel olduğunu söyleyemeyiz. 2 boyutlu yani bir düzlem söz konusu olduğu için hacimden söz edemeyiz.

Şekil 146. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 15. Soruda tam ve doğru yanıtlayan öğrenci cevabı

15. soru: CEVAP: C ŞIKKI

* $[\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}]$ karma çarpımı, $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ vektörleri üzerine kurulan paralelyüzlünün hacmine esittir. Eğer $[\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}] = 0$ ise bu üç vektör "eş düzlemli" olup lineer bağımlıdır, hacim belirtmez. Aynı zamanda iki vektörün paralel olması $\vec{y} = k \cdot \vec{x}$ şeklinde tanımlanabilir ($\vec{x} \rightarrow 1.$ vektör, $\vec{y} \rightarrow \vec{x}$ vektörüne paralel 2. vektör). $\vec{x}$ ve $\vec{y}$ paralelse determinantları 0 olacağını görebiliriz.

SONUÇ: I, II, IV (1, 2, 4) $\rightarrow C$

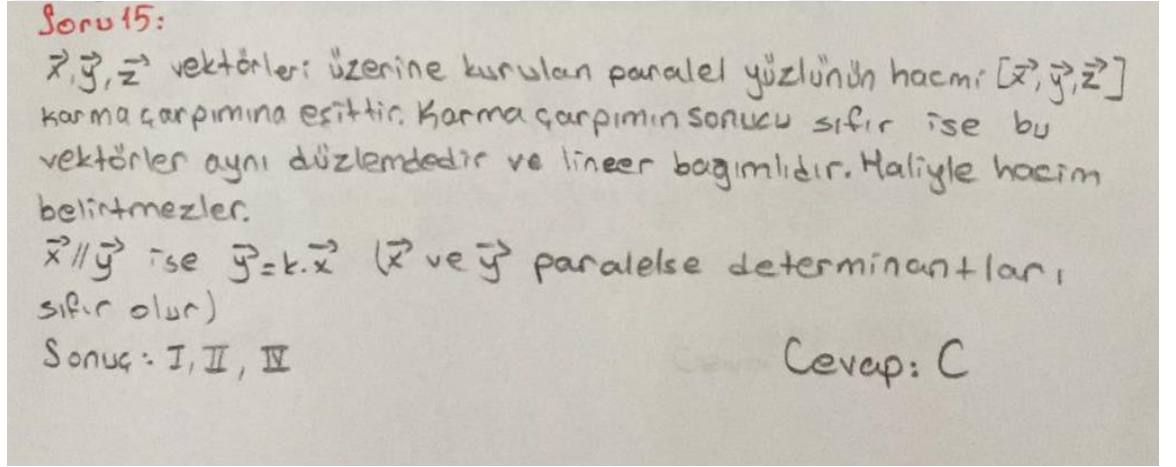
Şekil 147. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 15. Soruda çözümü tam ve doğru yaparak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı

Aynı düzlemde bulunan üç vektörün karma çarpımları sıfır olur. Dolayısıyla, $[\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}] = 0$ ve $\langle \vec{x} \wedge \vec{y}, \vec{z} \rangle = 0$ ifadeleri karma çarpım gösterdiği için kesinlikle doğrudur.

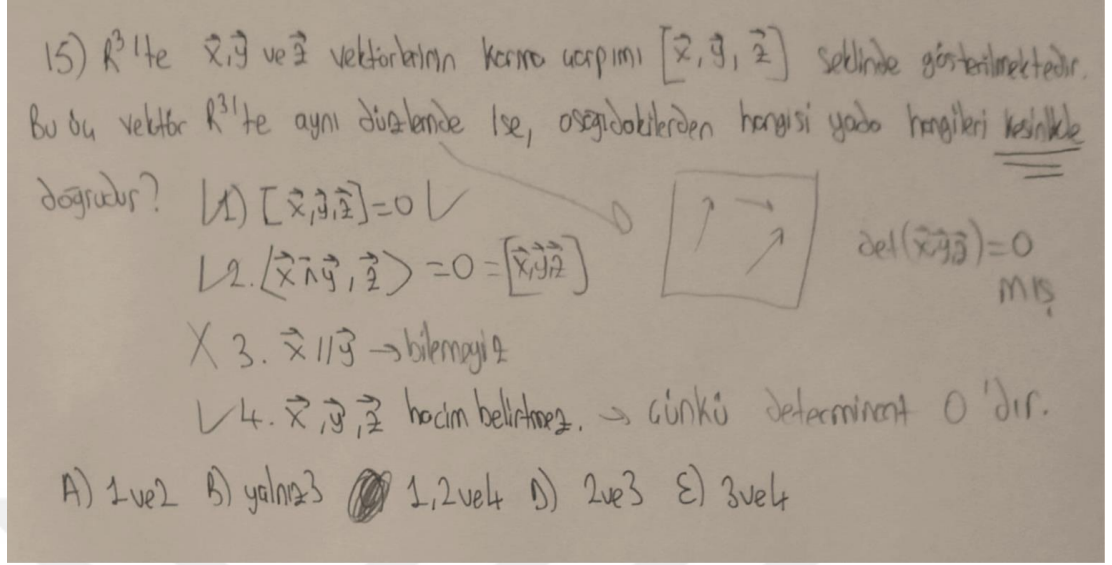
$\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ vektörleri aynı düzlemde iseler doğrusal bağımsız olamazlar dolayısıyla hacim belirtmezler.

Cevap = C) 1, 2 ve 4

Şekil 148. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 15. Soruda çözümü tam ve doğru yaparak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı



Şekil 149. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 15. Soruya dair gerekli ve yeterli açıklama yaparak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı

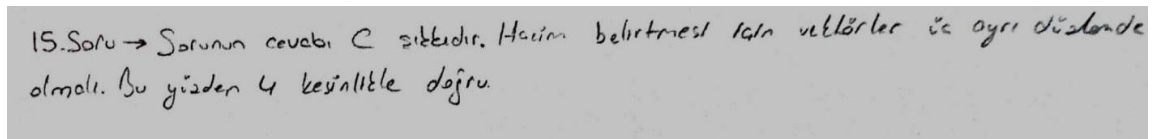


Şekil 150. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 15. Soruda doğru yanıtlayan ancak gerekli ve yeterli açıklamada bulunmayan öğrenci cevabı

SORU-15

Cevap - C $\rightarrow \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ aynı düzlemde ise karma çarpımları "0"dır ve hacim belirtmezler.

Şekil 151. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 15. Soruya yalnızca doğru yanıt veren ancak gerekli ve yeterli açıklama yapmayan öğrenci cevabı



Şekil 152. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 15. Soruda sadece sonucu yazıp ancak gerekli açıklamalarda bulunmayan öğrenci cevabı

1, 2, 4 kesinlikle doğrudur.
 3 şart değildir.
 Cevap: C

Şekil 153. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 15. Soruda sadece sonucu yazana ancak gerekli işlemleri ve açıklamaları yapmayan öğrenci cevabı

1 ve 2 doğrudur.
 $[\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}] = \langle \vec{x} \wedge \vec{y}, \vec{z} \rangle$ aynı düzlemdeyse $= 0$

Şekil 154. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 15. Soruda yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı

Hocim belirtmesi için vektörler 3 ayrı düzlemde olmalıdır. Bu yüzden 4 kesinlikle doğru. Aynı düzlemdeki vektörlerin iç çarpımı sıfırdır. Bu yüzden 1 ve 2 de doğru "C"

Şekil 155. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 15. Soruyu doğru yapan öğrenci cevabı

18.soru " R^3 " te $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ vektörlerinin oluşturduğu matrisin rankı 3'den kesinlikle küçük olması için $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ vektörleri aşağıdakilerden hangisi olmalıdır?

A) $\vec{x} = (1, 0, 2)$, $\vec{y} = (-1, 0, -3)$, $\vec{z} = (2, 3, 7)$

B) $\vec{x} = (2, 3, 5)$, $\vec{y} = (-2, 3, -6)$, $\vec{z} = (-4, 3, 7)$

C) $\vec{x} = (1, 0, 2)$, $\vec{y} = (3, 3, 5)$, $\vec{z} = (-1, 7, 9)$

$$D) \vec{x} = (2, 3, 11), \vec{y} = (-2, 3, -11), \vec{z} = (4, 6, 22)$$

$$E) \vec{x} = (-6, 5, -3), \vec{y} = (1, 1, 1), \vec{z} = (5, 3, 7)$$

Neden bu cevabı verdiğinizi kısaca açıklayınız” şeklindedir. Bu soruda amaç R^3 verilen üç vektörün rankının 3 den küçük olmasının ne alama geldiği bilgisine sahip olup olmadığının araştırılması ve bu doğrultuda rank ile hacim arasındaki ilişkinin kazanılıp kazanılmadığı görülmek istenmiştir. Bu doğrultuda öğrencilerin 18. soruya vermiş oldukları yanıtlar incelenmiş ve bu soruya ait frekans ve yüzde dağılımı tablo 34’de gösterilmiştir.

Tablo 34

Öğrencilerin 18.soruya vermiş olduğu cevapların frekan ve yüzdeleri

Soru 18	F	%
Boş	3	4.3
Yanlış	0	0.0
Eksik	3	4.3
Kısmen Doğru	1	1.4
Doğru	63	90.0
Toplam	70	100

Tablo 34’te araştırmaya katılan öğrencilerin %4.3 ü 18.soruya dair herhangi bir işlem veya açıklama yapmayarak boş bıraktıkları, %0 ı nın yanlış, %4. 3 eksik, %1.4 kısmen doğru, %90 nın ise çözümü tam ve doğru yaparak cevaplandırıdıkları görülmüştür. Örneklemin 18.soruya vermiş oldukların cevapların frekans ve yüzde dağılımı incelendiğinde görülmektedir ki öğrencilerin büyük kısmının rank ın 2 olmasının sonucunda verilen 3 vektörün hacim belirtemeyeceği ve dolayısıyla determinant değerinin sıfıra eşit olabileceği bilgisine sahip oldukları söylenebilir.Bilinmeyen vektörleri tam ve doğru belirleyen öğrenci cevaplarından alıntılar şekil156, şekil157, şekil158 ve şekil159’de, sonucu yazarak gerekli ve yeterli açıklamayı yapmayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil160, şekil161 ve şekil162’da gösterilmiştir.

$\mathbb{R}^3$ te $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ vektörlerinin oluşturduğu matrisin rankı 3'ten kesinlikle küçük olması için $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ vektörlerinin determinanti 0 (sıfır) olması gerekir.

D şıkkında $\det = 0$ olduğu için rankı < 3 'tür.

$$\det(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 11 \\ -2 & 3 & -11 \\ 4 & 6 & 22 \end{vmatrix}$$

$$\begin{array}{ccc} +132 & & +132 \\ -132 & & -132 \\ -132 & & -132 \end{array}$$

$$\Rightarrow (132 - 132 - 132) - (132 - 132 - 132)$$

$$= -132 + (+132)$$

$$= 0$$

$$\det(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) = 0 \quad \#$$

Şekil 156. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 18. Soruda çözümü tam ve doğru yaparak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı

Cevap "D" şıkkıdır.

1. ve 3. satır birbirinin katıdır. 3. satırı -2 ile çarpıp 3. satıra ekleyince 3. satır tamamen sıfır olur.

Şekil 157. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 18. Soruda elementer satır ve sütun işlemleri uygulayarak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı

18 → Cevap D şıkkıdır.

$A_{n \times n}, \det(A) \neq 0 \Rightarrow \text{rank}(A) = n$
 $A_{n \times n}, \det(A) = 0 \Rightarrow \text{rank } A < n$ bu kurala göre rankın 3'ten küçük olması için determinant sıfır olmalıdır.

$\vec{x} = (2, 3, 11), \vec{y} = (-2, 3, -11), \vec{z} = (4, 6, 22)$

$\det(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 11 \\ -2 & 3 & -11 \\ 4 & 6 & 22 \end{vmatrix} = 0$ (3. satır 1. satırın katı olduğundan determinant sıfırdır)

Şekil 158. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 18. Soruda determinant ile rank kavramı arasındaki ilişkinin farkında olarak çözümü tam ve doğru bir şekilde açıklayarak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı

Cevap: D. Çünkü R^3 'te $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ vektörlerinin oluşturduğu matrisin rankının 3'den kesinlikle küçük olması, bu vektörlerin aynı düzlemde bulunmasıdır ve katsayılar determinantının sıfır olması gerekmektedir. D şikkinde 2 satır birbirine orantılı olacağından determinant sıfırdır. Yani vektörlerin oluşturduğu matrisin rankı 3'den kesinlikle küçük olduğundan Cevap: D'dir.

Şekil 159. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 18. Soruda determinant ile rank kavramı arasındaki ilişkinin farkında olarak çözümü tam ve doğru bir şekilde açıklayarak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı

18) Cevap D şikkidir. Çünkü gerekli işlemler yapıldığında $\vec{x} = (2, 3, 11)$, $\vec{y} = (-2, 3, -11)$, $\vec{z} = (4, 6, 22)$ 'nin rankı "2" dir.

Cevap: D

Şekil 160. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 18. Soruda gerekli işlemleri yapmayıp sadece sonucu yazan öğrenci cevabı

18.) Cevap D çunki ,

$$2 \cdot \vec{x} = 2 \cdot (2, 3, 11) = (4, 6, 22) = \vec{z} \text{ 'dir.}$$

Şekil 161. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 18. Soruda doğru sonuca ulaşan ancak gerekli açıklamada bulunmayan öğrenci cevabı

Cevap = D

Ranklarına bakıldığında D şikkinin 2 olduğu görülür

Şekil 162. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 18. Soruda sadece sonucu yazan ancak gerekli işlemleri gerçekleştirilmeyen öğrenci cevabı

19.soru “ $\mathbf{R}^3$ ‘te üç vektör için $[(2, 4, 2), (-3, 6, 9), (-4, 8, 24)]=\Omega$ olduğuna göre $[(-1, -2, -1), (-1, 2, 3), (-2, 4, 12)]$ ifadesinin Ω cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 4Ω B) $\frac{\Omega}{5}$ C) $-\frac{\Omega}{12}$ D) 24Ω E) -24Ω

Neden bu cevabı verdiğinizi kısaca açıklayınız” şeklindedir.” Burada amaç determinanti alınan üç vektörün herhangi bir reel katı alındığında elde edilecek olan yeni vektörlerin determinantının ne şekilde hesaplayabileceğini incelemektir. Karma çarpımı hesaplarken sıkla determinanttan yararlandıklarından dolayı bu soru Başarı testinde 19. Soru olarak yerini almıştır. Bu doğrultuda öğrencilerin 19. soruya vermiş oldukları yanıtlar incelenmiş ve bu soruya ait frekans ve yüzde dağılımı tablo 35’te gösterilmiştir.

Tablo 35

Öğrencilerin 19.soruya vermiş olduğu cevapların frekan ve yüzdeleri

Soru 19	F	%
Boş	14	20.0
Yanlış	0	0.0
Eksik	2	2.9
Kısmen Doğru	0	0.0
Doğru	54	77.1
Toplam	70	100

Tablo 35 İncelendiğinde öğrencilerin % 20 sinin boş bıraktığı, %0 mın yanlış yanıtladığı, %2.9 unun eksik cevapladığı, %0 nın kısmen doğru yanıtladığı ve %77.1 inin ise doğru yanıtladıkları sonucuna varılmıştır.

Verilen vektörlerin determinant değerinin Ω cinsinden karşığına tam ve doğru ulaşan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 163 ve şekil164’de gösterilmiştir.

$$\textcircled{C} \left[(2, 4, 2), (-3, 6, 9), (-4, 8, 24) \right] = \Omega$$

$$\left[(-1, -2, -1), (-1, 2, 3), (-2, 4, 12) \right]$$

$$\frac{(2, 4, 2)}{(-1, -2, -1)} = \frac{1}{-2}, \quad \frac{(-3, 6, 9)}{(-1, 2, 3)} = \frac{1}{3}, \quad \frac{(-4, 8, 24)}{(-2, 4, 12)} = \frac{1}{2}$$

$$\Omega \cdot \frac{1}{-2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \Omega \cdot \frac{1}{-12} = \frac{-\Omega}{12} \quad \text{C Şıkkı}$$

Şekil 163. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 19. Soruda çözümü tam ve doğru yapan öğrenci cevabı

$$\langle \vec{x}, \vec{y} \wedge \vec{z} \rangle = [\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}] = \det(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 2 \\ -3 & 6 & 9 \\ -4 & 8 & 24 \end{vmatrix} = \Omega \quad \text{ise} \quad \begin{vmatrix} -1 & -2 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \\ -2 & 4 & 2 \end{vmatrix} = -24 \quad (\text{II})$$

(I)

$$\Omega = 288 \text{ olur.}$$

$$\rightarrow -24 \text{ ü } \Omega \text{ cinsinden ifade edelim: } -24 = \frac{-\Omega}{12}$$

CEVAP: C ŞIKKI

Şekil 164. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 19. Soruda çözümü tam ve doğru yapan öğrenci cevabı

21.soru “Karma çarpım fonksiyonunun tanım ve değer kümelerini yazarak fonksiyon olarak ifade ediniz.” şeklinde belirtilmiştir. Bu soru ile öğrencilerin karma çarpım problemlerini çözmekten ziyade bu kavramın ne ifade ettiği tanım ve değer kümesini ne şekilde gösterebildikleri ve karma çarpımın değerinin vektör mü yoksa herhangi bir reel sayıya karşılık gelip gelmediğini test etmeyi amaçlamıştır. Öğrencilerin 21. soruya vermiş oldukları yanıtlar incelenmiş ve bu soruya ait frekans ve yüzde dağılımı tablo36’da gösterilmiştir.

Tablo 36

Öğrencilerin 21.soruya vermiş olduğu cevapların frenkan ve yüzdeleri

Soru 21	F	%
Boş	20	28.6
Yanlış	1	1.4
Eksik	3	4.3
Kısmen Doğru	2	2.9
Doğru	44	62.9
Toplam	70	100

Tablo 36 incelendiğinde 21. Soruya verilen yanıtlar incelendiğinde örneklemin %28. 6 sınıfın tanım ve değer kümesine dair herhangi bir açıklama yapmadıkları ayrıca bu kavramın tanımını yazmadıkları görülmüşür. Ayrıca araştırmaya katılan 70 lisans öğrencisinin %62. 9 unun karma çarpımın tanım kümesinin vektör değer kümesinin ise reel sayıya karşılık geldiğini bildikleri ve karma çarpımın bu üç vektör determinantı ifade ettikleri bilginse sahip oldukları görülmüşür.

Karma ve vektörel çarpım başarı testi 21. Soruda karma çarpımın değerinin bir reel sayıya karşılık geldiğini ve fonksiyon olarak belirtilen şekilde ifade eden öğrenci cevaplarından alıntılar şekil165, şekil166 ve şekil167’te, kısmen doğru yanıtlayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 168’da ve yanlış yanıtlayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil169’de gösterilmiştir.

$$f: V \times V \times V \rightarrow \mathbb{R} \quad \vec{a} = (a_1, a_2, a_3), \vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$$

$$\vec{c} = (c_1, c_2, c_3)$$

$$(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) \rightarrow f(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) = \det(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) \text{ biçiminde}$$

tanımlanan fonksiyonlara bu üç vektörün karma çarpımı denir.

$$\det(a, b, c) = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

Şekil 165. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 21. Soruda tanım ve değer kümesini doğru şekilde ifade eden ve çözümü tam ve doğru yapan öğrenci cevabı

$$f: V \times V \times V \rightarrow \mathbb{R} \quad \vec{a} = (a_1, a_2, a_3), \vec{b} = (b_1, b_2, b_3), \vec{c} = (c_1, c_2, c_3)$$

$$(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) \rightarrow f(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) = \det(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) \text{ biçiminde tanımlanan}$$

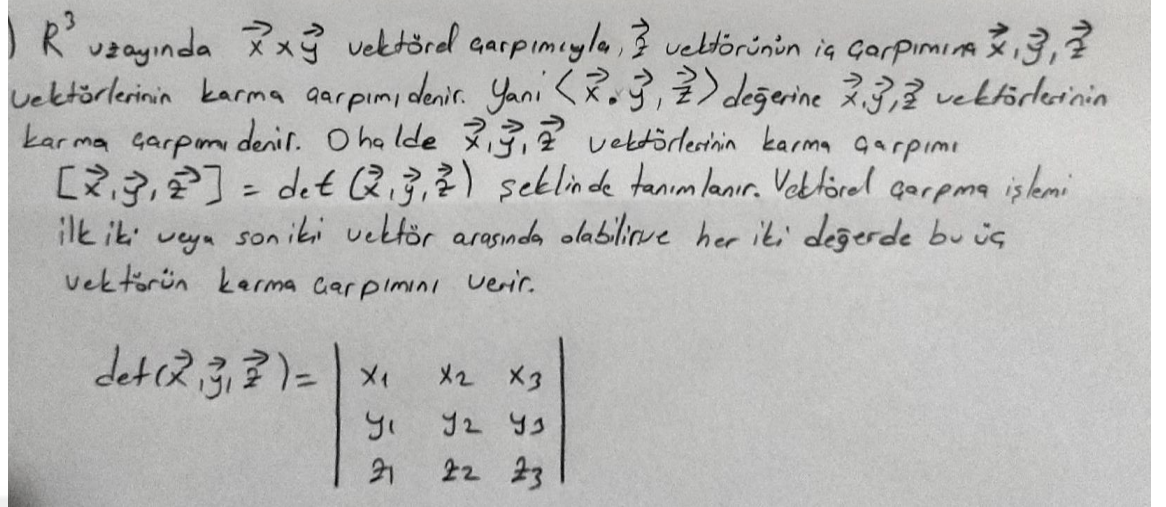
funksiyona karma çarpım denir.

Şekil 166. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 21. Soruda tanım ve değer kümesini belirterek doğru bir şekilde fonksiyon olarak tanımlayan öğrenci cevabı

$$V \times V \times V \rightarrow \mathbb{R} \quad V^3 \rightarrow \text{tanım kümesi}$$

$$f(x, y, z) = \langle x, y, z \rangle \quad \mathbb{R} \rightarrow \text{değer kümesi}$$

Şekil 167. Karma çarpımın tanım ve değer kümelerini doğru ifade ederek fonksiyon olarak tam ve doğru ifade eden öğrenci cevabı



Şekil 168. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 21. Soruda dış çarpımın tanımının yapıldığı, fonksiyon olarak ifade edilemediği öğrenci cevabı

$$R^3 \text{ de } \vec{r}(t) = (f(t), g(t), h(t)) = f(t) \cdot (g(t) \times h(t))$$

Şekil 169. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 21. Soruda tanım ve değer kümesini belirleyemeyen ve dış çarpımı yerine karma çarpım fonksiyonu ifade eden öğrenci cevabı

25.soru R^3 'te $\vec{a}=(3,2,1)$, $\vec{b}=(7,0,1)$, $\vec{c}=(2,2,1)$ ve $\vec{k}$ vektörleri için; $\langle \vec{k}, \vec{a} \wedge \vec{b} \rangle = 0$ ve $\langle \vec{k}, \vec{a} \wedge \vec{c} \rangle = 0$ bağıntılarını sağlayan k birim vektörünü bulunuz?" şeklinde ifade edilmiştir." burada amaç karma çarpımın değerinin sıfır olmasının hacim belirtmediği bu bilgiden yararlanarak k vektörünün birim vektör cinsinden ifade edip edemeyeceği ölçülmek istenmiştir. Öğrencilerin 25. soruya vermiş oldukları yanıtlar incelenmiş ve bu soruya ait frekans ve yüzde dağılımı tablo 37'de gösterilmiştir

Tablo 37

Öğrencilerin 21.soruya vermiş olduğu cevapların frekan ve yüzdeleri

Soru 25	F	%
Boş	21	30.0
Yanlış	4	5.7
Eksik	0	0.0
Kısmen Doğru	12	17.1
Doğru	33	47.1
Toplam	70	100

Tablo37’de görüldüğü gibi öğrencilerin % 30 unun 25. Soruyu boş bıraktığı , %5. 7 sinin yanlış, %0 ının eksik, %17. 1 inin kısmen doğru ve %47.1 inin doğru cevapladığı sonucuna ulaşılmıştır. İlk olarak oş bırakan öğrenci yüzdesi ile doğru cevaplayan öğrenci yüzdelерinin ilk sıralarda yer aldığı görülmüştür.

Verilen şartları sağlayan k birim vektörüne tam ve doğru bir şekilde ulaşan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil170’de, kısmen doğru yanıtlayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 171 ve şekil172’de, yanlış yanıtlayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil173, şekil174 ve şekil175’te gösterilmiştir.

$\Rightarrow k = (k_1, k_2, k_3)$ olsun

$$\langle \vec{R}, \vec{a} \wedge \vec{b} \rangle = \begin{vmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2k_1 + 7k_2 - (14k_3 + 3k_2) = 2k_1 + 4k_2 - 14k_3 = 0 \quad \dots (1)$$

$$\langle \vec{R}, \vec{a} \wedge \vec{c} \rangle = \begin{vmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2k_1 + 3k_3 + 2k_1 - (4k_3 + k_1 + 3k_2) = k_1 - k_2 - k_3 = 0 \quad \dots (2)$$

$\Rightarrow k_1 = k_2 + k_3 \quad \dots (2)$

(1) ile (2) yi ortak çözersek;

$$2.(k_2 + k_3) + 4k_2 - 14k_3 = 0 \Rightarrow 6k_2 = 12k_3 \Rightarrow k_2 = 2k_3 \quad (k_1 = 3m)$$

$\vec{R} = (3m, 2m, m) \rightarrow$ Birim vektörü için $\Rightarrow \frac{\vec{R}}{\|\vec{R}\|} = \frac{(3m, 2m, m)}{\sqrt{(3m)^2 + (2m)^2 + m^2}} = \left(\frac{3m}{m\sqrt{14}}, \frac{2m}{m\sqrt{14}}, \frac{m}{m\sqrt{14}} \right)$

Şekil 170. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 25. Soruda çözümünü tam ve doğru yapan öğrenci cevabı

$$\vec{v} = (x, y, z)$$

$$\det(a, b, c) = 0 \quad \det(k, a, c) = 0$$

$$\begin{bmatrix} x & y & z \\ 3 & 2 & 1 \\ 7 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} 2x + 4y - 14z &= 0 \\ 2x - 3y &= 0 \\ 2x &= 3y \\ 3k &= 2k \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} x & y & z \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} 2z - y &= 0 \\ 2z &= y \\ k &= 2k \end{aligned}$$

$$\vec{v} = (3k, 2k, k) = \boxed{(3, 2, 1)}$$

Şekil 171. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 25 soruda kısmen doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı

$$\begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 7 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 14\vec{e}_3 = (2, 4, 14)$$

$$\begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3 = (0, -1, 2)$$

$$(x, y, z) = \vec{k} \downarrow$$

$$\begin{aligned} 2x + 4y + 14z &= 0 \\ -y + 2z &= 0 \end{aligned}$$

$$x = -11 \quad y = 2 \quad z = 1 \quad \vec{k} = (-11, 2, 1)$$

Şekil 172. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 25. Soruda çözümü tam ve doğru yapmayan öğrenci cevabı

$$\text{5 soru} \quad \vec{a} \wedge \vec{b} = \det(\vec{a}, \vec{b}) = ((2-0), (7-7), (0-14)) = (2, -4, -14)$$

$$\langle \vec{k}, \vec{a} \wedge \vec{b} \rangle = 2k_1 - 4k_2 - 14k_3 = 0$$

$$\vec{a} \wedge \vec{c} = \det(\vec{a}, \vec{c}) = (0, 1, 2)$$

$$\langle \vec{k}, \vec{a} \wedge \vec{c} \rangle = k_2 + 2k_3 = 0$$

Şekil 173. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 25. Soruda çözüme ulaşamayan öğrenci cevabı

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = (21, 0, 1), \quad \vec{a} \wedge \vec{c} = (6, 4, 1) \quad \vec{v} = (s, t, r) \text{ olsun.}$$

$$\begin{aligned} 21s + r &= 0 \\ 6s + 4t + r &= 0 \\ \hline 15s &= 4t \\ r &= -21s \rightarrow 4r = -84s \end{aligned}$$

$$s = 4 \quad t = 15 \quad r = -84$$

$$\vec{v} = (4, 15, -84)$$

Şekil 174. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 25. Soruda soruyu çözerken başlangıçtan itibaren hatalı ilerleyerek yanlış sonuca ulaşan öğrenci cevabı

26.Soru “ R^3 ’te $\vec{A}=(1,-1,2)$, $\vec{B}=(-1,5,3)$, $\vec{C}=(0,2,-1)$ ve $\vec{D}=(2,3,2)$ olmak üzere dört vektör verilmiştir.

$\vec{AB}$, $\vec{AC}$ ve $\vec{AD}$, konum vektörleri üzerine kurulan ABCD dört yüzünün hacmini hesaplayınız.” Şeklindedir. Burada amaç konum vektörlerinden yararlanarak elde edilen 3 vektörün oluşturduğu dörtyüzünün hacminin hesaplanmasıdır. Ancak dikkat edilmesini amaçlandığı asıl kısım bu dört yüzünün hacminin paralel yüzünün hacminin 6’te 1’ine eşit olması gerektiği ayrıntısıdır. Öğrencilerin 26. soruya vermiş oldukları yanıtlar incelenmiş ve bu soruya ait frekans ve yüzde dağılımı tablo 38’de gösterilmiştir.

Tablo 38

Öğrencilerin 26.soruya vermiş olduğu cevapların frekan ve yüzdeleri

Soru 26	F	%
Boş	12	17.1
Yanlış	8	11.4
Eksik	0	0.0
Kısmen Doğru	28	40.0
Doğru	22	31.4
Toplam	70	100

Tablo38 incelendiğinde 26.soruya verilen yanıtlar incelendiğinde 70 öğrencinin oluşturmuş olduğu örneklemin %17.1 boş, %11.4 yanlış, %0 mın eksik, %40ının kısmen doğru ve %31.4ünün ise doğru yanıtladıkları sonucuna ulaşılmıştır. Kısmen doğru yanıtlayan öğrencilerin büyük bir kısmı yalnızca konum vektörleri sonucu elde edilen 3 vektörün karma çarpımının normunun alınmasıyla elde edilen paralel yüzünün hacmini elde ettikleri ancak 6 da 1 e eşit olduklarını kavrayamamışlardır.

Dört yüz lünün hacmini doğru yanıtlayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 175, şekil 176 ve şekil 177’de, yanlış yanıtlayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil 178, şekil 179 ve şekil 180’de gösterilmiştir.

$$\vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} = (-2, 6, 1)$$

$$\vec{AC} = \vec{C} - \vec{A} = (-1, 3, -3)$$

$$\vec{AD} = \vec{D} - \vec{A} = (1, 4, 0)$$

$$ABCD \text{ dört yüz lünün hacmi } \left| \frac{\vec{AB} \cdot (\vec{AC} \wedge \vec{AD})}{6} \right| = \pm \frac{1}{6} \begin{vmatrix} -2 & 6 & 1 \\ -1 & 3 & -3 \\ 1 & 4 & 0 \end{vmatrix}$$

$$ABCD \text{ dört yüz lünün hacmi } = \frac{49}{6} \text{ olarak bulunur.}$$

Şekil 175. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 26. Soruda istenilen dört yüz lünün hacmini tam ve doğru bir şekilde yanıtlayan öğrenci cevabı

$$\vec{AB} = (a_1, a_2, a_3), \vec{AC} = (b_1, b_2, b_3) \text{ ve } \vec{AD} = (c_1, c_2, c_3) \text{ iken, } ABCD$$

$$\text{dört yüz lünün hacmi} = \left| \frac{\vec{AB} \cdot (\vec{AC} \wedge \vec{AD})}{6} \right| = \left| \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \cdot \frac{1}{6} \right| \text{ 'dir.}$$

$$\vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} = (-2, 6, 1), \vec{AC} = \vec{C} - \vec{A} = (-1, 3, -3), \vec{AD} = \vec{D} - \vec{A} = (1, 4, 0).$$

$$0 \text{ halde, } V = \begin{vmatrix} -2 & 6 & 1 \\ -1 & 3 & -3 \\ 1 & 4 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 4 - 18 - 3 - 24 - 0$$

$$= -49 \Rightarrow V = \left| \frac{-49}{6} \right| = \frac{49}{6} \text{ bulunur.}$$

Şekil 176. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 26. Soruda çözüme tam ve doğru ulaşan öğrenci cevabı

$\vec{AB}$, $\vec{AC}$, $\vec{AD}$ konum vektörleri üzerine kurulan ABCD dört yüzünün hacmini hesaplayınız.



$$\vec{AB} = (-2, 6, 1)$$

$$\vec{AC} = (-1, 3, -3)$$

$$\vec{AD} = (1, 4, 0)$$

$$Hacim = \left| \frac{\vec{BA} \cdot (\vec{AC} \wedge \vec{AD})}{6} \right| = \left| \frac{1}{6} \begin{vmatrix} -2 & 6 & 1 \\ -1 & 3 & -3 \\ 1 & 4 & 0 \end{vmatrix} \right|$$

$$\Rightarrow \frac{1}{6} \left| 0 + (-4) - 18 - (3 + 24 + 0) \right| = \frac{1}{6} \left| -22 - 27 \right|$$

$$= \frac{49}{6}$$

Şekil 177. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 26. Soruda çözümü tam ve doğru yapan öğrenci cevabı

$$\vec{A} = (1, -1, 2), \vec{B} = (-1, 5, 3), \vec{C} = (0, 2, -1), \vec{D} = (2, 3, 2)$$

$$\vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} = (-2, 6, 1)$$

$$\vec{AC} = \vec{C} - \vec{A} = (-1, 3, -3)$$

$$\vec{AD} = \vec{D} - \vec{A} = (1, 4, 0)$$

$$V = \det(\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}) = \begin{vmatrix} -2 & 6 & 1 \\ -1 & 3 & -3 \\ 1 & 4 & 0 \end{vmatrix} = -18 - 14 - 3 - 24 = -49$$

$$V = |-49| = 49$$

Şekil 178. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 26. Soruda elde edilen konum vektörleri üzerine kurulan paralel yüzünün hacminin dört yüzünün hacmine eşit olduğunu kabul eden öğrenci cevabı

$$\begin{aligned} \vec{A} &= (1, -2, 2) \quad \vec{B} = (-2, 5, 3) \quad \vec{C} = (0, 2, -1) \quad \vec{D} = (2, 3, 2) \\ \vec{AB} &= (-2, 6, 1) \quad \vec{AC} = (-1, 3, -3) \quad \vec{AD} = (1, 4, 0) \\ V &= \det(\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}) = \begin{vmatrix} -2 & 6 & 1 \\ -1 & 3 & -3 \\ 1 & 4 & 0 \end{vmatrix} \\ &= 43 \end{aligned}$$

Şekil 179. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 26. Soruda elde etmiş olduğu konum vektörleri üzerine kurulan paralel yüzünün hacmini hesaplamakta hata yapan çözüme tam ve doğru ulaşamayan öğrenci cevabı

$$\begin{aligned} \vec{AD} &= (1, 4, 0) \quad \vec{AC} = (-1, 3, -3) \quad \vec{AB} = (-2, 6, 1) \\ \det \begin{vmatrix} -2 & 6 & 1 \\ 1 & 3 & -3 \\ 1 & 4 & 0 \end{vmatrix} &= -41 = |-41| = 41 \end{aligned}$$

Şekil 180. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 26. Soruda elde etmiş olduğu konum vektörleri sonucu elde etmiş oldukları determinantta hata yapan çözüme tam ve doğru ulaşamayan öğrenci cevabı

27. soru “ $\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z} \in \mathbb{R}^3$ ve $m, t, c, k \in \mathbb{R}$ olmak üzere; $\vec{X} = (1, 2, k)$, $\vec{Y} = (3, m, 2t)$, $\vec{Z} = (2, 4, c)$ vektörlerinin gerdiği uzayın boyutu 2 ise $4k - 2c + m$ değeri kaç eştir?” şeklindedir. Bu soruda öğrencilerin $\mathbb{R}^3$ 'te üç vektörün gerdiği uzayın 3 den küçük olması bu üç vektörün hacim belirtemeyeceği dolayısıyla determinantının sıfıra eşit olduğu gerçeğine ulaştırmaktadır. 27. soruya vermiş oldukları yanıtlar incelenmiş ve bu soruya ait frekans ve yüzde dağılımı tablo 39'da gösterilmiştir.

Tablo 39

Öğrencilerin 27.soruya vermiş olduğu cevapların frekan ve yüzdeleri

Soru 27	F	%
Boş	46	65.7
Yanlış	2	2.9
Eksik	2	2.9
Kısmen Doğru	6	8.6
Doğru	14	20.0
Toplam	70	100

Tablo 39 incelendiğinde araştırmaya katılan 70 lisans öğrencisinin %65.7 sinin soruya dair herhangi bir işlem veya açıklama yapmayarak boş bıraktıkları, %2.9 unun soruyu yanlış yanıtladıkları, %2.9unun eksik cevapladığı, %8.6 sinin kısmen doğru yanıtladığı ve son olarak örneklemin %20 sinin doğru cevapladıkları sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin büyük bir kısmı soruyu boş bırakmıştır.

Verilen cebirsel ifadenin değerini gerekli bağlantıları ve çıkarımları gerçekleştirerek doğru sonuca ulaşan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil181 ve şekil182’de, kısmen doğru yapan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil183, şekil184 ve şekil185’te, yanlış ilişki kurup yanlış sonuca ulaşan veya ulaşamayan öğrenci cevaplarından alıntılar şekil186, şekil187, şekil188 ve şekil189’de gösterilmiştir.

⇒ 2 boyutta geliyor ise $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ bir hacim belirtmez

$$[\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}] = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & k \\ 3 & m & 2k \\ 2 & 4 & c \end{vmatrix} = 0$$

1 ve 3 satır bakarsak eğer $c=2k$ durumunda $\det=0$ olur

$$4k - 2c + m \Rightarrow 4k - 2.2k + m = \frac{m}{2} \text{ olur}$$

Şekil 181. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 27. Soruda doğru adımlar kullanılarak işlem yapılmış sonucun m değerine karşılık geldiğini düşünen öğrenci cevabı

29) $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \in \mathbb{R}^3$ ve $m, t, c, k \in \mathbb{R}$ olmak üzere;
 $\vec{x} = (1, 2, k)$, $\vec{y} = (3, m, 2t)$, $\vec{z} = (2, 4, c)$ vektörlerinin
gerdiği uzayın boyutu 2 ise $4k - 2c + m$ değeri
kaçtır?

$\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ vektörlerinin gerdiği uzayın boyutu 2 yani
3'ten küçüktür. Buradan bu 3 vektörün hacim oluşturma-
madığı anlaşılır ve lineer bağımlı vektörler olduğu görülür.
Bu nedenle bu üç vektörün karma çarpımı sıfırdır.

$$[\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}] = \det \begin{vmatrix} 1 & 2 & k \\ 3 & m & 2t \\ 2 & 4 & c \end{vmatrix} = m \cdot c + 12k - 2mk - 6c = 0$$

$$-2k(m-6) + c(m-6) = 0$$

$$(c-2k) \cdot (m-6) = 0$$

$$c=2k \quad m=6$$

$$4k - 2c + m = 4k - 2(2k) + m = m \Rightarrow \boxed{4k - 2c + m = 6}$$

Şekil 182. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 27. Soruda determinant ile boyut arasındaki ilişikiden yararlanarak çözüme ulaşan öğrenci cevabı

ÇÖZÜM: Vektörlerin gerdiği uzayın boyutu 2 ise ;
 $\det(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) = 0$ olmalıdır.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & k \\ 3 & m & 2t \\ 2 & 4 & c \end{vmatrix}$$

Kofaktör yöntemiyle 1. sütuna göre açalım:

$$(-1)^{2+1} \cdot \begin{vmatrix} m & 2t \\ 4 & c \end{vmatrix} = mc - 8t \quad (-1)^{2+1} \cdot 3 \cdot \begin{vmatrix} 2 & k \\ 4 & c \end{vmatrix} = 2c - 4k$$

$$(-1)^{3+1} \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & k \\ m & 2t \end{vmatrix} = 4t - mk$$

$$\det(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) = mc - 8t + 6c - 12k + 8t - 2mk$$

$$= c(m+6) - 2k(6+m)$$

$$= (m+6) \cdot (c-2k) = 0$$

$$\left. \begin{matrix} m = -6 \\ c = 2k \end{matrix} \right\} \rightarrow 4k - 2c + m \text{ 'de yerine yazalım};$$

$$4k - 2(2k) + (-6) = \boxed{-6} \text{ olur.}$$

Şekil 183. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 27. Soruda kofaktör yardımıyla determinant hesaplayan doğru sonuca ulaşamayan öğrenci cevabı

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & m & 4 \\ k & 2t & c \end{vmatrix} = 0 = mc + 8t + 12k - (2km + 8t + 6c)$$

$$\begin{array}{l} 1 \quad 3 \quad 2 \\ 2 \quad m \quad 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} = mc + 12k - 2km - 6c \\ = m(c - 2k) + 6(2k - c) \\ = (2k - c)(6 - m) = 0 \end{array}$$

$$2k = c \quad m > 6$$

$$4k - 2c + m = m \Rightarrow m > 6$$

Şekil 184. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 27. Soruya yönelik kısmen doğru çözüm yapan öğrenci cevabı

Karma çarpım sıfır ise uzayın boyutu 3'ten küçüktür.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2k \\ 3 & m & 2t \\ 2 & 4 & c \end{bmatrix} \Rightarrow mc + 12k - 2km - 6c = 0$$

$$m = 6 \quad c = 2k$$

$$\begin{aligned} &= 4k - 2c + m \\ &= 4k - 2 \cdot 2k + 6 \\ &= 4k - 4k + 6 \\ &= 6 \end{aligned}$$

Şekil 185. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 27. Soruda determinant ile boyut arasındaki ilişkiden yararlanarak çözüme ulaşan öğrenci cevabı.

$$k=0 \quad t=0 \quad c=0 \quad m=6$$

$$4k - 2c + m = 4 \cdot 0 - 2 \cdot 0 + 6 = 6$$

Şekil 186. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 27. Soruda sadece sonuca odaklanıp gerekli işlemleri gerçekleştirmeyen ancak doğru sonuca ulaşan öğrenci cevabı

$$k=t=c=0$$

$$\vec{x} = (1, 2, 0)$$

$$\vec{y} = (3, m, 0) \quad \text{ise} \quad m=6$$

$$\vec{z} = (2, 1, 0)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 4k - 2c + m = 6 \\ \underline{0} \quad \underline{0} \quad \underline{6} \end{array} \right.$$

Şekil 187. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 27. Soruda her bir vektörün 3. değişkenin sıfır kabul edilerek cevaplandırılan öğrenci cevabı

Görüm

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & k \\ 3 & m & 2t \\ 2 & 4 & c \end{vmatrix} = m \cdot c + 12k + 8t - 2mt - 8t - 6c = 2$$

$$\frac{m(c-2t) + 12k - 6c}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\boxed{c-2t=1}$$

$$\boxed{m+4k-2c=\frac{2}{3}}$$

Şekil 188. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 27. Soruda çözümü yanlış bulan öğrenci cevabı

Bu vektörlerden ikisi linear bağımlıysa boyut 2'dir

Şekil 189. Karma ve vektörel çarpım başarı testi 27. Soruda çözüme ulaşamayan öğrenci cevabı

Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Bu alt problemde “İlköğretim matematik öğretmenliği ikinci Sınıf lisans öğrencilerinin vektörel ve karma çarpım konularını öğrenme düzeyleri ile cinsiyetleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark var mıdır?” soruna yanıt aranmaya çalışılmıştır. Alt probleme yönelik öncelikle karma ve vektörel çarpım başarı puanlarından elde ettikleri normal dağılıma uyup uymadığı incelenmiştir. Verilerin normal dağılıma uyup uymadıklarını Skewness-Kurtosis analizi sonuçlarına göre, öğrencilerin ortalama karma çarpım puanının normal dağılım gösterdiği ($\bar{C}.K=-0.792$; $-1 < \bar{C}.K < +1$) ancak vektörel çarpım puanlarının normal dağılım göstermediği görülmüş bu nedenle normal dağılım göstermesi için log10 dönüşümü ile normal dağılıma çevrilmiştir ($\bar{C}.K=0.282$; $-1 < \bar{C}.K < +1$). Karma ve vektörel çarpım başarı testinin genel ortalamasının ise normal dağılım gösterdiği tespit edilmiştir ($\bar{C}.K=-0.945$; $-1 < \bar{C}.K < +1$). Normal dağılıma dönüştürüldükten sonra parametrik testler kullanılmıştır. Öğrencilerin cinsiyet değişkenine göre başarı testi puanlarının t testi sonuçları tablo 40’da verilmiştir.

Tablo 40

Cinsiyete göre öğrencilerin Başarı testine yönelik t- testi sonuçları

Cinsiyet	N	$\bar{x}$	S.S.	Sd	T	P
Kadın	48	2.9806	0.83795	68	0.990	0.326
Erkek	22	2.7773	9.69772			

*p < 0,05 fark anlamlı

Tablo 40 incelendiğinde yapılan t-testi sonucuna göre öğrencilerin karma ve vektörel çarpım başarı puanlarının cinsiyete göre anlamlı farklılık göstermediği bulgusuna ulaşılmıştır ($t=0.990$; $p=0.326 > 0.05$), ($\bar{x}_{kadın} = 2.9806$, $\bar{x}_{erkek}=2.7773$). Ayrıca öğrencilerin başarı testinin alt faktörlerine ait ortalama puanlarının cinsiyete göre anlamlı farklılık gösterip göstermediği incelenmiş ve elde edilen veriler Tablo 41’de gösterilmiştir.

Tablo 41

Cinsiyete göre öğrencilerin başarı testi alt faktörüne ait t testi sonuçları

	Cinsiyet	N	$\bar{x}$	S.S	Sd	T	P
Karma Çarpım	Kadın	48	2.9226	0.82879	68	0.797	0.428
	Erkek	22	2.7565	0.76635			
Vektörel Çarpım	Kadın	48	,2562	0.17827	68	-1.500	0.138
	Erkek	22	,3213	0.14379			

*p < 0,05 fark anlamlı

Tablo 41 incelendiğinde başarı testi alt faktörlerinin karma çarpım alt faktöründe ($t=0.797; p=0.428 > 0.05$), öğrencilerin karma çarpım puan ortalamasının cinsiyete göre anlamlı bir fark göstermediği görülmektedir. Vektörel çarpım alt faktöründe ($t=-1.500; p=0.138 > 0.05$) de öğrencilerin vektörel çarpım puan ortalamalarının cinsiyet değişkenine göre anlamlı bir fark göstermediği sonucuna ulaştırmaktadır.

Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Bu alt problemde “İlköğretim matematik öğretmenliği ikinci Sınıf lisans öğrencilerinin analitik geometriye yönelik tutum ve öz yeterlilik ne düzeydedir?” sorusuna yanıt aranmaya çalışılmıştır. Bu bağlamda 2. Sınıf lisans öğrencilerinin analitik geometri tutum ve öz yeterlilik ölçeğine verdikleri cevapların puan ortalamaları ve standart sapma değerleri Tablo 42’de gösterilmiştir.

Tablo 42

Öğrencilerin analitik geometri tutum ve öz yeterlik ölçeğinden elde ettikleri puan ortalamaları ve standart sapma değerleri

	N	Minimum	Maksimum	$\bar{X}$	S.S.
Zorluk	70	1.00	4.00	3.2898	0.96162
özyeterlik	70	1.00	5.00	3.5333	1.31864
Başarı Gereksinimi	70	1.00	5.00	3.5714	1.24773
Genel	70	1.15	4.46	3.4110	1.09372

Matematik öğretmen adaylarının ölçeklerden aldıkları puanlara göre düzeylerini belirlemek için, ölçeğin aralık genişliği, “dizi genişliği/yapılacak grup sayısı” ($4/5 = .80$) formülünden yararlanılarak hesaplanmıştır (Tekin, 1993). Ölçeklerin aritmetik ortalama aralıkları; 1.00 - 1.79 ‘Çok düşük’, 1.80 - 2.59 ‘Düşük’, 2.60 - 3.39 ‘Orta’, 3.40 - 4.19 ‘Yüksek’, 4.20 - 5.00 ‘Çok yüksek’ olarak belirlenmiştir. Tablo 42 incelendiğinde ilköğretim matematik öğretmenliği 2. Sınıf lisans öğrencilerinin analitik geometri tutum ve öz-yeterlik ölçeği ile analitik geometriye yönelik görüşleri belirlenmek istenmiş genel olarak analitik geometriye yönelik görüşlerinin puan ortalamaları incelendiğinde yüksek düzeyde olduğu anlaşılmıştır ($\bar{X}_{\text{genel}} = 3.4110$). ayrıca öğrencilerin görüşlerinin puan ortalamaları analitik geometri tutum ve öz- yeterlik ölçeğinin alt boyutları açısından ayrı ayrı incelendiğinde analitik geometriye yönelik öz – yeterlik ve başarı gerekliliğinin yüksek olduğu ($\bar{X}_{\text{özyeterlik}} = 3.5333$; $\bar{X}_{\text{başarı gerekliliği}} = 3.5714$) zorluk alt boyutunun orta düzeyde ($\bar{X}_{\text{zorluk}} = 3.2898$) olduğu görülmüştür. Ayrıca elde edilen verilere göre başarı gereksinimi alt boyutunun daha yüksek olduğu içlerinden en düşüğünün ise zorluk alt boyutu olduğu görülmüştür. Tutumlarının ve geometri öz-yeterliklerinin yüksek olması onların gelecekte öğretmen olduklarında geometri öğretirken kendilerine güvenlerinin de yüksek olabileceğini akla getirebilir.

Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Araştırmanın 5. Alt probleminde “İlköğretim matematik öğretmenliği ikinci Sınıf lisans öğrencilerinin analitik geometriye yönelik tutum ve öz yeterlilik ile cinsiyetleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark var mıdır?” sorusuna yanıt aranmaya çalışılmıştır.

Analitik geometri tutum ve öz-yeterlik ölçeğinin genel ortalaması ile alt boyutlarının normal dağılım gösterip göstermediği Skewness -Kurtosis analizi sonuçlarına göre belirlenmiş olup öğrencilerin ortalama zorluk boyutunun normal dağılıma uymadığı ($\chi^2.K = -1.040$; $-1 <$

$\bar{C}.K < +1$) görülürken ölçeğin genel puan ortalamasının ve diğer alt boyutları olan başarı gerekliliği ve öz-yeterlik puan ortalamalarının normal dağılıma uyduğu anlaşılmıştır. Normallik testlerinin uygulanması amacıyla normal dağılım göstermeyen zorluk alt boyutu log10 dönüşümü yardımı ile normal dağılıma çevrilmiştir. Normal dağılıma dönüştürüldükten öğrencilerinin analitik geometriye yönelik tutum ve öz yeterlilik ile cinsiyetleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığı bağımsız örneklem t testi kullanılarak analiz edilmiş olup analiz sonuçları tablo 43’de gösterilmiştir.

Tablo 43

Cinsiyete Göre Öğrencilerin Analitik geometri tutum ve öz yeterliklerine yönelik t-Testi Sonuçları

Cinsiyet	N	$\bar{X}$	S.S.	Sd	T	P
Kadın	48	3.4367	1.11468	68	0.289	0.774
Erkek	22	3.3549	1.06996			

*p < 0.05 fark anlamlı

Tablo 43 İncelendiğinde yapılan t- testi sonucuna göre öğrencilerin analitik geometriye yönelik görüşlerinin cinsiyet değişkenine göre anlamlı farklılık göstermediği bulgusuna ulaşılmıştır ($t=0.289; p=0.774 > 0.05$), ($\bar{X}_{kız}=3.4367$; $\bar{X}_{erkek}=3.3549$). Ayrıca öğrencilerin analitik geometri tutum ve öz yeterlik ölçeğinin alt faktörlerine ait görüşlerinin cinsiyete göre anlamlı bir farklılık gösterip göstermediği incelenmiş ve elde edilen veriler tablo 44’te gösterilmiştir.

Tablo 44

Cinsiyete göre öğrencilerin Analitik geometri tutum ve öz yeterlik alt faktörlerine ait t testi sonuçları

	Cinsiyet	N	$\bar{X}$	S.S	Sd	T	P
Zorluk	Kadın	48	0.1707	0.21963	68	0.255	0.799
	Erkek	22	0.1850	0.21282			
Özyeterlik	Kadın	48	3.5694	1.32302	68	0.336	0.738
	Erkek	22	3.4545	1.33649			
Başarı	Kadın	48	3.6250	1.27834	68	0.528	0.599
	Erkek	22	3.4545	1,19874			

*p < 0.05 fark anlamlı

Tablo 44 incelendiğinde analitik geometri tutum ve öz- yeterlik ölçeğinin zorluk alt boyutunda ($t=0.255$; $p=0.799 > 0.05$) , öğrenci görüşlerinin cinsiyete göre anlamlı fark göstermediği görülmüştür. Benzer şekilde öz-yeterlik alt boyutu ($t=0.336$; $p=0.738 > 0.05$) ve başarı gerekliliği alt boyutunda da ($t=0.528$; $p=0.599 > 0.05$), öğrenci görüşlerinin cinsiyet değişkenine göre anlamlı fark göstermediği sonucuna ulaştırmaktadır.

Altıncı Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Araştırmanın 6. Alt probleminde “İlköğretim matematik öğretmenliği ikinci Sınıf lisans öğrencilerinin karma ve vektörel çarpım konusunu öğrenme düzeyi ile analitik geometriye yönelik tutum ve öz yeterlilik arasında anlamlı bir ilişki var mıdır? “sorusuna yanıt aranmak istenmiş bu doğrultuda lisans öğrencilerin görüşleri ile başarı testi puanları arasında önemli bir ilişki olup olmadığı Pearson Korelasyon Katsayısı ile belirlenmiş olup sonuçlar tablo 45’te gösterilmiştir.

Tablo 45

Öğrencilerinin Karma Ve Vektörel Çarpım Konusunu Öğrenme Düzeyi İle Analitik Geometriye Yönelik Tutum Ve Öz Yeterlilik Düzeyleri Arasındaki Pearson Korelasyon Katsayısı Değerleri

		Karma Ve Vektörel Çarpım Konusuna Yönelik Bilgi Düzeyi	Analitik Geometri Tutum Ve Öz Yeterlilik Düzeyi
Karma Ve Vektörel Çarpım Konusuna Yönelik Bilgi Düzeyi	Pearson Korelasyon	1	0.756**
	P		0.000
	N	70	70
Analitik Geometri Tutum Ve Öz Yeterlilik Düzeyi	Pearson Korelasyon	0.756**	1
	P	0.000	
	N	70	70

Tablo 45 incelendiğinde, öğrencilerin Karma Ve Vektörel Çarpım Konusunu Öğrenme Düzeyi ile Analitik Geometriye Yönelik Tutum Ve Öz Yeterlilik Düzeyleri Arasında yüksek düzeyde , pozitif ve anlamlı bir ilişkinin olduğu görülmektedir($r=0.756; p=0.00<0.05$).

BÖLÜM V

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

5.1. Tartışma ve Sonuç

Bu araştırmanın amacı ilköğretim matematik öğretmenliği lisans öğrencilerinin karma ve vektörel çarpım konularında var olan bilgi düzeyleri ile analitik geometriye yönelik tutum ve öz yeterliliklerinin belirlenmesi ve çeşitli değişkenler açısından incelenmesi aynı zamanda karma ve vektörel çarpım konularındaki bilgi düzeyleri ile analitik geometriye yönelik tutum ve öz yeterlilikleri arasındaki ilişkinin incelenmesi amaçlanmaktadır.

Analitik geometri dersinin içeriğinde yer alan, hem lineer cebir hem de analitiğin diğer konularıyla bağlantılı olan karma ve vektörel çarpım konusuna yönelik İlköğretim matematik öğretmenliği lisans öğrencilerinin bilgi düzeyleri incelenmiştir. Karma ve vektörel çarpım başarı testi, karma çarpım ve vektörel çarpım şeklinde iki alt boyut olarak incelenmiştir. Araştırmanın birinci alt probleminde lisans öğrencilerinin vektörel çarpım konusunu öğrenme düzeyi incelenmiş ve araştırma sonuçlarına göre lisans öğrencilerinin elde ettikleri puan ortalaması değerlendirildiğinde uygulamaya katılım gösteren öğretmen adaylarının vektörel çarpım konusunda başarılı oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Benzer şekilde araştırmanın ikinci alt probleminde karma çarpım konusunda öğretmenlerin öğrenme düzeyleri incelenmiş ve araştırmanın bulgularına göre lisans öğrencilerinin elde ettikleri puan ortalaması değerlendirildiğinde uygulamaya katılım gösteren öğretmen adaylarının karma çarpım konusunda başarılı oldukları sonucuna ulaşılmıştır.

Başarı testinden elde edilen veriler incelendiğinde iki vektörün iç çarpım ve vektörel çarpımın normu ile ilgili bağıntıları kuramayan öğrencilerden biri iki vektörün vektörel çarpımın normu ile bu vektörlerin normları çarpımının eşit olduğu gibi yanlış bir bilgiye sahiptir. Bir öğrencinin ise vektörel çarpımın normunun bu iki vektör üzerine kurulan paralel yüzünün alanının yarısına eşit olduğunu kabul etmiştir. Öğrencilerin bazıları lineer cebir dersinde karşılaşmış oldukları determinant hesaplamalarında işlemsel düzeyde hatalar yaptıkları bu nedenle yanlış sonuçlara ulaştıkları görülmüştür. Araştırma sorularının birinde iki vektörün toplamının normu ve farkının normu özdeşliklerinden yararlanarak bu iki vektöre dik olan vektörün normunun hesaplanması istenmiş öğrencilerin yarısının bu bağıntıyı doğru hatırladıkları ve doğru sonuca ulaştıkları görülmüş ancak bu soruya dair herhangi bir açıklama yapmayarak soruyu boş bırakan öğrencilerde örneklemde büyük bir paya sahiptir. Öğrenciler genelde vektörel çarpım ile ilgili sorularda kavramsal bilgileri

hatırladıkları ama daha çok işlemsel boyutta hatalar yaptıkları tespit edilmiştir. Vektörel işlemler, izdüşüm vektörü, determinant ve özellikleri vs. gibi ön bilgilere sahip oldukları bu bilgilerini ise yeteri kadar soru çözümlerine doğru yansıttıkları görülmüştür. Verilen bir vektöre paralel aynı anda verilen diğer vektörlerde dik olmasının ne anlama geldiğinin farkında oldukları soru çözümlerinden anlaşılmaktadır. Ancak öğrencilerin büyük çoğunluğu birden fazla cevabı olabilecek sorularda yalnız bir yanıt verdikleri birden fazla yanıt olabileceğine dikkat etmemişlerdir ya da olmayacağını düşünmüşlerdir. Genelde soru çözümleri incelendiğinde doğru adımlar kullandıkları ancak işlem hatası yaptıkları dikkatlerden kaçmamıştır. Vektörel çarpımı istenilen iki vektörden birinin diğer vektöre bağlı olarak bulunabileceğine yönelik sorularda başarı testinde yer almıştır. Öğrencilerin bu sorulara verdikleri yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin matematiksel hatalar yaptıkları görülmüştür. Öğrencilerin hem lineer cebir dersinde hem de analitik geometri dersinde daha önceden karşılaşmış oldukları ortogonal taban kavramına yer verilmiş ve bu bilgiden yararlanarak soruyu doğru yanıtlayan öğrenciler ve kısmen doğru yanıtlayan öğrenci sayısının yakın olduğu analizler sonucunda ulaşılmıştır. Başarı testinde vektörel çarpımın kritik özelliklerini ele alan sorulara da yer verilmiş öğrencilerin pek çoğu bu özellikler hakkında doğru bilgiye sahip oldukları hem gerekli açıklamalar yapmalarından hem de işlem içerikli sorularda da sık sık özellikleri kullanmalarından tespit edilmiştir. Özellikleri kullanırken aynı zamanda determinant özelliklerinden de sık sık yararlanmıştır. Vektörlerin paralel olması veya dik olması durumunda ne gibi çıkarımlar yapılabileceği hakkında bilgi sahibi olan öğrenciler olduğu gibi iki vektörün vektörel çarpımının bir reel sayıya karşılık geldiği yanılgısına sahip öğrencilerle de karşılaşmıştır. Vektörel çarpım fonksiyonunun tanım ve değer kümelerini yazmaları istendiğinde çoğunluk boş ve doğru yanıtlayan şekilde ayrılmıştır. Yani öğrencilerin büyük bir kısmı ya tam doğru sonuca ulaşmış ya da boş bırakmışlardır. Bir öğrencinin vektörel çarpımın tanım ve değer kümesini doğru belirledikleri ancak vektörel çarpımın iç çarpıma eşit olduğu düşünerek fonksiyon olarak ifade ettikleri görülmüştür. Bir öğrenci ise vektörel çarpımı tanımlamadığı vektörel fonksiyonun tanımını yaptığı görülmüştür. Vektörel çarpımın sonucunun bir vektöre karşılık geldiği ancak iç çarpımın reel bir sayıya karşılık geldiğini düşünen öğrenciler olduğu gibi iç çarpım ve vektörel çarpımın neye karşılık geldiği konusunda eksik bilgiye sahip olan öğrencilerde tespit edilmiştir. Öğrencilerin doğrultman kosinüs kavramından yararlanarak bilinmeyenlerin belirlenmesi bu doğrultuda üç vektör üzerine kurulan paralel yüzünün hacminin analitik geometride neye karşılık geldiğinin farkında olan öğrencilerin çoğunluğu ya boş bırakmış ya da doğru yanıtladıkları görülmüştür.

Karma çarpım ve hacim hesaplarırken elementer satır ve sütun işlemlerini kullandıkları ve determinantın özelliklerini yeterince yararlandıkları öğrenci cevaplarından anlaşılmaktadır. Paralel kenarın alan bağıntısından yararlanarak paralel yüzünün hacminin değeri istenilen soruda öğrencilerin bu iki kavram ile ilgili yeterince bilgi sahibi oldukları veri analizleri sonucu ortaya koymaktadır ancak aradaki açının farkında olan ve bu üç vektörün paralel yüz oluşturmayacağını düşünen öğrenciler örnekleme çok az bir orana sahiptir. Bazı öğrencilerin ise karma ve vektörel çarpım sorularında açının 90 derece olup olmadığına çok fazla dikkat etmeden soruyu çözmeye çalıştıkları görülmüştür. Bu durum göstermektedir ki bazen bireyler soruyu anlamadan direkt verilen sayılarla işlem yapmaya çalışmakta en başta dikkat etmesi gerektiği durumu işlem sırasında farkına varabilmektedir. Öğretmen adaylarının karma çarpımı ile ilgili temel özelliklere yeterince sahip oldukları tespit edilmiştir. Öğrencilerin soruları çözerken kullanmış oldukları işlemler, özellikler ve açıklamalar bizi bu sonuca ulaştırmaktadır. Üç vektörün hacim belirtmesi için bu üç vektörün en az ikisi paralel olması gerektiği gibi yanlış bir bilginin neden yanlış olduğunu vektörlerden yararlanarak ispatlayan öğrenci cevaplarının olduğu tespit edilmiştir. İki öğrenci ise üç vektörün hacim belirtebilmesi için üç vektöründe birbirlerine dik olması gerektiği gibi eksik bir bilgiye sahiptir. Başarı testinde bir soruda üç vektörün aynı düzemde yer alması durumunda hacim belirtemeyeceği ve determinant değerinin sıfıra eşit olması gerektiği bilgisine sahiptir. Öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu R^3 'te verilen üç vektörün rankının 3'ten küçük olması durumunda hacim belirtmeyeceği bilgisine sahiptir. Bu da göstermektedir ki rank ile hacim arasında ilişkinin farkındadırlar. Karma çarpım fonksiyonunun tanım ve değer kümelerini yazarak fonksiyon olarak gösteren öğrenciler araştırmada önemli bir orana sahiptir ancak 20 öğrencinin karma çarpımın tanım ve değer kümesini belirlemediği ve fonksiyon olarak ifade edemedikleri tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının biri karma çarpımı fonksiyon olarak ifade etmediği karma fonksiyonu tanımladığı görülmüştür bu durumun oluşmasında öğretmen adayının soruyu yanlış anlamış olabileceği akla gelmektedir. Bazı öğrencilerin ise tanım ve değer kümesini yazdıkları ancak fonksiyon olarak ifade edemedikleri sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmada önemli bir soru olarak görülen bir soruda konum vektörlerinden yararlanarak elde edilen 3 vektörün oluşturduğu dörtyüzünün hacmi sorulmuş kısmen doğru yanıtlayan oranın daha yüksek olduğu analizler sonucu anlaşılmıştır. Öğrencilerin dört yüzünün hacminin paralel yüzünün hacminin 6'da 1'ine eşit olması gerektiği bilgisine yeterince sahip olmadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Doğru sonuca ulaşan öğrenciler görsellerden yararlanarak açıklamada bulundukları da tespit edilmiştir. Sonuç olarak araştırmada yer alan öğretmen adaylarının

hem karma çarpım hem de vektörel çarpım konularında başarılıdır. Ancak öğrenci çözümleri incelendiğinde matematiksel işlem boyutunda hatalar yaptıkları, bazı kavram yanlışlarına sahip oldukları, notasyonlara çok dikkat etmeyerek direk işlem ve sonuç odaklı çözümler yaptıkları görülmüştür.

Literatür incelendiğinde karma ve vektörel çarpım konusunu ele alan herhangi bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Ancak karma ve vektörel çarpım dışında öğretmenlerin alan bilgilerini araştıran pek çok çalışma olduğu görülmüştür. Gökkurt ve Soylu, (2016b)'nın çalışmasında araştırmaya katılan öğretmenlerin koni kavramını tanımlamakta, yanal alanı, hacmi ve farklı yüzey açınımları konusunda alan bilgilerinin yetersiz ya da yanlış olduğu anlaşılmıştır. Araştırmacının yürütüldüğü grupta tanım yapmakta yetersiz olmaları bireylerin kavram yanlışlarına düşebileceğini gösterebilir. Özkaya ve Gedik, (2012) türev kavramını ele aldığı çalışmada bir kısım matematik öğretmen adayının konuya yönelik yeterli düzeyde bir alan bilgisine sahip olmadıkları sonucuna ulaşmışlardır. Habanifar, (2014) matematik öğretmenleri ile yapmış olduğu çalışmada lise matematik öğretmenlerinin köklü sayılar konusunda yeterli bir alan eğitimi bilgisine sahip olmadıkları, köklü sayılardaki tarihsel bilgilerinin kısmen yeterli olduğu, köklü sayılarla ilgili bilgilerinin ölçülmeye çalışıldığı başarı testinde yeteri kadar başarı sergilemedikleri ve bu konu ile ilgili bilgilerinin belli kaynaklarla sınırlı kaldıkları artı bir bilgiye sahip olmadıkları anlaşılmıştır. Akyıldız (2013) ilköğretim matematik öğretmenliği lisans öğrencilerinin lineer cebir kavramlarını öğrenme başarılarının düşük olduğu görülmüştür. Yazıcı ve Kültür (2017) öğretim için matematiksel bilgi modeli bağlamında ele aldığı araştırmada; matematik öğretmenlerinin kümelerde temel kavramlar ile ilgili alan bilgilerinin eksik olduğu ve bu konu hakkında ayrıntılı bir bilgiye sahip olmadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Gökkurt (2014) ortaokul matematik öğretmenleri ile yapmış olduğu çalışmada öğretmenlerin pek çoğu geometrik cisimlerin farklı yüzey açınımlarını çizmedikleri ve çizerken sıkıntılar yaşadıkları, geometrik cisimlerden olan koni ve kürede alan bilgisi açısından eksik bilgiye sahip oldukları görülürken aynı zamanda araştırmaya katılan matematik öğretmenlerinin geometrik cisimleri tanımlama ve var olan temel elemanlarını belirlemede yeteri kadar başarılı olamadıkları görülmüştür. Güler (2014) öğretmen adayları ile yapmış olduğu araştırmasında öğretmen adaylarının cebirin temel kavramlarından bir tanesi olan eşitlik aksiyomlarında eksiklerinin olduğu, başarı testinde yer alan muhakeme ve ispat içerikli sorularda başarısız oldukları, fonksiyon kavramını ele alan sorularda yanlışlar yaptıkları görülmekte dolayısıyla araştırmacının sonuçları matematik öğretmenlerinin cebir bilgisi açısından eksiklerinin olduğu sonucuna ulaştırmaktadır. Ak-Beyatlı, (2019) iki matematik

öğretmeni ile gerçekleştirmiş olduğu çalışmasında öğretmenlerin daha çok tam sayılarda toplama ve çıkarma işleminin ne anlama geldiği, bu matematiksel işlemlerin sayı doğrusunda modellenmesinde sorunlar yaşadıkları ayrıca modellerken sayının kendi işareti ile işlemin işaretini birbirinden ayırt edemedikleri ve zorlandıkları görülmüştür. Taşpınar (2019) sınıf öğretmenlerinin prizma, piramit, silindir ve koniye yönelik konu alan bilgilerini incelemiş ve araştırmanın sonuçlarına göre öğretmenlerin bu cisimleri tanımlama, tanımlara uygun örnekler belirlemede sorunlar yaşadıkları tespit edilmiştir. Araştırmanın sonuçları da göstermektedir ki araştırmaya dahil olan sınıf öğretmenlerinin geometrik cisimler konusunda zayıf bir alan bilgisine sahip oldukları gibi aynı zamanda kavram yanlışlarına düşmüşlerdir. Konyalıoğlu, Tortumlu, Kaplan, Işık ve Hızarcı (2011) araştırmasında matematik öğretmen adaylarının integral konusunda kavramsal anlama boyutunda güçlük yaşadıklarını tespit etmiştir. Gökkurt, Koçak ve Soylu (2017) ilköğretim matematik öğretmen adaylarından silindir çizimleri istendiğinde öğretmenlerin daha çok sürekli karşı karşıya kaldıkları dik dairesel silindiri çizdikleri ve bunun özellikleri üzerine odaklandıkları görülmüştür. Çalışmada görüldüğü üzere silindir denildiği zaman öğretmen adaylarının aklında direkt dik silindir canlanmakta dolayısıyla araştırmanın sonuçları da göstermektedir ki matematik öğretmenlerinin silindir ile ilgili yetersiz bir bilgiye sahip oldukları anlaşılmıştır.

Karma ve vektörel çarpım başarı testinde öğretmenlerden karma ve vektörel çarpımın tanım ve değer kümelerini belirlemelerini ve fonksiyon olarak göstermeleri istenmiştir. Genelde tanım ve değer kümesini doğru belirledikleri görülürken fonksiyon olarak ifade etmeleri istendiğinde ise yarısından fazlasının doğru ifade ettiği yalnızca bir öğrencinin soruyu yanlış cevapladığı görülmüştür. Matematik derslerinin içeriğinde yer alan ve aynı zamanda büyük öneme sahip olan matematiksel terimler veya kavramların iyi anlaşılmasında tanımların bir araç rolü üstlendiği bilinmektedir (Edwards ve Ward, 2008). Bir matematiksel kavramın tanımını hatalı, eksik veya yanlış bir şekilde ifade edilmesi o kavram ile ilgili yanlış bir alan bilgisine ya da sınırlı bir alan bilgisinin oluşmasına dolayısıyla istenmeyen öğrenmelere sebebiyet verebilmektedir. Baki ve Çekmez (2012) konu alan bilgisi açısından yeterli bir bilgiye sahip olamayan matematik öğretmenleri çoğunlukla kavramları eksik tanımladıkları, matematiksel tanımları anlamak yerine daha çok tanımın içeriğinde yer alan bileşenler ile terimlerin ne anlam ifade ettiğinin farkında olmadan ezberledikleri görülmüştür. Şen (2019), sınıf öğretmenlerinin dörtgenler konusundaki pedagojik alan bilgilerini incelediği araştırmasında araştırmaya katılan öğretmenlerin dörtgenler kavramına yönelik yapmış oldukları tanımları incelendiğinde kare ve dikdörtgenin tanımını çok rahat ve

bir şekilde belirttikleri ancak farklı bir tanımlama yapmaları istendiğinde ise kare ve dikdörtgenin belirgin ve diğerlerinden ayırt edecek kritik özelliklerini içeren tanımlamalar yapamadıkları görülmüştür. Benzer şekilde aynı çalışmada sınıf öğretmenlerinin eşkenar dörtgen ve paralel kenar içinde standart tanımlar yapıldığı ancak farklı tanımlar yapmak konusunda sıkıntılar yaşadıkları görülmüştür. Yıldızlı ve Sarı (2016), sınıf öğretmenlerinin geometrik cisimlere ilişkin alan bilgilerini inceledikleri çalışmalarında tüm öğretmenlerin tanımları istenilen geometrik şekilleri yeteri kadar tanımlayamadıkları görülürken bazılarının ise yanlış tanımlamalar yaptıkları anlaşılmıştır. Bozkurt ve Koç (2012), ilköğretim matematik öğretmenliği programında okuyan birinci sınıf öğrencilerinin yarısından fazlasının prizma kavramını yazılı olarak tanımlayamadıkları ve tanımlarken zorlandıklarını aynı zamanda prizmanın tanımını yapmaya çalışan öğrencilerin yanıtları incelendiğinde matematiksel dili kullanmakta yetersiz oldukları tespit edilmiştir. Çakmak, Konyalıoğlu ve Işık (2014), araştırmasında ilköğretim matematik öğretmen adaylarının üç boyutlu cisimlerinin tanımlarken matematiksel tanımdan ziyade daha çok genel tanımlar yaptıkları ayrıca geometrik cisimlerin özelliklerini tanıma konusunda ise görsel nedenli açıklamalar yaptıkları görülmüştür. Araştırmadan çıkarılabilecek genel sonuç öğretmenlerin üç boyutlu cisimleri tanımlama ve tanıma konusunda sıkıntı yaşamışlardır. Gökkurt ve Soylu (2016a), ortaokul matematik öğretmenleri ile yürüttüğü araştırmasında genelde matematik öğretmenlerinin prizma kavramını tanımlamada, temel elemanlarını tespit etmede, küpün yüzey açınımlarının farkında olup tanımlayabilmesi konularında sıkıntıların olduğu anlaşılmıştır.

Karma ve vektörel çarpım başarı testinde yer alan sorularda aynı zamanda bu kavramlarla ilgili temel özellikleri yeterince hakim olup olmadığı da ölçülmek istenmiştir. Başarı testinde yer alan sorulara verilen öğrenci cevapları incelendiğinde lisans öğrencilerinin kritik özellikleri soru çözümlerinde sık sık kullandıkları ve sonuca ulaştıracak temel özellikleri yerinde ve doğru bir şekilde kullandıkları görülmüştür. Ancak literatür incelendiğinde Yıldızlı ve Sarı (2016) araştırmasında küp, üçgen prizma, kare prizma, dikdörtgen prizma, silindir ve koni gibi ilköğretim matematik öğretim programında yer alan geometrik cisimlere yönelik sınıf öğretmenlerinin bilgi düzeylerini incelemiş ve araştırma sonuçlarına göre; öğretmenlerin çoğunun koni ve silindir dışındaki cisimlerin özelliklerini ayırt edebildikleri, sınıf öğretmenlerinin geometrik cisimlere ilişkin çizimlerinin yeterli görülmediği, özellikleri tanımlama ve verilen şekilleri tanıma konusunda eksik bir alan bilgisine sahip oldukları görülmüştür. Duatepe-Paksu (2018), sınıf öğretmenliği okuyan lisan öğrencilerinin çokgenler konusunda kritik özelliklerine yönelik sahip oldukları alan

bilgilerini incelediği çalışmada öğretmen adaylarının hemen hemen hepsi üçgen hariç dış bükey çokgenleri çokgen olarak kabul ettiklerini ancak iç bükey çokgenler konusunda sıkıntı yaşadıkları görülmüştür araştırmadan elde edilen başka bir bulguya göre öğretmenlerin çoğu, verilen bir şeklin çokgen olması için en az üç kenara sahip olması ayrıca kapalı olmaları gerektiği bilmedikleri anlaşılmıştır. Bazı öğretmenlerin ise kenar olarak kabul ettikleri çizimlerin doğru olup olmamasına takılmadıkları bu önemli şartı dikkate almadıkları anlaşılmıştır. Duran ve Kaplan (2016) lise matematik öğretmenleri ile gerçekleştirmiş olduğu çalışmada öğretmenlerden türevin tanımını yapmaları istendiğinde öğretmenlerin gerekli fakat yetersiz bir açıklama yaptıkları konunun içeriğinde yer alan anlık değişim hızı, değişim hızı ve değişim oranı kavramlarına yönelik örnekler vermeleri istendiğinde daha çok prototip örneklerden yararlandıkları farklı örnekler veremedikleri belirlenmiştir.

Karma ve vektörel çarpım başarı testinde yer alan sorulara verilen öğrenci cevapları incelendiğinde; öğrencilerin işlemsel düzeyde hatalar yaptıkları, soruyu anlamadan direkt çözüm yapmaya odaklandıkları ve matematiksel dilin kullanılmasında büyük eksikleri oldukları anlaşılmıştır. Karma ve vektörel çarpım başarı testinde yer alan sorular incelendiğinde dikkat çeken önemli bir nokta ise öğretmen adaylarının sorulara verdikleri yanıtlarda üniversite eğitimi öncesindeki öğrenimleri sırasındaki bazı alışkanlıkları halen devam ettiği, sorunun çözümünü ayrıntılı ve açıklayıcı bir şekilde yanıtlamak yerine direkt cevabı yazdıkları, matematiksel algoritma ve matematiksel sembol ve gösterimlerin dikkate alınmadığı ve özen gösterilmediği çözümlere rastlanmıştır. Bu durum sorulara yanlış ve eksik cevap vermelerine neden olmuştur. Bu araştırmanın sonuçlarıyla paralel olarak Işık ve Kaya (2017) temel matematik 1 dersinde geçen bazı kavramları matematiksel olarak yeteri kadar tanımlayamadıkları, gerekli gösterimleri ve sembolleri hatalı kullandıkları ve sıkıntı yaşadıkları dolayısıyla yeterli bir alan bilginse sahip olmadıkları görülmüştür. Ayrıca çalışmada yer alan soruları yeterince detaylı cevaplayamadıkları ve sonuç odaklı çözümler yaptıkları görülürken çözümlerinde genelde matematiksel işlem ve sembolleri kullanmadıkları anlaşılmıştır. Işık ve Kaya katılımcıları sınıf öğretmenlerinden seçildiği ve temel matematik 1 dersinin içeriğinde yer alan bazı matematiksel kavramların yer aldığı problemleri çözen öğrencilerin bir kısmı verilen problemi anlayamadığı bu nedenle de gerek matematiksel işlemi gerekse matematiksel gösterimleri dikkate almadıkları anlaşılmıştır Işık ve Kaya sınıf öğretmenlerinin katılımcı gurubu oluşturduğu araştırmasında temel matematik dersinin içeriğinde yer alan temel kavramların yer aldığı soruları çözerken matematiksel sembol ve gösterimlerde hatalar yaptıkları bu nedenle soruları hatalı ve eksik cevapladıkları görülmüştür. Altun ve Arslan'nın (2006) belirttiği gibi matematiksel bir problemle karşılaşan

öğrenciler, problemi anlamak yerine direkt sorunun içeriğinde yer alan sayılarla işlem yapma eğiliminde olup sonuca ulaşmaya çalışmaktadırlar. Halbuki problemi çözme basamaklarından biri olan problemi anlama problemin çözümüne ulaşılması için önemli görülmektedir (Polya, 1997). Cilavdaroğlu (2012), ilköğretim matematik öğretmenliği okuyan birinci sınıf lisans öğrencilerinin bazı iki boyutlu geometrik kavramların tanımlarını yaparken kullandıkları terimlere dikkat etmedikleri, matematiksel dili kullanımında eksikleri olduğu ve hatalar yaptıkları görülmüş ayrıca kısmen doğru ya da yanlış kategorisinde yer alan tanımlarda alan bilgisi açısından eksik oldukları tespit edilmiştir. Kartalı ve Çınar (2017), ilköğretim matematik öğretmenlerinin çokgenlere dair bilgilerini araştırdığı çalışmada; matematiksel tanımları içeren sorularda öğretmenlerin daha başarılı oldukları ancak doğru cevaba ulaşan öğretmen adaylarının sorulara vermiş oldukları yanıtlar incelendiğinde ise gerekli matematiksel açıklamalarda bulunmadıkları görülmüştür. Soylu ve Aydın (2006) kavramsal ve işlemsel öğrenmenin ele alındığı araştırmada, matematik öğretiminin kavrama düzeyinde sonuçlanması için bu iki kavramın belli bir dengede olması gerekmekte ancak araştırmanın sonuçları incelendiğinde öğrencilerin işlemsel bilgi içeren sorulardaki başarısının kavramsal bilgi içeren sorulara oranla çok daha yüksek olduğu görülmüştür. Matematik öğretimi gerçekleştirirken hem kavramsal öğrenmeye hem de işlemsel öğrenmeye ağırlık verilmeli bunlar arasındaki bağları kurmaları sağlanmalıdır. Soylu ve Aydın (2006) kavramsal ve işlemsel öğrenmenin ele alındığı araştırmada öğrencilerin verilen problemlerde eksik olan bilgilere dikkat etmedikleri problemler üzerine kafa yormadan direkt sorularda verilen sayısal verileri kullanarak aritmetik işlemler yapmaya çalıştıkları tespit edilmiştir. Bekdemir (2012) çalışmasında kavram ve işlem bilgisini ele almakta ve öğrencilerin işlem bilgisi ile ilgili başarı düzeylerinin kavramsal bilgiye oranla daha fazla olduğunu belirtmiştir. Çıkrıkçı (2015) yaptığı araştırmasında; ortaokul matematik öğretmen adaylarının cebir öğrenme alanı ile ilgili verilen matematiksel işlemlerde ve problemlerde genel olarak doğru sonuca ulaştıkları ve doğru işlemler yaptıkları görülürken çok azda olsa cevaplayamadıkları sorul olduğu görülmüştür. Gürel (2016) Ortaokul matematik öğretmenlerinin merkezi eğilim ve yayılım ölçüleri ile ilgili sahip oldukları bilgilerinin genelde işlemsel düzeyde olduğunu ve bu bilgilerinin belli kurallarla sınırlı kaldığını tespit etmiş ayrıca öğretmenlerin merkezi eğilim ve yayılım ölçülerine yönelik belli kavramları eksik ya da hatalı tanımladıkları görülmüştür.

Karma ve vektörel çarpım başarı testinden elde edilen sonuçlara göre lisans öğrencilerinin sadece öğretimden sorumlu oldukları matematik içerik bilgisine sahip olmadıkları aynı zamanda bu konu ile diğer kavramlar arasındaki ilişkinin farkında oldukları, diğer matematiksel kavramlar ve bağıntılar arasında da ilişkinin farkında oldukları ve bunları soru çözümlerinde yansıttıkları anlaşılmıştır. Konuya yönelik ön organize edicilerinin ve gerekli temel bilgilerinde eksik olan bireylerin ispatı gerçekleştirme sürecini etkilemektedir (Polat ve Akgün, 2016). Görüldüğü gibi öğretmenlerin, öğretmen adaylarının ve öğrencilerin önceki bilgilerinin ve sahip oldukları kavramsal bilgilerinin yeterliliği ve bunları gerektiği şekilde kullanabilirliği bireylerin ispat yapma sürecini etkilemektedir. Yeşilyurt-Çetin (2017) matematik öğretmen adaylarıyla yürüttüğü çalışmada; öğretmenlere yöneltilen anahtar fikirlerin ispatın sezgisel olarak anlaşılabilirliğini sağladığı, ispat hakkında olumlu yönde bir tutum kazandırdığı, ispata başlamalarını ve bitirmelerinde kolaylık sağladığı, ispat esnasında gerekli cebirsel ve matematiksel işlemlerin istenilen şekilde yapılmasını kolaylaştırdığı görülmüştür.

Karma ve vektörel çarpım başarı testinde kavram yanlışlığına sahip olan öğretmen adayları olduğu görülmüştür. Bu kavram yanlışlıklarının belirlenmesi, eğitim gördükleri süre zarfında tespit edilmesi daha sonra istenmeyen ve gerçekleşmesi umulmayan durumların yaşanılmasının önüne geçeceği düşünülmektedir. Çünkü kavram yanlışlığına sahip olacak öğretmen adaylarının yetiştireceği öğrencilerinde kavram yanlışlığına sahip olabileceği unutulmamalıdır. Gürel (2016), çalışmada öğretmenlerin eksik ya da sınırlı alan bilgileri öğrencilerin merkezi eğilim ve yayılım ölçülerine yönelik sahip oldukları hatalarını ve kavram yanlışlıklarını ayrıntılı incelemelerini güçleştirdiğini belirtmiştir. Özerdem (2007), lisans düzeyinde eğitim gören öğretmenlerin analitik geometri dersinde yaşadıkları kavram yanlışlıklarını tespit etmek ve bunların sebeplerini belirleyerek çözümler geliştirmeyi amaç ettiği çalışmada; araştırmaya dahil edilen öğretmenlerin bu derse yönelik çeşitli kavram yanlışlıklarının olduğu görülmüştür. Erskin (2010), araştırmasında elde edilen sonuca göre öğrencilerin amaçlanan konuya yönelik başarılarının istenilen düzeyde olmasında öğretici rolde olan öğretmenlerin alan bilgilerinin büyük rol aldığını ifade etmiştir. Araştırmada da önemi üzerinde durulan alan bilgisine yeteri kadar sahip olamayan öğretmenler genellikle dersin merkezine kendilerini yerleştirmek ve öğrenci katılımının sınırlı olduğu bir öğrenme ortamına dönüştürmektedir (Arslan ve Kılcan, 2006). Bireylerde yeterli ve istendik yönde bir eğitimin verilmesi için ilköğretim kademesinden başlanarak hem işlemsel bilgi boyutunda hem de kavramsal öğrenmenin öne çıktığı bir eğitim ve öğretimin planlanması gerekmektedir. Akıncı ve Genç (2019), yaptığı çalışmada yeterli bir alan bilgisine sahip

öğretmen yetiştirmeyi amaç edinen ve donanımlı öğrencilerin yetişmesi için lisans matematik derslerinde yalnızca konu alan bilginin aktarılabilmesi gerektiği bunun dışında aynı zamanda öğretmenlerin genel gelişiminin sağlandığı, kavramsal ilişkilerin kurulduğu, dikkatli bir akıl yürütmenin önemli görüldüğü ortaya konulmuştur. Gürbüz, Erdem ve Gülburnu (2013), ele aldığı çalışmada; bir alanda yer alan temel kavram, sembol, gösterim bu ve buna benzer alanlarda yeteri kadar donanımlı ve bilgi sahibi olamayan öğretmenlerin verimli ve istendik yönde öğretimleri gerçekleştiremeyeceğini belirtmiştir. Bekdemir (2012) yaptığı çalışmada öğretmen adaylarının çember ve daire konularında işlem bilgisi ve özellikle kavram bilgisi açısından yetersiz ve eksikliklerinin olduğu görüldüğü bu durumun oluşmasının nedenlerinden birinin ise eğitim gördükleri fakültenin yeterli eğitimi sağlayamamış olması gösterilmiştir. Matematiğin önemli bir dalı olan analitik geometri öğrenciler tarafından soyut bir şekilde algılanıyor olması bu derse yönelik zor algısı kazanmalarına neden olabilir.

Araştırmanın üçüncü alt probleminde ilköğretim matematik öğretmenliği ikinci sınıf lisans öğrencilerinin vektörel ve karma çarpım konularını öğrenme düzeyleri ile cinsiyetleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığı araştırılmıştır. Araştırmanın bulguları incelendiğinde öğrencilerin karma ve vektörel çarpım başarı puanlarının cinsiyete göre anlamlı farklılık göstermediği sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca öğrencilerin başarı testinin alt faktörlerine ait ortalama puanlarının cinsiyete göre anlamlı farklılık göstermediği tespit edilmiştir. Yani öğrencilerin konu hakkındaki bilgileri kadın ya da erkek olmaları açısından fark yaratmamaktadır. Literatürde başarı ile cinsiyeti ele alan farklı çalışmalar olduğu görülmüştür. Örneğin Akyıldız (2013) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının lisans programında yer alan lineer cebir dersine yönelik becerilerinin öğretmenlerin cinsiyetlerine anlamlı bir fark yaratmadığı sonucuna ulaşmıştır.

Araştırmanın dördüncü alt probleminde ilköğretim matematik öğretmenliği ikinci Sınıf lisans öğrencilerinin analitik geometriye yönelik tutum ve öz yeterlilik ne düzeyde olduğu sorusuna yanıt aranmaya çalışılmıştır. ilköğretim matematik öğretmenliği 2. Sınıf lisans öğrencilerinin analitik geometri tutum ve öz-yeterlik ölçeği ile analitik geometriye yönelik görüşleri belirlenmek istenmiş genel olarak analitik geometriye yönelik görüşlerinin puan ortalamaları incelendiğinde yüksek düzeyde olduğu anlaşılmış ayrıca öğrencilerin görüşlerinin puan ortalamaları analitik geometri tutum ve öz- yeterlik ölçeğinin alt boyutları açısından ayrı ayrı incelendiğinde analitik geometriye yönelik öz-yeterlik ve başarı gerekliliğinin yüksek olduğu, zorluk alt boyutunun orta düzeyde olduğu görülmüştür. Araştırmadan elde edilen bulgulara göre öğretmen adaylarının başarı gereksiniminin diğer alt

boyutlara oranla daha yüksek olduğu zorluk alt boyutunun ise diğer alt boyutlara oranla daha düşük olduğu anlaşılmıştır. Tutumlarının ve geometri öz-yeterliklerinin yüksek olması onların gelecekte öğretmen olduklarında geometri öğretirken kendilerine güvenlerinin de yüksek olabileceğini akla getirebilir. Yavuz (2020), ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiğe yönelik tutumlarını incelemeye çalışan araştırmasında bu derse yönelik tutumu etkileyen bazı değişkenlerin; bu dersi öğretmeye kişinin hazır olmayı hissetmesi, kişinin iç motivasyonu, öğretmenlerin sahip oldukları pedagojik alan bilgileri, öğretmenin lisedeki genel not ortalaması, öğrencinin merkezde olduğu öğretim ve son olarak dış motivasyon değişkenleri görülürken farklı bir çalışmada Özerdem (2007), çalışmasında lisans öğrencilerinin analitik geometri dersine yönelik tutumlarını da incelemiş ve bu derse yönelik bakış açılarında lise ve üniversitedeki tutumları arasında olumlu bir ilişki olduğu sonucuna varmıştır. Çalışmanın sonuçları da göstermektedir ki yeterli ve iyi yetişmiş matematik öğretmenlerinin kazandırılması isteniyorsa diğer derslerde olduğu gibi analitik geometri dersine karşıda tutumlarının olumlu yönde gelişiminin sağlanması gerekmektedir. Demir (2011), ilköğretim matematik öğretmenliği lisans öğrencileri ile gerçekleştirmiş olduğu araştırmasında; matematik öğretimine yönelik öz yeterlik inançları ve tutumları araştırılmış ve araştırma doğrultusunda lisans düzeyinde eğitim gören öğretmenlerin matematik dersine olan öz yeterlik inançlarının yüksek düzeyde olduğu ayrıca matematiğe yönelik tutumlarının olumlu olduğu saptanmıştır.

Araştırmanın 5. Alt probleminde ilköğretim matematik öğretmenliği ikinci sınıf lisans öğrencilerinin analitik geometriye yönelik tutum ve öz yeterlilik ile cinsiyetleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığı belirlenmek istenmiştir. Araştırmanın bulguları incelendiğinde öğrencilerin analitik geometriye yönelik görüşlerinin cinsiyet değişkenine göre anlamlı farklılık göstermediği tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin analitik geometri tutum ve öz yeterlik ölçeğinin alt faktörlerine ait görüşlerinin cinsiyete göre anlamlı bir farklılık gösterip göstermediği incelenmiş ve elde edilen verilere göre analitik geometri tutum ve öz- yeterlik ölçeğinin zorluk alt boyutunda, öğrenci görüşlerinin cinsiyete göre anlamlı fark göstermediği görülmüştür. Benzer şekilde öz-yeterlik alt boyutu ve başarı gerekliliği alt boyutunda da öğrenci görüşlerinin cinsiyet değişkenine göre anlamlı fark göstermediği sonucuna ulaştırmaktadır. Pazarbaşı (2015), ilköğretim matematik öğretmenleri üzerinde gerçekleştirmiş olduğu çalışmasının sonuçlarına göre öğretmen adaylarının analitik geometri dersine yönelik tutumları öğretmenlerin cinsiyetleri arasında anlamlı bir fark görülmediği tespit edilmiştir. Araştırmanın bulguları destekler nitelikte Akyıldız (2013), ilköğretim matematik öğretmen adaylarının lisans programında yer alan

lineer cebir dersine yönelik tutumlarının ve becerilerinin öğretmenlerin cinsiyetlerine anlamlı bir fark yaratmadığı görülürken aynı zamanda lisans öğrencilerinin lineer cebir dersi ne yönelik olumsuz bir tutuma sahip oldukları anlaşılmıştır. Özkan (2010), araştırmasında cinsiyet değişkeninin geometriye yönelik özyeterlik inancına herhangi bir etkisi olmadığı tespit edilmiştir. Bostancı (2019), araştırmasında sekizinci sınıf öğrencilerinin geometriye yönelik öz yeterlik algılarını belirleyen ölçeğin alt boyutları olan “Olumlu öz-yeterlik inancı”, “Geometrik bilginin kullanılması” ve “Olumsuz öz-yeterlik inancı” ile cinsiyetleri arasında anlamlı bir fark yaratmadığı ancak ölçeğin genel puanları ile cinsiyet değişkeni arasında anlamlı bir fark olduğu yani erkelerin geometriye yönelik öz yeterlik algılarının araştırmada yer alan kız öğrencilere oranda daha yüksek olduğu lehine bir farklılık olduğu tespit edilmiştir.

Araştırmanın 6. Alt probleminde ilköğretim matematik öğretmenliği ikinci sınıf lisans öğrencilerinin karma ve vektörel çarpım konusunu öğrenme düzeyi ile analitik geometriye yönelik tutum ve öz yeterlilik arasında anlamlı bir ilişki olup olmadığı belirlenmek istenmiş ve araştırmanın bulgularına göre öğrencilerin karma ve vektörel çarpım konusunu öğrenme düzeyi ile analitik geometriye yönelik tutum ve öz yeterlilik düzeyleri arasında yüksek düzeyde, pozitif ve anlamlı bir ilişkinin olduğu tespit edilmiştir. Pazarbaşı (2015), ilköğretim matematik öğretmenleri üzerinde gerçekleştirmiş olduğu çalışmasının sonuçlarına göre öğretmen adaylarının analitik geometri dersine yönelik başarıları ile öğretmenlerin cinsiyetleri arasında anlamlı bir fark görülmediği tespit edilmiştir. Erdoğan, Baloğlu ve Kesici’ye (2011) göre matematik ve matematiğin önemli alt dallarından biri olan geometri alanlarında yeterince başarılı olan insanların matematik ve geometriye yönelik öz yeterlik algısının da yüksek olacağını ifade etmiştir. Özkan (2010), yaptığı çalışmasında cinsiyet ve anne-baba eğitim durumu gibi değişkenler kontrol altına alındığında öğrencilerin matematiğin önemli alt dallarından biri olan geometriye yönelik başarıları ile bu derse yönelik öz yeterlik inançları arasında anlamlı bir ilişkinin olduğu tespit edilmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin geometri başarıları arttıkça bu derse yönelik olumlu yönde bir öz yeterlik İnancı kazanmakta tam tersi yönde başarısızlık ile öz yeterlik inancı arasında da negatif yönde bir ilişki vardır.

5.2. Öneriler

- Matematiğin önemli bir dalı olan analitik geometri öğrenciler tarafından soyut bir şekilde algılanıyor olması bu derse yönelik zor algısı kazanmalarına neden olabilir. Bu durumun önceden tespit edilmesi gerekmektedir.
- Lisans eğitiminde matematik, geometri, analitik geometri vs. gibi sayısal içerikli alanlara yönelik derslerde lisans öğrencilerinin tutum ve öz yeterlikleri önceden tespit edilmeli ve var ise analitik geometri dersine karşı olumsuz tutumun ortadan kaldırılması gerekmektedir. Çünkü olumsuz bir tutum ve yetersiz bir öz yeterliliğe sahip olan öğretmen adaylarının derslerde verimli olması ve yeterli bir alan bilgisi kazanmalarını engileyebilir.
- Karma ve vektörel çarpım konuları anlatımında farklı soru tipleri üzerinde durulmalıdır.
- Öğrencilerin yalnızca işlem odaklı soru çözümlerinin yer aldığı dersler planlanmamalı aynı zamanda dersi anlatan hocaların matematiksel dili ve matematiksel sembolleri yerinde ve doğru kullanarak ders anlatımları gerçekleştirmelidir.
- Karma çarpımın tanım ve değer kümesi ile vektörel çarpımın tanım kümeleri üzerinde sınıf içinde tartışma ortamı oluşturulabilir. Bu şekilde öğrencilerin kavramsal öğrenmeleri için ortam yaratılmış olur.
- Bu araştırmada lisans öğrencilerinin karma ve vektörel çarpım konusundaki alan bilgileri ölçülmüş bundan sonraki çalışmalarda bu konuda yaşadıkları kavram yanılgıları incelenebilir.
- Öğretmenlerin ve lisans öğrencilerinin analitik geometriye yönelik tutumlarını ve öz yeterliklerini inceleyen çok az çalışma olduğu tespit edilmiş bunların sayısı artırılabilir. Çünkü analitik geometri matematiğin önemli bir alt dalıdır ve lineer cebir gibi diğer derslerle ilişkisi göz ardı edilemez.
- Karma ve vektörel çarpım konusunun içeriğinde lineer cebir dersinde karşılaşmış oldukları determinant ve özellikleri, vektörlerde işlemler, vektörlerin normu, iki vektör arasındaki açı, ortogonal taban ve rank, matris, cramer kuralı gibi bir çok konu yer almaktadır. Dolayısıyla bu kavramlar ve konular hakkında yeterince bilgi sahibi olamayan öğretmen ve öğretmen adayları karma ve vektörel çarpım alan bilgilerinde etkileyecektir. Araştırma sonuçları lisans öğrencileri lineer cebirde yer alan bu konular hakkında yeterli bilgiye sahip oldukları sonucuna

götürebilir. Ayrıca öğrencilerin linner cebir derisinde yer alan bu konulardaki alan bilgileriyle ilgili çalışmalarda yapılabilir.

- Öğretmen adaylarının karma ve vektörel çarpım konusunda yaşadıkları zorluklar ve alan dilini inceleyen çalışmalar yapılabilir.
- Karma ve vektörel çarpım konularında lisans öğrencilerinin başarılı oldukları görülmüştür. Farklı öğrenen veya öğretmen adaylarına uygulanarak farklı sonuçlara ulaşılabilir.



Kaynakça

- Ak Beyatlı, M. (2019). *Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Tam Sayılarla Toplama Ve Çıkarma İşlemlerine Yönelik Konu Alan Bilgilerinin İncelenmesi*. (Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi). Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi. (UMİ No : 608511)
- Aksu, M.(1985).Matematik Öğretiminde Bilgisayar Kullanımı, *Eğitim ve Bilim Dergisi*: 9(54), 12-16.
- Akuysal, N. (2007). *İlköğretim 7. Sınıf Öğrencilerinin 7. Sınıf Ünitelerindeki Geometrik Kavramlardaki Yanılgıları* (Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi). Selçuk Üniversitesi, Konya.(UMİ No: 199611)
- Akyıldız, P. (2013). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının lineer cebire yönelik tutumları ve alan dili becerilerinin incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Alakoç, Z. (2003). Matematik Öğretiminde Teknolojik Modern Öğretim Yaklaşımları, *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 2 (1), 43-49.
- Alkış-Küçükaydın, M. ve Gökbulut, Y. (2013). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Geometrik Cisimlerin Tanımlanması Ve Açılımına İlişkin Kavram Yanılgıları. *Cumhuriyet International Journal Of Education*, 2(1), 102-117.
- Alkova, L. D. ve Mc Carty, B.J.(1992). Plain Talk; Recognizing Positivism And Constructivism İn Practice Action, Action İn Teacher Education. (ATE). Nonthematic, 14 (2), 16-22.
- Altun, M. (2001). *İlköğretim İkinci Kademedede Matematik Öğretimi*, İstanbul: Aktüel.
- Altun, M. (2004). *İlköğretim ikinci kademe (6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi*. Ankara: Alfa Yayıncılık.
- Altun, M. ve Arslan, Ç. (2006). İlköğretim öğrencilerinin problem çözme stratejilerini öğrenmeleri üzerine bir çalışma. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(1), 1-21.
- Altun, M.(2008). *Eğitim Fakülteleri Ve Sınıf Öğretmenleri İçin Matematik Öğretimi*. Ankara: Alfa Yayıncılık.

- Anıkaydın, Ö. (2017). *Öğrencilerin geometriye yönelik öz-yeterlik algıları, geometri tutumları ve geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi* (Master's thesis, Adnan Menderes Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Erişildi UMI No: 472218)
- An, S., Kulm, G. ve Wu, Z. (2004). The Pedagogical Content Knowledge Of Middle School Mathematics Teachers In China And The U.S. *Journal Of Mathematics Teacher Education*, 7, 145–172.
- Arslan-Kılcan, S. (2006). *İlköğretim Matematik Öğretmenlerinin Kesirlerle Bölmeye İlişkin Kavramsal Bilgi Düzeyleri*.(Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi), Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.(UMI NO: 188598)
- Baker, M. ve Chick, H. L. (2006). Pedagogical content knowledge for teaching primary mathematics: A case study of two teachers. In P. Grootenboer, R. Zevenbergen, & M. Chinnappan (Eds.), *Identities, cultures and learning spaces* (Proceedings of the 29th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 60-67). Sydney: MERGA.
- Baki, A. (2001). Bilişim Teknolojisi Işığı Altında Matematik Eğitiminin Değerlendirilmesi. *Milli Eğitim Dergisi*, 149, 26-31.
- Baki, A.ve Kartal, T. (2004). Kavramsal Ve İşlemsel Bilgi Bağlamında Lise Öğrencilerinin Cebir Bilgilerinin Değerlendirilmesi.*Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*2(1), 27-50. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/tebd/issue/26129/275228>
- Baki, A.(2006). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi*. Trabzon: Derya Kitapevi.
- Baki, A. (2008). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi* (Genişletilmiş 4. Basım). Ankara: Harf Eğitim Yayıncılığı.
- Baki, A. (2010). Öğretmen eğitiminin lisans ve lisansüstü boyutlardan değerlendirilmesi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(3), 15-31.
- Baki, M. ve Çekmez, E. (2012). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının limit kavramının formal tanımına yönelik anlamalarının incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 3(2), 81-98.

- Ball, D. L. (1990). The Mathematical Understanding That Prospective Teachers To Teacher Education. *Elementary School Journal*, 90, 449-466.
- Ball, D. L., Lubienski, S. ve Mewborn, D. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching içinde* (s. 433-456). New York: Macmillan
- Ball, D. L., Hill, H. H. ve Bass, H. (2005, Fall). *Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide?* American Educator, pp. 14-46.
- Ball, D. L., Thames, M. H. ve Phelps, G. (2008). Content Knowledge For Teaching: What Makes It Special?. *Journal Of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Bandura, A. (1997). *Self-Efficacy: The Exercise Of Control*. New York: Freeman.
- Baştürk, S., Baştürk, S. ve Dönmez, G . (2011). Matematik Öğretmen Adaylarının Limit ve Süreklilik Konusuyla İlgili Kavram Yanılgıları. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 5(1),225-249.
- Baykul, Y. ve Aşkar, P.(1987). *Matematik Öğretimi*. Eskişehir: T.C. Anadolu Üniversitesi Yayınları. No.193.Açık öğretim Yayınları. No:94.
- Baykul, Y. (1990). *İlkokul Beşinci Sınıftan Lise ve dengi okulların son sınıflarına kadar matematik ve fen derslerine karşı tutumda görülen değişmeler ve öğrenci seçme sınavındaki başarı ile ilişkili olduğu düşünülen bazı faktörler*. Ankara: ÖSYM Yayınları.
- Baykul, Y. (1994). İlköğretim Okullarına Matematik Öğretimine Bir Bakış, İlköğretim Okullarında Matematik Öğretimi ve Sorunları TED XII: Öğretim Toplantısı, TED Yayınları, Ankara.(ss.47-67).
- Baykul, Y.(1997). İlköğretimde matematik öğretimi(2.Baskı), Elit Yay. 5-30, Ankara.
- Baykul, Y. (2000). *İlköğretimde Matematik Öğretimi: 1-5. Sınıflar İçin*. (4. Baskı). Ankara:Pegem Akademi Yayıncılık.
- Bayraklı, V. K. (2013). *Matematik Öğretmen Adaylarının Geometri Öğretiminde Vektörel Yaklaşım İlişkin Pedagojik Alan Bilgilerinin Ve Görüşlerinin İncelenmesi*.(Yayınlanmış Yüksek

Lisans Tezi). Marmara Üniversitesi.
<https://katalog.marmara.edu.tr/eyayin/tez/eTez023582.pdf>

- Bekdemir, M. (2012). Öğretmen Adaylarının Çember ve Daire Konularında Kavram Ve İşlem Bilgilerinin Değerlendirilmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 43, 83-95.
- Bozkurt, A. ve Koç, Y.(2012). İlköğretim Matematik Öğretmenliği Birinci Sınıf Öğrencilerinin Prizma Kavramına Dair Bilgilerinin İncelenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi*, 12(4), 2941 - 2952.
- Boz, N.(2004). Öğrencilerin hatasını tespit etme ve nedenlerini irdeleme. XIII. Ulusal Eğitim Bilimleri Kurultayı. İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Malatya. Erişim adresi: <https://www.pegem.net/dosyalar/dokuman/236.pdf>
- Bindak, R. (2004). *Geometri Tutum Ölçeği Geçerlik Güvenirlik Çalışması ve Bir Uygulama*. (Yayınlanmış Doktora Tezi), Dicle Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Anabilim Dalı, Diyarbakır.(UMİ No: 150678)
- Bütün, M (2012). *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının uygulanan zenginleştirilmiş program sürecinde matematik öğretme bilgilerinin gelişimi*.(Yayınlanmış Doktora tezi), Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon. (UMİ no: 321920)
- Büyüköztürk, Ş., Çakmak, K.F., Akgün, Ö.E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2018). *Tarama Araştırmaları. Bilimsel Araştırma Yöntemleri ve Yayın Etiği* (25.Baskı). Ankara: Pegem Yayınları.
- Capraro, R.M., Capraro, M.M., Parker, D., Kulm, G. ve Raulerson, T. (2005). The mathematics content knowledge role in developing preservice teachers' pedagogical content knowledge. *Journal of Research in Childhood Education*, 20(2), 108-124.
- Cilavdaroğlu, A.K. (2012). *İlköğretim Matematik Öğretmenliği Birinci Sınıf Öğrencilerinin Bazı İki Boyutlu Geometrik Kavramların Tanımları Ve Şekillerine Dair Bilgilerinin İncelenmesi*.(Yayınlanmış Yüksek Lisans). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Erişildi. (UMİ No: 320019)
- Cochran, K. F., De Ruiter, J. A. ve King, R. A. (1993). Pedagogical Content Knowing: An Integrative Model for Teacher Preparation. *Journal of Teacher Education*, 44, 263–272.

- Çakmak, Z., Konyalıoğlu, A.C. ve Işık, A. (2014). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının üç boyutlu cisimlere ilişkin konu alanı bilgilerinin incelenmesi. *Middle Eastern & African Journal of Educational Research*, 8, 28-44.
- Çelikten, M., Şanal, M., ve Yeni, Y. (2005). Öğretmenlik Mesleği ve Özellikleri. *Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 19, 207-237.
- Çıkrıkçı F. H. (2015). *Ortaokul Matematik Öğretmen Adaylarının Cebir Öğrenme Alanına İlişkin Alan ve Pedagojik Alan Bilgilerinin İncelenmesi*. (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir. (UMİ No: 395286)
- Çoban, A. (2002). Matematik Dersinin İlköğretim Programları ve Liselere Giriş Sınavları Açısından Değerlendirilmesi. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*. (16–18 Eylül 2002). Ankara: ODTÜ Kültür ve Kongre Merkezi.
- Dellalbaş, O. ve Soylu, Y. (2012). Matematik Öğretmenlerinin Matematiksel Alan Bilgileri İle Pedagojik Alan Bilgileri Arasındaki İlişkinin İncelenmesi. *The Journal Of Academic Social Science Studies*, 5(8), 997-1012
- Develi, H.ve Orbay, K. (2003). İlköğretimde Niçin ve Nasıl Bir Geometri Öğretimi. *Millî Eğitim Dergisi*. 157. Ankara.
- Doğan, M.(1998).*İlköğretim Aday Öğretmenlerin Matematiğe karşı olan tutumlarındaki değişimler*.(yüksek lisans tezi).University of Leeds.
- Dönmez, A. (2002). *Matematiğin Öyküsü ve Serüveni*.Dünya Matematik Tarihi Ansiklopedisi, Matematik Sözlüğü, Cilt 1. İstanbul: Toplumsal Dönüşüm Yayınları. <https://kutuphane.ttk.gov.tr/details?id=547541&materialType=KT&query=D%C3%B6nmez%2C+Ali>
- Duran, M. ve Kaplan, A. (2016). Lise Matematik Öğretmenlerinin Türevin Tanımına ve Türev-Süreklilik İlişisine Yönelik Pedagojik Alan Bilgileri.*Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18 (2), 795-831. DOI: 10.17556/jef.68600
- Duatepe-Paksu, A. (2013) Sınıf öğretmeni adaylarının geometri hazır bulunuşlukları, düşünme düzeyleri, geometriye karşı öz yeterlikleri ve tutumları. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 33, 203- 218.

- Duatepe-Paksu, A. (2018). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Çokgenlerin Kritik Özelliklerine İlişkin Alan Bilgisi, *E-Uluslararası Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 9(3), 34-46.
- Duran, M . ve Kaplan, A . (2016). Lise Matematik Öğretmenlerinin Türevin Tanımına ve Türev-Süreklilik İlişisine Yönelik Pedagojik Alan Bilgileri. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18 (2), 795-831. DOI: 10.17556/jef.68600
- Edwards, B. ve Ward, M. B. (2008). The Role Of Mathematical Definitions İn Mathematics And İn Undergraduate Mathematics Courses. In M. P. Carlson And C. Rasmussen (Eds.), *Making The Connection: Research And Teaching İn Undergraduate Mathematics* (s. 223-232). Washington, DC: Mathematical Association Of America.
- Elbaz, F. 1983. *Teacher Thinking: A Study of Practical Knowledge*, London: Croom Helm.
- Erdem, A. R. (2015). Türkiye’deki Öğretmen Yetiştirmenin A,B,C si. *Journal of Teachers Education and Educators*, 4(1), 16-38.
- Erdoğan, Y. ve B. Sağan. (2002). Oluşturmacılık Yaklaşımının Kare, Dikdörtgen Ve Üçgen Çevrelerinin Hesaplanmasında Kullanılması. *Matematik Eğitimi Kongresi-5’te Sunulan Bildiri*, ODTÜ, Ankara, Bildiri Kitapçığı,1001-1006.
- Erdoğan, A., Baloglu, M., ve Kesici, S. (2011). Gender Differences İn Geometry Andmathematics Achievement and Self-Efficacy Beliefs in Geometry. *Eurasian Journal of Educational Research*, 43, 91-106.
- Erskine, B. M. (2010). *Raising mathematical achievement starts with the elementary teacher: recommendations to improve content and pedagogical knowledge of elementary math teachers*. Unpublished doctoral dissertation, University of Delaware.
- Ertem, S. ve Alkan, H. (2004). İlköğretim Öğrencilerinin Matematiğe Yönelik Tutumlarının Oluşmasına Etkili Olan Faktörlerin Belirlenmesi. VI. *Ulusal Fen Bilimleri Ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde Sunulmuş Bildiri*, Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Even, R.(1993).Subject-Matter Knowledge And Pedagogical Content Knowledge: Prospective Secondary Teachers And The Function Concept. *Journal For Research İn Mathematics Education*, Vol. 24, No. 2, Pp. 94-116, 1993.

- Fennema, E. ve Franke, M. L. (1992). Teachers' Knowledge And Its Impact. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook Of Research On Mathematics Teaching And Learning* (s. 147-164) New York: Macmillan.
- Fernández -Balboa, J. M. ve Stiehl, J. (1995). The Generic Nature Of Pedagogical Content Knowledge Among College Professors. *Teaching And Teacher Education*, 11, 293-306.
- Gedik, S. D.(2014).*Matematik Alan Bilgisi Geliştirme Sürecine Hata Temelli Aktivitelerin Etkisi*(Yayınlanmış Doktora Tezi).Atatürk Üniversitesi.: (UMİ No: 381620).
- Genç, M. ve Akıncı, M.(2019). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Lisans Eğitiminde Alınan Matematik Konu Alan Derslerine İlişkin Görüşleri. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 13(1), 483-514.DOI: 10.17522/balikesirnef.569955.
- Gess-Newsome, J. (1999). PCK: An Introduction And Orientation. In J. Gess-Newsome And N. Lederman (Eds.), *Examining PCK: The Construct And Its Implications For Science Education* (Pp. 3-20). Boston: Kluwer Academic Publishers.
- Gökçe, R.(2016).*rtaokul Matematik Öğretmenlerinin İstatistiksel Akıl Yürütmeye İlişkin Alan Ve Pedagojik Alan Bilgilerinin İncelenmesi*.(yayınlanmış yüksek lisans tezi). <http://acikerisim.pau.edu.tr:8080/xmlui/bitstream/handle/11499/26872/Rukiye%20G%C3%B6kce.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Gökbulut, Y. Sidekli, S. ve Yangın, S . (2010). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Van Hiele Geometrik Düşünce Düzeylerinin, Bazı Değişkenlere (Lise Türü, Lise Alanı, Lise Ortalaması, ÖSS Puanları, Lisans Ortalamaları ve Cinsiyet) Göre İncelenmesi. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 8 (2), 375-396. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/tebd/issue/26104/275039>.
- Gökkurt, B.(2014).*Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Geometrik Cisimler Konusuna İlişkin Pedagojik Alan Bilgilerinin İncelenmesi*(Yayınlanmış Doktora Tezi).Atatürk Üniversitesi.(UMİ No: 381641)
- Gökkurt, B., Koçak, M. ve Soylu, Y. (2014). Öğretmen Adaylarının Kesirler Konusuna Yönelik Konu Alan Bilgileri Ve Öğretim Stratejileri Bilgilerinin İncelenmesi. *On birinci ulusal fen bilimleri ve matematik eğitimi kongresinde sözlü bildiri*. Çukurova Üniversitesi, Adana.

- Gökkurt, B. ve Soylu, Y. (2016a). Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Matematiksel Alan Bilgilerinin İncelenmesi: Prizma Örneği. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16(2), 451- 481
- Gökkurt, B. ve Soylu, Y. (2016b). Ortaokul matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerinin bazı bileşenler açısından incelenmesi: koni örneği. *Elementary Education Online*, 15(3), 946 - 973
- Göloğlu Demir, C. (2011). *İlköğretim matematik öğretmenliği programında öğrenim gören öğrencilerin matematik öğretimine yönelik öz-yeterlilik inançları ve tutumlarının incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Gözen, Ş. (2001).*Matematik Ve Öğretimi*. Ankara: Evrim Yayınevi.
- Gözen, Ş. (2006).*Matematik ve Öğretimi*(2.baskı) İstanbul:Evrin Yayınevi.
- Güler,(2014). *Öğretmen adaylarının matematik öğretme bilgilerinin incelenmesi: Cebir örneği*.(yayınlanmış yüksek lisans tezi). Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi. (UMİ No: 380249)
- Günhan, B. C.(2006). *İlköğretim II Kademedeki Matematik Dersinde Probleme Dayalı Öğrenmenin Uygulanabilirliği Üzerine Bir Araştırma* (Doktora Tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Erişildi (moi no: 206025)
- Gürel, R.(2016) .*Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Merkezi Eğilim Ve Yayılım Ölçülerine İlişkin Öğretim Bilgilerinin incelenmesi*.(Yayınlanmış doktora tezi). Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi.(UMİ No: 443569)
- Gürbüz, R., Erdem, E. ve Gülburnu, M. (2013). Sınıf öğretmenlerinin matematik yeterliklerini etkileyen faktörlerin incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(2), 255-272.
- Güven, K.(1990).*İlkokul 5. Sınıfla Matematik Programı Ve Öğretimi Üzerine Bir Araştırma*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- Grossman, P. L., Wilson, S. M. ve Shulman, L. S. (1989). Teachers of substance: Subject matter knowledge for teaching. In M. Reynolds (Ed.), *The knowledge base for beginning teachers* (pp. 23-36). New York: Pergamon

- Grossman, P. L.(1990). *The Making Of A Teacher: Teacher Knowledge And Teacher Education*. New York: Teachers College Pres.
- Grossman, P. L. (1995). Teachers' Knowledge. In L. W. Anderson (Ed.), *International Encyclopedia Of Teaching And Teacher Education* (2nd Ed., Pp. 20-24). Tarriytown, NY: Pergamon.
- Hacısalioğlu, H., Mirasyedioğlu, S. ve Akpınar, A.(2004). *Matematik Öğretimi*. Ankara: Asil Yayın Dağıtım.
- Hesapçioğlu, M. (2005). Öğretmen Yetiştirme: Dün, Bugün ve Eğilimler. *Eğitim Fakültelerinde Yeniden Yapılandırmanın Sonuçları ve Öğretmen Yetiştirme Sempozyumu*, 213-218.
- Hiebert, J. ve Lefevre, P. (1986). *Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis*. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*. Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, 1-27.
- Hogben, L.(1942).*Mathematics for the Millon*. London: George Allen ve Unwin tarafından yayınlanmıştır.(14.baskı).london.
- Hoffer, A. (1981). Geometry İs More Than Proof. *The Mathematics Teacher*, 74(1), 11-18.
- Ilgün, M., Azak, A. Z. ve Takunyaci, M. (2012). Development Of Self Efficacy And Attitude Toward Analytic Geometry Scale (SAAG-S). *Procedia-Social And Behavioral Sciences*, 55, 20-27.
- Işık, A. ve Baran Kaya, T. (2017). Sınıf Öğretmenliği Programı Öğrencilerinin Matematiksel Alan Bilgilerinin İncelenmesi. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(1), 117-145 DOI: 10.17556/Erziefd.291219
- Işıksal, M. (2006). *A Study On Pre-Service Elementary Mathematics Teachers' Subject Matter Knowledge And Pedagogical Content Knowledge Regarding The Multiplication And Division Of Fractions* (Yayınlanmış Doktora Tezi).Orta Doğu Teknik Üniversitesi.Ankara. (UMİ No:181012)
- İnceoğlu, M. (2000). *Tutum – Algı – İletişim*. Ankara: İmaj Yayıncılık.
- Kahan, J. A., Cooper, D.A. ve Bethea, K. A. (2003). The Role Of Mathematics Teachers' Content Knowledge İn Their Teaching: A Framework For Research Applied To A Study Of Student Teachers. *Journal Of Mathematics Teacher Education*, 6(3), 223-252.

- Kaplan, A. ve Hızarcı, S. (2005). Matematik öğretmen adaylarının üçgen kavramı ile ilgili bilgi düzeyleri. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11, 472-478.
- Käpyla, M., Heikkinen, J.P. ve Asunta, T. (2009). Influence Of Content Knowledge On Pedagogical Content Knowledge: The Case Of Teaching Photosynthesis And Plant Growth. *International Journal Of Science Education*. 31(10), 1395–1415.
- Karacay, T.(1985).*Matematik Öğretiminin Bugünkü Durumu ve Değerlendirilmesi, Matematik Öğretimi ve Sorunları*. Ankara: Türk Eğitim Derneği Yayınları.
- Karasar, N. (2002). Bilimsel Araştırma Yöntemi, Nobel Yayın, Ankara.
- Kartal, B. Ve Çınar, C. (2017). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Çokgenlere Dair Geometri Bilgilerinin İncelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18 (2) , 375-399.
- Kaya, D. ve Keşan, C. (2012). Üniversite adayı sayısal bölümü öğrencilerine yönelik kavramsal ve işlemsel uygulamalar. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*.1(3), 2146-9199.
- Kılıç, Ç. (2003). *İlköğretim 5. Sınıf Matematik Dersinde Van Hiele Düzeylerine Göre Yapılan Geometri Öğretiminin Öğrencilerin Akademik Başarıları, Tutumları Ve Hatırda Tutma Düzeyleri Üzerindeki Etkisi*. (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi), Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.(UMİ No: 124666)
- Koçak, M., Özdemir, B. G. ve Soylu, Y. (2017). İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Silindir Kavramıyla İlgili Pedagojik Alan Bilgilerinin İncelenmesi. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 46(2), 711-765.
- Konyalıoğlu, A, Özkaya, M . ve Gedik, S. (2012). Matematik Öğretmen Adaylarının Konu Alan Bilgilerinin Hataya Yaklaşımları Açısından İncelenmesi. *Journal of the Institute of Science and Technology*, 2(2) , 27-32 .Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/tr/pub/jist/issue/7930/104308>
- Konyalıoğlu, A.C., Tortumlu, N., Durkaya, M. ve Hızarcı,S., (2011). Matematik Öğretmen Adaylarının Limit Kavramını Kavramsal Anlamaları Üzerine. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*. 23, 279-290.

- Konyalıoğlu, A., Tortumlu, N., Kaplan, A., Işık, A. ve Hızarcı, S. (2011). Matematik Öğretmen Adaylarının İntegral Kavramını Kavramsal Anlamaları Üzerine. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 6(1),1-8.
- Kurtuluş, A., Tepe, A., Yılmaz, S., Karakoç, Ö. ve Okur, G. (2005). Geometri Öğretiminde Yeni Bir Yaklaşım: Webquest, *14th Ulusal Eğitim Bilimleri Kongresi*. Pamukkale Üniversitesi, Denizli.
- Leinhardt, G. ve Smith, D. (1985). Expertise İn Mathematics İnstructions: Subject Matter Knowledge. *Journal Of Educational Psychology*. 77. 247-271.
- Leinhardt, G. ve Greeno, J.G. (1986). The cognitive skill of teaching. *Journal of Educational Psychology*. 78 (2), 75-95.
- Lucus, C. A.(2006). Is subject matter knowledge affected by experience? The case of composition of functions. In Novotná, J., Moraová, H., Krátká, M. & Stehlíková, N. (Eds.). *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4,(s. 97-104). Prague: PME.
- Magnusson, S., Krajcik, J. ve Borko, H. (1999). Nature, Sources, And Development Of Pedagogical Content Knowledge For Science Teaching. J. Gess-Newsome & N. G. Lederman (Ed.), *Examining Pedagogical Content Knowledge: The Construct And Its Implications For Science Education* İçinde (s. 95-132). Boston: Kluwer Academic.
- Ma, L.(1999). *Knowing And Teaching Elementary Mathematics: Teachers' Understanding Of Fundamental Mathematics İn China And The Unite States*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Marks, R. (1990). Pedagogical content knowledge: From a mathematical case to a modified conception. *Journal of Teacher Education*,41(3),3-11.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2000). İlköğretim Okulu Matematik Dersi Öğretim Programı 5. Sınıflar. İstanbul: Milli Eğitim Basımevi.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2005). İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu. Ankara: MEB Talim Terbiye Başkanlığı Yayınları.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2009). *İlköğretim Matematik Dersi 6-8 Sınıflar Öğretim Programı Ve Kılavuzu*. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2010). *T.C. Milli Eğitim Bakanlığı Ortaöğretim Geometri Dersi 9-10. Sınıflar Öğretim Programı*. Ankara: MEB Talim Ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2013) *Ortaokul matematik dersi (5,6,7 ve 8. Sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basımevi.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2018). Matematik Dersi (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar) Öğretim Programı. Ankara: MEB Talim Terbiye Başkanlığı Yayınları.

Nazlıççek, N. ve Erkin, E. (2002). İlköğretim Matematik Öğretmenleri İçin Kısaltılmış Matematik Tutum Ölçeği.V. Ulusal Fen Bilimleri Ve Matematik Eğitimi Kongresi Bildiriler Kitabı, İçinde (s. 860-865).Erişim adresi: <https://toad.halileksi.net/sites/default/files/pdf/matematik-tutum-olcegi-matt-kisaltilmis-formu-ilkogretim-icin-toad.pdf>

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (1989). Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics, Virginia, The National Council of Teachers of Mathematics Inc.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], (2000). *Principles and standards for school Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2004). Curriculum and Evaluation Standards, Reston.VA: NCTM.

Nazlıççek, N. ve Erkin, E. (2002). İlköğretim Matematik Öğretmenleri İçin Kısaltılmış Matematik Tutum Ölçeği.V. Ulusal Fen Bilimleri Ve Matematik Eğitimi Kongresi Bildiriler Kitabı, İçinde (s. 860-865).Erişim adresi: <https://toad.halileksi.net/sites/default/files/pdf/matematik-tutum-olcegi-matt-kisaltilmis-formu-ilkogretim-icin-toad.pdf>

- Olkun, S. ve Aydoğdu, T.(2003). Üçüncü Uluslararası Matematik Ve Fen Arastirmasi (Tıms) Nedir? Neyi Sorgular? Örnek Geometri Soruları ve Etkinlikler . *İlköğretim Online*, 2(1) , 28-35. Retrieved From <https://Dergipark.Org.Tr/Tr/Pub/İlkonline/İssue/8613/107275>
- Oklun, S. ve Yeşildere, S.(2007).*Sınıf Öğretmeni Adayları İçin Temel Matematik I*.(1.Baskı).Ankara: Maya Akademi Yayın Dağıtım
- Özgen, K. (2016). Lise Öğrencilerinin Van Hiele Geometri Düşünme Düzeylerinin Bazı Değişkenler Açısından İncelenmesi. M. Riedler, E. Yolcu, SZ Genç ve MY Eryaman (Yay. haz.). VIII. *Uluslararası Eğitim Araştırmaları Kongresi*, 1524-1541.Erişim adresi: https://www.researchgate.net/publication/326976772_Lise_ogrencilerinin_van_hiele_geometri_dusunme_duzyeylerinin_bazi_degiskenler_acisinden_incelenmesi
- Özerdem, E. (2007). *Lisans Düzeyinde Analitik Geometri Dersindeki Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi Ve Giderilmesine Yönelik Bir Araştırma* (Yayınlanmış Yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.(UMİ no: 211625)
- Özer, B. ve Gelen, İ. (2008). Öğretmenlik Mesleği Genel Yeterliklerine Sahip Olma Düzeyleri Hakkında Öğretmen Adayları ve Öğretmenlerin Görüşlerinin Değerlendirilmesi. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 5 (9), 39-55.
- Öğretmen Yetiştirme ve Eğitimi Genel Müdürlüğü (2017). Öğretmenlik mesleği genel yeterlikleri. Ankara Erişim Adresi: http://oygm.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2017_12/11115355_yyretmenlyk_mesle_yy_genel_yeterlyklery.pdf.
- Özkaya, M. ve Konyalıoğlu, A. (2019). Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Konu Alan Bilgilerinin Gelişiminde Hata Temelli Aktiviteler: Kesirlerle Toplama İşlemi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14 (27), 23-52. DOI: 10.35675/befdergi.475076.
- Özsoy, N. ve Kemankaşlı, N. (2004). Ortaöğretim Öğrencilerinin Çember Konusundaki Temel Hataları Ve Kavram Yanılgıları. *The Turkish Online Journal Of Educational Technologt-Tojet* 3(4), 140-147.
- özkan, E. (2010). *Geometri öz-yeterliği, cinsiyet, sınıf seviyesi, anne-baba eğitim durumu ve geometri başarısı arasındaki ilişkiler*. (Yayımlanmış yüksek lisans tezi). Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu. Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Erişildi (UMİ No: 263439)

- Pazarbaşı, B. N. (2015). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının analitik geometri alan dilini kullanma becerileri ve tutumlarının incelenmesi*, (Yüksek Lisans Tezi), Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Erişildi (UMİ No: 388151).
- Peker, M. Ve Mirasyedioğlu, Ş. (2003). Lise 2. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Dersine Yönelik Tutumları Ve Başarıları Arasındaki İlişki. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 2(14), 157-166.
- Peterson, P. L. (1988). Teachers' and students' cognitional knowledge for classroom teaching and learning. *Educational Researcher*, 17(5), 5-14.
- Padula, J. (2006). The Wording of a Proof: Hardy's Second 'Elegant' Proof-the Pythagorean School's Irrationality of $\sqrt{2}$. *Australian Mathematics Teacher The*, 62(2), 18-24.
- Petty, R. E. ve Cacioppo, J. T. (1986). *The elaboration likelihood model of persuasion. Advances in experimental social psychology*, 19, 123-205.
- Polat ve Akgün (2016). Ortaöğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının İspat Kavramına Ve İspat Yapmanın Zorluklarına Yönelik Görüşleri. *International Journal of Social Science*. 43, 423-438.
- Polya, G. (1997). *Nasıl Çözmeli? Matematikte Yeni Bir Boyut*. (F. Halatçı, Çev.). İstanbul: Sistem Yayıncılık. (Orijinal Basım 1990).
- Rowland, T. (2005). The Knowledge Quartet: A Tool For Developing Mathematics Teaching. In A. Gagatsis (Ed.) *Proceedings Of The Fourth Mediterranean 240 Conference On Mathematics Education* (s.69-81) Nicosia, Cyprus: Cyprus Mathematical Society.
- Rowland, T. (2013). The knowledge quartet: The genesis and application of a framework for analysing mathematics teaching and deepening teachers' mathematics knowledge. *Sisyphus-Journal of Education*, 1(3), 15-43.
- Rowland, T., Huckstep, P. ve Thwaites, A. (2003). The knowledge quartet. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 23(3), 97-102.
- Rowland, T., Thwaites, A. ve Huckstep, P. (2003). Novices' choice of examples in the teaching of elementary mathematics. In *Proceedings of the International Conference on the Decidable and the Undecidable in Mathematics Education* (pp. 242-245). Czech Republic: Brno.

- Seçir, S.(2017). *İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Kesirlerle Çarpma Ve Bölme İşlemlerine İlişkin Özelleştirilmiş Alan Bilgilerinin Gelişiminin İncelenmesi*(Yayınlanmış Doktora Tezi).Gazi Üniversitesi. <https://avesis.gazi.edu.tr/yonetilen-tez/a395baa6-a98e-4d76-9dcb-06cd96d0dee4/ilkogretim-matematik-ogretmen-adaylarinin-kesirlerle-carpma-ve-bolme-islemlerine-iliskin-ozellestirilmis-alan-bilgilerinin-gelisiminin-incelenmesi>.
- Senemoğlu, N. (2010). *Gelişim, Öğrenme ve Öğretim*. Ankara: Pegem Akademi.
- Seferoğlu, S.S. (2004). Öğretmen Yeterlilikleri ve Mesleki Gelişim. *Bilim ve Aklın Aydınlığında Eğitim*, 58, 40-45.
- Schoenfeld, A. E. (1992). Learning To Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, And Sense Making İn mathematics İn Grouws D. A. (Ed.), *Handbook Of Researchon Mathematics Teaching And Learning*, 334-370.
- Shabanifar, S. (2014). *Matematik Öğretmenlerinin Köklü Sayılar Konusundaki Pedagojik Alan Bilgilerinin Öğrenci Zorlukları Bağlamında İncelenmesi*.(Yayınlanmış Doktora Tezi). Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (UMİ NO: 356829).
- Sherand, Wade H.(1981). Why İs Geometry A Basic Skill?, *Mathematics Teacher*, 74(1):19-21.
- Shulman, L. (1986). Paradigms and research programs in the study of teaching: a contemporary prespective. In M, Wittrock (Eds.), *Handbook of Research on Teaching*. New York: Macmillian Publishing Company.
- Shulman, L. S. (1986) Those Who Understand: Knowledge Growth İn Teaching. *Educational Researcher*, 15, 4–14.
- Shulman, L. (1987). Knowledge And Teaching: Foundation Of The New Reform. *Harward Educational Review*, 57(1), 1-21.
- Skemp, R.R (1976) Relational Understanding and Instrumental Understanding, *Mathematics Teaching*, 77, 20-26.

- Soylu, Y. Ve Aydın, S.(2006).Matematik Derslerinde Kavramsal Ve İşlemsel Öğrenmenin Dengelenmesinin Önemi Üzerine Bir Çalışma. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*.8(2),83-95.
- Sulak, H., Ardahan H., Avcıoğlu, A. ve Sulak, H. (1999), Sayıların Öğretiminde Yanılgıların Teşhisi Ve Alınması Gereken Tedbirler. Araştırma Vakfı Projesi, Selçuk Üniversitesi, Konya. Proje No:96-123.
- Şahin, Ö., Erdem, E., Başbüyük, K., Gökkurt, B.ve Soylu, Y. (2014). Ortaokul matematik öğretmenlerinin sayılarla ilgili pedagojik alan bilgilerinin gelişiminin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 5(3), 207-230.
- Şen Tokat, M.(2019). *Sınıf Öğretmenlerinin Dörtgenler Konusundaki Pedagojik Alan Bilgileri* (Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi). Gaziosmanpaşa Üniversitesi. Tokat. Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi. (UMİ No: 543017)..
- Şişman, M. (2009). Öğretmen Yeterlilikleri: Modern bir söylem ve retorik. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(3), 63-82.
- Takunyacı, M. (2007). *İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin geometri başarısında bilgisayar destekli öğretimin etkisi*, (Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi), Sakarya Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü Bilgisayar ve Öğretim Teknolojileri Eğitimi Anabilim Dalı, Sakarya.(UMİ NO:210422).
- Tanışlı, D. ve Sağlam, M . (2006). Matematik Öğretiminde İşbirlikli Öğrenmede Bilgi Değişme Tekniğinin Etkililiği. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, 2 (2) , 47-67.
- Tanışlı, D. (2013). İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Pedagojik Alan Bilgisi Bağlamında Sorgulama Becerileri Ve Öğrenci Bilgileri. *Eğitim Ve Bilim Dergisi*, 38(169),80-95.
- Tatto, M. T., Ingvarson, L., Schwille, J., Peck, R., Senk, S. L. ve Rowley, G. (2008). Teacher education and development study in mathematics (TEDS-M): Policy, practice, and readiness to teach primary and secondary mathematics. Conceptual framework. International Association for the Evaluation of Educational Achievement. Herengracht 487, Amsterdam, 1017 BT, The Netherlands. Erişim adresi:<https://www.iea.nl/publications/assessment-framework/teacher-education-and-development-study-mathematics-teds-m>

- Taşpınar, S.İ. (2019). *Sınıf Öğretmenlerinin Geometrik Cisimler Hakkındaki Konu Alan Bilgilerinin İncelenmesi*.(Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Erişildi. (Umi No: 613532)
- Tavşancıl, E. (2002). *Tutumların Ölçülmesi Ve SPSS İle Veri Analizi*. Ankara: Nobel Yayınevi
- Tepedelenlioğlu, N.(Ed). (2010). *Kim Korkar Matematikten*. Nesin Yayıncılık. İstanbul: Ali Nesin.
- Tekin, H. (1993). *Eğitimde ölçme ve değerlendirme*. Ankara: Yargı Yayınevi
- Temur, Ö ve Tertemiz,N.(2012) İlköğretim Birinci Kademe Öğretmenlerinin Geometri Öğretimine İlişkin Sınıf İçi Uygulamalarının Van Hiele Seviyelerine Göre İrdelenmesi. *Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*,33(2),255-274.
- Toluk, Z. (2003). Üçüncü Uluslararası Matematik ve Fen Araştırması (TIMSS): Matematik Nedir?, *İlköğretim-Online*, 2 (1), 36-42.
- Turgut, M., (2007). İlköğretim II. Kademedeki Öğrencilerin Uzamsal Yeteneklerinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Türk Eğitim Derneği (TED). (2009). *Öğretmen Yeterlikleri*. Erişim adresi: http://portal.ted.org.tr/yayinlar/Ogretmen_Yeterlik_Kitap.pdf
- Türk Dil Kurumu. (2013). *Güncel Türkçe Sözlük*. Ankara: TDK.
- Türnüklü, E. B. (2005). Matematik öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgileri ile matematiksel alan bilgileri arasındaki ilişki. *Eurasian Journal of Educational Research (EJER)*, 21, 234 - 247.
- Uygun, S., Ergen, G., ve Öztürk, İ. H. (2011). Türkiye, Almanya ve Fransa'da Öğretmen Eğitimi Programlarında Uygulama Eğitiminin Karşılaştırılması. *İlköğretim Online*, 10(2), 389-425.
- Van de Walle, J. A. (2004). *Elementary and Middle School Mathematics: Developmentally*. Longman: New York.
- Van De Walle J. A., Karp, K., Karp K. S. ve Bay-William, J. M. (2010). *Elementary And Middle School Mathematics: Teaching Developmentally* (7th Ed.). United States Of America: Pearson Education, Inc.

- Van de Wella, J.E., (1989). Elementary School Mathematics, Virginia Commonwealth Universty. 6
- Yangın, N., Yangın, S., ve Pırasa, N. Özel Eğitim Öğretmenlerinin Kesirler Konusundaki Alan Ve Pedagojik Alan Bilgileri. *Eğitim Kuram Ve Uygulama Araştırmaları Dergisi*, 4(3), 1-19.
- Yavuz,(2020). *İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Matematiğe Yönelik Tutumlarının Ve Bilgilerinin İncelenmesi*.(Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi). Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi(UMI No: 613029).
- Yazıcı,N. ve Kültür,M.(2017). Matematik Öğretmenlerinin Kümeler Ünitesinde Yer Alan Temel Kavramlara İlişkin Matematiksel Bilgilerinin İncelenmesi.*Journal Of Computer And Education Research*,5(9),100-124
- Yenilmez, K. Ve Özabacı, N . (2003). Yatılı Öğretmen Okulu Öğrencilerinin Matematik İle . *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* , 14 (14) , 132-146 .
- Yenilmez, K. (2017). Öğretmen adaylarının akademik öz-yeterlikleri ve matematik öğretimine yönelik özyeterliklerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 29, 324-332.
- Yeşilyurt-Çetin, A.(2017). *Matematik Öğretmeni Adaylarının Matematiksel İspatta Önceden Belirlenen Anahtar Fikirleri Yazabilme Süreçleri* .(Yayınlanmış Doktora Tezi). Ulusal Tez Merkezi Veri Tabanından Erişildi.(UMI No: 480352)
- Yıldızlı, H. ve Sarı, M. H. (2017). Sınıf Öğretmenlerinin Geometrik Cisimlere İlişkin Alan Bilgilerinin İncelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(2), 601-636.
- Yıldırım,C.(2010). *Matematiksel Düşünme*. Remzi Kitapevi. İstanbul
- Yüksel, S. (2011). Fen- Edebiyat fakültesi öğretim üyelerinin öğretmen yetiştirme sistemine ilişkin düşünceleri (Uludağ Üniversitesi Fen- Edebiyat Fakültesi örneği), *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 11(1): 179-198
- Yüksek Öğretim Kurumu [YÖK] (2007).Eğitim fakültesi öğretmen yetiştirme lisans programları. <https://www.yok.gov.tr/Documents/Yayinlar/Yayinlarimiz/egitim-fakultesi-ogretmen-yetistirme-lisans-programlari.pdf>

Wang, M. C., Haertel, G. D. ve Walberg, H. J. (1990). What influences learning? A content analysis of review literature. *The Journal of Educational Research*, 84(1),30-43._<https://doi.org/10.1080/00220671.1990.10885988>



EKLER

EK1. Öğrencinin Akademik Özgeçmişi

Kişisel Bilgiler			
Adı ve Soyadı	Sidar GÜZEL		
E-postası/Web Sayfası			
Bildiği Yabancı Diller	İngilizce		
Uzmanlık Alanı			
Öğrenim Bilgileri			
	Üniversite	Bölüm	Yıl
Lisans	Dokuz Eylül Üniversitesi	İlköğretim Matematik Öğretmenliği	2018-2021
Tez Başlığı	İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Öğrencilerinin Karma ve Vektörel Çarpım Konularındaki Alan Bilgilerinin İncelenmesi		
Tez Danışmanı	Prof. Dr. Süha YILMAZ		
Akademik Eserler			
- Yılmaz, S , Güzel, S . (2020). 8. Sınıf öğrencilerinin kareköklü ifadeler konusunda matematiksel dil kullanım düzeyleri ve dile ilişkin görüşleri . e-Kafkas Journal of Educational Research , 7 (3) , 282-302 . DOI: 10.30900/kafkasegt.733078. - Güzel, S , Yılmaz, S . (2020). 8. Sınıf Öğrencilerinin Üslü İfadeler Konusundaki Matematiksel Dil Kullanım Düzeyleri ve Dile İlişkin Görüşleri . International Journal of Active Learning, 5(1),33-56. Retrieved from https://dergipark.org.tr/en/pub/ijal/issue/55589/733548. - Önaldı,G., Türer, G., Tokgöz, M., Ökmen, E., Güzel, S. ve Şahbaz, A.(2018). Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Üst Biliş Farkındalık Düzeylerinin Çeşitli Değişkenler Açısındanİncelenmesi.UBEST2018bildiri. Erişim Adresi: http://ubest.deu.edu.tr/BEST2018/abstract/ortaokul-ogrencilerinin-matematiksel-ust-bilis-farkindalik-duzeylerinin-cesitli-degiskenler-acisindan-incelenmesi/reader.			
Alanıyla İlgili Bilimsel Kuruluşlara Üyelikler			
Alanıyla İlgili Aldığı Ödüller			
İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Birinciliği			

EK 2. Uygulama İzinleri (1.izin)

24.12.2019

Gmail - Ölçek izin



sıdar güzel

Ölçek izin

4 ileti

sıdar güzel

24 Aralık 2019 19:37

Alıcı:

Merhaba Münevver hocam.Ben Dokuz Eylül Üniversitesi
Buca Eğitim Fakültesinden mezunum .İlköğretim
matematik öğretmenliğinden mezunum ve şimdi yüksek
lisans yapıyorum.ismim Sıdar Güzel.Danışmanım
Prof.Dr.Suha Yılmaz ile çalışmayı yürütüyoruz.
Tez konum için sizlerin geliştirmiş olduğu Analitik
Geometri Tutum ve Özyeterlilik ölçeğinizi tezimde
kullanmak istiyorum .Bu konuda izninizi rica ediyorum.Bu
konuda yardımcı olursanız çok memnun olurum.iyi günler

Münevver İlğün Dibek

24 Aralık 2019 20:08

Alıcı: sıdar güzel

Merhaba , kullanabilirsin. Benim için problem yok.
Sevgilerimle...

On 24 Dec 2019, at 20:37, sıdar güzel

wrote:

Merhaba Münevver hocam.Ben Dokuz Eylül Üniversitesi
Buca Eğitim Fakültesinden mezunum .İlköğretim
matematik öğretmenliğinden mezunum ve şimdi yüksek
lisans yapıyorum.ismim Sıdar Güzel.Danışmanım
Prof.Dr.Suha Yılmaz ile çalışmayı yürütüyoruz.
Tez konum için sizlerin geliştirmiş olduğu Analitik
Geometri Tutum ve Özyeterlilik ölçeğinizi tezimde
kullanmak istiyorum .Bu konuda izninizi rica ediyorum.Bu
konuda yardımcı olursanız çok memnun olurum.iyi günler

UYARI: Bu e-posta ve ekleri sadece gönderilen adres sahiplerine aittir. Bu mesajın yanlışlıkla tarafınıza ulaşmış olması halinde, lütfen göndericiye derhal bilgi veriniz ve mesajı sisteminizden siliniz. TED Üniversitesi bu mesajın içeriği, ekleri ve zamanında, güvenli ve hatasız gönderimi ile ilgili olarak hukuksal hiçbir sorumluluk kabul etmez.

NOTIFICATION: The information contained in this e-mail and any files transmitted with it are intended solely for the use of the individual or entity to whom they are addressed. If you received this message in error, please immediately notify the sender and delete it from your system. TED University doesn't accept any legal responsibility for the contents, attachments, security of this message

sıdar güzel

24 Aralık 2019 21:26

Taslak Alıcısı: Münevver İlğün Dibek

24 Ara 2019 Sal 21:28 tarihinde Münevver İlğün Dibek

şunu yazdı:

[Alıntılanan metin gizlendi]

EK 3. Uygulama İzinleri (2.izin)

13.12.2019

Gmail - Ölçek



sıdar güzel <sıdar.96g@gmail.com>

Ölçek

sıdar güzel
Taslak Alıcısı: Mithat Takunyacı

11 Aralık 2019 23:31

11 Ara 2019 Çar 01:45 tarihinde Mithat Takunyacı

şunu yazdı:

Merhaba Sıdar,
Analitik Geometri Tutum ve Özyeterlilik Ölçeği' ni Yüksek Lisans Tezinde kullanman için ekte yolluyorum. Ölçekle ilgili sorun yada anlaşılmayan noktalar olursa bana ulaşabilirsiniz. Yüksek Lisans Tez çalışmanın matematik eğitimine katkısı olacağına inanıyorum. İyi çalışmalar ve başarılar dilerim.

Dr.Öğr.Üyesi Mithat TAKUNYACI
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
Eğitim Fakültesi
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü
Matematik Eğitimi Anabilim Dalı



sıdar güzel

21 Kas 2019 Per, 18:35 tarihinde şunu yazdı:

Merhaba iyi günler.Dokuz Eylül Üniversitesinde İlköğretim matematik öğretmenliğinden mezunum . Şimdi Dokuz Eylül üniversitesinde matematik eğitimi üzerine yüksek lisans yapıyorum.Tez danışmanım Prof.Dr.Suha Yılmaz.Tez konum için sizlerin geliştirmiş olduğu analitik geometri tutum ve özyeterlilik ölçeğinizi kullanmak istiyoruz. Bu konuda Ayşe hoca ile konuştum .ölçeği kullanabileceğimize dair izin verdi ancak ölçek madderi için sizinle iletişim kurmam gerektğine yönelik bilgi verdi acaba ölçeği bana göndermeniz mümkün mü? Ayrıca ölçeğe dair ayrıntılı bilgilere ihtiyacım var. Bu konuda bana yardımcı olur musunuz rica edsem.iyi günler.
Sıdar Güzel

--

Dr.Öğr.Üyesi.Mithat TAKUNYACI

SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
Eğitim Fakültesi
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü
Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Asst.Prof.Mithat TAKUNYACI

SAKARYA UNIVERSITY
Faculty of Education

<https://mail.google.com/mail/u/0/?ik=8eb11cc71d&view=pt&search=query&permmsgid=msg-a%3Ar-2675911615885725500&dsqt=1&siml=%23msg-f%3A1652574553218170683&siml=%23msg-a%3Ar-267591161...> 1/2

Ek 4. Uygulama İzinleri (3.izin)

13.12.2019

Gmail - Ölçek izin



sıdar güzel

Ölçek izin

11 ileti

sıdar güzel

20 Kasım 2019 20:24

Alıcı:

Merhaba iyi günler.Dokuz Eylül Üniversitesinde İlköğretim matematik öğretmenliğinden mezunum . Şimdi Dokuz Eylül üniversitesinde matematik eğitimi üzerine yüksek lisans yapıyorum.Tez danışmanım Prof.Dr Suha Yılmaz.Tez konum için sizin geliştirmiş olduğunuz analitik geometri tutum ve özyeterlilik ölçeğinizi kullanmak istiyoruz. Bu konuda bize yardımcı olur musunuz? bu konuda destek olursanız çok mutlu oluruz .geri dönüş yaparsanız sevinirim.iyi günler.
SIDAR GÜZEL

Ayşe Zeynep Pirdal

21 Kasım 2019 16:05

Alıcı: sıdar güzel

Elbette kullanabilirsiniz. Tezinizde başarılar diliyorum. Suha hocaya selamlarımı iletirseniz mutlu olurum.

Dr. Öğr. Üyesi Ayşe Zeynep Azak

sıdar güzel

20 Kas 2019 Çar, 21:23 tarihinde şunu yazdı:

[Alıntılanan metin gizlendi]

sıdar güzel <sıdar.96g@gmail.com>

21 Kasım 2019 16:11

Alıcı: Ayşe Zeynep Pirdal <apirdal@sakarya.edu.tr>

Çok teşekkür ediyorum. Ölçeğinize ulaşamıyorum benimle paylaşabilir misiniz? Buraya atmanız mümkün mü?

21 Kas 2019 Per 17:05 tarihinde Ayşe Zeynep Pirdal

şunu yazdı:

[Alıntılanan metin gizlendi]

Ayşe Zeynep Pirdal

21 Kasım 2019 17:27

Alıcı: sıdar güzel

Ölçeğin maddeleriyle ilgili olarak Mithat Takunyacı hocaya mail atabilirsiniz. Size yardımcı olacaktır. İyi çalışmalar.

sıdar güzel

21 Kas 2019 Per, 17:10 tarihinde şunu yazdı:

[Alıntılanan metin gizlendi]

sıdar güzel

21 Kasım 2019 17:38

<https://mail.google.com/mail/u/0/?ik=8eb11cc71d&view=pt&search=all&permthid=thread-a%3A7881545103757478227&simpl=msg-a%3A7063551178361985529&simpl=msg-f%3A1650820521536062793&simpl=...> 1/3

Ek 5. Tez Uygulama İzni



T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
Buca Eğitim Fakültesi



Sayı : 85316909-399.99-E.16038
Konu : Tez Uygulaması

13/02/2020

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi : a) 09.01.2020 tarih ve 73,
b) 09.01.2020 tarih ve 75 sayılı yazılarınız.

Enstitünüz Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Yüksek Lisans Programı öğrencileriniz Sıdar GÜZEL ve Esra Nur BİNARBAŞI'nın ilgi yazılarda belirttiğiniz tez uygulamalarını Fakültemiz Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümünde yapma istekleri dersleri aksatmamak ve uygulamayı kendilerinin takip etmesi koşuluyla uygun görülmüştür. Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Prof.Dr. Ercan AKPINAR
Dekan V.



Dokuz Eylül Üniversitesi – Buca Eğitim Fakültesi
Adres: Uğur Mumcu Cad. 135. Sk. No:5 35150 Buca-İZMİR
Tel: 0 232 420 48 82 Elektronik Ağ: <http://bcf.deu.edu.tr>
Kep Adresi: dokuzeyluluniversitesi@hs01.kep.tr
Bu belge 5070 sayılı e-İmza Kanununa göre Prof.Dr. Ercan AKPINAR tarafından 13.02.2020 tarihinde e-imzalanmıştır.
Evrakınızı <http://dogrulama.deu.edu.tr> linkinden EED9AC26X8 kodu ile doğrulayabilirsiniz.

Bilgi İçin İrtibat:
Sevgi TİFTİK

Dahili:

E-Posta: sevgi.tifitik@deu.edu.tr



Öncülerin şehri

EK 6. Karma ve Vektörel Çarpım Konu Alan Bilgisi Başarı Testi

Sevgiler öğretmen adayları ,aşağıdaki sorular sizlerin “Karma ve Vektörel Çarpım konularındaki alan bilgilerinizi” ölçmeyi amaçlamıştır.Sorulara vereceğiniz cevaplar araştırma amacıyla kullanılacaktır.Lütfen soruları dikkatli okuyup cevaplayınız.

Cinsiyet: Kadın ☐ Erkek ☐

1.soru) β , $\vec{a}$ ile $\vec{b}$ vektörleri arasındaki açı olmak üzere , $\|\vec{a} \wedge \vec{b}\| = 8$, $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = 7$ ise bu iki vektör arasındaki açının tanjantı kaçtır?

2.soru) R^3 'te $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ vektörleri birim vektörlerdir, $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \langle \vec{b}, \vec{c} \rangle = 0$, $\langle \vec{a}, \vec{b} \wedge \vec{c} \rangle = \frac{9}{11}$ ise $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = ?$

3.soru) R^3 'te $\vec{u} = (k, 1, 2)$, $\vec{v} = (4, 6, c)$, $\vec{z} = (1, m, 1)$ vektörleri sırasıyla OX eksenine pozitif yönde 30, 60 ve 45 derecelik açılar yapıyor. Buna göre bu üç vektör üzerine kurulan paralel yüzünün hacmi kaçtır?

4.soru) $\left[\vec{x} + 2\vec{y}, \vec{z} + \vec{y}, 3\vec{x} + 4\vec{z} \right]$ karma çarpımının değeri 30 olduğuna göre R^3 'te $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ vektörlerinin oluşturduğu paralel yüzünün hacmi kaçtır?

5. soru) OZ ekseninde olan $\vec{c}$ vektörünün normu 4, OY ekseninde yer alan $\vec{b}$ vektörünün normu 3 ve OX ekseninde olan $\vec{a}$ vektörünün normu k olduğuna göre, $\det(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) = 36$ ise k değeri kaç eşittir?

6.soru) R^3 'te $\vec{u} = (1, 2, -1)$, $\vec{v} = (2, -2, 5)$ vektörleri için $\vec{x} = 2\vec{u} + \vec{v}$ ve $\vec{y} = -2\vec{u} + \vec{v}$ ise $\vec{x} \wedge \vec{y} = ?$

7. soru) $\|\vec{x} + \vec{y}\| = 5$, $\|\vec{x}\| = 1$ ve $\|\vec{x} - \vec{y}\| = 3$ olduğuna göre $\|\vec{x} \wedge \vec{y}\| = ?$

8.soru) “ $\vec{a}, \vec{b} \in R^3$ ve $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 6t\vec{k}$ vektörünün $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ vektörü üzerindeki izdüşümünün cebirsel ölçüsü $\frac{8}{3}$ olduğuna göre , $\vec{a}$ ve $\vec{b}$ vektörlerine aynı anda dik olan $\vec{c}$ vektörünü bulunuz. ($t \in R$ ve $\vec{i}, \vec{j}$ ve $\vec{k}$ R^3 'te standart birim vektörler)

9.soru) $\vec{i}, \vec{j}$ ve $\vec{k}$ R^3 'te standart birim vektörlerdir. $\vec{x} = (2, 6, -3c)$ vektörüne paralel ve $\vec{y} = (3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k})$ vektörüne dik olan 2 birim uzunluğundaki vektörü bulunuz.

10.soru) $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \in R^3$, $(\vec{x} \wedge \vec{y}) \perp \vec{z}$, $\frac{\|\vec{x} \wedge \vec{y}\|}{2} = \|\vec{z}\|$ olmak üzere $\vec{x}$ ve $\vec{y}$ vektörleri üzerine kurulan paralel kenarın alanı 32 olduğuna göre $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ vektörleri üzerine kurulan paralel yüzünün hacmi kaçtır?

11.soru) R^3 'te $\vec{x} = (3, 2, -1)$, $\vec{y} = (2, -1, 5)$ iki vektör olmak üzere , $\vec{x} \wedge \vec{y} = \vec{z}$ ise $\langle \vec{x} \wedge \vec{y}, \vec{z} \rangle = ?$

12. soru) $\vec{i}, \vec{j}$ ve $\vec{k}$ R^3 'te standart birim vektörlerdir. R^3 'te $\vec{b} = \vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$ Vektörü ile Koordinant eksenleriyle eşit açılar yapan uzunluğu 20 olan $\vec{a}$ vektörleri veriliyor buna göre $\vec{a} \wedge \vec{b} = ?$

13. soru) R^3 'te $\left\{ \vec{x} = (1, 2, 3), \vec{y} = (a, b, c), \vec{z} = (-2, 4, k) \right\}$ birer ortogonal taban olduğuna göre $\vec{y}$ ve $\vec{z}$ üzerine kurulan paralel kenarın alanı kaçtır?

14.soru) Aşağıdaki ifadelerden hangisi yanlıştır?

- A) karma çarpımları sıfır olan üç vektör lineer bağımlıdır.
- B) karma çarpımları sıfır olan üç vektör aynı düzlemedir
- C) üç vektörün karma çarpımı sıfırdan farklı ise , bu vektörler lineer bağımsızdır.
- D) R^3 'te üç vektörün hacim belirtmesi için bu üç vektörün en az ikisi paralel olmalıdır.
- E) Karma çarpımı sıfırdan farklı olan üç vektör, R^3 uzayını gererler.

Neden bu cevabı verdiğinizi kısaca açıklayınız.

15.soru) R^3 'te $\vec{x}$, $\vec{y}$ ve $\vec{z}$ vektörlerinin karma çarpımı $\left[\vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \right]$ şeklinde gösterilmektedir. Bu üç vektör R^3 'te aynı düzlemde ise, aşağıdaki ifadelerden hangisi ya da hangileri kesinlikle doğrudur?

5. $\left[\vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \right] = 0$
6. $\langle \vec{x} \wedge \vec{y}, \vec{z} \rangle = 0$
7. $\vec{x} // \vec{y}$
8. $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ hacim belirtmez.

A) 1 ve 2 B) Yalnız 3 C) 1, 2 ve 4 D) 2 ve 3 E) 3 ve 4

Neden bu cevabı verdiğinizi kısaca açıklayınız

16. soru) Aşağıdaki ifadelerden hangisi yanlıştır?

- F) $\alpha \in R$ için $(\alpha \vec{x}) \wedge \vec{y} = \alpha (\vec{x} \wedge \vec{y})$
- G) $\vec{0} \wedge \vec{x} = 0$
- H) $\langle \vec{a}, \vec{a} \wedge \vec{b} \rangle = 0$
- İ) $\vec{x} \wedge (\vec{y} + \vec{z}) = (\vec{x} \wedge \vec{y}) + (\vec{x} \wedge \vec{z})$
- J) $\vec{x} \wedge \vec{y} = \vec{y} \wedge \vec{x}$

Neden bu cevabı verdiğinizi kısaca açıklayınız.

17. soru) Aşağıdaki ifadelerden hangisi ya da hangileri yanlıştır?

- IV. $\vec{u} // \vec{v}$ İse $\left\| \vec{x} \wedge \vec{y} \right\| = 0$
- V. $\vec{u} \neq \vec{0}$ İken $\frac{\vec{u}}{\left\| \vec{u} \right\|}$ daima birim vektördür.
- VI. $\vec{x} \perp \vec{y}$ İse $\left\| \vec{x} \wedge \vec{y} \right\| = 0$

A) Yalnız 1 B) 2 ve 3 C) 1 ve 3 D) yalnız 3 E) 1, 2 ve 3

Neden bu cevabı verdiğinizi kısaca açıklayınız.

18.soru) R^3 'te $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ vektörlerinin oluşturduğu matrisin rankı 3'den kesinlikle küçük olması için $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ vektörleri aşağıdakilerden hangisi olmalıdır?

A) $\vec{x} = (1, 0, 2)$, $\vec{y} = (-1, 0, -3)$, $\vec{z} = (2, 3, 7)$

B) $\vec{x} = (2, 3, 5)$, $\vec{y} = (-2, 3, -6)$, $\vec{z} = (-4, 3, 7)$

C) $\vec{x} = (1, 0, 2)$, $\vec{y} = (3, 3, 5)$, $\vec{z} = (-1, 7, 9)$

D) $\vec{x} = (2, 3, 11)$, $\vec{y} = (-2, 3, -11)$, $\vec{z} = (4, 6, 22)$

E) $\vec{x} = (-6, 5, -3)$, $\vec{y} = (1, 1, 1)$, $\vec{z} = (5, 3, 7)$

Neden bu cevabı verdiğinizi kısaca açıklayınız

19.soru) R^3 'te üç vektör için $[(2,4,2), (-3,6,9), (-4,8,24)] = \Omega$ olduğuna göre $[(-1,-2,-1), (-1,2,3), (-2,4,12)]$ ifadesinin Ω cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 4Ω B) $\frac{\Omega}{5}$ C) $-\frac{\Omega}{12}$ D) 24Ω E) -24Ω

Neden bu cevabı verdiğinizi kısaca açıklayınız

20 soru) Vektörel çarpım fonksiyonunun tanım ve değer kümelerini yazarak fonksiyon olarak ifade ediniz.

21.soru) Karma çarpım fonksiyonunun tanım ve değer kümelerini yazarak fonksiyon olarak ifade ediniz.

22. soru) R^3 'te verilen $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ için $\vec{a} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{c}) = \vec{a} \cdot (\vec{b} \wedge \vec{c})$ ifadesinin eşit olup olmadığını gösteriniz.

23. soru) R^3 'te $\vec{x} = (-1, -3, -4)$, $\vec{y} = (-2, -1, -3)$ vektörlerine dik olan vektör $\vec{z}$ olduğuna göre $\vec{z}$ vektörüne paralel iki vektör bulunuz.

24.soru) $p \in R$ için $(p \cdot \vec{x}) \wedge \vec{y} = p(\vec{x} \wedge \vec{y})$ eşitliğini vektörlerden yararlanarak kanıtlayınız.

25.soru) R^3 'te $\vec{a}=(3,2,1)$, $\vec{b}=(7,0,1)$, $\vec{c}=(2,2,1)$ ve $\vec{k}$ vektörleri için; $\langle \vec{k}, \vec{a} \wedge \vec{b} \rangle = 0$ ve $\langle \vec{k}, \vec{a} \wedge \vec{c} \rangle = 0$ bağıntılarını sağlayan k birim vektörünü bulunuz?

26.Soru) R^3 'te $\vec{A}=(1,-1,2)$, $\vec{B}=(-1,5,3)$, $\vec{C}=(0,2,-1)$ ve $\vec{D}=(2,3,2)$ olmak üzere dört vektör verilmiştir.

$\vec{AB}$, $\vec{AC}$ ve $\vec{AD}$, konum vektörleri üzerine kurulan ABCD dört yüzlünün hacmini hesaplayınız.

27. soru) $\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z} \in R^3$ ve $m, t, c, k \in R$ olmak üzere; $\vec{X}=(1,2,k)$, $\vec{Y}=(3,m,2t)$, $\vec{Z}=(2,4,c)$ vektörlerinin gerdiği uzayın boyutu 2 ise $4k-2c+m$ değeri kaç eştirir?"

28.soru) $\vec{X}=(1,4,2)$ ve $\vec{Y}=(2,3,-1)$ vektörleri R^3 uzayında verilen iki vektör olmak üzere;

Aşağıdaki vektörlerden hangisinin normu bu iki vektöre dik olan vektörün normuna eşittir?

- B) (2,8,11) B) (3,-4,-5) C) (8,-8,4 $\sqrt{2}$) D)(3,4,5 $\sqrt{5}$) E)(0,-8,14)

Neden bu cevabı verdiğinizi kısaca açıklayınız.

29.soru) R^3 ' te $\vec{i}=(1,-3,-2)$ ve $\vec{k}=(-1,3,5)$ vektörlerine aynı anda dik olan vektöre paralel, uzunluğu 13 birim olan vektör aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) ($\frac{9}{\sqrt{10}}, \frac{7}{\sqrt{10}}, 0$) B) ($-\frac{7}{\sqrt{10}}, \frac{9}{\sqrt{10}}, 3$) C) ($\frac{-39}{\sqrt{10}}, \frac{-13}{\sqrt{10}}, 0$) D) ($-\frac{9}{\sqrt{10}}, \frac{8}{\sqrt{10}}, 0$) E) (-3,0,0)

CEVAP... ÇÜNKÜ...

30.soru) $\vec{a}=3\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$ ve $\vec{b}=\vec{i}+3\vec{j}+4\vec{k}$ vektörleri $\vec{i}, \vec{j}$ ve $\vec{k}$ standart birim vektörlerine bağlı iki vektör olmak üzere; $\vec{a}$ ve $\vec{b}$ vektörlerinin her birine dik olan $\vec{c}$ vektörünün $\vec{t}=(2,1,3)$ vektörüyle yaptığı açının kosinüsü kaçır?

EK 7. Analitik Geometri Tutum Ve Öz Yeterlik Ölçeği

	<i>Lütfen, aşağıdaki her bir ifadeyi ne kadar kabul veya reddettiğinizi 1'den 5'e kadar olan derecelendirmeyi kullanarak cevaplayınız.</i>	Kesinlikle kabul etmiyorum	Kabul etmiyorum	Kararsızım	Kabul ediyorum	Kesinlikle kabul ediyorum
1	Lineer Cebir dersi ile olan bağlantısından dolayı konuları anlamada zorluk yaşıyorum.	1	2	3	4	5
2	Düzlemin analitik incelenmesi konusunu sevmiyorum.	1	2	3	4	5
3	Analitik geometri dersi bana göre gereksiz bir derstir.	1	2	3	4	5
4	Analitik geometri dersi bana zor gelir.	1	2	3	4	5
5	Analitik geometri konularının mantığını anlamıyorum.	1	2	3	4	5
6	Analitik geometri dersine çalışmak için yeterli kaynağa ulaşamıyorum.	1	2	3	4	5
7	Farklı türden sorularla karşılaştığımda ne yapacağıma karar veremiyorum.	1	2	3	4	5
8	Analitik geometri dersine ne kadar çalışırsam çalışayım başarılı olabileceğime inanmıyorum.	1	2	3	4	5
9	Analitik geometri sorularını çözerken ne demek istediğini anlayamıyorum.	1	2	3	4	5
10	Soruyu çözerken hangi formülleri kullanacağım konusunda kararsızlık yaşıyorum.	1	2	3	4	5
11	Analitik geometri dersindeki teoremleri anlamada sıkıntı yaşıyorum.	1	2	3	4	5
12	Analitik geometri dersinde teoremleri kullanmamı gerektirecek soruları çözemiyorum.	1	2	3	4	5
13	Analitik geometri dersindeki konuların birbiriyle bağlantılı olması, yeni konuları öğrenmemi güçleştiriyor.	1	2	3	4	5
14	Analitik geometri sorularını çözerken nerden başlamam gerektiğini bilemiyorum.	1	2	3	4	5
15	Çemberin analitik incelenmesi konusu bana zevkli gelir.	1	2	3	4	5
16	Analitik geometri dersinde kendime güvenirim.	1	2	3	4	5
17	Konikler konusunu severim.	1	2	3	4	5
18	Geometrik şekilleri zihnimde rahat bir şekilde canlandırabiliyorum.	1	2	3	4	5

19	Üç boyutlu şekilleri düşünmemi gerektiren konuları anlayabiliyorum.	1	2	3	4	5
20	Analitik geometri dersinde öğrendiğim bilgileri günlük hayatta kullanabilirim.	1	2	3	4	5
21	Analitik geometri dersinde başarılı olmak için ön bilgiye ihtiyaç vardır.	1	2	3	4	5
22	Şekil çizerek soruları daha kolay çözebilirim.	1	2	3	4	5
23	Konu tekrarı yaparsam bu derste başarılı olurum.	1	2	3	4	5
24	Derse gelmeden önce konuyla ilgili bir ön hazırlık yaparsam konuyu daha iyi anlarım.	1	2	3	4	5
25	Analitik geometri dersinde yeterli soru çözüldüğünde dersi daha iyi anlarım.	1	2	3	4	5
26	Uygulamaya dayalı konuları daha rahat anlarım.	1	2	3	4	5

