

T.C.
BOLU ABANT İZZET BAYSAL ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM
DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI



İLKOKUL VE ORTAOKUL (2-6. SINIF) ÖĞRENCİLERİNİN
EŞİT İŞARETİNİ ALGILAMALARI ÜZERİNE BİR
ARAŞTIRMA

YÜKSEK LİSANS TEZİ

AYŞE ÖYKÜ ÖLMEZ

TEZ DANIŞMANI
Prof. Dr. Hakan YAMAN

BOLU, AĞUSTOS - 2022

KABUL VE ONAY SAYFASI

Ayşe Öykü ÖLMEZ tarafından hazırlanan “İLKOKUL VE ORTAOKUL (2-6.SINIF) ÖĞRENCİLERİNİN EŞİT İŞARETİNİ ALGILAMALARI ÜZERİNE BİR ARAŞTIRMA” adlı tez çalışması jürimiz tarafından Matematik ve Fen Bilimleri Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı’nda Yüksek Lisans/Doktora Tezi olarak oy birliği/ oy çokluğuyla kabul edilmiştir. 16/08/2022

Jüri Üyeleri

İmza

Danışman
Prof. Dr. Hakan YAMAN
Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi

.....

Üye
Prof. Dr. Soner DURMUŞ
Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi

.....

Üye
Dr. Öğr. Üyesi Mesture KAYHAN ALTAY
Hacettepe Üniversitesi

.....

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Onayı

Prof. Dr. İbrahim KÜRTÜL
Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürü

ETİK BEYAN

Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunubildirir,

aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Teze ilişkin 06/07/2022 tarihinde Turnitin adlı intihal tespit programından enstitü müdürlüğünce belirlenen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan benzerlik raporunagöre, tezin benzerlik oranı % 15 olarak tespit edilmiştir.

Bu çalışma için Sosyal Bilimlerde İnsan Araştırmaları Etik Kurulundan 2018/318sayısı ile etik izin alınmıştır. Bu çalışma için İzmir İl Milli EğitimMüdürlüğü'nün 11/02/2019 tarihli ve 12018877-604.01.02-E.2889125 sayılı yazısıile araştırma izni alınmıştır.

.....
AYŞE ÖYKÜ ÖLMEZ

ÖZET

**İLKOKUL VE ORTAOKUL (2-6.SINIF) ÖĞRENCİLERİNİN EŞİT
İŞARETİNİ ALGILAMALARI ÜZERİNE BİR ARAŞTIRMA
YÜKSEK LİSANS TEZİ
AYŞE ÖYKÜ ÖLMEZ
BOLU ABANT İZZET BAYSAL ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMETİK VE FEN BİLİMLERİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI
(TEZ DANIŞMANI:PROF. DR. HAKAN YAMAN)**

**BOLU, AĞUSTOS - 2022
XIV +59 Sayfa**

Bu çalışma cebir öncesi ilköğretim öğrencilerinin eşit işareti hakkındaki düşüncelerini ve sınıf düzeyi arttıkça anlama düzeylerinde bir gelişme olup olmadığını eğer olduysa hangi seviyede olduğunu ortaya çıkarmak amacıyla yapılmıştır. Çalışmada araştırmacı tarafından geliştirilen Eşit İşareti Testi ile nicel veriler toplanmıştır. İlkokul ve ortaokul 2, 3, 4, 5, ve 6.sınıfların katıldığı bu çalışma 2018-2019 Eğitim Öğretim yılının bahar yarıyılında Ege Bölgesi'nde 2 ilkokul ve 3 ortaokul olmak üzere 541 öğrenci ile yapılmıştır. Ardından 15 öğrenci ile nitel görüşmeler gerçekleştirilmiştir.

Veri toplama aracı olarak Eşit İşareti Testi Yaman, Toluk ve Olkun (2003) ve Yaman'ın (2004) çalışmalarından yola çıkarak araştırmacı tarafından geliştirilmiştir. Test 3 bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde sözel problemler, ikinci bölümde boşluk doldurmave üçüncü bölüm ise verilen matematik cümlelerinin doğru-yanlış şeklinde ifade edilmesinden oluşmaktadır.

Öğrencilerin testten aldıkları puanlar bir istatistik paket programa girilmiş ve testtenaldıkları puanlar arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığına bakılmıştır. Öğrenciler ile yapılan görüşmeler ise tek tek incelenmiş öğrencilerin eşit işareti algısına dair çıkarımlar yapılmıştır.

Nicel verilere göre toplam puanda; 2ve 3.sınıf öğrencilerinin puanları 4, 5 ve 6.sınıf öğrencilerin puanlar arasında anlamlı şekilde düşük çıkmıştır. Kız ve erkek öğrencilerin puanlarında anlamlı bir farklılık bulunamamıştır.

Nitel kısımda öğrencilerden “Eşit İşareti Testi”ne verdikleri yanıtları, sebepleri ile birlikte açıklamaları istenmiştir. Bu veriler ışığında öğrencilerin eşit işareti algılarının her sayının kendisine eşit olduğu, eşit işaretinin bir yön belirttiği, bir işlem işareti olduğu ve bir denge belirttiği şeklinde 4 bölümde ele alınabileceği ortaya çıkmıştır.

2.sınıftan itibaren öğretmenler derslerde eşit işaretinin ilişkisel anlamına yönelik somut materyallerle çalışmalar yapmalı bu çalışmalar örneklerle desteklenmelidir. Öğrencilerde böylelikle ileride görecekları cebir öğrenme alanına temel oluşturmalıdır.

ANAHTAR KELİMELEER: Eşit İşareti, Aritmetik, Cebir

ABSTRACT

A RESEARCH ON ELEMENTARY AND MIDDLE SCHOOL STUDENTS' PERCEPTIONS (2-6. GRADES) OF THE EQUAL SIGN

MSC THESIS

AYŞE ÖYKÜ ÖLMEZ

BOLU ABANT İZZET BAYSAL UNIVERSITY

INSTITUTE OF GRADUATE STUDIES

DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND SCIENCE

(SUPERVISOR:PROF. DR. HAKAN YAMAN)

BOLU, AUGUST 2022

XIV+59 PAGES

This study was carried out in order to reveal the thoughts of pre-algebra primary school students about the equal sign and whether there is an improvement in their level of understanding as the grade level increases, and if so, at what level. In the study, quantitative data were collected with the Equal Sign Test developed by the researcher. This study, in which the 2nd, 3rd, 4th, 5th and 6th grades of primary and secondary schools participated, was carried out in the spring semester of the 2018-2019 academic year with 541 students, 2 primary schools and 3 secondary schools, in the Aegean Region. Then, qualitative interviews were conducted with 15 students.

As a data collection tool, the Equal Sign Test was developed by the researcher based on the studies of Yaman, Toluk and Olkun (2003) and Yaman (2004). The test consists of 3 parts. The first part consists of verbal problems, the second part consists of filling in the blanks and the third part consists of expressing the given mathematical sentences as true-false.

The scores that the students got from the test were entered into a statistical package program and it was checked whether there was a significant difference between the scores they got from the test. The interviews with the students were examined one by one and inferences were made about the equal sign perception of the students.

According to the quantitative data, in the total score; The scores of the 2nd and 3rd grade students were significantly lower than the scores of the 4th, 5th and 6th grade students. No significant difference was found in the scores of female and male students.

In the qualitative part, students were asked to explain their answers to the "Equal Sign Test" along with their reasons. In the light of these data, it has been revealed that students' perceptions of the equal sign can be discussed in 4 parts: each number is equal to itself, the equal sign indicates a direction, a process sign, and a balance.

Starting from the 2nd grade, teachers should work with concrete materials on the relational meaning of the equal sign in lessons, and these studies should be supported with examples. Thus, it should form the basis of the algebra learning field that students will see in the future.

KEYWORDS: equalsign, algebra, arithmetic

İÇİNDEKİLER

Sayfa

KABUL VE ONAY SAYFASI	iii
ETİK BEYAN.....	iv
ÖZET.....	Error! Bookmark not defined.
ABSTRACT	Error! Bookmark not defined.
İÇİNDEKİLER	vii
ŞEKİL LİSTESİ.....	ix
TABLO LİSTESİ	x
FOTOĞRAFLİSTESİ	xi
KISALTMA VE SEMBOLLER LİSTESİ	xii
TEŞEKKÜR	xiii
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Araştırmanın Amacı	4
1.2. Araştırma Problemi	4
1.3. Araştırmanın Önemi	4
1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları	5
1.5. Araştırmanın Varsayımları	5
2. KURAMSAL ÇERÇEVE	6
2.1.Aritmetik	6
2.2. Cebir Öncesi Dönem	6
2.3. Cebir nedir?	7
2.4. Aritmetikten Cebire Geçiş	9
2.5. Cebirsel Düşünme	12
2.6. Cebirsel Düşünme Düzeyleri.....	15
2.7. Eşit İşareti	16
2.7.1.Eşit İşareti ile İlgili Literatür	18
3. YÖNTEM.....	24
3.1.Araştırma deseni.....	24
3.2. Araştırmacının Rolü	24
3.3. Evren ve Örneklem.....	25
3.4. Veri Toplama Aracı.....	26
3.5. Veri Toplama Süreci.....	27
3.6. Verilerin Analizi.....	29
3.7.Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği.....	29
4. BULGULAR	31
4.1.Nicel Bulgular	31
4.1.1.Güvenirlik Analizi ve Demografik Özelliklerin Dağılımı	31
4.1.2.Test Puanlarının Demografik Değişkenlere Göre Karşılaştırılması	34

4.2. Nitel Bulgular	37
5. TARTIŞMA	47
6. SONUÇ VE ÖNERİLER	50
7. KAYNAKLAR.....	52
8. EKLER.....	57



ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1.Battisa'nın Cebirle ilgili kavramların diziliş sırası.....	10
Şekil 2.2.İki-yol modeli	11
Şekil 2.3. Boulton vd.(2000) cebirsel düşünmenin gelişimi.....	13



TABLO LİSTESİ

Sayfa

Tablo 2.1. Van Amerom'a göre aritmetik ve cebir arasındaki farklar.	12
Tablo 2.2. Krigler'e göre cebirsel düşünmenin 2 bileşeni.....	14
Tablo 3.1. Araştırmaya katılan öğrencilerin sınıflarına ve cinsiyetlerine göre dağılımı.....	25
Tablo 3.2. Görüşme yapılan öğrencilerin cinsiyete göre dağılımı.	26
Tablo 3.3 Eşit işareti testi.....	27
Tablo 4.1. Demografik özelliklere ilişkin dağılım.....	32
Tablo 4.2. Verilerin normal dağılıma uygunluğunun incelenmesine ilişkin bulgular.....	33
Tablo 4.3. Puanların cinsiyete göre karşılaştırılmasına ilişkin bulgular.....	34
Tablo 4.4. Puanların sınıf düzeyine göre karşılaştırılmasına ilişkin bulgular..	35
Tablo 4.5. Bölümlerin ve toplam puanların sınıf seviyesine göre kutu grafiği..	37

FOTOĞRAFLİSTESİ

Sayfa

Fotoğraf 4.1. E42'ye ait cevaplar.....	40
Fotoğraf 4.2. E22'ye ait cevaplar.....	42
Fotoğraf 4.3. K4'e ait cevaplar.....	44



KISALTMA VE SEMBOLLER LİSTESİ

NTCM : National Council of Teachers of Mathematics

MEB : Milli Eğitim Bakanlığı

EARGED: Araştırma ve Geliştirme Daire Başkanlığı

EİT : Eşit İşareti Testi



TEŞEKKÜR

Tez boyunca bana her zaman yardımcı olan, desteklerini ve bilgi birikimlerini her zaman benimle paylaşan tez danışmanım Doç.Dr. Hakan YAMAN'a teşekkür ederim.

Her zaman bana inanan, güvenen, desteklerini esirgemeyen kız kardeşlerim olarak gördüğüm Nazlıcan BİNGÖL'e, Raziye KESKİN'e Ceren Ezgi Cebeci'ye Ecem KUŞÇU'ya ve Damla ÖVEK BAYDAR'a;

Her zaman ve her kararımda yanımda olan, karar alamadığım zamanlarda bile benim yerime düşünen Delikanlı Mertcan Susuz'a;

Lisans ve yüksek lisans eğitimim boyunca her zaman yardımcı ve destekçim olan meslektaşım Kürşat UYGUR'a;

Balıkesir'in bana kattığı en güzel insanlar, lisans hayatımı mükemmel olmasını sağlayan, desteklerini her zaman hissettiğim, tez çalışmam için değerli fikirlerini benimle paylaşan sevgili meslektaşlarım; Hande GÜRPINAR'a, Aslı POLAT'a, Melike SOY'a, Nazan BAYINDIR'a, Ekrem TUNA'ya ve Akif UYSAL'a;

Bolu'ya alışma sürecimde ve sonrasında yanımda olan yüksek lisansımı unutulmaz yapan meslektaşlarım Yasemin CİHAN ALAMUR'a, Mehtap YEŞİLÇİMEN'e ve Satı AKGÜL'e teşekkür ederim.

Tezimi, bir ömür boyu haklarını ödeyemeyeceğim, bu yaşıma kadar maddi ve manevi her zaman yanımda olan, beni sevgiyle büyüten canım babam ve canım annem; Ali ÖLMEZ ve Anıl ÖLMEZ'e ithaf ediyorum.

AYŞE ÖYKÜ ÖLMEZ

CANIM BABAMA ve ANNEME



1. GİRİŞ

Günümüzün değişen dünyasında matematik dört işleme ya da ezberletilen bilgilere dayalı bir bilim olmaktan ziyade gerçek hayatta karşılaştıkları problemlerin çözüm aşamasında analitik düşünme becerilerin gelişmesine evrildiği söylenebilir. Matematik düşünsel bir faaliyet olup doğruyu bilme ve anlama merakına bağlı olarak gelişmektedir. Matematiksel bilgi deneye dayanmayan ama deneyle doğrulanabilen bilgidir ayrıca matematik diğer bilimlerin gelişmesine katkı sağlarken matematiksel bilgi yine matematikle üretilir (Altun, 2015). Matematiksel bilgi işlemsel ve kavramsal bilgi olarak ikiye ayrılır. İşlemsel bilgi sadece çözüme odaklanırken kavramsal bilgi bilgiyi yapılandırma ve anlamlandırmakla ilgilidir. Bu iki kavram birbirine zıt değildir aksine birbirini tamamlar (Olkun ve Toluk Uçar, 2006).

1940’lardan beri benimsenen davranışçı yaklaşım dünyada pek çok ülkede 1980’li yılların ortalarından itibaren terk edilmesi için yenilik hareketleri başlamıştır. (National Council of Teachers of Mathematics, 1989). Davranışçı yaklaşım gözlenebilir yaklaşımlara yoğunlaşmakta, soyut kavramların öğretilmesi, genelleme yapma, problem çözme gibi becerilerin öğrencilere kazandırılmasında eksik kalmaktaydı (Özden, 2003). Öğrencilerden yalnızca verilen bilgilerin ezberlenmesi beklenmekte, kendisinin yapılandırmasına izin verilmeden öğretmenin öğrettiği biçimde çözmesi istenmekteydi. Öğrenciler kendi yaşantıları sonucu edindiği informal bilgileri kullanmadan sadece formülleri ezberler, kendilerinin çözüm yolları üretip çeşitli stratejiler oluşturup bunları paylaşma imkanları yok denilecek kadar azdı (Durmuş, Toluk ve Olkun. 2003).

21.yüzyıl teknoloji çağı olup bilgiler hızla yayılmaktadır, bilgi ve bilim anlayışı değişmekte, teknoloji gelişmektedir. Bu değişikliklere ayak uydurabilmek için toplumun bireylerden beklentileri de değişmektedir (MEB, 2009). Tüm bunlar doğrultusunda matematik eğitime bakış açısı değişmiş, sadece matematiği bilen bireyler değil bilgiyi uygulayabilen, matematik yapan, problem çözebilen bireyler yetiştirmek amaçlanmaktadır. (Gür ve Korkmaz, 2003).

MEB tarafından daha önceki yıllarda hazırlanan öğretim programlarında benimsenen davranışçı yaklaşımdan 2005-2006 eğitim öğretim yılında hazırlanan öğretim programıyla beraber uzaklaşmıştır. Bu programla öğretmen merkezli etkinliklerin yerini öğrenci merkezli etkinlikler almış, öğrenme odaklı; öğrencinin

aktif katılım sağladığı, küçük grupla ya da sınıf içi iş birliğine dayalı bir program benimsenmiştir (Ersoy, 2006).

Bu değişimle beraber matematik programı da köklü değişikliklere uğramıştır. Öğrencilerin günlük hayatta gereksinim duydukları matematiksel bilgi ve becerilerin kazandırılması amaçlanmış, kavramsal öğrenmeyi destekleyen aritmetik temeli sağlam bunun yanında ilişkisel düşünme ve problem çözme becerileri yüksek bireyler yetiştirmek amaçlanmıştır (MEB, 2009). Bu yenilikler kapsamında öğrencilerin matematiksel bilgiye kendilerinin ulaşması amaçlanmış böylelikle daha kalıcı bir öğrenmeye odaklanılmıştır.

Dünyada ve ülkemizde matematik öğretimindeki yenilik çalışmaları sürerken öğrencilerin güçlük çekmesinin temelinde matematiğin soyut doğası yatmaktadır. Aritmetik, sayıların birbirleriyle olan ilişkisini ve dört işlemle yapılan hesaplarla ilgilenen matematiğin alt dallarından biridir (NTCM, 1991). İlkokul döneminde aritmetiksel beceri çeşitli materyallerle somutlaştırılrsa da cebirin hayatlarına girişiyle birlikte matematik soyut bir anlam kazanır.

Bir işlemi bir kere yapıyorsak cebire ihtiyaç duymayız ancak birden fazla kere, tekrar tekrar yapıyorsak bir genellemeye ihtiyaç duyarız, Usiskin (1997) buna dayanarak cebir için genellemelerin dili tanımını yapmıştır. Örneğin bir karenin alanı hesaplarken her seferinde birim kare saymak yerine iki kenarını çarparsak bir genellemeye varmış oluruz.

Genellemeler çıkartıp cebire ulaşmak ancak cebirsel düşünme ile mümkündür. Cebirsel düşünmeyi Driscoll (1999) değişkenler ve bilinmeyenler arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarıp sayısal durumları gösterme olarak tanımlamıştır.

Nayıroğlu (2022) Cebirsel düşünme erken yaşlarda geliştirilebilir, cebirsel düşünme ile gelişen öğrenciler ilişkisel düşünme ve günlük hayat problemleriyle daha kolay başa çıkabilir. Cebirsel düşünmenin gelişmesi için önce somut materyaller verilip sonrasında da grafik, semboller kullanarak göstermek öğrencilere katkı sağlayacaktır (Lawrence ve Hennessy, 2022).

Cebirsel düşünmenin bileşenlerinden biri de ilişkisel düşünmedir (Stephens, 2006). Stephens'e göre ilişkisel düşünme bir sayı cümlesinde verilen sayılar arasındaki tüm olası çeşitleri anlayıp kullanabilmesidir. Örneğin öğrencinin 9-3 yerine 4+2, 11-5, 36:6, 2x3 gibi eş formda sayı cümlesi yazabilmedir.

İlişkisel düşünme becerisi gelişmemiş öğrenciler cebirde zorlanmaktadır. Cebir ilkökul seviyesinde verilmese de öğrencilere örüntüler, eşitlik, karşılaştırma ve sıralama gibi cebirsel düşünmelerinin gelişmesine uygun bir formatta verilmektedir (NTCM, 2000). İlişkisel düşünme belirli bir düzende sorulara yanıt bulmaktan ziyade sayı ve işlem becerisini kullanarak matematiksel dönüşümleri oluşturmazdır (Carpenter, Levi, Franke ve Zeringue, 2005).

İlkokulun ilk yıllarından itibaren ilişkisel düşünmenin gelişmesi için en önemli noktalardan biri öğrencilerde eşit işareti algısı olmuştur. Ancak yapılan araştırmalarda (Köse ve Tanışlı,2011; Molina, Castro, Mason. 2008) eşit işaretinin ilişkisel düşünmeye yardımcı olduğu örneklere ders kitaplarında çok sık rastlanmamaktadır. Eşit işareti ders kitaplarında ve öğretmen anlatımlarında genel olarak bir işlemin sonucu aritmetiksel işlemler yapıp bulmaya odaklı bir şekilde kullanılmaktadır. İlişkisel düşünmede istenilen eşitliğin her iki tarafının farklı yada aynı işlemlerle aynı çıkması ya da farklı olsa bile öğrencinin bunun farkında olmasıdır.

Öğrencilerin eşit işareti dair kavram yanılgıları vardır (Behr, Erlwanger ve Nichols 1980; Falkner, Levi ve Carpenter, 1999; Molina vd. 2008; Yavuz 2010; Yaman, 2004; Yaman, Toluk, Olkun 2003). Öğrenciler eşit işaretini gördükleri zaman sembolün solunda kalan işlemleri yapıp sağ tarafa yazma eğilimindedir (Kilpatrick, Swafford ve Findell, 2001; Kieran, 2007). Eşit işaretini işlem yap ve sonuç bul olarak görmektedir (Oktaç, 2010). Öğrenciler eşit işareti ile tanıştıklarından itibaren ilişkisel anlamı ile karşılaşp öğrenmelidir (Boulton, Lewis, Cooper, Atweh, Pillay ve Wills, 2000).

NTCM (2000), eşit işaretini, cebirsel düşünmeyi oluşturan en temel noktalardan biri olarak görüp okula başladıkları ilk günden itibaren üzerinde durulmasını önermiştir. Ülkemiz müfredatında da (MEB, 2018) eşit işaretinin ilişkisel anlamını destekleyen öğretime 2.sınıftan itibaren başlanmaktadır. Diğer sınıf düzeylerinde de desteklenerek devam etmekte, 7.sınıfta öğrenecekleri denklem ve eşitlik alt öğrenme alanına temel oluşturmaktadır.

1.1. Araştırmanın Amacı

2005 yılında yenilenen matematik öğretim programına kadar öğrencilerin eşit işaretini algılamasının gelişmesi ve doğru şekilde anlamlandırması için kazanımlar mevcut değildi. 2005 matematik programından önce ve sonra öğrencilerin eşit işaretini algılarını ortaya çıkartmak için çalışmalar yapılmıştır. Ancak 2018 yılında yenilenen matematik öğretim programından sonra cebir öncesi ilkököl ve ortaokul öğrencilerinin eşit işareti algılarını ortaya çıkartmak bir çalışma yapılmamış olup, bu araştırmanın 2,3,4,5 ve 6.sınıf öğrencilerinin eşit işaretini nasıl algıladıklarını ortaya çıkartmak ve sınıf seviyeleri arasında farklılıkları ortaya koymak amacıyla yapılmıştır.

1.2. Araştırma Problemi

Bu araştırmada cebir öncesi ilkököl ve ortaokul öğrencilerinin eşit işareti ile ilgili algılarını ortaya çıkarmak amaçlanmış olup bu kapsamda aşağıdaki alt problemlere cevaplar aranmıştır..

- 1) Sınıf seviyelerine göre öğrencilerin Eşit İşareti Testi toplam ve bölüm performansları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?
- 2) Cinsiyetlerine göre öğrencilerin Eşit İşareti Testi toplam ve bölüm performansları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?
- 3) İlkokul ve ortaokul 2, 3, 4, 5 ve 6.sınıf öğrencileri eşit işareti nasıl algılamaktadır?

1.3. Araştırmanın Önemi

Matematik eğitimi ülkemizde özellikle ilkököl seviyesinde daha çok aritmetik üzerine odaklanmaktadır. Öğretmenler ve ders kitapları genel anlamda eşit işaretinin ilişkisel anlamını desteklememektedir (Tanışlı ve Köse, 2011). Öğrenciler bu yüzden cebirle karşılaştıklarında zorlanmaktadır. Öğrenciler bilinmeyen ve değişkenleri sabit sayılarla sınırlamaktadırlar (Akkaya, 2006). Ülkemizde ve uluslararası yapılan çalışmalarda eşitlik kavramının öğrenciler tarafından yanlış anlamlandırıldığı görülmektedir (Yaman, Toluk ve Olkun, 2003; Öksüz, 2007; Yavuz, 2010; Alibali, Knuth, Hattikudur, McNeil ve Stephens, 2008; Falkner vd. 1999).

Eşit işaretinin aritmetik ve cebir için önemi ortada olup bu araştırmada cebir öncesinde yer alan öğrencilerin eşit işareti algılarını ortaya çıkartıp sınıflar arasında farklılıkları ortaya koymak amacıyla yapılmış, bu sınıf seviyelerindeki

öğrencilerin kavram yanlışları ve hatalarını ortaya çıkartıp alan yazındaki tartışmalara ve eğitimcilere katkı sağlayacağı düşünülmüştür.

1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları

1) Araştırma ilkokul 2, 3 ve 4. sınıflar ile ortaokul 5 ve 6. sınıf öğrencileri ile sınırlandırılmıştır.

1.5. Araştırmanın Varsayımları

1) Araştırma gerçekleştirilen öğrencilerin aritmetik ve cebirsel işlemlerle ilgili gerek ve yeterli önbilgilere sahip olduğu varsayılmıştır.

2) Öğretmenlerin belirlenen ilköğretim matematik programına bağlı kaldıkları varsayılmıştır.



2. KURAMSAL ÇERÇEVE

2.1.Aritmetik

Aritmetik için TDK (2020) matematiğin konusu, sayılar ve sayıların özellikleri, hesap şeklinde tanımlarken, National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1991) ise sayıları, sayılarla yapılan dört işlemi, aralarındaki ilişkileri ve hesaplamaları içinde bulunduran matematik dalı tanımını yapmaktadır. Halk arasında dört işlem ve hesaplamalar olarak tanımlanan aritmetik, Mısır ve Mezopotamya’da ilkel haliyle kullanılmaktaydı. Zamanla gelişerek bugünkü halini almıştır. Aritmetiği gündelik hayatta ve yapılan üst düzey bilimsel araştırmalarda hemen hemen her birey kullanmaktadır. Matematiğin en bilinen dalı olan aritmetik ile ilgili günümüzde Mason (1996), dört işlem becerisini kullanarak bilinenden yola çıkarak bilinmeyeni bulmak için yapılan işlemler tanımını yapmıştır.

2.2. Cebir Öncesi Dönem

İlköğretim çağındaki öğrencilere aritmetiğin bir konusu olan temel dört işlem bilgisi verilmektedir. Temel aritmetik ileriki sınıf düzeylerinde karşılına çıkacak olan üst düzeydeki matematik öğretiminin temelini oluşturmaktadır. Aritmetikten cebire direkt geçiş yapılmamakta ikisinin arasında köprü görevi gören süreç erken cebir olarak isimlendirilmektedir. Kieranve Chaloung (1993) bu dönem için öğrencide var olan aritmetik bilgisini informal bir şekilde cebirsel kavramları oluşturmaya yardımcı olduğunu söylemektedir. Kieran (1992) cebir öncesi dönemi için aritmetik deneyimlerinden yararlanarak cebirin temelini atıp yeni cebirsel fikirler inşa ettiği süreç tanımını yapmıştır. Ayrıca Kieran (1992) bu dönem için 2 önemli noktaya değinmiştir. Bunlar; sayıların yerine geçen harfleri kullanma ve hem sayı hem de sembollerle kullanılmaya başlanan matematiksel süreç için farkındalık. Cebir öncesi dönem cebirde öğrencilerin karşılaşacağı kavram yanlışlarının oluşmaması için en kritik dönemdir. NTCM (2000) öğrenciler erken yaşta cebir öğrenmeye başlamalıdır. 3 ve 5. sınıflarda öğretim gören öğrencilerin genelleştirmeleri bulmak için sembol, şekil, kutu ve harfler kullanabilmelidir.

2.3. Cebir nedir?

Tarihte cebirin temeli Harezmi'in "El'Kitab'ül-Muhtasar fî Hısab'il Cebri ve l'Mukabele" (*Cebir ve Denklem Hesabı Üzerine Özet Kitap*) ile atılmıştır. Bu kitapta standart denklem çözümleri vardır. Denklem her iki tarafına aynı sayılar eklenir ya da çıkartılır (Radford ve Puig, 2006). Cebir nedir sorusuna yıllardan beri bir yanıt aranmıştır. Bazı matematik eğitimcileri cebiri farklı şekilde tanımlamıştır. Cebir hakkında yapılan en eski tanımlardan biri de Ömer Hayyam'a aittir. Ömer Hayyam'a göre cebir içerisinde bilinmeyen olan sayısal ve geometrik problemleri çözmektir.

Taylor Cox (2003) ise cebiri problemleri çözebilmemiz için içerisinde bilinmeyen ve değişkenler olan genel bir aritmetik olduğu, Amerom ve Barbara (2003) cebirin aritmetik gibi yalnızca basit hesaplamalar için kullanılmadığını ve öğrencilerin akıl yürütme, genel ve özel durumlar hakkında çıkarımlar yapmasına yardımcı olduğunu söylemektedir. Cebirin problem çözme ve düşünmenin bir aracı olacağını (Dede ve Argün,2003), Akkaya ve Durmuş (2006) ise cebirin sayı ve sembolleri gelenekselleştirilmiş denklemlere dönüştürerek aralarındaki ilişkiyi inceleyen bir matematik dalı tanımını yapmıştır. Cebir yalnızca sayıları ve olguları harflerle temsil etmez harflerle işlem yapabilmemizi sağlar şeklinde tanımlarken Kieran(1992) cebirin gelişmesini sözel aşama, sembol sözel karışımı aşama ve sembolik aşama şeklinde üç bölüme ayırmıştır. Akkan (2009) sayıların özelliklerini ve ilişkilerini gösteren, formül, bilinmeyen, değişken ve yer tutucuların arasındaki ilişkiyi inceleyen bir matematik dili olduğunu söylemiştir. Witney vd. (2003) soyut düşünmeye geçmek için cebiri bir kapı olarak görmektedir.

Amerikan Ulusal Matematik Öğretmenleri Topluluğu (National Council Teachers of Mathematics (NTCM), 2000) okul öncesinden başlayarak 12.sınıfın sonuna kadar devam eden süreçte bütün öğrencilerin cebiri öğrenmesinin ne denli önemli olduğunu vurgulamıştır. Öğrencilerin bu süreç boyunca ve sonunda belli standartlara ulaşması istenmektedir. Bu standartlar;

- Sayısal ilişkileri matematiksel modeller kullanarak anlama
- Cebirsel ifadeleri kullanarak matematiksel yapıları çözme ve analiz

etme

- Değişimleri analiz etme
- Örüntü, bağıntı ve fonksiyonları anlama

şeklindedir.

MEB'e bağlı Eğitim Araştırma ve Geliştirme Daire Başkanlığı (EARGED) 1996 yılında bir araştırma yürütmüş ve bu araştırmada bazı öğrenciler sözel problemleri aritmetik kullanarak rahatlıkla çözebiliyorken birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurarak çözemediklerini ve cebirsel ifadelerin olduğu sorularda sorun yaşadıklarını yazdıkları raporda bildirmişlerdir.

Akkaya (2006) yılında yaptığı çalışmayla öğrencilerde mevcut olan cebirle alakalı kavram yanlışlarını şu şekilde ifade etmiştir;

- Harflerin herhangi bir anlamı yoktur.
- Harfler nesnelerin kısaltılması olarak kullanılır. 3k ifadesi 3 kalem demektir.
- Harfler alfabe'deki sıralara göre değer alırlar. a harfi alfabe'de 1.sırada olduğu için $a=1$
- Harfler yalnızca rakamları temsil eder, öğrencilere göre $ab=6$ ifadesi yanlışır ab 'yi iki basamaklı bir sayı olarak düşünürler.
- Harflerle sayılarla olduğu gibi işlem yapılmaz.
- $a=7$ ve $c=9$ ise $b=8$ olmalıdır.
- Cebirsel ifadelerle yapılan işlemlerde parantezin hiçbir önemi yoktur.
- İşlem sırası her zaman soldan sağa doğrudur.
- Harflerin sadece bir değeri vardır ve değişken değildir.
- “=” her zaman sonucu verir.

2018 yılında yenilenen Matematik Dersi Öğretim Programında cebir öğrenme alanına ilk defa 6. sınıfta yer verilmektedir. 6.sınıfta öğrencilerden beklenen örüntülerde verilmeyen terimi bulmaları, verilen cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum ve sözel olarak verilen durumlara uygun cebirsel ifade yazmaları, cebirsel ifadelerin değerini hesaplarken değişken yerine farklı doğal sayılar koyarak bulmaları ve basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklamalarıdır. 7.sınıfta iki alt öğrenme alanı vardır. Bunlar cebirsel ifadeler ve eşitlik ve denklemdir. Cebirsel ifadelerde 6.sınıfta tanıyıp açıkladıkları cebirsel ifadeleri toplar çıkarır ve doğal sayı ile çarpar. Eşitlik ve denklem alt öğrenme alanında ise eşitlik kavramını oturtur, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer ve ilgili problemleri birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurarak çözer. 8.sınıfta ise cebir öğrenme alanına daha geniş kapsamlı yer verilmektedir. 8.sınıfta cebirsel

ifadeler ve özdeşlikler, doğrusal denklemler ve eşitsizlikler konuları bulunmaktadır. Bu sınıf düzeyinde öğrenciler iki değişken arasındaki doğrusal ilişkiyi inceler ve çözer (MEB, 2018).

2.4. Aritmetikten Cebire Geçiş

Cebir aritmetiğin yanıt bulamadığı pek çok sorunun çözümü ulaşmasını sağlar (Karaçayır, 1985). Aritmetik genel anlamda; toplama, çıkarma, çarpma ve bölmedir. Tabach ve Friedlander (2003) cebirin tanımını “gelenekselleştirilmiş aritmetik” olarak yapmıştır. Aritmetik ilkökul matematiğini oluşturuyor olsa da aritmetik bilgisi eksik olan öğrenciler cebir öğrenmekte de zorluk çektiği görülmektedir (Özbayar, 2017). Buradan da yola çıkarak aritmetik ve cebiri birbirinden ayrı düşünemeyiz. Cebirin çıkış noktasını aritmetik temelli olduğu ve öğrenciler cebiri yapılandırırken önceki aritmetik yaşamışlıklarından yola çıktığı söylenebilir (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2011). Kieran (2004) aritmetikten cebire geçiş yapılırken 4 noktaya odaklanılması gerektiğini söylemektedir. Bunlar;

- I. Problemin çözümünü görselleştirme
- II. Sadece sayıların değil aralarındaki ilişkiye odaklanma
- III. Sayılardan çok sembollere odaklanma
- IV. Eşit işareti “=” üzerine odaklanma

Kieran (2004) bunlar yapılmazsa aritmetik bilgisi iyi olan öğrencilerin bile cebirde zorlanacağını söylemektedir. NTCM (1989) aritmetik ve cebir ilişkisi için;

“İlköğretim ikinci kademe (ortaokul) matematik müfredatı, somut ilköğretim birincikademe matematik müfredatı ile soyut lise matematik müfredatı arasındaki bir köprüdür. Buradan önemli geçişlerden biri aritmetik ile cebir arasındaki geçiştir. Bu nedenle 5-8 sınıflarda öğrenciler, daha sonra çalışacakları soyut cebir için bir temel oluşturabilecek cebirsel kavramları informal bir yolla alırlar... (s.102)”.

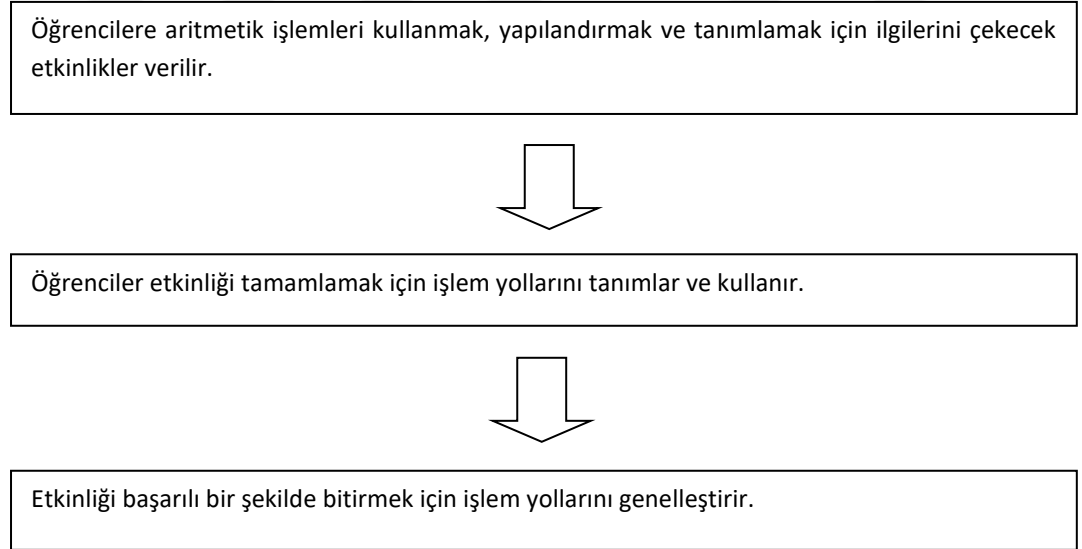
Sayma, sayılarla hesaplama yapma ve karşılaştırmayı içinde bulunduran aritmetiğin soyutlanmasıyla matematiğin önemli dallarından biri olan cebir ortaya çıkmıştır. (Akgün, 2006). Vance (1998), cebir için aritmetiği genelleştirmek için kullanılan bir dil ya da genelleştirilmiş aritmetik tanımını yapmıştır.

Cooper, Boulton, Athew, Wilss ve Mutch (1997) aritmetikteki birçok ilişki ve yapısal anlamlandırma eksikliklerin öğrencilerin ileride karşılarına çıkan cebir ve cebirsel düşünmede de zorluklar çektiğini, Bell (1996) işlemlerle ilgili olan kavram yanılgılarına sahip olan öğrencinin cebirsel düşünme ve cebiri anlama da öğrencileri zorlanacağını, Linchevskive Hersovics (1996) aritmetikte

işlem önceliği ve parantezli işlemlerin iyi öğrenilmesinin cebirde kolaylık sağlayacağını belirtmiştir.

Carpenter ve Levi (2000) aritmetik dönemindeki öğrencilerin erken yaşta aritmetik ile ilgili genellemelere ulaşmaları, bu genellemeleri kendilerinin yapması ve doğruluğunu kontrol etmesinin cebir öğretimine temel oluşturup cebirin daha iyi anlaşılacağına, Demana ve Lietzel (1988) sayılar arasındaki örüntünün oluşturup genelleme yapması, işlem önceliği, dört işlemin özellikleri olan birleşme, dağılma, değişme ters işlem gibi özellikleri bilmesi cebirsel ifade içeren denklemlerin çözülmesinde kolaylık sağlamaktadır. McNeil ve Alibali (2005) cebirsel düşünme düzeylerinin iyi olmasının bir yolunun da aritmetik düşüncelerinin ne denli geliştiği ve iyi olduğuyla alakalı olduğunu söyler. French (2002) zihinden yapılan işlemlerin ileride karşılına çıkacak olan cebirsel ifadelerle yapılan işlemlere katkı sağlayacağını ve cebir iyi anlamının yolunun iyi bir aritmetikten geçtiğinin vurgusunu yapmıştır (Battisa,1995; akt. Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2011) aritmetikten cebire geçişte bir sıra önermiştir. Bu sıra aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Şekil 2.1.Battisa'nın Cebirle ilgili kavramların diziliş sırası



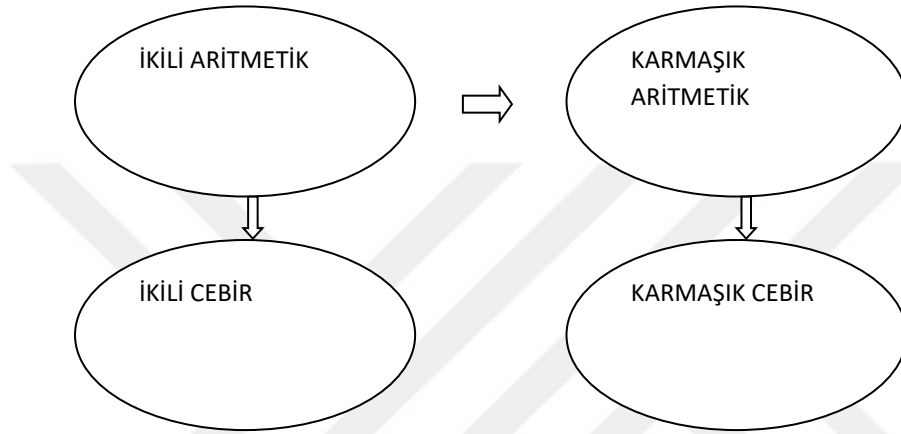
Cebir öğretimine geçişte aritmetikten yola çıkarak Boulton-Lewis vd. (1997) iki-yol modelini ortaya çıkarmışlardır. İki-yol modeli basamakları;

- İkili aritmetik
- Karmaşık aritmetik
- İkili cebir

- Karmaşık cebir

İkili aritmetik $7+2$, 4×6 gibi basit dört işlemleri ele alır karmaşık aritmetiğe geçişte ve ikili cebire geçişte önemli bir rol oynar. Karmaşık aritmetik birden fazla işlemin olduğu $4/2+3$ ve $2+5 \times 7$ gibi işlemleri, ikili cebir ise $a-7$, $2b$ tipi ifadeleri kapsar. İkili cebirden getirilen bilgiler sayesinde karmaşık cebir dediğimiz $3x+1-x$, gibi işlemleri öğrenciler daha iyi anlar ve öğrenirler.

Şekil 2.2. İki-Yol modeli



Aritmetik ve cebir birbirini tamamlayan matematik dallarından ancak aralarında farklılıklarda vardır. Bu farklılıklar aşağıdaki tabloda verilmiştir. (Amerom, 2002)

Tablo 2.1. Amerom’a göre aritmetik ve cebir arasındaki farklar

ARİTMETİK	CEBİR
Sayısal bir çözüm bulma	Problem çözmeyi genelleştirme ve yöntemleri sembolleştirme
Belirli sayı durumlarını genelleştirme	Sayılar arasındaki ilişkiyi genelleştirme
Tabloyu hesaplama aracı olarak kullanma	Tabloyu problem çözme amacıyla kullanma
Sadece sayılarla işlem yapma	Bilinmeyen ve değişkenlerle işlemler yapma
Harfler nesnelerin kısaltılması ya da ölçme birimini temsil eder	Harfleri bilinmeyen ya da değişken yerine kullanma
Bilinenler üzerinden çözüme ulaşma	Bilinmeyenler üzerinden çözüme ulaşma
Bilinmeyenler en sonda bulunur	Problem çözmenin çıkış noktası bilinmeyenler
Eşit işareti sonuç gösterir	Eşit işareti denkliği temsil eder
Sembolik ifadeler süreçleri temsil eder	Sembolik ifadeler süreç ve üründür.
İşlemler hareketle ilgilidir	İşlemler irade dışı nesnelerdir
Bir bilinmeyenli lineer problemlerdir	Çok bilinmeyenli problemler

2.5. Cebirsel Düşünme

Cebirsel düşünme sadece okulda ve yapılan sınavlardaki akademik başarı için değil öğrencinin içinde olduğu durumlar arasında bir ilişki kurup bu ilişkileri gündelik hayatındaki sorunların çözüme ulaşmasında da etkisi yadsınamaz. Lawrance ve Hennessy (2002) bu görüşü destekler bir şekilde cebirsel düşünme için olayları tahmin edip ve açıklayıp bunları matematiksel olarak değerlendirme dünyayı tanıma ve tanımlama olduğunu söylemiştir.

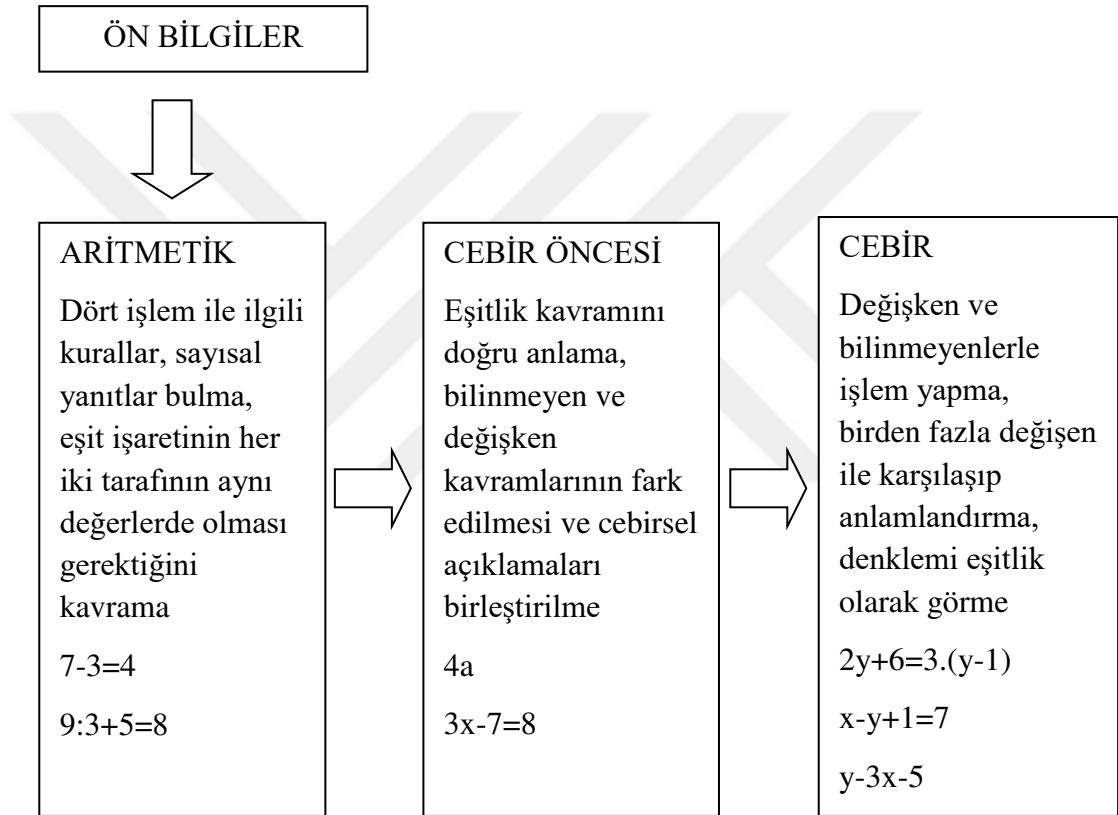
Cebir bilinmeyenler ve değişkenleri merkezine aldığı için öğrenci için karmaşık ve korku gelebilir. Cebirin daha da zor hal almaması için cebirsel düşünme yetisinin gelişmesi gereklidir (Gökburun, 2019). Herbert ve Brown (1997), cebirsel düşünme için problem durumunun içinden bizi çözüme götürecek doğru bilginin seçilip farklı temsil biçimleri ile gösterilmesi bunun

muhakemesinin yapıp matematiksel olarak analizinin yapılması olarak tanımlamıştır.

NTCM (2000) ise verilen bilgileri sözel, şekil, tablo, grafik ve denklem kurarak gösterme, ilişkileri belirleme ve yorumlama gibi durumları matematiksel olarak analiz etme tanımını yapmıştır.

Boulton vd.(2000) cebirsel düşünmenin gelişmesi için gerekli basamakları şu şekilde (Bkz. Şekil 2.3.) göstermişlerdir.

Şekil 2.3. Boulton vd. (2000) cebirsel düşünmenin gelişimi



Kriegler (2006) cebirsel düşünmeyi iki temel bileşene ayırmıştır. Bu bileşenler aşağıdaki Tablo2.2’de gösterilmiştir.

Tablo 2.2 Cebirsel düşünmenin 2 bileşeni Krigler'e göre

1. Matematiksel Düşünme Bileşenleri	2. İnformal Cebirsel Beceriler
• Problem çözme becerileri Problem çözme stratejilerini kullanma Çoklu yaklaşım ve çoklu çözümleri araştırma • Gösterimsel Beceriler İlişkileri görsel, sembolik, sayısal, sözel olarak gösterme Farklı gösterimleri dönüştürme Gösterimsel bilgiyi yorumlama • Akıl Yürütme Becerileri Tümevarımlı akıl yürütme Tümdengelimli akıl yürütme	• Soyut aritmetik olarak cebir Kavramsal tabanlı işlemsel beceriler Oran orantı • Matematiğin Dili Olarak Cebir Değişken ve değişen ifadeleri anlama Çözümleri anlama Sayı sistemlerinin özelliklerini kullanma ve anlama Cebirsel kuralları kullanarak okuma ve yazma, sayıları sembolleri kullanma Denk sembolik gösterimleri kullanarak, formülleri, açıklamaları, eşitlikleri ve eşitsizlikleri kullanma • Fonksiyonlar ve Matematiksel Modelleme Çalışmak İçin Araç Olarak Cebir Gerçek hayat durumlarındaki kuralları ve örüntüleri araştırma, açıklama ve genelleştirme Matematiksel fikirleri eşitlikleri, tabloları grafikleri veya kelimeleri kullanarak gösterme Girdi-çıkı örüntüleriyle çalışma Grafiksel becerileri düzenlemeyi geliştirme

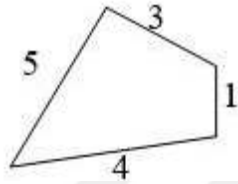
2.6. Cebirsel Düşünme Düzeyleri

Öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerini ortaya çıkartmak amacıyla İngiltere’de Concepts in Secondary Mathematics and Science (CSMS) tarafından yapılan proje kapsamında elde edilen bulgularla cebirsel ifadeleri anlamalarının gelişimi dört düzeyde incelenebilir. (Hart, Kuchemann ve Ruddock 1998; akt. Altun, 2015)

Düzye1: Aritmetiksel işlemlerle bir harfin değerini bulma, harfleri nesnelerin yerine kullanarak problemleri sonuca ya da harfler olmasına rağmen harflere değer vermeden işlemin sonucunu bulmanın olduğu düzeydir. Örnek soruları;

$$2x+4x=?$$

$$a+5=7 \text{ ise } a=?$$

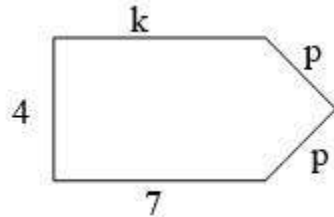


$$Ç=?$$

Düzye 2: Bu düzeyde sorular düzey 1’deki gibi soyuttur ancak sorular daha karmaşıktır. Öğrenciler artık cebirsel ifadelere alıştıkları için bu soruları çözebilirler. Örnek soruları;

$$x-y+4=10 \text{ ise } 4+x-y+5=?$$

$$2a+b-a=?$$



$$Ç=?$$

Düzye 3: Bu düzey harflerin bilinmeyen veya değişken olara algılayıp kullandığı düzeydir. Örnek soruları;

$$e+f=10, x+e+f=?$$

Kenar sayısı bilinmeyen çokgenin bir kenar uzunluğu 5 birim ise şeklin çevresi kaç birimdir?

Düzye 4: Düzey 3’deki ifadelere benzer ancak daha karmaşık soruları anlar ve sonuçlandırır. Örnek soruları;

Tanesi 10 tl olan defterlerden a tane, tanesi 7 tl olan kalemlerden b tane aldım kaç tl ödeme yaparım?

$x+y+z=x+y+t$ ifadesi her zaman doğru mudur?

$2n > n+2$ doğru mudur açıklayınız?

Cebirsel düşünmenin düzeylerini öğretmenler iyi bilmeli ve öğrencilerin hangi düzeyde olduğunu iyi gözlemlemelidir çünkü öğrenciler bir düzeyi tamamlamadan diğer düzeylere geçerse ezberleme eğilimine geçerler. Bu durumda da matematikte önemli öğrenme alanlarından biri olan cebir konusunda eksik kalırlar.

2.7. Eşit İşareti

Tarih boyunca eşit işareti şimdilerde kullanıldığı “=” şekliyle kullanılmamıştır. Bu şekliyle ilk olarak Robert Recorde 1557 yılında yazdığı “Witte’nin Bileği Taşı” kitabında kullanmıştır. Bu işareti kullanmasının nedeni olarak da birbirine paralel iki çizgiden daha eşit başka bir şey düşünememek olduğunu belirtmiştir (Yaman, 2004).

Eşit işaretinin de cebirin gelişimi gibi üç aşaması vardır. Birincisi söz aşamasıdır. Bu aşamada eşit işareti sözel olarak ifade edilip belirli bir sembol kullanılmamaktaydı. Bir hesabın sonucu “eder, toplamı, yapar, tutar, kalır” gibi kelimelerle ifade edilirdi. Bu kelimeler günümüzde hala daha kullanılmaktadır. İkinci aşama ise sembol-söz karışımı aşamadır. Günümüzdeki eşit işareti anlayışına daha yakın olmakla beraber çoğu zaman sembol yerine eşitlik anlamına gelen kelimeler kullanılmaktaydı. Sadece işlemsel anlamı (eder, yapar, fark vb) değil ilişkisel anlamı içinde eşittir kelimesi kullanılıyordu. Son aşama ise sembolik aşamadır. Bu aşamada eşit işaretinin yalnızca işlemsel anlamının değil ilişkisel anlamının da olduğu kabul edilmiştir (Cajori, 1993).

Öğrencilerin aritmetikten cebire geçerken zorluk yaşadığı sembollerden biri eşit işaretidir. Eşit sembolü için kritik dönem olan 2., 3., 4. ve 5.sınıflarda gerekli eğitimlerde öğrenciler desteklenirse sadece işlemsel anlamını değil ilişkisel anlamının da yapılanması sağlanır(Falkner vd. 1999). NTCM (2000) ilköğretim seviyesinde eşit işaretinin işlemsel bir sembol olarak algılanmaması ve eşitlik düşüncesinin öğrencilerde geliştirilmesini savunmaktadır. Böylelikle bilinmeyen ve değişken içeren cebirsel ifadeleri daha kolay bir şekilde çözebilirler.

Sınıf içi yapılan örnekler ve ders kitaplarında eşit sembolü genelde işlemin sağında yer almaktadır. Bu şekilde kullanılması eşit işareti ve eşitlik kavramının öğrenciler tarafından yanlış anlamlandırılmasına sebep olur. Eğer sadece işlemin sonucunu veren bir sembol olarak değil de ilişkisel bir sembol olduğunu öğrenciler kavratsa matematiksel ilişkilerin daha kolay öğrenilmesi için büyük bir yol kat etmiş olurlar (Carpenter vd. 2003). Öğretmenler sınıf içi tartışma ortamı yaratarak öğrencilerin eşit işareti algısını ortaya çıkartıp eksik ya da hatalı olan kavram yanlışlarını giderip yeniden yapılandırabilirler. Bu kavram yanlışları sözel problemler verilip materyaller yardımıyla öğrenciler tarafından çözülür ve $c=a+b$ soru tipiyle eşitliğin her iki tarafında işlemlerin olduğu soru tipine derslerde daha çok yer verilerek giderilebilir. Bu sayede öğrenciler eşit işaretinin sadece işlemsel değil ilişkisel bir sembol olduğunu da kavrar (McNeil, 2006).

Darr (2003) eşitliğin 3 temelinden bahsetmiş birincisi iki çokluğun eşitliği, ikincisi ilişkisel bir sembol olması, üçüncüsü ise denklem anlamıdır. Akdeniz (2019) denklem kavramının özel bir eşitlik olduğunu belirtmiştir.

Matematik öğretim programı ve sınıflara göre kazanımlar incelendiğinde;

Öğrencilerin okula başladıklarında matematik ile ilgili karşılarına çıkan ilk sembollerden biri eşit işaretidir. 1.sınıfta “+” ,“-” ve “=” öğrencilere tanıtılır ve anlamı üzerinde durulur. Yan yana ve alt alta toplama ve çıkarma işlemi verilir, alt alta işlem yaparken işlem çizgisi ve eşit işaretinin anlamlarının aynılığının üzerinde durulur. Öğrencilerde $3+5=8$ işlemi için sözel olarak üç artı beş eşittir sekiz ifade etmeleri istenir. Bir bakıma eşit işaretinin tarihsel gelişimiyle eşit işaretinin anlamını öğrencilerin öğrenmesi birbirine paraleldir. Ayrıca 1.sınıfta öğrencilere eşlik ve eşitlik ayrımı verilmektedir. 1.sınıf kazanımları ve ders kitapları incelendiğinde aynı olan nesneler verilir ve eşinin bulunması istenir. Öğrencilerin böylelikle eşlik ve eşitliğin farkını anlamlandırması beklenir. 1. sınıfta tek işlemlik problemler ve toplama işleminde sayıların yerleri değiştirildiğinde sonucun değişmediği verilir. 2.sınıfa geldiklerinde ise eşit işaretinin her zaman sonuç anlamı taşımadığını eşitliğin her iki tarafındaki matematiksel ifadelerin eşitliğini (denge durumunu) gösterdiği vurgulanır. 2.sınıf ders kitabı incelendiğinde denge durumunu göstermek için eşit kollu terazi kullanıldığı ve $2+7=6+3$ gibi örnekler vardır. 4.sınıf kazanımlarında ise aralarında eşitlik durumu bulunan iki matematiksel ifadeden birinde verilmeyen değeri belirler ve eşitliğin sağlandığını açıklar vardır. Bu kazanımda $4+\square=9-2$,

$12:4=\blacktriangle+1$, $6\times\circ=27-9$ gibi soruların çözümüne yer verilir. Bu sınıf düzeyindeki kazanımlardan biri de eşitli durumu olmayan matematiksel ifadenin eşit olması için yapılması gereken işlemleri açıklardır. $8+3\neq12-3$ tarzında soruların eşitlik durumunu sağlaması için yapılabilecek işlemler üzerinde durulur (MEB, 2018). Kazanımları incelediğimizde “=” işaretinin NTCM (2000) ve Cajori (1993) eşit işaretinin gelişimine üç aşamasına uygun bir şekilde hazırlanmıştır. Öğrenciler bu örneklerle genellemeye varabilir ve aritmetikteki “=” işareti ve cebirdeki “=” işaretinin farkını fark edebilir. Böylelikle 6,7ve 8. sınıftaki cebir konularına daha hazır hale gelebilir.

Öğrenim hayatlarında karşılaştıkları ilk işaretlerden biri olmasına rağmen öğrenciler “=” işaretini algılamakta zorluk çekmektedir. Buna bağlı olarak bazı kavram yanlışları yaşamaktadırlar. Bir sonraki bölümde eşit işareti ile ilgili yapılan araştırmalara yer verilecektir.

2.7.1. Eşit İşareti ile İlgili Literatür

Eşit işaretiyle ilgili ülkemizde ve dünyada pek çok araştırma yapılmıştır ancak 1990 yılına kadar yapılan çoğu araştırma net bir şekilde öğrencilerin eşit işaretini nasıl algıladığı hakkında bilgi vermemektedir. Bu araştırmaların çoğunda eşit işaretini işlemin sonucunu veren bir sembol olarak algıladıkları için cebirde sıkıntı çektiklerini ortaya çıkartmaktadır ve farklı yaş gruplarında olan öğrencilerin benzer kavram yanlışları vardır (O’rode, 2002).

Carpenter ve Moser (1983) okula yeni başlamış olan öğrencilerle yaptığı araştırmada $a+b=\square$ tipindeki sorularda zorlanmayıp $a-b=\square$, $a+\square=c$, $\square+b=c$, $a-\square=c$, $c=a+\square$ tipindeki sorularda zorlanmaları öğrencilerin eşit işaretinin işlemsel görüşünü benimsediklerini ortaya çıkartmıştır.

Falkner vd. (1999) yılında ortaöğretim öğrencileriyle bir araştırma yapmıştır. $8+4=\square+5$ sorusu için öğrenciler farklı yanıtlar vermişlerdir. Bu yanıtlar;

1. Eşit işaretinden önce gördükleri sayıyı toplamış sonucunu kutuya 12 olarak yazmışlardır.
2. Eşit işaretine dikkat etmeden gördükleri tüm sayıları toplamış kutuya 17 yazmışlardır.
3. Eşit işaretinden önceki sayıların toplayıp kutuya 12 yazıp daha sonra $12+5$ ifadesinin sağına bir = işareti daha yapıp 17 yazmışlardır.

4. Sadece %5'i ise eşit işaretinin her iki tarafının birbirine eşit olması gerektiğini bilmiş ve doğru yanıtı ulaşmışlardır.

Bu araştırmada altıncı sınıf öğrencilerinin tümü $8+4=\square+5$ sorusu için 12 cevabı verdiğini gören öğretmenleri soruya hepsinin yanlış cevap verdiğini doğrusunu açıklarken de bu eşitliği tahterevalli gibi düşünmelerini eşitliğin her iki tarafında birbirine eşit olması gerektiğini söylemiştir.

Knuth vd. (2008) 6, 7 ve 8. sınıf öğrencileriyle çalışmış bu sınıf seviyesindeki öğrencilerin eşit işaretini nasıl algıladıklarını araştırmıştır. $3+4=7$ ifadesi için 3 soru yönelmiştir, bu sorular aradaki işaretin ismi, işaretin anlamı ve bu işaretin başka bir anlamı var mıdır varsa nedir. Öğrencilerin tümü işaretin ismini bilmiş ve bu işaretin anlamının sol ve sağ tarafın birbirine eşit olması ve başka bir anlamı var mıdır sorusuna yanıt olarak sonuç bildirir, problemleri çözdükten sonra sonucunu göstermeye yarar, iki sayının toplamı gibi cevaplar vermiştir. Araştırmada yer alan öğrenciler yaş itibarıyla eşit işaretinin ilişkisel anlamını bilecek yaşta olsalar da 155 tane öğrenci eşit işaretinin işlemselliğine odaklanmıştır. Bu da öğrencilerin aritmetikten getirdikleri yanlış bilgileri göstermektedir.

Molina ve Ambrose (2006) 3.sınıfta öğrenim gören 18 çocukla bir araştırma yapmış, doğru yanlış sorularıyla öğrencilerin eşit işaretini nasıl algıladığını, ilişkisel anlamının gelişip gelişmediğine dair bulgular aramıştır. Bu bulgular doğrultusunda sordukları sorularla öğrencilerin eşit işaretinin ilişkisel anlamını keşfetmeleri amaçlanmıştır. Öğrenciler böylelikle ileriki sınıf seviyelerinde karşılaşacakları cebir derslerine ön bilgileri tam olduğu için zorlanmayacaklardır.

Öksüz (2007) 25 tane 5.sınıf ve 25 tane 6.sınıf öğrencisiyle çalışmıştır. Eşit işaretinin anlamı öğrencilere sorulmuş ve 5.sınıfta öğrenim gören öğrencilerin %25 ve 6.sınıfta öğrenim gören öğrencilerin %25'i eşit işaretinin anlamını doğru şekilde açıklamışlardır. Öğrencilerin büyük bir kısmı eşit işaretinin anlamını işlem yapılması gerektiğini ve işlemin sonucunu soldan sağa yazmak olduğunu söylemiştir. $6+7=\square+4$ sorusuna öğrencilerin %31'i 13 cevabını verirken %56'sı doğru yanıtlamıştır.

$\square=17-8$ sorusu ise öğrencilere farklı gelmiş soldaki ifadeye bir anlam veremediklerini söylemişlerdir. Öğrencilerin yalnızca %14'ü bu ifadeyi 17 eksi 8 olarak okumuştur, %45'i ise bu işlemi $17-8=\square$ şeklinde düzenlemiş işlemlerin eşit

işaretinin solunda olması gerektiğini belirtmiştir. Bu yaş grubundaki öğrencilerin eşit işaretinin ilişkisel anlamını bilmesi gerekirken hala daha işlemsel anlamına takılı kalmışlardır.

Yavuz (2010) yüksek lisans araştırması olarak ilköğretim öğrencilerinin eşit ve eşitsizlik işaretleri hakkındaki düşüncelerini ve aralarındaki ilişkiyi araştırmıştır. Araştırmaya 4, 5, 6, 7 ve 8.sınıftaki 257 öğrenci katılmıştır. Öğretim programındaki kazanımlarına göre öğrenciler 4.sınıftan itibaren eşit işaretinin ilişkisel anlamını öğrenmektedir buna rağmen öğrencilerin %33'ü eşit işaretinin anlamını soldan sağa işlem ve işlem işareti olarak açıklamışlardır. Eşit işaretinin ilişkisel anlamında zorluk çekmektedirler. $a+b=c$ tipindeki soruları kolaylıkla cevaplarken $a=b+c$ şeklindeki sorularda zorlanmaktadırlar. Bunun sebebi olarak da öğretmenlerin genelde soruları $a+b=c$ tipinde çözmesi olara açıklamıştır. $a+b=\square+c$ sorularında ise öğrenciler $\square$ yerine a ile b'yi toplayıp yazmış ya da a ile b'yi toplamış $\square$ yerine yazıp işlemin en sağına tekrar eşit işareti yazmış ve bu sayıları toplamıştır. Sınıf seviyesi arttıkça ortalama artmıştır anca 5.sınıfların ortalaması 6.sınıflardan daha yüksektir. Eşit ve eşitsizlik ortalamalarının karşılaştırmasında ise eşit işaretinin ortalaması daha yüksektir bunun sebebi ise okula başladıklarından beri daha eşit işaretini bildikleri için daha aşına olduklarını belirtmiştir.

Yaman (2004) 2.sınıf öğrencileriyle yaptığı tez çalışmasında öğrencilerin eşit işaretini nasıl anladıklarını ve yorumladıklarını belirlemek ve eşit işaretinin ilişkisel anlamını destekleyen bir öğretimin öğrencilerin eşitlik kavramı anlamaları üzerine etkisini ortaya çıkartmayı amaçlamıştır. İki sınıf deney grubu olarak iki sınıf da kontrol grubu olarak seçilmiştir. Her iki gruba da ön test uygulanmış ve eğitimlerini tamamladıktan sonra da yine aynı sorulardan oluşan son test uygulanmıştır. Ön test verilerinde deney ve kontrol grubunda olan öğrencilerin hemen hemen hepsi eşit işaretini işlemsel bir sembol olarak görmektedir. Somut materyallerle birlikte destekleyici eğitim verilen grup sınıf ortamında tartışma ortamı oluşur ve öğrenciler doğru ya da yanlış yanıt verdiklerini keşfedebilir. Böylelikle öğrenciler eşit işaretinin ilişkisel anlamını anlamdırabilir. Geleneksel eğitim alan gruba göre son test başarıları daha yüksek çıkmıştır. Öğrenciler 3.sınıfa geçtiklerinde deney ve kontrol grubunda yer alan öğrencilere kalıcılık testi yapılmıştır ve verilere bakıldığında destekleyici eğitim

alan öğrencilerin kalıcılık başarıları geleneksel eğitim alan gruba göre daha yüksek çıkmıştır.

Yaman vd. (2003) 2, 3, 4, 5 ve 6.sınıfta öğrenim gören her sınıf düzeyinden 2 öğrenci olmak üzere toplam 10 öğrenciyle nitel araştırma yapmışlardır. Sorular 3 bölümden oluşmaktadır. İlk bölüm sözel problemlerin olduğu bölümdür. Sözel problemlerde geçen “eşit sayı” için öğrenciler “aynı, denk ve eşit” açıklamalarını yapmışlardır. İkinci bölümde $3+8=\square+5$ için 4 öğrenci 3 ile 8’i toplayarak 11 yanıtını, 3 öğrenci ise gördüğü 3, 8 ve 5 sayılarını toplayarak 16 ve 3 öğrenci ise 3 ile 8’i toplayarak 11 yazıp $3+8=11+5=16$ yazdığı görülmüştür. Bu öğrencilere somut materyaller verilecek soruyu tekrar çözmeleri istendiğinde ise 2.sınıfta öğrenim gören 2 öğrenci hariç 8 öğrenci soruyu doğru yanıtlayabilmiştir. 3.bölümde ise ifadeler verilmiş öğrencilerden bu ifadelerin doğru ya da yanlış olduğunun belirtilip yanlış ise doğrusunun nasıl olacağı sorulmuştur. $7+5=5+7$ ifadesi için 6 öğrenci doğrudur çünkü her iki tarafın toplamı birbirine eşittir, 3 öğrenci doğrudur çünkü her iki tarafta aynı sayılar yazıyor ve 2.sınıfta öğrenim gören 1 öğrenci ise bu ifade yanlıştır cevabını vermiştir.

Yıldız ve Atalay (2019) ortaokul 5.sınıfta öğrenim gören 15 öğrenciyle eşit işaretini anlamalarını incelemek amacıyla bir araştırma yapmıştır. Geliştirdikleri testi 15 öğrenciye uygulamış bunlardan 5 tanesiyle nitel görüşme gerçekleştirmişlerdir. Bu testte 6 tane açık uçlu soru vardır. Öğrencilerin “=” sembolü neyi ifade etmektedir sorusuna 11 öğrenci sayıların eşitliği 4 öğrenci ise çözüm sonuç bildirir yanıtını vermiştir. 2.soruda $\square=3+5$ ve $3+5=\square$, $\square$ yerine yazılacak sayı için tüm öğrenciler 8 yanıtını vermiştir ancak görüşme gerçekleştirilen 3 öğrenci $\square=3+5$ ifadesinin ters yazıldığını belirtmişlerdir. $8+4=\square+5$ sorusuna 11 öğrenci 7, 4 öğrenci ise 12 yanıtını vermiştir. $8=8$ sorusuna 8 öğrenci doğrudur çünkü sayılar birbirine eşittir yanıtını verirken 7 öğrenci yanlış olduğunu, görüşme yapılan öğrenciler herhangi bir işlem olmadığı için böyle bir şey yazılamayacağını belirtmiştir. $6=2+4$ ifadesini öğrencilerden sözel olarak ifade etmeleri istenmiştir 9 öğrenci 2 artı 4 eşittir 6 yanıtını vermiş ifadenin tersten yazıldığını belirtmiştir, 6 öğrenci 6 eşittir 2 artı 4 şeklinde ifade etmiştir. 4.sınıf kazanımlarında eşit işaretinin ilişkisel anlamı üstünde durulmasına rağmen 5.sınıf öğrencilerinin eşit işaretinin ilişkisel anlamını tam anlamıyla bilmediği ve hala daha işlemsel olarak algıladıkları sonucuna varılmıştır.

Eichorn, Perry ve Brombacher(2018) Ürdün ve Hindistan'daki 2.ve 3.sınıf öğrencileriyle yapılan çalışmada öğrenciler standart formdaki soruların %62'sini, standart formda olmayan soruların %46'sını doğru yanıtlamışlardır. Öğrencilerin çoğu standart formda olmayan yani $c=a+b$ tipindeki soruları çözmekten kaçınmıştır. Hindistan'daki öğrenciler $6+9=\square+4$ sorusu için eşit sembolünü önemsemeyip 6, 9 ve 4 sayısını toplayıp 19, Ürdün'deki öğrenciler 6 ve 9'u toplayıp 15 yanıtını vermişlerdir.

Madaj (2021) İsveç'te sosyoekonomik durumu birbirinden farklı 3 okulda 3. ve 6.sınıfta öğrenim gören 291 öğrenciler bir çalışma yapmıştır. Bu araştırma 3 soruya yanıt aramıştır;

- İsveç'teki öğrenciler eşit işaretini nasıl tanımlar ve kullanır?
- Öğrencilerin sosyoekonomik düzeylerine bağlı olarak eşit işareti bilgi düzeylerinde bir farklılık var mıdır?
- İsveç ve Güney Kore arasındaki benzerlikler ve farklılıklar nelerdir?

Güney Kore seçilmesinin sebebi PISA ve TIMSS sınavlarında başarılı olmalarıdır. İsveç'te seçilen üç okul A, B ve C olarak kodlanmış, A okulu; sosyoekonomik düzeyi ortalamanın üstünde, B okulu; sosyoekonomik düzeyi ortalamanın biraz üstünde, C okulu ise sosyoekonomik düzeyi ortalama olan okuldur. Öğrencilere 4 tip soru sorulmuştur. Eşit işareti ne anlama gelmektedir sorusuna 3.sınıfta öğrenim gören öğrencilerden A okulunda %48,1 ilişkisel, B okulunda %45,7'si cevapsız bırakırken C okulunda %43,1'i işlemsel anlamını belirtmişlerdir. 6.sınıftaki öğrencilerin ise okul fark etmeksizin büyük çoğunluğu eşit işaretinin ilişkisel anlamını bildikleri ortaya çıkmıştır. İsveç'teki öğrenciler Güney Kore'deki öğrencilere göre daha başarılı bulunmuşlardır.

Sancak ve Temur (2012) 5 tane 4.sınıf öğrencisiyle çalışma yapılmış nitel araştırma olup içerik analizi yapılmıştır. Çalışmanın amacı öğrencilerin eşitli kavramıyla işlem yapma becerilerini ve çözüm sürecinde kullandıkları stratejilerini ortaya koymaktır. Öğrenciler $7=3+4$ ifadesini daha önce görmediklerini belirtmiştir bu da bizlere eşit işaretinin kavramsal değil işlemsel anlamının bilindiğini gösterir. $5+9=14+0$ ifadesini hepsi doğru olduğunu ifade etmiştir ancak 14'in yanında 0 var 0 toplamada etkisiz eleman olduğu için ifadeyi doğru olarak kabul ettiklerini açıklamışlardır. $9+6=_+8$ sorusuna ise önce tümü 15 yanıtını vermiş araştırmacının yapılandırma sorularından sonra tekrar analiz edip düşünüp doğru yanıtı ulaşmışlardır. $25+46-46=25$ ifadesinin yanlış olduğunu

eşitliğin solunda iki tane değil en fazla bir işlem sembolünün olması gerektiğini savunmuşlardır.

Wardat, Jarrah ve Stoica (2021) Birleşik Arap Emirliklerde 6., 7., ve 8.sınıfta öğrenim gören 18 öğrenciye 4 tip soru sorulmuştur. Bu sorulardan tiplerinden biri “ $5+9=14:2=7\times 3=21$ doğru mudur?” şeklinde aritmetiksel olarak ve sözel problem olarak öğrencilere verilmiştir. Aritmetik olarak verilen soru tipine öğrencilerin %83,3’ü doğrudur yanıtını verip soruyu yanlış olarak yanıtlasalar da sözel problem sorusunu doğru %50’si doğru yanıtlamıştır. Öğrencilerin eşit işaretini “bir işlem yap ve sonuç bul” olarak anlamlandırdığı ortaya çıkmıştır.



3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın deseni, veri toplama aracı, veri toplama süreci, araştırmacının rolü ve veri analizinde kullanılan teknik ve yöntemler açıklanacaktır.

3.1. Araştırma deseni

Bu araştırmada nicel ve nitel tekniklerden oluşan karma bir yöntem kullanılmıştır. Araştırmanın ilk kısmında toplanan nicel veriler istatistiksel yöntemlerle analiz edilmiştir. İkinci kısmında ise toplanan nitel verilere betimsel analiz yapılmıştır. Betimsel analizde elde edilen bulgular araştırmacı tarafından düzenlenmiş ve yorumlanmış bir şekilde okuyucuya sunulur (Yıldırım ve Şimşek, 2006).

Araştırmanın nicel veri kısmında üç bölümden oluşan toplam 23 soru içeren “Eşit İşareti Testi” 2, 3, 4, 5 ve 6. sınıf öğrencilerine uygulanmıştır. Nicel veriler sınıf düzeylerine göre eşit işareti algısında farklılık, EİT’deki bölümlerin sınıflar düzeylerine göre farklılıklarını ve kız-erkek öğrencilerin eşit işareti algısında bir değişimin olup olmadığını ortaya çıkartmak için kullanılmıştır. Araştırma nitel bulgularla da desteklenmiştir. Nitel bulgular kısmında, nicel verilerin sonuçlarından yola çıkarak her sınıf düzeyinden seçilen düşük, orta ve yüksek başarı göstermiş üçer öğrenci olmak üzere 15 öğrenci ile görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmelerde eşit işareti testine verdikleri yanıtların nedenini, soruları çözerken neler düşündüklerini ve nasıl çözdüklerini anlatmaları istenmiştir. Bu sayede öğrencilerin eşit işareti yükledikleri anlamın ortaya çıkması amaçlanmıştır. Öğrencilerin eşit işareti algısı Yavuz (2010), Yaman vd. (2003) ve Yaman (2004) araştırmalarından elde edilen tema ve kategoriler benzerlik gösterip bu araştırmalardaki başlıklarla gösterilmiştir. .

3.2. Araştırmacının Rolü

Araştırmacı, cebir öncesi öğrencilerin eşit işareti algısını araştırırken “Eşit İşareti Testi (EİT)” nin hazırlanması, uygulanması, verilerin istatistiksel programa girilip işlenmesi, nitel veriler için öğrencilerle görüşme yapılması ve görüşmelerin kayıt altına alınıp bu verilerin analiz edilmesi sürecinde görev almıştır.

Araştırma için üniversite ve İl Milli Eğitim Müdürlüğünden izin belgelerinin alınıp, belirlenen okullara giderek okul idaresiyle iş birliği içerisinde olarak öğretmenler ve öğrenciler için uygun ders saatlerinde testin uygulamasını

yapmıştır. Öğrencilere bu çalışmanın ne için yapıldığını açıklamıştır ve hiçbir şekilde not olarak kullanılmayacağı belirtmiştir. Çalışma öncesi öğrencilere Veli Onay Formunu, çalışma sonrası ise Geri Bildirim Formu dağıtmıştır.

Nitel veriler için görüşme yapılacak öğrencilerin kendilerini rahat hissetmesi için öncelikle öğrencileri rahatlatacak ve çalışmanın amacını açıklayan konuşmaları yapmıştır. Görüşmeleri idarenin belirlediği öğrencinin yabancıları olmadığı boş bir derslikte yapmıştır. Araştırmacı görüşmeleri ses ya da video görüntü kaydı almış, öğrencilerin eşit işareti algısını ortaya çıkartmak için öğrencilerin verdiği cevapları etkilemeyecek şekilde sorularını sormuş ve eşit işaretini nasıl algıladığını ortaya çıkartacak cevaplar almaya çalışmıştır.

3.3. Evren ve Örneklem

Araştırma Ege bölgesindeki iki ilkokul ve üç ortaokulda yapılmıştır. Gerekli izinler alınıyorken İl Milli Eğitim Müdürlüğüyle iletişim sağlanmış, üç ilkokul, üç ortaokul listesi gönderilmiş İl Milli Eğitim Müdürlüğünün uygun gördüğü okullara resmi yazışmalar gönderilmesi sonucu çalışma başlatılmıştır. Araştırmanın katılımcıları 2018-2019 eğitim öğretim yılında öğrenim gören öğrencilerden olup, öğrenci velilerine öncelikle çalışmanın amacının yazılı olduğu veli onay formu gönderilmiş, aileleri tarafından çalışmaya katılmasına izin verilmiş 2.sınıflardan 126, 3.sınıflardan 132, 4.sınıflardan 106, 5.sınıflardan 100 ve 6.sınıflardan ise 77 öğrenci araştırmaya katılmıştır.

Tablo 3.1. Araştırmaya katılan öğrencilerin sınıflarına ve cinsiyetlerine göre dağılımı

Sınıf Seviyesi	Kız Öğrenci Sayısı	Erkek Öğrenci Sayısı
2. sınıf	59	67
3. sınıf	60	72
4. sınıf	58	48
5. sınıf	44	56
6. sınıf	42	35

Araştırmanın nitel kısmında ise her sınıf seviyesinden üçer öğrenci ile görüşülmüştür. Görüşme gerçekleştirilen öğrencilerin cinsiyete göre dağılımları Tablo 3.2’de verilmiştir.

Tablo 3.2. Görüşme yapılan öğrencilerin cinsiyete göre dağılımları

Sınıf Seviyesi	Kız	Erkek
2. sınıf	K-2	E-2-1, E-2-2
3. sınıf	K-3-1, K-3-2, K-3-3	
4. sınıf	K-4	E-4-1, E-4-2
5. sınıf	K-5-1, K-5-2	E-5
6. sınıf	K-6-1, K-6-2, K-6-3	

Kız öğrenciler K, erkek öğrenciler ise E kodu ile verilmiş olup bu kodlardan sonra gelen sayılar için ilk sayı sınıf seviyesini belirtmektedir. İkinci sayı ise aynı sınıf seviyesinde birden fazla görüşme yapılan aynı cinsiyetten kaçınıcı öğrenci olduğunu belirtmektedir.

Çalışmada yer alan öğrencilerden 15 kişi seçilmiştir. Bu seçim amaçlı örnekleme yöntemi ile gerçekleştirilmiştir. Burada amaç küçük bir örneklem oluşturmak ve örneklemede çalışılan problemde farklı fikirleri savunabilecek bireylerin çeşitliliğini maksimum düzeyde tutmaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Nicel verilerden yararlanarak her sınıf seviyesinden yüksek, orta ve düşük başarı göstermiş birer öğrenci seçilmiştir.

3.4. Veri Toplama Aracı

Veri toplama aracı olan EİT Yaman, Toluk ve Olkun (2003) ve Yaman (2004) tarafından geliştirilen testlerden yararlanarak araştırmacı tarafından hazırlanmıştır. Hazırlanan sorular alanında uzman kişilere gösterilerek kapsam geçerliliği sağlanmıştır. Toplanan verilerden testin KR20 güvenirlik katsayısı 0,89 olarak hesaplanmıştır.

Test üç bölümden oluşmuştur. Birinci bölümde üç tane sözel probleme yer verilmiş öğrencilerden verilen boşluklara gerekli işlemleri yaparak bu problemleri çözmeleri istenmiştir. İkinci bölümde toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerinin bulunduğu $a+b=\square$, $\square=a+b$, $\square+\square=a$ tarzındaki 10 tane soru verilmiş boşlukların doldurulması istenmiştir. Üçüncü bölümde de öğrencilere 10 tane eşitlikler verilmiş bunları doğru yada yanlış olarak işaretlemeleri istenmiştir.

Testin puanlanmasında her doğru soru için 1, her yanlış soru için 0 puan verilmiştir. Aldıkları puanlar bu puanlama ile hesaplanmış olup en yüksek puan 23, en düşük puan 0'dır.

Tablo3.3. Eşit İşareti Testi

* Aşağıdaki sözel problemleri çözünüz.

1) Ceren'in 6 cevizi vardır. Babası 7 ceviz daha vermiştir. Ceren'in kaç cevizi vardır?

2) Hande'nin sepetinde bir miktar elma vardır. Aslı'nın da sepetinde 8 elma vardır. Aslı'ya kardeşi 5 elma verince Aslı ile Hande'nin elmaları eşit sayıda oluyor. Hande'nin sepetinde başlangıçta kaç elma vardır?

3) Nazan'ın 11 kalemi vardır 6 tanesini kardeşine vermiştir. Melike'nin de 7 kalemi vardır kaç tane kalemni kardeşine verirse Nazan ve Melike'nin kalemleri eşit sayıda olur?

* Aşağıdaki eşitliklerde $\square$ ve O yerine gelmesi gereken sayıları yazınız.

a) $7 = \square$	b) $4 + 8 = \square$	c) $\square = 2 + 6$
d) $4 + 5 = \square + 1$	e) $5 + \square = 7 + 7$	f) $9 - \square = 6 - 2$
g) $11 - 8 = \square - 1$	h) $\square = 4 \times 5$	i) $\square + O = 13$
j) $5 = \square + O$		

* Aşağıdaki eşitlikler, doğru ise yanındaki boşluğa D, yanlış ise Y koyunuz.

a) $7 = 7$		b) $5 - 3 = 2$		c) $4 = 8 - 4$	
d) $6 + 8 = 0 + 14$		e) $5 = 6$		f) $2 + 6 = 8 + 2$	
g) $2 \times 2 = 4 + 3$		h) $7 - 3 = 4 - 1$		i) $10 - 5 = 4 + 1$	
j) $2 \times 3 = 7 - 1$					

3.5. Veri Toplama Süreci

Araştırmanın uygulanması için Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi'nden etik kurul belgesi alındıktan sonra gerekli başvurular doğrultusunda İl Milli Eğitim Müdürlüğü ile gerekli yazışmalar yapılmış üç ilkokul üç ortaokul belirtilmiş izin verilen üç ortaokul ve iki ilkokula gerekli izin belgeleri okul idaresine ulaşmıştır. Ardından beş okulun idari personeli ve öğretmenleriyle

görüşülmüş araştırma hakkında gerekli bilgiler verilmiştir. Araştırmada öğrencilerin isimlerinin hiçbir şekilde paylaşılmayacağı, dersin akışının bozulmayacağı, nitel bulgular için görüşme gerçekleştirilen öğrencilerin görüntü kaydı alınsa bile yüzlerinin görünmeyeceği sadece videodaki sestten ya da ses kayıt cihazındaki seslerden yararlanılacağı belirtilmiştir.

Araştırmacı testleri uygulamadan önce araştırma yapılacak sınıfları tek tek gidip araştırmanın içeriği hakkında bilgi vermiş ve öğrencilere ailelerine ulaştırması için Veli Onay Formu dağıtılmış ve öğrencilerden bu formu getirmeleri istenmiştir. Geri dönüş alınan izin belgeleri incelenmiş izin verilen öğrenciler belirlenmiştir. Veli Onay Formu Ek-1’de verilmiştir. Sınıfta yer alan tüm öğrencilere izin verilmediği için idare ile görüşülmüş testin uygulanması için okul içinde yer alan boş sınıflardan birinde öğrencilere testin uygulanması uygun görülmüştür.

Test uygulanmadan önce dersin öğretmeni ile iletişime geçilip gerekli iş birliği sağlanarak teste katılan öğrenciler dersten alınmıştır. Öğrencileri uygun bir sınıfa alıp çalışmanın amacı hakkında bilgi verilmiştir. Araştırmacı kendisi hakkında bilgiler vermiştir. İsimlerinin kimseyle paylaşılmayacağı, aldıkları puanların herhangi bir şekilde not yerine kullanılmayacağı, üçüncü kişilerle paylaşılmayacağı belirtilmiştir. EİT Ek-2’de verilmiştir.

Öğrencilere sınıf seviyesindeki farklılıklar göz önünde bulundurularak 15-30 dakika arasında süre verilmiştir. EİT bittikten sonra öğrencilere geribildirim formları dağıtılmıştır. Geri bildirim formu Ek-3’de verilmiştir.

Nitel veriler toplanırken ise her sınıf seviyesinden üç öğrenci seçilmiştir. Toplam on beş öğrenci ile görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerle görüşme gerçekleştirmeden önce öğrencilere çalışma hakkında tekrar bilgi verilmiş neden bu görüşmenin yapıldığı açıklanmış görüşmenin gönüllük esasına dayandığı belirtilmiş gönüllü öğrencilerle görüşmeler yapılmıştır.

Görüşmeler gerçekleşmeden önce öğrencilere görüşmelerin kayıt altına alınacağı belirtilmiş kayıt cihazları öğrenciyi rahatsız etmeyecek bir konuma yerleştirilmiştir. Öğrencilere bu kayıtların yalnızca araştırmacı tarafından dinleneceği kimseyle paylaşılmayacağı, bir sınav olmadığı ve söylediklerinin not yerine geçmeyeceği belirtilmiştir.

Görüşmelerde öğrencilerden EİT’ye verdikleri cevapları açıklamaları istenmiştir. Öğrencilere testte cevap verdikleri her soruyu için çözerken ne

düşünüp çözüme nasıl ulaştıkları sorulmuştur. Bu düşünceleri ortaya çıkartmak için öğrencilere “Neden böyle düşünüyorsun”, “Başka bir çözümü olabilir mi” gibi sorular yöneltilmiştir. Doğru- yanlış bölümünde ise öğrencilere “Bu eşitlik doğru mu?”, doğru değilse “Doğrusu nasıl olmalıdır?” gibi sorular sorulmuştur. Görüşmeler 15-20 dakika sürmüştür. Görüşmelerde kaydedilen ses kayıtları çözümlenerek analiz kısmında kullanılmıştır

3.6. Verilerin Analizi

Araştırmanın nicel kısmında öğrencilerin aldıkları puanlar her doğru soru için 1 puan her yanlış soru için 0 puan olacak şekilde puanlanmıştır. Hesaplanan puanlar SPSS paket programı kullanarak analiz edilmiştir. Verilerin analizinde hangi testler uygulanacağı kontrol edilmiş. Elde edilen değerlerin anlamlı olup olmadığını yorumlamak için 0.05 anlamlılık düzeyi ölçüt olarak kullanılmıştır. Sınıf düzeyleri arasında, testin bölümlerinin sınıf düzeyleri arasında, cinsiyetler arasında ve cinsiyetler arasında testin bölümler anlamlı bir fark olup olmadığına bakılmıştır.

Nitel kısımda analiz yöntemi olarak betimsel analiz (Yıldırım & Şimşek, 2000) yöntemi kullanılmıştır. Yaman vd. (2003), Yavuz (2010) ve Yaman (2004) araştırmalarındaki temalar kullanılmıştır. Analiz iki bölümden oluşmuş olup ilk bölümde kaydedilen görüşmeler çözümlenmiş ikinci bölümde ise çözümlenen veriler birkaç kez okunduktan sonra uygun temalara yerleştirilmiştir.

3.7.Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği

Araştırmanın geçerliliği ve güvenirliliği için yapılan çalışmalar “Nicel Boyut” ve “Nitel Boyut” olarak iki başlık altında incelenmiştir.

3.7.1. Nicel Boyut

Veri toplama araçlarının geçerlik ve güvenirlik çalışmalarına uygun bir şekilde tamamlanması için ölçme aracının madde sayısı ile öğrencilere ölçme aracının çözülmesi için gereken süre uzman görüşü alınarak ve daha önceden yapılan benzer çalışmalara verilen süreye bakılarak belirlenmiştir. Katılımcılar verilen sürede çalışmayı tamamlamışlardır. Bu da gerekli sürenin verildiğini göstermektedir. Veri toplama sürecinde doğru bilgiye ulaşmak için katılımcıların süreçteki davranışları dikkat edilmiştir.

3.7.2. Nitel Boyut

Araştırmanın iç geçerliliğinin (inandırıcılık) yüksek olması amacıyla toplanan veriler farklı yöntemlerle toplanmıştır. Bunlar doküman analizi ve

görüşmedir. Öğrencilerin testlere verdiklere cevap incelenmiş ve görüşmelerdeki sorular buna göre belirlenmiştir. Araştırma süreci boyunca uzman görüşüne başvurulmuştur. Verilerin toplanmasında ve analizlerin yapılması aşamasında araştırmacı dışında uzman görüşlerinden yararlanılmıştır.

Veriler belirli aralıklarla incelenmiş, eşit işaretini nasıl algıladıklarına dair başlıklar oluşurken uzmana danışılmıştır.

İç güvenirlik (Tutarlılık) içinse Gibbs (2007) ve Yıldırım ve Şimşek (2006) önerilerindeki gibi analiz sürecinde hata olmadığına emin olmak için sürekli kontroller yapılmış, veriler ve temalar karşılaştırılıp olası sapmalar engellenmiş, farklı araştırmacılar tarafından oluşturulan tema ve kategoriler karşılaştırılmış, bir öğretim üyesi ve iki tane uzman matematik öğretmeni tarafından kontrol edilmiştir.

4. BULGULAR

Bu bölümde çalışma sürecinde EİT ile toplanan verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Bu bulgular alt problemlere göre düzenlenmiştir. Bulgular nicel ve nitel bulgular olmak üzere iki bölümde sunulmuştur. Nicel bulgular EİT'den elde edilen verilerin analizi ile 3 alt probleme uygun şekilde yer verilmiştir. Nitel veriler bölümünde ise öğrencilerle yapılan klinik görüşmeler sonucu elde edilen bulgular betimsel analiz ile sunulmuştur.

4.1. Nicel Bulgular

Üç alt probleme ait bulgular bu bölümde paylaşılacaktır.

Tüm veriler bilgisayarda bir istatistik paket program yardımıyla analiz edilmiştir. Verilerin analizinde ilk olarak hangi testlerin (parametrik/nonparametrik testler) uygulanacağına karar vermek için karşılanması gereken varsayımlar test edilmiştir. Dağılımın normalliğine karar vermek için Kolmogorov-Smirnov, normal dağılımın diğer varsayımları olan basıklık ve çarpıklık değerleri, histogram grafiğinden yararlanılmıştır. Bağımsız iki grup karşılaştırmasında Man Whitney-U testi, ikiden fazla bağımsız grup karşılaştırılmasında Kruskal Wallis-H testi ve farkın kaynağını belirlemek için Bonferroni düzeltmesi ile ikili karşılaştırmalar yapılmıştır. Elde edilen değerlerin anlamlı olup olmadığının yorumlanmasında 0.05 anlamlılık düzeyi ölçüt olarak kullanılmıştır.

4.1.1. Güvenirlik Analizi ve Demografik Özelliklerin Dağılımı

KR-20 güvenirlik katsayısı $KR-20 = K / K1 [1 - \sum pq / S^2]$ formülü ile hesaplanmıştır. KR-20 güvenirlik testinin seçilme sebebi uygulanan testte her sorunun güçlük derecesinin birbirinden farklı olmasıdır (Can, 2017; Metin, 2014). Formüldeki p: Soruların (maddelerin) doğru cevap oranı q : Soruların (maddelerin) yanlış cevap oranı, K : Testteki soru (madde) sayısı S^2 : Toplam puanların (her bir kişinin doğru cevap sayısı) varyansıdır. KR-20 güvenirlik katsayısının .70 ve üzerinde olması testin iç güvenirliğinin yüksek olduğu şeklinde yorumlanmaktadır (Can, 2017; Metin, 2014). Araştırmada kullanılan testin güvenirlik katsayısı 0,89 olarak hesaplanmış bu doğrultuda testin güvenilir bir test olduğu ortaya çıkmıştır.

Tablo.4.1.Demografik Özelliklere İlişkin Dağılım

		n	%
Sınıfı	2.Sınıf	126	23,3
	3.Sınıf	132	24,4
	4.Sınıf	106	19,6
	5.Sınıf	100	18,5
	6.Sınıf	77	14,2
Cinsiyet	Kız	263	48,6
	Erkek	278	51,4

Öğrencilerin %51,4'ü erkek %48,6'sı kızdır. Sınıf dağılımlarına bakıldığında ise 2.sınıflar %23,3'ü, 3.sınıflar %24,4'ü, 4.sınıflar %19,6'yı, 5.sınıflar %18,5 ve 6.sınıflar %14,2'dir.

Tablo 4.2.Verilerin Normal Dağılıma Uygunluğunun İncelenmesine İlişkin Bulgular

Değişken	Grup	Kolmogorov-Smirnov			Çarpıklık	Basıklık
		İstatistik	sd	P		
1. Bölüm Puanları	Kız	0,24	263	0,01	-0,24	-0,72
	Erkek	0,23	278	0,01	-0,55	-0,49
2. Bölüm Puanları	Kız	0,15	263	0,01	-1,05	0,47
	Erkek	0,15	278	0,01	-0,98	0,39
3. Bölüm Puanları	Kız	0,18	263	0,01	-1,44	0,19
	Erkek	0,18	278	0,01	-1,37	-0,01
Toplam Puan	Kız	0,16	263	0,01	-1,13	0,47
	Erkek	0,16	278	0,01	-1,18	0,34
1. Bölüm Puanları	2.Sınıf	0,24	126	0,01	-0,25	-0,64
	3.Sınıf	0,24	132	0,01	-0,48	-0,56
	4.Sınıf	0,29	106	0,01	-1,07	0,65
	5.Sınıf	0,25	100	0,01	-0,34	-1,09
	6.Sınıf	0,31	77	0,01	-0,98	0,24
2. Bölüm Puanları	2.Sınıf	0,18	126	0,01	0,80	0,13
	3.Sınıf	0,17	132	0,01	0,98	0,63
	4.Sınıf	0,15	106	0,01	0,38	-0,90
	5.Sınıf	0,18	100	0,01	-0,18	-1,23
	6.Sınıf	0,25	77	0,01	-0,38	-1,52
3. Bölüm Puanları	2.Sınıf	0,16	126	0,01	0,40	-0,60
	3.Sınıf	0,17	132	0,01	0,67	-0,75
	4.Sınıf	0,20	106	0,01	-0,15	-1,45
	5.Sınıf	0,27	100	0,01	-0,43	-1,61
	6.Sınıf	0,32	77	0,01	-0,66	-1,03
Toplam Puan	2.Sınıf	0,18	126	0,01	0,90	0,24
	3.Sınıf	0,16	132	0,01	1,02	0,42
	4.Sınıf	0,13	106	0,01	0,25	-1,23
	5.Sınıf	0,15	100	0,01	-0,23	-1,33
	6.Sınıf	0,23	77	0,01	-0,38	-1,57

Kullanılacak analiz yöntemlerinin belirlenmesi verilerin normal dağılım gösterip göstermediğine Kolmogorov-Smirnov, çarpıklık basıklık katsayıları ve histogram grafikleri incelenerek karar verilmiştir. Tablo. 4.2 incelendiğinde, Kolmogorov-Smirnov testlerinden elde edilen anlamlılık düzeyi 0,05'ten küçük olması ile basıklık çarpıklık katsayıları değerlendirildiğinde verilerin normal dağılım göstermedikleri değerlendirilmiş ve analizler parametrik olmayan testler ile gerçekleştirilmiştir.

4.1.2. Test Puanlarının Demografik Değişkenlere Göre Karşılaştırılması

EİT'nin bölümlerinden elde edilen puanların cinsiyet ve sınıf düzeyine göre farklılık gösterip göstermediği Man Whitney-U testi ve Kruskal Wallis-H testi ile incelenmiştir. Çoklu karşılaştırmada Bonferroni düzeltmesi ile ikili karşılaştırmalar yapılmıştır.

Tablo 4.3 Puanların Cinsiyete Göre Karşılaştırılmasına İlişkin Bulgular

	Cinsiyet	n	$\bar{X}_{Sıra}$	Z	p	r
1. Bölüm Puanları	Kız	263	284,17	-2,03	0,04	-0,08
	Erkek	278	258,54			
2. Bölüm Puanları	Kız	263	265,94	-0,74	0,46	-
	Erkek	278	275,79			
3. Bölüm Puanları	Kız	263	265,11	-0,87	0,39	-
	Erkek	278	276,57			
Toplam Puan	Kız	263	269,04	-0,28	0,78	-
	Erkek	278	272,86			

Birinci bölüm sorularından elde edilen puanlar öğrencilerin cinsiyetine göre istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık göstermektedir ($p<0,05$). Sıra ortalamaları incelendiğinde kız öğrencilerin 1. bölüm sıra ortalamalarının (284,17) erkek öğrencilere göre (258,54) daha yüksek olduğu tespit edilmiştir. Anlamlı bulunan farkın düşük etki düzeyinde olduğu görülmektedir ($r=0,08$). Kız öğrenciler 1.bölümü oluşturan sözel problemler sorularında erkek öğrencilerden daha başarılıdır.

İkinci, üçüncü bölüm ve toplam puanlar öğrencilerin cinsiyetine göre istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık göstermemektedir ($p>0,05$). Kız ve erkek öğrencilerin 2.bölümdeki boşluk doldurma, 3.bölümdeki doğru-yanlış sorularında ve toplam puanda bir farkları yoktur.

Tablo 4.4 Puanların Sınıf Düzeyine Göre Karşılaştırılmasına İlişkin Bulgular

Sınıfı		n	$\bar{X}_{Sıra}$	X^2	sd	p	ϵ^2	Fark
1. Bölüm Puanları	2.Sınıf ^a	126	216,44	38,93	4,00	0,00	0,07	a<c,d,e
	3.Sınıf ^b	132	247,80					c<d,e
	4.Sınıf ^c	106	314,76					
	5.Sınıf ^d	100	288,95					
	6.Sınıf ^e	77	316,51					
2. Bölüm Puanları	2.Sınıf ^a	126	209,13	88,23	4,00	0,00	0,16	a,b<c,d,e
	3.Sınıf ^b	132	212,29					c<d,e
	4.Sınıf ^c	106	282,25					
	5.Sınıf ^d	100	355,42					
	6.Sınıf ^e	77	347,79					
3. Bölüm Puanları	2.Sınıf ^a	126	209,53	63,50	4,00	0,00	0,11	a,b<c,d,e
	3.Sınıf ^b	132	226,43					
	4.Sınıf ^c	106	294,83					
	5.Sınıf ^d	100	327,39					
	6.Sınıf ^e	77	341,97					
Toplam Puan	2.Sınıf ^a	126	196,67	92,48	4,00	0,00	0,17	a,b<c,d,e
	3.Sınıf ^b	132	215,99					
	4.Sınıf ^c	106	297,58					
	5.Sınıf ^d	100	347,85					
	6.Sınıf ^e	77	350,54					

Birinci bölüm sorularından elde edilen puanlar öğrencilerin sınıf düzeyine göre istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık göstermektedir ($X^2_{(4)} = 38,93$ $p<0,05$).Anlamlı bulunan fark geniş etki düzeyindedir ($\epsilon^2:0,07$).Farkın hangi sınıflar arasında olduğunu belirlemek için yapılan Bonferroni düzeltmesi ile yapılan Mann Whitney U testleri sonuçlarına göre 2. sınıf öğrencilerinin puanlarının 4, 5 ve 6. sınıf öğrencilerine göre, 4. sınıf öğrencilerinin puanlarının da 5 ve 6. sınıf öğrencilerine göre anlamlı biçimde daha düşük olduğu tespit edilmiştir. 4,5 ve 6.sınıf öğrencileri sözel problemlerde 2.sınıf öğrencilerine göre daha başarılıdır. Ayrıca 5. ve 6.sınıf öğrencileri ise 4.sınıfta öğrenim gören öğrencilerden daha başarılıdır.

İkinci bölüm sorularından elde edilen puanlar öğrencilerin sınıf düzeyine göre istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık göstermektedir ($X^2_{(4)} = 88,23$ $p<0,05$).Anlamlı bulunan fark geniş etki düzeyindedir ($\epsilon^2:0,16$). Farkın hangi sınıflar arasında olduğunu belirlemek için yapılan Bonferroni düzeltmesi ile

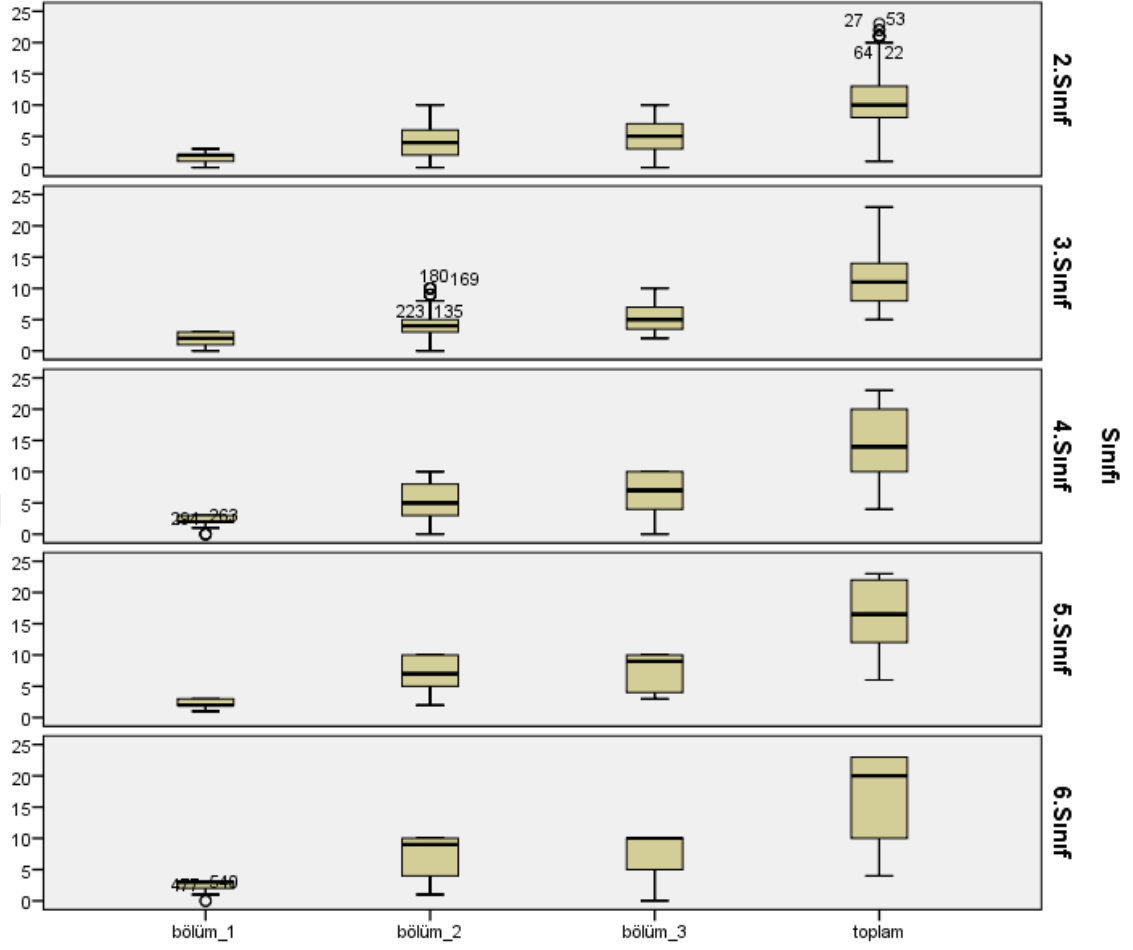
yapılan Mann Whitney U testleri sonuçlarına göre 2 ve 3. sınıf öğrencilerinin puanlarının 4, 5 ve 6. sınıf öğrencilerine göre, 4. sınıf öğrencilerin puanlarının da 5 ve 6. sınıf öğrencilerine göre anlamlı biçimde daha düşük olduğu tespit edilmiştir. Boşluk doldurma sorularında ise 4,5 ve 6.sınıf öğrencileri 2 ve 3.sınıf öğrencilerine göre daha başarılı olup 5 ve 6.sınıf öğrencileri ise 4.sınıf öğrencilerine göre daha başarılıdır.

Üçüncü bölüm sorularından elde edilen puanlar öğrencilerin sınıf düzeyine göre istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık göstermektedir ($X^2_{(4)} = 63,50$ $p < 0,05$). Anlamlı bulunan fark geniş etki düzeyindedir ($\epsilon^2: 0,11$). Farkın hangi sınıflar arasında olduğunu belirlemek için yapılan Bonferroni düzeltmesi ile yapılan Mann Whitney U testleri sonuçlarına göre 2 ve 3. sınıf öğrencilerinin puanlarının 4, 5 ve 6. sınıf öğrencilerine göre anlamlı biçimde daha düşük olduğu tespit edilmiştir. Doğru-yanlış sorularının olduğu 3.bölümde ise 2.bölüme benzer bir şekilde 4,5 ve 6.sınıf öğrencileri 2 ve 3.sınıf öğrencilerine göre daha başarılıdır.

Toplam sorularından elde edilen puanlar öğrencilerin sınıf düzeyine göre istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık göstermektedir ($X^2_{(4)} = 92,48$ $p < 0,05$). Anlamlı bulunan fark geniş etki düzeyindedir ($\epsilon^2: 0,17$). Farkın hangi sınıflar arasında olduğunu belirlemek için yapılan Bonferroni düzeltmesi ile yapılan Mann Whitney U testleri sonuçlarına göre 2 ve 3. sınıf öğrencilerinin puanlarının 4, 5 ve 6. sınıf öğrencilerine göre anlamlı biçimde daha düşük olduğu tespit edilmiştir. Alınan toplam puanlara bakıldığında 4,5 ve 6.sınıf öğrencileri 2 ve 3.sınıflara göre daha başarılıdır.

Aşağıdaki Tablo 4.5’de öğrencilerin sınıf seviyelerine göre aldıkları bölüm puanlarını ve toplam puanı gösteren kutu grafiği verilmiştir.

Tablo 4.5 Bölümlerin ve toplam puanların sınıf seviyesine göre kutu grafiği



4.2. Nitel Bulgular

Bu bölümde cebir öncesi öğrenciler eşit işaretini nasıl algılamaktadır alt problemine ait bulgu ve yorumlar incelenmiştir.

Bu bölümde öğrencilere EİT'deki sorulara verdikleri cevaplar sorulmuş. Öğrencilerin verdikleri yanıtlara göre eşit işareti algısına dair başlıklar belirlenmiştir.

a) Bir sayı kendisine eşittir

7=□ sorusu için 15 öğrencinin 13 tanesi □ yerine 7 yazabileceklerini belirtmiştir.

A: Bu soruda ne düşündün peki?

E2: Öğretmenim 7 yazdım. Neden 7 yazdım. İkisi aynı sayı.

A: Başka bir şey yazabilir misin peki?

E2: Yazamam (düşündü) başka 7'ye eşit olan bir sayı yok.

....

A: Kutu yerine 7 yazmışsın. Açıklar mısın?

E41: Tek kutu verdiği için 7 yazdım. Kutu vermemiş olsa mesela...

A: O zaman ne yazardın?

E41: Ne yazardım, şey bir sürü formülü var?

A: Ne gibi?

E41: 8-1, 3+4 yazardım. Aslında daha bir sürü yazardım. Ama tek vermiş işte ben de yazmadım. 7 yazdım. 7 eşittir 7 çünkü. Bu kadar.

...

Aynı soru için 6.sınıf öğrencisi ise;

A: 7 eşittir kutu yerine 6 yazmışsın.

K63: Öyle yazdım.

A: Neden peki?

K63: 7 vermiş sadece. İşlem yok. 6 yazdım bir işlem verirse yazarım. Toplarım çıkarırım.

A: sadece 6 mı yazılır?

K63: (düşündü) aslında hayır ya. Öğretmenim 6, 5,4,3 diye gider.

A: peki 3.bölümdeki e şıkkındaki soruya $5=6$ sorusuna yanlış demişsin ama burada kutu yerine $7=6$ yazmışsın

K63: işlem yok orada. Başka bir şeyde yazılırdı yani. Ondan yanlış dedim. Zaten o soruda öğretmenim (düşündü)

A: Ne düşünüyorsun?

K63: Hocam 5, 6'dan küçük.

A: Yani?

K63: Çıkarma olmaz.

A: 5 eşittir 4 olsaydı?

K63: Doğru derdim

...

Öğrenci eşit işaretini görmezden gelip bir işlem aramaktadır. Bir işlem olmadan işaretin kullanılmayacağını varsayıp eşit işaretini görmezden gelmektedir. Öğrencinin eşit işaretinin kavramsal ve ilişkisel olarak anlamlandıramadığı ortadadır.

3.sınıfta öğrenim gören K31 kodlu öğrenci ise;

A: Kutu yerine 0 yazmışsın.

K31: Öğretmenim hiç işlem yok 0 yazdım ben de.

A: Neden 0 peki?

K31: Şeyden hı, 0 toplamada ve çıkarmada etkisiz elemandır.

A: Ama sana 7 eşittir kutu vermiş.

K31: Ben de zaten o yüzden işlemin sonucu gibi yani. Sıfır olunca değişmez, 7 çıkar yine.

A: Üçüncü bölümde 7 eşittir 7'ye yanlış, 5 eşittir 6'ya da yanlış demişsin. Neden peki?

K31: (düşündü). İşlem yok.

...

Öğrenci 7'ye eşit olacağını biliyor ama yine de işlem yapılması gerektiğini düşünüp etkisiz eleman yazılması gerektiğini savunuyor. Eşit işaretinden önce bir işlemin olmasını ancak öylelikle eşitlik yazılacağını savunmaktadır. Öğrenci eşit işaretinin işlemsel anlamını bilmektedir.

Üçüncü bölümde yer alan $7=7$ sorusu için K63 ve K31 dışında yanlış diyen K2 olmuştur.

A: a şıkkını konuşalım.

K2: 7 eşittir 7 demiş yanlış dedim.

A: neden yanlış dedin?

K2: 7 ile kaç toplarsak 7 demiş. Yanlış dedim.

A: ne yazsa doğru derdin?

K2: mesela 3. Yanına yazardım bir sayı daha toplamını bulurdum.

...

Öğrencilerin tamamı $5=6$ sorusuna doğru yanıt vermiştir. Ancak K63' ün yaşadığı yanlış yukarıda verilmiştir.

İkinci bölümde verilen $5=\square+\circ$ sorusuna K32 şöyle yanıt vermiştir.

A: Kutu yerine 5, yuvarlak yerine 0 demişsin.

K32: Evet.

A: Başka bir şey yazılır mı?

K32: ıı hayır.

A: Yerleri değişir mi peki?

K32: Olmaz.

A: Neden?

K32: 5 eşittir 5.

A: Ama bir önceki soruya $\square+\circ=13$ sorusuna 8 ve 5 yazmışsın.

K32: O düz... evet düz, ters değil.

...

E42 ise $\square=4\times 5$ sorusu için:

A: neden 4 dedin?

E42: 4 sadece 4'e eşit.

A: peki oradaki 5

E42: öğretmenim çarpma

A: yani

E42: aslında (düşündü) 20 mi?

A: neden 20?

E42: çarpımın sonucu. (düşündü) ama eşittir de var. 4.

A: 4 mü 20 mi?

E42: galiba 20. Bilmiyorum.

...

A: i şıkkı için 13 yazmışsın $\square$ ve $\circ$ yerine

E42: 13 13'e eşit. Hepsine 13 yazdım.

A: soru $\circ + \square = 10$ olsa soru.

E42: 10 olur hepsi.

...

A: aşağıdaki soru ($5 = \square + \circ$)

E42: 5 yazdım kutu yerine

A: yuvarlak neden 10?

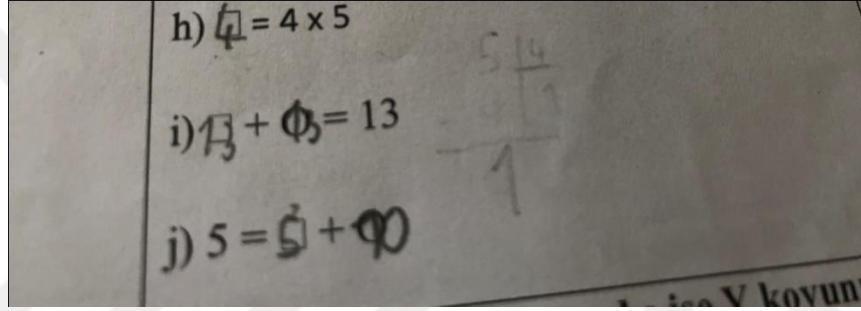
E42: sadece 5'in yanındaki önemli 5 ile 5

A: yuvarlak yerine sadece 10 mu yazılır.

E42: hayır istediğimizi, Önemsiz.

E42'nin bazı cevapları:

4.1 FotoğrafE42 ait cevaplar



Öğrenci $a=b+c$ şeklinde verildiğinde a ile b sayılarının eşit olması gerektiğini düşünmektedir.

b) Eşit İşareti Bir Yön Belirtir

Eşitlik testinde öğrencilere bazı eşitlikler verilmiştir. Bunlar $4+8=\square$, $\square=2+6$, $5-3=2$, $4=8-4$. Bazı eşitlikler standart formda bazıları ise standart olmayan formdadır. Öğrencilerden bazıları standart olmayan formdaki sorularda zorlanmıştır. $a=b+c$ şeklindeki soruyu $a+b=c$ şekline yani alışkın oldukları standart forma çevirmek istemişlerdir. Bazıları ise eşit işaretinin yerini önemsememişlerdir. Eşit işareti nerede olursa olsun sadece soldan sağa işlemin sonucunu verir olarak görmüşlerdir yani $a=b+c$ tarzındaki soruda eşit işaretinin yerini önemsememişlerdir.

K4 ile yapılan görüşmelerde, K4 $\square=2+6$ sorusunu şöyle açıklamıştır;

A: Kutu yerine 4 yazmışsın.

K4: Evet

A: Açıklar mısın?

K4: 4 artı 2 6 olur.

A: toplamı ikisinin 6 diye mi yazdın?

K4: Evet 2 ile neyi toplarsak diye sormuş.

...

Benzer şekilde E22, K2, K31, K32, E42, K62'de $\square$ yerine 4 yazmış. Eşit işaretinin yerini önemsememiştir. Sadece işlemin soldan sağa yazılacağına odaklanmışlardır. Ancak bu öğrencilerden K2 hariç hepsi üçüncü bölümde yer alan $4=8-4$ sorusuna doğrudur yanıtı vermiştir. K4 bu soru için ise:

A : $4=8-4$ doğrudur demişsin. Açıklar mısın?

K4: 8den 4 çıkar 4

A: yani

K4: 4 olur cevap. Doğru.

A: doğru yanlış olduğu için mi öyle dedin?

K4: sonucu çıkmış işte yanlış değil.

...

K2 ise:

A: neden yanlış dedin?

K2: 4den 8 çıkmaz.

...

Öğrenciler standart olmayan formu tamamen reddetmedikleri $4=8-4$ örneğine göre görülmektedir. Ancak yinede $a=b+c$ formunda işlem yapmaları gerektiğinde öğrenciler yine de eşit işaretinin yerini önemsememektedir.

E5 ise aynı soru için;

A: kutu yerine 8 yazmışsın.

E5: yazdım, 2, 6 daha 8 eder. Tersten aslında.

A: tersten derken?

E5: 2 artı 6 yazılsa düz.

A: fark eder mi peki?

E5: etmez ama daha doğrusu olur.

...

İşlemin tersten yazıldığını savunmuştur. Öğretmenler ders anlatırken ve ders kitaplarında eşit işareti genelde $a+b=c$ şeklinde kullandıkları için öğrenciler bu örnekleri genel olarak $a+b=c$ şekline çevirmek istemişlerdir. Eşit işaretinden önce bir işlem olmalı ve işlemler solda sağa yazılmalı şeklinde düşünür. Eşit işaretini sadece işlemsel olarak algılar ve ilişkisel anlamını bilmemektedirler.

c) Eşit İşareti Bir İşlem Sembolüdür

Öğrencilere eşit işaretinin ilişkisel anlamını biliyorlar mı yoksa bilmiyorlar mı diye $a+b=c+d$, $a-b=c+d$, $axb=c+d$ tipinde sorular verilmiştir. Bu sorular; $4+5=\square+1$, $5+\square=7+7$, $9-\square=6-2$, $11-8=\square-1$, $6+8=0+14$, $2+6=8+2$, $2 \times 2=4+3$.

Tüm bu soruları görüşme gerçekleştirilen 15 öğrenciden 5 tanesi doğru yanıtlamıştır. Bu öğrenciler E21,K33,E41,K51 ve K61'dir. Ancak genel çoğunluğa baktığımızda öğrenciler eşit işaretinin ilişkisel anlamını bilmemekte sadece bir işlem sembolü olarak görmektedir. E22'nin açıklamalarına bakacak olursak:

A: e şıkında kutu yerine 2 yazmışsın.

E22: evet. 5 ile neyi topladım 7

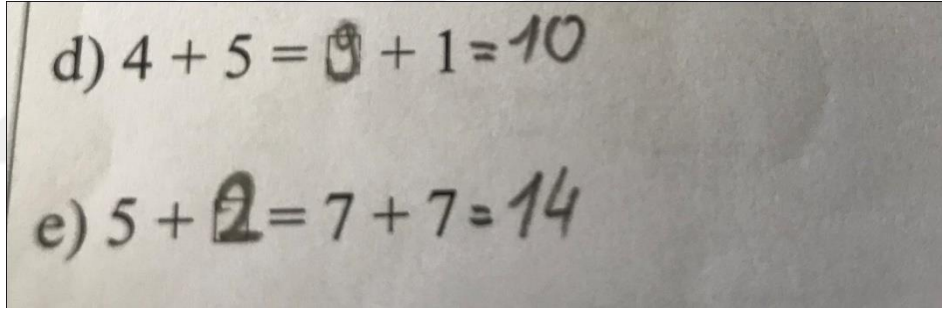
A: sonucu 7 mi çıkmış

E22: tabi. 2 işte. (düşündü). 5, 2 daha 7

A: diğer 7 neden var?

E22: devam eder buradan. (bir eşit işareti daha yaptı, $5+2=7+7=14$ yazdı). Bunun cevabı da bu.

4.2 Fotoğraf E22'ye ait cevaplar



...

K62 ise $4+5=\square+1$ sorusu için:

A: 9 yazmışsın kutu yerine.

K62: 4 ile 5'i topladım 9.

A: oradaki 1 ne peki?

K62: kafamızı karıştırmak için.

...

Öğrencilerin 10 tanesi de $4+5=\square+1$ 'de $\square$ yerine 9, $5+\square=7+7$ 'de $\square$ yerine 2, $9-\square=6-2$ 'de $\square$ yerine 3, $11-8=\square-1$ 'de $\square$ yerine 3 yazmıştır. Bu da öğrencilerin eşit işareti için işlemin sonucu verir olarak algıladıklarını bize gösterir.

K32 ise ilişkisel anlam sorularından sadece $6+8=0+14$ sorusuna doğrudur yanıtını vermiştir. Nedeni sorulduğunda ise:

A: doğru demişsin.

K32: evet doğru.

A: 6 ile 8'i toplarsak 0 mı?

K32: hayır ama yanında 14 var.

A: yani? Açıklar mısın?

K32: işte etkisiz eleman öğretmenim. Sonucu değiştirmez.

...

d) Eşit İşareti Bir Denge Belirtir.

Görüşme yapılan 15 öğrenciden 5 öğrenci tüm soruları doğru yanıtlamıştır. 5 öğrenci eşit işaretinin ilişkisel anlamını bilmekte ve eşit işaretinin bir denge işareti olduğunu açıklamalarıyla desteklemektedir.

E21'in açıklamaları şu şekildedir:

$4+5=\square+1$ sorusu için;

K21: 8 öğretmenim

A: neden 8 peki?

K21: önce topladım ikisini (4 ile 5'i gösteriyor) 9 yaptı. 1 ile kaçı toplarsam 9 bulmak için çıkarttım. 8

...

K21: $(11-8=\square-1)$ bunun içinde 11'den 8 çıktı 3. Kaçtan 1 çıkarsa 3. O da toplandı 4.

...

K61 eşitliğin her iki tarafının birbirine eşit olması gerektiğini belirtiyor:

K61: eşit işareti var iki tarafta eşit.

A: Bu bölümdeki soruları ona göre mi cevapladın?

K61: Evet hocam.

...

K4 ise ikinci bölümdeki ilişkisel anlam sorularını yanlış yanıtlarken üçüncü bölümde yer alan doğru yanlış sorularındaki ilişkisel anlam için doğru çıkarımlar yapmıştır.

K4'ün açıklamaları şu şekildedir:

K4: $(2+6=8+2)$ yanlış.

A: neden yanlış?

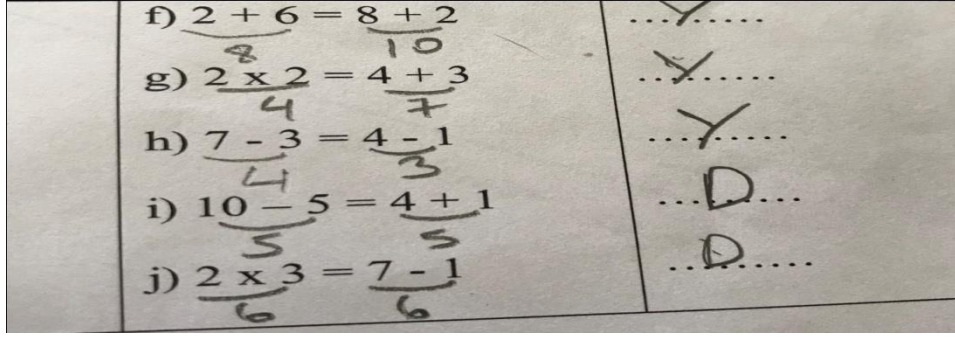
K4: toplamları 8, toplamları 10 eşit olmaz.

A: ikisi eşit olmadığı için mi ?

K4: evet.

...

4.3 Fotoğraf K4'e ait cevaplar



Nitel görüşme gerçekleştirilen 15 öğrencinin tamamı bölüm 1'deki 1.soruyu doğru yanıtlamıştır. Öğrencilerle yapılan görüşmelerde öğrenciler 1.soruyu şu şekilde yanıtlamıştır;

K62'nin açıklamaları:

K62: (Soruyu tekrar okuyor) öğretmenim 13 buldum.

A: Nasıl buldun açıklar mısın peki?

K62: 6 tane varmış 7 tane daha eklenmiş. Ben de topladım.

...

A: Neden ikisini topladın?

K2: Öğretmenim yani artmış cevizi.

A: O yüzden mi topladın?

K2: Evet.

Öğrencilerin tamamı 6 tane cevizi olduğunu ve 7 tane daha olduğu için toplandığını belirtmişlerdir.

Bölüm 1'deki 2.soruya ise öğrencilerden 12 tanesi doğru cevabı vermiş açıklamalarıyla bunu desteklemişlerdir. K51' in açıklamaları;

A: Nasıl 13 buldun açıklar mısın ?

K51: Hocam Hande'nin elmasını bilmiyoruz. Ama Aslı'nın 8 var ve 5 daha verilince Hande'ye eşit oluyor.

A: Sen de topladın.

K51: Evet hocam.

...

K31 ise;

K31: (Soruyu okudu.) Bir miktar demiş Hande'nin elmasına.

A: Yani?

K31: Bilmiyoruz.

A: Bulurken ne düşündün?

K31: Aslı'ya elma verilince aynı oluyormuş. Ben de Aslının elmasını buldum.

A: Hande'nin elmasını mı bulmuş oldun böylece?

K31: evet.

...

3 öğrenci ise yanlış cevap vermiştir. Bu öğrencilerin 2 tanesi 3 diğeri ise 23 bulmuştur. Hatalı cevap verenlerin açıklamalarına bakacak olursak:

A: 3 demişsin cevaba.

K4: Evet.

A: nasıl buldun peki?

K4: Handeyi sormuş ama Hande'nin elmasını bilmiyoruz. Aslı'nın biliyoruz 8.

A: Evet.

K4: 5 (düşündü). Çıkarttım 3.

A: Neden çıkardın?

K4: Vermiş. Çıkardım ben de.

...

A: 3 bulmuşsun anlatır mısın nasıl bulduğunu.

E5: çıkardım.

A: Neden çıkardın peki?

E5: 8 varmış 5 vermişler (duraksadı). Bir dakika.

A: Tamam.

E5: hocam yanlış okumuşum. Ben aslı kardeşine verdi sandım.

A: Şimdi ne düşünüyorsun?

E5: kardeşi verince eşit olmuş. Şimdi anladım. Toplarım 13.

...

A: 23 bulmuşsun yanıtı. Nasıl çözdün?

E22: 8 'le 5'i topladım.

A: Evet.

E22: 13. Sonra 10 ile topladım.

A: 10'u nereden buldun peki.

E22: Bilmem.

A: Neden 10 yazıp topladın peki?

E22: Uzun bir soru.

A: Yani.

E22: Tek işlemde bitmez diye topladım.

...

Bir öğrenci yaptığı hatayı fark ederken diğer iki öğrenci hatasında ısrarcı olmuştur.

Birinci bölümün 3.sorusunda ise 12 öğrenci doğru yanıtı bulmuştur. Bu öğrencilerden 9 tanesi önce Nazan'ın kalem sayısını 5 bulup, Melike'nin 5 kalemi olması için Melike'nin kalem sayısından Nazan'ın kalem sayısını çıkartıp

bulurken, 2 öğrenci Nazan'ın kalem sayısını bulup Melike'den kaç kalem eksilirse iye düşünerek sonuca ulaşmış, 6.sınıf öğrencilerinden 1 öğrenci ise soruda bilinmeyen yerine $\square$ kullanmıştır.

K2 bulduğu cevabı şöyle açıklamıştır:

A: Anlatır mısın bana nasıl çözdün?

K2: öğretmenim 11'den 6'yı çıkardım 5.

A: Neden çıkardın ?

K2: Kardeşine vermiş. Azaldı.

A: Evet.

K2: şimdi Melike'nin de aynısı olması isteniyor. 7 taneymiş. 7'den kaç çıkarsa 5 dedim. 2 çıkarsa.

...

E21 ise şu ifadelerle açıklamıştır:

A: Evet 3.soruyu anlatır mısın şimdi?

E21: (tekrar okudu). Nazan'ın 11 kalemi varmış 6 tane vermiş kardeşine. Kalem sayısı Nazan'ın 5 oldu. Çıkardım.

A: Sonra?

E21: Melikenin 7. Ama Nazan'la aynı olsun istemiş. 7'den 5'i çıkarttım.

A: Neden çıkarttın?

E21: Kaç fazla bulmak için. O kadar verecek kardeşine.

...

K61: Hocam önce Nazan'ın yeni kalem sayısını buldum. 11 eksi 6 5. Sonra 7 eksi $\square$ eşittir 5 dedim.

A: Neden $\square$ dedin ?

K61: $\square$ Melikenin kardeşine verilen kalem. 7 eksi 5 2 olur.

...

Öğrencilerden biri soruya cevap vermemiş. E42 ve K62 ise işlem hatası yaptıklarını ifade etmişlerdir.

5. TARTIŞMA

Bu araştırmada cebir öncesi sınıf seviyeleri olan 2, 3, 4, 5 ve 6.sınıflarda eşit işareti algısı araştırılmıştır. Eşit işaretinin algılanmasında cinsiyete göre, sınıf seviyelerine göre farklılıklar, eşit işarete yükledikleri anlamlar incelenmiştir.

Öğrencilerin eşit işareti yükledikleri anlam daha önce yapılan çalışmalarla benzerlik göstermektedir (Yaman, Toluk ve Olkun, 2003; Yaman, 2004; Öksüz, 2007; Yavuz, 2010; Falkner, Levi ve Carpenter, 1999; McNeil, Knuth, Alibali, Stephens, Hattikudur, 2008).

Öğrenciler, diğer araştırmalara benzer bir şekilde (Yaman, Toluk ve Olkun, 2003; Yavuz, 2010; Behr, Erlwanger ve Nichols, 1980) eşit işaretinin işlemin sonucunu verip soldan sağa olması gerektiğini savunmuşlardır. $a = b + c$ şeklinde standart olmayan formda olan eşitlikleri ters olarak görmüş ya da yanlış olduğunu ifade etmişlerdir. Ayrıca eşit işaretinin yerini önemsemeden $a = b + c$ değil de $a + b = c$ olarak işlem yapmışlardır. Yani $\square = 2 + 6$ sorusunda kutu yerine 4 yazmışlardır. Bunun sebebi sorulduğunda ise öğrenciler 2 ile kaç toplarsam 6 olur yanıtını vermiştir. Doğru yanıt veren bazı öğrenciler ise işlemin $2 + 6 = \square$ şeklinde yazılmasının daha doğru olacağını, işlemin ters yazıldığı görüşünü savunmuşlardır. Öğretmenler ders anlatımında ve ders kitaplarında genel olarak $a + b = c$ şeklinde eşitlikler kullanmaktadır. Ayrıca hesap makinesinde işlemleri yapıp sonuç bulmak için $=$ tuşuna basılması da öğrencilerin eşit işaretini yalnızca sonuç bulmaya yönelik algılamasına sebep olmaktadır (Li vd. 2008).

Bazı öğrenciler $a + b = c + d$ tipindeki ilişkisel anlamı destekleyen sorular daha önceki çalışmalarda olduğu gibi eşit işaretini işlem sembolü olduğunu savunmuştur (Yaman, Toluk ve Olkun, 2003; Yavuz, 2010, Eichorn vd., 2018; Yıldız ve Atalay, 2019). Bu araştırmada da sınıf seviyesinde fark olmaksızın tüm sınıf seviyelerinde bazı öğrencilerin eşit işaretinin bir işlem sembolü olarak gördüğü ortaya çıkmıştır. Öğrenciler $a + b = c + d$ tipindeki sorularda eşitliğin sağ tarafındaki işlemin sonucunu c yerine yazmış ya da c 'deki sonucu sağ taraftaki işlemin sonucu olarak görüp eşitliğin solunda olan bilinmeyeni bulmak için kullanmışlardır. Örneğin $4 + 5 = \square + 1$ 'de $\square$ yerine 9 yazmış nedeni sorulduğunda da 4 ile 5'in toplamının yazılması gerektiğini eşit işaretinin yanına işlemin sonucunun yazılması gerektiğini söylemiştir. $5 + \square = 7 + 7$ sorusuna ise $\square$ yerine 2 yazmış, 5 ile kaç toplarsa 7 olur diye düşünmüş 2 cevabını vermiştir.

Öğrencilerden 2 tanesi ise $a+b=c+d$ tipindeki soruların sağına bir eşit işareti daha koyup işlemi devam ettirmişlerdir. $5+\square=7+7$ sorusunda $\square$ yerine 5 ile kaç toplarsam 7 olur diye düşünüp 2 yazmış $5+2=7+7=14$ olarak işlemi devam ettirmişlerdir. Bu da bize öğrencilerin eşit işaretini bir işlem sembolü olarak gördüğünü göstermektedir.

Nitel görüşme gerçekleştirilen 13 öğrenci $7=\square$ sorusuna kutu yerine 7 yazıp önceki araştırmalarda olduğu gibi bir sayı kendisine eşit olduğunu belirtmişlerdir (Yaman, 2004; Yavuz, 2010; Behr vd., 1980; Alibali vd., 2008; Falkner vd., 1999). Bu öğrencilerden 2'si kutu yerine 7 yazarken denge ve eşit kollu terazi örneğini vererek açıklamışlardır. Bazı öğrenciler $\square$ yerine başka bir şey yazılamayacağını söylerken bazıları ise 7'yi elde edecek işlemler yazılabileceğini örneğin $3+4$ ya da $8-1$ yazılabileceğini söylemişlerdir. Diğer araştırmalardan farklı olarak yanlış cevap veren 2 öğrenci ise bir işlem olmadığı için eşit işaretini görmezden gelmiştir. Bir tanesi $7=\square$ sorusuna $\square$ yerine 7'den küçük sayılar gelmesi gerektiğini çünkü çıkarma işlemi yapılırsa herhangi bir sorun yaşamamak için olduğunu söylemiştir. 7'den büyük sayı yazılırsa örneğin 8, $7+8$ 'de bir sorun olmayacağını ancak $7-8$ diye bir işlem olmadığını ama $7=6$ ya da $7=5$ yazılırsa bunun doğru olduğunu $7+6$ yada $7-6$ 'nın işlemin sonucunun bulunacağını söylemiştir. Diğer öğrenci ise $\square$ yerine 0 yazmış, sebebini de 0'ın toplama ve çıkarmada etkisiz eleman olduğunu, toplama ya da çıkarma yapıldığında sonuç yine 7 çıkacağı için 0 yazılması gerektiğini savunmuştur. $\square+\square=13$ ve $5=\square+\square$ sorularında ise öğrencilerden biri $13+13=13$ ve $5=5+10$ yazmış eşit işaretini görene kadar aynı sayıları yazmış, neden 10 yazdığını sorulduğunda ise 5, 5'e eşittir 10 yazılmasının bir önemi olmadığını söyleyerek açıklamıştır.

Öğrenciler birinci bölümde yani sözel problemlerin olduğu bölümün ilk sorusunu hatasız doğru açıklamalarla açıklayarak çözmüş ancak 2.soruda 2 öğrenci sorunun içinde "Verdi" kelimesini gördüğünü söyleyerek çıkarma işlemi yaptıklarını açıklamıştır. Birine bir şey verdiğimizde çıkarırız açıklamasını yapmışlardır. Bir öğrenci ise sorunun uzun olduğunu belirterek tek işlem değil birden fazla işlem olması için 10 ile topladığını söylemiştir. 6.sınıfta öğrenim gören bir öğrenci ise "bir miktar" için " $\square$ " koymuştur. Birinci bölümün son sorusunda ise soruyu doğru çözen öğrenciler buldukları doğru yanıtları farklı açıklamalarla anlatmışlardır. Ayrıca önceki araştırmada (Yaman vd., 2003)

olduğu gibi öğrenciler eşit sayıda için aynı ifadesini kullanmışlardır. Birinci bölümdeki sorularda kız öğrenciler erkek öğrencilerden daha başarılı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca eşit işaretinin ilişkisel anlamını ölçen boşluk doldurma sorularında öğrenciler zorlanıp yanlış çözerken bu soruların sözel problem şeklinde verilmiş soruyu daha rahat ve doğru şekilde çözmüşlerdir.

Öğrencilerden bazıları ise ikinci bölümde ilişkisel düşünmeye dair soruları soldan sağa doğru işlemin sonucunu yazarken üçüncü bölümde yer alan doğru yanlış sorularının içinde yer alan ilişkisel anlam sorularını doğru cevaplamıştır. Öğrenci eşitliğin her iki tarafının birbirine eşit olması gerektiğini söylemiştir.

Yapılan bu araştırmaya göre; kavram yanlışları ve hatalara baktığımızda sınıf seviyesine göre değişmemektedir. 2.sınıfta öğrenim gören öğrenci ile 6.sınıfta öğrenim gören öğrenciler benzer açıklamalar yapmışlardır. Öğrenciler 4.sınıftan itibaren eşit işaretinin ilişkisel anlamını oluşturmaktadır ancak 5.ve 6.sınıfta öğrenim gören öğrenciler ilişkisel anlamı bilmemekte ve eşit işaretini işlem işareti olarak görmektedir. Bu bağlamda diğer çalışmalarla örtüşmektedir (Yaman, Toluk ve Olkun, 2003; Yavuz, 2010; Carpenter ve Levi, 2000; Behr, Erlwanger ve Nichols, 1980, Yıldız ve Atalay, 2019). Öğrenciler okulda tam anlamıyla eşit işaretinin ilişkisel anlamını kavrayamamaktadır. Ancak nitel görüşmelerde öğrencilerin kavram yanlışları ve hataları benzer olmasına rağmen nicel verilerde elde ettiğimiz sonuçlara göre eşit işareti testi performanslarında 2 ve 3. Sınıf öğrencilerinin sonuçlarıyla 4., 5. ve 6.sınıf öğrencilerinin sonuçları arasında anlamlı bir farklılık vardır. 4,5 ve 6.sınıfta öğrenim gören öğrenciler 2 ve 3.sınıf öğrencilerine göre daha başarılıdır. Bu anlamda bakıldığında öğrencilerde sınıf seviyesi arttıkça eşit işareti testinden aldıkları puan yükselmektedir; sınıf seviyesi arttıkça daha çok öğrencinin eşit işaretinin ilişkisel anlamını oluşturduğunu görmekteyiz. Ancak görüşmeler ve cevap kağıtları incelendiğinde 2.sınıftan itibaren eşit işaretinin ilişkisel anlamını oluşturan öğrenciler vardır.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Cebir öncesi ilkokul ve ortaokul öğrencilerde eşit işareti algısının araştırıldığı bu çalışmada nitel ve nicel bulgulardan yola çıkılarak öğrencilerin eşit işareti;

- Eşit işareti yön belirtir.
- İşlem olmadan eşit işareti yazılmaz.
- Eşit işareti işlemin sonucunu verir.
- Bir sayı kendisine eşittir.
- Eşit işaretinin her iki tarafı aynı sayı olmalıdır.
- Eşit işareti denge belirtir

Şeklinde algıladıkları ortaya çıkmıştır.

Araştırmanın birinci bölümünde yer alan sözel problemlerin nicel bulgularından elde edilen sonuçlara göre 2.sınıf öğrencilerinin puanları 4, 5, 6.sınıf öğrencilerine göre, 4. sınıf öğrencilerin puanları ise 5 ve 6.sınıf öğrencilerine göre anlamlı şekilde düşük çıkmıştır. İkinci bölümdeki boşluk doldurma, üçüncü bölümdeki doğru-yanlış sorular ve EİT'deki toplam puanda ise 2. ve 3.sınıf öğrencilerinin puanları 4, 5, 6.sınıf öğrencilerinin puanlarına göre düşük çıkmıştır.

Öğrencilerin eşit işareti algısında cinsiyete göre fark yalnızca birinci bölüm sorularında erkek öğrencilerin kız öğrencilerin puanına göre daha düşük olduğu ortaya çıkmıştır. İkinci, üçüncü bölümde ve EİT'deki puanlara baktığımızda kız ve erkek öğrencilerin puanları arasında bir fark olmadığı ortaya çıkmıştır.

Daha önce yapılan çalışmalarda eşit işaretinin cebir dersi için bir temel oluşturduğu belirtilmiştir. Öğrencilerin ileriki sınıf seviyelerinde zorlanmamaları için sınıf öğretmenleri, ilköğretim matematik öğretmenleri ve eğitim fakültelerinde bu bölümlerde öğrenim gören öğretmen adayları öğrencilerin eşit işareti ile ilgili yaşadıkları bu kavram yanlışlarını ve hatalarını iyi bilmeli öğrencinin ileride akademik başarısını etkileyecek olan cebir konusuna iyi bir temel atması sağlanmalıdır.

Öğretmenler sadece ders kitaplarındaki örneklere bağlı kalmamalı sınıfta soru çözerken standart olmayan forma da yer vermelidir. Soruların çözümleri yalnızca $a+b=c$ tarzında değil $c=a+b$ şeklinde de çözülmeli ve sınıf içi örneklerde de standart olmayan forma yer verilmelidir.

Sınıf öğretmeni eşit işaretini öğrencilere öğretirken yalnızca dört işlemde sonra bu sembolü kullanmayarak da öğrencilerin eşit işareti sonuç bildirir kavram yanılgısının önüne geçebilir.

Ders anlatımları özellikle eşit işaretinin ilişkisel anlamı öğrencilerde oluştururken somut materyallerden yararlanabilir. Teraziler kullanarak önce nesnelerle anlatabilir daha sonra matematiksel ifadelerle destekleyerek anlatabilir. Böylelikle somut düşünce döneminde olan öğrenciler eşit işaretinin bir denge olduğunu daha kolay anlamlandırabilir. Böylelikle öğrenciler ilişkisel anlamını kavrar ve cebir için önemli bir temel oluşturur.

İleride yapılacak çalışmalarda;

- 1) Değişik okul ve aynı sınıf düzeylerinde benzer çalışmalar yapılarak aynı sonuçlara ulaşılabilir mi?
- 2) Eşit işaretinin cebir öncesi ilişkisel anlamını oluşturan öğrenciler cebir dersinde başarılı olabilmiş midir?
- 3) İlkokul seviyesinde eşit işaretini somut materyallerle öğretme etkili mi?
- 4) Bilgisayar programları kullanarak eşit işareti algısı oluşturmak öğrencilerin eşit işaretinin anlamlarını öğrenmesinde etkili midir?
- 5) Çalışmanın yapıldığı öğrencilerin bir sonraki sınıf seviyesinde eşit işareti algılarında bir farklılık olmuş mudur?

7. KAYNAKLAR

(Bu tez çalışmasında APA 7th Edition atıf sistemi kullanılmıştır.)

- Akgün, L. (2006). Cebir ve değişken kavramı üzerine. *Journal of Qafqaz University*, 17(1), 25–29.
- Akkan, L. (2009). İlköğretim öğrencilerin aritmetikten cebire geçiş süreçlerin incelenmesi. Yayımlanmamış doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi.
- Akkan, Y., Baki, A., & Çakıroğlu, Ü. (2011). Aritmetik ve cebir arasındaki farklılıklar: cebir öncesinin önemi. *İlköğretim Online* 10(3), 812-823.
- Akkaya, R. (2006). *İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında karşılaşılan kavram yanlışlarının giderilmesinde etkinlik temelli yaklaşımın etkililiği* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 188600).
- Akkaya, R., ve Durmuş, S. (2006). İlköğretim 6-8. Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanındaki Kavram Yanlışları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* 31, 1-12.
- Altun, M.(2015). *Ortaokullarda matematik öğretimi*. Aktüel Yayınları.
- Amerom, V., ve Barbara, A. (2003). Focusing On Informal Strategies When Linking Arithmetic To Early Algebra. *Educational Studies In Mathematics*, 54(1), 63-75.
- Behr, M., Erlwanger, S., & Nichols, E. (1980). How children view the equals sign. *Mathematic teaching*, 92, 13-15. Erişim adresi: <https://gpc-maths.org/data/documents/doks/behrr-howequal.pdf>
- Boulton, G. M., Lewis, G., Cooper, T.J, Atweh, B., Pillay, H., & Wills, L. (2000). Readiness of algebra. *Proceeding of the 24th conference of the international group for psychology of mathematics education*, Vol 2, 89-105.
- Cajori, F. (1993). A history of mathematical notations. (Vol.1.). Courier Corporation.
- Can, A. (2017). *SPSS ile bilimsel araştırma sürecinde nicel veri analizi*. Pegem Akademi.
- Carpenter T.P., Franke M. L., & Levi L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic & Algebra*. Portsmouth, NH: Heineman.
- Carpenter, T.P., ve Levi, L. (2000). Developing Conceptions of Algebraic Reasoning in the Primary Grades. Research Report. *Wisconsin Uni., National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science*. Erişim Adresi: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED470471.pdf>
- Carpenter, T. P., & Moser, J. M. (1983). The acquisition of addition and subtraction concepts. In R. Lesh & M. Landau (eds.) *The acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 7-44). Orlando.
- Carpenter, T. P., Levi, L., Franke, M., & Zeringue, J. K. (2005). Algebra in elementary school: developing relational thinking. *Zentralblatt für didaktik der mathematik*, 37, 53-59. DOI: 10.1007/BF02655897
- Cooper, T., Boulton-Lewis, G., Athew, B., Wilssi L., & Mutch, S. (1997). The transition arithmetic to algebra: Initial understandings of equals, operations and variable. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 21(2), 89-96.
- Darr, C. (2003) The Meaning of ‘Equals’. *New Zealand Council for Education Research*, 2, 4-7.
- Dede, Y., ve Argün, Z. (2003). Cebir Öğrencilere Niçin Zor Gelmektedir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24 (24), 180-185.
- Dede, Y., Yalın, H. İ., & Argün, Z. (2002, Eylül). *İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğrenimindeki hataları ve kavram yanlışları*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunulan bildiri. ODTÜ, Ankara.

- Demana, F. &Leitzel, J. (1988). Establishing fundamental concepts through numerical problem solving, In A.F. Coxford(Ed.), *The ideas of algebra, K-12*,(pp.61-68), Reston, VA: NCTM
- Dikkartın Övez, F. T. (2012). *Matematik öğretim programlarının değerlendirilmesi (Cebir öğrenme alanı)* (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 312964).
- Doğan Temur Ö. ve Sancak, G. (2012). Dördüncü sınıf öğrencilerinin eşit işaretini nasıl algıladıklarının incelenmesi. *Milli Eğitim Dergisi*, 42 (194), 240-252. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/tr/pub/milliegitim/issue/36174/406746>
- Driscoll, M. (1999). *Fostering Algebraic Thinking: A Guide for Teachers, Grades 6-10*. Heinemann, 361 Hanover Street, Portsmouth, NH 03801-3912.
- Durmuş, S., Toluk Z., Olkun, S. (2003). Matematik öğretmenliği 1.sınıf öğrencilerinin geometri alan bilgisi düzeylerinin tespiti, düzeylerin geliştirilmesi için yapılan araştırma ve sonuçları. Erişim adresi: <https://dspace.ankara.edu.tr/xmlui/bitstream/handle/20.500.12575/41651/4242.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Eichhorn, M.S., Perry, L.E., Brombacher, A. (2018). Students' early grade understanding of the equal sign and non-standard equations in Jordan and India. *In ternational journal of research in education and science*, 4(2), 655-669. DOI: 10.21890/ijres.432520
- Falkner, K. P., Levi, L., Carpenter, T.P. (1999). Children's understanding of equality: a foundation for algebra. *Early Childhood Corner*, 232-236. Erişim adresi: <http://academic.sun.ac.za/mathed/174/AlgebraNCTM.pdf>
- French, D. (2002). Teaching and learning algebra.
- Gibbs, G. R. (2007). *Thematic Coding and categorizing analyzing qualitative data*. Sage Publications.
- Gökburun, Ö. (2017). *Cebirsel düşünme kavramının ortaokul seviyesinde öğrenilme durumunun araştırılması* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (TezNo: 690821)
- Gür, H. ve Korkmaz, E. (2003.). İlköğretim 7.sınıf öğrencilerinin problem ortaya atma becerilerinin belirlenmesi. *Matematikçiler derneği bilim köşesi*. Erişim adresi: <http://www.matder.org.tr/ilkogretim-7-sinif-ogrencilerinin-problem-ortaya-atma-becerilerinin-belirlenmesi/>
- Gürbüz, R. & Toprak, Z. (2014). Aritmetiten cebire geçişi sağlayacak etkinliklerin tasarlanması, uygulanması ve değerlendirilmesi. *NEF-EFMED*, 8(1),181-202 .
- Gürbüz, R., & Akkan, Y. (2008). Farklı öğrenim seviyesindeki öğrencilerin aritmetikten cebire geçiş düzeylerinin karşılaştırılması: denklem örneği. *Eğitim ve bilim* 33(148), 64-76.
- Herbert, K. ve Brown, R. (1997). Patterns as tools for algebraic reasosing. *Teaching Children Mathematics*, 3, 340-344.
- Karaçay, T. (1985). Orta Öğretim Kurumlarında Matematik Öğretimi ve Sorunları. *Türk Eğitim Derneği*.
- Kieran, C. (1992). The Learning and Teaching of School Algebra.
- Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: what is it. *The Mathematics Educator*, 8(1), 139-151.
- Kieran, C. (2007). What do students struggle with when first introduced to algebra symbols? *Algebra Research Brief*, retrieved from NCTM.

- Kieran, C. Ve Chaloug, L. (1993). Prealgebra the Transitions Form Aritmetic to Algebra.. İn D.T. Owens (Eds.). Research Ideas for the Classroom: Middle Grades Mathematics. Newyork.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics* National Academy Press. Education,36(5), 412–446.
- Kindt, M.M. (2000). Patterns and symbols. In National Center for Research in Mathematical Science Education and Freudenthal Institute (Eds), *Mathematics in context, a connected curriculum for grades 5-8*. Chicago: Encyclopedia Britannica Educational Corporation.
- Knuth, E. J., Alibali, M. W., Hattikudur, S., McNeil, N., & Stephens, A. (2008). The importance of equal sign understanding in the middle grades. *Mathematics teaching in the middle school*, Vol. 13, no. 9.
- Köse,N.Y. ve Tanışlı, D. (2011). İlköğretim matematik kitaplarında eşit işareti ve ilişkisel düşünme. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 5 (2), 251-277. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/tr/pub/balikesirneff/issue/3373/46561>
- Kriegler, S. (2006). Just what is algebraic thiking ? Erişim adresi: <https://studylib.net/doc/5868002/just-what-is-algebraic-thinking>
- Lawrence, A., & Hennessy, C. (2002). Lessons for algebraic thinking: grades 6-8. *Math solutions*, 113-136.
- Li, X., Ding, M., Capraro, R. M. (2008). Sources of differences in children's understandings of mathematical equality: Comparative analysis of teacher guides and student texts in China and in the United States. *Cognition and Instruction*, 26, 195-217.
- Linchevski, L. & Hersovics, N. (1996). Crossing the cognitive gap between arithmetic and algebra: Operating on the unknown in the context of equations. *Educational Studies in Mathematics*, 30, 38–65.
- Linchevski, L. (1995). Algebra with numbers and arithmetic with letters: A definition of prealgebra. *The Journal of Mathematical Behaviour*, 14, 113-120.
- Madej, L. (2021). Primary school students' nowledge of the equal sign- the Swedish case. *International journal of science and mathematics education*. DOI: 10.1007/s10763-020-10144-z
- Mason, J. (1996). Expressing generality an roots of algebra. İn N. Bednarz, C. Kieran, & L. Lee (Eds.). *approaches to algebra*,(pp. 65-111). Kluwer Academic Publishers.
- McNeil, N. M. Ve Alibali, M. W. (2005). Why Won't You Change Your Mind? Knowledge of Operational Pettems Hinders Learning and Performance on Equations. *Child Development* 76, 883-899. Erişim adresi: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.526.1159&rep=rep1&type=pdf>
- McNeil, N. M., Grandau, L., Knuth, E. J., Alibali, M. W., Stephens, A. C., Hattikudur, S., & Krill, D. L. (2006). Middle-school students' understanding of the equal sign: The books they read can't help. *Cognition and Instruction*, 24 (3), 367-385.
- MEB. (2005). *İlköğretim matematik dersi öğretim programı ve kılavuzu: 6-8. Sınıflar*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü.
- MEB. (2018). *Matematik Dersi Öğretim Programı*. T.C. Milli Eğitim Bakanlığı.
- Metin, M. (2014). *Kuramdan uygulamaya eğitimde bilimsel araştırma yöntemleri*. Pegem Akademi.
- Milli Eğitim Bakanlığı, (2009). *İlköğretim matematik dersi 1-5. sınıflar öğretim programı*. Ankara: MEB Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

- Milli Eğitim Bakanlığı, (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: MEB Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Molina, M., & Ambrose, R. (2006). Fostering relational thinking while negotiating the meaning of the equal sign. *Teaching Children Mathematics* 13(2), 111-117. Erişim adresi: <https://pubs.nctm.org/view/journals/tcm/13/2/article-p111.xml>
- Molina, M., Castro, E. & Mason, J. (2008). Elementary school students' approaches to solving true/false number sentences. *PNA*, 2(2), 75-86. Erişim Adresi: https://www.researchgate.net/publication/26490598_Elementary_School_Students_Approaches_to_Solving_TrueFalse_Number_Sentences_Metodos_de_Alumnos_de_Educacion Primaria_para_la_Resolucion_de_Sentencias_Numericas_Verdaderas_y_Falsas
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics. (NCTM). (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Nayıroğlu, B. (2022). *Cebir öğretiminde değişken kavramının şekil sembollerinden harf temsiline geçişin öğrencilerin başarı ve tutumuna etkisi* (Yüksek Lisans Tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (TezNo: 715979).
- Olkaç, A. (2010). Birinci dereceden tek bilinmeyenli denklemler ve ilgili kavram yanlışları. *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri. (2. Baskı). (241-262)*. Pegem Akademi.
- Olkun, S., ve Toluk Uçar, Z. (2006). *İlköğretimde Matematik Öğretimine Çağdaş Yaklaşımlar*. Maya Akademi.
- Öksüz, C. (2007). Children's understanding of equality and the equal sign. *International journal for mathematics teaching and learning*, 8, 1-199. Erişim adresi: <https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.565.3440&rep=rep1&type=pdf>
- Özbayar, N. Ç. (2017). *Altıncı sınıf öğrenim programının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin gelişimine etkisi* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 487355).
- Özden, Y. (2003). *Öğrenme ve öğretme*. Pegem A Yayıncılık.
- Radford, L., & Puig, L. (2006). Syntax and meaning as sensuous visual, historical forms of algebraic thinking. *Educational studies in mathematics*, 66(2), 145-164. Doi: 10.1007/s10649-006-9024-6
- Sert Çelik, H., & Masal, E. (2018). Yedinci sınıf öğrencilerinin denklem ve eşitlik konusundaki öğrenmelerine öğrenci bileşeni açısından bakış. *Özgün araştırma*, 8(2), 166-186.
- Stephens, M. (2006). Describing and exploring the power of relational thinking. Merga 29. Erişim adresi: https://www.researchgate.net/publication/236661303_Describing_and_exploring_the_power_of_relational_thinking
- Sumpter, L., & Löwenhielm A. (2022). Differences in grade 7 students' understanding of the equal sign. *Mathematical thinking and learning*. DOI:10.1080/10986065.2022.2058160
- Şahan, H. H. (2017). *Eğitimde program geliştirme & öğretim ilke ve yöntemleri*. Pegem Akademi.
- Şimşek, H. ve Yıldırım, A. (2006) *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin Yayıncılık
- Tabach, M., ve Friedlander, A. (2003) The Role of Context in Learning Beginning Algebra. *European Research In Mathematics Education III*.

- Taylor Cox, J. (2003). Algebra in early years? Yes. *Young Children*, 14-21.
- Türk Dil Kurumu.(2020). Türkçe Sözlük. Türk Dil Kurumu Yayınları.
- Usiskin, Z. (1997). Doing algebra in grades K-4. *Teaching children mathematics* 3, 346-348. Erişim adresi: <https://sddial.k12.sd.us/esa/grants/sdcoun/sdcoun10-11/DoingAlgebraElem.pdf>
- Van Amerom, B. (2002). *Reinvention of early algebra: Developmental research on the transition from arithmetic to algebra*. Unpublished doctoral dissertation, University of Utrecht, The Netherlands.
- Vance, J.H.(1998). Number operations from an algebraic perspective. *Teaching Children Mathematics*, 4, 282-285.
- Wardat, Y., Jarrah, A., & Stoica G. (2021). Understanding the meaning of the equal sign: a case study of middle school students in the United Arab Emirates. *European journal of edicational research* Vol 10 (3), 1505-1514.
- Yaman , H., Toluk, Z., & Olkun, S. (2003). İlköğretim öğrencileri eşit işaretini nasıl algılamaktadır? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(24), 142-151.
- Yaman, H. (2004). *İlköğretim ikinci sınıf öğrencilerinde eşit işaretinin ilişkisel anlamını geliştirme* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 144144).
- Yavuz, B. (2010). *İlköğretim öğrencilerinin eşit ve eşitsizlik işaretleri hakkındaki düşünceleri ve ilişkileri* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 263442).
- Yıldırım, C. (2017). *Matematiksel düşünme*. Remzi Kitapevi.
- Yıldız, P., & Atay, A. (2019). Ortaokul 5.sınıf öğrencilerinin eşit işaretine ilişkin anlamalarının incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 5(2), 426-438. DOI: 10.31592/aesbed.602915.

8. EKLER

EK 1

VELİ ONAY FORMU

Sayın veli

Günümüzde gelişen teknoloji sayesinde toplumların yetişmiş insan gücünden beklentileri de değişmektedir. Başta gelişmiş ülkeler olmak üzere birçok ülke kendi eğitim öğretim programlarını bu ihtiyaçlara göre yenilemekte ve bu yeniliklere uygun öğretim ortamları ve etkinlikleri sunmaktadır. Bu doğrultuda ülkemizde de program yenileme çalışmaları yapılmaktadır. Yapılan bu değişikliklerin ise öğrencilerin öğrenmelerine ne açıdan katkıda bulunduğu merak konusudur.

Bu nedenle Doç.Dr. Hakan Yaman danışmanlığında, Ayşe Öykü Ölmez sorumluluğunda gerçekleştirilecek olan “Cebir Öncesi İlköğretim Öğrencilerinin Eşit İşareti Algılamaları Üzerine Bir Araştırma” başlıklı araştırma gerçekleştirilerek.

Uygulamanın İçeriği Nedir?

Uygulamada Yaman, Toluk ve Olkun (2003) ve Yaman ve Olkun (2004) tarafından geliştirilen testlerden ve literatürden yararlanarak geliştirilen “eşit işareti testi” kullanılacaktır. Testin uygulaması sınıf seviyesine göre değişiklik gösterecek olup, uygulama süresinin 15-30 dakika olması planlanmaktadır. Verilerin analizi sınıf seviyesine ve cinsiyete göre inceleneceği için öğrencilerin isimleri herhangi bir şekilde paylaşılmayacaktır. Öğrenciler ile görüşme gerçekleştirilse video görüntüleri ya da ses kayıtları veriler için kullanılıp paylaşılmayacaktır.

Anlayışınız ve katkılarınız için teşekkürler.

Yukarıdaki bilgileri okudum.

Çocuğumun etkinliğe katılmasına

☐Evet, izin veriyorum. ↑

☐Hayır, izin vermiyorum. ↓

Tarih:

Çocuğun adı soyadı:

Veli Adı Soyadı:

İmza:

EK 2

Bölüm I: Aşağıdaki sözel problemleri çözünüz.

- 1) Ceren'in 6 cevizi vardır. Babası 7 ceviz daha vermiştir. Ceren'in kaç cevizi vardır?
- 2) Hande'nin sepetinde bir miktar elma vardır. Aslı'nın da sepetinde 8 elma vardır. Aslı'ya kardeşi 5 elma verince Aslı ile Hande'nin elmaları eşit sayıda oluyor. Hande'nin sepetinde başlangıçta kaç elma vardır?
- 3) Nazan'ın 11 kalemi vardır 6 tanesini kardeşine vermiştir. Melike'nin de 7 kalemi vardır kaç tane kalemni kardeşine verirse Nazan ve Melike'nin kalemleri eşit sayıda olur ?

Bölüm II: Aşağıdaki eşitliklerde $\square$ ve O yerine gelmesi gereken sayıları yazınız.

- | | |
|--------------------------|---------------------------|
| a) $7 = \square$ | f) $9 - \square = 6 - 2$ |
| b) $4 + 8 = \square$ | g) $11 - 8 = \square - 1$ |
| c) $\square = 2 + 6$ | h) $\square = 4 \times 5$ |
| d) $4 + 5 = \square + 1$ | i) $\square + O = 13$ |
| e) $5 + \square = 7 + 7$ | j) $5 = \square + O$ |

Bölüm III: Aşağıdaki eşitlikler, doğru ise yanındaki boşluğa D, yanlış ise Y koyunuz.

- | | | | |
|---------------------|-------|-------------------------|-------|
| a) $7 = 7$ | | f) $2 + 6 = 8 + 2$ | |
| b) $5 - 3 = 2$ | | g) $2 \times 2 = 4 + 3$ | |
| c) $4 = 8 - 4$ | | h) $7 - 3 = 4 - 1$ | |
| d) $6 + 8 = 0 + 14$ | | i) $10 - 5 = 4 + 1$ | |
| e) $5 = 6$ | | j) $2 \times 3 = 7 - 1$ | |

EK 3

DENEY SONRASI GERİBİLDİRİM FORMU

Bu araştırmada Eşit İşareti Testi'nde yer alan aritmetik işlemleri çözdünüz. Araştırma sonucunda sizi olumsuz etkileyebilecek herhangi bir durum olmayacaktır. Verilen konu ile ilgili istenilen duygu, düşünce ve test sonuçlarınız tamamen gizli kalacaktır. Araştırmada aritmetik işlemler için verdiğiniz cevaplar ile ilgilenilmektedir. Bu nedenle isminiz sadece değerlendirmeyi ve bazı istatistiksel testleri çalışmayı kolaylaştırmak için alınmıştır. Hiçbir şekilde kullanılmayacaktır. Sizin yazdığınız formları sizden başka tanımlayacak kişi bulunmamaktadır.

Araştırmaya katıldığınız için çok teşekkürler.

