

T.C.
RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM MATEMATİK EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İLKOKUL VE ORTAOKUL MATEMATİK DERS
KİTAPLARINDAKİ TEMEL GEOMETRİK KAVRAMLARIN
İNCELENMESİ

Vahide KARAHAAN

TEZ DANIŞMANI

Dr. Öğr. Üyesi Samet OKUMUŞ

JÜRİ ÜYELERİ

Prof. Dr. Ali Sabri İPEK

Doç. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN

Dr. Öğr. Üyesi Samet OKUMUŞ

RİZE-2021

Her Hakkı Saklıdır

ÖNSÖZ

Ders kitaplarının eğitim-öğretim sürecindeki önemi göz önüne alındığında, incelenip analiz edilmesinin öğrencilere sunulan öğrenme durumlarına fırsat sağlayacağı düşünülmektedir. Bu bağlamda geometrinin yapıtaşını oluşturan temel geometrik kavramların ders kitaplarında nasıl ele alındığının incelenmesine karar verilmiştir. Bunun için kavramların ders kitaplarındaki gösterimleri epistemolojik ve bilişsel unsurlar açısından ele alınmıştır.

Yüksek lisans eğitimimin en başından beri değerli bilgilerini benimle paylaşan, kendisine ne zaman danışsam bana kıymetli zamanını ayırıp sabırla ve büyük bir ilgiyle elinden gelenin fazlasını sunan, lisans eğitimimde bu zamana kendisinden çok şey öğrendiğim danışman hocam Dr. Öğr. Üyesi Samet OKUMUŞ'a teşekkürü bir borç biliyor ve şükranlarımı sunuyorum.

Lisans öğrenimimden yüksek lisans eğitimimin sonuna dek bir öğretmen olarak beni çekirdekten yetiştiren, bu mesleği severek daha iyi bir şekilde yapmamı sağlayan, bilgi ve deneyimlerinden yararlandığım Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Matematik Eğitimi Anabilim dalındaki bütün hocalarıma teşekkür ediyorum.

Benden hiçbir zaman desteğini esirgemeyen, her zaman yanımda olan ve bana güç veren değerli arkadaşım Sevim DENİZ'e, lisans ve yüksek lisans eğitimim boyunca maddi manevi her türlü desteği sağlayan Rize'deki değerli ablalarım Büşra BEŞLİ ve Dilek ÖNEL BOSTAN'a, tez yazım sürecimde desteğini esirgemeyen kıymetli meslektaşlarım Adem TOPRAK ve Seval İNAN'a teşekkürü borç bilirim.

Beni bugünlere getiren yaptığım her işte bana her zaman güvenen ve arkamda olduğunu bildiğim, canım annem Halise KARAHAN'a, canım babam Ercan KARAHAN'a ve varlığından güç aldığım kardeşlerim Gülser KARAHAN ve Eren KARAHAN'a gösterdikleri sabır ve destekten dolayı sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Vahide KARAHAN

TEZ ETİK BEYANNAMESİ

Tarafımdan hazırlanan “İlkokul ve Ortaokul Matematik Ders Kitaplarındaki Temel Geometrik Kavramların İncelenmesi” başlıklı bu tezi, Yükseköğretim Kurulu Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesindeki hususlara uygun olarak hazırladığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal işlemi kabul ettiğimi beyan ederim.
20/01/2021



Vahide KARAHAN

***Uyarı:** Bu tezde kullanılan özgün ve/veya başka kaynaklardan sunulan içeriğin kaynak olarak kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.*

ÖZET

İLKOKUL VE ORTAOKUL MATEMATİK DERS KİTAPLARINDAKİ TEMEL GEOMETRİK KAVRAMLARIN İNCELENMESİ

Vahide KARAHA

**Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı
Yüksek Lisans Tezi
Dr. Öğr. Üyesi Samet OKUMUŞ**

Bu çalışmanın amacı 2020-2021 eğitim-öğretim yılında Millî Eğitim Bakanlığına bağlı okullarda kullanılan 3., 4. ve 5. sınıf matematik ders kitaplarındaki temel geometrik kavramların (nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve düzlem) tanımlamalarında ön plana çıkan özellikleri belirlemek ve bu kavramların epistemolojik ve bilişsel unsurlar açısından ele alınışlarını incelemektir. Analize dâhil edilen toplamda 7 kitap, matematiksel çalışma uzayı teorisi (Kuzniak, 2011) bağlamında incelenmiştir. Bu amaç doğrultusunda nitel araştırma tekniklerinden doküman incelemesi kullanılarak veriler analiz edilmiştir.

Araştırmanın bulgularına göre 3. ve 4. sınıf düzeyinde temel geometrik kavramlar genellikle somut nesne görsellerinden yararlanarak sezgisel olarak ifade edilirken 5. sınıf düzeyinde bu kavramların matematiksel özelliklerine ağırlık verilerek geometrik ve sembolik gösterimlerine yer verildiği görülmüştür. Matematiksel çalışma uzayı kapsamında incelenen kavramların ders kitaplarında en fazla yer edindiği düzlem Semiyotik-Söylemsel düzlemidir. Ayrıca incelenen ders kitaplarında doğrudan enstrümantal oluşum, söylemsel oluşum ve Enstrümantal-Söylemsel düzleminde gerçekleşen örneğe yer verilmediği sonucu bulunmuştur.

2021, 104 sayfa

Anahtar Kelimeler: temel geometrik kavramlar, matematik çalışma uzayı teorisi,
matematik ders kitapları

ABSTRACT

EXAMINING BASIC GEOMETRIC CONCEPTS IN PRIMARY AND MIDDLE SCHOOL MATHEMATIC TEXTBOOKS

Vahide KARAHAN

**Recep Tayyip Erdogan University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Elementary Mathematics Education
Master Thesis
Supervisor: Assist. Prof. Dr. Samet OKUMUŞ**

The aim of this study is to determine the features that come to the fore in the definitions of basic geometric concepts (point, line, line segment, ray and plane) in the 3rd, 4th and 5th grade mathematics textbooks used in the 2020-2021 academic year and to examine these concepts from the epistemological and cognitive features. A total of 7 books included in the analysis were examined in the context of mathematical working space theory (Kuzniak, 2011). For this purpose, data were analyzed using document analysis that is one of the qualitative research techniques.

According to the findings of the research, it was seen that basic geometric concepts at the 3rd and 4th grade levels are expressed intuitively by using concrete object images, while at the 5th grade, geometric and symbolic representations of these concepts are foregrounded by emphasizing their mathematical properties. The Semiotic-Discursive plane is the plane in which the concepts examined within the scope of the mathematical working space have the most place in textbooks. In addition, it was found that the examined textbooks did not include any examples aligned with instrumental genesis, discursive genesis, and the Enstrumental-Discursive plane.

2021, 104 pages

Keywords: basic geometric concepts, mathematics working space theory,
mathematics textbooks

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	I
TEZ ETİK BEYANNAMESİ.....	II
ÖZET.....	III
ABSTRACT.....	IV
İÇİNDEKİLER.....	V
ŞEKİLLER DİZİNİ	VII
TABLolar DİZİNİ.....	IX
SEMBOLLER ve KISALTMALAR DİZİNİ.....	X
1. GENEL BİLGİLER	1
1. 1. Giriş.....	1
1. 1. 1. Araştırmanın Problemi ve Araştırma Soruları	3
1. 1. 2. Araştırmanın Sınırlılıkları	4
1. 2. Kuramsal Çerçeve: Matematiksel Çalışma Uzayı Teorisi.....	4
1. 3. Temel Geometrik Kavramlar	15
1. 3. 1. Geometride Boyut Kavramı.....	15
1. 3. 2. Nokta Kavramı	16
1. 3. 3. Doğru ve Doğru Parçası Kavramları	18
1. 3. 4. Işın, Yarı Doğru ve Vektör Kavramları	21
1. 3. 5. Düzlem.....	22
1. 4. İlkokul ve Ortaokul Matematik Öğretim Programında Temel Geometrik Kavramlar	24
1.6. İlgili Araştırmalar	28
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR.....	33
2. 1. Araştırmanın Modeli	33
2. 3. Verilerin Analizi	35
2. 4. Geçerlik ve Güvenirlik	40
3. BULGULAR.....	41
3. 1. Temel Geometrik Kavramların Ders Kitaplarında Ele Alınışına Ait Bulgular ...	41
3. 2. Temel Geometrik Kavramların Matematiksel Çalışma Uzayı Kapsamında İncelenmesi ile Elde Edilen Bulgular	51
3. 2. 1. Semiyotik Oluşum.....	51

3. 2. 2. S-E Düzlemi.....	60
3. 2. 3. S-S Düzlemi	66
3. 2. 4. E-S Düzlemi.....	76
4. TARTIŞMA ve SONUÇLAR.....	77
4. 1. Tartışma	77
4. 1. 1. Ders Kitaplarındaki Temel Geometrik Kavramların Ele Alınışlarına Yönelik Tartışma	77
4. 1. 2. Ders Kitaplarındaki Temel Geometrik Kavramların Matematiksel Çalışma Uzayına Göre Ele Alınış Biçimlerinin Tartışılması.....	84
4. 2. Sonuçlar	92
4. 2. 1. Temel Geometrik Kavramların Ders Kitaplarındaki Ele Alınışlarına Ait Sonuçlar	92
4. 2. 2. Ders Kitaplarındaki Temel Geometrik Kavramların Matematiksel Çalışma Uzayına Göre Ele Alınış Biçimlerine Ait Sonuçlar.....	94
5. ÖNERİLER	96
KAYNAKLAR.....	98
ÖZGEÇMİŞ	104

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.	Matematiksel Çalışma Uzayı diyagramı (Kuzniak, 2011).....	4
Şekil 2.	Matematiksel Çalışma Uzayında epistemolojik düzlem.....	6
Şekil 3.	Matematiksel çalışma uzayında bilişsel düzlem.....	8
Şekil 4.	Üçgen kavramının semiyotik gösterimleri.....	9
Şekil 5.	Matematiksel çalışma uzayında dikey üç düzlem (Kuzniak, Tanguay ve Elia, 2016).....	10
Şekil 6.	Kolları kullanarak açıların gösterimi (Tanguay ve Venant, 2016)	11
Şekil 7.	E-S düzleminde karenin simetri doğru sayısının bulunması (Doğan ve Gezmiş, 2018).....	12
Şekil 8.	Kâğıt katlama ile üçgenlerin iç açılarının toplamının gösterimi.....	13
Şekil 9.	Çemberin içinde yer alan açı, çemberin dışında kalan açı ve çapı gören merkez açı senaryo gösterimi.....	14
Şekil 10.	Nokta kavramı görünümü (a), ve küçülen nokta örneği (b).....	17
Şekil 11.	Noktanın farklı gösterimleri (Güner ve Uygun, 2019)	18
Şekil 12.	Doğru kavramının geometrik gösterimi.....	18
Şekil 13.	Doğru düz bir çizgidir düşüncesi ile ilgili bir görsel	19
Şekil 14.	Bir boyutta bulunan nesnenin konumuna örnek	19
Şekil 15.	Doğru noktalar kümesidir düşüncesine yönelik görsel.....	20
Şekil 16.	Doğru noktanın aynı doğrultuda hareketi ile bıraktığı izdir düşüncesine yönelik görsel.....	20
Şekil 17.	Doğru parçası kavramı gösterimi.....	21
Şekil 18.	Yarı doğru kavramının geometrik gösterimi.....	21
Şekil 19.	Işın kavramının geometrik gösterimi	22
Şekil 20.	Vektör kavramının geometrik gösterimi.....	22
Şekil 21.	P düzleminin farklı gösterimleri	23
Şekil 22.	Düzlem kavramının geometrik ve sembolik gösterimleri (Akıncı, 2014)	23
Şekil 23.	Düzlem örneği (Güner ve Uygun, 2019)	24
Şekil 24.	Öteleme örneği.....	27
Şekil 25.	$x < 1$ eşitsizliğinin sayı doğrusunda gösterimi.....	27
Şekil 26.	Paralel, kesişen ve dik kesişen doğru modelleri (Khalidova, 2015).....	29
Şekil 27.	Fraktal örneğinde çizim hatası (Karakuş ve Baki, 2011).....	31
Şekil 28.	Matematiksel çalışma uzayına göre verilerin kodlanmasından bir örnek.....	36
Şekil 29.	Işın kavramının semiyotik oluşum ile gösterimi (Genç vd., 2019).....	52

Şekil 30.	Dikey, yatay ve eğik doğru parçası kavramlarının semiyotik oluşum ile gösterimi (Savaş vd., 2019)	53
Şekil 31.	Nokta kavramının semiyotik oluşum ile gösterimi (Doğan ve Gezmiş, 2019)	53
Şekil 32.	Dikey, yatay ve eğik doğru parçası kavramlarının semiyotik oluşum ile gösterimi (Doğan ve Gezmiş, 2019)	54
Şekil 33.	Düzlem kavramının semiyotik oluşum ile gösterimi (Kayapınar vd., 2019)	55
Şekil 34.	Düzlem kavramının semiyotik oluşum ile gösterimi (Özçelik, 2018).....	56
Şekil 35.	Doğru, doğru parçası ve ışın kavramlarının semiyotik oluşum ile gösterimi (Cırtıcı vd., 2019).....	57
Şekil 36.	Doğru, doğru parçası ve ışın kavramlarının semiyotik oluşum ile gösterimi (Cırtıcı vd., 2019).....	57
Şekil 37.	Doğru ve doğru parçası kavramlarının semiyotik oluşum ile gösterimi (Bilen, 2019)	58
Şekil 38.	Doğru, doğru parçası ve ışın kavramlarının semiyotik oluşum ile gösterimi (Bilen, 2019)	59
Şekil 39.	Doğru parçası kavramının S-E düzleminde gösterimi (Savaş vd., 2019).....	61
Şekil 40.	Doğru parçası kavramının S-E düzleminde gösterimi (Genç vd., 2019).....	62
Şekil 41.	Yatay, eğik ve dikey doğru parçalarının S-E düzleminde gösterimi (Doğan ve Gezmiş, 2018)	63
Şekil 42.	Düzlem modeli etkinliğinin S-E düzleminde gösterimi (Kayapınar vd., 2019)	64
Şekil 43.	Doğru parçası ve doğru parçalarının birbirine göre durumlarının S-E düzleminde gösterimi (Cırtıcı vd., 2017).....	65
Şekil 44.	Doğru kavramının S-S düzleminde gösterimi (Savaş vd., 2019).....	67
Şekil 45.	Nokta kavramının S-S düzleminde gösterimi (Doğan ve Gezmiş, 2018).....	68
Şekil 46.	Doğru parçası kavramının S-S düzleminde gösterimi (Genç vd., 2019).....	69
Şekil 47.	Nokta kavramının S-S düzleminde gösterimi (Genç vd., 2019).....	70
Şekil 48.	Düzlem kavramının S-S düzleminde gösterimi (Kayapınar vd., 2019).....	71
Şekil 49.	Düzlem kavramının S-S düzleminde gösterimi (Özçelik, 2018).....	73
Şekil 50.	Doğru kavramının S-S düzleminde gösterimi (Cırtıcı vd., 2017).....	74
Şekil 51.	Doğru, doğru parçası ve ışın kavramının S-S düzleminde gösterimi (Bilen, 2019)	75

TABLolar DİZİNİ

Tablo 1.	Boyuta ilişkin görsel algı	15
Tablo 2.	İlkokul matematik öğretim programında nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve düzlem ile ilgili kazanımlar (MEB, 2018)	25
Tablo 3.	Ortaokul matematik öğretim programında doğru, doğru parçası ve ışın ile ilgili kazanımlar (MEB, 2018)	26
Tablo 4.	Araştırma kapsamında incelenen ders kitapları ve yayınevleri	34
Tablo 5.	Matematik ders kitaplarında inceleme kapsamına alınan konuları ve sayfa aralıkları	35
Tablo 6.	Kavramların alanyazında ele alınışlarından örnekler ve üzerinde durulan özellikler	37
Tablo 7.	Nokta kavramının ders kitaplarındaki ele alınışları	41
Tablo 8.	Doğru kavramının ders kitaplarındaki ele alınışları	43
Tablo 9.	Doğru parçası kavramının ders kitaplarındaki ele alınışları	45
Tablo 10.	Işın kavramının ders kitaplarındaki ele alınışları	47
Tablo 11.	Düzlem kavramının ders kitaplarındaki ele alınışları	49
Tablo 12.	Doğru, doğru parçası, ışın ve düzlem kavramlarının ders kitaplarında ele alınan özellikleri	50
Tablo 13.	Semiyotik oluşumun incelenen kitaplara göre örnek sayısı dağılımı ve yüzdeleri	59
Tablo 14.	S-E düzleminin incelenen kitaplara göre örnek sayısı dağılımı ve yüzdeleri	66
Tablo 15.	S-S düzlemi örnek sayıları, yüzdeleri ve kullanılan göstergeler	76

SEMBOLLER ve KISALTMALAR DİZİNİ

MEB	Millî Eğitim Bakanlığı
TTKB	Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı
EBA	Eğitim Bilişim Ağı
S-E	Semiyotik Oluşum ve Enstrümantal Oluşum
S-S	Semiyotik Oluşum ve Söylemsel Oluşum
E-S	Enstrümantal Oluşum ve Söylemsel Oluşum



1. GENEL BİLGİLER

1. 1. Giriş

Geometri insan hayatının ilerleme ve gelişiminde, nesnelerin tabiatıta var olan biçim ve şekilleri, çeşitli imge ve semboller yardımıyla adlandırılıp kullanılmasında var olagelmıştır. İnsanların ölçmeye duydukları ihtiyaç geometriyi meydana getirmiştir. Geometri kelimesi Latincedeki "yer" anlamında kullanılan "geo" ve ölçme anlamında kullanılan "metrie" kelimelerinden ortaya çıkmıştır. Olkun ve Toluk (2006)'un da vurguladığı üzere geometrinin fiziksel dünyayı şekil, yer ve konum açısından incelemede önemli bir yere sahiptir. Geometride dört temel eleman vardır. Geometri bu elemanlar üzerine inşa edilmektedir. Bunlar:

1. Tanımsız Terimler
2. Tanımlı terimler
3. Aksiyomlar
4. Teoremlerdir (Karabey, 2016).

Birçok bilim dalında olduğu gibi geometri alanında da tanımlı yapılamayan bazı temel kavramlar vardır. Düzlem geometrisindeki nokta, doğru ve düzlem kavramları tanımsız kavramlar olarak bilinmekte ve bu kavramlar soyut anlamlar içermektedir (Dane ve Başkurt, 2012; Duatepe Paksu, 2020). Nokta, doğru ve düzlem kavramlarının tanımsız olarak ele alınması “matematiksel anlamda formel tanımlarının yapılamadığını anlatmaktadır” (Duatepe Paksu, 2020, s.159). Peker ve Karakuş (2015)'un da ifade ettiği gibi “nokta, doğru ve düzlem insan zihninin bir ürünü olarak birer soyut çıkarsama olmalarına karşın, yaşadığımız dünyadaki somut nesnelerin tanımlanmasında ve özelliklerinin ifade edilmesinde oldukça kullanışlıdır” (s.187). Geometri tanımsız kavramlar üzerine kurulur ve bu kavramlar kuramların başlangıç noktalarını ortaya çıkarır (Karabey, 2016). Ayrıca, tanımsız terimlerden yararlanılarak tanımlı terimler elde edilmektedir. Örneğin doğru parçası, üçgen, koni gibi geometrik terimlerin tanımlanmasında nokta, doğru ve düzlem kavramları kullanılmaktadır. Tanımlı olmayan bu kavramlar aksiyomların oluşmasını da sağlamıştır. "Farklı iki noktadan bir tek doğru geçer" aksiyomu bu duruma örnek olarak verilebilir. Teoremler de kabul edilen aksiyomlardan yola çıkarak ispatlanırlar (Kiriş, 2008).

Nokta, doğru ve düzlem kavramlarının tanımsız kavramlar olarak kabul edilmesinin yanında bu kavramları tanımlama çabaları da mevcuttur (Doğan, 2015). Bu kavramlar tanımlanmaya çalışılırken normalden daha basit terim ve kelimeler kullanılmaktadır. Türk Dil Kurumu nokta kavramı için on ayrı tanımlama yapmıştır. Bunlardan bir tanesi "hiçbir boyutu olmayan işaret" şeklindedir. Tanımsız olan bir diğer kavram olan doğru için ise Öklid'in Elemanlar kitabında "doğru uzunluğu olan fakat kalınlığı olmayandır" (s.358) şeklinde bir tanımlama yapılmıştır (Karabey, 2016).

Geometrideki temel kavramlar, diğer kavramların tanımlarında ve gösteriminde kullanıldığından bu kavramların etkili bir biçimde öğretimi büyük önem taşımaktadır. Örneğin, iki boyutlu geometri, düzlem üzerine kurulu bir geometridir. Bunun yanı sıra, temel geometrik kavramlar üzerine inşa edilmiş ışın, doğru parçası gibi bir boyutlu diğer kavramlar da iki ve üç boyutlu geometrik şekillerin ifade edilmesinde sıklıkla kullanılır (Duval, 2014). Duval (2014), geometrik şekillerin alt boyutta yer alan temel elemanlarına o şeklin şekil birimleri ismini vermiştir. Örneğin açı kavramı, ortak bir noktada kesişen iki ışının birleştiği geometrik şekil olarak ifade edilir (Tanguay ve Venant, 2016). Çokgenler köşe noktaları ve doğru parçaları yardımıyla tanımlanır (Usiskin, Griffin, Witonsky ve Willmore, 2008). Üç boyutlu geometrik şekillerden olan çok yüzlülerin ayrıntı gösteriminde doğru parçalarından yararlanılır (Yemen Karpuzcu ve Işıksal Bostan, 2015).

Mahir (1999), tanımsız olan temel geometrik kavramları tanımlama yoluna gitmektense sezgisel yolla anlatılması gerektiğini belirtmiş ve bu durumu ilkel terimlerin somutlaştırılması olarak ifade etmiştir. Nokta, doğru ve düzlem kavramlarının tanımları formel olarak yapılamadığından örnekler ve modeller ile somutlaştırılarak açıklanabilir (Güner ve Uygun, 2019). Bu kavramlar başka kavramları açıklayabilmek için de kullanıldığından daha anlaşılır olabilmeleri için sezgisel olarak açıklama ve tartışma gereklidir (Doğan, 2015). Temel geometrik kavramların ifadelerinde genel olarak sezgisel anlatıma yer verilmektedir ve bu geometrik nesnelerin yerini tutacak gösterimler oluşturulabilmektedir. Örneğin, Tanguay ve Venant (2016), açı gösteriminde bazı kitapların insan karikatürlerini kullandıklarını ve bu karikatürlerde insanların kolları arasındaki açıklıkları birer açı olarak ele aldıklarını ifade etmiştir. Bunun yanı sıra, geometrik şekiller için yanlış gösterimlerde bulunan kaynaklara da rastlanabilmektedir. Örneğin, Nurnberger-Haag (2017), bazı kitaplarda kürenin çember

olarak çizildiğini, elbise askısı gibi günlük hayat nesneleri birer üçgen olarak gösterildiğini bulmuştur.

Bu çalışmada temel geometrik kavramların (nokta, doğru ve düzlem) ve bu temel kavramların üzerine inşa edilmiş bazı geometrik nesnelerin (doğru parçası ve ışın) ders kitaplarındaki tanımlamaları, sembolik olarak gösterimleri ve görsel olarak ifade edilme biçimleri incelenmesi amaçlanmıştır.

1. 1. 1. Araştırmanın Problemi ve Araştırma Soruları

Ders kitapları eğitim-öğretim sürecinde önemli bir yere sahiptir. Bu durum dikkate alındığında ders kitaplarının incelenip analiz edilmesi öğretim faaliyetlerinin takibine ve öğrencilere sunulan öğrenme durumlarının belirlenmesinde fırsat sağlayacağı öngörülmektedir. Nokta, doğru gibi temel kavramlar geometrideki birçok kavramın yapıtaşı niteliğindedir. Dolayısıyla bu kavramların ders kitaplarında nasıl ele alındığı, tanımlandığı, ne şekilde örneklendiği, hangi özelliklerine değinildiği, hangi materyaller aracılığıyla oluşturulduğu gibi birçok etken bu kavramların anlaşılmasında ve somutlaştırılmasında önemli rol oynamaktadır. Ayrıca, doğru düzlem gibi temel kavramlar ilkökul geometrisinden ortaokul geometrisine geçişte ön plana çıkmaktadır. Bu bağlamda, tanımlamalarının nasıl yapıldığı (örneğin kavramların hangi özelliklerine değinildiği) ve kavram gösterimlerinde bilişsel ve epistemolojik unsurların nasıl kurulduğunun belirlenmesi kavramların öğrencilere nasıl verilmesinin planlandığı konusunda yol gösterici nitelikte olduğu söylenebilir. Bu çalışmada matematiksel çalışma uzayı (Kuzniak, 2011) bağlamında aşağıdaki araştırma sorularına cevap aranmıştır.

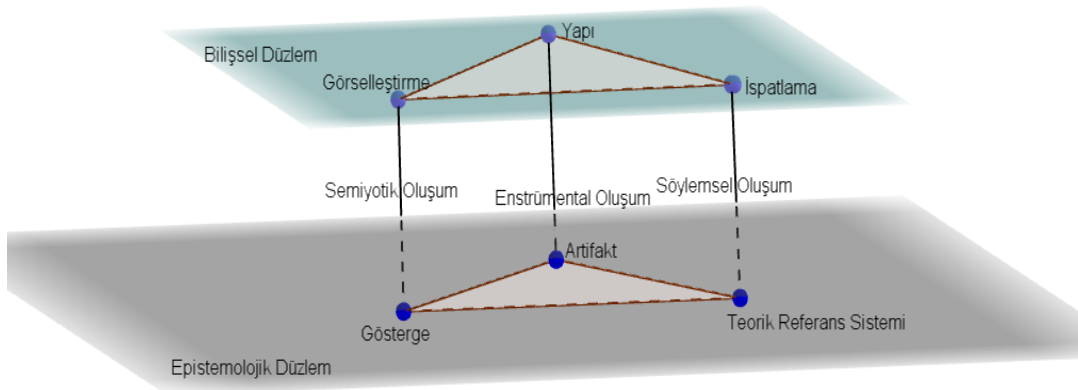
1. Temel geometrik kavramların (nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve düzlem) 3., 4. ve 5. sınıf matematik ders kitaplarında tanımlanmasında hangi özellikler ön plana çıkarılmıştır?
2. Temel geometrik kavramlarda (nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve düzlem) epistemolojik ve bilişsel unsurlar 3., 4. ve 5. sınıf matematik ders kitaplarında ne şekilde ilişkilendirilmiştir?

1. 1. 2. Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu araştırma, 2020-2021 eğitim-öğretim yılında Eğitim Bilişim Ağı (EBA) platformunda paylaşılan ilköğretim 3., 4. ve 5. sınıf matematik ders kitaplarında yer alan temel geometrik kavramlardan nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve düzlem kavramlarının incelenmesi ile sınırlı tutulmuştur.

1. 2. Kuramsal Çerçeve: Matematiksel Çalışma Uzayı Teorisi

Geometride nokta, doğru gibi temel kavramların tanımlanmasının ve gösterim biçimlerinin incelenmesi bakımından kullanılabilecek çerçevelerden biri de Fransız araştırmacı Alain Kuzniak öncülüğünde öne sürülmüş olan matematiksel çalışma uzayıdır (mathematical working space) (Kuzniak, 2011). Teorinin isminde geçen "çalışma" kelimesi sadece matematiksel bir bilgi yansıtmamakta, aynı zamanda bilişsel faaliyetlerin de göstergesi olarak karşıya çıkmaktadır (Derouet ve Parzys, 2016). Matematiksel çalışma uzayı matematik eğitiminde, özellikle geometri alanında araştırmalarda kullanılan bir modeldir (Delgadillo ve Vivier, 2016). Radford (2016)'un ifade ettiği üzere, "matematik çalışma uzayının temel fikri bir matematikçinin bir şeyleri başarmak amacıyla bazı eylemler uyguladığı matematiğin bir etkinlik olmasıdır" (s.926). Matematiksel bir çalışmayı tasarlamak ve geliştirmek için bir yapı olarak görülebilen matematiksel çalışma uzayı bir üçgen prizma ile modellenmektedir (Şekil 1).



Şekil 1. Matematiksel Çalışma Uzayı diyagramı (Kuzniak, 2011)

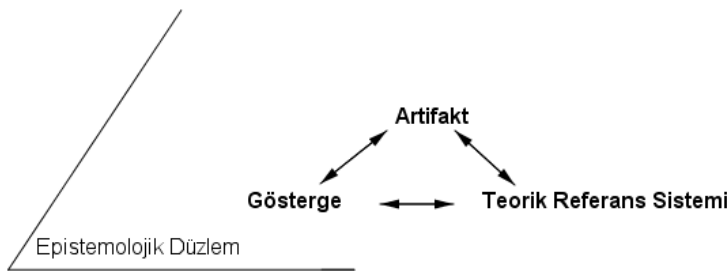
Bu üçgen prizmanın alt ve üst tabanları sırasıyla epistemolojik düzlem ve bilişsel düzlem ile ifade edilmektedir. Üçgen prizmanın yanal yüzeyleri ise semiyotik enstrümantal ve söylemsel oluşumlarla tasvir edilmektedir (Kuzniak, 2011). Bu teorik yapıda matematiksel çalışma epistemolojik ve bilişsel yönlerin incelenmesine izin verir. Epistemolojik düzlem alanı, teorik referans sistemi (özellikler, teoremler ve tanımlar), göstergeler (işaretler) ve artefaktlar (yazılım, çizim araçları veya hesaplama teknikleri) olmak üzere üç bileşen içermektedir (Şekil 2). Bilişsel düzlem alanında ise görselleştirme, yapı ve ispatlama olarak üç bileşen yer almaktadır.

Göstergeler, artefaktlar ve referans sisteminden (özellikler ve teoremler) oluşan epistemolojik düzlem, bilginin niteliğiyle ilgili özellikleri hedef alır (Şekil 2). Gösterge (representamen), "kendi dışında bir şeyi temsil eden ve dolayısıyla bu temsil ettiği şeyin yerini alabilecek nitelikte olan her çeşit biçim, nesne, olgu vb." (s.11) olarak ifade edilmektedir (Rıfat, 2009). Gösterge (işaret, sembol vb.) bir şeyin bir şeyi temsil etmesi ve onun yerine kullanılmasıdır (Akıncı, 2014). Bir nesne bir ortamda yokken var edilemez ancak göstergeler sayesinde bu nesnelerden bahsedilebilir. Semiyotik kavramının yapı taşı oluşturulan işaretler, bir nesne ya da varlık için konulmuş bir temsilcidir (Laval, 2018). Örneğin, matematikte geometrik şekiller, cebirsel semboller, grafikler hatta fotoğraflar dahi belirli problem durumlarının göstergelenmesi için kullanabilmektedir (Kuzniak ve Richard, 2014). Bunun yanı sıra jestler ve mimikler gibi iletişim biçimleri, metafor gibi dil araçları da göstergelere örnek olarak verilebilir (Bartolini Bussi ve Mariotti, 2008). Göstergebilim (semiyotik), anlama değil anlamın nasıl oluştuğuna odaklanan işaret bilimidir (Akıncı, 2014). Matematik temelli bir anlayışa göre göstergebilimsel temsiller somut nesneleri anlamlı hale getirir. Duval (1995, akt. Khalidova, 2015), göstergebilimsel temsilleri kendine özel anlam ve işlevleri olan, özel bir temsil sistemine ait olan işaret ve simgelerin kullanılmasıyla yapılan işler olarak ifade etmektedir. Vardar (1988), göstergebilimi "bir başka şeyin yerini tutabilecek nitelikte olduğundan kendi dışında bir şey gösteren nesne, varlık ya da olgu" (s.111) olarak ifade etmektedir.

Kavramların göstergebilimsel oluşumunda ikonik gösterimlerin önemli bir yeri vardır. "Temsil ettiği nesneye benzeyen resim ya da fotoğraf suretine ikon denir" (Argün, Arıkan, Bulut ve Halıcıoğlu, 2014, s.224). İkon (görüntüsel gösterge), belirtmek istediği şeyi doğrudan doğruya temsil etmektedir (Rıfat, 2009). İkon

kavramını diğer temsillerden ayıran en önemli özelliği temsil ettiği nesneye benzemesidir. Matematikte sıklıkla kullanılan ikonlar $\parallel$, $\leftarrow$, $\perp$ şeklinde gösterilebilir.

İkonik gösterimlerin kullanımı önemlidir. 4 çeşit ikonik gösterim vardır. Bunlar resimsel, nesnel, bedensel ve şematik gösterimlerdir. Tanguay ve Venant (2016), açılar konusunda yapmış olduğu kitap incelemesinde resimsel gösterim için saat kolları ve nesnelerin köşeleri, nesnel gösterim için kâğıt şeritleri ve şablonları, bedensel gösterim için kol ve ayak pozisyonlarını, şematik gösterimler için de simge ve şekil araçlarının kullanımını ifade etmiştir.



Şekil 2. Matematiksel Çalışma Uzayında epistemolojik düzlem

Rabardel (1995)'e göre artefakt kavramı yüzyıllar öncesinden beri insan tarafından yapılmış çeşitli objelere işaret eder (akt. Güler Selek, 2020). Artefakt matematiksel fikir ve anlamların oluşmasında kullanılan kültürel, tarihsel ya da teknolojik araçların tümüne verilen ortak ad olarak ele alınabilir. Bir artefakt kullanıcıya sağladığı olanak ve sınırlılıklarıyla, belirli bir amaca yönelik kullanım şemaları ve tekniklerle enstrümana (instrument) dönüşür. Yani bir artefakt, bir görevi başarma sürecinde, doğru ve amaca yönelik kullanıldığında, kullanıcı için bir enstrüman işlevi görür. Türkçe karşılığı bulunmayan artefakt kelimesi yerine araç kelimesinin de kullanıldığı görülmektedir (bkz. Özdemir Erdoğan, 2016). Bazı artefaktlar somut materyallerdir. Matematik eğiminde düşünüldüğünde pergel, cetvel, gönye ve abaküs artefakt kavramına örnek olarak verilebilir. Artefakt denilince, sadece somut materyaller değil, dijital materyaller de akla gelmektedir. Çeşitli bilgisayar yazılımları veya yazılım içinde bulunan özellikler (örneğin dinamik geometri programında sürükleme özelliği) da artefakt örnekleridir (Bartolini Bussi ve Mariotti, 2008).

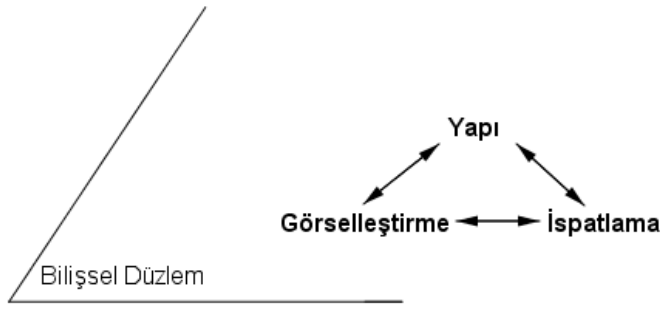
Göstergelerin ve artefaktların aksine özellikler, tanımlar, teoremler ve aksiyomlar matematiksel çalışmanın teorik kısmında yer alır. Tanımlamalar veya teoremler gibi

referans sistemi bileşenleri matematikte söylemsel bir iddiayı, varsayımı veya ispatı destekler. Beşgenin iç açı ölçülerinin toplamının 540° olması, bir noktadan sonsuz tane doğru geçmesi örneklerinde olduğu gibi matematikte yer alan tanım, teorem ve özellikler teorik referans çerçevesinde yer almaktadır.

Matematik yalnızca nesnelerden oluşan bir çalışma alanına sahip değildir. Her şeyden önce matematik insan faaliyetidir. Bu nedenle bireyleri anlamak önemlidir. Ayrıca insanlar matematiksel bilgiyi pratikte elde ederler ve geliştirerek kullanırlar. Gözlenebilen davranışlardan hareketle zihinsel yapı açıklanmaya çalışılır. Kuzniak ve Richard (2014), öğrencileri gruplar olarak değil aynı zamanda bireysel olarak da matematiksel bilgileri nasıl kullandıklarını anlamanın önemli olduğunu vurgulamaktadır. Bu bağlamda matematiksel çalışma uzayında bilişsel konulara uygun olarak bilişsel düzlem üzerinde durulmasını önemli görmektedirler (Kuzniak, Tanguay ve Elia, 2016). Epistemolojik düzlemdeki bileşenler ile yakından ilişki içinde olan bilişsel düzlemin üç bileşeni şekil 3'te verilmiştir. Bu bileşenler şöyledir: Görselleştirme (visualization), yapı (construction) ve ispatlama (proving). Radford (2016), bilişsel düzlemi matematikçinin göstergeleri yorumladığı, matematiksel problemlerin çözümlerinin tasarlandığı ve sonuçların üretildiği alan olarak ifade etmektedir.

Görselleştirme bileşeni nesnelerin basit bir görüntüsüyle veya algılanması yani şekillerin zihinde canlandırılması ile ilgilidir. Örneğin elips denildiğinde zihinde canlanan elips şekli görselleştirmedir. Görselleştirme, grafiklerle ve göstergelerle sağlanan bilgileri yapılandırma süreci olarak görülebilmektedir. Richard (2004)'a göre, belirli koşullar altında, bu görselleştirme süreci söylemsel-grafik akıl yürütmeye benzeyebilir. Dolayısıyla göstergebilimsel oluşum ile ifade edilebilir (Laval, 2018).

Yapı bileşeni, çeşitli artefaktların belirli bir amaca uygun olarak kullanılarak yapılan çalışmaları içermektedir. Örneğin cetvel ve açıölçer kullanarak bir kare elde edilmesi bir yapıya örnektir. Kare elde edilirken bütün kenar uzunluklarının eşit olması açılarının 90° olması özelliklerine dikkat edilerek çizilir. Benzer şekilde bir dinamik geometri ortamında paralelkenar oluşturup doğruların sürüklendiğinde şeklin aynı şekilde kalması yapı özelliğinin olduğunu göstermektedir. Buradaki vurgu nesnenin özelliğinin korunmasıdır. Çünkü insan zihnindeki kare kavramı belirtilen özelliklere uygun olarak şekillenmektedir.

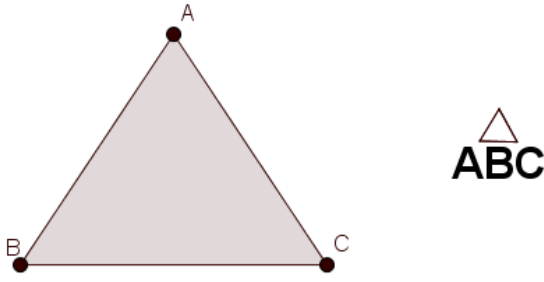


Şekil 3. Matematiksel çalışma uzayında bilişsel düzlem

Matematiksel çalışma uzayında epistemolojik düzlem ve bilişsel düzlem arasındaki bağlantıyı sağlayan dikey ayrıtlar, üç oluşuma işaret etmektedir. Matematiksel çalışma uzayı üç oluşum ile üçgen tabanlı bir prizma şeklindeki diyagram olarak gösterilmektedir (Verney Masselin, 2019). Bu oluşumlar;

- Göstergeleri ve görselleştirme kutuplarını birbirine bağlayan semiyotik oluşum (semiotic genesis)
- Artefakt ve yapıyı birbirine bağlayan enstrümantal oluşum (instrumental genesis)
- Teorik referans sistemi ile ispatlama arasındaki bağlantıyı sağlayan söylemsel oluşumdur (discursive genesis).

Epistemolojik düzlemde yer alan gösterge bileşeni ile bilişsel düzlemde yer alan görselleştirme bileşeni birbiri ile semiyotik oluşumda etkileşime girmektedir (Kuzniak, Tanguay ve Elia, 2016; Verney Masselin, 2019). Semiyotik oluşum, göstergelerle (veya gösterilenlerle) ilişkili bir süreçtir. Örneğin üçgen kavramını ele alalım. Saussure (2001) göstergesine göre üçgen kavramı ü, ç, g, e, n harflerinden oluşmakta ve bu harfler gösteren olarak ele alınmaktadır (akt. Akıncı, 2014). Gösterilmek istenen ise üçgen kavramıdır. Bu kavramın zihinde canlanan hali şekil olarak gösterilebilir. Yani görsel olarak üçgen kavramı çizimi yapılabilir. Bir üçgenin farklı göstergeleri vardır. Örneğin üçgen isimlendirilirken sırasıyla köşe adları yazılıp üzerine üçgen işareti konur (Şekil 4). Bu göstergeler üçgen kavramını temsil eder (Tanguay ve Venant, 2016). Üçgeninin bu gösterimleri semiyotik oluşum ile ilgili bir süreçtir.



Şekil 4. Üçgen kavramının semiyotik gösterimleri

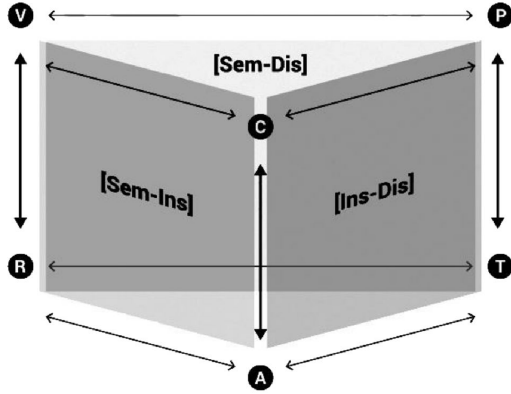
Artefakt kavramı ile yapıyı birleştiren oluşuma enstrümantal oluşum adı verilir. Matematiksel öğrenme ortamlarına katkı sağlayan araçlar, genellikle matematiksel deneyim ile matematiksel anlama arasında aracılık etme potansiyeline sahip somut veya teknolojik artefaktlar olarak kabul edilebilir. Enstrümantal oluşum ise bir aracın kullanımının bilgi kazanmak için bilişsel bir araca nasıl dönüştürülebileceğini açıklamaktadır (Güler Selek, 2020). Yani enstrümantal oluşum, artefaktları yapı sürecinde enstrümana dönüştürür.

Teorik referans sistemi bileşeni ile ispatlama bileşeninin birleşimiyle söylemsel oluşum oluşmaktadır. Söylemsel oluşum, teorik referans sisteminde düzenlenen özelliklerin ve sonuçların matematiksel akıl yürütme ile kullanılabilir hale getirilme işlemidir (Kuzniak ve Nechache, 2019). Nechache (2016), matematiksel çalışma uzayındaki somut nesneleri matematiksel gösterim sağlayabilen nesneler olarak göstergebilimsel oluşum, yapı sürecinde artefaktları kullanabilmeye enstrümantal oluşum ve özellikleri matematiksel akıl yürütmede kullanabilmek için anlamlandırmayı da söylemsel oluşum olarak ifade etmektedir. Matematikte birçok tanım, teorem ve özellik yer almaktadır. Bunların ispatlanması söz konusu olduğunda söylemsel boyut üzerinde çalışılmış olunur. Örneğin, aynı taban alanına ve yüksekliğe sahip silindir ve koninin hacimleri arasındaki oranın üç olması matematikte yer alan bir özelliktir. Yani, bu özellik teorik referans sisteminde ele alınır. Bu özellik ispatlanmak istenildiğinde bilişsel düzlemdeki ispatlama bileşeninin varlığı ortaya çıkar ve söylemsel oluşum üzerinde çalışılmış olunur.

Kuzniak ve Richard (2014), göstergebilimsel, enstrümantal ve söylemsel oluşumlarını ayrı ayrı üç düzlem üzerinde toplayarak incelemektedir. Üzerinde durulacak olan konunun incelenmesi bu üç düzlem aracılığıyla sağlanacaktır (Şekil 5).

1. Semiyotik-Enstrümantal Düzlem (S-E)

2. Semiyotik-Söylemsel Düzlem(S-S)
3. Enstrümantal-Söylemsel Düzlem(E-S)

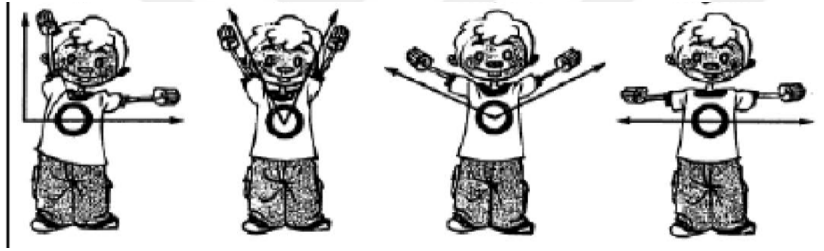


Şekil 5. Matematiksel çalışma uzayında dikey üç düzlem (Kuzniak, Tanguay ve Elia, 2016)

Matematiksel çalışma uzayı modelindeki yanal yüzeylerden oluşan düzlemler bir matematiksel çalışmadaki bilgiyi oluşturan bileşenleri teorik olarak daha iyi anlamaya yardımcı olur (Kuzniak ve Richard, 2014). Matematiksel çalışma uzayındaki bu üç düzlem, farklı oluşumlar arasındaki ilişkileri ve süreçteki aşamaları tanımlamak, oluşumlar arasındaki değişimleri analiz etmek amacıyla önemli bir yere sahiptir (Kuzniak ve Nechache, 2019). Bu aşamaların etkili bir şekilde gerçekleştirilmesi epistemolojik düzlemdeki oluşumların koordinasyonuna dayanan bilişsel düzlemdeki matematiksel becerilerin tanımlanmasında fayda sağlamaktadır (Laval, 2018). Kuzniak ve Richard (2014)'ın belirttiği gibi matematiksel çalışma uzayında bu üç etkileşim düzleminin, tanımlanması ve oluşumlar arasındaki etkileşimlerin doğru ifade edilmesi önemlidir.

Semiyotik oluşum bileşenleri ile enstrümantal oluşum bileşenlerinin bir arada ve etkileşim içinde olduğu düzlem (S-E) matematiksel nesnelerin tanınması ve keşfi ile ilgilidir. Bu düzlemde yer alan bileşenlerin ispatlama yapmayı veya teorik referans sistemine değinmeyi gerektiren herhangi bir yönü yoktur. Matematiksel problemin çözümü ile bağlantılı beceriler geliştirmek için S-E düzlemi kullanılmaktadır (Laval, 2018). Geometride bazı unsurlar resmedilerek veya düzenlemeler yapılarak yeni bir geometrik şekil elde edilebilir. Mesela bir cetvel ya da pergeli ile temel düzeyde yapılan çizimler göstergebilimsel oluşuma enstrümantal olarak katkı sağlamaktadır. Örneğin cetvel ve açıölçer kullanılarak bir kenar uzunluğu 3 cm olan bir kare çizilebilir. Artefakt olarak kullanılan cetvel ve açı ölçer ile yapı olarak bir şekil (kare) elde edilir. Bu şekil

zihinde var olan kare şeklini canlandırdığından görselleştirme bileşeninde gerçekleşmektedir. Kenar uzunlukları birbirine eşit olan bu kapalı şekil kare kavramını gösterdiğinden gösterge bileşeninin varlığı ortaya çıkmaktadır. Kare örneğinde enstrümantal oluşum ve semiyotik oluşuma ait bileşenlerin tamamının yer aldığından bu örnek S-E düzleminde gerçekleşmektedir. Benzer şekilde insan vücudu da artefakt olarak kullanılabilir. Örneğin Tanguay ve Venant (2016) açılar konusunda yaptıkları çalışmada kolların birbirine göre çeşitli biçimlerde konumlandırılmasıyla birlikte dar, geniş, dik ve doğru açı çeşitlerinin gösterimini S-E düzleminde ele almaktadırlar (Şekil 6). Diğer bir değişle artefakt olarak kullanılan kollar ile gösterilmesi hedeflenen açılar (dik açı gibi) elde edilmiştir. Bu bağlamda artefaktın uygun tekniklerle işe koşulmasıyla birlikte zihindeki açı kavramı oluşturulmuş ve bu sayede artefaktan enstrümana dönüşüm sağlanmıştır.

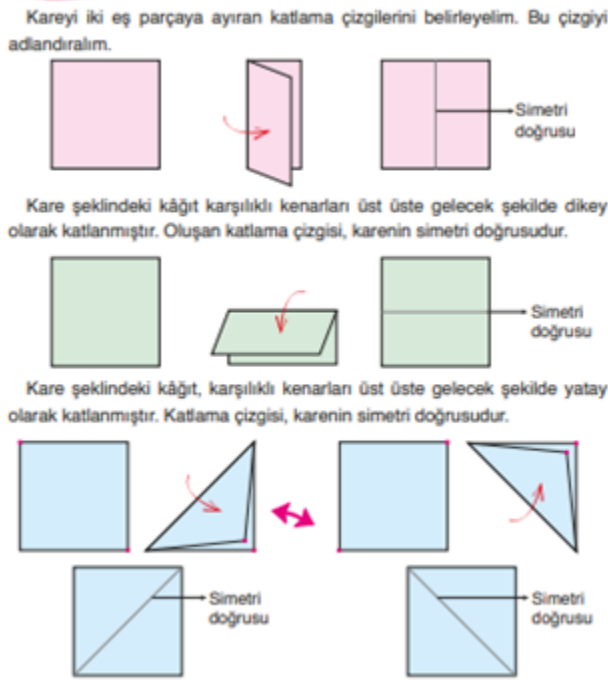


Şekil 6. Kolları kullanarak açıların gösterimi (Tanguay ve Venant, 2016)

Enstrümantal oluşum bileşenleri ile söylemsel oluşum bileşenlerinin etkileşimi ile oluşan düzlem (E-S), matematiksel soruların cevaplarının gerekçelendirilmesini ifade eden muhakeme becerisini kapsamaktadır (Laval, 2018). Bu düzlemde kritik nokta, ispatın deney ve tümdengelimsel argümanlara dayanmasıdır (Gomez Chacon ve Kuzniak, 2015). Enstrümanlar tarafından elde edilen verilerden sonuç çıkarıldığında deneysel bir kanıttan bahsedilebilir. Diğer yönden eğer ispat teorik bir referans çerçevesine dayanıyorsa, enstrümanlar geometrik bir yapılandırmayı göstermek ve oluşturmak için kullanılmış olur (Gomez Chacon ve Kuzniak, 2015). Yani enstrümantal oluşumda artefakt kullanılarak elde edilen bir yapı matematiksel bir bilgiyi ispatlar nitelikte olabilirken söylemsel boyutta yer alan bir bilgi de enstrümantal oluşum ile desteklenebilir. Bu durumlarda E-S düzleminde çalışılmış olunur.

E-S düzleminde semiyotik oluşum bileşenleri de yer alabilir fakat baskın olan oluşumlar enstrümantal ve söylemsel oluşum olduğundan E-S düzlemi olarak ele alınır.

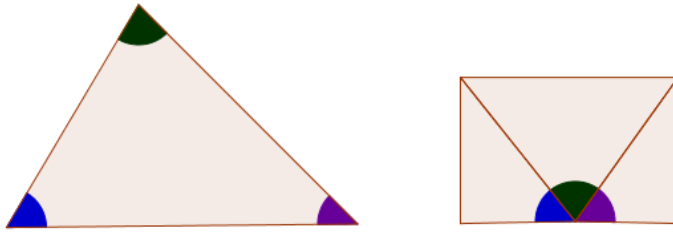
Örneğin bir karenin 4 tane simetri doğrusunun olduğu matematiksel bir bilgidir. Bu bilginin şekil 7’de verildiği gibi kâğıt kullanılarak ispatlanması etkinliğinde matematiksel bilgi enstrümantal oluşum ile ispatlanmakta yani E-S düzleminde çalışılmaktadır. Fakat bu örneğe dikkat edildiğinde kâğıdın katlama izinin simetri doğrusunu gösterdiği kısımda semiyotik oluşumun varlığının ortaya çıktığı görülmektedir. Ancak bu etkinliğin asıl amacı kâğıt kullanılarak karenin simetri doğru sayısını bulmak olduğundan semiyotik oluşumdan ziyade enstrümantal oluşum ve söylemsel oluşum ön planda olur ve S-E düzleminde çalışılır.



Şekil 7. E-S düzleminde karenin simetri doğru sayısının bulunması (Doğan ve Gezmiş, 2018)

Matematiksel çalışma uzayındaki E-S düzleminde söylemsel boyutun enstrümantal boyut ile desteklenmesi söz konusudur (Verney Masselin, 2019). Bu bağlamda öğretim ortamlarında bir artefaktın uygun kullanım şema ve teknikler yardımıyla enstrümana dönüştürülebileceği öğrenme ortamları kurulmaktadır. Bu sayede öğrenciler tümevarımsal akıl yürütme becerisi sayesinde deneysel ispatlar elde edebilmektedir. Dolayısıyla E-S düzleminde yapılan matematiksel çalışmanın söylemsel oluşumla bütünleşmesi söz konusu olur (Kuzniak ve Richard, 2014). Örneğin, geometri dersinde üçgenlerin iç açı ölçülerinin toplamının 180° olduğunu öğretmek isteyen bir öğretmen bir kâğıdı artefakt olarak kullanarak bunun doğruluğunu gösterebilir. Burada

üçgenin iç açılarının 180° olması üçgene ait olan bir özelliktir. Bu özelliğin ispatının yapıyor olması söylemsel boyutun içerildiğini gösterir. Başlangıçta bir artefakt olan üçgen kâğıt, uygun biçimde katlanır ve iç açılar ortak bir köşede birleştirilmesiyle bir doğru açı oluşturduğu gözlemlenir. Dolayısıyla, kullanım şemaları ve özel tekniklerle kullanılan artefakt bir enstrüman olarak işe koşulur ve kâğıt katlama ile üçgenin iç açı ölçülerinin toplamının 180° olduğu gösterilir (Şekil 8). Bu sayede E-S düzleminde çalışılmış olur.



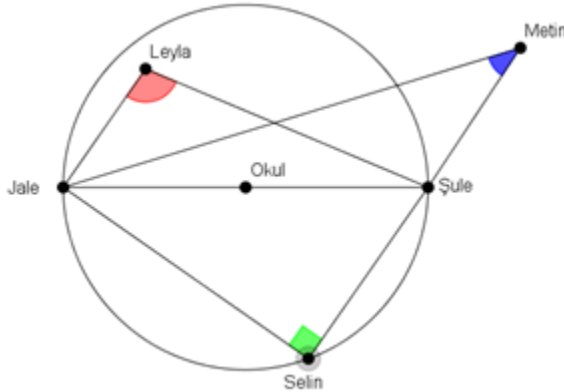
Şekil 8. Kâğıt katlama ile üçgenlerin iç açılarının toplamının gösterimi

Tanguay ve Venant (2016) yapmış oldukları çalışmada E-S düzlemi için örnek vermiştir. 4 kişilik öğrenci grubuna, dört adet beş kenarlı çokgen elde etmeleri için karton, parşömen kâğıdı ve makas verilir. Elde ettikleri beşgenleri kullanarak bir dikdörtgen oluşturmaları istenmektedir. Bu etkinlik sonunda açı özelliklerinin kenar uzunluklarından bağımsız olduğu sonucuna varılması beklenmektedir. Burada kullanılan karton, parşömen kâğıdı ve makas birer artefakt iken bunların kullanımı ile zihindeki çokgenlerin oluşturulması enstrümandır. Bu çokgenler kullanılarak söylemsel boyutta bir sonuca varılır. Bu örnek E-S düzleminde gerçekleştirilmiştir.

Göstergebilimsel ve söylemsel oluşumlarının etkileşimi ile oluşan düzlem (S-S), matematiksel sonuçlardaki iletişim ile ilgilidir (Laval, 2018). Nesnelerin basit göstergelerinin ötesine geçilerek deneysel bir boyut kazandırılır. Bazı gösterimler yeniden düzenlenerek yeni bir algıya erişilebilir. Yani göstergeler ile elde edilen deneysel boyut söylemsel bir oluşuma katkı sağlamaktadır.

Tanguay ve Venant (2016, s.881), S-S düzlemini örneklendirmek amacıyla bir senaryodan yararlanmıştır. Bu senaryo Türkçe isimlerle şöyle ifade edilebilir. Senaryoda Jale ve Şule adlı iki öğrencinin evlerinin okula olan uzaklıkları birbirine eşit olarak verilmiştir. Leyla'nın evinin okula uzaklığı Jale ve Şule'den daha yakın, Metin'in evinin uzaklığı Jale ve Şule'den daha uzaktır. Buna karşın, Selin'in evi ise okula Jale ve

Şule'nin evleriyle eşit uzaklığa sahiptir. Öğrenci isimleri baş harflerine göre noktalar ile gösterilip J ve Ş noktalarının dâhil olduğu açılar elde edilmektedir. Buna göre noktaların konumları ile oluşturulan açılar incelendiğinde JMS açısı dar açı, JLŞ açısı geniş açı ve JSŞ açısının dik açı olduğu görülmektedir. Verilen örneğe göre çemberin içinde kalan açı, çemberin dışında kalan açı ve çapı gören çevre açı bir senaryo üzerinden verilmektedir. Örnek incelendiğinde tam olarak bir ispat gerçekleştirilmesine rağmen bu örnekte semiyotik oluşum yer aldığı görülmektedir. İspatlamadan ziyade gözleme dayalı bir durum söz konusudur. Yani ispatlama sistemi zihinsel bir deneyim olarak ön plana çıkmaktadır. Bundan dolayı örneğin S-S düzleminde gerçekleştiği ifade edilmektedir (Şekil 9). Bu duruma benzer olarak Kuzniak ve Nechache (2021), üç bileşenin yer aldığı bir matematiksel çalışma uzayı örneğini S-E düzleminde gerçekleştiğini ifade etmiştir. Örneğin bir bölümde yamuğun alanının hesaplamasında dik üçgen ve dikdörtgen oluşturmaktan yararlanılmıştır. Bu kısımda semiyotik oluşumun bileşenleri (görselleştirme ve gösterge) ve enstrümental oluşumdan yapı bileşeninin kullanılmayıp yalnızca artefakt bileşeninin işe koşulmasına rağmen matematiksel çalışma uzayı uygulamasının S-E düzleminde ele alındığını ifade etmiştir.



Şekil 9. Çemberin içinde yer alan açı, çemberin dışında kalan açı ve çapı gören merkez açı senaryo gösterimi

Matematiksel çalışma S-S düzleminde incelendiğinde göstergebilimsel boyuta daha çok önem verildiği düşünülebilir. Bunun sebebi özellik ve teoremlere dayanan ispatların göstergebilimsel oluşumlar yardımıyla gerçekleştiriliyor olmasıdır. Örneğin geometride iki doğrunun birbirine paralel olması için aralarındaki uzaklığın sabit olması, yani bu doğruların birbirini kesmemesi gerekmektedir. Verilen bilgi paralel doğru parçaları ile ilgili matematiksel bir bilgi olduğundan teorik referans sistemi

bileşeninde yer alır. Bu bilginin doğruyu göstermek amacıyla yapılan çizimler yani geometrik gösterimler ile desteklenmesi durumunda semiyotik oluşumun varlığı ortaya çıkar. Aynı zamanda semiyotik oluşum ile teorik referans sistemi bileşeni desteklendiğinden ispatlama bileşeni doğrudan yer almamasına rağmen zihinsel bir deneyim gerçekleştiğinden söylemsel oluşumun varlığı da ortaya çıkar. Bu durumda hem söylemsel hem de semiyotik oluşum bir arada olduğundan S-S düzleminde çalışılmış olunur.

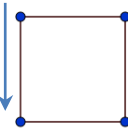
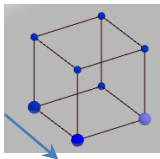
1. 3. Temel Geometrik Kavramlar

1. 3. 1. Geometride Boyut Kavramı

Boyut kavramı hayatımızda büyük bir yeri olan sürekli kullanılan bir kavramdır. Türk Dil Kurumu sözlüğünde boyut kavramı "doğruların, yüzeylerin veya cisimlerin ölçülmesinde ele alınan üç doğrultudan yani uzunluk, genişlik ve derinlikten her biri" tanımı ile yer almaktadır.

Boyut kavramı, sistemli olarak Freudenthal (2002), tarafından geliştirilerek üç farklı şekilde ele alınabileceği ileri sürülmüştür. Bunlar; Öklid geometrisi, Analitik geometri ve Topolojik şeklindedir. Öklid geometrisinde noktanın uzunluğu, genişliği ve yüksekliği yoktur. Doğrunun sadece uzunluğu vardır, en ve kalınlığa sahip değildir. Düzlemin uzunluğu ve genişliği vardır fakat kalınlığı yoktur (Karabey, 2016). Bir nesne "uzunluğa, genişliğe ve yüksekliğe sahip ise 3-boyutlu, uzunluğu ve genişliği varsa 2-boyutlu, sadece uzunluğu varsa 1-boyutludur. Eğer uzunluğu, genişliği ve yüksekliği yoksa 0-boyutludur" (Peker ve Karakuş, 2015, s.187).

Tablo 1. Boyuta ilişkin görsel algı

İlgili Görsel				
Boyut Sayısı	0	1	2	3

Analitik geometride boyut kavramı konum ile ilgilidir. Elert (2005, akt. Peker ve Karakuş, 2015), analitik geometride boyut kavramını nesnenin konumunu belirlemek için gerekli olan bağımsız değişkenlerin sayısı olarak açıklamıştır. Bir noktanın aynı doğrultuda hareket etmesi ile doğru, doğru parçası gibi 1-boyutlu geometrik nesneler oluşmaktadır. Doğru, doğru parçası gibi 1-boyutlu geometrik nesnelerin aynı doğrultuda hareketi ile yüzey veya düzlem yani 2-boyutlular oluşmaktadır. Son olarak da yüzey veya düzlemin hareketi ile cisim yani 3-boyutlular oluşmaktadır (Tablo 1). Nesnenin boyutu içinde yer aldığı uzaydan bağımsız olarak farklı yönlerde hareket edilebilmesi ile ilgilidir (Peker ve Karakuş, 2015).

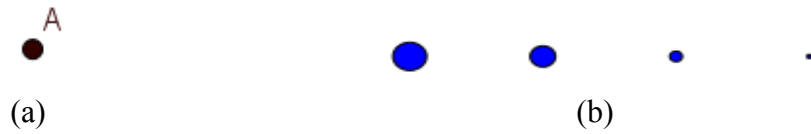
Topolojik olarak boyut kavramı, bir nesnenin sahip olduğu noktaların birbiri ile bağlantısını açıklamaya yöneliktir. Topolojide doğrular bükülerek eğrilere dönüştürülebildiğinden eğri ve doğruların boyutları aynıdır. Aynı şekilde çember şekil verilerek herhangi bir çokgene dönüştürüldüğünde çember ve oluşan çokgenlerin boyutları da aynı olur (Peker ve Karakuş, 2015).

1. 3. 2. Nokta Kavramı

Geometrideki tanımsız kavramlardan biri nokta kavramıdır. Nokta geometrinin temeli oluşturan asli unsurlardan bir tanesidir (Balcı, 2019). Nokta kavramının tanımlanmasında başka bir kavram kullanılamazken nokta kavramı geometrideki birçok terimin oluşmasında temel oluşturmaktadır. Doğru ve düzlem kavramları da tanımsız kavramlar olmalarına rağmen nokta kavramı kullanılarak tanımlama yoluna gidilmektedir. Türk Dil Kurumu nokta kavramı için on ayrı tanımlama yapmıştır. Nokta kavramı için bu kadar çok tanım yapılabilmesinin nedeni fonksiyon olarak çeşitliliğinden kaynaklanmaktadır. Matematik alanı için uygun olan nokta tanımı "hiçbir boyutu olmayan işaret" şeklinde ifade edilmiştir. Öklid (MÖ. 3. yy.) noktayı, bir noktanın hiçbir parçası yoktur şeklinde açıklamıştır (Karabey, 2016).

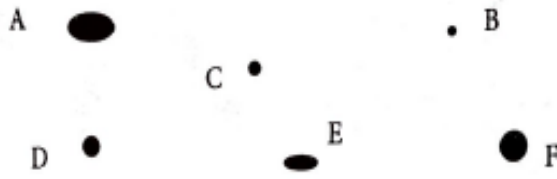
Akıncı (2014), yapmış olduğu çalışma sonucunda nokta kavramının tanımlama yoluna gidilmektense sezgisel yolla kavratılması gereken bir kavram olduğunu ifade etmektedir. Nokta kavramı sezgisel olarak bir kalem veya tebeşirin kâğıt üzerinde bıraktığı iz olarak gösterilmektedir. Benzer şekilde Altun (2010), tanımsız kavramların öğrencilere kazandırılmasına yönelik olarak sezgisel yolla kazandırılması, yani bu kavramların etkinliklerle sezdirilmesi üzerine durmuştur.

Nokta, matematik ve geometri kitaplarında büyük harf ile gösterilir (Şekil 10a). Nokta sıfır boyutludur (boyutsuz) ve bu özelliği onun ölçülebilir olmadığına bir göstergesidir (Doğan, 2015). Kalem ucu gibi izlerin verilmesi noktanın somut bir varlık olarak görülmesine neden olabilmektedir. Nokta kavramının soyut bir varlık olduğunun vurgulanması için Şekil 10b'deki gibi gittikçe küçülen nokta örnekleri verilebilir (Baykul, 2009).



Şekil 10. Nokta kavramı görünümü (a), ve küçülen nokta örneği (b)

Boyutsuz olan nokta kavramına yönelik gerçek hayatta verilen örneklerde (kalem ucunun bıraktığı iz gibi) boyuta sahip durumların kullanıldığı görülmektedir. Baykul (2009)'un da ifade ettiği gibi kalem ucu, şeker tozu, toplu iğne ucu gibi örnekler nokta kavramına götürür. Nokta kavramı boyutsuz bir kavram olmasına rağmen bu gibi örnekler kullanıldığında öğrenciler tarafından boyutlu bir kavram olarak düşünülebilir. Karabey (2016), nokta kavramının öğretimde temel olarak her şeyin noktalardan oluştuğunun verilmesi gerektiğini belirtmektedir. Hatta nokta kavramı için verilen örneklerden kalemin ve tebeşirin ucunun bıraktığı izin dahi noktalardan oluştuğu kavratılmalıdır. Çünkü nokta boyutsuz bir kavramdır fakat nokta için verilen tüm örnekler geometrik anlamda bir boyuta sahiptir. Ağırman Aydın ve Ayazoğlu (2020) var olmayan, boyutsuz ve soyut bir kavram olan nokta için verilen örneklerin boyutlu olması nedeniyle oluşabilecek kavram yanılgılarını önlemek amacıyla örneklerin devamında noktanın boyutsuzluğuna vurgu yapılması gerektiği önermektedir. Benzer şekilde Güner ve Uygun (2019), öğrencilerin nokta kavramını boyutsuz olarak düşünebilmelerini sağlamak amacıyla nokta kavramının tanıtımında çeşitli nokta görüntülerinin çizilmesini ve bu görüntülerin hepsinin nokta kavramına denk olduğunun vurgusunun yapılmasını önermektedir (Şekil 11).



Şekil 11. Noktanın farklı gösterimleri (Güner ve Uygun, 2019)

1. 3. 3. Doğru ve Doğru Parçası Kavramları

Doğru kavramı da nokta kavramı gibi tanımsız olan bir kavramdır. Bu kavram Latince “linea” kelimesinden türetilmiştir. “Linea” iplik ve ince çizgi anlamında kullanılmaktadır. Türk Dil Kurumu’nun doğru kavramı için verdiği tanımlardan biri “bir ucundan öbür ucuna kadar yönü değişmeyen, eğri ve çarpık karşıtı” şeklindedir.

Doğrular, üzerinde bulunan iki noktayla (KL doğrusu) küçük bir harf ile (a doğrusu) ve $\overleftrightarrow{KL}$ şeklinde (Şekil 12) gösterilebilir (Baykul, 2009). Başlangıç ve bitiş noktaları yoktur. İki ucundan da sonsuza doğru gider. Doğrunun iki ucuna konulan ok işareti ile bu şeklin iki uçtan da sonsuza kadar uzatılabileceği belirtilir (Baykul, 2009).



Şekil 12. Doğru kavramının geometrik gösterimi

Öklid geometrisinde doğru kavramı "kalınlığı ve derinliği olmayan her iki yönde kesintiye uğramadan ve engellenmeden uzanan bükülmemiş bir eğri" şeklinde açıklanmıştır (Argün vd., 2014, s.137). Doğru kavramı Öklid geometrisindeki birçok aksiyom ve özelliklerin oluşumunda kullanılır (Balcı, 2019). İki noktadan sadece bir doğru geçer ve bir noktadan sonsuz tane doğru geçer aksiyomları örnek olarak verilebilir. Doğru sonsuz tane noktanın düz bir hizada bir araya getirilerek her iki ucundan da sonsuza kadar uzatılarak elde edilen noktalar kümesi olarak ifade edilmektedir (Doğan, 2015). Backman ve Cromie (1971), doğruyu düz bir çizgi üzerine sonsuza kadar devam eden noktalar kümesi olarak açıklamıştır.

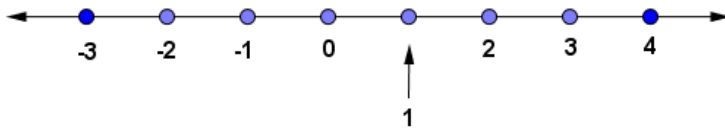
Nesin (2004, akt. Akıncı, 2014) doğru kavramının, doğanın insanlara sezdirmiş olduğu kavramlardan kabul edilmesi gerektiğini ifade etmiştir. Matematiksel olarak doğru kavramı doğada yoktur. Fakat doğa insanlara sezgisel yolla doğru kavramını

gösterebilir. Şengül ve Dereli (2009), yaptıkları araştırmada 6. sınıf öğrencilerinin doğru kavramını sayı doğrusu, yol, iki ucu sonsuz noktalar kümesi gibi sezgisel örnekler ile ifade ettiklerini belirtmektedirler. Ağırman Aydın ve Ayazoğlu (2020), soyut bir kavram olan doğru kavramının sonsuz uzunlukta olduğunun öğrencilere algılatılması için bazı etkinlikler önermektedirler. Bu bağlamda paralel aynalar arasına bir nesne koyulup aynada oluşan görüntülerin sayılarak sonsuzluk algısı oluşturulması ve bu doğrultuda "doğrunun sonsuz noktadan oluştuğu, iki ucunun sonsuzluktan dolayı sınırsız olduğu ve bu nedenle boyunun ölçülemeyeceği" (Ağırman Aydın ve Ayazoğlu, 2020, s.4) öğrencilere kavratılabilir. Bu duruma benzer şekilde Kılıç, Temel ve Şenol (2015), kavram öğretiminin modelleme ile verilmesinin öğrencileri yanılgıya düşürebileceği göz önüne alınarak, sezgisel ve soyut öğretimin es geçilmemesi gerektiği önermektedir.

Lakoff ve Núñez (1997), doğru kavramını 3 farklı şekilde ele almıştır. Birincisindeki fikir doğrunun hareket açısından durgun, sürekli, ayırt edilemeyen olması ve noktalar açısından incelendiğinde kavramsallaştırılmamış olmasıdır (bkz. Lakoff ve Núñez, 1997, s.59). Yani burada doğru, noktaların hareketi açısından kavramsallaştırılmadığı için düz bir çizgi olarak kabul edilmektedir (Şekil 13). Noktalar, doğruyu oluşturan temel elemanlardır fakat bu fikirde doğrunun tanımlanmasında ön plana çıkmamaktadır. Bu kısımda doğruya yer alan noktalar konum belirtmek amacıyla kullanılmaktadır. Bu ifade Freudenthal (2002)'ın, çalışmasında (akt. Peker ve Karakuş, 2015) bir çizgi üzerindeki seçilen her bir noktanın konum belirttiğini ifade etmesiyle (Şekil 14) benzerlik göstermektedir. Benzer şekilde Doğan (2015), düzlemde bir noktanın konum olduğunu ifade etmektedir.



Şekil 13. Doğru düz bir çizgidir düşüncesi ile ilgili bir görsel



Şekil 14. Bir boyutta bulunan nesnenin konumuna örnek

İkinci olarak doğru, noktalar kümesi olarak ele alınmaktadır (bkz. Lakoff ve Núñez, 1997, s.60). Bu açıklamada doğru, noktanın hareketi açısından kavramsallaştırıldığı benzetimsel bir kavram olarak sunulmuştur (Şekil 15). Doğruyu oluşturan noktalar konum belirtmek amaçlı değildir. Noktalar sadece doğruyu oluşturan varlıklardır. Backman ve Cromie (1971), doğruyu düz bir çizgi üzerine sonsuza kadar devam eden noktalar kümesi olarak tanımlandığından iki açıklama birbiri ile benzerlik göstermektedir. Güner ve Uygun (2019), doğru kavramının oluşturulmasını cetvel yardımıyla aralarında hiç boşluk kalmayacak şekilde nokta kümeleri oluşturup bunların en son bir kalem yardımıyla birleştirilmesi olarak gösterilebileceğini ifade etmiştir. Burada cetvelin çok uzun olduğunun hayal edilmesi istenmektedir.



Şekil 15. Doğru noktalar kümesidir düşüncesine yönelik görsel

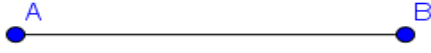
Doğrunun ele alınış biçimlerinden üçüncüsünde ise doğru, noktanın hareketi ile izlendiği, değişmeyen sürekli bir yörünge olarak ele alınmıştır (bkz. Lakoff ve Núñez, 1997, s.61). Burada nokta, gösterilen bir doğrultu boyunca kaydırılır ve noktanın kaydırılması ile iz oluşur. Yani noktanın bırakmış olduğu iz doğru olarak ifade edilebilir (Şekil 16). Benzer şekilde Freudenthal (2002), kartezyen sistemde doğrunun hareket eden bir noktadan oluştuğunu ifade etmektedir. Nokta kavramının hareketi ile doğru kavramı tanımlanabilmektedir.



Şekil 16. Doğru noktanın aynı doğrultuda hareketi ile bıraktığı izdir düşüncesine yönelik görsel

Bir doğru üzerinden alınan iki farklı nokta ile doğrunun bu noktalar arasındaki bütün noktalarından oluşan kümeye (topluluğa) doğru parçası adı verilir (Karabey, 2016). "Doğru parçası" kelime anlamından da anlaşılacağı üzere doğrunun bir parçası demektir ve doğru kavramından ayrılan özelliği doğru üzerinde verilen iki nokta ile belirlenmesidir (Argün vd., 2014). Doğru üzerinden alınan farklı iki nokta doğru parçasının başlangıç ve bitiş noktasını oluşturur. Doğru parçası, ortaya çıkışında kullanılan doğru kavramı gibi bir boyutludur fakat sonsuz değildir, boyu ölçülebilir

(Ağırman Aydın ve Ayazoğlu, 2020). Doğru parçası Şekil 17’de verildiği gibi bir geometrik gösterime sahiptir ve AB doğru parçası $[AB]$, $[BA]$, $\overline{AB}$ ve $\overline{BA}$ sembolik gösterimlerle ifade edilebilir. Ayrıca "AB doğru parçası" ya da "BA doğru parçası" olarak okunmaktadır (Güner ve Uygun, 2019).



Şekil 17. Doğru parçası kavramı gösterimi

1. 3. 4. Işın, Yarı Doğru ve Vektör Kavramları

Işın, yarı doğru ve vektör kavramlarının geometrik gösterimleri birbirlerine benzer niteliktedir. Dolayısıyla ğrencilerin bu kavramları birbirine karıştırmaları sıklıkla karşılaşılan bir durumdur. Örneğin, Hollebrands (2003), bir öğrencinin dinamik geometri yazılımında öteleme yaparken vektör kullanma yerine ışın aracını kullandığını gözlemlemiştir. Bu durum ışın ve vektör kavramının geometrik gösterimlerinin birbirine yakın olmasından dolayı öğrencinin bu kavramları ayırt etmede zorlanması Şeklinde yorumlanabilir (Hollebrands, 2003). Doğru üzerinde seçilen bir nokta doğruyu iki parçaya ayırır (Argün vd., 2014) ve seçilen noktanın sadece bir tarafında (seçilen nokta dahil değil) yer alan tüm noktaların oluşturduğu Şekle "yarı doğru" adı verilir (Baykul, 2009). Yarı doğru Şekil 18’deki gibi gösterildiğinde A noktası yarı doğrunun başlangıç noktası olarak ifade edilir. Fakat bu nokta yarı doğruya dâhil olmadığı için içi boş olarak gösterilmektedir. Yarı doğru $]AB$ Şeklinde yazılır ve "AB yarı doğrusu" olarak okunmaktadır (Baykul, 2009).



Şekil 18. Yarı doğru kavramının geometrik gösterimi

AB yarı doğrusunda başlangıç noktası olan A noktası, yarı doğruyu oluşturan noktalar kümesine dâhil edildiğinde "AB ışını" elde edilir (Şekil 19). AB ışını $[AB]$ ve $\overrightarrow{AB}$ Şeklinde gösterilir. $[$ işareti, ışının A noktası ile başladığı ve A noktasının ışına ait olduğunu göstermektedir (Baykul, 2009). Işın kavramı başlangıç noktasına sahiptir ve

üzerindeki başka bir doğrudan geçerek sonsuza kadar gider (Doğan, 2015). Yani ışın kavramı da doğru gibi sonsuz uzunluğa sahip en ve yüksekliğe sahip olmayan tek boyutlu bir kavramdır.



Şekil 19. Işın kavramının geometrik gösterimi

Geometrideki temel kavramlardan biri de vektör kavramıdır. Mahir (1999), vektör kavramını yönlendirilmiş doğru parçası olarak ele almaktadır. Üstünel (2012), vektör "büyüklüğü, başlangıç noktası, yönü ve doğrultusu bilinen büyüklüklere denir" (s.213) şeklinde tanımlanmıştır. Başlangıç noktası A ve uç noktası B olan vektör $\overrightarrow{AB}$ şeklinde bir gösterime sahiptir ve "AB vektörü" olarak okunur (Şekil 20). Görüldüğü üzere vektör ve ışın kavramları aynı semboller ile gösterilebilmektedir. Bu kavramların ayırdının yapılabilmesi için ışın kavramının gösterimi için öncelikli olarak köşeli parantez kullanımına özen gösterilebilir. Ayrıca lineer cebir gibi alanlarda vektör için herhangi bir küçük harf kalın olarak yazılmakta ($\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ vektörleri gibi) veya küçük olarak yazılan harfin üzerine vektör simgesi ($\vec{u}$, $\vec{v}$ vektörleri gibi) konulabilmektedir. Fizikte ise vektörleri temsil eden küçük harflerin üst kısmına şapka işareti konulmaktadır ($\hat{i}$, $\hat{j}$, $\hat{k}$ vektörleri gibi)

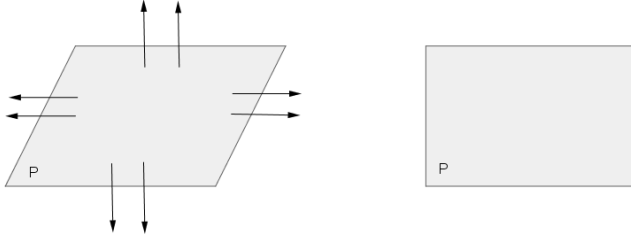


Şekil 20. Vektör kavramının geometrik gösterimi

1. 3. 5. Düzlem

Düzlem tanımsız kavramlardan bir diğeridir. Aynı zamanda düzlem kavramı eni ve boyu sınırsız olarak uzatılabilen ancak kalınlığı olmayan geometrik bir kavramdır (Akıncı, 2014; Karabey, 2016). Düzlem "eni ve boyu olan, ama yüksekliği olmayan ve sahip olduğu iki boyutu da sonsuza giden noktalar kümesi" (Ağırman Aydın ve Ayazoğlu, 2020, s.6) şeklinde ifade edilebilir. Bilindiği üzere doğrusal olmayan üç noktadan bir düzlem geçer. Düz bir kâğıda, kâğıdı tamamen dolduracak şekilde noktalar konulduğunda elde edilen şeklin düzlem kavramı hakkında fikir verebileceği ifade

edilmektedir (Backman ve Cromie 1971; Baykul, 2009; Doğan, 2015). Bu bağlamda, düzlem noktalar kümesi olarak ele alınmış olunur. Düzlem kavramının geometrik gösterimi paralelkenarsal ya da dikdörtgensel bölgelerle yapılmaktadır (Şekil 21) ve köşesine yerleştirilen büyük harf ile isimlendirilir (Güner ve Uygun, 2019). Paralelkenar şeklinde gösterimi, isimlendirilmesi ve ifade edilişi de şekil 22’de verilmiştir.



Şekil 21. P düzleminin farklı gösterimleri

model	görünüm	isimlendirme	ifade biçimi
paralelkenarsal bölge			P düzlemi

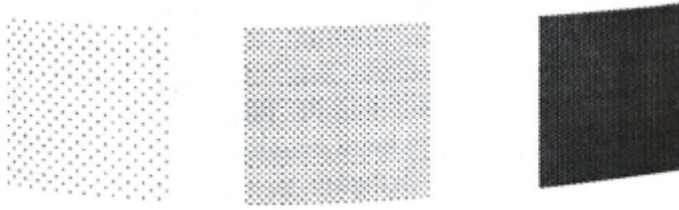
Şekil 22. Düzlem kavramının geometrik ve sembolik gösterimleri (Akıncı, 2014)

Lakoff ve Núñez (1997), doğru kavramında olduğu gibi düzlem kavramını da noktaların durumuna göre üç farklı şekilde ele almaktadırlar. İlk olarak, düzlemin noktalardan oluştuğu bilinmesine rağmen noktadan bağımsız olarak düzlem ele alınmaktadır. Noktalar düzlemde sadece konum bildirmektedir ve düzlemin doğal bir parçasıdır. İkinci olarak, noktalar düzlemi oluşturan asli unsurlardır. Yani burada düzlem, noktalar kümesi kullanılarak tanımlanmaktadır. Son olarak da düzlem, noktanın iki boyutta yörüngesel hareketleri ile oluşmaktadır. Yani noktaların iki boyutta kaydırılması ile oluşan izler düzlem kavramını oluşturur.

Kaplan (2011, akt. Akıncı, 2004), geometri ders kitaplarında düzlem kavramının öğretiminde düzgün bir yüzey olan kâğıt, masa yüzeyi ve su gibi örneklerin verilmesini kaynak göstererek düzlem kavramını düz ve iki boyutta sınırsız bir şekilde genişletilebilen geometrik şekil olarak izah etmektedir. Mahir (1999), geometrideki tanımsız terimleri tanımlamaya çalışmaktan ziyade, bu terimleri sezgisel yolla somutlaştırılabileceği vurgusunu yapmakta ve bu durum için öğrencilere düzlem kavramının öğretiminde masa yüzeyi, sınıf zemini, tablo ve pencere camı gibi örnekler

verilmektedir. Günlük hayatta verilen tüm bu örnekler ne kadar ince olursa olsun bir kalınlığa sahiptir. Bu durum öğrencilerde kavram yanılgısına sebep verebilmektedir. Düzlemin sınırsız olduğu kenar ve ke gibi kavramlara sahip olmadığı vurgusu mutlaka yapılmalıdır.

Düzlemin noktalar kümesinden oluştuğunun kavratılması için kâğıt üzerine noktalar koyma etkinliğini yapılabilir (Baykul, 2009; Güner ve Uygun, 2019). Bu sayede öğrenciler kâğıdın yüzeyine kalem ile koydukları noktalarla kâğıt yüzeyini tamamen kaplayabildikleri düzlemin, düz bir zeminde (iki boyutta) yer alan bir noktalar kümesi (topluluğu) olduğunu kavrayabilirler. Ancak, düz bir kâğıt kullanıldığından öğrenciler düzlemin dikdörtgensel bölge geometrik gösterimi üzerinde alımı olurlar (ekil 23). Sonrasında ise düzlemin paralelkenarsal bölge gösterimine de geçiş yapılabilir.



Şekil 23. Düzlem rneği (Güner ve Uygun, 2019)

1. 4. İlkokul ve Ortaokul Matematik Ğretim Programında Temel Geometrik Kavramlar

Geometrinin temel yapı talarından olan nokta, doğru, doğru parçası, ıın ve düzlem kavramları ilkokul matematik Ğretim programında 3. ve 4. sınıf düzeylerinde yer alırken (Tablo 2), ortaokul matematik Ğretim programında yalnızca 5. sınıf düzeyinde yer almaktadır (Tablo 3).

Nokta, doğru, doğru parçası ve ıın kavramları ilk kez 3. sınıf düzeyinde ele alınmaktadır. Bu sınıf düzeyinde öncelikle nokta kavramına yer verilir. Bu bağlamda, noktanın harf ve sembollerle gösterilerek isimlendirilmesine yönelik bir kazanıma yer verilmektedir. Doğru ve ıın kavramlarının betimlenmesi söz konusudur. Yani doğru ve ıın kavramları için günlük hayat modelleri üzerinden örnekler verilerek kavramların

tasviri sağlanır. Farklı konumlarda doğru parçası çizimleri kazanımda yer alır. Bu çizimler için kareli veya noktalı kâğıtlar kullanılabilir.

4.sınıf düzeyinde, geometrideki temel kavramlardan sadece düzlem kavramı yer almaktadır. Düz olma özelliğine göre nesneyi düzlem modeli olarak ayırt etme üzerine etkinlikler yer almaktadır. Düzlem modeli ve düzlemsel şekil olarak bir ayrıma değinilmektedir. İlköğretim matematik öğretim programlarında düzlem kavramı yalnızca 4. sınıf düzeyinde yer almaktadır. Ortaokul matematik öğretim programında ise düzlem kavramı doğrudan yer almamasına rağmen örtük olarak 8. sınıf geometrik cisimler ünitesinde koni ve piramidin tepe noktalarının oluşumunda yer almaktadır. Örneğin dikdörtgen piramit tanımında düzlem üzerinde bir dikdörtgen alındığı ve bu dikdörtgenin yer aldığı düzlem dışında ve dikdörtgenin merkezine diklik oluşturacak şekilde bir nokta alındığı ifade edilir ki bu nokta piramidin tepe noktasıdır. Benzer şekilde 8. sınıf doğrusal denklemler ünitesinde "M.8.2.2.2. koordinat sistemini özellikleriyle tanırlar ve sıralı ikilileri gösterir" (MEB, 2018, s.73) kazanımı doğrultusunda kartezyen koordinat sisteminde noktalar sıralı ikililer şeklinde gösterilmektedir. Burada da örtük bir şekilde de olsa düzlem kavramı üzerinde durulmaktadır.

Tablo 2. İlkokul matematik öğretim programında nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve düzlem ile ilgili kazanımlar (MEB, 2018)

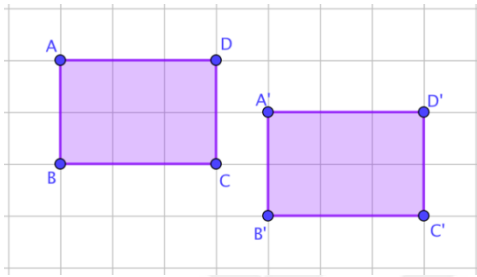
Kazanımlar	Kazanımda yer alan bazı öneriler ve uyarılar
M.3.2.4.1. Noktayı tanırlar, sembolle gösterir ve isimlendirir.	
M.3.2.4.2. Doğruyu, ışını ve açıyı tanırlar.	Doğruyu ve ışını tasvir eder, açığa çevresinden örnekler verir.
M.3.2.4.3. Doğru parçasını çizgi modelleri ile oluşturur; yatay, dikey ve eğik konumlu doğru parçası modellerine örnekler vererek çizimlerini yapar.	
M.4.2.3.1. Düzlemi tanırlar ve örneklendirir.	

5. sınıf düzeyinde doğru, doğru parçası ve ışın kavramları yer almaktadır. 3. sınıf düzeyinde bu kavramların tanımlama ve modelleri üzerinde durulur. Sadece nokta kavramının sembolle gösterimi ve isimlendirilmesi yer almaktadır. 5. sınıfa gelindiğinde doğru, doğru parçası ve ışın kavramlarının açıklanmasının yanında sembolle gösterimi ve isimlendirilmesi de yer almaktadır. Kesişen, dik, paralel ve çakışık doğrulara bu sınıf seviyesinde giriş yapılır. Ayrıca, 3.sınıfta sembolle gösterimi ve isimlendirilmesi verilen nokta kavramının 5. sınıf seviyesine gelindiğinde konumu yön ve birim kullanarak belirtilmesi ve kareli veya noktalı kâğıt yardımıyla birbirine eş doğru parçaları çizilmesi üzerinde durulmaktadır. Bunun yanı sıra, pergel ve cetvel kullanarak bir doğruya dışındaki bir noktadan dikme çizme ve paralel doğru parçaları oluşturma veya verilen doğru parçalarının paralel olup olmadığını belirlemeye yönelik kazanımlara da yer verilmektedir. Birbirine eş paralel doğru parçaları inşa edilebilmesi günlük hayat durumları ile ilişkilendirilmektedir.

Tablo 3. Ortaokul matematik öğretim programında doğru, doğru parçası ve ışın ile ilgili kazanımlar (MEB, 2018)

Kazanımlar	Kazanımda yer alan bazı öneriler ve uyarılar
M.5.2.1.1. Doğru, doğru parçası, ışını açıklar ve sembolle gösterir.	Aynı düzlemdeki iki doğrunun birbirlerine göre durumları (kesişen, paralel, çakışık) ele alınarak sembolle gösterilir.
M.5.2.1.2. Bir noktanın diğer bir noktaya göre konumunu yön ve birim kullanarak ifade eder.	a) Kareli, noktalı kâğıt vb. üzerinde çalışmalar yapılır. Örneğin A noktası B noktasının 3 birim sağında/solunda; 2 birim aşağısında/ yukarısında; 4 birim sağının/solunun 2 birim yukarısında/aşağısında gibi b) Gerçek hayat durumları ile ilgili örneklere de yer verilir.
M.5.2.1.3. Bir doğru parçasına eşit uzunlukta doğru parçaları çizer.	Kareli, noktalı kâğıt vb. üzerinde yatay, dikey veya eğik konumlu doğru parçaları üzerinde çalışılması sağlanmalıdır.
M.5.2.1.5. Bir doğruya üzerindeki veya dışındaki bir noktadan dikme çizer.	a) Kareli, noktalı kâğıt vb. üzerinde çalışmalar yapılır. b) Gerçek hayat durumlarıyla ilişkilendirmeye yönelik çalışmalara da yer verilir.
M.5.2.1.6. Bir doğru parçasına paralel doğru parçaları inşa eder, çizilmiş doğru parçalarının paralel olup olmadığını yorumlar.	

Tablo 2 ve tablo 3 incelendiğinde vektör ve yarı doğru kavramlarının ilköğretim ve ortaöğretim matematik kazanımlarında doğrudan yer almadığı görülmektedir. Fakat bu iki kavrama matematik öğretim programında örtük olarak yer verilmektedir. Örneğin vektör kavramı "M.8.3.2.1. Nokta, doğru parçası ve diğer şekillerin öteleme sonucundaki görüntülerini çizer" (MEB, 2018, s.74) kazanımındaki öteleme konusunun içinde yer almaktadır. Çünkü öteleme vektörler yardımı ile yapılmaktadır. Örneğin şekil 24’de verilen ABCD dikdörtgeni öteleme vektörü yardımı ile 3 birim sağa 1 birim aşağı ötelenerek A'B'C'D' dikdörtgeni elde edilmiştir.



Şekil 24. Öteleme örneği

Yarı doğru kavramına 8. sınıf düzeyinde eşitsizlikler ünitesinde örtük olarak yer verilmektedir. Bu bağlamda $x \leq -2$ veya $x > 5$ gibi birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler sayı doğrusunda gösterilir. Büyük veya küçük sembolleri içeren eşitsizliklerde yarı doğru elde edilirken, büyük eşit veya küçük eşit sembollerini içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler ışın kavramını oluşturur. Örneğin şekil 25’de verilen $x < 1$ eşitsizliği sayı doğrusu üzerinde gösterilmektedir. Eşitsizlikte küçüktür sembolü yer aldığından 1 değeri eşitsizliğe dâhil değildir. Bu nedenle sayı doğrusu üzerinde gösterilirken noktanın içi boş olarak gösterilir. Yarı doğrudaki başlangıç noktası dâhil olmadığından eşitsizliklerdeki bu gösterim yarı doğru olarak ifade edilir.



Şekil 25. $x < 1$ eşitsizliğinin sayı doğrusunda gösterimi

1.6. İlgili Araştırmalar

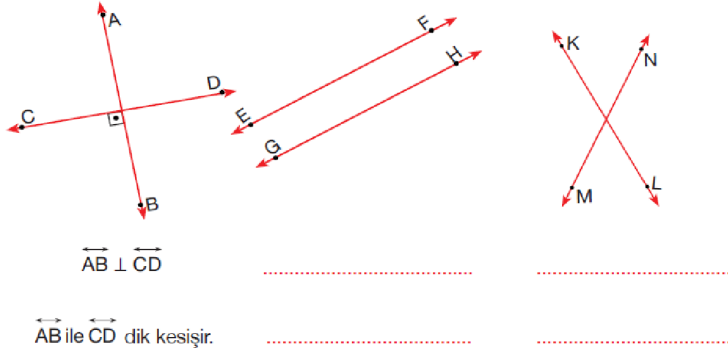
Geometrideki temel kavramlar ile ilgili pek çok araştırmaya rastlanmaktadır. Bu araştırmalardan biri de Dane ve Başkurt (2012)'ye aittir. Dane ve Başkurt (2012), 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin nokta, doğru ve düzlem kavramlarındaki yanlışlarını ve bu kavramlara ait algılama düzeylerini belirlemek amacıyla bu çalışmayı gerçekleştirmişlerdir. Öğrenci görüşlerine bağlı olarak algılama düzeyleri belirlenmiştir. Bu çalışma sonucunda 6, 7 ve 8. sınıf düzeyi öğrencilerin nokta, doğru ve düzlem kavramına ait yanlışlara sahip oldukları belirlenmiştir. Noktanın boyutlu olması, doğru kavramının düzlem, doğru parçası ve ışın kavramlarıyla karıştırılması, düzlem kavramının doğru ve alan olarak ifade edilmesi kavram yanlışlarından bazılarıdır. Çalışma sonunda kavramların öğretiminde, öğrencilerin kendilerinin keşfetmelerini sağlayacak ortamların oluşturulması ve mümkün olduğunca somut örneklerin sunulması öğretmenlere önerilmektedir.

Akıncı (2014) tarafından geometrideki temel kavramların jestler ile incelenmesi amacıyla bir araştırma gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adayları ile gerçekleştirilen bu çalışmada öğretmen adaylarının geometrideki temel kavramları ifade ederken kullandıkları jestler incelenmiştir. Nokta, doğru, düzlem, vektör, iz düşümü ve açı kavramlarının jestler ile ifade edilişi incelenmiştir. Jest kavramı ile ilgili olarak semiyotik kavramı üzerinde de durulmaktadır. Kullanılan jestler kavramların açıklanmasında ve tanıtılmasında rol üstlenmektedir. Öğretmen adayları temel kavramları ifade etmede çoğunlukla jestleri kullanmıştır. Örneğin doğru kavramını ifade ederken doğruya ait bir jest kullanmışlardır. Farklı jest türleri üzerinde de durulmaktadır. Matematikte bir kavrama ait olan jestin, kavramı çağrıştırdığı takdirde o kavrama ait bir gösteren olabileceği sonucuna da ulaşılmıştır. Nokta, doğru, düzlem, vektör, iz düşümü ve açı kavramlarının jestler ile ifade edilişinde bu durum söz konusu olmuştur.

Doküman incelemesi yöntemi kullanılarak yapılan bazı araştırmalar, kitap karşılaştırması şeklinde yapılmaktadır. Khalidova (2015), Türkiye ile Kazakistan'daki 5.sınıf matematik ders kitaplarını karşılaştırmak amacıyla bir çalışma gerçekleştirmiştir. Bu çalışmada matematik ders kitaplarındaki geometri konularında yer alan problemler çizimlerin yeri ve kullanımı açısından incelenmiştir. Ayrıca problemlerde yer alan şekiller, algısal, söylemsel, işlevsel ve semiyotik değişimler açısından incelenmiştir.

Örneğin verilen bir açı, incelenip sembolik dil ile ifade edildiğinde söylemsel bir kavrayış gerçekleştirilmiş olunur. Semiyotik temsiller açısından grafiksel gösterim olarak ele alınabilmektedir.

4. Aşağıdaki verilen doğruların birbirine göre durumları hakkında ne söyleyebiliriz? Örnekteki gibi altlarındaki noktalı yerlere yazınız.



Şekil 26. Paralel, kesişen ve dik kesişen doğru modelleri (Khalidova, 2015)

Şekil 26'da doğruların birbirine göre durumları ile ilgili verilen görsellerde sembolik ve söylemsel dilin kullanılması hedeflenmektedir. Şekillerin tanımlanması görünüme dayalı olduğundan algısal kavrayışın ön planda olduğu söylenebilir. Kitap incelemesinin sonucunda Türkiye'deki matematik ders kitaplarında çizim-geometrik nesne problemleri fazla sayıda yer alırken, geometrik nesne-çizim geçişini sağlayan problemlerin ise daha az sayıda yer aldığı belirlenmiştir. İki ülke kitaplarında da söylemsel kavrayışı gerektiren problemler fazla sayıda yer almaktadır. İşlevsel kavrayış gerektiren problemlere ise daha az sayıda yer verilmesi belirlenen sonuçlardan birkaçıdır.

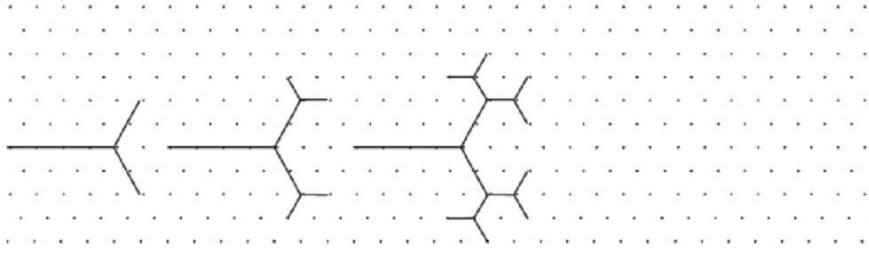
Ders kitaplarının içeriği olduğu kadar görsel unsurları da bir o kadar önemlidir. Ders kitaplarında yer alan görsel öğeler, bilginin desteklenmesinde, soyut olan kavramları somutlaştırarak zihinde canlanmasında ve pekiştirilmesinde önemli bir yere sahiptir. Alanyazın incelendiğinde geometrik kavramların yer aldığı çalışmaların genelinde günlük hayattaki nesnelerden ve görsellerinden yararlanıldığı görülmektedir (Bozkurt, 2018; Bulut, Boz Yaman ve Yavuz, 2016; Delice, Aydın ve Kardeş, 2009;). Örneğin Bulut vd. (2016), 7. sınıf ders kitaplarında dönüşüm geometrisinin işleniş üzerine yaptıkları çalışmada özellikle süslemeler ve simetri konusunda somut nesnelerin kullanıldığını görmüştür. Örneğin süslemeler için Çırağan sarayı ve yansıma simetrisi

için doğanın sudaki yansıması verilmiştir. Delice vd. (2009), öğretmen adayları gözünden ders kitaplarında görsel öğelerin kullanımını belirlemek amacıyla yaptıkları çalışmada, günlük hayatta kullanılan nesne görsellerine rastlanmıştır. Örneğin integral konusu için kili döndürerek vazo yapım görseli verilmiştir. Ayrıca Delice vd. (2009), özellikle teorik konuların görseller ile desteklenmesinin önemli olduğunu vurgulamaktadır. Ancak incelenen ders kitaplarında ilgili konuya görsel olarak uygun olmayan mecazi olarak verilen örneklere de rastlanmıştır. Örneğin ikinci dereceden denklemlerde çarpma işleminde çarpışan iki araba görseli verilmiştir. Ayrıca uygun görsel öğelere yer veren ders kitaplarının matematiksel kavram ve süreçlerin içselleştirilmesinde öğrencilere katkı sağlayacağına inanılmaktadır.

Ders kitaplarının hazırlanmasındaki temel ilke, kitapların öğretim programında belirlenen kazanımları yani bilgi, beceri ve özellikleri öğrencilere kazandıracak faaliyetleri içermesi ve bunlara rehberlik edecek nitelikte olmasıdır. Bunun içinde hiç şüphesiz ders kitaplarının hazırbulunuşluğa uygun hazırlanması gerekmektedir. Yani ders kitaplarında ilgili kazanım ile ilgili ön bilgiler dersin işlenişi için önemli bir yere sahiptir. Kavramların doğru olarak anlaşılabilmesi için öğretim planlanırken öğrencilerin ön bilgilerinin dikkate alınması gerekmektedir (Kılıç vd., 2015). Bulut vd. (2016), yaptıkları çalışmada ders kitaplarındaki hazırbulunuşluğa yer vermiştir. Öğrencilerde yeni bir konuya geçerken ön öğrenmelerin kontrol edilerek hatırlatmaların yapılmasının uygun olacağı düşünülürken, yapılan çalışmada incelenen kitaplarda hazırbulunuşluğa yeteri kadar önem verilmediği sonucuna ulaşılmıştır.

Karakuş ve Baki (2011), yaptıkları çalışmada 2008 yılında 8. sınıf matematik ders kitaplarında fraktallar ile ilgili tanım, açıklama ve örneklerde bazı eksiklikler ve uygun olmayan durumlar belirlemiştir. Örneğin fraktalın tanımlamasında yalnızca fraktalın bir özelliğine odaklanıldığı bulunmuştur. Bu durumun bir nesnenin fraktal olup olmadığına karar vermede güçlük çıkaracağı düşünülmektedir. Ayrıca bazı fraktalların çizimlerinde yanlışlıklar tespit edilmiştir. Örneğin şekil 27’de fraktal örneğinde dal uzunluklarının yarı oranda küçülmesi gerekirken aynı uzunlukta verilmiştir.

① Aşağıdaki fraktal örneğini bir adım daha devam ettiriniz.



Şekil 27. Fraktal örneğinde çizim hatası (Karakuş ve Baki, 2011)

Alanyazın incelendiğinde matematik ders kitaplarında kavramların tanımlarında ve modellerinde açık, net ve tutarlı olmada sıkıntıların olduğuna rastlanmaktadır. Örneğin Bozkurt (2018), yaptığı çalışmada ilkokul, ortaokul ve lise düzeylerinden her sınıf için bir matematik ders kitabını silindir ve prizma kavramlarının öğretim süreci incelemiştir. İncelenen bazı ders kitaplarında zar, kütük ve bina gibi örnekler ile prizma ve silindir kavramlarının içi dolu olacağı algısı oluşurken bazı ders kitaplarında verilen bidon, saksı ve kibrit kutusu örnekleri ise prizma ve silindir kavramlarının içinin boş olabileceği algısına neden olmaktadır. Benzer sıkıntı tabanlarının açık ve kapalı olmasıyla ilgili olarak da ortaya çıkmaktadır. Bozkurt (2018)'un bulgularına göre prizma ve silindir kavramlarının içinin dolu, boş tabanlarının açık veya kapalı olması ile ilgili net bir açıklama yapılmamıştır. Prizma ve silindir kavramları arasındaki ilişki üzerinde durulmamış hatta bu kavramlar farklı başlıklar altında ele alınmıştır. Aynı araştırmada incelenen bazı ders kitaplarında küpün bir prizma olarak ele alınmadığı bulunmuştur. Bu sebeple, ilgili kitaplarda karşılaşılan bu durum matematiksel açıdan yanlış olarak değerlendirilmiştir.

Zeybek, Üstün ve Birol (2018), matematiksel ispatların ortaokul 5., 6., 7. ve 8. sınıf matematik ders kitaplarındaki yerini incelemek amacıyla bir çalışma gerçekleştirmiştir. İspat kavramının matematik öğretimindeki öneminden yola çıkıldığında ders kitaplarında muhakeme ve ispat etkinliklerinin yer alma sıklığı önemlidir. Ders kitaplarındaki matematiksel öğeler, muhakeme ve ispat, matematiksel genelleme ve çıkarımlara kanıt sağlama başlıkları altında incelendiğinde 2831 matematiksel etkinliğin sadece 177 tanesinde muhakeme ve ispat etkinliklerinin yer aldığı görülmüştür. Bu durum ders kitaplarında ispat ve muhakeme üzerine yapılan etkinlik sayısının az olduğu sonucunu vermektedir.

Çalışmanın teorik çerçevesini oluşturan matematiksel çalışma uzayı teorisine ulusal alanyazındaki çalışmalarda rastlanmamaktadır. Bu karşılık matematiksel çalışma uzayı teorisi çerçevesine dayalı kitap incelemelerine az sayıda olsa uluslararası alanyazında kurumsal ağırlıklı olarak rastlanmaktadır (Derouet ve Parysz, 2016; Tanguay ve Venant, 2016). Örneğin Derouet ve Parysz (2016), histogram kavramının matematiksel çalışma uzayında ele alındığı bir kitap incelemesi gerçekleştirmiştir. Bu amaç doğrultusunda histogram kavramı epistemolojik ve bilişsel düzlemlerde incelenmiştir. Histogram kavramı ders kitaplarında verilen şekliyle göstergebilimsel, enstrümantal ve söylemsel düzlemlerde ele alınmıştır. Tanguay ve Venant (2016), açıların göstergebilimsel ve kavramsal oluşumunu belirlemek için bir kitap incelemesi gerçekleştirmişlerdir. İlkokul öğretmenlerinin önerileri ile iki adet ders kitabı incelemesi gerçekleştirilmiştir. Ders kitaplarındaki etkinliklerin incelemesi yapılarak açılarının ele alış şekillerindeki farklılık sebebiyle açılar matematiksel çalışma uzayında incelenmiştir. Bu doğrultuda açı kavramı semiyotik, enstrümantal ve söylemsel oluşum açısından farklı düzlemlerde ele alınmıştır. Açılar düzlemlerin birleşimi ile oluşan semiyotik-enstrümantal, semiyotik-söylemsel ve enstrümantal-söylemsel düzlemlerde ayrı ayrı incelemeye alınmıştır. Ayrıca resimsel, nesnel, bedensel ve şematik olmak üzere dört gösterge çeşidi de bu incelemede yer almaktadır. Bu bağlamda ilgili düzlemler ve oluşumlar ilgili örneklendirmelerde bulunulmuştur.

2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

Bu bölümde, araştırmanın modeli, örnekleme, veri toplama araçları, verilerin toplanması ve verilerin çözümlenmesi ile ilgili bilgiler yer almaktadır.

2. 1. Araştırmanın Modeli

Bu çalışmada 3., 4. ve 5. sınıf matematik dersi öğretim programına uygun olacak şekilde hazırlanan Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı (TTKB) tarafından onaylanan matematik ders kitaplarında yer alan nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve düzlem kavramların tanımlanması, gösterim biçimleri semiyotik, söylemsel ve enstrümantal açıdan incelenmektedir. Bu bağlamda ele alınan kavramlar epistemolojik ve bilişsel açıdan değerlendirilmiştir. Bu amaç doğrultusunda nitel araştırma tekniklerinden doküman incelemesi kullanılarak verilerin analiz edilmiştir.

Nitel araştırmalarda tek başına bir veri toplama yöntemi olarak kullanılabileceği gibi aynı zamanda diğer veri toplama yöntemleri ile birlikte de kullanılabilen doküman incelemesi, araştırılması amaçlanan olgu veya olgular hakkında bilgi içeren yazılı materyallerin analizini kapsamaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2018). "Kitaplık araştırması" (s.279) şeklinde her türlü çalışmada mutlaka karşılaşılan doküman analizi yöntemi, eğitim bilimleri de dâhil olmak üzere birçok sosyal bilim alanında araştırmanın tamamında merkeze koyulmuş bir yöntem olarak kullanılmaktadır (Karasar, 2013, akt. Ulutaş, 2017). Doküman incelemesinin kullanıldığı bu araştırmada veri analizi için matematik çalışma uzayı (Kuzniak, 2011) teorisinden yararlanılan kategorilerle (S-E düzlemi gibi) veriler betimsel analize tabi tutulmuştur. Bunun için ilk olarak betimsel analizinin yapılacağı örneklem seçilmiştir.

2. 2. Araştırmada İncelenen Kitaplar ve Konular

Bu araştırmadaki verileri elde etmek amacıyla incelenen ders kitapları Eğitim Bilişim Ağı (EBA) platformunda paylaşılan ders kitapları araştırmaya dâhil edilmiştir. Bu ders kitaplarının güncel eğitim sisteminin temel vizyonu ve felsefesini yansıtabilecek nitelikte olduğu düşünülmektedir. Bu doğrultuda araştırmada elde edilen veriler 2020-2021 eğitim-öğretim yıllarında TTKB tarafından onaylanan ve ilköğretim

3., 4. ve 5. sınıfların eğitim faaliyetlerinde kullanılan matematik ders kitaplarından elde edilmiştir. Matematik öğretimi ders sürecinde öğretmenler tarafından ders kitapları haricinde kaynak olarak çalışma kitapları da kullanılmaktadır. Fakat MEB onayından geçmeyen kaynak kitaplar araştırmaya dâhil edilmemiştir. 2020-2021 eğitim-öğretim yılında TTKB tarafından onaylanarak ulusal düzeyde tüm ilköğretim 3, 4 ve 5. sınıflarda okutulan ders kitaplarının kullanılıyor olması ölçüt olarak seçilmiştir. Dolayısıyla araştırmaya dâhil edilen kitaplar ölçüt örnekleme (Yıldırım ve Şimşek, 2018) ile belirlenmiştir. Araştırmanın örneklemini devlet ve özel yayınevlerine ait üçüncü sınıf düzeyinde üç adet, dördüncü sınıf düzeyinde iki adet ve beşinci sınıf düzeyinde iki adet olmak üzere toplam beş adet matematik ders kitabı oluşturmaktadır. Bu amaç doğrultusunda incelenen ders kitapları tablo 4’de verilmiştir.

Tablo 4. Araştırma kapsamında incelenen ders kitapları ve yayınevleri

Sınıf	Ders Kitabı Yazarları	Yayınevi	Basım Yılı	Baskı Sayısı	Analizde Kullanılan Kod
3	Doğan ve Gezmiş, (2018).	Ada Yayıncılık	2018	1	3-ADA
3	Genç, Güleç, Şahin ve Taşcı, (2019).	MEB Yayınları	2019	2	3-MEB-1
3	Savaş, Turan Ekmekçi, Savaş ve Oflar, (2019).	MEB Yayınları	2019	1	3-MEB-2
4	Kayapınar, Şahin, Erdem ve Şentürk Leylek, (2019).	MEB yayınları	2019	1	4-MEB
4	Özçelik, (2019).	ATA Yayınları	2019	1	4-ATA
5	Cırıtcı, Gönen, Araç, Özarslan, Pekcan ve Şahin, (2017).	MEB Yayınları	2017	1	5-MEB
5	Bilen, (2019).	Tuna Matbaacılık	2019	1	5-TUNA

Bu kapsamda ders kitaplarında temel geometrik kavramların öğretimine yönelik yer alan olan konular ve sayfa aralıkları ise tablo 5’de verilmiştir.

Tablo 5. Matematik ders kitaplarında inceleme kapsamına alınan konuları ve sayfa aralıkları

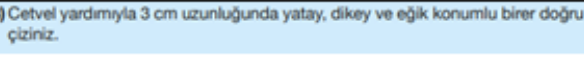
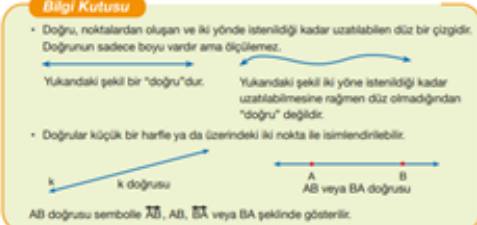
Sınıf	Yayınevi	Konular	Ders Kitabı Sayfa Aralığı
3	Ada Yayıncılık	Geometride Temel Kavramlar	216-224
3	MEB Yayınları	Geometride Temel Kavramlar	224-234
3	MEB Yayınları	Geometride Temel Kavramlar	184-192
4	Ata Yayıncılık	Geometride Temel Kavramlar	200-201
4	MEB Yayınları	Geometride Temel Kavramlar	204-206
5	Tuna Matbaacılık	Geometride Temel Kavramlar ve Çizimler	166-176
5	MEB Yayınları	Geometride Temel Kavramlar ve Çizimler	190-211

2. 3. Verilerin Analizi

Bu çalışmada gerçekleştirilen kitap incelemesi, doküman analizi ile yapılmıştır. Forster’e (1995), (akt. Yıldırım ve Şimşek, 2018) göre doküman incelemesinin aşamaları; dokümanlara ulaşma, orijinalliği kontrol etme, dokümanları anlama, veriyi analiz etme ve veriyi kullanma şeklindedir.

Dokümanlara ulaşma aşamasında 2020-2021 eğitim-öğretim döneminde 3., 4. ve 5. sınıf matematik ders kitaplarının tamamı EBA platformundan temin edilmiştir. Dolayısıyla araştırmada kullanılan kitapların orijinalliği (özgünlüğü) bu yolla teyit edilmiştir. İlgili ders kitaplarının geometrideki temel kavramlar ile ilgili olan bölümleri ele alınmış ve iç sayfa numaraları belirlenmiştir. Veriyi analiz etmek amacıyla ilgili kitap bölümleri konu, özellik, içerik ve ele alınan kavram bütünlüğü anlamlı olacak şekilde parçalara ayrılmıştır. Analiz birimi olarak içerik referans alınmıştır. İçeriğin belirlenmesinden sonra bunlar ayrı bir doküman haline getirilip kategorize edilmiştir. Verilerin kodlanması matematiksel çalışma uzayına göre kategoriler yardımıyla oluşturulmuştur. Bu bağlamda incelenen ders kitaplarından alınan ekran görüntüleri

semiyotik oluşum, S-E düzlemi, S-S düzlemi gibi kategorilerle etiketlenmiştir. Bu etiketlendirmenin niçin yapıldığına açıklamalar kısmında yer verilmiş ve kullanılan gösterge biçimi (resimsel, şematik, bedensel veya nesnel) belirtilmiştir (bkz. Şekil 28).

Düzlem veya Oluşum	İlgili görsel veya Yazılı Görsel	Açıklama	Kullanılan gösterge biçimi
	5. SINIF MEB		
Semiyotik	1) Aşağıda verilen ifadeleri uygun modellerle eşleştiriniz. a) Doğru b) Doğru parçası c) Işın 	Ders kitabında temel geometrik kavramlar çeşitli nesneler yardımıyla gösterilmeye çalışılmıştır. Yani Semiyotik kavramı kullanılmış olunur.	Resimsel
SEM-İNS	3) Cetvel yardımıyla 3 cm uzunluğunda yatay, dikey ve eğik konumlu birer doğru çizin. 	Cetvel yardımıyla doğru parçalarının çiziminin yer aldığı etkinlikte Sem-İns düzleminden yararlanılmıştır. Burada cetvel ile ölçüm enstrümanıdır ve doğru parçası gösterilmiş olunur.	Şematik-Nesnel
SEM-DİS	Bölgü Kutusu - Doğru, noktalardan oluşan ve iki yönde istenildiği kadar uzatılabilen düz bir çizgidir. Doğrunun sadece boyu vardır ama ölçülemez. - Yukarıdaki şekli bir "doğru"dur. - Yukarıdaki şekli iki yöne istenildiği kadar uzatılabilmesine rağmen düz olmadığından "doğru" değildir. - Doğrular küçük bir harfle ya da üzerindeki iki nokta ile isimlendirilebilir. - AB doğruyu sembollerle $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{BA}$ veya $\overleftrightarrow{BA}$ şeklinde gösterilir. 	Matematiksel bilgiler semiyotikten yararlanılarak ifade edilmeye çalışılmıştır. Bu durumda Sem-Dis düzleminde çalışılmış olunur.	Şematik

Şekil 28. Matematiksel çalışma uzayına göre verilerin kodlanmasından bir örnek

Temel geometrik kavramlar ile ilgili tanımlar, ilgili ders kitaplarında tanımların yer aldığı kısım ve görselleri ile ekran görüntüsü alınarak sınıf ve kavram temelli tablolar halinde incelenmiştir. Veri analizinde kullanılacak ölçütlerin belirlenmesi için temel geometrik kavramların alanyazında ele alınışlarında ön plana çıkan özelliklerden yola çıkarak bir tablo oluşturulmuştur (Tablo 6).

Tablo 6. Kavramların alanyazında ele alınışlarından örnekler ve üzerinde durulan özellikler

Kavramların Alanyazında Ele Alınış Biçiminden Örnekler	Kavramların Üzerinde Durulan Özellikleri
Doğru sonsuz tane noktanın düz bir hizada bir araya getirilerek her iki ucundan da sonsuza kadar uzatılarak elde edilen noktalar kümesi olarak ifade edilmektedir (Doğan, 2015).	Kavramın noktalar kümesinden oluştuğu ile ilgili bilgi verilmiştir.
Backman ve Cromie (1971), doğruyu düz bir çizgi üzerine sonsuza kadar devam eden noktalar kümesi olarak açıklamıştır.	Doğru kavramının doğrusallığı hakkında bilgi verilmektedir.
Doğru, noktanın hareketi ile izlendiği, değişmeyen sürekli bir yörünge olarak ele alınmıştır (bkz. Lakoff ve Núñez, 1997, s. 61). Burada nokta, gösterilen bir doğrultu boyunca kaydırılır ve noktanın kaydırılması ile iz oluşur.	Noktanın bir boyutta hareketi ile doğrunun oluştuğu ile ilgili bir bilgi yer almaktadır.
Işın kavramı başlangıç noktasına sahiptir ve üzerindeki başka bir doğrudan geçerek sonsuza kadar gider (Doğan, 2015).	Kavramın başlangıç ve bitişi ile ilgili bilgi verilmiştir.
Bir doğru üzerinden alınan iki farklı nokta ile doğrunun bu noktalar arasındaki bütün noktalarından oluşan kümeye (topluluğa) doğru parçası adı verilir (Karabey, 2016).	Kavramın tanımlanmasında başka temel geometrik kavramlardan yararlanılmıştır.

Tablo 6 (devamı). Kavramların alanyazında ele alınışlarından örnekler ve üzerinde durulan özellikler

AB doğru parçası $[AB]$, $[BA]$, $\overline{AB}$ ve $\overline{BA}$ Kavramın sembolik ve geometrik sembolik gösterimlerle ifade edilebilir. gösterimine yer verilmiştir.

Ayrıca "AB doğru parçası" ya da "BA doğru parçası" olarak okunmaktadır (Güner ve Uygun, 2019).



Lakoff ve Núñez (1997), düzlemin, Noktanın iki boyutta hareketi ile düzlemin noktanın iki boyutta yörüngesel oluştuğu ile ilgili bir bilgi yer almaktadır. hareketleri ile oluştuğunu belirtmektedir.

Yani noktaların iki boyutta kaydırılması ile oluşan izler düzlem kavramını oluşturur.

Kaplan (2011, akt. Akıncı, 2004), Kavramın düzlüğü ile ilgili bilgi geometri ders kitaplarında düzlem verilmektedir.

kavramının öğretiminde düzgün bir yüzey olan kâğıt, masa yüzeyi ve su gibi örneklerin verilmesini kaynak göstererek düzlem kavramını düz ve sınırsız bir şekilde genişletilebilen geometrik şekil olarak izah etmektedir.

Ele alınan kavramın ders kitabında geçen tanımındaki matematiksel özellikleri alanyazına uygun olarak (Tablo 6) yedi tane ölçüt oluşturulmuş olup bu ölçütler şu şekilde verilmiştir:

1. İlgili tanımda noktalar kümesi ile ilgili bilgi verilmiştir.
2. Kavramın düzlüğü ya da doğrusallığı hakkında bilgi verilmiştir.
3. Noktanın bir boyutta ya da iki boyutta hareketi ile geometrik şekil oluşmuştur.
4. İlgili kavramın başlangıç ve bitişinin olup olmadığı hakkında bilgi verilmiştir.
5. İlgili kavramın sembolik gösterimine yer verilmiştir.
6. Tanımlamalarda başka temel geometrik kavramlardan yararlanılmıştır.
7. Kavramın tanımlamasında geometrik geometrik gösterimi kullanılmıştır.

Alanyazında doğru, doğru parçası, ışın ve düzlem gibi temel geometrik kavramların noktalar kümesinden oluştuğu ile ilgili pek çok tanımlama yapılmıştır (Backman ve Cromie, 1971; Doğan, 2015; Lakoff ve Núñez, 1997). Doğru, doğru parçası ve ışın kavramlarının doğrusallığı ve düzlem kavramının düzlüğünün alanyazında ayrıca yer alması (Backman ve Cromie, 1971; Kaplan, 2011 (akt. Akıncı, 2004)) bu iki özelliğin birer ölçüt olarak belirlenmesine etken olmuştur (bkz. ölçüt 1 ve ölçüt 2).

Lakoff ve Núñez (1997), doğru kavramı gibi bir boyutlu kavramları ve düzlem kavramını noktanın hareketi ile bıraktığı izi değişmeyen bir yörünge olarak ele almaktadır. Bu bağlamda tek boyutlu kavramlar noktanın bir boyutta hareketiyle, düzlem kavramı ise noktanın iki boyutta hareketi ile oluşmaktadır, Bu duruma istinaden noktanın bir boyutta ya da iki boyutta hareketi ile kavramların oluşmasıyla ilgili olarak üçüncü ölçüt belirlenmiştir.

Bazı temel geometrik kavramların başlangıç ve bitiş noktası yokken, bazılarının başlangıç noktası vardır fakat bitiş noktası yoktur. Bunun gibi durumların öğrencilere verilmesi kavramların ayırt edilmesinde önemli bir yere sahiptir. Bu nedenle ders kitaplarında ilgili kavramın başlangıç ve bitişinin olup olmadığının belirlenmesi de bir ölçüt olarak ele alınmıştır (bkz. ölçüt 4). Temel geometrik kavramların geometrik ve sembolik gösterimleri kavramın ifade edilmesinde önemli bir yere sahiptir. Bu nedenle ders kitaplarında yer verilme durumlarına bağlı olarak geometrik gösterim ve sembolik gösterim iki ayrı ölçüt olarak ele alınmaktadır (bkz. ölçüt 5 ve ölçüt 7).

Alanyazın incelendiğinde temel geometrik kavramların tanımlanmasında nokta kavramından sıklıkla yararlanılmaktadır (Backman ve Cromie, 1971; Doğan, 2015; Freudenthal, 2002; Lakoff ve Núñez, 1997). Ayrıca ışın ve doğru parçası gibi kavramların tanımlamalarında, doğru kavramından yararlanıldığı görülmektedir (Argün vd., 2014; Doğan, 2015; Karabey, 2016). Bu durum göz önüne alındığında ders kitaplarında kavramların tanımlanmasında başka kavramlardan yararlanılıp yararlanılmadığının belirlenmesi bir ölçüt olarak belirlenmiştir (bkz. ölçüt 6). Yıldırım ve Şimşek (2018)'in belirttiği doküman analizinin sayısallaştırılma aşamasında ise belirlenen düzlem ya da oluşum ve gösterge biçimleri sayılarla ve yüzdelerle ifade edilmiştir.

2. 4. Geçerlik ve Güvenirlik

Bilimsel bir araştırmada araştırmaya konu olan olay ve olguların doğru ve tutarlı olması en az araştırma konusu kadar önemlidir. Bilimsel bir araştırmanın doğru ve tutarlı olması için en önemli iki ölçüt ise geçerlik ve güvenilirliktir. Nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenilirlik kavramları yapılan araştırmanın sonuçların inandırıcılığı açısından önemli bir yere sahiptir (Yıldırım ve Şimşek, 2018).

Yapılan araştırmanın geçerliğini sağlamak amacıyla iç geçerlik için uzman incelemesi yapılmıştır. Çünkü bir araştırmanın bilimsel olarak kabul edilebilmesi için elde edilen sonuçların açık, tutarlı ve başka araştırmacılar tarafından teyit edilebilir olması gerekmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Dış geçerliliği sağlamak amacıyla da ayrıntılı betimleme kullanılmıştır. Yapılan araştırmadaki herhangi bir düşünceyi desteklemek amacıyla ders kitaplarından alınan ekran görüntülerine yer verilmiştir. Verilen ekran görüntüleriyle tasvirler yapıldığından bu durum ayrıntılı betimleme (derinlemesine tasvir) olarak ele alınmıştır.

Yapılan araştırmanın güvenilirliğini sağlamak için ise zamana bağlı güvenilirlik (dış güvenilirlik) (Kirk ve Miller, 1986, akt. Yıldırım ve Şimşek, 2018) ölçütü ele alınmıştır. Zamana bağlı güvenilirlik, ölçümü yapılan olgunun ilerleyen zaman içinde aynı biçimde ölçülmesi olduğundan incelenen ders kitapları iki ay arayla kodlanarak zamana bağlı güvenilirlik (dış güvenilirlik) katsayısı belirlenmiştir. Dış güvenilirlik katsayısı da $(\text{değiştirilmeyen kod sayısı} / (\text{değiştirilen kod sayısı} + \text{değiştirilmeyen kod sayısı})) \times 100$ formülü ile yaklaşık %91 olarak hesaplanmıştır. Daha sonra matematik eğitimi alanında doktorasını tamamlayan bir uzman kişi ile görüşülerek bu kodlara son hali verilmiştir.

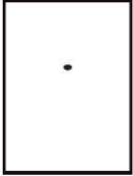
3. BULGULAR

Bu bölümde ders kitaplarında incelenen temel geometrik kavramların tanımları ve bu kavramların matematik çalışma uzayı bileşenlerine (semiyotik oluşum, S-E düzlem gibi) göre incelenmesiyle elde edilen bulgular ayrı başlıklar halinde sunulmuştur.

3. 1. Temel Geometrik Kavramların Ders Kitaplarında Ele Alınışına Ait Bulgular

İncelenen ders kitaplarında 3. sınıf düzeyindeki ders kitaplarında yer alan nokta kavramı ile ilgili tanımlar ve ilgili görseller tablo 7’de verilmiştir. Tablo incelendiğinde üç ders kitabında da nokta kavramı “kalemin kâğıtta bıraktığı iz” olarak ele alınmakta ve noktanın isimlendirilmesine yer verilmektedir. Aynı zamanda 3-MEB-1 ve 3-ADA ders kitapları incelendiğinde noktanın kum tanesi, toz şeker tanesi, su damlası, vida başı ve cisim köşeleri gibi somut nesneler ve görsellerinden yararlanarak direkt tanımlanmaya çalışıldığı görülmektedir. Fakat 3-MEB-2 ders kitabında nokta kavramına giriş kısmında yıldız, su damlası ve kalemin kâğıtta bıraktığı iz görseli verilerek görseller üzerine düşünülmesi istenmektedir.

Tablo 7. Nokta kavramının ders kitaplarındaki ele alınışları

Tanım ve İlgili Görsel	
3-MEB-1	 Kalemin ucunu kâğıda dokundurduğumuzda bıraktığı ize nokta denir. Tebeşirin tahtadaki izi, bir kum tanesi, toz şekerinin tanesi, tuz tanesi, su damlası, gökyüzündeki yıldızlar, geometrik cisimlerin köşeleri, iğnenin ve çivinin bıraktığı izler birer nokta modelidir.
	  
	Kalemin kâğıttaki izi Gökyüzündeki yıldızlar Su damlaları
(Genç vd., 2019)	

Tablo 7 (devamı). Nokta kavramının ders kitaplarındaki ele alınışları

3-MEB-2

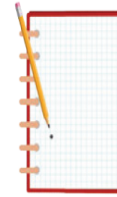
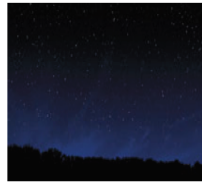


Kalemin kâğıtta
Bıraktığı izdir nokta.
Büyüklüğü yoktur.
Sakin ölçmeye çalışma!



Bir noktayı belirtirken
Ona bir isim vermeli.
Noktayı isimlendirirken
Bir büyük harf seçmeli!

İlgili Görsellerden Örnekler



(Savaş vd., 2019)

3-ADA



Çevremizde birçok nokta modeli vardır. Vidanın başı, su damlaları, kalemin kâğıtta bıraktığı iz birer nokta modelidir.
Matematikte her noktaya bir isim verilir.

A

A noktası

E

E noktası

C

C noktası

M

M noktası

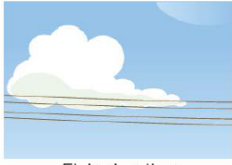
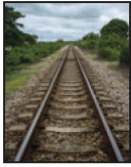
Yukarıda gösterilen nokta modelleri sembolle gösterilip isimlendirilmiştir.
Noktayı isimlendirirken alfabemizdeki büyük harfleri kullanınız.

(Doğan vd., 2018).

Doğru kavramın öğretimine ilk kez ilköğretim 3. sınıf düzeyinde başlanmakta ve 5. sınıf düzeyinde devam edilmektedir. Bu bağlamda incelenen 3. ve 5. sınıf ders kitaplarına ait doğru kavramı ile ilgili tanım ve görseller tablo 7’de verilmiştir. 3-MEB-1 ders kitabında doğru kavramının tanımlamasında başlangıç ve bitiş noktasının olmadığına değinilerek gerçek bir geometrik gösterim kullanılmıştır. Daha sonra da uzayıp giden yol ve elektrik tellerine ait görseller doğruya örnek olarak verilmektedir. 3-MEB-2 ders kitabında ise tren rayı, elektrik telleri ve yol örneklerinin başının ve sonunun belli olmamasından faydalananarak doğru kavramı tanımlanmaktadır. 3-ADA ders kitabında da tren rayı, elektrik teli ve halat gibi görsellerin iki yönde uzayıp gitmesinden yola çıkarak doğru kavramının tanımlandığı görülmektedir. Aynı zamanda bu ders kitabında doğrunun gerçek geometrik gösterimine de vurgu yapılmaktadır. 5.

sınıf düzeyindeki ders kitaplarında doğru kavramının noktalardan oluşarak her iki yönde sonsuza kadar uzadığının ve düz olduğunun üzerinde durulmaktadır. İlgili görseller olarak da geometrik gösterimler kullanılmakta ve doğruları isimlendirilmesine yer verilmektedir.

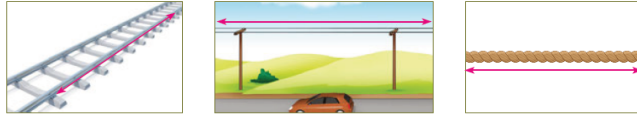
Tablo 8. Doğru kavramının ders kitaplarındaki ele alınışları

Ders	Tanım ve İlgili Görsel
Kitabı	
3-MEB-1	 Başlangıç ve bitiş noktası belli olmayan çizgiye doğru denir. Aşağıdaki doğruyu inceleyelim. Doğrular her iki ucundan sonsuza kadar gitmektedir. Bunu göstermek için uçlarına ok işareti konur. Her iki ucundan da uzatılabilen ve yönü değişmeyen çizgi veya modeller, doğruya örnek verilebilir. 1 Aşağıdaki doğru modellerini inceleyelim.  Uzayıp giden yollar  Elektrik telleri (Genç vd., 2019)
3-MEB-2	Aşağıdaki görsellerde bulunan çizgi modellerinin özelliklerine ve ne tür bir çizgi modeli olduklarına bakalım.    Tren rayı, elektrik telleri ve yolların başı ve sonu belli değildir. Bunlar gibi başı ve sonu belli olmayan çizgi modelleri birer doğru modelidir.  Başı, sonu bilinmeyen Bir çizgi görür isen, O bir doğru modelidir. Sakin unutma bunu sen! (Savaş vd., 2019)

Tablo 8 (devamı). Doğru kavramının ders kitaplarındaki ele alınışları

3-ADA

Aşağıdaki resimleri inceleyelim. Doğruyu tasvir edelim.



Tren raylarının, elektrik tellerinin, halatın her iki yönde uzayıp gittiğini düşündüğümüzde bu cisimler **doğru** modelleridir.

Doğruyu resimlerde görüldüğü gibi bir çizgi çizerek gösterebiliriz. Doğrunun hangi yönleri uzadığını belirtmek için çizginin uçlarına ok çizeriz.

Doğrunun çizgi modeli



Her iki uçtan istenildiği kadar uzatılabilen başlangıcı ve bitişi olmayan çizgi modellerine **doğru** adı verilir.

(Doğan vd., 2018)

5-MEB

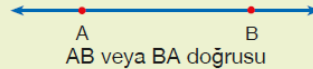
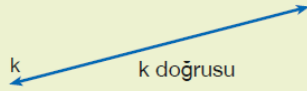
Bilgi Kutusu

- Doğru, noktalardan oluşan ve iki yönde istenildiği kadar uzatılabilen düz bir çizgidir. Doğrunun sadece boyu vardır ama ölçülemez.

Yukarıdaki şekil bir “doğru”dur.

Yukarıdaki şekil iki yöne istenildiği kadar uzatılabilmesine rağmen düz olmadığından “doğru” değildir.

- Doğrular küçük bir harfle ya da üzerindeki iki nokta ile isimlendirilebilir.

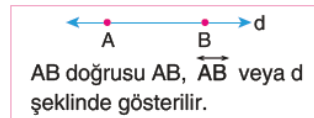


AB doğrusu sembolle $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{BA}$ veya $\overleftrightarrow{BA}$ şeklinde gösterilir.

(Cırıtcı vd., 2017)

5-TUNA

- Her iki yönde sınırsız olarak devam edip giden noktaların yan yana gelmesiyle oluşan düz çizgiye **doğru** denir. Doğrular, üzerinde bulunan iki noktanın adıyla ya da küçük harf ile isimlendirilir.



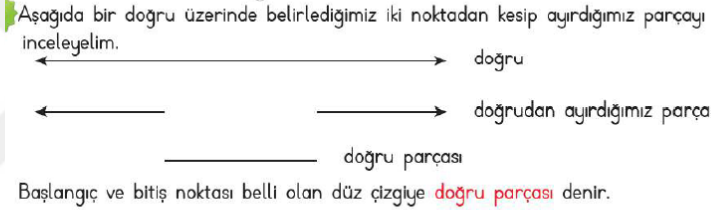
AB doğrusu $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AB}$ veya $\overleftrightarrow{d}$ şeklinde gösterilir.

(Bilen, 2019)

Doğru parçası kavramın öğretimine ilk kez ilköğretim 3. sınıf düzeyinde başlanmakta ve 5. sınıf düzeyinde devam edilmektedir. Bu bağlamda incelenen 3. ve 5. sınıf ders kitaplarına ait doğru parçası kavramı ile ilgili tanım ve görseller tablo 9’da verilmiştir. 3-MEB-1 ve 3-ADA ders kitaplarında doğru kavramına ait bir modelden yararlanılarak doğru parçasının elde edildiği görsellerden yola çıkılarak bir tanımlamaya yer verildiği görülmektedir. Doğru parçası 3-MEB-1’de başlangıç ve bitiş noktası belli olan düz çizgi olarak tanımlanmakta ve devamında çizgilerden yararlanılarak doğru parçasıyla ilgili modeller verilmektedir. 3-MEB-2’de doğru parçası için öncelikle kumanda, cetvel ve kulak temizleme çubuğu gibi görseller verilerek daha sonra

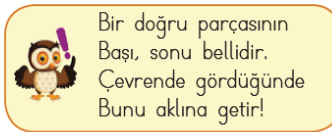
başlangıç ve bitiş noktası belli olan çizgi olarak tanımlanmaktadır. 3-ADA ders kitabında su borularından oluşan düzeneğe doğru olarak kabul edilmekte ve düzeneği oluşturan bir boru doğru parçası olarak ele alınmaktadır. Yani doğru kavramından yola çıkarak doğru parçası kavramı tanımlanmaktadır. Bu doğrultuda ilgili tanımda doğru parçasının başlangıç ve bitişinin belli olması ve uzatılamaz olması üzerinde durulmaktadır. 5-MEB ders kitabında bir doğru üzerindeki farklı iki nokta arasında kalan kısım doğru parçası olarak kabul edilmektedir. Benzer şekilde 5-TUNA’da doğru parçasını doğrudaki iki ucu sınırlı parça olarak tanımlamaktadır. 5. sınıf ders kitaplarında doğru kavramının isimlendirilmesine, geometrik ve sembolik gösterimlerine yer verilmektedir.

Tablo 9. Doğru parçası kavramının ders kitaplarındaki ele alınışları

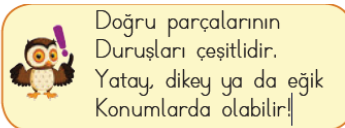
Ders Kitabı	Tanım ve İlgili Görsel
3-MEB-1	 Aşağıda bir doğru üzerinde belirlediğimiz iki noktadan kesip ayırdığımız parçayı inceleyelim. doğru doğrudan ayırdığımız parça doğru parçası Başlangıç ve bitiş noktası belli olan düz çizgiye doğru parçası denir.

(Genç vd., 2019)

3-MEB-2 : Aşağıdaki görsellerde verilen doğru parçası örneklerini inceleyelim.



(Savaş vd., 2019)



(Savaş vd., 2019)

Tablo 9 (devamı). Doğru parçası kavramının ders kitaplarındaki ele alınışları

3-ADA

Yan taraftaki resimde su boruları uç uca eklenerek bir doğru modeli oluşturulmuştur. Doğru modelini oluşturan su borularından bir parçasını inceleyelim.



Doğru modelini oluşturan su borularından bir parçası **doğru parçası** modelidir.

Doğru modelini resimdeki gibi bir çizgi çizerek gösterebiliriz.



Doğru parçasının çizgi modeli



Başlangıcı ve bitişi belli olan ve iki ucundan da uzatılmayan çizgi modellerine **doğru parçası** adı verilir.

(Doğan vd., 2018)

5-MEB

Bilgi Kutusu

- Bir doğrunun farklı iki noktası ve bu iki nokta arasında kalan kısmına doğru parçası denir. Doğru parçası, uç noktalarındaki harflerle ifade edilir.



CD veya DC doğru parçası

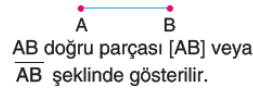
CD doğru parçası sembollerle $[CD]$, $\overline{CD}$, $[DC]$ veya $\overline{DC}$ şeklinde gösterilir.

- Doğru parçasının uzunluğu hesaplanabilir. CD doğru parçasının uzunluğu sembollerle $|CD|$ şeklinde gösterilir.

(Cırtıcı vd., 2017)

5-TUNA

- ◆ Bir doğrunun iki ucu sınırlı parçasına **doğru parçası** denir. Doğru parçaları, başlangıç ve bitiş noktaları kullanılarak isimlendirilir.



(Bilen, 2019)

Işın kavramının öğretimine, doğru ve doğru parçası kavramlarında olduğu gibi 3. sınıf düzeyinde başlanarak 5. sınıf düzeyinde devam edilmektedir. Bu bağlamda ışın kavramının incelendiği ders kitapları, tanım ve ilgili görseller tablo 10'da verilmiştir. 3-MEB-1 ders kitabında başlangıç noktasının belli olması ve bitiş noktası belli olmayan çizgi ışın olarak tanımlanmaktadır. Buna örnek olarak ışını gösteren bir çizgi modeli verilmiştir. 3-MEB-2 ders kitabında şerit metre, makara ip ve güneş ışını gibi görseller verilerek bir yönü kapalı diğer yönden sonsuza kadar uzayabilen çizgi modelleri ışın modeli olarak ifade edilmektedir. Bu ders kitabında yer alan örnekler ile ışının bir yönden sınırlı diğer yönden uzayabilir olmasına vurgu yapılmaktadır. 3-ATA ders kitabında cami minaresi, örgü şişi ve şerit metre görsellerin bir yönde sonsuza kadar uzadığı düşünüldüğünde ışın modeli olarak kabul edilmektedir. 3-MEB-2 ve 3-ATA ders kitaplarında görsellerden yola çıkarak ışın kavramının tanımlanmaya çalışılmıştır.

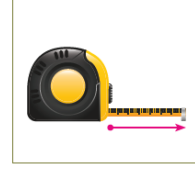
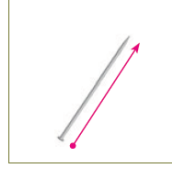
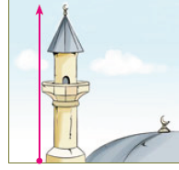
Bu doğrultuda başlangıç noktası belli olan ve sonsuza kadar uzatılabilen çizgi modelleri ışın olarak kabul edilmektedir. 5-MEB ders kitabında ışının başlangıç noktasının belli olması, noktalardan oluşması ve istenildiği kadar uzatılabilen düz çizgi olmasından bahsedilmektedir. Bunun yanında boyunun olduğu fakat ölçülemediği, simge ve sembollerle gösterildiği bilgileri de verilmektedir. 5-TUNA'da ışının başlangıç noktasının belli olmasıyla birlikte sonsuz tane noktadan oluşan düz çizgi olduğu bilgisi verilir. Ayrıca simge ve semboller ile gösterimi de verilmektedir.

Tablo 10. Işın kavramının ders kitaplarındaki ele alınışları

Ders Kitabı	Tanım ve İlgili Görsel
3-MEB-1	Başlangıç noktası belli olan, bitiş noktası belli olmayan çizgiye ışın denir.  Işınların bir ucu sınırlıdır, uzatılamaz. Diğer ucu sınırsızdır, uzatılır. Işını göstermek için bir ucuna nokta konur. Işının diğer ucuna ise ok işareti konur.  Bilgi Bulutu: Bir ucundan uzatılabilen ve yönü değişmeyen çizgi veya modeller, ışına örnek verilebilir. (Genç vd., 2019)
3-MEB-2	   Şerit metre, makara ip ve güneş ışınlarının başlangıç yönü kapalıdır. Diğer yönü ise uzayabilir. Bunlar gibi başlangıç yönü kapalı diğer yönü ise sonsuza kadar uzayan çizgi modelleri birer ışın modelidir.  Bir ışın modelinin Bir yönü kapalıdır. Diğer yönü ise Sonsuza kadar uzanır. (Savaş vd., 2019)

Tablo 10 (devamı). Işın kavramının ders kitaplarındaki ele alınışları

3-ADA



Cami minaresi, örgü şişi ve şerit metre gibi tek bir yönde uzayıp gittiğini düşündüğümüz cisimler **ışın** modelleridir.

Işını resimlerde görüldüğü gibi bir çizgi çizerek gösterebiliriz. Işın tek bir yönde uzadığı için çizginin bir ucuna ok çizeriz.

→ Işının çizgi modeli



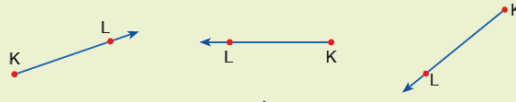
Başlangıç noktası belli olan bir ucundan istenildiği kadar uzatılabilen çizgi modellerine **ışın** adı verilir.

(Doğan vd., 2018)

5-MEB

Bilgi Kutusu

- Işın, başlangıç noktası sabit olup noktalardan oluşan ve bir yönde istenildiği kadar uzatılabilen düz bir çizgidir. Işının sadece boyu vardır ama ölçülemez.
- Işın, başlangıç noktası ve üzerindeki bir nokta kullanılarak isimlendirilir.



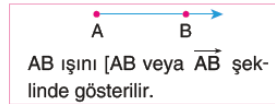
KL ışını sembolle [KL veya $\overrightarrow{KL}$ şeklinde gösterilir.

- Işınlara sembolle yazılırken önce başladığı noktanın sonra da uzadığı yöndeki herhangi bir noktanın yazıldığına ve başladığı noktanın soluna "[" sembolü konulduğuna dikkat ediniz.

(Cırıtcı vd., 2017)

5-TUNA

◆ Bir başlangıç noktasından belli bir yöne doğru sınırsız sayıda noktalardan oluşan düz çizgiye **ışın** denir. Işın bir ucunda sınırlı, diğer ucunda sınırsızdır. Işının başlangıç noktası belli, bitiş noktası ise belli değildir. Işınlara başlangıç noktası ve üzerinde bulunan bir noktanın adıyla isimlendirilir.



(Bilen, 2019)

Düzlem kavramın öğretimine ilk kez ilköğretim 4. sınıf düzeyinde başlanmaktadır. Bu bağlamda incelenen 4. sınıf ders kitaplarındaki düzlem kavramıyla ilgili tanım ve görseller tablo 11’de verilmiştir. 4-MEB ders kitabında kitap ve halı gibi yüzeyi düz olan ve top, su şişesi ve biber yüzeyi gibi düz olmayan nesne görselleri verilmiş ve bu farklılıktan yola çıkarak nesnelerden yüzeyi düz olanlar düzlem modeli olarak kabul edilmektedir. Bu bağlamda düz olan, kalınlığı olmayan ve sınırsız uzayabilen yüzeyler düzlem olarak tanımlanmaktadır. 4-ATA ders kitabında düzlem konusuna bir odanın taban ve tabanına dikkat çeken görsel ile giriş yapılmaktadır. Bu

doğrultuda istenilen büyüklük ve genişlikteki düz yüzeyler düzlem olarak adlandırılmaktadır.

Tablo 11. Düzlem kavramının ders kitaplarındaki ele alınışları

Ders Kitabı	Tanım ve İlgili Görsel
4-MEB	Serhan, aşağıdaki görsellerin yer aldığı kartları inceledi. Kartlardaki cisimlerin bazı özelliklerinin benzer olduğunu gözlemledi. Bu görselleri gruplamak istersek hangi özelliğe göre gruplama yapabileceğimizi düşünelim.  Hali, kitap, sınıf tahtası düz yüzeylidir. Ancak top, su şişesi ve biberin yüzeyi düz değildir. Yüzeyi düz olan nesneleri düzlem modeli olarak adlandırabiliriz. Sıranın üstü, okulun duvarı, dolabın kapağı, ayna düzlem örneği olarak verilebilir. Düzlem modelleri farklı boyutlarda olabilir. Bir halı, küçük bir odayı dolduracak büyüklükte olabileceği gibi bir futbol sahasını dolduracak büyüklükte de olabilir. Bilgi Bulutu: Düzlem modeli, sınırsız uzayabilen kalınlığı olmayan yüzeylerdir. Düzlem modelinin üzerinde yer alan şekiller ise düzlemsel şekil olarak adlandırılır. (Kayapınar vd., 2019)
4-ATA	 Esin, odasında dinlenirken odasının tabanına ve tavanına baktı. Odasının tabanı ile tavanındaki bazı benzerlikleri fark etti. Esin'in fark ettiği benzerlikler neler olabilir? Açıklayınız. İstenilen büyüklük ve genişlikte olabilen düz bölgelere, "düzlem" adı verilir. (Özçelik., 2018)

Özetle, nokta kavramına yönelik 3. sınıf kitapları doğrudan tanım vermemekte, daha ziyade kalemin kâğıtta bıraktığı izi nokta olarak ifade etmektedir. Bunun yanı sıra noktanın sembolik olarak isimlendirilmesine yer verilmektedir. Kitaplarda noktanın boyutsuz olduğu ile ilgili herhangi bir bilgi verilmediği gözlemlenmiştir. Tablo 12'den de görülebileceği üzere doğru, doğru parçası, ışın ve düzlem kavramlarının noktalar kümesinden (topluluğundan) oluştuğuna yönelik sınırlı sayıda bilgilendirme yapılmıştır. Örneğin yalnızca 5-MEB ve 5-TUNA doğru, doğru parçası ve ışın kavramını

noktalardan oluştuğunu belirtmiştir. Düzlem kavramının noktalardan oluştuğuyla ilgili herhangi bir bilgiye hiçbir kitapta yer verilmemiştir.

Tablo 12. Doğru, doğru parçası, ışın ve düzlem kavramlarının ders kitaplarında ele alınan özellikleri

Kavramların ele alınan özellikleri / Kavramlar	Doğru	Doğru parçası	Işın	Düzlem
Tanımda doğrudan ya da dolaylı olarak noktalar kümesi (topluluğu) ile ilgili bilgi verilmiştir.	5-MEB 5-TUNA	5-MEB 5-TUNA	5-MEB 5-TUNA	X
Kavramın doğrudan ya da dolaylı olarak düzlüğü veya doğrusallığı hakkında bilgi verilmiştir.	3-MEB-1 5-MEB 5-TUNA	3-MEB-1 5-MEB 5-TUNA	3-MEB-1 5-MEB 5-TUNA	4-MEB 4-ATA
Noktanın doğrudan ya da dolaylı olarak bir boyutta veya iki boyutta hareketi ile geometrik şekillerin oluştuğuna dair bilgi verilmiştir.	5-TUNA	5-TUNA	5-TUNA	X
Başlangıç veya bitişinin olup olmadığı hakkında bilgi verilmiştir.	3-MEB-1 3-MEB-2 3-ADA 5-MEB 5-TUNA	3-MEB-1 3-MEB-2 3-ADA 5-MEB 5-TUNA	3-MEB-1 3-MEB-2 3-ADA 5-MEB 5-TUNA	4-MEB 4-ATA
İlgili kavramın sembolik gösterimi hakkında bilgi verilmiştir.	5-TUNA 5-MEB	5-TUNA 5-MEB	5-MEB 5-TUNA	X
Tanımlamada başka temel geometrik kavramlardan yararlanılmıştır.	5-TUNA 5-MEB	3-MEB-1 3-ADA 5-MEB 5-TUNA	5-MEB 5-TUNA	X
Kavramın tanımlanmasında doğrudan geometrik gösterimi kullanılmıştır.	3-MEB-1 5-MEB 5-TUNA	3-MEB-1 5-MEB 5-TUNA	3-MEB-1 5-MEB 5-TUNA	X

Doğru, doğru parçası ve ışın kavramlarının doğrusallığına 5. sınıf kitaplarının tamamında ve 3-MEB-1’de yer aldığı görülmektedir. Bunun yanı sıra, doğru ve ışın

kavramlarının noktaların hareketi ile oluştuğu bilgisi 5-TUNA'da doğrudan verilmektedir. Aynı kitapta doğru parçasının tanımlanmasında doğru kavramından yararlanıldığından, dolaylı olarak doğru parçasının da noktanın hareketi ile oluştuğu sonucu çıkarılabilir. Doğru, doğru parçası ve ışın kavramlarının sembolik gösterimleri yalnızca 5. sınıf düzeyindeki kitaplarda yer almaktadır. Doğru ve ışın kavramlarının tanımlanmasında 5-TUNA ve 5-MEB'de nokta kavramından yararlanılırken, doğru parçasının tanımlanmasında 3-MEB-1, 3-ADA, 5-TUNA ve 5-MEB'de doğru kavramından yararlanılmaktadır. Düzlem kavramının tanımlanmasında herhangi bir geometrik kavramdan yararlanılmadığı bulunmuştur. Doğru, doğru parçası ve ışın kavramlarının tanımlanmasında 5. sınıf düzeyindeki kitaplarda doğrudan geometrik gösterimler verilirken 3. sınıf düzeyinde yalnızca 3-MEB-1'de yer verilmektedir. Düzlem kavramının gösteriminde ise ders kitaplarında herhangi bir geometrik veya sembolik gösterime yer verilmediğı bulunmuştur.

3. 2. Temel Geometrik Kavramların Matematiksel Çalışma Uzayı Kapsamında İncelenmesi ile Elde Edilen Bulgular

3. 2. 1. Semiyotik Oluşum

İlköğretim 3., 4. ve 5. sınıf matematik ders kitapları incelendiğinde gösterge ve görselleştirme bileşenlerinden meydana gelen semiyotik oluşum bağlamında temel geometrik kavramların ele alındığı görülmüştür. Bu bölümde, semiyotik oluşumun yer aldığı bölümlerin gösterge biçimine göre (resimsel gösterge, şematik gösterge gibi) tasvir edilmiştir.

3-MEB-1 de toplamda 4 tane semiyotik oluşum tespit edilmiştir. Semiyotik oluşumu örneklendirme adına ışın kavramına ait semiyotik oluşum görseli şekil 29'da verilmiştir. Şekilden de görüleceğı üzere, örnekte verilen resimler yardımı ile ışın kavramının gösterilmek istendiğı anlaşılmaktadır. Minare, örgü şişi, güneş ışınları, ucu açılmış kalem ve ok, ışın kavramı için bir görsel olarak verilmiştir. Semiyotik oluşumun göstergeleri yorumlama, üretme veya işaretleri anlamlandırma sürecini içermesi dolayısıyla görsel olarak kullanılan modeller yardımıyla ışın kavramının gösterilmesi, verilen bu örneğin matematik çalışma uzayı teorisine göre semiyotik oluşumu içerdiğini göstermektedir. Ayrıca ışın kavramının semiyotik oluşum açısından gösterildiğı bu

örnekte, resimsel gösterge biçimi kullanılmıştır. Işın kavramı resim ve model gibi görseller yardımıyla anlamlandırılmaya çalışıldığında, resimsel gösterge biçimi kullanılmış olunur. 3. sınıfa ait bu ders kitabında geometrideki temel kavramlar konusunda semiyotik oluşumun yer aldığı diğer tüm örneklerde de yalnızca resimsel gösterge biçimi kullanıldığı bulunmuştur.

2 Aşağıdaki ışın örneklerini inceleyelim.



Şekil 29. Işın kavramının semiyotik oluşum ile gösterimi (Genç vd., 2019)

3-MEB-2 de semiyotik oluşumun yer aldığı 4 tane örnek bulunmaktadır. Bu örneklerden biri şekil 30’da verilmiştir. Verilen örnek doğru parçası kavramı ile ilgili olup görselleştirme ve gösterge bileşenleri aracılığıyla oluşturulmuştur. Bu örnekte elektrik direği, floresan lamba ve merdiven korumalığı resimleri doğru parçası örneği olarak verilmektedir. Yani, verilen bu örnekte elektrik direği, floresan lamba ve merdiven korumalığı gibi resimlerden yararlanılarak doğru parçası kavramı resimsel gösterge biçimi ile gösterilmektedir. İlgili resimlerin verilmesindeki amaç dikey, yatay ve eğik doğru parçalarının somut olarak gösterilmesidir. Bu amaç doğrultusunda verilen görseller yardımıyla dikey, yatay ve eğik doğru parçaları gösterilmekte yani semiyotik oluşum kullanılarak doğru parçası örneklendirilmektedir. Çünkü semiyotik oluşum göstergeleri ve işaretleri anlamlandırma sürecidir.

1. Aşağıdaki görsellerde verilen yatay, dikey ve eğik doğru parçası modellerini inceleyelim. Görsellerin altlarına bu modellerin konumlarına uygun şekilde birer doğru parçası çizelim.



Şekil 30. Dikey, yatay ve eğik doğru parçası kavramlarının semiyotik oluşum ile gösterimi (Savaş vd., 2019)

3-ADA’da 5 tane semiyotik oluşumun yer aldığı örneğe rastlanmaktadır. Bu semiyotik oluşumlardan biri şekil 31’de verilmiştir. Verilen örnekte gösterge ve görselleştirme bileşenleri ilişkilendirilerek nokta kavramının semiyotik oluşum açısından örneklendirilmesi ay ve yıldız görselleriyle yapılmıştır. Ay ve yıldız resmi görselleştirme bileşenini, bu görseller ile nokta kavramının gösterilmeye çalışılması da gösterge bileşeni varlığını ortaya çıkarır. Yani ay ve yıldızlar ile nokta kavramının gösterilmesi semiyotik oluşum ile gerçekleşmektedir. Verilen örnekte ay ve yıldız görselleri kullanıldığı için semiyotik oluşumda kullanılan gösterge biçimi resimseldir.



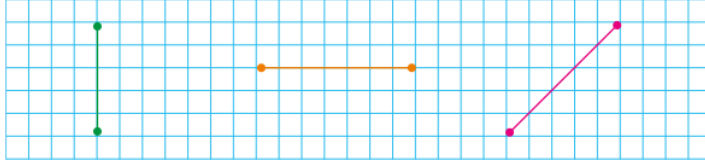
Şekil 31. Nokta kavramının semiyotik oluşum ile gösterimi (Doğan ve Gezmiş, 2019)

Aynı ders kitabında semiyotik oluşumun yer aldığı başka bir örnekte ise gösterge biçimi olarak şematik göstergeye yer verilmiştir (Şekil 32). Örneğin şekil 32’te düz çizgi modelleri yardımıyla şekil ve simgeler kullanılmış ve bu şekilde doğru parçası gösterilmiştir. Doğru parçasının anlamlı bir gösterge biçimiyle çizilen bu çizgiler bilişsel düzlemdeki görselleştirme bileşenine, bu görseller kullanılarak doğru parçasının

gösterilmesi ise epistemolojik düzlemdeki gösterge bileşenine aittir. Görselde (Şekil 32) şekil ve simge kullanılarak doğru parçasının gösterilmesi sebebiyle semiyotik oluşumda kullanılan gösterge biçimi şematik göstergedir.

ÖRNEK

Berna, kareli kâğıda bazı doğru parçası modelleri çizmiştir. Berna'nın çizdiği doğru parçası modellerinin duruşlarını ifade edelim.



Berna'nın çizdiği yeşil renkteki doğru parçası dik doğru modelidir. Turuncu renkli doğru parçası modeli yatay ve pembe renkli doğru parçası modeli eğik doğru modelidir.

Şekil 32. Dikey, yatay ve eğik doğru parçası kavramlarının semiyotik oluşum ile gösterimi (Doğan ve Gezmiş, 2019)

4-MEB’de düzlem modeli ile ilgili semiyotik oluşumda gerçekleşen 2 tane örneğe rastlanmaktadır. Semiyotik oluşumda gerçekleşen örneklerden bir tanesi şekil 33’te verilmiştir. Verilen görselde düzlem kavramının gösterimi, görselleştirme ve gösterge bileşenlerinin yer aldığı bir süreçten geçerek örneklendirilmektedir. Verilen örnekte gösterge ve görselleştirme bileşenleri ilişkilendirilerek düzlem modelinin semiyotik oluşum açısından örneklendirilmesi asansör ve çamaşır makinası görselleriyle yapılmaktadır. Asansör zemini ve çamaşır makinasının üst ve yan yüzey görseli görselleştirme bileşenini, bu görseller ile düzlem modelinin gösterilmeye çalışılması da gösterge bileşeninin varlığını ortaya çıkarmaktadır. Yani asansör zemini ve çamaşır makinasının üst ve yan yüzeylerine ait görseller ile düzlem modelinin gösterilmesi semiyotik oluşumda gerçekleşmektedir. Verilen örnekte asansör ve çamaşır makinası görselleri kullanıldığı için kullanılan gösterge biçimi resimseldir.

2 Aşağıda yer alan düzlem modellerini inceleyelim.



Asansör kabininin zemini düzlem modelidir. Ancak kabin içindeki arka, yan ve üst yüzeyler düzlem modeli değildir. Çünkü bu kısımlarda tutunma yerleri, düğmeler, lambalar bulunur.

Çamaşır makinesinin üst ve yan yüzeyleri düzlem modeline örnektir. Ancak ön yüzeyinde düğmeler ve kapak olduğu için bu kısım düzlem modeli değildir.



Düzlem Modeli	Düzlemsel Şekil
Tangram	Tangram parçaları
Buzdolabının kapağı	Kapağın üzerindeki düğmeler
Seramik döşenmiş duvar	Seramikler
Sınıf panosu	Pano üzerine asılan resimler

Şekil 33. Düzlem kavramının semiyotik oluşum ile gösterimi (Kayapınar vd., 2019)

Şekil 33'te verilen görsellerin altında düzlem modeli ve düzlemsel şekil başlıkları altında tablo oluşturulmuş ve başlıkların altına uygun örneklerin yazılması istenmektedir. Örneğin düzlem modeli başlığı altına tangram, düzlemsel şekil başlığı altına tangram parçaları yazılmaktadır. Bu örneğe bakıldığında görsel olarak bir tangram ya da bir tangram parçası yer almamasına rağmen verilen örnekler semiyotik oluşum olarak ele alınmaktadır. Çünkü tangram kavramı ifade edildiğinde zihninde görsel olarak canlanmaktadır. Aynı tabloda verilen buzdolabı kapağı, seramik döşenmiş duvar ve sınıf panosu örnekleri de zihninde görsel olarak canlandığından dolayı semiyotik oluşumun görselleştirme bileşeni içerisinde ele alınmaktadır.

Tangram, buzdolabı kapağı, seramik döşenmiş duvar ve sınıf panosu örnekleri görselleştirme bileşenini, bu örnekler ile düzlem modelinin gösterilmesi de gösterge bileşeninin varlığını ortaya çıkarmaktadır. Verilen bu örnekler ile düzlem modelinin gösterilmesi semiyotik oluşumda gerçekleşmektedir.

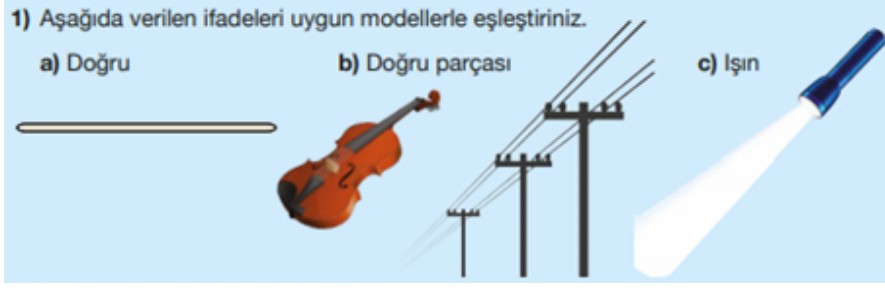
4-ATA'da düzlem kavramının semiyotik oluşumda yer aldığı 2 tane örneğe rastlanmaktadır. Semiyotik oluşumda gerçekleşen örneklerden biri şekil 34'te verilmekte ve bu örnekte düzlem modeli olan ve düzlem modeli olmayan nesnelere ait görseller semiyotik oluşumda ele alınmaktadır. İlgili görsel incelendiğinde odanın tabanı, tavanı ve camlar düzlem modeli olarak ifade edilmekte fakat bebekler, minderler ve saat düzlem modeli olarak ifade edilmemektedir. Örnekte gösterge ve görselleştirme

bileşenleri ilişkilendirilerek düzlem modelinin semiyotik oluşum açısından örneklendirilmesi, düz yüzeyli olan ve düz yüzeyli olmayan nesne görselleri ile sağlanmaktadır. Verilen nesne görselleri görselleştirme bileşenini, bu görseller ile düzlem modelinin gösterilmesi gösterge bileşenini ifade etmektedir. Yani şekil 34'teki örnek semiyotik oluşumda gerçekleşmektedir. Nesne görselleri kullanılarak düzlem modeli gösterildiğinde dolayı gösterge tipi resimseldir.



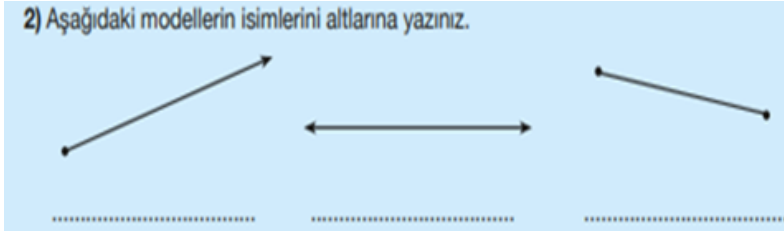
Şekil 34. Düzlem kavramının semiyotik oluşum ile gösterimi (Özçelik, 2018)

5-MEB'de 2 tane semiyotik oluşumun yer aldığı örnek tespit edilmektedir. Doğru, doğru parçası ve ışın kavramlarına ait semiyotik oluşum örneği şekil 35'de verilmektedir. Bu örnekten de görüleceği üzere, çubuk, gitar yayı, elektrik teli ve lambadan çıkan ışık görselleri kullanılarak doğru, doğru parçası ve ışın kavramlarının gösterilmesi amaçlanmaktadır. Çubuk, gitar yayı, elektrik telleri ve lambadan çıkan ışık görselleri görselleştirme bileşenini, bu görseller ile doğru, doğru parçası ve ışın kavramlarının gösterilmeye çalışılması da gösterge bileşeni varlığını ortaya çıkarmaktadır. Görselleştirme ve gösterge bileşenlerinin bir arada olduğu bu örnek semiyotik oluşumda gerçekleşmektedir. Çubuk, gitar yayı, elektrik telleri ve lambadan çıkan ışık görselleri kullanılarak bu kavramların gösterilmesinde resimsel gösterge kullanılmaktadır.



Şekil 35. Doğru, doğru parçası ve ışın kavramlarının semiyotik oluşum ile gösterimi (Cırıtcı vd., 2019)

Aynı ders kitabında semiyotik oluşumun yer aldığı başka bir örnekte ise gösterge biçimi olarak şematik göstergeye yer verilmektedir (Şekil 36). Örneğin şekil 36’da düz çizgi modelleri yardımıyla şekil ve simgeler kullanılmış ve bu şekilde doğru, doğru parçası ve ışın kavramları gösterilmektedir. Doğru, doğru parçası ve ışın kavramlarının gerçek geometrik gösterimler olarak çizgiler ile gösterimleri görselleştirme bileşenine, bu görseller kullanılarak ilgili kavramların gösterilmesi gösterge bileşenine örnektir. Görselleştirme ve gösterge bileşenlerinin birleştirildiği bu örnek semiyotik oluşumda gerçekleşmektedir. Gerçek geometrik gösterimler ile çizgilerin kullanıldığı bu gösterim şematik göstergeyi içermektedir.



Şekil 36. Doğru, doğru parçası ve ışın kavramlarının semiyotik oluşum ile gösterimi (Cırıtcı vd., 2019)

5-TUNA ders kitabında temel geometrik kavramlar konusuna semiyotik oluşumda yer alan dört örnek bulunmaktadır. Bu örneklerden biri şekil 37’de verilmekte ve üniteye bu örnek ile giriş yapılmaktadır. Trafik ortamının verildiği görselde yaya geçidi çizgileri doğru parçası kavramını, iki yolu birbirinden ayıran sürekli çizgi ise doğru kavramına örnek olarak verilmektedir. Verilen bu örnek doğru ve doğru parçası kavramları ile ilgili olup görselleştirme ve gösterge bileşenleri aracılığıyla oluşturulmaktadır. Örnekte verilen yaya geçidi çizgileri ve iki yolu birbirinden ayıran sürekli çizgi görseli görselleştirme bileşenine, bu görseller ile doğru ve doğru parçası

kavramlarının gösterilmesi gösterge bileşenine örnektir. Görselleştirme ve gösterge bileşenlerinin bir arada kullanılması semiyotik oluşumun varlığını göstermektedir. Örnekte görsel unsurlar kullanıldığından resimsel gösterge kullanılmaktadır.

Doğru, Doğru Parçası ve Işın

Aşağıdaki görselde yaya geçidindeki ve taşıt yolunu iki şeride ayıran kesik çizgiler doğru parçasına, taşıt yollarını birbirinden ayıran yolun ortasında ve kenarlarında bulunan sürekli çizgiler de doğruya birer örnektir.

Siz de çevrenizden doğru, doğru parçası ve ışına örnekler verebilir misiniz?

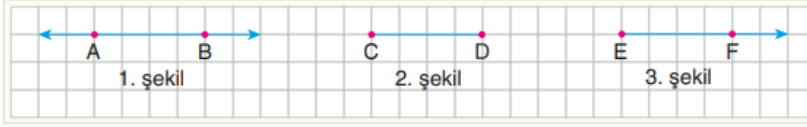


Şekil 37. Doğru ve doğru parçası kavramlarının semiyotik oluşum ile gösterimi (Bilen, 2019)

Aynı ders kitabında semiyotik oluşumun yer aldığı başka bir örnekte ise gösterge biçimi olarak şematik göstergeye yer verilmiştir (Şekil 38). Örneğin şekil 38’de gerçek geometrik gösterimler, simge ve semboller kullanılarak doğru, doğru parçası ve ışın kavramları verilmektedir. Örnekte verilen çizgi modelleri zihinde ilgili kavramları canlandırdığından dolayı görselleştirme bileşeninde gerçekleşmektedir. Çizgi modellerinin ilgili kavramları göstermesi de gösterge bileşeninin varlığını ortaya çıkarmaktadır. Dolayısıyla bu örnek görselleştirme ve gösterge bileşenlerinin bir arada olduğu semiyotik oluşumda gerçekleşmektedir. Şekil, simge ve semboller kullanılarak doğru parçasının gösterilmesi sebebiyle semiyotik oluşumda kullanılan gösterge biçimi şematik göstergedir.

ÖRNEK-2

Aşağıda kareli kâğıda çizilmiş şekillerin neler olduğunu belirleyelim. Bu şekillerin belirttiği geometrik modelleri sembollerle gösterelim.

**ÇÖZÜM**

1. şekil AB doğrusudur. Sembolle gösterimi $\overleftrightarrow{AB}$ veya $\overleftrightarrow{BA}$ şeklindedir.
2. şekil CD doğru parçasıdır. Sembolle gösterimi $\overline{CD}$ veya $\overline{DC}$ şeklindedir.
3. şekil EF ışınıdır. Sembolle gösterimi $\overrightarrow{EF}$ veya $\overrightarrow{FE}$ şeklindedir.

Şekil 38. Doğru, doğru parçası ve ışın kavramlarının semiyotik oluşum ile gösterimi (Bilen, 2019)

Tablo 13’de incelenen 3, 4 ve 5. sınıflara ait matematik ders kitaplarında temel geometrik kavramlar konusunda semiyotik oluşumda yer alan örneklerin sayısı verilmiştir. İncelenen toplam 7 ders kitabında temel geometrik kavramlarda semiyotik oluşumda gerçekleşen 25 örnek yer almaktadır. Sınıf düzeylerine göre bakıldığında 3.sınıf düzeyinde 15 örnek, 4.sınıf düzeyinde 4 örnek ve 5.sınıf düzeyinde 6 örnek semiyotik oluşumda gerçekleşmektedir. Her kitaptaki semiyotik oluşum yüzdeleri vermede kitaplar arasındaki karşılaştırma referans alınmıştır. Örneğin, belirlenen toplam 25 semiyotik oluşumun 4 tanesi 3-MEB-1 kitabında olup, belirlenen semiyotik oluşumların %16’sı 3-MEB-1 kitabına aittir.

Tablo 13. Semiyotik oluşumun incelenen kitaplara göre örnek sayısı dağılımı ve yüzdeleri

	Semiyotik Oluşum ve f (%)	Resimsel Gösterge	Şematik Gösterge	Nesnel Gösterge
3-MEB-1	4 (%16)	4	-	-
3-MEB-2	6 (%24)	6	-	-
3-ADA	5 (%20)	4	1	-
4-MEB	2 (%8)	2	-	-
4-ATA	2 (%8)	2	-	-
5-MEB	2 (%8)	1	1	-
5-TUNA	4 (%16)	2	2	-
TOPLAM	25 (%100)	20	5	0

3. 2. 2. S-E Düzlemi

S-E düzlemi semiyotik ve enstrümantal oluşumların birlikte kullanıldığı bir düzlemdir. İlköğretim 3, 4 ve 5. sınıf matematik ders kitaplarındaki temel geometrik kavramlar konusunda S-E düzlemine ait örneklerin yer aldığı görülmektedir. S-E düzleminin yer aldığı örneklerin bazılarında nesnel gösterge kullanılırken bazılarında ise şematik gösterge kullanıldığı dikkat çekmektedir. 3, 4 ve 5. Sınıf matematik ders kitaplarında yer alan S-E düzlemine ait örnekler aşağıda verilmiştir.

3-MEB-1 kitabında S-E düzlemine ait yalnızca bir örnek tespit edilmiştir (Şekil 39). Bilindiği üzere, semiyotik oluşum bilişsel düzlemdeki görselleştirme ve epistemolojik düzlemdeki gösterge bileşenlerinin birleşmesiyle oluşmaktadır. Fakat şekil 39 incelendiğinde herhangi bir görselleştirme ve bununla ilgili olarak bir kavram için doğrudan gösterge kullanılmadığı anlaşılmaktadır. Daha ziyade etkinlik için yönergeler verilmiş olup, bu yönergelerin takip edilmesi durumunda etkinliğin S-E düzleminde gerçekleştiği görülebilecektir.

Bu örnekte renkli elektrik bantları kullanılarak doğru parçası modellerinin oluşturulması hedeflenmektedir. Bu amaç doğrultusunda yönergede makas yardımıyla renkli elektrik bandından parçalar kesilmesi istenmektedir. Etkinlikte, artefakt olarak kullanılan renkli elektrik bandı yardımıyla bir doğru parçasının elde edilmesi amaçlanmaktadır. Elektrik bandı kullanılarak elde edilecek olan doğru parçası ile bir yapı oluşturulmuş olunur. Epistemolojik düzlemde yer alan artefakt bileşeni ile bilişsel düzlemde yer alan yapı bileşeninin birleşmesiyle yapılan bu etkinlik enstrümantal oluşumda yer almaktadır. Elektrik bantları ile elde edilecek olan parçalar, doğru parçasını göstermek amacıyla oluşturulmaktadır. Burada oluşturulacak olan enstrümanın görsel olarak doğru parçasını zihinde canlandırması amaçlanmaktadır. Yani bilişsel düzlemdeki görselleştirme bileşeninde zihinde canlandırma işlemi gerçekleşir ve bu şekilde doğru parçası kavramının gösterilmesi sağlanır. Elde edilecek olan enstrüman doğru parçasını göstereceği için epistemolojik düzlemdeki gösterge bileşeninde gerçekleşmiş olur. Bu doğrultuda ilgili etkinliğin semiyotik oluşumda gerçekleştiği söylenebilir ve etkinlikte enstrümantal oluşum ve semiyotik oluşum birlikte yer aldığı için S-E düzleminde çalışılmış olunur. Elektrik bantları ile doğru parçasının oluşturulması amaçlanan bu örnekte kullanılması hedeflenen gösterge çeşidi nesnel göstergedir.



ETKİNLİK



Araç Gereç: Renkli elektrik bandı, makas

- Sıranızın üzerini boşaltınız.
- Elektrik bandınızdan çeşitli uzunluklarda bant parçaları kesiniz.
- Kestiğiniz bant parçalarını sıranızın üzerine yapıştırarak bir ev resmi oluşturunuz.
- Oluşturduğunuz ev resminde kullandığınız bant parçalarının her birinin konumlarını inceleyiniz.
- Kullandığınız bant parçalarının konumları hakkında ne söyleyebilirsiniz?

Şekil 39. Doğru parçası kavramının S-E düzleminde gösterimi (Savaş vd., 2019)

3-MEB-2 kitabında yalnızca bir tane S-E düzlemine ait örnek yer almaktadır (Şekil 40). Bu örneğin semiyotik oluşum kısmında doğru parçası kavramı ile ilgili herhangi bir görselleştirme ve bununla bağlantılı olarak bir göstergenin doğrudan yer almadığı görülmektedir. Çünkü yönergede etkinliğin nasıl yapılması gerektiği ifade edilmektedir. Bu örnekteki yönergelerin takip edilmesi sonucu semiyotik oluşumun ön plana çıkmasıyla birlikte, etkinliğin S-E düzleminde gerçekleştiği anlaşılmaktadır.

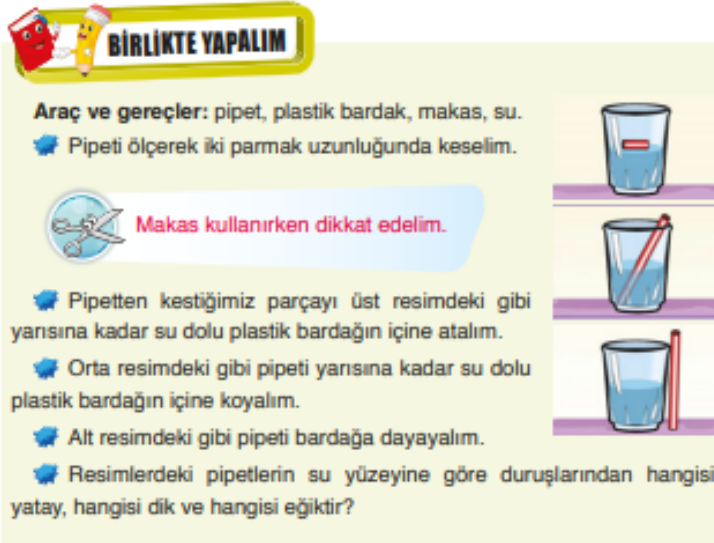
Şekil 40'daki örnekte iki nokta verilerek bu iki noktanın cetvel yardımıyla birleştirilmesi ile doğru parçası modelinin oluşturulması amaçlanmaktadır. Bu amaç doğrultusunda iki nokta arasına çizgi çizilerek bir doğru parçası modeli oluşturulması istenmektedir. Etkinlikte kullanılan cetvel bir artefaktır ve cetvel kullanılarak elde edilen çizgi yapı bileşenini varlığını ortaya çıkarmaktadır. Epistemolojik düzlemde yer alan artefakt bileşeni ile bilişsel düzlemde yer alan yapı bileşeninin birleşmesiyle yapılan bu etkinlik enstrümantal oluşumda gerçekleşmektedir. Cetvel kullanılarak elde edilen çizgi modeli ile doğru parçasının gösterimi amaçlanmaktadır. Bu sayede oluşturulacak olan enstrümanın görsel olarak doğru parçasını zihinde canlandırması beklenmektedir. Yani bilişsel düzlemdeki görselleştirme bileşeninde zihinde canlandırma işlemi gerçekleşir ve bu şekilde doğru parçasının gösterilmesi gösterge bileşeninin varlığını ortaya çıkarır. Bu doğrultuda ilgili etkinliğin semiyotik oluşumda gerçekleştiği söylenebilir ve etkinlikte enstrümantal oluşum ve semiyotik oluşum birlikte yer aldığından S-E düzleminde çalışılmış olunur. Ayrıca doğru parçası modelinin gerçek geometrik gösterimler ile yapıldığı bu örnekte şematik gösterge kullanılmaktadır.

7 Aşağıdaki noktaları cetvel kullanarak birleştirelim.

Oluşan bu çizgi, bir doğru parçasıdır.

Şekil 40. Doğru parçası kavramının S-E düzleminde gösterimi (Genç vd., 2019)

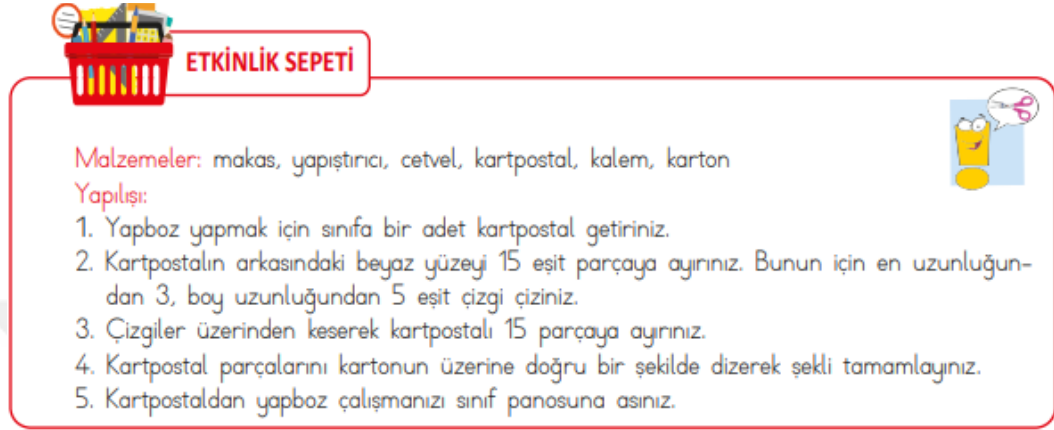
3-ADA ders kitabı incelendiğinde de S-E düzlemine ait bir örneğe rastlanmaktadır (Şekil 41). Verilen bu örnekte pipet, plastik bardak, makas ve su kullanılarak bir etkinlik yapılması ve etkinlik sonunda dikey, yatay ve eğik doğru parçalarının oluşturulması amaçlanmaktadır. Bu amaç doğrultusunda pipetten bir parça kesilip su dolu bardağın içine atılarak yüzmesi sağlanmaktadır. İkinci olarak başka bir su dolu bardağın içine pipet kesilmeden atılmakta ve son olarak başka bir bardağa pipetin dıştan dayandırılması sağlanmaktadır. Etkinlikte kullanılan pipet, su, plastik bardak ve makas birer artefaktır ve bu materyaller kullanılarak elde edilen düzenekler ile birer yapı oluşturulmaktadır. Yani epistemolojik düzlemde yer alan artefakt bileşeni ile bilişsel düzlemde yer alan yapı bileşeninin birleşmesiyle yapılan bu etkinlik enstrümantal oluşumda yer almaktadır. Bu sayede burada oluşturulacak olan enstrümanın görsel olarak dikey, yatay ve eğik doğru parçalarının zihinde canlandırması hedeflenmektedir. Yani bilişsel düzlemdeki görselleştirme bileşeninde zihinde canlandırma işlemi gerçekleşir ve bu şekilde dikey, yatay ve eğik doğru parçalarının gösterilmesi sağlanır. Elde edilecek olan enstrüman dikey, yatay ve eğik doğru parçalarını göstererek epistemolojik düzlemdeki gösterge bileşeninde gerçekleşmiş olur ve semiyotik oluşumun varlığı ortaya çıkmaktadır. Bu doğrultuda semiyotik oluşum ve enstrümantal oluşumun birlikte yer aldığı bu örnek S-E düzleminde gerçekleşmiş olur. Pipet, plastik bardak ve makas gibi somut materyallerin kullanıldığı bu etkinlikte gösterge biçimi olarak nesnel gösterge kullanılmaktadır.



Şekil 41. Yatay, eğik ve dikey doğru parçalarının S-E düzleminde gösterimi (Doğan ve Gezmiş, 2018)

4. sınıf matematik ders kitapları incelendiğinde temel geometrik kavramlardan düzleme ait yalnızca bir kitapta (4-MEB) S-E düzlemine ait bir örnek olduğu görülmektedir (Şekil 42). Verilen bu örnekte makas, yapıştırıcı, cetvel, kartpostal, kalem ve karton kullanarak bir etkinlik yapılması amaçlanmaktadır. Bu etkinlikte S-E düzleminde gerçekleşmesine rağmen şekil 39’da olduğu gibi semiyotik oluşum kısmında düzlem modeli kavramı için gösterge bileşeni ile görselleştirme bileşenlerinin kullanılmadığı görülmektedir. İlgili örnekte etkinlik için yönergeler verilmekte ve bu yönergelerin takip edilmesi durumunda semiyotik oluşumun varlığı ortaya çıkarılarak etkinliğin S-E düzleminde gerçekleştiği görülebilmektedir. Bu örnekte makas, yapıştırıcı, cetvel, kartpostal, kalem ve karton kullanarak bir düzlem modeli oluşturulması hedeflenmektedir. Etkinlikte kullanılan makas, yapıştırıcı, cetvel, kartpostal, kalem ve karton birer artefaktır ve bu artefaktlar yardımıyla kartpostaldan kesilen parçalar ile bir düzlem modeli oluşturulması istenmektedir. Kartpostaldan kesilerek elde edilen parçaların yapıştırıcı kullanılarak birleştirilmesiyle oluşan şekil bilişsel düzlemde yer alan yapı bileşeninde gerçekleşir. Artefakt olan kartpostal, makas, yapıştırıcı, cetvel, kalem ve karton ile düzlem modeli olan yapının birleştiği bu etkinlik enstrümantal oluşumda yer almaktadır. Kartpostaldan parçalar kesilip tekrar birleştirilmesindeki amaç görsel olarak zihinde düzlem modelini canlandırmaktadır. Yani kartpostaldan elde edilen parçaların görsel olarak zihinde algılanması bilişsel düzlemdeki görselleştirme ve bu görselin düzlem modelini göstermek için yapılmış olması gösterge bileşenlerinin kullanıldığını göstermektedir. Bu doğrultuda ilgili

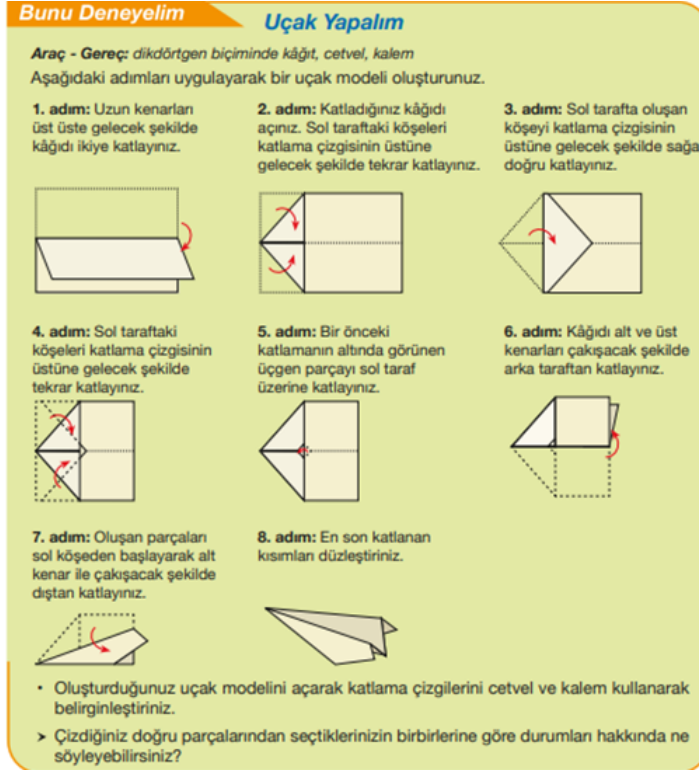
etkinliğin semiyotik oluşumda gerçekleştiği söylenebilir. Enstrümantal oluşum ve semiyotik oluşumun birlikte yer aldığı bu etkinliğin S-E düzleminde gerçekleştiği söylenebilir. Bu etkinlikte kartpostalardan elde edilen parçalar ile çalışıldığından kullanılması hedeflenen gösterge biçimi nesnel göstergedir.



Şekil 42. Düzlem modeli etkinliğinin S-E düzleminde gösterimi (Kayapınar vd., 2019)

5. sınıf matematik ders kitapları incelendiğinde 5-MEB ders kitabında S-E düzleminde gerçekleşen 2 örneğe rastlanmaktadır. Bu örneklerden birinde kâğıt, cetvel ve kalem kullanıp belirli adımları takip ederek bir uçak yapılması istenen bir etkinlik yer almaktadır (Şekil 43). Etkinliğin yapılmasındaki amaç uçak üzerinde doğru parçaları modeli elde etmektir. Bunun için kâğıdın katlama çizgilerinin kalem yardımı ile belirginleştirilmesi istenmekte ve belirginleşen katlama çizgilerinden doğru parçası çeşitlerinin görülmesi beklenmektedir. Bu etkinlikte somut materyal olarak kullanılan kâğıt, cetvel ve kalem birer artefaktır ve bu artefaktlar kullanılarak elde edilen uçak ve üzerindeki kalem ile belirginleşen katlama çizgileri birer yapıdır. Epistemolojik düzlemde yer alan artefakt bileşeni ile bilişsel düzlemde yer alan yapı bileşeninin bir arada olduğu bu etkinlik enstrümantal oluşumda gerçekleşmektedir. Etkinlikte oluşturulan uçak üzerindeki katlama çizgileri belirginleştirilerek yatay, dikey ve eğik çizgiler ortaya çıkmaktadır. Yani ortaya çıkan farklı çizgi modelleri görsel olarak zihinde doğru parçası modellerini canlandırmaktadır. Bu durum bilişsel düzlemdeki görselleştirme bileşeniyle ilgilidir. Aynı zamanda yatay, dikey ve eğik çizgilere ait görseller doğru parçalarını göstermekte olduğundan epistemolojik düzlemdeki gösterge bileşeninin varlığı ortaya çıkar. Böylelikle görselleştirme ve gösterge bileşenlerinin birlikte yer aldığı bu örnekte semiyotik oluşum ortaya çıkmaktadır. Yani bu etkinlikte

semiyotik oluşum ve enstrümantal oluşumun birlikte yer aldığından S-E düzleminde çalışılmaktadır. Kâğıttan yani bir nesneden yararlanarak bir model elde edilen bu etkinlikte nesnel gösterge kullanılmaktadır.



Şekil 43. Doğru parçası ve doğru parçalarının birbirine göre durumlarının S-E düzleminde gösterimi (Cırıtcı vd., 2017)

Tablo 14’de 3, 4 ve 5. sınıflara ait matematik ders kitaplarında temel geometrik kavramlar konusunda S-E düzleminde yer alan örneklerin sayısı, yüzdeleri ve kullanılan gösterge çeşidi verilmektedir. İncelenen ders kitabında S-E düzlemi yer almıyorsa ilgili hücreye "-" yerleştirilmiştir. Tablodaki verilere göre ilgili ders kitaplarındaki temel geometrik kavramlar konusunda S-E düzlemine ait 6 örnek yer almaktadır. Tabloya göre semiyotik oluşumda en fazla örneğe sahip olan ders kitabı 5-MEB matematik ders kitabıdır ve bu kitaptaki örnek sayısı 2 (%33,3)’dir. 4-ATA ve 5-TUNA matematik ders kitaplarında S-E düzlemine ait örnek yer almamaktadır. Aynı zamanda S-E düzleminde gerçekleşen örneklerde resimsel gösterge tipi kullanılmadığı göze çarpmaktadır.

Tablo 14. S-E düzleminin incelenen kitaplara göre örnek sayısı dağılımı ve yüzdeleri

S-E Düzlemi ve Yüzdeleri (%)		Resimsel Gösterge	Şematik Gösterge	Nesnel Gösterge
3-MEB-1	1 (%16,6)	-	1	-
3-MEB-2	1 (%16,6)	-	-	1
3-ADA	1 (%16,6)	-	-	1
4-MEB	1 (%16,6)	-	-	1
4-ATA	-	-	-	-
5-MEB	2 (%33,3)	-	1	1
5-TUNA	-	-	-	-
TOPLAM	6 (%100)	-	2	4

3. 2. 3. S-S Düzlemi

S-S düzlemi semiyotik ve söylemsel oluşumların bir arada kullanıldığı düzlemdir. 3, 4 ve 5.sınıf ders kitapları incelendiğinde tüm ders kitaplarında temel geometrik kavramlar konusunda S-S düzleminin yer aldığı örnekler belirlenmiştir. Ders kitaplarında yer alan S-S düzlemine ait bölümlerin bazılarında resimsel gösterge bazılarında ise şematik gösterge kullanıldığı görülmektedir.

3-MEB-2 ders kitabında S-S düzlemine ait altı örneğe yer verilmiştir. Şekil 44’de tren rayı, elektrik telleri ve yolların olduğu 3 tane görsel ve bu görsellerin altında yer alan doğru modelleri S-S düzlemine verilen örneklerden birisidir. Verilen üç görsel zihinde doğru kavramını canlandırmaktadır. Tren rayları, elektrik telleri ve yolların zihinde oluşturduğu doğru görseli bilişsel düzlemdeki görselleştirme bileşeni ile ilgilidir. Bu görsellerin verilme amacı zihinde mevcut olan doğru kavramını dış dünyada yansıması olan nesnelerle göstermektir. Bu sayede zihinde var olan doğru kavramı somutlaştırılarak belirli işaret ve semboller ile gösterilmekte ve dolayısıyla epistemolojik düzlemdeki gösterge bileşeninde çalışılmaktadır. Görselleştirme bileşeni ile gösterge bileşenlerinin bir arada olduğu oluşum semiyotik oluşumdur.

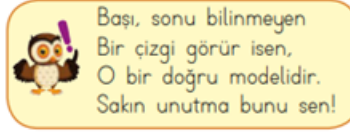
Şekil 44’de ki örnekte doğru kavramının başının ve sonunun belli olmaması ile ilgili matematiksel bir bilgi yer almaktadır. Matematiksel bilgilerin, tanım ve teoremlerin tamamı epistemolojik düzlemdeki teorik referans sistemi ile ilgilidir. Verilen örnekte doğru kavramı ile ilgili matematiksel bilgi yol, tren rayı ve elektrik

telleri gibi görseller ile desteklenmesiyle gözleme dayalı bir durum ortaya çıkmaktadır. Dolayısıyla doğru kavramıyla ilgili matematiksel bilgilerin yer aldığı teorik referans sistemi bileşeni ile bu bilgilerin görsellerle desteklenmesiyle zihinsel deneyim ortaya çıktığından söylemsel oluşumdan bahsedilebilir. Örnekte semiyotik oluşum ve söylemsel oluşum birlikte yer aldığı için S-S düzleminde çalışılmış olunur. Örnekte doğru kavramının gösterimi için tren rayı, elektrik teli ve yol görselleri kullanıldığından gösterge biçimi resimseldir.

Aşağıdaki görsellerde bulunan çizgi modellerinin özelliklerine ve ne tür bir çizgi modeli olduklarına bakalım.



Tren rayı, elektrik telleri ve yolların başı ve sonu belli değildir. Bunlar gibi başı ve sonu belli olmayan çizgi modelleri birer **doğru** modelidir.



Başı, sonu bilinmeyen
Bir çizgi görür isen,
O bir doğru modelidir.
Sakin unutma bunu sen!

Şekil 44. Doğru kavramının S-S düzleminde gösterimi (Savaş vd., 2019)

3-ADA ders kitabında da S-S düzleminde gerçekleşen dört örneğe rastlanmaktadır. Şekil 45’de verilen A, E, C ve M nokta modellerinin yer aldığı örnek S-S düzleminde gerçekleşen bir örnektir. Bu örnekteki işaret ve semboller kullanılarak zihinde nokta kavramını canlandırması görselleştirme bileşeni ile ilgilidir. Çünkü bu modeller kullanılarak nokta kavramının gösterimi yapılmaktadır. Yani bilişsel düzlemdeki görselleştirme bileşeninden başlanarak epistemolojik düzlemdeki gösterge bileşenine doğru geçiş sağlanmakta ve semiyotik oluşumda çalışılmaktadır. Aynı örnekteki geometrik şeklin köşelerine nokta modellerinin yerleştirildiği görsel de semiyotik oluşumun gerçekleştiği bir örnektir.

Matematikte her noktaya bir isim verilir.



Yukarıda gösterilen nokta modelleri sembolle gösterilip isimlendirilmiştir.

Noktayı isimlendirirken alfabemizdeki büyük harfleri kullanınız.

Aşağıdaki geometrik şeklin köşelerine birer nokta koyulmuş ve bu noktalar isimlendirilmiştir.



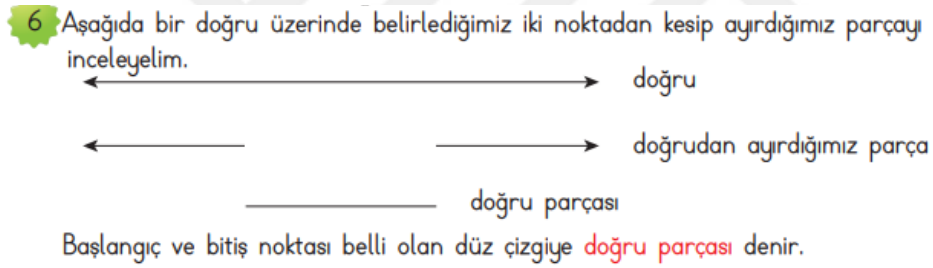
Şekil 45. Nokta kavramının S-S düzleminde gösterimi (Doğan ve Gezmiş, 2018)

Nokta kavramı tanımsız bir kavram olduğundan dolayı şekil 45’de noktanın isimlendirilmesiyle ilgili yer alan özellikler epistemolojik düzlemdeki teorik referans sisteminin varlığını ortaya çıkarmaktadır. İlgili örnekte sadece matematiksel bilgiler verilmemiş aynı zamanda verilen bu bilgiler nokta modellerine ait görsellerle desteklenmiştir. Yani verilen görseller ve matematiksel tanımlar birbiri ile bağlantılı olarak verilmektedir. Örneğin noktalara isim verilmesi ve isimlendirmenin alfabedeki büyük harfler ile yapılması matematiksel bir bilgidir. Bu durum, verilen görseller ile desteklenerek matematiksel bilgilerin ön plana çıkarılması sağlanmaktadır. Nokta kavramıyla ilgili doğrudan bir ispat söz konusu değildir fakat verilen görseller ile zihinsel bir deneyim sağlandığından söylemsel oluşumun varlığından bahsedilebilir. Bu örnekte semiyotik oluşum ve söylemsel oluşum birlikte yer aldığı için S-S düzleminde çalışılmaktadır. S-S düzleminin gerçekleştiği bu örnekte nokta kavramıyla ilgili gerçek geometrik gösterimler yer aldığından gösterge biçimi olarak şematik gösterge kullanılmıştır.

3-MEB-1 ders kitabında S-S düzleminde yer alan yedi örneğe rastlanmaktadır. Şekil 46’da daha önce öğrenilen doğru kavramına ait çizgi modelinden yararlanarak doğru parçasının elde edilmesinin yer aldığı örnek S-E düzleminde gerçekleşmektedir. Bu bağlamda doğru kavramını gösteren çizgi görseli verilmiş ve bu çizginin sağından ve solundan parçalar ayrılarak bir yeni bir parça elde edilmektedir. Elde edilen çizgi, zihinde doğru parçasını canlandırdığında bilişsel düzlemdeki görselleştirme bileşeninde gerçekleşmektedir. Doğru modelinden elde edilen çizgi, doğru parçası kavramını göstermektedir. Yani bu durum gösterge bileşeninin varlığını ortaya çıkarmaktadır. Bu

bağlamda görselleştirme ve gösterge bileşenlerinin birleştiği bu örnek semiyotik oluşumda gerçekleşmektedir.

Doğru gösteriminden doğru parçası çizgisinin elde edildiği görselin altında doğru parçasının başlangıç ve bitiş noktasının olması ve düz olmasıyla ilgili bir matematiksel bilgi yer almaktadır. Örnekte yer alan matematiksel bilgi epistemolojik düzlemdeki teorik referans sistemi bileşeniyle ilgilidir. Bu matematiksel bilgi doğru kavramından doğru parçası kavramı elde edilen görsel ile desteklenir niteliktedir. Çünkü doğru sonsuza gitmekte fakat doğrunun içinden alınan doğru parçası kavramının başlangıç ve bitiş noktası bellidir. Yani matematiksel bilgi ilgili görsel ile desteklenmekte yani zihinsel bir deneyim sağlanmaktadır. Doğrudan bir ispat olmamasına rağmen teorik referans sistemi zihinsel bir deneyim ile desteklendiğinden bu oluşum söylemsel oluşum olarak kabul edilmektedir. Verilen bilgilere göre semiyotik oluşum ve söylemsel oluşumun birlikte yer aldığı şekil 46'daki bu örnek S-S düzleminde gerçekleşmektedir.



Şekil 46. Doğru parçası kavramının S-S düzleminde gösterimi (Genç vd., 2019)

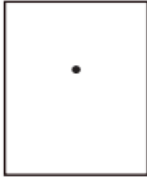
Aynı ders kitabında S-S düzleminde gerçekleşen diğer bir örnek şekil 47'de verilmektedir. Verilen örnekte kalemin kâğıtta bıraktığı iz, gökyüzündeki yıldızlar ve su damlalarının yer aldığı üç görsel nokta kavramını modellemek için kullanılmaktadır. Bu görsellerde yer alan unsurlar zihinde nokta kavramının canlanmasını sağladıklarından bilişsel düzlemdeki görselleştirme bileşeninde gerçekleşmektedir. Kalemin kâğıtta bıraktığı iz, gökyüzündeki yıldızlar ve yağmur damlalarının örnekte verilmesindeki amaç nokta kavramının göstermek olduğundan epistemolojik düzlemdeki gösterge bileşeninde gerçekleşmektedir. Bu durumda verilen nokta modelleri görselleştirme ve gösterge bileşenlerinin birlikte kullanıldığı semiyotik oluşumda gerçekleşmiş olur.

Şekil 47'de ilgili görsellerin üzerinde nokta kavramı ile ilgili matematiksel bilgiler yer almaktadır. Nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve düzlem gibi kavramlar geometrideki tanımsız kavramlardır. Fakat doğru, doğru parçası, ışın ve düzlem

kavramları için nokta kavramı kullanılarak tanımlanma çabaları vardır. Fakat nokta kavramı ile ilgili olarak tanım yapılamadığından dolayı sezgisel olarak açıklanmaya çalışılmaktadır. Bu nedenle şekil 47’de yer alan bilgiler nokta kavramını sezdirmek için verildiğinden matematiksel bilgi olarak kabul edilebilmektedir. Burada kalemin ucunun kâğıtta bıraktığı izin nokta olduğu bilgisi verildiğinden epistemolojik düzlemdeki teorik referans sisteminde çalışılmış olunur. Kalemin kâğıtta bıraktığı iz nokta kavramı olarak verilmekte ve aynı zamanda bu durum görsel ile desteklenmektedir. Bu durum zihinsel bir deneyim olarak kabul edilmekte ve teorik referans sistemi bileşeni ile bir arada verildiğinden söylemsel oluşumun varlığından bahsedilebilir. Dolayısıyla semiyotik ve söylemsel oluşumun birlikte yer aldığı bu örnek S-S düzleminde gerçekleşmektedir. Bu örnekte kalemin kâğıtta bıraktığı iz, gökyüzündeki yıldızlar ve yağmur damlalarına ait görseller kullanıldığından gösterge biçimi resimseldir.



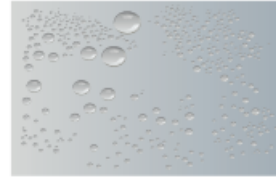
Kalemin ucunu kâğıda dokundurduğumuzda bıraktığı ize **nokta** denir. Tebeşirin tahtadaki izi, bir kum tanesi, toz şekerinin tanesi, tuz tanesi, su damlası, gökyüzündeki yıldızlar, geometrik cisimlerin köşeleri, iğnenin ve çivinin bıraktığı izler birer nokta modelidir.



Kalemin kâğıttaki izi



Gökyüzündeki yıldızlar



Su damlaları

Şekil 47. Nokta kavramının S-S düzleminde gösterimi (Genç vd., 2019)

4-MEB ders kitabında S-S düzleminde gerçekleşen 1 örneğe rastlanılmaktadır (Şekil 48). Bu örnekte top, su şişesi, kitap yüzeyi, halı ve sınıf tahtası gibi yüzeyi düz olan ve yüzeyi düz olmayan nesne görselleri bir arada verilmiştir. Yüzeyi düz olan nesneler düzlem modeli olarak ele alınırken, yüzeyi düz olmayan nesneler ise düzlem modeli olarak ele alınmamaktadır. Kitap yüzeyi, halı ve sınıf tahtası görselleri ile zihinde düzlem modeli kavramı canlandırmakta fakat top, su şişesi ve biber yüzeyi zihinde düzlem modelini canlandırmamaktadır. Kitap yüzeyi, halı ve sınıf tahtası zihinde düzlem modelini canlandırması bilişsel düzlemdeki görselleştirme bileşeni ile ilgilidir. Şekil 48’deki görsellerin verilmesindeki asıl amaç düzlem olan ve düzlem

olmayan modelleri göstermektedir. Yani görsellerin verilme amacı zihinde var olan düzlem modelini dış dünyada yansıması olan modeller ile gösterimini sağlamak olduğundan epistemolojik düzlemdeki gösterge bileşeninde çalışılmış olunur. Bu sayede düzlem olan ve düzlem olmayan modellerin verildiği bu görseller semiyotik oluşumda gerçekleşmiş olur.

Bu örnekte verilen görsellerin ardından düzlem modeli kavramının düz olması, kalınlığının olmadığı ve farklı boyutlarda olabileceği gibi matematiksel bilgiler yer almaktadır. Düzlem modeli ile ilgili matematiksel bilgilerin yer aldığı kısım epistemolojik düzlemdeki teorik referans sistemi bileşeninde yer almaktadır. Teorik referans sisteminde yer alan matematiksel bilgiler örnekler yardımıyla desteklenmektedir. Örneğin düzlem modelinin düz olması gerektiği bilgisi sıranın yüzeyi, dolabın kapağı gibi düz yüzeyli örnekler verilerek, düzlemin farklı boyutlarda olabileceği halı ve futbol sahası gibi farklı boyutlarda düzlem modeli örnekleri verilerek desteklenmektedir. Burada teorik referans sisteminin yanında bilişsel düzlemdeki ispatlama bileşeni doğrudan yer almamaktadır. Fakat teorik referans sistemi ilgili görseller ile zihinsel deneyim sağladığından söylemsel oluşumda çalışıldığı söylenebilir. Aynı zamanda semiyotik oluşumun yer aldığı bu örnek S-S düzleminde gerçekleşir. Düzlem kavramının gösteriminde kitap, halı ve tahta gibi görseller kullanıldığından bu örnekte resimsel gösterge kullanılmıştır.

1 Serhan, aşağıdaki görsellerin yer aldığı kartları inceledi. Kartlardaki cisimlerin bazı özelliklerinin benzer olduğunu gözlemledi.
Bu görselleri gruplamak istersek hangi özelliğe göre gruplama yapabileceğimizi düşünelim.



Halı, kitap, sınıf tahtası düz yüzeylidir. Ancak top, su şişesi ve biberin yüzeyi düz değildir. Yüzeyi düz olan nesneleri **düzlem modeli** olarak adlandırabiliriz.

Sıranın üstü, okulun duvarı, dolabın kapağı, ayna düzlem örneği olarak verilebilir.
Düzlem modelleri farklı boyutlarda olabilir. Bir halı, küçük bir odayı dolduracak büyüklükte olabileceği gibi bir futbol sahasını dolduracak büyüklükte de olabilir.

Bilgi Bulutu:
Düzlem modeli, sınırsız uzayabilen kalınlığı olmayan yüzeylerdir.
Düzlem modelinin üzerinde yer alan şekiller ise düzlemsel şekil olarak adlandırılır.

Şekil 48. Düzlem kavramının S-S düzleminde gösterimi (Kayapınar vd., 2019)

Düzlem konusunun yer aldığı 4-ATA ders kitabında da S-E düzleminde gerçekleşen 1 örnek vardır (Şekil 49). Bir odanın içerisinde bazı nesnelerin bulunduğu örnekte taban ve tavanın benzer özelliklerinin bulunması istenmektedir. Yani Şekil 49’da olduğu gibi bu örnekte de düz olan nesnelerin bulunması ve bu nesnelerden yola çıkarak düzlem modeli kavramının gösterilmesi hedeflenmektedir. Örnekteki odanın tabanı ve tavanı zihinde düzlem modelini canlandırmakta yani bilişsel düzlemdeki görselleştirme bileşeninde gerçekleşmektedir. Odanın taban ve tavanının verilmesi ve bunların benzer özelliklerinin bulunmasının istenmesindeki amaç düzlem modeli kavramının göstermektir. Düzlem modeli kavramının gösterilmesi epistemolojik düzlemdeki gösterge bileşeninde gerçekleşmektedir. Görselleştirme ve gösterge bileşenlerinin bir arada olduğu bu örnek semiyotik oluşumda gerçekleşmektedir.

Bu örnekte düzlem kavramının istenilen büyüklük ve genişlikte olan düz bölge olmasıyla ilgili matematiksel bir bilgi yer almaktadır. Bu matematiksel bilginin yer aldığı kısım epistemolojik düzlemdeki teorik referans sistemi bileşeninde gerçekleşmektedir. Düzlem modelinin düz olmasıyla ilgili verilen bilgi aynı örnekte yer alan taban ve tavan gibi düz olan görseller ile desteklenmekte olduğundan zihinsel bir deneyim gerçekleşmektedir. Bu durumda bilişsel düzlemdeki ispatlama sistemi örnekte yer almamasına rağmen matematiksel bilgi gözleme dayalı gerçekleştiğinde söylemsel oluşumdan bahsedilir. Örnek genel olarak incelendiğinde hem semiyotik hem de söylemsel oluşum bir arada ve birbiri ile ilişki içerisinde. Zihin dünyasında var olan matematiksel olarak da tanımlı yapılan bu kavramların ilgili görselde somut nesnelerle aktarımı semiyotik oluşum çerçevesinde değerlendirilir. Bu iki oluşumun bir arada olduğu düzlem S-S düzlemidir. S-S düzleminde gerçekleşen bu örnekte taban ve tavan gibi görseller kullanıldığından gösterge biçimi resimsel göstergedir.



Esin, odasında dinlenirken odasının tabanına ve tavanına baktı. Odasının tabanı ile tavanındaki bazı benzerlikleri fark etti. Esin'in fark ettiği benzerlikler neler olabilir? Açıklayınız.

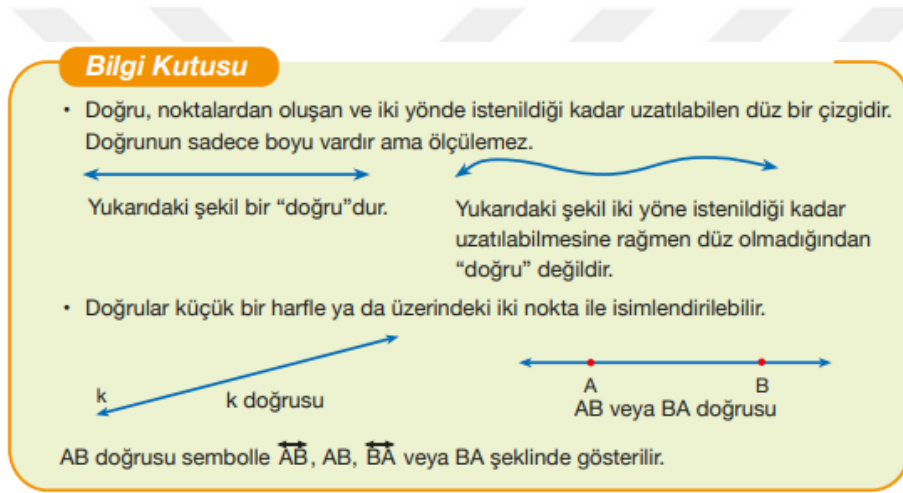
İstenilen büyüklük ve genişlikte olabilen düz bölgelere, "düzlem" adı verilir.

Şekil 49. Düzlem kavramının S-S düzleminde gösterimi (Özçelik, 2018)

5-MEB ders kitabı temel geometrik kavramlar açısından incelendiğinde S-S düzleminde 6 örneğin yer aldığı görülmekte ve bu örneklerin bir tanesinde resimsel ve şematik gösterge birlikte kullanılırken diğer beş örnekte şematik gösterge kullanıldığı göze çarpmaktadır. Şekil 50'de doğru kavramıyla ilgili temel özelliklerin ve çizimlerin yer aldığı bölüm S-S düzleminde gerçekleşen örneklerden biridir. Bilgi kutusu olarak verilen bu bölümde doğru kavramı ile ilgili matematiksel bilgiler verildiğinden epistemolojik düzlemde yer alan teorik referans sistemi bileşeninde gerçekleşmektedir. Verilen bilgiler görsel olarak şekiller ile desteklenmekte ve şekillerin doğru kavramına ait olma ve doğru kavramına ait olmama nedenleri açıklanmaktadır. Örneğin, verilen çizginin iki yönde istenildiği kadar uzatılabilmesine rağmen düz olmadığında doğruyu ifade etmemesi bir görsel ile desteklenmektedir. Matematiksel bilgilerin nedenleri ile açıklanmaya çalışılması tam anlamıyla ispatlama bileşeni ile ilgili olmamasına rağmen zihinsel bir deneyim gerçekleşmektedir. Bu nedenle teorik referans sisteminin de yer aldığı bu örnek söylemsel oluşumda gerçekleşmektedir.

Bu örnek matematiksel bilgiler ile birlikte görsel unsurları da içerisinde barındırmaktadır. Yani doğrunun bir çizgi olarak gösterilmesinde, doğru olmayan şekillerin gösteriminde ve doğruların isimlendirilmesinde görsel unsurlardan yararlanılmıştır. Örneğin görsel olarak verilen doğruya ait çizgi zihinde doğru kavramını canlandırmakta fakat düz olmayan şekle bakıldığında zihinde doğru

kavramını canlandırmamaktadır. Bu şekillerin zihinde oluşturduğu anlam bilişsel düzlemdeki görselleştirme bileşeni ile ilgilidir. Şekil 50’de verilen iki ucunda ok olan düz çizginin amacı doğru kavramını göstermek iken, aynı şekilde yer alan düz olmayan iki ucunda ok olan görselin amacı doğru kavramına ait olmayanı göstermektir. Bu durum epistemolojik düzlemdeki gösterge bileşeni ile ilgilidir. Yani örnekte yer alan şekiller görselleştirme bileşeni ile bu şekillerin doğru kavramına ait özellikleri göstermesi gösterge bileşeniyle ilgili olduğundan semiyotik oluşumda çalışılmaktadır. Bu durumda semiyotik ve söylemsel oluşumların bir arada olduğu S-S düzleminde çalışılmaktadır. S-S düzleminde gerçekleşen bu örnekte simge, sembol ve şekiller kullanıldığından gösterge biçimi şematik göstergedir.

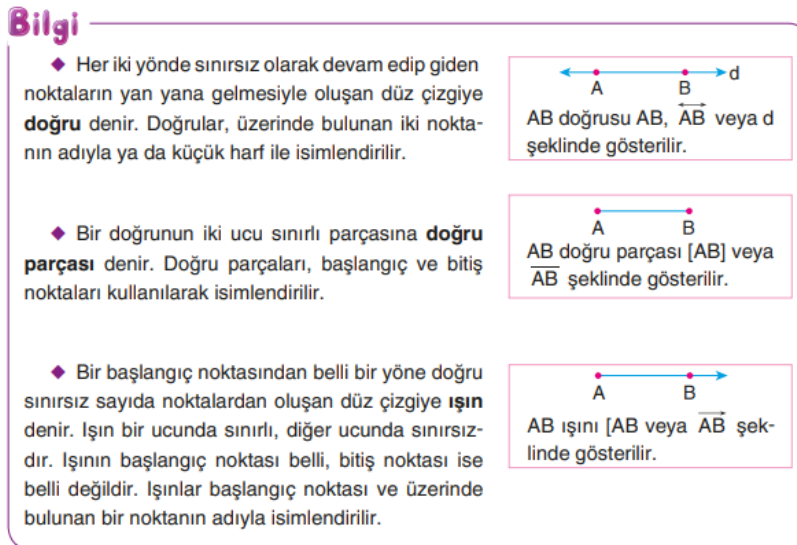


Şekil 50. Doğru kavramının S-S düzleminde gösterimi (Cırıtcı vd., 2017)

5-TUNA ders kitabında temel geometrik kavramlar ile ilgili S-S düzleminde gerçekleşen yalnızca bir örnek vardır (Şekil 51). Bu örnek ilgili ders kitabında bilgi kutusu olarak verilmekte ve içerisinde doğru, doğru parçası ve ışın kavramları ile ilgili matematiksel bilgiler ile yanlarında ilgili şekilleri barındırmaktadır. Örnekte doğru, doğru parçası ve ışın kavramları ile sahip olduğu özelliklerin yer alması epistemolojik düzlemdeki teorik referans sistemi bileşeni ile ilgilidir. Aynı zamanda bu kavramlar ile ilgili özellikler verilirken şekil ve semboller ile desteklenmektedir. Örneğin doğru parçası kavramının başlangıç ve bitiş noktasının olduğu ve bu noktalar kullanılarak doğru parçasının isimlendirildiği bilgisi verilirken bu bilgi şekil ve semboller desteklenmektedir. Burada da tam anlamıyla bir ispatlama gerçekleşmemesine rağmen

zihinsel bir deneyim yer almaktadır. Bu durumda teorik referans sisteminin de yer aldığı bu örnek söylemsel oluşumda gerçekleşmektedir.

Örnekteki bilgi kutusunda yer alan şekiller sırası ile doğru, doğru parçası ve ışın kavramlarını göstermek için kullanılmaktadır. Örneğin iki ucunda nokta olan kısa çizginin verilmesindeki amaç doğru parçasını göstermektir. Bu şekillerden yararlanarak temel geometrik kavramların gösterilmesi epistemolojik düzlemdeki gösterge bileşeni ile ilgilidir. Görselde yer alan şekil ve semboller bu kavramları göstermekte yani bu çizgi ve semboller zihinde temel geometrik kavramlar canlandırmaktadır. Örneğin en sonda yer alan bir ucunda nokta diğer ucunda ok olan düz çizgi zihinde ışın kavramını canlandırmaktadır. Bu durum bilişsel düzlemdeki görselleştirme bileşeni ile ilgilidir. Örnekteki şekil ve semboller görselleştirme ve gösterge bileşenleri ile ilişki içerisinde olduğundan semiyotik oluşumda yer almaktadır. Semiyotik ve söylemsel oluşumun birlikte yer aldığı bu örnek S-S düzleminde gerçekleşmektedir. S-S düzleminde gerçekleşen bu örnekte simge, sembol ve çizgiler kullanıldığından gösterge biçimi şematik göstergedir.



Şekil 51. Doğru, doğru parçası ve ışın kavramının S-S düzleminde gösterimi (Bilen, 2019)

Tablo 15’te incelenen 3, 4 ve 5. sınıflara ait matematik ders kitaplarında temel geometrik kavramlar konusunda semiyotik oluşumda yer alan örneklerin sayılarıyla birlikte yüzdeleri ve kullanılan göstergelerin dağılımı verilmiştir. Tablodaki verilere göre incelenen örneklerin 27 tanesi S-S düzleminde gerçekleşmektedir. S-S

düzlemindeki örneklerde nesnel gösterge kullanılmamıştır. Elde edilen verilere göre S-S düzleminde gerçekleşen en fazla örnek sayısı 7 (%25,9) en az örnek sayısı 1 (%3,7)'dir.

Tablo 15. S-S düzlemi örnek sayıları, yüzdeleri ve kullanılan göstergeler

	S-S	Düzlemi	ve	Resimsel	Şematik	Nesnel
	Yüzdeleri (%)			Gösterge	Gösterge	Gösterge
3-MEB-1	7	(%25,9)		2	6	-
3-MEB-2	6	(%22,2)		5	2	-
3-ADA	5	(%18,5)		4	4	-
4-MEB	1	(%3,7)		1	-	-
4-ATA	1	(%3,7)		1	-	-
5-MEB	6	(%22,2)		1	6	-
5-TUNA	1	(%3,7)		-	1	-
TOPLAM	27	(%100)		14	18	0

3. 2. 4. E-S Düzlemi

E-S düzlemi enstrümantal ve söylemsel oluşumların bir arada kullanıldığı düzlemdir. 3, 4 ve 5.sınıf ders kitaplarındaki temel geometrik kavramlar bölümleri incelendiğinde hiçbir ders kitabında E-S düzleminin yer aldığı bir örneğe rastlanmamaktadır. Bu sebeple E-S düzlemine ait kısım boş bırakılmıştır.

4. TARTIŞMA ve SONUÇLAR

4. 1. Tartışma

Bu çalışmada ilköğretim 3., 4. ve 5. sınıf ders kitaplarındaki temel geometrik kavramlar (nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve düzlem) matematiksel çalışma uzayı kapsamında incelenmiştir. Bu bölümde temel geometrik kavramların ders kitaplarında ele alınış biçimleri ve matematiksel çalışma uzayı kapsamında değerlendirilmelerine yönelik tartışmalar ayrı başlıklar altında yapılmıştır.

4. 1. 1. Ders Kitaplarındaki Temel Geometrik Kavramların Ele Alınışlarına

Yönelik Tartışma

Nokta kavramı geometrideki tanımsız kavramlardan ve geometrinin temelini oluşturan asli unsurlardan biridir (Balcı, 2019). Çünkü nokta kavramı birçok terimin temelini oluşturmaktadır. Bu kavramın öğretimi ilk kez ilköğretim 3. sınıfta yapılmaktadır. İncelenen üç ders kitabında da nokta kavramı "kalemin kâğıtta bıraktığı iz" şeklinde ifade edilmekte ve noktanın büyük harf ile isimlendirilmesi belirtilmektedir. Akıncı (2014), noktanın tanımlama çabasına girilmektense sezgisel yolla gösterilmesi gereken bir kavram olduğu üzerinde durmaktadır. Ders kitaplarında kalemin kâğıtta veya tebeşirin tahtada bıraktığı iz noktanın sezgisel yolla kavratılmasında kullanılabilecek örnekler olarak düşünülmektedir. Yani bu örneklerden yola çıkarak nokta kavramının bir düşünce olarak zihinde canlanması sağlanabilir. 3.sınıf Ada Yayıncılık ve MEB tarafından yayınlanan 3. sınıf ders kitaplarında (3-MEB-1 ve 3-MEB-2) nokta kavramı için vida başı, su damlaları, kum tanesi, şeker tanesi, gökyüzündeki yıldızlar gibi örneklerin verilmiş olduğu bulunmuştur. Fakat nokta kavramının somut nesneler ile gösterilmesi, bu kavramının zihinde bir düşünce olarak oluşmasından ziyade, somut bir varlık olarak düşünülmesine neden olabilir. Benzer bir durum prizma ve silindir kavramlarına yönelik olarak Bozkurt (2018) tarafından dile getirilmiştir. Bozkurt (2018)'a göre ders kitaplarında prizma ve silindirin gösterimi için bina, zar ve kütük gibi örnekler verildiğinde içlerinin dolu olacağı çıkarımının yapılabileceğini, bidon, saksı gibi örnekler verildiğinde ise bu kavramların içlerinin boş olacağı çıkarımının yapılabileceğini ifade etmiştir. Yani ders kitaplarında özellikleri

açık bir şekilde vurgulanmayan kavramlar öğrencileri yanılgıya düşürebilmektedir. Nokta kavramı için yanılgıların önüne geçmek için bu kavrama örnek olarak verilen nesnelerin dahi noktalardan oluştuğunun vurgulanması gerekmektedir. Çünkü nokta boyutsuz bir geometrik nesnedir ancak noktaya örnek olarak verilen nesneler (su damlaları gibi) geometrik anlamda bir boyuta sahiptir.

3-MEB-1 ve 3-MEB-2 ders kitaplarında noktanın boyutunun olmadığı ve ölçülemez olduğu bilgisi yer almaktadır. Öklid, Elementler adlı kitabında noktayı hiçbir parçası olmayan bir geometrik şekil olarak sınıflandırmıştır. Ders kitaplarında nokta kavramının boyutunun olmadığı ile ilgili yer alan bilgi Öklid'in nokta tasviriyle doğrudan ilişkilidir. 3-MEB-1'in "Noktanın boyutu yoktur ölçülemez. Noktanın çeşitli büyüklüklerde olması, boyutu olduğu anlamına gelmez" (Genç vd., 2019, s.225) şeklindeki bir bilgiye yer verdiği görülmektedir. Fakat sınıf düzeyi göz önüne alındığında boyut kavramının hazırbulunuşluk açısından 3. sınıf düzeyinde bir öğrenciye verilmesinin uygun olmadığı düşünülmektedir. Kılıç vd. (2015), kavramların öğretiminde doğru anlaşılmanın sağlanması için öğretim planlanırken ön bilgilerin dikkate alınması gerektiğini düşünmektedir. Benzer şekilde Bulut vd. (2016), yeni bir konuya geçerken ön bilgilerin kontrol edilmesi ve ilgili hatırlatmaların yapılması gerektiğini savunmaktadır. Ayrıca temel geometrik kavramların ilk kez görüldüğü bu sınıf düzeyinde teorik bilgilerden ziyade görsel öğeler yardımıyla sezdirilmesi daha doğru olabileceği düşünülmektedir. Bilginin devamında farklı büyüklüklerde nokta görselleri örnek olarak verilmiştir. Buna karşın 3-ADA ders kitabında nokta kavramında boyut özelliği üzerinde durulmadan farklı büyüklüklerde nokta görselleri verilmiştir. Genel olarak 3. sınıf ders kitaplarında farklı büyüklüklerde oluşturulan nokta modellerinin aslında boyutsuz olan nokta kavramına denk olduğunun sezdirilmeye çalışıldığı söylenebilir. Benzer şekilde Güner ve Uygun (2019), "çeşitli nokta görüntülerini çizerek hepsinin bu kavrama denk geldiğini vurgulamak, noktanın boyutsuz olduğunu öğrencilere kavratmak açısından yararlı olabilir" (s.250) şeklinde bir öneride bulunmaktadır.

Doğru kavramının yer aldığı 3. sınıf matematik ders kitaplarında doğru "başlangıcı ve bitişi belli olmayan çizgi" olarak ifade edilmektedir. Bu açıklamanın yanında 3-MEB-1 ders kitabında "iki ucundan da uzatılabilen ve yönü değişmeyen çizgi" (Genç vd., 2019, s.228) ibaresi yer almaktadır. Bu ders kitabında yer alan açıklama doğrunun "düz olma" özelliğini ön plana çıkarmaktadır. Ders kitabında yer

alan doğrunun noktalardan oluştuğu bilgisi Lakoff ve Núñez'in (1997), doğruyu ele alış biçimlerinden birincisine benzemektedir (bkz. Lakoff ve Núñez, 1997, s.60). Lakoff ve Núñez (1997)'in bu bakış açısına göre doğru, noktalar açısından kavramsallaştırılmadığından düz bir çizgi olarak kabul edilmektedir. Fakat diğer iki 3. sınıf matematik ders kitabında (3-MEB-2 ve 3-TUNA) doğrunun düz olması gerektiği ile ilgili herhangi bir bilgiye yer verilmemektedir. Daha ziyade tüm 3. sınıf matematik ders kitaplarında doğrunun sonsuza kadar uzatılabildiği üzerinde durulmaktadır.

Doğru kavramının sonsuza kadar uzadığını gösterebilecek doğrudan somut bir örnek yoktur. Bu sebeple ders kitaplarının doğrunun sonsuza kadar uzamayla ilgili olarak sezgisel örnekler kullandığı görülmektedir. Ancak, kullanılan kimi örnekler öğrencilerde doğru kavramına yönelik sınırlı ya da yanlış algılamalara yol açabileceği öngörülmektedir. Örneğin yol görselinin doğruya örnek olarak verilmesi doğrunun sınırlı bir uzunlukta olabileceği yanılgısını ortaya çıkarabilir. 3-ADA ders kitabında yer alan "tren raylarının, elektrik tellerinin, halatın her iki yönde uzayıp gittiğini düşününce bu cisimler doğru modelleridir" (Genç vd., 2019, s.219) ifadede doğrunun sonsuza gittiğinin sezdirilmesinin amaçlandığı söylenebilir. Diğer yandan, 3-MEB-1 doğru kavramı için çizilen çizginin ucunda yer alan okların doğrunun sonsuza gittiğini gösterdiği açıklamasına yer vermiştir.

Doğru kavramının öğretimine ilköğretim 3. sınıf düzeyinden sonra ilköğretim 5. sınıf düzeyinde devam edilmektedir. İncelenen matematik ders kitaplarında (5-MEB ve 5-TUNA) doğru kavramının ele alınışlarında farklılıklar göze çarpmaktadır. 5-MEB matematik ders kitabında doğru kavramı "noktalardan oluşan ve iki yönde istenildiği kadar uzatılabilen düz bir çizgi" (Cırıtcı vd., 2017, s.192) şeklinde ifade edilmiştir. Bu ifadede doğrunun noktalardan oluştuğu, iki yönde istenildiği kadar uzatılabildiği ve düz olduğu üzerinde durulmaktadır. Ayrıca düz olmayan görseller aracılığıyla doğrunun düz olması gerektiğine dair vurgulamalar yapılmıştır. Alanyazın incelendiğinde doğru kavramının her iki yönde sonsuza giden aynı doğrultudaki noktalar kümesi olarak da ele alındığı görülmektedir (Backman ve Cromie, 1971; Lakoff ve Núñez, 1997; Doğan, 2015; Güner ve Uygun, 2019). Ders kitabında yer alan doğrunun noktalardan oluştuğu bilgisi Lakoff ve Núñez'in (1997), doğruyu ele alış biçimlerinden ikincisine benzemektedir (bkz. Lakoff ve Núñez, 1997, s.60). Lakoff ve Núñez (1997)'in bu bakış açısına göre noktalar doğruyu oluşturan temel elemanlardır, bu bakımdan doğru aynı doğrultudaki noktalar kümesidir (topluluğudur).

5. sınıf ders kitaplarının ikincisi olarak incelenen 5-TUNA ders kitabında doğru kavramı, "her iki yönde sınırsız olarak uzayıp giden noktaların yan yana gelmesiyle oluşan düz çizgi" (Bilen, 2019, s.166) olarak ele alınmaktadır. 5-MEB'de olduğu gibi bu ders kitabında da doğrunun her iki yönde sınırsız olarak uzaması, noktalardan oluşması ve düz olması özelliklerine yer verilmiştir. Fakat bu ders kitabında doğrunun noktalardan oluştuğunun yanı sıra, sınırsız olarak uzayıp giden noktalardan oluştuğu üzerinde durulmaktadır. "Sınırsız olarak devam edip giden nokta" (Bilen, 2019, s.167) ibaresi noktada bir hareket olduğunu ifade etmektedir. Bu ifade doğruyu hareketle izlenen bir yörünge olarak da ele alan Lakoff ve Núñez (1997)'in doğru tasviri ile benzerlik göstermektedir. Bu ele alınış biçimine göre bir noktaların aynı doğrultu üzerinde hareketi sonucu oluşan noktalar kümesi (topluluğu) doğruyu oluşturur.

Temel geometrik kavram olarak bu araştırmada incelenen bir diğer kavram doğru parçasıdır. İlköğretimde bu kavramın öğretimi 3. sınıf ve 5. sınıf düzeylerinde yapılmaktadır. 3. sınıf düzeyinde doğru parçası kavramının incelendiği üç matematik ders kitabında da doğru parçası kavramı "başlangıç ve bitiş noktası belli olan çizgi" olarak ele alınmaktadır. 3. sınıf düzeyindeki hiçbir ders kitabında doğru parçasının isimlendirilmesine ve sembolle gösterilmesine yer verilmemektedir. Aynı zamanda üç ders kitabında da doğru parçasının dikey, yatay ve eğik çeşitlerine ait örnekler verilmektedir. 3-ADA ders kitabında su boruları dizilerek doğru modeli oluşturulmuş ve bu doğru modelini oluşturan her bir su borusu ise doğru parçası modeli olarak verilmiştir. Yani doğru kavramının içinde doğru parçalarının olduğu somut nesneler ile sezdirilmeye çalışılmaktadır. Benzer şekilde 3-MEB-1 ders kitabında doğru kavramına ait çizgi modelinden yararlanılarak doğru parçasının elde edildiği bir görsel verilmiş ve doğru parçasının doğrunun bir bölümünü oluşturduğu gösterilmektedir. Fakat aynı kitapta doğru kavramının açıklamasında "düz olma" özelliğine doğrudan değinilmezken, doğru parçası kavramının açıklamasında doğrudan yararlanılmasına rağmen "düz olma" özelliğine değinilmesi göze çarpmaktadır.

5. sınıf düzeyinde doğru parçası kavramının incelendiği matematik ders kitaplarında da benzer şekilde doğru parçası kavramı "bir doğrunun farklı iki noktası arasında kalan parça" olarak ele alınmış yani doğru kavramından yola çıkarak bir tanımlama yoluna gidilmiştir. Her iki ders kitabında da doğrunun noktalardan oluştuğunu ifade edilmektedir. Doğru kavramından yola çıkılarak doğru parçasının tanımlanması yapıldığı için, doğru parçasının da noktalardan oluştuğunu söylemek

kaçınılmaz olur. Yani, Karabey (2016)'in "doğru üzerinden alınan iki farklı nokta ile doğrunun bu noktalar arasındaki bütün noktalarından oluşan kümeye doğru parçası adı verilir" (s.358) şeklinde yaptığı tanımlamaya paralel olarak ders kitaplarında (5-MEB ve 5-TUNA) doğru parçasının ele alındığı söylenebilir.

Bu araştırmada incelenen bir diğer temel geometrik kavram olan ışın kavramının öğretimine ilk defa 3. sınıf düzeyinde başlanmaktadır. 3-MEB-1 matematik ders kitabında ışın kavramı "başlangıç noktası belli olan, bitiş noktası belli olmayan çizgi" (Genç vd., 2019, s.228) olarak ifade edilmektedir. Işının bir ucunun sınırlı yani uzatılamaz olduğu fakat diğer ucunun sınırsız olduğu ve uzatılabildiği bilgisi kitapta ayrıca verilmektedir. Bu ders kitabında bir ucundan uzatılabilen çizgi ve modellerin ışın kavramına örnek olabileceği bilgisi verilip devamında minare, örgü şışı, ok, güneş ışınları ve ucu açılmış kalem görselleriyle örneklendirilmiştir. Ders kitabında öncelikle ışın kavramıyla ilgili bir tanımlamaya yer verilmekte ve daha sonra bu tanımlama ile ilgili örneklendirme yapılmaktadır. Bir ucundan uzatılabilen çizgi ve modellerin ışına örnek olarak verilebileceği bilgisinden sonra sınırlı uzunlukta örnekler yer verilmiştir. Işın kavramının bir noktadan başlayarak sonsuza devam edeceğini gösterecek somut bir örnek olmamasına rağmen kullanılan görsellerin öğrencilerde kavram yanlışlığına yol açmaması için verilen örnekler üzerinden ışının sonsuza gittiğinin vurgulanması gerektiği düşünülmektedir.

3-ADA matematik ders kitabında ışın kavramı "başlangıç noktası belli olan bir ucundan istenildiği kadar uzatılabilen çizgi modelleri" (Doğan ve Gezmiş, 2018, s.167) olarak açıklanmaktadır. Bu ders kitabında da cami minaresi, örgü şışı ve şerit metrenin bir yönde uzayıp gittiği düşünüldüğünde ışın modeli olarak kabul edilmektedir. Aynı zamanda ışın tek yönde sonsuza uzadığı için bir ucunda ok çizildiği bilgisi yer almaktadır. 3-MEB-1 kitabının aksine, 3-ADA'da önce görsellerden yararlanılarak öğrenciye ışın kavramı sezdirilmeye çalışılmakta ve daha sonra kavramın tanımlanmasına geçilmektedir.

3-MEB-2 matematik ders kitabında ışın kavramı şerit metre, makara ip ve güneş ışınları gibi başlangıç yönü kapalı diğer yönü ise uzayabilen örnekler kullanılarak ifade edilmektedir. Bu örneklerden yola çıkılarak bir yönü kapalı diğer yönü sonsuza giden çizgi modelleri ışın kavramı olarak açıklanmaktadır. 3-ADA'ya benzer şekilde, 3-MEB-2 ders kitabında da önce ışınla ilgili görseller verilmiş ardından kavramda tanımlama yoluna gidilmiştir. Her ne kadar şerit metre, makara ipi ve güneş ışınları ışın kavramı

için sınırlı örnekler olsa da ışının bir yönden uzadığını sezdirenen 3-MEB-2'deki görsellerin, 3-MEB-1 ve 3-ADA ders kitaplarındaki görsellere göre (örgü şişi, minare, ok gibi) daha yararlı olabileceği düşünülmektedir. Çünkü şerit metre, makara ip ve güneş ışınları gibi örnekler hareketi, uzamayı veya devam etmeyi çağrıştırdıkları için dinamik yapıya sahipken; örgü şişi, minare, ok gibi görseller ise belirli uzunluğu olan durağan (statik) nesneler olarak karşımıza çıkmaktadır.

5-TUNA'da ışın kavramı "bir başlangıç noktasından belli bir yöne doğru sınırsız sayıda noktalardan oluşan düz çizgi" (Bilen, 2019, s.167) olarak ele alınmakta ve ışının bir ucundan sınırlı, diğer ucundan sınırsız olduğu üzerinde durulmaktadır. Başlangıç noktası ve ışın üzerinde yer alan bir noktayla ışının sembolik olarak gösterilmesine yönelik olarak 5-TUNA'da bir bilgi yer almaktadır. Doğru ve doğru parçası kavramlarında olduğu gibi ışın kavramının da sınırsız sayıda noktalardan oluştuğu ve üzerindeki noktalara göre isimlendirilmesi bilgisi ilk kez 5. sınıf düzeyinde verilmektedir. 3. sınıf ders kitaplarından farklı olarak, bu ders kitabında ışın kavramı somut nesnelerin görselleri yerine çizgiler kullanılarak gösterilmektedir.

5-MEB matematik ders kitabında ışın kavramı "başlangıç noktası sabit olup noktalardan oluşan ve bir yönde istenildiği kadar uzatılabilen düz bir çizgi" (Cırıtcı vd., 2017, s.194) olarak tanımlanmaktadır. Bu tanımlamaya ek olarak ışının sadece boyunun olduğu fakat ölçülemez olduğu bilgisine de yer verilmektedir. 5-TUNA ders kitabında olduğu gibi, 5-MEB'de de ışın sembolik gösterimine yer verilmiştir. 5-TUNA'da ışının sınırsız sayıda noktadan oluşan düz çizgi olduğundan bahsedilirken, bu ders kitabında ışının noktalardan oluşan ve bir yönde istenildiği kadar uzatılabilen düz çizgi olarak ele alınması ışının sınırlı uzunluğa olabileceği yanılgısına neden olabilir. Bu sebeple, kavramın ifadesinde bir yönde sonsuza kadar giden noktalardan oluştuğu vurgusunun yapılmasının önemli olduğu düşünülmektedir. Işın kavramına yer veren bütün ders kitapları göz önüne alındığında sadece 5-MEB ders kitabında ışının sadece boyunun olduğu fakat ölçülemez olduğu üzerinde durulmaktadır.

Düzlem kavramına yer veren iki 4. sınıf matematik ders kitabında farklılıklar göze çarpmaktadır. 4-MEB'de düzlem "sınırsız uzayabilen ve kalınlığı olmayan düz yüzeyler" (Kayapınar vd., 2019, s.204) olarak ifade edilmektedir. Bu tanım ve düzlemi eni ve boyu sonsuza kadar uzayan ve kalınlığı olmayan düz yüzeyler olarak ifade eden Doğan (2015)'ın yapmış olduğu açıklama benzer özelliklere vurgu yapmaktadır. İki açıklamaya göre düzlem kavramında "sınırsız uzama", "kalınlığın olmaması" ve "düz

olma" özellikleri ön plana çıkarılmıştır. 4-MEB’de düzlemin her doğrultuda sınırsız uzayabilmesine değinilmesine rağmen aynı zamanda düzlem parçaları örneklerinin de düzlem modeli olarak verildiği görülmektedir. Örneğin, halı veya futbol sahası gibi farklı ebatlardaki düz yüzeyler düzlem modeli olarak belirtilmektedir. Dolayısıyla düzlem kavramı için verilen sınırsız uzama ve aynı zamanda farklı ebatlarda olma durumları birbiriyle çelişmektedir. Bu bağlamda düzlem kavramı için verilen tanım ile örnekler veya görseller, yapılan düzlem tanımı için yetersizlik göstermektedir. Düzlem kavramı tanımında yer alan "sınırsız uzama" özelliğinin örnekler ile verilmesi mümkün görünmemektedir, çünkü sınırsız uzayabilen somut bir örnek yoktur fakat sınırsız olma özelliği öğrencilere sezdirilebilir. Mahir (1999), düzlem kavramını öğrencilere sezdirirken masa yüzeyi gibi örnekler kullanılabileceğini ifade etmektedir. Bu bağlamda düzlemin kenar ve köşe gibi temel elemanlarının olmadığına dikkat çekilerek düzlemin iki boyutta sınırsız olduğu vurgulanabilir. Ayrıca, özellikle jestler yardımıyla ele alınan yüzeyin her yönden sınırsız uzadığı ifade edilebilir.

4-ATA’da ise düzlem kavramı “istenilen büyüklük ve genişlikte olabilen düz bölgeler” (Özçelik, 2019, s.200) şeklinde ifade edilmiştir. Bu tanımlamaya göre düzlem kavramının düz oluşuna ve istenilen büyüklük ve genişlikte olabileceğine vurgu yapılmıştır. Bu kitapta düzlem kavramının kalınlığının olmadığına yönelik herhangi bir açıklamaya rastlanmamıştır. Buna karşın, kullanılan görsellerde odanın taban ve tavanı düzleme örnek olarak verilmiştir. Düzlemle ilgili açıklamalara ve beraberinde yer alan örnekler bakıldığında büyüklüğünde ve genişliğinde herhangi bir sınırlama yapılmaksızın düz olarak verilen tüm bölgelerin 4-ATA’da düzlem olarak kabul edilebildiği sonucuna ulaşılmaktadır. Fakat bilindiği üzere düzlem iki boyutta her yönden sonsuza kadar uzamaktadır. Kitapta yer alan tanım ve beraberindeki düzlem için verilen örnek düzlem kavramının öğrenci zihninde sınırlı uzunluklara sahip olabileceği yanılgısına neden olabilir. Yani, düzlem kavramı düzlem parçası örnekleri ile resmedilmektedir ki bu da sıklıkla rastlanan bir durumdur. Doğan (2015)’ın, vurguladığı üzere "günlük hayatta düzlem yerine düzlem parçası kullanılır" (s.210). Buna yönelik olarak Kaplan (2011), ders kitaplarında düzlem kavramına örnek olarak kâğıt ve masa gibi düz yüzeyli örnekler verilirken, düzlem kavramının düz oluşundan yola çıkarak iki boyutta sınırsız bir şekilde genişletilebileceğinin izah edilmesi gerektiğini vurgulamaktadır. Benzer şekilde Doğan (2015), bir düzlem parçasını temsil eden düz bir

kâğıdın her yönden sonsuza kadar uzadığının varsayılmasıyla beraber düzlem fikrine ulaşılabileceğini ifade etmiştir.

Düzlem, iki boyutta her doğrultuda sınırsız uzayan noktalar kümesidir (Baykul, 2005; Doğan, 2015; Güner ve Uygun, 2019; Lakoff & Núñez, 1997). Fakat incelenen 4. sınıf matematik ders kitaplarında düzlemin noktalar kümesinden oluştuğu ile ilgili olarak herhangi bir bilginin yer almadığı görülmüştür. Doğru, doğru parçası, ışın, vektör ve yarı doğru kavramlarında olduğu gibi nokta, düzlem kavramında da çok önemli bir yere sahiptir. Bu nedenle düzlem kavramının nokta kümelerinden oluştuğu öğrencilere sezdirilmelidir. Güner ve Uygun (2019), düzlem kavramının noktalar kümesinden oluştuğunun kavratılması için boş bir kâğıda noktalar yerleştirilmesi etkinliğinin yapılmasını önermektedir. Bu etkinliğin yapılmasıyla düzlemin noktalardan oluştuğunun kavratılmasının yanında düzlemin sonsuza kadar uzadığı özelliği de öğrencilere sezdirilebilir.

4. 1. 2. Ders Kitaplarındaki Temel Geometrik Kavramların Matematiksel Çalışma Uzakına Göre Ele Alınış Biçimlerinin Tartışılması

3. sınıf düzeyinde nokta, doğru, doğru parçası ve ışın kavramlarına ait 15 örnek semiyotik oluşumda gerçekleşmekte ve bu düzeydeki en fazla örnek 6 (%24) örnek ile 3-MEB-2 kitabında görülmektedir. 3-MEB-2 ders kitabında semiyotik oluşumda gerçekleşen örneklerin tamamında resimsel gösterge kullanılmıştır. 3-MEB-1 ders kitabında semiyotik oluşumda gerçekleşen 4 (%16) örnekte de resimsel gösterge kullanılmıştır. 3-ADA ders kitabında aynı konuda semiyotik oluşumda gerçekleşen 5 (%20) örneğin tamamında 4 tane resimsel gösterge ve 1 tane şematik gösterge kullanılmıştır. 3 (%49,8) örnek S-E düzleminde gerçekleşmekte her ders kitabında birer örnek yer almaktadır. Gösterge biçimleri olarak 3-MEB-1’de şematik, 3-MEB-2’de nesnel ve 3-ADA’da nesnel gösterge kullanılmaktadır. 18 (%66,6) örnek S-S düzleminde gerçekleşmektedir. 3-MEB-1’de 7 (%25,9) örnek S-S düzleminde gerçekleşmekte ve 2 örnekte resimsel ve şematik gösterge birlikte kullanılmaktadır. 3-MEB-2’de 6 (%22,2) örnek S-S düzleminde gerçekleşmekte ve 4 tanesinde yalnızca resimsel, 1 tanesinde yalnızca şematik ve 1 tanesinde hem şematik hem resimsel gösterge kullanılmıştır. 3-ADA’da 5 (%18,5) örnek S-S düzleminde gerçekleşmektedir. Bu örneklerden 1 tanesinde yalnızca resimsel gösterge, 1 tanesinde yalnızca şematik

gösterge ve 3 tanesinde resimsel ve şematik gösterge birlikte kullanılmıştır. 3. sınıf ders kitaplarında semiyotik oluşumun yer aldığı örneklerin çoğunda resimsel gösterge kullanılmasının nedeni ilk kez öğrenilen kavramların günlük yaşamdan örnekler ile sunulmasından kaynaklı olduğu düşünülmektedir. Bu sayede öğrenci soyut olan kavramları somut nesnelerden yola çıkarak zihninde daha kolay canlandırabilirler. Bu duruma benzer şekilde Delice vd. (2009), görsel öğelere yer veren ders kitaplarının matematiksel kavram ve süreçlerin içselleştirilmesinde öğrencilere katkı sağlayacağını belirtmektedir. Özellikle bu kavramların ilk kez görüldüğü sınıf düzeylerinde görsel unsurların kullanılması kalıcı öğrenmeleri sağlayarak ilerleyen sınıf düzeylerinde de ön koşul öğrenme olarak kullanılabilir.

Temel geometrik kavramların ilki olan nokta kavramının öğretimine 3.sınıf düzeyinde başlanmaktadır. Bu sınıf düzeyindeki ders kitaplarında nokta kavramının gösteriminde kum tanesi, toz şeker, su damlası, gökyüzündeki yıldızlar, prizma köşeleri ve vida başı gibi somut nesnelerin görselleri kullanılmaktadır. Noktanın tanımsız geometrik bir kavram olması nedeniyle bu görseller ile sezdirilmeye çalışılmaktadır. Bu görsellerin zihinde nokta kavramını oluşturmaya ve görsellerin nokta kavramını göstermek amacıyla kullanılması semiyotik oluşumun yer aldığını gösterir. Yani soyut bir kavram olan nokta kavramı semiyotik oluşumun bileşenleri kullanılarak sezdirilmeye çalışılmaktadır. 3. sınıf ders kitaplarında nokta kavramını göstermek amacıyla toplamda 4 semiyotik oluşum örneği yer almaktadır.

Aynı sınıf düzeyinde nokta kavramıyla ilgi olarak matematiksel bilgilerin yer aldığı ve görseller ile desteklenildiği S-S düzleminden toplamda 6 örnekte yararlanıldığı görülmektedir. Nokta tanımsız bir kavram olmasından dolayı ders kitaplarında matematiksel özelliklerden yola çıkılarak ifade edilmektedir. Sınıf düzeyi de göz önüne alındığında matematiksel bilgiler günlük hayattan görseller ile birlikte verilmektedir. Bu duruma paralel olarak Delice vd. (2009), özellikle teorik konuların görseller ile desteklenmesinin önemli olduğunu vurgulamaktadır. Ders kitaplarında nokta kavramının yer aldığı bölümlerin çoğunda matematiksel bilgiler, görseller ile birlikte verildiğinden S-S düzlemi sayısı fazladır. Yalnızca semiyotik oluşumun yer aldığı örnekler nokta kavramının pekiştirilmesi için verilmektedir. 3. sınıf düzeyindeki ders kitaplarının hiçbirinde S-E düzleminde gerçekleşen örnek yer almamaktadır. Fakat nokta kavramına ait açıklamalarda yer alan "kalemin kâğıtta bıraktığı iz" ibaresi sınıf

ortamında öğrencilere yaptırıldığında, yani etkinliğin tamamlanması sürecinde S-E düzleminde gerçekleştirilmiş olur.

3. sınıf düzeyinde incelenen diğer kavramlar doğru, ışın ve doğru parçasıdır. Bu kavramlar bazı bölümlerde semiyotik oluşum, S-S ve S-E düzlemleri açısından birlikte incelendiğinden bu bölümde de bir arada ele alınmıştır. 3. sınıf ders kitaplarında temel geometrik kavramlar konusunda nokta kavramından sonra doğru, ışın ve doğru parçası kavramları gelmektedir. 3-MEB-1 ve 3-ADA ders kitaplarında doğru ve ışın kavramlarının gösterilmesine yönelik görsellerden yararlanarak semiyotik oluşum ile bu kavramların olduğu bölüme giriş yapılmaktadır. Bu düzeydeki üç ders kitabında da doğru ve ışın kavramları birlikte yer almasına rağmen ışın kavramına ait doğrudan semiyotik oluşumda gerçekleşen örneklere yer verilirken doğru kavramına ait doğrudan semiyotik oluşumda gerçekleşen örnek olmaması göze çarpmaktadır. 3. sınıf düzeylerinde ders kitaplarında ışın kavramının semiyotik oluşumda doğrudan ve tek başına verildiği 1 örneğe rastlanmıştır. 3-MEB-1 kitabında yer alan bu örnekte minare, örgü şişi, ok gibi görseller ile ışın kavramı öğrencilere sezdirilmeye çalışılmıştır. Yalnızca doğru parçası kavramı için doğrudan semiyotik oluşumda verilen örnek sayısı 7'dir. Doğru parçası kavramında doğru ve ışın kavramlarına göre daha fazla semiyotik oluşumda örnek verilmektedir. Doğru parçasına ait bölümde dikey, yatay ve eğik doğru parçalarına da değinildiğinden bu kavramların hem sayıca fazla olması hem de pekiştirilmesi açısından semiyotik oluşum sayısında artış gerçekleşmiş olabilir.

3. sınıf düzeylerinde incelenen ders kitaplarında S-E düzleminde gerçekleşen 3 örneğin tamamı doğru parçası kavramına ait bölümde yer almaktadır. Bu bölümlerde doğru parçalarını göstermek amacıyla somut materyaller ile etkinlikler yapılmaktadır. İncelenen ders kitaplarının tamamında S-E düzleminin yer aldığı örneklerde somut materyaller ile etkinlikler yapılması söz konusudur. Dolayısıyla doğru ve ışın kavramlarına ait bölümlerde somut materyaller ile etkinlik yapılmamakta ve bunun sonucunda S-E düzleminde çalışılmamaktadır.

İncelenen ders kitaplarının büyük bir çoğunluğunda temel geometrik kavramlar ile ilgili matematiksel bilgiler, görseller yardımıyla verilmektedir. Özellikle 3. sınıf düzeyinde nokta, doğru, doğru parçası ve ışın kavramları ilk kez öğrenildiği için matematiksel bilgiler somut nesnelere ait görseller ile desteklenerek verilmektedir. Yani matematiksel bilgiler doğrudan ispatlanmak yerine gözleme dayalı bir durum gerçekleştirilerek zihinsel deneyim sağlanmaktadır. Alanyazın incelendiğinde ders

kitaplarında matematiksel muhakeme ve ispat ile ilgili etkinlik sayısının az olduğu gör÷lmüştür (Doğan, 2019; Zeybek vd., 2018). Ancak bu çalışmada incelenen temel geometrik kavramların ele alınışlarının ispat kavramına uygun olmadığından zihinsel bir deneyim olarak ele alınması uygun gör÷lmüştür. Bu sayede 3. sınıf ders kitaplarında söylemsel oluşumun varlığından bahsedilebilir.

Doğru, doğru parçası ve ışın kavramlarının gösteriminde S-S düzleminde gerçekleşen toplamda 9 örnek yer almakta ve bu örneklerin 5'i doğru parçası kavramının gösteriminde yer almaktadır. Doğru parçası kavramına ait örneklerin semiyotik oluşumda yer alan örneklerde olduğu gibi S-S düzleminde de fazla olmasının nedeni yatay, dikey ve eğik doğru parçalarına ait bölümlerin yer almasıdır. Ayrıca doğru ve ışın kavramları aynı bölümde yer alırken, doğru parçası kavramı ayrı bir bölümde yer almaktadır.

4. sınıf düzeyinde 4-MEB ve 4-ATA ders kitaplarında temel geometrik kavramlardan düzleme ait 4 (%16) örnek doğrudan semiyotik oluşumda gerçekleşmektedir. Bu örneklerin 2'si (%8) 4-MEB'de, 2'si (%8) ise 4-ATA'da yer almakta ve semiyotik oluşumda gerçekleşen tüm örneklerde resimsel gösterge kullanılmaktadır. Düzlem kavramı konusunun başında yer alan semiyotik oluşumda gerçekleşen örnekler tanımlamaya hazırlık yapmak için, düzlem kavramının tanımlamasından sonra verilen semiyotik oluşumda gerçekleşen örnekler ise tanımlamayı pekiştirmek amaçlı kullanılmaktadır. Güner ve Uygun (2019), düzlem kavramının gösteriminde paralelkenar ya da dikdörtgen şeklindeki bölgelerin kullanılması ve köşesine yerleştirilen büyük harf ile isimlendirmesine vurgu yapmaktadır. Fakat 4. sınıf düzeyindeki iki ders kitabında da düzlem kavramının gösteriminde paralelkenar ve dikdörtgen kullanılmamakta ve düzlemlerin isimlendirilmesine yer verilmemektedir. Bu düzeydeki ders kitaplarında yalnızca somut nesnelerin görselleri kullanılarak düzlem kavramı gösterildiğinden semiyotik oluşumda gerçekleşen tüm örneklerde resimsel gösterge kullanılmaktadır.

4. sınıf düzeyindeki düzlem kavramının yer aldığı iki ders kitabında da birer tane S-S düzleminde gerçekleşen örnek yer almaktadır. S-S düzleminde gerçekleşen bu örneklerde düzlem kavramına ait matematiksel bilgilerin günlük hayattaki nesnelere ait görseller ile desteklenerek anlatıldığı gör÷lmektedir. Örneğin 4-MEB ders kitabında "yüzeyi düz olan nesneleri düzlem modeli olarak adlandırabilir" (Kayapınar vd., 2019, s.204) şeklinde bir açıklama yer almaktadır. Ardından bu açıklamayı destekler nitelikte

yüzeyi düz olan halı, sınıf tahtası, kitap kapağı gibi nesne görselleri verilmekte yani zihinsel bir deneyim sağlanarak S-S düzleminde çalışılmaktadır. İki ders kitabında da yalnızca düzlem kavramı incelenmiş olup ve bu kavramlar ile sınırlı matematiksel bilgi ve görsel verildiğinden dolayı 4. sınıf düzeyinde S-S düzleminde az sayıda örnek ile karşılaşmıştır (%8,32). Baki ve Karakuş (2011), fraktallar konusunda yaptıkları kitap incelemesinde, fraktalın tanımlamasında yalnızca bir özelliğe değinilmesinin, nesnelerin fraktal olup olmamasına karar vermede güçlük çıkaracağını düşünmektedir. Bu duruma istinaden 4. sınıf ders kitaplarında S-S düzlemindeki örnek sayısının az olması yani düzlem kavramı ile ilgili özellik ve beraberinde ilgili görsellerin sınırlı sayıda olması, bu kavramın anlaşılmasında güçlük çıkarabileceği düşünülmektedir. 4. sınıf düzeyindeki semiyotik oluşumda gerçekleşen örneklerde olduğu gibi S-S düzleminde gerçekleşen örneklerde de somut nesne görsellerinden yararlanıldığı için kullanılan gösterge çeşidi resimsel göstergeci.

Bu sınıf düzeyinde yalnızca 4-MEB kitabında S-E düzleminde gerçekleşen 1 (%16,6) örnek yer almaktadır. Bu örnekte kartpostalardan yapboz parçaları elde edilip yapboz parçalarından yola çıkarak düzlem modelinin oluşturulması etkinliği yer almaktadır. Somut materyallerin kullanımı ile gerçekleşen bu etkinlikte nesnel gösterge tipi kullanılmıştır. Enstrümantal oluşumun yer aldığı örneklerde somut materyaller ön planda olduğundan çoğunlukla bu oluşuma yer verilen örneklerde nesnel gösterge kullanılmaktadır. Düzlem, iki boyutta her yönden sonsuza uzamakta ve iki boyutta olması sebebiyle de düz bir yüzeye sahiptir. Dolayısıyla bu kavramın somut materyaller ile örneklendirilmesi mümkün olmadığından düz oluşundan yola çıkılarak yapılan etkinlikler, yani S-E düzleminde gerçekleşen etkinlikler ile sonsuza kadar gittiği sezdirilebileceği düşünülmektedir. Örneğin alanyazın incelendiğinde düzlemin noktalardan oluştuğunun öğrencilere kavratılması için düz bir kâğıda hiç boş yer kalmayacak şekilde noktalar ile doldurma etkinliği önerilmektedir (Baykul, 2009; Güner ve Uygun, 2019). Bu etkinlik ile düzlemin iki boyutta sonsuza gittiği, noktalardan oluştuğu ve düz olduğu kavratılabilir. Kâğıt ve kalem kullanılarak gerçekleştirilen bu etkinlik, enstrümantal ve semiyotik oluşumun bir arada olduğu S-E düzleminde gerçekleşmektedir.

Doğru, doğru parçası ve ışın kavramlarının öğretimine 3. sınıf düzeyinden sonra 5. sınıf düzeyinde devam edilmektedir. Bu kavramlar ders kitaplarında doğrudan semiyotik oluşum açısından incelendiğinde 5-MEB kitabında 2 (%8), 5-TUNA

kitabında 4 (%16) olmak üzere toplamda 6 (%24) örnek yer almaktadır. İki ders kitabında semiyotik oluşumda gerçekleşen örneklerin tamamında doğru, ışın ve düzlem kavramları birlikte yer almaktadır. 5-MEB kitabına semiyotik oluşumda gerçekleşen tüm örnekler ve 5-TUNA'da yer alan 3 örnek, öğrencilere ön bilgilerini hatırlatma amacı taşımaktadır. Yani, 3. sınıf düzeyinde öğretimi gerçekleşen kavramların öğrencilere hatırlatılması ve kavramlar ile ilgili verilecek olan özelliklere hazırlık yapılması için semiyotik oluşuma ait önkoşul örnekler 5. sınıf kitaplarında rastlanmaktadır. İki ders kitabında da öğrencilere 3. sınıf düzeyinde olduğu gibi bu kavramlar somut nesne görselleriyle örneklendirilmekte ve sonrasında gerçek geometrik gösterimler yoluyla bu kavramların gösterimine semiyotik oluşum ile yer verilmektedir. Somut nesne görsellerinin yer aldığı semiyotik oluşum örneklerinde resimsel gösterge kullanılırken, gerçek geometrik görsellere dayalı çizimlerin yer aldığı semiyotik oluşum örneklerinde şematik gösterge kullanılmaktadır. Temel geometrik kavramların görseller yardımıyla somutlaştırılarak aktarılmasının nedeni, matematiğe ait ders kitaplarının okutulduğu sınıf düzeylerinin dikkate alınarak hazırlanmasıdır. Semiyotik oluşumla bu tür kavramlar 3., 4. ve 5. sınıf düzeyindeki sınıflarda daha kolay anlamlandırılmasının ve özümseşmesinin sağlanması hedeflenmektedir.

Doğru, doğru parçası ve ışın kavramlarına yönelik semiyotik oluşumda gerçekleşen örnekler verildikten sonra tanımlama ve özelliklerin semiyotik oluşum ile desteklendiği S-S düzleminde ele alınışlarına geçilmektedir. 5-MEB'de 6 (%22,2), 5-TUNA'da 1 (%3,7) olmak üzere 5. sınıf düzeyindeki ders kitaplarında doğru, doğru parçası ve ışın kavramlarına giriş kısmında 7 (%25,9) örnek S-S düzleminde gerçekleşmektedir. Bu kavramlar ilk kez 3. sınıf düzeyinde görüldüğünden dolayı bu sınıf düzeyinde daha çok öğrencilerin günlük hayatta aşına oldukları örneklerden yola çıkarak kavramların sezdirilmesi sağlanmakta ve bu kavramların özelliklerine kısaca değinilmektedir.

5. sınıf düzeyine gelindiğinde hem gösterimlerinde kullanılan örnekler hem de kavramlara yönelik özellikler değişmektedir. Örneğin 3-MEB-1 kitabında "tren rayı, elektrik telleri ve yolların başı ve sonu belli değildir. Bunlar gibi başı ve sonu belli olmayan çizgi modelleri birer doğru modelidir" (Savaş vd., 2019, s.186) şeklinde doğru kavramıyla ilgili bir açıklama yer almaktadır. Açıklamada günlük hayattaki doğru modelini gösterebilecek örneklerden yola çıkarak doğru kavramını tanıtılması ardından doğrunun başı ve sonu belli olmayan çizgi oluşuna değinilmektedir. 5-MEB ders

kitabında ise bu kavram "doğru noktalardan oluşan ve iki yönde istenildiği kadar uzatılabilen düz bir çizgi" (Cırırcı vd., 2017, s.192) olarak ele alınmakta, boyunun olduğu fakat ölçülemediği gibi özellikten de bahsedilmektedir. Ayrıca isimlendirilmesi ve sembolle gösterimine de 5. sınıf ders kitabında yer verilmektedir. Doğru kavramı için yapılan bu açıklamalar geometrik ve sembolik gösterimler ile desteklenmekte olduğu görülmektedir.

3. ve 5. sınıf ders kitaplarından alınan iki örnek S-S düzleminde gerçekleşmektedir. Sınıf düzeyi değiştikçe hem doğru kavramı ile ilgili matematiksel bilgiler ve beraberindeki gösterimin değiştiği görülmektedir. 3. sınıf düzeyinde S-S düzleminde gerçekleşen bu örnekteki gösterge biçimi resimsel iken 5. sınıf düzeyinde şematik gösterge kullanılarak doğru kavramının gösterildiği görülmektedir. Doğru kavramının 3. ve 5. sınıf düzeylerinde ders kitaplarındaki ele alınışlarına göre yapılan çıkarımlar doğru parçası ve ışın kavramları için de geçerlidir. S-S düzleminde ele alınan doğru parçası ve ışın kavramlarına yönelik 3. sınıf ders kitaplarında kısaca özelliklere değinerek bu özellikler resimler ile desteklenirken 5. sınıf ders kitaplarında bu kavramlara yönelik tanım ve özelliklerin sayısı artmakta aynı zamanda geometrik ve sembolik gösterimler ile desteklenme gerçekleştirilir. 5. sınıf düzeyinde incelenen iki ders kitabında da S-S düzleminde gerçekleşen 6 örnekte hem gerçek geometrik gösterimler hem de semboller kullanıldığından dolayı şematik gösterge kullanılmış yalnızca 1 örnekte resimsel ve şematik gösterge birlikte kullanılmıştır.

5. sınıf düzeyinde incelenen ders kitaplarında temel geometrik kavramlar konusunda S-E düzleminde gerçekleşen örnek sayısı 2 (%33,3) olmakla birlikte bu örneklerin tamamı 5-MEB kitabında yer almaktadır. Daha önceki bölümlerde bahsedildiği üzere ders kitaplarında S-E düzleminde gerçekleşen örneklerde somut materyaller ile bir etkinlik yapılması söz konusudur. 5-TUNA temel geometrik kavramlar konusuna çok kısa bir bölümde yer verdiği için bu konuda etkinlik bulundurmamaktadır.

5-MEB kitabında yer alan ve S-E düzleminde gerçekleşen örneklerin ikisinde de dikey, yatay ve eğik doğru parçalarının yer aldığı etkinlik yapılmaktadır. S-E düzleminde gerçekleşen örneklerden birinde cetvel kullanarak belirli uzunlukta yatay, dikey ve eğik doğru parçalarının çiziminin yapılması istenmektedir. Cetvelin artefakt olarak kullanıldığı bu etkinlikte elde edilen çizgiler yapıyı oluşturmakta ve yapılara ait görseller doğru parçası kavramını göstermektedir. Tanguay ve Venant (2016), açılar ile

yapmış olduğu çalışmada istenilen ölçüde bir açının açıölçer kullanarak yaptırılmasının yer aldığı bir etkinlik vermekte ve bu etkinlik S-E düzleminde gerçekleşmektedir (bkz. Tanguay ve Venant, 2016, s. 879). 5-MEB’de cetvel kullanarak istenilen uzunlukta doğru parçası çizimi gerçekleştirilirken, Tanguay ve Venant (2016), açıölçer ile istenilen ölçüde açı oluşturulmasını istemektedir. 5-MEB ders kitabında yer alan etkinlik ile Tanguay ve Venant’ın (2016) tasvir ettiği etkinlik kullanılan S-E düzlemi açısından benzerlik göstermektedir.

5-MEB’de gerçekleştirilen etkinlikte doğru parçalarının gerçek geometrik gösterimleri yapıldığından dolayı kullanılan gösterge biçimi şematiktir. S-E düzleminde gerçekleşen diğer örnekte ise kâğıt kullanarak bir uçak yapılması ve uçak yapımında kullanılan kâğıdın katlama izlerinde oluşan doğru parçalarının görülmesi etkinliği yer almaktadır. Bu etkinlikte kâğıdın katlanması ile oluşan izler yani somut materyal ön planda olduğunda kullanılan gösterge biçimi nesneldir.

Temel geometrik kavramlardan nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve düzlem kavramlarının ders kitaplarında matematiksel çalışma uzayı kapsamında incelenmesinde, E-S düzleminde gerçekleşen bir örneğe rastlanmamaktadır. Bunun yerine, ders kitaplarında enstrümantal oluşumun somut materyaller ile etkinlik yapıldığında gerçekleştiği görülmektedir. E-S düzleminde gerçekleşen bir örneğe rastlanmadığından somut materyaller ile söylemsel bir oluşumun gösterildiği ya da söylemsel oluşumun somut materyaller ile desteklendiği bir etkinliğe rastlanmamaktadır. Ele alınan kavramlar geometrinin temelini oluşturan soyut kavramlar olduklarından kavramlara ait özelliklerin somut materyaller ile desteklenmesi öğreticiliğini arttırmak için faydalı olabilir.

İncelenen kavramların yer aldığı örneklerde resimsel, şematik ve nesnel göstergenin kullanıldığı görülmektedir. Ayrıca, gösterge türlerinden biri olan bedensel göstergenin kullanıldığı herhangi bir örneğe kitaplarda yer verilmediği bulunmuştur. Tanguay ve Venant (2016), kol ve bacakları kullanarak S-E düzleminde açılarının gösterimine yer veren bir kitaptaki bedensel gösterime vurgu yapmışlardır. Burada enstrümantal olarak kol ve bacakların kullanılmasıyla gösterge biçimi olarak bedensel göstergeden yararlanılmıştır. Bu çalışma ile benzer olarak doğru, doğru parçası ve ışın kavramlarının gösterimleri de bedensel gösterge kullanılarak gösterilebilmektedir.

3., 4. ve 5. sınıf ders kitaplarındaki temel geometrik kavramlara ait bölümler incelendiğinde S-S düzleminde gerçekleşen örneklerin hiçbirinde doğrudan ispatlama

bileşenin yer almadığı görülmüştür. Tanguay ve Venant (2016), yaptıkları kitap incelemesinde senaryo ile desteklenen bir etkinliğin görselleştirme, gösterge ve teorik referans sistemi bileşenlerini içermesine rağmen ispatlama ile ilgili herhangi bir duruma yer verilmediğini belirtmiştir. Ancak bu etkinlik zihinsel bir deneyime dayalı olduğundan ispatlama bileşeni içermemesine rağmen S-S düzleminde değerlendirilmiştir (bkz. Tanguay ve Venant, 2016, s.881). Bu bağlamda yapılan çalışmada ders kitaplarındaki örneklerde teorik referans sistemi doğrudan ispatlama ile birlikte yer almamasına rağmen görseller ile desteklenme söz konusu olduğundan zihinsel bir deneyim sağlanmaktadır. Dolayısıyla söylemsel oluşumun varlığı ortaya çıktığından ilgili örnekler S-S düzleminde ele alınmaktadır.

Ayrıca S-S düzleminde söylemsel oluşuma ait bölümlerde ispatlama bileşeni yer almasa dahi diğer üç bileşenin (görselleştirme, gösterge ve teorik referans sistemi) yer aldığı matematiksel çalışmalara rastlanmıştır. Diğer bir ifade ile dört bileşenden oluşan S-S düzlemine ait matematiksel çalışma uzayı örneklerinde bir bileşen eksik olarak karşıya çıkmıştır. Bu duruma benzer olarak Kuzniak ve Nechache (2021), üç bileşenin yer aldığı bir matematiksel çalışma uzayı örneğinin S-E düzleminde gerçekleştiğini ifade etmiştir. Dolayısıyla bu çalışmada görselleştirme, gösterge ve teorik referans sistemi bileşenlerinden oluşan matematiksel çalışma uzayı örnekleri S-S düzleminde gerçekleştirilmiş olarak ele alınmıştır.

4. 2. Sonuçlar

4. 2. 1. Temel Geometrik Kavramların Ders Kitaplarındaki Ele Alınışlarına Ait Sonuçlar

Bu bölümde araştırmada nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve düzlem kavramlarının ders kitaplarında ele alınışlarına ait sonuçlara yer verilmiştir. Bu doğrultuda nokta kavramının yalnızca 3. sınıf düzeyinde ele alındığı, bu öğretim kademesindeki üç ders kitabında da "kalemin kâğıtta bıraktığı iz" olarak ifade edildiği ve yağmur damlası, gökteki yıldızlar gibi görsellerden yararlanılarak gösterildiği görülmektedir. Ayrıca incelenen 3. sınıf ders kitaplarında nokta kavramının büyük harf ile isimlendirilmesi bilgisi de yer almaktadır. 3-MEB-1 ve 3-MEB-2 ders kitaplarında noktanın boyutsuz ve ölçülemez olduğu bilgisine de yer verildiği bulunmuştur.

Doğru kavramına 3. ve 5. sınıf ders kitaplarında yer verilmiştir. 3. sınıf düzeyindeki bütün ders kitaplarında "başlangıcı ve bitişi belli olmayan çizgi" olarak tanımlanmaktadır. Aynı sınıf düzeyinde yalnızca 3-MEB-1 ders kitabında doğrunun düz olma özelliğine vurgu yapılmaktadır. Doğrunun ders kitabında gösterimleri günlük hayattaki görsellerden yararlanarak yapılmaktadır. 5. sınıf düzeyinde ise doğrunun noktalardan oluştuğuna dair vurgu yapılmakta fakat iki ders kitabında da doğru kavramının ele alınışında farklılıklar göze çarpmaktadır. Doğru, 5-MEB ders kitabında noktalardan oluşan ve sonsuza kadar uzayan düz çizgi olarak ifade edilirken, 5-TUNA'da her iki yönde noktaların sınırsız bir şekilde uzamasıyla oluşan düz çizgi olarak ifade edilmektedir. Bu sınıf düzeyinde doğrunun isimlendirilmesi, simge ve sembolle gösterilmesi de yer almaktadır. Doğruya ait görseller gerçek geometrik çizimler ile yapılmaktadır.

Doğru parçası kavramı da 3. ve 5. sınıf ders kitaplarında yer alan bir kavramdır. 3. sınıf ders kitaplarında doğru parçasının başlangıç ve bitiş noktasını belli olması üzerinde durulmakta aynı zamanda yatay, dikey ve eğik doğru parçaları da verilmektedir. 3-MEB-1 ve 3-ADA ders kitaplarında doğru modelinden yararlanarak doğru parçasının elde edildiği görsellere yer verilmektedir. 3-MEB-2 ve 3-ADA ders kitaplarında somut nesne görsellerinden yararlanarak doğru parçasının gösterimi sağlanırken 3-MEB-1'de gerçek geometrik gösterimlerin kullanıldığı göze çarpmaktadır. 5. sınıf düzeyinde doğru parçası kavramı doğru üzerinden alınan iki noktanın arasındaki parça olarak ifade edilirken bu kavramın isimlendirilmesine, simge ve sembolle gösterilmesine de yer verilmektedir. Aynı zamanda doğru parçası gerçek geometrik çizimler ile gösterilmektedir.

Işın kavramının öğretimine, 3. sınıf düzeyinde başlanarak 5. sınıf düzeyinde devam edilmektedir. 3. sınıf ders kitaplarında ışının başlangıç noktası belli ve diğer ucundan sonsuza kadar uzayan çizgi olduğu bilgisi verilmekte ve somut nesnelerden yararlanarak örneklendirilmektedir. Doğru ve doğru parçası kavramlarında olduğu gibi ışın kavramının da sınırsız sayıda noktalardan oluştuğu ve üzerindeki noktalara göre isimlendirilmesi bilgisi ilk kez 5. sınıf düzeyinde verilmektedir. 3. sınıf ders kitaplarından farklı olarak, bu ders kitabında ışın kavramı somut nesnelerin görselleri yerine çizgiler kullanılarak gösterilmektedir. Işın kavramına yer veren bütün ders kitapları göz önüne alındığında sadece 5-MEB ders kitabında ışının sadece boyunun olduğu fakat ölçülemez olduğu üzerinde durulmaktadır.

Düzlem kavramının yer aldığı 4. sınıf ders kitapları incelendiğinde 4-MEB ders kitabında sınırsız uzayabilen, kalınlığı olmayan düz yüzeyler olarak ifade edilmektedir. 4-ATA ders kitabında düzlemin istenilen büyüklük ve genişlikte olabilen düz bölge olduğu bilgisi yer almaktadır. Yani, düzlem kavramı düzlem parçası yardımıyla tasvir edilmektedir. Düzlem kavramının gösterimi için iki ders kitabında da günlük hayatta düz olan nesne örnekleri verilmektedir. Ders kitaplarında düzlem kavramının paralelkenar ve dikdörtgen gibi gerçek geometrik gösterimlerine ve isimlendirilmesine yer verilmediği görülmektedir. Aynı zamanda düzlemin noktalardan oluştuğu bilgisi de yer almamaktadır.

4. 2. 2. Ders Kitaplarındaki Temel Geometrik Kavramların Matematiksel Çalışma Uzayına Göre Ele Alınış Biçimlerine Ait Sonuçlar

Daha öncede ifade edildiği gibi 3., 4. ve 5. sınıf ders kitaplarında yer alan nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve düzlem kavramları Matematiksel Çalışma Uzayındaki oluşum ve düzlemlere göre analiz edilmektedir. Bu amaç doğrultusunda ilgili kavramların ders kitaplarında en fazla yer edindiği düzlem S-S düzlemidir. S-S düzleminde gerçekleşen 27 örneğin 18'i 3. sınıf, 2 tanesi 4. sınıf ve 7 tanesi 5. sınıf düzeyindeki ders kitaplarında yer almaktadır. S-S düzleminde gerçekleşen örneklerde nesnel veya bedensel göstergelere yer verilmediği görülmüştür.

Ders kitaplarında S-E düzleminde gerçekleşen örnek sayısı 6'dır. Bu örneklerin 2 tanesinde şematik gösterge, 4 tanesinde nesnel gösterge kullanılmakta fakat resimsel veya bedensel göstergenin hiçbir örnekte kullanılmadığı görülmektedir. İncelenen ders kitaplarında S-E düzleminde gerçekleşen örnekler somut materyaller ile yapılan etkinliklerden oluşmaktadır. S-E düzleminin semiyotik oluşum ve S-S düzleminde gerçekleşen örneklere göre çok daha az sayıda bulunması somut materyaller ile yapılan etkinliklerin az sayıda olduğunu göstermektedir. 4-ATA ve 5-TUNA ders kitaplarında S-E düzleminde gerçekleşen bir örneğe rastlanmamaktadır.

Ders kitaplarında 15'i 3. sınıf, 4'ü 4. sınıf ve 6'sı 5.sınıf düzeyinde olmak üzere toplamda 25 örnek semiyotik oluşumda gerçekleşmektedir. 3. ve 4. sınıf düzeyinde semiyotik oluşumda gerçekleşen örneklerde çoğunlukla resimsel gösterge kullanılırken 5. sınıf düzeyinde ise çoğunlukla şematik gösterge kullanılmakta fakat nesnel ve bedensel göstergelere yer verilmediği belirlenmiştir. Semiyotik oluşumda gerçekleşen

örneklerin tanım yapmaya ve ele alınan kavramın özelliklerin ifade edilmesine hazırlık aşamasında ya da kavramın pekiştirilmesi amacıyla kullanıldığı çıkarımı yapılabilir.

Ders kitaplarında ele alınan kavramlar genel olarak incelendiğinde Matematiksel Çalışma Uzayı kapsamında doğrudan enstrümantal oluşum ve söylemsel oluşumunun yer almadığı ve E-S düzleminde gerçekleşen herhangi bir örneğin olmadığı göze çarpmaktadır. İlgili kavramların yer aldığı örnekler kullanılan gösterge çeşitleri açısından incelendiğinde bedensel göstergenin kullanıldığı hiçbir bir örneğin yer almadığı belirlenmiştir.



5. ÖNERİLER

Bu çalışmadaki elde edilen sonuçlardan yola çıkılarak bazı öneriler yapılabilir. Örneğin, 3. sınıf ders kitaplarında doğru, doğru parçası ve ışın kavramlarının noktalardan oluştuğuyla ilgili herhangi bir bilgi yer almamaktadır. Benzer şekilde 4. sınıf ders kitaplarında da düzlem kavramının noktalardan oluştuğuna dair bir bilgi verilmemekte aynı zamanda düzlemin paralelkenar ve dikdörtgen gibi geometrik gösterimlerine değinilmemektedir. Bu bağlamda ders kitaplarında belli başlı düzeltmeler yapılması önerilmektedir.

Ders kitaplarında nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve düzlem kavramlarının yer aldığı örneklerde bedensel gösterge kullanılmadığı görülmektedir. Bu bağlamda ders kitaplarında ve sınıf içi uygulamalarda bedensel gösterge kullanılarak kavramların gösterimine yer verilebilir. Örneğin elin yumruk yapılması başlangıç noktasının olmasını, elin açık olması sonsuza doğru gitmeyi gösterdiği kabul edildiğinde; kolların açılarak iki elin yumruk yapılması doğru parçasını, bir elin yumruk yapılıp diğer elin açık kalması ışını ve iki elin de açık olması doğru kavramının bedensel gösterge kullanımıyla gösterimi için örnek olabilir.

Matematiksel Çalışma Uzayı kapsamında ders kitaplarında zenginleştirmelere gidilebilir. Örneğin yapılan incelemede ders kitaplarında E-S düzleminde gerçekleşen herhangi bir örneğe yer verilmediği görülmektedir. Bu bağlamda, 4. Sınıf düzeyinde düzlem kavramının noktalardan oluştuğu bilgisi öğrencilere kavratılması için boş bir kâğıda kalem ucuyla sayfada hiç boş yer kalmayacak şekilde noktalar doldurma etkinliği E-S düzleminde gerçekleşecek bir etkinlik örneği olarak kitaplarda yer alabilir. Benzer şekilde doğrunun noktalardan oluştuğu bir kareli kâğıt üzerine kalem ile yan yana düz şekilde (aynı doğrultuda) nokta yerleştirme etkinliği E-S düzleminde gerçekleşen bir örnektir. Bu gibi etkinlik örneklerine ders kitabında yer verilebilir.

Bu çalışmada incelenen kavramların yanı sıra, başka temel kavramlara da ders kitaplarında yer verilebilir. Örneğin, incelenen ders kitaplarında yarı doğrunun öğretimine yönelik herhangi bir örneğe rastlanmamıştır. Işın kavramının verilmesiyle birlikte yarı doğru kavramının da ders kitaplarında verilebileceği düşünülmektedir. Çünkü 8. sınıf düzeyinde eşitsizlikler konusundaki çizimlerde birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerin ($x < 5$ gibi) çiziminde yarı doğru örnekleri kullanılmaktadır.

Daha önce de ifade edildiği üzere, bu araştırma nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve düzlem kavramlarının incelenmesi ile sınırlı tutulmuştur. İncelemesi yapılabilecek başka bir temel geometrik kavram ise açıdır. Açı kavramının ya da başka geometrik kavramların ders kitaplarında Matematiksel Çalışma Uzayına göre ele alınışı ile ilgili çalışmalar yapılabilir. Tanguay ve Venant (2016), açı kavramını Matematiksel Çalışma Uzayı kapsamında ele alan bir çalışma gerçekleştirildiğinden karşılaştırmalı araştırmalara yer verilebileceği düşünülmektedir.

Matematik öğretim programında pek çok kavram yer almaktadır. Bu bağlamda tanımlamalarının nasıl yapıldığı ve kavram gösterimlerinde bilişsel ve epistemolojik unsurların nasıl kurulduğunun belirlenmesi, kavramların öğrencilere nasıl verildiğinin planlanması konusunda öğretmenlere ve öğretmen adaylarına yol gösterici niteliktedir. Bu bağlamda matematiksel çalışma uzayına uygun olarak ders planlamalarının yapılmasıyla beraber daha kalıcı öğrenmelerin sağlanabileceği düşünülmektedir.

KAYNAKLAR

- Akıncı, M. (2014). Matematik öğretmen adaylarının bazı geometrik kavramlara ait jestlerin incelenmesi. Doktora Tezi. Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara, Türkiye, 417s.
- Altun, M. (2010). Matematik Öğretimi, Eğitim Fakülteleri ve İlköğretim Öğretmenleri İçin. Aktüel Yayınevi, ISBN: 975-96523-0-7, 478s.
- Ağırman Aydın, T. ve Ayazoğlu, R. (2020). Geometri ve Ölçme Öğretimi: Tanımlar, Kavramlar ve Etkinlikler. Pegem Yayınevi, Ertekin, E. ve Ünlü, M. (Ç. Ed.) Ankara.
- Argün, Z. Arıkan, A. Bulut, S. ve Halıcıoğlu, S. (2014). Temel Matematik Kavramlarının Künyesi. Gazi Kitapevi, ISBN: 9786053441373, 604s.
- Backman, C. A. and Cromie, R. G. (1971). Introduction To Concepts Of Geometry. Prentice-Hall Inc.,: New Jersey.
- Balcı, M. (2019). Öklid Geometrisi. Palme Yayınevi, ISBN: 978-605-282-3460, 442s.
- Bartolini Bussi, M. G. and Mariotti, M. A. (2008). Semiotic Mediation In The Mathematics Classroom: Artifacts and Signs After a Vygotskian Perspective. In L. D. English, & D. Kirshner (Eds.), Handbook of International Research In Mathematics Education, Second Edition, ISBN-13: 978-0805858761, ISBN-10: 0805858768, 944s., 746-783. New York and London, Routledge.
- Baykul, Y. (2009). İlköğretimde Matematik Öğretimi 6-8. Sınıflar. Pegem Akademi Yayıncılık, 1. Baskı, ISBN: 978-975-6802-60-1, 669s.
- Bilen, O. (2019). Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu Matematik Ders Kitabı 5. Tuna Matbaacılık, 306s., Ünver B. (Ç. Ed.).
- Bozkurt, A. (2018). Silindir ve prizma kavramlarının öğretim sürecinin matematik dersi öğretim programları ve ders kitaplarında ele alınışının bir analizi. *International Online Journal of Educational Sciences*, Gaziantep Üniversitesi, Gaziantep Eğitim Fakültesi, ISSN: 1309-2707, 10(3), 22-39.
- Bulut, S., Boz Yaman, B. ve Yavuz, F. D. (2016). 7. Sınıf matematik ders kitaplarında dönüşüm geometrisi işlenişinin öğretim programları açısından değerlendirilmesi. *İlköğretim Online*, 15(4), 1164-1190.
- Cırırcı, H., Gönen, İ., Araç, D., Özarslan, M., Pekcan, N. ve Şahin, M. (2017). Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu Matematik Ders Kitabı 5. Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), 320s., Durmuş, S. ve İpek, A. S. (Ç. Ed.), 190-211.
- Dane, A. ve Başkurt, H. (2012). İlköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin doğru parçası, doğrusallık, ışın ve açı kavramlarını algılama düzeyleri. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13(2), 85-104.

- Delgadillo, E.M. and Vivier, L. (2016). Mathematical working space and paradigms as an analysis tool for the teaching and learning of analysis. *ZDM Mathematics Education*, 48(6), 739-754.
- Delice, A., Aydın, E. ve Kardeş, D. (2009). Öğretmen adayı gözüyle matematik ders kitaplarında görsel öğelerin kullanımı. *İstanbul Ticaret Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi* 16(8), 75-92.
- Derouet, C. and Parzysz, B. (2016). How can histograms be useful for introducing continuous probability distributions. *ZDM Mathematics Education*, 48, 757-773. <https://doi.org/10.1007/s.11858-016-0769-9>.
- Doğan, M. (2015). Nokta, Doğru, Doğru Parçası, Işın, Düzlem ve Uzay Kavramları: Tanımları ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar. Pegem Akademi Yayıncılık, 2. Baskı, ISBN:978-605-364-570-2, 768s., Zembat, İ. Ö., Özmantar, M. F., Bingölbali, E., Şandır, E. ve Delice, A. (Ç. Ed.), 197-220.
- Doğan, O. ve Gezmiş, A. T. (2018). İlkokul Matematik 3. Ders Kitabı. Ada Yayıncılık, 1 Baskı, ISBN: 978-975-6604-65-6, 288s.
- Duatepe, A. (2020). Temel Geometrik Kavramlar: Matematiğin Temelleri. Pegem Akademi Yayıncılık, 2. Baskı, ISBN: 978-625-7052-955, 488s., Kaçar, A. (Ç. Ed.), 159-194.
- Duval, R. (2014). Commentary: Linking epistemology and semio-cognitive modeling in visualization. *ZDM Mathematics Education*, 46(1), 159-170.
- Duval, R. (1995). Semiosis et Pensée Humaine. Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels. Suisse Collection, ISBN: 3-906754-32-4, ISSN: 0721-3700 , 395s., Lang, P. (Ed.).
- Elert, K. (1995). The chaos hypertextbook. 22.02.2012 tarihinde <http://hypertextbook.com/chaos/> adresinden alınmıştır.
- Forster, N. (1995). The analysis of company documentation. In C. Cassel and G. Symon (Eds.), *Qualitative methods in organizational research: A practical guide*. London: Sage.
- Freudenthal, H. (2002). Didactical Phenomenology of Mathematical Structures. Kluwer Academic Publishers, ISBN: 9-027-71535-1, 586s.
- Genç, N., Güleç, H., Şahin, N ve Taşcı, S. (2019). İlkokul Matematik 3. Ders Kitabı. Millî Eğitim Bakanlığı (MEB), 2. Baskı, ISBN: 978-975-11-4536-9, 288s.
- Gomez Chacon, I. and Kuzniak, A. (2015). Spaces for Geometric work: Figural, instrumental, and discursive geneses of reasoning in a technological environment, *International Journal of Science and Mathematics Education*. 13, 201-226.
- Güler Selek, H. K. (2020). Kâğıt katlamanın semiyotik arabuluculuk teorisi açısından incelenmesi. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 19(73), 122-144.

- Güner, P. ve Uygun, T. (2019). Temel Geometri ve Ölçü Kavramı Öğretimi. İlkokulda Matematik Öğretimi. Pegem Akademi Yayıncılık, 1. Baskı, ISBN: 978-605-2417-317, 400s., Kaçar, A. (Ç. Ed.), 250-253.
- Hollebrands, K. (2003). High school student's understanding of geometric transformation in the context of a technological environment. *The Journal of Mathematical Behavior*. 22(1), 55-72. DOI: 10.1016/S0732-3123(03)00004-X
- Karabey, B. (2016). Temel Düzlem Geometri: Temel Matematiksel Kavramlar ve Uygulamaları. Pegem Akademi Yayıncılık, 1. Baskı, ISBN: 978-605-3187-554, 627s., Elçi, A. N., Bukova Güzel, E., Cantürk Günhan, B. ve Ev Çimen E. (Ç. Ed.), 357-362.
- Kaplan, E. (2011). Ortaöğretim Geometri 9 Ders Kitabı. Paşa Yayıncılık, 1. Baskı, ISBN: 978-975-8119-530, 198s.
- Karakuş, F. ve Baki, A. (2011). İlköğretim 8. sınıf matematik öğretim programı ve ders kitaplarının fraktal geometri konusu kapsamında değerlendirilmesi. *İlköğretim Online*, 10(3), 1081-1092.
- Karasar, N. (2013). Bilimsel Araştırma Yöntemi. Nobel Akademi Yayıncılık, 25.Basım, Ankara. 292s.
- Kayapınar, A., Şahin, N., Erdem, G. ve Şentürk Leylek, B. (2019). İlkokul Matematik 4. Ders Kitabı. Millî Eğitim Bakanlığı (MEB), 1. Baskı, ISBN: 978-975-11-4905-3, 303s.
- Khalidova, E. (2015). Türkiye-Kazakistan ilköğretim 5.sınıf matematik ders kitapları üzerinde karşılaştırmalı bir çalışma. Yüksek Lisans Tezi. Uludağ Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bursa, Türkiye, 169s.
- Kılıç, A. S., ve Temel, H. ve Şenol, H. (2015). Öğretmen adaylarının "nokta, doğru, düzlem ve açı" kavramları hakkında bilgi düzeyleri ve kavram yanlışlarının incelenmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 26, 205-229. DOI: 10.14582/DUZGEF.645.
- Kiriş, B. (2008). İlköğretimde altıncı sınıf öğrencilerinin "nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve düzlem" konularında sahip oldukları kavram yanlışları ve bu yanlış nedenlerinin belirlenmesi, Yüksek Lisans Tezi, Adnan Menderes Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Aydın, Türkiye, 123s.
- Kirk, J. and Miller, M.L. (1986). Reliability and validity in qualitative research. ISBN: 978-080-3924-703 Doi: <https://dx.doi.org/10.4135/9781412985659>, Beverly Hills CA: Sage.
- Kuzniak, A. (2011). L'espace de Travail Mathématique et ses genèses. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 16, 9–24ss. <https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-01060043>.

- Kuzniak, A. and Nechache, A. (2021). On forms of geometric work: a study with pre-service teachers based on the theory of Mathematical Working Spaces. *Educational Studies in Mathematics*, 106, 271–289.
- Kuzniak, A. and Richard, P. R. (2014). Spaces for mathematical work: Viewpoints and perspectives. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17(4-I), 17–27ss. <http://dx.doi.org/10.12802/relime.13.1741a>.
- Kuzniak, A., Tanguay, D. and Elia I. (2016). Mathematical Working Spaces in schooling: an introduction, *ZDM Mathematics Education*, 48(6), 721–737. DOI 10.1007/s11858-016-0812-x
- Kuzniak, A. and Nechache, A. (2019). Personal geometrical work of pre-service teachers: a case study based on the theory of Mathematical Working Spaces. *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Utrecht University, Feb 2019, Utrecht, Netherlands. {hal-02402239}
- Lakoff, G. and Núñez, R.E. (1997). The metaphorical structure of mathematics. In L.D. English (Ed.), *Mathematical reasoning: Analogies, metaphors, and images*, 21–89ss. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Laval, D. (2018). L’algorithmique au lycée entre développement de savoirs spécifiques et usage dans différents domaines mathématiques. These de Doctorat, Université Sorbonne Paris Cité. 613s. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01943971>.
- Mahir, N. (1999). Analitik Geometri. Anadolu Üniversitesi Yayınları, Yayın No: 597, ISBN: 975-492-835–5, 24s., Azcan, H. (Ç. Ed.), 7.
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2018). İlköğretim matematik dersi 1-8. Sınıflar öğretim program ve kılavuzu. MEB, Ankara.
- Üstünel, M. (2012). II. Sınıf Elektrik Tesisatçılığı Temel Matematik ve Fizik Ders Kitabı. Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları, 262s., 213.
- Nechache, A. (2016). La validation dans l’enseignement des probabilités au niveau secondaire, These de Doctorat, Université Sorbonne Paris Cité. 374s. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01345747>.
- Nesin, A. (2004). Matematik ve Doğa. İstanbul Bilgi Üniversitesi Yayınları, 3. Baskı, ISBN / ISSN: 975685717X, 175s.
- Nurnberger-Haag, J. (2017). A cautionary tale: How children’s books (mis) teach shapes. *Early Education and Development*, 28(4), 415-440.
- Olkun, S. ve Toluk, T. U. (2006). İlköğretimde Matematik Öğretimine Çağdaş Yaklaşımlar. Ekinoks Yayınları, ISBN: 979-994-4495-003, 148s.
- Özcelik, U. (2019). İlkokul Matematik 4. Ders Kitabı. Ata Yayıncılık, 1. Baskı, ISBN: 978-605-261-025-1, 304s. 200-201.

- Özdemir Erdoğan, E. (2016) Enstrümental Oluşum Teorisi: Matematik Eğitiminde Teoriler, Pegem Akademi Yayıncılık, 1.Baskı, ISBN: 978-605-3183-808, Bingölbalı, E., Arslan S. ve İ. Ö. Zembat (Ç. Ed.), 1016s., 803-818.
- Peker, M. ve Karakuş, F. (2015). Matematiksel Anlamda Boyut Kavramı: Tanımları ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar. Pegem Akademi Yayıncılık, 2. Baskı, ISBN: 978-605-3645-702, 768s., Zembat, İ. Ö., Özmantar, M. F., Bingölbalı, E., Şandır, H. ve Delice A. (Ç. Ed.) 185-195.
- Rabardel, P. (1995). Les Hommes et Les Technologies. Une Approche Cognitive Des Instruments Contemporains. hal-01017462, 239ss., Paris: Armand Colin.
- Radford, L. (2016). The epistemic, the cognitive, the human: a commentary on the mathematical working space approach. *ZDM Mathematics Education*, 48(6), 925-933.
- Rıfat, M. (2009). Göstergebilimin ABC'si. Say Yayınları, 3. Baskı, ISBN: 978-975-468-8160, 157s., 11.
- Richard, P. R. (2004). L'inference figurale: Un pas de raisonnement discursivo-graphique. *Educational Studies in Mathematics*, 57(2), 229-263.
- Saussure, F. (2001). Genel Dil Bilim Dersleri. Multilingual Yayınevi, ISBN: 978-975-2622-06, 347s., Vardar, B. (Çeviri).
- Savaş, E., Turan Ekmekçi, N., Savaş, S. ve Oflar, Y. (2019). İlkokul Matematik 3 Ders Kitabı. Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), 260s. 184-192.
- Şengül, S. ve Dereli, M. (2009). Geometrinin temel kavramları hakkında ilköğretim 6. sınıf öğrencilerinin kavram görüntüleri. *Educational Research Association Turkey First International Congress Of Educational Research*. Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi.
- Tanguay, D. and Venant, F. (2016). The semiotic and conceptual genesis of angle. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 48(6), 875-894, DOI: 10.1007/s11858-016-0789-5.
- Ulutaş, B. (2017). *Doküman analizi* Nitel Araştırma Yöntem, Teknik, Analiz ve Yaklaşımları. Anı Yayıncılık, Yayın No: 16003, 2. Baskı, ISBN:978-605-170-028-1, 400s., Seggie F. N. ve Bayyurt, Y. (Ç. Ed.), 279-297.
- Usiskin, Z. Griffin, J. Witonsky, D. and Willmore, E. (2008). The Classification of Quadrilaterals: a Study of Definition. Information Age Publishing, ISBN-13: 978-1593116941, ISBN-10: 1593116942, 104s.
- Vardar, B. (1988). Açıklamalı Dilbilim Terimleri Sözlüğü. ABC Yayınevi, ISBN: 978-9750-903-618, 295s., 111.
- Verney Masselin, P. B. (2019). Étude du travail de l'enseignant autour de la simulation en classe de troisième et seconde: métamorphoses d'un probleme au fil d'une

formation en probabilité. Thèse de doctorat, de l'Université Sorbonne Paris Cité
Préparée à l'Université Paris Diderot, 366s.

Yemen Karpuzcu, S. ve Işıksal Bostan, M. (2015). Geometrik Cisimler: Silindir, Prizma, Koni, Piramit ve K renin Matematiksel Anlamı: Tanımları ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar. Pegem Akademi Yayınları, 2. Baskı, ISBN: 10:6053645702, 768s., Zembat, İ.  .,  zmantar, M. F., Bingölbali, E., Şandır H. ve Delice A. ( . Ed.), 273-290.

Yıldırım, A. ve Şimşek. H. (2018). Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri. Seçkin Yayıncılık, Yayın No: 76, 11.Baskı, Sertifika No: 12416, ISBN: 978-975-02-3999-1, 432s.

Zeybek, Z.,  st n, A. ve Birol, A. (2018). Matematiksel ispatların ortaokul matematik ders kitaplarındaki yeri. * lk ğretim Online*, 17(3), 1317-1335, doi 10.17051/ilkonline.2018.466349.

ÖZGEÇMİŞ

Vahide KARAHAN, doğdu. İlköğrenimini Balıkesir ilinde Cumhuriyet İlköğretim Okulu'nda, ortaöğrenimini ise Balıkesir ili Savaştepe ilçesinde Savaştepe Anadolu Öğretmen Lisesi'nde tamamladı. 2014 yılında, Ağrı İbrahim Çeçen Üniversitesi Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği bölümünde başladığı lisans eğitimini, 2015 yılında yatay geçiş yaparak Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Eğitim Fakültesi'nde devam ettirdi. Lisans eğitimini 2018 yılında tamamladı.

2019 yılında Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı'nda yüksek lisans eğitimine başladı. 2019 yılında Millî Eğitim Bakanlığı'na bağlı Erzurum ili Tekman İlçesi Tekman Yatılı Bölge Ortaokulu'na İlköğretim Matematik Öğretmeni olarak atandı. Halen aynı kurumda görevine devam etmektedir. Yabancı dili İngilizcedir.