

**İNCE PLAKLARIN SERBEST TİTREŞİMİNİN ANSYS PAKET
PROGRAMI İLE ANALİZİ**

Cengiz TOLUN

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ**

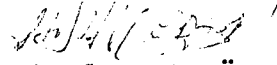
T93542

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

**ŞUBAT 2000
ANKARA**

Cengiz TOLUN tarafından hazırlanan İNCE PLAKLARIN SERBEST
TİTREŞİMİNİN ANSYS PAKET PROGRAMI İLE ANALİZİ adlı tezin
Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.



Prof. Dr. Ali Ünal ERDEM

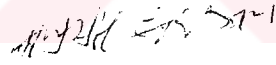
Tez Yöneticisi

Bu çalışma, jürimiz tarafından Makina Mühendisliği Anabilim Dalında
Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan: Doç. Dr. Mahmut ÖZBAY



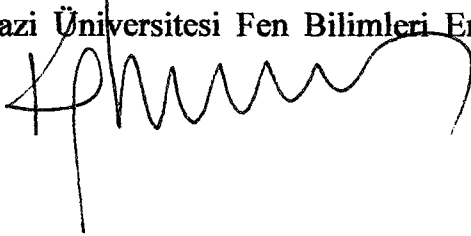
Üye : Prof. Dr. Ali Ünal ERDEM



Üye : Doç. Dr. Müfit GÜLGEÇ



Bu tez, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına
uygundur.



İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
ÇİZELGELERİN LİSTESİ.....	iv
ŞEKİLLERİN LİSTESİ.....	ix
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	xiii
1. GİRİŞ.....	1
2. TEORİ.....	5
2.1. Genel.....	5
2.2. Klasik Plak Teorisi.....	5
2.2.1. Lineer elastik izotropik ince plak teorisi.....	5
2.3. Genel Varsayımlar.....	5
2.4. Sabit Kalınlıktaki Elastik İnce Plaklar.....	6
2.5. Deformasyon Analizi.....	6
2.6. Genleme Alanı.....	12
2.7. Düzlemsel Gerilme.....	14
2.7.1. Düzlemsel gerilme hali için temel denklemler.....	14
2.8. Düzlemsel Genleme.....	16
2.9. Gerilme Alanı.....	18
2.10. Bir Plak Elemanında İç Kuvvetler Ve İç Momentlerin İfadeleri.....	19
2.10.1 İç momentler.....	19
2.10.2 İç kuvvetler.....	22
2.11. Denge Denklemleri.....	22
2.12. Plakların Eğilmesi.....	26
2.13. Plakların Sınır Şartları.....	27

2.14. Plakların Dinamiği.....	27
3. UYGULAMA.....	29
3.1. ANSYS Analizi.....	29
3.2. Plakların Dinamik Analizinde Sonlu Elemanlar.....	29
3.2.1. Hareketin matris denklemi.....	29
3.2.2. Serbest titreşim.....	34
3.3. Sınır Şartları.....	36
3.4. Sonuçlar.....	37
3.5. Sonuçların İrdelenmesi.....	55
3.6. Mod Şekilleri.....	89
4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	105
KAYNAKLAR.....	106
ÖZGEÇMİŞ	

İnce Plakların Titreşiminin ANSYS Paket Programı İle Analizi
(Yüksek Lisans Tezi)

Cengiz TOLUN

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
Şubat 2000

ÖZET

Bu çalışmada, lineer, izotropik, homojen elastik ince bir dikdörtgen plağın serbest titreşimin karakteristikleri (tabii frekans parametreleri ve mod şekilleri) ANSYS paket programı ile incelenmiştir. Dikdörtgen plağın hareket denklemi, Kirchhoff Plak Teorisi uygulanarak elde edildi. Daha sonra, hareket denklemi sonlu elemanlar modelinde ifade edildi. Basit mesnet, ankestre ve serbest sınır şartlarının kombinasyonundan oluşan 16 farklı sınır şartlarında analizi yapıldı. Sonuçlar, ilk beş mod ve beş farklı görünüm oranları ($a/b=2/5, 2/3, 1/1, 3/2, 5/2$) için plağın tabii frekans parametreleri ve titreşim mod şekilleri bulundu.

Bilim Kodu : 625.03.00

Anahtar Kelimeler : İnce Plaklar, Serbest Titreşim, Sonlu Eleman

Sayfa Adedi : 108

Tez Yöneticisi : Prof. Dr. Ali Ünal ERDEM

**Analysis of The Free Vibration of The Thin Plates By ANSYS Packet
Programme
(M.Sc. Thesis)**

Cengiz TOLUN

**GAZI UNIVERSITY
INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY**

February 2000

ABSTRACT

In this study, Free Vibration characteristics (natural frequencies and mode shapes) of linear, isotropic, homogeneous, elastic rectangular thin plates are analyzed by ANSYS packet programme. The general equation of motion of the rectangular plate is derived by applying Kirchhoff's Plate Theory. The field equations for the plate are expressed in finite element formulation. The analysis is carried out for 16 different cases which involve some of the possible combinations of clamped, simply supported and free boundary conditions. The results of the natural frequency parameters are obtained for the first five modes and for five different aspect ratios, namely $a/b=2/5, 2/3, 1/1, 3/2, 5/2$. The natural frequency parameters and mode shapes are presented.

Science Code : 625.03.00

Keywords : Thin Plates, Free Vibration, Finite Element

Page Number : 108

Supervisor : Prof. Dr. Ali Ünal ERDEM

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca değerli yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren hocam Prof. Dr. Ali Ünal ERDEM'e, ayrıca , Kırıkkale Üniversitesinde görev yapan sayın Öğretim Üyesi Alaaddin AKTAŞ'a ANSYS programını kullanmamda göstermiş olduğu yardımlarından dolayı ve emeği geçen tüm arkadaşlarıma teşekkürü borç bilirim.



ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 3.1. 1/1 boyutunda, C-C-C-C sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri.....	37
Çizelge 3.2. 1/1 boyutunda, C-C-C-C sınır şartlarına sahip plağın 0.15, 0.2, 0.25 ve 0.3 Poisson oranlarında tabii frekans parametrelerinin değerleri.....	37
Çizelge 3.3 1/1 boyutunda, C-C-C-SS sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değeri.....	38
Çizelge 3.4. 1/1 boyutunda, C-C-C-SS sınır şartlarına sahip plağın 0.15, 0.2, 0.25 ve 0.3 Poisson oranlarında tabii frekans parametrelerinin değerleri.....	38
Çizelge 3.5 1/1 boyutunda, C-C-C-F sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değeri.....	39
Çizelge 3.6. 1/1 boyutunda, C-C-C-F sınır şartlarına sahip plağın 0.15, 0.2, 0.25 ve 0.3 Poisson oranlarında tabii frekans parametrelerinin değerleri.....	39
Çizelge 3.7 1/1 boyutunda, C-C-SS-SS sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değeri.....	40
Çizelge 3.8. 1/1 boyutunda, C-C-SS-SS sınır şartlarına sahip plağın 0.15, 0.2, 0.25 ve 0.3 Poisson oranlarında tabii frekans parametrelerinin değerleri.....	40

Çizelge 3.9 1/1 boyutunda, C-C-SS-F sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değeri.....	41
Çizelge 3.10. 1/1 boyutunda, C-C-SS-F sınır şartlarına sahip plağın 0.15, 0.2, 0.25 ve 0.3 Poisson oranlarında tabii frekans parametrelerinin değerleri.....	41
Çizelge 3.11. 1/1 boyutunda, C-C-F-F sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değeri.....	42
Çizelge 3.12. 1/1 boyutunda, C-C-F-F sınır şartlarına sahip plağın 0.15, 0.2, 0.25 ve 0.3 Poisson oranlarında tabii frekans parametrelerinin değerleri.....	42
Çizelge 3.13. 1/1 boyutunda, C-SS-C-F sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değeri.....	43
Çizelge 3.14. 1/1 boyutunda, C-SS-C-F sınır şartlarına sahip plağın 0.15, 0.2, 0.25 ve 0.3 Poisson oranlarında tabii frekans parametrelerinin değerleri.....	43
Çizelge 3.15. 1/1 boyutunda, C-SS-SS-F sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değeri.....	44
Çizelge 3.16. 1/1 boyutunda, C-SS-SS-F sınır şartlarına sahip plağın 0.15, 0.2, 0.25 ve 0.3 Poisson oranlarında tabii frekans parametrelerinin değerleri.....	44
Çizelge 3.17. 1/1 boyutunda, C-SS-F-F sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değeri.....	45

Çizelge 3.18. 1/1 boyutunda, C-SS-F-F sınır şartlarına sahip plağın 0.15, 0.2, 0.25 ve 0.3 Poisson oranlarında tabii frekans parametrelerinin değerleri.....	45
Çizelge 3.19. 1/1 boyutunda, C-F-C-F sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değeri.....	46
Çizelge 3.20. 1/1 boyutunda, C-F-C-F sınır şartlarına sahip plağın 0.15, 0.2, 0.25 ve 0.3 Poisson oranlarında tabii frekans parametrelerinin değerleri.....	46
Çizelge 3.21. 1/1 boyutunda, C-F-SS-F sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değeri.....	47
Çizelge 3.22. 1/1 boyutunda, SS-SS-SS-SS sınır şartlarına sahip plağın 0.15, 0.2, 0.25 ve 0.3 Poisson oranlarında tabii frekans parametrelerinin değerleri.....	47
Çizelge 3.23. 1/1 boyutunda, C-F-F-F sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değeri.....	48
Çizelge 3.24 1/1 boyutunda, SS-SS-F-F sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değeri.....	48
Çizelge 3.25. 1/1 boyutunda, SS-SS-SS-SS sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değeri.....	49
Çizelge 3.26. 1/1 boyutunda, SS-C-SS-C sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değeri.....	49

Çizelge 3.27. 1/1 boyutunda, SS-C-SS-SS sınır şartlarına sahip plâgın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değeri.....	50
Çizelge 3.28. 1/1 boyutunda, SS-C-SS-F sınır şartlarına sahip plâgın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değeri.....	50
Çizelge 3.29. 1/1 boyutunda, SS-SS-SS-F sınır şartlarına sahip plâgın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değeri.....	50
Çizelge 3.30. 1/1 boyutunda, SS-F-SS-F sınır şartlarına sahip plâgın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değeri.....	51
Çizelge 3.31. 3/2 boyutunda, C-C-C-C sınır şartlarına sahip plâgın 72, 160 ve 216 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değeri.....	51
Çizelge 3.32. 5/2 boyutunda, C-C-F-F sınır şartlarına sahip plâgın 72, 160 ve 216 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değeri.....	52
Çizelge 3.33. 2/3 boyutunda, C-C-C-F sınır şartlarına sahip plâgın 72, 160 ve 216 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değeri.....	52
Çizelge 3.34. 2/5 boyutunda, C-C-SS-SS sınır şartlarına sahip plâgın 48, 96 ve 160 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değeri.....	53
Çizelge 3.35. 1/1 boyutunda, C-C-C-C sınır şartlarına ve alüminyum (Al), magnezyum (Mg) ve gelik (St) malzemelerine sahip plâkların tabii frekans parametrelerinin değeri.....	54



Çizelge 3.36. I/1 boyutunda, C-C-C-SS sınır şartlarına ve alüminyum (Al),
magnezyum (Mg) ve çelik (St) malzemelerine sahip plakların tabii frekans
parametrelerinin değeri.....54

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil 2.1.	$P_3(x_1, x_2)$ ile yüklenmiş dikdörtgen plak	7
Şekil 2.2.	Deformasyondan önce ve sonra plak elemanı	8
Şekil 2.3.	Plak elemanındaki gerilmeler	20
Şekil 2.4.	Plak elemanındaki kuvvetler ve momentler	20
Şekil 2.5.	Sınır şartı	24
Şekil 3.1.	SHELL63 elemanı	35
Şekil 3.2	1/1 boyutunda, C-C-C-C sınır şartlarına sahip plâğın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri	56
Şekil 3.3.	1/1 boyutunda, C-C-C-C sınır şartlarına sahip plâğın 0.15, 0.2, 0.25 ve 0.3 Poisson oranlarında tabii frekans parametrelerinin değerleri	58
Şekil 3.4	1/1 boyutunda, C-C-C-SS sınır şartlarına sahip plâğın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri	60
Şekil 3.5.	1/1 boyutunda, C-C-C-SS sınır şartlarına sahip plâğın 0.15, 0.2, 0.25 ve 0.3 Poisson oranlarında tabii frekans parametrelerinin değerleri	61
Şekil 3.6.	1/1 boyutunda, C-C-C-F sınır şartlarına sahip plâğın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri	62
Şekil 3.7.	1/1 boyutunda, C-C-C-F sınır şartlarına sahip plâğın 0.15, 0.2, 0.25 ve 0.3 Poisson oranlarında tabii frekans parametrelerinin değerleri	63

Şekil 3.8. 1/1 boyutunda, C-C-SS-SS sınır şartlarına sahip plajın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri.....	64
Şekil 3.9. 1/1 boyutunda, C-C-SS-SS sınır şartlarına sahip plajın 0.15, 0.2, 0.25 ve 0.3 Poisson oranlarında tabii frekans parametrelerinin değerleri.....	65
Şekil 3.10. 1/1 boyutunda, C-C-SS-F sınır şartlarına sahip plajın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri.....	67
Şekil 3.11. 1/1 boyutunda, C-C-F-F sınır şartlarına sahip plajın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri.....	68
Şekil 3.12. 1/1 boyutunda, C-SS-C-F sınır şartlarına sahip plajın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri.....	70
Şekil 3.13. 1/1 boyutunda, C-SS-SS-F sınır şartlarına sahip plajın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri.....	71
Şekil 3.14. 1/1 boyutunda, C-SS-F-F sınır şartlarına sahip plajın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri.....	73
Şekil 3.15. 1/1 boyutunda, C-F-C-F sınır şartlarına sahip plajın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri.....	74
Şekil 3.16. 1/1 boyutunda, C-F-SS-F sınır şartlarına sahip plajın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri.....	76

Şekil 3.19. 1/1 boyutunda, SS-C-SS-SS sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri.....80

Şekil 3.20. 1/1 boyutunda, SS-C-SS-F sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri.....81

Şekil 3.21. 1/1 boyutunda, SS-SS-SS-F sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri.....83

Şekil 3.22. 3/2 boyutunda, C-C-C-C sınır şartlarına sahip plağın 72, 160 ve 216 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri.....84

Şekil 3.23 5/2 boyutunda, C-C-F-F sınır şartlarına sahip plağın 48, 96 ve 160 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri.....85

Şekil 3.24. 2/5 boyutunda, C-C-SS-SS sınır şartlarına sahip plağın 48, 96 ve 160 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri.....86

Şekil 3.25. 1/1 boyutunda, C-C-C-C sınır şartlarına ve alüminyum (Al), magnezyum (Mg) ve çelik (St) malzemelerine sahip plakların tabii frekans parametrelerinin değerleri.....87

Şekil 3.26. 1/1 boyutunda, C-C-C-SS sınır şartlarına ve alüminyum (Al), magnezyum (Mg) ve çelik (St) malzemelerine sahip plakların tabii frekans parametrelerinin değerleri.....88

Şekil 3.27. C-C-C-C plağın birinci modu.....89

Şekil 3.28. C-C-C-SS plağın birinci modu.....90

Şekil 3.29. C-C-C-F Plagın birinci modu.....	91
Şekil 3.30. C-C-SS-SS Plagın birinci modu.....	92
Şekil 3.31.C-C-SS-F Plagın birinci modu.....	93
Şekil 3.32. C-C-F-F Plagın birinci modu.....	94
Şekil 3.33. C-SS-C-F Plagın birinci modu.....	95
Şekil 3.34. C-SS-SS-F Plagın birinci modu.....	96
Şekil 3.35. C-SS-F-F Plagın birinci modu.....	97
Şekil 3.36. C-F-C-F Plagın birinci modu.....	98
Şekil 3.37. C-F-SS-F Plagın birinci modu.....	99
Şekil 3.38. SS-SS-F-F Plagın birinci modu.....	100
Şekil 3.39. SS-SS-SS-SS Plagın birinci modu.....	101
Şekil 3.40. SS-C-SS-C Plagın birinci modu.....	102
Şekil 3.41 SS-C-SS-SS Plagın birinci modu.....	102
Şekil 3.42. SS-C-SS-F Plagın birinci modu.....	103
Şekil 3.433. SS-SS-SS-F Plagın birinci modu.....	104

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler	Açıklama
u_1, u_2, u_3	Kartezyen koordinatlarda yerdeğiştirmeleer
x_1, x_2, x_3	Kartezyen koordinatlar
$\mathcal{E}_{\alpha\beta}$	Plagın Genleme alanı
$\tau_{\alpha\beta}$	Plagın Kayma gerilmesi
$N_{\alpha\beta}$	Plagın Eksenel gerilmesi
$Q_{\alpha\beta}$	Plagın Kesme kuvveti
$M_{\alpha\beta}$	Plagın eğilme momenti
D	Plagın eğilme rijitliği
B	Plagın uzama rijitliği
a	Dikdörtgen plagın uzunluğu
b	Dikdörtgen plagın genişliği
h	Dikdörtgen plagın kalınlığı
E	Plagın Elastisite modülü
ν	Plagın poisson oranı
t	Zaman
λ	Tabii frekans parametresi
$\bar{u}$	Yerdeğiştirme vektörü
$\bar{\bar{N}}$	Şekil fonksiyonun matrisi
$\bar{Q}^{(e)}$	Nodal yerdeğiştirme vektörü
$\bar{\varepsilon}$	Genleme vektörü
$\bar{\sigma}$	Gerilme vektörü
$\bar{Q}^{(e)}$	Nodal hız vektörü
L	Lagrange fonksiyonu
T	Kinetik enerji

Potansiyel enerji	π_p
Kinetik enerji	T
Atık fonksiyonu	R
Plagın konsantrasyon yük vektörü	$\overline{p_c}$
Yüzey kuvvetleri tarafından meydana getirilen elemanın nodal kuvvet vektörü	$\overline{p_s^{(e)}}$
Kütle kuvvetleri tarafından meydana getirilen elemanın nodal kuvvet vektörü	$\overline{p_b^{(e)}}$
Elemanın kütle matrisi	$\overline{M^{(e)}}$
Elemanı rijitlik matrisi	$\overline{K^{(e)}}$
Elemanın sönümlenme matrisi	$\overline{C^{(e)}}$
Plagın master kütle matrisi	$\overline{M}$
Plagın master rijitlik matrisi	$\overline{K}$
Plagın master sönümlenme matrisi	$\overline{C}$
Toplam yük vektörü	$\overline{P^{(t)}}$
Global nodal yerdeğiştirme vektörü	$\overline{Q}$
Global nodal hız vektörü	$\overline{\dot{Q}}$
Global nodal ivme vektörü	$\overline{\ddot{Q}}$
Tabii frekans	ω
İndisler	i, j, α, β
Yönlülük	p
Ankestre-Ankestre-Ankestre-Ankestre-Ankestre	C-C-C-C
Ankestre-Ankestre-Ankestre-Basit Mesnet	C-C-C-SS
Ankestre-Ankestre-Ankestre-Basit Mesnet-Basit Mesnet	C-C-C-F
Ankestre-Ankestre-Ankestre-Basit Mesnet-Basit Mesnet	C-C-SS-SS

Ankestre-Ankestre-Basit Mesnet-Serbest	C-C-F-F
Ankestre-Basit Mesnet-Ankestre-Serbest	C-SS-C-F
Ankestre-Basit Mesnet-Basit Mesnet-Serbest	C-SS-SS-F
Ankestre-Basit Mesnet-Serbest	C-SS-F-F
Ankestre-Serbest-Ankestre-Serbest	C-F-C-F
Ankestre-Serbest-Basit Mesnet-Serbest	C-F-SS-F
Ankestre-Serbest-Serbest-Serbest	C-F-F-F
Basit Mesnet-Basit Mesnet- Serbest-Serbest	SS-SS-F-F
Basit Mesnet-Basit Mesnet-Basit Mesnet-Basit Mes.	SS-SS-SS-SS
Basit Mesnet-Ankestre-Basit Mesnet-Basit Mesnet	SS-C-SS-C
Basit Mesnet-Ankestre-Basit Mesnet-Basit Mesnet	SS-C-SS-SS
Basit Mesnet-Ankestre-Basit Mesnet-Serbest	SS-C-SS-F
Basit Mesnet-Basit Mesnet-Basit Mesnet-Serbest	SS-SS-SS-F

1.GİRİŞ

Plakaların titreşim özellikleri, mühendislik uygulamalarındaki öneminden dolayı senelerce yoğun çalışmalara konu olmuştur. Titreşen plaklar, otomotiv, uçak, gemi, depolama tankı, hidrolik yapı, makine ve cihazlar, köprü gibi yapıların önemli kısımlarını teşkil etmektedir. Makine mühendisliği dalında plakaların titreşim analizi, nakil vasıtalarının ve imalat makinelerinin yapıları, pompa garhları, basınç ayar cihazları, titreşim izolasyon ve tahrik masaları gibi uygulamada alanlarında önem kazanmaktadır. İnce plak teorisi kullanılarak yapılan serbest titreşim analizinde, enine-kayma şekli değiştirme ve dönme ataletinin etkileri ihmal edilmiştir.

Araştırmaların çoğu, dikdörtgen plakaların titreşimi üzerine yapılmıştır. Teorik çalışmalarda, sonlu farklar metodu, Ritz metodu, Rayleigh-Ritz metodu, sonlu elemanlar metodu, Lagrangian multiplier metodu, Finite Strip metodu, Galerkin metodu, Spline Strip metodu, Modal Constant metodu ve diğer metodlar kullanılmıştır.

Bölüm 2'de kartezyen koordinatlarda dörtgen plağın hareket denklemleri ve sınır şartları elde edildi. İlk olarak genel varsayımlar belirtildi. Daha sonra, ince plak teorisi için kabul edilen yerdeğiştirme, gerilme ve genleme alanlarıyla ilgili bünye denklemleri çıkarıldı.

Bölüm 3'de izotropik ince plakanın, ankastre,basit mesnetli ve serbest sınır şartların kombinasyonundan oluşan 16 değişik sınır şartlarında ve 5 farklı görünüm oranlarında tabii frekans parametreleri ve mod şekilleri ANSYS paket programında analiz edilmiştir. Sonuçlar, tablo ve grafik şeklinde sunulmuştur.

Enine-kayma şekil değiştirmesinin ve dönme ataletinin elastik kırışların eğilme titreşimleri üzerindeki etkisi ilk defa Timoshenko [1] tarafından incelenmiştir. Daha sonra, Mindlin [2] enine kayma şekil değiştirmesinin ve dönme ataletinin izotropik plakların dinamik özellikleri üzerindeki etkisini incelemiş ve yerdeğiştirme bileşenleri ile ilgili varsayım yaparak, dinamik denge denklemlerini ve sınır koşullarını enerji prensibinden yararlanarak bulmuştur. Geliştirilen yöntem üç ayrı sınır koşulunun uygulanmasına olanak vermiştir

Leissa [3] tarafından, dikdörtgen ince plakların serbest titreşimi üzerine kapsamlı bir çalışma yapılmıştır. Ankestre, basit mesnetli ve serbest sınır şartlarının kombinasyonundan oluşan 21 farklı durum için frekans parametrelerini bulmuştur. Bu durumun 6'sını (karşılıklı iki kenarları basit mesnetli olan için) Levy yöntemini kullanmıştır. Diğer 15 durum için Ritz metodunu kullanmıştır. $a/b = 2/5, 2/3, 1/1, 3/2$ ve $5/2$ görünümlü oranlarının herbiri için doğru frekans parametrelerini sunmuştur. Aynı çalışmada, değişik Poisson oranlarının etkilerini araştırmıştır.

Rock & Hinton [12] sonlu eleman metodunu kullanarak ince ve kalın plakların serbest titreşim analizi için bir izoparametrik quadratik plak eğilme elemanı kullanmıştır. Bu çalışmada, değişik kütle durumlarını ve nümerik kuralları ilk kez incelemiştir.

Sathyamoorthy [13] çalışmasında, kayma deformasyonu ve atalet momenti etkilerini dahil ederek meyilli bir plakin serbest enlemesine titreşiminin geniş genlik için çalışmıştır. Galerkin metodu ve genişletilmiş Bengert yaklaşımı kullanılmıştır. Ankestre plak problemin nümerik sonuçları sunulmuştur.

Raman & Iyengor [14], Vlasov tarafından geliştirilmiş başlangıç fonksiyonlar metodunu kullanarak kalın dikdörtgen plakların serbest titreşimini araştırmıştır. Geliştirilmiş olan denklemler, üç boyutlu elastodinamik denklemlerinden türetilmiştir. Bu metod, bütün kenarları boyunca basit mesnetlenmiş kalın plakların üzerinde kontrol edilmiştir.

Aksu [15], kayma deformasyonu ve atalet momenti etkilerini içeren elastik dikdörtgen, ortotropik plakların serbest titreşim karakteristiklerini incelemek için sonlu farklar tekniğiyle varyasyonel prensibini birleştirerek bir metod geliştirmiştir. Herbir integraleri ifade etmek için iç içe geçmiş ağ tekniğini kullanmıştır. Aksu, bu tekniği, basit mesnetli, ankestre ve serbest ortotropik plaklar için geliştirmiştir. Plak kalınlığının değişim etkisini, basit mesnetli ve ankestre plaklar için incelemiştir.

Dame & Roufail [16], genel sınır şartlarına sahip kare plakın enlemesine titreşimindeki tabii (doğal) frekansların tahmini için Rayleigh-Ritz metodunu uygulamıştır. Analiz, Mindlin teorisini esas almasından dolayı kayma deformasyonlarının ve atalet momentlerinin etkisini içermektedir. Plakın orta yüzeyindeki dönmeler ve plak sehimlerin uzaysal değişkenleri, Timoshenko'nun kiriş fonksiyonunda üretilen serileri kabul edilmiştir. Sonuçlar, ankestre, serbest ve basit mesnet sınır şartlarının kombinasyonlarına sahip plaklar için sunulmuştur.

Chen & Yang [17], serbest titreşim analizi için kayma deformasyonunun etkilerini içeren tabakalandırılmış kompozit üggenel plak elemanı sunulmuştur. Plakın genleme enerjisi, enlemesine ve kayma genleme enerjilerinin toplamı olarak ifade edilmiştir. Toplam yerdeğiştirme, eğilme ve kayma deformasyonundaki yerdeğiştirmelerin toplamı olarak ifade edilmiştir.

kayma deformasyonundaki yerdeğiştirmelerin toplamı olarak ifade edilmiştir. Böylece yerdeğiştirmeler, kayma genleme enerjisinde meydana gelen kayma deformasyonu esasındaki yerdeğiştirme ve enlemesine genleme enerjisinde meydana gelen eğilmeden dolayı meydana gelen yerdeğiştirmelerden oluşmaktadır. Sayısal sonuçlar, farklı sınır şartlarına sahip plaklar için sunulmuştur.

Leissa & Hanna [19], kalın plakların titreşimi için yüksek mertebeden kayma deformasyon teorisi geliştirilmişlerdir. Teori, birinci mertebeden kayma deformasyonu teorileri şeklinde bulunmuştu. Böylece, plak kalınlığı boyunca yerdeğiştirmeler için serbestlik eklenerek ve gerekli eliminasyonlar yapılarak yüksek mertebeden kayma deformasyonu teorisi geliştirilmiştir. Enerji fonksiyonları, hareket denklemleri ve sınır şartları geliştirildi. Sayısal örnekler, komple serbest kalın plak için verilmiştir.

Bu gelişmada, lineer, izotropik, homojen elastik ince bir dikdörtgen platin serbest titreşimin karaktteristikleri (tabii frekans parametreleri ve mod şekilleri) ANSYS paket programı ile incelenmiştir. Dikdörtgen platin hareket denklemleri Kirchhoff Plak Teorisi uygulanarak elde edildi. Daha sonra, hareket denklemleri sonlu elemanlar modelinde ifade edildi. Basit mesnet, ankestre ve serbest sınır şartlarının kombinasyonundan oluşan 16 farklı sınır şartlarında analizi yapıldı. Sonuçlar, ilk beş mod ve beş farklı görünümler oranları ($a/b=2/5, 2/3, 1/1, 3/2, 5/2$) için platin tabii frekans parametreleri ve titreşim mod şekilleri bulundu. $\nu=0.15, 0.2, 0.25$ ve 0.3 Poisson oranları için tabii frekans parametrelerinin değişimi incelendi. Alüminyum, magnezyum ve gelik malzemeleri için tabii frekans parametrelerinin değişimi incelendi.

2. TEORİ

2.1. Genel

Bu bölümde kartezyen koordinatlar da dörtgen plâğın hareket denklemleri ve sınır şartları elde edildi. İlk olarak genel varsayımlar belirtildi. Daha sonra, ince plâk teorisi için kabul edilen yordıştırmalar, gerilme ve genleşme alanları elde edildi.

2.2. Klasik Plâk Teorisi

2.2.1. Lineer elastik izotropik ince plâklar teorisi

Burada açıklanacak olan Klasik Plâk Teorisi yaklaşık bir teoridir. Plâk, iki düzlem arasında kalan cisim olarak tanımlanmıştır. İki plâk arasında kalan uzunluk plâğın kalınlığı olarak tanımlanmakta ve h ile gösterilmektedir.

İnce plâğın tanımı: $\frac{h}{a} < 10$. Kalınlığın sabit olması plâkların paralel olduğunu,

değişken olması ise, paralel olmadığını göstermektedir. Bundan sonraki bölümde Klasik Plâk Teorisine göre elastik, ince ve sabit kalınlıktaki plâklar incelenecektir.

2.3. Genel Varsayımlar

1. Plâk malzemesi elastik, homojen ve izotropik özelliktedir.
2. Plâk geometrisi başlangıçta düz konumdadır.
3. Plâk kalınlığı diğer boyutların yanında çok küçüktür ($\frac{h}{a} < 10$).

4. Plak deformasyonundan doğan yerdeğiştirmeler plak kalınlığına göre küçük kabul edildi (Szilard[4]).

$$(u_3)_{\max} = \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{5}\right)h$$

$$(u_3)_{\max} < \frac{1}{50}a_{\min}$$

5. Deformasyonda plak tarafsız düzleminin eğimi birden küçüktür.

6. Plak orta düzlemine dik olan doğruların deformasyondan sonra düzün ve dik kaldığı kabul edildi.

7. Plak orta düzlemine dik olan gerilmeler ihmal edilebilecek değerde olduğu kabul edildi.

8. Plak düzlemindeki kuvvetlerin etkisi altında ($x_1 - x_2$) düzlemindeki plâgın orta düzlemindeki şekil değıştirmeler ihmal edildi.

2.4. Sabit Kalınlıktaki Elastik İnce Plaklar

Plaklara etkileyen dış kuvvetler, $x_1 - x_2$ koordinat düzlemine paralel veya dik yönlerde plâgın orta yüzeyine Şekil 2.1'deki gibi etki etmektedirler (Szilard[4]).

2.5. Deformasyon Analizi

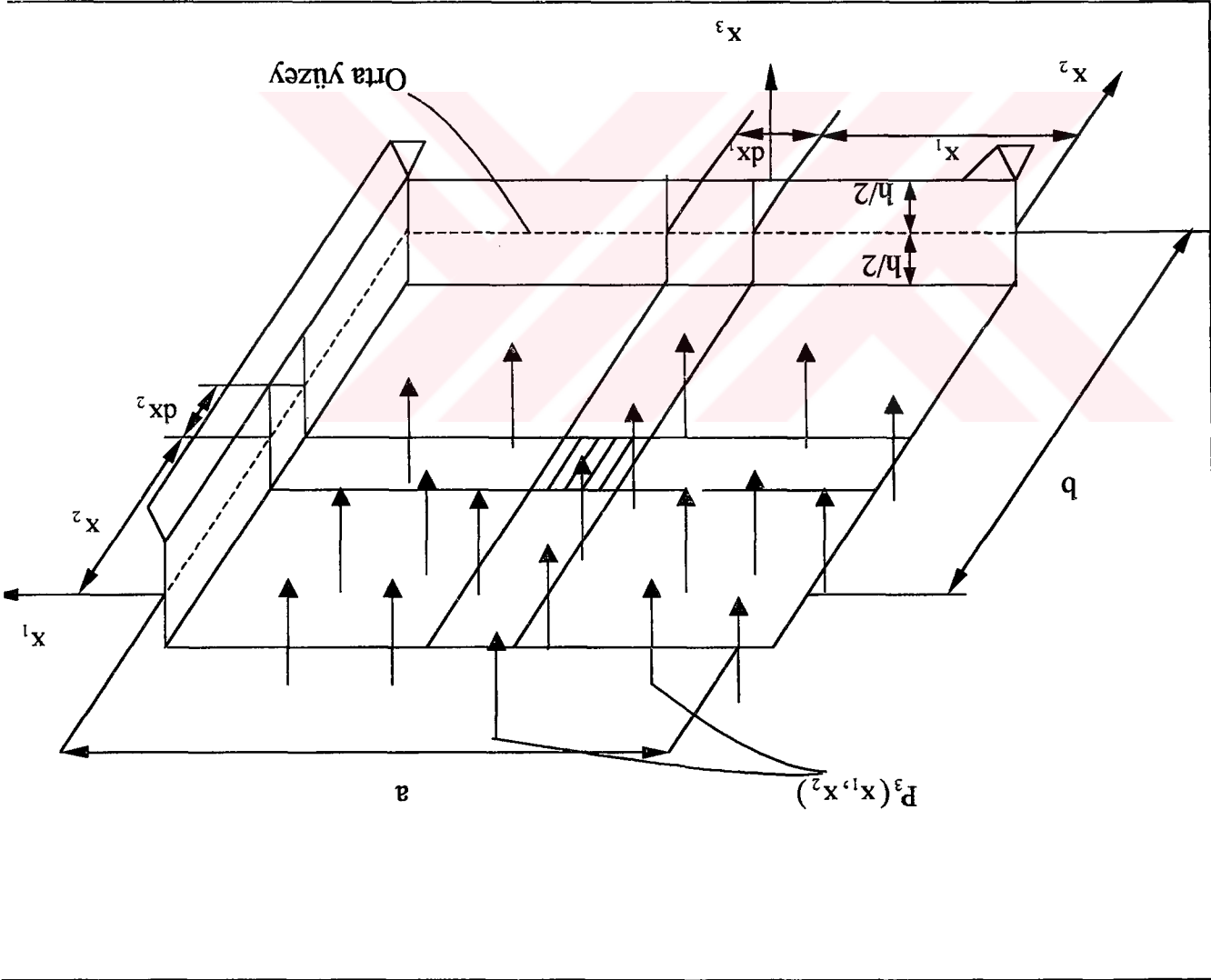
Teorideki yaklaşımlar plakların deformasyonundaki kabullerden kaynaklanmaktadır. Kirchhoff'un teorisine göre, plâgın herhangi bir kesitindeki yüzey normal ve kesit, deformasyondan sonra da yine normal kalmakta ve plak yüzeyi yine düzlemselliğini korumaktadır (aynı kabuller kırışlar için de geçerlidir). Şekil 2.2 de görüldüğü gibidir (Erdem[7]).

Bu aşamada, Kirchhoff Kanununun kabullerine göre yerdeğiştirmeyi yazabiliriz;

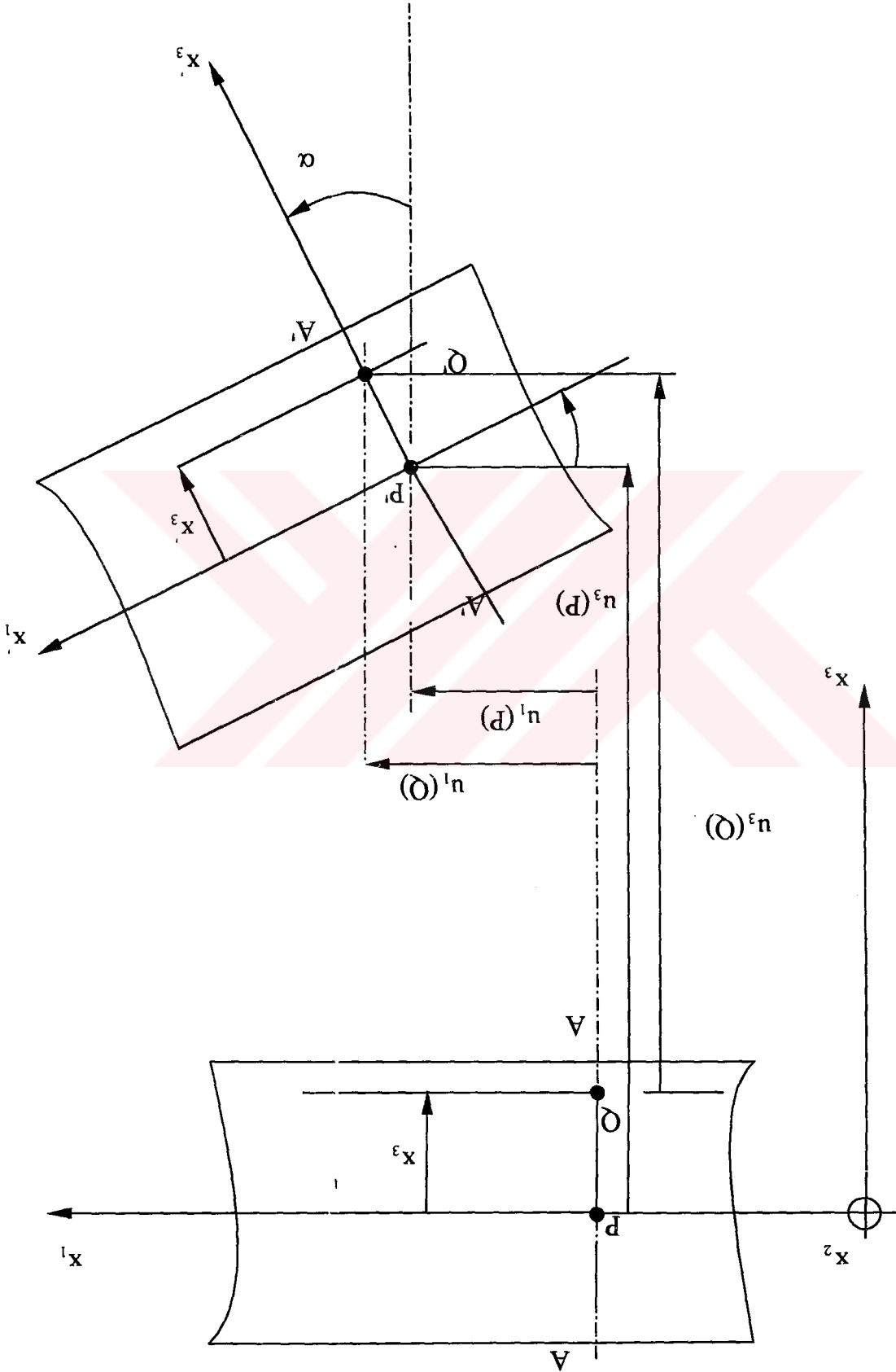
$$u_3(Q) = u_3(P) - x_3 + x'_3 \cos \alpha$$

(2.1)

Şekil 2.1. $P_3(x_1, x_2)$ ile yüklenmiş dikdörtgen plak



Şekil 2.2. Deformasyondan önce ve sonra plak elemanı



$$u_1(Q) = u_1(P) + x'_3 \sin \alpha \quad (2.2)$$

$$\varepsilon_{33} = \frac{\Delta x_3 - \Delta x'_3}{\Delta x_3} \quad (2.3)$$

$$\Delta x'_3 = \Delta x_3 (1 + \varepsilon_{33}) \quad (2.4)$$

$$x'_3 = (1 + \varepsilon_{33}) x_3 \quad (2.5)$$

$$P'Q' = (1 + \varepsilon_{33}) PQ \quad (2.6)$$

ε_{33} değeri 1'in yanında küçük kabul edilmiştir.

Böylece;

$$x'_3 = x_3 \quad P'Q' = PQ \quad (2.7)$$

dir.

Buna göre, orta düzleme sabit uzaklıkta bulunan bütün paralel düzlemler yine düzlemsel kalmaktadırlar. Böylece;

$$u_3(Q) = u_3(P) - x_3 (1 - \cos \alpha) \quad (2.8)$$

$$u_1(Q) = u_1(P) + x_3 \sin \alpha \quad (2.9)$$

Küçük deformasyon teorisine göre, rotasyonlar küçüktür. Buna göre;

$$\alpha \equiv \sin \alpha \approx \tan \alpha, \quad \cos \alpha = 1 \quad (2.10)$$

dir. Böylece;

$$u_3(Q) \equiv u_3(P) \quad (2.10)$$

$$u_1(Q) = u_1(P) + x_3 \sin \alpha \quad (2.11)$$

u_1 ve u_2 'yi x_3 'e göre birinci türevi alırsa,

$$u_{1,3} \equiv \frac{\partial u_1}{\partial x_3} = \tan \alpha \quad (2.12)$$

$$u_{2,3} \equiv \frac{\partial u_2}{\partial x_3} = \tan \alpha = \sin \alpha \quad (2.13)$$

denklemleri elde edilir.

(2.12) ve (2.13) denklemleri (2.8) ve (2.9) da yerine konulacak olursa aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$u_3(Q) = u_3(P) \quad (2.14)$$

$$u_1(Q) = u_1(P) + x_3 u_{1,3}(P) \quad (2.15)$$

$$u_2(Q) = u_2(P) + x_3 u_{2,3}(P) \quad (2.16)$$

Deformasyondan sonra, AA düzlemsel kesitleri, yine düzlemsel kalmakta ve düzlem normalleri yine A'A' olarak tanımlanan orta yüzeye kalmaktadır. x_3 eksenini ile x_3 ve x_2 eksenleri arasındaki açıda herhangi bir değişme olmaz. Diğer bir deyişle orta yüzeydeki herhangi bir P noktasında $\varepsilon_{31}=0$, $\varepsilon_{32}=0$ olmaktadır.

$$\varepsilon_{31}(P) = \varepsilon_{32}(P) = 0 \quad (2.17)$$

$$\varepsilon_{13}(P) = \varepsilon_{23}(P) = 0 \quad (2.18)$$

$$\varepsilon_{13}(P) = \frac{1}{2}[u_{13}(P) + u_{31}(P)] = 0 \quad (2.18)$$

$$\varepsilon_{23}(P) = \frac{1}{2}[u_{23}(P) + u_{32}(P)] = 0 \quad (2.19)$$

$$u_{13}(P) = -u_{31}(P) \quad (2.20)$$

$$u_{23}(P) = -u_{32}(P) \quad (2.21)$$

(2.20) ve (2.21) denklemleri, sırasıyla (2.15) ve (2.16) denklemlerinde yerlerine konulacak olursa;

$$u_3(Q) = u_3(P) \quad (2.22)$$

$$u_1(Q) = u_1(P) - x_3 u_{13}(P) \quad (2.23)$$

$$u_2(Q) = u_2(P) - x_3 u_{23}(P) \quad (2.24)$$

denklemleri elde edilir.

Bu denklemler, Kirchhoff teoreminin kabulleri kullanılarak elde edilmiş yerdeğiştirme değerleridir. P noktasının koordinatlarının (x_1, x_2) , Q noktasının koordinatları ise (x_1, x_2, x_3) olduğu bilindiğine göre yerdeğiştirmeler aşağıdaki gibidir;

2.6. Genleme Alanı

(2.25) denklemini x_1 'e göre, (2.26) denlemi x_2 'ye göre ve (2.27) denlemi x_3 'e göre türevleri alınrsa,

$$\mathcal{E}_{11} \equiv u_{11} = u_0^1 - x_3 u_{3,11} \quad (2.28)$$

$$\mathcal{E}_{22} \equiv u_{22} = u_0^2 - x_3 u_{3,22} \quad (2.29)$$

$$\mathcal{E}_{33} \equiv u_{33} = 0 \quad (2.30)$$

denklemleri elde edilir. Ayrıca (2.18) ve (2.19) denleminden,

$$\mathcal{E}_{12} \equiv \frac{1}{2}(u_{12} + u_{2,1}) = \mathcal{E}_{12}^0 - x_3 u_{3,12} \quad (2.31)$$

$$\mathcal{E}_{23} = 0 \quad (2.32)$$

denklemleri elde edilir.

Böylece düzlemel genlemeler,

$$\mathcal{E}_{11} = \mathcal{E}_{11}^0 - x_3 K_{11} \quad (2.33)$$

$$\mathcal{E}_{22} = \mathcal{E}_{22}^0 - x_3 K_{22} \quad (2.34)$$

$$\mathcal{E}_{12} = \mathcal{E}_{12}^0 - x_3 K_{12} \quad (2.35)$$

denklemleri ile ifade edilir.



(2.33), (2.34) ve (2.35) denklemlerin genel ifadesi,

$$\epsilon_{\alpha\beta}^0 = \epsilon_{\alpha\beta}^0 - x_{\beta} K_{\alpha\beta} \quad \alpha, \beta = 1, 2$$

dir.

Burada,

$$K_{\alpha\beta} \equiv u_{\beta, \alpha\beta}$$

dir.

(2.37)

(2.36)

2.7. Düzlemsel Gerilme

İnce bir plak elemanının x_3 düzlemindeki gerilme sıfırdır. Yani,

$$\sigma(3) = (\tau_{31}, \tau_{32}, \tau_{33}) = 0 \quad (2.38)$$

Bu gerilmeler plâgın içinde dahi sıfırdır. Plak sadece τ_{11}, τ_{22} ve τ_{12} gerilmelerine maruzdur. Bu üç bileşen x_3 'den bağımsızdır. Yani,

$$\tau_{11} = \tau_{11}(x_1, x_2)$$

$$\tau_{22} = \tau_{22}(x_1, x_2)$$

$$\tau_{12} = \tau_{12}(x_1, x_2)$$

(2.39) denklemi düzlemsel gerilmenin tanımındır.

2.7.1 Düzlemsel gerilme hali için temel denklemler

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{1+\nu} \frac{E}{E} \tau_{ij} - \frac{\nu}{E} \tau_{kk} \delta_{ij} \quad (2.40)$$

bünye denklemini (ERDEM [7]) kullanırsak,

$$\epsilon_{11} = \frac{1}{E} (\tau_{11} - \nu \tau_{22}) \quad (2.41)$$

$$\epsilon_{22} = \frac{1}{E} (\tau_{22} - \nu \tau_{11}) \quad (2.42)$$

$$\varepsilon_{33} = -\frac{E}{\nu}(\tau_{11} + \tau_{22}) = -\frac{E}{\nu}\tau_{\lambda\lambda}$$

(2.43)

$$\varepsilon_{12} = \frac{E}{1+\nu}\tau_{12}$$

(2.44)

genleşmeler gerilmeler cinsinden elde edilir. Düzlemsel gerilmelerden dolayı,

$$\varepsilon_{23} = \frac{E}{1+\nu}\tau_{23} = 0, \quad (\tau_{23} = 0)$$

(2.45)

$$\varepsilon_{31} = \frac{E}{1+\nu}\tau_{31} = 0, \quad (\tau_{31} = 0)$$

(2.46)

denklemleri elde edilir.

(2.40) denkleminin düzlemsel gerilme durumundaki ifadesi,

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \frac{E}{1+\nu}\tau_{\alpha\beta} - \frac{E}{\nu}\tau_{\lambda\lambda}\delta_{\alpha\beta}$$

(2.47)

$$\varepsilon_{33} = -\frac{E}{\nu}\tau_{\lambda\lambda} = \varepsilon_{33}(x_1, x_2)$$

(2.48)

dir.

Burada

$\alpha, \beta, \lambda=1,2$

dir.

(2.47) denklemlerden,

$$\tau_{\alpha\beta} = \frac{E}{1+\nu}(\varepsilon_{\alpha\beta} + \frac{E}{\nu}\tau_{\lambda\lambda}\delta_{\alpha\beta})$$

(2.49)

denklemleri bulunur. Diğer taraftan (2.47) denkleminde β yerine α yazılırsa,

$$\varepsilon_{\alpha\alpha} = \frac{E}{1+\nu}\tau_{\alpha\alpha} - \frac{E}{\nu}\tau_{\lambda\lambda}\delta_{\alpha\alpha} = \frac{E}{1-\nu}\tau_{\alpha\alpha}$$

(2.50)

denklemleri elde edilir. Buradan da

2.8. Düzlemsel Genleme

Düzlemsel genlemeye,

$$u_3 = 0$$

$$u_a = u_a(x_1, x_2)$$

veya

$$\varepsilon_{31} = \varepsilon_{32} = \varepsilon_{33} = 0$$

$$\varepsilon_{a\beta} = \varepsilon_{a\beta}(x_1, x_2)$$

dir.

(2.40) denkleminden τ_{ij} 'yi gekersek,

$$\tau_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} + \lambda\varepsilon_{rr}\delta_{ij}$$

(2.55)

denklemi elde edilir. Düzlemsel genleme durumu için gerilmenin genlemeler

cinsinden ifadesi,

$$\tau_{a\beta} = 2\mu\varepsilon_{a\beta} + \lambda\varepsilon_{rr}\delta_{a\beta}$$

(2.56)

$$\tau_{33} = 2\mu\varepsilon_{33} + \lambda(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{33}) = \lambda\varepsilon_{rr}$$

(2.57)

Burada

$$\varepsilon_{33} = 0$$

(2.58)

dir.

Böylece,

$$t_{31} = 2\mu\epsilon_{31} = 0$$

$$t_{32} = 2\mu\epsilon_{32} = 0$$

dir.

$$t_{\alpha\beta} = 2\mu\epsilon_{\alpha\beta} + \lambda\epsilon_{\lambda\lambda}\delta_{\alpha\beta} = \tau_{\alpha\beta}(x_1, x_2)$$

$$t_{33} = \lambda\epsilon_{\lambda\lambda} = \tau_{33}(x_1, x_2)$$

(2.61) denkleminde β yerine α yazarsak,

$$\tau_{\alpha\alpha} = 2\mu\epsilon_{\alpha\alpha} + \lambda\epsilon_{\lambda\lambda}\delta_{\alpha\alpha} = (2\mu + 2\lambda)\epsilon_{\alpha\alpha}$$

elde edilir. (2.63) denkleminden $\epsilon_{\alpha\alpha}$ 'yı geçilirse,

$$\epsilon_{\alpha\alpha} = \frac{\tau_{\alpha\alpha}}{2(\mu + \lambda)}$$

denklemi elde edilir.

(2.61) denkleminden $\epsilon_{\alpha\beta}$ geçilirse,

$$\epsilon_{\alpha\beta} = \frac{1}{2\mu}(\tau_{\alpha\beta} - \lambda\epsilon_{\lambda\lambda}\delta_{\alpha\beta}) = \frac{1}{2\mu}(\tau_{\alpha\beta} - \lambda\frac{2(\mu + \lambda)}{1}\tau_{\lambda\lambda}\delta_{\alpha\beta})$$

$$\epsilon_{\alpha\beta} = \frac{1+\nu}{E}\tau_{\alpha\beta} - \frac{\lambda}{\lambda}\frac{4\mu(\mu + \lambda)}{\tau_{\lambda\lambda}\delta_{\alpha\beta}}$$

elde edilir.

(2.66) denklemi düzlemsel genlemeyi ifade eder.

$$\epsilon_{\lambda\lambda} = \frac{1}{2(\mu + \lambda)}\tau_{\lambda\lambda}$$

2.9. Gerilme Alanı

$$(2.68) \quad \tau_{ij} = 2\mu \varepsilon_{ij} + \lambda \varepsilon^m \delta_{ij}$$

$$(2.69) \quad 2\mu \equiv \frac{E}{1+\nu}$$

$$(2.70) \quad \lambda \equiv \frac{E\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)}$$

$$(2.71) \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \tau_{ij} - \frac{\nu}{E} \tau^m \delta_{ij}$$

$$(2.72) \quad \tau_{\alpha\beta} = \frac{E}{1+\nu} \varepsilon_{\alpha\beta} + \lambda \varepsilon_{\lambda\lambda} \delta_{\alpha\beta}$$

$$(2.73) \quad \bar{\lambda} \equiv \frac{E\nu}{1-\nu^2}$$

$$(2.74) \quad \varepsilon_{33} = -\frac{\nu}{1-\nu} \varepsilon_{\lambda\lambda}$$

$$(2.75) \quad \tau_{\alpha\beta} = \frac{E}{1-\nu^2} ((1-\nu) \varepsilon_{\alpha\beta} + \frac{1-\nu^2}{\nu} (1-\nu^2) \varepsilon_{\lambda\lambda} \delta_{\alpha\beta})$$

$$(2.76) \quad \tau_{\alpha\beta} = \frac{E}{1-\nu^2} ((1-\nu) \varepsilon_{\alpha\beta} + \nu \varepsilon_{\lambda\lambda} \delta_{\alpha\beta})$$

$$(2.77) \quad \tau_{\alpha\beta} = \frac{E}{1-\nu^2} \underbrace{((1-\nu) \varepsilon_{\alpha\beta} + \nu \varepsilon_{\lambda\lambda} \delta_{\alpha\beta})}_{\text{gerilme}} - \underbrace{\lambda \varepsilon_{\lambda\lambda} \delta_{\alpha\beta}}_{\text{egilme}}$$

(2.77) denklemi düzlemsel gerilme için bünye denklemini ifade eder.

2.10. Bir Plak Elemanında İç Kuvvetler ve İç Momentlerin İfadeleri

İç kuvvetler ve momentler, (Şekil 2.3'de yükleme şekli görülmektedir) aşağıdaki denklemlerle ifade edilir.

$$N_{\alpha\beta} = \int_{\frac{z}{h}}^{\frac{z}{h}} \tau_{\alpha\beta} dx_3 \quad (2.78)$$

$$Q_{\alpha\beta} = \int_{\frac{z}{h}}^{\frac{z}{h}} \tau_{\alpha 3} dx_3 \quad (2.79)$$

$$M_{\alpha\beta} = \int_{\frac{z}{h}}^{\frac{z}{h}} (\tau_{\alpha\beta} dx_3) x_3 \quad (2.80)$$

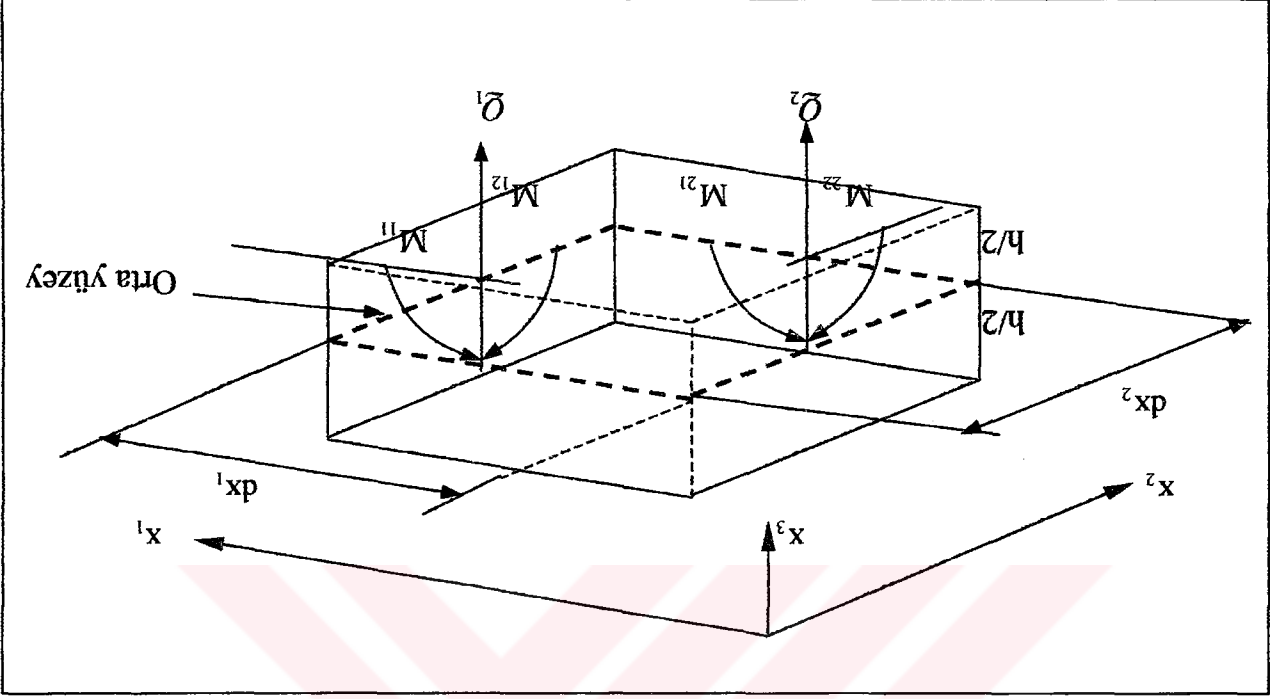
2.10.1. İç momentler

(2.) denklemine, (2.77) denklemini yerleştirilirse,

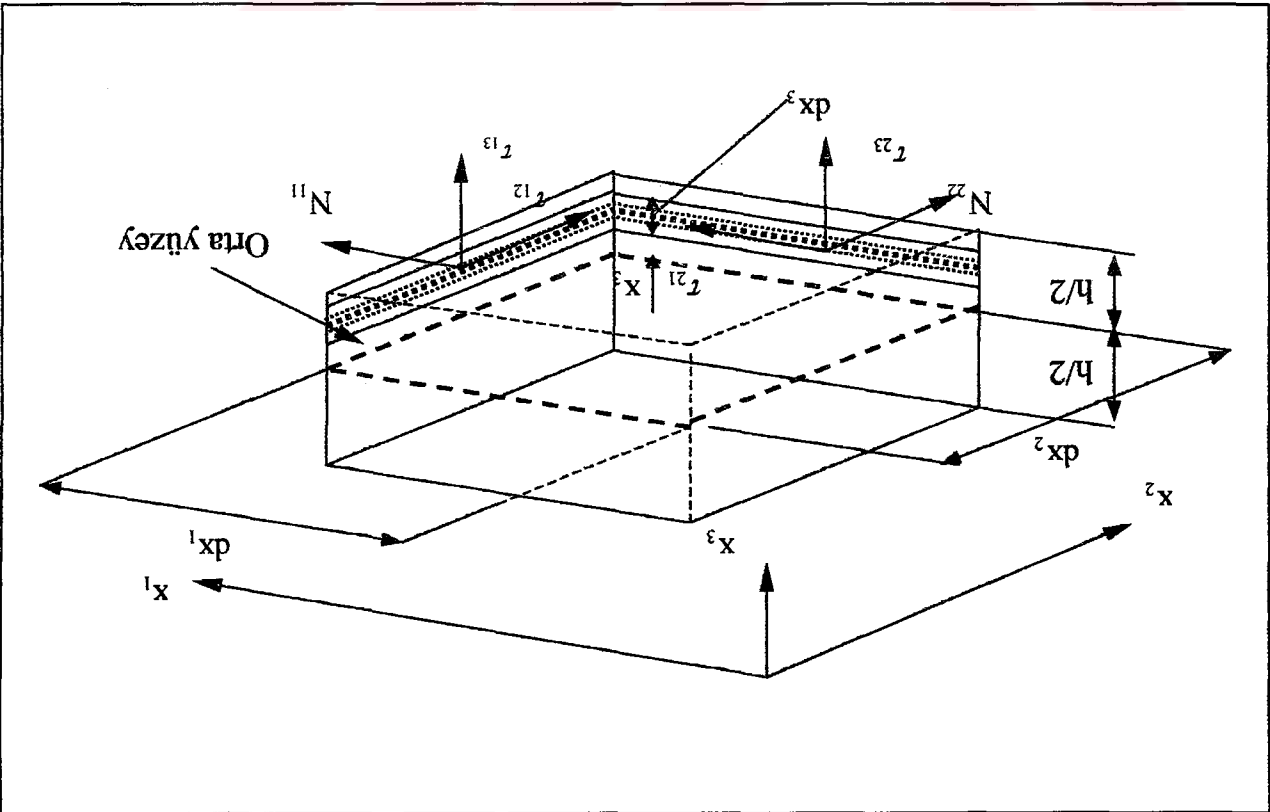
$$M_{\alpha\beta} = \int_{\frac{z}{h}}^{\frac{z}{h}} \left(\frac{E}{1-\nu^2} \{ (1-\nu) \varepsilon_{\alpha\beta}^0 + \nu \varepsilon_{\gamma\gamma}^0 \delta_{\alpha\beta} \} - \frac{E}{1-\nu^2} \{ (1-\nu) K_{\alpha\beta} + \nu K_{\gamma\gamma} \delta_{\alpha\beta} \} x_3 \right) dx_3 \quad (2.81)$$

$$M_{\alpha\beta} = \frac{E}{1-\nu^2} \int_{\frac{z}{h}}^{\frac{z}{h}} (g(x_\alpha) - f(x_\alpha) x_3) x_3 dx_3 \quad (2.82)$$

Şekil 2.4. Plak elemanındaki kuvvetler ve momentler



Şekil 2.3. Plak elemanındaki gerilmeler



Burada,

$$g_{\alpha\beta}(x_n) \equiv (1 - \nu) \varepsilon_0^{\alpha\beta} + \nu \varepsilon_{\lambda\lambda}^0 \delta^{\alpha\beta} \quad (2.83)$$

$$f_{\alpha\beta}(x_n) \equiv (1 - \nu) K_{\alpha\beta} + \nu K_{\lambda\lambda} \delta^{\alpha\beta} \quad (2.84)$$

(2.81) denklemin integrali alınrsa,

$$M_{\alpha\beta} = - \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} \{ (1 - \nu) K_{\alpha\beta} + \nu K_{\lambda\lambda} \delta^{\alpha\beta} \} \quad (2.85)$$

denklemi elde edilir.

$$K_{\alpha\beta} \equiv u_{3,\alpha\beta} = K_{\alpha\beta}(x_1, x_2) \quad (2.86)$$

denklemi dikkate alınrsa,

$$M_{\alpha\beta} = -D \{ (1 - \nu) u_{3,\alpha\beta} + \nu u_{3,\lambda\lambda} \delta^{\alpha\beta} \} \quad (2.87)$$

şeklinde yazılabilir.

Burada,

$$D \equiv \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (2.88)$$

D: Plagın eğilme rijitliğidir.

2.10.2 İç kuvvetler

(2.78) denklemini, (2.77) denklemini yerleştirirsek,

$$N_{\alpha\beta} = \frac{E}{2} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \{ (1-\nu) \varepsilon_0^{\alpha\beta} + \nu \varepsilon_{\lambda\lambda}^{\alpha\beta} \} - \{ (1-\nu) K_{\alpha\beta} + \nu K_{\lambda\lambda} \delta^{\alpha\beta} \} x_3 dx_3 \quad (2.89)$$

denklemini elde edilir.

(2.89) denklemini kalınlık boyunca integre edilirse,

$$N_{\alpha\beta} = B \{ (1-\nu) \varepsilon_0^{\alpha\beta} + \nu \varepsilon_{\lambda\lambda}^{\alpha\beta} \}$$

denklemini elde edilir.

Burada,

$$B = \frac{Eh}{1-\nu^2}$$

dir.

B: Plâgın uzama rijitliğidir.

2.11. Denge denklemleri

$$\tau_{ij,j} + F_i = 0$$

(2.92)

$$\tau_{3j,j} + F_3 = 0$$

(2.93)

$$\tau_{\alpha j,j} + F_\alpha = 0 \quad \alpha=1,2$$

(2.94)

$$\tau_{3\beta,\beta} + \tau_{3,33} + F_3 = 0$$

(2.95)

$$\tau_{\alpha\beta,\beta} + \tau_{\alpha,33} + F_\alpha = 0$$

(2.96)

(2.95) ve (2.96) kalınlık boyunca integre edilirse,

$$\int_{\frac{z}{h}}^{\frac{z}{h}} \tau_{3\beta,\beta} dx_3 + \int_{\frac{z}{h}}^{\frac{z}{h}} \tau_{33,3} dx_3 + \underbrace{\int_{\frac{z}{h}}^{\frac{z}{h}} F_3 dx_3}_{=G_3} = 0$$

(2.97)

$$\int_{\frac{z}{h}}^{\frac{z}{h}} \tau_{\alpha\beta,\beta} dx_3 + \int_{\frac{z}{h}}^{\frac{z}{h}} \tau_{\alpha 3,3} dx_3 + \underbrace{\int_{\frac{z}{h}}^{\frac{z}{h}} F_\alpha dx_3}_{=G_\alpha} = 0$$

(2.98)

$$N^{\alpha\beta,\beta} + \int_{\frac{z}{h}}^{\frac{z}{h}} \tau^{\alpha 3,3} dx_3 + G^\alpha = 0$$

(2.99)

$$Q^{\alpha,\alpha} + \int_{\frac{z}{h}}^{\frac{z}{h}} \tau_{33,3} dx_3 + G_3 = 0$$

(2.100)

denklemleri elde edilir.

Kirchhoff'un kabullerine göre;

$$\varepsilon_{31} = \varepsilon_{32} = 0$$

(2.101)

$$\tau_{ij} = 2\mu \varepsilon_{ij} + \lambda \varepsilon_{rr} \delta_{ij} \Rightarrow \tau_{31} = \tau_{32} = 0$$

(2.102)

dir.

(2.99) ve (2.100) denklemlerin integralleri alınrsa,

$$N^{\alpha\beta,\beta} + \tau^{\alpha 3,3} \Big|_{\frac{z}{h}}^{\frac{z}{h}} + G^\alpha = 0$$

(2.103)

$$Q^{\alpha,\alpha} + \tau_{33,3} \Big|_{\frac{z}{h}}^{\frac{z}{h}} + G_3 = 0$$

(2.104)

denklemleri elde edilir.

Şekil 2.5'de görüldüğü gibi bir plak elemanına etkiye p kuvvetinden dolayı,

$$(2.105) \quad \tau_{33} \left| \frac{z}{h} \right|_{\frac{z}{h}} = \tau_{3a} \left| \frac{z}{h} \right|_{\frac{z}{h}} = \tau_{3a}(x_\beta, h/2) - \tau_{3a}(x_\beta, -h/2) = 0$$

$$(2.106) \quad \tau_{33} \left| \frac{z}{h} \right|_{\frac{z}{h}} = \tau_{33}(h/2) - \tau_{33}(-h/2) = 0 - (-p) = p$$

sınır şartları elde edilir.

Yukarıdaki sınır şartlarını sağlayan denge denklemleri ise,

$$(2.107) \quad N_{\alpha\beta} + G_\alpha = 0$$

$$(2.108) \quad Q_{\alpha\alpha} + p + G_\beta = 0$$

dir.

(2.96) denklemleri x_β ile çarpılıp, kalınlık boyunca integrali alınırsa,

$$(2.109) \quad M_{\alpha\beta} - Q_\alpha + m_\alpha = 0$$

denklemleri elde edilir.

(2.109) denkleminin x_α 'ya göre türevi alınrsa,

$$(2.110) \quad M_{\alpha\beta,\alpha\beta} - Q_{\alpha,\alpha} + m_{\alpha,\alpha} = 0$$

denklemleri elde edilir.

(2.108) denkleminden $Q_{\alpha,\alpha}$ 'yı (2.110) denkleminde yerine konursa,

$$(2.111) \quad M_{\alpha\beta,\alpha\beta} + p + G_\beta + m_{\alpha,\alpha} = 0$$

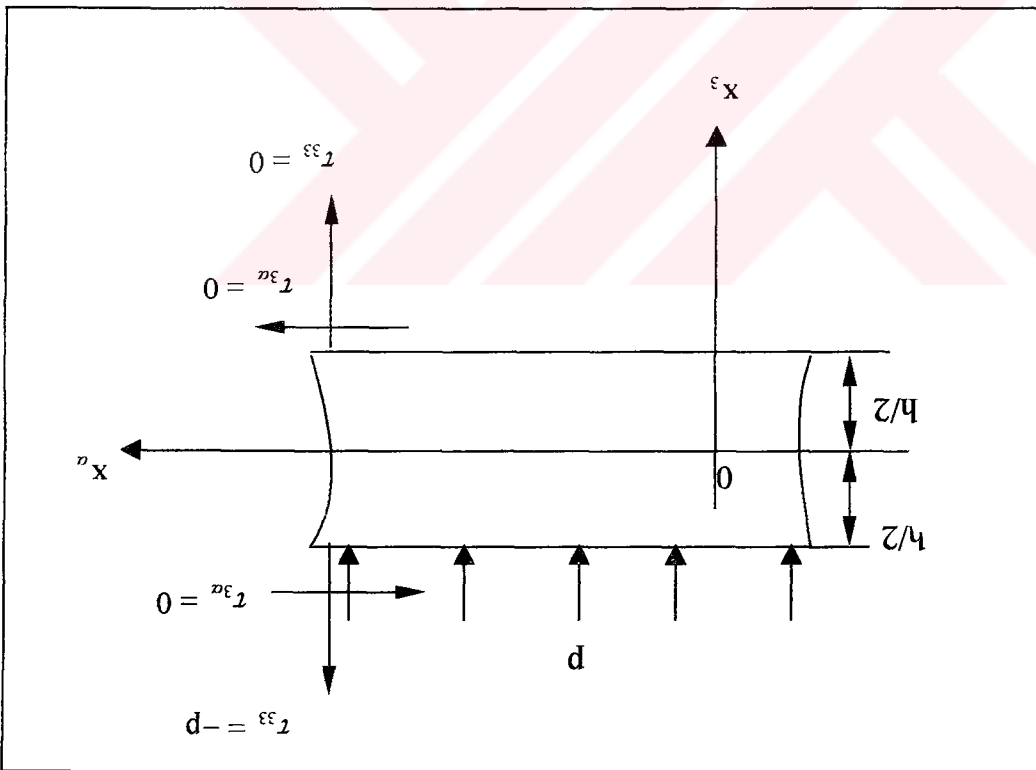
denklemleri elde edilir.

Ayrıca (2.109) denkleminden enine kayma kuvvetlerini ifade eden

$$(2.112) \quad Q_\alpha = M_{\alpha\beta,\beta} + m_\alpha$$

denklemleri elde edilir.

Şekil 2.5. Sınır şartı



2.12 Plakların Eğılmesi

(2.87) denkleminin iki kez türevi alınırsa;

$$M_{\alpha\beta,\alpha\beta} = -D\{(1-\nu)u_{3,\alpha\beta\alpha\beta} + \nu u_{3,\lambda\lambda\alpha\beta}\delta_{\alpha\beta}\} + \overbrace{u_{3,\lambda\lambda\alpha\alpha}}^{\Delta^4 u_3} \quad (2.113)$$

denklemi elde edilir.

Burada,

$$\Delta^4 = \Delta^2 \Delta^2 = \frac{\partial^4}{\partial^4} + 2 \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} \frac{\partial^2}{\partial x_2 \partial x_1} + \frac{\partial^4}{\partial x_2^4} \quad (2.114)$$

dir.

(2.113) denklemi,

$$M_{\alpha\beta,\alpha\beta} = -D\Delta^4 u_3 \quad (2.115)$$

kısaca yazılır.

(2.114) denklemini (2.110) denklemine kursa,

$$-D\Delta^4 u_3 + p + G_3 + m_{a,a} = 0 \quad (2.116)$$

denklemi elde edilir.

(2.116) denkleminde,

$$D\Delta^4 u_3(x_1, x_2) = p + G_3 + m_{a,a} \quad (2.117)$$

denklemi elde edilir.

(2.117) denklemi, plâgın eğilme yüklemesinden kaynaklanan yerdeğıştirme alanını yörenen ana denklemdir.

(2.117) denkleminde $u_3 = u_3(x_1, x_2)$ çözümlü elde edildikten sonra, moment değeri denklemin (2.87)'den ve kayma kuvvetleri de denklemin (2.111)'den bulunabilir.

2.13 Plakların Sınır Şartları

Plaklarda üç çeşit sınır şartları vardır:

1. Basit mesnetli plaklar
2. Ankastre kenarlı plaklar
3. Serbest kenarlı plaklar

2.14 Plakların Dinamiği

Plakların dinamik denklemleri d'Alembert prensibi kullanılarak elde edilebilir. Genel prensip olarak cisim, atalet kuvvetleri eklenerek duran cismin dinamiği statik durum gibi incelenmektedir. Verdeğiştirme, Kirchhoff'un Kanunlarına göre aşağıdaki şekilde ifade edilmiştir:

$$u_a = u_0 - x_3 u_{3,a}$$

(2.122)

$$F_a = -\rho \ddot{u}_a = -\rho (\ddot{u}_a - x_3 \ddot{u}_{3,a})$$

(2.123)

$$G_3 \equiv \int_{\frac{2}{h}}^{\frac{z}{h}} F_3 dx_3 = -\rho h \ddot{u}(x_1, x_2)$$

(2.125)

$$m_a = \int_{\frac{2}{h}}^{\frac{z}{h}} x_3 F_a dx_3 = \frac{\rho h^3}{12} \ddot{u}_{3,a}$$

(2.126)

$$m_{a,a} = \frac{\rho h^3}{12} \ddot{u}_{3,a} = \frac{\rho h^3}{12} \nabla^2 \ddot{u}_3$$

(2.124), (2.125) ve (2.126) denklemlerini (2.117) denkleminde yerine konursa,

(2.127)

$$D^4 u_3 - \frac{\rho h^3}{12} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\nabla^2 u_3) + \rho h \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} = p(x_1, x_2, t)$$

denklemi elde edilir.

$$D^4 u_3 - \underbrace{\frac{\rho h^3}{12} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\nabla^2 u_3)}_{\text{Cisim kuvvetlerinden dolayı oluşan etki}} + \underbrace{\rho h \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}}_{\text{Dikey atalet etki}} = p(x_1, x_2, t)$$

Diş kuvvetler etkisi altında titreşim yapan bir dikdörtgen plağın hareket denklemini en son hali ile şöyle ifade edilir:

(2.128)

$$\rho h \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} + D^4 u_3 - \frac{\rho h^3}{12} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\nabla^2 u_3) - p(x_1, x_2, t) = 0$$

Serbest titreşimde, plak dış kuvvetler etkimsizdir için (2.128)

hareket denklemindeki üçüncü ve dördüncü terimler olmamaktadır. Böylece serbest titreşen bir plağın hareket denklemini aşağıdaki gibi,

(2.129)

$$\rho h \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} + D^4 u_3 = 0$$

elde edilir.

3. UYGULAMA

3.1. Ansys Analizi

Ansys programı, basitlikten kompleks, lineerlikten non-lineerliğe, statik analizden dinamik analize kadar göğü sonlu elemanlar analizini yapabilmeye özelliklerine sahiptir. Ayrıca dinamik analiz, burkulma, ısı transferi, akustik, elektromanyetik, piezoelektrik gibi problemlerin analizini Ansys ile yapmak mümkündür.

Basit bir Ansys analizi için üç ana adım vardır:

1-Model yapımı

Burada, elementin tipi belirlenir, real constant'lar ve malzeme özellikleri girilir ve model geometrisi çizilir.

2-Yüklerin uygulanması ve çözümün yapılması

Analiz tipi ve özellikleri belirlenir, yükler uygulanır ve sonlu eleman çözümüne başlanır.

3-Sonuçların incelenmesi

Sonuçlar sayısal değer olarak, grafiksel olarak ve deformasyonlar, gerilmeler gibi mühendislik değerleri kontur olarak alınır.

3.2. Plakaların Dinamik Analizinde Sonlu Elemanlar Metodu

3.2.1. Hareketin matris denklemi

Pratik analizlerde titreşen bir plakın analizini yaparken ilk önce plakin elementlere bölünmesi yapılır. Elementin yerdeğiştirme denklemi aşağıdaki gibi kabul edilir;

$$\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, t) = \begin{Bmatrix} \bar{u}_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, t) \\ \bar{u}_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, t) \\ \bar{u}_3(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, t) \end{Bmatrix} \quad \bar{\mathbf{Q}}^{(e)}(t) = \bar{\mathbf{N}}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3) \quad (3.1)$$

Burada,

$\bar{\mathbf{u}}$: Verdeğiştirme vektörü

$\bar{\mathbf{N}}$: Şekil fonksiyonun matrisi

$\bar{\mathbf{Q}}^{(e)}$: Elemanın nodal verdeğiştirme vektörü

(3.1) denkleminin zamana göre türevi alınrsa,

$$\dot{\bar{\mathbf{u}}}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, t) = \bar{\mathbf{N}}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3) \dot{\bar{\mathbf{Q}}}^{(e)}(t) \quad (3.2)$$

elde edilir.

Burada,

$\dot{\bar{\mathbf{Q}}}^{(e)}$: Nodal hız vektörü

Bir plajın dinamik hareketinin denklemini elde etmek için Lagrange denklemini kullanılırsa;

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \dot{Q}} \right\} - \left\{ \frac{\partial L}{\partial Q} \right\} + \left\{ \frac{\partial R}{\partial Q} \right\} = \{0\} \quad (3.3)$$

burada,

$$L = T - \pi_p \quad (3.4)$$

dir.

Bu ifadede,

L : Lagrange fonksiyonu

T : Kinetik enerji

R : Dissipation (artık) fonksiyonu

Q : Nodal verdeğiştirme

$\dot{Q}$: Nodal hız

π_p : Potansiyel enerji

dir.

Bir elemanın kinetik ve potansiyel enerjileri:

$$T^{(e)} = \frac{1}{2} \iiint_V \rho \bar{\mathbf{u}}^T \bar{\mathbf{u}} \, dv \quad (3.5)$$

$$\pi_p^{(e)} = \frac{1}{2} \iiint_V \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^T \bar{\boldsymbol{\sigma}} \, dv - \iiint_V \bar{\mathbf{u}}^T \bar{\boldsymbol{\phi}} \, ds_1 - \iiint_V \bar{\mathbf{u}}^T \bar{\boldsymbol{\phi}} \, dv \quad (3.6)$$

$v^{(e)}$: Elemanın hacmi

ρ : Elemanın yoğunluğu

$\bar{\mathbf{u}}$: Elemanın hız vektörü

Mevcut dissipative (artık) kuvvetlerin, bağlı hızlarla orantılı olduğu kabul edilirse, bir elemanın dissipation fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$R^{(e)} = \frac{1}{2} \iiint_V \mu \bar{\mathbf{u}}^T \bar{\mathbf{u}} \, dv \quad (3.7)$$

Burada,

μ : Sönümleme katsayısı

Denklem (3.5) ve (3.7) de hacim integrali element hacmi üzerinden ve (3.6)

denkleminde ise yüzey integrali elementin yüzeyinden integrale edilirse,

$$T = \sum_E T^{(e)} = \frac{1}{2} \bar{\mathbf{Q}}^T \left[\sum_E \iiint_{V^{(e)}} \rho \bar{\mathbf{N}}^T \bar{\mathbf{N}} \, dv \right] \bar{\mathbf{Q}} \quad (3.8)$$

$$\pi_p = \sum_E \pi_p^{(e)} = \frac{1}{2} \bar{\mathbf{Q}}^T \left[\sum_E \iiint_{B^T} \bar{\mathbf{D}} \bar{\mathbf{B}} \, dv \right] \bar{\mathbf{Q}} - \sum_E \left(\bar{\mathbf{Q}}^T \iiint_{S_1^{(e)}} \bar{\boldsymbol{\phi}}^T \bar{\mathbf{N}} \, ds_1 + \iiint_{V^{(e)}} \bar{\boldsymbol{\phi}}^T \bar{\mathbf{N}} \, dv \right) - \bar{\mathbf{Q}}^T \bar{\mathbf{P}}_c \quad (3.9)$$

$$R = \sum_{e=1}^E R^{(e)} = \frac{1}{2} \bar{Q}^T \left[\sum_{e=1}^E \iiint_{V^{(e)}} \mu \bar{N}^T \bar{N} dv \right] \bar{Q} \quad (3.10)$$

Burada,

$\bar{Q}$: Global nodal yerdeğiştirme vektörü

$\bar{Q}$: Global nodal hız vektörü

$\bar{P}_e$: Elemanın konsantr nodel yük vektörü

İntegrallerin içerisinde bulunan matrislerin tanımları şöyledir:

$$\bar{M}^{(e)} = \iiint_{V^{(e)}} \rho \bar{N}^T \bar{N} dv \quad (3.11)$$

$$\bar{K}^{(e)} = \iiint_{V^{(e)}} \bar{B}^T \bar{D} \bar{B} dv \quad (3.12)$$

$$\bar{C}^{(e)} = \iiint_{V^{(e)}} \mu \bar{N}^T \bar{N} dv \quad (3.13)$$

$$\bar{P}_s^{(e)} = \iint_{S^{(e)}} \bar{N}^T \bar{\Phi} ds_l \quad (3.14)$$

$$\bar{P}_b^{(e)} = \iiint_{V^{(e)}} \bar{N}^T \bar{\Phi} dv \quad (3.15)$$

$\bar{M}^{(e)}$: Elemanın kütle matrisi

$\bar{K}^{(e)}$: Elemanın rijitlik matrisi

$\bar{C}^{(e)}$: Elemanın sönümleme matrisi

$\overline{P}_s^{(e)}$: Yüzey kuvvetleri tarafından üretilen, elemanın nodal kuvvet vektörü
 $\overline{P}_b^{(e)}$: Kütle kuvvetleri tarafından üretilen, elemanın nodal kuvvet vektörü
 Bütün elemanların matrislerini ve vektörlerini toplayarak (3.8) ve (3.9) denklemlerini aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$T = \frac{1}{2} \overline{Q}^T \overline{M} \overline{Q}$$

$$\pi_p = \frac{1}{2} \overline{Q}^T \overline{K} \overline{Q} - \overline{Q}^T \overline{P} \quad (3.17)$$

$$R = \frac{1}{2} \overline{Q}^T \overline{C} \overline{Q} \quad \text{Burada,} \quad (3.18)$$

$$\overline{M} = \sum_E \overline{M}^{(e)} : \text{Plâgin master kütle matrisi}$$

$$\overline{K} = \sum_E \overline{K}^{(e)} : \text{Plâgin master rijitlik matrisi}$$

$$\overline{C} = \sum_E \overline{C}^{(e)} : \text{Plâgin master sönümlerme matrisi}$$

$$\overline{P}(t) = \sum_E \overline{P}_s^{(e)}(t) + \overline{P}_b^{(e)}(t) : \text{Toplam yük vektörü}$$

(3.16), (3.17) ve (3.18) denklemlerini (3.3) denklemine koyarsak, plajın hareket denklemini matris formunda aşağıdaki gibi elde ederiz.

(3.19)

$$\overline{\overline{M}}\ddot{\overline{Q}}(t) + \overline{\overline{C}}\dot{\overline{Q}}(t) + \overline{\overline{K}}\overline{Q}(t) = \overline{P}(t)$$

Burada,

$\overline{\overline{Q}}$: Global sistemde nodal ivme vektörü

3.2.2. Serbest titreşim

Bir yapı dış kuvvetler olmaksızın titreşiyorsa bu titreşime serbest titreşim adı verilir. (3.19) denkleminde, plajın serbest titreşim hareket denklemini aşağıdaki gibi elde edilir.

(3.20)

$$\overline{\overline{M}}\ddot{\overline{Q}}(t) + \overline{\overline{K}}\overline{Q}(t) = 0$$

(3.20) denkleminin çözümünün

$$\overline{Q} = \overline{Q}_0 \sin(\omega t + \alpha)$$

şeklinde olduğunu kabul edersek, (3.20) denklemini şu formu alır.

(3.21)

$$(-\omega^2 \overline{\overline{M}} + \overline{\overline{K}})(\overline{Q}_0) = 0$$

(3.21) denkleminin çözümünün $\overline{Q}_0$ için mevcut olması için

(3.22)

$$\det(\overline{\overline{K}} - \omega^2 \overline{\overline{M}}) = 0$$

olması gerekir. (3.22) denklemini soldan $\overline{\overline{K}}^{-1}$ matrisiyle çarpılırsa,

(3.23)

$$(\overline{I} - \omega^2 \overline{\overline{D}}) = 0$$

klasik özdeğer problemi elde edilir.

Burada,

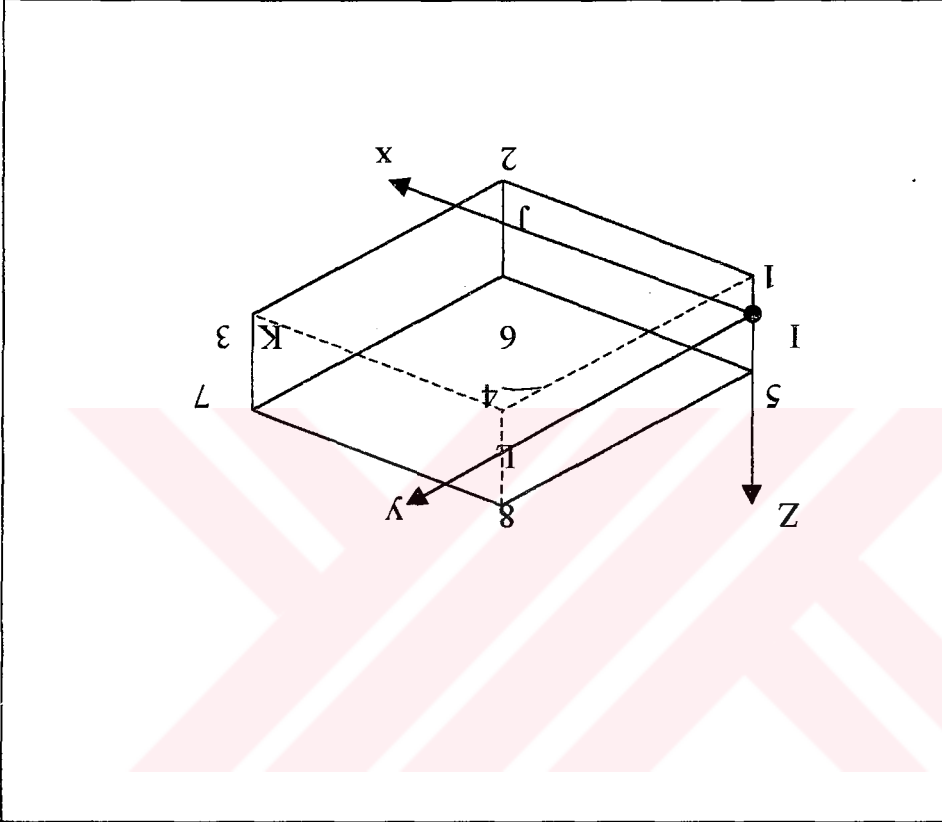
$$\overline{\overline{D}} = \overline{\overline{K}}^{-1} \overline{\overline{M}}$$

dir.

(3.23) denklemi Ansys'de HouseHolder tekniğiyle çözümlenerek, ω açısal frekanslar (özdeğerler) bulunmuştur. Bulunan açısal frekanslar, $\lambda = \omega a^2 \sqrt{\frac{\rho}{D}}$

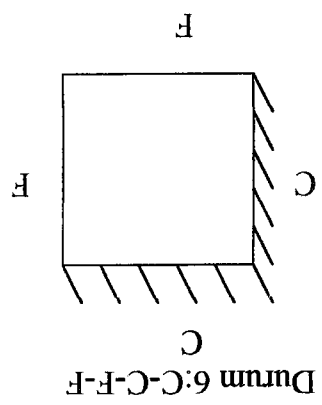
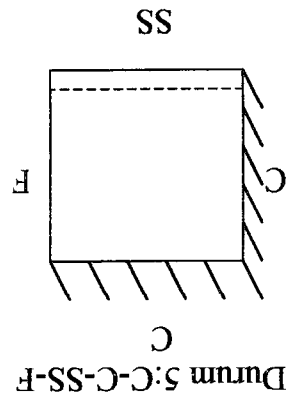
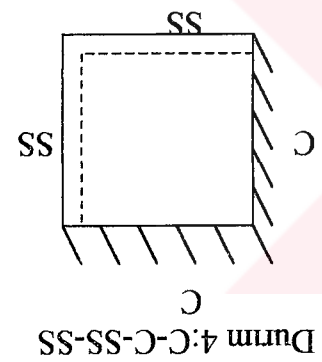
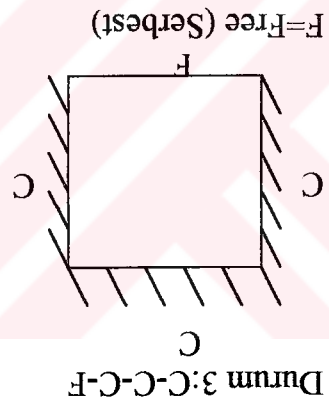
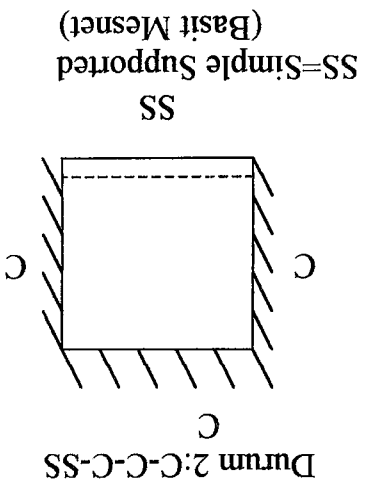
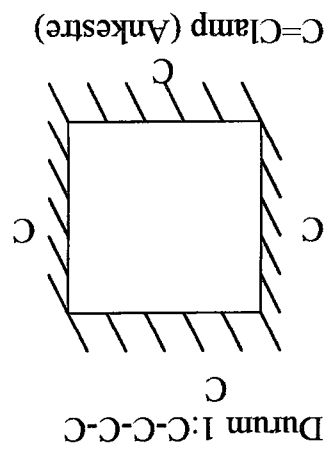
frekans parametre formülünde yerine konularak frekans parametreleri bulunmuştur.

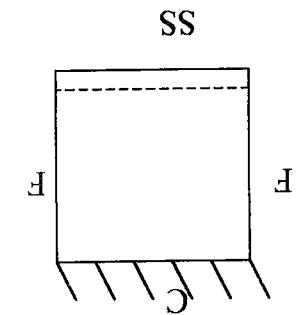
Analizde kullanılan SHELL63 elemanı (Şekil3.1), altı serbestlik derecesine sahip ve düzlemsel ve nârmal kuvvetlere izin veren quadratik bir elemandır.



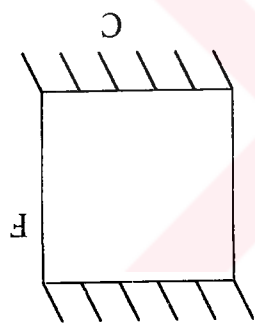
Şekil 3.1 SHELL63 elemanı

3.3. Sıvı Şartları

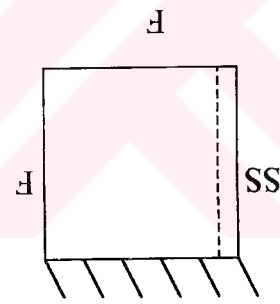




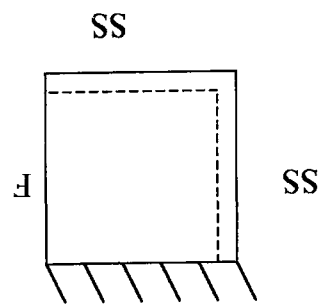
Durum 11: C-F-SS-F



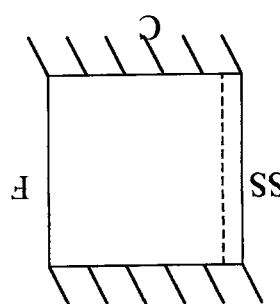
Durum 10: C-F-C-F



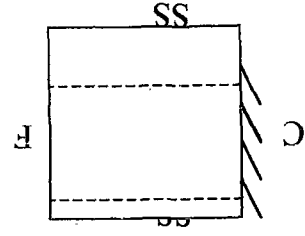
Durum 9: C-SS-F-F



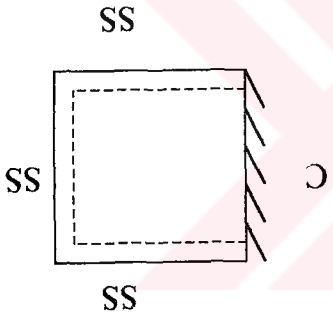
Durum 8: C-SS-SS-F



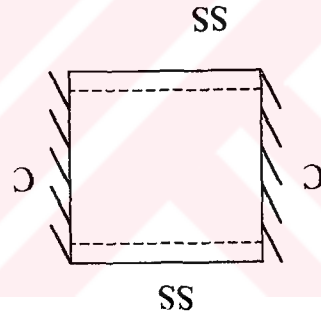
Durum 7: C-SS-C-F



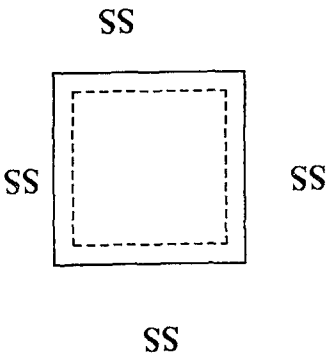
Durum 16:SS-C-SS-F



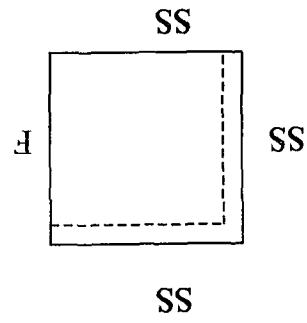
Durum 15:SS-C-SS-SS



Durum 14:SS-C-SS-C



Durum 13:SS-SS-SS-SS



Durum 12:SS-SS-SS-F

3.4. Sonuçlar

Çizelge 3.1. 1/1 boyutunda, C-C-C-C sınış şartlarına sahip plajın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Mod	100 SEM	196 SEM	256 SEM	Teorik
1	39,607	39,194	39,405	35,992
2	62,500	66,000	67,655	73,413
3	62,500	66,000	67,655	73,413
4	94,000	102,000	106,511	108,270
5	94,000	102,000	106,511	108,270

Çizelge 3.2. 1/1 boyutunda, C-C-C-C sınış şartlarına sahip plajın 0.15, 0.2, 0.25 ve 0.3 Poisson oranlarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Mod	$\nu=0.15$	$\nu=0.2$	$\nu=0.25$	$\nu=0.3$
1	38,000	38,360	38,820	39,194
2	67,900	67,670	67,590	66,000
3	67,900	67,670	67,590	66,000
4	104,730	103,670	102,920	102,000
5	104,730	103,670	102,920	102,000

Çizelge 3.3. 1/1 boyutunda, C-C-C-SS sınır şartlarına sahip plâğin 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Mod	100 SEM	196 SEM	256 SEM	Teorik
1	31.310	34.838	35.027	31.829
2	62.505	66.140	67.655	63.347
3	62.505	66.140	67.655	71.084
4	82.132	89.445	92.480	100.830
5	92.835	101.768	104.501	116.400

Çizelge 3.4. 1/1 boyutunda, C-C-C-SS sınır şartlarına sahip plâğin 0.15, 0.2 ve 0.3 Poisson oranlarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Mod	$\nu=0.15$	$\nu=0.2$	$\nu=0.25$	$\nu=0.3$
1	33.790	34.100	34.500	35.027
2	67.905	67.670	67.590	67.655
3	67.905	67.670	67.590	67.655
4	93.200	93.020	92.504	92.480
5	100.790	101.720	102.940	104.501

Çizelge 3.5. 1/1 boyutunda, C-C-C-F sınır şartlarına sahip plajın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Mod	100 SEM	196 SEM	256 SEM	Teorik
1	29.244	30.44.816	30.345	24.020
2	42.426	63.026	45.787	40.039
3	59.549	66.123	64.469	63.493
4	59.990	99.936	68.560	76.761
5	91.799		103.344	80.713

Çizelge 3.6. 1/1 boyutunda, C-C-C-F sınır şartlarına sahip plajın 0.15, 0.2 0.25 ve 0.3 Poisson oranlarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Mod	v=0.15	v=0.2	v=0.25	v=0.3
1	29.270	29.550	29.700	30.345
2	46.890	46.430	46.000	45.787
3	64.890	64.680	64.500	64.469
4	66.980	67.350	68.100	68.560
5	99.570	100.520	101.100	103.344

Çizelge 3.7. 1/1 boyutunda, C-C-SS-SS sınır şartlarına sahip plajın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Mod	100 SEM	196 SEM	256 SEM	Teorik
1	29.215	29.639	29.790	27.056
2	62.505	66.148	67.655	60.544
3	62.505	66.148	67.655	60.791
4	79.603	86.472	89.315	92.865
5	79.641	86.784	89.315	114.570

Çizelge 3.8. 1/1 boyutunda, C-C-SS-SS sınır şartlarına sahip plajın 0.15, 0.2 ve 0.25 Poisson oranlarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Mod	$v=0.15$	$v=0.2$	$v=0.25$	$v=0.3$
1	27.900	28.700	29.100	29.790
2	69.100	68.800	68.200	67.655
3	69.100	68.800	68.200	67.655
4	87.000	87.900	88.700	89.315
5	87.500	88.100	88.900	89.757

Çizelge 3.9. I/I boyutunda, C-C-SS-F sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Mod	100 SEM	196 SEM	256 SEM	Teorik
1	20.989	21.558	21.756	17.615
2	42.426	44.816	45.787	36.040
3	53.146	58.276	60.307	52.065
4	59.549	63.029	64.469	71.194
5	77.135	83.990	86.829	74.349

Çizelge 3.10. I/I boyutunda, C-C-SS-SS sınır şartlarına sahip plağın 0.15, 0.2 ve 0.25 Poisson oranlarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Mod	$v=0.15$	$v=0.2$	$v=0.25$	$v=0.3$
1	16.800	16.900	17.200	17.615
2	37.000	36.800	36.300	36.040
3	53.100	52.800	52.500	52.065
4	72.100	71.800	71.500	71.194
5	73.100	73.500	74.000	74.349

Mod	v=0.15	v=0.2	v=0.25	v=0.3
1	16.800	16.900	17.200	17.615
2	37.000	36.800	36.300	36.040
3	53.100	52.800	52.500	52.065
4	72.100	71.800	71.500	71.194
5	73.100	73.500	74.000	74.349

değerleri

Çizelge 3.10. 1/1 boyunda, C-C-SS-SS sınır şartlarına sahip plajın 0.15, 0.2 ve 0.3 Poisson oranlarında tabii frekans parametrelerinin

Mod	100 SEM	196 SEM	256 SEM	Teorik
1	8.246	8.478	8.563	6.942
2	32.842	34.928	35.736	24.034
3	35.478	37.506	38.312	26.681
4	41.109	45.155	46.283	47.785
5	42.234	46.862	49.123	63.039

256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Çizelge 3.11. 1/1 boyunda, C-C-F-F sınır şartlarına sahip plajın 100, 196 ve

Çizelge 3.13. 1/1 boyutunda, C-SS-C-F sınır şartlarına sahip plajın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Mod	100 SEM	196 SEM	256 SEM	Teorik
1	27.695	28.324	28.535	23.460
2	42.426	44.816	45.770	35.612
3	51.870	56.902	58.905	63.926
4	59.549	63.026	64.469	66.808
5	90.282	98.217	101.541	77.502

Çizelge 3.14. 1/1 boyutunda, C-SS-C-F sınır şartlarına sahip plajın 0.15, 0.2 ve 0.25 Poisson oranlarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Mod	v=0.15	v=0.2	v=0.25	v=0.3
1	22.500	22.802	23.111	23.460
2	36.801	36.500	36.000	35.612
3	64.100	63.900	63.405	63.126
4	65.805	66.123	63.403	66.800
5	76.700	76.900	77.405	77.500

Çizelge 3.15. 1/1 boyutunda, C-SS-SS-F sınır şartlarına sahip plâgın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Mod	100 SEM	196 SEM	256 SEM	Teorik
1	19.539	19.951	20.092	16.865
2	42.426	44.816	45.787	31.138
3	44.305	48.285	49.870	51.631
4	59.549	63.026	64.469	64.043
5	75.115	81.624	84.323	67.646

Çizelge 3.16. 1/1 boyutunda, C-SS-SS-F sınır şartlarına sahip plâgın 0.15, 0.2 ve 0.25 Poisson oranlarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Mod	$v=0.15$	$v=0.2$	$v=0.25$	$v=0.3$
1	115.800	16.000	16.400	16.800
2	32.101	32.000	31.807	31.138
3	52.800	52.400	52.000	51.631
4	64.900	64.700	64.502	64.043
5	66.666	66.800	67.100	67.666

Mod	$v=0.15$	$v=0.2$	$v=0.25$	$v=0.3$
1	5.000	5.100	5.200	5.364
2	19.800	19.500	19.200	19.100
3	23.800	24.000	24.200	24.768
4	42.600	42.800	43.000	43.191
5	52.200	52.500	52.800	53.000

değerleri

Çizelge 3.18. 1/1 boyutunda, C-SS-F-F sınır şartlarına sahip plajın 0.15, 0.2 ve 0.25 Poisson oranlarında tabii frekans parametrelerinin

Mod	100 SEM	196 SEM	256 SEM	Teorik
1	6.013	6.108	6.143	5.364
2	29.997	32.891	34.023	19.171
3	32.824	34.928	35.736	24.768
4	35.478	37.506	38.312	43.191
5	38.460	41.937	43.325	53.000

ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Çizelge 3.17. 1/1 boyutunda, C-SS-F-F sınır şartlarına sahip plajın 100, 196

Çizelge 3.19. 1/1 boyutunda, C-F-C-F sınır şartlarına sahip plâğin 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Mod	100 SEM	196 SEM	256 SEM	Teorik
1	26.058	26.847	26.847	22.272
2	29.323	30.875	30.875	26.529
3	40.033	45.384	45.384	43.664
4	57.080	61.748	61.748	61.466
5	89.392	100.519	100.519	67.549

Çizelge 3.20. 1/1 boyutunda, C-F-C-F sınır şartlarına sahip plâğin 0.15, 0.2 ve 0.25 ve 0.3 Poisson oranlarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Mod	$\nu=0.15$	$\nu=0.2$	$\nu=0.25$	$\nu=0.3$
1	21.600	21.800	22.000	22.272
2	27.100	27.000	26.800	26.529
3	44.300	44.100	43.900	43.600
4	60.500	60.800	61.000	61.466
5	66.800	67.000	67.200	67.549

Çizelge 3.21. 1/1 boyutunda, C-F-SS-F sınırlarına sahip plajın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Mod	100 SEM	196 SEM	256 SEM	Teorik
1	17.355	17.663	17.765	15.285
2	29.323	30.414	30.875	20.673
3	29.464	31.948	32.931	39.775
4	57.080	60.381	61.748	49.730
5	72.911	79.095	81.660	56.617

Çizelge 3.22. 1/1 boyutunda, SS-SS-SS-SS sınırlarına sahip plajın 0.15, 0.2 0.25 ve 0.3 Poisson oranlarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Mod	v=0.15	v=0.2	v=0.25	v=0.3
1	20.650	20.840	21.000	21.404
2	67.900	67.670	67.590	67.655
3	67.900	67.670	67.590	67.655
4	69.500	70.140	70.980	72.058
5		70.140	70.980	72.58

Mod	100 SEM	196 SEM	256 SEM	Teorik
1	3.620	3.641	3.648	3.368
2	24.791	27.172	28.113	17.407
3	28.915	30.887	31.658	19.367
4	32.824	34.928	35.736	38.291
5	35.478	37.506	38.312	51.324

Çizelge 3.24. 1/1 boyutunda, SS-SS-F-F sınır şartlarına sahip plajın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Mod	100 SEM	196 SEM	256 SEM	Teorik
1	3.749	3.777	3.788	3.491
2	10.542	10.837	10.949	8.524
3	11.327	12.022	12.298	21.429
4	28.669	30.220	30.829	327.331
5	31.936	34.998	36.161	31.111

Çizelge 3.23. 1/1 boyutunda, C-F-F-F-F sınır şartlarına sahip plajın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Çizelge 3.25. 1/1 boyutunda, SS-SS-SS-SS sınır şartlarına sahip plajın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Mod	100 SEM	196 SEM	256 SEM	Teorik
1	21.130	21.332	21.404	19.740
2	62.505	66.140	67.655	49.350
3	62.505	66.140	67.655	49.350
4	64.483	69.838	72.058	78.960
5	64.483	69.838	72.058	98.670

Çizelge 3.26. 1/1 boyutunda, SS-C-SS-C sınır şartlarına sahip plajın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Mod	100 SEM	196 SEM	256 SEM	Teorik
1	31.169	31.613	31.771	28.950
2	62.505	66.140	67.655	54.743
3	62.505	66.140	67.655	69.327
4	70.785	76.975	79.528	94.585
5	91.236	99.253	102.615	102.210

Mod	100 SEM	196 SEM	256 SEM	Teorik
1	14.579	14.884	14.991	12.687
2	42.426	44.816	45.787	33.065
3	47.710	52.108	53.845	41.709
4	59.549	63.020	64.469	63.014
5	62.738	68.125	70.343	72.397

Çizelge 3.28. 1/1 boyutunda, SS-C-SS-F sınır şartlarına sahip plajın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Mod	100 SEM	196 SEM	256 SEM	Teorik
1	25.442	25.758	25.870	23.646
2	62.505	66.140	67.655	51.674
3	62.505	66.140	67.655	58.646
4	67.435	73.196	75.577	86.134
5	77.356	84.060	86.844	100.260

Çizelge 3.27. 1/1 boyutunda, SS-C-SS-SS sınır şartlarına sahip plajın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Mod	100 SEM	196 SEM	256 SEM	Teorik
1	10.569	10.668	10.702	9.631
2	21.366	22.811	23.387	16.134
3	29.323	30.414	30.385	36.725
4	57.080	60.381	61.748	38.945
5	57.118	61.746	63.663	46.738

Çizelge 3.30. 1/1 boyutunda, SS-F-SS-F sinir şartlarına sahip plâgın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Mod	100 SEM	196 SEM	256 SEM	Teorik
1	13.114	13.309	13.377	11.684
2	38.340	41.505	42.766	27.756
3	42.420	44.816	45.787	41.196
4	59.549	63.026	64.469	59.065
5	60.377	65.376	67.442	61.860

Çizelge 3.29. 1/1 boyutunda, SS-SS-SS-F sinir şartlarına sahip plâgın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Çizelge 3.32. 5/2 boyutunda, C-C-F-F sınır şartlarına sahip plâgın 48, 96 ve 160 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Mod	100 SEM	196 SEM	256 SEM	Teorik
1	4.300	4.420	4.440	3.985
2	8.100	8.760	8.830	7.155
3	16.770	17.740	18.100	13.101
4	17.050	18.950	19.560	21.844
5	27.130	27.470	27.650	22.896

Çizelge 3.31. 3/2 boyutunda, C-C-C-C sınır şartlarına sahip plâgın 72, 160 ve 216 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Mod	100 SEM	196 SEM	256 SEM	Teorik
1	64.510	65.448	65.869	60.772
2	101.070	107.506	110.165	93.860
3	106.101	114.010	117.488	148.820
4	121.510	126.593	128.955	149.660
5	167.331	197.106	206.042	179.660

Mod	100 SEM	196 SEM	256 SEM	Teorik
1	18.140	18.500	18.800	16.849
2	24.840	27.110	29.090	21.363
3	36.270	37.619	39.130	29.236
4	39.270	47.950	53.640	40.509
5	51.270	52.306	56.780	51.457

Çizelge 3.34. 2/5 boyutunda, C-C-SS-SS sınır şartlarına sahip plâgın 48, 96 ve 160 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Mod	100 SEM	196 SEM	256 SEM	Teorik
1	23.260	23.770	23.090	23.015
2	31.380	32.970	33.130	29.427
3	37.070	41.534	41.820	44.363
4	38.700	41.637	42.230	62.417
5	38.720	42.040	43.420	68.887

Çizelge 3.33. 2/3 boyutunda, C-C-C-F sınır şartlarına sahip plâgın 72, 160 ve 216 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Çizelge 3.35. 1/1 boyutunda, C-C-C-C-C sınır şartlarına ve alüminyum (Al).

magnezyum (Mg) ve gelik (St) malzemelerine sahip plakların tabii

frekans parametrelerinin değerleri

Mod	Al	Mg	St
1	37.583	37.570	37.594
2	64.528	64.520	64.545
3	64.528	64.520	64.545
4	101.588	101.570	101.610
5	101.588	101.570	101.610

Çizelge 3.36. 1/1 boyutunda, C-C-C-C-C sınır şartlarına ve alüminyum (Al).

magnezyum (Mg) ve gelik (St) malzemelerine sahip plakların tabii

frekans parametrelerinin değerleri

Mod	Al	Mg	St
1	33.400	33.400	33.410
2	64.520	64.520	66.540
3	64.520	64.520	66.540
4	88.200	88.190	88.220
5	99.670	99.650	99.690

3.5. Sonuçların İrdelenmesi

Sonlu elemanlar analizi ile elde edilen tabii frekans parametreleri $(\lambda = \omega^2 \sqrt{\rho/D})$, A.W. Leissa [3] tarafından elde edilen tabii frekans

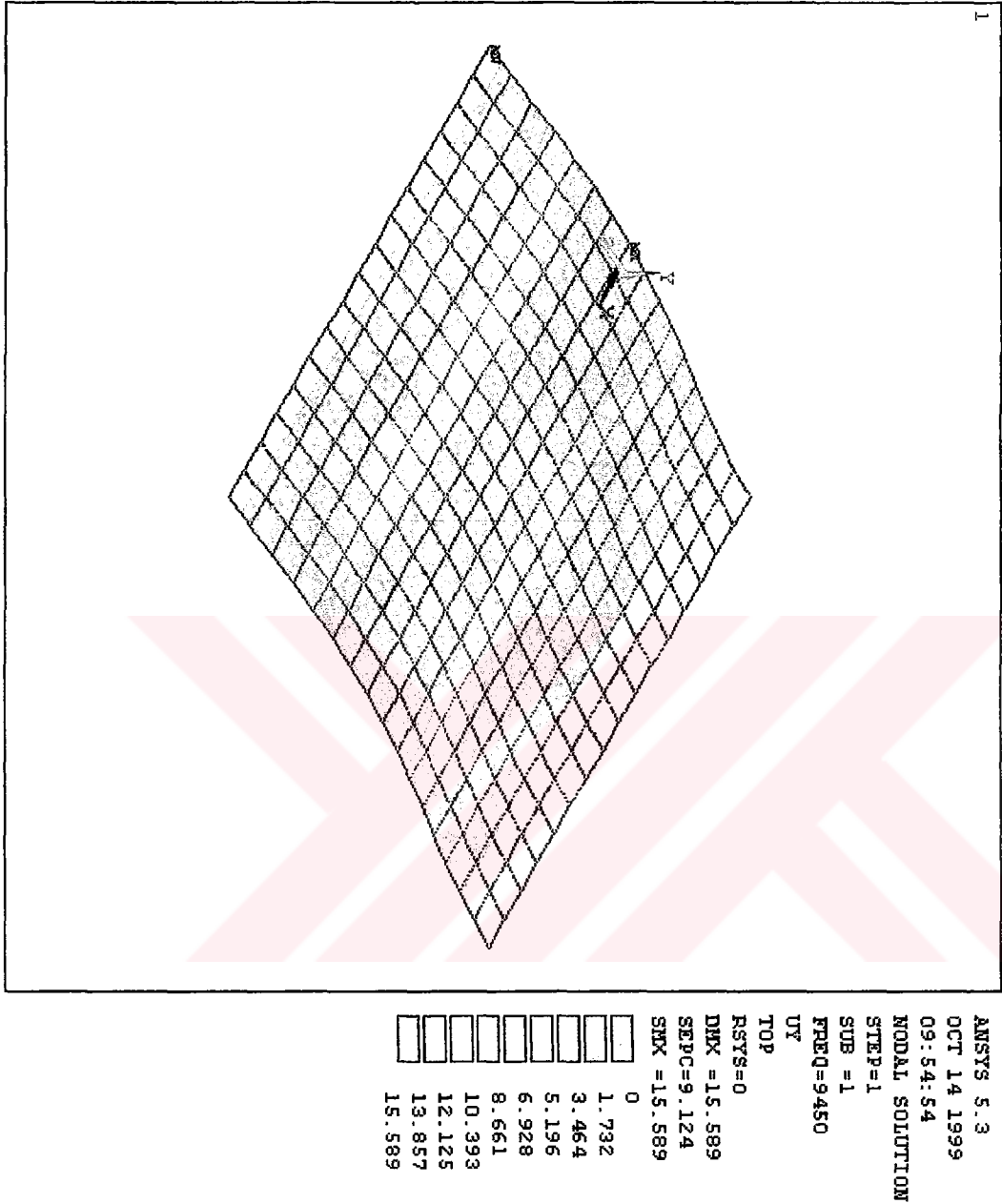
parametreleri ile karşılaştırma yapılmıştır.

Durum 1 de dört kenar ankestre (C-C-C-C) plak, 100,196 ve 256 tane elemana bölünerek, sonlu elemanlar yöntemi ile elde edilen tabii frekans parametrelerin, teorik olarak elde edilmiş sonuçlara yakınsaması gösterilmiştir. Şekil 3.2’de görüldüğü gibi sonlu elemanlar analizi ile elde edilen tabii frekans parametreleri ile teorik olarak elde edilmiş tabii frekans parametreleri arasındaki maksimum fark beşinci modda görülmektedir. Bu hata, nümerik hesaplamalardan dolayı kaynaklanmaktadır. Eleman sayısı arttıkça ikinci, üçüncü, dördüncü ve beşinci modlarda, tabii frekans parametresi, teorik elde edilen sonuçlara

alttan yakınsamaktadır.

Aynı durumu, Poisson oranı (ν) 0,15; 0,2; 0,25; 0,3 olarak incelediğimizde, Poisson oranının değeri azaldıkça birinci moddaki frekans parametresi değeri azalırken, diğer modlarda artmaktadır. Şekil 3.3 de görüldüğü gibi Poisson oranının değişimi sonuçları belirgi şekilde etkilemektedir.

Durum 2 de üç kenar ankestre, diğer kenar basit mesnetli(C-C-C-SS) plak, 100,196 ve 256 tane elemana bölünerek, sonlu elemanlar yöntemi ile elde edilen dördörtgen plajın tabii frekans parametreleri teorik olarak elde edilmiş tabii frekans parametrelerine yakınsaması gösterilmiştir. Şekil 3.4’de görüldüğü gibi sonlu elemanlar analizi ile elde edilen tabii frekans parametreleri ile teorik olarak elde edilmiş tabii frekans parametreleri arasındaki maksimum fark beşinci modda görülmektedir. Bu hata, nümerik hesaplamalardan dolayı kaynaklanmaktadır. Eleman sayısı arttıkça ikinci,

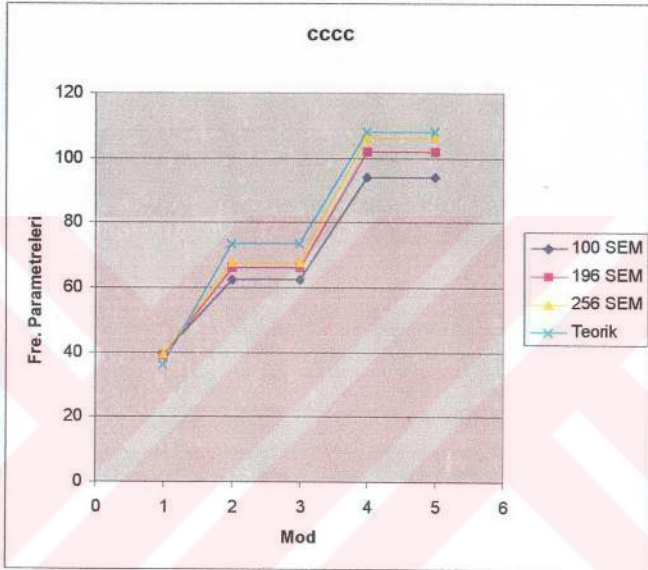


Şekil 3.37. C-F-SS-F Plâğın birinci modu

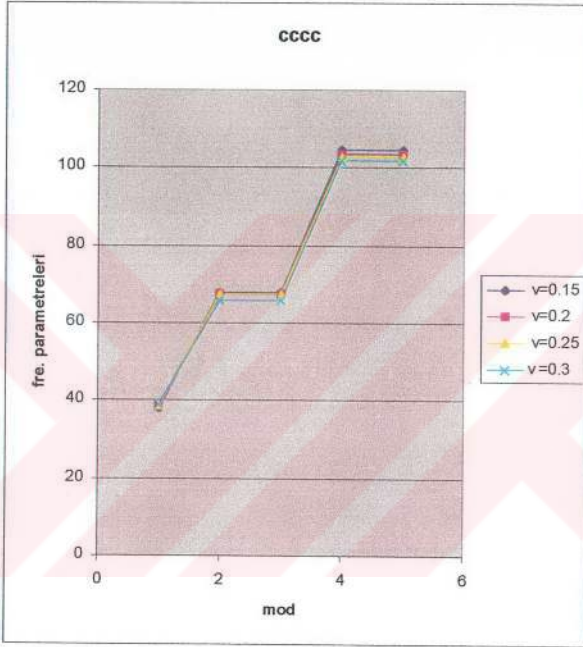
üçüncü, dördüncü ve beşinci modlarda, tabii frekans parametresi, teorik elde edilen sonuçlara alttan yakınsamaktadır.

Aynı durumu, Poisson oranını (ν) 0,15; 0,2; 0,25; 0,3 alarak incelediğimizizde, Poisson oranının değeri azaldıkça birinci, moddaki frekans parametresi değeri azalırken, diğer modlarda artmaktadır (Şekil 3.5’de görüldüğü gibi).





Şekil 3.2 1/1 boyutunda, C-C-C-C sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri



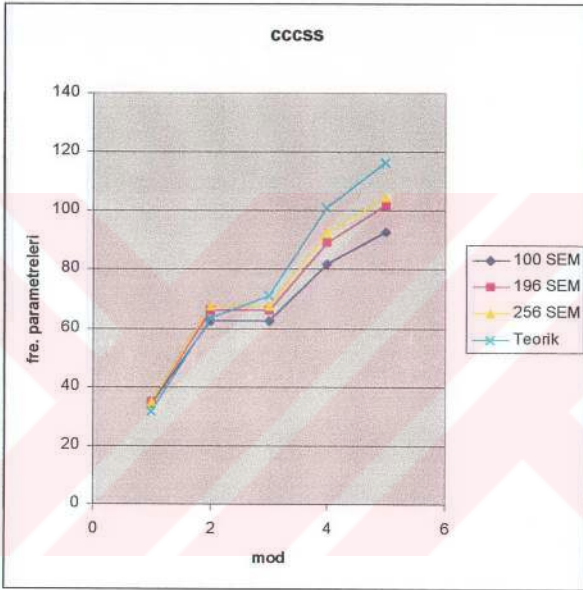
Şekil 3.3. 1/1 boyutunda, C-C-C-C sınır şartlarına sahip plağın 0.15, 0.2, 0.25 ve 0.3 Poisson oranlarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Durum 3 de üç kenarı ankestre, diğer kenarı serbest mesnetli(C-C-C-F) plak, 100,196 ve 256 tane elemana bölünerek, sonlu elemanlar yöntemi ile elde edilen tabii frekans parametrelerin, teorik olarak elde edilmiş sonuçlara yakınsaması gösterilmiştir. Şekil 3.6'da görüldüğü gibi sonlu elemanlar analizi ile elde edilen sonuçlar ile teorik sonuçlar arasındaki maksimum fark beşinci modda görülmektedir. Bu hata nümerik hesaplamalardan kaynaklanmaktadır. Eleman sayısı arttıkça, üçüncü, dördüncü ve beşinci modlarda, tabii frekans parametresi, teorik elde edilen sonuçlara alttan yakınsamaktadır.

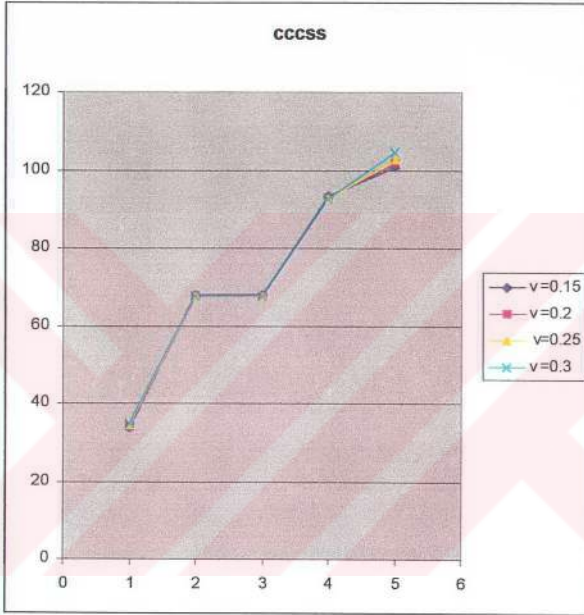
Aynı durumu, Poisson oranını (ν) 0,15; 0,2; 0,25; 0,3 alarak incelediğimizde, Poisson oranının değeri azaldıkça birinci, moddaki frekans parametresi değeri azalırken, diğer modlarda artmaktadır (Şekil 3.7'de görüldüğü gibi). Poisson oranını değişimi plağın titreşim frekans parametrelerini belirgi şekilde etkilemediğini söyleyebiliriz.

Durum 4 de iki kenarı ankestre, diğer iki kenarı basit mesnetli (C-C-SS-SS) plak, 100, 196 ve 256 tane elemana bölünerek, sonlu elemanlar yöntemi ile elde edilen tabii frekans parametrelerin, teorik olarak elde edilmiş sonuçlara yakınsaması gösterilmiştir. Şekil 3.8'de de görüldüğü gibi sonlu elemanlar analizi ile elde edilen sonuçlar dördüncü ve beşinci modlarda mesh sayısı arttıkça alttan yaklaşırken, diğer modlarda sonuçlar teorik sonuçlardan uzaklaşmaktadır. Bunun sebebi nümerik hesaplamalardan kaynaklanmaktadır.

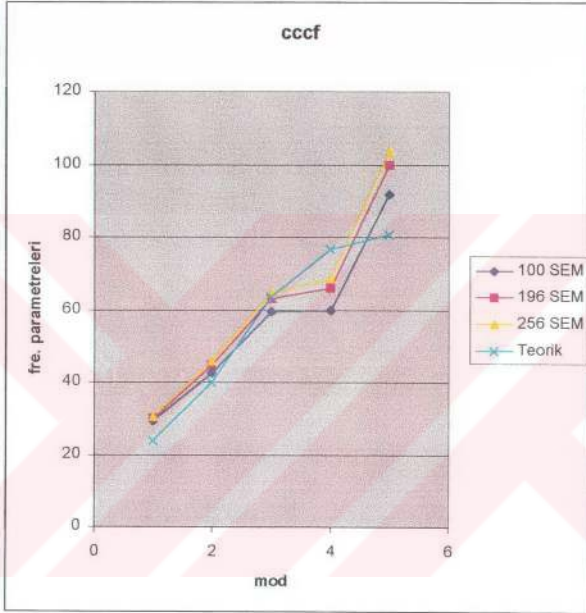
Aynı durumu Poisson oranını değiştirerek incelediğimizde belirgin bir farklılık görülmemektedir (Şekil 3.9.).



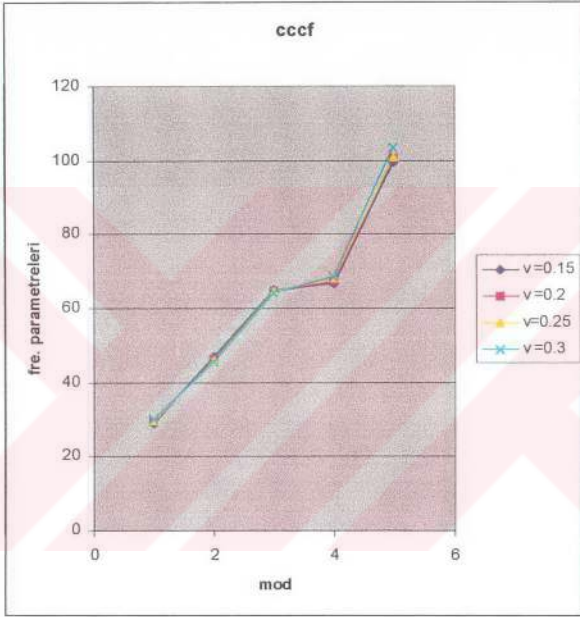
Şekil 3.4 1/1 boyutunda, C-C-C-SS sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri



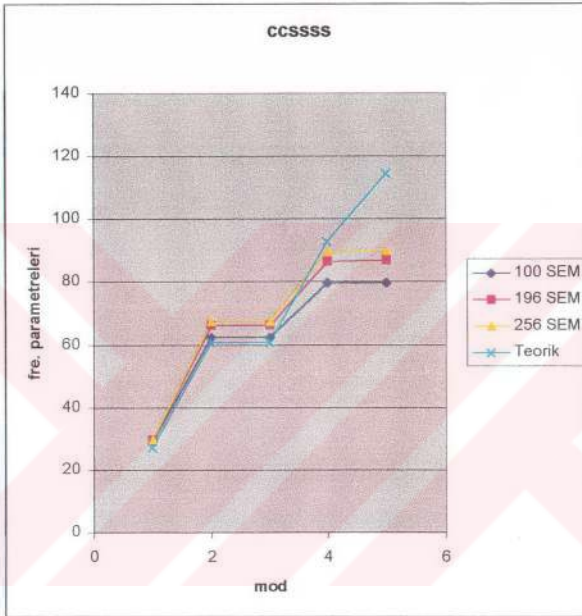
Şekil 3.5. 1/1 boyutunda, C-C-C-SS sınır şartlarına sahip plağın 0.15, 0.2, 0.25 ve 0.3 Poisson oranlarında tabii frekans parametrelerinin değerleri



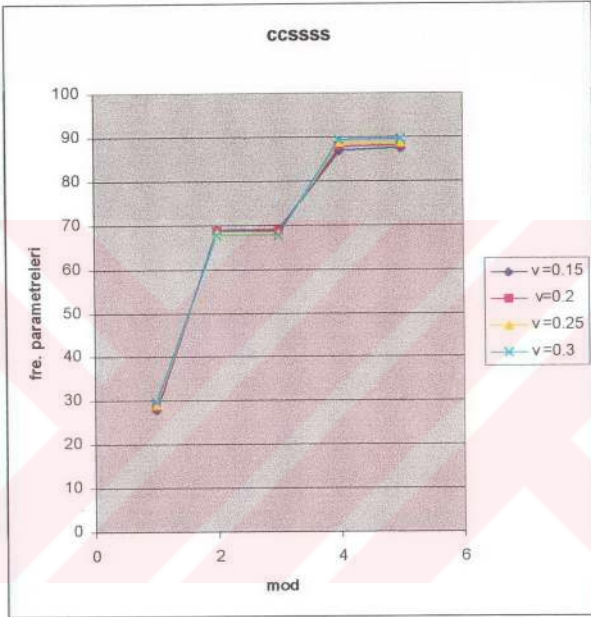
Şekil 3.6. 1/1 boyutunda, C-C-C-F sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri



Şekil 3.7. 1/1 boyutunda, C-C-C-F sınır şartlarına sahip plağın 0.15, 0.2, 0.25 ve 0.3 Poisson oranlarında tabii frekans parametrelerinin değerleri



Şekil 3.8. 1/1 boyutunda, C-C-SS-SS sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

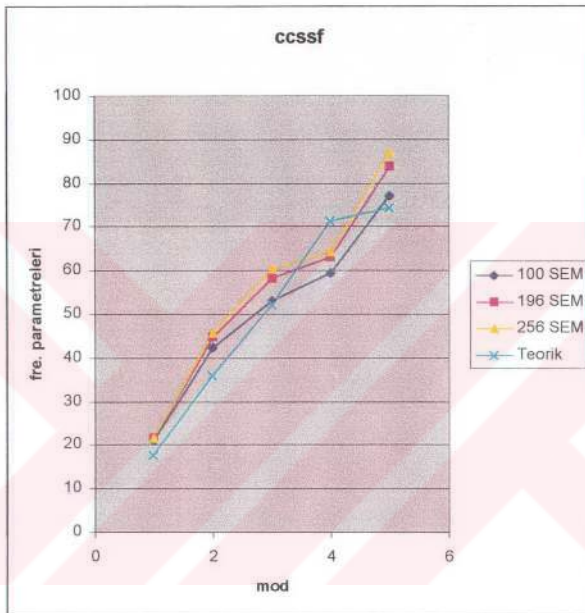


Şekil 3.9. 1/1 boyutunda, C-C-SS-SS sınır şartlarına sahip plağın 0.15, 0.2, 0.25 ve 0.3 Poisson oranlarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

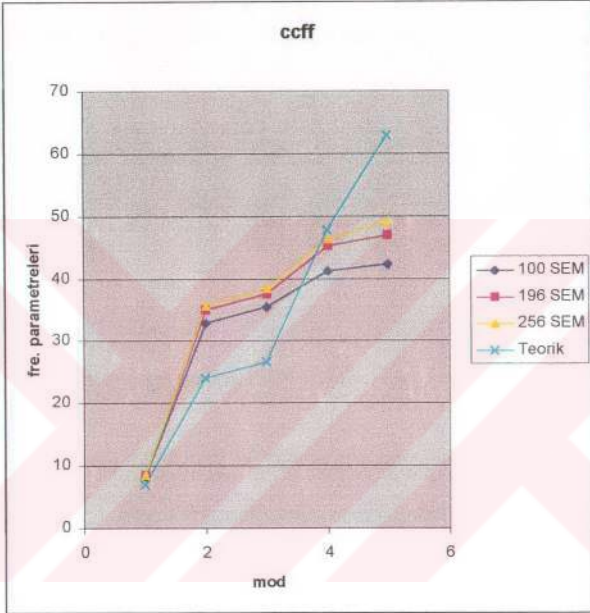
Durum 5 de iki kenarı ankestre, bir kenarı basit mesnetli ve diğer kenarı serbest (C-C-SS-F) plak, 100, 196 ve 256 elemana bölünerek, sonlu elemanlar yöntemi ile dikdörtgen plağın tabii frekans parametreleri elde edildi. Şekil 3.10 da görüldüğü gibi mesh sayısı arttıkça dördüncü modda tabii frekans parametreleri alttan yaklaşmaktadır. Diğer modlarda mesh sayısı arttıkça sonuçlar uzaklaşmasına rağmen sayısal analiz olarak kabul edilebilir yakınlıktadır.

Aynı durumu Poisson oranlarını değiştirerek incelediğimizde belirgin bir farklılık görülmektedir.

Durum 6 da iki kenarı ankestre diğer iki kenarı serbest (C-C-F-F) plak, 100,196 ve 256 elemana bölünerek, sonlu elemanlar yöntemi ile dikdörtgen plağın tabii frekans parametreleri elde edildi. Şekil 3.11. de görüldüğü gibi mesh sayısı arttıkça, dördüncü ve beşinci modlarda sonuçlar, teorik sonuçlara alttan yaklaşırken diğer modlarda mesh sayısı arttıkça uzaklaşmaktadır. Bunun sebebi ise nümerik hesaplamalardan kaynaklanmaktadır.



Şekil 3.10. 1/1 boyutunda, C-C-SS-F sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri



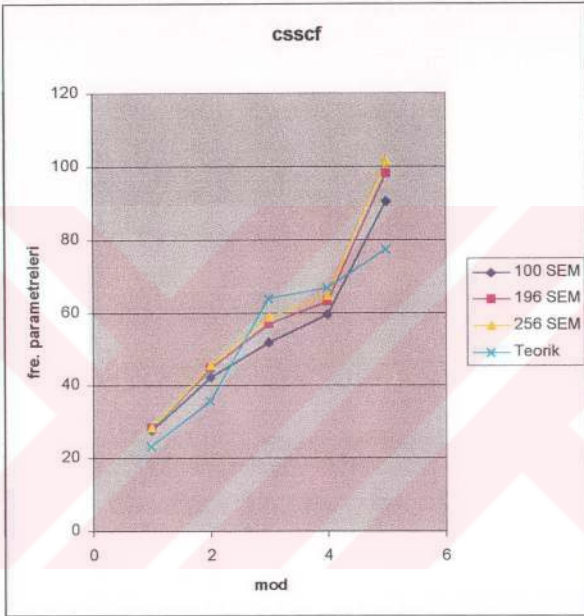
Şekil 3.11. 1/1 boyutunda, C-C-F-F sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Durum 7 de karşılıklı iki kenarı ankestre, bir kenarı basit mesnetli ve diğer kenarı serbest (C-SS-C-F) plak, 100, 196 ve 256 elemana bölünerek, sonlu elemanlar yöntemi ile dikdörtgen plağın tabii frekans parametreleri elde edildi. Şekil 3.12 de görüldüğü gibi mesh sayısı arttıkça üçüncü ve dördüncü modlarda sonuçlar, teorik sonuçlara alttan yaklaşmaktadır. Diğer modlarda ise sonuçlar kararlılığını korumaktadır

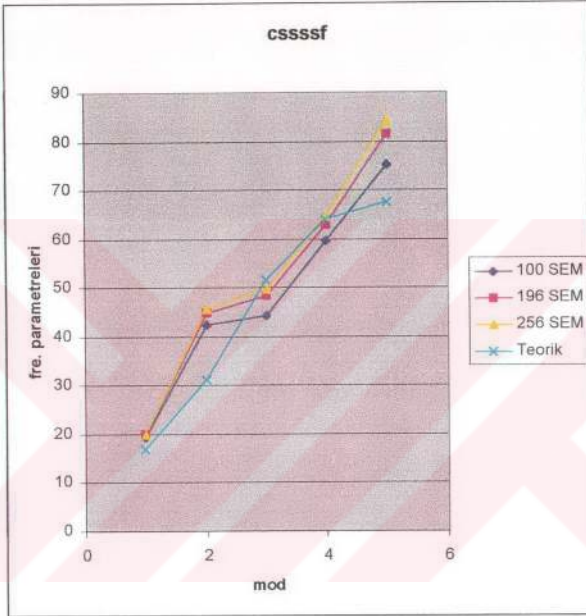
Aynı durumda farklı poisson oranı kullanılarak sonuçlar elde ettiğimizde belirgin bir farklılık görülmemektedir.

Durm 8 de bir kenarı ankestre, iki kenarı basit mesnetli ve diğer kenarı serbest mesnetli (C-SS-SS-F) plak, 10, 196 ve 256 elemana bölünerek, sonlu elemanlar yöntemi ile dikdörtgen plağın tabii frekans parametreleri elde edildi. Şekil 3.13 de görüldüğü gibi mesh sayısı arttıkça üçüncü ve dördüncü modlarda tabii frekans parametreleri, teorik olarak elde edilen tabii frekaens parametrelerine alttan yaklaşmaktadır. Diğer modlar da ise sonuçlar kabul dairesinde uzaklaşmaktadır.

Aynı durumda poisson oranını değiştirerek analiz yaptığımızda, sonuçlarda belirgin bi fark görülmemektedir.



Şekil 3.12. 1/1 boyutunda, C-SS-C-F sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

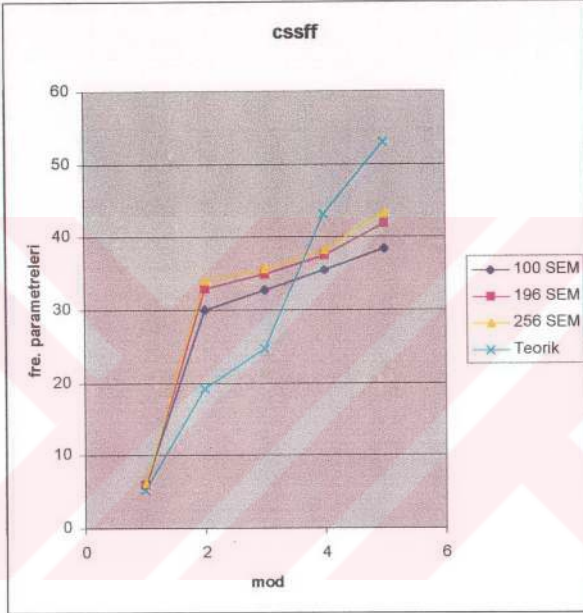


Şekil 3.13. 1/1 boyutunda, C-SS-SS-F sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

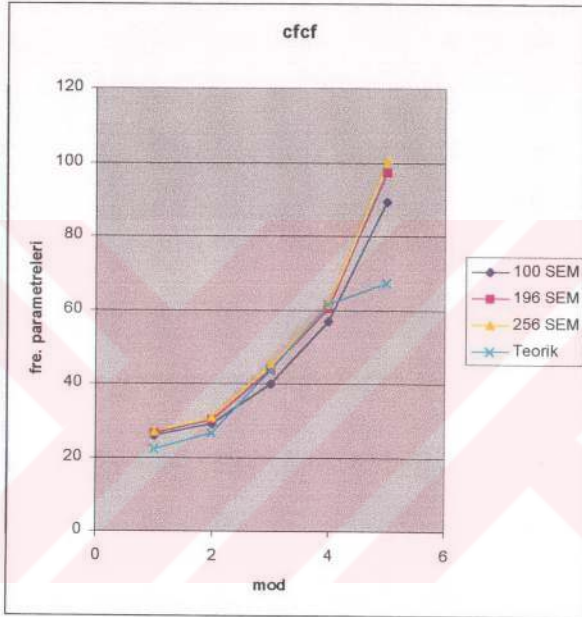
Durum 9 da bir kenarı ankestre, bir kenarı basit mesnetli ve diğer iki kenarı serbest mesnetli (C-SS-F-F) plak, 100, 196 ve 256 elemana bölünerek sonlu eleman yöntemi ile dikdörtgen plağın tabii frekans parametreleri elde edildi. Şekil 3.14 de görüldüğü gibi dördüncü ve beşinci modlarda mesh sayısı arttıkça sonlu elemanlar yöntemi ile elde edilen tabii frekans parametreleri, teorik yöntemle elde edilen tabii frekans parametrelerine alttan yaklaşmaktadır.

Durum 10 da karşılıklı iki kenarı ankestre ve diğer iki kenarı serbest (C-F-C-F) plak, 100, 196 ve 256 elemana bölünerek, dikdörtgen plağın tabii frekans parametreleri elde edildi. Şekil 3.15 de görüldüğü gibi beşinci mod hariç diğer modlarda teorik sonuca yakın sonuçlar elde edildi.

Aynı durum için farklı Poisson oranlarında elde edilen tabii frekans parametrelerinin değerleri belirgin bir şekilde değişmediği için, Poisson oranının değişimi tabii frekans parametrelerinin değerlerini değiştirmedini rahatlıkla diyebiliriz.



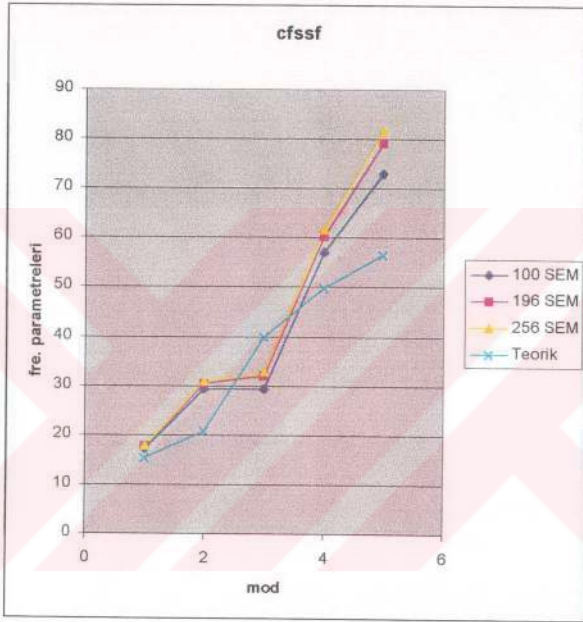
Şekil 3.14. 1/1 boyutunda, C-SS-F-F sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri



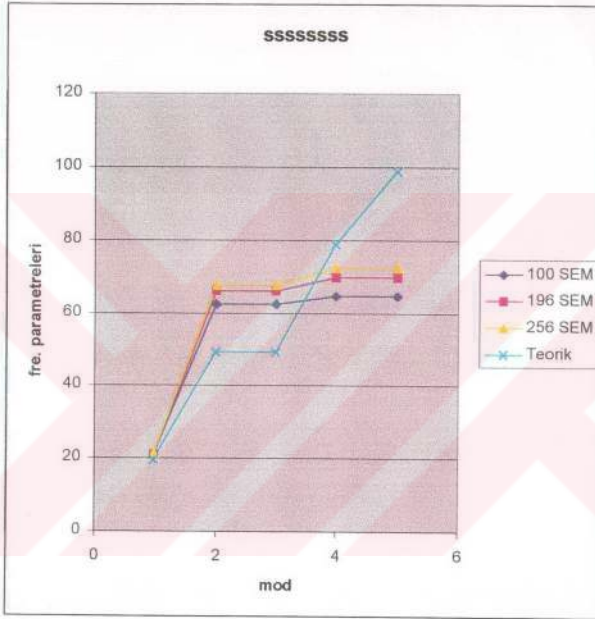
Şekil 3.15. 1/1 boyutunda, C-F-C-F sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Durum 11 de karşılıklı iki kenarı serbest mesnetli, bir kenarı ankestre ve diğer kenarı serbest mesnetli (C-F-SS-F) plak, 100, 196 ve 256 elemana bölünerek, dikdörtgen plağı tabii frekans parametresi sonlu eleman yöntemi ile elde edildi. Şekil 3.16 da görüldüğü gibi birinci mod hariç diğer modlarda tabii frekans parametreleri, teorik sonuçla elde edilmiş olan tabii frekans parametrelerinden uzaklaşmaktadır. Bunun sebebi ise, nümerik hesaplamalarda meydana gelen hatalardan kaynaklanmaktadır.

Durum 12 de üç kenarı serbest ve bir kenarı ankestre (SS-SS-SS-SS) plak, 100, 196 ve 256 elemana bölünerek, sonlu eleman yöntemi ile dikdörtgen plağın tabii frekans parametreleri elde edildi. Şekil 3.17 de görüldüğü gibi dördüncü ve beşinci modlarda , sonlu elemanlar yöntemi ile elde edilen tabii frekans parametreleri, teorik olarak elde edilmiş tabii frekans parametrelerine alttan yaklaşmaktadır. Diğer modlar da ise sonuçlar uzaklaşmaktadır. Bunun sebebi ise nümerik hesaplamalarda kaynaklanan hatalardan kaynaklanmaktadır.



Şekil 3.16. 1/1 boyutunda, C-F-SS-F sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

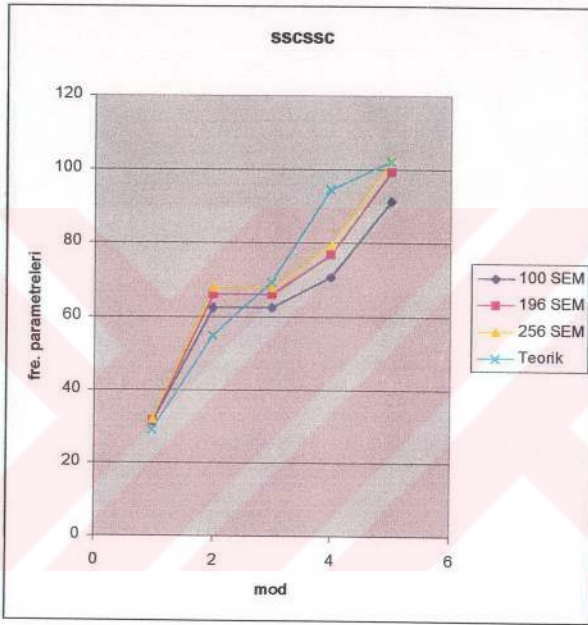


Şekil 3.17. 1/1 boyutunda, SS-SS-SS-SS sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

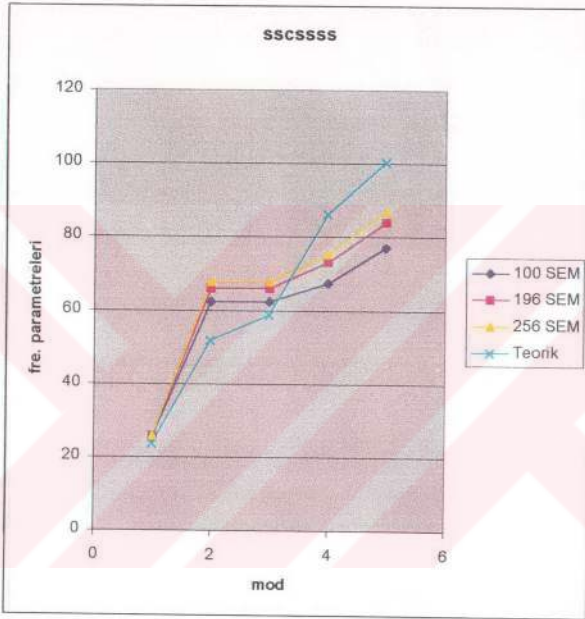
Durum 13 de karşılıklı iki kenarı basit mesnetli ve diğer iki kenarı ankestre (SS-C-SS-C) plak, 100, 196 ve 256 elemana bölünerek, sonlu elemanlar yöntemi ile dikdörtgen plağın tabii frekans parametreleri elde edildi. Şekil 3.18 de görüldüğü gibi mesh sayısı arttıkça, üçüncü, dördüncü ve beşinci modlarda, sonlu elemanlar yöntemi ile elde edilen tabii frekans parametreleri, teorik olarak elde edilen tabii frekans parametrelerine alttan yaklaşmaktadır.

Durum 14 de üç kenarı basit mesnetli ve diğer bir kenarı ankestre (SS-C-SS-SS) plak, 100, 196 ve 256 elemana bölünerek, sonlu elemanlar yöntemi ile dikdörtgen plağın tabii frekans parametreleri elde edildi. Şekil 3.19 de görüldüğü gibi dördüncü ve beşinci modlarda, sonlu elemanlar yöntemi ile elde edilen tabii frekans parametreleri, teorik eldedilen tabii frkans parametrelerine alttan yaklaşırken, diğer modlarda uzaklaşmaktadır.

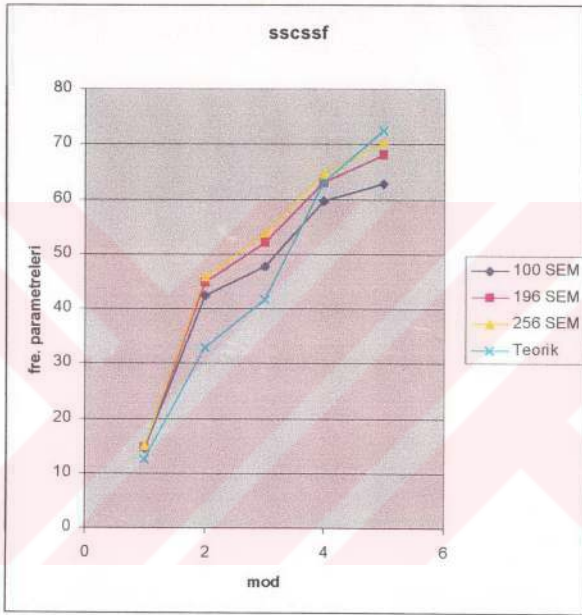
Durum 15 de karşılıklı iki kenarı basit mesnetli, bir kenarı ankestre ve diğer kenarı serbest (SS-C-SS-F) plak, 100, 196 ve 256 elemana bölünerek, sonlu elemanlar yöntemi ile ikdörtgen plağın tabii frekans parametreleri elde edildi. Şekil 3.20 de görüldüğü gibi dördüncü ve beşinci modlarda sonlu elemanlar yöntemi ile elde edilen tabii frekans parametreleri, teorik olarak elde edilmiş tabii frekans parametrelerine alttan yaklaşmaktadır. Diğer modlarda ise uzaklaşmaktadır. Bunun sebebi ise nümerik hesaplamalardan kaynaklanan hatalardır.



Şekil 3.18. 1/1 boyutunda, SS-C-SS-C sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri



Şekil 3.19. 1/1 boyutunda, SS-C-SS-SS sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri



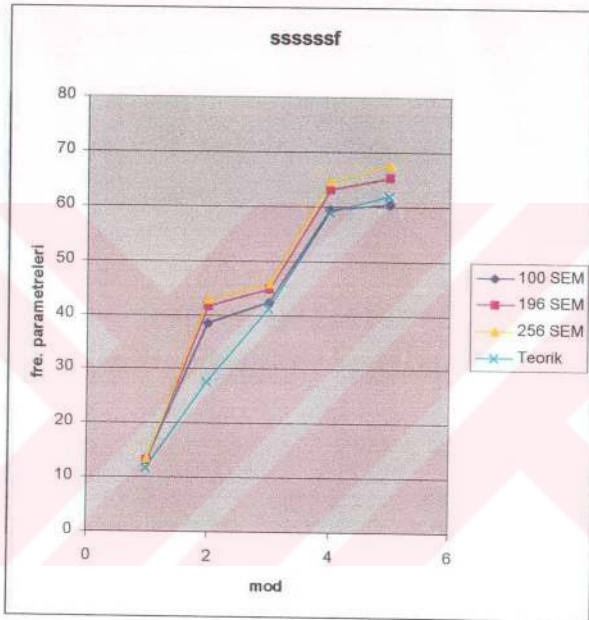
Şekil 3.20. 1/1 boyutunda, SS-C-SS-F sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

Durum 16 da üç kenarı basit mesnetli ve diğer kenarı serbest (SS-SS-SS-F) plak, 100, 196 ve 256 elemana bölünerek, sonlu elemanlar yöntemi ile dikdörtgen plağın tabii frekans parametreleri elde edildi. Şekil 3.21 de görüldüğü gibi mesh sayısı arttıkça bütün modlarda, sonlu elemanlar yöntemi ile elded edilen tabii frekans parametreleri, teorik olarak elde edilmiş tabii frekans parametrelerinden uzaklaşmaktadır.

Şekil 3.22 de 3/2 boyutunda dört kenarı ankestre (C-C-C-C) plak, 72,160 ve 216 elemana bölünerek, sonlu elemanlar yöntemi ile tabii frekans parametreleri elde edildi. Şekil 3.22'yi, Şekil 3.2 ile karşılaştırsak; boyut farklılığından dolayı birinci ve ikinci modlardaki tabii frekans parametrelerindeki değişim oranı aynı kalırken, diğer modlarda değişmektedir.

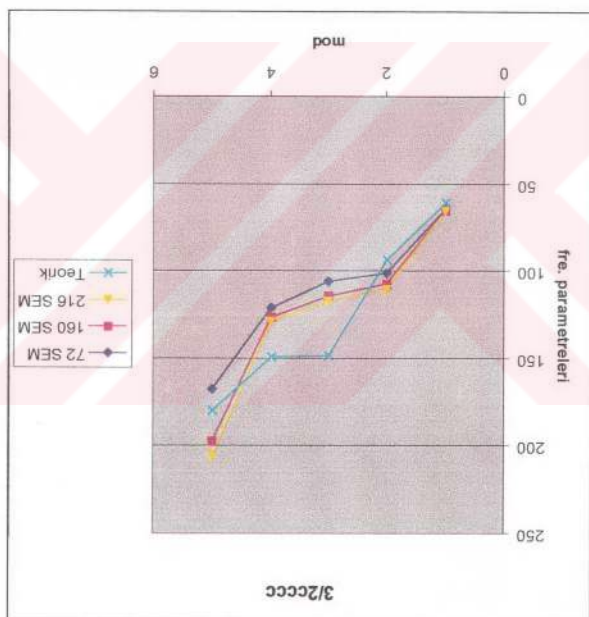
Şekil 3.23 de 5/2 boyutunda iki kenarı ankestre ve diğer iki kenarı serbest (C-C-F-F) plak, 48, 96 ve 160 elemana bölünerek, sonlu elemanlar yöntemi ile dikdörtgen plağın tabii frekans parametreleri elde edildi.

Şekil 3.25 de dört kenarı ankestre (C-C-C-C) plağın alüminyum ve magnezyum malzemeleri için sonlu elemanlar yöntemi ile tabii frekans parametreleri elde edildi. Şekilde de görüldüğü gibi malzeme değişimi tabii frekans parametreleri değişiminde belirgin bir farklılık göstermemektedir. Bu durum Şekil 3.26 için de geçerlidir.

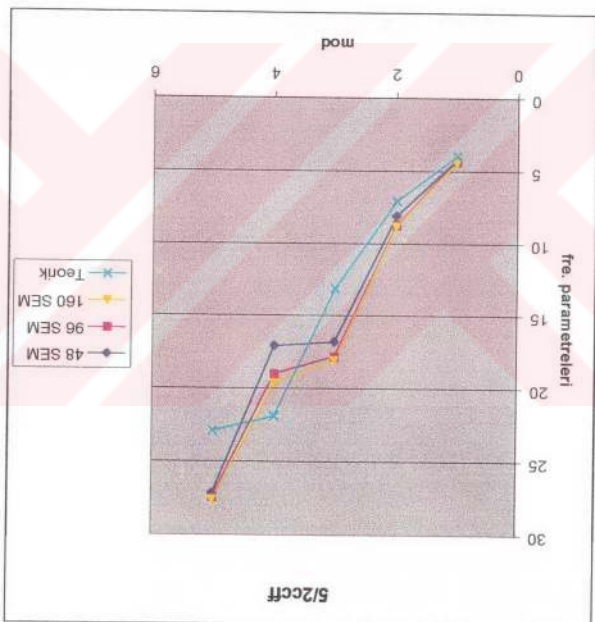


Şekil 3.21. 1/1 boyutunda, SS-SS-SS-F sınır şartlarına sahip plağın 100, 196 ve 256 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri

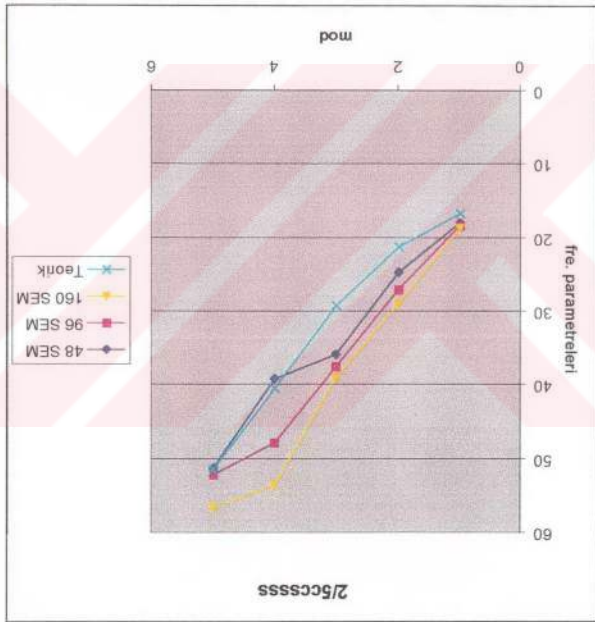
Şekil 3.22. 3/2 boyutunda, C-C-C-C sinir şartlarına sahip plâgın 72, 160 ve 216 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri



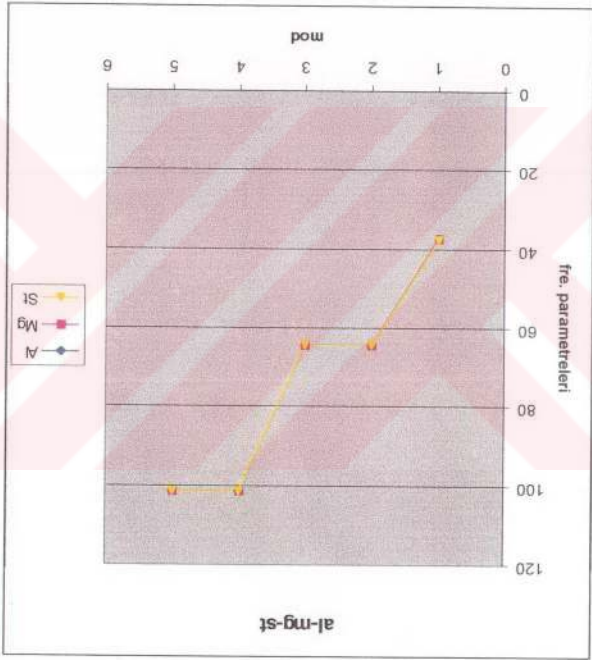
Şekil 3.23 5/2 boyutunda, C-C-F-F sınır şartlarına sahip plâgın 48, 96 ve 160 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değerleri



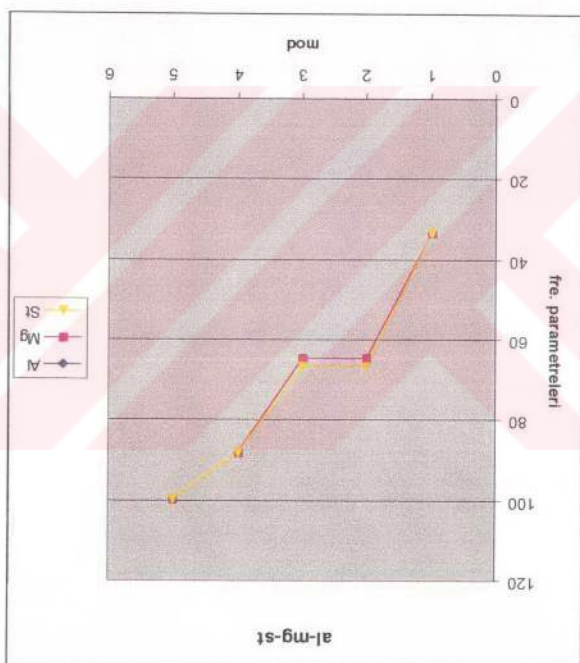
Şekil 3.24. 2/5 boyutunda, C-C-SS-SS sınır şartlarına sahip plağın 48, 96 ve 160 eleman sayılarında tabii frekans parametrelerinin değeri



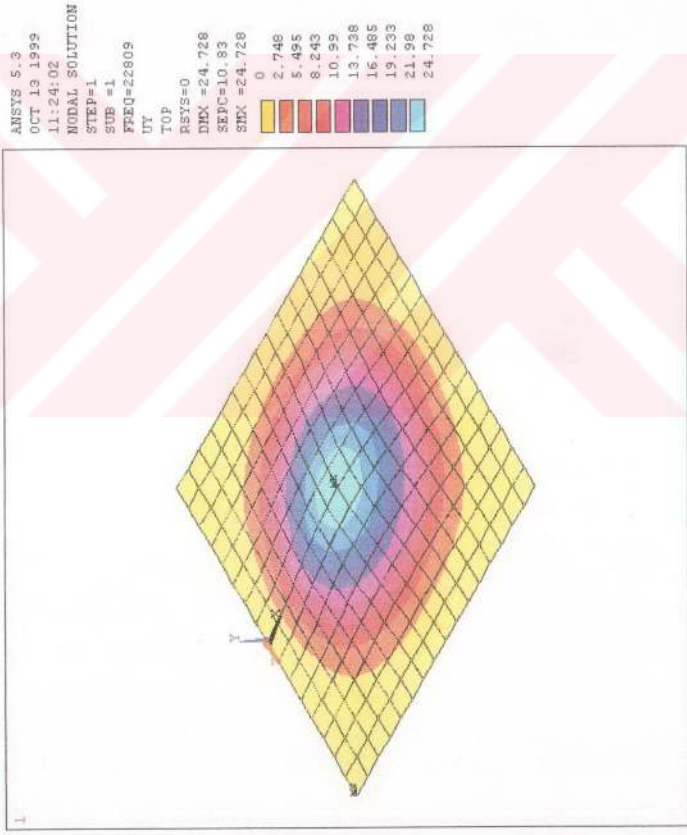
Şekil 3.25. 1/1 boyutunda, C-C-C-C sınır şartlarına ve alüminyum (Al), magnezyum (Mg) ve çelik (St) malzemelerine sahip plakaların tabii frekans parametrelerinin değerleri



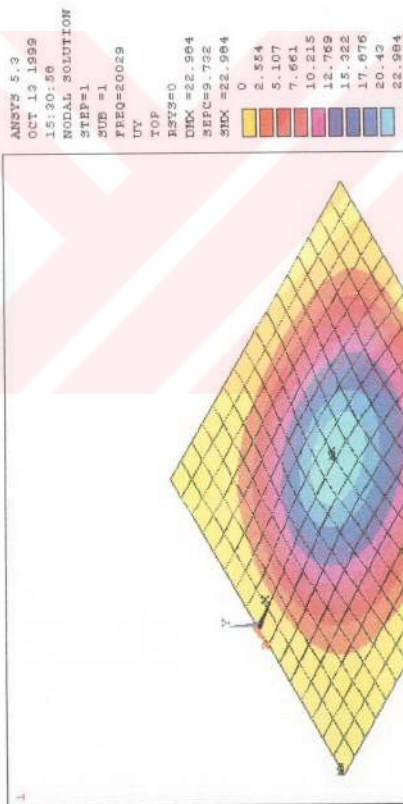
Şekil 3.26. 1/1 boyutunda, C-C-C-SS sınır şartlarına ve alüminyum (Al), magnezyum (Mg) ve çelik (St) malzemelerine sahip plakaların tabii frekans parametrelerinin değerleri



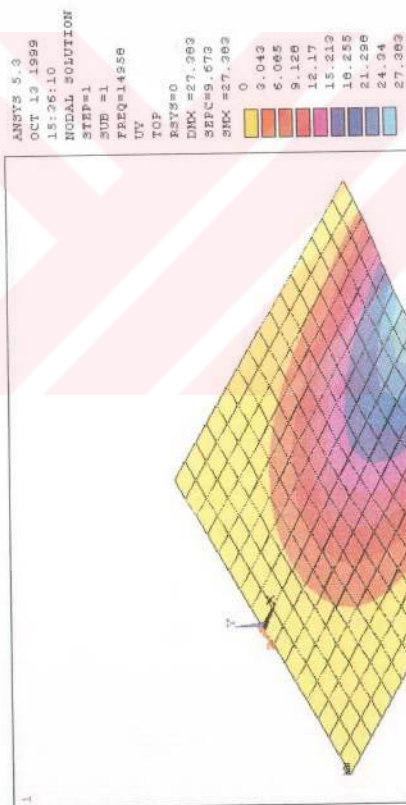
3.6. Mod Şekilleri



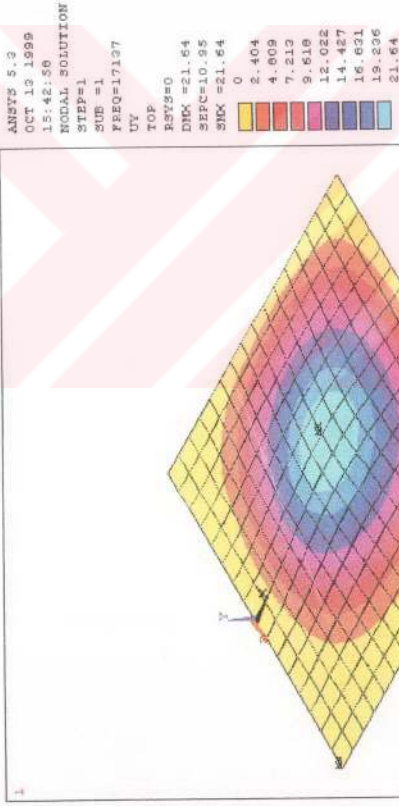
Şekil 3.27. C-C-C-C Plajm birinci modu



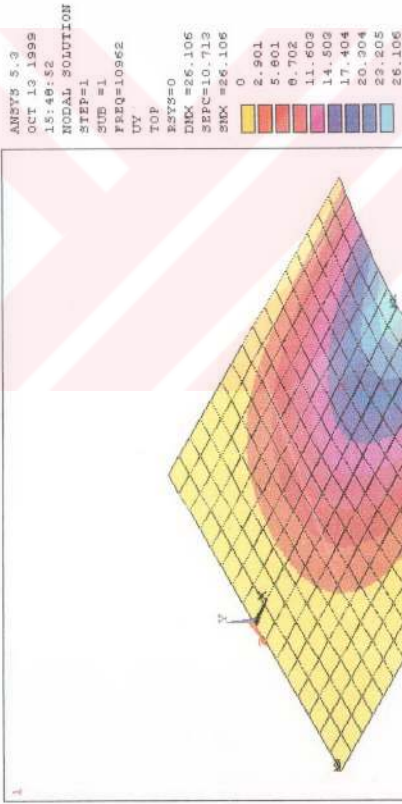
Şekil 3.28. C-C-C-SS Plâgım birinci modu



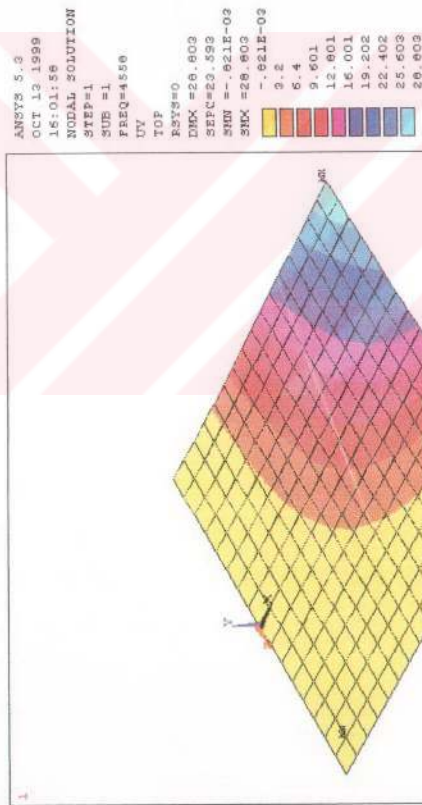
Şekil 3.29. C-C-C-F Plagın birinci modu



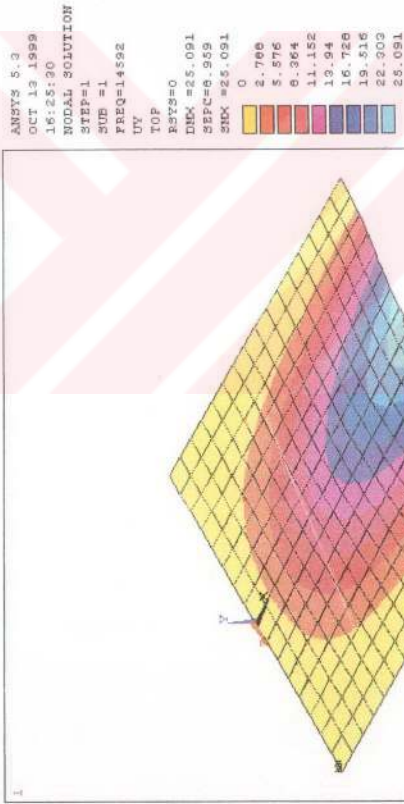
Şekil 3.30. C-C-SS-SS Plâgım birinci modu



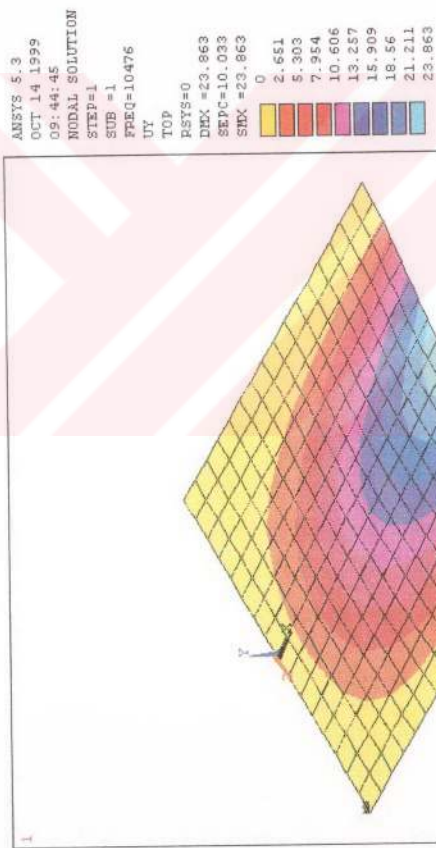
Şekil 3.31. C-C-SS-F Plâgım birinci modu



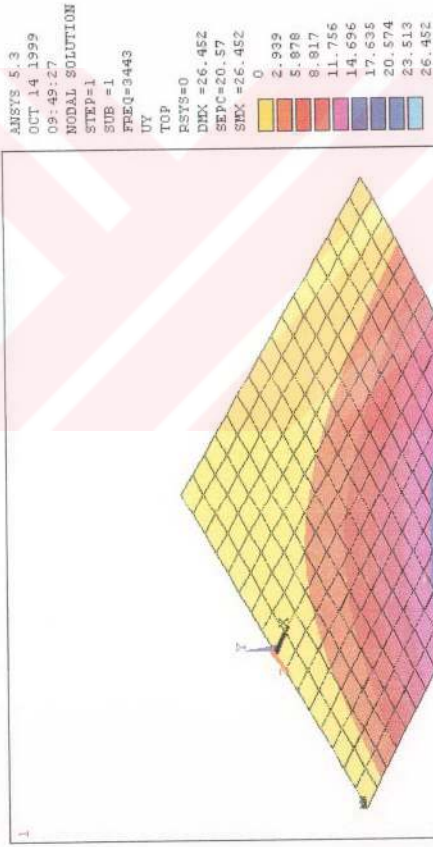
Şekil 3.32. C-C-F-F Plagın birinci modu



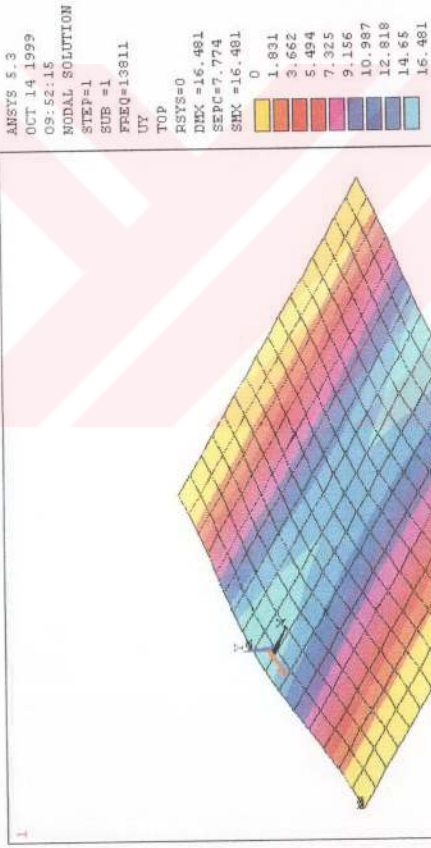
Şekil 3.33. C-SS-C-F Plâgım birinci modu



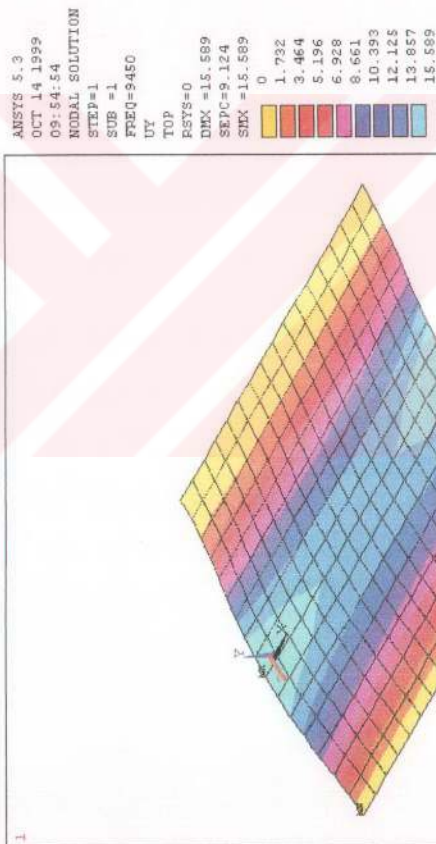
Şekil 3.34. C-SS-SS-F Plâgın birinci modu



Şekil 3.35. C-SS-F-F Plâgım birinci modu

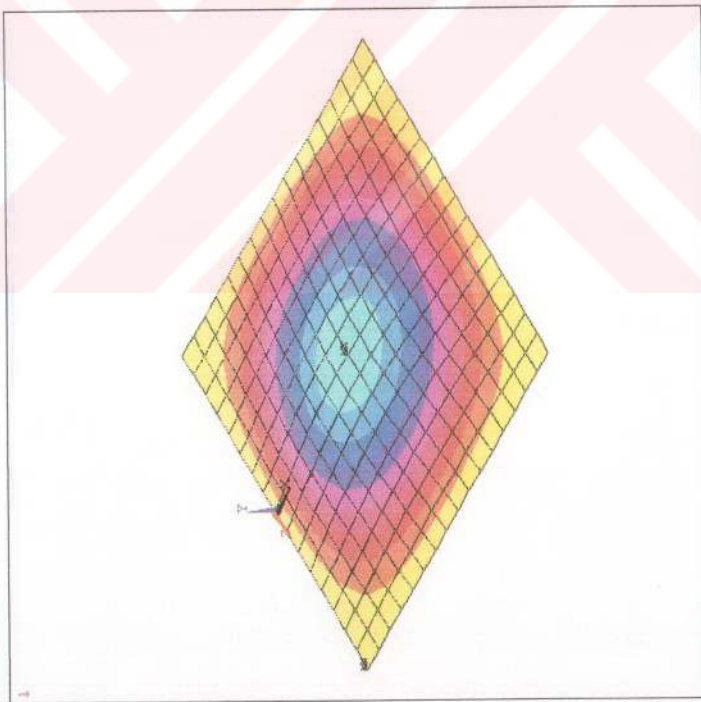


Şekil 3.36. C-F-C-F Plâgım birinci modu



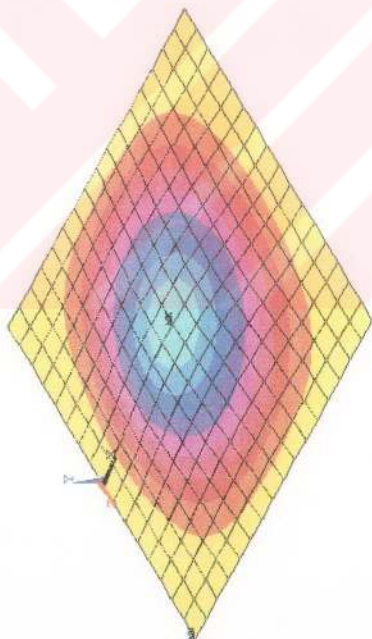
Şekil 3.37. C-F-SS-F Plâğin birinci modu

ANSYS 5.3
 OCT 14 1999
 10:02:44
 MODAL SOLUTION
 STEP=1
 SUB =1
 FREQ=12348
 UY
 TOP
 PSYS=0
 DMX =19.483
 SEPC=6.897
 SMX =19.483
 0
 2.165
 4.33
 6.494
 8.659
 10.824
 12.989
 15.154
 17.319
 19.483

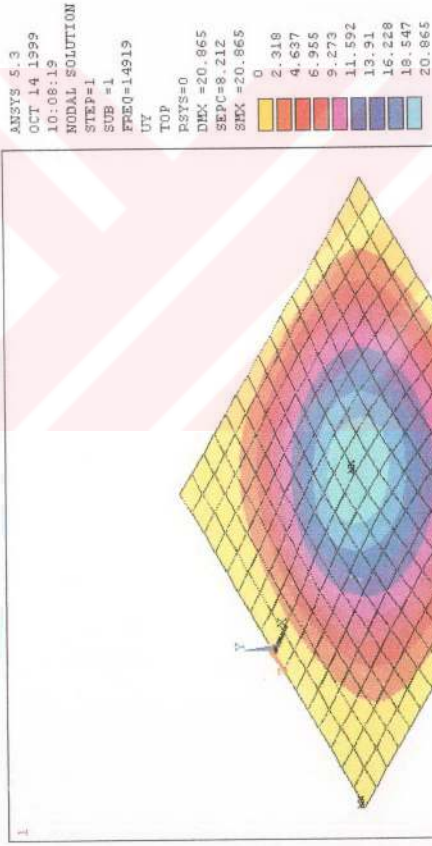


Şekil 3.38. SS-SS-SS-SS Plâgım birinci modu

ANSYS 5.3
 OCT 14 1999
 10:08:36
 MODAL SOLUTION
 STEP=1
 SUB =1
 FREQ=18503
 UV
 TOP
 RSTX=0
 DMX =22.711
 SEPC=9.712
 SHX =22.711
 0
 2.523
 5.047
 7.57
 10.094
 12.617
 15.141
 17.664
 20.188
 22.711

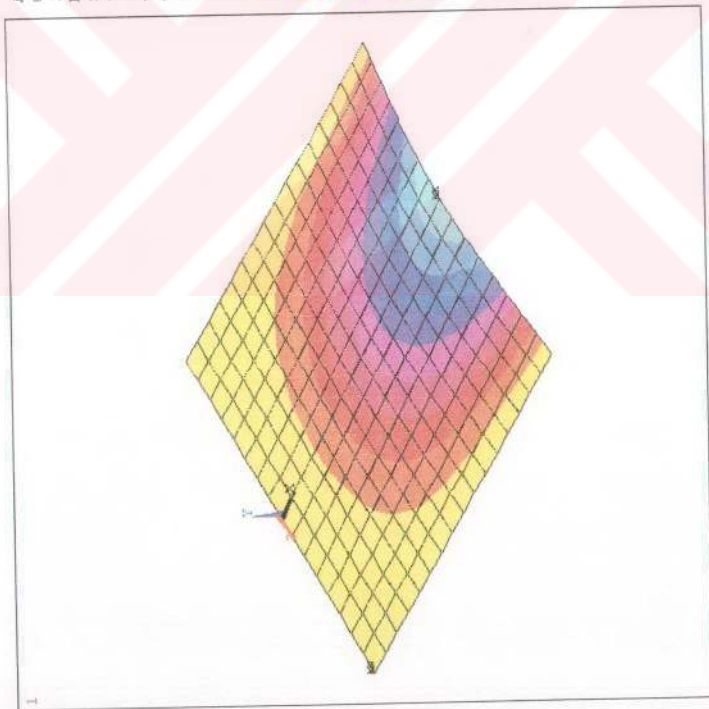
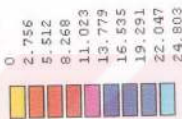


Şekil 3.39. SS-C-SS-C Plâgın birinci modu



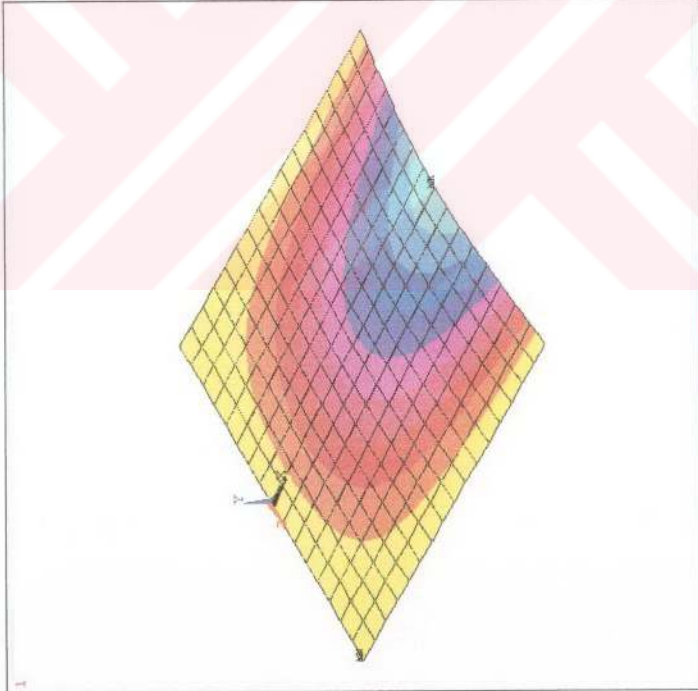
Şekil 3.40. SS-C-SS-SS Plâgım birinci modu

ANSYS 5.3
 OCT 14.1999
 10:11:21
 MODAL SOLUTION
 STEP=1
 SUB =1
 FREQ=7858
 UY
 TOP
 PSYS=0
 DMX =24.803
 SEPC=7.03
 SMX =24.803



Şekil 3.41. SS-C-SS-F Plâgın birinci modu

ANSYS 5.3
 OCT 14 1999
 10:14:20
 NODAL SOLUTION
 STEP=1
 SUB =1
 FREQ=7223
 UY
 TOP
 PSYS=0
 DEX =22.543
 SEPC=6.084
 SMX =22.543
 0
 2.505
 5.009
 7.514
 10.019
 12.524
 15.028
 17.533
 20.038
 22.543



Şekil 3.42. SS-SS-SS-F Plâgın birinci modu

4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, lineer homojen elastik ince plakların serbest titreşim analizi sonlu elemanlar yöntemini kullanan Ansys paket programı ile sonuç olarak şu incelenmiştir:

1- Ankestre, basit mesnet ve serbest sınır şartlarının kombinasyonundan oluşan 16 farklı sınır şartlarında ve farklı mesh sayılarında ince dikkötürgen plakların tabii frekans parametreleri ve mod şekilleri bulunmuştur.

2- Elde edilen sonuçlar A.W. Leissa [3] tarafından elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

3- Plagın farklı görünüm oranlarında tabii frekans parametreleri elde edildi.

4- $V=0.15, 0.2, 0.25$ ve 0.3 Poisson oranlarında ince dikkötürgen plagın tabii frekansları incelendi.

5- Alüminyum, magnezium ve çelik için plagın tabii frekans parametreleri incelendi

Sonlu elemanlar yöntemi ile anali eden Ansys paket programı çok geniş kapsamlı bir paket programıdır. Bu yüzden bu program ile genelde bütün mekanik problemlerini çözmek mümkündür. Daha kompleks yapıya sahip ve uygulamaya yönelik kompozit yapıların analizi yapılabilir. Bunun yanında ısı ve akışkanlarda karmaşık problemlerin analizi yapılabilir.

KAYNAKLAR

1. Timoshenko, S., 1937, *Vibration Problems in Engineering*, 2nd Edn, constable, London.
2. Mindlin, R.D., 1951, Influence of rotatory inertia and shear on flexural motiona of isotropic elastic plates, *Journal of Applied Mechanics*, 18, 31-38.
3. Leissa, A.W., 1973, The free vibration of rectangular plates, *Journal of Sound and Vibration*, 31(3), 257-293.
4. Szilard, R., 1974, *Theory and Analysis of Plates*, Prentice-Hall, Inc..
5. Reddy, J.N., 1993, *Finite Element Method*, McGraw-Hill, Inc..
6. Ansys.3, 1996, *Help*, 7th Edn, SAS IP, Inc., USA.
7. ERDEM, A.Ü., *Ders Notları*.
8. Reissner, E., 1947, On the bending of elastic plates, *Quarterly of Applied Mathematics*, 5, 55-68.
9. Pryor, C.W., Barker, R.M., Frederick, D., 1970, Finite element bending analysys of Reissner plates, *J. Eng. Mech.* Division, ASCE, EM6, 967-983.
10. Noor, A.K., Mathers, M.D., 1977, Finite Element Analysis of Anisotropic Plates, 11, 289-307.
11. Lee, Y.C., Reissman, H., 1969, Dynamics of Rectangular plates, *Int. J. Eng. Sci.*, 7, 99-113.
12. Rock, T.A., Hinton, E., 1976, Affinite element method for the free vibration of plates allowing for transverse shear deformation, *Computers and Structures*, 6, 37-44.
13. Sithyamoorthy, M., 1977, Shear and rotary inertia effects on large amplitude vibration of skew plates, *Journal of Sound and Vibration*, 52 (2), 155-163.

14. Iyengor, R., Raman, P.V., 1977, Free vibration of rectangular plates of arbitrary thickness, *Journal of Sound and Vibration*, 54(2), 229-236.
15. Aksu, G., 1984, Free vibration analysis of rectangular plates with cutouts allowing for transverse shear deformation and rotary inertia, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 12, 709-714.
16. Dawe, D.J., Rouffail, D.L., 1980, *Rayleigh-Ritz Vibration Analysis of Mindlin Plates*, 69, 345-359.
17. Chen, A.T., Yang, T.Y., 1988, A 36 dof symmetrically laminated triangular element with shear deformation and rotary inertia, *Journal of Composite Materials*, 22, 341-359.
18. Harris, C.M., Crede, C.E., 1976, *Shock and Vibration Handbook*, McGraw-Hill, Inc.
19. Leissa, A.W., McGee, O.G., 1990, three dimensional free vibrations of thick skewed cantilevered plates, *Journal of Sound and Vibration*, 144, 305-322.
20. Leissa, A.W., Hanna, N.F., 1994, Higher order shear deformation theory for the vibration, *Journal of Sound and Vibration*, 170, 545-555.
21. Şühubi, E.S., 1993, *Sürekli Ortamlar Mekanik - Giriş*, İ.T.Ü. Fen-Edebiyat Fakültesi, İstanbul.
22. Timoshenko, S.A. and Goodier, J.N., 1987, *Theory of Elasticity*, 3rd edn., McGraw-Hill, Inc.
23. Gorman, D.J., 1984, An exact analytical approach to the vibration analysis of rectangular plates with mixed boundary conditions, *Journal of Sound and Vibration* 93(2), 235-247.
24. Nartı, Y., 1984, Note on vibrations of point supported rectangular plates, *Journal of Sound and Vibration* 93(4), 593-597.
25. Nagaraj, V.T. and Johns, D.J., 1969, On the fundamental frequency of a square plate symmetrically supported at four points, *Journal of Sound and Vibration*, 10, 404-410.

26. Meirovitch, L., 1967, **Analytical Methods in Vibrations**, McMillan Company.
27. Mason, V., 1968, Rectangular finite elements for analysis of plate vibrations, **Journal of Sound and Vibration**, 7, 437-448.
28. Dawe, D.J., 1965, A finite element approach to plate vibration problems, **J. Mech. Eng. Sci.**, 7 No. 1, 28-32.
29. Cook, R.D., 1969, Eigenvalue problems with mixed plate element, **AIAA J.**, 7 No. 5 982-983.
30. Anderson, R.g., et al., 1968, Vibration and stability of plates using the finite element method, **Intern. J. Solids Struct.**, 4 No. 10, 1031-1055.
31. Timoshenko, S. and Young, D.H., 1948, **Advanced Dynamics**, McGraw-Hill Book Company, New York.
32. Epstein, P.S., 1942, On the theory of elastic vibrations of plates and shells, **J. Math. And Phys.**, 21, 198-209.
33. Zienkiewicz, O.C. and Taylor, R.L., 1989, **The finite element method**, vol.1, McGraw-Hill, New York.
34. Averill, R.C. and Reddy, J.N., 1990, On the behavior of plate elements based on the first-order shear deformation theory, **Eng. Computations**, Vol.7, 57-74.
35. Barlow, J., 1976, Optimal stress locations in finite element models, **Int. J. for Numerical Method in Eng.**, Vol. 10, 243-251.
36. Nickell, R.E., 1971, On the stability of approximation operators in problems of structural dynamics, **Int. J. for Solids and Structures**, Vol.7, 301-319.
37. Thomson, W.T., 1965, **Vibration Theory and Applications**, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 2nd Printing.

ÖZGEÇMİŞ

Cengiz TOLUN, 19.02.1972 tarihli Konya/Ereğli doğumlu olup, ilk ve orta öğrenimini Konya/Ereğli'de tamamlamıştır. 1990 tarihinde Ankara Aydınhankevler Lisesinden mezun olmuştur. 1995 tarihinde Selçuk Üniversitesi Makina Mühendisliği Bölümünden mezun olmuştur. 1996 tarihinde Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde Yüksek Lisans Programına kayıt yaptırmıştır. Aynı tarihten itibaren Gazi Üniversitesi Makina Mühendisliği Bölümünde araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.