

İNCE ŞERİTLERDE ELEKTROMANYETİK YAYILIM

Yasemin ÇAKI

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRİK ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**MAYIS 2010
ANKARA**

Yasemin ÇAKI tarafından hazırlanan İNCE ŞERİTLERDE ELEKTROMANYETİK YAYILIM adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Yrd. Doç. Dr. Nursel AKÇAM
Tez Danışmanı, Elektrik-Elektronik Müh.

Bu çalışma, jürimiz tarafından oy birliği ile Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Erkan AFACAN
Elektrik-Elektronik Müh., Gazi Üniversitesi

Yrd. Doç. Dr. Nursel AKÇAM
Elektrik-Elektronik Müh., Gazi Üniversitesi

Yrd. Doç. Dr. Hasan Ş. Bilge
Bilgisayar Müh., Gazi Üniversitesi

Tarih: 21/05/2010

Bu tez ile G.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu Yüksek Lisans derecesini onamıştır.

Prof. Dr. Bilal TOKLU
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Yasemin ÇAKI

İNCE ŞERİTLERDE ELEKTROMANYETİK YAYILIM**(Yüksek Lisans Tezi)****Yasemin ÇAKI****GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ****Mayıs 2010****ÖZET**

Bu çalışmada ince şeritlerde elektromanyetik yayılım genel olarak analiz edilmiştir. İntegral eşitliği yaklaşımı kullanılarak ince şeritlerdeki elektromanyetik yayılım formüle edilmiştir. TM ve TE polarizasyonlarında geniş ve dar şeritlerdeki akım yoğunluğunun analitik çözümü verilmiştir. Sonrasında akım yoğunluğu şeridin radar kesit alanının bulunmasında kullanılmıştır.

Moment Metodunun genel kullanımı anlatılmıştır. Düz şerit için nümerik çözüm Moment Metodu kullanılarak sağlanmıştır. TE ve TM polarizasyonunda şeridin akım yoğunluğunu elde etmek için açılım fonksiyonu ve ağırlık fonksiyonu olarak darbe fonksiyonu kullanılmıştır. Matlab programı kullanılarak şeridin akım yoğunluğu ve radar kesit alanı grafikleri çizdirilmiştir. Fiziksel optik sonuçlar ve nümerik sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Bilim Kodu : 905.1.056
Anahtar Kelimeler : ince şerit, elektromanyetik yayılım, moment metod
Sayfa Adedi : 77
Tez Yöneticisi : Yrd. Doç. Dr. Nursel AKÇAM

ELECTROMAGNETIC SCATTERING FROM THIN STRIPS**(M.Sc. Thesis)****Yasemin ÇAKI****GAZİ UNIVERSITY****INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY****May 2010****ABSTRACT**

In this work electromagnetic scattering from thin strips is generally analyzed. Using integral equation approach electromagnetic scattering from thin strips is formulated. Analytical solutions for the electric current density over wide and narrow strips are given for TM and TE polarizations. Then current density is used to derive radar cross section of the strip.

General use of Moment Method is expressed. Numerical solution for flat strip is provided by using the Moment Method. Pulse function is used as an expansion function and weighting function to obtain electric current density over strip for TE ve TM polarizations. Using Matlab programme electric current density and radar cross section graphs of the strip are plotted. Physical optics results and numerical results are compared.

Science Code : 905.1.056**Key Words : thin strip, electromagnetic scattering, moment method****Page Number: 77****Adviser : Assist. Prof. Dr. Nursel AKÇAM**

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım sırasında benden yardımlarını esirgemeyen, bilgi ve tecrübesinden yararlandığım danışmanın Yrd. Doç. Dr. Nursel AKÇAM'a ve manevi destekleriyle her zaman yanımda olan aileme teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET.....	iv
ABSTRACT.....	v
TEŞEKKÜR.....	vi
İÇİNDEKİLER.....	vii
ŞEKİLLERİN LİSTESİ.....	ix
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	xi
 1. GİRİŞ	1
2. ELEKTROMANYETİK YAYILIM	6
2.1. Elektromanyetik Alan Kuramı	6
2.1.1. Maxwell denklemleri	6
2.1.2. Elektromanyetik büyüklükler ve birimler	7
2.1.3. Elektromanyetik dalga özellikleri	8
2.2. İnce Şeritlerde Elektromanyetik Yayılım.....	11
2.2.1. Dirençli şeritler için sınır koşulları	12
2.2.2. Düz şeritler	15
3. RADAR KESİT ALANI	26
3.1. RKA'nın Açısal Bağımlılığı	31
3.2. RKA'nın Frekans Bağımlılığı.....	31
3.3. Monostatik ve Bistatik Radar Kesit Alanı	32
3.4. RKA Hesaplama Yöntemleri	32
3.5. Düz Şeritler İçin Radar Kesit Alanı	34

Sayfa

3.5.1. Geniş şeritler için radar kesit alanı.....	35
3.5.2. Dar şeritler için radar kesit alanı	36
4. MOMENT METODU	38
4.1. Açılım Fonksiyonları ve Ağırlık Fonksiyonları.....	42
4.2. Moment Metodu Sistem Gereksinimleri.....	45
5. MOMENT METODUYLA ÇÖZÜM	47
5.1. TM Polarizasyonu	47
5.2. TE Polarizasyonu	50
6. PROGRAM SONUÇLARI.....	57
7. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	73
KAYNAKLAR	75
ÖZGEÇMİŞ	77

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 2.1. Elektromanyetik düzlemsel dalga bileşenleri	9
Şekil 2.2. Silindirik, küresel ve düzlemsel dalgalar	10
Şekil 2.3. Polarizasyon çeşitleri	11
Şekil 2.4. İnce şeritlerde eksenel ve çevresel akım	12
Şekil 2.5. Dielektrik şerit ve dirençli tabaka yaklaşımı	12
Şekil 2.6. Silindirik koordinat sisteminde alan ve kaynak noktaları.....	16
Şekil 3.1. Karmaşık şekillerde yansıma mekanizmaları	30
Şekil 3.2. Monostatik ve bistatik radar (a) Monostatik radar (b) Bistatik radar	32
Şekil 3.3. Elektromanyetik analiz teknikleri	34
Şekil 4.1. Sayısal model	38
Şekil 4.2. Gemi modelinin üçgenlenmiş geometrisi	44
Şekil 5.1. N tane parçaya bölünen şerit.....	47
Şekil 5.2. TE polarizasyonu	50
Şekil 6.1. TM polarizasyonunda farklı parça sayısına göre $0,1\lambda$ uzunluğundaki şeridin akım yoğunluğu.....	58
Şekil 6.2. TM polarizasyonunda 64 parçaya bölünmüş 6λ uzunluğundaki şeridin akım yoğunluğu.....	59
Şekil 6.3. TM polarizasyonunda 128 parçaya bölünmüş 6λ uzunluğundaki şeridin akım yoğunluğu.....	60
Şekil 6.4. TM polarizasyonunda 64 parçaya bölünmüş 6λ uzunluğundaki şeridin akım yoğunluğunun açış değerleri.....	61
Şekil 6.5. TM polarizasyonunda 64 parçaya bölünmüş 2λ uzunluğundaki şeridin akım yoğunluğu.....	62

Şekil	Sayfa
Şekil 6.6. TM polarizasyonunda 64 parçaya bölünmüş 4λ uzunluğundaki şeridin akım yoğunluğu.....	62
Şekil 6.7. TM polarizasyonunda 64 parçaya bölünmüş 8λ uzunluğundaki şeridin akım yoğunluğu.....	63
Şekil 6.8. TM polarizasyonunda 64 parçaya bölünmüş 12λ uzunluğundaki şeridin akım yoğunluğu.....	63
Şekil 6.9. TM polarizasyonunda 64 parçaya bölünmüş 6λ uzunluğundaki farklı dirençlere sahip şeridin akım yoğunluğu	64
Şekil 6.10. TM polarizasyonunda 128 parçaya bölünmüş 6λ uzunluğundaki şeridin gözlem açısına bağlı radar kesit alanı	65
Şekil 6.11. TM polarizasyonunda 64 parçaya bölünmüş 6λ uzunluğundaki dirençli şeritlerin gözlem açısına bağlı radar kesit alanı	66
Şekil 6.12. TM polarizasyonunda 64 parçaya bölünmüş 6λ uzunluğundaki şeridin geliş açısı 120 derece için radar kesit alanı	67
Şekil 6.13. TE polarizasyonunda 64 parçaya bölünmüş $0,1\lambda$ uzunluğundaki şeridin akım yoğunluğu.....	69
Şekil 6.14. TE polarizasyonunda 64 parçaya bölünmüş 2λ uzunluğundaki şeridin akım yoğunluğu.....	70
Şekil 6.15. TE polarizasyonunda 128 parçaya bölünmüş 4λ uzunluğundaki şeridin akım yoğunluğu.....	71
Şekil 6.16. TE polarizasyonunda 64 parçaya bölünmüş 4λ uzunluğundaki şeridin gözlem açısına bağlı radar kesit alanı	72

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış bazı simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklama
B	Manyetik akı yoğunluğu
c	Işık hızı
D	Elektriksel akı yoğunluğu
E	Elektrik alan şiddeti
f	Frekans
G	Anten Kazancı
H	Manyetik alan şiddeti
J	Akım yoğunluğu
k	Dalga sayısı
k₀	Boşluğun dalga sayısı
P	Güç
Y	Admitans
Y₀	Boşluğun admitansı
Z	Empedans
Z₀	Boşluğun empedansı
ε	Dielektrik sabiti
ε₀	Boşluğun dielektrik sabiti
ε_c	Karmaşık dielektrik sabiti
ε_r	Karmaşık bağıl dielektrik sabiti
σ	İletkenlik
λ	Dalgaboyu
η	Normalize empedans
τ	Kalınlık
μ	Manyetik geçirgenlik
μ₀	Boşluğun manyetik geçirgenliği

Simgeler**Açıklama** π

3.1416 sabit sayısı

 ω

Açısal frekans

Kısaltmalar**Açıklama****EM**

Elektromanyetik

EMC

Elektromanyetik Uyumluluk

FO

Fiziksel Optik

MM

Moment Metodu

NEC

Numerical Electromagnetic Code

RKA

Radar Kesit Alanı

TE

Enine Elektrik

TM

Enine Manyetik

1. GİRİŞ

Elektromanyetik (EM) dalgaların yaşıntımızdaki rolü artık tartışılmayacak boyutlardadır. Teknoloji alanındaki gelişmeler sayesinde haberleşme sistemlerinden, uzaktan algılamaya, tıbbi tanı ve tedavi cihazlarından çevre, eğitim, pazarlama, savunma sistemlerine, hemen her yerde EM dalgalardan yararlanılmaktadır. EM dalgalar bir yerden bir başka yere ses, görüntü gibi haber işaretlerini taşımada kullanıldıkları gibi, karşımıza istenmeyen girişim/karışım işaretlerini taşıyan elektromanyetik uyumluluk (EMC) problemleri olarak da çıkabilmektedir. İster gerekli haber işareti olsun, isterse istenmeyen işaret olsun karşılaşılan problemleri alt etmenin temel kuralı EM dalga yayılımının iyi anlaşılmasıdır.

Elektromanyetik dalgalar ilk kez James Clerk Maxwell tarafından keşfedilmiştir. Elektromanyetik dalgaları anlayabilmek için öncelikle Maxwell'in geliştirdiği matematiksel yöntemleri iyi anlamak gerekir. Çünkü Maxwell elektromanyetik dalgaları matematiksel yollarla bulmuştur. Elektromanyetik dalgalarla ilgili ilk deneyler 19. yüzyılda Heinrich Hertz tarafından yapılmış, Maxwell tarafından ortaya konan elektromanyetik ışık teorisi, genel olarak bütün elektromanyetik dalgalara tatbik edilmiştir. Elektromanyetik dalgaların çeşitli özellikleri, aralarındaki ilişkiler incelenerek formüle edilmiştir. Elektrostatik yükler arasındaki çekim kuvveti, manyetik maddeler arasındaki çekim kuvvetleri, bir iletkenin geçen akımı ile akımın meydana getirdiği manyetik alan arasındaki ilişkiler, manyetik alan ile onun meydana getirdiği elektromotor kuvvetler arası ilişkiler, hep bu formüllere göre hesaplanmaktadır.

Elektromanyetik problemlerinin hemen hemen tümü doğrusal olmayan türdendir. Doğrusallaştırılmış problemler geometrileri nedeniyle analitik referans çözümü bulunamayan türdendir. Sadece ideal birkaç yapının (örneğin dikdörtgen kesitli dalga kılavuzu, silindirik fiber optik, küresel rezonatör gibi) analitik çözümleri bulunabilmektedir. Analitik çözümler problemlerin fiziği hakkında karakteristik bilgi içerdiklerinden çok önemlidir. Problemleri çok basitleştirilmiş olsa anlamamıza

yardımcı olurlar. Gerçek mühendislik problemleri ancak güçlü sayısal tekniklerle ele alınabilmektedir.

Elektromanyetik alan hesaplamalarında Moment Metodu çok uzun zamandan beri kullanılır. Bir makina mühendisi olan Galerkin 1915'lerde kendi adıyla anılan yöntemi geliştirmiştir. Bu yöntem temel olarak probleme ilişkin fonksiyonel denklemi bir lineer denklem takımına dönüştürerek çözüme ulaşmayı kapsar. 1920'lerde geliştirilen Kuantum Mekaniğinde lineer uzay mantığı pek çok problemin çözümünde ve problemlerin Hilbert uzayına taşınmasında kullanılmıştır. Bilgisayarların kullanılmadığı bu dönemde, bu yöntemler bilim adamları için oldukça zahmetli olmasından dolayı analitik yöntemlerin işe yaramadığı durumlarda tercih edilmiştir. Aslında nümerik yöntemler gerekli algoritmanın oluşturulması aşamasında zaman alıcı gibi görünmesine karşın, nümerik yöntemler ile çözüme varma zamanı analitik olarak tabir edilen yöntemlerden oldukça kısadır [1].

Uygulamaya yönelik Elektromanyetik problemlerin çözümü için en büyük çaba II. Dünya Savaşı yıllarında (MIT Radiation Laboratory'de) harcanmıştır. Schwinger Varyasyonel Metodu mikrodalga problemlerine uygulamış, Marcuvitz ise pek çok uygulamasını yapmıştır. Rumsey bu kavramları derleyerek “Reaction Concept” adlı eserinde yayınlamıştır. Harrington ve diğer araştırmacılar varyasyonel yöntemleri, uygulamaya yönelik elektromanyetik problemlerinde kullanmışlardır.

1960'ların ortalarından itibaren araştırmacılar elektromanyetik alan problemlerini nümerik yöntemler kullanarak çözümlemeye başlamışlardır. Mei ve Van Bladel nokta eşleme ve alt bölgelere ayırma yöntemini kullanarak dikdörtgen silindir cisimlerden saçılmayı başarılı bir şekilde hesaplamışlardır [1].

Galerkin metodu pek çok açıdan Rayleigh-Ritz Varyasyonel metoduna ve Rumsey'in 'Reaksiyon' yaklaşımına benzemektedir. Galerkin metodunda Açılım fonksiyonu (Expansion Function) ve ağırlık (test) fonksiyonu birbirine eşit seçilmektedir. Bu şekilde bir seçim, matematiksel teoremlerin ispatında kolaylık sağlamasına rağmen

problemlerin çözümlenmesinde hesabı karmaşıktırmaktadır. Fonksiyonların probleme uygun fakat birbirinden farklı şekilde seçilmesi Harrington tarafından uygulanmış ve yönteme 'Moment Metodu' adı verilmiştir. Harrington, çalışma sonuçlarını “Field Computation by Moment Methods” kitabında yayınlamıştır [2]. O zamana kadar bu yöntem bir operatör denkleminin sonlu matris denklemine dönüştürülmesi ve direkt veya iteratif matris çözüm yöntemleri ile çözümleme yapılması şeklinde basit bir yaklaşım olarak görülmekteydi. Günümüzde Harrington'un yöntemi tek bir algoritmaya oturtma çabasına karşın farklı mühendislik problemleri için Moment Metodunun özgün uygulamaları yapılmaktadır.

Moment Metodu Nükleer Fizikte Fermion sistemlere ilişkin problemlerin çözüm tekniği olarak, farklı bir anlama sahiptir. Elektromanyetik Teoride ilk defa 1968 yılında R. F. Harrington tarafından lineer operatör denkleminin lineer denklem takımına dönüştürülmesi anlamında kullanmıştır. Günümüzde Moment Metodu daha geniş anlamda bir yöntemler topluluğu olarak karşımıza çıkmaktadır.

Moment Metodunun Elektromanyetik yayılım problemlerine nasıl uygulanacağını gösteren basit ve kullanışlı örneklerden biri de ince şeritlerde elektromanyetik yayılımdır. Moment Metodunun temel kavramlarının anlaşılması ve sonrasında daha karmaşık elektromanyetik problemlerine uygulanması açısından önemlidir. Temel geometri üzerinde integral denklemlerinin ortaya çıkarılması ve bu denklemlerin Moment Metoduyla matris denklemi haline getirilerek bilinmeyen fonksiyonun bulunması açısından elektromanyetik yayılım problemlerine iyi bir örnektir.

İnce şeritlerde elektromanyetik yayılım üzerine son kırk yıldır çalışmalar yapılmaktadır. Randy Bancroft yazdığı “Understanding Electromagnetic Scattering Using the Moment Method” adlı kitabında Enine Elektrik (Transverse Electric-TE) ve Enine Manyetik (Transverse Magnetic-TM) polarizasyonlarında ince şeritlerde akım yoğunluğunun hesaplanmasında Moment Metodunu kullanmıştır. Moment Metodunu uygularken açılım ve ağırlık fonksiyonu olarak darbe fonksiyonunu kullanmış ve akım yoğunluğu için matris denklemi oluşturmuştur. Fortran

programlama dilini kullanarak şerit üzerindeki akım yoğunluğu ve radar kesit alanını hesaplatmıştır [3].

Kasra Barkeshli ve John L. Volakis ince şeritlerde elektromanyetik yayılım üzerine araştırma yapmışlar ve bu konuyla ilgili iki tane makale yayınlamışlardır. Birinci makalede integral eşitliği yaklaşımı kullanarak dirençli ince şeritler üzerinde elektromanyetik yayılımı formülize etmişlerdir. İntegral denklemi kullanarak TM ve TE polarizasyonunda geniş ve dar şeritler üzerindeki akım yoğunluğu için analitik çözümleri ortaya çıkarmışlar ve sonrasında bu çözümleri radar kesit alanı hesabında kullanmışlardır [4]. İkinci makalede Moment Metodunu kullanarak TM polarizasyonunda ince şerit üzerindeki akım yoğunluğunun çözümünü yapmışlardır. Metodu uygularken açılım fonksiyonu olarak darbe fonksiyonu, ağırlık fonksiyonu olarak delta fonksiyonunu kullanmışlardır [5].

Walton C. Gibson yazdığı “The Method of Moments in Electromagnetics” adlı kitabında elektrik alan integral eşitliğini TE ve TM polarizasyonu problemlerine uygulamıştır. Sonlu uzunluktaki şerit üzerindeki elektromanyetik yayılım hesaplamalarında Moment Metodunu kullanmıştır. TM ve TE polarizasyonunda açılım ve ağırlık fonksiyonu olarak darbe fonksiyonunu kullanmıştır. Ayrıca diğer çalışmalardan farklı olarak TM polarizasyonunda açılım ve ağırlık fonksiyonu olarak üçgen fonksiyonunu kullanmıştır [6].

Bu çalışmada da ince şeritlerde elektromanyetik yayılımın analizi yapılmıştır. Birinci bölümde elektromanyetik problemlerden ve Nümerik yöntemlerden Moment Metodunun elektromanyetik problemlerine uygulanabildiğinden bahsedilmiştir.

İkinci bölümde elektromanyetik yayılımın anlaşılması açısından elektromanyetik alan kuramı, Maxwell denklemleri ve elektromanyetik dalga özellikleri ele alınmıştır. İnce şeritlerde elektromanyetik yayılımın TE ve TM polarizasyonunda şerit üzerinde akım yoğunluğunun hesaplamalarına yer verilmiş ve ancak şerit geniş ve dar olduğu durumlarda analitik çözüme ulaşıldığı gösterilmiştir.

Üçüncü bölümde Radar Kesit Alanının (RKA) tanımı yapılmıştır. Bir platformun RKA değerinin frekansla, bakış açısıyla, polarizasyonla ve platformun geometrik unsurlarıyla nasıl değiştiği irdelenmiştir. RKA ölçümlerinin kolay olmamasından dolayı RKA hesaplama tekniklerinin önemine dikkat çekilmiş ve hesaplama yöntemleri ve bunların kısıtları hakkında bilgiler verilmiştir. TE ve TM polarizasyonunda RKA'nın analitik hesaplamalarına yer verilmiştir.

Dördüncü bölümde Moment Metodundan kapsamlı olarak bahsedilmiş ve Moment Metodunun elektromanyetik problemlere nasıl uygulanacağı konusunda bilgiler verilmiştir. Moment Metodu uygulanırken seçilebilecek açılım ve ağırlık fonksiyonların seçiminden ve bu seçimin problem çözümünde önemli olduğundan bahsedilmiştir. Moment yöntemi için sistem gereksinimleri ele alınmıştır.

Beşinci bölümde ince şeritlerde, elektromanyetik yayılımın TE ve TM polarizasyonunda Moment Metoduyla çözümü yapılmıştır.

Altıncı bölümde ince şeritlerde elektromanyetik yayılım için Matlab programlama dili ile yazılan program sayesinde elde edilen akım yoğunluğu ve radar kesit alanı grafikleri çizdirilmiş ve çıkan sonuçların ne ifade ettiği açıklanmıştır.

Yedinci bölümde bu çalışmada elde edilen sonuçlar ve önerilerden bahsedilmiştir.

2. ELEKTROMANYETİK YAYILIM

2.1. Elektromanyetik Alan Kuramı

Elektrik ve manyetizma konularının gerçekçi ve halen kullanılan modeli 1831 – 1879 yılları arasında yaşamış olan James Clerk Maxwell tarafından kurulmuştur. Maxwell denklemleri adı verilen dört denklem ile EM alan teorisi yerli yerine oturmuş ve her türlü alan ve devre problemi çözülür duruma gelmiştir.

2.1.1. Maxwell denklemleri

Gauss Yasası: Herhangi bir kapalı yüzeydeki elektrik alanın akısı, o yüzeyin içindeki toplam yük ile doğru orantılıdır. Eş. 2.1'de Gauss Yasası'nın diferansiyel ifadesi, Eş. 2.2'de ise integral ifadesi verilmektedir.

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (2.1)$$

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{A} = \int_V \rho dV \quad (2.2)$$

Manyetik Alan için Gauss Yasası: Herhangi bir kapalı yüzeydeki manyetik alanın akısı sıfırdır. Eş. 2.3'de Manyetik Alan için Gauss Yasası'nın diferansiyel ifadesi, Eş. 2.4'de ise integral ifadesi verilmektedir.

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.3)$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (2.4)$$

Faraday Yasası: Elektrik alanın vektörel kaynağı, zamanla değişen manyetik akıdır. Herhangi bir kapalı eğri üzerinde elektrik alanın sirkülasyonu (dolaşımı), eğrinin çevrelediği yüzey üzerindeki manyetik akının negatifinin zamanla değişimine eşittir.

Eş. 2.5’de Faraday Yasası’nın diferansiyel ifadesi, Eş. 2.6’da ise integral ifadesi verilmektedir.

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.5)$$

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (2.6)$$

Ampere Yasası: Manyetik alanın kapalı bir halka boyunca çizgisel integrali, o halka içinde kalan akım ile orantılıdır. Eş. 2.7’de yasanın diferansiyel ifadesi, Eş. 2.8’de ise integral ifadesi verilmektedir.

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_i + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2.7)$$

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J}_i \cdot d\vec{A} + \frac{d}{dt} \int_S \vec{D} \cdot d\vec{A} \quad (2.8)$$

2.1.2. Elektromanyetik büyüklükler ve birimler

Elektrik alan birim yüke etki eden kuvvet olarak tanımlanır. Bu kuvvetin yönü artı yükten eksi yüke doğrudur. Elektrik alanlar yönlü oklarla gösterilir. Başka bir deyişle elektrik alan çizgileri yüksek potansiyelden düşük potansiyele doğrudur ($E = \text{Volt} \backslash \text{metre}$).

Manyetik alan, bir noktada v hızıyla hareket eden bir q yükünde F kuvvetini oluşturan alan vektörüdür. Manyetik alan çizgileri kendileri üzerinde kapanan ve akımı çevreleyen çizgilerdir ($H = \text{Amper} \backslash \text{metre}$).

İletkenlik, iletken akım yoğunluğunun elektrik alan şiddetine oranıdır ve metre başına Siemens birimi ile ölçülür ($\sigma = J/E$ [S/m]).

Dielektrik sabiti, ϵ elektrik akı yoğunluğunun elektrik alana bölünmesiyle tanımlıdır ve metre başına Farad birimiyle tanımlanır ($\epsilon = D/E$ [F/m]).

Manyetik geçirgenlik, μ manyetik akı yoğunluğunun manyetik alana oranı olarak tanımlanır ve metre başına Henry birimiyle tanımlanır ($\mu = B/H$ [Henry/m]).

2.1.3. Elektromanyetik dalga özellikleri

Elektromanyetik dalgalar, birlikte değişen ve birbirine dik düzlemdeki elektrik ve manyetik alanlardan oluşur. Uzayda değişen elektrik alanlar manyetik alanları oluşturur. Bu değişim sinüzoidal (sinüs fonksiyonunun şekli) bir eğri şeklindedir. Bir ortamda elektrik alanı değiştirmek için yüklü cisimleri ivmeli hareket ettirmek gerekir. Dolayısıyla ivmeli hareket eden yükler elektromanyetik dalga yayar.

Elektromanyetik dalgalar, enerjiyi uzayda bir noktadan diğer bir noktaya iletirler. Bu dalgalar, uzayda zamana göre elektrik ve manyetik alan vektörlerinin yönleri ve polarizasyon doğrultuları ile tarif edilirler. Bir elektromanyetik dalga için önemli özellikler; dalga tipi, yayılım frekansı, polarizasyonu ve dalga yayıldığı alanın empedansı veya admitansdır.

Frekans ve dalga boyu

RKA hesabı gibi sayısal hesaplamalarda, elektromanyetik dalgaların boşlukta yayıldığı kabul edilir ve dalgaların yayıldığı ortamın empedansı olarak boşluğun karakteristik empedansı kullanılır. Bulduğumuz ortamın empedansı,

$$Z = \frac{|E|}{|H|} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (2.9)$$

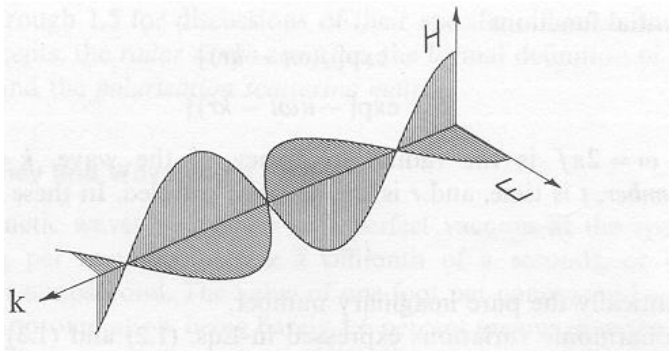
olarak verilir. Boşlukta ise $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ [H/m]}$ boşluğun manyetik geçirgenliği, $c = 3 \times 10^8 \text{ [m/sn]}$ ışık hızı, ve $\varepsilon_0 = \frac{1}{c^2 \mu_0} = \frac{1}{36\pi \times 10^9} \text{ [F/m]}$; boşluğun dielektrik sabiti olmak üzere ortamın empedansı,

$$Z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120 \times \pi \approx 377 \text{ } [\Omega] \quad (2.10)$$

olur.

Dalga tipleri

Bir elektromanyetik dalganın yayılımına ait gösterim Şekil 2.1'deki gibidir. Şekilde elektromanyetik dalganın elektrik alanının, $\vec{k}$ birim vektörü ile gösterilen yayılım doğrultusu ile zamana göre nasıl değiştiği gösterilmektedir. Elektrik alan vektörü $\vec{E}$, manyetik alan vektörü $\vec{H}$ 'a diktir ve her ikisi $\vec{k}$ yayılım doğrultusu vektörüne diktirler.

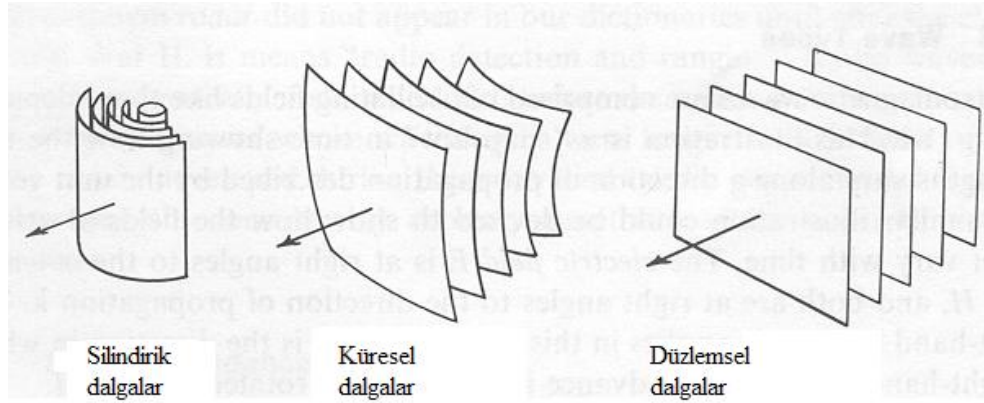


Şekil 2.1. Elektromanyetik düzlemsel dalga bileşenleri

Şekil 2.1'de mesafe arttıkça dalganın genliğinde azalma olmamaktadır. İşte bu düzlemsel dalgadır. Bir düzlemsel dalga adından da anlaşılacağı üzere sabit fazlardaki düzlemlerden oluşur. En iyi örnek olarak yıldızlardan gelen ışıklar

gösterilebilir. Düzlemsel dalgalar, günümüzde, teknolojinin gelişmesiyle birlikte her yerde karşımıza çıkmaktadır.

Sabit faz yüzeyi küresel olan dalgalar ise küresel dalgalar olarak adlandırılırlar. Bütün dalgalar doğaları gereği noktasal kaynaklardan yayılırlar. Diğer bir tip ise silindirik dalgalardır. Bu tipte ise sabit faz yüzeyleri silindirik yapıdadır. Şekil 2.2’ de silindirik, küresel ve düzlemsel dalgalar birlikte gösterilmiştir. Silindirik bir dalga sonsuz uzunluktaki doğrusal bir kaynaktan yayılır. Silindirik dalgalar, doğada düzlemsel ve küresel dalgalara nazaran daha az görülürler. Fakat teorik uygulamalarda sıklıkla kullanılırlar. Bunların dışında birçok dalga şekilleri mevcuttur. Fakat radar uygulamalarında da kullanılan elektromanyetik dalgalar bahsedildiği gibi yayılırlar.

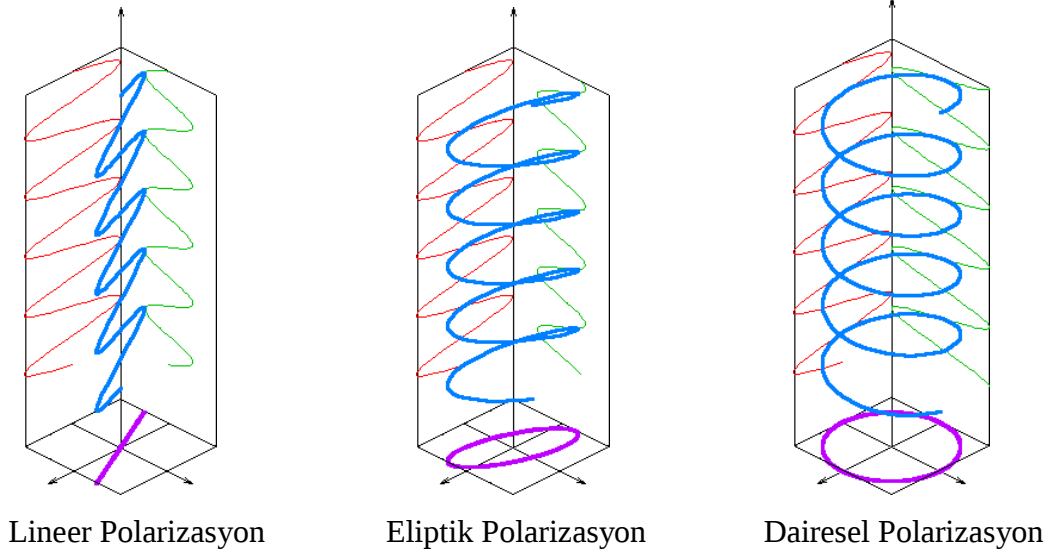


Şekil 2.2. Silindirik, küresel ve düzlemsel dalgalar

Polarizasyon

Düzlemsel dalga yayılımında elektrik alanın bir noktadaki zamanla değişen davranışı polarizasyon olarak adlandırılır. Bir başka deyişle elektrik alan vektörünün zamanla çizdiği şekle dalga polarizasyonu adı verilir. Başlıca polarizasyon biçimleri lineer polarizasyon ve eliptik polarizasyondur. Lineer polarizasyonun iki özel şekli vardır; yatay ve düşey polarizasyon. Eğer elektrik alan vektörü dalga ilerlediği sürece

yeryüzüne dik ise düşey polarizasyon, paralel ise yatay polarizasyon adı verilir. Eliptik polarizasyonun bir özel hali dairesel polarizasyondur (Şekil 2.3).

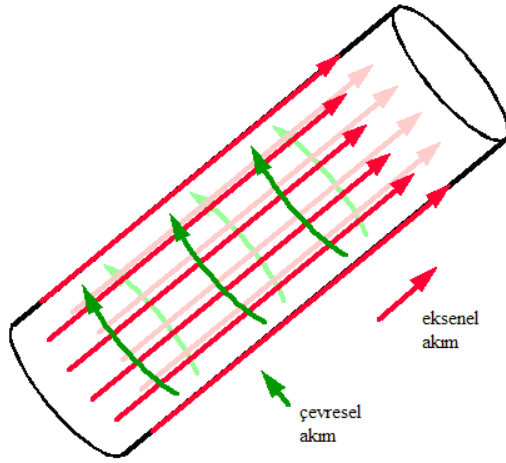


Şekil 2.3. Polarizasyon çeşitleri

2.2. İnce Şeritlerde Elektromanyetik Yayılim

Şekil 2.4’de görüldüğü gibi gerçek şerit parçasında hem aksenal akım, hem de çevresel akım vardır. İnce şerit yaklaşımında akım sadece şerit yüzeyinde mevcuttur ve akım bileşenleri sadece şeridin ekseni boyunca mevcuttur. Şeridin çevresinde akım ve dolayısıyla iletkenlik yoktur. Bu kabul şeridin iyi bir iletken ve frekansın yeterince yüksek olması durumunda geçerlidir. Normal şartlar altında bu durum kolayca sağlanabilir. Aksenal akımın şerit boyunca değeri değişebilir fakat yüzey akımı her yerde aynıdır.

İnce şerit yaklaşımında şeridin kalınlığının ihmal edilmediği bilinmelidir. Şüphesiz şeridin kalınlığı aksenal yüzey akımı ile elektromanyetik alan etkileşiminin hesaplanmasında gereklidir. Şeridin kalınlığı dalga boyundan çok küçük alındığı takdirde, şeridin çevresindeki akım önemsizdir ve ihmal edilir. Çevresel akımın ihmal edilmesi soruna neden olmaz fakat bazı pratik problemlerde yapılan bu ihmal bazı anten parametrelerini etkileyebilir.

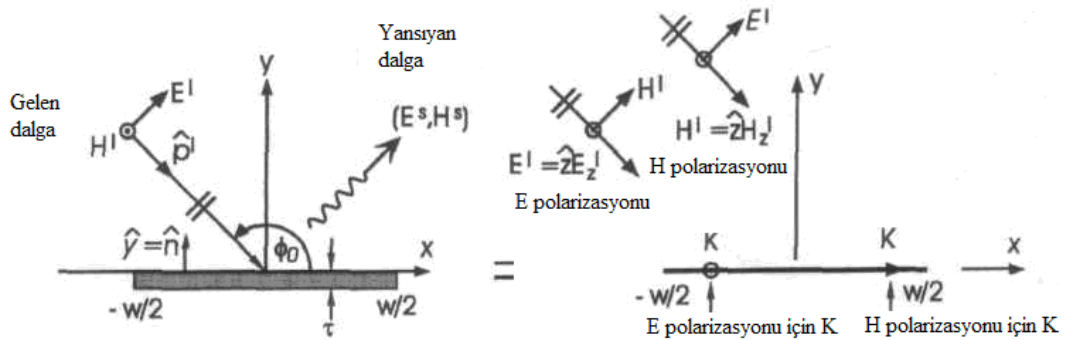


Şekil 2.4. İnce şeritlerde eksenel ve çevresel akım

İnce şeritlerde Elektromanyetik yayılımın hesaplanması için sınır koşulları kullanılarak integral eşitliğinin türetilmesi gerekir. Uygun integral eşitliği bulunduktan sonra şerit üzerindeki akım yoğunluğu hesaplanabilir.

2.2.1. Dirençli şeritler için sınır koşulları

Şekil 2.5’de gösterildiği gibi dirençli şerit ince; manyetik olmayan kayıplı dielektrik veya sonlu iletkenlikteki metal tabaka olarak tanımlanabilir.



Şekil 2.5. Dielektrik şerit ve dirençli tabaka yaklaşımı

Şekil 2.5’de, $\vec{E}^i$ gelen elektrik alan şiddeti, $\vec{H}^i$ gelen manyetik alan şiddeti, $\vec{E}^s$ saçılan elektrik alan şiddeti, $\vec{H}^s$ saçılan manyetik alan şiddeti, $\hat{n}$ şerit yüzeyine dik

birim vektörü, w şeridin uzunluğu, $\vec{K}$ yüzeysel akım yoğunluğu vektörü, τ şeridin kalınlığı olarak verilmiştir.

Burada ilgilenilen durum kaynaktan bağımsız dielektrik yüzeye çarpan elektromanyetik dalganın $(\vec{E}^i, \vec{H}^i)$ oluşturduğu saçılan dalgalarıdır $(\vec{E}^s, \vec{H}^s)$.

Dielektrik yüzey genellikle elektriksel olarak karmaşık dielektrik sabiti ϵ_c ile ifade edilir.

$$\epsilon_c = \epsilon_0 \epsilon_r \quad (2.11)$$

Burada ϵ_r bağıl karmaşık dielektrik sabitidir.

Maxwell denklemleri kullanılarak toplam alanlar $\vec{E}, \vec{H}$ Eş. 2.12'de ve gelen alanlar $\vec{E}^i, \vec{H}^i$ Eş. 2.13'deki gibi yazılabilir.

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_i + j\omega\epsilon_c \vec{E}, \quad \nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu_0 \vec{H} \quad (2.12)$$

$$\nabla \times \vec{H}^i = \vec{J}_i + j\omega\epsilon_0 \vec{E}^i, \quad \nabla \times \vec{E}^i = -j\omega\mu_0 \vec{H}^i \quad (2.13)$$

$\vec{J}_i$ gelen dalganın $(\vec{E}^i, \vec{H}^i)$ şerit üzerinde oluşturduğu elektriksel akım yoğunluğudur. Gelen dalgalar serbest uzay Maxwell denklemlerini sağlamalıdır, fakat toplam alanlar, hem dielektrik şerit üzerinde ve hem de şeridi çevreleyen serbest uzayda Maxwell denklemlerini sağlamalıdır. Eş. 2.12'den, Eş. 2.13 çıkarılırsa ve $\vec{J}_i$ sıfır alınır (dielektrik şeritte $\vec{J}_i=0$) Eş. 2.14 elde edilir.

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{H}^s &= j\omega\epsilon_0(\epsilon_r - 1)\vec{E} + j\omega\epsilon_0 \vec{E}^s, \quad \nabla \times \vec{E}^s = -j\omega\mu_0 \vec{H}^s, \\ &= \vec{J}_{eq} + j\omega\epsilon_0 \vec{E}^s, \end{aligned} \quad (2.14)$$

$(\vec{E}^s = \vec{E} - \vec{E}^i, \vec{H}^s = \vec{H} - \vec{H}^i)$ şeritten dolayı yayılan alanlardır. Burada

$$\vec{J}_{eq} = j\omega\epsilon_0(\epsilon_r - 1)\vec{E} \quad (2.15)$$

olduğu görülür.

$\vec{J}_{eq}$ yayılan alanları $(\vec{E}^s, \vec{H}^s)$ yaratan ve sadece şerit konumunda mevcut eşdeğer akım yoğunluğu olarak düşünülebilir.

Serbest uzaya ışıyan kaynak akımıyla $\vec{J}_{eq}$ ve standart ışıma integrali kullanılarak yayılan alanlar $\vec{E}^s, \vec{H}^s$ hesaplanır. Dilektrik tabakanın ince olduğu düşünülürse elektrik alanın normal bileşeni ihmal edilir. Böylece akım yoğunluğu yerine yüzeysel akım yoğunluğu $\vec{K}$ alınır ve $\vec{K}$ Eş. 2.16'daki ifadeyle verilir.

$$\vec{K} \equiv \lim_{\tau \rightarrow 0} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \vec{J}_{eq} d\xi \approx \tau [\vec{J}_{eq}]_{\tan}, \quad (2.16)$$

$[\vec{J}_{eq}]_{\tan}$ tabaka içinde sabit olduğu varsayılan enine akım yoğunluğudur ve Eş. 2.17'deki gibi verilir (tan indisi teğetsel anlamdadır).

$$[\vec{J}_{eq}]_{\tan} = \vec{J}_{eq} - (\hat{n} \cdot \vec{J}_{eq}) \hat{n} \quad (2.17)$$

Eş. 2.15'den $\vec{K}$ ve $\vec{E}$ arasındaki bağlantı kurulursa,

$$\vec{E} - (\hat{n} \cdot \vec{E}) \hat{n} = Z_s \vec{K}, \quad (2.18)$$

elde edilir.

Burada Z_s şeridin direncidir ve

$$Z_s = \frac{Z_0}{jk_0 \tau (\epsilon_r - 1)} \quad (2.19)$$

olarak verilir.

Yukarıdaki eşitlikte $Z_0 \approx 377 \Omega$ boşluğun empedansı ve k_0 boşluğun dalga sayısıdır. Eş. 2.18 dirençli tabaka sınır koşulu olarak bilinir.

Yukarıdaki fiziksel problem böylelikle matematiksel probleme indirgenebilir.

Sınır koşullarına bağlı olarak Maxwell denklemlerini sağlayan yayılan alanlar $\vec{E}^s, \vec{H}^s$ çözülür.

$$\hat{n} \times \hat{n} \times \vec{E} = -Z_s \vec{K}, \quad \vec{E} = \vec{E}^i + \vec{E}^s \quad (2.20)$$

Metalik şerit için iletkenlik σ aşağıdaki biçimde verilir.

$$Z_s = \frac{1}{\sigma \tau} \quad (2.21)$$

2.2.2 Düz şeritler

Eş. 2.18 kullanılarak düzlemsel dalga yayılımıyla akım yoğunluğu vektörü $\vec{K}$ 'yı hesaplamak için integral denklemi çıkarılır. Sonrasında temel polarizasyonlar uygulanır.

E-polarizasyonlu düzlemsel dalga yayılımını düşünülürse (TM)

$$\vec{E}^i = \hat{z} e^{jk_0(x \cos \phi_0 + y \sin \phi_0)}, \quad \vec{H}^i = Y_0 \hat{\rho}^i \times \vec{E}^i, \quad (2.22)$$

Eş. 2.22'de $Y_0 = 1/Z_0$ boşluğun admitansı, $\hat{\rho}^i$ geliş yönü, ϕ_0 geliş açısıdır. $\vec{E}^i$, z yönünde olduğundan $\vec{E}^s$ 'de z yönündedir ve dolayısıyla şerit üzerindeki akım yoğunluğu da z yönündedir. $\vec{K}$ 'yı bulmak için gerekli olan uygun integral eşitliğini türetmek için yayılan dalga $\vec{E}^s$ Hertz potansiyeli $\vec{\pi}^s$ cinsinden yazılır.

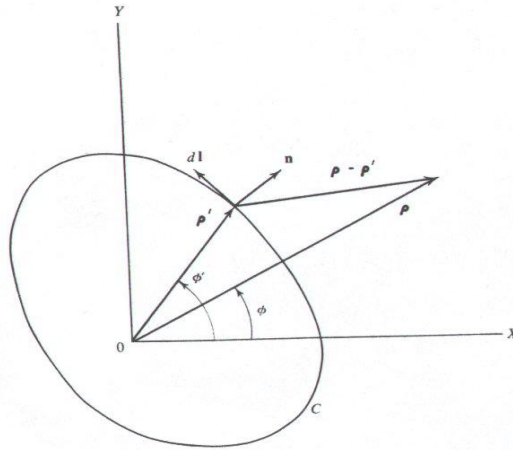
$$\vec{E}^s = \nabla \nabla \cdot \vec{\pi}^s + k_0^2 \vec{\pi}^s \quad (2.23)$$

Burada;

$$\vec{\pi}^s(\rho) = -j \frac{Z_0}{k_0} \hat{z} \int_{-\omega/2}^{\omega/2} K_z(x') G_s(\rho, \rho') dx'. \quad (2.24)$$

ifadesi ile verilir.

ρ ve ρ' silindirik koordinattaki alan ve kaynak noktalarıdır (Şekil 2.6).



Şekil 2.6. Silindirik koordinat sisteminde alan ve kaynak noktaları

$$G_s(\rho, \rho') = \frac{1}{4j} H_0^{(2)}(k_0 |\rho - \hat{x}x'|), \quad \vec{\rho} = x\hat{x} + y\hat{y} \quad (2.25)$$

$G_s(\rho, \rho')$, sıfırcı mertebeden ikinci nevi Hankel fonksiyonu cinsinden verilen iki boyutlu Green fonksiyonudur.

Hertz potansiyeli $\hat{z}$ yönünde olduğundan $\hat{z}$ 'den bağımsızdır, bu nedenle Eş. 2.23' ün sağ tarafındaki ilk terim 0'dır. $\vec{E}^s = k_0^2 \vec{\pi}^s$ olur ve $\vec{E}^s$ sınır koşullarında Eş. 2.18'de yerine yazılırsa,

$$Y_0 e^{jk_0 x \cos \phi_0} = \eta_s K_z(x) + \frac{k_0}{4} \int_{-\omega/2}^{\omega/2} K_z(x') H_0^{(2)}(k_0 |x - x'|) dx', \quad (2.26)$$

eşitliği elde edilir. Burada;

$\eta_s = Z_s / Z_0$ normalize edilmiş yüzey direncidir. Bu eşitlik 2. türden standart Fredholm integral eşitliğidir, K_z (integralin içindeki ve dışındaki) bilinmeyen akım yoğunluğudur.

Eş. 2.26'yı çözmeden önce H polarizeli gelen dalga için (TE) karşılık gelen integral eşitliğini bulmak gerekir.

$$\vec{H}^i = \hat{z} e^{jk_0(x \cos \phi_0 + y \sin \phi_0)}, \quad \vec{E}^i = Z_0 \vec{H}^i \times \hat{\rho}^i \quad (2.27)$$

Böyle bir uyarım $\hat{x}$ yönlü akım yoğunluğunu oluşturur. Tekrar Eş. 2.23 ve Eş. 2.24 kullanılır ve sınır koşullarını uygulanırsa sonuç Eş. 2.28'deki gibi elde edilir.

$$\sin \phi_0 e^{jk_0 x \cos \phi_0} = \eta_s K_x(x) + \frac{k_0}{4} \left(1 + \frac{1}{k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \int_{-\omega/2}^{\omega/2} K_x(x') H_0^{(2)}(k_0 |x - x'|) dx' \quad (2.28)$$

Eş. 2.26 ve Eş. 2.28 TM ve TE uyarımında bilinmeyen akım yoğunlukları K_z ve K_x 'i bulmak için çözülmesi gereken integral eşitlikleridir. Şerit üzerindeki

akım bulunduktan sonra ışıma integrali yardımıyla uzak alanda yayılan dalgalar bulunabilir. Yayılan elektrik alanın z bileşeni,

$$\vec{E}_z^s(\rho) = -jk_0 Z_0 \int_{-\omega/2}^{\omega/2} \vec{K}_z(x') G_s(k_0 |\hat{\rho} - \hat{x}x'|) dx', \quad (2.29)$$

ve ϕ bileşeni,

$$\vec{E}_\phi^s(\rho) = -jk_0 Z_0 \left(1 + \frac{1}{k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \times \int_{-\omega/2}^{\omega/2} \vec{K}_x(x') G_s(k_0 |\hat{\rho} - \hat{x}x'|) dx'. \quad (2.30)$$

olarak bulunur.

Uzak alanda ($|\rho| \rightarrow \infty$) Hankel fonksiyonu için büyük argüman yaklaşımı (Eş. 2.31) kullanılarak Eş. 2.29 ve Eş. 2.30 sadeleştirilebilir.

$$H_0^{(2)}(k_0 \rho) \approx \sqrt{\frac{2j}{\pi k_0 \rho}} e^{-jk_0 \rho}, \quad k_0 \rho \rightarrow \infty \quad (2.31)$$

$$|\hat{\rho} - \rho'| = |\hat{\rho} - \hat{x}x'| \approx \rho - x' \cos \phi \approx \rho \quad (2.32)$$

Bu durumda, uzak alanda yayılan dalgaların faz ve genliği, TM ve TE polarizasyonları için aşağıdaki gibi yeniden elde edilir.

$$E_z^s = -\frac{k_0 Z_0}{4} \sqrt{\frac{2j}{\pi k_0 \rho}} e^{-jk_0 \rho} \int_{-\omega/2}^{\omega/2} K_z(x') e^{jk_0 x' \cos \phi} dx', \quad (2.33)$$

ve

$$E_{\phi}^s = \frac{k_0 Z_0}{4} \sin \phi \sqrt{\frac{2j}{\pi k_0 \rho}} e^{-jk_0 \rho} \int_{-\omega/2}^{\omega/2} K_x(x') e^{jk_0 x' \cos \phi} dx' \quad (2.34)$$

TM ve TE yayılımı için ρ ve ϕ gözlem noktasının silindirik koordinatlarıdır.

Yukarıdaki eşitlikler kullanılarak, özellikle radar mühendislerinin ilgi alanı olan radar kesit alanı bulunur.

K_z ve K_x için Eş. 2.26 ve Eş.2.28'deki integrallerin çözümünü bulmak gerekir. Bu integraller Moment Metodu kullanılarak çözülür. Yaklaşık analitik çözüm, şerit elektriksel olarak çok geniş veya darsa mevcuttur.

Geniş şeritler

Bu varsayım, fiziksel optik olarak bilinir ve $\eta_s = 0$ için aşağıdaki gibi ifade edilir

$$\vec{K} = 2\hat{n} \times \vec{H}^i \quad (2.35)$$

ya da daha kesin bir biçimde TM yayılımı için,

$$K_z(x) = 2Y_0 \sin \phi_0 e^{jk_0 x \cos \phi_0} \quad (2.36)$$

TE yayılımı için,

$$K_x(x) = 2e^{jk_0 x \cos \phi_0} \quad (2.37)$$

biçiminde verilir.

Yukarıdaki fiziksel optik yaklaşımı dielektrik yüzeylerdeki basit yansıma analizi ile elde edilir.

Dielektrik yüzey problemindeki toplam alan aşağıdaki gibi verilir.

$$\vec{H} = \vec{H}^+ = \vec{H}^i + \vec{H}^r \quad (y > 0), \quad \vec{H} = \vec{H}^- = \vec{H}^t \quad (y < 0), \quad (2.38)$$

Burada $\vec{H}^t$ ve $\vec{H}^r$ dielektrik yüzeyden iletilen ve yansıyan alanlardır. Mükemmel iletken şerit için $\vec{H}^t = 0$, ve sınır koşullarına bağlı olarak

$$\vec{K} = \hat{n} \times (\vec{H}^+ - \vec{H}^-) = \hat{n} \times (\vec{H}^i + \vec{H}^r) = 2\hat{n} \times \vec{H}^i \quad (2.39)$$

elde edilir.

Fiziksel optik yaklaşımı Eş. 2.26 ve Eş. 2.28'deki integrallerden direkt olarak bulunabilir. Bu varsayım altında TM yayılımı için;

$$Y_o e^{jk_0 x \cos \phi_0} = \eta_s K_z(x) + jk_0 \lim_{k_0 \omega \rightarrow \infty} \int_{-\omega/2}^{\omega/2} K_z(x') G_s(x; x') dx' \quad (2.40)$$

TE yayılımı için;

$$\sin \phi_0 e^{jk_0 x \cos \phi_0} = \eta_s K_x(x) + \frac{j}{k_0} \lim_{k_0 \omega \rightarrow \infty} \int_{-\omega/2}^{\omega/2} K_x(x') \left[\left(k_0^2 + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \right] G_s(x; x') dx' \quad (2.41)$$

ve Eş. 2.40 ve Eş. 2.41'in sağ tarafındaki integraller sonsuz alanda konvolüsyon olarak tanımlanır. Konvolüsyon teoremine başvurulur, dönüşüm çifti kullanılır ve her iki tarafın Fourier dönüşümü alınırsa ($\sim$ konvolüsyonu ifade eder),

$$F\{g(x)\} = \tilde{g}(k_x) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) e^{-jk_x x} dx \quad (2.42)$$

$$g(x) = F^{-1}\{\tilde{g}(k_x)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{g}(k_x) e^{jk_x x} dk_x \quad (2.43)$$

$$e^{jk_0 x \cos \phi_0} \xleftrightarrow{F} 2\pi \delta(k_x - k_0 \cos \phi_0) \quad (2.44)$$

$$\tilde{K}_z(k_x) = \frac{2\pi Y_0 \delta(k_x - k_0 \cos \phi_0)}{\eta_s + jk_0 \tilde{G}_s(k_x)} \quad (2.45)$$

ve

$$\tilde{K}_x(k_x) = \frac{2\pi \sin \phi_0 \delta(k_x - k_0 \cos \phi_0)}{\eta_s + \frac{j}{k_0} (k_0^2 - k_x^2) \tilde{G}_s(k_x)}, \quad (2.46)$$

$\tilde{K}_z(k_x)$ ve $\tilde{K}_x(k_x)$ elde edilir. Burada, δ delta fonksiyonudur.

Akım ifadelerini uzaysal alanda elde etmek için Eş. 2.45 ve Eş. 2.46'nın ters Fourier dönüşümü alınırsa

$$K_z(x) = \frac{Y_0 e^{jk_0 x \cos \phi_0}}{\eta_s + jk_0 \tilde{G}_s(k_0 \cos \phi_0)} \quad (2.47)$$

ve

$$K_x(x) = \frac{\sin \phi_0 e^{jk_0 x \cos \phi_0}}{\eta_s + jk_0 \sin^2 \phi_0 \tilde{G}_s(k_0 \cos \phi_0)} \quad (2.48)$$

elde edilir.

δ fonksiyonunun özellikleri kullanılırsa, Green fonksiyonunun Fourier dönüşümü elde edilir.

$$\tilde{G}_s(k_x) = \frac{1}{2j\sqrt{k_0^2 - k_x^2}}, \quad (2.49)$$

Bu sonuç Eş. 2.47 ve Eş 2.48’de yerine konulursa akım yoğunlukları $K_z(x)$ ve $K_x(x)$ aşağıdaki gibi bulunur.

$$K_z(x) = \frac{2Y_0 \sin \phi_0 e^{jk_0 x \cos \phi_0}}{1 + 2\eta_s \sin \phi_0} \quad (2.50)$$

ve

$$K_x(x) = \frac{2e^{jk_0 x \cos \phi_0}}{1 + \frac{2\eta_s}{\sin \phi_0}} \quad (2.51)$$

Bu sonuçlar akım yoğunluğunun kesin biçimidir. Genel olarak yukarıda verilen sonuçlar aşağıdaki gibi yazılır.

TM polarizasyonu için;

$$\vec{K} = \frac{2\hat{n} \times \vec{H}^i}{1 + 2\eta_s \sin \phi_0} \quad (2.52)$$

TE polarizasyonu için;

$$\vec{K} = \frac{2\hat{n} \times \vec{H}^i}{1 + \frac{2\eta_s}{\sin \phi_0}} \quad (2.53)$$

olur.

Mükemmel iletken şerit için $\eta_s = 0$ 'dır ve $\eta_s, 0$ alındığında Eş. 2.36 ve Eş. 2.37 elde edilir.

Dar şeritler

Dar metalik şeritlerin genel analizinde, düşük frekans yaklaşımı kullanılır. Mükemmel iletken şerit için $\eta_s = 0$, ve yüzey akım yoğunlukları için integral eşitlikleri aşağıdaki gibi verilir.

TM yayılımı için,

$$Y_0 e^{jk_0 x \cos \phi_0} = \frac{k_0}{4} \int_{-\omega/2}^{\omega/2} K_z(x') H_0^{(2)}(k_0 |x - x'|) dx' \quad (2.54)$$

TE yayılımı için,

$$\sin \phi_0 e^{jk_0 x \cos \phi_0} = \frac{k_0}{4} \left(1 + \frac{1}{k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \times \int_{-\omega/2}^{\omega/2} K_x(x') H_0^{(2)}(k_0 |x - x'|) dx' \quad (2.55)$$

Bu eşitlikler $k\omega$ çok küçük değerleri için analitik olarak çözülebilir. Belirli bir şekilde $k_0 \omega \ll 1$ alınırsa Hankel fonksiyonunun küçük argüman yaklaşımı kullanılır.

$$H_0^{(2)}(z) \approx 1 - j \frac{2}{\pi} \ln\left(\frac{\gamma z}{2}\right) \quad (2.56)$$

$\gamma = 1.78108$ 'dır.

TM yayılımı için,

$$\int_{-\omega/2}^{\omega/2} K_z(x') \ln|x-x'| dx' = \frac{2\pi j}{k_0 Z_0} - \left[\ln\left(\frac{k_0 \gamma}{2}\right) + j \frac{\pi}{2} \right] \int_{-\omega/2}^{\omega/2} K_z(x') dx' \quad (2.57)$$

TE yayılımı için,

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_{-\omega/2}^{\omega/2} K_x(x') \ln|x-x'| dx' = 2\pi j k_0 \sin \phi_0 \quad (2.58)$$

elde edilir. Değişken dönüşümü kullanılırsa,

$$\xi = \frac{x}{\frac{\omega}{2}}, \quad \xi' = \frac{x'}{\frac{\omega}{2}}, \quad (2.59)$$

eşitlikler aşağıdaki gibi olur.

$$\int_{-1}^1 K_z(\xi') \ln|\xi - \xi'| d\xi' = \frac{4j\pi}{k_0 \omega Z_0} - \left[\ln\left(\frac{k_0 \omega \gamma}{4}\right) + \frac{j\pi}{2} \right] \int_{-1}^1 K_z(\xi') d\xi' \quad (2.60)$$

$$\frac{d^2}{d\xi^2} \int_{-1}^1 K_x(\xi') \ln|\xi - \xi'| d\xi' = j\pi k_0 \omega \sin \phi_0 \quad (2.61)$$

Eş. 2.60 ve Eş. 2.61'i çözmek için Hilbert dönüşüm teorisindeki aşağıdaki özdeşlikler kullanılır.

$$\int_{-1}^1 \frac{\ln|\xi - \xi'|}{\sqrt{1-\xi'^2}} d\xi' = -\pi \ln 2 \quad \xi \in [-1,1] \quad (2.62)$$

$$\frac{d^2}{d\xi^2} \int_{-1}^1 \sqrt{1-\xi'^2} \ln|\xi - \xi'| d\xi' = \pi, \quad \xi \in [-1,1] \quad (2.63)$$

Akım yoğunlukları $K_z(x)$ ve $K_x(x)$, Eş. 2.64 ve Eş. 2.65'deki gibi yazılır ve Eş. 2.60 ve Eş. 2.61 'de yerine konular ve Hilbert dönüşüm teorisi kullanılırsa,

$$K_z(x) = \frac{\chi_e}{Z_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{\frac{\omega}{2}}\right)^2}} \quad (2.64)$$

$$K_x(x) = \chi_h \sqrt{1 - \left(\frac{x}{\frac{\omega}{2}}\right)^2}, \quad (2.65)$$

χ_e ve χ_h sabitleri bulunur ve Eş. 2.60 ve Eş. 2.61’de yerine konulursa,

$$\chi_e = \frac{8}{\pi k_0 w \left[1 - j \frac{2}{\pi} \ln \left(\frac{k_0 \omega \gamma}{8} \right) \right]} \quad (2.66)$$

ve

$$\chi_h = j k_0 \omega \sin \phi_0 \quad (2.67)$$

olarak elde edilir.

3. RADAR KESİT ALANI

Radarlar, vericilerinden çıkan elektromanyetik sinyallerinin alıcılarına erişen yansımalarıyla cisimleri algırlar. Radar sinyalleri için hedef konumunda olan cisimlerin ise, algılanmamaları için radara en az seviyede sinyal yansıtmaları gereklidir. Bu durumda görünmemeyi başarmış olurlar. İşte cisimlerin bu sinyal yansıtma özellikleri, onların radar imzalarını (radar signature) oluşturur. Cisimlerin radar imzalarının bilinmesiyle, bir radara hangi konumda yaklaşırsa cismin algılanmayacağı da kestirilmiş olur. Aynı şekilde, bir cismin radar imzası biliniyorsa ve bu gerekenin üzerinde bir yansıtmayı işaret ediyorsa, o cisim için imza küçültme (signature reduction) yoluna gidilmesi ihtiyacı doğmuş olur. Bu nedenlerle cisimlerin radar imzaları büyük önem taşımaktadır [7].

Radar imzasının temelini cismin radar kesit alanı (RKA) oluşturur. RKA için farklı tanımlar yapılmaktadır. Kaynak [8]'de, bir cismin gelen elektromanyetik dalgayı ne mertebede yansıttığının tanımıdır denilmiştir. RKA için başka tanım ise bir hedefin radar sinyallerini radar alıcısının yönünde yansıtabilme kabiliyetinin ölçüsüdür. RKA katı açı (steradyan, sr) başına hedeften radar yönünde yayılan geri saçınım (backscatter) gücünün hedef tarafından alınan güç yoğunluğuna oranı olarak da tanım bulmuştur. Ayrıca RKA'nın, sinyal dalga boyunun cismin boyutlarına oranla küçük olduğu durumda, hedef cisimden alınan yansıma miktarının aynısını verebilecek bir iletken kürenin fiziksel kesit alanına eşit olacağı da [8]'de belirtilmiştir.

Bu tanımlarının yanı sıra, RKA için kavramsal diğer bir tanım da şöyledir. Yayılan tüm enerjinin hedef üzerine düşmeyeceği gerçeği düşünüldüğünde, RKA en iyi biçimde üç faktörün çarpımı şeklinde ifade edilebilir. Bunlar izdüşümsel geometrik kesit alan, yansıtıcılık oranı ve yönlülük oranıdır. Burada izdüşüm alanı fiziksel olarak radar tarafından görülen hedef kesitini ifade etmektedir. Yansıtıcılık oranı, hedef tarafından saçılan gücün, yine hedef tarafından alınan güç içindeki yüzdesidir. Hedefin geri kalan gücü soğurduğu varsayılır. Yönlülük oranı ise, hedefin radar

yönünde yansıttığı gücün, geri yansımanın tüm yönlerde eşit miktarda (isotropic, eşyönlü) olması durumunda radarda alınması beklenen güce oranıdır [7].

Tanımlamalar bir eşitlik altında toplanacak olursa, σ radar kesit alanını göstermek üzere, şu denklem elde edilir:

$$\sigma = \text{izdüşümsel geometrik kesit alan} \times \text{yansıtıcılık oranı} \times \text{yönlülük oranı} \quad (3.1)$$

Diğer yandan, radar menzil denklemi (radar range equation) RKA ile ilgili bilgiler içerir. Radar menzil denklemi Eş. 3.2’de verilmektedir.

$$\frac{P_r}{P_t} = \sigma \left(\frac{\lambda}{4\pi R_t R_r} \right)^2 \frac{G_t G_r}{4\pi} \quad (3.2)$$

Burada alt indislerden, t vericiyi (transmitter) ve r alıcıyı (receiver) göstermek üzere, P güç, R uzaklık, G ise anten kazancını simgeler. Radar sinyalinin dalga boyu λ ile, hedef cismin RKA’sı ise yine σ ile gösterilmiştir.

Alıcı ve vericinin aynı yerde olmasıyla monostatik, farklı yerde olmasıyla ise bistatik durum oluşur. Her iki durumda da yukarıdaki eşitlik geçerlidir, ancak monostatik durumda uzaklıklar için verilen alt indisler önemini yitirir ve iki uzaklık değeri birbirine eşit alınır.

Eş. 3.2’de güç birimi watt, uzaklık ve dalga boyu birimi metre alındığında, anten kazancı da birimsiz olduğundan, RKA birimi metrekare [m^2]’dir. Fakat bir cismin değişik açılardaki RKA değeri $10^6 m^2$ ile $10^{-6} m^2$ arasında değişim gösterebilmektedir. Bu kadar geniş aralıktaki RKA değerlerini aynı grafik üzerinde göstermek zor olduğu için RKA ölçümlerinde genellikle logaritmik bir ölçekle gösterilen ‘desibel metrekare’ [dBm^2] veya İngilizce ‘decibel square-meter’ teriminin kısaltması olan ‘dBsm’ birimi kullanılır.

$$\sigma[dBm^2] = 10 \log(\sigma[m^2]) \quad (3.3)$$

$$P_r = \left(\frac{P_t G_t}{4\pi R_t^2} \right) (\sigma) \left(\frac{1}{4\pi R_r^2} \right) \left(\frac{G_r \lambda^2}{4\pi} \right) \quad (3.4)$$

Eş. 3.4. radar menzil denkleminin tekrar düzenlenmiş halidir ve sembollerin anlamları Eş. 3.2 ile aynıdır. Bu dizilimi ile bakıldığında, ilk terim hedef mesafesindeki radar sinyali güç yoğunluğunu vermektedir. RKA bir alan ifadesi olduğundan, gelen sinyalin alana bağlı güç yoğunluğu ile çarpıldığında hedefin ne kadar güç almışçasına yansıtma yapacağı bulunur. İlk iki terim çarpımı hedeften yansımış gücü gösterir. Üçüncü terim de eklendiğinde, alıcı mesafesindeki radar- güç yoğunluğu elde edilir. Yine aynı mantıkla, antenin alan ifadesi diyebileceğimiz açıklık (antenna aperture) değeriyle bu yoğunluk çarpıldığında alıcı tarafından algılanan güç bulunmuş olur [7].

Buradan hareketle, RKA değerinin alıcı ve verici güçleri ya da mesafelerine bağlı olmadığı söylenebilir. Çünkü denklemde yer alan RKA dışındaki ifadeler, alıcı antenin açıklığının etkisi ile [9]'da belirtilen elektromanyetik dalganın boşlukta ters kare kanununa (inverse square law) göre yayılması ve güç yoğunluğunun azalmasının etkisini yansıtmaktadır. RKA'nın bu denklemdeki rolü sadece hedefin yansıttığı sinyal miktarını belirler.

RKA için bir diğer tanım da hedeften belirli bir yönde saçılan birim katı açılı başına düşen gücün, yine belirli bir yönden saçıcı üzerine gelen yüzey dalgasındaki birim alan başına düşen güce oranının 4π katı olarak yapılır. Bu tanım yukarıda verilen tanım ile benzerdir ve karşılığı Eş. 3.5'te gösterilmiştir. Verilen bir başka eşitlik de, saçılan gücün ölçüldüğü uzaklığın sonsuza yaklaştığı durumdaki gelen ve saçılan elektrik alanlarının E_i ve E_s büyüklükleri ile RKA değerini ilişkilendirmektedir (Eş. 3.6).

$$\sigma = 4\pi \frac{\frac{P_s}{4\pi R^2}}{\frac{P_i}{4\pi R^2}} = 4\pi R^2 \frac{P_s}{P_i} \quad (3.5)$$

$$\sigma = \lim_{R \rightarrow \infty} 4\pi R^2 \frac{|E_s|^2}{|E_i|^2} \quad (3.6)$$

RKA hesaplanması temel olarak hedeften dağılan elektrik alanının bulunmasıdır. Gelen düzlemsel dalga tarafından hedefte endüklenen akım hesaplanabilirse, anten dizilerindeki aynı integraller dağılan alanın hesaplanmasına uygulanabilir. Hedefin uzak bölgelerinde, dağılan alanın mesafeye bağımlılığı R (radar ile hedef arası uzaklık) ile ters orantılı olarak değişir ve bu yüzden σ mesafeden bağımsızdır. Yine de, endüklenen akımın belirlenmesi zor bir problemdir. Çünkü Maxwell denklemlerinin karmaşık sınır değerleri için çözülmesi gerekir. Birçok durumda sadece sayısal bir çözüm mümkün olmaktadır.

Radar kesit alanı birçok faktöre bağlıdır. Bu faktörlerin;

- Verici ve alıcının hedefe göre konumları,
- Vericinin ve alıcının polarizasyonları,
- Hedefin şekli ve malzeme özellikleri,
- Hedefin açısal duruşu,
- Sinyalin dalga boyu,

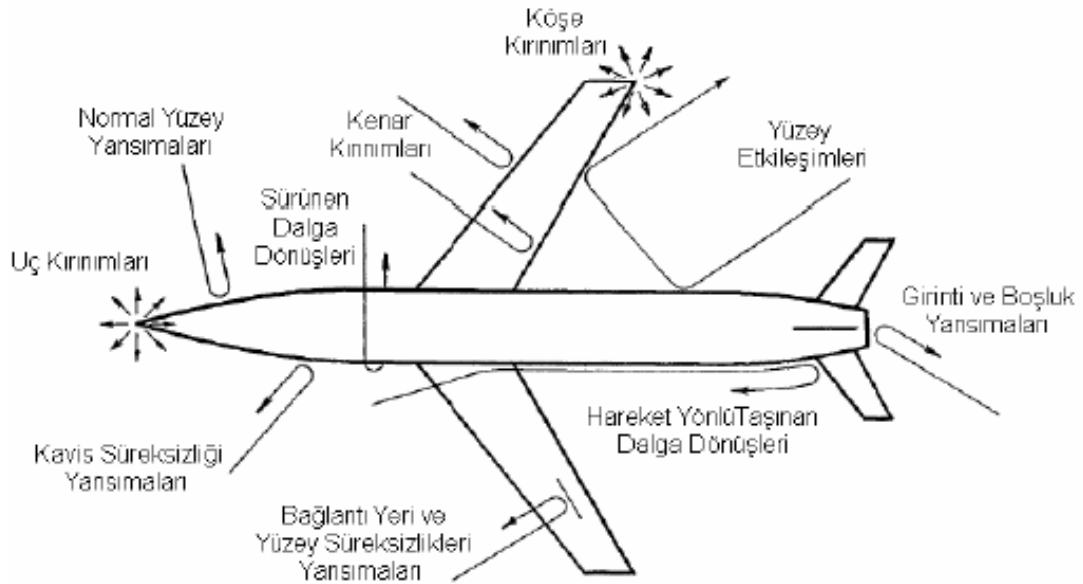
olduğu söylenebilir.

Bu faktörler, radar özel bir hedef için tasarlandığında dikkate alınmalıdır. Ayrıca, eğer frekans biliniyorsa, RKA azaltma çalışmalarının kritik frekansa yoğunlaştırılması gereklidir.

Bazı basit geometrik şekiller için RKA değeri analitik olarak hesaplanabilmektedir. Ancak bu hesaplamalar da çeşitli ön şartların gerçekleştiği durumlarda geçerli olabilmektedir. Daha karmaşık şekiller temelde küre, silindir ya da düzlem plaka gibi

basit şekillerin bir araya gelmesiyle oluşmaktadır. Ancak bu karmaşık şekillerde RKA değerinin hesaplanmasını daha da zor hale getiren farklı davranışlar ortaya çıkmaktadır. Bu davranışlara sebep olan mekanizmalar önemlerine göre şu şekilde sıralanmıştır:

- Girinti ve cepler (reentrant structures)
- Normal yüzey yansımaları (specular scattering)
- Yürüyen dalga yansımaları (travelling wave echoes)
- Kenar ve köşe kırınımları (edge and vertex diffraction)
- Sürünen dalgalar (creeping waves)
- Yüzey etkileşimleri (surface interactions)
- Yüzey süreksizlikleri (surface discontinuities)



Şekil 3.1. Karmaşık şekillerde yansıma mekanizmaları [7]

Yukarıda bahsedilen tarzda karmaşık etkiler, frekansa bağlı olarak da değişkenlik gösterebilmektedir (Şekil 3.1). Örneğin yüzeye teğet olarak hareket eden sürünen dalgalar, cismin boyutu ile sinyal dalga boyu arasındaki orana göre, geri dönüşlerinde normal yüzey yansımalarını arttırıcı ya da azaltıcı etki yapabilirler. Bu

nedenle, frekansa bağılı olarak farklı saçınım rejimlerinden bahsedilir. Bunlar *Rayleigh-bölgesi*, *rezonans bölgesi* ve *optik bölge* diye isimlendirilmiştir. Rayleigh bölgesi, $ka < 1$ (a : cisim boyutu, k : dalga sayısı, $k = 2\pi/\lambda$) olan bölgedir ve saçınımında uyarılmış çift kutuplu momentler (induced dipole moments) baskındır. Rezonans bölgesi Mie adıyla da anılır. Burada yüzey yansımaları yanında sürünen dalgalar da saçınımında rol oynar ve $1 < ka < 10$ olmaktadır. Yüksek frekans bölgesinde, $10 < ka$ olduğunda yüzey yansımaları en baskın hale gelir. Bu bölgeye de optik bölge denilmiştir.

3.1. RKA'nın Açısal Bağımlılığı

Bir cismin RKA değerinin açısal bağımlılığı pek çok tepe ve sıfır değerine sahip bir yapıdadır. Düzensiz aralıklarla gözlenen bu tepe ve sıfır değerler, genellikle bir zarf eğrisi ile sınırlanırlar. Genel bir kural olarak herhangi bir düzlemde yapılan 90° 'lik bir tarama içerisinde RKA değeri, cisim o düzlemde kaç dalga boyu büyüklükteyse o kadar tane tepe değerine ulaşır. RKA değerinin çok hızlı değiştiği bilindiği için ölçümlerde genellikle açısal veya zamansal ortalamalar alınır ve cismin RKA değeri bu ortalama olarak kabul edilir. Geliştirilen bir platformun analizinde ise, hedeflenen RKA değeri elde edilen en yüksek RKA değeri olarak alınır. RKA değerinin açıyla çok hızlı değişim göstermesinin getirdiği bir başka sıkıntı da hesaplamaların yapılacağı açıdaki RKA değerinin birkaç mili radyan sonra 20-30 dBsm artabilmesi veya azalabilmesidir. Tüm tepe değerlerini yakalamak için yapılacak mili radyan bazında bir açısal tarama ise, mevcut hesaplama gücünün çok ötesindedir. Ancak bu konuda geliştirilmiş bazı teknolojiler vardır [10].

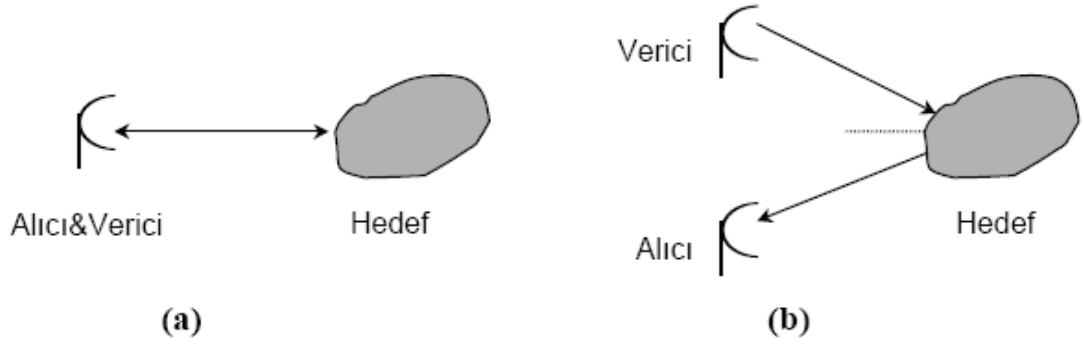
3.2. RKA'nın Frekans Bağımlılığı

Elektromanyetik dalgaların cisimlerden yansımaları sırasında değişik fizik olayları devreye girebilir. Basit yansımanın [reflection] haricinde kırılım [refraction] ve kırınım [diffraction] da oluşabilir ve bunlar da RKA değerini etkileyebilir. Basit yansımada RKA değeri frekans ile doğru orantılı olarak artış gösterirken kırınımın hesaba katıldığı durumlarda kırınımın tipine [kenar kırınımı, köşe kırınımı] ve

polarizasyon durumuna göre $f^{1,5}$ ile f^2 arasında değişim gösteren RKA davranışlarına rastlanabilir.

3.3. Monostatik ve Bistatik Radar Kesit Alanı

RKA, hedefe göre alıcı ve vericinin aynı yerde ya da farklı yerlerde olmasına bağlı olarak, monostatik ve bistatik RKA olarak ikiye ayrılır (Şekil 3.2). Her iki durumda da hedeften çok uzakta (dalga boyuna göre radarla hedef arasındaki mesafe sonsuza giderken) saçılan alanın genliğinin, gelen alanın genliğine oranının karesi olarak ifade edilir.



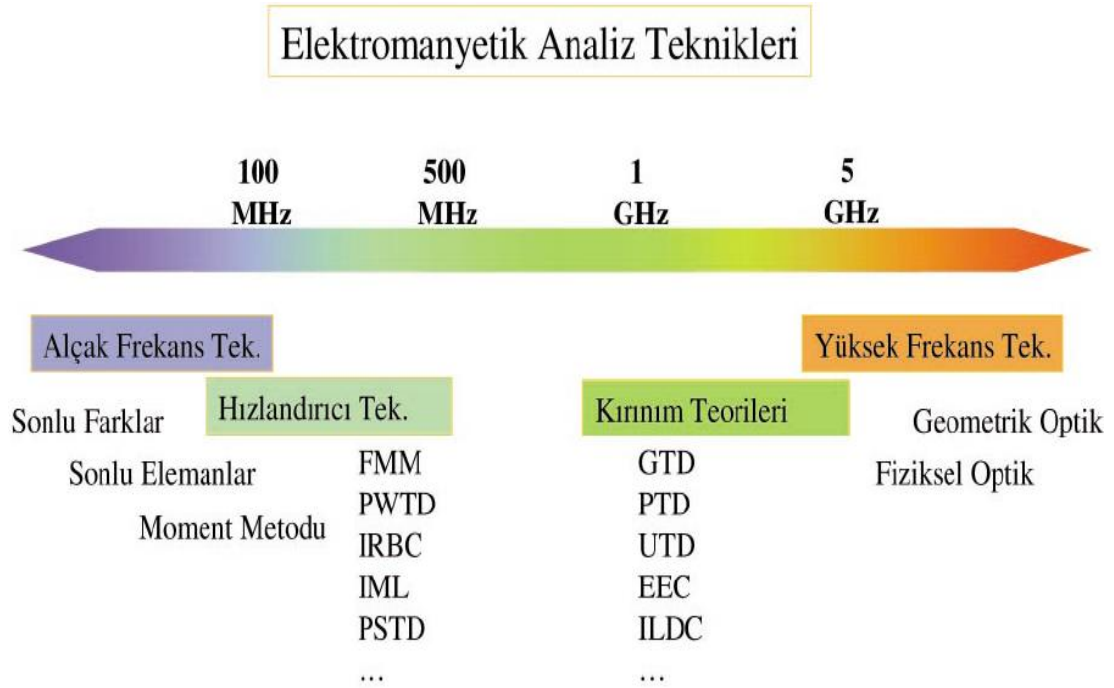
Şekil 3.2. Monostatik ve bistatik radar
(a) Monostatik radar (b) Bistatik radar

3.4. RKA Hesaplama Yöntemleri

İkinci dünya savaşından itibaren cisimlerin RKA değerlerini hesaplamak için pek çok yöntem önerilmiştir. Geliştirilen ilk tekniklerde mikrodalga frekanslardaki elektromanyetik dalganın optik kurallarına uyduğu varsayılmıştır. Bu yaklaşımlarda elektromanyetik dalganın cisimle etkileşmesi modellenirken kırınım etkileri tamamen ihmal edilmiştir. Bu yüzden ‘fiziksel optik’ ve ‘geometrik optik’ gibi yaklaşımlar, elektromanyetik dalganın etkileşimde bulunduğu cismin yüzeyinde keskin kenarlar ve köşeler bulunmadığı durumlarda oldukça iyi tahmin değerleri vermektedir. Ancak keskin kenarların bulunduğu durumlarda kırınım etkilerini ihmal eden yöntemlerle yapılan tahminler yüksek hata payına sahip olurlar. Optik

yöntemlerin hata payı, cismin şekline bağlı olduğu için de tam bir analiz yapılmadan hata miktarı belirlenememektedir.

1980'lerden itibaren bilgisayarların işlem kapasitesinde hızlı bir artış yaşanması ile RKA hesabında kullanılan yaklaşıklıkları azaltan yöntemler de geliştirilmiştir. 1980 sonrası dönemde RKA hesaplama tekniklerini, optik tabanlı yaklaşımlarla çalışan yüksek frekans teknikleri ve elektromanyetik problemi tam olarak çözme hedefleyen alçak frekans teknikleri olmak üzere iki gruba ayırmak mümkündür. Şekil 3.3'de görüldüğü üzere 'fiziksel optik' ve 'geometrik optik' gibi yüksek frekans teknikleri mikrodalga radarların çalıştığı 2 GHz'in altındaki frekans bandını tam olarak kaplayamamaktadırlar. Buna karşın 'sonlu farklar (finite difference)', 'sonlu elemanlar (finite element)' ve 'moment metodu (method of moments)' gibi alçak frekans teknikleri ile GHz bandında çözüm üretmek mümkün değildir. Ancak hem alçak frekans, hem de yüksek frekans tekniklerinin eksik olduğu yönlerini telafi etmek üzere pek çok yöntem geliştirilmektedir. Geliştirilen bu tekniklerle birlikte, günümüz hesaplama yöntemleri değerlendirildiğinde mikrodalga radar frekanslarında en etkin çözümün kırınım teorileriyle desteklenmiş yüksek frekans tekniklerinin olduğu görülmektedir. Bu sonuç kesinlikle alçak frekans tekniklerinin gereksiz olduğu şeklinde yorumlanamaz, çünkü yüksek frekans teknikleri daima EM dalganın davranışı hakkında belirli varsayımlarla çalışırlar ve bu varsayımlar daima (mertebesi tahmin edilemeyen) hatalar üretebilirler. Fakat alçak frekans teknikleri temelde hiçbir teorik kısıtlama getirmeden cisim ile EM dalganın etkileşimini modellerler ve ortaya çıkan hata seviyesi genellikle mühendislik yaklaşımlarının gerektirdiğinin çok altında kalır. Son yıllarda ülkemizde hem alçak frekans, hem de yüksek frekans teknikleri konusunda birçok araştırma yapılmıştır (yapılan araştırmaların bir kısmına URSI-Union of Radio Science International Türkiye kolu tarafından '02, '04 ve '06 yıllarında düzenlenmiş olan ulusal sempozyumların kitapçıklarından ulaşılabilir) [10]. Şekil 3.3'de Elektromanyetikte kullanılan analiz teknikleri verilmektedir.



Şekil 3.3. Elektromanyetik analiz teknikleri

Adı geçen tekniklerden her birinin farklı avantajları olabildiği gibi yetersiz kaldıkları konular da olabilir. Örneğin geometrik optik tekniği en basit hesaplamalara sahiptir, ancak sonsuz frekans ve sıfır dalga boyu (hedef cismin boyutlarının çok büyük olması durumu) varsayımından yola çıktığı için sonsuz RKA değerlerinin hesaplanmasına neden olabilmektedir. Yoğun integral hesaplamaları gerektiren teknikler ise daha doğru sonuçlar vermelerine karşın, hem zaman hem de bilgisayar kaynakları yönünden yetersiz kalabilmektedir. Fiziksel optik de oldukça başarılı sonuçlar veren ancak yansıma açısının artmasıyla doğruluğu azalan tekniklerdendir. Bu ve benzer nedenlerle, birbirini tamamlayıcı şekilde birden fazla tekniğin bir arada kullanılması da sık karşılaşılan yöntemlerdendir.

3.5. Düz Şeritler İçin Radar Kesit Alanı

İkinci bölümde ince şeritlerde şerit yüzeyine gelen Elektromanyetik dalganın yüzey üzerinde oluşturduğu akım yoğunluğu ve saçılan Elektrik alan ve Manyetik alanın

hesaplanması açıklanmıştı. Eş. 2.23 ve Eş. 2.24'deki yüzeyden saçılan alanlar E_z^s ve E_ϕ^s kullanılarak şeridin RKA değeri hesaplanır.

Şeridin radar kesit alanı matematiksel olarak Eş. 3.7'deki gibi verilir. Burada RKA iki boyutlu olduğundan, RKA uzunluk olarak ifade edilir ve logaritmik olarak birimi dBm'dir.

$$\sigma = \lim_{\rho \rightarrow \infty} 2\pi\rho \frac{|E_s|^2}{|E_i|^2} \quad (3.7)$$

Bu durumda şeritler için TM dalgaların RKA,

$$\sigma_{TM} = \frac{k_0}{4} \left| Z_0 \int_{-\omega/2}^{\omega/2} K_z(x') e^{jk_0 x' \cos \phi} dx' \right|^2 \quad (3.8)$$

ve TE dalgaların RKA,

$$\sigma_{TE} = \frac{k_0}{4} \left| \sin \phi \int_{-\omega/2}^{\omega/2} K_x(x') e^{jk_0 x' \cos \phi} dx' \right|^2 \quad (3.9)$$

olarak elde edilir.

3.5.1. Geniş şeritler için radar kesit alanı

İkinci bölümde şeridin oldukça geniş olduğu varsayılarak akım yoğunluğu için analitik çözüm yapılmıştı. İkinci bölümde bulunan akım yoğunlukları Eş. 3.8 ve Eş. 3.9'da yerine konulursa TM ve TE polarizasyonu için RKA hesaplanır.

TM Polarizasyonu için RKA,

$$\sigma_{TM} = k_0 \omega^2 \left(\frac{\sin \phi_0}{1 + 2\eta_s \sin \phi_0} \right)^2 \sin^2 c^2 \left[k_0 \frac{\omega}{2} (\cos \phi_0 + \cos \phi) \right] \quad (3.10)$$

TE polarizasyonu için RKA,

$$\sigma_{TE} = k_0 \omega^2 \left(\frac{\sin \phi_0}{1 + \frac{2\eta_s}{\sin \phi_0}} \right)^2 \sin^2 c^2 \left[k_0 \frac{\omega}{2} (\cos \phi_0 + \cos \phi) \right], \quad (3.11)$$

olarak elde edilir.

Burada $\sin c(x) = (\sin x) / x$ 'dir.

3.5.2. Dar şeritler için radar kesit alanı

İkinci bölümde dar şeritleri için bulunan akım yoğunluğu Eş. 3.8 ve Eş. 3.9'da yerine konulursa TM ve TE polarizasyonu için dar şeridin RKA'sı hesaplanır. Fakat burada şeridin genişliğinin küçük olması nedeniyle yaklaşımlar yapılır.

$|x_{\max}| = \omega/2$ ve $\omega \ll \lambda$ ve ρ sonsuza gittiğinden $x' \cos \phi$ ihmal edilir.

Böylece yaklaşım yapılarak TM polarizasyonlu dalgalar için RKA,

$$\sigma_{TM} = \frac{k_0}{4} \left| Z_0 \int_{-\omega/2}^{\omega/2} K_z(x') dx' \right|^2 \quad (3.12)$$

ve yaklaşım yapılarak TE polarizasyonlu dalgalar için RKA,

$$\sigma_{TE} = \frac{k_0}{4} \left| \sin \phi \int_{-\omega/2}^{\omega/2} K_x(x') dx' \right|^2 \quad (3.13)$$

şeklinde elde edilir.

Bulunan akım yoğunluklarını eşitliklerde yerine yazılırsa;

TM polarizasyonu için RKA, Eş. 3.14'deki gibi

$$\sigma_{TM} = k_0 \left| \frac{\pi \omega}{4} \chi_e \right|^2 \quad (3.14)$$

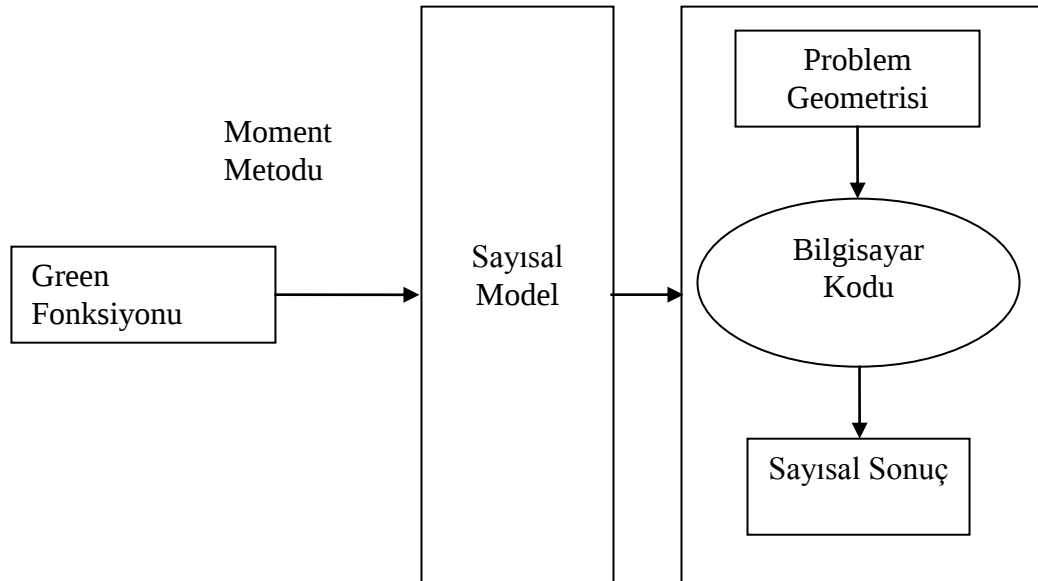
ve TE polarizasyonu için RKA, Eş. 3.15'deki gibi elde edilir.

$$\sigma_{TE} = k_0 \left| \frac{\pi \omega}{8} \chi_h \sin \phi \right|^2 \quad (3.15)$$

Yukarıdaki eşitlikler TM polarizasyonunda (E) telin maksimum uzunluğu $0,25 \lambda$, TE polarizasyonu (H) için ise telin maksimum uzunluğunun $0,15 \lambda$ olduğu durumlarda geçerlidir.

4. MOMENT METODU

Moment Metodu Maxwell denklemleri ve sınır koşulları ile tanımlanan problemi diferansiyel denklemlere dönüştürür. Dönüşüm sonucu elde edilen bu denklemler sonlu ve tercihen daha küçük bölgeye sahiptirler. Böylece problem sınırlı bir bölgeye taşınmış olur. Bu bölge içerisinde bilinmeyenlerin tanımlanan fonksiyon serilerine açılımı yapılır. Bilgisayarla yapılan hesaplamalarda bilgisayarın fiziksel sınırlamaları (bellek) zaten bir sınırlama koyma zorunluluğunu getirecektir. Bu nedenden dolayı problemin sınırlı bir bölgeye taşınması zorunluluğu doğmaktadır.



Şekil 4.1. Sayısal model [1]

Moment Metodunu yeniden tanımlamak gerekirse, fiziksel bir problemin sonlu bir bölgede integral denklemleri ile formülasyonları ve bilinmeyenleri tanımlanan fonksiyon serilerine açılımı sonrasında direkt veya iteratif Moment Metodu ile bilgisayar yardımıyla çözümünü içeren nümerik çözümleme teknikleri topluluğudur, denebilir. Direkt Moment Metodunda problem özgün bir matrise dönüştürülür ve daha sonra doğrudan veya iteratif matris metodu ile çözülür. Miktarı önceden bilinebilen aritmetik işlemler sonrasında sonuca ulaşılır. İteratif Moment Metodunda

ise direkt metoddaki gibi kesin bir matris yoktur, çözüm iteratif bir işlemdir ve önceden kestirilmeyen adım sonunda sonuca ulaşılır.

Moment Metodunun Elektromanyetikte geniş bir uygulama alanı bulmasının sebebi, örneğin sınırsız bir ortamda elektromanyetik ışımanın integral denklemleri ile sınırlı bir bölgeye indirgenebilmesidir. Buna karşın mekanik problemleri veya basit dalga kılavuzu problemleri gibi problemler zaten fiziksel bir sınırlama içerisinde olduklarından doğrudan sonlu elemanlar veya sonlu farklar yöntemleriyle sınır koşulları ve ışıma koşulları göz önüne alınmaksızın diferansiyel denklemler üzerinden çözümlenebilirler.

Moment Metodu en genel halde, diferansiyel bir denklemleri matris denklemleri haline getirerek çözmek için kullanılan yöntem olarak tanımlanabilir.

Çözümü aranan fonksiyon, açılım fonksiyonu adı verilen ve birbirinden bağımsız fonksiyonların toplamı olarak yazılır. Bu toplam ile gerçek fonksiyon arasındaki hata fonksiyonunun ilgili uzay üzerinde test fonksiyonları ile çarpılıp integralinin alınmasıyla matris denklemleri elde edilir.

Genelde uygulanması daha kolay olduğundan içinde mükemmel iletken içeren ortamlara ait elektromanyetik alan problemlerinin çözümleri için sıkça kullanılan bir yöntemdir.

Özellikle iletken teller için kullanılan Moment Metodunun geliştirilmesiyle oluşturulan ve küçük iletken tellerin bir araya getirilmesiyle elde edilen cisimleri içeren problemler için çok uygun olan Numerical Electromagnetic Code (NEC) sıkça kullanılır.

İçinde iletken yapıların bulunduğu ortamlara ait elektromanyetik çözümler için Moment Metodu, Sturm-Liouville tipi denilen sağ tarafında dürtü fonksiyonu şeklinde bir terim bulunan Green fonksiyonu problemidir.

Öncelikle ele alınan yapıya ait Green fonksiyonunun analitik olarak bulunması gerekir. İkinci olarak ele alınan yapı üzerinde oluşan yüzey akımlarının sayısal olarak hesaplanması gerekir.

Ele alınan yapının üzerindeki akımların sabit varsayıldığı küçük parçalara (segment) ayrılması ve yüzey akımlarının matris sistemi şeklinde yazılıp çözülmesine dayanır.

Matris sistemlerinin boyutu segment sayısına bağlıdır. Segment sayısı arttıkça matris tersi almadaki sayısal zorluklar nedeniyle hesap hacmi ve süresi üstel olarak artmaktadır.

Aşağıdaki homojen olmayan denklem sistemi ele alınırsa,

$$L(f) = g \quad (4.1)$$

bu denklemdeki L doğrusal bir işlemci, g bilinen bir fonksiyon ve f 'de bulunacak olan bir fonksiyondur. f fonksiyonu L bölgesinde $f_1, f_2, f_3 \dots$ fonksiyonlarından oluşan bir seri şeklinde açılabilir.

$$f = \sum_n \alpha_n f_n \quad (4.2)$$

Bu denklemdeki f_n 'ler temel fonksiyonlardır veya açılım fonksiyonudurlar. α_n 'ler sabitlerdir. Tam çözüm için sonsuz toplam söz konusudur. Yaklaşık çözüm için ise sonlu toplam söz konusudur. Eş. 4.2'deki ifade Eş. 4.1'de yerine konulursa ve L işlemcisinin lineerlik özelliği kullanılırsa,

$$\sum_n \alpha_n L(f_n) = g \quad (4.3)$$

eşitliği elde edilir.

Problem için uygun $\langle f, g \rangle$ iç çarpımının belirlendiği varsayılır. Ağırlık veya test fonksiyonları $w_1, w_2, w_3 \dots$ kullanılarak her w_m için Eş. 4.3'ün iç çarpımı alınır,

$$\sum_n \alpha_n \langle w_m, L(f_n) \rangle = \langle w_m, g \rangle \quad (4.4)$$

$$\langle w_m, g \rangle = \int w_m g dx \quad (4.5)$$

$m=1, 2, 3, \dots$ için denklem sistemi matrisel formda yazılırsa,

$$[I_{mn}] [\alpha_n] = [g_m] \quad (4.6)$$

olur. Öyleki,

$$[I_{mn}] = \begin{bmatrix} \langle w_1, Lf_1 \rangle & \langle w_1, Lf_2 \rangle & \dots \\ \langle w_2, Lf_1 \rangle & \langle w_2, Lf_2 \rangle & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$\alpha_n = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} \quad g_m = \begin{bmatrix} \langle w_1, g \rangle \\ \langle w_2, g \rangle \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

biçimindedir.

Eğer $[I]$ matrisi tekil değilse tersi $[I]^{-1}$ mevcuttur ve α_n katsayıları bulunur.

$$[\alpha_n] = [I_{mn}]^{-1} [g_m] \quad (4.9)$$

α_n katsayıları bulunduktan sonra f fonksiyonu da bulunabilir. f fonksiyonu matris formunda yazılırsa,

$$[\tilde{f}_n] = [f_1 \ f_2 \ f_3 \ \dots] \quad (4.10)$$

$$f = [\tilde{f}_n][\alpha_n] = [\tilde{f}_n][I_{mn}]^{-1}[g_m] \quad (4.11)$$

elde edilir.

Bu çözüm seçilen f_n ve w_n fonksiyonlarına bağlı olarak tam veya yaklaşık çözüm olabilir.

4.1. Açılım Fonksiyonları ve Ağırlık Fonksiyonları

Moment Metodu kullanılarak elde edilecek çözümlerde açılım ve ağırlık fonksiyonlarının seçimi önemlidir. Bu fonksiyonlar metodun başarısının yanında çözümün doğruluğunda ve hesaplama süresinde etkilidirler. Açılım fonksiyonları global ve alt bölge fonksiyonları olmak üzere ikiye ayrılırlar. Global temel fonksiyonlar tüm operatör bölgesinde tanımlı sıfır olmayan fonksiyonlardır. Alt bölge fonksiyonları ise tüm operatör bölgesinde tanımlı ve sadece küçük alt bölgede sıfır olmayan fonksiyonlardır.

En çok kullanılan global açılım fonksiyonlardan bazıları aşağıda verilmektedir.

$$\text{Fourier serisi :} \quad u(x) = \alpha_1 \cos(\pi x/2) + \alpha_2 \cos(3\pi x/2) + \dots \quad (4.12)$$

$$\text{Güç serisi} \quad u(x) = \alpha_1 + \alpha_2 x^2 + \alpha_3 x^4 + \dots \quad (4.13)$$

$$\text{Chebyshev polinomu} \quad u(x) = \alpha_1 T_0(x) + \alpha_2 T_2(x) + \alpha_3 T_4(x) + \dots \quad (4.14)$$

Legendre polinomu $u(x) = \alpha_1 P_0(x) + \alpha_2 P_2(x) + \alpha_3 P_4(x) + \dots$ (4.15)

Yaygın olarak kullanılan alt-bölge açılım fonksiyonları ise,

$$\text{Darbe fonksiyonu } P(x - x_j) = \begin{cases} 1 & |x - x_j| < \frac{1}{2(N+1)} \\ 0 & |x - x_j| > \frac{1}{2(N+1)} \end{cases} \quad (4.16)$$

$$\text{Üçgen fonksiyonu } T(x) = \begin{cases} 1 - |x|(N+1) & |x| < \frac{1}{(N+1)} \\ 0 & |x| > \frac{1}{(N+1)} \end{cases} \quad (4.17)$$

Parçalı sinüs fonksiyonu

$$S(x) = \begin{cases} \frac{x_j \sin K(x_{j+1} - x) + x_{j+1} \sin K(x - x_j)}{\sin K\Delta x_j} & x_j < x < x_{j+1} \\ 0 & \end{cases} \quad (4.18)$$

Quadratic enterpolasyon fonksiyonu

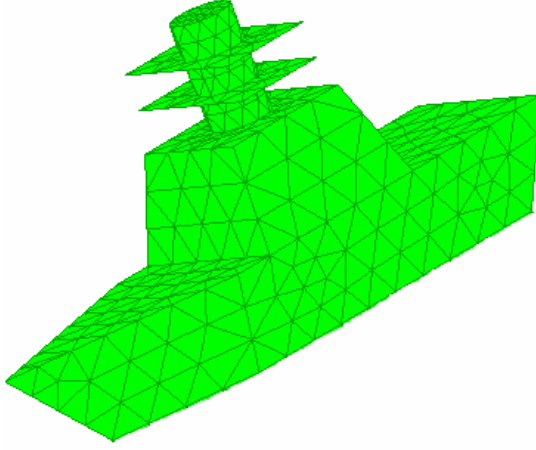
$$Q(x) = \begin{cases} a_j + b_j(x - x_j) + c_j(x - x_j)^2 & x_j < x < x_{j+1} \\ 0 & \end{cases} \quad (4.19)$$

Spline enterpolasyon fonksiyonu

$$\Omega_2(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}(t+3/2)^2 & -3/2 < t < -1/2 \\ -t^2 + 3/4 & -1/2 < t < 1/2 \\ \frac{1}{2}(t-3/2)^2 & 1/2 < t < 3/2 \end{cases} \quad (4.20)$$

olarak verilebilir.

Örneğin Şekil 4.2’de gösterilen gemi modelinde temel fonksiyonlar üçgen yüzeyler üzerinde ifade edildiği için, gemi modelinin yüzeyi üçgenlere bölünmüştür.



Şekil 4.2. Gemi modelinin üçgenlenmiş geometrisi

Üçgen fonksiyon, Harrington’un ilk çalışmalarında hem temel hem de ağırlaştırma fonksiyonu olarak kullanılmıştır (Galerkin formülasyonu). Aynı şekilde Moment Metodu yöntemine dayanan MININEC bilgisayar algoritmasında da kullanılır [7]. Piecewise sinüzoidal fonksiyonları ilk olarak Richmond tarafından Galerkin formülasyonunda kullanılmıştır [8]. Bu fonksiyonlarla tel geometrileri için, verimli bilgisayar sonuçları alınabilmektedir.

Sinüzoidal interpolasyon fonksiyonu, delta ağırlaştırma fonksiyonları ile birlikte NEC bilgisayar algoritmasında kullanılmıştır [9].

Fonksiyonların seçimi her zaman araştırma konusu olmuştur. Birden fazla tel kullanıldığında, bu tellerin birleşme noktalarında nasıl davranılacağı da araştırılmıştır. Aynı fonksiyonlar kullanıldığı sürece tellerin birleşme noktaları problem yaratmamaktadır. Kirchoff’un akım yasaları bu tip çok telli sistemlerde Maxwell denklemlerinin bir sonucu olarak geçerliliğini korur. Ancak çakışan

fonksiyonlar farklı tipte olursa, N adet telin birleştiği nokta için N-1 adet bağımsız akım bulunur. (N. Akım Kirchoff'un akım yasasından bulunur [6].)

Açılım fonksiyonu ile ağırlık fonksiyonu aynı seçilirse, bu durum Galerkin Metodudur.

$[I_{mn}] = [\langle w_m, Lf_n \rangle]$ 'i bulmak için gerekli olan işlemleri problemlere uygulamak zordur. Bu nedenle yaklaşık sonuca ulaşmanın kolay yolu uygulama bölgesinde kesikli noktalar almaktır. Bu uygulamaya nokta eşleme metodu denir. Diğer bir ifadeyle Moment Metodunda test fonksiyonu olarak delta fonksiyonunun kullanılmasıdır.

Ağırlık fonksiyonu olarak delta fonksiyonu kullanıldığında matris elemanlarını bulmada nokta eşleme metodu, Galerkin metoduna göre daha kolaydır. Nokta eşleme metodunda I matrisi, Galerkin metodunda olduğu gibi simetrik değildir. Her iki metotta I matrisi farklı olmasına rağmen sonuç aynıdır. İki metot arasındaki fark doğru sonuca yaklaşma hızı ve farklı hesaplama zamanlarıdır. Nokta eşleme metodunda sonucun doğruluğu ve yaklaşıklığı noktaların yerine ve sayısına bağlıdır.

Genel olarak birçok temel fonksiyon ve test fonksiyonu vardır. Bunlardan bazıları sonuca daha kolay yaklaşmamızı sağlar, ya da matris çözümü basittir. Bu nedenle herhangi bir problemi çözmek için bu fonksiyonları probleme uygun olarak seçmek gerekir.

4.2. Moment Metodu Sistem Gereksinimleri

Moment Metodu için bilgisayar kaynakları açısından iki sınırlama mevcuttur. İlki, N segment sayısı olmak üzere, N^2 empedans matris elemanı için yeterli bellek alanı; ikincisi ise, bu N^2 eleman üzerinde hesaplama yaparak denklem sistem çözümlerini elde edebilmek için yeterli zamandır.

Bilgisayar teknolojisindeki gelişmeler ilk sınırlamayı ortadan kaldırmıştır. İteratif metotlar ise bilgisayarın aynı anda çok sayıda denklem sistemini çözebilmesini sağlar. Bilgisayar zamanının kullanımı;

$$t \approx AN^2 + B_3N^3 + CN^2N_i + DNN_iN_a \quad (4.41)$$

denklemleriyle verilir. Bu denklemde t toplam zamanı gösterir. N^2 elemandan oluşan bir kare matris kullanılmışsa N_i , farklı kaynakların (veya gelen alanların) sayısı N_a , hesaplamaların yapılacağı gözlem noktalarının sayısıdır. Algoritmanın bağlı olduğu A, B, C, D faktörleri ise;

$A =$ Empedans matrisi elemanlarının hesaplanması için gereken süre,

$B_3N^3 =$ Akım hesabında $[I_n] = [Z_{mn}]^{-1}[V_m]$ matris tersi almak için süre,

$CN^2N_i =$ Her yeni V_m için $[Z_{mn}]^{-1}[V_m]$ işlemi için gereken süre,

$DNN_iN_a =$ Uzak alan hesabı ($[I_n]$ 'den) için gereken süre,

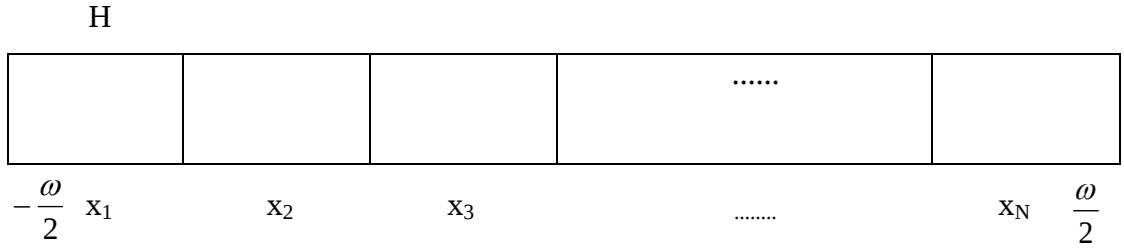
olmaktadır.

Eş. 4.41 denkleminde baskın olan ikinci terimdir. Analiz edilecek sistemde segment sayısı arttıkça, matris tersi alma işlemi daha çok zaman ister. Bu işlemi kolaylaştırmak için Gauss-Jordan veya Crout gibi bazı algoritmalar kullanılır [11].

5. MOMENT METODUYLA ÇÖZÜM

İkinci bölümde ince şeritlerde elektromanyetik yayılım incelenerek TE ve TM polarizasyonunda akım yoğunluklarını bulmak için diferansiyel denklemler elde edilmişti. Bu denklemleri Moment Metoduyla çözmek için öncelikle açılım ve ağırlık fonksiyonlarının seçilmesi gerekir. Bu fonksiyonların seçilmesi doğru çözüme ulaşmak açısından önemlidir. Bu çalışmada açılım ve ağırlık fonksiyonu olarak darbe fonksiyonu kullanılmıştır.

Şerit üzerinde akımların sabit varsayıldığı uzunluğu H olan N tane küçük parçaya (segment) ayrılır ve yüzey akımları matris sistemi şeklinde yazılıp çözülür.



Şekil 5.1. N tane parçaya bölünen şerit

Parça uzunluğu $\Delta = H = \frac{\omega}{N}$ 'dir.

5.1. TM Polarizasyonu

TM polarizasyonunda akım yoğunluğu için elde edilen integral denklemi Eş. 5.1'de verilmiştir. Burada $K_z(x)$ Moment Metoduyla çözülecek, bilinmeyen akım yoğunluğudur.

$$Y_0 e^{jk_0 x \cos \phi_0} = \eta_s K_z(x) + \frac{k_0}{4} \int_{-\omega/2}^{\omega/2} K_z(x') H_0^{(2)}(k_0 |x - x'|) dx' \quad (5.1)$$

Açılım fonksiyonu olarak kullanılan darbe fonksiyonu Eş. 5.2 'de verilmiştir.

$$P_n(x) = \begin{cases} 1 & |x - x_n| \leq \frac{\Delta_x}{2} \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad (5.2)$$

$K_z(x)$ akım yoğunluğu, darbe fonksiyonunun ve bilinmeyen α_n akım katsayılarının toplamı şeklinde yazılırsa,

$$K_z(x) = \sum_{n=0}^{N-1} \alpha_n P_n(x) \quad x_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\Delta \quad (5.3)$$

olarak elde edilir.

İntegral denklemini lineer eşitlik sistemine dönüştürmek için $K_z(x)$ Eş. 5.1'de yerine yazılır ve integral ve toplamın sıraları yer değiştirilirse Eş. 5.4 elde edilir.

$$Y_0 e^{jk_0 x \cos \phi_0} = \eta_s(x) \sum_n \alpha_n P_n(x) + \frac{k_0}{4} \sum_n \alpha_n \int_{-\omega/2}^{\omega/2} P_n(x') H_0^{(2)}(k_0 |x - x'|) dx' \quad (5.4)$$

Yüzeyde akım yoğunluğu oluşturan uyarım vektörü V_m , Eş. 5.5'de verilmiştir.

$$V_m = Y_0 e^{jk_0 x_m \cos \phi_0} \quad (5.5)$$

Empedans matrisi Z_{mn} ,

$$Z_{mn} = \eta_{sm} + \frac{k_0}{4} \int_{x_n - \Delta/2}^{x_n + \Delta/2} H_0^{(2)}(k_0 |x_m - x'|) dx' \quad (5.6)$$

elde edilir.

$m=n$ için Eş 5.7'deki Hankel fonksiyonunun küçük argüman yaklaşımı kullanılır ve integral alınarak x yerine $\Delta/2$ yazılırsa,

$$H_0^{(2)}(kx) \approx 1 - j \frac{2}{\pi} \ln\left(\frac{\gamma k x}{2}\right) \quad x \rightarrow 0 \quad (5.7)$$

$$\begin{aligned} \int_{-w/2}^{w/2} H_0^{(2)}(kx) &= \int_{-w/2}^{w/2} \left[1 - j \frac{2}{\pi} \ln\left(\frac{\gamma k |x - x'|}{2}\right) \right] dx' \\ &= \Delta - j \frac{2}{\pi} \left[\Delta \ln\left(\gamma k \frac{\Delta - x}{2}\right) + x \log\left(\frac{x}{\Delta - x}\right) \right] \end{aligned} \quad (5.8)$$

$$Z_{mm} \approx \eta_{sm} + \frac{k_0 \Delta}{4} \left[1 - \frac{j2}{\pi} \left(\ln \frac{\gamma k_0 \Delta}{4} - 1 \right) \right] \quad (5.9)$$

elde edilir.

$m \neq n$ için merkezi integral yaklaşımı kullanılırsa Z_{mn} ,

$$Z_{mn} = \frac{k_0 \Delta}{4} H_0^{(2)}(k_0 |x_m - x_n|) \quad (5.10)$$

olarak elde edilir.

Z_{mn} empedans matrisi elemanları bulunduktan sonra bilinmeyen akım katsayıları Eş. 5.12 kullanılarak hesaplanır.

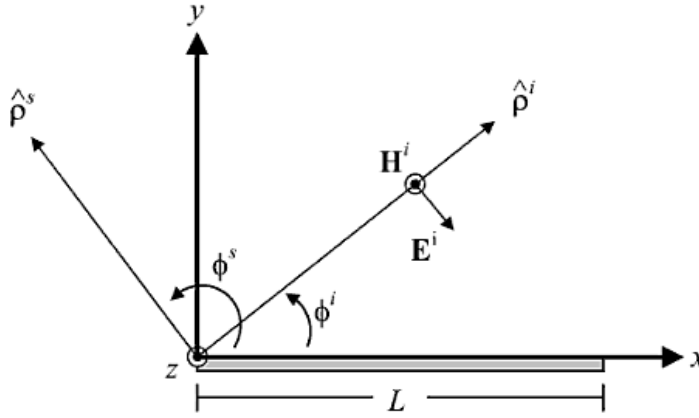
$$[V_m] = [Z_{mn}][\alpha_n] \quad (5.11)$$

$$[\alpha_n] = [Z_{mn}]^{-1} [V_m] \quad (5.12)$$

Şerit üzerindeki akım yoğunluğu bulunduktan sonra aşağıdaki denklemde yerine konularak radar kesit alanı hesaplanır.

$$\sigma_{TM} = \frac{k_0}{4} \left| Z_0 \int_{-\omega/2}^{\omega/2} K_z(x') e^{jk_0 x' \cos \phi} dx' \right|^2 \quad (5.13)$$

5.2. TE Polarizasyonu



Şekil 5.2. TE polarizasyonu

İkinci bölümde TE polarizasyonunda integral denklemi aşağıdaki gibi elde edilmişti.

$$\sin \phi_0 e^{jk_0 x \cos \phi_0} = \eta_s K_x(x) + \frac{k_0}{4} \left(1 + \frac{1}{k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \int_{-\omega/2}^{\omega/2} K_x(x') H_0^{(2)}(k_0 |x - x'|) dx' \quad (5.14)$$

Moment çözümüne geçmeden sıfırıncı mertebeden ikinci nevi Hankel fonksiyonunun ikinci dereceden kısmi türevi bulunur ve denklemde yerine konulduktan sonra Moment Metoduyla çözüm yapılır.

Hankel fonksiyonunun türevi Eş. 5.15'de verilmiştir.

$$\frac{d}{du} H_n^{(2)}(u) = -H_{n+1}^{(2)}(u) + \frac{n}{u} H_n^{(2)}(u) \quad (5.15)$$

$n=0$ olduğu için eşitliğin karşısındaki ikinci ifade sıfırdır.

$$\frac{\partial}{\partial x} H_n^{(2)}(k\rho) = \frac{d}{du} [H_n^{(2)}(u)] \frac{\partial u}{\partial x} \quad (5.16)$$

Burada $u = k\rho$ 'dur ve böylelikle,

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial(k\rho)}{\partial x} = \frac{k(x-x')}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}} \quad (5.17)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} H_0^{(2)}(k\rho) = -H_1^{(2)}(k\rho) \frac{k(x-x')}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}} \quad (5.18)$$

şeklinde Hankel fonksiyonunun türevi elde edilir.

Hankel fonksiyonunun ikinci kez türev alınır,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} H_0^{(2)}(k\rho) = & -\frac{k(x-x')}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}} \left[\frac{\partial}{\partial x} H_1^{(2)}(k\rho) \right] \\ & - H_1^{(2)}(k\rho) \left[\frac{\partial}{\partial x} \frac{k(x-x')}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}} \right] \end{aligned} \quad (5.19)$$

elde edilir.

Birinci mertebeden ikinci nevi Hankel fonksiyonunun $H_1^2(k\rho)$ türevi için Eş. 5.15 kullanır ve Eş. 5.19'da yerine konulursa Eş. 5.20 elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} H_0^{(2)}(k\rho) = & -\frac{k^2(x-x')^2}{(x-x')^2 + (y-y')^2} \left[-H_2^{(2)}(k\rho) + \frac{1}{k\rho} H_1^{(2)}(k\rho) \right] \\ & - H_1^{(2)}(k\rho) \left[\frac{k}{(x-x')^2 + (y-y')^2} - \frac{k^2(x-x')^2}{[(x-x')^2 + (y-y')^2]^{3/2}} \right] \end{aligned} \quad (5.20)$$

Eşitliğin 2. ve 4. terimi birbirini yok eder. Böylelikle

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} H_0^{(2)}(k\rho) = & -\frac{k^2(x-x')^2}{(x-x')^2 + (y-y')^2} H_2^{(2)}(k\rho) \\ & - \frac{k}{(x-x')^2 + (y-y')^2} H_1^{(2)}(k\rho) \end{aligned} \quad (5.21)$$

elde edilir ve eşitlik düzenlenirse Eş. 5.22 elde edilir.

$$\frac{k}{\rho} H_1^{(2)}(k\rho) = \frac{k^2}{2} [H_0^{(2)}(k\rho) + H_2^{(2)}(k\rho)] \quad (5.22)$$

Elde edilen sonuç yazılırsa,

$$\left[k^2 + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] H_0^{(2)}(k\rho) = \frac{k^2}{2} \left[\frac{2(x-x')^2}{(x-x')^2 + (y-y')^2} - 1 \right] H_2^{(2)}(k\rho) + \frac{k^2}{2} H_0^{(2)}(k\rho) \quad (5.23)$$

Şekil 5.1'deki geometriye göre θ açısının kosinüsü Eş. 5.23'de yerine konularak eşitlik sadeleştirilir.

$$\cos \theta = \frac{(x-x')}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}} \quad (5.24)$$

$$\left[k^2 + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] H_0^{(2)}(k\rho) = \frac{k^2}{2} [\cos(2\phi) H_2^{(2)}(k\rho) + H_0^{(2)}(k\rho)] \quad (5.26)$$

Elde ettiğimiz integral denkleminde Eş. 5.26'yı kullanırsak, Eş. 5.27 elde edilir.

$$\frac{8\omega\epsilon}{k^2} \sin \phi^i e^{jk_0 \cos \phi^i} = \int_{-w/2}^{w/2} K_x(x') [\cos(2\theta) H_2^{(2)}(k\rho) + H_0^2(k\rho)] dx' \quad (5.27)$$

Eşitlik elde edildikten sonra bilinmeyen akım yoğunluğunu $K_x(x)$ bulmak için probleme Moment Metodu uygulanır. TM polarizasyonundaki gibi şerit N eşit parçaya bölünür, açılım ve ağırlık fonksiyonu olarak darbe fonksiyonu kullanılırsa akım sabitleri bulunur.

Birbirine yakın olmayan $|m-n| > 2$ aralıklarda matris elemanlarını bulmak için merkezi integral yaklaşımı kullanılırsa,

$$z_{mn} = 2\Delta x \frac{H_1^{(2)}(k|x_m - x_n|)}{k|x_m - x_n|} \quad |m-n| > 2 \quad (5.28)$$

elde edilir.

Birbirine yakın olan aralıklarda $|m-n| = 1, 2$ integralin analitik olarak bulunması gerekir.

$$z_{mn} = \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \frac{H_1^{(2)}(k|x_m - x_n| - x')}{(k|x_m - x_n| - x')} dx' \quad |m-n| = 1, 2 \quad (5.29)$$

Birinci merteye ikinci nevi Hankel fonksiyonunun küçük argüman yaklaşımı kullanılırsa (Eş. 5.30)

$$H_1^{(2)}(k\rho) \approx \frac{k\rho}{2} + \frac{2j}{\pi k\rho} \quad \rho \rightarrow 0 \quad (5.30)$$

$$z_{mn} = \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} 1 + \frac{4j}{\pi k^2 (|x_m - x_n| - x')^2} dx' \quad (5.31)$$

ve integral alınırsa Eş. 5.32'deki empedans matrisi z_{mn} bulunur.

$$z_{mn} = \Delta x \left[\frac{4j}{\pi k^2} \frac{1}{|x_m - x_n|^2 - \Delta_x^2 / 4} \right] \quad |m - n| = 1, 2 \quad (5.32)$$

$m=n$ için integraldeki $H_0^{(2)}(k\rho)$ için fonksiyonun küçük argüman yaklaşımı kullanılır. $H_2^{(2)}(k\rho)$ fonksiyonu integrallenemez tekiliğe sahip olduğu için integral alınırken dikkat edilmelidir. Bu nedenle gözlem noktasından şeride yaklaştıkça integralin sınırlandırılması gerekir. Hesaplanacak integral Eş. 5.33'de verilmiştir.

$$I = \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} H_2^{(2)}(k\rho) \cos(2\theta) dx' \quad (5.33)$$

Eş. 5.34'de $H_2^{(2)}(k\rho)$ fonksiyonun küçük argüman yaklaşımı kullanılırsa,

$$H_2^{(2)}(k\rho) \approx \frac{(k\rho)^2}{8} + \frac{4j}{\pi(k\rho)^2} \quad r \rightarrow 0 \quad (5.34)$$

ve integral denklemi yeniden yazılırsa,

$$I = \frac{k^2}{4} \int_0^{\Delta x/2} (x'^2 + \delta^2) \left[\frac{2x'^2}{x'^2 + \delta^2} - 1 \right] dx' + \frac{8j}{\pi k^2} \int_0^{\Delta x/2} \frac{1}{x'^2 + \delta^2} \left[\frac{2x'^2}{x'^2 + \delta^2} - 1 \right] dx' \quad (5.35)$$

denklemi elde edilir. Denklem sadeleştirilirse Eş. 5.36 elde edilir.

$$I = \frac{k^2}{4} \int_0^{\Delta x/2} (x'^2 - \delta^2) dx' + \frac{8j}{\pi k^2} \int_0^{\Delta x/2} \left[\frac{2x'^2}{(x'^2 + \delta^2)^2} - \frac{1}{x'^2 + \delta^2} \right] dx' \quad (5.36)$$

Birinci integral kolaylıkla hesaplanır ve Eş. 5.37 elde edilir.

$$I_1 = \frac{k^2}{4} \left(\frac{\Delta_x^3}{24} - \frac{\delta^2 \Delta_x}{2} \right) \quad (5.37)$$

İkinci integral de hesaplanırsa,

$$I_2 = \frac{8j}{\pi k^2} \left[\frac{1}{\delta} \tan^{-1} \left(\frac{\Delta_x}{2\delta} \right) - \frac{\Delta_x / 2}{\delta^2 + (\Delta_x / 2)^2} - \frac{1}{\delta} \tan^{-1} \left(\frac{\Delta_x}{2\delta} \right) \right] \quad (5.38)$$

elde edilir. Eş. 5.39'da yukarıdaki ifadenin sadeleştirilmiş hali verilmektedir.

$$I_2 = \frac{-8j}{\pi k^2} \left[\frac{\Delta_x / 2}{\delta^2 + (\Delta_x / 2)^2} \right] \quad (5.39)$$

Gözlem noktasından şeride yakınlıktıkça ($\delta \rightarrow 0$) akım eşitlikleri Eş. 5.40 ve Eş. 5.41'de verilmiştir.

$$I_1 = k^2 \frac{\Delta_x^3}{96} \quad (5.40)$$

$$I_2 = \frac{-16j}{\pi k^2 \Delta_x} \quad (5.41)$$

Elde edilen integraller denklemde yerine yazılırsa Eş. (5.42) elde edilir.

$$z_{mm} = \Delta_x + k^2 \frac{\Delta_x^3}{96} - \frac{j\Delta_x}{\pi} \left[2 \log \left(\frac{\gamma k \Delta_x}{4e} \right) + \frac{16}{(k\Delta_x)^2} \right] \quad (5.42)$$

Yapılan çalışma özetlenirse, empedans matrisi m ve n değerlerine göre aşağıdaki gibidir.

$$z_{mn} = \begin{cases} 2\Delta x \frac{H_1^{(2)}(k|x_m - x_n|)}{k|x_m - x_n|} & |m - n| > 2 \\ \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \frac{H_1^{(2)}(k|x_m - x_n| - x')}{(k|x_m - x_n| - x')} dx' & |m - n| = 1, 2 \\ \Delta_x + k^2 \frac{\Delta_x^3}{96} - \frac{j\Delta_x}{\pi} \left[2 \log \left(\frac{\gamma k \Delta_x}{4e} \right) + \frac{16}{(k\Delta_x)^2} \right] & m = n \end{cases} \quad (5.43)$$

$$V_m = \frac{8\omega\epsilon}{k^2} \sin \phi^i e^{jk_0 \cos \phi^i} \quad (5.44)$$

$$[\alpha_n] = [Z_{mn}]^{-1} [V_m] \quad (5.45)$$

V_m ve Z_{mn} matrisleri bulunduktan sonra Eş. 5.45'deki bilinmeyen α_n akım katsayılarına ulaşılır.

6. PROGRAM SONUÇLARI

TM Polarizasyonu:

TM polarizasyonunda Eş. 6.1'de verilen integral denklemi Moment Metoduyla (MM) çözülmüştür. Aşağıda programda kullanılan eşitlikler verilerek programların çalışma mantığı anlatılmıştır.

$$Y_0 e^{jk_0 x \cos \phi_0} = \eta_s K_z(x) + \frac{k_0}{4} \int_{-w/2}^{w/2} K_z(x') H_0^{(2)}(k_0 |x - x'|) dx' \quad (6.1)$$

$$V_m = Y_0 e^{jk_0 x_m \cos \phi_0} \quad (6.2)$$

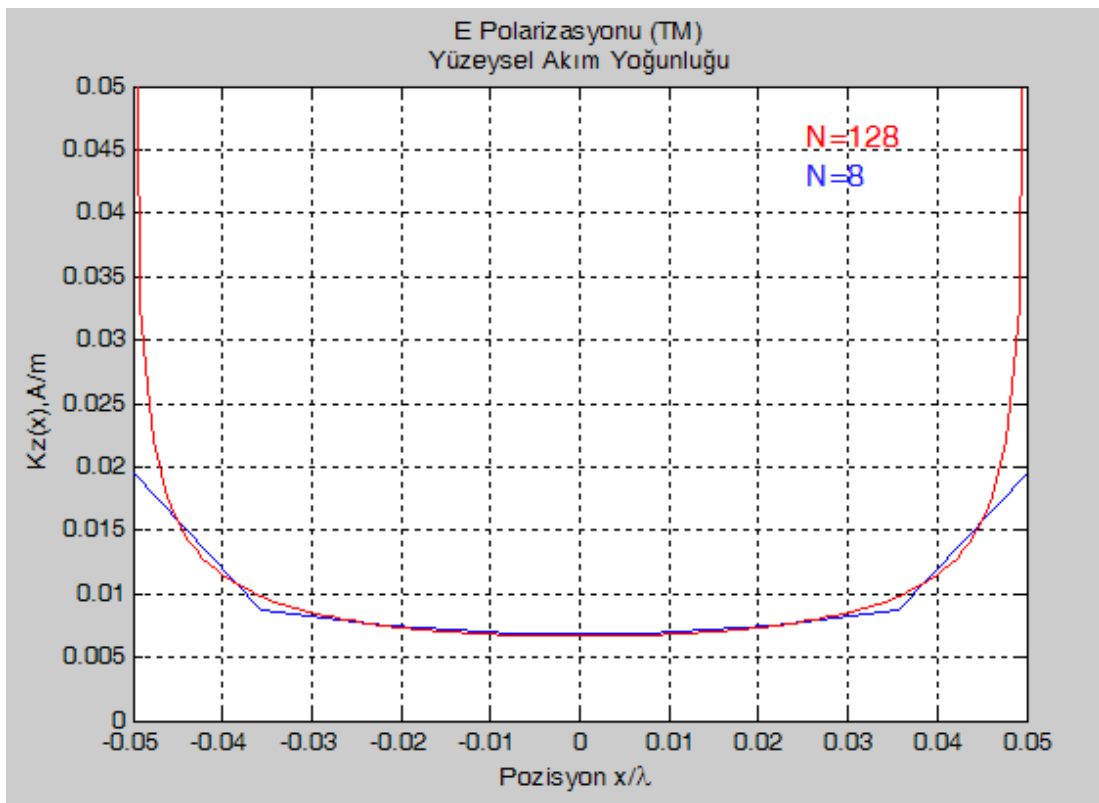
$$Z_{mn} = \begin{cases} \eta_{sm} + \frac{k_0 \Delta}{4} \left[1 - \frac{j2}{\pi} \left(\ln \frac{\gamma k_0 \Delta}{4} \right) - 1 \right] & m = n \\ \frac{k_0 \Delta}{4} H_0^{(2)}(k_0 |x_m - x_n|) & m \neq n \end{cases} \quad (6.3)$$

$$[\alpha_n] = [Z_{mn}]^{-1} [V_m] \quad (6.4)$$

$$\sigma_{TM} = \frac{k_0}{4} \left| Z_0 \int_{-\omega/2}^{\omega/2} K_z(x') e^{jk_0 x' \cos \phi} dx' \right|^2 \quad (6.5)$$

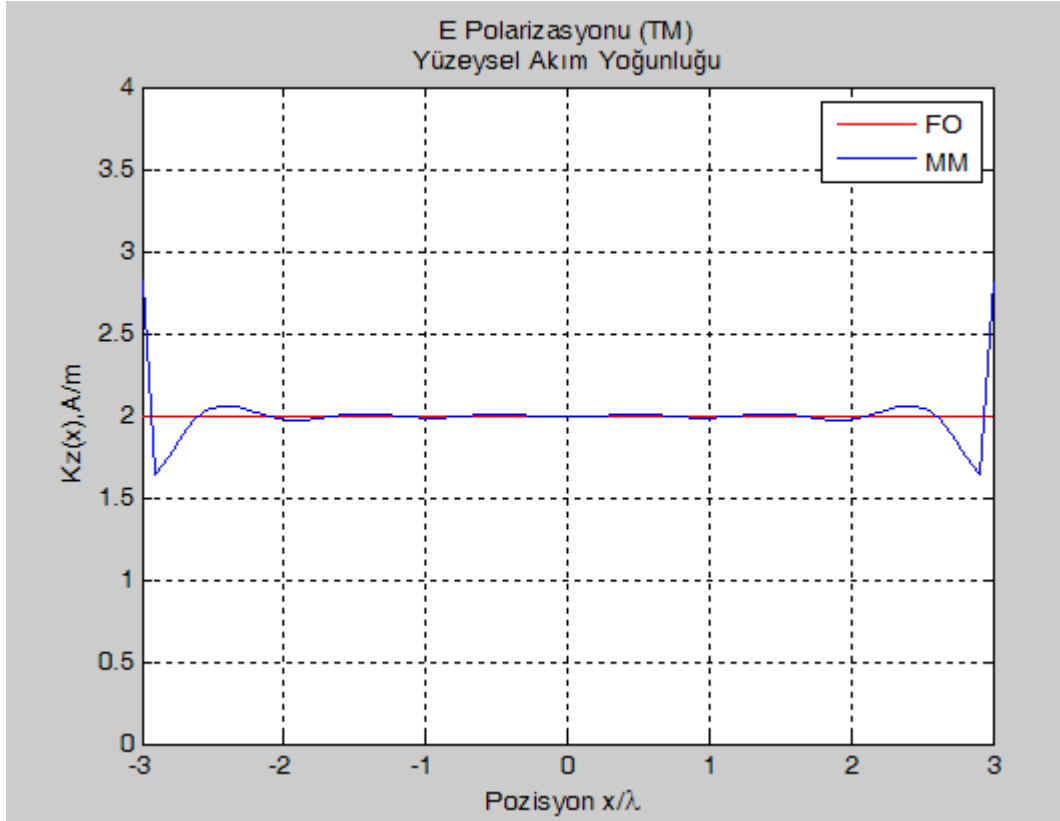
Program çalıştırıldığında W=Şeridin genişliği, N=parça sayısı, INC=Elektromanyetik dalganın geliş açısı ve Z_s şeridin direncinin girilmesini ister. Bu parametreler girildikten sonra $\Delta=W/N$ parça uzunluğu bulunur. Sonra m ve n değerleri için x_m ve x_n değerleri bulunur. Sırasıyla x_m değerleri için Eş. 6.2'de verilen $[V_m]$ matrisi hesaplanır. Sonra $m = n$ için ve $m \neq n$ için Eş. 6.3'de verilen empedans matrisi $[Z_{mn}]$ hesaplanır ve matrisin tersi alınır. Sonra Eş. 6.4 kullanılarak akım katsayıları hesaplanır. Akım katsayıları hesaplandıktan sonra Eş. 6.5 kullanılarak RKA grafiği çizdirilir.

Şekil 6.1’de TM polarizasyonunda mükemmel iletken $0,1\lambda$ uzunluğundaki şerit üzerindeki akım yoğunluğu Moment Metodu kullanılarak çizdirilmiştir. Akım yoğunluğunun değeri sıfıra çok yakındır. Şerit öncelikle 8 parçaya bölünmüş ve sonra parça sayısı artırılarak akım yoğunluğu gözlemlenmiştir. Parça sayısı arttıkça uçlardan merkeze doğru akım yoğunluğunun düşüşünün daha hızlı olduğu görülmektedir.



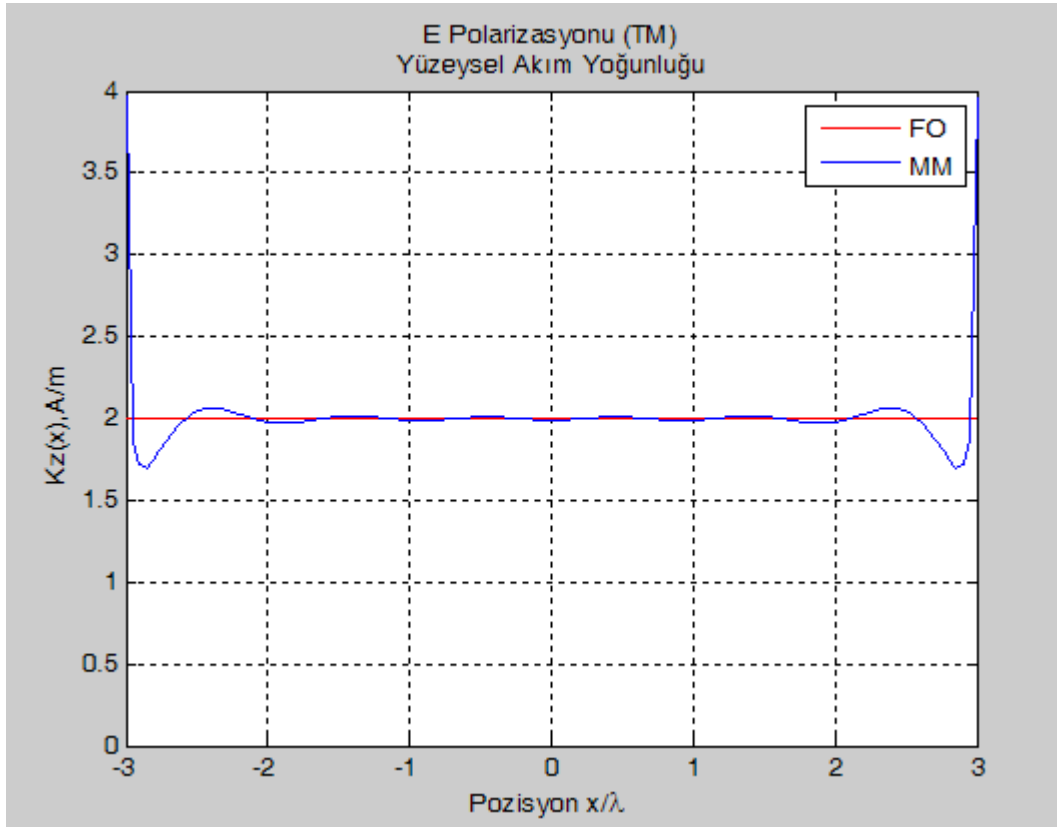
Şekil 6.1. TM polarizasyonunda farklı parça sayısına göre $0,1\lambda$ uzunluğundaki şeridin akım yoğunluğu

Şekil 6.2’de 6λ uzunluğunda TM polarizasyonundaki ince şerit üzerindeki akım yoğunluğu grafiği verilmiştir. Şekilden de görüleceği üzere Moment Metoduyla elde edilen grafiklerle FO çözümünden elde edilen grafikler birbiriyle örtüşmektedir. FO çözümünde sonuç 2 A/m ’dir. Moment Metoduyla elde edilen grafikte şeridin kenarlarından merkeze doğru gidildikçe akım yoğunluğu 2 A/m olmaktadır. Şeridin kenarlarında yük dağılımı fazla olduğu için uçlarda akım yoğunluğu daha fazladır ve sonsuza yaklaşır. Şeridin direnci olmadığı için osilasyon fazladır. Bu beklenen bir sonuçtur ve Moment Metoduyla yapılan çözümde net olarak görünmektedir. Elektromanyetik dalga şeridin yüzeyine 90° ’lik açıyla geldiği için şeridin yüzeyinde oluşan akım yoğunluğu simetriktir. Akım yoğunluğu matrisi $|m - n|$ ’in integraline bağlı olduğu için Toeplitz formdadır. Bu durumda, akım yoğunluğu matrisi $|m - n|$ ’in fonksiyonudur.



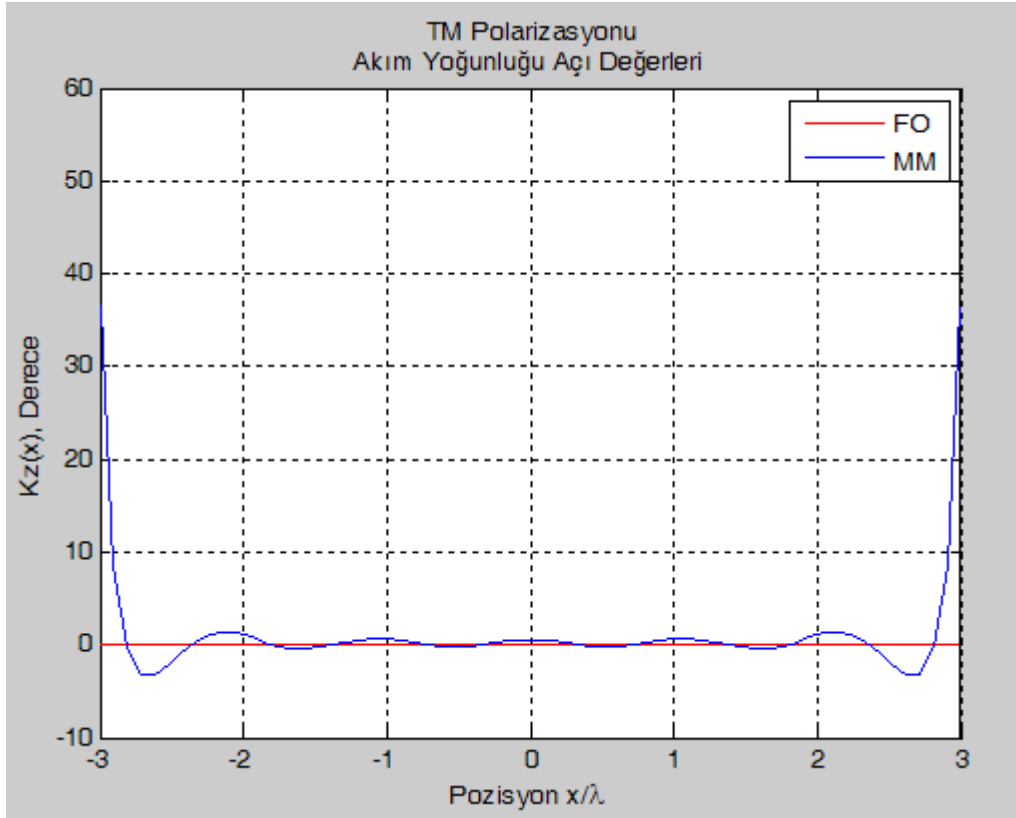
Şekil 6.2. TM polarizasyonunda 64 parçaya bölünmüş 6λ uzunluğundaki şeridin akım yoğunluğu

Şekil 6.2’de şerit 64 parçaya bölünmüştü. Şekil 6.3’de ise şerit 128 parçaya bölünmüş ve moment metoduyla elde edilen çözüm ve fiziksel optik çözümü grafiksel olarak çizdirilmiştir. Şerit 128 parçaya bölündüğünde daha iyi sonuçlar elde edilmiştir. Şeridin kenarlarında akım yoğunluğunun düşüşü Şekil 6.2’ye kıyasla keskin değildir.



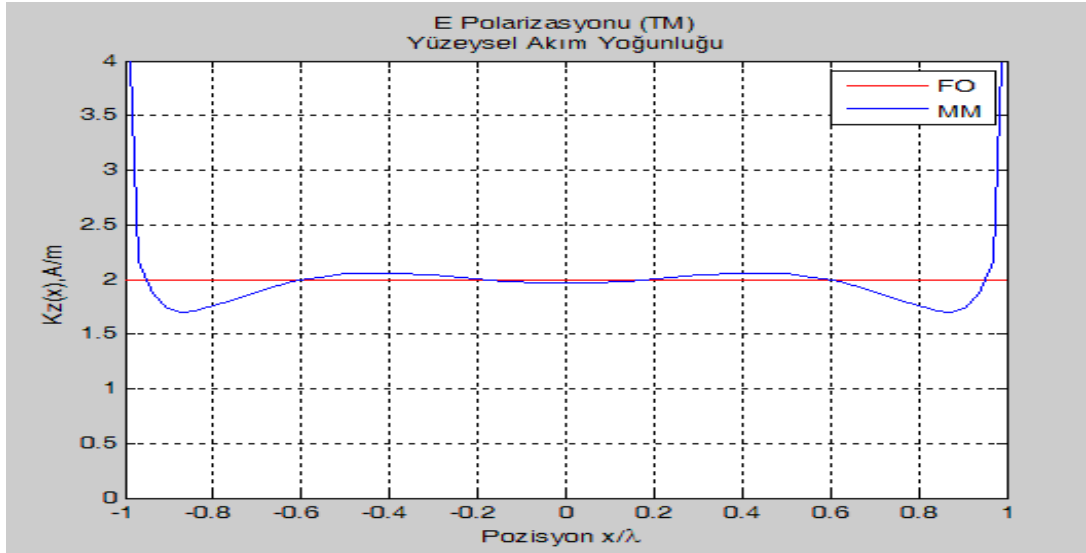
Şekil 6.3. TM polarizasyonunda 128 parçaya bölünmüş 6λ uzunluğundaki şeridin akım yoğunluğu

TM polarizasyonunda 128 parçaya bölünmüş 6λ uzunluğundaki şeridin akım yoğunluğunun açı değerleri Şekil 6.4'de çizdirilmiştir. FO çözümünde açı değeri 0 derecedir. Moment metoduyla yapılan çözümde şeridin uçlarında açı değerleri 36,5 derecedir ve şeridin merkezine doğru 0 dereceye yaklaşmaktadır. Elde edilen en küçük açı değeri yaklaşık -3,2 derecedir. Şeridin merkezine doğru gidildikçe FO çözümüyle Moment Metodu çözümü örtüşmektedir.

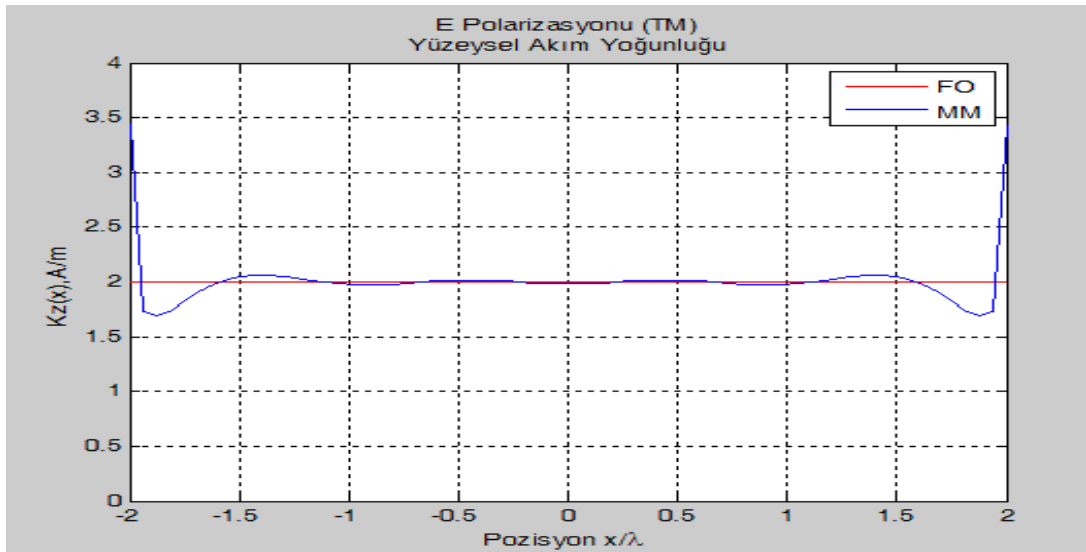


Şekil 6.4. TM polarizasyonunda 64 parçaya bölünmüş 6λ uzunluğundaki şeridin akım yoğunluğunun açı değerleri

Şekil 6.5’de TM polarizasyonunda 64 parçaya bölünmüş 2λ uzunluğundaki şeridin akım yoğunluğu, Şekil 6.6’da ise 64 parçaya bölünmüş 4λ uzunluğundaki şeridin akım yoğunluğu çizdirilmiştir. Şeridin uzunluğu arttıkça kenarlardaki akım yoğunluğu daha da azalmıştır.

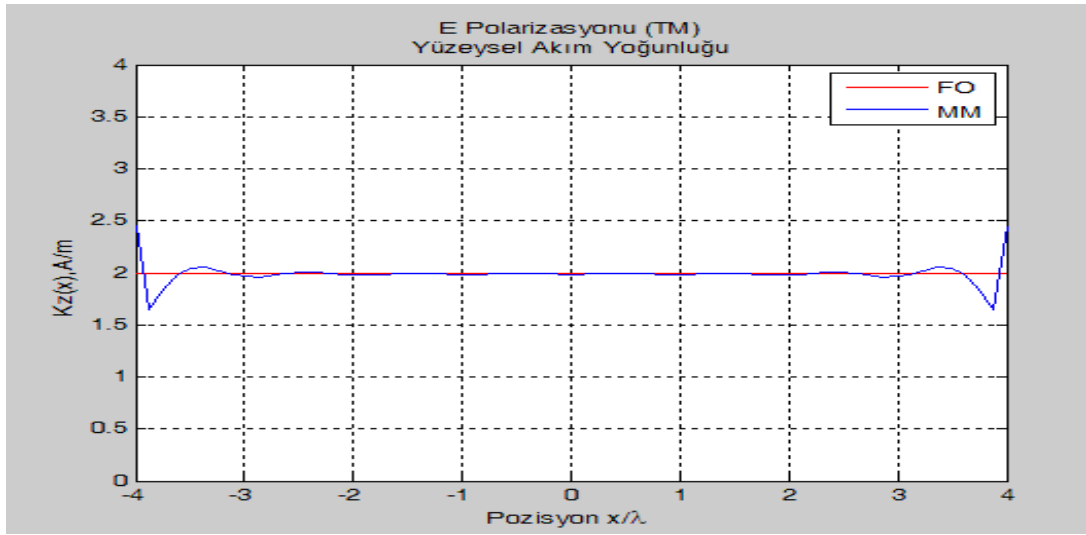


Şekil 6.5. TM polarizasyonunda 64 parçaya bölünmüş 2λ uzunluğundaki şeridin akım yoğunluğu

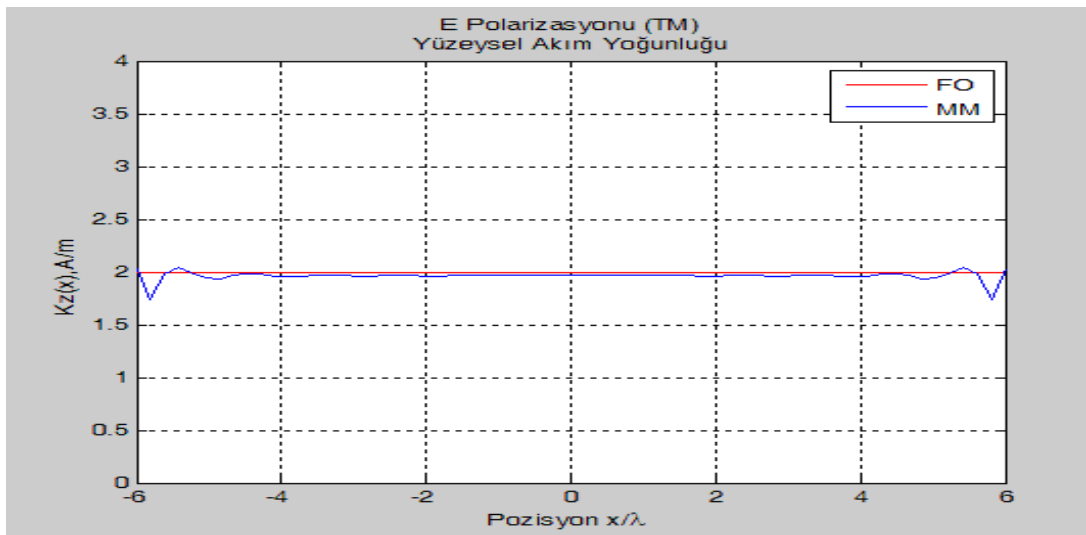


Şekil 6.6. TM polarizasyonunda 64 parçaya bölünmüş 4λ uzunluğundaki şeridin akım yoğunluğu

Şekil 6.7 ve Şekil 6.8’de şeridin uzunluğu arttırılmaya devam edilmiştir. Şekil 6.7’de 64 parçaya bölünmüş 8λ uzunluğundaki şeridin akım yoğunluğu, Şekil 6.8’de ise 64 parçaya bölünmüş 12λ uzunluğundaki şeridin akım yoğunluğu çizdirilmiştir. Şerit üzerindeki akım yoğunluğunun şeklin geometrisine (burada uzunluk) bağlı olduğu gösterilmiştir. Şeridin uzunluğu arttıkça kenarlardaki akım yoğunluğu daha da azalmış ve daha iyi sonuçlar elde edilmiştir.

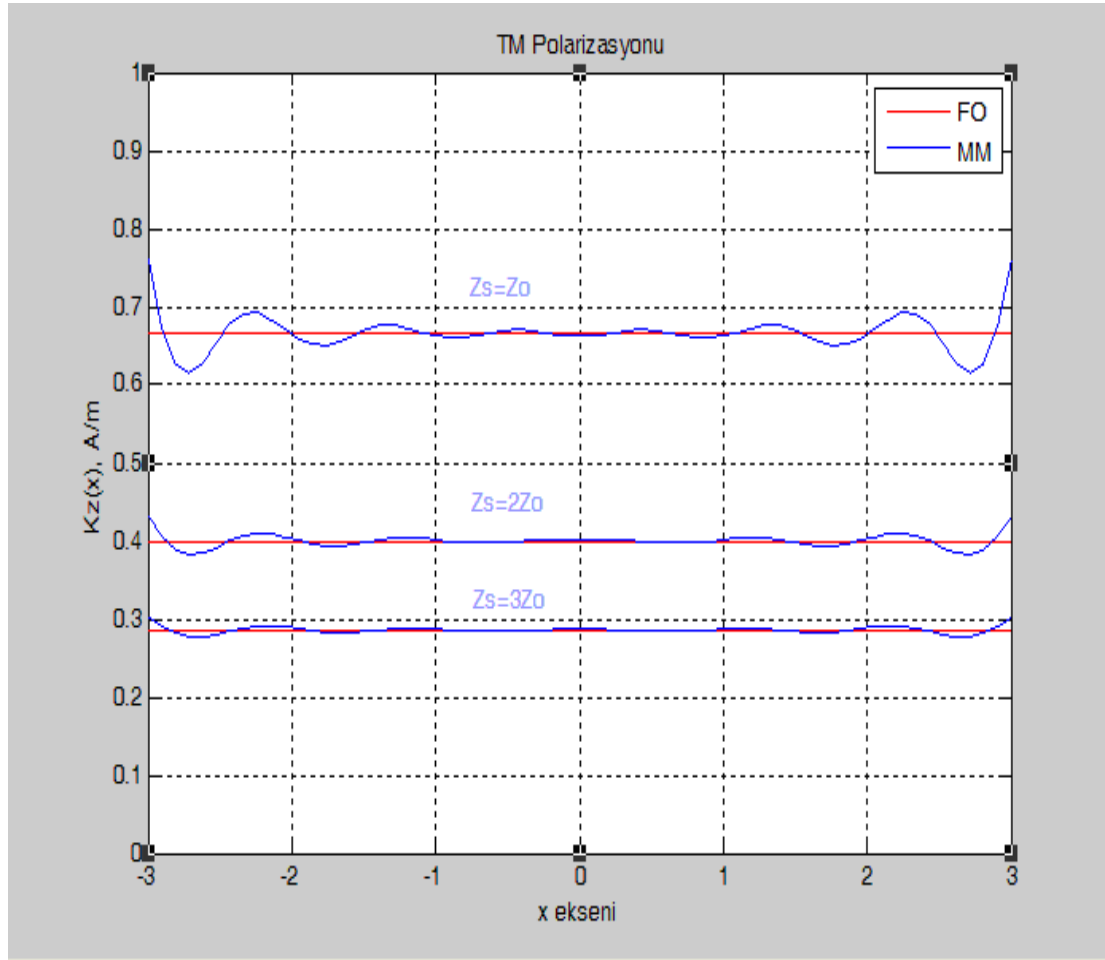


Şekil 6.7. TM polarizasyonunda 64 parçaya bölünmüş 8λ uzunluğundaki şeridin akım yoğunluğu



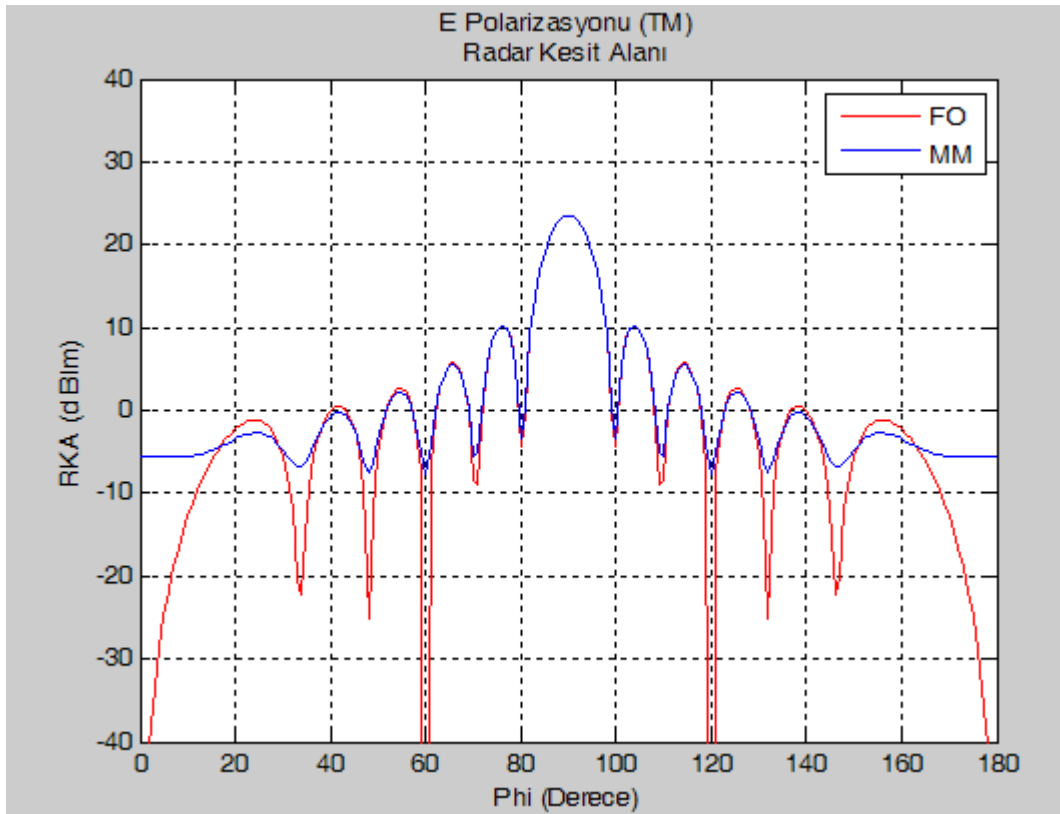
Şekil 6.8. TM polarizasyonunda 64 parçaya bölünmüş 12λ uzunluğundaki şeridin akım yoğunluğu

Şekil 6.9’da farklı direnç değerlerine sahip şeridin akım yoğunluğu çizdirilmiştir. Akımla direnç ters orantılı olduğu için direnç değerleri arttıkça akım yoğunluğu düşmüştür. Direnç değeri arttıkça şeridin kenarları ve merkezi arasındaki akım yoğunluğu değişiminin fazla olmadığı görülmektedir. Direnç değeri arttıkça osilasyon azalmaktadır. $Z_s=Z_o$ için şeridin kenarlarında akım yoğunluğu yaklaşık 0,75 A/m’dir ve şeridin merkezine doğru FO çözümü 0,66 değerine yaklaşmaktadır. $Z_s=2Z_o$ için şeridin kenarlarında akım yoğunluğu yaklaşık 0,43 A/m’dir ve şeridin merkezine doğru FO çözümü 0,4 değerine yaklaşmaktadır. $Z_s=3Z_o$ için şeridin kenarlarında akım yoğunluğu yaklaşık 0,3 A/m’dir ve şeridin merkezine doğru FO çözümü 0,28 değerine yaklaşmaktadır.



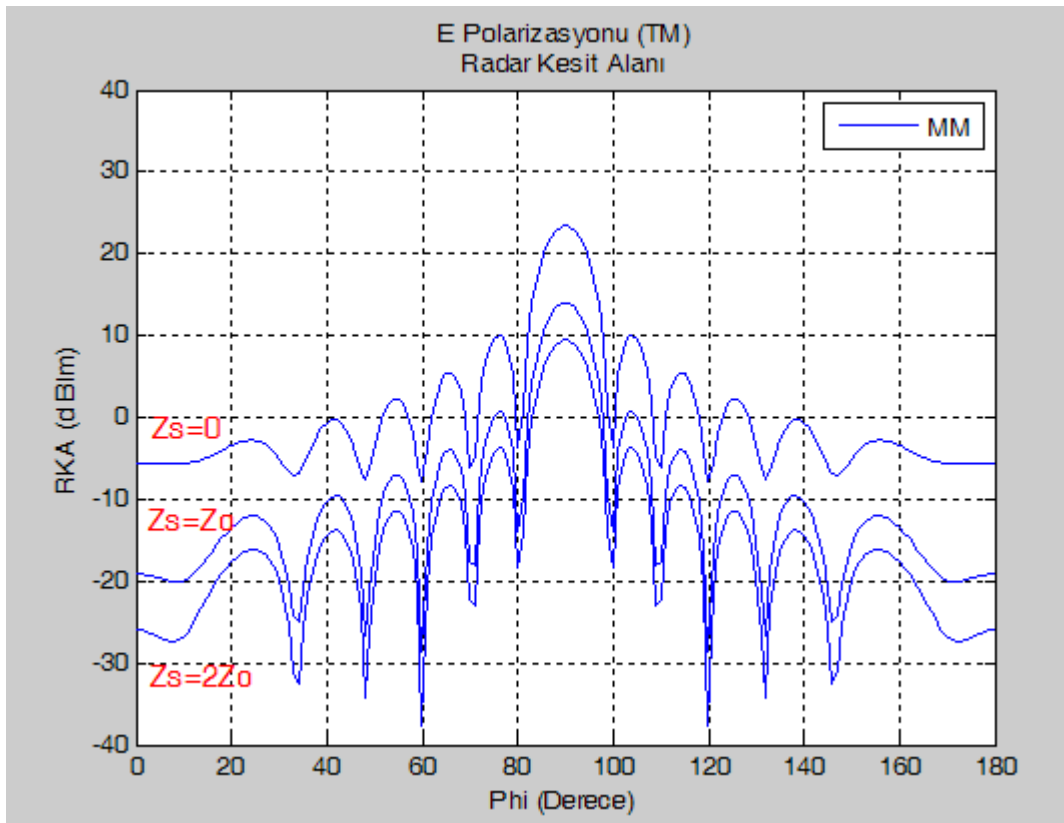
Şekil 6.9. TM polarizasyonunda 64 parçaya bölünmüş 6λ uzunluğundaki farklı dirençlere sahip şeridin akım yoğunluğu

Moment metodu kullanılarak gözlem açısı $0^\circ - 180^\circ$ arasında değiştirilerek şeridin radar kesit alanı Şekil 6.10'da çizdirilmiştir. Radar kesit alanı elektromanyetik dalganın geliş açısı ve gözlem açısının toplamı 180° olduğu durumlarda maksimumdur. Burada elektromanyetik dalganın geliş açısı 90° olduğu için gözlem açısı 90° olduğunda radar kesit alanı maksimum ve 23 dBm'dir. Yan loblar ana lobun 13 dBm altındadır. FO çözümünde de RKA değerleri -300 dBm'e kadar düşmektedir.



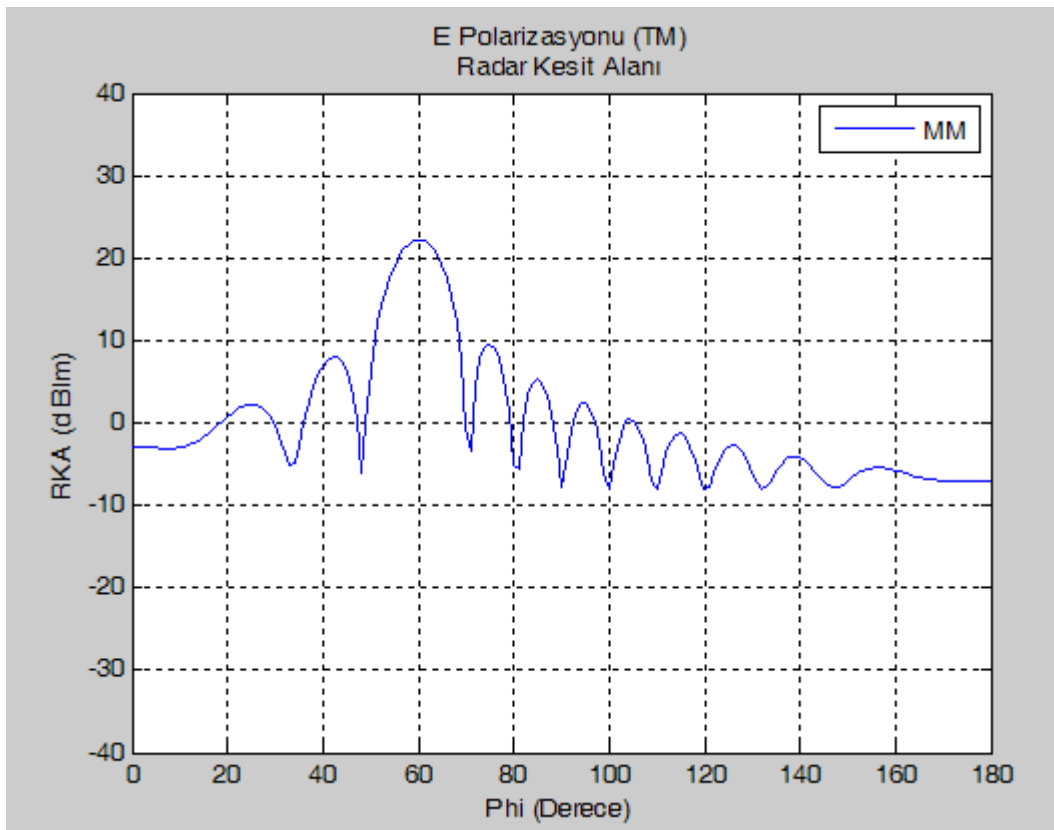
Şekil 6.10. TM polarizasyonunda 128 parçaya bölünmüş 6λ uzunluğundaki şeridin gözlem açısına bağlı radar kesit alanı

Farklı direnç değerine sahip şeritlerin radar kesit alanı Şekil 6.11’de çizdirilmiştir. Şekilden de görüldüğü üzere direnç değeri arttıkça radar kesit alanı azalmaktadır. Elektromanyetik dalganın geliş açısı 90^0 alındığı için RKA değerleri 90^0 ’de maksimumdur. Şeridin direnci sıfır alındığında RKA değeri maksimum 23 dBm’dir. Şeridin uçlarında ise RKA değeri minimumdur ve yaklaşık değeri -5,4 dBm’dir. Şeridin direnci $Z_s=Z_0$ alındığında RKA değeri maksimum 13,9 dBm ve uçlarda ise yaklaşık -19,1 dBm’dir. Şeridin direnci $Z_s=2Z_0$ alındığında RKA değeri maksimum 9,5 dBm ve uçlarda ise yaklaşık -26 dBm’dir.



Şekil 6.11. TM polarizasyonunda 64 parçaya bölünmüş 6λ uzunluğundaki dirençli şeritlerin gözlem açısına bağlı radar kesit alanı

Şekil 6.12’de TM polarizasyonunda 120 derecelik açıyla gelen elektromanyetik dalganın şerit üzerinde oluşturduğu akım yoğunluğu değerleri kullanılarak şeridin radar kesit alanı çizdirilmiştir. Şekilden de anlaşıldığı üzere radar kesit alanı açıya bağlıdır. RKA’nın maksimum değeri $(180-120=60)$ 60 derecededir ve 23 dBm’dir. Gözlem açısı 0° olduğunda RKA’nın yaklaşık değeri -3 dBm’dir. RKA 180° ’de minimum ve yaklaşık -7 dBm’dir.



Şekil 6.12. TM polarizasyonunda 64 parçaya bölünmüş 6λ uzunluğundaki şeridin geliş açısı 120 derece için radar kesit alanı

TE Polarizasyonu:

TE polarizasyonunda Eş. 6.6'da verilen integral denklemi Moment Metoduyla (MM) çözülmüştür. Aşağıda programda kullanılan eşitlikler verilerek programların çalışma mantığı anlatılmıştır.

$$\frac{8\omega\epsilon}{k^2} \sin \phi^i e^{jk_0 \cos \phi^i} = \int_{-w/2}^{w/2} K_x(x') [\cos(2\theta) H_2^{(2)}(k\rho) + H_0^2(k\rho)] dx' \quad (6.6)$$

$$V_m = \frac{8\omega\epsilon}{k^2} \sin \phi^i e^{jk_0 \cos \phi^i} \quad (6.7)$$

$$z_{mn} = \begin{cases} 2\Delta x \frac{H_1^{(2)}(k|x_m - x_n|)}{k|x_m - x_n|} & |m - n| > 2 \\ \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \frac{H_1^{(2)}(k|x_m - x_n| - x')}{(k|x_m - x_n| - x')} dx' & |m - n| = 1, 2 \\ \Delta_x + k^2 \frac{\Delta_x^3}{96} - \frac{j\Delta_x}{\pi} \left[2 \log \left(\frac{\gamma k \Delta_x}{4e} \right) + \frac{16}{(k\Delta_x)^2} \right] & m = n \end{cases} \quad (6.8)$$

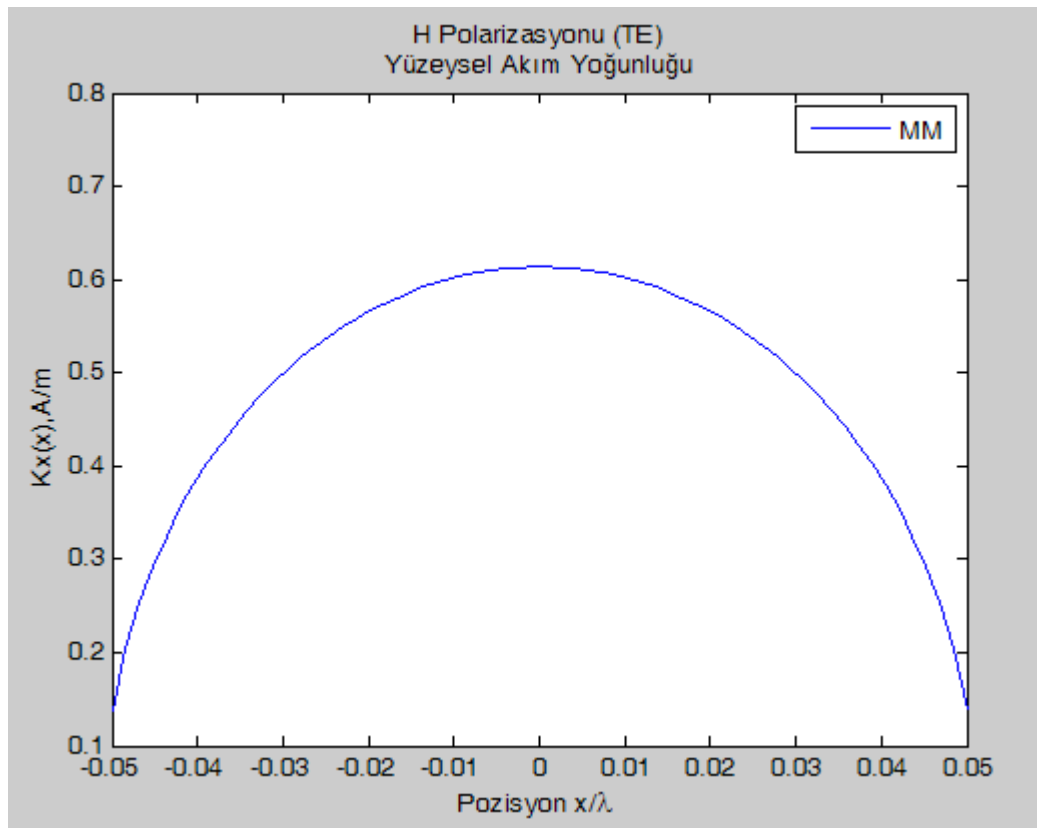
$$[\alpha_n] = [Z_{mn}]^{-1} [V_m] \quad (6.9)$$

$$\sigma_{TE} = \frac{k_0}{4} \left| \sin \phi \int_{-\omega/2}^{\omega/2} K_x(x') e^{jk_0 x' \cos \phi} dx' \right|^2 \quad (6.10)$$

Program çalıştırıldığında W=Şeridin genişliği, N=parça sayısı, INC=Elektromanyetik dalganın geliş açısı ve Z_s şeridin direncinin girilmesini ister. Bu parametreler girildikten sonra $\Delta=W/N$ parça uzunluğu bulunur. Sonra m ve n değerleri için x_m ve x_n değerleri bulunur. Sırasıyla x_m değerleri için Eş. 6.7'de verilen $[V_m]$ matrisi hesaplanır. Sonra $m=n$ için ve $m \neq n$ için Eş. 6.8'de verilen empedans matrisi $[Z_{mn}]$ hesaplanır ve matrisin tersi alınır. Sonra Eş. 6.9 kullanılarak akım

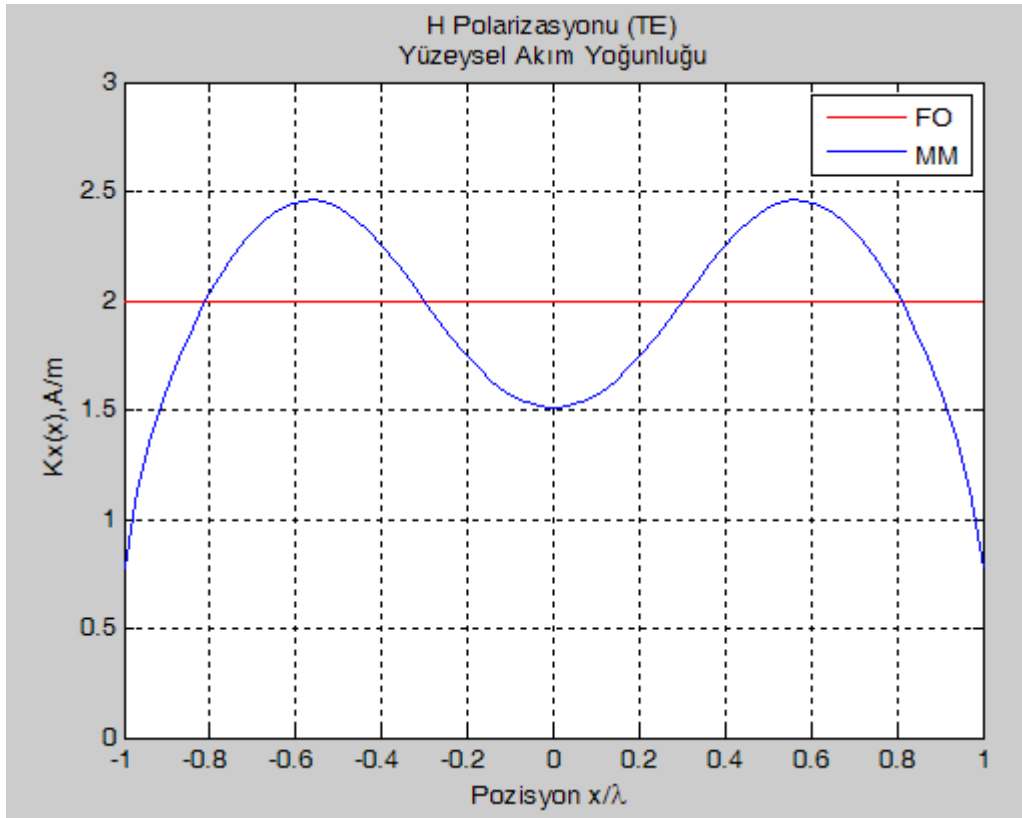
katsayıları hesaplanır. Akım katsayıları hesaplandıktan sonra Eş. 6.10 kullanılarak RKA grafiği çizdirilir.

Şekil 6.13’de TE polarizasyonunda 64 parçaya bölünmüş $0,1 \lambda$ uzunluğundaki şeridin akım yoğunluğu çizdirilmiştir. Şekilde görüldüğü üzere akım yoğunluğu şeridin merkezinde maksimum ve yaklaşık $0,61 \text{ A/m}$ ’dir. Şeridin uçlarına doğru gidildikçe akım yoğunluğu azalmaktadır. Şeridin tam uç noktasında akım yoğunluğu minimum ve yaklaşık $0,14 \text{ A/m}$ ’dir.



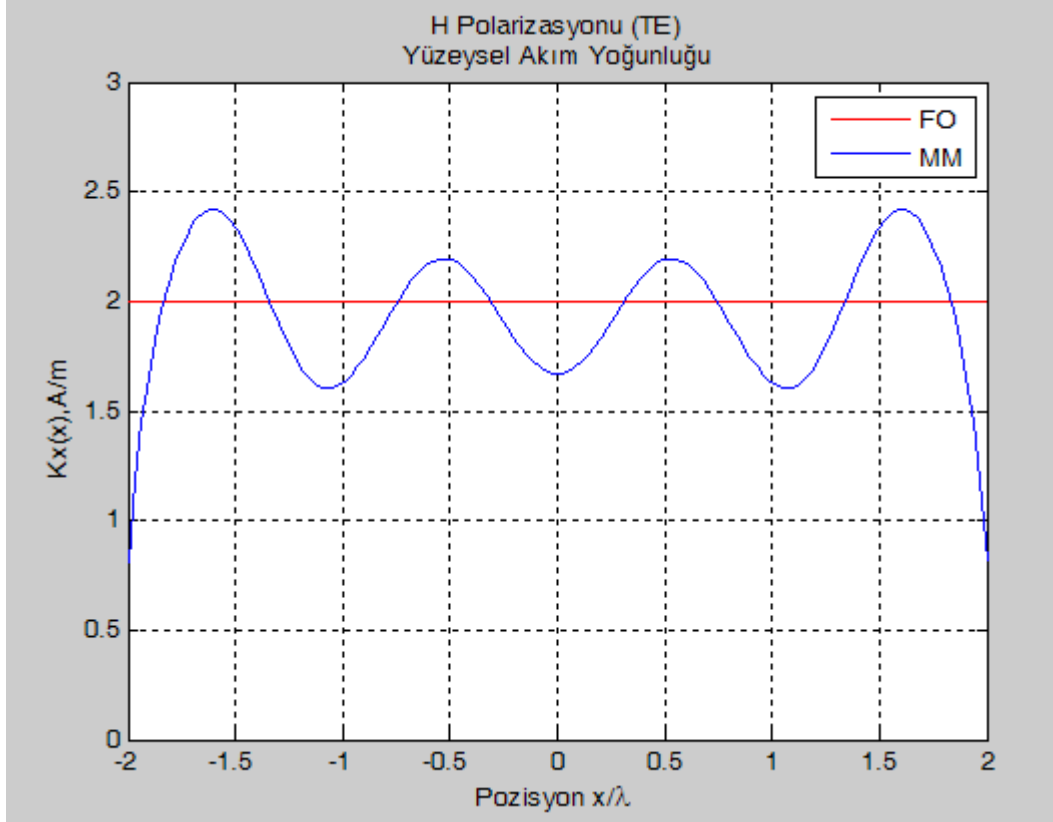
Şekil 6.13 TE polarizasyonunda 64 parçaya bölünmüş $0,1 \lambda$ uzunluğundaki şeridin akım yoğunluğu

TE polarizasyonunda 64 parçaya bölünmüş 2λ uzunluğundaki şeridin akım yoğunluğu Şekil 6.14’de çizdirilmiştir. Şeridin uçlarında akım yoğunluğu minimum ve $0,78 \text{ A/m}$ ’dir. Şeridin merkezine doğru gittikçe akım yoğunluğu FO çözümü 2 A/m civarında salınım yapmaktadır. Akım yoğunluğunun maksimum değerinin $2,46$ olduğu görünmektedir.



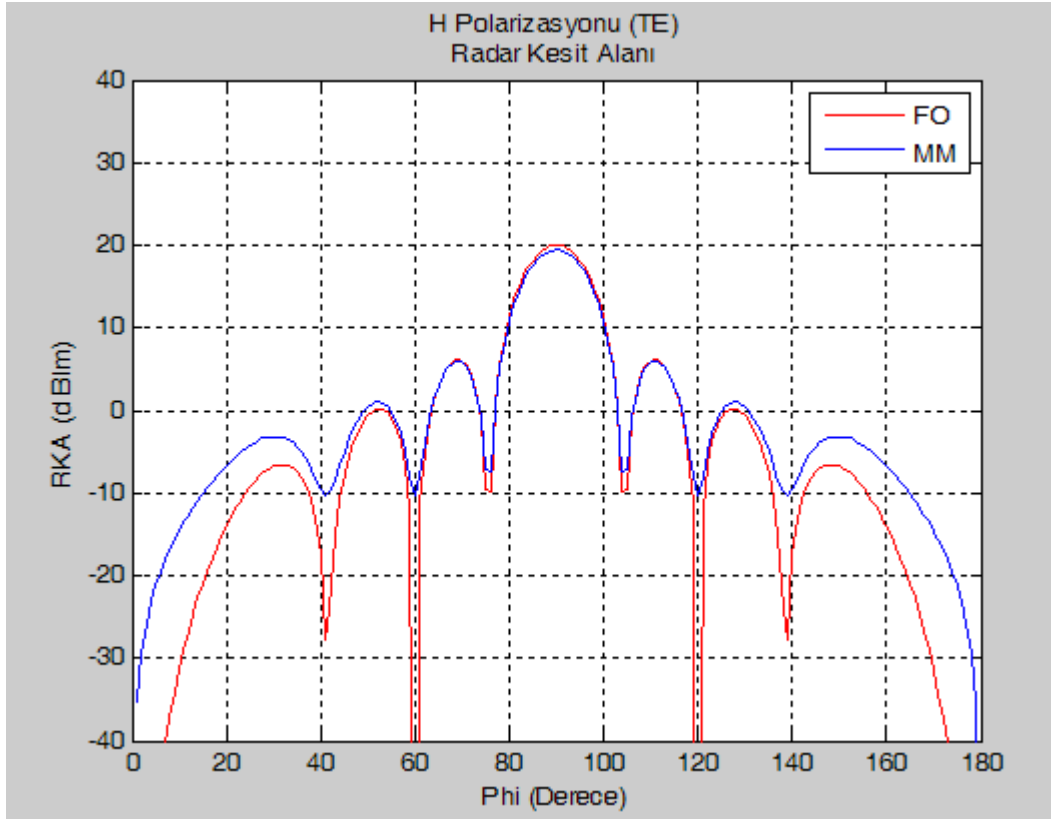
Şekil 6.14 TE polarizasyonunda 64 parçaya bölünmüş 2λ uzunluğundaki şeridin akım yoğunluğu

Şekil 6.15'te TE polarizasyonunda 128 parçaya bölünmüş 4λ uzunluğundaki şeridin akım yoğunluğu çizdirilmiştir. Akım yoğunluğu FO çözümünde elde edilen 2 A/m çevresinde salınım yapmaktadır. Akım yoğunluğunun maksimum tepe değeri yaklaşık 2,4 A/m'dir. Parça sayısı arttırıldığında bu değerin biraz daha yükseldiği görülmüştür. Akım yoğunluğu çizdirilirken integral denklemi çözülürken m-n farkı göz önünde bulundurulmadığı takdirde akım yoğunluğunun m ve n değerleri birbirine çok yakinken NAN (Not a Number) değeri türettiği ve akım yoğunluğu matrisinin tersi alınmadığı için de çözüme ulaşamadığı görülmüştür. Bunun üstesinden gelmek için m-n farkı göz önünde bulundurulmalı ve Hankel fonksiyonlarının m ve n birbirine çok yakinken küçük argüman yaklaşımı kullanılmalıdır.



Şekil 6.15 TE polarizasyonunda 128 parçaya bölünmüş 4λ uzunluğundaki şeridin akım yoğunluğu

Şekil 6.16’da TE polarizasyonunda 64 parçaya bölünmüş 4λ uzunluğundaki şeridin gözlem açısına bağlı radar kesit alanı grafiği görülmektedir. RKA’nın gözlem açısına göre değiştiği şekilden anlaşılmaktadır. Elektromanyetik dalganın geliş açısı 90^0 olduğundan RKA 90^0 ’de maksimum ve yaklaşık 20 dBm’dir. Yan loblar ise yaklaşık 5 dBm’dir. Gözlem açısı 0^0 ve 180^0 olduğunda RKA en düşük değerdedir.



Şekil 6.16. TE polarizasyonunda 64 parçaya bölünmüş 4λ uzunluğundaki şeridin gözlem açısına bağlı radar kesit alanı

7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Elektromanyetik dalgaların yayılımı üzerine çalışılmıştır. İnce şeritlerde elektromanyetik yayılımın genel analizi yapılmıştır. Bunun için öncelikle Maxwell denklemleri kullanılarak dirençli tabaka sınır koşulları bulunmuştur. Daha sonra elektromanyetik yayılım, integral denklemi yaklaşımı kullanılarak formülize edilmiştir. TM ve TE polarizasyonlarında ince şerit üzerindeki akım yoğunlukları bulunduğundan sonra elde edilen sonuçlar radar kesit alanı hesabında kullanılmıştır. Şeridin oldukça geniş ve dar olması durumunda analitik çözüm yapılmıştır.

Nümerik yöntemlerden Moment Metodundan bahsedilerek, metodun integral denklemlerine nasıl uygulandığı gösterilmiştir. İnce şerit üzerindeki akım yoğunluğunun TM ve TE polarizasyonlarında Moment Metoduyla nasıl bulunacağı gösterilmiştir. Moment metodu uygulanırken açılım ve ağırlık fonksiyonu olarak darbe fonksiyonu kullanılmıştır. Matlab programlama diliyle yazılan programda Moment Metodu kullanılarak TM ve TE polarizasyonunda geniş ve dar telin yüzey akım yoğunluğu hesaplanmış ve grafikleri çizdirilmiştir. Akım yoğunluğu bulunduğundan sonra gözlem açılarına ve şeridin direncine bağlı olarak RKA hesaplanmıştır. Fiziksel Optikte TM ve TE polarizasyonlarında akım yoğunluğu ve RKA'nın hesaplanmasına yer verilmiştir. FO sonuçları ile Moment Metodu sonuçları karşılaştırılmıştır.

TM polarizasyonunda, şeridin mükemmel iletken olduğu durumda şeridin uçlarında akım yoğunluğundaki kırınım fazladır. Şeridin direnci arttıkça akım yoğunluğu ve uçlardaki kırınım azalır. Elektromanyetik dalga şeridin yüzeyine 90^0 'lık açıyla geldiği zaman şeridin yüzeyinde oluşan akım yoğunluğu simetriktir. Akım yoğunluğu matrisi $|x_m - x_n|$ 'in integraline bağlı olduğu için Toeplitz formdadır. Bu durumda, akım yoğunluğu matrisi $|m - n|$ 'in fonksiyonudur. Mükemmel iletken dar şeritte akım yoğunluğu şeridin merkezine doğru azalmakta ve sifıra yaklaşmaktadır. Mükemmel iletken geniş şeritte ise, akım yoğunluğu şeridin uçları dışında yaklaşık 2 A/m'dir. Bulunan sonuçları Fiziksel Optik sonuçları ile karşılaştırdığımızda Moment

Metodunda bulunan akım yoğunluğu FO çözümünde bulunan akım yoğunluğunun çevresinde salınım yapmaktadır (şeridin uçları hariç). Akım yoğunluğu bulunduğundan sonra RKA hesaplatılmıştır. Şeridin direnci arttıkça şeridin radar kesit alanının azaldığı gözlenmiştir. Ayrıca RKA'nın gözlem açısına bağlı olduğu ve elektromanyetik dalganın geliş açısını 180^0 ye tamamlayan açı değerinde maksimum olduğu gösterilmiştir. RKA hesaplamasında FO ve Moment Metodu çözümleri örtüşmektedir. Şerit daha çok parçaya bölündüğünde akım yoğunluğu ve RKA hesaplamalarında daha iyi sonuçlar elde edilmiştir.

TE polarizasyonunda, mükemmel iletken dar şeridin akım yoğunluğunun şeridin uçlarında yaklaşık sıfır, şeridin merkezinde ise maksimum olduğu görülmüştür. Mükemmel iletken geniş şeritte ise, uçlarda akım yoğunluğu minimumdur ve şeridin merkezine doğru gidildikçe FO çözümünde elde edilen akım yoğunluğunun çevresinde salınım yapmaktadır. Akım yoğunluğu hesaplatıldıktan sonra elde edilen sonuçlar RKA hesabında kullanılmıştır. Gözlem açısına bağlı olarak şeridin RKA'nı çizdirilmiş ve elde edilen sonuçların FO çözümleriyle örtüştüğü gösterilmiştir.

Bu çalışmada Moment Metodu çözümünde açılım ve ağırlık fonksiyonu olarak darbe fonksiyonu kullanılmıştır. Darbe fonksiyonunun ince şeritlerde elektromanyetik yayılım hesaplamalarında doğru bir fonksiyon seçimi olduğu görülmüştür. Moment Metodu kullanılırken seçilen fonksiyonlar doğru sonuca ulaşmada çok önemlidir. Bundan sonra ince şeritlerde elektromanyetik yayılım üzerine yapılacak çalışmalarda farklı açılım ve ağırlık fonksiyonları kullanılarak problem çözülebilir ve sonuçlar seçilen fonksiyonlara göre karşılaştırılabilir.

KAYNAKLAR

1. Dilek, U., “Magnetik Alan İntegral Eşitliğinin Çözümü”, Yüksek lisans tezi, **Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü**, Ankara, 1-5 (1998).
2. Harrington, R.F., “Field Computation by Moment Methods”, **Macmillan Company**, Amerika, 5-13 (1968).
3. Bancroft, R., “Understanding Electromagnetic Scattering Using the Moment Method:A Practical Aproach”, **Artech House**, 62-70 (1996).
4. Barkeshli, K., Volakis, J.L., “Electromagnetic Scattering from Thin Strips- Part I Analytical Solution for Wide and Narrow Strips”, **IEEE Trans. Educ.**, 47:100-104 (2004).
5. Barkeshli, K., Volakis, J.L., “Electromagnetic Scattering from Thin Strips- Part II Numerical Solution for Wide and Narrow Strips”, **IEEE Trans. Educ.**, 47: 107-110 (2004).
6. Gibson, Walton C., "The Method of Moments in Electromagnetics", **Chapman Hall/CRC**, 95-109 (2008).
7. Ayanlı, H. “Rastgele Şekli Nesnelerin Radar Kesit Alanlarının Kestirimi için Grafik Kullanıcı Arayüzü Uygulama Geliştirilmesi”, Yüksek lisans, **Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü**, Ankara, 5-12 (2007).
8. Internet: Wikipedia “ Radar Cross Section ”
http://en.wikipedia.org/wiki/Radar_cross_section (2010).
9. Internet: Wikipedia “ Free Space Loss ”
http://en.wikipedia.org/wiki/Free_space_loss (2010).
10. Internet: C2Tech “ Görünmezlik Teknolojileri: Radar Kesit Alanı nedir?”
http://www.ctech.com.tr/images/Dergi_SvH.pdf (2007).
11. Başeğmez, E., “FDTD ve MoM teknikleriyle Bazı Anten Dizilerinin Tasarımı”, Yüksek lisans tezi, **İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü**, İstanbul, 34-35 (2000).
12. Hatamzadeh-Varmazyar, S., Naser-Moghadasi, M., Masouri, Z., “A Moment Method Simulation of Electromagnetic Scattering form Conducting Bodies”, **Progress In Electromagnetics Research**, 81:100-111 (2008).
13. Hatamzadeh-Varmazyar, S., Naser-Moghadasi, “An Integral Equation Modeling of Electromagnetic Scattering from the Surfaces of Arbitrary Resistance Distribution”, **Progress In Electromagnetics Research B**, 3:157-170 (2008).

14. Uzunoğlu M., Kızıl, A., Onar, Ö., Ç., “MATLAB”, *Türkmen Kitabevi*, İstanbul VII-1- VII-65 (2002).
15. İnternet: Doğuş Üniversitesi “Haberleşme Sistemleri ve Elektromanyetik Dalga Yayılımı” http://www3.dogus.edu.tr/lsevgi/LSevgi/E&O/EO_Agustos04.pdf (2004).

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : ÇAKI, Yasemin
 Uyuğu : T.C.
 Doğum tarihi ve yeri : 08.01.1979 Afyon
 Medeni hali : Bekar
 Telefon : 0 (312) 411 94 12
 Faks : -
 e-mail : yasecaki@gmail.com.

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet Tarihi
Lisans	Gazi Üniversitesi /Elk-Elektronik Müh.	2001
Lise	Isparta Lisesi	1996

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2003-2008	Maliye Bakanlığı-TASİŞ Gen. Müd.	Çözümleyici
2008-	Savunma Sanayii Müsteşarlığı	BY Uzmanı

Hobiler

Bilgisayar teknolojileri, voleybol, seyahat etmek, bulmaca çözmek