

**T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**İNTERNET KULLANIMINA ETKİ EDEN
FAKTÖRLERİN ANALİZİ: PANEL KANTİL
REGRESYON MODELİ**

Gizem KAYA

2501180110

TEZ DANIŞMANI

Prof. Dr. Ferda YERDELEN TATOĞLU

İSTANBUL – 2021

ÖZ

İNTERNET KULLANIMINA ETKİ EDEN FAKTÖRLERİN ANALİZİ: PANEL KANTİL REGRESYON MODELİ GİZEM KAYA

Küreselleşen dünyayla birlikte internet kullanımında da artış meydana gelmiştir. Günümüzde neredeyse tüm dünya internete ulaşabilmektedir. Fakat bu durum sosyo-ekonomik nedenlerden dolayı gelişmiş, gelişmemiş ve gelişmekte olan ülke gruplarında farklılık göstermektedir. Bu çalışmada, internet kullanıcı sayısının hangi faktörlerden ne kadar etkilendiğini ortaya çıkarmak için panel kantil regresyon modelleriyle analiz yapılmıştır.

Panel veri modelleri analizlere çok boyutlu bakış açısı sağlarken, kantil regresyon modelleri uç değerlerin varlığında ve dağılımın normal olmadığı durumlarda model kurmaya olanak sağlamaktadır. Panel kantil regresyon modelleri ise uç değerlerden ve dağılımdan kaynaklanan problemlerde bile model kurulmasına imkan vermektedir. Farklı kantil değerleri için model kurmaya olanak sağlayan panel kantil regresyon modelleri, açıklayıcı değişkenlerin farklı dağılımlardaki bağımlı değişkenin etki düzeyini ölçmektedir. Çalışmada internet kullanıcılarını etkilediği düşünülen değişkenler 2000-2018 yılları arasında 14 ülke için farklı kantil düzeylerindeki durumu ortaya çıkarmak amacıyla panel kantil regresyon analizi ile incelenmiştir.

Çalışmanın birinci bölümünde kantil modeller ve tahmin yöntemlerine, ikinci bölümünde panel veri modelleriyle birlikte panel kantil regresyon modellerin tahmin yöntemleri ve panel kantil regresyon literatürüne, son bölümünde ise uygulamaya yer verilmiştir.

Anahtar Kelimeler: İnternet Kullanıcı Sayısı, Kantil Regresyon, Panel Veri Modelleri, Panel Kantil Regresyon

ABSTRACT

ANALYSIS OF FACTORS OF USE OF INTERNET: PANEL QUANTILE REGRESSION MODEL

GİZEM KAYA

In the globalizing world, there is a proportional increase in the use of the internet. Today, almost the whole world has access to the internet. However, this situation differs in developed, under developed-developing country groups due to socio-economic reasons. In this study, panel quantile regression models were analyzed to reveal how much the number of internet users was affected by which factors.

While panel data models provide a multidimensional perspective to the analysis, quantile regression models allow modeling in the presence of extreme values and in cases where the distribution is not normal. Panel quantile regression models, on the other hand, allow modeling even for problems arising from extreme values and distribution. Panel quantile regression models, which allow modeling for different quantile values, measure the effect level of the dependent variable in different distributions of the explanatory variables. In the study, the variables thought to affect internet users were examined by panel quantile regression analysis for 14 countries between 2000 and 2018.

In the first part of the study, quantile models and estimation methods, in the second part, together with panel models, estimation methods of panel quantile models and panel quantile regression literature, and in the last part, the application are mentioned.

Keywords: Number of Internet Users, Quantile Regression, Panel Data Models, Panel Quantile Regression

ÖNSÖZ

Tez yazım sürecimde benden desteklerini esirgemeyen sevgili hocam Prof. Dr. Ferda Yerdelen Tatoğlu'na teşekkürlerimi iletirim.

GİZEM KAYA

İSTANBUL, 2021

İÇİNDEKİLER

ÖZ	ii
ABSTRACT	iii
ÖNSÖZ.....	iv
GİRİŞ	1

BİRİNCİ BÖLÜM

KANTİL REGRESYON VE KANTİL REGRESYON MODELLERİ

1.1. Kantil Kavramı	3
1.2. Anakütle Modellemesi	5
1.2.1. Kümülatif Dağılım Fonksiyonu	5
1.2.2. Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu	6
1.2.3 Kantil Fonksiyonu	7
1.2.4 Kantil Yoğunluk Fonksiyonu	8
1.3 Kantil Regresyon	8
1.4 Kantil Regresyon Özellikleri.....	10
1.5 Kantil Regresyon Modelleri.....	11
1.6 Kantil Regresyon Modellerinin Tahmin Yöntemleri	14
1.6.1 Kantil Regresyon Modellerinde Doğrusal Programlama	15
1.6.2 Genelleştirilmiş Momentler Yöntemi	16
1.6.3 Sıra İstatistiği Tahmincisi	17
1.6.4 Dizayn Bootstrap Tahmincisi	18
1.6.5 Hata Bootstrap Tahmincisi	19
1.6.6 Sigma Bootstrap Tahmincisi	19
1.6.7 Kernel Tahmincisi	19
1.7 Kantil Regresyon Modellerinde Testler	20
1.7.1 Olabilirlik Oranı (LR) Testi	20
1.7.2 Rank Testi	22
1.7.3 Simetri Testi.....	22
1.7.4 Heteroskedasite Testi	23

İKİNCİ BÖLÜM

PANEL VERİ MODELLERİ

2.1 Panel Veri Modelleri	25
2.1.1 Klasik Doğrusal Panel Veri Modeli	28
2.1.2 Sabit Etkili Panel Veri Modeli	28
2.1.3 Tesadüfi Etkili Panel Veri Modeli.....	29
2.2 Panel Veri Modellerinin Tahmin Yöntemleri	30
2.2.1 Havuzlanmış En Küçük Kareler Yöntemi.....	30
2.2.2 Birinci Farklar Yöntemi	32
2.2.3 Gölge Değişkenli En Küçük Kareler Yöntemi	33
2.2.4 Grup İçi Tahmin Yöntemi	34
2.2.5 Gruplar Arası Tahmin Yöntemi.....	35
2.2.6 En Çok Olabilirlik Yöntemi.....	35
2.2.7 Genelleştirilmiş En Küçük Kareler Yöntemi	36
2.3 Panel Veri Modellerinin Tahmin Yöntemleri Arasında Tercih Testleri.....	36
2.3.1 F Testi.....	36
2.3.2 Olabilirlik Oranı (LR) Testi.....	37
2.3.3 Breusch-Pagan Lagrange Çarpanı (LM) Testi.....	37
2.3.4 Hausman Testi.....	38
2.4 Panel Veri Modellerinde Normal Dağılım	39
2.4.1 Çarpıklık-Basıklık Testi	40
2.4.2 Jargue-Bera Testi	41
2.5 Panel Kantil Regresyon Modelleri.....	43
2.6.1 Havuzlanmış Panel Kantil Regresyon Modeli ve Tahmini.....	45
2.6.2 Sabit Etkili Panel Kantil Regresyon Modeli ve Tahmini	46
2.6.3 Sabit Etkili Cezalandırılmış Panel Kantil Regresyon Modeli ve Tahmini ..	48
2.6.4 İki Aşamalı Sabit Etkili Panel Kantil Regresyon Modeli ve Tahmini	51
2.6.5 İlişkili Tesadüfi Etkiler Panel Kantil Regresyon Modeli ve Tahmini	52
2.7 Panel Kantil Regresyon Modelinde Heterojenlik Testi	56
2.7.1 Machado-Santos Silva Heterojenlik Testi.....	56
2.8 Panel Kantil Regresyon Modelleri ile İlgili Literatür Özeti	56

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM
İNTERNET KULLANIMINA ETKİ EDEN FAKTÖRLERİN ANALİZİ: PANEL
KANTİL REGRESYON MODELİ

3.1 Uygulamanın Konusu	61
3.2 İnternet Kullanımını Etkilediği Düşünülen Değişkenler.....	62
3.3 Veri Seti ve Ülke Grubu	63
3.4 Analiz	66
SONUÇ	75
KAYNAKÇA	77

TABLolar LİSTESİ

Tablo 1.1: Veri Setine Göre Kantil Sınıf Formülleri	4
Tablo 1.2: Sınıflı ve Gruplu Serilerde Kantil Hesaplama Formülleri	5
Tablo 1.3: Kümülatif Dağılım Fonksiyonu ve Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu	6
Tablo 1.4: Kantil Kavramının ve Kantil Regresyonunun Tarihsel Gelişimi	9
Tablo 2.1: Panel Veri Model Parametrelerinin Heterojenliğine Göre Sınıflandırılması	27
Tablo 2.2: Panel Veri Modelleri	27
Tablo 2.3: Panel Veri Modellerinin Tahmin Yöntemleri	30
Tablo 2.4: Normal Dağılım Testlerinin Tarihsel Gelişimi	39
Tablo 2.5: Panel Kantil Regresyon Modellerinin Tarihsel Gelişimi	43
Tablo 3.1: Değişken Açıklamaları	65
Tablo 3.2: Logaritması Alınmış Değişkenlere Ait Özet İstatistikler	66
Tablo 3.3: Korelasyon Matrisi	66
Tablo 3.4: Çoklu Doğrusal Bağlantı	68
Tablo 3.5: Normallik Testleri	68
Tablo 3.6: Jargue Bera Testi Detaylı Sonuçları	68
Tablo 3.7: Panel Kantil Model Tahmini 25 th -75 th	70
Tablo 3.8: Panel Kantil Model Tahmini 10 th -90 th	71
Tablo 3.9: Machado-Santos Silva Heterojenlik Testi	72
Tablo 3.10: Dirençli Tahmin Sonuçları	73

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1.1: Normal Dağılan Bir Seride Kantil Değerlerinin Gösterimi.	4
Şekil 1.2: Kantil Fonksiyonun Grafiksel Gösterimi.	7
Şekil 1.3: Kayıp Fonksiyon Gösterimi.	13
Şekil 2.1: Normal Dağılım Eğrisi.	39
Şekil 3.1: İnternet Kullanıcısı Sayısını Etkilediği Düşünülen Değişkenler.	62
Şekil 3.2: Uygulamada Kullanılan Ülkeler.	63
Şekil 3.3: Dünya Geneline Bireysel Olarak İnternet Kullanıcı Sayısı.	64
Şekil 3.4: 2018 Yılı Bireysel Olarak İnternet Kullanıcı Sayısı (Nüfusa Oranlı %).	65
Şekil 3.5: Korelasyon Grafikleri.	67
Şekil 3.6: Nihai Değişkenlerin Korelasyon Grafikleri.	67
Şekil 3.7: Hata Teriminin Normal Dağılım Grafiği.	69
Şekil 3.8: Değişkenlerin Kantil Dağılım Grafikleri.	70

KISALTMALAR LİSTESİ

CRE	: Correlated Random Effects
EKK	: En Küçük Kareler
GDEKK	: Gölge Değişkenli En Küçük Kareler
GMM	: Genelleştirilmiş Momentler Yöntemi
HEKK	: Havuzlanmış En Küçük Kareler
MLE	: En Çok Olabilirlik Yöntemi
MSS	: Machado-Santos Silva



GİRİŞ

Gün geçtikçe küreselleşen dünyada internet kullanıcılarının yüzdesinde artış meydana gelmiştir. Teknolojik gelişmelerin beraberinde bilginin küreselleşmesi ve yeni imkanların ortaya çıkması internet kullanım oranlarını artırmıştır. Bu durum dijital platformları daha da sık kullanılır hale getirmiştir. Başlarda belirli bir gelir grubunun üzerinde olanların, bilgisayara/internete erişiminin daha kolay olduğu düşünülürse zaman geçtikçe aradaki bu fark kapanmıştır ve günümüzde çoğu insan internete erişim sağlayabilmektedir. Bilgisayarla birlikte başlayan bu serüven, internetin telefonlarda ve farklı teknolojik aygıtlarda kullanılmasıyla dünyayı küreselleştirmeyi başarmıştır. Bilginin internet ortamında yaygınlaşmasıyla ve tüm iletişim ağlarının internetten sağlanmasıyla birlikte günümüzde internet vazgeçemediğimiz iletişim ve bilgi kaynağı haline gelmiştir. İnternetin bilgi kaynağı, haberleşme, eğlence, ticaret ve son zamanlarda revaçta olan online eğitim gibi çeşitli aktiviteler için kullanımının yaygın olduğu bilinmektedir.

Fakat internet kullanımı ülkeler bazında değerlendirildiğinde internete ulaşımında problem yaşayan ülkelere internete erişim, gelişmiş ve gelişmekte olan ülkelere göre daha azdır. Bu durum gelişmiş, gelişmekte olan ve gelişmemiş ülkeler bazında değerlendirildiğinde internet kullanımı açısından heterojenlik gösterdiği söylenebilmektedir. Çalışma kapsamında ülkelerin siyasi ve sosyo-ekonomik faktörlerden çok fazla etkilendiği bilindiği için analizlere çok boyutlu bakış açısı sağlaması açısından panel veri, farklı kantil düzeylerinde regresyon kurmaya imkan veren kantil regresyon tercih edilmiştir. İki farklı modelin birleştirilmesiyle internet kullanıcı sayısını etkilediği düşünülen değişkenler 2000-2018 yılları arasında 14 ülke için panel kantil regresyon analizi ile incelenmiştir.

Panel kantil regresyon modelleri uç değerlerden ve dağılımdan kaynaklanan problemlerde bile model kurulmasına imkan vermektedir. Panel veri modelleri yatay-kesit ve zaman serisi gözlemlerini birleştirerek daha fazla gözlem sayısına sahip olması sebebiyle, kantil regresyon modelleri ise uç değerler varlığında ve dağılımın normal olmadığı durumlarda model kurmaya olanak sağlaması sebebiyle panel kantil regresyonun kullanımını güçlü kılmaktadır.

Analiz sonucunda elde edilen tahminler 10th-90th ve 25th-75th kantil değerleri için ayrı ayrı yapılmıştır. Veriler arasında heterojenliği ölçmek için Machado-Santos

Silva heterojenlik testi uygulanmış, sonuca göre model heterojen çıkmıştır. Bu durumda model tahmini ve yorumlanması dirençli tahmincilerle gerçekleştirilmiştir.

Çalışmanın ilk bölümünü kantil modeller ve tahmin yöntemleri oluşturuyorken, ikinci bölümünü panel modeller, panel kantil modellerin tahmin yöntemleri ve panel kantil regresyon literatürü oluşturmaktadır. Üçüncü bölüm olan son bölümde ise uygulama bölümü yer almaktadır.



BİRİNCİ BÖLÜM

KANTİL REGRESYON VE KANTİL REGRESYON MODELLERİ

1.1. Kantil Kavramı

Toplulukların özelliklerini tanımlamak ve karşılaştırmak sosyal bilimler için önemli bir husustur. Bu özelliklerin ifade edilmesinde sadece ortalama ve standart sapma yetersiz kaldığından asimetrik dağılımları ifade etmek için kantil fonksiyonlara ihtiyaç duyulmaktadır.¹ Dağılımlar, ortalama, varyans gibi göstergelerle, kantil dağılımlar ise, eşit dilimlere bölünmüş parçaların göstergeleri ile ifade edilmektedir.

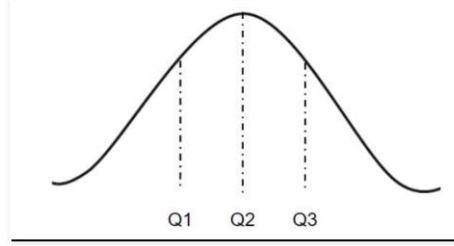
Kantil kavramı genel olarak bir topluluğun miktarını eşit oranlara ayıran dilimleme süreci olarak tanımlanmaktadır. Bu oranlar temel olarak iki, dört, on ve yüz eşit dilime bölen merkezi eğilim ölçüleri olarak adlandırılmaktadır. Literatürde belirtilen dilimlerin özel isimleri sırasıyla; medyan, kartil, desil ve santildir. Belirtilen dilimlerin tümünü ifade etmek için kantil kavramı kullanılmaktadır. Dağılımın simetrik olduğu durumlarda ortalamanın ve medyanın birbirine eşit olduğu göz önünde bulundurulmalıdır.²

İki sayının birbirine bölünmesi ile belirli bir oran, yüze bölünmesi ile yüzdesel bir oran elde edilmektedir. Kullanımı epey yaygın olan ve yüzdesel olarak ifade edilen oranlar genel olarak persentil olarak adlandırılmaktadır. Diğer oranlar ise persentilden türemiş olup özel olarak sınıflandırılmışlardır. Kantiller koşullu dağılımların belirtilmesinde kullanılan yöntemler arasındadır.

Bir seriyi dört eşit parçaya bölen Q1, Q2, Q3 olmak üzere toplam üç kartil bulunmaktadır. Aldığı değerlerin küçükten büyüğe göre sıralanmış X gibi sürekli rassal bir değişken olduğu farz edilirse, aşağıdaki şekilde Q1 toplam frekansın $\frac{1}{4}$ ' ünü Q2 $\frac{1}{2}$ ' sini (medyanı), Q3 ise $\frac{3}{4}$ ' ünü oluşturmaktadır.

¹ Lingxin Hao, Daniel Q. Naiman, **Quantile Regression**, Sage Publications, 2007, p. 7.

² Damodar Gujarati, **Örneklerle Ekonometri**, Çev. Nasip Bolatoğlu, 2016, p. 478-565.



Şekil 1.1: Normal Dağılan Bir Seride Kantil Değerlerinin Gösterimi.³

Q1 olarak gösterilen birinci kantil, seriyi baştan %25, sondan %75 oranında, Q2 diğer bir ifadeyle ikinci kantil, seriyi baştan %50, sondan %50 oranında, Q3 olarak adlandırılan üçüncü kantil ise seriyi baştan %75, sondan %25 oranında iki parçaya ayıran bölenleri oluşturmaktadır. Kantiller τ ifadesi ile belirtilmektedir.⁴ Genelleştirilirse, seri örneğin n parçaya ayrılır ise kantil sayısı (τ) aşağıda belirtildiği gibi bölünen parça sayısının bir eksiği kadar olmaktadır.

$$(n-1) = \tau$$

Kantillerin hesaplanması veri seti yapısına göre değişim göstermektedir. Basit seri, gruplandırılmış seri ve sınıflandırılmış seri için kantil hesaplarının formülasyonu değişime uğramaktadır.

Tablo 1.1: Veri Setine Göre Kantil Sınıf Formülleri

Seri Tipi	Veri Seti Hacmi	1. Kantil (Q_1)	3. Kantil (Q_3)
Basit Seri	Tek Sayı	$n + \frac{1}{4}$	$\frac{3n+1}{4}$
	Çift Sayı	$\frac{n}{4}$ ve $\frac{n}{4} + 1$	$\frac{3n}{4}$ ve $\frac{3n}{4} + 1$
Gruplandırılmış Seri	Tek-Çift Sayı	$\frac{n}{4}$	$\frac{3n}{4}$
Sınıflandırılmış Seri	Tek-Çift Sayı	$\frac{n}{4}$	$\frac{3n}{4}$

Yukarıdaki tabloda da gösterildiği üzere basit seriler için veri seti hacminin tek veya çift olmasına göre farklı formülasyonlar kullanılmaktadır. Gruplandırılmış

³ <https://www.geeksforgeeks.org/numpy-quantile-in-python/> , Erişim tarihi 19.02.2021

⁴ Roger Koenker, Kevin F. Hallock, "Quantile Regression", **The Journal of Economic Perspectives**, Vol.XV, No:4, 2001, p. 146.

serilerde veri setinin ilk çeyrek ve son çeyrek kısmını belirtmek amacıyla kümülatif frekans değerleri oluşturulmaktadır. Gruplandırılmış serilerde formülasyon örnek hacminin tek veya çift olmasına bağlı olarak değişmemektedir. Sınıflandırılmış serilerde ise gruplandırılmış serilerde olduğu gibi kümülatif frekans oluşturulduktan sonra kantil sınıfları belirlenmektedir. Kartil sınıflarının belirlenmesi aşamasında, $n/4$ ve $3(n)/4$ 'üncü sıralardaki elemanlar hangi sınıfa dahilse, o sınıf kantil sınıflarını oluşturmaktadır. Aşağıdaki tabloda veri seti yapısına göre Q_1 , Q_2 ve Q_3 hesaplanmasında kullanılan formüller verilmiştir.

Tablo 1.2: Sınıflı ve Gruplu Serilerde Kantil Hesaplama Formülleri

1. Kantil (Q_1)	2. Kantil (Q_2)	3. Kantil (Q_3)
$Q_1 = L_{Q_1} + \frac{\frac{\sum f_i}{4} - f_1}{f_{Q_1}} \cdot i$	$Q_2 = L_{Q_2} + \frac{\frac{\sum f_i}{2} - f_1}{f_{Q_2}} \cdot i$	$Q_3 = L_{Q_3} + \frac{\frac{3\sum f_i}{4} - f_1}{f_{Q_3}} \cdot i$

Formüldeki $L_{Q_{1,2,3}}$ bölen sınıfın alt sınırlarını, f_1 bölen sınıfından bir önceki sınıfın kümülatif frekansını, $f_{Q_{1,2,3}}$ ise bölen sınıfının frekansını belirtmektedir.

1.2. Anakütle Modellemesi

Belirli bir dağılım türüne mensup olmayan örneğin modellenmesi kümülatif dağılım fonksiyonu, olasılık yoğunluk fonksiyonu, kantil fonksiyon ve kantil yoğunluk fonksiyonu olmak üzere dört dağılım fonksiyonu ile gerçekleştirilmektedir.

1.2.1. Kümülatif Dağılım Fonksiyonu

Anakütle modellemesinde kullanılan fonksiyonlardan biri olan kümülatif (birikimli) dağılım fonksiyonu, her reel sayı için tanımlı olan fonksiyondur. Rassal bir X değişkenin kümülatif yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibi karakterize edilmektedir.

$$F(x) = P(X \leq x)$$

Matematiksel formüle göre X rassal değişkeni, tanımlanan fonksiyon için x 'e eşit olma ve x 'ten küçük olma durumunu ifade etmektedir. $F(x)$ fonksiyonu olasılık ifadesi belirttiğinden 0 ile 1 arasında değer almaktadır.⁵

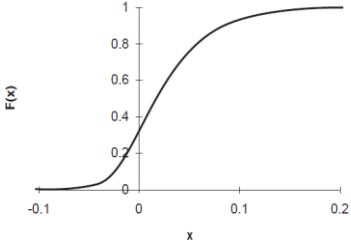
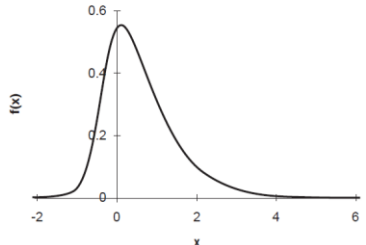
1.2.2. Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu

Olasılık yoğunluk fonksiyonunun normal olasılık fonksiyonundan farkı, sürekli değişkenler için hesaplanabilme özelliğidir. Rassal bir X değişkeni için reel sayılı sürekli fonksiyonun hesaplanmasıyla elde edilmektedir. İki fonksiyon arasındaki ilişki ise aşağıdaki eşitlik yardımıyla açıklanabilmektedir;

$$f(x)dx = \text{Olasılık } (x \leq \text{rassal değişken } X \leq x + dx)$$

Aşağıda kümülatif dağılım fonksiyonu ile olasılık yoğunluk fonksiyonu grafiklerine yer verilmiştir.

Tablo 1.3: Kümülatif Dağılım Fonksiyonu ve Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu

Kümülatif Dağılım Fonksiyonu	Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu
	

Olasılık yoğunluk fonksiyonu, kümülatif dağılımlı fonksiyonun dönüştürülmüş halidir.⁶

Fonksiyonun dönüştürülmüş hali aşağıda belirtildiği gibidir;

$$f(x)dx = \text{Olasılık} = F(x + dx) - F(x) = dF(x)$$

⁵ Warren G. Gilchrist, **Statistical Modelling with Quantile Functions**, Florida, Chapman ve Hall/Crc, 2000, p. 10.

⁶ **Ibid.**, p. 11.

1.2.3 Kantil Fonksiyonu

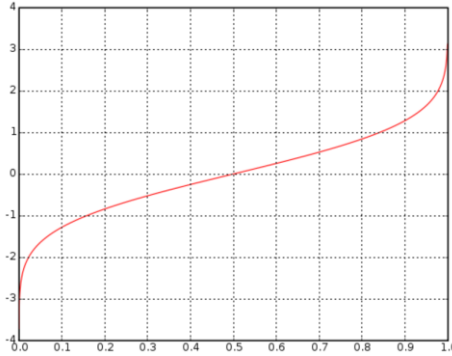
Anakütle modellemesinde kullanılan bir diğer fonksiyon türü de kantil fonksiyondur. Kantil fonksiyon sistematik olarak ilk defa Parzen (1979)⁷ tarafından geliştirilip düzenlenmiştir. Kantil fonksiyonlar bütün olasılık değerleri için aşağıda gösterildiği gibi 0 ile 1 arasında değer almaktadırlar.

$$Q(p) = p$$
$$0 \leq p \leq 1$$

Yukarıda $Q(p)$ ile gösterilen terim kantil fonksiyonu ifade etmektedir, p ise fonksiyonun alacağı değerleri göstermektedir. Aşağıda (x,p) ikilisi için birbirlerinin tersine eşit olan fonksiyonların matematiksel gösterimine yer verilmiştir.⁸

$$x = Q(p) \quad \tau = F(x)$$
$$Q(p) = F^{-1}(p) \quad F(x) = Q^{-1}(x)$$

$Q(p)$ kantil fonksiyonu olarak adlandırılmaktadır ve p 'nin alacağı tüm olasılık değerleri kantil değerlerine karşılık gelmektedir. Aşağıda yer alan grafik kantil fonksiyonunun spesifikasyonunu göstermektedir.



Şekil 1.2: Kantil Fonksiyonun Grafiksel Gösterimi.⁹

Grafikte belirtildiği üzere yatay ekseninde bulunan değerler olası kantil değerlerini ifade ederken, dikey ekseninde bulunan değerler ise olasılık $Q(p)$ değerleri sonucu alınan Q . kantile karşılık gelmektedir.

⁷ Emanuel Parzen, "Nonparametric Statistical Data Modelling", **Journal of the American Assosication**, Vol.LXXIV,1979, p. 107.

⁸ Gilchrist, **op. cit.**, p. 13.

⁹ https://en.wikipedia.org/wiki/Quantile_function#/media/File:Probit_plot.png, Erişim tarihi 19.02.2021

1.2.4 Kantil Yoğunluk Fonksiyonu

Olasılık yoğunluk fonksiyonu kümülatif dağılım fonksiyonunun türevi alınarak elde edilmişti, burada da benzer bir durum söz konusu olup, kantil fonksiyonun türevi alındığında kantil yoğunluk fonksiyonu elde edilmiş olur.¹⁰

$$q(p) = dQ(p) / dp$$

Kantil yoğunluk fonksiyonu yukarıda belirtilen denklemde yer alan $q(p)$ ile ifade edilmektedir. p değeri 0 ile 1 arasında yer aldığından $Q(p)$ fonksiyonun eğimi negatif değer almamaktadır.

1.3 Kantil Regresyon

Bazı serilerde aşırı değerler gözlenebilmektedir. Bu gibi durumlarda normal dağılım koşulu sağlanamamakta dolayısıyla minimum varyans koşulu sağlanamadığından En Küçük Kareler (EKK) tahmini etkin olmamaktadır.¹¹ Bu nedenle normal dağılmayan serilerin model tahmininde, dağılım özelliğini göz ardı eden tahminciler tercih edilmektedir. Normal dağılmayan ve aşırı değerler bulunduran serilerin modellerini tahmin etmek için kullanılan yöntemlerden biri de kantil regresyon yöntemidir. Kantil regresyon, koşullu dağılımın her bir noktasını dikkate alarak analiz yapılmasına olanak sağlamaktadır. Kantil regresyon yönteminde aykırı değerler olmasına rağmen EKK yöntemi ile kıyaslandığında daha iyi sonuçlar vermektedir. Ayrıca kantil regresyon, doğrusallık koşulu sağlanmadığında alternatif olarak kullanılan yöntemler arasında gösterilir. Kantil regresyon, özellikleri nedeniyle ekonometri ve istatistik gibi uygulamalı bilimlerde yaygın olarak kullanılan regresyon türüdür. Fakat büyük veri setleri ile çalışırken ortalamaya bağlı oluşturulan regresyonun karmaşık yapısından dolayı, yapılan hesaplamalar otomatik hale gelene kadar bu konudaki çalışmalar pek çok yönden eksik kalmıştır.

¹⁰ Gilchrist, **op. cit.**, p. 14.

¹¹ Gujarati, **ibid.**, p. 47-48.

Tablo 1.4: Kantil Kavramının ve Kantil Regresyonunun Tarihsel Gelişimi

Tarih	Öncü	Gelişme-Yayın
1755	Thomas Simpson	Ortalama Bir Hatanın Dağılımı Problemi- "Pratik Astronomide Birçok Gözlem Ortalaması Almanın Avantajı Üzerine" ¹²
1757	Roger Joseph Boscovich	Dünyanın Elips Şekli Yapısı ¹³
1806	Adrien Marie Legendre	Dünyanın Elips Şeklinde Yola Çıkararak Hataları Minimuma İndirgeme- Cebirsel Olarak En Küçük Karelerin Tanımı ¹⁴
1888	Francis Ysidro Edgeworth	Kantilleri Ele Alarak Gözlem Eksiltme Üzerine Yeni Method Çalışması ¹⁵
1939	Leonid Vitaliyevich Kantorovich	Bağımsız Doğrusal Programlama ¹⁶
1947	George Bernard Dantzig	Simplex Doğrusal Programlama ¹⁷
1969	Harvey Maurice Wagner	Doğrusal Programlama- En Az Mutlak Sapma Problemi ¹⁸
1978	Roger Koenker ve Gib Bassett	Kantil Regresyon ¹⁹

Kantil regresyon ile yapılan uygulamaların ve gelişmelerin geçmişi 1755'lere kadar dayanmaktadır. Kantil regresyonun temelini oluşturan düşünceler ve buluşlar, kantil kavramının gelişmesinde ve kantil regresyon uygulamalarının literatüre kazandırılmasında etkili olmuştur. Kantil regresyonun zaman çizelgesine bakıldığında 1755'lerde Thomas Simpson, "Pratik Astronomide Birçok Gözlem Ortalaması Almanın Avantajı Üzerine" adlı makalesinde ortalama bir hatanın dağılımını oluşturma probleminden yola çıkmıştır. 1957 yılında ise Roger Joseph Boscovich dünyanın elips şeklinin yapısından esinlenmiş, 1805'te Legendre,

¹² Thomas Simpson, "A Letter to the Right Honourable George Earl of Macclesfield, President of the Royal Society, on the Advantage of Taking the Mean of a Number of Observations, in Practical Astronomy": By T. Simpson, **F. R. S. Philosophical Transactions of the Royal Society of London**, Vol. XLIX, 1755, p. 82–93.

¹³ Roger J. Boscovich, "De Litteraria Expeditione per Pontificiam Ditionem, et Synopsis Amplioris Operis", **Bononiensi Scientiarum et Artum Instituto atque Academia Commentarii**, Vol.4, 1757, p. 353-396.

¹⁴ Adrian M. Legendre, **Nouvelles Methodes Pour La Determination Des Orbites Des Cometes**, Paris: Courcier, Vol.VIII, 1806, p. 72-75.

¹⁵ Francis Y. Edgeworth, "On a New Method of Reducing Observations Relating to Several Quantities", **Philosophical Magazine**, Vol.XXV, No:5, 1888, p. 184-191.

¹⁶ Leonid Kantorovich, "Mathematical Methods in The Organization and Planning of Production", **Management Science**, Vol.VI, No:4, 1960, p. 363-422.

¹⁷ George B. Dantzig, **Linear Programming and Extensions**, Princeton University Press, 10. bs., 1993, p. 10.

¹⁸ Harvey M. Wagner, "Principles of Operations Research with Applications to Managerial Decision", **Journal Of The American Statistical Society**, 1969.

¹⁹ Roger Koenker ve Gilbert Bassett, "Regression Quantiles", **Econometrica**, Vol.XLVI, No:1, 1978, p. 33-50

dünyanın elips şeklini temele alarak hataları minimuma indirmeyi savunmuş ve cebirsel olarak en küçük karelerin tanımını yapmıştır.²⁰ 1888’de ise Edgeworth tarafından yapılan çalışma, kantilleri ele alarak gözlem eksiltme üzerine tasarlanmıştır. Yaptığı bu çalışmanın, Koenker’in çalışmasının temelini oluşturduğu kabul edilmektedir.²¹ 1939 yılında Leonid Vitaliyevich Kantorovich, bağımsız doğrusal programlama konusunu geliştirmiş, 1960 yılında yayımladığı makalesiyle birlikte alana katkı sağlamıştır. 1947 ve 1993 yılında Dantzig, simplex doğrusal programlamayı, 1959 yılında Wagner, regresyon analizi için doğrusal programlama yöntemlerini geliştirmiştir.

Literatürde yer alan ve kantil regresyon kavramının gelişmesine katkı sağlayan çalışmalardan sonra, 1978 yılında Koenker ve Bassett tarafından hazırlanan, *Econometrica* dergisinde yayımlanan "Kantil Regresyon" olarak da adlandırdıkları makale, alanda büyük katkı sağlayan makaleler arasındadır.²² Birçok araştırmacı Koenker ve Bassett tarafından yapılan çalışmayı temele alarak araştırmalarını gerçekleştirmişlerdir.

Kantil regresyonun geçmişten günümüze kullanım alanları incelendiğinde çeşitli alanlarda yapılan çalışmalara rastlamak mümkündür. Kantil regresyon modelinin ücret yapısı, gelir dağılımı, eğitim düzeyi, riske maruz değer, sermaye yapısı ve ekonomik gelişme alanlarında uygulamalı olarak kullanımı yaygındır.²³ Ayrıca çevre bilimi çalışmalarında kullanılan kantil regresyon değişkenler arasında zayıf ilişki olduğu durumlarda anlamlı öngörü sonuçları elde etmenin bir yolu olarak kullanılmıştır.

1.4 Kantil Regresyon Özellikleri

Kantil regresyon yönteminin özellikleri aşağıdaki gibidir.

- Kantillerin robust özelliğinden dolayı aşırı değerlere karşı diğer tahmincilere göre daha esnek olması

²⁰Adrian M. Legendre, *op.cilt*, p. 72-75.

²¹Francis Y. Edgeworth, *op.cilt*, p. 184-191.

²² Roger Koenker, Gilbert Bassett, *op.cilt*, p. 35.

²³ Wen-Shwo Fang, Stephen M. Miller, Chih-Chuan Yeh "Does a Threshold Inflation Rate Exist? Quantile Inferences for Inflation and Its Variability", *Empirical Economics*, November 16, 2009, (Çevrimiçi) <https://doi.org/10.1007/s00181-009-0327-1>, 12.11.2019.

- Hata terimlerinin normal dağılmamasına bağlı olarak EKK tahmincilerinden daha etkin sonuçlar vermesi
- EKK regresyon modeli varyans değişimine olanak sağlanmazken, kantil regresyon modelinin değişen varyansın dikkate alınmasında rol oynaması
- Klasik en küçük kareler tahmini gibi sadece koşullu ortalama belirtmek yerine bir değişkenin koşullu dağılımının daha kesin tasvirini görmeye olanak sağlaması²⁴
- Koşullu dağılımlara sahip kantillerin değişkenlik gösterdiği durumlarda kullanılabilmesi

1.5 Kantil Regresyon Modelleri

Klasik doğrusal regresyonda koşullu ortalamaların elde edildiği bilinmektedir. Fakat her zaman spesifik olarak koşullu ortalamaya ihtiyaç duyulduğu söylenemez. Bazı durumlarda medyan veya 0.25 ya da 0.90 gibi kantillerin tahmin edilmesi gerekebilir. Bu gibi durumlarda kantil regresyon kavramına ihtiyaç duyulmaktadır. Bu özelliğinden dolayı kantil regresyon modeli bir bakıma lokasyon modeli olarak adlandırılır.²⁵

Regresyon analizi, genel olarak iki değişken arasındaki ilişkiyi değerlendiren ve değişkenleri katsayıları ile ifade edip aralarındaki ilişkiyi ortaya koymayı amaçlayan analiz yöntemidir.²⁶ Fakat bazı durumlarda koşullu ortalamadaki davranış tam olarak modellenemez. Bu durumda kantil regresyon modelleri yardımıyla modelleme yapılmaktadır. Kantil regresyon analizi, klasik regresyon analizinden farklılık göstermekle birlikte alternatif modelleme aracı olarak da bilinmektedir. Aşağıda belirtilen durumlar söz konusu olduğunda kantil regresyon kullanılması uygun görülmektedir.

- Değişkenlerin dağılım ilişkileri incelenmek istendiğinde
- Heteroskedasitenin ortaya çıkartılmasında
- Seride aykırı değerler olduğunda

²⁴Gujarati, **Ibid.**, p. 478.

²⁵ Moche Buchinsky, "Recent Advances in Quantile Regression Models: A Practical Guideline for Empirical Research", **The Journal of Human Resources**, Vol. XXXIII, No:1, p. 94.

²⁶ Damodar, N. Gujarati, **Basic Econometrics**, The Mc-Graw Hill Companies, USA, 2004, p. 18.

- Sansürlü verilerin olduğu zamanlarda

Kantil regresyonun amacı, koşullu değişkenlerin kantillerine bağlı olarak regresyon analizinde elde edilen katsayıları belirlemektir.²⁷

Kantil regresyonda kullanılan matematiksel formlar en küçük kareler yönteminde kullanılanlardan farklıdır. En küçük kareler metodu kalıntı kareler toplamının minimize edilmesine dayanmaktadır. Kantil regresyon ise doğrusal programlamada yer alan problemleri simplex metodundaki matrislerle çözmeyi temele almaktadır. Bir diğer ifade ile en küçük kareler yöntemi, koşullu ortalama ile ifade edilirken, kantil regresyon yöntemi koşullu kantil fonksiyonu ile ifade edilmektedir.²⁸

Kantiller sıralamaya dayalı bir yöntem ile oluşturulmaktadır. Kantil regresyon modelleri, bağımlı değişkenin kantillerinde yer alan değişim fonksiyonlarından oluşmaktadır. Böylelikle kantil çeşitliliğine göre fonksiyonlar tahmin edilmektedir. Kantil regresyon modeli ile herhangi bir anda herhangi bir dağılıma ait tabloyu oluşturmak mümkündür.

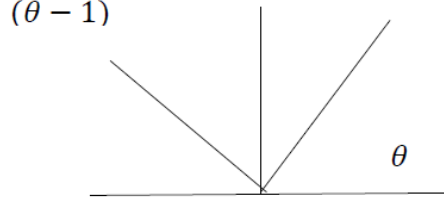
1978 yılında Koenker ve Bassett yaptıkları çalışmada, Laplace tarafından medyan yoğunluk fonksiyonu kullanarak oluşturulan tahmincinin, EKK tahmincisine göre daha etkin olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca Koenker ve Bassett, Laplace tarafından yapılan çalışmaya eleştiri getirerek kantil regresyon modelinin sadece belirli bir aralıkta değil tüm dağılımlar için uygulanabileceğini savunmuştur.

Kantil hesaplanması yapılmadan önce seri belirli bir metoda göre sıralanmaktadır. Sıralama yapılırken dikkat edilmesi gereken husus, seride eşik değer belirlenmesi aşamasıdır. Koenker ve Bassett (1978) maksimum değerden büyük ve küçük olan değerler için toplamı 1 olacak şekilde ağırlıklandırmasını önermiştir. Maksimum değerden daha büyük değer alan veriler için θ değeri ile ağırlıklandırma yapılırken, küçük olan verileri ise $(1-\theta)$ ile ağırlıklandırmışlardır. Dolayısıyla θ değeri 0 ile 1 arasında yer almakta ve θ 'ya bağlı fonksiyon kayıp

²⁷ Colin Chen, Ying Wei, "Computational Issues for Quantile Regression", **Indian Statistical Institute**, Vol.LXVII, No:2, 2005, p. 399-417.

²⁸ Roger Koenker, **Quantile Regression**, Ed.by., New York: Cambridge University Press, 2005, p. 349.

fonksiyonu olarak adlandırılmaktadır. Aşağıdaki şekil kayıp fonksiyonun değer aralıklarını belirtmektedir.



Şekil 1.3: Kayıp Fonksiyon Gösterimi.

Fonksiyon farklı kantil değerleri için oluşturulabilmektedir. Örneğin θ ifadesinin 0.20 olduğu düşünülürse, eksenin altında kalan değerler 0.80 ile ağırlıklandırılırken, eksenin üzerinde kalan değerler ise 0.20 ile ağırlıklandırılmış olur. Kısaca yukarıda belirtilen örnek için değerlerin %20'si negatif hatalardan oluşurken, %80'i pozitif hatalardan oluşmaktadır.

Klasik regresyon yönteminde kullanılan EKK metodu, aşağıda belirtildiği gibi kalıntı kareler toplamının minimizasyonuna dayanmaktadır.

$$\sum_i^N (y_i - \hat{y}_i)^2$$

Benzer şekilde kantil regresyon da aşağıda belirtilen ifadenin minimizasyonu ile tahmin edilmektedir. Bir başka ifadeyle kantil regresyon θ 'ya bağlı olarak pozitif ve negatif hata terimlerinin ağırlıklı toplamını en aza indirmeyi temele alır.

$$\min \sum \rho_{\theta}(y_i - x_i \beta)$$

Fonksiyona gerekli matematiksel işlemler uygulanıp, türevi alındığında aşağıdaki forma dönüşmektedir.

$$\frac{\delta \varepsilon(\rho_t(Y - \varepsilon_t))}{\delta \varepsilon_t} = F(\varepsilon_t) - \theta$$

Minimizasyonun sağlanması için $F(\varepsilon_i) = \theta$ koşulunun sağlanması gerekmektedir. Böylece ifade 0'a eşitlenerek minimizasyon işlemi gerçekleştirilmiş olacaktır.

Değerlendirilecek olursa kantil regresyon, normal dağılım eğrisinin sağa ve sola yatık olduğu durumlarda modelleme yapılmasını kolaylaştıran yöntemler arasında gösterilmektedir. Normal dağılım koşulu dışına çıkıldığında da modelleme yapma imkanı sağlayan kantil regresyon yöntemi, medyanı ya da spesifik değerleri kullanarak tahminler gerçekleştirmektedir.

1.6 Kantil Regresyon Modellerinin Tahmin Yöntemleri

Kantil regresyon modeli normal dağılıma sahip olmadığından ve farklı kantil değerleri için dağılım modellemesi yaptığından dolayı klasik regresyon tahmin yöntemlerinden farklılık göstermektedir. Kantil regresyon modellerinde ağırlıklandırılmış hataların minimize edilmesi mantığı ile hareket edilmektedir.

Belirli bir x için y 'nin θ 'nıncı koşullu kantili;

$$Q_\theta = (y_i | x_i) = x_i' \beta_\theta$$

şeklinde gösterilmektedir. Denklemden elde edilen tahminler θ 'ya bağlı ağırlıklandırıldıkları için kantillere bağlı hesaplanan tahminler birbirinden farklılaşacaktır. Kantil regresyon tahmininden elde edilen parametre yorumu EKK yönteminde yapılan parametre yorumlamalarına benzemektedir. İki tahmin yöntemi yorumunun birbirinden ayrılan noktası, klasik regresyon katsayılarının koşullu ortalama farklarına dayanmasıyken, kantil regresyonun koşullu kantillerin dağılımını sergilemesidir.

$$\frac{\partial Q_\theta(y_i | x_i)}{\partial x_{ij}}$$

Yukarıdaki denklemde j açıklayıcı değişkeni göstermekte olsun. Açıklayıcı değişken y 'nin koşullu kantilinin türevi olarak ifade edilmektedir. x 'in j 'inci elemanındaki marjinal değişimden dolayı θ 'nıncı koşullu kantildeki marjinal değişimi olarak yorumlanmaktadır. Başka bir ifadeyle açıklayıcı değişkende meydana gelen

bir birimlik değişim, bağımlı değişkenin belirli bir kantilinde meydana gelen değişimi açıklamaktadır.²⁹

Kantil regresyon model tahmininde doğrusal programlama ile tahmin yönteminin yanı sıra Genelleştirilmiş Momentler, Sıra İstatistiği, Bootstrap Tahmincisi, Design Matris Bootstrap Tahmincisi, Hata Bootstrap Tahmincisi, Sigma Bootstrap Tahmincisi ve Kernel tahmin yöntemi kullanılmaktadır.

1.6.1 Kantil Regresyon Modellerinde Doğrusal Programlama

Doğrusal programlama temelde optimizasyon problemleri ile çözümlenebilmektedir. Bir doğrusal programlama formu oluşturulabilmesi için bazı bileşenlere ihtiyaç duyulmaktadır. Bu bileşenler; amaç fonksiyonu, parametreler, kısıtlar, optimal çözüm ve optimal değerdir. Doğrusal programlamada kullanılan amaç fonksiyonu karar değişkenlerinden oluşmaktadır, maksimizasyona dayalı olsa dahi en iyi çözümü sağlaması şartı bulunmaktadır.

Doğrusal programlama parametreleri, modelde verilen sabit katsayıları belirtmektedir. Kısıtlar, parametre ve/veya karar değişkenlerin arasında olabilmektedir. Optimal çözüm ise amaç fonksiyonunu optimum yapan çözüm olarak ifade edilmektedir ve buradan elde edilen değer de optimal değer olarak adlandırılmaktadır.

Optimizasyon belirli bir kısıt altında belirlenmekle birlikte minimizasyon ile maksimizasyon temeline dayanmaktadır. Bir optimizasyon probleminin bileşenleri ($x_1, x_2, \dots, x_n$) karar değişkenlerini içermektedir. Karar değişkenlerine ait bazı kısıtlar bulunmakta ve doğrusal eşitlik ya da eşitsizlik olarak belirtilmektedir. Bu fonksiyonlar amaç fonksiyonu olarak adlandırılmakta olup amaç fonksiyonu maksimizasyona veya minimizasyona dayalı çözümlenebilmektedir.

Kantil regresyonu ifade etme yöntemlerinden biri olan doğrusal programlama yönteminde, simplex yöntemleri kullanılarak çözüm kümeleri oluşturmaktadır. Doğrusal programlamanın medyan regresyon yönteminde tanımlanabilmesi $\theta=1/2$ koşuluna bağlıdır. Simplex algoritmaları ile parametre tahmini yapılabilmesi için

²⁹ Hao, Naiman, *Ibid.*, p. 57.

aşağıdaki ifadenin minimizasyonuna ihtiyaç duyulmaktadır. Aşağıdaki denklem sonucunda β_θ tahmin edilmektedir.

$$\min_{\beta} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \rho_{\theta}(y_i - x_i' \beta)$$

Doğrusal programlama yapısı, primal özgün form, kanonik form, standart form ve dual form gibi değişik amaç fonksiyonlarından oluşabilmektedir.

Kantil regresyon modelinin doğrusal programlama ile gösterilmesinin hem teorik hem de pratik açıdan iki önemi vardır. Bunlardan ilki, kantil regresyon tahmininin sınırlı sayıda simpleks olarak elde edilmesi diğeri ise aykırı değerlere karşı dayanıklı olmasıdır.³⁰

1.6.2 Genelleştirilmiş Momentler Yöntemi

Genelleştirilmiş momentler yöntemi (GMM), sabit varyans ve simetri yöntemlerini inceleyerek asimptotik kovaryans ve parametre tahminleri yapılmasını mümkün kılan tahmin yöntemleri arasında gösterilmektedir. GMM yönteminde kullanılan vektörler yardımıyla tahminciler elde edilmektedir. Aşağıda parametre tahmin yöntemi adım adım gösterilmiştir.

1. $\min_{\beta} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\theta - 1/2 + 1/2 \operatorname{sgn}(y_i - x_i' b))((y_i - x_i' b))$
2. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\theta - 1/2 + 1/2 \operatorname{sgn}(y_i - x_i' \hat{\beta}_{\theta})) x_i = 0$
3. $E[\psi(\cdot)(x_i, y_i, \beta_0)] = 0(\theta - 1/2 + 1/2 \operatorname{sgn}(y_i - x_i' \hat{\beta}_{\theta})) x_i'$

İşaret fonksiyonu (öteki adıyla signum fonksiyonu) gerçel sayının işaretini bulmamızı sağlar. İşaret fonksiyonu genel olarak sgn olarak tanımlanır. Tanımlanacak değer 0'dan küçükse -1, 0'a eşitse 0 ve 0'dan büyükse +1 sonucunu verir.³¹

Kantil regresyon θ . kantil için yazılırsa 1. adımda verilen denklem elde edilir.

³⁰ Buchinsky, **op. cit.**, p. 99.

³¹ https://tr.wikipedia.org/wiki/%C4%B0%C5%9Faret_fonksiyonu, Erişim Tarihi 19.02.2021

2. adımda ise $K \times 1$ vektörü tanımlanmıştır. 3. adımda birinci mertebe koşulunun GMM yöntemi için geliştirilen ifadesine yer verilmiştir. Uygun koşulların sağlanması için $E[\psi(x_i, y_i, \beta_0)] = 0$ olması gerekmektedir. Diğer bir ifadeyle $\psi(\cdot)$ 'in moment fonksiyonudur. Aynı zamanda moment fonksiyonu tahmincinin asimptotik normalliğini ve tutarlılığını incelemek için kullanılabilir. GMM metodu ile elde edilen tahminler tutarlı ve asimptotik etkin olmaktadır.

1.6.3 Sıra İstatistiği Tahmincisi

Bir başka tahmin yöntemi de sıra istatistiği tahmincisi olarak gösterilebilir. Sıra istatistiği tahmincisinin kullanılabilmesi bağımsızlık şartı sağlandığında mümkün olabilmektedir. Bu da $\hat{\beta}_\theta$ için asimptotik kovaryans matrisinin elde edilmesiyle mümkündür. Aşağıda asimptotik kovaryans matrisinin elde edilmesi gösterilmektedir.

$$\Lambda_\theta = \theta(1-\theta)(E[f_{u\theta}(0|x_i)x_i x_i'])^{-1} E[x_i x_i'] (E[f_{u\theta}(0|x_i)]x_i x_i')^{-1}$$

$$\Lambda_\theta = \frac{\theta(1-\theta)}{f_{u\theta}^2(0)} (E[x_i x_i'])^{-1}$$

Bağımsızlık koşulu ile asimptotik kovaryans matrisinin basitleştirilmiş hali aşağıda verildiği gibidir:

$$\Lambda_\theta = \sigma_\theta^2 (E[x_i x_i'])^{-1}$$

$$\sigma_\theta^2 = \frac{\theta(1-\theta)}{f_{u\theta}^2(0)}$$

Yukarıda verilen formülden θ . kantil için aşağıdaki gibi güven aralığı hesaplamak mümkündür. Denklemden k ve j sıra istatistiğini göstermektedir.

$$\Pr(y_{(j)} \leq \varepsilon_\theta \leq y_{(k)}) = \Pr(y_{(j)} \leq \varepsilon_\theta) - \Pr(y_{(k)} \leq \varepsilon_\theta)$$

Güven aralığı hesaplama yöntemi Chamberlain (1994)³² tarafından önerilmiştir. Ayrıca Efron (1982)³³ ve Huber (1981)³⁴ tarafından da benzer

³² Gary Chamberlain, "Quantile Regression, Censoring, and The Structure of Wages", **Advances in Econometrics**, 1994, p. 171–210, doi:10.1017/ccol0521444594.005 (online print 2013)

hesaplama yapılarak güven aralığı oluşturulmuştur. Sıra istatistiği tahmincisi kovaryans matrisi tahmininde kullanılabilmektedir.³⁵

$$\hat{\sigma}_{\theta}^2 = \frac{n(y_{([n\theta+1])} - y_{([n\theta-1])})^2}{4Z_{1-\alpha/2}^2}$$

Yukarıdaki denkleme bağlı olarak güven aralığı ile asimptotik normal güven aralıklarının eşleştirilmesi ile σ_{θ}^2 elde edilmektedir.

1.6.4 Dizayn Bootstrap Tahmincisi

Bootstrap metodu ilk olarak Efron (1979) tarafından önerilmiştir.³⁶ Bootstrap metodu belirlenen bir kütleden tekrarlı örneklemeler oluşturma süreci olarak tanımlanabilir. Bootstrap metodunun genel amacı; ortalama ve standart hatanın hesabı ve güven aralıklarını oluşturmaktır.³⁷ Bootstrap metodu tahminci sağlama çeşidine göre üçe ayrılmaktadır. Bunlar design bootstrap tahmincisi, hata bootstrap tahmincisi ve sigma bootstrap tahmincisidir.

Bootstrap tahmincilerinden ilki olan design bootstrap tahmincisi, asimptotik matrisin tutarlı tahmincilerini oluşturmaktadır. F_{nxy} gibi bir birleşik dağılım belirlenmiş ve, y_i^* ve x_i^* örneklerinin rassal olarak çekildiğinin varsayıldığı durumda denklem aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$y_i^* = x_i^* \beta_{\theta} + u_{\theta}^*$$

Denklemden x_i^* ve y_i^* ifadelerinde belirtilen i indisi 1'den n 'e kadar olan sayı kümesini ifade etmektedir.

³³Breadley Efron, "The Jackknife, the Bootstrap and Other Resampling Plans", **Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics**, 1982, p. 1-3.

³⁴Peter J. Huber, "The Behavior of Maximum Likelihood Estimates Under Nonstandard Conditions" Proceedings of the Fifth Berkeley Symposium, **Berkeley: University of California Press**, Vol.I, No:1, 1967, p. 221-233.

³⁵Buchinsky, **op. cit.**, p. 102.

³⁶Breadley Efron, "Bootstrap Methods: Another Look at the Jackknife", The Annals of Statistics, **Institute of Mathematical Statistics**, Vol.VII, No:1, 1979, p. 1-26.

³⁷Nathaniel Schenkar, "Qualms About Bootstrap Confidence Intervals", **JASA**, Vol.LXXX, No:390, 1985, p. 360.

1.6.5 Hata Bootstrap Tahmincisi

Küçük örneklerde bağımsızlık varsayımı altında tutarlı tahminci olma özelliği göstermektedir. Bağımsızlık varsayımı altında marjinal ampirik dağılımdan alınan örnek bootstrap tahmini gerçekleştirilebilmektedir.

F_{nx} ve $F_{n\hat{\theta}}$ gibi marjinal ampirik dağılım olduğu varsayılırsa $F_{n\hat{\theta}}$ dağılımından çekilmiş örnek $u_{\theta}^* = (u_{\theta 1}^*, \dots, u_{\theta n}^*)'$ şeklinde ifade edilmektedir. $X^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)'$ ise F_{nx} dağılımından çekilmiş örneği temsil ettiği varsayılarak bu dağılımlardan elde edilmiş kantil regresyon denklemi aşağıdaki gibi belirtilmektedir.

$$y^* = X^* \hat{\beta}_{\theta}^* + u_{\theta}^*$$

Kantil regresyon modelinin çözümü için bootstrap tahmincisi olarak kullanılan $\hat{\beta}_{\theta}^*$ parametresi ile işlem $\hat{\beta}_{\theta j}^* (j=1, \dots, B)$ belirtildiği gibi B kez tekrarlanmaktadır.

$\hat{\beta}_{\theta}^*$ 'nin asimptotik kovaryans matrisi yalnızca bağımsızlık varsayımı altında tutarlı olmaktadır. Dizayn bootstrap ve hata bootstrap tahmincisinin ortak özelliği, her iki tahmincinin de bağımsızlık koşulunu sağlaması gerektiridir.

1.6.6 Sigma Bootstrap Tahmincisi

Bootstrap tahmincilerin bir diğeri de sigma bootstrap tahmincisidir. Diğer iki bootstrap tahmincisi gibi sigma bootstrap tahmincisi de bağımsızlık koşulunun sağlandığı durumlarda tutarlı tahminciler vermektedir.

1.6.7 Kernel Tahmincisi

Kernel tahmincisi ortalama hata karenin direkt olarak hesaplanmasını olanaksız kılmakla birlikte yaklaşık olarak hesaplanmasını mümkün hale getirmektedir.³⁸ Powell (1986)³⁹ $E[f_{u\theta}(0/x)xx']$ koşulu için kernel tahmincisini aşağıdaki gibi belirtmektedir.

³⁸ Kengo Kato, "Asymptotic Normality of Powell's Kernel Estimator", **Annals of the Institute of Statistical Mathematics**, 2012, p. 256.

³⁹ James L. Powell, "Censored Regression Quantiles", **Journal of Econometrics**, Vol.XXXII, No:1, 1986, p. 143-155.

$$\hat{E} = (f_{u\theta}(0 | xx')) = (c_n n)^{-1} \sum_{i=1}^n k(\hat{u}_{\theta i}) x_i x_i'$$

Formülde gösterilen $c_n = o_p(1)$ kernel bant genişliğini ifade etmektedir.

1.7 Kantil Regresyon Modellerinde Testler

Kantil regresyon modeli oluşturulduktan sonra modelin anlamlı olup olmadığı test edilmektedir. Klasik regresyon modelinde model uyumunun belirlenmesinde kullanılan R^2 , kantil regresyon modelinde de kısıtlı ve kısıtsız modellere bağlı olarak model uyumunu belirleme amaçlı kullanılmakta ve 0 ile 1 arasında yer almaktadır.

Kantil regreyon modelinde uyumun iyiliği ölçütü $R^1(\tau)$ ile ifade edilebilir. Uyumun iyiliği ölçütü, hata terimlerinin ağırlıklandırılmış mutlak değerlerinin belirli kantilleri için uyumunu ölçmektedir. Kantil regresyon modeli aşağıda belirtilmiştir.

$$Q_{yi}(\tau / x) = x_{i1}' \beta_1(\tau) + x_{i2}' \beta_2(\tau)$$

Modele ait hipotezler ise aşağıda belirtildiği gibi oluşturulmaktadır.

$$H_0 : \beta_2 = 0$$

$$H_1 : \beta_2 \neq 0$$

Denklemden $\hat{\beta}(\tau)$ ifadesinin minimize edilmesi gerekmektedir. Minimize işlemi sonrası $\hat{\beta}(\tau)$ ve $\tilde{\beta}(\tau)$ olmak üzere sırası ile kısıtsız ve kısıtlı kantil regresyon modelleri oluşmaktadır. Buradan elde edilen uyum iyiliği ölçütü $R^1(\tau) = 1 - \hat{B}(\tau) / \tilde{B}(\tau)$ formülü ile hesaplanabilir. Kısıtsız modelin uyum iyiliği ölçütü τ . kantilde kısıtlı modelden daha iyi ise $\hat{B}(\tau)$, $\tilde{B}(\tau)$ 'den daha küçük olma eğiliminde olacaktır. Kantil regresyon modellerinde, model belirginlik katsayılarının modelden modele değişmesine bağlı olarak, τ . koşullu kantil fonksiyonu ile ortak değişkenlerin hangi kantil üzerinde daha büyük açıklama payına sahip olduğunu bulmak mümkündür.

1.7.1 Olabilirlik Oranı (LR) Testi

Kantil regresyon modelinin anlamlılık testlerinden biri olan LR testi, modelde yapılan sınırlamaların geçerli olup olmadığının test edilmesinde kullanılan bir testtir.

Literatürde Koenker ve Machado (1999) kantil regresyon modelinin kısıtlama testinde kullanılan iki farklı LR testi önermiştir.⁴⁰ Aşağıda sırasıyla LR testinin elde ediliş aşamalarına yer verilmiştir.

- Öncelikle kısıtsız kantil regresyon modeli $Q_{yi}(\tau/x) = x'_{i1}\beta_0(\tau) + x'_{i2}\beta_1(\tau)$ belirtildiği gibi oluşturulmaktadır.
- Buradan elde edilen kısıtlı kantil regresyonu modeli ise $Q_{yi}(\tau/x) = x'_{i1}\beta_0(\tau)$ şeklindedir.
- Belirtilen regresyon modellerinin hipotez testleri de $H_0 : \beta_0(\tau) = 0$ $H_1 : \beta_1(\tau) \neq 0$ şeklinde oluşturulmaktadır.
- Daha sonraki aşamada asimetrik Laplacean yoğunluk fonksiyonundan logaritmik olasılık fonksiyonu elde edilir. LR fonksiyonu, asimptotik olarak X_q^2 dağılımına uymaktadır ve LR fonksiyonu $L_n(\tau) = \frac{2(\tilde{V}(\tau) - \hat{V}(\tau))}{\tau(1-\tau)s(\tau)}$ olarak elde edilmektedir. Formülde belirtilen s fonksiyonu aralık fonksiyonu şeklinde adlandırılmaktadır.
- Kısıtlı ve kısıtsız model için elde edilen LR test istatistiğinin ilki $-2\log \lambda_n^*(\tau) = 2n\log(\tilde{V}(\tau)/\hat{V}(\tau))$ olarak, ikincisi $L_\tau = \frac{2n\sigma(\tau)}{\tau(1-\tau)s(\tau)}\log(\tilde{V}_\tau/\hat{V}_\tau)$ olarak elde edilmektedir.
- Son aşama olarak, hesaplanan LR test istatistiği tablo değerinden büyükse temel hipotez reddedilmekte, τ . kantil için hesaplanmış olan parametre değerlerinin istatistiksel olarak anlamlı olduğu sonucuna ulaşılmaktadır. Aksi takdirde, hesaplanan LR test istatistiği tablo değerinden küçükse, temel hipotez reddedilememekle birlikte, τ . kantil için hesaplanmış olan parametre değerlerinin istatistiksel olarak anlamlı olmadığı sonucuna ulaşılmaktadır.

⁴⁰Roger Koenker , J.A.F. Machado, "Goodnes of Fit and Related Inference Processes for Quantile Regression", **Journal of The American Statistical Assosication**, C:XCIV, No:448, 1999, p. 1297.

1.7.2 Rank Testi

Kantil regresyon modelinde kullanılan bir diğer anlamlılık testi olan rank testi, parametre tahminleri ve dağılımları arasındaki ilişkiyi temele alarak anlamlı bir farklılaşma olup olmadığının belirlenmesinde kullanılmaktadır. Fakat rank testinin hesaplanması için parametre tahminlerine gerek duyulmamaktadır. Rank testi aşağıdaki aşamalar takip edilerek yapılmaktadır.

- Kantil regresyon modeli $Q_{yi}(\tau / X_i) = x_i' \beta(\tau)$ olarak tanımlanırsa, $\beta(\tau)$, $\beta(\tau) = \beta + \gamma F^{-1}(\tau)$ şeklinde açıklanmaktadır.
- Temel hipotez $H_0 : \beta_0 = 0$ olarak oluşturulmaktadır.
- Rank skorları kullanılarak ikili (dual) form elde edilmektedir.
- τ kantil skor fonksiyonları elde edildikten sonra belirlenen skorlar regresyon modelinde yerine konulmakta ve $T_n(\eta) = \frac{1}{\sqrt{\tau(1-\tau)}} S_n(\eta) \Omega_n^{-1/2}$ test istatistiği elde edilmektedir.
- r değerinin belirlenmesinde $T_n(\eta)$ fonksiyonundaki kritik değer önemli bir rol oynamaktadır.

1.7.3 Simetri Testi

Simetri testi, kantil dağılımların simetri durumunu test etmek için uygulanmaktadır. Newey ve Powell (1987), kantil dağılımlarda simetri testini uygulamanın mümkün olduğunu belirtmişlerdir.⁴¹ Simetri testinin gerçekleşmesinin en önemli kuralı minimum uzaklık kuralına dayanmasıdır. Bu nedenle simetri testi yapılırken orta kantilin de bilinmesi gerekmektedir. θ . ve $(\theta-1)$. kantil değerleri için oluşturulan tahmin parametreleri $\hat{\beta}_\theta$ ve $\hat{\beta}_{(1-\theta)}$ 'dir. Medyan için (ortanca $\theta=0.50$) için simetri özelliği $\hat{\beta}_{0.50} = 0.5(\hat{\beta}_\theta + \hat{\beta}_{(1-\theta)})$ olarak ifade edilebilmektedir. Formüldeki medyan parametre vektörünü ifade etmektedir. Buradan hareketle $\theta_1, \dots, \theta_p$ kantilleri için parametre vektörleri $\beta_{\theta_1}, \dots, \beta_{\theta_p}$ olarak gösterilmektedir. Simetriyi test etmek için $j = 0, \dots, (p-1)/2 - 1$ formülüne ihtiyaç duyulmaktadır. Kantil için gösterimi

⁴¹ Buchinsky, **op. cit.**, p. 107.

$\theta_{p-j} = 1 - \theta_{j+1}$ ve $\theta_{1+(p-1)/2} = 0.50$ olan orta kantil formülü $\beta_{\theta_{1+(p-1)/2}}$ gibi formülize edilmektedir. Bu varsayım altında kantil regresyon modeli $\beta_{\theta_{p-j}} = 2\beta_{0.50} - 2\beta_{\theta_{j+1}}$ olarak ifade edilmektedir. $\beta_{\theta}^U = (\beta'_{\theta_1}, \dots, \beta'_{\theta_p})$ p kısıtlanmamış vektör kümesini ifade ederken, $\beta_{\theta}^R = (\beta'_1, \dots, \beta'_{1+(p-1)/2})'$ anakütle parametresinin kısıtlanmış vektör kümesini belirtmektedir. β_{θ}^R tahmini, $\min_b (\hat{\beta}_{\theta}^U - Rb)' A^{-1} (\hat{\beta}_{\theta}^U - Rb)$ olarak elde edilir. Formüldeki R kısıtlama matrisidir ve $R = (R'_1, R'_2)'$ olarak gösterilmektedir. R_1 $(1+(p-1)/2)$ K boyutlu birim matristir. R_2 ise $K(p-1)/2 \times K(1+(p-1)/2)$ ifade edilip,

$$R_2 = \begin{pmatrix} -I_K & 0_K & 0_K & \dots & 0_K & -2I_K \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ 0_K & 0_K & 0_K & \dots & -I_K & 2I_K \end{pmatrix}$$

şeklinde gösterilmektedir. Temel hipotez altında test istatistiğinin asimptotik dağılımı $n(\hat{\beta}_{\theta} - R\hat{\beta}_{\theta}^R)' A^{-1} (\hat{\beta}_{\theta} - R\hat{\beta}_{\theta}^R) \xrightarrow{L} \chi^2_{(pK-p-K+1)}$ ile gösterilmektedir. $\hat{\beta}_{\theta}^R$, $n \rightarrow \infty$ $A \xrightarrow{p} \Lambda_{\theta}$ için, $n(\hat{\beta}_{\theta} - R\hat{\beta}_{\theta}^R)' A^{-1} (\hat{\beta}_{\theta}^U - R\hat{\beta}_{\theta}^R) \xrightarrow{L} \chi^2_{((p-1)K/2)}$ olarak minimum uzaklık tahmini ifade edilmektedir.

Simetri testi uygulanırken temel hipotezin reddedilip reddedilmemesine bakılmaksızın alternatif hipotez karşısında testin gücünün ölçülmesi mümkün değildir. Ağırlık matrisi seçimi hususunda sabit varyans testi simetri testine göre daha toleranslı davranmaktadır. Heteroskedasite testinde tüm kovaryans matrislerinin geçerli olduğu bilinirken, simetri testinde ise sadece genel formül kullanılmaktadır.⁴²

1.7.4 Heteroskedasite Testi

Buchinsky (1998) kantil modellerde homoskedasite varsayımının testinde kovaryans matrisinin yerel olmayan hipotezler altında geçerli olduğunu savunurken, bu görüşle çelişen Koenker ve Bassett (1982), kovaryans matrisinin sadece yerel alternatif hipotez altında geçerli olduğunu savunmuştur. Buckinsky (1998) modeli

⁴² Buchinsky, **op. cit.**, p. 108.

incelendiğinde eğim katsayılarının minimum uzaklık göz önünde bulundurularak kısıtlı vektör sayısı β^R 'ye göre minimize edilirse aşağıdaki formülasyon elde edilmektedir.

$$Q(\beta^R) = (\hat{\beta}_\theta - R\beta^R)' A^{-1} (\hat{\beta}_\theta - R\beta^R)$$

Formüldeki A pozitif belirli ağırlık matrisini ifade etmektedir. $\hat{\beta}_\theta = (\hat{\beta}'_{\theta_1}, \dots, \hat{\beta}'_{\theta_p})'$ ise kantil regresyonda kısıtlanmamış kantilleri belirtmektedir. $\beta^R = (\beta_{\theta_1}, \dots, \beta_{\theta_{p1}}, \beta_2, \dots, \beta_k)'$, $(p+K-1) \times 1$ kısıtlı parametre vektörünü ifade etmekte olup kısıtlı R matrisi;

$$R' = (R_1, \dots, R_p), \quad R_j = \begin{pmatrix} e_j & 0_m \\ 0_v & I_{k-1} \end{pmatrix}$$

olarak ifade edilir. Matris elemanları incelendiğinde e_j , j . noktada 1 hariç $p \times 1$ sıfırlar vektörü 0_v ile, $(K-1) \times 1$ sıfırlar vektörüdür. 0_m , $p \times (K-1)$ olarak sıfırlar matrisini ifade etmektedir. I_{k-1} , $k-1$ sırasını gösteren birim matrisi belirtmektedir.

$\hat{\beta}_\theta^R \sqrt{n}(\hat{\beta}_\theta^R - \beta_\theta^R) \xrightarrow{L} N(0, \Lambda_\theta^R)$ en uygun minimum uzaklık tahmincisinin asimptotik dağılımını belirtmektedir. Λ_θ^R ifadesi minimum uzaklık göz önünde bulundurularak $\Lambda_\theta^R = (R' \Lambda_\theta^{-1} R)^{-1}$ olarak elde edilmektedir.

İKİNCİ BÖLÜM

PANEL VERİ MODELLERİ

2.1 Panel Veri Modelleri

Ekonometri bilimi veri temelli bir bilim dalıdır ve bir ekonometrik modelde kullanılan veriler çeşitlilik göstermektedir. Veriler temelde yatay kesit verileri ve zaman serileri verileri ve panel veriler olarak ele alınmaktadır. Yatay kesit olarak adlandırılan veri türleri tek bir zaman boyutundan ve birden fazla birime ait verilerden oluşmaktayken, zaman serileri ise birden fazla zaman boyutu içermekle birlikte tek birime ait verileri kapsamaktadır. Panel veri modelleri ise kesit ve zaman serisi modellerinin birleşiminden oluşmaktadır. Panel veri uygulamaları ekonometri biliminin önemli istatistiksel araçlarından biri olarak kabul edilmektedir.⁴³ Panel veri analizi ekonometri alanında oldukça popüler ve kullanılan bir analiz türü olmakla birlikte tahmin tekniklerinin geliştirilmesi için altyapı sağlamaktadır.⁴⁴

Panel veri ekonometrisi ilk defa, Paris'te 1977 yılında Pascal Mazodier tarafından düzenlenen konferansta gündeme gelmiştir ve bu noktadan sonra hem metodolojik olarak hem de uygulamalı olarak gelişmeye başlamıştır.⁴⁵

Panel veri ekonometrisinde firmalar ile çalışılıyorsa firmalar arasındaki etkileşim, bireyler ile çalışılıyorsa bireyler arasındaki etkileşim birim ve zaman boyutuna göre değişiklik gösterebilmektedir.⁴⁶

Panel veri ile çalışmanın bazı avantajları olduğu gibi bazı kısıtlamalarının da olduğu bilinmektedir⁴⁷. Avantajlarına örnek olarak;

- Yatay kesit ve zaman serisi birleşiminden oluştuğundan veri hakkında daha fazla bilgi elde edilmesi,

⁴³ Manuel Arellano, **Panel Data Econometrics: Advanced Texts in Econometrics**, New York, Oxford University Press, 2004, p. 7.

⁴⁴ William H. Greene, **Econometric Analysis**, 5. Edition, New York University, Prentice Hall, New Jersey, 2003, p. 284.

⁴⁵ Vijayamohan N. Pillai, "Panel Data Analysis with Stata Part 1 Fix Effects and Random Effects Models", **Munich Personal RePEc Archive**, 2016, p. 1-56

⁴⁶ Ferda Yerdelen Tatoğlu, **Panel Veri Ekonometrisi Stata Uygulamalı**, İstanbul, Beta Basım ve Yayın A.Ş., 3. bs., 2016, p. 5.

⁴⁷ Cheng Hsiao, **Analysis of Panel Data**, Newyork, Cambridge University Press, Second Edition, 2003, p. 1.

- Tahmin sapmasını azaltması,
- Çoklu doğrusal bağlantı problemini azaltması,
- Daha kapsamlı modeller kurulabilmesine olanak sağlaması

olarak sayılabilir.

Panel veri kısıtlamalarına örnek olarak ise;

- Verinin büyüklüğünden kaynaklanan veri toplama problemleri,
- Zaman serisinin kısa olma problemleri

olarak sayılabilir.

Panel veri modelleri genel olarak aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$Y_{it} = a + \beta X_{it} + u_{it} \quad i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T$$

Modeldeki Y bağımlı değişkeni, X bağımsız değişkeni göstermektedir. i alt indisi birimleri ifade etmekte olup, hane halkı, bireyler, ülkeler ve firmalardan oluşabilmektedir. t alt indisi ise zamanı belirtmekte olup, yıllar, aylar veya günler gibi dönemlerden oluşmaktadır. Son olarak modeldeki u_{it} ise hata terimini ifade etmektedir.

Panel veri modelleri birimlere ya da zamana bağlı değişim oluşturuyorsa tek yönlü panel veri modelleri, birim ve zamana göre değişimi birlikte gösteriyorsa çift yönlü panel veri modelleri olarak adlandırılmaktadır. Panel veri uygulamaları incelendiğinde, genellikle tek yönlü birim etkiler modelleri görülmekle birlikte çift yönlü modellere de rastlanılmaktadır.

Panel veri modellerinde, yatay kesit ve zaman serisi modellerinde olduğu gibi otokorelasyon, heteroskedasite, hata varyansının sabit olması, çoklu doğrusal bağlantının olmaması ve normal dağılım varsayımlarının sağlanması istenir.⁴⁸

⁴⁸ Badi H. Baltagi, **Econometric Analysis of Panel Data**, John Wiley & Sons, Third Edition, 2005, p. 11-12.

Tablo 2.1: Panel Veri Model Parametrelerinin Heterojenliğine Göre Sınıflandırılması

Model	Model Gösterimi	Model İçeriği
1.	$Y_{it} = \beta_0 + \sum_{k=1}^K \beta_k X_{kit} + u_{it}$	Hem sabit, hem de eğim parametrelerinin birimlere ve zamana göre sabit olduğu modeller
2.	$Y_{it} = \beta_{0i} + \sum_{k=1}^K \beta_k X_{kit} + u_{it}$	Eğim parametresinin sabit, sabit parametrelerin birimlere göre değiştiği modeller
3.	$Y_{it} = \beta_{0it} + \sum_{k=1}^K \beta_k X_{kit} + u_{it}$	Eğim parametresinin sabit, sabit parametrenin birimlere ve zamana göre değiştiği modeller
4.	$Y_{it} = \beta_{0i} + \sum_{k=1}^K \beta_{ki} X_{kit} + u_{it}$	Tüm parametrelerin birimlere göre değiştiği, zamana göre sabit olduğu modeller
5.	$Y_{it} = \beta_{0it} + \sum_{k=1}^K \beta_{kit} X_{kit} + u_{it}$	Tüm parametrelerin hem birimlere hem de zamana göre değiştiği modeller

Yukarıdaki tabloda da belirtildiği gibi panel veri modelleri genel olarak klasik modeller (1 numaralı model) olarak sınıflandırılıyorken, sabit parametresi heterojen olan modeller sabit etkili ve tesadüfi etkili modeller (2 ve 3 numaralı modeller) olarak, eğim parametresinin heterojen olduğu modeller ise (4 ve 5 numaralı modeller) heterojen paneller olarak bilinmektedir.

Aşağıdaki tabloda ilk üç model tekrardan sınıflandırılmıştır.

Tablo 2.2: Panel Veri Modelleri

Panel Veri Modeli	Açıklama	Hataların Dağılımı	Etki
Klasik Panel Veri Modelleri	Hem sabit hem de eğim parametrelerinin birimlere ve zamana göre sabit olduğu panel veri modelleridir.	u_{it} özdeş ve bağımsız normal dağılır	Birim ve/veya zaman etkiler olmaması durumu
Sabit Etkili Panel Veri Modelleri	Panel veri modelinin sahip olduğu sabit katsayıların, birim ve/veya zaman boyunca değişkenlik gösterdiği doğrusal panel veri modelleridir. ⁴⁹	u_{it} özdeş ve bağımsız normal dağılır	Birim ve/veya zaman etkiler olması durumu
Tesadüfi Etkili Panel Veri Modelleri	Örneklemin rassal seçildiği ve birim ve/veya zamana bağlı değişimlerin hata terimi olarak modele dahil edildiği panel veri modelleridir.	u_{it} özdeş ve bağımsız normal dağılır	Birim ve/veya zaman etkiler olması ve bu etkilere hata bileşeni gibi yaklaşıldığı durum

⁴⁹ Ibid.

Yukarıdaki tabloda verilen panel veri modellerinden son iki modelin kullanımı daha çok tercih edilmektedir ve bu modellerde birim ve zaman etkiler modele sabit değişken yardımıyla dahil olmaktadır. Genel olarak bu modellere sabit parametresi değişken modeller denmektedir.⁵⁰ Alt başlıklarda bu modeller detaylı olarak açıklanacaktır.

2.1.1 Klasik Doğrusal Panel Veri Modeli

Genel olarak doğrusal panel veri modeli aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + u$$

olarak ifade edilebilir. Modeldeki β_0 , sabit terimi, β_k , $K \times 1$ boyutlu parametre vektörünü, X_k , k. açıklayıcı değişkeni ifade etmektedir.⁵¹ Klasik doğrusal panel veri modelinde hem sabit, hem de eğim parametrelerinin birimlere ve zamana göre sabit olduğu varsayılmaktadır. Diğer bir ifade ile birim ve zaman etkinin oluşturduğu etkileşim modelde önemsizdir ve etkilerin homojen olduğu varsayılmaktadır. Klasik modelin tahmini havuzlanmış en küçük kareler yöntemiyle gerçekleştirilmektedir. Hata terimi sıfır ortalama ve sabit varyansa sahip olup, otokorelasyonsuzdur.

2.1.2 Sabit Etkili Panel Veri Modeli

Panel veri modellerinde her bir yatay kesit gözleme tahmin edilen parametre gibi davranıyorsa sabit etkilerin varlığı söz konusudur.⁵² Sabit etkiler modeli sabit katsayılı model olarak adlandırılabilir. Sabit etkiler modelinde birim etkiler ile açıklayıcı değişkenler arasındaki korelasyon sıfırdan farklıdır. Sabit etkiler modeli aşağıda belirtildiği gibidir.

$$y_{it} = \alpha_i + x'_{it}\beta + u_{it}$$

Yukarıdaki modelde y_{it} , bağımlı değişkeni ifade etmektedir. α_i , sabit terimi belirtmekte olup, sabit terim zamana göre sabit ancak birimlere göre değişkenlik göstermektedir. x'_{it} ise β katsayılı açıklayıcı değişkeni ifade etmektedir, aynı zamanda β katsayısı modelde eğim katsayısını ifade etmektedir. Modelde eğim

⁵⁰ Hsiao, **Ibid.**, p. 95.

⁵¹ Yerdelen Tatoğlu, **a.e.**, s. 37.

⁵² Yerdelen Tatoğlu, **a.e.**, s. 79.

katsayısının birim ve zaman boyutuna göre sabit olduğu bilinmektedir. u_{it} ise hata terimini belirtmektedir.

Sabit etkiler modelinde her birim için farklı parametre kullanıldığından çok fazla parametre olmaktadır ve buna bağlı olarak N arttıkça serbestlik derecesinde azalma meydana gelmektedir.⁵³

2.1.3 Tesadüfi Etkili Panel Veri Modeli

Panel veri modellerinde etkilere hata terimi gibi tesadüfi değişken gibi davranıyorsa tesadüfi etkilerin varlığından bahsedilir. Sabit etkili modelden farklı olarak, örneklemin tesadüfi çekim sürecine bağlı olarak birimlerin meydana getirdiği etkilerin rassal oldukları kabul edilir.⁵⁴ Diğer bir ifade ile birim etkiler rassal kabul edilirler ve örneklem tesadüfi olarak seçilir.⁵⁵ Tesadüfi etkiler modelinde birim etkiler ile açıklayıcı değişkenler arasındaki korelasyonun sıfır olduğu kabul edilmektedir. Tesadüfi etkiler modelinde α_i rassal değişkeni kullanılmaktadır ve aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir.

$$\alpha_i = \mu + \mu_i$$

Eşitlikteki μ anakütle ortalamasını ifade eder ve sabittir, μ_i ifadesi ise gözlenemeyen rassal etkileri meydana getirmektedir. Yukarıda verilen ifadeye göre düzenleme yapıldığında tesadüfi etkiler modeli aşağıda belirtildiği gibi olmaktadır.

$$y_{it} = (\mu + \mu_i) + x'_{it}\beta + u_{it}$$

Yukarıdaki modelde birim etkilerin rassal dağıldığı varsayılmaktadır.⁵⁶

Tesadüfi etkiler modelinde hata terimi iki farklı bileşenden meydana gelmektedir bu nedenle bu model hata bileşenleri modeli olarak da bilinir.⁵⁷ Tesadüfi etkiler modelinde hata terimi aşağıda belirtildiği gibidir.

⁵³ Baltagi, **Econometric Analysis of Panel Data**, p. 14.

⁵⁴R. Carter Hill, William E. Griffiths, Guay C. Lim, **Principles of Econometrics**, 4.b, United States of America, John Wiley & Sons, Inc, 2011, p. 551.

⁵⁵ Baltagi, **Econometric Analysis of Panel Data**, p. 14.

⁵⁶ Verbeek, **A Guide to Modern Econometrics**, p. 348.

⁵⁷A. Colin Cameron ve Pravin K. Trivedi, **Microeconometrics Methods and Applications**, 8b., New York, Cambridge University Press, 2009b, p. 704.

$$v_{it} = \mu_i + u_{it}^{58}$$

Model hata terimine göre düzenlendiğinde aşağıdaki eşitlik elde edilir

$$y_{it} = \mu + x'_{it}\beta + v_{it}$$

Sabit etkiler modelinin aksine, birim etkilerin rassal olduğu kabul edilen tesadüfi etkiler modelinde, parametre sayısının fazla olması ve serbestlik derecesi kaybı sorunları ile karşılaşmamaktadır.⁵⁹

2.2 Panel Veri Modellerinin Tahmin Yöntemleri

Panel veri modellerinde klasik, sabit ve tesadüfi etkiler modelleri için farklı tahmin yöntemleri kullanımı söz konusu olmaktadır. Farklı panel veri türü için kullanılan tahmin yöntemlerinin en çok kullanılanları aşağıdaki tabloda belirtildiği gibidir.

Tablo 2.3: Panel Veri Modellerinin Tahmin Yöntemleri

Panel Veri Türü	Kullanılan Tahminler
Klasik Panel Veri Modeli	Havuzlanmış En Küçük Kareler Yöntemi
Sabit Etkiler Panel Veri Modeli	Birinci Farklar Yöntemi
	Gölge Değişkenli En Küçük Kareler Yöntemi
	Grup İçi Tahmin Yöntemi
Tesadüfi Etkili Panel Veri Modelleri	Genelleştirilmiş En Küçük Kareler Yöntemi
	En Çok Olabilirlik Tahmin Yöntemi

Yukarıdaki tablo incelendiğinde farklı panel veri modelleri için kullanılan tahmin yöntemlerine yer verilmiştir. Klasik panel veri modeli tahmininde havuzlanmış en küçük kareler yöntemi kullanılmaktadır. Sabit etkiler modelinin tahmininde birinci farklar, gölge değişkenli en küçük kareler yöntemi, grup içi yöntemleri kullanılmaktadır. Tesadüfi etkiler modeli tahmininde ise genelleştirilmiş en küçük kareler yöntemi ve en çok olabilirlik tahmin yöntemlerinin kullanılması tercih edilmektedir. Aşağıda tahmin yöntemlerine ilişkin açıklamalara yer verilmiştir.

2.2.1 Havuzlanmış En Küçük Kareler Yöntemi

Klasik modelin hem sabit hem de eğim parametrelerinin birimlere ve zamana göre sabit olduğu durumlar için geçerli olduğundan bahsedilmiştir. Diğer bir ifade ile

⁵⁸R.Carter Hill, William E. Griffiths, Guay C. Lim, **Ibid.**, p. 552.

⁵⁹ Baltagi, **Econometric Analysis of Panel Data**, p. 14.

gözlemlerin homojen olduğu durumlarda kullanılmaktadır. Klasik modelin yapısı göz önünde bulundurulduğunda en uygun tahminci Havuzlanmış En Küçük Kareler (HEKK) tahmincisi olmaktadır. Klasik panel veri modeli için HEKK tahmincisi tutarlı ve etkin tahminciler oluşturulmaktadır.⁶⁰ HEKK yöntemi, EKK tahmincisi varsayımlarına benzer hareket etmektedir ve aşağıda belirtildiği gibidir;

- $E(X'_{it}u_{it}) = 0$
- $rank\left[\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T E(X'_{it}X_{it})\right] = K$
- $E(u_{it}^2 | X_{it}) = \sigma^2$

HEKK yönteminin ilk varsayımı X_{it} ile u_{it} korelasyonsuz olduğunu belirten dışsallık varsayımdır. İkinci varsayım olarak gösterilen varsayım bağımsız değişkenler arasında tam çoklu doğrusal bağlantının olmadığını ifade etmektedir. Üçüncü varsayım ise koşullu varyansın X_{it} 'den bağımsız olduğunu ve koşullu varyansın tüm dönemler için aynı olduğunu belirtmektedir.⁶¹ Dolayısıyla modelde otokorelasyon ve heteroskedasite olmadığı varsayımdır.

Aşağıda HEKK yönteminin özellikleri belirtilmiştir.

- Hata terimlerinde birim ve/veya zaman etkileri yoksa havuzlanmış en küçük kareler yöntemi tercih edilmektedir. Bu şekilde tutarlı tahminciler elde edilmiş olur.⁶²
- Hata terimi heteroskedastik ve otokorelasyonlu ise etkin tahmincilerle tahmin edilememektedir. Bu durumda EKK tahmincisi yerine alternatif tahmin yöntemlerinin kullanılması önerilmektedir.
- Eğer birim etki varsa HEKK yöntemi mantığı gereğince birim ve hata etki birbirinden ayrıldığı için etkinlik kaybı yaşanmaktadır.⁶³

⁶⁰ Greene, **Econometric Analysis**, p. 285.

⁶¹ Yerdelen Tatoğlu, **a.e.**, s. 98.

⁶² Yerdelen Tatoğlu, **a.e.**, s. 42.

⁶³ Yerdelen Tatoğlu, **a.e.**, s. 106.

2.2.2 Birinci Farklar Yöntemi

Birinci farklar yöntemi, modelden birim etkileri elimine etmek için kullanılan bir yöntemdir. Çünkü HEKK yöntemi varsayımlarından olan bağımsız değişkenlerle hata teriminin korelasyonsuz olduğu varsayımı gerçek hayat problemlerinde çoğu zaman birim etkinin açıklayıcı değişkenlerle korelasyonlu olması nedeniyle gerçekleşmemektedir. Bu nedenle bahsi geçen varsayım dikkate alınarak birinci farklar dönüşümü kullanılmaktadır. Fakat bu dönüşüm uygulanırken her bir yatay kesit birimde zaman boyutunun birinci gözleminin kaybolduğu göz önünde bulundurulmalıdır. Birinci farklar tahmincisinin varsayımları aşağıda belirtildiği gibidir.

- $E(\Delta X'_{it} \Delta u_{it}) = 0$
- $rank\left(\sum_{t=2}^T E(\Delta X'_{it} \Delta X_{it})\right) = K$
- $E(e_{it} e'_{it} | X_{i1}, \dots, X_{iT}, \mu_i) = \sigma_e^2 I_{T-1}$

Yukarıda belirtilen ilk varsayım zayıf dışsallık varsayımı ile ilgilidir. İkinci varsayım çoklu doğrusal bağlantının bulunmadığını ifade etmektedir.⁶⁴ Üçüncü varsayım ise dönüşüm sonucunda fark alınmış hata terimleri homoskedastik ve otokorelasyonsuz olduğunu ifade etmektedir.

Aşağıda birinci farklar yönteminin özellikleri belirtilmiştir.

- Modelde aşağıdaki değişkenler birinci farklar dönüşümü sonucunda modelden elimine edilmektedir.
 - Birim etki
 - Sabit terim
 - Zaman değişmezi değişkenler
- Model zaman gölge değişkeni içeriyorsa ikinci fark alındığı takdirde zaman gölge değişkeni modelde sabit terime dönüşmektedir.

⁶⁴ Yerdelen Tatoğlu, a.e., s. 54-55.

2.2.3 Gölge Değişkenli En Küçük Kareler Yöntemi

Sabit etkiler modelinde birim etkiye sabit bir parametre gibi davranılmaktadır, dolayısıyla birim etki, modelde tahmin edilen değişkenler arasında yer almaktadır. Bu durumda alternatif tahmin yöntemlerinden olan Gölge Değişkenli En Küçük Kareler (GDEKK) tahmincisinin kullanılmasına olanak sağlanmaktadır. Farklı birimler için farklı sabitler içeren model kurmanın yolu GDEKK yöntemi ile mümkün olmaktadır.⁶⁵ Bu tahminci kullanılırken gölge değişken tuzağına düşmemek için N-1 sayıda gölge değişken kullanılması gerekmektedir. GDEKK yönteminin birim sayısının fazla, zaman boyutunun az olduğu durumlarda kullanılmasının uygun olmadığı söylenmektedir.⁶⁶

Aşağıda gölge değişkenli en küçük kareler yönteminin özelliklerine yer verilmiştir.

- Zaman boyutu (T) küçükse ve sabitse, μ_i 'nin gölge değişkenli en küçük kareler tahmincisi tutarsızdır.
- Tüm birimler için sabit ifadenin hesaplanması serbestlik derecesini önemli derecede azaltmaktadır.
- μ_i 'nin tahmincisi tutarsızdır, fakat bu durum β 'nin tahmincisini etkilememektedir.

Tesadüfi etkiler modelinin varsayımları aşağıda belirtildiği gibidir;

- $E(\mu_i u_{it}) = 0$, μ_i ve u_{it} i ve t için korelasyonsuzdur.
- $E(\mu_i) = 0$ ve $E(u_{it}) = 0$ μ_i ile u_{it} 'nin ortalamaları sıfıra eşittir.
- u_{it} ve μ_i normal dağılmaktadır.

Tesadüfi etkilere özel varsayımlar;

- $E(u_{it} | X_i, \mu_i) = 0$ $t=1,2,...,T$ ve $E(\mu_i | X_i) = E(\mu_i) = 0$
- $\text{rank } E(X_i \Omega^{-1} X_i) = K$
- $E(u_i u_i' | X_i, \mu_i) = \sigma_u^2 I_T$ ve $E(\mu_i^2 | X_i) = \sigma_u^2$

⁶⁵ Yerdelen Tatoğlu, a.e., s. 80.

⁶⁶ Selahattin Gürış, Ed., **Panel Veri Ekonometrisi**, İstanbul, Der Yayınları, 2018, s. 29

Tesadüfi etkilere özgü ilk varsayımda katı dışsallık özelliği ve birim etki ile açıklayıcı değişkenler arasında korelasyonun olmadığı belirtilmektedir. İkinci varsayım, bağımsız değişkenler arasında çoklu doğrusal bağlantı olmadığını ifade etmektedir. Üçüncü varsayım, koşullu varyansın sabit, aynı zamanda sıfır olduğu ve μ_i 'nin homoskedastik olduğunu belirtmektedir.⁶⁷

2.2.4 Grup İçi Tahmin Yöntemi

Grup içi dönüşümü temele alarak tahmin edilen yöntemdir ve zamana göre değişkenlik olduğu durumda kullanılması uygundur. Eğitim parametrelerinin grup içi tahmincisi sapmasız olmakla birlikte, birim (N) ve zamanın (T) sonsuza gittiği durumlarda tutarlı olmaktadır. Ek olarak μ_i 'nin tahmincisinin sapmasız olmasına karşın sadece $T \rightarrow \infty$ olması durumunda tutarlı sonuç vermektedir. Bu tahmin yönteminin hem sabit etkiler hem de tesadüfi etkiler modelinde kullanılması uygundur.

Grup içi tahmin yöntemi birim ortalamalardan fark alınarak havuzlanmış en küçük kareler yönteminin uygulanmasıyla elde edilmektedir.⁶⁸

Tesadüfi etkiler modelinde grup içi tahmincisinin elde edilmesi için σ_u^2 ve σ_μ^2 'nin fonksiyonu olan θ parametresine ihtiyaç duyulmaktadır. θ parametresi varyansların oranlarından elde edilmektedir. $\theta = 0$ ise klasik model, $\theta = 1$ ise sabit etkiler, θ , 1'den farklı ise tesadüfi etkiler söz konusu olmaktadır.

Sabit etkiler modeli belirli varsayımlara sahiptir. Sabit etkiler modelinin varsayımları aşağıda belirtildiği gibidir;

1. $E(\ddot{u}_{it} | \ddot{x}_i) = 0$
2. $rank \left[\sum_{t=1}^T E(\ddot{x}_i' \ddot{x}_i) \right] = K$
3. $E(\ddot{u}_i' \ddot{u}_i | \ddot{x}_i, \mu_i) = \sigma_u^2 I_T$

⁶⁷ Yerdelen Tatoğlu, **a.e.**, s. 82

⁶⁸ Selahattin Güriş, **a.e.**, s. 31.

Yukarıda varsayımlar içerisinde gösterilen μ_i birim etkileri ifade etmekte olup, ilk varsayımda bağımsız değişkenlerin ve birim etkinin hata terimi ile korelasyonsuz olması durumu belirtilmektedir. İkinci varsayım çoklu doğrusal bağlantının olmadığını ifade ederken, üçüncü varsayım, homoskedasite ve otokorelasyonsuzluk varsayımını ifade etmektedir. Sabit etkilerin ilk iki varsayımı tutarlı tahminci özelliği sağlamakta iken üçüncü varsayımla birlikte etkin tahminci olma özelliği kazanmaktadır.

2.2.5 Gruplar Arası Tahmin Yöntemi

Gruplar arası tahmin yönteminin yatay kesit gözlemleri arasında değişkenlik olduğu durumlarda kullanılması daha uygundur. Gruplar arası tahmin yönteminin ilk aşaması gruplar içi tahmin yöntemiyle aynı olmaktadır. İkinci aşaması ise ilk aşamada elde edilen eşitliğe en küçük kareler yöntemi uygulanmasıyla elde edilmektedir. Böylelikle β 'nın gruplar arası tahmincisi elde edilmiş olur.

Aşağıda gruplar arası tahmin yönteminin özelliklerine yer verilmiştir.

- μ_i ve X_{it} korelasyonlu olmasa bile gruplar arası tahmincisi ortalamalardan hareket ettiği için zaman serisi bilgileri kaybolmuştur ve etkin olmamaktadır. Böyle bir durumla karşılaşıldığı zaman, gruplar arası tahmincinin yerine tesadüfi etkiler tahmincisi veya EKK tahmincisi tercih edilebilir.⁶⁹
- Gruplar arası tahmin yönteminde zamana göre ortalama alınması ölçme hatalarını en aza indirmektedir.

2.2.6 En Çok Olabilirlik Yöntemi

En Çok Olabilirlik (MLE) yöntemi tesadüfi etkiler modelinde μ_i ve u_{it} , tesadüfi ve normal dağıldığı zaman kullanılmaktadır. T'nin sonlu ve N'nin sonsuza gittiği durumda, en çok olabilirlik tahmincisi tutarlıdır ve asimptotik normal dağılım sergilemektedir.⁷⁰

MLE yönteminde karşılaşılan birtakım sorunlar vardır. Aşağıda bu sorunlardan bazılarına yer verilmiştir.

⁶⁹ Yerdelen Tatoğlu, a.e., s. 96.

⁷⁰ Yerdelen Tatoğlu, a.e., s. 109.

- Olabilirlik fonksiyonu normallik varsayımı altında doğrusal bir fonksiyon değildir. Doğrusal olmama özelliği fonksiyonun tahminini güçleştirmektedir.
- Varyans bileşenlerinin tahmini negatif olabilmektedir.

2.2.7 Genelleştirilmiş En Küçük Kareler Yöntemi

Genelleştirilmiş en küçük kareler yöntemi koşullu ve koşulsuz varyansın birbirine eşit olmadığı durumda ve varyanslar eşit olsa dahi varyans matrisinin sabit olmadığı durumlarda alternatif tahmin yöntemi olarak kullanılmaktadır. Genelleştirilmiş en küçük kareler yöntemi Kiefer (1980) tarafından geliştirilmiştir.⁷¹ Bu tahmin yönteminde u_{it} 'nin varyansı değiştiği için, hata terimleri arasında korelasyon durumu beklendiğinden, dirençli varyans matrisinin kullanılması tercih edilmektedir.

Tesadüfi etkiler modelinde μ_i ve β 'nin tahminin elde edilmesi için genelleştirilmiş en küçük kareler yöntemi kullanılabilmektedir. $\delta = (\mu_i, \beta)$ için genelleştirilmiş en küçük kareler tahmincisi aşağıdaki gibidir. Aşağıdaki formülde Ω varyans kovaryans matrisini ifade etmektedir.⁷²

$$\hat{\delta}_{GEEK} = \left[\sum_{i=1}^N \bar{X}_i' \Omega^{-1} \bar{X}_i \right]^{-1} \left[\sum_{i=1}^N \bar{X}_i' \Omega^{-1} Y_i \right]$$

2.3 Panel Veri Modellerinin Tahmin Yöntemleri Arasında Tercih Testleri

Panel veri modellerinde birim etki yoksa klasik model, birim etki varsa sabit veya tesadüfi model tercih edilmektedir. Panel veri ekonometrisinde modeller arası tercih testleri bulunmaktadır. Aşağıda bu testlere yer verilmiştir.

2.3.1 F Testi

F testi genel olarak sabit parametrenin birimlere göre farklılık yaratıp yaratmama durumuna göre klasik modelin geçerliliğini test etmek için kullanılmaktadır. Birimlere göre farklılık meydana gelmiyorsa klasik model uygun

⁷¹ Nicholas M. Kiefer, "Estimation of Fixed Effect Models For Time Series of Cross-Sections with Arbitrary Intertemporal Covariance", **Journal of Econometrics**, Vol.XIV, No:2, 1980, p. 195-202.

⁷² Yerdelen Tatoğlu, a.e., s. 112.

olmaktadır. F testinin uygulama kısmında iki model baz alınmaktadır, bunlar; kısıtlı ve kısıtsız modellerdir. Genel olarak F testinin formülü aşağıda belirtildiği gibidir;

$$F = \frac{(RSSS - URSS)/(N - 1)}{URSS / N(T - 1) - K}$$

Yukarıdaki formülde RSSS kısıtlı modelin (klasik modelin) kalıntı kareler toplamını ifade etmekte iken, URSS ise kısıtsız modelin (sabit etkiler modelinin) kalıntı kareler toplamı olarak ifade edilmektedir. F testine ait hipotezler aşağıda belirtildiği gibidir.

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_{N-1} = 0$$

Yukarıda belirtilen hipotezde birim etkinin varlığı sınanmakta olup F değeri tablo değerini aşıyorsa H_0 hipotezi reddedilir.⁷³

2.3.2 Olabilirlik Oranı (LR) Testi

Olabilirlik oranı testi klasik modeli tesadüfi etkiler modeline karşı test etmek için kullanılmaktadır. Temel hipotez klasik modelin geçerli olduğunu ifade etmektedir. Test istatistiği aşağıda belirtildiği gibidir.

$$LR = -2[1(kısıtlı) - 1(kısıtsız)]$$

Yukarıda belirtilen kısıtlı olarak ifade edilen değer klasik modele ait log-olabilirlik fonksiyonu belirtmekteyken, kısıtsız olarak adlandırılan değer tesadüfi etkiler modeline ait log-olabilirlik fonksiyonu belirtmektedir. LR test istatistiği 1 serbestlik dereceli χ^2 dağılımına uygunluk göstermektedir.⁷⁴

2.3.3 Breusch-Pagan Lagrange Çarpanı (LM) Testi

Breusch-Pagan (1980)⁷⁵ havuzlanmış en küçük kareler modelini tesadüfi etkiler modeline karşı sınamak için LM test istatistiğini geliştirmişlerdir. Testin

⁷³ Yerdelen Tatoğlu, a.e., s. 170.

⁷⁴ Yerdelen Tatoğlu, a.e., s. 173.

⁷⁵ Trevor S. Breusch, Adrian R. Pagan, "The Lagrange Multiplier Test and its Applications to Model Specification in Econometrics" **The Review of Economic Studies**, Vol.XLVII, No:1, 1980, p. 239-253.

mantığı EKK modelinin kalıntılarına dayanmaktadır.⁷⁶ LM testinin temel hipotezi tesadüfi birim etki varyanslarının sıfır olması üzerine kuruludur. LM test istatistiği aşağıda belirtildiği gibidir.

$$LM = \frac{NT}{2(T-1)} \left[\frac{\sum_{i=1}^N \left(\sum_{t=1}^T u_{it} \right)^2}{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T u_{it}^2} - 1 \right]^2$$

LM test istatistiği 1 serbestlik dereceli χ^2 dağılımına uymaktadır. LM testine ait hipotezler aşağıda belirtildiği gibidir.

$$H_0 : \sigma_\mu^2 = 0$$

$$H_1 : \sigma_\mu^2 \neq 0$$

LM test istatistiğinde temel hipotez reddedilemezse birim etkinin varlığı kabul edilmemekte, klasik modelin geçerliliği kabul edilmektedir.

2.3.4 Hausman Testi

Hausman testi, modelde birim etkinin saptandığı durumda modelin sabit etkiler ya da tesadüfi etkiler modeli olduğuna karar verilebilmesi için yapılan testtir. Bu test, k serbestlik derecesi ile χ^2 dağılımına uygunluk göstermektedir. Temel hipotez açıklayıcı değişkenler ve birim ve/veya zaman etkiler korelasyonlu değildir şeklinde kurulmaktadır. Hausman testinin hipotezleri aşağıda belirtildiği gibi de ifade edilebilir.

$$H_0 : \text{Sabit etkiler tutarlı, Tesadüfi etkiler etkin}$$

$$H_1 : \text{Sabit etkiler tutarlı, Tesadüfi etkiler tutarsız}$$

Yukarıdaki hipotez dikkate alındığında temel hipotez kabul edilirse tesadüfi etkiler modelinin etkin olduğu, alternatif hipotez kabul edilirse sabit etkiler modelinin tutarlı olduğu için tercih edileceği sonucuna ulaşılmaktadır.

⁷⁶ Yerdelen Tatoğlu, a.e., s. 178.

2.4 Panel Veri Modellerinde Normal Dağılım

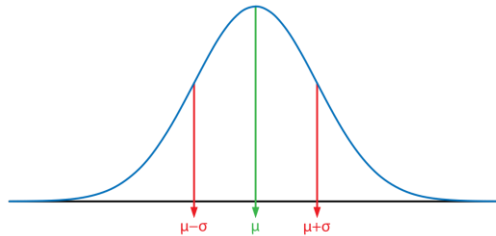
Verinin analizinde dağılım özellikleri ve dağılım türleri de göz önünde bulundurulmaktadır. Bu nedenle analize başlamadan önce doğru sonuçlar elde edebilmek için normal dağılım gibi varsayımlarının denetlenmesi gerekmektedir. Normallik testlerinin uygulanması teori ve veri yapısına göre değişiklik göstermektedir. Aşağıda normallik kavramı ve testlerinin tarihsel gelişimine yer verilmiştir.

Tablo 2.4: Normal Dağılım Testlerinin Tarihsel Gelişimi

Normal Dağılım Testi	Tarih
De Moivre	1733
Pierre Simon Laplace ve Carl Friedrich Gauss	1800
Pearson- Ki-Kare	1900
Kolmogorov ve Smirnov	1933
Kuiper	1960
Shapiro Wilk	1965
Anderson ve Darling	1974
Jarque ve Bera	1980

İlk olarak 1733 yılında De Moivre normal dağılım kavramından bahsetmiştir. 1800'lü yıllarda ise Pierre Simon Laplace ve Carl Friedrich Gauss normal dağılımı geliştirmişlerdir. Normallik testi ile ilgili çalışmalar ise 1900'lu yılların başında başlamıştır. Ardından 1933 yılında Kolmogorov Simirnov, 1960 yılında Kuiper, 1965 yılında Shapiro Wilk, 1974 yılında Anderson Darling ve 1980 yılında Jargue Bera normal dağılım test modifikasyonları önermişlerdir.

Normal dağılımın mantığı merkezi limit teoremine dayanmaktadır. Aritmetik ortalaması μ ve standart sapması σ olan n büyüklüğünde bir evrenden çekilmiş örneklemelerin ortalaması μ , standart hatası $\sigma/\sqrt{n}$ olmaktadır. Verideki gözlem sayısı arttıkça dağılımın da normal dağılıma yaklaştığı ifade edilir.



Şekil 2.1: Normal Dağılım Eğrisi.⁷⁷

⁷⁷ https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Gaussian_distribution.svg,
12.01.2021

Yukarıdaki şekil incelendiğinde dağılımın ortalamaya göre simetrik olduğu görülmektedir. Dağılımın aritmetik ortalaması, medyanı ve tepe değeri birbirine eşittir.

Sonsuz sayıda normal dağılım eğrilerinden en belirginini 0 ortalama ve standart sapması 1 olan normal dağılım eğrisidir. Bu dağılıma standart normal dağılım eğrisi adı verilmiştir. Herhangi x rassal değişkeninin standart normal dağılımı $z = \frac{x - \mu}{\sigma}$ şeklinde gösterilmektedir. Standart normal dağılımın amacı farklı dağılıma sahip verileri tek bir standarda indirgeyerek ifade edebilmektir.

2.4.1 Çarpıklık-Basıklık Testi

Çarpıklık (skewness) ölçütü teoride S ile ifade edilmektedir. Çarpıklık ölçüsü dağılımın simetriden sapmasını değerlendirmektedir. Çarpıklık ölçüsü aşağıda belirtildiği gibidir.

$$\text{Çarpıklık} = S = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{(X_i - \bar{X})}{\sigma} \right]^3$$

Basıklık (kurtosis) ölçüsü ise K ile ifade edilir. Basıklık ölçütü normal dağılıma kıyasla sivrilik ve basıklık ile ilgilenmektedir. Basıklık ölçüsü aşağıda belirtildiği gibidir.

$$\text{Basıklık} = K = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{(X_i - \bar{X})}{\sigma} \right]^4$$

Normal dağılımı ölçmek için çarpıklık ve basıklıktan elde edilen aşağıdaki D'Agostino'nun K-kare testi kullanılmaktadır.

Çarpıklık ve basıklık ölçüleri sırasıyla aşağıdaki gibi ifade edilirse;

$$\sqrt{b_1} = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{\mu_3}{(\sigma^3)^{3/2}} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x - \bar{x})^3}{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x - \bar{x})^2 \right)^{3/2}}$$

$$b_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} = \frac{\mu_4}{(\sigma^2)^2} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x - \bar{x})^4}{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x - \bar{x})^2 \right)^2}$$

Bu değerlerden hesaplanan dönüştürülmüş çarpıklık ve basıklık değerleri ile D'Agostino'nun K-kare istatistiği aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$K^2 = (Z(\sqrt{b_1}))^2 + (Z(b_2))^2$$

K^2 istatistiği serbestlik derecesi yaklaşık 2 olan χ^2 dağılımına sahiptir. Hipotezler aşağıda belirtildiği gibidir.

H_0 : Normal dağılıma uygundur

H_1 : Normal dağılıma uygun değildir

2.4.2 Jargue-Bera Testi

Normal dağılım testlerinden olan Jargue-Bera testi çarpıklık ve basıklık ölçütlerini kullanarak normal dağılımın test edilmesinde kullanılmaktadır. Aşağıda test istatistiği yer almaktadır.

$$JB = n \left[\frac{S^2}{6} + \frac{(K-3)^2}{24} \right]$$

S=Skewness, K=Kurtosis

JB test istatistiği H_0 hipotezi altında $X_{(2)}^2$ iki serbestlik derecesi ile asimptotik ki kare dağılımına sahiptir.⁷⁸ JB test istatistiği için hipotezler aşağıda belirtildiği gibidir. S = 0 ve K = 3 şartı altında aşağıdaki hipotezler kullanılmaktadır;

⁷⁸ Lauren B. Dong, David E. A Giles, "An Empirical likelihood Ratio Test For Normality, Department of Economics", University of Victoria, **Econometrics Working Paper**, Vol.XXXVI, No:1, 2004, p. 6.

H_0 : Normal dağılıma uygundur

H_1 : Normal dağılıma uygun değildir

Normal dağılımdan alınan veriler için örneklem sayısı arttıkça JB istatistiği iki serbestlik dereceli ki kare dağılımına yaklaşır.⁷⁹

Panel veri modellerinde normallik, Blanchard ve Matyas (1996) tarafından hata bileşenleri modeline uyarladıkları test performansıyla incelenmiştir.⁸⁰ Yatay kesit ve zaman serilerinde çarpıklık ve basıklık uygulamaları geniş bir yelpazeye sahipken panel veri için aynı durum söz konusu olmamaktadır. Normal dağılımın panel veride uygulanmasında normalliği bozan bileşenin hangisi olduğuna karar verilmesi gerekmektedir⁸¹.

Konu ile ilgili çalışmalar, Gilbert (2002)⁸² ve Meintanis (2011)⁸³ aracılığı ile her iki bileşeni de içeren bir normallik testi önermesiyle genişlemiştir. Galvao vd. (2013)⁸⁴ panel veri için tek yönlü hata bileşenleri modeli çarpıklık, basıklık ve normallik testlerini geliştirmiştir. Önerilen testlerin panel veri için pratikte önemli olduğu bilinmektedir çünkü standart Jargue-Bera testi birim ve zaman etkiden kaynaklanan değişimlere duyarlı olmamaktadır.⁸⁵ Dolayısıyla geliştirilen testler momentler bazında EKK yöntemi baz alınarak gerçekleştirilir. N sonsuza giderken T'nin sabit ve küçük olması istenir. Testlerin uygulama mantığında bootstrap prosedürü kullanılır ve çarpıklık ve basıklıkta meydana gelen sapmaları tespit eder. Temelde Jargue-Bera testinin geliştirilmesine dayanmaktadır.

⁷⁹ Dong W. Cho, Im, K.S, "A Test of Normality Using Geary's Skewness and Kurtosis Statistics", Working Paper 32, **College of Business & Administration, University of Central Florida**, 2002, p. 1-10, 15.03.2020.

⁸⁰ Pierre Blanchard, Laszlo Matyas, "Robustness of Tests For Error Component Models To Non-Normality", **Economics Letters**, Vol.LI, No:2, 1996, p. 161-167.

⁸¹ Javier Alejo, et. al., "Test For Normality in Linear Panel-Data Models", **The Stata Journal**, Vol.XV, No:3, 2015, p. 822.

⁸² Scott Gilbert, "Testing The Distribution of Error Components in Panel Data Models", **Economics Letters**, Vol.LXXVII, No: 1, 2002, p. 47-53.

⁸³ Simos G. Meintanis, "Testing For Normality With Panel Data", **Journal of Statistical Computation and Simulation**, Vol.LXXXI, No:11, 2011, p. 1745-1752.

⁸⁴ Antonio Galvao, vd., "Tests For Skewness and Kurtosis in The One-Way Error Component Model", **Journal of Multivariate Analysis**, Vol.CXXII, No:C, 2013, p. 35-52.

⁸⁵ Alejo, et. al., **loc. cit.**

2.5 Panel Kantil Regresyon Modelleri

Bu bölümde panel kantil regresyon modelleri ve tahmin yöntemleri üzerinde durulmuştur. Aşağıda panel kantil regresyon modellerinin tarihsel gelişiminin yer aldığı tabloya yer verilmiştir.

Tablo 2.5: Panel Kantil Regresyon Modellerinin Tarihsel Gelişimi

Gelişme	Öncü	Tarih
Havuzlanmış Panel Kantil Regresyon	Koenker ve Bassett	1978
Sabit Etkili Panel Kantil Regresyon	Graham, Hahn and Powell	2008
	Koenker	2004
	Chernozhukov, Fernandez-Val ve Newey	2009
	Lamarche	2010
	Canay	2011
İki aşamalı Panel Kantil Regresyon	Bargain ve Kwenada	2011
	Nguyen, Nordman ve Roubaud	2013
	Chamberlain	1982-1984
İlişkili Tesadüfi Etkili Panel Kantil Regresyon	Abrevaya ve Dahl	2008
	Kock	2016

Kantil regresyon modellerinin gelişimi havuzlanmış panel kantil regresyon modellerinin türetilmesiyle başlamıştır. Araştırmacılar literatüre, sabit etkili panel kantil regresyon, iki aşamalı panel kantil regresyon ve ilişkili tesadüf etkili panel kantil regresyon türlerini kazandırmıştır. İlk olarak 1978 yılında Koenker ve Bassett⁸⁶ havuzlanmış kantil regresyon modelini yatay kesit veri modellerini dikkate alarak geliştirmişlerdir. Havuzlanmış panel kantil modelleri, gözlenemeyen heterojenliği direkt olarak açığa çıkaramadığından dolayı araştırmacılar bu etkinin açığa çıkarılması için sabit ve tesadüfi etkili panel kantil modellerini önermişlerdir.

2004 yılında Koenker⁸⁷ sabit etkili panel kantil regresyon modeli tahmin yönteminin gelişmesine katkı sağlamıştır. Ardından 2008 yılında Graham, Hahn and Powell⁸⁸ sabit etkili panel kantil regresyonun geliştirilmesi ve uygulanması aşamasında önemli rol oynamışlardır. 2009 yılında Chernozhukov, Fernandez-Val

⁸⁶Roger Koenker, **Quantile Regression**, p. 33-50.

⁸⁷Roger Koenker, "Quantile Regression for Longitudinal Data", **Journal of Multivariate Analysis**, Vol.XCI, No:1, 2004, p. 74-89.

⁸⁸Bryan S. Graham, et. al., "A Quantile Correlated Random Coefficients Panel Data Model", **Journal of Econometrics**, Vol.CCVI, No:2, 2018, p. 305-335.

ve Newey⁸⁹ gibi araştırmacılar da sabit etkili panel kantil regresyon modelinin geliştirilmesini sağlamıştır. 2010 yılında Lamarche⁹⁰ ise sabit etkili model yaklaşımında birim etkiler için büyük önem taşıyan ayar parametresinin asimptotiğini incelemiştir. Canay⁹¹ sabit etkili modellerdeki gözlenemeyen heterojenliğin, tüm kantilleri aynı oranda etkilediğinde modelden elimine edilmesini sağlayan iki aşamalı bir yöntem önermiştir. Bargain ve Kwenada⁹², (2011) Canay'ın çalışmasında belirttiği yöntemi kullanarak model tahmini gerçekleştirmişlerdir. Çalışma 2002-2007 yılları arasında dengesiz panel veri seti kullanarak yapılmıştır. 2013 yılında ise Canay'ın iki aşamalı panel kantil modelini kullanan araştırmacılar Nguyen, Nordman ve Roubaud⁹³ (2013), dengesiz panel veri seti ile modelleme yapmışlardır.

1982 yılında ve 1984 yılında çalışmalarını gerçekleştiren Chamberlain⁹⁴ ilk kez ilişkili tesadüfi etkiler modelinden söz etmiştir. Abrevaya ve Dahl⁹⁵ (2008) ilişkili tesadüfi etkiler modelini kantil regresyon modeli için geliştirerek panel veri için uygulamışlardır. Kock⁹⁶ (2016) ise Chamberlain'in modeline bazı kısıtlamalar getirerek modeli ele almıştır.

Panel veri modellerinin, zaman serisi ve yatay kesit veri gözlemlerinin eş zamanlı olarak analize dahil edilmesi sebebiyle araştırmacıya uygulamalarda daha fazla olanak sağladığı bilinmektedir.⁹⁷ Bir diğer ifade ile panel veri, gözlenemeyen bireysel etkileri ve zaman etkileri modele dahil eden analiz yöntemi olarak bilinir. Ele alınan birim türüne göre firmalar, ülkeler, iller vb. sınıflandırmalarda bireysel etkileri açığa çıkarmak mümkün olmaktadır.

⁸⁹Victor Chernozhukov, et. al., "Nonparametric Identification in Panels using Quantiles", **Journal of Econometrics**, Vol.CLXXXVIII, No:2, 2013, p. 1-15.

⁹⁰ Carlos Lamarche, "Robust Penalized Quantile Regression for Panel Data", **Journal of Econometrics**, 2010, Vol.CLVII, No:2, p. 157.

⁹¹ Ivan A. Canay, "A Simple Approach to Quantile Regression for Panel Data", **Econometrics Journal**, Vol.XIV, No:3, 2011, p. 368-386.

⁹² Oliver Bargain , Prudence Kwenda, "Earnings Structures, Informal Employment and Self Employment: New Evidence From Brazil, Mexico and South Africa", **The Review Income and Wealth**, Vol.LVII, 2011, p. 100-122.

⁹³ Huu C. Nguyen, Christophe Nordman , François Roubaud, "Who Suffers the Penalty:A Panel Data Analysis of Earnings Gaps in Vietnam", **The Journal of Development Studies**, 2013, Vol.XLIX, No:12, p. 1694-1710.

⁹⁴Gary Chamberlain, "Panel Data Handbook of Econometrics", **Handbook of Econometrics**, Ed. Zvi Griliches and Michael Intriligator, 1. b., Vol.II, 1984, p. 1257.

⁹⁵Jason Abrevaya, Christian M. Dahl, "The Effects of Birth Inputs on Birthweight", **Journal of Business & Economic Statistics**, Vol.XXVI, 2008, p. 1537-2707.

⁹⁶ Anders B. Kock, "Oracle Inequalities, Variable Selection and Uniform Inference in High-Dimensional Correlated Random Effects Panel Data Models", **Journal of Econometrics**, 2016, Vol.CXCIV, No:1, p. 71-85.

⁹⁷ Ferda Yerdelen Tatoğlu, a.e., s. 9.

Panel modellerini kantil modeller ile birleştirmek mümkün olmakla birlikte literatürde uygulama bakımından geniş bir yelpazeye sahiptir. Panel kantil modeller, koşullu kantillerin aralığını belirlerken bir yandan da koşullu değişkenin çeşitliliğini ortaya koymaktadır.⁹⁸ Panel kantil modellerin tahmininde klasik en küçük kareler başta olmak üzere çeşitli tahmin yöntemleri kullanılmaktadır. Koenker (2004) panel veri analizinde esnek bir yaklaşım kullanabileceğini savunmuş ve Gaussian modellerin yetersiz kaldığı durumlarda panel kantil model tahminlerinin uygulanabileceğini aktarmıştır.⁹⁹ Aşağıda panel veri modellerini kantil biçiminde ifade etmeye yarayacak formülasyonlara yer verilmiştir.

$$y_{ij} = x_{ij}^T \beta + \alpha_i + u_{ij} \quad t=1,...,m_j \quad i=1,...,N$$

Yukarıda yer alan denklem klasik doğrusal tesadüfi etkili panel veri modelinden hareketle oluşturulmuştur. Aşağıda yer alan model ise matris formatıyla gösterimini ifade etmektedir.

$$y = X\beta + Z\mu_i + u$$

Panel veri modelleri kantil modeller için geliştirildiğinde matris ifadesinde yer alan μ_i ifadesi önem taşımaktadır. Panel kantil yaklaşımın, modelde gözlenemeyen heterojenliğin belirlenmesinde rol oynadığını savunan Koenker (2004), yukarıda verilen modeldeki μ_i katsayısının klasik panel veri modellerindeki gibi gözlenemeyen heterojenliği belirttiğini ifade etmektedir.¹⁰⁰ Panel kantil modeller genel olarak dört grupta ele alınmaktadır. Bunlar; havuzlanmış panel kantil modelleri, gözlemlenemeyen etki ile açıklayıcı değişken arasındaki ilişkiye izin veren sabit etkili panel kantil modelleri, iki aşamalı panel kantil modelleri ve ilişkili tesadüfi etkiler panel kantil modelleridir.

2.6.1 Havuzlanmış Panel Kantil Regresyon Modeli ve Tahmini

Havuzlanmış panel kantil regresyon modelleri direkt olarak gözlenemeyen heterojenliği açığa çıkaramamaktadır. Koenker ve Bassett (1978), Koenker (2005)

⁹⁸ Naime İ. Koşan, "OECD Ülkelerinde Dış Ticaret Hadlerini Etkileyen Değişkenlerin Panel Kantil Regresyon ile İncelenmesi", İstanbul: Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Doktora Tezi, 2014, s. 107.

⁹⁹ Roger Koenker, "Quantile Regression for Longitudinal Data", **Journal of Multivariate Analysis**, Vol.XCI, No:1, 2004, p. 74-89.

¹⁰⁰ Roger Koenker, **loc.cit**, p. 76.

tahmincilerinin havuzlanmış verilere uygulandığı çalışmalar mevcuttur.¹⁰¹ Bu noktadan hareketle, koşullu kantil fonksiyonun havuzlanmış modelleri, $0 < \tau < 1$ olduğu aralıkta i . birim ve t . gözleme ait y_{it} 'nin koşullu kantil fonksiyonu için havuzlanmış regresyon modeli aşağıdaki gibi belirtilmektedir.

$$Q_{y_{it}}(\tau | x_{it}) = x'_{it}\beta_0(\tau) + u_{it} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad t = 1, 2, \dots, T_N$$

Yukarıdaki denklem incelendiğinde y_{it} bağımlı değişken vektörünün, x'_{it} ise sabit parametrelerini de içeren açıklayıcı değişken metriğini ifade etmektedir. Denklemde yer alan $\beta_0(\tau) = \beta$ ise ortak eğim parametresini oluşturmaktadır ve bağımlı değişkenin koşullu dağılımının τ . kantilindeki açıklayıcı değişkenin marjinal etkisini yansıtmaktadır. Ayrıca denklemdeki N birim sayısını ifade ederken, zaman aralıkları $T = T_N$ ile belirtilmektedir. Belirtilen ifadede N , T_N 'nin alt indisini oluşturduğundan ihmal edilmektedir.

Havuzlanmış kantil regresyon tahmincisi olan $\hat{\beta}$ 'in elde edilebilmesi için minimizasyon işlemine ihtiyaç duyulmaktadır. $\hat{\beta}$ 'in minimizasyon işlemi $\min_{\beta \in \mathbb{R}^k} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \rho_\tau(y_{it} - x'_{it}\beta)$ şeklinde sağlanmaktadır. Minimizasyon işleminde yer alan ρ_τ fonksiyonu standart kantil kontrol fonksiyonunu oluşturur ve $\rho_\tau(u) = u(\tau - 1(u < 0))$ olarak ifade edilir.

Havuzlanmış panel kantil regresyon modelleri direkt olarak gözlenemeyen heterojenliği açığa çıkaramamaktadır. Bu nedenle gözlenemeyen birim heterojenliğin ortaya çıkarılmasında sabit etkili panel kantil regresyon modelleri kullanılmaktadır.

2.6.2 Sabit Etkili Panel Kantil Regresyon Modeli ve Tahmini

Sabit etkili panel kantil regresyon modellerinin ele alınış amacı, sabit etkiler vasıtasıyla gözlenemeyen heterojenliğin kontrol edilmesidir. Sabit etkili panel kantil regresyon modelinde sabit etkiler gözlenemeyen heterojenliğin tespitinde

¹⁰¹ Alexander, Harding, Lamarche, **loc.cit**, p. 53.

kullanılırken, kantil regresyon kısmı ise dağılımların belirlenmesinde önem taşımaktadır. Bu yönüyle dağılımlara göre regresyon türlerinin daha rahat incelenmesine imkan tanımaktadır.

Bu alandaki çalışması ile bilinen Koenker (2004), kısıtlı (penalty) regresyon modelini önermiştir. Koenker, panel veri ve kantil regresyonun birlikte kullanılmasında N ve T sayısına göre değişen bazı sapmalar meydana geleceğini belirtmiştir. Parametreler arası etkileşim sonucunda sapmanın $N > T$ (birim boyutunun zaman boyutundan çokça fazla) olduğu durumda meydana geleceğini ifade etmiştir. Modeldeki bu problemi çözmek için penalty fonksiyonunu (l_1) kullanarak bireysel etkileri belirli bir değere entegre ederek etkiyi en aza indirgemeyi temele almıştır. Koenker, sabit etkili panel kantil modelinde parametrelerdeki birim etkinin model tahminlerinde sapma meydana getireceği için sapmaların penalty fonksiyonu ile ortak bir değere indirgenmesi gerektiğini savunur. Böylece bu yöntem çok parametrelili modellerin tahmini için alternatif bir yol olarak geliştirilmiştir.

Koenker, Gaussian rassal etkili model tahminin kısıtlamaları neticesinde alternatif bir metot arayışı esnasında, Gaussian'a göre daha esnek olan kantil regresyon modelinin uygun olup olmadığını araştırmak için uygulama geliştirmiştir. İlk olarak klasik reel rassal etkili modeli aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

$$y_{it} = x'_{it}\beta + \alpha_i + u_{it} \quad i:1,2,...N \quad t:1,2,...T$$

Modelde y_{it} bağımlı değişkeni ifade etmektedir. x_{it} ise $(1, x_{it1}, ..., x_{itp})'$ değişkenlerinden oluşan bağımsız değişkenler vektörüdür. α_i , modeldeki gözlenemeyen ve zamandan bağımsız etkiyi belirtmektedir, u_{it} ise hata terimidir.

Aynı model matris formu ile aşağıdaki gibi de yazılabilir.

$$y = X\beta + Z\alpha + u$$

Modeldeki Z etki matrisi olarak adlandırılmakta olup kukla değişkenlerden oluşmaktadır. Modelde yer alan α ve u bağımsız rassal vektörleri ifade etmektedir. Yukarıdaki matriste yer alan Z matrisi, birimden birime değişiklik göstermektedir.

Koenker bu aşamadan sonra Gaussian koşulları altında rassal etkili tahminciyi aşağıdaki gibi belirtmiştir.

$$y_{ij} = x_{ij}^T \beta + a_i + u_{ij} \quad t=1,...,m_j, \quad i=1,...,N$$

Denklemdaki i alt indisi birimleri ifade ederken, j alt indisi ise i . birime bağlı olarak değişen gözlemleri belirtmektedir. Panel kantil modeller, birimlerdeki gözlenemeyen etkiyi, yukarıdaki denklemde yer alan a değişkeni yardımıyla ortaya çıkarmaktadır. Fakat daha önce de belirtildiği gibi Koenker, modeldeki zaman boyutunun kısa olmasından dolayı tahmin edilen modeldeki birim etkinin ve dağılım etkisinin (distributional effect) etkili sonuçlar vermediğini bunun yerine yerleşim etkisi modellerinin (location shift effect) kullanılmasının daha doğru olacağını belirtmiştir.¹⁰² Böylelikle modeldeki a yerleşim etkisini belirtmekte ve eğim katsayısından bağımsız bir şekilde hareket etmektedir. Ayrıca eklemek gerekirse modelde yer alan x_{ij} bağımsız değişkeni kantilden kantile farklı değer alabilirken, sabit parametre için aynı durumdan bahsedilemez.

Buradan hareketle, aynı anda birçok kantil için çözümü mümkün ve anlamlı olan model, Koenker tarafından aşağıdaki formda olduğu gibi önerilmiştir.

$$\min_{(\alpha, \beta)} \sum_{k=1}^q \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^{m_j} w_k \rho_{\tau_k} (y_{ij} - \alpha_i - x_{ij}^T \beta(\tau_k))$$

Model incelenecek olursa, Koenker ve Bassett'e (1978) ait olan $\rho_{\tau}(u) = u(\tau - I(u < 0))$ ifadesi kantil kayıp fonksiyonunu belirtmektedir. w_k ağırlıklandırmayı ifade ederken, $\alpha_i, \tau_1, ..., \tau_k$ kadar olan k tane kantile bağlı göreceli etkiyi ifade eder. Modelde w_k 'nin seçimi τ_k kantillerine bağlıdır. Böylelikle modelde hangi değişkenin daha fazla öneme sahip olduğu belirlendikten sonra hangi kantile daha fazla ağırlık verileceğine karar verilebilir.

2.6.3 Sabit Etkili Cezalandırılmış Panel Kantil Regresyon Modeli ve Tahmini

Sabit etkili modellerde birim etkinin ortaya çıkarılmasında kullanılan a parametresine verilecek ağırlığın belirlenmesinde λ (ayar parametresi) büyük önem

¹⁰² Roger Koenker, **loc. cit.**

taşımaktadır. Koenker'in (2004) önerdiği bu metot birim değişkenliğin ve cezalandırılmış kantil regresyon modelinin eş zamanlı tahminini içermektedir.¹⁰³

N (örneklem büyüklüğü) sayısı ne kadar fazlaysa, α parametresi tahmin aşamasında ortaya çıkarılan değişkenliğin tespit edilmesinde ve kontrol edilmesinde o kadar avantaj sağlayabilmektedir.

Aşağıda ρ_τ için ℓ_1 ile gösterilen ceza durumu verilmiştir.

$$P(\alpha) = \sum_{i=1}^N |a_i|$$

ℓ_2 yerine ℓ_1 ceza teriminin tercih edilmesindeki nedenler olarak doğrusal programlama formunu koruması ve matrisin seyrekliğini (sparsity) de korumaktadır. Birçok araştırmacı ℓ_1 ceza teriminin kullanılmasının daha avantajlı olduğunu belirtmiştir. Tibshirani (1996)¹⁰⁴, Donoho, Chen ve Saunders¹⁰⁵ (1998) gibi araştırmacılar da ℓ_1 ceza teriminin istatistiksel açıdan daha uygun olduğunu belirtmişlerdir.

Koenker'in de belirttiği gibi cezalandırılmış kantil modeli aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$\min_{(\alpha, \beta)} \sum_{k=1}^q \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^{m_i} w_k \rho_{\tau_k} (y_{ij} - \alpha_i - x_{ij}^T \beta(\tau_k)) + \lambda \sum_{i=1}^n |a_i|$$

Denklemden λ 'nın alacağı değere göre regresyon türlerinde değişme meydana gelebilmektedir. $\lambda \rightarrow 0$ yaklaştığı durumda sabit etkiler tahmincisi elde edilmektedir. Fakat $\lambda \rightarrow \infty$ yaklaştığı durumda ise bütün $i = 1, 2, \dots, N$ değerleri için $\hat{\alpha}_i \rightarrow 0$ 'a yaklaşır ve birim etkilerden arındırılmış model elde edilmiş olur. Koenker

¹⁰³ Carlos Lamarche, "Measuring the Incentive to Learn in Colombia Using New Quantile Regression Approaches", **Journal of Development Economics**, Vol.XCVI, 2011, p. 278.

¹⁰⁴Robert Tibshirani, "Regression Shrinkage and Selection via the Lasso", **Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological)**, Vol.LVIII, No:1, 1996, p. 267-288.

¹⁰⁵Scott S. Chen, David L. Donoho, Michael A. Saunders, "Atomic Decomposition by Basis Pursuit", **SIAM**, Vol.XLIII, No:1, 2001, p. 129-159.

x_{ij} ifadesinin sabit katsayı içerdiğini varsaymıştır. Tüm i değerleri için $m_i \equiv m$ ise sadece bir kantil için dizayn matrisi aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$[X : I_n \otimes e_m]$$

Yukarıdaki matriste e_m matrisi 1'lerden oluşan vektör kümesi $X = (x_{ij})$ şeklinde ifade edilir. $q > 1$ olduğu durumlarda dizayn matrisi aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$[W \otimes X : w \otimes (I_n \otimes e_m)]$$

Ceza teriminin dizayn matrisine eklenmesiyle $qnm + n$ ve $qp + n$ boyutlu aşağıdaki matris elde edilir.

$$\begin{bmatrix} W \otimes X & w \otimes (I_n \otimes e_m) \\ 0 & \lambda I_n \end{bmatrix}$$

Matrise ait tepki vektörü $\tilde{y} = ((w \otimes t)_T 0_n^T)^T$ şeklinde ifade edilir. Koenker, hataların normal dağılmadığı zamanlarda yapılması gereken yöntemi net bir biçimde ifade edemediğinden dolayı eleştirilere maruz kalmıştır. λ parametresi aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$\lambda = \frac{\sigma_u^2}{\sigma_\alpha^2}$$

Ayar parametresi λ 'nın hesaplanması için 3 farklı alternatif yöntem geliştirilmiştir. Bunlar sırasıyla Laplacian, Gaussian ve Kernel yöntemidir. Laplacian yönteminde ayar parametresi $\lambda = \frac{\hat{\sigma}_u}{\hat{\sigma}_\alpha}$ olarak ifade edilmiştir. Gaussian yöntemi Koenker'in kullandığı biçimde ayar parametresini hesaplamaktadır. Kernel yönteminde ise ayar parametresinin hesaplanması asimptotik varyansı minimize etmeye dayalıdır. Diğer yöntemlerle kıyaslandığında bu yöntem daha avantajlı bulunmuştur.

2.6.4 İki Aşamalı Sabit Etkili Panel Kantil Regresyon Modeli ve Tahmini

İki aşamalı panel kantil regresyon modelini geliştiren Canay (2011), sabit etkileri ortadan kaldıran bir dönüşüm önermiştir. Canay'ın belirttiği söz konusu dönüşüm, tüm kantillerin aynı seviyede etkilediği zamanlarda T sonsuza giderken sabit etkileri modelden düşürmeye dayalıdır. Bu yöntemde aynı zamanda gözlenemeyen heterojen etkiler görülmektedir. Canay iki aşamalı sabit etkili kantil model için yaptığı çalışmasında N ve T 'nin arttığı durumlarda tahmincinin tutarlı olduğu sonucuna varmıştır.¹⁰⁶

Canay çalışmasındaki modeli aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

$$Y_{it} = X'_{it}\theta_{\mu} + a_i + u_{it}E(u_{it} | a_i)$$

Model tahmini temel olarak iki aşamaya dayanmaktadır. Modelin birinci adımı aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

$$\hat{a}_i \equiv E_T[Y_{it} - X'_{it}\hat{\theta}_{\mu}]$$

Yukarıdaki modelde gözlenemeyen etkiler geleneksel ortalama tahminciler ile elde edilmektedir. İkinci aşamada ise modelde tahmin edilen $\hat{a}$ parametresi de bağımlı değişkenin gerçek değerlerinden çıkartılarak kantil regresyon modeli elde edilir.

$$\hat{Y}_{it} \equiv Y_{it} - \hat{a}_i$$

Son olarak iki aşamalı tahminci aşağıdaki gibi tahmin edilir.

$$\hat{\theta}(\tau) = \min_{\theta \in \Theta} E_{nT}[\rho_{\tau}(\hat{Y}_{it} - X'_{it}\theta)]$$

¹⁰⁶Ivan A. Canay, **loc.cit**, p. 368-386.

2.6.5 İlişkili Tesadüfi Etkiler Panel Kantil Regresyon Modeli ve Tahmini

İlişkili tesadüfi etkiler modelininin temeli Chamberlain (1982) tarafından yapılan çalışmada oluşturulmuştur. Bunun yanı sıra Mundlak (1978)¹⁰⁷, Kock (2016)¹⁰⁸ gibi araştırmacıların da katkısı olmuştur. Klasik tesadüfi etkiler modeline mensup olan ilişkili tesadüfi etkiler (*Correlated Random Effects-CRE*) modeli, gözlenemeyen etkilerin eşdeğişkenlere bağlı olmaksızın hareket ettiği modellerdir.¹⁰⁹

Gezdim (2017), ilişkili tesadüfi etkiler yaklaşımının ilgili değişkenlerin geçmiş dönemdeki ilişkisini parametrik olarak modellemeye dayalı olduğunu ifade etmiştir.¹¹⁰

Chamberlain'in 1982 ve 1984¹¹¹ yılındaki çalışmaları incelendiğinde gözlenemeyen etkiyi aşağıdaki gibi ifade ettiği görülmektedir.

$$a_i = \phi(x_i) + v_i$$

$$a_i = \psi_t + x'_{i1}\pi_1 + \dots + x'_{iT}\pi_T + v_i$$

Yukarıdaki deklemler incelendiğinde bağımsız değişkenler kümesi zamana göre değişim göstermeyen değişkenlerin katsayılarının belirlenmesine imkan tanımamakta olup $x'_{it} \equiv (x_{i1}, \dots, x_{iT})'$ şeklinde ifade edilir. Denklemdaki v_i ise ilişkisiz (korelasyonsuz) hata terimini belirtmekte olup, $E(v_i | x_i) = 0$ 'dır.

Aşağıda belirtilen varsayımlar doğrultusunda standart doğrusal panel veri modeli elde edilmektedir.

$$\{(x_i, \dots, x_{iT}, u_{it}, \dots, u_{iT}, \alpha_i)\}_{i=1}^N$$

¹⁰⁷Yair Mundlak, "On the Pooling of Time Series and Cross Section Data", **Econometrica**, Vol.XLVI, No:1, 1978, p. 69-85.

¹⁰⁸Anders B. Kock, "Oracle Inequalities, Variable Selection and Uniform Inference in High-Dimensional Correlated Random Effects Panel Data Models", **Journal of Econometrics**, 2016, Vol.CXCV, No:1, p. 71-85.

¹⁰⁹ Jeffrey M., Wooldridge, **Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data**, 2b., MIT Press, London, 2010.

¹¹⁰ Seyhat B. Gezdim, "Küresel Co2 Emisyonunun Belirleyicilerinin Analizi: Dinamik Panel Kantil Regresyon Modeli", Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, 2017, s. 123.

¹¹¹ Gary Chamberlain, "Panel Data Handbook of Econometrics", **Handbook of Econometrics**, Ed. Zvi Griliches and Michael Intriligator, 1. b., Vol.II, 1984, p. 1257.

Yukarıdaki denklemde rassal değişkenlerin bağımsız ve özdeş dağıldığı varsayılmaktadır. Gözlenen değerler;

$$\{(y_{i1}, \dots, y_{iT}, x_{i1}, \dots, x_{iT})\}_{i=1}^N$$

olmak üzere $i=1, \dots, N$ birim boyutu, $t=1, \dots, T$ zaman boyutunu göstermektedir. Bu varsayımlar altında standart doğrusal panel veri modeli aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$y_{it} = x'_{it}\beta + \alpha_i + u_{it}$$

Yukarıdaki denklemde bağımlı değişkeni y_{it} , açıklayıcı değişken x_{it} , gözlenemeyen birim etkiler ise α_i ile ifade edilmektedir. Burada dikkat edilmesi gereken bir nokta ise birim ve zaman boyuttur. Birim sayısı sonsuza giderken zaman boyutunun iki ve ikiden büyük olduğu varsayılmaktadır. Chamberlain (1984) bu durum için zaman boyutunun iki olduğu durum için gözlenemeyen etkiyi aşağıdaki modeli oluşturarak belirtmiştir.

$$\alpha_i = \phi + x'_{i1}\pi_1 + x'_{i2}\pi_2 + v_i$$

Yukarıdaki denklemde ϕ sabit terimi ifade etmektedir. x_{i1} ve x_{i2} değişkenleri, açıklayıcı değişkenlerin iki örneklem kümesi için tanımlı olan ifadeyi, v_i ise hata terimini ifade etmektedir. v_i 'nin aynı zamanda açıklayıcı değişkenlerle korelasyonsuz olduğu bilinmektedir.

$\alpha_i = \phi + x'_{i1}\pi_1 + x'_{i2}\pi_2 + v_i$ ile ifade edilen gözlenemeyen etki modeli, $y_{it} = x'_{it}\beta + \alpha_i + u_{it}$ ile ifade edilen doğrusal panel veri modelinde yerine yazıldığında aşağıdaki denklemler oluşmaktadır.

$$y_{i1} = \phi + x'_{i1}(\beta + \pi_1) + x'_{i2}\pi_2 + v_i + u_{i1}$$

$$y_{i2} = \phi + x'_{i1}\pi_1 + x'_{i2}(\beta + \pi_2) + u_{i2}$$

Yukarıdaki denklemdeki parametrelerin tahmini EKK gibi tahmincilerle elde edilmektedir. Denklemlerden ilki incelendiğinde x_{i1} vektörü ilgili olduğu denklemdeki bağımlı değişkeni doğrudan ve dolaylı olarak etkileyebilmektedir. İkinci denkleme

bakıldığında ise aynı vektör y_{i2} bağımlı değişken ile yalnızca gözlenemeyen etki vasıtasıyla etkileşim içinde olmakta ve dolaylı yoldan etkilenmektedir.

Chamberlain'in modeline ek olarak Abrevaya ve Dahl (2008) çalışmasında Chamberlain'in modelini panel kantil model için uyarlayarak aşağıdaki gibi geliştirmişlerdir.

$$Q_{\tau}(y_{it} | x_i) = x'_{it} \beta + \psi_{\tau}^t + x'_{i1} \pi_{\tau}^1 + \dots + x'_{iT} \pi_{\tau}^T + v_i + u_{it}$$

Modelin genel formu ise aşağıda belirtildiği gibidir.

$$Q_{\tau}(y_{it} | x_i) = x'_{it} \beta + \phi(x_i) + Q_{\tau}(v_i + u_{it} | x_i)$$

Yukarıdaki denklemlerden hareketle dikkat edilmesi gereken iki önemli varsayım bulunmaktadır. Bunlardan ilki hata terimi olan v_i 'nin x_i 'den bağımsız olmasıdır. Ayrıca bu durum ilişkili tesadüfi etkili doğrusal olmayan modellerde daha çok görülmektedir.¹¹² İkinci önemli varsayım ise $Q_{\tau}(u_{it} | x_i, v_i) = Q_{\tau}(u_{it} | x_{it})$ ile gösterilmekte olup u_{it} kantillerinin sadece x_i 'ye bağlı olduğunu ifade etmektedir. x_{it} üzerinden değişen varyansın rastgele seçilmesine olanak sağlamaktadır. Fakat ilk varsayım hata terimi ve bağımsız değişkenlerin arasındaki ilişkiden dolayı veya gecikmeli bağımlı değişkenlerin varlığından dolayı ihmal edilmeye açık bir varsayımdır ve bu sebeple dönüştürülmeye ihtiyacı vardır.¹¹³

Bahsedilen iki varsayım da sağlandığında $Q_{\tau}(v_i + u_{it} | x_i) = Q_{\tau}(v_i + u_{it} | x_{it}) \equiv f_{\tau,t}(x_{it})$ eşitliğine ulaşılmaktadır. Denklemden belirtilen t indisi değişkenler arasındaki ilişkiye bağlı olarak zamana göre değişmeye izin vermektedir, aksi takdirde tüm zaman dilimleri eşit kabul edilirse t indisi önemsiz ve formül $f_{\tau}(x_{it})$ olarak ifade edilir. Yukarıdaki eşitlik modelin genel formunda yerine yazılırsa aşağıdaki ifade elde edilmektedir ve eşitlikte yer alan $f_{\tau,t}$, $\phi(x_i)$ gibi fonksiyonlar doğrusal olmayan yapıda bulunmaktadır.

¹¹² Seyhat B. Gezdim, **a.e.**, s. 125.

¹¹³ Abrevaya ve Dahl, **a.g.e.**, p .394.

$$Q_{\tau}(y_{it} | x_i) = x'_{it} \beta + f_{\tau,t}(x_{it}) + \phi(x_i)$$

Eşitliklerde belirtilen v_i , u_{i1} ve u_{i2} terimlerinin x_{it} teriminden bağımsız olduğu varsayılırsa koşullu kantiller $Q_{\tau}(y_{i1}) = \phi_{\tau}^1 + x'_{i1}(\beta_{\tau} + \pi_{\tau}^1) + x'_{i2}\pi_{\tau}^2$ ve $Q_{\tau}(y_{i2}) = \phi_{\tau}^2 + x'_{i1}\pi_{\tau}^1 + x'_{i2}(\beta_{\tau} + \pi_{\tau}^2)$ gibi olmaktadır. Denklem yapıları incelendiğinde dönemler için konum değişimleri ϕ_{τ}^1 ve ϕ_{τ}^2 ile ifade edilebilmektedir. Denklemdaki gözlenemeyen etki ise π_{τ}^1 ifadesindeki τ . kantil için π_1 'i ifade etmektedir. Benzer şekilde π_{τ}^2 ifadesindeki τ . kantil için π_2 gözlenemeyen etkiyi göstermektedir.

Ele alınması gereken birkaç husus bulunmaktadır bunlardan ilki, varsayımlardan biri olan bağımsızlık koşulu sağlanmadığında kantil modeller doğrusal yapılarını koruyamamaktadır. Bir diğeri ise ilişkili tesadüfi etkiler panel kantil model tahmininde sabit terim tahmini olmamaktadır, buna bağlı olarak tesadüfi olarak gerçekleşecek bir parametre problemi oluşmamaktadır.

İlişkili tesadüfi etkiler panel kantil modelde, sabit terim ve açıklayıcı değişken arasındaki ilişki gözlemlere bağlı birimlerden elde edilmektedir, bu yolla rassal değişkenlerin elde edilmesine olanak sağlanmaktadır.¹¹⁴

2016 yılında Kock diğer modellere farklı bir yaklaşım getirerek aşağıdaki modeli ele almıştır.

$$E(c_i^* | X_i) = a^* + \psi^* \bar{v}_i$$

Yukarıdaki model incelendiğinde, $\bar{v}_i$ ' yi $\bar{v}_i = 1/T \sum_{t=1}^T \bar{v}_{i,t}$ olarak ifade etmektedir. Aynı zamanda dekleme bakılarak zaman boyutunun değişmediği anlaşılmaktadır. Dolayısıyla Kock zaman boyutunu modelden elimine ederek daha yalın bir model önermiştir. Ayrıca zamanla değişmeyen değişkenlerin Chamberlain

¹¹⁴ Bache S. H. Milton, Christian M. Dahl, Johannes T. Kristensen, "Headlights on Tobacco Road To Low Birthweight Outcomes: Evidence From Battery of Quantile Regression Estimators and A Heterogeneous Panel", **Empirical Economics**, Vol.XLIV, No:3, 2013, p. 1604. (1593-1633)

ve Mundlak spesifikasyonunda olduğu gibi diğer değişkenlerle özellikle de gözlenemeyen değişkenlerle ilişkili olabileceğini savunmuştur.¹¹⁵

2.7 Panel Kantil Regresyon Modelinde Heterojenlik Testi

Panel kantil regresyon modellerinde heterojenliğin test edilebilmesi Machado ve Santos Silva (2000) tarafından geliştirilen heterojenlik testi ile mümkün hale gelmiştir.

2.7.1 Machado-Santos Silva Heterojenlik Testi

Machado ve Santos Silva (2000), kantil regresyon modeli için heterojenlik testi önermiştir.¹¹⁶ Test istatistiği, n değeri sabitken x 'in fonksiyonları olan yardımcı regresyonun $(\rho_\tau(\hat{u}_i(\tau)))$ kantil değerlerinin R^2 'lerinden hesaplanmaktadır.

Bu testte sonuca test istatistiği ile kritik değer $\chi^2_{(J-1)}$ dağılımıyla karşılaştırılması ile karar verilir. Burada J ile belirtilen değer yardımcı regresyondaki parametre sayısıdır.

Machado-Santos-Silva (MSS) testi, araştırmacının hem kovaryans matrisinin türünü bilmesine olanak sağlarken hem de birden fazla kantil tahmini gerçekleştirmesine yardımcı olmaktadır.¹¹⁷ Testin başarısı tahmin edilen kantil değerlerine bağlıdır.

2.8 Panel Kantil Regresyon Modelleri ile İlgili Literatür Özeti

Literatürde kantil, panel kantil regresyon modeli ile ilgili yapılan birçok çalışma mevcuttur. Aşağıda bu çalışmalardan bazılarına yer verilmiştir.

2005 yılında Fattouh, Scaramozzino ve Harris En Küçük Kareler Metodu ile Kantil Regresyon sonuçlarını karşılaştırdıkları çalışmada Güney Kore firmalarının 1992-2001 yılları arasındaki sermaye yapısını inceleyip, farklı kantillerde yer alan firmalar arasındaki farklılıkları değerlendirmişlerdir. Koşullu kantil regresyonun, simetrik olmayan bilgi maliyetlerinin standart modelleriyle ilişkili değişkenleri dağılım

¹¹⁵Anders B. Kock, **a.g.e.**, p. 72.

¹¹⁶Machado, J.A.F., Santos Silva, J.M.C., "Glejser's Test Revisited", **Journal of Econometrics**, Vol.XCVII, No:1, 2000, p. 189-202.

¹¹⁷Jose A. F. Machado, J.M.C Santos Silva, J.M.C., "Quantile Regression and Heteroskedasticity", **Discussion Paper**, University of Essex, Department of Economics, 2013, p. 6.

boyunca önemliyken, işletmelerdeki farklılıkları ve farklı güç derecelerindeki firmalar üzerinde onların etkilerini içeren önemli farklılıklar gösterdiğini belirtmişlerdir.¹¹⁸

2010 yılında Behr çalışmasında, Farell teknik etki skorlarını tahmin etmek için Kantil Regresyon Tekniği'ni önermiştir. Kantil Regresyon yaklaşımı ile kantillerin bankalar için üretim sürecini tahmin etmiştir. Bankaların koşullu ortalama fonksiyonları ve tesadüfi fonksiyonlarından elde edilen sonuçların farklı üretim ve maliyet esnekliklerine sahip oldukları sonucunu ortaya koymuştur.¹¹⁹

2008 yılında Abreverya ve Dahl, panel veri ile gerçekleştirdikleri çalışmada kullandığı değişkenlerin ve kurduğu modelin sonucunda gözlenemeyen heterojenliği ortaya çıkarmak için doğum öncesi sigara içme, eğitim yılı, doğum ağırlığı gibi daha birçok başka değişken kullanmışlardır.¹²⁰

2010 yılında Kniesner, Viscusi ve Ziliak tarafından sabit etkili panel kantil regresyon modelini içeren analiz gerçekleştirilmiştir. Araştırmacılar VSL olarak adlandırdıkları istatistiksel yaşam değerinin alınan potansiyel ücret düzeyleri arasındaki farklılıkları incelemişlerdir. Değişkenlerden kaynaklanacak heterojenliğin tahmin sonuçlarını etkilediklerini belirtmişlerdir.¹²¹

2011 yılında Bache, Dahl ve Kristens panel kantil regresyon yaklaşımı yardımıyla sigara kullanımının doğumdan önce ve doğumdan sonra kilo alıp vermede meydana gelen değişikliği açığa çıkarmayı amaçlamışlardır. Gözlenmemiş heterojenliğin tahmin edilmesindeki problemi azaltmak için kontrol değişkenleriyle analiz yapmışlardır.¹²²

2011 yılında Bargain ve Kwenada yapmış oldukları çalışmada iki aşamalı panel kantil regresyon modeli kullanmışlardır. Araştırmacılar analizde birim boyutunu Brezilya, Meksika ve Güney Afrika olarak belirlemişlerdir. Belirlenen

¹¹⁸ Bassam Fattouh, Pasquale Scaramozzino, ve Laurence Harris., "Capital Structure in South Korea: A Quantile Regression Approach". **Journal of Development Economics**, No:1 Vol. LXXVI, 2005, p. 231-250.

¹¹⁹ Andreas Behr, "Quantile Regression for Robust Bank Efficiency Score Estimation". **European Journal of Operational Research**, No:2, Vol. CC, 2010, p. 568-581.

¹²⁰ Jason Abrevaya, Christian M. Dahl, **a.g.e.**, p. 1537-2707.

¹²¹ Thomas J. Kniesner, W. Kip Viscusi, James P. Ziliak, "Policy Relevant Heterogeneity in The Value of Statistical Life: New Evidence From Panel Data Quantile Regressions", **Journal of Risk and Uncertainty**, Vol.XL, No:1, 2010, p. 15-31.

¹²² Bache S. H. Milton, Christian M. Dahl, Johannes T. Kristensen, **a.g.e.**, p. 1593-1633.

kantillere göre incelenen serbest meslek grupları ve kayıtlı olmayan çalışanların seçilen kantiller için oluşturulan modellerde farklılıkların olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Elde edilen kantil modelleri sonucunda kayıtlı bir işi olmayan kişilerin ücret düzeylerinin resmi işi olanlara kıyasla daha düşük olduğu sonucuna varmışlardır.¹²³

2014 yılında Besstremyannaya, Japonya ülkesini ele alarak yaptığı iki aşamalı kantil regresyon modelinde kamu hastanelerinin etkinliklerini değerlendirdiği regresyon modeli kurmuştur. Kurulan model sonucunda hastanenin gelişmesine katkı sağlayan gelişmelerin verimliliği artırdığı sonucunu elde etmiştir¹²⁴.

2014 yılında Koşan hazırladığı doktora tezinde OECD ülkelerinin dış ticaret hadlerini etkileyen değişkenleri incelemek amacıyla panel regresyon ve panel kantil regresyon modellerini içeren bir çalışma gerçekleştirmiştir. 2002-2010 yılları kullanılarak 28 OECD ülkesi için panel veri modelleri tahmin etmiştir. Yapılan testlerle en iyi model belirlenmiş, ikinci aşamada ise sabit etkili panel kantil regresyon modeli tahmin etmiştir. Koşan, tek faktörlü sabit etkili panel veri modeli ve sabit etkili panel kantil regresyon modeli karşılaştırıldığında tüm katsayıların işaretlerinin iktisadi olarak beklentilere uygun olduğunu tespit etmiştir. Dış ticaret haddi üzerinde uluslararası rezerv etkisinin dış ticaret haddi yükseldikçe, etkili hale geldiği bulgusuna ulaşmıştır. Her iki modeli karşılaştıran Koşan, sabit etkili panel kantil regresyon modelinin standart hatalarının daha küçük olduğu tespit edilmiştir.¹²⁵

2016 yılında Kock, Mundlak ve Chamberlain'den farklı olarak panel kantil regresyonda tesadüfi ilişkili modele zamana göre değişmeyen değişkenleri ilave etmiştir.¹²⁶

¹²³Oliver Bargain, Prudence Kwenda, "Earnings Structures, Informal Employment and Self Employment: New Evidence From Brazil, Mexico and South Africa", **The Review Income and Wealth**, Vol.LVII, 2011, p. 100-122.

¹²⁴Galina Besstremyannaya, "The Efficiency of Labor Matching and Remuneration Reforms in Health Care: A Panel Data Quantile Regression Approach With Endogenous Treatment Variables", **CEFIR /N ES Working Paper Series**, No:206, 2014, p. 1-29.

¹²⁵Naime İ. Koşan, "OECD Ülkelerinde Dış Ticaret Hadlerini Etkileyen Değişkenlerin Panel Kantil Regresyon ile İncelenmesi", İstanbul: Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Doktora Tezi, 2014.

¹²⁶Anders B. Kock, **a.g.e.**, p. 71-85.

2016 yılında Silva, sabit etkili panel kantil regresyonunu sağlık göstergelerinin ekonomik büyüme üzerindeki etkisini araştırmıştır. Çalışma dönemi 1980-2010 yılları arasında gerçekleştirilmiş olup birim boyut olarak 92 ülke seçilmiştir. Çalışma sonucunda belirlenen kantillerin sağlık göstergelerini etkilediği ve dağılımların heterojen bir yapıda olduğu belirtilmiştir.¹²⁷

2017 yılında Gezdim, CO2 emisyonunun artmasında rol oynayan faktörler beraber finansal açıklığın emisyon dağılımı üzerindeki etkilerini incelemiştir. 1980-2015 yıllarını kapsayan çalışmada 165 ülke verisini panel veri setiyle analiz etmiştir. Doktora tezinin amacı gecikmeli bağımlı değişkenin etkisini Galvao (2009) tarafından geliştirilen dinamik panel kantil regresyon modeli ile incelenmesi oluşturmaktadır. Sonuç olarak nüfus, ekonomik büyüme, endüstriyel faaliyetler ve demokrasinin düşük ve yüksek emisyon düzeylerinde farklı etkileri olduğu bulgusuna ulaşarak, finansal açıklığın emisyon dağılımı üzerinde etkisi anlamsız olduğunu tespit etmiştir.¹²⁸

2018 yılında lineer kantil modellerin gelişmesine katkı yapan Graham, Hahn, Poirier ve Powell işçilerin ücret tahminlerinin birbirinden farklılaşıp farklılaşmadığını araştırmışlardır. Farklı kantil değerleri için seçilen regresyon sonuçlarının birbirinden farklılık meydana getirdiği sonucuna ulaşılmıştır.¹²⁹

2019 yılında Wang, Zeng ve Liu Çin için gerçekleştirdikleri çalışmada CO2 emisyonunu panel kantil model kullanarak analiz etmişlerdir. Çalışmanın amacı teknolojik ilerleme ve CO2 emisyonu arasındaki ilişkiyi farklı ekonomik sektör grupları için analiz etmektir. Belirtilen değişkenlere ek olarak nüfus yoğunluğu, enerji yoğunluğu ve kişi başına düşen gayri safi yurtiçi hasıla değişkenleri kullanılmıştır. Çalışmada 289 şehre ait 3757 gözlem ile 2001 ile 2013 yılları arasında analiz gerçekleştirilmiştir. Ayrıca CO2 emisyonunun etkilerini ağır, hafif, inşaat ve hizmet olmak üzere dört farklı sektörde incelemişlerdir. Sonuçlar ağır sanayi ve hafif sanayi

¹²⁷Francisca R. de C. e Silva, "Health Investment and Long run Macroeconomic Performance: A Quantile Regression Approach", 2016, p. 1-44. <https://estudogeral.sib.uc.pt/bitstream/10316/30746/1/final%20final.pdf> (09.01.2020)

¹²⁸ Seyhat B. Gezdim, "Küresel Co2 Emisyonunun Belirleyicilerinin Analizi: Dinamik Panel Kantil Regresyon Modeli", Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, 2017.

¹²⁹Bryan S. Graham, vd., "A Quantile Correlated Random Coefficients Panel Data Model", **Journal of Econometrics**, Vol.CCVI, No:2, 2018, p. 305-335.

düzeyinde teknolojik gelişmelerin üst safhada olmasına rağmen CO2 emisyonunun şaşırtıcı bir şekilde yüksek düzeylerde seyrettiği bulgusuna ulaşılmıştır.¹³⁰

Kengeş 2019 yılında, Küreselleşme İndeksi dağılımı için açıklayıcı faktörlerin incelenmesi ve küreselleşmenin etkilenme derecesini panel kantil modelleriyle ölçmeyi amaçlamıştır. Çalışma 2005-2015 yılları arasında 44 ülkeye ait panel veri setinden oluşmaktadır. Değişkenler olarak yatırım özgürlüğü, ticaret özgürlüğü, vergi yükü verileri, internet kullanımı, uluslararası turizm harcamaları, ticari marka uygulamaları ve sanayi verileri kullanmıştır. Sonuç olarak tüm düzeyler için beklenen doğrultuda yatırım özgürlüğünün küreselleşme üzerinde pozitif bir etkisi olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ek olarak küreselleşmenin yüksek olduğu durumlarda sanayi faktörünün küreselleşme üzerindeki etkisinin daha fazla olduğu bulgusu elde edilmiştir.¹³¹

2020 yılında Xi, Zhou, Gao, Wang ve Si yerel ekonomilerde mineral ticaret yapısını panel kantil regresyon analizi kullanarak analiz etmişlerdir. Çalışmada yüksek ekonomik seviyede olan ülkelerin düşük ekonomide olan ülkelere göre mineral rezervine daha fazla önem verdiği sonucuna ulaşmışlardır. Araştırmacılar 0.5 kantil değerini düşük ekonomik seviyeye sahip ülkelerle ilişkilendirdiği gibi yüksek ekonomik seviye ülkelerini ise 0.75 ve 0.9 ile ilişkilendirmişlerdir. Araştırmada panel kantil regresyon ülkelerin gelir üzerindeki etkisini açığa çıkarmak için kullanılmıştır.¹³²

¹³⁰Shaojian Wang, Jingyuan Zeng, Xiaoping Liu, "Examining The Multiple Impacts of Technological Progress on CO2 Emissions in China: A Panel Quantile Regression Approach", **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, Vol.CIII, 2019, p. 140–150, doi:10.1016/j.rser.2018.12.046.

¹³¹ Ezgi Kengeş, "Küreselleşmeyi Etkileyen Faktörlerin Panel Kantil Regresyon İle Analizi", Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, 2019.

¹³²Xian Xi, et.al., "Impact Of The Global Mineral Trade Structure on National Economies Based on Complex Network and Panel Quantile Regression Analyses", **Resources, Conservatio and Recycling**, Vol.CLIV, 2020, 104637, doi:10.1016/j.resconrec.2019.104637.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

İNTERNET KULLANIMINA ETKİ EDEN FAKTÖRLERİN ANALİZİ: PANEL KANTİL REGRESYON MODELİ

3.1 Uygulamanın Konusu

Gün geçtikçe küreselleşen dünyada internet kullanıcılarının yüzdesinde artış meydana gelmiştir. Bu durum maliyet ve zaman sınırlarını aşmayı, bilginin ve sermayenin dolaşımını geliştirmeye olanak sağlamıştır.¹³³

İnternetin serüveni incelendiğinde ilk olarak Amerikan Federal Hükümeti Savunma Bakanlığı'nın araştırma ve geliştirme kolu olan "Savunma İleri Düzey Araştırma Projeleri Kurumu"nda (DARPA - Defense Advanced Research Project Agency) kullanıldığı görülmüştür. 1969'da çeşitli bilgisayar ve askeri araştırma projelerini desteklemek için Savunma Bakanlığı ARPANET adında paket anahtarlama bir ağ tasarlanmaya başlanmıştır.¹³⁴ Daha sonra internet ağı üniversitelere de açılarak daha geniş kitlelerin kullanımına sunulmuştur.

Başlarda belirli bir gelir grubunun üzerinde olanların, bilgisayara/internete erişiminin daha kolay olduğu düşünülürse zaman geçtikçe aradaki bu fark kapanmış ve neredeyse çoğu insan internete erişim sağlayabilmiştir. Bilgisayarla birlikte başlayan bu serüven, internetin telefonlarda kullanılmaya başlamasıyla Dünyayı tümüyle küreselleştirmeyi başarmıştır.

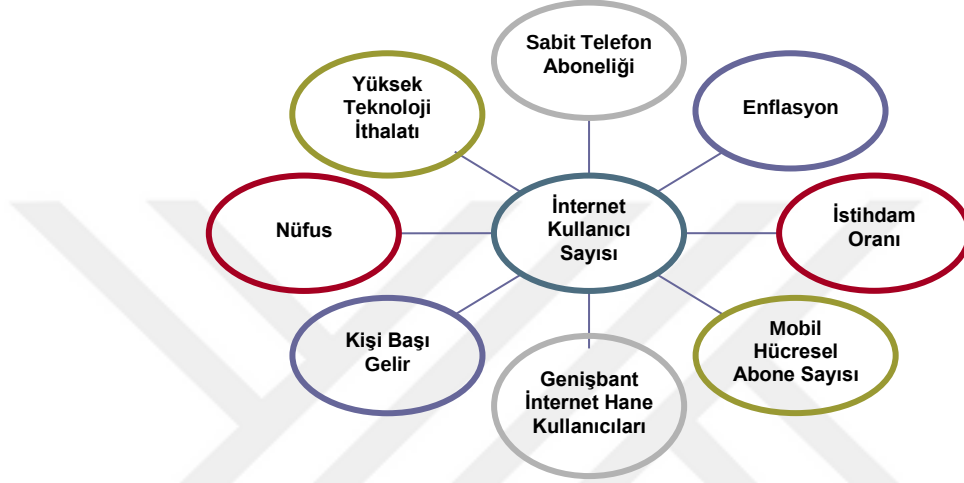
Bilginin internet ortamında yaygınlaşmasıyla ve tüm iletişim ağlarının internetten sağlanmasıyla birlikte, günümüzde internet vazgeçilemeyen iletişim ve bilgi kaynağı haline gelmiştir. İnternetin bilgi kaynağı, haberleşme, eğlence, ticaret ve son zamanlarda revaçta olan online eğitim gibi çeşitli aktiviteler için kullanımının yaygın olduğu bilinmektedir. Son dönemlerde yüksek hızlı teknoloji yatırımları yapılmasıyla birlikte genişbant internet kullanan hane sayısında da artışlar meydana gelmiştir.

¹³³Ignatius Ekanem, Gbolahan E., Abiade, "Factors Influencing the Use of E-commerce by Small Enterprises in Nigeria". International Journal of ICT Research in Africa and Middle East, No.1, Vol. VII, , 2018, p. 37-50.

¹³⁴ İTÜBİDB, <https://bidb.itu.edu.tr/sevir-defteri/blog/2013/09/07/internet'in-tarih%C3%A7esi> , 12.11.2020 tarihinde erişildi.

3.2 İnternet Kullanımını Etkilediği Düşünülen Değişkenler

İnternet kullanım sayısına etki eden faktörler arasında aşağıdaki şekilde de gösterildiği gibi sabit telefon aboneliği, enflasyon, istihdam oranı, mobil hücresel abone sayısı, genişbant internet hane kullanıcıları, kişi başı gelir, nüfus ve yüksek teknoloji ithalatı olarak gösterilebilir.



Şekil 3.1: İnternet Kullanıcısı Sayısını Etkilediği Düşünülen Değişkenler.

Bağımlı değişken olarak internet kullanım sayıları ele alınmıştır. Genel değerlendirme yapıldığında önsel bulgulara göre; sabit telefon aboneliği ve enflasyon değişkeninin bağımlı değişkeni negatif, istihdam, mobil hücresel abone sayısı, genişbant internet hane kullanıcıları, kişi başı gelir, nüfus ve yüksek teknoloji ithalatı değişkenlerinin ise bağımlı değişkeni pozitif yönde etkileyeceği düşünülmektedir.

Teknolojinin gelişmesiyle ve internete erişimin kolaylaşmasıyla birlikte dünya çapında internet kullanımlarında artış meydana gelmiştir. Bireylerin internet kullanım oranları bulundukları ülkelerdeki demografik durumlarıyla yakından ilgilidir. Bireysel olarak eğitim durumu değişimi, teknolojiye erişebilirlik, gelir gibi faktörler bireysel olarak internet kullanımını etkilemektedir.

Nüfus internet kullanımında önemli bir faktör olarak gösterilmektedir. Teknoloji firmaları geliştirmekte olan çok nüfuslu ülkelerden kar elde etmesi sebebiyle daha fazla yatırım yapmaktadır. Ele alınan ülke grupları heterojen olduğundan nüfus değişkeninin bağımlı değişkeni negatif yönde etki etmesi beklenmektedir.

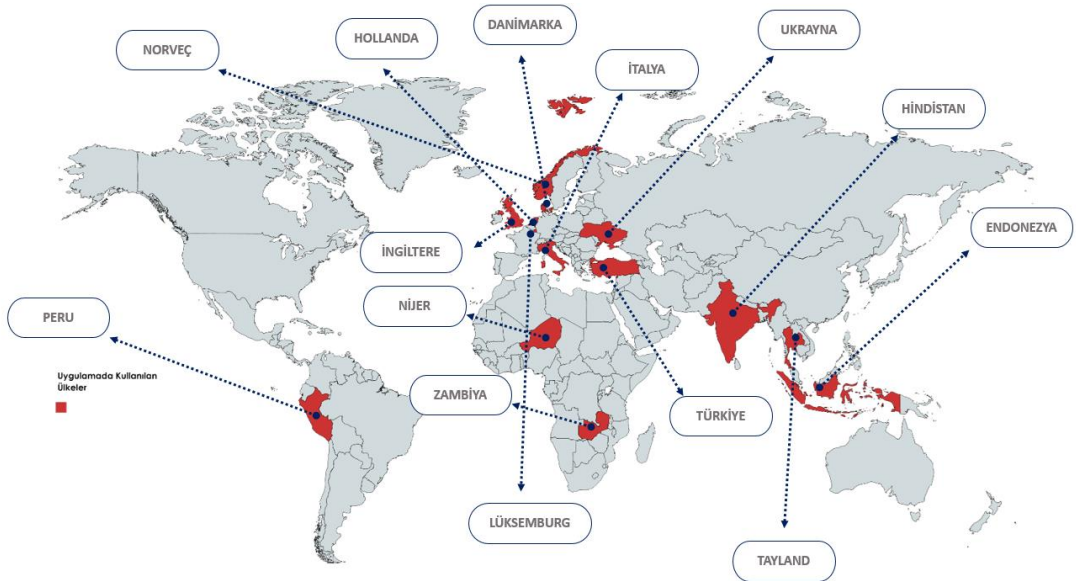
Geniş bant internet, telekomünikasyon cihazları sağlayıcısının diğer cihazdan daha fazla kapasiteye sahip olmasıdır. Genişbant internet kullanan hane sayısındaki değişim internete erişme kolaylığını da beraberinde getirmektedir. Buna bağlı olarak hanelerin internet üzerinden gerçekleştirdiği aktiviteler de artmaktadır. Genişbant internet kullanan hane sayısının bağımlı değişkeni pozitif yönde etkileyeceği beklenmektedir.

İnternet teknolojilerinin gelişmesiyle birlikte yeni ürünlerin ortaya çıkması, pazar payının genişlemesi, gelirin artması ve üretkenlik artışının sonucu olarak internet kullanımlarının da artması beklenmektedir.

Teknolojinin gelişmesiyle birlikte mobil veri kullanılan cihaz sayısında artış meydana gelmiştir. Dolayısıyla mobil hücresel abonelere olan talepler de yükselmiştir. Tüketicilerin internet kullanım alışkanlıklarını değiştirmesi veri akışını hızlandırmıştır. Mobil hücresel abonelerin artması internet kullanıcılarını pozitif yönde etkileyeceği beklenmektedir.

3.3 Veri Seti ve Ülke Grubu

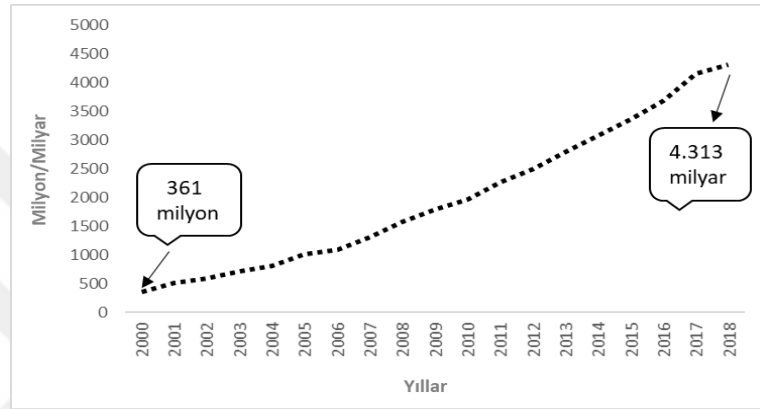
Aşağıda çalışmada kullanılan veri seti ve ülke grubuna ait şekil gösterilmektedir.



Şekil 3.2: Uygulamada Kullanılan Ülkeler.

Uygulama 2000-2018 yılları arasında 14 ülkeyi (Danimarka, Lüksemburg, Norveç, Hollanda, İngiltere, İtalya, Türkiye, Ukrayna, Tayland, Peru, Endonezya, Hindistan, Zambiya, Nijer) kapsayan panel veri setinden oluşmaktadır. İlgili değişkenlere Dünya Bankası (The World Bank) aracılığı ile ulaşılmıştır.

Analiz kapsamındaki ülkelere internet kullanıcı sayılarının heterojenliğine göre karar verilmiştir.

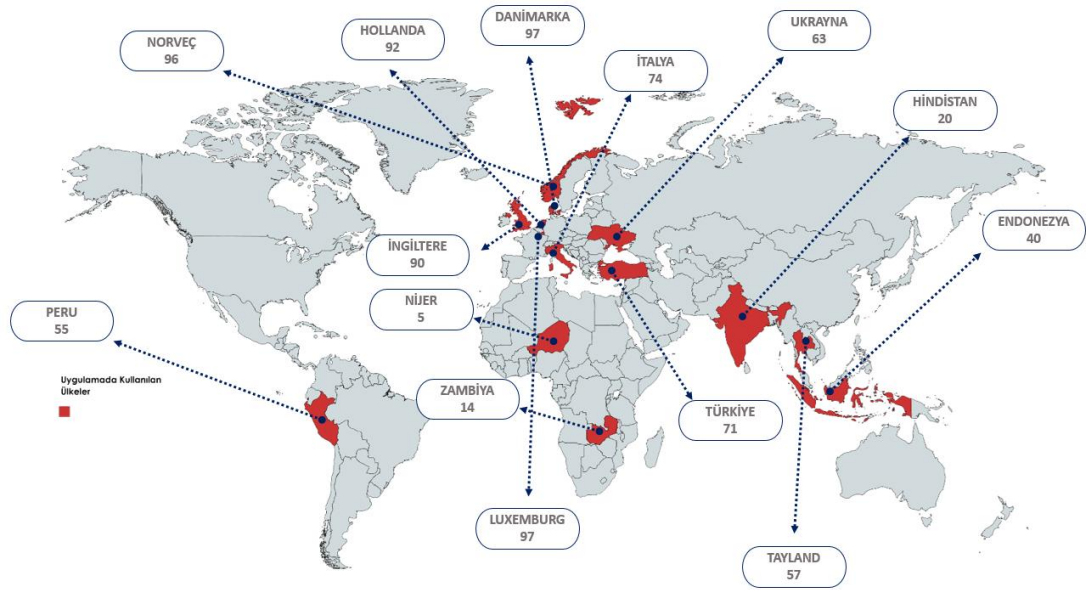


Şekil 3.3: Dünya Geneline Bireysel Olarak İnternet Kullanıcı Sayısı.¹³⁵

Yukarıdaki grafik incelendiğinde 2000 yılında yaklaşık 361 milyon olan internet kullanıcılarının yıllar itibari ile arttığı görülmektedir. 2018 yılı itibari ile bu oran artmaya devam ederek 4.313 milyar kullanıcıya ulaşmıştır.

Aşağıda şekilde ele alınan ülkeler için 2018 yılında bireysel olarak internet kullanıcı sayısına yer verilmiştir.

¹³⁵ <https://www.internetworldstats.com/emarketing.htm>, verilerden derlenerek hazırlanmıştır. 12.11.2020 tarihinde erişildi.



Şekil 3.4: 2018 Yılı Bireysel Olarak İnternet Kullanıcı Sayısı (Nüfusa Oranlı %).¹³⁶

İnternet kullanıcı oranlarının 2018 yılında en yüksek olduğu ülke Danimarka, en düşük olduğu ülke Zambiya'dır.

Aşırı sapan varlığında ve normal dağılımın geçerli olmaması gibi durumlarda tahmin performansı yüksek olan panel kantil modeller tercih edilmektedir. Aşağıda değişken tanımlamalarına yer verilmiştir.

Tablo 3.1: Değişken Açıklamaları

Değişkenler	Değişken Açıklamaları	Birimler
INT	İnternet Kullanıcıları	%
ICT	Yüksek Hızlı Teknoloji İthalatı	%
BANT	Genişbant İnternet Kullanan Hane Yüzdesi	%
EN	Enflasyon	%
E	İstihdam	%
GDP	Kişi Başı Gelir	\$
POP	Nüfus	kişi sayısı
SA	Sabit Tel Aboneliği	%
MHA	Mobil Hücresel Abonelik	%

¹³⁶ Dünya Bankası verilerinden derlenip hazırlanmıştır.

Aşağıda değişkenlere ait özet istatistiklere yer verilmiştir.

Tablo 3.2: Logaritması Alınmış Değişkenlere Ait Özet İstatistikler

Değişkenler	Gözlem	Ortalama	Standart Hata	Minimum Değer	Maksimum Değer
INT	266	42.39714	34.23376	.0362613	98.1367
ICT	266	7.746377	4.33413	1.387273	23.56307
BANT	266	12.50885	14.80082	.0002016	44.08638
EN	266	5.330281	7.490058	-1.614408	54.91537
E	266	2.96894	1.82347	.28	7.366
GDP	266	2113873	7362703	4551.183	3.89e+07
POP	266	1.32e+08	3.07e+08	436300	1.35e+09
SA	266	26.01925	21.58003	.1758161	72.13129
MHA	266	85.55109	47.50912	.0180915	180.18262

Yukarıdaki tablo değişkenlere ait özet istatistik değerlerini belirtmektedir. Tüm değişkenlerin logaritması alınarak analize dahil edilmiştir.

3.4 Analiz

Aşağıdaki tabloda değişkenler arası korelasyon matrisi ve grafiği incelenmiştir.

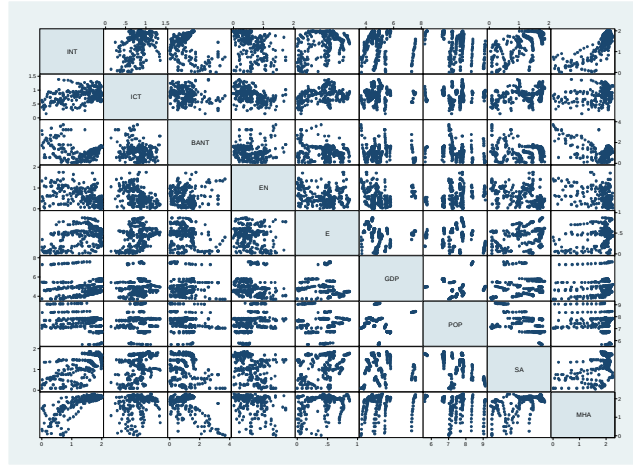
Tablo 3.3: Korelasyon Matrisi ¹³⁷

	INT	ICT	BANT	EN	E	GDP	POP	SA	MHA
INT	1.0000								
ICT	0.4179*	1.0000							
BANT	-0.1372**	-0.1921*	1.0000						
EN	-0.4473*	-0.4702*	-0.0188	1.0000					
E	0.4231*	0.3392*	-0.1854*	-0.1751*	1.0000				
GDP	-0.0656	0.0162	-0.0586	-0.1228**	-0.1905	1.0000			
POP	-0.4130*	0.0402	-0.2876*	0.2961	-0.0287*	0.0765	1.0000		
SA	0.7008*	0.3830*	-0.1166***	-0.3816	0.3564*	-0.0195	-0.3861*	1.0000	
MHA	0.8002*	0.2607*	-0.4668*	-0.3399*	0.3654*	0.0443	-0.2123*	0.5484*	1.0000

* %0.01; ** %0.05 ve *** %0.10 hata payı ile anlamlılığı işaret etmektedir.

Yukarıdaki tabloya bakıldığında bağımlı değişken olan internet kullanıcı sayısı ile pozitif yönde yüksek korelasyonun mobil hücresel abone kullanıcı sayısı ile olduğu, en düşük korelasyonun ise genişbant internet kullanan hane yüzdesi değişkeni arasında olduğu görülmektedir. Kişi başına gelir ile arasındaki korelasyon ise anlamsızdır. Ayrıca diğer bağımsız değişkenler arasındaki korelasyonlar da istenildiği gibi düşüktür.

¹³⁷ * %0.01; ** %0.05 ve *** %0.10 hata payı ile anlamlılığı işaret etmektedir.



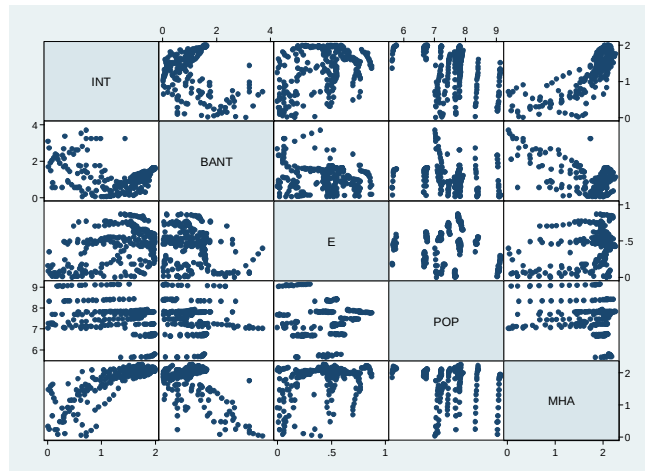
Şekil 3.5: Korelasyon Grafikleri.

Gelir değişkeni hariç diğer değişkenlerle kurulan modellerde çeşitli kombinasyonlar denenerek, anlamlılıklar ve model seçim kriterleri dikkate alınarak en uygun model spesifikasyonu belirlenmiştir ve uygulama bu model üzerinden yapılmıştır. Aşağıda seçilen model yer almaktadır.

$$INT_{it} = a_i + \beta_1 BANT_{it} + \beta_2 E_{it} + \beta_3 POP_{it} + \beta_4 MHA_{it} + e_{it}$$

$$t= 2000,..., 2018 \quad i=1,...,14$$

Aşağıdaki şekilde nihai değişkenlerin korelasyon grafiklerine yer verilmiştir.



Şekil 3.6: Nihai Değişkenlerin Korelasyon Grafikleri.

Bağımsız değişkeler arasında çoklu doğrusal bağlantı olup olmadığı VIF kriteri kullanılarak sınanmıştır.

Tablo 3.4: Çoklu Doğrusal Bağlantı

Değişkenler	VIF	1/VIF
MHA	1.70	0.58
BANT	1.60	0.62
POP	1.31	0.76
E	1.16	0.86
Mean VIF	1.44	

Yukarıdaki tabloda VIF kriterinin ortalama değerinin 1.44 olduğu görülmektedir, 5'ten küçük olduğu için değişkenler arasında çoklu doğrusal bağlantı olmadığı söylenebilir. Değişkenler bazında sonuçlarda çoklu doğrusal bağlantı olmadığını desteklemektedir.

Bir sonraki aşamada modelin hata terimlerinin normal dağılıp dağılmadığına bakılmıştır. Aşağıdaki tabloda normallik testleri yer almaktadır.

Tablo 3.5: Normallik Testleri

Testler	Gözlem	W	V	z	Prob>z
Shapiro Wilk-W	266	0.88964	21.139	7.120	0.0000
Skewness/Kurtosis	Gözlem	Pr(Skewness)	Pr(Kurtosis)	adj chi2(2)	Prob>chi2
	266	0.0000	0.0111	39.41	0.0000
Jargue Bera	chi2			Prob>chi2	
	74.57			0.0000	

* %0.01; ** %0.05 ve *** %0.10 hata payı ile anlamlılığı işaret etmektedir.

Yukarıdaki tabloda Shapiro Wilk-W, Skewness/Kurtosis ve Jargue-Bera normallik testleri sonuçları yer almaktadır. Tüm testler için H_0 hipotezi aşağıdaki gibi kurulmuştur.

H_0 : Hata terimleri normal dağılmaktadır

H_1 : Hata terimleri normal dağılmamaktadır

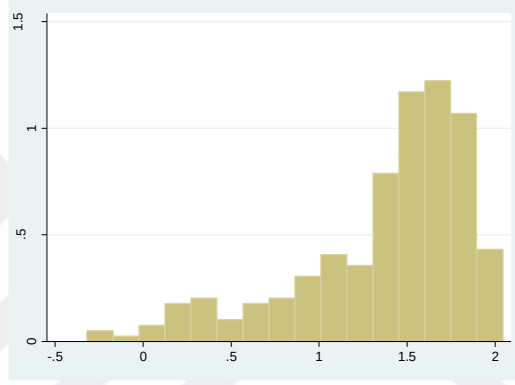
Tüm test sonuçlarına göre H_0 hipotezi reddedilmektedir, hata terimlerinin normal dağılmadığı söylenebilmektedir. Hesaplamalar sonucu çarpıklık değerinin -1.2057 ve basıklık değerinin 3.9556 olduğu görülmüştür. Çarpıklık değeri negatif çıktığı için dağılımın sola çarpık olduğu ve basıklık değeri de 3'ten büyük olduğu için normal dağılımdan biraz daha sivri bir dağılıma sahip olduğu anlaşılmaktadır.

Tablo 3.6: Jargue Bera Testi Detaylı Sonuçları

r(N) = 266	r(p1) = -.1681
r(sum_w) = 266	r(p5) = .2954

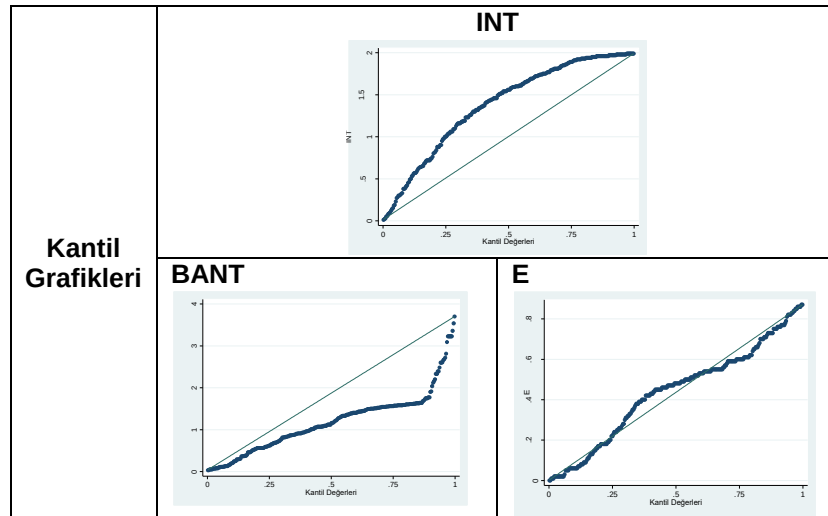
r(mean) = 1.3776	r(p10) = .5921
r(Var) = .2493	r(p25) = 1.1490
r(sd) = .4993	r(p50) = 1.5136
r(skewness) = -1.2057	r(p75) = 1.7258
r(kurtosis) = 3.9556	r(p90) = 1.8771
r(sum) = 366.4600	r(p95) = 1.9212
r(min) = -.3189	r(p99) = 2.0326
r(max) = 2.0438	

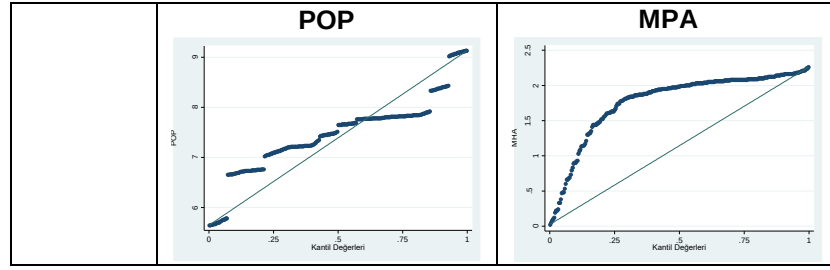
Aşağıda hata teriminin normal dağılım grafiğine yer verilmiştir. Verilerin normal dağılım eğrisinden farklı olup sola çarpık olduğu görülmektedir.



Şekil 3.7: Hata Teriminin Normal Dağılım Grafiği.

Yukarıdaki şekil incelendiğinde hata teriminin normal dağılıma sahip olmadığı görülmektedir. Dağılımının normal olmadığı durumlarda kullanılabilecek regresyon türlerinden biri de panel kantil regresyondur. Aşağıda kantil dağılım grafiklerine yer verilmiştir.





Şekil 3.8: Değişkenlerin Kantil Dağılım Grafikleri.

Yukarıdaki grafikler incelendiğinde değişkenlerin çalışmada ele alınacak 10th-90th ve 25th-75th aralığını içerdikleri görülmektedir. Grafik incelemeleri de alınacak 10th-90th ve 25th-75th kantil aralığının uygunluğunu desteklemiştir.

Aşağıda farklı kantillere göre model tahmin sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 3.7: Panel Kantil Model Tahmini 25th-75th

Kantil Değerleri	Değişkenler	Katsayı
0.25	BANT	0.1680*
	E	0.3647***
	POP	-0.3703
	MHA	0.7802*
0.50	BANT	0.1776*
	E	0.5011*
	POP	-0.6504
	MHA	0.7487*
0.75	BANT	0.1913*
	E	0.6979*
	POP	-1.0543
	MHA	0.7031*

* %0.01; ** %0.05 ve *** %0.10 hata payı ile anlamlılığı işaret etmektedir.

Yukarıda 25th, 50th ve 75th kantil değerleri için oluşturulan panel kantil model dikkate alındığında, diğer değişkenler sabitken genişbant internet kullanan hane sayısında meydana gelen %1'lik artış, 25th kantilde internet kullanımını yaklaşık %0,17, 50th kantilde yaklaşık %0,18, 75th kantilde %0,19 artırmaktadır. Diğer değişkenler sabitken, mobil hücresel abonelik sayısında meydana gelen %1'lik artış, 25th kantilde internet kullanımını %0,78, 50th kantilde yaklaşık %0,75, 75th kantilde %0,70 artırmaktadır. Yine diğer değişkenler sabitken, istihdamda meydana gelen %1'lik artış, 25th kantilde internet kullanımını %0,36, 50th kantilde %0,50, 75th kantilde yaklaşık %0,70 artırmaktadır. Nüfus değişkeni ise tüm kantil değerleri için anlamsız bulunmuştur.

Genişbant internet kullanan hane sayısı ve mobil hücresel abonelik sayısında kantil değęleri boyunca anlamlılığın %99 güven düzeyinde olduğu görölmektedir. İstihdam sayısının 25th kantilde anlamlılığının %90, 50th ve 75th kantilde %99 güven düzeyinde olduğu görölmektedir. İstihdam değışkeni için 25th-75th kantil değęleri boyunca güven düzeyinin arttığı görölmüştür.

Kantillere göre ise 25th kantilden 75th kantile doğru mobil hücresel abone sayısının azaldığı, genişbant kullanan hane sayısının ve istihdamın arttığı görölmektedir.

Tablo 3.8: Panel Kantil Model Tahmini 10th-90th

Kantil Değęleri	Değışkenler	Katsayı
0.1	BANT	0.1594*
	E	0.2425
	POP	-0.1196
	MHA	0.8085*
0.2	BANT	0.1656*
	E	0.3299
	POP	-0.2991
	MHA	0.7883*
0.3	BANT	0.1699*
	E	0.3924**
	POP	-0.4272
	MHA	0.7738*
0.4	BANT	0.1733*
	E	0.4407**
	POP	-0.5265
	MHA	0.7626*
0.5	BANT	0.1776*
	E	0.5011**
	POP	-0.6504
	MHA	0.7487*
0.6	BANT	0.1826*
	E	0.5738**
	POP	-0.7996
	MHA	0.7318*
0.7	BANT	0.1897*
	E	0.6741**
	POP	-1.0054
	MHA	0.7086*
0.8	BANT	0.1945*
	E	0.7429***
	POP	-1.1466
	MHA	0.6927*
0.9	BANT	0.2018**
	E	0.8467***
	POP	-1.3597
	MHA	0.6687*

* %0.01; ** %0.05 ve *** %0.10 hata payı ile anlamlılığı işaret etmektedir.

Yukarıdaki tablo değerlendirildiğinde diğer değişkenler sabitken genişbant internet kullanan hane sayısı değişkeninde meydana gelen %1'lik artış internet kullanımını 10th kantil için %0,16, 20th-30th ve 40th kantil için %0,17, 50th ve 60th kantil için %0,18, 70th ve 80th kantil için %0,19, 90th kantil için %0,20 arttırmaktadır. Diğer değişkenler sabitken mobil hücresel abonelik sayısında meydana gelen %1'lik artış internet kullanımını 10th kantil için %0,81, 20th kantil için %0,79, 30th kantil için %0,77, 40th kantil için %0,76, 50th kantil için %0,75, 60th kantil için %0,73, 70th kantil için %0,71, 80th kantil için %0,69, 90th kantil için %0,67 arttırmaktadır. Yine diğer değişkenler sabitken istihdam sayısında meydana gelen %1'lik artış internet kullanımını, 30th kantil için %0,40, 40th kantil için %0,44, 50th kantil için %0,50, 60th kantil için %0,57, 70th kantil için %0,67, 80th kantil için %0,74, 90th kantil için %0,85 arttırmaktadır.

Yukarıda 10th-90th kantil değerleri için oluşturulan modelde genişbant internet kullanan hane sayısı değişkeni 10th-80th için %99 güven düzeyinde, 90th için %95 güven düzeyinde, mobil hücresel abonelik sayısı değişkeni 10th-80th arası tüm kantil değerlerinde %99 güven düzeyinde, istihdam sayısı değişkeni 30th-70th için %95 güven düzeyinde, 80th-90th kantil değerleri için %90 güven düzeyinde anlamlıdır. Nüfus değişkeni tüm kantillerde anlamsızdır.

Tablo 3.9: Machado-Santos Silva Heterojenlik Testi

Machado-Santos Silva Heterojenlik Testi	
chi2(2)	Prob > chi2
32.030	0.000*

* %0.01; ** %0.05 ve *** %0.10 hata payı ile anlamlılığı işaret etmektedir.

Farklı kantil değerleri için kurulan kantil regresyonlar arasında heterojenliğin olup olmadığı Machado-Santos Silva Heterojenlik testi ile test edilmiştir. Hipotezler aşağıda belirtildiği gibidir:

H_0 : Farklı kantiller heterojenlik göstermemektedir

H_1 : Farklı kantiller heterojenlik göstermektedir

Yukarıdaki tabloya göre H_0 hipotezi reddedilerek panel kantil modelinin heterojen model olduğu kabul edilmiştir. Kurulan panel kantil regresyonlardaki değişkenlerin heterojen olabileceği dikkate alınır, modelin dirençli standart

hatalarla tahmin edilip yorumlanması gerekmektedir. Aşağıda dirençli standart hatalara sahip tahmin sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 3.10: Dirençli Tahmin Sonuçları

Dirençli Tahmin Sonuçları	Değişkenler	İstatistik Değeri
	BANT	0.1571*
	E	0.3666*
	POP	-0.1553*
	MHA	1.0219*
	Sabit Değişken	0.2241

* %0.01; ** %0.05 ve *** %0.10 hata payı ile anlamlılığı işaret etmektedir.

Heterojenliğe karşı dirençli tahmin sonuçları incelendiğinde, genişbant internet kullanan hane sayısı, istihdam sayısı, nüfus ve mobil hücresel abonelik sayısı %99 güven düzeyinde anlamlı bulunmuştur. Sabit parametre ise anlamsız bulunmuştur.

Diğer değişkenler sabitken genişbant internet kullanan hane sayısında %1'lik artış, internet kullanıcı sayısını yaklaşık %0,16, istihdamdaki %1'lik artış internet kullanıcı sayısını yaklaşık %0,37, mobil hücresel abone sayısındaki %1'lik artış internet kullanıcı sayısını %1,02 kadar artırmaktadır. Nüfustaki %1'lik artış internet kullanıcı sayısını yaklaşık %0,16 azaltmaktadır. Bu durumun ele alınan ülkelerin heterojen olmasından dolayı nüfus artış hızları ve internete ulaşım/kullanım düzeylerinden oluşan farklılıklardan kaynaklandığı düşünülmektedir.

Nüfus değişkeninin ele alınan farklı düzeylerdeki kantil değerleri için anlamsız olduğu görülmüş, dirençli standart hatalar ile tahmin edildiğinde ise anlamlılaştığı görülmektedir. Teknolojinin gelişmesiyle ve internete erişimin kolaylaşmasıyla birlikte dünya çapında internet kullanımlarında artış meydana gelmiştir. Bireylerin internet kullanım oranları bulundukları ülkelerdeki demografik durumlarıyla yakından ilgilidir. Bireysel olarak eğitim durumu değişimi, teknolojiye erişebilirlik, gelir gibi faktörler bireysel olarak internet kullanımını etkilemektedir. Dolayısıyla nüfus internet kullanımında önemli bir faktör olarak gösterilmektedir. Teknoloji firmaları gelişmekte olan çok nüfuslu ülkelerden kar elde etmesi sebebiyle daha fazla yatırım yapmaktadır. Ele alınan ülke grupları heterojen olduğundan nüfus değişkenin bağımlı değişkeni negatif yönde etkilediği düşünülmektedir ve sonuçlar beklentilere uygundur.

Geniş bant internet, telekomünikasyon cihazları sağlayıcısının diğer cihazdan daha fazla kapasiteye sahip olmasıdır. Genişbant internet kullanan hane sayısındaki değişim internete erişme kolaylığını da beraberinde getirmektedir. Buna bağlı olarak hanelerin internet üzerinden gerçekleştirdiği aktiviteler de artmaktadır. Bu nedenle genişbant internet kullanan hane sayısı bağımlı değişkeni pozitif yönde etkilemiştir. İnternet teknolojilerinin gelişmesiyle birlikte yeni ürünlerin ortaya çıkması, pazar payının genişlemesi, gelirin artması ve üretkenlik artışının sonucu olarak internet kullanımlarının da arttırmaktadır.

Teknolojinin gelişmesiyle birlikte mobil veri kullanılan cihaz sayısında artış meydana gelmiştir. Dolayısıyla mobil hücresel abonelere olan taleplerde yükselmiştir. Tüketicilerin internet kullanım alışkanlıklarını değiştirmesi veri akışını hızlandırmıştır. Mobil hücresel abonelerin artması internet kullanıcı sayısını pozitif yönde etkilemiştir.

İnternetin kullanılmaya başlanmasıyla beraber ülkelerdeki internet kullanım oranları ile ekonomik büyüme oranları arasındaki ilişki araştırmalara sık sık konu olmaktadır. İktisadi değişkenlerden biri olan istihdamın, bilgiye ulaşımı kolaylaştıran internet kullanıcı sayısı ile ilişkisi olduğu bilinmektedir. Çalışmada istihdamın arttıkça internet kullanıcı sayısının da arttırdığı bulgusuna ulaşılmıştır. Değişkenin işareti ve yönünün beklentilere uyduğu görülmüştür.

SONUÇ

İnternet çağı, teknolojinin gelişmesiyle birlikte hızlı bir dönüşüme girmiştir. Neredeyse tüm dünya internete erişimde sıkıntı yaşamamaktadır. Fakat bu durum gelişmiş ülkelerde daha belirgin gözlenirken, gelişmemiş ülkeler, gelişmiş ülkelerin arkasında kalmıştır. Dolayısıyla sosyo-ekonomik ve siyasi faktörlerin etkisiyle internete ulaşımında problem yaşayan ülkelerdeki bireylerin internete erişimi de kısıtlıdır. Bu durum gelişmiş, gelişmekte olan ve gelişmemiş ülkeler bazında değerlendirildiğinde internet kullanımının dünya genelinde homojen olmadığı kabul edilmektedir.

Çalışmanın amacı internet kullanıcı sayısının farklılık gösterdiği ülkelerde hangi etmenlerin internet kullanıcı sayısını etkilediğini ve internet kullanıcı sayısının yüksek, orta ya da düşük seviyede olmasında nelerin etkili olduğunun görülebilmesidir. Bu amaca yönelik internet kullanıcı sayıları 2000-2018 yılları arasında 14 ülke için panel kantil regresyon analizi ile incelenmiştir. İnternet kullanımı değişkenini açıklamak için mobil hücresel abonelikler, genişbant internet kullanan hane sayısı, istihdam ve nüfus değişkenleri kullanılmıştır. Verilerin normal dağılmadığı sonucuna ulaşıp, tahminler 10th-90th ve 25th-75th kantil değerleri için ayrı ayrı yapılmıştır. Kantiller arasındaki heterojenliği ölçmek için Machado-Santos Silva heterojenlik testi uygulanmış, sonuca göre kantiller heterojen çıkmıştır. Bu nedenle model dirençli tahmincilerle tahmin edilmiştir. Dirençli tahminci sonuçlarına göre, genişbant internet kullanan hane sayısının, istihdam ve hücresel abone sayısının internet kullanıcılarını arttırdığı, nüfusun ise internet kullanıcılarını azalttığı bulgusuna ulaşılmıştır.

İnternet kullanımı pek çok sebeple ilişkili olarak ülkeden ülkeye göre değişmektedir. Gelişmemiş ülkelerin elektrifiğe bile erişiminin kısıtlı olduğu düşünülürse internet kullanımlarının da gelişmiş ve gelişmekte olan ülkelere göre daha az olması beklenmektedir. İnternet kullanımı bir çok değişkenle ilişkili olabilmektedir. İnternetin bireylere ulaşması temelde mobil telefonlar ve telekomünikasyon şirketlerinin cihazları ile sağlanmaktadır. Bu durumun etkisini ölçmek için modele mobil hücresel abonelikler ve genişbant internet kullanan hane sayısı değişkeni olarak dahil edilmiştir. Bireysel olarak internete erişim ise gelir ve istihdam değişkenleriyle ile doğrudan ilişkili olduğu bilinmektedir. Bu nedenle istihdam ve gelirin artması yaşam tarzının değişmesiyle birlikte bilgiye ulaşma ve

Çevresinden haber alma isteği uyandırmaktadır, istihdam değişkeni bu nedenle modele dahil edilmiştir. Çalışmanın sonucunda mobil hücresel abonelikler, genişbant internet kullanan hane sayısı ve istihdam değişkenlerinin beklentilerle uygun olarak internet kullanımını arttırdığı sonucuna ulaşılmıştır.

Birey sayısı internete erişimde etkilidir fakat nüfus sayısındaki artış tüm yaş grupları için düşünüldüğünde internet kullanımının artmasıyla paralel olarak artmadığı bilinmektedir. Bu durumun ele alınan ülkelerin heterojen olması ve nüfus artış hızları ve internete ulaşım/kullanım düzeylerinden oluşan farklılıklardan kaynaklanabileceği sonucuna ulaşılmıştır. Çalışma sonucunda da nüfusun artmasının internet kullanımını azalttığı sonucuna ulaşılmıştır.

Çalışma kapsamında gerçekleştirilen araştırmanın literatüre iki yönden katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Birincisi internet kullanıcı sayısının belirleyicileri olan mobil hücresel abonelikler, genişbant internet kullanan hane sayısı, istihdam ve nüfus değişkenleri yardımıyla kurulan regresyonların kantiller boyunca değişkenliğinin ve heterojenliğinin belirlenmesidir. İkincisi ise ekonometrik olarak normal dağılmayan hata terimine sahip panel veri modellerinde panel kantil regresyonun kullanımı ile ilgili kısıtlı literatüre katkı sağlamaktır. Çalışma sonucunda ülkelerin internet kullanımlarına etki eden faktörlerin düşük, orta ve yüksek kantil değerlerinde farklılık gösterdiği sonucuna varılmıştır.

KAYNAKÇA

- Abrevaya, Jason, M. Dahl, Christian: "The Effects of Birth Inputs on Birthweight", **Journal of Business & Economic Statistics**, Vol.XXVI, 2008, pp. 1537-2707.
- Andreas Behr: "Quantile Regression for Robust Bank Efficiency Score Estimation". **European Journal of Operational Research**, No:2, Vol.CC, 2010, pp. 568-581.
- Arellano, Manuel: **Panel Data Econometrics: Advanced Texts in Econometrics**, New York, Oxford University Press, 2004.
- Baltagi, Badi H.: **Econometric Analysis of Panel Data**, John Wiley & Sons, Third Edition, 2005.
- Bargain, Oliver, Kwenda, Prudence: "Earnings Structures, Informal Employment and Self Employment: New Evidence From Brazil, Mexico and South Africa", **The Review Income and Wealth**, Vol.LVII, 2011, pp. 100-122.
- Bassam Fattouh, Pasquale Scaramozzino, ve Laurence Harris: "Capital Structure in South Korea: A Quantile Regression Approach". **Journal of Development Economics**, No:1 Vol. LXXVI,2005, pp. 231-250.
- Besstremyannaya, Galina: "The Efficiency of Labor Matching and Remuneration Reforms in Health Care: A Panel Data Quantile Regression Approach with Endogenous Treatment Variables", **CEFIR IN ES Working Paper Series**, No:206, 2014, pp. 1-29.
- Blanchard, Pierre, Matyas, Laszlo: "Robustness of Tests for Error Component Models to Non-Normality", **Economics Letters**, Vol.LI, No:2, 1996, pp. 161-167.
- Boscovich, Roger, J.: "De Litteraria Expeditione per Pontificiam Ditionem, et Synopsis Amplioris Operis", **Bononiensi Scientiarum et Artum Instituto**

atque **Academia Commentarii**, Vol.IV, 1757, pp. 353-396.

Breusch, Trevor S., Pagan, Adrian R.: "The Lagrange Multiplier Test and its Applications to Model Specification in Econometrics" **The Review of Economic Studies**, Vol.XLVII, No:1, 1980, pp. 239-253.

Buchinsky, Moche: "Recent Advances in Quantile Regression Models: A Practical Guideline for Empirical Research", **The Journal of Human Resources**, Vol. XXXIII, No:1, pp. 88-126.

Cameron, A. Colin, Trivedi, Pravin K.: **Microeconometrics Methods and Applications**, 8b., New York, Cambridge University Press, 2009b.

Canay, Ivan A.: "A Simple Approach to Quantile Regression for Panel Data", **Econometrics Journal**, Vol.XIV, No:3, 2011, pp. 368-386.

Chamberlain, Gary: "Quantile Regression, Censoring, and The Structure of Wages", **Advances in Econometrics**, 1994, pp. 171-210, doi:10.1017/ccol0521444594.005 (online print 2013)

Chamberlain, Gary: "Panel Data Handbook of Econometrics", **Handbook of Econometrics**, Ed. Zvi Griliches and Michael Intriligator, 1. b., Vol.II, 1984.

Chen, Colin, Wei, Ying: "Computational Issues for Quantile Regression", **Indian Statistical Institute**, Vol.LXVII, No:2, 2005, pp. 399-417.

Chen, Scott S., Donoho, David L., Saunders, Michael A.: "Atomic Decomposition by Basis Pursuit", **SIAM**, Vol.XLIII, No:1, 2001, pp. 129-159.

Chernozhukov, Victor, Fernández-Vál, Ivan, Hoderlein, Stefan, Holzmann, Hajo, "Nonparametric Identification in Panels using Quantiles", **Journal of Econometrics**, Vol.CLXXXVIII, No:2, 2013, pp. 1-15.

Newey, Whitney:

Cho, Dong W.,
Im, K.S, "A Test of Normality Using Geary's Skewness and Kurtosis Statistics", Working Paper 32, **College of Business & Administration, University of Central Florida**, 2002, pp. 1-10, 15.03.2020.

Dantzig, George, **Linear Programming and Extensions**, Princeton University Press, 10. bs., 1993.

Dong, Lauren B.,
Giles, David E. A: "An Empirical Likelihood Ratio Test for Normality, Department of Economics", University of Victoria, **Econometrics Working Paper**, Vol.XXXVI, No:1, 2004, pp. 1-31.

Edgeworth,
Francis, Y.: "On a New Method of Reducing Observation Relating to Several Quantities", **Philosophical Magazine**, Vol.XXV, No:5, 1888, pp. 184-191.

Efron, Breadlay: "Bootstrap Methods: Another Look at the Jackknife", The Annals of Statistics, **Institute of Mathematical Statistics**, Vol.VII, No:1, 1979, pp. 1-26.

Efron, Breadley: "The Jackknife, the Bootstrap and Other Resampling Plans", **Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics**, 1982, pp. 1-3.

Ekanem,
Ignatius,
Abiade,
Gbolahan E.: "Factors Influencing the Use of E-commerce by Small Enterprises in Nigeria". **International Journal of ICT Research in Africa and Middle East**, No.1, Vol. VII, , 2018, pp. 37-50.

Fang, Wen-
Shwo, Miller,
Stephen, M.,
Yeh, Chih-
Chuan: "Does a Threshold Inflation Rate Exist? Quantile Inferences for Inflation and Its Variability", **Empirical Economics**, November 16, 2009, (Çevrimiçi) <https://doi.org/10.1007/s00181-009-0327-1>, 12.11.2019.

- Gezdim, Seyhat B.: **“Küresel Co2 Emisyonunun Belirleyicilerinin Analizi: Dinamik Panel Kantil Regresyon Modeli”**, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Doktora Tezi, 2017.
- Gilbert, Scott: “Testing The Distribution of Error Components in Panel Data Models”, **Economics Letters**, Vol.LXXVII, No: 1, 2002, pp. 47-53.
- Gilchrist, Warren, G.: **Statistical Modelling with Quantile Functions**, Florida, Chapman ve Hall/Crc, 2000.
- Graham, Bryan S., Hahn, Jinyong, Poirier, Alexandre, Powell, James L.: “A Quantile Correlated Random Coefficients Panel Data Model”, **Journal of Econometrics**, Vol.CCVI, No:2, 2018, pp. 305-335.
- Greene, William H.: **Econometric Analysis**, 5. Edition, New York University, Prentice Hall, New Jersey, 2003.
- Gujarati, Damodar, N.: **Basic Econometrics**, The Mc-Graw Hill Companies, USA, 2004.
- Gujarati, Damodar: **Örneklerle Ekonometri**, Çev. Nasip Bolatoğlu, 2016.
- Güriş, Selahattin: Ed., **Panel Veri Ekonometrisi**, İstanbul, Der Yayınları, 2018.
- Hao, Lingxin, Naiman Daniel, Q.: **Quantile Regression**, Sage Publications, 2007.
- Hill, R. Carter, Griffiths, William, E. Lim, Guay, **Principles of Econometrics**, 4.b, United States of America, John Wiley & Sons, Inc, 2011.

C.:

Hsiao, Cheng: **Analysis of Panel Data**, Newyork, Cambridge University Press, Second Edition, 2003.

Huber, Peter J.: "The Behavior of Maximum Likelihood Estimates Under Nonstandard Conditions" Proceedings of the Fifth Berkeley Symposium, **Berkeley: University of California Press**, Vol.I, No:1, 1967, pp. 221-233.

Javier Alejo, Galvao, Antonio, Rojas, Gabriel M., Escudero, Walter S.: "Test for Normality in Linear Panel-Data Models", **The Stata Journal**, Vol.XV, No:3, 2015, pp. 822-832.

Javier Alejo, Galvao, Antonio, Rojas, Gabriel M., Escudero, Walter S.: "Tests for Skewness and Kurtosis in The One-Way Error Component Model", **Journal of Multivariate Analysis**, Vol.CXXII, No:C, 2013, pp. 35-52.

Kantorovich, Leonid: "Mathematical Methods in The Organization and Planning of Production", **Management Science**, Vol.VI, No:4, 1960, pp. 363-422.

Kato, Kengo: "Asymptotic Normality of Powell's Kernel Estimator", **Annals of the Institute of Statistical Mathematics**, 2012, pp. 255-273.

Kengeş, Ezgi: "**Küreselleşmeyi Etkileyen Faktörlerin Panel Kantil Regresyon İle Analizi**", Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 2019.

Kiefer, Nicholas M.: "Estimation of Fixed Effect Models for Time Series of Cross-Sections with Arbitrary Intertemporal Covariance", **Journal of Econometrics**, Vol.XIV, No:2, 1980, p. 195-202.

Kniesner, Thomas J., "Policy Relevant Heterogeneity in The Value of Statistical Life: New Evidence from Panel Data Quantile Regressions", **Journal**

- Viscusi, W. Kip., Ziliak, James P.: **of Risk and Uncertainty**, Vol.XL, No:1, 2010, pp. 15-31.
- Kock, Anders B.: "Oracle Inequalities, Variable Selection and Uniform Inference in High-Dimensional Correlated Random Effects Panel Data Models", **Journal of Econometrics**, 2016, Vol.CXCV, No:1, p. 71-85.
- Koenker, Roger, Bassett, Gilbert: "Regression Quantiles", **Econometrica**, Vol.XLVI, No:1, 1978, pp. 33-50
- Koenker, Roger, Hallock, Kevin, F.: "Quantile Regression", **The Journal of Economic Perspectives**, Vol.XV, No:4, 2001, pp. 143-156.
- Koenker, Roger, Machado, J.A.F.: "Goodnes of Fit and Related Inference Processes for Quantile Regression", **Journal of The American Statistical Assosication**, C:XCIV, No:448, 1999, pp. 1297-1310.
- Koenker, Roger: **Quantile Regression**, Ed.by., New York: Cambridge University Press, 2005.
- Koenker, Roger: "Quantile Regression for Longidutinal Data", **Journal of Multivariate Analysis**, Vol.XCI, No:1, 2004, pp. 74-89.
- Koşan, Naime İ.: **"OECD Ülkelerinde Dış Ticaret Hadlerini Etkileyen Değişkenlerin Panel Kantil Regresyon ile İncelenmesi"**, İstanbul: Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Doktora Tezi, 2014.
- Lamarche, Carlos: "Robust Penalized Quantile Regression for Panel Data", **Journal of Econometrics**, 2010, Vol.CLVII, No:2, pp. 396-408.
- Lamarche, Carlos: "Measuring the Incentive to Learn in Colombia Using New Quantile Regression Asroaches", **Journal of Development Economics**, Vol.XCVI , 2011, pp. 278-288
- Legendre, **Nouvelles Methodes Pour La Determination Des Orbites Des**

- Adrian, M.: **Cometes**, Paris: Courcier, Vol.VIII, 1806, pp. 72-75.
- Machado, Jose, A.F., Silva, Santos: "Glejserís Test Revisited", **Journal of Econometrics**, Vol.XCVII, No:1, 2000, pp. 189-202.
- Machado, Jose, A.F., Silva, Santos: "Quantile Regression and Heteroskedasticity", **Discussion Paper**, University of Essex, Department of Economics, 2013, pp. 1-10.
- Meintanis, Simos G.: "Testing For Normality With Panel Data", **Journal of Statistical Computation and Simulation**, Vol.LXXXI, No:11, 2011, pp. 1745-1752.
- Milton, Bache S. H., Dahl, Christian M., Kristensen, Johannes T.: "Headlights On Tobacco Road To Low Birthweight Outcomes: Evidence From Battery Of Quantile Regression Estimatorsand A Heterogeneous Panel", **Empirical Economics**, Vol.XLIV, No:3, 2013, pp. 1593-1633.
- Mundlak, Yair: "On the Pooling of Time Series and Cross Section Data", **Econometrica**, Vol.XLVI, No:1, 1978, pp. 69-85.
- Nguyen, Huu C., Nordman , Christophe, Roubaud, François: "Who Suffers the Penalty:A Panel Data Analysis of Earnings Gaps in Vietnam", **The Journal of Development Studies**, 2013, Vol.XLIX, No:12, pp. 1694-1710.
- Parzen, Emanuel: "Nonparametric Statistical Data Modelling", **Journal of the American Assosication**, Vol.LXXIV,1979, pp. 105-121.
- Pillai, Vijayamohanan N.: "Panel Data Analysis with Stata Part 1 Fix Effects and Random Effects Models", **Munich Personal RePEc Archive**, 2016, pp. 1-56.
- Powell, James "Censored Regression Quantiles", **Journal of Econometrics**,

- L.: Vol.XXXII, No:1, 1986, pp. 143-155.
- Schenkar, Nathaniel: "Qualms About Bootstrap Confidence Intervals", **JASA**, Vol.LXXX, No:390, 1985, pp. 360-361.
- Silva, Francisca R. de C. E: "Health Investment and Long run Macroeconomic Performance: A Quantile Regression Approach", 2016, pp. 1-44. <https://estudogeral.sib.uc.pt/bitstream/10316/30746/1/final%20final.pdf> (09.01.2020)
- Simpson, Thomas: "A Letter to the Right Honourable George Earl of Macclesfield, President of the Royal Society, on the Advantage of Taking the Mean of a Number of Observations, in Practical Astronomy": By T. Simpson, **F. R. S. Philosophical Transactions of the Royal Society of London**, Vol. XLIX, 1755, pp. 82–93.
- Tatoğlu, Yerdelen, Ferda: **Panel Veri Ekonometrisi Stata Uygulamalı**, İstanbul, Beta Basım ve Yayın A.Ş., 3. bs., 2016.
- Tibshirani, Robert: "Regression Shrinkage and Selection via the Lasso", **Journal of the Royal Statistical Society**, Series B (Methodological), Vol.LVIII, No:1, 1996, pp. 267-288.
- Wagner, Harwey, M.: "Principles of Operations Research with Applications to Managerial Decision", **Journal of The American Statistical Society**, 1969.
- Wang, Shaojian, Zeng, Jingyuan, Liu, Xiaoping: "Examining The Multiple Impacts of Technological Progress on CO2 Emissions in China: A Panel Quantile Regression Approach", **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, Vol.CIII, 2019, pp. 140–150, doi:10.1016/j.rser.2018.12.046.
- Wooldridge, Jeffrey M., **Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data**, 2b., MIT Press, London, 2010.
- Xi, Xian, Zhou, Jinsheng, Gao, Xiangyun, Wang, Ze, Si, "Impact of The Global Mineral Trade Structure on National Economies Based on Complex Network And Panel Quantile Regression Analyses", **Resources, Conservation and Recycling**, Vol.CLIV,2020,104637,doi:10.1016/j.resconrec.2019

Jingjian: .104637.

