

T.C
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI
YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI BİLİM DALI

**İSTANBUL İLİ ŞEHİRİÇİ ULAŞTIRMA FİRMALARININ
STRATEJİLERİ ÜZERİNE OYUN TEORİSİ YAKLAŞIMI**

Yüksek Lisans Tezi

Rojhat ÜNAL

İSTANBUL, 2020

T.C
MARMARA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI
YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI BİLİM DALI

**İSTANBUL İLİ ŞEHİRİÇİ ULAŞTIRMA FİRMALARININ
STRATEJİLERİ ÜZERİNE OYUN TEORİSİ YAKLAŞIMI**

Yüksek Lisans Tezi

Rojhat ÜNAL

Danışman: DR. ÖĞR. ÜYESİ NACİYE TUBA YILMAZ SOYDAN

İSTANBUL, 2020

GENEL BİLGİLER

İsim ve Soyadı	: Rojhat Ünal
Anabilim Dalı	: Ekonometri
Bilim Dalı	: Yöneylem Araştırması
Tez Danışmanı	: Naciye Tuba Yılmaz Soydan
Tez Türü ve Tarihi	: Yüksek Lisans –
Anahtar Kelimeler Yöneylem Araştırması	:Oyun Teorisi, Ulaştırma Sektörü,

ÖZET

İSTANBUL İLİ ŞEHİRİÇİ ULAŞTIRMA FİRMALARININ STRATEJİLERİ ÜZERİNE OYUN TEORİSİ YAKLAŞIMI

Küreselleşme ve kaçınılmaz olarak rekabet koşullarının arttığı günümüz piyasalarında, yöneylem araştırması tekniklerinin kullanım alanları ve gerekliliği çok fazla artmıştır. Özellikle rekabetin ön planda olduğu sektörlerde menfaatlerini korumak ve devamlılığını sağlamak isteyen yapıların, çıkarlarını en üst seviyeye taşımalarında yöneylem araştırması teknikleri içerisinde oyun teorisinin çok önemli bir rolü vardır. Özellikle ürün ve marka çeşitliliğinin hızla arttığı günümüz koşullarında firmaların rakipleriyle olan durumlarını öngörme ve bu bilgilere dayanarak stratejik planlama yapma ihtiyaçları da hızla artmıştır. Oyun teorisi, çıkarları çatışan ve rekabet içinde olan tarafların akılcı davranışlarını ve bu karar ortamını matematiksel modeller yardımıyla inceleyen bir yaklaşımdır. Yapıların varlıklarının devamlılığını korumaları sadece kendi içlerinde verdikleri kararlara değil, aynı zamanda rekabet ortamında verecekleri kararlara da bağlıdır.

Bu çalışmada duopol piyasa koşullarının hakim olduğu şehiriçi ulaşım sektöründe birbirine ikame olabilecek birer ürünü için iki firmanın pazar paylarını arttırmak için aldıkları kararlar oyun teorisi yaklaşımı ile incelenmiştir.

GENERAL KNOWLEDGE

Name and Surname : Rojhat Ünal

Field : Econometrics

Programme : Operational Research

Supervisor : Naciye Tuba Yılmaz Soydan

Degree Awarded and Date :Master–

Keywords :Game Theory, Transport Industry, Operational Research

ABSTRACT

GAME THEORY APPROACH ON STRATEGIES OF ISTANBUL URBAN TRANSPORT COMPANIES

In today's markets where globalization and inevitably competitive conditions increase, the usage areas and necessity of operations research techniques have increased very much. Especially in the sectors where competition is in the forefront, game theory has a very important role in operations research techniques in maximizing the interests of the structures that want to protect their interests and ensure their continuity. Especially in today's conditions where product and brand diversity increases rapidly, companies' needs to predict their position with their competitors and to make strategic planning based on this information have also increased rapidly. Game theory is an approach that examines the rational behavior of the conflicting and competing parties and this decision environment with the help of mathematical models. The preservation of the existence of structures depends not only on the decisions they will make in the competitive environment, but also on the decisions they make within themselves.

In this study, the decisions taken by two companies to increase their market share for one product which can be substitute in the urban transportation sector where duopoly market conditions prevail will be examined with the game theory approach.



İÇİNDEKİLER

TABLO LİSTESİ	iv
----------------------	----

ŞEKİL LİSTESİ	v
----------------------	---

GİRİŞ	1
--------------	---

1.BÖLÜM

KARAR TEORİSİ

1.1. KARAR VE KARAR VERME İŞLEMİNİN TANIMLANMASI	3
1.1.1. Karar Verme Süreci	4
1.1.1.1. Problemin (Amacın) Tanımlanması	5
1.1.1.2. En Uygun Alternatifin Seçilmesi	5
1.1.1.3. Seçilen Alternatife Göre Karar Verme	6
1.1.1.4. Kararın Uygulanması ve Sonuçların İzlenmesi	6
1.1.2. Karar Ortamına Göre Karar Verme	7
1.1.2.1. Belirlilik Altında Karar Verme	7
1.1.2.2. Belirsizlik Altında Karar Verme	7
1.1.2.3 Risk Altında Karar Verme	8

2.BÖLÜM

OYUN TEORİSİ

2.1. OYUN TEORİSİNE GENEL BAKIŞ	10
2.1.1. Oyun Teorisinin Tarihçesi	11
2.1.2. Oyun Teorisinin Temel Kavramları	12
2.1.3. Oyun Teorisinin Temel Varsayımları	14

2.2. TAM BİLGİLİ STATİK OYUNLAR	14
2.2.1. Oyunların Gösterimi ve Strateji Analizi	15
2.2.1.1. Bastırılmış Stratejileri Eleme Yöntemi	16
2.2.1.2. Makul Stratejiler Yöntemi	17
2.2.2. İki Kişilik Sıfır Toplamlı Oyunlar	17
2.2.2.1. Maksimin ve Minimaks İlkesi	18
2.2.2.2. Eyer Noktası ve Oyunun Değeri	20
2.2.2.3. Birden Fazla Eyer Noktası Olan Oyunlar	21
2.2.3. Sıfır Toplamlı Olmayan İki Kişilik Oyunlar	21
2.2.3.1. Sabit Toplamlı Oyunlar	22
2.2.3.2. Sabit Toplamlı Olmayan Oyunlar	22
2.2.3.3. Mahkumlar İkilemi Oyunu	22
2.2.3.4. Cinsiyetler Savaşı	23
2.2.3.5. Geyik Avı Oyunu	24
2.2.3.6. Korkak Tavuk Oyunu	24
2.2.4. Nash Dengesi	26
2.2.4.1. Cournot Modeli	27
2.2.4.2. Bertrand Modeli	30
2.2.5. Eyer Noktası Olmayan Oyunlar ve Karma Stratejiler	33
2.2.5.1. Stratejilerde Eşitlik ve Üstünlük	34
2.2.5.2. Karma Stratejilerde Nash Dengesi	35
2.3. TAM BİLGİLİ DİNAMİK OYUNLAR	36
2.3.1. Genişleyen Biçimli Oyunlar	37
2.3.2. Genişleyen Biçimli Oyunlarda Denge	39
2.3.2.1. Geriye Doğru Çıkarım Yöntemi	39
2.3.2.2. Alt Oyun Mükemmel Nash Dengesi	39
2.4. EKSİK BİLGİLİ STATİK VE DİNAMİK OYUNLAR	40
2.4.1. Mükemmel Bayesyen Nash Dengesi	41
2.4.2. Sinyalleme Oyunları	41
2.5. ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ	42
2.5.1. 2x2 Boyutlu Oyunların Çözüm Yöntemleri	42
2.5.1.1. Cebirsel Yöntem	42

2.5.1.2. Kısa Çözüm Yöntemi	44
2.5.2. 2xn veya mx2 Boyutlu Oyunların Çözüm Yöntemleri	45
2.5.2.1. Alt Oyunlar Çözüm Yöntemi	45
2.5.2.2. Grafiksel Çözüm Yöntemi	46
2.5.3. nxm Boyutlu Oyunların Çözüm Yöntemleri	47
2.5.3.1. Doğrusal Programlama ile Çözüm	47
2.5.3.2. Cebirsel Yöntemle Çözüm	51
2.5.3.3. Matris Çözümü	51
3.BÖLÜM	
UYGULAMA	
3.1. LİTERATÜR TARAMASI	56
3.2. UYGULAMANIN AMACI	57
3.3. ANALİZ	58
3.4. BULGULAR	59
3.4.1. Kriterlerin Ağırlıkları	59
3.4.2. Maksimin Ve Minimaks İlkesi İncelemesi	62
3.4.3. Eş veya Üstün Stratejiler	65
3.4.4. Doğrusal Programlama İle Analiz	68
SONUÇ	73
EKLER	76
KAYNAKÇA	85

TABLO LİSTESİ

Tablo 1 :2x2 Oyunların Normal Formda Gösterimi

Tablo 2 :mxn Boyutlu Bir Oyunun Genel Gösterimi

Tablo 3 :mxn Kazanç Matrisi

Tablo 4 :Mahkumlar İkilemi

Tablo 5 :Cinsiyetler Savaşı

Tablo 6 :Geyik Avı

Tablo 7 :Korkak Tavuk Oyunu

Tablo 8 :2x2 Boyutlu Bir Oyun Matrisi

Tablo 9 :nxm Boyutlu Bir Kazanç Matrisi

Tablo 10:Kriterlerin İkili Karşılaştırmalar Matrisi

Tablo 11:Standardize Edilmiş İkili Karşılaştırmalar Matrisi

Tablo 12:Ağırlıklar Matrisi

Tablo 13:Maximin-Minimax Matrisi

Tablo 14:Kazanç Matrisi

Tablo 15:İndirgenmiş Kazanç Matrisi

Tablo 16:İndirgenmiş Kazanç Matrisi

Tablo 17:Son İndirgenmiş Kazanç Matrisi

Tablo 18:Negatif Değerlerden Arındırılmış Kazanç Matrisi

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1 : Oyun Teorisi Tarihsel Zaman Çizelgesi

Şekil 2 :Cournot Modelinde Oyuncuların En İyi Tepki Fonksiyonları

Şekil 3 :Bertrand Modelinde Oyuncuların En İyi Tepki Fonksiyonları

Şekil 4 : Dinamik Bir Oyunun Ağaç Formda Gösterimi

Şekil 5 : 2x2 Boyutlu Bir Matris

Şekil 6 : 3x2 Boyutlu Bir Matris

Şekil 7 : QM Paket Program Çözümü

Şekil 8 : R Program Çözümü

GİRİŞ

Günümüz dünyasında her geçen gün daha hızlı bir şekilde değişim ve gelişim içerisine girmektedir. Sürdürülebilirlik açısından toplumun en küçük yapısından en büyük yapısına kadar her oluşumun bu değişim ve gelişime ayak uydurması gerekmektedir. Ürün ve hizmet endüstrisi de bu değişimden etkilenmektedir. Pazardaki ürün çeşitliliğinin yanında marka çeşitliliği de her geçen gün bir önceki güne oranla artmaktadır. Bu nedenle işletmeler sürekli bir rekabet durumu içerisinde kalmaktadır. Rekabet koşullarının hakim olduğu günümüz piyasasında işletmelerin gerek kendi içerisindeki süreçleri gerek rakiplerinin davranışlarını analiz etmeleri devamlılıkları açısından çok önemli bir rol oynamaktadır.

İşletmelerin karar verirken yapacakları analizleri bilimsel temellere dayandırmaları analizlerinin daha doğru olmasına ve dolayısıyla verecekleri kararların daha tutarlı olmasına yardımcı olmaktadır. İşletmelerin karar verme aşamalarında kullandıkları nitel ve nicel değişkenleri içinde barındıran ve bu değişkenleri göz önünde bulundurarak analiz yapmalarına olanak tanıyan bir karar verme tekniği olan “oyun teorisi” karar verme süreçlerinde kullanılmaktadır.

Oyun teorisi, genel olarak sosyal bilimlerde birbirlerinin rasyonel kararları doğrultusunda etkilenen tarafların zıt çıkarlarından doğan çatışmaları matematiksel modellere dayandıran bir yöntemdir. Terimdeki “oyun” tabiri, kararları kendi amaçları doğrultusunda en iyi şekilde almaya çalışan tarafları yani oyuncuların varlığını ifade eder. Bir başka deyişle oyun çıkarları zıt tarafların kazanma adına rasyonel hareket ettikleri bir karar ortamıdır. Ortaya çıkan bütün olası sonuçlar, oyuncuların davranışlarının birer sonucudur.

Bu çalışmada çalışmaya konu olan oyuncuların fayda maksimizasyonları için alacakları kararlar ve belirleyecekleri stratejiler oyun teorisi dinamikleriyle incelenecektir. Çalışmada uygulama alanı olarak şehiriçi ulaşım sektöründe birbirine ikame hizmet veren Taksi ve Uber firmaları ele alınmıştır.

Bu çalışmada oyuncuların kazançlarını maksimize etmek adına halihazırda kullandıkları ve gelecekte kullanmaları muhtemel stratejiler, bu iki oyuncudan hizmet alan müşterilerin görüşleri doğrultusunda belirlenmiştir. Stratejileri belirleme sürecinde karar verme yöntemlerinden ve aşamalarından sıkça yararlanılmıştır. Stratejilere karar

verilirken benzer durumlardan ve öngörülerden yararlanılmış olup; oyun teorisinin kazanç matrisi bu temellere göre kurulmuştur. Çalışmanın amacı, oluşturulan bu strateji kümesini bilimsel tekniklerle incelemek ve özellikle belirsizlik altında karar verme yöntemleri kullanarak anlamlı sonuca ulaşmaktır.



1.BÖLÜM

KARAR TEORİSİ

Karar süreci planlama sürecinin temel taşlarından birisidir. Bireyler veya kurumlar hayatın her alanında karar verme süreciyle karşı karşıya kalmaktadır. Bu durumda rasyonel davranan bireyler verdikleri kararlar sonucunda fayda maksimizasyonunu hedeflemektedirler. Ancak sınırlı kaynaklarla sınırsız ihtiyaçlarını karşılamak isteyen bireyler belirli kısıtlarla karşılaşacak ve bu kısıtlar altında faydasını maksimize etmek durumunda kalacaktır. En basit anlamda karar verme, bir fikrin veya hareketin mümkün olan diğer tüm durumlar arasından seçilmesi ve bu seçimin optimum düzeyde olması olarak tanımlanabilir. Diğer taraftan karar verme süreci yalnızca günlük rutinlerde değil çoğu zaman karmaşık sistemlerde de ortaya çıkmaktadır. Mühendislik, siyaset, sağlık, iktisadi süreçler gibi alanlarda da karar verme ile karşı karşıya kalınmaktadır (Emhan, 2007, ss.213-214).

Yönetim süreci de bir karar verme sürecidir. Devletler, firmalar ve tüm bireyler kendileri veya bağlı oldukları birimler için mümkün olan en optimum kararı vermek için çaba sarf ederler. Bu süreçte mevcut durum analizi en iyi şekilde yapılarak faydanın maksimizasyonu hedeflenir. Karar mekanizması ister bireysel ister içinde barındırdıkları bireylerin karar verdikleri yapılar olsun verilecek kararların amaca uygunluğu veya uygunsuzluğuyla doğru sonuçlara ulaşmayla çok yakından ilgilidir. Dolayısıyla, karar mekanizmasında görev almış her birim sonuçların zararlı, az zararlı veya faydalı, amaca uzun veya kısa vadede ulaştıran, anlamlı veya anlamsız, yapının karını gözeten ve devamlılığına etki eden sayısız karar alma durumundadır (Emhan, 2007, ss.212-213).

Günümüz koşullarında her alanda sürekli bir değişim ve gelişim söz konusudur. Her yapı bu farklılıklara ayak uydurmak ve aynı zamanda faydasını maksimize etmek ister. Dolayısıyla, karar verme her birey ve her oluşum için kritik bir önem taşır. Bu nedenle karar verme süreci çok dikkatli ve özenle yürütülmelidir.

1.1. KARAR VE KARAR VERME İŞLEMİNİN TANIMLANMASI

Karar verme işlemi literatürde değişik biçimlerde tanımlanabilmektedir. Genel anlamda karar, seçimi ifade eder ve dolayısıyla karar verme süreci alternatifler

arasından bir seçim yapma ve bir sorun çözme sürecidir. Karar durumu bir engeldir ve karar verme bu engeli ortadan kaldırmak ya da halihazırda olumsuz bir durumu ortadan kaldırıp yerine olumlu bir arayışa girmeyi ifade eder. Alternatifler avantaj sağlamasının yanında dezavantajlara da sahiptirler. Karar süreci bu avantaj ve dezavantajları en iyi şekilde inceleyerek amaca uygun optimal alternatifi seçme üzerine kuruludur. Dolayısıyla karar verme en temel olarak bir seçim süreci olarak ifade edilebilir. Karar verilecek konuyla ilgili incelenecek alternatiflerin belirlenmesi de bir karar sürecidir. Dolayısıyla, hayati bir önem taşıyan bu süreçte alternatiflerin belirlenmesi ve seçilmesi konusunda detaylı bir analiz yapılmalıdır (Alpugan, 1995, s.211).

Karar verme sürecinde genellikle iki yaklaşımdan bahsedilmektedir. Birinci yaklaşım kantitatif karar verme yaklaşımıdır. Kantitatif yaklaşımda ilk adım olarak problemin belirlenmesi söz konusudur. Amaca yönelik analizler yapılarak problem belirlenir. Daha sonra alternatif çözüm yöntemleri belirlenerek belirli kriterler altında bu çözüm yöntemlerinden en uygun olan seçilir ve uygulanır. İkinci yaklaşımda ise, karar vericinin kişisel tecrübeleri ve bu tecrübeler doğrultusundaki kararı esas alınır. Bu aşamada herhangi bir kantitatif analize başvurulmaz (Tekin, 1999, s.17).

Yöneylem araştırması, karar verme problemlerinin çözümünde yardımcı olan ve çözümü kolaylaştıran yöntemleri geliştiren bir bilimdir dalıdır. Yöneylem araştırması bilim dalında karar vermede kullanılan matematiksel modeller kullanılır. Bu nedenle karar verme sürecini bilimsel yaklaşım esaslarına uygun olarak sistematik bir biçimde inceler.

1.1.1. Karar Verme Süreci

Karar verme sürecinin etkin ve verimli bir şekilde işlemesi aynı zamanda verilecek kararın olumlu yönde sonuçlanması karar vericinin karar alma sürecindeki adımları iyi bilmesiyle doğru orantılıdır. Karar verme süreci bahsedilen hangi yolla olursa olsun karar vericinin amacını doğru belirlemesi, var olan durumu iyi analiz etmesi ve karar verme eyleminin ardından sonuçları hakkında yakın öngörülerde bulunabilmesi gerekmektedir.

Karar alma sürecinde zaman kontrolünü iyi yapmak ne çok erken ne de çok geç davranmak, öncelik sırasını iyi belirleyip bu plandan sapmamak, yapılan hataları göz ardı etmemek ve analizleri sağlam temellere dayandırmak karar vericinin karar

verme sürecinde ortaya çıkacak riskleri minimuma indirmesinde etkili olmaktadır. Bu hususlara dikkat edilmemesi karar verme sürecinde büyük risklere yol açabilmektedir.

Karar verme bir süreç olduğundan bu sürecin aşamaları vardır. Bu aşamalar genel olarak aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır (Emhan, 2007, ss.215-216).

- Problemin yani amacın belirlenmesi,
- En uygun alternatifin seçilmesi,
- Seçilen alternatifte göre karar verme,
- Sürecin uygulanması ve sonuçların analiz edilmesi.

1.1.1.1. Problemin (Amaçın) Tanımlanması

Karar verme sürecinde en kritik adım problemin doğru ve amacı tam olarak yansıtır şekilde tanımlanmasıdır. Bu süreç beşeri bir süreç olduğu için hata payı çok yüksektir. Karar verici problemi tanımlarken geçmiş tecrübelerinden ve şu anki mevcut durum analizinden yararlanmaktadır. Tüm çevresel ve kişisel faktörler en iyi şekilde analiz edilip problemin tanımlanması gerekmektedir. Karar verme sürecinde problem yanlış tanımlanırsa diğer adımlarda bu tanımlamaya uyacağından süreç amacından çıkacak ve asıl probleme hiçbir katkı sağlamayacaktır. Bu durum aynı zamanda zaman ve maddi kayıplara da yol açmaktadır (Newhman, 1979, ss.121-122).

Tanımlanma sırasında problem açıkça belirtilmeli, sorumluluk alacak kişilerin sorumlulukları net bir biçimde tanımlanmalıdır. Aynı zamanda probleme ilişkin durumların belirlenmesi için uygun ortam oluşturulmalıdır.

1.1.1.2. En Uygun Alternatifin Seçilmesi

Problem iyi bir şekilde tanımlandıktan sonra, karar verici uygulama olanağı olan alternatifleri belirlemelidir. Çoğu zaman bu alternatifleri belirlemek kolaydır. Kişisel tecrübeler, diğer firmaların uygulamaları, müşteri veya personel önerileri, benzer problemlerde uygulanmış yöntemler bu süreçte çok yararlı kaynakları oluşturmaktadır. Karar verici analiz sürecinden sonra amacına uygun alternatifleri belirler ve bu alternatifler arasından en uygun olanı seçmeye çalışır (Drucker, 1996, ss.389-390).

Mümkün olan en iyi alternatifin seçiminde dört ölçek mevcuttur. Bunlar; risk derecesi, ekonomik olması, zamanlama ve kullanılacak kaynakların sınırlandırılması (Drucker, 1996, ss.389-390).

Risk derecesi: Karar alma mekanizmasında olanlar beklenen kazançlara göre beklenen kayıpları da hesaplamak zorundadırlar. Bundan dolayı seçilen alternatifin risk değerlendirmesi yapılmalıdır.

Ekonomik Olması: Seçilen alternatifin mümkün olan en az çaba ve emek ile yerine getirilmesi gerekir.

Zamanlama: Karar verilecek konunun aciliyetine ve önemine göre zaman süresi kısa, eğer karar verilecek konunun zaman kısıtı yoksa yavaş bir başlangıç tercih edilebilir.

Kaynakların sınırlandırılması: Organizasyonda mevcut olan en önemli kaynak insandır, verilecek kararın en az insanla yerine getirilmesine dikkat edilmelidir.

1.1.1.3. Seçilen Alternatife Göre Karar Verme

Problem açıkça ortaya konulup uygun alternatifler belirlendikten ve her alternatifin olağan sonuçları olanaklar ışığında incelendikten sonra, son seçimin yapılması gerekir. Genellikle her alternatif bir dizi sonuçlar doğurur ve bu sonuçlar çeşitli periyotlarda çeşitli olasılıklar halinde görülebilir. Karar verici problemine uygun olarak seçtiği alternatifin tüm mümkün durumlarını ve gerçekleşme olasılıklarını analiz edip amaca uygun en optimal alternatifi seçmelidir. Bu alternatif seçildikten sonra karar verici problemin çözümünü bu alternatife göre gerçekleştirir (Newhman, 1979, ss.133-134).

1.1.1.4. Kararın Uygulanması ve Sonuçların İzlenmesi

Bu süreç, karar verme sürecinin dışında kalmaktadır. Ancak verilen kararın uygunluğu ve verimi problemin çözümü ile bağlantılı olduğu için bu evre ayrılmaz bir bütün olarak incelenmelidir. Yapılan analizler sonucunda alternatifin seçilmesi yani kararın verilmesinin ardından elde edilen sonuç çok dikkatli bir şekilde incelenip problemin çözümünün gerçekleştiği saptanmalıdır. Eğer gerçekleşen sonun ve karar vericinin beklentileri arasında çok keskin farklar bulunmuyorsa karar verme süreci

doğru bir şekilde işlemiş demektir. Ancak tam tersi bir durum söz konusu olursa, karar verme sürecinde hatalar meydana gelmiş olabilir. Bu durumda önceki adımlar tekrar analiz edilerek, sürecin tekrarlanması gerekmektedir(Erdoğan, 2000, s.304).

1.1.2. Karar Ortamına Göre Karar Verme

Karar verme sürecinde bu sürecin gerçekleşeceği ortamın yani karar sürecine etki edecek koşulların bilinmesi sürecin sağlıklı işlemesi için oldukça önemlidir. Üç tür karar verme ortamı bulunmaktadır. Bunlar Belirlilik, Belirsizlik ve Risk Altında karar vermedir (Tekin, 1999, ss.29-30).

1.1.2.1. Belirlilik Altında Karar Verme

Belirlilik altında karar verme ortamında karar verici, alternatiflerin hangi şartlar altında gerçekleştiği ve bu alternatiflerin uygulanması sonucunda elde edeceği sonuçları net ve kesin bir şekilde bilmektedir. Diğer bir söylemle karar verme süreci adına atılacak her adımın sonucu önceden biliniyorsa buna belirlilik ortamı adı verilir. Örneğin faiz yatırımlarında karar verici faiz oranlarının ne olduğunu bildiği için karar sonucunda elde edeceği sonuçları da önceden bilecektir. Belirlilik altında karar verici getirisi en yüksek alternatifi seçecektir (Emhan, 2007, s.218).

1.1.2.2. Belirsizlik Altında Karar Verme

Belirsizlik altında karar verme ortamında, alternatiflerin gerçekleşme olasılığı bilinemez, ancak hareketin sonuçları kısmi olarak tahmin edilebilir. Bu karar ortamında karar verici deneyim ve sezgilerinden yararlanır. Belirsizlik altında karar verme yöntemleri şu şekildedir;

Maksimin (Kötümserlik) Ölçütü: Karar verici bu ilkede kötümserdir ve alternatifler içerisinde kazançları minimum olan seçeneklerden maksimumunu tercih eder.

(Plunger) Maksimaks (İyimserlik) Ölçütü: Karar verici oldukça iyimserdir ve uygun alternatifler içerisinde maksimum getiriyi tercih etmektedir.

Minimaks (Savage) Ölçütü: Karar verici bu yöntemde şüpheli yaklaşır ve maksimum getiriler içerisinde minimum olanı hedefler. Ancak bu eylem bir fırsat kaybı doğurmaktadır.

Laplace (Eş olasılık) Ölçütü: Tüm mümkün alternatiflerin gerçekleşme olasılıkları eşit kabul edilmektedir. Karar verici her alternatif için getirilerin ortalamasını baz alarak maksimum ortalama sahip alternatifi seçmektedir.

Hurwicz (İyimserlik Katsayısı) Ölçütü: Bu yöntem maksimum iyimserlik ve maksimum kötümserlik ölçütlerinin bir birleşimi şeklindedir. Karar vericinin duruma iyimser veya kötümser yaklaşmasına bağlı olarak bir olasılık değeri belirlenir. Bu olasılık değeri üzerinden alternatifleri inceleyerek maksimum kazancı sağlayan alternatifi seçmektedir.

1.1.2.3 Risk Altında Karar Verme

Risk ortamında karar vermede verilecek belirli bir karara, karar sürecine ve sonucuna etki edecek çok sayıda koşul söz konusu olmaktadır. Seçilecek her alternatifin her durumda sağlayacağı sonuçlar belirli bir olasılık dağılımıyla oluşur. Risk ortamında alternatiflerin ne gibi sonuçlar doğuracağı önceden bilinmez. Bu bilgi eksikliği bir risk yaratır. Risk ortamında karar verici, koşullarının belirli bir ihtimalle meydana geldiğini kabul ederek, beklenen parasal değerleri hesaplayıp en iyi alternatifi seçmektedir. Risk ortamında karar verme ortamında doğa koşullarına ilişkin ihtimaller; objektif ihtimal ve subjektif ihtimal olarak iki gruba ayrılmaktadır. Objektif ihtimaller, geçmişteki bilgi ve tecrübelerle dayanılarak hesaplanmaktadır. Objektif ihtimallerin uygulanamadığı durumlarda subjektif ihtimaller kullanılır (Emhan, 2007, s.218).

Risk ortamında karar verme dört tür yöntem yardımıyla yapılmaktadır. Bunlar maksimum olasılık ölçütü, beklenen parasal değer ölçütü, beklenen fırsat kaybı ve tam bilginin beklenen değeridir.

Maksimum Olasılık Ölçütü: Bu yöntemde karar verici maksimum gerçekleşme olasılığına sahip doğa durumunu göz önüne alarak maksimum kazancı sağlayan alternatifi seçmektedir.

Beklenen Parasal Değer Ölçütü: Karar verici tüm mümkün alternatifler ve doğa durumlarının olasılıklarını dikkate alarak her alternatifin beklenen değerini hesaplamakta ve amacına uygun maksimum kazanca sahip alternatifi seçmektedir.

Beklenen Fırsat Kaybı: Bu yöntem minimaks ölçütünün olasılıklı şekli olarak tanımlanabilir. Karar verici maksimum kazancı sağlayan alternatife yönelmediği için bir fırsat kaybı hesaplamakta ve bu fırsat kayıpları içerisinde en düşük değere sahip olan alternatife yönelmektedir.

Tam Bilginin Beklenen Değeri: Bu ölçüt karar vericinin karar verme sürecinde ek bilgi için katlanacağı maksimum maliyeti baz almaktadır. Gerçekleşmesi beklenen doğa durumu ışığında seçilen alternatifi belirlemek için bu olasılıklar için katlanacağı maksimum maliyeti hesaplamakta ve alternatifler içinden maksimum kazancı sağlayan alternatifi seçmektedir.

Karar teorisi bir yapının en temel taşıdır. Devlet, firma veya herhangi bir karar verme mekanizması varlığının devamı için bu süreci oldukça dikkatli bir biçimde sürdürmelidir. Her karar bir risk taşır. Karar verici gerek geçmiş tecrübelerinden gerekse sayısal analizlerden yararlanarak bu risk düzeyini en düşük seviyede tutmaya çalışmalıdır.

Oyun teorisine konu olan stratejilerin belirlenmesi, maksimum fayda elde etmek için bu stratejilerden hangisinin hangi olasılıkla seçilmesini bulmayı hedeflediği için bir karar verme sürecidir. Stratejiler belirlenirken çeşitli amaçlar doğrultusunda bu amaca uygun maksimum kazancı sağlayan alternatifler seçilir ve bu seçim karar verme olarak tanımlanabilir. Oyun teorisinde sağlıklı ve tutarlı sonuçlara ulaşmak bu stratejiler ve kazanç matrisinin doğru bir biçimde tanımlanmasına bağlıdır. Bu nedenle karar verici karar sürecinde çok itinalı davranmalıdır. Aksi takdirde kurulan bütün modeller ve bunun sonucunda elde edilen sonuçlar yanlış olacaktır.

2.BÖLÜM

OYUN TEORİSİ

2.1. OYUN TEORİSİNE GENEL BAKIŞ

Oyun teorisinin anlaşılabilmesi için 'oyun' kavramından bahsetmek gerekir. Oyun, birden fazla kişinin belirledikleri amaçları maksimize etmek adına seçmiş oldukları stratejileri genellikle belli oranlarda kullanabildikleri bir karar ortamıdır. Oyun teorisi ise rakiplerin bu amaç doğrultusunda belirledikleri stratejilerin matematiksel çözümünün yapıldığı bir teorinin genel adıdır.

Oyun teorisi, bir karar verme sürecinde iki veya daha fazla karar alıcının belirleyici olduğu ve bu tarafların sadece kendi istekleri doğrultusunda değil rakip tarafın da alacağı kararlara bağımlılığı olduğu bir karar ortamı olarak tanımlanabilir (İpek, 2019, s.17). Başka bir söylemle oyun teorisi, bir oyuncunun fayda maksimizasyonu için vereceği kararlarda rakibinin davranışlarına bağımlı olduğu stratejik karar verme sürecinin matematiksel olarak incelenmesidir. Bu süreçte bağımlılık esastır. Yani taraflar birbirlerinin vereceği kararlardan bağımsız bir şekilde değil, rakibinin alacağı kararları göz önünde bulundurarak ve bunların sonuçlarını analiz ederek karar vermek durumundadır. Genel olarak stratejik oyun olarak adlandırılan bu durumda taraflar oyuncular olarak adlandırılmaktadır. Bu tip oyunlarda oyuncuların kararları rakip oyuncuyu etkilemekte ve tüm oyuncular bu etkinin bilgisine sahip olmaktadır. Bu nedenle oyuncuların kendi kararlarını vermesinde rakip oyuncunun alacağı kararlı göz önünde bulundurmaları gerekir. Oyuncuların elinde tam bilgi bulunmaması halinde, rakip oyuncuların neler yapabilecekleri hakkında tutarlı tahminler yapmaları gerekir (Bierman ve Fernandez, 1998, s.4).

Oyun teorisi, eylemlerinin birbirlerinin davranışlarını etkilediğini bilen karar vericilerin, amaçları doğrultusunda faydalarını maksimum seviyeye çıkarmak için uyguladıkları stratejileri matematiksel olarak inceler (Rasmusen, 2006, s.10).

Oyun teorisi, karar verme teorileri içinde sosyal bilimlerde özellikle iktisadi uygulamalarda kullanılan, aynı zamanda biyoloji, felsefe, mühendislik ve bilgisayar bilimlerinde de sıkça başvurulmuş yöntemlerden biridir. Başlangıçta bir oyuncunun kazancının diğer oyuncunun kaybına eşit olduğu, yani sıfır toplamı oyunların

incelenmesinde kullanılsa da, zamanla bu alandaki gelişmelerle birlikte farklı kriterlerin etkilediği bir rekabet ortamını inceleme yetkinliği kazanmıştır.

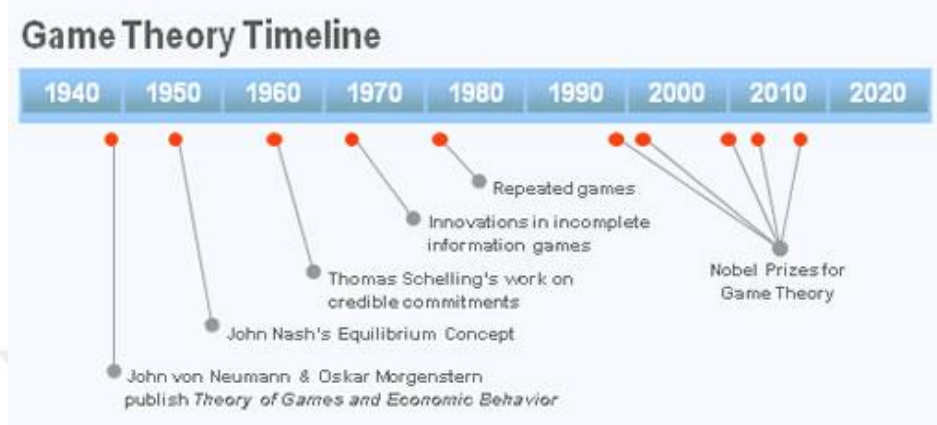
Teoride oyuncuların rasyonel davrandıkları kabul edilir. Rakip oyuncular birbirlerinin stratejilerine karşı rasyonel kararı vermek zorundadırlar. Öyle ki oyun teorisi bu rasyonellik altında rakiplerin davranışlarını değiştiremeyecekleri, başka bir deyişle her oyuncunun kendi açısından en iyi durum olan bir denge noktasını bulmayı hedefler.

Devletler, firmalar ya da kişiler olsun çıkarları zıt olan her yapı bir karar verme süreciyle karşı karşıya kalmaktadır. Ekonomik politika belirleme, ikame ürün satan iki firmanın pazar payını arttırmak için belirledikleri yollar veya günlük hayatta kişisel verilen kararlar içerisinde faydayı barındırır. Faydanın olduğu her süreçte bir karar verme ortamı kaçınılmazdır. Oyun teorisi bu karar ortamlarını sosyal ilişkilerle birlikte inceleyerek karar vericinin amacı doğrultusunda maksimum faydayı elde etmesi için vereceği kararlara bir ışık tutar.

2.1.1. Oyun Teorisinin Tarihçesi

Oyun teorisinin ortaya çıkması, M.S 500'lü yıllarda Babilli Talmud'un sosyal yaşamda bilhassa evliliklerdeki miras paylaşımı sorununun çözümüne kadar dayansa da, teoriyle ilgili yapılan ilk çalışma 1944 yılında John von Neumann ve Oskar Morgenstern adlı iki matematikçi tarafından yazılan "Theory of Games and Economic Behaviour" (Oyun Teorisi ve Ekonomik Davranış) isimli kitaptır. Bu çalışmada iki matematikçi oyuncuların birbirlerinin kazançlarını ve dolayısıyla kayıplarını bildiği iki kişilik sıfır toplamli oyunları ele almıştır. Bu eserin ortaya çıkışından itibaren oyun teorisi hızla gelişmeye başlamış ve sadece matematik biliminin değil sosyal alanda birçok bilimin sınırlarına genişlemiştir. Bu gelişme içerisinde en büyük adım 1950 yılında John Nash tarafından atılmıştır. Nash n kişilik oyunlarda denge, işbirliksiz oyunlar ve pazarlama problemleri hakkında çalışmalar yapmış ve yayınladığı çalışmalarla oyun teorisinin sıfır toplamli oyunlarla sınırlı olmadığını, sıfır toplamli olmayan oyunlarda da etkin olduğunu göstermiştir ve böylece oyun teorisi sıfır toplamli olmayan oyunlara doğru genişlemeye başlamıştır. Stratejik durumların analizi olarak tanımlanabilecek oyun teorisi ekonomi, biyoloji ve mühendislik gibi bilimlere ancak 1970'li yıllarda dahil olabilmıştır. 1996 yılına gelindiğinde oyun teorisi, Hutton tarafından, yetersiz bilgi ve farklı amaçlar altında, farklı tarafların karar verme sürecinde etkili bir yöntem olduğu şeklinde tanımlanmıştır. Bu çalışmalardan sonra oyun teorisi

farklı karar ortamlarında, farklı bilgi düzeylerinde ve belli varsayımlar altında rekabetin ve fayda maksimizasyonunun incelendiği her karar ortamında kullanılmaya başlanmıştır (İpek, 2019, s.16).



Şekil 1: Oyun Teorisi Tarihsel Zaman Çizelgesi

Kaynak: History of Game Theory, <http://cassmba8.weebly.com/john-nash-a-beautiful-mind.html>, Erişim Tarihi: 28 Mart 2020.

2.1.2. Oyun Teorisinin Temel Kavramları

Bir oyunun temel unsurları kısaca oyuncular, eylemler, kazançlar-kayıplar ve bilgilerdir. Bu tanımların bütününe oyunun kuralları adı verilir. Bir oyun modelinin amacı bir durumu oyunun kurallarına göre tanımlamak ve bu durumda ne olacağını açıklamaktır (Rasmusen, 2006, s.11).

Oyun teorisi, özellikle sosyal bilimler alanında beşeri davranışları inceleyen, stratejik rekabeti matematiksel modeller yardımıyla incelemeye yarayan bir araçtır. Bir oyunda, oyuncuların tercihleri nedeniyle etkilenen diğer oyuncuların durumlarını gösteren oyun teorisinin odak noktası karşılıklı işbirliğidir (Dutta, 1999 , s.3).

Teoriye adını veren “oyun” kelimesi iki veya daha fazla kişi arasında, oyuncuların amaçları doğrultusunda kazanma adına belirledikleri stratejileri genel olarak belirli olasılıklarla uygulayabilecekleri bir karar ortamı olarak tanımlanabilir. Bir başka söylemle oyun oyuncuların amaçlarına uygun stratejileri ve bu stratejileri seçmeleri sonucunda oluşacak rekabet ortamlarını bildikleri bir karar ortamıdır (Can, 2015, s.695).

Oyunun temelini oluşturan kavramlardan ilki “oyuncu” kavramıdır. Bir oyunda en az iki oyuncu olmalıdır. Oyuncuları sadece insan olarak düşünmemek gerekir. Oyuncular genellikle firmalar, devletler, ordular, doğa da olabilmektedir. Bu yapıların da karar mekanizması insandır fakat oyuncular sadece aracısız insan olarak düşünülmemelidir. Çıkarları zıt ve kazanma adına rekabet içinde bulunan bu oyuncuların birbirlerinin davranışlarına karşı karar almaları gerekmektedir. Bu yüzden oyuncuların rasyonel oldukları kabul edilir (Can, 2015, s.695).

Oyun teorisinin en önemli kavramlarından biri de “strateji” kavramıdır. Strateji, bir oyunun başından sonuna kadar ortaya çıkabilecek tüm durumlarda oyuncuların tercih edebilecekleri alternatifler bütünüdür. Bir başka söylemle strateji oyuncuların seçenekleridir (Çevikkan, 2010, s.6).

Oyuncular stratejileri amaçlarına uygun bir biçimde belirler. Bu strateji kümesine uygun strateji kümesi adı verilir. Eyer noktasına sahip sıfır toplamli oyunlarda “optimum strateji” kavramından bahsetmek gerekir. Optimum strateji belirlenen uygun stratejiler içerisinde oyuncunun amacına en uygun strateji olarak adlandırılır. Eyer noktasına sahip oyunlarda optimum strateji oyuncunun ortalama en fazla kazancını, rakip oyuncu içinse en az kaybı garantileyen strateji olarak belirlenir. Eyer noktasız oyunlarda ise optimum strateji oyunun çözümlenmesiyle belirlenir.

Bahsedilmesi gereken bir diğer kavram ise “Beklenen Değer” kavramıdır. Beklenen değer, oyuncuların amaçlarına uygun mümkün tüm stratejileri içerisinde seçtikleri optimal stratejiye göre oyundan beklentileri olarak tanımlanabilir. Beklenen değer kavramının anlamlı olabilmesi için sistemin belirsizlik altında karar verme sürecinde olması gerekir (Can, 2015,s.711).

Çözümle birlikte ortaya çıkan strateji sayısına göre stratejiler çeşitli isimler almaktadır. Bazı oyunlarda oyuncuların seçebileceği tek strateji çıkar. Bu tür stratejiye “Saf, Arı veya Tam Strateji” adı verilir. Bu tür strateji ortaya çıktığında belirlenen bu stratejiler her oyuncu için optimal olmaktadır. Saf stratejiden sapan oyuncu kendi açısından oyunun değerini daha kötü bir duruma getirebilir.

Diğer taraftan başka bir strateji türü “Karma Strateji”dir. Karma stratejide tam stratejinin aksine oyuncular oyun süresince birden fazla strateji kümesi seçebilir. Karma stratejiler olasılık dağılımlarına sahiptirler.

Oyun esnasında oyuncular seçtikleri stratejiler doğrultusunda bir kazanç veya kayıp durumuyla karşı karşıya kalmaktadır. Kazanç ve kayıp durumunun varlığı pozitif ve negatif değerlerin varlığını garanti altına almaktadır. Strateji seçiminden sonra ortaya çıkacak olan kazanç veya kayıplar artı sonsuzdan eksi sonsuza kadar değer almaktadır. Başka bir deyişle işaretçe sınırsızdır.

Oyun teorisinde bir diğer kavram ise “Kazanç veya Ödemeler Matrisidir”. Bu matris oyuncuların belirledikleri stratejiler doğrultusunda oyunun sonunda elde edecekleri kazançları veya kayıpları gösteren matristir.

2.1.3. Oyun Teorisinin Temel Varsayımları

Oyunun modellenmesi ve çözümlenmesi sürecinde karşılaşılabilecek karmaşık durumları en aza indirmek adına yerine getirilmesi gereken bazı varsayımlar bulunmaktadır. Bunlar şu şekilde sıralanabilir (Esin, 2003, s.322):

- Oyuncular sonlu sayıdadır,
- Oyuncuların tüm mümkün stratejileri sonlu sayıdadır,
- Her oyuncu kendisi ve rakibi adına tüm mümkün stratejileri bilir. Fakat rakip oyuncunun seçeceği stratejiyi bilmemektedir,
- Oyuncular hangi stratejiyi seçerse seçsin kazançlar ve kayıplar sınırlıdır,
- Oyuncular rasyoneldir,
- Tüm mümkün adımlar aynı birimde hesaplanır nitelikte olmalıdır.

Belirtilen bu varsayımlar her zaman sağlanamamaktadır. Bu tür durumlarda farklı oyun türleri ve farklı çözüm yöntemleri kullanılmaktadır.

2.2. TAM BİLGİLİ STATİK OYUNLAR

Oyunlar, her oyuncunun oyun sırasında rakibinin hareketlerinin bilgisine bu bilginin çeşidine göre sınıflandırılabilir. Oyun esnasında rakip oyuncunun hareketlerinin gözlemlenebildiği ve hareketler sonucunda ortaya çıkan sonuçların incelenebileceği oyunlara tam bilgili oyunlar adı verilmektedir (Ventsell, 1965, ss. 3-4).

Oyunlar statik oyunlar ve dinamik oyunlar olmak üzere iki sınıfta incelenebilir. Statik oyunlarda zaman kavramından söz edilmez. Oyuncular hareketlerini bir kez ve eş zamanlı olarak seçmektedirler. Eş zamanlı seçim bir zaman eşitliği anlamında değil,

birbirlerinin seçimlerini görmemeleriyle ilgilidir. Dolayısıyla statik oyunlarda rakip oyuncular birbirlerinin hamlelerini tahmin etmeye çalışırlar. Statik oyunlarda, oyun bitiminde her oyuncunun kendisi için seçtiği stratejiye göre fayda düzeyi belirlenir (Yılmaz, 2016, s.7).

Statik kelimesinden de anlaşılacağı gibi statik oyunlar durağan ve sabit oyunlardır. Bir başka söylemle statik oyunlar herhangi bir etki ile değişmeyen stratejilerin hakim olduğu bir oyun türüdür. Statik oyunlarda, taraflar birbirlerinin hamlelerine göre hareket etmektense bağımsız olarak karar vermeyi, sonucu ne olursa olsun karşı tarafın hamlesine göre hareket etmemeyi tercih etmektedirler (Brandenburger ve Nalebuff, 2010, s.124).

Statik oyunlar, her oyuncunun tek bir karar verdiği ve diğer oyuncunun kararı hakkında bilgi sahibi olmadığı oyunlardır. Bu tür oyunlarda hamle sırası önemli olmadığı için eş zamanlı oyunlar olarak da adlandırılmaktadır (Webb, 2007, s.61).

2.2.1. Oyunların Gösterimi ve Strateji Analizi

Oyunlarda, oynanış biçimini göstermek adına iki yol kullanılmaktadır. Bunlar, normal(matris) form biçiminde oynanan oyunlar ve yaygın (ağaç) form biçiminde oynanan oyunlardır (İnci, 2009, s.11).

Statik oyunların matris biçiminde gösterimi stratejik biçimli ya da normal form olarak adlandırılır.. Bu tür oyunlarda oyuncuların mümkün tüm seçeneklerinden oluşan strateji kümeleri, her oyuncu için bir fayda düzeyi belirtmektedir. Statik oyunlarda rakip oyuncunun seçimi bilinmediği yani seçimlerin eş zamanlı yapılması durumu söz konusu olduğu için oyuncuların strateji kümeleri ve olası seçim kombinasyonları matris şeklinde gösterilir. Normal formda çözümlenen bir oyunda her oyuncunun kazanç ve kayıplarından oluşan bu matrise ödemeler ya da kazanç matrisi adı verilir (Çevikkan, 2010, s.9).

Bir oyunda n sayıdaki oyuncunun bulunduğu bir kümedeki i , rastgele bir oyuncuyu temsil etmektedir. Oyuncular kümesindeki oyuncuların sahip oldukları strateji kümesi herhangi bir i oyuncusu için, S_i ile ifade edilir. Bu strateji kümesindeki herhangi bir strateji ise s_i ile ifade edilir (Yılmaz, 2016, s.8-9). Tüm oyuncuların mümkün tüm stratejilerinden oluşan bir strateji kümesi denklem (1)'deki gibi kartezyen çarpımı ile gösterilir.

$$S = S_1 \times S_2 \times \dots \times S_n \quad (1)$$

Bir strateji kümesi, $s=(s_1, s_2, \dots, s_n) \in S$, oyundaki n tane oyuncunun her biri için bir stratejiyi ifade eden n tane elemana sahip stratejilerin bütününe gösteren bir kümedir.. Bu küme n boyutlu bir vektör olarak da ifade edilebilir (Çevikkan, 2010, s.10).

n oyunculu ve normal formda gösterilen bir oyunda oyuncuların fayda fonksiyonları U_i olarak ifade edildiğinde ($i=1,2,\dots, n$) oyun denklem (2)'deki gibi matematiksel formda gösterilir:

$$G = \{S_1, \dots, S_n; U_1, \dots, U_n\} \quad (2)$$

2x2 boyutlu bir oyunda normal formda gösterim Tablo 1' deki gibidir.

Tablo 1

2x2 Oyunların Normal Formda Gösterimi

	S₁	S₂
S₁	$U_1(S_1, S_1), U_2(S_1, S_1)$	$U_1(S_1, S_2), U_2(S_1, S_2)$
S₂	$U_1(S_2, S_1), U_2(S_2, S_1)$	$U_1(S_2, S_2), U_2(S_2, S_2)$

2.2.1.1. Bastırılmış Stratejileri Eleme Yöntemi

Normal formda gösterilen n oyunculu bir oyunda, her oyuncu için strateji kombinasyonları içinde her durumda uygulayacağı bir stratejiden doğan sonuç diğer bir stratejinin sonucundan daha iyiye oyuncu bu stratejiyi her durumda diğer stratejiye tercih etmek durumundadır (Gibbons, 1997, s.135).

Bir oyunda oyuncuların her zaman rasyonel davrandıkları varsayılır. Bu rasyonellik strateji seçiminde ortaya çıkan bir kavramdır. Oyuncular kendi stratejileri içerisinde bir seçim yapmak zorundadırlar. Bu seçimi yaparken herhangi bir stratejinin diğer stratejilere göre üstünlüğünün sınanması mümkündür. Eğer bir oyuncunun herhangi bir stratejiden kazancı diğer tüm stratejilerden fazlaysa bu stratejiye “baskın strateji” adı verilir. Tam tersi durumda yani bir stratejinin diğer tüm stratejilerden daha az kazanç getirmesi durumunda ise bu stratejiye “mahkum strateji” adı verilir. İşte

oyuncuların bu stratejileri göz önünde bulundurup mahkum stratejileri silmesi rasyonel bir davranıştır. Çünkü mahkum stratejiler rakibin hamlesine karşı en iyi tepki olmamaktadır.

Bastırılmış stratejilerin elenmesi yöntemi bir dezavantaja sahiptir. Birden fazla denge noktası olan oyunlarda bastırılmış stratejilerin elenmesi herhangi bir denge noktasının yok sayılmasına neden olabilir. Ayrıca bu yöntem rakip oyuncuların stratejilerine bakılmaksızın, yalnızca kendi stratejileri arasında bir seçimi öngörür.

2.2.1.2. Makul Stratejiler Yöntemi

Tüm oyuncuların rasyonel davrandığı varsayılan bir oyunda, oyuncular mahkum stratejilerin elenmesinin ardından geriye kalan strateji kümesiyle oyuna devam edeceklerdir. Mahkum stratejiler elendiği için geriye kalan stratejilerin oluşturduğu kümeden stratejilerin üstünlüğü baz alınarak direkt olarak bir eleme yapmak söz konusu değildir. Mahkum stratejilerin elenmesinin ardından oyuncuların elinde kalan bu stratejilerin oluşturduğu kümeye “makul stratejiler” kümesi adı verilir. Optimal stratejiler her zaman bu kümeden seçilir. Optimal strateji seçilirken rakip oyuncunun irrasyonel davranışları seçilen bu optimal stratejinin anlamlılığını yitirir. Dolayısıyla tüm oyuncular rakiplerinin seçimlerini bilmeseler bile rasyonel davrandıklarını varsayar (Yılmaz, 2016, s.18).

2.2.2. İki Kişilik Sıfır Toplamlı Oyunlar

Bir çatışma durumunun bir oyun olarak tanımlanması için belirli durumları sağlaması gerekmektedir. Oyun net olarak ifade edilen, kesin olarak tanımlanmış kurallardan oluşan bir sistemdir. Bir oyun, oyunun her adımında tüm tarafların kullanabileceği stratejileri, rakiplerin birbirlerinin davranışları hakkında bilgi derecesini, kullanılan stratejiler dizisini ve bu davranışların sonucunda oyunun sonucunu belirleyen kurallar dizisinden oluşan bir sistem olmalıdır (Ventsell, 1965, s.2).

İki kişilik sıfır toplamlı oyunlar, çıkarları zıt iki rakip oyuncunun yer aldığı oyunlardır. İki den fazla oyuncunun işbirliği sonrası tek amaç için oyunda bir taraf oluşturmaları oyunun niteliğini değiştirmemektedir. Oyuna katılan tüm rakip oyuncuların rasyonel hareket edeceği ve kazançlarını maksimize etmeye çalışacağı, eğer bir kazanç durumu yoksa kayıplarını minimum yapmaya çalışacakları varsayılmaktadır. İki kişilik sıfır toplamlı oyunlarda oyun sonucunda üç durum ortaya çıkabilir. Bunlar:

kazanmak, kaybetmek yada herhangi bir kazanç ve ya kaybın olmaması durumudur. Oyunun isminden de anlaşılacağı üzere, oyun sonucunda rakiplerin elde ettikleri kazanç ve kayıpların toplamı sıfıra eşittir. Bir başka söylemle bu tür oyunlarda birinin kazancı diğerinin kaybına eşit demektir (Esin, 2003, s.324).

Tablo 2

mxn Boyutlu Bir Oyunun Genel Gösterimi

A Oyuncusu / B Oyuncusu	$\bar{v}_1$	$\bar{v}_2$	...	$\bar{v}_j$
$\underline{v}_1$	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}
$\underline{v}_2$	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$
$\underline{v}_i$	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}

Tablo 2' deki matriste mxn mümkün strateji seçim şekli vardır. $i=1,2,...,m$, $j=1,2,...,n$ ve $a_{ij}>0$ olmak üzere; a_{ij} değeri A oyuncusu i. stratejiyi seçmişken, B oyuncusunun j. stratejiyi seçmesi durumunda B oyuncusunun A oyuncusuna yapması gereken ödemeyi gösterir. a_{ij} değerinin negatif çıkma durumu da söz konusudur. Böyle bir durumda tam dersi bir ödeme gerçekleşir. Yani A oyuncusu B oyuncusuna a_{ij} değeri kadar ödeme yapmalıdır. Değerin sıfır olması durumunda ise herhangi bir ödeme söz konusu değildir.

2.2.2.1. Maksimin ve Minimaks İlkesi

Maksimin - Minimaks ilkesi oyun teorisinde oyuncuların stratejilerini belirlerken kullanabilecekleri yöntemlerden birisidir. Bu yöntem kötümserlik ilkesini temel alır ve en düşük kazançlar içinden en büyüğünü ve en yüksek kayıplar içinden en küçüğünü bulmayı hedefler. Bu yöntemle göre oyuncular, elde edebilecekleri en küçük kazancı ve ya uğrayacakları en büyük kaybı düşünerek, yani en kötü ihtimali göz önünde bulundurarak hareket etmektedirler. Satır oyuncusu elde edebileceği en küçük kazanç değerini mümkün olduğu kadar arttırmaya çalışırken, sütun oyuncusu ise satır

oyuncusunun kazanç değerinin kendi kaybına eşit olduğunu bilir ve dolayısıyla bu değeri mümkün olduğu kadar düşürmek için uğraş vermektedir (İpek, 2019, s.23).

Teorik olarak maksimin ilkesi satır oyuncusu için ödemeler matrisinde seçilen strateji içerisinde kazancı minimum olan değeri seçmesiyle ilintilidir. Bu davranışla kötülerin arasından iyi olanı seçme eğilimi ortaya çıkar. Dolayısıyla bu kriter kötümserlik kriteri olarak da adlandırılır. Maksimin ilkesini belirleyen oyuncu bu yolla kendisini garantiye almaya çalışır (Can, 2015, s.701).

Minimaks ilkesi de tıpkı maksimin ilkesi gibi kötümserlik üzerine kurulu bir yöntemdir. Yani minimaks ilkesini belirleyen oyuncu da kendisini garanti altına almak ister. Sütun oyuncusu kendini garantiye almak adına maksimum kayıplar içerisinde minimumu seçmeyi hedefler (Can, 2015, s.702).

Bu şartlar altında her iki oyuncu da karşılaşılabilecekleri en kötü durumları hesaplayıp, ona göre hareket etmektedir. Maksimin stratejisine göre, satır oyuncusu minimum kazançları içerisinde maksimum kazancı, minimaks stratejisine göre sütun oyuncusu da maksimum kayıplar içerisinde minimum kaybı garanti altına almaya çalışır.

Tablo 3
mxn Kazanç Matrisi

Satır Oyuncusu/ Sütun Oyuncusu	$\bar{v}_1$	$\bar{v}_2$	...	$\bar{v}_j$
$\underline{v}_1$	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}
$\underline{v}_2$	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$
$\underline{v}_i$	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}

Maksimin ilkesini belirleyen satır oyuncusu için sütun oyuncusunun tercihlerini göz ardı ederek belirleyeceği en küçük değere t_i diyelim. Buna göre satır oyuncusu için;

$$t_1 = \text{Min}\{a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}\} \quad (3)$$

şeklinde olacaktır. Her stratejisi için bu t_i değerlerini belirleyecek ve bu değerler içerisinde maksimum olanı seçecektir. Birden fazla en iyi değer var ise bunlardan herhangi birini seçmesinde bir sakınca yoktur.

$$t_i = \text{Min}\{a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}\} ; i = 1, 2, \dots, m \quad (4)$$

Kısaca;

$$t = \text{Mak}[\text{Min}a_{ij}] , i = 1, 2, \dots, m \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

Minimaks ilkesini belirleyen sütun oyuncusu da satır oyuncusunun seçimlerini göz ardı ederek maksimum kayıplarını belirleyecektir. Bu değerlere u_j diyelim. Buna göre sütun oyuncusu için:

$$u_1 = \text{Mak}\{a_{11}, a_{21}, \dots, a_{m1}\} \quad (6)$$

şeklinde olacaktır. Her stratejisi için bu u_j değerlerini belirleyecek ve bu değerler içerisinde minimum olanı seçecektir. Birden fazla minimum değer varsa herhangi birini seçmesinde bir sorun yoktur.

$$u_j = \text{Mak}\{a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{mj}\} , j = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

Kısaca,

$$u = \text{Min}[\text{Mak}a_{ij}] , i = 1, 2, \dots, m \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

Seçilen bu t ve u değerleri oyunun değeri için önemli bir rol oynamaktadır. Minimaks ilkesi ile seçilen t değeri oyunun alt değerini, u değeri ise oyunun üst değerini oluşturur.

2.2.2.2. Eyer Noktası ve Oyunun Değeri

Bir oyunun sonunda taraflar arasında yapılacak ödeme miktarı oyunun değeri olarak adlandırılır. Oyunun değeri v ile sembolize edilir. Maksimin - minimaks ilkeleriyle belirlenen t ve u değerleri oyunun değerinin alt ve üst sınırını ifade eder. Bir oyun sonucunda elde edilecek değer bu iki değer arasında olacaktır.

$$t \leq v \leq u \quad (9)$$

Elde edilen bu t ve u değerin eşit olması durumunda eyer noktasından söz edilir. Herhangi bir oyunun eyer noktası var ise oyun denge durumundadır yani oyun kendiliğinden çözülmüştür. Bu denge noktasında her oyuncu için en iyi sonuç elde edilmektedir. Eyer noktası olduğunda hiçbir oyuncu kendi durumunu iyileştirmek için denge noktasından sapmamaktadır. Çünkü oyunculardan birisinin stratejisini değiştirmesi oyunun daha iyi bir hale gelmesinden ziyade kayıpları arttıracaktır. Eyer noktası oyuncuların, eyer noktasını oluşturan stratejilerde sabit kalmaları gerektiğine dikkat çekmektedir (Can, 2015,ss.705-706).

2.2.2.3. Birden Fazla Eyer Noktası Olan Oyunlar

Bazı oyunlarda birden fazla eyer noktası bulunabilmektedir. İlk bakışta eyer noktası tanımına ters düşüyor gibi görünmektedir. Birden fazla eyer noktası bulunan oyunlarda, herhangi bir oyuncunun eyer noktasını belirleyen stratejilerden birini seçmesi oyunun değerini değiştirmeyecektir. Birden fazla eyer noktası bulunan oyunlarda alternatif stratejiler söz konusu olmaktadır (Esin, 2003, s. 335-337).

2.2.3. Sıfır Toplamlı Olmayan İki Kişilik Oyunlar

Sıfır toplamlı olmayan oyunlar, değişken toplamlı olmayan oyunlar olarak da ifade edilebilmektedir. Gerçek dünya problemleri her zaman sonucu sıfır toplamlı oyunlarla çözümlenemeyebilir. Yani her zaman bir oyuncunun kaybı diğerinin kazancına eşit olmayabilir. Günlük yaşantılar, politik çatışmalar ve pazarlıklar gibi durumlar her zaman sıfır toplamlı olmazlar. Bu tür oyunların büyük bir kısmı değişken toplamlı yada literatürdeki adıyla sıfır toplamlı olmayan oyunlar olarak adlandırılmaktadır. Bu tür oyunların bir diğer özelliği de oyuncu sayısının ikiden fazla olabilmesidir. Bu tür oyunlarda oyuncular rekabet seçeneğine alternatif olarak işbirliğine yanaşabilirler ve bu davranışlar oyunun sonucunu etkiler. Oyuncular rekabet ortamını seçip beraber kaybedebilir veya çıkarları doğrultusunda işbirliği yaparak birlikte kazanabilirler. Bu tür oyunlarda bir oyuncunun işbirliğini uygun görme durumu rakip oyuncunun menfaatine uygun olmayabilir. Rakip oyuncuların durumu farklı şekillerde algılamaları bazen değişken toplamlı oyunları sıfır toplamlı oyunlara dönüştürebilir. Buna örnek olarak Amerika ve Rusya arasında imzalanan SALT II güvenlik anlaşmaları verilebilir. Anlaşmanın uygulanamamasının temel sebebi tarafların durumu farklı algılamalarından kaynaklanmıştır (Elibol, 2017, ss.17-18).

2.2.3.1. Sabit Toplamlı Oyunlar

Sabit toplamlı iki kişilik oyunlarda oyunun sonucunda tarafların elde ettikleri kazanç ve kayıplar c ($c \neq 0$) sabitine eşittir. Sabit toplamlı oyunlarda da iki kişilik sıfır toplamlı oyunlarda kullanılan çözüm yöntemleri kullanılır. Sabit toplamlı oyunların sıfır toplamlı oyunlardan tek farkı, kazancın sıfırdan farklı bir sabite eşit olmasıdır. Sabit toplamlı oyunlarda tarafların mümkün stratejileri bellidir fakat hangi stratejiyi seçecekleri öngörülemez, çünkü bu tür oyunlar statik oyun özelliği taşımaktadır (Cinemre, 2004, s.424).

2.2.3.2. Sabit Toplamlı Olmayan Oyunlar

Oyun teorisinde işbirliği kavramından söz edilebilir. Ancak gerçek dünya problemlerinde oyuncuların genellikle çıkarlarının zıt olmasından dolayı işbirliği olmayan oyunlara daha çok rastlanmaktadır. Sabit toplamlı olmayan oyunlar işbirliğinin olmadığı oyun türlerine örnek gösterilmektedir. Bu tür oyunlarda işbirliği yoktur ve genellikle oyuncular birbirinden haberdar değildir. Sabit toplamlı olmayan oyunlarda da saf stratejiye bağlı bir denge bulunamayabilir. Bu durumda karma strateji kombinasyonlarıyla bir denge elde edilmektedir. Bu dengenin tek taraflı bozulması oyuncunun zararına olmaktadır (Aliprantis ve Chakrabarti, 2000, ss. 44-47).

Günlük hayatta bu tür oyunlara rastlama olasılığı daha yüksektir. Sabit toplamlı olmayan oyunlarda bir oyuncunun kazancı diğer oyuncunun kaybına eşit değildir. Tüm rakipler kazanabilir veya kaybedebilirler (Cinemre, 2004, s.424).

2.2.3.3. Mahkumlar İkilemi Oyunu

Mahkumlar ikilemi, sıfır toplamlı olmayan oyun özelliği taşımaktadır. İşledikleri suçu itiraf etmelerini sağlamak amacıyla bir cezalandırma süreci işletilen mahkumlar birbirinden bağımsız şekilde sorgulanmaktadır. Mahkumlardan biri suçunu itiraf eder ve diğeri inkar ederse itiraf edenin inkar edenden çok daha uzun süre hapis yatacağı bilinmektedir. Her iki mahkumda suçu itiraf ederse cezaları eşit fakat birinin inkar etme durumunda itiraf edenin süresinden daha az olacağı bilinmektedir. Eğer iki mahkumda suçu inkar ederse cezaları eşit ve diğer durumlara göre daha az süreli olacaktır. Bu durumun matris gösterimi Tablo 4' deki gibi olacaktır (Yılmaz, 2016, s.10-12).

Tablo 4**Mahkumlar İkilemi**

1.Mahkum / 2.Mahkum	İnkâr (C)	İtiraf (D)
İnkâr (C)	(A,A)	(Y,X)
İtiraf (D)	(X,Y)	(B,B)

Kazanç matrisindeki değerler $Y > B > A > X$ şeklinde sıralandığı oyunlar mahkumlar ikilemi oyunu formundadır. Bu tür oyunlarda Nash dengesi her iki oyuncunun da inkâr durumunda yani (C,C) stratejisinde dengeye ulaşır.

2.2.3.4. Cinsiyetler Savaşı

Cinsiyetler savaşı sıfır toplamı olmayan oyunlara bir örnektir. Bu tür oyunlarda, oyuncuların eylemlerine ilişkin farklı tercihleri olmasına rağmen aynı tercihleri seçerek kazanç sağlayabilirler. Denge iki oyuncunun da aynı tercihi seçmesiyle oluşur ve aksi durumda oyuncular kazanç sağlayamazlar. Cinsiyetler savaşı oyununa örnek olarak bir erkek ve bir kadın oyuncunun K ve Liki stratejisi olsun. Kadın K, erkek ise L stratejisini tercih etmek istiyor varsayımı altında oyunun matrisi Tablo 5'deki gibi olacaktır.

Tablo 5**Cinsiyetler Savaşı**

Kadın / Erkek	K	L
K	(A,A)	(Y,X)
L	(X,Y)	(B,B)

Matriste satır oyuncusu ve sütun oyuncusu işbirliği yaparak aynı strateji tercihinde kazanç sağlayacaklardır. Oyun matrisindeki değerlerin $A > X \geq B > Y$ şeklinde sıralandığı oyunlar cinsiyetler savaşı oyunu formundadır.

2.2.3.5. Geyik Avı Oyunu

Geyik avı oyunu da sıfır toplamı olmayan oyunlara bir örnektir. Geyik avı oyunu bir işbirliği oyunudur. Fakat oyunculardan birinin bu işbirliğinden cayma riski mevcuttur. Avlanmakta olan iki avcının önünde iki seçenek vardır. Ya avcılar ortak hareket edip geyik avlayacaklar ya da bireysel olarak tavşan avlamayı seçeceklerdir. Kolektif hareket edip geyik avlamak tüm avcılar için maksimum fayda sağlar. Risk ise rakip oyuncunun işbirliğinden cayıp bireysel olarak tavşan avlamayı seçmesiyle başlar. Bu risk sadece rakip oyuncuyu değil bireysel hareket eden oyuncuyu da etkiler. Bireysel olarak tavşan avlamanın başarısızlığı kolektif olarak geyiğin de avlanamamasına neden olur. Uluslar arası çatışma türlerinde uygulanabilecek bu oyun türünde oyuncular için optimal strateji işbirliği yapmaktır (Elibol, 2017, s.21).

Tablo 6

Geyik Avı

I.Avcı / II.Avcı	Geyik	Tavşan
Geyik	(A,A)	(X,Y)
Tavşan	(Y,X)	(B,B)

$A > X \geq B > Y$ şeklinde sıralanan oyunlar cinsiyetler savaşına örnek verildiği gibi geyik avı oyununa da örnek verilebilir.

2.2.3.6. Korkak Tavuk Oyunu

Bu oyun modelinde rakip oyuncular arasında karşılıklı bir tehdit olmasından dolayı tavuk oyununda kazançlar karşılıklı çatışma halindedir. Sıfır toplamı olmayan oyunlara verilebilecek en güzel örneklerden olan tavuk oyununda farklı yönlerden süratle birbirlerinin üstüne gelen iki sürücünün cesaret gösterisi matematiksel olarak incelenmektedir. Oyunun kuralı gereği, oyunculardan biri çarpışmayı göze almayıp şerit

değiştirirse arkadaşlarının gözünde korkak tavuk, şerit değiştirmeyip yoluna devam eden oyuncu ise prestij kazanarak cesur olarak nitelik kazanır. Oyuncuların tercih edebilecekleri opsiyonlardan ilki, ortak hareket ederek şerit değiştirmektir. Fakat bu durumda bir risk durumu ortaya çıkar. Ya karşı taraf işbirliğinden vazgeçip yoluna devam ederse ki bu durumda oyuncu arkadaşlarının gözünde korkak tavuk olmayı göze almaktadır. İkinci opsiyon, iki tarafında işbirliği yapmayıp şerit değiştirmeden yollarına devam etmeleri ve ölmeleri. Üçüncü opsiyon ise ölümü göze alarak şerit değiştirmeden devam etmek ve arkadaşının şerit değiştirmesini sağlayıp oyunu kazanmaktır (Elibol, 2017, s.18).

$X > A > Y > B$ formunda ifade edilen oyunlar korkak tavuk oyununa örnek gösterilmektedir.

Tablo 7
Korkak Tavuk Oyunu

I.Oyuncu / II.Oyuncu	Çekil	Çekilme
Çekil	(A,A)	(X,Y)
Çekilme	(Y,X)	(B,B)

Soğuk savaş döneminde bu oyun türüne benzer bir durumla karşılaşılmıştır. Rusya ve Amerika arasında Küba ve Berlin krizi örneklerinde görüldüğü üzere iki tarafta rasyonel davranmış ve uzlaşma yoluna gitmiştir. Tarafların önünde üç durumu söz konusu olmuştur. İlk durum uzlaşmak, ikinci durum karşı tarafa baskın olup kazanç arttırmak, üçüncü durum ise iki tarafında baskın hareket etmesi durumudur. Taraflar rasyonel davranıp uzlaşma yoluna gitmişlerdir. İlk bakışta kaybedilmiş gibi görünse de herhangi bir savaş durumunda hem kendileri hem de dünya ülkeleri için oluşabilecek bir felaketi önleyerek kazançlı çıkmışlardır (Elibol,2017, s.20).

2.2.4. Nash Dengesi

Bazı oyunlarda baskın stratejiler yöntemi oyuna bir çözüm getirememektedir. Bu tür oyunlarda yapılması gereken oyunun bir denge noktasının olup olmadığının araştırılmasıdır. Bu denge noktası her oyuncunun rakip oyuncu stratejisine verdiği en iyi tepki kombinasyonudur. Oyun teorisine denge ilkesi 1994 yılında John Nash tarafından kazandırılmıştır (Dixit ve Nalebuff, 1997, s.76).

Nash dengesi rasyonel beklentiler dengesinin bir türü olarak ifade edilebilir. Bir Nash dengesi gerçekleşmesi muhtemel sonuçların yani inançların ve stratejilerin gerçekleşme olasılığını hedef almaktadır. Buna göre inançlar doğrudur ve her oyuncu bu inançlar doğrultusunda beklenen faydasını maksimum kılmak amacıyla stratejiler seçecektir. Denge halinde her oyuncu rakibinin alternatiflerini hangi olasılıkla kullanacaklarını öngörür ve bu öngörüler karşılıklı olarak tutarlıdır (Varian, 1992, s.265).

Gerçek dünya problemlerinde bir başka söylemle iktisadi ve karmaşık oyunlarda her zaman strateji eleyerek çözüme ulaşmak mümkün değildir. Bu tür oyunlarda daha güçlü bir çözüm yöntemine ihtiyaç duyulmaktadır. Nash dengesi bu tip oyunları çözmek için gerekli koşulları sağlamaktadır (Ateş, 2010, s.43).

İktisadi olarak denge kavramı arz miktarının talep miktarına eşitliği olarak tanımlanır. Bu noktada kişiler bir dış müdahale olmadığı sürece konumlarını korurlar. Bu dengede her birey kendisi için rasyonel davranmış ve optimal noktaya ulaşmıştır. İktisatta yer alan bu standart arz-talep dengesinde olduğu gibi stratejik çözümlemelerde de bir denge söz konusudur. Stratejik yapılarda denge kavramı rasyonel olarak sürdürülen davranışların bütünü olarak tanımlanır. İktisadi oyunlarda rakiplerin tüm strateji kümeleri belirliken hiçbir oyuncu kendi stratejisini değiştirmiyorsa, bu strateji birleşimi bir Nash dengesidir (Kural,2007, s.15).

Nash dengesi stratejisinde oyuncular her zaman rakip oyuncunun tüm mümkün stratejilerine göre kendisi için en iyi faydayı sağlayacak stratejileri kullanır.

Nash dengesinin ana unsuru, bir denge noktasının varoluşudur. Nash'e göre, iki kişilik bir oyunda dengeye yani çözüme aday olacak bir strateji çiftinde, stratejilerden her biri rakibinin oynayacağını öngördüğü stratejiye en iyi cevap niteliğinde olmalıdır. Her bir oyuncunun stratejisi kendi ödülünü maksimize ettiği durumu ifade etmektedir.

Her oyuncunun stratejisi, rakibinin oynayacağını tahmin ettiği stratejiye göre optimaldir. Bu özelliklere sahip olan bir strateji çifti Nash dengesi olarak adlandırılmaktadır (İnci, 2009, s.10).

Matematiksel olarak normal formdaki bir oyun $G=\{N,(S_i),(u_i)\}$ olarak tanımlandığında, eğer i oyuncusunun s_i^* stratejisi diğer $(n-1)$ oyuncunun $(s_1^*,\dots,s_{i-1}^*,s_{i+1}^*,\dots,s_n^*)$ stratejisine en iyi tepki ise, $s^* = (s_1^*,\dots,s_n^*)$ strateji profili tam strateji Nash dengesidir. Başka bir söylemle pareto etkindir. Bu durum (10)'daki denklemlerde matematiksel olarak gösterilmiştir(Kural, 2007, s.53).

$$u_i(s_1^*,\dots,s_{i-1}^*,s_i^*,s_{i+1}^*,\dots,s_n^*) \geq u_i(s_1^*,\dots,s_{i-1}^*,s_i,s_{i+1}^*,\dots,s_n^*), \forall i \in N, \forall s_i^* \in S_i \quad (10)$$

Veya kısaca

$$u_i(s_i^*,s_{-i}) \geq u_i(s_i,s_{-i}), \forall i \in N, \forall s_i^* \in S_i \quad (4)$$

Burada s_i^* , i oyuncusunun faydasını maksimize eden değerdir. Bu da (11)'deki denklemde görülmektedir.

$$s_i^* = \max_{s_i \in S_i} u_i(s_1^*,\dots,s_{i-1}^*,s_i,s_{i+1}^*,\dots,s_n^*) \quad (11)$$

Bu denklemlerden yola çıkarak $G=\{N,(S_i),(u_i)\}$ normal formda bir oyunun çözümünün $(s_1^*,\dots,s_n^*)$ strateji profili olduğu varsayıldığında, eğer $(s_1^*,\dots,s_n^*)$ profilinin Nash dengesi değilse bu şöyle tanımlanır: Belirli bir i oyuncusu için s_i^* stratejisi, $(s_1^*,\dots,s_{i-1}^*,s_{i+1}^*,\dots,s_n^*)$ strateji profiline en iyi tepki değildir. Yani i oyuncusu için $s_i^* \in S_i$ gibi daha yüksek fayda sağlayan bir strateji vardır demektir (Yılmaz, 2016, s.21).

2.2.4.1. Cournot Modeli

İki şirketin sonsuz sayıda talep ile karşı karşıya olduğu duopol piyasalarla birlikte, birbirlerini etkileyebilecek kadar az sayıda şirketin yine sonsuz taleple karşı karşıya kaldığı oligopol piyasalarda temel unsur, rekabet durumundaki yapıların birbirlerine bağımlı olmalarıdır. Bir şirketin davranışı diğer şirketin kazancını etkiliyorsa bu durum şirketlerin birbirlerine bağımlı olduğunu göstermektedir. Bu özellik oligopol piyasanın oyun teorisi ile analiz edilmesine olanak sağlamaktadır (Bekar,2008,s.49).

Sosyal bilimlerde ve ekonomide oyun teorisine artan ilginin sebeplerinden en önemlisi, ister bireysel isterse organizasyonel düzeyde karar verirken bu kararın

optimal düzeyde olmasını sağlamak açısından rakibin kararlarını öngörebilme ve bu kararları matematiksel olarak inceleme ihtiyacıdır. Çünkü optimal kararı vermek, ancak rakibin kararlarının bilinmesiyle mümkün olmaktadır. Ekonomik alanda karar alma sürecinde karar vericinin stratejik davrandığı, başka bir söylemle bir diğerinin davranışlarını tahmin etmeye çalıştığı ilk analiz 19. Yüzyılda duopol piyasalarla ilgili çalışmalar yapan Fransız ekonomist Augustin Cournot tarafından yapılmış ve “Mathematical Principles of the Theory of Wealth” başlıklı kitabında yayımlanmıştır (Yılmaz Genç ve Kadah, 2018, s.424).

Cournot’un ortaya attığı rekabetçi modelde iki firma yani iki oyuncu bulunmaktadır. Birbirleriyle rekabet halinde olan bu firmaların homojen bir mal ürettikleri varsayılmaktadır. Cournot’un modelinde oyuncuların stratejileri ürettikleri mal miktarıdır. Firmalar ürettikleri ürünlerin miktarını birlikte belirlemektedir (Fundenberg ve Tirole, 1991, s.14).

Firmaların karar alma sürecini inceleyen Cournot’un duopol piyasa teorisine göre, firmalar birbirlerinin paylarını ele geçirmeye çalışmak yerine, her bir firma rakibine bağımlıymış gibi hareket etmelidir. İşbirliğinin söz konusu olmadığı bu modelde her firmanın tepki fonksiyonu aslında rakibinin gerçek seçimi değil de çıktı beklentisidir. Bu beklenti karşılıklı deneme yanılma yoluyla oluşmaz. Bu beklentinin kaynağı karar mekanizmasının zihinsel faaliyetleridir (Yılmaz Genç ve Kadah, 2018, s.424).

Firmaların rekabetleri genel olarak ürünün miktarı, fiyatı ya da niteliği üzerinden gerçekleşmektedir. Cournot modelinde genel olarak miktar rekabeti incelenmektedir. Cournot modelinde homojen bir ürün n sayıda firma tarafından üretilmekte olup, ürün başına maliyet C_i ile ifade edilirse, herhangi bir i firması için q_i kadar mal üretmenin maliyeti $C_i(q_i)$ olur. C_i artan bir fonksiyonu temsil eder. Satılan tüm ürünler sabit fiyat üzerinden satılır. Bu fiyat ürüne olan talep ve firmanın üretim miktarı ile belirlenir. Firmaların toplam çıktı düzeyleri Q ile ifade edilirse, malın piyasa fiyatı $p(Q)$ ’dur. Buradaki p fonksiyonu ters talep fonksiyonudur. Ters talep fonksiyonunun pozitif değerler alan monoton azalan bir fonksiyon olması nedeniyle firmaların toplam çıktı düzeyi artarsa malın fiyatı azalacaktır. Her firmanın çıktı düzeyi q_i ise fiyat $p(q_1+...+q_n)$ kadardır. Bu durumda i firmasının geliri $q_i p(q_1+...+q_n)$ olur. Herhangi bir i firmasının gelirinden maliyeti çıkarıldığında karı elde edilir. Kar fonksiyonu denklem (12)’deki gibidir (Yılmaz, 2016, s.42).

$$\pi_i (q_1 + \dots + q_n) = q_i p(q_1 + \dots + q_n) - C_i(q_i) \quad (12)$$

Basit olarak, iki firmanın var olduğu kabul edilen bir piyasada, firmaların maliyetlerinin sabit ve fiyat fonksiyonlarının doğrusal olduğu kabul edildiğinde her iki firmanın maliyet fonksiyonu simetrik olmaktadır. Yani marjinal maliyetler sabittir ve maliyet $C_i(q_i)$, marjinal maliyet ise C_i olarak ifade edilir. ($C > 0$).

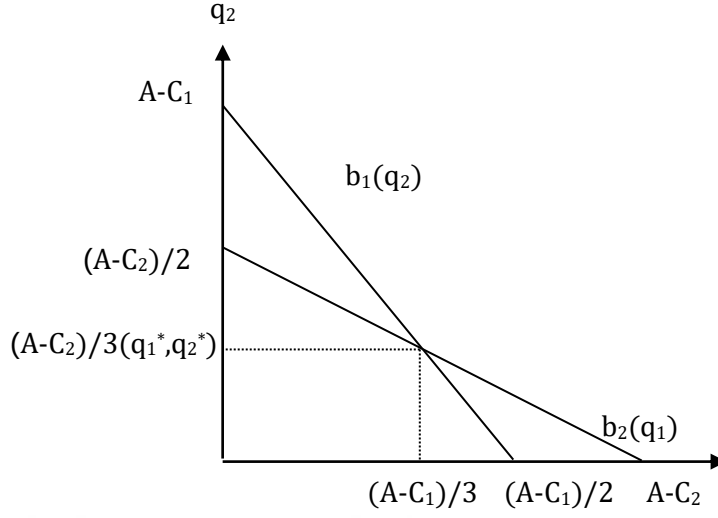
Birim fiyat ise $p(Q) = A - q_1 - q_2$ şeklinde ifade edilmektedir. Burada A sabit ve sıfırdan büyük bir sayıyı ifade etmektedir. Bu sabit fiyat düzeyini pozitif tutabilmek için verilmiştir. Bu bilgilerden yola çıkarak Nash dengesinin bulunabilmesi için öncelikle firmaların en iyi tepki fonksiyonlarının bulunması gerekmektedir. Buna göre birinci firmanın kar fonksiyonu aşağıdaki gibi olur.

$$\pi_1(q_1, q_2) = \begin{cases} p(q_1)q_1 - C_1q_1, & \text{ise } q_1 + q_2 \leq A \\ -(C_1q_1), & \text{ise } q_1 + q_2 \geq A \end{cases} \quad (13)$$

Birinci firmanın karını hesaplayabilmek için ikinci firmanın üretim değeri için kendi üretim değerini belirleyecek en iyi tepki fonksiyonu bulunmalıdır. Bu fonksiyon aşağıdaki gibidir.

$$b_1(q_2) = \begin{cases} \frac{1}{2} (A - q_2 - c_1), & \text{ise } q_2 \leq A - C_1 \\ 0, & \text{ise } q_2 > A - C_1 \end{cases} \quad (14)$$

(14)'deki ifadede de görüldüğü gibi birinci firmanın tepki fonksiyonu ikinci firmanın q_2 değerine bağlıdır. İkinci firmanın üretim düzeyi arttıkça birinci firmanın karı azalmaktadır. Bunun sebebi daha fazla üretimin daha düşük fiyatlara karşılık gelmesidir. Firmalar benzer talep ve maliyet fonksiyonuna sahip olduklarından ikinci firmanın tepki fonksiyonu da benzer şekilde hesaplanır. Aynı şekilde ikinci firmanın tepki fonksiyonu, birinci firmanın üretimine verdiği en iyi tepkiyi belirtmektedir.



Şekil 2: Cournot Modelinde Oyuncuların En İyi Tepki Fonksiyonları

Cournot modeli temelinde işbirliği barındırmayan bir Nash dengesi modelidir. Nash dengesine göre firmaların üretim miktarları birbirlerine en iyi tepkileridir. Bu tepkiler fonksiyonların kesişim noktalarıdır. Bu noktalardan faydalanılarak elde edilen denklemlerin çözümünde (15)'deki ifadeye ulaşılır (Çevikkan, 2010, s.20).

$$q_1^* = b_1(q_2^*) \text{ ve } q_2^* = b_2(q_1^*)$$

$$q_1^* = (A - 2C_1 + C_2)/3 \text{ ve } q_2^* = (A + C_1 - 2C_2)/3 \quad (15)$$

(15)'deki denklemde Cournot Nash dengesi elde edilmiş olur. Bu dengede toplam üretim ve piyasa fiyatı sırasıyla (16)'daki gibidir.

$$Q^* = (2A - C_1 - C_2)/3$$

$$p(Q^*) = (A + C_1 + C_2)/3 \quad (16)$$

(16)'daki denklemlerde görüldüğü gibi, talep artarsa buna bağlı olarak fiyat artar. Aksi durumda marjinal maliyet arttıkça firmanın üretimi düşecektir ve dolayısıyla toplam üretim düşerken fiyat artacaktır.

2.2.4.2. Bertrand Modeli

Bertrand oligopol denge modelinde, firmalar rakiplerinin fiyatlarını veri olarak kullanabilir varsayımı altında kar maksimizasyonunu sağlayacak fiyatları bağımsız olarak belirlemektedir. Cournot modelinin aksine rekabet miktar üzerinden değil, fiyat

üzerindendir. Bertrand'ın fiyatı strateji olarak kullandığı model, yapı olarak Cournot modeline benzemektedir (Kulaksızoğlu, 2003, s.25).

Bertrand modeline göre piyasada simetriklik söz konusu ise, yani ürünler homojense, firmaların hacimleri eşitse, maliyetler özdeşse ve sabitse piyasa dengesi rakiplerin fiyatı marjinal maliyete eşit olarak belirledikleri bir denge olacak ve bu denge sonucunda pareto etkin bir sonuç ortaya çıkacaktır. Cournot modeline bakıldığında piyasadaki firma sayısı azaldıkça pareto etkinlikten sapılmaktadır. Bertrand modelinde ise Cournot modelinin aksine sonuçlar firma sayısından bağımsızdır. Bertrand Cournot'dan farklı olarak piyasadaki her firmanın ürün miktarı yerine diğerinin fiyatını veri olarak aldığı ve fiyatı düşürürse pazar payını arttıracacağı inancı yönünde alternatif bir davranış varsayımı yaparak her firma böyle bir strateji izlediğinde fiyatların en sonunda rekabet düzeyine ineceğini öne sürmüştür. Bu nedenle homojen piyasada Bertrand modelinde Cournot modelinin aksine oligopol denge ile tam rekabet arasında bir fark bulunmamaktadır (Çevikkan, 2010, ss.21-22).

Nash dengesinin varlığından bahsedilen diğer piyasalar işbirlikçi modeller olarak tanımlanırken, homojen olmayan yani üretilen mal ve hizmetin farklılaştığı diğer piyasalarda işbiriksiz modeller öne çıkmaktadır. Bu durumun birinci nedeni, farklılaştırılmış ürünlerin firmaya maliyetlerinin farklılığı ve dolayısıyla karlarını farklı fiyat düzeylerinde maksimize edebilmeleridir. Benzer olarak bu durumun ikinci sebebi ise firmaların farklı talep eğrilerine sahip olmaları ve dolayısıyla farklı kar maksimizasyonu fiyatlarına sahip olmalarıdır. Bunlarla birlikte firmaların farklılaştırılmış ürün üretmeleri piyasada kartel fiyatların geçerli olmayacağı anlamına gelir (Çevikkan, 2010, s.22).

Farklılaştırılmış ürün üretimine ilişkin Bertrand teorisine göre, bir firma ile bu firmanın üretimine en yakın ikame üretim yapan diğer bir firmanın birleşmesi, ortaya çıkan firmanın fiyatlarını arttırmasına olanak sağlayacaktır. Buradaki en yakın ikame ürün kavramı çok önemlidir. Çünkü piyasadaki farklılaştırılmış ürünlerin birbirleriyle ikame dereceleri farklıdır. Böyle bir durumda rekabetin tek bir formda olmasını beklemek doğru değildir. Aksine rekabet lokal olarak dağılmış durumdadır. Her firma kendisine en yakın ikame ürünü üreten firma ile rekabet etmektedir. Böyle bir piyasada birleşmenin fiyat üzerindeki arttırıcı etkisi, birleşen firmaların birbirlerinin ürünlerine ikame derecesine bağlıdır. Bu yakınlık arttıkça birleşme sonrası ortaya çıkacak fiyat o kadar yüksek olacaktır. Eğer bir firma ile rekabet edebilecek çok firma varsa bu

firmanın en yakın rakibiyle birleşmesi fiyatları çok fazla arttırmayacaktır. Tam tersi bir durumda ise fiyatların oldukça artması beklenmektedir(Kulaksızoğlu, 2003, s.26).

Genel Bertrand modelinde tek bir malın n sayıda firma tarafından üretildiği bir piyasada, firmalar $C_i(q_i)$ maliyet fonksiyonunsa sahiptir. Burada C_i marjinal maliyeti q_i ise toplam üretimi temsil eder. Firmaların p_i ürün fiyatına karşılık toplam talepte $Q_i(p_i)$ şeklindedir. Böylece oyuncuların firmalar, her firmanın olası strateji kümesinin olası tüm fiyatlar ve her firmanın tercihlerinin denklem (17)'deki kar fonksiyonuyla ifade edildiği bir oyun kurulmuş olur.

$$\pi_i = \frac{1}{m} (p_i - C_i) Q_i(p_i) \quad (17)$$

(17)'deki denkleme göre i firması en düşük fiyatı uygulayan m firmadan biriyse, piyasadaki karın $1/m$ kadarını alır. Başka bir söylemle bu m firma piyasa karını bölüşür.

Bertrand modeline göre ikame ürün üreten iki firma varsayalım. Bu iki firmanın marjinal maliyetleri sabit ve C katsayısına eşittir. Dolayısıyla toplam maliyet $i = 1,2$ için, $C(q_i)$ şeklinde olacaktır. Bu iki firmanın işbirliği yaptığını ve bunun sonucunda ürün fiyatının p^m olarak belirlediklerini varsayalım bu durumda firmaların kar fonksiyonu (18)'deki gibi olacaktır.

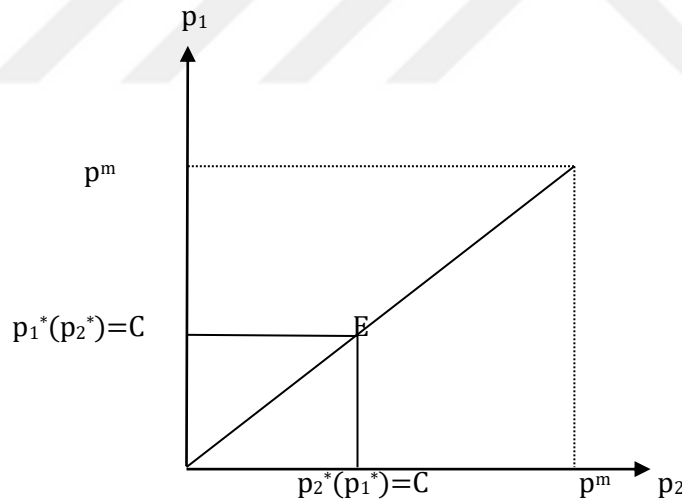
$$\pi_i = \frac{1}{2} (p_i - C) Q_i(p_i) \quad i=1,2 \quad (18)$$

Bertrand modeline göre, varsayılan bu iki firma karını arttırmak için ikame ürün üretilmesinden dolayı belirledikleri p^m fiyatını aşağıya çekmeye çalışacaklardır. Bu fiyat indirimi en fazla marjinal maliyet düzeyine kadar olabilir. Aksi takdirde firmalar zarar ile karşı karşıya gelecektir. Böyle bir durumda firmaların en iyi tepki fonksiyonları (19) ve (20)'deki gibi olur.

$$p_1(p_2) = \begin{cases} p_1 = p_m & \text{ise } p_2 > p_m \\ p_2 > p_1 > C & \text{ise } p_m > p_1 > C \\ p_1 = C & \text{ise } C > p_2 \end{cases} \quad (19)$$

$$p_1(p_2) = \begin{cases} p_2 = p_m & \text{ise } p_1 > p_m \\ p_1 > p_2 > C & p_m > p_1 > C \\ p_2 = C & \text{ise } C > p_1 \end{cases} \quad (20)$$

Cournot modeli gibi Bertrand modelinde de Nash dengesinin bulunabilmesi için en iyi tepki fonksiyonlarının bulunması gerekir. Bertrand modelinde en iyi tepkiler fiyatla ilişkilidir. Denklem (19) ve (20)'de görüldüğü gibi eğer bir firma fiyatını aşağı çekiyorsa diğeri de zarar etmemek için fiyatları aşağı çekecektir. Bu fiyat indirimi marjinal maliyet seviyesine kadar olabilir. Aksi durumda zarar söz konusu olacaktır. Böyle bir oyunun Nash dengesi (p_1^*, p_2^*) noktasında olacaksa bu nokta firmaların birbirlerine en iyi tepkilerinin kesiştiği noktaya yani (C, C) noktasına eşittir. Bir firma C fiyatını uygularsa diğeri de bu fiyatı uygulamak durumundadır.



Şekil 3: Bertrand Modelinde En İyi Tepki Fonksiyonları

2.2.5. Eyer Noktası Olmayan Oyunlar ve Karma Stratejiler

Literatürde bir oyunun eyer noktasına sahip olmaması; ödemeler matrisinde, satır ve sütun oyuncusunun tek bir stratejiye bağlı kalmayacaklarını yani saf strateji kullanmayacakları anlamına gelmektedir. Bu durumda birden fazla strateji belirli olasılıklarla kullanılır. Başka bir söylemle kazanç ve kayıplarının kesiştiği bir nokta olmaması anlamına gelir (Esin, 2003, s.339).

Stratejilerin belirli bir oranda kullanılması, yani rakiplerin amaçları doğrultusunda faydalarını maksimize ederken tek bir stratejiye bağlı kalmaması durumunda bu strateji kümesine karma stratejiler denir. Bir tam strateji tek bir stratejinin kullanılma olasılığının 1 ve diğer stratejilerin kullanılma olasılığının sıfır olduğu bir karma stratejinin özel bir durumu olarak düşünülebilir. Tam stratejilerle birlikte karma stratejiler de kullanılırsa her sonlu oyunun bir çözümü olduğu görülür. Yani her sonlu oyunun bir optimal strateji çifti bulunabilir. Burada ortalama kazanç oyunun değerine eşittir. Herhangi bir oyuncu diğeri kendi optimal stratejisinden sapmadığı halde kendi optimal stratejisinden saparsa kaybeder. Bu iddia John Von Neumann tarafından ispat edilen oyunlar teorisinin esas teoremi adı verilen teoremin ifadesidir (İnci, 2009, s.24).

Bir oyunda eyer noktasının olmaması oyunun kararsızlığını gösterir. Yani bu oyunda oyuncular tek bir stratejiye bağlı olarak optimal strateji kümesi oluşturamazlar. Bu tür oyunlarda oyuncular karma strateji kümesine sahiptir. Optimal strateji kümesini oluştururken belirli stratejiler belirli oranlarda kullanılmak durumundadırlar.

2.2.5.1. Stratejilerde Eşitlik ve Üstünlük

Eyer noktasına sahip olmayan ve özellikle çok büyük boyutlu $m \times n$ boyutlu oyunlarda tepe noktası bulunamadığı için farklı alternatifler aranmalıdır. Bunun için oyunun çözüm aşamasına geçmeden önce matris boyutunu indirgemek düşünülebilir. Boyut indirgemek için iki yöntem vardır. Bunlar eş ve üstün stratejiler yöntemidir (Cinemre, 2004, s.401).

Eş stratejilerde ödemeler matrisinde bir satır ya da sütunun tüm elemanları, diğeri bir satır ya da sütunun karşılıklı elemanlarına eşittir. Bu stratejilerde, rakibin mümkün hamleleri karşısında satır oyuncusunun gelirleri ve sütun oyuncusunun kayıpları eşit olduğu için aralarında bir tercih söz konusu olmamaktadır. Bu eş stratejiler arasında oyuncu rastgele bir eleme yapar. Bu eleme sonucunda oluşan matristeki çözüm orijinal çözüm ile aynıdır (Cinemre, 2004, s.402).

Bir oyun matrisinde stratejilerden biri diğeriye tercih edilebiliyorsa ve tercih edilen strateji diğeri stratejiyi etkisiz hale getiriyorsa bu stratejilere üstün strateji adı verilmektedir. Üstün strateji satır oyuncusunda ortaya çıkıyorsa diğeri bir satırın karşılıklı elemanlarından büyük, sütun oyuncusunda ortaya çıkıyorsa diğeri sütunun karşılıklı elemanlarından küçük olması beklenir (Esin, 2003, s.340). Bazı durumlarda bu elemanlardan bir veya birkaçı karşılıklı elemanlara eşit olabilir. Eşit elemanlar söz

konusuysa zayıf baskın strateji, eşit elemanlar yoksa güçlü baskın strateji olarak adlandırılmaktadır.

Bir matriste sütun oyuncusu hangi stratejiyi seçerse seçsin satır oyuncusu kendisine daha fazla kazandıran stratejiyi seçecektir. Sütun oyuncusu da her şekilde en az kayıplı stratejiyi seçeceği için satır oyuncusu için büyük, sütun oyuncusu için küçük değerli stratejiler üstün stratejilerdir. Dolayısıyla oyuncular diğer stratejileri eleyerek matris boyutunda indirgeme sağlayacaktır. Eş stratejilerdeki gibi indirgenen matrisin çözümü orijinal matrisin çözümüne eşittir (Esin, 2003, s.340).

2.2.5.2. Karma Stratejilerde Nash Dengesi

Sonlu sayıda n oyunculu bir oyunun, en azından bir tam ya da karma strateji Nash dengesi mevcuttur. Bu teorem sonlu sayıda n oyunculu her oyunun bir çözüm kümesine sahip olacağını garanti altına almaktadır. Belirtilen n oyuncu kendi stratejileri içerisinde amacına uygun tek bir optimal stratejiye bağlı kalmıyorsa, yani stratejileri belli oranlarda kullanıyorsa buna “karma stratejiler” adı verilir.

Olasılık katsayıları ve beklenen fayda kavramları karma stratejiye sahip oyunlar için önemli kavramlardır.

Olasılık katsayıları n oyunculu bir oyunda oyuncuların strateji kümelerinde var olan stratejilerinin olasılıklarının çarpımına eşittir.

Beklenen fayda kavramı ise oyuncuların her strateji kombinasyonlarından elde edecekleri kazançların belirlenen olasılık katsayılarıyla çarpımının toplamı olarak ifade edilebilir. Beklenen fayda oyuncuların karma stratejiler kullanması durumunda oyundan elde edecekleri kazancın bir öngörüsü olarak ifade edilebilir.

$$\begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{pmatrix} A,a & B,b \\ C,c & D,d \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Bu oyunda her oyuncu bir strateji seçmektedir. Birinci oyuncu için 1. Strateji p olasılığına sahipse 2. Strateji (1-p) olasılığına sahiptir. Benzer şekilde ikinci oyuncunun 1. Strateji q olasılığına sahipse 2. Stratejisi (1-q) olasılığına sahiptir. Bu olasılıklara göre birinci oyuncunun oyundan beklenen faydası;

$$E(1) = (pq*A) + [p(1-q)*B] + [(1-p)q*C] + [(1-p)(1-q)*D] \quad (21)$$

Şeklinde ifade edilir. Şimdi kazanç matrisinin p'ye göre türevini alalım.

$$\frac{\partial E(1)}{\partial p} = (q*A) + [(1-q)*B] - (q*C) - [(1-q)*D] \quad (22)$$

Bu sonuç incelendiğinde türevde p yer almadığından birinci oyuncu türevin işaretini belirleyemez. Türevin pozitif olması birinci oyuncunun beklenen faydasını artırır ve bu nedenle birinci oyuncu en yüksek p değerine sahip 1. Stratejiyi seçer. Türevin negatif olması birinci oyuncu için en uygun seçimin p=0 olduğu anlamına gelir. Türev sıfıra eşitse tüm p düzeylerinde birinci oyuncunun kazancı aynıdır(Kural, 2007, s.88).

Karma stratejilerin çözümünü bulmak için aynı işlemler ikinci oyuncu için de yapılır.

$$E(2) = (qp*a) + [(1-q)p*b] + [q(1-p)*c] + [(1-q)(1-p)*d]$$

$$\frac{\partial E(2)}{\partial q} = (p*a) - (p*b) + [(1-p)*c] - [(1-p)*d] \quad (23)$$

Oyunun dengesi birinci türevlerin sıfıra eşitlenerek p ve q değerlerinin çözümlenmesiyle bulunur.

$$\frac{\partial E(1)}{\partial p} = (q*A) + [(1-q)*B] - (q*C) - [(1-q)*D] = 0$$

$$\frac{\partial E(2)}{\partial q} = (p*a) - (p*b) + [(1-p)*c] - [(1-p)*d] = 0 \quad (24)$$

$$p = \frac{D-C}{A-B-C+D} \quad q = \frac{d-b}{a-b-c+d} \quad (25)$$

2.3. TAM BİLGİLİ DİNAMİK OYUNLAR

Dinamik oyunların temelinde, oyuncuların gelecek hamlelerinin rakip oyuncunun geçmiş hamlesine göre şekillenmesi olgusu bulunmaktadır. Bu olgu, oyuncuların strateji çerçevesini genişletmekte ve oyunculara bir önceki duruma göre karar verme imkanı sağlamaktadır (Gardner, 2003, s.209).

Statik oyunların aksine dinamik oyunlarda stratejiler uygulanırken eşzamanlı bir süreç söz konusu olmamaktadır. Önceki seçenekler hakkında bilgi sahibi olunan bu tür oyunlara dinamik oyunlar adı verilmektedir. Dinamik oyunlar oyun ağacı biçiminde gösterilir (Webb, 2007, s.89).

Stratejilerin farklı zamanlarda uygulandığı oyunlar dinamik oyunlar olarak adlandırılmaktadır. Statik oyunlarda oyuncuların eş zamanlı hareket ettiği, birbirlerinin adımlarından haberdar olmadıkları kabul edilirken, dinamik oyunlarda tam aksine oyuncuların adımları arasında bir sıra söz konusudur. Oyuncular stratejilerini sırayla oynarlar ve dolayısıyla bir oyuncu herhangi bir stratejiyi uyguladığında diğer oyuncu bu adımla birlikte oyunda nerede olduğu bilir ve kendi stratejisini oyunun gidişatına göre belirler. Piyasadaki rekabet içerisindeki firmalar arasındaki pazarlık sürecini dinamik oyunlarla incelemek mümkündür. Her firma, önce rakibinin davranışlarını gözlemler ve bu davranış karşısında en iyi stratejisiyle rakibine karşılık vermeye çalışır (Çevikkan, 2010, s.27).

Dinamik oyunlarda statik oyunlarda olduğu gibi en iyi tepki fonksiyonu, kazanç matrisi gibi kavramlar kullanılmaz. Dinamik oyunlarda stratejiler bir hareketi değil, oyun anında oluşabilecek tüm mümkün durumlar karşısında bir oyuncunun hareketlerinin bütünsel bir tanımı olarak ifade edilir (Kural, 2007, s.100).

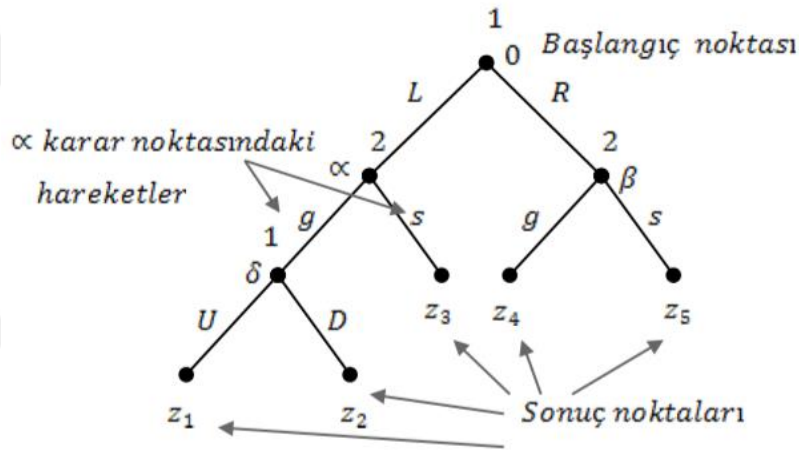
2.3.1. Genişleyen Biçimli Oyunlar

Statik oyunların gösteriminde kullanılan normal form yani matris gösterimi, dinamik oyunlardaki ardışık hareketi göstermede kullanışsız bir yöntemdir. Bu ardışık hareket matris formunda gözlemlenememektedir. Bu nedenle dinamik oyunlarda ağaç formu adı verilen bir gösterim yöntemi kullanılmaktadır. Bir ağaç oyunu başlangıç noktasından başlayarak dallar halinde yayılarak ilerler. Bu nedenle “genişleyen biçimli oyunlar” olarak adlandırılır. Ağaç formunda her dal oyuncuların bir stratejisini temsil etmektedir. Ağaçtaki her nokta oyuncuların karar verme aşamasında olduklarını ifade eder. Bu noktalara gelindiğinde hareket sırası gelen oyuncu hareketini belirler. Ağacın en son dalı oyunun bittiğini gösterir. Bu tür oyunlarda döngü söz konusu değildir yani oyun başlangıç noktasına geri dönmez (Yılmaz, 2016, s.118).

Oyunlarda oyuncular $0,1,2,...,n$ şeklinde tanımlanır. 0 doğayı, yani n tane oyuncu karar sürecindeyken oluşabilecek tesadüfi olayları temsil eder. Genişleyen biçimli oyunlar bir oyunda; oyuncuların sayısını, hareket sırasını, oyuncuların mümkün

strateji kümesini ve bu stratejilerle olasılık dağılım fonksiyonu yardımıyla tanımlanmış olan tesadüfi olaylar yani doğa karşısındaki hareketlerini, oyuncuların tek tek oyundan elde edecekleri bilgiyi ve tüm mümkün strateji bileşimlerinden n adet oyuncunun elde edeceği kazancı tanımlar (Kural, 2007, s.101).

Dinamik oyunların ağaç formunda gösterimi Şekil 4'teki gibidir. Oyunun başlangıç noktasındaki oyuncu oyunu başlatmaktadır. Şekil 4'te oyun 0 noktasından birinci oyuncu tarafından başlar ve bu noktadan sonra dallanır. Başlangıç noktası bir karar noktasıdır çünkü birinci oyuncu burada bir stratejiye karar verir (Çevikkan, 2010, s.28).



Şekil 4: Dinamik Bir Oyunun Ağaç Formda Gösterimi

Şekil 4'teki oyunda birinci oyuncu 0 karar noktasından oyuna başlar. Birinci oyuncunun L ve R olmak üzere iki stratejisi vardır. Yani başlangıç noktasında birinci oyuncunun strateji kümesi $A(0) = \{L, R\}$ şeklindedir. Bu noktada verilen karardan sonra hareket sırası ikinci oyuncuya geçer. İkinci oyuncu birinci oyuncunun seçtiği stratejiye göre α ya da β karar noktasına gelir. Bu iki noktada da strateji kümesi aynıdır. Birinci oyuncunun seçimine göre geldiği noktada oyunun gidişatına göre stratejisine karar verir (Yılmaz, 2016, s.118).

Bir bilgi kümesi, oyunun hangi karar noktasında olduğunu bilmeyen fakat aynı karar dallarına sahip olan bir oyuncunun karar noktalarının bütünüdür (Ateş, 2010, s.140).

2.3.2. Genişleyen Biçimli Oyunlarda Denge

Dinamik yapıllı oyunlarda dengenin daha doğrusu Nash dengesinin en kuvvetli birimi “alt oyun mükemmel Nash dengesi” kavramıdır. Bu kavramı incelemeyden önce geriye çıkarım yöntemini kullanmak dinamik oyunlarda alt oyun mükemmel Nash dengesini bulmayı kolaylaştırır (Bekar, s. 30-31).

2.3.2.1. Geriye Doğru Çıkarım Yöntemi

Geriye doğru çıkarım yöntemi dinamik oyunlarda kullanılan baskın stratejilerin tekrarlanmasıyla mahkum stratejilerin elenmesi ve böylece oyunun başlangıcına kadar oyuncuların seçim yapacakları stratejilerin belirlenmesi ilkesine dayanır. Bu ilke stratejileri değil, kazançları inceleyerek hareketlerin elenmesini temel alır. Bu ilkeyi dinamik oyunlarda kullanırken önce son bölüm ile başlanır ve geriye yönelik kazançlar yani düğümler incelenerek kullanılacak olan hareketler üzerinden oyunun başlangıç kısmına ulaşılmaya çalışılır (Bekar, 2008, s.40).

2.3.2.2. Alt Oyun Mükemmel Nash Dengesi

Dinamik oyunların birçoğunda birden fazla Nash dengesine rastlanmaktadır. Ancak, bu dengeler genellikle güvenilir olmayan söz ve öngörüler içermektedir. Alt oyun mükemmel Nash dengesi kavramı, bir oyun için rasyonel çözüme, bahsedilen bu söz ve öngörülere inanan oyuncular tarafından karar verilemeyeceğini söyleyerek bu tür iddiaları elemektedir. Daha biçimsel olarak alt oyun mükemmel Nash dengesi, oyunda belirlenen Nash dengesinin, oyunun tüm alt oyunlarında Nash dengesi olmasını gerektirir. Alt oyun, oyunun herhangi bir düğümünden başlayıp oyunun sonuna kadar devam eden bir bölümü olarak tanımlanmaktadır. Bir dinamik oyunda oyunun çözümü tüm alt oyunlarda Nash dengesi olması gerektiğinden, oyuncular tüm alt oyunlarda kazancını arttırmaya yönelik hareket etmelidir. Bu rasyonel davranış güvenilir olmayan iddialar doğrultusunda hareket edilmeyeceği anlamına gelmektedir (Bekar, 2008, s.29).

Alt oyun kavramına göre; oyun tek bir karar noktasından hareketle başlar, bu karar noktasını takip eden tüm karar ve sonuçları oyuna dahil eder, asıl oyunda herhangi bir bilgi eksikliği yaratmaz. Alt oyun mükemmel Nash dengesi, geriye doğru çıkarım yönteminin genel halidir. Mükemmel bilgili tüm dinamik oyunlarda geriye doğru

çıkartım yöntemi ve alt oyun mükemmel Nash dengesi ile bulunan denge noktası birbiriyle örtüşür (Yılmaz, 2016, ss.148-152).

2.4. EKSİK BİLGİLİ STATİK VE DİNAMİK OYUNLAR

Nash dengesi her oyuncunun diğer oyuncuların hareketleri konusunda doğru gözlemlere, bir başka söylemle oyun hakkında tam bilgiye sahip olduğu varsayımına dayanmaktadır. Fakat bu durum her zaman mümkün olmayabilir. Eksik bilgili oyun olarak adlandırılan bu tür oyunlarda en az bir oyuncu, diğer bir oyuncu hakkında tam bilgiye sahip değildir. Gerçek dünya problemlerinden örnekler verecek olursak, örneğin firmalar birbirlerinin maliyetlerini ve teknolojik hazırlıklarını bilmeyebilir ya da ihaleye katılan firmaların ürün fiyatlandırması hakkında birbirlerinin stratejilerini bilmeyebilirler. Bu tür eksik bilgili oyunlarda Bayes yaklaşımı kullanılmaktadır (Yılmaz, 2016, s.185).

Bayes teorisinde temel varsayım, oyuncuların oyun süresince sürekli öğrenme durumunda olmalarıdır. Bu şekilde oyunda zamanla ortaya çıkan bilgilerden faydalanarak bazı olayların daha az veya daha çok gerçekleşebilecek durum olasılıklarını bulabilirler. Bayes teorisi oyun esnasında ortaya çıkan bilgilerle olasılıkların nasıl güncellenebileceğini göstermektedir. 'B olayının gerçekleşmesi durumunda A olayının gerçekleşme olasılığı nedir?' sorusuna yanıt arar. Bir başka söylemle koşullu olasılıklarla ilgilenir. Bu durum $P(A|B)$ şeklinde ifade edilir. Eksik bilgili oyunlarda, oyuncu rakip oyuncunun hamlelerini gözlemleyerek yeni olasılığı Bayes teoremi kullanarak belirleyebilir (Çevikkan, 2010, s.31).

B olayının gerçekleşme olasılığının 0'dan farklı olduğu N tane seçenek arasından bir A_i olayı için olasılık denklem (26)'daki gibidir.

$$P(A_i|B) = \frac{P(B|A_i).P(A_i)}{\sum_{i=1}^N P(B|A_i).P(A_i)} \quad (26)$$

A_1 ve A_2 gibi iki seçeneği olan bir oyuncu için B olayının gerçekleşmesi durumunda bu iki seçenekten birini seçme olasılığı (26)'daki denklemle hesaplanır (Bekar, 2008, s.46).

Eksik bilgili dinamik oyunların özünü en iyi anlatan oyunlar sinyalleme oyunlarıdır. Ayrıca her oyunda yer alan Nash dengesi eksik bilgili dinamik oyunlarda mükemmel Bayesyen Nash dengesi olarak incelenmektedir (Yılmaz, 2016, ss.205-206)

2.4.1. Mükemmel Bayesyen Nash Dengesi

Mükemmel Bayesyen Nash dengesi teoreminde birkaç koşuldur söz edilmektedir. Birinci koşul; her bilgi kümesinde hareket sırası gelen oyuncu, mevcut bilgi kümesinde oyunun hangi durumda olduğu konusunda bir öngörü oluşturmak zorundadır. Tekil olmayan bilgi kümeleri için oluşturulan bu öngörü, mevcut bilgi kümesinde karar noktaları için bir olasılık dağılımıdır. Tekil olmayan bir bilgi kümesinde karar noktası tek olduğundan oyuncunun bu noktada olma olasılığı birdir. Yani oyuncu hangi noktada olduğunu kesin olarak bilmektedir (Çevikcan, 2010, s.32).

İkinci koşul ise; oyuncular öngöründe bulunurken stratejileri ardışıl olarak rasyonel olmalıdır. Yani sırası gelen oyuncunun her bilgi kümesindeki hareketi ve uygulayacağı stratejiler optimal olmalıdır (Yılmaz, 2016, s.207).

Eksik bilgili dinamik oyunlarda bahsedilmesi gereken iki önemli kavram bulunmaktadır. Oyun esnasında oyun denge stratejileri bakımından oynandığında herhangi bir olasılıkla kesin bir bilgi kümesine varılıyorsa bu bilgi kümesine “denge patikası” adı verilmektedir. Aksi durumda yani kesin olarak bir bilgi kümesine varılamıyorsa bu durumda “denge dışı patika” adı verilir (Çevikcan, 2010, s.33).

Mükemmel Bayesyen dengeden bahsedebilmek için bir diğer koşul da; bilgi kümelerinde oyuncuların öngörülerinin denge stratejisine ve Bayesyen kurallara göre gerçekleştirilmesidir. Bir başka söylemle ister denge patikası ister denge dışı patika kümelerinde olsun kararlar rasyonel olarak verilmelidir. Bu da oyuncuların öngörülerinin Bayesyen teori altında verileceğini garanti altına almaktadır.

Tüm bu koşullar mükemmel Bayesyen Nash dengesini oluşturur. Nash dengesinde seçilen stratejiler rakip oyuncunun stratejisine en iyi tepkidir. Bu durum mükemmel Bayesyen Nash dengesi teorisinde de geçerlidir (Yılmaz, 2016, ss.207-211).

2.4.2. Sinyalleme Oyunları

Mükemmel Bayesyen denge kavramının en çok karşılaşıldığı oyunlar sinyalleme oyunlarıdır. Bu tür oyunlarda oyuncuların bilgileri eşit olmamaktadır. Bir oyuncunun bilgisi daha fazlayken diğer oyuncunun bilgisi daha az olabilmektedir. Bu durum oyuncuların oyunda simetrik ve asimetrik bilgiye sahip olmaları olarak ifade

edilebilir. Teorik olarak daha az bilgiye sahip olan oyuncunun oyuna katılmaması beklenir. Ancak gerçek dünya problemlerinde asimetrik bilgi dağılımına sahip oyunlara sıkça rastlanmaktadır.

Bir ürün satan ve bu ürüne talip olan iki kişinin arasındaki oyun sinyalleme oyunudur. Ürünü satan kişi kendi ürünü hakkında ürünü almak isteyen kişiden daha fazla bilgiye sahiptir. Ancak ürünü satan kişi alan kişiye çeşitli bilgiler vererek onu daha çok bilgilendirir. İşte bu tür durumların karşılaşıldığı oyunlara sinyalleme oyunları adı verilmektedir.

Daha fazla bilgisi olan oyuncunun gönderdiği sinyaller, daha az bilgi sahibi olan oyuncu için şüpheli olabilir. Sinyalleme oyunlarında bilgi veren kişi gönderici, bilgiyi alan kişi alıcı olarak adlandırılır. Bu tür oyunlar alıcının sinyallere nasıl tepki vereceği ile ilgilenir.

Sinyalleme oyunlarında ilk harekete geçen göndericidir. Çünkü alıcıyı bilgilendirerek daha fazla bilgi edinmesini sağlar. Ancak tam tersi durumlarda olabilir. Örneğin alıcı göndericiye bir kontrat sunar ve göndericinin tepkisi incelenir. İşverenin işçiye ücret önermesi bu tür oyunlara örnek olabilir. Daha sonra işçi kendi düzeyine göre bu duruma karar verir. Bu tür oyunlar “tarama oyunu” olarak da adlandırılır (Yılmaz, 2016, s.216).

2.5. ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

Bu bölümde bir oyunun çözüm yöntemleri oyunun boyutlarına göre ayrı ayrı incelenecektir.

2.5.1. 2x2 Boyutlu Oyunların Çözüm Yöntemleri

Satır ve sütun oyuncusunun iki adet stratejisi bulunan oyunlar 2x2 boyutlu oyunlar olarak adlandırılır. 2x2 boyutlu oyunlarda cebirsel yöntem ve kısa çözüm yöntemi yaklaşımları kullanılır.

2.5.1.1. Cebirsel Yöntem

Şekil 4’ deki gibi bir oyunda satır oyuncusunun birinci stratejisini p olasılığı ile oynadığı varsayıldığında, ikinci stratejisini $(1-p)$ olasılıkla oynayacaktır.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

Şekil 5: 2x2 Boyutlu Bir Matris

Satır oyuncusu kazancını maksimum düzeye getiren p değerini bulmayı amaçlar. Dolayısıyla satır oyuncusunun sütun oyuncusunun stratejilerine göre değişen iki adet beklenen değeri vardır. Satır oyuncusunun beklenen değerleri, sütun oyuncusu birinci stratejisini seçerse denklem (27), ikinci stratejisini seçerse denklem (28)'de verilmiştir.

$$E_1 = pa_{11} + (1-p)a_{21} \quad (27)$$

$$E_2 = pa_{12} + (1-p)a_{22} \quad (28)$$

Satır oyuncusunun her strateji kombinasyonunda kazancının eşit olması demek, p olasılığının verilen her iki denklemi de sağlaması anlamına gelir. Oyun her tekrar edildiğinde sütun oyuncusu beklenen değeri en düşük düzeyde tutan stratejiyi seçecektir. En az kazanç $\underline{v}$ olduğunda, p olasılık değeri (27) veya (28)'deki denklemlerden birinde yerine yazılarak bulunur (Cinemre, 2004, ss.405-408).

$$\underline{v} = pa_{1j} + (1-p)a_{2j} \quad (29)$$

Sütun oyuncusu da stratejilerini q ve $(1-q)$ olasılıklarıyla seçerse beklenen kazancı denklem (30) ve (31)'deki gibi olur.

$$\beta_1 = qa_{11} + (1-q)a_{12} \quad (30)$$

$$\beta_2 = qa_{21} + (1-q)a_{22} \quad (31)$$

Sütun oyuncusunun da strateji karmalarından oluşacak en iyi $\bar{v}$ değeri, q değerinin (30) ve (31)'deki denklemlerden birinde yerine yazılmasıyla bulunur (Cinemre, 2004, ss.405-408).

$$\bar{v} = qa_{i1} + (1-q)a_{i2} \quad (32)$$

2.5.1.2. Kısa Çözüm Yöntemi

Şekil (4)'teki gibi eyer noktası olmayan bir oyunda satır oyuncusu birinci stratejisini y_1 ve ikinci stratejisini y_2 olarak seçerse, stratejilerin gerçekleşme olasılıkları toplamı $y_1+y_2=1$ olur.

Satır oyuncusu minimum kazancını maksimum düzeyde tutmayı hedeflediği için (33)' teki eşitsizlikler elde edilir.

$$a_{11}y_1 + a_{21}y_2 \geq v \quad (33)$$

$$a_{12}y_1 + a_{22}y_2 \geq v$$

Satır oyuncusunun oyun esnasında oluşturacağı stratejiler, en az oyunun değerine eşit olacaktır. (33)' te verilen eşitsizlikler çözüldüğünde (34)'deki denklemler elde edilir.(Esin, 2003, s.342-343.)

$$a_{11}y_1 + a_{21}y_2 = v \quad (34)$$

$$a_{12}y_1 + a_{22}y_2 = v$$

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{a_{22}-a_{21}}{a_{11}-a_{12}}$$

(34)'deki denklem sistemi çözüldüğünde y_1 ve y_2 (35)'deki gibi bulunur(Esin, 2003, ss.342-343).

$$y_1 = \frac{a_{22}-a_{21}}{a_{11}-a_{12}+a_{22}-a_{21}} \quad (35)$$

$$y_2 = \frac{a_{11}-a_{12}}{a_{11}-a_{12}+a_{22}-a_{21}}$$

Oyunun değeri ise (35)'deki denklemler kullanılarak (36)'daki gibi bulunur(Esin,2003, s.344).

$$v = \frac{a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}}{a_{11}-a_{12}+a_{22}-a_{21}} \quad (36)$$

2.5.2. 2xn veya mx2 Boyutlu Oyunların Çözüm Yöntemleri

2xn veya mx2 boyutlu oyunlarda alt oyunların çözümü yöntemi ve grafiksel çözüm yöntemi teknikleri kullanılmaktadır.

2.5.2.1. Alt Oyunlar Çözüm Yöntemi

2x3 veya 3x2 boyutlu oyunlar incelenirken alt oyunlar çözüm yöntemi kullanılabilir. Yöntemin dinamikleri doğrultusunda, oyuncuların stratejilerinden herhangi biri rastgele elenerek oyunun boyutu 2x2 boyutuna indirgenir. Böylece 2x2 oyunların çözüm yöntemleri kullanılarak bir çözüme ulaşılır. Bulunan çözümle elenen stratejinin varlığında veya yokluğunda elde edilecek kar zarar durumu incelenmektedir. Eğer oyunun değeri indirgenmiş matrisin değerinden küçükse elenen stratejinin kullanılması akıllıca değildir ve strateji kümesinden elenebilir(Akalın, 1979,ss.474-476).

$$\begin{array}{cc} & \begin{matrix} B_1 & B_2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{pmatrix} \end{array}$$

Şekil 6: 3x2 Boyutlu Bir Matris

Şekil 6'daki gibi bir oyunda satır oyuncusunun rastgele, örneğin A_3 , bir stratejisini elemesinden sonra 2x2 indirgenmiş matris elde edilir. Elde edilen bu matriste satır oyuncusu kalan stratejilerini sırasıyla p ve $(1-p)$ olasılıkla oynarsa beklenen faydası denklem (27) ve (28)'deki gibi olur. Bu denklemlerin ortak çözülmesiyle elde edilen p değerinin herhangi bir denklemde yerine konulmasıyla oyunun değeri hesaplanır. Aynı şekilde sütun oyuncusunun da stratejilerini q ve $(1-q)$ olasılıkla kullandığı varsayıldığında beklenen faydası denklem (30) ve (31)'deki gibidir. Bulunan olasılıkların denklemlerde yerine yazılmasıyla oyunun değeri bulunur. Eğer indirgenmiş matrisin değeri orijinal matrisin değerinden büyükse o zaman satır oyuncusunun elediği stratejiyi kullanması akıllıca değildir ve çözümden çıkarılabilir. Aksi durumda bu strateji elenemez (Akalın, 1979, s.480).

2x3 ve 3x2 boyutlu oyunlarda kullanılan bu yöntem 2xn ve mx2 n,m≥3 oyunlarda oldukça uzun sürer. Bu tür oyunlarda grafik yöntemi kullanılır.

2.5.2.2. Grafiksel Çözüm Yöntemi

Grafiksel çözüm sadece 2xn, mx2 ve 2x2 boyutlu oyunlarda geçerlidir. Başka bir söylemle oyunculardan birinin strateji sayısı iki adet olmalıdır. Bunun nedeni oyunun grafiğinin çizilmesine olanak sağlamaktır (Can, 2015, s.719).

Tablo 8

2x2 Boyutlu Bir Oyun Matrisi

A/B	B ₁ (q)	B ₂ (1-q)
A ₁ (p)	C ₁₁	C ₁₂
A ₂ (1-p)	C ₂₁	C ₂₂

Tablo 8'deki gibi bir oyunu ele alırsak; her iki oyuncunun da iki stratejisi bulunmaktadır. Bu durumda oyun herhangi bir oyuncu üzerinden çözülebilir. Oyunun boyutunun 2xn veya mx2 olması durumunda iki stratejiye sahip oyuncu üzerinden oyunun çözümüne ulaşılmaktadır.

Oyun tepe noktasına ve eş/üstün stratejilere sahip değildir. Satır oyuncusunun oyundan beklentisi matematiksel olarak ifade edildiğinde:

$$[\text{Maks}] z = v$$

$$c_{11}p + c_{21}(1-p) \geq v$$

$$c_{12}p + c_{22}(1-p) \geq v \quad (37)$$

$$p \in [0,1], v \in R$$

(37)'deki denklem sistemi elde edilir. Burada ifade edilen satır oyuncusunun oyunun değerini maksimize etmeye çalıştığı ve her strateji kombinasyonunda beklenen

değerini oyunun değerine eşit veya daha büyük tutmaya çalıştığıdır. $p \in [0,1]$ olduğundan sistemin grafiğini rahat incelemek adına klasik form yerine iki adet dikey eksen kullanılmaktadır (Can, 2015, s.724-725).

Kurulan model grafik çözümünün dinamikleri uygulandığında p ve $(1-p)$ değerleri bulunmuş olur. Bu değerler (37)'de yerine yazıldığında oyunun değeri elde edilmektedir. Dolayısıyla A oyuncusunun optimal strateji vektörü elde edilmiştir.

B oyuncusunun optimal strateji vektörü ise oyunun B oyuncusuna göre kurulmasıyla elde edilen sistemde bulunan oyun değerinin yerine konulmasıyla bulunmaktadır.

$$c_{11}q + c_{12}(1-q) = v$$

$$c_{21}q + c_{22}(1-q) = v$$

(38)

Elde edilen sistem çözülerek B oyuncusunun optimal strateji vektörü elde edilmektedir.

2.5.3. nxm Boyutlu Oyunların Çözüm Yöntemleri

nxm boyutlu oyunların çözüm yöntemleri olarak, doğrusal programlama ile çözüm, cebirsel çözüm ve matris çözümü olarak üç yöntemden bahsedilebilmektedir.

2.5.3.1. Doğrusal Programlama ile Çözüm

Oyunun iki boyuta indirgenemediği eğer noktası bulunmayan oyunların çözüm yöntemlerinden birisi doğrusal programlama yöntemidir. Kuşkusuz bu yöntem iki boyutlu oyunlarda da kullanılabilir. Oyunu doğrusal programlama ile çözmeden önce problemin doğrusal programlama dinamiklerine göre modellenmesi, yani klasik formun oluşturulması gerekmektedir.

Oyunların çözümü esnasında oyunun değerine göre çözüm aşamaları farklılaşmaktadır. Oyun matrisinde negatif elemanların olması, başka bir deyişle oyunun değerinin negatif veya pozitif olması durumlarında çözüm aşamaları farklılaşır. İki durumda detaylı olarak incelenecektir. Oyun matrisine göre doğrusal programlama modelinin kurulması çözümün en önemli ve temel adımıdır.

Tablo 9

$n \times m$ Boyutlu Bir Kazanç Matrisi

A/B	B₁	B₂	...	B_m
A₁	C ₁₁	C ₁₂	...	C _{1m}
A₂	C ₂₁	C ₂₂	...	C _{2m}
...	...	...	...	...
A_n	C _{n1}	C _{n2}	...	C _{nm}

Tablo 9'daki kazanç matrisini göz önüne alalım ve oyunu A oyuncusu açısından inceleyelim. A oyuncusunun optimal karma strateji vektörü şu şekildedir:

$$A : [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_n]$$

A oyuncusunun amacı $p_1, p_2, \dots, p_n \in [0,1]$ ve $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$ olmak şartıyla p_i olasılıklarını bulmaktır. A oyuncusunun oyunun değerini maksimum yapma isteği B oyuncusunun tam stratejilerine göre beklenen kazançları ile sınırlanacaktır. A oyuncusu beklenen kazançlarını en az oyunun değeri veya daha üstü bir değer yapmaya çalışacaktır (Can, 2015, s.733).

$$[Mak] \ z = v$$

$$c_{11}p_1 + c_{21}p_2 + \dots + c_{n1}p_n \geq v$$

$$c_{12}p_1 + c_{22}p_2 + \dots + c_{n2}p_n \geq v$$

$$\dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots$$

$$c_{1m}p_1 + c_{2m}p_2 + \dots + c_{nm}p_n \geq v$$

$$p_i \in [0,1] ; i=1,2,\dots,n ; v \in R \quad (39)$$

Oyunun değeri v , $v \in R$ olduğu için işaretçe sınırsız bir reel değişkendir. Modelin tam anlamıyla bir doğrusal programlama modelini yansıtmaması için oyunun değerinin

pozitif olması gerekmektedir. Ancak v işaretçe sınırsız olduğu için negatif veya sıfır değerini de alabilmekte, bu nedenle oyunun değerinin pozitif olmasının garanti altına alınması gerekmektedir. Oyunun değerinin pozitif olabilmesi için oyunun kazanç matrisi içerisinde yer alan değerlerin pozitif hale getirilmesi ve oyunun çözümünden sonra eklenen değer oyunun değerinden çıkartılmalıdır (Can, 2015, s.733).

$$[\text{Mak}] z = v$$

$$C_{11}\frac{p_1}{v} + C_{21}\frac{p_2}{v} + \dots + C_{n1}\frac{p_n}{v} \geq 1$$

$$C_{12}\frac{p_1}{v} + C_{22}\frac{p_2}{v} + \dots + C_{n2}\frac{p_n}{v} \geq 1$$

$$\dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots$$

$$C_{1m}\frac{p_1}{v} + C_{2m}\frac{p_2}{v} + \dots + C_{nm}\frac{p_n}{v} \geq 1$$

$$p_i \in [0, 1] ; i=1,2,\dots,n ; v \in R^+ \quad (40)$$

Modeli doğrusal programlama formuna getirebilmek için her $\frac{p_i}{v}$ değerine bir değişken ataması yapılmalıdır.

$$[\text{Mak}] z = v$$

$$C_{11}W_1 + C_{21}W_2 + \dots + C_{n1}W_n \geq 1$$

$$C_{12}W_1 + C_{22}W_2 + \dots + C_{n2}W_n \geq 1$$

$$\dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots$$

$$C_{1m}W_1 + C_{2m}W_2 + \dots + C_{nm}W_n \geq 1$$

$$w_i \geq 0 ; i=1,2,\dots,n ; v \in R^+ \quad (41)$$

Bu haliyle sistemdeki kısıtlar doğrusal programlama formatına gelmiştir. Hatta kısıtlar klasik minimum doğrusal programlama formatındadır. Klasik minimum doğrusal programlama modelinde amaç fonksiyonunun minimizasyon olması gerekmektedir. Oyunun değeri v maksimum yapmakla $\frac{1}{v}$ 'yi minimum yapmak aynı sonuca ulaştıracağından denklem sistemi aşağıdaki gibi düzenlenebilir (Can, 2015, s.735).

$$[\text{Mak}] z_0 = \frac{1}{v}$$

$$C_{11}W_1 + C_{21}W_2 + \dots + C_{n1}W_n \geq 1$$

$$C_{12}W_1 + C_{22}W_2 + \dots + C_{n2}W_n \geq 1$$

$$\dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots$$

$$C_{1m}W_1 + C_{2m}W_2 + \dots + C_{nm}W_n \geq 1$$

$$w_i \geq 0 ; i=1,2,\dots,n ; v \in R^+ \quad (42)$$

Sistemin tam olarak bir doğrusal programlama modeli olması için son düzenleme amaç fonksiyonunda yapılacaktır. Çünkü şu haliyle amaç fonksiyonu tek değişkenden oluşmaktadır ve w_i karar değişkenlerini içermesi gerekir. $w_1 + w_2 + \dots + w_n = \frac{p_1}{v} + \frac{p_2}{v} + \dots + \frac{p_n}{v} = \frac{1}{v}$ olduğundan amaç fonksiyonu düzenlenirse:

$$[\text{Mak}] z_0 = \frac{1}{v} = w_1 + w_2 + \dots + w_n$$

$$C_{11}W_1 + C_{21}W_2 + \dots + C_{n1}W_n \geq 1$$

$$C_{12}W_1 + C_{22}W_2 + \dots + C_{n2}W_n \geq 1$$

$$\dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots$$

$$C_{1m}W_1 + C_{2m}W_2 + \dots + C_{nm}W_n \geq 1$$

$$w_i \geq 0 ; i=1,2,\dots,n ; v \in R^+ \quad (43)$$

yazılabilir. Problem bu haliyle tam olarak bir klasik minimum doğrusal programlama modeli halini almıştır. Problem çözümlendiğinde w_i değişkenleri bulunacak ve bu değişkenlerin toplamı $\frac{1}{v}$ ye eşitlenip v değeri ve $w_i = \frac{p_i}{v}$ bağıntısı ile A oyuncusunun optimal karma strateji vektörü bulunacaktır.

Eğer kazanç matrisinde negatif sayılar varsa oyunu doğrusal programlama teknikleriyle çözmek için bu değerlerden kurtulmak gerekir. Böyle bir durumda matristeki tüm elemanları pozitif hale getirecek bir değer tüm elemanlara eklenir. Eklenen bu değer oyunun değerini de kendisi kadar artırır. Daha sonra yukarda

bahsedilen aşamalar kaydedilerek çözüme ulaşılır. Elde edilen olasılıklar orijinal matrisin çözümünden elde edilecek olasılıklarla eş değerdir. Ancak eklenen sayı elde edilen oyunun değerinden çıkarılarak oyunun gerçek değerine ulaşılır (Can, 2015, ss.746-748.)

2.5.3.2. Cebirsel Yöntemle Çözüm

Kazanç matrisi $n \times m$ olan bir oyunda satır oyuncusu n adet stratejisini p_i , sütun oyuncusu m adet stratejisini q_j olasılıkla oynar satır ve sütun oyuncularının p_i ve q_j olasılıklarıyla oynadığı oyunda $n \times m$ strateji kombinasyonu ile $n+m+1$ adet değişken ve $n+m+2$ adet eşitlik veya eşitsizlik elde edilir. Oyunların cebirsel yöntemle çözümü için elde edilen bu denklem sistemini ve eşitsizlikleri bir arada çözmek gerekir. Bu durumla ilintili eşitlik veya eşitsizlikler denklem (44) ve (45)'deki gibidir (Esin, 2003, s.358).

$$p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1 \quad (44)$$

$$q_1 + q_2 + \dots + q_m = 1$$

$$p_1 a_{1j} + p_2 a_{2j} + \dots + p_n a_{nj} \geq \underline{v} \quad (45)$$

$$q_1 a_{i1} + q_2 a_{i2} + \dots + q_m a_{im} \leq \bar{v}$$

$$i = 1, 2, \dots, n \quad j = 1, 2, \dots, m$$

Bu denklem sistemindeki eşitsizlikler eşitlik olarak kabul edilerek oyuncuların strateji vektörleri olan p_i ve q_j olasılık değerleri ve oyunun değeri bulunmuş olur (Esin, 2003, s. 358).

2.5.3.3. Matris Çözümü

Matris çözüm yöntemi $n \times m$ boyutlu oyunlarda n ve m 'nin küçük değerleri ve kare matris olması yani $n=m$ durumunda kullanılan bir yöntemdir. Matris çözümü determinant hesabını temel aldığı için matris boyutu büyüdükçe determinant almak zorlaşır ve dolayısıyla sonuca ulaşmak zorlaşır. Kazanç matrisi (46)'deki gibi olan bir oyunda I derecesi A matrisinin derecesine eşit olan bir satır vektörü olarak kabul edildiğinde, satır oyuncusunun strateji kümesi (47)'deki gibi olur (Çevikkan, 2010, s.50).

$$A=(c_{ij}) \quad i=1,2,\dots,n \quad j=1,2,\dots,m \quad (46)$$

Satır ve sütun oyuncusunun strateji vektörleri (47)'deki formüller ile hesaplanırken oyunun değeri (48)'deki denklem ile bulunur.(Akalin, 1979, s.471.)

$$[p_1 \ p_2 \ \dots \ p_n] = \frac{I.adjA}{I.adjA.I^t} \quad (47)$$

$$\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{pmatrix} = \frac{I.(adjA)^t}{I.adjA.I^t}$$

$$v = \frac{|A|}{I.adjA.I^t} \quad (48)$$

3.BÖLÜM

UYGULAMA

Oyun teorisi, gerek sosyal hayatta gerekse iktisadi her alanda kullanılabilir bir yöntem olup, iç içe geçerek bir bütün oluşturan sosyal ilişkilerin yapısını inceleyerek sonuca ulaşmaya yardımcı olmaktadır.

İktisadi organizasyonlarda, dünya çapında ticaret alanlarında, emek piyasalarında, matematik alanında, politikada, devlet ilişkilerinde, ekonomik karar almada, ziraat alanında, mühendislik uygulamalarında, rekabet içeren ve karar alma durumundaki tüm oluşumlarda oyun teorisi bir karar alma aracı olarak sıkça kullanılmaktadır.

Oyun kuramı kullanılarak modellenmiş sayısız problem ve yayınlanmış birçok tez ve makale bulunmaktadır. Bunun yanı sıra piyasa ve teori uygulamalarında da oyun teorisinin önemli bir yeri vardır. Örneğin matematik biliminde problemlerin modellenmesinde, ziraat biliminde firmaların planlanmasında, reklam kampanyalarında, para ve maliye politikalarının etkileşiminin ölçülmesinde, toplu pazarlık stratejilerinin geliştirilmesinde, portföy seçiminde, ticaret politikalarında ve günümüz dünyasında karar alma ile ilgili her konuda oyun teorisi yöntemine sıkça başvurulmaktadır.

Taksi ülkemizde Osmanlı döneminden beri kullanılmaktadır. O dönemlerde otomobil yerine fayton, landon ve berline gibi kiralık araçlar kullanılmaktaydı. Daha sonraları dolmuşçuluk adını alan günümüz taksicilik terimi 1930'lu yıllarda resmi olarak taksicilik adını almıştır.

Kaliforniya Üniversitesinden bilgisayar mühendisi olarak mezun olan Travis Kalanick internet üzerinden dosya paylaşımına izin veren bir şirket kurmuştur. Şirketin batmasının ardından 2009 yılında Garrett Camp ile tanışmış ve kullanıcılarla araba kiralama firmalarını birbirine bağlayan uygulama olan Uber'i Amerikan menşeli uluslararası şirketi olarak birlikte tasarlamışlardır. Her ne kadar kuruluşu 2009 yılında olsa da Uber faaliyetlerine başlaması 2011 yılını bulmuştur. Firma 2011 yılında farklı çevrelerden yatırım alarak hem maddi anlamda hem de popülerlik anlamında hızla değer kazanmıştır. 2011 yılı sonunda 44.5 milyon dolar sermaye elde etmeyi başarmıştır.

Böylece uzun süreler boyunca şehir içi ulaşımda büyük pay sahibi olan taksiler 2011 yılında ortaya çıkan ve 2019 itibarıyla Uber adıyla 58 ülke ve 300 şehirde hizmet veren şehir içi taşımacılık firmasının doğuşuyla rekabet ortamına girmiştir.

Uber 2014 yılında Türkiye’de 10 şoförle UberBLACK hizmetini başlatmıştır. Firma Türkiye’de 2000 taksi ve 8000’den fazla sürücü ile 4 milyon kullanıcıya ulaşmıştır. 2019 yılı Mayıs ayı itibarıyla firma İstanbul ilindeki XL faaliyetlerini durdurmuştur ve günümüzde Türkiye’de hizmet vermemektedir. Ancak dünya çapında hala en çok tercih edilen şehir içi ulaşım firmalarından birisidir.

Bu çalışmada birbirine ikame hizmet sunan bu iki firmanın rekabet koşulları ve kullandıkları ve kullanmaları muhtemel stratejileri oyun teorisi dinamikleriyle incelenmiştir. Çalışma, rekabet ortamı ortadan kalksa bile gelecekteki benzer bir durumda firmaların davranışlarına ışık tutacak niteliktedir.

Uygulamada her iki firma için de altı stratejiden oluşan aynı strateji kümesi kullanılmıştır. Bu stratejiler firmaların mevcutta kullandıkları ya da gelecekte kullanmayı amaçladıkları stratejilerden seçilmiştir. Stratejiler belirlenirken firmaların mevcutta kullandıkları ve çeşitli haber kaynaklarından, firmaların yaptıkları yatırımlardan ve uzman görüşlerinden gelecekte kullanmaları muhtemel stratejiler seçilmiştir. Ayrıca çalışmada kullanılan anket yöntemi ile de katılımcılardan stratejilere ilişkin görüşleri istenerek strateji kümesi nihai haline getirilmiştir. Stratejiler şehir içi ulaşım sektöründe günümüz koşullarında alternatiflere yönelimi en çok etkileyen stratejilerden seçilmiştir. Belirlenen ve firmalar için kullanılan stratejiler aşağıdaki gibidir.

- 1) Uygulama üzerinden çağırma imkanı
- 2) Konfor
- 3) Dijital ödeme imkanı
- 4) Ücret
- 5) Sürücü tutumu
- 6) Mesafe gözetmeksizin ulaşım imkanı

Stratejiler incelendiğinde “uygulama üzerinden çağırma imkanı” stratejisinin hızlı ve kolay olarak firmaya erişim imkanı sağladığı görülmektedir. Bu durum firmaların tercih edilmesine neden olmaktadır. Kullanıcılar araçların “konfor”una da önem

vermektedirler. Konforlu araçlarla ulaşım hizmeti kullanıcılara kendi özel araçlarıyla seyahat ettiği hissini yaratmaktadır. “Dijital ödeme imkanı” her türlü ödeme kanalıyla hizmet satın alabilmenin önünü açmaktadır. Dijitalleşen dünyamızda banka kartının kullanımının yaygınlaşması sonucunda nakit para taşıma oranı hayli düşmüş ve kullanıcılar mobil ve kartla ödeme imkân sunan firmaları tercih eder duruma gelmişlerdir. “Ücretin uygunluğu” stratejisi kullanıcıların konforlu seyahat imkanlarının yanı sıra bütçelerini korumak için dikkate aldıkları diğer bir strateji olarak öne çıkmaktadır. “Sürücü tutumu” stratejisi bazı sürücülerin davranışlarının talebi olumsuz etkilediği gerçeğine istinaden bir strateji olarak belirlenmiştir. “Mesafe baz alınarak yapılan” arz ise bu hizmetlere olan talebi önemli ölçüde etkilemektedir ve kullanıcılar üzerinde caydırıcı bir etki oluşturmaktadır.

Bu çalışmanın amacı bu stratejiler uygulandığında firmaların mevcut durumdaki müşteri sayılarının yani başka bir söylemle kazançlarının nasıl değişeceğini ortaya çıkarmaktır. Bu amaçla bir anket hazırlanmış ve kartopu örnekleme yöntemi ile bireylere anket dijital kanallar üzerinden ulaştırılmıştır. Ankete İstanbul ilinin merkez ilçelerinde ikamet eden ve şehiriçi ulaşımında özel firmaları tercih eden toplam 200 kişi katılmıştır. Anketin içeriği, belirlenen strateji kombinasyonlarının karşılıklı kullanılmasının ardından mevcut durumun nasıl etkileneceğini ölçer niteliktedir. Anket Ekler kısmında verilmiştir.

Ayrıca belirlenen stratejilerin önem derecesini ölçmek amacıyla katılımcılardan stratejileri ikili olarak karşılaştırmaları da istenmiştir. Bu tip sorularda Saaty’nin 1 – 9 arasında değişen skalası kullanılmıştır. Bu ölçümün amacı rekabet ortamında belirlenen stratejilerin birbirlerine karşı önem derecelerinin belirlenmesidir. Böylece oyuncular hangi stratejinin daha önemli olduğunu görebilecek ve bu bilgi doğrultusunda kararlarını şekillendirebileceklerdir.

Katılımcıların betimleyici istatistikleri incelendiğinde %61’inin erkek ve %39’unun kadın olduğu gözlemlenmiştir. Katılımcıların %0.5’i 18 yaş ve daha küçük, %67’si 19-30 yaş aralığında, %27’si 31-40 yaş aralığında, %2.5’i 41-50 yaş aralığında ve %3’ü 51 yaş üstü grupta yer almaktadır. Katılımcıların aylık gelir dağılımları ise %8 1000 TL ve daha az, %15.5’i 1001-2500 TL, %52’si 2501-4000 TL, %16.5’i 40001-6000 TL, %5’i 6001-7500 TL ve %3’ü 7500 TL ve üstü gelir grubunda yer almaktadır.

3.1. LİTERATÜR TARAMASI

Oyun teorisi ile ilgili bu zamana kadar modellenmiş birçok problem ve oyun teorisi hakkında yapılmış birçok çalışma mevcuttur. Çalışmanın bu kısmında, yapılan literatür taramasında ulaşılan birçok çalışmadan oyun teorisi hakkında örnekler verilecektir. Bahsedilen tez ve makalelerin birçoğu çalışma içerisinde kullanılmıştır.

Özdamar (2007) Oyun Kuramının Uluslararası İlişkiler Yazınına Katkıları isimli çalışmasında, oyun kuramının uluslararası ilişkilerdeki katkılarına değinmiş ve uygulamalarına bir giriş niteliğinde bir çalışma ortaya koymuştur. Bu çalışmada oyun kuramının stratejik ve formel yapısının uluslar arası ilişkilerdeki rekabeti ve stratejik planlamayı ne denli açıklayabileceği araştırılmaktadır.

Köse (2015) yılında yayımladığı Küresel Finansal Yaptırımlar: Oyun Teorisi Yaklaşımı İle Ampirik Bir Uygulama isimli çalışmasında, bir devletin veya devletler grubunun başka bir devlet veya devletler grubuna herhangi bir askeri güç kullanmadan uygulayacağı finansal yaptırımların oyun teorisiyle incelemiştir. Bu çalışmada yaptırım uygulayan taraf ve hedef olan taraf stratejileri arasında bir dengenin oluşturulabileceği belirlenmiştir. Çalışmada ABD ve AB için dört, Rusya için üç strateji belirlenerek 4x3 boyutunda bir kazanç matrisi oluşturulmuş ve analitik bir model önerilerek inceleme yapılmıştır.

Çubukçu vd. (2017) yılında yayımladıkları Turizmde Havayolu Şirketlerinin Fiyat Belirleme Politikaları ve Oyun Teorisi Uygulaması adlı çalışmalarında rekabet koşullarında şirketlerin devamlılığında strateji planlamasının önemi araştırılmaktadır. Rekabet koşullarında firmaların bilimsel analizlerden yararlanarak hedef koymaları ve stratejilerini bu analizlere dayanarak belirlemelerinin önemi vurgulanmaktadır. Bu çalışmada ulusal iki hava yolu şirketinin Antalya (AYT)-Atatürk (IST) Havalimanı seferlerinin günlük yolcu sayıları ve bilet fiyatları ile iki kişilik sıfır toplamı oyun matrisi oluşturularak en ideal fiyat politikaları belirlenmeye çalışılmıştır. Kurulan oyunun denge noktası maxmin ve minmax yöntemlerinden yararlanılarak bulunmuştur.

Yavuzaslan (2019)'ın İktisat Bilimi Laboratuvara mı Taşınıyor? Deneysel İktisat ve Oyun Teorisi adlı çalışmasında, iktisadi karar birimlerinin tercihlerinde etkili olan psikoloji ve davranışlarının etkisinin nasıl ölçüldüğü ve laboratuvar ortamında gerçekleştirilen deneysel çalışmanın iktisat bilimindeki önemi ortaya konmaktadır.

Standart iktisat teorilerinin deneysel iktisat kapsamında incelenmesi sonucunda; laboratuvarda yapılan deneyler, bir veya daha fazla spesifik araştırma sorusunu cevaplamak amacıyla deneklerin karar aldığı sentetik ekonomik durumların oluşturulmasına imkan verirken, bu sentetik ortama kuramsal çerçeveyi, oyun teorisi ile sunduğu görülmüştür.

Çetin (2010) Anayasanın Ekonomik Analizi: Bir Oyun Teorisi Yaklaşımı adlı çalışmasında, anayasa üzerinde bir hukuk ve ekonomi perspektifi sunmak amaçlanmıştır. Çalışma, anayasa yapma süreçlerinde çıkar gruplarının rolünü ve oyun teorisi perspektifinden anayasa değişikliğini analiz etmektedir. Özellikle bir rant arama toplumunda anayasa yapma süreçleri, özel çıkar grupları perspektifinden ele alınmakta ve yasa koyucu ile çıkar grupları arasındaki ilişki incelenmektedir.

3.2. UYGULAMANIN AMACI

Az sayıda satıcı ve bunun yanında çok sayıda alıcının bulunduğu piyasalar Oligopol piyasalar olarak adlandırılmaktadır. Oligopol piyasa koşullarında firmalar fiyat, üretim, reklam ve ürün geliştirme gibi konularda birbirlerine bağımlıdırlar. Çünkü alınacak herhangi bir karar talepleri alternatif seçimlere yönlendirebilir. Bir başka söylemle firmalar uygulayacakları stratejileri diğer bir firmanın uygulayacağı stratejiye göre planlamak durumundadırlar. Bu bağlamda oyun teorisi Oligopol piyasa koşullarının hakim olduğu pazarlarda stratejik planlama yöntemi olarak sıkça başvurulan bir yöntemdir.

Rekabet halindeki firmalar her zaman fayda maksimizasyonunu düşünmektedirler ve dolayısıyla pazar paylarını arttırmak isterler. Bu bağlamda firmalar paylarını büyümek için her zaman yarış içindedirler. Bu yarışta alacakları kararları belirlerken analitik yaklaşımlardan yararlanmaktadırlar. Bu nedenle bu çalışmada Oligopol piyasa koşullarının hakim olduğu İstanbul ili şehir içi ulaşım sektöründe ikame hizmet sunan iki özel ulaştırma firmasının pazardaki satış rekabeti, oyun teorisiyle modellenerek belirlenen stratejiler arasından maksimum faydayı sağlamak adına hangi stratejiyi nasıl kullanmaları gerektiğine karar vermelerini açıklamak amaçlanmıştır.

3.3. ANALİZ

Rekabet koşulların hakim olduğu küresel dünya piyasasında firmaların sürdürülebilirliği açısından stratejilerini planlamaları oldukça önemli rol oynamaktadır. Öyle ki rekabet içinde bulundukları firmaların davranışları kendi geleceklerini de etkilemektedir.

Oyun iki veya daha çok kişi arasında oyuncuların belirledikleri stratejileri belirli oranlarda kullanabildikleri bir karar mekanizmasıdır. Oyuncular rakiptir ve çıkarları zıttır. Oyun teorisi ise çıkarları zıt olan bu oyuncuların kazanma adına verdikleri rasyonel kararları matematiksel modellerle inceleyen bir disiplindir. Bu yüzden günümüz piyasasında firmaların kazanmaları adına atacakları adımları analiz etmede oyun teorisi sıkça kullanılan bir analitik yaklaşımdır.

Şehiriçi ulaştırma sektörü incelendiğinde, ikame hizmet sunan Taksi ve Uber firmaları oyuncular olarak seçilmiştir. Araştırmanın evreni İstanbul ilinde merkez ilçelerde işlek lokasyonlar olarak seçilmiştir. Araştırmanın örneklemi ise bu lokasyonlarda ikamet eden ve özel ulaşım araçlarını kullanan 200 kişi olarak belirlenmiştir. Stratejiler, ankete katılan bireylerin görüşleri, mevcut durumda firmaların kullandığı ve gelecekte uygulamayı düşündükleri stratejiler ve literatüre dayanarak tayin edilmiştir.

Günümüz rekabet koşullarında firmaların belirledikleri stratejilerin önem derecesi bu stratejilerin firmalara getirilerinin öngörülmesinde önemli bir rol oynamaktadır. Bu nedenle çalışmanın asıl amacına yönelik olan analize geçmeden önce belirlenen stratejilerin önem dereceleri ölçülmek istenmiştir. Elde edilen veriler kullanılarak ikili karşılaştırmalar matrisi oluşturulmuştur. İkili karşılaştırmalar matrisi stratejilerin arasındaki önem derecelerinin ölçüldüğü bir matris yapısıdır. Değerler müşterilerin fikirleri doğrultusunda stratejiler arasındaki önem katsayılarının geometrik ortalaması kullanılarak oluşturulmuştur. Veriler incelendiğinde fiyatların müşterilerin tercihleri üzerinde çok büyük etkisi olduğu gözlemlenmiştir. Firmalar bu ön çalışma ile karar aşamalarında öncelikle fiyat stratejisinin müşterilerinin kararları aşamasında etkili olacağını saptayabilirler. Kriter ağırlıkları Analitik Hiyerarşi Prosesi (AHP) yöntemiyle analiz edilmiştir. Katılımcılara altı adet stratejinin ikili kombinasyonları şeklinde, bu stratejilerin birbirlerine karşı önem derecelerini ölçen sorular yöneltilmiştir. Ağırlıklar belirlenirken Thomas Saaty'nin önem skalası kullanılmıştır. Katılımcılar stratejilerin

birbirleri içerisindeki önem derecelerini 1-9 arası puanlamış ve ikili karşılaştırmalar matrisi oluşturulurken bu değerlerin geometrik ortalaması alınmıştır.

Çalışmada kazanç matrisi anket katılımcıları baz alınarak katılımcıların mevcut durumdaki tercihleri ve strateji kombinasyonlarının uygulanmasından sonraki tercihleri arasındaki kişi bazlı fark baz alınarak oluşturulmuştur. Seçilen stratejilere göre firmaların mevcut durumdan kazançları ve kayıpları kazanç matrisini oluşturmaktadır. Ayrıca oyunun çözümü oyun teorisinin farklı yöntemleri ile analiz edilmiş ve QM ve R paket programları ile de sonuçlar desteklenmiştir.

3.4. BULGULAR

Çalışmanın asıl amacına yönelik oyun teorisi bulguları paylaşılmadan önce anket çalışmasından elde edilen ve kazanç matrisinde oyuncuların stratejilerini oluşturan kriterlerin ağırlıklarını belirleyerek ön bir analiz gerçekleştirilmiş ve bulgular paylaşılmıştır.

3.4.1. Kriterlerin Ağırlıkları

Yapılan anket çalışmasında öncelikle katılımcılara Taksi ve Uber kullanımlarında önem verdikleri kriterlere ait sorular yöneltilmiş ve alınan cevaplar ışığında ikili karşılaştırmalar matrisi oluşturulmuştur. Bu ağırlıklar belirlenirken AHP yönteminden yararlanılmıştır. AHP yöntemi bir karar alma yöntemidir ve dinamikleri gereği oluşturulan bu ikili karşılaştırmalar matrisi yardımıyla kriterlerine ait ağırlıkların bulunmasını sağlar. Katılımcıların verdiği ikili strateji kombinasyonlarının birbirleri içerisindeki önemlerini belirten veriler Thomas Saaty'nin önem skalasıyla toplanmış, bu verilerin geometrik ortalaması alınarak stratejilerin birbirleri arasındaki önem katsayıları belirlenmiş ve bu değerler ikili karşılaştırmalar matrisinin elemanlarını oluşturmuştur. Daha sonra gerekli işlemler yapılarak bu stratejilerin karar aşamasında ne kadar etkili olacağı belirlenmiştir. Stratejilerin ikili karşılaştırmaları yapılarak katılımcılar yani bu iki firmadan hizmet alan müşterilerin görüşü doğrultusunda stratejilerin önem derecesi belirlenmiştir.

Tablo 10

Kriterlerin İkili Karşılaştırmalar Matrisi

Uber/Taksi	Uygulama Üzerinden Çağırma	Konfor	Dijital Ödeme Sistemi	Ücretin Uygunluğu	Sürücü Tutumu	Mesafe Gözetmeksizin Ulaşım İmkânı
Uygulama Üzerinden Çağırma	1	0.1266	0.2463	0.1195	0.1662	3.4621
Konfor	7.8936	1	7.8631	0.2267	5.0125	7.1023
Dijital Ödeme	4.0587	0.1271	1	0.1211	0.1419	3.3256
Ücretin Uygunluğu	8.3652	4.4102	8.2563	1	7.6593	9
Şoförün kibarlığı	6.0236	0.1995	7.0456	0.1305	1	6.9926
Mesafe Gözetmeksizin Ulaşım İmkânı	0.2888	0.1407	0.3006	0.1111	0.143	1

Bir sonraki adım olarak ikili karşılaştırmalar matrisi standardize edilmiştir.

Tablo 11

Standardize Edilmiş İkili Karşılaştırmalar Matrisi

Uber/Taksi	Uygulama Üzerinden Çağırma	Konfor	Dijital Ödeme Sistemi	Ücretin Uygunluğu	Şoförün Tutumu	Mesafe Gözetmeksizin Ulaşım İmkânı
Uygulama Üzerinden Çağırma	0.036193	0.021086	0.009967	0.069928	0.011768	0.112105
Konfor	0.285691	0.166553	0.318191	0.132658	0.35492	0.229977
Dijital Ödeme	0.146895	0.021169	0.040466	0.070864	0.010048	0.107685
Ücretin Uygunluğu	0.302759	0.734531	0.334102	0.585172	0.542332	0.291426
Şoförün kibarlığı	0.21801	0.033227	0.28511	0.076365	0.070807	0.226425
Mesafe Gözetmeksi zin Ulaşım İmkânı	0.010452	0.023434	0.012164	0.065013	0.010125	0.032381

Strateji ağırlıklarını bulma adına standardize matris üzerinden satır ortalamaları alınarak ağırlık değerlerine ulaşılmıştır.

Tablo 12

Ağırlıklar Matrisi

Uygulama Üzerinden Çağırma	0.043508
Konfor	0.247998
Dijital Ödeme	0.066188
Ücretin Uygunluğu	0.465054
Şoförün kibarlığı	0.151657
Mesafe Gözetmeksizin Ulaşım İmkânı	0.025595

Elde edilen bulgular incelendiğinde bu iki firmanın kullanacakları stratejiler arasında amaçlarını yani fayda maksimizasyonunu sağlayacakları strateji “uygun ücret” stratejisi olarak belirlenmiştir. Bu iki firmadan hizmet talep eden müşterilerin kararlarının yaklaşık %46’sını uygun ücret stratejisinin etkilediği görülmüştür. İkinci olarak ise konfor stratejisi %25 oranla müşteri tercihinin etkilemektedir.

Yapılan bu çalışma tarafların atacakları adımların kendilerine getirisi hakkında önemli bilgiler sunmaktadır. Stratejilerin önem derecesini belirlemek izlenecek politikalara yön verecek ve böylelikle daha doğru adımlar atılmasını sağlayacaktır.

Ayrıca yapılan bu analiz firmalara stratejileri açısından bir pazar araştırması imkanı sunmaktadır. Elde edilen veriler kullanılarak stratejiler arasında hizmet verdikleri müşterilerin fikirleri doğrultusunda önem sırasına göre yukarıda olan stratejiler seçilip bu stratejileri kullanma veya stratejileri iyileştirme gibi adımlar atarak faydasını arttırabilir. Aynı zamanda stratejiler arasında önem sırasının belirlenmesi oyuncuların strateji planlamasını yapmasına yardımcı olmaktadır.

3.4.2. Maksimin Ve Minimaks İlkesi İncelemesi

Oyuncuların en iyi kazancı sağlama adına belirleyecekleri stratejiler ve bu stratejilerden elde edecekleri kazançlar iki kişilik sıfır toplamli oyun analizi ile gerçekleştirilmiştir. Elde edilen sonuçlar incelenerek analize konu olan stratejiler önem derecesine göre sıralanmıştır. Sonrasında oyun kazanç matrisi kurularak çözüm dinamikleri yardımıyla analiz gerçekleştirilmiş ve optimum sonuca ulaşılmıştır. Kazanç matrisi analiz edilirken Maksimin ve Minimaks kriterleri ve eş ve üstün stratejiler incelenmiştir. Oyunda bir tepe noktasının varlığı bulgusuna ulaşılmıştır. Sonrasında oyunun doğrusal programlama modeli kurulmuş ve model doğrusal programlamanın çözüm yöntemlerinden simplex yöntem ile çözülmüştür. Ardından QM ve R paket programları aracılığıyla da çözüm sunulmuştur.

Kazanç Matrisi oluşturulurken katılımcılara mevcut durumdaki tercihleri ve firmaların belirlenen stratejileri kullanmasından sonraki tercihleri sorulmuş ve mevcut durumdaki toplam tercih değeriyle strateji kullanıldıktan sonraki değer arasındaki fark kişi bazlı olarak kazanç matrisinde kazanç/kayıp değeri olarak belirlenmiştir.

Kazanç matrisindeki değerler belirlenen strateji kombinasyonunun kullanılmasının ardından kişi bazlı olarak firmaların mevcut duruma kıyasla ne kadar kazanç/kayıp elde ettiklerini ifade etmektedir.

Maksimin ilkesi kelimenin anlamında olduğu gibi minimumlar içinden maksimum olanı seçme stratejisine dayanmaktadır. Bir başka deyişle en kötüler arasından en iyiyi seçmeyi hedeflemektedir. Maksimin ilkesi garantici bir seçim yöntemidir. Maksimin ilkesini belirleyen oyuncu kendi stratejileri içerisinde rakibinin hangi stratejiyi kullandığını gözetmeksizin minimum kazançlarından maksimumunu seçer böylelikle kazancını garantiye almış olur.

Minimaks ilkesi de maksimin ilkesi gibi garantici bir seçim yöntemidir. Minimaks ilkesini belirleyen oyuncu rakibinin stratejilerini düşünmeden en fazla kayıplar içinden en az kaybı seçmeyi hedefler ve böylece kendini garantiye almış olur.

Tablo 13**Maksimin ve Minimaks Matrisi**

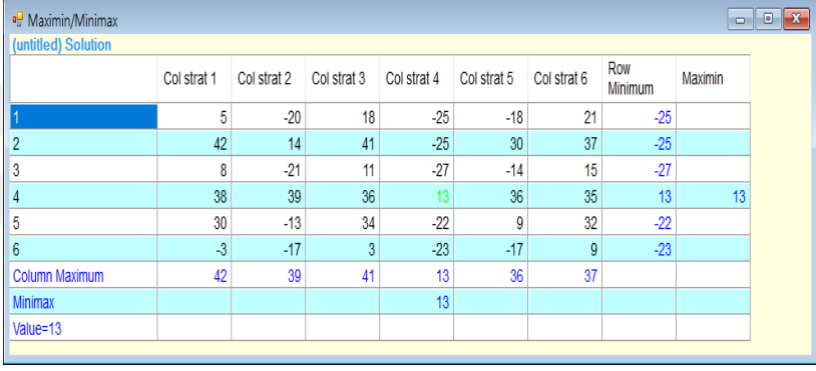
Uber/Taksi	Uygulama Üzerinden Çağırma	Konfor	Dijital Ödeme Sistemi	Ücretin Uygunluğu	Sürücü Tutumu	Mesafe Gözetmeksizin Yolculuk İmkânı	x
Uygulama Üzerinden Çağırma	5,-5	-20,20	18,-18	-25,25	-18,18	21,-21	-25
Konfor	42,-42	14,-14	41,-41	-25,25	30,-30	37,-37	-25
Dijital Ödeme Sistemi	8,-8	-21,21	11,-11	-27,27	-14,14	15,-15	-27
Ücretin Uygunluğu	38,-38	39,-39	36,-36	13,-13	36,-36	35,-35	13
Sürücü Tutumu	30,-30	-13,13	34,-34	-22,22	9,-9	32,-32	-22
Mesafe Gözetmeksizin Yolculuk İmkânı	-3,3	-17,17	3,-3	-23,23	-17,17	9,-9	-23
y	42	39	41	13	36	37	13/13

Bu çalışmada Uber firması Maksimin kriterini belirlemiştir ve dolayısıyla rakibinin stratejilerini göz önüne almadan kendi stratejilerini uyguladığında elde edeceği kazançları belirlemiştir. Bu kazançlar içerisinde minimum kayıp oluşacak stratejiyi seçecektir. Dolayısıyla minimum kaybı garanti altına alarak uygun fiyat stratejisini seçecektir. Yine aynı şekilde Taksi firması da kendini garantiye almak isteyecektir. Taksi firması Minimaks ilkesinin dinamikleriyle en fazla kayıplar içerisinde en az kaybı

belirlemek adına rakibinin stratejilerini göz önüne almadan kendi stratejileri içerisinde en fazla kayıpları belirlemiştir. Bu kayıplar içerisinde minimum olanı seçerek kendini garanti altına almış olur. Dolayısıyla Taksi firması da uygun fiyat stratejisini seçer ve böylece oyun uygun fiyat stratejisinde dengeye gelmiş olur.

Maksimin ve minimaks çözüm incelendiğinde oyun uygun fiyat stratejisinde dengeye ulaşmıştır. Yani Uber firması uygun fiyat stratejisini kullanarak 13 birim(kişi) kazanmayı, Taksi firması uygun fiyat stratejisini kullanarak en fazla 13 birim(kişi) kaybetmeyi garanti altına almış olur.

Çözüm QM paket program ile de gerçekleştirilmiş ve program çıktısı aşağıda paylaşılmıştır.



The screenshot shows a window titled "Maximin/Minimax" with a sub-header "(untitled) Solution". It contains a table with 6 columns for strategies and 2 additional columns for Row Minimum and Maximin. The table data is as follows:

	Col strat 1	Col strat 2	Col strat 3	Col strat 4	Col strat 5	Col strat 6	Row Minimum	Maximin
1	5	-20	18	-25	-18	21	-25	
2	42	14	41	-25	30	37	-25	
3	8	-21	11	-27	-14	15	-27	
4	38	39	36	13	36	35	13	13
5	30	-13	34	-22	9	32	-22	
6	-3	-17	3	-23	-17	9	-23	
Column Maximum	42	39	41	13	36	37		
Minimax				13				
Value=13								

Şekil 7: QM Paket Program Çözümü

Maksimin - minimaks ilkesine göre çözüm QM paket programıyla analiz edilmiştir. Burada stratejiler satır ve sütun bazında;

- 1)Uygulama Üzerinden çağırma
- 2)Konfor
- 3)Dijital Ödeme Sistemi
- 4)Ücret
- 5)Sürücü Tutumu
- 6)Mesafe Gözetmeksizin Yolculuk İmkkanı

şeklindedir. Tabloda görüldüğü üzere oyun oyun hem Uber hem de Taksi firmasının ücret stratejisinde dengeye gelmiştir ve bu noktada oyunun değeri 13 olarak belirlenmiştir.

3.4.3. Eş veya Üstün Stratejiler

Bu yöntemde kazanç matrisini sadeleştirmek hedeflenmektedir. Bu işlem matris üzerinde analizi kolaylaştırmaktadır. Stratejiler arasında eş veya birbirine üstün stratejiler olduğu durumlarda bazı stratejiler göz ardı edilebilir ve böylece kazanç matrisi sadeleştirilmiş olur. Çalışmamızda Taksi ve Uber firmalarının kazanç matrisinde eş strateji bulunmamaktadır fakat birbirine üstün stratejiler vardır. Üstün stratejiler incelenirken tarafların her stratejiye ait kazanç değerleri incelenmektedir. Diğer herhangi bir stratejinin kullanılması durumunda elde edilecek kazanç diğer bir stratejiye göre küçükse, bazı elemanlar eşit olabilir, kazanç matrisinde üstün strateji vardır sonucuna ulaşılır. Bu durum maksimin kriterini belirleyen oyuncuda ortaya çıkarsa elemanları diğer stratejiye göre daha küçük olan, eğer minimaks kriterini belirleyen oyuncuda ortaya çıkarsa elemanları diğer stratejiye göre büyük olan strateji devre dışı bırakılır. Matris 1x1 boyutuna indirgenebiliyorsa tepe noktasından bahsedilir.

Tablo 14
Kazanç Matrisi

Uber/Taksi	Uygulama Üzerinden Çağırma	Konfor	Dijital Ödeme Sistemi	Ücretin Uygunluğu	Sürücü Tutumu	Mesafe Gözetmeksizin Yolculuk İmkani
Uygulama Üzerinden Çağırma	5,-5	-20,20	18,-18	-25,25	-18,18	21,-21
Konfor	42,-42	14,-14	41,-41	-25,25	30,-30	37,-37
Dijital Ödeme Sistemi	8,-8	-21,21	11,-11	-27,27	-14,14	15,-15
Ücretin Uygunluğu	38,-38	39,-39	36,-36	13,-13	36,-36	35,-35
Sürücü Tutumu	30,-30	-13,13	34,-34	-22,22	9,-9	32,-32
Mesafe Gözetmeksizin Yolculuk İmkani	-3,3	-17,17	3,-3	-23,23	-17,17	9,-9

Kazanç matrisi incelendiğinde matriste üstünlük stratejilerinden bahsedilebilir. Uber firması tarafından incelersek uygun ücret stratejisi uygulama üzerinden çağırma, dijital ödeme imkanı, sürücü tutumu ve mesafe gözetmeksizin yolculuk imkanı stratejilerine baskındır. Böylece kazanç matrisi 6x6 boyutundan 2x6 boyutuna indirgenmiştir.

Tablo 15

İndirgenmiş Kazanç Matrisi

Uber/Taksi	Uygulama Üzerinden Çağırma	Konfor	Dijital Ödeme Sistemi	Ücretin Uygunluğu	Sürücü Tutumu	Mesafe Gözetmeksizin Yolculuk İmkânı
Konfor	42,-42	14,-14	41,-41	-25,25	30,-30	37,-37
Ücretin Uygunluğu	38,-38	39,-39	36,-36	13,-13	36,-36	35,-35

İndirgenen kazanç matrisi bu sefer Taksi firması tarafından incelenirse uygun ücret stratejisi diğer tüm stratejilere baskındır ve 2x6 boyutundaki kazanç matrisi 2x1 boyutuna indirgenebilir.

Tablo 16

İndirgenmiş Kazanç Matrisi

Uber / Taksi	Ücretin Uygunluğu
Konfor	-25,25
Ücretin Uygunluğu	13,-13

Elde edilen matris tekrar Uber firması tarafından incelendiğinde uygun ücret stratejisi konfor stratejisine baskındır ve matris 1x1 boyutuna indirgenmiştir.

Tablo 17

İndirgenmiş Son Kazanç Matrisi

Uber/Taksi	Ücretin Uygunluğu
Ücretin Uygunluğu	13, -13

Elde edilen son matris incelendiğinde oyun çözülmüştür. Uber ve Taksi firması Ücretin Uygunluğu stratejisini kullanarak oyunu dengeye getirecektir. Böylece Uber firması 13 birim (kişi) kazanmayı ve Taksi firması da en fazla 13 birim (kişi) kaybetmeyi garanti altına alacaktır.

3.4.4. Doğrusal Programlama İle Analiz

Oyun teorisinde $n \times m$ boyutlu oyunların çözümünde doğrusal programlama yöntemi sıkça başvurulan bir yöntemdir. Oyunların doğrusal programlama ile çözümü için ilk adım oyunun düzenlenmesi ve doğrusal programlama modelinin dinamiklerine uygun olarak matematiksel modelin kurulmasıdır.

Yapılan çalışmada elde edilen kazanç matrisinde negatif değerlerin varlığı oyunun doğrusal programlama ile çözümü için bir sorun teşkil etmektedir. Bu sorunun giderilmesi ve oyunun doğrusal programlama ile analizinin yapılması için kazanç matrisindeki tüm elemanların pozitif değerlere ulaşacağı bir a değeri tüm elemanlara eklenmelidir. Böylece oyunun değeri her durumda pozitif değere sahip olur ve doğrusal programlama ile çözüm gerçekleştirilebilir. Yapılan analiz sonrasında eklenen değer elde edilen oyunun değerinden çıkarılarak oyunun gerçek değerine ulaşılır.

Taksi ve Uber firmalarının kazanç matrisleri incelendiğinde var olan negatif değerlerden kurtulmak için matristeki tüm değerlere yirmi sekiz sayısal değeri eklenmiştir.

Tablo 18

Negatif Değerlerden Arındırılmış Kazanç Matrisi

Uber/Taksi	Uygulama Üzerinden Çağırma	Konfor	Dijital Ödeme Sistemi	Ücretin Uygunluğu	Sürücü Tutumu	Mesafe Gözetmeksizin Yolculuk İmkani
Uygulama Üzerinden Çağırma	33	8	46	3	10	49
Konfor	70	42	69	3	58	65
Dijital Ödeme Sistemi	36	7	39	1	14	13
Ücretin Uygunluğu	66	67	64	41	64	63
Sürücü Tutumu	58	15	62	6	37	60
Mesafe Gözetmeksizin Yolculuk İmkani	25	11	31	5	11	37

Şimdi doğrusal programlamanın dinamikleri gereği oyunun matematiksel modelini yazalım. Model kurulurken sütun oyuncusu dikkate alınacaktır. Bunun nedeni klasik maksimum doğrusal programlama modelinin klasik minimum doğrusal programlama modeline kıyasla çözümünün izafi daha kolay olmasıdır.

$$\text{Min}[z] = v$$

$$\text{Kısıtlar: } 33q_1+8q_2+46q_3+3q_4+10q_5+49q_6 \leq v$$

$$70q_1+42q_2+69q_3+3q_4+58q_5+65q_6 \leq v$$

$$36q_1+7q_2+39q_3+1q_4+14q_5+13q_6 \leq v$$

$$66q_1+67q_2+64q_3+41q_4+64q_5+63q_6 \leq v$$

$$58q_1+15q_2+62q_3+6q_4+37q_5+60q_6 \leq v$$

$$25q_1+11q_2+31q_3+5q_4+11q_5+37q_6 \leq v$$

$$q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6 \in [0,1], v \in \mathbb{R} \quad (49)$$

Doğrusal programlamanın koşulları gereği kısıtların sağ taraf sabitleri pozitif sabitler olarak ele alınır. Bu durumda modelin tam anlamıyla bir doğrusal programlama modeli olması için kısıtlardaki eşitsizliklerin her iki tarafını v sabitine bölümler ve elde edilecek $\frac{q_i}{v}$ değerlerine x_i değerini atayalım. Kurulan modelde bir diğer sorun amaç fonksiyonunun kısıtlayıcılardaki değişkenleri içermemesidir. Bunun için yapılacak düzenlemede elde edilen x_i değerlerinin toplamı amaç fonksiyonuna yazılır. Ayrıca v değerini minimum yapmakla $\frac{1}{v}$ değerini maksimum yapmak aynı olgu olduğundan model şu şekilde düzenlenecektir:

$$\text{Maks}[z_0] = \frac{1}{v} = x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6$$

$$\text{Kısıtlar: } 33x_1+8x_2+46x_3+3x_4+10x_5+49x_6 \leq 1$$

$$70x_1+42x_2+69x_3+3x_4+58x_5+65x_6 \leq 1$$

$$36x_1+7x_2+39x_3+1x_4+14x_5+13x_6 \leq 1$$

$$66x_1+67x_2+64x_3+41x_4+64x_5+63x_6 \leq 1$$

$$58x_1+15x_2+62x_3+6x_4+37x_5+60x_6 \leq 1$$

$$25x_1+11x_2+31x_3+5x_4+11x_5+37x_6 \leq 1$$

$$x_i \geq 0 ; i=1,2,3,4,5,6 \quad (50)$$

Elde edilen model klasik maksimum doğrusal programlama modelidir. Model çözülerek x_i değerleri elde edilecek bu değerlerin toplamıyla oyunun değeri ve $x_i = \frac{q_i}{v}$ bağlantısı kullanılarak sütun oyuncusunun optimal strateji vektörü elde edilecektir.

Daha sonra primal - dual ilişkisi kurularak satır oyuncusunun da optimal strateji vektörü elde edilir.

Buna göre yukarıdaki modelin çözümüyle elde edilen değerler analiz edildiğinde oyunun değeri 41 olarak elde edilir. Çözümüne başlamadan önce doğrusal programlama ile çözümü gerçekleştirmek adına oyun matrisinde yaptığımız düzenleme dikkate alınırsa elde edilen bu değerden tüm matrise eklenen değer çıkarılacaktır. Dolayısıyla oyunun değeri 13 olarak elde edilir. Bu değer dikkate alınarak oyuncuların optimal strateji vektörleri sütun oyuncusu için;

$$B: [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]$$

ve satır oyuncusu için;

$$A: [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]$$

Şeklinde bulunur. Optimal strateji vektörleri incelendiğinde tam strateji kullanımının söz konusu olduğu açıkça görülmektedir. Oyuncular uygun fiyatlandırma stratejisini %100 olasılıkla kullanarak kendileri için optimum dengeye ulaşırlar. Bu strateji seçimiyle oyunun değeri 13 olarak belirlenir. Satır oyuncusu minimum kazançlarının maksimumunu garanti altına alırken, sütun oyuncusu kaybını bu denge noktasında minimize eder.

Doğrusal programlamayla çözüm yapılırken R Programlama dilinden yararlanılabilmektedir. Boyutun çok fazla olduğu oyunlarda teknolojik çözümlerden yararlanılmaktadır. Uygulamada kurulan oyun R programlama yardımıyla çözülmüştür.

```

1 solution <- Rglpk::Rglpk_solve_LP(
2   obj = c(1,1,1,1,1,1) , mat = matrix(c(33,8,46,3,10,49,70,42,
3     69,3,58,65,36,7,39,1,14,13,66,67,
4     64,41,64,63,58,15,62,6,37,60,25,11,31,5,11,37)
5     , nrow = 6 , ncol = 6 , byrow = T) , dir = c("<=" , "<=" , "<=" , "<=" , "<=" , "<=")
6     , rhs = c(1,1,1,1,1,1) , types = c("C" , "C" , "C" , "C" , "C" , "C") , max = T
7 )|

```

7:2 (Top Level) R Script

Console ~/

Type 'demo()' for some demos, 'help()' for on-line help, or
'help.start()' for an HTML browser interface to help.
Type 'q()' to quit R.

[workspace loaded from ~/.RData]

```

> source('C:/Users/Rojhat.DESKTOP-M98ILEH/Desktop/aaa.R')
> solution
$`optimum`
[1] 0.02439024

$solution
[1] 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.02439024 0.00000000 0.00000000

$status
[1] 0

```

Şekil 8: R Program Çözümü

Çözüm incelendiğinde maksimum v değeri 0.02439 olarak bulunmuştur. Bu değer gerekli düzenlemeler yapıldığında $v = \frac{1}{0.02439} = 41$ değerine ulaşılır. Negatif değerlerden kurtulmak için eklenen sayı çıkarıldığında oyunun değeri 13 birim(kişi) olarak elde edilir. Görüldüğü üzere stratejilerin kullanılma olasılıkları dördüncü strateji hariç sıfırdır. Bu da tek bir stratejiye bağlı kalındığını gösterir.

$$x_4 = 0.02439 \frac{1}{0.02439} = 1$$

olarak bulunur. Bu da sütun oyuncusunun dördüncü stratejisini %100 olasılıkla kullanacağı anlamına gelir.

Satır oyuncusu için primal - dual ilişkisi kurularak çözüm gerçekleştirilir.

SONUÇ

Küreselleşen dünyada her alanda rekabet git gide yoğunlaşmaktadır. Böyle bir durumda rakiplerine karşı işletmelerin devamlılık gösterebilmelerinde yapılacak iç ve dış işletme analizleri ve bu analizler doğrultusunda alınacak kararlar oldukça önemlidir. Bu süreçte oyun teorisi en etkili karar alma yöntemlerinden birisidir.

Bu teoriye konu olan durumlarda oyunun sonucu tüm oyuncuların stratejik seçimlerine bağlı olduğu için oyuncular daima rasyonel davranarak rakip oyuncunun hamlesini tahmin etmeye ya da tam bilgi durumunda rakibinin stratejilerine göre en iyi durumu seçmeyi hedefler. Birbirine bağımlı bu strateji seçiminde bu doğrultuda yapılacak hesapların uygun bir biçimde yapılmasına ilişkin yöntemler oyun teorisinin kapsamına girmektedir.

Oyun teorisi karar verme yöntemlerinin altında incelenen bir konudur. Oyun teorisiyle ilgili dikkat çekilmesi gereken en önemli konu, belirlenen stratejiler hakkında kesin bilgiler edinilmesinin gerekliliği ve bunun oldukça zor olmasıdır. Yapılan çalışmalarda veriler gerçeğe ne kadar yakınsa elde edilecek sonuç bir o kadar gerçeği yansıtır. Veriler belirlenen stratejilerden ve bu stratejilerin getirileri dikkate alınarak oluşturulan kazanç matrisleridir.

Rekabet halindeki iki tarafın kullanacağı modeller incelenirse karşı tarafın stratejileri ve bu stratejilerden elde edeceği kazançları bilmek zordur. Tam bilgili oyunlar adı altında incelediğimiz oyunlar haricinde gerçek hayatta olası stratejileri ve kazançları gözlemleyemeyeceğimiz oyunlarla karşılaşabiliriz. Çoğu zaman taraflar stratejilerini ve kazançlarını açıklamazlar. Rakip taraf bunları sadece tahmin edebilir. Bu nedenle oyun teorisi modeline ve bize vereceği sonuçlara ancak tahmin yöntemine güvendiğimiz kadar güvenebiliriz.

Bu çalışmanın amacı bu iki firmanın kullandıkları ya da gelecekte kullanmayı planladıkları stratejiler doğrultusunda rekabet halindeki bu iki firmanın davranışlarını analiz etmektir. Stratejiler belirlenirken çeşitli haber ve teknoloji materyallerinden yararlanılmıştır. Bu çalışma her ne kadar spesifik olarak iki firmayı baz alsada rekabet ortamındaki her durum için bir örnek niteliği taşımaktadır.

Yapılan bu çalışmada İstanbul ilinde şehir içi özel ulaşım sektöründe ikame hizmet veren iki firmanın stratejileri ve bu stratejiler doğrultusunda elde edecekleri

kazançlar incelenmiştir. Bu kazançlar anket yoluyla bu iki firmadan hizmet talep eden müşterilerin kararları doğrultusunda belirlenmiştir. Kullanıcılara yöneltilen sorular belirlenen tüm stratejilerin kombinasyonlarından doğacak sonuçları ölçer niteliktedir. Ayrıca belirlenen stratejilerin birbirleri içerisindeki önem sıralarını da belirleyecek sorular katılımcılara yöneltilmiştir. Firmaların stratejilerinin önem ağırlıkları yine müşterilerce belirlenmiştir.

Katılımcılara mevcut durumdaki marka tercihleri ve markaların belirledikleri stratejileri kullanmalarından sonraki tercihleri sorulmuş iki değer arasındaki fark kişi bazlı olarak kazanç matrisine kazanç/kayıp olarak yansıtılmıştır. Kazanç matrisindeki değerler incelendiğinde stratejiler kullanıldıktan sonra markaları tercih eden kişi sayısının mevcut durumdaki tercih kişi sayısından farklı olarak ifade edilebilir.

Anket sonuçları incelenip veriler düzenlendikten sonra analiz, kurulacak oyun matrisinin sıfır toplamı oyun olacağı yönündedir. Oyun matrisi kurulduktan sonra uygun çözüm yöntemleriyle oyun çözülmüş ve uygun stratejinin saf strateji olduğu belirlenmiştir.

Oyunun Nash dengesi, her iki oyuncunun da uygun ücret stratejisinde oluşmuştur. Uber firması bu stratejiyi kullanarak kazancını, Taksi firması ise minimum kaybını garanti altına almıştır. Oyunun değerinin on üç olarak bulunması Uber firmasının ücret konusunda yapacağı iyileştirmeler ve taksi firmasının da ücret konusunda yapacağı iyileştirmeler sonucunda Uber firmasının yaklaşık yüzde 6,5 oranında müşteri kazanacağını ifade etmektedir.

Bu çalışma farklı cinsiyetler, farklı yaş grupları, farklı gelir düzeyindeki kişilerden oluşan katılımcılar ile gerçekleştirilmiş olup; çalışmanın sonuçları itibarıyla örneklemin, dijital anket yöntemlerinde geri dönüş oranlarının azlığı nedeniyle yeterli olmasa da genel kaniya yakın sonuçlar verdiği ve genele ışık tuttuğu düşünülmektedir. Sonuç incelendiğinde günümüz pazarında rekabet koşulları altında firmaların pazar paylarını arttırmaya yönelik stratejik planlamasında oyun teorisi etkili bir yöntemdir. Çıkarları zıt ve amaçları fayda maksimizasyonu olan iki firmanın bu yöntemle planlama yapabilecekleri ve bu konu üzerinde çalışacak her kişi veya kurum için literatüre bir örnek niteliğindedir.

Yapılan çalışma göstermiştir ki günümüz küresel pazarında tarafların stratejik planlaması hem varlıklarını devam ettirebilme hem de daha çok kazanç sağlayabilmeleri için kritik önem taşımaktadır. Bu bağlamda kullanılan analizler içerisinde oyun teorisi çok büyük öneme sahiptir.



EKLER



“EK 1 Araştırmada Kullanılan Anket”

İSTANBUL İLİ ŞEHİR İÇİ ULAŞIM SEKTÖRÜNE AİT BİR ANKET

Değerli Katılımcı,

Bu anket çalışmasını yanıtlayarak Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Yöneylem Araştırması Bilim Dalında yürütmekte olduğum yüksek lisans tezime katkıda bulunmuş olacaksınız. Yürütmekte olduğum çalışma ile Oligopol piyasa koşullarının hâkim olduğu İstanbul ili ulaştırma sektöründe piyasayı paylaşan Taksi ve Uber firmalarının rekabet koşulları altında pazar paylarını arttırma adına kullanacakları stratejilerin belirlenmesi amaçlanmaktadır. Anket, yaklaşık 5 dakikanızı almaktadır. Soruların tamamını en doğru şekilde cevaplandırmanız anket sonuçlarının güvenilirliği ve geçerliliği açısından büyük önem arz etmektedir. Değerli katkılarınız için şimdiden teşekkür ederim.

Rojhat Ünal

M.Ü. S.B.E. Yöneylem Araştırması YL Öğrencisi

1)Mevcut durumda hangi şehir içi ulaştırma firmasını seçersiniz?

- ☐ Taksi
- ☐ Uber

Aşağıda yer alan 2-37 numaralı sorularda yer alan stratejileri ilk stratejiyi "Uber" ikinci stratejiyi "Taksi" firması uygulamış olsaydı hangi firmayı seçerdiniz?

2)Uygulama üzerinden çağırma imkanı--Uygulama üzerinden çağırma imkanı

- ☐ Taksi
- ☐ Uber

3)Uygulama üzerinden çağırma imkanı--Daha konforlu araçlar

- ☐ Taksi
- ☐ Uber

4)Uygulama üzerinden çağırma imkanı--Dijital ödeme imkanı

- ☐ Taksi
- ☐ Uber

5)Uygulama üzerinden çağırma imkanı--Daha uygun ücretler

- ☐ Taksi
- ☐ Uber

6)Uygulama üzerinden çağırma imkanı--Sürücü tutumunda iyileştirmeler

- Taksi
- Uber

7)Uygulama üzerinden çağırma imkanı--Mesafe gözetmeksizin yolculuk imkanı

- Taksi
- Uber

8)Daha konforlu araçlar--Uygulama üzerinden çağırma imkanı

- Taksi
- Uber

9)Daha konforlu araçlar--Daha konforlu araçlar

- Taksi
- Uber

10)Daha konforlu araçlar--Dijital ödeme imkanı

- Taksi
- Uber

11)Daha konforlu araçlar--Daha uygun ücretler

- Taksi
- Uber

12)Daha konforlu araçlar--Sürücü tutumunda iyileştirmeler

- Taksi
- Uber

13)Daha konforlu araçlar--Mesafe gözetmeksizin yolculuk imkanı

- Taksi
- Uber

14)Dijital ödeme imkanı--Uygulama üzerinden çağırma imkanı

- Taksi
- Uber

15)Dijital ödeme imkanı--Daha konforlu araçlar

- Taksi
- Uber

16)Dijital ödeme imkanı--Dijital ödeme imkanı

- Taksi
- Uber

17)Dijital ödeme imkanı--Daha uygun ücretler

- Taksi
- Uber

18)Dijital ödeme imkanı--Sürücü tutumunda iyileştirmeler

- Taksi
- Uber

19)Dijital ödeme imkanı--Mesafe gözetmeksizin yolculuk imkanı

- Taksi
- Uber

20)Daha uygun ücretler--Uygulama üzerinden çağırma imkanı

- Taksi
- Uber

21)Daha uygun ücretler--Daha konforlu araçlar

- Taksi
- Uber

22)Daha uygun ücretler--Dijital ödeme imkanı

- Taksi
- Uber

23)Daha uygun ücretler--Daha uygun ücretler

- Taksi
- Uber

24)Daha uygun ücretler--Sürücü tutumunda iyileştirmeler

- Taksi
- Uber

25)Daha uygun ücretler--Mesafe gözetmeksizin ulaşım imkanı

- Taksi
- Uber

26)Sürücü tutumunda iyileştirmeler--Uygulama üzerinden çağırma imkanı

- Taksi
- Uber

27)Sürücü tutumunda iyileştirmeler--Daha konforlu araçlar

- Taksi
- Uber

28)Sürücü tutumunda iyileştirmeler--Dijital ödeme imkanı

- Taksi
- Uber

29)Sürücü tutumunda iyileştirmeler--Daha uygun ücretler

- Taksi
- Uber

30)Sürücü tutumunda iyileştirmeler--Sürücü tutumunda iyileştirmeler

- Taksi
- Uber

31)Sürücü tutumunda iyileştirmeler--Mesafe gözetmeksizin ulaşım imkanı

- Taksi
- Uber

32)Mesafe gözetmeksizin ulaşım imkanı--Uygulama üzerinden çağırma imkanı

- Taksi
- Uber

33)Mesafe gözetmeksizin ulaşım imkanı--Daha konforlu araçlar

- Taksi
- Uber

34)Mesafe gözetmeksizin ulaşım imkanı--Dijital ödeme imkanı

- Taksi
- Uber

35)Mesafe gözetmeksizin ulaşım imkanı--Daha uygun ücretler

- Taksi
- Uber

36)Mesafe gözetmeksizin ulaşım imkanı--Sürücü tutumunda iyileştirmeler

- Taksi
- Uber

37)Mesafe gözetmeksizin ulaşım imkanı--Mesafe gözetmeksizin ulaşım imkanı

- Taksi
- Uber

Aşağıda yer alan 38 – 52 arasındaki sorularda kriterlerin ikili karşılaştırmaları yapılarak; hangi kriterlerin Uber ve Taksi kullanıcıları açısından önemli olduğu araştırılmak istenmektedir. Soruları cevaplandırırken, sorularda yer alan kriterlerden hangisinin sizin için ne kadar önemli olduğunu düşünerek 1 – 9 aralığında (1-Önemsiz, 9-Çok Önemli olmak üzere) "yalnızca" o kriter için puanlama yapmanız istenmektedir.

38) Uygulama üzerinden çağırma ve konfor düşünüldüğünde sizin için önemli olan kriter hangisidir?

Uygulama Üzerinden Çağırma

Konfor

39) Uygulama üzerinden çağırma ve dijital ödeme imkanı düşünüldüğünde sizin için önemli olan kriter hangisidir?

Uygulama Üzerinden Çağırma

Dijital Ödeme İmkani

40) Uygulama üzerinden çağırma ve daha uygun ücret düşünüldüğünde sizin için önemli olan kriter hangisidir?

Uygulama Üzerinden Çağırma

Daha Uygun Ücret

41) Uygulama üzerinden çağırma ve sürücü tutumu düşünüldüğünde sizin için önemli olan kriter hangisidir?

Uygulama Üzerinden Çağırma

Sürücü Tutumu

42) Uygulama üzerinden çağırma ve mesafe gözetmeksizin yolculuk yapma düşünüldüğünde sizin için önemli olan kriter hangisidir?

Uygulama Üzerinden Çağırma

Mesafe Gözetmeksizin Yolculuk

43) Konfor ve dijital ödeme imkanı düşünöldüğünde sizin için önemli olan kriter hangisidir?

Konfor

Dijital Ödeme İmkani

44) Konfor ve daha uygun ücret düşünöldüğünde sizin için önemli olan kriter hangisidir?

Konfor

Daha Uygun Ücret

45) Konfor ve sürücü tutumu düşünöldüğünde sizin için önemli olan kriter hangisidir?

Konfor

Sürücü Tutumu

46) Konfor ve mesafe gözetmeksizin yolculuk imkanı düşünöldüğünde sizin için önemli olan kriter hangisidir?

Konfor

Mesafe Gözetmeksizin Yolculuk

47) Dijital ödeme imkanı ve daha uygun ücret düşünöldüğünde sizin için önemli olan kriter hangisidir?

Dijital Ödeme İmkani

Daha Uygun Ücret

48) Dijital ödeme imkanı ve sürücü tutumu düşünöldüğünde sizin için önemli olan kriter hangisidir?

Dijital Ödeme İmkani

Sürücü Tutumu

49) Dijital ödeme imkanı ve mesafe gözetmeksizin yolculuk imkanı düşünöldüğünde sizin için önemli olan kriter hangisidir?

Dijital Ödeme İmkani

Mesafe Gözetmeksizin Yolculuk

50) Daha uygun ücret ve sürücü tutumu düşünüldüğünde sizin için önemli olan kriter hangisidir?

Daha Uygun Ücret

Sürücü Tutumu

51) Daha uygun ücret ve mesafe gözetmeksizin yolculuk imkanı düşünüldüğünde sizin için önemli olan kriter hangisidir?

Daha Uygun Ücret

Mesafe Gözetmeksizin Yolculuk

52) Sürücü tutumu ve mesafe gözetmeksizin yolculuk imkanı düşünüldüğünde sizin için önemli olan kriter hangisidir?

Sürücü Tutumu

Mesafe Gözetmeksizin Yolculuk

53) Son olarak mevcut durumların devam ettiği varsayımı altında geleceğe yönelik tercihiniz nasıl olurdu?

- Taksi kullanıyorum Taksi kullanmaya devam edeceğim.
- Taksi kullanıyorum Uber kullanmayı düşünüyorum.
- Uber kullanıyorum Uber kullanmaya devam edeceğim.
- Uber kullanıyorum Taksi kullanmayı düşünüyorum.

Cinsiyetiniz?

- ☐ Kadın
- ☐ Erkek

Yaşınız?

- ☐ 18 ve daha küçük
- ☐ 19-30
- ☐ 31-40
- ☐ 41-50
- ☐ 51 ve daha büyük

Aylık Geliriniz?

- ☐ 1000 TL ve daha az
- ☐ 1001-2500 TL
- ☐ 2501-4000 TL
- ☐ 4001-6000 TL
- ☐ 6001-7500 TL
- ☐ 7500 TL ve üstü

Anket sona ermiştir. Yanıtladığınız için çok teşekkür ederim.

KAYNAKÇA

- Akalın S. (1979). *Yöneylem Araştırması*. 1.Baskı. İstanbul. Ege Üniversitesi Yayınları.
- Akkaya Bağış, M. (2003). *Gizli Anlaşma; Oyun Teorisi Yaklaşımı*. Yayınlanmamış Uzmanlık Tezi. Rekabet Kurumu. İstanbul.
- Alıprantıs, C.D. ve C.Subir. (2000). *Games And Decision Making*. New York. Oxford University Press.
- Alpugan, O. (1995). *İşletme Ekonomisi Ve Yönetimi*. 1.Baskı. İstanbul. Beta Basım Yayın.
- Ateş, S. (2010). *Oyun Teorisi Ve Uygulamaları*. Matematiksel İktisat Iı Ders Notları.Adana: Çukurova Üniversitesi, Sbe.<https://idari.cu.edu.tr/Sanli/Oyun.Pdf> 9 Mayıs 2020
- Bekar, M. (2008). *Oyun Teorisi Ve Ekonomik Modelleme*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Kütahya: Dumlupınar Üniversitesi Fbe.
- Bierman, H.S. ve F. Luis. (1998). *Game Theory With Economic Applications*. 1. Baskı. Boston. Addisonwesley Press
- Brandenburger, A.M ve N.Barry. (2010). *Oyun Teorisi Ve Ortaklaşa Rekabet*. 2. Baskı. İstanbul. Scala Yayıncılık.
- Can, T. (2015).*Yöneylem Araştırması Nedensellik Üzerine Diyaloglar 1*. 1. Baskı. İstanbul. Beta Yayıncılık.
- Can, T. ve N.T. Yılmaz (2014). *Devlet ve Piyasa Arasındaki Oyunun Reel Büyümeye Etkisi*. İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Dergisi. Cilt 43. sf 261-270.
- Cinemre, N. (2004). *Yöneylem Araştırması*. 1. Baskı. İstanbul. Beta Yayıncılık.
- Çevikkan, N. (2010). *Oyun Teorisi Ve Sektörel Bir Uygulama*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. İstanbul: Marmara Üniversitesi, Sbe.
- Dixit Avinash K. ve N.Barry. (1997). *Spieltheorie für einsteiger*. 1. Baskı. Stuttgart, Çev: Christanschütte
- Drucker,P. (1996). *Yönetim Uygulaması*. 1.Baskı. İstanbul. İnkılap Kitapevi. Çev.: E.Sabri Yarmalı.
- Dutta, P.K. (1999). *Strategies and Games*. Cambridge, Mass. : The MIT Press.

Elibol, M. (2017). *Oyun Teorisi Ve Toplu Pazarlık Stratejileri*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Tekirdağ: Namık Kemal Üniversitesi Sbe.

Emhan, A. (2007). *Karar Verme Süreci Ve Bu Süreçte Bilişim Sistemlerinin Kullanılması*. Dergipark. Cilt 6. Sayı 21. <https://Dergipark.Org.Tr/Tr/Download/Article-File/69959>. 23 Nisan 2020

Erdoğan, M. (2000). *Genel İşletme*. No:931. Eskişehir. Anadolu Üniversitesi Yayınları.

Esin, A. (2003). *Yöneylem Araştırmasında Yararlanılan Karar Yöntemleri*. 5. Baskı. Ankara. Gazi Kitabevi.

Funderberg, D. ve T. Jean. (1991). *Game Theory*. Cambridge. Mit Press.

Gardner, R. (2003). *Games For Business And Economic*. 2. Baskı. Washington.

Genç Yılmaz, S. ve K. Hamza. (2018). *İğdir Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*. Sayı:14, Nisan, İğdir. http://Sosbilder.igdir.edu.tr/Makaleler/1310298188_Makale%20s.%20%20y.%20gen%C3%A7%20vd%20pdf.pdf 14 Nisan 2020

Gibbons, R. (1997). *An Introduction to applicable Game Theory*. Journal Of Economic Perspectives. 11(1).

History Of Game Theory, <http://Cassmba8.Weebly.Com/John-Nash-A-Beautiful-Mind.Html>, 28 Mart 2020.

İnci, Ç. (2009). *Oyun Teorisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi. Fbe.

İpek, A. (2019). *Oyunteorisine Dayalı Markowitz Portföy Optimizasyonu: Bist-30 Üzerinde Bir Uygulama*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Ankara: Ankara Üniversitesi. Sbe.

Kulaksızoğlu, Ş. (2003). *Rekabet Hukukunda Yatay Birleşmeler*. Yayınlanmış Uzmanlık Tezi. Rekabet Kurumu. İstanbul.

Kural, H. (2007). *Karar Verme Sürecinde Oyun Teorisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi Sbe.

Newhman, W.H. (1979). *Karar Vermenin Temel Evreleri*. No: 186. Ankara. Todaie Yayınları. Çev.: Kenan Sürgit.

Özer Orkan, O. (2004). *Oyun Teorisi Ve Tarımda Uygulanması*. Doktora Semineri. Ankara: Ankara Üniversitesi Fbe.

Rasmusen, E. (2006). *Games And Information*. 4.Baskı. Abd. Wiley-Blackwell Publishing.

Tekin, M. (1999). *Kantitatif Karar Verme Teknikleri*. 1.Baskı. Konya. S.Ü. İktisadi Ve İdari Bilimler Fakültesi Yayınları.

Varian Hal, R. (1992). *Microeconomic Analysis*. 3. Baskı. Abd. W.W Norton&Company.

Ventsell, E.S.(1965). *Oyunlar Teorisine Giriş*. Sayı: 27. İstanbul. Türk Matematik Derneği Yayınları. Çev: Halim Yüksel.

Webb, J.N. (2007). *Game Theory, Decisions, Interaction And Evolution*. Springer Undergraduate Mathematics Series.

Yılmaz, E. (2016). *Oyun Teorisi*. 3.Baskı. İstanbul. Literatür Yayıncılık.