

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**İZMİR'E SU SAĞLAYAN KUYULARDA
YERALTI SUYU SEVİYE SALINIMLARININ
STOKASTİK ANALİZİ**

Mehmet KURAK

Haziran, 2013
İZMİR

**İZMİR'E SU SAĞLAYAN KUYULARDA
YERALTI SUYU SEVİYE SALINIMLARININ
STOKASTİK ANALİZİ**

Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

Yüksek Lisans Tezi

**İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, Hidrolik Hidroloji ve Su Kaynakları
Programı**

Mehmet KURAK

Haziran, 2013

İZMİR

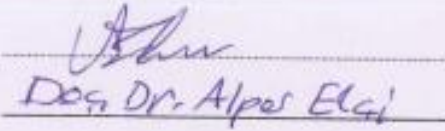
YÜKSEK LİSANS TEZİ SINAV SONUÇ FORMU

MEHMET KURAK, tarafından PROF.DR. ERTUĞRUL BENZEDEN yönetiminde hazırlanan “İZMİR’E SU SAĞLAYAN KUYULARDA YERALTI SUYU SEVİYE SALINIMLARININ STOKASTİK ANALİZİ” başlıklı tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

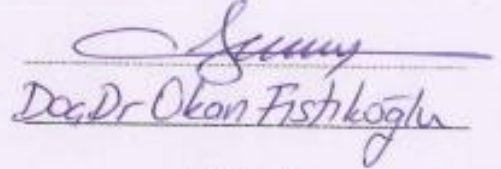


Prof.Dr. Ertuğrul BENZEDEN

Yönetici



Jüri Üyesi



Jüri Üyesi



Prof.Dr. Ayşe OKUR
Müdür
Fen Bilimleri Enstitüsü

TEŞEKKÜR

Tez çalışmasındaki bilimsel katkıları ve Yüksek Lisans eğitimim süresince yardımları nedeniyle tez danışmanım Prof. Dr. Ertuğrul BENZEDEN'e teşekkürü borç bilirim.

Araştırma süresince büyük yardımlarını gördüğüm, bilgi ve deneyimlerinden yararlandığım Doç. Dr. Okan FISTIKOĞLU ve Dr. Yalçın ÖZDEMİR'e teşekkür ederim.

Yüksek lisans öğrenimine teşvik ve desteklerinden dolayı kurumum İZSU'nun Genel Müdürü Dr. Ahmet Hamdi ALPASLAN'a, araştırma ve çalışmalarımda bana destek veren kurumumun değerli yöneticilerine teşekkürü borç bilirim.

Bana maddi ve manevi her türlü desteği veren eşime ve tüm aileme, en içten teşekkürlerimi ve şükranlarımı sunarım.

Mehmet KURAK

İZMİR'E SU SAĞLAYAN KUYULARDA YERALTI SUYU SEVİYE SALINIMLARININ STOKASTİK ANALİZİ

ÖZ

Türkiye'nin üçüncü büyük kenti olan İzmir, yıllık 200 milyon m³ civarında bir içme suyu ihtiyacına sahiptir. Bu ihtiyacın yarıdan fazlasının Göksu ve Sarıkız akiferlerinde açılan kuyulardan sağlanması, bu su kaynaklarının zamana bağlı davranışlarının modellenmesi çalışmalarına hayati bir önem kazandırmaktadır.

Bu çalışmada, Göksu 16859-A ve Sarıkız Rasat-1 kuyularında kaydedilen aylık yeraltı suyu seviye gözlemlerindeki deterministik trendler çeşitli testlerle teşhis edilip ayıklanmıştır. Trendi alınmış ve tam standardize edilmiş su seviyelerine AR(1), AR(2), ARMA(1,1) gibi mevsimsel olmayan stasyonier zaman serisi modelleri uyarlanmıştır. Birinci Mertebeden tam standardize fark serilerine uyarlanmış stasyonier olmayan ARIMA(p,1,q) modelleri her iki kuyuda da su seviyelerinin rastgele seyir – ARIMA(0,1,0) – ve/veya içsel bağımlı tümleşik hareketli ortalamalı – IMA(1,1) – gibi modellerle başarıyla temsil edilebildiği görülmüştür.

Çalışmanın ikinci aşamasında, yağış girdisinin kuyu su seviyeleri üzerindeki etkisini belirlemek amacıyla ARMA(1,1,1,0), ARX(1,1,0) ve ARX(2,1,0) gibi yağış girdili transfer fonksiyonu modelleri kurulmuştur. Oldukça başarılı görülen bu modellerin tahmin performanslarını karşılaştırmak amacıyla farklı mimarilerde beş farklı yapay sinir ağı (YSA) modeli geliştirilmiştir. Girdi katmanlarında önceki aylardaki kuyu su seviyelerini, yağışları ve çekimleri barındıran bu YSA modellerinin tahmin performanslarının yüksek olduğu ve su seviyesi sürecindeki non-lineer dinamik oluşum mekanizmasını daha iyi temsil edebileceği sonucuna varılmıştır.

Anahtar sözcükler: Yeraltı suyu seviye salınımları, stasyonier ve stasyonier olmayan zaman serisi modelleri, transfer fonksiyon modelleri, yapay sinir ağları (YSA)

STOCHASTIC ANALYSIS OF GROUNDWATER LEVEL FLUCTUATIONS AT WELLS SUPPLYING FRESHWATER FOR İZMİR CITY

ABSTRACT

Izmir, the third largest city of Turkey, has an annual municipal fresh water demand of around 200 million m³/year. Over half of its fresh water requirements is supplied from wells drilled in the Göksu and Sarıkız aquifers. Therefore, modelling of temporal behaviour of these water resources bears a vital importance.

In this study, deterministic trends in monthly groundwater levels recorded at Göksu 16859-A and Sarıkız Rasat-1 wells are identified by various trend tests and removed. The non-seasonal linear stationary time series models, such as AR(1), AR(2) and ARMA(1,1), are fitted for the detrended fully standardized water levels. The non-stationary linear ARIMA(p,1,q) models are fitted for the first order differenced and fully standardized sample series. It is found that the first order differenced and fully standardized water levels in both wells can successfully be represented by a random walk model, ARIMA(0,1,0), or by a non-stationary integrated moving average, IMA(1,1), model.

Secondly, the single input-single output transfer function models, such as ARMAX(1,1,1,0), ARX(1,1,0), ARX(2,1,0) are developed to explore the effect of rainfall input on the water levels. Five different artificial neural network (ANN) models are also developed to compare the estimation performances of those non-stationary linear stochastic models. It has been found that forecasting performance of the ANN models that incorporate the preceding water levels, precipitations and water withdrawals in the same month were better, and they were able to represent the non-linear evolution mechanism of the actual water level processes.

Keywords: Groundwater level fluctuations, stationary and non-stationary time series modeling, transfer function models, artificial neural networks (ANN)

İÇİNDEKİLER

Sayfa

TEZ SINAVI SONUÇ FORMU	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
ÖZ	iv
ABSTRACT.....	v
ŞEKİLLER LİSTESİ	ix
TABLolar LİSTESİ.....	xiii

BÖLÜM BİR – GİRİŞ..... 1

1.1 Genel	1
1.2 Amaç ve Kapsam.....	6

BÖLÜM İKİ –KONU İLE İLGİLİ ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR..... 7

2.1 Yeraltı Suyu Seviyelerinin Stokastik Modellenmesi Üzerine Yapılan Çalışmalar.....	7
2.2 Göksu ve Sarıkız Kuyuları Üzerine Yapılan Çalışmalar.....	8

BÖLÜM ÜÇ – TEMEL KAVRAMLAR..... 10

3.1 Otokorelasyon	10
3.2 Kısmi Otokorelasyon.....	12
3.3 Çapraz korelasyon	14
3.4 Trend Analizi.....	15
3.4.1 Trend Analiz Testleri	16
3.4.1.1 Run Testi (Medyan Testi)	16
3.4.1.2 Mann-Kendall Testi	17
3.4.1.3 Cox - Stuart Testi	19

3.4.1.4 Mann-Kendall U Testi	20
3.4.2 Stasyon Olmayan Periyodisite	21
3.4.2.1 Zaman Serilerinin Tam Standardizasyonu	22
3.4.3 Tanılama ve Uygunluk Testleri	23
3.4.3.1 Box ve Pierce Portmanteau Testi	24
3.4.3.2 Ljung-Box-Pierce Testi.....	24
3.4.3.3 Akaike Bilgi Kriteri	25
BÖLÜM DÖRT – STASYONER ZAMAN SERİSİ MODELLERİ	26
4.1 Otoregresif Zaman Serileri (AR(p))	26
4.2 Hareketli Ortalamalı Zaman Serileri (MA(q))	30
4.3 Otoregresif Hareketli Ortalama Karışımı Süreçler (ARMA(p,q))	32
BÖLÜM BEŞ – STASYONER OLMAYAN ZAMAN SERİSİ MODELLERİ .	37
5.1 Aritmetik Ortalamada Stasyon Olmama	37
5.1.1 Deterministik Trend Modelleri	37
5.1.2 Stokastik Trend Modelleri ve Fark Alma	37
5.1.3 İçsel Bağımlı Tümlşik Hareketli Ortalamalı (ARIMA(p,d,q)) Zaman Serisi Modeli	39
5.1.4 Varyans ve Otokovaryansta Stasyon Olmama	41
BÖLÜM ALTI – DIŞSAL GİRDİLİ TRANSFER FONKSİYONU MODELLERİ.....	44
6.1 ARMAX Modelleri	44
6.2 ARX Modelleri.....	46
6.3 Transfer Fonksiyonu Modelinin Belirlenmesi	47
6.4 Dışsal Girdili Transfer Fonksiyonu Modellerinin Performans Ölçütleri	50

BÖLÜM YEDİ – YAPAY SİNİR AĞLARI YÖNTEMLERİ İLE TAHMİNLEME	52
7.1 Yapay Sinir Ağı Hücreleri	54
7.2 Geri Besleme	59
7.3 Ağ Mimarisi	61
7.3.1 Tek Katmanlı Ağlar	61
7.3.2 Çok Katmanlı Ağlar	62
7.3.3 Yinelemeli Ağlar	62
7.4 Öğrenme	63
7.4.1 İleri Öğrenme Algoritmaları	65
7.4.1.1 Steepest descent algoritması	65
7.4.1.2 Newton algoritması	65
7.4.1.3 Gauss-Newton algoritması	65
7.4.1.4 Levenberg-Marquardt Algoritması	67
7.4 YSA Modellerinin Performans Ölçütleri	68
BÖLÜM SEKİZ – VERİLER	70
BÖLÜM DOKUZ – BULGULAR	82
9.1 Trend Analizi	82
9.2 Trendsiz Zayıf Durağan Seviye Serileri İçin AR(1), MA(1) ve ARMA(1,1) Modelleri	86
9.3 Yer altı Suyu Seviyelerine ARIMA(1,1,1) Modeli Uygulanması	90
9.4 Yağış Girdili Transfer Fonksiyonu Modelleri	95
9.5 YSA ile Modelleme	110
BÖLÜM ON – SONUÇLAR VE ÖNERİLER	119
KAYNAKLAR	126

ŞEKİLLER LİSTESİ

Sayfa

Şekil 7.1 Piramit sinir hücresi	52
Şekil 7.2 Bir nöron modeli	54
Şekil 7.3 Bias-aktivasyon potansiyeli arasındaki ilişki	56
Şekil 7.4 Bias terimi sabit girdi olarak gösterilmiş nöron	57
Şekil 7.5 Aktivasyon fonksiyonları	59
Şekil 7.6 Bir nörona ait işaret akış çizelgesi	60
Şekil 7.7 Tek tabakalı YSA	61
Şekil 7.8 Çok tabakalı YSA	62
Şekil 7.9 Yinelemeli YSA	63
Şekil 7.10 Yinelemeli YSA modeli	64
Şekil 8.1 Sarıkız kuyularının arazi üzerindeki konumu	72
Şekil 8.2 Göksu kuyularının arazi üzerindeki konumu	72
Şekil 8.3 DSİ Manisa Rasat İstasyonu'nun arazi üzerindeki konumu	73
Şekil 8.4 Göksu 16859-A kuyusuna ait su seviyelerinin zamana bağlı değişimi	78
Şekil 8.5 Sarıkız Rasat-1 kuyusuna ait su seviyelerinin zamana bağlı değişimi	78
Şekil 8.6 Göksu 16859-A kuyusuna ait beslenme ve çekimlerin grafik gösterimi	81
Şekil 8.7 Sarıkız Rasat-1 kuyusuna ait beslenme ve çekimlerin grafik gösterimi	81
Şekil 9.1 Göksu 16859-A kuyusuna ait su yüzey kotunun aylara göre zamanla değişimi	82
Şekil 9.2 Sarıkız Rasat-1 kuyusuna ait su yüzey kotunun aylara göre zamanla değişimi	82
Şekil 9.3 Göksu 16859A kuyusuna ait $u(t)$ ve $u'(t)$ değerlerinin değişimi ve tolerans limitleri	84
Şekil 9.4 Sarıkız Rasat-1 kuyusuna ait $u(t)$ ve $u'(t)$ değerlerinin değişimi ve tolerans limitleri	84
Şekil 9.5 Göksu 16859-A kuyusuna ait trendi ayıklanmış su yüzey kotunun aylara göre zamanla değişimi	85

Şekil 9.6 Sarıkız Rasat 1 kuyusuna ait trendi ayıklanmış su yüzey kotunun aylara göre zamanla değişimi	86
Şekil 9.7 Trendi ayıklanmış ve tam standardize edilmiş Göksu 16859-A kuyusuna ait korelogram	87
Şekil 9.8 Trendi ayıklanmış ve tam standardize edilmiş Göksu 16859-A kuyusuna ait kısmi otokorelasyon katsayıları	87
Şekil 9.9 Trendi alınmış ve tam standardize edilmiş Sarıkız Rasat-1 kuyusuna ait korelogram	88
Şekil 9.10 Trendi alınmış Sarıkız Rasat-1 kuyusuna ait kısmi otokorelasyon katsayıları	88
Şekil 9.11 Trendi alınmış tam standardize Göksu 16859-A seviyelerinin örnek otokorelasyon katsayıları ile model otokorelasyon katsayılarının karşılaştırılması	90
Şekil 9.12 Trendi alınmış tam standardize Sarıkız Rasat-1 seviyelerinin örnek otokorelasyon katsayıları ile model otokorelasyon katsayılarının karşılaştırılması	90
Şekil 9.13 Göksu 16859-A kuyusunda tam standardize fark serisinin örnek korelogramı	92
Şekil 9.14 Sarıkız Rasat-1 kuyusunda tam standardize fark serisinin örnek korelogramı	92
Şekil 9.15 Göksu 16859-A kuyusunda tam standardize fark serisine ait kısmi otokorelasyon katsayıları	93
Şekil 9.16 Sarıkız Rasat-1 kuyusunda tam standardize fark serisine ait kısmi otokorelasyon katsayıları	93
Şekil 9.17 Tam standardize edilmiş aylık ortalama sıcaklığın zamanla değişimi	95
Şekil 9.18 Tam standardize edilmiş aylık ortalama sıcaklık zaman serisine ait otokorelasyon katsayıları ve tolerans limitleri	96
Şekil 9.19 Tam standardize edilmiş aylık ortalama sıcaklık zaman serisine ait kısmi otokorelasyon katsayıları ve tolerans limitleri	96
Şekil 9.20 Tam standardize edilmiş aylık toplam yağışın zamanla değişimi	97
Şekil 9.21 Tam standardize edilmiş aylık toplam yağış zaman serisine ait otokorelasyon katsayıları ve tolerans limitleri	97

Şekil 9.22 Tam standardize edilmiş aylık toplam yağış zaman serisine ait kısmi otokorelasyon katsayıları ve tolerans limitleri	98
Şekil 9.23 Aylık toplam yağış ve aylık ortalama sıcaklık zaman serileri arasında çapraz korelasyon katsayıları ve tolerans limitleri	98
Şekil 9.24 1998-2010 döneminde tam standardize Sarıkız Rasat-1 kuyusu seviyeleri ile Manisa aylık toplam yağış zaman serileri arasındaki çapraz korelogram	99
Şekil 9.25 Göksu 16859-A kuyusunun ARX(1,1,0) modeline ait gürültü serisinin korelogramı	101
Şekil 9.26 Sarıkız Rasat-1 kuyusunun ARX(1,1,0) modeline ait gürültü serisinin korelogramı	102
Şekil 9.27 Göksu 16859-A kuyusunun ARX(1,1,0) modeline ait gürültü serisinin Pt yağış serisi ile çapraz korelasyon katsayıları	102
Şekil 9.28 Sarıkız Rasat-1 kuyusunun ARX(1,1,0) modeline ait gürültü serisinin Pt yağış serisi ile çapraz korelasyon katsayıları	103
Şekil 9.29 Göksu 16859-A kuyusunun ARX(2,1,0) modeline ait gürültü serisinin korelogramı	103
Şekil 9.30 Sarıkız Rasat-1 kuyusunun ARX(2,1,0) modeline ait gürültü serisinin korelogramı	104
Şekil 9.31 Göksu 16859-A kuyusunun ARX(2,1,0) modeline ait gürültü serisinin Pt yağış serisi ile çapraz korelasyon katsayıları	104
Şekil 9.32 Sarıkız Rasat-1 kuyusunun ARX(2,1,0) modeline ait gürültü serisinin Pt yağış serisi ile çapraz korelasyon katsayıları	105
Şekil 9.33 Göksu 16859-A kuyusunun ARMAX(1,1,1,0) modeline ait gürültü serisinin korelogramı	105
Şekil 9.34 Sarıkız Rasat-1 kuyusunun ARMAX(1,1,1,0) modeline ait gürültü serisinin korelogramı	106
Şekil 9.35 Göksu 16859-A kuyusunun ARMAX(1,1,1,0) modeline ait gürültü serisinin Pt yağış serisi ile çapraz korelasyon katsayıları	106
Şekil 9.36 Sarıkız Rasat-1 kuyusunun ARMAX(1,1,1,0) modeline ait gürültü serisinin Pt yağış serisi ile çapraz korelasyon katsayıları	107

Şekil 9.37 Göksu 16859-A kuyusuna ait ARX(1,1,0), ARX(2,1,0) ve ARMAX(1,1,1,0) model tahminlerinin karşılaştırılması	107
Şekil 9.38 Sarıkız Rasat-1 kuyusuna ait ARX(1,1,0), ARX(2,1,0) ve ARMAX(1,1,1,0) model tahminlerinin karşılaştırılması	108
Şekil 9.39 Göksu'da 2002-2009 yılları arasında gözlenen ve çoklu lineer regresyon modelinden elde edilen yıllık ortalama seviye değişimleri	110
Şekil 9.40 Göksu 16859-A kuyusunda gözlenen ve YSA modellerinden tahmin edilen Y.A.S. seviyeleri	113
Şekil 9.41 Göksu 16859-A kuyusu seviyeleri için en uygun tahminler veren G2 modelinin öğrenme süreci bilgileri	113
Şekil 9.42 Göksu 16859-A kuyusu seviyeleri için en uygun tahminler veren G2 modelinin sonuç bilgileri	114
Şekil 9.43 Göksu 16859-A kuyusundan ölçülen ve G2 modelinden tahmin edilen kuyu seviyelerinin karşılaştırılması	115
Şekil 9.44 Sarıkız Rasat-1 kuyusunda gözlenen ve YSA modellerinden tahmin edilen Y.A.S. seviyeleri	115
Şekil 9.45 Sarıkız Rasat-1 kuyusu seviyeleri için en uygun tahminler veren S2 modelinin öğrenme süreci bilgileri	116
Şekil 9.46 Sarıkız Rasat-1 kuyusundan ölçülen ve S2 modelinden tahmin edilen kuyu seviyelerinin karşılaştırılması	116
Şekil 9.47 Sarıkız Rasat-1 kuyusu seviyeleri için en uygun tahminler veren S2 modelinin sonuç bilgileri	117
Şekil 9.48 Göksu ve Sarıkız'da 2003-2009 döneminde gözlenen seviyeler ve bunlara uyarlanan G4 ve S4 modellerinin tahminleri	118

TABLÖLER LİSTESİ

Sayfa

Tablo 4.1 AR(1) modelinin stasyonellik koşulları ve otokorelasyon özellikleri	29
Tablo 8.1 Kuyulara ait genel bilgiler	71
Tablo 8.2 Göksu 16859-A ve Sarıkız Rasat-1 Kuyularında $Y_t = -X_t$ seviyeleri ile Manisa istasyonundaki aylık ortalama sıcaklık ve aylık toplam yağış gözlemleri	74
Tablo 8.3 Göksu ve Sarıkız kaynak gruplarına ait beslenme ve su çekimleri	79
Tablo 9.1 Kuyulara ait Run (Medyan Sıra) testi sonuçları	83
Tablo 9.2 Kuyulara ait Mann-Kendall testi sonuçları	83
Tablo 9.3 Kuyulara ait Cox-Stuart testi sonuçları	83
Tablo 9.4 Trendi alınmış ve tam standardize edilmiş aylık su seviyeleri için alternatif durağan modellerin parametre tahminleri ve uyum istatistikleri	89
Tablo 9.5 Göksu 16859A Kuyusunun trendi alınmış ve tam standardize edilmiş zaman serisi için alternatif modeller için maksimum olabilirlik parametrelerine göre otokorelasyon katsayıları	89
Tablo 9.6 Sarıkız Rasat-1 Kuyusunun trendi alınmış ve tam standardize edilmiş zaman serisi için alternatif modeller için maksimum olabilirlik parametrelerine göre otokorelasyon katsayıları	90
Tablo 9.7 Göksu 16859-A ve Sarıkız Rasat-1 kuyularındaki tam standardize d=1 mertebe fark serilerine uyarlanan alternatif modellerin moment parametreleri ve Ljung-Box-Pierce uyum istatistikleri	94
Tablo 9.8 Yağış girdili transfer fonksiyonu modellerinin parametre tahminleri ve özet istatistikleri	100
Tablo 9.9 Göksu kuyularında 2001-2009 döneminde yıllık ortalama seviye değişimleri ile toplam yağış ve toplam çekim verileri	108
Tablo 9.10 Göksu'da yıllık seviye değişimleri ile yıllık yağış ve yıllık çekim arasında kurulan çoklu lineer regresyon bağıntısının katsayıları ve özet istatistikleri	109
Tablo 9.11 Alternatif YSA modelleri ve girdi tanımlamaları	111

Tablo 9.12 Alternatif YSA modellerine ilişkin veriler ve R istatistikleri	111
Tablo 9.13 Alternatif YSA modellerinin performans ölçütleri	112

BÖLÜM BİR

GİRİŞ

1.1 Genel

İçme suyuna talebin giderek artması, bu kaynağın zamana ve konuma göre istenen nitelik ve nicelikte bulunmaması nedeniyle mevcut su kaynaklarının ekonomik, çevresel ve sosyal faydalar için en etkin bir biçimde kullanılmasını ve geliştirilmesini gerekli kılmaktadır.

İçme suyu ihtiyacının karşılanmasında en önemli kaynakların başında yeraltı suları gelmektedir. Geleceğe yönelik yapılaşma, kentsel yerleşim planları, turizm, sanayi ve tarım yatırımları için güvenilir yeraltı suyu potansiyelinin ve su seviyesi tahminlerinin yapılması büyük önem taşımaktadır. Diğer birçok doğal olayda olduğu gibi, su seviyesindeki değişimler de rastgele karakterli olduğundan modelleme ve geleceğe yönelik tahmin çalışmalarında çoğu kez istatistiksel tabanlı yöntemler kullanılmaktadır.

Bir kuyudaki su seviyesi, zamana, akifer özelliklerine, yeraltı suyu akiferini besleyen havzadaki yağış, sızma, evapotranspirasyon gibi hidrolojik olaylara ve akiferden yapılan çekimlere bağlıdır. Akiferin belli bir noktasındaki (kuyulardaki) su seviyesi, mevsimlere göre değişir. Beslenme, yağışlar, göl ve akarsu gibi su kaynaklarından yeraltına sızma aracılığıyla meydana gelir. Yağış, derine sızma (perkolasyon) ve yüzeysel kaynaklardan beslenme devam ettiği müddetçe yeraltı su seviyeleri yükselir. Buharlaşma, evapotranspirasyon, noktasal veya sürekli pınar boşalımları ve çeşitli amaçlarla yapılan su çekimleri gibi çıktılar ise yeraltı suyu seviyelerinde alçalmaya neden olur.

Ayrıca yeraltı suyunu besleyen havza özelliklerinde insan eliyle yapılan değişiklikler (bitki örtüsünün zayıflaması veya güçlenmesi, kentsel yerleşimlerin artması, arazi kullanım şeklinin değişmesi, büyük barajlar gibi düzenleme yapıları yapılması vb.) ve küresel iklim değişikliği gibi büyük ölçekli olaylar da yeraltı suyu

seviyelerinde çok uzun periyotlarda sezinlenebilen değişmelere neden olabilmektedir.

Bir akiferde depolanan su miktarı aşağıdaki unsurlara bağlıdır:

- Akifer türüne (basınçlı veya artezyen akifer; serbest yüzeyli akifer)
- Doymuş bölgedeki zemin türü ve dane granülometrisine (Teorik olarak bir akiferde depolanabilen su yüzdesi zeminin porozitesine eşittir. Ancak, akiferden alınabilen su yüzdesi (özgül veri) ince daneli zeminlerde moleküler ve kapiler basınçlar yüksek olduğundan daha düşüktür. Örneğin, kilde porozite 0,50 mertebesinde iken özgül veri 0,25 mertebesinde (Bayazıt, 2011).
- Akiferin bulunduğu coğrafi bölgedeki yağışlara (P, mm)
- Akiferin bulunduğu coğrafi bölgedeki evapotranspirasyon kayıplarına (E, mm) (dolayısıyla hava sıcaklıklarına, bitki örtüsüne, tarımsal faaliyetlere)
- Doymamış bölgedeki zemin özelliklerine ve nem miktarına (Yağışlardan sonra, doymamış bölgedeki zemin nemi arazi kapasitesine eriştikten sonra, artan su “perkolasyon” yoluyla daha derine sızarak yeraltı suyu akiferini besler. Akiferlerin temel beslenme kaynağı perkolasyon yoluyla derine sızan yağış bileşenidir.)
- Akiferin yüzeysel akarsu sistemleri ile ilişkilerine (Yeraltı suyunu besleyen göller ve akarsular; yeraltı suyunun vadi yamaçlarından yeryüzüne çıkması halinde yer altı suyundan beslenen akarsular söz konusu olur.)
- Akiferin, hidrolik iletkenlik (K, m/gün), ortalama kalınlık (m,m), transmisibilite (iletim kapasitesi, $T=m.K$; $m^2/gün$), depolama katsayısı (Sc) gibi hidrolik özelliklerine (serbest yüzeyli akiferlerde Sc özgül veriye eşit olup, artezyen akiferlerde $0,00005 < Sc < 0,005$ aralığında değişir (Bayazıt, 2011))
- Akiferin doğal yollardan yeryüzüne pınarlar ve bataklıklar halinde boşalmasına,
- Kentsel ve tarımsal su ihtiyaçlarını karşılamak amacıyla insanlar tarafından açılan kuyulardan yapılan çekimlere ($Q_{çek}$, $m^3/gün$).

Yeryüzüne yağış biçiminde düşen su kütleinden tutma, terleme ve buharlaşma, sızma ve yüzeysel akış niteliğindeki bileşenler çıktıktan sonra artan su yeraltı suyu bölgesine katılabilir. Beslenme ve kayıplar hem zamanda hem de mekanda sürekli olarak değiştiğinden yeraltı suyu yüzeyi de hem zamana hem de mekana bağlı sürekli bir değişkendir. Doygun bölgedeki yeraltı suyu akımı, zemin tanecikleri arasındaki düzensiz akış yolları boyunca oluşan büyük enerji kayıpları nedeniyle çok yavaş, laminer bir akımdır.

Doğal arıtmadan geçmiş, temiz ve bol bir su kaynağı olması nedeniyle yeraltı suları insanlar tarafından kuyularla yeryüzüne çıkarılarak asırlar boyunca kullanılmıştır. Akiferden yapılan ve doğal beslenme potansiyelini aşan çekimler (aşırı çekimler), pompaj maliyetlerinin giderek artmasının yanı sıra akifere tuzlu su karışması (deniz suyu girişi oluşması), derin zemin katmanlarındaki arsenik vb... gibi insan sağlığına zararlı bileşik konsantrasyonlarının yükselmesi gibi sakıncalar da yaratabilmektedir. Yeraltı su kaynağından bu tür sakıncalar doğmaksızın çekilebilecek su miktarına “emniyetli verim” denir (Bayazit, 2011).

Yağış, akış, sızma, evapotranspirasyon ve diğer tür kayıpların fonksiyonu olan hidrolik emniyetli veri yeterli olsa dahi akiferin depolama özellikleri (iletim kapasitesi, biriktirme katsayısı gibi) uygun değilse, kuyulardan yapılan aşırı çekimler yeraltı suyu seviyelerinin giderek alçalmasına ve yukarıda sözü edilen sakıncalı durumların doğmasına neden olabilir. Bu nedenle emniyetli verim hem beslenme koşullarına hem de akiferin özelliklerine bağlı olarak saptanmalıdır.

Bir başlangıç zamanı ve zaman aralığı zaman esas alınarak mekandaki sabit bir noktada (ölçüm istasyonunda) ardışık olarak ölçülmüş değerlerin oluşturduğu seriye “zaman serisi” denir. Hidrolojide ölçülen pek çok nicelik bir zaman serisi olarak ifade edilebilir. Aylık yağışlar, akışlar, sıcaklıklar, kuyulardaki yeraltı suyu seviyeleri hidrolojide zaman serileriyle ifade edilen niceliklerden birkaçıdır.

Doğal niteliği bozulmamış (eğilim ve sıçrama içermeyen) yeraltı suyu seviyelerinden oluşan bir zaman serisi genel olarak deterministik ve stokastik

unsurlar içerir. Deterministik bir unsur olan döngüsellik, dünyanın güneş etrafındaki bir yıl süren devrinden kaynaklanmaktadır. Genel anlamda döngüsellik, zaman serisinin ortalama, varyans ve otokovaryans gibi istatistik özelliklerinin bir yıllık (12 ay veya 365 günlük) dönem içinde düzgün periyodik davranışlar göstermesi olarak tanımlanabilir.

Hidrolojik süreçlerde döngüsellik, parametrik (harmonik analiz) veya parametrik olmayan yaklaşımla ayıklandıktan sonra, stasyonere stokastik unsurların iç bağımlılık yapısının anlaşılabilmesi için otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarının incelenmesi gerekir. Bir zaman serisinin t anındaki değerlerinin daha önceki değerler ile ilişkisi ve bu ilişkinin istatistiksel (matematiksel) yapısı, otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon analizleri ile teşhis edilebilir. Stasyonere stokastik bileşen serisi için AR (auto-regressive), MA (moving average) ve ARMA (auto-regressive and moving average) gibi iç bağımlılık yapılarından uygun olanlar seçilir, parametreler tahmin edilir ve stokastik sürecin iç bağımlı bileşeni ayıklanarak tam bağımsız rastgele (noise, gürültü veya çalkantı) serisi elde edilir. Tam bağımsız rastgele stokastik bileşen (gürültü serisi) sürecin belli bir olasılık dağılımı uyarınca, rastgele değişmesini sağlayan bileşendir. Bu bileşenin istatistik özellikleri ideal bir gürültü bileşeninin özelliklerine ne kadar yakın ise öngörülen iç bağımlılık modeli o kadar tutarlıdır.

Yeraltı su seviyeleri zaman serilerinin olasılık dağılım özellikleri, zaman içinde düzenli bir artma veya azalma trendi gösterebilmektedir. Bu trend bileşeni bazı istatistiksel testler yardımıyla tespit edilip ayıklanabilir. Bu testler genel olarak zaman serisinin zaman ekseninde homojen bir değişim gösterip göstermediğini ortaya koyar.

Otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonları incelenen bir zaman serisi için stasyonere AR, MA ve ARMA gibi iç bağımlılık yapıları her zaman uygun modeller olmayabilir. Bu durumda zaman serisinin otoregresif ve kayan ortalamalı (veya bu iki sürecin karışımı) stokastik iç bağımlılığın yanı sıra, yağış gibi bir dışsal girdi ile anlamlı bir ilişkisi olup olmadığı da incelenmelidir. Zaman serisinin t

anındaki değerlerinin daha önceki kendi değerleri ve bir dışsal girdi serisinin değerleri ile lineer ilişkisi ARMAX ve ARX kısaltmaları ile simgelenen “dışsal girdili – gürültü bileşenli transfer fonksiyonları ile tanımlanabilir (Box ve Jenkins, 1976; Wei, 1994). Seçilen modelin parametreleri çeşitli eniyileme yöntemleriyle tahmin edilerek model ile gözlem değerleri arasında farkların (kalıntıların) bir tam bağımsız rastgele bir gürültü bileşeni olup olmadığı belirlenebilir. Eğer kalıntı serisi bir tam bağımsız rastgele ise bu modeller Y.A.S. seviyelerini zamana göre açıklamada güçlü birer araç olarak kullanılabilir.

Transfer fonksiyonu modellerine alternatif olarak, içsel bağımlı tümleşik (integrated) modeller olan ARIMA süreçleri de modellemede kullanılabilir. Zaman serisinin ortalamasının ve/veya varyansının zamana göre lineer veya lineer olmayan bir eğilim gösterdiği durumlarda ARIMA modelleri zaman serilerini açıklamada etkin birer araca dönüşebilirler. Stasyonier olmayan zaman serileri, uygun bir fark alma işleminden geçirildikten sonra stasyonier zaman serilerine dönüşebilir. Böyle bir fark alma işlemi ile stasyonier hale getirilen zaman serilerine yine AR, MA veya ARMA gibi klasik (stasyonier) modeller uyarlanır. ARIMA modellerinde ortalama (veya seviye) kavramı yoktur. Bu nedenle ARIMA modelleri sadece tahmin (forecasting) amacıyla kullanılır (Box ve Jenkins, 1976; Wei, 1994)

Zaman serileri, klasik yöntemlerin yanı sıra yapay sinir ağları yöntemi ile de modellenebilmektedir. Bilgisayar teknolojilerinin gelişimine paralel olarak yaygınlaşan ve kullanımı kolaylaşan bu yöntem, zaman serilerini modellemede etkin bir yöntemdir. İnsan sinir hücresinden esinlenerek geliştirilen bu yöntem, zaman serisinin t anındaki değerlerinin önceki kendi değerlerine ve gerekirse diğer dışsal girdi değerlerine bağlı olarak tahmin edilmesini sağlayan non-lineer dinamik regresyon modelidir.

Bir zaman serisi için modelleme çalışması yapılırken yukarıda zikredilen modellerin hemen hepsi gözlem serisi için uygulanarak gözlemlerle en uyumlu sonuçları hangi modelin verdiği araştırılabilir. Zaman serisi değerlerine en yakın

sonuçları en düşük standart hata ile en etkin ve en hızlı biçimde veren ve uygulanması en kolay olan yöntem seçilebilir.

1.2 Amaç ve Kapsam

Son yıllarda nüfusu 4 milyona yaklaşan İzmir kentinin su ihtiyacının yaklaşık %60'ı Göksu, Sarıkız, Halkapınar, Menemen-Çavuşköy gibi yeraltı su kaynaklarından karşılanmaktadır. 200 hm³/yıl mertebesine yaklaşan toplam kent su ihtiyacının 45 hm³/yıl kadarı Sarıkız kuyularından 63 hm³/yıl kadarı ise Göksu kuyularından temin edilmekte olup, bu iki kaynak Halkapınar ile birlikte İzmir kenti için hayati önem taşımaktadır. Bu temiz su kaynaklarının hidrolik, hidrolojik ve hidrojeolojik özelliklerinin gerçeğe en yakın biçimde belirlenmesi; seviye-beslenme-çekim ilişkilerinin modellenmesi hem bu kaynakların korunması hem de akıllıca işletilmesi bakımından zorunlu hale gelmiştir.

Bu çalışma, İzmir içmesuyu ihtiyacının önemli bir kısmını sağlayan Göksu ve Sarıkız kuyularındaki aylık su seviyesi zaman serilerinin stokastik davranışlarının modellenmesi, bu modeller yardımıyla gelecekteki su seviyeleri tahmin edilerek kuyulardan daha etkin biçimde yararlanılması, yeraltı akiferlerinin rezerv durumu ile ilgili kestirimlerde bulunulması ve işletmeye yönelik daha doğru kararlar verilebilmesini sağlamak amacıyla yapılmıştır.

Çalışmada, öncelikle Sarıkız ve Göksu'da gözlenen kuyu su seviyelerinde ne tür bir azalma ya da artma eğilimi bulunduğu değişik eğilim tanımlama yöntemleri ile test edilmiştir. Rasat süreleri kısa olmakla birlikte, genel olarak 1998-2011 döneminde Göksu yeraltı suyu seviyelerinde anlamlı bir yükselme, Sarıkız seviyelerinde ise alçalma eğilimi bulunduğu saptanmıştır. Çalışma kapsamında Göksu ve Sarıkız'daki kuyu su seviyeleri için AR(1), AR(2), ARMA(1,1) gibi stasyonier ve ARIMA(1,1,1) gibi stasyonier olamayan zaman serisi modelleri; ARX(1,1,0), ARX(2,1,0) ve ARMAX(1,1,1,0) gibi yağış girdili transfer fonksiyonu modelleri ile çeşitli mimaride yapay sinir ağları (YSA) modelleri geliştirilmiştir.

BÖLÜM İKİ

KONU İLE İLGİLİ ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

2.1 Yeraltı Suyu Seviyelerinin Stokastik Modellenmesi Üzerine Yapılan Çalışmalar

Literatürde Y.A.S. seviyelerinin stokastik modellenmesi üzerine yapılmış pek çok araştırma mevcuttur. Tarım, sanayi ve kentsel su ihtiyaçlarının artması, yeraltı su kaynaklarını kontrol etme ihtiyacı ve gelecekteki olası değişimleri tahmin etme isteği araştırmacıları bu konuda çeşitli çalışmalar yapmaya yöneltmiştir.

Bu çalışmalardan en önemlisi 1974 yılında Law (1974) tarafından gerçekleştirilen ve A.B.D.'nin batı bölgelerindeki toplam 84 kuyuda yeraltı su seviyelerinin incelendiği çalışmadır. Aylık yeraltı su seviyeleri ölçümlerinden oluşan zaman serilerinin stokastik modellerini oluşturmayı amaçlayan ve bu serilerin otokorelasyon katsayılarının stokastik bileşenler formunda zamana bağımlılığının bölgesel değişimini araştıran Law, yöntem olarak belli bir anlamlılık düzeyi üzerindeki trend ve sıçramaları saptayıp ayıklamış ve elde ettiği trendsiz stokastik zaman serilerini Markov modelleri ile modellemeye çalışmıştır. Çalışmada, yeraltı su seviyelerinin periyodik unsurlar içerdiği saptanmış; Fourier serileriyle tanımlanan bu unsurlar ayıklandıktan sonra elde edilen zaman serilerinin genellikle birinci, ikinci ve üçüncü mertebeden lineer otoregresif stasyonier modellerle tanımlanabildiği belirlenmiştir. Ayrıca aynı bölgelerde yer alan kuyuların, aynı ya da benzer stokastik iç bağımlılık yapısında olmadığı görülmüştür. Çoğu kuyudaki seviye serilerinde doğal olmayan etkenlerden dolayı trend ve sıçrama niteliğinde homojenlik bozulmaları olduğu saptanmıştır.

Bu alanda diğer önemli bir çalışmada Adhikary vd. (2012) Bangladeş, Kushtia bölgesindeki sınırlandırılmamış sığ bir akifer üzerinde 1999-2006 yılları arasında haftalık ölçümlerden elde edilen zaman serisinden periyodik bileşenleri ayıklayıp kalıntı serisine ARIMA modeli uygulamışlardır. Yazarlar, ARIMA modelinin seviye salınımlarını tanımlayan en iyi model olduğunu ortaya koymuşlardır.

Yeraltı su seviyelerinin stokastik modellenmesi konusunda Türkiye’de yapılan araştırmalardan bir diğeri de İaa vd. (2007) tarafından gerçekleştirilen “Yeraltı Su Seviye Değışiminin Stokastik Modellenmesi: Akarçay Afyon Alt Havzası Örneği” adlı çalışmadır. Bu çalışmada, bağımlı değışken yeraltı su seviyesi ve bağımsız değışkenler olarak da yağış, akış ve buharlaşmanın kullanıldığı bir stokastik modelle yeraltı suyunun davranışını araştırılmıştır. Yeraltı su seviyesinin çok yüksek olduğu Akarçay Afyon Alt Havzası içerisinde yer alan 1 adet yağış, 1 adet akış ve 1 adet buharlaşma gözlem istasyonu ile 3 adet kuyu su seviyesi gözlem istasyonunun uzun yıllara ait aylık verileri kullanılarak verilerin öncelikle normal dağılıma uygunluğu kontrol edilmiş ve çarpık dağılımlı olanlar Box-Cox transformasyonu ile normal dağılımlı hale getirilmiştir. Ardından korelogram hesabı yapılmış ve kısmi otokorelasyon katsayıları hesaplanmıştır. Yapılan incelemede kuyulardan birinin rastgele bağımsız bir zaman serisiyle modellenirken diğeri iki kuyuya AR(1) ve AR(3) modelleri uyarlanmıştır.

2.2 Gökso ve Sarıkız Kuyuları Üzerine Yapılan alışmalar

İzmir içmesuyu ihtiyacının önemli bir kısmını sağlayan kuyularla ilgili ilk ciddi çalışmalar 1971’li yıllarda DSİ tarafından yapılmıştır. Camp-Harris-Mesara şirketler grubuna hazırlatılan İzmir İçmesuyu Master Plan ve Fizibilite Raporu” ile Gökso, Sarıkız ve Göldeğirmeni pınarları geliştirilerek şehrin su ihtiyacının önemli bir kısmı bu bölgelerdeki kuyulardan sağlanmaya başlanmıştır. İzmir’e yılda ortalama 63 hm³/yıl su derlenen Gökso kaynaklarının kente iletim hattı inşaatı işi 1988 yılında tamamlanmıştır. İzmir’e ortalama 45 hm³/yıl su derlenen Sarıkız kuyularından çekilen sular ise 1990 yılından itibaren DSİ tarafından kente iletmeye başlanmıştır.

DSİ tarafından hazırlanan “Manisa Sarıkız Kaynakları Beslenme Sahasının Belirlenmesi ve Hidrojeolojik İncelenmesi” adlı çalışmada Sarıkız kuyuları ile ilgili alüvyon yayılım alanları, kuyuların iletim katsayıları, özgül debileri ve depolama katsayıları gibi hidrojeolojik özellikler sunulmuştur (DSİ, 1980).

“Göksu Kaynak Grubunun Derleme Raporu” adlı DSİ çalışmasında akım ölçümleri yapılarak Göksu kaynağının 1100 lt/sn verime sahip olduğu sonucuna varılmıştır (DSİ, 1982). “İzmir İçmesuyu Temini 1.Merhale Kapsamında Bulunan Sarıkız Kaynakları Pompaj Tesisleri Fizibilite Raporu”nda (DSİ, 1983) Sarıkız kaynaklarından çekilebilecek debilerin emniyet sınırlarının 1500 lt/sn – 2000 lt/sn olması gerektiği öngörülmüştür.

Erten (2011), çeşitli hidrolik ve hidrolojik yaklaşımlarla İzmir’e su derlenen yeraltı suyu kaynaklarının hidrojeolojik özelliklerini ve beslenme potansiyellerini değerlendirmiştir. DSİ ve İZSU tarafından geçmişte yapılan hidrojeolojik etüdlerden de yararlanılan bu çalışmada, yeraltı suyu beslenme alanına düşen yağışları, evapotranspirasyon ve sızma kayıplarını da dikkate alarak her kaynak grubu için ayrı ayrı yıllık ortalama su bütçeleri yapılmış ve emniyetli yıllık çekimler tahmin edilmiştir. Yıllık ortalama emniyetli çekimler Sarıkız kaynakları için 42,5 hm³/yıl, Göksu kaynakları için 49,6 hm³/yıl bulunmuştur.

Aynı çalışmada 2003-2009 dönemindeki yağışların perkolasyon yoluyla akiferlere süzülen kısımları (beslenmeler) kabaca hesaplanıp, bu değerlerden İZSU çekimleri çıkarılmak suretiyle eklenik su rezervinin zamanla değişimi incelenmiştir. 2003-2009 döneminde yıllık eklenik yeraltı suyu rezervlerinin Sarıkız kuyularında 2,85 – 44,2 hm³ aralığında, Göksu kaynaklarında ise 28,2 – 104,3 hm³ aralığında değiştiği saptanmıştır.

Bu çalışmada ayrıca, İzmir’e su temin edilen akiferlerin ortalama üstel boşalım katsayıları (α ; 1/gün), biriktirme katsayıları (Sc ; %) ve iletim kapasiteleri (T ; m³/gün/m) gibi hidrolik özellikleri hesaplanmış; çok yaklaşık da olsa kuyuların birbiri ile girişimi konusu da incelenmiştir.

Literatürde Sarıkız ve Göksu kuyu seviyelerini modelleme ile ilgili bugüne kadar yapılmış herhangi bir stokastik modelleme çalışmasına rastlanmamıştır.

BÖLÜM ÜÇ

TEMEL KAVRAMLAR

3.1 Otokorelasyon

T uzunluğundaki sürekli bir zaman serisinin X_t ve (τ , zaman eksenindeki zaman kayması olmak üzere) $X_{t+\tau}$ değerleri arasındaki korelasyon (boyutsuz otokovaryans) aşağıdaki gibi gösterilebilir (Salas 1993; Box ve Jenkins 1976; Bayazıt 1996):

$$r(\tau) = \frac{Cov(X_t X_{t+\tau})}{Var(X_t)}$$

$$\cong \frac{\frac{1}{T-\tau} \int_0^{T-\tau} (X_t - \bar{X}_1)(X_{t+\tau} - \bar{X}_2) dt}{\sqrt{\frac{1}{T-\tau} \int_0^{T-\tau} (X_t - \bar{X}_1)^2 dt} \sqrt{\frac{1}{T-\tau} \int_0^{T-\tau} (X_{t+\tau} - \bar{X}_2)^2 dt}} \quad (3.1)$$

Burada $\bar{X}_1$ ve $\bar{X}_2$ değerleri, $T - \tau$ uzunluğundaki serilerin aritmetik ortalamalarıdır. Bunlardan $\bar{X}_1$ değeri $t=0$ anında başlayıp $t = T - \tau$ anında biten kısmın aritmetik ortalaması iken $\bar{X}_2$ değeri ise $t = \tau$ anında başlayıp $t = T$ anında biten kısmın aritmetik ortalamasıdır.

$$\bar{X}_1 = \frac{1}{T-\tau} \int_0^{T-\tau} X_t dt \quad ; \quad \bar{X}_2 = \frac{1}{T-\tau} \int_0^{T-\tau} X_{t+\tau} dt \quad (3.2)$$

T'nin sonsuza yakınsaması halinde (3.1) eşitliği “toplum otokorelasyon fonksiyonuna” dönüşür. τ zaman kaymalı otokovaryans $K_{xx}(\tau)$, süreç varyansı $K_{xx}(0) = \sigma_x^2$ olmak üzere ρ_τ toplum otokorelasyon fonksiyonu (3.3) eşitliği ile tanımlanır (Benzeden, 2007):

$$\rho_\tau = \lim_{T \rightarrow \infty} r(\tau) = \frac{K_{xx}(\tau)}{K_{xx}(0)} = \frac{K_{xx}(\tau)}{\sigma_x^2} \quad (3.3)$$

Sonlu N uzunlukta kesikli bir zaman serisi için k zaman kaymalı örnek otokorelasyon katsayısı serinin ilk $(N - k)$ değeri ile son $(N - k)$ değeri arasındaki

lineer korelasyondur. Açık seri yaklaşımında k-zaman kaymalı otokorelasyon katsayısının r_k örnek tahmini aşağıdaki eşitlikten hesaplanır (Benzeden, 2007):

$$r_k = \frac{C_{xx}(k)}{S_1 \cdot S_2} = \frac{\frac{1}{N-k} \sum_{i=1}^{N-k} (X_i - \bar{X}_1)(X_{i+k} - \bar{X}_2)}{\sqrt{\frac{1}{N-k} \sum_{i=1}^{N-k} (X_i - \bar{X}_1)^2} \sqrt{\frac{1}{N-k} \sum_{i=1}^{N-k} (X_{i+k} - \bar{X}_2)^2}} \quad (3.4)$$

$$\bar{X}_1 = \frac{1}{N-k} \sum_{i=1}^{N-k} X_i \quad ; \quad \bar{X}_2 = \frac{1}{N-k} \sum_{i=1}^{N-k} X_{i+k} \quad (3.5)$$

N'nin sonsuza yakınsaması halinde kesikli zaman serisinin toplum otokorelasyon fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\rho_k = \lim_{N \rightarrow \infty} r_k = \frac{K_{xx}(k)}{K_{xx}(0)} = \frac{K_{xx}(k)}{\sigma_x^2} \quad (3.6)$$

Yukarıda verilen ve açık seri yaklaşımı olarak adlandırılan bu yaklaşım sırasında seride k adet değer hesaba katılmayıp kayıp olarak görülmektedir. Bu nedenle k zaman kayması ne kadar küçük olursa hesaplanan r_k değeri de o denli güvenilir bir tahmin olmaktadır. Bu nedenle, k zaman kaymasını en fazla $[N/10, N/5]$ aralığında bir değer olacak şekilde seçmek gerekir.

Sürekli ya da kesikli bir zaman serisinin otokorelasyon fonksiyonu simetrik bir fonksiyon olup, serinin içsel (ardışık) bağımlılık (ya da bağımsızlık) özelliklerini temsil eder.

$$\rho(\tau) = \rho(-\tau) \quad ; \quad \rho(0) = 1 \quad (3.7)$$

$$\rho_k = \rho_{-k} \quad ; \quad \rho_0 = 1 \quad (3.8)$$

m. mertebeden lineer bağımlı bir zaman serisinin stasyonier olması halinde otokovaryans matrisi aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$K_m = \begin{bmatrix} K_{xx}(0) & K_{xx}(1) & \dots & K_{xx}(m-1) \\ K_{xx}(1) & K_{xx}(0) & \dots & K_{xx}(m-2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{xx}(m-1) & K_{xx}(m-2) & \dots & K_{xx}(0) \end{bmatrix} = \sigma_x^2 R_m \quad (3.9)$$

Bu matrise karşı gelen korelasyon matrisi, otokorelasyon matrisi olarak adlandırılıp aşağıdaki şekilde gösterilir.

$$R_m = \frac{K_m}{\sigma_x^2} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{m-1} \\ \rho_1 & 1 & \dots & \rho_{m-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{m-1} & \rho_{m-2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

X_t zaman serisinin stasyonere olması halinde, varyans teoremi gereği, tüm α_i değerleri sıfır olmamak koşuluyla, X_t 'nin herhangi bir lineer fonksiyonu U_t 'nin varyansı sıfırdan büyük olmak zorunda olup aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$U_t = \sum_{i=1}^m \alpha_i X_{t-i+1} = \alpha_1 X_t + \alpha_2 X_{t-1} + \dots + \alpha_m X_{t-m+1} \quad (3.11)$$

$$Var(U_t) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \alpha_i \alpha_j K_{xx}(|j-i|) \quad (3.12)$$

Tüm stasyonere süreçler için hem otokovaryans matrisi hem de (3.10)'daki R_m otokorelasyon matrisi pozitif ve belirli (definite) olmalıdır. Bu durum, hem (3.10)'daki matrislerin determinatının, hem de tüm temel alt matrislerin determinantlarının sıfırdan farklı olmasını gerektirir.

3.2 Kısmi Otokorelasyon

Bir zaman serisinin kısmi otokorelasyon fonksiyonu ϕ_{kk} , k zaman kaymasının bir fonksiyonu olup zaman serilerine tanı koyma koyma sürecinde otoregresiflik derecesini (p) belirlemede çok değerli bir araçtır.

Stasyon r bir zaman serisinin k. mertebeden kısmi otokorelasyon katsayısı, serinin Z_{t+k} değerleri ile zaman ekseninde t+k anından önceki k adet $Z_{t+k-1}, Z_{t+k-2}, \dots, Z_t$ değerleri arasında kurulan çoklu lineer regresyon modelinde Z_t girdisinin regresyon katsayısıdır.

$$\begin{aligned} Z_{t+k} &= E\{Z_{t+k}|Z_{t+k-1}, Z_{t+k-2}, \dots, Z_t\} \\ &= \phi_{k1}Z_{t+k-1} + \phi_{k2}Z_{t+k-2} + \dots + \phi_{kk}Z_t \end{aligned} \quad (3.13)$$

(3.13)'deki ϕ_{kj} , $j=1,2,3,\dots,k$ regresyon katsayıları, $j=1,2,3,\dots,k$ mertebesinden momentlere dayanan Yule-Walker lineer denklemleri yardımıyla matris formunda aŗaęıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \dots & \rho_{k-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{1k} \\ \phi_{2k} \\ \dots \\ \phi_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \dots \\ \rho_k \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Bu lineer denklem takımının ϕ_{kk} i in (3.15)'deki determinantların oranıdır.

$$\phi_{kk} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-2} & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \dots & \rho_{k-3} & \rho_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \dots & \rho_1 & \rho_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \dots & \dots & 1 \end{vmatrix}} \quad (3.15)$$

Eğer ϕ_{kj} parametreleri non-stasyon rl k sınırlarına çok yakın değilse, (3.13)'deki çoklu lineer regresyon modelindeki ϕ_{kj} katsayılarının moment tahminleri, Durbin tarafından geliŗtirilen aŗaęıdaki rekürsif bağıntılarla hesaplanabilir (Box ve Jenkins 1976).

$$\hat{\phi}_{p+1,p+1} = \frac{r_{p+1} - \sum_{j=1}^p \hat{\phi}_{pj} r_{p+1-j}}{1 - \sum_{j=1}^p \hat{\phi}_{pj} \cdot r_j} \quad (3.16)$$

$$\hat{\phi}_{p+1,j} = \hat{\phi}_{pj} - \hat{\phi}_{p+1,p+1} \hat{\phi}_{p,p-j+1} \quad ; \quad j = 1,2,\dots,p \quad (3.17)$$

(3.16) bağıntısı $p=0$ için $\hat{\phi}_{11} = r$ değerini verir. $p=1$ için (3.16)'dan $\hat{\phi}_{22}$ hesaplanıp (3.17)'de kullanılarak $\hat{\phi}_{21}$ bulunur. $p=2,3,\dots$ için benzer hesaplar rekürsif biçimde sürdürülerek yapılarak $\hat{\phi}_{33}, \hat{\phi}_{44}, \dots$ kısmi otokorelasyon katsayıları seçilen $k_{\max}$ gibi bir mertebeye kadar elde edilir.

AR(p), MA(q) ve ARMA(p,q) gibi stasyoner lineer stokastik süreçlerin $\phi_{kk}(k)$ gibi kısmi otokorelasyon fonksiyonu tipik davranışlar gösterir. Örneğin AR(p) sürecinin ilk p adet $\phi_{kk}(k)$ kısmi otokorelasyon değeri sıfırdan anlamlı ölçüde farklı, $k>p$ için $\phi_{kk}(k) = 0$ 'dır. Kısmi otokorelasyon analizi, örnek zaman serisinde otoregresif mertebenin teşhisi ve kalıntı serilerinin test edilmesi amacıyla sık kullanılır.

3.3 Çapraz Korelasyon

Zaman kaymalı çapraz korelasyon, X_t ve Y_t gibi aynı uzunluktaki zaman serilerinin birbirinden k kadar kaydırılmış (önceki veya gerideki) değerleri arasındaki lineer korelasyondur. Zaman kaymalı çapraz korelasyon analizi, iki zaman serisi arasındaki korelasyonların k zaman farkı ile nasıl değiştiğini görmek; girdilerin çıktı (response) üzerinde önemli etki yapmaya başladığı zaman kaymasını tespit etmek ve lineer dinamik girdi-çıkı ilişkileri kurmak (transfer fonksiyonu modelleri) gibi amaçlarla kullanılır (McCuen, 2003; Wei, 1994).

$\tilde{X}_t = X_t - \bar{X}$ ve $\tilde{Y}_t = Y_t - \bar{Y}$ yeterince uzun, ortalamadan arındırılmış zaman serileri olmak üzere, $k>0$ ve y önde olmak koşuluyla k zaman kaymalı çapraz korelasyon aşağıdaki biçimde hesaplanabilir (Salas vd. 1980; Box ve Jenkins, 1976; Wei 1994):

$$r_{xy}(k) = \frac{C_{xy}(k)}{\sqrt{C_{xx}(0)C_{yy}(0)}} = \frac{\text{cov}(\tilde{X}_t \tilde{Y}_{t+k})}{S_x S_y} \quad (3.18)$$

Burada $C_{xy}(k)$ terimi kros-kovaryans aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$C_{xy}(k) = \frac{1}{N-k} \sum_{i=1}^{N-k} \tilde{X}_i \tilde{Y}_{i+k} \quad ; \quad k \geq 0 \quad (3.19a)$$

$$C_{xy}(|k|) = \frac{1}{N-|k|} \sum_{i=1}^{N-k} \tilde{X}_i \tilde{Y}_{i+k} \quad ; \quad k < 0 \quad (3.19b)$$

McCuen (2003), otokorelasyon ile çapraz korelasyon arasındaki en önemli farklılıkları aşağıdaki gibi özetlemiştir:

- Sıfırıncı lagda otokorelasyon 1 iken, çapraz korelasyonun -1 ile +1 arasında bir değer alabilir.
- İki zaman serisi için hesaplanan çapraz korelasyonun pik noktası $k=0$ lagı olmayabilir.
- $k=+1,+2,+3,\dots$ ileri lagları için bulunan çapraz korelasyon değerleri ile $k=-1,-2,-3,\dots$ geri lagları için bulunan çapraz korelasyon değerleri aynı değildir. ($C_{xy}(k) \neq C_{xy}(-k)$ olduğundan $r_{xy}(k)$ simetrik değildir).

Eğer X_t ve Y_t rastgele içsel bağımsız serileri arasında karşılıklı ilişki yoksa $r_{xy}(k)$ örnek tahmininin yaklaşık standart hatası aşağıdaki gibi hesaplanabilir (Wei, 1994):

$$S(r_{xy}(k)) = \frac{1}{\sqrt{N-|k|}} \quad (3.20)$$

3.4 Trend Analizi

Homojenlik, bir veri seti veya veri setlerinin istatistiksel açıdan türdeş olması ve aynı istatistiksel parametreleri göstermesi olarak tarif edilebilir. İklim değişikliği gibi doğal etmenlerin yanı sıra, tarım alanlarının artması veya azalması, ormanların yok edilmesi, bitki örtüsünün zayıflatılması, kentsel yerleşim alanlarının artması, barajlar yapılması gibi yapay etmenler de homojen olmayan veri seti oluşmasına sebep olabilmektedir (Helsel, Hirsch; 2002).

Ayrıca verilerin ölçülmesi sırasında kullanılan cihazlardan kaynaklanan hatalar, verilerin eksik veya yanlış ölçülmesi de homojenliği bozan unsurlar arasında sayılabilir.

Stokastik hidrolojide karşılaşılan temel sorunlardan biri de, zaman serilerinin stasyonier olup olmamasının belirlenmesi ve eğer stasyonier olmama durumu söz konusu ise, seriden stasyonierliği bozan eğilim (trend) ve sıçrama (jump) gibi bileşenlerin ayıklanması ve gözlem değerlerinin olasılık dağılımının zaman içinde değişip değişmediğinin istatistiksel testlerle belirlenmesidir. Rastgele değişkenin olasılık dağılımındaki değişimin niceliği genellikle ortalama ve varyans gibi değerlerdeki değişimler cinsinden tarif edilmektedir. (Helsel, Hirsch; 1992).

Bir veri setinde homojenliğin ani olarak bozulması olayına **sıçrama (jump)**, belli bir zaman aralığında tedrici olarak bozulmasına ise **eğilim (trend)** adı verilir. Bazı durumlarda mevsimsel döngünün yarattığı salınımlar ise periyodisite olarak adlandırılır (Helsel, Hirsch; 1992).

3.4.1 Trend Analizi

Bir zaman serisinde homojenliği bozan bir trend mevcutsa bunlar tespit edilerek zaman serisinden ayıklanmalıdır. Bunun için literatürde bazı istatistik trend analiz testleri geliştirilmiştir. Bu testlerden bazıları aşağıda kısaca özetlenmiştir.

3.4.1.1 Run Testi (Medyan Sıra Testi)

Run Testinin amacı bir zaman serisinin zaman eksenini boyunca davranışının rastgele homojen olup olmadığını anlamaktır. Run testi, bir veri setindeki gidiş sayılarına ilişkin matematiksel teoriye dayanmakta olup toplumun rastgele bir dağılım gösterip göstermediğini veya tam tersine bir içsel bağımlılık ilişkisine sahip olup olmadığını sınar (McCuen, 2003).

Veriler için ortaya atılabilecek homojenlik hipotezleri şöyle sıralanabilir:

H_0 : Veri, içsel bağımsız bir rastgele değişken toplumuna ait bir örneği temsil eder.

H_1 : Veri setinin geldiği (alındığı) değişken toplumu, içsel bağımsız değildir.

Verinin rastgele değişen bir toplumdaki geldiğini öngören H_0 hipotezinin reddedilmesi, homojen olmama türünü göstermez. Sadece verilerin homojen olmadığını anlamamıza yardımcı olur. Bu da Run testinin veri dizisinde sistematik bir trend olup olmadığını sınıadığını gösterir. Run testi, hem tek kuyruklu hem de çift kuyruklu olarak uygulanabileceği gibi, tek kuyruklu bir test de hem sağdan hem de soldan uygulanabilir (McCuen, 2003).

Run testi uygulanırken, zaman serisi verileri ortalama veya medyan gibi belli bir seviyeden kesilerek serideki her bir değerin seviyenin altında veya üstünde kalıp kalmadığı incelenir. Bu seviyenin üstünde veya altında seyreden verilerin birinden diğerine geçiş sayıları toplamına run denir. Homojen olmayan seriler, uzun süre bu seviyenin üstünde veya altında seyreder. Z run testi istatistiği, n toplam veri sayısı, r run sayısı, orta seviye altında olanlar n_a ve üstünde olanlar n_u olmak üzere aşağıdaki bağıntı ile hesaplanabilir (Toros, 1993)

$$Z = \frac{r - \frac{2n_a n_u}{n_a + n_u} + 1}{\sqrt{\frac{2n_a n_u (2n_a n_u - n)}{n^2 (n - 1)}}} \quad (3.21)$$

Eğer elde edilen Z istatistiği için $|Z| \leq Z_{\alpha/2}$ ise H_0 hipotezi reddedilir. α gibi bir yanılma olasılığı (Tip-I olasılık) ile zaman serisinde anlamlı bir içsel bağımlılık (stokastik trend) bulunduğu (H_1 hipotezinin kabul edilebileceği) anlaşılır.

3.4.1.2 Mann-Kendall Testi

Bu test, bir veri setinde rastgele değişim olup olmadığı hakkında bir fikir edinmemizi sağlar. Veriler için ortaya atılabilecek hipotezler aşağıdaki gibidir:

H_0 : y_i , n adet bağımsız ve türdeş dağılmış rastgele değişkenden oluşmaktadır.
 H_1 : y_i ve y_k 'nin dağılımları, her $k, j \leq n$ ile $k \leq j$ için türdeş değildir.

Mann-Kendall testi, zaman serisindeki ani azalmalar veya döngüselliklerden ziyade tekdüze azalma veya artış olup olmadığını saptamak için kullanılır. Artan veya azalan bir trendi yakalamak için kullanılması halinde test çift kuyruklu olarak kullanılacağı gibi, doğrultunun belirtilmesi halinde tek kuyruklu olarak da kullanılabilir (McCuen, 2003).

Eğer y_i ve y_j , özdeş dağılıma sahip bağımsız rastgele değişkenler ise Mann-Kendall testi için test istatistiği (3.22)'de verilen bağıntı ile hesaplanabilir (Annual Groundwater Monitoring Report, US Army Corps Of Eng, 2005):

$$S = \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n \text{sgn}(y_j - y_k) \quad (3.22)$$

$$\text{sgn}(y_j - y_k) = \begin{cases} 1, & y_j - y_k > 0 \\ 0, & y_j - y_k = 0 \\ -1, & y_j - y_k < 0 \end{cases} \quad (3.23)$$

Uzunluğu 30 veya daha fazla olan zaman serilerinde test istatistiği, aşağıdaki bağıntıdan yararlanılarak hesaplanabilir:

$$Z = \begin{cases} (S - 1)/V^{0.5}, & S > 0 \\ 0, & S = 0 \\ (S + 1)/V^{0.5}, & S < 0 \end{cases} \quad (3.24)$$

Burada Z standart normal sapma, n örnek zaman serisinin uzunluğu, V ise S istatistiğinin örnekleme varyansı olup aşağıdaki bağıntı yardımıyla hesaplanabilir. Burada g veri setindeki tekrarlı gruplarının sayısını, t_i ise seride i grubunda yer alan tekrarlı gözlem adedini göstermektedir (McCuen, 2003).

$$V = \frac{n(n-1)(2n+5) - \sum_{i=1}^g t_i(t_i-1)(2t_i+5)}{18} \quad (3.25)$$

30'dan daha küçük boyutta ve tekrar (ties) içermeyen X_t ve Y_t zaman serileri çifti arasındaki karşılıklı bağımlılığı ölçen ve “Mann-Kendall'ın τ korelasyon katsayısı” diye adlandırılan non-parametrik istatistik aşağıda verilmiştir.

$$\tau = \frac{S}{[n(n-1)/2]} \quad (3.26)$$

30'dan daha uzun veri setleri için elde edilen Z istatistiği, α gibi bir yanılma olasılığının standart normal dağılımının olasılığı olan $Z_{\alpha/2}$ 'den mutlak değerce küçük olması halinde H_0 hipotezi reddedilir.

3.4.1.3 Cox-Stuart Trend Testi

Cox-Stuart testi, bir rastgele değişkene ait zaman serisinde negatif veya pozitif yönde tedrici bir eğilim olup olmadığını ölçmeye yarar. Mann-Kendall testinin geliştirilmiş bir halidir. Sıfır hipotezi, bir trendin mevcut olmadığı biçimindedir. Aşağı veya yukarı yönde bir trendin olduğu, yukarı yönde bir trendin olduğu, aşağı yönde bir trendin olduğu olmak üzere üç alternatif hipotez öne sürülebilir. Son iki hipotezin öne sürülmesi için, trendin yönünün önceden bilinmesi ya da öngörülmesi gerekir. Sıfır hipotezinin kabul edilmesi durumunda sonuç, sıralanmış düzen içindeki ölçümlerin benzer biçimde dağıldığını gösterir (McCuen, 2003).

Cox-Stuart testinin uygulaması aşağıdaki gibidir:

- n adet ölçüm değerleri bir zaman eksenine boyunca ölçüm sırasına ($i=1,2,3, \dots, n$) göre dizilir.
- Veriler, yılın aynı ayları karşılıklı olarak birbirlerine denk gelecek şekilde y_i ve y_j serileri olarak eşleştirilmek üzere iki gruba ayrılır. Gözlem sayısı n çift sayı ise, $j=i+(n/2)$; tek sayı ise $j=i+(n+1)/2$ olarak tayin edilir. Bu işlemle $n/2$ adet veri çifti oluşturur. Bu veri çiftleri arasında her $y_j >$

y_i olması durumu (+), her $y_j < y_i$ olması durumu (-) ve her $y_j = y_i$ olması durumu (0) olarak belirlenir. Eğer herhangi bir veri çifti sıfır değerini ürmeyecek olursa n değeri, (+) ve (-) sonuçlarını üreten veri çiftlerinin sayısal olarak toplamına indirgenir. Karşılaştırmalarda $y_j > y_i$ olması durumu (+) ve $y_j < y_i$ olması durumunun toplamda kaç kere olduğu ($P=\sum^+$; $S=\sum^-$) saptanır. $y_j > y_i$ olması durumunun (+) , $y_j < y_i$ olması durumundan (-) sayıca fazla olması artan bir trende, tersi ise azalan bir trende işaret eder.

- c. Sıfır hipotezinin doğru olması (H_0 : Trend yok) durumunda (+) ve (-) kümelerindeki toplam eleman sayıları eşit olmalıdır. n 'ye göre ve $p=\Pr(P=S)=0.5$ olacak şekilde binom dağılımı için gerekli (3.27) bağıntısından hesaplamalar yapılır. Bu sayede sıfır hipotezini reddetmek için gerekli olasılık değerleri toplanarak $P(x; n; p)$ hesaplanır. Binom kesikli olasılık dağılımının olasılık kütle fonksiyonu (3.27) eşitliği ile ifade edilmektedir.

$$P(x; n; p) = P r(X = x) = \frac{n!}{x! (n - x)!} p^x (1 - p)^{n-x} \quad (3.27)$$

3.4.1.4 Mann-Kendall U Testi

Non-parametrik bir trend analiz testi olan Mann-Kendall U testi, bir zaman serisindeki trendi ve bu trendin olduğu zaman aralığını belirlemek için kullanılır. n zaman serisine ait toplam gözlem sayısı, i verilerin gerçek sıra numarası, n_i ise her bir sıradaki veriden bu veriden, bu verinin kendisinden önce gelen veriler arasından kaç tanesinin küçük olduğu sayısı olmak üzere n_i ile verinin gerçek değeri olan X_i 'lerin yer değiştirilmesi suretiyle oluşan bir örnek fonksiyon elde edilir. Tam sayılardan oluşan bu fonksiyonun kümülatif toplamı olan t_i , bunun ortalaması olan $E(t)$ ve varyansı olan $var(t)$ aşağıdaki gibi hesaplanabilir (Sneyers, 1990):

$$t_i = \sum_{i=1}^n n_i \quad (3.28)$$

$$E(t) = \frac{i(i-1)}{4} \quad (3.29)$$

$$var(t) = \frac{i(i-1)(2i+5)}{72} \quad (3.30)$$

Buradan her bir gözlem için test istatistiği olan $u(t)$ kolayca bulunabilir:

$$u(t) = \frac{[t - E(t)]}{\sqrt{var(t)}} \quad (3.31)$$

Geriye doğru test istatistiği $u'(t)$ ise verilerin sondan başa doğru numaralandırılması ile bulunur. n_i değeri bu kez her bir sıradaki veriden, bu verinin kendisinden sonraki veriler arasından küçük olanların sayılması suretiyle bulunur.

Test istatistiği $u(t)$ 'nin sıfıra anlamlı ölçüde ($\alpha=5\%$ için $\pm 1,96$ tolerans sınırları içinde) yakın değerlerde seyretmesi hali, zaman sersinde bir trend olmadığını gösterir. Ancak yüksek $u(t)$ değerleri, bir trendin varlığına işaret eder. Trendin olmaması halinde $u(t)$ ve $u'(t)$ birçok yerde kesişme yaparak birbirine yakın bir salınımına sahip olur. $u(t) > 0$ olması hali artış trendini, $u(t) < 0$ ise azalış trendini gösterir (DSİ, Teknik Bülteni, Sayı 98 2001, sf. 6).

Bu testin en önemli dezavantajı, çok eski tarihlerde ölçülmüş verilerin düşük hassasiyetlerle kaydedilmiş olması nedeniyle veri setinde çok sayıda eşit değerde gözlem oluşması veya doğal olarak çok sayıda eşit değerde gözlem bulunmasının yanlışlığa sebep olabilmesidir (Benestad vd., 2008).

3.4.2 Stasyon Olmayan Periyodisite

Genel olarak bir zaman serisinde her w zaman aralığının (periyot) ardından benzer istatistiksel davranışlar tekrarlanıyorsa bu seriyi periyodik olarak adlandırabiliriz.

Örneğin her yılın kurak aylarında bir kuyudaki su seviyesinin düşmesi, sulak aylarda ise yükselmesi periyodik bir olaydır.

Periyodisite analizindeki temel yaklaşım, zaman serisini bir eğilim, bir mevsimsel bileşen ve bir rastgele bileşen olmak üzere üç bağımsız bileşene ayırmak ve bunları ayrı ayrı incelemektir. Burada trend lineer veya polinomial bir fonksiyonla ifade edilmeye çalışırken, mevsimsel bileşen ise Fourier serisi ile modellenmeye çalışılır. Geriye kalan rastgele bileşen bir beyaz gürültü olarak ortaya çıkacaktır.

Periyodu w olan periyodik bir zaman serisinde; i yılları, τ yıl içindeki mevsimleri (ayları), $t = (i - 1)w + \tau$ açık seri zamanlarını ve $B^w \hat{Z}_t = \hat{Z}_{t-w}$ geri kaydırma operasyonunu göstermek üzere $\hat{Z}_t, \hat{Z}_{t-w}, \hat{Z}_{t-2w}, \dots$ serilerinde non-stasyonelik bekleniyorsa $u_t = \nabla_w \hat{Z}_t = (1 - B^w) \hat{Z}_t = \hat{Z}_t - \hat{Z}_{t-w}$ basitleştirici (mevsimsel fark alma) operasyonunun faydalı olması beklenir. Dahası, $\hat{Z}_p(\tau)$ nihai tahmin fonksiyonu $(1 - B^w) \hat{Z}_i(\tau) = 0$ koşulunu sağlar ve sinüs ve cosinüs bileşenlerinden oluşan aşağıdaki hatasız yapı ile ifade edilebilir (Wei, 1994):

$$\hat{Z}_i(\tau) = a_0(i) + \sum_{j=1}^M \left\{ a_j(i) \cos\left(\frac{2\pi j\tau}{w}\right) + b_j(i) \sin\left(\frac{2\pi j\tau}{w}\right) \right\} \quad (3.32)$$

(3.32) bağıntısı, gözlemsel $Z_i(\tau)$ değerlerinin tümünü gerçekler, yani hatası yoktur. $a_j(i)$ ve $b_j(i)$ katsayıları i yılına özgü (adaptif) fourier katsayıları olarak adlandırılır (Benzeden, 1981). w 'nin çift sayı olması durumunda $M=w/2$ alınırken, tek sayı olması durumunda ise $M=(w-1)/2$ olarak alınır (Wei, 1994). Kavvas ve Delleur (1975), $\nabla_w \hat{Z}_t = (1 - B^w) \hat{Z}_t$ mevsimsel fark alma operasyonunun $\hat{Z}_p(\tau)$ serisindeki periyodisiteyi ortadan kaldırdığını göstermişlerdir.

3.4.2.1 Zaman Serilerinin Tam Standardizasyonu

Astronomik döngü, hava sıcaklığı gibi değişkenleri etkilemek suretiyle hidrolojik zaman serilerini periyodik bir davranış göstermeye zorlar. Bu etkinin en açık

görüldüğü yer, hidrolojik zaman serilerinin mevsimsel ve aylık ortalama, varyans, standart sapma, çarpıklık katsayısı vb... istatistiksel parametrelerinde gözlenir.

Bir hidrolojik zaman serisinin τ ayındaki değeri $X(i, \tau)$, gözlem süresi n (yıl) olmak üzere, gözlem süresi boyunca oluşan aylık ortalamalar ($\bar{X}(\tau)$) ve standart sapmalar($S(\tau)$), 12 aylık periyotlar için aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$\bar{X}(\tau) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X(i, \tau) \quad , \quad \tau = 1, 2, \dots, 12 \quad (3.33)$$

$$S(\tau) = \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [X(i, \tau) - \bar{X}(\tau)]^2 / n \right\}^{1/2} \quad , \quad \tau = 1, 2, \dots, 12 \quad (3.34)$$

Hidrolojik zaman serilerinin ortalama ve standart sapmalarındaki bu mevsimsel döngüsellik, sürecin ikinci mertebeden durağan olmamasına sebep olur. Herhangi bir sıçrama veya trend içermediği varsayılan zaman serileri aşağıdaki dönüşüm (non-parametrik standardizasyon işlemi) ile zayıf stasyonör zaman serilerine indirgenir (Yevjevich, 1972; Wei, 1994).

$$Z(i, \tau) = \frac{X(i, \tau) - \bar{X}(\tau)}{S(\tau)} \quad , \quad \tau = 1, 2, \dots, 12 \quad (3.35)$$

$\tau = 1, 2, \dots, w$ aylarının tümünde ortalaması 0, standart sapması 1 olan $Z(i, \tau)$ serisinin otokovaryans ve otokorelasyon fonksiyonları, sadece k zaman kaymasına bağlı olup zamandan bağımsız (time-invariant) bir değişim gösterirler (Wei, 1994).

3.4.3 Tanılama ve Uygunluk Testleri

Gözlemsel, sonlu bir zaman serisi için geliştirilebilecek hiçbir model gözlemlerin geldiği toplumu tam olarak yansıtamaz. Amaca ne kadar uygun olursa olsun her model, gözlem serisinden belli ölçüde farklı tahminler üretir. İstatistik testler ne kadar iyi (güçlü) olursa olsunlar, öngörülen varsayımdan sapmaları göstermede

yetersiz kalabilirler. Testler, modelde oluşabilecek tutarsızlıkları göstermede çok hassas olmak zorundadırlar. Veri setinde gözden kaçırılacak herhangi bir karakteristik tüm uygunluk testlerini yanıltabilir.

3.4.3.1 Box-Pierce Portmanteau Uyum Eksikliği Testi

Bir modelin uygunluğunun test edilmesi için ilk K adet ($k=1,2,3, \dots, K$) r_k otokorelasyon katsayılarını ele alalım. Eğer Z_t süreci bir rastgele bağımsız (gürültü) süreç ise;

$$Q = n \sum_{k=1}^K r_k^2 \quad (3.36)$$

istatistiği, $n=N-d$ modelde kullanılan etkin veri sayısı olmak üzere, yaklaşık olarak $\vartheta = (K - p - q)$ serbestlik dereceli bir χ^2 dağılımı gösterir. Modelin uygun olmaması halinde Q değeri, α anlamlılık düzeyine karşı gelen $\chi^2(\alpha; \vartheta)$ kritik değerinin çok üstünde olur (Box ve Jenkins 1976).

3.4.3.2 Ljung-Box-Pierce Testi

Ljung ve Box (1978), Box ve Pierce (1968) tarafından önerilen Q istatistiğinin dağılımının χ^2 dağılımına yeterince duyarlı yakınsamadığını iddia ederek (3.37) eşitliğindeki Ljung-Box-Pierce istatistiğini önermişlerdir. Bu istatistik, Portmanteau uyum eksikliği testinin modifiye edilmiş halidir (Benzeden 2007).

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^K (n-k)^{-1} r_k^2 \quad (3.37)$$

$n/20 < K < n/10$ aralığındaki ilk K adet r_k örnek otokorelasyon (veya çapraz korelasyon) katsayısından hesaplanan Q istatistiği, $\chi^2_\alpha(K - p - q)$ kritik değerinden küçük ise gözlemlere uyarlanan ARMA(p, q) modeli uygun kabul edilebilir (Salas vd., 1993; Wei, 1994).

3.4.3.3 Akaike Bilgi Kriteri

Parametreleri maksimum olabilirlik yöntemi ile hesaplanmış modeller arasında seçim yapmak için kullanılabilen Akaike Bilgi Kriteri (AIC) aşağıda verilmiştir. AIC'yi minimize eden model en uygun model olarak seçilir (Salas vd., 1993; Wei, 1994; Benzeden, 2007).

$$AIC(p, q) = N \ln \left(\hat{S}_e^2 \right) + 2N(p + q + 1)/(N - p - q - 2) \quad (3.38)$$

BÖLÜM DÖRT

STASYONER ZAMAN SERİSİ MODELLERİ

Box (1994), stasyonere zaman serilerini inceleme ve onu bir matematiksel model ile ifade etme nedenlerini aşağıdaki gibi özetlemiştir:

- a. Bir zaman serisinin geçmiş ve şu anki değerleri yardımıyla gelecekte alacağı değerleri tahmin etmek,
- b. Verilen zaman serisinin transfer fonksiyonunu belirlemek ve girdi-çıkı modelinin girdi değerleri verilen bir zaman serisindeki çıktılar üzerindeki etkilerini görmek,
- c. Zaman serisi davranışı üzerinde etkin olan beklenmedik dış etkilerini temsil edebilecek ve değerlendirilmesine yarayacak transfer fonksiyonundaki girdi değişkeni belirleyicilerini kullanmak,
- d. Sistem çıktılarının belirli bir hedeften olası sapmalarını, girdi değerlerini ayarlamak suretiyle telafi eden basit bir kontrol mekanizması geliştirmek.

4.1 Otoregresif Zaman Serileri (AR(p))

AR süreçleri, zaman serisinde belli bir andaki değerin kendisinden önceki değerler ve rastgele, tam bağımsız bir şok etkisi altında oluştuğu durumları açıklamada büyük önem taşırlar (Wei,1994).

Derecesi p olan otoregresif yapıdaki bir stokastik süreç, matematiksel olarak B simgesi geri kaydırma operatörünü ($Z_t B^j = Z_{t-j}$) ve $\phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)$ otoregresif işlem operatörünü göstermek üzere, aşağıdaki formlardan herhangi biri ile ifade edilir (Box ve Jenkins,1976).

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t \quad (4.1)$$

$$\phi_p(B)Z_t = a_t \quad (4.2)$$

$$(1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p) Z_t = a_t \quad (4.3)$$

Kısaca AR(p) şeklinde adlandırılan böyle bir süreç, sadece sonlu sayıda ϕ_j ağırlık katsayısının sıfırdan farklı olması ($\phi_j \neq 0, j < p$ ve $\phi_j = 0, j > p$) nedeniyle daima tersinirdir (invertible). Buna karşın, stasyonere olma koşulu, $\phi_p(B) = 0$ karakteristik denkleminin gerçek veya sanal tüm köklerinin birim çember dışında olmasını gerektirir.

AR(p) sürecinin otokorelasyon fonksiyonu, (4.1) bağıntısının her iki tarafını Z_{t-k} ile çarpıp, $k > 0$ için $E(a_t Z_{t-k}) = 0$ olduğu da dikkate alınarak, beklenen değer almak suretiyle elde edilebilir (Wei, 1994).

$$Z_t Z_{t-k} = \phi_1 Z_{t-1} Z_{t-k} + \dots + \phi_p Z_{t-p} Z_{t-k} + a_t Z_{t-k} \quad (4.4)$$

Bu eşitlikten $k=0$ için AR(p) sürecinin varyansı (γ_0) için;

$$\gamma_0 = E\{Z_t^2\} = (1 - \sum_{j=1}^p \phi_j^2) \sigma_a^2 \quad (4.5)$$

elde edilir. Sağ taraftaki σ_a^2 tam bağımsız-rastgele bileşenin (gürültü bileşeninin) varyansıdır. Aynı eşitlikten $|k| \neq 0$ için AR(p) sürecinin otokovaryans fonksiyonu (γ_k) için;

$$\gamma_k = E(Z_t Z_{t-k}) = (\phi_1 \gamma_{k-1} + \dots + \phi_p \gamma_{k-p}) \quad , \quad |k| \neq 0 \quad \text{için} \quad (4.6)$$

ve bu fonksiyonun süreç varyansı γ_0 ile boyutsuz hale getirilmesi suretiyle elde edilen otokorelasyon fonksiyonu (ρ_k) için;

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \phi_1 \rho_{k-1} + \dots + \phi_p \rho_{k-p} \quad , \quad |k| \neq 0 \quad \text{için} \quad (4.7)$$

özyineli (rekürsif) bağıntı elde edilir (Box ve Jenkins 1976, Wei 1994).

Buradan, AR(p) sürecinin otokorelasyon fonksiyonunun, $k > 0$ için $\phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p) = 0$ karakteristik denklemi tarafından belirlendiği görülebilir.

AR(p) sürecinin (ρ_k) otokorelasyon fonksiyonu $\phi_p(B) = 0$ denkleminin köklerine bağlı olarak üssel veya sinüzoidal olarak çürüyen ($|k|$ arttıkça sıfıra yaklaşan) bir fonksiyondur.

$$k = p \rightarrow \rho_p = \phi_1 \rho_{p-1} + \phi_2 \rho_{p-2} + \dots + \phi_p \rho_0 \rightarrow \phi_p = \rho_p - \sum_{k=1}^{p-1} \phi_k \rho_{p-k}$$

$$k = p + 1 \rightarrow \rho_{p+1} = \phi_1 \rho_p + \phi_2 \rho_{p-1} + \dots + \phi_p \rho_1 \rightarrow \phi_p = \rho_{p+1} - \sum_{k=1}^p \phi_k \rho_{p-k}$$

$$k > p \rightarrow \rho_{p+j} = \phi_1 \rho_{p+j-1} + \phi_2 \rho_{p+j-2} + \dots + \phi_{p-1} \rho_{j+1} + \phi_p \rho_j \quad (j > 0 \text{ için})$$

$$\phi_{kk} = \left| \begin{array}{cccccc} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-2} & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-3} & \rho_{k-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \dots & \dots & \rho_1 & 1 \end{array} \right|$$

$\phi_p(B) = 0$ karakteristik denkleminin kökleri karmaşık (sanal) sayı ise ρ_k fonksiyonu k zaman farkı (lag) arttıkça sinüzoidal olarak çürür.

AR(p) sürecinin kısmi otokorelasyon fonksiyonu ϕ_{kk} , $k>0$ için $\rho_k = \phi_1\rho_{k-1} + \dots + \phi_p\rho_{k-p}$ ifadesinden yola çıkılarak tanımlanabilir. Eşitlik $k=1,2,\dots,p+1$ için matris formda yazılırsa, $k>p$ için matrisin son satırının aynı matrisin önceki satırının lineer kombinasyonu olduğu görülebilir. ϕ_{kk} kısmi otokorelasyon fonksiyonunun k 'nci lagdan sonra çürüyerek kaybolduğu görülür. Bu da AR modeli teşhis etmede önemli bir araçtır.

$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + a_t$ genel formuyla gösterilebilen AR(1) modeli için bu verilerden yola çıkılarak otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarını aşağıdaki biçimde elde edebiliriz:

$$(1 - \phi_1 B)Z_t = a_t \quad (4.8)$$

$$E(Z_t Z_{t-k}) = E(Z_t Z_{t-1}) + E(a_t Z_{t-k}) \quad (4.9)$$

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} \quad k > 0 \quad (4.10)$$

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} = \phi_1^k \quad k \geq 1 \quad (4.11)$$

Tablo 4.1 AR(1) modelinin stasyonерlik koşulları ve otokorelasyon özellikleri

$\phi_1 > 1$	Süreç stasyonер деğil	-	-
$0 < \phi_1 < 1$	Süreç stasyonер	Otokorelasyon katsayıları pozitif	Üssel Çürüme
$-1 < \phi_1 < 0$	Süreç stasyonер	Otokorelasyon katsayıları ϕ_1 'den başlayarak ve işaret деğiştirerek	Sönümlenen sinüs dalgası
$\phi_1 < -1$	Süreç stasyonер деğil	-	-

4.2 Hareketli Ortalamalı Zaman Serileri (MA(q))

Bir stokastik sürecin hareketli ortalamalı gösteriminde, sonlu sayıda ψ ağırlık katsayısının sıfırdan farklı olması durumunda ($\psi_1 \neq -\theta_1; \psi_2 \neq -\theta_1; \dots; \psi_p \neq -\theta_p$ ve $k > p$ için $\psi_k = 0$) süreç q 'uncu dereceden bir hareketli ortalama süreci olarak adlandırılır ve (MA(q)) ile gösterilir. $\theta_p(B) = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_p B^p)$ hareketli ortalama operatörü olmak üzere, süreç, aşağıdaki gibi ifade edilir (Wei,1994).

$$Z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} + \dots + \theta_q a_{t-q} \quad (4.12)$$

$$Z_t = \theta_p(B) a_t \quad (4.13)$$

$1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2 < \infty$ olması nedeniyle, sonlu mertebeden bir hareketli ortalama süreci daima stasyonerdir. $\theta(B) = 0$ denkleminin köklerinin oluşturduğu çözüm kümesinin birim çemberin dışında kalması durumunda, hareketli ortalama süreci tersinirdir. Hareketli ortalama süreçleri, sadece kısa süreli ani etkilerin üretildiği olayları tanımlamada faydalıdır (Wei,1994).

q 'uncu dereceden bir hareketli ortalama süreci genel olarak şu şekilde gösterilir:

$$Z_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 \dots - \theta_p B^p) a_t \quad (4.14)$$

Bu genel MA(q) süreci için $\theta_0 = 1$ için varyans ve kovaryanslar aşağıdaki gibidir:

$$\gamma_0 = \sigma_a^2 \sum_{j=0}^q \theta_j^2 \quad (4.15)$$

$$\gamma_k = \begin{cases} \sigma_a^2 (-\theta_k + \theta_1 \theta_{k+1} + \dots + \theta_{q-k} \theta_q) & , \quad k = 1, 2, \dots, q \\ 0 & , \quad k > q \end{cases} \quad (4.16)$$

Buna bağlı olarak otokorelasyon fonksiyonu,

$$\rho_k = \begin{cases} \frac{-\theta_k + \theta_1\theta_{k+1} + \dots + \theta_{q-k}\theta_q}{1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2} & , \quad k = 1, 2, \dots, q \\ 0 & , \quad k > q \end{cases} \quad (4.17)$$

olur.

MA(q) sürecinin otokorelasyon katsayısı q'uncu lagdan sonra sıfırlanır. Bu özellik, bir stokastik sürecin hareketli ortalama süreci olup olmadığını teşhis etmeye yarayan önemli bir araçtır.

Bir genel MA(q) sürecinin kısmi otokorelasyon fonksiyonu, $1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 \dots - \theta_q B^q = 0$ denkleminin köklerine bağlı olarak bir üssel çürüme veya sönümlenen bir sinüs dalgası karışımı olarak görülür.

$\{a_t\}$, sıfır ortalamalı ve σ_a^2 standart sapmalı bir beyaz gürültü bileşeni olmak üzere MA(1) modelinin matematiksel formu şöyledir:

$$Z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} = (1 - \theta_1) a_{t-1} \quad (4.18)$$

MA(1) sürecin varyansı ve otokovaryansları aşağıdaki gibi oluşur:

$$\gamma_k = \begin{cases} \sigma_a^2(1 + \theta_1^2) & , \quad k = 0 \\ -\theta_1 \sigma_a^2 & , \quad k = 1 \\ 0 & , \quad k > 1 \end{cases} \quad (4.19)$$

Dolayısıyla MA(1) sürecinin ilk lagdan sonra otokorelasyon katsayıları kuramsal olarak sıfırdır.

$$\rho_k = \begin{cases} \frac{-\theta_1}{1 + \theta_1^2} & , \quad k = 1 \\ 0 & , \quad k > 1 \end{cases} \quad (4.20)$$

$(1 + \theta_1^2)$ değeri daima sonlu bir sayı olacağından MA(1) süreci her zaman stasyonerdir. Ancak sürecin tersinir olabilmesi için $(1 - \theta_1 B) = 0$ denkleminin kökü olan $B=1/\theta_1$ değerinin birim çemberin dışında olması gerekir. Bu da ancak $|\theta_1| < 1$ olması durumunda mümkündür (Wei,1994).

MA(1) sürecinin kısmi otokorelasyon fonksiyonu, aşağıdaki genel bağıntı uyarınca üstel olarak çürür:

$$k = 1 \text{ için,} \quad \phi_{11} = \rho_{11} = \frac{-\theta_1}{1 + \theta_1^2} \quad (4.21)$$

$$k > 1 \text{ için,} \quad \phi_{kk} = \frac{-\theta_1^k (1 - \theta_1^2)}{1 - \theta_1^{2(k+1)}} \quad (4.22)$$

4.3 Otoregresif Hareketli Ortalama Karışımı Süreçler (ARMA(p,q))

ARMA(p,q) süreci, içerisinde hem hareketli ortalama hem de otoregresif bağımlılık içeren zaman serilerinin bir karışımından ibarettir. $\phi_p(B)$ otoregresif operatör ve $\theta_q(B)$ hareketli ortalama operatörü olmak üzere ARMA(p,q) süreci:

$$\phi_p(B)Z_t = \theta_q(B)a_t \quad (4.23)$$

Sürecin tersinir olabilmesi için $\theta_q(B) = 0$ denkleminin köklerinin, stasyoner olabilmesi için ise $\phi_p(B) = 0$ denkleminin kökleri birim çemberin dışında kalmalıdır ($\theta_q(B) = 0$ ve $\phi_p(B) = 0$ denklemlerinin ortak kökü olmadığı varsayılır). ARMA(p,q) süreci tamamen otoregresif bir formda gösterilecek olursa;

$$\pi(B) = \frac{\phi_p(B)}{\theta_q(B)} = (1 - \pi_1 B - \pi_2 B^2 - \dots) \quad (4.24)$$

$$\pi(B)\hat{Z}_t = a_t \quad (4.25)$$

ARMA(p,q) süreci tamamen hareketli ortalamalı bir formda gösterilecek olursa;

$$\psi(B) = \frac{\theta_p(B)}{\phi_q(B)} = (1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \dots) \quad (4.26)$$

$$\psi(B)Z_t = a_t \quad (4.27)$$

ARMA(p,q) sürecinin otokorelasyon fonksiyonunu elde edebilmek için (4.23) eşitliği açık biçimde yazıldıktan sonra eşitliğin her iki tarafı Z_{t-k} ile çarpılıp beklenen değer alınır.

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} + \dots + \theta_q a_{t-q} \quad (4.28)$$

$$\begin{aligned} Z_t Z_{t-k} &= \phi_1 Z_{t-1} Z_{t-k} + \dots + \phi_p Z_{t-p} Z_{t-k} + a_t Z_{t-k} - \theta_1 Z_{t-k} a_{t-1} - \dots \\ &\quad - \theta_q Z_{t-k} a_{t-q} \end{aligned} \quad (4.29)$$

Buradan, k zaman farklı otokovaryans (γ_k) ve otokorelasyon katsayısı (ρ_k) için;

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} + \dots + \phi_p \gamma_{k-p} + E(Z_{t-k} a_t) - \theta_1 E(Z_{t-k} a_{t-1}) - \theta_q E(Z_{t-k} a_{t-q}) \quad (4.30. a)$$

$$\frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \dots + \phi_p \rho_{k-p} + E(Z_{t-k} a_t) - \theta_1 E(Z_{t-k} a_{t-1}) - \theta_q E(Z_{t-k} a_{t-q}) \quad (4.30. b)$$

elde edilir. $k > i$ için $E(Z_{t-k} a_{t-i}) = 0$ olacağından,

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} + \dots + \phi_p \gamma_{k-p} \quad , \quad k \geq (q + 1) \quad (4.31)$$

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \dots + \phi_p \rho_{k-p} \quad , \quad k \geq (q + 1) \quad (4.32)$$

Bir ARMA(p,q) modelinin otokorelasyon fonksiyonu, q'uncu lagdan sonra sanki bir AR(p) süreciymiş gibi – ki sadece otoregresif parametrelere bağlıdır – sönümlenir. Ancak ilk q otokorelasyon katsayısı ($\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_q$), modeldeki hem

otoregresif parametrelere hem de hareketli ortalama parametrelerine bağılı olup modelin başlangıç parametreleri olarak işlev görürler (Wei,1994).

ARMA(p,q) sürecinin kısmi otokorelasyon fonksiyonu, MA(q) sürecini özel bir hal olarak kapsaması nedeniyle, $\theta_p(B) = 0$ ve $\phi_p(B) = 0$ denklem takımının çözümüne bağılı olarak bir üssel çürüme eğrisi ile sönümlenen bir sinüs dalgası karışımı olacaktır (Wei,1994).

p=q=1 özel durumuna karşı gelen ARMA(1,1) modeli aşağıdaki biçimlerde gösterilebilir:

$$(1 - B)Z_t = (1 - B)a_t \quad (4.33)$$

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + a_t - \theta_1 a_{t-1} \quad (4.34)$$

Tersinirlik için $|\theta_1| < 1$, stasyonerlik için ise $|\phi_1| < 1$ olması gerekmektedir. $\phi_1 = 0$ olması durumunda süreç, özel bir hal olan MA(1), $\theta_1 = 0$ olması durumunda ise özel bir hal olan AR(1) sürecine dönüşmektedir. $\theta_1 = \phi_1$ ise Z_t bir beyaz gürültü sürecidir.

ARMA(1,1) süreci aşağıdaki özdeşlik uyarınca ϕ_1 ve θ_1 parametrelerine bağılı olarak π_j ağırlıkları kullanılarak tamamen otoregresif bir formda da gösterilebilir.

$$\pi(B) = (1 - \pi_1 B - \pi_2 B^2 - \dots) = \frac{(1 - \phi_1 B)}{(1 - \theta_1 B)} \quad (4.35)$$

$$\pi(B)Z_t = \frac{(1 - \phi_1 B)}{(1 - \theta_1 B)} Z_t = a_t \quad (4.36)$$

Bu eşitlikteki π_j otoregresif ağırlıkları katsayıları şöyledir:

$$\pi_j = \theta_1^{j-1}(\phi_1 - \theta_1) \quad , \quad j \geq 1 \quad (4.37)$$

Benzer biçimde ARMA(1,1) süreci,

$$\psi_j = \phi_1^{j-1}(\phi_1 - \theta_1) \quad , \quad j \geq 1 \quad (4.38)$$

olmak üzere sonsuz mertebeden bir hareketli ortalama süreci formunda da yazılabilir.

$$Z_t = \psi(B)a_t = \frac{(1 - \theta_1 B)}{(1 - \phi_1 B)} a_t \quad (4.39)$$

ARMA(1,1) sürecinin otokorelasyon ve otokovaryans fonksiyonları şu şekilde elde edilir:

$$\begin{aligned} Z_t Z_{t-k} &= \phi_1 Z_{t-1} Z_{t-k} + a_t Z_{t-k} - \theta_1 Z_{t-k} a_{t-1} - \theta_1 Z_{t-k} a_{t-1} \\ \gamma_k &= \phi_1 \gamma_{k-1} + E(Z_{t-k} a_t) - \theta_1 E(Z_{t-k} a_{t-1}) \end{aligned} \quad (4.40)$$

k=0 için süreç varyansı (γ_0);

$$\gamma_0 = \phi_1 \gamma_1 + E(Z_t a_t) - \theta_1 E(Z_t a_{t-1}) \quad (4.41)$$

olup $E(Z_t a_t) = \sigma_a^2$ ve $E(Z_t a_{t-1}) = (\phi_1 - \theta_1) \sigma_a^2$ yerleştirilirse γ_0 için;

$$\gamma_0 = \phi_1 \gamma_1 + \sigma_a^2 - \theta_1 (\phi_1 - \theta_1) \sigma_a^2 \quad (4.42)$$

bulunur. k=1 için birinci otokovaryans (γ_1)

$$\gamma_1 = \phi_1 \gamma_0 - \theta_1 \sigma_a^2 \quad , \quad k = 1 \text{ için} \quad (4.43)$$

(4.42) ifadesi (4.43)'de kullanılıp, γ_1 çekilirse süreç varyansı için;

$$\gamma_0 = \frac{(1 + \theta_1^2 - 2\phi_1\theta_1)}{(1 - \phi_1^2)} \sigma_a^2 \quad (4.44)$$

elde edilir. Bu ifade (4.42)'de yerleştirilerek γ_1 için;

$$\gamma_1 = \phi_1 \gamma_0 - \theta_1 \sigma_a^2$$

$$\gamma_1 = \phi_1 \frac{(1 + \theta_1^2 - 2\phi_1\theta_1)}{(1 - \phi_1^2)} \sigma_a^2 - \theta_1 \sigma_a^2$$

$$\gamma_1 = \frac{(\phi_1 - \theta_1)(1 - \phi_1\theta_1)}{(1 - \phi_1^2)} \sigma_a^2 \quad (4.45)$$

elde edilir. $k \geq 2$ için ARMA(1,1) süreci AR(1) davranışı gösterir. Bu nedenle;

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} \quad (4.46)$$

yazılabilir.

ARMA(1,1) sürecinin otokorelasyon fonksiyonu $\rho_k = \gamma_k/\gamma_0$ temel eşitliği uyarınca

$$\rho_k = \begin{cases} 1 & , \quad k = 0 \\ \frac{(\phi_1 - \theta_1)(1 - \phi_1\theta_1)}{(1 + \theta_1^2 - 2\phi_1\theta_1)} & , \quad k = 1 \\ \phi_1 \rho_{k-1} & , \quad k > 1 \end{cases} \quad (4.47)$$

olur.

BÖLÜM BEŞ

STASYONER OLMAYAN ZAMAN SERİSİ MODELLERİ

Gerçek zaman serilerinin birçoğu stasyonelik koşullarını sağlamaz. Bu durum hidrolojide sıkça karşılaşılan bir durumdur. Stasyonier olmama durumu, aritmetik ortalamanın sabit olmaması, zamana bağlı ikinci momentlerin – örneğin varyansın – sabit olmaması, veya bu iki durumun karışımı olacak biçimlerde ortaya çıkabilir. Bu çalışmada, İçsel Bağımlı Tümlleşik Hareketli Ortalamalı (ARIMA(p,d,q)) zaman serisi modeli ele alınmıştır.

5.1 Aritmetik Ortalamada Stasyonier Olmama

5.1.1 Deterministik Trend Modelleri

Stasyonier olmayan bir sürecin aritmetik ortalama fonksiyonu, zamanın deterministik bir trendi cinsinden ifade edilebilir. Bu durumda standart regresyon modeli kullanılarak modeli açıklamaya çalışabiliriz. Örneğin, eğer aritmetik ortalama fonksiyonu $\mu_t = \alpha_0 + \alpha_1 t$ gibi doğrusal bir eğilim gösteriyorsa, a_t ortalaması sıfır ve standart sapması 1 olan bir beyaz gürültü bileşeni olmak üzere $Z_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + a_t$ gibi doğrusal bir model uydurulabilir (Wei,1994).

Daha genel bir ifadeyle aritmetik ortalamasının $\mu_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \dots + \alpha_k t^k$ gibi bir polinomla gösterilebildiği zaman serilerine $Z_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \dots + \alpha_k t^k + a_t$ türünden modeller uydurmaya çalışılabilir. Deterministik trendin sinüs-cosinüs türünden eğrilerle gösterilebildiği durumlarda ise, seriye Fourier serisi açılımı ile bir modelleme yapılır.

5.1.2 Stokastik Trend Modelleri ve Fark Alma

Birçok zaman serisi stasyonier olmayan zaman serisi olmasına karşın, bazı denge kuvvetleri nedeniyle, bu serilerin farklı kısımları lokal ortalama seviyelerindeki farklılıklar dışında oldukça benzer davranışlar sergiler (Wei,1994). Box ve Jenkins

(1976, sf.85), bu tür stasyonere olmayan davranışları “homojen stasyonere olmayan davranış” olarak adlandırır. Bu durumu ARMA modeli kapsamında düşünecek olursak, AR polinomunun bazı köklerinin birim çemberin dışında kalmaması durumunda süreç stasyonere değildir. Ancak, bu türden homojen stasyonere olmayan bir serinin yerel davranışı, homojenliğin doğası gereği kendi seviyesinden bağımsızdır (Wei,1994). Böylece, $\psi(B)$ davranışı tarif eden otoregresif operatör olmak üzere, her hangi bir sabit C için:

$$\psi(B)(Z_t + C) = \psi(B)(Z_t) \quad (5.1)$$

olduğu görülür. Bu durum, $\phi(B)$ bir stasyonere otoregresif operatör olmak üzere bazı $d > 0$ değerleri için $\psi(B)$ 'nin,

$$\psi(B) = \phi(B)(1 - B)^d \quad (5.2)$$

formunda olmasını gerektirir. Böylece, homojen stasyonere olmayan seri, genel seriden uygun bir fark alma işlemi uygulanarak stasyonere bir seriye dönüştürülmüş olur. Başka bir deyişle, $\{Z_t\}$ serisi stasyonere olmamasına karşın, $\{(1 - B)^d Z_t\}$ serisi $d \geq 1$ olmak üzere bazı tamsayı d değerleri için stasyonere olur (Wei,1990). Burada d fark mertebesi olup uygulamada genellikle $d \leq 2$ almak yeterli olur.

$$(1 - B)^d Z_t = a_t \quad (5.3)$$

Bu durumu daha net görebilmek için $d=1$ olması halini ele alalım:

$$(1 - B) Z_t = a_t \quad (5.4)$$

$$Z_t = Z_{t-1} + a_t \quad (5.5)$$

$Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots$ gibi serinin geçmiş değerleri dikkate alınırsa, zaman serisinin t anındaki seviyesi $E(Z_t) = \mu_t = Z_{t-1}$ olduğundan, $(t-1)$ anındaki stokastik düzensizlikten etkilenir. Diğer bir deyişle, Z_t sürecinin $d \geq 1$ için $\{(1 - B)^d Z_t\}$

içindeki aritmetik ortalama seviyesi zamana göre stokastik (rastgele) bir değişim gösterir. Böylece (4.1.2.3)'deki sürecin stokastik bir trende sahip olduğunu göstermiş oluruz. Bu durum, sürecin t anındaki aritmetik ortalama düzeyinin zamanın fonksiyonu olduğu “deterministik trend modellerinden” farklıdır (Wei,1994).

5.1.3 İçsel Bağımlı Tümlleşik Hareketli Ortalamalı (ARIMA(p,d,q)) Zaman Serisi Modeli

Homojen stasyoner olmayan bir seriden uygun bir biçimde fark alınmasından doğan stasyoner süreç, her zaman bir beyaz gürültü serisi olmak zorunda değildir. Fark alınarak oluşturulmuş $W_t = (1 - B)^d Z_t$ serisi stasyoner bir genel stasyoner ARMA(p,q) serisine dönüşür. Böylece, stasyoner AR operatörü $\phi_p(B)$ ve tersinir MA operatörü $\theta_q(B)$ 'nin hiçbir ortak faktörü paylaşmadığı $\phi_p(B)(1 - B)^d Z_t$ serisine ulaşırız.

$$\phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p) \quad (5.6)$$

$$\theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) \quad (5.7)$$

$$\phi_p(B)(1 - B)^d Z_t = \theta_0 + \theta_q(B)a_t \quad (5.8a)$$

$$\phi_p(B)W_t = \theta_0 + \theta_q(B)a_t \quad (5.8b)$$

Burada θ_0 parametresi, $d=0$ ve $d>0$ durumları için çok farklı işlevler yerine getirir. θ_0 , $d=0$ olması durumunda sürecin aritmetik ortalamasıyla ilişkili olup $\theta_0 = \mu(1 - \phi_1 - \dots - \phi_p)$ olarak gösterilir. $d>0$ olması durumunda ise θ_0 deterministik trend terimi olarak anılır ve genelde (gerekmedikçe) modelden çıkarılır. Bu seriye “Tümlleşik (Integrated) Oto-regressif Hareketli Ortalamalı Zaman Serisi” denir ve ARIMA(p,d,q) ile gösterilir. $p=0$ olması durumunda seri “Tümlleşik (Integrated) Hareketli Ortalamalı Zaman Serisi” diye adlandırılır ve IMA(d,q) ile ifade edilir (Wei, 1994).

ARIMA(p,d,q) modelinin en sık karşılaşılan örneklerinden biri p=0,d=1 ve q=0 olan Rastgele Seyir (random walk) modelidir Sürecin, (t-1) anındaki değerine rastgele bir a_t gürültü bileşeni eklenmesinden ibaret olan bu model aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$Z_t = Z_{t-1} + a_t \quad (5.9)$$

Rastgele seyir modeli, $(1 - \phi_1 B) Z_t = a_t$ yapısındaki AR(1) sürecinin ϕ_1 parametresinin $\phi_1 = 1$ özel bir halidir. Non-stasyonерlik sınırına çok yakın ($\phi_1 = 1$) AR(1) sürecinin kuramsal otokorelasyon fonksiyonu $\rho_k = \phi_1^k$ olduğundan, Z_t orijinal sürecinin ρ_k otokorelasyon fonksiyonunda uzun süre sönümlenmeden süren dalgalanmalar görülürken, $U_t = Z_t - Z_{t-1}$ fark serisinin otokorelasyon fonksiyonu tipik gürültü niteliğindedir.

p=0, d=1 ve q=1 özel durumunu temsil eden IMA(1,1) modeli, $-1 < \theta < 1$ olmak üzere aşağıdaki formlarda gösterilebilir:

$$(1 - B) Z_t = (1 - \theta B) a_t \quad veya \quad \frac{(1 - B)}{(1 - \theta B)} Z_t = a_t \quad (5.10)$$

$$Z_t = Z_{t-1} + a_t - \theta a_{t-1} \quad (5.11a)$$

$$U_t = Z_t - Z_{t-1} = a_t - \theta a_{t-1} \quad (5.11b)$$

(5.11a)'da görüldüğü gibi, non-stasyonер IMA(1,1) yapısındaki Z_t sürecinin ardışık değerleri arasındaki U_t fark serisi stasyonер bir MA(1) sürecidir. Rastgele seyir modeli, IMA(1,1) sürecinin $\theta = 0$ olan özel halidir. IMA(1,1) modelinin temel karakteristiklerinden biri, orijinal serinin otokorelasyon fonksiyonunun sönümlenmemesine karşılık U_t fark serisinin örnek otokorelasyon fonksiyonunun birinci mertebeden bir hareketli ortalama özelliği göstermesidir ($\rho_{1,u} =$

$\frac{-\theta}{(1-\theta^2)}$; $\rho_{k,u} = 0$, $k > 1$ için). $-1 < \theta < 1$ için, $\alpha = (1 - \theta)$ olmak üzere IMA(1,1) sürecinin optimal tahmin fonksiyonu (5.12)'deki gibidir (Wei, 1994).

$$\hat{Z}_t = \alpha \sum_{j=1}^{\infty} (1 - \alpha)^{j-1} Z_{t-j} \quad (5.12)$$

$\alpha = 1 - \theta$ parametresi, üstel yumuşatma yönteminde “*yumuşatma sabiti*” diye anılır.

5.1.4 Varyans ve Otokovaryansta Stasyoner Olmama

Aritmetik ortalamada stasyoner olan bir süreç, varyans ve otokovaryansta stasyoner olmak zorunda değildir. Ancak aritmetik ortalamada stasyoner olmayan bir süreç, varyans ve kovaryansta da non-stasyoner olacaktır. ARIMA modelinin aritmetik ortalama fonksiyonunun zamana bağlı olarak değişmesi buna örnek olarak gösterilebilir (Wei, 1994).

ARIMA modeli stasyoner olmamasına rağmen, sürecin tüm karakteristikleri ϕ_i , θ_j , σ_a^2 gibi sonlu sayıda parametre yardımıyla açıklanabilmektedir. O halde, sürecin zaman boyunca alacağı tüm değerler, eldeki $\{Z_1, Z_2, \dots, Z_n\}$ veri setine uyarlanan bir ARIMA modelinden elde edilebilir. Örneğin n_0 uzunluğundaki bir veri setine IMA(1,1) modeli uyarlanmış olsun.

$$(1 - B) Z_t = (1 - \theta B) a_t$$

$$Z_t = Z_{t-1} + a_t - \theta a_{t-1}$$

Ardışık yerine yerleştirme yolu ile n_0 başlangıç zamanından daha ilerideki $t > n_0$ gibi bir zamandaki süreç değerleri (Z_t) için, ardışık yerine yerleştirme yöntemi ile

$$Z_t = Z_{t-1} + a_t - \theta a_{t-1}$$

$$\begin{aligned}
&= Z_{t-2} + a_{t-1} - \theta a_{t-2} = Z_{t-2} - a_t - (1 - \theta)a_{t-1} - \theta a_{t-2} \\
&\vdots \\
Z_t &= Z_{n_0} + a_t + (1 - \theta)a_{t-1} + \cdots + (1 - \theta)a_{n_0+1} - \theta a_{n_0}
\end{aligned}$$

elde edilir. Benzer biçimde $t - k > n_0$ gibi bir zamandaki süreç değeri için,

$$Z_{t-k} = Z_{n_0} + a_{t-k} + (1 - \theta)a_{t-k-1} + \cdots + (1 - \theta)a_{n_0+1} - \theta a_{n_0} \quad (5.13)$$

yazılabilir. Böylece, n_0 anındaki Z_{n_0} ve a_{n_0} değerlerinin bilinmesi kaydıyla ARIMA(0,1,1) yani IMA(1,1) modelinde varyans, otokovaryans ve dolayısıyla otokorelasyon katsayılarının t zamanına bağlı değiştiği gösterilebilir (Wei, 1994).

$$Var(Z_t) = [1 + (t - n_0 - 1)(1 - \theta)^2]\sigma_a^2, \quad k = 0 \quad (5.14)$$

$$Var(Z_{t-k}) = [1 + (t - k - n_0 - 1)(1 - \theta)^2]\sigma_a^2, \quad k \neq 0 \quad (5.15)$$

$$\gamma_k(t, n_0) = Cov(Z_t, Z_{t-k}) = [(1 - \theta) + (t - k - n_0 - 1)(1 - \theta)^2]\sigma_a^2 \quad (5.16)$$

$$\rho_k = \frac{Cov(Z_t, Z_{t-k})}{\sqrt{Var(Z_t)Var(Z_{t-k})}} \quad (5.17)$$

$$\rho_k(t, n_0) = \frac{[(1 - \theta) + (t - k - n_0 - 1)(1 - \theta)^2]}{\sqrt{[1 + (t - n_0 - 1)(1 - \theta)^2][1 + (t - k - n_0 - 1)(1 - \theta)^2]}} \quad (5.18)$$

Wei (1994), yukarıdaki bağıntılardan ulaştığı önemli sonuçları şöyle vurgulamaktadır:

- ARIMA sürecinin varyansı, $Var(Z_t)$, zamana bağlıdır ve $k \neq 0$ için $Var(Z_t) \neq Var(Z_{t-k})$ olur.
- ARIMA sürecinin varyansı, $Var(Z_t)$, $t \rightarrow \infty$ için sınırsızdır.
- ARIMA sürecinin otokovaryansları ve otokorelasyonları da zamana bağlı olup, zaman ötelenmesinden bağımsız değildir. Başka bir deyişle, bunlar

sadece k zaman farkının fonksiyonları olmayıp, aynı zamanda zaman başlangıcı t ve n_0 referans noktasının da fonksiyonudur.

- n_0 k 'dan çok büyük ise $\rho_k(t, n_0) \cong 1$ olur. $\rho_k \leq 1$ olması, k otokorelasyon fonksiyonunun k arttıkça yavaş yavaş çürüdüğünü gösterir.

Genel anlamda söylenecek olursa, eldeki tek bir gözlemsel seriden hareketle hem ortalama hem de otokovaryans veya otokorelasyon fonksiyonlarında stasyonere olmayan bir stokastik süreçle ilgili istatistiksel çıkarımlarda bulunmak çok zor veya imkansızdır. Ancak, uygun bir fark alma işlemi ile stasyonere olamayan homojen bir süreç, stasyonere bir sürece dönüştürülebilir. Daha açık bir ifadeyle, stasyonere olmayan bir Z_t sürecinden uygun bir fark alma işlemi ile elde edilen $W_t = (1 - B)^d Z_t$ fark serisi stasyonere olabilir ve fark serisi $\phi(B) W_t = \theta(B) a_t$ gibi bir ARMA süreci ile temsil edilebilir.

BÖLÜM ALTI

DIŞSAL GİRDİLİ TRANSFER FONKSİYONU MODELLERİ

6.1 ARMAX Modelleri

Bazı zaman serilerinde çıktı serileri, birden fazla girdi serisi ile bir içsel bağımlılık gösterebilir. Örneğin, bir kuyudaki su seviyeleri çıktı serisi olarak düşünülecek olursa, bu seri hem yağış hem de sıcaklık veya evapotranspirasyonun bir fonksiyonu olabilir. Bu durumda bu zaman serilerini transfer fonksiyonu modelleri olarak adlandırabiliriz (Wei, 1994 sf.289).

En genel haliyle dışsal transfer fonksiyonu modeli $ARMAX(n_a, n_b, n_c, n_k)$ aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$A(G)Y_t = \mu_0 + B(G)X_{t-n_k} + C(G)\varepsilon_t \quad (6.1)$$

Burada G geri kaydırma operatörü, ε_t gürültü bileşeni, $A(G)$, $B(G)$ ve $C(G)$ ise G 'nin polinomları olup açık formda aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$A(G) = 1 + a_1G + a_2G^2 + \dots + a_{na}G^{na} \quad (6.2. a)$$

$$B(G) = 1 + b_1G + b_2G^2 + \dots + b_{nb}G^{nb} \quad (6.2. b)$$

$$C(G) = 1 + c_1G + c_2G^2 + \dots + c_{nc}G^{nc} \quad (6.2. c)$$

Bu ifadelerde n_k girdinin (X_t) çıktı (Y_t) üzerinde önemli etki oluşmaya başladığı zaman kaymasıdır. $\mu_0 = 0$ koşulunun gerçekleşebilmesi için X_t , Y_t ve ε_t süreçlerinin her birinin sıfır ortalamalı stasyonere süreçler olması gerekir. (6.1)'deki transfer fonksiyonu modeli,

$$E_t = \frac{C(G)}{A(G)} \varepsilon_t = \frac{\theta_q(G)}{\phi_p(G)} \varepsilon_t \quad (6.3)$$

$$\vartheta(G) = \frac{B(G)}{A(G)} = \frac{\omega_s(G)}{\delta_r(G)} \quad (6.4)$$

olmak üzere ($\vartheta(G)$ dürtü tepki fonksiyonu olarak adlandırılır) aşağıdaki gibi de yazılabilir:

$$Y_t = \vartheta(G)X_{t-n_k} + E_t \quad (6.5)$$

Buradaki $\omega_s(G)$ ve $\delta_r(G)$ dürtü tepki fonksiyonunu, $\phi_p(G)$ ve $\theta_q(G)$ ise gürültü bileşeni tanımlamakta kullanılan polinomlardır.

$$\omega_s(G) = \omega_0 - \omega_1 G - \omega_2 G^2 - \dots - \omega_s G^s \quad (6.6. a)$$

$$\delta_r(G) = 1 - \delta_1 G - \delta_2 G^2 - \dots - \delta_r G^r \quad (6.6. b)$$

$$\theta_q(G) = 1 - \theta_1 G - \theta_2 G^2 - \dots - \theta_q G^q \quad (6.6. c)$$

$$\phi_p(G) = 1 - \phi_1 G - \phi_2 G^2 - \dots - \phi_p G^p \quad (6.6. d)$$

Dolayısıyla $A(G)$, $B(G)$ ve $C(G)$ polinomları, $\delta_r(G)$, $\omega_s(G)$, $\phi_p(G)$ ve $\theta_q(G)$ polinomlarına (6.7)'deki gibi bir özdeşliklerle bağlıdır.

$$\begin{cases} A(G) = \phi_p(G)\delta_r(G) \\ B(G) = \phi_p(G)\omega_s(G) \\ C(G) = \theta_q(G)\delta_r(G) \end{cases} \quad (6.7)$$

(6.1)'deki ARMAX modeli açık formda ifade edilecek olursa,

$$Y_t = \mu_0 + b_0 X_{t-n_k} + \sum_{j=1}^{n_b} b_j X_{t-n_k-j} - \sum_{j=1}^{n_a} a_j Y_{t-j} + \varepsilon_t + \sum_{j=1}^{n_c} c_j e_{t-j} \quad (6.8)$$

şeklinde yazılabilir. Buradan da görüleceği gibi ARMAX modeli Y_t sürecinin geçmişteki değerleri ile X_t sürecinin $t - n_k$ ve daha önceki değerleri arasında, hata terimi de ARMA(p,q) bağımlılık yapısında olan bir çoklu lineer regresyon modelidir.

$\omega_s(G)$, $\delta_r(G)$, $\theta_q(G)$, $\phi_p(G)$ polinomlarının dereceleri s, r, q, p ile $A(G)$, $B(G)$, $C(G)$ polinomlarının n_a , n_b , n_c dereceleri arasındaki ilişkiler ise şöyledir:

$$n_a = p + r \quad (6.9. a)$$

$$n_b = p + s \quad (6.9. b)$$

$$n_c = q + r \quad (6.9. c)$$

6.2 ARX Modelleri

(6.1) ile tanımlanan ARMAX modelinde $C(G)$ polinomunun 1'e eşit olması halinde bu model dışsal girdili otoregresif transfer fonksiyonu modeli olarak adlandırılan $ARX(n_a, n_b, n_k)$ modeline dönüşür. Bu yapı, aşağıdaki biçimlerde gösterilebilir.

$$A(G)Y_t = \mu_0 + B(G)X_{t-n_k} + \varepsilon_t \quad (6.10)$$

$$Y_t = b_0 X_{t-n_k} + \sum_{j=1}^{n_b} b_j X_{t-n_k-j} - \sum_{j=1}^{n_a} a_j Y_{t-j} + \varepsilon_t = \hat{Y}_t + \varepsilon_t \quad (6.11)$$

Burada n_k , gecikme zamanı olup bağımlılığı X_t zaman serisine uygun olarak ayıklanmış input ve output arasındaki çapraz korelasyon analizinde, çapraz korelasyon katsayısı sıfırdan anlamlı ölçüde farklı olan en küçük zaman farkıdır.

Gecikme zamanı belirlenen bir modelde en küçük kareler yöntemi kullanılarak çeşitli n_a ve n_b değerleri için $A(G)$ ve $B(G)$ polinomlarındaki ağırlık katsayıları

saptanıp ε_t bileşeni elde edilir. Burada ε_t bileşeninin rastgele tam bağımsız bir seri olması gerekmektedir. Bu işlemler yapılırken uygun n_a ve n_b değerleri için bulunan modelden bazı terimler tek tek veya alt gruplar halinde atılarak kısmi F testi uygulanabilir. Elde edilen ε_t serisinin rastgele tam bağımsız olup olmadığını anlamak için bu serinin otokorelasyon analizi yapılarak otokorelasyon katsayılarının güven aralıkları içinde kalıp kalmadıkları incelenebilir. Ayrıca ε_t bileşeninin X_t input serisi ile çapraz korelasyon analizi yapılarak aralarında anlamlı bir bağımlılık ilişkisi olup olmadığı test edilir. Bu işlemler yapılırken en basit ARX modelinden daha karmaşık olan ARMAX modellerine doğru denemeler yapılması, modelleme çalışmalarında kolaylık sağlar.

6.3 Transfer Fonksiyonu Modelinin Belirlenmesi

X_t serisinin içsel bağımlılık yapısı esas alınarak filtrelenmiş input ve output arasında çapraz korelogram çizilerek n_k, r ve s mertebeleri kabaca belirlenebilir. $\vartheta(B)$ transfer fonksiyonun ϑ_k ağırlık katsayıları, (6.12)'deki gibi filtrelenmiş input α_t ile output β_t arasındaki $\rho_{\alpha\beta}^{(k)}$ çapraz korelasyon katsayılarına bağlıdır (Wei, 1994, s.296).

$$\alpha_t = \frac{\phi_x(G)}{\theta_x(G)} X_t \quad ; \quad \beta_t = \frac{\phi_y(G)}{\theta_y(G)} Y_t \quad (6.12)$$

$$\vartheta_k = \frac{\sigma_\beta}{\sigma_\alpha} \rho_{\alpha\beta}^{(k)} \quad (6.13)$$

(6.5)'deki transfer fonksiyonu $\vartheta(G)$, $r = 0$ olması durumunda sonlu sayıda ağırlık katsayısı içerir ($\vartheta_{n_k} = \omega_0, \vartheta_{n_{k+1}} = -\omega_1, \dots, \vartheta_{n_{k+s}} = -\omega_s$). s 'nin sıfır olması durumunda $\vartheta_{n_k} = \omega_0$ olup diğer ağırlık katsayıları önemini yitirir. s 'nin 1 olması ise $\vartheta_{n_k} = \omega_0, \vartheta_{n_{k+1}} = -\omega_1$ dışındaki tüm ağırlık katsayılarının yok olmasına neden olur.

$\vartheta(G)$ polinomunun tüm ağırlık katsayıları, r 'nin 1 olması halinde üstel bir çürüme gösterir. $s = 0$ ise başlangıç değeri ϑ_{n_k} , $s = 1$ ise $\vartheta_{n_{k+1}}$ ve $s = 2$ ise $\vartheta_{n_{k+2}}$ olur.

$r = 2$ ise $\vartheta(G)$ teriminin ağırlık katsayıları, $\delta_2(G) = 1 - \delta_1(G) - \delta_2(G)^2 = 0$ denkleminin köklerine bağlı olarak çürüme gösterir. Bu denklemin kökleri gerçel ise üstel olarak, sanal ise sönümlü sinüzoidal olarak çürür.

Transfer fonksiyonu modelini belirleyebilmek için öncelikle n_k , r ve s mertebelerini tahmin etmek gerekmektedir. Bu mertebeler seçildiğinde, (6.13)'den hesaplanan ϑ_k ağırlık katsayıları kullanılarak $\omega_s(G)$ ve $\delta_r(G)$ polinomlarındaki ω_j ve δ_j parametrelerinin ön tahminleri bulunabilir ve (6.14)'deki $\hat{\vartheta}(G)$ geçici transfer fonksiyonu belirlenebilir (Wei, 1994, s.291).

$$\hat{\vartheta}(G) = \frac{\hat{\omega}_s(G)}{\hat{\delta}_r(G)} \quad (6.14)$$

E_t gürültü serisinin $\hat{E}_t = Y_t - \hat{Y}_t$ örnek tahminleri, $\hat{\delta}_r(G) = 0$ denkleminin tüm kökleri birim çemberin dışında kalmak koşuluyla (6.15)'den elde edilebilir.

$$\hat{E}_t = Y_t - \hat{Y}_t = Y_t - \frac{\hat{\omega}_s(G)}{\hat{\delta}_r(G)} X_{t-n_k} \quad (6.15)$$

Burada $\hat{Y}_t = \vartheta(G)X_{t-n_k}$, modelden elde edilen output serisini temsil etmektedir. Bu ifadelerdeki $Y_0, Y_{-1}, Y_{-2} \dots$ ve $X_0, X_{-1}, X_{-2} \dots$ gibi terimler sıfır alınabilir.

$$\hat{Y}_t = \hat{\vartheta}(G)X_{t-n_k} = \omega_0 X_{t-n_k} + \sum_{j=1}^r \hat{\delta}_j Y_{t-j} - \sum_{j=1}^s \hat{\omega}_j X_{t-n_k-j} \quad (6.16)$$

$\hat{E}_t$ örnek tahminlerinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonları incelenerek gürültü serisi modeli için alternatif p ve q mertebeleri saptanır ve her

alternatif model için $\hat{\theta}_q(G)$ ve $\hat{\phi}_p(G)$ polinomlarının katsayıları ve rastgele bağımsız bileşen (kalıntı) varyansı $\hat{\sigma}_e^2$ hesaplanır.

Başlangıç değerleri $\hat{e}_0 = \hat{e}_{-1} = \dots = 0$ seçilerek, transfer fonksiyonu modeli gürültü bileşenine ait kalıntı serisi $\hat{e}_t$ ve kalıntı varyansı aşağıdaki bağıntılar yardımıyla hesaplanabilir.

$$\hat{e}_t = \frac{\hat{\theta}_q(G)}{\hat{\phi}_p(G)} \hat{E}_t = \hat{E}_t + \sum_{j=1}^p \hat{\phi}_j \hat{E}_{t-j} - \sum_{j=1}^q \hat{\theta}_j \hat{e}_{t-j} \quad (6.17)$$

$$\hat{\sigma}_e^2 = \sum_{t=1}^n \frac{\hat{e}_t^2}{n-p-q} \quad (6.18)$$

Seçilen p, q, r, s, n_k mertebeleri için elde edilen $\hat{\phi}, \hat{\theta}, \hat{\delta}, \hat{\omega}$ parametreleri (6.7)'de kullanılarak, $\hat{A}(G) = \hat{\phi}_p(G) \hat{\delta}_r(G)$, $\hat{B}(G) = \hat{\phi}_p(G) \hat{\omega}_s(G)$ ve $\hat{C}(G) = \hat{\theta}_q(G) \hat{\delta}_r(G)$ özdeşlikleri uyarınca $\hat{A}(G), \hat{B}(G), \hat{C}(G)$ polinomlarının $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}$ katsayılarının ön tahminleri bulunabilir. $t_0 = \max(p+r+1, n_k+p+s+1)$ anından daha önceki kalıntı değerleri sıfır alınmak suretiyle, $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}$ parametrelerinin koşullu non-lineer en küçük hata kareler yöntemi tahminleri (6.19)'daki amaç fonksiyonu minimize edilerek hesaplanabilir (Wei, 1994, sf.300).

$$SSE(\hat{a}, \hat{b}, \hat{c} | n_k) = \sum_{t=t_0}^N \hat{e}_t^2 \quad (6.19)$$

Gerekirse, gecikme zamanı n_k 'nin farklı değerleri için yukarıdaki hesaplamalar tekrarlanarak en uygun n_k değeri de belirlenir.

6.4 Dışsal Girdili Transfer Fonksiyonu Modellerinin Uygunluğu ve Performans Ölçütleri

Gözlemsel girdi ve çıktı serilerine dayanılarak kurulan bir transfer fonksiyonu modelinin uygunluğu iki farklı açıdan kontrol edilir. Öncelikle kurulan modelin $\hat{e}_t$ kalıntı serisinin otokorelasyon katsayılarının belli bir anlamlılık düzeyindeki tolerans limitleri içinde kalıp kalmadığı kontrol edilir.

$$TL(\rho_{ek}) = [-1 \mp \sqrt{n - k - 1}] \quad (6.20)$$

Ayrıca istenirse kalıntılara uyarlanan ARMA(p,q) modelinin kalıntı serisine ait otokorelasyonlardan Q_e Box-Pierce hesaplanıp $\vartheta_e = k_{\max} - p - q$ serbestlik dereceli kritik $\chi^2(\alpha; \vartheta_e)$ değeri ile karşılaştırılabilir. $Q_e < \chi^2(\alpha; \vartheta_e)$ ise kalıntılara uyarlanan model uygundur.

$$Q_e = n(n + 2) \sum_{k=1}^{k_{\max}} \frac{r_{ek}^2}{n - k} \quad (6.21)$$

Ayrıca istenirse aşağıdaki Box-Pierce Portemanteau uyum eksikliği istatistiği de kullanılabilir (Wei, 1994).

$$Q_0 = m(m + 2) \sum_{k=0}^K \frac{r_{ek}^2}{m - k} \quad (6.22)$$

Bu eşitlikte $m = n - t_0 + 1$ ve K çapraz korelasyon adedi olup, $Q_0 < \chi^2(\alpha; K + 1 - r - s)$ ise modelin uygun olduğu kabul edilebilir.

Kurulan transfer fonksiyonu modelinin uygun sayılabilmesi için ayrıca $\hat{e}_t$ serisi ile X_t (veya filtrelenmiş α_t) serisi arasındaki çapraz korelasyonlar belli bir anlamlılık düzeyindeki tolerans limitleri içinde kalmalıdır.

$$TL\{\rho_{ex}(k)\} = \mp 2/\sqrt{n - t_0 + 1 - k} \quad (6.23)$$

Bu koşulları sağlayan transfer fonksiyonu modelleri arasından en uygununu seçmek için, SST dönüşümden geçmiş ve filtrelenmiş zaman serisinin fark kareler toplamı olmak üzere (6.23)'den hesaplanan düzeltilmiş determinasyon katsayısına da ($\hat{R}^2$) bakılabilir.

$$\hat{R}^2 = 1 - \frac{SSE/(m - p - q)}{SST/(n - 1)} \quad (6.24)$$

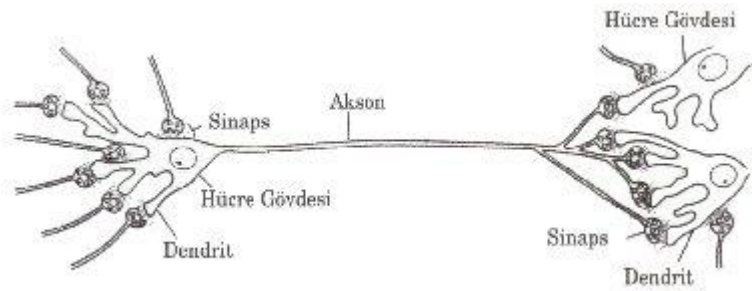
BÖLÜM YEDİ

YAPAY SINIR AĞLARI YÖNTEMLERİ İLE TAHMİNLEME

Yapay Sinir Ağları (YSA) yöntemi, matematik, istatistik, fizik ve mühendislik gibi pek çok farklı disiplinde modelleme, zaman serisi analizi, doku tanımlama, sinyal frekans analizi vb... çalışma alanlarında kullanılan bir programlama tekniğidir.

1940'lı yıllardan itibaren biyolojik sinir hücrelerinin çalışma esaslarının taklit edilmesiyle geliştirilen yapay sinir hücre modeli, VE, VEYA ve DEĞİL gibi mantık işlemlerinin sayısal olarak kodlanarak modellenebileceğini sonucunu doğurmuştur. Bu sayede biyolojik sinir sisteminin incelenmesi ve bunlardan esinlenerek YSA modellerinin geliştirilmesi başta mühendislik olmak üzere pek çok çalışma alanında kendisine yer bulmuştur (Şen, 2004).

Yapay Sinir Ağları yöntemi, nöron adı verilen sinir hücreleri ve bu hücreler arasında gerçekleştirilen enerji alışverişi ve buna verilen tepkiler sayesinde bilgi iletimini sağlayan insan sinir sisteminden ilham alarak geliştirilmiştir. Bu yapı Şekil 7.1'de kabaca gösterilmiştir (Şen, 2004).



Şekil 7.1 Piramit sinir hücresi

YSA, kendisine girdi olarak sunulan bilgileri öğrenme adı verilen nöronlar arası bir etkileşim sürecinde kullanarak öğrenme sürecinde karşılaşılmayan girdiler için makul çıktılar üretme yeteneği geliştirebilen bir genelleme mekanizmasıdır. Bu

mekanizma, böylelikle karmaşık problemleri çözebilmektedir. Basit sinir hücrelerinin paralel bağlanmalarından meydana gelen bir sistem olması nedeniyle taşınan bilgilerin birbirinden bağımsız olması, bir birimde yapılan hatanın tüm sistemi etkilememesi sonucunu doğurmaktadır. Bu da YSA'yı diğer klasik yöntemlere göre daha avantajlı bir konuma getirmektedir.

YSA'ların başlıca temel özellikleri şöyle özetlenebilir (Haykin, 1999):

- Non-lineerlik: YSA, nöronları ve bu nöronlar arasındaki bilgi alışverişinden oluşan yapısıyla lineer olmayan karmaşık bir doğa olayının modellenmesinde kullanılabilir.
- Girdi-çıkı eşleşimi: Bir örnek girdi veri setini öğrenme süreçleri içinde kullanarak ağırlık katsayılarını modifiye etmek suretiyle makul bir çıkı veri setiyle eşleştirir.
- Uyarlanabilirlik: Belli bir ortamda çıkı üretmek üzere eğitilmiş bir YSA, bu ortamdaki küçük değişiklikler sonrasında da doğru çıktılar üretebilecek şekilde tekrar eğitilebilir.
- Kanıtsal tepki verebilme: Özellikle doku tanımlama problemlerinde YSA, sadece hangi dokunun seçilmesi gerektiği hakkında bilgi vermesinin yanı sıra verilen kararın güvenilirliği hakkında da bilgi verebilir.

Klasik yöntemlerle bir problemin çözülmesi için bir takım ön kabuller gerekmektedir. Bunlar 4 madde ile özetlenebilir (Şen, 2004):

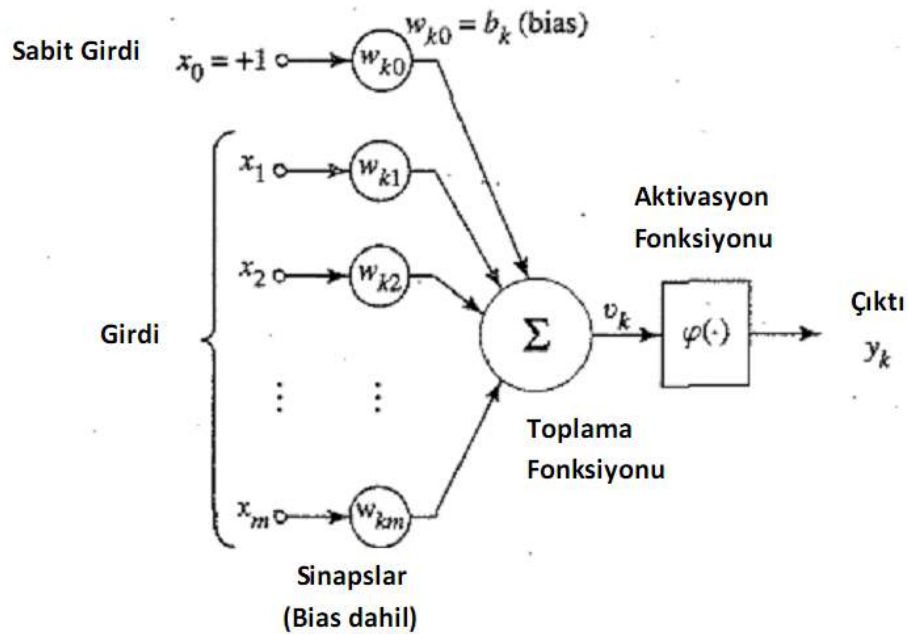
- Veri seti ve bunlardan arta kalan terimlerin mutlaka normal dağılım gösterdiği,
- Veri setinin ortalama, standart sapma, varyans vb... istatistiksel parametrelerin sabit olduğu ve veri seti boyutundan bağımsız olduğu,
- Model sonrası hataların birbirinden bağımsız olduğu,
- Verilerin saçılma diyagramlarında mutlaka bir trend olması ve verilerin ölçüm hataları içermemesi.

Bu tez kapsamında YSA ile modelleme yapılmasının başlıca sebebi de eldeki veri setinin bu kabulleri tam olarak sağlayamamasıdır.

7.1 Yapay Sinir Ağı Hücreleri

Bir YSA şebekesi, mimari olarak adlandırılan sinir hücreleri yapısı ve bu yapının çalışmasını sağlayan matematiksel fonksiyonlardan meydana gelmektedir. Mimari, giriş, saklı ve ara tabakaları oluşturan sinir hücreleri ve bunlara sabit katkılı bias adı verilen hücrelerden oluşur. Nöron, bir yapay sinir ağını oluşturan en küçük temel parçadır. Şekil 7.2’de şematik olarak gösterilen nöron, üç temel unsurdan oluşur (Haykin, 1999):

- Her biri kendisine özgü bir ağırlık katsayısına sahip olan sinapslar,
- Girdilerin ilgili sinapslarından gelen ağırlık katsayılarının lineer birleştiricisi işlevini gören toplama fonksiyonu,
- Ve nöronun çıktısının büyüklüğünü belli bir ölçek içinde tutmaya yarayan aktivasyon fonksiyonu.



Ayrıca toplam girdiye dışsal olarak değerini pozitif veya negatif olmasına göre artırıp azaltan bias terimi de yukarıda gösterilmiştir.

Bir nöronu matematiksel olarak, b_k bias terimleri, $x_1, x_2, \dots, x_m$ girdi sinyalleri ve $w_1, w_2, \dots, w_m$ ağırlık katsayıları olmak üzere aşağıdaki iki denklem ile ifade edilebilir.

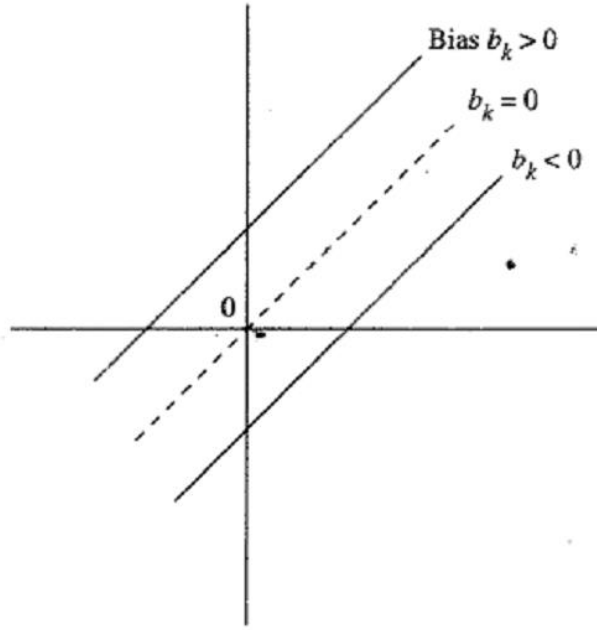
$$u_k = \sum_{j=1}^m w_{kj} x_j \quad (7.1)$$

$$y_k = \varphi(u_k + b_k) \quad (7.2)$$

Burada u_k , girdi sinyallerinden kaynaklanan lineer bileşik çıktı; b_k terimi bias'ı; $\varphi(.)$ terimi aktivasyon fonksiyonunu, y_k ise nöronun çıktı sinyalini temsil etmektedir.

Aktivasyon potansiyeli v_k ile bias terimi b_k arasındaki ilişki Şekil 7.3'de gösterilmiştir. Bias terimi, işaretine göre aktivasyon potansiyeline pozitif veya negatif bir katkı yapar. Bu katkı sonucu ötelenmiş olan aktivasyon potansiyeli, artık orijinden geçmemektedir. Bu durum Şekil 7.3'de grafik olarak görülmektedir.

$$v_k = u_k + b_k \quad (7.3)$$

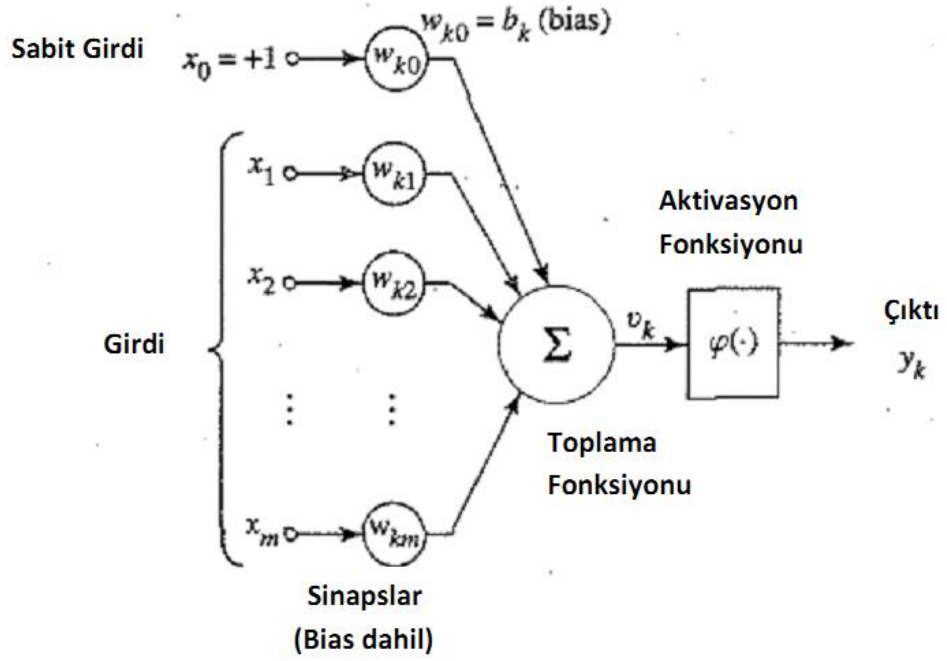


Şekil 7.3 Bias-aktivasyon potansiyeli arasındaki ilişki

Eğer bias terimini girdi sinyali $x_0 \neq +1$ olan ve ağırlık katsayısı $w_{k0} = b_k$ olan bir sinaps gibi ele alacak olursak, nöronu matematiksel olarak (7.4) ve (7.5)'deki gibi daha kısa bir gösterimle ifade edebiliriz. Bu durum, Şekil 7.4'de şematik olarak gösterilmiştir.

$$v_k = \sum_{j=0}^m w_{kj} x_j \quad (7.4)$$

$$y_k = \varphi(v_k) \quad (7.5)$$



Şekil 7.4 Bias terimi sabit girdi olarak gösterilmiş nöron

YSA modellerinde en sık kullanılan aktivasyon fonksiyonları sırasıyla, eşik fonksiyonu, parçalı doğrusal fonksiyon ve sigmoid fonksiyondur. Bu fonksiyonların temel işlevi, aktivasyon potansiyelini normalize etmektir. Türevlendirilebilir olan bu fonksiyonların tanım kümeleri $(-\infty, +\infty)$ olup değer kümeleri $[0,1]$ olması gerekir.

- Eşik Fonksiyonu: (7.6) ve (7.7) denklemleri ile ifade edilebilen eşik fonksiyonunun grafik gösterimi Şekil 7.4’de verilmiştir.

$$\varphi(v) = \begin{cases} 1 & ; v \geq 0 \text{ ise} \\ 0 & ; v < 0 \text{ ise} \end{cases} \quad (7.6)$$

$$y_k = \begin{cases} 1 & ; v_k \geq 0 \text{ ise} \\ 0 & ; v_k < 0 \text{ ise} \end{cases} \quad (7.7)$$

$$v_k = \sum_{j=1}^m w_{kj} x_j + b_k \quad (7.8)$$

- Parçalı Doğrusal Fonksiyon: Şekil 7.5'te de görüleceği gibi $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ aralığında tanımlanan bölgede doğrusal olan, bunun dışındaki bölgelerde eşik fonksiyonuna dönüşen aktivasyon fonksiyonudur. Matematiksel olarak (7.9) ile ifade edilebilir.

$$\varphi(v) = \begin{cases} 1 & ; & v \geq +\frac{1}{2} \\ v & ; & +\frac{1}{2} > v > -\frac{1}{2} \\ 0 & ; & v \leq -\frac{1}{2} \end{cases} \quad (7.9)$$

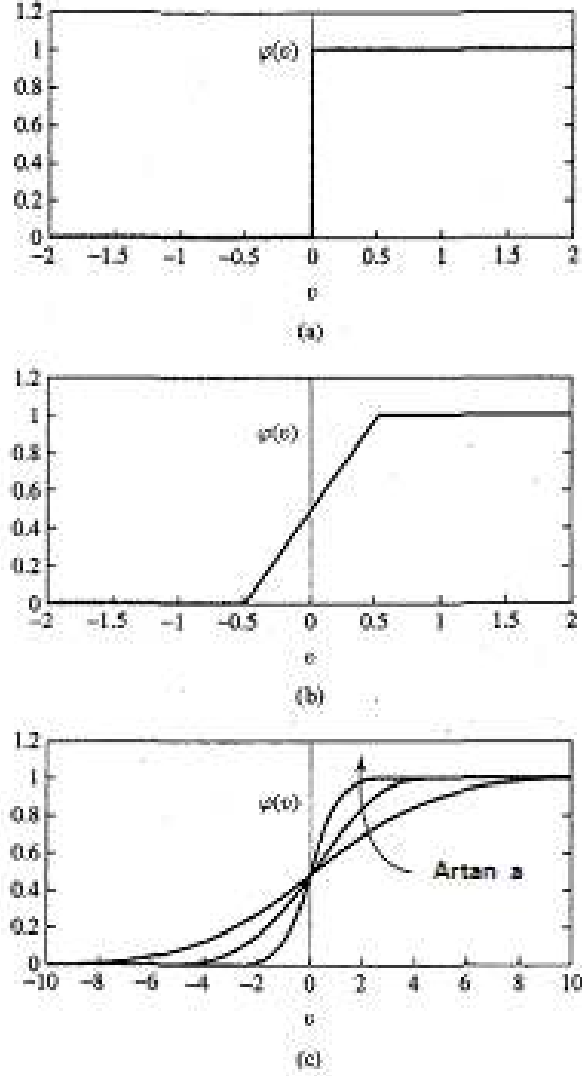
- Sigmoid Fonksiyon: Bu tez kapsamında da kullanılan bu fonksiyon, YSA örneklerinde en sık kullanılan aktivasyon fonksiyonudur. S şeklinde görülen bu fonksiyon, sürekli artan bir fonksiyon olup doğrusal ile doğrusal olmayan arası bir davranış sergilemektedir. a eğim parametresi olmak üzere (7.10)'da görüldüğü gibi ifade edilebilir. Sürekli, türevlendirilebilir ve monoton artan bir fonksiyondur. a parametresi arttıkça Şekil 7.4.c'deki gibi bir değişim gösterir. a 'nın sonsuza yakınsaması halinde sigmoid fonksiyon eşik fonksiyonuna yakınsar.

$$\varphi(v) = \frac{1}{(1 + e^{-av})} \quad (7.10)$$

Yapay sinir ağları, ancak ve ancak ağırlık katsayısı değerlerindeki küçük değişimlerin çıktılar üzerinde değişim yaratabilmesi durumunda eğitilebilirler. Bu durum, sinir hücrelerinin ağır aktivasyon fonksiyonlarına sahip olmaları durumunda gerçekleşemez. Bu nedenle, aktivasyon fonksiyonları girdi veya ağırlık katsayıları değişimine yüksek duyarlılık gösterebilen fonksiyonlar olmaları gerekir.

1950'li yıllarda itibaren, YSA'larını gösterebilmek için Şekil 7.2'de verilen grafik gösterime alternatif olarak işaret akış çizelgeleri de geliştirilmiştir. Düğüm noktaları

olarak adlandırılan bağlarla (oklarla) gösterilen sinapsların bir nöronu nasıl oluşturduğu Şekil 7.5.'de verilmiştir.



Şekil 7.5 Aktivasyon fonksiyonları a) eşik fonksiyonu, b) parçalı doğrusal fonksiyon, c) sigmoid fonksiyon

7.2 Geri Besleme

Şekil 7.6.'den yola çıkılarak bir nöron, $x_j(n)$ 'ler girdi sinyalleri, $x'_j(n)$ 'ler iç sinyaller, ve $y_k(n)$ 'ler çıktı sinyalleri kesikli zaman değişkeni n 'in fonksiyonları

olmak üzere, sırasıyla A ve B operatörleri ile tanımlanan ileri ve geri besleme ile tanımlanabilir. Burada;

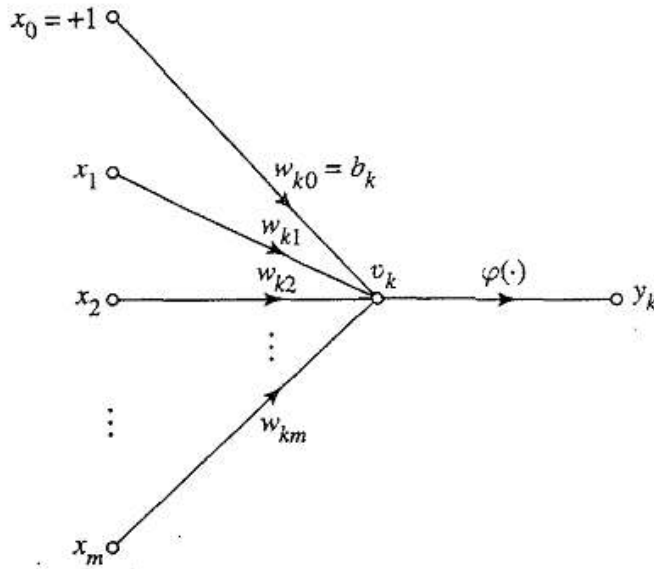
$$y_k(n) = A[x'_j(n)] \quad (7.11)$$

$$x'_j(n) = x_j(n) + B[y_k(n)] \quad (7.12)$$

olarak verilir. (7.11) ve (7.12)'den $x'_j(n)$ teriminin ayıklanmasıyla;

$$y_k(n) = \frac{A}{1 - AB} [x_j(n)] \quad (7.13)$$

elde edilir. Bu ifadedeki $A/(1-AB)$ terimi, sistemin kapalı döngü operatörü, AB ise açık döngü operatörü olarak adlandırılır. Genelde açık döngü operatörünün değişme özelliği yoktur ($BA \neq AB$) (Haykin, 1999)



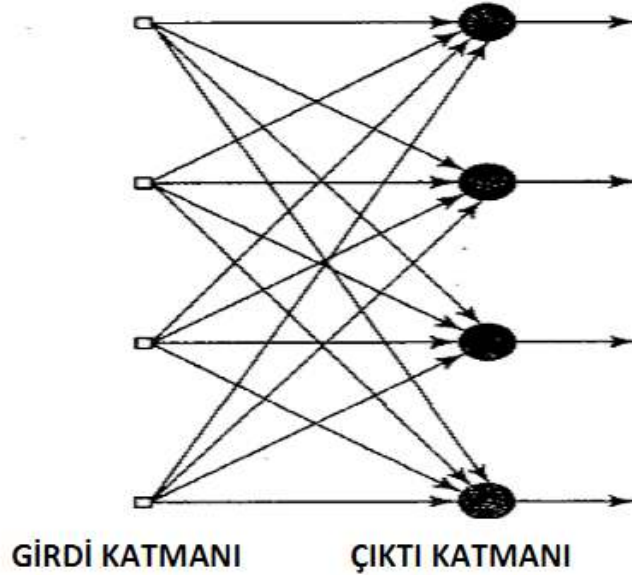
Şekil 7.6 Bir nörona ait işaret akış çizelgesi

7.3 Ağ Mimarisi

Bir YSA sistemi içinde nöronların sayısı, dizilimi ve aralarındaki ilişkilerin tümünün teşkil ettiği sisteme ağ mimarisi denir. Tüm bu nöronların sayısı, dizilimi ve aralarındaki ilişkiler, öğrenme algoritmalarını doğrudan etkiler. Ağ mimarilerini üç ana başlık altında toplayabiliriz.

7.3.1 Tek Katmanlı Ağlar

Zaman zaman nöronlar bir YSA sistemi içinde aynı katmanlarda toplanabilir. Bu tür ağlarda tüm kaynak girdi düğüm noktaları tek bir girdi katmanında toplanmış olup besleme, ancak girdi tabakasından çıktı nöronlarının oluşturduğu çıktı katmanına doğru gerçekleşir. Girdi düğüm noktalarında herhangi bir hesaplama yapılmadığı için bu katman bir katman olarak kabul edilmez.



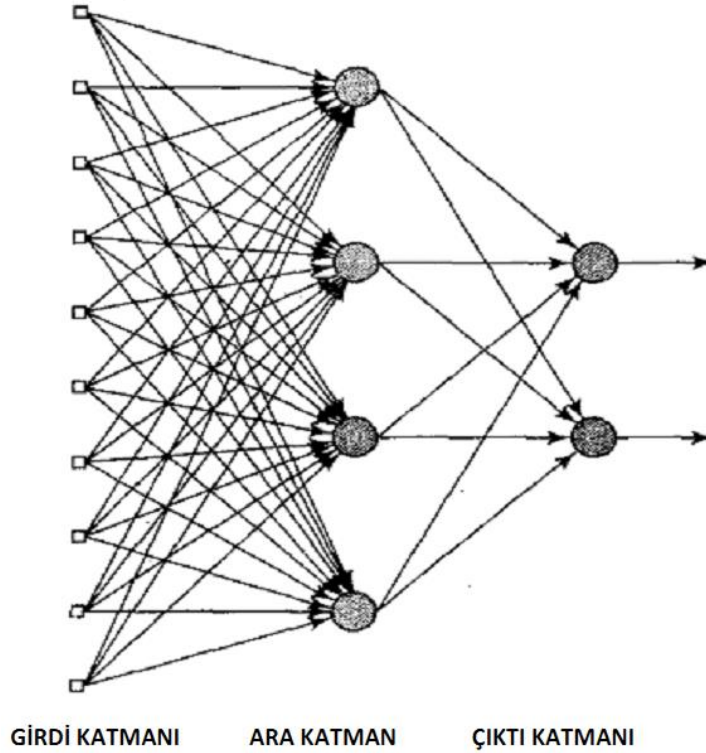
Şekil 7.7 Tek tabakalı YSA

7.3.2 Çok Katmanlı Ağlar

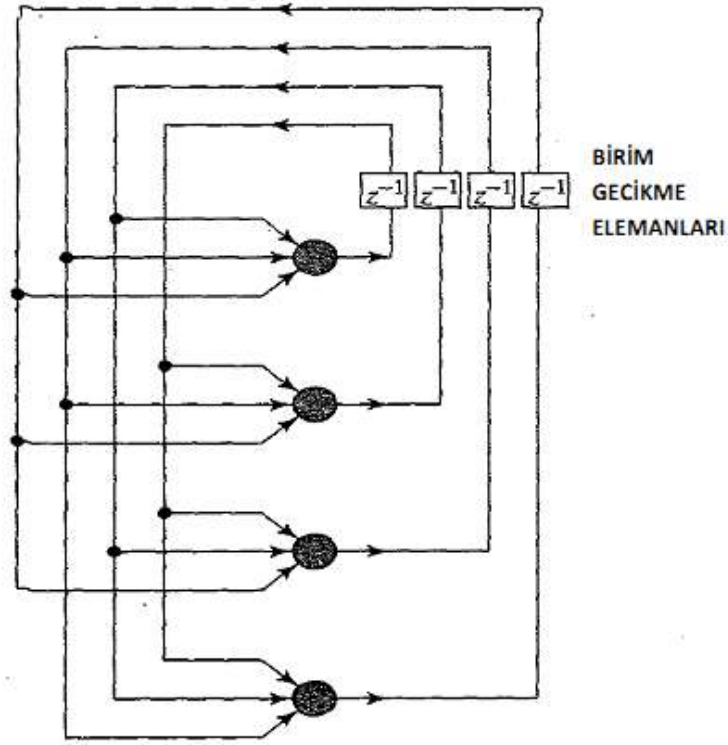
Bir ve birden fazla gizli katman (ya da ara katman) içeren YSA'larına çok katmanlı YSA'ları denir. Ara katmanların görevi, ihtiva ettikleri nöronlardaki hesaplamalarla sisteme giren ve çıkan veri arasında anlamlı bir ilişki oluşturmaktır. Özellikle girdi katmanının büyük boyutlarda olduğu ağlarda ara katmanlar, yüksek mertebeden istatistiklerin elde edilmesinde önemli bir rol oynarlar.

7.3.3 Yinelemeli Ağlar

Bu tip ağların ileri beslemeli ağlardan farkı, en az bir geri besleme döngüsü içermesidir. Yinelemeli ağların en önemli özelliği, sahip olduğu geri besleme döngüsünün öğrenme algoritmasına muazzam katkısıdır. Ayrıca bu tür ağlar, z^{-1} ile gösterilen birim gecikme elemanları içerir.



Şekil 7.8 Çok tabakalı YSA



Şekil 7.9 Yinelemeli YSA

7.4 Öğrenme

Bir YSA modelinin, girdi vektörü verilerinden çıktı vektörü verilerini elde edebilmek için bias ve ağırlık katsayılarını ardışık yaklaşım yöntemiyle ileri ve geri yönde uyarlaması sürecine öğrenme denir. Bu süreç, interaktif bir süreçtir ve her bir iterasyondan sonra YSA biraz daha eğitilmiş olur. Öğrenme süreci sonunda YSA, girdi vektörüne göre ardışık yaklaşım yöntemi sonucu uyarladığı bias ve ağırlık katsayıları yardımıyla sonuç vektörünü tanıma ve tahmin etme becerisine kazanır.

Haykin (1999), öğrenme sürecini üç ayrı ardışık adım olarak özetler:

- YSA, bir girdi çevresi tarafından uyarılır.
- YSA, bu uyarılmanın sonucu olarak kendi serbest parametrelerinde değişiklikler yapar.

- YSA, kendi iç yapısında gerçekleştirdiği değişikliklerin bir sonucu olarak çevreden gelen uyarılmalara farklı bir tepki gösterir.

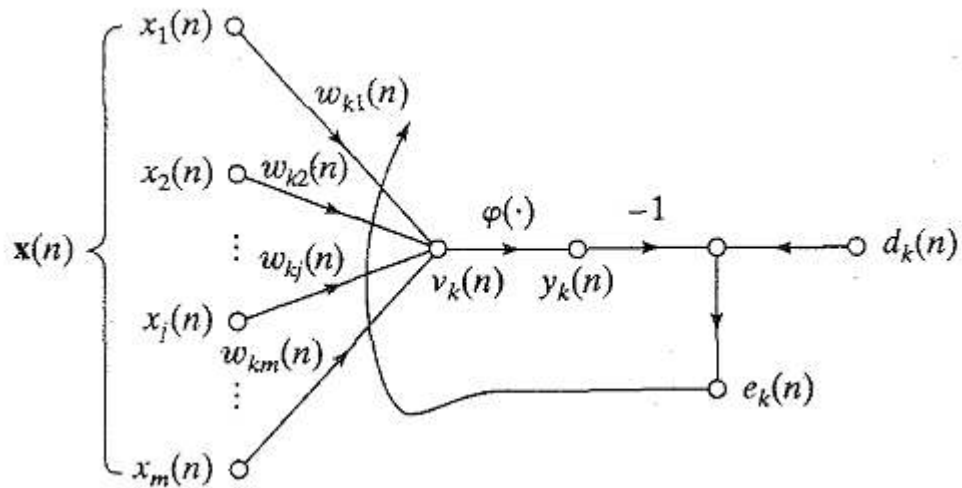
Literatürde pek çok öğrenme türü olmakla beraber bu tez kapsamında en yaygın kullanılan öğrenme türü olan ***hata-düzeltilme öğrenmesi*** ele alınmıştır.

Öğrenme sürecini somutlaştırmak için Şekil 7.10'da verilen tek katmanlı YSA örneğini inceleyebiliriz. Bu örnekte $x_k(n)$ 'ler girdi sinyal vektörü, $y_k(n)$ terimi çıktı sinyali, $d_k(n)$ arzu edilen hedef çıktıyı temsil etmek üzere, $e_k(n)$ hata sinyali (6.14)'deki gibi ifade edilebilir.

$$e_k(n) = d_k(n) - y_k(n) \quad (7.14)$$

$w_{kj}(n)$ ağırlık katsayıları iteratif olarak değiştirilerek $e_k(n)$ hata sinyali adım adım azaltılmaya çalışılır. Aslında yapılmaya çalışılan (7.15)'de $\varepsilon(n)$ ile gösterilen hata enerjisi anlık değerinin minimizasyonudur. İterasyonlara $w_{kj}(n)$ ağırlık katsayılarında kararlı bir denge haline ulaşılan kadar devam edilir.

$$\varepsilon(n) = \frac{1}{2} e_k^2(n) \quad (7.15)$$



Şekil 7.10 Yinelemeli YSA modeli

Bu tip öğrenme süreçlerine ***hata düzeltme öğrenme süreçleri*** denir. Bu işlem sırasında n . adımda $w_{kj}(n)$ ağırlık katsayısına uygulanacak düzeltme faktörü $\Delta w_{kj}(n)$, o ağırlık katsayısına gelen sinyalin hata sinyaline katkısı oranında olmalıdır. Bu yöntem, ***Delta kuralı*** adı verilen (7.16) ve (7.17) eşitlikleri ile ifade edilir. Burada η , pozitif bir sayı olup, ***öğrenme hızı parametresi*** olarak adlandırılır (Wilamowski, 2003).

$$\Delta w_{kj}(n) = \eta e_k(n) x_j(n) \quad (7.16)$$

$$w_{kj}(n+1) = w_{kj}(n) + \Delta w_{kj}(n) \quad (7.17)$$

7.4.1 Yinelemeli Ağlar

YSA analizinde en yaygın olarak kullanılan bazı algoritmalar aşağıdaki gibi özetlenebilirler.

7.4.1.1 Steepest Descent Algoritması

E, bir nörona ait global hata terimi; g , hatanın her bir ağırlık katsayısına göre türevlerinden oluşan gradient matrisi olmak üzere;

$$g = \begin{Bmatrix} \frac{dE}{dw_1} \\ \vdots \\ \frac{dE}{dw_n} \end{Bmatrix} \quad (7.18)$$

$$w_{k+1} = w_k - \eta g \quad (7.19)$$

7.4.1.2 Newton Algoritması

A, Hessian matrisi olmak üzere;

$$w_{k+1} = w_k - A_k^{-1} g \quad (7.20)$$

$$A = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 E}{\partial w_1^2} & \frac{\partial^2 E}{\partial w_2 \partial w_1} & \dots & \frac{\partial^2 E}{\partial w_n \partial w_1} \\ \frac{\partial^2 E}{\partial w_1 \partial w_2} & \frac{\partial^2 E}{\partial w_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 E}{\partial w_n \partial w_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial^2 E}{\partial w_1 \partial w_n} & \frac{\partial^2 E}{\partial w_2 \partial w_n} & \dots & \frac{\partial^2 E}{\partial w_n^2} \end{vmatrix}$$

7.4.1.3 Gauss- Newton Algoritması

J, Jacobien matris olmak üzere;

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial e_{11}}{\partial w_1} & \frac{\partial e_{11}}{\partial w_2} & \dots & \frac{\partial e_{11}}{\partial w_n} \\ \frac{\partial e_{21}}{\partial w_1} & \frac{\partial e_{21}}{\partial w_2} & \dots & \frac{\partial e_{21}}{\partial w_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial e_{M1}}{\partial w_1} & \frac{\partial e_{M1}}{\partial w_2} & \dots & \frac{\partial e_{M1}}{\partial w_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial e_{1P}}{\partial w_1} & \frac{\partial e_{1P}}{\partial w_2} & \dots & \frac{\partial e_{1P}}{\partial w_N} \\ \frac{\partial e_{2P}}{\partial w_1} & \frac{\partial e_{2P}}{\partial w_2} & \dots & \frac{\partial e_{2P}}{\partial w_N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial e_{MP}}{\partial w_1} & \frac{\partial e_{MP}}{\partial w_2} & \dots & \frac{\partial e_{MP}}{\partial w_N} \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_{11} \\ e_{12} \\ \dots \\ e_{1M} \\ \dots \\ e_{P1} \\ e_{P2} \\ \dots \\ e_{PM} \end{bmatrix}$$

$$e_{PM} = a_{PM} - y_{PM} \quad (7.21)$$

$$\mathbf{A} = 2\mathbf{J}^T \mathbf{J} \quad \text{ve} \quad \mathbf{g} = 2\mathbf{J}^T \mathbf{e} \quad (7.22)$$

$$\mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{w}_k - (\mathbf{J}_k^T \mathbf{J}_k)^{-1} \mathbf{J}_k^T \mathbf{e} \quad (7.23)$$

7.4.1.4 Levenberg-Marquardt Algoritması

En etkin algoritmalarından biri olan LM algoritması, çok katmanlı YSA modellerinde sıklıkla kullanılır. Steepest descent ve Newton algoritmalarından yararlanılarak geliştirilmiştir. İkinci dereceden türevler yardımıyla daha hızlı bir yakınsama sağlar.

Her iterasyona, $\mathbf{J}$ Jacobian matrisi ve bunun devrik matrisinin çarpımı olan $\mathbf{J}_k^T \mathbf{J}_k$ hesaplanarak başlanır. Ardından (7.24)'de gösterilen matris işlemleri yapılarak yeni ağırlık katsayıları hesaplanır. Çok büyük boyutlu matrisler oluşması halinde ise bellek depolama sorunları ortaya çıkar. μ , kombinasyon katsayısını, $\mathbf{e}$ hata matrisini, $\mathbf{I}$ birim matrisi temsil etmektedir (Wilamowski vd., 2011).

$$w_{k+1} = w_k - (J_k^T J_k + \mu I)^{-1} J_k^T e \quad (7.24)$$

Kombinasyon katsayısı, daima pozitif bir katsayıdır. Bu değer sıfıra yaklaştıkça LM algoritması, Gauss-Newton algoritmasına yakınsarken, büyüdükçe de Steepest Descent algoritmasına yakınsar.

7.5 YSA Modellerinin Performans Ölçütleri

YSA modellerinin performansları karşılaştırılırken model sonuçları ile gözlenen değerler arasındaki farkın en küçük olması esas alınır. Bu amaçla uygulamada en sık kullanılan ölçütler, ortalama rölatif hata (ORH), Nash-Sutcliffe (NS), korelasyon katsayısı (R), karesel hataların toplamı (KH) ve ortalama karesel hataların karekökü (OKHK) aşağıda verilmiştir (Fırat, 2007).

$$ORH(\%) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{Y_{g,t} - Y_{m,t}}{Y_{g,t}} \right| \times 100 \quad (7.25)$$

$$NS = 1 - \frac{\sum_{t=1}^n (Y_{g,t} - Y_{m,t})^2}{\sum_{t=1}^n (Y_{g,t} - \bar{Y}_g)^2} \quad (7.26)$$

$$R = \frac{cov(Y_{g,t}, Y_{m,t})}{\sqrt{var(Y_{g,t}) \cdot var(Y_{m,t})}} = \frac{\sum_{t=1}^n (Y_{g,t} - \bar{Y}_g)(Y_{m,t} - \bar{Y}_m)}{\sqrt{\sum_{t=1}^n (Y_{g,t} - \bar{Y}_g)^2 \cdot \sum_{t=1}^n (Y_{m,t} - \bar{Y}_m)^2}} \quad (7.27)$$

$$KH = \sum_{t=1}^n (Y_{g,t} - Y_{m,t})^2 \quad (7.28)$$

$$OKHK = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (Y_{g,t} - Y_{m,t})^2} = \sqrt{\frac{KH}{n}} \quad (7.29)$$

Yukarıdaki bağıntılarda $Y_{g,t}$ t anında gözlenen değeri, $Y_{m,t}$ t anında modelin ürettiği değeri, $\bar{Y}_g$ gözlem değerlerinin ortalamasını, n veri seti uzunluğunu göstermektedir.

Nash-Sutcliffe (NS) katsayısı, $(-\infty, 1]$ aralığında değişen bir model etkinlik göstergesi olup 1 olması halinde modelin gözlem veri setine yakınsamasını gösterir. NS değeri sıfırdan küçükse modelin performansı başarısız olarak kabul edilir. R korelasyon katsayısı, -1 ile 1 arasında değişen bir istatistik parametre olup 1'e yakın olması modelin performansının yüksek olduğunu gösterir.

BÖLÜM SEKİZ

VERİLER

Sarıköz kaynakları Manisa'nın Saruhanlı İlçesi'ne bağlı Nuriye ve Lütüfiye köyleri arasındaki bölgede yeralan Menba, Göcek Değirmeni ve Arpalı kaynak gruplarından oluşmaktadır. Menba kaynak grubu kuzeyde 61,5 m kotlarından, Göcek değirmeni kaynak grubu güneyde yaklaşık 48,5 m kotlarından Arpalı grubu ise bölgenin en güneyinde 46 m kotlarından kaynamaktadır (Şekil 8.1). Kaynakların bulunduğu bölge yaşlı ve genç kireç taşlarından, bol kırıklı ve çatlaklı kireçtaşları arasında uzanan kil-marn birimlerinden oluşan bir jeolojik yapıya sahiptir (DSİ, 1980). Sarıköz Kaynaklarından boşalan basınçlı akifer karstik formasyonlardan ve Kum Çayı güzergahı boyunca uzanan alüvyonlardan süzülen sularla beslenmektedir. Sarıköz Menba Kaynaklarından 5'i işletme halinde olmak üzere 9 kuyu, Göcek değirmeni kaynaklarından 16'sı işletmede olan toplam 20 kuyu; Arpalı kaynaklarında ise 9'u işletmede olmak üzere 16 kuyu mevcuttur.

Göksu kaynakları Manisa il sınırları içinde kalan ve yükseltisi 20 – 80 m aralığında değişen Gediz ovasının bir bölümünü teşkil eden alanda yer alan Göksu, Çullu ve Göldeğirmeni kaynak gruplarından oluşur. Üç kaynağın akiferleri birbiri ile ilişkilidir. Göksu kaynağı Muradiye ilçesinin 4 km kadar kuzeyinde, 22 m kotlarındaki alüvyon katmanlarındadır (Şekil 8.2). Bölgede temel jeolojik yapısı Mezozoik yaşlı-genç boşluklu kireç taşları üzerine birikmiş alüvyon tabakalarından ibarettir (DSİ, 1986).

Göksu kaynaklarının 1974 yılından itibaren DSİ ve İZSU tarafından çok sayıda kuyu açılmıştır. Halen İzmir'e su derlenen işletme halinde 22 kuyu mevcuttur.

Bu çalışmada, İZSU tarafından kayıtları tutulan Sarıköz ve Göksu kuyularından ikisinde, kuyu başı zemin kotu ile kuyudaki su yüzü kotu arasındaki farkı temsil eden aylık su seviyesi ölçümleri birer zaman serisi olarak kullanılmıştır.

Tez çalışmasında Sarıkız Menba kaynak grubunda 1977 yılında DSİ tarafından açılmış olan (DSİ kodu: B45-22142; İZSU kodu: SK2) Sarıkız Rasat-1 kuyusundaki; Göksu kaynak grubunda ise 1974 yılında DSİ tarafından açılmış olan (DSİ kodu: B45-18887; İZSU kodu: GK2) Göksu 16869-A kuyusundaki seviye ölçümleri kullanılmıştır. Bu kuyular ile ilgili genel bilgiler Tablo 8.1’de verilmiştir.

Çalışmanın dışsal girdili (yağış) transfer fonksiyonu modelleri (TFM) bölümünde ihtiyaç duyulan aylık ortalama sıcaklık ve aylık toplam yağış verileri Manisa meteoroloji istasyonundan derlenmiştir (Şekil 8.3). 2011 – 2012 yıllarına ait sıcaklık ve yağış gözlemleri DMİ’den temin edilmiştir.

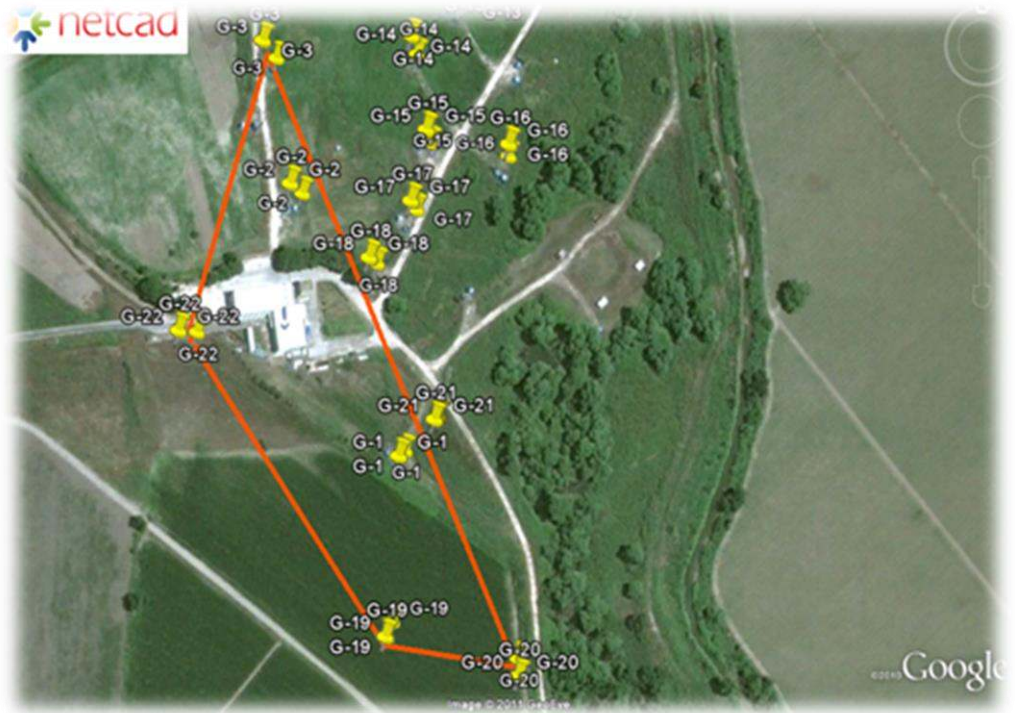
1998 – 2012 takvim yıllarına ait Göksu G-3 ve ve Sarıkız Rasat-1 kuyularından ölçülen seviyeler ile 1998 – 2010 takvim yıllarına Manisa meteoroloji istasyonunda ölçülen aylık ortalama sıcaklık ve aylık toplam yağış değerleri Tablo 8.2’de sunulmuştur (İZSU, 2012; DMİ, 2010).

Tablo 8.1 Kuyulara ait genel bilgiler

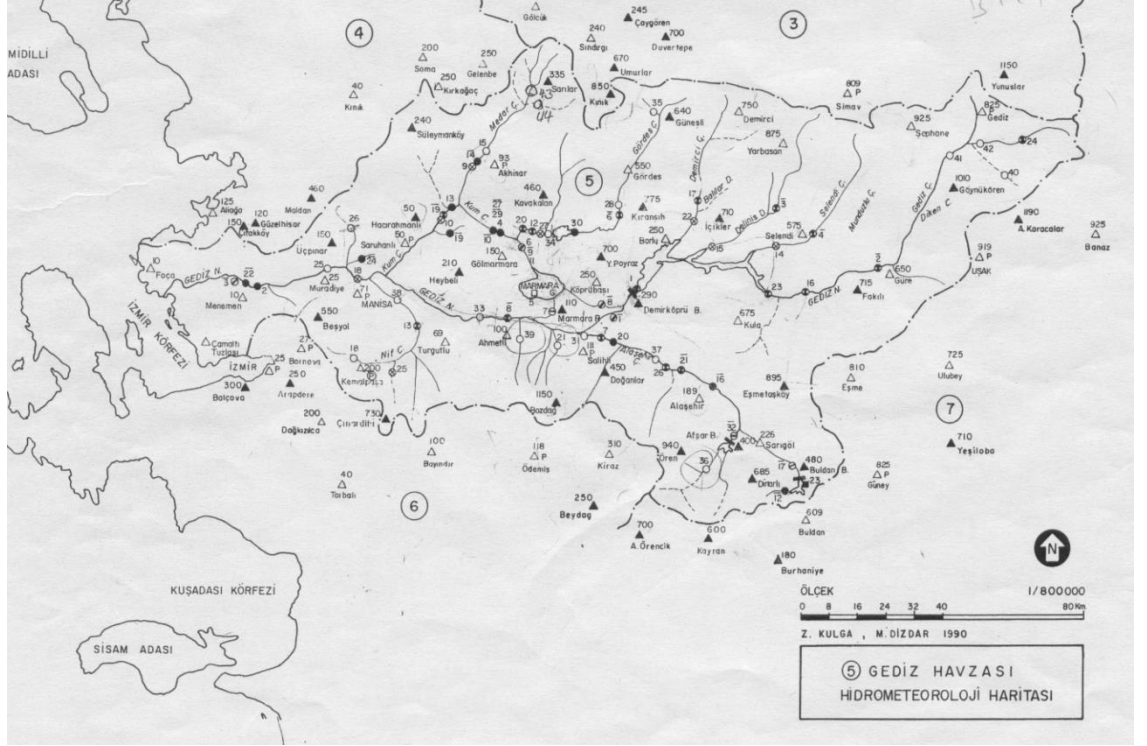
Kuyu Adı	Göksu 16859-A	Sarıkız Rasat-1
Açılış Tarih	DSİ/1974	DSİ/1977
Koordinat	35530576 - 4282901	35561322 - 4289407
Gösterim No	G-3	2
Rakım (m)	28	62
Kuyu Derinliği (m)	259,5	100
Statik Seviye (m)	22	2,66
Dinamik Seviye (m)	-	5,37
Verim	100 lt/sn	170 lt/sn



Şekil 8.1 Sarıkız kuyularının arazi üzerindeki konumu



Şekil 8.2 Göksu kuyularının arazi üzerindeki konumu



Şekil 8.3 DSİ Manisa Rasat İstasyonu'nun arazi üzerindeki konumu

Göksu 16859-A kuyusunda Aralık 1999-Aralık 2000 döneminde ölçüm yapılamamıştır. Tablo 8.2'de bu aylar için verilen değerler Kasım 1999 – Ocak 2001 seviye ölçümleri arasında doğrusal interpolasyon yapılarak doldurulmuş değerlerdir.

İZSU tarafından yapılan su seviyesi rasatlarının tarihleri genel olarak sistematik değildir. Bazı aylarda ilgili ayların ilk günlerinde bazı aylarda ise ilgili ayların son günlerinde seviye ölçümü yapılmıştır. Bu nedenle aylık seviye ölçümlerinin ardışık değerleri arasında lineer enterpolasyon yapılarak seviye gözlemleri öncelikle zamanlama bakımından sistematik hale getirilmiştir (Tablo 8.2)

Tablo 8.2 Göksu 16859-A ve Sarıkız Rasat-1 Kuyularında $Y_t = -X_t$ seviyeleri ile Manisa istasyonundaki aylık ortalama sıcaklık ve aylık toplam yağış gözlemleri

Gözlem Tarihi		Göksu 16859-A Kuyu Su Seviyesi Y(t)	Sarıkız Rasat-1 Kuyu Su Seviyesi Y(t)	Sıcaklık T(t)	Yağış P(t)
Ay	Yıl	(m)	(m)	(°C)	(mm)
Ocak	1998	30,25	43,90	6	174,4
Şubat	1998	28,43	42,78	8,8	88,2
Mart	1998	26,94	41,25	8,2	119,8
Nisan	1998	26,47	41,00	16,6	25
Mayıs	1998	25,94	40,70	19,4	105,9
Haziran	1998	25,88	39,85	25,9	2,5
Temmuz	1998	25,73	41,24	29,3	1,8
Ağustos	1998	24,81	44,20	29,5	0
Eylül	1998	24,33	44,53	23,2	37,4
Ekim	1998	23,75	44,25	18,5	46,6
Kasım	1998	23,28	42,50	13,3	125,9
Aralık	1998	22,87	41,00	8,2	139,8
Ocak	1999	22,56	39,25	7,9	111,4
Şubat	1999	22,80	39,35	8	317,1
Mart	1999	18,50	36,76	10,9	92,3
Nisan	1999	19,34	36,40	16,2	15,7
Mayıs	1999	16,59	35,38	22,1	0,8
Haziran	1999	16,44	35,28	26,6	7,6
Temmuz	1999	16,57	36,12	29,5	3,1
Ağustos	1999	16,15	37,04	29,1	0,2
Eylül	1999	16,86	39,80	24,2	0,2
Ekim	1999	17,30	38,69	18,8	35
Kasım	1999	16,35	38,14	12,5	67,4
Aralık	1999	16,38	35,55	9,9	114,3
Ocak	2000	16,40	34,15	3,6	96,4
Şubat	2000	16,43	33,82	7,1	127,8
Mart	2000	16,46	33,85	9,7	102,4
Nisan	2000	16,48	34,00	16,6	68
Mayıs	2000	16,51	34,40	21,2	4,6
Haziran	2000	16,53	34,50	26,4	0
Temmuz	2000	16,56	35,55	30,4	0
Ağustos	2000	16,58	35,90	28,5	2,6
Eylül	2000	16,61	35,90	23,8	0
Ekim	2000	16,64	36,10	17,3	36,8
Kasım	2000	16,66	35,40	13	94
Aralık	2000	16,69	34,80	8,5	37,7

Tablo 8.2'nin devamı

Ocak	2001	16,88	34,10	8,6	74,6
Şubat	2001	16,67	33,35	8,7	99,9
Mart	2001	16,54	32,41	15,5	24,9
Nisan	2001	16,44	32,28	15,7	74,1
Mayıs	2001	17,05	31,46	20,6	43,6
Haziran	2001	17,79	32,43	26,4	2,5
Temmuz	2001	17,90	35,03	30,4	0,1
Ağustos	2001	20,34	38,37	29,6	19,2
Eylül	2001	20,80	42,03	24	37,9
Ekim	2001	21,18	41,83	19,2	0
Kasım	2001	21,22	41,39	11,4	270,6
Aralık	2001	20,91	40,31	6,6	354,8
Ocak	2002	18,83	37,56	4,8	67,6
Şubat	2002	17,76	35,36	9,4	21,8
Mart	2002	15,60	35,36	11,9	117,7
Nisan	2002	14,77	35,50	14,7	60,5
Mayıs	2002	16,06	34,61	20,9	7,5
Haziran	2002	17,44	34,58	26,7	0
Temmuz	2002	18,29	36,78	29,4	2,1
Ağustos	2002	18,17	40,49	28,1	0
Eylül	2002	19,46	41,45	22	94,8
Ekim	2002	21,66	40,83	17,2	41,6
Kasım	2002	23,10	40,15	11,7	99
Aralık	2002	20,28	38,93	6,3	110,3
Ocak	2003	18,22	37,83	10,1	106,7
Şubat	2003	17,04	37,25	4	203,3
Mart	2003	15,15	34,50	7,8	37,4
Nisan	2003	13,90	32,57	12,6	100,5
Mayıs	2003	13,49	31,85	22,7	11,7
Haziran	2003	13,18	31,31	27,7	5,2
Temmuz	2003	12,95	34,52	28,7	0,7
Ağustos	2003	13,32	37,01	29,1	0
Eylül	2003	12,93	37,19	22,6	6,6
Ekim	2003	13,77	36,46	19,4	78,7
Kasım	2003	13,03	34,38	11,2	21,6
Aralık	2003	12,81	35,09	7,6	95,8
Ocak	2004	13,58	34,65	6,2	232,5
Şubat	2004	12,75	33,91	7,2	59,7
Mart	2004	12,60	33,08	11,8	17,4
Nisan	2004	11,35	32,55	15,6	33,7
Mayıs	2004	12,17	32,44	20,1	19,8
Haziran	2004	12,80	32,32	26	11,5
Temmuz	2004	13,35	32,85	28,7	5,3
Ağustos	2004	12,60	36,60	27,8	0
Eylül	2004	12,23	36,80	23,9	0

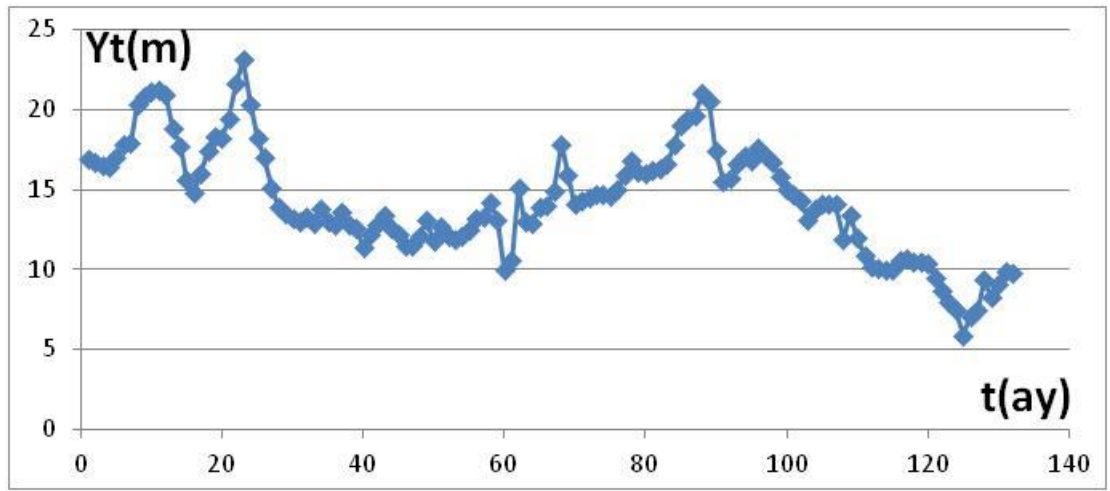
Tablo 8.2'nin devamı

Ekim	2004	11,50	38,04	20	1
Kasım	2004	11,50	37,04	12,1	100,2
Aralık	2004	12,13	35,85	8,3	46
Ocak	2005	13,05	35,41	7,7	93,8
Şubat	2005	11,77	35,08	7,3	209,6
Mart	2005	12,73	34,55	10,6	87,4
Nisan	2005	12,08	33,95	15,7	28,9
Mayıs	2005	11,90	33,45	21,2	47,8
Haziran	2005	12,10	32,92	24,7	61,1
Temmuz	2005	12,50	33,67	29,2	12,3
Ağustos	2005	13,20	36,28	28,7	7,4
Eylül	2005	13,29	37,03	23,5	13,7
Ekim	2005	14,23	37,22	16,5	8,4
Kasım	2005	13,10	36,80	11,2	139,1
Aralık	2005	10,00	36,13	9,8	84,9
Ocak	2006	10,57	36,00	4,2	88,6
Şubat	2006	15,08	35,53	7,3	119,8
Mart	2006	12,99	34,54	11,1	136,6
Nisan	2006	12,93	33,55	16,8	35,7
Mayıs	2006	13,90	33,11	21,3	3,1
Haziran	2006	14,04	33,29	25,8	31,2
Temmuz	2006	14,89	35,31	28	5,3
Ağustos	2006	17,85	38,39	29,8	0
Eylül	2006	15,94	39,71	23,7	56,5
Ekim	2006	14,06	40,04	18,1	89,9
Kasım	2006	14,30	38,97	10,1	46,9
Aralık	2006	14,47	37,82	6,8	16
Ocak	2007	14,70	37,14	7,5	37
Şubat	2007	14,69	36,74	8,1	32,6
Mart	2007	14,60	35,16	11,2	31,4
Nisan	2007	15,05	35,96	15,1	18,6
Mayıs	2007	15,86	37,25	20,8	37,2
Haziran	2007	16,80	37,12	27	26,6
Temmuz	2007	16,13	41,01	29,5	0
Ağustos	2007	16,01	44,20	29,4	0
Eylül	2007	16,18	44,98	23,9	0
Ekim	2007	16,35	45,17	18,7	86,5
Kasım	2007	16,58	45,03	11,7	97,1
Aralık	2007	17,79	44,05	6,4	111,6
Ocak	2008	19,00	43,55	4,1	27,4
Şubat	2008	19,40	43,32	6,8	12,2
Mart	2008	19,64	43,53	14	80,6
Nisan	2008	21,00	43,67	16,5	40,8
Mayıs	2008	20,58	43,98	20,7	9,8
Haziran	2008	17,43	45,33	26,9	15,8

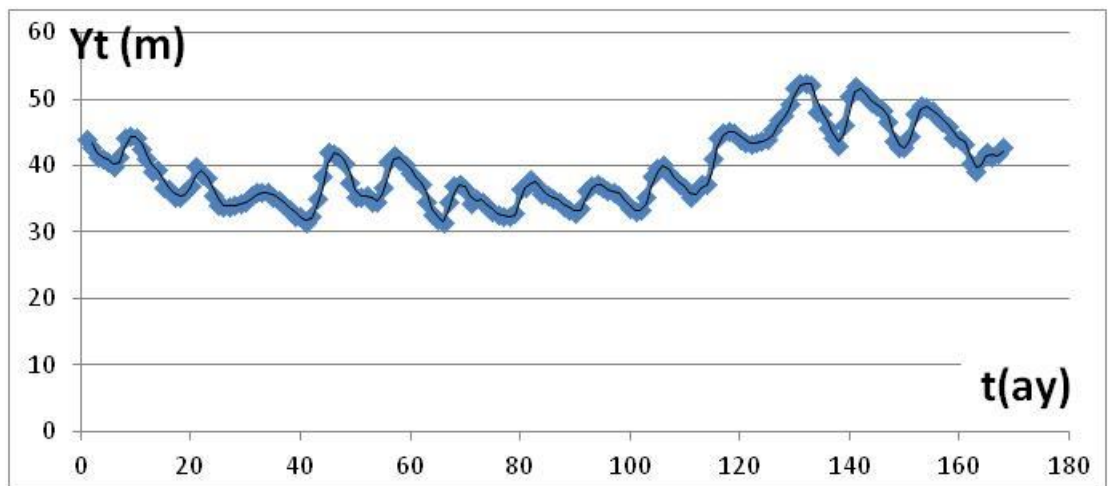
Tablo 8.2'nin devamı

Temmuz	2008	15,51	46,84	28,7	0
Ağustos	2008	15,74	47,65	29,6	0,4
Eylül	2008	16,65	49,31	23,4	45,4
Ekim	2008	17,15	51,59	18,3	11,6
Kasım	2008	16,83	52,38	13,8	78,8
Aralık	2008	17,59	52,40	8,4	83,4
Ocak	2009	17,11	52,14	7,5	207,4
Şubat	2009	16,70	47,99	8,7	209,2
Mart	2009	15,78	47,85	10,3	135,8
Nisan	2009	15,00	45,77	15,3	68,2
Mayıs	2009	14,69	44,30	21,1	25,6
Haziran	2009	14,30	42,94	26,2	7,2
Temmuz	2009	13,14	46,05	28,8	0
Ağustos	2009	13,77	50,50	27,7	0
Eylül	2009	14,10	51,85	22,7	36,2
Ekim	2009	14,10	51,10	19,8	29,2
Kasım	2009	14,06	50,44	11,5	119,2
Aralık	2009	11,91	49,41	10,3	131,6
Ocak	2010	13,38	48,96	8,6	160,6
Şubat	2010	11,95	48,21	11,1	251,2
Mart	2010	10,85	46,56	11,6	26,8
Nisan	2010	10,18	43,76	16	32,8
Mayıs	2010	10,06	42,72	21,7	45,6
Haziran	2010	10,00	42,72	24,7	85,6
Temmuz	2010	10,00	44,53	28,7	0
Ağustos	2010	10,55	47,89	30,6	2
Eylül	2010	10,67	49,03	24,4	23,6
Ekim	2010	10,45	48,77	16,8	268,5
Kasım	2010	10,44	48,21	15,6	44,8
Aralık	2010	10,40	47,40	10,5	133,7
Ocak	2011	9,44	46,63		
Şubat	2011	8,65	46,00		
Mart	2011	7,93	44,29		
Nisan	2011	7,44	43,98		
Mayıs	2011	5,88	43,22		
Haziran	2011	7,09	40,29		
Temmuz	2011	7,46	39,15		
Ağustos	2011	9,38	40,93		
Eylül	2011	8,24	42,01		
Ekim	2011	9,06	41,31		
Kasım	2011	9,85	41,70		
Aralık	2011	9,79	42,71		
Ocak	2012	8,61	42,86		
Şubat	2012	7,62	41,90		
Mart	2012	7,40	40,98		

Sarıkız Rasat-1 kuyusuna ait 01/01/1998-01/12/2011 tarihleri arasında 168 gözlem, Göksu 16859-A kuyusuna ait 31/01/2001-31/12/2011 tarihleri arasında 132 gözlem uzunluğundaki veri setleri trend analizlerinde kullanılmıştır. Ancak DSI'den alınan aylık ortalama sıcaklık ve aylık toplam yağış verilerinin 2010 yılında sonlanması nedeniyle YSA modellerinde Sarıkız Rasat-1 kuyusunda ilk 156 adet, Göksu 16859-A kuyusunda ise ilk 120 adet gözlemden oluşan veri setleri kullanılmıştır. Kuyu su seviyelerinin zamana bağlı değişimleri, Şekil 8.4 ve Şekil 8.5'de gösterilmiştir.



Şekil 8.4 Göksu 16859-A kuyusuna ait su seviyelerinin zamana bağlı değişimi



Şekil 8.5 Sarıkız Rasat-1 kuyusuna ait su seviyelerinin zamana bağlı değişimi

Ayrıca her iki kuyuya ait Erten'den (2011) derlenen 2003-2009 dönemindeki aylık tahmini beslenim miktarları ve İzsu çekimleri Tablo 8.3'de verilmiştir. 84 gözlemden oluşan bu veri seti YSA ile modelleme bölümünde G4 ve S4 olarak adlandırılan YSA modellerinde girdi olarak kullanılmıştır. Tablo 8.3'deki beslenimler Sarıkız kaynakları için Akhisar aylık yağışlarından, Göksu kaynakları için ise Manisa aylık yağışlardan dolaylı olarak tahmin edilmiş değerlerdir.

Tablo 8.3 Göksu ve Sarıkız kaynak gruplarına ait beslenim ve su çekimleri (Erten, 2011)

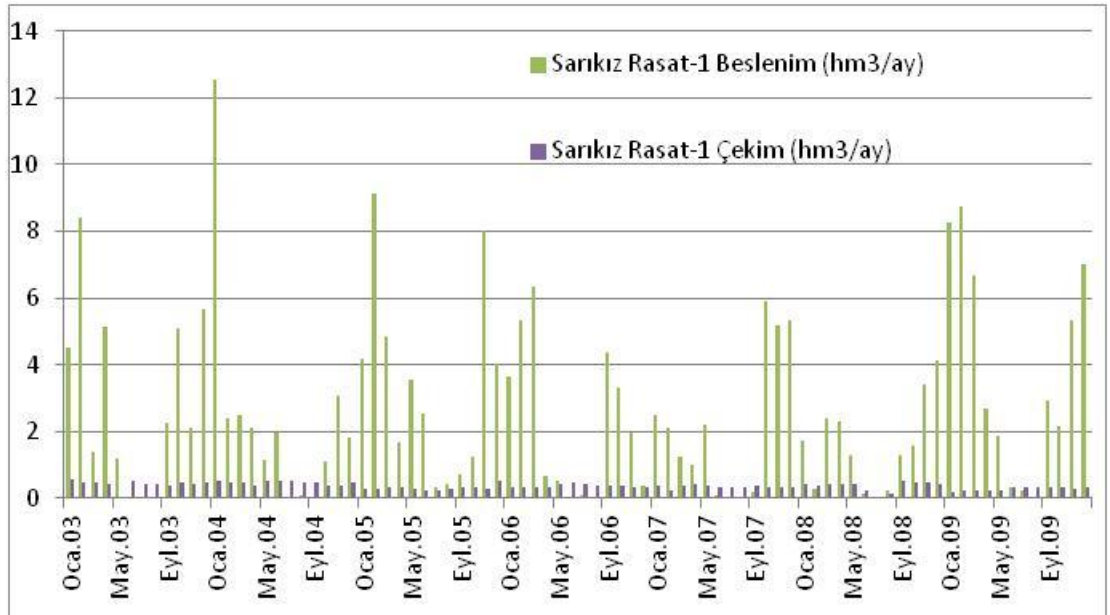
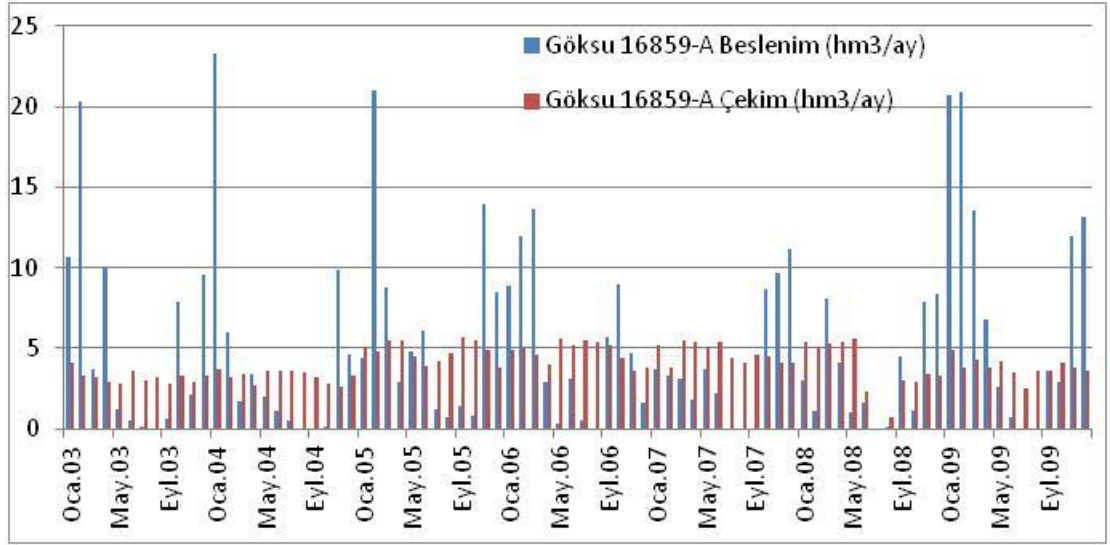
Tarih	Göksu 16859-A		Sarıkız Rasat-1	
	Beslenim (hm ³ /ay)	Çekim (hm ³ /ay)	Beslenim (hm ³ /ay)	Çekim (hm ³ /ay)
Ocak 2003	10,67	4,14	4,53	0,58
Şubat 2003	20,33	3,32	8,39	0,46
Mart 2003	3,74	3,22	1,4	0,45
Nisan 2003	10,05	2,94	5,15	0,41
Mayıs 2003	1,17	2,82	1,2	0,04
Haziran 2003	0,52	3,63	0	0,5
Temmuz 2003	0,07	2,99	0	0,42
Ağustos 2003	0	3,16	0	0,44
Eylül 2003	0,66	2,8	2,23	0,39
Ekim 2003	7,87	3,34	5,1	0,46
Kasım 2003	2,16	2,93	2,12	0,41
Aralık 2003	9,58	3,33	5,69	0,46
Ocak 2004	23,25	3,66	12,56	0,51
Şubat 2004	5,97	3,23	2,4	0,45
Mart 2004	1,74	3,43	2,48	0,48
Nisan 2004	3,37	2,68	2,11	0,37
Mayıs 2004	1,99	3,61	1,13	0,5
Haziran 2004	1,15	3,59	1,94	0,5
Temmuz 2004	0,53	3,63	0	0,51
Ağustos 2004	0	3,46	0,07	0,48
Eylül 2004	0	3,22	0	0,45
Ekim 2004	0,1	2,82	1,09	0,39
Kasım 2004	9,87	2,59	3,05	0,36
Aralık 2004	4,6	3,32	1,82	0,46
Ocak 2005	4,36	5,12	4,17	0,29
Şubat 2005	20,96	4,77	9,14	0,27
Mart 2005	8,74	5,46	4,87	0,31
Nisan 2005	2,89	5,45	1,67	0,31
Mayıs 2005	4,78	4,52	3,54	0,26
Haziran 2005	6,08	3,86	2,52	0,22
Temmuz 2005	1,23	4,23	0,31	0,24

Tablo 8.3'ün devamı

Ağustos 2005	0,74	4,68	0,41	0,27
Eylül 2005	1,37	5,66	0,7	0,32
Ekim 2005	0,84	5,54	1,22	0,31
Kasım 2005	13,91	4,91	8,03	0,28
Aralık 2005	8,49	3,77	4,03	0,52
Ocak 2006	8,86	4,94	3,66	0,33
Şubat 2006	12	5,07	5,32	0,34
Mart 2006	13,66	4,6	6,36	0,33
Nisan 2006	2,93	4,02	0,65	0,33
Mayıs 2006	0,31	5,57	0,53	0,42
Haziran 2006	3,12	5,15	0,06	0,45
Temmuz 2006	0,53	5,45	0,1	0,43
Ağustos 2006	0	5,41	0	0,39
Eylül 2006	5,65	5,21	4,37	0,37
Ekim 2006	8,99	4,42	3,29	0,36
Kasım 2006	4,69	3,61	1,94	0,32
Aralık 2006	1,62	3,84	0,36	0,34
Ocak 2007	3,7	5,17	2,51	0,37
Şubat 2007	3,26	3,78	2,11	0,25
Mart 2007	3,14	5,5	1,22	0,38
Nisan 2007	1,84	5,39	1,02	0,42
Mayıs 2007	3,72	5,11	2,2	0,39
Haziran 2007	2,26	5,38	0,1	0,35
Temmuz 2007	0	4,37	0	0,32
Ağustos 2007	0	4,12	0	0,32
Eylül 2007	0	4,58	0,19	0,39
Ekim 2007	8,65	4,51	5,93	0,35
Kasım 2007	9,69	4,12	5,17	0,33
Aralık 2007	11,16	4,05	5,32	0,32
Ocak 2008	3	5,42	1,7	0,41
Şubat 2008	1,12	5,11	0,28	0,4
Mart 2008	8,06	5,25	2,4	0,41
Nisan 2008	4,08	5,38	2,3	0,42
Mayıs 2008	0,98	5,61	1,27	0,44
Haziran 2008	1,58	2,32	0,15	0,24
Temmuz 2008	0	0	0	0
Ağustos 2008	0,04	0,7	0,23	0,14
Eylül 2008	4,54	2,97	1,27	0,51
Ekim 2008	1,16	2,91	1,57	0,48
Kasım 2008	7,88	3,41	3,4	0,45
Aralık 2008	8,34	3,27	4,14	0,42
Ocak 2009	20,74	4,93	8,28	0,2
Şubat 2009	20,92	3,78	8,74	0,21
Mart 2009	13,58	4,33	6,66	0,25
Nisan 2009	6,82	3,82	2,7	0,25

Tablo 8.3'ün devamı

Mayıs 2009	2,56	4,15	1,85	0,21
Haziran 2009	0,72	3,54	0,33	0,31
Temmuz 2009	0	2,53	0,25	0,32
Ağustos 2009	0	3,61	0	0,34
Eylül 2009	3,62	3,58	2,93	0,31
Ekim 2009	2,92	4,12	2,16	0,32
Kasım 2009	11,92	3,79	5,33	0,29
Aralık 2009	13,16	3,64	7	0,33

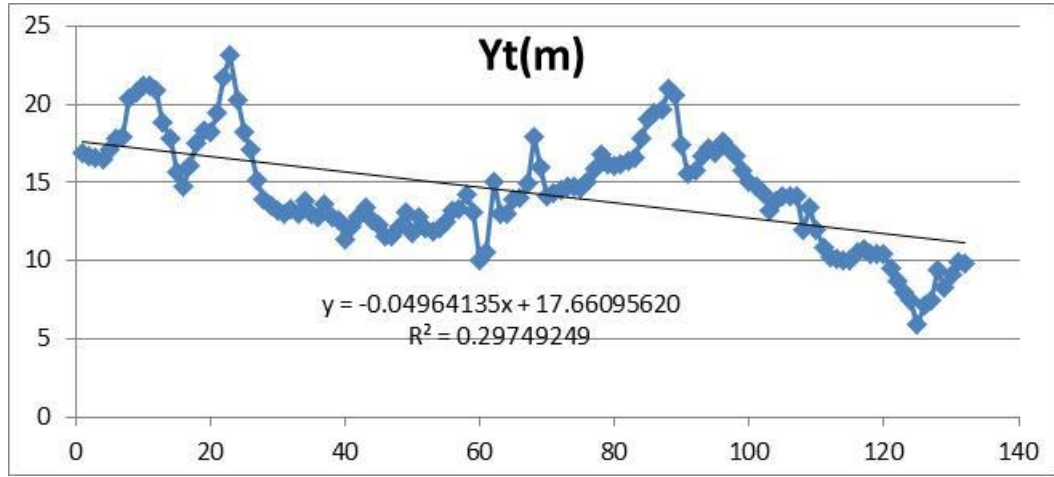


BÖLÜM DOKUZ

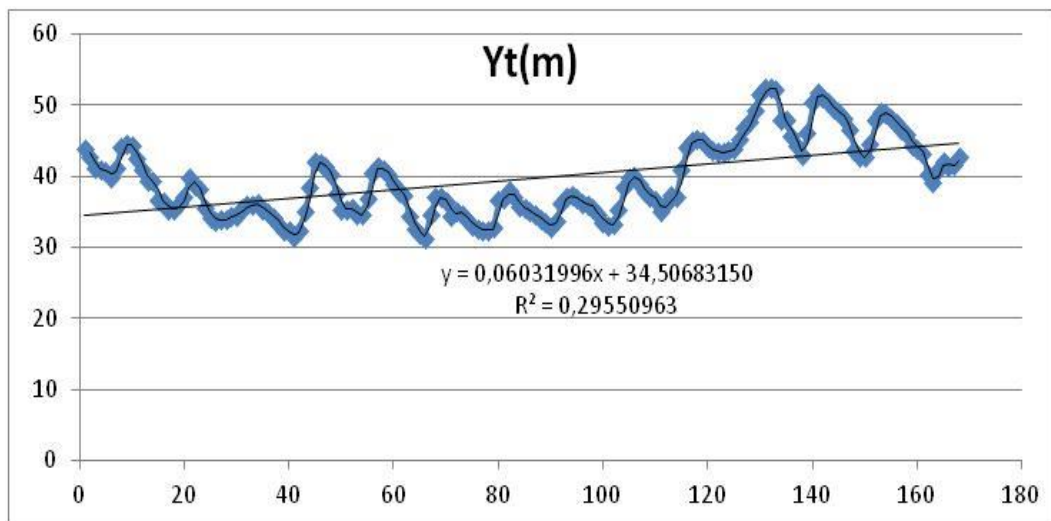
BULGULAR

9.1 Trend Analizi

Bu çalışma kapsamında Göksu 16859-A ve Sarıkız Rasat-1 kuyularında 1998 – 2010 yılında ölçülen aylık seviyelerde belirgin bir eğilim ve/veya sıçrama olup olmadığını saptamak için kuyu su seviyelerinin zamanla değişimleri önce görsel olarak incelenmiştir (Şekil 9.1 ve Şekil 9.2).



Şekil 9.1 Göksu 16859-A kuyusuna ait su yüzey kotunun aylara göre zamanla değişimi



Şekil 9.2 Sarıkız Rasat-1 kuyusuna ait su yüzey kotunun aylara göre zamanla değişimi

Her bir zaman serisi için ayrı ayrı uygulanan trend testlerinden elde edilen bulgular aşağıda tablolar halinde sunulmuştur.

Tablo 9.1 Kuyulara ait Run (Medyan Sıra) testi sonuçları

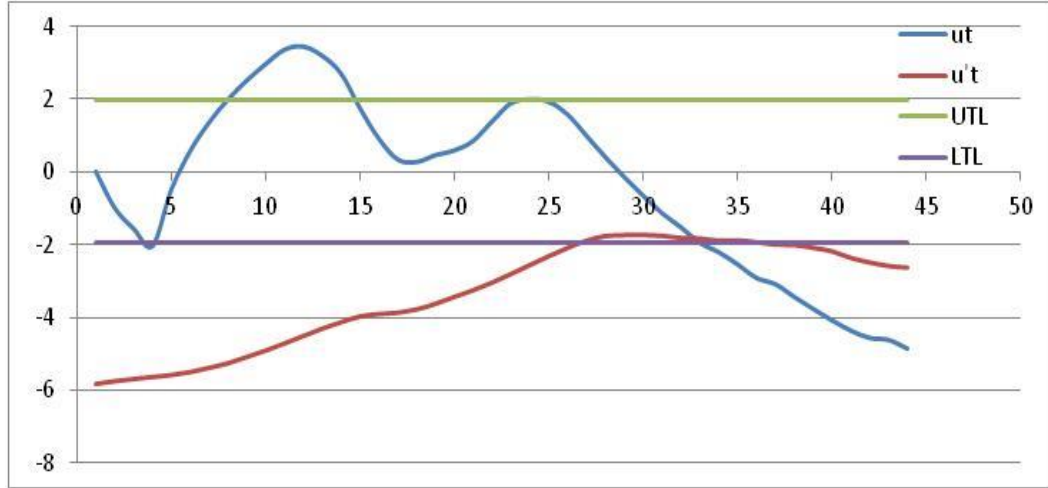
Test İstatistikleri	Göksu 16859-A	Sarıköz Rasat-1
Medyan	14,08	38,25
r	12	11
n _a	66	84
n _u	67	84
z	-9,69	-11,53
z _{0,025}	-1,96	-1,96

Tablo 9.2 Kuyulara ait Mann-Kendall testi sonuçları

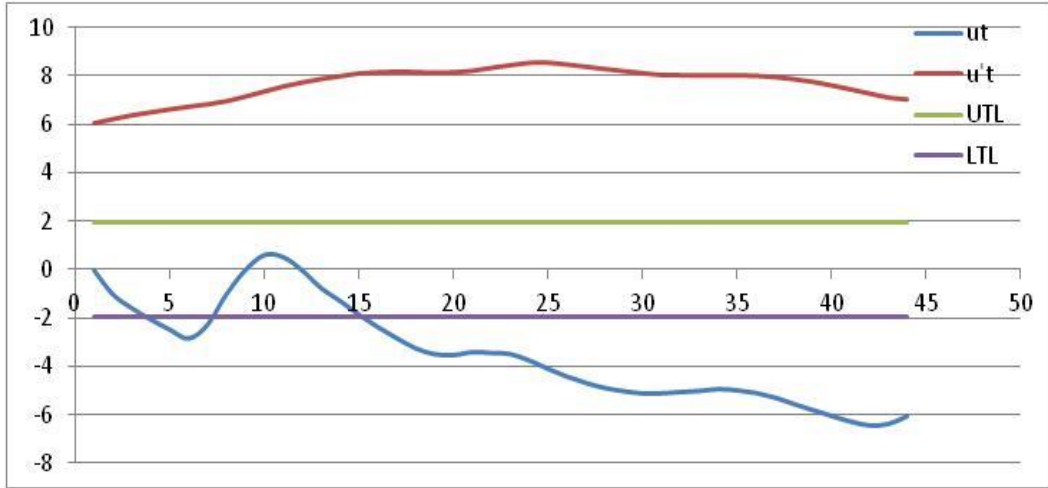
Test İstatistikleri	Göksu 16859-A	Sarıköz Rasat-1
n ₁	2847	9206
n ₂	5799	4827
V	258318	530214
S	-2952	4379
Z	-5,80	6.01
z _{0,05}	-1.645	1.645

Tablo 9.3 Kuyulara ait Cox-Stuart testi sonuçları

Test İstatistikleri	Göksu 16859-A	Sarıköz Rasat-1
$\Sigma(+)$	33	64
$\Sigma(-)$	51	20
n	85	84
p	0,5	0,5
$P(x,n,p)=\alpha_{\max}$	0,184	0,00000023



Şekil 9.3 Göksu 16859A kuyusuna ait $u(t)$ ve $u'(t)$ değerlerinin değişimi ve tolerans limitleri



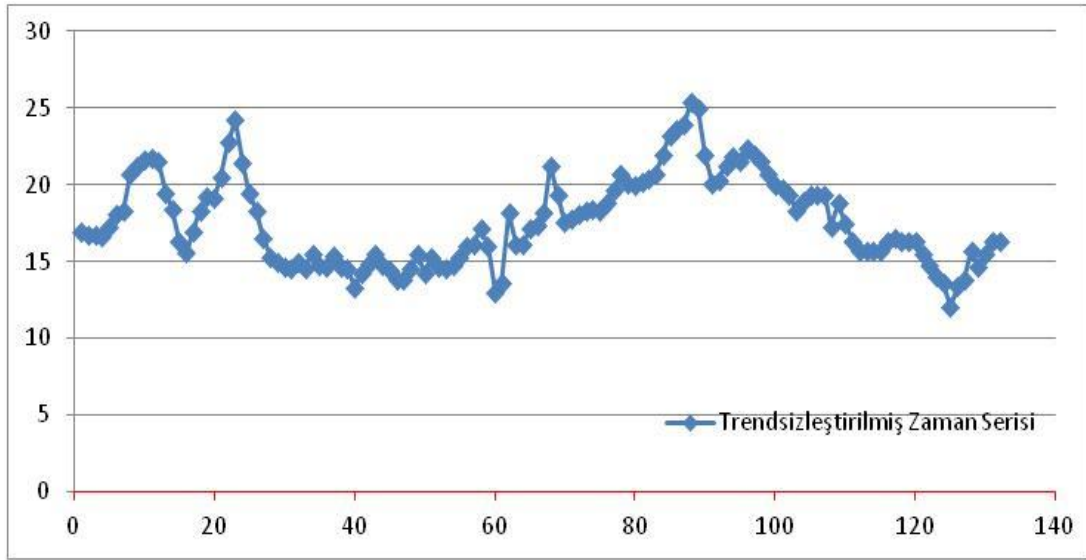
Şekil 9.4 Sarıkız Rasat-1 kuyusuna ait $u(t)$ ve $u'(t)$ değerlerinin değişimi ve tolerans limitleri

Şekil 9.3 ve Şekil 9.4’de verilen ileri ve geriye doğru $u(t)$ ve $u'(t)$ eğrilerinin Sarıkız Rasat-1 kuyusu için birbiri ile kesişmemesi ve Göksu 16859-A kuyusu içinse uzunca bir süre kesişmemesi azalma ve artma eğilimi başlangıç zamanlarının 1998-2010 döneminden daha önceki bir zamanda olduğuna işaret etmektedir.

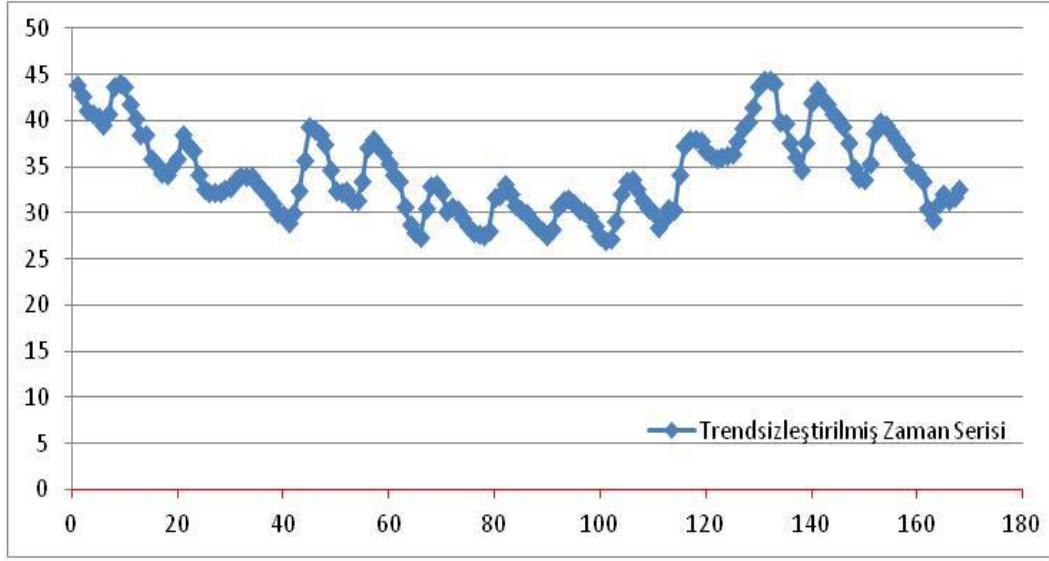
Yapılan testler sonucunda kuyu su seviyesi serilerinin doğrusal eğilim gösterdiği kabul edilerek $\hat{D}_t = a + bt$ formundaki eğilim bileşeni zaman serilerinden ayıklanmıştır. Burada $t=1,2,3,...,n$ ölçüm aylarını, $\hat{D}_t$ kuyu su seviyelerindeki artma ve azalma bileşenini göstermektedir. Şekil 9.1 ve Şekil 9.2’den de görüldüğü gibi, işareti değiştirilmiş $Y_t = -X_t$ kuyu seviyelerinde Göksu 16859-A’da $\hat{D}_t =$

$17,66095607 - 0,04964135t$ formunda azalma (gerçek seviyelerde artma), Sarıkız Rasat-1'de $\hat{D}_t = 34,50683150 + 0,06031996t$ formunda artma (gerçek seviyelerde azalma) eğilimi mevcuttur. Bu şekillerden de görüleceği gibi Sarıkız Rasat-1'deki durumdan farklı olarak Göksu 16859-A kuyusundaki aylık seviyelerde anlamlı bir periyodik salınım bulunmamaktadır.

Her iki kuyuda da saptanan eğilimler zaman ölçeğinde “lokal” eğilimlerdir. Yani başlangıç noktaları başlangıç seviye koşullarına endekslenmiştir. Bu şekilde Y'_t serileri $Y'_t = Y_t - \hat{D}_t$ işlemiyle trendi ayıklanmış $Y'_t = -X'_t$ zaman serileri sıfır ortalamalıdır. Ayıklama işleminde a sabitleri kullanılmaz ise $Y''_t = Y_t - bt$ serileri $t=0$ için $Y''_0 = a$ başlangıç seviyelerine endekslenmiş olur. Bu çözüm serilere dönüşüm uygulamak gerektiğinde daha uygun olur.



Şekil 9.5 Göksu 16859A kuyusuna ait trendi ayıklanmış su yüzey kotunun aylara göre zamanla değişimi

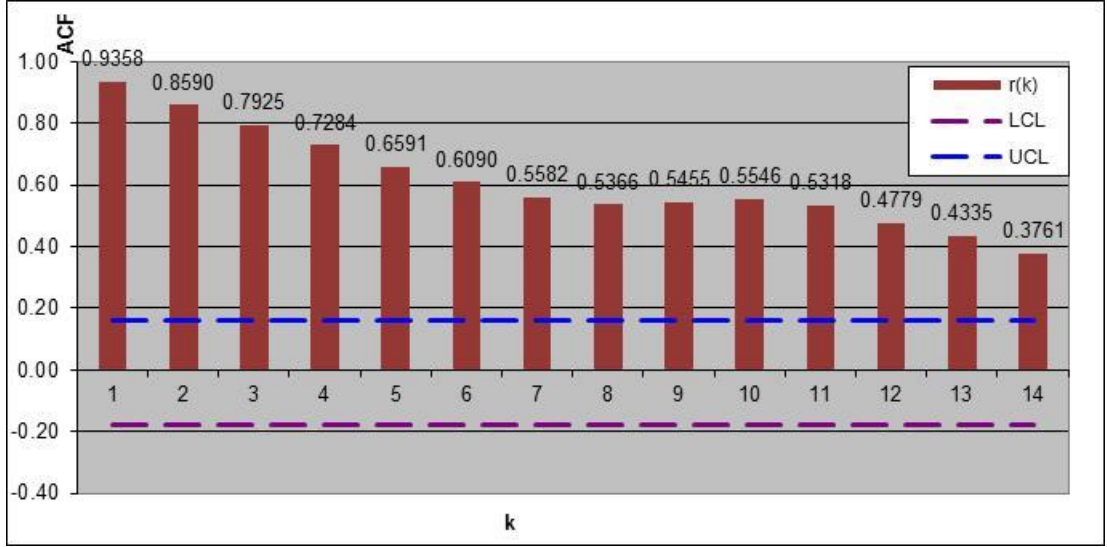


Şekil 9.6 Sarıkız Rasat 1 kuyusuna ait trendi ayıklanmış su yüzey kotunun aylara göre zamanla değişimi

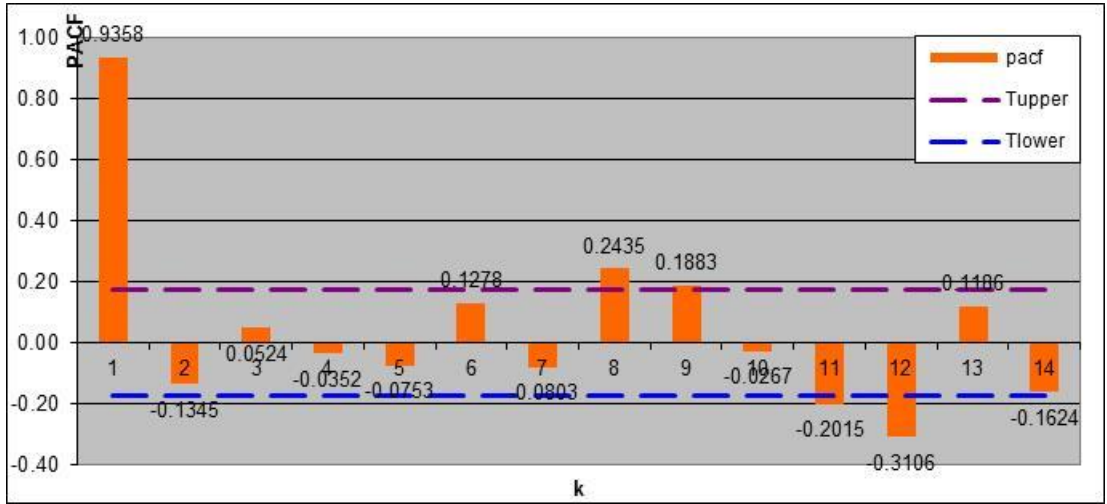
9.2 Trendsiz Zayıf Durağan Seviye Serileri İçin AR(1), AR(2) ve ARMA(1,1) Modelleri

Bu bölümde Göksu 16859-A kuyusunda 2001-2011 ve sarıkız Rasat-1 kuyusunda 1998-2011 takvim yıllarında ölçülen deterministik trendleri ve aylık ortalama ve standart sapmalarındaki periyodik bileşenleri ayıklanmış aylık su seviyelerine AR(1), AR(2), ARMA(1,1) gibi stasyoner modeller uyarlanması seçeneği incelenmiştir.

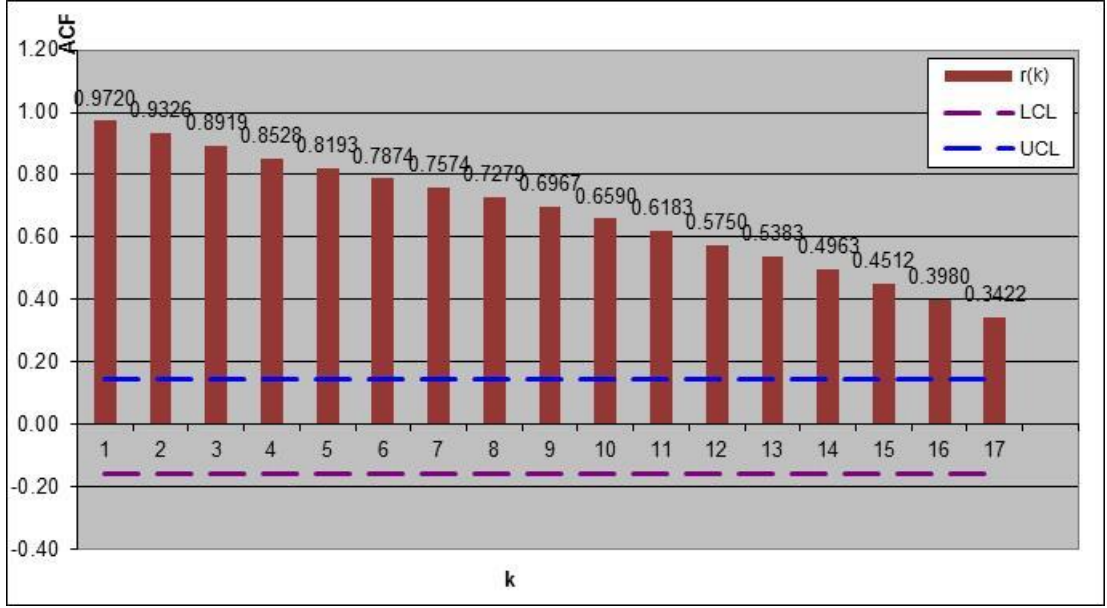
Deterministik trendleri ve aylık ortalama ve standart sapmalarındaki periyodik bileşenleri ayıklanan zaman serilerinin bir içsel bağımlılık taşıyıp taşımadığını anlamak için otokorelasyon analizi yapılmıştır. Veri setlerinde, zaman serilerinin uzunluklarının yaklaşık %10'una karşılık gelen zaman kaymaları için örnek otokorelasyon katsayıları ile rastgele bağımsız bir sürecin korelogramının $\alpha=5\%$ tolerans limitleri hesaplanarak Şekil 9.7 ve Şekil 9.9'da; kısmi otokorelasyon grafikleri ise Şekil 9.8 ve Şekil 9.10'da verilmiştir.



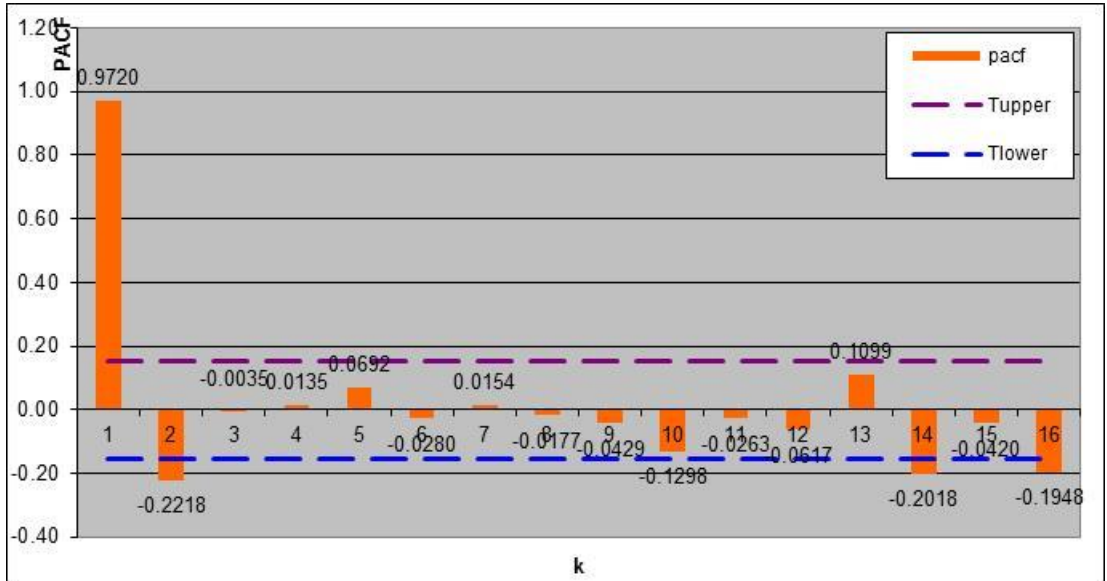
Şekil 9.7 Trendi ayıklanmış ve tam standardize edilmiş Göksu 16859-A kuyusu zaman serisine ait korelogram



Şekil 9.8 Trendi ayıklanmış ve tam standardize edilmiş Göksu 16859A kuyusu zaman serisine ait kısmi otokorelasyon katsayıları



Şekil 9.9 Trendi ayıklanmış ve tam standardize edilmiş Sarıkız Rasat-1 kuyusu zaman serisine ait korelogram



Şekil 9.10 Trendi ayıklanmış ve tam standardize edilmiş Sarıkız Rasat-1 kuyusu zaman serisine ait kısmi otokorelasyon katsayıları

Göksu 16859-A’da 2001-2011 ve Sarıkız Rasat-1’de 1998-2011 döneminde ölçülmüş trendi alınmış ve tam standardize edilmiş su seviyesi serilerine AR(1), AR(2) ve ARMA(1,1) gibi stasyonör modelleri parametre tahminleri ve Box-Pierce ve AIC uyum istatistikleri Tablo 9.4’de sunulmuştur.

Tablo 9.4 Trendi alınmış ve tam standardize edilmiş aylık su seviyeleri için alternatif durağan modellerin maksimum olabilirlik parametre tahminleri ve uyum istatistikleri

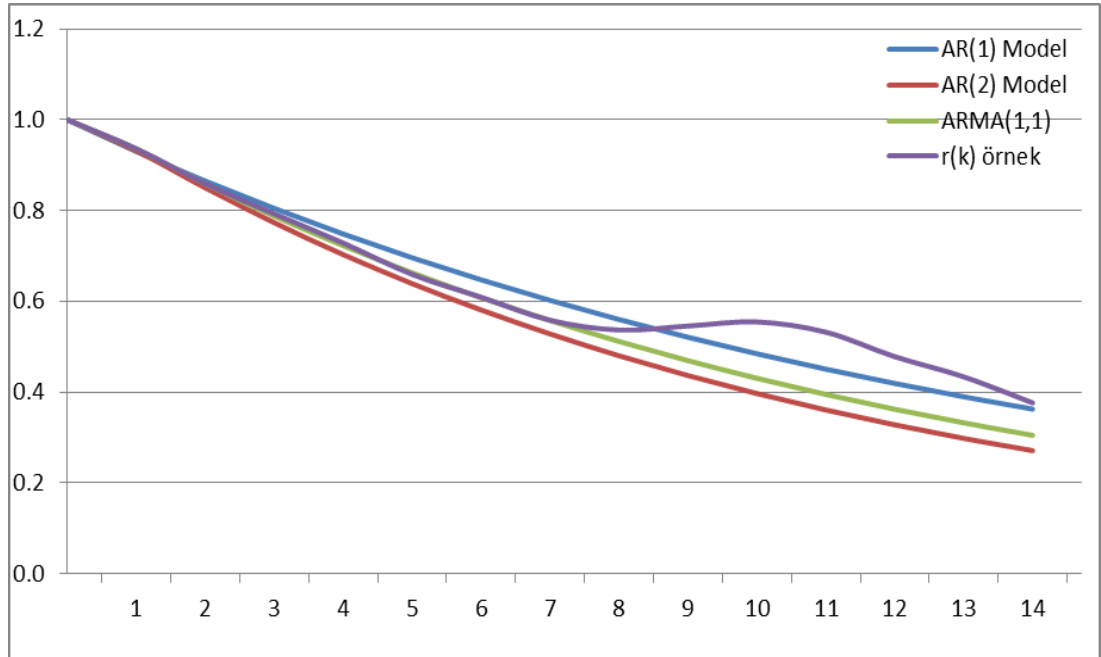
Kuyu	Model	α_1	α_2	θ_1	S_e^2	Q	$\chi_{0,05}^2$	AIC
Göksu 16859 A	AR(1)	0,9300	-	-	0,1138	36,44	24,99	-282,70
	AR(2)	1,0541	-0,1319	-	0,1126	31,28	23,68	-281,97
	ARMA (1,1)	0,9172	-	-0,1551	0,1141	30,78	23,68	-280,96
Sarıköz Rasat 1	AR(1)	0,9770	-	-	0,0516	16,92	24,99	-493,64
	AR(2)	1,1919	-0,2231	-	0,0494	13,00	23,68	-498,95
	ARMA (1,1)	0,9532	-	-0,2105	0,0493	14,03	23,68	-499,46

Tablo 9.5 Göksu 16859-A kuyusunun trendi alınmış ve tam standardize edilmiş zaman serisi için alternatif modeller için maksimum olabilirlik parametrelerine göre otokorelasyon katsayıları

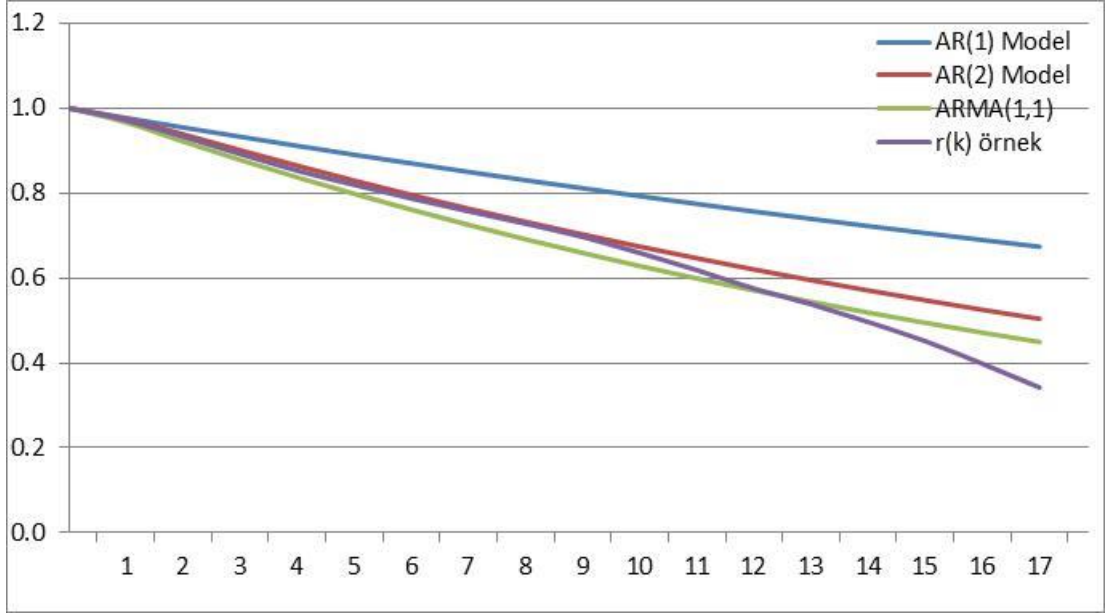
k	r_k	Mak. Olabilirlik Tahminleri		
		AR(1)	AR(2)	ARMA(1,1)
0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
1	0,9358	0,9301	0,9313	0,9361
2	0,8590	0,8650	0,8498	0,8586
3	0,7925	0,8045	0,7730	0,7876
4	0,7284	0,7482	0,7028	0,7224
5	0,6591	0,6959	0,6389	0,6627
6	0,6090	0,6472	0,5807	0,6078
7	0,5582	0,6019	0,5279	0,5575
8	0,5366	0,5598	0,4799	0,5114
9	0,5455	0,5207	0,4363	0,4691
10	0,5546	0,4843	0,3966	0,4303
11	0,5318	0,4504	0,3605	0,3947
12	0,4779	0,4189	0,3277	0,3620
13	0,4335	0,3896	0,2979	0,3321
14	0,3761	0,3623	0,2708	0,3761

Tablo 9.6 Sarıkız Rasat-1 Kuyusunun trendi alınmış ve tam standardize edilmiş zaman serisi için alternatif modeller için maksimum olabilirlik parametrelerine göre otokorelasyon katsayıları

k	r_k	Mak. Olabilirlik Tahminleri		
		AR(1)	AR(2)	ARMA (1,1)
0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
1	0,9720	0,9770	0,9745	0,9665
2	0,9326	0,9546	0,9383	0,9213
3	0,8919	0,9327	0,9010	0,8783
4	0,8528	0,9112	0,8645	0,8372
5	0,8193	0,8903	0,8294	0,7981
6	0,7874	0,8699	0,7957	0,7607
7	0,7574	0,8499	0,7633	0,7252
8	0,7279	0,8304	0,7322	0,6913
9	0,6967	0,8113	0,7024	0,6589
10	0,6590	0,7927	0,6738	0,6281
11	0,6183	0,7744	0,6464	0,5988
12	0,5750	0,7567	0,6201	0,5708
13	0,5383	0,7393	0,5949	0,5441
14	0,4963	0,7223	0,5707	0,5186
15	0,4512	0,7057	0,5475	0,4944
16	0,3980	0,6895	0,5252	0,4713
17	0,3422	0,6737	0,5038	0,4492



Şekil 9.11 Trendi alınmış tam standardize Göksu 16859-A seviyelerinin örnek otokorelasyon katsayıları ile model otokorelasyon katsayılarının karşılaştırılması



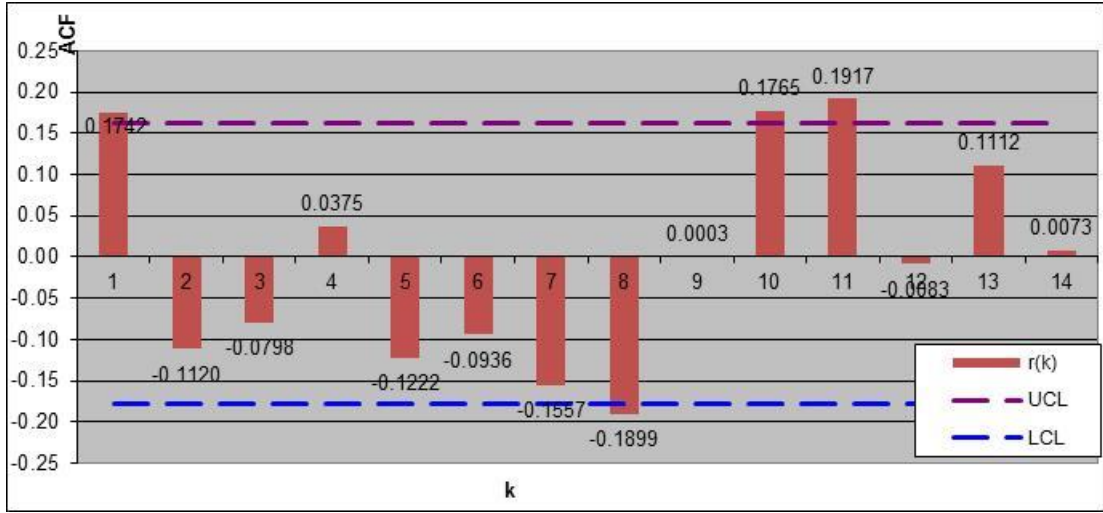
Şekil 9.12 Trendi alınmış tam standardize Sarıkız Rasat-1 seviyelerinin örnek otokorelasyon katsayıları ile model otokorelasyon katsayılarının karşılaştırılması

9.3 Yeraltı Suyu Seviyelerine ARIMA(1,1,1) Modeli Uygulanması

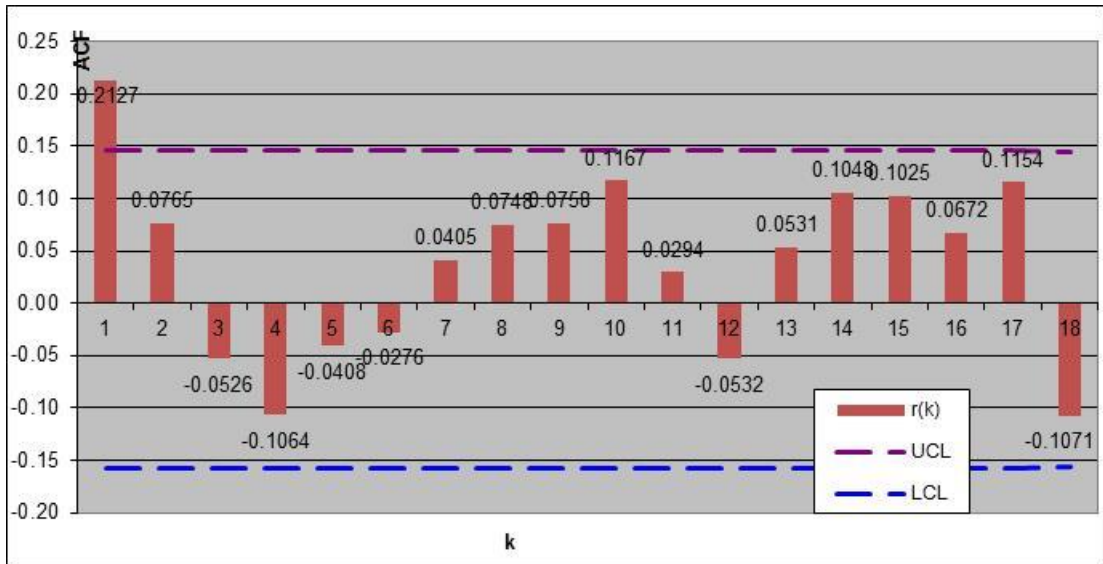
Önceki bölümde seviye gözlemlerinden deterministik eğilim bileşenleri ayıklanarak elde edilen trendsiz serilerin çok geç çürüyen içsel bağımlılık yapılarının klasik lineer stasyonere zaman serisi modelleri ile iyi tanımlanamadığı görülmüştür. Ayrıca Göksu 16859-A ve Sarıkız Rasat-1 kuyularındaki kısa seviye rasatlarına dayanan ve doğrusal olduğu varsayılan deterministik eğilim bileşenleri de muhtemelen dönemsel olup, güvenilir değildir. Bu nedenle, deterministik trend bileşenleri dikkate alınmaksızın orijinal YAS seviyelerine hem kuramsal hem de incelenen olayın fiziksel davranışlarına daha uygun olan stasyonere olmayan zaman zaman serisi modelleri uyarlanması seçeneği değerlendirilmiştir.

Göksu 16859-A'da 2001-2011, Sarıkız Rasat-1'de 1998-2011 dönemindeki aylık yeraltı su seviyelerine $d=1$. mertebeden fark alma işlemi uygulanarak elde edilen $U_t = X_t - X_{t-1}$ serilerin anlamlı içsel bağımlılık taşıyıp taşımadığını görmek için otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonları incelenmiştir. Birinci mertebeden fark serilerinin örnek korelogramlarının Göksu 16859-A'da zayıf, Sarıkız Rasat-1'de ise anlamlı periyodik davranış göstermesi nedeniyle fark serileri

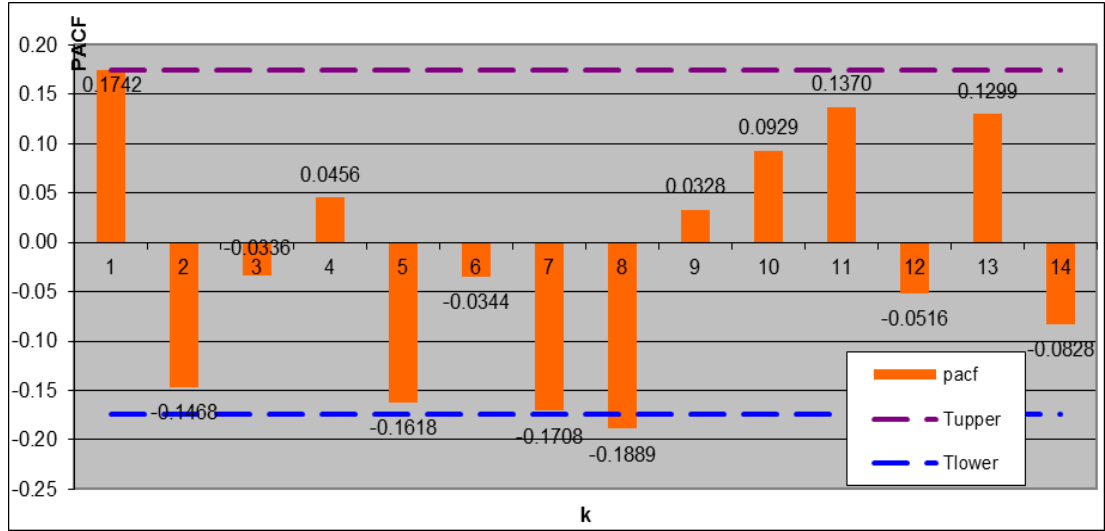
parametrik olmayan standardizasyon işleminden geçirilerek zayıf stasyoner, tam standardize stokastik zaman serilerine indirgenmiştir. Seri uzunluklarının yaklaşık %10'una karşılık gelen $k_{max}=14$ ve $k_{max}=16$ için elde edilen örnek korelogramları %95 tolerans limitleri ile birlikte Şekil 9.13 ve Şekil 9.14'de, kısmi korelogramlar ise Şekil 9.15 ve Şekil 9.16'da verilmiştir.



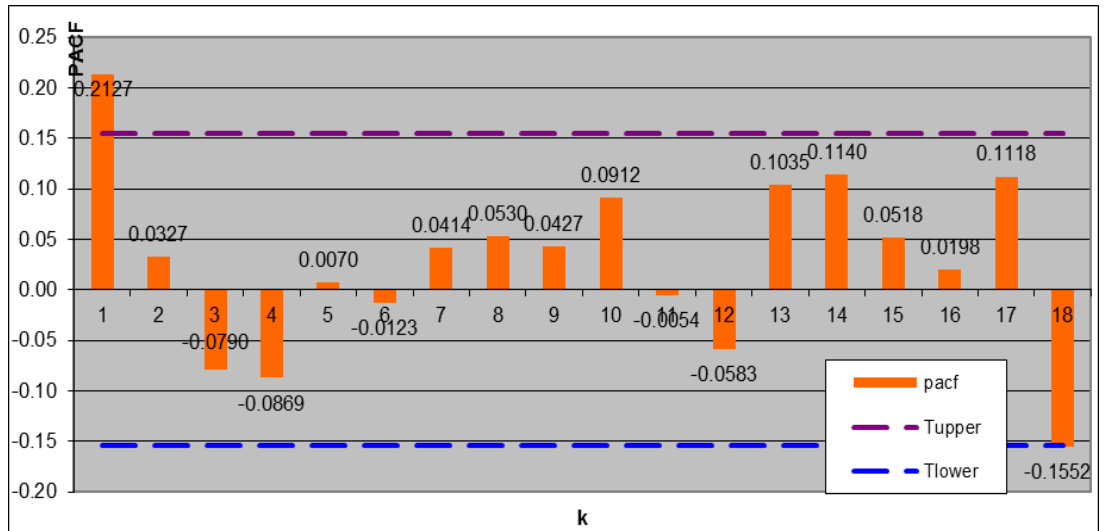
Şekil 9.13 Göksu 16859-A kuyusunda tam standardize fark serisinin örnek korelogramı



Şekil 9.14 Sarıkız Rasat-1 kuyusunda tam standardize fark serisinin örnek korelogramı



Şekil 9.15 Göksu 16859-A kuyusu tam standardize fark serisine ait kısmi otokorelasyon katsayıları



Şekil 9.16 Sarıkız Rasat-1 kuyusu tam standardize fark serisine ait kısmi otokorelasyon katsayıları

AR(1), AR(2), MA(1), ARMA(1,1) gibi modellerden birinin matematiksel olarak elimizdeki birinci mertebeden fark alınmış zaman serisine uyabileceği ihtimali düşünülerek bu modellerin parametrelerinin Moment tahminleri ve bu modeller için Box-Pierce istatistikleri Tablo 9.7’de hesaplanarak gösterilmiştir.

Tablo 9.7 Göksu 16859-A ve Sarıkız Rasat-1 kuyularındaki tam standardize d=1 mertebe fark serilerine uyarlanan alternatif modellerin moment parametreleri ve Ljung-Box-Pierce uyum istatistikleri

Kuyu	Parametre/Model	α_1	α_2	θ_1	S_e^2	Q	χ^2
Göksu 16859 A	MA(1)	-	-	-0,1798	0,99819	22,49	22,36
	AR(1)	0,1742	-	-	0,88823	23,17	22,36
	AR(2)	0,1997	-0,1468	-	0,86908	22,63	21,02
	ARMA(1,1)	-0,6429	-	-0,9403	0,79600	-	-
Sarıköz Rasat 1	MA(1)	-	-	-0,2233	1,07858	10,34	24,99
	AR(1)	0,2126	-	-	0,89187	9,36	24,99
	AR(2)	0,2057	0,0327	-	0,89091	9,23	23,68
	ARMA(1,1)	0,3595	-	0,1540	0,89089	9,39	23,68

Göksu 16859-A kuyusunda d=1 mertebe orijinal fark serisi hemen hemen bir gürültü niteliğindedir. Ayrıca, fark serisinin aylık ortalama ve standart sapmalarında anlamlı periyodik davranış da yoktur. Fark serisinin 1.otokorelasyon katsayısı %95 güven sınırının, Box-Pierce istatistiği Q da χ^2 değerinin biraz üzerindedir. Bu nedenle Göksu 16859-A’da tam standardize 1.mertebe fark serisi gürültü niteliğinde veya oldukça zayıf bir MA(1) süreci yapısındadır.

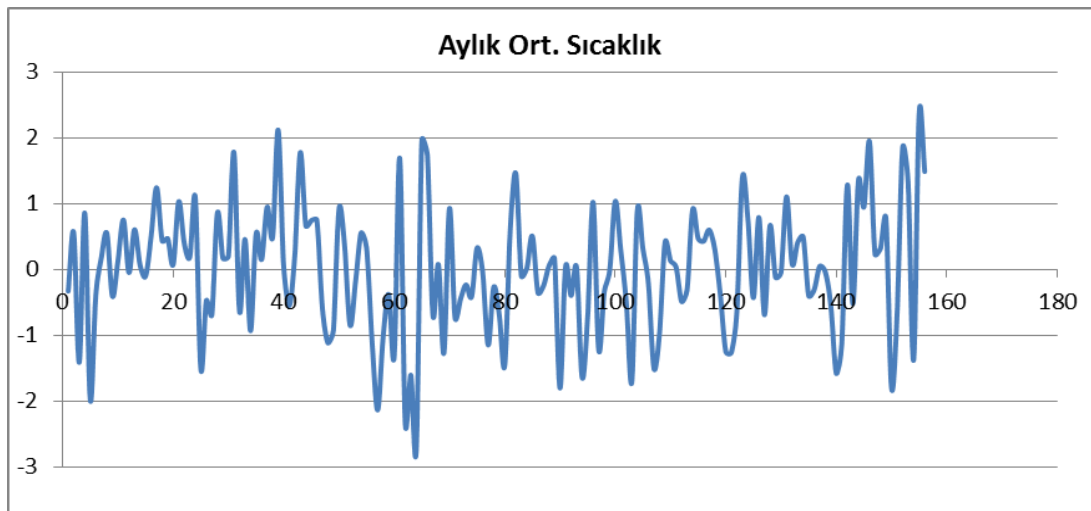
Sarıköz Rasat-1 kuyusunda d=1 mertebe orijinal fark serisinin aylık ortalamaları ve standart sapmaları kısmen periyodiktir. Bu özellik fark serisinin örnek korelogramında da görülmektedir. Bu nedenle fark serisi de aylara göre standardizasyon işlemi uygulanarak stasyonere hale getirilmiştir. Sarıköz Rasat-1 kuyusunun tam standardize 1.mertebe fark serisinin sadece r_1 ve ϕ_{11} değerleri güven sınırları dışındadır. Bu kuyuda ilk 16 lag için örnek otokorelasyon katsayıları ile hesaplanan Q istatistiği χ^2 değerinden küçük olduğundan tam standardize fark serisi gürültü niteliğinde kabul edilebilir. Ancak r_1 ve ϕ_{11} değerlerinin güven sınırlarının dışında olması nedeniyle serideki zayıf içsel bağımlılık MA(1) modeli ile de tanımlanabilir.

Her iki kuyuda da içsel bağımlı bileşenler tam standardize fark serilerinin varyansının sadece %10-%11 kadarlık kısmını tanımlayabilmektedir. Bu nedenle iç bağımlılık yapısının daha iyi bir modelle tanımlanması fazla önem taşımamaktadır.

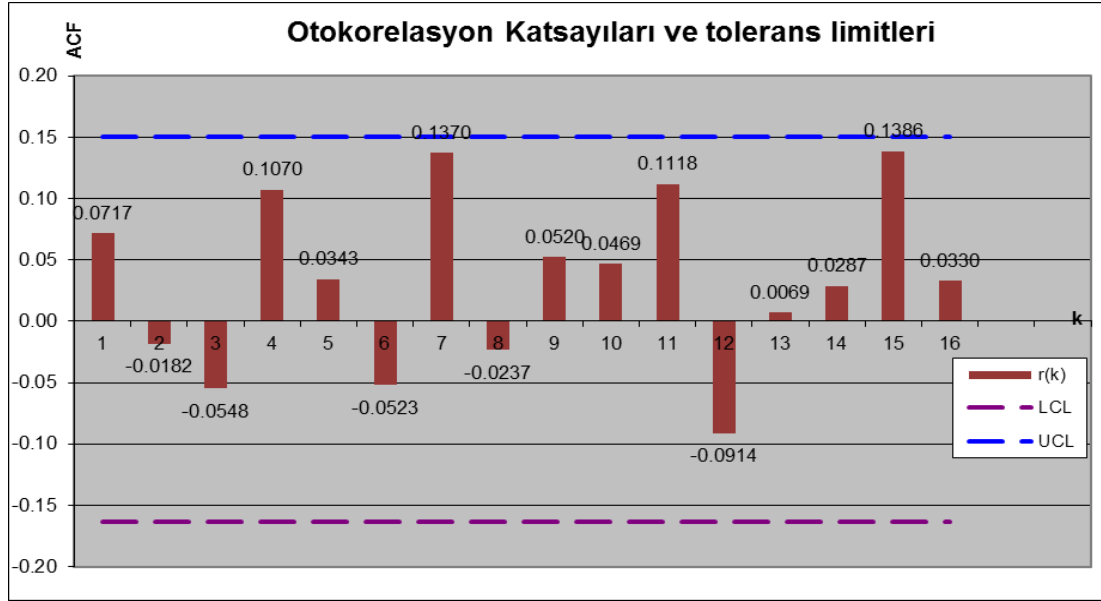
9.4 Yağış Girdili Transfer Fonksiyonu Modelleri

Yağış girdili transfer fonksiyonu modelleri ile modelleme çalışmasına öncelikle Manisa İstasyonunda 1998-2010 döneminde ölçülmüş aylık sıcaklık ve yağış serileri incelenerek başlanmıştır. (3.33), (3.34) ve (3.35) bağıntılarıyla tam standardize edilmiş aylık ortalama sıcaklığın ve toplam yağışın zamanla değişimi Şekil 9.17 ve Şekil 9.20’de; bu serilerin örnek korelogramları Şekil 9.18 ve Şekil 9.21’de; kısmi otokorelogramları ise Şekil 9.19 ve Şekil 9.22’de gösterilmiştir.

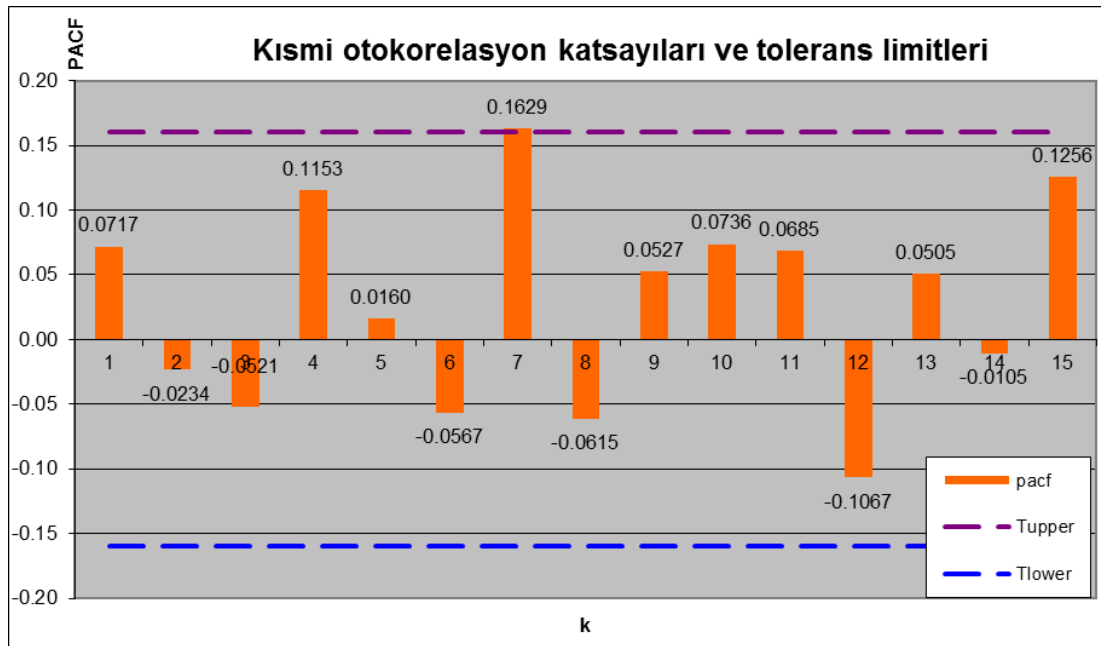
Bu şekillerden, gerek tam standardize aylık sıcaklık serisinin, gerekse tam standardize yağış serisinin anlamlı içsel bağımlılık içermediği anlaşılmaktadır. Dolayısıyla transfer fonksiyonu kurulum aşamasında girdi ve çıktı serilerine ön arıtma (prewhitening) uygulamak gerekmemektedir. Tam standardize sıcaklık serisinin genel çarpıklık katsayısı $\hat{C}_s = 0,09$, tam standardize yağış serisinin genel çarpıklık katsayısı ise $\hat{C}_s = 1,73$ ’tür. Yağış serisine $X_t = P_t^{0,4}$ üstel dönüşümü uygulandığında çarpıklık katsayısı sıfıra yaklaşmaktadır ($C_{sx} = 0,0015$).



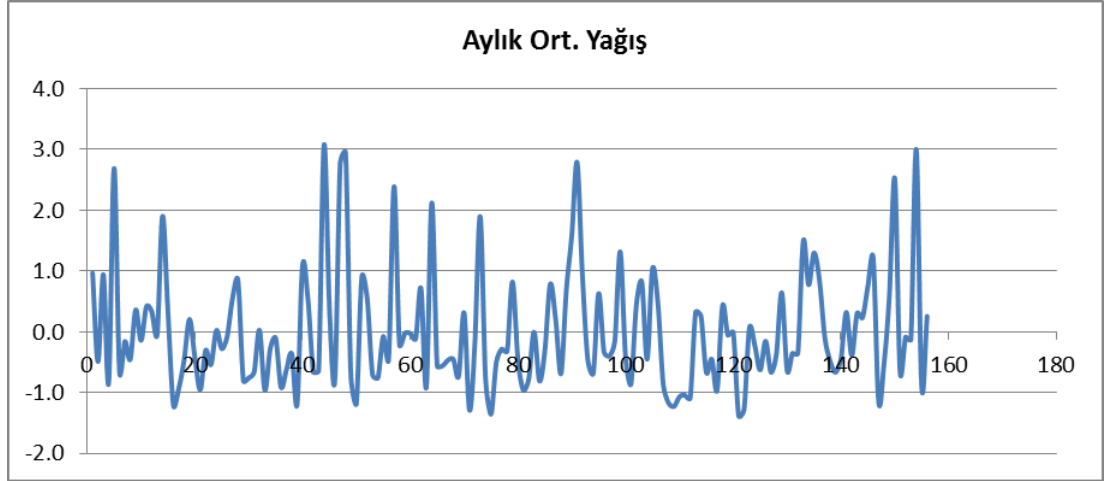
Şekil 9.17 Tam standardize edilmiş aylık ortalama sıcaklığın zamanla değişimi



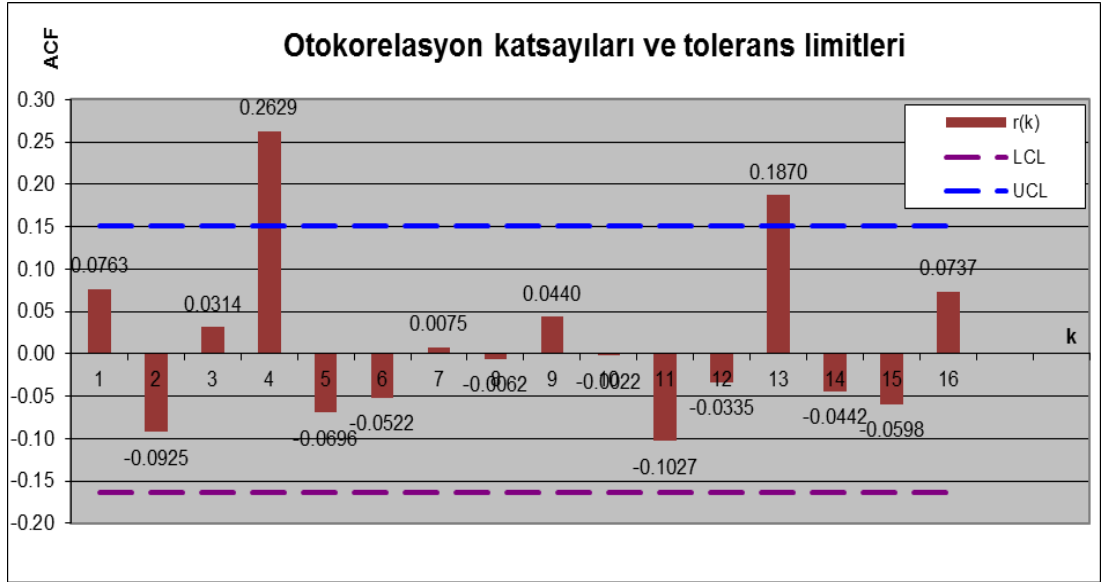
Şekil 9.18 Tam standardize edilmiş aylık ortalama sıcaklık zaman serisine ait otokorelasyon katsayıları ve tolerans limitleri



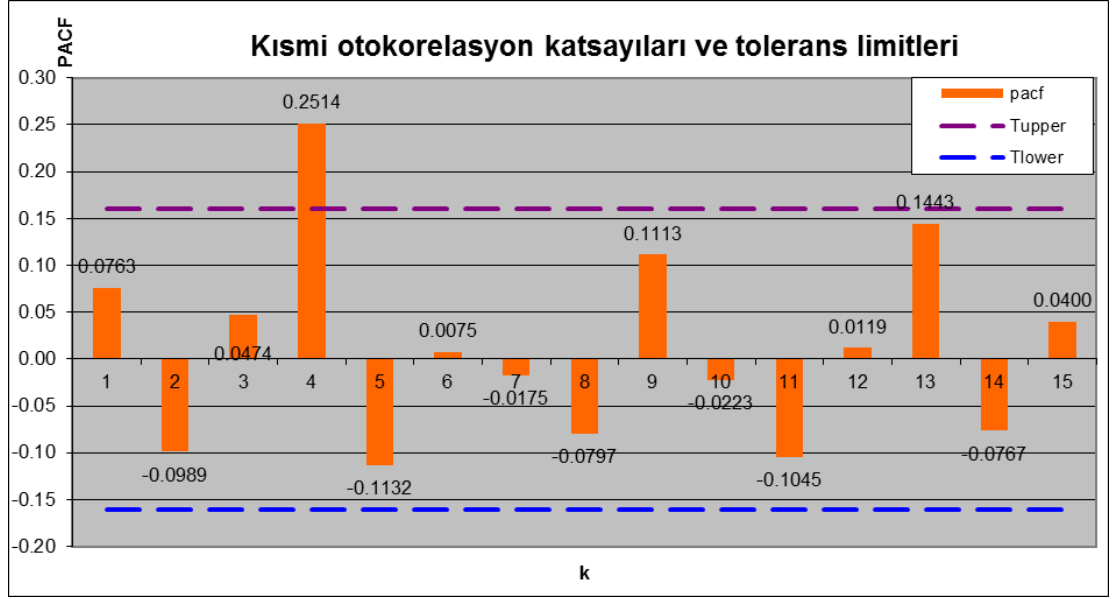
Şekil 9.19 Tam standardize edilmiş aylık ortalama sıcaklık zaman serisine ait kısmi otokorelasyon katsayıları ve tolerans limitleri



Şekil 9.20 Tam standardize edilmiş aylık toplam yağışın zamanla değişimi

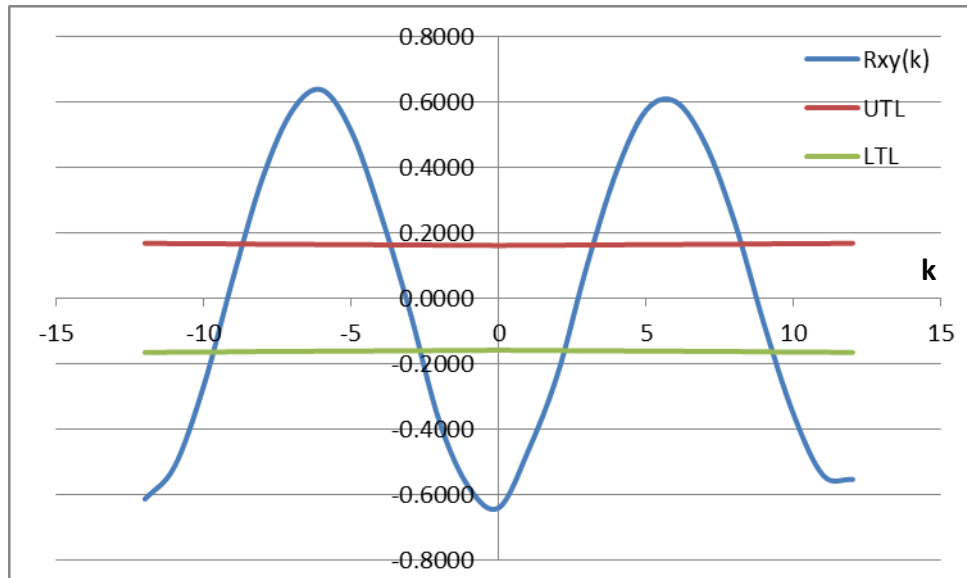


Şekil 9.21 Tam standardize edilmiş aylık toplam yağış zaman serisine ait otokorelasyon katsayıları ve tolerans limitleri



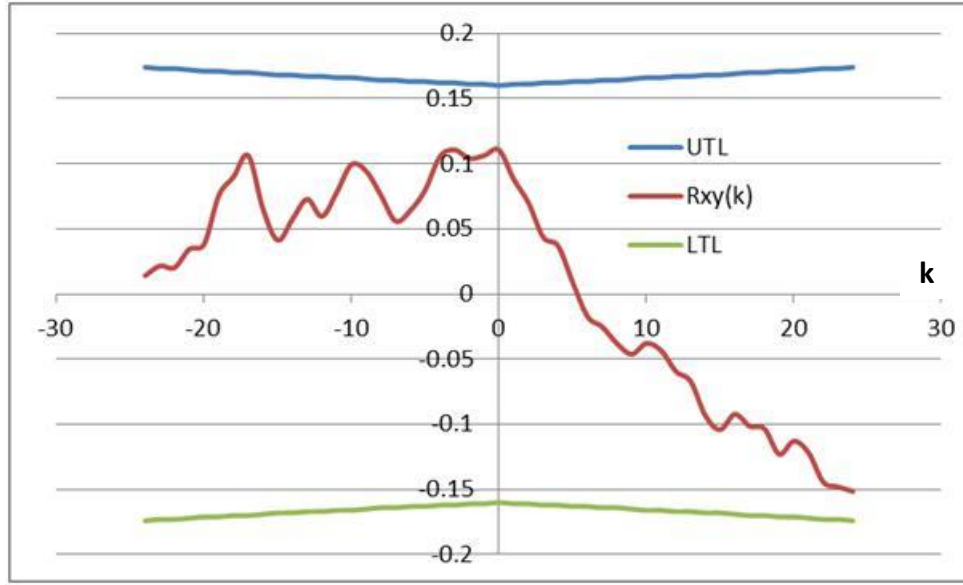
Şekil 9.22 Tam standardize edilmiş aylık toplam yağış zaman serisine ait kısmi-otokorelasyon katsayıları ve tolerans limitleri

Tam standardize Manisa aylık ortalama sıcaklık ve tam standardize aylık toplam yağış zaman serileri arasında zaman kaymalı bir ilişki olup olmadığını anlamak için çapraz korelasyon analizi yapılmıştır. Toplam 13 yıllık (156 aylık gözlem dizilerinden elde edilen) çapraz korelogram Şekil 9.23’de görülmektedir.



Şekil 9.23 Aylık toplam yağış ve aylık ortalama sıcaklık zaman serileri arasında çapraz korelasyon katsayıları ve tolerans limitleri

Nerede ise simetrik olan yağış-sıcaklık çapraz korelogramından, yağışların sıcaklık ile ters yönde anlamlı ilişkisi olduğu anlaşılmaktadır ($r_{xy}(0) = -0,62$). Bu nedenle dışsal girdili transfer fonksiyonu modellerinde sadece yağışların kullanılmasına karar verilmiştir.



Şekil 9.24 1998-2010 döneminde tam standardize Sarıkız Rasat-1 kuyusu seviyeleri ile Manisa aylık toplam yağış zaman serileri arasındaki çapraz korelogram

Aylık standardizasyon işlemi ile periyodik ortalama ve standart sapmalarından arındırılmış (zayıf stasyonere indirgenmiş) Sarıkız Rasat-1 su seviyeleri ile tam standardize Manisa aylık yağışları arasındaki çapraz korelogram Şekil 9.24’de sunulmuştur. Göksu 16859-A kuyusundaki tam standardize su seviyeleri ile tam standardize Manisa aylık yağışları arasındaki çapraz korelogram da benzer görünümde olduğundan verilmemiştir.

Bu şekillerden kuyu seviyelerinin ve yağışların zayıf durağan stokastik bileşenleri arasındaki zaman kaymalı ilişkilerin çok zayıf olduğu görülmekle birlikte, her iki kuyuda da yağış girdili transfer fonksiyonu modelleri ayrı ayrı kurulup incelenmiştir. ARX(1,1,0), ARX(2,1,0) ve ARMAX(1,1,1,0) gibi, uygun üç dışsal (yağış) girdili transfer fonksiyonu modelinin koşullu en küçük kareler parametre tahminleri ve çoklu regresyon özet istatistikleri Tablo 9.8’de verilmiştir.

Tablo 9.8 Yağış girdili transfer fonksiyonu modellerinin parametre tahminleri ve özet istatistikleri

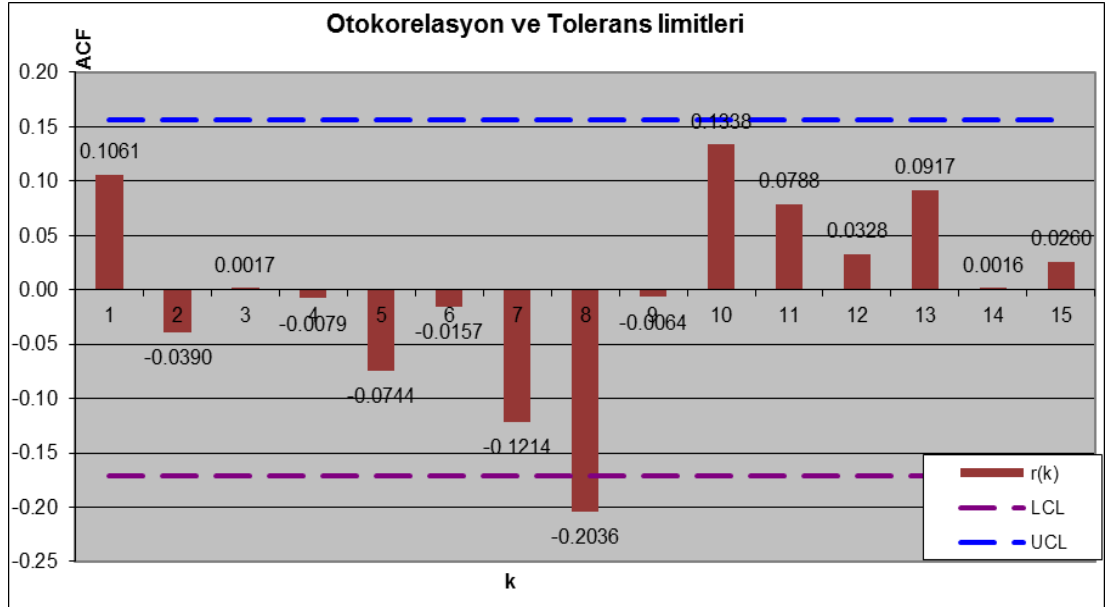
Model		İstatistik	Göksu 16859-A	Sarıköz Rasat-1
ARX(1,1,0)	$\hat{Y}_t = \mu_0 + a'_1 Y_{t-1} + b_0 P_t + e_t$	μ_0	-0,024163112	0,002495657
		a'_1	0,934151122	0,987285061
		b_0	0,018858443	0,001208352
		SSE	11,0570	4,3263
		SSR	114,7722	139,1258
		SST	125,8292	143,4522
		Se	0,2810	0,1687
		R	0,9550	0,9848
		F_0	726,6066	2443,9854
ARX(2,1,0)	$\hat{Y}_t = \mu_0 + a'_1 Y_{t-1} + a'_2 Y_{t-2} + b_0 P_t + e_t$	μ_0	-0,022870906	0,006161176
		a'_1	1,036097461	1,125111302
		a'_2	-0,107536293	-0,141386248
		b_0	0,020142783	0,006105673
		SSE	10,9016	4,2324
		SSR	108,9911	138,5354
		SST	119,8927	142,8389
		Se	0,2810	0,1679
		R	0,9533	0,9850
		F_0	459,8913	1636,6018
ARMAX(1,1,1,0)	$\hat{Y}_t = \mu_0 + a'_1 Y_{t-1} + b_0 P_t + e_t + c_1 e_{t-1}$	μ_0	0,024326036	0,002575286
		a'_1	0,923895759	0,982838846
		b_0	0,022264174	0,002760452
		c_1	0,127237122	0,148125403
		SSE	11,2337	4,2300
		SSR	109,7573	139,2381
		SST	119,8927	143,4522
		Se	0,2842	0,1673
		R	0,9534	0,9851
		F_0	452,6926	1656,8068

Tablo 9.8'deki özet istatistikler değerlendirildiğinde, her iki kuyudada ARX(2,1,0) modelindeki $a'_2 Y_{t-2}$ teriminin model tahminlerine katkısının $a'_1 Y_{t-1}$ terimi yanında ihmal edilebilecek mertebede olduğu; ARMAX(1,1,1,0) modelindeki $c_1 e_{t-1}$ teriminin de model tahmin performansını fazla etkilemediği görülmektedir.

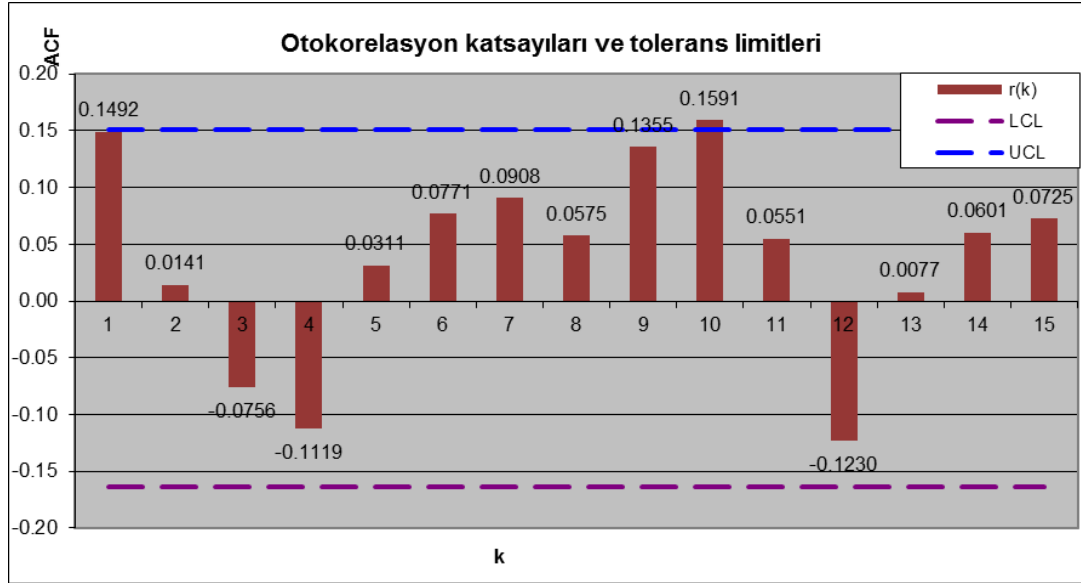
Göksu 16859-A ve Sarıkız Rasat-1 su seviyeleri için kullanılan yağış girdili transfer fonksiyon modellerinden hesaplanan $e_t = Y_t - \hat{Y}_t$ gürültü bileşenlerinin gerçekten gürültü niteliğinde olup olmadığı örnek korelogramları incelenerek Şekil

9.25, 9.26, 9.29, 9.30, 9.33, 9.34; gürültü bileşenleri ile P_t yağış girdisi arasında anlamlı çapraz korelasyonlar olup olmadığını ise e_t ve P_t serileri arasındaki çapraz korelogramlar (Şekil 9.27, 9.28, 9.31, 9.32, 9.35, 9.36) incelenerek (bkz. Bölüm 6.4) değerlendirilmiştir.

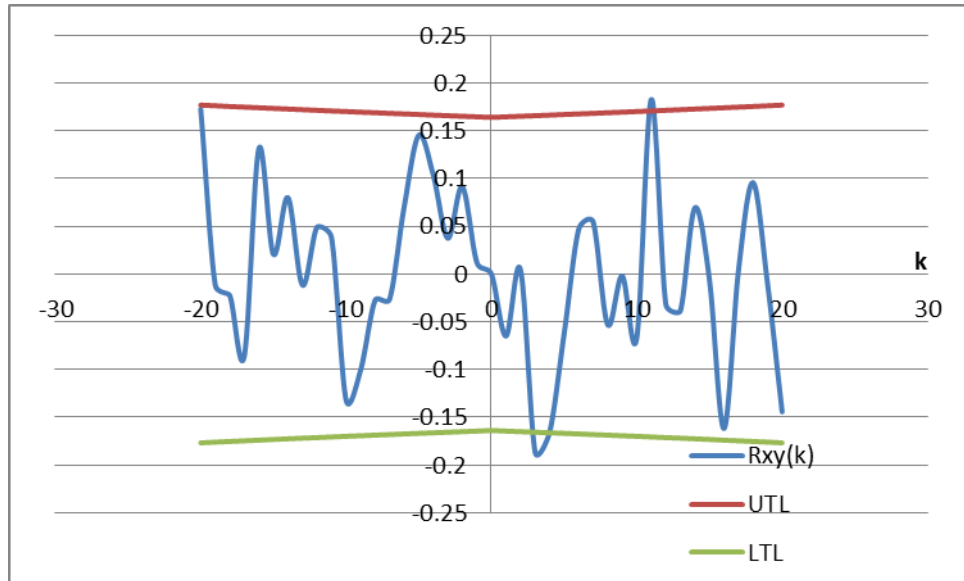
Bu şekillerdeki korelogramlar ve çapraz korelogramlar genel olarak güven sınırları arasında kaldığından modellerin üçü de tutarlıdır. Şekil 9.37 ve 9.38’de sunulan tahmin serilerinin gözlem serilerine çok yakın olması da bu bulguları doğrulamaktadır.



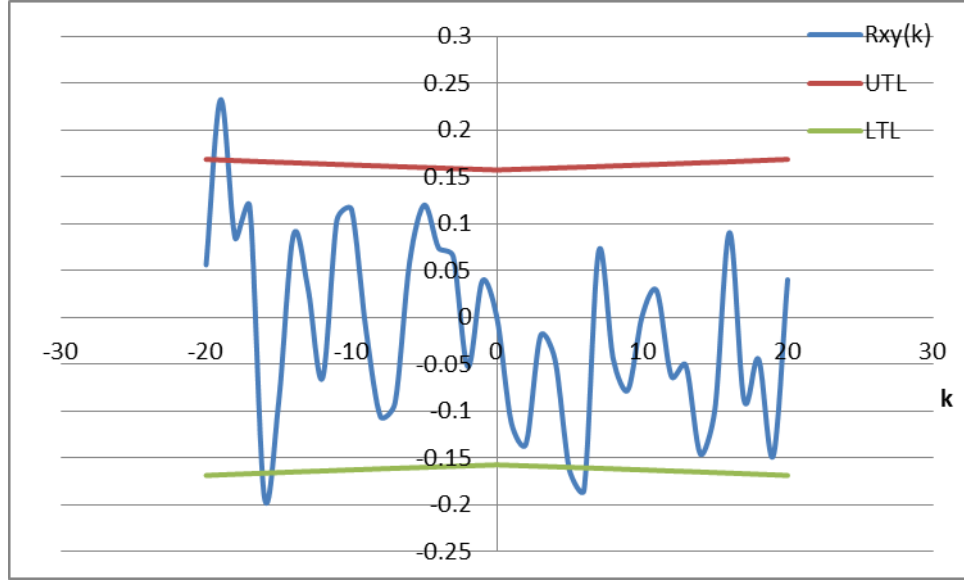
Şekil 9.25 Göksu 16859A kuyusunun ARX(1,1,0) modeline ait gürültü serisinin korelogramı



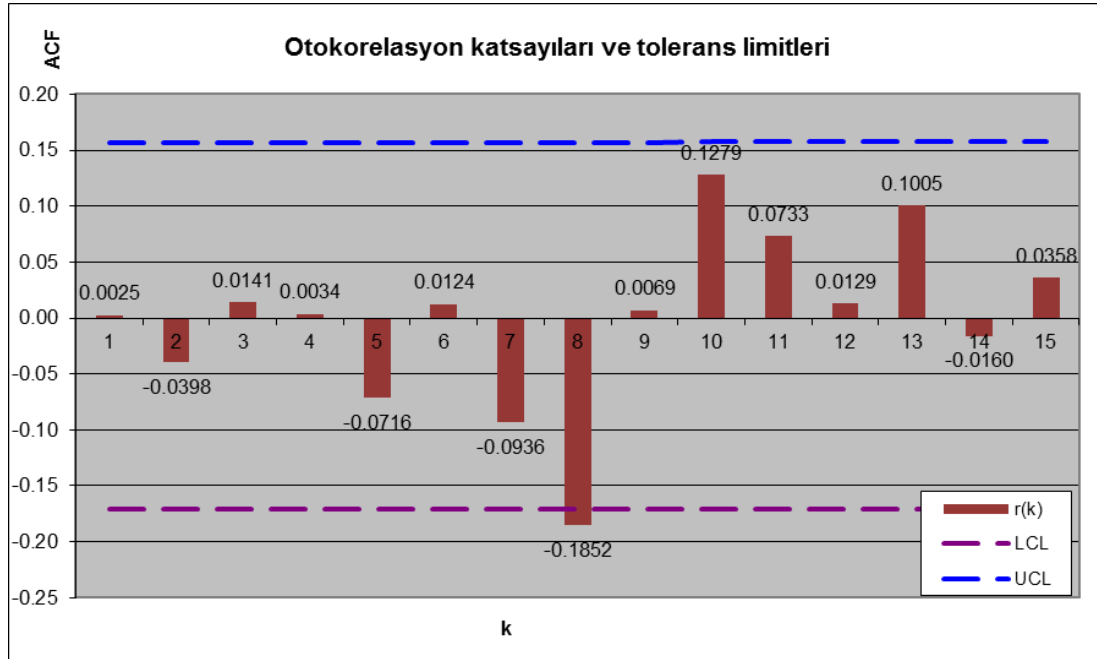
Şekil 9.26 Sarıkız Rasat-1 kuyusunun ARX(1,1,0) modeline ait gürültü serisinin korelogramı



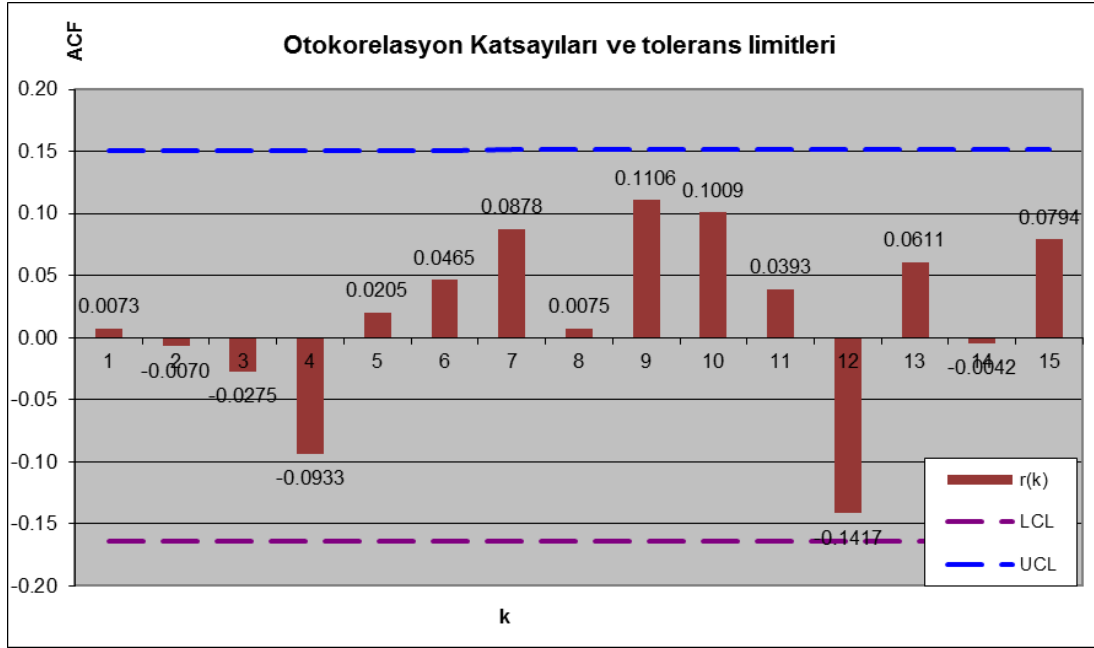
Şekil 9.27 Göksu 16859A kuyusunun ARX(1,1,0) modeline ait gürültü serisinin Pt yağış serisi ile çapraz korelasyon katsayıları



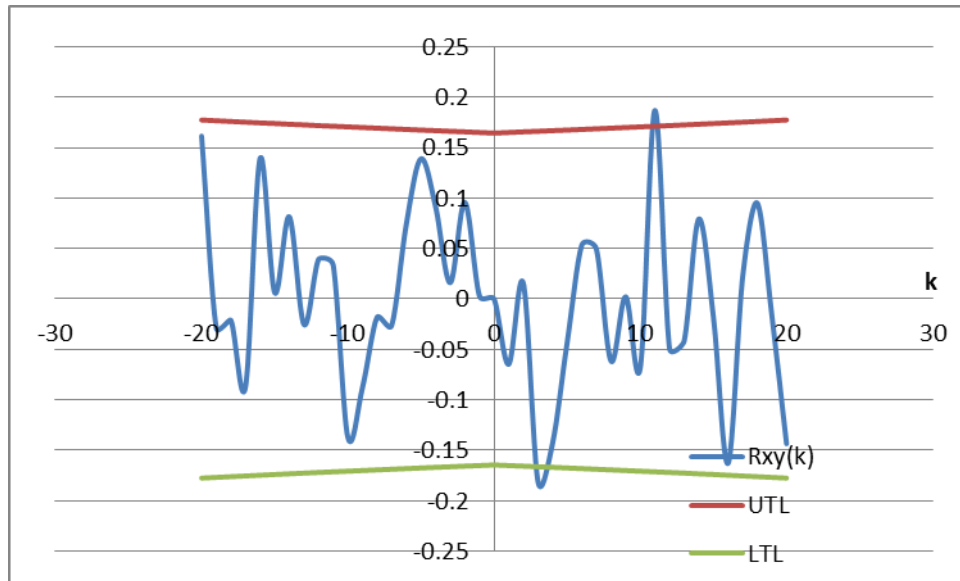
Şekil 9.28 Sarıkız Rasat-1 kuyusunun ARX(1,1,0) modeline ait hata serisinin Pt yağış serisi ile çapraz korelasyon katsayıları



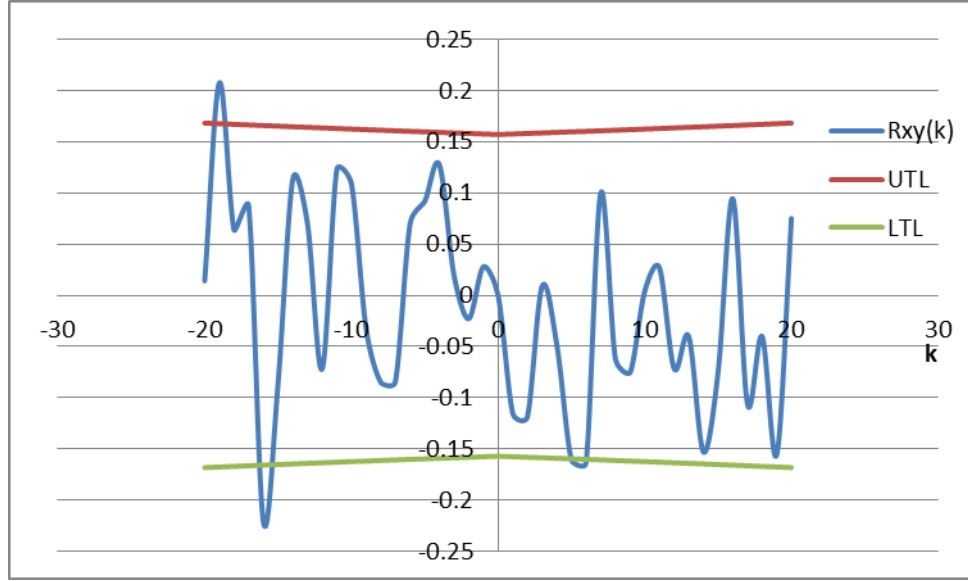
Şekil 9.29 Gökse 16859A kuyusunun ARX(2,1,0) modeline ait gürültü serisinin korelogramı



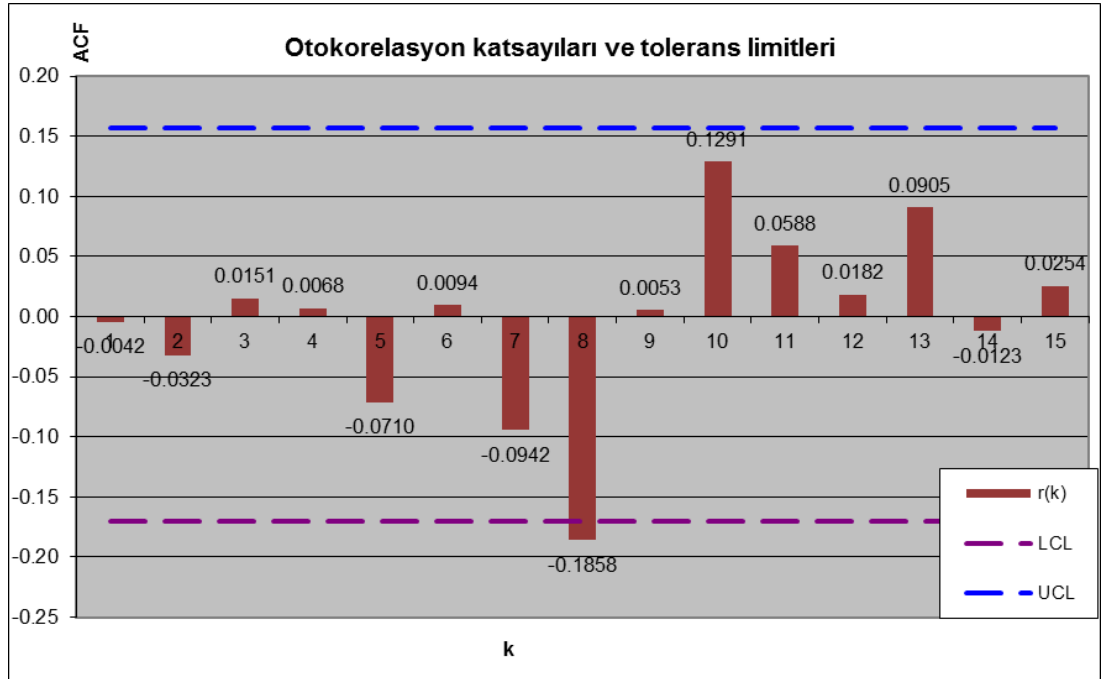
Şekil 9.30 Sarıkız Rasat-1 kuyusunun ARX(2,1,0) modeline ait gürültü serisinin korelogramı



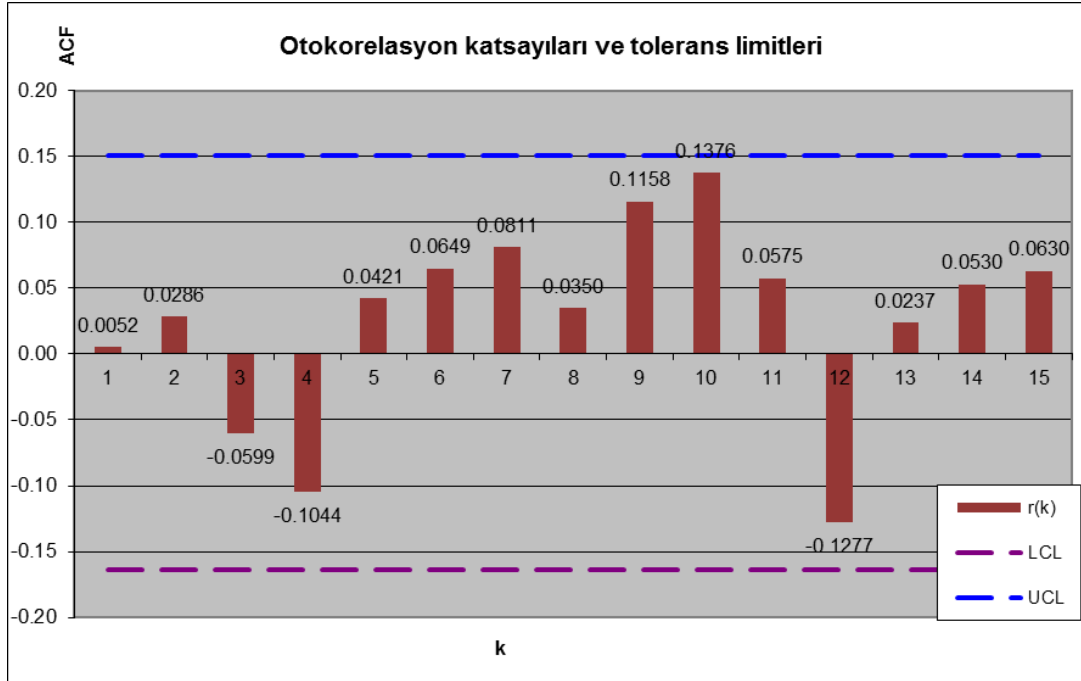
Şekil 9.31 Göksu 16859A kuyusunun ARX(2,1,0) modeline ait hata serisinin Pt yağış serisi ile çapraz korelasyon katsayıları



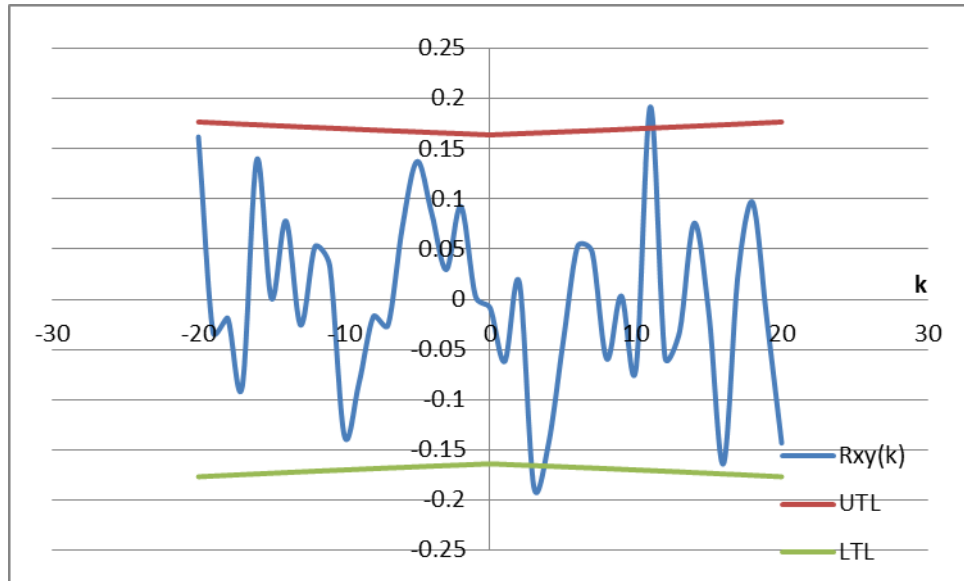
Şekil 9.32 Sarikiz Rasat-1 kuyusunun ARX(2,1,0) modeline ait hata serisinin Pt yağış serisi ile çapraz korelasyon katsayıları



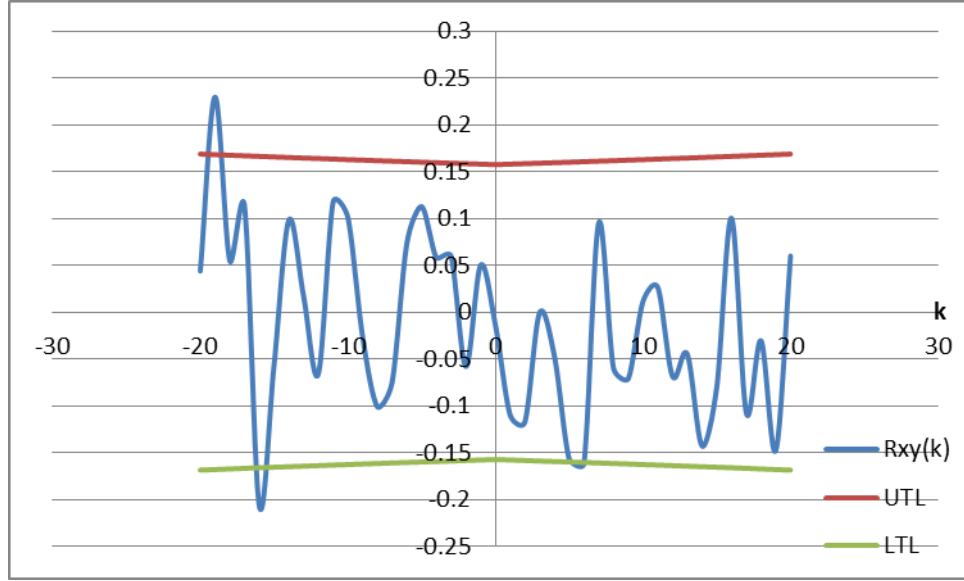
Şekil 9.33 Göksu 16859A kuyusunun ARMAX(1,1,1,0) modeline ait gürültü serisinin korelogramı



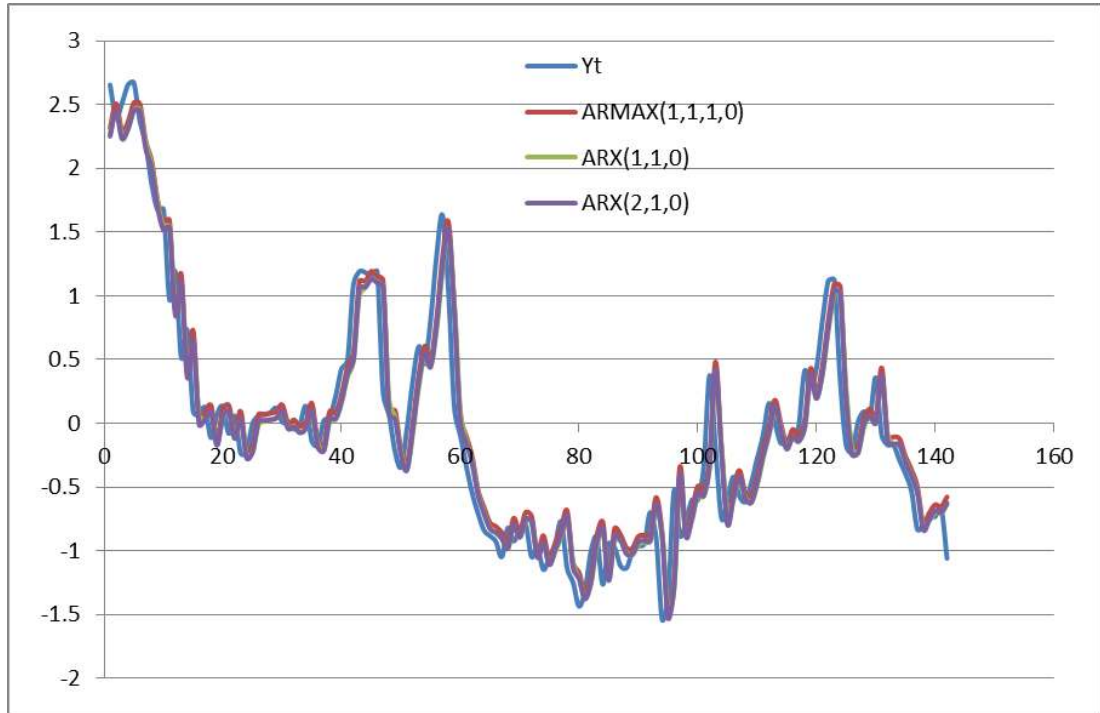
Şekil 9.34 Sarıkız Rasat-1 kuyusunun ARMAX(1,1,1,0) modeline ait gürültü serisinin korelogramı



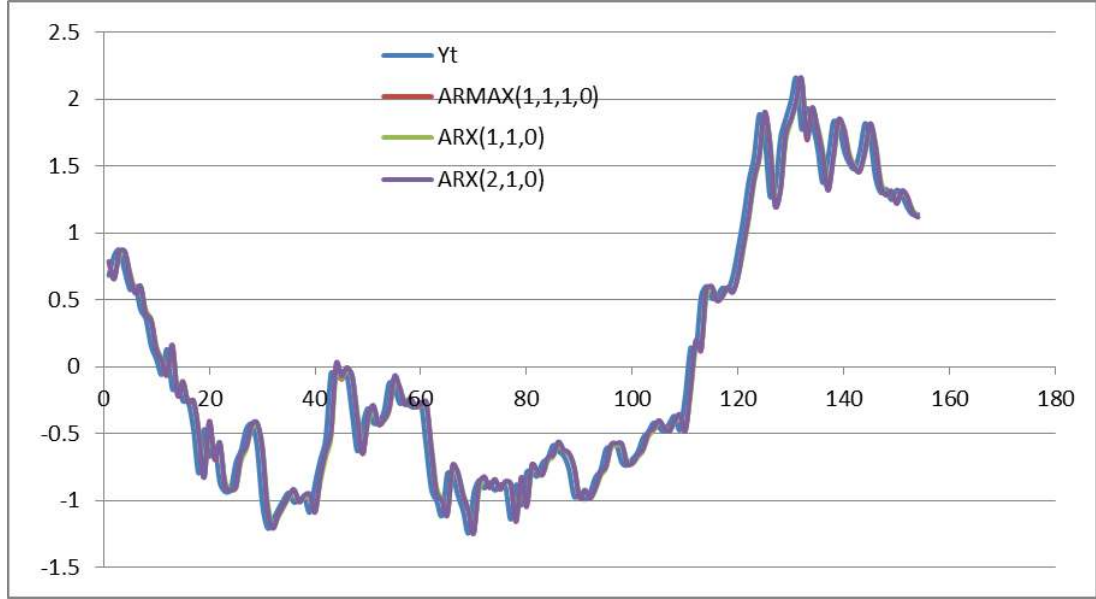
Şekil 9.35 Göksu 16859A kuyusunun ARMAX(1,1,1,0) modeline ait hata serisinin Pt yağış serisi ile çapraz korelasyon katsayıları



Şekil 9.36 Sarıkız Rasat-1 kuyusunun ARMAX(1,1,1,0) modeline ait hata serisinin Pt yağış serisi ile çapraz korelasyon katsayıları



Şekil 9.37 Göksu 16859-A kuyusuna ait ARX(1,1,0), ARX(2,1,0) ve ARMAX(1,1,1,0) model tahminlerinin karşılaştırılması



Şekil 9.38 Sarıkız Rasat-1 kuyusuna ait ARX(1,1,0), ARX(2,1,0) ve ARMAX(1,1,1,0) model tahminlerinin karşılaştırılması

ARMAX ve ARX gibi transfer fonksiyonu modellerine ek olarak 2001-2009 döneminde Göksu'daki yıllık ortalama YAS seviye değişimleri (ΔX_t) ile Manisa yıllık yağışları (P_t) ve İZSU yıllık çekimleri (Q_t) arasında çoklu lineer regresyon analizi yapılmıştır. $\hat{U}_t = \Delta \hat{X}_t = X_t - X_{t-1} = b_0 + b_1 P_t + b_2 Q_t$ biçimindeki 3 parametrelili bu model “hidrolojik süreklilik (yıllık su bilançosu)” ilkesine dayanmaktadır.

Tablo 9.9 Göksu kuyularında 2001-2009 döneminde yıllık ortalama seviye değişimleri ile toplam yağış ve toplam çekim verileri (Erten, 2011; sf.107)

Yıl	$\Delta X_t(\text{m})$	$P_t (\text{mm/yıl})$	$Q_t(\text{hm}^3/\text{yıl})$
2002	0,300	622,9	42,99
2003	4,110	668,2	38,60
2004	1,770	527,1	39,25
2005	-0,280	794,4	57,97
2006	-1,850	629,6	57,29
2007	-2,680	478,6	56,09
2008	-1,030	406,2	42,35
2009	3,520	969,6	45,82

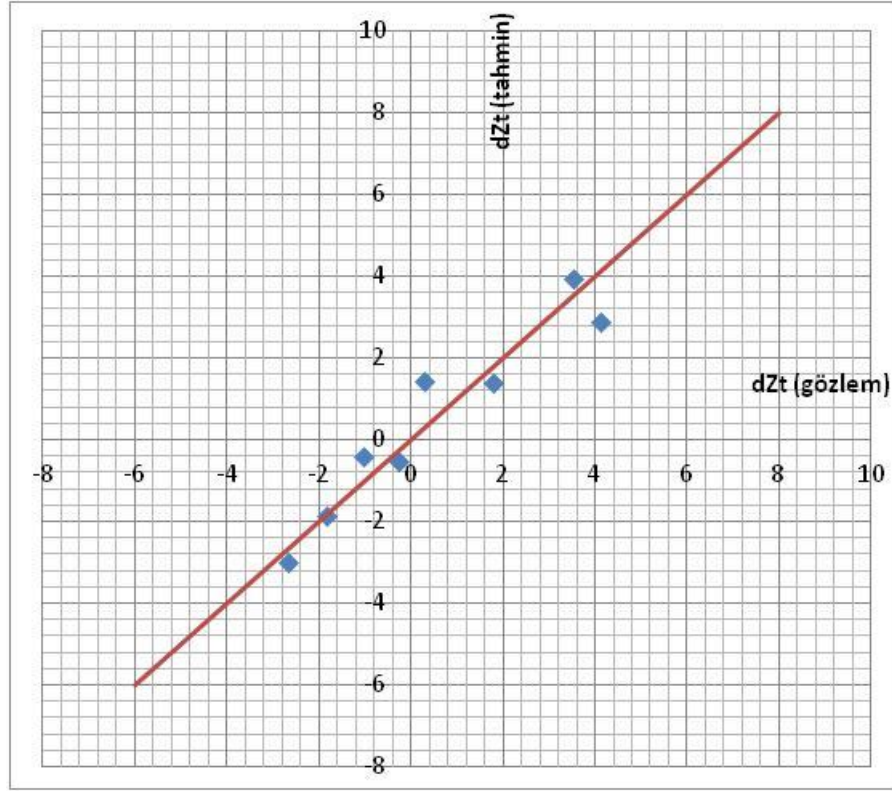
Erten (2011)'den derlenen Tablo 9.9 ışığında elde edilen verilere çoklu lineer regresyon uygulanarak bulunan regresyon katsayıları ve özet istatistikler Tablo 9.10'da verilmiştir.

Tablo 9.10 Göksu'da yıllık seviye değişimleri ile yıllık yağış ve yıllık çekim arasında kurulan çoklu lineer regresyon bağıntısının katsayıları ve özet istatistikleri

b₀	b₁	b₂	SST	SSR
5,750	0,00921	-0,23424	42,38	38,76
SSE	D	R	Radj	Se
3,62	0,915	0,956	0,880	0,851

Çok az (N=8) veriye dayanmakla birlikte, Göksu akiferindeki yıllık su bilançosunu temsil eden bu ilişkiden, muhtemel yıllık toplam yağışa karşı gelen ve YAS seviyesinde değişim yaratmayan (güvenilir) tahmin edilebilir:

$$\hat{Q}_G \left(\frac{hm^3}{ay} \right) = \left(b_0 + b_1 P \left(\frac{mm}{ay} \right) \right) = \frac{5,75 + 0,00921P}{0,23424}$$



Şekil 9.39 Göksu’da 2002-2009 yıllarında gözlenen ve çoklu lineer regresyon modelinden tahmin edilen yıllık ortalama seviye değişimleri

9.5 YSA ile Modelleme

$Y(t)$ ve $Y(t - 1)$ ilgili aya ve bir önceki aya ait kuyu yüzey kotları (m.), $P(t)$ ve $P(t - 1)$ ilgili aya ve bir önceki aya ait aylık toplam yağış (mm), $T(t)$ ilgili aya ait aylık ortalama sıcaklık ($^{\circ}\text{C}$), $B(t)$ ilgili ayda yağışlardan yeraltına süzülen tahmini beslenim (hm^3/ay), $\text{Ç}(t)$ kuyudan çekilen su miktarı (hm^3/ay) olmak üzere bu çalışmada geliştirilen YSA modellerinin girdileri ile model kısaltmaları Tablo 9.11’de verilmiştir. Kısaltmalarda G Göksu akiferini; S, sarıkız akiferini; bu sayıların sağındaki sayılar YSA model numaralarını ifade etmektedir. Diğerlerinden farklı olarak G4 ve S4 kodlu YSA modellerinde, Ocak 2003 – Aralık 2009 döneminde İZSU tarafından bu akiferden yapılan aylık su çekimleri ve Erten (2011) tarafından tahmin edilen aylık beslenmeler (bkz. Tablo 8.3) girdi olarak kullanılmıştır. G5 ve S5 kodlu YSA modellerinde ise girdi katmanları sadece seviye sürecinin kendi geçmiş değerlerinden oluşmaktadır. Bu model, deterministik trendi ayıklanmış seviyelere

uyarlanan stasyoner AR(2) ve orijinal seviyelere uyarlanan ARIMA(2,1,0) non-stasyoner modellerinin alternatifidir.

Çalışmada her bir kuyu için 5 farklı ağ mimarisi arasından (Şekil 9.40) en uygun YSA modeli belirlenmeye çalışılmıştır. Burada temel amaç, en az parametre ile en iyi tahminler veren YSA modelinin saptanmasıdır.

Tablo 9.11 Alternatif YSA modelleri ve girdi tanımlamaları

Kuyu	YSA Modeline Giren Input Parametreleri				
	Y(t-1), P(t), T(t)	Y(t-1), P(t)	Y(t-1), P(t), P(t-1)	Y(t-1), B(t), Ç(t)	Y(t-1), Y(t-2),
Göksu 16859-A	G1	G2	G3	G4	G5
Sarıköz Rasat-1	S1	S2	S3	S4	S5

Tablo 9.12 Alternatif YSA modellerine ilişkin veriler ve R istatistikleri

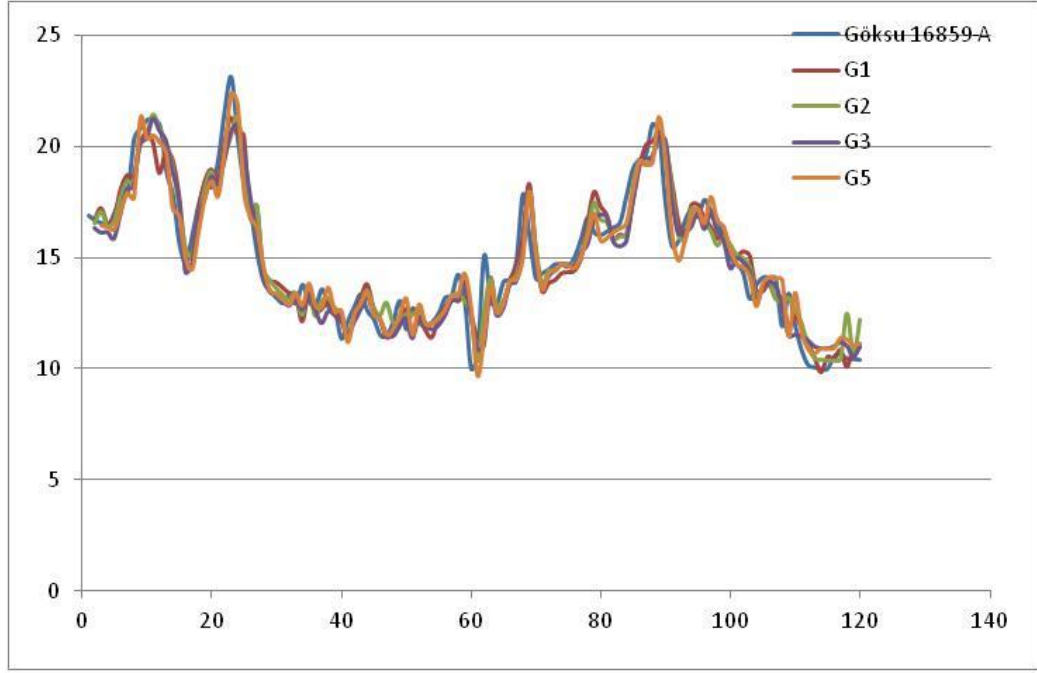
YSA Modeli	İnput Sayısı	Gizli Katman Sayısı	Gizli Katmandaki Nöron Sayısı	Eğitim (%)	Validasyon (%)	Test (%)	İterasyon Sayısı	Kararlı Hale İterasyon Sayısı	R		
									Eğitim	Validasyon	Test
G1	3	1	5	70	15	15	11	5	0,95018	0,92552	0,95929
G2	2	1	5	70	15	15	11	5	0,9307	0,94607	0,98839
G3	3	1	5	70	15	15	12	6	0,93946	0,94118	0,95895
G4	3	1	5	70	15	15	12	6	0,94855	0,85597	0,9329
G5	2	1	5	70	15	15	11	5	0,95029	0,96154	0,96925
S1	3	1	5	70	15	15	12	6	0,98478	0,98481	0,98392
S2	2	1	5	70	15	15	21	15	0,9735	0,98103	0,99157
S3	3	1	5	70	15	15	16	10	0,97475	0,97925	0,99054
S4	3	1	5	70	15	15	14	8	0,98227	0,9763	0,98335
S5	2	1	5	70	15	15	11	5	0,97553	0,96823	0,98879

Geliştirilen YSA modellerini eğitmede Levenberg-Marquardt algoritması ile geri besleme yapılarak ağırlık katsayıları hesaplanmış ve hata kareler ortalaması (MSE) minimuma indirilmeye çalışılmıştır. Gizli katmanlarda transfer fonksiyonu olarak sigmoid transfer fonksiyonu, çıktı katmanlarında ise doğrusal transfer fonksiyonları kullanılmıştır. Denenen YSA modellerinin ortalama rölatif hata (ORH), Nash-Sutcliff katsayısı (NS), gözlemlerle model tahminleri arasındaki korelasyon katsayısı (R), karesel toplam hata (KH) ve ortalama karesel hata karekökü (OKHK) gibi performans ölçütleri Tablo 9.13’de verilmiştir. Bu ölçütlere göre en az girdi katmanı ile en iyi tahminleri üreten YSA modellerinin Göksu’da G2 veya G5, Sarıkız’da S1 veya S2 olduğu görülmektedir. Diğer modellerden elde edilen sonuçlar da tatmin edici olmakla birlikte, daha fazla girdi bilgisi gerektirmektedir.

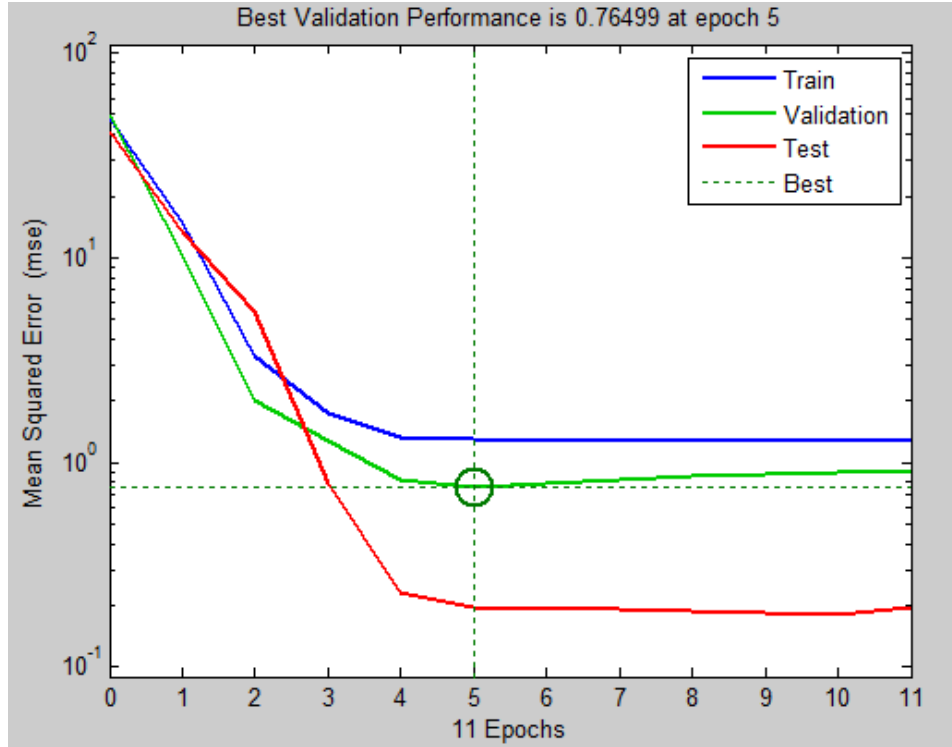
Tablo 9.13 Alternatif YSA modellerinin performans ölçütleri

Model	n	ORH (%)	NS	R	KH (m²)	OKHK (m)
G1	119	5,48	0,86900	0,93671	135,082	1,065
G2	119	5,12	0,86931	0,94140	124,361	1,022
G3	119	5,42	0,86716	0,93904	131,075	1,049
G4	83	4,95	0,78347	0,91454	73,419	0,940
G5	118	5,17	0,87552	0,94538	116,216	0,992
S1	155	2,02	0,96496	0,98383	151,760	0,989
S2	155	2,28	0,95152	0,97753	209,025	1,161
S3	155	2,22	0,95691	0,97951	189,838	1,106
S4	83	2,41	0,96157	0,98109	117,315	1,188
S5	154	2,51	0,93984	0,97477	245,297	1,262

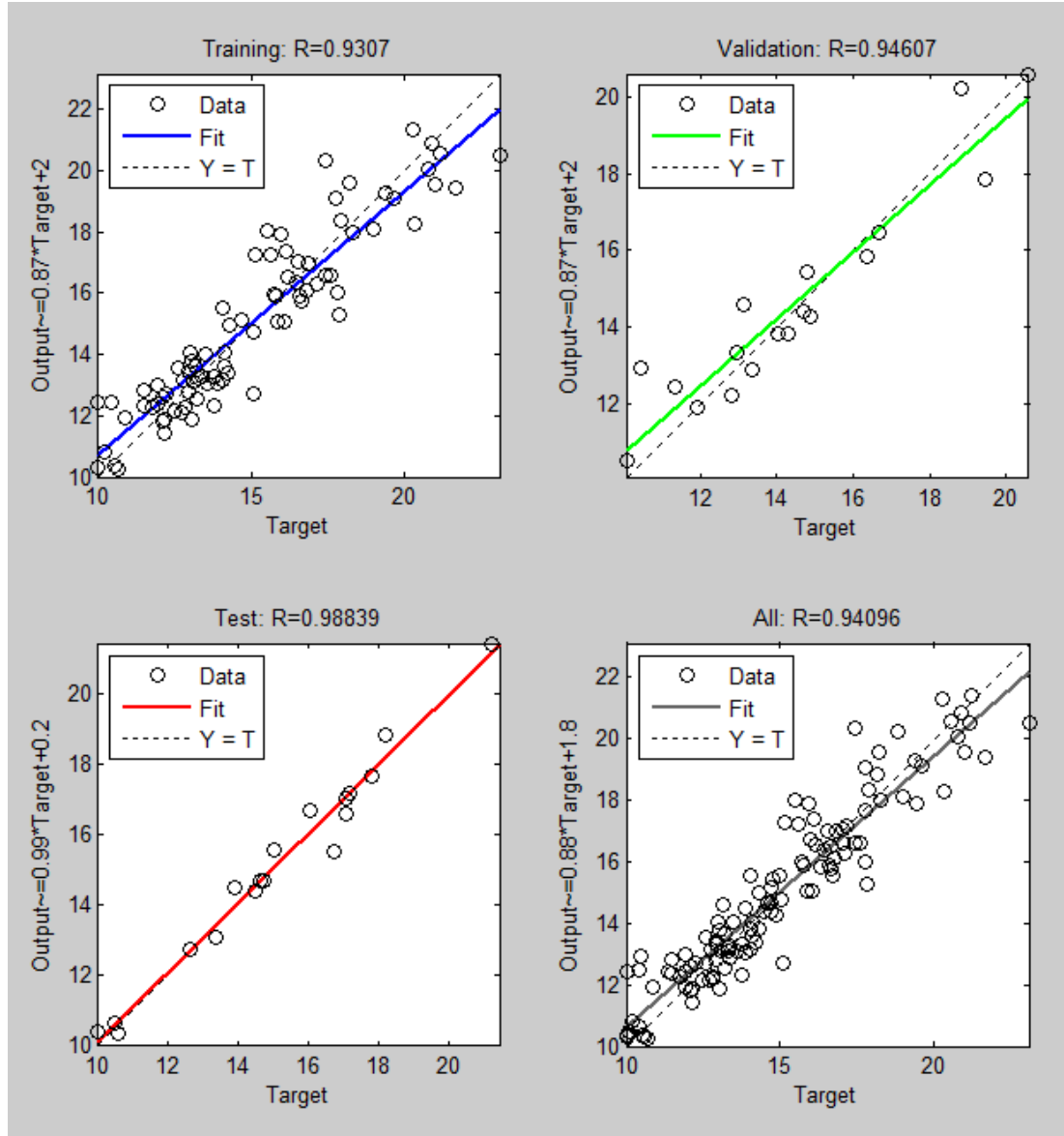
Göksu kuyusu 16859-A kuyusu için geliştirilen YSA modellerinin tahmin ve gözlem serileri Şekil 9.40’da sunulmuştur. Bu kuyu için en uygun tahminler veren G2 modelinin öğrenme bilgileri Şekil 9.41’de; sonuç bilgileri Şekil 9.42’de; ölçülen ve tahmin edilen seviye serilerinin gidişleri Şekil 9.43’de gösterilmiştir.



Şekil 9.40 Göksu 16859-A kuyusunda gözlenen ve YSA modellerinden tahmin edilen Y.A.S. seviyeleri

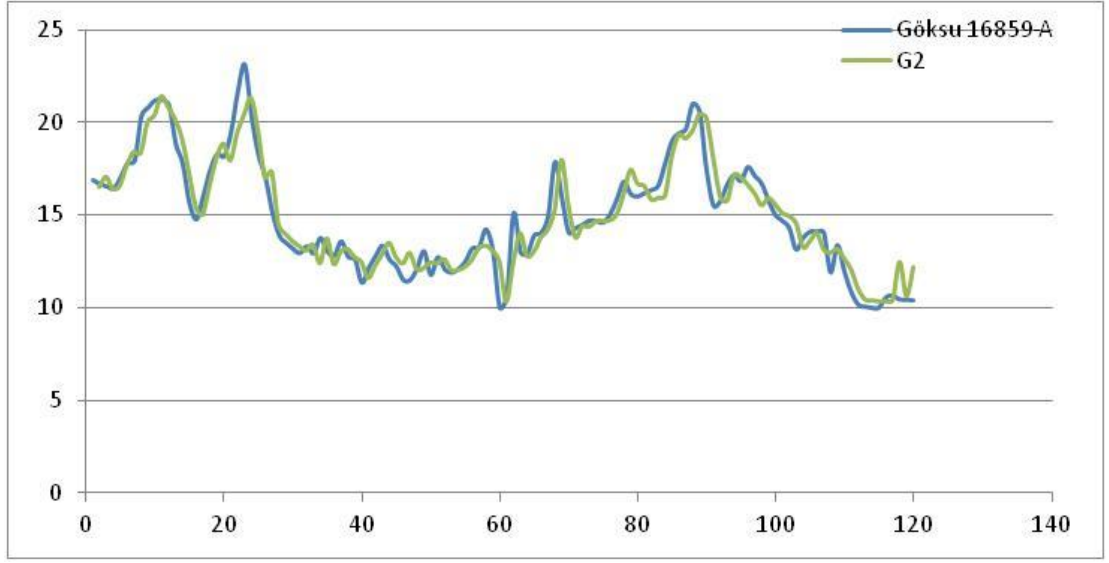


Şekil 9.41 Göksu 16859-A kuyusu seviyeleri için en uygun tahminler veren G2 modelinin öğrenme süreci bilgileri

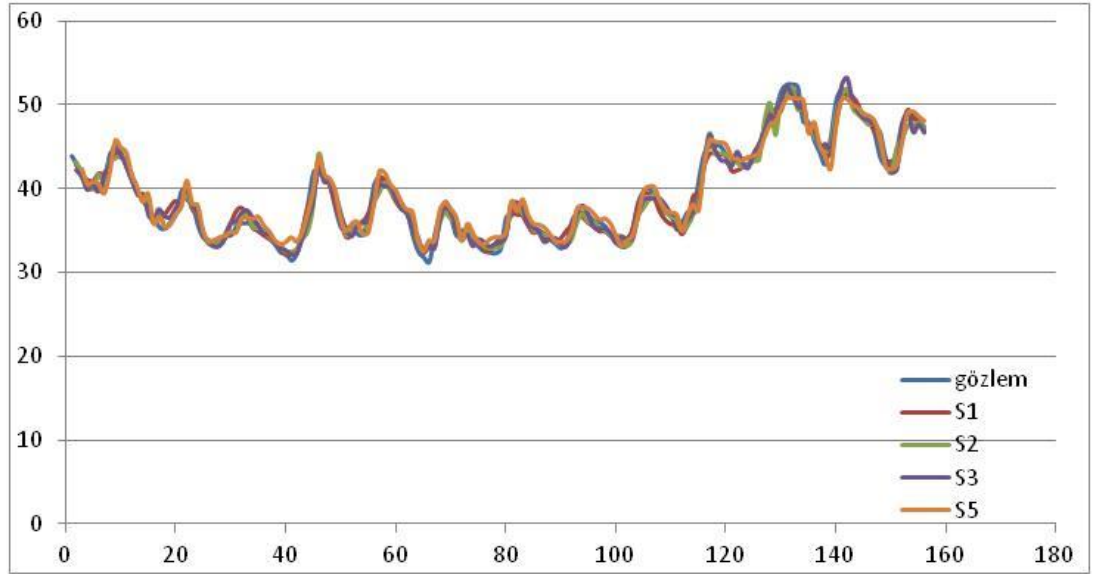


Şekil 9.42 Göksu 16859-A kuyusu seviyeleri için en uygun tahminler veren G2 modelinin sonuç bilgileri

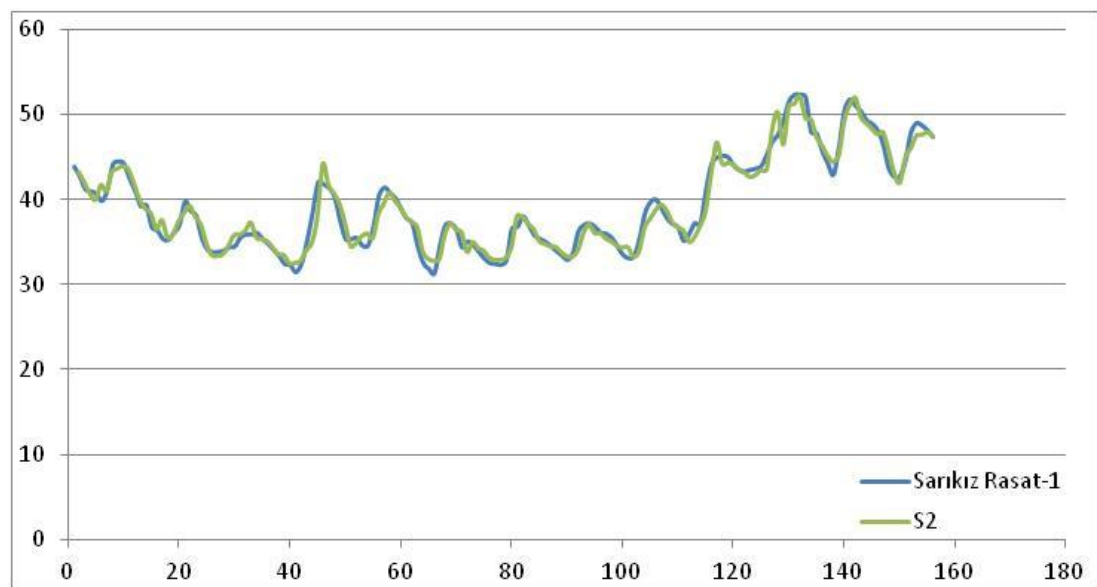
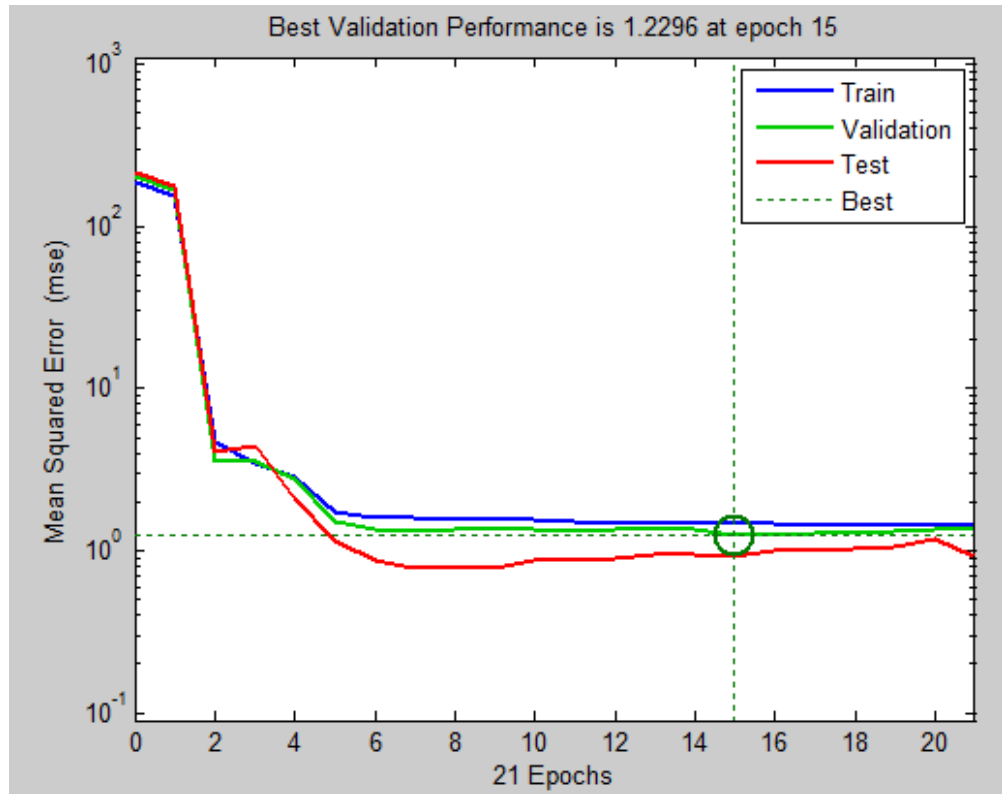
Sarıkız Rasat-1 kuyusu için geliştirilen YSA modellerinin tahmin ve gözlem serileri Şekil 9.44’de sunulmuştur. Bu kuyu için en uygun tahminler veren G2 modelinin öğrenme bilgileri Şekil 9.45’de; ölçülen ve tahmin edilen seviye serilerinin gidişleri Şekil 9.46’da; sonuç bilgileri Şekil 9.47’da; gösterilmiştir.

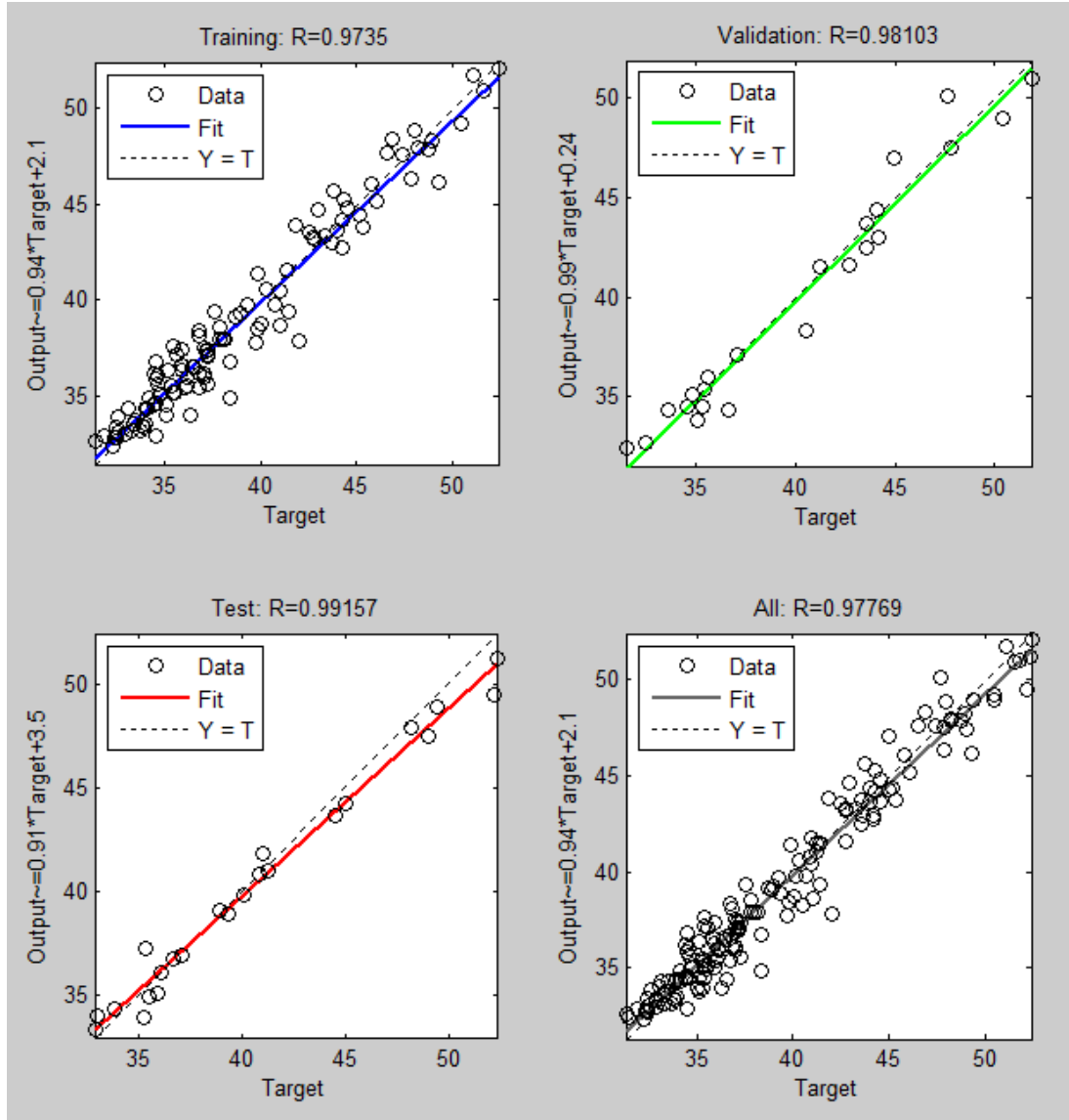


Şekil 9.43 Göksu 16859-A kuyusundan ölçülen ve G2 modelinden tahmin edilen kuyu seviyelerinin karşılaştırılması



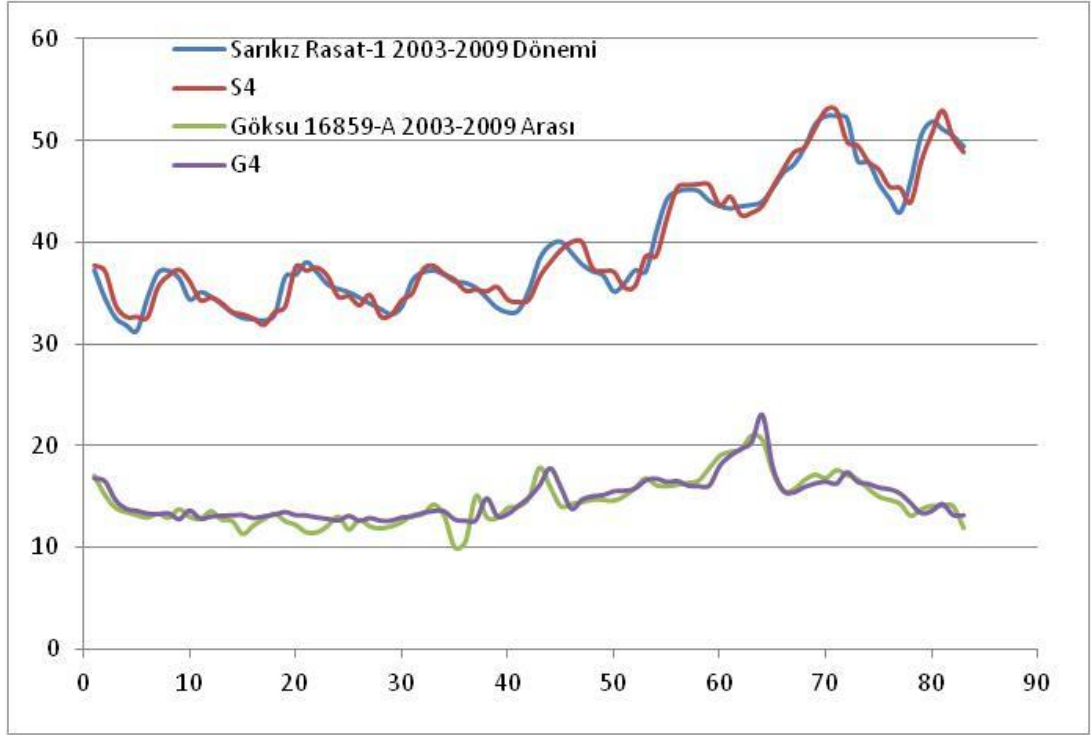
Şekil 9.44 Sarıkız Rasat-1 kuyusunda gözlenen ve YSA modellerinden tahmin edilen Y.A.S. seviyeleri





Şekil 9.47 Sarıkız Rasat-1 kuyusu seviyeleri için en uygun tahminler veren S2 modelinin sonuç bilgileri

Tablo 9.13, Şekil 9.43 ve Şekil 9.46'dan da açık bir biçimde görüldüğü gibi G2 ve S2 mimarisine sahip YSA modelleri, Göksu ve Sarıkız akiferlerindeki yeraltı suyu seviyeleri için gerçeğe oldukça yakın tahminler üretmektedir. Ayrıca bu modellerde, seviye serilerinin homojen ve normal dağılımlı olması gibi kısıtlar da ortadan kalkmaktadır (Haykin, 1999; Şen, 2004).



Şekil 9.48 Göksu ve Sarıkız’da 2003-2009 döneminde gözlenen seviyeler ve bunlara uyarlanan G4 ve S4 modellerinin tahminleri

Şekil 9.48’de G4 ve S4 modelleri ile her iki kuyuya ait gözlem değerlerinin değişimi verilmiştir. Bu YSA modelleri, 2003-2009 dönemi aylık beslenme ve çekim değerlerini de bünyesinde barındırmasına karşın diğer modellerden daha iyi sonuçlar vermemiştir.

BÖLÜM ON

SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Son yıllarda nüfusu 4 milyona yaklaşan İzmir kentinin 190-200 hm³/yıl civarındaki içme-kullanma suyu ihtiyacının 63 hm³/yıl kadarı Göksu kaynaklarından, 45 hm³/yıl kadarı sarıkız kaynaklarından karşılanmaktadır. Bu çalışmada, İzmir kenti ve yöredeki tarımsal faaliyetler açısından hayati önem taşıyan Göksu ve Sarıkız akiferlerindeki aylık yeraltı suyu seviyelerinin (kuyu başı zemin kotu ile kuyu yüzü kotu arasındaki farkların) stokastik modellerle ve yapay sinir ağı modelleri (YSA) ile tanımlanması konusu incelenmiştir. Bu amaçla, deterministik doğrusal trendi ve periyodik bileşenleri ayıklanmış zaman serilerine lineer-stasyonier zaman serisi modelleri; periyodik bileşenlerinden arındırılmış (tam standardize) 1.mertebeden fark serilerine stasyonier olmayan ARIMA(p,1,q) modelleri ve yağış girdili-gürültü bileşenli transfer fonksiyonu modelleri; orijinal YAS seviyelerine farklı girdi kombinasyonlarına ve mimari özelliklere sahip yapay sinir ağı modelleri uyarlanmıştır.

Küresel iklim değışiklikleri, yeraltı suyu akiferini oluşturan jeolojik birimlerdeki doğal aktiviteler, beslenme havzasındaki tarımsal faaliyetler, arazi kullanımındaki gelişmeler ve özellikle de yeraltı suyundan çeşitli amaçlarla yapılan çekimler genellikle yeraltı suyu seviyelerinin zamanla alçalmasına neden olabilir. Bu nedenle yapılan çalışmada öncelikle Göksu Menba yeraltı suyu akiferini temsilen Göksu 16859-A kuyusunda 2001- 2012 dönemindeki 132 aylık YAS seviyelerinde, Sarıkız yer altı suyu akiferini temsilen de Sarıkız Rasat-1 kuyusunda 1998- 2011 dönemindeki 168 aylık YAS seviyelerinde anlamlı eğilimler bulunup bulunmadığı araştırılmıştır. Medyan Sıra, Mann-Kendall, Cox-Stuart ve Mann-Kendall U testi gibi testlerden elde edilen bulgulara göre 1998-2011 döneminde Göksu'daki YAS seviyelerinde anlamlı yükselme, Sarıkız Menba YAS seviyelerinde ise anlamlı alçalma eğilimleri bulunduğu saptanmıştır. Ancak, 11-14 yıl gibi oldukça kısa gözlemlere dayanan ve Göksu ve Sarıkız Menba akiferlerinde birbirine zıt yönde gelişen bu eğilimlerin uzun periyotlu dönemsel birer davranış olması olasılığı da oldukça yüksektir. Ayrıca, eğilimin yönüyle birlikte, eğilimin başladığı zamanı da

saptama olanağı veren Mann-Kendall U testine göre her iki akiferde de yeraltı suyu seviyelerindeki eğilimlerin 1998'den de önceki yıllarda başladığı anlaşılmaktadır.

Doğrusal eğilim bileşenleri ayıklanmış aylık seviye serileri incelendiğinde Göksu'da oldukça zayıf, Sarıkız'da ise oldukça anlamlı periyodik davranışlar bulunduğu görülmüştür. Periyodik davranışların Göksu'da zayıflamasının muhtemel bir nedeni de, akifer ve beslenme özelliklerinin yanı sıra İZSU tarafından Göksu'dan yapılan çekimlerin yeraltı suyu seviyeleri ile uyumlu olması olasılığıdır (yer altı suyu seviyelerinde yükselme beklenen aylarda daha büyük, alçalma beklenen aylarda daha küçük çekimler yapılması durumu).

Göksu için pek de gerekli olmamakla birlikte, her iki kuyudaki doğrusal trendi giderilmiş YAS seviyesi serileri parametrik olmayan standardizasyon işleminden geçirilerek, ikinci mertebeden zayıf stasyonier stokastik zaman serilerine indirgenmiştir. Eğilimi giderilmiş serilerin genel çarpıklık katsayıları fazla yüksek olmadığından serilere herhangi bir dönüşüm uygulanmamıştır.

Çalışmanın modelleme bölümünde ilk aşamada eğilimsiz YAS seviyelerinin zayıf stasyonier stokastik bileşenleri otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon teknikleri ile incelenmiştir. Bu incelemeler sonucunda her iki kuyuda da stokastik bileşenlerin, otokorelasyonları oldukça geç çürüyen, yüksek içsel bağımlı birer süreç olduğu görülmüştür. Eğilimsiz zayıf stasyonier stokastik bileşenlerin Göksu'da AR(1), Sarıkız'da ise AR(2) veya ARMA(1,1) lineer stasyonier zaman serisi modelleri ile nispeten iyi tanımlanabildiği saptanmıştır. Ancak, bu tür modellerin YAS seviyelerinin geç çürüyen içsel bağımlılık yapısını (dolayısıyla da stokastik durağan olmayışı) yeterince iyi temsil edemediği anlaşılmıştır.

Çalışmanın ikinci aşamasında Göksu'da eksik rasat bulunmayan 2001-2011 döneminde, Sarıkız'da ise 1998-2011 döneminde gözlenmiş orijinal YAS seviyelerine lineer ancak stasyonier olmayan ARIMA(p,1,q) modelleri uyarlanmıştır. Çalışmanın bu bölümünde zaten güvenilir olmayan doğrusal trendler dikkate alınmamıştır. Birinci mertebeden ($d=1$) tam standardize fark serilerinin her iki

kuyuda da hemen hemen gürültü (noise) niteliğinde olduğu görülmüş; kuyulardaki seviyelerin $p=q=0$ ve $d=1$ özelliklerine sahip bir ARIMA(0,1,0) modeli (yani, Rastgele Seyir Modeli) ile; veya $p=0$, $d=1$, $q=1$ özelliklerine sahip zayıf bir IMA(1,1) modeli ile oldukça iyi temsil edilebildiği anlaşılmıştır. Herhangi bir yılın ardışık aylarındaki seviye farklarına dayanan bu modellerin, ileride artan veri birikimi dikkate alınarak güncellenmesi kaydı ile belli bir başlangıç zamanından sonraki yer altı suyu seviyelerinin kestirilmesinde başarıyla kullanılabilecek nitelikte olduğu saptanmıştır.

Manisa istasyonuna ait tam standardize aylık ortalama sıcaklık ve aylık toplam yağış serilerinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayılarının tolerans limitleri içinde kalması; dolayısıyla aylık sıcaklık ve yağışların rastgele içsel bağımsız birer seri kabul edildiği görülmüştür.

Aylık toplam yağış ve aylık ortalama sıcaklık zaman serileri arasında zaman farklı, karşılıklı ilişkililik ihtimali göz önüne alınarak bu iki zaman serisi arasında çapraz korelasyon analizi yapılmıştır. Ham aylık toplam yağışlarla aylık ortalama sıcaklıklar arasında, bu süreçlerin periyodik bileşenlerinden kaynaklanan, ters işaretli ve anlamlı çapraz korelasyonlar bulunduğu (örneğin, $r_{xy}(0) = -0,642$ gibi); buna karşılık, bu serilerin tam standardize stokastik bileşenleri arasında sadece eş zamanlı zayıf bir ilişki ($r_{xy}(0) = -0,281$) olduğu görülmüştür. Bu nedenle, dışsal girdili transfer fonksiyonu ve YSA modellerinde sadece yağış gözlemleri girdi olarak kullanılmıştır.

Kuyulardaki su seviyeleri ve Manisa aylık toplam yağış zaman serilerinin stokastik bileşenleri arasında yapılan çapraz korelasyon analizleri sonucunda bu seriler arasında anlamlı bir ilişki olmadığı, kuyu seviyelerinin genel olarak yağışlardan bağımsız değiştiği görülmüştür.

Çalışmanın üçüncü aşamasında, temsili kuyulardaki yer altı suyu seviyeleri ile yağış girdisi arasındaki dinamik ilişkilerin doğrusal transfer fonksiyonları ile tanımlandığı ARX(1,1,0), ARX(2,1,0) ve ARMAX(1,1,1,0) gibi transfer fonksiyonu

modelleri geliştirilmiştir (Tablo 9.8). Temsili kuyulardaki YAS seviyelerinin bu modellerden gerçeğe oldukça yakın tahmin edilebildiği (Şekil 9.37, Şekil 9.38) saptanmıştır.

Çalışmanın son aşamasında, aylık seviye serilerinin önceki değerlerinin ve aylık yağışların girdi olarak kullanıldığı dört tür yapay sinir ağı modeli (Göksu için G1, G2, G3 ve G5; Sarıkız için S1, S2, S3 ve S5); ayrıca 2003-2009 takvim yıllarında İZSU tarafından yapılan aylık su çekimlerini ve Erten (2011) tarafından tahmin edilen yağış kaynaklı aylık beslenmeleri barındıran (Tablo 8.3) birer YSA modeli (G4 ve S4) geliştirilmiştir. G4 ve S4 YSA modelleri, aylık çekimleri ve tahmini beslenimleri bünyesinde barındırmasına karşın diğer modellerden daha iyi sonuçlar vermemiştir. Tahmin performansları hemen hemen aynı mertebede ve oldukça yüksek olan YSA modelleri içinde, Göksu için G2 ve G5 ve Sarıkız için S1 ve S2 modellerinin tahmin amacıyla kullanılması önerilmektedir.

Ayrıca Göksu kuyularında 2001-2009 dönemindeki yıllık ortalama seviye farkları ($U_t = X_t - X_{t-1}$; m) ile Manisa yıllık yağışları (P_t ; mm) ve İZSU yıllık çekimleri ($Q_{\zeta,t}$; hm³/yıl) arasında;

$$\hat{U}_t = 5,75 + 0,009213P_t - 0,234241Q_{\zeta,t}$$

biçiminde (N=8 veri çifti; $D=R^2=0,915$; $\hat{S}_e = 0,85$ m), oldukça anlamlı çoklu lineer bir ilişki bulunduğu saptanmıştır (bkz. Şekil 9.39). Çok az sayıda veriye dayanmakla birlikte, “kara kutu” niteliğindeki bu ilişkiden değişik yıllık yağış ve çekim senaryoları için muhtemel yıllık ortalama YAS seviye değişimlerini güven sınırları ile birlikte tahmin etmek mümkündür. Örneğin ilerideki t gibi bir yılda $P_t = 630$ mm yağış düşmesi ve bu yılda $Q_{\zeta,t} = 57,3$ hm³/yıl gibi bir çekim hedeflenmesi halinde Göksu YAS akiferinde beklenen ortalama seviye değişimi;

$$\hat{U}_t = \hat{X}_t - \hat{X}_{t-1} = 5,75 + 0,009213(630) - 0,234241(57,3) \cong -1,87 \text{ m}$$

olup, bu koşullu tahminin %90 güven sınırları aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$AGS(\hat{U}_t) = -1,87 - t_{0,05;5} \hat{S}_e [G'_0 A^{-1} G_0]^{1/2} \cong -2,86$$

$$\ddot{UGS}(\hat{U}_t) = -1,87 + t_{0,05;5} \hat{S}_e [G'_0 A^{-1} G_0]^{1/2} \cong -0,88$$

Bu eşitliklerde G_0 girdi kolon vektörü; $t_{0,05;5}$ kritik student-t istatistiği; G'_0 girdi satır vektörü; A^{-1} normal denklemlerin katsayılar matrisinin inversidir.

$$G_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 630 \\ 57,3 \end{bmatrix} ; G'_0 = [1 \quad 630 \quad 57,3]$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 5,92500 & -0,0021773 & -0,092815 \\ -0,0021773 & 4,52025 \times 10^{-6} & -1,4535 \times 10^{-5} \\ -0,092815 & -1,4535 \times 10^{-5} & 0,021469 \end{bmatrix}$$

Önceki yılda akiferin ortalama YAS seviyeleri, X_{t-1} belli olduğundan, istenirse t yılındaki muhtemel ortalama seviye de $\hat{X}_t = X_{t-1} + \hat{U}_t$ eşitliğinden tahmin edilebilir.

Herhangi bir yılda ortalama Y.A.S. seviyesinin değişmemesi ($\hat{U}_t = \hat{X}_t - \hat{X}_{t-1} = 0$ olması) için, t yılında beklenen yağış miktarına bağlı olarak akiferden;

$$Q_{t,max} (hm^3/yıl) \approx (5,75 + 0,00921P_t)/0,23424$$

kadar su çekilmelidir. Buradan P_t yağış tahmininin alt ve üst güven sınırları kullanılarak azami çekimin güven aralığı da hesaplanabilir. Örneğin Manisa'daki uzun dönem (1970-2009 arası) yıllık ortalama yağış $P_0 = 699,24$ mm ve standart sapma $S_0 = 159,47$ mm olup, bu yağışın %95 güven sınırları aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$P_{0,alt} = P_0 - 1,96S_0 = 649,82$$

$$P_{0,üst} = P_0 + 1,96S_0 = 748,65$$

Göksu akiferinin Y.A.S. seviyesinde değişim yaratmayan (emniyetli) yıllık çekim:

$$Q_0 = \frac{5,75 + 0,00921P_0}{0,23424} \cong 52 \text{ } hm^3/yıl$$

Yıllık emniyetli çekimin %95 güven aralığı;

$$Q_{0,alt} \cong (5,75 + 0,00921P_{0,alt})/0,23424 \cong 50 \text{ } hm^3/yıl$$

$$Q_{0,üst} \cong (5,75 + 0,00921P_{0,üst})/0,23424 \cong 54 \text{ } hm^3/yıl$$

olarak bulunmuştur.

Çalışmada her iki akiferin beslenme alanındaki yağışları Manisa istasyonundaki gözlemlerin temsil ettiği varsayılmıştır. Bu varsayım, beslenme havzası Akhisar meteoroloji istasyonuna daha yakın olan Sarıkız kaynakları için geliştirilen yağış girdili transfer fonksiyonu modellerinin ve S1, S2, S3 gibi YSA modellerinin tahmin performanslarını nispeten etkileyebilir. Dolayısıyla ileride Sarıkız YAS seviyeleri ile yapılacak modelleme çalışmalarında Manisa yerine Akhisar yağışlarının kullanılması daha uygun olacaktır.

Göksu ve Sarıkız akiferlerinin bulunduğu bölgede kırsal yerleşimlerin evsel ve tarımsal amaçlarla yaptıkları çekimler kayıt altına alınamamaktadır. Ancak, en azından İZSU tarafından yapılan çekimlerin ve kuyulardaki YAS seviyelerinin sürekli ve sistematik olarak kaydının tutulması son derece önemlidir.

Genel olarak, zaman serileri için uygulamada karar verilen model tipleri, seçilen modellerin parametre tahminleri ve performansı tümüyle örnek (gözlenmiş) zaman serisinin uzunluğuna ve kalitesine bağlıdır. Bu çalışmadaki gibi, kısa örneklerle kurulan matematik modellerde belirsizlikler oldukça yüksektir ve doğal olarak tahmin performansları tartışmaya açıktır. Bu nedenlerle, İzmir kenti ve söz konusu su kaynaklarından yaralanan diğer yerel yerleşimler için büyük önem taşıyan Göksu,

Sarıkız, Halkapınar gibi YAS akiferleri ile ilgili hidrojeolojik, hidrolik ve çekimsel (su kullanımı) verilerin belli programlar çerçevesinde sürekli ve sistematik olarak toplanması gerekmektedir. Böylece, zaman içinde kazanılan veri ve bilgi birikimi sayesinde sözkonusu akiferlerin fiziksel ve istatistiksel davranışlarını daha iyi temsil edebilen modeller kurulabilir; model tipi ve model tahminleri ile ilgili belirsizlikler azaltılabilir; bu su kaynakları daha rasyonel biçimde işletilebilir ve yönetilebilir.

KAYNAKLAR

- Adhikary, S. J., Rahman, M. M., & Gupta, A. D. (2012). A Stochastic Modelling Technique for Predicting Groundwater Table Fluctuations with Time Series Analysis. *Int. Jurnal of Applied Sciences and Engineering Rersearch*, Vol.1 No.2.
- Bayazıt, M. (2011). *Hidroloji*, İstanbul: İTÜ İnşaat Fak. Matbaası.
- Bayazıt, M. (1996). *İnşaat Mühendisliğinde Olasılık Yöntemleri*, İstanbul: İTÜ İnşaat Fak. Matbaası.
- Benestad, R. E., Hanssen-Bauer, I., & Chen, D. (2008). *Empirical-Statistical Downscaling*. Singapore, World Scientific Publishing Company.
- Benzeden, E. (1981). *Kısa süreli aylık akış dizileri ile kurulan matematik modellerin periyodik bileşen yapısının iyileştirilmesi*. Doçentlik Tezi, Ege Üniversitesi. İzmir.
- Benzeden, E. (2007). *Stochastic hydrology, lecture notes*, İzmir: Graduate School of Natural and Applied Sciences, Dokuz Eylül University.
- Box, G. E. P. , Jenkins, G. M. , & Reinsel, C. R. (1976). *Time Series Analysis Forecasting and Control*. (3rd ed.). New Jersey: Prentice Hall Int. Inc.
- DSİ, (1959-2005). *Rasat Yıllıkları*. Ankara:DSİ Genel Müdürlüğü Etüd ve Plan Dairesi Başkanlığı.
- DSİ, (1971). *İzmir Projesi Su Temini ve Ana Plan ve Fizibilite Raporu*. İzmir: Cilt I-II.
- DSİ, (1980). *Manisa Sarıkız Kaynakları Beslenme Sahasının Belirlenmesi Belirlenmesi Hidrojeolojik İncelenmesi*, Ankara.
- DSİ, (1981). *İzmir Su Temini Master Plan Revizyonu*, İzmir: DSİ II. Bölge Müdürlüğü.

- DSİ, (1982). *Göksu Kaynak Grubunun (Göksu-Göldeğirmenli-Çullu) Derleme ve 1981 Yılı Değerlendirme Raporu*, İzmir: DSİ II. Bölge Müdürlüğü.
- DSİ, (1983). *İzmir-İçme Suyu Temini 1.Merhale Kapsamında Bulunan Sarıkız Kaynakları Pompaj Tesisleri Fizibilite Raporu*, İzmir: DSİ II. Bölge Müdürlüğü.
- DSİ, (1992). *Manisa- Saruhanlı-Sarıkız Kaynakları Değerlendirme Raporu*, İzmir: DSİ II. Bölge Müdürlüğü.
- Erten, Y. (2011). *İzmir içmesuyu dağıtım sistemini besleyen kuyuların hidrolik ve hidrolojik özellikleri bakımından incelenmesi*, Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Hidrolik – Hidroloji ve Su Kaynakları Anabilim Dalı, İzmir.
- Fırat, M. (2007). *Sinirsel bulanık mantık yaklaşımı ile havza modellemesi*, Doktora Tezi, Pamukkale Üniversitesi, Denizli.
- Haykin, S. (1999). *Neural Networks: A Comprehensive Foundation (2nd.Edition)*. Ontario. Pearson Prentice Hall.
- Hershel, D.R. & Hirsch, R. M. (2002). *Statistical Methods in Water Resources*. US Geological Survey, Alınma tarihi: 10 Mart 2011, <http://water.usgs.gov/pubs/twri/twri4a3/>
- İçağa, Y., Yurtçu, Ş. & Ulutürk, Y. (2007). Yer altı Suyu Seviye Değişiminin Stokastik Modellenmesi: Akarçay Afyon Alt Havzası Örneği, *Süleyman Demirel Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 11-2 (2007).
- Kavvas, M. L. & Delleur, J. M. (1975). Removal of Periodicities by Differencing and Monthly Mean Substraction, *Journal of Hydrology*, v.26, sf. 335-353.
- Kosif, K. (2001). Samsun İlinde İklim Trendleri, *DSİ Teknik Bülteni*, Sayı 98.
- Kumanlıoğlu, A. A. & Fıstıkoğlu, O. (2011). Kavramsal Bir Hidrolojik Modele Yapay Zeka Entegrasyonu Ve Model Performanslarının Gediz Nehri Havzasında İrdelenmesi, *DSİ Teknik Bülteni*, Sayı 111.

- Law, A. G. (1974). Stochastic Analysis of Groundwater Level Time Series in the United States, *Hydrology Papers, Colorado, No.68*.
- McCuen, R. H. (2003). *Modeling Hydrologic Change – Statistical Methods*. New York, Lewis Publishers.
- Salas, J. D., & Delleur, J. W., & Yevjevich, V., & Lane, W. L. (1993): *Applied Modelling of Hydrologic Time Series*. Colorado, Water Resources Publications (WRP).
- Sneyers, R. (1990). *On Statistical Analysis of Series of Observations*, Technical Note no.143, Geneva, W.M.O.
- Şen, Z. (2004). *Yapay Sinir Ağları İlkeleri*, İstanbul: Su Vakfı Yayınları.
- Toros, H. (1993). *Klimatolojik serilerden Türkiye ikliminde trend analizi*, Yüksek Lisans Tezi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Annual Groundwater Monitoring Report, (Appendix D)*, (2005). HydroGeoLogic Inc., US Army Corps Of Engineers, California, USA 08/02/2005.
- Yevjevich, V. (1972). *Stochastic Processes in Hydrology*. Colorado, WRP.
- Wei, W. W. S. (1994). *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods*. New York, Addison-Wesley.
- Wilamowski, B. M. (2003). *Neural Network Architecture and Learning*, ICIT'03 - International Conference on Industrial Technology, Maribor, Slovenia, December, 2003. Alınma tarihi 10 Mart 2011, http://robin2.uni-mb.si/ICIT03/tech_prog/Tutorial_Wilamowski.pdf
- Wilamowski, B. M., Hao, Y. & Cotton, N. (2011). *NBN Algorithm*. Alınma tarihi 10 Mart 2011, http://www.eng.auburn.edu/~wilambm/pap/2011/K10149_C013.pdf