

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

JEODEZİ VE FOTOGRAMETRİ MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**JEODEZİK GPS AĞLARININ DUYARLIK VE GÜVEN AMAÇ
FONKSİYONLARI İLE ÖLÇÜ PLANI OPTİMİZASYONU**

156 144

Harita Müh. Kamil TEKE

**Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde
“Harita Yüksek Mühendisi”
Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 17.08.2004
Tezin Sözlü Savunma Tarihi : 03.09.2004**

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Mualla YALÇINKAYA

Jüri Üyesi : Prof. Dr. Tahsin YOMRALIOĞLU

Jüri Üyesi : Doç. Dr. Cüneyt ŞEN

Enstitü Müdürü : Prof. Dr. Yusuf AYVAZ

Trabzon 2004

ÖNSÖZ

“Jeodezik GPS Ağlarının Duyarlık ve Güven Amaç Fonksiyonları İle Ölçü Planı Optimizasyonu” adlı bu çalışma, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Anabilim Dalında Yüksek Lisans Tezi olarak hazırlanmıştır.

Yüksek Lisans danışmanlığımı üstlenerek tezimin tüm aşamalarında ve her türlü konuda yardımlarını esirgemeyen hocam Doç. Dr. Mualla YALÇINKAYA’ ya şükranlarımı sunarım.

Tez çalışması boyunca desteğini esirgemeyen hocalarım Y. Doç. Dr. Osman DEMİR, Y. Doç. Dr. Temel BAYRAK, Araş. Gör. Mustafa ATASOY, Araş. Gör. Fevzi KARSLI, Araş. Gör. Mehmet ÇETE, Uzman Faruk YILDIRIM, Araş. Gör. Emine TANIR, Araş. Gör. Yüksel BOZ, Araş. Gör. Fatih DÖNER, Araş. Gör. Halil İbrahim İNAN ve sevgili aileme çok teşekkür ederim.

Kamil TEKE

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ.....	II
İÇİNDEKİLER.....	III
ÖZET.....	V
SUMMARY.....	VI
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	VII
TABLolar DİZİNİ.....	IX
SEMBOLLER DİZİNİ.....	XI
1. GENEL BİLGİLER.....	1
1.1. Giriş.....	1
1.2. Global Konum Belirleme Sistemi (GPS).....	4
1.2.1. Dünya Jeodezik Sistemi (WGS84) Datumu.....	4
1.2.2. GPS Gözlemleri.....	6
1.2.2.1. Kod Ölçüleri.....	6
1.2.2.2. Faz Ölçüleri.....	7
1.2.2.3. GPS Hata Kaynakları.....	9
1.2.3. GPS Ölçüleri ile Konum Belirleme.....	10
1.2.3.1. Mutlak Konum Belirleme.....	11
1.2.3.2. Bağıl Konum Belirleme.....	12
1.3. GPS Ağlarının Serbest Ağ Yöntemiyle Dengelenmesi.....	15
1.4. İstatistik Testler.....	20
1.4.1. Model Hipotezinin Testi.....	20
1.4.2. Uyuşumsuz Ölçüler Testi.....	21
1.5. GPS Ağlarında Duyarlık ve Güven Ölçütleri.....	23
1.5.1. Duyarlık Ölçütleri.....	23
1.5.1.1. Lokal Duyarlık Ölçütleri.....	24
1.5.1.2. Global Duyarlık Ölçütleri.....	30
1.5.2. Güven Ölçütleri.....	32
1.6. Jeodezik Ağların Optimizasyonu.....	37

1.6.1.	Amaç Fonksiyonlarına Göre Optimizasyon.....	38
1.6.1.1.	Duyarlık Optimizasyonu.....	38
1.6.1.2.	Güven Optimizasyonu.....	40
1.6.1.3.	Matematiksel Optimizasyon.....	41
1.6.2.	Tasarım Parametrelerine Göre Optimizasyon.....	42
1.6.2.1.	0. Derece Optimizasyon.....	43
1.6.2.2.	I. Derece Optimizasyon.....	45
1.6.2.3.	II. Derece Optimizasyon.....	46
1.6.2.4.	III. Derece Optimizasyon.....	49
1.6.3.	Çözüm Algoritmaları.....	50
1.6.3.1.	Simülasyon Yöntemleri.....	50
1.6.3.2.	Analitik (Direkt) Yöntemler.....	54
1.7.	Jeodezik GPS Ağlarında Ölçü Planı Tasarımı.....	55
2.	YAPILAN ÇALIŞMALAR.....	63
2.1.	Uygulama GPS Ağının Tanıtımı.....	63
2.2.	Uygulama GPS Ağ Noktalarının WGS-84 Koordinatlarının Belirlenmesi.....	64
2.3.	Ağın Duyarlık Optimizasyonu.....	66
2.4.	Ağın Güven Optimizasyonu.....	67
2.5.	Optimizasyon İşlemleri İçin Program Kodunun Yazımında Uygun Derleyici Seçimi.....	67
3.	BULGULAR.....	68
3.1.	Ağın Duyarlık Optimizasyonu Bulguları.....	68
3.2.	Ağın Güven Optimizasyonu Bulguları.....	84
4.	İRDELEME.....	91
5.	SONUÇLAR ve ÖNERİLER.....	100
6.	KAYNAKLAR.....	104
7.	EKLER.....	110
	ÖZGEÇMİŞ.....	114

ÖZET

Günümüzde teknolojinin gelişimi ile birlikte yersel ağların yerini GPS ağları almıştır. Jeodezik GPS ağlarının kullanım amaçlarına uygun tesisi, tasarımı aşamasında seçilecek amaç fonksiyonuna bağlı olarak optimizasyonunun yapılmasını gerektirir. GPS ağlarının optimizasyonunda seçilecek amaç fonksiyonu ağdan beklenen duyarlık veya güven isteklerini karşılayabilmeli, tasarım parametresi amaç fonksiyonu değerini mümkün olduğunca minimuma yaklaştırabilmeli ve çözüm algoritması uygulanabilir olmalıdır.

Çalışmada, Karadeniz Teknik Üniversitesi kampus alanı ve Trabzon hava alanının bir kısmını kapsayacak biçiminde bir GPS ağının ölçü planı optimizasyonunun, oturumların planlanması esas alınarak yapılması amaçlanmıştır. Ağın duyarlık optimizasyonunda, ağdaki tüm noktaların duyarlık yönünden homojen yapıda olmasını hedefleyen A-optimal ağ ve ağ noktalarının konum duyarlıklarını artırmayı hedefleyen E-optimal ağ amaç fonksiyonları olarak seçilmiştir. Ağın güven optimizasyonunda bazların redundanz değerlerinin, ağın iç ve dış güven ölçütü değerlerinin sınır değer şartlarını sağlamaları ve tüm ağ için homojen yapıda olmaları amaç fonksiyonu olarak seçilmiştir. Amaç fonksiyonlarını minimum yapabilmek için birinci derece optimizasyon olarak da adlandırılan ölçü planı optimizasyonu tasarım parametresi olarak, tasarım parametresinin gerçekleştirilebilmesi için simülasyon yöntemlerinden tekrarlı en küçük kareler yöntemi uygun bir çözüm algoritması olarak seçilmiştir.

Ağın duyarlık optimizasyonunda, üç, dört ve beş alıcı kullanılması durumu dikkate alınmıştır. Üç alıcı ile oturumların planlanmasının dört ve beş alıcı ile tasarımdan daha esnek olduğu, ağın duyarlık optimizasyonunda her yineleme sonunda bulunan amaç fonksiyonları değerlerinin baz sayısı ile ters orantılı olduğu ve doğrusal olmadığı görülmüştür. Ağın güven optimizasyonunda, güvenilir bir ağ için ortalama serbestlik derecesinin yüksek olması yeterli olmayıp tüm ağdaki bazların güven ölçütleri değerlerinin yaklaşık aynı olması, diğer bir ifade ile ağın güvenilirlik yönünden homojen yapıda olması gerektiğine karar verilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Duyarlık, Güvenirlik, Optimizasyon, Amaç Fonksiyonu, Ölçü Planı, Tasarım Parametresi, Çözüm Algoritması

SUMMARY

Observation Scheme Optimization of Geodetic GPS Networks Based on Accuracy and Reliability Objective Functions

Nowadays, with the developments in technology, GPS networks have taken the place of terrestrial networks. As to meet the usage purpose of a geodetic GPS network, it has to be optimized depending on an appropriate objective function in designing stage. The selected objective function should ensure the desired accuracy and reliability values for a GPS network. The selected order design should have the ability of making the objective function values minimum and the selected solution method should be applicable for the order design.

In this study, it was aimed to optimize a GPS network based on sessions planning and establish in the Karadeniz Technical University campus and a part of Trabzon airport area. In the course of accuracy optimization of the network, the objective function of A-optimality that leads to a homogenous network and the objective function of E-optimality that leads to increase the points' position accuracy were selected. During the reliability optimization of the network, individual redundancy numbers, internal and external reliability criteria values were selected as the reliability objective functions. As to minimize above-mentioned objective functions, optimization of observation scheme that is named also as first order design was selected. As to realize the above-mentioned order design, sequential least squares method was used as a solution method for the optimization.

In designing stage, sessions were planned as if three, four and five receivers were used in the fieldwork. As the result of the study, it was seen that the sessions can be planned more flexible with three receivers than four and five. As a result of the accuracy optimization it was found out that the objective function values of every repeated solution were inversely proportional with the number of the baselines and not linear. As the result of the reliability optimization, it was determined that not only high global redundancy number is adequate to provide a reliable network but also the individual reliability criteria values should be close to each other. In other words, the network should be homogenous with respect to individual reliability criteria.

Keywords: Accuracy, Reliability, Optimization, Objective Function, Observation Scheme, Order Design, Solution Method

ŞEKİLLER DİZİNİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1. WGS-84 koordinat sistemi.....	5
Şekil 2. Uydu ve alıcı saat hataları.....	9
Şekil 3. Alıcılar arası tekli farklar.....	13
Şekil 4. Alıcılar arası ikili farklar.....	14
Şekil 5. Alıcılar arası üçlü farklar.....	15
Şekil 6. Helmert hata elipsoidinin elemanları.....	26
Şekil 7. Duyarlık ve güven amaç fonksiyonları ile GPS ağları ölçü planı optimizasyonu.....	56
Şekil 8. Kutupsal gökyüzü çizimi.....	60
Şekil 9. Karelaj GPS ağı.....	61
Şekil 10. Uygulama GPS ağı.....	63
Şekil 11. Duyarlık optimizasyonunda minimum oturum sayısı esas alınarak oluşturulan ilk ölçü planı.....	69
Şekil 12. İkinci ölçü planıyla oluşturulan ağ.....	70
Şekil 13. Üçüncü ölçü planıyla oluşturulan ağ.....	72
Şekil 14. Dördüncü ölçü planıyla oluşturulan ağ.....	73
Şekil 15. A- ve E-optimal ağların planlanmasında eklenen bazların amaç fonksiyonları değerlerine etkileri.....	75
Şekil 16. Minimum ölçü planından maksimuma giderken karar verilen E- ve A-optimal ağ.....	75
Şekil 17. A- ve E-optimal ağların planlanmasında çıkarılan bazların amaç fonksiyonları değerlerine etkileri.....	78
Şekil 18. Maksimum ölçü planından minimuma giderken karar verilen E- ve A-optimal ağ.....	78
Şekil 19. Dört ve beş alıcı kullanıldığında çözülen bazlar.....	79
Şekil 20. Dört alıcı ile E-optimal ağın planlanmasında çıkarılan bazların amaç fonksiyonları değerlerine etkileri.....	81
Şekil 21. Dört alıcı ile ölçü yapılması durumunda maksimum ölçü planından minimuma giderken karar verilen E-optimal ağ.....	81
Şekil 22. Beş alıcı ile E-optimal ağın planlanmasında çıkarılan bazların amaç fonksiyonları değerlerine etkileri.....	83

Şekil 23.	Beş alıcı ile ölçü yapılması durumunda maksimum ölçü planından minimuma giderken karar verilen E-optimal ağ.....	84
Şekil 24.	Ağın güven optimizasyonunda oluşturulan ilk ölçü planı.....	85
Şekil 25.	Ağın güven optimizasyonunda ilk ölçü planındaki baz vektörleri bileşenlerinin redundanz değerleri.....	85
Şekil 26.	Ağın güven optimizasyonunda ilk ölçü planına ilişkin iç güven ölçütleri	86
Şekil 27.	Ağın güven optimizasyonunda ilk ölçü planına ilişkin dış güven ölçütleri.....	86
Şekil 28.	Ağın güven optimizasyonunda oluşturulan ikinci ölçü planı.....	87
Şekil 29.	Ağın güven optimizasyonunda oluşturulan üçüncü ölçü planı.....	88
Şekil 30.	Güvenilir ağın redundanz değerleri.....	88
Şekil 31.	Güvenilir ağın iç güven ölçütü değerleri.....	89
Şekil 32.	Güvenilir ağın dış güven ölçütü değerleri.....	89
Şekil 33.	Üç alıcı ile minimum ölçü planından maksimuma gidilirken A-optimal ağ tasarımı Helmert nokta konum hatalarının değişimleri.....	92
Şekil 34.	Üç alıcı ile maksimum ölçü planından minimuma gidilirken A-optimal ağ tasarımı Helmert nokta konum hatalarının değişimleri.....	93
Şekil 35.	Üç alıcı ile minimum ölçü planından maksimuma gidilirken E-optimal ağ tasarımı Helmert nokta hata elipsoidleri yarı eksenleri büyüklüklerinin değişimleri.....	94
Şekil 36.	Üç alıcı ile maksimum ölçü planından minimuma gidilirken E-optimal ağ tasarımı Helmert nokta hata elipsoidleri yarı eksenleri büyüklüklerinin değişimleri.....	95
Şekil 37.	Dört alıcı ile maksimum ölçü planından minimuma gidilirken E-optimal ağ tasarımı Helmert nokta hata elipsoidleri yarı eksenleri büyüklüklerinin değişimleri.....	97
Şekil 38.	Beş alıcı ile maksimum ölçü planından minimuma gidilirken E-optimal ağ tasarımı Helmert nokta hata elipsoidleri yarı eksenleri büyüklüklerinin değişimleri.....	98

TABLÖLAR DİZİNİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 1. WGS-84 temel elipsoid parametreleri.....	5
Tablo 2. WGS-84 türetilmiş elipsoid parametreleri.....	5
Tablo 3. Farklı serbestlik dereceleri ve istatistik güvene bağlı olarak hesaplanan F-tablo değerleri ve hata elipsoidlerinin c çarpanları.....	27
Tablo 4. Farklı serbestlik derecelerinde hata elipsoidinin istatistik güveni.....	29
Tablo 5. Jeodezik ağlarda güvenilirlik ölçütlerinin sınır değerleri.....	48
Tablo 6. Baz uzunluğunun fonksiyonu olarak oturum süreleri.....	60
Tablo 7. Ölçü düzeni şeması.....	61
Tablo 8. Tasarım ağ noktalarının DUTM projeksiyon ve ED-50 coğrafi koordinatları.....	64
Tablo 9. Ağ noktalarının ED-50 datumundaki kartezyen koordinatları.....	65
Tablo 10. Ağın ED-50 datumundan WGS-84 datumuna dönüşüm parametreleri...	65
Tablo 11. Ağ noktalarının WGS-84 kartezyen koordinatları.....	66
Tablo 12. İlk ölçü planından hesaplanan amaç fonksiyonlarının değerleri.....	69
Tablo 13. İlk ölçü planından hesaplanan Helmert nokta konum hataları ve nokta hata elipsoidi yarı eksenleri.....	70
Tablo 14. İkinci ölçü planından hesaplanan amaç fonksiyonlarının değerleri.....	71
Tablo 15. İkinci ölçü planından hesaplanan Helmert nokta konum hataları ve nokta hata elipsoidi yarı eksenleri.....	71
Tablo 16. Üçüncü ölçü planından hesaplanan amaç fonksiyonlarının değerleri.....	72
Tablo 17. Üçüncü ölçü planında Helmert nokta konum hataları ve nokta hata elipsoidi yarı eksenleri.....	72
Tablo 18. Ağın üç alıcı ile ölçülmesi durumunda minimum ölçü planından maksimuma A- ve E-optimal ağ tasarımı.....	74
Tablo 19. Ağın üç alıcı ile ölçülmesi durumunda minimum ölçü planından maksimum ölçü planına gidilerek oluşturulan A- ve E-optimal ağların ölçü düzeni.....	76
Tablo 20. Ağın üç alıcı ile ölçülmesi durumunda maksimum ölçü planından minimuma A- ve E-optimal ağ tasarımı.....	77
Tablo 21. Ağın üç alıcı ile ölçülmesi durumunda maksimum ölçü planından minimum ölçü planına gidilerek oluşturulan A- ve E-optimal ağların ölçü düzeni.....	79

Tablo 22.	Ağın dört alıcı ile ölçülmesi durumunda maksimum ölçü planından minimuma E-optimal ağ tasarımı.....	80
Tablo 23.	Ağın dört alıcı ile ölçülmesi durumunda maksimum ölçü planından minimum ölçü planına gidilerek oluşturulan E-optimal ağın ölçü düzeni	82
Tablo 24.	Ağın beş alıcı ile ölçülmesi durumunda maksimum ölçü planından minimuma E-optimal ağ tasarımı.....	82
Tablo 25.	Ağın beş alıcı ile ölçülmesi durumunda maksimum ölçü planından minimum ölçü planına gidilerek oluşturulan E-optimal ağın ölçü düzeni	84



SEMBOLLER DİZİNİ

Sağa, yukarı	: Projeksiyon koordinatları (UTM)
x, y	: Gauss-Krüger projeksiyon koordinatları
B, L	: Elipsoid coğrafi koordinatları
H	: Ortometrik yükseklik
N	: Jeoid ondülasyon değeri
h	: Elipsoid yüksekliği
X, Y, Z	: Kartezyen koordinatlar
$\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$	: Baz vektörleri bileşenleri
Q_{xx}	: Dengeli koordinatların ters ağırlıkları matrisi
a	: Elipsoid büyük yarı eksen
f	: Elipsoid basıklık
GM	: Gravitasyonel sabit
w	: Açısal hız
c	: Kutupsal eğrilik yarıçapı
$1/f$	: Basıklık tersi
b	: Elipsoid küçük yarı eksen
e^2	: Birinci eksentrisite karesi
Δt	: Uydu ile alıcı arasındaki seyahat süresi
t^u	: GPS uydu sinyalinin yayın anı
t_A	: GPS uydu sinyalinin alıcıya varış anı
R	: Uydu ile alıcı arasındaki pseudo-uzunluk
δ^u	: Uydu saat hatası
δ_A	: Alıcı saat hatası
ρ	: Uydu ile alıcı arasındaki gerçek uzunluk
$\overline{\Delta X}, \overline{\Delta Y}, \overline{\Delta Z}$	: Dengeli ölçüler
$\overline{X}, \overline{Y}, \overline{Z}$	: Dengeli nokta koordinatları
A	: Katsayılar matrisi
δX	: Dengeleme bilinmeyenleri vektörü
v	: Düzeltmeler vektörü

$-\ell$	: Ötelenmiş gözlemler vektörü
P	: Koordinat fark ölçülerinin ağırlık matrisi
Q	: Ölçülerin ters ağırlık matrisi
p	: Nokta sayısı
n	: Ağda ölçülen baz sayısı
u	: Koordinat bilinmeyenlerinin sayısı
d	: Datum parametrelerinin sayısı
Q_{vv}	: Düzeltmelerin ters ağırlık matrisi
s_0	: Birim ölçünün ortalama hatasının öncül (a priori) değeri
m_0	: Birim ölçünün ortalama hatasının soncul (a posteriori) değeri
α	: Yanılma olasılığı
f	: Payın serbestlik derecesi
f_f	: Paydanın serbestlik derecesine
T	: Test büyüklüğü
$\bar{v}$	: Hatalı düzeltme
Δv	: Kaba hatanın düzeltmeye etkisi
α_0	: Yanılma olasılığı
β_0	: Testin gücü
w_0	: Dış merkezlik parametresinin sınır değeri
Z	: Amaç fonksiyonu
C_{xx}	: Ağdan beklenen duyarlık isteklerini yansıtan ölçüt matrisi
K_{xx}	: Varyans-kovaryans matrisi
$\lambda_{\max}$	: Duyarlık yönünden en zayıf noktayı tanımlayan ana varyans bileşeni
B_f	: Ayak noktası enlemi
L_0	: Dilim orta meridyeni boylamı
t_x, t_y, t_z	: ED-50 ve WGS-84 orijinleri arasındaki ötelemeler
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	: ED-50 ve WGS-84 koordinat eksenleri arasındaki dönüklükler
k	: Ölçek faktörü

1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

Jeodezik ağların, kuruluş amaçlarına uygun yapıda olmaları istenir. Bu nedenle ağların tasarımı, geliştirilmesi ve iyileştirilmesi aşamalarında kendilerinden beklenen işlevleri yerine getirebilmeleri için belirli duyarlık ve güven isteklerini sağlamaları gerekir. Örneğin, deformasyon analizi için kurulacak ağların tüm noktalarının her yönde yüksek doğrulukla belirlenmesi ve ağın şeklinin olası deformasyonları ortaya çıkarabilecek nitelikte olması beklenir. Sözgelimi tünel kazılarını yönlendirmek için kurulan ağlarda tünel eksenine dik yöndeki konum doğruluklarının yüksek olması amaçlanır. Ülke nirengi ağlarının da duyarlık yönünden homojen olmaları istenir (Grafarend, 1979; Öztürk ve Şerbetçi, 1992).

Mühendislik problemlerini çözmek amacıyla kurulacak jeodezik ağların kullanım amaçlarına uygun hale getirilmeleri optimizasyonlarının yapılması ile gerçekleştirilir. Jeodezik ağların optimizasyonunda genel amaç, duyarlığı iyi, güvenilirliği yüksek ve maliyeti düşük jeodezik ağların tesisi için en uygun şeklin ve gözlem planının oluşturulmasıdır (Schaffrin, 1985).

Duyarlık ölçütleri, ağın kalitesini gösterirler ve ağın tümü için tanımlanabilecekleri gibi ağın tek noktası veya komşu noktaları için de tanımlanabilirler. Nokta koordinatlarının ortalama hatası, nokta konum hatası, noktaların hata elipsoidleri ve bağıl hata elipsoidleri noktaların duyarlıklarını yansıtan ölçütlerdendir. Bu ölçütlere göre ağın duyarlık optimizasyonu yapılabilir (Pelzer, 1980; Öztürk, 1987).

Duyarlık ölçütleri geçerli bir dengeleme modeli ile gerçekçi bilgi taşırlar. Dengeleme modelinin geçerli olup olmadığı veya değerlendirme aşamasında bir model hatasının oluşup oluşmadığı güven ölçütleri ile denetlenebilir. Güvenilir bir ağda, ortalama serbestlik derecesinin 0.5 değerini aşması ve tüm ölçülerin redundanz değerlerinin ortalama serbestlik derecesine yakın değer alması gerekir. Ayrıca, güvenilir bir ağdan, ölçülerde oluşacak normal dağılıma uymayan hataların yine aynı ölçülerin düzeltmelerine yansması böylece normal dağılıma uymayan hataları içeren ölçülerin uyumsuz ölçü testleri ile ortaya çıkarılabilmesi, belirlenemeyen kaba ve sistematik hataların dengeleme

bilinmeyenlerine ve bunların fonksiyonlarına düşük oranda yansması beklenir (Baarda, 1977; Niemeier, 1985; Öztürk ve Şerbetçi, 1992).

GPS ağlarının duyarlık ve güven yönünden iyileştirilmesi, ölçülecek bazların muhtemel tüm bazlar arasından seçimi şeklinde gerçekleştirilebilir. Bu yöntemde amaç, en az çaba ve maliyetle, amaç fonksiyonuna göre ağa ilişkin duyarlık ve güven değerlerini yakalamaktır (Grafarend ve Sanso, 1985; Kuang, 1996; Konak, 1994; Even-Tzur, 2001). Ağın tasarımı aşamasında noktaların harita üzerindeki konumlarının, en iyi duyarlık ve güven değerlerini sağlayan karelej ağ geometrisine göre ulaşılabilirlik ve gökyüzü görüşünün açık olması dikkate alınarak belirlenmesi gerekir. Geleneksel yersel ağlardan farklı olarak GPS ağlarında, noktaların birbirilerini görmeleri gereksinimi olmadığından karelej ağ yapısını sağlamak kolay olmaktadır. Ağ noktalarının belirlenmesinden sonra ağın kuruluş amacı dikkate alınarak amaç fonksiyonu ve tasarım parametresine göre de optimizasyon türü belirlenir. Optimizasyonun gerçekleştirilmesinde kullanılacak çözüm algoritmasına karar verilir. Genelde çözüm algoritmalarından simülasyon yöntemi kullanılır. Bu yöntemde minimum ölçü planından maksimuma ya da maksimum ölçü planından minimuma giderek yinelemeli çözümle optimum ağ oluşturulur (Grafarend, 1974).

GPS ağının minimum ölçü planına ya da maksimum ölçü planına göre karar verilen bazlarının büyüklüklerini belirlemek için ağ noktalarının WGS-84 koordinat sisteminde koordinatlarına gereksinim vardır. Bu nedenle harita üzerinden noktaların projeksiyon koordinat (sağa ve yukarı) değerleri okunmalıdır. Bu koordinatlar, önce Gauss-Krüger (x,y) koordinatlarına, sonra da elipsoid coğrafi koordinatlarına (B,L) dönüştürülmelidir. Noktaların haritadan elde edilen ortometrik yükseklik değerlerine (H), jeoid ondülasyon değerleri (N) eklenerek ağ noktalarının elipsoid yükseklikleri (h) hesaplanmalıdır. Elipsoid yükseklikleri belirlendikten sonra noktaların coğrafi koordinatları (B, L, h)_{ED50}, kartezyen koordinatlara (X, Y, Z)_{ED50} dönüştürülmelidir. ED-50 datumundan WGS-84 datumuna dönüşüm yapılarak noktaların WGS-84 kartezyen koordinatları belirlenmelidir. Tasarlanan ağdaki baz vektörleri ($\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$)_{WGS84}, ilgili noktaların kartezyen koordinatlarının (X, Y, Z)_{WGS84} farkları alınarak elde edilmelidir.

Belirlenen baz vektörleri ölçü olarak alınıp, ölçülerin kendi aralarındaki tutarlılığını ve noktaların konum duyarlılığını en iyi şekilde yansıtan serbest ağ dengelemesi yöntemiyle dengelenerek duyarlık ve güven ölçütleri hesaplanıp ağın kalitesi ve kullanım amacına

uygunluğu irdelenir. Böylece ağın duyarlık ve güven yönünden iyileştirilebilirliği araştırılır.

Uygulamada, Karadeniz Teknik Üniversitesi kampus alanı ve Trabzon hava alanının bir kısmını kapsayacak biçimde yaklaşık 1x1.5 km boyutlarında oluşturulan bir GPS ağının ölçü planı optimizasyonunun, oturumların planlanması esas alınarak yapılması amaçlanmıştır. Ağ noktaları, karelej ağ geometrisini yansıtacak biçimde, ulaşılabilirlik dikkate alınarak, gökyüzü görüşünün açık olduğu bölgelerde harita üzerine işaretlenmiştir.

Uygulamada esas alınan GPS ağının duyarlık optimizasyonunda, duyarlık amaç fonksiyonlarından, nokta konum hatalarının minimum olmasını öngören $iz(Q_{xx}) \Rightarrow \min$. (A-optimal ağ) veya Q_{xx} matrisinin en büyük özdeğerinin (güven hiperelipsoidinin en büyük yarı ekseninin) minimum olmasını öngören $\lambda_{\max} \Rightarrow \min$. (E-optimal ağ) seçilmiştir. Ağın güvenilirliğinin iyileştirilmesinde de ortalama serbestlik derecesinin 0,5 değerini aşması ve ölçülere ilişkin kısmi redundanz paylarının ortalama serbestlik derecesine yakın değerler alması, iç güven ölçütleri değerlerinin 6m_i sınır değerleri altında kalması ve dış güven ölçütleri değerlerinin 6 sınır değerinin altında kalması amaçlanmıştır.

Global güven ve duyarlık ölçütlerinden seçilen, skaler amaç fonksiyonlarının yaklaşık minimum değerlerini yakalamak amacıyla çözüm algoritmalarından simülasyon yöntemi (Tekrarlı En Küçük Kareler Yöntemi) kullanılmıştır. Bu yöntem gereği, amaç fonksiyonuna en az etki yapan baz ölçü kümesinden atılarak maksimumdan minimum ölçü planına doğru ve amaç fonksiyonuna en fazla etki yapan baz ölçü kümesine ilave edilerek minimumdan maksimum ölçü planına doğru gidilmiştir. Her yineleme sonunda ölçü kümesine bir oturum eklenmiş veya çıkarılmıştır. Bazların seçiminde, duyarlığı zayıf noktalar ve güvenilirliği zayıf bazlar dikkate alınmıştır.

Uygulamada, ağın optimizasyonu üç, dört ve beş alıcı için ayrı ayrı yapılmıştır. Üç alıcı kullanılması durumunda her yinelemede duyarlığı yüksek noktalardan iki veya üç baz çıkarılırken, dört ve beş alıcı ile tasarımda dört, beş veya altı baz çıkarılmak zorunda kalmıştır. Fakat dört ve beş alıcı ile tasarımda oturum sayısı üç alıcı ile tasarıma oranla daha az olmuştur. Bu da ağın daha kısa zamanda ölçülebileceğini göstermiştir.

1.2. Global Konum Belirleme Sistemi

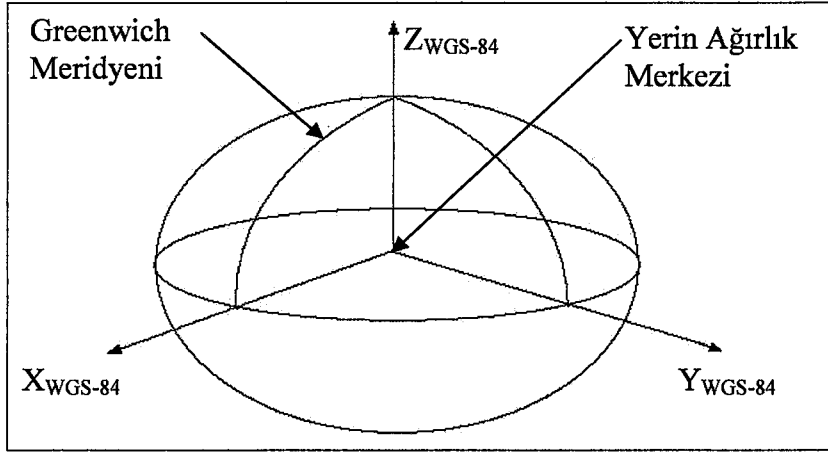
1960'lı yılların başında ABD deniz kuvvetleri, askeri amaçlı uydu-tabanlı konumlandırma ve navigasyon sistemi Transit projesini uygulamaya koymuştur. Transit sistemi, doppler değişimini esas alarak uydunun yörüngesinin veya uydu yörüngesi biliniyor ise alıcının bulunduğu noktanın konumunun belirlendiği bir uydu-tabanlı sistemdi. Transit sistemi, ABD Savunma Bakanlığınca geliştirilerek 1973 yılında Uydu Navigasyonlu Savunma Sistemi, NAVSTAR (NAVigation System using Time And Ranging) GPS (Global Positionin System), geliştirilmiştir. (French, 1996; Eren ve Uzel, 1995; Kurt, 1996; Aktaş, 1998).

Global Konum Belirleme Sistemi (GPS), uydulardan yayınlanan radyo sinyalleri yardımıyla her türlü hava koşulunda, gece ve gündüz, noktalar arası görüş gereği olmaksızın üç boyutlu konum, yön, zaman ve hız belirler. GPS uzay, kontrol ve kullanıcı olmak üzere üç ana bölümden oluşur. *Uzay bölümü*, 21'i aktif 3'ü yedek olmak üzere 24 uydudan oluşmaktadır. Uydular yerden 20200 km. yükseklikte, gök ekvatoruyla 55° açı yapan 6 yörünge düzleminde 12 saatlik periyotlarla hareket ederler. GPS uyduları 1575,42 MHz frekansında ve yaklaşık 19 cm. dalga boyunda L1 ve 1227,60 MHz frekansında ve yaklaşık 24 cm. dalga boyunda L2 sinyallerini dünyaya gönderirler. L1 taşıyıcı sinyali üzerine P-kod (Precision Code) ve C/A-kod (Course/Acquisition Code), L2 taşıyıcı sinyali üzerine P-kod modüle edilmiştir. *Kontrol bölümü*, uyduların ve sistemin tümüyle çalışmasını sağlamak ve izlemek için kurulan yer istasyonlarından oluşmaktadır. *Kullanıcı bölümü* ise GPS sinyallerinden konum, yön ve hız belirlenmesi için kullanılan GPS alıcılarıdır (Gökalp, 1994; French, 1996; McElroy, 1998).

1.2.1. Dünya Jeodezik Sistemi (WGS84) Datumu

1987 tarihinden itibaren GPS, World Geodetic System 1984 (WGS-84) sistemini referans sistemi olarak kullanmaktadır. GPS uydularından alınan tüm konum bilgileri WGS-84 referans elipsoidinde hesaplanmaktadır. WGS-84 yersel üç boyutlu bir koordinat sistemidir ve uluslar arası yersel koordinat sistemi olarak kabul edilir. WGS-84 sistemi, ortalama yer elipsoidini, yer gravitasyonel modelini ve diğer jeodezik datumlara dönüşüm parametrelerini içeren bir sistemdir. Sistemin başlangıç noktası yerin ağırlık merkezidir. Z eksenini 1984.0 anı için belirlenen ortalama yerin dönme eksenine paraleldir. X eksenini sıfır

meridyen düzlemi ile ekvator düzleminin ara kesitidir. Y eksenini sağ el sistemi oluşturacak şekilde başlangıç noktasında X ve Z eksenine dik olan eksenidir (Şekil 1).



Şekil 1. WGS-84 koordinat sistemi

WGS-84 koordinat sistemi, 25 adet global dağılmış doppler istasyonlarında sürekli yapılan ölçülerden yararlanılarak oluşturulmuştur. (Hooijberg, 1997; Wolf ve Ghilani; 1997; Gökalp, 1994; Eren ve Uzel 1995; Kurt, 1996; Bayrak, 2003). WGS-84 elipsoidini tanımlayan geometrik ve fiziksel parametreler Tablo 1’de, türetilmiş parametreler de Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 1. WGS-84 temel elipsoid parametreleri

	Parametre	Notasyon	Birim	WGS84
Geometrik Parametreler	Büyük Yarı Eksen	a	m	6378137
	Basıklık	f		298.257223563
Fiziksel Parametreler	Gravitasyonel Sabit	GM	m ² /s ²	3986005E-8
	Açısal Hız	w	rad/s	7292115E-11

Tablo 2. WGS-84 türetilmiş elipsoid parametreleri

Parametre	Notasyon	Birim	WGS84
Kutupsal Eğrilik Yarıçapı	c	m	6399593.6258
Basıklık Tersisi	1/f		0.00335281066474
Küçük Yarı Eksen	b	m	6356752.3142
Birinci Eksentrisite Karesi	e ²		0.00669437999013

1.2.2. GPS Gözlemleri

GPS gözlemleri, uydudan yayınlanan sinyalin geçtiği yol boyunca geçirdiği sürenin ölçülmesi ile ya da alınan sinyal ile alıcıda üretilen aynı özellikli sinyalin karşılaştırılması ile oluşturulan faz farklarından elde edilen uzunluklardır. Sinyal varış zamanının belirlenebilmesi için, alıcıda kod dizisinin bir kopyası gereklidir. Bu kod dizisinin, uydudan alınan kod sinyali ile maksimum korelasyon elde edilene kadar fazı adım adım değiştirilir. Bu faz değişimi, uydu ile alıcı anteni arasındaki sinyal varış zamanı ölçümüne karşılık gelir. Uydunun zamanına ilişkin bilgiler zaman kodlarından (P-kod ve C/A-kod) ve uydunun yörünge elemanlarına ilişkin bilgiler navigasyon mesajlarından elde edilir (Hothem, vd., 1984; Teunissen ve Keusberg, 1998; Hatch ve Avery, 1989; Karaali ve Gökarp, 1994; Kurt, 1996).

1.2.2.1. Kod Ölçüleri

Kod ölçüleri, uydudan yayınlanan bir sinyalin, uydu ile alıcı arasındaki seyahat süresini (Δt) esas alır. Başka bir deyişle, GPS uydu sinyalinin yayın anı (t^U) ile alıcıya varış anı (t_A) arasındaki zaman farkı (Δt) temel ölçü büyüklüğüdür. Uydudan yayınlanıp alıcıya ulaşan zaman kodu ile alıcı içersinde üretilen kopya zaman kodunun karşılaştırılmasıyla, sinyalin uydudan yayın ve alıcıya varış anları arasındaki Δt zaman farkları ölçülür. Uydu ile alıcı arasındaki psodyo-uzunluk, R ve c ışık hızı olmak üzere,

$$R = c \Delta t \quad (1)$$

eşitliğinden elde edilir. Psodyo-uzunluk, uydu ile alıcı arasındaki gerçek uzunluk değildir. Çünkü, uydu ve alıcı saatleri birbiriyle çok hassas bir şekilde eş zamanlı (senkronize) çalışmamaktadır. Bu nedenle yüksek doğruluklu ve durağan GPS zamanı kullanılır. Sinyalin uydu ile alıcı arasındaki seyahat süresi,

$$\begin{aligned} \Delta t &= t_A - t^U = [t_A(\text{GPS}) - \delta_A] - [t^U(\text{GPS}) - \delta^U] \\ \Delta t &= [t_A(\text{GPS}) - t^U(\text{GPS})] + (\delta^U - \delta_A) \\ \Delta t &= \Delta t(\text{GPS}) + (\delta^U - \delta_A) \end{aligned} \quad (2)$$

eşitliğinden hesaplanır Burada, t^U , δ^U , sırasıyla uydu sinyalinin gönderildiği anda uydu saatinde okunan değer ve uydu saat hatası; t_A , δ_A sırasıyla sinyalin alıcıya ulaştığı anda alıcı saatinde okunan değer ve alıcı saat hatası; $t_A(\text{GPS})$, $t^U(\text{GPS})$ sırasıyla alıcı ile uydu GPS zamanlarını göstermektedir. Böylece uydu ile alıcı arasındaki psoydo-uzunluk R ,

$$\begin{aligned} R &= c \Delta t = c \Delta t(\text{GPS}) + c(\delta^U - \delta_A) \\ R &= \rho + c(\delta^U - \delta_A) \end{aligned} \quad (3)$$

biçiminde hesaplanır. Burada ρ , uydu ile alıcı arasındaki gerçek uzunluğu göstermektedir. Atmosferik etkilerden kaynaklanan iyonosferik ve troposferik düzeltmelerin de dikkate alınmasıyla (3) eşitliği

$$R = \rho + c \Delta \delta + d_{\text{iyon}} + d_{\text{trop}} \quad (4)$$

biçiminde olur. Gerçek uzunluk (ρ), uydu ve alıcının aynı sistemdeki koordinatlarıyla

$$\rho = \left[(X^U - X_A)^2 + (Y^U - Y_A)^2 + (Z^U - Z_A)^2 \right]^{1/2} \quad (5)$$

biçiminde hesaplanır (Hothem, vd., 1984; Hatch ve Avery, 1989; Karaali ve Gökalep, 1994).

1.2.2.2. Faz Ölçüleri

Uydudan alıcıya ulaşan sinyal ile alıcıda üretilen sinyalin fazı arasındaki farktır. $\Phi^U(t)$ GPS zamanına göre t anında alıcıda alınan sinyalin fazı,

$$\Phi^U(t) = f^U t - \Phi_0^U \quad (6)$$

ve $\Phi_A(t)$, t anında f_A frekansında alıcıda üretilen referans sinyalin fazı

$$\Phi_A(t) = f_A t - \Phi_{0A} \quad (7)$$

eşitliklerinden bulunur. Formüllerdeki Φ_0^U ve Φ_{0A} , uydu ve alıcı saatlerinin GPS zaman saatlerine göre hataları olup bunlar,

$$\Phi_0^U = f^U \delta^U \quad (8)$$

$$\Phi_{0A} = f_A \delta_A \quad (9)$$

eşitlikleri ile belirlenir. (6) ve (7) eşitliklerinden faz farkı,

$$\begin{aligned} \Phi_A^U(t) &= \Phi^U(t) - \Phi_A(t) \\ \Phi_A^U(t) &= -(f^U/c)\rho - f^U \Delta\delta - (f^U/c)(-d_{iyon} + d_{trop}) \end{aligned} \quad (10)$$

şeklinde hesaplanır. Faz farkı Φ_A^U , yayınlanan sinyalin uydu ile alıcı arasındaki uzaklığa karşılık gelen fazdır. Bu faz, tam ve kesirli devir sayısından oluşur. Alıcı alet bir t_0 , anında açıldığında faz farkının, sadece anlık kesirli kısmı $\Phi(t_0)$ ölçülebilir, devir tam sayısına karşılık gelen kısmı (N) belirsiz kalır. Ancak, alıcı alet kapatılmadan t anına kadar gelen sinyal sürekli izlenerek, t_0 ölçü başlangıç anından itibaren t anına kadar geçen Δt süresinde alınan sinyalin fazı $\Delta\Phi_A^U(t_0, t)$, tam devir fazı ve kesirli fazın toplamı olarak ölçülür. Bu durumda, t anındaki toplam faz farkı $\Phi_A^U(t)$ için,

$$\Phi_A^U(t) = N(t_0) + \Delta\Phi_A^U(t_0, t) \quad (11)$$

yazılabilir. Bu son ifade, (10) denkleminde yerine konursa,

$$N(t_0) + \Delta\Phi_A^U(t_0, t) = -(f^U/c)\rho - f^U \Delta\delta - (f^U/c)(-d_{iyon} + d_{trop}) \quad (12)$$

olur. Alıcı tarafından ölçülen faz farkı için $\Phi = -\Delta\Phi_A^U(t_0, t)$ gösterimi kullanıldığında faz uzunluğu için sürekli taşıyıcı faz denklemi

$$\Phi = (f^U/c)\rho + f^U \Delta\delta + (f^U/c)(-d_{iyon} + d_{trop}) + N \quad (13)$$

elde edilir. (13) eşitliği $\lambda = c/f$ ile çarpılıp, $\Phi = \Phi_s$ gösteriminin kullanılmasıyla,

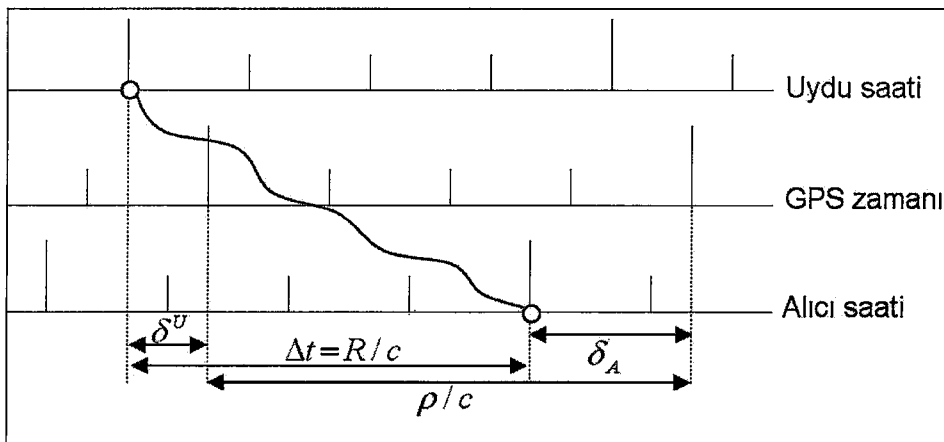
$$\Phi_s = \rho + c \Delta \delta + \lambda N - d_{\text{iyon}} + d_{\text{trop}} \quad (14)$$

şeklinde uzunluk birimindeki faz denklemi oluşturulmuş olur. Böylece alıcı ile uydu arasındaki uzaklık, faz ölçüleri kullanılarak belirlenmiş olur (Wells, 1987; Hofmann, vd. 1992; Hothem, vd., 1984; Hatch ve Avery, 1989; Gökalp, 1994; Karaali ve Gökalp, 1994).

1.2.2.3. GPS Hata Kaynakları

GPS ölçüleri sistematik ve rasgele hatalardan etkilenir. Sistematik hatalar üç grupta sınıflandırılabilir. Bunlar uyduya, sinyalin yayılma ortamına ve istasyona (alıcıya) bağlı hatalardır. Uyduya bağlı hatalar, uydu saat hatası ve uydu yörünge hatalarıdır. Sinyalin yayılma ortamından kaynaklanan hatalar iyonosferik ve troposferik sinyal gecikme hatalarıdır. Alıcıdan kaynaklanan hatalar alıcı saat hatası ve anten faz merkezi kayıklığıdır. Rasgele hatalar, faz kayması, multipath ve anten faz merkezi kayıklığı hatalarından oluşur.

Sistematik Hatalar: *Uydu yörünge hatası*, uydunun yayınlanan almanaktaki yörünge bilgilerine göre hesaplanan konumundan farklı bir yerde olmasıdır. *Uydu saat hatası* (δ^u) uydu saatinin GPS zamanından farklı olmasıdır. *Alıcı saat hatası* (δ_A) alıcı saatinin GPS zamanından farklı olmasıdır (Şekil 2).



Şekil 2. Uydu ve alıcı saat hataları (Karaali ve Gökalp, 1994)

Troposfer tabakası yaklaşık 40 km., iyonosfer tabakası ise troposferden itibaren yaklaşık 1000 km. kalınlığındadır. *Troposferik sinyal gecikmesi*, sıcaklık, rutubet ve basınç

değerlerine bağıllık gösterir. Toplam troposfer refraksiyon hatasının %90'ının sebebi kuru kısımdır. Yeryüzündeki sıcaklık ve basınç ölçülerini kullanarak kuru kısım %95 - %98 duyarlılığında modellenir. *İyonosfer sinyal gecikmesi*, sinyal yolu boyunca elektron aktivitesine bağlı olarak (m^3)'deki toplam elektron sayısı (Total Electron Content - TEC) ile orantılıdır. Yani, uydudan alıcıya kadar olan yol boyunca mevcut elektronların toplamıyla orantılıdır. İyonosferdeki etkinin giderilmesi için en uygun yol, farklı frekanstaki dalgalar farklı dirençle karşılaşacağı gerçeğinden hareket ederek gecikmelerin modellendirilmesi nedeniyle çift frekanslı GPS alıcılarının kullanılmasıdır (Eren ve Uzel, 1995).

Sistemik hatalar modellendirilebilir ve ölçü eşitliklerinde yer alabilirler. Bu hatalar ölçülerin uygun kombinasyonları ile elimine edilebilirler. Alıcılar arasında fark alma, uydu kaynaklı hataları ve uydular arasında fark alma alıcı kaynaklı hataları ortadan kaldırır. Bu nedenle çift fark ölçülerinin yapılması alıcı ve uydu kaynaklı sistemik hataların büyük ölçüde ortadan kaldırılmasını sağlar.

Rasgele Hatalar: *Faz kayması (cycle slip) hatası*, ölçülen sinyalin tamsayı devrinde süreksizliğine denir. Diğer bir ifade ile sinyali engelleyici unsurlar nedeniyle geçici olarak faz alımının kesilmesinden oluşur. *Multipath (çok yolluluk) hatası*, uydudan gelen sinyalin alıcıya iki veya daha farklı yoldan ulaşmasından oluşur. *Anten faz merkezi kayıklığı hatası*, alıcı anteninde sinyallerin algılandığı noktanın antenin fiziksel merkeziyle çakışmamasından oluşur (Hofmann, vd., 1992; Hothem, vd., 1984; Gökalp, 1994).

1.2.3. GPS Ölçüleri ile Konum Belirleme

GPS ile konum belirleme, noktaların mutlak, yani dünya merkezli koordinatlarının $(X, Y, Z)_{WGS84}$ ya da sabit bir noktaya göre diğer noktaların koordinatlarının belirlendiği bağıl konum koordinatlarının $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)_{WGS84}$ elde edilmesi temeline dayanır.

1.2.3.1. Mutlak Konum Belirleme

Mutlak konum belirleme işleminde yalnızca saat hataları dikkate alınarak, $\delta^j(t)$, j uydusunun saat hatası; $\delta_i(t)$, i alıcısının saat hatası; olmak üzere, t anında j uydusu ile i noktası arasında ölçülen kod ölçüsü $R_i^j(t)$;

$$R_i^j = \rho_i^j(t) + c\delta^j(t) - c\delta_i(t) \quad (15)$$

eşitliğinden hesaplanır. $(X^j(t), Y^j(t), Z^j(t))$, uydunun t anındaki koordinatları, (X_{i0}, Y_{i0}, Z_{i0}) ve $(\delta X_i, \delta Y_i, \delta Z_i)$ i alıcısının yaklaşık koordinatları ve koordinat bilinmeyenlerini göstermek üzere i noktasının kesin koordinatları

$$\begin{aligned} X_i &= X_{i0} + \delta X_i \\ Y_i &= Y_{i0} + \delta Y_i \\ Z_i &= Z_{i0} + \delta Z_i \end{aligned} \quad (16)$$

eşitliğinden hesaplanır. Bu değerler (15) eşitliğinde yerine konup doğrusallaştırılırsa

$$\begin{aligned} R_i^j(t) - \rho_{i0}^j(t) - c\delta^j(t) = & -\frac{X^j(t) - X_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \delta X_i - \frac{Y^j(t) - Y_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \delta Y_i \\ & - \frac{Z^j(t) - Z_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \delta Z_i - c\delta_i(t) \end{aligned} \quad (17)$$

eşitliği elde edilir. Uydu saat hatası ($\delta^j(t)$), modellenemediği için eşitliğin bilinen tarafı olan sol tarafa alınmıştır. Burada bilinmeyen sayısı, üç koordinat bilinmeyeni δX_i , δY_i , δZ_i ve alıcı saat hatası, $\delta_i(t)$ olmak üzere 4 tanedir. Bu 4 bilinmeyi çözebilmek için en az 4 denkleme, yani 4 farklı uyduya eş zamanlı yapılmış gözlem gereklidir.

$$\begin{aligned}
l^j &= R_i^j(t) - \rho_{i0}^j(t) - c\delta^j(t) \\
a_{X_i}^j &= -\frac{X^j(t) - X_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \\
a_{Y_i}^j &= -\frac{Y^j(t) - Y_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \\
a_{Z_i}^j &= -\frac{Z^j(t) - Z_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)}
\end{aligned} \tag{18}$$

kısaltmalarıyla fonksiyonel model aşağıdaki gibi oluşturulur.

$$l = Ax \tag{19}$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{X_i}^1 & a_{Y_i}^1 & a_{Z_i}^1 & -c \\ a_{X_i}^2 & a_{Y_i}^2 & a_{Z_i}^2 & -c \\ a_{X_i}^3 & a_{Y_i}^3 & a_{Z_i}^3 & -c \\ a_{X_i}^4 & a_{Y_i}^4 & a_{Z_i}^4 & -c \end{bmatrix}; \quad x = \begin{bmatrix} \delta X_i \\ \delta Y_i \\ \delta Z_i \\ \delta_i(t) \end{bmatrix}; \quad l = \begin{bmatrix} l^1 \\ l^2 \\ l^3 \\ l^4 \end{bmatrix} \tag{20}$$

Elde edilen lineer denklem takımı matris gösterimi kullanılarak yukarıdaki gibi yazılır. x bilinmeyenler vektörü hesaplanıp yaklaşık değerler yardımı ile i noktasının mutlak koordinatları elde edilir (Hofmann, vd., 1992; Kınık, vd., 1993; Öztürk, 1989; Kurt, 1996).

1.2.3.2. Bağlı Konum Belirleme

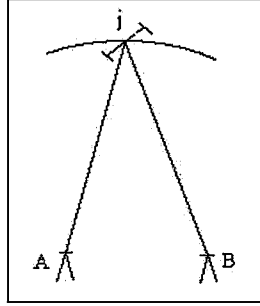
Bağlı konum belirleme işlemi, sabit olarak ele alınan ve koordinatları bilinen bir noktadan yararlanarak bilinmeyen nokta koordinatlarının hesaplanmasıdır. Bir başka deyişle bağlı konum belirlemenin amacı iki nokta arasındaki baz vektörünü hesaplamaktır. Baz vektörünün bileşenleri,

$$\underline{b}_{AB} = \begin{bmatrix} X_B - X_A \\ Y_B - Y_A \\ Z_B - Z_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X_{AB} \\ \Delta Y_{AB} \\ \Delta Z_{AB} \end{bmatrix} \tag{21}$$

biçiminde koordinat farklarıdır. Bağlı konum belirleme işleminde, referans noktası ve bilinmeyen noktalarda gözlemler eş zamanlı yapılmalıdır. Bağlı konum koordinatları, faz

denklemlerinin tekli, çiftli veya üçlü farkları alınarak oluşturulan fonksiyonel modelin çözümü ile elde edilir.

Tekli Farklar (Single-Difference): İki alıcı, iki uydu veya iki epok arasında oluşturulabilir. Jeodezide genellikle iki alıcı arasında tekli farklar kullanılır (Şekil. 3).



Şekil 3. Alıcılar arası tekli farklar

İki istasyon noktası ile bir uyduya yapılan eş zamanlı gözlemler esas alındığında A ve B istasyon noktalarından j uydusuna yapılan ayrı ayrı faz ölçülerinin t anındaki faz eşitlikleri, (14) eşitliği kullanılarak,

$$\Phi_A^j = \rho_A^j + c(\delta t^j - \delta t_A) + \lambda N_A^j - d_{\text{iyon}_A} + d_{\text{trop}_A} \quad (22)$$

$$\Phi_B^j = \rho_B^j + c(\delta t^j - \delta t_B) + \lambda N_B^j - d_{\text{iyon}_B} + d_{\text{trop}_B} \quad (23)$$

şeklinde hesaplanır. Her iki nokta için oluşturulan faz denklemlerinin farkı alınırsa,

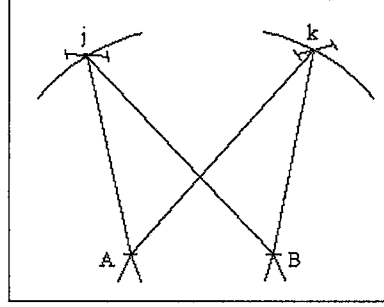
$$\begin{aligned} \Phi_{AB}^j &= \Phi_B^j - \Phi_A^j \\ \rho_{AB}^j &= \rho_B^j - \rho_A^j \\ N_{AB}^j &= N_B^j - N_A^j \\ \Delta d_i &= d_{\text{iyon}_A} - d_{\text{iyon}_B} \\ \Delta dt &= d_{\text{trop}_B} - d_{\text{trop}_A} \end{aligned} \quad (24)$$

olmak üzere alıcılar arası tekli farklar faz eşitliği,

$$\Phi_{AB}^j = \rho_{AB}^j + c(\delta t_A - \delta t_B) + \lambda N_{AB}^j + \Delta dt - \Delta d_i \quad (25)$$

biçiminde oluşturulmuş olur. (25) eşitliğinden görüleceği gibi alıcılar arası tekli farklar sonucu uydu saat hatası yok edilir. Ayrıca, tam sayı faz belirsizliğinin bilinmeyen sayısı, atmosferik hatalar ve alıcı saat hataları azaltılır.

İkili Farklar (Double-Differences): Alıcılar ve uydular arasında iki tekli fark eşitliğinin çıkarılmasıyla oluşturulur (Şekil 4).



Şekil 4. Alıcılar arası ikili farklar

A ve B istasyon noktalarından j ve k uydularına yapılan eş zamanlı gözlemlerle elde edilen iki tekli farkın farkı alınarak ikili farklar elde edilir. j ve k uyduları için alıcılar arası tekli fark faz denklemleri (25) eşitliğindeki gibi yazılıp farkı alındığında,

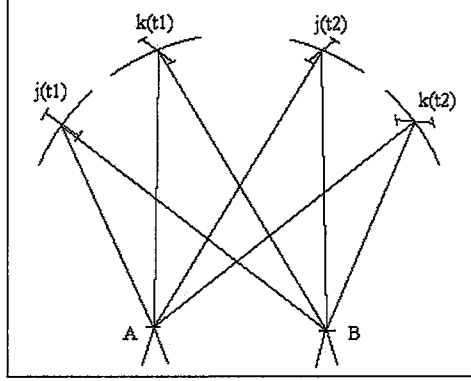
$$\begin{aligned}
 \Phi_{AB}^{jk} &= \Phi_{AB}^k - \Phi_{AB}^j \\
 \rho_{AB}^{jk} &= \rho_{AB}^k - \rho_{AB}^j \\
 N_{AB}^{jk} &= N_{AB}^k - N_{AB}^j \\
 \Delta\Delta i &= \Delta di_1 - \Delta di_2 \\
 \Delta\Delta t &= \Delta dt_2 - \Delta dt_1
 \end{aligned} \tag{26}$$

kısa gösterimleriyle ikili farklar faz eşitliği,

$$\Phi_{AB}^{jk} = \rho_{AB}^{jk} + \lambda N_{AB}^{jk} + \Delta\Delta t - \Delta\Delta i \tag{27}$$

biçiminde oluşturulur. İkili fark eşitliğinde uydu ve alıcı saat hataları yoktur ve sadece azaltılmış atmosferik ve yörüngesel hatalar bulunmaktadır.

Üçlü Farklar (Triple-differences): İki farklı zamanda, iki tane ikili fark gözlem eşitliğinin farkından oluşturulur (Şekil 5).



Şekil 5. Alıcılar arası üçlü farklar

İkili fark faz eşitliği (27) t_1 ve t_2 zamanları için ayrı ayrı yazılıp farkı alınırsa,

$$\begin{aligned}\Phi_{AB}^{jk}(t_{12}) &= \Phi_{AB}^{jk}(t_2) - \Phi_{AB}^j(t_1) \\ \rho_{AB}^{jk}(t_{12}) &= \rho_{AB}^{jk}(t_2) - \rho_{AB}^j(t_1) \\ \Delta\Delta di(t_{12}) &= \Delta\Delta di(t_1) - \Delta\Delta di(t_2) \\ \Delta\Delta dt(t_{12}) &= \Delta\Delta dt(t_2) - \Delta\Delta dt(t_1)\end{aligned}\tag{28}$$

kısa gösterimleriyle üçlü farklar faz eşitliği,

$$\Phi_{AB}^{jk}(t_{12}) = \rho_{AB}^{jk}(t_{12}) + \Delta\Delta dt(t_{12}) - \Delta\Delta di(t_{12})\tag{29}$$

biçiminde oluşturulmuş olur. Üçlü farklar alınarak tamsayı faz belirsizliği ortadan kaldırılır. Üçlü farklar genellikle faz kaymasının (cycle slip) ortadan kaldırılmasında kullanılır (Hofmann, vd., 1992; Kınık, vd., 1993; Öztürk, 1989; Kurt, 1996).

1.3. GPS Ağlarının Serbest Ağ Yöntemiyle Dengelemesi

Gözlemlerin taşıyıcı fazlar kullanılarak yapıldığı GPS ölçü işleminde, en küçük kareler dengelemesinin uygulandığı iki aşama vardır. Birinci aşama, fazla sayıdaki taşıyıcı fazlardan elde edilmiş baz bileşenlerinin kendi içinde dengelenerek dengeli baz bileşenleri

ve bu bileşenlere karşılık gelen kovaryans matrislerinin elde edildiği aşamadır. İkinci aşama, dengeli baz bileşenlerinin hepsinin birlikte dengelenmesi sonucu ağ noktalarının X, Y ve Z koordinatlarının ve varyans-kovaryans matrislerinin elde edildiği aşamadır (Wolf ve Ghilani, 1997; French, 1996; Eren ve Uzel, 1995).

Nokta koordinatlarının ve bunların varyans–kovaryans matrisinin datum seçimine bağlı olarak değişmesi nedeniyle jeodezik ağları ortak noktalara göre konumlandırma, datum tanımları ya da kısmi iz minimum çözümleri kaçınılmaz olur. Kullanım amaçlarına göre oluşturulan ve bu amaçlara göre en uygun hale getirilmesi istenen jeodezik ağların önceden belirlenen doğruluk, duyarlık ve güvenilirlik isteklerini datumdan bağımsız olarak belirleyebilmek için ağdaki gözlemlerin, kendi aralarındaki tutarlılıkları ve noktaların duyarlılıklarını daha gerçekçi olarak belirlendiği serbest ağ yöntemiyle dengelemesi gerekir. Serbest ağ dengelemesinde, datum belirsizlikleri hiçbir datum parametresi sabit alınmaksızın, tüm iz minimum koşulu altında, düzeltmelerin ve koordinat bilinmeyenlerinin kareleri toplamının minimum yapıldığı en küçük kareler çözümü ile giderilebilir. Bu çözüm sonucunda, koordinat bilinmeyenlerinin ortalama hatalarının en küçük olması koşulu da gerçekleşir (Jaeger ve Bill, 1986; McLellan, vd., 1989; Wolf ve Ghilani, 1997; Konak, 1994; Ayan, 1982; Ayan, 1981; Konak, 1996).

GPS ile elde edilen bağıl konum koordinatları $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)_{WGS-84}$ ağın ölçülerini; $\overline{\Delta X}$, $\overline{\Delta Y}$ ve $\overline{\Delta Z}$ dengeli ölçüleri; $\overline{X}$, $\overline{Y}$ ve $\overline{Z}$ dengeli nokta koordinatlarını gösterirse, tüm noktaların koordinatlarının bilinmeyen olarak seçildiği serbest ağ dengelemesinde fonksiyonel model,

$$\begin{aligned}
 \Delta X_{[1,2]} + v_{\Delta X[1,2]} &= \overline{\Delta X}_{[1,2]} = \overline{X}_2 - \overline{X}_1 \\
 \Delta Y_{[1,2]} + v_{\Delta Y[1,2]} &= \overline{\Delta Y}_{[1,2]} = \overline{Y}_2 - \overline{Y}_1 \\
 \Delta Z_{[1,2]} + v_{\Delta Z[1,2]} &= \overline{\Delta Z}_{[1,2]} = \overline{Z}_2 - \overline{Z}_1 \\
 \Delta X_{[1,3]} + v_{\Delta X[1,3]} &= \overline{\Delta X}_{[1,3]} = \overline{X}_3 - \overline{X}_1 \\
 \Delta Y_{[1,3]} + v_{\Delta Y[1,3]} &= \overline{\Delta Y}_{[1,3]} = \overline{Y}_3 - \overline{Y}_1 \\
 \Delta Z_{[1,3]} + v_{\Delta Z[1,3]} &= \overline{\Delta Z}_{[1,3]} = \overline{Z}_3 - \overline{Z}_1 \\
 &\vdots
 \end{aligned} \tag{30}$$

biçiminde oluşturulur. Küçük sayısal değerlerle çalışabilmek için yaklaşık koordinatlar ve dengeleme bilinmeyenlerinden noktaların kesin değerleri

$$\delta X = \begin{bmatrix} \delta X_1 \\ \delta Y_1 \\ \delta Z_1 \\ \delta X_2 \\ \delta Y_2 \\ \delta Z_2 \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad v = \begin{bmatrix} v_{\Delta X[1,2]} \\ v_{\Delta Y[1,2]} \\ v_{\Delta Z[1,2]} \\ v_{\Delta X[1,3]} \\ v_{\Delta Y[1,3]} \\ v_{\Delta Z[1,3]} \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad -\ell = \begin{bmatrix} \ell_{\Delta X[1,2]} \\ \ell_{\Delta Y[1,2]} \\ \ell_{\Delta Z[1,2]} \\ \ell_{\Delta X[1,3]} \\ \ell_{\Delta Y[1,3]} \\ \ell_{\Delta Z[1,3]} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (35)$$

şeklinde (Hofmann vd., 1992; Wolf ve Ghilani, 1997; Kurt, 1996; Eren ve Uzel, 1995; Ersoy, 1997).

GPS ağlarında ölçülerin stokastik yapısını oluşturan ağırlık matrisi, GPS ölçülerinin varyans-kovaryans matrisinden hesaplanır (Tiberius, 1999). Relatif konum belirlemede 2 veya daha fazla sayıdaki alıcı uydulardan eşzamanlı olarak faz ölçüleri toplamaktadırlar. Uydu geometrisindeki değişikliklerden yararlanılarak tamsayı faz belirsizliği ve baz bileşenleri çözülür. Bir uydudan gönderilen ve yer istasyonlarında ölçülen fazlar aynı uyduya ait oldukları için fiziksel olarak korelasyonludurlar. Ancak GPS uygulamalarında fiziksel korelasyonlar genellikle ihmal edilirler (Hofmann vd., 1992; Eren ve Uzel, 1995).

GPS relatif konum belirlemede bir kenara ait ölçülmüş üç baz bileşeni birbirleriyle fark alma tekniklerinden dolayı matematik korelasyonludur. Bu nedenle 3x3 boyutlu bir varyans-kovaryans matrisi faz ölçülerinin en küçük kareler dengelemesinin bir ürünü olarak her baz için elde edilir. Bu varyans-kovaryans matrisi ağ dengelemesinde gözlemlerin ağırlıkları olarak kullanılır. Herhangi bir GPS ağı için ağırlık matrisi,

$$K = S_0^2 Q = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{\Delta X}^2 & m_{\Delta XY}^2 & m_{\Delta XZ}^2 \\ m_{\Delta YX}^2 & m_{\Delta Y}^2 & m_{\Delta YZ}^2 \\ m_{\Delta ZX}^2 & m_{\Delta ZY}^2 & m_{\Delta Z}^2 \end{bmatrix}_{[1,2]} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{[1,2]} & \dots \\ \begin{bmatrix} m_{\Delta X}^2 & m_{\Delta XY}^2 & m_{\Delta XZ}^2 \\ m_{\Delta YX}^2 & m_{\Delta Y}^2 & m_{\Delta YZ}^2 \\ m_{\Delta ZX}^2 & m_{\Delta ZY}^2 & m_{\Delta Z}^2 \end{bmatrix}_{[1,3]} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{[1,3]} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad (36)$$

eşitliğinde görüldüğü gibi 3x3' lük bloklar halinde bant matris yapısındadır. Koordinat fark ölçülerinin ağırlık matrisi (P), ters ağırlık matrisinin (Q) tersi alınarak

$$P = Q^{-1} \quad (37)$$

şeklinde hesaplanır. Böylece GPS ağının fonksiyonel ve stokastik modeli,

$$v = A \delta X - \ell \quad ; \quad P \quad (38)$$

elde edilmiş olur. Matematik model, en küçük kareler yöntemine göre çözülerek dengeleme bilinmeyenleri (δX),

$$\delta X = (A^T P A)^+ (A^T P \ell) \quad (39)$$

noktaların dengeli koordinatları ve dengeli koordinatların ters ağırlıkları,

$$\begin{aligned} X_i &= X_i^0 + \delta X \\ Q_{xx} &= (A^T P A)^+ \end{aligned} \quad (40)$$

şeklinde hesaplanır. Koordinat bilinmeyeni değerlerinin hesabından sonra (38) eşitliğinden düzeltmeler hesaplanır. p , nokta sayısı; n , ağda ölçülen baz sayısı; $u = 3p$, koordinat bilinmeyenlerinin sayısı ve d , datum parametrelerinin sayısından hesaplanan serbestlik derecesinden ($f = n - u + d$) yararlanarak, birim ölçünün karesel ortalama hatası,

$$m_0 = \pm \sqrt{\frac{v^T P v}{f}}, \quad (41)$$

dengeli koordinatların duyarlılığı,

$$\begin{aligned} m_x &= \pm m_0 \sqrt{Q_{xx}} \\ m_y &= \pm m_0 \sqrt{Q_{yy}} \\ m_z &= \pm m_0 \sqrt{Q_{zz}} \end{aligned} \quad (42)$$

dengeli ölçüler ve dengeli ölçülerin ters ağırlıkları,

$$\begin{aligned} \overline{\Delta X} &= \Delta X + v \\ Q_{\Delta x} &= A Q_{xx} A^T \end{aligned} \quad (43)$$

dengeli koordinat farklarının duyarlılığı,

$$\begin{aligned} m_{\Delta x} &= \pm m_0 \sqrt{Q_{\Delta x}} \\ m_{\Delta y} &= \pm m_0 \sqrt{Q_{\Delta y}} , \\ m_{\Delta z} &= \pm m_0 \sqrt{Q_{\Delta z}} \end{aligned} \quad (44)$$

düzeltilmelerin ters ağırlık matrisi,

$$Q_{vv} = P^{-1} - Q_{\Delta x} , \quad (45)$$

biçiminde hesaplanır (Kuang, 1996; Wolf ve Ghilani, 1997; Kurt, 1996; Yaşayan, 1994).

1.4. İstatistik Testler

1.4.1. Model Hipotezinin Testi

Dengeleme hesabının matematik modelinin ölçülerle bilinmeyenler arasındaki geometrik ve fiziksel ilişkilere uygun olup olmadığı, ölçülerin duyarlıklarını ve aralarındaki korelasyonları yeterince yansıtır yansıtmadığı model hipotezinin testi yoluyla denetlenir (Öztürk ve Şerbetçi, 1992). Aynı koşullarda yapılan benzer türden ölçülerin değerlendirilmesi sonucunda, dengelemeden önce elde edilen ve gözlemlerin ağırlıklarının belirlenmesinde yararlanılan birim ölçünün ortalama hatasının öncül (a priori) değeri (s_0) ile dengeleme hesabı sonucunda bulunan soncul (a posteriori) değeri (m_0) kullanılarak model hipotezinin testi için sıfır hipotezi,

$$H_0 : E \left\{ m_0^2 \right\} = E \left\{ s_0^2 \right\} \quad (46)$$

biçiminde kurulur. Seçenek hipotezleri, tek yönlü testlerde

$$\begin{aligned} H_{s1} : E \left\{ m_0^2 \right\} &< E \left\{ s_0^2 \right\} \\ H_{s1} : E \left\{ m_0^2 \right\} &> E \left\{ s_0^2 \right\} \end{aligned} \quad (47)$$

olarak, çift yönlü testlerde ise

$$H_{s2} = E \{ m_0^2 \} \neq E \{ s_0^2 \} \quad (48)$$

olarak kurulur. Birim ölçünün öncül ve soncul değerleri yardımıyla hesaplanan test büyüklüğü,

$$T = \frac{m_0^2}{s_0^2} \quad ; \quad m_0 > s_0 \quad (49)$$

F-dağılım tablolarından yanılma olasılığı (α), payın serbestlik derecesi (f) ve paydanın serbestlik derecesine (f_f) göre alınan

$$q_1 = F_{f,f_f,1-\alpha} \quad \text{ya da} \quad q_2 = F_{f,f_f,1-\frac{\alpha}{2}} \quad (50)$$

değerleri ile karşılaştırılır. Test büyüklüğü, seçenек hipotezi H_{s1} ise q_1 ile seçenек hipotezi H_{s2} ise q_2 ile karşılaştırılır. Eğer test büyüklüğü tablo değerinden küçük ise ($T < q$), dengeleme modeli geçerlidir. Başka bir deyişle kurulan fonksiyonel model, gözlemler arasındaki geometrik ve fiziksel ilişkilere uygundur. Stokastik model, gözlemlerin duyarlıklarını ve aralarındaki korelasyonları yeterince yansıtmaktadır. Eğer test büyüklüğü tablo değerinden büyük ise ($T > q$), dengeleme modeli geçersizdir. Bu durum, ölçülerde kaba hata olması ya da fonksiyonel ve stokastik modellerin yanlış kurulması gibi nedenlerden kaynaklanabilir. Sıfır hipotezinin reddedilmesine bunlardan hangisinin neden olduğu bilinemez ve yukarıda verilen test ise bu konuda bilgi vermez. Bu durumda uyşumsuz ölçüler testi ile uyşumsuz ölçülerin ayıklanması gerekmektedir. Test sonucunda uyşumsuz ölçülerden arınmış ölçülerle yeni bir dengeleme işlemi yapılır ve model hipotezi testi yenilenir (Koch, 1980; Ayan, 1992b; Şimşek, 1992; Konak, 1994; Kara, 1998; Tanır, 2000; Bayrak, 2003).

1.4.2. Uyşumsuz Ölçüler Testi

Ölçülerin birinde yada birkaçında bulunan ve rasgele ölçü hatalarına çok yakın büyüklükte olan kaba hatalar kolaylıkla fark edilemezler ve dengeleme hesabı sonucunda bulunan büyüklükleri olumsuz yönde etkilerler. Bunlar ancak uyşumsuz ölçüler testi ile

belirlenebilirler. Uyuşumsuz ölçüler dengelemenin matematik modelinin geçersizliğine neden olabilir (Öztürk ve Şerbetçi, 1992; Ayan, 1992b; Şimşek, 1992).

Δ_j , j numaralı ölçüdeki kaba hata olmak üzere t-testi için fonksiyonel model her bir j ölçüsüne karşılık,

$$l + v = \begin{bmatrix} A & e_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \Delta_j \end{bmatrix} \quad (51)$$

şeklinde ayrı ayrı genişletilerek oluşturulur. Burada l, ölçü; v, düzeltme; x, bilinmeyenler ve e_j , j. değeri 1 olan sıfır vektörünü; A, katsayılar matrisini göstermektedir. Bu modelden j. ölçüdeki kaba hatanın büyüklüğü ve ters ağırlığı

$$\Delta_j = -\frac{e_j^T P v}{e_j^T P Q_{vv} P e_j}, \quad q_{\Delta\Delta} = \frac{1}{e_j^T P Q_{vv} P e_j} \quad (52)$$

biçiminde hesaplanır. Burada P, ölçülerin ağırlığını ve Q_{vv} , düzeltmelerin ters ağırlık matrisini göstermektedir. Genişletilmiş modelden birim ölçünün ortalama hatasının soncul değeri s_0 ve f, serbestlik derecesi olmak üzere

$$s_0 = \pm \sqrt{\frac{1}{f-1} \left(P v v - \frac{\Delta_j}{q_{\Delta\Delta}} \right)} \quad (53)$$

eşitliğinden hesaplanır. Kaba hatanın anlamlı olup olmadığını irdeleyebilmek için sıfır ve seçenek hipotezleri

$$H_0 : E(\Delta_j) = 0 \quad (54)$$

$$H_s : E(\Delta_j) \neq 0 \quad (55)$$

biçiminde kurulur. Test büyüklüğü

$$T = \frac{|e_j^T P v|}{s_0 \sqrt{e_j^T P Q_{vv} P e_j}} \quad (56)$$

şeklinde hesaplanır. Test büyüklüğü, α testin ve $\bar{\alpha}/2=1-\sqrt{1-\alpha}/2$ de t-dağılımının yanılma olasılığı olmak üzere $S=1-\alpha$ istatistik güvenle t-dağılımı cetvelinden alınan sınır değer ile karşılaştırılır.

$$T > t_{f-1, 1-\bar{\alpha}/2} \quad (57)$$

ise irdelenen ölçüde sayısal değeri Δ_j kadar olan anlamlı bir kaba hata vardır. Bu ölçülerden yalnızca en büyüğünün uyuşumsuz olduğuna karar verilir. İlgili ölçü, ölçü kümesinden çıkarılır ya da yeniden ölçülür. Uyuşumsuz ölçü kalmayıncaya kadar aynı işlemlere devam edilir. Kaba hatalı ölçülerin her iterasyonda ölçü kümesinden ayıklanması ve bir sonraki iterasyon adımında da işleme katılmaması ağın şeklini belirlemeye yetecek yeterli sayıda ölçünün kalmadığı durumlarda bir şekil bozukluğu (şekil defekt) oluşumuna yol açar. Böyle durumlarda ağın yapısını bozan ölçüler yinelenmelidir (Koch, 1980; Aksoy, 1984; Öztürk ve Şerbetçi, 1992; Yalçinkaya, 1994; Dilaver, 1996; Kuang, 1996; Konak, 1994; Şimşek, 1992).

1.5. GPS Ağlarında Duyarlık ve Güven Ölçütleri

Jeodezik GPS ağlarının kuruluş amaçlarına uygun olmaları, duyarlık ve güvenilirlik isteklerini yeterince karşılayabilecek yapıda olmalarına bağlıdır. GPS ağlarının, duyarlık ve güven isteklerini sağlayıp sağlamadığı duyarlık ve güven ölçütleri ile denetlenir.

1.5.1. Duyarlık Ölçütleri

Jeodezik ağlar için tanımlanan duyarlık ölçütlerinin büyük bir bölümü, noktalara göre tanımlanan ölçütlerdir. Bir jeodezik ağın duyarlılığına ilişkin bilgilerin tümü, koordinat bilinmeyenlerinin varyans–kovaryans matrisinde depolanmıştır. Bu nedenle, duyarlık ölçütlerinin hesaplanması için koordinat bilinmeyenlerinin varyans–kovaryans matrisinin tümünden ya da bir bölümünden yararlanılır (Grafarend, 1974; Baarda, 1977; Ayan, 1981; Öztürk ve Şerbetçi, 1992; Yalçinkaya, 1996; Yalçinkaya, vd., 2003b).

1.5.1.1. Lokal Duyarlık Ölçütleri

a) Koordinat Bilinmeyenlerinin Ortalama Hatası : Kuramsal varyans σ_0^2 'nin önceden bilindiği durumlarda, f , dengelemenin serbestlik derecesi; X , koordinat bilinmeyenleri vektörü kullanılarak koordinat bilinmeyenlerinin kuramsal ortalama hataları

$$\sigma_{x_i} = \sigma_0 \sqrt{q_{x_i x_i}} \quad (58)$$

biçiminde hesaplanır. Koordinat bilinmeyenlerinin ortalama hatalarının güven aralığı

$$P(a_i < \bar{x}_i \leq b_i) = 1 - \alpha = S \quad (59)$$

eşitliğinden hesaplanır. Güven aralığının sınır değerleri,

$$\begin{aligned} a_i &= \bar{x}_i - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sigma_{x_i} && \text{Kuramsal Güven Aralığının Alt Sınırı} \\ b_i &= \bar{x}_i + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sigma_{x_i} && \text{Kuramsal Güven Aralığının Üst Sınırı} \end{aligned}$$

olarak hesaplanır. Burada, $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$, standartlaştırılmış normal dağılım tablosundan alınan değerdir. Karesel ortalama hatanın dengeleme sonucunda deneysel olarak belirlendiği durumlarda,

$$m_{x_i} = m_0 \sqrt{q_{x_i x_i}} \quad (60)$$

biçiminde hesaplanır. Buradan güven aralığının sınır değerleri, t-tablo değeri kullanılarak,

$$\begin{aligned} a_i &= \bar{x}_i - t_{f, 1-\frac{\alpha}{2}} m_{x_i} && \text{Deneysel Güven Aralığının Alt Sınırı} \\ b_i &= \bar{x}_i + t_{f, 1-\frac{\alpha}{2}} m_{x_i} && \text{Deneysel Güven Aralığının Üst Sınırı} \end{aligned}$$

olarak hesaplanır.

b) Helmert Nokta Konum Hatası :

$$m_{P_i} = \sqrt{m_{X_i}^2 + m_{Y_i}^2 + m_{Z_i}^2} = m_0 \sqrt{q_{X_i X_i} + q_{Y_i Y_i} + q_{Z_i Z_i}} \quad (61)$$

c) Werkmeister Nokta Konum Hatası :

$$w_{P_i} = m_X m_Y m_Z \quad (62)$$

olarak hesaplanır (Öztürk ve Şerbetçi, 1992; Konak, 1994; Yalçinkaya, vd., 2003a).

d) Helmert Ortalama Hata ve Güven Elipsoidleri : Bir noktanın konum duyarlılığı Helmert elipsoidleri ile tanımlanabilir. Söz konusu elipsoidler, nokta konum hatalarına göre daha çok bilgi taşırlar. λ_i , Q_{xx} matrisinin özdeğerlerini göstermek üzere bir noktaya ilişkin ortalama hata elipsoidinin elemanları,

$$\begin{aligned} A_H &= m_0 \sqrt{\lambda_1} & \text{x yönündeki yarı eksen uzunluğu} \\ B_H &= m_0 \sqrt{\lambda_2} & \text{y yönündeki yarı eksen uzunluğu} \\ C_H &= m_0 \sqrt{\lambda_3} & \text{z yönündeki yarı eksen uzunluğu} \end{aligned} \quad (63)$$

biçiminde hesaplanır. j. nokta için A_H , B_H , C_H eksenlerinin dönüklükleri,

$$\begin{aligned} \cos \alpha_j &= \frac{M_j}{W_j} & A_H' \text{in x eksen yönündeki dönüklüğü} \\ \cos \beta_j &= \frac{N_j}{W_j} & B_H' \text{in y eksen yönündeki dönüklüğü} \\ \cos \gamma_j &= \frac{T_j}{W_j} & C_H' \text{in z eksen yönündeki dönüklüğü} \end{aligned} \quad (64)$$

biçimindedir. Buradaki ara değerler,

$$\begin{aligned} a &= -(q_{xx} + q_{yy} + q_{zz}) \\ b &= q_{xx}q_{yy} + q_{xx}q_{zz} + q_{yy}q_{zz} - q_{xy}^2 - q_{xz}^2 - q_{yz}^2 \\ c &= q_{xx}q_{yz}^2 + q_{yy}q_{xz}^2 + q_{zz}q_{xy}^2 - q_{xx}q_{yy}q_{zz} - 2q_{xy}q_{xz}q_{yz} \\ p &= b - (a^2/3) \end{aligned} \quad (65a)$$

$$q = c - (ab/3) + (2a^3/27)$$

$$\cos 3\varphi = \frac{-q}{2\sqrt{-\left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$

$$\lambda_1 = 2\sqrt{-(p/3)}\cos\varphi - (a/3)$$

$$\lambda_2 = 2\sqrt{-(p/3)}\cos(\varphi + 2\pi/3) - (a/3)$$

$$\lambda_3 = 2\sqrt{-(p/3)}\cos(\varphi + 4\pi/3) - (a/3)$$

(65b)

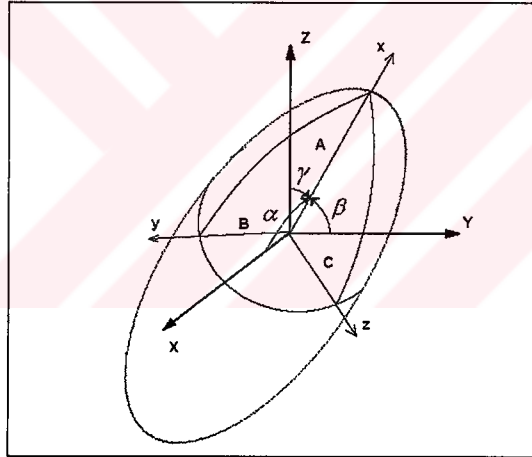
$$M_j = q_{xz}(q_{yy} - \lambda_j) - q_{xy}q_{yz}$$

$$N_j = (q_{xx} - \lambda_j)q_{yz} - q_{xy}q_{xz}$$

$$T_j = q_{xy}^2(q_{xx} - \lambda_j) - (q_{yy} - \lambda_j)$$

$$W_j^2 = M_j^2 + N_j^2 + T_j^2$$

olmak üzere, (63) ve (64) eşitlikleri yardımıyla Helmert nokta hata elipsoidleri çizilir (Şekil 6).



Şekil 6. Helmert hata elipsoidinin elemanları

Kuramsal güven elipsoidinin yarı eksenleri,

$$A_K = \sigma_0 \sqrt{\lambda_1 \chi_{3,1-\alpha}^2}$$

$$B_K = \sigma_0 \sqrt{\lambda_2 \chi_{3,1-\alpha}^2}$$

$$C_K = \sigma_0 \sqrt{\lambda_3 \chi_{3,1-\alpha}^2}$$

(66)

eşitliğinden, deneysel güven elipsoidinin yarı eksenleri de,

$$\begin{aligned}
A_G &= m_0 \sqrt{\lambda_1 3F_{3,f,1-\alpha}} \\
B_G &= m_0 \sqrt{\lambda_2 3F_{3,f,1-\alpha}} \\
C_G &= m_0 \sqrt{\lambda_3 3F_{3,f,1-\alpha}}
\end{aligned} \tag{67}$$

eşitliğinden hesaplanır. GPS ağılarında hata ile güven elipsoidleri arasındaki ilişkinin gösterilmesi amacıyla farklı serbestlik dereceleri ve istatistik güvene bağlı olarak c çarpanı

$$c = \sqrt{3F_{3,f,1-\alpha}} \tag{68}$$

biçiminde hesaplanır (Tablo 3).

Tablo 3. Farklı serbestlik dereceleri ve istatistik güvene bağlı olarak hesaplanan F-tablo değerleri ve hata elipsoidlerinin c çarpanları

Serbestlik Dereceleri	F-Tablo (S = 90%)	c	F-Tablo (S = 95%)	c	F-Tablo (S = 99%)	c
1	53,593	12,680	215,710	25,439	5403,40	127,320
2	9,162	5,243	19,164	7,582	99,166	17,248
3	5,391	4,022	9,277	5,275	29,457	9,401
4	4,191	3,546	6,591	4,447	16,694	7,077
5	3,620	3,295	5,410	4,028	12,060	6,015
10	2,728	2,861	3,708	3,335	6,552	4,434
15	2,490	2,733	3,287	3,140	5,417	4,031
20	2,380	2,672	3,098	3,049	4,938	3,849
30	2,276	2,613	2,922	2,961	4,510	3,678
60	2,177	2,556	2,758	2,877	4,126	3,518
∞	2,084	2,500	2,605	2,796	3,782	3,368

Serbestlik derecesi ve istatistik güvene göre Tablo 3'den alınacak c çarpanı ile güven elipsoidinin yarı eksenleri

$$\begin{aligned}
A_G &= cA_H = m_0 \sqrt{\lambda_1 3F_{3,f,1-\alpha}} \\
B_G &= cB_H = m_0 \sqrt{\lambda_2 3F_{3,f,1-\alpha}} \\
C_G &= cC_H = m_0 \sqrt{\lambda_3 3F_{3,f,1-\alpha}}
\end{aligned} \tag{69}$$

eşitliklerinden de hesaplanabilir. Tablo 3’de görüldüğü gibi istatistik güven $S = 1 - \alpha = \%95$ seçilirse fazla ölçü sayısının ∞ olduğu durumda, F-tablo değeri $F_{3,\infty,0.95} = 2,605$ olduğundan c çarpanı,

$$c = \sqrt{3F_{3,\infty,0.95}} = 2.796 \quad (70)$$

hesaplanır ve GPS ağlarında güven ve hata elipsoidleri arasındaki ilişki

$$\begin{aligned} A_{H\%95} &= A_G \cong 2.8 A_H \\ B_{H\%95} &= B_G \cong 2.8 B_H \\ C_{H\%95} &= C_G \cong 2.8 C_H \end{aligned} \quad (71)$$

eşitlikleri ile ifade edilebilir. $\tilde{x}$, bilinmeyenlerin gerçek değerleri olmak üzere güven elipsoidlerinin olasılık bağıntısı,

$$P\left\{\left(\tilde{x} - x\right)^T Q_{ii}^{-1} \left(\tilde{x} - x\right) \leq 3m_0^2 F_{3,f,1-\alpha}\right\} = 1 - \alpha \quad (72)$$

ve hata elipsoidlerinin olasılık bağıntısı,

$$P\left\{\left(\tilde{x} - x\right)^T Q_{ii}^{-1} \left(\tilde{x} - x\right) \leq m_0^2\right\} = 1 - \alpha \quad (73)$$

karşılaştırılırsa, hata elipsoidlerinde F-tablo değerinin,

$$3F_{3,f,1-\alpha} = 1 \quad , \quad F_{3,f,1-\alpha} = 0, \bar{3} \quad (74)$$

gibi bir sabit sayı olduğu ortaya çıkar. Serbestlik derecesine bağlı olarak hata elipsoidinin istatistik güven değerleri Tablo 4’de verilmiştir (Wolf ve Ghilani, 1997; Öztürk ve Şerbetçi, 1992; Yalçınkaya, vd., 2003a).

Tablo 4. Farklı serbestlik derecelerinde hata elipsoidinin istatistik güveni (Yalçinkaya, vd., 2003a)

Serbestlik Derecesi	Hata Elipsoidinin İstatistik Güveni
1	0,182
2	0,192
5	0,197
10	0,198
∞	0,199

Tablo 4 incelendiğinde, bir noktanın geometrik yeri olarak düşünülen hata elipsoidi içine düşme olasılığının %18-%20 arasında değiştiği görülür. Bir noktanın güven elipsoidi için düşme olasılığı ise istatistik güven S, %90, %95 ya da %99 olarak serbestçe seçilebilmektedir (Wolf, 1975; Öztürk ve Şerbetçi, 1992; Yalçinkaya, vd., 2003a).

e) Bağlı Hata Elipsoidleri : Herhangi iki ağ noktasının birbirlerine göre konumları koordinatların farklarının bir fonksiyonu olarak düşünüldüğünde, bağlı hata kavramından söz edilir. Hesaplanan bağlı hata elipsoidlerinin geometrik yeri, iki noktayı birleştiren doğrunun orta noktası olarak düşünülür. i ve k noktalarının koordinat farklarından oluşan d vektörü, I birim matris olmak üzere,

$$d = \begin{bmatrix} -I & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ x_k \\ y_k \\ z_k \end{bmatrix} = FX \quad (75)$$

ve ters ağırlık matrisi,

$$Q_{dd} = FQ_{xx}F^T$$

$$Q_{dd} = Q_{ii} + Q_{kk} - Q_{ik} - Q_{ik}^T = \begin{bmatrix} q_{d_x d_x} & q_{d_x d_y} & q_{d_x d_z} \\ q_{d_y d_x} & q_{d_y d_y} & q_{d_y d_z} \\ q_{d_z d_x} & q_{d_z d_y} & q_{d_z d_z} \end{bmatrix} \quad (76)$$

eşitlikleri ile ifade edilir. Bağlı hata ve güven elipsoidinin yarı eksenleri ve dönüklükleri de (63, 64 ve 65) eşitliklerinde verilen temel bağıntılara göre Q_{dd} matrisinden hesaplanır (Wolf, 1975; Papo ve Stelzer, 1985; Atasoy, 1987; Konak, 1994; Kurt, 1996; Yalçinkaya, vd., 2003a).

1.5.1.2. Global Duyarlık Ölçütleri

Duyarlık ölçütlerinin ağıın tamamından belirlenmesi istendiğinde kuramsal yada deneysel olarak hesaplanan varyans-kovaryans matrisinden yararlanılır. Bu ölçütlerden genelde ağıın optimizasyonu amacıyla yararlanılır.

a) Güven Hiperelipsoidi : Jeodezik ağı koordinatlarının duyarlığı $3n$ boyutlu ve n noktalı bir ağıda, $3n$ serbestlik dereceli bir istatistik güvenle belirlenmek istendiğinde güven hiperelipsoidleri kullanılır. Güven ya da hata elipsoidleri nokta duyarlıkları konusunda diğer ölçütlere göre daha çok bilgi taşırlar ve serbest dengelenen ağılarda kullanılan koordinat sisteminin dönüklük ve ötelemesinden bağımsızdırlar. Güven hiperelipsoidinin kuramsal ve deneysel yarı eksenleri A_{KH_i} ve A_{DH_i} ,

$$A_{KH_i} = \sigma_0 \sqrt{\lambda_i \chi_{3p,1-\alpha}^2} \quad (77)$$

$$A_{DH_i} = m_0 \sqrt{3\lambda_i F_{3p,f,1-\alpha}} \quad (78)$$

eşitlikleri ile hesaplanır (Konak, 1994).

b) Hacim Ölçütü : Kuramsal ve deneysel güven hiperelipsoidlerinin hacimlerine ilişkin determinant değerleri,

$$\begin{aligned} \det(\Sigma_{xx}) &= \sigma_0^2 \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{3p} = \sigma_0^2 \prod_{i=1}^{3p} \lambda_i \\ \det(K_{xx}) &= m_0^2 \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{3p} = m_0^2 \prod_{i=1}^{3p} \lambda_i \end{aligned} \quad (79)$$

ağıın tümü için geçerli duyarlık ölçütü olarak ele alınabilir. Ağıın bir noktasına ilişkin güven hiperelipsoidinin hacim ölçütü Werkmeiser nokta hatasına denk düşer. Amaç fonksiyonunda hacim ölçütünün minimum olması öngörülür (Öztürk, 1987).

c) Varyans Ölçütü : Varyans ölçütü kuramsal ve deneysel varyans-kovaryans matrislerinin ana köşegen elemanlarının toplamı,

$$\begin{aligned} iz(\sum_{xx}) &= \sigma_0^2 iz(Q_{xx}) = \sigma_0^2 (\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_{3p}) = \sigma_0^2 \sum_{i=1}^{3p} \lambda_i \\ iz(K_{xx}) &= m_0^2 iz(Q_{xx}) = m_0^2 (\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_{3p}) = m_0^2 \sum_{i=1}^{3p} \lambda_i \end{aligned} \quad (80)$$

olarak ele alınır ve varyans ölçütü minimum olması istenen amaç fonksiyonudur. Varyans ölçütünün ayırma gücü, hacim ölçütünün ayırma gücünden çok fazladır. Bu nedenle ağın iç duyarlılığının yüksek olması istenildiğinde amaç fonksiyonu olarak varyans ölçütü seçilir.

d) Ortalama Koordinat Duyarlılığı : Üç boyutlu ağılarda ortalama koordinat duyarlılıklarının ulaşılabilir değerleri, $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ ve gerçekleştirilen değerleri, m_x, m_y, m_z olmak üzere;

$$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z = \sigma_0 \sqrt{\frac{iz(Q_{xx})}{3p}} ; \quad m_x, m_y, m_z = m_0 \sqrt{\frac{iz(Q_{xx})}{3p}} \quad (81)$$

eşitlikleri ile hesaplanır (Öztürk ve Şerbetçi, 1992; Konak, 1994).

e) Özdeğer Ölçütü : Kurulması planlanan bir ağda bilinmeyenlerinin belirli bir fonksiyonun karesel ortalama hatasının minimum olması amaç fonksiyonu olarak benimsenebilir. Örneğin, ülke nirengi ağında komşu noktalara olan uzaklıkların karesel ortalama hatalarının minimum olması ya da ağı duyarlılık yönünden homojen ve izotrop olması öngörülebilir. Bilinmeyenlerin herhangi bir fonksiyonu en genel biçimiyle,

$$f = F(X) \quad (82)$$

şeklinde yazılabilir. Karesel ortalama hatanın minimum olması öngörülen bu fonksiyonun diferansiyeli,

$$\begin{aligned} df &= \frac{\partial F(X)}{\partial x} dx \\ a^T &= \frac{\partial F(X)}{\partial x} \end{aligned} \quad (83)$$

biçimindedir. Genel hata yayılma kuralı uygulanarak kuramsal ve deneysel varyans,

$$\begin{aligned}\sigma_f^2 &= \mathbf{a}^T \sum_{xx} \mathbf{a} = \sigma_0^2 \mathbf{a}^T \mathbf{Q}_{xx} \mathbf{a} \\ m_f^2 &= \mathbf{a}^T \mathbf{K}_{xx} \mathbf{a} = m_0^2 \mathbf{a}^T \mathbf{Q}_{xx} \mathbf{a}\end{aligned}\quad (84)$$

şeklinde elde edilir. Ağın planlanması aşamasında birim ölçünün karesel ortalama hatası m_0 henüz belirlenmemiş olduğundan, kuramsal varyansın olası değerleri Rayleigh ilişkisi,

$$\lambda_{\min} \leq \frac{\mathbf{a}^T \mathbf{Q}_{xx} \mathbf{a}}{\mathbf{a}^T \mathbf{a}} \leq \lambda_{\max} \quad (85)$$

eşitsizliği ile sınırlanabilir. Buradan minimum ve maksimum değerler kuramsal varyans-kovaryans matrisinin özdeğerlerinin minimum ve maksimum değerleridir. Söz konusu eşitsizlikte sadeleştirmeler yapıldığında,

$$\lambda_{\min} \cong \lambda_{\max} \quad (86)$$

koşulunu sağlayan jeodezik ağların homojen ve izotrop oldukları sonucuna varılır. Homojen bir ağda, güven elipsoidlerinin tümü benzer görünümlü ve aynı büyüklüktedir. İzotrop ağlarda, güven elipsoidlerinin yarı eksenleri birbirine eşit ve elipsoidler küre görünümündedir. Kısaca homojen ve izotrop bir ağda güven hiperelipsoidlerinin yarı eksenlerinin tümü birbirine eşittir. Bunun sonucunda özdeğerler arasında,

$$\lambda_1 \cong \lambda_2 \cong \dots \cong \lambda_{3p} \quad (87)$$

$$\lambda_{\max} - \lambda_{\min} \quad (88)$$

eşitliklerinde verilen ilişkiler vardır. Bu ilişkilerden seçilen amaç fonksiyonlarının her biri homojen ve izotrop bir ağı gösterir (Grafarend ve Sanso, 1985; Schmitt, 1984; Öztürk, 1987; Konak, 1994).

1.5.2. Güven Ölçütleri

Duyarlık ölçütleri yalnız başlarına sonuçların güvenilirliğini tanımlamada yetersiz kalırlar. Dengeleme modelinin geçerli olup olmadığı yada ölçülerin değerlendirmesi aşamasında model hataları oluşup oluşmadığı güven ölçütleriyle denetlenir. Güven

ölçütleri, jeodezik ağın geometrik yapısının model hatalarını ortaya çıkarma gücünü, başka bir deyişle ağın ölçülerdeki kaba hataları ortaya çıkarabilme kabiliyetini gösterir.

Bir jeodezik ağın ölçüleri ile bilinmeyenleri arasındaki geometrik ilişkileri ortaya koyan dengelemenin fonksiyonel modeli,

$$v = Ax - l \quad (89)$$

$$x = (A^T P A)^{-1} A^T P l = Q_{xx} A^T P l \quad (90)$$

olmak üzere (90) eşitliği (89)' da yerine konursa,

$$v = A Q_{xx} A^T P l - l = (A Q_{xx} A^T P - I) l \quad (91)$$

eşitliği elde edilir. (91) eşitliğine hata yayılma kuralı uygulanır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa

$$Q_{vv} = -A Q_{xx} A^T + Q_{ll} \quad (92)$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitlikten yararlanarak düzeltme denklemi

$$v = -Q_{vv} P l \quad (93)$$

biçiminde elde edilir. Buradan görülmektedir ki, bir ölçüye ilişkin v_i düzeltmesi, bütün ölçülerdeki hatalardan etkilenmektedir. Ölçülerden birinde oluşacak kaba hata, yine bu ölçünün düzeltilmesine büyük oranda yansımalıdır ki ilgili ölçü uyumsuz ölçüler testi ile ortaya çıkarılabilir. Bu nedenle ağda, herhangi bir ölçüde yapılacak hatanın yüzde kaçının bu ölçünün düzeltilmesine yansıtacağını gösteren ve ağ için bir güven ölçütü olan redundanz değerlerinin belirlenmesi gerekir (Ayan, 1981; Öztürk, 1982; Öztürk, 1987; Biacs, vd., 1990; Dilaver, 1996; Seemkoee-Amiri, 2001).

a) Redundanz Payı : Geçersiz bir dengeleme modeli yerine kurulan genişletilmiş fonksiyonel modelden, model hatalarının düzeltmelere etkisi

$$\bar{v} = v + \Delta v \quad (94)$$

$$\Delta v = -Q_{vv} P \Delta \quad (95)$$

biçimini alır. Burada, $\bar{v}$, hatalı düzeltmeyi; Δv , kaba hatanın düzeltmeye etkisini göstermektedir. (95) eşitliğinden herhangi bir ölçünün kaba hatasının bu ölçüye ilişkin düzeltmeye etkisi,

$$\Delta v_j = -(Q_w P)_{jj} \Delta_j = -r_j \Delta_j \quad (96)$$

olarak hesaplanır. Herhangi bir ölçüde yapılacak hatanın yüzde kaçının bu ölçünün düzeltmesine yansıtacağı her ölçü için,

$$r_j = (Q_w)_j P_j \quad (97)$$

eşitliğinden hesaplanan kısmi redundanz payı ile belirlenir. Ortalama redundanz payı,

$$r_0 = 1 - \frac{u}{n} \quad (98)$$

biçiminde belirlenir. İyi planlanmış ağlarda ortalama redundanz payının $r_0 > 0.5$ ve ölçülerin kısmi redundanzının da $r_j > 0.5$ ya da zorunlu hallerde $r_j > 0.3$ olması gerekir. $r_j \ll r_0$ olan ölçülerin güvenilirliğini artırmak için bu ölçülere dik yönde yeni ölçüler planlanmalıdır. Maliyet dikkate alındığında $r_j \gg r_0$ olan ölçüler, ölçü planından çıkarılmalıdır.

Jeodezik ağlarda, kaba hatalı ölçüleri ayırma gücü olan iç güvenilirlik ve ortaya çıkarılamayan model hatalarının dengeleme sonuçlarına olan etkilerini gösteren dış güvenilirlik önemli birer güven ölçütleridir. İç güvenilirlik ve dış güvenilirlik arasında güçlü bir ilişki vardır. İyi bir iç güvenilirlik iyi bir dış güvenilirliğin var olduğunun göstergesidir. Ayrıca bir jeodezik ağ küçük kaba hataları teşhis edebildiği zaman o ağın güvenilirliğinin yüksek olduğu kabul edilir (Baarda, 1968; Paper ve Niemeier, 1983; Öztürk ve Şerbetçi, 1992; Dilaver 1996).

b) İç Güven Ölçütü : Bir dengeleme hesabını hatalı gözlemler sonucu oluşan model hatalarından arındırmak için kurulan sıfır ve seçenek hipotezleri,

$$\begin{aligned} H_0 : E\{\Delta\} &= 0 \\ H_s &= E\{\Delta\} = a.c \end{aligned} \quad (99)$$

biçiminde oluşturulur. c , ölçülerin model hatalarına etkiye katsayısı; a , bir ölçek katsayısı olmak üzere ölçü hatalarının seçenek hipotezindeki değerleri, dış merkezlik parametresi

$$w = \frac{\Delta v P \Delta v}{\sigma_0^2} \quad (100)$$

eşitliğinde yerine konursa, α_0 , yanılma olasılığı; β_0 , testin gücü; $w_0 = f(\alpha_0, \beta_0, r, \infty)$ dış merkezlik parametresinin sınır değeri olmak üzere,

$$a^2 \geq \frac{w_0 \sigma_0^2}{c^T P Q_{vv} P c} \quad (101)$$

eşitliği elde edilir. Ölçülerden yalnızca 1_j ölçüsünde Δ_j büyüklüğünde kadar rasgele ölçü hatalarından büyük bir hata varsa $a = \Delta_j$ yazılarak, e_j , j . elemanı 1 olan bir birim vektörü olmak üzere,

$$\Delta_j^2 \geq \frac{w_0 \sigma_0^2}{e_j^T P Q_{vv} P e_j} = \frac{w_0 \sigma_0^2}{(P Q_{vv} P)_{jj}} \quad (102)$$

eşitliği ya da korelasyonsuz ölçülerin dengelendiği modellerde,

$$\Delta_j^2 \geq \frac{w_0 \sigma_0^2}{P_j r_j} \quad (103)$$

eşitliği elde edilir. Δ_j hatasının sınır değeri olarak

$$|\Delta_{0j}| = \sigma_0 \sqrt{\frac{w_0}{P_j r_j}} \quad (104)$$

eşitliği yazılır ve bir ölçüdeki kaba hatanın düzeltmeler üzerindeki etkilerini belirlemek için kullanılan bir sınır değeri olan iç güven ölçütü

$$|\Delta_{0j}| = m_0 \sqrt{\frac{w_0}{p_j r_j}} = m_j \sqrt{\frac{w_0}{r_j}} \quad (105)$$

eşitliğinden hesaplanır. İç güven ölçütü, hata sınırına yakın kaba hatalı ölçüleri ayırma gücüdür. Diğer bir deyişle, bir ölçüdeki hatanın açığa çıkarılabilmesi için en az ne büyüklükte bir değere ulaşması gerektiğini gösteren ölçüttür. Bu ölçüt, bir ağda yapılan ölçülerden herhangi birinin diğer ölçüler yardımıyla denetlenmesini sağlar. İyi planlanmış bir ağda iç güven ölçütü değerlerinin mümkün olduğu kadar küçük değerler alması ve $\Delta_{0j} \cong (6 \text{ ya da } 8) m_j$ sınır değerlerinin altında kalması gerekir.

c) Dış Güven Ölçütü : Herhangi bir ölçüde yapılan Δ_{0j} kadar bir hatanın koordinat bilinmeyenlerine etkisi, a_j , A matrisinin j. satırı; p_j , l_j ölçüsünün ağırlığı olmak üzere,

$$\begin{aligned} \Delta x &= Q A^T P e_j \Delta_{0j} \\ \Delta x &= Q a_j^T p_j \Delta_{0j} \end{aligned} \quad (106)$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitlikten, herhangi bir l_j ölçüsünde yapılan Δ_{0j} kadar bir hatanın ağdaki koordinat bilinmeyenlerinin tümünü etkilediği açıkça görülmektedir. Koordinat bilinmeyenleri vektörü x , ağda koordinatı değişmez alınan sabit noktalara bağlı olduğundan, koordinat hataları vektörü Δx 'de ağıın datumuna bağlıdır. Ağda başka noktaların koordinatları değişmez alınırsa bambaşka bir koordinat hataları vektörü Δx elde edilir. Ağıın dış güveni için datumla bağlı olmayan bir ölçüt elde edilmek istenirse,

$$\delta_{0j}^2 = \Delta x^T K_{xx}^{-1} \Delta x = \frac{1}{m_0^2} \Delta x^T Q_{xx}^{-1} \Delta x = \frac{1}{m_0^2} \Delta x^T Q^{-1} \Delta x \quad (107)$$

biçiminde bir tanım yapılabilir (Niemeier, 1985). Δx in (106) da verilen eşitliği (107) de yerine konup, gerekli düzenlemeler yapılırsa dış güven ölçütü,

$$\delta_{0j}^2 = \frac{1 - r_j}{r_j} w_0 \quad (108)$$

elde edilir. Dış güven ölçütü, ortaya çıkarılamayan bir model hatasının koordinat bilinmeyenlerine ya da bunların fonksiyonlarına etkime katsayısıdır. Ortaya çıkarılamayan bir model hatasının koordinat bilinmeyenlerine etkisi, bunun dengeli ölçülere etkisinden çok daha önemlidir. İyi planlanmış ve dengelemenin matematik modeli doğru kurulmuş bir ağda, hataların koordinatlara etkime katsayılarının mümkün olduğu kadar küçük değerler alması ve $\delta_{0j} \cong 6$ ya da 10 sınır değerinin altında kalması gerekir (Gründig ve Bahndorf, 1984; Biacs, vd., 1990; Öztürk ve Şerbetçi, 1992; Ayan, 1981; Konak, 1994; Dilaver, 1996; Kurt, 1996).

1.6. Jeodezik Ağların Optimizasyonu

Jeodezik ağların tasarımı, geliştirilmesi ya da iyileştirilmesi sırasında bir amaç fonksiyonu seçilerek ağın datumunun, geometrik şeklinin, ölçü duyarlıklarının ya da noktaların konumlarının en uygun biçimde belirlenmesi işlemine jeodezik ağların optimizasyonu denilmektedir. Sözelimi bir nirengi ağındaki doğrultu, kenar, düşey açı, yükseklik farkları, GPS ve azimut gözlemleri gibi ölçülerin sayılarının ve bunların ağ içindeki dağılımlarının belirlenmesi, ölçü elemanlarının duyarlıklarının saptanması bir jeodezik ağların optimizasyonu işlemidir.

Optimizasyon işlemi, seçilen amaç fonksiyonlarına ya da tasarım parametrelerine göre sınıflandırılabilir. Seçilen amaç fonksiyonlarına bağlı olarak duyarlık optimizasyonu, güven optimizasyonu ya da matematiksel optimizasyondan söz edilir. Buna karşılık belirlenmesi istenen tasarım parametrelerine göre; datum optimizasyonu (0. derece optimizasyon), konum optimizasyonu (I. derece optimizasyon), ölçü planının ve ölçü ağırlıklarının optimizasyonu (II. derece optimizasyon) ya da ağa bir takım ölçülerin veya noktaların eklenmesi durumunda III. derece optimizasyon gündeme gelir. Sözü edilen optimizasyon işlemleri, amaca uygun olarak geliştirilmiş simülasyon yöntemleri ya da analitik yöntemler ile gerçekleştirilir (Grafarend ve Sanso, 1985; Öztürk ve Şerbetçi, 1992; Konak, 1994).

1.6.1. Amaç Fonksiyonlarına Göre Optimizasyon

Jeodezik ağlarda amaç fonksiyonu, ağa ilişkin duyarlık isteklerinden oluşturulursa duyarlık optimizasyonu, güven ölçütlerinden oluşturulursa güven optimizasyonu söz konusu olur. Bazı durumlarda tasarımı ele alınan ağlarda yapılacak harcamaların ya da ölçü ve hesaplamalar için gerekecek zamanın belli bir değerden fazla olmaması öngörülebilir. Böyle durumlarda jeodezik ağ bir işletmeye, tasarımda bir yatırıma benzetilerek elde bulunan araç, malzeme, iş gücü, para ya da zamanın en uygun biçimde kullanılması problemi matematik optimizasyon yöntemi ile çözülür (Öztürk ve Şerbetçi, 1992).

1.6.1.1. Duyarlık Optimizasyonu

Optimizasyon işleminde noktalara göre tanımlanan, lokal ya da global duyarlık ölçütlerinden herhangi biri amaç fonksiyonu olarak seçilebilir. Ağın tüm duyarlık ölçütlerinin kaynağı olan varyans-kovaryans matrisinin bazı özel fonksiyonları, amaç fonksiyonu olarak seçildiğinde, bu amaç fonksiyonlarını sağlayan ağlar da optimizasyon deyimleri ile adlandırılmaktadır. Amaç fonksiyonlarını (Z) sağlayan ağlara verilen adlar aşağıda sıralanmıştır.

- *A-Optimal ağlar*, ağın global konum duyarlıklarından varyans ölçütünün,

$$Z = \text{iz}(\underline{K}_{xx}) \Rightarrow \min. \quad (109)$$

amaç fonksiyonu olarak seçildiği ağlardır.

- *D-Optimal ağlar*, varyans-kovaryans matrisinin determinantının,

$$Z = \det(\underline{K}_{xx}) \Rightarrow \min. \quad (110)$$

olmasının amaç fonksiyonu olarak seçildiği ağlardır.

- *E-Optimal ağlar*, varyans-kovaryans matrisinin özdeğerlerinden en büyüğünün,

$$Z = \lambda_{\max.} \Rightarrow \min. \quad (111)$$

olmasının amaç fonksiyonu olarak seçildiği ağlardır.

▪ *S-Optimal ağlar*, varyans-kovaryans matrisinin özdeğerlerinden en büyük ve en küçük eksenleri arasındaki farkların,

$$Z = \lambda_{\max.} - \lambda_{\min.} \Rightarrow \min. \quad (112)$$

olmasının amaç fonksiyonu olarak seçildiği ağlardır.

▪ *I-Optimal ağlar*, konum duyarlılıklarının her doğrultuda birbirine yakın olması için

$$Z = 1 - \lambda_{\min.} / \lambda_{\max.} \Rightarrow \min. \quad (113)$$

amaç fonksiyonu olarak seçildiği ağlardır (Grafarend ve Sanso, 1985; Ayan, 1981; Konak, 1994).

Ayrıca tasarım aşamasındaki ağın amaç fonksiyonu, örneğin noktaların konum hatalarının en küçük olması, ± 5 cm'yi aşmaması, ağın nokta hata elipslerinin büyük yarı eksenlerinin 5 cm'yi geçmemesi şeklinde yada güvenilirlik ölçütleriyle ağın kontrol edilebilirlik derecesini gösteren serbestlik derecesi bileşenlerinin 0,5 den küçük olmaması olarak da seçilebilir (Özşamlı, 1994).

Bir jeodezik ağın seçilen *skaler amaç fonksiyonu ile duyarlık optimizasyonunda* şu adımlar izlenebilir.

▪ Ağın tesis edileceği bölgeye ait haritadan faydalanılarak ağ noktalarının konumları, en iyi duyarlık ve güven değerlerini sağlayan karelej ağ geometrisine göre belirlenmeye çalışılır.

▪ Ölçüler, minimum veya maksimum ölçü planı olacak şekilde tasarlanır. Serbest ağ dengelemesi yöntemine göre ağın dengelemesi yapılır.

▪ Global duyarlık ölçütlerinden seçilen skaler amaç fonksiyonu hesaplanır.

▪ Ağdaki lokal duyarlık ölçütleri (koordinat duyarlılıkları, nokta konum duyarlılıkları, nokta ve bağıl hata elipsoidi elemanları) hesaplanır.

▪ Amaç fonksiyonuna en az etki yapan baz ölçü kümesinden atılarak maksimumdan minimum ölçü planına doğru veya amaç fonksiyonuna en fazla etki yapan baz ölçü kümesine ilave edilerek minimumdan maksimum ölçü planına doğru gidilir. Amaç fonksiyonuna en fazla ve en az etki yapan bazlar lokal duyarlık ölçütlerine bakılarak belirlenir.

▪ Duyarlığın ölçülere bağlı olarak yeterince iyileştirilemediği noktaların bulunduğu bölgelerde yeni noktalar ve ölçüler planlanır.

▪ Skaler duyarlık amaç fonksiyonunun değerlerindeki değişimler azaldığında ve lokal duyarlık ölçütlerine homojen bir yapı kazandırıldığında ağın maliyeti de göz önüne alınarak duyarlık optimizasyonu sonlandırılarak tesis ve ölçü işlerine başlanır.

1.6.1.2. Güven Optimizasyonu

Jeodezik ağın güven optimizasyonunda, iyi planlanmış bir ağı tasarlamak için ölçülerin redundanz payları, ağın iç ve dış güven ölçütlerinden,

$$\begin{aligned} Z &= r_i > 0.5 \text{ ya da } r_i > 0.3 \\ Z &= \Delta_{0j} \cong (6 \text{ ya da } 8) m_j \\ Z &= \delta_{0j} \cong 6 \text{ ya da } 10 \end{aligned} \quad (114)$$

olacak şekilde amaç fonksiyonları seçilebilir. Bu amaç fonksiyonlarını sağlamak için yapılacak olan güven optimizasyonunda şu aşamalar izlenir.

▪ Ağda oluşabilecek model hatalarının denetlenmesi amacıyla ağın ortalama serbestlik derecesi (r_0) ve ölçülerin fazla ölçü sayısındaki payları (r_j) hesaplanır.

▪ Ölçülerin fazla ölçü sayısındaki payları r_j , ortalama fazla ölçü sayısı r_0 'dan çok küçük ($r_j < 0,30$) olursa ilgili ölçülerin diğer ölçüler yardımıyla yeterince denetlenemediklerine karar verilir. Söz konusu ölçülere dik yönde yeni ölçüler planlanır.

▪ İç güven ölçütleri Δ_{0j} ve ölçü hatalarının koordinatlara etkime katsayıları olan dış güven ölçütleri δ_{0j} hesaplanır.

▪ İç güven ölçütleri $\Delta_{0j} > 6m_j$ olan ölçülerin diğer ölçüler yardımıyla iyi denetlenemediklerine karar verilir ve bu ölçülere dik yönde yeni ölçüler planlanır.

▪ Gereğinde ağın masraf, zaman ve emek yönünden en uygun durumda bulunmasını sağlamak amacıyla $r_j \gg r_0$ ve $\delta_{0j} \leq 6$ olan ölçülerin diğer ölçüler tarafından çok iyi denetlendiklerine karar verilir. Bu türden ölçüler ölçü planından çıkarılır.

▪ Geliştirilmiş ölçü planı, son bir kez daha gözden geçirilir. Tasarımı yapılan ağın kullanım amaçları için yeterli olup olmadığı denetlenir.

▪ Tasarım kesinleştirilerek yapım ve ölçüm işlerine başlanır (Baarda, 1977; Gazdzicki, 1976; Öztürk ve Şerbetçi, 1992; Ayan, 1981; Konak, 1994; Dilaver, 1996; Kurt, 1996; Öncel, 1991; Tanır, 2000).

1.6.1.3. Matematiksel Optimizasyon

Bilimsel, teknik ya da ekonomik yatırımlarda; eldeki hammadde, işgücü, donanım ve maddi olanaklar ile en az birim zamanda en uygun kazanımlar amaçlanmaktadır. Yatırımların gerektirdiği önemli kısıtlayıcılar, parametrelerin belirli bir fonksiyonu olarak tanımlanabiliyorsa bir matematiksel optimizasyon söz konusu olur. Matematiksel optimizasyon işlemi genel olarak iki ilke ile özetlenebilir.

▪ *Maksimum İlkesi:* Hammadde, para, işgücü, zaman gibi belli kısıtlamalar ile örneğin miktar, kalite ya da doğruluk yönünden en çok kazanç sağlanması.

▪ *Minimum İlkesi:* Kazanç, kalite, duyarlık gibi belli bir amaç için örneğin hammadde, para, zaman ve işgücü yönünden en az harcama yapılması.

Jeodezik ağı, sınırlı donanım, işgücü ve maddi olanaklar ile en az birim zamanda en uygun duyarlık ve güvenilirlik ölçütlerini sağlaması istenir. Örneğin, kısıtlayıcılar sadece maliyet olarak ele alındığında, maliyet ile gözlem sayılarının bir fonksiyonu olan ölçü ağırlıkları arasında bir ilişki kurulabilir. Amaç fonksiyonu olarak uygun bir duyarlık ölçütü seçilir ve eldeki parayla gerçekleştirilebilecek ölçü sayısı (t) olmak üzere matematiksel optimizasyon problemi,

$$Z = \lambda_{\max} \Rightarrow \min \quad \text{Amaç Fonksiyonu} \quad (115)$$

$$\begin{cases} \sum P_i = t \\ P_i \geq 0 \end{cases} \quad \text{Kısıtlayıcılar} \quad (116)$$

şeklinde tanımlanır. Optimizasyon problemi yukarıdaki parametreler yer değiştirilerek de

$$Z = \sum P_i \Rightarrow \min \quad \text{Amaç Fonksiyonu} \quad (117)$$

$$\begin{cases} \lambda_{\max} = c \\ P_i \geq 0 \end{cases} \quad \text{Kısıtlayıcılar} \quad (118)$$

biçiminde oluşturulabilir. Burada c, sabit bir değerdir. Her iki optimizasyon probleminin çözümü ölçü ağırlıklarının hesaplanması anlamına gelmektedir (Grafarend 1974; Grafarend ve Sanso, 1985; Ayan, 1992a).

1.6.2. Tasarım Parametrelerine Göre Optimizasyon

Jeodezik ağların optimizasyonu problemi, belirlenmesi gereken tasarım parametrelerine göre 0. derece, I. derece, II. derece ve III. derece optimizasyon olarak adlandırılır.

0. Derece Optimizasyon: Ağ noktalarının konumlarının ya da bunların fonksiyonlarının karesel ortalama hatalarının en küçük olmasını öngören duyarlık optimizasyonu probleminde, amaç fonksiyonunun gerçekleşmesi için ağın datumunun en uygun biçimde belirlenmesi işlemine 0. Derece Optimizasyon adı verilir. Bu optimizasyon işleminde, ağın geometrik yapısı ve ölçü duyarlıkları bilinmekte ve sabit alınmaktadır.

I. Derece Optimizasyon: Ağın datumunun, ölçü duyarlıklarının ve gözlem planının bulunduğu varsayılarak en uygun yaklaşık koordinatların belirlenmesi işlemlerine I. derece optimizasyon adı verilir. Bu optimizasyon işleminde, noktaların yaklaşık koordinatları ile ağın geometrik yapısı bilinmekte, ağın geometrik şekli, diğer bir anlatımla A katsayılar matrisi en uygun duruma getirilmektedir. En uygun yaklaşık koordinatlar belirlendiğinden bu optimizasyona aynı zamanda konum optimizasyonu denilmektedir. I. derece optimizasyon işlemi, ağın yaklaşık koordinatlarına ve ölçü planına bağımlı olduğundan literatürde en uygun ölçü planının belirlenmesi olarak da adlandırılmaktadır.

II. Derece Optimizasyon: Ağın datumunun, geometrik yapısının ve ağda gerçekleştirilebilecek ölçü türlerinin duyarlıklarının bulunduğu durumlarda amaç fonksiyonunun gerçekleşmesi için En Uygun Gözlem Planının ya da En Uygun Ağırlık Dağılımının belirlenmesi işlemleri II. Derece Optimizasyon adını almaktadır. İkinci derece optimizasyon işleminde, en uygun ağırlık dağılımının belirlenmesi aşamasında sıfıra çok yakın (çok küçük) ya da dağılıma uymayan (çok büyük) ağırlıklar ile fiziksel bir anlam

taşımayan sıfırdan küçük ağırlıklara karşılık gelen ölçüler ölçü planından çıkarıldığından, bu işlemle aynı zamanda ölçü planı da en uygun duruma getirilmektedir. Bu nedenlerden dolayı, ikinci dereceden optimizasyon işleminde ağırlık optimizasyonu ile ölçü planı optimizasyonu birlikte ele alınmaktadır.

III. Derece Optimizasyon : Belirlenen duyarlık ve güven ölçütlerine uygun olmayan bir jeodezik ağı, seçilen amaç fonksiyonunu sağlayacak biçimde geliştirilmesi ve iyileştirilmesi işlemlerine III. Derece Optimizasyon denilmektedir. Böyle bir optimizasyon işleminde, ağa yeni ölçüler veya yeni noktalar katılarak yada eklenen ölçülerin ağırlıkları hesaplanarak ağın geometrisi geliştirilip iyileştirilebilir. Bu durumlarda konum optimizasyonu, ölçü planının optimizasyonu ve ağırlık optimizasyonu birlikte ele alınmaktadır (Grafarend, vd., 1979; Kuang ve Chrzanowski, 1992; Öztürk ve Şerbetçi, 1992; Konak, 1994).

1.6.2.1. 0. Derece Optimizasyon

0. Derece Optimizasyonda amaç fonksiyonunun gerçekleşmesi için ağın datumu en uygun duruma getirilir. Duyarlık istekleri, ağın datum parametrelerinin (konum, ölçek ve yöneltme) seçimine bağlıdır. Ağ noktalarının birkaçının sabit alındığı ağlarda bağlı duyarlık ölçütlerinden, noktaların tümünün koordinatlarının bilinmeyenler olarak seçildiği serbest ağlarda iç duyarlık ölçütlerinden söz edilir. Gerek ülke nirengi ağları gerekse deformasyonların izlenmesi amacıyla kurulan ağlar, koordinat eksenlerine bağlı dış parametrelerin hatalarından bağımsız iç duyarlık ölçütlerine göre irdelenirler ve seçilen amaç fonksiyonuna göre geliştirilip iyileştirilebilirler (Wolf, H., 1973).

Datum parametrelerinin tümünün veya bir kısmının bilinmediği durumlarda datum problemi oluşur. Datum problemi,

- kısmi iz minimum,
- tüm iz minimum
- zorlamasız dengeleme

gibi serbest ağ yöntemlerinden biri kullanılarak çözülebilir.

Serbest ağ yönteminde normal denklem katsayılar matrisi (N) tekil yapıda oluşur ve matrisin tersi (Q_{xx}) Cayley tersiyle alınamaz. Matrisin tersi genelleştirilmiş matris cebrindeki

$$\begin{aligned}
NN^+ &= N \\
A^+AA^+ &= A^+ \\
(AA^+)^T &= AA^+ \\
(A^+A)^T &= A^+A
\end{aligned} \tag{119}$$

kuralların tümünü sağlayan Moore-Penrose (psoydo) tersiyle

$$Q_{xx} = N^+ = (N + BB^T)^{-1} - G(G^TBB^TG)^{-1}G^T \tag{120}$$

eşitliğinden hesaplanır. Moore-Penrose tersinde, dengeleme bilinmeyenleri x olmak üzere, $x^Tx = \min$ ve $\text{iz}(Q_{xx}) = \min$. koşulları sağlanmış olur. Burada G matrisi ağın bütün noktalarının koordinatlarından oluşturulan ve $G^Tx = 0$; $G^Tn = 0$; $AG = 0$; $Q_{xx}G = 0$ koşullarını sağlayan dönüşüm matrisidir (Wolf, 1973; Baarda, 1973; Grafarend ve Sanso, 1985).

Kısmi iz minimum yönteminde, ağ noktalarının bir kısmının koordinatlarına karşılık “1” diğer noktalar için “0” alınarak oluşturulan E matrisi ile

$$B = E G \tag{120a}$$

dönüşümüne göre (120) eşitliğinden çözüm yapılır. Tüm iz minimum yönteminde,

$$B = G \tag{120b}$$

alınır ve (120b) eşitliği (120) eşitliğinde yerine konularak oluşan,

$$Q_{xx} = N^+ = (N + GG^T)^{-1} - GG^T \tag{121}$$

eşitliği ile çözüm yapılır. Zorlamasız dengeleme çözümünde ise E matrisi datum parametre sayısı kadar nokta koordinatlarına karşılık “1” diğer noktalar için “0” alınarak oluşan E matrisi ile (120a) eşitliğine göre yapılan dönüşümle (120) eşitliğine göre çözüm yapılır.

G matrisi aynı zamanda özdeğeri sıfıra eşit olan normlandırılmış özvektörlerden de oluşturulabilir. Özvektör (S) ve özdeğer matrisi (D), $\lambda_i = 0$ olan özdeğerlerle ilgili sütunlar sona gelecek şekilde oluşturulursa normal denklem matrisi (N)

$$N = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} S_1^T \\ S_2^T \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (122)$$

biçiminde olur. Eşitlikten görüldüğü gibi N matrisinin tersi

$$N^+ = S_1 D_1^{-1} S_1^T \quad (123)$$

biçiminde yada $\lambda_i = 0$ olan özdeğerlere karşılık gelen S_2 vektörü biliniyorsa $G = S_2$ alınarak (121) eşitliğinden hesaplanır. (Wolf, 1973; Baarda, 1973; Grafarend, vd., 1979; Grafarend ve Sanso, 1985; Öztürk ve Şerbetçi, 1992; Ayan, 1992a; Yalçinkaya, 1994; Konak, 1996).

1.6.2.2. I. Derece Optimizasyon

I. derece optimizasyon probleminde, noktaların yaklaşık koordinatları ile ağı geometrik yapısı bilinmekte, ağı geometrik şekli, diğer bir anlatımla A katsayılar matrisi en uygun duruma getirilmektedir. I. derece optimizasyon işleminde konum optimizasyonu ile ölçü planının optimizasyonu birlikte ele alınmaktadır. Diğer bir deyişle jeodezik ağlarda şekil optimizasyonu iki parametreye bağlıdır. Bunlar,

- Jeodezik ağ noktalarının yerlerinin optimal olarak saptanması,
- Ağ noktalarını birbirine bağlayan ölçülerin optimal seçilmesi, yani ölçü planının optimal olarak hazırlanmasıdır.

Jeodezik ağ noktalarının yerlerinin amaç fonksiyonunu maksimum veya minimum yapacak şekilde belirlenmesi problemi, günümüzde matematiksel olarak en genel şekliyle çözülememiştir. Ağ noktalarının örneğin duyarlık açısından optimal yeri, bir matematiksel modelden yaklaşık koordinatların elde edilmesi olarak çözülsün bile, bu noktaların konumları tesise uygun olmayabilir. Bu nedenle parametreleri yaklaşık koordinatlar olan birinci derece optimizasyon ancak bazı özel durumlarda uygulama alanı bulmaktadır. Buna kestirme noktalarının yerlerinin optimal olarak saptanması sorunu örnek olarak gösterilebilir. GPS ölçmelerinde ise her ne kadar noktaların gökyüzü görüşü sorgulanmaktaysa da noktaların birbirini görmeleri gerekmemektedir. Bu durumda noktaların araziye tesis edilebileceği alan sınırlaması azalmıştır. Diğer bir deyişle GPS

ağlarında I. derece optimizasyonun uygulanabilirliği büyük oranda artmıştır (Grafarend, vd., 1979; Ayan, 1981).

Ölçü planının optimal olarak belirlenmesi probleminde, noktaların yerleri arazi koşullarına göre saptanmış kabul edilerek hangi elemanın ölçülmesi durumunda amaç fonksiyonunun en iyi değerde olacağı araştırılır. GPS ölçmelerinde, ilk adımda noktaların konumları kısıtlayıcılara (gökyüzü görüşü, zemin yapısı vs.) göre belirlenir. İkinci adımda ise, ağda yapılabilecek ölçülerin amaç fonksiyonunu en iyi sağlayacak biçimde seçilmesine çalışılır. (Grafarend ve Sanso, 1985; Kuang, 1992a; Gerasimenko, 1991; Ayan, 1981; Konak, 1994).

1.6.2.3. II. Derece Optimizasyon

İkinci derece optimizasyon işleminde, en uygun ağırlık dağılımının belirlenmesi aşamasında sıfıra çok yakın (çok küçük) ya da dağılıma uymayan (çok büyük) ağırlıklar ile fiziksel bir anlam taşımayan sıfırdan küçük ağırlıklara karşılık gelen ölçüler ölçü planından çıkarıldığından, bu işlemle aynı zamanda ölçü planı da en uygun duruma getirilmektedir. Bu nedenlerden dolayı, ikinci dereceden optimizasyon işleminde ağırlık optimizasyonu ile ölçü planı optimizasyonu birlikte ele alınmaktadır (Grafarend, vd., 1979; Kuang, 1992b; Öztürk ve Şerbetçi, 1992; Ayan, 1992a; Konak, 1994).

Ölçü Planının Optimizasyonu : Bir ölçü planının optimizasyonu işleminde, ağırlık datumunun, ağ noktalarının yaklaşık koordinatlarının ve ölçü duyarlıklarının belli olduğu varsayılmakta ve ağda yapılabilecek en uygun gözlem planının belirlenmesi istenmektedir. Tasarlanan ağların genellikle her yönde homojen ve izotrop bir yapıda olması istenir. Amaç fonksiyonu olarak, her yönde homojen ve izotrop yapıdaki duyarlık isteklerini yansıtan ölçüt matrisleri kullanılır. Ölçüt matrisleriyle, ölçü planının duyarlık optimizasyonunda aşağıda verilen adımlar uygulanır.

- Ağda beklenen duyarlık isteklerini yansıtan ölçüt matrisi C_{xx} oluşturulur. Ölçüt matrisleri, ağırlık geometrik şeklini temsil eden karakteristik uzunluğa bağlı olarak seçilen bir dağılım fonksiyonuna göre hesaplanır. Hesaplanan ölçüt matrislerinin ağırlık geometrik şekline, ulaşılabilecek duyarlık ve güven ölçütlerinin kapasitesine uygun olarak oluşturulması gerekir.

- Tasarlanan ölçü planından yararlanarak gerçekleştirilebilecek varyans-kovaryans matrisi K_{xx} hesaplanır.

▪ Duyarlık yönünden en zayıf noktayı tanımlayan $\lambda_{\max}$ ana varyans bileşeni ile bu zayıflığın yönünü ve büyüklüğünü tanımlayan $b_{\max} = S_i \sqrt{\lambda_{\max}}$ ana bileşen vektörü belirlenir.

▪ Duyarlık yönünden zayıf bulunan noktalarda ek ölçü planı düzenlenir ve varyans-kovaryans matrisi K_{xx} yeniden hesaplanır. Hesaplanan ana varyans bileşenlerinin beklenen değere yaklaşma oranına göre önceki adımlar, yinelenabilir.

▪ Varyans-kovaryans matrisi K_{xx} ile ölçüt matrisi C_{xx} 'in eşdeğer olup olmadıkları

$$B = C_{xx}^{-1} K_{xx} \quad (124)$$

matrisinin özdeğerlerinden en büyüğü olan $\lambda_{\max}$

$$\lambda_{\max} \leq 1 \quad (125)$$

eşitsizliğini sağladığında ağıın ölçü planının duyarlık yönünden en uygun duruma getirildiğine karar verilir.

Ölçü planının optimizasyonunda, ağıın güvenilirliğinin de iyileştirilmesi gerekir.

Bunun için,

- Ölçülerin fazla ölçü sayısındaki payları (r_j) (97) eşitliğinden hesaplanır.
- Ortalama fazla ölçü sayısı $r_0 = 1 - u/n$ hesaplanır.
- $r_j \ll r_0$ ya da iç güven ölçütü $\Delta_{0j} \geq 6m_j$ olan ölçülere dik yönde yeni ölçüler planlanır.

▪ Emek ve zaman yönünden de bir en uygunlaştırmanın söz konusu olduğu durumlarda $r_j \gg r_0$ ya da dış güven ölçütü $\delta_{0j} \leq 6$ olan ölçüler de ölçü planından çıkarılır.

▪ Güven ölçütleri emek, zaman optimizasyonu yönünden de tekrar gözden geçirilerek yapım ve ölçüm işlemlerine geçilir.

Bir jeodezik ağıın en uygun hale getirilmesinin bir ölçütü olarak kabul edilen güven ölçütleri için uygun sınır değerler Tablo 5'de verilmiştir.

Tablo 5. Jeodezik ağırlarda güvenilirlik ölçütlerinin sınır değerleri

Redundanz Payı $r_j = (Q_{vv} P)_{jj}$	İç Güven $k = \frac{\Delta_{oj}}{m_j}$	Dış Güven δ_{oj}	Güvenirlik
$0 \leq r_j < 0.01$	$30 \leq k < \infty$	$25 \leq \delta_{oj} < \infty$	Denetlenemez
$0.01 \leq r_j < 0.10$	$10 \leq k < 30$	$15 \leq \delta_{oj} < 25$	Zayıf denetlenir
$0.10 \leq r_j < 0.30$	$6 \leq k < 10$	$8 \leq \delta_{oj} < 15$	Yeterince denetlenir
$0.30 \leq r_j < 1.00$	$0 \leq k < 6$	$0 \leq \delta_{oj} < 8$	Oldukça iyi denetlenir

Özet olarak, ölçü planının optimizasyonu duyarlık ve güven optimizasyonunun birlikte yürütüldüğü bir optimizasyon işlemidir. Emek ve zaman yönünden de ele alındığında optimizasyon işlemi aynı zamanda bir matematiksel optimizasyon biçimine dönüşür. Son adımda da beklenen duyarlık isteklerinin yeterince sağlanamadığı durumlarda üçüncü derece optimizasyon işlemi uygulanmalıdır (Grafarend ve Sanso, 1985; Kuang ve Chrzanowski, 1992; Konak, 1994).

Ölçü Ağırlıklarının Optimizasyonu : Ölçü planının optimizasyonu işlemlerinde beklenen duyarlık ve güven istekleri tam olarak sağlanamayabilir. Olanaklar ölçüsünde k sayıda ölçü yapılabildiği düşünülürse, böyle durumlarda ağırlıkların en uygun dağılımı hesaplanır.

Bir ağırlık optimizasyonu probleminde, ağırlık datumu, noktaların yaklaşık koordinatları, ölçü planı ve öncül varyansı bellidir.

▪ Ağırlık beklenen duyarlık isteklerini yansıtan ölçüt matrisi (C_{xx}) oluşturulur ve ters ağırlık matrisi,

$$Q_{xx} = \frac{1}{m_0^2} C_{xx} \quad (126)$$

eşitliğinden hesaplanır. Bu matrisin tersi alınarak,

$$A^T P A = Q_{xx}^{-1} = P_{xx} \quad (127)$$

eşitliğinden hesaplanan matris yardımıyla uygun bir algoritma ile ölçülerin ağırlık matrisi P hesaplanır.

▪ Hesaplanan ağırlıklardan sıfırdan küçük, sıfıra çok yakın, sıfıra eşit ya da dağılıma uymayan çok büyük değerli ağırlıklara karşılık gelen ölçüler ölçü planından çıkarılır.

▪ Önceki adımlar yinelenir. Önceki adımlardaki işlemlerin yapılması gerekmiyorsa bir sonraki adıma geçilir.

▪ Hesaplanan ağırlık matrisi yardımıyla gerçekleştirilecek varyans-kovaryans matrisi hesaplanır.

▪ Ölçüt matrisi ve gerçekleştirilecek varyans-kovaryans matrisinden

$$B = C_{xx}^{-1} K_{xx} \quad (128)$$

eşitliğinden hesaplanan matrisin en büyük özdeğeri $\lambda_{\max}$

$$\lambda_{\max} \leq 1 \quad (129)$$

eşitliğini sağlıyorsa, ağın duyarlık yönünden optimizasyon işlemi tamamlanır. Güven ölçütleri tekrar gözden geçirilerek tesis ve ölçüm işlerine başlanır (Konak, 1994).

1.6.2.4. III. Derece Optimizasyon

Belirlenen duyarlık ve güven ölçütlerine uygun olmayan bir jeodezik ağı, seçilen amaç fonksiyonunu sağlayacak biçimde geliştirilmesi ve iyileştirilmesi işlemleri III. Derece Optimizasyonla yapılır. Üçüncü derece optimizasyon probleminde en uygun duruma getirilmesi istenen parametrelerin bir bölümü önceden bilinmektedir. Böyle durumlarda;

▪ Ağa yeni ölçüler katarak ağın geometrik yapısı geliştirilip iyileştirilebilir. Ölçü planının bir bölümünün optimizasyonu anlamına gelen bu problemde en uygun durumda belirlenmesi istenen parametreler, A yapı matrisinin bir bölümünden oluşmaktadır.

▪ Bir jeodezik ağı geometrik yapısı, ağa yeni noktalar eklenerek de iyileştirilebilir. Bu durumda en uygunlaştırılması gereken parametreler, yeni noktaların koordinatlarını içeren bilinmeyenler vektörü x ve yapı matrisi A 'nın bir bölümü olur.

▪ Ağı geometrik yapısı, hem yeni noktalar eklenerek hem de ek ölçüler planlanarak da geliştirilebilir. Bu amaçla konum optimizasyonu, ölçü planının

optimizasyonu ve ağırlık optimizasyonu birlikte ele alınır. İşlemler simülasyon yöntemi uygulanarak, yapay verilerle deneme yanılma yoluyla adım adım yaklaşılarak gerçekleştirilir.

Üçüncü derece optimizasyon işleminde, ağın bir kısmı önceden oluşturulmuştur. Hem bu özellikten hem de ağa eklenmesi veya çıkarılması düşünülen her bir ölçü ya da ölçü grubu için doğacak hesaplama zamanından kazanmak amacıyla uygun algoritmalar geliştirilebilir (Cross, 1985; Gerasimenko, 1990; Öztürk ve Şerbetçi, 1992; Konak, 1994).

1.6.3. Çözüm Algoritmaları

Jeodezik ağların optimizasyonu işleminde, duyarlık ve güven ölçütleri ile bunlara bağlı olarak maliyet ve zaman gibi diğer ölçütler temel alınmaktadır. Optimizasyon işleminde kullanılan sayısal yöntemler ya da çözüm algoritmaları genel olarak iki ana başlık altında ele alınabilir (Cross, 1985; Schaffrin, 1982; Öztürk ve Şerbetçi, 1992; Konak, 1994).

- a) Simülasyon Yöntemleri
- b) Analitik (Direkt) Yöntemler

1.6.3.1. Simülasyon Yöntemleri

Simülasyon yöntemlerinde, bilgisayar destekli bir optimizasyon çözümü ve amaç fonksiyonu belirlenir. Amaçlanan ağ oluşturuluncaya kadar yinmeli çözüm yapılır. Örneğin ağın olası tüm gözlemleri ölçü planı olarak ele alınır ve her bir yinelemede amaç fonksiyonuna en az etkisi olan gözlem ölçü planından çıkarılır. Ya da başlangıçta duyarlık ve güven ölçütlerine bakılmaksızın ağın tek anlamlı çözümü için yeterli olabilecek gözlem planı ile işleme başlanır. Amaç fonksiyonuna en anlamlı katkıda bulunan gözlemler her bir yineleme işlemi sonucunda belirlenerek gözlem planına eklenir. Ağ çok iyi oluşturulmuşsa gerekli gözlemlerin ağırlık oranları düşürülür ya da bu ölçüler ölçü planından çıkarılır. Ağın maliyeti hesaplanır ve işlemlerin tekrarlanma olasılıkları gözden geçirilir. Gerekirse tamamen farklı özellikte ya da yapıda yeni bir ağ tasarlanarak söz konusu süreç yinelenir. Optimum maliyete ulaşıldığı kanısına varıldığında işlem tamamlanmış olur. Tekrarlı en

küçük kareler (Sequential Least Squares) ve Monte-Carlo yöntemleri birer simülasyon yöntemleridir. Simülasyon yöntemlerinin çeşitli üstünlük ve dezavantajları vardır.

- Tekrarlı en küçük kareler tekniği ile hesaplama verimi arttırılabilir.
- Simülasyon yöntemi, ilk ölçü planını oluşturmak için hızlı karar verebilme olanaklarını sağlar.
- Etkileşimli (interaktif) grafiklerin kullanılmasına olanak sağlar.
- Ölçü planında değişiklik yapılması sürecinde, hangi ölçülerin çıkarılması ya da eklenmesine bilgisayarla karar verebilecek algoritmaların geliştirilmesini sağlar.
- Bu yöntemin, optimum bir ağ oluşturabilecek düzeyde yeterli, deneyimli ve bilgili operatörlere gerek duyması en önemli dezavantajdır.

Tekrarlı En Küçük Kareler Yöntemi : İyileştirilmek istenen veya yeni tasarlanan ağlarda istenilen amaca uygun ölçü planının belirlenmesi işleminde eski dengeleme sonuçlarına sadece eklenen veya çıkarılan ölçülerden hesaplanan sonuçların eklenmesi veya çıkarılmasıyla yeni dengeleme sonuçlarının elde edildiği yöntemdir. Yöntemin matematik modeli,

$$\begin{aligned} F_{1(\bar{x}, l_1)} &= 0 \\ F_{2(\bar{x}, l_2)} &= 0 \end{aligned} \quad (130)$$

eşitlikleri ile verilir. F_1 ve F_2 sırasıyla ilk l_1 ölçüleri ve eklenen veya çıkarılan l_2 ölçüleri ile $\bar{x}$ bilinmeyenlerini hesaplamak için kurulan matematik modellerdir. l_1 ve l_2 ölçüleri korelasyonsuz, P_1 ve P_2 ağırlıklı; $\bar{x}$ bilinmeyenleri de P_x ağırlıklı olarak düşünülür. (130) eşitliği, $\bar{x} = x_0 + x$ yaklaşık değerleri ile Taylor serisine açılarak doğrusallaştırma yapılırsa,

$$\begin{aligned} A_1 x + b_1 v_1 + w_1 &= 0 \\ A_2 x + b_2 v_2 + w_2 &= 0 \end{aligned} \quad (131)$$

eşitlikleri elde edilir. Bu eşitliklerde, $A_1 = \partial F_1 / \partial x$; $A_2 = \partial F_2 / \partial x$; $b_1 = \partial F_1 / \partial l_1$; $b_2 = \partial F_2 / \partial l_2$; v_1 ve v_2 , l_1 ve l_2 ölçülerine dengeleme sonucunda gelen düzeltmeler; $w_1 = F_{1(x_0, l_1)}$ ve $w_2 = F_{2(x_0, l_2)}$ sabit terimler olarak alınmıştır. Bu durumda tek anlamlı

çözüm elde edebilmek için en küçük kareler ilkesi ve koşullar için Lagrange korelatları ile genişletilmiş koşul denklemleri birlikte yazılarak Lagrange Fonksiyonu

$$\Omega = \begin{bmatrix} v_1^T & v_2^T & x^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 & 0 & 0 \\ 0 & P_2 & 0 \\ 0 & 0 & P_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ x \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} k_1^T & k_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} \quad (132)$$

elde edilir. Bu eşitliğin minimum olması için düzeltmelere ve bilinmeyenlere göre alınan kısmi türev sıfıra eşitlenir.

$$\begin{aligned} \partial\Omega/\partial v_1 &= v_1^T P_1 + k_1^T b_1 = 0 \\ \partial\Omega/\partial v_2 &= v_2^T P_2 + k_2^T b_2 = 0 \\ \partial\Omega/\partial x &= k_1^T A_1 + k_2^T A_2 + x^T P_x \end{aligned} \quad (133)$$

Bu eşitliklerden normal denklemler,

$$\begin{bmatrix} P_1 & 0 & b_1^T & 0 & 0 \\ 0 & P_2 & 0 & b_2^T & 0 \\ b_1 & 0 & 0 & 0 & A_1^T \\ 0 & b_2 & 0 & 0 & A_2^T \\ 0 & 0 & A_1 & A_2 & P_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ k_1 \\ k_2 \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ w_1 \\ w_2 \\ 0 \end{bmatrix} = 0 \quad (134)$$

şeklinde bulunur. x 'in çözümünü elde edebilmek için v_1, v_2, k_1, k_2 bilinmeyenleri yok edilir ardından, $b_1 P_1^{-1} b_1^T = M_1$ ve $b_2 P_2^{-1} b_2^T = M_2$ kısaltmaları yapılırsa x 'e bağlı

$$\left[A_1^T M_1^{-1} A_1 + P_x + A_2^T M_2^{-1} A_2 \right] x + A_1^T M_1^{-1} w_1 + A_2^T M_2^{-1} w_2 = 0 \quad (135)$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitlikte F_2 modelinin olmadığı düşünülürse eşitliğin x bilinmeyeni için en küçük kareler ilkesine göre

$$\left[A_1^T M_1^{-1} A_1 + P_x \right] x + A_1^T M_1^{-1} w_1 = 0 \quad (136)$$

eşitliği oluşur. (135) eşitliğinden yeni F_2 modelinin eklenmesi ile ortaya çıkan sonuçların normal denklemlere eklenerek normal denklem matrisinin güncelleştirilebileceği

görülmektedir. Eğer F_2 modeli eklenen değil de çıkarılan ölçüleri içerseydi F_2 modelinden oluşan sonuçlar normal denklemlerden çıkarılacaktı. (135) ifadesi

$$U_1 = A_1^T M_1^{-1} w_1 \quad , \quad N_1 = A_1^T M_1^{-1} A_1 + P_x \quad (137)$$

kısaltmaları ile x bilinmeyenleri,

$$x = -(N_1 \pm A_2^T M_2^{-1} A_2)^{-1} (U_1 \pm A_2^T M_2^{-1} w_2) \quad (138)$$

eşitliğinden elde edilir. Eski ve yeni ölçülere getirilecek düzeltmeler

$$\begin{aligned} v_1 &= -P_1^{-1} b_1^T (b_1 P_1^{-1} b_1^T)^{-1} (A_1 x + w_1) \\ v_2 &= -P_2^{-1} b_2^T (b_2 P_2^{-1} b_2^T)^{-1} (A_2 x + w_2) \end{aligned} \quad (139)$$

eşitliklerinden hesaplandıktan sonra birim ağırlıklı ölçünün ortalama hatası

$$m_0 = \sqrt{\frac{[v_1^T P_1 v_1] + [v_2^T P_2 v_2]}{n_1 + n_2 - u}} \quad (140)$$

olarak bulunur. Koordinat bilinmeyenlerinin varyans-kovaryans matrisi de

$$Q_{xx} = N^{-1} = (N_1 \pm A_2^T M_2^{-1} A_2)^{-1} \quad (141)$$

biçiminde hesaplanır (Nickerson, 1979; Mikhail, 1982; Uzun, vd., 1998).

Monte-Carlo Yöntemi : Simülasyon yöntemleri için geliştirilen özel algoritmalarından biri de Monte-Carlo yöntemidir. Bu yöntemde, optimizasyon probleminde birbirinden bağımsız rasgele çözümler arasında, amaç fonksiyonunu optimal yapan bir çözüm seçilir. Sonuçta gerçekten optimal çözüm elde edilen çözümlerin sayısına bağlıdır. Örneğin, $P = \text{sabit}$ ya da $p \geq 0$, gibi kısıtlamalara uygun olarak üretilen ağırlık matrisi için hesaplanan amaç fonksiyonlarının birbirlerine uygun bir aralıkta yaklaşması durumunda (ya da bir diyagrama işlenebilen amaç fonksiyonlarının minimumlarını birleştiren eğrinin - Las Vegas diyagramı- yaklaşık olarak yatay duruma geldiği durumda) simülasyon işlemi tamamlanır.

Monte-Carlo yöntemi amaç fonksiyonlarının çok kesin olarak tanımlandığı veya yaklaşık olarak en uygunlaştırma işleminin yeterli olduğu durumlarda uygulanan bir yöntemdir (Ayan, 1992a; Konak, 1994).

1.6.3.2. Analitik (Direkt) Yöntemler

Analitik yöntemlerde her bir optimizasyon problemi için özel algoritmalar geliştirilir. Örneğin ağırlık optimizasyonu için en küçük kareler çözümünü ya da doğrusal optimizasyon algoritmalarını geliştirir. Bu yöntemler, özel optimizasyon problemlerinin matematiksel yöntemlerle çözümlenmesinde kullanılarak simülasyon çözümünde insanın ya da bilgisayarın yetersiz kaldığı süreci tamamlarlar (Cross, 1984; Öztürk ve Şerbetçi, 1992; Ayan, 1992a; Konak, 1994).

Bu yöntemle I. ve III. Derece optimizasyona özel bir çözüm aşağıdaki adımlarla gerçekleştirilir.

- Olası ölçü planı belirlenir.
- İkinci derece optimizasyon problemi çözümlenir.
- Çıkarılması zorunlu olacak kadar büyük varyanslara sahip (ya da sıfıra çok yakın ağırlıkları olan) ölçüler belirlenir. Çünkü bu ölçülerin ağırlık amaçlanan duyarlık ve güvenilirliklerine olumlu bir katkısı yoktur.

Analitik yöntemler için iki temel yaklaşım kullanılmaktadır.

a) En küçük kareler anlamında amaç fonksiyonuna en iyi uyum.

b) Gereği kadar duyarlılığı öngören ağlarda doğrusal optimizasyon işlemi.

Bunların dışında her iki yaklaşımın birlikte ele alındığı doğrusal bütünleşik programlama (linear complementarity algorithm) yaklaşımı da vardır.

▪ Bu yöntemler özel amaçlar için başarılıdır. Ancak ikinci derece optimizasyon problemleri için genel olarak düşünülmezler. En küçük kareler çözümünün en büyük sorunu, hesaplanan ağırlıkların yeterince denetlenememesidir. Bu ağırlıkların bir kısmı sıfırdan küçük ya da kullanışsız olurlar. Diğer bir önemli sorun da ölçüt matrislerinin tersinin hesaplama teknikleri ve değişik özellikte ağırlar için elde edilme zorluklarıdır.

▪ Bu yöntemlerin hiçbiri gerçek ağ maliyetlerini tam olarak belirleyemez. Doğrusal optimizasyon ağırlıkların bir doğrusal fonksiyonunu minimum (ya da varyansların fonksiyonunu maksimum) yaparken, en küçük kareler çözümü ağırlıkların kareleri toplamını minimum yapar.

▪ İkinci derece optimizasyon işlemleri, bilgisayarda hesaplama yönünden göreceli olarak çok pahalı yöntemlerdir. Çoğu en küçük kareler çözüm yöntemlerinde geçerli olan özel matris hesaplama teknikleri, ikinci derece optimizasyon için öngörülmezler. Böyle durumlarda çok az kullanışlı olmaktadır ya da büyük ağlarda ikinci derece optimizasyon işleminde çalıştırılmazlar (Grafarend, 1974; Cross, 1984; Konak, 1994).

1.7. Jeodezik GPS Ağlarında Ölçü Planı Tasarımı

Bir GPS ağı ölçüsünün optimum planlanması, yer noktalarının ve uyduların konfigürasyonuna, ölçülecek bazların seçimine, kullanılacak alıcıların tipine, çevresel hata kaynaklarına ve ekonomik koşullara bağlıdır (Even-Tzur ve Papo, 1996; Even-Tzur, 1997).

GPS ağlarında ölçü planı tasarımının ilk adımı, nokta konumlarının ve ölçülecek bazların belirlenmesinin ardından ağın global duyarlık ve güven optimizasyonunun yapılmasıdır. Bunu gerçekleştirmek için bölgeye ait haritada, mevcut kontrol noktaları ve ulaşılabilirlik dikkate alınarak, gökyüzü görüşünün açık olduğu bölgelerde ağın diğer kontrol noktaları belirlenir.

Ağın ölçü planı minimum ve maksimum sayıda bazlarla oluşturularak global duyarlık ölçütlerinden seçilen skaler amaç fonksiyonları minimum yapılacak biçimde minimumdan maksimuma veya maksimumdan minimuma göre simülasyon yöntemiyle ağın optimizasyonu yapılır. Minimum sayıda baz ile oluşturulacak bir ölçü planında r , alıcı sayısı; n , nokta sayısı; m , iki farklı oturumda birden fazla ölçü yapılan nokta sayısı olmak üzere, oturum sayısı (s) ve ağda iki kez ölçülen baz sayısı (t),

$$\begin{aligned} s &= (n - m) / (r - m) \\ t &= (s - 1)(m - 1) \end{aligned} \quad (142)$$

eşitlikleri ile hesaplanır. Maksimum ölçü planında baz sayısı, alıcıdan bağımsız ve oturumlar dikkate alınmadığında ağda ölçülebilinecek tüm bazları içerir. Baz sayıları belirlendikten sonra ölçü işleminde kullanılacak alıcı sayısına bağlı olarak bazların hangi noktalara planlanacağına karar verilir.

GPS ağında bazların hesaplanması ile duyarlık ve güven ölçütlerinden seçilen skaler amaç fonksiyonlarına göre ağın ölçü planı optimizasyonunun gerçekleştirilmesi için yapılacak işlemlerin akış şeması Şekil 7’de verilmiştir.

BAŞLA

AĞI OLUŞTURAN NOKTALARIN WGS 84 SİSTEMİNDE KARTEZYEN KOORDİNATLARININ BELİRLENMESİ

- Haritada ağ noktalarının işaretlenmesi. Projeksiyon koordinatlarının ve yükseklik değerlerinin okunması. (Yukarı, Sağa, $H_{ORT.}$) $_{UTM, DUTM}$.
- Gauss-Kruger rojeksiyon koordinatlarının hesabı.
(Yukarı, Sağa) $_{UTM, DUTM} \Rightarrow (x,y)_{GAUSS-KRUGER}$
- ED50 datumu Hayford elipsoidi eğri (coğrafi) koordinatlarının hesabı.
(x,y) $_{GAUSS KRUGER} \Rightarrow (B,L)_{ED50}$
- Elipsoid yüksekliklerinin hesabı ($h_{hayford} = H_{ORT.} + N$)
- ED-50 datumu Hayford elipsoidi kartezyen koordinatlarının hesabı.
(B,L,h) $_{ED50} \Rightarrow (X,Y,Z)_{ED50}$
- ED50 ile WGS84 sistemleri arasındaki 7 dönüşüm parametresinin hesabı.
 $\epsilon_X, \epsilon_Y, \epsilon_Z, t_X, t_Y, t_Z, k$
- ED50 kartezyen koordinatlarından Helmert benzerlik dönüşümü ile WGS84 kartezyen koordinatlarının hesabı.
(X,Y,Z) $_{ED50} \Rightarrow (X,Y,Z)_{WGS84}$

BAZ VEKTÖRLERİ BİLEŞENLERİNİN (ÖLÇÜLERİN) BELİRLENMESİ

- Baz vektörleri bileşenlerinin (ölçülerin) koordinat farkları alınarak hesabı

$$\begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}_{WGS84} = \begin{bmatrix} X_j - X_i \\ Y_j - Y_i \\ Z_j - Z_i \end{bmatrix}_{WGS84}$$

AĞIN SERBEST DENGELENMESİ

- Koordinat bilinmeyenlerinin ve dengeli koordinatların hesabı
 $\delta X = (A^T A)^+ (A^T l) \Rightarrow X_{DENG} = X_0 + \delta X$
- Düzeltmelerin ve dengeli baz vektörü bileşenlerinin (dengeli ölçülerin) hesabı
 $v = A \delta X - l \Rightarrow \Delta X_{DENG} = \Delta X + v$

DUYARLIK ve GÜVEN AMAÇ FONKSİYONLARININ HESABI

- Noktalara göre tanımlanan duyarlık ölçütlerinin hesabı
 $m_x, m_y, m_z, m_{\Delta x}, m_{\Delta y}, m_{\Delta z}, A_H, B_H, C_H$
- Global duyarlık ölçütlerinden seçilen amaç fonksiyonlarının hesabı
 $Z = iz(Q_{XX}) \dots \dots \dots (A - \text{Optimal Ağ Amaç Fonksiyonu})$
 $Z = \lambda_{MAX} \dots \dots \dots (E - \text{Optimal Ağ Amaç Fonksiyonu})$
- Güven ölçütlerinden seçilen amaç fonksiyonlarının hesabı
 $Z = r_j \quad ; \quad Z = |\Delta_{0i}| \quad ; \quad Z = \delta_{0j}^2$

Oturum Ekle

Hayır

?
 $Z \Rightarrow \min.$

Evet

BİTİR

Şekil 7. Duyarlık ve güven amaç fonksiyonları ile GPS ağları ölçü planı optimizasyonu

Tasarlanan GPS ağında belirlenen bazların hesabı için ağ noktalarının WGS-84 sisteminde koordinatlarına gereksinim vardır. Ağ noktalarının WGS-84 datumunda koordinatları Şekil 7’de verilen akış şemasına göre aşağıdaki işlem adımlarıyla yapılır.

- Harita üzerine işaretlenen noktaların projeksiyon koordinatları (UTM veya DUTM) okunur ve okunan sağa ve yukarı değerleri, Gauss-Kruger (x,y) koordinatlarına dönüştürülür.

- Noktaların Gauss-Kruger (x,y) koordinatları, Hayford elipsoidi coğrafi koordinatlarına (B, L),

$$\begin{aligned} B &= B_f + B_2 y^2 + B_4 y^4 \\ L &= L_0 + B_1 y + B_3 y^3 + B_5 y^5 \end{aligned} \quad (143)$$

eşitliğinden dönüştürülür. Buradaki kısaltmalar, a, elipsoidin büyük yarı eksen; b, elipsoidin küçük yarı eksen; e', elipsoidin ikinci eksentrisitesi; B_f, ayak noktası enlemi ve L₀, dilim orta meridyeni boylamını göstermek üzere,

$$\begin{aligned} e'^2 &= \frac{a^2 - b^2}{b^2}, \quad c = \frac{a^2}{b}, \quad \rho = 180/\pi, \\ A' &= \frac{c}{\rho} \left(1 - \frac{3}{4} e'^2 + \frac{45}{64} e'^4 - \frac{175}{256} e'^6 + \frac{11025}{16384} e'^8 \right), \\ B'' &= \rho \left(\frac{3}{8} e'^2 - \frac{3}{16} e'^4 + \frac{213}{2048} e'^6 - \frac{255}{4096} e'^8 \right), \\ C'' &= \rho \left(\frac{21}{256} e'^4 - \frac{21}{256} e'^6 + \frac{533}{8192} e'^8 \right), \\ D'' &= \rho \left(\frac{151}{6144} e'^6 - \frac{453}{12288} e'^8 \right), \\ \sigma &= \frac{x}{A'} \\ B_f &= \sigma + B'' \sin 2\sigma + C'' \sin 4\sigma + D'' \sin 6\sigma + \dots \\ t_f &= \tan B_f, \quad \eta_f^2 = e'^2 \cos^2 B_f, \quad V_f = \sqrt{1 + \eta_f^2}, \quad N_f = \frac{c}{V_f} \end{aligned} \quad (144a)$$

$$\begin{aligned}
B_1 &= \frac{\rho}{N_f \cos B_f}, \\
B_2 &= \frac{\rho}{2N_f^2} t_f (-1 - \eta_f^2), \\
B_3 &= \frac{\rho}{6N_f^3 \cos B_f} (-1 - 2t_f^2 - \eta_f^2), \\
B_4 &= \frac{\rho}{24N_f^4} t_f (5 + 3t_f^2 + 6\eta_f^2 - 6t_f^2 \eta_f^2), \\
B_5 &= \frac{\rho}{120N_f^5 \cos B_f} (5 + 28t_f^2 + 24t_f^4 + 6\eta_f^2 + 8t_f^2 \eta_f^2),
\end{aligned} \tag{144b}$$

eşitliklerinden hesaplanır. Bu dönüşüm işleminde Hayford elipsoidinin iki temel geometrik parametresinin (a, b) bilinmesi yeterli olduğu görülmektedir (Özbenli, 2001; Kaya, 1999).

▪ Noktaların ortometrik yükseklikleri haritadan elde edilir. Ortometrik yüksekliklere (H), noktalara ilişkin Hayford elipsoidi ile o bölgedeki jeoid yüzeyi arasındaki jeoid ondülasyonları (N) eklenerek elipsoid yükseklikleri (h),

$$h = H + N \tag{145}$$

eşitliği ile hesaplanır.

▪ Noktaların Avrupa datumu ED-50'deki coğrafi koordinatları (B, L, h)_{ED50}, kartezyen koordinatlara (X, Y, Z)_{ED50},

$$\begin{aligned}
e^2 &= \frac{a^2 - b^2}{a^2}, \quad N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}, \\
X_{ED50} &= (N + h) \cos B \cos L \\
Y_{ED50} &= (N + h) \cos B \sin L \\
Z_{ED50} &= \left(\frac{b^2}{a^2} N + h \right) \sin B
\end{aligned} \tag{146}$$

eşitlikleri ile dönüştürülür. Burada, e, elipsoidin birinci eksantrisitesi ve N, elipsoidin enine eğrilik yarıçapını göstermektedir (Özbenli, 2001; Kaya, 1999).

▪ ED-50 ve WGS-84 kartezyen koordinat sistemleri arasındaki 7 dönüşüm parametresi, 3 ortak noktanın koordinatları kullanılarak dengelemeli benzerlik dönüşümü ile hesaplanır ya da çalışma bölgesi için daha önce hesaplanmış dönüşüm parametreleri kullanılır. Tüm ağ noktalarının ED-50 datumundaki kartezyen koordinatlarından WGS-84

datumu kartezyen koordinatlarına, t_x, t_y, t_z , iki sistem orijinleri arasındaki ötelemeler; $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$, iki sistemin koordinat eksenleri arasındaki dönüklükler ve k , ölçek faktörü olmak üzere

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{WGS84}} = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} + k \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & 1 & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{ED50}} \quad (147)$$

eşitliği ile dönüştürülür.

▪ Tasarlanan baz vektörleri $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)_{\text{WGS84}}$ kartezyen koordinatların $(X, Y, Z)_{\text{WGS84}}$ farkları alınarak elde edilir.

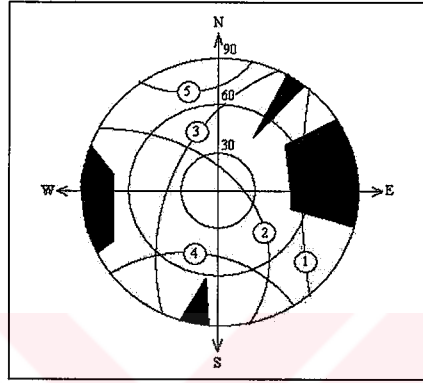
Şekil 7'deki akış şemasında da görüldüğü gibi hesaplanan baz vektörleri bileşenleri serbest dengelenerek ağı ilişkin duyarlık ve güvenilirlik ölçütleri hesaplanır. Ağı duyarlık ve güvenilirlik yönünden optimum tasarımı, en uygun nokta konumlarının ve bazların belirlenmesi şeklinde gerçekleştirilebilir. Güven veya duyarlık ölçütlerinden bir skaler amaç fonksiyonu seçilir. Duyarlık amaç fonksiyonu olarak nokta konum hatalarının minimum olmasını öngören $\text{iz}(Q_{xx}) \Rightarrow \min$. (A-optimal ağ) veya Q_{xx} matrisinin en büyük özdeğerinin (güven hiperelipsoidinin en büyük yarı ekseninin) minimum olmasını öngören $\lambda_{\max} \Rightarrow \min$. (E-optimal ağ) seçilebilir. Güvenirlik amaç fonksiyonu olarak kısmi redundanz değerleri, iç ve dış güven ölçütü değerleri belli sınır değer koşullarına bağlı olarak seçilebilir. I. Derece tasarım (şekil optimizasyonu) simülasyon çözüm algoritması ile gerçekleştirilebilir. Simülasyon çözüm algoritmasında, amaç fonksiyonuna en az etki yapan bazlara ilişkin oturumlar ağdan atılarak, maksimumdan minimum ölçü planına doğru veya amaç fonksiyonuna en fazla etki yapan bazlara ilişkin oturumlar ağa ilave edilerek minimumdan maksimum ölçü planına doğru gidilir (Dare, 1995; Dare ve Saleh, 2000; Even-Tzur, 2001).

GPS ağlarında ölçü planı tasarımının ikinci adımı, bazların duyarlıklarının artırılmasında en uygun oturum sürelerinin ve zamanının belirlenmesidir. Oturum sürelerinin belirlenmesinde,

- uyduların geometrisi ve geometrisindeki değişimi,
- uyduların sayısı,
- iyonosferik etkinin gündüz ve enlemin artışı ile büyümesi,

- baz uzunluğu,
- ölçü istasyonlarının gökyüzüne açıklığı

olmak üzere beş faktör etkilidir. Aynı anda maksimum uydunun görülebildiği ve uydu dağılımının iyi olduğu zaman aralıkları en uygun oturum periyotları olarak düşünülebilir. GPS yazılımlarından kutupsal gökyüzü çizimine (sky-plot) bakılarak uydu geometrisi ve sayısı dikkate alınarak oturum periyotları planlanabilir (Şekil 8).



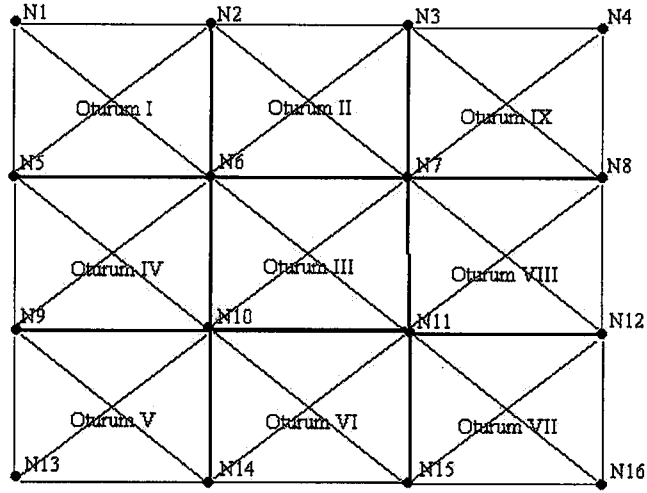
Şekil 8. Kutupsal gökyüzü çizimi (Hofmann vd., 1992)

Baz uzunluğuna bağlı olarak oturum süreleri planlanmalıdır. Baz uzunlukları arttıkça oturum sürelerinin de artırılması gerekmektedir (Tablo 6).

Tablo 6. Baz uzunluğunun fonksiyonu olarak oturum süreleri (Hofmann, vd., 1992)

Baz Uzunluğu (km)	Oturum (dakika)
0.1 – 1.0	10 - 30
1.1 – 5.0	30 – 60
5.1 – 10.0	60 – 90
10.1 – 30.0	90 - 120

Ölçü öncesi planlamanın son adımı, ilk adımda belirlenen bazların ikinci adımda belirlenen oturum sürelerinde ve belirlenen saatlerde noktalar arası ulaşım olanakları (ekonomik koşullar) sorgulanarak ölçü düzeni şemasının oluşturulmasıdır. Karelaj ağların geometrisi en uygun güven ve duyarlık değerlerini yansıtır. Bu bağlamda, ilk adımda belirlenmesi gereken en uygun ağ geometrisinin ve baz seçiminin gerçekleştirildiği düşünülür. Örnek olarak Şekil 9’ da bir karelaj ağ verilmiştir.



Şekil 9. Karelaj GPS Ağı

Bu ağı ait ölçü düzeni şeması (organizasyon dizaynı) 4 alıcı ile 60'ar dakikalık oturumlara göre Tablo 7' de oluşturulmuştur. Örnekte, her oturumda 2 ortak nokta diğer bir ifade ile 1 ortak baz vardır.

Tablo 7. Ölçü düzeni şeması

Gün	Oturum No	Başlama Zamanı	Bitiş Zamanı	İstasyon	Alıcı	Gün	Oturum No	Başlama Zamanı	Bitiş Zamanı	İstasyon	Alıcı
1	1	6:00	7:00	N1	R1	2	5	21:00	22:00	N10	R2
				N2	R2					N9	R1
				N5	R3					N13	R3
				N6	R4					N14	R4
	2	7:30	8:30	N2	R2		6	22:30	23:30	N10	R2
				N6	R4					N14	R4
				N3	R1					N11	R1
				N7	R3					N15	R3
	3	9:00	10:00	N6	R4	3	7	13:00	14:00	N11	R1
				N7	R3					N15	R2
				N10	R2					N12	R3
				N11	R1					N16	R4
	4	10:30	11:30	N6	R4		8	14:30	15:30	N11	R1
				N10	R2					N12	R3
				N5	R3					N7	R2
				N9	R1					N8	R4
				N7	R2		9	16:00	17:00	N7	R2
				N8	R4					N8	R4
				N3	R1					N3	R1
				N4	R3					N4	R3

Ölçü zamanının ve uyduların seçimi, hataları azaltmada iyonosferik etkilere ve multipathe göre çok daha önemli rol oynar. Aynı zamanda tam devir belirsizliklerinin çözülebilirliği de, uyduların seçimine, ölçü zamanına ve ölçü aralığına bağlıdır. Veri toplama zamanı, ölçü süresi ve uyduların seçimi GDOP (Geometric Dilution of Precision) değeri dikkate alınarak yapılır. Bir bölge için uyduların batış ve doğuş zamanları, yükseklikleri ve azimutları, uydu görülebilirlik programları ile hesaplanabilir. Bu programlar bir bölgenin GDOP değerini ve işin doğruluğunu tahmin etmekte oldukça kullanışlıdır (Alberda, 1974; Hothem, vd., 1984; Hatch ve Avery, 1989; Leick, 1990; Hofmann, vd., 1992; McElroy, 1998; Snay, 1986; Morgan, 1987; Aktaş, 1998).



2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

2.1. Uygulama GPS Ağına Tanıtımı

Çalışmada, Karadeniz Teknik Üniversitesi kampus alanı ve Trabzon hava alanının bir kısmını kapsayacak biçimde yaklaşık 1x1.5 km boyutlarında oluşturulan bir GPS ağına ölçü planı optimizasyonunun, oturumların planlanması esas alınarak yapılması amaçlanmıştır. Önce çalışmanın gerçekleştirileceği bölgenin 1/1000 ölçekli haritası temin edilmiştir. Ağ noktaları, karelej ağ geometrisini yansıtacak biçimde, ulaşılabilirlik dikkate alınarak, gökyüzü görüşünün açık olduğu bölgelerde harita üzerine işaretlenmiştir (Şekil 10).



Şekil 10. Uygulama GPS ağı

2.2. Uygulama GPS Ağ Noktalarının WGS-84 Koordinatlarının Belirlenmesi

Çalışmada, ağın ölçü planı minimum ve maksimum sayıda bazlarla oluşturularak global duyarlık ölçütlerinden seçilen skaler amaç fonksiyonları minimum yapılacak biçimde minimumdan maksimuma veya maksimumdan minimuma göre simülasyon yöntemiyle optimizasyon yapılmıştır. Uygulamada, GPS ağının ölçü planı optimizasyonu, duyarlık ve güven ölçütlerinden seçilen skaler amaç fonksiyonlarıyla Şekil 7’de verilen akış şemasına göre yapılmıştır.

Akış şemasında da görüldüğü gibi ağı oluşturan noktaların WGS84 kartezyen koordinat sistemindeki koordinatlarını belirlemek için noktalarının haritadan DUTM projeksiyon koordinat (sağa ve yukarı) değerleri okunmuştur. Bu koordinatlar, önce Gauss-Krüger (x,y) koordinatlarına, sonra (144 ve 143) eşitlikleri kullanılarak Hayford elipsoidi coğrafi koordinatlarına (B,L) dönüştürülmüştür (Tablo 8). Bu dönüşüm işleminde Hayford elipsoidinin büyük ve küçük yarı eksenlerini oluşturan iki temel geometrik parametresi ($a = 6\,378\,388$ m. ; $b = 6\,356\,911,94613$ m.) kullanılmıştır.

Tablo 8. Tasarım ağ noktalarının DUTM projeksiyon ve ED-50 coğrafi koordinatları

DUTM PROJEKSİYON KOORDİNATLARI			ED-50 COĞRAFİ KOORDİNATLARI (ELİPSOİD; HAYFORD)		
NN.	Sağa (m)	Yukarı (m)	NN.	B	L
N1	4540356.80	564887.70	N1	40° 59' 41".1315884	39° 46' 16".0747511
N2	4539975.60	564959.00	N2	40° 59' 28".7563162	39° 46' 18".9828795
N3	4540331.20	564400.70	N3	40° 59' 40".4409464	39° 45' 55".2332344
N4	4539970.60	564450.70	N4	40° 59' 28".7390282	39° 45' 57".2367824
N5	4541260.20	565500.60	N5	41° 00' 10".2363757	39° 46' 42".6375759
N6	4540417.70	565480.80	N6	40° 59' 42".9343265	39° 46' 41".4732267
N7	4541223.20	564736.20	N7	41° 00' 09".2565078	39° 46' 09".9187762
N8	4541285.40	565126.30	N8	41° 00' 11".1625093	39° 46' 26".6361467
N9	4540774.00	564895.30	N9	40° 59' 54".6568257	39° 46' 16".5599214
N10	4540077.10	565244.50	N10	40° 59' 31".9637263	39° 46' 31".2313205
N11	4540791.90	564388.00	N11	40° 59' 55".3766670	39° 45' 54".8597487

Noktaların haritadan elde edilen ortometrik yükseklik değerlerine (H), bölgede daha önce yapılmış çalışmalar sonucu belirlenmiş olan jeoid ondülasyon değerlerinden elde edilen ortalama bir ondülasyon değeri (N) eklenerek ağ noktalarının elipsoid yükseklikleri (h) (145) eşitliği ile hesaplanmıştır. Elipsoid yükseklikleri belirlendikten sonra noktaların

coğrafi koordinatları (B, L, h)_{ED50}, (146) eşitliği ile kartezyen koordinatlara dönüştürülerek ağ noktalarının (X, Y, Z)_{ED50} koordinatları hesaplanmıştır (Tablo 9).

Tablo 9. Ağ noktalarının ED-50 datumundaki kartezyen koordinatları

ED-50 KARTEZYEN KOORDİNATLARI (ELİPSOİD; HAYFORD)			
NN.	X (m)	Y (m)	Z (m)
N1	3705670.724	3084286.627	4162138.116
N2	3705835.113	3084511.895	4161867.362
N3	3705978.805	3083909.231	4162105.880
N4	3706164.777	3084124.916	4161871.732
N5	3704751.660	3084329.371	4162737.550
N6	3705217.745	3084681.990	4162129.055
N7	3705253.737	3083752.377	4162712.053
N8	3704976.235	3084029.732	4162758.794
N9	3705417.928	3084090.975	4162413.276
N10	3705563.291	3084658.154	4161898.213
N11	3705722.310	3083684.434	4162420.014

ED-50 kartezyen koordinatlarından WGS-84 kartezyen koordinatlarına dönüşüm yapabilmek için gerekli olan iki sistem arasındaki 7 dönüşüm parametresi, 3 ortak nokta (N1, N6, N9) kullanılarak dengelemeli benzerlik dönüşümü ile hesaplanmıştır (Tablo 10).

Tablo 10. Ağın ED-50 datumundan WGS-84 datumuna dönüşüm parametreleri

X eksenini etrafındaki dönüklük (ϵ_x)	814.5811 m.
Y eksenini etrafındaki dönüklük (ϵ_y)	-493.8607 m.
Z eksenini etrafındaki dönüklük (ϵ_z)	-484.2067 m.
X eksenini yönündeki öteleme (t_x)	6".3763
Y eksenini yönündeki öteleme (t_y)	28".6308
Z eksenini yönündeki öteleme (t_z)	-17".9857
Ölçek Faktörü (k)	1.000012301

Dönüşüm parametreleri kullanılarak ED-50 datumundan WGS-84 datumuna (147) eşitliği ile dönüşüm yapılmış ve noktaların WGS-84 koordinatları belirlenmiştir (Tablo 11).

Tablo 11. Ağ noktalarının WGS-84 kartezyen koordinatları

WGS-84 KARTEZYEN KOORDİNATLARI			
NN.	X (m)	Y (m)	Z (m)
N1	3705593.062	3084206.610	4162021.731
N2	3705757.467	3084431.882	4161750.996
N3	3705901.177	3083829.246	4161989.550
N4	3706087.160	3084044.936	4161755.424
N5	3704673.922	3084249.292	4162621.029
N6	3705140.056	3084601.929	4162012.596
N7	3705176.047	3083672.348	4162595.620
N8	3704898.518	3083949.677	4162642.313
N9	3705340.249	3084010.947	4162296.859
N10	3705485.632	3084578.116	4161781.804
N11	3705644.661	3083604.438	4162303.652

2.3. Ağın Duyarlık Optimizasyonu

Global duyarlık ölçütlerinden A- ve E- optimal ağlar için seçilen amaç fonksiyonları ile ağın duyarlık optimizasyonu üç, dört ve beş alıcı kullanılması durumu esas alınarak yapılmıştır. Uygulamada A- ve E-optimal ağları oluşturmak amacıyla, minimum ölçü planından maksimuma gidilirken hesaplanan amaç fonksiyonuna en fazla etki edecek bazları oluşturan oturumlar ağa eklenmiş, maksimum ölçü planından minimuma gidilirken hesaplanan amaç fonksiyonuna en az etki eden bazları oluşturan oturumlar ağdan çıkarılmıştır. Çıkarılacak veya eklenecek oturumların belirlenmesinde, hesaplanan lokal duyarlık ölçütlerinden Helmert nokta hata elipsoidlerine ve nokta konum hatalarına bakılmıştır. Ağın üç alıcı ile ölçülmesi durumunda, A- ve E-optimal ağları oluşturmak amacıyla hem minimum ölçü planından maksimuma hem de maksimum ölçü planından minimuma gidilmiştir. Dört ve beş alıcı ile ağın ölçülmesi durumunda ise E-optimal ağı oluşturmak amacıyla, maksimum ölçü planından minimuma gidilmiştir. Dört ve beş alıcı ile ölçü yapılması durumunda minimum ölçü planından maksimuma gidilmemiştir. Bunun nedeni dört alıcı kullanılması durumunda her oturumda noktalar arası 6, beş alıcı kullanılması durumunda ise noktalar arası 10 bazın çözülmesinden dolayı minimum ölçü planının oluşturulamamasıdır.

2.4. Ağın Güven Optimizasyonu

Uygulama ağının güven optimizasyonunda, ortalama serbestlik derecesinin 0.5 değerinden büyük olması, ölçülere ilişkin kısmi redundanz paylarının ortalama serbestlik derecesine yakın olması, iç güven ölçütleri değerlerinin 6m; sınır değerlerinden küçük olması ve dış güven ölçütleri değerlerinin de 6 sınır değerinden küçük olması amaçlanmıştır ve üç alıcı kullanılması durumu esas alınmıştır. İlk ölçü planı, ağın ortalama serbestlik derecesi 0.5 olacak biçimde oluşturulmuştur. Amaç fonksiyonu olarak seçilen bazların serbestlik derecelerinin, ağın iç ve dış güven ölçütü değerlerinin hesabı yapılarak ağın ilk ölçü planından başlamak üzere her yinelemede sınır değer şartlarını sağlamayan bazlara dik yönde yeni bazlar eklenmiştir. Sınır değer şartlarının tüm bazlar için sağlandığı ölçü planı ile güvenilir ağa ulaşıldığına karar verilmiştir.

2.5. Optimizasyon İşlemleri için Program Kodunun Yazımında Uygun Derleyici Seçimi

Uygulamada, nokta koordinatlarının dönüşümü, baz vektörlerinin hesabı, ağın dengelenmesi, lokal duyarlık ölçütlerinin, duyarlık ve güven ölçütlerinden seçilen amaç fonksiyonu değerlerinin hesabı, matlab (MATrix LABoratory) derleyicisi ile yapılmıştır (Ek Şekil 1). Matlab derleyicisinin hazır fonksiyon dosyaları (m-dosyaları) kod yazımında büyük kolaylık sağlamıştır. Programın workspace ortamı (Ek Şekil 2) ara değerlere doğrudan erişime imkan verdiğinden ara değerlerin ayrıca dosyaya yazdırılması gerekmemiştir. Üç boyutlu ağın çizdirilmesinde, Matlab derleyicisi grafik arayüzü (Ek Şekil 3) ve grafik fonksiyonları kullanılmıştır. Her yinelemede sonuç değerleri ayrı dosyalara yazdırılmış (Ek Şekil 4) ve bu değerler farklı programlarla grafiksel gösterimlere dönüştürülmüştür.

3. BULGULAR

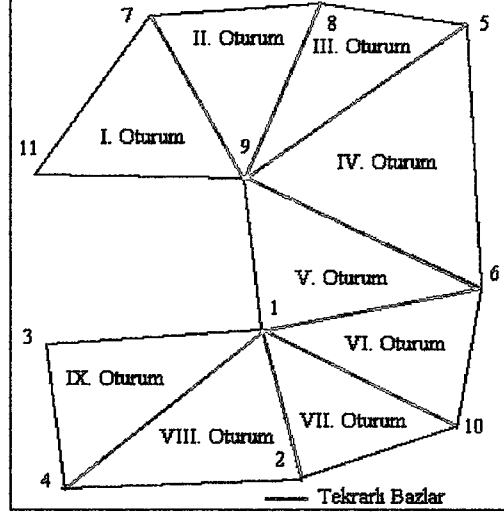
3.1. Ağıın Duyarlık Optimizasyonu Bulguları

Duyarlık optimizasyonu için ağıdaki tüm noktaların duyarlık yönünden homojen yapıda olmasını hedefleyen, diğer bir ifade ile nokta konum hatalarının minimum (A-optimal ağı) olmasını öngören $\text{iz}(Q_{xx}) \Rightarrow \min.$ amaç fonksiyonu ve ağıdaki tüm noktaları dikkate almayarak sadece konum hatasının en kötü olduğu noktanın duyarlılığını iyileştirmeyi hedefleyen diğer bir ifade ile Q_{xx} matrisinin en büyük özdeğerinin (güven hiperelipsoidinin en büyük yarı ekseninin) minimum (E-optimal ağı) olmasını öngören $\lambda_{\max} \Rightarrow \min.$ amaç fonksiyonu olarak seçilmiştir. İlk ölçü planının oluşturulmasının ardından minimum ölçü planından maksimuma A- ve E-optimal ağı tasarımı, minimum baz ile oluşturulan ölçü planının oturum sayısı (142) eşitliğinden yararlanılarak hesaplanmıştır. Maksimum ölçü planından minimuma A- ve E-optimal ağların tasarımı maksimum baz sayısı, ağıda ölçülebilecek tüm muhtemel bazlar arasından, alıcı sayısına bağlı olarak oluşturulan oturumlar dikkate alınarak belirlenmiştir. Belirlenen sayıdaki bazların, minimum ve maksimum ölçü planlarını oluşturmak için hangi noktalara planlanacağına oturumlar esas alınarak karar verilmiştir. Çözüm algoritmalarında simülasyon yöntemlerinden Tekrarlı En Küçük Kareler Yöntemi kullanılmıştır. Ölçü planının tasarımı üç, dört ve beş alıcı için ayrı ayrı yapılmıştır. Üç alıcı için minimum ölçü planından maksimuma ve maksimum ölçü planından minimuma gidilmiştir. Dört ve beş alıcı için ise yalnızca maksimum ölçü planından minimuma gidilmiştir.

a) Üç Alıcı ile Ölçü Yapılması Durumunda A- ve E-Optimal Ağı Tasarımı

Minimum ölçü planından maksimuma A- ve E-optimal ağı tasarımı: A- ve E-optimal ağları oluşturmak amacıyla, ağıın üç alıcı ile ölçülmesi durumunda, minimum ölçü planından maksimuma giderken baz sayısı değil oturum sayısı esas alınarak ölçü planı optimizasyonu yapılmıştır. Uygulama GPS ağıında, alıcı sayısı ($r=3$); nokta sayısı ($n=11$); iki farklı oturumda birden fazla ölçü yapılan nokta sayısı ($m=2$) olmak üzere (142) eşitliğinden oturum sayısı ($s=9$) ve ağıda iki kez ölçülen baz sayısı ($t=8$) olarak

hesaplanmıştır. Bu durumda, 11 noktalı uygulama ağı, her oturumda ortak bir baz olması şartıyla, 3 alıcı ile minimum 9 oturumda ölçülebilir (Şekil 11).



Şekil 11. Duyarlık optimizasyonunda minimum oturum sayısı esas alınarak oluşturulan ilk ölçü planı

Tasarlanan ölçü planındaki bazlar, ölçü olarak alınıp ağ serbest dengelenerek amaç fonksiyonlarının değerleri ilk ölçü planı için hesaplanmıştır (Tablo 12).

Tablo 12. İlk ölçü planından hesaplanan amaç fonksiyonlarının değerleri

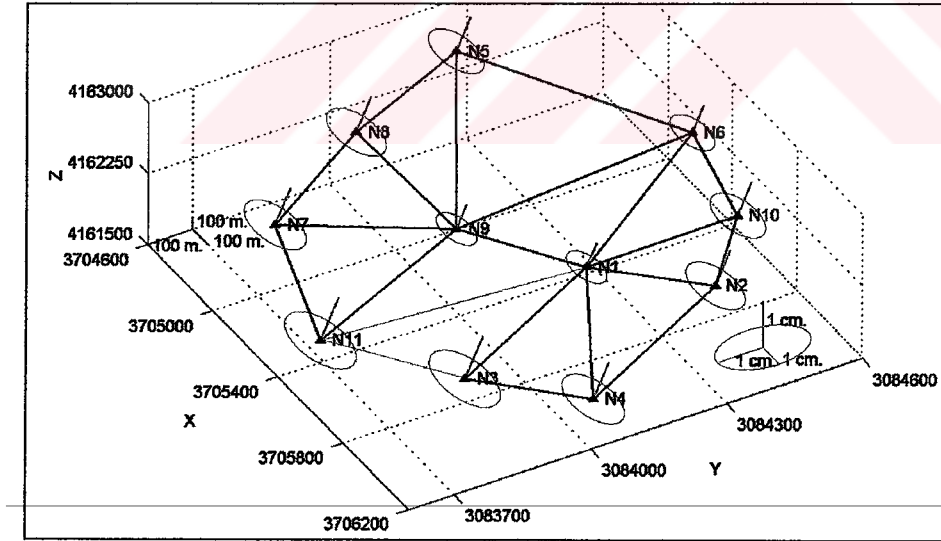
A-optimal ağ için amaç fonksiyonu	E-optimal ağ için amaç fonksiyonu
$\sum_{i=1}^{11} \lambda_i = iz(Q_{xx}) = 1.524$	$\lambda_{max} = 0.613$

Tablo 12 incelendiğinde ilk ölçü planı ile oluşturulan ağın koordinat bilinmeyenlerinin ters ağırlık matrisinin en büyük özdeğerinin, özdeğerler toplamının yaklaşık yarısı büyüklüğünde olduğu görülmektedir. Bu da ağda duyarlık dağılımının homojen olmadığını gösterir. Bu nedenle ağa yeni oturumlar planlanmıştır. İlgili oturumlara ilişkin bazların ağa ilave edilmesinde, (61) eşitliğinden hesaplanan Helmert nokta konum hataları ve (63, 64 ve 65) eşitliklerinden hesaplanan nokta hata elipsoidleri dikkate alınmıştır (Tablo 13).

Tablo 13. İlk ölçü planından hesaplanan Helmert nokta konum hataları ve nokta hata elipsoidi yarı eksenleri

Nokta No	Helmert Nokta Konum Hatası (cm)	Hata Elipsoidi Yarı Eksenleri		
		A _H (cm)	B _H (cm)	C _H (cm)
1	0.263	0.310	0.111	0.149
2	0.385	0.454	0.162	0.218
3	0.461	0.544	0.194	0.261
4	0.402	0.474	0.169	0.227
5	0.360	0.425	0.152	0.204
6	0.290	0.342	0.122	0.164
7	0.402	0.474	0.169	0.227
8	0.385	0.454	0.162	0.218
9	0.263	0.310	0.111	0.149
10	0.360	0.425	0.152	0.204
11	0.461	0.544	0.194	0.261

Tablo 13 incelendiğinde, 11 ve 3 numaralı noktaların duyarlılıklarının kötü olduğu görülmektedir. Bu nedenle duyarlılığı iyi olan 1 numaralı noktada dikkate alınarak bir oturum planlanmıştır. İlk ölçü planına eklenen yeni oturum ile 11-1 ve 3-11 bazları ilave edilerek ikinci ölçü planı oluşturulmuştur (Şekil 12).



Şekil 12. İkinci ölçü planıyla oluşturulan ağ

Şekil 12 'de verilen ikinci ölçü planıyla oluşturulan ağdaki bazlar ölçü olarak alınıp ağ tekrar serbest dengelenmiş ve amaç fonksiyonlarının değerleri hesaplanmıştır (Tablo 14).

Tablo 14. İkinci ölçü planından hesaplanan amaç fonksiyonlarının değerleri

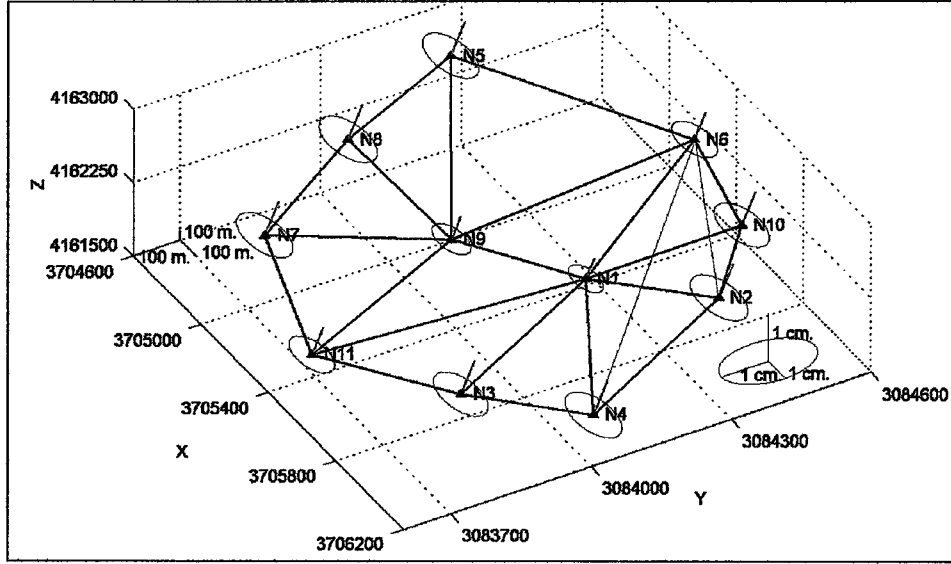
A-optimal ağ için amaç fonksiyonu	E-optimal ağ için amaç fonksiyonu
$\sum_{i=1}^{11} \lambda_i = iz(Q_{xx}) = 1.151$	$\lambda_{\max} = 0.347$

Tablo 14’de görüldüğü gibi ilave edilen bazlar, skaler amaç fonksiyonu değerlerini küçültmüş ve en büyük özdeğerin, özdeğerler toplamına oranını da 1/2’den yaklaşık 1/3’e düşürmüştür. İkinci ölçü planından Helmert nokta konum hataları ve nokta hata elipsoidi yarı eksenleri tekrar hesaplanmıştır (Tablo 15).

Tablo 15. İkinci ölçü planından hesaplanan Helmert nokta konum hataları ve nokta hata elipsoidi yarı eksenleri

Nokta No	Helmert Nokta Konum Hatası(cm)	Hata Elipsoidi Yarı Eksenleri		
		A _H (cm)	B _H (cm)	C _H (cm)
1	0.219	0.258	0.092	0.124
2	0.359	0.423	0.151	0.203
3	0.345	0.407	0.145	0.195
4	0.359	0.423	0.151	0.203
5	0.353	0.417	0.149	0.200
6	0.288	0.339	0.121	0.163
7	0.353	0.417	0.149	0.200
8	0.366	0.431	0.154	0.207
9	0.243	0.287	0.103	0.138
10	0.345	0.407	0.145	0.195
11	0.288	0.339	0.121	0.163

Tablo 15 incelendiğinde, 2 ve 4 numaralı noktaların duyarlıklarının kötü olduğu görülmektedir. Bu nedenle duyarlılığı iyi olan 6 numaralı noktadan 2 ve 4 numaralı noktalara 4-6 ve 6-2 bazları planlanarak üçüncü ölçü planı oluşturulmuştur (Şekil 13).



Şekil 13. Üçüncü ölçü planıyla oluşturulan ağ

Şekil 13 'de verilen üçüncü ölçü planıyla oluşturulan ağdaki bazlar ölçü olarak alınıp ağ tekrar serbest dengelenmiş ve amaç fonksiyonlarının değerleri hesaplanmıştır (Tablo 16).

Tablo 16. Üçüncü ölçü planından hesaplanan amaç fonksiyonlarının değerleri

A-optimal ağ için amaç fonksiyonu	E-optimal ağ için amaç fonksiyonu
$\sum_{i=1}^{11} \lambda_i = iz(Q_{xx}) = 0.895$	$\lambda_{\max} = 0.205$

Tablo 16'da görüldüğü gibi ilave edilen 4-6 ve 6-2 bazları, skaler amaç fonksiyonu değerlerini küçültmüştür. Üçüncü ölçü planından hesaplanan Helmert nokta konum hataları ve nokta hata elipsoidi yarı eksenleri Tablo 17'de verilmiştir.

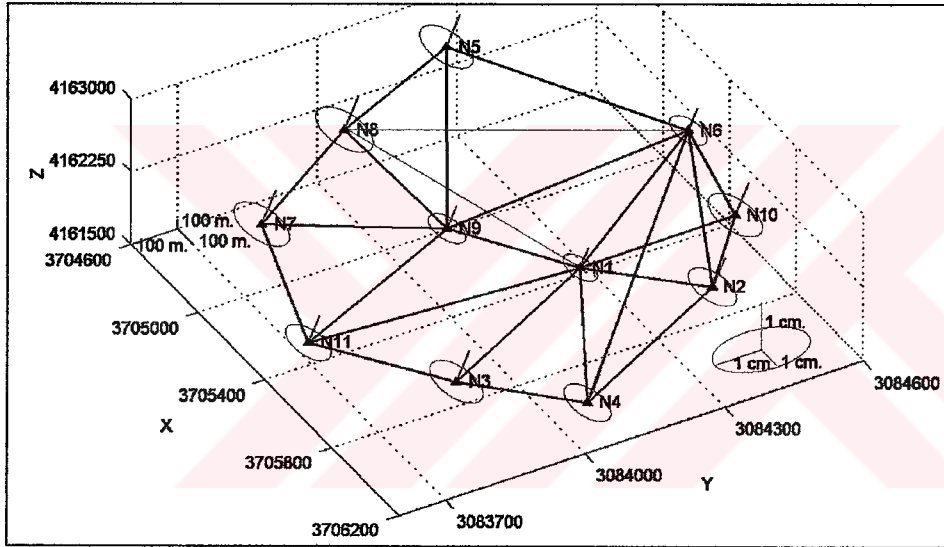
Tablo 17. Üçüncü ölçü planında Helmert nokta konum hataları ve nokta hata elipsoidi yarı eksenleri

Nokta No	Helmert Nokta Konum Hatası (cm)	Hata Elipsoidi Yarı Eksenleri		
		A _H (cm)	B _H (cm)	C _H (cm)
1	0.217	0.256	0.091	0.123
2	0.304	0.359	0.128	0.172
3	0.337	0.397	0.142	0.190
4	0.298	0.351	0.125	0.168
5	0.340	0.401	0.143	0.192
6	0.234	0.276	0.098	0.132

Tablo 17'nin devamı

7	0.351	0.414	0.148	0.198
8	0.360	0.424	0.152	0.203
9	0.236	0.279	0.100	0.134
10	0.343	0.405	0.145	0.194
11	0.287	0.339	0.121	0.163

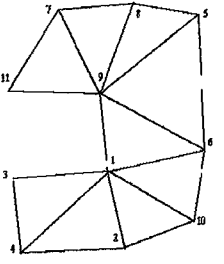
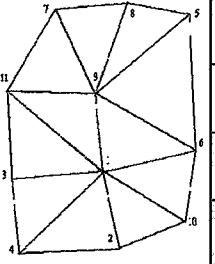
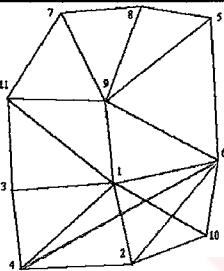
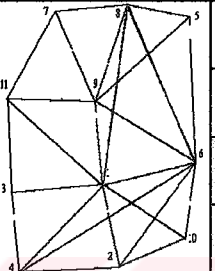
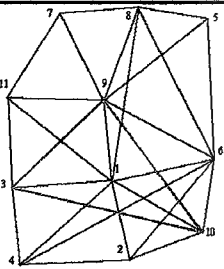
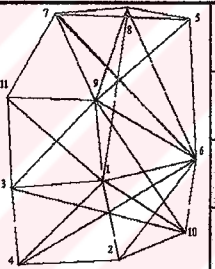
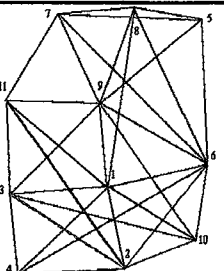
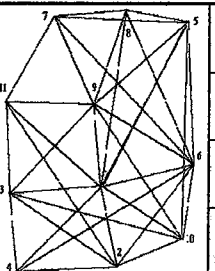
Tablo 17 incelendiğinde, 8 numaralı noktanın duyarlılığının kötü olduğu görülmektedir. Bu nedenle duyarlılığı iyi olan 1 ve 6 numaralı noktalardan 8 numaralı noktaya 1-8 ve 6-8 bazları planlanmıştır. Ölçü planına eklenen yeni oturum ile dördüncü ölçü planı oluşturulmuştur (Şekil 14).



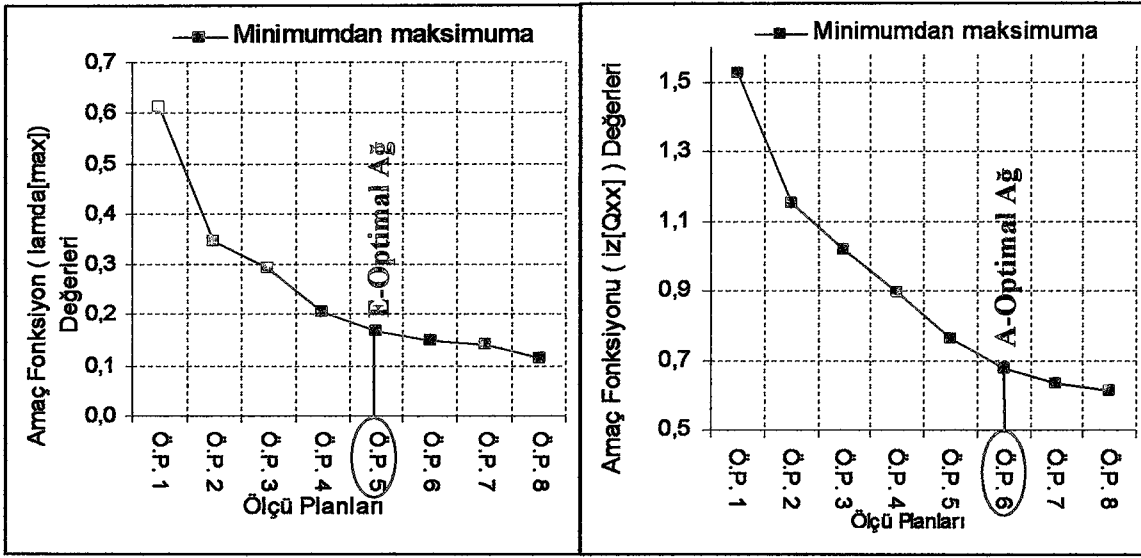
Şekil 14. Dördüncü ölçü planıyla oluşturulan ağ

Her yeni ölçü planıyla iteratif olarak işlemler yapılmış ve 8. ölçü planına kadar yinelemeye devam edilmiştir. 8. ölçü planına kadar olan her yinelemede eklenen bazlar, ağın ortalama koordinat duyarlılıkları ve amaç fonksiyonları değerleri özet olarak Tablo 18'de verilmiştir.

Tablo 18. Ağın üç alıcı ile ölçülmesi durumunda minimum ölçü planından maksimuma A- ve E-optimal ağ tasarımı

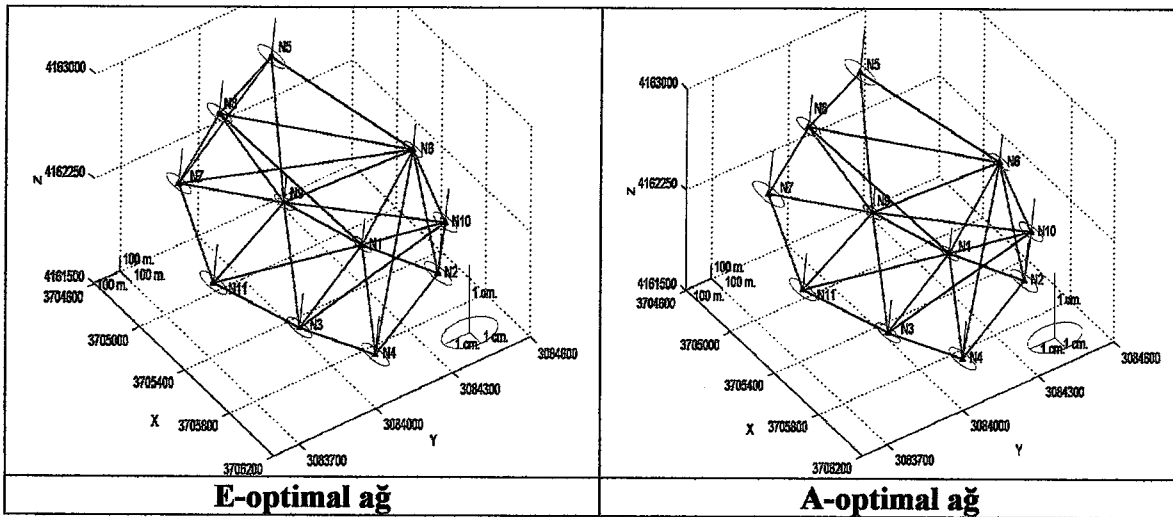
Birinci Ölçü planı			İkinci Ölçü planı		
	Baz Sayısı	19		Baz Sayısı	21
	Ort. Koor. Duy. (cm.)	0.215		Ort. Koor. Duy.(cm.)	0.187
	$iz(Q_{xx})$	1.524		$iz(Q_{xx})$	1.151
	λ_{max}	0.613		λ_{max}	0.347
Üçüncü Ölçü planı			Dördüncü Ölçü planı		
	Baz Sayısı	23		Baz Sayısı	25
	Ort. Koor. Duy. (cm.)	0.176		Ort. Koor. Duy. (cm.)	0.165
	$iz(Q_{xx})$	1.020		$iz(Q_{xx})$	0.895
	λ_{max}	0.294		λ_{max}	0.205
Beşinci Ölçü planı			Altıncı Ölçü planı		
	Baz Sayısı	28		Baz Sayısı	30
	Ort. Koor. Duy. (cm.)	0.152		Ort. Koor. Duy.(cm.)	0.143
	$iz(Q_{xx})$	0.759		$iz(Q_{xx})$	0.675
	λ_{max}	0.166		λ_{max}	0.148
Yedinci Ölçü planı			Sekizinci Ölçü planı		
	Baz Sayısı	32		Baz Sayısı	34
	Ort. Koor. Duy. (cm.)	0.137		Ort. Koor. Duy.(cm.)	0.131
	$iz(Q_{xx})$	0.636		$iz(Q_{xx})$	0.612
	λ_{max}	0.141		λ_{max}	0.114

Tasarım aşamasında seçilen duyarlık amaç fonksiyonları değerlerinin ağdaki baz sayısı ile ters orantılı olduğu fakat doğrusal olmadığı görülmüştür. Şöyle ki, mevcut bazların ağ noktalarına dağılımına ve ağ geometrisine bağlı olarak eklenen ve çıkarılan bazların amaç fonksiyonlarına etkileri çok farklıdır. A- ve E-optimal ağların planlanmasında eklenen bazların amaç fonksiyonlarına etkileri Şekil 15’de görülmektedir.



Şekil 15. A- ve E-optimal ağların planlanmasında eklenen bazların amaç fonksiyonları değerlerine etkileri

Şekil 15’de görüldüğü gibi belli bir yinelemeden sonra, skaler amaç fonksiyonları değerlerindeki azalışlar küçük olmuştur. Şekil 15 incelendiğinde, E-optimal ağın amaç fonksiyonu değerlerine beşinci ölçü planından sonra eklenen oturumlarla oluşturulan ölçü planlarının etkisinin az olduğu ve A-optimal ağın amaç fonksiyonu değerlerine ise altıncı ölçü planından sonra eklenen oturumlarla oluşturulan ölçü planlarının etkisinin az olduğu görülmektedir. Bu durumda E-optimal ağa beşinci ölçü planıyla ve A-optimal ağa altıncı ölçü planı ile ulaşıldığına karar verilmiştir. Minimum ölçü planından maksimuma giderken karar verilen E- ve A-optimal ağ Şekil 16’da verilmiştir.



Şekil 16. Minimum ölçü planından maksimuma giderken karar verilen E- ve A-optimal ağ

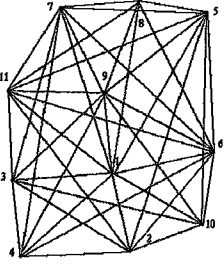
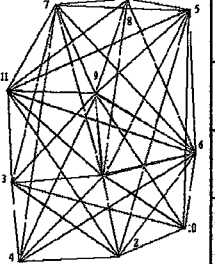
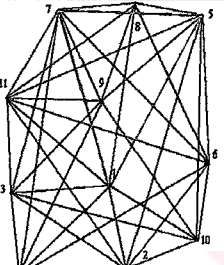
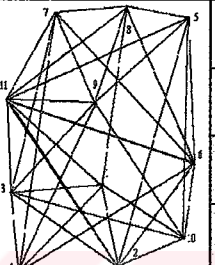
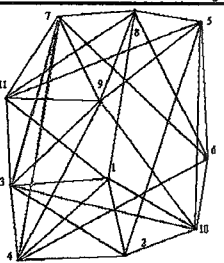
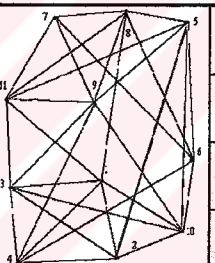
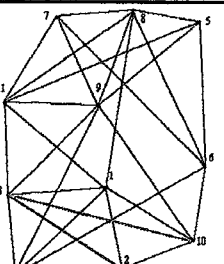
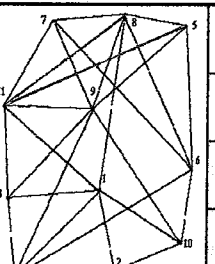
A- ve E-optimal GPS ağı tasarlandıktan sonra alıcıların taşınmasında en kısa yol ve zaman gibi maliyeti etkileyici koşullar dikkate alınarak ölçü öncesi ölçü düzeni planlanmıştır (Tablo 19).

Tablo 19. Ağın üç alıcı ile ölçülmesi durumunda minimum ölçü planından maksimum ölçü planına gidilerek oluşturulan A- ve E-optimal ağların ölçü düzeni

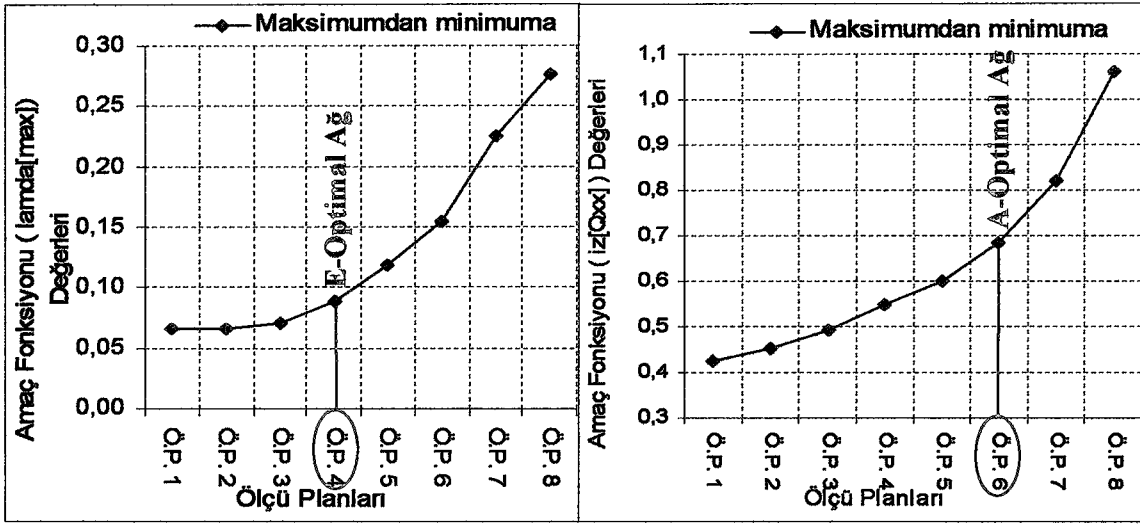
A-optimal ağ ölçü düzeni					
Oturum	İstasyonlar	Oturum	İstasyonlar	Oturum	İstasyonlar
1	2-4-6	6	3-11-1	11	9-5-6
2	2-4-1	7	7-11-9	12	1-8-6
3	3-4-1	8	7-8-9	13	9-10-6
4	3-10-1	9	7-8-5		
5	3-9-1	10	7-8-6		
E-optimal ağ ölçü düzeni					
Oturum	İstasyonlar	Oturum	İstasyonlar	Oturum	İstasyonlar
1	2-4-6	6	3-11-1	11	10-8-9
2	2-4-1	7	7-11-9	12	1-8-9
3	3-4-1	8	7-8-9	13	1-5-6
4	3-10-1	9	5-8-9		
5	3-9-1	10	6-8-9		

Maksimum ölçü planından minimuma A- ve E-optimal ağ tasarımı: A- ve E-optimal ağları oluşturmak amacıyla, ağın üç alıcı ile ölçülmesi durumunda, maksimum ölçüden minimuma gidilerek ölçü planı optimizasyonu yapılmıştır. Önce ağda yapılabilecek tüm ölçüler, oturumlar dikkate alınarak ağın maksimum ölçü planı tasarlanmıştır. Sonra A- ve E-optimal ağların amaç fonksiyonlarına en az etki eden bir oturum çıkarılarak yinelemeli olarak optimum ölçü planına gidilmiş ve ölçü planları ile amaç fonksiyonlarının değerleri özet olarak verilmiştir (Tablo 20).

Tablo 20. Ağın üç alıcı ile ölçülmesi durumunda maksimum ölçü planından minimuma A- ve E-optimal ağ tasarımı

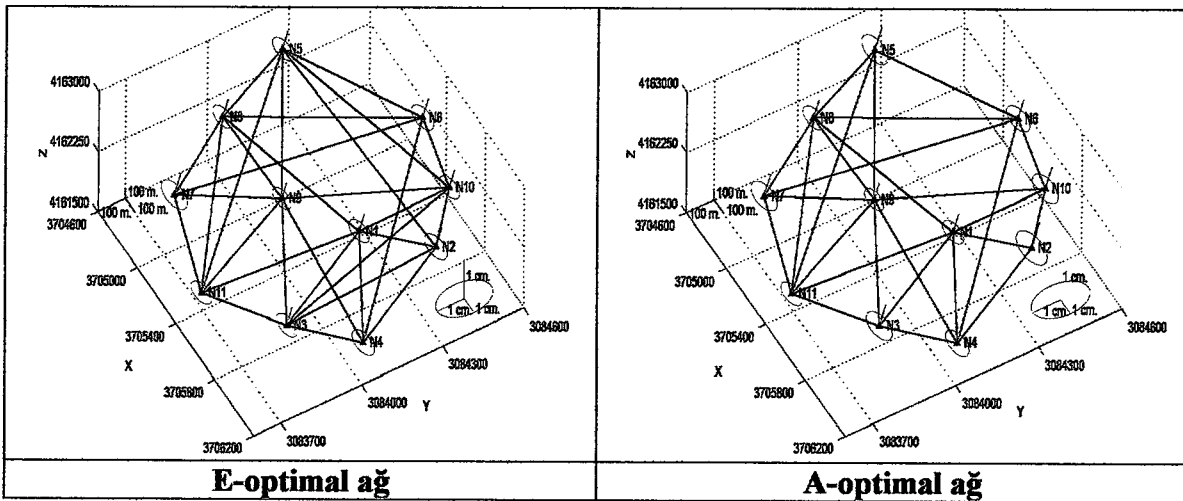
Birinci Ölçü planı			İkinci Ölçü planı		
	Baz Sayısı	42		Baz Sayısı	39
	Ort. Koor. Duy. (cm.)	0.113		Ort. Koor. Duy.(cm.)	0.117
	$iz(Q_{xx})$	0.423		$iz(Q_{xx})$	0.450
	λ_{max}	0.066		λ_{max}	0.066
Üçüncü Ölçü planı			Dördüncü Ölçü planı		
	Baz Sayısı	36		Baz Sayısı	33
	Ort. Koor. Duy. (cm.)	0.122		Ort. Koor. Duy.(cm.)	0.129
	$iz(Q_{xx})$	0.492		$iz(Q_{xx})$	0.546
	λ_{max}	0.071		λ_{max}	0.088
Beşinci Ölçü planı			Altıncı Ölçü planı		
	Baz Sayısı	31		Baz Sayısı	29
	Ort. Koor. Duy. (cm.)	0.135		Ort. Koor. Duy.(cm.)	0.143
	$iz(Q_{xx})$	0.600		$iz(Q_{xx})$	0.684
	λ_{max}	0.119		λ_{max}	0.155
Yedinci Ölçü planı			Sekizinci Ölçü planı		
	Baz Sayısı	27		Baz Sayısı	25
	Ort. Koor. Duy. (cm.)	0.150		Ort. Koor. Duy.(cm.)	0.158
	$iz(Q_{xx})$	0.820		$iz(Q_{xx})$	1.060
	λ_{max}	0.225		λ_{max}	0.276

Tablo 20'deki ölçü planlarından oturumların çıkarılmasında da yine Helmert nokta konum hataları ve nokta hata elipsoidleri dikkate alınmıştır. Nokta konum hataları ve hata elipsoidi büyük yarı eksenleri en küçük olan noktalara giden bazlar amaç fonksiyonunu az etkilediğinden, ölçü planından çıkarılmıştır. A- ve E-optimal ağların planlanmasında çıkarılan bazların amaç fonksiyonlarına etkileri Şekil 17'de görülmektedir.



Şekil 17. A- ve E-optimal ağların planlanmasında çıkarılan bazların amaç fonksiyonları değerlerine etkileri

Şekil 17’de görüldüğü gibi belli bir yinelemeden sonra, skaler amaç fonksiyonları değerlerindeki artımlar büyük olmuştur. Şekil 17 incelendiğinde, E-optimal ağın amaç fonksiyonu değerlerine dördüncü ölçü planından sonra çıkarılan oturumlarla oluşturulan ölçü planlarının etkisinin fazla olduğu ve A-optimal ağın amaç fonksiyonu değerlerine ise altıncı ölçü planından sonra çıkarılan oturumlarla oluşturulan ölçü planlarının etkisinin fazla olduğu görülmektedir. Bu durumda E-optimal ağa dördüncü ölçü planıyla ve A-optimal ağa altıncı ölçü planı ile ulaşıldığına karar verilmiştir. Maksimum ölçü planından minimuma giderken karar verilen E- ve A-optimal ağ Şekil 18’de verilmiştir.



Şekil 18. Maksimum ölçü planından minimuma giderken karar verilen E- ve A-optimal ağ

A- ve E-optimal GPS ağı tasarlandıktan sonra alıcıların taşınmasında en kısa yol ve zaman gibi maliyeti etkileyici koşullar dikkate alınarak ölçü öncesi ölçü düzeni planlanmıştır (Tablo 21).

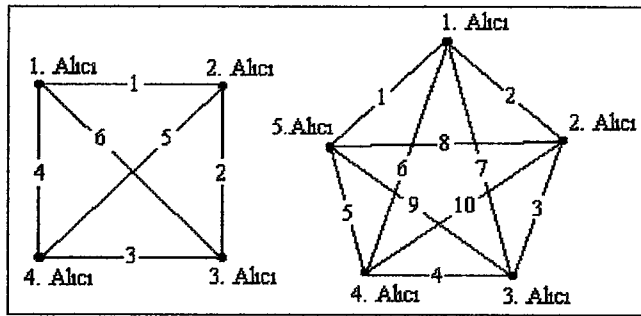
Tablo 21. Ağın üç alıcı ile ölçülmesi durumunda maksimum ölçü planından minimum ölçü planına gidilerek oluşturulan A- ve E-optimal ağların ölçü düzeni

A-optimal ağ ölçü düzeni					
Oturum	İstasyonlar	Oturum	İstasyonlar	Oturum	İstasyonlar
1	2-3-4	6	11-7-8	11	6-1-4
2	1-3-4	7	11-5-8	12	10-1-2
3	9-3-4	8	9-5-8	13	10-3-9
4	11-3-1	9	6-5-8	14	10-6-7
5	11-7-9	10	6-1-8		

E-optimal ağ ölçü düzeni					
Oturum	İstasyonlar	Oturum	İstasyonlar	Oturum	İstasyonlar
1	2-3-4	6	11-3-7	11	7-5-9
2	1-3-4	7	11-8-7	12	10-5-9
3	9-3-4	8	11-8-5	13	10-5-6
4	7-3-4	9	11-8-9	14	10-5-2
5	6-4-7	10	11-8-1	15	10-1-2

b) Dört ve Beş Alıcı ile Ölçü Yapılması Durumunda E-Optimal Ağ Tasarımı

Uygulamada dört ve beş alıcı ile ölçü yapılması durumunda yalnızca maksimum ölçü planından minimuma gidilmiş, minimum ölçü planından maksimuma gidilmemiştir. Bunun nedeni dört alıcı kullanılması durumunda her oturumda noktalar arası 6, beş alıcı kullanılması durumunda ise noktalar arası 10 bazın çözülmesinden dolayı minimum ölçü planının oluşturulamamasıdır (Şekil 19).

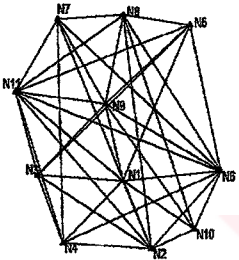
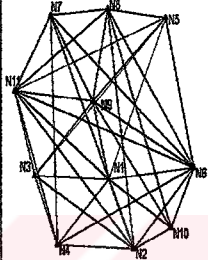
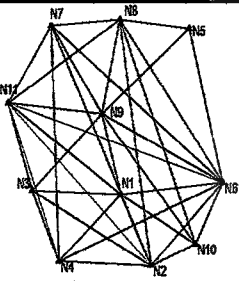
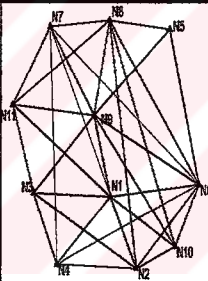
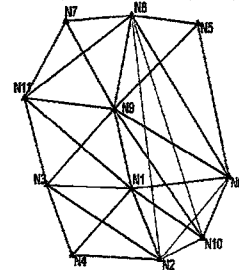


Şekil 19. Dört ve beş alıcı kullanıldığında çözülen bazlar

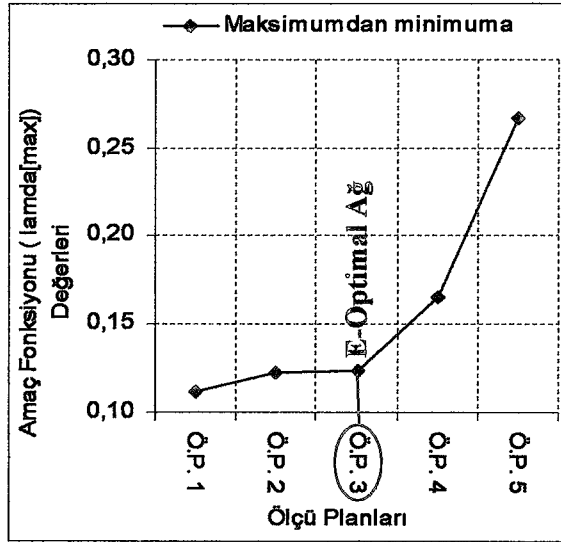
Dört alıcı ile maksimum ölçü planından minimuma E-Optimal Ağ Tasarımı:

Ağın ilk ölçü planı, maksimum baz ile oluşturulmuştur. Her yinelemede amaç fonksiyonuna en az etki yapan bir oturum ölçü planından çıkarılarak yinelemeli olarak optimum ölçü planına gidilmiş ve ölçü planları ile amaç fonksiyonlarının değerleri özet olarak verilmiştir (Tablo 22).

Tablo 22. Ağın dört alıcı ile ölçülmesi durumunda maksimum ölçü planından minimuma E-optimal ağ tasarımı

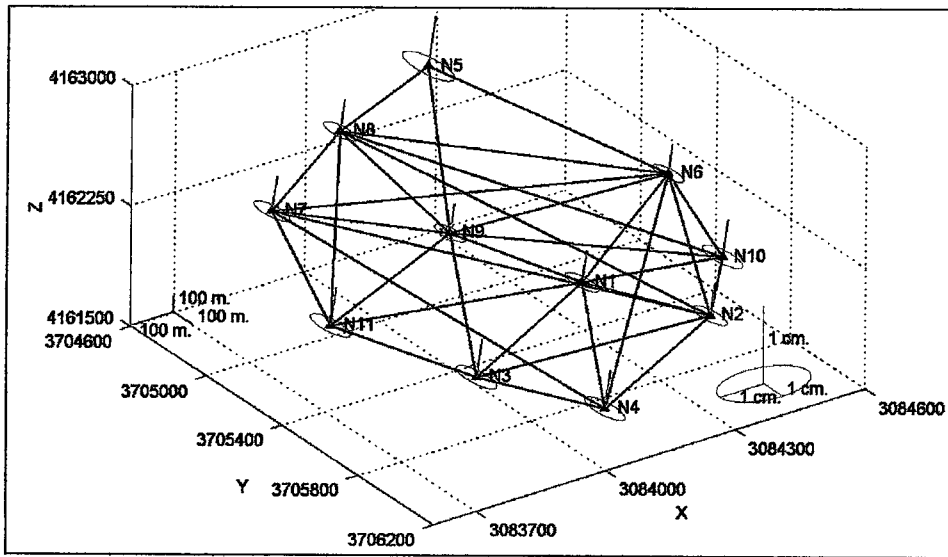
Birinci Ölçü planı			İkinci Ölçü planı		
	Baz Sayısı	39		Baz Sayısı	36
	Ort. Koor. Duy. (cm.)	0.118		Ort. Koor. Duy. (cm.)	0.128
	$iz(Q_{xx})$	0.463		$iz(Q_{xx})$	0.542
	λ_{max}	0.112		λ_{max}	0.122
Üçüncü Ölçü planı			Dördüncü Ölçü planı		
	Baz Sayısı	33		Baz Sayısı	29
	Ort. Koor. Duy. (cm.)	0.134		Ort. Koor. Duy. (cm.)	0.149
	$iz(Q_{xx})$	0.589		$iz(Q_{xx})$	0.732
	λ_{max}	0.124		λ_{max}	0.165
Beşinci Ölçü planı					
	Baz Sayısı	25			
	Ort. Koor. Duy. (cm.)	0.168			
	$iz(Q_{xx})$	0.933			
	λ_{max}	0.267			

Tablo 22'deki ölçü planlarından oturumların çıkarılmasında Helmert nokta konum hataları ve nokta hata elipsoidleri dikkate alınmıştır. Nokta konum hataları ve hata elipsoidi büyük yarı eksenleri en küçük olan noktalara giden bazlar amaç fonksiyonunu az etkilediğinden ölçü planından çıkarılmıştır. E-optimal ağların planlanmasında çıkarılan bazların amaç fonksiyonlarına etkileri Şekil 20'de görülmektedir.



Şekil 20. Dört alıcı ile E-optimal ağı planlanmasında çıkarılan bazların amaç fonksiyonları değerlerine etkileri

Şekil 20'de görüldüğü gibi belli bir yinelemeden sonra, skaler amaç fonksiyonları değerlerindeki artımlar büyük olmuştur. E-optimal ağı amaç fonksiyonuna üçüncü ölçü planından sonra eklenen oturumlarla oluşturulan ölçü planlarının etkisinin fazla olduğu görülmektedir. Bu durumda E-optimal ağa üçüncü ölçü planıyla ulaşıldığına karar verilmiştir. Maksimum ölçü planından minimuma giderken karar verilen E-optimal ağ Şekil 21'de verilmiştir.



Şekil 21. Dört alıcı ile ölçü yapılması durumunda maksimum ölçü planından minimuma giderken karar verilen E-optimal ağ

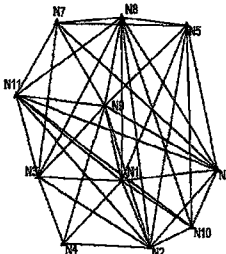
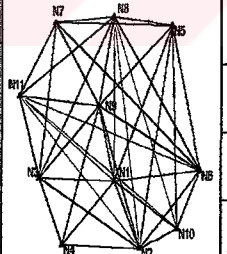
E-optimal GPS ağı tasarlandıktan sonra alıcıların taşınmasında en kısa yol ve zaman gibi maliyeti etkileyici koşullar dikkate alınarak ölçü öncesi ölçü düzeni planlanmıştır (Tablo 23).

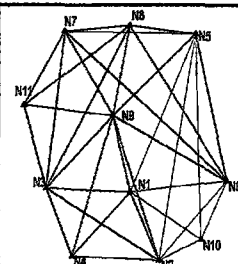
Tablo 23. Ağın dört alıcı ile ölçülmesi durumunda maksimum ölçü planından minimum ölçü planına gidilerek oluşturulan E-optimal ağın ölçü düzeni

Oturum	İstasyonlar	Oturum	İstasyonlar	Oturum	İstasyonlar
1	1-2-3-4	3	8-9-7-11	5	1-9-10-6
2	1-9-3-11	4	8-9-5-6	6	2-8-10-6

Beş alıcı ile maksimum ölçü planından minimuma E-optimal ağ tasarımı: Ağın ilk ölçü planı, maksimum baz ile oluşturulmuştur. Her yinelemede amaç fonksiyonuna en az etki yapan bir oturum ölçü planından çıkarılarak yinelemeli olarak optimum ölçü planına gidilmiş ve ölçü planları ile amaç fonksiyonlarının değerleri özet olarak verilmiştir (Tablo 24).

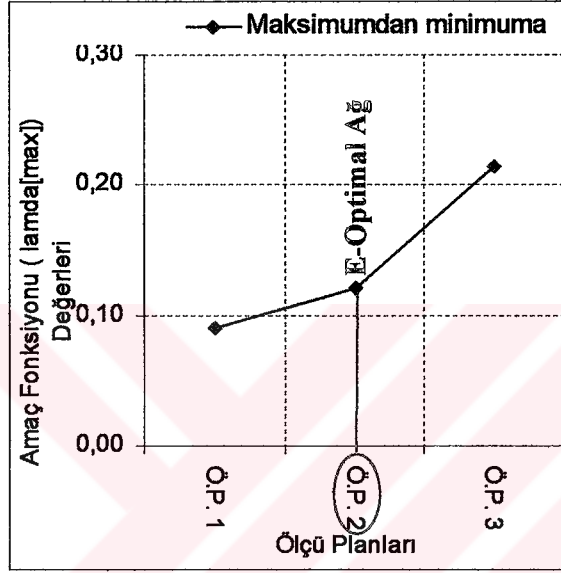
Tablo 24. Ağın beş alıcı ile ölçülmesi durumunda maksimum ölçü planından minimuma E-optimal ağ tasarımı

I. Ölçü planı			II. Ölçü planı		
	Baz Sayısı	41		Baz Sayısı	34
	Ort. Koor. Duy. (cm.)	0.117		Ort. Koor. Duy.(cm.)	0.132
	$iz(Q_{xx})$	0.451		$iz(Q_{xx})$	0.576
	λ_{max}	0.090		λ_{max}	0.121

III. Ölçü planı		
	Baz Sayısı	26
	Ort. Koor. Duy. (cm.)	0.142
	$iz(Q_{xx})$	0.662
	λ_{max}	0.214

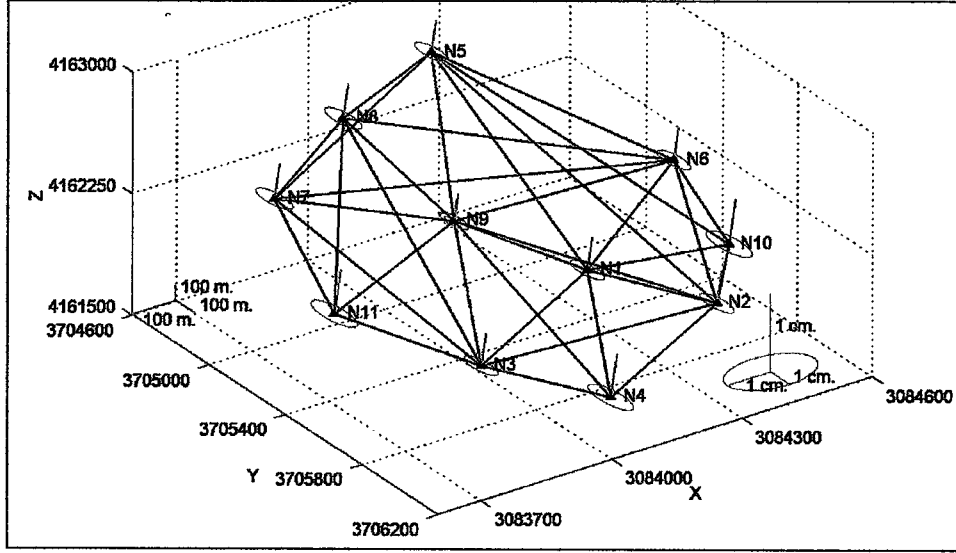
Tablo 24'deki ölçü planlarından oturumların çıkarılmasında Helmert nokta konum hataları ve nokta hata elipsoidleri dikkate alınmıştır. Nokta konum hataları ve hata

elipsoidi büyük yarı eksenleri en küçük olan noktalara giden bazlar amaç fonksiyonunu az etkilediğinden ölçü planından çıkarılmıştır. Tabloda görüldüğü gibi ikinci ölçü planından bir oturum çıkarılarak oluşturulan üçüncü ölçü planında 10 numaralı noktaya olan tüm bağlantı ölçüleri ölçü planından atılmış olacağından ağda şekil bozukluğu oluşmaktadır. Bu nedenle bu adımda yineleme sonlandırılmıştır. E-optimal ağın planlanmasında çıkarılan bazların amaç fonksiyonlarına etkileri Şekil 22’de görülmektedir.



Şekil 22. Beş alıcı ile E-optimal ağın planlanmasında çıkarılan bazların amaç fonksiyonları değerlerine etkileri

Şekil 22’de görüldüğü gibi bir yinelemeden sonra, skaler amaç fonksiyonu değerindeki artım büyük olmuştur. E-optimal ağın amaç fonksiyonuna ikinci ölçü planından sonra eklenen oturumla oluşturulan ölçü planının etkisinin fazla olduğu görülmektedir. Bu durumda E-optimal ağa ikinci ölçü planıyla ulaşıldığına karar verilmiştir. Maksimum ölçü planından minimuma giderken karar verilen E-optimal ağ Şekil 23’de verilmiştir.



Şekil 23. Beş alıcı ile ölçü yapılması durumunda maksimum ölçü planından minimuma giderken karar verilen E-optimal ağ

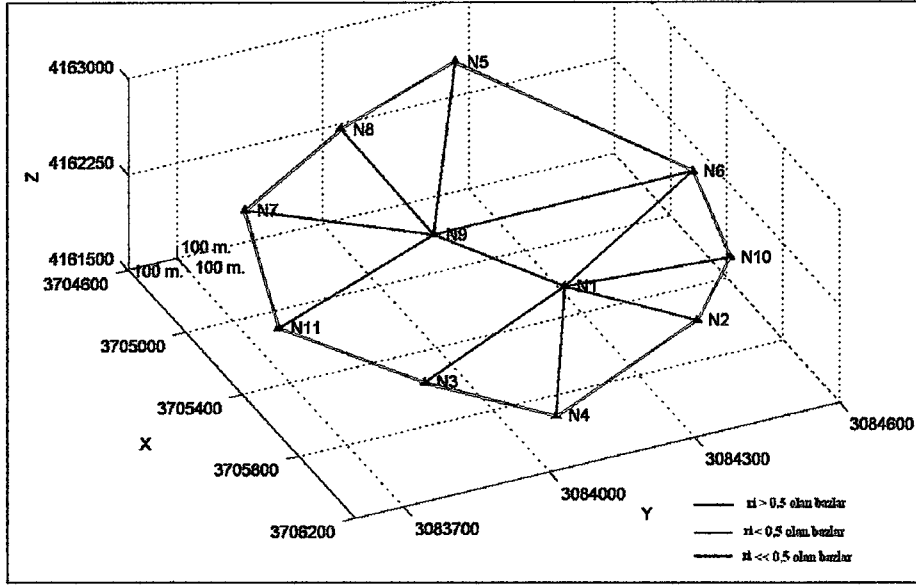
E-optimal GPS ağı tasarlandıktan sonra alıcıların taşınmasında en kısa yol ve zaman gibi maliyeti etkileyici koşullar dikkate alınarak ölçü öncesi ölçü düzeni planlanmıştır (Tablo 25).

Tablo 25. Ağın beş alıcı ile ölçülmesi durumunda maksimum ölçü planından minimum ölçü planına gidilerek oluşturulan E-optimal ağın ölçü düzeni

Oturum	İstasyonlar	Oturum	İstasyonlar
1	1-2-3-4-9	3	7-8-6-5-9
2	7-8-3-11-9	4	1-2-6-5-10

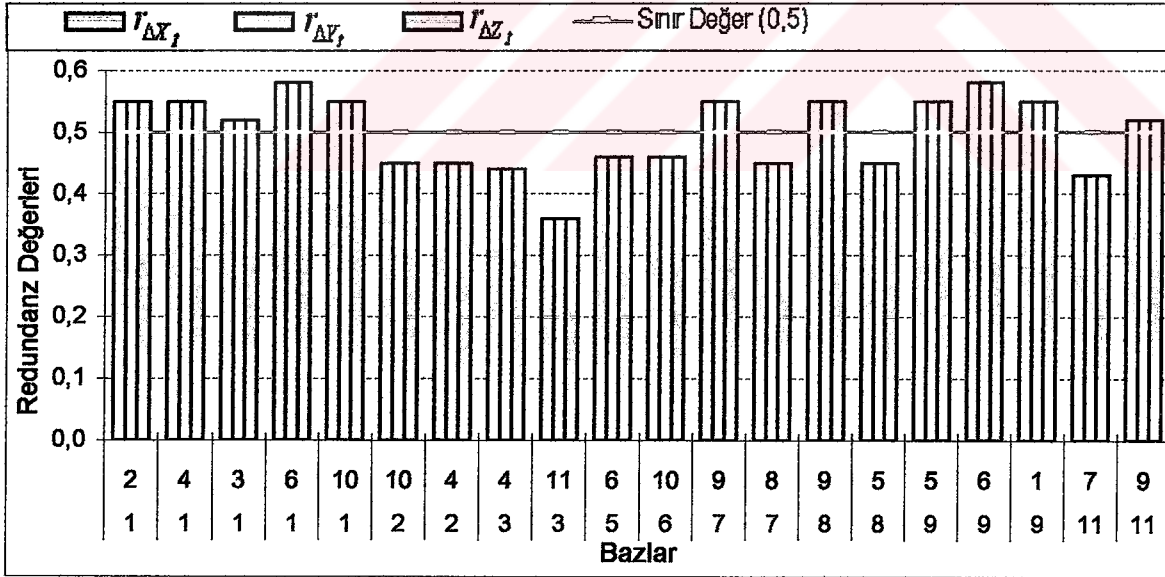
3.2. Ağın Güven Optimizasyonu Bulguları

Ağın güvenilirliğinin iyileştirilmesinde, ortalama serbestlik derecesinin 0.5 değerinden büyük olması, ölçülere ilişkin redundanz paylarının ortalama serbestlik derecesine yakın olması, iç güven ölçütleri değerlerinin 6m; sınır değerlerinden küçük olması ve dış güven ölçütleri değerlerinin de 6 sınır değerinden küçük olması amaçlanmıştır. Bu amaçla, uygulama ağının ilk ölçü planı, üç alıcıyla ölçülerin yapılması durumunda ortalama serbestlik derecesi 0.5 olacak biçimde 20 bazla oluşturulmuştur (Şekil 24).



Şekil 24. Ağın güven optimizasyonunda oluşturulan ilk ölçü planı

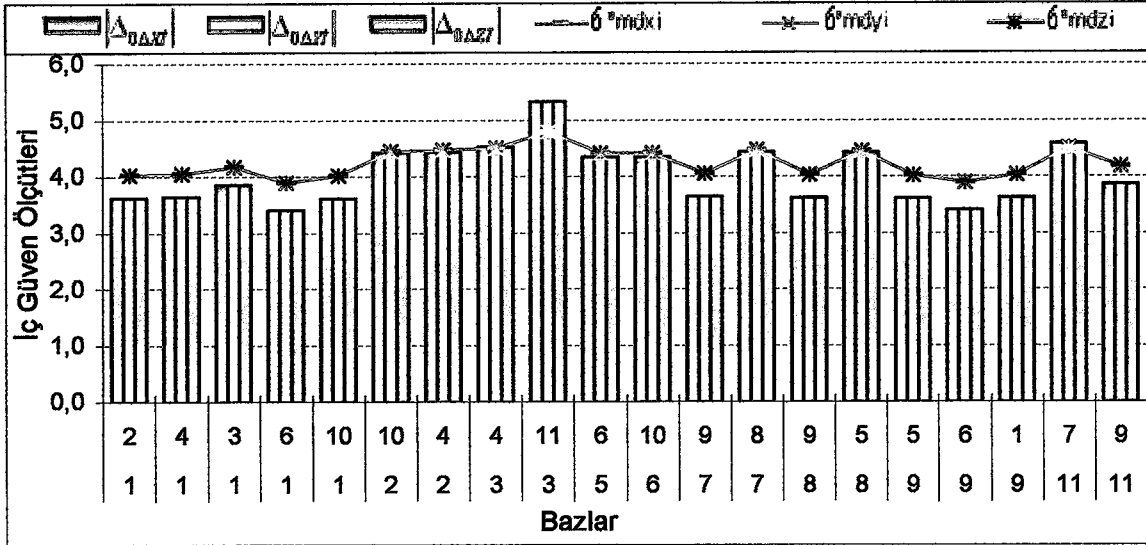
İlk ölçü planındaki baz vektörleri bileşenlerinin redundanz payları (97) eşitliğinden hesaplanmış ve sınır değeri 0.5 seçilerek, Şekil 25’de verilmiştir.



Şekil 25. Ağın güven optimizasyonunda ilk ölçü planındaki baz vektörleri bileşenlerinin redundanz değerleri

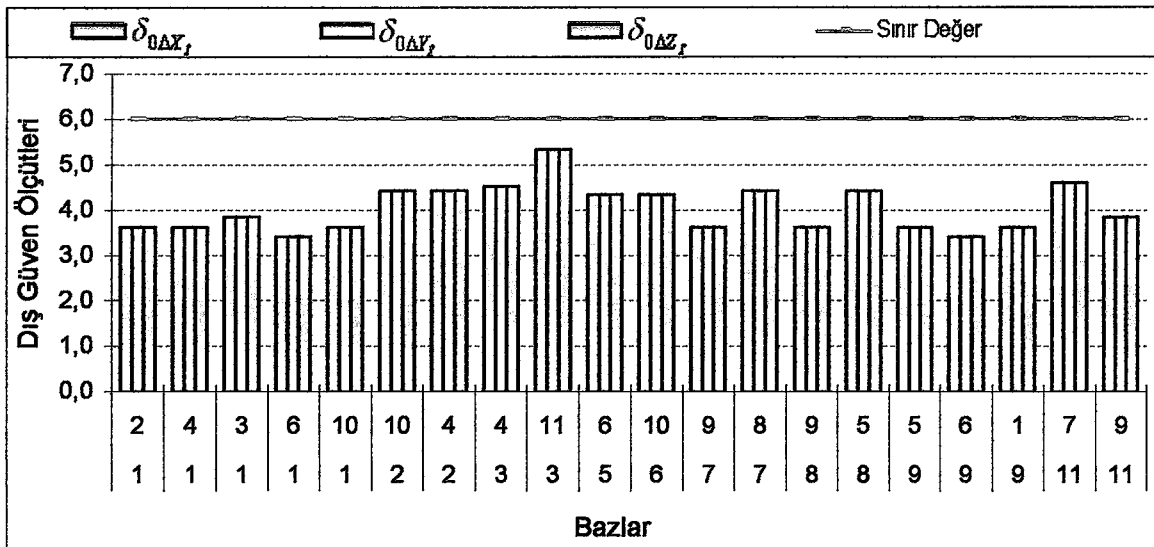
Şekil 25 incelendiğinde, 10-2, 4-2, 4-3, 11-3, 6-5, 10-6, 8-7, 5-8 ve 7-11 bazlarının redundanz paylarının sınır değerinin altında kaldığı görülmektedir.

Ağın ilk ölçü planındaki bazlara ilişkin (105) eşitliğinden hesaplanan iç güven ölçütleri ve $\Delta_{0j} \geq 6m_j$ eşitsizliğinden hesaplanan sınır değerler Şekil 26'da verilmiştir.



Şekil 26. Ağın güven optimizasyonunda ilk ölçü planına ilişkin iç güven ölçütleri

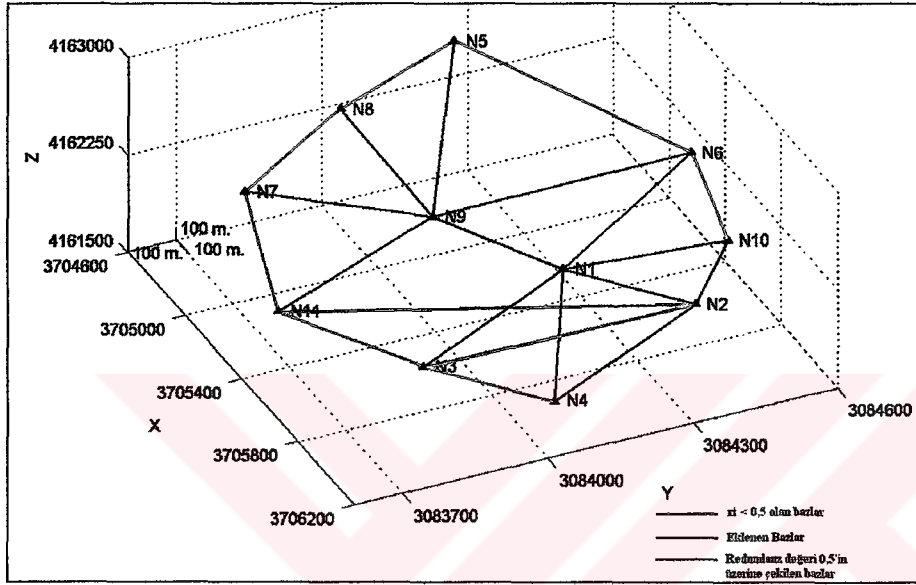
Şekil 26 incelendiğinde, 4-3, 11-3 ve 7-11 bazlarının iç güven ölçütü değerlerinin sınır değerlerini aştığı ve 10-2, 4-2, 6-5, 10-6, 8-7 ve 5-8 bazlarının iç güven ölçütü değerlerinin sınır değerlerine yakın olduğu görülür. Ağın ilk ölçü planındaki bazlara ilişkin (108) eşitliğinden hesaplanan dış güven ölçütleri ve $\delta_{0j} \leq 6$ eşitsizliği ile verilen sınır değer Şekil 27'de verilmiştir.



Şekil 27. Ağın güven optimizasyonunda ilk ölçü planına ilişkin dış güven ölçütleri

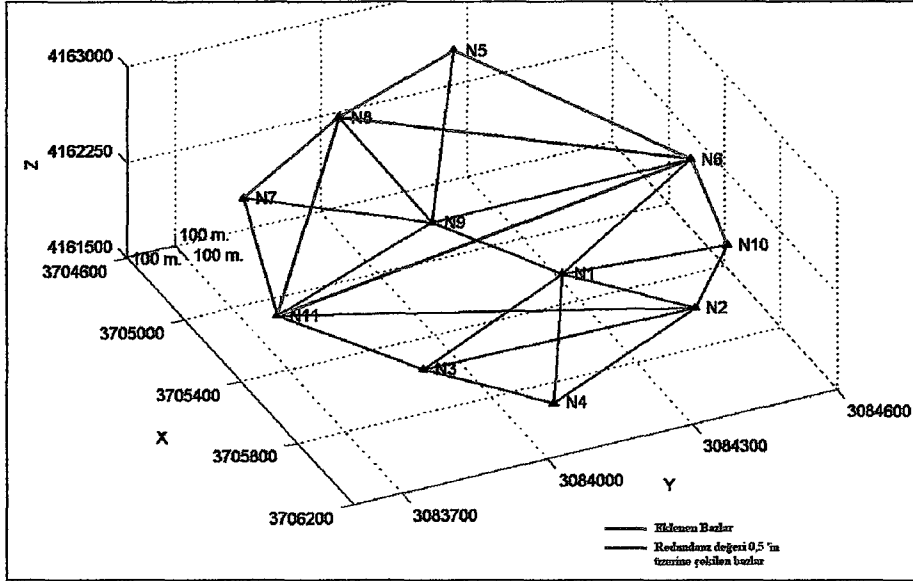
Şekil 27’de görüldüğü gibi tüm bazlara ilişkin ağın dış güven ölçütü değerleri 6 sınır değerinden küçük bulunmuştur. Şekil 25 ve Şekil 26 incelendiğinde 4-3, 11-3 ve 7-11 bazlarının hem redundanz hem de iç güven ölçütü şartlarını sağlamadığı görülür.

İkinci ölçü planı, güvenilirlikleri yetersiz olan 7-11, 11-3 ve 4-3 bazlarına dik yönde 11-2 ve 3-2 bazları eklenerek oluşturulmuştur (Şekil 28).



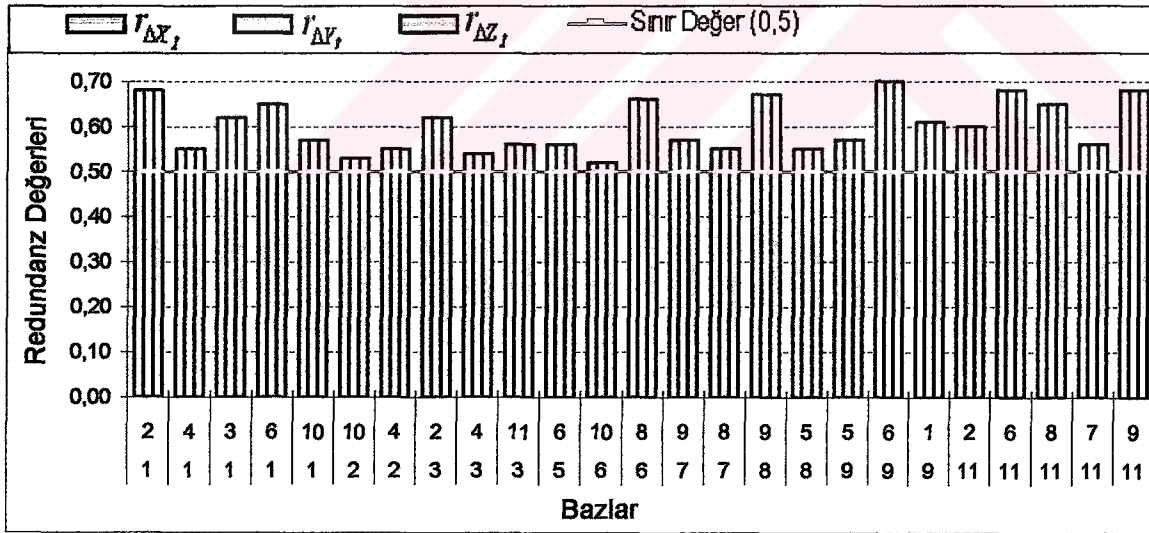
Şekil 28. Ağın güven optimizasyonunda oluşturulan ikinci ölçü planı

İkinci ölçü planıyla da aynı işlemler yinelemeli olarak yapılmış ve 7-11, 11-3, 4-3 bazlarının redundanz değerleri ve bu bazlara ilişkin ağı iç güven ölçütü değerlerinin ilgili sınır değer şartlarını sağladığı görülmüştür. Ancak ikinci ölçü planında 8-7, 5-8, 6-5 ve 10-6 bazlarının redundanz değerleri 0.5 sınır değerinden küçük bulunmuştur. Bu nedenle kısmi serbestlik dereceleri 0.5 değerinin altında olan 8-7, 5-8, 6-5 ve 10-6 bazlarına dik yönde 6-11, 8-6 ve 8-11 bazları eklenerek üçüncü ölçü planı oluşturulmuştur (Şekil 29).



Şekil 29. Ağ güven optimizasyonunda oluşturulan üçüncü ölçü planı

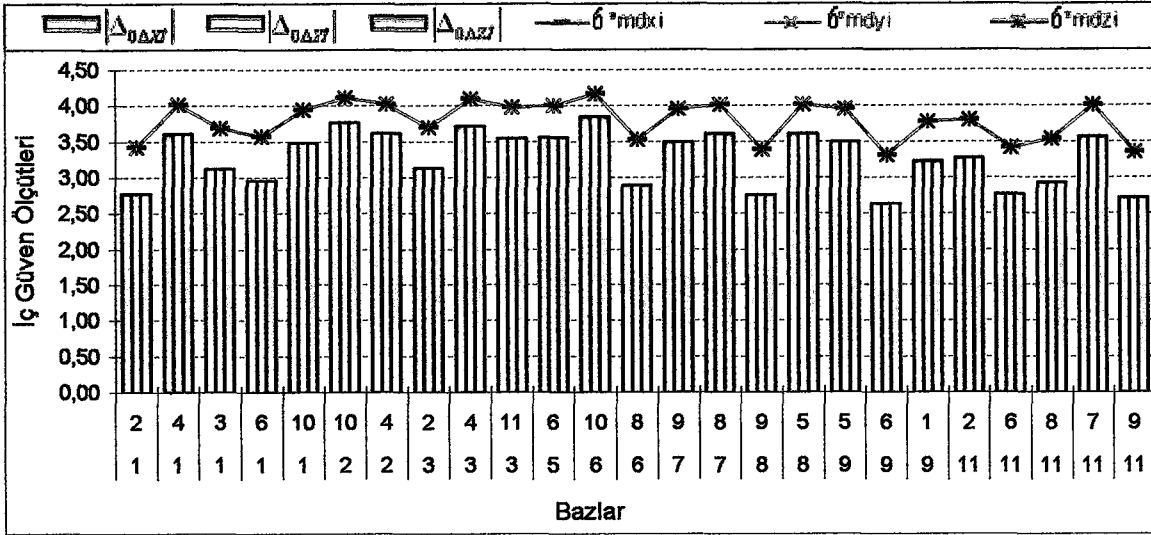
Üçüncü ölçü planıyla baz vektörleri bileşenlerinin redundanz payları (Şekil 30), ağın iç güven ölçütleri (Şekil 31) ve dış güven ölçütleri (Şekil 32) hesaplanmıştır.



Şekil 30. Güvenilir ağın redundanz değerleri

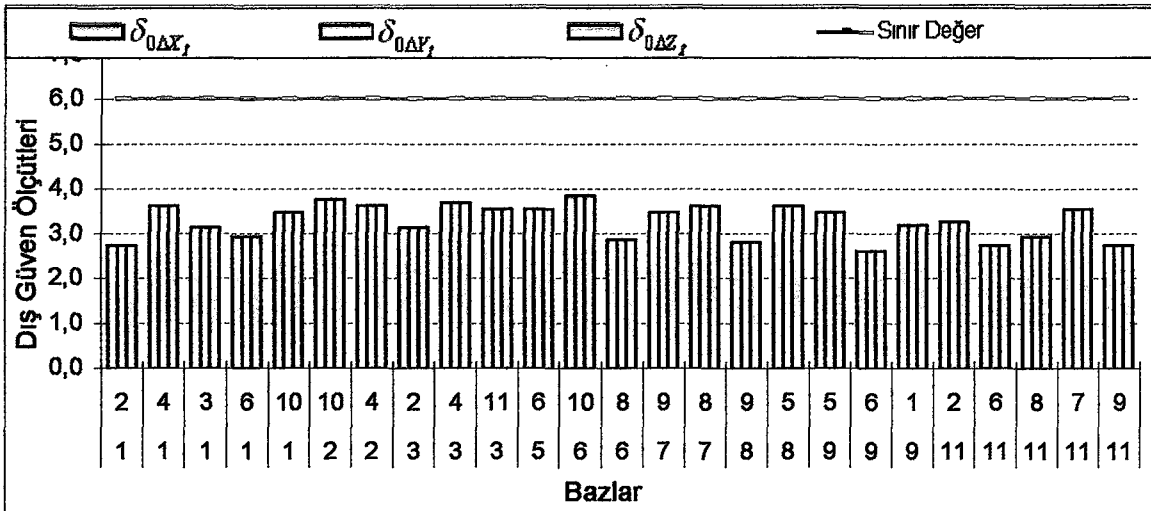
Şekil 30'da görüldüğü gibi ağdaki bazların herhangi birinde oluşacak kaba hatanın yüzde kaçının yine bu bazlara düzeltme olarak yansıtacağını gösteren redundanz değerleri üçüncü ölçü planıyla 0.5 sınır değerini aşmıştır ve ortalama serbestlik derecesine yakın değerler almıştır. Böylece düzeltmeleri esas alarak uyumsuz ölçüleri belirleyen

geleneksel uyumsuz ölçüler testleri ile ağdaki kaba hatalı baz veya bazlar doğru belirlenebilecektir.



Şekil 31. Güvenilir ağın iç güven ölçütü değerleri

Hata sınırına yakın kaba hatalı ölçüleri ayırma gücü olarak tanımlanan, diğer bir ifade ile bir ölçüdeki hatanın açığa çıkarılabilmesi için en az ne büyüklükte bir değere ulaşması gerektiğini gösteren iç güven ölçütleri üçüncü ölçü planıyla 6m_i sınır değeri altına çekilmiştir (Şekil 31). Böylece ağı kaba hatalı ölçüleri ortaya çıkarabilme gücü yeterli hale getirilmiştir.



Şekil 32. Güvenilir ağı dış güven ölçütü değerleri

Ağdaki ölçülerde oluşan ve belirlenememiş olan kaba hataların koordinat bilinmeyenlerine veya bunların bir fonksiyonuna ne oranda yansıtılacağını gösteren dış güven ölçütü değerleri üçüncü ölçü planıyla 6 sınır değerinin altına çekilmiştir (Şekil 32).

Şekil 30, 31 ve 32 incelendiğinde üçüncü ölçü planıyla ağdaki tüm bazların kısmi serbestlik derecelerinin, ağın iç ve dış güven ölçütü değerlerinin sınır değer şartlarını sağladığı görülecektir.



4. İRDELEME

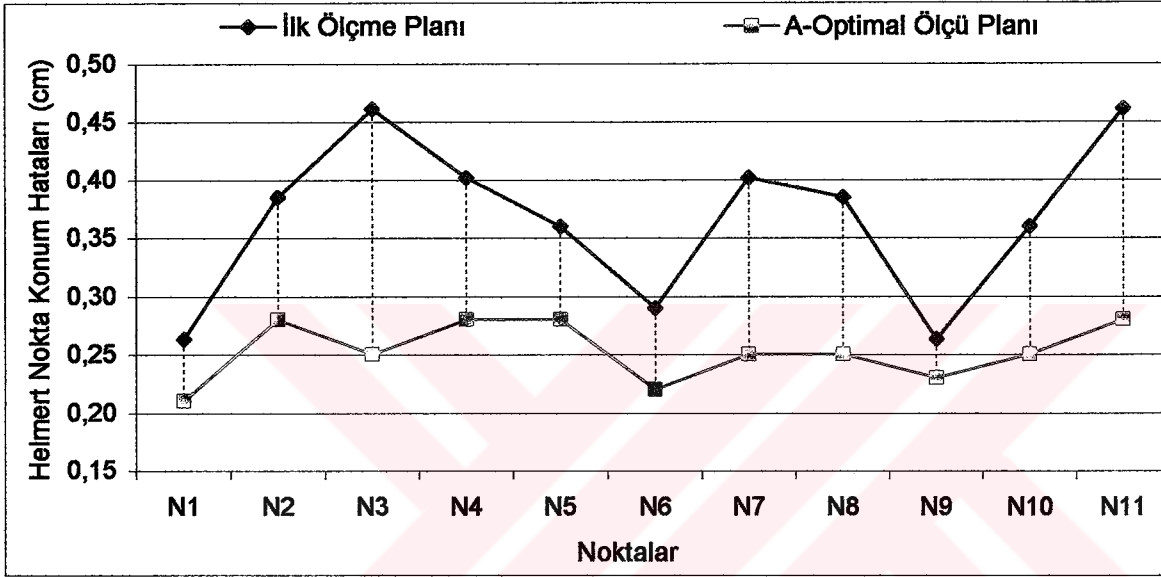
Çalışmada, Karadeniz Teknik Üniversitesi kampus alanı ve Trabzon hava alanının bir kısmını kapsayacak bölgede yaklaşık 1x1.5 km. boyutlarında bir GPS ağının ölçü planının duyarlık ve güven optimizasyonu, oturumların planlanması esas alınarak yapılmıştır. Ağ noktalarının harita üzerinde belirlenmesinde, karelaj ağ geometrisi, ulaşılabilirlik ve gökyüzü görüşünün açık olması dikkate alınmıştır.

Ağın duyarlık optimizasyonu, üç, dört ve beş alıcı kullanılması durumunda global duyarlık ölçütlerinden seçilen nokta konum hatalarının minimum (A-optimal ağ) olmasını öngören $iz(Q_{xx}) \Rightarrow \min.$ ve Q_{xx} matrisinin en büyük özdeğerinin minimum (E-optimal ağ) olmasını öngören $\lambda_{\max} \Rightarrow \min.$ amaç fonksiyonlarını minimum yapacak biçimde minimum ölçü planından maksimuma ve maksimumdan minimuma giderek simülasyon yöntemiyle yapılmıştır. Minimum ölçü planından maksimuma giderken amaç fonksiyonu değerlerindeki azalışların küçük olduğu ölçü planına ulaşıldığında, maksimum ölçü planından minimuma giderken amaç fonksiyonu değerlerindeki artışların büyük olduğu ölçü planına ulaşıldığında, yineleme sonlandırılarak seçilen duyarlık amaç fonksiyonuna bağlı optimal ağa ulaşıldığına karar verilmiştir.

Üç alıcı ile minimum ölçü planından maksimuma ve maksimum ölçü planından minimuma simülasyon yöntemiyle A- ve E-optimal ağı oluşturmak için 8 iterasyon yapılmıştır. A- ve E-optimal ağların planlanmasında eklenen bazların amaç fonksiyonlarına etkileri Şekil 15'den irdelendiğinde belli bir yinelemeden sonra, skaler amaç fonksiyonları değerlerindeki azalışların küçüldüğü görülmüştür. Azalışların küçülmeğe başladığı ilk ölçü planının optimum ölçü planı olduğuna karar verilmiştir. A- ve E-optimal ağların planlanmasında çıkarılan bazların amaç fonksiyonlarına etkileri Şekil 17'den irdelendiğinde belli bir yinelemeden sonra, skaler amaç fonksiyonları değerlerindeki artışların büyüdüğü görülmüştür. Artışların büyümeğe başladığı ilk ölçü planının optimum ölçü planı olduğuna karar verilmiştir. Bu durumda Şekil 15'de görüldüğü gibi minimum ölçü planından maksimuma giderken E-optimal ağa beşinci ölçü planıyla ve A-optimal ağa altıncı ölçü planıyla, Şekil 17'de görüldüğü gibi maksimum ölçü planından

minimumuma giderken E-optimal ağı dördüncü ölçü planıyla ve A-optimal ağı altıncı ölçü planı ile ulaşıldığına karar verilmiştir.

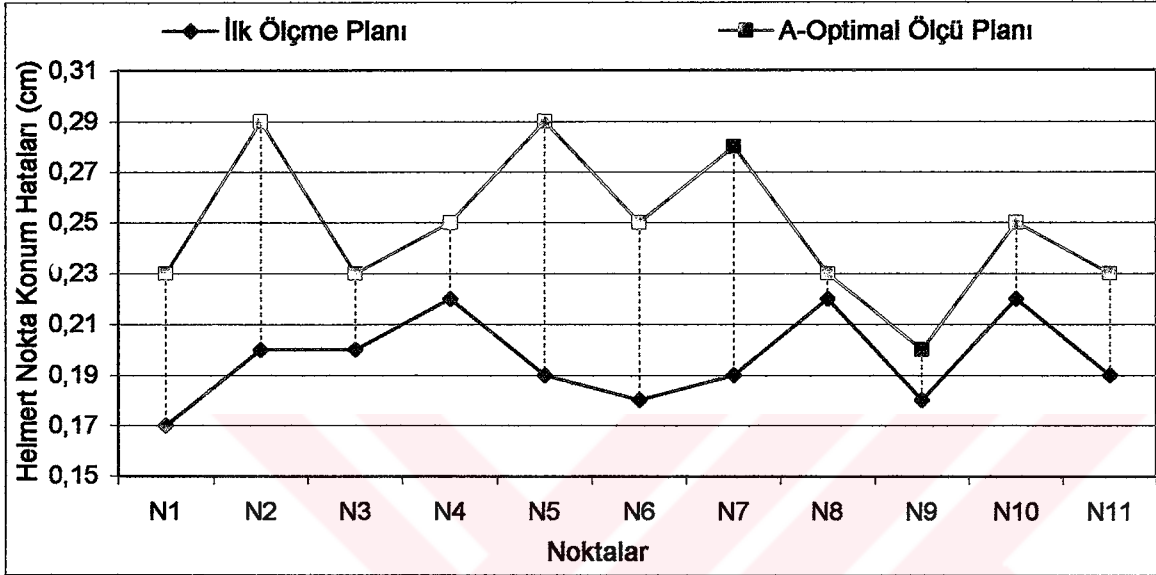
Üç alıcı kullanıldığı durumda, minimum ölçü planından maksimuma giderken A-optimal ağ tasarımı, Şekil 11’de verilen 19 baz ile oluşturulan ilk ölçü planı ve Şekil 16’da 30 baz ile karar verilen optimal ağ ölçü planına ilişkin Helmert nokta konum hataları Şekil 33’de verilmiştir.



Şekil 33. Üç alıcı ile minimum ölçü planından maksimuma gidilirken A-optimal ağ tasarımı Helmert nokta konum hatalarının değişimleri

Şekil 33 incelendiğinde, ilk ölçü planının nokta konum hatalarının küçük ve homojen bir yapıda olmadığı, ilk ölçü planı ile karşılaştırıldığında A-optimal ağ ölçü planı ile oluşan ağdaki nokta konum hatalarının yaklaşık yarı yarıya düştüğü görülmüştür. Böylece duyarlık yönünden ağ yaklaşık homojen bir yapıya kavuşturulmuştur. Şekil 33 incelendiğinde N3, N4, N7, N8 ve N11 noktalarının konum duyarlılıklarındaki düşüşün, N1, N5, N6 ve N9 noktalarına göre daha büyük olduğu görülür. Burada amaç her noktadaki konum hatalarını eşit oranda düşürmek değil, büyük olan noktalarınkileri, küçüklerinkine oranla daha fazla düşürmektir. Bunu sağlamak amacıyla her yinelemelerde konum duyarlılığı düşük ve hata elipsoidi yarı eksenleri büyük olan noktalara giden bazlar, oturumlar dikkate alınarak ilave edilmiştir.

Üç alıcı kullanıldığı durumda maksimum ölçü planından minimuma giderken A-optimal ağ tasarımı, Tablo 20’de verilen 42 baz ile oluşturulan ilk ölçü planı ve Şekil 18’de 29 baz ile karar verilen optimal ağ ölçü planına ilişkin Helmert nokta konum hataları Şekil 34’de verilmiştir.

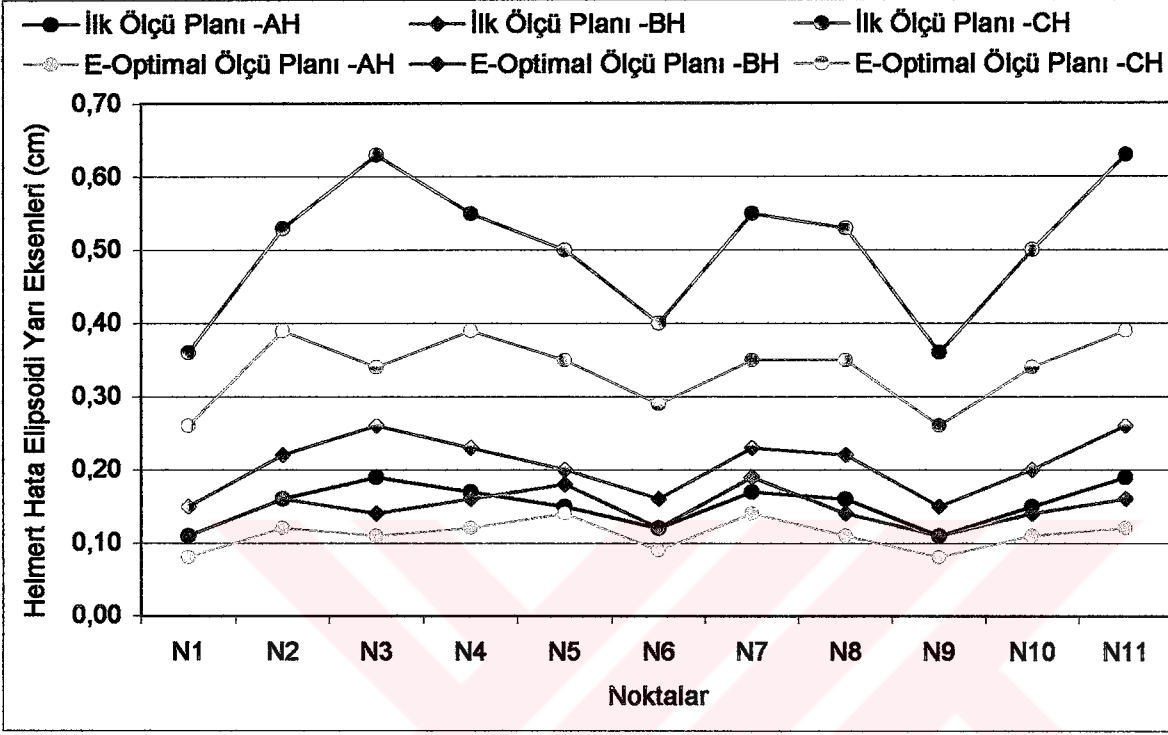


Şekil 34. Üç alıcı ile maksimum ölçü planından minimuma gidilirken A-optimal ağ tasarımı Helmert nokta konum hatalarının değişimleri

İlk ölçü planından 13 baz atılmasına rağmen nokta konum hataları değerlerinde büyük bir artış olmamış, fakat ilk ölçü planına göre ağın duyarlık yönünden homojenliği bozulmuştur. Şekil 34 incelendiğinde duyarlık yönünden homojen yapıda bir ağ oluşturulamadığı görülür. Ayrıca N2, N5, N6 ve N7 noktalarına giden bazların ağdan çıkarılması sonucu nokta konum hatalarındaki artışın fazla, fakat N3, N4, N8, N9, N10 ve N11 noktalarına giden bazların ağdan çıkarılması sonucu nokta konum hatalarındaki artışın da az olduğu görülür. Bunun nedeni N2, N5, N6 ve N7 noktalarına giden bazların, N3, N4, N8, N9, N10 ve N11 noktalarına giden bazlardan daha az sayıda olmasıdır. Oturumlar dikkate alınarak bazların çıkarılması bu sonucu doğurmuştur. Bununla birlikte oturumları dikkate almadan yapılacak bir ölçü planı optimizasyonu ile optimal ölçü düzeni oluşturmak mümkün değildir.

Üç alıcı kullanıldığı durumda minimum ölçü planından maksimuma giderken E-optimal ağ tasarımı, Şekil 11’de verilen 19 baz ile oluşturulan ilk ölçü planı ve Şekil

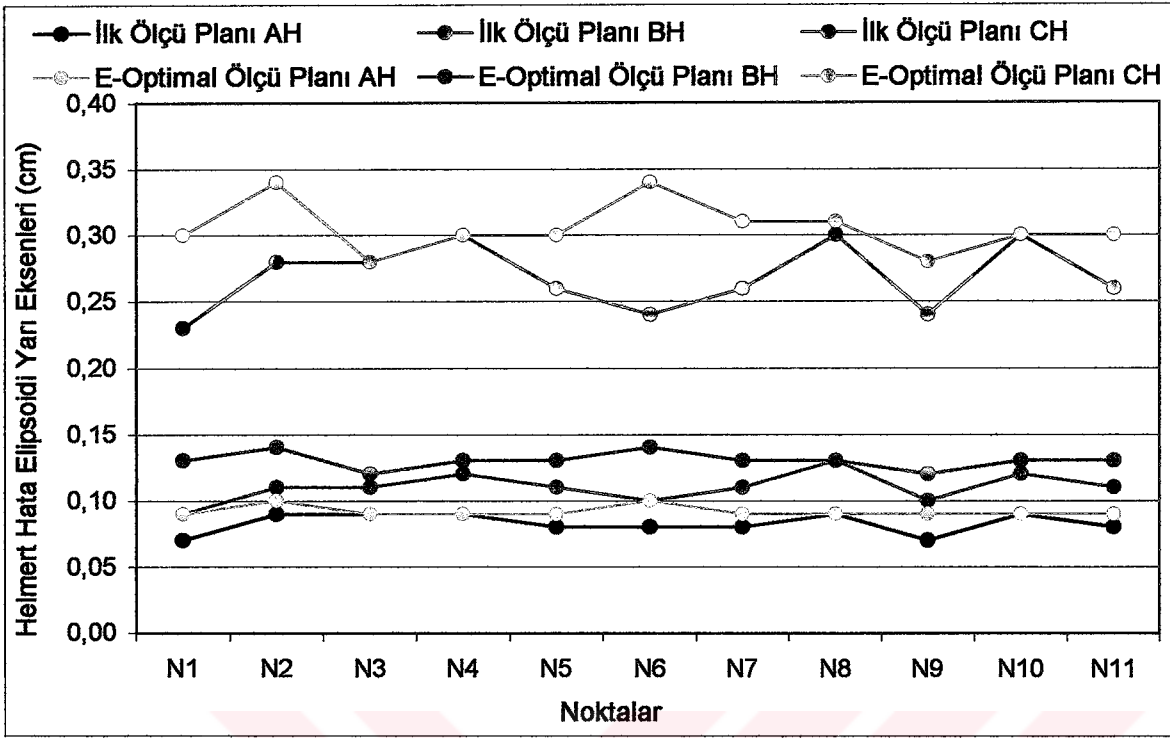
16'da 28 baz ile karar verilen optimal ağ ölçü planına ilişkin Helmert nokta hata elipsoidleri yarı eksenleri büyüklükleri Şekil 35'de verilmiştir.



Şekil 35. Üç alıcı ile minimum ölçü planından maksimuma gidilirken E-optimal ağ tasarımında Helmert nokta hata elipsoidleri yarı eksenleri büyüklüklerinin değişimleri

Şekil 35 incelendiğinde noktaların Z eksen yönündeki hata elipsoidi yarı eksenlerinin (C_H) büyüklüklerinin X ve Y eksenleri yönündekilere (A_H ve B_H) oranla yaklaşık üç kat büyüklükte oldukları görülür. Tasarım sonucu beşinci ölçü planıyla elde edilen E-optimal ağ ölçü planına ilişkin hata elipsoidlerinde de bu oran değiştirilememiştir. N3, N7, N8 ve N11 numaralı noktalara bazların planlanmış olması ve bunun hata elipsoidi yarı eksenlerini özellikle Z eksen yönündeki yarı eksen (C_H) büyük oranda küçültmesi ağa duyarlılık yönünden homojen bir yapı kazandırmıştır.

Üç alıcı kullanıldığı durumda maksimum ölçü planından minimuma giderken E-optimal ağ tasarımında, Tablo 20'de verilen 42 baz ile oluşturulan ilk ölçü planı ve Şekil 18'de 33 baz ile karar verilen optimal ağ ölçü planına ilişkin Helmert nokta hata elipsoidleri yarı eksenleri büyüklükleri Şekil 36'da verilmiştir.



Şekil 36. Üç alıcı ile maksimum ölçü planından minimuma gidilirken E-optimal ağ tasarımı Helmert nokta hata elipsoidleri yarı eksenleri büyüklüklerinin değişimleri

Şekil 36 incelendiğinde noktaların Z eksen yönündeki hata elipsoidi yarı eksenlerinin (C_H) büyüklüklerinin X ve Y eksenleri yönündekilere (A_H ve B_H) oranla yaklaşık üç kat büyüklükte oldukları görülür. Tasarım sonucu amaç fonksiyonundaki artışın önceki ölçü planları ile kıyaslandığında büyük olduğu görülerek dördüncü ölçü planıyla optimal ağa ulaşıldığına, karar verilmiştir. Şekil 36 incelendiğinde N1, N2 N5, N6, N7, N9 ve N11 noktalarının hata elipsoidleri eksenlerinde büyümeler olduğu, N3, N4, N8 ve N10 noktalarının hata elipsoidi eksenlerinde ise bu büyümelerin çok küçük olduğu görülür. Ağ homojen yapı kazandırılmamıştır. Fakat ağdan 9 baz atılmasına rağmen nokta konum hatalarında fazla büyüme olmamıştır. Bunun sebebi nokta konum duyarlılıkları iyi ve hata elipsoidi yarı eksenleri küçük olan noktalara giden bazların ölçü planından çıkarılmasıdır.

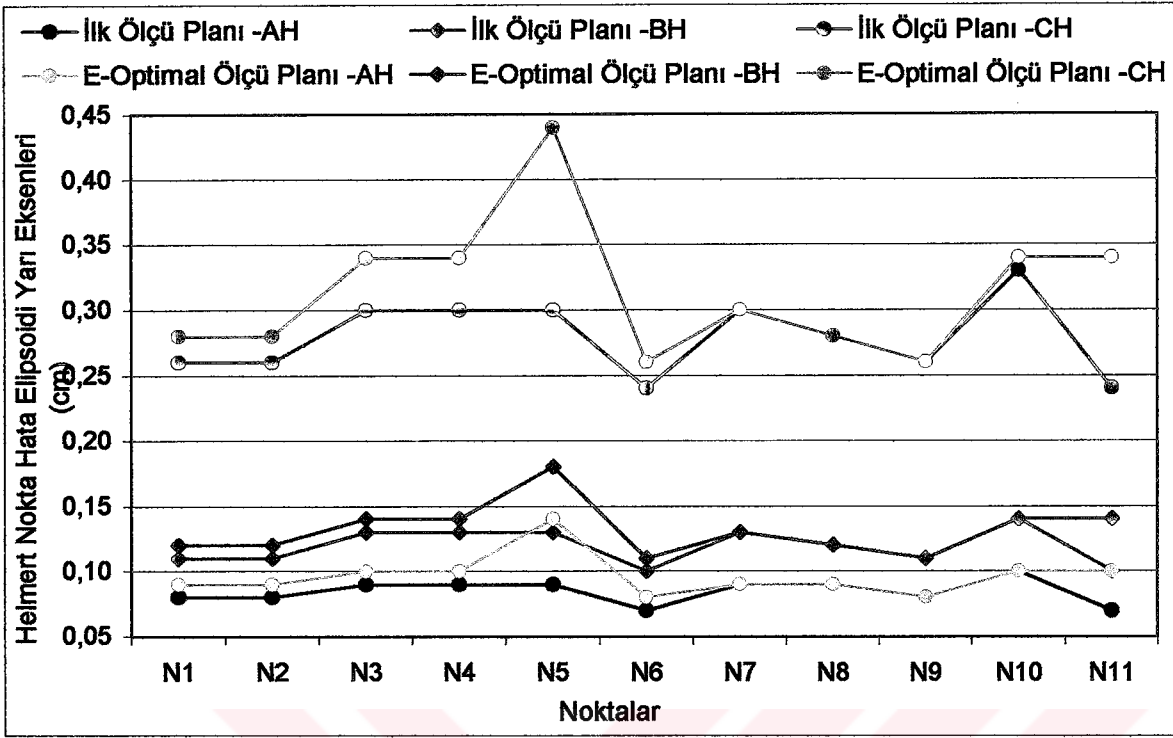
Üç alıcı ile ölçü yapılması durumunda A- ve E-optimal ağların tasarımı minimum ölçü planından maksimum ölçü planına gidilirken ağ duyarlık yönünden homojen bir yapı kazandırılabilirken, maksimum ölçü planından minimuma gidilirken ağın duyarlık yönünden homojen yapısı bozulmuştur.

Maksimum ölçü planından minimum ölçü planına gidilerek altıncı ölçü planı ile bulunan 29 bazlı A-optimal ağın (Şekil 18) amaç fonksiyonu değeri, $iz(Q_{xx}) = 0.684$, minimum ölçü planından maksimum ölçü planına gidilerek altıncı ölçü planı ile bulunan 30 bazlı A optimal ağın (Şekil 16) amaç fonksiyonu değeri $iz(Q_{xx}) = 0.675$ olarak hesaplanmıştır. A-optimal ağa her iki yöntemde de yaklaşık aynı baz sayısı ile ulaşılmış ve amaç fonksiyonu değerleri de yaklaşık eşit bulunmuştur. Fakat oluşan her iki A-optimal ağın geometrileri birbirinden farklı oluşmuştur.

Maksimum ölçü planından minimum ölçü planına gidilerek dördüncü ölçü planı ile bulunan 33 bazlı E-optimal ağın (Şekil 18) amaç fonksiyonu değeri, $\lambda_{max} = 0.088$, minimum ölçü planından maksimum ölçü planına gidilerek beşinci ölçü planı ile bulunan 28 bazlı E optimal ağın (Şekil 16) amaç fonksiyonu değeri $\lambda_{max} = 0.166$ olarak hesaplanmıştır. Her iki E-optimal ağ için baz sayıları, bazlar ve ağ geometrisi birbirinden farklı oluşmuştur. Ayrıca amaç fonksiyonlarından biri diğerinin yaklaşık iki katı büyüklüğünde hesaplanmıştır. Amaç fonksiyonu değerlerinden de görüldüğü gibi maksimum ölçü planından minimuma gidilirken diğer yöntemde göre daha az yinelemeyle amaç fonksiyonunun değeri daha küçük bulunmuştur.

Sonuçta aynı sayıdaki fakat farklı bazlarla ve farklı ağ geometrisi ile oluşturulan A-optimal ağların amaç fonksiyonu değerleri, eşit yineleme sonunda yaklaşık aynı bulunmuştur. Böylece A optimal ağa maksimum ölçü planından minimuma veya minimum ölçü planından maksimuma gidilerek eşit yineleme sonucu ulaşılabilindiği görülmüştür. E-optimal ağda ise amaç fonksiyonu değerleri her iki yöntemde de farklı değerlerde bulunmuştur. Ayrıca minimumdan maksimuma gidilerek oluşturulan E-optimal ağa daha az yineleme ile ulaşılmış ve amaç fonksiyonu değeri diğer yöntemde göre çok daha küçük bulunmuştur.

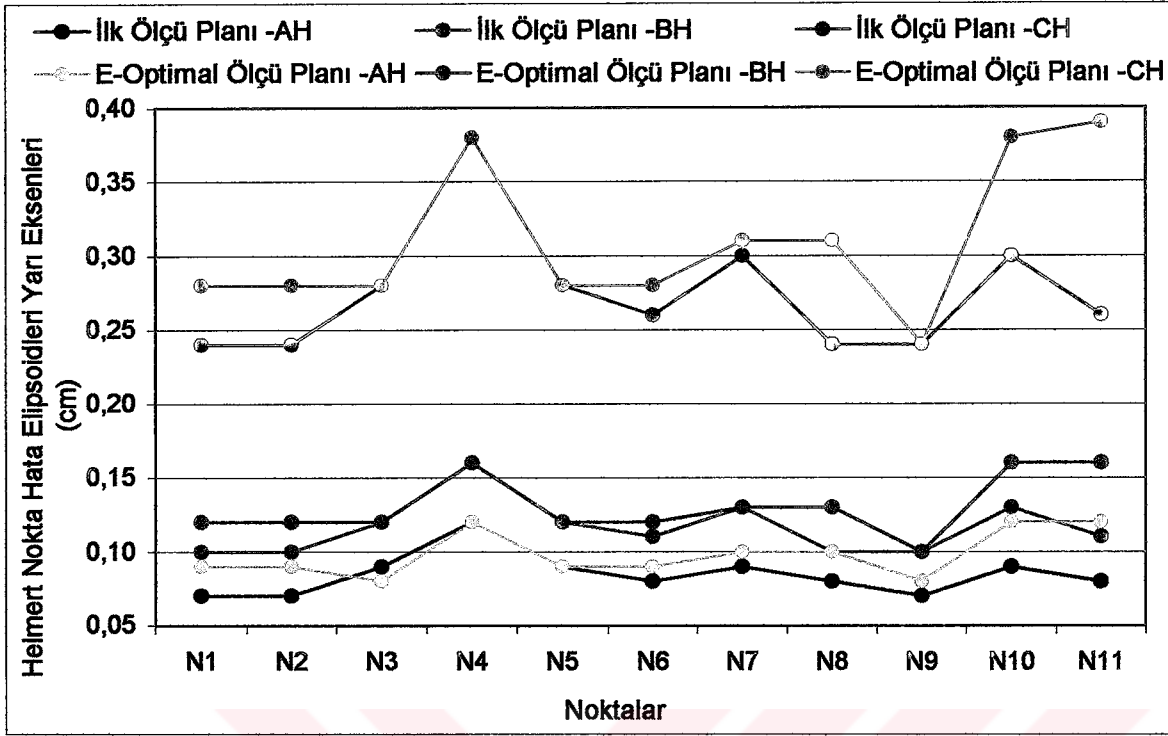
*Dört alıcı kullanıldığı durumda maksimum ölçü planından minimuma giderken E-optimal ağ tasarımı*nda, Tablo 22’de verilen 39 baz ile oluşturulan ilk ölçü planı ve Şekil 21’de 33 baz ile karar verilen optimal ağ ölçü planına ilişkin Helmert nokta hata elipsoidleri yarı eksenleri büyüklükleri Şekil 37’de verilmiştir.



Şekil 37. Dört alıcı ile maksimum ölçü planından minimuma gidilirken E-optimal ağ tasarımı Helmert nokta hata elipsoidleri yarı eksenleri büyüklüklerinin değişimleri

Şekil 37 incelendiğinde N5 ve N11 noktalarının hata elipsoidleri eksenlerindeki büyümeler fazla, diğer noktalara ait hata elipsoidi eksenlerindeki büyümeler az olduğu görülmektedir. Ağa homojen yapı kazandırılmamıştır. Fakat ağdan 6 baz atılmasına rağmen nokta konum hatalarında fazla büyüme olmamıştır. Bunun nedeni nokta konum duyarlılıkları iyi ve hata elipsoidi yarı eksenleri küçük olan noktalara giden bazların ölçü planından çıkarılmasıdır.

Beş alıcı kullanıldığı durumda maksimum ölçü planından minimuma giderken E-optimal ağ tasarımı, Tablo 24’de verilen 41 baz ile oluşturulan ilk ölçü planı ve Şekil 23’de 34 baz ile karar verilen optimal ağ ölçü planına ilişkin Helmert nokta hata elipsoidleri yarı eksenleri büyüklükleri Şekil 38’de verilmiştir.



Şekil 38. Beş alıcı ile maksimum ölçü planından minimuma gidilirken E-optimal ağ tasarımı Helmert nokta hata elipsoidleri yarı eksenleri büyüklüklerinin değişimleri

Şekil 38 incelendiğinde N1, N2, N8, N10 ve N11 noktalarının hata elipsoidleri eksenlerindeki büyümenin fazla olduğu, diğer noktalara ait hata elipsoidi eksenlerindeki büyümelerin ise az olduğu görülmüştür. Ağa homojen yapı kazandırılmamıştır. Fakat ağdan 7 baz atılmasına rağmen nokta konum hatalarında fazla büyüme olmamıştır. Bunun sebebi nokta konum duyarlılıkları iyi ve hata elipsoidi yarı eksenleri küçük olan noktalara giden bazların ölçü planından çıkarılmasıdır.

Üç alıcı ile ağ tasarımı dört ve beş alıcı ile tasarımdan çok daha esnektir. Şöyle ki, üç alıcı kullanılması durumu dikkate alındığında her yinelemede duyarlılığı zayıf noktalara iki veya üç baz eklenir iken veya duyarlılığı yüksek noktalardan iki veya üç baz çıkarılırken, dört ve beş alıcı ile tasarımda dört, beş veya altı baz eklenmek veya çıkarılmak zorunda kalmıştır. Bu durumda dört ve beş alıcı ile tasarımlarda her yinelemede çıkarılmaması gereken bazlarda ağdan çıkarılmak zorunda kalmıştır. Fakat dört ve beş alıcı ile tasarımda oturum sayısı üç alıcı ile tasarıma oranla daha az olmuştur. Bu da ağın daha kısa zamanda ölçülebileceğini göstermektedir.

Ağın güven optimizasyonu, ortalama serbestlik derecesinin 0.5 değerinden büyük olması, ölçülere ilişkin kısmi redundanz paylarının ortalama serbestlik derecesine yakın olması, iç güven ölçütleri değerlerinin 6m; sınır değerlerinden küçük olması ve dış güven ölçütleri değerlerinin de 6 sınır değerinden küçük olması şeklinde seçilen amaç fonksiyonları ile yalnızca üç alıcı için yapılmıştır.

Ağın güven optimizasyonu için ilk ölçü planı, ortalama serbestlik derecesi 0.5 olacak biçimde 20 bazla Şekil 24'deki gibi oluşturulmuştur. İlk ölçü planında ağı oluşturan bazların kısmi redundanz payları (Şekil 25) ile ağın iç ve dış güven ölçütleri (Şekil 26 ve 27) hesaplanmıştır. Şekillerden de görüldüğü gibi ağın, ortalama serbestlik derecesinin 0.5 den büyük olmasına rağmen ağı çevreleyen 9 bazın redundanz değerlerinin sınır değer altında kaldığı görülmüştür. Bu 9 bazdan redundanz değerleri çok küçük olan 3 bazın iç güven ölçütü değerlerinin sınır değerlerini aştıkları ve 6 bazın iç güven ölçütü değerlerinin sınır değerlere yakın oldukları ve ağdaki tüm bazların dış güven ölçütlerinin sınır değer şartını sağladıkları görülmüştür.

Şekil 28'de görülen ikinci ölçü planında adı geçen bazlara dik yönde yeni ölçüler planlanarak güvenilirliklerinin artırılması sağlanmıştır. İkinci ölçü planıyla 3 bazın redundanz değerleri ve bu bazlara ilişkin ağın iç güven ölçütü değerlerinin ilgili sınır değer şartlarını sağladığı görülmüştür. Ancak ikinci ölçü planında 4 bazın redundanz değerleri 0.5 sınır değerinden küçük bulunmuştur. Bu nedenle kısmi serbestlik dereceleri 0.5 değerinin altında olan bu bazlara dik yönde 3 baz (bir oturum) eklenerek Şekil 29'da verilen üçüncü ölçü planı oluşturulmuştur.

Üçüncü ölçü planıyla, ağdaki bazların herhangi birinde oluşacak kaba hatanın yüzde kaçının yine bu bazlara düzeltme olarak yansyacağını gösteren redundanz değerleri 0.5 sınır değerini aşmıştır ve ortalama serbestlik derecesine yakın değerler almıştır. Böylece düzeltmeleri esas alarak uyuşumsuz ölçüleri belirleyen geleneksel uyuşumsuz ölçüler testleri ile ağdaki kaba hatalı baz veya bazlar daha doğru belirlenebilecektir. Hata sınırına yakın kaba hatalı ölçüleri ayırma gücü olarak tanımlanan, diğer bir ifade ile bir ölçüdeki hatanın açığa çıkarılabilmesi için en az ne büyüklükte bir değere ulaşması gerektiğini gösteren iç güven ölçütleri sınır değer altına çekilmiştir. Ağdaki ölçülerde oluşan ve belirlenememiş olan kaba hataların koordinat bilinmeyenlerine veya bunların bir fonksiyonuna ne oranda yansyacağını gösteren dış güven ölçütü sınır değer altına çekilerek ağın güvenilirliği sağlanmıştır. Böylece ağın geometrisinin model ve ölçü hatalarını ortaya çıkarabilme kabiliyeti artırılmıştır.

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Günümüzde teknolojinin gelişimiyle birlikte jeodezide yersel ağların yerine GPS ağları kullanım alanı bulmuştur. Mühendislik problemlerini çözmek amacıyla kurulacak jeodezik ağların kullanım amaçlarına uygun hale getirilmeleri için optimizasyonlarının yapılması gerekmektedir. GPS ağının optimizasyonunu yapmak için ilk olarak ağ noktalarının harita üzerine, karelej ağ geometrisi, ulaşılabilirlik ve gökyüzü görüşünün açık olduğu bölgeler dikkate alınarak işaretlenmesi gerekmektedir.

Jeodezik ağların kullanım amaçlarına uygun olarak tesisi, tasarımı aşamasında, ağın optimizasyonu için seçilen amaç fonksiyonunun doğru olarak belirlenmesine bağlıdır. Genelde mühendislik ölçmelerinde tesis edilmek istenen ağların, homojen ve izotrop yapıda olmaları, ağdaki nokta duyarlıklarının yüksek olması gibi duyarlık isteklerinin yanında ağın güvenilir olması da istenir. Uygulama ağında tüm noktaların duyarlık yönünden homojen yapıda olmasını hedefleyen A-optimal ağ ve ağ noktalarının duyarlılığını artırmayı hedefleyen E-optimal ağ ayrı ayrı amaç fonksiyonu olarak seçilmiştir. Seçilen amaç fonksiyonlarını yaklaşık minimum yapabilmek için uygun bir tasarım parametresi belirlenmelidir. Uygulamada, 1. derece optimizasyon olarak da anılan ölçü planı optimizasyonu tasarım parametresi olarak seçilmiştir. Diğer bir deyişle ağ için noktaların yaklaşık koordinatları ile ağın geometrik yapısı bilinerek, ağın geometrik şekli, diğer bir anlatımla A katsayılar matrisi en uygun duruma getirilmiştir.

Tasarım parametresinin gerçekleştirilebilmesi için simülasyon yöntemlerinden tekrarlı en küçük kareler yöntemi uygun bir çözüm algoritması olarak seçilmiştir. Uygulamada, simülasyon yönteminin, analitik yöntemin aksine güçlü bir matematiksel formülizasyona gerek duymadığı ve ölçü planında değişiklik yapılması sürecinde hangi bazların çıkarılması ya da eklenmesine bilgisayarla karar verebilecek algoritmaların geliştirilmesine de olanak sağladığı görülmüştür. Bunun yanında yöntemin en büyük zorluğunun, yinelemeli çözüm yapıldığından işlenmesi gereken veri yükünün çok olduğu ve tam optimum bir ağa da ulaşamadığı görülmüştür.

Tasarım ağının ilk ölçü planı, minimum ölçü ve maksimum ölçü esasına göre kullanılacak alıcı sayısı dikkate alınarak planlanmıştır. İlk ölçü planına ilişkin GPS baz vektörleri ölçüler olarak alınıp, ağ ölçülerin kendi aralarındaki tutarlılığını ve noktaların konum duyarlılığını en iyi şekilde yansıtan serbest ağ dengelemesi yöntemiyle

dengelenmiştir. İlk ölçü planına ilişkin ağı duyarlık analizi için, nokta koordinatlarının ortalama hataları ve Helmert nokta konum hataları hesaplanmış ve noktaların duyarlıklarının birbirlerine göre farklılık gösterdikleri, diğer bir deyişle ortalama hataların birbirine yakın değerler almadıkları görülmüştür. Duyarlık analizi noktaların konum duyarlıklarının ve Helmert nokta hata elipsoidleri elemanlarının hesabı ve hata elipsoidlerinin çizdirilmesiyle yapılmıştır. Nokta hata elipsoidleri, ölçülerin fazla yapıldığı noktalarda küçük, ağı dış kısımlarında bulunan ve az ölçü yapılan noktalarda ise büyük çıktığı görülmüştür.

Minimum ölçü planından maksimum ölçü planına gidilerek yapılan optimizasyon işleminde, seçilen duyarlık amaç fonksiyonlarına en fazla etki eden bazların, büyük olan nokta hata elipsoidleri eksenleri yönünde ilave edilen yeni bazlar olduğu belirlenmiştir. Bu bazlar ölçü planına eklenmiş ve amaç fonksiyonu değerindeki azalmanın küçük olduğu yinelemelerde optimal ölçü planına ulaşıldığına karar verilmiştir. Maksimum ölçü planından minimum ölçü planına gidilerek yapılan optimizasyon işleminde seçilen duyarlık amaç fonksiyonlarına etkisi çok az olan bazlar, küçük olan nokta hata elipsoidleri eksenleri yönündeki bazlar olarak belirlenmiştir. Bu bazlar ölçü planından çıkarılmıştır. Amaç fonksiyonu değerlerindeki artışın büyük olduğu yinelemelerde optimal ölçü planına ulaşıldığına karar verilmiştir.

Tasarım aşamasında seçilen duyarlık amaç fonksiyonları değerlerinin ağdaki baz sayısı ile ters orantılı olduğu fakat doğrusal olmadığı görülmüştür. Şöyle ki, mevcut bazların ağ noktalarına dağılımına ve ağ geometrisine bağlı olarak eklenen ve çıkarılan bazların amaç fonksiyonlarına etkilerinin çok farklı olduğu görülmüştür.

Üç alıcı ile ölçü yapılması durumunda A- ve E-optimal ağların tasarımında minimum ölçü planından maksimum ölçü planına gidilirken ağa duyarlık yönünden homojen bir yapı kazandırılıla bilinirken, maksimum ölçü planından minimuma gidilirken ağı duyarlık yönünden homojen yapısının bozulduğu görülmüştür. Uygulamada, A-optimal ağlar, aynı sayıda fakat farklı bazlarla ve farklı ağ geometrisi ile oluşmuş ve amaç fonksiyonu değerleri de eşit yineleme sonunda yaklaşık aynı bulunmuştur. Böylece A-optimal ağa maksimum ölçü planından minimuma veya minimum ölçü planından maksimuma gidilerek eşit yineleme sonucu ulaşılabilindiği görülmüştür. E-optimal ağda ise amaç fonksiyonu değerleri her iki yöntemde de farklı değerlerde bulunmuştur. Ayrıca minimumdan maksimuma gidilerek oluşturulan E-optimal ağa daha az yineleme ile ulaşılmış ve amaç fonksiyonu değeri diğer yöntemle göre çok daha küçük bulunmuştur.

Üç alıcı ile oturumların planlanmasının dört ve beş alıcı ile tasarımdan çok daha esnek olduğu görülmüştür. Üç alıcı ile oturumların planlanmasında her yinelemelerde duyarlılığı zayıf noktalara iki veya üç baz eklenmesinin veya duyarlılığı yüksek noktalardan iki veya üç baz çıkarılmasının, dört ve beş alıcı ile tasarımda dört, beş veya altı baz eklenmesinin veya çıkarılmasının gerekli olduğu görülmüştür. Fakat dört ve beş alıcı ile tasarımda oturum sayısının üç alıcı ile tasarıma oranla daha az olduğunu ve ağın daha kısa zamanda ölçülebileceğini göstermiştir.

Ağın güven optimizasyonunda, minimum veya maksimum ölçü planı oluşturmak yerine yinelemenin azaltılması amacıyla ortalama serbestlik derecesi 0.5 olacak şekilde baz ağa planlanarak ilk ölçü planı oluşturulmuştur. Ağda kısmi serbestlik dereceleri 0.5 sınır değerinin altında kalan, iç güvenilirliği ve dış güvenilirliği sınır değerlerinden büyük olan bazlara, dik yönde yeni bazlar eklenerek ağın güvenilirliğinin sağlandığı görülmüştür. İlk ölçü planı ile ağın dış güven ölçütü değerlerinin sınır değeri sağladığı, ikinci ölçü planıyla da iç güven ölçü değerlerinin sınır değerlerini sağladığı ve tüm bazların redundanz değerlerinin sınır değerini ancak üçüncü ölçü planı ile sağladığı görülmüştür.

Ağın global duyarlık ölçütleri değerlerinin iyi olması veya ağın ortalama serbestlik derecesinin yüksek olması duyarlı ve güvenilir bir ağ olduğu anlamına gelmez. Bunlarla birlikte, ağa ilişkin lokal duyarlık ve güven ölçütlerinin de ayrı ayrı denetlenmesi ve iyileştirilmesi gerekir. Şöyle ki ağın güven hiperelipsoidinin hacmi yaklaşık minimum yapılsın, fakat ağın en büyük öz değerinin öz değerler toplamına oranı $1/2$, $1/3$ gibi yüksek değerler alıyorsa ağda homojen bir duyarlık dağılımından söz edilemez.

Sonuç olarak, bir GPS ağının tasarımında,

- *ağın duyarlık optimizasyonunda*, tasarımı aşamasında bazların kapalı luplardan oluşturulması ve oturumların her sonraki oturumun en az daha önceden ölçü yapılan bir bazı içerecek şekilde oluşturulması,
- baz hatalarının nokta konum hatalarına etkisini azaltmak ve güvenilirliği artırmak için bazların birbirine dik planlanması diğer bir deyişle küçük açılarla kestirilmemeleri,
- oturumların planlanması üç alıcı ile daha rahat yapılabildiğinden ağın tasarımında üç alıcının kullanılması, ancak daha kısa sürede ölçülerin yapılması istendiğinde daha fazla alıcıyla oturumların planlanması,

- ağın global duyarlık ölçütleri değerlerinin iyi olması duyarlık yönünden ağın homojen olduğu anlamına gelmediğinden ağa ilişkin lokal duyarlık ölçütlerinin de denetlenmesi ve iyileştirilmesi,
- ağın simülasyon yöntemiyle optimizasyonunda minimum ölçü planından maksimum ölçü planına gidilirken duyarlılığı düşük olan noktalara duyarlılığı yüksek olan noktalardan bazılar ilave edilmesi, maksimum ölçü planından minimum ölçü planına gidilirken de duyarlılığı yüksek noktaları birleştiren bazılarının ağdan çıkarılması,
- *ağın güven optimizasyonunda*, ağın ortalama serbestlik derecesinin yüksek olması güvenilir bir ağ olduğu anlamına gelmediğinden ölçülerin geometrisine bağlı olarak ağda ölçülerin redundanz değerlerinin, ağın iç ve dış güven ölçütleri değerlerinin sınır değer şartlarını ayrı ayrı gerçekleştirmeleri ve tüm ağda homojen yapıda olmalarının sağlanması,

önerilir.



6. KAYNAKLAR

- Alberda, J. E., 1974. Planning and Optimization of Networks: Some General Considerations, Bolletino di Geodesia e Scienze Afini, 33, 209-240.
- Aksoy, A., 1984. Uyuşumsuz Ölçüler Testi, Harita Dergisi, 93, 15-24.
- Aktaş, E., 1998. GPS Ölçmelerinin Planlanması ve Ağ Tasarımı, Yüksek Lisans Tezi, İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Atasoy, V., 1987. Üç Boyutlu Ağlarda Güven Elipsoidleri, Harita Dergisi, 99, 22-29.
- Ayan, T., 1981. Jeodezik Ağların Optimizasyonu, Doçentlik Tezi, İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi, İstanbul.
- Ayan, T., 1982. Jeodezik Ağlarda Deformasyon Analizine Genel Bakış, İ.T.Ü. Dergisi, 40, 21-25.
- Ayan, T., 1992a. Jeodezik Ağların Optimizasyonu, Harita ve Kadastro Mühendisliği Dergisi, 72, 25-37.
- Ayan, T., 1992b. Uyuşumsuz Ölçüler Testi, Harita ve Kadastro Mühendisliği Dergisi, 72, 38-46.
- Baarda, W., 1968. A Testing Procedure for Use in Geodetic Networks, Publication on Geodesy, 2(5), 5-59.
- Baarda, W., 1973. S – Transformations and Criterion Matrices, Neth. Geod. Comm., Publication on Geodesy, 5(1).
- Baarda, W., 1977. Measures for the Accuracy of Geodetic Networks. IAG-Symp., Sopron.
- Bayrak, T., 2003. Heyelanlar İçin Bir Dinamik Deformasyon ve Bir Dinamik Hareket Yüzeyi Modelinin Oluşturulması, Doktora Tezi, KTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Biacs, Z., Krakiwsky, E., and Lapucha, D., 1990. Reliability Analysis of Phase Observations in GPS Baseline Estimation, Journal of Surveying Engineering, 116(4), 204 – 224.
- Cross, P.A., 1984. Numerical Methods in Network Design, 3rd Course of the International School of Advanced Geodesy, Optimization and Design of Geodetic Networks, Erice, 132-168.
- Cross, P. A., 1985. Optimization and Design of Geodetic Networks, E. W. Grafarend and F. Sanso, eds., Springer, Berlin, 429 – 435.

- Dare, P., 1995. Optimal Design of GPS Networks: Operational Procedures, Phd. Thesis, University of East London, School of Surveying, London.
- Dare, P. ve Saleh, H., 2000. GPS Network Design: Logistics Solution Using Optimal and Near-Optimal Methods, Journal of Geodesy, 74, 467-478.
- Dilaver, A., 1996. Jeodezik Ağlarda Kaba Hatalı Ölçülerin Ayıklanması ve Güven Ölçütleri, K.T.Ü. M.M.F. Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü Araştırma Raporları, Fakülte Yayın No: 2.
- Eren, K. ve Uzel, T., 1995. GPS Ölçmeleri, Yıldız Teknik Üniversitesi Matbaası, Yayın No: 301, İstanbul.
- Ersoy, N., 1997. GPS Sistemi İle Şehir Nirengi Ağlarının Analizi, Harita ve Kadastro Mühendisliği Dergisi, 83, 6-27.
- Even-Tzur, G. ve Papo, H., 1996. Optimisation of GPS Networks by linear programming, Survey Review, 33, 537 – 545.
- Even-Tzur, G., 1997. Optimal Design of GPS Based Geodetic Networks for Monitoring Deformation, Hebrew University, Department of Civil Engineering, D.Sc. Thesis, Israel.
- Even-Tzur, G., 2001. GPS Vector Configuration Design For Monitoring Deformation Network in the North of Israel, The 10th FIG International Symposium on Deformation Measurements, Orange, California, USA.
- French, G. T., 1996. An Introduction to the Global Positioning System, GeoResearch, Inc., ISBN: 0-9655723-0-7.
- Gazdzicki, J., 1976. Strength Analysis of Geodetic Control Network, Bull. Geodesique, 50(4), 363-376.
- Gerasimenko, M. D., 1990. About Problems of Optimal Design of Geodetic Networks, State and Outlook of Engineering Geodetic and Photogrammetric Works, 11 – 15.
- Gerasimenko, M. D., 1991. First Order Design of Geodetic Networks, Geodesy and Cartography, 5, 4-7.
- Gökalp, E., 1994. GPS İle Deformasyon İzleme Amaçlı Yöntem Geliştirme, Doktora Tezi, K.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Gökalp, E., 1995. GPS Ölçü Süresini Kısaltma Amaçlı Yöntem Geliştirme, Türkiye Ulusal Jeodezi-Jeofizik Birliği Bilimsel Kongreleri, Ankara, Bildiriler Kitabı, Cilt II, 403-415.
- Grafarend, E. W., 1974. Optimization of Geodetic Networks, Bolletino di Geodesia e Science Affini, 33(4), 351 - 406.

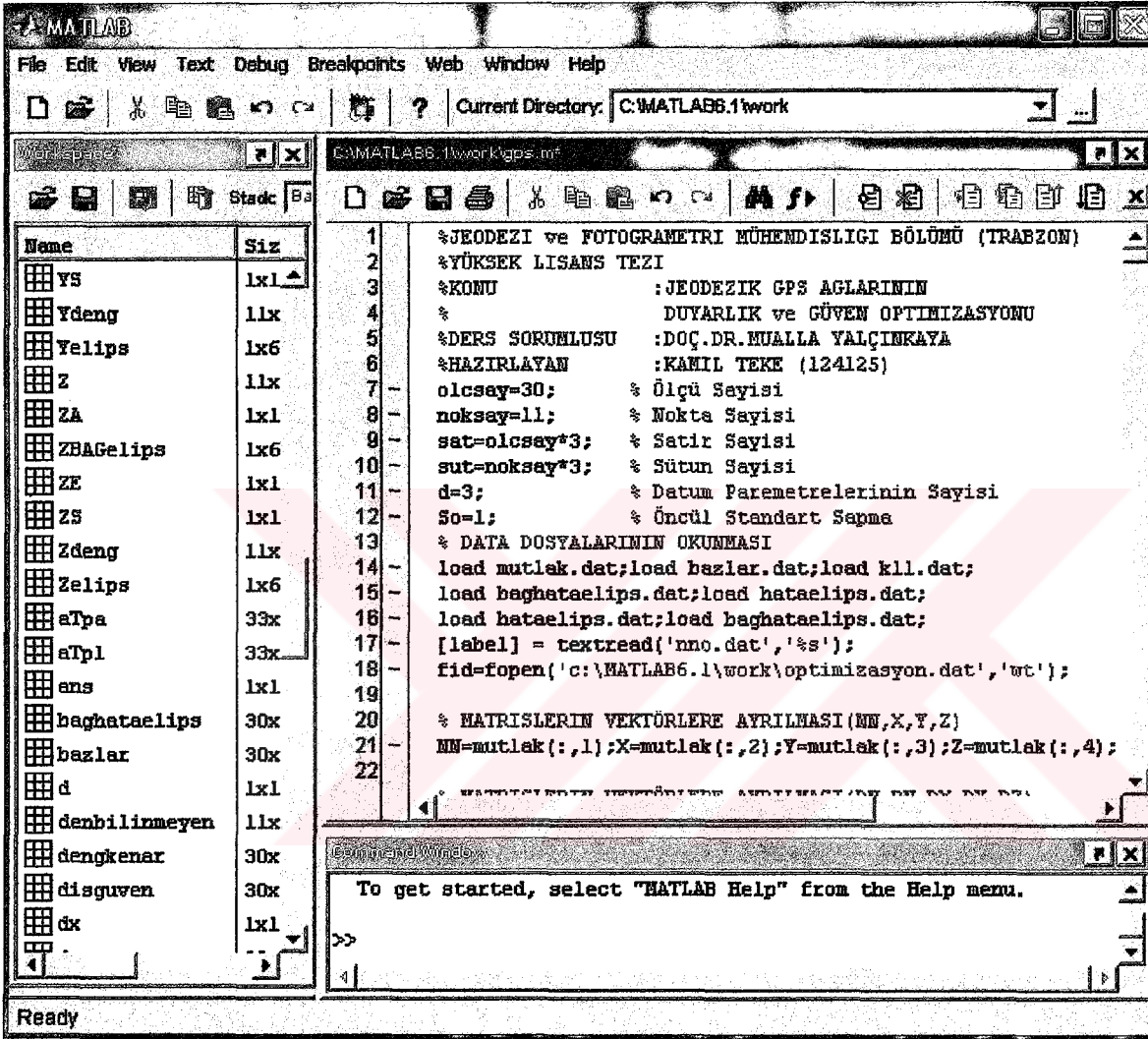
- Grafarend, E., Heister, H., Kelm, R.G., Kropff, H. ve Schaffrin, R., 1979. Optimierung Geodatischer Messoperationen, Band II, Sammlung Wichmann Neue Folge, Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe.
- Grafarend, E. W ve Sanso, F., 1985. Optimization And Design of Geodetic Networks, Springer – Verlag, Berlin, Heidelberg, Newyork, Tokyo.
- Gründig, L. ve Bahndorf, J., 1984. Accuracy and Reliability In Geodetic Networks – Program System Optun, Journal of Surveying Engineering, 110(2), 133 - 145.
- Hatch, R., R. ve Avery, E., V., 1989. Strategic Planning Tool for GPS Surveys, Journal of Surveying Engineering, 115.
- Hofmann, W. B., Lichtenegger, H. ve Collins, J., 1992. Global Positioning System:Theory and Practice, Springer-Verlag, New York, ISBN 3-211-82364-6.
- Hooijberg, M., 1997. Pratical Geodesy Using Computer, Springer-Werlag, New York, ISBN 3-540-61826-0.
- Hothem, L. D., Goad, C. C. and Remondi, B., 1984. GPS Satellite Surveying – Practical Aspects, Canadian Surveyor, 38(3).
- Jaeger, R. ve Bill, R., 1986. Genauigkeits-und Zuverlaessigkeits masse in Verdichtungsnetzen, Deutscher Verein für Vermessungswessen-Mitteilungen Baden-Württemberg, Sonderheft Beurteilung geodaetischer Netze, 70-98.
- Kara, H. H., 1998. İteratif Uyuşumsuz Ölçü Belirleme Yöntemleri ve Kararlı Yapıdaki Jeodezik Ağlarda Davranışları, Yüksek Lisans Tezi, K.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Karaali, C. ve Gökalp, E., 1994. GPS Gözlemleri, K.T.Ü. M.M.F. Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü Araştırma Raporları, Fakülte Yayın No: 2.
- Kaya, A., 1999. Jeodezi-II, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Kınık, I., Şahin, K., ve Şanlı, I., 1993. Ankara GPS Test Ağında GPS Ölçülerinin Değerlendirilmesi, Harita Dergisi, 110, 6-37.
- Koch, K. R., 1980. Parameterschatzung und Hypothesentests in linearen Modellen, Bonn.
- Konak, H., 1994. Yüzey Ağlarının Optimizasyonu, Doktora Tezi, K.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Konak, H., 1996. Yer Merkezli Üç Boyutlu Jeodezik Ağlarda Datum Sorunu, Harita Dergisi, 116.
- Kuang, S., 1992a. Analytical Models of the Optimal First Order Design of Geodetic Networks, Zeitschrift für Vermessungswesen, 117(3), 145-155.

- Kuang, S., 1992b. A New Approach to the Optimal Second Order Design of Geodetic Networks, Survey Review, 31(243), 279-288.
- Kuang, S., ve Chrzanowski, A., 1992. Multi-Objective Optimization Design of Geodetic Networks, Manuscripta Geodaetica, 17(4), 233-244.
- Kuang, S., 1996. Geodetic Network Analysis and Optimal Design, Ann Arbor Press Inc., ISBN 1-57504-044-1.
- Kurt, O., 1996. GPS Ölçülerinin Değerlendirildiği Üç Boyutlu Jeodezik Ağlarda Duyarlık ve Güven Optimizasyonu, Yüksek Lisans Tezi, K.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Leick, A., 1990. GPS Satellite Surveying, Wiley Interscience, New York.
- McElroy, S., 1998. Getting Started with GPS Surveying, The Global Positioning System Consortium (GPSCO).
- McLellan, J. F., Porte, T. R., Price, P. St.J., 1989. Pipeline Deformation Monitoring Using GPS Survey Techniques, Journal of Surveying Engineering, 115(1), 115-121.
- Mikhail, E., M., 1982. Observations and Least Squares, Purdue University, America.
- Morgan, P., 1987. Models of GPS Network Design, Australian Journal of Geodesy, Photogrammetry and Surveying, 46, 41 – 55.
- Nickerson, B., G., 1979. Interactive Network Design, University of New Brunswick, Department of Surveying Engineering, Technical Report, 60.
- Niemeier, W., 1985. Deformationsanalyse. Geodatische Netze in Landes-und Ingenieurvermessung II, Stuttgart, 559-623.
- Öncel, M., 1991. Jeodezik Ağlarda Güven Ölçütleri ve Ağların Optimizasyonu, Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Özbenli, E., 2001. Jeodezi – I, II. Baskı, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Özşamlı, C., 1994. Kontrol Ağlarının Ölçüt Matrisleri İle Ağırlık ve Ölçü Planı Optimizasyonu, Doktora Tezi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Öztürk, E., 1982. Jeodezik Ağlarda Güven Ölçütleri ve Ölçme Planının En Uygunlaştırılması, K.T.Ü. Yayınları, Trabzon.
- Öztürk, E., 1987. Jeodezik Ağlarda Duyarlık ve Güven Ölçütleri, Türkiye 1. Harita ve Teknik Kurultayı, Ankara, Bildiriler Kitabı, 641-699.
- Öztürk, E., 1989. GPS Yapay Uydu Gözlemleri İle Kinematik ve Tektonik Yerkabuğu Hareketlerinin Belirlenmesi, Türkiye II. Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, 561-577.

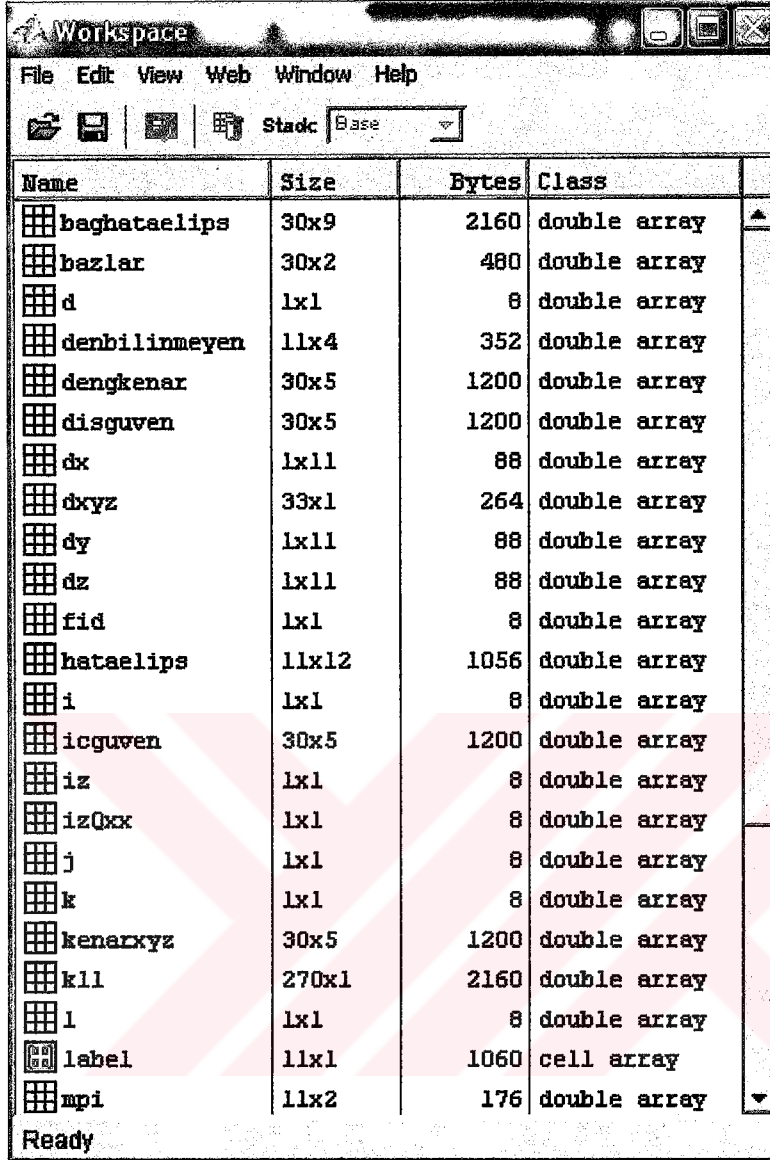
- Öztürk, E. ve Şerbetçi, M., 1992. Dengeleme Hesabı, Cilt III, K.T.Ü. Basımevi, Trabzon.
- Paper, R. ve Niemeier, W., 1983. Some Aspects of the Theory of Errors in Levelling Networks, 295-314.
- Papo, B. H. ve Stelzer, D., 1985. Relative Error Analysis of Geodetic Network, Journal of Surveying Engineering, 111(2), 133-140.
- Pelzer, H., 1980. Beurteilung der Genauigkeit und Zuverlässigkeit, Geodatische Netze in Landes und Ingenieurvermessung, Stuttgart.
- Schaffrin, B., 1982. Some Considerations on The Optimal Design of Geodetic Networks, Proc. Int. Symp. on Geodetic Networks and Computations of the International Association of Geodesy: DGK-PUBL. B-258/III, 97-111.
- Schaffrin, B. 1985. Aspects of Network Design, Optimization and Design of Geodetic Networks, Springer – Verlag, Berlin, 548-597.
- Schmitt, G., 1984. Review of Network Design: Criteria, Risk Functions, Design Ordering, in Optimization and Design of Geodetic Networks, Springer – Verlag, New York, 6 – 10.
- Seemkooei Amiri A., August, 2001. Strategy For Designing Geodetic Network With High Reliability And Geometrical Strength, Journal of Surveying Engineering, 127(3), 104-117.
- Snay, R. A., 1986. Network Design Strategies Applicable to GPS Surveys Using Three or Four Receivers, Bulletin Geodesique, 60(1), 37 – 50.
- Şimşek, M., 1992. Jeodezik Ağlarda Uyuşumsuz Ölçülerin Belirlenmesi, Harita Dergisi, 108, 18-33.
- Tanır, E., 2000. Deformasyon Analizinde Statik Değerlendirme Yöntemleri, Yüksek Lisans Tezi, K.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Teunissen, P. J. G. ve Kleusberg, A., 1998. GPS for Geodesy, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, New York.
- Tiberius, C. C. J. M., 1999. The GPS Data Weight Matrix: What are The Issues?, National Technical Meeting and 19th Biennial Guidance Test Symposium, Canada, ION, 219-227.
- Uzun, Y., Dilaver, A., Konak, H., 1998. Jeodezik Ağların Şekil Yönünden Optimizasyonunda Ardışık Dengeleme Yönteminin Kullanılması, Mühendislik Bilimleri Dergisi, 4(1), 603-612.
- Wells, D., 1987. Guide to GPS Positioning, Canadian GPS Association, Canada, 73-3
- Wolf, H., 1975. Ausgleichungsrechnung. Formeln zur Praktischen Anwendung, Dümmlerbuch. Dümmlerverlag. Bonn.

- Wolf, H. ve Ghilani, C. D., 1997. Adjustment Computation: Statistics and Least Squares in Surveying and GIS, John Wiley and Sons Inc., New York.
- Wolf, H., 1973. Die Helmert-Inverse Bei Freien Geodatischen Netzen, ZFV, 396-398.
- Yalçinkaya, M., 1994. Düşey Yöndeki Yerkabuğu Deformasyonlarının Kinematik Model İle Belirlenmesi, Doktora Tezi, K.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Yalçinkaya, M., 1996. Nivelman Ağlarında Duyarlık ve Güven Ölçütleri, Harita ve Kadastro Mühendisliği Dergisi, 80, 73-84.
- Yalçinkaya, M., Teke, K., ve Bayrak, T., 2003a. Jeodezik GPS Ağlarında Duyarlık ve Güven Analizi, I. Ulusal Mühendislik Ölçmeleri Sempozyumu, İstanbul.
- Yalçinkaya, M., Teke, K. ve Bayrak, T., 2003b. GPS İle Ölçülen Jeodezik Ağlarda Duyarlık ve Güven Optimizasyonu, Türkiye Ulusal Jeodezi Komisyonu 2003 Yılı Bilimsel Toplantısı, Coğrafi Bilgi Sistemleri ve Jeodezik Ağlar Çalıştayı, Konya.
- Yaşayan, R. Y., 1994. Bütünleşik Ağların Dengelenmesi, Yüksek Lisans Tezi, K.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

7. EKLER



Ek Şekil 1. Matlab derleyicisi arayüzü

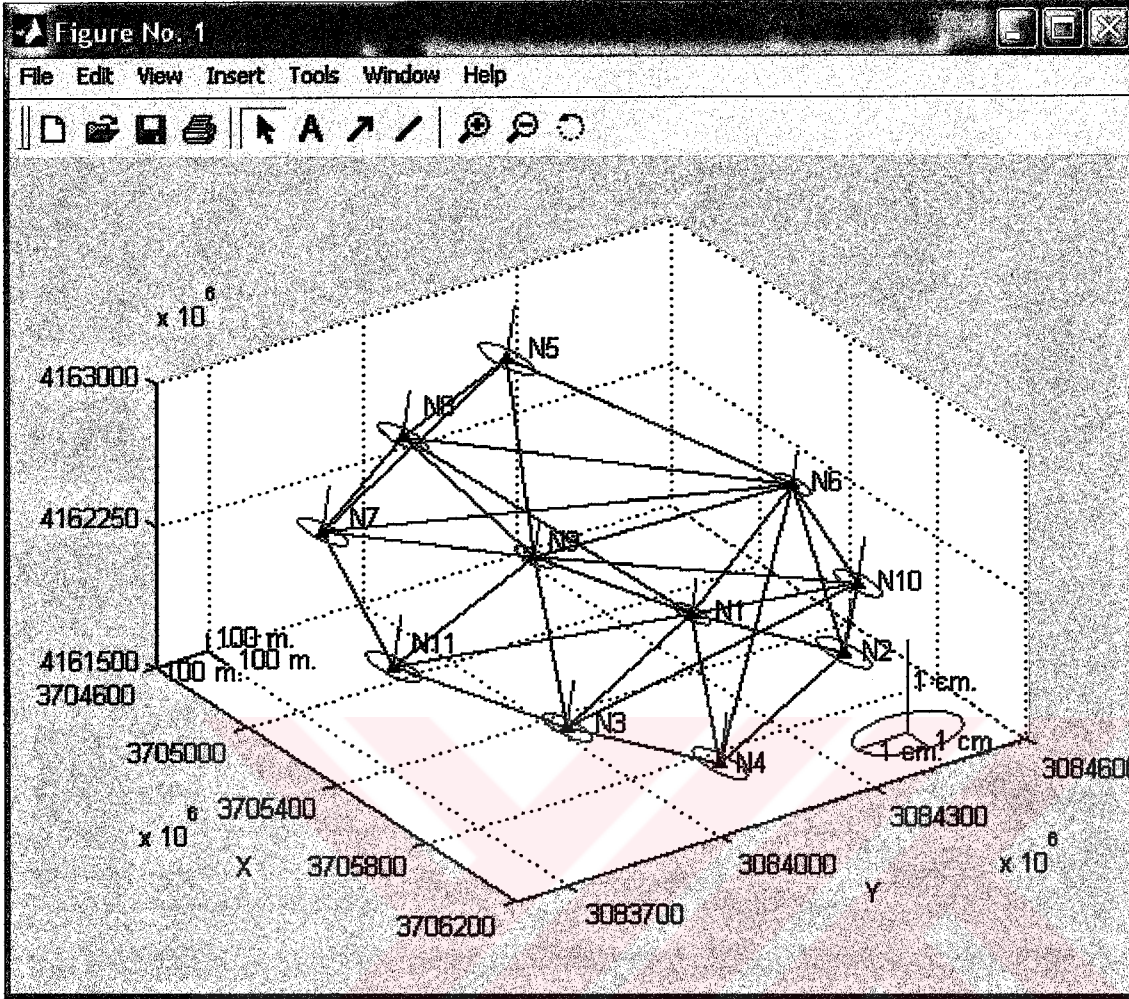


The image shows the MATLAB Workspace window. At the top, there is a title bar with the word 'Workspace' and standard window controls. Below the title bar is a menu bar with 'File', 'Edit', 'View', 'Web', 'Window', and 'Help'. Under the menu bar is a toolbar with icons for saving, deleting, and other workspace actions, followed by a 'Stack' dropdown menu currently set to 'Base'. The main area of the window is a table listing workspace variables. Each row has a small grid icon to the left of the variable name. The table has four columns: 'Name', 'Size', 'Bytes', and 'Class'. The variables listed are: baghataelips (30x9, 2160 bytes, double array), bazlar (30x2, 480 bytes, double array), d (1x1, 8 bytes, double array), denbilinmeyen (11x4, 352 bytes, double array), dengkenar (30x5, 1200 bytes, double array), disguven (30x5, 1200 bytes, double array), dx (1x11, 88 bytes, double array), dxyz (33x1, 264 bytes, double array), dy (1x11, 88 bytes, double array), dz (1x11, 88 bytes, double array), fid (1x1, 8 bytes, double array), hataelips (11x12, 1056 bytes, double array), i (1x1, 8 bytes, double array), icguven (30x5, 1200 bytes, double array), iz (1x1, 8 bytes, double array), izQxx (1x1, 8 bytes, double array), j (1x1, 8 bytes, double array), k (1x1, 8 bytes, double array), kenarxyz (30x5, 1200 bytes, double array), k11 (270x1, 2160 bytes, double array), l (1x1, 8 bytes, double array), label (11x1, 1060 bytes, cell array), and mpi (11x2, 176 bytes, double array). At the bottom left of the window, the status bar says 'Ready'.

Name	Size	Bytes	Class
baghataelips	30x9	2160	double array
bazlar	30x2	480	double array
d	1x1	8	double array
denbilinmeyen	11x4	352	double array
dengkenar	30x5	1200	double array
disguven	30x5	1200	double array
dx	1x11	88	double array
dxyz	33x1	264	double array
dy	1x11	88	double array
dz	1x11	88	double array
fid	1x1	8	double array
hataelips	11x12	1056	double array
i	1x1	8	double array
icguven	30x5	1200	double array
iz	1x1	8	double array
izQxx	1x1	8	double array
j	1x1	8	double array
k	1x1	8	double array
kenarxyz	30x5	1200	double array
k11	270x1	2160	double array
l	1x1	8	double array
label	11x1	1060	cell array
mpi	11x2	176	double array

Ready

Ek Şekil 2. Matlab derleyici workspace arayüzü.



Ek Şekil 3. Matlab derleyicisi grafik arayüzü

optimizasyon.dat - WordPad

File Edit View Insert Format Help

Courier New 10

11	9	0.22	0.22	0.22			
AĞIN IC GUVEN OLCUTLERI ve SINIR DEĞERLERİ							
DN.	BN.	DOxi	S*mx1	DOyi	S*my1	DOzi	S*mzi
1	2	1.67	1.56	1.67	1.56	1.67	1.56
1	4	1.66	1.55	1.66	1.55	1.66	1.55
1	3	1.49	1.44	1.49	1.44	1.49	1.44
1	6	1.29	1.30	1.29	1.30	1.29	1.30
1	8	1.61	1.53	1.61	1.53	1.61	1.53
1	10	1.48	1.44	1.48	1.44	1.48	1.44
1	11	1.70	1.58	1.70	1.58	1.70	1.58
2	10	1.84	1.66	1.84	1.66	1.84	1.66
2	4	1.94	1.72	1.94	1.72	1.94	1.72
3	4	1.90	1.69	1.90	1.69	1.90	1.69
3	9	1.55	1.49	1.55	1.49	1.55	1.49
3	11	1.86	1.67	1.86	1.67	1.86	1.67
5	6	1.70	1.58	1.70	1.58	1.70	1.58
6	2	1.70	1.58	1.70	1.58	1.70	1.58
6	4	1.72	1.59	1.72	1.59	1.72	1.59
6	8	1.51	1.46	1.51	1.46	1.51	1.46
ÖLÇÜLERİN DİS GUVEN OLCUTLERİ							
DN.	BN.	LOxi	LOyi	LOzi			
1	2		7.55	7.55			7.55
1	4		7.53	7.53			7.53
1	3		7.20	7.20			7.20
1	6		6.85	6.85			6.85

For Help, press F1

CAP NUM

Ek Şekil 4. Sonuç değerlerin yazdırıldığı optimizasyon.dat dosyası

ÖZGEÇMİŞ

1979 yılında Ankara’da doğdu. İlk öğrenimini Çankırı Merkez İlköğretim okulunda, orta öğrenimini Çankırı Anadolu Lisesinde ve Lise öğrenimini Ankara Anadolu Tapu ve Kadastro Meslek Lisesinde tamamladı. Bir yıl, Tapu ve Kadastro Genel müdürlüğüne bağlı Trabzon ili, Arsin İlçesi, Kadastro Müdürlüğünde, kadastro teknisyeni olarak görev yaptı.

Lisans öğrenimine 1997 öğretim döneminde, K.T.Ü. Mühendislik Mimarlık Fakültesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü'nde başladı. 22/06/2001 tarihinde bu bölümden Harita Mühendisi olarak mezun oldu. Aynı yıl K.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü'nde Yüksek Lisans Öğrenimi'ne başladı. Ekim 2001’de K.T.Ü. Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü'nde Araştırma Görevlisi olarak göreve başladı. Halen bu görevini ve Yüksek Lisans öğrenimini sürdürmektedir.

Kamil TEKE