

JOHNSON DAĞILIMLARINDAN SANAL ÖRNEKLEME

Bayram ERKEK

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İSTATİSTİK**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

TEMMUZ 2007

ANKARA

Bayram ERKEK tarafından hazırlanan JOHNSON DAĞILIMLARINDAN SANAL
ÖRNEKLEME adlı bu tezin Yüksek Lisans Tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Yrd.Doç.Dr.Mustafa.Y. ATA
Tez Yöneticisi

Bu çalışma, jürimiz tarafından oy birliği ile İstatistik Anabilim Dalında Yüksek
lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof.Dr.Semra ERBAŞ

Üye : Prof.Dr.Müslim EKNİ

Üye : Prof.Dr.Fikri ÖZTÜRK

Üye : Prof.Dr.Hamza GAMGAM

Üye : Yrd.Doç.Dr.Mustafa Y.ATA

Tarih : 16/07/2007

Bu tez, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygundur.

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada orijinal olmayan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Bayram ERKEK

JOHNSON DAĞILIMLARINDAN SANAL ÖRNEKLEME**(Yüksek Lisans Tezi)****Bayram ERKEK****GAZİ ÜNİVERSİTESİ****FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ****Temmuz 2007****ÖZET**

İstatistiksel sağlamlık araştırmalarının tasarımında içsel ve dışsal geçerlik açısından dağılım boyutu düzeylerinin gerçek uygulamalarda karşılaşılabilecek çeşitlilikte normal olmayan dağılımları kapsamaları gerekir. Bu gereği yerine getirmede en uygun düşen dağılım yelpazesi normal dağılımın Johnson dağılımları ile elde edilen normal olmayan dağılımlarıdır. Ancak, yaygın kullanılan istatistiksel yazılım dillerinin bu tür dağılımlardan sanal örnekleme için hazır işlevlerinin bulunmaması gerçeğinden dolayı, sağlamlık çalışmalarının yalnızca pek azında tasarımın dağılım boyutu olarak Johnson dağılımlarının belirlendiği görülüyor. Bu çalışmada, Johnson dağılımları ile ilgili temel bilgiler verilmiş, bu dağılımlardan sanal örnekleme algoritmaları geliştirilerek Monte Carlo bir deneyle bu algoritmaların güvenilirlikleri gösterilmiştir. Verilen algoritmalar, böyle sağlamlık çalışması yapacak araştırmacılar tarafından herhangi bir programlama dilinde, Johnson dağılımlarından sanal örnekleme hazır işlevlerine kolayca dönüştürülebilirler.

Bilim Kod : 205.1.066**Anahtar Kelimeler : Johnson Sistemleri, Monte Carlo Simülasyonu****Sayfa Adedi : 39****Tez Yöneticisi : Yrd.Doç.Dr.Mustafa Y.ATA**

VIRTUAL SAMPLING FROM JOHNSON DISTRIBUTIONS**(M.Sc. Thesis)****Bayram ERKEK****GAZİ UNIVERSITY****INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY****July 2007****ABSTRACT**

From the point of internal and external validity, in designing the robustness studies of statistical techniques, the levels of distribution dimension should span a wide diversity of non-normal distributions which may possibly be come across with in the real applications. In meeting this requirement, the most appropriate distribution family is the non-normal distributions obtained by the Johnson distributions. However, it is observed that Johnson distributions are specified as the distribution dimension in only a very few of robustness studies probably due to the fact that the random sampling functions do not readily exist in the widely used statistical programming languages. In this work, the fundamental information on Johnson distributions has been briefed, the virtual sampling algorithms from these distributions have been developed, and the reliability of these algorithms have been presented by a Monte Carlo experiment. The given algorithms can be easily turned into readily available functions of virtual sampling from the Johnson distributions in any of the programming languages by the prospective researchers who are to perform such robustness studies.

Science Code : 205.1.066**Key Words : Johnson systems, Monte Carlo simulation****Page Number : 39****Adviser : Yrd.Doç.Dr.Mustafa Y.ATA**

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca değerli yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren hocam Yrd.Doç.Dr. Mustafa Y. ATA'ya ve programlama aşamasında bana desteklerini esirgemeyen Bülent ALTUNKAYNAK'a, kıymetli tecrübelerinden faydalandığım arkadaşım İstat.Uzm.Şenay ARICI ve Hv.Müh.Tğm.Alper ALADAĞ'a, ayrıca Hv.K.K. Maliyet Muhasebesi ve İstatistik Analiz Şube Müdürü Hv.İkm.Alb.Vefa DOĞU'ya, manevi destekleriyle beni hiçbir zaman yalnız bırakmayan çok değerli eşim Türkan ERKEK ve çocuklarım Yaprak ve Arda ERKEK'e teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET	iv
ABSTRACT	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ÇİZELGELERİN LİSTESİ	ix
ŞEKİLLERİN LİSTESİ	x
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	xi
1. GİRİŞ	1
2. JOHNSON DÖNÜŞÜM SİSTEMİ.....	3
2.1. Tek Boyutlu Johnson Dağılımları.....	3
2.2. Çok Boyutlu Johnson Dağılımları	5
2.2.1. Lognormal(AA) Johnson dağılım	7
2.2.2. Sınırlı(BB) Johnson dağılım	12
2.2.3. Sınırsız(CC) Johnson dağılım	15
3. JOHNSON DAĞILIMLARINDAN SANAL ÖRNEKLEME ALGORİTMALARI	20
4. JOHNSON DAĞILIMLARINDAN SANAL ÖRNEKLEME ALGORİTMALARININ GÜVENİLİRLİĞİ	22
4.1. Johnson Dağılımlarının Deneysel Olasılıklarının Tahmini	22
4.1.1. Lognormal(AA) Johnson dağılımının deneysel dağılımı	23
4.1.2. Sınırlı(BB) Johnson dağılımının deneysel dağılımı	25
4.1.3. Sınırsız(CC) Johnson dağılımının deneysel dağılımı	27

Sayfa

5. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	30
KAYNAKLAR.....	32
EKLER	34
EK-1 Kuramsal AA dağılımına ilişkin eşdolanım eğrileri algoritması	35
EK-2 Kuramsal BB dağılımına ilişkin eşdolanım eğrileri algoritması	36
EK-3 Kuramsal CC dağılımına ilişkin eşdolanım eğrileri algoritması	37
EK-4 Deneysel dağılımlar için algoritma	38
ÖZGEÇMİŞ.....	39

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 2.1. AA dağılımına ilişkin olarak seçilen parametre değerlerine göre eşdolanım eğrilerinin kodları.	8
Çizelge 2.2. BB dağılımına ilişkin olarak seçilen parametre değerlerine göre eşdolanım eğrilerinin kodları.	12
Çizelge 2.3. CC dağılımına ilişkin olarak seçilen parametre değerlerine göre eşdolanım eğrilerinin kodları.	16

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 2.1. AA dağılımına ilişkin eşdolanım eğrileri.....	9
Şekil 2.2. BB dağılımına ilişkin eşdolanım eğrileri	13
Şekil 2.3. CC dağılımına ilişkin eşdolanım eğrileri	16
Şekil 4.1. AA01 parametre koduna ilişkin deneysel ve kuramsal dağılımların eşdolanım eğrileri	24
Şekil 4.2. AA24 parametre koduna ilişkin deneysel ve kuramsal dağılımların eşdolanım eğrileri	25
Şekil 4.3. BB02 parametre koduna ilişkin deneysel ve kuramsal dağılımların eşdolanım eğrileri	26
Şekil 4.4. BB15 parametre koduna ilişkin deneysel ve kuramsal dağılımların eşdolanım eğrileri	27
Şekil 4.5. CC08 parametre koduna ilişkin deneysel ve kuramsal dağılımların eşdolanım eğrileri	28
Şekil 4.6. CC09 parametre koduna ilişkin deneysel ve kuramsal dağılımların eşdolanım eğrileri	29

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış bazı simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklama
A	Tek boyutlu lognormal Johnson dağılımı
B	Tek boyutlu sınırlı Johnson dağılımı
C	Tek boyutlu sınırsız Johnson dağılımı
AA	İki boyutlu lognormal Johnson dağılımı
BB	İki boyutlu sınırlı Johnson dağılımı
CC	İki boyutlu sınırsız Johnson dağılımı
d²	Johnson dağılımlarının değişkesi
ρ	Johnson değişkenleri arasındaki ilişki katsayısı
Sinh	Hiperbolik sinüs

Kısaltmalar	Açıklama
MC	Monte Carlo

1. GİRİŞ

Parametrik istatistiksel tekniklerin büyük bir bölümünde yığının normal dağıldığı varsayılır. Kullanılan bu tekniklerin başarısı yığın dağılımının kuramsal normal dağılıma ne ölçüde benzediğine bağlıdır. İstatistiksel bir tekniğin, yığının dağılımına ilişkin bir varsayımdan sapma durumunda kullanılabilmesi için istatistiksel karar hata olasılıklarının önceden belirlenmesi gerekir. Bu tür bir bilgiye ise Monte Carlo sağlamlık çalışmaları ile ulaşılabilir [1-3].

Bu tür sağlamlık çalışmalarında içsel ve dışsal geçerliliğin sağlanabilmesi için deneyde göz önüne alınacak dağılımların uygulamada karşılaşılabilecek farklı dağılımları kapsayacak çeşitlilik ve sayıda olma zorunluluğu vardır. Dağılımlarda bu şekildeki çeşitliliğin sağlanması için normal dağılımın çeşitli dönüşümlerinin kullanılması genel bir yaklaşımdır. Bu türden sağlamlık çalışmalarının önemli bir bölümünde dağılım çeşitliliği bu yoldan sağlanır [4-5].

Sağlamlık çalışmalarında kullanılmak üzere normal dışı dağılım tanımlamakta seçilecek yaklaşım, doğal olarak söz konusu dönüşümsel dağılımdan rasgele örneklemeye izin verecek biçimde olmalıdır. Genel olarak, normal dağılımların bileşimleri ile çarpık yada basık dağılımların sanal gözlem üreteçlerini tanımlamakta fazla bir zorluk yoktur. Ancak normal dağılımın matematiksel dönüşüm fonksiyonlarının seçiminde, sonuçta elde edilecek dağılımdan sanal örnekleme yapılabilmesi için, ters dağılım fonksiyonunun da açık biçimli olma zorunluluğu vardır. Bu zorunluluğu yerine getiren bir dağılım sistemi Johnson (1949b) tarafından önerilmiştir. Johnson dönüşümü olarak bilinen bu yöntemle, uygulamada karşılaşılabilecek normal olmayan tek ve çok boyutlu oldukça geniş bir dağılım ailesi tanımlanabilmektedir. Johnson dağılımlarının geçmişi oldukça eski olmasına karşın, bu dağılımlardan yararlanan sağlamlık çalışmalarının sayısı pek fazla değildir [6-8].

Bu çalışmada, çok boyutlu normal dağılımın Johnson dağılımlarından sanal örnekleme algoritmalarının kurularak istatistiksel yazılımlarda kullanılacak programlama dillerinin kütüphanelerine birer hazır fonksiyon biçiminde sunulmaları

ve böylece sağlamlık çalışmalarında Johnson dağılımlarından de yaygın bir biçimde yararlanılması için gerekli ortamın oluşturulması amaçlanmıştır.

Çalışmanın 2. Bölümünde, tek ve iki boyutlu Johnson dağılımları tanıtılmıştır. 3. Bölümde, Johnson dağılımlarından sanal örnekleme algoritmaları ile ilgili genel bilgiler özetlendikten sonra, iki boyutlu Johnson ters dönüşüm algoritmaları kurulmuş ve 4. Bölümde iki boyutlu Johnson dağılımlarının Monte Carlo yöntemi ile deneysel olasılık dağılımları, kuramsal olasılık dağılımları ile karşılaştırılarak, elde edilen üreteçlerin güvenilirliği belirlenmiştir. 5. Bölümde ise, çalışmanın genel bir değerlendirmesine ve önerilere yer verilmiştir.

2. JOHNSON DÖNÜŞÜM SİSTEMİ

Uygulamada karşılaşılabilecek farklı dağılımları kapsayacak çeşitlilik ve sayıda dağılım tanımlamaya olanak tanıyan Johnson ailesi, normal dağılımın çarpık ve basık biçimleri olan dönüşümleridir. Johnson ailesi, çarpıklık ve basıklık uzayında her olası durumu kapsayacak tam ve tek olan olası bir dağılım sağlar [9].

Bu dağılımların ters dağılım işlevlerine ilişkin matematiksel biçimler bilindiğinden, Johnson ailesinden sanal örnekleme işlemi kolaydır. Bu bölümde, Johnson (1949b)'ın önerdiği dönüşümlerin tek ve çok boyutlu tanımları verilerek, çarpıklık ve basıklık uzayındaki bazı durumlara ilişkin iki boyutlu Johnson dağılımlarına örnekler verilecektir.

2.1 Tek Boyutlu Johnson Dağılımları

X rassal değişkeninin konum parametresi ξ , ölçek parametresi λ ise, sırası ile γ ve δ konum ve ölçek parametreli,

$$Y = (X - \xi) \lambda^{-1}, \quad (2.1)$$

rassal değişkeninin bir işlevi olan $f(Y)$ normal rassal değişkeni,

$$Z = \gamma + \delta f(Y) \quad (2.2)$$

biçiminde standart normal bir değişkene dönüştürülebilir [10].

Johnson ailesinin genel rassal değişkeni X , $f(Y)$ işlevi için,

$$a) f(Y) = \log Y, \quad Y > 0. \quad (2.3)$$

$$b) f(Y) = \log [Y / (1 - Y)], \quad 0 < Y < 1. \quad (2.4)$$

$$c) f(Y) = \sinh^{-1} Y, \quad -\infty < Y < \infty. \quad (2.5)$$

biçiminde üç matematiksel kalıp seçilerek tanımlanır. Eş. 2.1 ve Eş. 2.2'ye göre, Johnson değişkeninin standart normal değişkene dönüşümleri ise,

$$a) Z = \gamma + \delta \log [(X - \xi) / \lambda], \quad \xi < X. \quad (2.6)$$

$$b) Z = \gamma + \delta \log [(X - \xi) / (\xi + \lambda - X)], \quad \xi < X < \xi + \lambda. \quad (2.7)$$

$$c) Z = \gamma + \delta \sinh^{-1} \left(\frac{X - \xi}{\lambda} \right) \quad (2.8)$$

$$= \gamma + \delta \log \left[\frac{X - \xi}{\lambda} + \sqrt{\frac{(X - \xi)^2}{\lambda^2} + 1} \right], \quad -\infty < X < \infty.$$

şeklinde tanımlanır [10-11].

$\log Y$, Eş. 2.1'e göre normal dağılımlı olduğundan, *Lognormal Johnson* ailesi olarak adlandırılan Eş. 2.3 ve Eş. 2.6, bu çalışmada kısaca A simgesi ile anacağız. B simgesi ile anacağımız Eş. 2.4 ve Eş. 2.7, $0 < Y < 1$ aralığında olduğundan, *Sınırlı Johnson* ailesi olarak adlandırılır. Eş. 2.5 ve Eş. 2.8 ise, $-\infty < Y < \infty$ olduğundan, *Sınırsız Johnson* ailesi olarak adlandırılacak ve C simgesi ile anılacaktır.

2.2. Çok Boyutlu Johnson Dağılımları

$p \times 1$ boyutunda, ξ_p ve λ_p konum ve ölçek parametre yöneyli genel Johnson değişkeni, $\mathbf{X}_p$ 'nin; konum ve ölçek parametre yöneyleri sırasıyla γ_p ve δ_p olan $\mathbf{Y}_p$ 'ye dönüşümü,

$$\mathbf{Y}_p = \lambda_p^{-1} (\mathbf{X}_p - \xi_p) \quad (2.9)$$

olmak üzere, standart normal dağılımlı $\mathbf{Z}_p = N(\mathbf{0}_{p \times 1}, \mathbf{1}_{p \times p})$ değişkeninin i 'nci boyutuna ilişkin Z_i değişkeni, A, B ve C yapıları için Eş. 2.1-Eş. 2.8'deki Johnson ailesinin tek boyutlu tanımlamalarına göre,

$$A) \quad Z_i = \gamma_i + \delta_i \log \left[(X_i - \xi_i) / \lambda_i \right], \quad \xi_i < X_i. \quad (2.10)$$

$$B) \quad Z_i = \gamma_i + \delta_i \log \left[(X_i - \xi_i) / (\xi_i + \lambda_i - X_i) \right], \quad \xi_i < X_i < \xi_i + \lambda_i. \quad (2.11)$$

$$C) \quad Z_i = \gamma_i + \delta_i \sinh^{-1} \left(\frac{X_i - \xi_i}{\lambda_i} \right) \quad (2.12)$$

$$= \gamma_i + \delta_i \log \left[\frac{X_i - \xi_i}{\lambda_i} + \sqrt{\frac{(X_i - \xi_i)^2}{\lambda_i^2} + 1} \right], \quad -\infty < X_i < \infty.$$

biçiminde olacaktır.

Eş. 2.10, Eş. 2.2'de $\gamma = 0$, $\delta = 1$ olarak alınırsa, Eş. 2.3'deki logaritmik dönüşüm için Eş. 2.1 ve Eş. 2.2'de,

$$Z_i = \log \left(\frac{X_i - \xi_i}{\lambda_i} \right)$$

$$e^{Z_i} = \frac{X_i - \xi_i}{\lambda_i}$$

$$X_i = \lambda_i e^{Z_i} + \xi_i \quad (2.13)$$

biçiminde de yazılabilir.

Benzer biçimde Eş. 2.11 ve Eş. 2.12'de;

$$X_i = \lambda_i \left[I + e^{Z_i} \right]^{-1} + \xi_i \quad (2.14)$$

$$X_i = \lambda_i \sinh^{-1} (Z_i) + \xi_i \quad (2.15)$$

olarak yazılabilir.

Bu çalışmada, çok boyutlu Johnson ailesinin kuramsal açıklaması ve seçilmiş örnekleri, çizgesel gösterime de başvurulabilmek amacı ile, p=2 olarak sınırlandırılacaktır. İki boyutta, her bir boyutun ayrı bir Johnson ailesine ilişkin olduğu durumlar düşünülse de, uygulamada karşılaşılmaması pek olası değildir. Bu durumları da açıklama kapsamı dışında bırakarak, üç tür Johnson dağılımının, her boyutun farklı çarpıklık ve basıklığa sahip ama benzer olduğu durumlar ele alınacaktır. Buna göre, her iki boyutun benzer dağılımlı olduğu iki boyutlu Eş. 2.10-2.12'de verilen lognormal, sınırsız ve sınırlı Johnson dağılımlarını, tek boyuttaki simgelemeye benzer biçimde, sırasıyla AA , BB ve CC simgeleri ile gösterilecektir.

2.2.1. Lognormal(AA) Johnson dağılım

AA dağılımının p=2 boyutta ki olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$y_i = \ln(b_i x_i + a_i)$$

$$a_i = e^{\left(\frac{d_i^2}{2}\right)}$$

$$b_i = \sqrt{e^{2d_i^2} - e^{d_i^2}}$$

olmak üzere,

$$g(x_1, x_2) = \frac{b_1 b_2}{2\pi d_1 d_2 (b_1 x_1 + a_1)(b_2 x_2 + a_2)(1 - \rho^2)^{1/2}} \times e^{\frac{(y_1/d_1)^2 - 2\rho y_1 y_2 / (d_1 d_2) + (y_2/d_2)^2}{2(1 - \rho^2)}} \quad (2.16)$$

$x_i > -a_i / b_i$, $i = 1, 2$ $\rho = x_i$ 'ler arasındaki ilişki katsayısı

şeklindedir [12].

Eş. 2.13'te verilen AA dönüşümünün ölçek ve konum parametrelerinin Johnson değişkeni X'in değişkenleri arasındaki bağlantısı,

$$\lambda_i = \frac{1}{b_i}, \quad \zeta_i = -\frac{a_i}{b_i},$$

şeklinde tanımlanır.

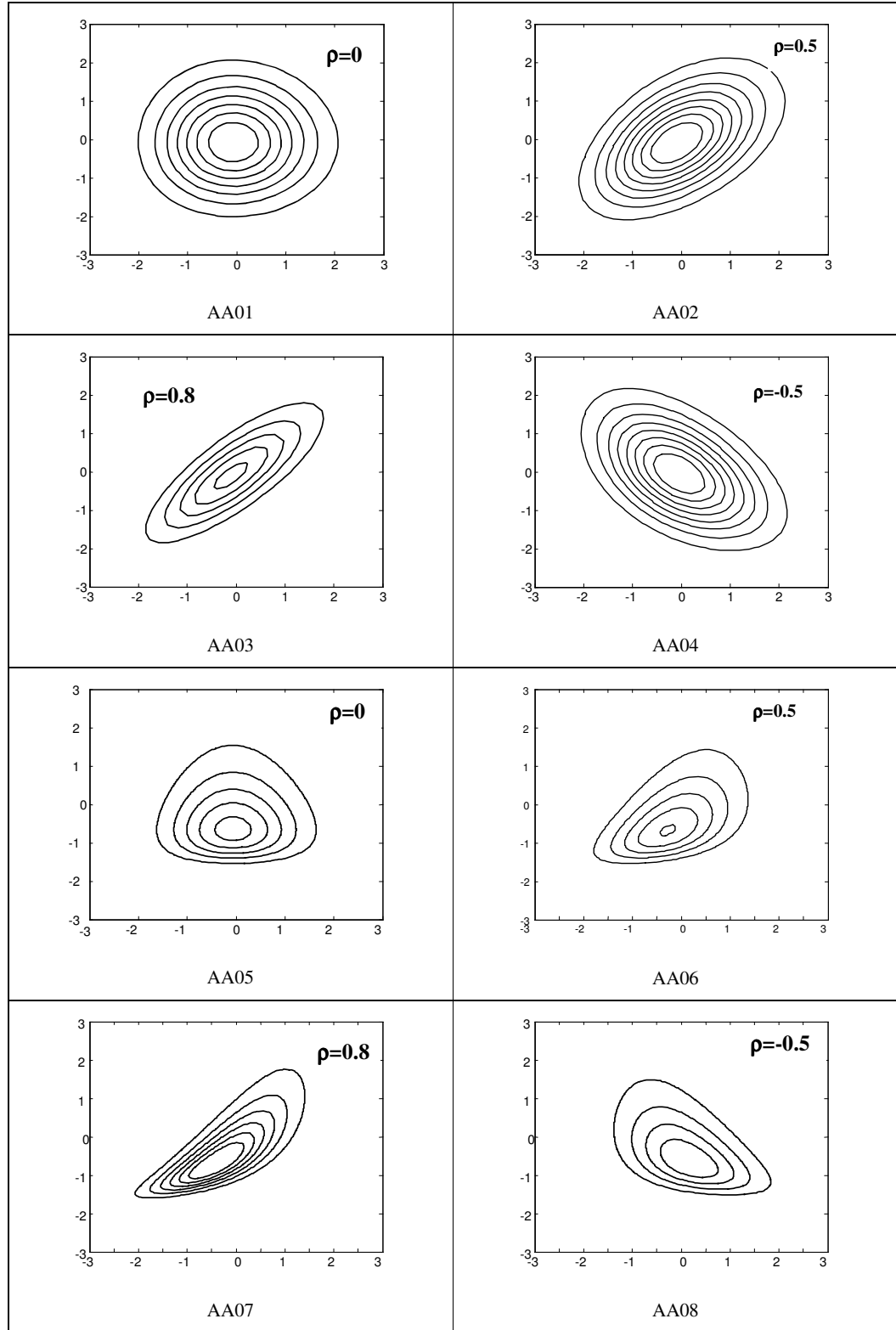
İki değişkenli kuramsal AA Johnson dağılımının biçimi, Eş. 2.16'daki olasılık yoğunluk işlevinin eşdolanım eğrileri yardımıyla görülebilir. EK-1'de verilen algoritmaya göre Matlab programlama dili kullanılarak, Çizelge 2.1'deki farklı

parametre değerleri için elde edilen AA dağılımlarına ilişkin eşdolanım eğrileri Şekil 2.1’de gösterilmiştir.

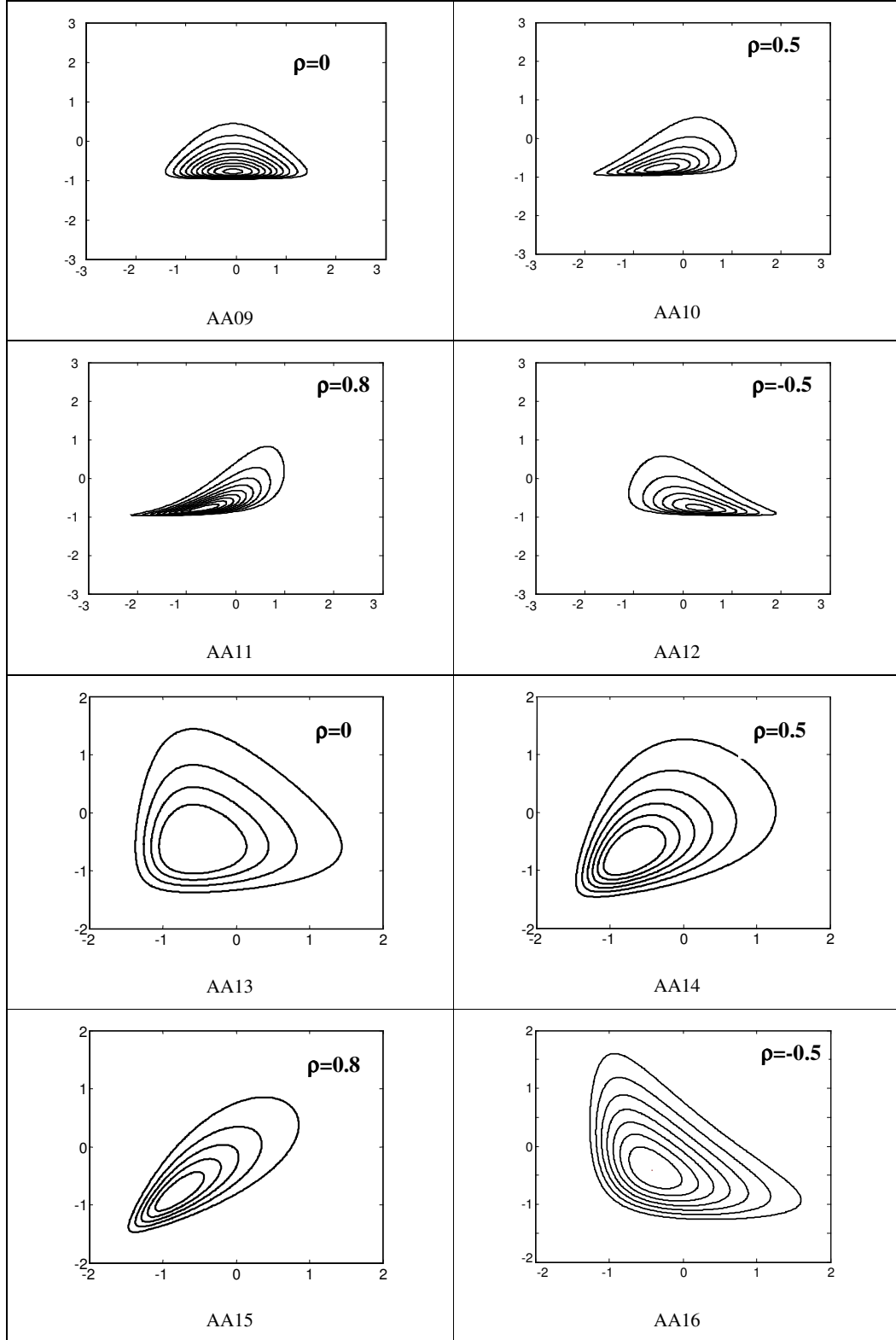
Çizelge 2.1. AA dağılımına ilişkin olarak seçilen parametre değerlerine göre eşdolanım eğrileri kodları

$(d_1 ; d_2)$	AA			
	ρ			
	0,0	0,5	0,8	-0,5
$(0,05 ; 0,05)$	AA01	AA02	AA03	AA04
$(0,05 ; 0,5)$	AA05	AA06	AA07	AA08
$(0,05 ; 1)$	AA09	AA10	AA11	AA12
$(0,5 ; 0,5)$	AA13	AA14	AA15	AA16
$(0,5 ; 1)$	AA17	AA18	AA19	AA20
$(1 ; 1)$	AA21	AA22	AA23	AA24

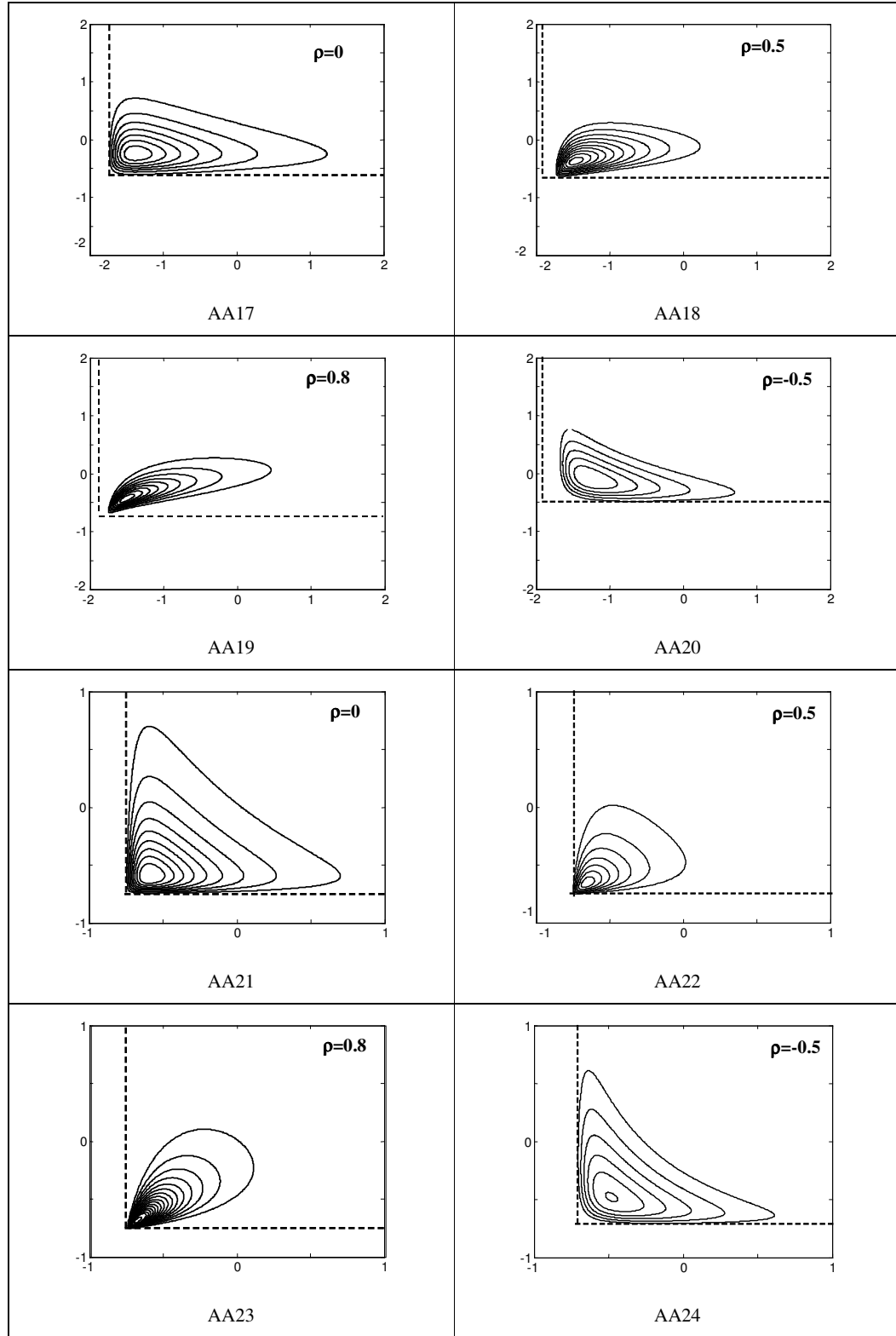
Ölçek parametresi d_i değeri 0,05’den başlamak üzere, orta değer olarak 0,5 uç değer olarak da 1 değerine kadar değişen üç değer alınmıştır. Bu da çok çarpık bir dağılıma karşılık gelmektedir. Ölçek parametreleri d_1 ve d_2 iki bileşen için farklı olmasına izin verildiği için, altı ayrı (d_1, d_2) sonucu ele alınmıştır. Çizimdeki kesikli çizgiler dağılımın destek noktalarını vermektedir. Görsel nedenlerden dolayı, belirtilen dağılımın değişim aralığındaki çizimler farklılık göstermektedir. Çok çarpıklı gösterimler çok yüksek yoğunluk değerlerine sahiptir. Şekil 2.1’deki $(d_1 ; d_2) = (0,05 ; 0,05)$ için geçerli çizimler(AA01-AA04), iki değişkenli normal dağılım elipsleri ile çok benzerlik gösterir. d_i ’lerden biri veya ikisi de arttıkça ortaya çıkan olağan dışılık diğer eşdolanım şekillerinde açıkça görülmektedir.



Şekil 2.1. AA dağılımına ilişkin eşdolanım eğrileri



Şekil 2.1. (Devam) AA dağılımına ilişkin eşdolanım eğrileri



Şekil 2.1. (Devam) AA dağılımına ilişkin eşdolanım eğrileri

2.2.2. Sınırlı(BB) Johnson dağılım

p=2 boyutlu BB dağılımına ilişkin yoğunluk işlevi,

$$y_i = \frac{\ln[x_i / (1 - x_i)] - \mu_i}{d_i}, \quad i = 1, 2. \quad (2.17)$$

olmak üzere,

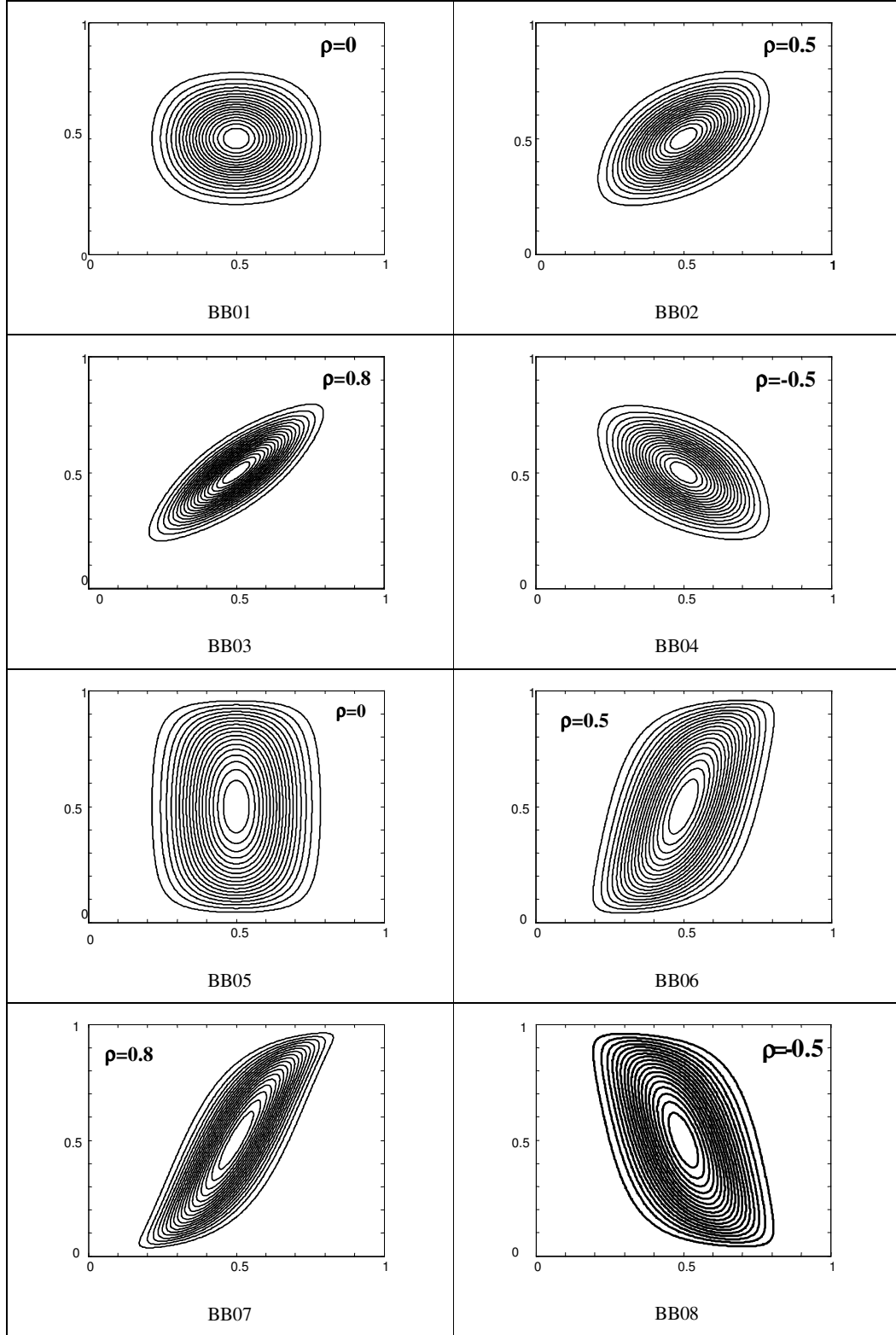
$$g(x_1, x_2) = \frac{\exp \left\{ -\frac{(y_1^2 - 2\rho y_1 y_2 + y_2^2)}{2(1-\rho^2)} \right\}}{x_1 x_2 (1-x_1)(1-x_2) 2\pi d_1 d_2 (1-\rho^2)^{1/2}}, \quad (2.18)$$

biçimindedir [12].

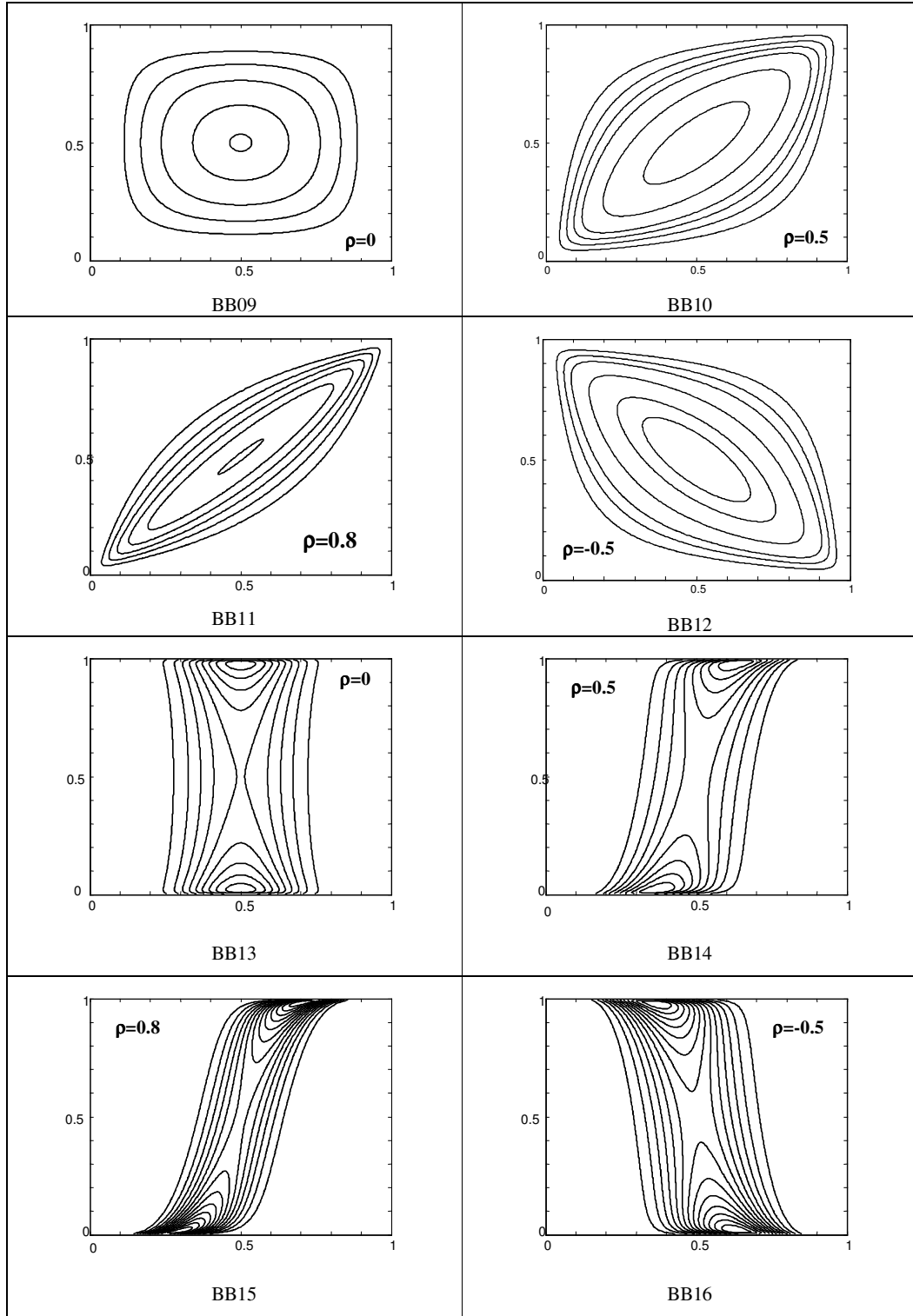
Eş.2.18'deki BB dağılımına ilişkin olasılık yoğunluk işlevinin eşdolanım eğrileri EK-2'de verilen algoritmaya göre Matlab diliyle Çizelge 2.2'deki farklı parametre değerleri için elde edilerek Şekil 2.2'de verilmiştir.

Çizelge 2.2. BB dağılımına ilişkin olarak seçilen parametre değerlerine göre eşdolanım eğrileri kodları

d ₁ ; d ₂	μ ₁ ; μ ₂	BB			
		P			
		0,0	0,5	0,8	-0,5
0,5 ; 0,5	0 ; 0	BB01	BB02	BB03	BB04
0,5 ; 1	0 ; 0	BB05	BB06	BB07	BB08
1 ; 1	0 ; 0	BB09	BB10	BB11	BB12
0,5 ; 2	0 ; 0	BB13	BB14	BB15	BB16



Şekil 2.2. BB dağılımına ilişkin eşdolanım eğrileri



Şekil 2.2. (Devam) BB dağılımına ilişkin eşdolanım eğrileri

2.2.3 Sınırsız(CC) Johnson dağılımı

Johnson dağılımına dönüştürülen normal dağılım parametreleri, $\begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix}$,

$$\begin{bmatrix} d_1^2 & \rho d_1 d_2 \\ \rho d_1 d_2 & d_2^2 \end{bmatrix} \text{ ve}$$

$$w_i = b_i x_i + a_i, \quad i=1,2$$

$$a_i = e^{\frac{d_i^2}{2}} \sinh(\mu_i), \quad i=1,2$$

$$b_i = \left\{ \left(e^{d_i^2} - 1 \right) \left[e^{d_i^2} \cosh(2\mu_i) + 1 \right] \right\}^{1/2}, \quad i=1,2$$

olmak üzere, iki değişkenli CC dağılımının olasılık yoğunluk işlevi,

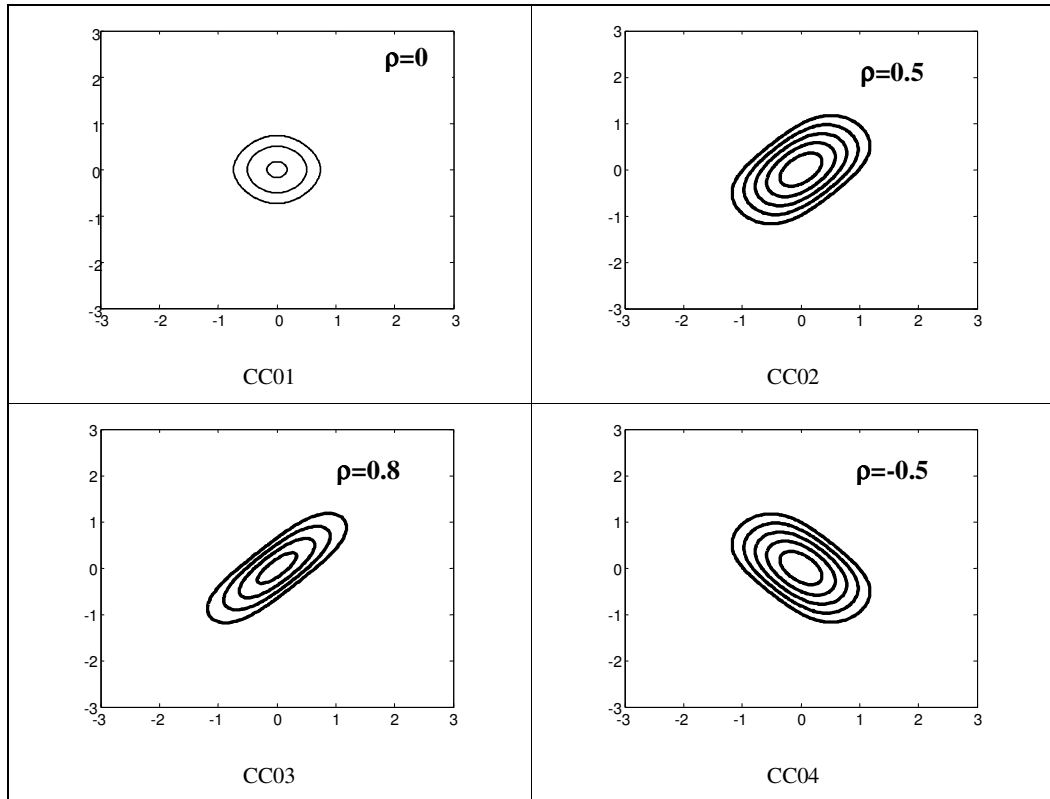
$$f(x_1, x_2) = \left\{ \frac{b_1 b_2 \left[w_1 + \sqrt{1 + w_1^2} \right] \left[w_2 + \sqrt{1 + w_2^2} \right]}{\left[1 + w_1^2 + w_1 \sqrt{1 + w_1^2} \right] \left[1 + w_2^2 + w_2 \sqrt{1 + w_2^2} \right]} \right\} \cdot g \left[\sinh^{-1}(w_1), \sinh^{-1}(w_2) \right]. \quad (2.19)$$

biçimindedir [12].

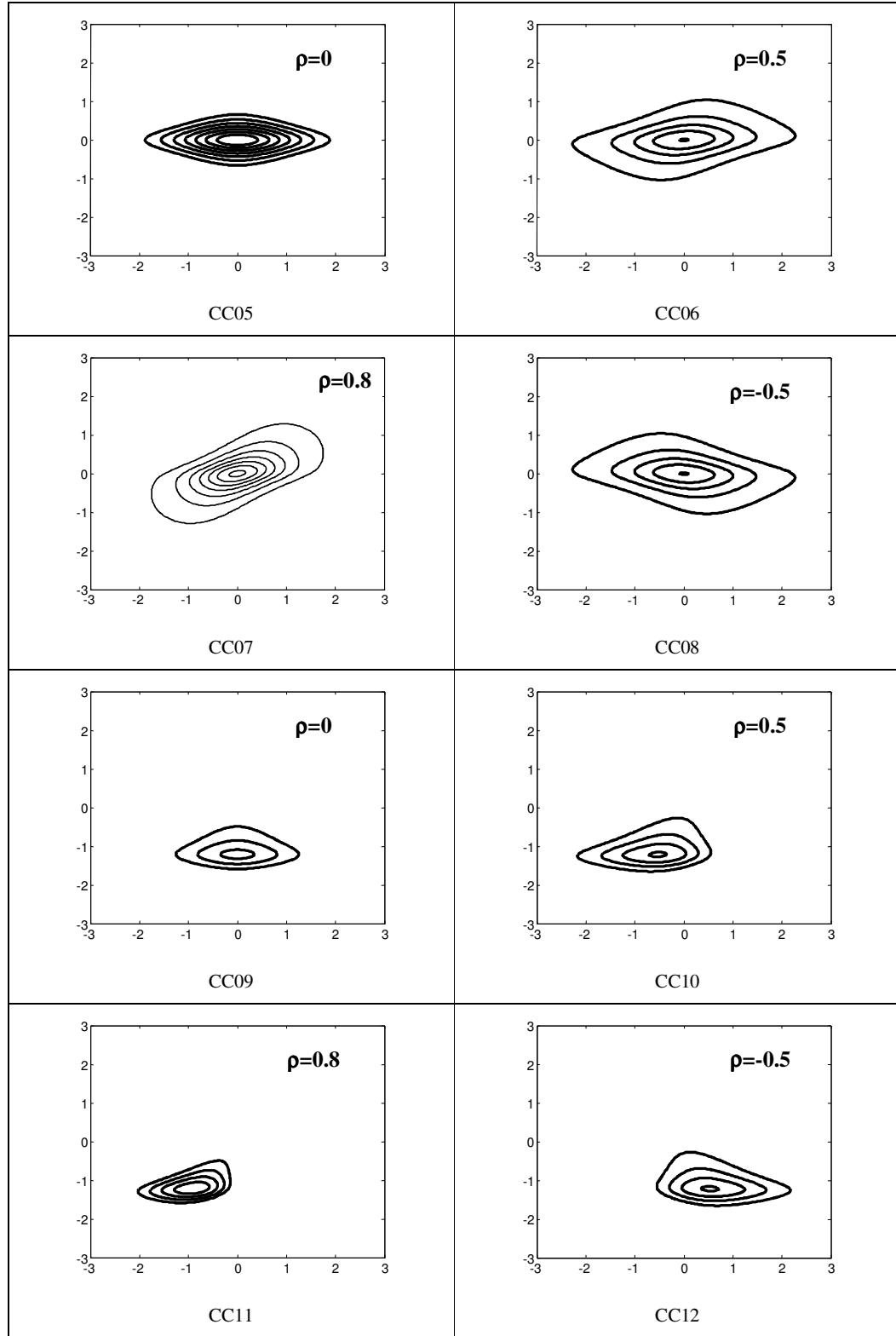
Eş. 2.19'daki kuramsal CC dağılımına ilişkin olarak Çizelge 2.3'de verilen parametre değerlerine göre EK-3'teki algoritma ile çizdirilen eşdolanım eğrileri Şekil 2.3'te görülmektedir.

Çizelge 2.3. CC dağılımına ilişkin olarak seçilen parametre değerlerine göre eşdolanım eğrileri kodları

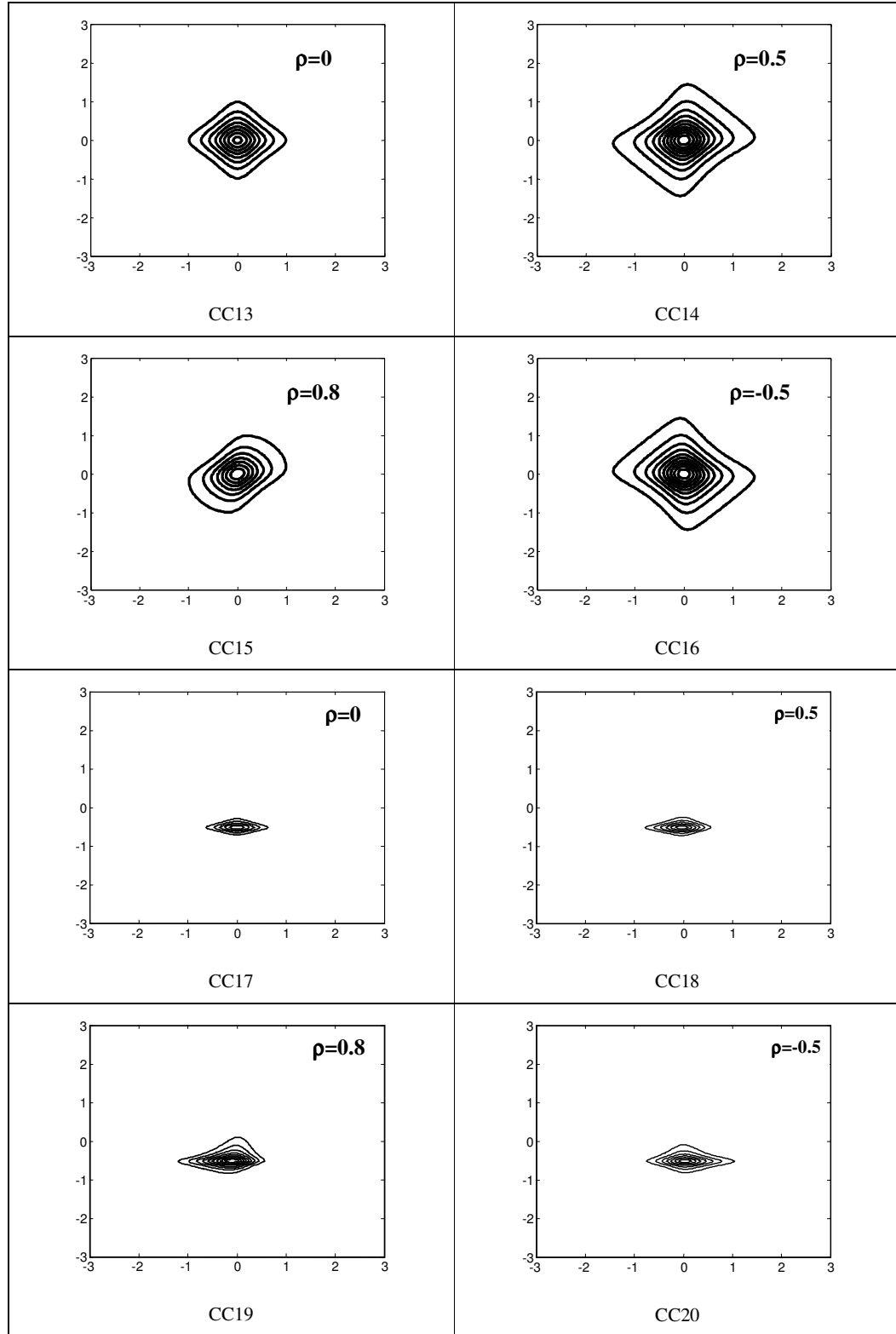
$d_1 ; d_2$	$\mu_1 ; \mu_2$	CC			
		ρ			
		0,0	0,5	0,8	-0,5
0,1 ; 0,1	0 ; 0	CC01	CC02	CC03	CC04
0,1 ; 1	0 ; 0	CC05	CC06	CC07	CC08
0,1 ; 0,5	0 ; 2	CC09	CC10	CC11	CC12
1 ; 1	0 ; 0	CC13	CC14	CC15	CC16
1 ; 1	0 ; 2	CC17	CC18	CC19	CC20



Şekil 2.3. CC dağılımına ilişkin eşdolanım eğrileri



Şekil 2.3.(Devam) CC dağılımına ilişkin eşdolanım eğrileri



Şekil 2.3.(Devam) CC dağılımına ilişkin eşdolanım eğrileri

Şekil 2.1-Şekil 2.3'te görüldüğü üzere, Johnson dağılımlarına dönüştürülen normal dağılımın μ_1 , μ_2 , d_1 , d_2 ve ρ parametrelerine farklı değerler verilerek normal olmayan farklı basıklık ve yatıklıkta çok kapsamlı bir dağılımlar kümesi üretilebilmektedir.

Bu farklılığın oluşturulmasında, yalnızca yukarıda sayılan parametrelere farklı değerler verilmesinin yeterli olması, bir sağlamlık çalışmasında karşılaşılabilecek sanal deney tasarımı, bu parametrelerin her birine dağılım boyutunun alt boyutu biçiminde yer verilmesiyle bu alt boyutlara ilişkin düzeylerin iç içe döngülerde belirlenebilmesine ve dolayısı ile etkin bir sanal deney programlanmasına da olanak verir.

3. JOHNSON DAĞILIMLARINDAN SANAL ÖRNEKLEME ALGORİTMALARI

Herhangi bir olasılık dağılımından rasgele örnekleme, olasılık dağılımının sürekli tekdüze artan bir işlev olması durumunda, olasılık dağılımının tersinin standart tekdüze dağılım olması gerçeğine dayanır. DeGroot (1975)'te matematiksel ispatı verilen bu teoremin bir sonucu olarak bilinen herhangi bir $F(X)$ olasılık dağılımından rasgele örnekleme, $R \sim \text{td}(0,1)$ bir değişken olmak üzere,

$$X = F(R) \quad (3.1)$$

biçiminde kolayca yapılabilir.

Johnson dağılımları, standart normal bir Z değişkeni Eş. 2.13 - Eş. 2.15'deki dönüşümlerle elde edilebildiğinden bu dağılımlardan sanal örnekleme için Eş. 3.1'deki yaklaşım önce,

$$Z = F^{-1}(R) \quad (3.2)$$

biçiminde p boyutlu standart normal değerlerin üretilmesinde kullanılır ve elde edilen değerler Eş. 2.13–Eş. 2.15'deki dönüşümlerle istenen Johnson dağılımından rasgele seçilen sanal gözlem değerlerine dönüştürülür.

Standart normal dağılımın matematiksel ters işlevi olmamakla beraber, uygulamada yaygın olarak Box-Muller (1958)'in ikili standart tekdüze dağılımı, ikili standart normal dağılıma dönüştüren,

$$\begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(2\pi R_1) \sqrt{-2 \ln R_2} \\ \cos(2\pi R_1) \sqrt{-2 \ln R_2} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

polar dönüşümünden yararlanır.

Buna göre Johnson dağılımlarından sanal örnekleme için standart tekdüze rassal değişkene ilişkin sanal gözlem değerlerinin,

$$R_i = 23R_{i-1} \text{Mod}(10^8 + 1) \quad (3.4)$$

biçiminde Lehmer (1969)'in önerdiği benzerlik yöntemi ile üretildiği genel bir algoritma aşağıdaki gibi verilebilir.

$$\begin{aligned} 1. \quad R_i &\leftarrow 23R_{i-1} \text{Mod}(10^8 + 1) \\ 2. \quad Z_i &\leftarrow F^{-1}(R) \\ 3. \quad X_i &\leftarrow \begin{cases} \lambda_i e^{Z_i} + \xi_i \\ \lambda_i [1 + e^{Z_i}]^{-1} + \xi_i \\ \lambda_i \sinh(Z_i) + \xi_i \end{cases} \end{aligned} \quad (3.5)$$

4. JOHNSON DAĞILIMLARINDAN SANAL ÖRNEKLEME ALGORİTMALARININ GÜVENİLİRLİĞİ

Önceki bölümde açıklandığı üzere Johnson dağılımlarından sanal örneklemeyle elde edilen sanal gözlem değerlerinin deneysel olasılık dağılımları sürekli X değişkeni için uygun sınıf aralıkları oluşturularak, her aralığa düşen X değerlerinin göreceli sıklıklarının Monte Carlo tahminleri bulunarak elde edilir.

Bu amaçla düzenlenecek sanal deneylerde deneysel dağılıma ilişkin k . sınıfın alt ve üst sınırları sırasıyla a_k ve b_k ; sınıf aralığı $c=b_k-a_k$; ve i . denemede Johnson dağılımına ilişkin sanal gözlem değeri X_i olmak üzere k . sınıfın deneysel sıklığına ilişkin MC tahminler,

1. $i=1(1) N$
 2. $X_i \leftarrow \text{Eş. 3.5'deki algoritma}$
 3. $k=1(1) K$
 4. Eğer $X_i < b_k$ ise
 $f_k = f_k + 1$
 5. 2'ye dön
 6. $i < N$ ise 1'e dön
 7. $f_k = f_k / N$; $k=1(1) N$
 8. Dur
- (4.1)

algoritması ile bulunabilir.

4.1. Johnson Dağılımlarının Deneysel Olasılıklarının Tahmini

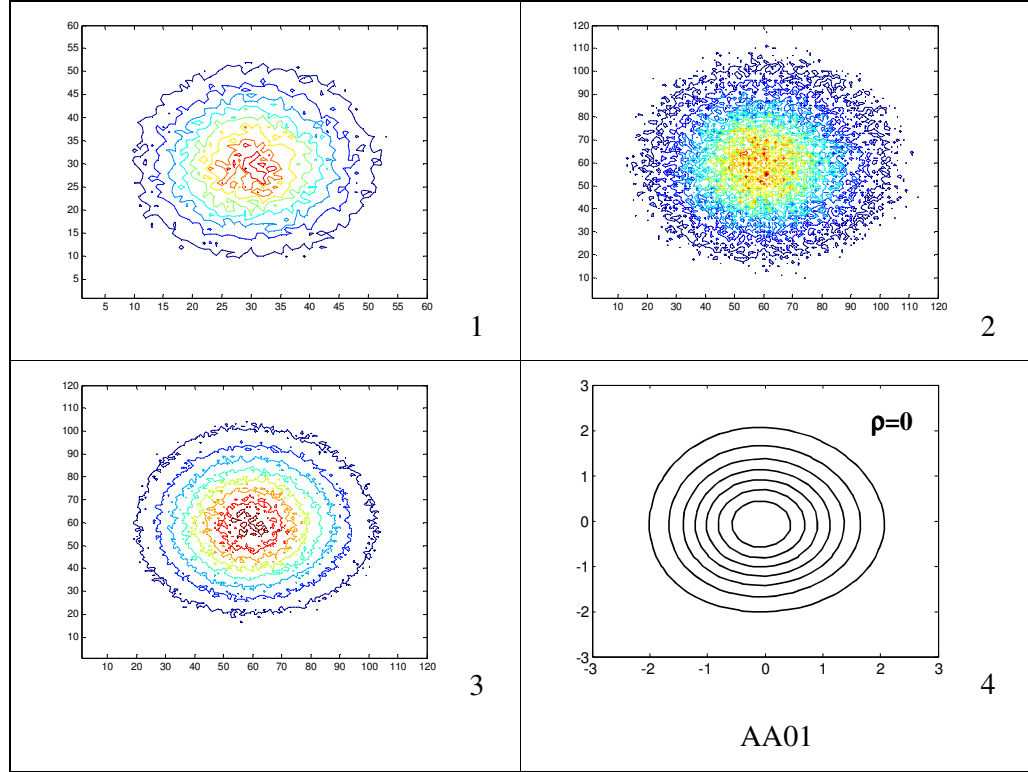
İki boyutlu Johnson dağılımları olan AA, BB ve CC dağılımlarının, Çizelge 2.1-Çizelge 2.3'te verilen farklı parametre değerleri için elde edilen eşdolanım eğrileri Şekil 2.1-Şekil 2.3'te gösterilmişti. Bu bölümde, Johnson dağılımlarının Çizelge 2.1-Çizelge 2.3'te verilen parametre değerlerinin birkaçı için deneysel olasılıklarına ait eşdolanım eğrileri MC sağlamlık çalışması ile elde edilerek, Johnson dağılımlarının

sanal örnekleme algoritmalarının güvenilirliği hakkında bilgi verecektir. Deneysel olasılıkların kuramsal dağılıma ne kadar yakınsadığı deneme sayısına ve deneysel dağılım aralıklarının sınıf genişliğine bağlı olarak gözlemlenecektir.

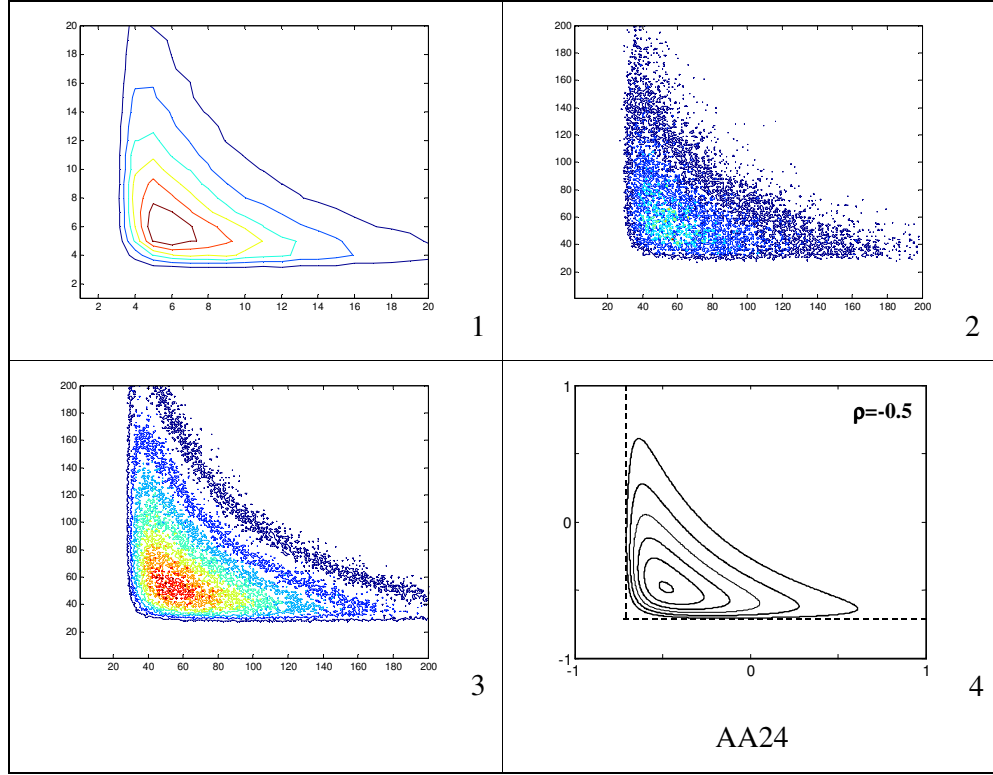
Bu amaçla, AA dağılımına ilişkin Çizelge 2.1’de verilen AA01 ve AA24 kodları, BB dağılımına ilişkin BB02 ve BB15 kodları, CC dağılımına ilişkin ise CC08 ve CC09 kodları incelenecektir. Ek-4’te verilen algoritma yapısı Matlab programlama dili kullanılarak, kodlara ilişkin eşdolanım çizimleri elde edilmiştir.

4.1.1. Lognormal(AA) Johnson dağılımın deneysel dağılımı

AA dağılımına ilişkin Çizelge 2.1’de verilen AA01 ve AA24 parametre kodları örnek olarak ele alınmıştır. AA01 için dağılım aralığının genişliği $(-3;3)$ olarak tanımlanmış olup, deneysel dağılım aralıklarının sınıf genişliği 0,5 ve 0,05 olarak alınmıştır. MC tahmini için deneme sayısı N, 100 000 ve 1 000 000 alınarak yakınsama durumları Şekil 4.1 gösterilmiştir. AA24 için dağılım aralığının genişliği $(-1;1)$ olarak tanımlanmış olup, deneysel dağılım aralıklarının sınıf genişliği 0,1 ve 0,01 alınarak yakınsama durumları Şekil 4.2 gösterilmiştir. Şekil 4.1’de verilen 1 numaralı gösterimde N=100 000 ve dağılım aralıklarının sınıf genişliği 0,5; 2 numaralı gösterimde N=100 000 ve dağılım aralıklarının sınıf genişliği 0,05; 3 numaralı gösterimde N=1000 000 ve dağılım aralıklarının sınıf genişliği 0,05 olarak alınmıştır. Şekil 4.2’de ise dağılım aralıklarının sınıf genişliği 0,1 ve 0,01 alınmıştır.



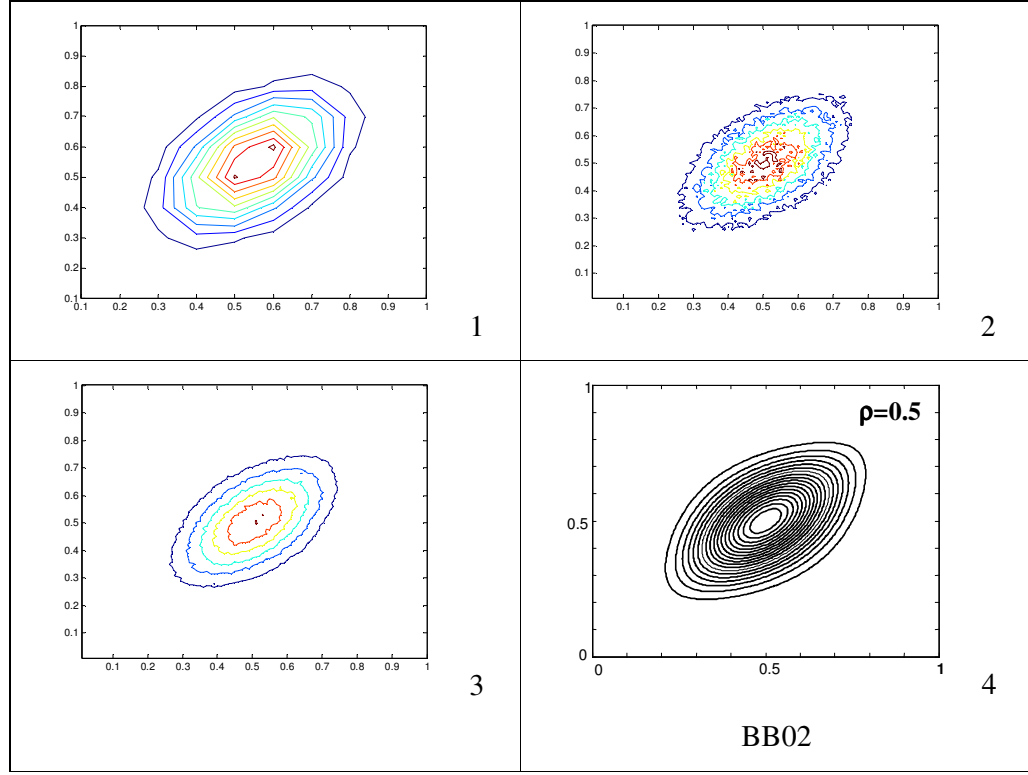
Şekil 4.1. AA01 parametre koduna ilişkin deneysel ve kuramsal dağılımların eşdolanım eğrileri



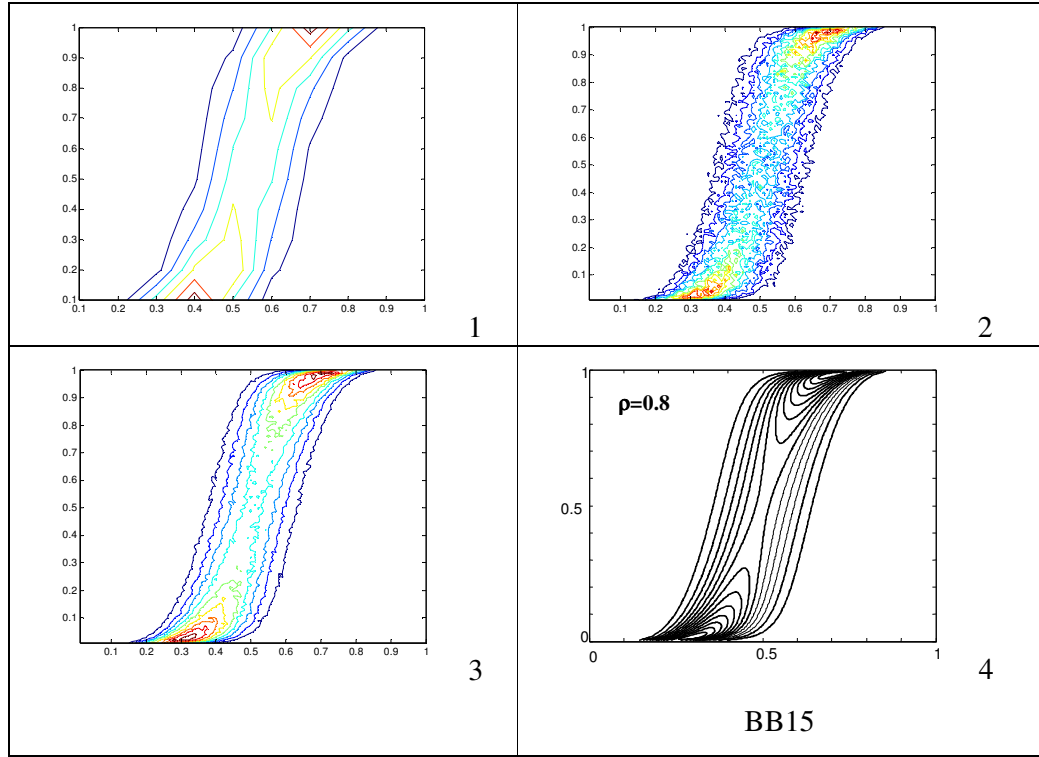
Şekil 4.2. AA24 parametre koduna ilişkin deneysel ve kuramsal dağılımların eşdolanım eğrileri

4.1.2. Sınırlı(BB) Johnson dağılımının deneysel dağılımı

BB dağılımına ilişkin Çizelge 2.2’de verilen BB02 ve BB15 parametre kodları örnek olarak ele alınmıştır. BB02 ve BB15 için dağılım aralığının genişliği (0;1) olarak tanımlanmış olup, deneysel dağılım aralıklarının sınıf genişlikleri 0,1 ve 0,01 olarak alınmıştır. MC tahmini için deneme sayısı N, 100 000 ve 1 000 000 alınarak yakınsama durumları Şekil 4.3 ve Şekil 4.4’te gösterilmiştir. Şekil 4.3 ve Şekil 4.4’te verilen 1 numaralı gösterimde N=100 000 ve dağılım aralıklarının sınıf genişliği 0,1; 2 numaralı gösterimde N=100 000 ve dağılım aralıklarının sınıf genişliği 0,01; 3 numaralı gösterimde N=1000 000 ve dağılım aralıklarının sınıf genişliği 0,01 olarak alınmıştır.



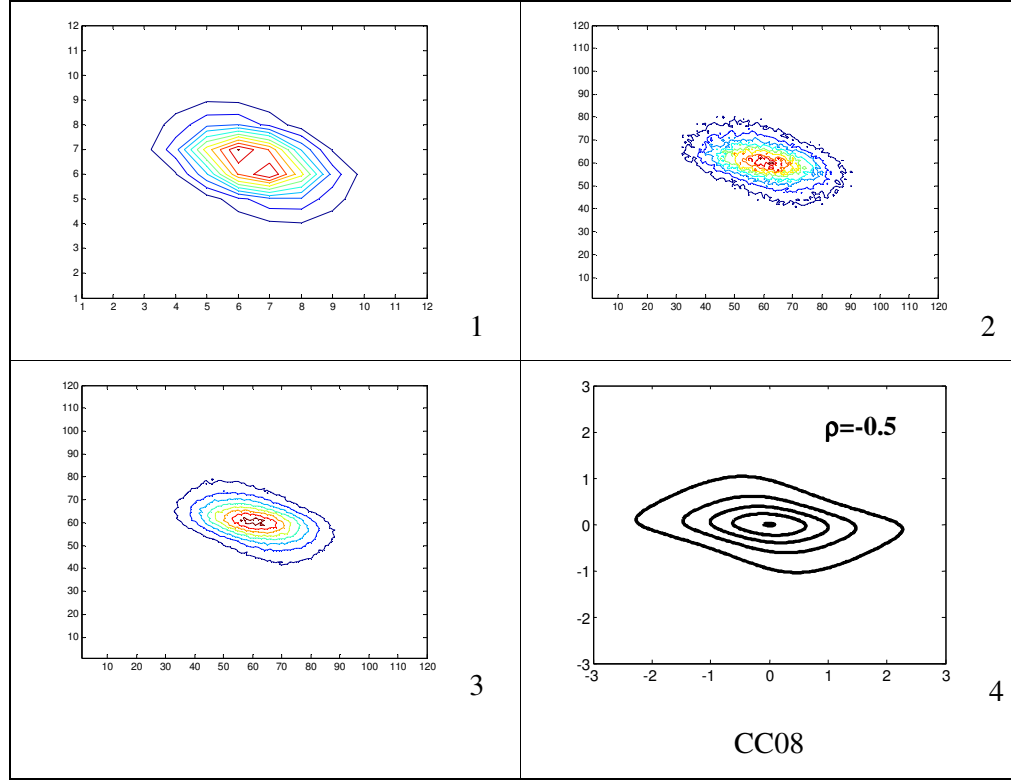
Şekil 4.3. BB02 parametre koduna ilişkin deneysel ve kuramsal dağılımların eşdolanım eğrileri



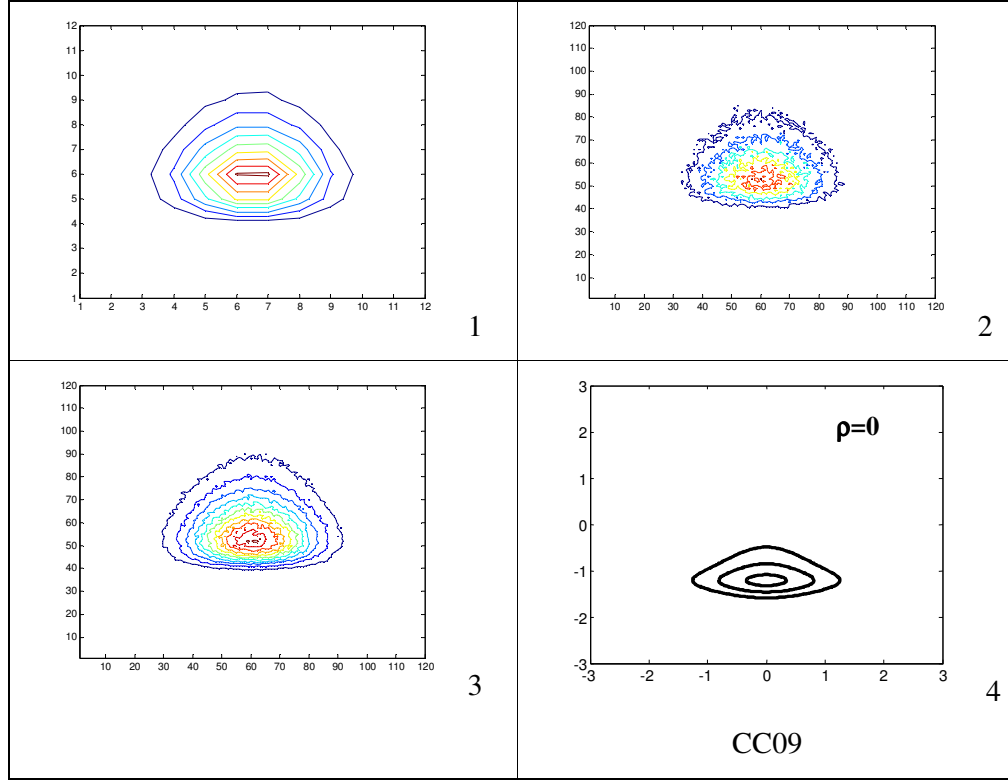
Şekil 4.4. BB15 parametre koduna ilişkin deneysel ve kuramsal dağılımların eşdolanım eğrileri

4.1.3. Sınırsız(CC) Johnson dağılımının deneysel dağılımı

CC dağılımına ilişkin Çizelge 2.3'te verilen CC08 ve CC09 parametre kodları örnek olarak ele alınmıştır. CC08 ve CC09 için dağılım aralığının genişliği (-3;3) olarak tanımlanmış olup, deneysel dağılım aralıklarının sınıf genişliği 0,5 ve 0,05 olarak alınmıştır. MC tahmini için deneme sayısı N, 100 000 ve 1 000 000 alınarak yakınsama durumları Şekil 4.5 ve Şekil 4.6'da gösterilmiştir.



Şekil 4.5. CC08 parametre koduna ilişkin deneysel ve kuramsal dağılımların eşdolanım eğrileri



Şekil 4.6. CC09 parametre koduna ilişkin deneysel ve kuramsal dağılımların eşdolanım eğrileri

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Johnson ailesine ait dönüşüm sistemleri tek ve çok boyutlu yapıları incelenirken verilen kuramsal dağılımların ne ölçüde güvenilir olduğu araştırmacılar için merak konusu olmuştur. Tek değişkenli durumda deneysel olasılıklarla ilgili yorum yapmak ve karar vermek kolay olmayacaktı. Deneysel olasılıkları en rahat biçimde şekilsel olarak gösterimin en kolay olduğu durum olan iki boyutlu yapılar ele alınarak Monte Carlo sağlamlık çalışmaları yapılmıştır.

Bu çalışmada, Johnson'ın önerdiği üç dağılım ele alınarak, bu dağılımların tek ve iki boyutlu dağılımları incelenmiştir. Tek boyutlu Johnson dağılımları teorik olarak anlatılıp, konum ve ölçek parametreleri tanıtılmıştır. Johnson'ın önerdiği dağılımlardan, AA lognormal dağılım, BB sınırlı Johnson dağılımı ve CC sınırsız Johnson dağılımları, iki boyutlu yapıları, kuramsal olarak konum ve ölçek parametreleri λ , μ , ξ , ve d olmak üzere dört parametreyi esas alır. Bu parametrelerin farklı değerleri için iki boyutlu eşdolanım eğrileri, Matlab programlama dili kullanılarak elde edilmiştir.

Deneysel olasılıklar elde edilirken X değerleri çok değişkenli normal dağılımdan çekilmiş ve verilen dönüşüm sisteminde kendisine verilen uygun parametreler ile sonuçlar elde edilmiştir. Sonuçlarda örnek olarak AA olarak anılan lognormal dağılım dönüşümüne yakınsadığı çok açık bir biçimde görülmüştür. Yakınsama için, her bir deneme için dağılım aralığına düşme olasılığı hesaplanmıştır. MC ile deneme sayısı artırılarak bu aralığa düşme sıklıkları bulunmuştur. Bulunan bu sıklıkların toplam deneme sayısına bölümü ile deneysel olasılıklar hesaplanmıştır.

Johnson dağılımlarının eşdolanım eğrileri elde edilirken, kullanılan bilgisayarların donanım olarak yeterince hızlı olmaması nedeniyle sonuçlara oldukça uzun sürelerde ulaşılmıştır. Deneme sayısının artması ve dağılım aralığı sınıf genişliğinin küçük tutulması çalışılan bilgisayarların hızına bağlı olarak süreleri uzatmıştır.

Bu çalışmanın devamında, sınıf genişliğinin ne kadar deneme sonunda yapılabildiğinin araştırılması, nerede yakınsadığını araştıran bir uygun sınıf genişliği çalışması yapılabilir. Görsel açıdan eşdolanım eğrilerinin $p=2$ boyut seçilen bu çalışmanın devamında çok boyutlu için genişletilecek algoritmalarla üretilebilir. Bu durumda grafiksel olarak göstermek oldukça zorlaşacaktır. Ancak çok boyutlu olarak incelemenin olasılık değerleri üzerinden yapılabilmesi sağlanabilir. Çok boyutluda kuramsal dağılım ile deneysel dağılımın olasılık tabloları karşılaştırılabilir. Bizim odaklandığımız nokta, kuramsal dağılımın deneysel dağılıma ne ölçüde yakınsadığını göstermek ve bu çalışmada bilgisayar ortamında yapılabildiğini göstermektir.

Elde edilen sonuçlara bakılarak, yapılan MC sağlamlık çalışmasının, Johnson ailesine ait bu üç dağılım sisteminin güvenilir olduğu, ve EK-4'te verilen algoritma mantığı ile dağılımlara ait tüm parametreler için denemeler yapılabileceği gösterilmiştir. Johnson'un önerdiği AA, BB ve CC dağılımlarının rahatlıkla kullanılabileceği görülmüştür.

Sonuç olarak, çok boyutlu normal dağılımın Johnson dağılımlarından sanal örnekleme algoritmalarının kurularak istatistiksel yazılımlarda kullanılacak programlama dillerinin kütüphanelerine birer hazır fonksiyon biçiminde sunulmaları ve böylece sağlamlık çalışmalarında Johnson dağılımlarından da yaygın bir biçimde yararlanılması için gerekli ortamın oluşturulması sağlanmıştır.

KAYNAKLAR

1. Beauchamp, J. J. and Kane, V.E., "Robustness of three power transformations estimation procedures", *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 15: 251-272 (1982).
2. Everitt, B.S., "A Monte Carlo investigation of the robustness of Hotelling's one- and two-sample T^2 tests", *Journal of the American Statistical Association*, 74: 48-51 (1979).
3. Lachenbruch, P. A., Sneeringer, C. and Revo, L. T., "Robustness of the linear and quadratic discriminant function to certain types of non-normality" *Communications in Statistics*, 1: 39-56 (1973).
4. Draper, J., "Properties of distributions resulting from certain simple transformation of the normal distribution" *Biometrika*, 39: 290-301 (1952).
5. Patel, J. K. and Read, C. B., "Handbook of the Normal Distribution 2nd ed." *Marcel Dekker, Inc.* New York, (1996).
6. Chen, H. F. and Kamburowska, G., "Fitting data to the Johnson system" *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 70 (1): 21-32 (2001).
7. Johnson, N. L., Kotz, S., "Continuous Univariate Distributions-1", *Houghton Mifflin Company*, Boston, 112-132 (1970).
8. Tuentner, H. J. H., "An algorithm to determine the parameters of S-U curves in the Johnson system of probability distributions by moment matching" *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 70 (4): 325-347 (2001).
9. Dudewicz, E. J. and Zhang, C. X. and Karian, Z. A., "The completeness and uniqueness of Johnson's system in skewness-kurtosis space", *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 33 (9): 2097-2116 (2004).
10. Johnson, N. L., "Systems of frequency curves generated by methods of translation", *Biometrika*, 36: 149-176 (1949b).
11. Johnson, N. L., "Bivariate distributions based on simple translation systems", *Biometrika*, 36: 297-304 (1949a).
12. Johnson, M. E., "Multivariate Statistical Simulation", *John Wiley and Sons, Inc.* New York, (1987).
13. DeGroot H. M., "Probability and Statistics", *Carnegie-Mellon University*, 127-128 (1975).

14. Box, G. E. P. and Muller M. E., "A note on the generation of random normal deviates", *The Annals of Mathematical Statistics*, 29: 610-611 (1958).
15. Lehmer, D. H., "Computer technology applied to the theory of numbers" *MAA Stud. Math.* 6: 117-151 (1969).

EKLER

EK-1. Kuramsal AA dağılımına ilişkin eşdolanım eğrileri algoritması

Adım 1: AA dağılımına ait girdilerin alınması,

Değişkenler (d_1^2 , d_2^2),

İlişki katsayısı (ρ),

Adım 2: a_i ve b_i değerlerinin hesaplanması, $a_i = e^{\left(\frac{d_i^2}{2}\right)}$; $b_i = \sqrt{e^{2d_i^2} - e^{d_i^2}}$

Adım 3: Değişkenler için değer aralığının hesaplanması,

Adım 4: y_1 ve y_2 değerlerinin hesaplanması, $y_i = \ln(b_i x_i + a_i)$

Adım 5: Eş. 2.16'da verilen AA dağılımının kuramsal olasılık yoğunluk işlevinin hesaplanması,

Adım 6: Elde edilen işlev değerlerinin eşdolanım eğrilerinin çizdirilmesi,

Adım 7: Son.

EK-2. Kuramsal BB dağılımına ilişkin eşdolanım eğrileri algoritması

Adım 1: BB dağılımına ait girdilerin alınması,

Değişkeler (d_1^2 , d_2^2),

İlişki katsayısı (ρ),

Ortalamalar (μ_1 , μ_2),

Adım 2: İşleve ait değişkenlerin aralık değerlerinin hesaplanması,

Adım 3: y_1 ve y_2 değerlerinin hesaplanması; $y_i = \frac{\ln[x_i / (1 - x_i)] - \mu_i}{d_i}$,

Adım 5: Eş. 2.18’de verilen BB kuramsal olasılık yoğunluk işlevinin hesaplanması,

Adım 6: Elde edilen işlev değerlerinin eşdolanım eğrilerinin çizdirilmesi,

Adım 7: Son.

EK-3. Kuramsal CC dağılımına ilişkin eşdolanım eğrileri algoritması

Adım 1: CC dağılımına ait girdilerin alınması,

Değişkeler (d_1^2 , d_2^2),

İlişki katsayısı (ρ),

Ortalamalar (μ_1 , μ_2),

Adım 2: İşleve ait a_i ve b_i parametrelerinin hesaplanması,

$$a_i = e^{\frac{d_i^2}{2}} \sinh(\mu_i), \quad b_i = \left\{ \left(e^{d_i^2} - 1 \right) \left[e^{d_i^2} \cosh(2\mu_i) + 1 \right] \right\}^{1/2}$$

Adım 3: Değişkenlerin aralık değerlerinin hesaplanması,

Adım 4: w_1 ve w_2 değerlerinin hesaplanması, $w_i = b_i x_i + a_i$

Adım 5: Eş. 2.19'da verilen CC dağılımının kuramsal olasılık yoğunluk işlevinin hesaplanması,

Adım 6: Elde edilen işlev değerlerinin eşdolanım eğrilerinin çizdirilmesi,

Adım 7: Son.

EK-4. Deneysel dağılımlar için algoritma

Adım 1: Program girdilerinin alınması,

Deneme Sayısı (N),

Değişkenler için değer aralığı [a,b],

Frekansların belirlenmesinde yararlanılacak adım büyüklüğü (c),

Adım 2: Dağılıma ilişkin girdilerin alınması,

Değişkenler (d_1^2 , d_2^2),

İlişki katsayısı (ρ),

Adım 3: a_i ve b_i değerlerinin hesaplanması,

Adım 4: λ ve ξ değerlerinin hesaplanması,

Adım 5: Deneme=1,

Adım 6: Çok değişkenli ($p=2$) normal dağılımdan $X=[x_1, x_2]$ yöneyinin üretilmesi,

Adım 7: Johnson dönüşümünün kullanılarak ilgili AA, BB, CC dağılımlarına ait $Y=[y_1, y_2]$ yöneyinin elde edilmesi,

Adım 8: y_1 ve y_2 koordinat eksenlerinde $[(a, a+c), (a+c, a+2c), \dots, (b-c, b)]$ aralıklarına düşen y_1 ve y_2 değerleri için frekansların elde edilmesi,

Adım 9: Deneme=Deneme + 1

Adım 10: Deneme > N

Evet ise Adım 11

Hayır ise Adım 6

Adım 11: Frekansların deneme sayısına bölünmesiyle olasılıkların elde edilmesi,

Adım 12: y_1, y_2 ve olasılık değerlerini dikkate alarak eşdolanım grafiğinin çizilmesi,

Adım 13: Son.

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : ERKEK, Bayram
Uyruğu : T.C.
Doğum tarihi ve yeri : 20.08.1975 Tokat
Medeni hali : Evli
Telefon : 0 (312) 250 38 13
Faks :
e-mail : berkek@hvkk.tsk.mil.tr

Eğitim

Derece

Lisans

Lise

Eğitim Birimi

Hacettepe Üniv./ İstatistik Bölümü

Ankara Lisesi

Mezuniyet tarihi

1997

1992

İş Deneyimi

Yıl

1998-2001

2001-

Yer

Maliye Bakanlığı

Hv.K.K.lığı

Görev

Memur

Mlyt.Anlz.Uzm.

Yabancı Dil

İngilizce

Hobiler

Basketbol, Bilgi Sistemleri, Balıkçılık