



**T.C.**  
**KONYA TEKNİK ÜNİVERSİTESİ**  
**LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ**



**KABUK YOĞUNLUĞU DEĞİŞİMİNİN PİTE**  
**(BİRİNCİL DOLAYLI TOPOĞRAFİK ETKİ)**  
**ÜZERİNDEKİ ETKİSİ**

**Aleyna ÖZTOP**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Harita Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Mayıs-2024**  
**KONYA**  
**Her Hakkı Saklıdır**

## TEZ KABUL VE ONAYI

Aleyna ÖZTOP tarafından hazırlanan “*Kabuk Yoğunluğu Değişiminin PITE (Birincil Dolaylı Topoğrafik Etki) Üzerindeki Etkisi*” adlı tez çalışması 09/05/2024 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği/oy çokluğu ile Konya Teknik Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Harita Mühendisliği Anabilim Dalı’nda YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

### Jüri Üyeleri

### İmza

#### Başkan

Prof. Dr. Aydın ÜSTÜN  
(Kocaeli Üniversitesi)

.....

#### Danışman

Prof. Dr. Ramazan Alpay ABBAK  
(Konya Teknik Üniversitesi)

.....

#### Üye

Prof. Dr. Muzaffer KAHVECİ  
(Konya Teknik Üniversitesi)

.....

Yukarıdaki sonucu onaylarım.

Prof. Dr. Mevlüt UYAN  
Enstitü Müdürü

Bu tez çalışması TÜBİTAK tarafından 120Y246 nolu proje ile desteklenmiştir.

## **TEZ BİLDİRİMİ**

Bu tezdeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edildiğini ve tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

## **DECLARATION PAGE**

I hereby declare that all information in this document has been obtained and presented in accordance with academic rules and ethical conduct. I also declare that, as required by these rules and conduct, I have fully cited and referenced all material and results that are not original to this work.

İmza

Aleyna ÖZTOP

Tarih:

## ÖZET

### YÜKSEK LİSANS TEZİ

#### KABUK YOĞUNLUĞU DEĞİŞİMİNİN PITE (BİRİNCİL DOLAYLI TOPOĞRAFİK ETKİ) ÜZERİNDEKİ ETKİSİ

Aleyna ÖZTOP

Konya Teknik Üniversitesi  
Lisansüstü Eğitim Enstitüsü  
Harita Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Ramazan Alpay ABBAK

2024, 55 Sayfa

Jüri

Prof. Dr. Ramazan Alpay ABBAK  
Prof. Dr. Aydın ÜSTÜN  
Prof. Dr. Muzaffer KAHVECİ

Jeoit belirleme çalışmalarında 1 santimetre doğruluklu jeoit modeli oluşturmak ana hedeftir. Bu hedefin kuramsal anlamda doğru ve pratik şekilde çözülmesi bazı mühendislik problemlerinin çözülmesini kolaylaştırmaktadır. Bu nedenle jeoit belirlemek için kullanılan yöntemler gün geçtikçe geliştirilmektedir. Stokes-Helmert yaklaşımı klasik jeoit modelleme seçeneklerinden biridir. Sınır değer probleminin çözümünde topoğrafya dikkatli bir şekilde ele alınmaz ise istenen hedefe ulaşmaya engeldir. Stokes-Helmert yaklaşımının son aşamasında PITE'nin (Birincil Dolaylı Topoğrafik Etki) hesabıyla yaklaşık jeoit yüksekliği elde edilmektedir. Yoğunluk değişimi, PITE'nin hesabında ve dolayısıyla, jeoit yüksekliklerinde anlamlı farklılığa neden olur. Bu farkı görmek için bir sayısal yükseklik modeli ve kabuk yoğunluğu modelinden yararlanmak yeterlidir. Topoğrafyayı ilgilendiren yerbilimleri çalışmalarında yoğunluk değeri genelde ortalama  $2.67 \text{ gr/cm}^3$  alınır. Ancak bu değer bazı bölgelerde %20'lere yaklaşan farklılık gösterir. Yoğunluk değişimindeki böyle bir oran PITE hesabından bulunan değerleri desimetre mertebesinde etkiler. Bu çalışmada yoğunluk değişiminin PITE üzerindeki etkisi incelenecektir. Bu sayede ülkemizde santimetre doğruluklu jeoit belirleme çalışmalarına önemli bir katkı sağlanacaktır. PITE değerleri hesap noktasının yüksekliğine ve yoğunluğuna bağlıdır. Sayısal uygulama sonucunda değişken yoğunluklu PITE değerleri -43 cm ile -1 cm arasında değişirken, sabit yoğunluk kullanıldığında bu değerler -39 cm ile -1 cm arasındadır.

**Anahtar Kelimeler:** Jeoit belirleme, Kabuk yoğunluğu, PITE, Stokes-Helmert yöntemi, Topoğrafya

## **ABSTRACT**

## **MS THESIS**

# **THE EFFECT OF CRUSTAL DENSITY VARIATION ON PITE (PRIMARY INDIRECT TOPOGRAPHY EFFECT)**

**Aleyna ÖZTOP**

**Konya Technical University  
Institute of Graduate Studies  
Department of Geomatics Engineering**

**Advisor: Prof. Dr. Ramazan Alpay ABBAK**

**2024, 55 Pages**

**Jury**

**Prof. Dr. Ramazan Alpay ABBAK  
Prof. Dr. Aydın ÜSTÜN  
Prof. Dr. Muzaffer KAHVECİ**

In geoid determination studies, the main goal is to create a geoid model with an accuracy of 1 centimeter. Solving this goal in a way of theoretically correct and practically fast makes it easier to implement some engineering problems. For this reason, the methods used to determine the geoid are being developed day by day. The Stokes-Helmert approach is one of the classical geoid modeling options. If the topography is not handled carefully in the solution of the boundary value problem, it is an obstacle to achieving the desired goal. In the final stage of the Stokes-Helmert approach, the exact geoid height is obtained by calculating the PITE (Primary Indirect Topographic Effect). The density change causes a significant difference in the PITE's calculation and, therefore, in the geoid heights. To see this difference, it is enough to use the digital elevation model and the crustal density model. In geosciences studies related to topography, the density value is usually taken as an average of  $2.67 \text{ g/cm}^3$ . However, this value varies in some regions, approaching 20%. Such a ratio, which can be observed in the density change, affects the values obtained from the PITE calculation at the decimetre level. In this study, the effect of density change on PITE will be examined. In this way, an important contribution will be made to the centimeter accuracy geoid determination studies in our country. The PITE values depend on the height and density of the calculation point. As a result of numerical application, the density change gives PITE values between -43 cm and -1 cm, while under constant density these values are between -39 cm and -1 cm.

**Keywords:** Geoid determination, Crust density, Primary Indirect Topographic Effect, Stokes-Helmert method, Topography

## ÖNSÖZ

Yüksek lisans çalışmam boyunca her aşamada beni yönlendiren sayın Prof. Dr. Ramazan Alpay ABBAK hocama ve diğer tüm hocalarıma teşekkür ederim.

Tezin oluşum aşamasından önce ve sonra karşılaştığım sorunların çözümünde değerli fikirlerini ve katkılarını esirgemeyen sayın Prof. Dr. Aydın ÜSTÜN'e minnettar olduğumu ifade etmek isterim. Ayrıca 120Y046 nolu proje kapsamında maddi desteklerinden dolayı TÜBİTAK kurumuna müteşekkirim.

Aynı zamanda Stokes-Helmert yaklaşımı konusundaki faydalı tartışmalarından dolayı Harita Genel Müdürlüğü'nde çalışan Doç. Müh. Alb. Mehmet SİMAV'a teşekkür ederim.

Eğitim öğretim ve hayatımın her aşamasında maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen, her zorlukta yanımda olan ve beni motive eden güzel aileme çok teşekkür ediyorum.

Aleyna ÖZTOP  
KONYA-2024

## İÇİNDEKİLER

|                                                                    |     |
|--------------------------------------------------------------------|-----|
| ÖZET .....                                                         | i   |
| ABSTRACT.....                                                      | ii  |
| ÖNSÖZ .....                                                        | iii |
| İÇİNDEKİLER .....                                                  | iv  |
| SİMGELER VE KISALTMALAR .....                                      | v   |
| 1. GİRİŞ .....                                                     | 1   |
| 2. KAYNAK ARAŞTIRMASI .....                                        | 5   |
| 3. STOKES-HELMERT YAKLAŞIMI .....                                  | 8   |
| 3.1. Stokes-Helmert Yöntemi .....                                  | 8   |
| 3.1.1. Gerçek Uzay .....                                           | 11  |
| 3.1.2. Helmert Uzayı .....                                         | 13  |
| 3.1.3. Jeoit Yüksekliği .....                                      | 16  |
| 3.2. Stokes-Helmert Yaklaşımında Etkiler .....                     | 16  |
| 3.2.1. Elipsoidal Düzeltme .....                                   | 17  |
| 3.2.2. Atmosferik Etkiler .....                                    | 18  |
| 3.2.3. Topoğrafik Etkiler .....                                    | 19  |
| 4.3. Birincil Dolaylı Topoğrafik Etki (PITE).....                  | 21  |
| 4. MATERYAL .....                                                  | 23  |
| 4.1. Çalışma Sahası .....                                          | 23  |
| 4.2. Sayısal Veriler .....                                         | 25  |
| 4.2.1. Yersel Gravite .....                                        | 25  |
| 4.2.2. Sayısal Yükseklik Modeli .....                              | 26  |
| 4.2.3. Kabuk Modeli.....                                           | 28  |
| 4.2.4. Küresel Yer potansiyel Model .....                          | 30  |
| 5. ARAŞTIRMA SONUÇLARI VE TARTIŞMA.....                            | 31  |
| 5.1. Sayısal Uygulama .....                                        | 31  |
| 5.2. PITE Uygulaması .....                                         | 32  |
| 5.3. Sabit Yoğunluklu PITE Uygulaması.....                         | 34  |
| 5.4. Değişken Yoğunluklu PITE İle Sabit Yoğunluklu PITE Farkı..... | 35  |
| 5.5. Karşılaştırma.....                                            | 36  |
| 5.5.1. Korelasyon ve Korelasyon Analizi .....                      | 37  |
| 6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER .....                                      | 41  |
| KAYNAKLAR .....                                                    | 43  |

## SİMGELER VE KISALTMALAR

### Simgeler

$T$  : Bozucu gravite potansiyeli

$U$  : Normal gravite potansiyeli

$r_g$  : Jeosentrik yarıçap

$H^0$  : Ortometrik yükseklik, (m)

$\gamma_0$  : Elipsoit yüzeyindeki normal gravite, (mGal)

$\Delta g$  : Gravite anomalisi

$\delta g$  : Gravite bozukluğu

$H^N$  : Normal yükseklik

$\zeta$  : Yükseklik anomalisi, (m)

$\varepsilon_n$  : Elipsoidal düzeltme

$V^t$  : Topoğrafik kütlelerin potansiyeli

$V^c$  : Yoğuşma katmanının potansiyeli

$W^h$  : Helmert'in oluşturduğu gravite potansiyeli

$T^h$  : Helmert'in bozucu potansiyeli

$\delta A$  : Arazi düzeltmesi

$\Delta g_0^H$  : Helmertize edilmiş gravite anomalisi

$S^L$  : Değiştirilmiş Stokes fonksiyonu

$R$  : Yerin ortalama yarıçapı, (km)

$l$  : Hesap noktasından olan uzaklık, (m)

$G$  : Yerin çekim sabiti, ( $N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$ )

$g$  : Gravite, (mGal)

$\delta V^t$  : Topoğrafik kütlelerin potansiyeli ile yoğunlaştırılmış potansiyel arasındaki fark



|                  |                                                   |
|------------------|---------------------------------------------------|
| $\varphi$        | : Coğrafi enlem, (°)                              |
| $\lambda$        | : Coğrafi boylam, (°)                             |
| $r$              | : Radyal uzaklık, (m)                             |
| $\theta$         | : Düşey açı, (°)                                  |
| $L$              | : Stokes integralinin üst limiti                  |
| $N$              | : Jeoit yüksekliği, (m)                           |
| $\psi$           | : Küresel uzaklık, (°)                            |
| $\psi_0$         | : İntegrasyon yarıçapı, (°)                       |
| $\Omega$         | : İki boyutlu yüzey koordinatları                 |
| $\sigma$         | : Karesel ortalama hata                           |
| $\rho_{xy}$      | : Korelasyon katsayısı                            |
| $\rho_0$         | : Topoğrafya yoğunluğu, (g/cm <sup>3</sup> )      |
| $C_{nm}, S_{nm}$ | : $n$ . derece ve $m$ . sıradaki harmonik katsayı |

### Kısaltmalar

|       |                                                        |
|-------|--------------------------------------------------------|
| ICGEM | : International Center for Global Gravity Field Models |
| SYM   | : Sayısal Yükseklik Modeli                             |
| SRTM  | : Shuttle Radar Topography Mission                     |
| SH    | : Stokes-Helmert Metot                                 |
| PITE  | : Primary Indirect Topographic Effect                  |
| SITE  | : Secondary Indirect Topographic Effect                |
| UNB   | : New Brunswick Üniversitesi                           |
| RCR   | : Remove-Compute Restore                               |
| WGS84 | : World Geodetic System 1984                           |

## 1. GİRİŞ

Jeodezi üç boyutlu zaman değişkenli uzayda yeryuvarının gravite alanını da dikkate alarak yeryuvarının ölçülüp haritalandırılmasıyla uğraşan bilim dalıdır. Üç temel görevi vardır. Bu görevler,

- Küresel ya da bölgesel konum belirleme (geometrik problem),
- Yeryuvarının gravite alanını ve jeoidin yüksek doğruluklu olarak belirlenmesi (fiziksel problem),
- Yeryuvarının fiziksel şekil (başka bir deyişle kitle taşınımı) ve dolayısıyla gravite alanı değişikliklerinin incelenmesi (dinamik problem),

şeklinde sıralanabilir (Abbak, 2021).

İkinci maddede yer alan jeoit belirleme konusu fiziksel jeodezinin en temel amaçlarından birisini oluşturur. Jeoit kavramı “Geometrik yeryüzünün şekli olarak adlandırdığımız yüzeyin her noktasında çekül doğrultularını dik açılarla kesen ve okyanus yüzeyi ile kısmen çakışık olduğu varsayılan yüzeydir” şeklinde ifade edilmiştir (Gauss, 1828). Jeoit belirleme çalışmaları jeodezi alanında güncel kalması gereken temel problemlerden bir tanesidir. Çünkü yeryuvarı sürekli değişen bir yapıya sahiptir. Jeoit belirleme çalışmaları uzun zaman öncesine dayanmakta ve birçok yöntem kullanılarak zaman içerisinde doğruluğu yüksek modeller üretilmeye başlanmıştır.

Günümüzde jeoidi yüksek doğrulukla belirlemek jeodezik çalışmalar için hayati önem arz etmektedir (Yılmaz, 2023). Yeryüzündeki noktaların ortometrik yükseklikleri ve deniz tabanının derinliği jeoitten itibaren ölçülür. Ülkemizde altyapı projelerinde ve birçok harita mühendisliği uygulamalarında jeoidi referans alan ortometrik yükseklik kullanılmaktadır (Abbak, 2011).

Fiziksel jeodezinin temel amacı, yeryuvarının gravite alanını dolayısıyla gerçek anlamda jeoidi belirlemektir. Jeoidi yer merkezinden itibaren tanımlamak yerine üzerinde her türlü jeodezik hesabın gerçekleştirildiği dönel elipsoitten olan sapmalarıyla tanımlamak uygulamada bir takım kolaylık sağlar (Abbak, 2021). Bu kapsamda iki farklı yüzey arasındaki bozucu potansiyelin sınır değer probleminin çözülmesi ile jeoidi elde etmek mümkün olmaktadır. Jeoidi gravite alanının bir sınır yüzeyi olarak tanımlamak için jeoit üzerindeki kütleler kaldırılır ve gravite gözlemleri jeoide indirgenir. Topoğrafyanın jeoide olan etkisini en doğru biçimde tespit etmek jeoit

belirleme çalışmalarının en önemli hususlarından birisi haline gelmiştir (Demir vd., 2018).

Veri türü göz önüne alınarak sınıflandırma yapıldığında, jeoit belirleme için dört temel yöntemden bahsedilmektedir. Bu yöntemler,

- Astrojeodezik yöntem,
- Gravimetrik yöntem,
- GNSS-Nivelman yöntem,
- Hibrit yöntem,

şeklinde sıralanabilir (Abbak, 2021). Bu yöntemlerden gravimetrik yaklaşım bölgesel çalışmalarda yüksek doğruluklu çözüm sağlamaktadır. Gravimetrik jeoit modeli oluşturulmasında gravite verilerinin yanı sıra topoğrafik yükseklikler de kullanılmaktadır. Bu nedenle, jeoit belirlemede topoğrafyanın yoğunluk değeri de önemlidir. Ortalama kabuk yoğunluğu değeri ( $2.67 \text{ gr/cm}^3$ ), gerçekte her bölgede farklı değerlere sahiptir. Bu da topoğrafik düzeltme hesabında kullanılan ortalama yoğunluk değerinin değişken olarak ele alınması anlamına gelmektedir.

Jeoidin yeterli bir doğrulukla belirlenip belirlenemeyeceği yıllardır tartışma konusu olmuştur. Bazı bilim insanları bunun yapılamayacağını söylemiştir. Çünkü yeryuvarı içindeki kütle yoğunluğu dağılımının jeoidi belirli bir doğruluk seviyesine izin verecek kadar doğru bir şekilde bilinmemektedir. Stokes yaklaşımının doğruluğu bu anlamda sorgulanırken, Molodenski'nin kuazijeoit belirleme teorisinin ilgi görmesinin temel nedeni budur (Heiskanen ve Moritz, 1967). GNSS'nin ortaya çıkması ve elipsoidal yüksekliğin hassas bir şekilde ölçebilme yeteneği sayesinde bu tartışmaya olan ilgi daha da artmıştır. Son yıllarda uluslararası farklı jeodezik çalışma grupları tarafından yüksek doğruluklu jeoit/kuazijeoit hesaplama çalışmaları gerçekleştirilmektedir. Bu çabaların amacı bir santimetre veya daha yüksek doğrulukla ile jeoit veya kuazijeoidin belirlenmesidir.

Stokes-Helmert yöntemiyle cm doğruluklu gravimetrik jeoit belirleme çalışmaları 1990'lı yıllarda başlamıştır. İlk uygulamalar Martinec ve Vanicek (1994a; 1994b) çalışmaları olmuştur. Daha sonra, Novak (2000), Ellmann ve Vanicek (2007), Vanicek vd., (2013), Foroughi (2018), Guo vd (2019), Vajda vd., (2020) Stokes-Helmert yöntemine göre jeoit belirleme konusunu kapsamlı uygulama örnekleriyle ele almıştır. Janak vd., (2017) tarafından gerçekleştirilen çalışmada Fransa'nın Auvergne bölgesinde kabuk yoğunluğu hesaba katılarak Stokes-Helmert yöntemiyle jeoit

belirleme işlemi gerçekleştirilmiştir. Yöntemin son yıllarda ilgi görmesinin temel sebeplerinden birisi, diğer jeoit belirleme yöntemlerine göre topoğrafyayı daha çok ön planda tutmasıdır.

Stokes-Helmert metoduna göre Birincil Dolaylı Topoğrafik Etki PITE (Primary Indirect Topographic Effect)'nin incelemesi ve topoğrafya içindeki yoğunluk değerlerinin hesaplanmasıyla kesin jeoit yüksekliği elde edilmektedir. Literatürde daha önce yapılmış olan çalışmalara bakıldığında dağlık bölgelerde yoğunluk değişiminin jeoide etkisinin daha fazla olduğu saptanmıştır. Çalışma sahasında da PITE'de yoğunluk değişiminin hesaba katılması jeoit yüksekliklerinde anlamlı bir farklılığa neden olacağı düşünülmektedir.

Stokes-Helmert metodunda, yeryüzünde ölçülen serbest hava gravite anomalilerinden topoğrafik ve atmosferik kütlelerin etkisinin yanı sıra gravite alanının uzun dalga boylu bileşenleri kaldırılır. Elde edilen artık (rezidual) gravite anomalileri ile Stokes integrali uygulanır. Daha sonra çıkarılan atmosferik ve topoğrafik kütlelerin etkisi ve uzun dalga boylu bileşenler yeniden yerine konur. Bu süreçte topoğrafik kütlelerin yerine konmasına PITE adı verilir (Ellmann ve Vanicek, 2007). Topoğrafik kütlelerin etkileri belirlenirken yoğunlukla yer kabuğunun yoğunluğu için ortalama bir değer kullanılır. Ancak kullanılan ortalama yoğunluk değeri yalnızca hesap basitleştirme işleminden ibarettir. Küresel ya da bölgesel kabuk yoğunluk modellerinin ortaya çıkmasıyla birlikte günümüzde kabuk yoğunluğuna bağlı topoğrafik düzeltme değerleri belirli bir yaklaşıkla tahmin edilebilmektedir.

Bu tezin amacı,

- Çalışma sahasında Stokes-Helmert yaklaşımıyla birincil dolaylı topoğrafik etkinin hesaplanması,
- Birincil dolaylı topoğrafik etkinin belirlenmesinde kabuk yoğunluğu katkısının incelenmesi,
- Birincil dolaylı topoğrafik etkinin yoğunluk ve yükseklik değerleriyle korelasyonunun belirlenmesi,

şeklinde sıralanabilir. Bu sayede ülkemizde hedefimiz olan santimetre mertebesinde jeoit belirleme çalışmalarına önemli bir katkı sağlanacaktır.

Topoğrafik düzeltmeler, hesap noktasının yüksekliğine ve hesap noktasının çevresindeki yoğunluğa bağlıdır. Bu çerçevede kabuk yoğunluğundaki değişimlerin jeoit belirlemedeki etkisini incelemek PITE'nin ne şekilde değiştiğini ve kesin jeoit hesabını nasıl etkilediği önem taşımaktadır.

Bu çalışmada, yapılacak olan işlem adımları hakkında kısa bilgiler “Giriş” metninde verilmiştir. Daha önce bu ve buna benzer konularda yapılmış ulusal ve uluslararası çalışmalar incelenerek “Kaynak Araştırması” başlığında sunulmuştur. Stokes-Helmert metodu hakkında temel teorik bilgiler ve gerekli verilerin elde edilmesi “Materyal ve Metot” bölümünde anlatılmıştır. Uygulama alanını, Stokes-Helmert metodunun kabuk yoğunluğu modeli kullanılarak PITE’nin nasıl değiştiği ve bu değişimin jeoit doğruluğuna katkısı “Uygulama” kısmında incelenmiştir. Yapılan tüm bu işlem adımlarının bitiminde elde edilen bulgular “Sonuç ve öneriler” bölümünde tartişılmıştır.



## 2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

Literatürde gravimetrik jeoit belirleme yöntemlerinden olan Stokes-Helmert metodunun sonucunda elde edilen düzeltme verileri hakkında başlıca uluslararası çalışmalardan elde edilen çıkarımlar bu bölümde kısaca anlatılmıştır. Bununla beraber çalışma sahası içinde belli bir konumsal çözünürlükte tahmin edilen yoğunluk modeli ve topoğrafik kitleleri temsil ettiği varsayılan sabit yoğunluk değeri hesaba katılarak elde edilen jeoitler arasında çalışmalar da incelenmiştir.

Vanicek ve Kleusberg (1987), referans elipsoidinin değiştirilmiş Stokes fonksiyonuna ilişkin harmonik serinin  $L$  mertebesinin seçiminin jeoit belirlemede önemli olduğunu ispat etmiştir. Güncel olarak geliştirilmiş KYM (Küresel Yerpotansiyel Model)'lerin doğruluğu ile uygulamada bölgesel jeoit belirlemesi için kullanılacak harmonik katsayıların derecesinin arttırmasına imkân sağlamaktadır. Kanada'da uygulanan bu yöntemde  $L$  mertebesi 20 alınmıştır. Sonuç olarak bu hesaplamalarda KYM'den gelen ara dalga boyu sorunun çözümü etkilemesini engellemişlerdir.

Vanicek ve Martinec (1994), Kanada'da gerçekleştirdiği Stokes-Helmert yöntemi kullanılan jeoit hesaplamada 5 ile 10 cm hedef olacağı en yüksek dağlar dışında, her yerde jeoit yüksekliklerin cm doğruluğunda verecek kadar iyi olduğunu saptamıştır. Helmert'in topoğrafyanın jeoit üzerine yoğunlaştırması fikrini kullanılarak topoğrafik kütle yoğunluğu hakkında doğru bir bilgiye sahip olma ihtiyacının %5'e kadar yaklaşık bir değer elde etmiştir.

Martinec ve ark. (1995), topoğrafik kütlelerin etkilerini hesaplamak için entegrasyonu şu şekilde gerçekleştirmiştir. Değişen topoğrafik yoğunluklar jeoidin yüksek doğrulukta  $<1$  cm belirlenmesi gerektiğinde başta büyük göller olmak üzere yüzey suların etkisinin de dikkate alınması gerektiğini belirtmiştir. Superior gölü için sayısal verilerle elde edilen uygulamada gravite çekimi üzerinde doğrudan topoğrafik etki nedeniyle jeoit yüksekliğe yapılan düzeltme -1.1 ve 1.3 cm arasında olduğunu ve jeoit yükseklik üzerindeki birincil dolaylı etkiye yapılan düzeltmenin -0.20 ve 0.00 cm içinde olduğunu göstermiştir.

Sjöberg ve ark. (1995), Helmert referans elipsoidini hesaplamak için artık topoğrafik potansiyelin şu şekilde olması gerektiğini belirttiler. Potansiyel katsayılar

tarafından oluşturulan alana eklenir. Elipsoidi 20 eşit parçaya böldüğü için bu etki birkaç desimetreye ulaşabilir. Yüksek doğrulukta jeoit üretilecekse dikkate alınması gerekir. 4 cm'den büyük bir değerde sabit bir düzeltme dönüşümündeki kütlelerin gerçek uzaydan Helmert uzayına aktarılmasına dikkat edilmelidir.

Novak (2000), doğrudan atmosferik etki ve ikincil dolaylı topografik etkiler 5'x5' çözünürlüklü gridle değerlendirilmiştir. Sınır değer problemine jeoit kuasijeoit düzeltmesinin ortalama değerleri, karşılık gelen gridler ortalama ortometrik yükseklikler için <10 cm hata ile hesaplandığını ispatlamıştır.

Huang ve ark. (2001), jeoit belirleme çalışmalarında yoğunluk değeri olarak sabit 2.67 g/cm<sup>3</sup> yoğunluk değerinin kullanılmasının temel nedeninin gerçek yoğunluk değerinin hesaplanmasının zaman alıcı ve karmaşık bir görev olmasından kaynaklandığını düşünmektedir. Kanada'da 1 cm doğruluklu jeoit belirlemek için Rocky Dağları'nda topoğrafik yoğunluğun jeoide etkisini araştırmıştır. Yapılan çalışma sonucunda topoğrafik yoğunluk değişiminin üretilen modele -7.0 ile -2.8 cm arasında etki ettiğini göstermiştir.

Baran ve ark. (2006) yılında yaptığı çalışmada, Stokes-Helmert yöntemini esas alarak New Brunswick Üniversitesi'nde gerçekleştirilen onlarca yıllık araştırma ve iyileştirmelerin bir sonucu olarak Curtin Üniversitesi'nde Avustralya gravite alanında test edilmiştir. Bununla birlikte Stokes-Helmert yönteminin hatasız verilerle kullanıldığında yaklaşık 2.5 cm (standart sapma) ve 20 cm'lik bir aralığa kadar doğruluğunu kanıtlamıştır.

Vanicek ve ark. (2013), Stokes-Helmert yöntemindeki hataların girdi verilerindeki hatalardan bağımsız olduğunu varsayarak, veri hatalarının etkisinin topografik yükseklikler, topografik yoğunluk ve GNSS tarafından belirlenen jeodezik yükseklikler bir araya getirildiğinde 2.6 cm olduğunu saptamıştır.

Janak ve ark. (2017), Stokes-Helmert yöntemindeki topografik yoğunluk etkilerin hesaplanmasıyla jeoit belirlemede %10'luk bir iyileşmeye yol açtığını belirlemiştir. Bu değer santimetre altında jeoit belirleme için büyük bir öneme sahiptir. Auvergne test bölgesi için iyileşme, 6 ile 3 cm arasında değişmektedir.

Foroughi (2018), Auvergne'de Stokes-Helmert yöntemi ve UNB Topo Dens yanal yoğunluk modellerini kullanarak kestirdiği jeoit yüksekliklerinde yoğunluğun en fazla 5.6 cm ortalama ise 0.3 cm etkisinin olduğunu ortaya çıkartmıştır. Uygulanan yöntem sonucunda PITE'de 0.02 ile 0.65 cm arasında değerlere ulaşılmıştır.

Guo ve ark. (2019), gravimetrik jeoit çalışma bölgesi boyunca eşit dağılmış 180 GNSS-Nivelman istasyonlarından türetilmiş jeoit yükseklikleriyle karşılaştırmıştır. Gravimetrik jeoit ile GNSS-Nivelman yükseklikleri arasındaki farkın standart sapması 4 cm'dir. GNSS-Nivelman istasyonlarında en küçük kareler yöntemi uygulandıktan sonra kesin jeoit modeli belirlenmiştir. Kesin jeoit modeli kontrol noktaları olan GNSS-Nivelman yükseklikleriyle beraber 1.45 cm'lik bir sonuca ulaşmışlardır.

Yukarıda incelenen bilimsel araştırmaların hepsi yoğunluk değişiminin jeoit yüksekliğine etkisiyle beraber değişimlere yol açtığını belirtmiştir. Özellikle topoğrafyanın çok sık değiştiği dağlık bölgelerde bu değişiminin desimetre mertebesinde jeoit belirlemeye etkisi olduğu saptanmıştır. Bu sebeple kullanılan Stokes-Helmert metodunun önemini ve birincil dolaylı topoğrafik etkinin incelenmesi gelecek çalışmalar için önemli olduğu belirtilmiştir.



### 3. STOKES-HELMERT YAKLAŞIMI

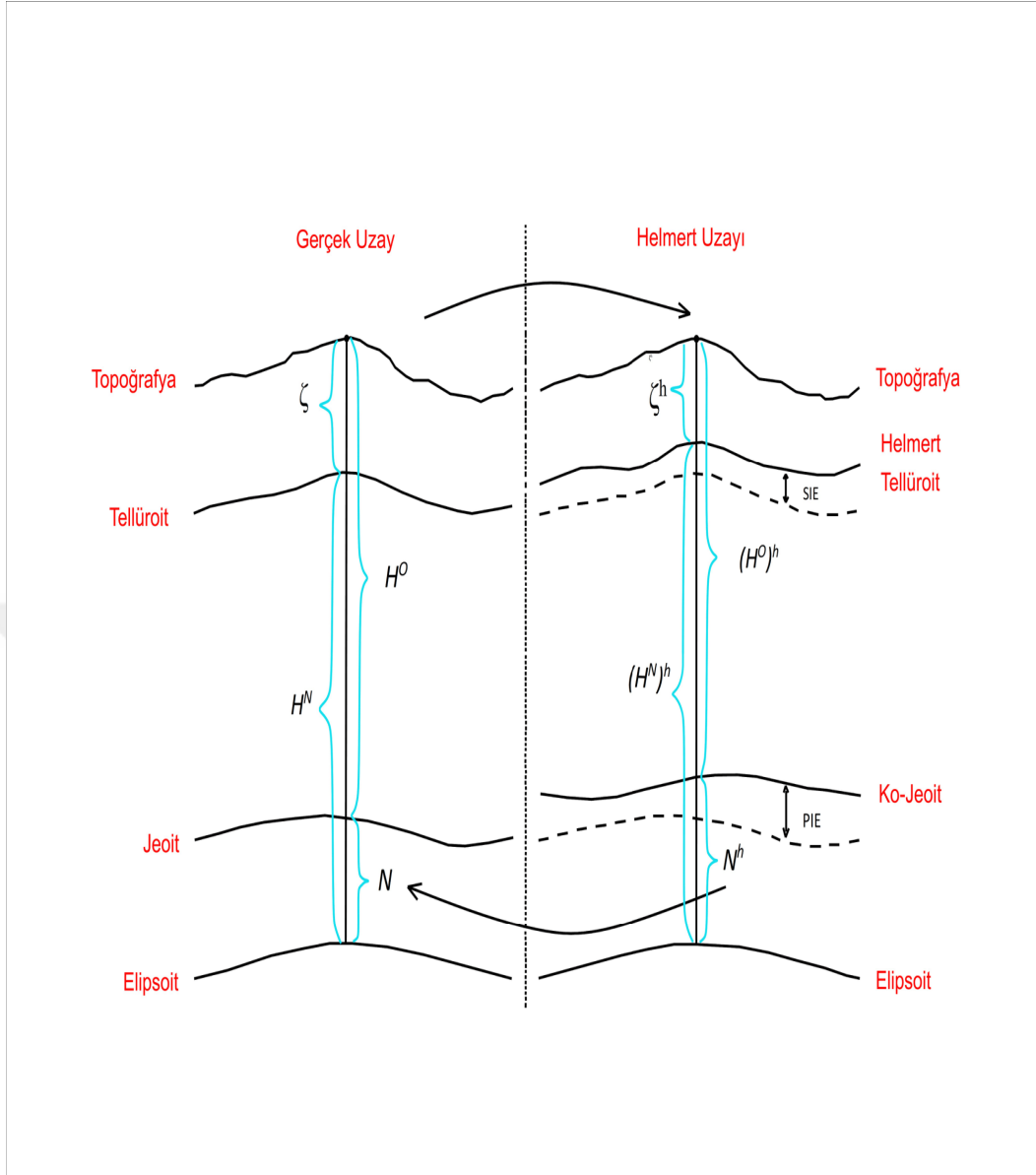
Stokes-Helmert (SH) yönteminin işleyişi ve birincil dolaylı topoğrafik etkinin matematiksel teorisi bu kısımda tartışılmıştır. Buna ek olarak SH yöntemi ile Fransa'nın Auvergne test bölgesinde birincil dolaylı topoğrafik etkisi için uygulanan modeller hakkında temel bilgiler ve teoriler bu başlık altında ele alınmıştır.

#### 3.1. Stokes-Helmert Yöntemi

Bu çalışmada jeoit modelini belirlemek için Stokes-Helmert metodu ele alınmıştır. Stokes-Helmert metodu bir jeodezik sınır değer probleminin çözümüdür. Aynı zamanda bir Kaldır-Hesapla-Yerine Koy (RCR: remove-compute-restore) tekniğidir. Topoğrafik yüzeyde gravite ölçüleri yapılırken, Stokes yöntemiyle sınır değer probleminin çözümü için ölçülen değerlerin sınır yüzeyi olarak adlandırılan jeoide indirgenmesi gerekmektedir. Sınır koşulunu sağlaması için gravite anomalilerinin jeoide kadar aşağı uzanımı (downward continuation) gerekmektedir. Bu nedenle topoğrafya ve atmosferin varlığına ilişkin birçok düzeltme hesaba katılmaktadır.

Bilindiği gibi topoğrafik etkilerin değerlendirilmesi günümüzde kesin jeoit modellemede en ciddi sorunlardan biridir. Bu nedenle topoğrafik etkilerin küresel yeryuvarı için özenle formüle edilmesi ve değerlendirilmesi gerekir.

Topoğrafik kütlelerin etkisini dikkate almanın bir yolu, Helmert'in ikinci yoğunlaştırma (Helmert's 2nd condensation method) modelini kullanmaktır. Bu modele göre, yeryuvarının topoğrafik kütleleri, jeoit üzerinde bulunan sonsuz ince bir yoğunlaşma tabakası ile değiştirilebilir. Stokes-Helmert yönteminin tam anlamıyla uygulanabilmesi için gerçek uzaydaki niceliklerin ilk olarak Helmert uzayına dönüştürülmesi gerekir (Şekil 4.1).



**Şekil 3.1.** Stokes-Helmert yönteminde gerçek ve Helmert uzayı (Ellmann ve Vanicek, 2007).  $H^O$  ve  $H^N$  sırasıyla ortometrik ve normal yükseklik türünü ifade eder. Bunların  $h$  ile gösterimi Helmert uzayındaki karşılıklarını temsil eder.

Helmert uzayı sayesinde, “Helmertize” edilmiş gravite alanı daha sonra düşük ve yüksek frekanslı parçalara ayrılabilir (Vanicek ve Kleusberg, 1987). Şekil 3.1’de ifade edilen tellüroit, yeryüzündeki bir noktanın gerçek potansiyeli ile normal potansiyelinin sayısal olarak eşit olduğu yüzeydir (Abbak, 2021, Bölüm 5). İkincil dolaylı topografik etki, literatürde SITE olarak adlandırılır.

Küresel yerpotansiyel modeller, gravite alanının uzun dalga boylu bilgisi için en doğru kaynaktır. Oysa kısa dalga boylu bilgi Stokes entegrasyonundan elde edilir. Entegrasyon, hesap noktasının etrafındaki bir alanla sınırlıdır. Burada Stokes kernel şeması kullanılmalıdır. Bu şemada, uzak nokta etkilerinin küresel yerpotansiyel

modelden değerlendirilip, yersel gravite anomalilerinden çıkarılarak artık gravite anomalileri elde edilir. Artık gravite anomalileriyle gerçekleştirilen Stokes entegrasyonu, Helmert artık ko-jeoit ile sonuçlanır. Hesaplama aşamasında, gerçek uzaydaki jeoit, Helmert ko-jeoit yüksekliklerinden birincil dolaylı topoğrafik ve atmosferik etkilerden çıkarılarak elde edilir.

Stokes-Helmert yönteminin temel prensipleri,

- Gerçek uzayda yeryüzündeki fiziksel jeodezinin temel formülü gerçekleştirilir.
- Gerçek uzay gravite anomalilerinin Helmert gravite anomalilerine dönüşümü gerçekleştirilir.
- Poisson integral denklemini uygulayarak Dirichlet'in ters sınır değer problemine çözüm, yani gravite anomalilerinin yeryüzünden jeoit üzerine aşağı doğru devam etmesi sağlanır.
- Helmert'in gravite alanının gravite alanını düşük frekanslı ve yüksek frekanslı kısmına ayrıştırılmasıyla jeodezik sınır değer probleminin yeniden formülize edilir.
- Yüksek frekanslı Helmert gravite alanı için Stokes sınır değer probleminin çözümü yapılır.
- Jeoidin Helmert gravite uzayından gerçek uzaya geri dönüştürülür.

Stokes-Helmert yönteminde birden fazla  $r$  vardır. Bu da uygulama için nereyi ifade ettiğini göstermektedir. Bu yüzden  $r$  değerlerini iyi kavramak gerekir. Stokes-Helmert yönteminde;

- $R$  : ortalama yeryuvarının yarıçapını (Küre yüzeyinde),
- $r$  : yeryüzündeki hesap noktasını ( $r = R + H^0$ ),
- $r'$  : integrasyon noktasının jeosentrik mesafesini ( $r' = R + H^0$ ),
- $r_g$  : Jeoit yüzeyindeki radyal bileşeni,

ifade etmektedir. Stokes-Helmert yönteminde bu  $r$  değerlerini dikkate almak oldukça önemlidir. Buna göre yöntemdeki bileşenleri ve düzeltmeleri inceleyelim. İlk olarak Stokes-Helmert yöntemindeki uzaylardan, sonrasında gravimetrik jeoit belirlemek için getirdiği düzeltmelerden ve en son olarak PITE'nin önemini ve işleyişini ele alacağız.

### 3.1.1. Gerçek Uzay

Gauss ve Listing (1873), jeoidin çekim potansiyeli değeri ( $W_0$ ) eşpotansiyel bir yüzey olarak tanımlar. Gauss (1828), bu yüzeyi matematiksel anlamda her yerde gravite vektörünü dik açıyla kesen ve tüm yeryuvarındaki ortalama deniz seviyesine yakın olarak tanımlamıştır. Jeoit şeklini tahmin etmek için, referans elipsoidi tarafından oluşturulan referans (normal) alanı tanıtılmaktadır. Bu referans elipsoit üzerindeki normal potansiyel jeoit üzerindeki gerçek potansiyele eşit olacak şekilde seçilmiştir.

Bozucu gravite potansiyeli olan  $T(r, \Omega)$ , yeryüzünde hesaba katılan gravite potansiyeli  $W(r, \Omega)$  ve referans elipsoidinin normal gravite potansiyeli  $U(r, \Omega)$  arasındaki farktan üretilir. Normal gravite alanının ( $U_0$ ) temel fiziksel parametreleri:  $\omega_0$  ve  $GM_0$  şeklinde ifade edilir.  $GM$  jeosentrik gravite sabiti,  $\omega$  yeryuvarının dönüşünün ortalama açısal hızıdır.  $W_0 \equiv W(r_g, \Omega)$  jeoit yüzeyinde gravite potansiyelini ele alır.  $\forall \Omega \in \Omega_0 : r_g(\Omega)$  ve  $U_0 \equiv U(r_0, \Phi)$  jeosentrik referans elipsoidin yüzeyinde hesaplanan normal gravite potansiyelidir. Farktan yola çıkarak,

$$T(r, \Omega) = W(r, \Omega) - U(r, \Omega) \quad (3.1)$$

bozucu gravite alanı elde edilir.

Yermerkezli konum  $(r, \Omega)$ , yermerkezli yarıçap  $r$  ve yermerkezli doğrultusu  $\Omega = (\Phi, \lambda)$  burada  $\Phi$  ve  $\lambda$  jeosentrik koordinatlar ve  $\Omega_0$  jeosentrik toplam açı  $[\Phi \in < -\pi/2, \pi/2 > \lambda \in < 0, 2\pi >]$  arasında belirlenir. Yer yüzünün jeosentrik yarıçapı  $r_t(\Omega)$ , (birkaç milimetrelik bir doğrulukla) verilir.

$$r_t(\Omega) \cong r_g(\Omega) + H^0(\Omega) \quad (3.2)$$

Eşitlik 3.2’de jeoit yüzeyin jeosentrik yarıçapına  $r_g(\Omega)$ , ortometrik yükseklik  $H^0(\Omega)$  eklendiğinde yeryüzünün jeosentrik yarıçapı elde edilir.

Topoğrafik ve atmosferik çekim merkezleri tamamen yok olsaydı, o zaman  $T$  jeoit yüzeyinde ve dışında harmonik olur ve Laplace denklemi uygulanması gerekir.

$$\nabla^2 T(r, \Omega) = 0 \quad r \geq r_g \quad (3.3)$$

Jeoit üzerinde  $T$  bilindiğinde, referans elipsoit ile jeoit arasındaki ayırım Bruns formülü ile elde edilebilir (Bruns, 1878);

$$N(\Omega) = \frac{T(r_g, \Omega)}{\gamma_0(\Omega)} \quad (3.4)$$

Eşitlik 3.4’te  $T(r_g, \Omega)$  jeoit üzerindeki bozucu potansiyel ve  $\gamma_0$  referans elipsoid üzerinde normal gravitedir. Problem  $T$ ’nin belirlenmesine ve jeoidin dışına

indirgenmesidir.  $T(r_g, \Omega)$  belirlemek için, jeoidin dışındaki üçüncü sınır değer probleminin çözülmesi gerekir. Bu problemde jeoit üzerindeki gravite anomalileri sınır değerler olarak işlev görür. Bozucu potansiyel ile gravite anomalileri arasında bir ilişki bulmak için bozucu potansiyelin türevi alınır, sonuçta

$$\frac{\partial T(r, \Omega)}{\partial r} = \frac{\partial W(r, \Omega)}{\partial r} - \frac{\partial U(r, \Omega)}{\partial r} \quad (3.5)$$

eşitliği elde edilir.

Yer yüzeyinde değerlendirilen eşitlik (3.5)'e,

$$\left. \frac{\partial T(r, \Omega)}{\partial r} \right| \cong -g(r_t, \Omega) + \gamma(r_t, \Omega) + \varepsilon_{\delta g}(r_t, \Omega) = -\delta g(r_t, \Omega) + \varepsilon_{\delta g}(r_t, \Omega) \quad (3.6)$$

şekilde yaklaşılabılır (Vanicek vd., 1999). Eşitlik 3.6'da gerçek gravite arasındaki fark  $g(r_t, \Omega)$  ve normal gravite  $\gamma(r_t, \Omega)$  bozucu gravite  $\delta g(r_t, \Omega)$ , ve  $\varepsilon_{\delta g}(r_t, \Omega)$  elipsoid yüzeyinde bozucu graviteyi göstermektedir.

Bu nedenle gravite bozukluğu, yaygın olarak bulunan veri türü olan gravite anomalisine dönüştürülmelidir.

$$\Delta g(r_t, \Omega) = g(r_t, \Omega) - \gamma[r_0(\Phi) + H^N(\Omega)] \quad (3.7)$$

Gravite anomalisi,  $\delta g(r_t, \Omega)$  gravite bozukluğu ile ilgilidir (Vanicek vd., 1999).

$$\Delta g(r_t, \Omega) = \delta g(r_t, \Omega) + \gamma(r_t, \Omega) - \gamma[r_0(\Phi) + H^N(\Omega)] \quad (3.8)$$

Eşitlikteki  $H^N(\Omega)$  hesap noktasının normal yüksekliğidir (Molodensky, 1945).

Normal gravite  $\gamma(r_t, \Omega)$  yer yüzeyinde normal gravite  $\gamma[r_0(\Phi) + H^N(\Omega)]$  tellüoit yüzeyinde  $r_0(\Phi) + H^N(\Omega)$  Bruns formülü kullanılarak,

$$\gamma(r_t, \Omega) - \gamma[r_0(\Phi) + H^N(\Omega)] \cong \frac{\partial \gamma(r, \Omega)}{\partial n} \zeta(\Omega) = \frac{\partial \gamma(r, \Omega)}{\partial n} \frac{T(r, \Omega)}{\gamma[r_0(\Phi) + H^N(\Omega)]} \quad (3.9)$$

elde edilir. Burada  $\zeta(\Omega)$  yükseklik anomalisi (Molodensky vd., 1960) ve  $\partial \gamma(r, \Omega) / \partial n$  eşitliği gerçekleştirildiğinde,

$$\frac{\partial \gamma(r, \Omega)}{\partial n} \frac{T(r, \Omega)}{\gamma[r_0(\Phi) + H^N(\Omega)]} = -\frac{2}{r_t(\Omega)} T(r_t, \Omega) - \varepsilon_n(r_t, \Omega) \quad (3.10)$$

normal gravite gradiyentini ifade etmektedir. Burada  $\varepsilon_n(r_t, \Omega)$  küresel yaklaşım için elipsoidal düzeltmedir.

Fiziksel jeodezinin temel formülü,

$$\Delta g(r_t, \Omega) = -\frac{\partial T(r, \Omega)}{\partial r} + \varepsilon_{\delta g}(r_t, \Omega) - \frac{2}{r_t(\Omega)} T(r_t, \Omega) - \varepsilon_n(r_t, \Omega) \quad (3.11)$$

formunu alır. Gerçek uzay için formüle edilen yukarıdaki denklem, Helmert'in gravite anomalisinin hesaplanması amacıyla Helmert'in uzayında uygulanabilir.

### 3.1.2. Helmert Uzayı

Stokes, jeoidin gravimetrik yöntemle belirlemesi için, jeoidin dışında kütle olmamasını ve gravite anomalisinin jeoide indirgenmesinin gerektiğini ifade etmektedir. Bu gereksinimleri karşılamanın bir yolu Helmert ikinci yoğunlaşma tekniğini kullanmaktır. Bu yoğunlaşma tekniği şu şekilde uygulanır,

- Topoğrafik kütlelerin yeryüzündeki yerçekimi üzerindeki etkisinin, kütle tabakasını jeoit üzerindeki etkisi ile değiştirilir. Buradan elde edilen fark ise yerçekimi üzerindeki doğrudan topoğrafik etki olarak tanımlanır.
- Jeoitteki gravite anomalisini gözlemlenen yüzey değerinden aşağı doğru devam (downward continuation) uygulanarak jeoitteki gerçek gravite olarak değerlendirilir.
- Bu işlemlerden sonra Stokes tekniği uygulanabilir. Çünkü yukarıdaki 2 maddenin gerçekleştirilmesi ko-jeoit hesaplamak içindir.
- Bir sonraki adımda potansiyel üzerindeki dolaylı topoğrafik etkiyi hesaplanır.

Helmert model uzayında topoğrafik kütleler, Helmert'in ikinci yoğunlaştırma tekniği (2nd condensation) jeoit üzerine yoğunlaştırılır. Bu işlem, üç fiziksel koruma yasasından biri kullanılarak elde edilir. Bunlar; kütlelerin korunması, momentumun korunması veya ağırlık merkezinin korunmasıdır. Helmert uzayında topoğrafik kütleler gravite potansiyeli yoğunlaştırılmış tabakanın gravite potansiyeli ile değiştirilir. Bu iki potansiyelin bozucu potansiyelden farkının çıkartılması türetilen tüm gravimetrik niceliklere (gravite anomalisi, yükseklik anomalisi, jeoit yüksekliği, çekül sapması ve gravite bozukluğu) gibi bozucu potansiyelin gerçek uzaydan Helmert uzayına dönüşümü ifade etmektedir.

Topoğrafik kütleler boyunca aşağı doğru indirgemeden (downward continuation) kaçınmak için Helmert uzayı gibi sınırın üzerinde kütleleri olmayan bir model uzayına dönüştürmek gerekir. Helmert uzayına dönüştürülmesi yüzey gravite anomalileriyle oluşmaktadır. Verilen model uzayına karşılık gelen DTE, SITE yüzey gravite anomalilerine eklenmesiyle oluşur. İlgili model uzayından yüzey gravite anomalilerin harmonik olarak sınıra, yani verilen model uzayındaki jeoide, yani Helmert ko-jeoidine doğru devam eder. Harmonik aşağı doğru devam Dirichlet olarak formüle edilmiştir. Bu harmonik açılım Poisson integrali ile çözülmektedir. Stokes

integralinin dönüşümünün gerçekleştirilmesi ilgili model uzayındaki jeoit yükseklikleri yani Helmert ko-jeoit yüksekliklerini vermektedir. Son olarak Helmert jeoidi ilgili model üzerine PITE eklenerek verilen model uzayından gerçek uzaya dönüştürülür.

Gravite anomalisinin, yükseklik anomalisi tarafından düşey olarak yer değiştirmesi iki noktanın bir fonksiyon olması nedeniyle ortaya çıkmaktadır. Yeryüzünde bu gerçek gravite değerini ve tellüroit üzerindeki normal gravite değerini temsil etmektedir. SITE gerekli yükseklik anomalisinin ilgili model alanına dönüştürülmesinden kaynaklanır.

Eşitlik 3.1’de ifade edilen bozucu potansiyel  $T$ , topoğrafik kütleler için Laplace denklemini çözememektedir. Bu nedenle bozucu potansiyelin bir uygulanabilir halini oluşturmak için atmosferik ve topoğrafik kütlelerin (matematiksel olarak) kaldırılması veya değiştirilmesi gerekmektedir. Bu Helmert’in ikinci yoğunlaşma yöntemini kullanarak gerçekleştirilir.

Kütleler jeoidin tam üzerinde bulunan bir katmana yoğunlaştırıldığında, yeryuvarının gravite alanı bir miktar değişmektedir. Böyle bir yoğunlaşmadan sonra elde edilen boşluğa ise Helmert uzayı denir. Helmert uzayında verilen her formülüzasyonda üst simgede  $h$  bulunacaktır. Helmert’in gravite potansiyeli,

$$W^h(r, \Omega) = W(r, \Omega) - \delta V^t(r, \Omega) - \delta V^a(r, \Omega) \quad (3.12)$$

burada ki  $\delta V^t(r, \Omega)$ ,

$$\delta V^t(r, \Omega) = V^t(r, \Omega) - V^{ct}(r, \Omega) \quad (3.13)$$

eşitlikte  $V^t(r, \Omega)$  topoğrafik kütlelerin potansiyeli ile  $V^{ct}(r, \Omega)$  yoğunlaşma tabakasının topoğrafik potansiyeli arasındaki farkı ifade etmektedir.

Benzer şekilde,  $\delta V^a(r, \Omega)$ ,

$$\delta V^a(r, \Omega) = V^a(r, \Omega) - V^{ca}(r, \Omega) \quad (3.14)$$

Burada  $V^a(r, \Omega)$  atmosferik kütlelerin potansiyeli ile  $V^{ca}(r, \Omega)$  yoğunlaşma tabakasının atmosferik kütleleri arasındaki farkı ifade etmektedir.

Normal referans gravite alanı eşitlik 3.5’teki  $U$  bozucu potansiyelden çıkartılırsa, Helmert’in uzayı elde edilir.

$$T^h(r, \Omega) = W^h(r, \Omega) - U(r, \Omega) = T(r, \Omega) - \delta V^t(r, \Omega) - \delta V^a(r, \Omega) \quad (3.15)$$

Helmert’in bozucu potansiyel, jeoit dışındaki her noktada harmonik olduğu ifade edilmiştir (Vanicek ve Martinec, 1994). Bu jeoidin üzerindeki kütle yoğunluğunun her yerde sıfıra eşit olmasından oldukça açıktır. Böylece Laplace denklemi,

$$\nabla^2 T^h(r, \Omega) = 0 \quad r \geq r_g \quad (3.16)$$

ile gösterilir ve jeoit seviyesindeki her noktada tutar.

Yeryuvarındaki Helmert gravitesi  $g^h(r_t, \Omega)$ , doğrudan topoğrafik etki  $\delta A^t(r_t, \Omega)$  ve doğrudan atmosferik etki  $\delta A^a(r_t, \Omega)$  eklenerek,

$$g^h(r_t, \Omega) = g(r_t, \Omega) + \delta A^t(r_t, \Omega) + \delta A^a(r_t, \Omega) \quad (3.17)$$

Yeryüzündeki gözlemlenen gravite elde edilir.

Gravite üzerindeki doğrudan topoğrafik etki (DTE) rezidual bir miktardır. Yoğunlaştırılmış topoğrafik kütlelere ait gravite çekiminin topoğrafik kütlelerin çekiminden çıkarılmasıyla elde edilir. Yeryüzü seviyesinde değerlendirilmelidir.

Benzer şekilde, gravite üzerindeki doğrudan atmosferik etki (DAE) tüm atmosferin gravite çekimi ile yoğunlaştırılmış atmosferik kütlelerinden çekiminden çıkarılmasıyla elde edilir.

Doğrudan topoğrafik ve atmosferik etkiler ise eşitlik 4.13 ve 4.14'ün radyal türevini alarak elde edilir.

$$\delta A^t(r_t, \Omega) = \frac{\partial \delta V^t(r_t, \Omega)}{\partial r} = \frac{\partial V^t(r_t, \Omega)}{\partial r} - \frac{\partial V^{ct}(r_t, \Omega)}{\partial r} = A^t(r_t, \Omega) - A^{ct}(r_t, \Omega) \quad (3.18a)$$

$$\delta A^a(r_t, \Omega) = \frac{\partial \delta V^a(r_t, \Omega)}{\partial r} = \frac{\partial V^a(r_t, \Omega)}{\partial r} - \frac{\partial V^{ca}(r_t, \Omega)}{\partial r} = A^a(r_t, \Omega) - A^{ca}(r_t, \Omega) \quad (3.18b)$$

Eşitlik 3.5'te benzer şekilde Helmert'in gravite bozukluğu, Helmert'in bozucu gravite potansiyelinin negatif radyanı olarak tanımlanır. Yani,

$$\delta g^h(r_t, \Omega) = -\frac{\partial T^h(r_t, \Omega)}{\partial r} + \varepsilon_{\delta g}(r_t, \Omega)g(r_t, \Omega) - \gamma(r_t, \Omega) + \varepsilon_{\delta g}(r_t, \Omega) + \delta A^t(r_t, \Omega) + \delta A^a(r_t, \Omega) \quad (3.19)$$

Helmert'in gravite bozukluğu ile Helmert gravite anomalisi  $\Delta g^h(r_t, \Omega)$  arasındaki ilişki eşitlik 3.11'de ifade edildiği üzere sınır koşulundan elde edilebilir.

$$\Delta g^h(r_t, \Omega) = -\frac{\partial T^h(r, \Omega)}{\partial r} \Big|_{r=r_t(\Omega)} + \varepsilon_{\delta g}(r_t, \Omega) + \frac{\partial \gamma(r, \Omega)}{\partial r} \Big|_{r=r_t(\Omega)} \frac{T^h(r_t, \Omega)}{\gamma(r_t, \Omega)} \quad (3.20)$$

Eşitlik 3.10, 3.15 ve 3.19'u göz önünde bulundurarak,

$$\begin{aligned} \Delta g^h(r_t, \Omega) &= \delta g^h(r_t, \Omega) + \gamma(r_t, \Omega) - \gamma[r_o(\phi) + H^N(\Omega)] \\ &\quad - \frac{\partial \gamma(r, \phi)}{\partial n} \Big|_{r=r_t(\Omega)} \frac{T(r_t, \Omega)}{\gamma[r_o(\phi) + H^N(\Omega)]} \\ &\quad + \frac{\partial \gamma(r, \phi)}{\partial n} \Big|_{r=r_t(\Omega)} \frac{T(r_t, \Omega)}{\gamma[r_o(\phi) + H^N(\Omega)]} \end{aligned}$$

elde edilir (Vanicek vd., 1999). (3.21)



Helmert anomalisi, genel olarak kullanılan serbest hava anomalileri  $\Delta g^{FA}(r_t, \Omega)$ ,

$$\Delta g^{FA}(r, \Omega) = g(r, \Omega) - \gamma(r_o, \phi) - \frac{\partial \gamma(r, \Omega)}{\partial n} H^O(\Omega) \approx g(r, \Omega) - \gamma(r_o, \phi) - 0.3086 H^O(\Omega) \quad (3.22)$$

ile ifade edilebilir (bkz. Heiskanen ve Moritz, 1967).

$$\Delta g^h(r_t, \Omega) = \Delta g^{FA}(r_t, \Omega) + \delta A^t(r_t, \Omega) + \delta A^a(r_t, \Omega) + \varepsilon_{\delta g}(r_t, \Omega) + \frac{2}{r_t} \Delta V^t(r_t, \Omega) + \frac{2}{r_t} \Delta V^a(r_t, \Omega) + \varepsilon_n(r_t, \Omega) \quad (3.23)$$

Eşitlik 3.23'te sağ taraftaki ikinci terim, gravite çekimi üzerindeki doğrudan topoğrafik etkiyi gösterir. Üçüncü terim gravite çekimi üzerindeki doğrudan atmosferik etkiyi temsil eder. Dördüncü terim gravite bozukluğuna getirilen elipsoidal düzeltmedir. Beşinci terim, ikincil dolaylı topoğrafik etkidir (SITE). Altıncı terim ise ikincil dolaylı atmosferik etkidir (çoğu hesaplamada ihmal edilir). Son terim global yaklaşım için elipsoidal düzeltmedir.

### 3.1.3. Jeoit Yüksekliği

Jeoit yüksekliği bir noktadan geçen çekül eğrisinin jeoidi kestiği nokta ile kullanılan elipsoit arasındaki yükseklik farkıdır. Diğer bir ifade ile bir noktadaki elipsoit yüksekliği ile ortometrik yüksekliği arasındaki farkı ifade etmektedir.

SH metoduna göre jeoit yüksekliği,

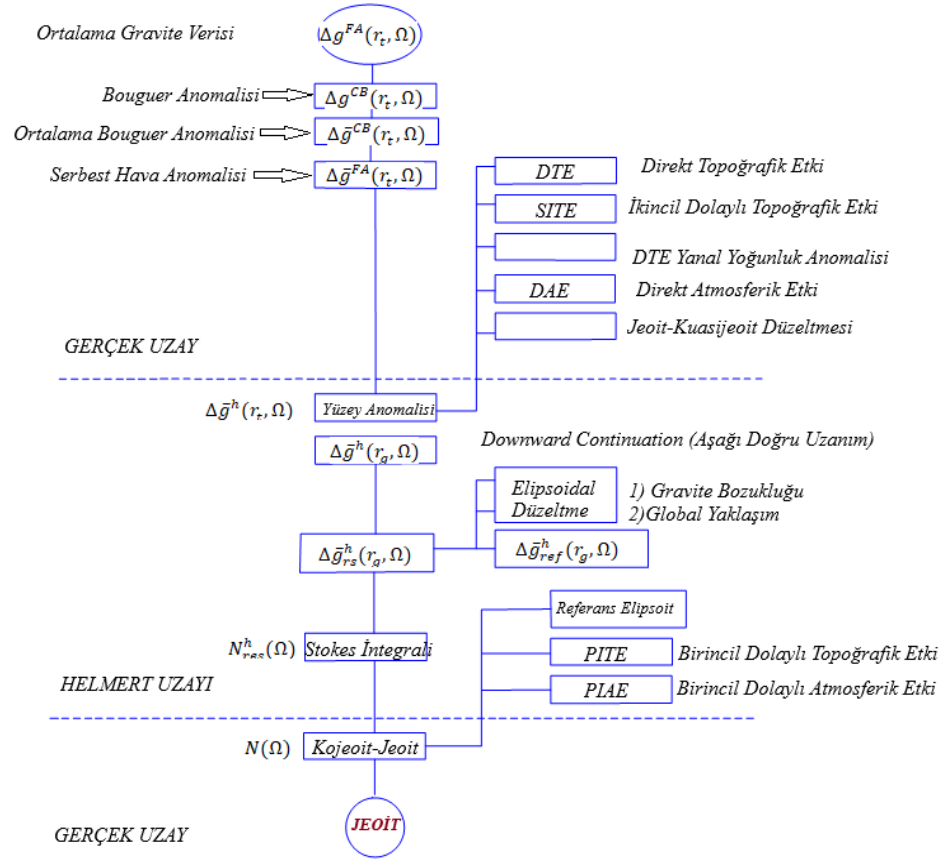
$$N = \frac{R}{4\pi\gamma_0} \iint_{\sigma_0} S^L(\psi) (\Delta g^h - \sum_{n=2}^L \Delta g_n^h) d\sigma + \frac{R}{2\gamma_0} \sum_{n=2}^L \frac{2}{n-1} \Delta g_n^h + \frac{V^t - V^{ct}}{\gamma_0} \quad (3.24)$$

eşitlikteki R ortalama yeryuvarının yarıçapı,  $S^L(\psi)$  değiştirilmiş Stokes fonksiyonu,  $\psi$  entegrasyon noktaları arasındaki jeosentrik açı ve  $d\sigma$  sonsuz küçük yüzey elemanıdır.

Jeoit yüksekliğini belirleyen bu eşitlikte eşitliğin sağındaki ilk terim yersel gravite etkisi, ikinci terim küresel yerpotansiyel model etkisi, üçüncü terimde ise topografik etki gösterilmektedir.

### 3.2. Stokes-Helmert Yaklaşımında Etkiler

Şekil 3.2'de görülen şemada Stokes-Helmert yöntemine göre gravimetrik jeoit belirleme işlem adımları verilmiştir. Buradan yola çıkarak SH yöntemine göre getirilen düzeltmeler bu başlık altında incelenecektir.



Şekil 3.2. Stokes-Helmert yönteminde jeoit modellemek için uygulanan işlem adımları (Foroughi, 2019).

### 3.2.1. Elipsoidal Düzeltme

Stokes sınır değer problemini çözmek için yeryuvarında gravite anomalilerinin jeoit yüzeyine kadar aşağı doğru devam ettirilmesi gerekir. Bu nedenle jeoidin üzerindeki dış gravite alanının harmonik olması gerekir. Helmert uzayında  $\Delta g^h r$  harmoniktir (Vanicek ve Martinec, 1994). Eşitlik 3.22'deki elipsoidal düzeltmenin formülü ifade edilmiştir.

Wong (2001), elipsoidal düzeltmelerin harmonik olduğunu göstermiştir. Bir fonksiyonun elipsoidal formu harmonik ise, küresel formu da harmoniktir. Bu nedenle aşağı doğru devam (downward continuation) Helmert anomalilerine eklenir (yani

elipsoidal düzeltme dikkate alınmadan). Bu da Helmert gravite anomalilerinin düzeltilmesi gerekmediği anlamına gelir.

Helmert anomalilerine sadece jeoit seviyesine uygun elipsoidal düzeltmeler eklenir. Bu düzeltme sadece Helmert uzayına aittir. Gerçek uzayda elipsoidal düzeltme uygulanmamaktadır.

### 3.2.2. Atmosferik Etkiler

Helmert anomalilerini değerlendirmek için eşitlik 3.23'te incelenen  $\Delta g^h(r_t, \Omega)$  atmosferik ve topoğrafik kütlelerin gravite üzerindeki etkileri ile doğrudan ve ikincil dolaylı atmosferik ve topoğrafik etkiyi yeryuvarında değerlendirir.

Eşitlik 3.14'e göre atmosferik kütlelerin  $\delta V^a(r, \Omega)$  gravite potansiyeli, atmosferik kütlelerin potansiyeli  $V^a(r, \Omega)$  ile yoğunlaştırılmış atmosferik kütlelerin potansiyeli  $V^{ca}(r, \Omega)$  arasındaki farkı göstermektedir.

Radyal olarak dağıtılmış atmosferik yoğunluk göz önüne alındığında  $\rho^a(r)$  jeoit yüzeyinin küresel yaklaşımında ( $r_g(\Omega) \approx R$ ,  $R = \sqrt[3]{a^2b}$   $R$  yeryuvarının ortalama yarıçapı) atmosferik kütlelerin gravite potansiyeli  $V^a(r_t, \Omega)$  ile ifade edilir (Novak, 2000). Buna göre atmosferik kütlelerin çekim potansiyeli,

$$V^a(r_t, \Omega) = G \iint_{\Omega' \in \Omega_0} \int_{r'=R+H^o(\Omega')}^{r_{lim}} \rho^a(r') l^{-1}[r_t(\Omega), r_t(\Omega), \psi(\Omega, \Omega'), r'] r'^2 dr' d\Omega' \quad (3.24)$$

Eşitliği ile gösterilir. Burada  $r_{lim}$  atmosferin üst sınırıdır,  $l$  hesap noktası ile integrasyon noktası arasındaki mesafeyi göstermektedir.

Atmosferik kütlelerin gravite potansiyeli,

$$V^a(r_t, \Omega) = G \iint_{\Omega' \in \Omega_0} \int_{r'=R+H^o(\Omega')}^{R+H_{lim}} \rho^a(r') l^{-1}[r_t(\Omega), \psi(\Omega, \Omega'), r'] r'^2 dr' d\Omega' + G \iint_{\Omega' \in \Omega_0} \int_{r'=R+H_{lim}}^{r_{lim}} \rho^a(r') l^{-1}[r_t(\Omega), \psi(\Omega, \Omega'), r'] r'^2 dr' d\Omega' \quad (3.25)$$

şeklinde ifade edilir (Novak, 2000).

Yoğunlaştırılmış atmosferik kütlelerin gravite potansiyeli ise,

$$V^{ca}(r_t, \Omega) = GR^2 \iint \sigma^a(\Omega') l^{-1}[r_t, \psi(\Omega, \Omega'), R] d\Omega' \quad (3.26)$$

şeklinde ifade edilir (Novak, 2000). Burada  $\sigma^a$  yoğunlaştırılmış atmosferik kütlelerin yüzey yoğunluğunu temsil etmektedir.

$$\begin{aligned}
V^{ca}(r_t, \Omega) &= G \iint_{\Omega' \in \Omega_0} \int_{r'=R+H^O(\Omega')}^{R+H_{lim}} \rho^a(r') l^{-1}[r_t(\Omega), \psi(\Omega, \Omega'), r'] r'^2 dr' d\Omega' \\
&+ G \iint_{\Omega' \in \Omega_0} \int_{r'=R+H_{lim}}^{r_{lim}} \rho^a(r') l^{-1}[r_t(\Omega), \psi(\Omega, \Omega'), r'] r'^2 dr' d\Omega' \quad (3.27)
\end{aligned}$$

Kütlelerin korunma kanuna göre yoğunlaştırılmış atmosferik kütleler,

$$\sigma^a(\Omega) = \frac{1}{R^2} \int_{r'=R+H^O(\Omega')}^{r_{lim}} \rho^a(r) r^2 dr \quad (3.28)$$

atmosferik yüzey yoğunluğuna göre ifade edilir (Novak, 2000).

Eşitlik 3.25 ve 3.27'yi kullanarak ikincil dolaylı atmosferik etkinin hesaplanması için  $\frac{2}{r_t} \delta V^a(r_t, \Omega)$  ifadesinin eklenmesi gerekmektedir. Doğrudan atmosferik etki (DAE),

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \delta V^a(r, \Omega)}{\partial r} &= G \iint_{\Omega' \in \Omega_0} \int_{r'=R+H^O(\Omega')}^{R+H_{lim}} \rho^a(r') \frac{\partial l^{-1}[r, \psi(\Omega, \Omega'), r']}{\partial r} \Big|_{r=r_t(\Omega)} r'^2 dr' d\Omega' \\
&+ 4\pi \frac{R^2}{r^2} \rho^a(r) r'^2 dr' \\
&- G \iint_{\Omega' \in \Omega_0} \int_{r'=R+H^O(\Omega')}^{R+H_{lim}} \rho^a(r') \frac{\partial l^{-1}[r, \psi(\Omega, \Omega'), r']}{\partial r} \Big|_{r=r_t(\Omega)} r'^2 dr' d\Omega' \quad (3.29)
\end{aligned}$$

şeklinde ifade edilir.

Doğrudan atmosferik etkiyi hesaba katmak için alternatif bir yaklaşım vardır. Uluslararası Jeodezi Birliği (IAG) atmosferik kütlelerin etkisinin hesaplama noktasındaki gravite anomalilerini doğrudan azaltabileceğini öne çıkarmıştır (Moritz, 1992).

### 3.2.3. Topoğrafik Etkiler

Gözlem noktası çevresindeki topoğrafik kütlelerin Bouguer plakası veya kabuğu olarak ifade edilmesi basitleştirilmiş bir metottur. Dağlık ve engebeli bölgelerde plakaların içine uzanan boşluklar ve üzerindeki fazlalıkların hesaba girmediğini ifade etmektedir. Başka bir ifadeyle topoğrafyanın gerçek durumundan uzaklaşılır. Bu da indirgenmiş gravite değerlerinin frekans sinyallerini etkiler.

Topoğrafik etkilerin hesabında analitik, hibrit ve nümerik yaklaşımlar ele alınmaktadır. Dikdörtgen prizma çok yüzlü kütle elemanları gibi yöntemler yaklaşımın yüksek doğruluklu ifade edilmesini sağlamaktadır. Bu yöntemler kolay uygulanabilir ve zamandan kazanç sağlayan algoritmalara ihtiyaç duyulmaktadır.

Eşitlik 3.13'e göre topoğrafik kütlelerin  $\delta V^t(r, \Omega)$  gravite potansiyeli, topoğrafik kütlelerin potansiyeli  $V^t(r, \Omega)$  ile yoğunlaştırılmış topoğrafik kütlelerin potansiyeli  $V^{ct}(r, \Omega)$  arasındaki farkı göstermektedir.

Topoğrafik kütlelerin gravite potansiyeli,

$$\begin{aligned}
 V^t(r_t, \Omega) = & 4\pi G \rho_0 \frac{R^2}{r_t(\Omega)} H^0(\Omega) \left[ 1 + \frac{H^0(\Omega)}{R} + \frac{1}{3} \left( \frac{H^0(\Omega)}{R} \right)^2 \right] \\
 & + G \rho_0 \iint_{\Omega' \in \Omega_0} \int_{r'=R+H^0(\Omega)}^{R+H^0(\Omega')} l^{-1}[r_t(\Omega), \psi(\Omega, \Omega'), r'] r'^2 dr' d\Omega' \\
 & + G \iint \delta \rho(\Omega') \int_{r'=R}^{R+H^0(\Omega')} l^{-1}[r_t(\Omega), \psi(\Omega, \Omega'), r'] r'^2 dr' d\Omega'
 \end{aligned} \tag{3.30}$$

Burada  $G$  yerçekimi sabitidir.  $l^{-1}[r_t(\Omega), \psi(\Omega, \Omega'), r']$  ve  $\psi(\Omega, \Omega')$  sırasıyla uzamsal mesafenin tersi ve yermerkezli açıdır. Entegrasyon noktaları için  $d\Omega'$  entegrasyon elemanının alanıdır. Eşitliğin sağ tarafında ilk terim küresel Bouguer kabuğunun yerçekimi potansiyelidir. İkinci terim küresel pürüzlülüğün (roughness) yerçekimi potansiyeli anlamına gelir. Üçüncü terimde yerçekimi potansiyeli üzerinde topografik yoğunluk değişimini gösterir.

Benzer şekilde yoğunlaşma kütlelerin potansiyeli,

$$\begin{aligned}
 V^{ct}(r_t, \Omega) = & 4\pi G \rho_0 \frac{R^2}{r_t(\Omega)} H^0(\Omega) \left[ 1 + \frac{H^0(\Omega)}{R} + \frac{1}{3} \left( \frac{H^0(\Omega)}{R} \right)^2 \right] \\
 & + G \rho_0 \iint_{\Omega' \in \Omega_0} \frac{r_t^3(\Omega') - r_t^3(\Omega)}{3} l^{-1}[r_t(\Omega), \psi(\Omega, \Omega'), r'] r'^2 dr' d\Omega' \\
 & + G \iint_{\Omega' \in \Omega_0} \delta \rho(\Omega') \frac{r_t^3(\Omega') - R^3}{3} l^{-1}[r_t(\Omega), \psi(\Omega, \Omega'), r'] r'^2 dr' d\Omega'
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

elde edilir.

### 4.3. Birincil Dolaylı Topografik Etki (PITE)

Jeoidin kesin olarak belirlemenin en zor kısmı topografik etkilerin değerlendirilmesindeki uygulama sorunlarıdır. Öncelikle yaygın olarak kullanılan düzlemsel yaklaşım yerine topografik etkilerin küresel biçimde formüle edilmesi gerekmektedir. Küresel modelin teorik olarak daha doğru olduğu ve yüksek doğruluk gerektiğinde kullanılması sonucuna varılmıştır. Topoğrafyanın küresel yaklaşımında jeoit yüksekliğinde hata 1.5 mm'yi aşmaz. Küresel model gerçeğe daha yakındır (Ellmann ve Vanicek 2007).

Yeryüzünde doğrudan ve ikincil dolaylı topografik etkiler değerlendirilir. Jeoit seviyesi de dikkate alınmalıdır. Atmosferik/topoğrafik kütlelerin yoğunlaşması Helmert potansiyelinin gerçek potansiyelden farklı olmasına neden olur. Sonuç olarak Helmert ortak jeoitte gerçek alandaki jeoit ile tam olarak aynı değildir. Bu değişikliğe birincil dolaylı topografik etki (PITE) denir. Helmert ikinci yoğunlaşma yönteminin önemli bir avantajı ise PITE'nin yeryuvarında 2 m'den daha büyük olmamasıdır (birincil dolaylı atmosfer etkisi yeryuvarında 1 cm'den azdır (Ellmann ve Vanicek 2007). PITE Helmert'in ko-jeoit Stokes'in sınır değer problemini çözerek elde edilir. Başka bir deyişle PITE gerçek uzayda jeoit elde etmek için Helmert uzayına eklenen dönüşüm terimidir. Buna göre PITE büyüklüğü,

$$\begin{aligned}
 \frac{\delta V^t(R, \Omega)}{\gamma_0(\Phi)} = & -4\pi G \rho_0 \frac{[H^0(\Omega)]^2}{\gamma_0} \left[ \frac{1}{2} + \frac{H^0(\Omega)}{3R} \right] \\
 & + \frac{G}{\gamma_0(\Phi)} \rho_0 \iint_{\Omega' \in \Omega_0} \int_{r'=R+H^0(\Omega)}^{R+H^0(\Omega')} l^{-1}[R, \psi(\Omega, \Omega'), r'] r'^2 dr' d\Omega' \\
 & - \frac{G}{\gamma_0(\Phi)} \rho_0 \iint_{\Omega' \in \Omega_0} \frac{r_t^3(\Omega') - r_t^3(\Omega)}{3} l^{-1}[R, \psi(\Omega, \Omega'), R] d\Omega' \\
 & + \frac{G}{\gamma_0(\Phi)} \iint_{\Omega' \in \Omega_0} \delta \rho(\Omega') \int_{r'=R}^{R+H^0(\Omega')} l^{-1}[R, \psi(\Omega, \Omega'), r'] r'^2 dr' d\Omega' \\
 & - \frac{G}{\gamma_0(\Phi)} \iint_{\Omega' \in \Omega_0} \delta \rho(\Omega') \frac{r_t^3(\Omega') - r_t^3(\Omega)}{3} l^{-1}[R, \psi(\Omega, \Omega'), R] d\Omega'
 \end{aligned} \tag{3.32}$$

olarak verilir. Burada  $G$  yerçekim sabiti,  $\Omega$  hesapta kullanılacak olan noktaların  $\varphi, \lambda$  anlamına gelir,  $\rho_0$  2.67 gr/cm<sup>3</sup> olarak ele alınan yoğunluğu,  $H^0$  ortometrik yüksekliği,  $R$

yeryuvarının ortalama yarıçapını,  $\gamma_0$  normal graviteyi,  $l$  hesap noktası ile integral yüzey elemanı  $d\Omega$  arasındaki uzay mesafe,

$$l = \sqrt{r'^2 + R^2 - 2Rr' \cos \psi} \quad (3.33)$$

şeklinde hesaplanır.

$$\delta V^t = \frac{V^t - V^{ct}}{\gamma_0(\Phi)} \quad (3.34)$$

topografik potansiyeli,  $V^{ct}$  yoğunlaştırılmış topoğrafik potansiyeli göstermektedir.  $\delta V^t$  yoğunlaştırılmış topografik potansiyel ile topografik potansiyel arasındaki farkı göstermektedir.



## 4. MATERYAL

Bu alanda sayısal uygulama işlenecek yöntem olan Stokes-Helmert hakkında bilgiler ve birincil dolaylı topoğrafik etkiyi incelemek için kullanılacak olan işlemler anlatılmıştır. Elde edilen bilgiler, uygulama kısmında tartışılmıştır.

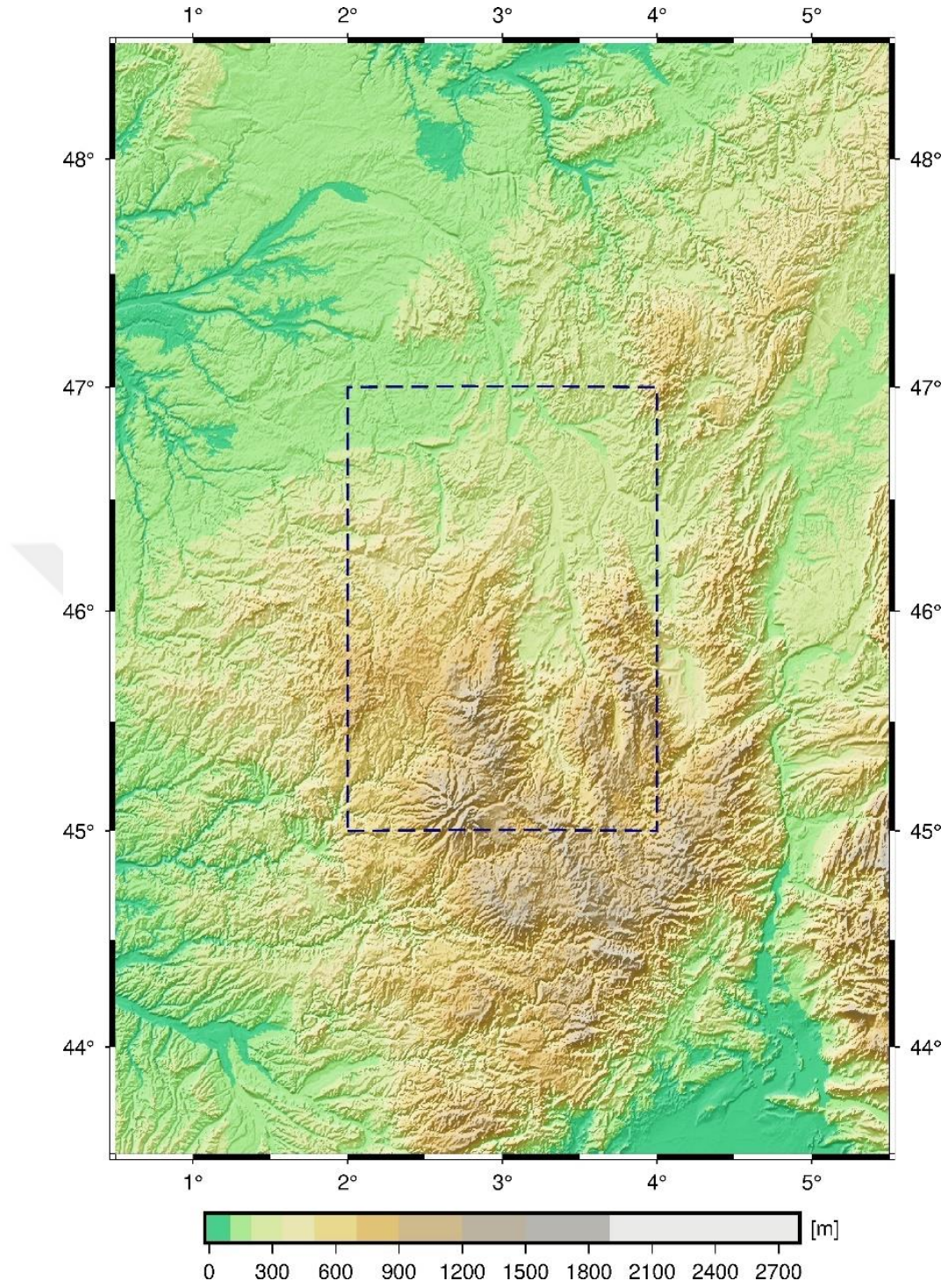
### 4.1. Çalışma Sahası

Sayısal uygulama için Fransa Auvergne test bölgesi seçilmiştir. Bu bölge Fransa'nın orta kesiminde yer alır. Çalışma sahası  $45^{\circ} \leq \varphi \leq 47^{\circ}$  kuzey paralelleri,  $2^{\circ} \leq \lambda \leq 4^{\circ}$  doğu meridyenleri arasında kalan alan seçilmiştir. Bu alan ortalama 40 000 km<sup>2</sup>'lik bir yüzölçümüne sahiptir.

Sayısal uygulama alanının jeomorfolojik özelliklerine bakıldığında; volkanik dağlar, vadiler, platolar ve tepelerden oluştuğunu gözlemlenir. Bölgede Paleozoik ve mezozoik çağlardan çökelmiş çeşitli tortul kayaçları bulunmaktadır. Bunlar arasında ise sediment kayaçlar grubundan olan kireçtaşı ve kumtaşı bölgenin eteklerinde ve vadilerinde bulunur (Scrope, 1858). Auvergne bölgesinin topoğrafyası, volkanik koniler ve kraterler zinciri olan dağ sıralarını içermektedir. Volkanik aktivite Chambon ve Pavin gölü gibi göllerin oluşumuna da sebep olmuştur (Nowell, 2008). Auvergne, farklı magmatik kayaç türlerinden oluşmaktadır. Bu kayaçlar da lav akıntılarından volkanik kül birikintilerinden olmuştur (Gourgau ve Maury, 1984).

Bu bölgenin özellikle tercih edilmesindeki en büyük etken bu alanda birçok jeoit belirleme yöntemi sınanmıştır. Kullanıma açık SYM ve gravite verileri mevcuttur. Bu da gravimetrik jeoit belirleme yöntemlerinin sınanmasını kolaylaştırmaktadır. Bu sayede daha önceden yapılan SH yöntemi ile jeoit belirleme (Janak, 2017) için kontrollü karşılaştırma gerçekleştirilebilmiştir.





**Şekil 4.1.** Çalışma bölgesinin topoğrafik haritası (çizgili çerçeve jeoit alanını belirtmektedir).

Şekil 4.1'deki haritanın yapımında SRTM1 modeli kullanılmıştır. Diğer yandan jeoit modeli için çözünürlük olarak  $0.01^\circ$  (36 saniye) seçilmiştir. Bu nedenle SRTM1 verilerinin aritmetik ortalamaları alınarak  $0.01^\circ$  çözünürlüklü yükseklik değerleri (360 000 nokta) bu çalışma için hazır hale getirilmiştir.

## 4.2. Sayısal Veriler

Çalışmada gravimetrik bölgesel jeoit belirleme işleminde kullanılan Stokes-Helmert tekniği temel olarak jeoit belirlemede düzeltme olarak etki eden birincil topoğrafik etki incelenmiştir. Bu tez için girdi verileri, yersel gravite gözlemleri, sayısal yükseklik modeli, küresel yer potansiyel modeli ve küresel kabuk yoğunluğu modelidir.

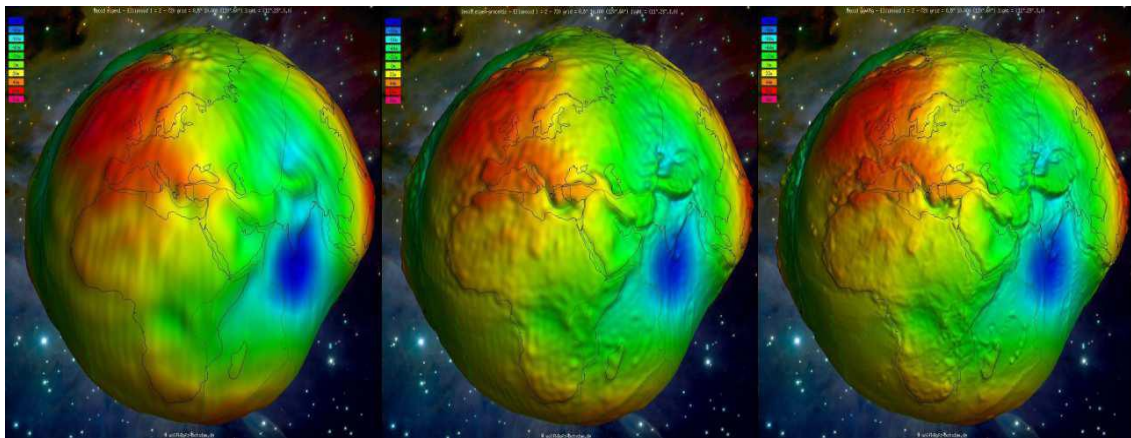
### 4.2.1. Yersel Gravite

Yeryuvarının çekim alanına ait uzun ve kısa dalga boylu bileşenleri yeterince ifade edemeyen yersel gravite verileriyle jeoit hesaplaması yapılmadan önce bu etkilerin gravite verilerinden çıkarılması, Stokes integrali sonrasında ise çıkarılan bu etkilerin yeniden üzerine eklenmesi gereklidir. RCR tekniği olarak adlandırılan bu yöntem, günümüzde açılım dereceleri ve doğrulukları yüksek seviyelere ulaşmış KYM'ler ile kullanım etkinliğini daha da arttırmıştır.

Gravite gözlemleriyle yeryuvarına ait yoğunluk dağılımı kolaylıkla elde edilir. Gravite değerleri gravimetre adı verilen, deniz, kara ve hava taşıtlarına yerleştirilen aletler ile ölçülmektedir. Gravite,

- Bağıl gravite ölçüsü,
- Mutlak gravite ölçüsü,

olmak üzere iki şekilde ölçülmektedir.



Şekil 4.2. Gravite alanı modellerinin küresel harmonik açılım derecesine göre değişimi (ICGEM, 2015)

Bağıl gravite ölçme tekniğinde, kesin değeri bilinen noktalardan çıkış yapılarak noktalar arası gravite farkı ölçülür ve sonrasında başlangıç değerine eklenerek noktanın gravite değeri belirlenir. Mutlak ölçmede ise noktanın gravite değeri bir noktayı referans almaksızın doğrudan ölçülmektedir.

#### 4.2.2. Sayısal Yükseklik Modeli

1950'lerde Sayısal yükseklik modeli (SYM)'nin ilk olarak ortaya çıkmaya başladığı dönemde veri toplama işlemi klasik yöntemlerle yapılırdı. O dönemlerde veri elde etmek günümüze kıyasla çok daha zordu. 2000 yılında Amerika, Almanya ve İtalya'nın ortak çalışmalarıyla hayata geçirilen Mekik Radar Topoğrafya Görevi (SRTM: Shuttle Radar Topography Mission) ile yeryüzünün o zamana kadar en doğru ve en kapsamlı global sayısal yükseklik modeli üretilmesi gerekli duyulmuştur (Farr ve ark., 2007).

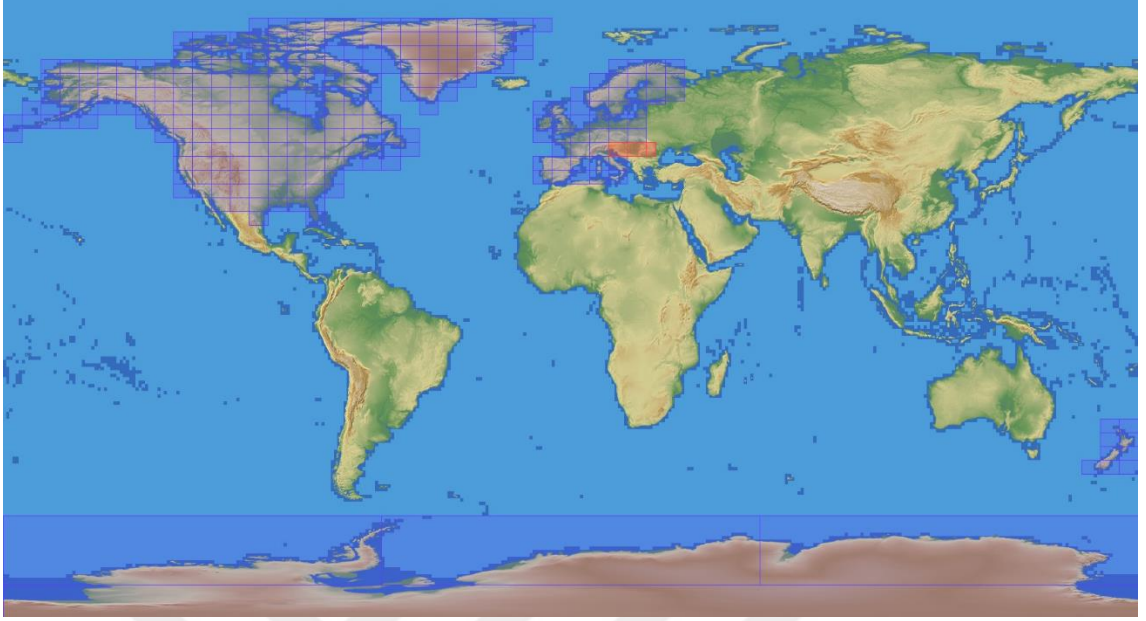
SYM, oldukça geniş bir uygulama alanına sahiptir. Başta haritacılık sektörü olmak üzere, haberleşme ve ulaşım ağlarının planlanmasından bayındırlık ve iskan çalışmalarına, savunma amaçlı faaliyetlerden yol ağı, sulama ağı, baraj planlama, risk analizleri ve bilimsel çalışmalara kadar pek çok sektör için başvurulmuş bir kaynaktır (Maraş, 1993).

SYM, fiziksel yeryüzünün bilgisayar ortamındaki gösterimidir. Bilim ve teknolojinin gelişmesiyle birlikte SYM üretimi, uzaktan algılama yöntemleriyle global ve yüksek çözünürlüklü olarak gerçekleştirilebilmektedir. SRTM sentetik yapay açıklıklı radar teknolojisi kullanan yeryüzünün topoğrafyasını belirleme amaçlı bir uzaktan algılama görevidir. Bu görev NASA tarafından üstlenilmiştir.

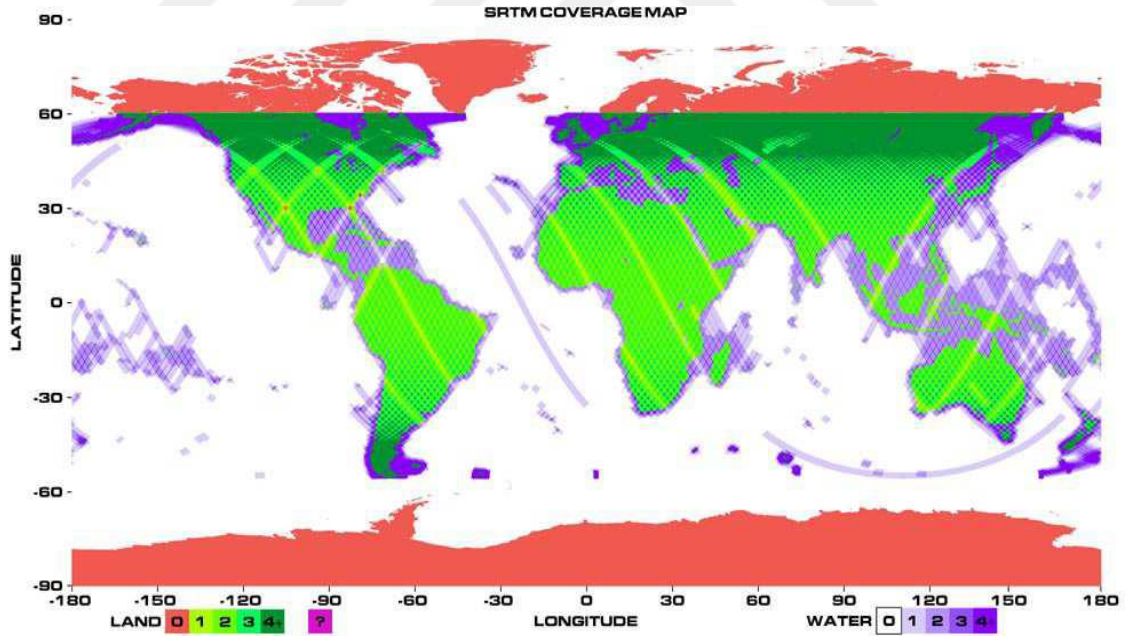
Topoğrafik etkilerin hesabında SYM'nin doğruluğu önem arz etmektedir. Günümüz modellerinde doğruluk genellikle modelin çözünürlüğüne bağlı olarak değişiklik göstermektedir. Yüksek çözünürlüklü modeller ise hesap işlemi ve veri depolama yükünü arttırdığı için topoğrafik etkinin incelenmesinde doğruluktan ödün vermeyen bir algorithmaya ihtiyaç duyulmaktadır. SYM'nin çözünürlüğünün düşürülmesi zaman açısından kazanç sağlamaktadır. Bu tez çalışmasında 1 saniye çözünürlüğe sahip SYM kullanılmıştır. SRTM projesinden üretilen 1 saniye çözünürlüklü sayısal yükseklik modeli bu çalışmada SRTM1 olarak adlandırılmıştır. SRTM1 modelinin küresel düşey doğruluğu 16 m iken çalışma bölgesinde doğruluğu 3



m'den daha iyidir (Abbak, 2014). Yatay ve düşey datum olarak sırasıyla WGS84 elipsoidini ve EGM96 jeoidini referans alır (Bildirici vd., 2008).



Şekil 4.3. SRTM 1'' çözünürlükle küresel kapsama alanı  
(<https://www.viewfinderpanoramas.org/dem3.html>)



Şekil 4.4. SRTM Uydu Görüntüsü Kapsama Alanı (JPL, 2015)

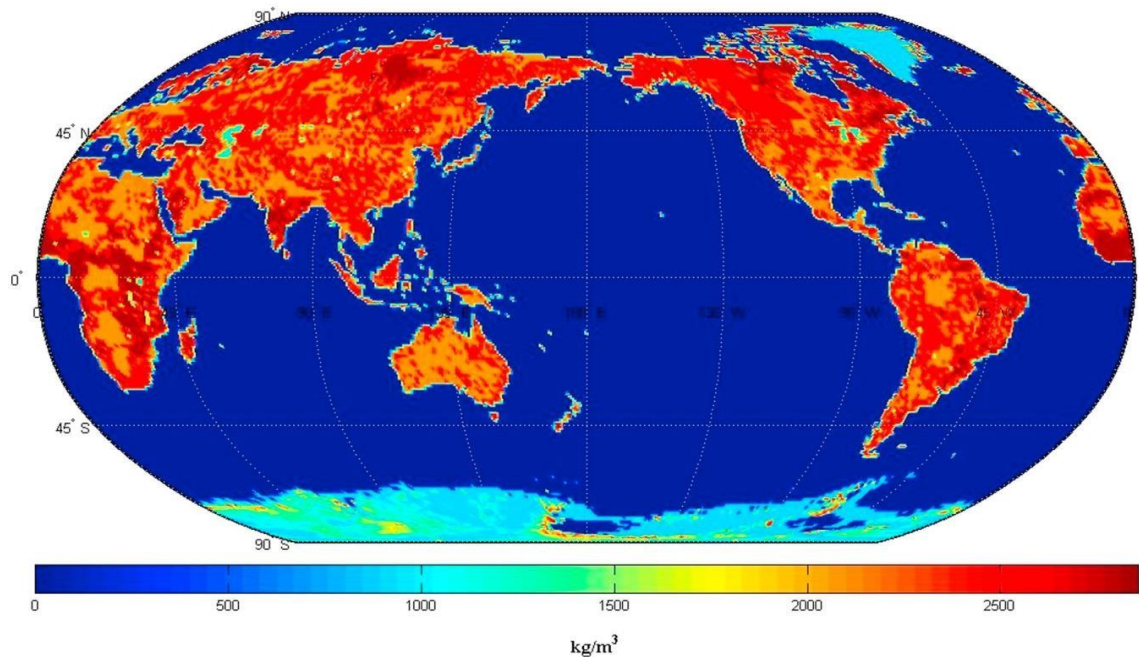
Sonuç olarak SRTM sayısal yükseklik modelinin global anlamdaki düşey doğruluğu  $\pm 16$  m olarak belirtmektedir (Farr ve ark., 2007).

#### 4.2.3. Kabuk Modeli

Uygulama kapsamında kullanılan bir diğer veri ise New Brunswick Üniversitesi tarafından geliştirilen UNB Topo Dens küresel kabuk modelidir (Şekil 4.5). Küresel olarak topoğrafik yoğunluk hakkında yüksek çözünürlüklü bilgi sağlayan ilk modeldir. Açık erişimde iki farklı model (UNB Topo Dens\_C ve \_T) sunulmaktadır. Aralarındaki farklılık kayaç yoğunluk değerlerinden elde edilen standart sapmalarından kaynaklanmaktadır. Carmichael (1989)'da ve Tenzer ve ark. (2011)'de belirtilen değerleri kabul etmiştir.

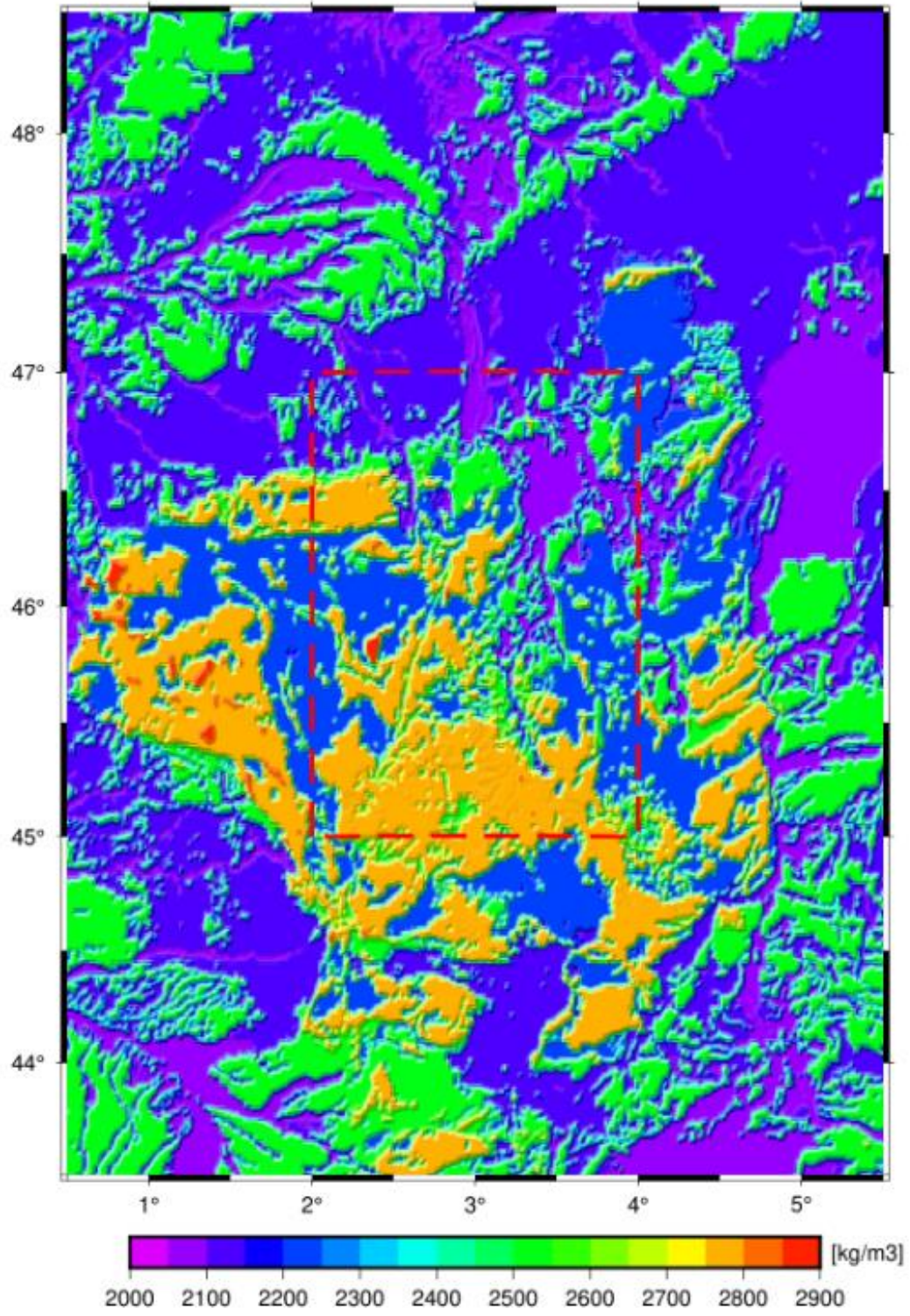
Topoğrafik yoğunluk modellerinin çoğu gravite alanı ile belirlenir. Bu model yeryuvarı üzerinde ölçülen gravite anomalilerinden üretilen Bouguer gravite anomalilerinden yola çıkarak yoğunluğu elde etmektedir. Bu modelin analizi, tüm yeryuvarı için ortalama topoğrafik yoğunluğun  $2247 \text{ kg/m}^3$  olduğunu ortaya koymaktadır. Ortalama kabuk yoğunluğu değeri olarak kabul edilen  $2670 \text{ kg/m}^3$ 'ten önemli derece farklıdır. Bu sayede UNB modeli topoğrafik yoğunluk değişimleri ve belirsizliklerini önemli ölçüde gidermiştir.

UNB Topo Dens modeli 30 saniye çözünürlüklü ve 2 boyutlu bir topoğrafik yoğunluk modeli sunmaktadır. Model hakkında diğer teknik detaylar için Sheng vd (2019) çalışmasına bakılabilir. Şekil 4.6'teki haritanın üretimi için UNB Topo Dens modeli kullanılmıştır.



Şekil 4.5. UNB Topo-Dens küresel yoğunluk modeli





Şekil 4.6. Çalışma bölgesinin yoğunluk haritası (çizgili çerçeve jeoit alanını belirtmektedir).

#### 4.2.4. Küresel Yer potansiyel Model

Küresel yer potansiyel modeller (KYM) gravite alanının uzun dalga boylu birleşenini küresel harmonik katsayılar ( $C_{nm}$ ,  $S_{nm}$ ) ile hesaplar. Geçmişten günümüze yaklaşık olarak 180 adet KYM bulunmaktadır ve bu modellere kullanıcılar ICGEM (The International Centre for Global Earth Models) internet sayfasından ücretsiz şekilde erişilebilir (Ince vd., 2019).

Küresel yer potansiyel modeller veri kaynakları göz önüne alınarak uydu bazlı model, bütünleşik model ve yeniden biçimlendirilmiş model olarak üçe ayrılabilir (Abbak, 2021, Bölüm 2). Uydu bazlı modeller genelde KYM'leri yapay uyduların yörüngesindeki sapmaya göre hesaplamaktadır. Yörüngedeki sapmaların en temel sebebi yeryuvarının kütle yoğunluğundaki değişimdir. Böylece bu amaç ile uzaya gönderilen uydular minimum düzeyde bozucu etkilerden ve maksimum düzeyde yeryuvarının yoğunluk değişiminden etkilenmeleri için yakın yörüngeye fırlatılır (200-2000 km).

Bu modeller, yer yakın uydular ve altimetreler aracılığıyla elde edilebileceği gibi yersel gravite verilerinin analizi ile de elde edilebilir. Yüksek doğruluklu bir jeoit modelinin oluşturulması işlemi hesaplamalarda kullanılacak yerpotansiyel modelinin seçimi, yeni oluşacak jeoit modelinin doğruluğunu doğrudan etkilemektedir. Küresel yerpotansiyel model seçimi gravimetrik jeoit belirleme çalışmalarında jeoidin doğruluğunu önemli ölçüde etkilemektedir. KYM'den nivo elipsoidine ait harmonik katsayılar çıkarıldığında bozucu gravite potansiyeli elde edilir. Bozucu gravite potansiyeli hesap noktasındaki normal gravite değerine bölünürse yükseklik anomalisi elde edilir.

Uydu verilerinin yeryüzündeki dağılımı homojen olduğundan, bir bölgedeki global jeoidin doğruluğu küresel yer potansiyel modelin hesaplanması sırasında kullanılan o bölgedeki yersel verilerin sıklığına ve doğruluğuna bağlıdır.

## 5. ARAŞTIRMA SONUÇLARI VE TARTIŞMA

Bu çalışmanın uygulama kısmında, Fransa'nın Auvergne bölgesinde çalışma sahası olarak seçilmiştir. Bu bölgenin tercih edilmesindeki en büyük etken, daha önceden bu alanda birçok jeoit belirleme yönteminin sınanmış olmasıdır. Bu sayede daha önceden bu alan için yapılan Stokes-Helmert yöntemi çözümü (Janak vd., 2017) ile kontrollü bir karşılaştırma gerçekleştirilmiştir.

### 5.1. Sayısal Uygulama

Stokes-Helmert yöntemine göre PITE hesabında iki yol izlenmiştir. Birincisinde yer kabuğunun yoğunluğu değişken olarak ele alınmış ve UNB-Topo DensC modelinden interpolasyonla bölge için elde edilen yoğunluk değerleri kullanılmıştır. İkincisinde yer kabuğunun yoğunluğu sabit kabul edilerek ( $2.67 \text{ gr/cm}^3$ ) hesaplama yapılmıştır. Daha sonra bölge için hesaplanan iki çeşit PITE değerleri karşılaştırarak sonuçlar tartışılmıştır. Son olarak daha önceden yapılan çalışmadan elde edilen PITE değerleri ile bu çalışmadan elde edilen PITE değerleri arasındaki farklar incelenmiştir. Bu işlemler için C bilgisayar programlama dilinde tez kapsamında PITESOFT yazılımı geliştirilmiştir (<https://github.com/aabbak/PITESOFT>).

Bu aşamada geliştirilen yazılımda sayısal yükseklik modeli verileri çalışma alanının  $2^\circ$  dışını da kapsayan  $43^\circ \leq \varphi \leq 49^\circ$  kuzey paralelleri,  $0^\circ \leq \lambda \leq 6^\circ$  doğu meridyenleri arasında alınmış ve daha sonra  $0.02^\circ$  aralıklı grid merkezlerinde bir yükseklik değeri (360000 nokta) elde edilmiş ve yazılımda girdi verisi olarak kullanılmıştır.

Stokes-Helmert yaklaşımı ile birincil dolaylı topografik etki incelenirken küresel sabit yoğunluk olan  $\rho = 2.67 \text{ gr/cm}^3$  değeri kullanılarak test bölgesinde elde edilen yoğunluk değerleri arasında kalan farkları uygulamada yer almıştır. Sebebi, formülde yoğunluk farklarının ele alınmasıdır.

Stokes-Helmert yöntemine göre hesaplanan birincil dolaylı topografik etki formüle göre altı farklı adımda incelenmiştir. Altı ve son incelenen parametre birincil dolaylı topografik etkiyi göstermektedir.



## 5.2. PITE Uygulaması

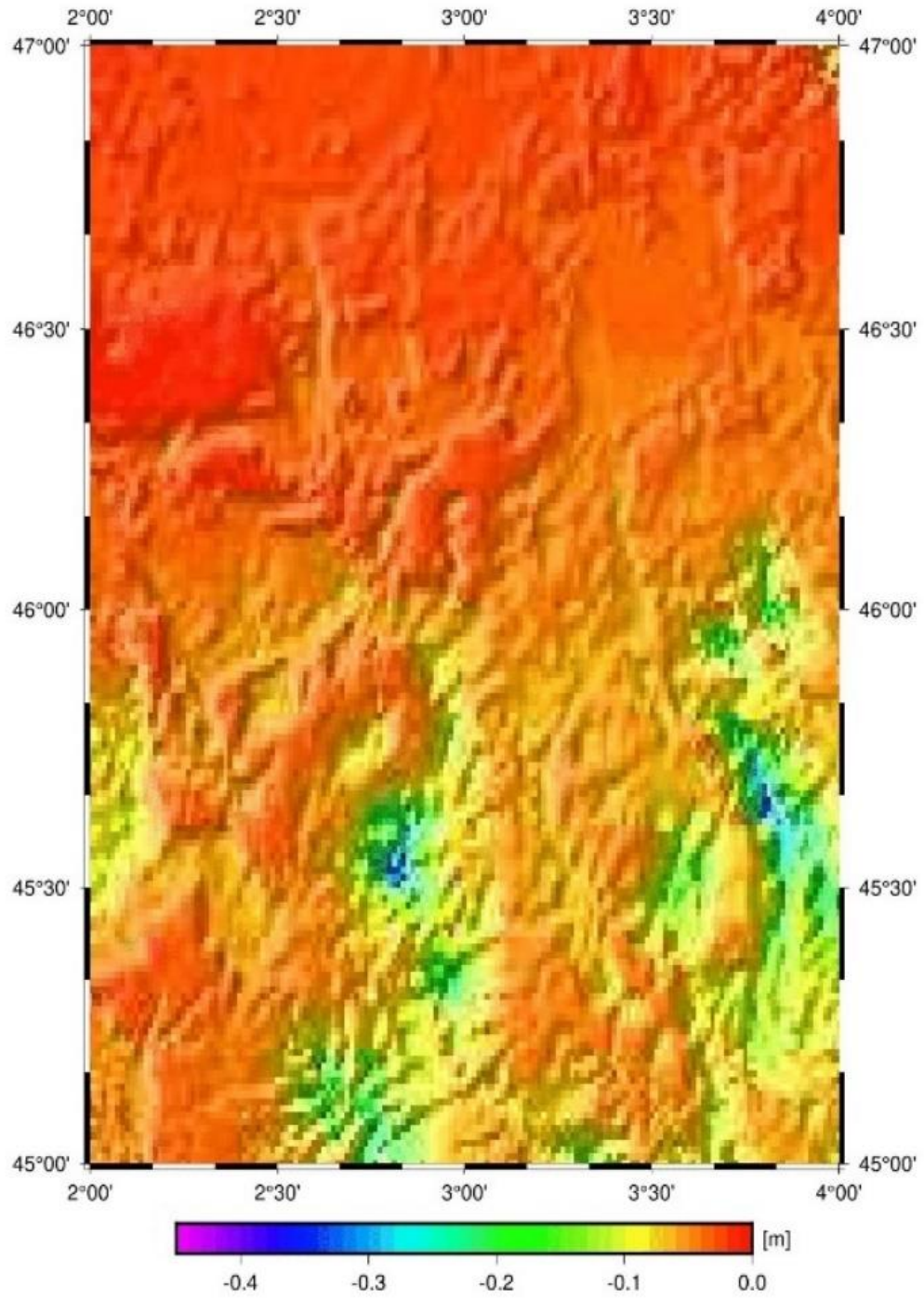
Öncelikle eşitlik (3.32)'in tüm terimleri (5 adet terim) hesaba katılarak değişken yoğunluklu PITE hesabı gerçekleştirilmiştir. Buna göre Şekil 5.1'de PITE değerinin çalışma bölgesindeki dağılımı görülmektedir.

PITE formülündeki en büyük etken topoğrafya yüzeyindeki değişken yoğunlukları ele almaktır. Bu adım sayesinde yoğunluk değerlerinin topoğrafik düzeltmeye sunduğu katkı Stokes-Helmert yaklaşımını diğer jeoit belirleme yöntemlerinden önemli derecede ayırmaktadır.

Sayısal sonuçlara göre; PITE çalışma sahasında -43 cm ile -0.8 cm arasında değişen değerler almıştır (Çizelge 5.1). Ayrıca, yöntem Çizelge 5.1'de görüldüğü üzere kabuk yoğunluğunun önemini de göstermektedir. Örneğin kabuk yoğunluğunu sabit olarak aldığımızda PITE sonucu -39 cm ile -1 cm arasında değişmiştir.

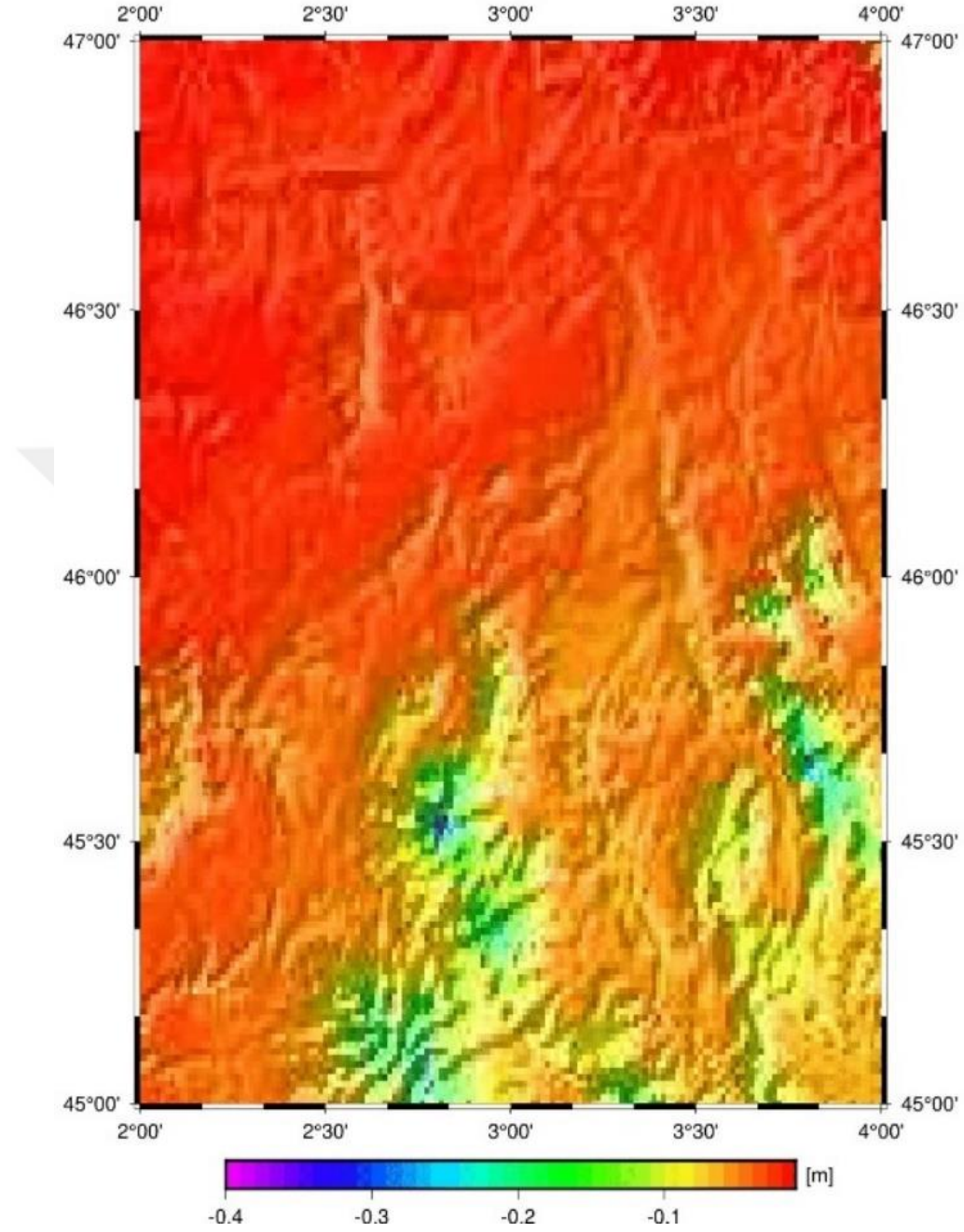
**Çizelge 5.1.** Sayısal uygulama sonuçları (cm)

| Model                    | Min    | Maks  | Ort.  | KOH  | STD  |
|--------------------------|--------|-------|-------|------|------|
| PITE değişken yoğunluklu | -43.19 | -0.80 | -5.28 | 6.89 | 0.05 |
| PITE sabit yoğunluklu    | -39.01 | -1.10 | -4.69 | 5.66 | 0.03 |
| Farkları                 | -10.02 | 39.01 | -0.06 | 1.51 | 1.39 |



Şekil 5.1. Çalışma bölgesinde değişken yoğunluklu PITE değerleri

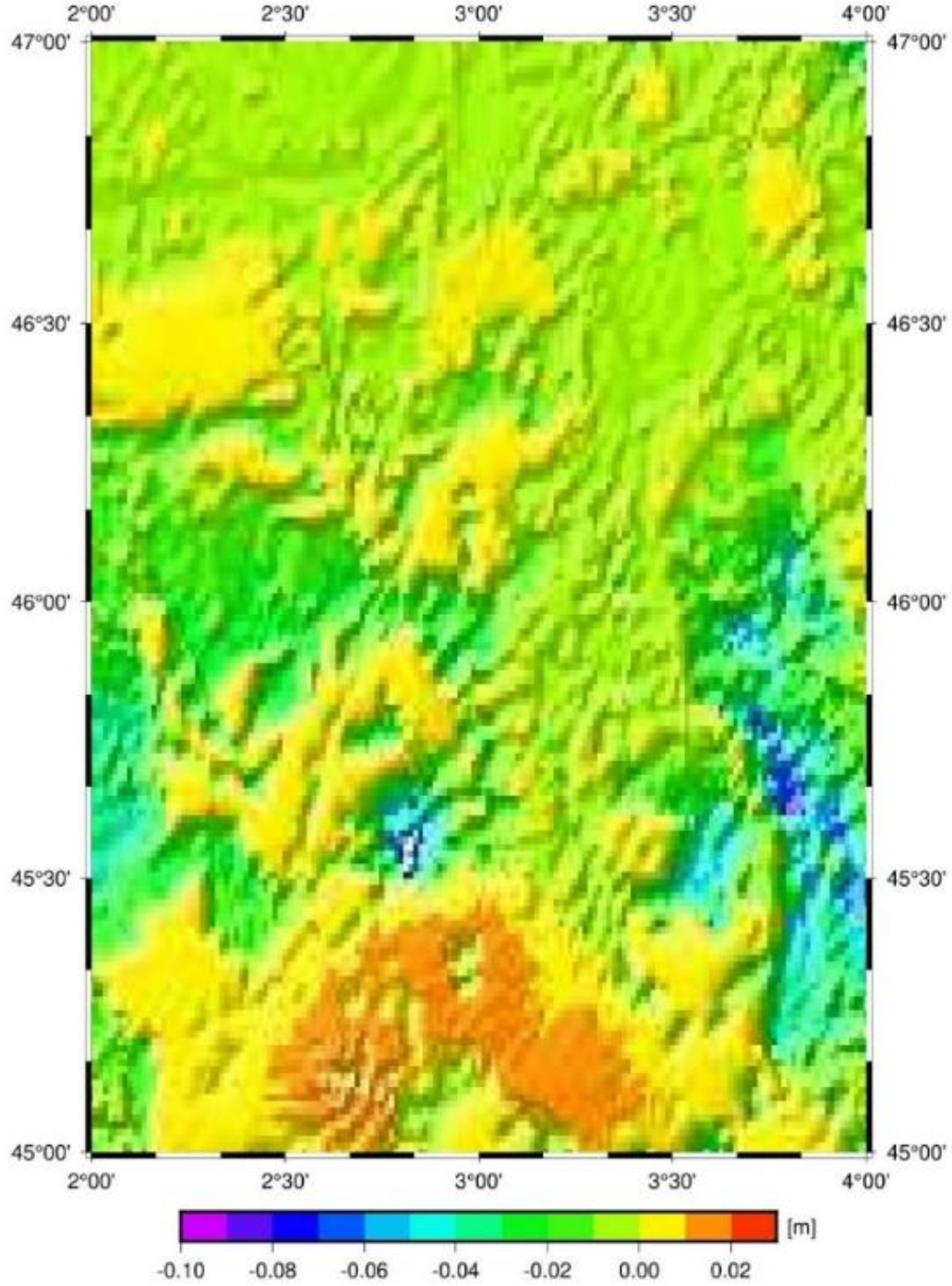
### 5.3. Sabit Yoğunluklu PITE Uygulaması



Şekil 5.1. Çalışma bölgesinde Sabit Yoğunluklu PITE

İkinci işlem olarak eşitlik (4.21)'de verilen ilk üç terim incelenmiştir. Başka bir deyişle bu işlemde yoğunluk değişimi ele alınmamıştır. Sayısal sonuçların coğrafi dağılımı Şekil 5.1'te görülmektedir. PITE, -39.0 cm ile -1.1 cm arasında değerler almıştır (Çizelge 5.1).

#### 5.4. Değişken Yoğunluklu PITE İle Sabit Yoğunluklu PITE Farkı



Şekil 5.2. Değişken yoğunluklu PITE ile sabit yoğunluklu PITE farkı

Son olarak; yoğunluk değişimin PITE değerine ne kadar etki ettiğini belirlemek için iki yöntemle elde edilen PITE değerleri aynı grid noktalarında birbirinden çıkarılmıştır (Şekil 5.2). Bu işlemin sonucunda iki tür PITE arasında -10.0 cm ile 39.0

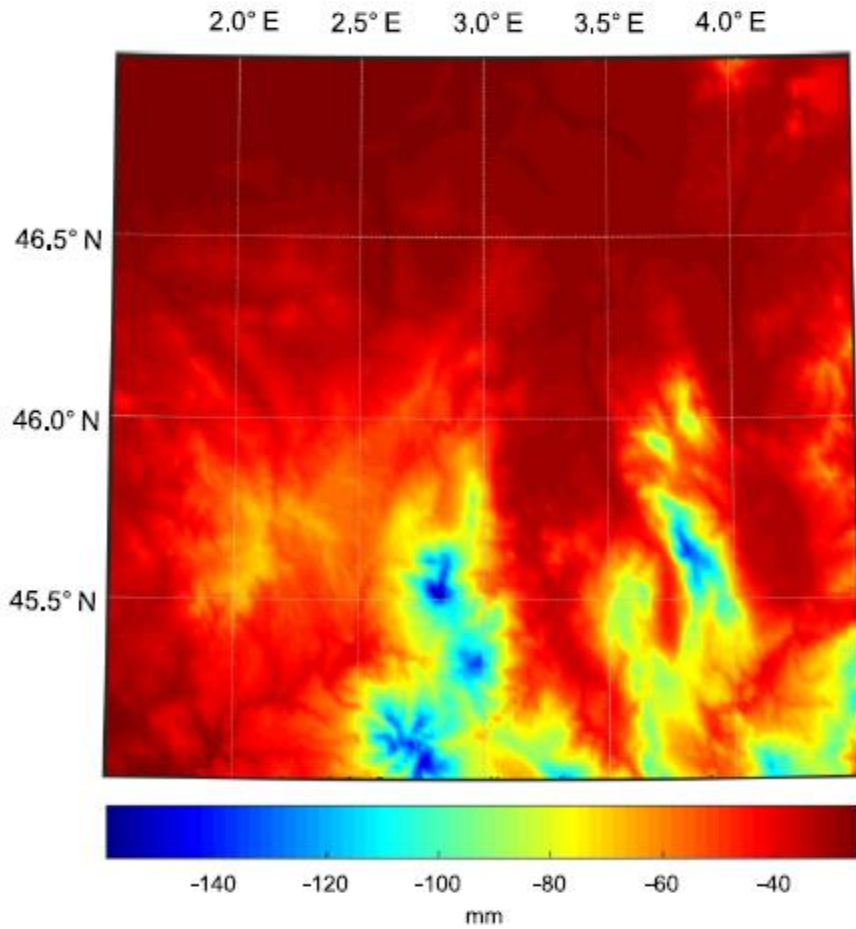


cm değişen farklar gözlenmiştir (Çizelge 5.1). Bu aralık, santimetre doğruluklu jeoit modeli için kabuk yoğunluğunu hesaba katmanın önemli olduğunu göstermektedir.

### 5.5. Karşılaştırma

Daha önce bu bölgede çalışma gerçekleştiren ve en güncel yaklaşım olarak ele alınan uygulamada Janak vd., (2017), sayısal yükseklik modeli için SRTM3 ve yoğunluk için UNB-Topo DensC modelini kullanmıştır.

Janak vd. (2017), çalışma alanını  $1.5^{\circ} \leq \lambda \leq 4.5^{\circ}$  doğu meridyenleri  $45^{\circ} \leq \varphi \leq 47^{\circ}$  kuzey paralelleri olarak belirlemiş ve bu alanı integrasyon için  $2^{\circ}$  genişletmiştir. Janak vd. (2017) tarafından eşitlik (3.21)'in tüm terimlerinin uyguladığı (değişken yoğunluklu) PITE çözümü Şekil 5.1'de görülmektedir. Sayısal sonuçlara göre PITE -16 cm ile -2.5 cm arasında değişen değerler almıştır. Ayrıca, ortalaması 4.4 cm ve standart sapması 2 cm olarak belirlenmiştir.



Şekil 5.3. PITE değerleri (Janak vd., 2017)

Janak vd. (2017) tarafından gerçekleştirilmiş olan PITE çözümü ile bu çalışmadaki PITE çözümü arasındaki farkların oluşmasının temel sebeplerinden birisi kullanılan sayısal yükseklik modellerinin farklı olmasıdır. SRTM3 modelinin kullanılması veri setinin azlığından zamandan tasarruf sağlasa da bu çalışmada kullanılan SRTM1 modelinin doğruluğuna göre daha düşük olduğu söylenebilir. Aynı zamanda integrasyon sınırlarına bakıldığında da gözle görülür bir farklılık vardır. Ayrıca üretilen jeoit modellerinin çözünürlükleri arasında farkın olması diğer bir etkidir. Farkların dağılımı incelendiğinde büyük değerlerin sayısı 10 civarında olduğu da görülmüştür.

Bu tez kapsamında Janak vd. (2017) çalışmasıyla karşılaştırılmanın gerçekleştirilmesi çalışmada üretilen PITE sonucuna önemli ölçüde katkı sağlamıştır. Türkiye’de henüz jeoit belirleme yöntemlerinden biri olmayan Stokes-Helmert yöntemine olumlu yönde bir etki edeceği düşünülmektedir.

#### 5.5.1. Korelasyon ve Korelasyon Analizi

Korelasyon, iki değişken arasındaki matematiksel ve fiziksel ilişkinin standartlaştırılmış haline denir. Bu ilişki korelasyon katsayısıyla belirlenmektedir. Korelasyon katsayısı,

$$\rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \quad (5.1)$$

eşitliğiyle hesaplanır. Eşitlikte geçen  $\sigma_{xy}$  iki büyüklük arasında arasındaki kovaryansı,  $\sigma_x$  ve  $\sigma_y$  büyüklüklerin standart sapmalarını ifade etmektedir. Sınırlı sayıda korelasyon belirlemek için,

$$\rho_{xy} = \frac{m_{xy}}{m_x m_y} \quad (5.2)$$

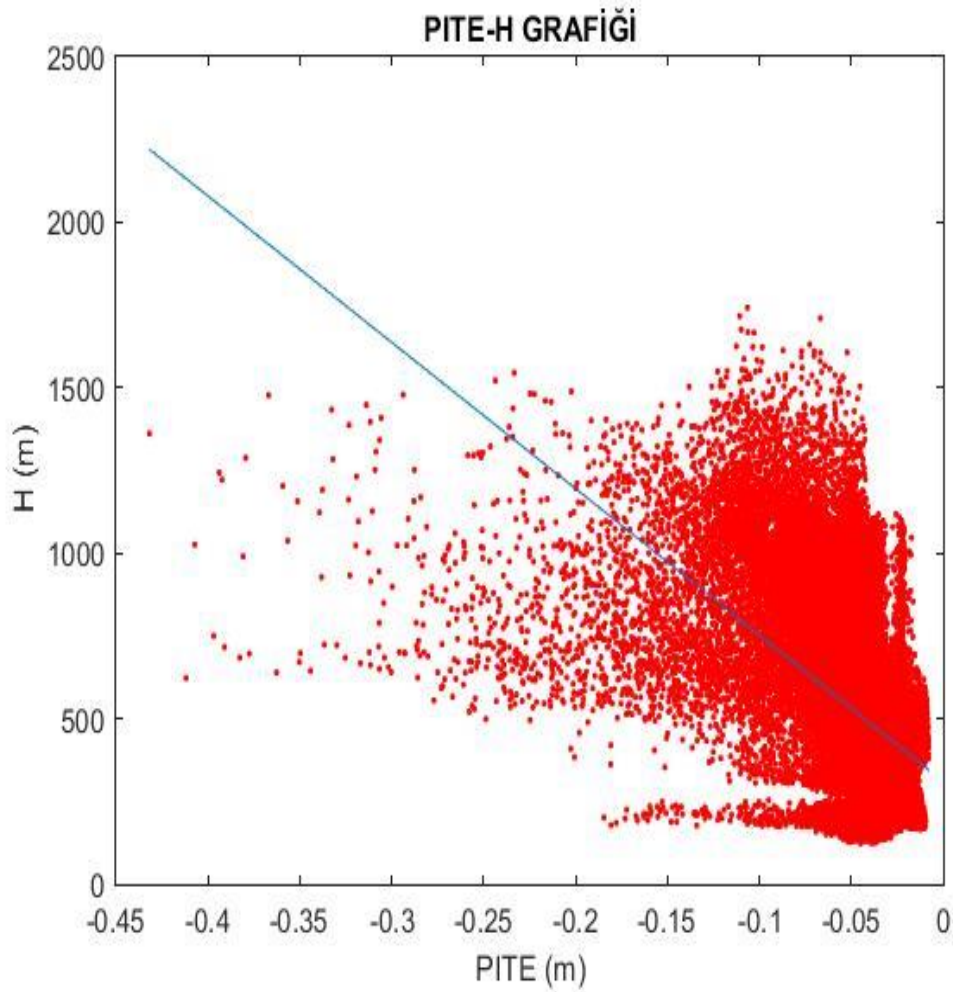
eşitliği ile hesaplanır.

Korelasyon değeri -1 ile +1 arasında değerler almaktadır. Korelasyon değeri sınırlara yaklaştıkça (+1 ve -1), iki büyüklük arasında kuvvetli pozitif/negatif ilişki olduğunu ifade eder (Abbak, 2020, Bölüm 3).

- +0.5’e yakın ise korelasyon pozitif yönlü ve orta kuvvetli,
- -0.5’e yakın ise korelasyon negatif yönlü orta kuvvetli,
- 0’a sağdan yakın ise korelasyon pozitif yönlü ve zayıftır,

- 0'a soldan yakın ise korelasyon negatif yönlü ve zayıftır, şeklinde ele alınmıştır (Abbak, 2020, Bölüm 3).

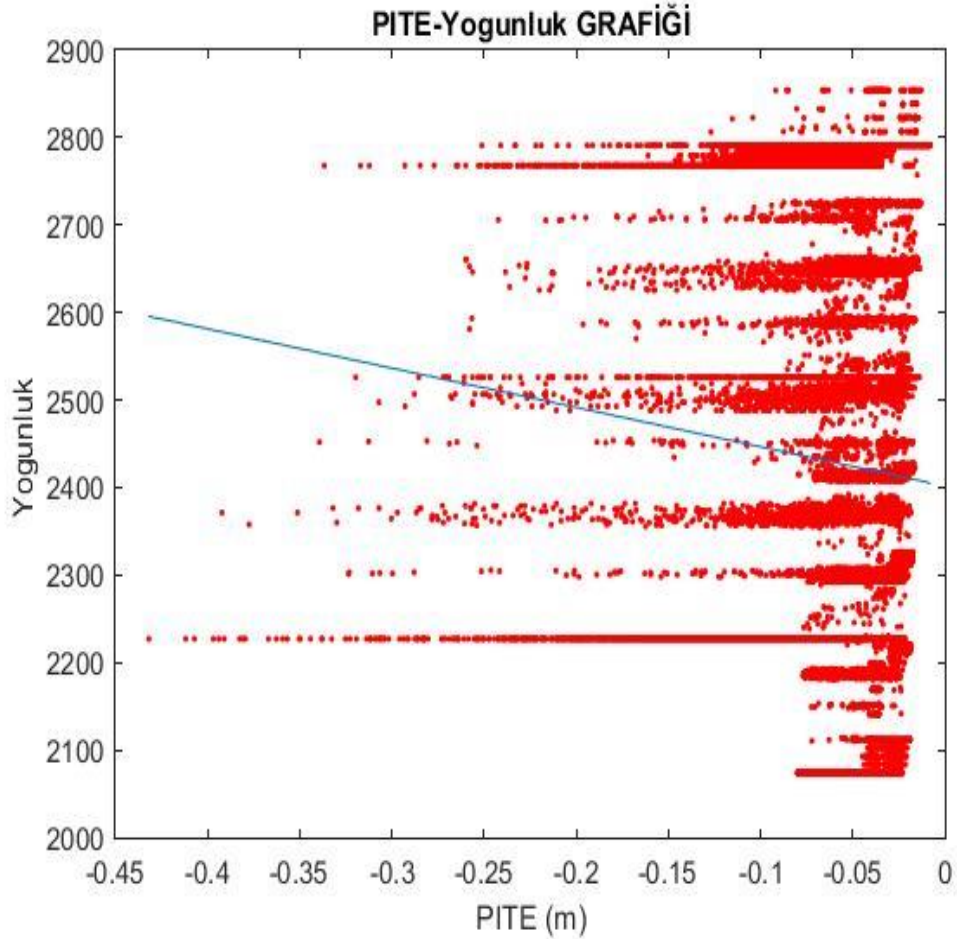
Bu tez çalışması kapsamında PITE sonucuna ortometrik yüksekliklerin ve yoğunluğun ne derece etki etkini kavrayabilmek için bir regresyon analizi gerçekleştirilmiştir. Regresyon analizinin gerçekleştirilmesindeki en temel sebep ise aralarında doğrusal bir ilişkinin olduğunu göstermektir. Bu analiz sonucunda aralarında korelasyon olup olmadığı değerlendirilmiştir. Aynı zamanda korelasyon mevcut ise hangi yönde ve ne büyüklükte olduğu tartışılmış ve önemlerinden bahsedilmiştir.



Şekil 5.4. PITE ile H değerleri arasındaki ilişki

PITE ile grid topoğrafik yükseklik ( $H$ ) değerleri arasındaki ilişkinin derecesini anlamak için korelasyon hesaplanmıştır. Buna göre hesaplanan korelasyon katsayısı -0.53 olup, bu iki büyüklük arasında negatif yönlü orta kuvvetli bir ilişki söz konusudur (Şekil 5.4). Bir başka deyişle yükseklik arttıkça, PITE değeri azalmaktadır. Bu durum

okuyucuyu şaşırtmasın, çünkü PITE mutlak olarak artmakta ancak düzeltme olduğu için – işareti sayesinde küçülmektedir. Şekil 5.4’deki mavi çizgi, iki büyüklük arasındaki regresyon doğrusudur. Verilerin, regresyon doğrusundan fazlaca yayılmış olması PITE’nin tek bir yükseklik değerinden değil, entegrasyon (1.5 derece yarıçaplı alan) içine giren tüm yükseklik değerlerinden etkilendiğini belirtmektedir.



Şekil 5.5. PITE ile yoğunluk değerleri arasındaki ilişki

Benzer şekilde PITE ile yoğunluk arasındaki korelasyon da hesaplanmıştır. Buna göre iki büyüklük arasındaki korelasyon katsayısı -0.05 olup, ilişkinin derecesi negatif yönlü çok zayıftır (Şekil 5.5). Her ne kadar yoğunluk değişimi sonuçlarda anlamlı farklara neden olsa da korelasyon katsayısı çok düşük çıkmıştır. Bunun da nedeni PITE’nin hesabında tek bir noktadaki yoğunluk değerinin değil, entegrasyon (1.5 derece yarıçaplı alan) içine giren tüm yoğunluk değerlerinin etkin olmasından kaynaklanır. Şekil 5.5’deki mavi çizgi, iki büyüklük arasındaki regresyon doğrusudur. Aynı zamanda UNB\_Topo\_Dens modelinin 30” çözünürlüklü olması sayısal yükseklik modelinin ise 1” çözünürlüğe sahip olması da bu durumu etkilemektedir. Model uyumsuzluğunun



sonucu olarak Şekil 5.5'deki yatay yönlü nokta dağılımı ortaya çıkmaktadır. Başka bir deyişle yükseklik değişse de yoğunluklar yani PITE değerleri hep aynı kalmaktadır. Bu da yoğunluk modellerinin de pek gerçekçi olmadığını ve yüzeysel kaldığının kanıtıdır.



## 6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmanın temel amacı yoğunluk değişiminin gravimetrik jeoit belirleme yöntemlerinden olan Stokes-Helmert yaklaşımının birincil dolaylı topoğrafik etkisi üzerindeki sayısal etkiyi Fransa'nın Auvergne bölgesinde değerlendirmektir.

Bu amaçla gravimetrik jeoit belirleme yöntemi olan Stokes-Helmert yaklaşımının temel teorisi incelenmiştir. Bu yaklaşımı diğer yöntemlerden ayıran en önemli özelliği ise Helmert'in ikinci yoğunlaştırma yöntemini kullanmasıdır. Stokes integrali uygulanırken ise yüzeydeki yersel gravite verileri kullanılmaktadır. Bu yöntemle beraber topoğrafik kütleler sıkıştırılıp jeoit üzerine eklenmektedir. Jeoit belirlemenin en temel sorunu topoğrafyanın varlığıdır ve bu yöntemde topoğrafya üç farklı biçimde ele alınmaktadır. Bunlardan ikisi dolaylı diğeri ise doğrudan etkisini incelemektedir.

Stokes-Helmert yönteminde birincil ve ikinci dolaylı topoğrafik etkinin hesaplanması gerçek ve Helmert uzayları arasındaki dönüşüm için gereklidir. Birincil topoğrafik etkinin hesaplanmasındaki temel amaç jeoit yüksekliğinin belirlenmesinde doğrudan etkisi olmasıdır. Bu nedenle bu çalışmada birincil dolaylı topoğrafik etki incelenmiştir.

Bu çalışmanın uygulaması bir test bölgesi olan Fransa Auvergne'de gerçekleştirilmiştir. Birincil topoğrafik etki için formüller C programlama dilinde kodlanmıştır. Topoğrafik etkinin ilk üç teriminde yoğunluk değişiminin etkisi yoktur. Son iki terimde yoğunluk değişiminin topoğrafik düzeltmeye olan etkisi bulunmaktadır. Yapılan uygulamanın amacı kabuk yoğunluğunun birincil topoğrafik düzeltmeye ne kadar etki ettiğini gözlemektir.

Uygulama sonucunda, değişken yoğunluklu birincil topoğrafik etki -43.0 cm ile -0.8 cm arasında değerler almıştır. Topoğrafik etkinin incelenmesinde yoğunluk değişiminin ele alınması ile alınmaması arasındaki fark ise -10 ile 39 cm arasında değişmektedir. Üretilen sonuçlar kapsamında yoğunluğun ve yüksekliğin PITE ile ilişkisi korelasyon analizi yapılarak değerlendirilmiştir. Bu analizin gerçekleştirilmesindeki en temel sebep ise aralarındaki ilişkinin derecesini anlamaktır. PITE'nin yoğunluk ile arasındaki korelasyon katsayısı -0.05'tir. PITE'nin yükseklik ile arasındaki korelasyon katsayısı ise -0.53'tür. Korelasyon analizi ise MATLAB üzerinden gerçekleştirilmiştir.

Stokes-Helmert yönteminin üstün tarafı topoğrafyanın varlığını her koşulda hesaba katmasıdır. Zayıf tarafı ise hesaplama işlemlerinin zorluğudur. Stokes-Helmert yönteminde jeoit belirleme diğer yöntemlere göre daha uzun bir sürede belirlenmesine rağmen jeoit belirleme çalışmalarında uygulanması tavsiye edilir. En temel sebebi ise uygulanan matematiksel modellerin jeoit üzerine getirilecek her türlü düzeltmeyi her türlü koşulda inceleyip herhangi bir açık bırakmamasıdır. Bu da jeoit belirlemek için önem taşımaktadır.

Tüm bu sonuçlar göz önüne alındığında, bu yöntem santimetre altı doğruluk beklenen Türkiye jeoit modeli belirleme çalışmalarında kullanılabilir. Ülkemizde yüksek dağlık bölgelerin olması ulusal jeoidin yüksek doğrulukla belirlenmesi için önemli bir engeldir. Topoğrafyanın etkisini en aza indirmek için PITE hesabında yoğunluk değişiminin dikkate alınması bizi şu ana kadar üretilen ulusal jeoit modellerinden daha doğruluklu bir sonuca ulaştırabilir.

## KAYNAKLAR

- Abbak, R. A., 2011, Global Yer Potansiyel Modellerin Spektral Yöntemlerle Değerlendirilmesi ve Jeoit Belirleme İçin Yerel Olarak İyileştirilmesi, Doktora Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Abbak, R. A., 2014, Effect of ASTER DEM on the prediction of mean gravity anomalies: A case study over the Auvergne test region, *Acta Geodaetica et Geophysica*, 49(4), 491-502.
- Abbak, R. A., 2020, Hata Kuramı ve Parametre Kestirimi, Atlas Akademi Yayınları, Genişletilmiş 2. Baskı, Konya.
- Abbak, R. A., 2021, Fiziksel Jeodezi Teori ve Uygulama, Atlas Akademi Yayınları, Genişletilmiş 4. Baskı, Konya.
- Bildirici, Ö., Abbak, R. A. 2020, Türkiye ve Çevresinde SRTM Sayısal Yükseklik Modelinin Doğruluğu, *Geomatik Dergisi*, 5(1);01-09.
- Bildirici, İ. Ö., Üstün, A., Uluğtekin, N., Selvi, H. Z., Abbak, R. A., Buğdaycı, İ., & Doğru, Ö. (2007). SRTM Verilerine Dayalı Ülke Bazında 3"×3" Çözünürlüklü Sayısal Yükseklik Modelinin Oluşturulması. Türkiye Ulusal Fotogrametri ve Uzaktan Algılama Birliği IV. Sempozyumu, 5-7 Haziran 2007.
- Carmichael, R.S., 1989. *Practical Handbook of Physical Properties of Rocks and Minerals* (1 st ed.) Florida: CRC Press.
- Demir S., Abbak, R. A., İl H. T. A. 2018, Global Yerpotansiyel Modellerin Gravimetrik Jeoit Belirlemeye Katkısı. *Geomatik Dergisi*, 3 (3), 213-224.
- Ellmann, A., Vanicek, P., 2007, UNB application of Stokes-Helmert's approach to geoid computation, *Journal of Geodynamics*, 43 (2007) 200-213.
- Farr T.G., Rosen P.A., Caro E., Crippen R., Duren R., Hensley S., Alsdorf D., (2007), The Shuttle Radar Topography Mission, *Reviews of Geophysics*, 45(2), 1-33.
- Foroughi, I., 2018 Accuracy Of The Classical Height System, *Geodesy and Geomatics Engineering UNB*.
- Foroughi, I., 2019 SHGEO Software package I-II, University of New Brunswick Dep. Geodesy and Geomatics Engineering.
- Gauss, C. F. 1828. Bestimmung des Breitenunterschiedes zwischen den Sternwarten von Gottingen und Altona, Gottingen.

- Gourgaud, A., Maury, R.C. 1984. Magma Mixing In Alkaline Series, An Example from Sancy Volcano. *Bulletin Volcanologique*, 47, 827-847.
- Guo, D., He, H., Sang, P., 2019, Precise geoid computation using Stokes-Helmert's scheme and strict integrals of topographic effects, *Geodesy and Geodynamics*, 10 (2019) 290-296.
- Heiskanen, W.A., Moritz, H., 1967. *Physical Geodesy*. W.H. Freeman and Co., San Francisco and London.
- İl, H. T. A., Abbak R. A., Bildirici, İ. Ö. Demir S. 2018. SRTM1 ve ASTER Sayısal Yükseklik Modellerinin Gravimetrik Jeoit Belirlemeye Katkısı, *Geomatik Dergisi*, 3 (3), 203-212.
- Ince, E. S., Barthelmes, F., Reißland, S., Elger, K., Förste, C., Flechtner, F., ve Schuh, H., (2019). Schuh, H. (2019). Icgem–15 years of successful collection and distribution of global gravitational models, associated services, and future plans. *Earth System Science Data*, 11(2):647–674.
- Janak, J., Vanícek, P., Foroughi, I., Kingdon, R., Sheng, M., 2017, Computation of precise geoid model of Auvergne using current UNB Stokes-Helmert's approach, *Contributions to Geophysics and Geodesy*, 47/3 201 201-229.
- JPL 2015. The Shuttle Radar Topography Mission. Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Thechnolohy.
- Maraş, H. 1993. Sayısal arazi modeli ürünleri. Yüksek lisans tezi, Selçuk Üniversitesi, Konya.
- Martinec, Z., Vanícek, P., 1994a. Direct topographical effect of Helmert's condensation for a spherical geoid. *Manuscr Geodaet* 19 (3), 257–268.
- Martinec, Z., Vanícek, P., 1994b. Indirect effect of topography in the Stokes-Helmert technique for a spherical approximation of the geoid. *Manuscr Geodaet* 19, 417–421.
- Molodensky M.S., 1945, Fundamental problems of Geodetic Gravimetry (in Russian). TRUDY Ts NIIGAIK 42, Geodezizdat, Moscow.
- Molodensky, M.S., Yeremeev V.F., Yurkina M.I., 1960, Methods for Study of the External Gravitational Field and Figure of the Earth. TRUDY Ts NIIGAIK, 131, Geodezizdat, Moscow. English translat. Israel Program for Scientific Translation, pp 248, Jerusalem 1962.
- Novak, P., 2000. Evaluation of Gravity Data for the Stokes-Helmert Solution to the Geodetic Boundary-Value Problem. Technical Report, no. 207, UNB, Fredericton.
- Nowell, D. 2008. The Chaîne des Puys Volcanoes of The Auvergne, France. *Geology Today*, 24(6), 231-238.

- Scrope, G.P. (1858). *The Geology and Extinct Volcanos of Central France* (2nd ed.). London: Harvard College.
- Sheng, M. B., Shaw, C., Vanicek, P., Kingdon, R. W., Santos, M., & Foroughi, I. (2019). Formulation and validation of a global laterally varying topographical density model. *Tectonophysics*, 762, 45-60.
- Sjöberg, L.E., 2005. A discussion on the approximations made in the practical implementation of the remove–compute–restore technique in regional geoid modeling. *J. Geodesy* 78, 645–653.
- Tenzer, R., Sirguey, P., Rattenbury, M., Nicolson, J., 2011, A Digital Rock Density map of New Zealand. *Computer & Geosciences*. 37(8), 1181-1191.
- Tenzer, R., Novak, P., Janak, J., Huang, J., Vajda, P., 2003, A Review of the UNB Approach for Precise Geoid Determination Based on the Stokes-Helmert Method.
- Vanicek, P., Kleusberg, A., 1987. The Canadian geoid- Stokesian approach. *Manuscripta geodaetica* 12, 86-98.
- Vanicek, P., Novak P., 1999, Comparison between planar and spherical models of topography. CGU Annual Meeting, Banff, May 9-12, 1999.
- Vanicek, P., Kingdon R., Kuhn M., Ellmann A., 2013, Testing Stokes-Helmert geoid model computation on a synthetic gravity field: experiences and shortcomings, Online First.
- Yılmaz, N. 2023. Assessment of latest global gravity field models by GNSS/Levelling Geoid. *International Journal of Engineering and Geosciences*, 8 (2), 111-118. DOI: 10.26833/ijeg.1070042
- Wong, L., Gore, R. (1969). Accuracy of Geoid Heights from Modified Stokes Kernels. *Geophysical Journal international*, 18(1), 81-91.