

**T.C.**  
**İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ**  
**SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ**  
**EKONOMETRİ ANABİLİM DALI**

**DOKTORA TEZİ**

**KADEMELİ KIRILMALI EŞBÜTÜNLEŞME**  
**TESTLERİ: DOĞRUSAL OLMAYAN**  
**EŞBÜTÜNLEŞME TESTİ ÖNERİSİ**

**GÜLŞAH SEDEFOĞLU**  
**2502170044**

**TEZ DANIŞMANI**  
**PROF. DR. BURAK GÜRİŞ**

**İSTANBUL – 2021**

## ÖZ

### **KADEMELİ KIRILMALI EŞBÜTÜNLEŞME TESTLERİ: DOĞRUSAL OLMAYAN EŞBÜTÜNLEŞME TESTİ ÖNERİSİ GÜLŞAH SEDEFOĞLU**

Bu çalışmada amaçlanan, yapısal kırılmaların kademeli olarak Fourier yaklaşımı aracılığıyla ve doğrusal olmayan yapının üstel yumuşak geçişli otoregresif (ESTAR) model ile modellendiği bir eşbütünleşme testi önermektir. Doğrusal olmayan zaman serisi modelleri ve bu modellere dayalı olarak geliştirilen eşbütünleşme testleri ile ilgili literatür incelendiğinde özellikle yapısal kırılmalı eşbütünleşme testlerinde büyük bir eksiklik olduğu görülmektedir. Literatürde kırılmaların Fourier yaklaşımı ve doğrusal olmayan yapının ESTAR model ile modellendiği bir eşbütünleşme testinin olmayışı bu çalışmanın motivasyonunu oluşturmaktadır.

Çalışmada önerilen teste alt yapı oluşturmak amacıyla öncelikle ortalamada doğrusal olmayan modeller anlatılıp, birim kök ve eşbütünleşme testleri üzerine teorik literatür değerlendirmesi yapılmaktadır. Teorik çalışmalar değerlendirildikten sonra Monte Carlo simülasyonu ile boyut ve güç özellikleri incelenmektedir. Sonuçlar, boyut özelliklerinin varyanstaki değişimden ve hata terimindeki seriler arası korelasyondan etkilenmediği, farklı gözlem ve Fourier frekanslarında nominal büyüklüğe yakın olduğu yönündedir. Önerilen testin özellikle düşük Fourier frekanslarında güç özelliklerinin iyi olduğu görülmektedir. Gözlem değerlerindeki artışa bağlı olarak testin gücünün arttığı söylenebilir. Literatürde önerilen diğer testlere kıyasla testin boyut ve güç özellikleri küçük örnekleme iyi sonuç vermektedir. Taylor açılımı yerine grid araştırmanın kullanıldığı bu testte gürültü parametresine yönelik tanımlama probleminin üstesinden de gelinmektedir. Simülasyon sonuçlarına ilaveten önerilen testin adımlarını göstermek adına örnek bir uygulamaya yer verilmektedir. “Türkiye’de küreselleşme ve hava taşımacılığı arasında eşbütünleşme ilişkisi var mı?” sorusuna cevap arandığı uygulama örneğinde, yapısal kırılmalar dikkate alınmadığında eşbütünleşme ilişkisi yoktur temel hipotezinin reddedilemediği ancak kırılmaların Fourier yaklaşımı ile modellendiği test sonucunda temel hipotezin

reddedildiği gör÷lmektedir. Uygulama sonucu kırılmalar dikkate alınmadan yapılan testlerin ön yargılı olabileceğini kanıtlar niteliktedir.

**Anahtar Kelimeler:** Eşbütünleşme, Fourier, Yapısal Kırılma, Doğrusal Olmayan Model, ESTAR.



## **ABSTRACT**

### **COINTEGRATION TESTS WITH GRADUAL STRUCTURAL CHANGES:**

#### **A PROPOSAL OF NONLINEAR COINTEGRATION TEST**

**GÜLŞAH SEDEFOĞLU**

The study aims to propose a cointegration test in which structural changes are modeled gradually through the Fourier approach and the nonlinear structure is modeled with an exponential smooth transition autoregressive (ESTAR) model. It is seen that there is a great deficiency especially in cointegration tests with structural changes when we examine the literature on nonlinear time series models and cointegration tests developed based on these models. The lack of a cointegration test in the literature in which the breaks are modeled with the Fourier approach and the nonlinear structure is modeled with the ESTAR model constitutes the motivation of this study.

In order to create a substructure for the test proposed in the study, first of all, nonlinear models in mean are explained and theoretical literature evaluation is made on unit root and cointegration tests. We examine the size and power properties with Monte Carlo simulations subsequent to evaluation of the theoretical literature. The results show that the size does not depend on the degree of the variance and the serial correlation of the error term. The size of the test is close to the nominal level at different observation and Fourier frequencies. We observe that the proposed test shows good power properties, especially at low level Fourier frequencies. The power of the test increases depending on the increase in the observation values. The size and power properties of the test give good results in a small sample compared to other tests suggested in the literature. We use grid search instead of Taylor expansion to overcome the identification problem of the nuisance parameter. In addition to the simulation results, we give an empirical example to show the steps of the proposed test. In the empirical example where we seek an answer to the question “Is there a cointegration relationship between globalization and air transport in Turkey?”, the null hypothesis

which refers to no cointegration relation is not rejected when structural changes are not taken into account but, however, we reject the null hypothesis with the proposed test which models the changes with Fourier approach. The empirical example results prove that results tend to be biased when we do not consider the structural changes.

**Keywords:** Cointegration, Fourier, Structural Changes, Nonlinear Model, ESTAR.



## ÖNSÖZ

Bu çalışmada, yapısal kırılmaların Fourier yaklaşımı ve doğrusal olmayan yapının üstel yumuşak geçişli otoregresif (ESTAR) yapı ile modellendiği bir eşbütünleşme testi önerilmektedir. Fourier'ın yaklaşımında trigonometrik terimlerin toplamından oluşan ve farklı frekanslar ile farklı yapıdaki kırılmaların kademeli olarak modellenmesinde güçlü sonuçlar veren Fourier fonksiyonundan söz edilmektedir. Kırılmalar kukla değişkenler ile modellenirken kırılmaların ani olduğu, kırılma şeklinin, sayısının ve tarihinin önsel olarak bilindiği varsayılmaktadır. Bu varsayımın geçerli olmadığı yönünde yapılan eleştiriler ve çalışmalar farklı yaklaşım arayışlarını gerekli kılmıştır. Bu noktada, Fourier yaklaşımı alternatif bir yöntem olarak önerilmektedir. İlk olarak birim kök testlerinde kullanılmaya başlanan Fourier yaklaşımı ile elde edilen güçlü sonuçlar bu yaklaşımın eşbütünleşme testlerinde kullanımının önünü açmaktadır. Doğrusal olmayan yapının ESTAR modeli ve kırılmaların Fourier yaklaşımı ile modellendiği bir eşbütünleşme testinin literatürde olmayışı bu çalışmanın ortaya çıkışında etkili olmuştur.

Büyük bir çaba ile ortaya çıkan bu tezde desteğini ve bilgisini hiçbir zaman esirgemeyip, tıkandığım her noktada yardımcı olan ve öğrencisi olmaktan her zaman onur duyduğum tez danışmanım Prof. Dr. Burak Gürış'e; değerli jüri üyelerim Prof. Dr. Nilgün Çil, Prof. Dr. Nurcan Metin, Prof. Dr. Burcu Kıran Baygın, Dr. Öğr. Üyesi Turgut Ün'e teşekkürü bir borç bilirim. Doktora sürecinde ziyaretçi olarak bulunduğum Varşova Yaşam Bilimleri Üniversitesi (SGGW), İstatistik ve Ekonometri Bölümü'nden başta danışman hocam Doç. Dr. Hanna Dudek olmak üzere Varşova'yı evim gibi hissettirdikleri için tüm bölüm hocalarıma ve değerli arkadaşım Joanna'ya; Université Libre de Bruxelles (ULB)'de katıldığım doktora araştırma eğitimi programım sürecinden bugüne kadar akademik gelişimim için elinden gelen her şeyi yapan, hayalini kurduğum insanlarla tanışıp, çalışmalarımı sunmama vesile olan değerli hocam Prof. Dr. Guy Melard'a; akademideki hayatımda ne zaman ihtiyacım olsa destek olan Prof. Dr. Mahmut Tekçe'ye; birlikte çalışma şansı bulduğum ve her zaman örnek aldığım Doç. Dr. Mehmet Ali Soytaş'a; bana farklı bir akademinin de mümkün olduğunu öğreten ve aralarında olmaktan mutluluk duyduğum Poedat

çekirdek ekip üyelerine; tezimin simülasyon bölümü için evimde küçük bir bilgisayar laboratuvarı kurmama vesile olan Hüseyin, Gizem ve Elçin Sedefoğlu'na teşekkürlerimi sunarım.

Tez yazım sürecimi kolaylaştırmak için elinden gelen her şeyi yapan, aldığım her kararda, çıktığım her yolda, en büyük destekçim olan annem Cevahir'e, canım abim Güngör ve babam Hamza başta olmak üzere bir telefon kadar uzağımızda olan geniş aileme en içten teşekkürlerimi sunarım. Son olarak, içimdeki bitmeyen öğrenme hevesi ile çıktığım yolculuklarda tanıştığım, ufkumu açan, ilham kaynağı olan tüm insanlara teşekkür ederim.

İSTANBUL, 2021

Gülşah SEDEFOĞLU



## İÇİNDEKİLER

|                          |      |
|--------------------------|------|
| ÖZ.....                  | ii   |
| ABSTRACT .....           | iv   |
| ÖNSÖZ.....               | vi   |
| TABLolar LİSTESİ.....    | xi   |
| ŞEKİLLER LİSTESİ.....    | xii  |
| KISALTMALAR LİSTESİ..... | xiii |
| GİRİŞ .....              | 1    |

### BİRİNCİ BÖLÜM

#### DOĞRUSAL OLMAYAN ZAMAN SERİSİ MODELLERİ

|                                                                            |    |
|----------------------------------------------------------------------------|----|
| 1.1. Neden Doğrusal ve Doğrusal Olmayan Zaman Serisi Ayrımı Yapılıyor? ..  | 3  |
| 1.2. Doğrusal Olmama Kavramı .....                                         | 4  |
| 1.3. Doğrusal Olmayan Zaman Serisi Modelleri .....                         | 6  |
| 1.3.1. Ortalamada Doğrusal Olmayan Modeller .....                          | 6  |
| 1.3.1.1. Doğrusal Olmayan AR Modeli .....                                  | 6  |
| 1.3.1.2. Bilinear Modeli .....                                             | 7  |
| 1.3.1.3. Rejim Değişim Modelleri.....                                      | 7  |
| 1.3.1.3.1. Kendinden Uyarımlı Eşik Değerli Otoregresif (SETAR) Model ..... | 9  |
| 1.3.1.3.2. Yumuşak Geçişli Eşik Değerli Otoregresif (STAR) Model ...       | 12 |
| 1.3.1.3.3. Momentum Eşik Değerli Otoregresif (MTAR) Model .....            | 15 |
| 1.3.1.3.4. Markov Rejim Değişim Modeli .....                               | 16 |
| 1.4. Doğrusallık Testleri.....                                             | 18 |
| 1.4.1. Hansen (1999) Testi .....                                           | 18 |
| 1.4.2. Harvey ve Leybourne (2007) Testi .....                              | 20 |
| 1.4.3. Harvey vd. (2008) Testi .....                                       | 21 |

### İKİNCİ BÖLÜM

#### BİRİM KÖK SÜRECİ VE FOURIER YAKLAŞIMI

|                                           |    |
|-------------------------------------------|----|
| 2.1. Durağanlık ve Birim Kök Süreci ..... | 24 |
| 2.2. Taylor Açılımı.....                  | 26 |

|                                                                                      |           |
|--------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>2.3. Doğrusal Olmayan Birim Kök Testleri Teorik Literatür Değerlendirmesi</b>     | <b>28</b> |
| 2.3.1. Enders ve Granger (1998) Birim Kök Testi.....                                 | 32        |
| 2.3.2. Caner ve Hansen (2001) Birim Kök Testi.....                                   | 33        |
| 2.3.3. Leybourne, Newbold ve Vougas (1998) Birim Kök Testi.....                      | 35        |
| 2.3.4. Harvey ve Mills (2002) Birim Kök Testi.....                                   | 36        |
| 2.3.5. Kapetanios, Shin ve Snell (2003) Birim Kök Testi.....                         | 38        |
| 2.3.6. Sollis (2004) Birim Kök Testi.....                                            | 40        |
| 2.3.7. Vougas (2006) Birim Kök Testi.....                                            | 40        |
| 2.3.8. Pascalau (2007) Birim Kök Testi.....                                          | 42        |
| 2.3.9. Chong, Hinich, Liew ve Lim (2008) Birim Kök Testi.....                        | 43        |
| 2.3.10. Cook ve Vougas (2009) Birim Kök Testi .....                                  | 44        |
| 2.3.11. Sollis (2009) Birim Kök Testi.....                                           | 45        |
| 2.3.12. Kruse (2011) Birim Kök Testi .....                                           | 46        |
| 2.3.13. Cuestas ve Garratt (2011) Birim Kök Testi .....                              | 46        |
| 2.3.14. Kılıç (2011) Birim Kök Testi.....                                            | 47        |
| 2.3.15. Cuestas ve Ordóñez (2014) Birim Kök Testi .....                              | 48        |
| 2.3.16. Hu ve Chen (2016) Birim Kök Testi.....                                       | 49        |
| 2.3.17. Park ve Shintani (2016) Birim Kök Testi .....                                | 50        |
| <b>2.4. Fourier Yaklaşımı ve Birim Kök Testleri Teorik Literatür Değerlendirmesi</b> | <b>50</b> |
| 2.4.1. Fourier Yaklaşımının Ortaya Çıkışı.....                                       | 51        |
| 2.4.2. Fourier Serileri .....                                                        | 52        |
| 2.4.3. Fourier Dönüşümü .....                                                        | 56        |
| 2.4.4. Fourier Yaklaşımının Yapısal Kırılmaların Modellenmesinde Kullanımı .....     | 57        |
| 2.4.5. Fourier Yaklaşımının Birim Kök Testlerinde Kullanımı .....                    | 58        |
| 2.4.5.1. Becker vd. (2004) Birim Kök Testi .....                                     | 59        |
| 2.4.5.2. Becker vd. (2006) Birim Kök Testi .....                                     | 60        |
| 2.4.5.3. Enders ve Lee (2012a) Birim Kök Testi .....                                 | 61        |
| 2.4.5.4. Enders ve Lee (2012b) Birim Kök Testi .....                                 | 63        |
| 2.4.5.5. Christopoulos ve Leon-Ledesma (2010) Birim Kök Testi.....                   | 64        |
| 2.4.5.6. Ranjbar vd. (2018) Birim Kök Testi .....                                    | 66        |
| 2.4.5.7. Gürış (2018) Birim Kök Testi .....                                          | 68        |

## **ÜÇÜNCÜ BÖLÜM**

### **EŞBÜTÜNLEŞME TESTLERİ**

|                                                                                           |           |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>3.1. Eşbütünleşme Analizi .....</b>                                                    | <b>69</b> |
| <b>3.2. Hata Düzeltme Mekanizması .....</b>                                               | <b>72</b> |
| <b>3.3. Doğrusal Olmayan Eşbütünleşme Testleri Teorik Literatür Değerlendirmesi .....</b> | <b>75</b> |
| 3.3.1. Enders ve Siklos (2001) Eşbütünleşme Testi.....                                    | 78        |
| 3.3.2. Hansen ve Seo (2002) Eşbütünleşme Testi.....                                       | 79        |
| 3.3.3. Seo (2006) Eşbütünleşme Testi.....                                                 | 81        |
| 3.3.4. Kapetanios, Shin ve Snell (KSS) (2006) Eşbütünleşme Testi .....                    | 82        |
| 3.3.5. Maki (2010) Eşbütünleşme Testi .....                                               | 84        |
| <b>3.4. Fourier Yaklaşımının Eşbütünleşme Testlerinde Kullanımı .....</b>                 | <b>86</b> |
| 3.4.1. Tsong vd. (2016) Eşbütünleşme Testi.....                                           | 87        |
| 3.4.2. Banerjee vd. (2017) Eşbütünleşme Testi .....                                       | 88        |

## **DÖRDÜNCÜ BÖLÜM**

### **KADEMELİ KIRILMALI EŞBÜTÜNLEŞME TESTİ ÖNERİSİ VE MONTE CARLO SİMÜLASYON SONUÇLARI**

|                                                    |            |
|----------------------------------------------------|------------|
| <b>4.1. Eşbütünleşme Testi Önerisi.....</b>        | <b>90</b>  |
| <b>4.2. Monte Carlo Simülasyonları .....</b>       | <b>94</b>  |
| 4.2.1. Kritik Değer Üretimi .....                  | 94         |
| 4.2.2. Boyut ve Güç Özellikleri .....              | 99         |
| <b>4.3. Önerilen Test ile Uygulama Örneği.....</b> | <b>110</b> |
| <b>SONUÇ .....</b>                                 | <b>115</b> |
| <b>KAYNAKÇA .....</b>                              | <b>118</b> |
| <b>ÖZGEÇMİŞ.....</b>                               | <b>137</b> |

## TABLÖLAR LİSTESİ

|                                                                                     |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Tablo 4.1</b> : Tam Sayılı Frekanslar ile Durum 2 için Kritik Değerler .....     | 97  |
| <b>Tablo 4.2</b> : Tam Sayılı Frekanslar ile Durum 3 için Kritik Değerler .....     | 98  |
| <b>Tablo 4.3</b> : Ondalık Sayılı Frekanslar ile Kritik Değerler .....              | 99  |
| <b>Tablo 4.4</b> : Birinci ve İkinci Tip Hatalar .....                              | 100 |
| <b>Tablo 4.5</b> : Tam Sayılı Frekanslar ile Boyut Özellikleri .....                | 102 |
| <b>Tablo 4.6</b> : Ondalık Sayılı Frekanslar ile Boyut Özellikleri.....             | 103 |
| <b>Tablo 4.7</b> : Gözlem Sayısı $T = 50$ için Güç Özellikleri.....                 | 105 |
| <b>Tablo 4.8</b> : Gözlem Sayısı $T = 100$ için Güç Özellikleri.....                | 106 |
| <b>Tablo 4.9</b> : Gözlem Sayısı $T = 250$ için Güç Özellikleri.....                | 107 |
| <b>Tablo 4.10</b> : Gözlem Sayısı $T = 1000$ için Güç Özellikleri.....              | 108 |
| <b>Tablo 4.11</b> : Fourier ESTAR ile ESTAR Maki (2010) Testi Karşılaştırması ..... | 109 |
| <b>Tablo 4.12</b> : Doğrusallık Testi Sonuçları .....                               | 112 |
| <b>Tablo 4.13</b> : Birim Kök Testi Sonuçları .....                                 | 112 |
| <b>Tablo 4.14</b> : Eşbütünleşme Testi Sonuçları.....                               | 114 |

## ŞEKİLLER LİSTESİ

|                                                                                                                 |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Şekil 1.1 : Rejim Sınıflandırması.....                                                                          | 8   |
| Şekil 1.2 : Lojistik ve Üstel Geçiş Fonksiyonunda Düzgünleştirme Parametresinin Farklı Değerlerinin Etkisi..... | 14  |
| Şekil 2.1 : Rassal Yürüyüş Süreci.....                                                                          | 25  |
| Şekil 2.2 : İlk Fark ile Rassal Yürüyüş Süreci .....                                                            | 26  |
| Şekil 2.3 : Ses Dalgası Grafiği .....                                                                           | 52  |
| Şekil 2.4 : Sinüs Fonksiyonu .....                                                                              | 53  |
| Şekil 2.5 : Kosinüs Fonksiyonu .....                                                                            | 54  |
| Şekil 3.1 : Eşbütünleşik İki Serinin Zaman Yolu Grafiği.....                                                    | 71  |
| Şekil 4.1 : Türkiye 1970-2018 Dönemi Küreselleşme Endeks Değerleri.....                                         | 111 |
| Şekil 4.2 : Türkiye 1970-2018 Dönemi Taşınan Yolcu Sayısı .....                                                 | 111 |

## KISALTMALAR LİSTESİ

|               |                                                                                                                   |
|---------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>ABD</b>    | : Amerika Birleşik Devletleri                                                                                     |
| <b>ADF</b>    | : Genişletilmiş Dickey Fuller (Augmented Dickey Fuller)                                                           |
| <b>ADL</b>    | : Gecikmesi Dağıtılmış Otoregresif (Autoregressive Distributed Lag)                                               |
| <b>AESTAR</b> | : Asimetrik Üstel Yumuşak Geçişli Otoregresif (Asymmetric Exponential Smooth Transition Threshold Autoregressive) |
| <b>AIC</b>    | : Akaike Bilgi Kriteri (Akaike Information Criterion)                                                             |
| <b>AR</b>     | : Otoregresif (Autoregressive)                                                                                    |
| <b>ARMA</b>   | : Otoregresif Hareketli Ortalama (Autoregressive Moving Average)                                                  |
| <b>Bkz.</b>   | : Bakınız                                                                                                         |
| <b>CHLL</b>   | : Chong, Hinich, Liew ve Lim                                                                                      |
| <b>DF</b>     | : Dickey Fuller                                                                                                   |
| <b>EKG</b>    | : Elektrokardiyografi                                                                                             |
| <b>EKK</b>    | : En Küçük Kareler                                                                                                |
| <b>ESTAR</b>  | : Üstel Yumuşak Geçişli Otoregresif (Exponential Smooth Transition Threshold Autoregressive)                      |
| <b>GDP</b>    | : Gayri Safi Yurtiçi Hasıla (Gross Domestic Product)                                                              |
| <b>GLS</b>    | : Genelleştirilmiş En Küçük Kareler (Generalized Least Squares)                                                   |
| <b>HKT</b>    | : Hata Kare Toplamı                                                                                               |
| <b>IID</b>    | : Bağımsız ve eş dağılım (Independent and Identically Distribution)                                               |
| <b>KKT</b>    | : Kalıntı Kareler Toplamı (Sum Square Residuals)                                                                  |
| <b>KPSS</b>   | : Kwiatkowski, Phillips ve Shin                                                                                   |
| <b>KSS</b>    | : Kapetanios, Shin ve Snell                                                                                       |
| <b>LM</b>     | : Lagrange Çarpanı (Lagrange Multiplier)                                                                          |
| <b>LNV</b>    | : Leybourne, Newbold ve Vougas                                                                                    |
| <b>LR</b>     | : Benzerlik Oranı (Likelihood Ratio)                                                                              |
| <b>LSTAR</b>  | : Lojistik Yumuşak Geçişli Otoregresif (Logistic Smooth Transition Threshold Autoregressive)                      |
| <b>MTAR</b>   | : Momentum Eşik Değerli Otoregresif (Momentum Threshold Autoregressive)                                           |
| <b>NLAR</b>   | : Doğrusal Olmayan Otoregresif (Nonlinear Autoregressive)                                                         |

|                |                                                                                                           |
|----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>PACF</b>    | : Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu (Partial Autocorrelation Function)                                       |
| <b>SBIC</b>    | : Schwarz Bilgi Kriteri (Schwarz Information Criterion)                                                   |
| <b>SETAR</b>   | : Kendinden Uyarımlı Eşik Değerli Otoregresif (Self Exciting Threshold Autoregressive)                    |
| <b>STAR</b>    | : Yumuşak Geçişli Otoregresif (Smooth Transition Threshold Autoregressive)                                |
| <b>ST-MTAR</b> | : Yumuşak Geçişli Momentum Eşik Değerli Otoregresif (Smooth Transition Momentum Threshold Autoregressive) |
| <b>TAR</b>     | : Eşik Değerli Otoregresif (Threshold Autoregressive)                                                     |
| <b>TVECM</b>   | : Eşik Değer Vektör Hata Düzeltme Modeli (Threshold Vector Error Correction Model)                        |
| <b>VAR</b>     | : Vektör Otoregresif (Vector Autoregressive)                                                              |
| <b>VECM</b>    | : Vektör Hata Düzeltme Modeli (Vector Error Correction Model)                                             |

## GİRİŞ

Zaman serisi analizi üzerine yapılan çalışmalar oldukça eskilere dayanmakta ve bu çalışmalar değerlendirildiğinde serilerin çoğunlukla doğrusal olduğu varsayılarak analize alındığı görülmektedir. Doğrusal zaman serileri analizi literatürün önemli bir bölümünü oluştursa da seriler her zaman doğrusal özellik göstermemekte ve bu durumda doğrusal olmayan modellere ihtiyaç duyulmaktadır. Doğrusal olmayan modellere yönelik yaşanan gelişmeler birim kök ve eşbütünleşme testleri literatürünün de hızlı bir gelişim sürecine girmesine vesile olmuştur. Analizde kullanılan serilerin doğrusal olmayan yapıda olduğu gözlemlendiğinde, doğrusal olmayan birim kök ve eşbütünleşme testlerinin kullanımı uygun olmaktadır ancak doğrusal modellere dayalı testlerde karşılaşılan sorunlar burada da karşımıza çıkmaktadır. Bir zaman serisinin yapısında kalıcı değişikliklere yol açan yapısal kırılmaların tahmin sürecinde dikkate alınmamasına yönelik yapılan eleştiriler yerini kırılmaların modellenirken kukla değişken kullanılmasına bırakmıştır. Yapısal kırılmalar kukla değişkenler ile modele dahil edildiğinde kırılma tarihinin, şeklinin ve sayısının önsel olarak biliniyor kabul edilmesi, gerçekte böyle bir durum mümkün olmayacağından eleştiriye uğramakta ve alternatif yol arayışları başlamaktadır. Bu noktada, trigonometrik fonksiyonların toplamından oluşan esnek Fourier fonksiyonu, kırılmaların kademeli olarak modellenmesini sağlayarak kırılmaların kukla değişkenler ile modellenmesinde karşılaşılan sorunlara çözüm yolu olarak önerilmektedir. İlk olarak birim kök testlerinde kullanılmaya başlanan Fourier yaklaşımı ile elde edilen güçlü sonuçlar bu yaklaşımın eşbütünleşme testlerinde de kullanımının önünü açmıştır. Bu çalışmada amaçlanan, kırılmaların kademeli olarak Fourier yaklaşımı ve doğrusal olmayan yapının üstel yumuşak geçişli otoregresif (ESTAR) model ile modellendiği bir eşbütünleşme testi önermektir. Bu test literatürde kırılmaların Fourier yaklaşımı ve doğrusal olmayan yapının STAR modeli ile modellendiği ilk eşbütünleşme testi olma özelliği taşımaktadır. Deterministik bileşen içinde açıklanan Fourier fonksiyonunda, frekanslar diğer çalışmalardan farklı olarak tam sayı değerleri yanında ondalık sayı olarak da dikkate alınmakta ve simülasyon sonuçları farklı gözlem büyüklüklerine göre sunulmaktadır. Doğrusal olmayan birim kök ve eşbütünleşme testlerinde karşılaşılabilen, yalnızca alternatif hipotez altında tanımlanan gürültü parametresinin

yarattığı tanımlama probleminin üstesinden gelmek amacıyla Taylor açılımı yerine grid araştırma yönteminin kullanımı önerilmektedir.

Çalışmanın ilk bölümünde, doğrusal olmayan zaman serisi modelleri başlığı altında doğrusal ve doğrusal olmayan zaman serisi ayrımı, doğrusal olmama kavramı, ortalamada doğrusal olmayan zaman serisi modelleri ve ilgili doğrusallık testleri anlatılmaktadır. Çalışmanın ikinci bölümünde, birim kök süreci ve Fourier yaklaşımı başlığı altında öncelikle birim kök literatürü öncü çalışmalar ile değerlendirilip ardından Fourier yaklaşımı ve birim kök testlerinde kullanımı ilgili teorik literatür dikkate alınarak açıklanmaktadır. Üçüncü bölümde, eşbütünleşme testleri başlığı altında eşbütünleşme teorisinin ortaya çıkışı anlatılıp, doğrusal olmayan eşbütünleşme testlerinin teorik literatür değerlendirmesi yapılmaktadır. İlk üç bölümde son bölüme motivasyon oluşturulup, ilk çıkış çalışmaları ile literatür açıklandıktan sonra son bölüm olan dördüncü bölümde, kademeli kırılmalı eşbütünleşme testi önerisi ve Monte Carlo simülasyon sonuçları sunulmaktadır. Ek olarak, testin adımlarını göstermek adına “Türkiye’de küreselleşme ve hava taşımacılığı arasında eşbütünleşme ilişkisi var mı?” sorusu üzerinden bir uygulama örneği sunulmaktadır.

## BİRİNCİ BÖLÜM

### DOĞRUSAL OLMAYAN ZAMAN SERİSİ MODELLERİ

Tez çalışmasının ilk bölümünde, tezin ilerleyen bölümlerine alt yapı oluşturması amacıyla doğrusal olmayan zaman serisi modellerine yer verilmektedir. Bu amaç doğrultusunda ilk olarak, “Neden doğrusal ve doğrusal olmayan zaman serisi ayrımı yapılıyor?” sorusuna cevap aranması amacı ile kısa bir giriş yapılmaktadır. Ardından doğrusal olmama kavramı açıklanarak, ortalamada doğrusal olmayan modeller ayrı bir başlık altında incelenmektedir. Son olarak da serilerin doğrusal olup olmadığına karar verilirken yararlanılabilecek doğrusallık testleri anlatılmaktadır.

#### 1.1. Neden Doğrusal ve Doğrusal Olmayan Zaman Serisi Ayrımı Yapılıyor?

Zaman serisi analizinin tarihsel gelişimi incelendiğinde çalışmaların çoğunlukla doğrusal yapıyı açıklamak üzere yapıldığı görülmektedir. Hatta 1980’li yıllara kadar doğrusal olmayan zaman serileri analizinin konu alındığı kaynak kitaplara çok rastlanılmamaktadır. Doğrusal olmayan zaman serileri 1977 yılında Kraliyet İstatistik Kurumu Olağan Toplantısı’nda (Ordinary Meeting of the Royal Statistical Society) döngüsel seriler üzerinden tartışılmaya başlanmıştır (Tong, 2007: 1). Devamında teknolojinin gelişimi ile birlikte geniş bir kullanım alanı bulan ekonometrik yaklaşımlar, son yirmi-yirmi beş yıllık süreçte hızlı bir ilerleme göstermiştir. Ekonomik problemler, ekonometrik yöntemlerle incelenip, bu problemlere çözümler aranırken, ağır matematiksel işlemlerin yer aldığı gelişmiş yöntemlere ihtiyaç duyulabilmektedir. Yaşanan teknolojik gelişmelerin beraberinde bilgisayar, programlama ve kodlamada da ilerlemeyi getirmesi gelişmiş yöntemlere duyulan ihtiyacın karşılanmasını sağlamaktadır. Yaşanan bu gelişmeler, parametre tahminlerinin, testlerin ve yorumlamaların daha kolay olması sebebiyle ekonometri literatüründe geniş bir kullanım alanı bulan doğrusal zaman serilerine alternatif yöntemler üretilmesini kolaylaştırmıştır.

Zaman serileri çalışmalarında ilgili dönemler için incelenen seriler her zaman doğrusal özellik göstermemektedir. Seriler doğrusal olmayan yapıda iken doğrusal

olduğu varsayıp analizlere devam edilmesi serilerin stokastik, yani durağanlık, özelliklerinin tanımlanmasında yanılsamaya yol açabilecek ve dolayısıyla bir seri durağan değil iken durağan olduğu varsayıldığında sonuçlar yanıltıcı olacaktır (Harvey vd, 2008: 1). Bununla birlikte, ikinci bölümün konusu olan birim kök testlerinde değinileceği gibi, bir zaman serisinin yapısında kalıcı değişikliklere yol açan yapısal kırılmalar modellenirken ele alınan testlerde çoğunlukla kırılma tarihi, sayısı ve şekli hakkında önsel bilginin var oluşu üzerinden hareket edilmektedir. Ayrıca doğrusal zaman serileri analizinde ilk olarak ortaya atılan modeller ve testlerde yapısal kırılmaların ani olduğu varsayılmakta ve bu durum, özellikle doğrusal olmayan zaman serilerinde yumuşak geçişli modellerin geliştirilmesi ile tartışma konusu olmuştur. Bu noktada doğrusal olmayan zaman serileri analizi hem incelenen serilerin göstermiş olduğu doğrusal olmayan yapıdan dolayı hem de doğrusal zaman serileri analizinde kullanılan yöntemlere alternatif bir yaklaşım olarak literatürde yer almaya başlamıştır.

## **1.2. Doğrusal Olmama Kavramı**

Bir serinin doğrusallık durumu parametreye ve değişkene göre iki farklı şekilde incelenmektedir. Modelde yer alan parametrelerin doğrusal yapıda olmaması durumu parametreye göre doğrusal olmama olarak açıklanıyorken, değişkenlerin doğrusal yapıda olmaması da değişkenlere göre doğrusal olmama olarak tanımlanmaktadır. Modelin hem parametrelere hem de değişkenlere göre doğrusal olmaması da söz konusu olabilir. Doğrusal olmayan modelleri gerçekte doğrusal olan ve gerçekte doğrusal olmayan modeller başlıkları altında iki gruba ayırmak mümkündür. Fonksiyonel şekli doğrusal olmayıp, çeşitli dönüşümler ile doğrusal hale getirilebilen modeller gerçekte doğrusal olan; hangi dönüşüm yapılırsa yapılsın modelin yapısı doğrusal hale getirilemeyen modeller gerçekte doğrusal olmayan modellerdir. Bir model gerçekte doğrusal ise klasik yöntemler ile tahminler gerçekleştirilebilir. Gerçekte doğrusal olmama söz konusu ise klasik yöntemler yerine iteratif yöntemlerin kullanılması hatalı sonuçlar elde edilmemesi açısından önemlidir (Gujarati, 2004: 568-569).

Stokastik zaman serileri aşağıdaki formda yazıldığında doğrusal olarak adlandırılmaktadır (Tsay ve Chen, 2019: 3):

$$z_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \Psi_i \alpha_{t-i} \quad (1.1)$$

$\mu$ : Sabit

$\Psi_i$ :  $\Psi_0=1$  olan reel sayılar

$\alpha_t$ : Bağımsız ve eş dağılımlı (iid) tesadüfi değişkenlerin dizisini ifade etmektedir.

Matematiksel olarak,

$$z_t = f(\alpha_t, \alpha_{t-1} \dots) \quad (1.2)$$

şeklinde gösterilen stokastik zaman serisi modelinde,  $f(\cdot)$ 'nin fonksiyonel formunun doğrusal olmaması durumunda, model doğrusal olmayan bir model olarak nitelendirilmektedir. Benzer şekilde  $f(\cdot)$ 'nin formunun doğrusal olması halinde model doğrusal olarak tanımlanmaktadır (Tsay, 2002: 126).

$F_{t-1}$ ,  $\{z_{t-1}, z_{t-2}, \dots\}$  ve  $\{\alpha_{t-1}, \alpha_{t-2}, \dots\}$ 'deki elementlerin doğrusal bileşenlerinin toplamını gösterirse  $z_t$ 'nin koşullu ortalama ve varyansı şu şekilde ifade edilir:

$$\mu_t = E(z_t | F_{t-1}) \equiv g(F_{t-1}) \quad (1.3)$$

$$\sigma_t^2 = Var(z_t | F_{t-1}) \equiv h(F_{t-1}) \quad (1.4)$$

Burada  $g(\cdot)$  ve  $h(\cdot)$  tam belirlenmiş fonksiyonlardır ve  $h(\cdot) > 0$ 'dır. Modeli aşağıdaki formda yeniden yazmak mümkündür:

$$z_t = g(F_{t-1}) + \sqrt{h(F_{t-1})} \epsilon_t \quad (1.5)$$

Yazılan formda  $\epsilon_t = \alpha_t / \sigma_t$  standartlaştırılmış şoktur ve  $g(\cdot)$  doğrusal olmayan formda ise  $z_t$ 'nin ortalamada doğrusal olmaması;  $h(\cdot)$  doğrusal olmayan formda ise  $z_t$ 'nin varyansta doğrusal olmaması durumu söz konusudur (Tsay, 2002:127).

### 1.3. Doğrusal Olmayan Zaman Serisi Modelleri

#### 1.3.1. Ortalamada Doğrusal Olmayan Modeller

Doğrusal olmayan zaman serisi modellerini varyansta ve ortalama da doğrusal olmayan modeller olarak iki başlık altında toplamak mümkündür. Bu çalışmanın konusu ortalama da doğrusal olmayan modeller üzerine oluşturulduğundan burada varyansta doğrusal olmayan modeller üzerinde durulmayacaktır. Ortalamada doğrusal olmayan modelleri Doğrusal Olmayan AR, Bilinear, Rejim Değişim Modelleri olmak üzere 3 ana başlık altında toplamak mümkündür. Rejim değişim modelleri ise Kendinden Uyarımlı Eşik Değerli Otoregresif (SETAR) modeli, Yumuşak Geçişli Otoregresif (STAR) modeli, Momentum Eşik Değerli Otoregresif (MTAR) modeli ve Markov Rejim Değişim Modeli olmak üzere 4 alt başlık altında değerlendirilmektedir.

##### 1.3.1.1. Doğrusal Olmayan AR Modeli

Birinci dereceden doğrusal olmayan otoregresif model (NLAR),

$$z_t = f(z_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (1.6)$$

şeklinde yazılabilir ve k gecikme uzunluğu olmak üzere k. dereceden NLAR otoregresif model şu şekilde ifade edilir:

$$z_t = f(z_{t-1}, z_{t-2}, z_{t-3}, z_{t-4}, \dots, z_{t-p}) + \varepsilon_t \quad (1.7)$$

Burada  $f(\cdot)$ 'in fonksiyonel formu bilinmediğinden tahminin yapılması zordur. Bu nedenle tahmin sürecinde bilinmeyen fonksiyonun Taylor serileri yaklaşımı kullanılabilmektedir. İkinci dereceden doğrusal olmayan otoregresif model  $z_t = f(z_{t-1}, z_{t-2}) + \varepsilon_t$  için Taylor serisi yaklaşımı kullanıldığında model aşağıdaki şekilde yazılır:

$$\begin{aligned} z_t = & \gamma_0 + \gamma_1 z_{t-1} + \gamma_2 z_{t-2} + \gamma_{12} z_{t-1} z_{t-2} + \gamma_{11} z_{t-1}^2 + \gamma_{22} z_{t-2}^2 + \gamma_{112} z_{t-1}^2 z_{t-2} \\ & + \gamma_{122} z_{t-1} z_{t-2}^2 + \gamma_{111} z_{t-1}^3 + \gamma_{222} z_{t-2}^3 + \varepsilon_t \end{aligned} \quad (1.8)$$

Daha genel bir ifade ile model şu şekilde yazılır:

$$z_t = \gamma_0 + \sum_{i=1}^p \gamma_i z_{t-i} + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^r \sum_{l=1}^s \gamma_{i,j,k,l} z_{t-i}^k z_{t-j}^l + \varepsilon_t \quad (1.9)$$

Modelde  $r$  ve  $s$  birden büyük ya da bire eşit tam sayıdır ve toplamalarının en fazla dört olması önerilmektedir (Enders, 2014: 411).

### 1.3.1.2. Bilinear Modeli

Bilinear modeli basit formda yazıldığında,

$$z_t = \beta_0 + \beta_1 z_{t-1} + \alpha_1 \varepsilon_{t-1} + c_1 \varepsilon_{t-1} z_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1.10)$$

elde edilir. Modelde “ $\varepsilon_{t-1} z_{t-1}$ ” bulunması, doğrusal olmamayı ifade etmektedir ve bu model Otoregresif Hareketli Ortalama (ARMA) modelinin genelleştirilmiş hali olarak tanımlanmaktadır. Bilinear modeli genel formda,  $BL(p, q, r, s)$ , şu şekilde ifade edilir:

$$z_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^p \beta_i z_{t-i} + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i} + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s c_{ij} z_{t-i} \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t \quad (1.11)$$

Yazılan genel formda  $p$ , otoregresif parametre;  $q$  hareketli ortalama derecesini;  $r$  ve  $s$ , her ikisinin bir arada olduğu terimleri ifade etmektedir. Ayrıca  $c_{ij} = 0$  olması halinde standart ARMA modeli elde edilecektir. Modelde  $\varepsilon_{t-i} z_{t-j}$  teriminin yer alması denklem çözümlenirken en çok benzerlik yönteminin kullanılmasını gerekli kılmaktadır (Enders, 2014: 412).

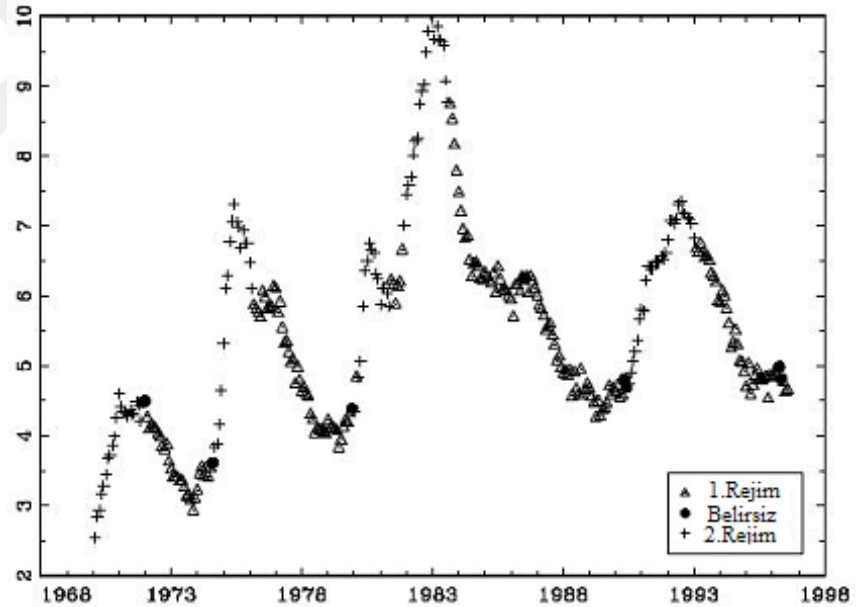
### 1.3.1.3. Rejim Değişim Modelleri

Savaş, politika değişiklikleri, ekonomik kriz, kuraklık gibi etkenler bir zaman serisinin yapısında değişime yol açabilmekte ve bu durum yapısal kırılma olarak tanımlanmaktadır (Gujarati, 2004: 273). Rejim ise bir zaman serisinin davranışında meydana gelen değişimdir ve yapısal kırılmadan farklı olarak bir seride yarattığı değişim tüm zaman içinde yalnızca bir defa değil, farklı aralıklarda oluşmaktadır. Ekonominin daralma ve canlanma dönemlerinde meydana gelen değişimler de rejim kavramı ile açıklanmaktadır. Bir zaman serisi ile ekonometrik modeller kurulurken doğrusal modeller, zaman serilerinde tek bir değişimin, rejimin, olduğunu varsaydığından seride farklı değişimlerin gözlemlenmesi durumunda doğrusal olmayan modellerin kullanılması uygun olmaktadır (González-Rivera ve Lee, 2009:13). Ekonomik teori kapsamında ortaya atılan hipotezlerin testinde doğrusal

modellerin kullanımı doğru çıkarımlar yapmada yeterli olmayabilir. Bu doğrultuda her ne kadar rejimlerde farklı yapıdaki değişim türlerini içeren modellerin açıklanmasında önerilen bir teori olmasa da rejim değişim modellerinin kullanımı yaygınlaşmaya başlamıştır (Kapetanios vd., 2006: 279).

Hansen (1997) makalesi temel alınarak iki rejime örnek olması açısından aşağıdaki şekil oluşturulmuştur. Şekil 1.1’de gözlemler itibari ile farklılaşan rejimler söz konusudur. Orijinal makalede yatay eksen rejim sıralamasını, dikey eksen ABD işsizlik oranlarını göstermektedir. Şekil incelendiğinde “Δ”ve “+” iki farklı rejimi temsil etmektedir ve farklı bir şeklin görsele dahil edilmesi durumunda seri üç rejime sahip olacaktır.

**Şekil 1.1 : Rejim Sınıflandırması**



**Kaynak:** Hansen (1997)

Rejim değişim modellerinin açıklamasına geçilmeden önce eşik değer yaklaşımına değinmek uygun olacaktır. Günümüzde eşik değer yaklaşımı ya da fikrinin kullanımı uygulamada fazlasıyla yer bulmuş, ekoloji, ekonometri, ekonomi, finans, aktüeryal bilim, hidroloji gibi alanlarda birçok farklı problemlerin çözümünde kullanılmaya başlanmıştır (Tong, 2007: 13). İlk defa 1980 yılında “Threshold Autoregression, Limit Cycles and Cyclical Data” başlıklı çalışmanın “Research Section of the Society”de okunması ile kapsamlı olarak açıklansa da yaklaşımın ön

bilgileri 1978 yılında Tong'un "On a Threshold Model in Pattern Recognition and Signal Processing" çalışmasında verilmiştir (Tong, 2011: 107). Tong ve Lim (1980)'de, eşik değer yaklaşımının mantığı olan, parçalı olarak doğrusallaştırma fikrine dayanan, doğrusal olmayan modeller açıklanmaktadır. Tong ve Lim (1980)'den sonra eşik değerli otoregresif (TAR) model kavramı, Tong (1990) kitabında genişletilmiştir. Bu modeller, doğrusal zaman serisi ile yakalanamayan sıçrama hareketleri gibi özellikleri modelde dikkate alabilmektedir. Ayrıca asimetrik ve periyodik davranışlar gösteren seriler için de uygundur (Tsay, 1989: 231).

Farklı sayıda rejimlere izin veren TAR ( $k; p; d$ ) modelinde  $k$ , rejim sayısı;  $p$ , AR gecikme uzunluğu ve  $d$ , gecikme parametresi olarak da bilinen eşik değer gecikmesidir. Bu genel tanımdan hareketle TAR (2; 1; 1) aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$z_t = \begin{cases} \phi_{0,1} + \phi_{1,1}z_{t-1} + \varepsilon_t & s_{t-1} \leq c \text{ ise} \\ \phi_{0,2} + \phi_{1,2}z_{t-1} + \varepsilon_t & s_{t-1} > c \text{ ise} \end{cases} \quad (1.12)$$

TAR modellerinde eşik değişkeni,  $s_{t-1}$ , model dışından seçilmektedir. Burada  $c$ , eşik değeri göstermekte iken gecikme sayısı  $d = 1$  dikkate alınmıştır (Tsay, 1989: 232).

TAR modellerinde her ne kadar  $n$  sayıda rejim tanımlanabilir görünse de ekonomik zaman serileri genellikle iki ya da en fazla üç rejimden oluşmaktadır (Gonzalez-Rivera ve Lee, 2009: 13). Bu da seriler için bir ya da iki eşik değeri belirleneceği anlamına gelmektedir.

#### 1.3.1.3.1. Kendinden Uyarımlı Eşik Değerli Otoregresif (SETAR) Model

TAR modelinin özel bir biçimi olan SETAR modellerde rejimler arası geçişi sağlayan eşik değeri,  $z_t$  bağımlı değişkeninin geçmiş devre değerleri arasından seçilmektedir. Bu eşik değeri modeli doğrusal olmayan forma getirmektedir. İki rejimli SETAR modeli aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$z_t = \begin{cases} \phi_{0,1} + \phi_{1,1}z_{t-1} + \varepsilon_t & z_{t-1} \leq c \text{ ise} \\ \phi_{0,2} + \phi_{1,2}z_{t-1} + \varepsilon_t & z_{t-1} > c \text{ ise} \end{cases} \quad (1.13)$$

Modelde  $c$  eşik değeri göstermek üzere hata terimi  $\varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2)$  özelliği taşımaktadır ve  $d=1$  olarak alınmıştır.  $I$  gösterge fonksiyonu iken iki rejimli model şu şekilde yazılır:

$$z_t = (\phi_{0,1} + \phi_{1,1}z_{t-1})(1 - I[z_{t-1} > c]) + (\phi_{0,2} + \phi_{1,2}z_{t-1} + \varepsilon_t)(I[z_{t-1} > c]) + \varepsilon_t \quad (1.14)$$

SETAR modelin tahmininde Tsay (1989), Chan (1993) ve Hansen (1997) yaklaşımlarının kullanıldığı görülmektedir. Uygulamada Hansen (1997)'nin sıklıkla kullanıldığı söylenilebilir.

Tsay (1989) yaklaşımının kullanılması durumunda izlenecek adımlar şu şekilde sıralanabilir (Tsay, 1989: 236):

Adım 1: AR sürecinde  $p$  gecikme uzunluğu ve eşik değeri gecikmeleri belirlenir. AR gecikme uzunluğu seçilirken kısmi otokorelasyon fonksiyonu (PACF) ya da bilgi kriterlerinden yararlanılabilir ancak bilgi kriterlerinin kullanımı süreç doğrusal olmadığında yanıltıcı olabilmektedir.

Adım 2: Eşik değeri doğrusal olmama testi,  $p$  gecikme uzunluğu ile belirlenen AR süreci ve her bir eşik değeri için uygulanır ve doğrusal olmama durumu ile karşılaşıldığında eşik değeri parametresi  $d$  seçilir. Seçilen  $d$  ve  $p$  ile eşik değeri düzenlenir. Düzenleme için Tsay (1989) çalışmasında serpilme diyagramı önerilmektedir.

Adım 3: İhtiyaç halinde doğrusal otoregresif tekniklerle AR gecikmesi ve eşik değeri için yeniden düzenleme yapılır.

Genel olarak bakıldığında oluşturulan herhangi bir TAR modelinden elde edilen artık kareleri toplamının, eşik değeri bir fonksiyonu olduğu görüşüne dayanan Chan (1993) tahmin yöntemi için aşağıdaki adımlar izlenmektedir (Enders, 2014: 428):

Adım 1: Eşik değerin arandığı değişken ( $z_{t-d}$ ) küçükten büyüğe sıralanır. Burada  $T$  gözlemlili bir seride  $z^i$  için,  $z^1$ , alınacak en küçük değeri;  $z^T$  de en büyük değeri temsil etmektedir.

Adım 2: Tüm olası eşik değerler,  $z^i$ , için En Küçük Kareler (EKK) yöntemi ile SETAR modeli tahmin edilir ve tahmin edilen her modelin artık terimlerinin kareleri toplamı kaydedilir. Tahmin yapılırken önemli bir nokta da seçimin olası eşik değerlerin ortasından, %70'lik kısmından, yapılıyor olmasıdır. Bu sebeple, baştan ve sondan %15'lik gözlemler uç değerlerin etkisinden korunmak amacıyla atılmaktadır.

Adım 3: Her bir model için kaydedilen artık terimlerinin kareleri toplamı grafiği çizilerek en küçük değeri veren nokta eşik değer olarak seçilmektedir. Seçilen eşik değer ile model tahmini yapılarak uygun modelin tahminine ulaşılmış olmaktadır.

Bootstrap yönteminin kullanıldığı Hansen (1997) yönteminde önceki yöntemlere eleştiri getirilmiştir. Bu eleştirilerden ilki testlerin dağılımları ile ilgilidir. Geleneksel testlerle doğrusal otoregresif modelin TAR alternatif modeline karşı testinde standart olmayan dağılım söz konusudur ve eşik değer parametresi temel hipotez altında tanımlanmamaktadır. İkinci eleştiri ise TAR modeli ile ilişkili olarak eşik değerin tahmininde karşılaşılan örnekleme problemidir.

İki rejimli SETAR modeli üzerinden  $\theta = (\alpha' \beta')'$  ve  $e_t \sim iid(0, \sigma^2)$  iken,

$$z_t = x_t(\gamma)' \theta + e_t \quad (1.15)$$

denklemini yazılır. Belirlenen eşik değeri  $\gamma$  ile  $\theta$ 'nın EKK tahmini aşağıdaki şekilde yapılır:

$$\hat{\theta}(\gamma) = (\sum_{t=1}^n x_t(\gamma) x_t(\gamma)')^{-1} \cdot (\sum_{t=1}^n x_t(\gamma) z_t) \quad (1.16)$$

Artıklar ve artıkların varyansı şu şekilde gösterilir:

$$\hat{e}_t(\gamma) = z_t - x_t(\gamma)' \hat{\theta}(\gamma) \quad (1.17)$$

$$\hat{\sigma}_n^2(\gamma) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \hat{e}_t(\gamma)^2 \quad (1.18)$$

Eşik değeri parametresi  $\gamma$ 'nın EKK tahmin değeri artıkların varyansını minimize etmekte ve bu durum aşağıdaki şekilde gösterilmektedir:

$$\hat{\gamma} = \operatorname{argmin} \hat{\sigma}_n^2(\gamma) \quad \gamma \in \Gamma \quad (1.19)$$

Minimum varyansa sahip olan eşik değeri ideal eşik değeri kabul edilir (Hansen, 1997: 3). Bununla birlikte,  $\hat{\gamma} = \operatorname{argmin} \hat{\sigma}_n^2(\gamma)$  eşitliğinde yaşanan minimizasyon probleminden dolayı  $q_{t-1} \in \Gamma$  tanımlanırken  $\gamma = q_{t-1}$  alınarak  $\theta$ 'nın tahmini yeniden yapılır. Minimum varyansa sahip olan değeri eşik değeri olarak seçilir ve aşağıdaki şekilde gösterilir:

$$\hat{\gamma} = \operatorname{argmin} \hat{\sigma}_n^2(q_{t-1}) \quad \gamma \in \Gamma \quad (1.20)$$

$\Gamma$ 'da tanımlanan eşik değeri için modelde tanımlama problemi oluşmaması adına eşik değeri seçilirken eşik değeri değişkeninin başından ve sonundan %15 gözlem atılarak,  $\Gamma$  kalan %70'lik kısım ile oluşturulmaktadır (Hansen, 1997:10).

#### 1.3.1.3.2. Yumuşak Geçişli Eşik Değerli Otoregresif (STAR) Model

İlk olarak Chan ve Tong (1986) tarafından tanıtılan ve Terasvirta (1994) tarafından geliştirilen STAR modellerde rejimler arası geçiş bir geçiş fonksiyonu aracılığıyla yumuşak olmakta ve modeller bu doğrultuda oluşturulmaktadır. Bu özelliği ile geçiş fonksiyonu yerine eşik değeri kullanıldığı ve rejimler arası geçişin ani olduğu SETAR tipi modellerden ayrılmaktadır ve geçiş fonksiyonunda tanımlanan dağılımlar ekonomide yaşanan farklı yapıdaki değişimleri açıklamada daha uygun olmaktadır (Terasvirta ve Anderson, 1992:121). Bunun yanında, TAR ve STAR modeller ekonomik teoriden örnek vererek açıklandığında TAR modellerinde geçiş maliyeti eşiği tüm ekonomik ajanlar için homojen iken STAR modellerde maliyetin heterojen yapıya sahip olduğu görülmektedir (Anderson, 1997: 466).

İki rejimli STAR modeli genel olarak aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$z_t = \left( \phi_{0,1} + \phi_{1,1}z_{t-1} + \dots + \phi_{p,1}z_{t-p} \right) (1 - G(s_t; \gamma; c)) \quad (1.21)$$

$$+ \left( \phi_{0,2} + \phi_{1,2}z_{t-1} + \dots + \phi_{p,2}z_{t-p} \right) (G(s_t; \gamma; c)) + \varepsilon_t$$

ya da

$$z_t = \phi_1' x_t (1 - G(s_t; \gamma; c)) + \phi_2' x_t G(s_t; \gamma; c) + \varepsilon_t \quad (1.22)$$

yazılabilir. Burada  $x_t = (1, \tilde{x}_t')'$ ,  $\tilde{x} = (z_{t-1}, \dots, z_{t-p})'$  ve  $\phi_i = (\phi_{i,0}, \phi_{i,1}, \dots, \phi_{i,p})'$ ,  $i = 0,1$ . Geçiş fonksiyonu  $G(s_t; \gamma; c)$ , 0 ve 1 arasında değerler alan sürekli bir fonksiyondur. Geçiş değişkeni olan  $s_t$  gecikmeli içsel değişkendir ve  $d > 0$  kesin tam sayı değeri için  $z_{t-d}$ 'ye eşittir. Burada  $d \geq 1$ , gecikme parametresi,  $c$  eşik değer ve  $\gamma > 0$  bir rejimden diğerine geçişi sağlayan düzgünleştirme parametresidir. Eğim parametresi olarak da tanımlanmaktadır. Modelde  $G(z_{t-d}; \gamma; c)$  fonksiyonu ile bir rejimden diğerine geçiş yumuşak olmaktadır.  $G(z_{t-d}; \gamma; c)$  fonksiyonu, 0-1 arasında değerler aldığı gibi iki rejime izin veren  $G(z_{t-d}; \gamma; c) = 0$  ve  $G(z_{t-d}; \gamma; c) = 1$  olduğu durumlar da vardır. Bu durum bir rejimden diğerine geçişin yumuşak olduğu modelde geçiş fonksiyonunun aşırı değerleri ile ilişkilidir (Dijk vd, 2002: 2; De Gooijer, 2017: 651).

Geçiş fonksiyonu olarak lojistik ve üstel dağılım kullanılabilmektedir. Geçiş fonksiyonunda lojistik dağılımın kullanıldığı modele lojistik dağılımlı yumuşak geçişli otoregresif model (LSTAR) denilmektedir. Geçiş fonksiyonu şu şekilde tanımlanır:

$$G(z_{t-d}; \gamma; c) = \left( \frac{1}{1 + e^{-\gamma(z_{t-d} - c)}} \right) \quad \gamma > 0 \quad (1.23)$$

Tanımlanan geçiş fonksiyonunda geçiş değişkeni,  $z_{t-d}$ , eşik değer  $c$ 'ye eşit olduğunda geçiş fonksiyonu  $1/2$ ' ye eşit olmaktadır. Geçiş değişkeni, eşik değerden çok daha küçük olduğunda geçiş fonksiyonu 0 değerine yaklaşırken, tersi durumda fonksiyon 1 değerine yaklaşacaktır.

LSTAR modeli  $p = 1$  ve  $d = 1$  için aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$z_t = (\phi_{0,1} + \phi_{1,1}z_{t-1}) \left( 1 - \left( \frac{1}{1 + e^{-\gamma(z_{t-1} - c)}} \right) \right) + (\phi_{0,2} + \phi_{1,2}z_{t-1}) \left( \frac{1}{1 + e^{-\gamma(z_{t-1} - c)}} \right) + \varepsilon_t \quad (1.24)$$

Geçiş fonksiyonunda üstel fonksiyonun kullanıldığı model, üstel dağılımlı yumuşak geçişli otoregresif model (ESTAR) olarak açıklanmaktadır. Bu durumda geçiş fonksiyonu,

$$G(z_{t-d}; \gamma; c) = 1 - e^{-\gamma(z_{t-d} - c)^2} \quad \gamma > 0 \quad (1.25)$$

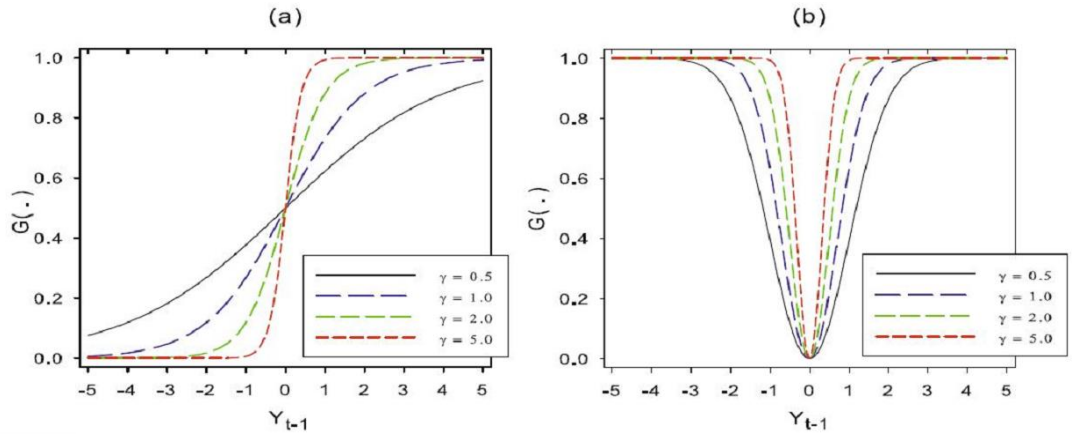
olarak ifade edilir. Geçiş değişkeni  $z_{t-d}$ , sonsuza yaklaşırken geçiş fonksiyonu da 1 değerine yaklaşmaktadır ve  $s_t = c$  olması halinde geçiş fonksiyonu 0'a eşittir. Düzgünleştirme parametresi  $\gamma$ 'nın 0 ya da  $\infty$ 'a yaklaşması durumunda da üstel fonksiyon sırasıyla 0 ve 1 değerleri gibi sabit bir değere eşit olmaktadır ve bu da rejimler arası geçişin sert olmasına yol açmaktadır. Her iki durumda da model doğrusal hale gelmektedir (Dijk vd, 2002: 4). Üstel geçiş fonksiyonunda  $c = 0$  ve  $d = 1$  olması halinde ESTAR süreci üstel otoregresif modeliyle özdeş olmaktadır.

ESTAR modeli  $p = 1$  ve  $d = 1$  için şu şekilde ifade edilir:

$$z_t = \left( \phi_{0,1} + \phi_{1,1} z_{t-1} \right) \left( 1 - \left( 1 - e^{[-\gamma(z_{t-1}-c)^2]} \right) \right) + \left( \phi_{0,2} + \phi_{1,2} z_{t-1} \right) \left( \left( 1 - e^{[-\gamma(z_{t-1}-c)^2]} \right) \right) + \varepsilon_t \quad (1.26)$$

Lojistik (a) ve üstel (b) geçiş fonksiyonunda  $\gamma$  ve  $z_{t-d}$ , şekilde  $Y_{t-d}$ , arasındaki ilişkiyi açıklamak amacıyla Şekil 1.2 oluşturulmuştur (De Gooijer, 2017: 52). Şekilde  $c = 0$  ve  $d = 1$  kabul edilmektedir.

**Şekil 1.2 : Lojistik ve Üstel Geçiş Fonksiyonunda Düzgünleştirme Parametresinin Farklı Değerlerinin Etkisi**



**Kaynak:** De Gooijer (2017)

Terasvirta ve Anderson (1992) çalışmalarında LSTAR modelinde ekonominin daralma ve genişleme dönemlerinin farklı dinamiklere sahip olduğunu ve bu dinamiklerdeki geçişin yumuşak olduğuna değinmektedir. LSTAR modeli asimetric gerçekleştirmeler, serinin ortalamadan uzaklaşıp tekrar ortalamaya dönüşünde gözlenen

yapı, durumunda da uygun bir yapıya sahiptir. ESTAR modelinde ise ekonominin daralma ve genişleme dönemleri oldukça benzer yapıdadır ve yalnızca rejimler arası geçiş dinamikleri farklılaşmaktadır. LSTAR'ın aksine ESTAR'da,  $\gamma \rightarrow \infty$  iken geçiş fonksiyonu 1 ya da  $\gamma \rightarrow 0$  iken geçiş fonksiyonu 0 değerini aldığından ortalamaya dönüş simetrik olmaktadır. Bu noktadan hareketle LSTAR ve ESTAR modellerinin farklı ekonomik yapıların açıklanmasında kullanılması STAR modellerin literatürde önemli bir yer alacağına sinyalini vermektedir (Terasvirta ve Anderson, 1992: 121).

STAR modelinin tahmin aşamaları (Terasvirta, 1994: 210-213):

Adım 1: Doğrusal AR modeli tanımlanır. Gecikme uzunluğu için genellikle Akaike bilgi kriteri (AIC) ya da Schwarz bilgi kriteri (SBIC) önerilmektedir ancak özellikle SBIC kullanıldığında artıklar arasındaki otokorelasyonun Ljung ve Box (1978) gibi uygun bir test ile sınanması gerekmektedir. Aksi halde göz ardı edilen otokorelasyon doğrusallık hipotezinin reddedilmesine yol açabilir.

Adım 2: Tsay (1989) çalışmasında da değinildiği gibi öncelikle AR süreci için gecikme uzunluğu belirlenmekte ve ardından doğrusallığın testinde farklı  $d$  değerleri denenerek en küçük olasılık değerini veren değere göre gecikme parametresi  $d$  belirlenir.

Adım 3: LSTAR ya da ESTAR modelleri arasında tercih yapılır. Modeller arasında tercih yapılırken yuvalanmış hipotezlerden yararlanıldığından F testi kullanılmakta ve bunun için üç farklı hipotez oluşturulmaktadır. Her iki model tahmin edilip, tahmin sonrası bilgi kriterleri kullanılarak değerlendirme yapılabilmektedir.

#### **1.3.1.3.3. Momentum Eşik Değerli Otoregresif (MTAR) Model**

MTAR modeli ilk kez Enders ve Granger (1998)'in "Unit-Root Tests and Asymmetric Adjustment with an Example Using the Term Structure of Interest Rates" çalışmasında öne sürülmüş ve Enders (2001)'in "Improved Critical Values for the Enders-Granger unit root test" adlı çalışma ile de geliştirilmiştir.

Enders ve Granger (1998)'in dikkate aldığı TAR modeli şu şekilde yazılır:

$$\Delta z_t = I_t \rho_1 (z_{t-1} - \tau) + (1 - I_t) \rho_2 (z_{t-1} - \tau) + \varepsilon_t \quad (1.27)$$

Tanımlanan TAR modelinin  $I_t$  gösterge fonksiyonu ile birleşiminden MTAR modeli oluşur.

$$I_t = \begin{cases} 1 & \text{eğer } \Delta z_{t-1} \geq \tau \\ 0 & \text{eğer } \Delta z_{t-1} < \tau \end{cases} \quad (1.28)$$

Burada eşik değeri  $\tau$ ,  $\rho_1$  ve  $\rho_2$ 'nin değerleri ile birlikte hesaplanmaktadır ancak uygulamada genellikle  $\tau$  'nın 0 olduğu varsayılmaktadır (Enders, 2001:258). MTAR modelinde diğer modellerden farklı olarak gösterge fonksiyonunda  $z_{t-1}$  yerine  $\Delta z_{t-1}$  yer almaktadır.  $|\rho_1| < |\rho_2|$  olması halinde MTAR modeli, pozitif  $\Delta z_{t-1}$  için küçük azalma; negatif  $\Delta z_{t-1}$  için önemli düşüşler göstermektedir. Serideki keskin asimetrik hareketler MTAR modeli aracılığıyla yakalanabilmektedir (Enders ve Granger, 1998: 306).

#### 1.3.1.3.4. Markov Rejim Değişim Modeli

Markov rejim değişim modelleri ekonometri literatürüne ilk olarak Goldfeld ve Quandt (1973)'in "A Markov Model for Switching Regressions" adlı çalışma ile kazandırılmıştır. Bu çalışmanın genelleştirilmiş hali olan Hamilton (1989)'un "A New Approach to The Economic Analysis of Nonstationary Time Series and The Business Cycle" adlı çalışma ile de ün kazanmıştır. Markov rejim değişim modelleri farklı rejimlerce değişen parametrelerden oluşmaktadır ve eşik değerli otoregresif modellerin aksine değişim gizli Markov zinciri ile modellenmiş gözlenemeyen durum değişkeni tarafından belirlenmektedir.

Rus matematikçi olan Markov, özellikle yirminci yüzyılda yaptığı çalışmalarla bugün de kullanılmaya devam eden, gelecekteki sonuçların yalnızca şu andaki durumdan etkilendiği, geçmişten bağımsız olan olasılıksal bir süreç geliştirmiştir. Markov zinciri de stokastik sürecin özel bir hali olarak bilinmektedir. Stokastik özelliğe sahip Markov zinciri şu şekilde ifade edilmektedir (Sedefoğlu, 2016: 80):

$$\begin{aligned} P[\theta^{(n+1)} \in A | \theta^{(n)} = x, \theta^{(n-1)} \in A_{n-1}, \dots, \theta^{(0)} \in A_0] \\ = P(\theta^{(n+1)} \in A | \theta^{(n)} = x) \end{aligned} \quad (1.29)$$

Burada olasılıkların  $x$ ,  $A$  ve  $n$ 'e bağlı olduğu söylenebilir. Aksi durum söz konusu olduğunda ise zincir homojen olmaktadır. Stokastik sürecin tüm olası değerlerinin bir araya geldiği küme olan  $S$  durum uzayında  $x \in S$  iken,  $P(x, \dots)$  durum uzayında bir olasılık fonksiyonudur.  $A \subset S$  ise  $x \rightarrow P(x, A)$  olur ve geçiş fonksiyonu olarak tanımlanır.

$z_t$  değişkeninin davranışında meydana gelen değişimi tanımlamak amacıyla AR(1) süreci dikkate alındığında,

$$z_t = c_1 + \Phi z_{t-1} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim i.i.d.N(0, \sigma^2) \quad (1.30)$$

$t = 1, 2, \dots, t_0$  ve  $t_0$  zamanında seri ortalamasında önemli bir değişimin olduğu varsayıldığında model  $t = t_0 + 1, t_0 + 2, \dots$  için şu şekilde yazılabilir:

$$z_t = c_2 + \Phi z_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1.31)$$

Tanımlanan iki modelde,  $c_1$ 'den  $c_2$ 'ye geçiş durumu olasılık kuramı gereği tatmin edici olmadığından, her ne kadar bu geçiş modelin daha iyi tahmin edilmesini sağlasa da, her iki modelin dikkate alındığı daha geniş bir model şu şekilde yazılabilir:

$$z_t = c_{s_t} + \Phi z_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1.32)$$

Modelde  $s_t$  tesadüfi değişkeni,  $t = 1, 2, 3, \dots, t_0$  için  $s_t = 1$ ;  $t = t_0 + 1, t_0 + 2, \dots$  için  $s_t = 2$ 'dir.  $s_t = 1$ ' den  $s_t = 2$ 'ye geçişi sağlayan olasılıksal model iki durumlu Markov zinciri ile yazıldığında aşağıdaki eşitlik elde edilir (Hamilton, 2010: 202-203):

$$P(s_t = j | s_{t-1} = i, s_{t-2} = k, \dots, z_{t-1}, z_{t-2}, \dots) = P(s_t = j | s_{t-1} = i) = p_{ij} \quad (1.33)$$

Markov rejim değişim modellerinin otoregresif sürecin tanımlandığı modeller açısından TAR modellerine oldukça benzediği görülmektedir ancak TAR modellerinde geçiş gözlenilebilen bir değişken ile belirlenebilmekte olup, burada deterministik bir süreçten bahsedilir. Markov rejim değişim modellerinde ise yukarıda da bahsedildiği gibi gözlenemeyen durum değişkeni söz konusudur. Markov modellerinde, TAR modellerinin aksine, rejimdeki değişimler sabit olasılıklara sahiptir. Buna ek olarak, rejim değişimleri ve zamanları kesin olarak bilinmemektedir (Enders, 2014: 447).

STAR modelleri ile Markov değişim modelleri arasındaki ayrımı ortaya koymak amacıyla farklı çalışmalar yapılsa da ayrımı kesin olarak ortaya koymak oldukça zordur. Özellikle Markov rejim değişim modellerinin modeldeki değişkenlere bağlı olarak geçiş olasılıklarına izin veren bir yapıda olması ve rejimlerin, durumların, doğrudan gözlenemiyor olması bu zorluğun sebepleri olarak gösterilebilir (Enders, 2014: 448).

#### 1.4. Doğrusallık Testleri

Zaman serileri analizinde, analize geçilmeden önce serilerin hangi yapıda olduğunun araştırılması kullanılacak model ve testler açısından önem arz etmektedir. Doğrusallık testlerini yardımcı testler ve direkt doğrusal olup olmamayı test eden testler şeklinde iki gruba ayırmak mümkündür. McLeod-Li (1983), Keenan (1985), Tsay (1986), Brock vd. (1987) testleri doğrudan doğrusal olup olmamayı test etmeyip, temel hipotezin reddedilmesi halinde doğrusal olmamadan şüphelenilmesi gerektiği bilgisini vermekte, kesin bir karara ulaşılamamaktadır. Bunun yanında, yardımcı testlerde genellikle incelenen seri ya da serilerin durağan olduğu varsayılır ve bu da düzey haliyle durağan olmayan seriler için hatalı sonuçlara ulaşılmasına neden olabilmektedir. Bu nedenle yardımcı testlerin yanında doğrudan doğrusallığı sınavan testler literatüre kazandırılmıştır. Burada doğrudan doğrusallığı sınavan Harvey ve Leybourne (2007) ve Harvey vd. (2008) testlerine geçilmeden önce SETAR tipi modellere dayanan Hansen (1999) testi kısaca açıklanacaktır.

##### 1.4.1. Hansen (1999) Testi

Hansen (1999), hem SETAR tipi modellerde rejim ya da eşik değer sayısını belirlemek hem de doğrusallığı test etmek amacıyla bir test geliştirmiştir. SETAR ( $m$ ) modeli,  $x_{t-1} = (1z_{t-1}z_{t-2} \dots z_{t-p})'$  iken yeniden yazıldığında,

$$z_{t-1} = \phi'_1 z_{t-1} I_{1t}(\gamma, d) + \dots + \phi'_m z_{t-1} I_{mt}(\gamma, d) + v_t \quad (1.34)$$

elde edilir. Tanımlanan SETAR ( $m$ ) modeli  $m$  rejimden oluşmaktadır ve SETAR ( $m$ ) modelleri sınıflandırması yapıldığında yuvalanmış modeller elde edilmektedir. Bu

durumda  $m = 1$  dikkate alınarak yazılan modelin en kısıtlı model olduğu söylenebilir (Hansen, 1999: 553).

SETAR (1) modeli şu şekilde yazılır:

$$Z_t = \alpha'_1 X_{t-1} + v_t \quad (1.35)$$

Burada doğrusallık temel hipotezi, aynı zamanda birinci rejimin ikinciye tercih edildiğini belirten hipotez,  $m$  rejim sayısı olmak üzere  $m > 1$  için SETAR ( $m$ ) alternatif hipotezine karşı test edilmektedir. SETAR (2) modeli için ikinci rejimin üçüncü rejime tercih edildiği temel hipotezi test edilmek istendiğinde şu model yazılır:

$$Z_t = \alpha'_1 X_{t-1} I_{1t}(\gamma, d) + \alpha'_2 X_{t-1} I_{2t}(\gamma, d) + v_t \quad (1.36)$$

Burada  $m > 2$  için SETAR ( $m$ ) alternatif hipotezine karşı test edilmektedir. Parametreler,

$$\theta = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_m, \gamma, d) \quad (1.37)$$

şeklinde toplanmaktadır.  $E(v_t | \mathcal{F}_{t-1}) = 0$  varsayımı altında SETAR ( $m$ ) modelinin tahmininde EKK yöntemi en uygun yöntem olarak bilinmektedir ve  $\hat{\theta}$  minimizasyon probleminin çözülmesini sağlamaktadır.

$$\hat{\theta} = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} \sum_{t=1}^n (Z_t - \alpha'_1 X_{t-1} I_{1t}(\gamma, d) - \dots - \alpha'_m X_{t-1} I_{mt}(\gamma, d))^2 \quad (1.38)$$

Artıkların kareler toplamı  $S_m = v'_m \hat{v}_m$  EKK tahmininin bir ürünüdür. Hata  $v_t$ 'nin bağımsız, sıfır ortalama ve sabit varyansa sahip olduğu varsayımı ile benzerlik oranı testi aşağıdaki şekilde gösterilir:

$$F_{jk} = n \left( \frac{S_j - S_k}{S_k} \right) \quad (1.39)$$

Benzerlik oranı testi geleneksel  $F$  (ya da Wald) testi olarak da ifade edilebilir. Bu testlerin alternatiflerine kıyasla daha güçlü olduğu bilinmektedir (Hansen, 1999: 553-554). SETAR modeller yuvalanmış olduğundan  $F$  istatistiklerinin kullanılması uygun olmaktadır fakat test istatistiklerinin asimtotik dağılımlarının standart olmaması asimtotik ve bootstrap dağılımlarının hesaplanmasında simülasyon temelli yöntemlerin kullanılmasını gerekli kılmıştır (Hansen, 1999: 551).

### 1.4.2. Harvey ve Leybourne (2007) Testi

Harvey ve Leybourne (2007), doğrusallık temel hipotezini doğrusal olmayanlığı ifade eden alternatif hipoteze karşı test ederken diğer testlerden farklı olarak serinin durağanlık mertebesi,  $I(0)$  ya da  $I(1)$ , ile ilgili bir varsayım olmadan doğrusallığın sınıandığı bir test geliştirmiştir.

STAR tipi modellere dayanan Harvey ve Leybourne (2007) testi için ikinci dereceden Taylor serisi açılımının kullanıldığı model şu şekilde tanımlanır (Harvey ve Leybourne, 2007: 151):

$$v_t = \gamma_1 v_{t-1} + \gamma_2 v_{t-1}^2 + \gamma_3 v_{t-1}^3 + \varepsilon_t \quad (1.40)$$

$$\Delta v_t = \delta_1 \Delta v_{t-1} + \delta_2 (\Delta v_{t-1})^2 + \delta_3 (\Delta v_{t-1})^3 + \varepsilon_t \quad (1.41)$$

$I(0)$  ya da  $I(1)$  süreçlerine aynı anda izin veren model şu şekilde gösterilebilir (Harvey ve Leybourne, 2007: 151):

$$z_t = \mu + v_t \quad (1.42)$$

$$v_t = \gamma_1 v_{t-1} + \gamma_2 v_{t-1}^2 + \gamma_3 v_{t-1}^3 + \delta_1 \Delta v_{t-1} + \delta_2 (\Delta v_{t-1})^2 + \delta_3 (\Delta v_{t-1})^3 + \varepsilon_t \quad (1.43)$$

$\gamma_2 = \gamma_3 = \delta_2 = \delta_3 = 0$  olduğunda modelin doğrusal olduğu görülmektedir. Devamında  $|\gamma_1| < 1$  ve  $\delta_1 = 0$  olması halinde  $z_t$  durağan doğrusal birinci dereceden otoregresif AR(1) sürecindedir.  $\gamma_1 = 0$  ve  $|\delta_1| < 1$  iken  $\Delta z_t$  durağan doğrusal AR(1) sürecindedir. Bununla birlikte,  $\gamma_2$  ve/veya  $\gamma_3 \neq 0$  ve  $\delta_2 = \delta_3 = 0$  olması halinde  $z_t$  küresel durağan doğrusal olmayan AR(1) sürecidir.  $\delta_2$  ve /veya  $\delta_3 \neq 0$  ve  $\gamma_2 = \gamma_3 = 0$  ise  $\Delta z_t$ , küresel durağan doğrusal olmayan AR(1) sürecidir.

Doğrusallık temel hipotezini test etmek için modeli aşağıdaki şekilde yazmak mümkündür:

$$z_t = \alpha_0 + \alpha_1 z_{t-1} + \alpha_2 z_{t-1}^2 + \alpha_3 z_{t-1}^3 + \alpha_4 \Delta z_{t-1} \quad (1.44)$$

$$+ \alpha_5 (\Delta z_{t-1})^2 + \alpha_6 (\Delta z_{t-1})^3 + \varepsilon_t$$

Doğrusallık temel hipotezi  $H_0: \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_5 = \alpha_6 = 0$  iken doğrusal olmamayı ifade eden alternatif hipotez  $H_1: en az bir parametre \alpha_2, \alpha_3, \alpha_5, \alpha_6 \neq$

0 olarak ifade edilmektedir. Doğrusallığın testi için Wald test istatistiği kullanılmaktadır.

$$W_t = (KKT_1 - KKT_0)/(KKT_0/T) \quad (1.45)$$

Burada  $KKT_0$ , kısıtsız modelin EKK tahmininden elde edilen kalıntı kareler toplamıdır.  $KKT_1$ ,  $\{1, z_{t-1}, \Delta z_{t-1}\}$ 'de  $z_t$ 'nin kısıtlı modelinin EKK tahmininden elde edilen kalıntı kareler toplamıdır.

Temel hipotez altında  $W_t$ 'nin asimtotik dağılımı  $z_t$ 'nin  $I(0)$  ya da  $I(1)$  olmasına göre farklılaştığından bu problemi ortadan kaldırmak amacıyla Vogelsang (1998) yaklaşımı ile modifiye edilmiş test istatistiği geliştirilmiştir. Geliştirilen bu test ile asimtotik kritik değerler  $z_t$ 'nin  $I(0)$  ya da  $I(1)$  olması halinde aynı sonucu vermektedir.

$$W_T^* = \exp(-b |DF_T|^{-1})W_T \quad (1.46)$$

$DF_T$ , standart Genişletilmiş Dickey-Fuller (ADF) t istatistiği,  $b$ ,  $b \neq 0$  koşulu ile sabittir ve  $z_t$ 'nin durağanlık mertebesine bakmaksızın modifiye edilmiş testin kritik değerleri  $X^2$  dağılımı göstermektedir. Temel hipotezdeki kısıt sayısı dört olduğundan,  $m = 4$ ,  $W_T^* \sim X^2_{(4)}$  karşılaştırması yapılmaktadır (Harvey ve Leybourne, 2007: 152).

#### 1.4.3. Harvey vd. (2008) Testi

Harvey ve Leybourne (2007), incelenen serinin kaçınıcı mertebeden,  $I(0)$  ya da  $I(1)$ , durağan olduğu ile ilgili önsel bir bilgiyi dikkate almadan geliştirdikleri doğrusallık testinde Wald testinde görülen kısıtlamalardan dolayı Vogelsang (1988) yaklaşımını kullanarak bu kısıtlamaların üstesinden gelmişlerdir. Harvey vd (2008), Harvey ve Leybourne (2007) testini ilerleterek daha iyi güç ve boyut özellikleri gösteren bir test geliştirmişlerdir. Bu testte  $I(0)$  ve  $I(1)$  süreçlerinin ayrı olarak ele alındığı  $X^2$  dağılımına uyan iki farklı test istatistiği geliştirilmiştir (Harvey vd, 2008: 1). İkinci dereceden Taylor serisinin dikkate alındığı model aşağıdaki şekilde yazılır:

$$z_t = \mu + v_t \quad (1.47)$$

$$v_t = \gamma_1 v_{t-1} + \gamma_2 v_{t-1}^2 + \gamma_3 v_{t-1}^3 + \varepsilon_t \quad (1.48)$$

Yazılan bu form genellikle ESTAR ve LSTAR gibi modellerin doğrusal olmayan özelliklerini yakalamada etkili özellik göstermektedir. Hipotezler  $H_{0,0}$ ,  $z_t$ 'nin  $I(0)$  olduğu varsayımıyla şu şekilde ifade edilir:

$$H_{0,0}: \gamma_2 = \gamma_3 = 0 \quad (1.49)$$

$$H_{1,0}: \gamma_2 \neq 0 \text{ ve/ ya da } \gamma_3 \neq 0 \quad (1.50)$$

Buradan hareketle  $z_t$  cinsinden regresyon modeli ve hipotezler aşağıdaki şekilde yazılır:

$$z_t = \alpha_0 + \alpha_1 z_{t-1} + \alpha_2 z_{t-1}^2 + \alpha_3 z_{t-1}^3 + \varepsilon_t \quad (1.51)$$

$$H_{0,0}: \alpha_2 = \alpha_3 = 0 \text{ (Doğrusallık)} \quad (1.52)$$

$$H_{1,0}: \alpha_2 \neq 0 \text{ ve/ ya da } \alpha_3 \neq 0 \text{ (Doğrusal Olmama)} \quad (1.53)$$

Bu model üzerinden kısıtsız ( $u$ ) ve kısıtlı ( $r$ ),  $\alpha_2 = \alpha_3 = 0$  varsayımı, regresyon modellerinin artık kareleri kullanılarak standart Wald test istatistiği aşağıdaki şekilde yazılır:

$$W_0 = T \left( \frac{RSS_0^r}{RSS_0^u} - 1 \right) \quad (1.54)$$

Burada  $T$  gözlem sayısını göstermektedir.  $I(1)$  süreci dikkate alındığında modeli aşağıdaki şekilde yeniden yazmak mümkündür:

$$z_t = \mu + v_t \quad (1.55)$$

$$\Delta v_t = \delta_1 \Delta v_{t-1} + \delta_2 (\Delta v_{t-1})^2 + \delta_3 (\Delta v_{t-1})^3 + \varepsilon_t \quad (1.56)$$

Hipotezler aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$H_{0,0}: \delta_2 = \delta_3 = 0 \text{ (Doğrusallık)} \quad (1.57)$$

$$H_{1,0}: \delta_2 \neq 0 \text{ ve/ ya da } \delta_3 \neq 0 \text{ (Doğrusal Olmama)} \quad (1.58)$$

$H_{0,0}$   $z_t$ 'nin  $I(1)$  olduğu varsayımını göstermektedir. Model  $z_t$  cinsinden şu şekilde yazılır:

$$\Delta z_t = \lambda_1 \Delta z_{t-1} + \lambda_2 (\Delta z_{t-1})^2 + \lambda_3 (\Delta z_{t-1})^3 + \varepsilon_t \quad (1.59)$$

Bu denklemden hareketle kısıtsız modelin artık kareleri toplamı ile kısıtlı modelin,  $\lambda_2 = \lambda_3 = 0$ , artık kareleri dikkate alınarak test istatistiği,

$$W_1 = T \left( \frac{RSS_0^r}{RSS_0^u} - 1 \right) \quad (1.60)$$

şeklinde hesaplanır (Harvey vd, 2008: 2-4).  $z_t$ 'nin durağanlık mertebesi bilindiğinde duruma göre  $W_0$  ya da  $W_1$  test istatistikleri kullanılabilir. Harvey vd. (2008),  $z_t$ 'nin durağanlık mertebesi bilinmediğinde serinin durağan olması halinde  $W_0$ , durağan olmaması halinde ise  $W_1$  test istatistiklerini asimtotik olarak seçen yeni bir yaklaşım önermiştir. Bu yaklaşımda ağırlıklandırılmış ortalama test istatistiği şu şekilde hesaplanmaktadır:

$$W_\lambda = \{1 - \lambda\}W_0 + \lambda W_1 \quad (1.61)$$

$W_\lambda$  istatistiği  $\chi^2_{(2)}$  dağılımına uyum göstermektedir (Harvey vd, 2008: 5).

## İKİNCİ BÖLÜM

### BİRİM KÖK SÜRECİ VE FOURIER YAKLAŞIMI

#### 2.1. Durağanlık ve Birim Kök Süreci

Etkin ve tutarlı tahminçiler elde etmek için zaman serilerinin durağan olması beklenmektedir. Zaman serilerinin durağan olması, yaşanan şokların geçici olduğunu ve belli bir süre sonra ortalamasına döneceği anlamına gelmekte iken serinin durağan olmaması ise şokların etkisinin kalıcı olduğu ve zamanla ortadan kalkmayacağı bilgisini vermektedir (Gujarati, 2004: 798).

Rassal değişken  $z_t$ ,  $t = 1, \dots, t$  için zayıf durağanlık özellikleri şu şekildedir:

- Ortalamanın zaman içinde değişmemesi

$$E(z_t) = \mu \quad (2.1)$$

- Varyansın zaman içinde değişmemesi

$$Var(z_t) = E(z_t - \mu)^2 = \sigma^2 \quad (2.2)$$

- İki dönem arasındaki kovaryansın, iki dönem arasındaki uzaklığa bağlı olup, hesaplandığı döneme bağlı olmadığı olasılıksal süreç

$$Cov(z_t, z_{t+k}) = E[(z_t - \mu)(z_{t+k} - \mu)] = \gamma_k \quad (2.3)$$

Güçlü durağanlık ise bu özelliklere ilaveten rassal değişken  $z_t$ 'nin dağılımının zaman içinde değişmemesi, aynı kalması durumudur (Gujarati, 2004: 797).

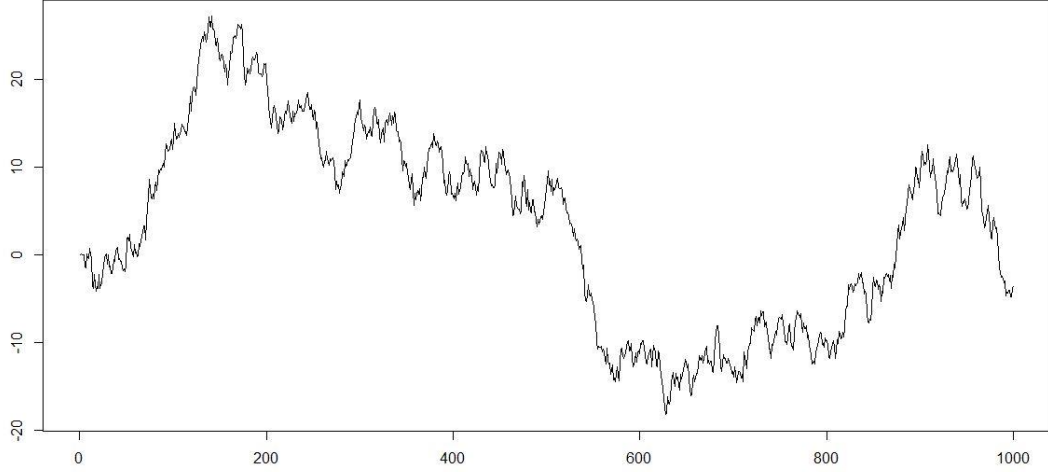
Zaman serilerinde rassal yürüyüş süreci durağan olmayan sürece örnek gösterilebilir. Hata terimi  $\varepsilon_t$ 'nin ortalaması sıfır, sabit varyanslı bir pür rassal seri olduğu varsayımıyla AR(1) süreci şu şekilde yazılabilir:

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2) \quad (2.4)$$

AR(1) sürecinde  $\phi_1 = 1$  olması durumu rassal yürüyüş süreci olarak adlandırılır ve durağan dışılığın testinde  $\phi_1 = 1$  ile birim kökün testi aynı anlama

gelmektedir (Baltagi, 2011: 379). Rassal yürüyüş sürecine örnek olması açısından 1000 gözlem ile Şekil 2.1 oluşturulmuştur.

**Şekil 2.1: Rassal Yürüyüş Süreci**



**Kaynak:** Yazar tarafından R(4.0.5) ile oluşturulmuştur.

AR(1) modelinin her iki tarafından  $z_{t-1}$  çıkarılırsa aşağıdaki model elde edilir:

$$z_t - z_{t-1} = \phi_1 z_{t-1} - z_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.5)$$

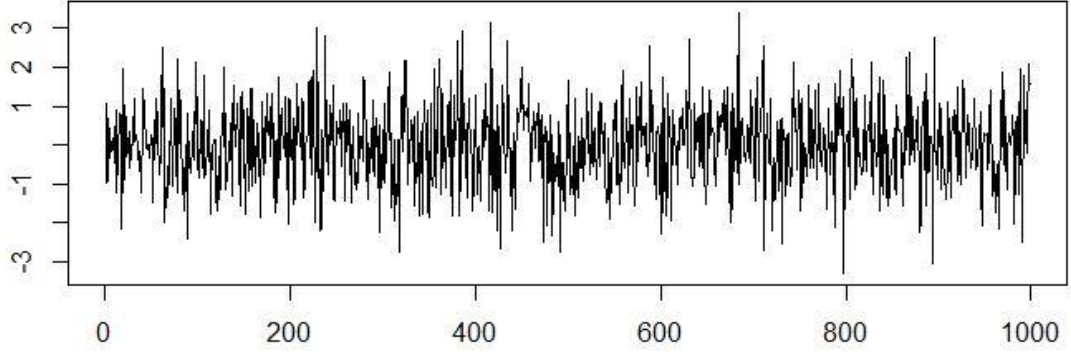
$$\Delta z_t = (\phi_1 - 1) z_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.6)$$

Burada  $(\phi_1 - 1) = \delta$  ve dolayısıyla  $H_0: \phi_1 = 1$  hipotezinin testi  $H_0: \delta = 0$  ile aynı olmaktadır. Temel hipotezin doğru olması durumunda  $\delta = 0$  ya da  $\phi_1 = 1$  olacağından rassal yürüyüş süreci,

$$\Delta z_t = \varepsilon_t \quad (2.7)$$

şeklinde yazılmaktadır.  $\varepsilon_t$ , ortalaması sıfır, varyansı sabit, iid özelliğe sahip saf yani temiz dizi olarak kabul edildiğinden rassal yürüyüş süreci ilk fark ile durağandır (Baltagi, 2011: 380). Şekil 2.2’de ilk farkı alınarak durağanlaşmış rassal yürüyüş sürecine sahip serinin genel görüntüsü sunulmaktadır.

**Şekil 2.2: İlk Fark ile Rassal Yürüyüş Süreci**



**Kaynak:** Yazar tarafından R(4.0.5) ile oluşturulmuştur.

## 2.2. Taylor Açılımı

Bu başlık altında birim kök testleri ve eşbütünleşme testlerinde değinilecek olan Taylor serisinin açılımı özet olarak anlatılmaktadır.

İlk olarak matematikçi Brook Taylor tarafından literatürde tanıtılan bir fonksiyonun Taylor serisi, o fonksiyonun terimlerinin tek bir noktada tanımlanan türevlerinin toplamıdır.  $n \geq 0$  ve  $f, x_0 \in R$  iken  $x_0$  noktasında  $n$ . mertebeden türevi alınabilen bir fonksiyon olarak tanımlansın. Bu tanımlama dikkate alınarak  $f(x)$  kuvvet serisi şu şekilde yazılır (Canuto ve Tabacco, 2008: 226; Dawkins, 2018: 291):

$$f(x) = \sum_{k=0}^n c_k (x - x_0)^k \quad (2.8)$$

$$= c_0 + c_1(x - x_0)^1 + c_2(x - x_0)^2 + c_3(x - x_0)^3 + c_4(x - x_0)^4 \quad (2.9)$$

$$+ \dots + c_n(x - x_0)^n$$

Kuvvet serisinde  $x = x_0$  olduğunda  $f(x_0) = c_0$  olacak ve farklı bir  $x$  değeri olmadığından diğer katsayılar hesaplanamamaktadır.

Fonksiyonun türevleri alınıp  $x = x_0$  yazıldığında aşağıdaki eşitlikler elde edilir:

$$f(x)' = c_1 + 2c_2(x - x_0)^1 + 3c_3(x - x_0)^2 + 4c_4(x - x_0)^3 \quad (2.10)$$

$$+ \dots + nc_n(x - x_0)^{n-1}$$

$$f(x_0)' = c_1 \quad (2.11)$$

$$f(x)'' = 2c_2 + 3(2)c_3(x - x_0)^1 + 4(3)c_4(x - x_0)^2 \quad (2.12)$$

$$+ \dots + n(n-1)c_n(x - x_0)^{n-2}$$

$$f(x_0)'' = 2c_2 \quad (2.13)$$

$$\frac{f(x_0)''}{2} = c_2 \quad (2.14)$$

$$f(x)''' = 3(2)c_3 + 4(3)(2)c_4(x - x_0)^1 \quad (2.15)$$

$$+ \dots + n(n-1)(n-2)c_n(x - x_0)^{n-3}$$

$$f(x_0)''' = 3(2)c_3 \quad (2.16)$$

$$\frac{f(x_0)'''}{3(2)} = c_3 \quad (2.17)$$

$$f(x)^4 = 4(3)(2)c_4 + 5(4)(3)(2)c_5(x - x_0)^1 + \dots \quad (2.18)$$

$$+ n(n-1)(n-2)(n-3)c_n(x - x_0)^{n-4}$$

$$f(x_0)^4 = 4(3)(2)c_4 \quad (2.19)$$

$$\frac{f(x_0)^4}{4(3)(2)} = c_4 \quad (2.20)$$

...

$$c_k = \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} \quad (2.21)$$

Burada  $f^{(k)}(x_0)$ ,  $f$  fonksiyonunun  $n$ . dereceden türevinin  $x_0$  noktasındaki değerini belirtirken Taylor serisi genel olarak şu şekilde yazılır:

$$f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x - x_0)^k \quad (2.22)$$

Taylor serisinin  $x_0 = 0$  için özel bir hali olan ve Colin Maclaurin tarafından geliştirildiğinden Maclaurin serisi olarak bilinen seri şu şekilde ifade edilir (Canuto ve Tabacco, 2008: 227):

$$f(x) = \sum_{k=0}^n c_k (x - 0)^k \quad (2.23)$$

$$= c_0 + c_1x^1 + c_2x^2 + c_3x^3 + \dots + c_nx^n \quad (2.24)$$

### 2.3. Doğrusal Olmayan Birim Kök Testleri Teorik Literatür Değerlendirmesi

Birim kök süreci değerlendirildiğinde ilk olarak doğrusal modellerin esas alındığı çalışmalara rastlanılmaktadır. Birim kök sürecinin temelleri Fuller (1976) ve Dickey ve Fuller (1979, 1981) tarafından atılmıştır. Nelson ve Plosser (1982)'nin, Fuller (1976) ve Dickey ve Fuller (1979, 1981) birim kök testleri ile Amerika Birleşik Devletleri'nin makroekonomik zaman serilerini kullanarak serilerin deterministik trend etrafında durağan bir süreç izleyip izlemediğini araştırdıkları çalışmaları, birim kök literatürünün gelişmesine öncülük eden bir çalışma olmuştur. Fuller (1976) ve Dickey ve Fuller (1979, 1981) testlerini takiben Phillips ve Perron (1988), Kwiatkowski vd. (1992) (KPSS), Elliot vd. (1996) ve Ng-Perron (2001) birim kök testleri de literatürün temellerini oluşturan birim kök testleridir. Perron (1989), kırılmanın dışsal değişken olarak kullanıldığı ve seride tek kırılmaya izin veren çalışmasında, makroekonomik zaman serilerinde meydana gelen yapısal kırılmalar dikkate alındığında serilerin deterministik trend fonksiyonu etrafında durağan olabileceğini ortaya koymaktadır.

Perron (1989) çalışmasında da temel alınan yapısal kırılmalar üç başlık altında incelenebilmektedir. Bunlardan ilki düzeyde değişime izin veren yapısal kırılmadır.  $z_t$ 'nin bağımlı değişken ve  $D_t$ 'nin kukla değişken olduğu model şu şekilde yazılabilir:

$$z_t = \alpha_0 + \alpha_1 D_t + \varepsilon_t \quad (2.25)$$

Belli bir zamanda meydana gelen kırılma sonucunda  $D_t$  kırılma öncesi 0 ve kırılma sonrası 1 olarak tanımlandığında beklenen değerler aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$E(z_t/D_t = 0) = \alpha_0 \quad (2.26)$$

$$E(z_t/D_t = 1) = \alpha_0 + \alpha_1 \quad (2.27)$$

Görüldüğü gibi  $D_t = 0$  olduğunda sabit katsayı  $\alpha_0$  iken  $D_t = 1$  olduğunda sabit katsayı  $(\alpha_0 + \alpha_1)$  olmakta ve yalnızca regresyon doğrusunun z eksenini kestiği

nokta değişmektedir. Bu modelde  $z_t$  serisi kırılma zamanına kadar farklı bir ortalama etrafında yayılım gösterirken, kırılma tarihinden sonra farklı bir ortalama etrafında görünüm sergilemektedir.

Sadece eğim katsayısının etkilendiği ikinci model ve beklenen değerler aşağıdaki şekilde yazılır:

$$z_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + \alpha_2 x_t D_t + \varepsilon_t \quad (2.28)$$

$$E(z_t/D_t = 0) = \alpha_0 + \alpha_1 x_t \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} E(z_t/D_t = 1) &= \alpha_0 + \alpha_1 x_t + \alpha_2 x_t \\ &= \alpha_0 + (\alpha_1 + \alpha_2) x_t \end{aligned} \quad (2.30)$$

Denklem 2.28-2.30'da görüldüğü gibi sabit terimde değişme olmayıp doğrunun eğimi  $\alpha_1$  iken  $(\alpha_1 + \alpha_2)$  olmuştur. Bu durum serinin kırılma öncesinde belli bir ortalama etrafında yayılım gösteriyorken kırılma sonrasında artan bir ortalamaya sahip olması şeklinde açıklanabilir.

Hem sabitte hem de eğimde değişmeye izin veren üçüncü model ve beklenen değerler şu şekilde yazılır:

$$z_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + \alpha_2 D_t + \alpha_3 x_t D_t + \varepsilon_t \quad (2.31)$$

$$E(z_t/D_t = 0) = \alpha_0 + \alpha_1 x_t \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned} E(z_t/D_t = 1) &= \alpha_0 + \alpha_2 + \alpha_1 x_t + \alpha_3 x_t \\ &= \alpha_0 + \alpha_2 + (\alpha_1 + \alpha_3) x_t \end{aligned} \quad (2.33)$$

Görüldüğü gibi üçüncü modelde sabit terim  $\alpha_0$  iken  $\alpha_0 + \alpha_2$ , eğim katsayısı da  $(\alpha_1 + \alpha_3)$  olmuş ve hem sabit hem de eğimde değişme meydana gelmiştir. Bu durum, zaman serisi kırılma öncesinde belli bir ortalama etrafında yayılım gösteriyorken kırılma sonrası hem sabit hem de eğimde meydana gelen değişimle serinin ortalamasında meydana gelen artış ile açıklanabilir (Gujarati, 2004: 306-308).

Birim kök testlerinde yapısal kırılmaların ilk defa dikkate alındığı Perron (1989)'un çalışması, yapısal kırılma tarihinin önsel olarak bilinmesi, bir diğer ifade ile kırılma tarihinin dışsal değişken olarak modelde yer alması, sebebiyle eleştiriye

uğramıştır. Perron (1989)'da kullanılan yöntemin eleştirildiği ilk çalışmalardan birine Christiano (1992) örnek verilebilir. Christiano (1992)'de, veriye dayalı yöntemlerin tipik olarak olası kırılma tarihinin belirlenmesinde kullanıldığı ve bu yaklaşımın geleneksel testlerde var olan dağılım teorisini geçersiz kıldığı yönünde bir tartışma yapılmaktadır (Glynn vd., 2007: 68). Kırılma tarihinin belirlenmesinde yapılan bir hatanın test sonuçlarını değiştirebilme ihtimali ve dağılım teorisi üzerine yapılan eleştiriler farklı yöntemlerin önünü açmış ve kırılma tarihinin içsel olarak belirlendiği birim kök testlerinin geliştirilmesine olanak tanımıştır. Perron (1989)'u takiben literatürde kırılmaları dikkate alan, Zivot ve Andrews (1992), Perron ve Vogelsang (1992), Banarjee vd. (1992), Perron (1997), Lee vd. (1997), Vogelsang ve Perron (1998), Sen (2003) ve Lee ve Strazicich (2013) birim kök testleri tek kırılmalı birim kök testlerine; Bai ve Perron (1998), Lumsdaine ve Papell (1997), Clemente vd. (1998), Ohara (1999), Lee (1999), Lee ve Strazicich (2003), Bai ve Perron (2003), Papell ve Prodan (2007), Carrion-i Silvestre ve Sanso (2007), Narayan ve Popp (2010) çok kırılmalı (birden fazla) birim kök testlerine örnek gösterilebilir.

Birçok zaman serisi yapısı gereği yumuşak kırılmalara sahip olmasına rağmen yapısal kırılmaların kukla değişkenler ile modellendiği bu çalışmalarda kırılmaların sert olduğu varsayılmaktadır (Becker vd., 2006: 381-382). Çoklu yapısal kırılma varken tek yapısal kırılmanın dikkate alındığı testlerin uygulanması ya da tek kırılma varken çok kırılmalı testlerin dikkate alınması hatalı sonuçlara ulaşılmasına sebep olabilmektedir. Doğrusal birim kök testlerinde karşılaşılan sorunlar şu şekilde özetlenebilir:

- Yapısal kırılmaların sayısı, tarihi ve şekli için önsel bilgiye ihtiyaç duyulması,
- Yapısal kırılmaların modellenmesinde ekonomideki şokların ani ve sert olduğunu varsayan kukla değişkenlerin kullanılması,
- Seri doğrusal değil iken doğrusal olduğu varsayıp testler uygulandığında güç problemi ile karşılaşılmaması ve sonuçların temel hipotezin reddedilememesi yönünde olup, ön yargılı olması (Harvey vd, 2008: 1).

Bunlara ilave olarak zıt işarete sahip olan kırılmaların modele dahil edilmesinde kukla değişkenli klasik birim kök testlerinin yetersiz olması gösterilebilir (Prodan, 2012: 50).

Doğrusal zaman serileri ile çalışıldığında doğrusal birim kök testleri literatüründe tanımlanan testler kullanılıyorken, doğrusal olmayan seriler ile karşılaşıldığında ya da doğrusal zaman serisi testlerine alternatif olarak yeni testler kullanılmak istendiğinde doğrusal olmayan birim kök testlerinden yararlanılmaktadır. Rejim değişim modellerine dayalı birim kök testleri literatürü değerlendirildiğinde farklı çalışmaların ortaya atıldığı ve gelişim sürecinin hızla devam ettiği görülmektedir. Farklı başlık altında açıklanacak olan testlerden Enders ve Granger (1998) tarafından geliştirilen birim kök testi MTAR tipi birim kök testlerinin, Caner ve Hansen (2001) tarafından geliştirilen birim kök testi de SETAR tipi birim kök sürecinin anlatıldığı ilk test olarak bilinmektedir. STAR tipi birim kök sürecinin anlatıldığı ilk çalışmanın Leybourne, Newbold ve Vougas (LNV) (1998) olduğu söylenebilir. LNV (1998) testinin ardından bu testi temel alan Harvey ve Mills (2002), Sollis (2004), Vougas (2006) ve Cook ve Vougas (2009) birim kök testleri de geliştirilmiştir. STAR tipi birim kök testlerinde Taylor açılımının ilk defa kullanıldığı test olan Kapetanios, Shin ve Snell (KSS) (2003) testinin ardından Taylor açılımının birim kök testlerinde kullanımı yaygınlaşmış ve devamında STAR tipi modellere dayanan Pascalau (2007), Chong, Hinich, Liew ve Lim (CHLL) (2008), Sollis (2009), Kruse (2011), Cuestas ve Garratt (2011), Cuestas ve Ordenez (2014) ve Hu ve Chen (2016) gibi birim kök testleri geliştirilmiştir. Taylor açılımını kullanmak yerine grid araştırma ile test istatistiklerinin hesaplandığı ESTAR sürece dayalı testlere Kılıç (2011) ve Park ve Shintani (2016) örnek verilebilir.

Doğrusal olmayan zaman serisi modelleri ve bu modeller temel alınarak geliştirilen birim kök testlerinde de kırılmaların nasıl modelleneceği sorun olmakta ve doğrusal birim kök testlerinde karşılaşılan problemlerle karşılaşılmaktadır. Rejim değişim modellerinde belli bir tarihte meydana gelen yapısal kırılmalardan ziyade gözlemler itibariyle farklılaşan bir yapının olduğuna ve doğrusal zaman serilerinin aksine seride tek bir rejimin değil, farklı sayıda değişimlerin gözlemlenmesine izin verildiğine değinilmiştir. Ancak hem rejim değişim modelleri hem de ilk bölümde

tanıtılan diğer modellere dayanan doğrusal olmayan birim kök testlerinde kırılmaların şeklinin bilindiği varsayılmaktadır. Gerçekte kırılma şekli genel olarak bilinmemekte ve kırılma tarihinin ve sayısının belirlenmesinde herhangi bir kılavuz bulunmamaktadır. Kırılmalarla ilgili yapılan yanlış tanımlamalar kırılmaların göz ardı edilmesi kadar problemli olmaktadır (Becker vd., 2006: 382).

Bu başlık altında birim kök testlerinden ilk olarak Enders ve Granger (1998) tarafından geliştirilen MTAR ve Caner ve Hansen (2001) tarafından geliştirilen SETAR tipi birim kök testleri değerlendirilmektedir. Ardından LNV (1998) testi ile STAR tipi birim kök testleri açıklanmaya başlanıp, tarih sırasına göre, Harvey ve Mills (2002), KSS (2003), Sollis (2004), Vougas (2006), Pascalau (2007), CHLL (2008), Cook ve Vougas (2009), Sollis (2009), Kruse (2011), Cuestas ve Garratt (2011), Kılıç (2011), Cuestas ve Ordonez (2014), Hu ve Chen (2016) ve son olarak Park ve Shintani (2016) birim kök testleri anlatılmaktadır.

### 2.3.1. Enders ve Granger (1998) Birim Kök Testi

Enders ve Granger (1998) çalışması, MTAR tipi birim kök testlerinden ilki olarak bilinmektedir. Burada, birinci bölümde de tanımlanan TAR modeli,

$$\Delta z_t = I_t \rho_1 z_{t-1} + (1 - I_t) \rho_2 z_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.34)$$

ve  $I_t$  gösterge fonksiyonu,

$$I_t = \begin{cases} 1 & \text{eğer } \Delta z_{t-1} \geq \tau \\ 0 & \text{eğer } \Delta z_{t-1} < \tau \end{cases} \quad (2.35)$$

temel alınmaktadır ve çalışmada, TAR modeli tahmin edilerek üç test istatistiğinden bahsedilmektedir. Bunlardan ikisi  $t$  test istatistiği olup, temel hipotezleri  $H_0: \rho_1 = 0$  ve  $H_0: \rho_2 = 0$  olarak test edilmektedir. Üçüncü test istatistiği olarak da  $H_0: \rho_1 = \rho_2 = 0$  birim kök temel hipotezini test etmek üzere  $F$  test istatistiği tanımlanmaktadır. Ancak  $F$  test istatistiğinin,  $t$  test istatistiklerinden daha güçlü bulunmasından dolayı çalışmada yalnızca  $F$  testi sonuçlarına yer verilmektedir (Enders ve Granger, 1998: 305).

Enders ve Granger (1998) testinde izlenen adımlar iki adımda özetlenebilir (Enders ve Granger, 1998: 307):

Adım 1:  $z_t$  serisi ile deterministik bileşenler, sabit ya da sabit ve trend, dikkate alınarak regresyon tahmin edilip, artıklar oluşturulur. Ardından gösterge fonksiyonu  $I_t$ , düşünülen asimetri türüne göre oluşturulur. Tanımlanan TAR modeli tahmin edilerek  $F$  test istatistiği aracılığıyla birim kök temel hipotezine karşılık, durağan alternatif hipotez Enders ve Granger (1998) makalesinde bulunan kritik değerler ile sınanır. Sınama sonucunda alternatif hipotez kabul edilirse simetrik düzeltmeler, asimetrikliğe karşı test edilebilir.

Adım 2:  $\hat{\varepsilon}_t$ 'nin beyaz gürültü sürecine sahip olup olmadığına kalıntıların tanı testleri ile incelenmesi sonucunda karar verilir. Artıkların ilişkili olduğu gözlemlendiği takdirde bir önceki adıma dönülerek model tahmini yeniden yapılır. Tahmin edilecek modeli aşağıdaki şekilde yeniden yazmak mümkündür:

$$\Delta \hat{z}_t = I_t \rho_1 \hat{z}_{t-1} + (1 - I_t) \rho_2 \hat{z}_{t-1} + \sum_{p=1}^m \alpha_p \Delta \hat{z}_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.36)$$

Modelde gecikme sayısını belirlemek amacıyla regresyon artıkları, AIC ve BIC kullanılabilir. İlk adımda olduğu gibi tahmin sonucunda  $F$  test istatistiği aracılığıyla hipotezler sınanmaktadır. Birim kök temel hipotezinin reddedilmesi durumunda durağanlığın sağlandığı yorumu yapılabilir.

### 2.3.2. Caner ve Hansen (2001) Birim Kök Testi

SETAR tipi birim kök testi olarak tanıtılan Caner ve Hansen (2001) testinde, eşik değer etkisi, doğrusal olmama ve durağanlık durumunun birlikte test edildiği ve çıkarımların Bootstrap yaklaşımına dayandığı bir test süreci önerilmektedir. Test sürecinde aşağıdaki model dikkate alınmaktadır:

$$\Delta z_t = \theta_1' x_{t-1} 1_{\{z_{t-1} < \lambda\}} + \theta_2' x_{t-1} 1_{\{z_{t-1} \geq \lambda\}} + e_t \quad (2.37)$$

Tanımlanan modelde,  $x_{t-1} = (z_{t-1} r_t' \Delta z_{t-1} \dots \Delta z_{t-k})'$  ve gösterge fonksiyonu,  $1_{\{\cdot\}}$  olarak gösterilmektedir. Hata terimi  $e_t$  iid özelliklerini korurken, gösterge fonksiyonu alt indisinde tanımlanan  $Z_t$ ,  $m \geq 1$  için  $Z_t = z_t - z_{t-m}$ 'e eşittir.  $r_t$ , sabitin ve doğrusal trendin dahil olduğu deterministik bileşenlerin vektörünü sembolize etmektedir. Eşik değer parametresi  $\lambda$ 'nın değeri bilinmemekle beraber  $\lambda \in$

$\Lambda = [\lambda_1, \lambda_2]$  aralığında tanımlanmaktadır. Burada,  $\lambda_1$  ve  $\lambda_2$  değerleri,  $P(Z_t \leq \lambda_1) = \pi_1 > 0$  ve  $P(Z_t \leq \lambda_2) = \pi_2 < 1$  olasılıkları ile belirlenir.

Modelde yer alan  $\theta_1$  ve  $\theta_2$  parametrelerini ayrı ayrı incelediğimizde şu şekilde yazılır:

$$\theta_1 = \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \beta_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}, \quad \theta_2 = \begin{pmatrix} \rho_2 \\ \beta_2 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} \quad (2.38)$$

Burada  $\rho_1$  ve  $\rho_2$ ,  $z_{t-1}$ 'in;  $\beta_1$  ve  $\beta_2$ , deterministik bileşenlerin ve  $\alpha_1$  ve  $\alpha_2$ , iki rejimdeki  $(\Delta z_{t-1}, \dots, \Delta z_{t-k})$ 'nin eğim parametrelerini göstermektedir.

Tanımlanan TAR modeli her  $\lambda \in \Lambda$  için EKK yöntemi ile tahmin edildiğinde,

$$\Delta z_t = \hat{\theta}_1(\lambda)' x_{t-1} 1_{\{z_{t-1} < \lambda\}} + \hat{\theta}_2(\lambda)' x_{t-1} 1_{\{z_{t-1} \geq \lambda\}} + \hat{e}_t(\lambda) \quad (2.39)$$

elde edilir ve eşik değer varyansı EKK tahmini sonucu şu şekildedir:

$$\hat{\sigma}^2(\lambda) = T^{-1} \sum_1^T \hat{e}_t(\lambda)^2 \quad (2.40)$$

Yazılan eşik değer varyansını minimum yapan değer,

$$\hat{\lambda} = \argmin \hat{\sigma}^2(\lambda) \quad (2.41)$$

eşik değer olarak alınır (Caner ve Hansen, 2001: 1557-1559). Model tahmininin ardından eşik değer etkisinin yani doğrusal olmama durumunun var olup olmadığının test edilmesi gerekmektedir. Eşik değer etkisinin savunulduğu temel hipotez,  $H_0: \theta_1 = \theta_2$ , standart Wald testi ile sınanmaktadır. Wald testi aşağıdaki şekilde yazılır:

$$W_T = T \left( \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\hat{\sigma}^2} - 1 \right) \quad (2.42)$$

$$W_T(\lambda) = T \left( \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\hat{\sigma}^2(\lambda)} - 1 \right) \quad (2.43)$$

Bu eşitlikten yararlanılarak, uygulamada genellikle temel hipotezin testinde,  $\lambda \in \Lambda$ ,  $W_T = W_T(\hat{\lambda}) = \sup W_T(\lambda)$  ilişkisi kullanılmaktadır. Eşitlikte  $\hat{\sigma}^2$ , eşik değerli modelden elde edilen artıkların varyansı;  $\hat{\sigma}_0^2$ 'da doğrusal modelden ulaşılan artıkların varyansıdır (Caner ve Hansen, 2001: 1561-1562). Doğrusallık sınavasının ardından birim kök sınavasına geçilirken birim kökün varlığını temsil eden temel hipotez,

$H_0: \rho_1 = \rho_2 = 0$  iken alternatif hipotez  $H_1: \rho_1 < 0$  ve  $\rho_2 < 0$  durağanlık durumunu göstermektedir. Önerilen bir diğer alternatif hipotez,  $H_2: \rho_1 < 0$  ve  $\rho_2 = 0$  veya  $H_2: \rho_1 = 0$  ve  $\rho_2 < 0$  şeklinde kurulabilir ancak burada  $z_t$ , bir rejimde birim kök davranışı sergilerken diğer rejimde durağan bir süreç izleyecektir. Temel hipoteze karşın alternatif hipotez,  $H_1$ 'in testinde, Wald testi şu şekildedir:

$$R_{1T} = t_1^2 1_{\{\hat{\rho}_1 < 0\}} + t_2^2 1_{\{\hat{\rho}_2 < 0\}} \quad (2.44)$$

Temel hipoteze karşın alternatif hipotez,  $H_2$ 'in testinde, ise Wald test istatistiği şu şekilde hesaplanır:

$$R_{2T} = t_1^2 + t_2^2 \quad (2.45)$$

Burada  $t_1$  ve  $t_2$ , EKK tahmininden elde edilen  $\hat{\rho}_1$  ve  $\hat{\rho}_2$ 'nin  $t$  değerleridir (Caner ve Hansen, 2001:1568).

### 2.3.3. Leybourne, Newbold ve Vougas (1998) Birim Kök Testi

STAR tipi birim kök testlerinin ilk olarak ortaya atıldığı LNV (1998) birim kök testi, geçiş fonksiyonunun lojistik fonksiyon olduğu LSTAR tipi model üzerine kurulmaktadır ve aşağıda yer alan regresyon modelleri dikkate alınmaktadır (Leybourne vd.,1998: 84-85):

Model 1

$$z_t = \alpha_1 + \alpha_2 S_t(\gamma, \tau) + u_t \quad (2.46)$$

Model 2

$$z_t = \alpha_1 + \beta_1 t + \alpha_2 S_t(\gamma, \tau) + u_t \quad (2.47)$$

Model 3

$$z_t = \alpha_1 + \beta_1 t + \alpha_2 S_t(\gamma, \tau) + \beta_2 t S_t(\gamma, \tau) + u_t \quad (2.48)$$

Tanımlanan üç modelde,  $e_t$  sıfır ortalama ile  $I(0)$  sürecindedir.  $S_t(\gamma, \tau)$ , rejimler arası geçişi sağlayan lojistik yumuşak geçiş fonksiyonunu,  $(\frac{1}{1+e^{(-\gamma(t-\tau))}})$ , temsil etmektedir. Fonksiyonda  $\gamma > 0$  kabul edilir ve  $T$  örneklem büyüklüğüdür.

Birim kök hipotezleri şu şekilde ifade edilebilir:

$$H_0: y_t = M_t, M_t = M_{t-1} + \varepsilon_t, M_0 = \Psi \quad (2.49)$$

$$H_1: \text{Model 1, Model 2 veya Model 3} \quad (2.50)$$

ya da

$$H_0: y_t = M_t, M_t = \kappa + M_{t-1} + \varepsilon_t, M_0 = \Psi \quad (2.51)$$

$$H_1: \text{Model 2 veya Model 3} \quad (2.52)$$

Test istatistiklerini hesaplamak için aşağıda sıralanan iki adım izlenmektedir.

Adım 1: Doğrusal olmayan EKK yöntemi kullanılarak, Model 1, Model 2 ve Model 3'den ilgili olan model tahmin edilir ve tahmin edilen modellerin hata terimleri aşağıdaki gibi bulunur.

Model 1

$$\hat{u}_t = z_t - \hat{\alpha}_1 - \hat{\alpha}_2 S_t(\hat{\gamma}, \hat{\tau}) \quad (2.53)$$

Model 2

$$\hat{u}_t = z_t - \hat{\alpha}_1 - \hat{\beta}_1 t - \hat{\alpha}_2 S_t(\hat{\gamma}, \hat{\tau}) \quad (2.54)$$

Model 3

$$\hat{u}_t = z_t - \hat{\alpha}_1 - \hat{\beta}_1 t - \hat{\alpha}_2 S_t(\hat{\gamma}, \hat{\tau}) - \beta_2 t S_t(\hat{\gamma}, \hat{\tau}) \quad (2.55)$$

Adım 2: Elde edilen hata terimleriyle trend ve sabit olmadan ADF istatistikleri hesaplanarak  $\hat{\rho}$ 'nun  $t$  istatistikleri elde edilir. Tahmin edilen model genel olarak,

$$\Delta \hat{u}_t = \hat{\rho} \hat{u}_{t-1} + \sum_{i=1}^k \hat{\delta}_i \Delta \hat{u}_{t-i} + \hat{\eta}_t \quad (2.56)$$

şeklinde ifade edilir (Leybourne vd.,1998: 86). Kritik değerler her model için LNV (1998) çalışmasında yer almaktadır.

#### 2.3.4. Harvey ve Mills (2002) Birim Kök Testi

Harvey ve Mills (2002) çalışmasında LNV (1998) çalışması takip edilerek alternatif hipotez altında üç farklı model tanımlanmaktadır. LNV (1998)'den farklı olarak durağanlık sürecini yansıtan modellerde iki yumuşak geçiş fonksiyonu

kullanılmaktadır. Harvey ve Mills (2002)'de tanımlanan üç farklı model aşağıdaki şekilde gösterilmektedir:

Model 1

$$z_t = \alpha_1 + \alpha_2 S_{1t}(\gamma_1, \tau_1) + \alpha_3 S_{2t}(\gamma_2, \tau_2) + u_t \quad (2.57)$$

Model 2

$$z_t = \alpha_1 + \beta_1 t + \alpha_2 S_{1t}(\gamma_1, \tau_1) + \alpha_3 S_{2t}(\gamma_2, \tau_2) + u_t \quad (2.58)$$

Model 3

$$z_t = \alpha_1 + \beta_1 t + \alpha_2 S_{1t}(\gamma_1, \tau_1) + \alpha_3 S_{2t}(\gamma_2, \tau_2) + \beta_2 t S_{1t}(\gamma_1, \tau_1) + \beta_3 t S_{2t}(\gamma_2, \tau_2) + u_t \quad (2.59)$$

Model 1, trendsiz ve geçişlerin yalnızca ortalamada olduğu modeldir. Model 2'de sabit terimde geçişlere izin verilmekte ve model sabit trend bileşenini de içermektedir. Model 3'de ise sabitte ve trendde geçişlere izin verilmektedir (Harvey ve Mills, 2002: 676). Modellerde yer alan  $u_t$  sıfır ortalama ile durağandır.  $T$  gözlem sayısı ve  $\gamma_1$  ve  $\gamma_2$  geçiş hızı olmak üzere lojistik geçiş fonksiyonu şu şekilde tanımlanmaktadır:

$$S_{it}(\gamma_i, \tau_i) = \left( \frac{1}{1 + e^{(-\gamma_i(t - \tau_i T))}} \right) \quad i = 1, 2 \quad (2.60)$$

Birim kök temel hipotezi alternatif hipoteze karşı sınanırken LNV (1998)'de izlenen adımlar burada da izlenmektedir. İlk olarak, üç model doğrusal olmayan EKK ile tahmin edilip, artıklara ADF regresyonu üzerinden birim kök sınaması yapılabilir. LNV (1998) test istatistikleri modifiye edilerek üç model için de test istatistikleri hesaplanmaktadır.

Harvey ve Mills (2002) çalışmasında ikinci olarak, Sollis (1999) çalışmasında alternatif hipotez altında geçiş parametresinin asimetric olabileceği varsayıldığı ve LNV (1998) testi temelinde geçiş fonksiyonunun genelleştirilmiş lojistik fonksiyon olduğu bir test önerilmektedir. Genelleştirilmiş lojistik fonksiyon şu şekilde yazılır:

$$G(\gamma, \tau, \theta) = \left( \frac{1}{[1 + e^{(-\gamma(t - \tau T)/\theta)}]^\theta} \right) \quad 0 < \theta \leq 1 \quad (2.61)$$

Geçiş fonksiyonunda asimetrinin derecesini kontrol etmek amacıyla  $\theta$  parametresi kullanılmaktadır.  $\theta = 1$  olduğunda simetrik lojistik fonksiyondan söz edilmektedir. Bu bilgilere dayanarak doğrusal trendde ikili asimetrik lojistik fonksiyonu kullanıldığında grid yöntemine ihtiyaç duyulmaktadır ancak uygulamada karşılaşılan problemlerden ötürü kritik değerler hesaplanamamakta, yalnızca güç karşılaştırması yapılabilmektedir (Harvey ve Mills, 2002: 678).

### 2.3.5. Kapetanios, Shin ve Snell (2003) Birim Kök Testi

STAR tipi modellerde Taylor açılımının kullanıldığı ilk test olan KSS (2003)'de, ADF tipi birim kök süreci geliştirilip, geçiş fonksiyonunun üstel fonksiyon olduğu bir birim kök test süreci ortaya koyulmaktadır. Bu test sürecinde birim kök temel hipotezine karşılık doğrusal olmayan ve ortalamaya dönen yani durağan olan alternatif hipotez test edilmektedir. Test sonuçları durağan ESTAR süreci alternatif hipotezi altında klasik Dickey-Fuller (DF) testinden daha güçlü bulunmuştur.

$z_t$ , ortalaması sıfır olan stokastik bir süreç olmak üzere STAR modeli şu şekilde yazılabilir:

$$z_t = \beta z_{t-1} + \phi z_{t-1} G(\theta; z_{t-d}) + \varepsilon_t \quad (2.62)$$

Modelde  $\varepsilon_t$ , ortalaması sıfır, sabit varyanslı, *iid* hata terimini ifade etmektedir.  $\beta$  ve  $\phi$ , bilinmeyen parametreler;  $G(\theta; z_{t-d})$ , lojistik ya da üstel olarak ifade edilen geçiş fonksiyonudur. Bu çalışmada üstel fonksiyon olarak kabul edilen geçiş fonksiyonu aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$G(\theta; z_{t-d}) = 1 - e^{-\theta(z_{t-d}-c)^2} \quad (2.63)$$

Burada  $\theta \geq 0$  ve gecikme parametresi  $d \geq 1$ 'dir. Sınırları 0 ve 1 olan geçiş fonksiyonu şu şekilde tanımlanır:

$$G(0) = 0 \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} G(x) = 1 \quad (2.64)$$

Bu bilgiler altında ESTAR modeli şu şekilde yazılır:

$$z_t = \beta z_{t-1} + \phi z_{t-1} \cdot [1 - e^{-\theta(z_{t-d}-c)^2}] + \varepsilon_t \quad (2.65)$$

ESTAR modelini  $c = 0$ ,  $\theta \geq 0$  ve  $d = 1$  varsayımı ile aşağıdaki şekilde tekrar yazmak mümkündür:

$$\Delta z_t = \alpha z_{t-1} + \phi z_{t-1} \cdot [1 - e^{(-\theta z_{t-1}^2)}] + \varepsilon_t \quad (2.66)$$

Burada ortalamaya dönüş simetriktir ve  $\alpha = \beta - 1$ ' dir.  $\theta$  pozitif ise bu ortalamaya dönüş hızının belirleyicisi olacaktır (Kapetanios vd. 2003; Oskooee vd., 2006; Oskooee vd. 2007).

$\alpha = 0$  kısıtı altında model<sup>1</sup> aşağıdaki hali almaktadır:

$$\Delta z_t = \phi z_{t-1} \cdot [1 - e^{(-\theta z_{t-1}^2)}] + \varepsilon_t \quad (2.67)$$

KSS (2003), birim kök temel hipotezini ( $H_0: \theta = 0$ ) durağan ESTAR sürecine ( $H_1: \theta > 0$ ) karşı test etmek için Taylor açılımını kullanmaktadır. Bunun nedeni olarak,  $\phi$ , temel hipotez altında tanımlanmadığından temel hipotezinin doğrudan test edilememesi gösterilmektedir ( $\theta = 0$  olduğunda  $\phi$ , bir şey ifade etmeyecektir).

Test için kullanılacak olan model aşağıdaki gibi gösterilir (Kapetanios vd., 2003: 363):

$$\Delta z_t = \delta z_{t-1}^3 + \varepsilon_t \quad (2.68)$$

Otokorelasyon problemine karşı denklem genel formda şu şekilde yazılır:

$$\Delta z_t = \delta z_{t-1}^3 + \sum_{j=1}^p \rho_j \Delta z_{t-j} + \varepsilon_t \quad (2.69)$$

Taylor açılımından yararlanılan bu formda  $H_0: \theta = 0$  ve  $H_1: \theta > 0$  hipotezleri  $H_0: \delta = 0$  ve  $H_1: \delta < 0$  hipotezlerine denktir. Temel hipotezin testi için,

$$t_{NL} = \frac{\hat{\delta}}{s.h.(\hat{\delta})} \quad (2.70)$$

istatistiği hesaplanacaktır. Burada  $\hat{\delta}$ ,  $\delta$  parametresinin EKK tahmincisi ve  $s.h.(\hat{\delta})$  standart hatadır. Ancak bu istatistik, asimptotik normal dağılıma sahip olmadığından

---

<sup>1</sup> KSS (2003)'de detaylandırıldığı gibi  $\alpha = 0$  kısıtı olmadan model tahmin edilip,  $\alpha = \delta = 0$  için F testi yapıldığında  $t_{NL}$  istatistiğine göre güçsüz sonuçlara ulaşılmaktadır. Bu sebeple, test gücünü artırmak adına  $\alpha = 0$  varsayılmaktadır.

KSS (2003) çalışmasında, Monte Carlo simülasyon çalışmaları sonucunda, yeni  $t_{NL}$  istatistikleri geliştirilmiştir.

Deterministik bileşenler dikkate alınmak istendiğinde ortalamadan ve trendden arındırılmış seriler ile çalışılmaktadır. Arındırma işlemi için ilk adımda model şu şekilde yazılmaktadır (Kruse, 2011: 74):

$$z_t = w'd_t + \varepsilon_t \quad (2.71)$$

Burada  $d_t = 1$  ya da  $d_t = [1 \ t]'$  ve  $w$ , parametre vektörüdür. İlk adımda artıklar elde edildikten sonra, önerilen KSS (2003) birim kök testi uygulanmaktadır. Üç farklı durum için hesaplanan kritik değerler KSS (2003) çalışmasında tablolastırılmıştır.

### 2.3.6. Sollis (2004) Birim Kök Testi

Sollis (2004) testinde ilk aşamada lojistik fonksiyonlu yumuşak geçiş modeline dayanan LNV (1998) birim kök testinin adımları izlenerek Model 1, Model 2 ve Model 3 tahmininden artıklar elde edilmektedir. İkinci aşamada elde edilen artıklarla aşağıdaki TAR modeli tahmin edilmektedir:

$$\Delta u_t = I_t \rho_1 u_{t-1} + (1 - I_t) \rho_2 u_{t-1} + \sum_{i=1}^k \phi_i \Delta u_{t-i} + \eta_t \quad (2.72)$$

Burada  $u_{t-1} \geq 0$  ise  $I_t = 1$ ;  $u_{t-1} < 0$  ise  $I_t = 0$ 'dır ve  $\eta_t$ , sıfır ortalama ile durağan bir süreç izlemektedir. Bu durumda  $z_t$ 'nin yumuşak geçişli TAR süreci olduğu söylenebilir (Sollis, 2004: 412). Birim kök sınaması yapılırken modeldeki  $\rho$  değerlerinin anlamlılığı bileşik hipotez altında sınıandığında  $F$  testinden, ayrı ayrı sınıandığında  $t$  testinden yararlanılmaktadır. Monte Carlo simülasyonu ile ulaşılan  $F$  ve  $t$  kritik değerleri Sollis (2004) çalışmasında tablolastırılmıştır.

### 2.3.7. Vougas (2006) Birim Kök Testi

LNV (1998) birim kök testinin temel alındığı Vougas (2006) birim kök testinde deterministik lojistik yumuşak geçiş fonksiyonu kullanılmaktadır. LNV (1998) testinde tanımlanan üç modeli aşağıdaki şekilde tekrar yazmak mümkündür:

$$z_t = f_{At}(\rho A) + u_{At} = \alpha_1 + \alpha_2 S_t(\gamma, \tau) + u_{At} = \pi_A' x_{At} + u_{At} \quad (2.73)$$

$$z_t = f_{Bt}(\rho B) + u_{Bt} = \alpha_1 + \beta_1 t + \alpha_2 S_t(\gamma, \tau) + u_{Bt} = \pi'_B x_{Bt} + u_{Bt} \quad (2.74)$$

$$z_t = f_{Ct}(\rho C) + u_{Ct} = \quad (2.75)$$

$$\alpha_1 + \beta_1 t + \alpha_2 S_t(\gamma, \tau) + \beta_2 t S_t(\gamma, \tau) + u_{Ct} = \pi'_C x_{Ct} + u_{Ct}$$

Bu modeller üzerinden,

$$\rho_A = [\gamma, \tau, \alpha_1, \alpha_2]' = [\gamma, \tau, \pi'_A]' \quad (2.76)$$

$$\rho_B = [\gamma, \tau, \alpha_1, \beta_1, \alpha_2]' = [\gamma, \tau, \pi'_B]' \quad (2.77)$$

$$\rho_C = [\gamma, \tau, \alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2]' = [\gamma, \tau, \pi'_C]' \quad (2.78)$$

$$\pi'_A = [\alpha_1, \alpha_2] \quad (2.79)$$

$$\pi'_B = [\alpha_1, \beta_1, \alpha_2] \quad (2.80)$$

$$\pi'_C = [\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2] \quad (2.81)$$

$$X_{At} = X_{At}(\gamma, \tau) = [1, S_t(\gamma, \tau)]' \quad (2.82)$$

$$X_{Bt} = X_{Bt}(\gamma, \tau) = [1, t, S_t(\gamma, \tau)]' \quad (2.83)$$

$$X_{Ct} = X_{Ct}(\gamma, \tau) = [1, t, S_t(\gamma, \tau), t S_t(\gamma, \tau)]' \quad (2.84)$$

tanımlamaları yapılır (Vougas, 2006: 798). Tanımlanan modellerde  $\beta_1 = \beta_2 = 0$  olduğu takdirde ilk model,  $\beta_2 = 0$  olduğunda ise ikinci model geçerlidir. Kısıtlar  $\beta_1 = \alpha_2 = 0$  veya yalnızca  $\beta_1 = 0$  olduğunda LNV (1998) testindeki modellere ek olarak aşağıdaki modeller sırası ile yazılabilir:

$$z_t = f_{Dt}(\rho D) + u_{Dt} = \alpha_1 + \beta_2 t S_t(\gamma, \tau) + u_{Dt} = \pi'_D x_{Dt} + u_{Dt} \quad (2.85)$$

$$z_t = f_{Et}(\rho E) + u_{Et} = \alpha_1 + \alpha_2 S_t(\gamma, \tau) + \beta_2 t S_t(\gamma, \tau) + u_{Et} = \pi'_E x_{Et} + u_{Et} \quad (2.86)$$

Bu iki model üzerinden,

$$\rho_D = [\gamma, \tau, \alpha_1, \beta_2]' = [\gamma, \tau, \pi'_D]' \quad (2.87)$$

$$\rho_E = [\gamma, \tau, \alpha_1, \alpha_2, \beta_2]' = [\gamma, \tau, \pi'_E]' \quad (2.88)$$

$$\pi'_D = [\alpha_1, \beta_2] \quad (2.89)$$

$$\pi'_E = [\alpha_1, \alpha_2, \beta_2] \quad (2.90)$$

tanımlamaları yapılır. Beş farklı modelin tahmininden elde edilen artıklara ADF tipi birim kök testi uygulanarak birim kökün varlığı sınanmaktadır (Vougas, 2006: 798). Grid araştırma ile elde edilen kritik değerler Vougas (2006) çalışmasında sunulmaktadır.

### 2.3.8. Pascalau (2007) Birim Kök Testi

LSTAR tipi test sürecine dayanan Pascalau (2007) birim kök testinde Terasvirta (1994) ve KSS (2003) çalışmaları temel alınmaktadır. Terasvirta (1994), temel hipotez altında doğrusallığın reddedilmesi durumunda STAR modellerini alternatif olarak önermekte ve çalışmasında, STAR tipi modellerden LSTAR ve ESTAR modellerini karşılaştırmaktadır. Temel hipotez altında doğrusal durağan süreç sınanırken LSTAR bileşeninin üçüncü mertebeden Taylor açılımı kullanılmaktadır (Terasvirta, 1994: 208-209). KSS (2003) testi, STAR modellerden ESTAR tipi testlerde Taylor açılımının kullanıldığı ilk birim kök testi iken Pascalau (2007) testi de LSTAR tipi testlerde Taylor açılımının kullanıldığı ilk test olma özelliği gösterdiği söylenebilir. KSS (2003) testinde yer verilen STAR modeli,

$$z_t = \beta z_{t-1} + \phi z_{t-1} G(\theta; z_{t-d}) + \varepsilon_t \quad (2.91)$$

dikkate alınarak geçiş fonksiyonu olarak lojistik fonksiyon tanımlandığında LSTAR test denklemi gecikme faktörü  $d = 1$  alınarak aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$\Delta z_t = \beta z_{t-1} + \phi z_{t-1} \left( \frac{1}{1 + e^{(-\theta(z_{t-1}-c))}} \right) + \varepsilon_t \quad (2.92)$$

Hipotezler,  $H_0: \beta = \theta = \phi = 0$  ve  $H_1: \beta + \phi < 0$  ve  $\theta > 0$  iken  $\phi$  ve  $\theta$  parametreleri temel hipotez altında tanımlanmamış parametreler olduğundan tartışmaya açıktır. Bu duruma, örneğin  $\phi = 0$  olduğunda  $\theta$  hiçbir şey ifade etmezken,  $\theta = 0$  olduğunda  $\phi = 0$ ,  $\beta$  parametresinden ayırt edilemez (Pascalau, 2007: 5)

$\beta = 0$  kabul edildiğinde LSTAR modeli şu şekilde yazılır:

$$\Delta z_t = \phi z_{t-1} \left( \frac{1}{1+e^{(-\theta(z_{t-1}-c))}} \right) + \varepsilon_t \quad (2.93)$$

Yukarıda değinildiği gibi tartışma konusu olan problemin üstesinden gelebilmek adına üçüncü dereceden Taylor serisi açılımı ile yardımcı model şu şekilde yazılır:

$$\Delta z_t = \gamma_1 z_{t-1}^2 + \gamma_2 z_{t-1}^3 + \gamma_3 z_{t-1}^4 + \sum_{j=1}^p \rho_j \Delta z_{t-j} + \varepsilon_t \quad (2.94)$$

$H_0: \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 0$  temel hipotezi  $F_{NL}$  testi ile sınanmaktadır. Taylor açılımı ile önerilen ikinci model  $c$  eşik değer parametresinin sıfır kabul edildiği durumda aşağıdaki kısıtlı model yazılır:

$$\Delta z_t = \gamma_1 z_{t-1}^2 + \gamma_3 z_{t-1}^4 + \sum_{j=1}^p \rho_j \Delta z_{t-j} + \varepsilon_t \quad (2.95)$$

Bu durumda temel hipotez  $H_0: \gamma_1 = \gamma_3 = 0$ 'dır ve  $\bar{F}_{NL}$  istatistiği kullanılmaktadır (Pascalau, 2007: 8).  $F_{NL}$  ve  $\bar{F}_{NL}$  kritik değerleri üç farklı durum için Pascalau (2007) çalışmasında sunulmaktadır.

### 2.3.9. Chong, Hinich, Liew ve Lim (2008) Birim Kök Testi

CHLL (2008) birim kök testinde, gelir yakınsama hipotezi, KSS (2003) testi aracılığıyla yeniden değerlendirilmektedir. STAR tipi birim kök testlerinden KSS (2003)'de aşağıdaki model kullanılmaktadır:

$$\Delta z_t = \delta z_{t-1}^3 + \sum_{j=1}^p \rho_j \Delta z_{t-j} + \varepsilon_t \quad (2.96)$$

CHLL (2008), bu modeli takiben sabit ve trend bileşenlerini de ekleyerek aşağıdaki modeli çalışmalarında kullanmaktadır:

$$\Delta z_t = \mu + \varphi G(\text{trend}) + \delta z_{t-1}^3 + \sum_{j=1}^p \rho_j \Delta z_{t-j} + \varepsilon_t \quad (2.97)$$

Burada  $z_t$ , ortalama ve trendden arındırılmış seriden farklı olan orijinal seriyi,  $G(\text{trend})$  de trend bileşeninin belirli bir fonksiyonel formunu göstermektedir. Genel olarak modelde doğrusal ve doğrusal olmayan (karesi alınmış) trend değişkeni kullanılmaktadır. Modelde yer alan  $\varphi$  ve  $\delta$  parametrelerinin anlamlılığı t testi ile sınanmakta olup, kritik değerler farklı örnek büyüklüklerinde hesaplanmıştır.  $\delta$

parametresinin anlamlılığı sınanırken KSS (2003) testine benzer olarak temel hipotez altında  $\delta = 0$  durağan olmama durumu, alternatif hipotez altında  $\delta < 0$  durağanlık durumu tanımlanmaktadır.  $\delta$  parametresinin anlamlı ve  $\varphi$  parametresinin anlamsız bulunması halinde uzun dönemde doğrusal olmayan yakınsama durumundan bahsedilirken,  $\delta$  parametresinin anlamsız olması ıraksamanın olduğu bilgisini vermektedir (Chong vd., 2008: 338).

### 2.3.10. Cook ve Vougas (2009) Birim Kök Testi

Cook ve Vougas (2009) birim kök testinde LNV (1998) ve Sollis (2004) testlerinde sunulan modelleri takiben Enders ve Granger (1998) testini temel alan yumuşak geçişli MTAR (ST-MTAR) test süreci önerilmektedir. Burada da LNV (1998) ve Sollis (2004) testinde olduğu gibi  $S_t(\gamma, \tau)$  lojistik fonksiyonundan yararlanılmaktadır. LNV (1998) testinde aşağıdaki üç model tanımlanmaktadır:

Model A

$$z_t = \alpha_1 + \alpha_2 S_t(\gamma, \tau) + u_{at} \quad (2.98)$$

Model B

$$z_t = \alpha_1 + \beta_1 t + \alpha_2 S_t(\gamma, \tau) + u_{bt} \quad (2.99)$$

Model C

$$z_t = \alpha_1 + \beta_1 t + \alpha_2 S_t(\gamma, \tau) + \beta_2 t S_t(\gamma, \tau) + u_{ct} \quad (2.100)$$

Bu modellere ek olarak Vougas (2006) testinde tanımlanan Model D ise şu şekilde yazılmaktadır:

Model D

$$z_t = \alpha_1 + \beta_2 t S_t(\gamma, \tau) + u_{dt} \quad (2.101)$$

Cook ve Vougas (2009) testinde ilk adımda, Model A, B, C ve D doğrusal olmayan EKK ile tahmin edilmektedir (Cook ve Vougas, 2009: 1398). Tahmin sonucunda ulaşılan artıklar aşağıdaki şekilde yazılır:

$$\hat{u}_{at} = z_t - \hat{\alpha}_1 - \hat{\alpha}_2 S_t(\hat{\gamma}, \hat{\tau}) \quad (2.102)$$

$$\hat{u}_{bt} = z_t - \hat{\alpha}_1 - \hat{\beta}_1 t - \hat{\alpha}_2 S_t(\hat{\gamma}, \hat{\tau}) \quad (2.103)$$

$$\hat{u}_{ct} = z_t - \hat{\alpha}_1 - \hat{\beta}_1 t - \hat{\alpha}_2 S_t(\hat{\gamma}, \hat{\tau}) - \beta_2 t S_t(\hat{\gamma}, \hat{\tau}) \quad (2.104)$$

$$\hat{u}_{dt} = z_t - \hat{\alpha}_1 - \beta_2 t S_t(\hat{\gamma}, \hat{\tau}) \quad (2.105)$$

Artıkların elde edilmesinin ardından LNV (1998) testinde DF test istatistiğinden yararlanılmaktadır. Sollis (2004) Model A, B ve C üzerinden asimetrik ayarlamalara izin veren bir test süreci önermektedir. Cook ve Vougas (2009) testinde MTAR süreci kullanılmakta ve kritik değerler oluşturulmaktadır (Cook ve Vougas, 2009: 1399).

### 2.3.11. Sollis (2009) Birim Kök Testi

Sollis (2009), KSS (2003) testinde her noktada ortalamaya dönüşün simetrik olduğu varsayımını ortadan kaldırmakta ve ESTAR modelini genişletip, birim köklü temel hipoteze karşılık ESTAR doğrusal olmama ile simetrik ve asimetrik durağanlığa izin veren alternatif hipotezin test edilebildiği yeni bir test süreci önermektedir. Burada birim kök temel hipotezinin reddedilmesi halinde simetrik ve asimetrik durağanlık arasındaki ayrım standart  $F$  testi aracılığıyla yapılabilmektedir. KSS (2003) testinde olduğu gibi Taylor açılımının kullanıldığı Sollis (2009) testinde dikkate alınan asimetrik üstel yumuşak geçişli otoregresif (AESTAR) modeli aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$\Delta z_t = \phi_1 z_{t-1}^3 + \phi_2 z_{t-1}^4 + \sum_{i=1}^k \kappa_i \Delta z_{t-i} + \eta_i \quad (2.106)$$

Kritik değerlerin Sollis (2009) tarafından tablollaştırıldığı testte, birim kök temel hipotezinin,  $H_0: \phi_1 = \phi_2 = 0$ , durağan simetrik ya da asimetrik ESTAR doğrusal olmayanlığa karşı reddedilmesi halinde simetriklik temel hipotezi,  $H_0: \phi_2 = 0$ , asimetrikliğe,  $H_a: \phi_2 \neq 0$ , karşı standart hipotez testi ile sınanabilir. Birim kök temel hipotezinin testinde standart kritik değerlerin kullanılması uygun bulunmamaktadır. Bu nedenle asimtotik dağılıma uygunluk gösteren  $F$  testi kullanılmaktadır (Sollis, 2009: 121). Çalışmada ham veri, ortalama ve trendden arındırılmış seriye ait üç farklı durum için test istatistiği sunulmaktadır.

### 2.3.12. Kruse (2011) Birim Kök Testi

Kruse (2011) birim kök testinde, KSS (2003) birim kök testi temel alınmaktadır. Geliştirilen bu testte  $c = 0$  varsayımı ortadan kaldırılarak ESTAR modeli  $\alpha = 0$  varsayımı ile şu şekilde yazılır:

$$\Delta z_t = \phi z_{t-1} \cdot [1 - e^{(-\theta(z_{t-d}-c)^2)}] + \varepsilon_t \quad (2.107)$$

Burada  $c$ , geçiş fonksiyonu  $G(\theta; z_{t-d} - c)$ 'a dahil edilmektedir. KSS (2003)'ü takiben Taylor açılımının kullanıldığı model aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$\Delta z_t = \phi_1 z_{t-1}^3 + \phi_2 z_{t-1}^2 + \sum_{i=1}^k \rho_i \Delta z_{t-i} + u_t \quad (2.108)$$

Modelde birim kök temel hipotezi,  $H_0: \phi_1 = \phi_2 = 0$ , durağan ESTAR sürece,  $H_1: \phi_1 < 0, \phi_2 \neq 0$ , karşı test edilmektedir. KSS (2003) testindeki  $c = 0$  varsayımının aksine burada  $c$  gerçek değerler aldığından  $\phi_2$ , alternatif hipotez altında çift taraflı olarak tanımlanmaktadır (Kruse, 2011: 75). Alternatif hipotez altında tek ve çift taraflı parametrelerin bir arada olmasından dolayı Abadir ve Distaso (2007) yöntemi dikkate alınarak modifiye edilmiş Wald testi kullanılmaktadır. Kritik değerler ham veri, ortalamadan ve trendden arındırılmış seri için Kruse (2011)'de tablolastırılmıştır.

### 2.3.13. Cuestas ve Garratt (2011) Birim Kök Testi

Cuestas ve Garratt (2011), çalışmalarında kişi başına reel GDP'nin durağan bir sürece sahip olup olmadığını ESTAR tipi birim kök süreci yardımıyla ve doğrusal olmayan deterministik trendleri dikkate alarak sınamaktadır. Bu çalışmada, Kruse (2011) testi geliştirilerek trendden arındırılmış model kullanılmaktadır.

$z_t^R$ , ham veriyi temsil etmek üzere,

$$z_t = z_t^R - \hat{\alpha} - \hat{\beta}trend - \hat{\delta}trend^2 - \hat{\gamma}trend^3 \quad (2.109)$$

tanımlaması üzerinden trendden arındırma işlemi uygulanarak Kruse (2010) modeli yazılır:

$$\Delta z_t = \phi_1 z_{t-1}^3 + \phi_2 z_{t-1}^2 + u_t \quad (2.110)$$

Otokorelasyon problemini önlemek amacıyla modele bağımlı değişkenin gecikmeli hali dahil edilebilmektedir (Cuestas ve Garratt, 2011: 560). Ortalamadan arındırılmış seriyi temsilen  $\tau$ , sabitli ve doğrusal trend ile trendden arındırılmış seri için  $\tau(t)$  değerleri Kruse (2011) çalışmasında; kareli ve küplü trend ile trendden arındırma yapılan model için hesaplanan  $\tau(t^3)$  kritik değerleri Cuestas ve Garratt (2011)'da sunulmaktadır. Hipotezler, Kruse (2011)'de değinildiği gibi,  $H_0: \phi_1 = \phi_2 = 0$  birim kök temel hipotezine karşı,  $H_1: \phi_1 < 0, \phi_2 \neq 0$  durağan ESTAR süreç için oluşturulmaktadır.

#### 2.3.14. Kılıç (2011) Birim Kök Testi

Kılıç (2011), ESTAR modele dayalı geliştirdiği birim kök testinde birim kök vardır temel hipotezi altında geçiş parametresi tanımlanmamakta ve test istatistikleri tek boyutlu grid araştırma yöntemi kullanılarak hesaplanmaktadır. Bu çalışmada aşağıdaki ESTAR modeli dikkate alınmaktadır:

$$\Delta y_t = \delta y_{t-1} G(\gamma, z_t) + e_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.111)$$

Denklemden  $e_t$ , durağan sürece sahiptir ve geçiş fonksiyonu,  $G(\gamma, z_t) = 1 - \exp(-\gamma z_t^2)$ ,  $\delta$  ve  $\gamma$  bilinmeyen parametreler ve geçiş değişkeni,  $d \in 1, \dots, d^{max}$  için  $z_t = \Delta y_{t-d}$ 'dir. Model otokorelasyon problemine karşı aşağıdaki şekilde yeniden yazılmaktadır:

$$\Delta y_t = \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta y_{t-i} + \delta y_{t-1} G(\gamma, z_t) + e_t \quad (2.112)$$

Burada  $\phi(L) = 1 - \sum_{j=1}^p \phi_j L^j$  birim çember dışındaki tüm köklere sahiptir (Kılıç, 2011: 276-277). Hipotezleri  $H_0: \delta = 0$  ve  $H_1: \delta < 0$  şeklinde yazmak mümkündür ancak KSS (2003) testi özelinde ve diğer farklı testlerde de değinildiği gibi burada geçiş parametresi  $\gamma$  bilinmemektedir. Davies (1987) çalışmasından hareketle bu problemin üstesinden gelebilmek amacıyla grid araştırma yöntemi uygulanarak aşağıdaki test istatistiği hipotezlerin sınanmasında kullanılmaktadır:

$$t_{ESTAR} = \inf_{\gamma \in \Gamma_T} \hat{t}_{\delta=0}(\gamma) = \inf_{\gamma \in \Gamma_T} \hat{\delta}(\gamma) / \widehat{sh}(\hat{\delta}(\gamma)) \quad (2.113)$$

Test istatistiğinde  $sh$ , standart hatayı temsil etmektedir ve  $\Gamma_T$  şu şekilde ifade edilmektedir:

$$\Gamma_T = [\underline{\gamma}_T, \bar{\gamma}_T] = \left[ \frac{1}{100s_{zT}}, \frac{100}{s_{zT}} \right] \in R \quad (2.114)$$

Burada  $s_{zT}$ ,  $z_t$  'nin örneklem standart sapmasıdır (Kılıç, 2011: 280).  $t_{ESTAR}$  test istatistiğine ait kritik değerler Kılıç (2011) çalışmasında sunulmaktadır.

### 2.3.15. Cuestas ve Ordenez (2014) Birim Kök Testi

Cuestas ve Ordenez (2014) birim kök testi, LNV (1998), KSS (2003) ve Fourier yaklaşımını dikkate alan doğrusal olmayan birim kök testlerinde değinilecek olan Christopoulos ve Leon-Ledesma (2010) testine alternatif olarak geliştirilmiştir. Burada, lojistik yumuşak geçiş fonksiyonu ile modellenen deterministik bileşenlerde meydana gelen doğrusal olmama ve denge durumuna karşı asimetrik ayarlamalar olmak üzere doğrusal olmamanın iki türünden bahsedilmektedir. İlk olarak,

$$z_t = g(t) + \epsilon_t \quad (2.115)$$

modeli tanımlanır. Burada hata terimi normal  $iid(0, \sigma^2)$  özelliğini taşımaktadır.  $g(t)$ , zamanın sabit olmayan bir fonksiyonudur ve modellenmesi için yararlanılan lojistik fonksiyon şu şekilde tanımlanır:

$$g(t) = g_1 + g_2 t + g_3 L_t(\gamma) + g_4 t L_t(\gamma) \quad (2.116)$$

Tanımlanan modelde  $L_t(\gamma)$ , lojistik yumuşak geçiş fonksiyonudur ve bu fonksiyon sabitte ve/veya eğimde değişmelere izin veren fonksiyondur. Fonksiyon aşağıdaki şekilde gösterilir:

$$L_t(\gamma) = \frac{1}{1 + e^{-\gamma t}} \quad (2.117)$$

Burada değişimlerin ani değil de yumuşak olduğu varsayımı dikkate alınır ve geçiş ayarının hızı  $\gamma > 0$  olarak kabul edilen  $\gamma$  parametresi ile kontrol edilmektedir. Örnek vermek gerekirse;  $\gamma = 0$  ve  $L_t = 0.5$  kabul edildiğinde, yapısal kırılma olmadığı sonucuna varılır ve  $\gamma$  parametre değeri arttıkça yapısal değişimin ani olduğu söylenebilir (Cuestas ve Ordenez, 2014: 970).

Tanımlanan  $g(t)$  modeli doğrusal olmayan EKK yöntemi ile tahmin edilerek artıklar elde edilir ve ardından artıklara KSS (2003) birim kök testi uygulanır. Birim kök temel hipotezinin testi için KSS (2003) testinde Taylor yaklaşımının önerildiği, bağımlı değişkenin gecikmeli halinin de açıklayıcı değişken olarak yer alabildiği model şu şekilde ifade edilir:

$$\Delta \hat{\epsilon}_t = \delta \hat{\epsilon}_{t-1}^3 + \eta_t \quad (2.118)$$

Bu model üzerinden  $H_0: \delta = 0$  birim kök hipotezine karşılık  $H_1: \delta < 0$  alternatif hipotezi test edilir (Cuestas ve Ordóñez, 2014: 971). Kritik değerler Cuestas ve Ordóñez (2014) çalışmasında tablolastırılmıştır.

### 2.3.16. Hu ve Chen (2016) Birim Kök Testi

ESTAR sürecinin dikkate alındığı Hu ve Chen (2016), KSS (2003) testindeki  $c = 0$  ve KSS (2003) ve Kruse (2011) testlerindeki  $\alpha = 0$  varsayımlarını ortadan kaldırarak test sürecinde aşağıdaki modeli dikkate almaktadır:

$$\Delta z_t = \beta_1 z_{t-1} + \beta_2 z_{t-1}^2 + \beta_3 z_{t-1}^3 + v_t \quad (2.119)$$

Hu ve Chen (2016) testinde temel hipotez,  $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$ , alternatif hipoteze,  $H_1: \beta_1 \neq 0, \beta_2 \neq 0, \beta_3 < 0$ , karşı test edilmektedir. KSS (2003) testinde  $|1 + \alpha + \phi| < 1$  olması durumunda sürecin durağan olduğu varsayılmaktadır. Hu ve Chen (2016) testinde  $\phi < 0$  olması sürecin durağan olduğunu göstermektedir. Bunun yanında, Taylor yaklaşımı aracılığıyla  $c$  parametresine bağlı olarak  $\beta_2$  ve  $\beta_3$  negatif ya da pozitif değerler alabiliyorken,  $\beta_1 < 0$  olmaktadır (Güriş, 2018: 4).

Hu ve Chen (2016) testinde, Kruse (2011) testinde olduğu gibi alternatif hipotez altında tek taraflı ve çift taraflı parametreler birlikte tanımlandığından Abadir ve Distraso (2007) yönteminden yararlanılarak modifiye edilmiş Wald testi kullanılmaktadır (Hu ve Chen, 2016: 90).

### 2.3.17. Park ve Shintani (2016) Birim Kök Testi

Park ve Shintani (2016) birim kök testinde, KSS (2003) testi aksine, grid araştırma ile ekstremum tipi test istatistiğinden yararlanılarak geliştirilen testlerden ESTAR temelli olan testi açıklamak için ilk olarak model şu şekilde yazılır:

$$z_t = \rho_1 z_{t-1} \pi(z_{t-d}, \theta) + \rho_2 z_{t-1} \{1 - \pi(z_{t-d}, \theta)\} + \varepsilon_t \quad (2.120)$$

Modelde rejimler arası geçiş  $\rho_1$  ve  $\rho_2$  parametreleri ile sağlanmaktadır. Rejimler arası geçişin yumuşak olmasını sağlayan üstel geçiş fonksiyonu  $\theta = \kappa > 0$  iken aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır:

$$\pi(z_{t-d}, \theta) = 1 - e^{-\kappa^2 z_{t-d}^2} \quad (2.121)$$

Burada yer alan  $\kappa$ , geçişler arasındaki yumuşaklığın derecesini kontrol etmektedir (Park ve Shintani, 2006: 637). ESTAR modeli  $\rho_2 = 1$  kısıtı ile  $\lambda = \rho_1 - 1$  iken aşağıdaki şekilde tekrar yazılır:

$$\Delta z_t = \lambda z_{t-1} \pi(z_{t-d}, \theta) + \varepsilon_t \quad (2.122)$$

Birim kök temel hipotezi,  $H_0: \lambda = 0$ , alternatif hipoteze,  $H_a: \lambda < 0$ , karşı sınanırken temel hipotez altında tanımlanmayan  $\theta$  parametresi dikkate alınarak hesaplanan ekstremum tipi test istatistiği aşağıdaki şekilde gösterilmektedir:

$$T_n = \inf_{\theta \in \Theta_n} T_n(\theta) = \inf_{\theta \in \Theta_n} \hat{\lambda}_n(\theta) / sh(\hat{\lambda}_n(\theta)) \quad (2.123)$$

Burada  $\Theta_n$ ,  $\theta$  parametre uzayını göstermektedir.  $\hat{\lambda}_n(\theta)$ 'nın standart hatası  $sh(\hat{\lambda}_n(\theta))$  şeklinde gösterilmektedir (Park ve Shintani, 2006: 638).

### 2.4. Fourier Yaklaşımı ve Birim Kök Testleri Teorik Literatür

#### Değerlendirmesi

Bu başlık altında öncelikle Fourier yaklaşımının ortaya çıkış süreci kısaca anlatılıp ardından Fourier serileri ve Fourier dönüşümü incelenecektir. Fourier yaklaşımının yapısal kırılmaların modellenmesinde kullanımı açıklandıktan sonra literatürden ilk çalışmalara yer verilip, yapısal kırılmaların Fourier fonksiyonu ve

doğrusal olmamanın STAR tipi modeller ile modellendiği birim kök testleri sunulacaktır.

#### **2.4.1. Fourier Yaklaşımının Ortaya Çıkışı**

Klasik zaman serileri ile çalışıldığında serilerin genel görüntüsü hakkında bilgi sahibi olmak için zaman grafiklerinden yararlanılmaktadır. Serilere ait grafikler serinin mevsimsellik, trend, konjonktürel ve düzensiz hareketler gibi dört farklı bileşenleri hakkında bilgi verirken, serideki periyodik dalgalanmaları ortaya çıkaran frekans bileşenleri hakkında bilgi vermemektedir. Farklı alanlarda kullanılan frekans boyutlu yaklaşımların neden kullanıldığına ilişkin soruyu Allen ve Mills (2004) çalışmalarında bir örnekle açıklamaktadır (Allen ve Mills, 2004: 13): Kalp atışlarının zaman içindeki değişimini gösteren elektrokardiyografi (EKG) görüntüsü düşünüldüğünde, sağlıklı bir insana ait EKG görüntüsünde dalgalanmalar arasında hastalık belirtisi oluşturacak sapmalar beklenmemektedir. Kalp hastalığı olan bir insana ait EKG görüntüsünü düşündüğümüzde ise, bu kişilere göre değişeceği için, sapmaların nasıl olacağı tam olarak kestirilememekte ve görüntünün zaman boyutu değil de frekans boyutu önem kazanmaktadır. Bu noktada, matematiksel açıdan bakıldığında, EKG örneğinde olduğu gibi, farklı sinyalleri zamanın bir fonksiyonu olarak ya da sinyallerin büyüklüğünün ne kadar çabuk değiştiğini gösteren Fourier dönüşümü aracılığıyla, frekansın bir fonksiyonu olarak tanımlamak mümkündür (Qian, 1996: 3). Böylelikle zaman boyutunda anlaşılması zor olan birçok seri özelliği zaman boyutunun frekans boyutuna dönüştürülmesi ile anlaşılması kolay bir hal almaktadır.

Şekil 2.3’de ses dalgalarından oluşan bir örnek gösterilmektedir. Burada konuşmaya başlanılan andan itibaren zamanın her anında sesin şiddeti farklı olmakta ve bu farklılığın nasıl olduğunu zaman boyutunda söylemek mümkün olmamaktadır. Fourier dönüşümü ile zaman boyutundan frekans boyutuna geçildiğinde hem frekansların nasıl değiştiği hem de yoğunluğun nasıl olduğunu söylemek mümkün olmaktadır (Qian, 1996: 5).

**Şekil 2.3: Ses Dalgası Grafiği**



**Kaynak:** Yazar tarafından oluşturulmuştur.

Fransız matematikçi Jean Le Rond d'Alembert, 1747 yılında “Recherches sur les cordes vibrantes-Titreşimli teller üzerine araştırma” adlı çalışma ile titreşimli tel denklemini ya da dalga denklemini türetmiş olsa da gündelik hayatımızın bir parçası ve doğrudan zaman ile ilişkili olan ses, sıcaklık gibi sinyaller 19. yüzyıla kadar yeterince ilgi görmemiştir (Qian, 1996: 21). Fransız fizikçi ve matematikçi Jean-Baptiste Joseph Fourier, 1822 yılında katı cisimlerde ısı iletiminin sonsuz matematiksel dizilimlerle nasıl analiz edildiğini açıkladığı “The Analytical Theory of Heat (Isının Analitik Teorisi)” adlı çalışmada sonradan ismi ile anılacak olan Fourier serilerinin temellerini atmış oldu (Struik, 1998). Özellikle elektrik mühendisliğinde yaygın olarak kullanılmaya başlanan Fourier yaklaşımında yer alan trigonometrik terimler gürültü, ses ve belli bir zaman aralığında gelen çağrı gibi sinyallerin frekans boyutuna taşınarak daha iyi analiz edilmesini sağlamaktadır.

#### **2.4.2. Fourier Serileri**

Fourier serilerini oluşturan sinüs ve kosinüs fonksiyonları diğer tanımlanan tanjant, kotanjant, sekant ve kosekant gibi trigonometrik fonksiyonların temelini

oluşturmaktadır. Bu trigonometrik fonksiyonları tanımlamak için gerçekte sayılar kümesi  $t$  ile sıralı ikililer  $(x, y)$  arasındaki ilişki kullanılmaktadır. Bu durumda, sinüs ve kosinüs fonksiyonlarını şu şekilde yazmak mümkündür:

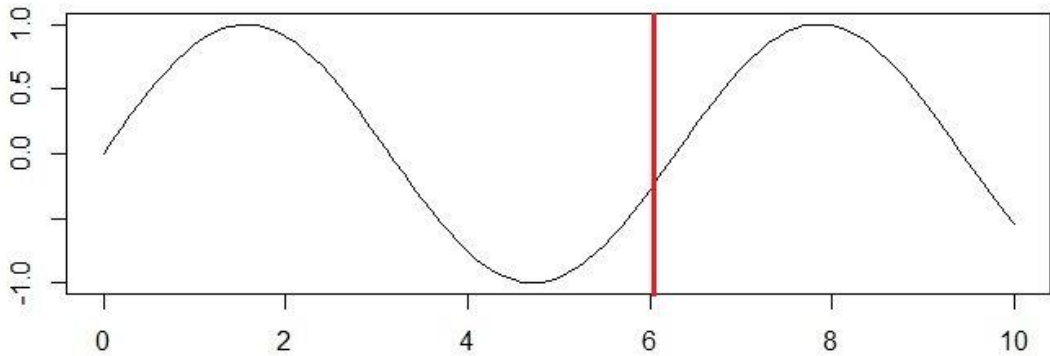
$$x = \cos t \quad (2.124)$$

$$y = \sin t \quad (2.125)$$

Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarında aralıklar  $|\cos t| \leq 1$  ve  $|\sin t| \leq 1$  olarak tanımlanır. Diğer bir ifade ile  $t$ 'nin tüm değerleri için aralık sınırları  $-1 \leq \cos t \leq 1$  ve  $-1 \leq \sin t \leq 1$  sırasıyla yazılır (Bettinger ve Englund, 1963: 63).

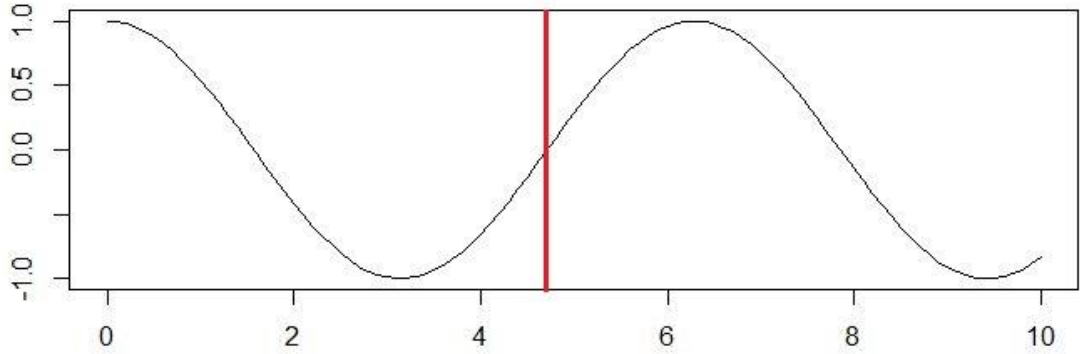
Aşağıda  $t$ , 0-10 değerleri arasında değişen zaman olmak üzere, sinüs ve kosinüs terimlerinin zaman içindeki görünümüne ve periyodik olayların görsel olarak ifade ediliş biçimlerine örnek oluşturmak amacıyla Şekil 2.4 ve Şekil 2.5 oluşturulmuştur. Şekil 2.4 ve Şekil 2.5'te görülen dikey kırmızı çizgi, bir periyottan diğer periyoda geçişi göstermek amacıyla çizilmiştir. Burada kırmızı çizgiden önceki dalga ilk periyodu, sonraki ise ikinci periyodu göstermekte ve artan zamana ve dalga boyutuna göre periyotlar bu şekilde devam etmektedir.

**Şekil 2. 4: Sinüs Fonksiyonu**



**Kaynak:** Yazar tarafından R(4.0.5) ile oluşturulmuştur.

**Şekil 2. 5: Kosinüs Fonksiyonu**



**Kaynak:** Yazar tarafından R(4.0.5) ile oluşturulmuştur.

Periyodik bir fonksiyonu, trigonometrik ya da karmaşık, bir diğer adıyla üstel, fonksiyonların toplamı formunda tanımlayan Fourier serilerini temel formda aşağıdaki şekilde yazmak mümkündür (Hanna ve Rowland, 1990: 74):

$$f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ a_n \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) + b_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \right], -L < x < L \quad (2.126)$$

$$a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx, n \in N_0 \quad (2.127)$$

$$b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx, n \in N \quad (2.128)$$

Serideki her terim, periyot  $2L$  ile periyodiktir ve seriler her  $x$  için  $f$ 'in periyodik olarak uzantısıdır.  $L = \pi$  varsayımı ile Fourier serilerinin farklı bir yazılışı da mümkündür (Hanna ve Rowland, 1990: 74):

$$f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos nx + b_n \sin nx], -\pi < x < \pi \quad (2.129)$$

$$a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f \cos nx dx, n \in N_0 \quad (2.130)$$

$$b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f \sin nx dx, n \in N \quad (2.131)$$

Denklemlerde yer alan  $a_n$  ve  $b_n$  formülleri, seriler için Euler formülü olarak bilinmektedir.

Fourier serilerinin karmaşık ya da üstel formunu da yazmak mümkündür. Bunun için  $f(x)$  fonksiyonu şu şekilde tanımlanmaktadır (Hanna ve Rowland, 1990: 81):

$$f(x) \sim \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp\left(\frac{2n\pi ix}{b-a}\right) \quad (2.132)$$

$$c_n = \frac{1}{b-a} \int_a^b f \exp\left(\frac{-2n\pi ix}{b-a}\right) dx \quad (2.133)$$

$c_n$  eşitliğinde  $a = -\pi$  ve  $b = \pi$  olduğu varsayılırsa,

$$f(x) \sim \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{inx} \quad (2.134)$$

$$c_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f e^{-inx} dx \quad (2.135)$$

olarak tanımlanır.

Yukarıda tanımlanan Fourier serilerinde sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının birlikte tanımlandığı görülmektedir. Fourier serilerinde sinüs ve kosinüs fonksiyonları ayrı olarak da yazılabilmektedir.

$f$ 'in çift olduğu varsayımı ile seri,

$$f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (2.136)$$

$$a_n = \frac{2}{L} \int_0^L f \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx, n \in N_0 \quad (2.137)$$

yazıldığında bu seri Fourier kosinüs serisi adını almaktadır. Fourier sinüs serisi,  $f$ 'in tek olduğu varsayımıyla,

$$f(x) \sim \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (2.138)$$

$$b_n = \frac{2}{L} \int_0^L f \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx \quad (2.139)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Aralık  $(0, L)$  ve periyot  $2L$  olarak alınmaktadır (Hanna ve Rowland, 1990: 81).

### 2.4.3. Fourier Dönüşümü

Doğada, günlük hayatımızda karşılaştığımız sinyallerin zaman boyutundan frekans boyutuna geçişinde kullanılan Fourier dönüşümlerinin popüler olduğuna değinilmişti. Fourier serileri aksine, Fourier dönüşümünde frekanslar periyodik olmayan fonksiyonu temsil etmektedir.

$s(t)$  periyodik olmayan sinyal olmak üzere,

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int S(\omega) \exp\{jt\omega\} d\omega \quad (2.140)$$

ve burada  $S(\omega)$  tanımlanırken,

$$S(\omega) = \int s(t) \exp\{-jt\omega\} dt \quad (2.141)$$

eşitliği kullanılır ve bu eşitlik sürekli Fourier dönüşümü olarak adlandırılır.  $S(\omega)$ ,  $s(t)$  ve karmaşık sinüsoidal fonksiyonlar arasındaki benzerliği ölçmektedir. Sürekli Fourier fonksiyonlarının kesikli Fourier dönüşümlerinde kullanımı uygun olmadığından kesikli Fourier dönüşümünün kullanımı önerilmektedir.

Kesikli-zaman Fourier dönüşümünü açıklarken  $\Delta t$ , örnekleme aralığını gösterebilir ve  $s[k\Delta t] = s(t)$  olsun ve  $\Delta t = 1$  olarak alınsın. Bu durumda kesikli Fourier dönüşümü, sürekli bir değişken  $\theta$ ,  $\theta = \omega\Delta t$  ve normalleştirme frekansı  $\frac{\theta}{2\pi}$  iken şu şekilde ifade edilir (Qian ve Chen, 1996: 23):

$$\bar{S}(\theta) = \sum_k s(k) \exp\{-j\theta k\} \quad (2.142)$$

Dijital bilgisayarlar kullanılırken  $\bar{S}(\theta)$  yalnızca ayrık noktalardan değerlendirileceği için kesikli Fourier dönüşümü aşağıdaki eşitliklerle modifiye edilmektedir (Qian ve Chen, 1996: 23):

$$\bar{S}[n] = \sum_{k=0}^{L-1} \bar{s}[k] W_L^{-nk} \quad (2.143)$$

$$W_L = \exp\left\{j \frac{2\pi}{L}\right\} \quad (2.144)$$

ve

$$\bar{s}[k] = \frac{1}{L} \sum_{n=0}^{L-1} \bar{S}[n] W_L^{nk} \quad (2.145)$$

Bu son eşitlik, ters kesikli Fourier dönüşümü olarak tanımlanmaktadır.

#### **2.4.4. Fourier Yaklaşımının Yapısal Kırılmaların Modellenmesinde Kullanımı**

Doğrusal ve doğrusal olmayan modellere dayanan birim kök testlerinde yapısal kırılmaların modellenmesinde karşılaşılan problemler, kırılmaların sayısının, tarihinin ve şeklinin önsel olarak biliniyor kabul edilmesi, kırılmaların nasıl modelleneceği sorusunu ortaya çıkarmış ve alternatif bir yöntem olarak gösterilen Fourier yaklaşımı ile bu problemlerin üstesinden gelineceğine dair Gallant (1981), Gallant (1984), Gallant ve Souza (1991), Becker vd. (2004), Becker vd. (2006), Enders ve Lee (2012a) Enders ve Lee (2012b) literatüre önemli katkılar yapmıştır.

Ekonometri literatürünü değerlendirdiğimizde Fourier fonksiyonu genel hali ile aşağıdaki şekilde gösterilebilir:

$$\alpha(t) = \gamma_0 + \sum_{k=1}^K \gamma_k \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \sum_{k=1}^K \beta_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (2.146)$$

Burada  $k$ , frekans sayısını;  $t$ , trend terimini;  $T$ , gözlem sayısını göstermektedir.  $\pi = 3.1416$  ve  $K = T/2$ 'dir. Trigonometrik fonksiyonların katsayıları  $k = 1, 2, \dots, K$ 'nın en az biri için anlamlı bulunduğu doğrusal olmayan fonksiyonun deterministik bileşeni iyi açıkladığı ve veri yaratma sürecinde en az bir kırılmanın olduğu söylenebilir. Trigonometrik fonksiyonlar anlamsız bulunduğu yapısal kırılmaların olmadığı, klasik testlerin kullanılabileceği sonucuna varılmaktadır (Christopoulos, 2010: 1079).

Fourier fonksiyonu kullanılmadan çoklu kırılmaların kukla değişkenlerle modellendiği farklı testler kullanılabilir ancak kukla değişken sayısı arttıkça fazla sayıda parametre tahmin etmek gerekeceğinden bu tür testlerde güç kaybı meydana gelecektir, karşılaşılan ve bahsedilen diğer problemlere ek olarak. Bu sebeple, Fourier fonksiyonunun kullanımı ile fazla sayıda parametre tahmin etme sorunu da ortadan kalkıp, kademeli kırılmaların modellenmesinde güçlü test sonuçlarına ulaşılmaktadır (Enders ve Lee, 2012a: 574-575). Bazı testlerin U-şekli kırılmalarda ya da serinin sonuna doğru meydana gelen kırılmaları modellemede güçleri zayıf olsa da Becker vd. (2006) farklı şekil ve frekanslardan oluşturdıkları panellerde, aynı boyut ve sürede

meydana gelen kırılmanın yerinin farklı olmasının kalıntı kare toplamını etkilemediğini göstermektedir.

Tanımlanan Fourier fonksiyonunda kullanılacak frekans sayısının ne olacağı bir soru işareti olmakla birlikte, Becker vd. (2004), Becker vd. (2006), Enders ve Lee (2012a) ve Enders ve Lee (2012b) çalışmalarında tek frekans ile çalışmanın kırılmaların modellenmesinde uygun olacağını göstermektedir. Frekans  $k$ 'nın doğru değerinin ne olduğu bilinmediğinden [1,5] arasındaki tam sayıların denenmesi ve en küçük kalıntı kare toplamını veren  $k$ 'nın en uygun frekans olduğu önerilmektedir (Christopoulos vd. 2010: 1080). Buradan hareketle tek frekans ile Fourier yaklaşımı şu şekilde ifade edilir:

$$\alpha(t) = \gamma_0 + \gamma_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \beta_1 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (2.147)$$

Enders ve Lee (2012a) çalışması incelendiğinde Fourier yaklaşımı dikkate alınarak dokuz seri ve  $T=500$  için oluşturulan, farklı yapılarda keskin ve yumuşak yapısal kırılmaları içeren, genellikle makro değişkenlerde rastlanan geçici kırılmalar, eğimde, eğimde ve düzeyde kırılmalar, paneller sunulmaktadır. Sunulan paneller üzerinden genel bir değerlendirme yapıldığında, yapısal kırılmaların formunun bilinmediği durumlarda tek frekanslı Fourier yaklaşımının kullanılması daha uygun sonuçlar vermektedir. Bununla birlikte, çoklu ya da keskin kırılmaların olması halinde ikinci bir frekansın eklenmesi oldukça önemlidir. Ayrıca  $k = 1$  alınması yapısal kırılmaların yakalanmasında genellikle iyi bir yaklaşımdır. Düşük frekansla çalışılması durumunda kısa süreli keskin kırılmalar iyi bir performans göstermemektedir. Esnek Fourier formu, LSTAR ve ESTAR kırılma durumunda benzer davranış sergilediğinden birim kök testlerinde LSTAR ve ESTAR yapıdan hangisinin kullanılması gerektiği konusundaki kararsızlığı da önlemektedir (Enders ve Lee, 2012a: 577).

#### **2.4.5. Fourier Yaklaşımının Birim Kök Testlerinde Kullanımı**

Bu bölümde ilk olarak Fourier yaklaşımının birim kök testlerinde kullanımının temellerini oluşturan çalışmalardan Becker vd. (2004), Becker vd. (2006), Enders ve Lee (2012a), Enders ve Lee (2012b) açıklanıp, ardından kırılmaların Fourier yaklaşımı

ve doğrusal olmamanın da STAR tipi modeller aracılığıyla modellendiği birim kök testlerinden Christopoulos ve Leon-Ledesma (2010), Ranjbar vd. (2018) ve Gürış (2018) testlerine yer verilecektir.

#### 2.4.5.1. Becker vd. (2004) Birim Kök Testi

Becker vd. (2004), zamana bağlı parametreler için önerdiği testte, incelenen parametrelerdeki değişimin bilinmeyen fonksiyonel formunun tahmininde trigonometrik terimlerden yararlanmaktadır. Bu test Trig-test olarak da adlandırılmaktadır.  $\alpha(t)$ 'nin zamana bağımlı katsayı,  $w_t$ 'nin zayıf durağan değişken ve  $\varepsilon_t$ 'nin sıfır ortalama ve sabit varyansla normal dağılan hata terimi olduğu doğrusal model şu şekilde yazılır:

$$z_t = w_t \alpha(t) + \varepsilon_t \quad (2.148)$$

Fourier fonksiyonu ile modeli,

$$z_t = w_t \left[ \gamma_0 + \gamma_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \gamma_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \right] + \varepsilon_t \quad (2.149)$$

şeklinde yazmak mümkündür. Eşitlikte  $k$ , frekans sayısı;  $\gamma_0$ ,  $\gamma_1$  ve  $\gamma_2$ 'de sabit terimlerdir. Önerilen testte temel hipotez  $H_0: \gamma_1 = \gamma_2 = 0$ , benzerlik oranı  $LR(k)$  testi ile test edilmektedir. Frekans,  $k$ , temel hipotez altında tanımlanmadığından Trig-testinin uygulanması kolay olmamaktadır. Bu sebeple, Davies (1987), Andrews ve Ploberger (1994) ve Stinchcombe ve White (1998)'de olduğu gibi, en uygun yöntemin ayırık küme  $I''$  de tanımlı  $G$  frekansları dikkate alınması olduğu bilinmektedir. Farklı frekanslar için  $k_i \in I''$  ve  $i = 1, \dots, G$  tanımlanırken, Andrews ve Ploberger (1994) tarafından aşağıdaki testler önerilmiştir.

$$LR_{sup} = \sup_{f_i \in \Gamma} LR(k_i); LR_{ave} = \frac{1}{G} \sum_{f_i \in \Gamma} LR(k_i) \quad (2.150)$$

$$LR_{exp} = \ln \left[ \frac{1}{G} \sum_{f_i \in \Gamma} \exp\left(\frac{LR(k_i)}{2}\right) \right] \quad (2.151)$$

Belirtilen testler için kritik değerler, Hansen (1999) yaklaşımından hareketle, bootstrap yaklaşımı ile elde edilmektedir (Becker vd., 2004: 899-900). Sonuçlar testin boyut ve güç özelliklerinin iyi olduğu ve yapısal kırılmaların trigonometrik terimlerin

kullanılması ile yakalandığı yönündedir. Ayrıca test, stokastik parametre sürecine kıyasla daha güçlü sonuçlar vermektedir (Becker vd., 2004: 905).

#### 2.4.5.2. Becker vd. (2006) Birim Kök Testi

Becker vd. (2006), yapısal kırılmaları modellemenin önemine dikkat çektikleri çalışmada, özellikle makroekonomik değişkenlerde, bilinmeyen sayıda, tarihte ve farklı formlarda yapısal kırılmaların gözlenebileceğini ve bunlar üzerinde yapılabilecek bir hatanın model tanımlamasında ciddi sorunlara sebep olabileceğine değinmişlerdir. Buradan hareketle geliştirdikleri testte Fourier yaklaşımını kullanarak bahsedilen sorunların üstesinden gelip, kademeli kırılmalarda oldukça güçlü sonuçlar elde etmişlerdir. Busetti ve Harvey (2001), Kurozumi (2002), Presno ve Lopez (2003), Harvey ve Mills (2003) ve Busetti ve Taylor (2003)'in düzeyde ve eğimde meydana gelen değişimleri kukla değişkenler ile modelleyip geliştirdikleri KPSS testi, Becker vd. (2006)'da Fourier yaklaşımının kullanılmasıyla farklılaşmaktadır. Geliştirilen bu yeni test, Fourier yaklaşımının birim kök testlerinde kullanıldığı ilk çalışmadır (Becker vd., 2006: 381).

Veri yaratma süreci için  $\varepsilon_t$ , durağan hata terimi ve  $u_t$ ,  $\sigma_u^2$  varyansı ile *iid* iken,

$$y_t = X_t' \beta + Z_t' \gamma + r_t + \varepsilon_t \quad (2.152)$$

$$r_t = r_{t-1} + u_t \quad (2.153)$$

denklemini yazılır. Denkleminde  $y_t$ 'de düzeyde durağan süreç için  $X_t = [1]$  ve trend durağan süreç için ise  $X_t = [1, t]'$  kullanılmaktadır.  $Z_t$ , kırılmaları ya da farklı sebeplerle oluşmuş doğrusal olmamayı modellemek amacıyla trigonometrik fonksiyonlarla oluşturulan Fourier yaklaşımını temsil etmektedir.  $\alpha(t)$ , bilinmeyen form ve sayıdaki kırılmalar ile bir fonksiyon olmak üzere tek frekans için şu şekilde ifade edilir:

$$\alpha(t) \cong Z_t' \gamma = \gamma_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \gamma_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (2.154)$$

Burada  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$  olduğunda tanımlanan  $y_t$  eşitliğinde doğrusallıktan söz edilmektedir.  $H_0: \gamma_1 = \gamma_2 = 0$  hipotezi reddedildiğinde serinin doğrusal olmayan bileşene sahip olduğu sonucuna varılmakta ve Becker vd. (2006)'da önerilen  $F$  testi

istatistiklerinden yararlanılmaktadır. Veri yaratma sürecinde yer alan  $Z_t$  olmadığında, eşitlik KPSS testini göstermektedir ve durağanlık temel hipotezinin testinde ( $\sigma_\mu^2 = 0$ ),  $\hat{S}_t = \sum_{j=1}^t \hat{e}_j$  ve  $\hat{e}_t$ ,  $y_t$  regresyonunun EKK tahmininden elde edilen artıklar iken test istatistiği şu şekilde yazılır:

$$\tau_{KPSS} = \frac{1}{T^2} \frac{\sum_{t=1}^T \hat{S}_t^2}{\hat{\sigma}^2} \quad (2.155)$$

$$y_t = \alpha + \gamma_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \gamma_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + e_t \quad (2.156)$$

$$y_t = \alpha + \beta t + \gamma_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \gamma_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + e_t \quad (2.157)$$

$\tilde{S}_t(k) = \sum_{j=1}^t \tilde{e}_j$  ve  $\tilde{e}_j$ , Denklem 2.156 ve 2.157'den elde edilen EKK artıklarını gösterirken Fourier KPSS testinde test istatistikleri şu şekilde ifade edilir (Becker vd., 2006: 385-386):

$$\tau_\mu(k) \text{ ya da } \tau_t(k) = \frac{1}{T^2} \frac{\sum_{t=1}^T \tilde{S}_t(k)^2}{\hat{\sigma}^2} \quad (2.158)$$

#### 2.4.5.3. Enders ve Lee (2012a) Birim Kök Testi

Enders ve Lee (2012a), Gallant (1981) çalışmasını temel alarak esnek Fourier yaklaşımını; Becker vd. (2006) çalışmasını takip ederek de düşük frekans bileşenlerini kullanmaktadır. Enders ve Lee (2012a), kırılma sayısının az olduğu durumda Fourier fonksiyonunda düşük frekans bileşenlerini kullanmanın kırılmaları daha iyi yakaladığını göstermektedirler. Ayrıca, Fourier yaklaşımı kullanımı ile çok sayıda parametre tahmin etme ihtiyacı azaldığından test sonuçlarının boyut ve güç özellikleri oldukça iyidir (Enders ve Lee, 2012a: 574).

Yumuşak geçişli kademeli kırılmalarda ve keskin kırılmalarda güçlü sonuçlar veren Enders ve Lee (2012a) birim kök testinde doğrusal olmayan trend Fourier yaklaşımı ile,  $d(t)$ , DF tipi testte zamanın bağımlı bir fonksiyonunu gösteren deterministik terim ve hata terimi  $\varepsilon_t$ ,  $\sigma_\varepsilon^2$  varyans ile durağan olmak üzere,

$$z_t = d(t) + \rho z_{t-1} + \gamma t + \varepsilon_t \quad (2.159)$$

şeklinde yazılır. Deterministik terim  $d(t)$ 'nin formu bilindiğinde denklemi doğrudan tahmin etmek mümkün olmakla birlikte birim kök temel hipotezi de doğrudan test edilebilir.  $d(t)$ 'nin formu bilinmediğinde ve  $d(t)$  yanlış tanımlandığında  $\rho = 1$  için kullanılan testler problemli olacaktır. Bu nedenle, Enders ve Lee (2012a) çalışmasında Fourier yaklaşımının kullanımı önerilerek deterministik terim şu şekilde ifade edilmektedir:

$$d(t) = \gamma_0 + \sum_{k=1}^n \gamma_k \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \sum_{k=1}^n \beta_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (2.160)$$

Denklemden  $n$  kümülatif frekansların sayısı,  $k$  belirli bir frekans ve  $T$  gözlem sayısı iken  $n \leq T/2$  dikkate alınmaktadır ve  $T$ 'ye bağlı olarak  $n$  arttığında testin gücünün zayıfladığı görülmektedir (Enders ve Lee, 2012a: 575).

Veri yaratma sürecinde DF tipi teste göre Schmidt ve Phillips (1992) ve Amsler ve Lee (1995) Lagrange Çarpanı (LM) yöntemi daha güçlü bulunduğundan bu yöntem kullanılarak tek frekanslı, ilk farkları alınmış regresyon denklemi şu şekilde ifade edilir (Enders ve Lee, 2012a: 578):

$$\Delta z_t = \gamma_0 + \gamma_1 \Delta \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \gamma_2 \Delta \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + v_t \quad (2.161)$$

Denklemin tahmininden elde edilen katsayılar ile trendden arındırılmış seri,  $\tilde{S}_t$ , oluşturulur ve ardından,

$$\Delta z_t = \varphi \tilde{S}_{t-1} + d_0 + d_1 \Delta \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + d_2 \Delta \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \varepsilon_t \quad (2.162)$$

elde edilir ve  $z_t$  durağan olmadığında  $\varphi = 0$ 'dır. Lagrange Çarpanı (LM) test istatistiği,  $\tau_{LM}$ , kritik değerleri Enders ve Lee (2012a)'da tablolandırılmıştır. Bu testin veri yaratma sürecinde eğer doğrusal olmayan trend yok ise doğrusal olmayan trendin olmadığı standart birim kök testi kullanmak daha güçlü sonuçlara ulaşılması açısından uygun olacaktır.

Doğrusallık temel hipotezi doğrusal olmayan trend alternatif hipotezine karşı test edilmek istendiğinde Harvey vd. (2010) testinde kullanılan yöntemle benzer olarak  $k$  frekans sayısı ile  $F$  testi şu şekilde ifade edilir:

$$F(k) = ((SSR_0 - SSR_1(k))/2)/(SSR_1(k)/(T - q)) \quad (2.163)$$

Verilen testte  $SSR_1(k)$ , trendden arındırılmış seri ile oluşturulan fark denkleminin kalıntı kareleri toplamı,  $q$  açıklayıcı değişken sayısı ve  $SSR_0$ , trigonometrik terimlerin olmadığı regresyon modelinin artık kareleri toplamıdır (Enders ve Lee, 2012a: 580).

#### 2.4.5.4. Enders ve Lee (2012b) Birim Kök Testi

Becker vd. (2004) ve Becker vd. (2006) çalışmalarını takiben Enders ve Lee (2012a) ve Rodrigues ve Taylor (2012), Gallant (1981)'i temel alarak bir ya da çoklu yapısal kırılmaların Fourier yaklaşımının düşük frekanslı bileşimi ile yakalandığı Fourier yaklaşımlı birim kök testlerini literatüre katmışlardır. Bu çalışmaların uzantısı olarak Enders ve Lee (2012b), DF tipi yeni bir Fourier birim kök testi önermiştir. Enders ve Lee (2012a)'da trendden arındırma yapılarak LM kullanılmakta iken Rodrigues ve Taylor (2012)'de DF-Genelleştirilmiş En Küçük Kareler (GLS) trendden arındırma yöntemi kullanılmaktadır. Burada önerilen testte ise bahsi geçen iki testten farklı olarak DF yöntemi temel alınmaktadır. DF yönteminin kullanılması, hem uygulama kolaylığı sağlamak hem de trendden arındırma yöntemine dayalı testlerde görülen başlangıç değeri problemi burada sorun yaratmamaktadır. Rodrigues ve Taylor (2012)'den farklı olarak bu testte, doğrusal olmama durumunda da kullanılan  $F$  testi sunulmaktadır (Enders ve Lee 2012b: 196).

Becker vd. (2006) birim kök testine benzer şekilde,

$$z_t = \alpha + \gamma_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \gamma_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + e_t \quad (2.164)$$

ve

$$z_t = \alpha + \beta t + \gamma_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \gamma_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + e_t \quad (2.165)$$

denklemleri burada da yazıldığında  $\gamma_1 = \gamma_2 = \dots = 0$  olduğunda süreç doğrusaldır ve geleneksel birim kök testlerinin kullanılması uygundur. Kırılma ya da doğrusal olmayan trend ile karşılaşıldığında en azından tek frekans ile Fourier yaklaşımının kullanılması önerilmektedir. Tek frekansın dikkate alındığı regresyon şu şekilde yazılır (Enders ve Lee 2012b: 197):

$$\Delta z_t = \rho z_{t-1} + c_1 + c_2 t + c_3 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + c_4 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + v_t \quad (2.166)$$

Birim kök temel hipotezine ait kritik değerler frekans  $k$ 'ya ve örneklem büyüklüğüne bağlı olup, trigonometrik ve deterministik terimlere bağlı olmadığından kritik değer  $\tau_{DF\_t}$  simülasyonlarla elde edilmektedir. Frekans değeri  $k$ , baştan tanımlanmayıp, tahmin edilmek istendiğinde ilk olarak,  $\Delta z_t$ 'nin bağımlı olduğu regresyon modeli  $1 \leq k \leq 5$  durumu göz önüne alınarak tahmin edilir ve en küçük kalıntı kareleri toplamını veren regresyon seçilir. İkinci adım olarak, geleneksel F testi ile trigonometrik terimlerin anlamlılığı sınanır ve Enders ve Lee (2012b)'de tablolastırılan  $F(\hat{k})$  kritik değerler kullanılır. Trigonometrik terimler anlamlı bulunmadığında klasik DF testinin kullanımı önerilmektedir. Ek olarak, regresyonu gerekli olmayan trendi hariç tutup tahmin ederek daha güçlü tahminlere ulaşmak da mümkündür. Bu çalışmada Enders ve Lee (2012a)'ye benzer olarak Fourier fonksiyonunda kümülatif frekansın dikkate alındığı bir yaklaşım da denenmektedir ancak kümülatif frekanslı tahminler her ne kadar daha kesin sonuçlar verse de güç kaybına yol açtığı gözlemlenmektedir (Enders ve Lee 2012b: 198) .

#### 2.4.5.5. Christopoulos ve Leon-Ledesma (2010) Birim Kök Testi

Doğrusal olmayan yapının ESTAR tipi model aracılığıyla ve yapısal kırılmaların da Fourier fonksiyonu ile modellendiği Christopoulos ve Leon-Ledesma (2010) birim kök testi, ESTAR tipi yapı ile Fourier fonksiyonunun ilk defa bir araya geldiği test olma özelliği taşımaktadır.

Stokastik sürece sahip  $z_t$  için aşağıdaki model yazıldığında,

$$z_t = \delta(t) + e_t \quad (2.167)$$

$\delta(t)$ , zamanla değişen deterministik bileşendir ve  $e_t$ , normal dağılımlı, sıfır ortalama ve sabit varyans özelliğini taşımaktadır. Becker vd. (2004) ve Becker vd. (2006), Enders ve Lee (2012a) ve Enders ve Lee (2012b) çalışmalarında değinildiği gibi burada da  $\delta(t)$ 'nin bilinmeyen formu ve bilinmeyen sayıdaki kırılmalar için Fourier yaklaşımı tek frekans ile şu şekilde tanımlanmaktadır:

$$\delta(t) = \gamma_0 + \gamma_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \beta_1 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (2.168)$$

Trigonometrik fonksiyonların katsayıları, istatistiksel olarak anlamlı bulunup,  $\gamma_1 = \beta_1 = 0$  hipotezi reddedildiğinde, en az bir frekans ve kırılma için  $z_t$  deterministik bileşenin doğrusal olmayan yapıda iyi açıklandığı söylenebilir (Christopoulos ve Leon-Ledesma, 2010: 1079). Temel hipotezin reddedilmemesi durumunda doğrusal modellerin kullanılması uygun olacaktır. Test istatistiği için Becker vd. (2006)'da tanımlanan F tablo değerlerinden yararlanılacaktır. Burada dikkat edilmesi gereken bir diğer durum da, trigonometrik fonksiyonlara ait katsayıların anlamlılığı test edilmeden önce incelenen serinin durağan özellik göstermesi, uygulanan testte birim kök temel hipotezinin reddedilmesi gerekmektedir. Bu bilgiler altında, uygun frekans sayısına karar verildikten sonra EKK artıkları,

$$z_t = \alpha + \gamma_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \gamma_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + e_t \quad (2.169)$$

modeli üzerinden şu şekilde elde edilir:

$$\hat{e}_t = z_t - \alpha - \hat{\gamma}_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) - \hat{\gamma}_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (2.170)$$

Artıklar elde edildikten sonra birim kökün varlığı sınanmaktadır. Birim kök testi için Christopoulos ve Leon-Ledesma (2010) üç farklı model önermektedir (Christopoulos ve Leon-Ledesma, 2010: 1081):

$$\Delta e_t = \alpha_1 e_{t-1} + \sum_{j=1}^p \beta_j \Delta e_{t-j} + v_t \quad (2.171)$$

$$\Delta e_t = \rho e_{t-1} (1 - \exp(-\theta \Delta e_{t-j}^2)) + \sum_{j=1}^p \alpha_j \Delta e_{t-j} + v_t, i = 1, 2, \dots, L \quad (2.172)$$

$$\Delta e_t = \delta_1 e_{t-1}^3 + \sum_{j=1}^p \varphi_j \Delta e_{t-j} + v_t \quad (2.173)$$

Modellerde hata terimi  $v_t$ , beyaz gürültü özelliği taşımaktadır ve  $\theta > 0$ 'dır. İkinci modelde geçiş parametresi  $\theta$ , iki rejim arasındaki geçiş hızını belirlemektedir. Tanımlanan bu üç modelden ilki, Fourier ADF olarak bilinmektedir. Burada birim kök temel hipotezi  $H_0: \alpha_1 = 0$ , alternatif hipoteze,  $H_1: \alpha_1 \neq 0$ , karşı test edilmektedir. İkinci model, Kılıç ve Jong (2006) tarafından geliştirilen birim kök testine ait modeli göstermekte iken üçüncü model, KSS (2003) birim kök testine aittir. İkinci ve üçüncü modelde, geçici kırılmalara ek olarak, birim kök temel hipotezi doğrusal olmayan

alternatif hipoteze karşı test edilmektedir (Christopoulos ve Leon-Ledesma, 2010: 1081). Kullanılan test istatistikleri şu şekildedir (Christopoulos ve Leon-Ledesma, 2010: 1082):

$$F - Sup - t_{iN} = \sup_{(\theta) \in \Theta} \left\{ \frac{\tilde{\rho}(\theta)}{s.h.(\tilde{\rho}(\theta))} \right\}_{\rho=0} \quad (2.174)$$

Burada  $H_0: \rho = 0$  hipotezinin testinde,  $\frac{\tilde{\rho}(\theta)}{s.h.(\tilde{\rho}(\theta))}$   $t$  oran testi kullanılmaktadır.  $\theta$ 'nın ilk değerinin tahmininde grid araştırma yöntemi kullanılmaktadır.

$$F - t_{NL} = \frac{\tilde{\delta}_1}{s.h.(\tilde{\delta})_1} \quad (2.175)$$

Tanımlanan  $F - t_{NL}$  test istatistiği ile birim kök  $H_0: \delta_1 = 0$  temel hipotezine karşılık  $H_1: \delta_1 < 0$  alternatif hipotezi test edilmektedir.

#### 2.4.5.6. Ranjbar vd. (2018) Birim Kök Testi

Ranjbar vd. (2018) testinde, Christopoulos ve Leon-Ledesma (2010) testini takiben yapısal kırılmaların modellenmesinde Fourier yaklaşımı kullanılmaktadır. Farklı olarak, doğrusal olmayan formun modellenmesinde, KSS (2003) testi yerine Sollis (2009) testi önerilmektedir.

İlk olarak, Christopoulos ve Leon-Ledesma (2010) birim kök testinde olduğu gibi Fourier yaklaşımından artıklar elde edilmektedir.

Bir  $z_t$  serisinin veri yaratma sürecinde,

$$z_t = \alpha(t) + e_t \quad (2.176)$$

olarak tanımlansın ve zamanla değişen deterministik bileşen  $\alpha(t)$  şu şekilde yazılır:

$$\alpha(t) = D_t \lambda + \gamma_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \gamma_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (2.177)$$

Denklem 2.176, Denklem 2.177 dikkate alınarak şu şekilde yeniden yazılır:

$$z_t = D_t \lambda + \gamma_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \gamma_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + e_t \quad (2.178)$$

Denklemin EKK tahmini sonucunda artıklar aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\hat{e}_t = z_t - \hat{\alpha}(t) \quad (2.179)$$

$$\hat{\alpha}(t) = D_t \hat{\lambda} + \hat{\gamma}_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \hat{\gamma}_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (2.180)$$

Elde edilen artıklar üstel ve lojistik fonksiyonun kombinasyonundan oluşan AESTAR modeli ile test edilir. Model şu şekilde ifade edilir:

$$\Delta \hat{e}_t = \Omega_t(\eta_1, \hat{e}_{t-1}) \{S_t(\eta_2, \hat{e}_{t-1}) \rho_1 + (1 - S_t(\eta_2, \hat{e}_{t-1})) \rho_2\} \hat{e}_{t-1} + v_t \quad (2.181)$$

$$\Omega_t(\eta_1, \hat{e}_{t-1}) = 1 - \exp(-\eta_1(\hat{e}_{t-1}^2)) \quad \eta_1 \geq 0 \quad (2.182)$$

$$S_t(\eta_2, \hat{e}_{t-1}) = [1 + \exp(-\eta_2(\hat{e}_{t-1}^2))]^{-1} \quad \eta_2 \geq 0 \quad (2.183)$$

Modelde,  $v_t$ , sıfır ortalama ve sabit varyanslı hata terimi olmak üzere  $\hat{e}_t$ , geçiş değişkenini temsil etmektedir (Ranjbar vd. 2018: 52-54). Ranjbar vd. (2018) testinde birim kökün varlığı sınanırken elde edilen artıklara Sollis (2009) testi aşağıdaki denklem yardımıyla uygulanmaktadır:

$$\Delta \hat{e}_t = \phi_1 \hat{e}_{t-1}^3 + \phi_2 \hat{e}_{t-1}^4 + \sum_{i=1}^k \kappa_i \Delta \hat{e}_{t-i} + v_t \quad (2.184)$$

Burada  $H_0: \eta_1 = 0$  hipotezi yerini  $H_0: \phi_1 = \phi_2 = 0$  hipotezine bırakmaktadır. Test sonucunda birim kök temel hipotezi, durağan simetrik ve asimetric ESTAR doğrusal olmama alternatif hipotezine karşı reddedildiğinde, simetrik ESTAR doğrusal olmama hipotezi  $H_0: \phi_2 = 0$ , alternatif hipotez  $H_1: \phi_2 \neq 0$ 'a karşı standart F testi ile sınanabilir (Ranjbar vd. 2018: 54-55). Ranjbar vd. (2018) testinde kritik değerler, deterministik bileşen  $\alpha(t)$ 'de tanımlanan  $D_t$ 'nin yalnızca sabit terim ve sabit ve trend terimlerini birlikte içermesine bağlı olarak iki model üzerinden hesaplanmaktadır.

Önceki Fourier temelli birim kök testlerinde olduğu gibi burada da birim kök temel hipotezi reddedilip, durağanlık sağlandığında Fourier terimlerinin istatistiksel anlamlılığı Becker vd. (2006)'da yer alan F istatistiği ile sınanmaktadır (Ranjbar vd. 2018: 55).

#### 2.4.5.7. Güriş (2018) Birim Kök Testi

Güriş (2018) testinde de form, sayı ve tarihinin önsel olarak bilinmesinin mümkün olmadığı yapısal kırılmalar, Becker vd. (2004), Becker vd. (2006) ve Enders ve Lee (2012a) ve Enders ve Lee (2012a) testlerini takiben Fourier yaklaşımı ile modellenmektedir. Fourier yaklaşımının kullanımı Christopoulos ve Leon-Ledesma (2010) ve Ranjbar vd (2018) testinde açıklandığı şekildedir. Burada diğerlerinden farklı olarak doğrusal olmayan yapının modellenmesinde Kruse (2011) prosedürü önerilmektedir.

İlk adımda Fourier yaklaşımından ulaşılan artıklarla aşağıdaki model tahmin edilerek birim kök sınaması yapılmaktadır:

$$\Delta e_t = \phi_1 e_{t-1}^3 + \phi_2 e_{t-1}^2 + \sum_{i=1}^k \kappa_i \Delta e_{t-i} + \eta_i \quad (2.185)$$

Bu model kullanılarak,  $H_0: \phi_1 = \phi_2 = 0$  birim kök hipotezine karşılık ESTAR süreci,  $H_0: \phi_1 < 0, \phi_2 \neq 0$  test edilmektedir. Test istatistiği Kruse (2011) testine benzer olarak şu şekilde hesaplanmaktadır:

$$\tau = t_{\phi_2=0}^2 + 1(\hat{\phi}_1 < 0)t_{\phi_1=0}^2 \quad (2.186)$$

Birim kök temel hipotezinin reddedilmesi durumunda Fourier terimlerinin anlamlılığı önceki testlerde olduğu gibi sınanmaktadır. Terimlerin istatistiksel olarak anlamlı bulunması,  $z_t$  değişkeninin kırılmalı deterministik fonksiyon etrafında durağan olduğu bilgisini vermektedir (Güriş, 2018: 3).

## ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

### EŞBÜTÜNLEŞME TESTLERİ

#### 3.1. Eşbütünleşme Analizi

Nobel Ekonomi Ödülü'nü 2003 yılında Robert F. Engle ile paylaşan Clive W.J. Granger, “for methods of analyzing economic time series with common trends” motivasyonu ile ödüle layık görülmüştür. Søren Johansen ve Katerina Juselius'un ileri düzey test yöntemleri geliştirmesi; Svend Hylleberg'un mevsimsel veriler üzerine olan teoriyi ilerletmesi, Eilev Jansen ve Norveç Bankası'ndaki arkadaşlarının ekonometrik modelleme üzerindeki çalışmaları ve Timo Terasvirta'nın doğrusal olmayan formdaki eşbütünleşme analizi için modeller geliştirmesi Granger ile birlikte eşbütünleşme fikrinin ilk çalışmalarına katkı sağlamıştır (Granger, 2003: 362). Granger, Nobel Ekonomi Ödülü'nü Engle ile paylaşmasının ardından verdiği derste (Bkz.: Granger, 2003) David Hendry tarafından ortaya atılan “bir çift tümleşik seri arasındaki farkın durağan olacağı” fikrinin yanlış olduğunun kanıtlanabileceğini düşünürken bu fikrin doğru olduğunu göstermiş ve bunu eşbütünleşmeye genelleştirerek eşbütünleşme fikrinin nasıl ortaya çıktığını açıklamaktadır.

Temel düzeyde ekonomik değişken çiftlerine baktığımızda en azından uzun dönemde bu değişken çiftlerinin birbirine yakınsaması beklenmektedir. Bir ülkenin farklı bölgelerindeki bir malın fiyatı, yerel yönetimin gelir ve giderleri, fiyatlar ve ücretler, ithalat ve ihracat bu değişken çiftlerine örnek verilebilir. Bunların yanında, bazı ekonomi teorileri daha fazla değişkenlerin de eklenmesini gerekli kılıp, uzun vadede değişkenlerin birbirine yaklaştığı ilişkiler önermektedir. Kısa dönemde ya da mevsimsel etkiler sebebiyle değişkenlerde ıraksama gözlemlenebilir ancak uzun vadede süreklilik arz eden ıraksamalar ekonomik olarak sorun yaratmaktadır. Bu durumda bir piyasa mekanizması veya devlet müdahalesi gibi ekonomik güçlerin devreye girip duruma müdahalesi söz konusudur. Bu müdahale ile değişken çiftlerinin birlikte hareket etmesi beklenmektedir (Granger, 1986: 213). Buradan hareketle eşbütünleşme analizinin temellerinin atıldığı Granger (1986) çalışmasında, uzun vadede değişkenler arasındaki ilişki hakkındaki inançların doğruluğu ampirik bir soru

olarak ele alınmıştır. Eşbütünleşme altında yatan ana fikir, özellikle makroekonomik teoride karşımıza çıkan değişkenler için bu tür inançların bir kısmını yakalayan model tanımlamalarının yapılmasıdır. Uzun vadeli bir ilişkinin bahsedildiği kavram dinamik olduğundan bahsedilen model tanımlamalarının yapılması zaman serileri analizi ve teorisinin kapsamına girmektedir (Granger, 1986: 213).

Zaman serisi analizlerinin temelini oluşturan veri yaratma sürecinde amaçlanan serinin ortalama ve varyansta durağanlığı, geçici otokorelasyona sahip olup olmaması gibi özelliklerinin ortaya koyulmasıdır. Eşbütünleşme analizinin temelini oluşturan bir serinin durağanlık durumunu, Box-Jenkins (1970) modelleme yöntemleri ve ikinci bölümde anlatılan birim kök testleri aracılığıyla incelemek mümkündür. Eğer bir zaman serisi fark almaya gerek kalmadan durağan ise  $I(0)$  şeklinde gösterilir ve bu gösterim serinin düzey hali ile tümleşik seri olduğu anlamına gelmektedir. İlk fark alındığında durağan olan seri ise  $I(1)$  şeklinde ifade edilir. Genel hali ile  $z_t$  zaman serisi  $d$ . mertebeden farkı alındığında durağanlaşıyorsa bu durum  $d$ . mertebeden tümleşik seri olarak adlandırılmaktadır ve  $d$ . mertebeden tümleşik olan bir  $z_t$  serisi  $z_t \sim I(d)$  olarak yazılır (Murray, 1994: 37).  $I(0)$  gösterimine örnek olarak saf hata terimi  $\varepsilon_t$  gösterilebilir. Bu durumda,

$$z_t = \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2) \quad (3.1)$$

yazılır. Durağan olmayan sürecin en bilindik örneği olan rassal yürüyüş süreci,  $I(1)$  gösterimine örnek verilebilir. İkinci bölümde ele alınan rassal yürüyüş süreci,  $z_t$ 'nin bir zaman serisi ve  $\varepsilon_t$ 'nin sıfır ortalama ve sabit varyans ile durağan olduğu varsayılarak şu şekilde tanımlanmıştır:

$$z_t = z_{t-1} + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2) \quad (3.2)$$

İlk fark ile durağanlaşan rassal yürüyüş sürecine sabit terimin eklenmesiyle kayan rassal yürüyüş sürecini yazmak mümkündür. Bu durumda model aşağıdaki halini alır:

$$z_t = \mu + z_{t-1} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2) \quad (3.3)$$

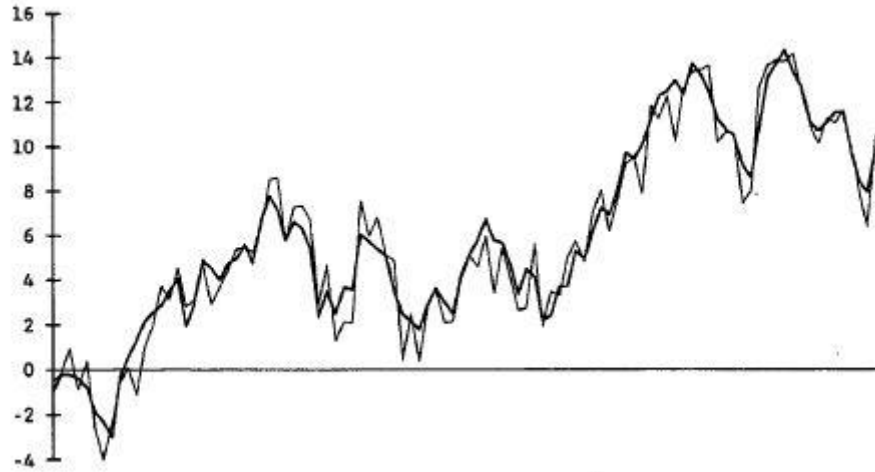
Kayan rassal sürece trend değişkeni eklenmek istendiğinde süreç şu şekilde ifade edilir:

$$z_t = \mu + \alpha t + z_{t-1} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2) \quad (3.4)$$

Serinin  $I(0)$  bulunması, serinin bir ortalamasının bulunduğunu ve ortalamaya dönme eğiliminde olduğu bilgisini vermektedir (Granger, 1986: 214). Örneğin, işsizlik verisi kullanılarak durağanlık testleri ile histeri etkisi araştırıldığında birim kök temel hipotezinin reddedilerek serinin düzey hali ile durağan bulunması, histeri etkisinin geçerli olmadığı, serinin ortalamaya dönme eğiliminde olduğunu göstermektedir (Bkz.: Gürış ve Sedefoğlu, 2019).

Durağan olmayan değişkenlerin durağan doğrusal bir kombinasyonu söz konusu ise bu kombinasyondaki değişkenlerin eşbütünleşik olduğu söylenir. Eşbütünleşmeden bahsedebilmek için bu kombinasyonda yer alan değişkenlerin aynı mertebeden tümleşik değişken olması beklenmektedir (Murray, 1994: 37). Tümleşik iki seri arasında eşbütünleşme ilişkisinin bulunduğu serilere örnek olarak Şekil 3.1 oluşturulmuştur.

**Şekil 3.1: Eşbütünleşik İki Serinin Zaman Yolu Grafiği**



**Kaynak:** Hamilton (1994)

Durağan olmayan değişkenlerin durağan kombinasyonuna örnek olarak Enders (2014)'de yer alan basit bir para talebi modeli aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$m_t = \alpha_0 + \alpha_1 p_t + \alpha_2 y_t + \alpha_3 r_t + e_t \quad (3.5)$$

Burada  $m_t$ , para talebi;  $p_t$ , fiyat seviyesi;  $y_t$ , reel gelir;  $r_t$ , faiz oranı ve  $e_t$ , durağan hata terimidir. Faiz oranı hariç modelde yer alan değişkenlerin logaritmik

dönüşümü kullanılmaktadır. Varsayım gereği  $\alpha_1 = 1$ ,  $\alpha_2 > 0$  ve  $\alpha_3 < 0$  koşullarının sağlanması gerekmektedir. Hata terimi  $e_t$  stokastik trende sahipse modeldeki hatalar kümülatif bir yapıya sahip olacak ve piyasa dengesindeki sapmalar ortadan kalkmayacaktır. Bu durumda  $e_t$ 'nin durağan olması önemli bir varsayım kabul edilir (Enders, 2014: 344). Modelde yer alan değişkenler durağan olmayan,  $I(1)$ , süreç izleyebilmektedir fakat teori durağan olmayan bu değişkenlerin durağan bir kombinasyonunun var olduğunu ileri sürmektedir. Para teorisi modelini hata terimi eşitliğin bir tarafında, diğer tüm değişkenler eşitliğin diğer tarafında kalacak şekilde yeniden yazdığımızda yeni eşitlik şu şekildedir:

$$e_t = m_t - \alpha_0 - \alpha_1 p_t - \alpha_2 y_t - \alpha_3 r_t \quad (3.6)$$

Burada  $e_t$  durağan olduğundan yeni düzenleme ile eşitliğin sağ tarafında yer alan tümleşik değişkenlerin doğrusal kombinasyonu da durağan olacaktır (Enders, 2014: 344). Aksi durum söz konusu olduğunda,  $e_t$  durağan dışı bulunduğu, tahmin edilen modeldeki değişkenler de durağan dışı olduğundan sahte regresyon sorunu ortaya çıkacaktır. İlk olarak Granger ve Newbold (1974) tarafından öne sürülen sahte regresyonun en belirgin sonuçları yüksek belirlilik katsayısı ( $R^2$ ) ve anlamlı  $t$  istatistikleridir fakat burada anlamlı ekonomik çıkarımlar yapmak mümkün olmamaktadır. Sahte regresyon durumunda her ne kadar sonuçlar ekonometrik olarak iyi görünse de tutarlı tahmincilerle ulaşılamayacak ve istatistiksel çıkarım testleri geçerli olmayacaktır (Baltagi, 2011: 195).

Bir diğer önemli nokta da eşbütünleşme analizi yapılırken ilk fark ile durağan olan serilerin düzey halleri ile çalışılmasıdır. Durağan olmayan serilerin ilk farkının kullanımı ile uzun dönem ilişkisi araştırıldığında önemli bir bilgi kaybı yaşanacağından eşbütünleşme analizi yapılırken serilerin durağan olmayan halleri kullanılmaktadır (Baltagi, 2011: 384-385).

### 3.2. Hata Düzeltme Mekanizması

Eşbütünleşme ilişkisi bulunan değişkenlerin temel özelliği olarak sahip oldukları zaman yollarının uzun dönem dengesinde meydana gelen herhangi bir sapmanın boyutundan etkilenmeleri söylenebilir. Eşbütünleşme yaklaşımının en

önemli avantajlarından biri uzun dönem dengesi ile kısa dönem dinamiklerinin modellenmesine olanak sağlamasıdır. Uzun dönem bilgisi genelde ekonomik teori ile açıklanabiliyorken kısa dönem bilgisi için ekonomik teori tarafından verilen bilgi çoğunlukla yeterli olmamaktadır. İlk olarak Granger (1983) çalışmasında değinilen sistemde, aralarında eşbütünleşme ilişkisinin bulunduğu değişkenlerin dengeden sapmalara nasıl karşılık verdiği bir hata düzeltme modeli ile açıklanabilmektedir. (Balke ve Fomby, 1997: 627). Granger'ın yaklaşımı, Granger (1983) ve Engle ve Granger (1987), eşbütünleşme sisteminde uzun ve kısa dönem dinamiklerinin birlikte açıklandığı bir hata düzeltme mekanizmasının olduğundan bahseder (Hylleberg ve Mizon, 1989: 117). Denge ilişkilerinin modellenmesine izin verilmekle birlikte böyle bir zorunluluğun olmadığına da değinilmektedir (Granger, 1986:217).

İlk mertebeden durağan olduğu varsayılan kısa dönem  $r_{St}$  ve uzun dönem  $r_{Lt}$  faiz oranlarının dikkate alındığı hata düzeltme modeli düşünüldüğünde, hata terimlerinin beyaz gürültü sürecine sahip olduğu modeli basit formda şu şekilde yazmak mümkündür:

$$\Delta r_{St} = \alpha_S(r_{Lt-1} - \beta r_{St-1}) + \varepsilon_{St} \quad \alpha_S > 0 \quad (3.7)$$

$$\Delta r_{Lt} = -\alpha_L(r_{Lt-1} - \beta r_{St-1}) + \varepsilon_{Lt} \quad \alpha_L > 0 \quad (3.8)$$

Burada  $\Delta r_{St}$  durağan varsayıldığından eşitliğin sağ tarafı da durağan olmaktadır. Hata terimi  $\varepsilon_{St}$  durağan olduğundan  $r_{Lt-1} - \beta r_{St-1}$  doğrusal kombinasyonu da durağan olmaktadır ve her iki faiz oranı değişkeninin eşbütünleşik olduğu söylenir. Daha genel formda model aşağıdaki formda yazılır:

$$\Delta r_{St} = \alpha_{10} + \alpha_S(r_{Lt-1} - \beta r_{St-1}) + \sum_{i=1}^k \alpha_{1i} \Delta r_{St-i} + \sum_{j=1}^k \alpha_{2j} \Delta r_{Lt-j} + \varepsilon_{St} \quad (3.9)$$

$$\Delta r_{Lt} = \beta_{10} - \alpha_L(r_{Lt-1} - \beta r_{St-1}) + \sum_{i=1}^k \beta_{1i} \Delta r_{St-i} + \sum_{j=1}^k \beta_{2j} \Delta r_{Lt-j} + \varepsilon_{Lt} \quad (3.10)$$

Burada da faiz oranlarının doğrusal kombinasyonu olan  $r_{Lt-1} - \beta r_{St-1}$  durağandır ve  $\alpha_S$  ve  $\alpha_L$  ayarlama hızı olarak bilinmektedir. Ayarlama hızının her ikisi de sıfıra eşit olursa,  $\alpha_S = \alpha_L = 0$ , uzun dönem denge ilişkisinden söz edilemez ve model hata düzeltme ya da eşbütünleşme modeli olmaktan çıkar. Hata düzeltme modelini  $n$  değişken ile aşağıdaki şekilde yazmak mümkündür:

$$\Delta z_t = \pi_0 + \pi z_{t-1} + \pi_1 \Delta z_{t-1} + \pi_2 \Delta z_{t-2} + \dots + \pi_p \Delta z_{t-p} + \varepsilon_t \quad (3.11)$$

Burada  $\pi_0$ ,  $\pi_{i0}$  elemanlarına sahip sabit terimlerin yer aldığı  $(n.1)$ 'lik bir vektörü;  $\pi_i$ ,  $\pi_{jk}(i)$  elemanları ile  $(n.n)$ 'lik katsayılar matrisini;  $\pi$ , bir ya da birden fazla  $\pi_{jk} \neq 0$  olacak şekilde  $\pi_{jk}$  elemanlarına sahip bir matrisi ve  $\varepsilon_t$ ,  $\varepsilon_{it}$  elemanları ile  $(n.1)$ 'lik bir matrisi göstermektedir.  $z_t = (z_{1t}, z_{2t}, \dots, z_{nt})'$  vektöründe tanımlı tüm değişkenler durağandır ve hata düzeltme mekanizmasından söz edebilmek için ilk mertebeden durağan olan değişkenlerin doğrusal kombinasyonu gerekmektedir.  $\pi z_{t-1}$  için model yeniden yazıldığında aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$\pi z_{t-1} = \Delta z_t - \pi_0 - \pi_1 \Delta z_{t-1} - \pi_2 \Delta z_{t-2} - \dots - \pi_p \Delta z_{t-p} - \varepsilon_t \quad (3.12)$$

Eşitliğin sağında yer alan tüm değişkenler durağan olduğundan  $\pi z_{t-1}$  de durağandır.  $\pi$ 'nin tüm elemanları sıfıra eşit ise geleneksel vektör otoregresif (VAR) modellerden söz edilmekte ve yukarıda bahsedildiği gibi hata düzeltme mekanizması bulunmamaktadır (Enders, 2014: 353-355) .

Hata düzeltme mekanizmasının ekonomik yorumunun yapıldığı ilk çalışmalardan biri olarak Davidson vd. (1978) gösterilmektedir. Bu çalışmada logaritmik dönüşümlü tüketim harcaması,  $c_t$ , ile logaritmik dönüşümü yapılan gelir,  $y_t$ , arasındaki ilişki aşağıdaki şekilde incelenmektedir:

$$(1 - L^4)c_t = \alpha_1(1 - L^4)y_t + \alpha_2(1 - L^4)y_{t-1} + \alpha_3(c_{t-4} - y_{t-4}) + e_t \quad (3.13)$$

Davidson vd. (1978) çalışmasında üçer aylık veri için oluşturulan eşitlikte,  $(1 - L^4)$  mevsimsel farkının,  $(1 - L)$  basit üçer aylık farka kıyasla, veriyi daha iyi açıkladığı üzerine tartışma yapmaktadır. Diğer bir tartışma da, logaritmik harcama ve gelir değişkenleri durağan olmayan değişkenler olsa da aralarındaki farkın,  $c_t - y_t$ , durağan olacağı uzun dönem ilişkisi üzerinedir. Çalışmada yazarlar, mevsimsel farkı alınmış harcamaların,  $(1 - L^4)c_t$ , yalnızca kendi gecikmeleri ya da mevsimsel farkı alınmış gelir ile değil, bunlara ilave olarak hata düzeltme teriminin,  $\alpha_3(c_{t-4} - y_{t-4})$ , modele eklenmesi ile açıklanması gerektiği görüşündedir. Hata düzeltme teriminde,  $(c_{t-4} - y_{t-4})$  uzun dönem denge ilişkisindeki hatayı,  $\alpha_3$  parametresi de bu hatadan kaynaklanan düzeltmeyi göstermektedir (Hamilton, 1994: 584).

### 3.3. Doğrusal Olmayan Eşbütünleşme Testleri Teorik Literatür

#### Değerlendirmesi

Durağan dışı değişkenler arasında uzun dönemde bir ilişkinin olup olmadığının araştırıldığı ilk çalışma olarak kabul edilen Engle ve Granger (1987) yaklaşımı tek denklem yaklaşımı olarak literatürde yerini almaktadır. Bu yaklaşımda ilk mertebeden durağan değişkenlerin düzey hallerinin kullanıldığı eşbütünleşme denklemi EKK yöntemi ile tahmin edilir ve kalıntılara ulaşılır. Eşbütünleşme ilişkisi sınanırken kalıntılar üzerinden önceki bölümde bahsi geçen DF ve ADF tipi testler kullanılmaktadır. Birim kök sınavasından farklı olarak kritik değerler geleneksel  $t$  ve  $F$  testleri olmayıp Engle ve Granger (1987) çalışması ile birlikte Engle ve Yoo (1987) ve Phillips ve Ouliaris (1990) çalışmaları sonucunda önerilen kritik değerler kullanılmaktadır. Eşbütünleşme analizinde kullanılabilecek bir diğer yaklaşım da Sargan ve Bhargava (1983) tarafından ortaya atılan Durbin Watson yaklaşımıdır. “Cointegration Regression Durbin Watson-CRDW” testi olarak bilinen bu testte eşbütünleşme regresyon denklemi tahmin edildikten sonra ulaşılan artıklardan yararlanılarak Durbin Watson test değeri hesaplanmaktadır. İlgili değişkenler arasında eşbütünleşme ilişkisi araştırılırken Durbin Watson değeri, Sargan ve Bhargava (1983) çalışmasında sunulan kritik değerler ile kıyaslanmaktadır. Banerjee vd. (1986), genelde yardımcı bir test olarak kullanılan bu eşbütünleşme testinin özellikle küçük örnekleme güvenilir olmadığını göstermiştir. Engle ve Granger (1987) yaklaşımında değişkenler arasında yalnızca tek bir dengenin olabileceği üzerinde durulduğundan ve değişkenler arasında birden fazla denge ilişkisi söz konusu olduğunda kısıtlı bilgi ile yola devam edilmiş olacağından yeni yaklaşımlara ihtiyaç duyulmuştur. Johansen (1988, 1995) ve Johansen ve Juselius (1990) geliştirdiği çok denklem yaklaşımı ile değişkenler arasında birden fazla denge ilişkisi olabileceğini ifade etmektedir. Leybourne ve McCabe (1993), Engle ve Granger (1987) testinden farklı olarak temel hipotez altında kalıntıların düzey hali ile durağan yani eşbütünleşme ilişkisinin geçerli olduğu bilgisini verirken alternatif hipotez altında kalıntıların ilk mertebeden durağan olduğu yani eşbütünleşme ilişkisinin geçerli olmadığını ileri sürmektedir. Banerjee vd. (1998), hata düzeltme mekanizması testi olarak bilinmekte ve tek denklem yaklaşımına dayanmaktadır. Gecikmesi Dağıtılmış Otoregresif (ADL) modelin

kullanıldığı bu testte eşbütünleşme ilişkisi araştırılırken  $t$  istatistiklerinin kullanılabileceğini göstermişlerdir. Pesaran ve Shin (1995) çalışmasında ADL modelinin eşbütünleşme analizinde kullanılabileceğini göstermiştir. Bunu takiben Pesaran vd. (2001) çalışmasında, sınır testi olarak bilinen, düzeyde ve ilk fark ile durağan olan değişkenler için eşbütünleşme testi önerilmektedir. Tek değişkenli bir denge düzeltme mekanizmasında bulunan gecikmeli değişkenlerin anlamlılığı için standart  $t$  ve  $F$  istatistikleri temel alınmaktadır.

Zaman serisi yıllar itibariyle genişletildiğinde yapısal kırılma ile karşılaşma ihtimali de artmaktadır. Birim kök testlerinde yapısal kırılmalar dikkate alınmadığında güç ve boyut problemleri ile karşılaşmakta, ön yargılı sonuçlara ulaşılmaktaydı. Benzer durum eşbütünleşme testleri için de geçerlidir (Bartley, 2001: 315). Bu sebeple yapısal kırılmaların kukla değişken ile modellendiği eşbütünleşme testleri ortaya atılmıştır. Yapısal kırılmalı eşbütünleşme testlerinin ilk çalışmalarından olan Gregory ve Hansen (1996a) ve Gregory ve Hansen (1996b) testleri, Perron (1989), Banerjee vd. (1992), Perron ve Vogelsang (1992) ve Zivot ve Andrews (1992) yapısal kırılmalı birim kök testlerinin uzantısı olarak Engle ve Granger (1987) ve Phillips ve Ouliaris (1990) yaklaşımına genelleştirilip, rejim ve trend değişimli modellerin dikkate alındığı eşbütünleşme testleridir. Hao (1996)'da Hansen (1992) çalışmasında önerilen LM tipi testler genelleştirilerek eşbütünleşme modellerinde kısmi kırılmaların testinde kullanılmaktadır. Bunun yanında, Andrews ve Ploberger (1994) çalışması takip edilerek üstel ortalama LM testi de önerilmektedir. Bartley vd. (2001) çalışmasında, temel hipotez altında eşbütünleşme ilişkisinin sınıandığı testte, düzeyde ve trendde tek kırılmaya izin veren bir süreç önerilmektedir. Testte kritik değerler kırılma noktasının önsel olarak bilinip bilinmemesine göre hesaplanmaktadır. Asimtotik kritik değerlerin tek kırılma için hesaplandığı Busetti (2002) çalışmasında Nyblom ve Harvey (2000) ve KPSS (1992) çalışmaları izlenmektedir. Carrion-i-Silvestre ve Sanso (2006) çalışmasında tek kırılma ile eşbütünleşme vardır temel hipotezinin testi için LM tipi test istatistiği geliştirilmiştir. Bu testte bilinen ve bilinmeyen zamanlar için kırılmalar dikkate alınmaktadır. Hatemi-J (2008) eşbütünleşme testinde kalıntıya dayalı üç farklı test istatistiği hesaplanarak bilinmeyen zamanın muhtemel rejim değişimleri içsel olarak dikkate alınmaktadır. Maki (2012)'nin bilinmeyen sayıdaki kırılmalar için

önerdiği eşbütünleşme testi, tek ya da iki kırılma olması halinde Gregory ve Hansen (1996a) ve Hatemi-J (2008) testleri ile aynı performansa sahip iken ikiden fazla kırılmalar ile eşbütünleşme ilişkisinde daha güçlü sonuçlar vermektedir.

Birim kök temel hipotezine karşı TAR durağan alternatif hipotezini, ya da tam tersi şeklinde kurulan, savunan birçok test literatüre katılmıştır. Örnek olarak ikinci bölümde detaylandırılan Enders ve Granger (1998), Caner ve Hansen (2001), LNV (1998), Harvey ve Mills (2002), Sollis (2004), KSS (2003), Vougas (2006), Pascalau (2007), CHLL (2008), Cook ve Vougas (2009), Sollis (2009), Cuestas ve Garratt (2011), Kruse (2011), Cuestas ve Ordonez (2014), Hu ve Chen (2016) ve Park ve Shintani (2016) gibi testler gösterilebilir. Bahsi geçen bu birim kök testlerine de konu olan, doğrusal olmayan yapıya sahip değişkenler için doğrusal birim kök testleri kullanıldığında güç problemi ile karşılaşılması ve sonuçların temel hipotezinin reddedilmemesi yönünde ve ön yargılı olması gibi sorunlar eşbütünleşme testlerinde de karşımıza çıkmaktadır. İncelenen değişkenler arasındaki ilişkinin doğrusal olmadığı, örneğin TAR ve STAR yapıda eşbütünleşme ilişkisinin olduğu, durumda Engle ve Granger (1987) ve Johansen (1988) gibi geleneksel eşbütünleşme testlerinin kullanılması güç kaybına ve temel hipotezinin reddedilmemesi yönünde sonuca ulaşılmasına yol açmaktadır (Kapetanios vd. 2006: 280; Maki, 2010: 999).

TAR modelini temel alan doğrusal olmayan modellerde eşbütünleşme analiz süreci değerlendirildiğinde eşik değerli eşbütünleşme kavramının ilk defa değinildiği çalışma Balke ve Fomby (1997)'nin çalışmasıdır. Burada eşbütünleşme, dengede meydana gelen sapmanın boyutuna göre hata düzeltme mekanizmasının devreye girip girmemesi mantığına dayanmaktadır. Eşbütünleşme test edilirken Hansen (1996) ve Tsay (1989) tarafından önerilen test kullanılmaktadır. Li ve Lee (2010), Balke ve Fomby (1997) çalışmasında direkt olarak eşik değer eşbütünleşmenin olup olmadığını test etmek yerine eşbütünleşmenin varlığı üzerinden eşik değer etkisi araştırıldığından eleştiri getirmekte ve ADL modelini temel alarak eşik değerli ADL testini önermektedir. SETAR modelinin temel alındığı ilk eşbütünleşme testlerine Hansen ve Seo (2002) ve Seo (2006), MTAR modelinin kullanıldığı eşbütünleşme testine Enders ve Siklos (2001) ve Taylor yaklaşımı ve STAR modelinin eşbütünleşme testinde kullanıldığı ilk çalışmaya Kapetanios, Shin ve Snell (KSS) (2006) testi örnek

gösterilebilir. Aşağıda bahsi geçen SETAR, MTAR ve STAR tipi temel testler detaylandırılmaktadır.

### 3.3.1. Enders ve Siklos (2001) Eşbütünleşme Testi

Enders ve Siklos (2001), Engle ve Granger (1987) ve Johansen (1995)'in doğrusal ayarlamalara izin veren eşbütünleşme testlerinin aksine, çalışmasında asimetrik ayarlamalara izin veren hata düzeltme mekanizmasını tanıtır, geliştirmektedir. Bu amaçla da MTAR modeli eşbütünleşme analizinde kullanılmaktadır.

$x_{it}$ ,  $x_t$ 'nin ilk mertebeden durağan yani  $I(1)$  bileşenlerini,  $\alpha_i$  tahmin edilen parametreleri ve  $\mu_t$  seriler arası korelasyonun olabildiği hata terimi olarak tanımlandığında uzun dönem denge ilişkisinin tahmini için model şu şekilde yazılır:

$$x_{1t} = \alpha_0 + \alpha_2 x_{2t} + \alpha_3 x_{3t} + \alpha_4 x_{4t} + \dots + \alpha_n x_{nt} + \mu_t \quad (3.14)$$

Engle ve Granger (1987) temelinde eşbütünleşme ilişkisinin varlığı araştırılırken ikinci adım olarak şu model dikkate alınır:

$$\Delta\mu_t = \rho\mu_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.15)$$

Burada eşbütünleşme yoktur temel hipotezinin reddedilmesi artıkların sıfır ortalama ile durağan olduğu bilgisini vermektedir. Eşbütünleşme ilişkisinin bulunmasının ardından hata düzeltme modeli şu şekilde yazılır:

$$\Delta x_{it} = \beta_i(x_{1t-1} - \alpha_0 - \alpha_2 x_{2t-1} - \alpha_3 x_{3t-1} - \dots - \alpha_n x_{nt-1}) + v_t \quad (3.16)$$

Burada dikkat edilmesi gereken önemli nokta, tanımlanan bu modellerin doğrusal ayarlamalar için uygun olmasıdır. Asimetrik ayarlamalar söz konusu ise bu modellerin kullanımı tanımlama hatalarına yol açacaktır (Enders ve Siklos, 1998: 3-4). Enders ve Siklos (2001) çalışmasında dikkate alınan MTAR modeli şu şekilde ifade edilir:

$$\Delta\mu_t = I_t\rho_1\mu_{t-1} + (1 - I_t)\rho_2\mu_{t-2} + \varepsilon_t \quad (3.17)$$

Tanımlanan MTAR modelinde gösterge fonksiyonu  $I_t$  şu şekilde ifade edilir:

$$I_t = \begin{cases} 1 & \text{eğer } \mu_{t-1} \geq \tau \\ 0 & \text{eğer } \mu_{t-1} < \tau \end{cases} \quad (3.18)$$

Eşik değeri  $\tau$ , birçok ekonomik uygulamada sifıra eşit alınmaktadır. Durağanlık koşulunun sağlanması için  $\rho_1 < 0$ ,  $\rho_2 < 0$  ve  $\tau$ 'nin her değeri için  $(1 + \rho_1)(1 + \rho_2) < 1$  koşulu sağlanmalıdır. Ayrıca  $\rho_1 = \rho_2$  olması durumunda Engle ve Granger (1987) testinin özel bir hali söz konusu olmaktadır (Enders ve Siklos, 2001: 167). Modelde otokorelasyon problemi yaşanması halinde yeni model aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$\Delta\mu_t = I_t\rho_1\mu_{t-1} + (1 - I_t)\rho_2\mu_{t-2} + \sum_{i=1}^{p-1} \gamma_i\Delta\mu_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.19)$$

Eşbütünleşme ilişkisinin sınanmasında  $F$  test istatistikleri,  $t$  istatistiklerine kıyasla daha güçlü bulunduğundan, kullanılmaktadır. Eşbütünleşme ilişkisinin bulunmadığını gösteren temel hipotez  $H_0: \rho_1 = \rho_2 = 0$  şeklinde yazılmaktadır (Enders ve Siklos, 1998: 8; Enders ve Siklos, 2001: 168).

### 3.3.2. Hansen ve Seo (2002) Eşbütünleşme Testi

Hansen ve Seo (2002) eşbütünleşme testi SETAR tipi model yapısına dayanmaktadır. Bu çalışmada vektör hata düzeltme modelinde iki rejimli eşik değeri eşbütünleşme testi edilmektedir. Hipotezler kurulurken temel hipotez, eşik değeri etkisi olmadığı ve modelin geleneksel doğrusal vektör hata düzeltme modeli (VECM)'e indirgenebileceği bilgisini vermektedir (Hansen ve Seo, 2002: 294). Bu durumda temel hipotez altında doğrusal eşbütünleşmeden, alternatif hipotez altında ise eşik değeri etkisi ile eşbütünleşme ilişkisinden söz edilir.

Doğrusal eşbütünleşme için hata düzeltme modeli aşağıdaki şekilde gösterilir:

$$\Delta x_t = A'x_{t-1}(\beta) + u_t \quad (3.20)$$

$$x_{t-1}(\beta) = \begin{pmatrix} 1 \\ w_{t-1}(\beta) \\ \Delta x_{t-1} \\ \Delta x_{t-2} \\ \vdots \\ \Delta x_{t-l} \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

Burada  $x_t$ ,  $p$  boyutlu eşbütünleşik ilk mertebeden durağan zaman serilerini ve  $\beta$ ,  $(p \times 1)$  boyutlu eşbütünleşme vektörünü göstermektedir.  $w_t(\beta) = \beta'x_t$ , düzey hali ile durağan hata düzeltme terimidir. Bu model üzerinden iki rejimli eşik değerli eşbütünleşme modeli tek denklem halinde şu şekilde yazılır:

$$\Delta x_t = A_1'X_{t-1}(\beta)d_{1t}(\beta, \gamma) + A_2'X_{t-1}(\beta)d_{2t}(\beta, \gamma) + u_t \quad (3.22)$$

$$d_{1t}(\beta, \gamma) = 1(w_{t-1}(\beta) \leq \gamma) \quad (3.23)$$

$$d_{2t}(\beta, \gamma) = 1(w_{t-1}(\beta) > \gamma) \quad (3.24)$$

$1(\cdot)$ , gösterge fonksiyonudur.  $A_1$  ve  $A_2$ , model  $\beta$  eşbütünleşme vektörü haricinde tüm katsayıların rejimler arasındaki geçişi sağlamakta olup rejimlerdeki dinamikleri sembolize etmektedir. Hata terimi  $u_t$ 'nin *iid* Gauss özelliklerini korurken eşik değerli eşbütünleşme modelinin en çok benzerlik yöntemi ile tahmininde Gauss benzerlik fonksiyonu şu şekilde yazılır:

$$L_n(A_1, A_2, \Sigma, \beta, \gamma) = -\frac{n}{2} \log |\Sigma| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n u_t(A_1, A_2, \beta, \gamma)' \Sigma^{-1} u_t(A_1, A_2, \beta, \gamma) \quad (3.25)$$

$$u_t(A_1, A_2, \beta, \gamma) = \Delta x_t - A_1'X_{t-1}(\beta)d_{1t}(\beta, \gamma) - A_2'X_{t-1}(\beta)d_{2t}(\beta, \gamma) \quad (3.26)$$

Buradaki  $(\hat{A}_1, \hat{A}_2, \hat{\Sigma}, \hat{\beta}, \hat{\gamma})$  en çok benzerlik tahmini,  $L_n(A_1, A_2, \Sigma, \beta, \gamma)$ 'i maksimize eden değerlerdir (Hansen ve Seo, 2002: 296). Maksimizasyon işlemi yapılırken  $(\beta, \gamma)$  sabit tutularak kısıtlı en çok benzerlik tahmincisine ulaşılır. Bu durumda EKK regresyonu şu şekilde yazılır:

$$\hat{A}_1(\beta, \gamma) = (\sum_{t=1}^n X_{t-1}(\beta)X_{t-1}(\beta)'d_{1t}(\beta, \gamma))^{-1}(\sum_{t=1}^n X_{t-1}(\beta)\Delta x_t'd_{1t}(\beta, \gamma)) \quad (3.27)$$

Davies (1987), Andrews (1993) ve Andrews and Ploberger (1994) çalışmalarını takiben eşik değer parametresi temel hipotez altında tanımlanmadığından SupLM test istatistiklerinden yararlanılmaktadır (Hansen ve Seo, 2002: 294).

Eşbütünleşme vektörü hakkında önsel bir bilgi olması halinde test istatistiği şu şekilde yazılır:

$$SupLM^0 = \sup_{\gamma_L \leq \gamma \leq \gamma_U} LM(\beta_0, \gamma) \quad (3.28)$$

Eşbütünleşme vektörü hakkında önsel bir bilginin olmadığı durumda test istatistiği aşağıdaki şekilde yazılır:

$$SupLM = \sup_{\gamma L \leq \gamma \leq \gamma U} LM(\tilde{\beta}, \gamma) \quad (3.29)$$

Eşik değerler,  $[\gamma L, \gamma U]$ , belirlenirken  $\gamma L$ , hata düzeltme terimi  $\tilde{w}_{t-1}$ 'in  $\% \pi_0$ 'ı ve  $\gamma U$ ,  $(1 - \% \pi_0)$  olacak şekilde dikkate alınır.  $\pi_0$ 'ın 0.05 ve 0.15 arasında olması tercih edilmektedir (Hansen ve Seo, 2002: 300-301).

### 3.3.3. Seo (2006) Eşbütünleşme Testi

SETAR tipi eşbütünleşme testlerinden biri olan Seo (2006) testinde, doğrusal eşbütünleşme yoktur temel hipotezinin reddedilmesi durumunda doğrusal ya da eşik değerli eşbütünleşme vardır sonucuna varılmaktadır (Seo, 2006: 130). Bu sonucu ile temel hipotez ve alternatif hipotez altında eşbütünleşme ilişkisinin varlığını savunan Hansen ve Seo (2002) eşbütünleşme testinden farklılaştığı söylenebilir. Gürültü parametresinin temel hipotez altında tanımlanmaması problemi üzerine yapılan tartışmalar dikkate alınarak Seo (2006) testinde, Davies (1987) asimtotik dağılımı kapsamında supremum Wald tipi test istatistikleri kullanılmaktadır (Seo, 2006: 130).

Eşik değer vektör otoregresif model (TVECM)'de doğrusal eşbütünleşme yoktur temel hipotezinin testinde aşağıdaki Bant-TVECM modeli dikkate alınmaktadır:

$$\Phi(L)\Delta x_t = \alpha_1 z_{t-1} 1\{z_{t-1} \leq \gamma_1\} + \alpha_2 z_{t-1} 1\{z_{t-1} > \gamma_2\} + \mu + \varepsilon_t \quad (3.30)$$

$$\Phi(L) = I - \Phi_1 L^1 - \dots - \Phi_q L^q \quad (3.31)$$

Hata düzeltme terimi, eşbütünleşme vektör  $\beta$  hakkında önsel bilginin olması halinde  $z_t = x_t' \beta$  olarak tanımlanmaktadır. Eşik değer parametresi  $\gamma, \gamma = (\gamma_1, \gamma_2)$ 'dir ve  $\gamma_1 \leq \gamma_2$  koşulu aranmaktadır. Ek olarak, modelde orta rejim  $(\gamma_1 < z_{t-1} \leq \gamma_2)$ , ayarlama yapılmayan bölgedir (Seo, 2006: 131).

Katsayıların tahmininde EKK yöntemi kullanıldığında eşitlikler aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\Delta x_t = \hat{\alpha}_1(\gamma) z_{t-1} 1\{z_{t-1} \leq \gamma_1\} + \hat{\alpha}_2(\gamma) z_{t-1} 1\{z_{t-1} > \gamma_2\} \quad (3.32)$$

$$+\hat{\mu}(\gamma) + \hat{\Phi}_1(\gamma)\Delta x_{t-1} + \dots + \hat{\Phi}_q(\gamma)\Delta x_{t-q} + \hat{\varepsilon}(\gamma)$$

$$\hat{\Sigma}(\gamma) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \hat{\varepsilon}_t(\gamma) \hat{\varepsilon}_t(\gamma)' \quad (3.33)$$

Supremum Wald istatistiği şu şekilde yazılır:

$$\sup W = \sup_{\gamma \in \Gamma} W_n(\gamma) \quad (3.34)$$

Supremum Wald istatistiği normallik altında asimtotik olarak LR istatistiklerine eşit olmaktadır (Seo, 2006: 132-133).

### 3.3.4. Kapetanios, Shin ve Snell (KSS) (2006) Eşbütünleşme Testi

Hansen ve Seo (2002) doğrusal olmayan alternatife karşı eşbütünleşme analizi yaparken eşbütünleşme ilişkisinin varlığını belirlemek için doğrusal eşbütünleşme testlerini benimsemektedir ve doğrusal olmamayı yalnızca eşbütünleşme ilişkisi belirlendiğinde tahmin adımı dikkate almaktadır. KSS (2006) eşbütünleşme testinde eşbütünleşik hata teriminin durağan ve STAR dinamikleri izleyen alternatife karşı güçlü bir test önerilmektedir.

KSS (2006) testinde hata düzeltme modelinin temel alındığı ve Engle ve Granger (1987)'de olduğu gibi artıklara dayalı iki adımlı test süreci izlenmektedir. Eşbütünleşme yoktur temel hipotezine karşılık durağan ESTAR eşbütünleşme alternatif hipotezinin test edilmesinde doğrusal olmayan ESTAR hata düzeltme regresyonundan elde edilen  $F_{NEC}$  ve  $t_{NEC}$  istatistikleri ile Engle ve Granger (1987) test istatistiğinin doğrusal olmayan eşbütünleşme testindeki karşılığı olarak hesaplanan  $t_{NEG}$  istatistiği kullanılmaktadır. Granger temsil teoreminin doğrusal olmayan vektör hata düzeltme modeli bağlamında çalışıldığı farklı çalışmalar olmakla birlikte KSS (2006) çalışmasında Saikkonen (2005) temel alınmaktadır. Bu bağlamda hata düzeltme modeli ilk olarak aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\Delta z_t = \phi u_{t-1} + g(.) + \sum_{i=1}^p \Psi_i' \Delta z_{t-i} + e_t \quad t = 1, 2, 3, \dots, T \quad (3.35)$$

Hata düzeltme modeline doğrusal olmayan yapıyı katan fonksiyon  $g(.)$ , farklı fonksiyonel form ile modelde yer alabilsede burada ESTAR forma sahip olduğu varsayılır. KSS (2003)'te açıklandığı gibi lojistik dağılım fonksiyonu kullanıldığında

hata düzeltme katsayısının yorumlanması zorlaşmaktadır. Bu durumda  $g(\cdot)$  fonksiyonu üstel formda şu şekilde ifade edilir:

$$g(\cdot) = -\phi u_{t-1} e^{-\theta(u_{t-1}-c)^2} \quad (3.36)$$

Burada  $\theta \geq 0$  kabul edilir ve  $c$  geçiş parametresidir. Uzun dönem modeline ait hata terimi  $u_t$ ,  $u_t = y_t - \beta'_x x_t$  ve  $z_t = (y_t, x'_t)'$  olarak ifade edilir. Eşbütünleşme testlerinin uygulanmasında daha uygun hale getirilen doğrusal olmayan hata düzeltme modeli yeniden yazıldığında aşağıdaki model elde edilir:

$$\Delta y_t = \phi u_{t-1} + \gamma u_{t-1} (1 - e^{-\theta(u_{t-1}-c)^2}) + \omega' \Delta x_t + \sum_{i=1}^p \Psi'_i \Delta z_{t-i} + e_t \quad (3.37)$$

$$\Delta x_t = \sum_{i=1}^p \Gamma_{xi} \Delta z_{t-i} + \eta_{xt} \quad (3.38)$$

Modelde  $u_{t-1}$  ve  $\Delta z_{t-i}$  durağandır ve  $\phi \geq 0$  olabiliyor iken durağanlık için  $\gamma < 0$  ve  $\phi + \gamma < 0$  olmak zorundadır. Bu durumda  $\phi + \gamma < 0$  olduğunda  $u_t = y_t - \beta'_x x_t$ 'in geometrik olarak ergodik olduğundan bahsetmek mümkündür (Kapetanios vd., 2006: 297).

Eşbütünleşme ilişkisi yoktur diyen temel hipoteze,  $H_0: \theta = 0$ , karşılık doğrusal olmayan ESTAR eşbütünleşme ilişkisi vardır alternatif hipotezi,  $H_0: \theta > 0$ , sınanırken temel hipotez altında  $\phi = 0$  olduğu da varsayılmaktadır ve alternatif hipotez altında  $u_t$ , doğrusal olmayan durağan bir süreç izlemektedir. Burada karşılaşılan sorun KSS (2003) birim kök testi açıklanırken de değinildiği gibi temel hipotez altında  $\gamma$  tanımlanmadığından doğrudan  $\theta = 0$ 'ı test etmek problemli olmaktadır. Davies (1987) problemi olarak bilinen bu problemi çözmek amacıyla Luukkonen vd. (1988) ve KSS (2003) çalışmaları dikkate alınarak  $\phi \neq 0$  kabul edilip birinci dereceden Taylor açılımı üstel fonksiyona uygulanmaktadır (Kapetanios vd., 2006: 285). Taylor açılımının kullanıldığı regresyon şu şekilde ifade edilir:

$$\Delta y_t = \delta_1 \hat{u}_{t-1} + \delta_2 \hat{u}_{t-1}^2 + \delta_3 \hat{u}_{t-1}^3 + \omega' \Delta x_t + \sum_{i=1}^p \Psi'_i \Delta z_{t-i} + e_t \quad (3.39)$$

Bu model için  $F_{NEC}$  test istatistiği kısıtlı model de dikkate alınarak hesaplanmaktadır. Kısıtlı model  $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 0$  için şu şekilde yazılır:

$$\Delta y_t = \omega' \Delta x_t + \sum_{i=1}^p \Psi'_i \Delta z_{t-i} + e_t \quad (3.40)$$

İkinci test istatistiği  $F_{NEC}^*$  hesaplanırken ESTAR fonksiyonunda geçiş parametresinin  $c = 0$  olduğu varsayımı ile kurulan model şu şekilde yazılır:

$$\Delta y_t = \delta_1 \hat{u}_{t-1} + \delta_2 \hat{u}_{t-1}^3 + \omega' \Delta x_t + \sum_{i=1}^p \Psi_i' \Delta z_{t-i} + e_t \quad (3.41)$$

Yazılan bu model üzerinden kısıtlı model  $\delta_1 = \delta_2 = 0$  varsayımı ile oluşturulur (Kapetanios vd., 2006: 285). Hesaplanan her iki  $F$  test istatistiğinde  $\phi \neq 0$  olarak alınmaktaydı. KSS (2006)'da önerilen diğer iki test ise  $\phi = 0$  varsayımıyla hesaplanmaktadır. Bu iki testten ilki olan  $t_{NEC}$  için dikkate alınan model şu şekilde tanımlanır:

$$\Delta y_t = \delta \hat{u}_{t-1}^3 + \omega' \Delta x_t + \sum_{i=1}^p \Psi_i' \Delta z_{t-i} + e_t \quad (3.42)$$

Bu model üzerinden eşbütünleşme yoktur temel hipotezine,  $\delta = 0$ , karşılık ESTAR eşbütünleşme alternatif hipotezi,  $\delta < 0$ , test edilmektedir. Son tanımlanan test istatistiği  $t_{NEG}$  hesaplanırken Engle ve Granger (1987)'e benzer olarak artıklardan yararlanılarak aşağıdaki regresyon tahmin edilmektedir (Kapetanios vd. 2006: 286):

$$\Delta \hat{u}_t = \delta \hat{u}_{t-1}^3 + \sum_{i=1}^p \Psi_i' \Delta \hat{u}_{t-i} + e_t \quad (3.43)$$

Tahmin edilen regresyonda eşbütünleşmenin varlığı araştırılırken yukarıda belirtilen hipotezler burada da geçerlidir. Artıklar elde edilirken kullanılan  $u_t = y_t - \beta_x' x_t$  eşitliğine ek olarak çalışmada aşağıda verilen sabitli ve sabitli ve doğrusal trendli modeller de dikkate alınmaktadır:

$$y_t = \alpha_0 + \beta_x' x_t + u_t \quad (3.44)$$

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \beta_x' x_t + u_t \quad (3.45)$$

Tanımlanan dört test istatistiği için hesaplamalar sabitsiz ve trendsiz regresyonda olduğu gibi yapılmaktadır. (Kapetanios vd., 2006: 288).

### 3.3.5. Maki (2010) Eşbütünleşme Testi

STAR modellerde eşbütünleşme ilişkisinin araştırıldığı alternatif testlerden olan Maki (2010) testinde ESTAR ve çift lojistik STAR modelleri ile eşbütünleşme yoktur boş hipotezi STAR ayarlama ile eşbütünleşme vardır alternatif hipotezine karşı

sınanmaktadır. Bu testin en önemli özelliği test istatistikleri hesaplanırken grid araştırma yönteminin kullanılmasıdır. KSS (2003) ve KSS (2006) çalışmalarında da değinilen STAR tipi testlerde temel hipotez altında dikkate alınması gereken parametrenin göz ardı edilmesi sebebiyle tanımlama problemi ortaya çıkmaktadır. Bu problemi ortadan kaldırmak amacıyla Davies (1987) ve Luukkonen vd. (1988) çalışmalarını takiben Taylor açılımı önerilmektedir. Maki (2010) çalışmasında ise Taylor açılımı kullanmak yerine grid araştırma yöntemi temel alınarak test istatistikleri hesaplanmaktadır (Maki, 2010: 1000). Bu bilgiler altında STAR modellerde eşbütünleşme ilişkisinin test edilmesinde dikkate alınan model şu şekilde ifade edilir:

$$y_t = \beta'x_t + u_t, \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (3.46)$$

Burada  $y_t$  ve  $x_t$  ilk mertebeden durağan olan  $I(1)$  değişkenlerdir.  $\beta' = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m)$  tahmin edilen parametreleri göstermekte iken  $x_t = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{mt})'$ ,  $(m \times 1)$ 'lik vektördür ve  $u_t$ , denge hatasıdır.

$$u_t = \phi_1 u_{t-1} + \phi_2 u_{t-1} F(.) + e_t \quad (3.47)$$

Burada  $e_t$ , sıfır ortalama hata,  $F(.)$ , yumuşak geçiş fonksiyonudur ve  $\phi_1 = 1$  varsayılmaktadır. (Maki, 2010: 1000). Geçiş fonksiyonu  $F(.)$ , ESTAR, bir eşik değer ile ESTAR (ESTAR-c) ve iki eşik değerli çift lojistik STAR modelleri sırası ile şu şekilde tanımlanır:

$$F(u_{t-1}; \gamma) = 1 - \exp\{-\gamma u_{t-1}^2\} \quad (3.48)$$

$$F(u_{t-1}; \gamma, c) = 1 - \exp\{-\gamma(u_{t-1} - c)^2\} \quad (3.49)$$

$$F(u_{t-1}; \gamma, c_1, c_2) = (1 + \exp\{-\gamma(u_{t-1} - c_1)(u_{t-1} - c_2)\})^{-1} \quad (3.50)$$

Geçiş fonksiyonlarında bulunan  $\gamma$ , düzgünleştirme parametresi;  $c$ ,  $c_1$  ve  $c_2$  rejimler arası geçişi sağlayan eşik değerlerdir ve  $\gamma > 0$  ve  $c_1 < c_2$  koşulu geçerlidir. ESTAR modeli,  $u_{t-1} = 0$  olduğunda birim kök sürecine sahip iken  $u_{t-1}$  sıfırdan sapmalar gösterdiğinde  $u_t$ , dengeye yakınsama göstermektedir. ESTAR-c sürece sahip ikinci geçiş fonksiyonunda  $u_{t-1}$ , eşik değer  $c$ 'ye eşit olduğunda geçiş fonksiyonu  $F(u_{t-1}; \gamma, c) = 0$  şeklinde tanımlanmaktadır. Ayrıca  $\gamma$ , sıfıra ya da sonsuza yaklaştığında ESTAR ve ESTAR-c modelleri doğrusal AR modeli olmaktadır (Dijk. vd. 2002: 4 ve Maki, 2010: 1000). Tanımlanan üçüncü geçiş fonksiyonu iki eşik

değerli çift lojistik STAR'ın kullanıldığı modelde de  $\gamma \rightarrow 0$  olduğunda doğrusal model elde edilmektedir. Eğer  $\gamma \rightarrow \infty$  ve  $c_1 \neq c_2$  ise  $u_{t-1} < c_1$  ve  $u_{t-1} > c_2$  için  $F(u_{t-1}; \gamma, c_1, c_2) = 1$  olmaktadır. Geçiş değişkeni  $u_{t-1}$  iki eşik değer arasında yer aldığı anda,  $c_1 \leq u_{t-1} \leq c_2$  olduğunda,  $F(u_{t-1}; \gamma, c_1, c_2) = 0$ 'dır (Dijk. vd. 2002: 4 ve Maki, 2010: 1000).

Eşbütünleşme ilişkisinin testi için artıklar üzerinden aşağıdaki model tahmin edilir:

$$\Delta \hat{u}_t = \rho \hat{u}_{t-1} F(.) + \sum_{j=1}^p \psi_j \Delta \hat{u}_{t-j} + \epsilon_t \quad (3.51)$$

Burada  $\epsilon_t$ , sıfır ortalama ile durağan bir sürece sahiptir.  $H_0: \rho = 0$  ve  $H_a: \rho < 0$  hipotezleri ile eşbütünleşme yoktur boş hipotezi STAR ayarlama ile eşbütünleşme vardır alternatif hipotezine karşı test edilmektedir (Maki, 2010: 1001).

### 3.4. Fourier Yaklaşımının Eşbütünleşme Testlerinde Kullanımı

Gerçekte birçok makroekonomik değişken farklı sayıda ve formda kırılmalara sahip olabildiğinden eşbütünleşme testlerinde de karşılaşılan temel sorun kırılma şeklinin ve sayısının önsel olarak biliniyor kabul edilmesidir. Özellikle kırılmaların dikkate alındığı doğrusal eşbütünleşme testlerinde kukla değişken kullanımından dolayı kırılmaların keskin kabul edilmesi ve tekli ya da çoklu kırılmalara önsel olarak karar verilmesi özne bilgi içerdiğinden modelde kırılmaların dikkate alınmaması kadar ciddi olabilecek tanımlama hatasına yol açabilmektedir (Tsong vd., 2016, 1086). Bu kapsamda kırılmaların modellenmesinde güçlü ve alternatif bir yöntem olarak kullanılan ve ikinci bölümde detaylarına yer verilen Fourier yaklaşımı eşbütünleşme testlerinde de alternatif bir yaklaşım olarak karşımıza çıkmaktadır. Aşağıda detayları sunulan KPSS testini temel alan ve yapısal kırılmaların Fourier fonksiyonu ile modellendiği ilk eşbütünleşme testi Tsong vd. (2016) tarafından literatüre kazandırılmıştır. Bilinen ikinci çalışma olarak da ADL modelini temel alan kırılmaların Fourier fonksiyonu ile modellendiği Banerjee vd. (2017) eşbütünleşme testi literatüre sunulmuştur.

### 3.4.1. Tsong vd. (2016) Eşbütünleşme Testi

Tsong vd. (2016), eşbütünleşme analizinde bilinmeyen sayı ve formdaki yapısal kırılmaların modellenmesinde Fourier yaklaşımının kullanıldığı ilk çalışmadır. Bu çalışmada önerilen eşbütünleşme testi deterministik trend içinde yapısal kırılmalara izin veren Shin (1994) testinin genelleştirilmiş halidir. Shin (1994) testi KPSS testinin çok değişkenli bir uzantısı iken Tsong vd. (2016) testi de KPSS testinin temel alındığı ve kırılmaların modellenmesinde Fourier yaklaşımının ilk defa kullanıldığı Becker vd. (2006) birim kök testinin bir uzantısıdır (Tsong, 2016: 1087).

$$y_t = d_t + x_t' \beta + \eta_t, \quad t = 1, 2, 3, \dots, T \quad (3.52)$$

Burada  $\eta_t = \gamma_t + v_{1t}$ ,  $\gamma_0 = 0$  iken  $\gamma_t = \gamma_{t-1} + u_t$  ve  $x_t = x_{t-1} + v_{2t}$ ,  $u_t \sim iid(0, \sigma^2)$ . Böylelikle  $\gamma_t$  rassal yürüyüş sürecidir ve  $v_{1t}$  ve  $v_{2t}$  durağan kabul edildiğinden  $y_t$  ve  $x_t$   $I(1)$ 'dir, tümleşik serilerdir. Eşbütünleşme temel hipotezi,  $H_0: \sigma_u^2 = 0$ , eşbütünleşme yoktur diyen alternatif hipotez  $H_1: \sigma_u^2 > 0$ 'a karşı test edilmektedir.

Deterministik bileşen  $d_t$  şu şekilde tanımlanır:

$$d_t = \delta_0 + f_t, \quad (3.53)$$

$$d_t = \delta_0 + \delta_1 t + f_t \quad (3.54)$$

Muhtemel kırılmaların yakalanması amacıyla  $f_t$  deterministik terim içinde tanımlanmaktadır.

$B(t)$ , kırılmaların bilinmeyen formunu temsil eden bir fonksiyon olmak üzere Fourier fonksiyonu genel formda şu şekilde yazılır (Tsong, 2016: 1088):

$$B(t) = \alpha_0 + \sum_{k=1}^n \alpha_k \sin\left(\frac{2k\pi t}{T}\right) + \sum_{k=1}^n \beta_k \cos\left(\frac{2k\pi t}{T}\right); n < \frac{T}{2} \quad (3.55)$$

Burada  $n$  frekans sayısını ve  $k$ , Fourier frekansını göstermekle birlikte bu çalışmada tek frekanslı model takip edilmektedir. Modeli aşağıdaki şekilde tekrar yazmak mümkündür:

$$B(t) \approx f_t = \alpha_k \sin\left(\frac{2k\pi t}{T}\right) + \beta_k \cos\left(\frac{2k\pi t}{T}\right) \quad (3.56)$$

Tanımlanan modeller üzerinden eşbütünleşme ilişkisi araştırılırken kırılmalar ile eşbütünleşme ilişkisi vardır temel hipotezinin reddedilmesi  $y_t$  ve  $x_t$  değişkenleri arasında uzun dönemde ilişkinin olmadığı sonucunu vermektedir (Tsong, 2016: 1089).

Fourier bileşeninin eşbütünleşme testi prosedürüne eklenip eklenmemesine karar verilirken burada da Becker vd. (2006) çalışmasında yer verilen  $F$  testi kullanılmaktadır. Eğer Fourier fonksiyonundaki trigonometrik terimler istatistiksel olarak anlamlı değilse yani yapısal kırılma bulunmadıysa Tsong vd. (2016) yerine eşbütünleşme vardır temel hipotezi Shin (1994) ile sınanır (Tsong, 2016: 1088).

Temel hipotez  $H_0: \sigma_u^2 = 0$  altında tanımlanan modeller yeniden yazıldığında aşağıdaki model elde edilir:

$$y_t = \sum_{i=0}^m \delta_i t^i + \alpha_k \sin\left(\frac{2k\pi t}{T}\right) + \beta_k \cos\left(\frac{2k\pi t}{T}\right) + x_t' \beta + u_{1t} \quad (3.57)$$

KPSS tipi eşbütünleşme testinde kırılmalar ile eşbütünleşmenin varlığı araştırılırken aşağıdaki istatistik dikkate alınmaktadır:

$$CI_f^m = T^{-2} \hat{\omega}_1^{-2} \sum_{t=1}^T S_t^2 \quad (3.58)$$

İstatistikte  $S_t = \sum_{t=1}^T \hat{u}_{1t}$ , EKK tahmininden elde edilen artıkların toplamını ifade ederken  $\hat{\omega}_1^2$ ,  $\hat{u}_{1t}$ 'in uzun dönem varyansının tutarlı tahmincisidir (Tsong, 2016: 1090).

### 3.4.2. Banerjee vd. (2017) Eşbütünleşme Testi

Banerjee vd. (2017) çalışmasında doğrusal olmayan yapısal kırılmaların bilinmeyen formunun Fourier fonksiyonu ile modellendiği, ilk olarak Boswijk (1994) ve Banerjee vd. (1998) tarafından önerilen ADL modelini temel alan yeni bir eşbütünleşme testi önermektedir. ADL testinin diğer tek denklem testlerinden daha güçlü ve gürültü parametresi sorunları içermediğinden uygulamada da kolay bir test olduğu düşünülmektedir (Banerjee vd. 2017, 116).

Yapısal kırılmaların modellenmesinde deterministik terimde tanımlanan Fourier fonksiyon Tsong (2016)'ya benzer olarak şu şekilde ifade edilmektedir:

$$d(t) = \gamma_0 + \sum_{k=1}^n \alpha_k \sin\left(\frac{2k\pi t}{T}\right) + \sum_{k=1}^n \beta_k \cos\left(\frac{2k\pi t}{T}\right); n < \frac{T}{2} \quad (3.59)$$

Burada  $\gamma_0$ , sabit terim ve doğrusal trendi içeren klasik deterministik terimi,  $k$ , belirli tek frekansı ve  $n$ , yaklaşımda yer alan frekansların sayısını göstermektedir. Tüm  $k$ 'lar için  $\alpha_k = \beta_k = 0$  olduğunda yalnızca  $\gamma_0$  klasik deterministik terim modelde kalmaktadır. Böyle bir durumda Banerjee vd. (2017) testinde temel alınan geleneksel ADL testinin kullanımı uygun olmaktadır. Banerjee vd. (1998) çalışmasını takiben dikkate alınan model şu şekildedir:

$$\Delta y_{1t} = d(t) + \delta_1 y_{1,t-1} + \gamma' y_{2,t-1} + \varphi' \Delta y_{2t} + \varepsilon_t \quad (3.60)$$

Modelde yer alan  $d(t)$ , zamanın doğrusal olmayan fonksiyonunu içeren deterministik terimdir ve bağımlı değişken  $y_{1t}$ , tek değişkenli süreçtir.  $\Delta y_{1t}$  ve  $\Delta y_{2t}$ 'nin gecikmeleri hata terimindeki seriler arası korelasyonu önlemek için modele dahil edilebilir. Bu model üzerinden eşbütünleşme yoktur diyen temel hipotez  $H_0: \delta_1 = 0$ , eşbütünleşme vardır diyen  $H_1: \delta_1 < 0$  alternatif hipotezine karşı sınanmaktadır. Test istatistiği olarak  $t$  istatistik değerleri hesaplanırsa da  $H_0: \delta_1 = \gamma = 0$  temel hipotezi test edilmek istendiğinde  $F$  testi kullanılmaktadır. Banerjee vd. (2017) testinde dikkate alınan  $t$  istatistik değerleri aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır:

$$t_{ADL}^F = \frac{\hat{\delta}_1}{sh(\hat{\delta}_1)} \quad (3.61)$$

Burada  $\hat{\delta}_1$ ,  $\delta_1$ 'in EKK tahmininden elde edilen tahminci iken  $sh(\hat{\delta}_1)$ ,  $\hat{\delta}_1$ 'in standart hatasıdır (Banerjee vd. 2017: 116-117).

## DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

### KADEMELİ KIRILMALI EŞBÜTÜNLEŞME TESTİ ÖNERİSİ VE MONTE CARLO SİMÜLASYON SONUÇLARI

#### 4.1. Eşbütünleşme Testi Önerisi

Eşbütünleşme testlerine ait literatür değerlendirildiğinde STAR tipi modellerin temel alındığı ilk çalışmalara KSS (2006) testi; yapısal kırılmaların Fourier yaklaşımı ile modellendiği eşbütünleşme testlerine de Tsong (2016) ve Banerjee (2017) örnek verilebilir. Bu testlerin yanında literatürde kırılmaların Fourier yaklaşımı ve doğrusal olmayan yapının ESTAR süreci ile açıklandığı eşbütünleşme testinin olmadığı dikkat çekmektedir. Bu bölümde, görülen bu eksiklikten yola çıkılarak kırılmaların Fourier yaklaşımı ve doğrusal olmayan yapının ESTAR yapı ile modellendiği bir eşbütünleşme test sürecinin önerilmesi amaçlanmaktadır.

Bu bölümün genel olarak amaçları;

- i. Doğrusal olmayan yapının ESTAR süreç ve bilinmeyen yapı ve sayıdaki yapısal kırılmaların Fourier fonksiyonu ile modellendiği,
- ii. Fourier fonksiyonunda tanımlanan frekans değeri  $k$  için tam sayı değerleri yanında ondalık sayıların da kullanıldığı,
- iii. İki den fazla değişken olması durumunda kritik değerlerin hesaplandığı,
- iv. Gözlem sayısındaki farklılığın boyut ve güç özellikleri üzerindeki etkisini gözlemlemek adına farklı gözlem büyüklüklerinin ve farklı parametrelerin kullanıldığı,
- v. Taylor serisi yaklaşımına alternatif olarak grid araştırma yönteminin kullanıldığı

bir eşbütünleşme testinin geliştirilmesi şeklinde sıralanabilir.

STAR modellerde eşbütünleşme ilişkisinin test edilmesinde sabitsiz, sabitli, sabitli ve trendli olarak ana regresyon modellerini şu şekilde tanımlamak mümkündür:

Durum 1

$$y_t = \beta'x_t + u_t \quad t = 1,2,3 \dots T \quad (4.1)$$

Durum 2

$$y_t = \mu + \beta'x_t + u_t \quad t = 1,2,3 \dots T \quad (4.2)$$

Durum 3

$$y_t = \mu + \vartheta t + \beta'x_t + u_t \quad t = 1,2,3 \dots T \quad (4.3)$$

Eşbütünleşme ilişkisinin araştırılmasında temel varsayımlardan olan değişkenlerin ilk mertebeden durağan olması koşulu gereği  $y_t$  ve  $x_t$  değişkenleri üç durum için de  $I(1)$  özelliğe sahiptir.  $y_t$  skaler bir değişken ve bağımsız değişken sayısı birden fazla olabileceğinden  $x_t = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{mt})'$ ,  $(m \times 1)$ 'lik vektördür ve  $\beta' = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m)$  olarak tanımlanabilir. Her üç durum için denge hataları şu şekilde elde edilir:

Durum 1 denge hatası

$$\hat{u}_t = y_t - \hat{\beta}'x_t \quad (4.4)$$

Durum 2 denge hatası

$$\hat{u}_t = y_t - \hat{\mu} - \hat{\beta}'x_t \quad (4.5)$$

Durum 3 denge hatası

$$\hat{u}_t = y_t - \hat{\mu} - \hat{\vartheta}t - \hat{\beta}'x_t \quad (4.6)$$

Bilinmeyen sayı ve formdaki kırılmaların yakalanmasında kullanılan Fourier fonksiyonu Tsong (2016) ve Banerjee vd. (2017) çalışmalarını takiben  $d_t$  deterministik terim içinde aşağıdaki şekilde yazılmaktadır:

$$y_t = d_t + \beta'x_t + u_t \quad t = 1,2,3 \dots T \quad (4.7)$$

Burada deterministik terim içinde Fourier fonksiyonunun yer almasından dolayı tanımlanan model sayısı ikiye düşmekte, Durum 2 ve Durum 3 üzerinden hareket edilmektedir. Bu durumda deterministik terimler şu şekilde yazılır:

$$d_{2t} = \mu + \alpha(t) \quad (4.8)$$

$$d_{3t} = \mu + \vartheta t + \alpha(t) \quad (4.9)$$

$$\alpha(t) = \sum_{k=1}^n \alpha_k \sin\left(\frac{2k\pi t}{T}\right) + \sum_{k=1}^n \beta_k \cos\left(\frac{2k\pi t}{T}\right); \quad n < \frac{T}{2} \quad (4.10)$$

Bilinmeyen sayı ve formdaki kırılmaların modellenmesinde kullanılan trigonometrik terimlerin yer aldığı  $\alpha(t)$ 'de  $k$ , Fourier frekansını;  $n$ , yaklaşımda kullanılan frekans sayısını;  $T$ , gözlem sayısını;  $t$ , trendi ve  $\pi \cong 3.1416$  değerini göstermektedir.

### Varsayım 1

Becker vd. (2006) ve Enders ve Lee (2012a) pratikte  $n$  frekans sayısının 1 olarak alınmasının uygun olacağına değinmektedir. Enders ve Lee (2012a)'da açıklandığı üzere, örneklem büyüklüğü arttıkça  $n$  frekans sayısının da artması normal olmakta ancak limit teorimi gereği  $T \rightarrow \infty$ ,  $n \rightarrow n(T)$  olabilmekte ve  $n$ 'in artması testin güç kaybetmesine sebep olacaktır. Çok sayıda frekans kullanımı serbestlik derecesi problemine de yol açmaktadır (Enders ve Lee, 2012a: 575). Buna ek olarak, Becker vd. (2004)'de bilinmeyen sayı ve formdaki kırılmaların modellenmesinde tek frekans kullanılarak önerilen test, çoklu kırılmalar için önerilen ve literatürde sıklıkla kullanılan Bai-Perron (1998) testinden daha güçlü sonuç vermektedir. Bu açıklamalar dikkate alınarak deterministik bileşen içinde yer verilen tek frekans ile  $\alpha(t)$  şu şekilde tanımlanmaktadır:

$$\alpha(t) = \alpha_1 \sin\left(\frac{2k\pi t}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2k\pi t}{T}\right) \quad (4.11)$$

İlk üç bölümde anlatılan, kırılmaların Fourier fonksiyonu aracılığıyla modellendiği birim kök ve eşbütünleşme testlerinde Fourier frekansı  $k = 1, 2, 3, 4, 5$  olarak alınmaktadır. Bahsi geçen çalışmalarda bunun nedeni  $k$ 'yı 5'ten büyük almanın testin gücünde anlamlı bir etki yaratmıyor olması gösterilmektedir. Özellikle sonuçlar  $k = 1$ 'in farklı yapıdaki kırılmaların yakalanmasında etkili olduğu

yönündedir. Uygulamada genellikle Becker vd. (2006) çalışması takip edilerek uygun  $k$  değeri seçilirken her bir  $k$  değeri için modeller tahmin edilir ve kalıntı kare toplamı incelenerek en küçük kalıntı kare toplam değerini veren modelin en uygun model, dolayısıyla en uygun  $k$  olduğuna karar verilir.

Çalışmada kullanılan Fourier fonksiyonlu eşbütünleşme regresyon denklemleri açık olarak tekrar yazıldığında aşağıdaki şekilde gösterilir:

Durum 2

$$y_t = \mu + \alpha_1 \sin\left(\frac{2k\pi t}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2k\pi t}{T}\right) + \beta' x_t + u_t \quad t = 1, 2, 3 \dots T \quad (4.12)$$

Durum 3

$$y_t = \mu + \vartheta t + \alpha_1 \sin\left(\frac{2k\pi t}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2k\pi t}{T}\right) + \beta' x_t + u_t \quad t = 1, 2, 3 \dots T \quad (4.13)$$

Regresyon modellerinin tanımlanmasının ardından geçiş fonksiyonu  $G(\cdot)$ 'nin eklenmesi ile  $u_t$  aşağıdaki şekilde yazılır:

$$u_t = \phi_1 u_{t-1} + \phi_2 u_{t-1} G(\cdot) + e_t \quad (4.14)$$

Burada  $e_t$ , ortalaması sıfır olan hata terimi ve  $G(\cdot)$ ,  $u_{t-1}$ 'in yumuşak geçiş fonksiyonudur. Farklı fonksiyonel formlarda tanımlanabilen geçiş fonksiyonu burada üstel fonksiyon olarak tanımlanmaktadır. Enders ve Lee (2012a) kırılmaları Fourier fonksiyonu ile modelledikleri çalışmalarında, esnek Fourier fonksiyonunun en önemli özelliklerinden birinin LSTAR ve ESTAR kırılma durumunda benzer davranış gösterdiği ve böylece uygulamada LSTAR ve ESTAR arasındaki kararsızlığı azalttığına dikkat çekmektedir. Bununla birlikte ESTAR yapıya alternatif olarak birinci ve ikinci dereceden LSTAR öneriliyor olsa da ESTAR yapının LSTAR ile karşılaşılan yorumlama problemlerinin üstesinden geldiği görülmektedir (Kapetanios vd., 2006: 290). Bu bilgiler altında üstel geçiş fonksiyonu şu şekilde yazılır:

$$G(\cdot) = 1 - \exp\{-\gamma u_{t-1}^2\} \quad (4.15)$$

Bu durumda  $u_t$ 'yi aşağıdaki şekilde yeniden yazmak mümkündür:

$$u_t = \phi_1 u_{t-1} + \phi_2 u_{t-1} (1 - \exp\{-\gamma u_{t-1}^2\}) + e_t \quad (4.16)$$

## Varsayım 2

Modelde  $\phi_1 = 1$  olduğu varsayılmaktadır.  $G(.) = 0$  ve  $\phi_1 = 1$  olduğunda  $\phi_1$ 'in bu birim değeri birim kök problemine yol açmakta ve dolayısıyla  $u_t$  durağan değildir ve bu durumun ekonomik uygulamalara daha uygun olduğu düşünülmektedir (Kapetanios vd., 2003: 363).

## Varsayım 3

Geçiş fonksiyonunda yer alan düzgünleştirme parametresi  $\gamma$ 'nın  $\gamma > 0$  koşulunu sağlaması beklenmektedir. İlk bölümde STAR model açıklamasında detaylıca yer verildiği gibi bu koşul sağlanmadığında ya da  $\gamma$ , 0 ve  $\infty$ 'a yaklaştığında fonksiyon sabit bir değere yaklaşmakta ve bu da rejimler arası geçişin sert olmasına sebep olmakta ve ayrıca model doğrusal forma dönüşmektedir.

$\phi_1 = 1$  varsayımı da göz önünde bulundurularak doğrusal olmayan yapı aşağıdaki şekilde tekrar açıklanmaktadır:

$$\Delta \hat{u}_t = \rho \hat{u}_{t-1} G(.) + \sum_{j=1}^p \psi_j \Delta \hat{u}_{t-j} + \epsilon_t \quad (4.17)$$

Modelde  $\epsilon_t$ , sıfır ortalama ile durağandır ve değişkenler arasındaki eşbütünleşme ilişkisi eşbütünleşme yoktur temel hipotezine karşı eşbütünleşme vardır alternatif hipotezi ile sınanırken hipotezler şu şekilde tanımlanmaktadır:

$$H_0: \rho = 0 \quad (4.18)$$

$$H_1: \rho < 0 \quad (4.19)$$

## 4.2. Monte Carlo Simülasyonları

### 4.2.1. Kritik Değer Üretimi

Kırılmaların Fourier fonksiyonu ve doğrusal olmayan yapının ESTAR modeli ile açıklandığı önerilen eşbütünleşme testi veri yaratma sürecinde boyut ve güç özellikleri incelenmeden önce kritik değer üretim sürecine başlanmaktadır. Durum 2

ve Durum 3 üzerinden EKK tahmini ile elde edilen artıklarla  $\epsilon_t$ , sıfır ortalama ile durağan hata olmak üzere aşağıdaki model kullanılmaktadır:

$$\Delta \hat{u}_t = \rho \hat{u}_{t-1} (1 - \exp\{-\gamma \hat{u}_{t-1}^2\}) + \epsilon_t \quad (4.20)$$

Maki (2010)'un ESTAR temelli eşbütünleşme testi için açıkladığı gibi temel hipotez altında geçiş fonksiyonu  $G(\cdot)$  gürültü parametresine sahiptir. Benzer durum burada da geçerli olmaktadır. Geçiş fonksiyonundaki gürültü parametresi geçiş parametresi  $\gamma$ 'dır ve burada sadece alternatif hipotez altında tanımlanmaktadır. KSS (2003) birim kök testinde ve KSS (2006) eşbütünleşme testinde bu tanımlama sorununun üstesinden gelmek amacıyla Taylor açılımının kullanımı önerilmektedir. Taylor açılımının kullanıldığı bu yaklaşıma alternatif olarak grid araştırma yöntemi önerilmektedir. Grid araştırma ile simülasyon yapılması farklı sayıda kombinasyonlardan oluşan hiper-parametreler ile tahmin edilen modelde en iyi sonucu sağlayan hiper-parametrenin seçimini mümkün kılmaktadır. Bu yöntemin en büyük avantajı, geçiş fonksiyonunun formu ne olursa olsun tek taraflı  $t$  istatistiklerinin kolaylıkla uygulanabilir olmasıdır (Maki, 2010: 1000). Taylor açılımının aksine burada grid araştırma kullanılarak gürültü parametresi  $\gamma$ 'nın mümkün tüm parametre değerleri için  $\rho$ 'nun  $t$  istatistiği hesaplanmakta ve en küçük değer seçilmektedir. Bu test istatistiği infimum tipi  $t$  istatistiği olarak adlandırılmakta ve aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$\inf_{\gamma \in \Gamma_n} t_n(\gamma) \equiv \inf_{\gamma \in \Gamma_n} \frac{\hat{\rho}}{s.h.(\hat{\rho})} \quad (4.21)$$

Test istatistiğinde bulunan  $\hat{\rho}$ ,  $\rho$ 'nun EKK tahmincisi,  $s.h.(\hat{\rho})$ ,  $\hat{\rho}$ 'nun standart hatası ve  $\Gamma_n$ ,  $(\hat{u}_1, \hat{u}_2, \dots, \hat{u}_n)$  fonksiyonları tarafından verilen parametre uzayındaki rastgele dizilerdir (Maki, 2010: 1001).

Test istatistiğini hesaplamak için  $\gamma \in [\gamma_{min}, \gamma_{max}]$  iken parametre aralığı şu şekilde belirlenir:

$$\gamma_{min} = 10^{-1} V_n \quad (4.22)$$

$$\gamma_{max} = 10^3 V_n \quad (4.23)$$

Burada  $V_n = (\sum_{t=1}^n \hat{u}_t^2 / n)^{1/2}$  olarak tanımlandığından  $\gamma_{min}$  ve  $\gamma_{max}$  yeniden şu şekilde yazılır:

$$\gamma_{min} = 10^{-1} (\sum_{t=1}^n \hat{u}_t^2 / n)^{1/2} \quad (4.24)$$

$$\gamma_{max} = 10^3 (\sum_{t=1}^n \hat{u}_t^2 / n)^{1/2} \quad (4.25)$$

Park ve Shintani (2016), Dijk vd. (2002) çalışmasını takiben, standart sapma ile normalize edilerek belirlenen aralıkta aranan  $\gamma$  parametresi için  $V_n$  hesaplanırken  $(\sum_{t=1}^n \hat{u}_t^2 / n)^{-1/2}$  formülü kullanılarak da aralığın oluşturulacağına değinmektedir (Park ve Shintani, 2016: 639). Farklı tanımlamalar da uygun olmakla beraber bu çalışmada da bu yol izlenerek devam edilmektedir.  $\gamma$  parametresinin seçiminde aralığın çok geniş tutulması doğru tahminin yapılmasını zorlaştırmaktadır. Bunun nedeni Dijk vd. (2002)'de  $\gamma$ 'nın değerinin çok yüksek tutulması STAR modelinin TAR modeline yaklaşacak olması gösterilmektedir. Bunun yanında  $\gamma$ 'daki büyük değişimlerin geçiş fonksiyonundaki etkisi küçük olmakta, dolayısıyla yüksek ayarlamalara gerek kalmamaktadır (Dijk vd., 2002: 21). Kritik değer üretiminin ilk adımlarındaki simülasyon denemelerinde  $\gamma$ 'nın aralığı belirlenirken ilk tanımlanan  $V_n$  kullanıldığında üst sınır ikinci tanımlanan  $V_n$  formülüne kıyasla yaklaşık 50 kat daha fazla olmaktadır, her ne kadar sınırlar gözlem sayısına göre farklılaşsa da.

Önerilen eşbütünleşme testinin kritik değerleri R (4.05) programlama dili kullanılarak 10000 tekrar ile Denklem 4.12 ve 4.13 üzerinden  $T = 50, 100, 250, 1000$ ,  $k = 1, 2, 3, 4, 5$  ve  $k = 0.5, 1.5$  ve bağımsız değişken sayısı  $n = 1, 2, 3$  için %1, %5 ve %10 anlam düzeylerinde hesaplanmaktadır. Hesaplanan kritik değerler tam sayılı ve ondalık sayılı frekansa göre sabitli, sabitli ve trendli modeller üzerinden Tablo 4.1-4.3'de sunulmaktadır.

**Tablo 4.1 Tam Sayılı Frekanslar ile Durum 2 için Kritik Değerler**

| <b>n</b> | <b>k</b> | <b>T = 50</b>  |           |            | <b>T = 100</b>  |           |            |
|----------|----------|----------------|-----------|------------|-----------------|-----------|------------|
|          |          | <b>%1</b>      | <b>%5</b> | <b>%10</b> | <b>%1</b>       | <b>%5</b> | <b>%10</b> |
| 1        | 1        | -5.304         | -4.627    | -4.261     | -5.082          | -4.445    | -4.121     |
|          | 2        | -5.097         | -4.280    | -3.913     | -4.777          | -4.130    | -3.785     |
|          | 3        | -4.738         | -4.024    | -3.650     | -4.620          | -3.901    | -3.543     |
|          | 4        | -4.623         | -3.859    | -3.483     | -4.420          | -3.773    | -3.432     |
|          | 5        | -4.564         | -3.779    | -3.415     | -4.369          | -3.661    | -3.350     |
| 2        | 1        | -5.705         | -4.971    | -4.620     | -5.399          | -4.771    | -4.462     |
|          | 2        | -5.586         | -4.867    | -4.466     | -5.284          | -4.664    | -4.323     |
|          | 3        | -5.425         | -4.600    | -4.214     | -5.040          | -4.433    | -4.072     |
|          | 4        | -5.189         | -4.371    | -4.007     | -4.956          | -4.281    | -3.941     |
|          | 5        | -5.004         | -4.317    | -3.955     | -4.900          | -4.189    | -3.842     |
| 3        | 1        | -6.104         | -5.303    | -4.929     | -5.786          | -5.100    | -4.770     |
|          | 2        | -6.056         | -5.277    | -4.904     | -5.651          | -5.027    | -4.727     |
|          | 3        | -5.850         | -5.097    | -4.713     | -5.504          | -4.871    | -4.534     |
|          | 4        | -5.646         | -4.921    | -4.510     | -5.445          | -4.708    | -4.353     |
|          | 5        | -5.548         | -4.768    | -4.388     | -5.233          | -4.557    | -4.216     |
| <b>n</b> | <b>k</b> | <b>T = 250</b> |           |            | <b>T = 1000</b> |           |            |
|          |          | <b>%1</b>      | <b>%5</b> | <b>%10</b> | <b>%1</b>       | <b>%5</b> | <b>%10</b> |
| 1        | 1        | -4.876         | -4.322    | -4.030     | -4.843          | -4.255    | -3.977     |
|          | 2        | -4.667         | -4.078    | -3.745     | -4.614          | -4.040    | -3.727     |
|          | 3        | -4.433         | -3.868    | -3.533     | -4.379          | -3.798    | -3.478     |
|          | 4        | -4.304         | -3.681    | -3.368     | -4.262          | -3.677    | -3.347     |
|          | 5        | -4.202         | -3.647    | -3.333     | -4.229          | -3.609    | -3.309     |
| 2        | 1        | -5.197         | -4.648    | -4.356     | -5.122          | -4.601    | -4.296     |
|          | 2        | -5.112         | -4.502    | -4.192     | -5.068          | -4.484    | -4.173     |
|          | 3        | -4.916         | -4.340    | -4.010     | -4.908          | -4.292    | -3.967     |
|          | 4        | -4.756         | -4.184    | -3.864     | -4.774          | -4.187    | -3.832     |
|          | 5        | -4.715         | -4.079    | -3.812     | -4.618          | -4.042    | -3.737     |
| 3        | 1        | -5.460         | -4.924    | -4.633     | -5.445          | -4.857    | -4.598     |
|          | 2        | -5.488         | -4.894    | -4.604     | -5.394          | -4.849    | -4.554     |
|          | 3        | -5.351         | -4.773    | -4.432     | -5.253          | -4.693    | -4.371     |
|          | 4        | -5.246         | -4.600    | -4.290     | -5.117          | -4.529    | -4.217     |
|          | 5        | -5.170         | -4.524    | -4.202     | -5.080          | -4.481    | -4.174     |

**Tablo 4.2 Tam Sayılı Frekanslar ile Durum 3 için Kritik Değerler**

| <b>n</b> | <b>k</b> | <b>T = 50</b>  |           |            | <b>T = 100</b>  |           |            |
|----------|----------|----------------|-----------|------------|-----------------|-----------|------------|
|          |          | <b>%1</b>      | <b>%5</b> | <b>%10</b> | <b>%1</b>       | <b>%5</b> | <b>%10</b> |
| 1        | 1        | -5.887         | -5.135    | -4.750     | -5.546          | -4.895    | -4.574     |
|          | 2        | -5.703         | -4.927    | -4.548     | -5.338          | -4.693    | -4.361     |
|          | 3        | -5.467         | -4.641    | -4.235     | -5.165          | -4.461    | -4.124     |
|          | 4        | -5.228         | -4.466    | -4.101     | -5.083          | -4.345    | -3.995     |
|          | 5        | -5.140         | -4.310    | -3.949     | -4.951          | -4.229    | -3.891     |
| 2        | 1        | -6.182         | -5.399    | -5.034     | -5.745          | -5.135    | -4.816     |
|          | 2        | -6.147         | -5.342    | -4.974     | -5.721          | -5.089    | -4.734     |
|          | 3        | -5.926         | -5.169    | -4.756     | -5.551          | -4.871    | -4.557     |
|          | 4        | -5.827         | -4.917    | -4.557     | -5.441          | -4.776    | -4.386     |
|          | 5        | -5.545         | -4.791    | -4.408     | -5.329          | -4.664    | -4.303     |
| 3        | 1        | -6.425         | -5.696    | -5.327     | -6.098          | -5.411    | -5.078     |
|          | 2        | -6.502         | -5.687    | -5.307     | -6.064          | -5.365    | -5.055     |
|          | 3        | -6.329         | -5.521    | -5.140     | -5.949          | -5.290    | -4.934     |
|          | 4        | -6.167         | -5.366    | -4.987     | -5.897          | -5.188    | -4.807     |
|          | 5        | -6.060         | -5.253    | -4.836     | -5.733          | -5.024    | -4.694     |
| <b>n</b> | <b>k</b> | <b>T = 250</b> |           |            | <b>T = 1000</b> |           |            |
|          |          | <b>%1</b>      | <b>%5</b> | <b>%10</b> | <b>%1</b>       | <b>%5</b> | <b>%10</b> |
| 1        | 1        | -5.308         | -4.732    | -4.425     | -5.205          | -4.661    | -4.377     |
|          | 2        | -5.174         | -4.583    | -4.284     | -5.050          | -4.507    | -4.208     |
|          | 3        | -4.979         | -4.356    | -4.038     | -4.873          | -4.312    | -3.996     |
|          | 4        | -4.865         | -4.240    | -3.916     | -4.744          | -4.181    | -3.864     |
|          | 5        | -4.740         | -4.148    | -3.839     | -4.651          | -4.112    | -3.792     |
| 2        | 1        | -5.505         | -4.982    | -4.684     | -5.451          | -4.907    | -4.633     |
|          | 2        | -5.495         | -4.931    | -4.638     | -5.345          | -4.832    | -4.542     |
|          | 3        | -5.368         | -4.797    | -4.472     | -5.286          | -4.701    | -4.385     |
|          | 4        | -5.199         | -4.629    | -4.332     | -5.119          | -4.576    | -4.268     |
|          | 5        | -5.231         | -4.559    | -4.217     | -5.098          | -4.525    | -4.212     |
| 3        | 1        | -5.802         | -5.255    | -4.947     | -5.732          | -5.168    | -4.882     |
|          | 2        | -5.795         | -5.214    | -4.915     | -5.703          | -5.122    | -4.829     |
|          | 3        | -5.715         | -5.118    | -4.808     | -5.558          | -4.993    | -4.729     |
|          | 4        | -5.604         | -5.001    | -4.680     | -5.544          | -4.927    | -4.628     |
|          | 5        | -5.525         | -4.886    | -4.569     | -5.400          | -4.811    | -4.506     |

**Tablo 4.3 Ondalık Sayılı Frekanslar ile Kritik Değerler**

| <b>Durum 2: Sabitli Model</b>                     |          |           |           |                 |           |           |            |
|---------------------------------------------------|----------|-----------|-----------|-----------------|-----------|-----------|------------|
| <b>T = 50</b>                                     |          |           |           | <b>T = 100</b>  |           |           |            |
| <b>n</b>                                          | <b>k</b> | <b>%1</b> | <b>%5</b> | <b>%10</b>      | <b>%1</b> | <b>%5</b> | <b>%10</b> |
| 1                                                 | 0.5      | -5.339    | -4.632    | -4.288          | -5.040    | -4.439    | -4.154     |
|                                                   | 1.5      | -5.261    | -4.493    | -4.124          | -4.945    | -4.298    | -4.010     |
| 2                                                 | 0.5      | -5.706    | -4.977    | -4.614          | -5.427    | -4.762    | -4.446     |
|                                                   | 1.5      | -5.743    | -4.985    | -4.615          | -5.451    | -4.742    | -4.419     |
| 3                                                 | 0.5      | -6.056    | -5.336    | -4.957          | -5.728    | -5.048    | -4.736     |
|                                                   | 1.5      | -6.116    | -5.352    | -4.995          | -5.732    | -5.103    | -4.760     |
| <b>T = 250</b>                                    |          |           |           | <b>T = 1000</b> |           |           |            |
| <b>n</b>                                          | <b>k</b> | <b>%1</b> | <b>%5</b> | <b>%10</b>      | <b>%1</b> | <b>%5</b> | <b>%10</b> |
| 1                                                 | 0.5      | -4.952    | -4.347    | -4.072          | -4.829    | -4.290    | -4.015     |
|                                                   | 1.5      | -4.851    | -4.275    | -3.946          | -4.743    | -4.192    | -3.890     |
| 2                                                 | 0.5      | -5.185    | -4.621    | -4.349          | -5.130    | -4.584    | -4.316     |
|                                                   | 1.5      | -5.240    | -4.619    | -4.323          | -5.092    | -4.552    | -4.265     |
| 3                                                 | 0.5      | -5.570    | -4.935    | -4.626          | -5.386    | -4.840    | -4.564     |
|                                                   | 1.5      | -5.696    | -5.062    | -4.758          | -5.387    | -4.852    | -4.571     |
| <b>Durum 3: Sabitli ve Doğrusal Trendli Model</b> |          |           |           |                 |           |           |            |
| <b>T = 50</b>                                     |          |           |           | <b>T = 100</b>  |           |           |            |
| <b>n</b>                                          | <b>k</b> | <b>%1</b> | <b>%5</b> | <b>%10</b>      | <b>%1</b> | <b>%5</b> | <b>%10</b> |
| 1                                                 | 0.5      | -5.805    | -5.029    | -4.674          | -5.427    | -4.809    | -4.484     |
|                                                   | 1.5      | -5.814    | -5.086    | -4.719          | -5.428    | -4.860    | -4.535     |
| 2                                                 | 0.5      | -6.120    | -5.369    | -5.008          | -5.757    | -5.114    | -4.794     |
|                                                   | 1.5      | -6.117    | -5.408    | -5.043          | -5.763    | -5.161    | -4.828     |
| 3                                                 | 0.5      | -6.438    | -5.705    | -5.295          | -6.008    | -5.385    | -5.038     |
|                                                   | 1.5      | -6.540    | -5.725    | -5.343          | -6.112    | -5.435    | -5.105     |
| <b>T = 250</b>                                    |          |           |           | <b>T = 1000</b> |           |           |            |
| <b>n</b>                                          | <b>k</b> | <b>%1</b> | <b>%5</b> | <b>%10</b>      | <b>%1</b> | <b>%5</b> | <b>%10</b> |
| 1                                                 | 0.5      | -5.174    | -4.633    | -4.374          | -5.163    | -4.624    | -4.351     |
|                                                   | 1.5      | -5.266    | -4.729    | -4.424          | -5.140    | -4.629    | -4.350     |
| 2                                                 | 0.5      | -5.565    | -4.951    | -4.651          | -5.459    | -4.911    | -4.622     |
|                                                   | 1.5      | -5.537    | -4.997    | -4.706          | -5.465    | -4.904    | -4.617     |
| 3                                                 | 0.5      | -5.774    | -5.197    | -4.890          | -5.705    | -5.130    | -4.844     |
|                                                   | 1.5      | -5.816    | -5.243    | -4.940          | -5.739    | -5.186    | -4.898     |

#### 4.2.2. Boyut ve Güç Özellikleri

İstatistiksel analizlerde bazı durumlarda örneklem anakütleyi temsil etmeyebilir ve bu durumda örnekleme ait sonuçlar gerçeği yansıtmayacak ve bu tesadüfi hata yanlış çıkarımlar yapılmasına sebep olacaktır (Banerjee vd., 2009). Temel hipotez  $H_0$ 'ın kabul veya reddedilmesine göre dört farklı durumdan söz edilebilir:  $H_0$  gerçekte red iken reddedilmiş, gerçekte red iken kabul edilmiş ya da  $H_0$

gerçekte kabul iken kabul edilmiş ve gerçekte kabul iken reddedilmiş olabilir.  $H_0$  gerçekte red iken reddedilmesi ya da gerçekte kabul iken kabul edilmesi durumunda bir hata payı söz konusu değildir. Ancak diğer iki durumda iki tip hatadan bahsetmek gerekecektir. Alfa ( $\alpha$ ) tipi hata olarak da bilinen birinci tip hatada  $H_0$  temel hipotezi gerçekte doğru olduğu halde reddedilmekte; Beta ( $\beta$ ) tipi hata olarak da bilinen ikinci tip hatada  $H_0$  temel hipotezi gerçekte reddedildiği halde kabul edilmektedir. Bu durumu bir tablo ile aşağıdaki şekilde özetlemek mümkündür (Aytaç, 2004: 352).

**Tablo 4.4 Birinci ve İkinci Tip Hatalar**

| Karar       | Gerçek Durum                                      |                                                 |
|-------------|---------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
|             | $H_0$ Doğru                                       | $H_0$ Yanlış                                    |
| $H_0$ kabul | Doğru karar                                       | Beta ( $\beta$ ) tipi hata<br>(İkinci tip hata) |
| $H_0$ red   | Alfa ( $\alpha$ ) tipi hata<br>(Birinci tip hata) | Doğru karar                                     |

**Kaynak:** Aytaç, 2004.

Birinci tip hata yapma olasılığı olarak bilinen alfa ( $\alpha$ ), istatistiksel anlamlılık düzeyi olarak da bilinmektedir. Örneğin,  $\alpha = 0.05$  olarak alındığında temel hipotezi yanlışlıkla reddetme olasılığı en fazla %5 olacaktır. İkinci tip hata yapma olasılığı olan beta ( $\beta$ ),  $(1 - \beta)$  olarak yazıldığında testin gücü olarak adlandırılmaktadır. Testin boyutu olan alfa ( $\alpha$ ), genelde 0.05 olarak alınsa da 0.01 ve 0.10 aralığında tanımlanmaktadır. Beta ( $\beta$ ) ise genelde 0.20 yani testin gücü  $(1 - \beta)$ 'dan 0.80 olarak kabul edilse de 0.05 ve 0.20 aralığında kabul görmektedir. Alfa ve beta, birinci ve ikinci tip hata yapma olasılığını azaltmak için tanımlanan aralıkta olabildiğince küçük bir değer olarak seçilmektedir (Banerjee vd., 2009). Genellikle örneklem hacminin artırılması ile bahsi geçen iki tip hatanın aynı anda kontrolü mümkün olduğundan ve doğru olan temel hipotezi reddetme durumuna düşmemek için öncelikle alfa ( $\alpha$ ) ve örneklem hacmi olan  $n$  belirlenir. Boyut özelliklerinin elde edilmesinden sonra ise güç özellikleri hesaplanmaktadır (Aytaç, 2004: 352).

Önerilen testte boyut özellikleri aşağıdaki veri yaratma süreci dikkate alınarak elde edilmektedir:

$$y_t = \mu + \alpha_1 \sin\left(\frac{2k\pi t}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2k\pi t}{T}\right) + \beta_1 x_t + u_t \quad (4.26)$$

$$\Delta u_t = e_t \quad (4.27)$$

$$e_t = \alpha e_{t-1} + \epsilon_{1t} \quad (4.28)$$

$$\Delta x_t = \epsilon_{2t} \quad (4.29)$$

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{1t} \\ \epsilon_{2t} \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{bmatrix} \end{pmatrix} \quad (4.30)$$

Tanımlanan denklemlerde  $\mu = 1$ ,  $\beta_1 = 2$ ,  $\alpha_1$  ve  $\alpha_2$ , sırasıyla (3,5), (0,5) ve (3,0) kombinasyonlarından oluşmaktadır.  $\alpha = (0.5, 0, -0.5)$ ,  $\sigma_1^2 = 1$ ,  $\sigma_2^2 = (1,4)$  ve Fourier frekans değerleri  $k = 1, 2, 3$  ve  $k = 0.5, 1.5$  olarak dikkate alınmaktadır. Böylece 10000 tekrar ile farklı parametre değerleri için  $T = 50, 100, 250, 1000$  gözlem değerleriyle boyut özellikleri hesaplanmaktadır. Nominal büyüklük 0,05 olarak alınmaktadır. Tam sayılı frekanslar ile boyut özellikleri Tablo 4.5’de ve ondalık sayılı frekanslar ile boyut özellikleri Tablo 4.6’da sunulmaktadır. Tablo 4.5 incelendiğinde önerilen teste ait reddedilme olasılıklarının nominal büyüklük olan 0,05’e yakın olduğu görülmektedir. Boyut özelliklerinin  $\sigma_2^2 = 4$  alınmasından ve hata terimi  $u_t$ ’nin seriler arası korelasyona sahip olması durumundan etkilenmediği görülmektedir. Tablo 4.6 incelendiğinde önerilen testte ondalık sayılı frekanslar ile çalışıldığında Tablo 4.5 yorumuna benzer olarak reddedilme olasılıklarının nominal büyüklük olan 0,05’e yakın olduğu, sonuçların varyansın derecesinden ve hata terimindeki seriler arası korelasyondan etkilenmediği görülmektedir.

**Tablo 4.5 Tam Sayılı Frekanslar ile Boyut Özellikleri**

| $\sigma_2^2 = 1$<br>$\alpha = 0$    | k | $(\alpha_1 \alpha_2)$ | T =50 | T=100 | T=250 | T=1000 |
|-------------------------------------|---|-----------------------|-------|-------|-------|--------|
|                                     | 1 | (3,5)                 | 0.049 | 0.049 | 0.048 | 0.051  |
|                                     |   | (0,5)                 | 0.050 | 0.046 | 0.052 | 0.050  |
|                                     |   | (3,0)                 | 0.052 | 0.051 | 0.050 | 0.051  |
|                                     | 2 | (3,5)                 | 0.052 | 0.053 | 0.048 | 0.043  |
|                                     |   | (0,5)                 | 0.050 | 0.050 | 0.052 | 0.049  |
|                                     |   | (3,0)                 | 0.051 | 0.052 | 0.050 | 0.047  |
|                                     | 3 | (3,5)                 | 0.051 | 0.050 | 0.051 | 0.051  |
|                                     |   | (0,5)                 | 0.051 | 0.047 | 0.047 | 0.050  |
|                                     |   | (3,0)                 | 0.047 | 0.047 | 0.047 | 0.049  |
| $\sigma_2^2 = 1$<br>$\alpha = 0.5$  | k | $(\alpha_1 \alpha_2)$ | T =50 | T=100 | T=250 | T=1000 |
|                                     | 1 | (3,5)                 | 0.050 | 0.045 | 0.050 | 0.049  |
|                                     |   | (0,5)                 | 0.045 | 0.049 | 0.050 | 0.054  |
|                                     |   | (3,0)                 | 0.053 | 0.047 | 0.047 | 0.050  |
|                                     | 2 | (3,5)                 | 0.048 | 0.051 | 0.047 | 0.045  |
|                                     |   | (0,5)                 | 0.056 | 0.049 | 0.042 | 0.043  |
|                                     |   | (3,0)                 | 0.052 | 0.050 | 0.050 | 0.045  |
|                                     | 3 | (3,5)                 | 0.051 | 0.051 | 0.050 | 0.050  |
|                                     |   | (0,5)                 | 0.050 | 0.048 | 0.048 | 0.048  |
|                                     |   | (3,0)                 | 0.046 | 0.051 | 0.048 | 0.044  |
| $\sigma_2^2 = 1$<br>$\alpha = -0.5$ | k | $(\alpha_1 \alpha_2)$ | T =50 | T=100 | T=250 | T=1000 |
|                                     | 1 | (3,5)                 | 0.053 | 0.051 | 0.054 | 0.055  |
|                                     |   | (0,5)                 | 0.052 | 0.050 | 0.050 | 0.053  |
|                                     |   | (3,0)                 | 0.051 | 0.050 | 0.056 | 0.052  |
|                                     | 2 | (3,5)                 | 0.053 | 0.056 | 0.050 | 0.047  |
|                                     |   | (0,5)                 | 0.054 | 0.056 | 0.050 | 0.047  |
|                                     |   | (3,0)                 | 0.052 | 0.052 | 0.048 | 0.045  |
|                                     | 3 | (3,5)                 | 0.046 | 0.053 | 0.045 | 0.050  |
|                                     |   | (0,5)                 | 0.046 | 0.049 | 0.050 | 0.051  |
|                                     |   | (3,0)                 | 0.046 | 0.053 | 0.049 | 0.055  |
| $\sigma_2^2 = 4$<br>$\alpha = 0$    | k | $(\alpha_1 \alpha_2)$ | T =50 | T=100 | T=250 | T=1000 |
|                                     | 1 | (3,5)                 | 0.050 | 0.049 | 0.056 | 0.054  |
|                                     |   | (0,5)                 | 0.054 | 0.050 | 0.054 | 0.056  |
|                                     |   | (3,0)                 | 0.048 | 0.048 | 0.053 | 0.054  |
|                                     | 2 | (3,5)                 | 0.050 | 0.052 | 0.046 | 0.044  |
|                                     |   | (0,5)                 | 0.055 | 0.052 | 0.050 | 0.048  |
|                                     |   | (3,0)                 | 0.051 | 0.050 | 0.047 | 0.045  |
|                                     | 3 | (3,5)                 | 0.048 | 0.050 | 0.046 | 0.051  |
|                                     |   | (0,5)                 | 0.053 | 0.048 | 0.046 | 0.050  |
|                                     |   | (3,0)                 | 0.052 | 0.053 | 0.048 | 0.053  |

**Tablo 4.6 Ondalık Sayılı Frekanslar ile Boyut Özellikleri**

| $\sigma_2^2 = 1$<br>$\alpha = 0$    | k   | $(\alpha_1 \alpha_2)$ | T =50 | T=100 | T=250 | T=1000 |
|-------------------------------------|-----|-----------------------|-------|-------|-------|--------|
|                                     | 0.5 | (3,5)                 | 0.051 | 0.057 | 0.051 | 0.054  |
|                                     |     | (0,5)                 | 0.045 | 0.055 | 0.052 | 0.055  |
|                                     |     | (3,0)                 | 0.055 | 0.050 | 0.050 | 0.050  |
|                                     | 1.5 | (3,5)                 | 0.053 | 0.056 | 0.046 | 0.048  |
|                                     |     | (0,5)                 | 0.052 | 0.054 | 0.044 | 0.048  |
|                                     |     | (3,0)                 | 0.052 | 0.057 | 0.044 | 0.047  |
| $\sigma_2^2 = 1$<br>$\alpha = 0.5$  | k   | $(\alpha_1 \alpha_2)$ | T =50 | T=100 | T=250 | T=1000 |
|                                     | 0.5 | (3,5)                 | 0.051 | 0.050 | 0.049 | 0.052  |
|                                     |     | (0,5)                 | 0.049 | 0.053 | 0.055 | 0.053  |
|                                     |     | (3,0)                 | 0.048 | 0.051 | 0.050 | 0.052  |
|                                     | 1.5 | (3,5)                 | 0.051 | 0.053 | 0.044 | 0.050  |
|                                     |     | (0,5)                 | 0.051 | 0.055 | 0.043 | 0.042  |
|                                     |     | (3,0)                 | 0.052 | 0.057 | 0.043 | 0.049  |
| $\sigma_2^2 = 1$<br>$\alpha = -0.5$ | k   | $(\alpha_1 \alpha_2)$ | T =50 | T=100 | T=250 | T=1000 |
|                                     | 0.5 | (3,5)                 | 0.054 | 0.056 | 0.057 | 0.053  |
|                                     |     | (0,5)                 | 0.054 | 0.053 | 0.055 | 0.053  |
|                                     |     | (3,0)                 | 0.053 | 0.055 | 0.057 | 0.058  |
|                                     | 1.5 | (3,5)                 | 0.053 | 0.054 | 0.048 | 0.046  |
|                                     |     | (0,5)                 | 0.054 | 0.054 | 0.046 | 0.050  |
|                                     |     | (3,0)                 | 0.053 | 0.051 | 0.046 | 0.051  |
| $\sigma_2^2 = 4$<br>$\alpha = 0$    | k   | $(\alpha_1 \alpha_2)$ | T =50 | T=100 | T=250 | T=1000 |
|                                     | 0.5 | (3,5)                 | 0.052 | 0.056 | 0.054 | 0.047  |
|                                     |     | (0,5)                 | 0.049 | 0.053 | 0.050 | 0.049  |
|                                     |     | (3,0)                 | 0.049 | 0.056 | 0.051 | 0.051  |
|                                     | 1.5 | (3,5)                 | 0.052 | 0.056 | 0.046 | 0.049  |
|                                     |     | (0,5)                 | 0.049 | 0.047 | 0.047 | 0.049  |
|                                     |     | (3,0)                 | 0.051 | 0.054 | 0.044 | 0.049  |

Veri yaratma sürecine güç özelliklerinin elde edilmesi ile devam edildiğinde aşağıdaki süreç dikkate alınmaktadır:

$$y_t = \mu + \alpha_1 \sin\left(\frac{2k\pi t}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2k\pi t}{T}\right) + \beta_1 x_t + u_t \quad (4.31)$$

$$\Delta u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-1} [1 - \exp\{-\gamma(u_{t-1} - c)^2\}] + \epsilon_{1t} \quad (4.32)$$

$$\Delta x_t = \epsilon_{2t} \quad (4.33)$$

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{1t} \\ \epsilon_{2t} \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{pmatrix} \quad (4.34)$$

Burada  $\mu = 1$ ,  $\beta_1 = 2$  olarak tanımlanmaktadır.  $\rho_1 = 0$  ve  $c = (0, 1)$  dikkate alınarak  $\gamma = (0.01, 0.1, 1)$ ,  $\rho_2 = (-0.5, -0.1)$ ,  $k = 1, 2, 3$ ,  $k = 0.5, 1.5$  ve  $(\alpha_1, \alpha_2)$  için  $(3,5)$ ,  $(0,5)$ ,  $(3,0)$  kombinasyonları ile  $T = 50, 100, 250, 1000$  gözlem değerlerinde güç özellikleri hesaplanmaktadır. Güç özellikleri belirlenirken tekrar sayısı 10000 olarak dikkate alınmaktadır ve sonuçlar Tablo 4.7-4.10'da sunulmaktadır. Farklı örneklem büyüklüklerine göre tablolar incelendiğinde gözlem sayısı arttıkça testin gücünün de arttığı görülmektedir. En güçlü sonuçlar  $T = 1000$ 'de elde edilmekle beraber  $T = 250$  ile oldukça yakın güç özelliği göstermektedir. Küçük örneklemde,  $T = 50$  iken, güç özellikleri belirlenen güç sınırları içinde olmasa da farklı parametrelere göre genel olarak 0.35 – 0.90 aralığı içinde yer almaktadır. Eşik değerın güç üzerinde önemli bir etkisi olup olmadığını görmek amacıyla  $c = 0$  yanında  $c = 1$  durumu incelendiğinde güç üzerinde önemli bir etkisi olmadığı,  $c = 0$ 'a yakın sonuçlar bulunduğu söylenebilir. Fourier frekansına göre güç özellikleri değerlendirildiğinde frekans değeri arttıkça gücün azaldığı görülmektedir. Bu durumda tam sayılı frekanslarda en iyi güç özellikleri  $k = 1$ 'den elde edilmektedir. Ondalık sayılı frekanslarda da güç özelliklerinin iyi olduğu sonucuna ulaşılmaktadır ancak  $k = 1.5$  frekansında her durum için  $k = 2$ 'den daha güçlü sonuç elde edilememektedir. Frekansları genel olarak karşılaştırdığımızda  $k = 0.5$  ve  $k = 1$  ile en iyi sonuçlara ulaşılmıştır. Fourier terimlerine ait parametrelerin  $(3,5)$ ,  $(0,5)$ ,  $(3,0)$  olarak alınması durumunda güç özellikleri farklılaşmamaktadır. Düzgünleştirme parametresi  $\gamma = 1$  ve  $\rho_2 = -0.5$  iken en güçlü sonuçlara ulaşılmıştır.  $\rho_2$  parametresinin değeri artarken düzgünleştirme parametresinin değeri düştükçe testin gücü azalmakta, eşbütünleşme ilişkisinin bulunması zorlaşmaktadır. Bu durumda  $\gamma = 0.01$  ve  $\rho_2 = -0.1$ 'de güç özelliklerinin diğer kombinasyonlara göre daha düşük olduğu söylenebilir.

**Tablo 4.7 Gözlem Sayısı T = 50 için Güç Özellikleri**

| $\rho_1 = 0, c = 0$ |                        | Tam sayılı frekans |         |         | Ondalık sayılı frekans |           |
|---------------------|------------------------|--------------------|---------|---------|------------------------|-----------|
| $(\rho_2, \gamma)$  | $(\alpha_1, \alpha_2)$ | $k = 1$            | $k = 2$ | $k = 3$ | $k = 0.5$              | $k = 1.5$ |
| (-0.5, 0.01)        | (3,5)                  | 0.626              | 0.463   | 0.452   | 0.611                  | 0.453     |
|                     | (0,5)                  | 0.632              | 0.465   | 0.445   | 0.600                  | 0.455     |
|                     | (3,0)                  | 0.630              | 0.468   | 0.438   | 0.605                  | 0.452     |
| (-0.5, 0.1)         | (3,5)                  | 0.839              | 0.699   | 0.701   | 0.828                  | 0.687     |
|                     | (0,5)                  | 0.833              | 0.688   | 0.705   | 0.830                  | 0.695     |
|                     | (3,0)                  | 0.837              | 0.702   | 0.692   | 0.827                  | 0.699     |
| (-0.5, 1)           | (3,5)                  | 0.884              | 0.739   | 0.750   | 0.877                  | 0.749     |
|                     | (0,5)                  | 0.884              | 0.736   | 0.749   | 0.877                  | 0.749     |
|                     | (3,0)                  | 0.883              | 0.742   | 0.753   | 0.877                  | 0.740     |
| (-0.1, 0.01)        | (3,5)                  | 0.520              | 0.379   | 0.357   | 0.482                  | 0.374     |
|                     | (0,5)                  | 0.529              | 0.387   | 0.372   | 0.476                  | 0.386     |
|                     | (3,0)                  | 0.518              | 0.385   | 0.367   | 0.466                  | 0.371     |
| (-0.1, 0.1)         | (3,5)                  | 0.563              | 0.427   | 0.387   | 0.505                  | 0.406     |
|                     | (0,5)                  | 0.560              | 0.408   | 0.400   | 0.514                  | 0.408     |
|                     | (3,0)                  | 0.555              | 0.415   | 0.390   | 0.504                  | 0.401     |
| (-0.1, 1)           | (3,5)                  | 0.563              | 0.430   | 0.406   | 0.517                  | 0.415     |
|                     | (0,5)                  | 0.566              | 0.432   | 0.385   | 0.520                  | 0.425     |
|                     | (3,0)                  | 0.558              | 0.425   | 0.407   | 0.512                  | 0.421     |
| $\rho_1 = 0, c = 1$ |                        |                    |         |         |                        |           |
| $(\rho_2, \gamma)$  | $(\alpha_1, \alpha_2)$ |                    |         |         |                        |           |
| (-0.5, 0.01)        | (3,5)                  | 0.629              | 0.471   | 0.445   | 0.611                  | 0.464     |
|                     | (0,5)                  | 0.634              | 0.466   | 0.457   | 0.612                  | 0.455     |
|                     | (3,0)                  | 0.638              | 0.463   | 0.440   | 0.612                  | 0.460     |
| (-0.5, 0.1)         | (3,5)                  | 0.835              | 0.691   | 0.696   | 0.825                  | 0.686     |
|                     | (0,5)                  | 0.835              | 0.687   | 0.693   | 0.825                  | 0.691     |
|                     | (3,0)                  | 0.838              | 0.685   | 0.679   | 0.825                  | 0.683     |
| (-0.5, 1)           | (3,5)                  | 0.874              | 0.739   | 0.749   | 0.877                  | 0.733     |
|                     | (0,5)                  | 0.879              | 0.746   | 0.741   | 0.877                  | 0.747     |
|                     | (3,0)                  | 0.879              | 0.740   | 0.744   | 0.877                  | 0.746     |
| (-0.1, 0.01)        | (3,5)                  | 0.535              | 0.386   | 0.363   | 0.478                  | 0.373     |
|                     | (0,5)                  | 0.535              | 0.391   | 0.355   | 0.473                  | 0.375     |
|                     | (3,0)                  | 0.534              | 0.376   | 0.362   | 0.473                  | 0.380     |
| (-0.1, 0.1)         | (3,5)                  | 0.558              | 0.416   | 0.392   | 0.505                  | 0.406     |
|                     | (0,5)                  | 0.560              | 0.413   | 0.407   | 0.510                  | 0.416     |
|                     | (3,0)                  | 0.554              | 0.411   | 0.391   | 0.523                  | 0.405     |
| (-0.1, 1)           | (3,5)                  | 0.569              | 0.421   | 0.404   | 0.515                  | 0.423     |
|                     | (0,5)                  | 0.561              | 0.424   | 0.390   | 0.518                  | 0.413     |
|                     | (3,0)                  | 0.573              | 0.422   | 0.403   | 0.515                  | 0.414     |

**Tablo 4.8 Gözlem Sayısı T = 100 için Güç Özellikleri**

| $\rho_1 = 0, c = 0$ |                        | Tam sayılı frekans |         |         | Ondalık sayılı frekans |           |
|---------------------|------------------------|--------------------|---------|---------|------------------------|-----------|
| $(\rho_2, \gamma)$  | $(\alpha_1, \alpha_2)$ | $k = 1$            | $k = 2$ | $k = 3$ | $k = 0.5$              | $k = 1.5$ |
| (-0.5, 0.01)        | (3,5)                  | 0.970              | 0.663   | 0.637   | 0.839                  | 0.658     |
|                     | (0,5)                  | 0.971              | 0.669   | 0.647   | 0.837                  | 0.664     |
|                     | (3,0)                  | 0.966              | 0.673   | 0.648   | 0.835                  | 0.657     |
| (-0.5, 0.1)         | (3,5)                  | 0.973              | 0.849   | 0.851   | 0.968                  | 0.836     |
|                     | (0,5)                  | 0.970              | 0.855   | 0.840   | 0.967                  | 0.832     |
|                     | (3,0)                  | 0.954              | 0.845   | 0.843   | 0.968                  | 0.836     |
| (-0.5, 1)           | (3,5)                  | 0.960              | 0.854   | 0.855   | 0.972                  | 0.846     |
|                     | (0,5)                  | 0.960              | 0.859   | 0.855   | 0.976                  | 0.847     |
|                     | (3,0)                  | 0.961              | 0.859   | 0.854   | 0.976                  | 0.834     |
| (-0.1, 0.01)        | (3,5)                  | 0.652              | 0.486   | 0.442   | 0.617                  | 0.483     |
|                     | (0,5)                  | 0.649              | 0.478   | 0.450   | 0.617                  | 0.480     |
|                     | (3,0)                  | 0.656              | 0.477   | 0.446   | 0.615                  | 0.483     |
| (-0.1, 0.1)         | (3,5)                  | 0.681              | 0.507   | 0.475   | 0.653                  | 0.509     |
|                     | (0,5)                  | 0.684              | 0.502   | 0.483   | 0.656                  | 0.507     |
|                     | (3,0)                  | 0.685              | 0.505   | 0.481   | 0.659                  | 0.505     |
| (-0.1, 1)           | (3,5)                  | 0.694              | 0.500   | 0.490   | 0.666                  | 0.516     |
|                     | (0,5)                  | 0.690              | 0.512   | 0.476   | 0.653                  | 0.518     |
|                     | (3,0)                  | 0.692              | 0.510   | 0.487   | 0.661                  | 0.513     |
| $\rho_1 = 0, c = 1$ |                        |                    |         |         |                        |           |
| $(\rho_2, \gamma)$  | $(\alpha_1, \alpha_2)$ |                    |         |         |                        |           |
| (-0.5, 0.01)        | (3,5)                  | 0.845              | 0.673   | 0.650   | 0.832                  | 0.659     |
|                     | (0,5)                  | 0.842              | 0.665   | 0.653   | 0.836                  | 0.668     |
|                     | (3,0)                  | 0.857              | 0.670   | 0.648   | 0.834                  | 0.657     |
| (-0.5, 0.1)         | (3,5)                  | 0.955              | 0.842   | 0.843   | 0.965                  | 0.838     |
|                     | (0,5)                  | 0.949              | 0.841   | 0.839   | 0.967                  | 0.838     |
|                     | (3,0)                  | 0.951              | 0.849   | 0.841   | 0.967                  | 0.831     |
| (-0.5, 1)           | (3,5)                  | 0.962              | 0.857   | 0.845   | 0.972                  | 0.846     |
|                     | (0,5)                  | 0.962              | 0.860   | 0.853   | 0.974                  | 0.840     |
|                     | (3,0)                  | 0.959              | 0.860   | 0.854   | 0.976                  | 0.843     |
| (-0.1, 0.01)        | (3,5)                  | 0.652              | 0.480   | 0.455   | 0.618                  | 0.475     |
|                     | (0,5)                  | 0.664              | 0.480   | 0.452   | 0.622                  | 0.485     |
|                     | (3,0)                  | 0.651              | 0.481   | 0.443   | 0.618                  | 0.470     |
| (-0.1, 0.1)         | (3,5)                  | 0.678              | 0.507   | 0.475   | 0.653                  | 0.515     |
|                     | (0,5)                  | 0.684              | 0.503   | 0.479   | 0.658                  | 0.510     |
|                     | (3,0)                  | 0.690              | 0.504   | 0.471   | 0.649                  | 0.511     |
| (-0.1, 1)           | (3,5)                  | 0.687              | 0.517   | 0.486   | 0.660                  | 0.510     |
|                     | (0,5)                  | 0.682              | 0.511   | 0.482   | 0.662                  | 0.516     |
|                     | (3,0)                  | 0.694              | 0.510   | 0.482   | 0.662                  | 0.509     |

**Tablo 4.9 Gözlem Sayısı T = 250 için Güç Özellikleri**

| $\rho_1 = 0, c = 0$ |                        | Tam sayılı frekans |         |         | Ondalık sayılı frekans |           |
|---------------------|------------------------|--------------------|---------|---------|------------------------|-----------|
| $(\rho_2, \gamma)$  | $(\alpha_1, \alpha_2)$ | $k = 1$            | $k = 2$ | $k = 3$ | $k = 0.5$              | $k = 1.5$ |
| (-0.5, 0.01)        | (3,5)                  | 0.964              | 0.842   | 0.825   | 0.964                  | 0.815     |
|                     | (0,5)                  | 0.959              | 0.845   | 0.822   | 0.960                  | 0.816     |
|                     | (3,0)                  | 0.961              | 0.845   | 0.821   | 0.960                  | 0.813     |
| (-0.5, 0.1)         | (3,5)                  | 0.979              | 0.908   | 0.900   | 0.994                  | 0.883     |
|                     | (0,5)                  | 0.982              | 0.901   | 0.900   | 0.994                  | 0.876     |
|                     | (3,0)                  | 0.981              | 0.907   | 0.893   | 0.993                  | 0.878     |
| (-0.5, 1)           | (3,5)                  | 0.979              | 0.907   | 0.897   | 0.995                  | 0.877     |
|                     | (0,5)                  | 0.981              | 0.912   | 0.903   | 0.993                  | 0.885     |
|                     | (3,0)                  | 0.980              | 0.907   | 0.901   | 0.994                  | 0.870     |
| (-0.1, 0.01)        | (3,5)                  | 0.745              | 0.543   | 0.506   | 0.716                  | 0.526     |
|                     | (0,5)                  | 0.738              | 0.542   | 0.508   | 0.722                  | 0.523     |
|                     | (3,0)                  | 0.742              | 0.540   | 0.496   | 0.709                  | 0.523     |
| (-0.1, 0.1)         | (3,5)                  | 0.752              | 0.559   | 0.528   | 0.731                  | 0.546     |
|                     | (0,5)                  | 0.755              | 0.567   | 0.518   | 0.741                  | 0.547     |
|                     | (3,0)                  | 0.757              | 0.559   | 0.523   | 0.730                  | 0.545     |
| (-0.1, 1)           | (3,5)                  | 0.754              | 0.558   | 0.522   | 0.729                  | 0.547     |
|                     | (0,5)                  | 0.751              | 0.565   | 0.515   | 0.732                  | 0.530     |
|                     | (3,0)                  | 0.758              | 0.554   | 0.510   | 0.738                  | 0.545     |
| $\rho_1 = 0, c = 1$ |                        |                    |         |         |                        |           |
| $(\rho_2, \gamma)$  | $(\alpha_1, \alpha_2)$ |                    |         |         |                        |           |
| (-0.5, 0.01)        | (3,5)                  | 0.957              | 0.839   | 0.824   | 0.960                  | 0.812     |
|                     | (0,5)                  | 0.959              | 0.836   | 0.813   | 0.962                  | 0.816     |
|                     | (3,0)                  | 0.962              | 0.849   | 0.821   | 0.961                  | 0.804     |
| (-0.5, 0.1)         | (3,5)                  | 0.980              | 0.907   | 0.895   | 0.994                  | 0.877     |
|                     | (0,5)                  | 0.981              | 0.907   | 0.899   | 0.995                  | 0.875     |
|                     | (3,0)                  | 0.978              | 0.909   | 0.895   | 0.993                  | 0.873     |
| (-0.5, 1)           | (3,5)                  | 0.981              | 0.907   | 0.902   | 0.994                  | 0.874     |
|                     | (0,5)                  | 0.980              | 0.902   | 0.901   | 0.993                  | 0.881     |
|                     | (3,0)                  | 0.980              | 0.906   | 0.896   | 0.994                  | 0.879     |
| (-0.1, 0.01)        | (3,5)                  | 0.740              | 0.539   | 0.506   | 0.715                  | 0.535     |
|                     | (0,5)                  | 0.744              | 0.544   | 0.507   | 0.714                  | 0.526     |
|                     | (3,0)                  | 0.747              | 0.543   | 0.497   | 0.720                  | 0.529     |
| (-0.1, 0.1)         | (3,5)                  | 0.755              | 0.550   | 0.526   | 0.737                  | 0.545     |
|                     | (0,5)                  | 0.758              | 0.560   | 0.522   | 0.734                  | 0.549     |
|                     | (3,0)                  | 0.758              | 0.553   | 0.528   | 0.734                  | 0.548     |
| (-0.1, 1)           | (3,5)                  | 0.763              | 0.554   | 0.518   | 0.725                  | 0.547     |
|                     | (0,5)                  | 0.765              | 0.554   | 0.516   | 0.736                  | 0.552     |
|                     | (3,0)                  | 0.762              | 0.557   | 0.528   | 0.735                  | 0.541     |

**Tablo 4.10 Gözlem Sayısı T = 1000 için Güç Özellikleri**

| $\rho_1 = 0, c = 0$ |                        | Tam sayılı frekans |         |         | Ondalık sayılı frekans |           |
|---------------------|------------------------|--------------------|---------|---------|------------------------|-----------|
| $(\rho_2, \gamma)$  | $(\alpha_1, \alpha_2)$ | $k = 1$            | $k = 2$ | $k = 3$ | $k = 0.5$              | $k = 1.5$ |
| (-0.5, 0.01)        | (3,5)                  | 0.984              | 0.916   | 0.911   | 0.996                  | 0.891     |
|                     | (0,5)                  | 0.986              | 0.916   | 0.909   | 0.996                  | 0.891     |
|                     | (3,0)                  | 0.985              | 0.913   | 0.909   | 0.996                  | 0.893     |
| (-0.5, 0.1)         | (3,5)                  | 0.986              | 0.914   | 0.913   | 0.997                  | 0.892     |
|                     | (0,5)                  | 0.984              | 0.919   | 0.908   | 0.998                  | 0.893     |
|                     | (3,0)                  | 0.984              | 0.922   | 0.914   | 0.997                  | 0.897     |
| (-0.5, 1)           | (3,5)                  | 0.987              | 0.919   | 0.912   | 0.996                  | 0.901     |
|                     | (0,5)                  | 0.986              | 0.920   | 0.911   | 0.998                  | 0.898     |
|                     | (3,0)                  | 0.985              | 0.920   | 0.912   | 0.970                  | 0.896     |
| (-0.1, 0.01)        | (3,5)                  | 0.779              | 0.566   | 0.539   | 0.764                  | 0.573     |
|                     | (0,5)                  | 0.778              | 0.562   | 0.530   | 0.766                  | 0.563     |
|                     | (3,0)                  | 0.780              | 0.562   | 0.536   | 0.760                  | 0.576     |
| (-0.1, 0.1)         | (3,5)                  | 0.779              | 0.569   | 0.538   | 0.772                  | 0.575     |
|                     | (0,5)                  | 0.776              | 0.573   | 0.539   | 0.764                  | 0.574     |
|                     | (3,0)                  | 0.781              | 0.562   | 0.545   | 0.774                  | 0.574     |
| (-0.1, 1)           | (3,5)                  | 0.785              | 0.574   | 0.547   | 0.762                  | 0.576     |
|                     | (0,5)                  | 0.782              | 0.563   | 0.550   | 0.773                  | 0.587     |
|                     | (3,0)                  | 0.783              | 0.568   | 0.552   | 0.767                  | 0.575     |
| $\rho_1 = 0, c = 1$ |                        |                    |         |         |                        |           |
| $(\rho_2, \gamma)$  | $(\alpha_1, \alpha_2)$ |                    |         |         |                        |           |
| (-0.5, 0.01)        | (3,5)                  | 0.983              | 0.908   | 0.910   | 0.996                  | 0.894     |
|                     | (0,5)                  | 0.983              | 0.910   | 0.911   | 0.996                  | 0.892     |
|                     | (3,0)                  | 0.985              | 0.915   | 0.904   | 0.996                  | 0.890     |
| (-0.5, 0.1)         | (3,5)                  | 0.985              | 0.914   | 0.912   | 0.997                  | 0.901     |
|                     | (0,5)                  | 0.985              | 0.922   | 0.909   | 0.996                  | 0.896     |
|                     | (3,0)                  | 0.988              | 0.926   | 0.916   | 0.998                  | 0.891     |
| (-0.5, 1)           | (3,5)                  | 0.985              | 0.919   | 0.915   | 0.998                  | 0.896     |
|                     | (0,5)                  | 0.985              | 0.921   | 0.913   | 0.997                  | 0.897     |
|                     | (3,0)                  | 0.986              | 0.918   | 0.913   | 0.997                  | 0.892     |
| (-0.1, 0.01)        | (3,5)                  | 0.778              | 0.563   | 0.532   | 0.766                  | 0.561     |
|                     | (0,5)                  | 0.782              | 0.560   | 0.541   | 0.763                  | 0.566     |
|                     | (3,0)                  | 0.772              | 0.561   | 0.542   | 0.757                  | 0.575     |
| (-0.1, 0.1)         | (3,5)                  | 0.785              | 0.569   | 0.544   | 0.769                  | 0.573     |
|                     | (0,5)                  | 0.781              | 0.570   | 0.540   | 0.775                  | 0.574     |
|                     | (3,0)                  | 0.782              | 0.562   | 0.537   | 0.768                  | 0.575     |
| (-0.1, 1)           | (3,5)                  | 0.782              | 0.558   | 0.533   | 0.769                  | 0.582     |
|                     | (0,5)                  | 0.783              | 0.571   | 0.536   | 0.767                  | 0.572     |
|                     | (3,0)                  | 0.780              | 0.567   | 0.546   | 0.764                  | 0.569     |

Tablo 4.11’de önerilen eşbütünleşme testi ile kırılmaların dikkate alınmadığı Maki (2010) eşbütünleşme testi boyut ve güç özellikleri karşılaştırmasına yer verilmektedir. Karşılaştırmada önerilen teste ait değerler  $k = 1$  ve  $(\alpha_1, \alpha_2) = (3,5)$

durumuna aittir. Boyut özellikleri incelendiğinde her üç gözlem büyüklüğünde de önerilen teste ait değerlerin nominal büyüklüğe Maki (2010) testinden daha yakın olduğu görülmektedir. Küçük örneklem söz konusu olduğunda,  $T = 50$  iken, kırılmaların dikkate alınmadığı Maki (2010) testinde boyut özelliklerinin  $\sigma_2^2 = 4$  durumunda nominal büyüklükten oldukça uzaklaştığı, varyanstaki değişimden etkilendiği görülmektedir. Güç özellikleri karşılaştırıldığında önerilen test farklı parametreler ve farklı gözlem büyüklüklerinde daha güçlü sonuçlar vermektedir.

**Tablo 4.11 Fourier ESTAR ile ESTAR Maki (2010) Testi Karşılaştırması**

| <b>Boyut Özellikleri</b> |                          |              |                          |              |                          |              |
|--------------------------|--------------------------|--------------|--------------------------|--------------|--------------------------|--------------|
|                          | <b>T=1000</b>            |              | <b>T=250</b>             |              | <b>T=50</b>              |              |
|                          | <b>Fourier<br/>ESTAR</b> | <b>ESTAR</b> | <b>Fourier<br/>ESTAR</b> | <b>ESTAR</b> | <b>Fourier<br/>ESTAR</b> | <b>ESTAR</b> |
| $\sigma_2^2 = 1$         |                          |              |                          |              |                          |              |
| $\alpha = 0$             | 0.051                    | 0.046        | 0.048                    | 0.049        | 0.049                    | 0.051        |
| $\sigma_2^2 = 4$         |                          |              |                          |              |                          |              |
| $\alpha = 0$             | 0.054                    | 0.062        | 0.056                    | 0.066        | 0.050                    | 0.090        |
| $\sigma_2^2 = 1$         |                          |              |                          |              |                          |              |
| $\alpha = 0.5$           | 0.049                    | 0.044        | 0.050                    | 0.043        | 0.050                    | 0.047        |
| $\sigma_2^2 = 1$         |                          |              |                          |              |                          |              |
| $\alpha = -0.5$          | 0.055                    | 0.050        | 0.054                    | 0.047        | 0.053                    | 0.054        |
| <b>Güç Özellikleri</b>   |                          |              |                          |              |                          |              |
| $\rho_1 = 0, c = 0$      | <b>T=1000</b>            |              | <b>T=250</b>             |              | <b>T=50</b>              |              |
|                          | <b>Fourier<br/>ESTAR</b> | <b>ESTAR</b> | <b>Fourier<br/>ESTAR</b> | <b>ESTAR</b> | <b>Fourier<br/>ESTAR</b> | <b>ESTAR</b> |
| $(\rho_2, \gamma)$       |                          |              |                          |              |                          |              |
| (-0.5, 0.01)             | 0.984                    | 0.923        | 0.964                    | 0.850        | 0.626                    | 0.499        |
| (-0.5, 0.1)              | 0.986                    | 0.921        | 0.979                    | 0.909        | 0.839                    | 0.758        |
| (-0.5, 1)                | 0.987                    | 0.924        | 0.979                    | 0.906        | 0.884                    | 0.793        |
| (-0.1, 0.01)             | 0.779                    | 0.557        | 0.745                    | 0.518        | 0.520                    | 0.397        |
| (-0.1, 0.1)              | 0.779                    | 0.557        | 0.752                    | 0.533        | 0.563                    | 0.431        |
| (-0.1, 1)                | 0.785                    | 0.558        | 0.754                    | 0.538        | 0.563                    | 0.441        |
| $\rho_1 = 0, c = 1$      |                          |              |                          |              |                          |              |
| $(\rho_2, \gamma)$       |                          |              |                          |              |                          |              |
| (-0.5, 0.01)             | 0.983                    | 0.921        | 0.957                    | 0.848        | 0.629                    | 0.505        |
| (-0.5, 0.1)              | 0.985                    | 0.924        | 0.980                    | 0.909        | 0.835                    | 0.756        |
| (-0.5, 1)                | 0.985                    | 0.924        | 0.981                    | 0.910        | 0.874                    | 0.790        |
| (-0.1, 0.01)             | 0.778                    | 0.559        | 0.740                    | 0.519        | 0.535                    | 0.396        |
| (-0.1, 0.1)              | 0.785                    | 0.563        | 0.755                    | 0.535        | 0.558                    | 0.427        |
| (-0.1, 1)                | 0.782                    | 0.548        | 0.763                    | 0.535        | 0.569                    | 0.435        |

### 4.3. Önerilen Test ile Uygulama Örneği

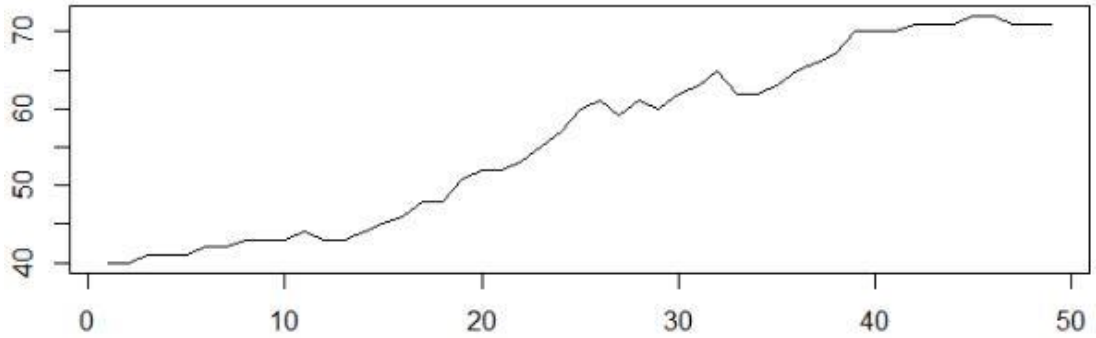
Bu bölümde önerilen eşbütünleşme testine örnek olması açısından bir uygulamaya yer verilmesi amaçlanmaktadır. Bu amaç doğrultusunda “Türkiye’de küreselleşme ve hava taşımacılığı arasında eşbütünleşme ilişkisi var mı?” sorusunun yanıtı aranmaktadır. Küreselleşme değişkeni oluşturulurken KOF Küreselleşme Endeks değerleri kullanılmaktadır. Hava taşımacılığı değişkeni ise bir ülkeye kayıtlı, bu örnek için Türkiye, ulusal ve uluslararası taşınan yolcu sayısından oluşmaktadır. 1970-2018 döneminde toplam 49 gözlemden oluşan veriler küreselleşme değişkeni için KOF İsviçre Ekonomi Enstitüsü’nden ve hava taşımacılığı değişkeni için Dünya Bankası veri tabanından elde edilmektedir. Dreher (2006) tarafından tanımlanan KOF Küreselleşme Endeksi, küreselleşmenin ekonomik, sosyal ve politik boyutlarını dikkate alarak farklı değişkenlerin birleştirilmesine izin vermektedir (Gygli vd., 2019: 544). Ekonomik küreselleşme, uzun mesafeli mal akışı, sermaye ve hizmetler yanında bilgi ve piyasa değişimlerine yönelik algıları; sosyal küreselleşme, fikir, bilgi, resim ve insanların yayılımını ve siyasi küreselleşme, hükümet politikalarının yayılmasını temsil etmektedir (Gygli vd., 2019: 545). Bahsi geçen bu boyutlar eşit ağırlıklarla hesaplanmaktadır. Endeks 0 ile 100 arasında değişen bir ölçekle oluşturulmakta ve bir ülkenin küreselleşme endeks değerinin 100’e yaklaşması küreselleşme düzeyinin arttığı bilgisini vermektedir.

Hava taşımacılığı, yeni iş alanları oluşturarak, ticarete ve turizme katkı sağlayarak ve ekonomik entegrasyonu oluşturarak doğrudan ya da dolaylı olarak bir ülkenin kalkınmasında büyük önem taşımaktadır (Küçükönal ve Sedefoğlu, 2017: 17). Havada oluşturulan sanal köprüler ekonomik akışa katkı sağlamakla birlikte insanların etkileşim kurmasına, bilgi ve karşılaşılan sorunlara çözüm önerilerinin paylaşılmasına aracı olmaktadır. Ayrıca hava taşımacılığı, ülkeler arasında sağladığı bağlantı ile Türkiye ekonomisinin gelişmesinde önemli rol oynamaktadır. Ekonomideki büyüme ve kalkınmaya katkı sağlayan diğer önemli göstergeler gibi burada yaşanan sorun veya eksiklik de verimli büyümenin önlenmesine sebep olabilir. Bu örnek çalışmada hem arz hem de talep tarafında hava taşımacılığı ile ilişkisi olan küreselleşme çok boyutlu bir kavram olarak ele alınarak iki değişken arasındaki eşbütünleşme ilişkisi

incelenmektedir. Literatürde hava taşımacılığı ve küreselleşmeyi eşbütünleşme analizi ile inceleyen herhangi bir çalışmaya rastlanılmaması, önerilen test için oluşturulan bu örnek çalışmanın aynı zamanda literatürde görülen bu eksikliğin giderilmesinde de rol alması amaçlanmaktadır.

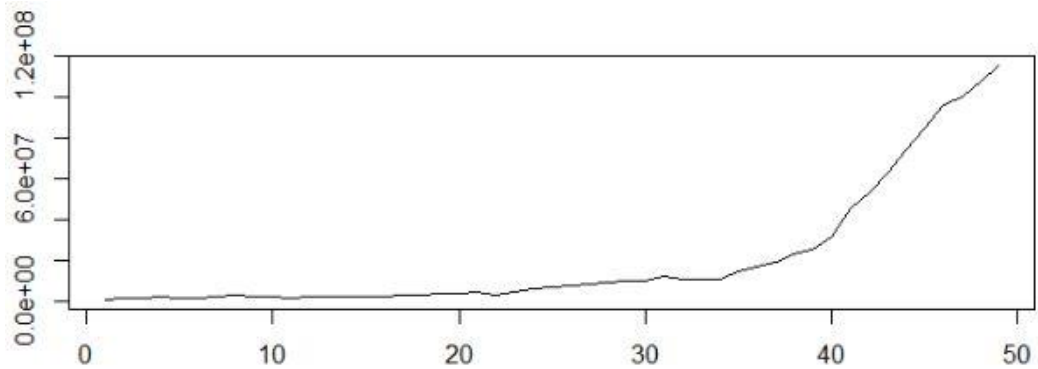
Küreselleşme ve hava taşımacılığı değişkenlerinin zaman boyunca görüntüsü hakkında bilgi sahibi olmak amacıyla Şekil 4.1 ve Şekil 4.2 oluşturulmuştur. Şekil 4.1 ve Şekil 4.2 sırası ile Türkiye’de 1970-2018 dönemi küreselleşme endeks değerleri ve Türkiye temelli ulusal ve uluslararası taşınan yolcu sayısı gösterilmektedir. Şekillerde yatay eksen 1970-2018 dönemi 49 yıllık periyodu gösterirken dikey eksen değişkenleri temsil etmektedir. Her iki değişken için de zaman boyunca doğrusal olmayan bir görüntü sergiledikleri söylenebilir.

**Şekil 4.1: Türkiye 1970-2018 Dönemi Küreselleşme Endeks Değerleri**



**Kaynak:** Yazar tarafından R(4.0.5) ile oluşturulmuştur.

**Şekil 4.2: Türkiye 1970-2018 Dönemi Taşınan Yolcu Sayısı**



**Kaynak:** Yazar tarafından R(4.0.5) ile oluşturulmuştur.

Eşbütünleşme testine geçilmeden önce küreselleşme ve hava taşımacılığı değişkeni için varyansta durağanlığı sağlamak adına logaritmik dönüşüm

yapılmaktadır. Dönüşüm sonucunda değişken isimleri lkuresel ve lhava olarak kısaltılmıştır. Değişkenlerin doğrusallık durumunun incelenmesi için test sonuçları Tablo 4.12’de sunulmaktadır. Harvey vd. (2008) test sonucuna göre lhava olarak tanımlanan hava taşımacılığı değişkeni için %1 anlam düzeyinde doğrusallık hipotezi reddedilmektedir. Harvey ve Leybourne (2007) test sonucu incelendiğinde ise her iki değişken için doğrusallık hipotezi reddedilip, değişkenlerin doğrusal olmayan özellikte olduğu sonucuna ulaşılmaktadır.

**Tablo 4.12 Doğrusallık Testi Sonuçları**

| Değişkenler | Harvey vd. (2008) | Harvey ve Leybourne (2007) |       |       |
|-------------|-------------------|----------------------------|-------|-------|
|             |                   | 1%                         | 5%    | 10%   |
| lkuresel    | 0.19              | 11.51                      | 11.16 | 10.96 |
| lhava       | 12.45***          | 37.96                      | 37.56 | 37.34 |

Not: Harvey vd. (2008) testi kritik değerleri %1, %5 ve %10 anlam düzeylerinde sırasıyla 9.21, 5.99 ve 4.60’dır. Harvey ve Leybourne (2007) testi için ise kritik değerler sırasıyla 13.27, 9.48 ve 7.77 olarak hesaplanmıştır.

Değişken çiftleri arasında eşbütünleşme ilişkisinin varlığı araştırılmadan önce değişkenlerin ilk fark ile durağan olması beklenmektedir. Durağanlık sınaması için kullanılan ADF, KSS (2003), Sollis (2009), Kruse (2011) ve Güriş (2018) test sonuçları Tablo 4.13’de sunulmaktadır. Test sonuçları değişkenlerin düzey hali ile durağan olmadığı, birim kök temel hipotezinin reddedilemediği yönündedir. İlk fark ile ADF test sonucu incelendiğinde birim kök temel hipotezinin reddedildiği ve değişkenlerin ilk fark ile durağan olduğu görülmektedir.

**Tablo 4.13 Birim Kök Testi Sonuçları**

|                 | ADF           | KSS<br>(2003) | Sollis<br>(2009) | Kruse<br>(2011) | Güriş<br>(2018) |
|-----------------|---------------|---------------|------------------|-----------------|-----------------|
| <b>Düzy</b>     |               |               |                  |                 |                 |
| lkuresel        | -0.971 (0)    | -1.108(6)     | 0.604 (6)        | 1.321 (6)       | 3.595 (2)       |
| lhava           | -1.341 (1)    | -1.159 (11)   | 0.677 (11)       | 2.032 (11)      | 2.569 (11)      |
| <b>İlk fark</b> |               |               |                  |                 |                 |
| lkuresel        | -7.061*** (0) | -             | -                | -               | -               |
| lhava           | -8.779*** (0) | -             | -                | -               | -               |

Not: Parantez içindeki değerler gecikmeleri göstermektedir. \*\*\*, \*\*, \* işaretleri sırasıyla %1, %5 ve %10 anlam düzeylerini göstermektedir. Her test için kritik değerler 2. Bölüm’de detaylandırılan çalışmaların ana makalesinde tablolatırılmıştır. Güriş (2018) testinde Fourier terimlerinin anlamlılık sınamasında kullanılan  $F$  test istatistik değeri lkuresel değişkeni için 60.517 ve lhava değişkeni için 35.514 olarak bulunmuştur. Fourier fonksiyonundaki  $k$  frekans değeri her iki değişken için de 1 olarak elde edilmiştir.

Eşbütünleşme ilişkisinin incelenmesi durumunda oluşturulan ilk denklem şu şekilde ifade edilir:

$$lkuresel_t = \mu + \alpha_1 \sin\left(\frac{2k\pi t}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2k\pi t}{T}\right) + \beta_1 lhava_t + u_t \quad (4.35)$$

Burada  $k$ 'nın hangi değerinin model için uygun olduğuna karar verilirken diğer Fourier birim kök ve eşbütünleşme testlerinde olduğu gibi her bir  $k$  değeri ile tahmin edilen modellerin kalıntı kare toplamı hesaplanır ve en küçük toplamı veren model en uygun model olarak belirlenir. Seçilen model üzerinden kalıntılar aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\hat{u}_t = lkuresel_t - \mu - \alpha_1 \sin\left(\frac{2k\pi t}{T}\right) - \alpha_2 \cos\left(\frac{2k\pi t}{T}\right) - \beta_1 lhava_t \quad (4.36)$$

Kalıntıların elde edilmesinin ardından eşbütünleşme yoktur temel hipotezi,  $H_0: \rho = 0$ , eşbütünleşme ilişkisinin varlığını gösteren alternatif hipoteze,  $H_0: \rho < 0$ , karşı sınanırken doğrusal olmayan yapı şu şekilde sürece dahil edilir:

$$\Delta \hat{u}_t = \rho \hat{u}_{t-1} (1 - \exp\{-\gamma \hat{u}_{t-1}^2\}) + \sum_{j=1}^p \psi_j \Delta \hat{u}_{t-j} + \epsilon_t \quad (4.37)$$

Tablo 4.14'de, önerilen Fourier ESTAR eşbütünleşme ve buna ek olarak kırılmaların dikkate alınmadığı Maki (2010)'da yer verilen grid araştırmaya dayalı ESTAR eşbütünleşme testi sonuçları sunulmaktadır. Tabloda Fourier ESTAR testi için Adım 1 bölümünde farklı  $k$  değerlerine göre tahmin edilen modeller Model 1-Model 7 olarak sıralanmaktadır. Her bir modele ait kalıntı kare toplamı ve hata kare toplamı (HKT) dikkate alındığında en küçük değeri veren modelin  $k=1$  için Model 2 olduğu görülmektedir. Tahmin değerleri ile Model 2 şu şekilde yazılır:

$$lkuresel_t = 2.040 - 0.062 \sin\left(\frac{2k\pi t}{T}\right) - 0.081 \cos\left(\frac{2k\pi t}{T}\right) + 0.1237 lhava_t \quad (4.38)$$

(32.923)   (-8.454)                      (-16.761)                      (31.800)

Tahmin edilen modelde  $k = 1$ ,  $\pi = 3.1415$ ,  $t$ , trend ve değişkenlere ait gözlem sayısı  $T = 49$ 'dur.

Seçilen model üzerinden kalıntılar hesaplanıp eşbütünleşme ilişkisinin araştırıldığı model sonuçları Tablo 4.14'ün Adım 2 kısmında yer almaktadır. Tahmin modelini şu şekilde yazmak mümkündür:

$$\Delta u_t = -0.939 u_{t-1} (1 - \exp\{-\gamma u_{t-1}^2\}) \quad (4.39)$$

(-6.483)

Seçilen modelde infimum tipi test istatistiği hesaplanırken gürültü parametresi  $\gamma$ 'nın mümkün tüm değerleri ile  $\rho$  parametresine ait  $t$  istatistik değeri hesaplanıp, hesaplanan bu değerlerden en küçük olanı seçilmektedir.

**Tablo 4.14 Eşbütünleşme Testi Sonuçları**

| <b>Adım 1</b>   |          |                    |                |            |
|-----------------|----------|--------------------|----------------|------------|
| <b>Modeller</b> | <b>k</b> | <b>KKT</b>         | <b>HKT</b>     |            |
| Model 1         | 0.5      | 0.02734            | 0.02465        |            |
| Model 2         | 1        | 0.02456            | 0.02336        |            |
| Model 3         | 1.5      | 0.12625            | 0.05296        |            |
| Model 4         | 2        | 0.25344            | 0.07504        |            |
| Model 5         | 3        | 0.25073            | 0.07464        |            |
| Model 6         | 4        | 0.25499            | 0.07527        |            |
| Model 7         | 5        | 0.25290            | 0.07496        |            |
| <b>Adım 2</b>   |          |                    |                |            |
|                 | <b>k</b> | <b>Inf-t ESTAR</b> | <b>Gecikme</b> | <b>AIC</b> |
| Fourier ESTAR   | 1        | -6.4832***         | 0              | -224.388   |
| ESTAR           | -        | -1.7559            | 0              | -183.196   |

Not: \*\*\*, \*\*, \* işaretleri sırasıyla %1, %5 ve %10 anlam düzeylerini göstermektedir.

Yapısal kırılmaların kademeli olarak modellenmesini sağlayan Fourier fonksiyonlu eşbütünleşme testi sonuçları incelendiğinde %1 anlam düzeyinde hesaplanan değer Tablo 4.2’de sunulan kritik değerlerden daha negatif olduğundan eşbütünleşme yoktur temel hipotezi reddedilerek Türkiye’de küreselleşme ve hava taşımacılığı arasında uzun dönemde bir ilişki olduğu sonucuna ulaşılmaktadır. Eşbütünleşme ilişkisinin varlığı, küreselleşme kavramı altında sosyal, ekonomik ve politik gelişmelerin hava taşımacılığındaki gelişmelerle uzun vadede ilişkili olduğu, bu değişkenlerin birlikte hareket ettiğini göstermektedir. Kırılmalar dikkate alınmadan eşbütünleşme ilişkisi araştırıldığında ESTAR testine göre infimum tipi  $t$  istatistik değeri Maki (2010)’da yer verilen kritik değerlerden daha negatif olmadığından eşbütünleşme ilişkisinin olmadığı bulgusuna ulaşılmaktadır. Bu durumda yapısal kırılmalar dikkate alınmadığında sıfır hipotezi gerçekte red iken reddedilmemesi yönünde yanlış çıkarım yapılmasına sebep olacaktır.

## SONUÇ

Birim kök testlerinde yapısal kırılmalar dikkate alınmadığında ön yargılı sonuçlara ulaşılacağına dair görüş ve bu görüş ile birlikte kırılmaların kukla değişkenler ile modellendiği test süreci ilk olarak Perron (1989) testinde ortaya koyulmuştur. Zamanla Perron (1989) testine getirilen eleştiriler tek kırılma ya da çok kırılmayı dikkate alan testlerin ortaya çıkmasına aracı olmuştur ancak önerilen bu testlerde de kırılmaların kukla değişkenler ile modelleniyor olması farklı eleştirilerin getirilmesine sebep olmuştur. Kukla değişkenler kırılmaların modellenmesinde kullanıldığında bu kırılmaların ani gerçekleştiği ve kırılma tarihi, sayısı ve şekli hakkında önsel bir bilginin olduğu varsayılmaktadır. Gerçekte böyle bir önsel bilginin olmayacağına dair yapılan eleştiriler kukla değişken kullanımına alternatif yolların geliştirilmesinin önünü açmıştır. Gallant (1981), Gallant (1984), Gallant ve Souza (1991), Becker vd. (2004), Becker vd. (2006), Enders ve Lee (2012a), Enders ve Lee (2012b), Fourier yaklaşımının kukla değişken kullanımından kaynaklanan problemlerin üstesinden geldiğini kanıtlayan çalışmaları literatüre sunmuştur. Birim kök testlerinde yapısal kırılmaların modellenmesinde yaşanan sorunlar eşbütünleşme testlerinde de karşımıza çıkmaktadır. Tümlerik iki serinin uzun dönem ilişkisinin test edildiği ilk çalışma olan Engle ve Granger (1987) ile gelişim sürecine giren eşbütünleşme testlerinde geline son nokta kırılmaların modellenmesinde yaşanan sorunların üstesinden nasıl gelineceğine yöneliktir. Fourier yaklaşımının birim kök testlerinde kullanımından elde edilen güçlü sonuçlar bu yaklaşımın eşbütünleşme testlerinde de kullanılmaya başlamasını sağlamıştır. Doğrusal zaman serisi analizine yönelik yaşanan gelişmeler yanında özellikle teknoloji ve dolayısıyla programlamada yaşanan gelişmeler doğrusal olmayan süreç ile karşılaşıldığında ya da doğrusal modellere alternatif olarak kullanılan doğrusal olmayan modellerde de hızlı bir ilerlemenin yaşanmasını sağlamıştır. Yaşanan gelişmelerle birlikte literatürde kırılmaların Fourier yaklaşımı ve doğrusal olmayan yapının ESTAR model ile modellendiği bir eşbütünleşme testinin olmayışı bu çalışmanın ortaya çıkışında önemli bir etken olmuştur. Bu çalışma ile birlikte hem literatürde görülen bu boşluğun kapanmasına aracı olan bir test kazandırılması hem de ilgili teorik literatürün değerlendirilmesi hedeflenmiştir.

Önerilen testte grid araştırma kullanılarak Davies (1987) problemi olarak da bilinen temel hipotez altında tanımlanmayan gürültü parametresinin yol açtığı tanımlama probleminin üstesinden gelinmektedir. Bu yol ile Taylor yaklaşımının kullanıldığı çalışmaların aksine infimum tipi test istatistikleri geçiş fonksiyonunda tanımlanan gürültü parametresinin mümkün tüm değerleri için hesaplanmakta ve bu mümkün tüm değerlerden minimum olanı seçilmektedir. Simülasyon sonuçları değerlendirildiğinde testin boyut özelliklerinin oldukça iyi ve nominal değere yakın olduğu görülmektedir. Genel olarak bakıldığında önerilen testin boyutu varyanstaki değişimden ve hata terimindeki seriler arası korelasyondan etkilenmemektedir. Güç özellikleri incelendiğinde en iyi güç özellikleri 1000 ve 250 gözlemde elde edilmiştir. En düşük güç özellikleri 50 gözlemde olup, dikkate alınan farklı parametrelere göre güç sınırları 0.35-0.90 aralığı içine düşmektedir. Her ne kadar 50 gözlemde güç özellikleri dikkate alınan diğer gözlemlere göre daha zayıf olsa da literatür ile karşılaştırma yapıldığında önerilen testin küçük örneklemde iyi sonuçlar verdiği söylenebilir. Testin gücü literatürdeki diğer testlere benzer olarak frekans sayısı arttıkça düşmektedir. En güçlü sonuçlara  $k = 1$  frekansında ulaşılmaktadır. Ondalık sayılı frekanslar ile de güç özelliklerinin araştırıldığı bu testte  $k = 0.5$ 'de,  $k = 1$ 'e benzer olarak güçlü sonuçlar bulunmaktadır. Ondalık sayılı frekanslarda güçlü sonuçlar elde edilmiş olması, uygulamada kırılmalar Fourier fonksiyonu ile modellenirken ele alınan yapının ondalık sayılı frekansın kullanımını gerektiriyor olması durumunda, bu değerlerin kullanımının önünü açmaktadır. Eşik değer etkisinin güç üzerinde önemli bir etkisi bulunmamaktadır. Güç sonuçları farklı değerlere sahip Fourier parametrelerine göre önemli bir değişiklik göstermemektedir. Düzgünleştirme parametresi  $\gamma = 1$  ve  $\rho_2 = -0.5$  iken en güçlü sonuçlar elde edilmekte iken  $\gamma$ 'nın değeri azalırken  $\rho_2$ 'nin değeri arttığında güç de azalmakta ve eşbütünleşme ilişkisinin bulunması zorlaşmaktadır. Kırılmaların Fourier fonksiyonu ile modellendiği önerilen test ile kırılmaların dikkate alınmadığı ESTAR sürece sahip eşbütünleşme testi kıyaslandığında önerilen testin güç ve boyut özelliklerinin daha iyi sonuç verdiği gözlemlenmektedir. Özellikle küçük örneklem söz konusu olduğunda kırılmaların dikkate alınmadığı testin boyut özelliklerinin varyansdaki değişimden etkilendiği görülmektedir.

Çalışmada önerilen testin adımlarını göstermek adına 1970-2018 döneminde Türkiye’de küreselleşme ve hava taşımacılığı arasında uzun dönem ilişkisinin incelendiği bir uygulamaya yer verilmektedir. Uygulamada kırılmalar dikkate alınmadan yapılan ESTAR eşbütünleşme testi sonucunda eşbütünleşme yoktur hipotezi reddedilemezken kırılmaların Fourier yaklaşımı ile modellendiği önerilen testte temel hipotez reddedilerek eşbütünleşme ilişkisi bulunmaktadır. Bu sonuç, kırılmaların test sürecinde dikkate alınmaması durumunda sonuçların ön yargılı olabileceğini ve dolayısıyla yanlış yorumlamaların yapılabileceğini kanıtlar niteliktedir.



## KAYNAKÇA

- Abadir, Karim M., “Testing joint hypotheses when one of the alternatives is one-sided”, **Journal of Econometrics**, Vol. 140, No. 2, 2007, pp. 695-718.
- Walter Distaso:
- Allen, Ronald L., **Signal Analysis**, ABD, John Wiley & Sons, 2004.
- Duncan W. Mills:
- Amsler, Christine, “An LM test for a unit root in the presence of a structural change”, **Econometric Theory**, Vol. 11, No. 2, pp. 359–368.
- Junsoo Lee:
- Anderson, Heather M.: “Transaction Costs and Non-linear Adjustment Towards Equilibrium in The US Treasury Bill Market”, **Oxford Bulletin of Economics and Statistics**, Vol. 59, No. 4, 1997, pp. 465-484.
- Andrews, Donald W.K.: “Tests for Parameter Instability and Structural Change With Unknown Change Point”, **Econometrica**, Vol. 61, No. 4, 1993, pp. 821-856.
- Andrews, Donald W.K., W. Ploberger: “Optimal tests when a nuisance parameter is present only under the alternative”, **Econometrica**, Vol. 62, 1994, pp. 1383-1414.
- Aytaç, Mustafa: **Matematiksel İstatistik**, Bursa: Ezgi Kitabevi, 2004.
- Bai, Jushan, Pierre Perron: “Estimating and testing linear models with multiple structural changes”, **Econometrica**, Vol. 66, 1998, pp. 47–78.
- Bai, Jushan, Pierre Perron: “Computation and analysis of multiple structural change models”, **Journal of Applied Econometrics**, 18, 2003, pp. 1–22.

Balke, Nathan S., "Threshold Cointegration", **International Economic Review**, Vol. 38, No. 3, 1997, pp. 627- 645.

Fomby:

Baltagi, Badi H.: **Econometrics**, 5. Basım, New York, Springer, 2011.

Banerjee, Amitav, "Hypothesis testing, type I and type II errors", **Ind Psychiatry J**, Vol. 18, No. 2, 2009, pp. 127-131.

Chitnis, S. L.

Jadhav, J. S.

Bhawalkar, S.

Chaudhury:

Banerjee, Anindya, "Exploring Equilibrium Relationships in Econometrics Through Static Models: Some Monte Carlo Evidence",  
Juan J. Dolado, **Oxford Bulletin of Economics & Statistics**, Vol. 48, No. 3,  
David F. Hendry, 1986, pp. 253-277.  
Gregor W. Smith:

Banerjee, Anindya, "Error-correction Mechanism Tests for Cointegration in a Single-equation Framework", **Journal of Time Series Analysis**, Vol. 19, No. 3, 1998, pp. 267-283.  
Juan Dolado,  
Ricardo Mestre:

Banerjee, Anindya, "Recursive and Sequential Tests of the Unit-Root and Trend-Break Hypotheses: Theory and International Evidence",  
Lumsdaine, R. L., **Journal of Business & Economic Statistic**, Vol. 10, No. 3,  
Stock, J. H.: 1992, pp. 271-287.

Banerjee, Piyali, "Fourier ADL cointegration test to approximate smooth breaks with new evidence from Crude Oil Market", **Economic Modelling**, Vol. 67, 2017, pp. 114-124.  
Vladimir Arčabić,  
Hyejin Lee:

Bartley, William "Testing the null of cointegration in the presence of a structural break", **Economics Letters**, Vol. 73, 2001, pp. 315-323.  
Alan, Junsoo Lee,  
Mark C.

Strazicich:

Becker, Ralf, “A general test for time dependence in parameters”, **Journal of Applied Econometrics**, Vol. 19, 2004, pp. 899–906.

Stan, Hurn:

Becker, Ralf, “A stationarity test in the presence of an unknown number of breaks”, **Journal of Time Series Analysis**, Vol. 27, 2006, pp. 381–409.

Bettinger Alvin K., **Algebra and Trigonometry**, 2. Basım, ABD, Haddon John A., Englund: Craftsmen, 1963.

Boswijk, H. Peter: “Testing for an unstable root in conditional and structural error correction models”, **Journal of Econometrics**, Vol. 63, No. 1, 1994, pp. 37-60.

Box, George E. P, **Time Series Analysis: Forecasting and Control**, San Francisco, Holden-Day, 1976.

Brock W. A., “A Test for Independence Based On The Correlation Dimension”, **Econometric Reviews**, Vol. 15, No. 3, 1996, pp. 197-235.

Busetti, Fabio, “Testing for the presence of a random walk in series with structural breaks”, **Journal of Time Series Analysis**, Vol. 22, No. 2, 2001, pp. 127–50.

Busetti, Fabio: “Testing for (Common) Stochastic Trends in the Presence of Structural Breaks”, **Journal of Forecasting**, Vol. 21, 2002, pp. 81-105.

Busetti, Fabio, A. “Testing against stochastic trend and seasonality in the presence of unattended breaks and unit roots”, **Journal of Econometrics**, Vol. 117, No. 1, 2003, pp. 21–53.

- Caner, M., Hansen, “Threshold Autoregression with a Unit Root”, **Econometrica**, B.: Vol. 69, No. 6, 2001, pp. 1555-1596.
- Canuto, Claudio, **Mathematical Analysis I**, Milan, Springer, 2008.  
Anita Tabacco:
- Carrion-i-Silvestre, “The KPSS test with two structural breaks”, **Spanish J. L., Sanso A.: Economic Review**, Vol. 9, No. 2, 2007, pp. 105-127.
- Chan, K.S., Tong, “On Estimating Thresholds in Autoregressive Models”, H.: **Journal of Time Series Analysis**, 7, 1986, pp. 179-190.
- Chan, K.S.: “Consistency and Limiting Distribution of the Least Squares Estimator of a Threshold Autoregressive Model”, **The Annals of Statistics**, Vol. 21, No. 1, 1993, pp. 520-533.
- Chong, Terence  
Tai-Leung, Melvin  
J., Hinich,  
Venus Khim-Sen,  
Liew,  
Kian-Ping, Lim:
- Christiano, “Searching for a Break in GNP”, **Journal of Business & Lawrence J.: Economic Statistics**, Vol. 10, No. 3, 1992, pp. 237-250.
- Christopoulos, “Smooth breaks and non-linear mean reversion: Post-Bretton Dimitris K., Woods real exchange rates”, **Journal of International Miguel A. Leo’n- Money and Finance**, Vol. 29, 2010, pp. 1076-1093.  
Ledesma:
- Clemente, J., “Testing for a unit root in variables with a double change in Montanes, A., the mean”, **Economic Letters**, Vol. 59, 1998, pp. 175-182.  
Reyes, M.:

- Cook, Steven, Dimitrios Vougas: "Unit root testing against an ST–MTAR alternative: finite-sample properties and an application to the UK housing market", **Applied Econometrics**, Vol. 41, No. 11, 2009, 1397-1404.
- Cuestas, Juan Carlos, Dean Garratt: "Is real GDP per capita a stationary process? Smooth transitions, nonlinear trends and unit root testing", **Empirical Economics**, Vol. 41, 2010, pp. 555-563.
- Cuestas, Juan Carlos, Javier Ordonez: "Smooth transitions, asymmetric adjustment and unit roots", **Applied Economics Letters**, Vol. 21, No. 14, 2014, pp. 969-972.
- Davidson, James E. H., David F. Hendry, Frank Srba, Stephen Yeo: "Econometric Modelling of the Aggregate Time-Series Relationship Between Consumers' Expenditure and Income in the United Kingdom", **The Economic Journal**, Vol. 88, No. 352, 1978, pp. 661-692.
- Davies, Robert B.: "Hypothesis Testing when a Nuisance Parameter is Present Only Under the Alternatives", **Biometrika**, Vol. 74, No. 1, 1987, pp. 33-43.
- Dawkins, Paul: "Calculus II Series & Sequences", 2018, (Çevrimiçi) <https://tutorial.math.lamar.edu/classes/calci/taylorseries.aspx> (28.02.2021).
- De Gooijer, Jan G.: **Elements of Nonlinear Time Series Analysis and Forecasting**, Amsterdam, Springer, 2017.
- Dickey, David A., Fuller, Wayne A.: "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root", **Journal of the American Statistical Association**, Vol. 7, No. 4, 1979, pp. 427-431.

- Dickey, David A., “Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with A Unit Root”, **Econometrica**, Vol. 49, No. 4, 1981, pp. 1057-1072.
- Dijk, D.V., “Smooth Transition Autoregressive Models-A Survey of Recent Developments”, **Econometric Reviews**, Vol. 21, No. 1, 2002, pp. 1-47.
- Dreher, A.: “Does Globalization Affect Growth? Evidence from a new Index of Globalization”, **Applied Economics**, Vol. 38, No. 10, 2006, pp. 1091-1110.
- Elliot, G., “Efficient Tests for an Autoregressive Unit Root”, **Econometrica**, Vol. 64, 1996, pp. 813-836.
- Rothenberg, T.J., **Econometrica**, Vol. 64, 1996, pp. 813-836.
- Stock, J.H.:
- Enders, Walter: “Improved critical values for the Enders-Granger unit-root test”, **Applied Economics Letters**, Vol. 8, No. 4, 2001, pp. 257-261.
- Enders, Walter: **Applied Econometric Time Series**. 4. Baskı. New York: John Wiley & Sons, 2014.
- Enders, Walter, C. “Unit-Root Tests and Asymmetric Adjustment with an Example Using the Term Structure of Interest Rates”, **Journal of Business & Economic Statistics**, Vol. 16, No. 3, 1998, pp. 304-311.
- W. J., Granger:
- Enders, Walter, “A Unit Root Test Using a Fourier Series to Approximate Smooth Breaks”, **Oxford Bulletin of Economics and Statistics**, Vol. 74, No. 4, 2012a, pp. 574-599.
- Junsoo Lee:
- Enders, Walter, “The Flexible Fourier Form and Dickey-Fuller Type Unit Root Tests”, **Economics Letters**, Vol. 117, 2012b, pp. 196-199.

- Enders, Walter, “Cointegration and Threshold Adjustment”, **Economic Staff**  
 Pierre L. Siklos: **Paper Series 307**, October, 1998, (Çevrimiçi),  
[http://lib.dr.iastate.edu/econ\\_las\\_staffpapers/307](http://lib.dr.iastate.edu/econ_las_staffpapers/307) , 5 Aralık  
 2020.
- Enders, Walter, “Cointegration and Threshold Adjustment”, **Journal of**  
 Pierre L. Siklos: **Business & Economic Statistics**, Vol. 19, No. 2, 2001, pp.  
 166-176.
- Engle, Robert F., “Co-Integration and Error Correction: Representation,  
 Granger, C. W. J.: Estimation, and Testing”, **Econometrica**, Vol. 55, No. 2,  
 1987, pp. 251-276.
- Engle, Robert, “Forecasting and testing in co-integrated systems”, **Journal**  
 Byung Sam Yoo: **of Econometrics**, Vol. 35, No. 1, 1987, pp. 143-159
- Fuller, W. A.: **Introduction to statistical time series**, New York: John  
 Wiley & Sons, Inc., 1976.
- Gallant, A. Ronald: “On the Bias in Flexible Functional Forms and an Essentially  
 Unbiased Form: The Flexible Fourier Form”, **Journal of**  
**Econometrics**, Vol. 15, No. 2, 1981, pp. 211–245.
- Gallant, A. Ronald: “The Fourier Flexible Form”, **American Journal of**  
**Agricultural Economics**, Vol. 66, No.2, 1984, pp. 204-208.
- Gallant, A. Ronald, “On the Asymptotic Normality of Fourier Flexible Form  
 Geraldo, Souza: Estimates”, **Journal of Econometrics**, Vol. 50, No. 3, 1991,  
 pp. 329-353.
- Glynn, John, “Unit root tests and structural breaks: a survey with  
 Nelson, Perera, applications”, **Revista de Métodos Cuantitativos para la**  
 Reetu, Verma: **Economía y la Empresa**, Vol. 3, No. 1, 2007, pp. 63-79.

Goldfeld, Stephen “A Markov Model for Switching Regressions”, **Journal of M., Richard E., Econometrics**, 1, 1973, pp. 3-16.

Quandt:

González-Rivera, **Nonlinear Time Series in Financial Forecasting.**  
G., Lee, T. H.: Encyclopedia of Complexity and Systems Science. New York: Springer, 2009.

Gujarati, Damodar, **Basic Econometrics**, 4. Basım, New York, McGraw Hill, N.: 2004.

Granger, Clive W. “Co-integrated variables and error-correcting models”, **UCSD J.: Discussion Paper**, 1983, pp. 83-13.

Granger, Clive W. “Developments in the Study of Cointegrated Variables”, **J.: Oxford Bulletin of Economics and Statistics**, Vol. 48, 1986, pp. 213–228.

Granger, Clive W. “Time Series Analysis, Cointegration, and Applications,” **J.: Nobel Lecture**, 8 Aralık, 2003, (Çevrimiçi)  
[www.nobelprize.org/uploads/2018/06/granger-lecture.pdf](http://www.nobelprize.org/uploads/2018/06/granger-lecture.pdf) ,  
Aralık 2020.

Granger, Clive W. “Spurious regressions in econometrics”, **Journal of J, P. Newbold: Econometrics**, Vol. 2, No. 2, 1974, pp. 111-120.

Gregory, Allan W., “Residual-based tests for cointegration in models with regime shifts”, **Bruce E. Hansen: Journal of Econometrics**, Vol. 70, 1996a, pp. 99-126.

Gregory, Allan W., “Tests for Cointegration in Models with Regime and Trend Bruce E. Hansen: Shifts”, **Oxford Bulletin of Economics and Statistics**, Vol. 58, No. 3, 1996b, pp. 555-560.

- Güriş, Burak: “A new nonlinear unit root test with Fourier function”, **Communications in Statistics-Simulation and Computation**, Vol. 48, No. 10, 2018, pp. 3056-3062.
- Güriş, Burak, “Unemployment Hysteresis in Turkey: Evidence from  
Gülşah, Sedefoğlu: Nonlinear Unit Root Tests with Fourier Function”,  
**Quantitative Methods in Economics**, Vol. 20, No. 3, 2019,  
pp. 178-188.
- Gygli, Savina, “The KOF Globalisation Index – revisited.”, **The Review of  
Florian, Haelg, International Organizations**, Vol. 14, 2019, pp. 543-574.  
Niklas, Potrafke,  
Jan-Egbert Sturm:
- Hamilton, James **Time Series Analysis**, Princeton, Princeton University Press,  
D.: 1994.
- Hamilton, James **Regime-Switching Models**, In: Durlauf S.N., Blume L.E.  
D.: (editör) **Macroeconometrics and Time Series Analysis**,  
London, The New Palgrave Economics Collection, Palgrave  
Macmillan, 2010.
- Hamilton, James “A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary  
D. : Time Series and the Business Cycle”, **Econometrica**, Vol. 57,  
No. 2, 1989, pp. 357-384.
- Hanna, J. Ray, **Fourier Series, Transforms, and Boundary Value  
John H. Rowland: Problems**, ABD, Wiley & Sons, 1990.
- Hansen, Bruce E.: “Tests for parameter instability in regressions with I(1)  
processes”, **Journal of Business and Economic Statistics**,  
Vol. 10, 1992, pp. 321-355.

- Hansen, Bruce E.: “Inference When a Nuisance Parameter Is Not Identified Under the Null Hypothesis”, **Econometrica**, Vol. 64, No. 2, 1996, pp. 413-430.
- Hansen, Bruce E.: “Testing for Linearity”, **Journal of Economic Surveys**, Vol. 13, No. 5, 1999, pp. 551-576.
- Hansen, Bruce E.: “Inference in TAR Models”, **Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics**, Vol. 2, No. 1, 1997, pp. 1-14.
- Hansen, Bruce E.,  
Byeongseon Seo: “Testing for two-regime threshold cointegration in vector error-correction models”, **Journal of Econometrics**, Vol. 110, 2002, pp. 293-318.
- Hao, Kang: “Testing for structural change in cointegrated regression models: some comparisons and generalizations”, **Econometric Reviews**, Vol. 15, No. 4, 1996, pp. 401-429.
- Hatemi-J,  
Abdulnasser: “Tests for cointegration with two unknown regime shifts with an application to financial market integration”, **Empir Econ**, Vol. 35, 2008, pp. 497-505.
- Harvey, David I.,  
Stephen J.  
Leybourne: “Testing for time series linearity”, **The Econometrics Journal**, Vol. 10, 2007, ss. 149-165.
- Harvey, David I.,  
Stephen J.  
Leybourne, Bin  
Xiao: “A Powerful Test for Linearity When the Order of Integration is Unknown”, **Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics**, Vol. 12, No. 3, 2008, pp. 1-24.
- Harvey, David I.,  
Terence C. Mills: “Unit roots and double smooth transitions”, **Journal of Applied Statistics**, Vol. 29, No. 5, 2002, pp. 675-683.

- Harvey, David I., “A note on Buseti-Harvey tests for stationarity in series with structural breaks”, **Journal of Time Series Analysis** Vol. 24, No. 2, 2003, pp. 159–64.
- Hu, Junjuan, “A unit root test against globally stationary ESTAR models when local condition is non-stationary”, **Economics Letters**, Vol. 146, 2016, pp. 89-94.
- Hylleberg, Svend, “Cointegration and Error Correction Mechanisms”, **The Grayham E., Economic Journal**, Vol. 99, 395, 1989, pp. 113-125.
- Mizon:
- Johansen, Søren: “Statistical analysis of cointegration vectors”, **Journal of Economic Dynamics and Control**, Vol. 12, No. 2-3, 1988, pp. 231-254.
- Johansen, Søren: **Likelihood-Based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models**, Oxford, Oxford University Press, 1995.
- Johansen, Søren, “Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration — with Applications to The Demand for Money”, **Oxford Bulletin of Economics and Statistics**, Vol. 52, No. 2, 1990, pp. 169-210.
- Katarina Juselius:
- Kapetanios, “Testing for a unit root in the nonlinear STAR Framework”, **Journal of Econometrics**, Vol. 112, No. 2, 2003, pp. 359-379.
- George,
- Yongcheol Shin,
- Andy Snell:
- Kapetanios, “Testing for Cointegration in Nonlinear Smooth Transition Error Correction Models”, **Econometric Theory**, Vol. 22, No. 2, 2006, pp. 279-303.
- George,
- Yongcheol Shin,
- Andy Snell:

- Keenan, Daniel      “A Tukey nonadditivity-type test for time series nonlinearity”,  
Macrae:                **Biometrika**, Vol. 72, No. 1, 1985, pp. 39-44.
- Kılıç,                Rehim,      “Testing a Linear Unit Root Against a Stationary ESTAR  
Robert de Jong:      Process”, **Working Paper**, School of Economics,  
  
Georgia Institute of Technology, 2006.
- Kılıç, Rehim:        “Testing for a unit root in a stationary ESTAR process”,  
**Econometric Reviews**, Vol. 30, No. 3, 2011, pp. 274-302.
- Kruse, R.:            “A new unit root test against ESTAR based on a class of  
modified statistics”, **Stat Papers**, Vol. 52, 2011, pp. 71-94.
- Kurozumi, Eiji:     “Testing for stationarity with a break”, **Journal of  
Econometrics**, Vol. 108, 2002, pp. 63–99.
- Küçükönel, Hatice,      “The Causality Analysis of Air Transport and Socio-  
Gülşah, Sedefoğlu:      economics Factors: The Case of OECD Countries”,  
**Transportation Research Procedia.**, Vol. 28, 2017, pp. 16-  
26.
- Kwiatkowski, D.,      “Testing the null hypothesis of stationarity against the  
Phillips, P. C. B.,      alternative of a unit root: How sure are we that economic time  
Schmidt, P., Shin,      series have a unit root?”, **Journal of Econometrics**, Vol. 54,  
Y.:                      1992, pp. 159–178.
- Lee, J.:                **Stationarity tests with multiple endogenized breaks**, Non-  
linear Time Series Analysis of Economic and Financial Data,  
Boston, Kluwer Academic Press, 1999.
- Lee, J. Strazicich,      “Minimum Lagrange Multiplier Unit Root Test with Two  
M. C.:                Structural Breaks”, **Review of Economics and Statistics**,  
Vol. 85, No. 4, 2003, pp. 1082–1089.

- Lee, J., Strazicich, M. C.: “Minimum LM Unit Root Test with One Structural Break”, **Economics Bulletin**, Vol. 33, No. 4, 2013, pp. 2483-2492.
- Lee, Junsoo, Cliff J. Huang, Yongcheol Shin: “On stationarity tests in the presence of structural breaks”, **Economics Letters**, Vol. 55, 1997, pp. 165-172.
- Leybourne, S. J., B. P. M. McCabe: “A simple test for cointegration”, **Oxford Bulletin of Economics and Statistics**, Vol. 55, No. 2, 1993, pp. 97–103.
- Leybourne, Stephen, Paul, Newbold, Dimitrios Vougas: “Unit Roots and Smooth Transitions”, **Journal of Time Series Analysis**, Vol. 19, No. 1, 1998, pp. 83-97.
- Li, Jing, Junsoo Lee: “ADL tests for threshold cointegration”, **Journal of Time Series Analysis**, Vol. 31, 2010, pp. 241-254.
- Lumsdaine, R. L., Papell, D.: “Multiple Trend Breaks and The Unit-Root Hypothesis”, **The Review of Economics and Statistics**, Vol. 79, No. 2, 1997, pp. 212-218.
- Luukkonen, Ritva, Pentti, Saikkonen, Timo Terasvirta: “Testing linearity against smooth transition autoregressive models”, **Biometrika**, Vol. 75, No. 3, 1988, pp. 491-499.
- Maki, Daiki: “An alternative procedure to test for cointegration in STAR models”, **Mathematics and Computers in Simulation**, Vol. 80, 2010, pp. 999-1006.
- Maki, Daiki: “Tests for cointegration allowing for an unknown number of breaks”, **Economic Modelling**, Vol. 29, 2012, pp. 2011-2015.

- McLeod A. I., Li, W. K.: “Diagnostic Checking Arma Time Series Models Using Squared-Residual Autocorrelations”, **Journal of Time Series Analysis**, Vol. 4, No. 4, 1983, pp. 269-273.
- Murray, Michael P.: “A Drunk and her Dog: An Illustration of Cointegration and Error Correction”, **The American Statistician**, Vol. 48, No. 1, 1994, pp. 37–39.
- Narayan, P. K., Popp, S.: “A New Unit Root Test with Two Structural Breaks in Level and Slope at Unknown Time”, **Journal of Applied Statistics**, Vol. 37, No. 9, 2010, pp. 1425–1438.
- Nelson, C. R., Plosser, C. I.: “Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series”, **Journal of Monetary Economics**, Vol. 10, 1982, pp. 139-162.
- Ng, S., Perron, P.: “Lag Length Selection and the Construction of Unit Root Tests with Good Size and Power”, **Econometrica**, Vol. 69, No. 6, 2001, pp. 1519-1554.
- Nyblom, Jukka, Andrew Harvey: “Tests of common stochastic trends”, **Econometric Theory**, Vol. 16, No. 2, 2000, pp. 176-199.
- Ohara, Hidetaka I.: “A Unit Root Test With Multiple Trend Breaks: A Theory and an Application to US and Japanese Macroeconomic Time-Series”, **The Japanese Economic Review**, Vol. 50, No. 3, 1999, pp. 266-290.
- Oskooee, M. B., Kutan, A. M., Zhou, S.: “A Century of PPP: Supportive Results from non-Linear Unit Root Tests”, Southern Illinois University Edwards ville, **Economics and Finance Working Paper**, 2006.
- Oskooee, M. B., Kutan, A., Zhou, S.: “Testing PPP in the Non-linear STAR Framework”, **Economics Letters**, Vol. 94, 2007, pp. 104-110.

- Papell, David H., “Restricted Structural Change and the Unit Root Hypothesis”, Ruxandra, Prodan: **Economic Inquiry**, Vol. 45, No. 4, 2007, pp. 834-853.
- Park, Joon Y., “Testing for A Unit Root against Transitional Autoregressive Models”, **International Economic Review**, Vol. 57, No. 2, Mototsugu Shintani: 2016, pp. 635-664.
- Pascalau, Razvan: “Testing for a Unit Root in the Asymmetric Nonlinear Smooth Transition Framework”, (Çevrimiçi), [www.semanticscholar.org/paper/Testing-for-a-Unit-Root-in-the-Asymmetric-Nonlinear-Pascalau/015d72f907f7027887fd8aed92033fd0a40ebd0e](http://www.semanticscholar.org/paper/Testing-for-a-Unit-Root-in-the-Asymmetric-Nonlinear-Pascalau/015d72f907f7027887fd8aed92033fd0a40ebd0e) 16 Ekim 2020
- Perron, Pierre: “The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis”, **Econometrica**, Vol. 57, No. 6, 1989, pp. 1361-1401.
- Perron, Pierre, “Nonstationarity and level shifts with an application to purchasing power parity”, **Journal of Business and Economic Statistics**, Vol. 10, 1992, pp. 301-320. Vogelsang, T. J.:
- Perron, Pierre: “Further Evidence on Breaking Trend Functions in Macroeconomic Variables”, **Journal of Econometrics**, Vol. 80, No. 2, 1997, pp. 355-385.
- Pesaran, M. “An Autoregressive Distributed-Lag Modelling Approach to Hashem, Cointegration Analysis”, **Cambridge Working Papers in Economics** 9514, Faculty of Economics, University of Yongcheol Shin: Cambridge, 1995.
- Pesaran, M. “Bounds Testing Approaches to The Analysis of Level Hashem, Relationships”, **Journal of Applied Econometrics**, Vol. 16, Yongcheol Shin, 2001, pp. 289-326.
- Richard J. Smith:

- Phillips, Peter C. B., Pierre, Peron: “Testing for a Unit Root in Time Series Regression”, **Biometrika**, 75, 2, 1988, pp. 335-346.
- Phillips, Peter C. B., Sam Ouliaris: “Asymptotic Properties of Residual Based Tests for Cointegration”, **Econometrica**, Vol. 58, No. 1, 1990, pp. 165-193.
- Presno, Maria Jose, Ana Jesus, Lopez: “Response surface estimates of stationarity tests with a structural break”, **Economic Letters**, Vol. 78, No. 3, 2003, pp. 395–399.
- Prodan, Ruxandra: “Potential Pitfalls in Determining Multiple Structural Changes With an Application to Purchasing Power Parity”, **Journal of Business & Economic Statistics**, Vol. 26, No. 1, 2012, 50-65.
- Qian, Shie, Dapang, Chen: **Joint Time-frequency Analysis: Methods and Applications**, ABD, Prentice Hall PTR, 1996.
- Ranjbar, Omid, Tsangyao, Chang, Zahra Elmi, Chien-Chiang, Lee: “A New Unit Root Test against Asymmetric ESTAR Nonlinearity with Smooth Breaks”, **Iranian Economic Review**, Vol. 22, No.1, 2018, pp. 51-62.
- Rodrigues, Paulo M. M., A. M. Robert, Taylor: “The Flexible Fourier Form and Local Generalised Least Squares De-trended Unit Root Tests”, **Oxford Bulletin of Economics and Statistics**, Vol. 74, No. 5, 2012, pp. 736-759.
- Saikkonen, Pentti: “Stability results for nonlinear error correction models”, **Journal of Econometrics**, Vol. 127, No. 1, 2005, pp. 69-81.

- Sargan, J. D., Alok Bhargava: “Testing Residuals from Least Squares Regression for Being Generated by the Gaussian Random Walk”, **Econometrica**, Vol. 51, No. 1, 1983, pp. 153-174.
- Sedefoğlu, Gülşah: “Yoksulluk ve Gelir Eşitsizliğinin Bayesyen Logit Modeli ile İncelenmesi: Türkiye Uygulaması”, Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul, 2016 (Yüksek Lisans Tezi).
- Sen, Amit: “On Unit-root Tests When the Alternative is a Trend-break Stationary Process”, **Journal of Business and Economic Statistics**, Vol. 21, 2003, pp. 174–84.
- Seo, Myunghwan: “Bootstrap testing for the null of no cointegration in a threshold vector error correction model”, **Journal of Econometrics**, Vol. 134, 2006, pp. 129-150.
- Shin, Yongcheol: “A Residual-Based Test of the Null of Cointegration Against the Alternative of No Cointegration”, **Econometric Theory**, Vol. 10, No. 1, 1994, pp. 91-115.
- Sollis, Robert: “Asymmetric Adjustment and Smooth Transitions: A Combination of Some Unit Root Tests”, **Journal of Time Series Analysis**, Vol. 25, No. 3, 2004, pp. 409-417.
- Sollis, Robert: “A simple unit root test against asymmetric STAR nonlinearity with an application to real exchange rates in Nordic countries.”, **Economic Modelling**, Vol. 26, 2009, pp. 118-125.
- Struik, Dirk Jan: “Joseph Fourier”, **Britannica**, 1998, (Çevrimiçi), [www.britannica.com/biography/Joseph-Baron-Fourier](http://www.britannica.com/biography/Joseph-Baron-Fourier) 16 Ekim 2020.

- Terasvirta T.: “Specification, estimation, and evaluation of smooth transition autoregressive models”, **Journal of the American Statistical Association**, Vol. 89, 1994, pp. 208–218.
- Terasvirta T., Anderson H. M.: “Characterizing Nonlinearities in Business Cycles Using Smooth Transition Autoregressive Models”, **Journal of Applied Econometrics**, Vol. 7, 1992, pp. 119-136.
- Tong, Howell.: **On a threshold model**. NATO ASI Series E: Applied Sec. No. 29, Editör: Chen, C. Netherlands: Sijthoff & Noordhoff, 1978, pp. 575-586.
- Tong, Howell: **Non-linear Time Series: A Dynamical System Approach**, Oxford, Oxford Statistical Science Series, 6, 1990.
- Tong, Howell.: “Threshold models in time series analysis-30 years on”, **Statistics and Its Interface**, Vol. 4, 2011, pp. 107-118
- Tong, Howell: “Birth of the Threshold Time Series Model”, **Statistica Sinica**, Vol. 17, 2007, pp. 1-7.
- Tong, H., Lim, K.S.: “Threshold Autoregression, Limit Cycles and Cyclical Data”, **Journal of the Royal Statistical Society**, Vol. 42, No. 3, 1980, pp. 245-292.
- Tsay, Ruey: “Nonlinearity tests for time series”, **Biometrika**, 1986, Vol. 73, No. 2, pp. 461-466.
- Tsay, Ruey: “Testing and Modeling Threshold Autoregressive Processes”, **Journal of American Statistical Association**, Vol. 84, 1989, pp. 231-240.
- Tsay, Ruey: **Analysis of Financial Time Series**, 1. Baskı, ABD, John Wiley & Sons, 2002.

- Tsay, Ruey S., **Nonlinear Time Series Analysis**, 1. Baskı, ABD, John Wiley & Sons, 2019.
- Tsong, Ching-Chuan, Cheng-Feng Lee, Li-Ju Tsai, Te-Chung Hu: “The Fourier approximation and testing for the null of cointegration”, **Empirical Economics**, Vol. 51, 2016, pp. 1085-1113.
- Vogelsang, Timothy, Pierre Perron: “Additional tests for a unit root allowing for a break in the trend function at an unknown time”, **International Economic Review**, Vol. 39, No. 4, 1998, pp. 1073-1100.
- Vougas, Dimitrios V.: “On unit root testing with smooth transitions”, **Computational Statistics & Data Analysis**, Vol. 51, 2006, pp. 797-800.
- Zivot, Eric, Donald W. K., Andrews: “Further Evidence on the Great Crash, the Oil-Price Shock, and the Unit-Root Hypothesis”, **Journal of Business & Economic Statistics**, Vol. 10, No. 3, 1992, pp. 251-270.

## ÖZGEÇMİŞ

Gülşah Sedefoğlu, Marmara Üniversitesi Ekonometri Bölümü lisans programından 2014 yılında mezun olmuştur. Lisans eğitimi boyunca öğrenci asistan olarak çalışmış ve bir eğitim dönemini Erasmus değişim programı aracılığıyla Budapeşte Teknoloji ve Ekonomi Üniversitesi-BME’de tamamlamıştır. Yüksek lisans eğitimini Marmara Üniversitesi, Ekonometri Bölümü’nde “Yoksulluk ve Gelir Eşitsizliğinin Bayesyen Logit Modeli ile İncelenmesi: Türkiye Uygulaması” başlıklı tezi ile 2016 yılında tamamlamıştır. Yüksek lisans tezi Marmara Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinasyon Birimince desteklenmiştir. Yüksek lisans eğitimi sırasında, Erasmus+ Staj Hareketliliği programı aracılığıyla çevresel sürdürülebilirliği sağlamak adına projeler geliştiren GREENWILL Budapeşte’de 3 ay süre için proje geliştirici olarak çalışmıştır. İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Ekonometri Bölümü’nde doktora programına 2017 yılında başlayan Sedefoğlu, 2018 ve 2019 yıllarında Varşova Yaşam Bilimleri Üniversitesi, İstatistik ve Ekonometri Bölümü’nde ziyaretçi araştırmacı olarak bulunmuştur. 2020 yılında Prof. Dr. Guy Melard danışmanlığında “International Certificate in Doctoral Research Training Programme” adı altında Université Libre de Bruxelles (ULB), European Center for Advanced Research in Economics and Statistics (ECARES)’de araştırmalarına devam etmiş ve araştırma sonuçlarını Eurostat tarafından düzenlenen “Conference on New Techniques and Technologies for Statistics (NTTS21)” konferansı başta olmak üzere uluslararası konferanslarda sunmuştur. Doktora tez araştırmaları yanında 2017 yılından itibaren sürdürülebilir kalkınma ve yoksulluk araştırmaları üzerine uluslararası eğitimlere katılıp, çalışmalar yapmaktadır. 2016-2019 yıllarında Özyeğin Üniversitesi, Havacılık ve Uzay Bilimleri Fakültesi’nde Araştırma Görevlisi olarak çalışmıştır. Sedefoğlu’nun ulusal ve uluslararası endekslerde taranan dergilerde yayınlanmış makaleleri yanında akademik kitaplarda bölüm yazarlığı da vardır.