

**T.C.
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ**



**KALINTILARLA GENİŞLETİLMİŞ FOURIER
FONKSİYONLU KPSS DURAĞANLIK TESTİ**

DOKTORA TEZİ

**Danışman
Prof. Dr. Fatma ZEREN**

**Hazırlayan
Elçin KARAŞ AYDIN**

MALATYA 2022

T.C.
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

KALINTILARLA GENİŞLETİLMİŞ FOURIER
FONKSİYONLU KPSS DURAĞANLIK TESTİ

DOKTORA TEZİ

DANIŞMAN
PROF. DR. FATMA ZEREN

HAZIRLAYAN
ELÇİN KARAŞ AYDIN

MALATYA 2022

ONUR SÖZÜ

Prof. Dr. Fatma ZEREN'in danışmanlığında doktora tezi olarak hazırladığım **“KALINTILARLA GENİŞLETİLMİŞ FOURIER FONKSİYONLU KPSS DURAĞANLIK TESTİ”** başlıklı bu çalışmanın, bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın tarafımdan yazıldığını ve yararlandığım bütün yapıtların hem metin içinde hem de kaynakçada yöntemine uygun biçimde gösterildiğini belirtir, bunu onurumla doğrularım.

Tarih:

Ad-Soyad:

İmza:

ÖNSÖZ

Tez çalışmam süresince desteğini esirgemeyen, tavsiyeleriyle bana yol gösteren danışman hocam Prof. Dr. Fatma ZEREN'e,

Tez çalışmalarım sırasında verdiği desteklerden dolayı Prof. Dr. Burcu ÖZCAN'a ve bir şekilde emeği geçen tüm arkadaşlarıma,

Öğrenim hayatım boyunca gelişimime katkı sağlayan tüm hocalarıma,

Hayatımın tüm güzelliklerini borçlu olduğum; anneme, babama ve kardeşime,

Varlığıyla, ilgisiyle ve sonsuz sabrıyla sınırsız güç bulduğum eşim Buğra'ya ve canım oğlum Efe'ye

sonsuz teşekkür ederim...

ÖZET

Durağanlık sınamaları zaman serisi analizleri için büyük öneme sahiptir. Çünkü durağan olmayan seriler ile yapılan analizler yanıltıcı olabilmektedir. Durağanlığın tespiti için zaman serisi grafiği ve korelogram analizi gibi biçimsel olmayan yöntemler ile birim kök testleri gibi biçimsel yöntemler kullanılmaktadır. Biçimsel olmayan yöntemler, durağanlık analizi için önemli olmasına rağmen bu yöntemler ile kesin bir sonuca varmak zordur. Bu yüzden analizlerde daha çok biçimsel yöntemler tercih edilmektedir.

1970’li yıllardan itibaren durağanlık analizi için birçok birim kök testi geliştirilmiştir. Bu çalışmada da yeni bir birim kök testi önerilmiştir. Bu testte, Beckers vd. (2006) tarafından önerilen Fourier KPSS testi, kalıntılarla genişletilmiş en küçük kareler (RALS) yaklaşımıyla geliştirilmiştir. Kritik değer, boyut ve güç özellikleri Monte Carlo simülasyonları ile incelenmiştir.

Bu önerilen RALS Fourier KPSS testi ile E7 ülkelerindeki Satın alma gücü paritesi teorisinin geçerliliği, 1994:Q1-2021:Q2 dönemi çeyreklik verileri ile incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Zaman Serisi Analizi, Durağanlık, Birim Kök, KPSS, Fourier, RALS.

ABSTRACT

Stationarity tests are of great importance for time series analysis. Because of the fact that analyzes with non-stationary series may be misleading, Formal methods such as unit root tests and informal methods such as time series graph and correlogram analysis are used for stationarity analysis. Although informal methods are important for stationarity analysis, it is difficult to reach a definite conclusion with these methods. Therefore, more formal methods are preferred in the analysis.

Since the 1970s, many unit root tests have been developed for stationarity analysis. In this study, a new unit root test is proposed. In this proposed test, Fourier KPSS test developed by Beckers et al. (2006) was adapted residual augmented least squares (RALS) method. Critical values, size and power properties were investigated with Monte Carlo simulations.

With proposed RALS Fourier KPSS test, the validity of purchasing power parity theory for E7 countries was examined with quarterly data for the period 1994:Q1-2021:Q2.

Keywords: Time Series Analysis, Stationarity, Unit Root, KPSS, Fourier, RALS.

İÇİNDEKİLER

ONUR SÖZÜ	i
ÖNSÖZ	ii
ÖZET	iii
ABSTRACT	iv
KISALTMALAR	viii
TABLolar	ix
GİRİŞ	1

BİRİNCİ BÖLÜM

ZAMAN SERİLERİ ANALİZİ VE DURAĞANLIK

1.1. Zaman Serileri Analizi.....	4
1.2. Zaman Serilerinde Durağanlık Kavramı.....	4
1.3. Zaman Serisi Süreçleri	6
1.3.1. Veri Üretme Süreci	6
1.3.2. Durağan ve Durağan Olmayan Stokastik Süreçler	6
1.3.2.1. Temiz Dizi (Beyaz Gürültü Süreci)	6
1.3.2.2. Pür Rassal Yürüyüş Süreci	7
1.3.2.3. Kayan Rassal Yürüyüş Süreci	8
1.3.2.4. Bütünleşik Süreçler	8
1.3.3. Doğrusal Zaman Serisi Süreçleri.....	8
1.3.3.1. Otoregresif Süreç (AR)	9
1.3.3.2. Hareketli Ortalama Süreci (MA).....	10
1.3.3.3. Otoregresif Hareketli Ortalama Süreci (ARMA)	11
1.3.3.4. Bütünleşik Otoregresif Hareketli Ortalama Süreci (ARIMA)	12
1.4. Durağanlık Analizi.....	13
1.4.1. Grafik Analizi.....	13
1.4.2. Korelogram Analizi.....	13

1.4.3. Birim Kök Testleri	15
---------------------------------	----

İKİNCİ BÖLÜM

ZAMAN SERİLERİNDE GELENEKSEL BİRİM KÖK TESTLERİ

2.1. Dickey Fuller (DF) Birim Kök Testi (1979)	16
2.2. Genişletilmiş Dickey Fuller (ADF) Birim Kök Testi (1981)	19
2.3. Phillips Perron (PP) Birim Kök Testi(1988)	19
2.4. Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS) Durağanlık Testi (1992).....	22
2.5. Elliot, Rothenberg ve Stock (DF-GLS) Birim Kök Testi(1996)	24
2.6. NG ve Perron Birim Kök Testi (2001)	25

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

ZAMAN SERİLERİNDE YAPISAL DEĞİŞİMLERE İZİN VEREN BİRİM KÖK TESTLERİ

3.1. Yapısal Kırılmalı Birim Kök Testleri.....	28
3.1.1. Perron Birim Kök Testi (1989)	29
3.1.2. Zivot Andrews Birim Kök Testi (1992)	31
3.1.3. Perron Birim Kök Testi (1997)	33
3.1.4. Lumsdaine Papell Birim Kök Testi (1997)	35
3.1.5. Lee-Strazicich Birim Kök Testi (2003).....	36
3.1.6. Lee-Strazicich Birim Kök Testi (2004).....	38
3.1.7. Perron ve Rodriguez Birim Kök Testi (2003).....	39
3.1.8. Kurozumi Durağanlık Testi (2002)	41
3.1.9. Carrion-i Silvestre ve Sanso Durağanlık Testi (2005)	45
3.1.10. Narayan ve Popp Birim Kök Testi (2010).....	47
3.2. Kademeli Kırılmalı (Fourier Fonksiyonlu) Birim Kök Testleri	49
3.2.1. Enders ve Lee Fourier Birim Kök Testi (2004).....	49

3.2.2. Becker, Enders ve Lee Fourier Birim Kök Testi (2006).....	52
3.2.3. Enders ve Lee Fourier Birim Kök Testi (2012).....	54
3.2.4. Enders ve Lee Fourier Birim Kök Testi (2012).....	55
3.2.5. Rodrigues ve Taylor Fourier Birim Kök Testi (2012)	57

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

KALINTILARLA GENİŞLETİLMİŞ (RALS) BİRİM KÖK TESTLERİ

4.1. Im, Lee, Tieslau (RALS-ADF) Birim Kök Testi (2014).....	59
4.2. Meng, Im, Lee ve Tieslau (RALS-LM) Birim Kök Testi (2014).....	62
4.3. Kalıntılarla Genişletilmiş Fourier Fonksiyonlu KPSS Durağanlık Testi.....	65
4.3.1. Monte Carlo Simülasyonu.....	68
4.3.2. Kritik Değerler	68
4.3.3. Boyut ve Güç Analizi	73

BEŞİNCİ BÖLÜM

SATIN ALMA GÜCÜ PARİTESİNİN TEST EDİLMESİ

5.1. Satın Alma Gücü Paritesi	78
5.2. Literatür Taraması	79
5.3. Veri Seti ve Metodoloji	83
5.4. Amprik Bulgular	84
SONUÇ	87
KAYNAKÇA.....	89

KISALTMALAR

ADF	: Genişletilmiş Dickey-Fuller
AR	: Otoregresif Süreç
ARMA	: Otoregresif Hareketli Ortalama
ARIMA	: Otoregresif Bütünleşik Hareketli Ortalama
ARFIMA	: Otoregresif Kesirli Bütünleşik Hareketli Ortalama
DF	: Dickey Fuller
EKK	: En Küçük Kareler
FKPSS	: Fourier KPSS
GLS	: Genelleştirilmiş En Küçük Kareler
GMM	: Genelleştirilmiş Momentler Metodu
KKT	: Kalıntı Kareler Toplamı
KPSS	: Kwiatkowski, Phillips, Schmidt ve Shin
LB	: Ljung Box
LM	: Lagrange arpanı
MA	: Hareketli Ortalama
MIC	: Modifiye Edilmiş Bilgi Kriteri
OECD	: Ekonomik Kalkınma ve İşbirliği rgt
PP	: Phillips-Perron
RALS	: Kalıntılarla Genişletilmiş En Küçük Kareler
REDK	: Reel Efektif Döviz Kuru
RFKPSS	: RALS Fourier KPSS
SAGP	: Satın Alma Gücü Paritesi
SIC	: Schwarz Bilgi Kriteri

TABLÖLAR

Tablo 3.1. Deterministik Spesifikasyon.....	45
Tablo 4.1. RALS Fourier KPSS Testi için Kritik Değerler (Sabit)	69
Tablo 4.2. RALS Fourier KPSS Testi için Kritik Değerler (Sabit ve Trend).....	71
Tablo 4.3. RALS Fourier KPSS Testi için Boyut Özellikleri (Sabit).....	74
Tablo 4.4. RALS Fourier KPSS Testi için Boyut Özellikleri (Sabit ve Trend) ...	75
Tablo 4.5. RALS Fourier KPSS Testi için Güç Özellikleri (Sabit).....	75
Tablo 4.6. RALS Fourier KPSS Testi için Güç Özellikleri (Sabit ve Trend)	76
Tablo 5.1. KPSS ve Fourier KPSS Test Sonuçları	84
Tablo 5.2. RALS Fourier KPSS Test Sonuçları	85

GİRİŞ

Ekonometrik analizlerde serilerinin durağanlığının belirlenmesi önemli bir süreçtir. Çünkü durağan olmayan seriler, geçmiş dönemlerde meydana gelen şokları kalıcı olarak taşıdığı için bu seriler ile elde edilen öngörüler sapmalıdır. Serilerin durağanlığının belirlenmesi amacıyla literatürde geçmişten günümüze kadar birçok birim kök testi geliştirilmiştir.

İlk birim kök testi, 1979 yılında Dickey ve Fuller tarafından geliştirilen DF birim kök testidir. Bu testin sadece birinci dereceden otoregresif süreçlere uygulanması ve otokorelasyon sorununu dikkate almaması nedeniyle, 1981 yılında Dickey ve Fuller yeni bir birim kök testi geliştirmişlerdir. Bu test ADF (Augmented Dickey Fuller) birim kök testi olarak adlandırılmakta olup, daha önceki testte önerilen denklemler, bağımlı değişkenin gecikmeli değerleri eklenerek genişletilmiştir. Bu sayede otokorelasyon sorununa bir çözüm bulunmuştur. DF ve ADF testlerinde, hata terimlerinin bağımsız ve homojen dağıldığı varsayılmaktadır. Phillips ve Perron (1988), bu varsayımları esneterek yeni bir test geliştirmişlerdir. Bu testte, DF testindeki otokorelasyon sorununu çözmek için parametrik olmayan bir yaklaşım kullanmışlardır. Kwiatkowski vd. 1992 yılında KPSS durağanlık testini, zaman serisi literatürüne kazandırmışlardır. Bu testin amacı; serinin deterministik trendden arındırılarak durağanlaştırılmasıdır. Diğer testlerde sıfır hipotezi serilerin birim köklü olduğunu varsayarken bu testte sıfır hipotezi, serilerin durağan olduğunu varsaymaktadır. Daha sonrasında ise 1996 yılında Elliot vd. DF-GLS (Generalized least squares) birim kök testini geliştirmişler ve standart DF testine göre daha iyi performans elde etmişlerdir. Bu testte birim kökün varlığını araştırmak için iki aşamalı bir prosedür geliştirilmiş olup öncelikle seri, trendden arındırılmakta ve sonrasında ise trendden arındırılmış bu seriye ADF birim kök testi uygulanmaktadır. Ng ve Perron (2001) birim kök testi ise Phillips ve Perron (1988) testindeki hata terimindeki boyut çarpıklığı sorununu düzeltmek için geliştirilmiştir.

Ekonomik politikalarda bir değişiklik, belirli bir endüstride meydana gelen önemli bir olay, savaşlar ve doğal afetler gibi birçok nedenden dolayı zaman serilerinin düzeylerinde, trendlerinde veya her ikisinde birden görülen değişimler, yapısal kırılmalar

olarak ifade edilmektedir (Sevüktekin ve Çınar, 2014: 413). Bu yapısal kırılmalar klasik birim kök testleri ile analiz edilirse, elde edilen sonuçlar sapmalı olmaktadır.

Zaman serisi literatüründe yapısal kırılmaları dikkate alan birçok birim kök testi geliştirilmiştir. Yapısal kırılmalar, ilk kez Perron tarafından 1989 yılında kullanılmıştır. Bu testte, ADF birim kök testinin tek kırılmalı versiyonu kullanılmakta ve kırılma tarihi dışsal olarak belirlenmektedir. Daha sonrasında, Zivot Andrews (1992) ADF testinin tek kırılmalı versiyonunu, Narayan Popp (2010) ise iki kırılmalı versiyonunu kullanarak yeni birim kök testleri geliştirmişlerdir. Her iki testte de Perron (1989)'nun aksine kırılmalar içsel olarak belirlenmektedir. Lee ve Strazicich (2003,2004) ise LM tipi birim kök testini sırasıyla iki kırılmalı ve tek kırılmalı olarak geliştirmişlerdir. Yine burada da kırılmalar içsel olarak belirlenmektedir. Perron ve Rodriguez, (2003) ise Elliot vd. (1996) tarafından geliştirilen DF-GLS birim kök testinin tek kırılmalı versiyonunu geliştirmişlerdir. KPSS birim kök testinin tek ve çift kırılmalı versiyonları ise sırasıyla Kurozumi (2002) ve Carrion-i Silvestre ve Sanso (2005) tarafından geliştirilmiştir.

Belirtilen bu testlerde kukla değişkenler kullanılarak keskin kırılmalar ele alınmaktadır. Literatürde kırılmaların kademeli/yumuşak bir şekilde gerçekleştiği varsayımı ile geliştirilen testler de yer almaktadır. Bunun için kullanılan yöntem Fourier yaklaşımıdır. Fourier yaklaşımı ile bilinmeyen form, sayı ve tarihteki kırılmalar daha iyi modellenebilmektedir. Beckers vd. (2006), KPSS testini, Fourier yaklaşımı ile genişletmişlerdir. Daha sonrasında ise Enders ve Lee (2012a) ve Enders ve Lee (2012b) tarafından sırasıyla Fourier DF testi ve Fourier LM testi geliştirilmiştir. Rodrigues ve Taylor (2012) tarafından ise Fourier GLS testi geliştirilmiştir.

Kwiatkowski vd. (1992) tarafından geliştirilen KPSS testine, Beckers vd. (2006) Fourier fonksiyonlarını ekleyerek yeni bir test geliştirmişlerdir. Bu çalışmada ise Beckers vd. (2006) tarafından geliştirilen Fourier KPSS testine, kalıntılarla genişletilmiş en küçük kareler (RALS) yöntemi uyarlanarak yeni bir test önerilmektedir. RALS tahmincileri, kalıntıların normal dağılmama bilgisini modele dahil ederek geleneksel birim kök testlerinden daha güçlü test sonuçları elde etmektedir.

Geliştirilen bu test ile E7 ülkeleri için satın alma gücü paritesi teorisinin geçerliliği analiz edilmiştir. Bunun için her bir ülkeye ait reel efektif döviz kuru verileri kullanılmıştır. Çalışmada kullanılan veriler, 1994:Q1-2021:Q2 dönemini kapsamaktadır.

Bu çalışmanın ilk bölümünde zaman serileri analizi, durağanlık ve birim kök kavramları üzerinde durulmakta ve kısaca durağanlık sınamaları açıklanmaktadır. İkinci bölümde zaman serisi verilerinde kullanılan geleneksel birim kök testleri, üçüncü bölümde yapısal değişimlere izin veren birim kök testleri incelenmektedir. Dördüncü bölümde ise öncelikle kalıntılarla genişletilmiş (RALS) birim kök testleri ayrıntılı olarak incelenmekte daha sonra ise bu çalışmada önerilen RALS Fourier KPSS testi prosedürlerine ve bu testin boyut ve güç özelliklerine yer verilmektedir. Beşinci bölümde ise E7 ülkeleri için Satın alma gücü paritesi teorisinin geçerliliği incelenmektedir.

BİRİNCİ BÖLÜM

1. ZAMAN SERİLERİ ANALİZİ VE DURAĞANLIK

1.1. Zaman Serileri Analizi

Zaman serileri kısaca, zaman içinde bir veya daha fazla değişkenin değerlerinin ardışık bir biçimde gözlemlendiği sayısal büyükler olarak ifade edilmektedir. Zaman serisi verileri günlük, haftalık, üç aylık, altı aylık, yıllık, beş yıllık ya da on yıllık gibi aralıklarla düzenli olarak toplanır (Sevüktekin ve Çınar, 2014: 47).

Zaman serisi verilerinin davranışını etkileyen dört önemli bileşen vardır. Bunlar; trend, mevsimsel hareketler, konjonktürel hareketler ve düzensiz hareketlerdir. Mevsimsel hareketler, zaman serisi verisinde yıl bazında tekrarlanan, mevsime bağlı olarak meydana gelen değişimlerdir. Konjonktürel hareketler, 2-10 yıl ya da daha uzun bir dönemde zaman serisinin seyrinde, aşağı ya da yukarı yönlü dalgalanmalar şeklinde oluşan değişimlerdir. Düzensiz hareketler, diğer bileşenler gibi tanımlanabilir bir seyri olmayan rassal değişimlerdir. Trend ise bir zaman serisinin uzun dönemdeki hareketine denir (Akgül, 2003: 8). Deterministik trend ve stokastik trend olmak üzere iki tür trend vardır. Bir zaman serisinde trend, zaman içinde değişmez ise deterministik trend olarak, zaman içinde değişiyor ve rassal ise stokastik trend olarak tanımlanmaktadır (Stock ve Watson, 2011: 561).

1.2. Zaman Serilerinde Durağanlık Kavramı

Zaman serisi süreçlerinin altında yatan önemli bir kavram durağanlık kavramıdır. Bir zaman serisinin ortalaması ve varyansı zaman içinde sabitse ve serideki iki dönem arasındaki kovaryans, değişkenlerin gözlemlendiği dönem yerine yalnızca iki dönem arasındaki gecikme uzunluğuna bağlıysa bu seri durağandır (Hill vd., 2011: 476). Örneğin GSYH'ya Y diyelim ve Y 'nin başlangıç noktası Y_t olsun. Bu noktayı Y_t 'den Y_{t+n} 'ye kaydıracağımızı varsayalım. Eğer Y_t durağansa, Y_{t+n} 'nin ortalaması, varyansı ve kovaryansı Y_t ile aynı olmalıdır. Yani zaman içinde değişmemelidir. Kısaca, Y_t zaman serisi, aşağıdaki 3 özelliği sağlaması halinde durağan olmaktadır (Asteriou ve Hall, 2007: 231).

- a) $E(Y_t)=\mu$ (tüm t dönemleri için sabit bir ortalama sahiptir)
- b) $Var(Y_t)=\sigma^2$ (tüm t dönemleri zamanla değişmeyen sonlu bir varyansa sahiptir)
- c) $Cov(Y_t, Y_{t+k})=\gamma_k$ (t değerine bağlı değil, k değerine bağlı)

Burada μ , ortalamayı; γ_k ise aralarında k dönem fark olan iki Y arasındaki kovaryansı ifade etmektedir.

Bu koşulları sağlayan zaman serisi süreci aynı zamanda zayıf durağan veya kovaryans durağan olarak da ifade edilmektedir. Y_t zaman serisinin, zayıf durağanlık özelliklerinin yanı sıra dağılımın zaman içinde değişmemesi özelliğine sahip olması durumu ise güçlü durağanlık ya da kesin durağanlık olarak ifade edilmektedir (Sevüktekin ve Çınar, 2014: 65).

Zaman serileri; trend, düzensiz hareketler, mevsimsel ve konjonktürel dalgalanmalar gibi nedenlerden dolayı çoğunlukla durağan değildirler. Durağan olamama durumu trendden dolayı kaynaklanıyorsa, bu trendin stokastik mi yoksa deterministik mi olduğunun test edilmesi gerekmektedir (Yıldırım, 2010: 6).

Durağan olmayan seriler uygun yöntemler ile durağanlaştırılarak ekonometrik analizlerde kullanılabilir. Seri deterministik trend içeriyorsa trendden ayrıştırılarak durağan hale gelebilmektedir. Böyle bir sürece trend durağan süreç denilmektedir. Seri stokastik trend içeriyorsa farkı alınarak durağanlaştırılmaktadır. Bu süreç ise fark durağan süreç olarak ifade edilmektedir (Çil Yavuz, 2015: 286).

Zaman serisi verilerinin büyük bir kısmı durağan olmamasına rağmen ampirik çalışmalarda durağan oldukları varsayılır. Granger ve Newbold (1974) durağan olmayan serilerle yapılan analizlerde sahte regresyon sorununun ortaya çıkacağını belirtmişlerdir. Böyle bir durumda yüksek R^2 ve anlamlı t istatistikleri elde edilmesine rağmen elde edilen parametre tahmin sonuçlarının herhangi bir ekonomik anlamları bulunmamaktadır (Sevüktekin ve Çınar, 2014: 324).

1.3. Zaman Serisi Süreçleri

1.3.1. Veri Üretme Süreci

Zaman serilerinde gözlenen verileri tanımlayan ekonomik süreç ile ilgili bilgi genellikle sınırlıdır. Dolayısıyla bu verileri içeren modeller, ekonomik teori ile formüle edildikten sonra ekonometrik teknikler ile test edilirken teorinin kendisi bu verileri tanımlamada yetersiz olmaktadır. Bu amaçla istatistiksel teoriye dayanan kısıtlı bir yaklaşım, veri üreten istatistiksel bir süreci ortaya koyar.

Zaman serisi analizinde süreç ve gerçekleşme terimleri arasında temel bir fark bulunmaktadır. Gözlenen bir zaman serisinde gerçek değerler, esasen bu değerleri oluşturan stokastik veri üretme sürecinin gerçekleşmesidir. Zaman serisi analizindeki gerçekleşme ve süreç arasındaki ilişki örneklem ve ana kütle arasındaki ilişkiye benzemektedir.

Zaman serileri analizde temel amaç, seriyi oluşturan herhangi bir süreç modelinin tanımlanması için bu sürecin gerçekleşmelerini kullanmaktır (Sevüktekin ve Çınar, 2014: 56).

1.3.2. Durağan ve Durağan Olmayan Stokastik Süreçler

Stokastik süreç, zaman içinde sıralanmış rassal değişkenler olarak ifade edilmektedir. Y olarak adlandırılan bu rassal değişken sürekliyse $Y(t)$ ile kesikliyse Y_t ile ifade edilmektedir (Gujarati ve Porter, 2012: 740).

Stokastik süreçler, durağan ve durağan olmayan süreçler olarak ikiye ayrılmaktadır. Durağan süreçte, stokastik sürecin özellikleri zaman içinde değişmezken durağan olmayan süreçte, stokastik sürecin özellikleri değişir. Aşağıda tüm bu süreçlerden kısaca bahsedilecektir.

1.3.2.1. Temiz Dizi (Beyaz Gürültü Süreci)

Durağan stokastik sürecin en basiti temiz dizi sürecidir. Y_t stokastik sürecinin, ortalaması sıfır, varyansı sabit ve otokovaryansı da sıfır ise bu Y_t süreci temiz dizi sürecidir (Çil Yavuz, 2015: 77).

1.3.2.2. Pür Rassal Yürüyüş Süreci

Durağanlık analizinin temeli rassal yürüyüş modeline dayanmaktadır. Eşitlik (1.1) rassal yürüyüş modelidir.

$$Y_t = Y_{t-1} + u_t \quad (1.1)$$

Burada; Y_{t-1} , Y_t değişkeninin geçmiş dönemlerdeki değeri ve u_t ise 0 ortalama ve σ^2 varyansa sahip beyaz gürültü hata terimidir (Gujarati, 2004: 799). Rassal yürüyüş modeli, bir başlangıç değeri ve geçmiş stokastik terimlerin toplamını içeren bir bileşenden oluşmaktadır. Eşitlik (1.1)'deki başlangıç değeri Y_0 olarak alınırsa rassal yürüyüş süreci aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned} Y_1 &= Y_0 + u_1 \\ Y_2 &= Y_1 + u_2 = (Y_0 + u_1) + u_2 = Y_0 + \sum_{s=1}^2 u_s \\ &\vdots \\ Y_t &= Y_{t-1} + u_t = Y_0 + \sum_{s=1}^t u_s \end{aligned} \quad (1.2)$$

Eşitlik (1.1)'deki Y_t değişkeni, bir dizi pozitif şoklara ($u_t > 0$) ve ardından da bir dizi negatif şoklara ($u_t < 0$) maruz kalırsa, önce yukarı doğru, daha sonra aşağı doğru gezinme görünümüne sahip olacaktır (Hill vd., 2011: 481).

Rassal yürüyüş modelinin durağanlık koşullarını sağlayıp sağlamadığını incelemek için Y_t değişkeninin beklenen değer ve varyansı hesaplanmalıdır. Y_t değişkeninin beklenen değeri;

$$Y_t = Y_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_t \quad (1.3)$$

$$E(Y_t) = E(Y_0) + E(u_1) + E(u_2) + \dots + E(u_t) \quad (1.4)$$

$$E(Y_t) = Y_0 \quad (E(u_t) = 0 \text{ olduğu için}) \quad (1.5)$$

olarak hesaplanmaktadır. Y_t değişkeninin varyansı ise şöyledir;

$$Var(Y_t) = Var(Y_0) + Var(u_1) + Var(u_2) + \dots + Var(u_t) \quad (1.6)$$

$$Var(Y_t) = \sigma_u^2 t \quad (Var(Y_0) = 0 \text{ ve } Var(u_t) = \sigma_u^2 \text{ olduğu için}) \quad (1.7)$$

Rassal yürüyüş sürecinin beklenen değeri t 'ye bağlı değilken varyansı t 'ye bağlıdır. Başka bir deyişle, varyans, zamanın doğrusal bir fonksiyonu olarak artmaktadır. Bu durum rassal yürüyüş modelinin durağan olmadığını yani birim köklü olduğunu göstermektedir (Wooldridge, 2013: 359).

1.3.2.3. Kayan Rassal Yürüyüş Süreci

Rassal yürüyüş modeline sabit terim eklenmesi halinde kayan rassal yürüyüş modeli elde edilmekte olup bu model aşağıdaki gibidir.

$$Y_t = \delta + Y_{t-1} + u_t \quad (1.8)$$

Burada δ , sabit terimi göstermektedir. Bu modelin beklenen değer ve varyansı ise şöyledir;

$$E(Y_t) = t\delta + Y_0 \quad (1.9)$$

$$Var(Y_t) = \sigma_u^2 t \quad (1.10)$$

Hem beklenen değer hem de varyans t 'ye bağlıdır. Yani hem sabit ortalama hem de sabit varyans koşulları ihlal edilmiştir. Bu nedenle kayan rassal yürüyüş modeli de durağan dışı bir modeldir (Hill vd., 2011: 481).

1.3.2.4. Bütünleşik Süreçler

Durağan olmayan bir zaman serisi, bir kere farkı alındıktan sonra durağan hale geliyorsa, bu seriye birinci dereceden bütünleşik denir ve $I(1)$ ile gösterilir. Aynı şekilde durağan olmayan bir zaman serisi, iki kere farkı alındıktan sonra durağan hale geliyorsa ikinci dereceden bütünleşik denir ve $I(2)$ ile gösterilir. Eğer durağan olmayan bir zaman serisinin durağan hale gelmesi için d kez farkı alınıyorsa d . dereceden bütünleşik denir ve $I(d)$ ile gösterilir (Gujarati, 2016: 330).

1.3.3. Doğrusal Zaman Serisi Süreçleri

Bu bölümde, doğrusal olmayan zaman serisi süreçlerinden otoregresif süreç (AR), hareketli ortalama süreci (MA), otoregresif hareketli ortalama süreci (ARMA) ve bütünleşik otoregresif hareketli ortalama süreci (ARIMA) ele alınacaktır.

1.3.3.1. Otoregresif Süreç (AR)

Zaman serisinde iktisadi bir değişkenin bir dönem önceki değeri, gelecek değerlerinin öngörüsünde yararlı olmaktadır. Böyle bir ilişkiyi birinci derece otoregresif süreç ile gösterilebilir (Sevüktekin ve Çınar, 2014: 148).

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1.11)$$

Burada δ , sabittir. ϕ_1 bilinmeyen bir parametreyi, ε_t ise 0 ortalama ve σ^2 varyansa sahip beyaz gürültü hata terimini göstermektedir.

AR(1) sürecinin genel özelliklerinin açıklanmasına öncelikle ortalama, varyans ve kovaryans hesaplamaları ile başlanacaktır. Y_t 'nin tüm değerlerinde olasılık yoğunluk fonksiyonu aynı ise Y_t 'nin ortalama ve varyansı da tüm dönemlerde aynı olacaktır. Bu da $E(Y_t) = E(Y_{t-1}) = E(Y_{t-2}) = \dots = \mu$ anlamına gelmektedir. AR(1) sürecinin ortalaması için eşitlik (1.11)'in beklenen değeri alındığında aşağıdaki sonuç elde edilmektedir.

$$\begin{aligned} E(Y_t) &= E(\delta + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t) \\ E(Y_t) &= \delta + \phi_1 E(Y_{t-1}) + E(\varepsilon_t) \\ E(Y_t) &= \delta + \phi_1 E(Y_{t-1}) \end{aligned} \quad (1.12)$$

$$\mu = \delta + \phi_1 \mu$$

$$E(Y_t) = \mu = \frac{\delta}{1-\phi_1}$$

Burada $|\phi_1| < 1$ ise süreç durağan olmaktadır. $\delta = 0$ varsayımı ile AR(1) sürecinin varyans hesaplaması şöyledir;

$$\begin{aligned} Var(Y_t) &= Var(\phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t) \\ \sigma_Y^2 &= \phi_1^2 Var(Y_{t-1} + \varepsilon_t) \\ \sigma_Y^2 &= \phi_1^2 Var(Y_{t-1}) + Var(\varepsilon_t) \\ \sigma_Y^2 &= \phi_1^2 \sigma_Y^2 + \sigma_\varepsilon^2 \end{aligned} \quad (1.13)$$

Elde edilen ifade σ_Y^2 için çözülürse aşağıdaki eşitlik elde edilmektedir.

$$\sigma_Y^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1-\phi_1^2} = \gamma_0 \quad (1.14)$$

AR(1) süreci için kovaryans hesaplaması ise şöyledir;

$$Cov(Y_t, Y_{t-1}) = E[Y_t - E(Y_t)][Y_{t-1} - E(Y_{t-1})]$$

$$\gamma_1 = E(Y_t Y_{t-1})$$

$$\gamma_1 = E[(\phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t) Y_{t-1}] \quad (1.15)$$

$$\gamma_1 = \phi_1 E(Y_{t-1}^2) + E(\varepsilon_t Y_{t-1})$$

$$\gamma_1 = \phi_1 \sigma_Y^2$$

Yukarıdaki eşitliklerden yola çıkarak birinci dereceden otoregresif sürecin, durağanlık koşulunun sağlanması durumunda ortalama etrafında bir saçılım sergilediği sonucuna varabiliriz. Fakat bu saçılım, ϕ_1 parametresinin alacağı değere göre değişiklik göstermektedir (Sevüktekin ve Çınar, 2014: 155).

Y_t , sadece Y_{t-1} döneme değil $Y_{t-2}, Y_{t-3}, \dots, Y_{t-p}$ gibi dönemlere de bağlı olabilir. Bu durumda daha genel bir gösterim olan p. dereceden otoregresif süreç (AR(p)) aşağıdaki gibidir;

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (1.16)$$

1.3.3.2. Hareketli Ortalama Süreci (MA)

Hareketli ortalama sürecinde Y_t değişkeninin değeri, hata teriminin şimdiki değeri ile geçmiş değerlerine bağlıdır. MA(1) süreci aşağıdaki gibi gösterilmektedir.

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-1} \quad (1.17)$$

Burada μ ve θ model parametreleridir. ε_t ise 0 ortalama ve σ^2 varyansa sahip beyaz gürültü hata terimini göstermektedir. MA(1) sürecinin beklenen değeri aşağıdaki gibi elde edilmektedir (Agung, 2009: 536);

$$E(Y_t) = E(\mu + \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-1}) = \mu \quad (1.18)$$

Varyansı ise şöyledir;

$$Var(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2 = E(\varepsilon_t + \theta\varepsilon_{t-1})^2$$

$$Var(Y_t) = \gamma_0 = (1 + \theta^2)\sigma_\varepsilon^2 \quad (1.19)$$

Y_t ile Y_{t-1} arasındaki kovaryans aşağıdaki gibidir;

$$\gamma_1 = E(Y_t - \mu)(Y_{t-1} - \mu) = E(\varepsilon_t + \theta\varepsilon_{t-1})(\varepsilon_{t-1} + \theta\varepsilon_{t-2}) = \theta\sigma_\varepsilon^2 \quad (1.20)$$

Y_t ile Y_{t-k} arasındaki kovaryans aşağıdaki gibidir;

$$\gamma_k = E(Y_t - \mu)(Y_{t-k} - \mu) = E(\varepsilon_t + \theta\varepsilon_{t-1})(\varepsilon_{t-k} + \theta\varepsilon_{t-k-1}) = 0 \quad (1.21)$$

q. dereceden hareketli ortalama süreci ise aşağıdaki gibidir;

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t + \theta_1\varepsilon_{t-1} + \theta_2\varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q\varepsilon_{t-q} \quad (1.22)$$

AR süreçlerinde durağanlık koşulu araştırılırken MA süreçlerinde çevrilebilirlik koşulu araştırılmaktadır. Çünkü MA süreçleri durağan hata terimlerinin ortalaması şeklinde tanımlandığı için MA süreçlerinin tamamı durağandır. Ayrıca MA süreci bir bakıma AR sürecinin tersi olarak gösterilebildiği için MA sürecinin çevrilebilirlik koşulu da otoregresif süreç olarak gösterilip gösterilmemesine bağlıdır. Yani MA süreci, otoregresif süreç olarak gösterilebiliyorsa çevrilebilir. Bunun için $|\phi_1| < 1$ olması gerekmektedir.

1.3.3.3. Otoregresif Hareketli Ortalama Süreci (ARMA)

Otoragresif hareketli ortalama süreci (ARMA), otoregresif ve hareketli ortalama süreçlerinin bir kombinasyonudur. ARMA sürecinde Y_t değişkeninin değeri, kendi geçmiş değerleri ile hata teriminin şimdiki ve geçmiş değerlerine bağlıdır. ARMA(1,1) süreci aşağıdaki gibi ifade edilmektedir (Brooks, 2008: 223);

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} \quad (1.23)$$

Burada $\{\varepsilon_t\}$ beyaz gürültü sürecidir. ARMA(1,1) sürecinin ortalaması şöyledir;

$$E(Y_t) = E(\delta + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1})$$

$$\mu = \delta + \phi_1 \mu \quad (1.24)$$

$$E(Y_t) = \mu = \frac{\delta}{1-\phi_1}$$

Bu sonuç eşitlik (1.14)'deki AR(1) süreci ile aynıdır. $\delta=0$ varsayılarak ARMA(1,1) sürecinin varyansı aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır;

$$\begin{aligned} Var(Y_t) &= Var(\delta + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1}) \\ Var(Y_t) &= \phi_1^2 Var(Y_{t-1}) + \sigma_\varepsilon^2 + \theta_1^2 \sigma_\varepsilon^2 - 2\phi_1 \theta_1 E(Y_{t-1} \varepsilon_{t-1}) \end{aligned} \quad (1.25)$$

$$Var(Y_t) = Y_0 = \frac{(1-2\phi_1\theta_1+\theta_1^2)\sigma_\varepsilon^2}{1-\phi_1^2}$$

Burada $|\phi_1| < 1$ olmalıdır. Bu da AR(1) modelindeki durağanlık koşulu ile aynıdır (Tsay, 2005: 58). Y_t 'nin kovaryansı ise şöyledir;

$$Y_1 = \phi_1 Y_0 + \theta_1 \sigma_\varepsilon^2 \quad (1.26)$$

Y_t ile Y_{t-k} arasındaki kovaryans aşağıdaki gibidir;

$$Y_k = \phi_1 Y_{k-1} \quad k > 1 \quad (1.27)$$

ARMA(p,q) süreci genel olarak aşağıdaki gibi gösterilmektedir (Tsay, 2005: 58);

$$Y_t = \delta + \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-i} + \varepsilon_t + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} \quad (1.28)$$

1.3.3.4. Bütünleşik Otoregresif Hareketli Ortalama Süreci (ARIMA)

ARMA süreci, sadece durağan olan zaman serilerine uygulanmaktadır. Fakat çoğu ekonomik ve finansal zaman serisi, zaman içinde eğilim göstermektedir. Bu nedenle çoğu zaman serisinin ortalaması zaman içinde sabit değildir. Bu da serilerin durağan olmadığı anlamına gelmektedir. Bu sorunun üstesinden gelmek için ARIMA sürecinde, serilerin farkı alınmamaktadır. Bir seri, ilk farkı alındıktan sonra durağan hale geliyorsa, bu seri birinci dereceden entegre olarak adlandırılmakta ve I(1) ile gösterilmektedir. Y_t zaman serisinin ilk farkı aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} = Y_t' \quad (1.29)$$

Genel olarak durağanlığı sağlamak için serinin d kere farkı alınırsa bu seriye d. dereceden bütünleşik süreç denir ve I(d) ile gösterilir. Bu nedenle genel ARIMA süreci,

ARIMA(p, d, q) olarak gösterilmektedir. Burada p, AR terimlerinin sayısını, d, seriyi durağan hale getirmek için alınması gereken farkların sayısını, q ise MA terimlerinin sayısını ifade etmektedir. ARIMA(p, d, q) süreci genel olarak aşağıdaki gibi gösterilmektedir (Asteriou ve Hall, 2007: 240).

$$\Delta^d Y_t (1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p) = (1 + \theta_1 L + \theta_2 L^2 + \dots + \theta_q L^q) \varepsilon_t \quad (1.30)$$

1.4.Durağanlık Analizi

Durağanlığın sınanması için farklı yöntemler geliştirilmiştir. Uygulamada genellikle grafik analizi, otokorelasyon fonksiyonları ve Q istatistiklerine dayanan korelogram analiz ve birim kök testleri kullanılmaktadır. Grafik analizi ve korelogram analizi, görsel incelemeye, birim kök testleri ise istatistiki testlere dayanmaktadır. Daha güvenilir bulunduğu için durağanlığın tespitinde birim kök testleri yaygın olarak kullanılmaktadır.

1.4.1. Grafik Analizi

Grafik analizi herhangi bir ölçüye dayanmamaktadır. Genel olarak durağan olmayan bir serinin grafiği, zaman içinde sürekli bir artış ya da azalış eğilimindedir. Bir araştırmacı ele aldığı bir serinin grafiğine göre durağan-dışılığa karar verebilirken, başka bir araştırmacı durağan olduğuna karar verebilmektedir. Bu yüzden bir değişkenin grafiksel görünümü, durağan olup olmama ile ilgili önemli ipuçları vermesine rağmen kesin bilgi sağlayamamaktadır. Kesin bir sonuç için istatistiksel testlerle desteklenmesi gerekmektedir. (Göktaş vd., 2018: 6).

1.4.2. Korelogram Analizi

Bu analiz için değişkenin örneklem otokorelasyon fonksiyonları ve kısmi otokorelasyon fonksiyonları öncelikle elde edilir. Örneklem otokorelasyon fonksiyonu, bir değişkenin bugünkü değeri ile farklı gecikmelerdeki değerlerinin korelasyonu olarak ifade edilmektedir. Kısmi otokorelasyon fonksiyonu ise ara gecikmelerin etkileri sabitlendikten sonra gözlemler arasındaki korelasyondur (Gujarati, 2016: 381).

Örneklem otokorelasyon fonksiyonlarının, kısmi otokorelasyon fonksiyonlarının ve Q istatistiklerinin, serinin özelliğine göre yaklaşık olarak seçilen gecikmeyle grafiğinin çizilmesine korelogram adı verilmektedir (Sevüktekin ve Çınar, 2014: 281). Q

istatistikleri Box ve Pierce (1970) tarafından geliştirilmiştir. Bu istatistikler korelasyon katsayılarının tamamının aynı anda sıfıra eşit olduğu hipotezi test etmek için kullanılmaktadır (Brooks, 2008: 209).

k gecikmeli bir Y_t değişkenin örneklem otokorelasyon fonksiyonu (ACF), örneklem kovaryansının örneklem varyansına oranı olup aşağıdaki gibi hesaplanır;

$$\hat{\rho}_k = \hat{\gamma}_k / \hat{\gamma}_0 \quad (1.31)$$

Kovaryans ise şöyle hesaplanır;

$$\hat{\gamma}_k = \sum (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-k} - \bar{Y}_{t-k}) / T \quad (1.32)$$

Burada T örneklem büyüklüğü, $\bar{Y}$ örneklem ortalamasıdır.

Varyans ise;

$$\hat{\gamma}_0 = \sum (Y_t - \bar{Y})^2 / T \quad (1.33)$$

olarak hesaplanmaktadır (Agung, 2009: 17). Kısmi otokorelasyon fonksiyonu (PACF) ise şöyledir (Sevüktekin ve Çınar, 2014: 274);

$$\phi_{kk} = \frac{\rho_k - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j} \rho_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j} \rho_j} \quad (1.34)$$

Burada $\phi_{kj} = \phi_{k-1,j} - \phi_{kk} \phi_{k-1,k-j}$, $j = 1, 2, 3, \dots, k-1$ 'dir.

Q istatistikleri ise şöyledir;

$$Q = T \sum_{k=1}^m \hat{\rho}_k^2 \quad (1.35)$$

Burada m gecikme uzunluğudur. $\hat{\rho}_k$ ise eşitlik (1.31)'den elde edilmektedir.

Q istatistiklerinin başka bir versiyonu, Ljung Box (LB) istatistiklerine dayanmakta olup aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır;

$$LB = T(T+2) \sum_{k=1}^m \hat{\rho}_k^2 / (T-k) \approx \chi_{(m)}^2 \quad (1.36)$$

LB istatistiği, Q istatistiğinden daha güçlü küçük örneklem özelliklere sahiptir (Agung, 2009: 18).

Korelogram aracılığıyla bir serinin durağan olup olmadığına ve bu seri için hangi tür modelin daha uygun olabileceğine karar verilebilmektedir. Korelogramda,

otokorelasyon fonksiyonunun yüksek bir değerden başlayıp yavaş yavaş azalarak sıfıra yaklaştığı gözlemleniyorsa incelenen serinin durağan olmadığı sonucuna varılabilmektedir.

Korelogram analizi, durağanlığın araştırılması için önemli bir yöntem olmasına rağmen kısmen belirsizlikler içermektedir. Bu yöntem ile bir araştırmacı incelenen seriyi birim köklü bulurken diğer bir araştırmacı durağan bulabilmektedir. Bu yüzden kesin bir yargı için korelogram yeterli olmamaktadır (Göktaş vd., 2018: 6).

1.4.3. Birim Kök Testleri

Zaman serisi verilerinin durağanlığının sınanmasında biçimsel ve biçimsel olmayan yöntemler kullanılmaktadır. Yukarıda bahsedilen grafik analizi ve korelogram analizi biçimsel olmayan yöntemlerdir. Biçimsel yöntemler ise genellikle serinin birim köklü olduğu sıfır hipotezine karşı durağan olduğu alternatif hipotezini sınamak için kullanılabilen yöntemlerdir (Stock ve Watson, 2011: 565). Biçimsel yöntemler ile bir serinin trend içerip içermediği belirlenebildiği gibi bu trendin deterministik mi yoksa stokastik mi olduğu da belirlenebilmektedir (Sevüktekin ve Çınar, 2014:317). Birim kökün varlığının belirlenmesi için kullanılan bu yöntemler birim kök testi olarak ifade edilmektedir. İlk birim kök testi olan Dickey ve Fuller (1979) testinden itibaren günümüze kadar birçok birim kök testi geliştirilmiştir.

Bu çalışmada zaman serisi verilerinde kullanılan birim kök testleri üç farklı sınıflandırma altında incelenmektedir. Birincisi, yapısal değişimlere izin vermeyen (geleneksel) birim kök testleridir. İkincisi, yapısal değişimlere izin veren birim kök testleridir. Son olarak üçüncüsü ise kalıntılarla genişletilmiş (RALS) birim kök testleridir.

İKİNCİ BÖLÜM

2. ZAMAN SERİLERİNDE GELENEKSEL BİRİM KÖK TESTLERİ

Birim kök sınamasında geliştirilen ilk testler, geleneksel birim kök testleri olarak adlandırılmaktadır. İlk birim kök testleri, Fuller (1976) ve Dickey ve Fuller (1979,1981) tarafından geliştirilmiştir. Daha sonrasında Said ve Dickey (1984), Evans ve Savin (1984) Dickey, Bell ve Miller (1986), Diebold ve Nerlove(1990), Kwiatkowski, Phillips, Schmidt ve Shin (1992), Hassler (1994), Stock (1994), Elliot, Rothenberg ve Stock (1996) ve Phillips ve Xiao (1998) gibi farklı birçok birim kök testi geliştirilmiştir.

Bu bölümde uygulamada en yaygın kullanılan, Dickey Fuller (1979), Genişletilmiş Dickey Fuller (1981), Phillips Perron (1988), Kwiatkowski, Phillips, Schmidt ve Shin (1992), Elliot, Rothenberg ve Stock (1996) ve NG - Perron (2001) birim kök testlerinden bahsedilecektir.

2.1. Dickey Fuller (DF) Birim Kök Testi (1979)

Dickey ve Fuller (1979) tarafından geliştirilen bu test, literatürdeki ilk birim kök testidir. Kısaca DF birim kök testi olarak adlandırılmaktadır. Bu testin otoregresif modeli ise aşağıdaki gibidir;

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + e_t \quad t = 1, 2, \dots \quad (2.1)$$

Burada Y_0 ve ρ gerçekte bir sayıdır. e_t ise ortalaması sıfır ve varyansı σ^2 olan bağımsız normal dağılımlı bir hata terimidir. $|\rho| < 1$ ise Y_t zaman serisi durağandır. $|\rho| = 1$ ise Y_t zaman serisi birim köklü olmakta ve rassal yürüyüş modeli sergilemektedir. $|\rho| > 1$ ise seri durağan olmamakta ve t artarsa zaman serisinin varyansı da katlanarak artmaktadır. Modelin hipotezleri kısaca aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$H_0: \rho = 1$$

$$H_1: \rho < 1$$

n gözlemlili bir zaman serisi verildiğinde ρ değerinin en yüksek olasılık tahmincisi, en küçük kareler tahmincisine eşittir.

$$\hat{\rho} = (\sum_{t=1}^n Y_{t-1}^2)^{-1} \sum_{t=1}^n Y_t Y_{t-1} \quad (2.2)$$

$\rho = 1$ sıfır hipotezinin olabilirlik oranı testinin fonksiyonu şöyledir;

$$\hat{\tau} = (\hat{\rho} - 1) Se^{-1} (\sum_{t=2}^n Y_{t-1}^2)^{1/2} \quad (2.3)$$

$$Se^2 = (n - 2)^{-1} \sum_{t=2}^n (Y_t - \hat{\rho} Y_{t-1})^2 \quad (2.4)$$

$\hat{\rho}$ ve $\hat{\tau}$ istatistikleri, sabit terim ve trend içeren modellere genelleştirilmektedir.

DF birim kök testi 3 farklı modelden oluşmaktadır. Bunların ilki sabit terim ve trendin olmadığı model, ikincisi sabit terimin olduğu trendin olmadığı model, üçüncüsü ise sabit terimin ve trendin olduğu modeldir. Bu modeller aşağıdaki gibi ifade edilmektedir (Dickey ve Fuller, 1979: 428).

$$\text{Model (a): } Y_t = \rho Y_{t-1} + e_t \quad (2.5)$$

$$\text{Model (b): } Y_t = \mu + \rho Y_{t-1} + e_t \quad (2.6)$$

$$\text{Model (c): } Y_t = \mu + \beta t + \rho Y_{t-1} + e_t \quad (2.7)$$

Durağan olmayan bir seri, farkı alınarak durağan olmaktadır. Bu yüzden yukarıdaki modellerin birinci farkları alınarak aşağıdaki modeller elde edilmektedir.

$$\text{Model (a): } \Delta Y_t = (\rho - 1) Y_{t-1} + e_t = \delta Y_{t-1} + e_t \quad (2.8)$$

$$\text{Model (b): } \Delta Y_t = \mu + \delta Y_{t-1} + e_t \quad (2.9)$$

$$\text{Model (c): } \Delta Y_t = \mu + \beta t + \delta Y_{t-1} + e_t \quad (2.10)$$

Eşitlik (2.8), (2.9) ve (2.10)'daki denklemler $\delta < 0$ alternatif hipotezine karşın $\delta = 0$ sıfır hipotezi ile test edilmektedir.

Dickey Fuller birim kök testinde standart t istatistikleri yerine τ istatistikleri kullanılamamaktadır. Çünkü $\delta = 0$ sıfır hipotezi altında, tahmin edilmiş δ katsayısının t istatistiği, büyük örneklerde bile t dağılımına uymaz (Gujarati, 2012: 755). Sabit terimsiz ve trendsiz model için τ test istatistiği, sabit terimli ve trendsiz model için τ_μ test istatistiği, sabit terimli ve trendli model için ise τ_τ test istatistiği kullanılmaktadır.

Test istatistiklerinin hesaplanmasında öncelikle n gözlemlili bir Y_t zaman serisi için $(n-1)$ boyutlu vektörler, aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$1' = (1, 1, 1, \dots, 1) \quad (2.11)$$

$$t' = (1 - (n/2), 2 - (n/2), 3 - (n/2), \dots, n - 1 - (n/2)) \quad (2.12)$$

$$Y'_t = (Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n) \quad (2.13)$$

$$Y'_{t-1} = (Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_{n-1}) \quad (2.14)$$

$U_1 = Y_{t-1}$, $U_2 = (1, Y_{t-1})$ ve $U_3 = (1, t, Y_{t-1})$ olmak üzere $\hat{\rho}_\mu$ ve $\hat{\rho}_\tau$ sırasıyla $(U'_2 U_2)^{-1} U'_2 Y_t$ ve $(U'_3 U_3)^{-1} U'_3 Y_t$ vektörlerinin son elemanlarıdır. Buradan hareketle $\rho = 1$ hipotezinin testi için sırasıyla model a, model b ve model c'nin t istatistikleri şöyledir;

$$\hat{t} = (\hat{\rho} - 1)(S_{e1}^2 c_1)^{-1/2} \quad (2.15)$$

$$\hat{t}_\mu = (\hat{\rho}_\mu - 1)(S_{e2}^2 c_2)^{-1/2} \quad (2.16)$$

$$\hat{t}_\tau = (\hat{\rho}_\tau - 1)(S_{e3}^2 c_3)^{-1/2} \quad (2.17)$$

Burada c_k olarak ifade edilen değer $(U'_k U_k)^{-1}$ matrisinin sağ en alt elemanıdır, S_{ek}^2 olarak gösterilen regresyon kalıntı kareler ortalaması ise;

$$S_{ek}^2 = (n - k - 1)^{-1} [Y'_t (I - U_k (U'_k U_k)^{-1} U'_k) Y_t] \quad (2.18)$$

şeklinde hesaplanmaktadır (Dickey ve Fuller, 1979: 428).

Dickey ve Fuller tarafından geliştirilen kritik değerlerin sınırlı olduğuna dair eleştiriler üzerine MacKinnon tarafından 1991 yılında bu test için yeni kritik değerler üretilmiştir. Hesaplanan τ test istatistiğinin mutlak değeri, kritik değerden büyükse serinin birim kök içerdiği sıfır hipotezi reddedilmektedir (Göktaş vd., 2018: 12).

Bu testin boyut ve güç özellikleri ise $e_t \sim NID(0, \sigma^2)$ ve $Y_0 = 0$ için eşitlik 2.1'deki veri yaratma süreci kullanılarak elde edilmektedir. Sonuçlar $n=50, 100, 250$ ve $\rho=0.80, 0.90, 0.95, 0.99, 1.00, 1.02, 1.05$ değerleri için hesaplanmaktadır. $\hat{\rho}$ ve $\hat{t}$ istatistiklerinin performansları genel olarak benzer bulunmakla birlikte $\rho < 1$ için $\hat{\rho}_\mu$ istatistikleri $\hat{t}_\mu$

istatistiklerinden daha güçlü, $\rho > 1$ için ise $\hat{\tau}_\mu$ istatistikleri daha güçlüdür (Dickey ve Fuller, 1979: 430).

2.2. Genişletilmiş Dickey Fuller (ADF) Birim Kök Testi (1981)

DF testindeki hata terimin otokorelasyonsuz olduğu varsayımı pek olası bir durum olmadığından dolayı Dickey ve Fuller (1981), bağımlı değişkenin gecikmeli değerlerini test prosedürlerine ekleyerek genişletilmiş Dickey Fuller (ADF) birim kök testini geliştirmişlerdir. ADF testi aşağıdaki denkleme dayanmaktadır.

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \theta_i (Y_{t-i} - Y_{t-1-i}) + e_t \quad (2.19)$$

Buradan hareketle ADF birim kök testi için genişletilmiş modeller aşağıdaki gibidir.

$$\text{Model (a): } \Delta y_t = \delta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^p Q_i \Delta Y_{t-i} + e_t \quad (2.20)$$

$$\text{Model (b): } \Delta y_t = \mu + \delta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^p Q_i \Delta Y_{t-i} + e_t \quad (2.21)$$

$$\text{Model (c): } \Delta y_t = \mu + \beta t + \delta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^p Q_i \Delta Y_{t-i} + e_t \quad (2.22)$$

Burada gecikme uzunluğunun belirlenmesi önemli bir sorundur. Bunun için genellikle Akaike Bilgi Kriteri (AIC) veya Schwartz Bayesian Kriteri (SIC) kullanılmaktadır (Asteriou ve Hall, 2007: 197).

ADF testinde kullanılan hipotez ve test istatistikleri DF testi ile aynı olduğu için kritik değer tabloları da aynıdır. (Dickey ve Fuller, 1981: 1061).

2.3. Phillips Perron (PP) Birim Kök Testi(1988)

DF testindeki otokorelasyon sorununu çözmek için ADF testinde modele bağımlı değişkenin gecikmeli terimleri eklenmekteydi. Phillips ve Perron (1988) tarafından geliştirilen PP testinde ise bu sorun için parametrik olmayan bir düzeltme yöntemi önerilmektedir. Bu testte, ADF testinin aksine hata teriminin zayıf bağımlı ve heterojen dağılıma izin verilmektedir. DF ve ADF testlerinden daha güçlü sonuçlar veren PP testinde kullanılan veri yaratma süreci şöyledir;

$$y_t = \alpha y_{t-1} + \hat{u}_t \quad (t=1, 2, \dots) \quad (2.23)$$

$$\alpha = 1 \quad (2.24)$$

Eşitlik (2.23)'ün başlangıç koşulu, $t=0$ ve y_0 ise rassal bir değişken olmasıdır. En küçük kareler (EKK) regresyonları ise aşağıdaki gibidir (Phillips ve Perron, 1998: 338).

$$y_t = \hat{\mu} + \hat{\alpha}y_{t-1} + \hat{u}_t \quad (2.25)$$

$$y_t = \tilde{\mu} + \tilde{\beta}(t - \frac{1}{2}T) + \tilde{\alpha}y_{t-1} + \tilde{u}_t \quad (2.26)$$

Burada $(\hat{\mu}, \hat{\alpha})$ ve $(\tilde{\mu}, \tilde{\beta}, \tilde{\alpha})$, EKK regresyon katsayılarıdır. Verilerin eşitlik (2.23) ve (2.24) tarafından üretildiği hipotezi altında, yukarıdaki regresyonlar için t istatistikleri ise şöyledir;

$$t_{\hat{\alpha}} = (\hat{\alpha} - \alpha) \{ \sum (y_{t-1} - \bar{y}_{-1})^2 \}^{\frac{1}{2}} / \hat{s} \quad (2.27)$$

$$t_{\hat{\mu}} = (\hat{\mu} - \mu) \{ \sum (y_{t-1} - \bar{y}_{-1})^2 / \sum y_{t-1}^2 \}^{1/2} / \hat{s} \quad (2.28)$$

$$t_{\tilde{\mu}} = (\tilde{\mu} - \mu) / (\tilde{s}^2 c_1)^{\frac{1}{2}} \quad (2.29)$$

$$t_{\tilde{\beta}} = (\tilde{\beta} - \beta) / (\tilde{s}^2 c_2)^{\frac{1}{2}} \quad (2.30)$$

$$t_{\tilde{\alpha}} = (\tilde{\alpha} - \alpha) / (\tilde{s}^2 c_3)^{\frac{1}{2}} \quad (2.31)$$

Burada $\hat{s}$ ve $\tilde{s}$, eşitlik (2.25) ve (2.26)'daki regresyonlara ait standart hataları ve c_i ise $(X'X)^{-1}$ matrisinin i . köşegen elemanını göstermektedir. $\bar{y}_{-1} = T^{-1} \sum y_{t-1}$ olmaktadır.

Regresyon katsayılarının limit dağılımı ve t istatistikleri, σ^2 ve σ_u^2 parametrelerine bağlıdır. Bu σ^2 ve σ_u^2 varyansları, parametre bağımlılığını asimptotik olarak gidermek için tutarlı olarak tahmin edilmelidir (Phillips ve Perron, 1998: 338). σ_u^2 'nin tutarlı tahmini, (2.23) ve (2.24) numaralı denklemler için $\hat{s}^2$, $\tilde{s}^2$ ve $s^2 = T^{-1} \sum (y_t - y_{t-1})^2$ ile sağlanmaktadır. σ^2 uzun dönem varyansının tutarlı tahmincisi ise Newey-West tahmincisi kullanılarak aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır.

$$\hat{\sigma}_{Tl}^2 = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{u}_t^2 + 2T^{-1} \sum_{s=1}^l w_{sl} \sum_{t=s+1}^T \hat{u}_t \hat{u}_{t-s} \quad (2.32)$$

Burada $w_{sl} = 1 - s/(l + 1)$ olarak tanımlanmaktadır.

Eşitlik (2.25) ve (2.26) regresyonlarındaki geleneksel test istatistikleri, parametre bağımlılığını asimptotik olarak gidermek için dönüştürülerek aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır.

$$Z(\hat{\alpha}) = T(\hat{\alpha} - 1) - \hat{\lambda}/\bar{m}_{yy}, \quad (2.33)$$

$$Z(t_{\hat{\alpha}}) = (\hat{s}/\hat{\sigma}_{Tl})t_{\hat{\alpha}} - \hat{\lambda}'\hat{\sigma}_{Tl}/\bar{m}_{yy}^{\frac{1}{2}}, \quad (2.34)$$

$$Z(t_{\hat{\mu}}) = (\hat{s}/\hat{\sigma}_{Tl})t_{\hat{\mu}} - \hat{\lambda}'\hat{\sigma}_{Tl}m_y/\bar{m}_{yy}^{\frac{1}{2}}m_{yy}^{\frac{1}{2}}. \quad (2.35)$$

$$Z(\tilde{\alpha}) = T(\tilde{\alpha} - 1) - \tilde{\lambda}/M, \quad (2.36)$$

$$Z(t_{\tilde{\alpha}}) = (\tilde{s}/\tilde{\sigma}_{Tl})t_{\tilde{\alpha}} - \tilde{\lambda}'\tilde{\sigma}_{Tl}/M^{\frac{1}{2}} \quad (2.37)$$

$$Z(t_{\tilde{\mu}}) = (\tilde{s}/\tilde{\sigma}_{Tl})t_{\tilde{\mu}} - \tilde{\lambda}'\tilde{\sigma}_{Tl}m_y/M^{\frac{1}{2}}(M + m_y^2)^{\frac{1}{2}} \quad (2.38)$$

$$Z(t_{\tilde{\beta}}) = (\tilde{s}/\tilde{\sigma}_{Tl})t_{\tilde{\beta}} - \tilde{\lambda}'\tilde{\sigma}_{Tl}(\frac{1}{2}m_y - m_{ty})/(M/12)^{\frac{1}{2}}\bar{m}_{yy}^{\frac{1}{2}}. \quad (2.39)$$

Burada $Z(\hat{\alpha})$, $Z(t_{\hat{\alpha}})$ ve $Z(t_{\hat{\mu}})$ test istatistikleri, eşitlik (2.25)'deki model için, $Z(\tilde{\alpha})$, $Z(t_{\tilde{\alpha}})$, $Z(t_{\tilde{\mu}})$ ve $Z(t_{\tilde{\beta}})$ test istatistikleri, eşitlik (2.26)'daki model için elde edilmektedir. m_{yy} , M ve $\hat{\lambda}$ ise şöyle hesaplanmaktadır;

$$m_{yy} = T^{-2} \sum y_t^2, \bar{m}_{yy} = T^{-2} \sum (y_t - \bar{y})^2, m_y = T^{-3/2} \sum y_t, m_{ty} = T^{-5/2} \sum ty_t \quad (2.40)$$

$$M = (1 - T^{-2})m_{yy} + 12m_{ty}^2 + 12(1 + T^{-1})m_{ty}m_y - (4 + 6T^{-1} + 2T^{-2})m_y^2 \quad (2.41)$$

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{2}(\hat{\sigma}_{Tl}^2 - \hat{s}^2), \hat{\lambda}' = \hat{\lambda}/\hat{\sigma}_{Tl}^2, \tilde{\lambda} = \frac{1}{2}(\tilde{\sigma}_{Tl}^2 - \tilde{s}^2) \text{ ve } \tilde{\lambda}' = \tilde{\lambda}/\tilde{\sigma}_{Tl}^2. \quad (2.42)$$

Kritik değerler için kullanılan tablo, DF birim kök testinde kullanılan tablo ile aynıdır (Phillips ve Perron, 1998).

2.4. Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS) Durağanlık Testi (1992)

Kwiatkowski, Phillips, Schmidt ve Shin tarafından 1992 yılında geliştirilen bu test DF, ADF ve PP testlerindeki gibi birim kök testi olarak değil de durağanlık testi olarak ifade edilmektedir. Durağanlık testi olarak ifade edilmesinin nedeni, bir zaman serisinin durağan olduğu sıfır hipotezine karşı birim köklü olduğu alternatif hipotezi ile sınama yapılmasıdır. Birim kök sıfır hipotezini kullanan testlerde sıfır hipotezi kabul edilme yönünde bir eğilim göstermektedir. Bunun nedeni ise çoğu ekonomik zaman serisinin birim kökün varlığı ya da yokluğu konusunda çok bilgilendirici olmaması ile birlikte standart birim kök testlerinin de alternatif hipotezlerinin çok güçlü olmamasıdır (Kwiatkowski vd., 1992: 160).

Sıfır hipotezi altında bir serinin deterministik bir trend etrafında durağan olduğunu varsayılan bu testin modeli ise deterministik trend, rassal yürüyüş ve durağan hatanın toplamı olarak ifade edilmektedir. Trend durağanlık sıfır hipotezi, rassal yürüyüşün sıfır varyansa sahip olduğu sıfır hipotezine karşılık gelmektedir.

LM (Lagrange Multiplier) test istatistiklerinin kullanıldığı bu testin modeli ise şöyledir;

$$y_t = \xi t + r_t + \varepsilon_t \quad (2.43)$$

$$r_t = r_{t-1} + u_t \quad (2.44)$$

Burada ξt deterministik trend, r_t rassal yürüyüş, ε_t ise durağan hataları ifade etmektedir. ε_t durağan olduğu varsayıldığı için sıfır hipotezi altında y_t de trend durağandır. u_t iid($0, \sigma_u^2$)'dir. r_0 başlangıç değeri ise modelin sabit terimidir. Eşitlik (2.43)'deki denklemde $\xi = 0$ olursa, model sıfır hipotezi altında trend durağan yerine sabit etrafında durağan olarak ifade edilmektedir.

Modelin hipotezleri şöyledir;

$$H_0: \sigma_u^2 = 0$$

$$H_1: \sigma_u^2 < 0$$

Burada sıfır hipotezi, serinin durağan olduğunu, alternatif hipotez ise serinin birim köklü olduğunu ima etmektedir.

Kwiatkowski vd. (1992) bu hipotezleri test etmek için Nabeya ve Tanaka'nın 1988'deki çalışmalarında kullandıkları regresyon modelini kullanmaktadırlar. Bu model şöyledir;

$$y_t = x_t \beta_t + z_t' \gamma + \varepsilon_t \quad (2.45)$$

Bu modelde de $\sigma_u^2=0$ sıfır hipotezini test ederler. Kwiatkowski vd. (1992) tarafından geliştirilen modeldeki r_t bu modeldeki β_t 'ye, t ise z_t 'ye eşittir. Bu modeldeki x_t ise eşitlik (2.43)'deki bütün t dönemleri için 1'e eşittir. $t = 1, 2, \dots, T$ iken e_t regresyondan elde edilen kalıntıları göstermektedir. Kalıntıların kısmi toplamı ise;

$$S_t = \sum_{i=1}^t e_i \quad t=1, 2, \dots, T \quad (2.46)$$

şeklindedir ve buradan elde edilen LM test istatistiği ise aşağıdaki gibidir;

$$LM = \sum_{t=1}^T S_t^2 / \hat{\sigma}_\varepsilon^2 \quad (2.47)$$

LM istatistiği, ε_t hatalarının iid $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ olduğu varsayımı altında türetilmiştir. Bu varsayım gerçekçi olmadığı için hatalarla ilgili zayıf varsayımlar altında istatistiğin asimptotik dağılımı ele alınmalıdır. Böyle durumlarda $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ yerine σ^2 kullanılır.

$$\sigma^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} T^{-1} E(S_T^2) \quad (2.48)$$

Burada σ^2 'nin tutarlı tahmincisi olarak Phillips (1987) veya Phillips ve Perron'da (1988) olduğu gibi $s^2(l)$ kullanılmaktadır.

$$s^2(l) = T^{-1} \sum_{t=1}^T e_t^2 + 2T^{-1} \sum_{s=1}^l w(s, l) \sum_{t=s+1}^T e_t e_{t-s} \quad (2.49)$$

Burada $w(s, l)$, bir ağırlıklandırma fonksiyonudur. Newey ve West'te (1987) olduğu gibi $w(s, l) = 1 - s/(l + 1)$ 'dir. Bu da $s^2(l)$ 'nin negatif olmamasını sağlamaktadır. Gerekli düzenlemelerden sonra KPSS test istatistiği aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$\hat{\eta} = T^{-2} \sum \frac{S_t^2}{s^2(l)} \quad (2.50)$$

Burada kalıntılar iid olmadığı için test istatistiğinin T^{-2} ile normalize edilmektedir. Bu test istatistiği, düzey durağan süreç için $\hat{\eta}_\mu$, trend durağan süreç için ise $\hat{\eta}_\tau$ olarak tanımlanmaktadır.

Test istatistiği için kritik değerler Kwiatkowski vd. (1992) tarafından elde edilmiş olup hesaplanan test istatistiği kritik değerden büyük ise sıfır hipotezi reddedilmektedir. $\hat{\eta}_\mu$ ve $\hat{\eta}_\tau$ testlerinin boyut özellikleri örneklem büyüklüğüne (T) ve $s^2(l)$ değerini hesaplamak için kullanılan gecikme sayısına (l) bağlıdır. T 'nin küçük ve l 'nin büyük olması durumu haricinde testler iyi boyut özellikleri göstermektedir. $\hat{\eta}_\mu$ ve $\hat{\eta}_\tau$ testlerinin güç özellikleri ise T ve λ ($\lambda = \sigma_u^2/\sigma_\varepsilon^2$) değerine bağlıdır. T ve λ değeri arttıkça güç özellikleri de artmaktadır (Kwiatkowski vd., 1992).

2.5. Elliot, Rothenberg ve Stock (DF-GLS) Birim Kök Testi(1996)

Bu test, bir seride, bilinmeyen bir ortalama veya doğrusal bir trend olduğunda DF testinin gücünü arttırmak için Elliot vd. (1996) tarafından geliştirilmiştir. Serinin trendden arındırılması için Genelleştirilmiş En Küçük Kareler Yöntemi ile DF birim kök testinin değiştirilmiş bir versiyonu olan DF-GLS (Genelleştirilmiş en küçük kareler) birim kök testi kullanılmaktadır. Seride deterministik trend yoksa DF-GLS testi, DF birim kök testi ile aynı etkinliğe sahip olacağı için modelde sabit terim ya da deterministik trendin yer alması gerekmektedir. Testte kullanılan model aşağıdaki veri yaratma sürecine dayanmaktadır;

$$y_t = d_t + u_t \quad (2.51)$$

$$u_t = \alpha u_{t-1} + v_t \quad (2.52)$$

Burada d_t deterministik bileşendir ve v_t ise spektral yoğunluk fonksiyonunun sıfır frekansında pozitif olduğu, durağan sıfır ortalamaya sahip bir hata sürecidir.

Bu testin hipotezleri;

$H_0: \alpha=1$ (y_t 'nin birinci dereceden bütünleşik olduğu anlamına gelir)

$H_1: \alpha<1$ (y_t 'nin sıfır dereceden bütünleşik olduğu anlamına gelir)

şeklinde oluşturulmaktadır.

Deterministik terim d_t biliniyorken logaritmik olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$L(\alpha) = [\Delta u - (\alpha - 1)u_{-1}]' \Sigma^{-1} [\Delta u - (\alpha - 1)u_{-1}] \quad (2.53)$$

Burada $\Delta u = (u_1, u_2 - u_1, \dots, u_T - u_{T-1})'$, $u_{-1} = (0, u_1, \dots, u_{T-1})'$ olarak ifade edilmektedir. Σ ise $v_1, \dots, v_T$ için tekil olmayan varyans-kovaryans matrisidir. $\alpha = \bar{\alpha}$ alternatif hipotezine karşın $\alpha=1$ sıfır hipotezi ile sınanmaktadır. Benzerlik oran test istatistiği ise şöyledir;

$$L(\bar{\alpha}) - L(1) = \bar{c}^2 T^{-2} u'_{-1} \Sigma^{-1} u_{-1} - 2\bar{c} T^{-1} u'_{-1} \Sigma^{-1} \Delta u \quad (2.54)$$

Burada $\bar{c} = T(\bar{\alpha} - 1)$ olarak ayarlanmaktadır.

DF-GLS testinde y_t serisi yerine trendden arındırılmış seri kullanılmalıdır. Trendden arındırılmış seri ise y_t^d olarak ifade edilmekte ve aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$y_t^d = y_t - \hat{\beta}' z_t \quad (2.55)$$

Seri trendden arındırıldıktan sonra DF testi uygulanır. DF-GLS test istatistiği aşağıdaki denklemden hesaplanmaktadır.

$$\Delta y_t^d = \alpha_0 y_t^d + \alpha_1 y_{t-1}^d + \dots + \alpha_p y_{t-p}^d + \varepsilon_t \quad (2.56)$$

Bu test için kritik değerler Elliot vd. (1996) tarafından Monte Carlo simülasyonları ile elde edilmiştir (Elliott vd., 1996).

2.6. NG ve Perron Birim Kök Testi (2001)

Ng Perron (2001) birim kök testi, Phillips ve Perron (1988) testinde ortaya çıkan hata terimindeki boyut dağılım çarpıklığı sorununu düzeltmeye çalışmaktadır. İlk olarak NG ve Perron (1996) tarafından geliştirilen bu testler M testleri olarak ifade edilmekte ve değiştirilmiş bir bilgi kriteri olan MIC yöntemi kullanılmaktadır. Bu test ayrıca Perron ve NG (1996) tarafından geliştirilen testteki verilerin genelleştirilmiş en küçük kareler trendlerinin giderilmesine izin verecek şekilde genişletilmiştir.

Veri yaratma süreci şu şekildedir;

$$y_t = d_t + u_t \quad (2.57)$$

$$u_t = \alpha u_{t-1} + v_t \quad (2.58)$$

Perron ve NG (1996) testinde, toplu olarak M testleri olarak adlandırılan MZ_α , MZ_t ve MSB testleri şu şekilde tanımlanmaktadır (deterministik terimin olmadığı durum için);

$$MZ_\alpha = (T^{-1}y_T^2 - s_{AR}^2)(2T^{-2} \sum_{t=1}^T y_t^2)^{-1} \quad (2.59)$$

$$MSB = (T^{-2} \sum_{t=1}^T y_{t-1}^2 / s_{AR}^2)^{1/2} \quad (2.60)$$

$$MZ_t = MZ_\alpha \times MSB \quad (2.61)$$

Burada s_{AR}^2 , v_t 'nin sıfır frekansta spektral yoğunluk fonksiyonunun otoregresif tahmini olup aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir.

$$s_{AR}^2 = \hat{\sigma}_k^2 / (1 - \hat{\beta}(1))^2 \quad (2.62)$$

Burada $\hat{\beta}(1) = \sum_{i=1}^k \hat{\beta}_i$, $\hat{\sigma}_k^2 = (T - k)^{-1} \sum_{t=k+1}^T \hat{e}_{tk}^2$ olarak hesaplanmakta olup $\hat{\sigma}_k^2$ ve $\hat{\beta}_i$ ise aşağıdaki otoregresyondan elde edilen EKK tahmincileridir;

$$\Delta Y_t = d_t + \beta_0 Y_{t-1} + \sum_{j=1}^k \beta_j \Delta Y_{t-j} + e_{tk}. \quad (2.63)$$

Perron ve Ng (1996) negatif hareketli ortalama hataları durumunda, otoregresif spektral yoğunluk tahmin edicisi ve uygun olarak belirlenmiş bir k ile birlikte kullanılan M testlerinin, literatürdeki çoğu birim kök testlerinden çok daha küçük boyutta bozulmalara sahip olduğunu göstermişlerdir.

NG ve Perron (2001) testinde GLS trendlerinden arındırılmış seri aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$\tilde{y}_t = y_t - \hat{\psi}' z_t \quad (2.64)$$

$\hat{\psi}$ değeri $S(\bar{\alpha}, \psi) = (y^{\bar{\alpha}} - \psi' z^{\bar{\alpha}})'(y^{\bar{\alpha}} - \psi' z^{\bar{\alpha}})$ ile en aza indirilmektedir. v_t , iid ise $\alpha = \bar{\alpha}$ alternatif hipotezine karşı $\alpha = 1$ sıfır hipotezinin en uygun nokta testi olabilirlik oranı testidir $(S(\bar{\alpha}) = \min_{\psi} S(\bar{\alpha}, \psi))$ ile $L = S(\bar{\alpha}) - S(\bar{1})$. v_t serisel korelasyonlu ise test istatistiği $P_T = [S(\bar{\alpha}) - \bar{\alpha}S(1)]/s_{AR}^2$ olarak hesaplanmaktadır. Elliot vd. (1996) tarafından geliştirilen DF^{GLS} istatistikleri aşağıdaki EKK regresyonundan $\beta_0 = 0$ için hesaplanmaktadır.

$$\Delta \tilde{y}_t = \beta_0 \tilde{y}_{t-1} + \sum_{j=1}^k \beta_j \Delta \tilde{y}_{t-j} + e_{tk} \quad (2.65)$$

GLS trendlerinden arındırılarak dönüştürülmüş MZ_{α}^{GLS} , MZ_{α}^{GLS} ve MSB^{GLS} test istatistikleri aynı benzer boyut ve güç özellikleri gösterdiği için M^{GLS} testleri olarak adlandırılmaktadır. M^{GLS} testleri, M testlerinden daha iyi güç özellikleri göstermektedir. Ayrıca M^{GLS} testleri, DF^{GLS} gibi en uygun nokta test ile yerel asimptotik güce ulaşmaktadır. Değiştirilmiş iki en uygun nokta testi ise aşağıdaki gibi ele alınmaktadır.

Sabitli seri için:

$$MP_T^{GLS} = [\bar{c}^2 T^{-2} \sum_{t=1}^T \tilde{y}_{t-1}^2 \bar{c} T^{-1} \tilde{y}_T^2] / S_{AR}^2 \quad (2.66)$$

Sabitli ve trendli seri için:

$$MP_T^{GLS} = [\bar{c}^2 T^{-2} \sum_{t=1}^T \tilde{y}_{t-1}^2 (1 - \bar{c}) T^{-1} \tilde{y}_T^2] / s_{AR}^2 \quad (2.67)$$

NG ve Perron (2001), Akaike ve Schwarz bilgi kriterlerini değiştirerek MIC olarak adlandırılan yeni bilgi kriteri geliştirmişlerdir. Bu bilgi kriteri (MIC) ise şöyle hesaplanmaktadır;

$$MIC(k) = \ln(\sigma_k^2) + \frac{C_T(\tau_T(k) + (k))}{T - k_{max}} \quad (2.68)$$

Burada $\tau_T(k) = (\hat{\sigma}_k^2)^{-1} \hat{\beta}_0^2 \sum_{t=k_{max}+1}^T \tilde{y}_{t-1}^2$ ve $\hat{\sigma}_k^2 = (T - k_{max})^2 \sum_{t=k_{max}+1}^T \hat{e}_{tk}^2$ olarak hesaplanmaktadır (Ng ve Perron, 2001).

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3. ZAMAN SERİLERİNDE YAPISAL DEĞİŞİMLERE İZİN VEREN BİRİM KÖK TESTLERİ

Zaman serilerindeki durağan olmamanın nedenlerinden biri yapısal kırılmalardır. Ekonomide yapısal kırılma durumu ekonomik krizler, doğal afetler ve ekonomik politikadaki değişiklikler gibi nedenlerden kaynaklanmaktadır. Yapısal kırılmalar bir zaman serisinin düzeyini, trendini veya hem düzeyini hem de trendini aynı anda etkilemektedir. Zaman serilerinde kırılmalar genellikle kukla değişkenler ile analiz edilmektedir. Bazı testler kırılmaların aniden gerçekleştiği, bazı testler ise kırılmaların yumuşak geçişli olarak gerçekleştiği varsayımlarından hareket etmektedir (Mert ve Çağlar, 2019: 125).

Durağan zaman serileri bir yapısal kırılmaya maruz kaldıklarında geleneksel birim kök testleri ile analiz edilirse durağan dışılığı ifade eden sıfır hipotezi reddedilememektedir. Bu nedenle gerçekte durağan olan bir seri çoğunlukla durağan dışı bulunabilmektedir. Bu durumda geleneksel birim kök testleri yerine yapısal değişimi dikkate alan testleri kullanmak daha doğru olmaktadır (Sevüktekin ve Çınar, 2014: 414).

Bu bölümde yapısal değişimlere izin veren birim kök testleri iki alt başlık altında incelenecektir. İlk olarak kırılmaların aniden gerçekleştiği varsayılan yapısal kırılmalı birim kök testlerine daha sonrasında ise kademeli kırılmalı (Fourier fonksiyonlu) birim kök testlerine yer verilecektir.

3.1. Yapısal Kırılmalı Birim Kök Testleri

Bu kısımda yapısal kırılmalara izin veren birim kök testlerinden bahsedilecektir. Bu testlerden ilki Perron (1989) tarafından geliştirilen birim kök testidir. Kırılma noktasının tek olduğu ve bu noktanın da bilindiği varsayımıyla oluşturulmuştur. Bu testteki kırılma noktalarının bilinmesi varsayımını Zivot Andrews (1992) eleştirerek kırılmaların içsel olarak belirlendiği ve tek kırılmalı birim kök testini geliştirmişlerdir. Perron (1989) testinin bir düzenlemesi olarak önerilen Perron (1997) birim kök testinde, yapısal kırılma içsel olarak belirlenmektedir. Lumsdaine Papell (1997) birim kök testinde

ise kırılmalar yine içsel olarak belirlenmekte ve burada iki yapısal kırılmaya izin verilmektedir. 2010 yılında Narayan ve Popp tarafından geliştirilen birim kök testi de ADF birim kök testlerinde çift kırılmaya izin vermektedir. Lee Strazicich tarafından 2003 ve 2004 yıllarında geliştirilen testler ise Lagrange Çarpanı birim kök testleridir. Perron Rodriguez (2003) birim kök testi, NG Perron (2001) tarafından geliştirilen M tipi birim kök testlerini bir kırılma için genişletmişlerdir. Kurozumi tarafından 2002 yılında geliştirilen test ise tek kırılmaya izin veren bir durağanlık testidir. Carrion-i Silvestre ve Sanso (2005) durağanlık testi ise iki kırılma içermektedir. Narayan Popp (2010) testi de iki kırılmalı ADF birim kök testidir.

3.1.1. Perron Birim Kök Testi (1989)

Perron (1989) tarafından geliştirilen bu birim kök testinde sıfır ve alternatif hipotez altında düzeyde veya trendde bir kırılmaya izin verilmektedir. Kırılma tarihi dışsal olarak belirlenmektedir.

Sıfır hipotezi serilerin bir kırılma ile birim köklü olduğunu ifade etmektedir. Sıfır hipotezi altında test istatistiği üç farklı model için hesaplanmaktadır. Bunlardan ilki sabitte bir kırılmaya izin veren Model A, ikincisi trendde bir kırılmaya izin veren Model B, diğeri ise sabitte ve trendde bir kırılmaya izin veren Model C'dir. Bu modeller aşağıdaki gibi ifade edilirler.

$$\text{Model A: } y_t = \mu + dD(TB)_t + y_{t-1} + e_t \quad (3.1)$$

$$\text{Model B: } y_t = \mu_1 + y_{t-1} + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + e_t \quad (3.2)$$

$$\text{Model C: } y_t = \mu_1 + y_{t-1} + dD(TB)_t + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + e_t \quad (3.3)$$

Burada, T_B kırılma zamanı olarak ifade edilmektedir. $t = T_B + 1$ ise $D(TB)=1$, diğer durumlarda ise $D(TB)=0$ 'dır. $t > T_B$ ise $DU_t = 1$, diğer durumlarda ise $DU_t = 0$ 'dır (Perron, 1989: 1364).

Alternatif hipotez altında ise aşağıdaki üç model analiz edilmektedir;

$$\text{Model A: } y_t = \mu_1 + \beta t + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + e_t \quad (3.4)$$

$$\text{Model B: } y_t = \mu + \beta_1 t + (\beta_2 - \beta_1)DT_t^* + e_t \quad (3.5)$$

$$\text{Model C: } y_t = \mu_1 + \beta_1 t + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + (\beta_2 - \beta_1)DT_t^* + e_t \quad (3.6)$$

DT_t^* , $t > T_B$ ise $t - T_B$ ’e, diğer durumlarda ise 0’a eşittir. DT_t ise $t > T_B$ iken t ’ye diğer durumlarda 0’a eşittir.

Perron (1989), Dickey-Fuller tipi bir regresyon modeli kullanmaktadır.

$$y_t = \tilde{\mu} + \tilde{\beta}t + \tilde{\alpha}y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \tilde{c}_i y_{t-i} + \tilde{e}_t, \quad (3.7)$$

Perron, eşitlik (3.7)’e kukla değişkenler ekleyerek Dickey-Fuller regresyonlarını genişletmektedir. Sırasıyla model (A), (B) ve (C) için elde edilen regresyonlar şöyledir;

$$y_t = \hat{\mu}^A + \hat{\theta}^A DU_t + \hat{\beta}^A t + \hat{d}^A D(TB)_t + \hat{\alpha}^A y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \hat{c}_i \Delta y_{t-i} + \hat{e}_t \quad (3.8)$$

$$y_t = \hat{\mu}^B + \hat{\theta}^B DU_t + \hat{\beta}^B t + \hat{\gamma}^B DT_t^* + \hat{\alpha}^B y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \hat{c}_i \Delta y_{t-i} + \hat{e}_t \quad (3.9)$$

$$y_t = \hat{\mu}^C + \hat{\theta}^C DU_t + \hat{\beta}^C t + \hat{\gamma}^C DT_t + \hat{d}^C D(TB)_t + \hat{\alpha}^C y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \hat{c}_i \Delta y_{t-i} + \hat{e}_t \quad (3.10)$$

Yukarıdaki modellere ait sıfır hipotezleri sırasıyla aşağıdaki gibidir;

$$\text{Model A: } \alpha^A = 1, \beta^A = 0, \theta^A = 0$$

$$\text{Model B: } \alpha^B = 1, \gamma^B = 0, \beta^B = 0$$

$$\text{Model C: } \alpha^C = 1, \gamma^C = 0, \beta^C = 0$$

Trend durağan süreci gösteren alternatif hipotezler ise;

$$\text{Model A: } \alpha^A < 1, \beta^A \neq 0, \theta^A \neq 0$$

$$\text{Model B: } \alpha^B < 1, \beta^B \neq 0, \gamma^B \neq 0$$

$$\text{Model C: } \alpha^C < 1, \beta^C \neq 0, \gamma^C \neq 0, \theta^C \neq 0$$

olarak ifade edilmektedir.

Perron (1989) birim kök testi için test istatistiği aşağıdaki denklemden EKK ile hesaplanmaktadır.

$$\tilde{y}_t^i = \tilde{\alpha}^i \tilde{y}_{t-1}^i + \tilde{e}_t \quad (i = A, B, C; t = 1, 2, \dots, T) \quad (3.11)$$

Burada $\tilde{y}_t^i$, eşitlik (3.8), (3.9) ve (3.10)'dan elde edilen kalıntılar ve $\tilde{\alpha}$ ise α' 'nin EKK tahminidir. $\tilde{\alpha}^i = 0$ sıfır hipotezi altında $\tilde{\alpha}^i$ 'nin t istatistikleri $t_{\tilde{\alpha}^i}$ olarak adlandırılmaktadır. Bu denklem aşağıdaki şekilde genişletilebilir;

$$\tilde{y}_t^i = \tilde{\alpha}^i \tilde{y}_{t-1}^i + \sum_{j=1}^k \tilde{c}_j \Delta \tilde{y}_{t-j}^i + \tilde{e}_t \quad (i = A, B, C) \quad (3.12)$$

Bu birim kök testi için kritik değerler Perron (1989) tarafından dokuz farklı λ ($\lambda = TB/T$) değeri için oluşturulmaktadır. Hesaplan test istatistiği kritik değerden küçük ise sıfır hipotezi reddedilmektedir (Perron, 1989).

3.1.2. Zivot Andrews Birim Kök Testi (1992)

Zivot ve Andrews (1992) tarafından gerçekleştirilen ve tek kırılmalı ADF testi olarak ifade edilen bu testte Perron (1989)'un aksine kırılma tarihi içsel olarak belirlenmektedir. Bu testte, trendde bir kırılmaya izin veren trend durağanlık alternatif hipotezine karşı birim kök temel hipotezi kullanılmaktadır. Zivot Andrews birim kök testinde 3 ayrı model geliştirilmiştir. Birinci model düzeyde tek kırılmaya, ikinci model trendde tek kırılmaya, üçüncü model ise hem düzey hem de trendde tek kırılmaya izin vermektedir (Zivot ve Andrews, 1992: 251). Temel hipotez altındaki modeller aşağıdaki gibidir.

$$\text{Model (A):} \quad y_t = \mu + dD(T_B)_t + y_{t-1} + e_t \quad (3.13)$$

$$\text{Model (B):} \quad y_t = \mu_1 + y_{t-1} + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + e_t \quad (3.14)$$

$$\text{Model (C):} \quad y_t = \mu_1 + y_{t-1} + dD(T_B)_t + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + e_t \quad (3.15)$$

$$D(T_B)_t = \begin{cases} 1, & t = T_B + 1 \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

$$DU_t = \begin{cases} 1, & t > T_B \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

Trend durağanlık alternatif hipotezi için oluşturulan modeller;

$$\text{Model (A):} \quad y_t = \mu_1 + \beta t + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + e_t \quad (3.16)$$

$$\text{Model (B):} \quad y_t = \mu + \beta_1 t + (\beta_2 - \beta_1)DT_t^* + e_t \quad (3.17)$$

$$\text{Model (C): } y_t = \mu + \beta_1 t + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + (\beta_2 - \beta_1)DT_t^* + e_t \quad (3.18)$$

$$DT_t^* = \begin{cases} t - T_B, & t > T_B \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

Perron (1989)'un ADF tipi regresyonlar kullanarak oluşturduğu model A, model B ve model C aşağıdaki gibidir;

$$y_t = \hat{\mu}^A + \hat{\theta}^A DU_t + \hat{\beta}^A t + \hat{d}^A D(T_B)_t + \hat{\alpha}^A y_{t-1} + \sum_{j=1}^k \hat{c}_j^A \Delta y_{t-j} + \hat{e}_t, \quad (3.19)$$

$$y_t = \hat{\mu}^B + \hat{\beta}^B t + \hat{\gamma}^B DT_t^* + \hat{\alpha}^B y_{t-1} + \sum_{j=1}^k \hat{c}_j^B \Delta y_{t-j} + \hat{e}_t, \quad (3.20)$$

$$y_t = \hat{\mu}^C + \hat{\beta}^B t + \hat{\gamma}^B DT_t^* + \hat{\alpha}^B y_{t-1} + \sum_{j=1}^k \hat{c}_j^B \Delta y_{t-j} + \hat{e}_t. \quad (3.21)$$

Model (B) için Zivot ve Andrews, Perron'un (1989) kullandığı model yerine aşağıdaki modeli kullanmışlardır.

$$\tilde{y}_t^B = \hat{\alpha}^B \tilde{y}_{t-1}^B + \sum_{j=1}^k \hat{c}_j^B \Delta \tilde{y}_{t-j}^B + \hat{e}_t. \quad (3.22)$$

Burada $\tilde{y}_t^B$, y_t 'nin, bir sabit, zaman trendi ve DT_t^* ile regresyondan elde edilen kalıntılardır. Perron (1989), birim kökün varlığını test etmek için aşağıdaki istatistikleri kullanmıştır.

$$t_{\hat{\alpha}^i}(\lambda) \quad i=A,B,C \quad (3.23)$$

Eşitlik (3.23)'de $\alpha^i = 1$ için standart t istatistiklerini ifade etmektedir. Bu istatistikler, kırılma noktasının yerine ($\lambda = T_B/T$) bağlıdır.

Zivot ve Andrews'in çalışmalarında ise eşitlik (3.23) farklı şekilde yorumlanmaktadır. Burada sıfır hipotezi altında λ kırılma fonksiyonu Perron'un aksine içsel olarak belirlenmektedir (Zivot ve Andrews, 1992: 254). Üç model için sıfır hipotezi şöyledir;

$$y_t = \mu + y_{t-1} + e_t. \quad (3.24)$$

Birim kök testi için kullanılan regresyonlar ise şu şekildedir:

$$y_t = \hat{\mu}^A + \hat{\theta}^A DU_t(\hat{\lambda}) + \hat{\beta}^A t + \hat{\alpha}^A y_{t-1} + \sum_{j=1}^k \hat{c}_j^A \Delta y_{t-j} + \hat{e}_t \quad (3.25)$$

$$y_t = \hat{\mu}^B + \hat{\beta}^B t + \hat{\gamma}^B DT_t^*(\hat{\lambda}) + \hat{\alpha}^B y_{t-1} + \sum_{j=1}^k \hat{c}_j^B \Delta y_{t-j} + \hat{e}_t \quad (3.26)$$

$$y_t = \hat{\mu}^C + \hat{\theta}^C DU_t(\hat{\lambda}) + \hat{\beta}^C t + \hat{\gamma}^C DT_t^*(\hat{\lambda}) + \hat{\alpha}^C y_{t-1} + \sum_{j=1}^k \hat{c}_j^C \Delta y_{t-j} + \hat{e}_t \quad (3.27)$$

$$DU_t(\lambda) \begin{cases} 1, & t > T\lambda \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

$$DT_t^*(\lambda) \begin{cases} t - T\lambda, & t > T\lambda \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

Olası kırılma tarihi olarak ifade edilen λ değeri ise yukarıdaki 3 model için de α katsayısının t istatistik değerinin minimum olduğu nokta olarak belirlenmektedir.

Test istatistiği değeri, Zivot Andrews (1992) çalışmalarında üretilen kritik değerler ile karşılaştırılarak serilerin durağan olup olmadığına karar verilmektedir (Zivot ve Andrews, 1992).

3.1.3. Perron Birim Kök Testi (1997)

Perron (1997) tarafından geliştirilen bu testte Perron (1989) birim kök testindeki gibi tek kırılmaya izin verilmektedir. Ancak Perron (1989)'dan farklı olarak yapısal kırılmaların tarihi önceden belirlenmemektedir. Yani kırılmalar içsel olarak belirlenmektedir. Bu testte de yine Model 1, Model 2 ve Model 3 olarak üç farklı model incelenmektedir. Model 1, hem sıfır hipotezi hem de alternatif hipotez altında düzeyde bir kırılma içermektedir. Ayrıca bu kırılmanın kademeli bir şekilde meydana geldiği varsayılmaktadır.

Bu test için birim kök testi ise aşağıdaki regresyon EKK yöntemi ile tahmin edildikten sonra $\alpha=1$ sıfır hipotezi için t istatistiği ile sınanır.

$$y_t = \mu + \theta DU_t + \beta t + \delta D(T_b)_t + \alpha y_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta y_{t-i} + e_t \quad (3.28)$$

Burada $t > T_b$ ise $DU_t=1$, diğer durumlarda $DU_t=0$ ve $t=T_b + 1$ ise $D(T_b)_t = 1$, diğer durumlarda $D(T_b)_t = 0$ olmaktadır.

Model 2 ise hem sabitte hem de trendde tek kırılma içermektedir. Bu modelde de $\alpha=1$ şeklindeki sıfır hipotezi t istatistiği ile sınanır.

$$y_t = \mu + \theta DU_t + \beta t + \gamma DT_t + \delta D(T_b)_t + \alpha y_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta y_{t-i} + e_t \quad (3.29)$$

Burada $t > T_b$ ise $DT_t = t$ diğer durumlarda $DT_t = 0$ olmaktadır. Model 3 ise eğimde tek kırılmaya izin vermektedir.

Model 3 için iki aşamalı bir test prosedürü uygulanmaktadır. İlk olarak aşağıdaki regresyon kullanılarak seriye, trendden arındırma işlemi uygulanmaktadır.

$$y_t = \mu + \beta t + \gamma DT_t + \delta D(T_b)_t + \tilde{y}_t \quad (3.30)$$

Burada $t > T_b$ ise $DT_t^* = (t - T_b)$, diğer durumlarda ise $DT_t^* = 0$ olmaktadır. Bu model için birim kök testi ise $\alpha=1$ şeklindeki sıfır hipotezi için t istatistiği kullanılarak hesaplanmaktadır (Perron 1997: 358).

$$\tilde{y}_t = \alpha \tilde{y}_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta \tilde{y}_{t-i} + e_t \quad (3.31)$$

Bu testte T_b kırılma tarihini seçmek için iki yöntem kullanılmıştır. İlk yöntemde $\alpha=1$ sıfır hipotezi için t istatistiğini en aza indiren değer, kırılma tarihi olarak seçilmektedir. Burada kullanılan $t_\alpha^*(1)$ ve $t_\alpha^*(2)$ istatistiği, $t_\alpha^*(i) = \text{Min}_{T_b \in (k+1, T)} t_{\hat{\alpha}}(i, T_b, k)$ ($i = 1, 2, 3$) olarak tanımlanmaktadır. İkinci yöntemde ise sabitte yapısal değişim (Model 1) ile ilişkili parametrenin t istatistiğini ($t_{\hat{\theta}}$) ve trendde yapısal değişim (Model 2 ve Model 3) ile ilişkili parametrenin t istatistiğini ($t_{\hat{\gamma}}$) en aza indiren değer, kırılma tarihi olarak seçilmektedir. Bu yöntemde $\alpha=1$ sıfır hipotezi için t istatistikleri, Model 1 için $t_{\alpha, \theta}^*(1)$, Model 2 ve Model 3 için $t_{\alpha, \gamma}^*(i)$ ($i = 2, 3$) kullanılarak hesaplanmaktadır.

Bu testte, gecikme uzunluğunu (k) seçmek için iki yöntem kullanılmaktadır. Birincisi, tahmin edilen otoregresyondaki son gecikmeyle ilişkili katsayının t istatistiğine dayanan bir genelden özele prosedürüdür. İkinci yöntem ise F testi yaklaşımına dayanmaktadır.

Bu test istatistiği için kritik değerler Perron (1997) tarafından elde edilmektedir (Perron 1997).

3.1.4. Lumsdaine Papell Birim Kök Testi (1997)

Lumsdaine ve Papell (1997), tek kırılmalı birim kök testlerinde, iki veya daha fazla kırılmayı göz ardı etmenin güç kaybına yol açacağını öne sürmüşlerdir. Bu nedenle farklı ve bilinmeyen tarihlerde deterministik trendde iki yapısal kırılmaya izin veren yeni bir birim kök testi geliştirmişlerdir. Bu testte kırılmalar içsel olarak belirlenmektedir. Sıfır hipotezi, yapısal kırılma olmadan serilerin birim köklü olduklarını, alternatif hipotez ise iki kırılma noktası ile serilerin durağan olduklarını öne sürmektedir. Bu testte Model AA, Model CA ve Model CC olmak üzere üç farklı model kullanılmaktadır. Model AA düzeyde iki kırılmaya, Model CA, TB1 kırılma zamanı için hem düzeyde hem de eğimde kırılmaya, TB2 kırılma zamanı içinse sadece düzeyde kırılmaya, Model CC ise her iki kırılma zamanı için de hem düzeyde hem de eğimde kırılmaya izin vermektedir (Lumsdaine ve Papell, 1997: 212). Bu modeller şu şekildedir;

$$\text{Model AA: } \Delta Y_t = \mu + \beta t + \theta DU1_t + \omega DU2_t + \alpha Y_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.32)$$

$$\text{Model CA: } \Delta Y_t = \mu + \beta t + \theta DU1_t + \gamma DT1_t + \omega DU2_t + \alpha Y_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.33)$$

$$\text{Model CC: } \Delta Y_t = \mu + \beta t + \theta DU1_t + \gamma DT1_t + \omega DU2_t + \psi DT2_t + \alpha Y_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.34)$$

Burada DU1 ve DU2, TB1 ve TB2 zamanında serinin ortalamasında meydana gelen kırılmalar için, DT1 ve DT2 ise trendde meydana gelen kırılmalar için oluşturulan kukla değişkenleri ifade etmektedir. $t > TB1$ iken $DU1_t = 1$, $t > TB2$ iken $DU2_t = 1$, $t > TB1$ iken $DT1_t = t - TB1$ ve $t > TB2$ iken $DT2_t = t - TB2$ 'dir.

Tahminciler ve test istatistikleri, farklı (k_1, k_2) çiftleri için hesaplanmaktadır. Burada $k_1 = k_0, k_0 + 1, \dots, T - k_0$ ve $k_2 = k_0, k_0 + 1, \dots, T - k_0$ olarak ifade edilmekte olup $k_0 = [T\delta_0]$ ve $k_1 \neq k_2$ 'dir. T örnek boyutunu ve δ_0 ise örnek boyutunun başlangıç kısmını göstermektedir. Seride meydana gelen birinci kırılma ve ikinci kırılma sırasıyla δ_1 ve δ_2 olarak belirtilmekte ve aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$\delta_1 = TB1/T \quad (3.35)$$

$$\delta_2 = TB2/T \quad (3.36)$$

Bu testte kritik değerler, sıfır hipotezi altındaki veri yaratma süreci ($\Delta y_t = \epsilon_t$) için hesaplanmıştır. Test istatistiği, kritik değerden küçük ise sıfır hipotezi reddedilmektedir (Lumsdaine ve Papell, 1997).

3.1.5. Lee-Strazicich Birim Kök Testi (2003)

Lumsdaine ve Papell (1997) testi, temel hipotez altında yapısal kırılma olmadığı varsayımı ile türetilmiştir. Lee ve Strazicich (2003) tarafından geliştirilen bu test ise hem temel hem de alternatif hipotez altında kırılmalara izin veren, içsel iki kırılmalı Lagrange çarpanı birim kök testine dayanmaktadır. Bu testin veri yaratma süreci aşağıdaki gibidir;

$$y_t = \delta' Z_t + e_t \quad (3.37)$$

$$e_t = \beta e_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.38)$$

Z_t , dışsal değişkenler vektörü olarak ifade edilmekte ve $\varepsilon_t \sim iidN(0, \sigma^2)$ 'dir. Bu birim kök testinde 2 model kullanılmaktadır. İlk model olan Model A düzeyde iki kırılmaya izin vermektedir ve şu şekilde ifade edilir;

$$Z_t = [1, t, D_{1t}, D_{2t}]' \quad (3.39)$$

$j=1,2$ ve $t \geq T_{Bj} + 1$ iken $D_{jt} = 1$ ve diğer durumlarda ise $D_{jt} = 0$ olmaktadır. T_{Bj} ise kırılma noktasını göstermektedir.

Bu testte kullanılan ikinci model ise Model C'dir. Düzeyde ve trendde iki kırılmaya izin vermektedir (Lee ve Strazicich, 2003: 1083).

$$Z_t = [1, t, D_{1t}, D_{2t}, DT_{1t}, DT_{2t}]' \quad (3.40)$$

$t \geq T_{Bj} + 1$ iken $DT_{jt} = t - T_{Bj}$, diğer durumlarda ise $DT_{jt} = 0$ olmaktadır. Bu testin hipotezleri ise şöyledir;

$$H_0: \beta=1$$

$$H_1: \beta<1$$

Model A için temel hipotez ve alternatif hipotez altında oluşturulan modeller şöyledir;

$$\text{Temel Hipotez:} \quad y_t = \mu_0 + d_1 B_{1t} + d_2 B_{2t} + y_{t-1} + v_{1t} \quad (3.41)$$

$$\text{Alternatif Hipotez:} \quad y_t = \mu_1 + \gamma t + d_1 D_{1t} + d_2 D_{2t} + v_{2t} \quad (3.42)$$

Burada v_{1t} ve v_{2t} durağan hata terimleridir. B_{jt} ise $t = T_{Bj} + 1$ iken 1'e eşit, diğer durumlarda ise sıfıra eşittir. $d = (d_1, d_2)'$ olmaktadır. C modeli ise Eşitlik (3.41)'deki denkleme D_{jt} terimi, Eşitlik (3.42)'deki denkleme de DT_{jt} terimi eklenerek elde edilmektedir.

İki kırılmalı LM test istatistiği, aşağıdaki regresyondan elde edilmektedir.

$$\Delta y_t = \delta' \Delta Z_t + \phi \tilde{S}_{t-1} + u_t \quad (3.43)$$

Yukarıdaki denklemde $t=2, \dots, T$ için $\tilde{S}_t = y_t - \tilde{\psi}_x - Z_t \tilde{\delta}$ 'dir. δ' terimi ise regresyondan elde edilen katsayılar ve $\tilde{\psi}_x = y_1 - Z_1 \tilde{\delta}$ 'dir. Birim kök sıfır hipotezi $\phi = 0$ 'dır. LM test istatistiği ise şöyledir;

$$\tilde{\rho} = T \tilde{\phi}$$

$\tilde{\tau}, \phi = 0$ sıfır hipotezini sınanan t-istatistiği olarak ifade edilmektedir.

Model A ve Model C için kırılma noktaları (λ_1, λ_2) , $j=1,2$ iken $\lambda_j = T_{Bj}/T$ ile hesaplanmaktadır. İki kırılmalı LM birim kök testinde, kırılma noktası, test istatistiğinin minimum olduğu nokta olarak belirlenmektedir. Bunun için aşağıdaki gibi bir sistem kullanılmaktadır.

$$LM_\rho = \inf_{\lambda} \tilde{\rho}(\lambda) \quad (3.44)$$

$$LM_\tau = \inf_{\lambda} \tilde{\tau}(\lambda) \quad (3.45)$$

Bu test için kritik değerler, Lee ve Strazicich (2003) tarafından $T=100$ örneklem büyüklüğü için Monte Carlo simülasyonları ile üretilmiştir. Hem içsel hem de dışsal iki kırılma için bu test, Lumsdaine ve Papell (1997) testinden daha iyi performans göstermektedir (Lee ve Strazicich, 2003).

3.1.6. Lee-Strazicich Birim Kök Testi (2004)

Lee ve Strazicich (2004) tarafından geliştirilen test, düzeyde ve trendde tek kırılmaya izin veren ve kırılmanın içsel olarak belirlendiği bir LM birim kök testidir. Zivot Andrews testi, sıfır hipotezi altında bir kırılmanın varlığı durumunda boyut bozulmaları göstermekteydi. Bu testte sıfır hipotezi altında bir kırılma olması durumunda bu sorun ortaya çıkmamaktadır. Lee ve Strazicich (2003) iki kırılmalı LM testinde olduğu gibi bu testte de hem sıfır hipotezi hem de alternatif hipotez yapısal kırılma içermektedir. Bu testin veri yaratma süreci şöyledir;

$$y_t = \delta' Z_t + X_t \quad (3.46)$$

$$X_t = \beta X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.47)$$

Burada Z_t , dışsal değişkendir. Sıfır hipotezi $\beta=1$ 'dir. $Z_t=[1,t]'$ olursa Schmidt ve Phillips tarafından 1992 yılında geliştirilen kırılmasız LM birim kök testi ile aynı olmaktadır. Bu testte de Model A ve Model C olarak iki model kullanılmaktadır. Model A alternatif hipotez altında sabitte tek kırılmaya izin veren modeldir ve aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır;

$$Z_t = [1, t, D_t] \quad (3.48)$$

$t \geq T_B + 1$ iken $D_t = 1$ diğer durumlarda ise $D_t = 0$ olmaktadır. T_B ise kırılma noktasıdır.

Model C ise alternatif hipotez altında sabitte ve trendde tek kırılmaya izin veren modeldir ve aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır (Lee ve Strazicich, 2004: 3).

$$Z_t = [1, t, D_t, DT_t] \quad (3.49)$$

$t \geq T_B + 1$ iken $DT_t = t - T_B$ diğer durumlarda ise $DT_t = 0$ olmaktadır. LM test istatistiği ise aşağıdaki regresyondan hesaplanır;

$$\Delta y_t = \delta' \Delta Z_t + \phi \tilde{S}_{t-1} + u_t \quad (3.50)$$

Burada $t=2, \dots, T$ iken $\tilde{S}_t = y_t - \tilde{\psi}_x - Z_t \tilde{\delta}$ 'dir. $\tilde{\delta}$ terimi ise yukarıdaki denklemden elde edilen katsayıdır. $\tilde{\psi}_x = Y_1 - Z_1 \tilde{\delta}$ olarak hesaplanır. LM test istatistiği ise şöyledir;

$$\tilde{\tau}, \phi = 0 \text{ olarak tanımlanan sıfır hipotezinin LM t-test istatistiğidir.} \quad (3.51)$$

Otokorelasyonlu hatalar durumunda, eşitlik (3.50) $\Delta\tilde{S}_{t-j}$ arttırılmış terimlerini içermektedir. LM test istatistiğinin kırılma noktaları ise aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır;

$$\text{Inf}\tilde{\tau}(\tilde{\lambda}) = \text{Inf}\tilde{\tau}(\lambda), \quad (3.52)$$

$$\lambda = T_B/T' \text{ dir.} \quad (3.53)$$

Kritik değerler, Lee ve Strazicich (2004) tarafından Monte Carlo simülasyonları ile elde edilmiştir. Bu testte kırılma noktası doğru bir şekilde tahmin edilmektedir. Ayrıca sıfır hipotezi altında yapısal kırılmanın varlığı durumunda Zivot Andrews (1992) testinin aksine boyut bozulmaları göstermemektedir (Lee ve Strazicich, 2004).

3.1.7. Perron ve Rodriguez Birim Kök Testi (2003)

Perron ve Rodriguez (2003), Ng ve Perron (1996) tarafından analiz edilen M tipi birim kök testini, bilinmeyen bir zamanda trend fonksiyonunda bir kırılmaya izin vererek genişletmişlerdir. Bu testte, biri eğimde bir kırılmaya izin veren diğeri ise hem eğimde hem de sabitte bir kırılmaya izin veren iki model kullanılmaktadır. Bu testin veri yaratma süreci şöyledir;

$$y_t = d_t + u_t \quad t = 0, \dots, T \quad (3.54)$$

$$u_t = \alpha u_{t-1} + v_t \quad (3.55)$$

Burada v_t , gözlemlenmemiş durağan bir süreçtir. $d_t = \psi'z_t$ olarak tanımlanır ve z_t ise deterministik bileşenlerdir. $y_t^{\bar{\alpha}}$ ve $z_t^{\bar{\alpha}}$, y_t ve z_t 'nin dönüştürülmüş verileri olarak ifade edilmekte olup aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır;

$$y_t^{\bar{\alpha}} = (y_0, (1 - \bar{\alpha}L)y_t) \quad (3.56)$$

$$z_t^{\bar{\alpha}} = (z_0, (1 - \bar{\alpha}L)z_t) \quad (3.57)$$

$$t = 0, \dots, T$$

$$S^*(\psi, \bar{\alpha}, \delta) = \sum_{t=0}^T (y_t^{\bar{\alpha}} - \psi'z_t^{\bar{\alpha}})^2 \quad (3.58)$$

$\hat{\psi}$, minimum tahmin olarak belirlenmekte olup minimuma indirilmiş değeri $S(\bar{\alpha}, \delta)$ ile gösterilir (Perron ve Rodriguez, 2003: 3).

Bu testte iki tür model kullanılmaktadır. İlki, Model 1 olarak ifade edilmekte ve eğimde bir kırılmaya izin vermektedir. Model 1 için deterministik bileşen (z_t) ise aşağıdaki gibidir;

$$z_t = \{1, t, 1(t > T_B)(t - T_B)\} \quad (3.59)$$

Burada T_B kırılma noktasını göstermekte ve $\delta \in (0,1)$ için $T_B = T\delta$ olarak varsayılmaktadır. Katsayı tahminleri vektörü ise $\hat{\psi}(\delta) = (\hat{\mu}_1, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)'$ olarak ifade edilmektedir.

Model 2 ise sabitte ve trendde bir kırılmaya izin vermektedir. Model 2 için deterministik bileşen (z_t) ise aşağıdaki gibidir;

$$z_t = \{1, 1(t > T_B), t, 1(t > T_B)(t - T_B)\} \quad (3.60)$$

Bu durumda katsayı tahminlerinin vektörü ise $\hat{\psi}(\delta) = (\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)'$ olarak ifade edilmektedir.

M testleri, sıfır ve alternatif hipotezler altında bir serinin farklı normalleştirme oranları ile yakınsaması özelliğinden yararlanmakta olup aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$MZ_{\alpha}^{GLS}(\delta) = (T^{-1}\tilde{y}_T^2 - s^2)(2T^{-1}\sum_{t=1}^T \tilde{y}_{t-1}^2)^{-1} \quad (3.61)$$

$$MSB^{GLS}(\delta) = (T^{-2}\sum_{t=1}^T \tilde{y}_{t-1}^2 / s^2)^{1/2} \quad (3.62)$$

$$MZ_t^{GLS}(\delta) = (T^{-1}\tilde{y}_T^2 - s^2)(4s^2T^{-2}\sum_{t=1}^T \tilde{y}_{t-1}^2)^{-1/2} \quad (3.63)$$

Burada $\tilde{y}_t = y_t - \hat{\psi}'z_t$ olarak hesaplanmaktadır. v_t 'nin sıfır frekanslı spektral yoğunluğunun otoregresif tahmini olan s^2 ise aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır;

$$s^2 = s_{ek}^2 / (1 - \hat{b}(1))^2 \quad (3.64)$$

Burada $s_{ek}^2 = (T - k)^{-1} \sum_{t=k+1}^T \hat{e}_{tk}^2$ ve $\hat{b}(1) = \sum_{j=1}^k \hat{b}_j$ olarak hesaplanmakta $\hat{b}_j$ ise aşağıdaki regresyondan elde edilmektedir;

$$\Delta \tilde{y}_t = b_0 \tilde{y}_{t-1} + \sum_{j=1}^k b_j \Delta \tilde{y}_{t-j} + e_{tk} \quad (3.65)$$

Eşitlik (3.61)'deki istatistik Phillips ve Perron (1988) tarafından, Eşitlik (3.62)'deki istatistik Bhargava (1986) tarafından, Eşitlik (3.63)'deki üçüncü istatistik ise Phillips ve Perron (1988) tarafından geliştirilmiştir. Perron ve Ng (1996)'da olduğu gibi bu testte de MSB ve Z_α testleri ilişkilidir. Eşitlik (3.63)'de tanımlanan MZ_t testleri, $MZ_t = MSB \times MZ_\alpha$ olarak ifade edilmektedir. Kırılma noktası (δ) ise istatistiklerin minimum noktasını veren değer olarak hesaplanmaktadır.

v_t hatalarının serisel korelasyona sahip olması durumunda ise testler (P_T^{GLS}) aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır;

$$P_T^{GLS}(c, \bar{c}, \delta) = \{S(\bar{\alpha}, \delta) - \bar{\alpha}S(1, \delta)\}/s^2 \quad (3.66)$$

Burada $S(\bar{\alpha}, \delta)$ ve $S(1, \delta)$ GLS regresyonlarından elde edilen hata terimlerinin karelerinin toplamıdır.

Kritik değerler, $M(MZ_\alpha, MSB, MZ_t)$ testleri, ADF testleri ve P_T testlerinin her biri için Perron ve Rodriguez (2003) tarafından Monte Carlo simülasyonları ile elde edilmiştir (Perron ve Rodriguez, 2003).

3.1.8. Kurozumi Durağanlık Testi (2002)

Kurozumi (2002) tarafından geliştirilen bu test sıfır hipotezi altında trend durağanlığın incelendiği tek kırılmalı bir durağanlık testidir. Burada kullanılan model aşağıdaki hata düzeltme modelini takip etmektedir.

$$y_t = z_t' \beta + x_t \quad (3.67)$$

$$x_t = \gamma_t + u_t \quad (3.68)$$

$$\gamma_t = \gamma_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.69)$$

$$u_t = \sum_{j=0}^{\infty} \alpha_j v_{t-j} \quad (3.70)$$

Burada z_t trendde bir kırılma içeren deterministik bileşendir. $\{v_t, \varepsilon_t\}'$ ise $E[v_t^2] \sigma_v^2 > 0$ ve $E[\varepsilon_t^2] = \sigma_\varepsilon^2 \geq 0$ ile bağımsız ve özdeş dağılmaktadır. T_B kırılma

zamanını göstermektedir ve $\omega = T_B/T$ ise sabittir. z_t deterministik bileşeni aşağıdaki dört duruma sahiptir (Kurozumi, 2002: 65).

$$\text{Durum 0: Bir kırılmalı sabit: } z_t = [1, DU_t]' \quad (3.71)$$

$$\text{Durum 1: Bir kırılmalı sabit ve doğrusal trend: } z_t = [1, DU_t, t/T]' \quad (3.72)$$

$$\text{Durum 2: Kırılmasız bir sabit ve bir kırılmalı doğrusal trend: } z_t = \left[1, \frac{t}{T}, DT_t\right]' \quad (3.73)$$

$$\text{Durum 3: Sabit ve doğrusal trendde bir kırılma: } z_t = \left[1, DU_t, \frac{t}{T}, DT_t\right]' \quad (3.74)$$

Eşitlik (3.71) –(3.74) aralığında geçen kukla değişkenler ise şöyledir;

$$DU_t = \begin{cases} 1 & t > T_B \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

$$DT_t = \begin{cases} 1 & (t \geq T_B)(t - T_B)/T \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

1. durum “çarpışma modeli” , 2.durum “değişen büyüme modeli”, 3.durum ise “düzeydeki ani bir değişimin ardından farklı bir büyüme yolu” olarak kısaca ifade edilebilmektedir. Bir kırılmalı durağanlık sıfır hipotezi ve birim kök alternatif hipotezi aşağıdaki gibidir (Kurozumi, 2002: 67);

$$H_0: \rho = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_u^2} \quad H_1: \rho = \frac{c^2}{T^2} \quad (3.75)$$

Burada c sabittir. Sıfır hipotezi altında $\sigma_\varepsilon^2 = 0$ 'dır. Durağanlık testi iki farklı şekilde hesaplanmaktadır. İlki bilinen bir kırılma noktasıyla diğeri ise bilinmeyen bir kırılma noktası ile hesaplanmaktadır. Bu çalışmada bilinen bir kırılma noktası için birkaç test istatistiği önerilmektedir. Bunlardan ilki aşağıda S_T ile gösterilen LM istatistiğidir.

$$S_T = \frac{1}{\hat{\sigma}^2 T^2} y' MLL' M y = \frac{1}{\hat{\sigma}^2 T^2} \sum_{j=1}^T (\sum_{t=1}^j \tilde{x}_t)^2 \quad (3.76)$$

$u_t = v_t$ iken LM test istatistiği, $\hat{\sigma}^2 y' MLL' M y$ ile orantılıdır. Burada $M = I_T - Z(Z'Z)^{-1}Z'$ ve $\hat{\sigma}^2 = T^{-1}y'My$ olmaktadır. Eşitlik (3.76)'nın ikinci ifadesi test istatistiğinin daha pratik hesaplanması için uygundur (Kurozumi, 2002: 67).

$$\hat{\sigma}^2 = \sum_{l=-l}^l w(i, l) \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T-l} \tilde{x}_t \tilde{x}_{t+l} \quad (3.77)$$

$$\tilde{x}_t = y_t - z_t' (\sum_{t=1}^T z_t z_t')^{-1} \sum_{t=1}^T z_t y_t \quad (3.78)$$

Burada $\tilde{x}_t, y_t$ 'nin z_t ile regresyonundan elde edilen kalıntılardır. $\{u_t\}$ uzun dönem varyansının negatif olmayan tahmini ise $w(i, l)$ kernel fonksiyonu ile üretilmektedir.

Yukarıda tanımlanan LM test istatistiği sınırlayıcı dağılımı, ön kırılma noktaların oranına (ω) bağlıdır. Bu test için beş farklı ω değeri ile kritik değer tabloları, Kurozumi (2002) tarafından elde edilmiştir. Bilinen bir kırılma noktası ile durağanlığın testi için kullanılan diğer yöntem ise sıfır hipotezi altında sınırlayıcı dağılımın, ω değerine bağlı olmadığı test istatistiklerine dayanmaktadır. Bu test istatistiğinde modele dahil edilebilecek tüm deterministik bileşenlerde bir kırılma durumunun olması gerektiği için sadece Durum 0 ve Durum 3 incelenmektedir. Durum 1 ve Durum 2 incelenmemektedir. Bu test için Park ve Sung (1994)'ün de görüşlerini takiben ağırlıklandırılmış y_t^* değişkeni oluşturulmaktadır (Kurozumi, 2002: 74).

$$y_t^* = \begin{cases} \left(\frac{T}{T_B}\right) y_t: & t = 1, \dots, T_B \\ \left[\frac{T}{T-T_B}\right] y_t: & t = T_{B+1}, \dots, T \end{cases} \quad (3.79)$$

Bu değişken kullanılarak PS istatistikleri adı verilen aşağıdaki istatistikler oluşturulmaktadır;

$$S_T^{PS} = \frac{1}{\hat{\sigma}^2 T^2} y^{*'} M L L' M y^* = \frac{1}{\hat{\sigma}^2 T^2} \sum_{j=1}^T \left(\sum_{t=1}^j \tilde{x}_t^* \right)^2 \quad (3.80)$$

$$\tilde{x}_t^* = y_t^* - z_t' (\sum_{t=1}^T z_t z_t')^{-1} \sum_{t=1}^T z_t y_t^* \quad (3.81)$$

(3.80) numaralı denklemde yer alan $\hat{\sigma}^2$, eşitlik (3.77)'de tanımlanmaktadır. $\tilde{x}_t$ ise y_t^* 'in z_t ile regresyonundan elde edilen kalıntılar olup eşitlik (3.81)'de hesaplanmaktadır. PS testleri için de kritik değerler Kurozumi (2002) tarafından Durum 0 ve Durum 3 için tablo haline getirilmiştir.

Bilinen bir kırılma tarihi ile durağanlık testlerinde buraya kadar toplamsal aykırı değer modeli incelenmiştir. Bundan sonrasında ise yenilikçi aykırı model olarak adlandırılan model incelenmektedir. Bu yöntemde şok kademeli olarak yaşanmakta olup aşağıdaki gibi ifade edilmektedir;

$$y_t = z'_{1t}\beta_1 + \psi(B)(z'_{2t}\beta_2) + x_t \quad (3.82)$$

Burada z_{1t} ve z_{2t} , Durum 0-3'e göre $z_{1t} = 1$ veya $[1, t/T]'$ ve $z_{2t} = DU_t, DT_t$ veya $[DU_t, DT_t]'$ olmaktadır. $\psi(B) = 1 + \psi_1 B + \dots + \psi_m B^m$ ise m inci dereceden gecikme polinomudur. $\psi(B)$ 'nin modele dahil edilmesi ile yapısal değişimin şoku, gecikmelerle birlikte yavaş yavaş y_t 'yi etkilemektedir. Bu yöntemde LM test istatistiği, eşitlik (3.76) ile hesaplanmaktadır.

Kırılma noktasının bilinmediği durumlarda ise öncelikle kırılma noktası tahmin edilmekte ve daha sonra bu tahmini kırılma noktasını kullanarak test istatistikleri hesaplanmaktadır. Kırılma noktasının EKK tahmini (T_B^*) aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$T_B^* = \arg \min_{1 \leq k \leq T} KKT(k) \quad (3.83)$$

Burada $KKT(k)$, k zamanında yapısal bir değişiklik meydana geldiği varsayılarak y_t ve z_t 'nin regresyonundan elde edilen kalıntıların kareleri toplamıdır. Bai (1994, 1997) ve Nunes vd. (1995) tarafından ön kırılma noktalarının tahmini, $\omega^* = T_B^*/T$ ile hesaplanmaktadır ve bu tahmin, x_t durağan bir stokastik süreç ise tutarlıdır.

$\{v_t, \varepsilon_t\}'$ normal dağıldığı varsayımı ile kırılma noktasının bilindiği durumlar için S_T ve S_T^{PS} test istatistikleri, T_B yerine T_B^* kullanılarak hesaplanmaktadır.

Bu çalışmada önerilen LM ve PS testlerinin boyut ve güç özellikleri Kurozumi (2002) tarafından Monte Carlo simülasyonları ile elde edilmiştir. Buna göre sıfır hipotezi altında PS testi, LM testinden daha iyi sonlu örneklem özelliklerine sahiptir. Ayrıca kırılma noktasının bilinmediği testlerin boyut değerleri, kırılma noktasının bilindiği testlere göre nominal değere daha yakındır. Ancak kırılma noktasının bilinmediği durumdaki güç özellikleri, kırılma noktasının bilindiği durumdakine kıyasla önemli

ölçüde azalma göstermektedir. Ve LM testi PS testinden daha iyi güç özelliklerine sahiptir (Kurozumi, 2002).

3.1.9. Carrion-i Silvestre ve Sanso Durağanlık Testi (2005)

Carrio-i Silvestre ve Sanso (2005) tarafından geliştirilen bu test iki kırılmalı KPSS durağanlık testi olarak bilinmektedir. Bu testte yapısal kırılmaların, zaman serisinin davranışını etkileme biçimine bağlı olarak yedi model belirlenmiştir. Bunlar Tablo 3.1’de gösterildiği gibidir.

Tablo 3.1. Deterministik Spesifikasyon

Model	$f(t, T_{b1}, T_{b2})$
AA _n	$\mu + \sum_{i=1}^2 Q_i DU_{i,t}$
AA	$\mu + \beta_t + \sum_{i=1}^2 Q_i DU_{i,t}$
BB	$\mu + \beta_t + \sum_{i=1}^2 \gamma_i DT_{i,t}^*$
CC	$\mu + \beta_t + \sum_{i=1}^2 Q_i DU_{i,t} + \sum_{i=1}^2 \gamma_i DT_{i,t}^*$
AB-BA	$\mu + \beta_t + Q_1 DU_{1,t} + \gamma_2 DT_{2,t}^*$
AC-CA	$\mu + \beta_t + \sum_{i=1}^2 Q_i DU_{i,t} + \gamma_2 DT_{2,t}^*$
BC-CB	$\mu + \beta_t + Q_2 DU_{2,t} + \sum_{i=1}^2 \gamma_i DT_{i,t}^*$

Standart KPSS testinin veri yaratma süreci aşağıdaki gibidir;

$$y_t = f(t, T_{b1}, T_{b2}) + r_t + \varepsilon_t \quad (3.84)$$

$$r_t = r_{t-1} + u_t \quad (3.85)$$

Burada $u_t \sim iid(0, \sigma_u^2)$ ’dir. Sıfır hipotezi altında $\sigma_u^2 = 0$ olmalıdır, aksi takdirde birim köklü olmaktadır. $f(t, T_{b1}, T_{b2})$ ise zaman serileri için varsayılan spesifikasyonu göstermektedir. Yapısal kırılmalar için modele kukla değişkenler eklenmektedir. $t > T_{bi}$

iken $DU_{i,t} = 1$ ve $DT_{i,t}^* = (t - T_{bi})$ olmaktadır. T_{bi} kırılma noktasını göstermekte olup $\lambda_i \in (0,1)$, $i=1,2$ iken $T_{bi} = \lambda_i T$ 'e eşittir (Carrion-i Silvestre ve Sanso, 2007: 3).

Bu test, LM istatistiği ile aşağıdaki gibi hesaplanır;

$$\hat{\eta}_j = \hat{\sigma}^{-2} T^{-2} \sum_{t=1}^T S_t^2 \quad (3.86)$$

$j = \{AAn, AA, BB, CC, AB-BA, AC-CA, BC-CB\}$

$$S_t = \sum_{j=1}^t \hat{e}_j \quad (3.87)$$

$\hat{e}_t$, Tablo 1'deki uygun yapıdaki regresyonlardan elde edilen kalıntıların EKK tahminidir. Kwiatkowski vd. (1992) uzun dönem varyansını ($\hat{\sigma}^2$) aşağıdaki gibi hesaplamaktadır;

$$\hat{\sigma}^2 = T^{-1} \sum_{t=1}^T e_t^2 + 2T^{-1} \sum_{s=1}^l w(s, l) \sum_{t=s+1}^T e_t e_{t-s} \quad (3.88)$$

Burada $w(s, l)$ spektral penceredir. Bu testte ise Sul vd. (2003) tarafından önerilen değişen varyans ve otokorelasyon durumunda tutarlı olan aşağıdaki uzun dönem varyans tahmincisi kullanılmaktadır.

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\tilde{\sigma}_{\psi}^2}{\tilde{\vartheta}(1)^2} \quad (3.89)$$

Burada $\tilde{\vartheta}(1)$, otoregresif polinom, $\tilde{\sigma}_{\psi}^2$ ise uzun dönem varyansıdır.

Kırılma noktasının bilinmediği durumlarda ise kırılmalar aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır;

$$(\hat{T}_{b1}, \hat{T}_{b2}) = \underset{T_{b1}, T_{b2}}{argmin} KKT(T_{b1}, T_{b2}) \quad (3.90)$$

Burada kırılma noktaları, kalıntı kareler toplamını (KKT) en aza indiren değer olarak belirlenmektedir. Kalıntı kerelerinin toplamı ise $y_t = f(t, T_{b1}, T_{b2}) + e_t$ regresyonundan elde edilmektedir. Kırılma noktalarının tahmini ile elde edilen KPSS test istatistikleri, Carrion-i Silvestre vd. (2007) tarafından elde edilen kritik değerler ile karşılaştırılmaktadır (Carrion-i Silvestre ve Sanso, 2007).

3.1.10. Narayan ve Popp Birim Kök Testi (2010)

Narayan ve Popp (2010), ADF birim kök testleri için iki kırılmaya izin veren yeni bir test geliştirmişlerdir. Perron (1989), Zivot Andrews (1992) ve Lumsdaine Papell (1997) tarafından geliştirilen birim kök testlerinde sıfır hipotezi altında yapısal kırılmaya izin verilmemektedir. Ancak bu testte, hem sıfır hipotezi hem de alternatif hipotez altında yapısal kırılmaya izin verilmektedir (Narayan ve Popp, 2010: 1426).

Bu testte, iki farklı model ele alınmıştır. M1 olarak belirtilen birinci model trendin düzeyinde iki kırılmaya izin verirken, M2 olarak belirtilen ikinci model ise trendin hem düzey hem de eğiminde iki kırılmaya izin vermektedir. Narayan ve Popp (2010) birim kök testinin veri yaratma süreci aşağıdaki gibidir;

$$y_t = d_t + u_t \quad (3.91)$$

$$u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.92)$$

$$\varepsilon_t = \psi^*(L)e_t = A^*(L)^{-1}B(L) \quad (3.93)$$

Burada d_t deterministik bileşen, u_t stokastik bileşen olarak ifade edilmektedir. Ve $e_t \sim iid(0, \sigma_e^2)$ 'dir. $A^*(L)$ ve $B(L)$ terimleri sırasıyla p ve q dereceli gecikme polinomlarının kökleri olarak varsayılmaktadır. Bu testte kullanılan modeller aşağıdaki gibidir;

$$d_t^{M1} = \alpha + \beta t + \psi^*(L)(\theta_1 DU'_{1,t} + \theta_2 DU'_{2,t}) \quad (3.94)$$

$$d_t^{M2} = \alpha + \beta t + \psi^*(L)(\theta_1 DU'_{1,t} + \theta_2 DU'_{2,t} + \gamma_1 DT'_{1,t} + \gamma_2 DT'_{2,t}), \quad i=1,2 \quad (3.95)$$

$T'_{B,i}$, doğru kırılma tarihleri olmak üzere $DU'_{i,t} = 1$ ($t > T'_{B,i}$) ve $DT'_{i,t} = 1$ ($t > T'_{B,i}$)($t - T'_{B,i}$)'dir. $\psi^*(L)$ terimi, zaman içerisinde yumuşak kırılmaların gerçekleşmesini sağlamaktadır. θ_1 ve γ_1 parametreleri ise eğim ve düzeydeki kırılmaların büyüklüğünü ifade etmektedir. Testin hipotezleri ise şöyledir;

$$H_0: \rho = 1 \text{ (seri birim köklü)}$$

$$H_1: \rho < 1 \text{ (seride birim kök yok)}$$

Bu iki modelin birim kök sıfır hipotezlerini test etmek için Vogelsang ve Perron (1998)'in Yenilikçi Aykırı (IO) modeli kullanılarak eşitlik (3.91) ve eşitlik (3.95) aralığındaki modeller birleştirilerek yeniden türetilir. Elde edilen IO tipi test denklemleri aşağıdaki gibidir:

$$y_t^{M1} = \rho y_{t-1} + \alpha_1 + \beta^* t + \theta_1 D(T'_B)_{1,t} + \theta_2 D(T'_B)_{2,t} + \delta_1 DU'_{1,t-1} + \delta_2 DU'_{2,t-1} + \sum_{j=1}^k \beta_j \Delta y_{t-j} + e_t \quad (3.96)$$

$$y_t^{M2} = \rho y_{t-1} + \alpha^* + \beta^* t + \kappa_1 D(T'_B)_{1,t} + \kappa_2 D(T'_B)_{2,t} + \delta_1^* DU'_{1,t-1} + \delta_2^* DU'_{2,t-1} + \gamma_1^* DT'_{1,t-1} + \gamma_2^* DT'_{2,t-1} + \sum_{j=1}^k \beta_j \Delta y_{t-j} + e_t \quad (3.97)$$

Burada $\psi^*(1)^{-1}$ ortalama gecikme olmak üzere $\alpha_1 = \psi^*(1)^{-1}[(1 - \rho)\alpha + \rho\beta] + \psi^*(1)^{-1}(1 - \rho)\beta$, $\beta^* = \psi^*(1)^{-1}(1 - \rho)\beta$, $\phi = \rho - 1$ ve $\delta_i = -\phi\theta_i$ 'e eşittir. Eşitlik (3.97)'de ise $i=1,2$ iken $\kappa_i = (\theta_i + \gamma_i)$, $\delta_i^* = (\gamma_i - \phi_i)$ ve $\gamma_i^* = -\phi\gamma_i$ 'e eşittir. Eşitlik (3.96) ve (3.97) $\rho = 1$ birim kök temel hipotezini, $\rho < 1$ alternatif hipotezine karşı sınamak için kısaca $t_{\hat{\rho}}$ olarak gösterilen $\hat{\rho}$ 'nun t-istatistiği kullanılmaktadır.

Uygun kırılma tarihlerinin $(\hat{T}_{B,1}, \hat{T}_{B,2})$ hesaplanması ise aşağıdaki gibidir;

$$(\hat{T}_{B,1}, \hat{T}_{B,2}) = \begin{cases} \arg \max_{T_{B,1}, T_{B,2}} F_{\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2}(T_{B,1}, T_{B,2}), & M1 \text{ için} \\ \arg \max_{T_{B,1}, T_{B,2}} F_{\hat{\kappa}_1, \hat{\kappa}_2}(T_{B,1}, T_{B,2}), & M2 \text{ için} \end{cases} \quad (3.98)$$

Bu yöntemde kırılma tarihlerinin tüm olası kombinasyonlarından F istatistiğinin anlamlı ve maksimum olduğu tarihler, uygun kırılma tarihi olarak belirlenmektedir. Kırılma noktalarının seçimi için sıralı bir prosedüre dayanan diğer bir yöntem ise şöyledir;

$$\hat{T}_{B,1} = \begin{cases} \arg \max_{T_{B,1}} |t_{\hat{\theta}_1}(T_{B,1})|, & M1 \text{ için} \\ \arg \max_{T_{B,1}} |t_{\hat{\kappa}_1}(T_{B,1})|, & M2 \text{ için} \end{cases} \quad (3.99)$$

$$\hat{T}_{B,2} = \begin{cases} \arg \max_{T_{B,2}} |t_{\hat{\theta}_2}(\hat{T}_{B,1}, T_{B,2})|, & M1 \text{ için} \\ \arg \max_{T_{B,2}} |t_{\hat{\kappa}_2}(\hat{T}_{B,1}, T_{B,2})|, & M2 \text{ için} \end{cases} \quad (3.100)$$

Bu yöntemde, ilk adımda eşitlik (3.99) ile ilk kırılma ($\hat{T}_{B,1}$) tarihi seçilmektedir. İkinci adımda ise bu seçilen ilk kırılma tarihine dayanarak eşitlik (3.100) ile ikinci kırılma ($\hat{T}_{B,2}$) tarihi tahmin edilmektedir.

Kırılma tarihlerinin seçimi için yukarıda bahsedilen iki yöntemde de sonuçlar çok farklılık göstermemektedir. Narayan ve Popp (2010) testinde, daha az hesaplama gerektirdiği için ikinci yöntem kullanılmaktadır.

Bu testin kritik değerleri, boyut ve güç özellikleri, Monte Carlo simülasyonları kullanılarak incelenmiştir. Doğru boyut ve kararlı güç özellikleri ile yapısal kırılmaların doğru bir şekilde tanımlandığı belirtilmektedir (Narayan ve Popp, 2010).

3.2. Kademeli Kırılmalı (Fourier Fonksiyonlu) Birim Kök Testleri

Buraya kadar incelenen makalelerde yapısal kırılmalar, kukla değişken eklenerek keskin bir şekilde tahmin edilmektedir. Fakat bazı durumlarda kırılmalar, yumuşak bir şekilde gerçekleşmektedir. Bu bahsedilen testlerin yumuşak geçişli kırılmalar için kullanılması uygun olmamaktadır.

Yanlış şekil ve sayıda modellenen kırılmaları kullanmak, onları tamamen göz ardı etmek kadar sorunlu olmaktadır (Beckers vd., 2006: 382). Bu sorunun üstesinden gelmek için bilinmeyen sayı ve tarihlerdeki yapısal kırılmalar, fourier fonksiyonları yaklaşımı ile belirlenmektedir. Fourier fonksiyonları ile oluşturulan testlerin güç özellikleri diğer testlere göre daha iyi bulunmaktadır.

Çalışmanın bu bölümünde Fourier Fonksiyonlarının kullanıldığı birim kök testleri incelenecektir.

3.2.1. Enders ve Lee Fourier Birim Kök Testi (2004)

Enders ve Lee (2004) tarafından geliştirilen bu testte, bilinmeyen fonksiyonel formlarla bilinmeyen sayıda yapısal kırılmaya izin veren bir birim kök testi geliştirmek amaçlanmaktadır. Bu amaçla sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının bir kombinasyonu olan fourier fonksiyonları kullanılmaktadır. Bu testte, diğer testlerdeki gibi yapısal kırılmaların sayısının ve tarihlerinin önceden bilinmesi sorunu ortadan kalkmaktadır. Ancak kırılma tarihlerini, sayılarını ve formlarını seçme problemi burada tahmin

denklemine dahil edilecek uygun frekansı seçme problemine dönüşmektedir (Enders ve Lee, 2004: 1). Frekans ifadesi kısaca bir değişkenin oranındaki değişim şeklinde tanımlanabilmektedir (Polikar, 1996: 2).

Bu testte Dickey ve Fuller (DF) tipi testlere, zamana bağlı deterministik fonksiyon eklenmekte ve aşağıdaki gibi gösterilmektedir.

$$y_t = \alpha(t) + \beta y_{t-1} + \gamma t + \varepsilon_t \quad (3.101)$$

Burada ε_t , durağan hatalardır. $\alpha(t)$ ise zamana bağlı deterministik fonksiyon olup aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \sum_{k=1}^n a_k \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \sum_{k=1}^n b_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right); \quad n < T/2 \quad (3.102)$$

Burada T gözlem sayısını, n tüm olası frekans sayılarını, k ise belirli bir frekansı göstermektedir. Anlaşılabilir olması için aşağıda tek frekans bileşeni ile fourier yaklaşımı gösterilmektedir..

$$\alpha(t) \cong \alpha_0 + a_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + a_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (3.103)$$

a_1 ve a_2 , sinüs kosinüs bileşeninin genişliğini ve yer değiştirmesini ölçmektedir. Doğrusal olmayan bir trend yoksa $a_1 = a_2 = 0$ olmaktadır.

$\beta=1$ sıfır hipotezine ve $\beta<1$ alternatif hipotezinin sınandığı bu testte veri yaratma süreci ise şöyledir;

$$y_t = a_0 + \gamma t + a_1 \sin(2\pi kt/T) + a_2 \cos(2\pi kt/T) + e_t \quad (3.104)$$

$$e_t = \beta e_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.105)$$

Enders ve Lee (2004), biri LM testine diğeri de DF testine dayanan iki farklı test prosedürü önermişlerdir. Bu iki testin spesifik ifadeleri birbirinden farklı olsa da asimptotik özellikleri arasında önemli bir farklılık yoktur. Öncelikle LM testlerinin metodolojisi açıklanmaktadır. LM testlerinin ilk adımı olarak aşağıdaki regresyon tahmin edilmektedir (Enders ve Lee, 2004: 7).

$$\Delta y_t = \delta_0 + \delta_1 \Delta \sin(2\pi kt/T) - \delta_2 \cos(2\pi kt/T) + u_t \quad (3.106)$$

Eşitlik 3.106'dan tahmin edilen katsayılar, $\tilde{\delta}_0$, $\tilde{\delta}_1$ ve $\tilde{\delta}_2$ olarak gösterilmekte ve bu katsayılar kullanılarak trendden arındırılmış seriler aşağıdaki gibi oluşturulmaktadır.

$$\tilde{S}_t = y_t - \tilde{\psi} - \tilde{\delta}_0 t - \tilde{\delta}_1 \sin(2\pi kt/T) - \tilde{\delta}_2 \cos(2\pi kt/T), \quad t=2, \dots, T \quad (3.107)$$

Burada $\tilde{\psi} = y_1 - \tilde{\delta}_0 - \tilde{\delta}_1 \sin(2\pi kt/T) - \tilde{\delta}_2 \cos(2\pi kt/T)$ olarak hesaplanmaktadır. LM testinin ikinci adımı olarak aşağıdaki regresyon denklemi tahmin edilmektedir.

$$\Delta y_t = \phi \tilde{S}_{t-1} + d_0 + d_1 \Delta \sin(2\pi kt/T) - \tilde{d}_2 \Delta \cos(2\pi kt/T) + \varepsilon_t \quad (3.108)$$

LM test istatistiği τ_{LM} olarak ifade edilmekte ve $\phi = 0$ sıfır hipotezi için t istatistikleri ile sınanmaktadır. τ_{LM} 'in asimptotik dağılımı yalnızca k frekans bileşenine bağlıdır. Bu testin gücünü arttırmak için doğrusal olmayan trendler bir ön test ile araştırılmalıdır. Bunun için aşağıdaki F istatistiği kullanılmaktadır.

$$F(k) = \frac{(KKT_0 - KKT_1(k))/2}{KKT_1(k)/(T-q)} \quad (3.109)$$

Burada $KKT_1(k)$, eşitlik (3.108)'den elde edilen kalıntı kareler toplamı, KKT_0 , trigonometrik terimlerin olmadığı regresyondan elde edilen kalıntı kareler toplamı, q ise eşitlik (3.108)'deki regresör sayısıdır.

τ_{LM} ve F test istatistikleri için kritik değerler, Enders ve Lee (2004) tarafından Monte Carlo simülasyonları ile üretilmiştir (Enders ve Lee, 2004: 10).

Enders ve Lee (2004) fourier birim kök testinin ikinci versiyonu olan DF tipi testin regresyonu ise şöyledir;

$$\Delta y_t = \rho y_{t-1} + c_1 + c_2 t + c_3 \sin(2\pi kt/T) - c_4 \cos(2\pi kt/T) + e_t \quad (3.110)$$

DF tipi test istatistikleri sadece k frekansına ve T örneklem büyüklüğüne bağlıdır. Test istatistiği, k değerinin içsel ya da dışsal olarak belirlenmesine göre iki farklı şekilde hesaplanır. Dışsal olarak belirleniyorsa doğrudan $k=1$ için test istatistiği hesaplanır. Ancak k değeri içsel olarak yani tahmin edilerek test edilecekse öncelikle $1 \leq k \leq 5$ aralığındaki tüm değerler için yukarıdaki DF modeli tahmin edilir ve daha sonra minimum kalıntı kareler toplamını veren modelin frekans değeri, uygun $\hat{k}$ değeri olarak belirlenir.

DF testinde doğrusal olmayan trendlerin varlığını araştırmak için sıfır hipotezi, $c_3 = c_4 = 0$ 'dır ve bu hipotez F testi ile sınanmaktadır.

DF test istatistiği kısaca τ_{DF} olarak ifade edilmektedir. $\rho = 0$ sıfır hipotezini sınamak için bu parametreye ait t istatistikleri kullanılmaktadır. τ_{DF} 'nin de kritik değerleri Enders ve Lee (2004) tarafından elde edilmektedir (Enders ve Lee, 2004).

3.2.2. Becker, Enders ve Lee Fourier Birim Kök Testi (2006)

Makroekonomik değişkenler, bilinmeyen sayı, süre ve formda çok çeşitli yapısal kırılmalar sergilemektedirler. Uygunsuz bir şekilde modellenen kırılmalar, yanlış belirlenmiş bir modelle sonuçlanabilmektedir. Bu nedenle Becker vd. (2006) tarafından geliştirilen bu birim kök testinde yapısal kırılmalar Fourier yaklaşımı kullanılarak oluşturulmaktadır.

Bu testte kullanılan veri yaratma süreci şöyledir;

$$y_t = X_t' \beta + Z_t' \gamma + r_t + \varepsilon_t \quad (3.111)$$

$$r_t = r_{t-1} + u_t \quad (3.112)$$

Burada ε_t durağan hataları göstermektedir. u_t ise σ_u^2 varyansla bağımsız ve özdeş dağılmıştır. Düzey durağan süreç için $X_t = [1]$ iken trend durağan süreç için $X_t = [1, t]'$ olarak ifade edilmektedir. Bu testte fourier yapısı aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$Z_t = [\sin(2\pi kt/T), \cos(2\pi kt/T)]' \quad (3.113)$$

Eşitlik (3.113)'de k frekans sayısını, T ise örneklem boyutunu ifade etmektedir. $\sigma_u^2 = 0$ sıfır hipotezi ile eşitlik (3.111)'deki süreç durağandır. Bilinmeyen sayı ve formdaki kırılmaları modele dahil edebilmek için α_t fonksiyonu kullanılmaktadır. α_t fonksiyonu aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır (Beckers, Enders ve Lee, 2006: 383).

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \sum_{k=1}^n a_k \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \sum_{k=1}^n b_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right); \quad n < T/2. \quad (3.114)$$

Burada n, olası bütün frekans sayısını ve k ise belirli bir frekansı ifade etmektedir. n, 1'den başlar ve eklenen frekanslar ile genişletmek mümkündür. n=T/2'ye ulaşıldığında

ise, α_t uyumu mükemmel olmaktadır. Tek frekanslı bir bileşen ile Fourier yaklaşımı ise şöyledir;

$$\alpha(t) \cong Z'_t \gamma = \gamma_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \gamma_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (3.115)$$

Kwiatkowski vd. (1992) tarafından geliştirilen KPSS testinin istatistiği aşağıdaki gibiydi;

$$\tau_{KPSS} = \frac{1}{T^2} \frac{\sum_{t=1}^T \hat{S}_t^2}{\hat{\sigma}^2} \quad (3.116)$$

Burada $\hat{S}_t = \sum_{j=1}^t e_j$ olarak hesaplanır. e_t ; y_t 'nin X_t ile regresyonundan elde edilen EKK kalıntılarıdır. $\hat{\sigma}^2$ ise uzun dönem varyans tahmini olup aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır (Beckers vd., 2006: 385).

$$\sigma^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} T^{-1} E(S_T^2) \quad (3.117)$$

Burada $S_T = \sum_{t=1}^T \varepsilon_t$ olarak hesaplanmaktadır. Fourier fonksiyonlu KPSS test istatistiği için aşağıdaki regresyonlar kullanılmaktadır.

$$y_t = \alpha + \gamma_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \gamma_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + e_t \quad (3.118)$$

$$y_t = \alpha + \beta t + \gamma_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \gamma_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + e_t \quad (3.119)$$

$\tau_\mu(k)$, eşitlik (3.118) için $\tau_\tau(k)$ ise eşitlik (3.119) için test istatistikleri olarak ifade edilmekte olup bu denklemlerden elde edilen $\tilde{e}_j$ 'ler ile aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$\tau_\mu(k) \text{ ya da } \tau_\tau(k) = \frac{1}{T^2} \frac{\sum_{t=1}^T \tilde{S}_t(k)^2}{\tilde{\sigma}^2} \quad (3.120)$$

$\tilde{S}_t = \sum_{j=1}^t \tilde{e}_j$ 'e eşittir. w_j ağırlıkları ve gecikme parametresi (l) ile hesaplanan uzun dönem varyansı ise $\tilde{\sigma}^2 = \tilde{\gamma}_0 + 2 \sum w_j \tilde{\gamma}_j$ olarak hesaplanmaktadır. Burada $\tilde{\gamma}_j$, eşitlik (3.118) ve (3.119)'dan elde edilen kalıntıların j inci otokovaryanslarıdır.

Veri yaratma sürecinde doğrusal olmayan bir eğilim mevcut değilse standart KPSS testini kullanmak testin gücünü arttırabilmektedir. Bu nedenle doğrusal olmayan bir

eğilimin (yani $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$) olup olmadığının test edilmesi gerekmektedir. Bu durum F test istatistiği ile sınanabilmektedir. F test istatistiği şöyledir;

$$F_i(k) = \frac{(KKT_0 - KKT_1(k))/2}{KKT_1(k)/(T-q)}, \quad i = \mu, \tau \quad (3.121)$$

Öncelikle eşitlik (3.118) ve (3.119)'dan kalıntı kareleri toplamı (KKT) elde edilmektedir. KKT_0 , trigonometrik terimler olmadan hesaplanan kalıntı kareler toplamını, KKT_1 ise trigonometrik terimler mevcut iken hesaplanan kalıntı kareler toplamını ifade etmektedir. Doğrusallık sıfır hipotezinin reddedilmesi doğrusal olmayan trendin varlığı anlamına gelmektedir.

Fourier fonksiyonlu KPSS testi için kritik değerler Beckers vd. (2006) tarafından Monte Carlo simülasyonları ile üretilmektedir (Beckers vd., 2006).

3.2.3. Enders ve Lee Fourier Birim Kök Testi (2012)

Enders ve Lee (2012) DF tipi regresyona dayanan deterministik terimde Fourier fonksiyonuna sahip yeni bir birim kök testi geliştirmişlerdir.

Bu test için DF testine $\alpha(t)$ olarak gösterilen zamana bağlı bir fonksiyon olan deterministik bir terim eklenmekte ve aşağıdaki veri yaratma süreci kullanılmaktadır.

$$y_t = \alpha(t) + \rho y_{t-1} + \gamma t + \varepsilon_t \quad (3.122)$$

Burada $\varepsilon_t, \sigma_\varepsilon^2$ varyans ile durağandır. $\alpha(t)$ ise t'nin deterministik bir fonksiyonudur. $\alpha(t)$ 'nin bilinmeyen fonksiyonel formu, fourier yaklaşımı ile aşağıdaki gibi genişletilebilir.

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \sum_{k=1}^n \alpha_k \sin(2\pi kt/T) + \sum_{k=1}^n \beta_k \cos(2\pi kt/T) \quad n \leq T/2 \quad (3.123)$$

Burada n frekans sayısını, k belirli bir frekansı ve T ise gözlem sayısını temsil etmektedir. Eğer $\alpha_1 = \beta_1 = \dots = \alpha_n = \beta_n = 0$ ise süreç doğrusaldır ve bu durumda geleneksel birim kök testlerinin kullanılması daha uygundur. Ancak doğrusal olmayan bir trend varsa fourier frekans yaklaşımının kullanılması gerekmektedir. Tek bir k frekansı ile regresyon aşağıdaki gibi oluşturulmaktadır (Enders ve Lee, 2012: 197).

$$\Delta y_t = \rho y_{t-1} + c_1 + c_2 t + c_3 \sin(2\pi kt/T) + c_4 \cos(2\pi kt/T) + e_t \quad (3.124)$$

Eşitlik (3.124)'ün $\rho = 0$ sıfır hipotezi için t istatistiği τ_{DF_t} ile gösterilmektedir. τ_{DF_t} test istatistiği için kritik değerler Enders ve Lee (2012)'de üretilmiştir.

Bu testte en uygun frekans değerini (k) bulmak için eşitlik (3.124), sırasıyla $1 \leq k \leq 5$ aralığındaki tüm k değerleri ile tahmin edilmektedir. Kalıntı kareler toplamı (KKT) en küçük olan regresyonun k değeri, en uygun frekans değeri olarak seçilmektedir. Ayrıca bu testte, doğrusal olmayan durumlar için de bir ön test yapılabilmektedir. Bunun için $c_3 = c_4 = 0$ sıfır hipotezi ile F testi yapılmaktadır. F testi istatistiği kritik değerden küçükse sıfır hipotezi reddedilememektedir. Bu durumda doğrusal Dickey Fuller testini gerçekleştirmek daha uygundur (Enders ve Lee, 2012: 197).

3.2.4. Enders ve Lee Fourier Birim Kök Testi (2012)

Enders ve Lee (2012) tarafından geliştirilen bu birim kök testinin amacı, yumuşak kırılmalara sahip bir serinin düşük frekans bileşenleri kullanılarak tahmin edilmesidir. Kırılmaların bilinmeyen yapılarını kontrol etmek için Gallant (1981) tarafından geliştirilen esnek fourier formunun bir varyasyonu kullanılmaktadır.

Bu testte, $d(t)$ ile gösterilen deterministik terimin zamana bağlı bir fonksiyon olmasına izin veren DF tipi bir düzenleme kullanılmaktadır.

$$y_t = d(t) + \rho y_{t-1} + \gamma t + \varepsilon_t. \quad (3.125)$$

Burada ε_t , σ_ε^2 varyansa sahip durağan bir hata terimidir. $d(t)$ ise t 'nin deterministik bir fonksiyonudur. $d(t)$ 'nin fonksiyonel formu biliniyorsa eşitlik (3.125)'in $\rho = 1$ sıfır hipotezi için test edilmesi mümkündür. Fakat $d(t)$ 'nin formu bilinmiyorsa bu şekilde test etmek hatalı sonuçlarına sebep olmaktadır. Bu testte ise $d(t)$ 'yi yaklaşık olarak tahmin eden Fourier yaklaşımı kullanılmaktadır. Fourier yaklaşımı ile genişletilmiş $d(t)$ ise şöyledir;

$$d(t) = \alpha_0 + \sum_{k=1}^n \alpha_k \sin(2\pi kt/T) + \sum_{k=1}^n \beta_k \cos(2\pi kt/T); \quad n \leq T/2 \quad (3.126)$$

Burada n kümülatif frekans sayısını, k özel bir frekansı ve T ise gözlem sayısını temsil etmektedir.

Az sayıda frekans bileşeni kullanan bir Fourier yaklaşımı çoğu zaman bilinmeyen bir fonksiyonel formun temel özelliklerini yakalayabilmektedir. Enders ve Lee (2012) veri yaratma sürecine, bir frekans değeri kullanılarak aşağıdaki şekilde başlamışlardır (Enders ve Lee, 2012: 578).

$$y_t = \alpha_0 + \gamma t + \alpha_k \sin(2\pi kt/T) + \beta_k \cos(2\pi kt/T) + e_t; \quad k \leq T/2 \quad (3.127)$$

$$e_t = \rho e_{t-1} + \varepsilon_t. \quad (3.128)$$

Bu test, $\rho = 1$ sıfır hipotezine karşın, $\rho < 1$ alternatif hipotezi sınanmaktadır. Enders ve Lee'nin çalışmalarında kullandıkları prosedür, Schmidt ve Phillips (1992) ve Amsler ve Lee (1995) tarafından geliştirilen Lagrange Çarpanı (LM) yöntemine dayanmaktadır. İlk farklar kullanılarak aşağıdaki regresyon tahmin edilmektedir;

$$\Delta y_t = \delta_0 + \delta_1 \Delta \sin(2\pi kt/T) + \delta_2 \Delta \cos(2\pi kt/T) + u_t \quad (3.129)$$

Burada $\tilde{\delta}_0, \tilde{\delta}_1$ ve $\tilde{\delta}_2$ tahmin edilmiş katsayıları ifade etmekte olup bu katsayılar kullanılarak trendden arındırılmış serileri elde etmek için aşağıdaki adımlar izlenmektedir.

$$\tilde{S}_t = y_t - \tilde{\psi} - \tilde{\delta}_0 t - \tilde{\delta}_1 \sin(2\pi kt/T) - \tilde{\delta}_2 \cos(2\pi kt/T) \quad t=2, \dots, T \quad (3.130)$$

Burada $\tilde{\psi} = y_1 - \tilde{\delta}_0 - \tilde{\delta}_1 \sin(2\pi kt/T) - \tilde{\delta}_2 \cos(2\pi kt/T)$ olarak tahmin edilir. Bu test için test regresyonu ise trendden arındırılmış seriler kullanılarak hesaplanan aşağıdaki regresyona dayanmaktadır.

$$\Delta y_t = \phi \tilde{S}_{t-1} + d_0 + d_1 \Delta \sin(2\pi kt/T) + d_2 \Delta \cos(2\pi kt/T) + \varepsilon_t \quad (3.131)$$

y_t durağan değilse $\phi = 0$ olmaktadır. LM test istatistiği ise şöyledir;

$\tau_{LM}, \phi = 0$ sıfır hipotezi için t-istatistiği

Veri yaratma sürecinde doğrusal olmayan bir trend yoksa, standart bir birim kök testi bu testten daha güçlü olmaktadır. Harvey vd., (2010) metodolojisine benzer bir metodoloji kullanılarak doğrusal olmayan bir trend için ön test yapılarak birim kök testinin gücü arttırılmaktadır. Bunun için doğrusallık sıfır hipotezi altında aşağıdaki F testi kullanılmaktadır;

$$F(k) = \frac{(KKT_0 - KKT_1(k))/2}{KKT_1(k)/(T-q)} \quad (3.132)$$

$KKT_1(k)$ trigonometrik terimlerin olduğu regresyondan elde edilen kalıntı kare toplamını, q regresör sayısını, KKT_0 ise trigonometrik terimlerin olmadığı regresyondan elde edilen kalıntı kare toplamını ifade etmektedir.

τ_{LM} test istatistiğinin kritik değerleri, farklı k değerleri ve farklı örneklem büyüklükleri (T) için Monte Carlo simülasyonları ile üretilmiştir (Enders ve Lee, 2012).

3.2.5. Rodrigues ve Taylor Fourier Birim Kök Testi (2012)

Elliott vd. (1996) tarafından önerilen GLS birim kök testi prosedürünü, Rodrigues ve Taylor (2012), bilinmeyen deterministik bileşenler için Fourier yaklaşımı ile genişleterek yeni bir birim kök testi geliştirmişlerdir. Aşağıdaki veri yaratma sürecini kullanmışlardır;

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \alpha_3 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + x_t, \quad t=1, \dots, T \quad (3.133)$$

$$x_t = \phi x_{t-1} + u_t \quad (3.134)$$

Burada $u_t \sim iid(0, \sigma^2)$ 'dir. Fourier frekansı (k), sabit bir değer olarak alınmaktadır. Hipotezler ise şöyledir;

$$H_0: \phi = 1$$

$$H_1: |\phi| < 1$$

Eşitlik (3.133)'deki model, işlem kolaylığı açısından aşağıdaki gibi yazılabilmektedir;

$$y_t = z_t' \alpha + f_t(k)' \varphi + x_t, \quad t=1, \dots, T \quad (3.135)$$

Burada $z_t = (1, t)$ ve $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1)'$, $f_t(k) = \left(\sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right), \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right)\right)'$ ve $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2)'$ olarak ifade edilmektedir.

Trendden arındırılmış GLS yöntemi için iki aşamalı bir prosedür geliştirilmiştir. İlk adım olan EKK regresyonu ise şu şekildedir;

$$y_{\bar{c}_{k,\zeta}} = \left(y_1, y_2 - \left(1 + \frac{\bar{c}_{k,\zeta}}{T} \right) y_1, \dots, y_T - \left(1 + \frac{\bar{c}_{k,\zeta}}{T} \right) y_{T-1} \right)' \quad (3.136)$$

$$v_{\bar{c}_{k,\zeta}} = \left[v_1, v_2 - \left(1 + \frac{\bar{c}_{k,\zeta}}{T} \right) v_1, \dots, v_T - \left(1 + \frac{\bar{c}_{k,\zeta}}{T} \right) v_{T-1} \right]' \quad (3.137)$$

Burada $v_t = (z_t', f_t(k)')'$, $\theta = (\alpha', \varphi')'$ parametre vektörünü elde etmek için tahmin edilmektedir. Bu tahmin ise $\hat{\theta}_{\bar{c}_{k,\zeta}} = (\hat{\alpha}'_{\bar{c}_{k,\zeta}}, \hat{\varphi}'_{\bar{c}_{k,\zeta}})'$ ile elde edilmektedir. $\bar{c}_{k,\zeta}$ ise yerel GLS trendden arındırılmış parametresinin değeridir. $\zeta = \mu, \tau$ olarak ifade edilmekte ve μ , $z_t=1$ sabit durumunu, τ , $z_t = (1, t)'$ doğrusal trend durumunu, k ise fourier frekansını göstermektedir.

İkinci adımda ise trendden arındırılmış seriye birim kök testi yapılır. Aşağıdaki regresyondan $\phi = 0$ için t istatistiği hesaplanmaktadır.

$$\Delta y_t^{\bar{c}_{k,\zeta}} = \phi y_{t-1}^{\bar{c}_{k,\zeta}} + u_t, \quad t=2, \dots, T \quad (3.138)$$

Rodrigues ve Taylor tarafından geliştirilen bu test istatistiği $t_{\phi}^{ERS_f^{\zeta}}$ olarak gösterilmektedir. Bu test istatistiğinin kritik değerleri ise hem sabitli model hem de doğrusal trendli model için Monte Carlo simülasyonları ile üretilmiştir (Rodrigues ve Taylor, 2012).

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

4. KALINTILARLA GENİŞLETİLMİŞ (RALS) BİRİM KÖK TESTLERİ

Kalıntılarla genişletilmiş birim kök testleri, normal olmayan hatalar durumundaki bilgileri kullanmakta olup geleneksel birim kök testlerine göre daha fazla güç göstermektedirler. Bu testlerin temel özelliği, fonksiyonel form hakkında bilgi gerektirmemesidir. Bunun yerine, test regresyonundaki kalıntıların daha yüksek momentlerindeki normal olmama bilgilerini kullanmaktadırlar.

RALS test prosedürü EKK tahminlerine dayanan doğrusal bir çerçevede uygulanmaktadır. Bu nedenle doğrusal olmayan tahmin tekniklerine ihtiyaç duymamakta olup basit bir hesaplama ile doğrusal olmayan moment koşullarını kullanmaktadır (Im vd., 2014: 316).

Bu bölümde kalıntılarla genişletilmiş birim kök testlerine yer verilmektedir.

4.1. Im, Lee, Tieslau (RALS-ADF) Birim Kök Testi (2014)

Im vd., (2014), ADF testlerini, hataların normal dağılmadığı durumlarda kullanarak yeni bir birim kök testi geliştirmişlerdir. Çalışmalarında öncelikli olarak GMM birim kök testleri açıklanmaktadır. Bunun için aşağıda gibi bir zaman serisi süreci verilmektedir.

$$y_t = \phi y_{t-1} + \varepsilon_t \quad t=1,2,\dots,T. \quad (4.1)$$

$H_0: \phi = 1$ sıfır hipotezine karşılık $H_A: \phi < 1$ alternatif hipotezi sınanmaktadır. Sabitsiz ve trendsiz ADF regresyonu aşağıdaki gibidir;

$$\Delta y_t = \beta y_{t-1} + \sum_{j=1}^p \delta_j \Delta y_{t-j} + e_t \quad t=1,2,\dots,T. \quad (4.2)$$

Eşitlik (4.2) için elde edilen GMM tahmincisi $\tilde{\beta}_G$, test istatistiği ise t_G olarak ifade edilmektedir.

$$T\tilde{\beta}_G \Rightarrow \frac{a(1)}{\sigma_e \sigma_\psi} \left(\int_0^1 W_1(r)^2 dr \right)^{-1} \int_0^1 W_1(r) dW_2. \quad (4.3)$$

$$t_G \Rightarrow \rho DF + \sqrt{1 - \rho^2} Z \quad (4.4)$$

Sabit içeren ADF regresyonu ise şöyledir;

$$\Delta y_t = \alpha_1 + \beta y_{t-1} + \sum_{j=1}^p \delta_j \Delta y_{t-j} + e_t \quad t=1,2,\dots,T. \quad (4.5)$$

Eşitlik (4.5) için GMM tahmincisi $\tilde{\beta}_{G,\mu}$, test istatistiği ise $t_{G,\mu}$ olarak ifade edilmektedir (Im, Lee ve Tieslau, 2014: 319).

$$T\tilde{\beta}_{G,\mu} \Rightarrow \frac{a(1)}{\sigma_e \sigma_\psi} \left(\int_0^1 \tilde{W}_1(r)^2 dr \right)^{-1} \int_0^1 \tilde{W}_1(r^2) dr. \quad (4.6)$$

$$t_{G,\mu} \Rightarrow \rho DF_\mu + \sqrt{1 - \rho^2} Z. \quad (4.7)$$

Sabit ve trend içeren ADF regresyonu ise aşağıdaki gibidir;

$$\Delta y_t = \alpha_1 + \alpha_2 t + \beta y_{t-1} + \sum_{j=1}^p \delta_j \Delta y_{t-j} + e_t \quad t=1,2,\dots,T. \quad (4.8)$$

Eşitlik (4.8) için GMM tahmincisi $\tilde{\beta}_{G,\mu}$ ve test istatistiği $t_{G,\tau}$ olarak ifade edilmektedir.

$$T\tilde{\beta}_{G,\tau} \Rightarrow \frac{a(1)}{\sigma_e \sigma_\psi} \left(\int_0^1 \tilde{W}_1(r)^2 dr \right)^{-1} \int_0^1 \tilde{W}_1(r^2) d\tilde{W}_2(r), \quad (4.9)$$

$$t_{G,\tau} \Rightarrow \rho DF_\tau + \sqrt{1 - \rho^2} Z. \quad (4.10)$$

Im vd. (2014) daha sonrasında ise normal olmayan hata bilgilerinden yararlanarak bazı moment koşullarını ele almaktadır. Bunun için de ilk olarak eşitlik (4.5)'deki sabitli ADF modeli ele alınmaktadır. $x_t = (1, z_t')'$, $g(e_t) = (e_t, [h(e_t) - K]')'$ olmak üzere $E[g(e_t) \otimes x_t] = 0$ moment koşulu kullanılmaktadır. Moment koşulu iki kısma ayrılmış ve ilk kısımda, en küçük kareler tahmininin olağan moment koşulu eşitlik (4.11)'de incelenmiştir.

$$E(e_t \otimes x_t) = 0 \quad (4.11)$$

İkinci kısımda ise $(J-1) \times (p+2)$ ek bir moment koşulu eşitlik (4.12)'de incelenmiştir (Im vd., 2014: 321).

$$E((h(e_t) - K) \otimes x_t) = 0 \quad (4.12)$$

Böylece aşağıdaki matrisler tanımlanabilmektedir;

$$C = \begin{bmatrix} \sigma_e^2 & C'_{21} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 1 \\ D_2 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Burada $C_{21} = E[e_t h(e_t)]$, $C_{22} = E[h(e_t)h(e_t)']$ ve $D_2 = E[h'(e_t)]$ olarak ifade edilmektedir. Sonrasında ise aşağıdaki eşitlik tanımlanmaktadır:

$$\hat{w}_t = h(\hat{e}_t) - \bar{K} - \hat{e}_t \hat{D}_2 \quad t=1,2,\dots,T \quad (4.14)$$

Burada $\hat{e}_t$, eşitlik (4.5)'deki modelden elde edilen EKK kalıntılarını göstermektedir. $\bar{K} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T h(\hat{e}_t)$ ve $\hat{D}_2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T h'(\hat{e}_t)$ şeklinde ifade edilmektedir. Kalıntılarla genişletilmiş en küçük kareler (RALS) regresyonu ise aşağıdaki gibidir;

$$\Delta y_t = \alpha_1 + \beta y_{t-1} + \sum_{j=1}^p \delta_j \Delta y_{t-j} + \hat{w}_t' \gamma + v_t \quad t=1,2,\dots,T \quad (4.15)$$

β 'nın RALS tahmincisi $\beta_{R,\mu}$ olarak belirtilmekte ve $\beta = 0$ için t istatistiği $t_{R,\mu}$ olarak gösterilmektedir. Regresyona doğrusal zaman trendi eklenirse Eşitlik (4.16) elde edilmektedir;

$$\Delta y_t = \alpha_1 + \alpha_2 t + \beta y_{t-1} + \sum_{j=1}^p \delta_j \Delta y_{t-j} + \hat{w}_t' \gamma + v_t \quad (4.16)$$

Burada da β 'nın RALS tahmincisi $\beta_{R,\tau}$ olarak belirtilmekte ve $\beta = 0$ için t istatistiği $t_{R,\tau}$ olarak gösterilmektedir. ρ^2 'nin tahmini ise şöyledir;

$$\hat{\rho}^2 = \hat{\sigma}_A^2 / \hat{\sigma}^2 \quad (4.17)$$

$\hat{\sigma}^2$, standart ADF regresyonlarından elde edilen hata varyansı tahminini, $\hat{\sigma}_A^2$ ise RALS regresyonlarından elde edilen hata varyans tahminini göstermektedir.

Kalıntıların ikinci ve üçüncü momentlerinin gecikmeli bağımlı değişkenler ile ilişkisiz olduğu moment koşullarını kullanmak akla yatkın bir seçenek olmaktadır. Aşağıda yeniden yazılan RALS tahmincisine ise RALS(2&3) adı verilmektedir. Burada $h(\hat{e}_t) = [\hat{e}_t^2, \hat{e}_t^3]'$ ve J=2,3 için $m_j = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{e}_t^j$ olmaktadır.

İkinci ve üçüncü moment koşulları ile RALS(2&3)'ün gösterimi ise şöyledir;

$$\hat{w}_t = [\hat{e}_t^2 - m_2, \hat{e}_t^3 - m_3 - 3m_2 \hat{e}_t] \quad t=1,2,\dots,T \quad (4.18)$$

RALS testleri, hata teriminin fonksiyonel formu veya tam dağılımını belirtmeden kalıntıların ikinci ve üçüncü momentlerindeki bilgileri basit bir şekilde kullanarak önemli bir avantaj sağlamaktadır.

Sabit ve trendli modeller için kritik değerler, dokuz farklı ρ^2 değeri ile %1, %5 ve %10 için Im vd. (2014) tarafından tablolandırılmıştır (Im vd., 2014).

4.2. Meng, Im, Lee ve Tieslau (RALS-LM) Birim Kök Testi (2014)

RALS prosedüründe test denklemindeki hatalar, doğrusal olmama veya asimetri gibi normallikten herhangi bir sapma gösterdiğinde var olan bilgilerden yararlanmaktadır. Hatalar normal değilse, kalıntıların daha yüksek momentleri, normal olmamanın doğasına ilişkin bilgileri içermektedir.

Meng vd. (2014) tarafından geliştirilen bu testte, RALS birim kök testlerinin LM versiyonu ele alınmaktadır. Başlangıç olarak aşağıdaki gözlemlenmemiş bir bileşen modeli ele alınmaktadır;

$$y_t = \psi + \xi_t + x_t \quad (4.19)$$

$$x_t = \beta x_{t-1} + e_t \quad (4.20)$$

Bu testin hipotezleri şöyledir;

$$H_0: \beta = 1$$

$$H_1: \beta < 1$$

ψ ve ξ sırasıyla düzey ve deterministik trendi ifade etmektedir. LM prosedürlerinde y_t 'nin trendden arındırılmış hali şöyledir;

$$\tilde{y}_t = y_t - \tilde{\psi} - \tilde{\xi}_t \quad (4.21)$$

Schmidt ve Phillips (1992) tarafından geliştirilen LM testlerinin temel avantajı, yapısal değişiklikler ile ilgili parametrelere daha az duyarlı olmasıdır. Eşitlik (4.19)'a deterministik terim ekleyip veri yaratma süreci yeniden yazılırsa aşağıdaki eşitlik elde edilmektedir;

$$y_t = z_t' \delta + x_t \quad (4.22)$$

$$x_t = \beta x_{t-1} + e_t \quad (4.23)$$

Burada z_t deterministik terimi ifade etmekte olup kırılmasız LM için $z_t = [1, t]'$ olarak gösterilmektedir. $t=T_B$ zamanında modelin düzeyinde bir kırılma meydana gelirse kırılma değişkeni (D_t) eklenmektedir. $t \geq T_B + 1$ iken $D_t = 1$, diğer durumlarda ise $D_t = 0$ olmaktadır (Meng vd., 2014: 345).

$$y_t = \psi + \xi_t + dD_t + x_t \quad (4.24)$$

$z_t = [1, t, D_t]'$ olarak ifade edilmekte ve farkların regresyonundan d parametresi tahmin edilmektedir. $\lambda = T_B/T$ ile kırılma noktası hesaplanmaktadır. Çoklu kırılma durumunda ise $z_t = [1, t, D_{1t}, \dots, D_{Rt}]'$ olmaktadır. $t \geq T_{Bj} + 1$ iken $D_{tj} = 1$, diğer durumlarda ise $D_{tj} = 0$ olmaktadır.

RALS LM prosedürünün ayrıntıları açıklanmadan önce LM birim kök test istatistiği aşağıdaki regresyondan elde edilmektedir;

$$\Delta y_t = \delta' \Delta z_t + \phi \tilde{y}_{t-1} + e_t, \quad (4.25)$$

$$\tilde{y}_t = y_t - \tilde{\psi} - z_t \tilde{\delta}, \quad t=2, \dots, T \quad (4.26)$$

$\tilde{\delta}$, Δy_t ve Δz_t 'nin regresyonundaki vektör katsayılarıdır. Otokorelasyon hatalarını kontrol etmek için eşitlik (4.25)'e $j=1, \dots, p$ için $\Delta \tilde{y}_{t-j}$ terimi eklenmelidir. Böylece yeni model;

$$\Delta y_t = \delta' \Delta z_t + \phi \tilde{y}_{t-1} + \sum_{j=1}^p c_j \Delta \tilde{y}_{t-j} + e_t \quad (4.27)$$

olmaktadır. LM test istatistiği ise aşağıdaki şekilde gösterilmektedir:

$$\tilde{\tau}_{LM}, \phi = 0 \text{ temel hipotezi için } t - \text{istatistiği}$$

Meng vd. (2014) daha sonrasında modelin gücünü iyileştirmek için normal olmayan hataların bilgisini modele eklemektedirler. Başlangıçta $\xi_t = (\Delta \tilde{y}_{t-1}, \Delta \tilde{y}_{t-2}, \dots, \Delta \tilde{y}_{t-p})'$, $f_t = (\tilde{y}_{t-1}, \xi_t)'$ ve $F_t = (\Delta z_t', f_t)'$ olarak ifade edilmekte ve moment koşulu aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$E[g(e_t) \otimes F_t] = 0 \quad t=1, 2, \dots, T \quad (4.28)$$

Burada $g(e_t) = (e_t, [h(e_t) - K]')'$ şeklinde tanımlanmakta olup, $K=E(e_t)$ 'dir. $h(e_t)$, e_t hata teriminin doğrusal olmayan fonksiyonudur (Meng, Im, Lee ve Tieslau, 2014: 347).

$$E[e_t \otimes F_t] = 0 \quad (4.29)$$

$$E[(h(e_t) - K) \otimes F_t] = 0 \quad (4.30)$$

İlk kısım en küçük kareler tahmininin olağan moment koşulunu, ikinci kısım ise e_t 'nin doğrusal olmayan fonksiyonlarına dayanan ek bir moment koşulunu içermektedir. Im ve Schmidt (2008)'de olduğu gibi aşağıdaki terimler tanımlanmaktadır;

$$\hat{w}_t = h(\hat{e}_t) - \hat{K} - \hat{e}_t \hat{D}_2, \quad (4.31)$$

Burada $h(\hat{e}_t) = [\hat{e}_t^2, \hat{e}_t^3]'$, $\hat{K} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T h(\hat{e}_t)$ ve $\hat{D}_2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T h'(\hat{e}_t)$ olarak ifade edilmektedir. Sonrasında ise $m_j = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{e}_t^j$ terimleri eklenerek aşağıdaki eşitlik elde edilmektedir;

$$\hat{w}_t = [\hat{e}_t^2 - m_2, \hat{e}_t^3 - m_3 - 3m_2 \hat{e}_t]' \quad (4.32)$$

Hata teriminin dağılımı normal olmadığında, regresyona $\hat{w}_t$ eklenerek aşağıdaki RALS-LM modeli oluşturulmaktadır:

$$\Delta y_t = \delta' \Delta z_t + \phi \tilde{y}_{t-1} + \sum_{j=1}^p g_j \Delta \tilde{y}_{t-j} + \hat{w}_t' \gamma + e_t \quad (4.33)$$

RALS-LM istatistiği ise, eşitlik (4.33)'e uygulanan en küçük kareler tahmin prosedürü ile elde edilmektedir. $\phi = 0$ iken t istatistiği τ_{RLM} olarak gösterilmektedir. τ_{RLM} istatistiğinin limit dağılımı ise şöyledir;

$$\tau_{RLM} \Rightarrow \rho \tau_{LM} + \sqrt{1 - \rho^2} N(0,1) \quad (4.34)$$

$$\rho = \frac{\sigma_{\psi e}}{\sigma_{\psi} \sigma_e}. \quad (4.35)$$

$$\hat{\rho}^2 = \hat{\sigma}_A^2 / \hat{\sigma}^2 \quad (4.36)$$

$\hat{\sigma}^2$, LM regresyonlarından elde edilen hata varyansı tahminini, $\hat{\sigma}_A^2$ ise RALS-LM regresyonlarından elde edilen hata varyans tahminini göstermektedir. $\hat{\rho}^2 = 1$ ise RALS

LM test istatistikleri ile LM test istatistikleri birbirine eşit olmaktadır. Böyle bir durumda LM testinin kritik değerlerini kullanmak daha uygun olmaktadır (Meng vd., 2014).

4.3. Kalıntılarla Genişletilmiş Fourier Fonksiyonlu KPSS Durağanlık Testi

Bu bölümde Becker vd. (2006) tarafından geliştirilen Fourier KPSS durağanlık testi, RALS yaklaşımı ile genişletilmiştir. RALS Fourier KPSS testi olarak adlandırılan bu testte Fourier yaklaşımı ile bilinmeyen form, sayı ve tarihteki kırılmalar daha iyi modellenebilmektedir. RALS tahmincileri ile de kalıntıların normal dağılmama bilgisi modele dahil edilmekte ve güçlü test sonuçları elde edilmektedir.

Bu testte kullanılan veri yaratma süreci şöyledir;

$$y_t = X_t' \beta + Z_t' \alpha + r_t + \hat{w}_t' \gamma + \varepsilon_t \quad (4.37)$$

$$r_t = r_{t-1} + u_t \quad (4.38)$$

Burada $t=1, \dots, T$ ve r_t rassal yürüyüş sürecidir. u_t , σ_u^2 varyans ile bağımsız ve özdeş dağıtılmıştır. ε_t ise durağan hatalardır. $X_t = [1]$ y_t 'nin seviye durağan süreç olduğunu ve $X_t = [1, t]'$ ise y_t 'nin trend durağan süreç olduğunu ifade etmektedir. $Z_t = [\sin(2\pi kt/T), \cos(2\pi kt/T)]'$ ise zamana bağlı deterministik trenddir. Bilinmeyen formdaki yapısal kırılmalar $\alpha(t)$ ile modele dahil edilmektedir.

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \sum_{k=1}^n \alpha_{1k} \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \sum_{k=1}^n \alpha_{2k} \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right); \quad n \leq T/2 \quad (4.39)$$

Burada k frekans sayısını göstermektedir. Sabit terimli model için tek frekanslı Fourier fonksiyonu aşağıdaki gibidir;

$$\alpha(t) = b_0 + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (4.40)$$

Sabit terimli ve trendli model için tek frekanslı Fourier fonksiyonu ise şöyledir;

$$\alpha(t) = b_0 + bt + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (4.41)$$

Fourier KPSS testi için sırasıyla sabit terim ve trend içeren modeller aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir.

$$y_t = b_0 + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \varepsilon_t \quad (4.42)$$

$$y_t = b_0 + bt + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \varepsilon_t \quad (4.43)$$

Veri üretme sürecindeki RALS terimi ise şöyledir;

$$\hat{w}_t = [\hat{e}_t^2 - m_2, \hat{e}_t^3 - m_3 - 3m_2\hat{e}_t] \quad (4.44)$$

Burada $\hat{e}_t$ kalıntıları, m_2 ikinci momenti, m_3 ise üçüncü momenti temsil etmekte olup $m_2 = T^{-1} \sum e^2$ ve $m_3 = T^{-1} \sum e^3$ olarak hesaplanmaktadır. Kalıntılar normal dağılım göstermediğinde, $\hat{w}_t$ serisinin modele dahil edilmesiyle modelin gücü arttırılmaktadır.

Eşitlik 4.42 ve 4.43'deki Fourier KPSS denklemlerine eşitlik 4.44'deki $\hat{w}_t$ serisi dahil edilerek RALS Fourier KPSS denklemleri aşağıdaki gibi oluşturulmaktadır.

$$y_t = b_0 + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \hat{w}_t' \gamma + \varepsilon_t \quad (4.45)$$

$$y_t = b_0 + bt + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \hat{w}_t' \gamma + \varepsilon_t \quad (4.46)$$

Önerilen RALS Fourier KPSS durağanlık testi $\sigma_u^2 > 0$ alternatif hipotezine karşı $\sigma_u^2 = 0$ sıfır hipotezi ile test edilmektedir. Test istatistiği ise aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$\hat{\eta}(k) = T^{-2} \sum \tilde{S}_t(k)^2 / \tilde{\sigma}^2 \quad (4.47)$$

Burada $\tilde{S}_t = \sum_{i=1}^t \tilde{e}_i$ ve $\tilde{\sigma}^2$ ise ε_t kalıntılarının uzun dönem varyans tahmini olup aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$\sigma^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} T^{-1} E(S_t^2) \quad (4.48)$$

ε_t kalıntıları pratikte iid varsayımına sahip olmayabilir. Bu durumda tutarlı uzun dönem varyansı ise şöyle hesaplanmaktadır;

$$\sigma^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2 + \frac{2}{T} \sum_{s=1}^l w(s, l) \sum_{t=s+1}^T \varepsilon_t \varepsilon_{t-s} \quad (4.49)$$

$w(s, l)$, parametrik olmayan çekirdek yaklaşımı ile tahmin edilen spektral pencere ve l ise pencere genişliğidir.

Eşitlik 4.47’de hesaplanan RALS Fourier KPSS test istatistikleri kısaca τ_{RFKPSS} olarak ifade edilmektedir. τ_{RFKPSS} test istatistiklerinin asimptotik dağılımı aşağıdaki gibi gösterilebilmektedir (Im vd., 2014:319 ve Meng vd., 2014:348).

$$\tau_{RFKPSS} \rightarrow \rho \tau_{FKPSS} + \sqrt{1 - \rho^2} Z \quad (4.50)$$

τ_{FKPSS} Fourier KPSS dağılımını, Z standart normal dağılımı ifade etmektedir. ρ ise FKPSS ve RFKPSS arasındaki uzun dönem korelasyonunu göstermekte olup aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$\rho = \sigma_{\varepsilon u} / \sigma_{\varepsilon} \sigma_u \quad (4.51)$$

$\rho = 1$ ise RFKPSS istatistiklerinin dağılımı ile FKPSS istatistiklerinin dağılımı birbirine eşittir. Uygulamada ρ ’nun gerçek değeri mevcut olmadığı için aşağıdaki gibi de hesaplanabilmektedir (Im vd., 2014:322 ve Meng vd., 2014:348);

$$\hat{\rho}^2 = \hat{\sigma}_A^2 / \hat{\sigma}^2 \quad (4.52)$$

Burada $\hat{\sigma}^2$ eşitlik 4.42 ve 4.43’deki Fourier KPSS regresyonlarından elde edilen kalıntıların varyansının tahmini, $\hat{\sigma}_A^2$ ise eşitlik 4.45 ve 4.46’daki RALS Fourier KPSS regresyonlarından elde edilen kalıntıların varyansının tahmini olarak ifade edilmektedir.

Bu çalışma için önerilen test istatistiği 4 adımlı bir prosedür ile hesaplanmaktadır.

Adım 1: Eşitlik 4.42 ve 4.43’ten kalıntılar EKK yöntemi ile hesaplanır. Hesaplanan bu kalıntılar ile eşitlik 4.44 ‘deki RALS terimi elde edilir.

Adım 2: RALS kalıntılarının eklenmiş olduğu yeni modeller eşitlik 4.45 ve 4.46’da belirtilmektedir. Bu modeller, 1 ve 5 aralığındaki k frekans değerleri için EKK yöntemi ile tahmin edilir. Kalıntı kareler toplamını minimum yapan k değeri, uygun frekans olarak belirlenir.

Adım 3: RALS Fourier KPSS test istatistiği elde edilir.

Adım 4: Eşitlik 4.52'den ρ^2 değeri elde edilir.

Hesaplanan test istatistiği, kritik değerden büyük ise durağanlık sıfır hipotezi reddedilmektedir.

4.3.1. Monte Carlo Simülasyonu

Bu bölümde RALS Fourier KPSS durağanlık testinin kritik değer, boyut ve güç özellikleri incelenmektedir. Bunun için Monte Carlo simülasyonu yaklaşımı kullanılmıştır.

Monte Carlo simülasyonu kısaca, rastgele sayıların kullanılması ile yapılan analizler olarak tanımlanmakta olup ilk olarak İkinci Dünya Savaşı sırasında John Von Neumann tarafından nicel bir teknik olarak geliştirilmiştir (Öztürk ve Özbek, 2015:111). Monte Carlo simülasyonu genellikle, sınama istatistiklerinin gerçek özelliklerinin belirsiz olduğu durumlarda, bu istatistiklerin özelliklerini ve davranışlarını araştırmak için kullanılmaktadır (Greene, 2016: 617). Bu araştırma, örnekleme dağılımı ile yani bir istatistiğin belirli bir popülasyondan rastgele bir örnekleme ile alabileceği değerler ve bu değerlerle ilişkili olasılıklar aracılığıyla yapılmaktadır. Belirli regresyon varsayımları ihlal edildiğinde dahi Monte Carlo simülasyonu kullanılabilir. Örneğin çeşitli dağılımlar altında analiz yapılmasına olanak sağlamaktadır (Mooney, 1997:1). Monte Carlo simülasyonun mantığı ise, verilerin belirli bir dağılımdan alınan kalıntılar ile istenen veri yaratma sürecine göre oluşturulup toplamda N kez olmak üzere her sözde örnek için ilgili test istatistiğinin hesaplanmasına dayanmaktadır (Brooks, 2008: 548).

4.3.2. Kritik Değerler

Kritik değerler, gözlem sayısı ($T=50, 100, 300, 500, 1000$), frekans değerleri ($k=1, 2, 3, 4, 5$), Fourier KPSS kalıntıları ve RALS Fourier KPSS kalıntıları arasındaki uzun dönem korelasyon katsayısı ($\rho^2=0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1$) kullanılarak 100000 Monte Carlo simülasyonu ile elde edilmiştir. %1, %5 ve %10 için elde edilen kritik değerler Tablo 4.1 ve Tablo 4.2'de sunulmuştur. Monte Carlo simülasyonu ile kritik değerler elde edilirken aşağıdaki adımlar kullanılmıştır.

Adım 1: Sırasıyla beş farklı frekans değeri ($k=1,2,3,4,5$) için eşitlik 4.42 ve 4.43'deki modellerden kalıntılar hesaplanır. Bu hesaplanan kalıntılar ile eşitlik 4.47 kullanılarak Fourier KPSS (τ_{FKPSS}) test istatistikleri elde edilir.

Adım 2: Elde edilen Fourier KPSS (τ_{FKPSS}) test istatistikleri ile eşitlik 4.50 kullanılarak sırasıyla on bir farklı ρ^2 (0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1) değeri için RALS Fourier KPSS (τ_{RFKPSS}) test istatistikleri elde edilir.

Adım 3: Kritik değerleri elde etmek için sırasıyla tüm k ve ρ^2 değerleri ile tekrar sayısı kadar yani 100000 RALS Fourier KPSS (τ_{RFKPSS}) test istatistiği hesaplanır.

Adım 4: Bu hesaplanan 100000 test istatistiği öncelikle küçükten büyüğe sıralanır. Daha sonra %1, %5 ve %10 için kritik değerler elde edilir. Tüm gözlem sayıları için yukarıdaki adımlar tekrarlanarak T=50, 100, 300, 500 ve 1000 için ayrı ayrı kritik değerler elde edilir.

Tablo 4.1. RALS Fourier KPSS Testi için Kritik Değerler (Sabit)

T	k	%	ρ^2										
			0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
50	1	1	2.322	2.221	2.102	1.994	1.840	1.710	1.530	1.333	1.111	0.809	0.275
		5	1.639	1.580	1.498	1.413	1.316	1.214	1.095	0.967	0.800	0.593	0.180
		10	1.282	1.234	1.180	1.116	1.031	0.959	0.866	0.765	0.638	0.476	0.138
	2	1	2.322	2.261	2.170	2.040	1.910	1.783	1.609	1.439	1.239	0.976	0.656
		5	1.650	1.605	1.536	1.467	1.378	1.280	1.168	1.048	0.904	0.718	0.425
		10	1.288	1.265	1.214	1.165	1.096	1.017	0.941	0.843	0.730	0.582	0.326
	3	1	2.327	2.254	2.162	2.048	1.916	1.762	1.633	1.451	1.252	0.991	0.695
		5	1.642	1.619	1.543	1.480	1.389	1.285	1.190	1.062	0.924	0.729	0.451
		10	1.275	1.271	1.220	1.173	1.106	1.026	0.952	0.855	0.745	0.596	0.348
	4	1	2.332	2.263	2.143	2.041	1.933	1.790	1.638	1.477	1.249	0.996	0.698
		5	1.648	1.625	1.545	1.483	1.393	1.301	1.186	1.073	0.922	0.735	0.458
		10	1.283	1.272	1.224	1.170	1.106	1.036	0.953	0.864	0.753	0.602	0.351
	5	1	2.325	2.260	2.166	2.050	1.917	1.781	1.637	1.465	1.263	1.004	0.716
		5	1.638	1.624	1.549	1.471	1.395	1.296	1.190	1.075	0.924	0.740	0.464
		10	1.282	1.273	1.217	1.166	1.109	1.039	0.952	0.869	0.750	0.604	0.356
100	1	1	2.327	2.237	2.128	1.985	1.838	1.697	1.527	1.328	1.105	0.810	0.272
		5	1.642	1.573	1.514	1.419	1.317	1.211	1.096	0.955	0.799	0.590	0.173
		10	1.279	1.237	1.188	1.117	1.036	0.957	0.866	0.761	0.635	0.475	0.132
	2	1	2.316	2.252	2.159	2.027	1.916	1.777	1.604	1.442	1.218	0.958	0.655
		5	1.638	1.608	1.547	1.461	1.376	1.278	1.162	1.045	0.893	0.708	0.412
		10	1.278	1.263	1.220	1.158	1.090	1.016	0.935	0.841	0.725	0.577	0.312
	3	1	2.310	2.258	2.162	2.045	1.919	1.764	1.616	1.452	1.229	0.988	0.710
		5	1.646	1.610	1.548	1.478	1.385	1.291	1.175	1.054	0.910	0.725	0.445
		10	1.291	1.268	1.219	1.173	1.101	1.032	0.944	0.856	0.734	0.591	0.336
		1	2.332	2.271	2.156	2.036	1.914	1.776	1.624	1.443	1.249	1.006	0.719

	4	5	1.650	1.621	1.550	1.472	1.390	1.293	1.187	1.064	0.917	0.732	0.454
		10	1.286	1.271	1.224	1.173	1.100	1.036	0.952	0.858	0.743	0.599	0.347
	5	1	2.296	2.252	2.171	2.046	1.925	1.772	1.617	1.455	1.256	1.001	0.726
		5	1.642	1.608	1.554	1.480	1.391	1.286	1.181	1.065	0.920	0.732	0.465
		10	1.288	1.262	1.228	1.171	1.109	1.030	0.951	0.859	0.745	0.599	0.352
300	1	1	2.323	2.228	2.122	1.998	1.839	1.687	1.538	1.336	1.119	0.807	0.268
		5	1.649	1.580	1.492	1.417	1.315	1.210	1.096	0.963	0.801	0.584	0.170
		10	1.276	1.237	1.176	1.105	1.040	0.954	0.864	0.759	0.636	0.470	0.130
	2	1	2.305	2.267	2.156	2.026	1.905	1.773	1.614	1.426	1.231	0.960	0.663
		5	1.645	1.621	1.532	1.456	1.370	1.280	1.166	1.043	0.896	0.701	0.408
		10	1.285	1.277	1.209	1.147	1.081	1.023	0.931	0.839	0.724	0.572	0.307
	3	1	2.330	2.248	2.140	2.047	1.934	1.772	1.624	1.453	1.250	0.995	0.708
		5	1.647	1.608	1.542	1.474	1.387	1.288	1.186	1.054	0.913	0.724	0.439
		10	1.280	1.263	1.218	1.168	1.100	1.028	0.951	0.846	0.735	0.590	0.332
	4	1	2.332	2.261	2.159	2.063	1.897	1.787	1.632	1.458	1.256	1.006	0.720
		5	1.638	1.621	1.551	1.475	1.382	1.296	1.189	1.063	0.916	0.730	0.448
		10	1.273	1.270	1.225	1.164	1.098	1.031	0.953	0.856	0.744	0.593	0.338
	5	1	2.326	2.267	2.154	2.048	1.936	1.769	1.625	1.456	1.249	1.013	0.731
		5	1.649	1.613	1.542	1.473	1.391	1.295	1.186	1.064	0.917	0.733	0.456
		10	1.283	1.266	1.219	1.175	1.101	1.034	0.951	0.854	0.741	0.598	0.344
500	1	1	2.317	2.218	2.097	1.996	1.844	1.693	1.522	1.335	1.106	0.815	0.271
		5	1.643	1.572	1.505	1.415	1.313	1.215	1.093	0.960	0.797	0.593	0.171
		10	1.280	1.230	1.172	1.106	1.036	0.961	0.863	0.761	0.633	0.476	0.130
	2	1	2.321	2.252	2.160	2.041	1.904	1.762	1.599	1.430	1.229	0.965	0.658
		5	1.648	1.610	1.532	1.453	1.372	1.272	1.168	1.040	0.900	0.703	0.404
		10	1.289	1.266	1.202	1.153	1.082	1.008	0.934	0.836	0.728	0.574	0.303
	3	1	2.314	2.255	2.164	2.037	1.921	1.762	1.624	1.435	1.242	1.006	0.706
		5	1.635	1.631	1.548	1.474	1.381	1.283	1.182	1.051	0.910	0.723	0.436
		10	1.267	1.279	1.222	1.168	1.099	1.023	0.944	0.850	0.733	0.587	0.330
	4	1	2.329	2.246	2.165	2.039	1.916	1.789	1.619	1.442	1.249	1.005	0.726
		5	1.647	1.615	1.556	1.475	1.381	1.291	1.184	1.054	0.916	0.728	0.452
		10	1.283	1.267	1.234	1.164	1.100	1.032	0.950	0.849	0.738	0.593	0.341
	5	1	2.322	2.257	2.151	2.046	1.921	1.795	1.632	1.460	1.257	1.002	0.726
		5	1.642	1.614	1.553	1.461	1.389	1.303	1.188	1.071	0.917	0.728	0.455
		10	1.284	1.275	1.223	1.164	1.108	1.038	0.952	0.861	0.742	0.594	0.342
	1	1	2.325	2.226	2.120	1.971	1.868	1.698	1.520	1.333	1.097	0.818	0.270
		5	1.654	1.584	1.505	1.416	1.329	1.213	1.094	0.962	0.791	0.591	0.169
		10	1.292	1.237	1.183	1.115	1.035	0.956	0.863	0.759	0.633	0.472	0.129
	2	1	2.317	2.261	2.156	2.029	1.902	1.775	1.609	1.424	1.221	0.963	0.667
		5	1.643	1.603	1.535	1.456	1.365	1.279	1.164	1.036	0.897	0.705	0.408

1000	3	10	1.286	1.261	1.216	1.149	1.082	1.018	0.935	0.832	0.722	0.570	0.303
		1	2.321	2.259	2.160	2.072	1.922	1.790	1.620	1.444	1.239	0.993	0.704
		5	1.641	1.608	1.552	1.476	1.383	1.291	1.183	1.057	0.908	0.719	0.437
		10	1.283	1.268	1.224	1.170	1.104	1.031	0.945	0.851	0.738	0.586	0.327
	4	1	2.341	2.260	2.158	2.053	1.919	1.781	1.633	1.442	1.251	0.999	0.727
		5	1.640	1.622	1.542	1.476	1.380	1.291	1.190	1.062	0.914	0.728	0.449
		10	1.282	1.272	1.214	1.170	1.102	1.030	0.950	0.856	0.739	0.594	0.337
	5	1	2.328	2.289	2.162	2.067	1.921	1.782	1.627	1.452	1.254	1.009	0.732
		5	1.650	1.624	1.551	1.473	1.394	1.292	1.185	1.057	0.917	0.733	0.452
		10	1.286	1.283	1.222	1.166	1.105	1.033	0.952	0.852	0.743	0.597	0.342

Tablo 4.1’de sabitli model için elde edilen kritik değerler yer almaktadır.

Tablo 4.2. RALS Fourier KPSS Testi için Kritik Değerler (Sabit ve Trend)

T	k	%	ρ^2										
			0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
50	1	1	2.325	2.236	2.097	1.969	1.829	1.669	1.496	1.296	1.085	0.766	0.072
		5	1.644	1.572	1.482	1.392	1.290	1.189	1.067	0.936	0.773	0.551	0.056
		10	1.280	1.232	1.155	1.088	1.011	0.929	0.838	0.732	0.607	0.435	0.049
	2	1	2.332	2.222	2.116	1.952	1.838	1.689	1.505	1.319	1.094	0.794	0.200
		5	1.638	1.578	1.504	1.398	1.312	1.204	1.085	0.951	0.792	0.579	0.135
		10	1.282	1.235	1.177	1.100	1.028	0.950	0.856	0.750	0.626	0.464	0.107
	3	1	2.138	2.216	2.114	1.978	1.874	1.691	1.520	1.324	1.107	0.809	0.210
		5	1.647	1.580	1.498	1.412	1.325	1.215	1.095	0.956	0.795	0.590	0.147
		10	1.286	1.237	1.177	1.104	1.037	0.956	0.867	0.755	0.634	0.472	0.120
	4	1	2.321	2.225	2.117	1.968	1.842	1.706	1.524	1.339	1.103	0.806	0.212
		5	1.641	1.576	1.498	1.410	1.319	1.223	1.094	0.959	0.798	0.591	0.149
		10	1.283	1.237	1.167	1.108	1.034	0.963	0.864	0.761	0.637	0.473	0.122
	5	1	2.333	2.222	2.110	1.978	1.853	1.701	1.510	1.338	1.104	0.804	0.209
		5	1.637	1.580	1.498	1.418	1.317	1.214	1.094	0.964	0.805	0.591	0.149
		10	1.272	1.234	1.170	1.108	1.029	0.953	0.867	0.764	0.641	0.476	0.123
100	1	1	2.335	2.232	2.115	1.970	1.833	1.656	1.494	1.307	1.063	0.767	0.072
		5	1.654	1.579	1.490	1.391	1.293	1.181	1.064	0.930	0.760	0.549	0.055
		10	1.285	1.231	1.164	1.088	1.012	0.924	0.836	0.731	0.600	0.432	0.047
	2	1	2.315	2.221	2.128	1.995	1.830	1.687	1.519	1.323	1.092	0.793	0.199
		5	1.643	1.569	1.493	1.411	1.303	1.205	1.085	0.945	0.790	0.577	0.131
		10	1.283	1.229	1.167	1.105	1.025	0.943	0.855	0.751	0.627	0.462	0.103
	3	1	2.334	2.234	2.127	1.974	1.834	1.700	1.514	1.333	1.111	0.794	0.209
		5	1.642	1.581	1.508	1.411	1.312	1.208	1.091	0.952	0.799	0.580	0.142

	4	10	1.281	1.235	1.172	1.103	1.028	0.947	0.857	0.756	0.634	0.466	0.114
		1	2.331	2.226	2.115	1.972	1.849	1.703	1.509	1.330	1.105	0.812	0.214
		5	1.648	1.583	1.510	1.407	1.314	1.210	1.084	0.955	0.796	0.589	0.146
		10	1.287	1.235	1.182	1.103	1.038	0.956	0.855	0.762	0.632	0.474	0.119
	5	1	2.309	2.228	2.099	1.972	1.853	1.676	1.530	1.333	1.111	0.808	0.214
		5	1.637	1.580	1.483	1.408	1.324	1.201	1.100	0.957	0.803	0.586	0.148
		10	1.278	1.228	1.168	1.113	1.036	0.952	0.866	0.759	0.636	0.473	0.120
300	1	1	2.320	2.231	2.092	1.985	1.808	1.667	1.491	1.312	1.069	0.758	0.072
		5	1.635	1.581	1.485	1.398	1.287	1.189	1.064	0.928	0.762	0.548	0.054
		10	1.277	1.227	1.164	1.087	1.005	0.927	0.838	0.731	0.599	0.433	0.046
	2	1	2.345	2.213	2.099	2.001	1.821	1.691	1.515	1.325	1.085	0.784	0.198
		5	1.648	1.567	1.497	1.414	1.309	1.196	1.082	0.945	0.784	0.576	0.129
		10	1.278	1.226	1.180	1.102	1.027	0.942	0.848	0.746	0.619	0.459	0.100
	3	1	2.327	2.243	2.108	1.991	1.837	1.689	1.522	1.316	1.101	0.801	0.209
		5	1.648	1.581	1.503	1.416	1.315	1.215	1.089	0.957	0.795	0.580	0.141
		10	1.279	1.236	1.174	1.108	1.030	0.957	0.858	0.755	0.631	0.464	0.113
	4	1	2.342	2.224	2.102	1.987	1.866	1.686	1.533	1.325	1.105	0.800	0.214
		5	1.638	1.582	1.500	1.414	1.315	1.211	1.089	0.951	0.796	0.585	0.143
		10	1.274	1.233	1.180	1.111	1.029	0.954	0.860	0.754	0.634	0.467	0.116
	5	1	2.321	2.242	2.108	1.996	1.855	1.688	1.517	1.327	1.102	0.805	0.216
		5	1.641	1.575	1.497	1.424	1.323	1.210	1.091	0.958	0.797	0.585	0.146
		10	1.287	1.233	1.169	1.111	1.037	0.951	0.863	0.763	0.634	0.468	0.118
500	1	1	2.328	2.205	2.082	1.956	1.809	1.672	1.498	1.308	1.062	0.762	0.071
		5	1.645	1.568	1.478	1.397	1.294	1.192	1.069	0.925	0.761	0.550	0.054
		10	1.278	1.229	1.157	1.089	1.009	0.935	0.837	0.725	0.599	0.433	0.046
	2	1	2.308	2.232	2.116	1.970	1.832	1.682	1.513	1.318	1.096	0.785	0.198
		5	1.633	1.582	1.499	1.404	1.309	1.203	1.087	0.945	0.783	0.573	0.128
		10	1.276	1.231	1.170	1.100	1.029	0.950	0.858	0.744	0.620	0.461	0.100
	3	1	2.313	2.214	2.121	1.972	1.835	1.690	1.515	1.326	1.097	0.802	0.212
		5	1.633	1.586	1.503	1.401	1.315	1.210	1.089	0.952	0.796	0.585	0.140
		10	1.273	1.232	1.169	1.107	1.039	0.950	0.860	0.752	0.635	0.467	0.112
	4	1	2.318	2.238	2.115	1.982	1.851	1.679	1.519	1.336	1.102	0.799	0.213
		5	1.649	1.576	1.492	1.409	1.311	1.212	1.090	0.962	0.793	0.584	0.144
		10	1.285	1.227	1.174	1.098	1.030	0.957	0.860	0.762	0.631	0.468	0.115
	5	1	2.321	2.239	2.101	1.993	1.832	1.693	1.520	1.331	1.107	0.799	0.215
		5	1.665	1.582	1.507	1.410	1.312	1.214	1.088	0.955	0.798	0.586	0.145
		10	1.297	1.239	1.178	1.106	1.033	0.950	0.861	0.757	0.632	0.470	0.117
	1	1	2.318	2.201	2.091	1.966	1.831	1.665	1.497	1.299	1.068	0.764	0.072
		5	1.640	1.570	1.477	1.390	1.288	1.189	1.062	0.928	0.761	0.552	0.054
		10	1.281	1.226	1.155	1.082	1.014	0.932	0.830	0.727	0.601	0.434	0.046

1000	2	1	2.309	2.208	2.106	1.972	1.840	1.695	1.519	1.335	1.093	0.792	0.198
		5	1.648	1.572	1.492	1.411	1.313	1.206	1.088	0.950	0.784	0.575	0.127
		10	1.280	1.225	1.172	1.106	1.031	0.951	0.856	0.747	0.624	0.459	0.099
	3	1	2.314	2.232	2.112	1.985	1.840	1.695	1.517	1.326	1.099	0.794	0.208
		5	1.635	1.577	1.494	1.417	1.314	1.210	1.087	0.955	0.794	0.581	0.140
		10	1.277	1.228	1.175	1.107	1.031	0.953	0.859	0.754	0.629	0.465	0.112
	4	1	2.332	2.216	2.122	1.998	1.852	1.706	1.526	1.330	1.094	0.798	0.213
		5	1.645	1.584	1.510	1.413	1.320	1.214	1.090	0.954	0.794	0.583	0.143
		10	1.288	1.237	1.181	1.114	1.039	0.951	0.862	0.757	0.629	0.466	0.114
	5	1	2.325	2.234	2.121	1.979	1.836	1.695	1.521	1.322	1.097	0.805	0.214
		5	1.640	1.587	1.502	1.409	1.319	1.214	1.091	0.956	0.795	0.587	0.145
		10	1.279	1.241	1.174	1.107	1.037	0.953	0.861	0.754	0.633	0.469	0.117

Tablo 4.2’de sabitli ve trendli model için elde edilen kritik değerler yer almaktadır.

4.3.3. Boyut ve Güç Analizi

Sıfır hipotezi yanlış olduğunda reddedilirse ya da doğru olduğunda reddedilemezse doğru karar alınmaktadır. Sıfır hipotezi doğru fakat reddedilirse I. Tip hata yapılmaktadır. Diğer bir durumda ise sıfır hipotezi yanlış fakat reddedilmezse II. Tip hata yapılmaktadır (Cameron ve Trivedi, 2005: 246). I. Tip hata testin boyutu olarak, II. Tip hata ise testin gücü olarak bilinmektedir. I. Tip hata oranı, testin anlamlılık düzeyine (α) eşittir. Bu yüzden testin anlamlılık düzeyini seçerek, I. Tip hata olasılığını kontrol edebiliriz. Fakat II. Tip hata olasılığı bizim kontrolümüz altında değildir (Hill vd., 2011: 715).

Çalışmada kullanılan Monte Carlo simülasyonu adımları ise aşağıdaki gibidir.

Adım 1: Boyut ve güç özellikleri için veri yaratma süreci, ε_t kalıntıları, χ_1^2 , χ_2^2 , χ_3^2 , t_3, t_4 olmak üzere beş farklı normal olmayan dağılım kullanılarak oluşturulur. Çalışmada kullanılan RALS kalıntıları normal dağılımdan, katsayılar olan $b_0, bt, \alpha_1, \alpha_2$ ve γ ise tekdüze dağılımdan rassal olarak elde edilir.

Adım 2: Boyut özellikleri sıfır hipotezi altında yani $\sigma_u^2 = 0$ için hesaplanır. Güç özellikleri ise alternatif hipotez altında, dört farklı σ_u^2 ($\sigma_u^2 = 0.01, 0.1, 1, 100$) değeri için hesaplanır.

Adım 3: Üç farklı frekans değeri ($k=1,2,3$) için eşitlik 4.45 ve 4.46’dan RALS Fourier test istatistikleri hesaplanır.

Adım 4: Amprik dağılımı elde etmek için tekrar sayısı kadar yani 10000 test istatistiği elde edilir.

Adım 5: Hesaplanan test istatistiği uygun kritik değerden büyük ise sıfır hipotezi reddedilir. Yukarıdaki adımlarda hesaplanan 10000 test istatistiğinden kaç tanesi için sıfır hipotezinin reddedildiği hesaplanır.

Adım 6: Reddedilen toplam test istatistiği sayısı, tekrar sayısı olan 10000'e oranlanarak boyut ve güç özellikleri elde edilir. Üç farklı gözlem sayısı (T=100, 300, 500) için yukarıdaki adımlar tekrarlanır.

Yukarıdaki adımları kısaca özetlersek; RALS Fourier KPSS testinin boyut ve güç özellikleri %5 düzeyinde, T= 100, 300, 500 ve k=1, 2, 3 için 10000 Monte Carlo simülasyonu ile incelenmiştir. Eşitlik 4.45 ve 4.46'daki kalıntılar için beş farklı normal olmayan dağılım (χ_1^2 , χ_2^2 , χ_3^2 , t_3 , t_4) kullanılarak Tablo 4.3 ve Tablo 4.4'te boyut özellikleri, Tablo 4.5 ve Tablo 4.6'da ise güç özellikleri sunulmuştur.

Tablo 4.3. RALS Fourier KPSS Testi için Boyut Özellikleri (Sabit)

T	k	χ_1^2	χ_2^2	χ_3^2	t_3	t_4
100	1	0.051	0.050	0.050	0.051	0.051
	2	0.049	0.049	0.050	0.048	0.049
	3	0.045	0.045	0.044	0.046	0.047
300	1	0.051	0.047	0.051	0.050	0.049
	2	0.051	0.050	0.050	0.052	0.050
	3	0.050	0.049	0.048	0.051	0.049
500	1	0.050	0.052	0.051	0.050	0.049
	2	0.051	0.051	0.051	0.050	0.048
	3	0.050	0.051	0.051	0.052	0.047

Boyut özellikleri sıfır hipotezi altında incelenmekte olup Tablo 4.3, eşitlik 4.45'deki model için hesaplanmıştır. Tablodaki sonuçlara göre normal olmayan dağılımlar %5'e yakın boyut özelliği göstermektedir.

Tablo 4.4. RALS Fourier KPSS Testi için Boyut Özellikleri (Sabit ve Trend)

T	k	χ_1^2	χ_2^2	χ_3^2	t_3	t_4
100	1	0.049	0.052	0.051	0.050	0.046
	2	0.049	0.047	0.045	0.044	0.048
	3	0.045	0.047	0.047	0.046	0.047
300	1	0.051	0.051	0.051	0.050	0.050
	2	0.049	0.048	0.048	0.049	0.048
	3	0.051	0.052	0.049	0.047	0.048
500	1	0.055	0.051	0.051	0.050	0.048
	2	0.050	0.049	0.052	0.050	0.048
	3	0.050	0.050	0.049	0.049	0.048

Tablo 4.4, eşitlik 4.46'daki model için hesaplanmıştır. Tablodaki sonuçlara göre normal olmayan dağılımlar %5'e yakın boyut özelliği göstermektedir.

Tablo 4.5. RALS Fourier KPSS Testi için Güç Özellikleri (Sabit)

T	k	σ_u^2	χ_1^2	χ_2^2	χ_3^2	t_3	t_4
100	1	$\sigma_u^2 = 0.01$	0.471	0.416	0.384	0.359	0.344
		$\sigma_u^2 = 0.1$	0.790	0.774	0.756	0.766	0.745
		$\sigma_u^2 = 1$	0.930	0.923	0.924	0.926	0.920
		$\sigma_u^2 = 100$	0.949	0.950	0.947	0.947	0.953
	2	$\sigma_u^2 = 0.01$	0.530	0.482	0.460	0.438	0.409
		$\sigma_u^2 = 0.1$	0.609	0.587	0.584	0.615	0.595
		$\sigma_u^2 = 1$	0.732	0.728	0.725	0.739	0.715
		$\sigma_u^2 = 100$	0.756	0.755	0.753	0.751	0.760
	3	$\sigma_u^2 = 0.01$	0.534	0.479	0.461	0.446	0.418
		$\sigma_u^2 = 0.1$	0.581	0.565	0.558	0.588	0.569
		$\sigma_u^2 = 1$	0.710	0.707	0.708	0.727	0.712
		$\sigma_u^2 = 100$	0.746	0.749	0.741	0.745	0.745
300	1	$\sigma_u^2 = 0.01$	0.990	0.989	0.986	0.988	0.782
		$\sigma_u^2 = 0.1$	0.990	0.989	0.986	0.988	0.986
		$\sigma_u^2 = 1$	0.999	1.000	0.999	1.000	1.000
		$\sigma_u^2 = 100$	1.000	1.000	1.000	0.999	1.000
	2	$\sigma_u^2 = 0.01$	0.852	0.830	0.816	0.814	0.792
		$\sigma_u^2 = 0.1$	0.937	0.926	0.926	0.928	0.919
		$\sigma_u^2 = 1$	0.967	0.969	0.967	0.971	0.963

500	3	$\sigma_u^2 = 100$	0.969	0.970	0.970	0.970	0.970
		$\sigma_u^2 = 0.01$	0.829	0.815	0.797	0.806	0.786
		$\sigma_u^2 = 0.1$	0.916	0.905	0.897	0.921	0.909
		$\sigma_u^2 = 1$	0.961	0.962	0.962	0.961	0.961
		$\sigma_u^2 = 100$	0.964	0.965	0.966	0.964	0.966
	1	$\sigma_u^2 = 0.01$	0.960	0.948	0.940	0.937	0.926
		$\sigma_u^2 = 0.1$	1.000	1.000	0.999	1.000	1.000
		$\sigma_u^2 = 1$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
		$\sigma_u^2 = 100$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	2	$\sigma_u^2 = 0.01$	0.940	0.933	0.924	0.921	0.917
		$\sigma_u^2 = 0.1$	0.989	0.985	0.984	0.988	0.986
		$\sigma_u^2 = 1$	0.997	0.996	0.997	0.997	0.996
		$\sigma_u^2 = 100$	0.997	0.998	0.997	0.998	0.997
	3	$\sigma_u^2 = 0.01$	0.936	0.918	0.914	0.914	0.900
		$\sigma_u^2 = 0.1$	0.988	0.982	0.982	0.985	0.980
		$\sigma_u^2 = 1$	0.995	0.996	0.996	0.996	0.995
		$\sigma_u^2 = 100$	0.996	0.997	0.996	0.996	0.997

Güç özellikleri alternatif hipotez altında incelenmekte olup Tablo 4.5, eşitlik 4.45'deki model için hesaplanmıştır.

Tablo 4.6. RALS Fourier KPSS Testi için Güç Özellikleri (Sabit ve Trend)

T	k	σ_u^2	χ_1^2	χ_2^2	χ_3^2	t_3	t_4
100	1	$\sigma_u^2 = 0.01$	0.256	0.199	0.173	0.156	0.142
		$\sigma_u^2 = 0.1$	0.769	0.712	0.682	0.692	0.656
		$\sigma_u^2 = 1$	0.981	0.979	0.979	0.980	0.975
		$\sigma_u^2 = 100$	0.997	0.998	0.996	0.997	0.997
	2	$\sigma_u^2 = 0.01$	0.364	0.305	0.275	0.259	0.218
		$\sigma_u^2 = 0.1$	0.551	0.496	0.458	0.469	0.440
		$\sigma_u^2 = 1$	0.655	0.636	0.626	0.646	0.618
		$\sigma_u^2 = 100$	0.745	0.746	0.734	0.750	0.741
	3	$\sigma_u^2 = 0.01$	0.405	0.340	0.307	0.286	0.257
		$\sigma_u^2 = 0.1$	0.522	0.476	0.450	0.464	0.429
		$\sigma_u^2 = 1$	0.607	0.596	0.578	0.614	0.572
		$\sigma_u^2 = 100$	0.705	0.715	0.714	0.699	0.703
		$\sigma_u^2 = 0.01$	0.831	0.783	0.750	0.733	0.707

300	1	$\sigma_u^2 = 0.1$	0.998	0.998	0.997	0.997	0.997
		$\sigma_u^2 = 1$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
		$\sigma_u^2 = 100$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	2	$\sigma_u^2 = 0.01$	0.795	0.766	0.737	0.715	0.684
		$\sigma_u^2 = 0.1$	0.955	0.942	0.934	0.941	0.937
		$\sigma_u^2 = 1$	0.997	0.996	0.998	0.997	0.997
		$\sigma_u^2 = 100$	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999
	3	$\sigma_u^2 = 0.01$	0.836	0.799	0.779	0.765	0.736
		$\sigma_u^2 = 0.1$	0.956	0.950	0.942	0.944	0.936
		$\sigma_u^2 = 1$	0.995	0.994	0.993	0.995	0.998
		$\sigma_u^2 = 100$	0.997	0.997	0.997	0.997	0.997
500	1	$\sigma_u^2 = 0.01$	0.968	0.958	0.953	0.944	0.935
		$\sigma_u^2 = 0.1$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
		$\sigma_u^2 = 1$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
		$\sigma_u^2 = 100$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	2	$\sigma_u^2 = 0.01$	0.925	0.907	0.897	0.882	0.867
		$\sigma_u^2 = 0.1$	0.997	0.995	0.996	0.996	0.994
		$\sigma_u^2 = 1$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
		$\sigma_u^2 = 100$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	3	$\sigma_u^2 = 0.01$	0.950	0.927	0.925	0.917	0.900
		$\sigma_u^2 = 0.1$	0.996	0.995	0.996	0.996	0.995
		$\sigma_u^2 = 1$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
		$\sigma_u^2 = 100$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

Tablo 4.6, eşitlik 4.46'daki model için hesaplanmıştır. Her iki model için güç özellikleri dört farklı σ_u^2 (0.01, 0.1, 1, 100) değeri için hesaplanmıştır. Önerilen test genel olarak iyi güç özellikleri sergilemektedir. Sonuçlara göre gözlem sayısı ve σ_u^2 değeri arttıkça güç özellikleri de artmakta, χ^2 ve t dağılımlarının serbestlik dereceleri attıkça da güç özellikleri azalmaktadır.

BEŞİNCİ BÖLÜM

5. SATIN ALMA GÜCÜ PARİTESİNİN TEST EDİLMESİ

5.1. Satın Alma Gücü Paritesi

Döviz kurunun belirlenmesine yönelik yaklaşımlardan biri olan “Satın Alma Gücü Paritesi” (SAGP) teorisi, 1918 yılında İsveçli İktisatçı Gustav Cassel tarafından öne sürülmüş olup temeli 16. yüzyıla dayanmaktadır. Cassel, bu teoriyi, Birinci Dünya Savaşı sırasında bozulan dünya finansal sistemini düzeltmek ve yeni resmi kurların temelini oluşturmak için geliştirmiştir (Rogoff, 1996: 648).

SAGP teorisi, iki para birimi arasındaki döviz kuru değişiminin, iki ülkenin nispi fiyat seviyelerindeki değişim tarafından belirlendiğini ifade etmektedir (Dornbush, 1985: 1). Başka bir tabir ile SAGP teorisi; ortak bir para birimi ile ifade edildiğinde, ülkelerin ulusal fiyat seviyelerinin benzer olmasıdır (O’Connell, 1998:1). Merkez bankaları, politika yapıcılar ve araştırmacılar tarafından genellikle döviz kurunun tahmini için kullanılmaktadır.

Bir malın fiyatının iki ülkede de neden aynı olması gerektiğini irdelemek için SAGP’nin şu kavramları kullanılmaktadır: Tek Fiyat Kanunu, Mutlak SAGP ve Nispi SAGP (Güriş vd., 2016:31). SAGP teorisinin temeli, tek fiyat kanununa dayanmakta olup Tek fiyat kanunu kısaca; aynı malın, farklı ülkelerde aynı fiyata satılması olarak tanımlanmaktadır. (Rogoff, 1996: 649).

SAGP teorisi Mutlak ve Nispi olarak iki şekilde incelenmektedir. Mutlak SAGP, tek fiyat kanununun genelleştirilmiş versiyonudur. Tek fiyat kanunu tek bir mal için tanımlanırken mutlak SAGP, mal sepetindeki tüm mallar için tanımlanmaktadır. Kısaca, herhangi bir ülkenin ulusal para biriminin satın alma gücünün diğer ülkelerde de aynı olması anlamına gelmektedir (Yücesan, 2020: 46). Mutlak SAGP aşağıdaki denklem ile ifade edilmektedir.

$$e_t = p_t/p_t^* \quad (5.1)$$

Burada, p_t ve p_t^* sırasıyla yurtiçi ve yurtdışı fiyatları, e_t ise nominal döviz kurunu göstermektedir. Taşıma maliyetleri ve ticaretteki bir takım engeller (tarifeler ve kotalar gibi) nedeniyle mal fiyatları, farklı ülkelerde eşit olamamaktadır. Bu durum mutlak SAGP

yaklaşımını sınırlandırmaktadır. SAGP teorisinin diğer versiyonu olan nispi SAGP teorisi, bu sınırlılıkları göz önüne almaktadır (Dornbush, 1985: 3).

Nispi SAGP teorisi, döviz kurunun, iki ülke arasındaki enflasyon farklılıklarını denkleştirerek dengeye geleceğini öne sürmektedir. Yani herhangi bir ülkede enflasyon yüksek ise o ülkenin parası diğer ülkenin parası karşısında daha değersizdir (Yıldırım vd., 2013: 77). Nispi SAGP aşağıdaki denklem ile ifade edilmektedir.

$$\Delta e_t = \Delta p_t - \Delta p_t^* \quad (5.2)$$

Burada, Δp_t ve Δp_t^* sırasıyla yurtiçi ve yurtdışı fiyatlarındaki yıllık yüzde değişimi, Δe_t ise nominal döviz kurundaki yıllık yüzde değişimi ifade etmektedir. Mutlak SAGP geçerli ise nispi SAGP’de geçerli olmaktadır. Fakat nispi SAGP geçerli ise mutlak SAGP geçerli olmayabilir (Taylor ve Taylor, 2004: 137).

SAGP teorisinin geçerli olması, hem araştırmacılar hem de politika yapıcılar için oldukça önemlidir. SAGP hipotezinin geçerli olması, reel döviz kurunun uzun vadede sabit bir denge değerine dönmesine yani durağan olmasına bağlıdır. Durağan olmayan bir reel döviz kuru, nominal döviz kuru ile yurtiçi ve yurtdışı fiyatlar arasında uzun dönemli bir ilişkinin olmadığını yani SAGP hipotezinin geçersiz olduğunu göstermektedir (Bahmani-Oskooee vd., 2017:464).

5.2. Literatür Taraması

1900’lı yıllardan günümüze kadar SAGP teorisi için yapılmış birçok çalışma mevcuttur. İlk yıllarda yapılan çalışmalarda, o dönemin yetersizlikleri nedeniyle çoğunlukla SAGP teorisinin geçersiz olduğu sonucuna varılmıştır. Verilere ulaşmanın daha kolaylaştığı ve birçok testin geliştirildiği günümüzde ise SAGP teorisinin geçerli olduğuna yönelik bulgular elde edilmektedir. SAGP teorisinin geçerliliği, analiz yöntemlerine göre ya da uygulanan ülke ve ülke gruplarına göre çeşitlilik göstermektedir.

Bu çalışmada SAGP teorisi için ilgili literatür, kullandıkları yöntemler açısından iki grup altında incelenmiştir. İlk grupta zaman serisi yöntemlerini kullanan çalışmalar, ikinci grupta ise panel veri yöntemlerini kullanan çalışmalar ele alınmıştır.

Zaman serisi analizlerini kullanan çalışmalardan bazıları SAGP’nin geçerli olduğu yönünde kanıtlar elde etmiştir. Örneğin; Erlat (2003), birim kök testleri ve ARFIMA yöntemlerini kullanarak 1984:01-2000:09 döneminde Türkiye için SAGP’nin geçerli

olduğunu bulmuştur. Yazgan (2003), 1982:1-2001:4 dönemi çeyreklik verileri ile eşbütünleşme analizi yöntemini kullandığı çalışmada Türkiye için SAGP'nin uzun dönemde geçerli olduğuna ilişkin güçlü kanıtlara ulaşmıştır. Cıvcir (2003), 1987:01-2000:12 döneminde Türkiye için SAGP'nin geçerli olduğu sonucuna ulaşmıştır. Diğer bir çalışma ise Alba ve Park (2005) tarafından Türkiye için doğrusal olmayan birim kök testleri ile gerçekleştirilmiş olup 1973:01-2004:10 döneminde rejimlerin birinde SAGP'nin geçerli diğerinde ise geçersiz olduğunu bulmuşlardır. Taştan (2005), Türkiye ve ticaret ortağı dört ülkeyi birim kök testleri ile incelemiş ve SAGP'nin geçerli olduğu sonucuna varmıştır. Özdemir (2008), eşbütünleşme analizini kullandığı çalışmasında 1984:01-2004:12 döneminde Türkiye'de SAGP'nin geçerli olduğuna dair kanıtlar elde etmiştir. Abumustafa ve Feridun (2010), 1974:01-2000:01 döneminde Mısır, Ürdün ve Türkiye'de SAGP'nin geçerliliğini ADF, PP ve KPSS birim kök testleri ile incelemişler ve sadece KPSS testi sonucunda üç ülkede de SAGP'nin geçerli olduğunu bulmuşlardır. Korap ve Aslan (2010), 1987:1-2006:4 çeyreklik verilerini kullanarak, eşbütünleşme analizi ile gerçekleştirdikleri çalışmada Türkiye için SAGP'nin geçerli olduğu sonucuna varmışlardır. Aslan, Kula ve Kalyoncu (2010), 1953-1998 dönemi için geleneksel ve yapısal kırılmalı birim kök testlerini kullanarak yaptıkları analizlerde Türkiye'de SAGP'nin geçerli olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Yıldırım ve Yıldırım (2012), yapısal kırılmalı birim kök testleri ile Türkiye için yaptıkları çalışmada SAGP'nin geçerli olduğunu elde etmişlerdir. Şener, Yılcı ve Canpolat (2015), Türkiye için 1980:01-2012:12 döneminde, birim kök testlerini kullanarak yaptıkları çalışmada, sınırlı SAGP ve kırılmalı-trendli-sınırlı SAGP'nin geçerli olduğunu bulmuşlardır. Kaya ve Çelik (2018) ise Türkiye için 2002:01-2017:12 dönemi aylık verileri ile yaptıkları çalışmada ARFIMA yöntemini kullanmışlar ve SAGP'nin geçerli olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Küçük Kaplan, Ağır, Karul ve Koncak (2018) birim kök testlerini kullandıkları çalışmalarında Türkiye için SAGP'nin geçerli olduğuna dair kanıtlara ulaşmışlardır. Öte yandan Aydın (2019) ise 1992:01-2018:12 döneminde Türkiye için SAGP'nin geçerli olduğunu elde etmiştir. Büyükkantarçı Tolgay ve Kula (2019), 2003:01-2017:08 döneminde Türkiye için yaptıkları analizlerde yapısal kırılmalı birim kök testleri ile SAGP'nin geçerli olduğunu belirlemişlerdir. Doğanlar, Kızılkaya ve Mike (2019) çalışmalarında Türkiye ve ticaret ortağı ülkeler için Fourier Kantil birim kök testini kullanmışlar ve tüm ülkelerde SAGP'nin geçerli olduğu sonucuna varmışlardır.

SAGP'nin geçerli bulunduğu bir diğer çalışma ise Köktürk ve Ural (2019) tarafından Türkiye için Fourier birim kök testi ile yapılmıştır. Aytemiz, Coşkun ve Tuncer (2021) ise yaptıkları çalışmada da Türkiye için SAGP'nin geçerli olduğunu bulmuşlardır.

Zaman serisi analizlerini kullanan çalışmaların bazıları ise SAGP'nin geçerli olmadığı sonucuna varmışlardır. Örneğin; Telatar ve Kazdağlı (1998) eşbütünleşme analizini kullanarak yaptıkları çalışmada 1980:10-1993:10 döneminde Türkiye için SAGP'nin geçerli olmadığını bulmuşlardır. Aslan ve Kanbur (2007), eşbütünleşme analizi ve birim kök testlerini kullandıkları çalışmada, 1982:01-2005:12 dönemini iki ayrı döneme ayırarak Türkiye için SAGP'nin geçerliliğini araştırmışlar ve analiz sonuçlarına göre her iki dönem için de SAGP'nin geçerli olmadığı sonucuna ulaşmışlardır. Karagöz ve Saraç (2015) ise doğrusal olmayan birim kök testleri ile 2003:01-2014:06 aylık verilerini kullanarak yaptıkları çalışmada Türkiye için SAGP'nin geçerli olmadığı sonucunu elde etmişlerdir. Özbek (2020), birim kök testleri ile yaptığı analizde Türkiye için SAGP'nin geçerli olmadığını bulmuştur.

Zaman serisi analizlerini kullanan çalışmaların bir kısmı ise karma bir sonuca varmaktadır. Örneğin; Doğanlar, Bal ve Özmen (2009), on gelişen piyasa ekonomisi için 1995:01-2005:12 döneminde eşbütünleşme analizini kullandıkları çalışmada Meksika ve Peru için SAGP'nin geçerli, Türkiye ve diğer ülkeler için ise SAGP'nin geçerli olmadığını bulmuşlardır. Kalyoncu (2009), 1980:1-2005:4 döneminde ADF, PP ve KPSS birim kök testlerini kullanarak yaptığı çalışmasında Türkiye için SAGP'nin temel alınan ülkeye ve test yöntemine göre değişiklik gösterdiği sonucuna ulaşmıştır. Mladenovic, Josifidis ve Srdic (2013) çalışmalarında, gelişmekte olan sekiz Avrupa ülkesini birim kök testi ile analiz etmişler ve Türkiye, Romanya ve Polonya için SAGP'nin geçerli, diğer ülkeler için geçersiz olduğu sonucuna varmışlardır. Bilgin (2018), birim kök ve eşbütünleşme analizi ile Türkiye'de mutlak SAGP'nin geçerli olmadığını, nispi SAGP'nin ise geçerli olduğunu elde etmiştir. Güriş ve Tıraşlıoğlu (2018), 1993:01-2015:03 dönemi BRICS ülkelerine uyguladıkları doğrusal olmayan birim kök testi sonucuna göre Brezilya ve Afrika için SAGP'nin geçerli olduğu fakat Rusya, Hindistan ve Çin için geçerli olmadığı sonucunu bulmuşlardır. Mike (2018) ise çalışmasında MSCI ülkelerine uyguladığı birim kök testi sonucunda Türkiye'nin de içinde bulunduğu 15 ülke için SAGP'nin geçerli, diğer ülkelerde ise SAGP'nin geçersiz olduğunu bulmuştur. Omay, Shahbaz ve Hasanov (2020), çalışmalarında 2002:01-2018:12 döneminde 24

OECD ülkesini ele almışlar ve Türkiye'nin de içinde bulunduğu 22 ülke için SAGP'nin geçerli olduğu, diğer 2 ülke için ise geçerli olmadığı sonucunu elde etmişlerdir.

Panel veri yöntemlerini kullanan çalışmalardan bazıları SAGP'nin geçerli olduğu yönünde kanıtlar elde etmiştir. Örneğin; Chang vd. (2009), ise G7 ülkeleri için panel birim kök testi sonucunda SAGP'nin geçerli olduğunu bulmuşlardır. Hoarau (2010), 1970-2007 dönemi yıllık verilerini kullanarak Carrion-i Silvestre panel birim kök testi ile yaptığı analizde 17 Afrika ülkesi için SAGP'nin geçerli olduğuna dair güçlü kanıtlara ulaşmıştır. Güloğlu vd. (2011), Türkiye ve ticaret ortağı 18 ülke için 1991:01-2008:03 döneminde, panel birim kök testlerini kullanarak yaptıkları çalışmada SAGP'nin geçerli olduğu sonucunu bulmuşlardır. Özcan (2012) ise 1980-2010 döneminde G7 ülkelerine uyguladığı panel birim kök testi sonucunda SAGP'nin geçerli olduğunu elde etmiştir. Yalçinkaya (2016), G-20 ülkeleri için panel birim kök testlerini kullandığı çalışmasında tüm ülkeler için SAGP'nin geçerli olduğu sonucuna varmıştır. Akçay ve Erataş (2015), G7 ülkeleri için yaptıkları panel birim kök testi sonucunda SAGP'nin geçerli olduğunu bulmuşlardır. Choji ve Manga (2017), 1996-2016 döneminde ASEAN-5 ülkeleri için panel birim kök ve panel eşbütünleşme testlerini kullanarak SAGP'nin uzun dönemde geçerli olduğuna dair kanıtlara ulaşmışlardır. Yıldırım vd. (2019), Panel birim kök testlerini kullanarak ASEAN ülkelerinde SAGP'nin geçerli olduğunu elde etmişlerdir. Songur (2019), 2002-2017 aylık verilerine uyguladığı panel birim kök ve eşbütünleşme testleri ile 10 Avrasya ülkesinde SAGP'nin geçerli olduğunu bulmuştur.

Panel veri yöntemlerini kullanan çalışmaların bazıları ise SAGP'nin geçerli olmadığı sonucuna varmışlardır. Örneğin; Çağlayan ve Şak (2009), Panel birim kök ve panel eşbütünleşme testlerini kullanarak yaptıkları analizde 1996:01-2006:04 döneminde 26 OECD ülkesi için SAGP'nin geçerli olmadığı sonucuna varmışlardır. Büberkökü (2014) ise panel eşbütünleşme testi ile yaptığı analizde, yükselen piyasa ekonomilerinde SAGP'nin geçerli olmadığına dair kanıtlar elde etmiştir. Sağlam ve Erataş Sönmez (2017), 1994-2015 yıllık verilerini kullanarak yaptıkları panel birim kök ve panel eşbütünleşme testleri sonucunda SAGP'nin BRIC ekonomilerinde geçerli olmadığı sonucuna varmışlardır. İspir (2018), 22 gelişmekte olan ülkeye uyguladığı panel birim kök testi sonucunda SAGP'nin geçerli olmadığına dair bulgulara ulaşmıştır. Josic, Wittine ve Barisic (2018), 25 ülke için SAGP'nin geçerli olmadığını elde etmişlerdir.

Panel veri yöntemlerini kullanan çalışmaların bir kısmı ise karma bir sonuca varmaktadır. Örneğin; Adıgüzel vd. (2014) tarafından Türkiye ve 9 ticaret ortağı ülke için 2002:05-2012:05 döneminde geliştirilen panel birim kök testi sonucuna göre Danimarka, Norveç, İsveç, İsviçre ve Birleşik Krallık için SAGP'nin geçerli olduğuna, Kanada, Japonya, Suudi Arabistan ve ABD'de ise SAGP'nin geçerli olmadığına ulaşmışlardır. Çeviş ve Ceylan (2015) ise kırılğan beşli ölkelerine uyguladıkları eşbütöleşme testi sonucunda Brezilya, Hindistan, Güney Afrika ve Türkiye için SAGP'nin geçerli olduğunu, Endonezya için SAGP'nin geçerli olmadığını elde etmişlerdir. Jiang vd. (2015), 34 OECD ölkesi için 1994:01-2013:08 dönemi aylık verilerine yaptıkları panel birim kök testi sonucunda ölkelerin yarısında SAGP'nin geçerli olduğunu, diğeryarısında ise geçerli olmadığını bulmuşlardır. Altınery ve Bozkurt (2018), E7 ölkeleri için yaptıkları analizlerde, SURADF birim kök testi ile sadece Rusya ve Türkiye'de SAGP'nin geçerli olduğunu, Panel KPSS testi ile tüm ölkelerde SAGP'nin geçerli olduğunu elde etmişlerdir. Choji vd. (2019), MINT ölkeleri için yaptıkları panel eşbütöleşme analizi sonunda Nijerya ve Türkiye için SAGP'nin geçerli olduğuy, Meksika ve Endonezya'da ise SAGP'nin geçerli olmadığını bulmuşlardır.

5.3. Veri Seti ve Metodoloji

Bu çalışmada, E7 ölkelerinin (Türkiye, Brezilya, Çin, Endonezya, Hindistan, Meksika ve Rusya) SAGP teorilerinin geçerliliğı araştırılmıştır. Bunun için her bir ölkeye ait reel efektif döviz kuru (REDK) serilerinin durağan olup olmadığı incelenmiştir. Analiz sonucunda reel efektif döviz kuru serisi durağan ise SAGP geçerli, reel efektif döviz kuru serisi durağan değıl ise SAGP geçersizdir.

Çalışmada kullanılan reel efektif döviz kuru serileri (2003=100), Federal Rezerv Bankası ve Türkiye Cumhuriyeti Merkez Bankası veri tabanlarından temin edilmiş olup analizlerde serilerin doğıal logaritması kullanılmıştır. E7 ölkeleri için SAGP teorisinin geçerliliğı, 1994:Q1-2021:Q2 dönemi çeyreklik verileri kullanılarak analiz edilmiştir.

5.4. Amprik Bulgular

E7 ülkeleri için SAGP hipotezi üç farklı test ile incelenmiştir. Öncelikli olarak her bir ülkenin reel efektif döviz kuru serileri, KPSS ve Fourier KPSS testleri ile sınanmıştır. Bu testlerin sonuçları Tablo 5.1’de verilmiştir.

Tablo 5. 1. KPSS ve Fourier KPSS Test Sonuçları

Ülkeler	Model	KPSS	Fourier KPSS	
			Frekans (k)	FKPSS
Türkiye	Sabitli Model	2.1365	1	0.7890
	Sabitli ve Trendli Model	2.1412	1	0.1976
Brezilya	Sabitli Model	0.9458	2	1.7390
	Sabitli ve Trendli Model	0.9896	1	0.2375
Çin	Sabitli Model	8.9394	1	2.2510
	Sabitli ve Trendli Model	0.6328	2	0.5552
Endonezya	Sabitli Model	0.7621	2	0.8021
	Sabitli ve Trendli Model	0.4459	2	0.2953
Hindistan	Sabitli Model	9.5167	1	2.5570
	Sabitli ve Trendli Model	0.5215	3	0.5068
Meksika	Sabitli Model	1.5838	1	0.1994*
	Sabitli ve Trendli Model	1.5823	1	0.1680
Rusya	Sabitli Model	4.4756	1	0.2191*
	Sabitli ve Trendli Model	1.0065	1	0.1498

Not: ***, ** ve * sırasıyla %10, %5 ve %1 düzeyinde anlamlılığı göstermektedir.

Tablo 5.1 incelendiğinde, KPSS testi sonuçlarına göre Türkiye, Brezilya, Çin, Endonezya, Hindistan, Meksika ve Rusya için reel efektif döviz kuru serisi durağan bulunamamıştır. Dolayısıyla bu ülkelerde SAGP teorisi geçerli değildir. Fourier KPSS testi sonuçlarına göre Meksika ve Rusya için reel efektif döviz kuru serisi sabitli model için durağan bulunmuştur. Yani Meksika ve Rusya için SAGP teorisi geçerlidir. Türkiye, Brezilya, Çin, Endonezya ve Hindistan için reel efektif döviz kuru serisi durağan bulunamamıştır. Dolayısıyla bu ülkeler için SAGP teorisi geçerli değildir.

E7 ülkeleri için SAGP hipotezinin analizinde kullanılan diğer bir yöntem ise kalıntılarla genişletilmiş Fourier fonksiyonlu KPSS testidir. Bu testin sonuçları da Tablo 5.2’de sunulmuştur.

Tablo 5. 2. RALS Fourier KPSS Test Sonuçları

Ülkeler	Model	$\hat{k}$ (Frekans)	$\hat{\rho}^2$	τ_{RFPSS}	Kritik Değerler		
					%1	%5	%10
Türkiye	Sabitli Model	1	0.905	0.077***	0.810	0.590	0.475
	Sabitli ve Trendli Model	1	1.004	0.044***	0.072	0.055	0.047
Brezilya	Sabitli Model	2	0.8	1.872	1.218	0.893	0.725
	Sabitli ve Trendli Model	1	1.0	0.230	0.072	0.055	0.047
Çin	Sabitli Model	1	0.5	1.535*	1.697	1.211	0.957
	Sabitli ve Trendli Model	2	0.9	0.511**	0.703	0.577	0.462
Endonezya	Sabitli Model	2	0.4	0.366***	1.915	1.376	1.090
	Sabitli ve Trendli Model	2	0.4	0.370***	1.830	1.303	1.025
Hindistan	Sabitli Model	1	0.7	2.497	1.328	0.955	0.761
	Sabitli ve Trendli Model	3	0.9	0.592*	0.794	0.580	0.466
Meksika	Sabitli Model	1	0.9	0.385***	0.810	0.590	0.475
	Sabitli ve Trendli Model	1	0.8	0.216***	1.063	0.760	0.600
Rusya	Sabitli Model	1	0.9	0.172***	1.328	0.955	0.761
	Sabitli ve Trendli Model	1	0.9	0.147***	0.767	0.549	0.432

Not: ***, ** ve * sırasıyla %10, %5 ve %1 düzeyinde anlamlılığı göstermektedir.

Tablo 5.2 incelendiğinde, RALS Fourier KPSS testi sonuçlarına göre Türkiye, Çin, Endonezya, Meksika ve Rusya için reel efektif döviz kuru serisi, hem sabitli hem de sabitli ve trendli model için durağan bulunmuştur. Yani Türkiye, Çin, Endonezya, Meksika ve Rusya için SAGP teorisinin geçerli olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Hindistan için reel efektif döviz kuru serisi sadece sabitli ve trendli model için durağan bulunmuştur. Yani sadece bu model için SAGP teorisi geçerlidir. Brezilya için reel efektif döviz kuru serisi her iki model için de durağan değildir. Dolayısıyla SAGP teorisi geçerli değildir.



SONUÇ

Bu çalışmada Beckers vd. (2006) tarafından geliştirilen Fourier KPSS testine, Im ve Schmidt (2008) tarafından geliştirilen, kalıntılarla genişletilmiş en küçük kareler (RALS) tahmin prosedürü uyarlanarak yeni bir birim kök testi önerilmiştir.

Makroekonomik değişkenler bilinmeyen sayı, süre ve formda çok çeşitli yapısal kırılmalar sergilemektedir. Yapısal kırılmaların bu bilinmeyen formları, sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının bir kombinasyonu olan Fourier fonksiyonları ile uygun bir şekilde modele dahil edilmektedir. Bu testte de yapısal kırılmalar, Fourier fonksiyonları ile modellenmiştir.

RALS prosedürü, hatalar normallikten herhangi bir sapma gösterdiğinde, hataların daha yüksek momentlerindeki bilgileri kullanmaktadır. Bu bilgiler normal olmamanın doğasına ilişkin bilgileri içermektedir. Bu testte, normal dağılmayan hatalar durumunda daha güçlü test sonuçları elde etmek amacıyla RALS tahmincileri kullanılmıştır.

Önerilen RALS Fourier KPSS testi için kritik değerler, boyut ve güç özellikleri Monte Carlo simülasyonları ile elde edilmiştir. Kritik değerler, $T=50, 100, 300, 500, 1000$ örnek büyüklükleri, $k=1, 2, 3, 4, 5$ frekans değerleri ve $\rho^2=0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1$ uzun dönem korelasyon katsayıları kullanılarak, 100000 Monte Carlo simülasyonu ile elde edilmiştir. Boyut ve güç özellikleri ise $T=100, 300, 500$ örnek büyüklükleri ve $k=1, 2, 3$ frekans değerleri için beş farklı normal olmayan dağılım ($\chi_1^2, \chi_2^2, \chi_3^2, t_3, t_4$) kullanılarak, 10000 Monte Carlo simülasyonu ile hesaplanmıştır. Simülasyon sonuçlarına göre önerilen test iyi bir performans göstermektedir.

Çalışmada RALS Fourier KPSS testi ile E7 ülkeleri için Satın alma gücü paritesi teorisinin geçerliliği incelenmiştir. Bunun için 1994:Q1-2021:Q2 dönemi çeyreklik reel efektif döviz kuru verileri kullanılmıştır. Test sonuçlarına göre Türkiye, Çin, Endonezya, Meksika ve Rusya için reel efektif döviz kuru serisi, hem sabitli hem de sabitli ve trendli model için durağan bulunmuştur. Yani Türkiye, Çin, Endonezya, Meksika ve Rusya için SAGP teorisinin geçerli olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Brezilya için reel efektif döviz kuru serisi her iki model için de durağan değildir. Yani SAGP teorisi geçerli değildir.

Hindistan için reel efektif döviz kuru serisi sadece sabitli ve trendli model için durağan bulunmuştur. Yani sadece bu model için SAGP teorisi geçerlidir.



KAYNAKÇA

- Abumustafa, N.I., ve Feridun, M. (2010). Explaining the Long-Term Real Equilibrium Exchange Rates Through Purchasing Power Parity (PPP): An Empirical Investigation on Egypt, Jordan and Turkey. *African Journal of Business Management*, 4(7), 1260-1265.
- Adıgüzel, U., Sahbaz, A., Özcan, C. C. Ve Nazlıoğlu, Ş. (2014). The behavior of Turkish exchange rates: A Panel Data Perspective. *Economic Modelling*, 42, 177-185.
- Agung, I. G. N. (2009). *Time Series Data Analysis Using Eviews*. First Edition, John Wiley & Sons (Asia) Pte Ltd., Singapore.
- Akçay, A. Ö. ve Erataş, F. (2015). Satın Alma Gücü Paritesi Teorisinin Geçerliliği: G7 Örneği. *İGÜSBD*, 2(1), 82-100.
- Akgül, I. (2003). *Geleneksel Zaman Serisi Yöntemleri*. 1. Baskı, DER Yayınları, İstanbul.
- Alba, J. D. ve D. Park. (2005). An Empirical Investigation of Purchasing Power Parity (PPP) for Turkey. *Journal of Policy Modeling*, 27 (8), 989–1000.
- Altınır, A. ve Bozkurt, E. (2018). The Validity of Purchasing Power Parity Hypothesis in E-7 Countries: Panel Data Analysis. *Business and Economics Research Journal*. 4, 735-747.
- Amsler, C. ve Lee, J. (1995). An LM Test for a Unit Root in the Presence of a Structural Change. *Econometric Theory*, 359-368.
- Aslan, A., Kula, F., ve Kalyoncu, H. (2010). Additional Evidence of Long-Run Purchasing Power Parity with Black and Official Exchange Rates. *Applied Economics Letters*, 17(14), 1379- 1382.
- Aslan, N. ve Kanbur, A. N. (2007). Türkiye’de 1980 Sonrası Satın Alma Gücü Paritesi Yaklaşımı. *Marmara Üniversitesi İİBF Dergisi*, 24(2), 9-43.
- Asteriou, D. ve Hall, S. G. (2007). *Applied Econometrics*. Revised Edition, Palgrave Macmillan, New York.
- Aydın, M. (2019). Satın Alma Gücü Paritesi Hipotezi Geçerliliğinin Fourier Birim Kök Testleri ile İncelenmesi: Türkiye Örneği. *Journal of Econometrics and Statistics*. 30, 35-48.
- Aytemiz, S., Coşkun, N. ve Tuncer, İ. (2021). Testing the Absolute Purchasing Power Parity Hypothesis Under Non-Normal Errors: RALS-LM and RALS-ADF Unit

- Root Tests. *Dicle Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*. 11(21), 57-72.
- Bahmani-Oskooee, M., Chang, T., Chen, T.H. ve Tzeng, H.W. (2017). Revisiting purchasing power parity in Eastern European countries: quantile unit root tests. *Empir Econ*, 52, 463-483.
- Bahmani-Oskooee, M. ve Wu, T. (2018). PPP in The 34 OECD Countries: Evidence from Quantile-Based Unit Root Tests with Both Smooth and Sharp Breaks. *Applied Economics*, 50(23), 2622-2634.
- Bai, J., (1994). Least Squares Estimation of a Shift in Linear Processes. *Journal of Time Series Analysis*, 15, 453-472.
- Bai, J., (1997). Estimation of a Change Point in Multiple Regression Models. *Review of Economics and Statistics*, 79, 551-563.
- Becker, R., Enders, W., Lee, J. (2006). A Stationary Test in the Presence of an Unknown Number of Smooth Breaks. *Journal of Time Series Analysis*, 27(3), 381-409.
- Bilgin, C. (2018). The Validity Problem of Purchasing Power Parity in International Trade: A Time Series Analysis for Turkey. *MPRA Paper*, 87630.
- Brooks, C. (2008). *Introductory Econometrics for Finance*. Second Edition, Cambridge University Press, New York.
- Büberkökü, Ö. (2014). Yükselen Piyasa Ekonomilerinde Uluslararası Satın Alma Gücü Paritesi: Panel Koentegrasyon Testlerinden Kanıtlar. *BDDK Bankacılık ve Finansal Piyasalar*. 8(1), 117-139.
- Büyükkantarcı Tolgay, S. ve Kula, F (2019). Purchasing Power Parity Testing Unit Root Tests With Structural Break In Turkey. *Revista Economica* 71(1), 89-98.
- Cameron, A. C. ve Trivedi, P. K. (2005). *Microeconometrics Methods and Applications*. Cambridge University Press,
- Carrion-i Silvestre, J. L. ve Sanzo, A. (2005). The KPSS Test with Two Structural Breaks. *Spanis Economic Review*, 9(2), 105-127.
- Cassel, G. (1918). Abnormal Deviations in International Exchanges. *The Economic Journal*, 28(112), 413-415.
- Chang, T., Liu, W., Tzeng, H. ve Yu, C. (2009). Purchasing power parity for G-7 countries: panel SURADF tests. *Applied Economics Letters*. 17(12), 1223-1228.

- Choji, N. M. ve Manga, E. (2017). Purchasing Power Parity Theory using Panel Data Approach. *International Journal of Recent Research in Mathematics Computer Science and Information Technology*. 4(1), 63-66.
- Choji, N. M. ve Sek, S. K. (2019). Asymmetric Co-integration for the MINT in Testing for Purchasing Power Parity Theory. *Pertanika Journal of Social Science and Humanities*. 27(1), 519-536.
- Civcir, I. (2003). Before the Fall, was the Turkish Lira Overvalued? *Eastern European Economics*, 41(2), 69-99.
- Çağlayan, E. ve Şak, N. (2009). OECD Ülkelerinde Satınalma Gücü Paritesi: Panel Eşbütünleşme Yaklaşımı. *Marmara Üniversitesi İİBF Dergisi*, 26(1), 483-499.
- Çeviş, İ. ve Ceylan, R. (2015). Kırılgan Beşlide Satın Alma Gücü Paritesi (SAGP) Hipotezinin Test Edilmesi. *Journal of Yasar University*, 10(37), 6381-6477.
- Çil Yavuz, N. (2015). *Finansal Ekonometri*. 2. Baskı, DER Yayınları, İstanbul.
- Dickey, D. A. ve Fuller, W. A. (1979). Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. *Journal of the American statistical association*, 74(366a), 427-431.
- Dickey, D. A. ve Fuller, W. A. (1981). Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1057-1072.
- Doğanlar, M., Bal, H. ve Özmen, M. (2009). Testing Long-Run Validity of Purchasing Power Parity for Selected Emerging Market Economies. *Applied Economics Letters*, 16(14), 1443-1448.
- Doğanlar, M., Kızılkaya, O. ve Mike, F. (2020). Testing The Long-Run PPP for Turkey: New Evidence from The Fourier Quantile Unit Root Test. *Applied Economics Letters*, 27(9), 729-735.
- Dornbusch, R. (1985). Purchasing Power Parity. *National Bureau of Economic Research*. 1591.
- Elliott, Graham, T. J., Rothenberg, J. H. Stock (1996). Efficient Tests for an Autoregressive Unit Root. *Econometrica*, 64(4), 813-836.
- Enders, W. ve Lee, J. (2004). Testing for a Unit Root with a Nonlinear Fourier Function. In *Econometric Society 2004 Far Eastern Meetings* (Vol. 457), 1-47.

- Enders, W. ve Lee, J. (2012a). The Flexible Fourier Form and Dickey–Fuller Type Unit Root Tests. *Economics Letters*, 117(1), 196-199.
- Enders, W. ve Lee, J. (2012b). A Unit Root Test Using a Fourier Series to Approximate Smooth Breaks. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 74(4), 574-599.
- Erlat, H. (2003). The Nature of Persistence in Turkish Real Exchange Rates. *Emerging Markets Finance and Trade*, 39(2), 70-97.
- François Hoarau, J. (2009). Does long-run purchasing power parity hold in Eastern and Southern African countries? Evidence from panel data stationary tests with multiple structural breaks. *International Journal of Finance & Economics*. 15(4), 307-315.
- Gallant, A. R. (1981). On the Bias in Flexible Functional Forms and an Essentially Unbiased Form: the Fourier Flexible Form. *Journal of Econometrics*, 15(2), 211-245.
- Göktaş, P., Pekmezci, A., Bozkurt, K. (2018). *Ekonometrik Serilerde Uzun Dönem Eşbütünleşme ve Kısa Dönem Nedensellik İlişkileri*. 1. Baskı, Gazi Kitabevi, Ankara.
- Granger C., P. Newbold “Spurious Regression in Econometrics”, *Journal of Econometrics*, 1974, 2 (2), ss. 111–120.
- Greene, W. H., Çeviren: Şenesen, Ü. (2016). *Ekonometrik Çözümleme*. 1. Baskı, Palme Yayıncılık, Ankara.
- Gujarati, D. N. (2004). *Basic Econometrics*. Fourth Edition, The McGraw-Hill Companies.
- Gujarati, D. N., Porter, D.C., Çeviren: Şenesen, Ü., Şenesen, G. G. (2012). *Temel Ekonometri*. 1. Basım, Literatür Yayınları, İstanbul.
- Gujarati, D., Çeviren: Bolatoğlu, N. (2016). *Örneklerle Ekonometri*. 1. Baskı, BB101 Yayınları, Ankara.
- Güloğlu, B., Ispir, S. ve Okat, D. (2011). Testing the Validity of Quasi PPP Hypothesis: Evidence from A Recent Panel Unit Root Test with Structural Breaks, *Applied Economics Letters*, 18(18), 1817–1822.
- Güriş, B., Tıraşoğlu, B. Y., & Tıraşoğlu, M. (2016). Türkiye’de satın alma gücü paritesi geçerli mi?: doğrusal olmayan birim kök testleri. *Sosyal Bilimler Araştırma Dergisi*, 5(4), 30-42.

- Güriş, B. ve Tıraşoğlu, M. (2018). The Validity of Purchasing Power Parity in the BRICS Countries. *Prague Economic Papers*, 27(4), 417-426.
- Harvey, D. I., Leybourne, S. J., Xiao, L. (2010). Testing for Nonlinear Deterministic Components When the Order of Integration is Unknown. *Journal of Time Series Analysis*, 31(5), 379-391.
- Hill, R. C., Griffiths, W. E., Lim G. C. (2011). *Principles of Econometrics*. Fourth Edition, John Wiley & Sons, Inc., United States of America.
- Hoarau, J. F. (2010). Does Long-Run Purchasing Power Parity Hold in Eastern and Southern African Countries? Evidence from Panel Data Stationary Tests with Multiple Structural Breaks. *International Journal of Finance & Economics*, 15(4), 307-315.
- Im, K. S. ve Schmidt, P. (2008). More Efficient Estimation Under Non-Normality When Higher Moments do not Depend on the Regressors, Using Residual Augmented Least Squares. *Journal of Econometrics*, 144(1), 219-233.
- Im, K. S., Lee, J. ve Tieslau, M. A. (2014). More Powerful Unit Root Tests with Non-Normal Errors. In Festschrift in Honor of Peter Schmidt, *Springer New York*, 315-342.
- İspir, M. S. (2018). Yükselen Piyasa Ekonomilerinde Satınalma Gücü Paritesinin Geçerliliği Üzerine Yeni Bir İnceleme. SSRN.
- Jiang, C., Bahmani Oskooee, M. ve Chang, T. (2015). Revisiting Purchasing Power Parity in OECD. *Applied Economics*. 47(40), 4323-4334.
- Josic, H., Wittine, Z. Ve Barisic, A. (2018). Investigating the Determinants of Big Mac Index: A Panel Data Analysis.
- Kalyoncu, H. (2009). New Evidence of the Validity of Purchasing Power Parity from Turkey, *Applied Economics Letters*, 16(1), 63-67.
- Karagöz, K. ve Saraç, T. B. (2015), Testing the Validity of PPP Theory for Turkey: Nonlinear Unit Root Testing, *Procedia Economics and Finance*, 38, 458-467.
- Kaya, H. ve Çelik, İ. (2018). Validity of Purchasing Power Party Hypothesis in Turkey: Evidence from Long Memory Tests. *Journal of Mehmet Akif Ersoy University Economics and Administrative Sciences Faculty*, 5(2), 351-365.
- Korap, H. L. Ve Aslan, Ö. (2010). Re-examination of The Long-Run Purchasing Power Parity: Further Evidence from Turkey. *Applied Economics*, 42(27), 3559-3564.

- Köktürk, O. ve Ural, M. (2019). Fourier Birim Kök Testi ile Satın Alma Gücü Paritesinin Türkiye İçin Geçerliliğinin Analizi. *Business&Management Studies: An International Journal*. 7(2), 877-890.
- Kurozumi, E. (2002). Testing for Stationarity with a Break. *Journal of econometrics*, 108, 63-99.
- Küçükkaplan, İ., Ağır, H., Karul, Ç., ve Koncak, A. (2019). Structural Changes and Purchasing Power Parity in Turkish Exchange Rates. *Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 21(1), 203-208.
- Kwiatkowski, D., Phillips, P. C., Schmidt, P., Shin, Y. (1992). Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root: How Sure are We that Economic Time Series Have a Unit Root?. *Journal of econometrics*, 54(1-3), 159-178.
- Lee, J. ve Strazicich, M. C. (2003). Minimum Lagrange Multiplier Unit Root Test with Two Structural Breaks. *The Review of Economics and Statistics*, 85(4), 1082-1089.
- Lee, J. ve Strazicich, M. C. (2004). Minimum LM Unit Root Test with One Structural Break. Manuscript, Department of Economics, Appalachian State University, 1-16.
- Levin, A. ve Lin, C. F. (1992). Unit Root Tests in Panel Data: Asymptotic and Finite-Sample Properties. Discussion Paper, 92,23, University of California, San Diego, Department of Economics.
- Levin, A., Lin, C. F., Chu, C. S. J. (2002). Unit Root Tests in Panel Data: Asymptotic and Finite-Sample Properties. *Journal of econometrics*, 108(1), 1-24.
- Lumsdaine, R. L. ve Papell, D. H. (1997). Multiple Trend Breaks and the Unit-Root Hypothesis. *The review of economics and statistics*, 79(2), 212-218.
- MacKinnon, J. G. (1990). Critical Values for Cointegration Tests. San Diego: Department of Economics, University of California
- Meng, M., Im, K. S., Lee, J., Tieslau, M. A. (2014). More Powerful LM Unit Root Tests with Non-Normal Errors. In *Festschrift in Honor of Peter Schmidt* (pp. 343-357). Springer New York.
- Mert, M. ve Çağlar, A. E. (2019). *EvIEWS ve Gauss Uygulamalı Zaman Serileri Analizi*. 1. Baskı, Detay Yayıncılık, Ankara.

- Mike, F. (2018). Gelişen Piyasa Ekonomilerinde Satınalma Gücü Paritesinin Geçerliliğinin Test Edilmesi. *Finans Politik & Ekonomik Yorumlar*, 55(637), 7-30.
- Mladenovic, Z., Josifidis, K. ve Srdic, S. (2013). The Purchasing Power Parity in Emerging Europe: Empirical Results Based on Two-Break Analysis. *Panoeconomics*, 60(2), 179-202.
- Mooney, C. Z. (1997). *Monte Carlo Simulation*. Sage Publications, Thousand Oaks, California.
- Nabeya, S. ve Tanaka, K. (1988). Asymptotic Theory of a Test for the Constancy of Regression Coefficients Against the Random Walk Alternative. *The Annals of Statistics*, 218-235.
- Narayan, P. K. ve Popp, S. (2010). A New Unit Root Test with Two Structural Breaks in Level and Slope at Unknown time. *Journal of Applied Statistics*, 37(9), 1425-1438.
- Newey, W. K. ve West, K. D. (1987). Hypothesis Testing with Efficient Method of Moments Estimation. *International Economic Review*, 28(3), 777-787.
- Ng, S. ve Perron, P. (2001). Lag Length Selection and the Construction of Unit Root Tests with Good Size and Power. *Econometrica*, 69(6), 1519-1554.
- Nunes, L.C., Kuan, C.M., Newbold, P., (1995). Spurious Break. *Econometric Theory*, 11, 736-749.
- O'Connell, P. G. (1998). The overvaluation of purchasing power parity. *Journal of international economics*, 44(1), 1-19.
- Omay, T., Shahbaz, M. ve Hasanov, M. (2020). Testing PPP Hypothesis Under Temporary Structural Breaks and Asymmetric Dynamic Adjustments. *Applied Economics*, 52(32), 3479-3497.
- Özbek, S. (2020). Türkiye’de Reel Döviz Kuru Durağan Mı? Geleneksel ve Yapısal Kırılmalı Durağanlık Testlerinden Kanıtlar. *Avrasya Sosyal ve Ekonomi Araştırmaları Dergisi*, 7(7), 155-164.
- Özcan, B. (2012). Satın Alma Gücü Paritesi G7 Ülkeleri için Geçerli Mi? *Hacettepe Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 30(2), 137-161.

- Özdemir, Z. A. (2008). The Purchasing Power Parity Hypothesis in Turkey: Evidence from Nonlinear STAR Error Correction Models. *Applied Economics Letters*, 15(4), 307-311.
- Öztürk, F. ve Özbek, L. (2015). *Matematiksel Modelleme ve Simülasyon*. 3. Baskı, Pigeon Yayıncılık, Ankara.
- Park, J.Y. ve Sung, J., (1994). Testing for Unit Roots in Models with Structural Change. *Econometric Theory*, 10, 917–936.
- Perron, P. (1989). The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1361-1401.
- Perron, P. ve Ng, S. (1996). Useful Modifications to Some Unit Root Tests with Dependent Errors and Their Local Asymptotic Properties. *The Review of Economic Studies*, 63(3), 435-463.
- Perron, P. (1997). Further Evidence on Breaking Trend Functions in Macroeconomic Variables. *Journal of econometrics*, 80(2), 355-385.
- Perron, P. ve Rodríguez, G. (2003). GLS Detrending, Efficient Unit Root Tests and Structural Change. *Journal of Econometrics*, 115(1), 1-27.
- Phillips, P. C. (1987). Time Series Regression with a Unit Root. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 277-301.
- Phillips, P. C. ve Perron, P. (1988). Testing for a Unit Root in Time Series Regression. *Biometrika*, 75(2), 335-346.
- Polikar, R. (1996). The Wavelet Tutorial. *The Engineer's Ultimate Guide To Wavelet Analysis Series*.
- Rodrigues, P. ve Taylor, A. R. (2012). The Flexible Fourier Form and Local GLS Detrending Unit Root Tests. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 74(5), 737-759.
- Rogoff, K. (1996). The Purchasing Power Parity Puzzle. *Journal of Economic Literature*, 34(2), 647-668.
- Rubin, H. (1950). Consistency of Maximum Likelihood Estimates in the Explosive Case. *Statistical Inference in Dynamic Economic Models*, 356-364.

- Sağlam, Y. ve Erataş Sönmez, F. (2017). Satın Alma Gücü Paritesi Hipotezinin Panel Çoklu Yapısal kırılma Testleri ile Analizi: BRICT Örneği. *LAÜ Sosyal Bilimler Dergisi*. 8(1), 19-34.
- Sarno, L. (2000). Real Exchange Rate Behaviour in High İnflation Countries: Empirical Evidence from Turkey, 1980-1997. *Applied Economic Letters*, 7(5), 285-291.
- Schmidt, P. ve Phillips, P. C. (1992). LM Tests for a Unit Root in the Presence of Deterministic Trends. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 54(3), 257-287.
- Sevüktekin, M. ve Çınar, M. (2014). *Ekonometrik Zaman Serileri Analizi*. 4. Baskı, Dora Yayıncılık, Bursa.
- Songur, M. (2019). Yapısal Kırılmalar Altında Satın Alma Gücü Paritesi Hipotezinin Geçerliliği: Avrasya Ülkeleri Örneği. *Bingöl Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*. 17, 567-585.
- Stock, J. H. ve Watson, M. W., Çeviren: Saraçoğlu, B. (2011). *Ekonometriye Giriş*, Efil Yayınevi, 1. Baskı, Ankara.
- Sul, D., Phillips, P. C. B., Choi, C. Y. (2003). Prewhitening Bias in HAC Estimation, *Cowles Foundation Discussion Paper*, 1436.
- Şener, S., Yılcı, V. ve Canpolat, E. (2015). Satın Alma Gücü Paritesi ve Varyasyonlarının Türkiye İçin Sınanması. *Uluslararası Yönetim İktisat ve İşletme Dergisi*, 11(25), 53-63.
- Taştan, H. (2005). Do Real Exchange Rates Contain A Unit Root? Evidence from Turkish Data. *Applied Economics*, 37 (17), 2037–2053.
- Taylor, A. M., Taylor, M. P. (2004). The Purchasing Power Parity Debate. *Journal of Economic Perspectives*, 18(4), 135-158.
- Telatar, E., Kazdağı, H. (1998). Re-examine the Long-Run Purchasing Power Parity Hypothesis for a High İnflation Country: The Case of Turkey 1980-93. *Applied Economic Letters*, 5(1), 51-53.
- Tsay, R. S. (2005). *Analysis of Financial Time Series*. 2. Baskı. A John Wiley & Sons Interscience Publication, Canada.

- Wooldridge, J. M. (2013). *Introductory Econometrics*. Second Edition, The MIT Press, Cambridge.
- Yalçinkaya, Ö. (2016). G-20 Ülkelerinde Satın Alma Gücü Paritesi Teorisinin Geçerliliği: Panel Birim Kök Testinden Kanıtlar (1994:Q1-2015:Q4). *Bitlis Eren Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*. 5(3), 145-162.
- Yazgan, M. E. (2003), The Purchasing Power Parity Hypothesis for A High Inflation Country: A Re-Examination of the Case of Turkey, *Applied Economics Letters*, 10(3), 143–147.
- Yıldırım, B. (2010). Yapısal Kırılma Durumunda Birim Kök Testleri ve Gelir Yakınsama Analizi: Avrupa Birliği'ne Üye ve Aday Ülkeler için.
- Yıldırım, D.Ç., Yıldırım, S. ve Çoltu S. (2019). ASEAN Ülkelerinde Satın Alma Gücü Paritesi Hipotezinin Geçerliliğine İlişkin Bir Analiz. *Balkan Sosyal Bilimler Dergisi*. 8(16), 179-186.
- Yıldırım, K., Mercan, M. ve Kostakoğlu, S: F. (2013). Satın Alma Gücü Paritesinin Geçerliliğinin Test Edilmesi: Zaman Serisi ve Panel Veri Analizi. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi İİBF Dergisi*, 8(3), 75-95.
- Yıldırım, S. ve Yıldırım, Z. (2012). Reel Efektif Döviz Kuru Üzerinde Kırılmalı Birim Kök Testleri ile Türkiye için Satın Alma Gücü Paritesi Hipotezinin Geçerliliğinin Sınanması. *Marmara Üniversitesi İ.İ.B.F. Dergisi*, 33(2), 221-238.
- Yücesan, M. (2020). Fourier Tipi Birim Kök Testleri ile Türkiye Ekonomisinde Satın Alma Gücü Paritesinin Geçerliliğinin Test Edilmesi. *Yönetim Bilimleri Dergisi*, 19(39), 43-62.
- Zivot, E. ve Andrews, D. W. K. (1992). Further Evidence on the Great Crash, the Oil-Price Shock, and the Unit-Root Hypothesis. *Journal of Business & Economic Statistics*, 10(3), 251-270.