

11681

KANONİK KORELASYON ANALİZİ

ÜZERİNE BİR DENEME

YÜKSEK LİSANS TEZİ

(İSTATİSTİK)

T. C.

Yükseköğretim Kurulu
Dokümantasyon Merkezi

HAMİD MİRTAGHIZADEH

Temmuz 1990

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu
onaylarım.

Danışman
Yrd.Doç.Dr. Selahattin Ergeç



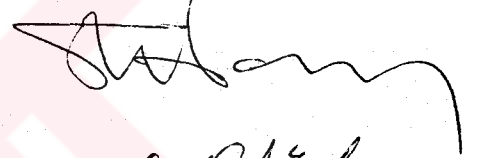
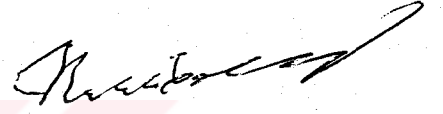
Sınav Jürisi

Başkan: Prof.Dr. Nuri ERSOY

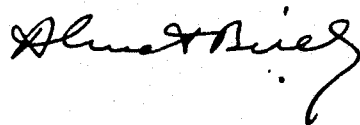
Üye : Doç.Dr. Fevzi KUTAY

Üye : Doç.Dr. Fikri ÖZTÜRK

Üye: Yrd.Doç.Dr. Selahattin ERGEÇ



Bu Tez Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Yazım Esaslarına Uygundur.



KANONİK KORELASYON ANALİZİ

ÜZERİNE BİR DENEME

(Yüksek Lisans Tezi)

Hamid MİRTAGHIZADEH

GAZİ ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Temmuz 1990

ÖZ

Bu çalışmada çok değişkenli istatistik yöntemlerinden biri olan kanonik korelasyon analizinin kuramsal yönü tanıtılmaya çalışılmış ve gerçek veriler üzerinde bir uygulaması yapılmıştır.

Bu uygulamada Türkiye'nin sosyo-ekonomik yapısı adı geçen yöntemle belirlenmeye çalışılmıştır.

Bu amaçla, Devlet Planlama Teşkilatı'nın öngördüğü 16 tane sosyo-ekonomik değişken, sosyal ve ekonomik değişkenler seti olmak üzere iki sete ayrılmış ve setler arası ilişkiler ortaya konmaya çalışılmıştır.

AN APPLICATION ON CANONICAL
CORRELATION ANALYSIS

(M.Sc.These)

HAMİD MİRTAGHIZADEH

GAZİ UNIVERSITY
INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

July 1990

ABSTRACT

In this study we introduced the theoretical aspects of the canonical correlation analysis which is a multivariate statistical analysis method, and then applied this technique to a group of real data.

In this application we attempted to put forward the socio-economical structure of Turkey by means of the aforementioned technique.

For this aim we divide the 16 socio-economical variables suggested by the State Planning Organization into two sets as social and economical variables and then put forward the relations between these two sets.

TEŞEKKÜR

Bu çalışmada, bana yardımcı olan, devamlı fikir ve uyarılarını benden esirgemeyen değerli Hocam Sayın Yrd.Doç.Dr. Selahattin Ergeç'e ve Lisans ve Yüksek Lisans programlarında emeği geçen hocalarıma ve arkadaşlarıma teşekkür ederim. Ayrıca, bilgisayar programında emeklerini esirgemeyen, Sayın Doç.Dr. Aydın Erar ve Arş.Gör. Gülay Başarır'a teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZ.....	ii
ABSTRACT.....	iii
TEŞEKKÜR.....	iv
GİRİŞ.....	1
BÖLÜM 1	
KANONİK KORELASYON ANALİZİ.....	3
1.1. Kanonik Değişkenler ve Kanonik Korelasyon.....	3
1.2. Kanonik Korelasyonların Anlamlılık Testi.....	19
1.3. Kanonik Değişkenlerin Yorumu.....	22
BÖLÜM 2	
UYGULAMA.....	27
2.1. Uygulamaya Alınan Değişkenler.....	27
2.2. Uygulamada Kullanılan Veriler.....	28
2.3. Verilerden Elde Edilen Tablolar ve Sonuçlar.....	37
BÖLÜM 3	
SONUÇ	48
KAYNAKLAR.....	51
ÖZGEÇMİŞ.....	53

G İ R İ Ş

Kanonik korelasyon analizi, çokdeğişkenli bir analiz metodu olup, iki değişkenler seti arasındaki en büyük (maksimum) ilişkiyi araştırmaya çalışır. 1935-36 yıllarında Hotelling tarafından geliştirilmiş olan bu metod, ilk anda iki değişkenler seti arasındaki ilişkiyi tanımlayan karmaşık bir yol olarak görünmesine rağmen çok sayıda değişkeni, iki alt sete ayırıp az sayıda doğrusal bileşenlere indirgeyerek, değişkenler arasındaki ilişkinin yorumlanmasında bir çok kolaylıklar sağlar (1).

Kanonik korelasyon, iki değişkenler seti arasındaki maksimum korelasyon olduğuna göre, bu iki değişkenler setinin istatistiksel bağımsızlığı kanonik korelasyon analizi ile incelenebilir (2).

Diğer yandan, iki değişkenler seti arasındaki korelasyonu maksimum kılan doğrusal bileşenler (kanonik değişkenler) belirlenerek, bu korelasyona en çok katkıda bulunan her iki setteki orijinal değişkenler saptanabilir.

Kanonik korelasyon analizinin dayandığı varsayımlar aşağıdaki gibi özetlenebilir:

1- Her iki setteki değişkenler aralıklı ölçekte ölçölüp, değişkenler setleri arasındaki korelasyon doğrusaldır.

2- Analizde kullanılan veriler aynı çokdeğişkenli normal yığından rassal olarak seçilirler (3).



BÖLÜM 1

KANONİK KORELASYON ANALİZİ

1.1. Kanonik Değişkenler ve Kanonik Korelasyon

$\tilde{x} \sim N(\mu, \Sigma)$, $\tilde{x}_1 \sim N(\mu_1, \Sigma_{11})$ ve $\tilde{x}_2 \sim N(\mu_2, \Sigma_{22})$ varsayımı altında ortalama vektörü μ ve varyans-kovaryans matrisi Σ olsun.

$\tilde{x}' = |x_1 \ x_2 \ \dots \ x_p \ x_{p+1} \ \dots \ x_{p+q}|$ değişkenler seti $\tilde{x}'_1 = |x_1 \ x_2 \ \dots \ x_p|$ ve $\tilde{x}'_2 = |x_{p+1} \ x_{p+2} \ \dots \ x_{p+q}|$ gibi iki değişkenler setine ayrılabilir. Bu durumda değişkenlerin ortalama vektörü ve varyans-kovaryans matrisi de

$$\tilde{x} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

olmak üzere

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix}, \quad \Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

eşitlikleri ile ifade edilebilir.

(1.1) ve (1.2) eşitliklerinden μ_1 , μ_2 ve Σ_{11} , Σ_{22} sırasıyla 1. ve 2. değişkenler setlerine ilişkin ortalama

vektörleri ve varyans-kovaryans matrisleridir. $\Sigma_{12} = \Sigma'_{21}$ ise iki değişkenler setindeki değişken çiftleri arasındaki kovaryans matrisidir.

Birinci değişkenler seti p , ikinci değişkenler seti q değişken içermektedir. Matris işlemleri yapılabilmesi için $p \leq q$ olmalıdır.

Genellikle yığın parametreleri (μ, Σ) bilinmez ve bunların yerine örnekten elde edilen tahminler kullanılır.

$$\bar{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

olarak ifade edilebilir. Böylece örnekten elde edilen gözlemlere ait veri matrisleri aşağıdaki gibi düzenlenebilir.

$$\mathbf{GM}_1 = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1,p} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2,p} \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ x_{N,1} & x_{N,2} & \dots & x_{N,p} \end{bmatrix}_{N \times p}$$

$$GM_2 = \begin{bmatrix} x_{1,p+1} & x_{1,p+2} & \dots & x_{1,p+q} \\ x_{2,p+1} & x_{2,p+2} & \dots & x_{2,p+q} \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ x_{N,p+1} & x_{N,p+2} & \dots & x_{N,p+q} \end{bmatrix}_{N \times q}$$

Veri matrislerinden de görüldüğü gibi 1. setteki değişkenler arasında $\frac{1}{2} p(p-1)$, 2. setteki değişkenler arasında $\frac{1}{2} q(q-1)$ ve 1. ve 2. setteki değişkenler arasında ise $p \cdot q$ tane korelasyon vardır. Bu kadar çok sayıdaki korelasyon katsayılarını teker teker yorumlamanın güçlüğü görülmektedir. Kanonik korelasyon analizi, bu kadar çok sayıdaki sıfırdan farklı korelasyonları aza indirgemeye çalışır (3). Bu nedenle, 1. değişkenler setinin doğrusal bileşenleri ile 2. değişkenler setinin doğrusal bileşenlerini, maksimum korelasyonları verecek şekilde oluşturur.

Böylece, iki değişkenler seti arasındaki çok sayıda korelasyon yerine bir kaç tane doğrusal bileşenler arasındaki kanonik korelasyonlarla ilgilenilir.

Kanonik korelasyon analizine en iyi yaklaşım, değişkenler setlerine (iki veya daha fazla) ait doğrusal bileşenler arasındaki kovaryansı maksimum kılacak biçimde her değişkenler seti için bu bileşenleri oluşturmaktır(4).

1. değişkenler setinin doğrusal bileşenleri,

$$U = A'x_1$$

$$u_i = a_i'x_1 = a_{i1}x_{i1} + a_{i2}x_{i2} + \dots + a_{ip}x_{ip} \quad (i = 1, 2, \dots, p) \quad (1.4)$$

ve 2. değişkenler setinin doğrusal bileşenleri ise,

$$V = Bx_2$$

$$v_j = b_j'x_2 = b_{j1}x_{p+1} + b_{j2}x_{p+2} + \dots + b_{jq}x_{p+q} \quad (j = 1, 2, \dots, q) \quad (1.5)$$

şeklinde oluşturulsun. Bundan sonra, U ve V arasındaki korelasyonu maksimum yapan a_i ve b_j katsayılar vektörlerini bulmak ve bunun için de r_{uv} 'yi a ve b'nin bir fonksiyonu olarak tanımlamak gerekir (3).

Değişkenler arası ilişkilerle ilgilenildiğinden, yani korelasyonlar ile ilgilenildiğinden kolaylık olması nedeniyle, değişkenlerin ortalamaları sıfırlanabilir. Bilindiğı gibi korelasyon orijine ve ölçeğe göre değişmeyeceğinden,

$$E(x_1) = 0 \quad \text{ve} \quad E(x_2) = 0$$

alınabilir. Bu durumda (1.4) ve (1.5) nolu eşitliklerden

$$E(u_i) = E(a_i'x_1) = a_i' E(x_1) = 0 \quad (1.6)$$

ve

$$E(v_j) = E(b'_j x_{\hat{2}}) = b'_j \cdot E(x_{\hat{2}}) = \quad (1.7)$$

olacaktır. Ayrıca

$$\text{Var}(u_i) = a'_i S_{11} a_i \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (1.8)$$

$$\text{Var}(v_j) = b'_j S_{22} b_j \quad j = 1, 2, \dots, q \quad (1.9)$$

ve

$$\text{Kov}(u_i, v_j) = a'_i S_{12} b_j \quad (1.10)$$

eşitlikleri de yazılabilir.

Birinci setteki ($x_{\hat{1}}$) ve ikinci setteki ($x_{\hat{2}}$) değişkenlerin doğrusal bileşenleri

$$u_i = a'_i x_{\hat{1}} \quad \text{ve} \quad v_j = b'_j x_{\hat{2}}$$

arasındaki korelasyon, Pearson korelasyon katsayısıdır (5).

Böylece, u_i ve v_j arasındaki korelasyon

$$r(U, V) = \frac{\text{Kov}(U, V)}{\sqrt{\text{Var}(U) \cdot \text{Var}(V)}} \quad (1.11)$$

eşitliği ile hesaplanabilir. (1.11) eşitliği (1.8), (1.9) ve (1.10) eşitlikleri kullanılarak,

$$r(U, V) = \frac{a'_i S_{12} b_j}{\sqrt{a'_i S_{11} a_i \cdot b'_j S_{22} b_j}} \quad (1.12)$$

şeklinde de yazılabilir.

Problem, U ve V arasındaki en yüksek korelasyonun hesaplanması yani

$$\max r(U,V) \quad (1.13)$$

değerinin belirlenmesidir.

Daha önce de belirtildiği gibi korelasyon, doğrusal dönüştürmelerle ve değişkenlerin ölçeğine göre değişmez. Dolayısıyla, U ve V türetme değişkenler için

$$\text{Var}(U) = a'S_{11}a = 1 \quad (1.14)$$

ve

$$\text{Var}(V) = b'S_{22}b = 1 \quad (1.15)$$

olması uygun olur. (1.12) eşitliğinin maksimum yapılması problemi (1.14) ve (1.15) kısıtlamaları altında $a'S_{12}b$ 'nin maksimizasyonu problemidir.

Bu koşullu maksimizasyon probleminin Lagrange fonksiyonu

$$L(a,b,\lambda_1, \lambda_2) = a'S_{12}b - \frac{1}{2}\lambda_1(a'S_{11}a-1) - \frac{1}{2}\lambda_2(b'S_{22}b-1) \quad (1.16)$$

şeklinde ifade edilebilir.

(1.16) nolu eşitlikte λ_1 ve λ_2 Lagrange çarpanları olup, $\frac{1}{2}$ ise işlem kolaylığı içindir. $L(a,b,\lambda_1,\lambda_2)$ fonksi-

yonunun a ve b'ye göre kısmi türevlerinin sıfıra eşitlenmesi sonucu,

$$\frac{\partial L(a,b,\lambda_1,\lambda_2)}{\partial a} = S_{12}b - \lambda_1 S_{11}a = 0 \quad (1.17)$$

$$\frac{\partial L(a,b,\lambda_1,\lambda_2)}{\partial b} = a'S_{12} - \lambda_2 b'S_{22} = 0 \quad (1.18)$$

bulunur. (1.17) nolu eşitliği soldan a' ve (1.18) nolu eşitliği de sağdan b ile çarpılırsa aşağıdaki homojen eşitlikler elde edilir:

$$a'S_{12}b - \lambda_1 a'S_{11}a = 0$$

$$a'S_{12}b - \lambda_2 b'S_{22}b = 0$$

(1.14) ve (1.15) nolu kısıtlamalar altında

$$a'S_{12}b - \lambda_1 = 0 \quad a'S_{12}b = \lambda_1 \quad (1.19)$$

$$a'S_{12}b - \lambda_2 = 0 \quad a'S_{12}b = \lambda_2 \quad (1.20)$$

ve

$$a'S_{12}b = \lambda_1 = \lambda_2 \quad (1.21)$$

eşitlikleri elde edilir.

(1.21) nolu eşitlikten de görüldüğü gibi λ_1 ve λ_2 değerleri $r(U,V)$ korelasyon katsayısının maksimum değerine

eşittirler (6).

(1.17) ve (1.18) nolu eşitliklerden ve (1.21) nolu eşitlikten

$$-\lambda_1 S_{11} a + S_{12} b = 0 \quad (1.22)$$

$$S'_{12} a - \lambda_2 S_{22} b = 0 \quad (S'_{12} = S_{21}) \quad (1.23)$$

eşitlikleri veya $S'_{12} = S_{21}$ olmak üzere

$$\begin{bmatrix} -\lambda_1 S_{11} & S_{12} \\ S'_{21} & -\lambda_1 S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

eşitliği yazılabilir. (1.24) homojen denklem sisteminin sıfırdan farklı bir çözümü olması için

$$\begin{bmatrix} -\lambda_1 S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & -\lambda_1 S_{22} \end{bmatrix} = 0 \quad (1.25)$$

veya

$$\begin{aligned} |S_{12} S_{22}^{-1} S_{21} - \lambda_1^2 S_{11}| &= 0 \\ |S_{11}^{-1} S_{12} S_{22}^{-1} S_{21} - \lambda_1^2 I| &= 0 \end{aligned} \quad (1.26)$$

olmalıdır.

(1.26) ifadesi $\lambda_1^2 = \theta$ ya göre p nci ($p \leq q$) dereceden polinom olup, polinomun kökleri olan $\lambda_1^2 = \theta$ lar $S_{11}^{-1} S_{12} S_{22}^{-1} S_{21}$ alt matrislerinden oluşan ifadenin karakteristik kökleridir. Yani öz değerleridir.

En büyük $\lambda_1^2 = \theta$ değeri istenen (1.14) ve (1.15) koşulları altında en yüksek korelasyonun karesidir. Bu ifade

$$\text{Max}\{\lambda_{1i}^2 = \theta_i; i=1,2,\dots,p\} = [\max a'S_{12}b]^2 \quad (1.27)$$

eşitliği ile gösterilebilir. Kanonik değişkenlerdeki a ve b sabit katsayı vektörleri $\lambda_1^2 = \theta$ karakteristik köklerine (öz değerlerine) karşılık gelen karakteristik (öz) vektörleridir.

Kanonik korelasyonların bulunması iki değişik sırada olabilir. İlk olarak,

$$|S_{11}^{-1} S_{12} S_{22}^{-1} S_{21} - \lambda_1^2 I| = 0 \quad (1.28)$$

denklemden en çok $\lambda_{11}^2 > \lambda_{12}^2 > \dots > \lambda_{1p}^2$ sırada p tane

öz değer, dolayısıyla p tane kanonik korelasyon elde edilir. Çünkü $S_{11}^{-1} S_{12} S_{22}^{-1} S_{21}$ alt matris çarpımı $p \times p$ boyutundadır. İkinci olarak

$$|S_{22}^{-1} S_{21} S_{11}^{-1} S_{12} - \lambda_1^2 I| = 0 \quad (1.29)$$

denklemden en çok $\lambda_{11}^2 > \lambda_{12}^2 > \dots > \lambda_{1q}^2$ sırada q tane

öz değer, dolayısıyla q tane kanonik korelasyon bulunabilir.

Çünkü $S_{22}^{-1} S_{21} S_{11}^{-1} S_{12}$ alt matris çarpımı $q \times q$ boyutundadır.

Genel olarak söz konusu alt matris çarpımının rankı $\min \{p, q\}$ dur. Dolayısıyla en çok, $\min \{p, q\}$ sayıda öz değer ve buna bağlı olarak kanonik korelasyon elde edilir (5). Diğer $q-p$ tane kanonik korelasyon sıfır varsayılır.

(1.28) eşitliğinden bulunan λ_{1i}^2 ($i=1,2,\dots,p$) öz değerine karşı gelen a_i ve b_i öz vektörleri

$$(S_{11}^{-1} S_{12} S_{22}^{-1} S_{21} - \lambda_1^2 I) \underline{a} = 0 \quad (1.30)$$

$$(S_{22}^{-1} S_{21} S_{11}^{-1} S_{12} - \lambda_1^2 I) \underline{b} = 0 \quad (1.31)$$

eşizliklerinden bulunarak i nci doğrusal bileşenler çifti aşağıdaki gibi oluşturulur.

$$U_i = a_i' \tilde{x}_1 \quad (1.32)$$

$$V_i = b_i' \tilde{x}_2 \quad (1.33)$$

Burada $\tilde{x}_1 = x_1 - \bar{x}_1$ ve $\tilde{x}_2 = x_2 - \bar{x}_2$ olduğundan i nci bileşenler çiftinin ortalaması,

$$E(U_i) = a_i' E(\tilde{x}_1) = 0 \quad (1.34)$$

$$E(V_i) = b_i' E(\tilde{x}_2) = 0 \quad (1.35)$$

ve varyansları

$$\text{Var}(U_i) = a_i' S_{11} a_i = \theta_u \quad (1.36)$$

$$\text{Var}(V_i) = b_i' S_{22} b_i = \theta_v \quad (1.37)$$

dir. O halde U_i ve V_i doğrusal bileşenleri (ya da i nci kanonik değişken çifti),

$$\frac{1}{\sqrt{\theta_u}} U_i = \theta_u^{-\frac{1}{2}} a_i' \tilde{x}_1 \quad (1.38)$$

$$\frac{1}{\sqrt{\theta_v}} V_i = \theta_v^{-\frac{1}{2}} b_i' \tilde{x}_2 \quad (1.3)$$

biçiminde standardize edilir.

(1.30) ve (1.31) eşitliklerinden bulunan a_i ve b_i katsayılar vektörü standartlaştırılmamış olduğundan, bu katsayıların mutlak büyüklüklerine bakarak kanonik korelasyona en çok katkıda bulunan değişkenleri saptamak oldukça yanıltıcı bir takım sonuçlar doğurabilir. Bu nedenle katsayıları standardize ederek ölçü birimlerinin etkisinden arındırmak gerekir. Bunun için de katsayılar ilgili oldukları değişkenlerin standart sapmasıyla çarpılır (3).

Örneğin, i nci kanonik değişken çiftinin standardize katsayılar vektörü,

$$a_i^* = \sigma_{D_1} \cdot a_i \quad (1.40)$$

$$b_i^* = \sigma_{D_2} \cdot b_i \quad (1.41)$$

biçiminde bulunur. Burada,

$$\sigma_{D_1} = \begin{bmatrix} \sigma_{x_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{x_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{x_p} \end{bmatrix} \quad p \times p$$

$$\sigma_{D_2} = \begin{bmatrix} \sigma_{x_{p+1}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{x_{p+2}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{x_{p+q}} \end{bmatrix} \quad q \times q$$

dır.

$$z_i = \theta_u - \frac{1}{2} a_i^*$$

ve

$$w_i = \theta_v - \frac{1}{2} b_i^*$$

biçiminde tanımlanırsa, i nci kanonik değişken çifti,

$$U_i = z_i' U_1$$

$$V_i = w_i' V_1$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada,

U_1 : p tane 1. değişkenler setinin standardize değerlerini içeren bir sütun vektürüdür.

V_1 : q tane 2. tağişkenler setinin standardize değerlerinden oluşan bir sütun vektördür.

Uygulamada standardize katsayılar vektürünü elde edebilmek için kanonik korelasyon analizi varyans-kovaryans matrisi yerine korelasyon matrisi üzerinden yapılır. Bu nedenle $k = p + q$ tane değişken arasındaki korelasyon katsayılarını içeren $k \times k$ türünden simetrik bir matris olan korelasyon matrisi (R) kullanılır. Bu matris de aşığıdaki gibi dört alt matrise bölünebilir.

$$R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix}_{k \times k}$$

Burada;

R_{11} : 1. setteki değişkenler arasındaki korelasyon katsayılarından oluşan $p \times p$ boyutunda alt matrisi,

R_{22} : 2. setteki değişkenler arasındaki korelasyon katsayılarından oluşan $q \times q$ boyutunda alt matrisi,

R_{12} : 1. setteki değişkenler ile 2. setteki değişkenler arasındaki korelasyon katsayılarından oluşan $p \times q$ boyutunda alt matrisi,

R_{21} : 2. setteki değişkenler ile 1.satteki değişkenler arasındaki korelasyon katsayılarından oluşan $q \times p$ boyutunda alt matrisi ifade etmektedir.

Aynı zamanda $R_{12} = R'_{21}$ eşitliği de geçerlidir.

Kanonik eşitlikler ise, R korelasyon matrisi ile (1.28) ve (1.23) eşitliklerine özdeş olarak aşağıdaki biçimde oluşturulur:

$$(R_{11}^{-1} R_{12} R_{22}^{-1} - \lambda_1^2 I) a^* = 0 \quad (1.42)$$

$$b^* = S_{22}^{-1} S_{21} \cdot a^* \cdot \frac{1}{\lambda_1} \quad (1.43)$$

$(R_{11}^{-1} R_{12} R_{22}^{-1} R_{21})$ matrisinin öz değerleri ise,

$$\left| R_{11}^{-1} R_{12} R_{22}^{-1} R_{21} - \lambda_1^2 I \right| = 0 \quad (1.44)$$

biçiminde tanımlanan karakteristik denklemin çözümü sonucu bulunur. $(R_{11}^{-1} R_{12} R_{22}^{-1} R_{21}) = H$ dersek,

$$\sum_{i=1}^p \lambda_{1i}^2 = \text{tr}(H) \quad \text{ve} \quad \prod_{i=1}^p \lambda_{1i}^2 = |H|$$

dir.

H matrisinin her hangi bir λ_{1i}^2 öz değeri (1.42) eşitliğinde yerine konulursa, $a_i^{*'} R_{11} a_i^* = 1$ koşulunu sağlayan a_i^* katsayılar vektörü bulunur.

a_i^* değeri (1.43) nolu eşitlikte yerine konarak $b_i^{*'} R_{22} b_i^* = 1$ eşitliğini sağlayan b_i^* katsayılar vektörü elde edilir.

a_i^* ve b_i^* katsayılar vektörüne göre de, standardize i nci kanonik değişken çifti,

$$U_i = \theta_u - \frac{1}{2} a_i^{*'} U_1 = U_i' U_1 \quad (1.45)$$

$$V_i = \theta_v - \frac{1}{2} b_i^{*'} V_1 = V_i' V_1 \quad (1.46)$$

biçiminde elde edilir.

U_i ve V_i kanonik değişken çifti arasındaki kanonik korelasyon katsayısı ise,

$$r(U_i, V_i) = \sqrt{\lambda_{1i}^2}, \quad i = 1, 2, \dots, p$$

olup maksimum kanonik korelasyon katsayısı,

$$r(U_1, V_1) = \sqrt{\lambda_{11}^2}$$

dir (3). En yüksek korelasyon 1. kanonik değişken çifti arasındaki korelasyondur.

Kanonik korelasyon katsayısı yanında, önemli olan kanonik değişken çiftleridir. Bu değişken çiftleri sayesinde, 1.setteki ve 2.setteki değişkenlerden hangilerinin maksimum korelasyona daha çok katkıda bulundukları belir-

lenebilir. Kanonik değişkenler ile orijinal değişkenler arasındaki korelasyon katsayılarına bakarak, orijinal değişkenlerin kanonik korelasyon katsayısına olan katkıları daha iyibir biçimde ortaya konabilir. Orijinal değişkenler ile kanonik değişkenler arasındaki korelasyon katsayılarını içeren Faktör Yapısı Matrisi aşağıdaki gibi tanımlanır (4).

$$\begin{aligned}
 \underline{F}_{11i} &= \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N U_{1k} U_{ik} \quad i=1,2,\dots,p \\
 &= \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N U_{1k} (Z'_i U_{1k}) \\
 &= \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N U_{1k} U'_{1k} Z_i \\
 &= R_{11} Z_i
 \end{aligned} \tag{1.47}$$

Benzer biçimde,

$$\underline{F}_{22j} = R_{22} w_j \quad j=1,2,\dots,q \tag{1.48}$$

olacaktır. Burada

$\underline{F}_{11i}$: $p \times 1$ boyutunda bir vektör olup, i . kanonik değişken ile p tane 1.setteki orijinal değişken arasındaki korelasyon katsayılarını verir.

$\underline{F}_{22i}$: $q \times 1$ boyutunda bir vektör olup, i . kanonik değişken ile q tane 2.setteki orijinal değişken arasındaki korelasyon katsayılarını verir.

Kanonik değişkenler arasındaki özellikler (2).

i- ilgili kanonik değişkenler dışındaki tüm kanonik değişkenler arasındaki korelasyon sıfırdır.

$$\text{Kov}(U_i, V_j) = 0 \quad i \neq j = 1, 2, \dots, p$$

ii- ilgili kanonik değişken çiftleri arasındaki korelasyon azalan sıradadır.

$$\lambda_{11} > \lambda_{12} > \lambda_{13} > \dots > \lambda_{1p}$$

iii- Her kanonik değişken ortalaması sıfır varyansı bir olan standart değişkendir (7).

$$U_i, V_j \sim (0, 1) \quad i, j = 1, 2, \dots, p$$

Bu özelliklerden de bilindiği gibi, kanonik değişken çiftlerinin birbirlerine dik oldukları ve birbirleriyle çakışmayan ayrı ayrı bilgileri özetledikleri görölmektedir.

1.2. Kanonik Korelasyonların Anlamlılık Testi

Eğer en büyük kanonik korelasyon (λ_1) sıfırdan önemli ölçüde farklı değil ise iki setteki değişkenlerin tümü birbirleri ile ilişkili değildir ve tüm kanonik korelasyonlar sıfırdır. Çünkü, en büyük kanonik korelasyon sıfır ise, ondan daha küçüklerin de sıfırdan önemli derecede farklı olmayacakları açıktır.

Uygulamada kanonik korelasyonların testi ile ilgili genel yaklaşım şöyledir: Önce tüm kanonik korelasyonlar birlikte test edilir. Bu test sonucu anlamlı bulunmazsa birinci kanonik korelasyon test edilir. Eğer birlikte ele alınan test anlamlı bulunursa yine ilk kanonik korelasyondan başlayarak anlamlı bulunan kanonik korelasyonlar seçilerek istatistik açıdan anlamlı olmayan kanonik korelasyona kadar işleme devam edilir. Çünkü kanonik korelasyon büyükten küçüğe doğru sıralıdır.

Kanonik korelasyonların testi "Wilks'in Lamda", Λ istatistiği ile yapılır. Wilks'in Lamdası,

$$\Lambda = \prod_{i=1}^p (1 - \lambda_{1i}^2) \quad (1.49)$$

eşitliği ile hesaplanır. Burada $\lambda_{11}^2 > \lambda_{12}^2 > \dots > \lambda_{1p}^2$ olup λ_{1i}^2 , i nci kanonik korelasyonun karesidir. M.S. Bartlett Λ' 'nin fonksiyonu olan

$$\chi^2 = -[(N-1) - \frac{1}{2}(p+q)] \ln \Lambda$$

istatistiğinin serbestlik der-cesi pxq olan bir χ^2 değişkenine yaklaştığını belirtir (2).

Eğer H_0 (Boş) hipotezi red edilirse ilk kanonik korelasyon λ_{11} çıkarılır ve kalan $p-1$ kanonik korelasyon için

$$\Lambda' = \prod_{i=2}^p (1 - \lambda_{1i}^2) \quad (1.50)$$

ve

$$\chi^2 = - \left| (N-1) - \frac{1}{2} (p+q+1) \right| \ln \Lambda' \quad (1.51)$$

değerleri hesaplanır. Bu durumda yeni χ^2 istatistiğinin serbestlik derecesi $(p-1) \times (q-1)$ dir.

Genel olarak ilk s kanonik korelasyon çıkarıldıktan sonra

$$\Lambda^{(s)} = \prod_{i=s+1}^p (1 - \lambda_{1i}^2) \quad S = 1, 2, \dots, p$$

ve

$$\chi^2 = - \left| (N-1) - \frac{1}{2} (p+q+1) \right| \ln \Lambda^{(s)}$$

bulunur. S nci χ^2 nin serbestlik derecesi $(p-s) \times (q-s)$ dir.

Bu işleme Λ ile ilgili testle belli bir anlamlılık düzeyinde H_0 red edilemeyinceye kadar devam edilir.

Söz konusu $\Lambda = \prod_{i=1}^p (1 - \lambda_{1i}^2)$ istatistiği ile yapılan (ilk) test aynı zamanda iki değişken setinin bağımsızlığı testi, yani

$$H_0: \Sigma_{12} = 0 : \Sigma_{21} = 0$$

hipotezinin

$$H_1: \Sigma_{12} \neq 0 : \Sigma_{21} \neq 0$$

hipotezine karşı testidir.

1.3. Kanonik Değişkenlerin Yorumu

Kanonik değişkenleri Geometrik olarak aşağıdaki biçimde yorumlanabilir.

$\mathbb{R}^{p+q}$ uzayındaki veri (gözlem) bulutunun dağılımını

$$\tilde{x} \in \mathbb{R}^{p+q}$$

olmak üzere

$$X \sim N(\mu, \Sigma)$$

şeklinde ifade edilebilir. $\mathbb{R}^{p+q}$ boyutlu uzayı $\mathbb{R}^p$ ve $\mathbb{R}^q$ olmak üzere farklı iki uzaya bölelim. Bu durumda iki farklı veri (gözlem) matrisi elde edilmektedir. Her iki bulutun dağılımı sırasıyla

$$\tilde{x}_1 \in \mathbb{R}^p$$

olmak üzere

$$X_1 \sim N(\mu_1, \Sigma_{11})$$

ve

$$\tilde{x}_2 \in \mathbb{R}^q$$

olmak üzere

$$X_2 \sim N(\mu_2, \Sigma_{22})$$

şeklinde ifade edilebilir.

Ancak temelde veri (gözlem) bulutu $\mathbb{R}^{p+q}$ 'da tanımlı olduğundan bu uzayda $p \times q$ ($q \times p$) boyutunda varyans-kovaryans matrisi ($\Sigma'_{12} = \Sigma_{21}$) mevcuttur.

Kanonik korelasyonun temelinde iki veri (gözlem) bulutu arasındaki doğrusal en yüksek ilişkileri belirlemek yatmaktadır.

$\mathbb{R}^p$ 'de tanımlı bulutu A ve A bulutunu temsil edebilecek lineer bağımsız düzlemleri de a_i ($i=1,2,\dots,p$) ile gösterelim.

$\mathbb{R}^q$ 'da tanımlı bulutu B ve B bulutunu temsil edebilecek lineer bağımsız düzlemleri de b_j ($j=1,2,\dots,q$) ile gösterelim.

Daha önce de belirtildiği gibi amaç A ve B bulutu arasındaki en yüksek ilişkileri ortaya koyacak (a_k, b_k) ikili düzlemleri belirlemektir. Bu düzlemler ikililer şeklinde belirleneceğinden sayıları en fazla minimum boyutlu uzayın boyutu kadar olacaktır.

$$k, l = 1, 2, \dots, \min(p, q) \text{ ve } l \neq k$$

olmak üzere $\mathbb{R}^p$ 'de tanımlı a_k, a_l ($a_k + a_l$) ve $\mathbb{R}^q$ 'da tanımlı b_k, b_l ($b_k + b_l$) düzlemleri birbirlerine dik olmaları dolaşısıyla A ve B bulutları arasındaki farklı ilişkilerin ve bulutları farklı temsil eden düzlemlerin yorumlanması büyük önem taşımaktadır.

Faktör analizi, diskriminant analizi ve diğer çok-değişkenli istatistik analiz yöntemlerinde olduğu gibi, kanonik analizde de kanonik değişkenlerin katsayılarının büyüklük ve işaretlerine bakılarak yorumlanmaları mümkündür.

Örneğin; 1. kanonik değişken katsayılarının büyüklüklerine bakarak 1. kanonik değişkenleri önemli ölçüde etkileyen orijinal değişkenler belirlenebilir. Diğer bir ifadeyle iki değişken seti arasında en yüksek korelasyonun iki setteki hangi değişkenler yardımıyla olduğu söylenebilir. Daha basit anlatımla, kanonik tür bir ilişkide hangi değişkenlerin önemli olduğu objektif olarak söylenebilir. Çünkü katsayılar değişkenlerle doğrudan ilgilidir. Ancak, söz konusu katsayıların mutlak büyüklüklerine bakılarak önem sırasına konulması yanıltıcı olur. Çünkü, genellikle değişkenlerin değişkenlik dereceleri (varyansları) farklıdır. Bu nedenle, söz konusu katsayıları karşılaştırabilmek için mutlak büyüklükler yerine, ölçü birimlerinden ve değişkenlik derecesinden bağımsız nispi büyüklüklere dönüştürmek daha uygun olur.

Bunun için ele alınan kanonik değişkenlerdeki her katsayıyı, ilgili değişkenin standart ayrılığı ile çarpmak yeterlidir (2)..

Örneğin; i'nci kanonik değişken çifti $U_i = a'_i x_1$ ve $V_i = b'_i x_2$ nin $a'_i = |a_{i1} \ a_{i2} \ \dots \ a_{ip}|$ ve

$b'_i = [b_{i1} \ b_{i2} \ \dots \ b_{iq}]$ katsayıları, karşılaştırılabilir katsayılar olarak sırası ile

$$a^{*'}_i = [a^*_{i1} \ a^*_{i2} \ \dots \ a^*_{ip}]$$

ve $b^{*'}_i = [b^*_{i1} \ b^*_{i2} \ \dots \ b^*_{iq}]$

ile gösterilebilir, a^*_i ve b^*_i değerleri ise

$$a^*_{ij} = S_j a_{ij} , \quad j = 1, 2, \dots, p$$

ve

$$b^*_{ik} = S_k b_{ik} , \quad k = 1, 2, \dots, q$$

eşitlikleri ile hesaplanır.

Burada S_i ve S_k sırasıyla, birinci setteki i nci değişkenin ve ikinci setteki k nci değişkenin standart ayrılışlarıdır.

Tablo 1. Uygulamaya alınan değişkenler

Değişken No.	Değişkenin kısaltılmış adı	Değişkenin Adı
1	HASTNS	Kamusal ve özel hastanelerin illere dağılımı (1987)
2	DOKTRS	Sağlık personelinin (Doktor sayısı) illere göre dağılımı (1987)
3	OKUS	İlkokul 10^3 birim cinsinden { Toplam illere göre okul sayısı (1986-1987)
4	OĞRS	
5	OĞRES	
6	OKYABNS	İllere göre toplam okur-yazar sayısı (1985)
7	NUFYOĞS	Toplam il ve ilçelere göre şehir ve köy nüfuslarının yoğunluğu (1985) km^2 düşen
8	PTTS	PTT abonman sayısı (yani telefonlarını olan şahıslar)
9	..	..
10	KOVM	Kadma değer vergisi (1984)
11	TRKS	Toplam illere göre traktör sayısı (1987)
12	EKARAZM	Ekilen arazi miktarı 10^4 dönüm cinsinden 1987)
13	..	..
14	İMSANS	İmalat sanayiinde çalışan nüfus sayısı (10^3 birim cinsinden 1985)
15	ZAOMB	Ziraat, avcılık, ormancılık ve balıkçılık alanındaki işletmelerde çalışan nüfus sayısı (1985)
16	MOTKAŞS	Motorlu kara taşıt sayısı (1986)
17	İŞ YERŞS	Sigortalı işçi sayısı (sigortalı yerleştirilen kişi sayısı 1987)
18	TEKM	Kullanılan elektrik miktarı (1985)

BÖLÜM 3

U Y G U L A M A

Bu uygulamada Türkiye'nin 67 ilinden elde edilen sosyo-ekonomik nitelikli 16 değişken, sosyal ve ekonomik değişkenler biçiminde sınıflandırılarak Kanonik Korelasyon Analiz'e tabi tutulmuştur.

Sosyal değişkenler setini oluşturan 8 tane değişkenimiz sırasıyla;

- 1- HASTNS
- 2- DOKTRS
- 3- OKUS
- 4- ÖGRS
- 5- ÖGRES
- 6- OKYABNS
- 7- NÜFYOĞS
- 8- PTTS

olup, ekonomik değişkenler setinin içerdiği 8 tane değişken ise;

- 10- KDVM
- 11- TRKS
- 12- EKARZM
- 14- İMSANS
- 15- ZAOVB

16- MOKSTAŞS

17- İŞYEŞS

18- TEKM

2.2. Uygulamada Kullanılan Veriler

16 değişkene ilişkin gözlemlenmiş nicel değer ise Türkiye İstatistik Yıllığından alınıp $n = 67$ satır, $p = 16$ sütunlu veri matrisi ($x_{67,16}$) düzenlenmiş ve Tablo 1 olarak verilmiştir.

Tablo 2. 16 Değişkene İlişkin Gözlemlenmiş Nicel Değerleri İçeren Veri Tablosu

KOD	İLLER	DEĞİŞKENLER			
		OKUSAY	ÖĞRSAY	ÖĞRETSAY	HASTNS
09	Aydın	837	80990	3400	11
10	Balıkesir	1344	98633	3858	20
16	Bursa	1135	154806	5064	15
17	Çanakkale	822	39697	2360	9
20	Denizli	786	85847	3566	11
22	Edirne	515	39204	2188	90
34	İstanbul	1365	726367	19023	90
35	İzmir	1428	261953	8415	29
39	Kırklareli	438	29213	1717	6
41	Kocaeli	627	102702	3121	8
45	Manisa	1275	117466	4415	19
54	Sakarya	801	82618	2887	9
59	Tekirdağ	467	40157	2047	9
01	Adana	1486	254926	7609	19

KOD	İLLER	DEĞİŞKENLER			
		OKUSAY	ÖĞRSAY	ÖĞRETSAY	HASTS
07	Antalya	1190	108741	4481	14
15	Burdur	405	27902	1759	4
27	Gaziantep	983	168890	4374	10
31	Hatay	331	167154	5055	12
32	Isparta	491	41816	1807	11
33	İçel	1082	139955	5327	12
48	Muğla	757	53741	2571	11
03	Afyon	767	83696	2817	9
06	Ankara	2199	400631	12381	42
11	Bilecik	337	15588	868	2
14	Bolu	1197	62348	2858	11
18	Çankırı	593	29209	1195	4
19	Çorum	1064	87304	2701	8
26	Eskişehir	697	66413	3029	10
38	Kayseri	870	126650	4463	17
40	Kırşehir	428	36941	1637	4
42	Konya	1762	231632	6959	24
43	Kütahya	884	64332	2306	8
50	Nevşehir	317	37874	1382	5
51	Niğde	662	89222	2700	6
60	Tokat	1017	95589	3225	8
64	Uşak	421	34581	1362	5
66	Yozgat	878	81277	2379	6
05	Amasya	553	45844	1919	5
08	Artvin	579	27389	1090	8
28	Giresun	924	65717	2817	9
37	Kastamonu	1611	51778	2388	13
52	Ordu	1278	106015	3333	10
53	Rize	601	49925	1984	8
55	Samsun	1578	158965	5413	15
57	Sinop	733	37979	1582	3
61	Trabzon	1081	105849	4069	11

KOD	İLLER	DEĞİŞKENLER			
		OKUSAY	ÖĞRSAY	ÖĞRETSAY	HASTNS
67	Zonguldak	1598	151402	4605	13
02	Adıyaman	845	78382	1587	4
04	Ağrı	726	63899	1347	4
12	Bingöl	609	37816	1099	4
13	Bitlis	453	40608	942	4
21	Diyarbakır	1107	135437	3089	11
23	Elazığ	926	70225	2265	10
24	Erzincan	673	37296	1541	9
25	Erzurum	1392	120461	3166	13
29	Gümüşhane	672	38505	1321	5
30	Hakkari	284	22333	541	2
36	Kars	1049	119464	3224	10
44	Malatya	1158	98776	3408	11
46	Kahramanmaraş	1062	129405	3609	6
47	Mardin	947	93831	2048	5
49	Muş	523	51737	1089	3
56	Siirt	715	72812	1580	6
58	Sivas	1562	115431	3416	15
62	Tunceli	552	22864	956	5
63	Şanlıurfa	1113	113525	2487	8
65	Van	752	74110	1772	7

Tablo 2 (devamı)

KOD	İLLER	DEĞİŞKENLER			
		MOKATA	İMSAN	İŞYERS	TEK
09	Aydın	16571	27227	4191	140177341
10	Balıkesir	15954	31077	1288	206020890
16	Bursa	36322	112880	27986	457036570
17	Çanakkale	6975	16454	675	67713540
20	Denizli	14806	38111	2484	129197218
22	Edirne	7983	12464	1655	98516668
34	İstanbul	308954	642145	12059	4115824460
35	İzmir	91364	175528	3733	965348588
39	Kırklareli	6004	11008	2754	73314391
41	Kocaeli	14596	63197	1402	192051992
45	Manisa	16723	48954	3174	191446915
54	Sakarya	10205	27017	1152	135488248
59	Tekirdağ	7950	23332	863	112503667
01	Adana	38865	81372	51252	402229650
07	Antalya	25151	22399	3147	177701659
15	Burdur	5071	7586	2205	40740450
27	Gaziantep	14439	43293	2301	212311268
31	Hatay	18021	40058	773	265572400
32	Isparta	6659	16053	1753	70478134
33	İçel	19453	35525	5363	238528549
48	Muğla	9563	14235	20909	75904449
03	Afyon	6455	17246	2870	84519197
06	Ankara	159618	136936	9664	1424521003
11	Bilecik	1963	9479	500	67774700
14	Bolu	8548	17198	619	77805316
18	Çankırı	2399	3610	805	30062632
19	Çorum	5161	10241	684	99781043
26	Eskişehir	13753	34169	2452	188396127
38	Kayseri	15948	23309	1864	170550
40	Kırşehir	2872	4296	368	38575466
42	Konya	23917	59982	7959	412699314
43	Kütahya	9111	15018	2043	82698190
40	Nevşehir	4126	7017	767	55888177

KOD	İLLER	DEĞİŞKENLER			
		MAKATA	İMSAN	İŞYERS	TEK
51	Niğde	4582	14390	2139	68433032
60	Tokat	4773	14432	5854	85200133
64	Uşak	4078	14175	1053	70091295
66	Yozgat	3560	5931	646	58765850
05	Amasya	3901	6293	1941	60135294
08	Artvin	2142	6674	3974	25099604
28	Giresin	3564	10052	1877	64915318
37	Kastamonu	5595	9662	3664	46985301
52	Ordu	4665	13138	1514	73347416
53	Rize	4741	24875	21371	75246791
55	Samsun	13219	31598	5557	170159064
57	Sinop	2336	5716	992	31571816
61	Trabzon	9044	21104	7733	140576640
67	Zonguldak	14047	35677	4123	214750832
02	Adıyaman	2265	5077	1774	42826511
04	Ağrı	1136	3070	2129	26932722
12	Bingöl	706	895	372	11465516
13	Bitlis	991	2087	849	16649495
21	Diyarbakır	6345	8247	1099	134200870
23	Elazığ	4787	10172	3772	75865917
24	Erzincan	2745	6594	1973	44330026
25	Erzurum	6041	9809	2772	110776726
29	Gümüşhane	1243	2294	739	22694216
30	Hakkari	458	445	921	7927600
36	Kars	2005	4815	1249	64689932
44	Malatya	5402	14334	1407	94427145
46	Kahramanmaraş	5746	15957	895	105371862
47	Mardin	3187	4834	661	65760615
49	Muş	749	2052	532	16274406
56	Siirt	2993	5762	891	48100410
58	Sivas	4758	13002	1673	78893654
62	Tunceli	320	823	408	9437904
63	Şanlıurfa	6584	8896	1580	89379287
65	Van	3066	3443	1600	40213320

Tablo 2 (devamı)

KOD	İLLER	DEĞİŞKENLER			
		EKARAZ	TRKSAY	KDV	ZAOMB
09	Aydın	152529	15925	19944892317	238423
10	Balıkesir	331720	19743	33156223121	287950
16	Bursa	220933	24874	169603502306	259892
17	Çanakkale	210124	12242	18211255974	144537
20	Denizli	2849240	12685	23676948829	193202
22	Edirne	334054	20045	18616330944	125451
34	İstanbul	110629	7689	1020489347385	97439
35	İzmir	197772	18632	392630854669	320844
39	Kırklareli	237132	12070	22490817225	88240
41	Kocaeli	89175	5752	551668482058	99171
45	Manisa	277013	25247	35444293093	359122
54	Sakarya	133225	15757	22077450689	171848
59	Tekirdağ	399586	18012	45615865960	110394
01	Adana	647076	22011	162582069367	312348
07	Antalya	287237	19793	24648993184	302922
15	Burdur	167428	9983	7095299935	83062
27	Gaziantep	262454	8129	19036705138	167778
31	Hatay	184696	6712	24272952376	233763
32	Isparta	130512	6029	6454142907	101811
33	İçel	262220	11466	181013881267	255650
48	Muğla	119525	7745	19193972483	174614
03	Afyon	462277	11297	7764404490	235842
06	Ankara	1157175	32562	118201139719	288097
11	Bilecik	79392	4670	13213069522	49108
14	Bolu	166760	10416	19296004657	175963
18	Çankırı	173559	7180	405677302	97939
19	Çorum	434588	14045	4332292454	223680
26	Eskişehir	361695	10442	35231075239	106508
38	Kayseri	454556	8930	35665747748	167940
40	Kırşehir	265110	4912	1130959784	75816
42	Konya	1885239	41065	61710306500	504217
43	Kütahya	238411	9373	12013944956	176635
50	Nevşehir	254423	9467	3861217057	96893

DEĞİŞKENLER

KOD	İLLER	EKARAZ	TRKSAY	KDV	ZAÖVB
51	Niğde	397964	13384	6716681583	175696
60	Tokat	255517	17524	11835392301	246576
64	Uşak	181811	6406	3851822413	8393
66	Yozgat	599445	15468	3409774465	214270
05	Amasya	178272	7463	5120411176	117836
08	Artvin	25014	366	4378139285	83599
28	Giresün	56169	991	15514666762	184003
37	Kastamonu	232942	12239	1337882727	181607
52	Ordu	119625	907	12126463446	293594
53	Rize	976	-	13038321971	122338
55	Samsun	326655	16995	22479246738	360973
57	Sinop	115050	2872	4341773729	113077
61	Trabzon	51728	58	8391741072	241944
67	Zonguldak	206411	4437	140413434019	208263
02	Adıyaman	249991	3602	3489060919	143228
04	Ağrı	208277	2677	1349934539	132456
12	Bingöl	27707	520	1245674237	89245
13	Bitlis	67152	998	675193797	90100
21	Diyarbakır	545618	5390	4358557037	233029
23	Elazığ	97699	2969	5268718643	121216
24	Erzincan	118624	2861	2987191288	88444
25	Erzurum	213173	4114	8486781965	262323
29	Gümüşhane	137108	5505	3231880	108695
30	Hakkari	55629	482	8503331	60251
36	Kars	338402	6492	1122602608	274567
44	Malatya	204850	4573	46775790864	183747
46	Kahramanmaraş	365090	7024	4421589439	257557
47	Mardin	378414	4259	26179569	192827
49	Muş	203006	4037	1876751979	124797
56	Siirt	137001	1872	2757242351	134332
58	Sivas	468238	11152	4683553416	240853
62	Tunceli	54280	730	70275569	54180
63	Şanlıurfa	847093	5100	324351692	210812
65	Van	127587	2884	2127121189	164193

KOD	İLLER	DEĞİŞKENLER			
		OKYABN	NÜFYOĞ	PTT	DOKTRS
09	Aydın	519663	93	20572	263
10	Balıkesir	645010	64	41560	391
16	Bursa	971237	120	44980	772
17	Çanakkale	307402	43	12491	127
20	Denizli	457444	56	17360	258
22	Edirne	290390	62	16668	269
34	İstanbul	4529613	1023	404431	9640
35	İzmir	1755266	194	85526	3367
39	Kırklareli	229672	45	7944	115
41	Kocaeli	549886	205	26794	264
45	Manisa	716332	76	15941	368
54	Sakarya	434480	127	13482	214
59	Tekirdağ	305919	65	14144	154
01	Adana	1107145	100	23906	839
07	Antalya	628048	43	30166	428
15	Burdur	183855	36	7887	65
27	Gaziantep	557235	126	19920	305
31	Hatay	631565	185	24804	261
32	Isparta	280842	43	13942	147
33	İçel	717807	65	25454	386
48	Muğla	359233	36	16592	175
03	Afyon	445038	47	22992	130
06	Ankara	2499003	108	198161	4590
11	Bilecik	120094	37	7077	33
14	Bolu	354954	46	13172	132
18	Çankırı	172681	31	5101	39
19	Çorum	363386	47	10825	134
26	Eskişehir	460816	44	25854	359
38	Kayseri	576643	51	17700	439
40	Kırşehir	1691125	40	1753	57
42	Konya	1209801	37	42674	513
43	Kütahya	373033	46	10628	126
50	Nevşehir	190424	51	8951	52
51	Niğde	336404	39	8770	95
60	Tokat	413217	68	12589	96

KOD	İLLER	DEĞİŞKENLER			
		OKYABN	NÜFYOĞ	PTT	DOKTRS
64	Uşak	179856	51	11796	69
66	Yozgat	323048	39	9329	55
05	Amasya	239145	65	7473	75
08	Artvin	154549	30	5246	42
28	Giresun	306118	72	5308	92
37	Kastamonu	267400	34	7369	116
52	Ordu	448394	127	12385	140
53	Rize	252096	95	24227	112
55	Samsun	712199	116	20287	563
57	Sinop	170734	48	5090	51
61	Trabzon	523018	168	31485	288
67	Zonguldak	701696	121	28604	397
02	Adıyaman	210897	57	4324	57
04	Ağrı	179198	37	4388	24
12	Bingöl	109765	30	2812	10
13	Bitlis	124773	45	3567	22
21	Diyarbakır	385685	61	9185	227
23	Elazığ	280590	53	11402	102
24	Erzincan	196187	25	5278	61
25	Erzurum	489246	34	12020	210
29	Gümüşhane	176019	28	5029	28
30	Hakkari	63311	19	1701	13
36	Kars	421178	39	7439	65
44	Malatya	404489	54	13880	175
46	Kahramanmaraş	478482	59	9282	125
47	Mardin	241126	51	6047	38
49	Muş	144399	41	3139	25
56	Siirt	202185	48	5033	45
58	Sivas	473213	27	14589	159
62	Tunceli	88414	20	1379	15
63	Şanlıurfa	300197	43	4608	99
65	Van	211591	29	10864	75

Uygulama için gerekli hesaplamaların çıkarılışında
SYSTAT Program paketinden yararlanılmıştır.

2.3. Verilerden Elde Edilen Sonuçlar

Sosyal ve ekonomik değişkenler setine, kanonik Korelasyon Analizi uygulanarak aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir:

İlk olarak 16 değişken arasında varyans-kovaryans matrisi (Tablo 3) ile korelasyon matrisi (Tablo 4) bulunmuştur.



Tablo 3: Varyans-Kovaryans Matrisi

	X1	X2	X3	X4	X5
X1	137.346				
X2	14854.347	1767490.450			
X3	2576.250	213508.308	160826.981		
X4	1124452.742	.124099E+09	.244919E+08	.103479E+11	
X5	43146.655	3413029.453	1528356.732	.401147E+09	.733322E+08
X6	7047526.019	.799535E+09	.127567E+09	.609047E+11	.232896E+10
X7	1256.277	145961.342	10780.648	.105424E+08	234748#617
X8	606351.415	.706131E+08	8544820.216	.502255E+10	.153544E+09
X10	.130546E+13	.149859E+15	.118335E+14	.109678E+17	.301255E+15
X11	34012.972	2533370.119	1678317.931	.294249E+09	.402616E+08
X12	783282.578	.411100E+08	.544044E+08	.911600E+10	.177495E+10
X14	901085.159	.103742E+09	.111528E+08	.748556E+10	.224035E+09
X15	302202.576	.117314E+08	.279989E+08	.356939E+10	.419165E+09
X16	478926.047	.564097E+08	7022949.803	.402247E+10	.116145E+09
X17	26284.189	2399307.589	954332.552	.288354E+14	.152686E+08
X18	.595541E+10	.694724E+12	.777748E+11	.497735E+14	.152686E+10
	X6	X7	X8	X10	X11
X6	.415949E+12				
X7	.660274E+08	15466.429			
X8	.322093E+11	6001318.576	.290711E+10		
X10	.694211E+17	.158895E+14	.628719E+16	.201040E+23	
X11	.191498E+10	28050.648	.106976E+09	.923175E+14	.653331E+09
X12	.464445E+11	-3977985.771	.203631E+10	.149510E+16	.169946E+10
X14	.476031E+11	9639044.567	.419344E+10	.102328E+17	.124716E+09
X15	.154162E+11	53028.382	.478701E+09	.623085E+15	.474058E+09
X16	.258289E+11	4652639.821	.227603E+10	.486628E+16	.946646E+09
X17	.155693E+10	200445.612	.960894E+08	.290344E+15	.195981E+09
X18	.316549E+15	.613653E+11	.282238E+14	.638729E+20	.932014E+10
	X12	X14	X15	X16	X17
X12	.176457E+12				
X14	.135811E+10	.685219E+10			
X15	.156938E+11	.599169E+09	.816269E+10		
X16	.184961E+10	.331634E+10	.447222E+09	.181698E+10	
X17	.329012E+09	.179175E+09	.192465E+09	.885722E+08	.545198E+09
X18	.151057E+14	.425149E+14	.424474E+13	.222912E+14	.104090E+10
	X18				
X18	.281456E+18				

Tablo 4. Korelasyon Matrisi

	x1	x2	x3	x4	x5
x1	1.000				
x2	0.953	1.000			
x3	0.548	0.400	1.000		
x4	0.943	0.918	0.600	1.000	
x5	0.430	0.300	0.445	0.460	1.000
x6	0.932	0.932	0.493	0.928	0.422
x7	0.862	0.883	0.216	0.833	0.220
x8	0.960	0.985	0.395	0.916	0.333
x10	0.786	0.795	0.208	0.760	0.248
x11	0.359	0.236	0.518	0.358	0.582
x12	0.159	0.074	0.323	0.213	0.493
x14	0.929	0.943	0.336	0.889	0.316
x15	0.285	0.098	0.773	0.388	0.542
x16	0.959	0.995	0.411	0.928	0.318
x17	0.304	0.244	0.322	0.384	0.195
x18	0.958	0.985	0.366	0.922	0.336
	x6	x7	x8	x10	x11
x6	1.000				
x7	0.823	1.000			
x8	0.926	0.895	1.000		
x10	0.759	0.901	0.822	1.000	
x11	0.367	0.028	0.245	0.081	1.000
x12	0.171	-0.076	0.090	-0.025	0.501
x14	0.892	0.936	0.940	0.872	0.186
x15	0.265	0.005	0.098	-0.049	0.649
x16	0.940	0.878	0.990	0.805	0.275
x17	0.327	0.218	0.241	0.277	0.328
x18	0.925	0.930	0.987	0.849	0.217
	x12	x14	x15	x16	x17
x12	1.000				
x14	0.039	1.00			
x15	0.414	0.080	1.000		
x16	0.103	0.940	0.116	1.000	
x17	0.106	0.293	0.289	0.281	1.000
x18	0.068	0.968	0.089	0.986	0.266
	x18				
x18	1.000				

Ayrıca, dört katlı çarpım matrisi (μ) nin eigen değerleri, sosyal ve ekonomik değişkenler seti arasındaki kanonik korelasyon katsayıları, Wilks Lambdaları ve Ki-kare test istatistikleri aşağıdaki biçimde verilmiştir.

Tablo 5: Eigen Değerler, Kanonik Korelasyon Katsayıları, Wilks Lambdaları ve χ^2 Değerleri

No	Eigen Değerler	Kanonik Korelasyon katsayıları (R_{c_i})	Wilks Lambdaları (Λ_i)	Ki-kare Değerleri (χ^2)	S.d.	Anlamlılık (α)
1	.9978	.9989	.0000	599.76	64	.0000
2	.8509	.9225	.0137	246.73	49	.0000
3	.7762	.8810	.0819	137.29	36	.0000
4	.4017	.6338	.4104	51.21	25	.0015

Tablo 5'ten ilk üç kanonik korelasyon katsayılarının $\alpha = 0,000$ düzeyinde, dördüncü kanonik korelasyon katsayısı $\alpha = 0,015$, anlamlılık düzeyinde önemli derecede sıfırdan farklı olduğu anlaşılmaktadır. Diğer katsayılar ise anlamsız bulunmuştur. Başka bir anlatımla, sosyal ve ekonomik değişkenler seti arasında bulunan 8 tane kanonik korelasyon katsayısından sadece ilk üç olay istatistiksel tanısı bakımından anlamlı bulunmuştur.

İki değişkenler seti arasındaki ilişkiler bu biçimde ortaya konduktan sonra, setleri oluşturan değişkenlerden hangilerinin bu korelasyona önemli katkıda bulunduğunu saptamak gerekir. Bunun için de, maksimum korelasyon

katsayısını veren kanonik değişkenler çiftini incelemek gerekecektir.

Korelasyon matrisinden yararlanarak standartlaştırılmış kanonik değişken katsayıları, aşağıdaki gibi bulunmuştur.

Tablo 6: Sosyal Değişkenler Setinin Standartlaştırılmış Kanonik Değişken Katsayıları

Original Değişkenler	Kanonik Değişkenler			
	U_1	U_2	U_3	U_4
1. HASTNS	0.04376	0.55935	0.23733	1.40339
2. DOKTRS	0.57130	-1.68769	0.52238	-0.75532
3. OKUS	-0.02666	0.43472	0.06405	-0.67399
4. ÖĞRS	0.10718	0.90528	0.83004	-0.95442
5. ÖĞRETS	-0.01140	0.25118	-0.15700	0.91195
6. OKYABNS	0.00902	0.02653	0.34391	0.07270
7. NÜFYOĞS	0.01074	1.07252	-2.02474	-0.61425
8. PTTS	0.28653	-0.94833	-0.00356	0.76318

Tablo 7: Ekonomik Değişkenler Setinin Standartlaştırılmış Kanonik Değişken Katsayıları

Orijinal Değişkenler	Kanonik Değişkenler			
	V_1	V_2	V_3	V_4
10. KDVM	-0.01067	0.53881	-0.53140	-0.29219
11. TRKS	-0.03361	-0.18959	0.06809	1.13151
12. EKARAZM	-0.00660	0.08786	0.13974	0.37412
14. İMSANS	0.02595	0.03594	-0.16644	-0.40424
15. ZAOVB	0.03214	0.98596	0.26503	-0.71445
16. MOKTAŞS	0.78111	-2.31056	3.68544	-3.79288
17. İŞYERŞS	-0.02157	0.13041	0.09684	-0.21527
18. TEKM	0.21666	1.73983	-3.19665	4.27327

Orijinal değişkenlerin kanonik korelasyona olan katkılarını, kanonik değişken katsayıları yerine, orijinal değişkenler ile kanonik değişkenler arasındaki korelasyon katsayılarına bakarak daha iyi bir biçimde saptanabilir. Bu amaçla, kanonik değişkenler ile orijinal değişkenler arasındaki korelasyon katsayılarını içeren Faktör Yapı Matrisi bulunarak Tablo 8 ve Tablo 9'da verilmiştir.

Tablo 8: Sosyal Değişkenler Setinin Faktör Yapı Matrisi

Orijinal Değişkenler	Kanonik Değişkenler			
	U_1	U_2	U_3	U_4
1. HASTNS	0.96250	0.18974	0.00572	0.07725
2. DOKTRS	0.9974	-0.03667	0.01822	-0.01297
3. OKUS	0.40502	0.59126	0.56201	-0.16928
4. ÖĞRS	0.93143	0.39190	0.12887	-0.05445
5. ÖĞRETS	0.31782	0.52663	0.21058	0.69953
6. OKYABNS	0.93793	0.13987	0.11790	0.04472
7. NÜFYOĞS	0.89780	0.14079	-0.40832	-0.06860
8. PTTS	0.9930	-0.00465	-0.00215	0.04719

Tablo 9: Ekonomik Değişkenler Setinin Faktör Yapı Matrisi

Orijinal Değişkenler	Kanonik Değişkenler			
	V_1	V_2	V_3	V_4
10. KDVM	0.81458	0.1575	0.4078	-0.0122
11. TRKS	0.24262	0.3295	0.5876	0.5700
12. EKARAZM	0.08404	0.2831	0.4628	0.5138
14. İMSANS	0.9503	0.1032	0.1921	0.0170
15. ZAOVB	0.1138	0.8002	0.5507	0.0348
16. MOKTAŞS	0.9982	-0.01963	0.0403	0.01169
17. İŞYERŞS	0.2577	0.3357	0.1999	-0.1394
18. TEKM	0.9922	0.0411	-0.1044	0.0442

Ayrıca, orijinal değişkenlerin kanonik korelasyona olan katkılarını kolaylıkla inceleyebilmek için, kanonik değişkenler arasındaki korelasyon katsayılarını, ilgili oldukları değişkenleri de belirterek mutlak değer olarak büyüklüğüne göre sıralamak gerekir. Bu sıralama yapılarak Tablolar halinde aşağıda verilmiştir.

Tablo 10: Birinci Kanonik Korelasyon Değişken Çifti ile Yüksek Korelasyon Veren Değişkenler

Sosyal Değişkenler Setinin 1 nci Kanonik Değişken ile Korelasyon Katsayıları		Ekonomik Değişkenler Setinin 1 nci Kanonik Değişken ile Korelasyon Katsayıları	
0.9974	(2.DOKTRS)	0.9982	(16. MOKTAŞS)
0.9930	(8.PTTS)	0.9922	(18. TEKM)
0.9625	(1.HASTNS)	0.9503	(14. İMSANS)
0.9379	(6.OKYABNS)	0.8145	(10. KDVM)
0.9314	(4.ÖGRS)	0.2577	(17. İŞYEŞS)
0.8978	(7.NUGYOĞS)	0.2426	(11. TRKS)
0.4050	(3.OKUS)	0.1138	(15. ZAOVB)
0.3178	(5.ÖGRES)	0.0840	(12. EKARAZM)
($R_{c1} = 0.9989$)			

Tablo 10'dan ekonomik değişkenlerden motor kara taşıtları, tüketilen elektrik miktarı, imalat sanayiinde çalışan nüfus sayısı ve katma değer vergisi ile sosyal değişkenlerden okul sayısı ve öğretmen sayısı hariç, diğer sosyal değişkenler arasında doğru yönde güçlü bir ilişkinin var olduğu anlaşılmıştır. Bu ilişkinin ölçüsü ise 0.9989 dir.

Tablo 11: İkinci Kanonik Değişken Çifti ile En Yüksek Korelasyon Veren Değişkenler

Sosyal Değişkenler Setinin 2 nci Kanonik Değişken ile Korelasyon Katsayıları		Ekonomik Değişkenler Setinin 2 nci Kanonik Değişken ile Korelasyon Katsayıları	
0.5912	(3. OKUS)	0.8002	(15. ZAOVB)
0.5266	(5. ÖGRES)	0.3357	(17. İŞYERŞS)
0.3919	(4. ÖGRS)	0.3295	(11. TRKS)
0.1897	(1. HASTNS)	0.2831	(12. EKARAZM)
0.1407	(7. NUFYOĞS)	0.1575	(10. KDVM)
0.1398	(6. OKYABNS)	0.1032	(14. İMSANS)
-0.0366	(2. DOKTRS)	0.0411	(18. TEKM)
-0.0046	(8. PTTS)	0.0196	(16. MOKTAŞS)
($R_{C_2} = 0.9225$)			

Tablo 11'de yer alan korelasyon katsayılarından okul sayısı ve öğretmen sayısı fazla olan illerde ziraat, avcılık, ormancılık ve balıkçılık işletmelerinde çalışan nüfus sayısında artış olduğu görülmektedir. Nitekim korelasyon matrisinden 3. değişkenimiz olan okul sayısı ve 5. değişkenimiz öğretmen sayısı ile 15. nci değişkenimiz olan ziraat, avcılık, ormancılık ve balıkçılık işletmelerinde çalışan nüfus sayısı arasında 0.773 ve 0.542 gibi doğru yönde yüksek bir ilişki olduğunu görüyoruz.

Tablo 12: Üçüncü Kanonik Değişken Çifti ile En Yüksek Korelasyon Veren Değişkenler

Sosyal Değişkenler Setinin 3 ncü Kanonik Değişken ile Korelasyon Katsayıları		Ekonomik Değişkenler Setinin 3 ncü Kanonik Değişken ile Korelasyon Katsayıları	
0.5620	(3. OKUS)	0.5876	(11. TRKS)
-0.4083	(7. NUFYOĞS)	0.5707	(15. ZAOVB)
0.2105	(5. ÖGRES)	0.4628	(12. EKARAZM)
0.1288	(4. ÖGRS)	-0.4078	(10. KDVM)
0.1179	(6. OKYABNS)	0.1999	(17. İŞYERŞS)
0.0182	(2. DOKTRS)	-0.1921	(14. İMSANS)
0.0057	(1. HASTNS)	-0.1014	(18. TEKM)
-0.0021	(8. PTTS)	0.0403	(16. MOKTAŞS)
($R_{c_3} = 0.8810$)			

Tablo 12'den eğitim faktörü olan (Okul sayısı) ile sanayi faktörü olan (traktör sayısı) + ziraat faktörü (ZAOVB) arasında bir yüksek ilişki olduğunu görüyoruz.

Tablo 13: Dördüncü Kanonik Değişken Çifti ile En Yüksek Korelasyon Veren Değişkenler

Sosyal Değişkenler Setinin 4 ncü Kanonik Değişken ile Korelasyon Katsayıları		Ekonomik Değişkenler Setinin 4 ncü Kanonik Değişken ile Korelasyon Katsayıları	
0.6995	(5. ÖGRES)	0.5700	(11. TRKS)
-0.1692	(3. OKUS)	0.5138	(12. EKARAZM)
0.0772	(1. HASTNS)	-0.1394	(17. İŞYERŞS)
0.0686	(7. NUFYOĞS)	0.0442	(18. TEKM)
-0.0544	(4. ÖGRS)	0.0348	(15. ZAOVB)
0.0471	(8. PTTS)	0.0170	(14. İMSANS)
0.0447	(6. OKYABNS)	-0.0122	(10. KDVM)
-0.0129	(2. DOKTRS)	0.0116	(16. MOKTAŞS)
($R_{c_4} = 0.6338$)			

Tablo 13'den Öğretmen sayısı fazla olan illerde traktör sayısı ve ekilen arazi miktarı aralarında ilişki olduğu görülüyor.

BÖLÜM 3

S O N U Ç

Çok değişkenli istatistik analiz yöntemlerinden birisi olan kanonik korelasyon analizini tanıtmak amacıyla, gerçek verilere dayalı bir uygulama yaptığımız bu çalışma, kanonik korelasyon analizinin, daha gerçekçi bir yaklaşım yöntemi olduğunu ortaya koymaktadır.

Kanonik korelasyon analizinde modelin temelini oluşturan ve orijinal değişkenlerin birer doğrusal bileşeni olan kanonik değişken çiftleri kuramsal olarak tanıtılmaya çalışılmıştır.

Ayrıca, kanonik değişken çiftlerinin adlandırılmasında büyük bir önem taşıyan ve orijinal değişkenler ile kanonik değişkenler arasında korelasyon katsayılarını içeren Faktör Yapısı Matrisi tanıtılmıştır.

Kanonik korelasyon katsayılarının sinamasında en çok kullanılan Wilks lambdası ve bu yöntemle bulunan test istatistikleri de gösterilmiştir.

Uygulamada, yer alan 16 tane sosyo-ekonomik değişken, sosyal ve ekonomik değişkenler seti biçiminde iki alt sete bölüştürülüp, setler arası ilişkiler kanonik analizi ile araştırılmıştır. Analiz sonucu iki set arasında 4 tane

anlamalı kanonik korelasyon katsayısı bulunup, λ_i^2 ($i= 1,2,3,4$) değerlerine göre 4 çift kanonik değişken türetilmiştir. Ayrıca, orijinal değişkenlerin kanonik korelasyona olan katkılarını daha iyi bir biçimde saptayabilmek için, faktör yapısı matrisi bulunmuş, matriste yer alan katsayılar ilgili oldukları değişkenler belirtilerek, mutlak değerlerinin büyüklüğüne göre sıralanmış ve 0.50'den küçük katsayılar gözönüne alınmamıştır.

1 nci kanonik değişken çiftinin faktör yapısından, sosyal değişkenler setinden okul sayısı ile öğretmen sayısı hariç diğer sosyal değişkenler ile ekonomik değişkenler setinden motorlu kara taşıt, kullanılan elektrik miktarı, imalat sanayiinde çalışan nüfus sayısı, ve katma değer vergisi arasında yaklaşık 0.9989 civarında olduğu görülmüştür.

2 nci kanonik değişken çiftinin faktör yapısı araştırıldığında ziraat, avcılık, ormancılık ve balıkçılık işletmelerinde çalışan nüfusun okul ile öğretmen sayısı arasında yaklaşık 0.9225 civarında bir ilişki elde edilmiştir.

3 ncü ve 4 ncü kanonik değişken çiftlerinin faktör yapısından ise traktör sayısı, ekilen arazi miktarı ve ziraat, avcılık, ormancılık ve balıkçılık işletmelerinde çalışan nüfusun okul sayısı ve öğretmen sayısı arasında yaklaşık 0.8810 civarında güçlü bir ilişki olduğu görülmüştür.

Ayrıca, uygulamada yapmış olduğumuz yorumların ekonomistlerin eleştirilerine açık olduğuna ve amacımızın ekonomik bir araştırma yapmaktan ziyade kanonik korelasyon analizini gerçek verilere nasıl uygulandığını göstermek olduğuna bir kez daha değinmekte yarar görüyoruz.



KAYNAKLAR

1. ANDERSON, T.W. An introduction to multivariate statistical Analysis. Jon Wiley and Sons. Inc., New York, 1958. s.176.
2. KUTAY, Fevzi. Kanonik Korelasyon Analizi üzerine bir Deneme. Yayınlanmamış Doçentlik Kollakyum Tebliği, A.İ.T.İ.A. Ankara, 1982. s.3-14.
3. M. Emin, Selahattin. Çok Boyutlu Verilerin Bazı İstattistiksel Analiz Yöntemleri ve Uygulama (Bölüm III) (Yayınlanmamış doktora tezi) Gazi Ü.Fen-Edebiyat Fak. İst. B.Ö. 1984.s.135-145
4. COOLY, W.W. and LOHNES, F.R. Multivariate Data Analysis, John Wiley and Sons.Inc. New York, 1971. s.170-184.
5. GİRİC, Narayan. Multivariate Statistical Inference Academic Press, New York, 1977. s.303.
6. TATSUOKA, M.M. Multivariate Analysis, Techniques for Educational and Psychological Research. John Wiley and Sons, Inc. New York, 1971. s.184-185.
7. MORRISON, D.F. Multivariate Statistical Methods. Mc Graw Hill Inc., New York 1976. s.261.

VERİLER AŞAĞIDAKİ KAYNAKLARDAN ELDE EDİLMİŞTİR:

Devlet İstatistik Enstitüsü. Türkiye İstatistik Yıllığı.
 (1987) Ankara, Ocak 1988
 (MTB: 635-7500)
 Sağlık, Sosyal Güvenlik,
 Motorlu Kara Taşıt

Devlet İstatistik Enstitüsü - Tarımsal Yapı ve Üretim
(1987) Ankara, Haziran 1989,
(MTB: 2680-3200)

Devlet İstatistik Enstitüsü - Tarım İstatistikleri Özeti (1987)
Ankara, Aralık, 1988 (MTB:2174-
2600).

Devlet İstatistik Enstitüsü - Genel Nüfus Sayımı, Nüfusun
Sosyal ve Ekonomik Nitelikleri
Ekim 1985, Ankara, Nisan 1989
(MTB: 2307-7750).





Ö Z G E Ç M İ Ş

Ö Z G E Ç M İ Ş

1958 yılında Uromiyeh'de doğdu. İlkokulu, orta-okulu ve liseyi aynı ilde bitirdi. Yüksek öğrenimini 1981-1982 yılında Gazi Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesine bağlı olarak İstatistik bölümüne girdi ve 1986-1987 yılında bu bölümden mezun oldu. 1987-1988 Güz döneminde G.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalında yüksek lisans programına girdi.



Büro-Hız
Akay Cad. 15/6-A
Demirler Pasajı
Bakanlıklar/ANKARA
Tel: 117 36 74 - 117 92 57