



**T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**



YÜKSEK LİSANS TEZİ

**KARANLIK MADDE ADAYI AKSİYONLARIN ERKEN
EVREN'DE EVRİMİ**

Anar AKBEROV

Fizik Anabilim Dalı

Yüksek Enerji ve Plazma Fiziği Programı

**DANIŞMAN
Prof. Dr. Ekrem AYDINER**

Haziran, 2022

İSTANBUL

Bu alışma 23.06.2022 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Fizik Anabilim Dalı Yüksek Enerji ve Plazma Fiziği Programında Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Tez Jürisi

Prof. Dr. Ekrem AYDINER (Danışman)
İstanbul Üniversitesi
Fen Fakültesi

Prof. Dr. Ferhat NUTKU
İstanbul Üniversitesi
Fen Fakültesi

Prof. Dr. Devrim YAZICI
Yıldız Teknik Üniversitesi
Fen-Edebiyat Fakültesi



- **İntihal Programı Beyanı**

20.04.2016 tarihli resmi gazetede yayımlanan Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin 9/2 ve 22/2 maddeleri gereğince; Bu Lisansüstü teze, İstanbul Üniversitesi'nin aboneli olduğu intihal yazılım programı kullanılarak Fen Bilimleri Enstitüsü'nün belirlemiş olduğu ölçütlere uygun rapor alınmıştır.

ÖNSÖZ

Tezimi okuyarak kritik eleştiri ile tezin geliştirilmesine katkı veren ve desteklerini esirgemeyen çok değerli danışman hocam sayın Prof. Dr. Ekrem AYDINER'e teşekkür ederim.

Haziran, 2022

Anar AKBEROV



İÇİNDEKİLER

	Sayfa No
ÖNSÖZ	iv
İÇİNDEKİLER	vi
ŞEKİL LİSTESİ	vii
TABLO LİSTESİ	viii
SİMGE VE KISALTMA LİSTESİ	x
ÖZET	xi
SUMMARY	xii
1. GİRİŞ	1
2. GENEL KISIMLAR	4
2.1. STANDART MODEL: AKSİYON	4
2.2. KİRAL SİMETRİ KIRILMASI	7
2.3. $U(1)_A$ PROBLEMİ	13
2.4. GÜÇLÜ CP PROBLEMİ	16
2.5. INSTANTON ÇÖZÜMÜ VE θ VAKUM	17
2.6. NÖTRON ELEKTRİK DİPOL MOMENTİ VE GÜÇLÜ CP PROBLEMİ	22
3. MALZEME VE YÖNTEM	24
3.1. PECCEI-QUINN MEKANİZMASI	24
3.2. PQWW MODELİ	26
3.3. GÖRÜNMEZ AKSİYON MODELLERİ	30
3.4. KSVZ MODELİ	30
3.5. DFSZ MODELİ	31
3.6. AKSİYON KÜTLESİ VE POTANSİYEL	33
4. BULGULAR	36
4.1. AKSİYON KOZMOLOJİSİ	36
4.2. TERMAL ÜRETİM	37
4.3. VAKUM YENİDEN HİZALAMA	43

4.4. ENFLASYON SENARYOLARI	47
4.4.1. Senaryo A	47
4.4.2. Senaryo B	54
5. TARTIŞMA VE SONUÇ	56
KAYNAKLAR	61
EKLER	68
EK 1. Standart Kozmoloji.....	68
ÖZGEÇMİŞ	73



ŞEKİL LİSTESİ

	Page No
Şekil 3.1: Aksiyon Potansiyeli	26
Şekil 4.1: $H > m_a$ olduğu erken zamanlarda, aksiyon alanı aşırı sönümlenir ve Hubble sürtünmesi ile başlangıç değerinde donar.	49
Şekil 4.2: $H \sim m_a$ ve aksiyon alanı salınmaya başladığında meydana gelen aşırı sönümlü hareketten düşük sönümlü harekete geçiş, aksiyon alanının oluşumunda önemli bir adımdır.	49
Şekil 4.3: $H < m_a$ olduğunda, aksiyon alanı sönümlenir ve salınımlar başlar.	50
Şekil 4.4: Yer değiştirmenin parametrik çizimi ve farklı başlangıç değerleri için, sönümlü osilatör, aksiyonlar için karakteristik bir resim oluşturur ($H > m_a$).	52
Şekil 4.5: Farklı başlangıç değerleri için sönümlü osilatörün Faz Diyagramı ($H < m_a$)	53
Şekil 5.1: Vakum Yeniden Hizalama Mekanizması	59

TABLO LİSTESİ

Page No

Tablo 3.1: DFSZ ve KSVZ modeli için etkileşim sabiti 33



SİMGE VE KISALTMA LİSTESİ

Simgeler	Açıklama
$\mathcal{L}$	: Lagranjiyen
$G_a^{\mu\nu}$	: gluon alan gücü tensörü
q	: Kuark ailesi
M	: Kütle
D_μ	: Kovaryant Türev
u	: Kovaryant Türev
d	: aşağı kuark
l	: lepton
Λ_{QCD}	: QCD ölçeği
V^3	: Beklenen değer
Θ	: Skaler alan
π	: pion
$W_{a\mu}$	: Zayıf etkileşim ayar bozonu
Q_i	: Kuark ikilisi
L_i	: Lepton ikilisi
V_{ij}	: CKM matrisi
j^μ	: Noether akımı
G_F	: Fermi sabiti
μ	: müon
e^-	: elektron
ν_e	: elektron nötrinosu
ν_μ	: müon nötrinosu
$\mathcal{M}$	: Matris elemanı
m_π	: Pion kütlesi
m_μ	: Müon kütlesi
F_π	: Pion bozunma sabiti
K^μ	: Chern-Simon akımı
S_3	: 3-boyutlu küre
$dS_{n\mu}$	: Hiper yüzey

σ_μ	: Pauli matrisi
θ	: QCD vakumunu belirleyen açı
f_a	: aksiyon bozunma sabiti
f_π	: pion bozunma sabiti
a	: Aksiyon alanı
N_{DW}	: Alan duvarı sayısı
α_s	: QCD eşdeğeri ince yapı sabiti
m_a	: aksiyon kütlesi

Kısaltmalar	Açıklama
<i>nEDM</i>	: nötron elektrik dipol moment
<i>SM</i>	: Standart Model
<i>LHC</i>	: Large Hadron Collider
<i>WIMP</i>	: Weakly Interacting Massive Particle
<i>QCD</i>	: Quantum Chromodynamics
<i>QED</i>	: Quantum Electrodynamics
<i>PQ</i>	: Peccei-Quinn
<i>KSVZ</i>	: Kim-Shifman-Vainshtein-Zakharov
<i>DFSZ</i>	: Dine-Fischler-Srednicki-Zhitnitsky
<i>SC</i>	: Superconductive
<i>CAST</i>	: CERN Axion Search Telescope
<i>DW</i>	: Domain Walls
<i>BPST</i>	: Belavin-Polyakov-Schwarz-Tyupkin
<i>EISM</i>	: Etkileşimli İntanton Sıvı Modeli

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

KARANLIK MADDE ADAYI AKSİYONLARIN ERKEN EVREN'DE EVRİMİ

Anar AKBEROV

İstanbul Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Ekrem AYDINER

$U(1)_A$ probleminin önemsiz olmayan bir QCD vakumundaki instantonlarla çözümü, QCD'de 'güçlü CP sorunu' olarak bilinen bir problemi ortaya çıkarmıştır. Peccei ve Quinn tarafından önerilen küresel, $U(1)_{PQ}$ simetrisi, bu probleme bir çözüm getirmiştir. Bu simetri, hafif bir psödoskalar Nambu-Goldstone bozonu olan aksiyon alanının dahil edilmesiyle güçlü CP problemini çözer. Bu tezde, aksiyon modellerini gözden geçirerek, aksiyon için kütle ve potansiyel hesabı yapacağız. Ardından, evrenin erken döneminde aksiyon'un oluşumunu ve gelişimini ve karanlık madde olarak varsayılan işlevini inceleyeceğiz. Aksiyonların, erken evrende oluşumu ve üretimi iki farklı şekilde olabilir. Yanlış hizalama mekanizması veya topolojik kusurların bozunması olarak bilinen nontermal üretim veya termal üretim. Bu tezde aksiyon parçacığının kozmolojide rolünden bahs edip, aksiyonların erken evrende üretimini farklı kozmoloji senaryolarında inceleyeceğiz.

Haziran 2022, 72 sayfa.

Anahtar kelimeler: Axion, Dark Matter, PQWW modeli, KSVZ modeli, DFSZ modeli, erken evren, sicimler, domain walls

SUMMARY

M.Sc. THESIS

EVOLUTION OF DARK MATTER CANDIDATE AXIONS IN THE EARLY UNIVERSE

Anar AKBEROV

İstanbul University

Institute of Graduate Studies in Sciences

Department of Physics

Supervisor: Prof. Dr. Ekrem AYDINER

Solving the problem $U(1)_A$ with instantons in a non-trivial QCD vacuum introduced a problem in QCD known as the 'strong CP problem'. The spherical $U(1)_{PQ}$ symmetry proposed by Peccei and Quinn provides a solution to this problem. This symmetry solves the strong CP problem by incorporating the axion field, a light pseudoscalar Nambu-Goldstone boson. In this thesis, we will review the axion models and calculate the mass and potential for the axion. Next, we'll examine the formation and evolution of axion in the early universe and its supposed function as dark matter. The formation and production of axions in the early universe can occur in two different ways. Thermal generation or nonthermal generation, known as misalignment mechanism or decaying of topological defects. In this thesis, we will talk about the role of the axion particle in cosmology and examine the production of axions in the early universe in different cosmology scenarios.

June 2022, 72 pages.

Keywords: Axion, Dark Matter, PQWW model, KSVZ model, DFSZ model, Early Universe, Strings, Domain Walls

1. GİRİŞ

Karanlık maddenin varlığı, standart parçacık fiziği modeli çerçevesinde açıklanamamaktadır. Bu nedenle bu problem, fizikçileri standart model ötesi yeni bir fizik arayışına itmiştir. Şimdiye kadar karanlık madde için farklı adaylar önerilmiştir [bkz. [2, 1] detaylı incelemeler için]. Bu adaylardan biride aksiyon parçacığıdır. Aksiyon, kuantum renk dinamiğinde güçlü CP sorununun Peccei-Quinn (PQ) [3] mekanizması dahil edilerek çözümü sonucu ortaya çıkmış varsayımsal bir parçacıktır [4]. Bu mekanizma, yüksek enerji ölçeğinde kendiliğinden kırılan küresel bir $U(1)_{PQ}$ simetrisine sahiptir.

Tarihsel olarak, aksiyonlar ilk ortaya atıldığında karanlık madde adayı olarak düşünülmüyordu. Laboratuvarda yapılan bazı deneyler aksiyon parçacığı için iyi sinyaller vermeye başladığından, bu parçacığın görünür olduğu düşünülmekteydi. Fakat yapılan tüm deneyler, aksiyonların görünür olduğunu söyleyen PQWW modeliyle çelişiyordu [5]. Bu yüzden deneysel kısıtlamalardan kaçınmak için daha yüksek simetri kırılma ölçeğine sahip yeni aksiyon modelleri ortaya atıldı [22, 23, 24, 25]. Temel nokta, aksiyonlar ve diğer alanlar arasındaki etkileşmelerde simetri kırılma ölçeğinin $\sim 1/f_a$ (aksiyon bozunma sabiti)'nın büyük bir faktörü tarafından bastırılmasıdır. Bu modeller, madde ile etkileşimleri çok zayıf olduğundan dolayı “görünmez aksiyonlar” olarak bilinir. Bu görünmezlik kozmolojik bir sonuca yol açar. Neredeyse kararlı, eşvireli salınım yapan aksiyon alanlarının, evreni dolduran karanlık madde gibi davrandığı ortaya çıkmıştır [6, 8, 7]. Ayrıca, bu aksiyonlar termal olmayan bir şekilde üretildiğinden, son derece nonrölativistik ve soğuk madde gibi davranırlar. Bu özellik, büyük ölçekli yapı oluşumunun incelenmesiyle motive edilen soğuk karanlık madde senaryosu ile uyumludur [9].

Karanlık madde aksiyonlarının etkinliği, evrenin erken dönemiyle doğrudan bağlantılı olduğu düşünülmektedir. Özellikle, kendiliğinden simetri kırılmasından kaynaklanan kozmik faz değişimi, karanlık madde aksiyonunun fiziği için çıkarımlara sahiptir. Dikkate alınması gereken iki önemli faz geçişi vardır. Bunlar $U(1)_{PQ}$ simetrisinin kendiliğinden kırılmasına karşılık gelen PQ faz geçişi ve kuark kiral simetrisinin kendiliğinden kırılmasına karşılık gelen QCD faz geçişidir. PQ faz geçişinde, aksiyon parçacıkları üretilir. Daha sonra, QCD faz geçişinde, pertürbatif olmayan etkiler nedeniyle aksiyonlar kütle kazanırlar. Bu

faz geçişleri dizisinin dikkat çekici özelliği, topolojik kusurların oluşumunu öngörmesidir. PQ simetrisi kendiliğinden kırıldığında, sicim adı verilen girdap benzeri kusurlar oluşur. Bu sicimler, QCD faz geçişi meydana geldiğinde, alan duvarları (DW) adı verilen yüzey benzeri kusurlarla bağlanır. Bu topolojik kusurların kozmolojik evrimi, karanlık madde aksiyonlarının fiziğini anlamak için bir anahtardır. DW yapısı N_{DW} tamsayısı ile belirlenir. N_{DW} 'nin alacağı değerler, renk anomalisi [10] ile ilişkili olup, farklı kozmolojik sonuçlar vermektedir. Örneğin $N_{DW} = 1$ olduğu durumda sicim-duvar sistemleri kararsız hale gelir ve oluşumdan hemen sonra çökerler. Öte yandan, $N_{DW} > 1$ durumunda, alan duvarlarının kararlı olduğu ve nihayetinde standart kozmoloji ile çelişen evreni kapsadığı bilinmektedir [11].

DW probleminden kaçınmanın bir yolu, evrenin enflasyon döneminin PQ faz geçişinden sonra meydana geldiğini varsaymaktır. Enflasyon başlangıçta evrenin düzlük, ufuk ve monopol problemini çözmek için ortaya atılmıştı [12], ancak aynı mantık aksiyonik DW problemine de uygulanabilir. PQ faz geçişinden sonra şişme meydana geldiyse, topolojik kusurların kozmik yoğunluğu ortadan kalktığı için onları görmezden gelebiliriz. Bununla birlikte, bu senaryoda, aksiyon alanının eşeğriliği (isocurvature) dalgalanmaları, bugün gözlemlenen kozmik mikrodalga arka planın (CMB) anizotropileri üzerinde bazı izler verir [13]. Bu gözlem, aksiyon modellerinde ciddi kısıtlamalar sağlar ve model parametrelerinde önemli miktarda ince ayar gerektirir

Bu konuların ışığında bir dizi olası kozmolojik senaryoları göz önünde bulundurabiliriz:

- Senaryo A: Yeterince büyük f_a değeri için enflasyonun PQ faz geçişinden sonra meydana geldiği durum.
- Senaryo B: Yeterince küçük f_a değeri için enflasyonun PQ faz geçişinden önce meydana geldiği durum.

Genel olarak, aksiyon üretiminin erken evrende kozmolojik etkilerinden bahs edip bu süreçte nasıl evrimleştiğini tartışacağız. Aksiyonların evrenin erken döneminde, termal olmayan bir biçimde üretildiği kabul edilmektedir. Aksiyon alanlarının üretimi, yanlış hizalama mekanizması (misalignment mechanism) olarak bilinen bir süreç olan QCD faz geçişi sırasında potansiyelin minimumu etrafında tutarlı bir şekilde salınmasıyla başlar. Aksiyon alanının bu uyumlu salınımı, evrende soğuk bir madde gibi davranmaktadır. Bununla

birlikte, bu eşevreli (coherent) salınımlara ek olarak, sicimler ve alan duvarları (domain walls) gibi topolojik kusurların bozulmasından gelen başka katkılar da vardır. Topolojik kusurlardan kaynaklanan üretim mekanizması tam olarak anlaşılamamıştır ve karanlık madde aksiyonlarının kalıntı bolluğunun belirlenmesi konusunda teorik bir belirsizlik vardır. Bu tez çalışmasının organizasyonu şu şekildedir:

Birinci bölümde $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_V \times U(1)_A$ kiral simetri kırılması sonucu psödo-Goldstone bozonları olarak bilinen π^+ , π^0 , π^- nasıl ortaya çıktığı tartışılacak. Daha sonra simetri kırılma modeli kullanarak, pion bozunma sabiti F_π 'yi çıkarılacak, pion kütleleri kuark kütleleriyle ilişkilendirilecek ve pion saçılması gibi kuantum süreçleri hesaplanacak. Bu hesap, deneysel sonuçlar açısından oldukça doğru görülse de buna karşılık gelen, kuark yoğunlaşması $U(1)_A$ simetrisi ile nasıl çeliştiğinden bahs edilecektir. Bu çelişkini aradan kaldırmak için Weinberg [35] tarafından ortaya atılan η' mezonunun kütlesinden dolayı aranan psödo-Goldstone bozonu olamayacağına ve bunu aradan kaldırmak için instanton çözümlerine değinilecektir. Instantonlar kuantum alan teorisinin vakum yapısını çözmemizde yardımcı olsada, başka bir problem olarak bilinen "güçlü CP problemini" ortaya çıkmasına sebep olacaktır. İkinci bölümde tezin ana hattını oluşturan güçlü CP sorunu yeni global $U(1)_{PQ}$ simetrisi tanıtılarak Peccei-Quinn mekanizması aracılığıyla çözülecektir. Bu simetri teoriye dahil edildiğinde, kararlı CP'yi ihlal eden θ açısını, dinamik bir CP koruyucu alan olan aksiyon parçacığı etkili bir şekilde değiştirecektir. Daha sonra, Peccei-Quinn mekanizması baz alınarak bilinen ilk aksiyon modeli tanıtılacaktır. Bu modelin neden aksiyon için iyi bir model olmadığı tartışılıp diğer aksiyon modelleri kısaca gözden geçirilecektir. Tezin bulgular kısmında aksiyon parçacığının kozmolojik özellikleri tanıtılıp termal ve non-termal aksiyon üretiminden bahs edilecektir. En sonda ise, bulgular kısmında bulduğumuz sonuçlar tartışılacaktır.

2. GENEL KISIMLAR

2.1. STANDART MODEL: AKSİYON

Standart Model (SM), $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ [14] simetri grubu üzerine kurulu güçlü, zayıf ve elektromanyetik etkileşimleri tanımlayan bir ayar teorisidir. Yıldızlardan etkilenen atomların ve çekirdeklerin iç işleyişine kadar evrendeki tüm görünür madde nesnelerini açıklar. Madde, kuarklar ve leptonların temel bileşenlerini ve aralarındaki elektromanyetik, zayıf ve güçlü nükleer kuvvetleri sınıflandırır. Standart Modelin esas başarısı, Cern'deki Büyük Hadron Çarpıştırıcısı (LHC), Fermilab ve diğer parçacık hızlandırıcılarında aşırı hassasiyetle gerçekleştirilen deneylerin teorik önerilerle örtüşmesidir. [15] 2012 yılında W ve Z gibi zayıf vektör bozonlarının kütleleriyle ilgili teorik sorunları çözmek için varlığı 1964'te [16] Peter Higgs tarafından önerilen Higgs bozonunun keşfi Standart Modelin en önemli başarılarından biridir.

Fakat bu kadar kusursuz başarılarına rağmen Standart Modelin hem deneysel hemde teorik olarak açıklayamadığı bir takım fenomenler vardır. Bu fenomenlerden bir kaçısı hiyerarşi problemi, ince ayar sorunu, ağır kütleli nötrinolar, baryogenez, karanlık madde, karanlık enerji, enflasyon ve güçlü CP problemidir. Burada bunlardan temel düzeyde bahsedip tezimizin esas konusu olan aksiyonlar üzerine yoğunlaşacağız. **Hiyerarşi problemi**, standart modelin yaklaşık 246 GeV olan Higgs vakum beklenti değeri tahmininden kaynaklanmaktadır. Bilindiği gibi ≈ 1 TeV gibi yeterince yüksek enerjilerde elektromanyetik ve zayıf kuvvetlerin, elektrozayıf kuvvet adı verilen tek bir birleşik kuvvet olarak hareket ettiği deneysel olarak bulunmuştur [17]. Fakat daha küçük enerjilerde, birleşik kuvvet elektromanyetik ve zayıf kuvvet olmak üzere iki ayrı kuvvete ayrılır. Bu simetri kırılmasından sonra Higgs alanının en düşük enerji durumunun sıfırdan farklı, 246 GeV vakum beklenti değerine sahip olduğu ortaya çıkmaktadır. Higgs alanı ile etkileşimleri yoluyla diğer parçacıklara kütle veren tam da bu sıfırdan farklı değerdir. Ayrıca 246 GeV zayıf ölçekte (elektrozayıf süreçlerin tipik enerjisi); ancak Planck ölçeği (yerçekiminin kuantum etkilerinin güçlendiği enerji) 10^{19} GeV civarındadır. Planck ölçeğinin neden zayıf ölçekten 10^{16} kat daha büyük olduğu Standart Model'de bir sorun olarak bilinmektedir. Bu

noktada 10^3 ve 10^{19} GeV arasında yeni fiziğin girmediği bir boşluğun olup olmadığı fizik için cevaplanmayı bekleyen önemli problemlerden biridir.

Higgs parçacığının kütlesini hesaplamaya çalışırken, Higgs kütesine yapılan kuantum ilmek (loop) düzeltmeleri ikinci dereceden ıraksak olduğundan, **ince ayar sorunu** [18] ortaya çıkar. Elektrozayıf ve güçlü kuvvetlerin 10^{16} GeV düzeyinde birleştiğini varsayarsak, Higgs kütesini elektrozayıf ölçekte (≈ 150 GeV) tanımlamak için Standart Model'in ötesinde sınırlı bir fizik anlayışına işaret etmektedir.

Teori ve gözlemlerden biliyoruz ki **Karanlık madde** evrende görünür maddeden yaklaşık 5 kat daha fazla olup, evrenin her noktasına yayılmış durumdadır. Bu ilginç madde henüz deneysel olarak tespit edilmemesine rağmen, kesinlikle var olduğunu gösterecek çok sayıda kanıtlar sunulmuştur[19, 20, 1]. İstatistiksel mekanik ve termodinamiği kullanarak evrenin erken enflasyon döneminde karanlık maddenin nasıl oluşumunu kolay bir şekilde anlaya biliriz. Karanlık maddenin varlığını kanıtlayacak bir sıra gözlemler olsada, karanlık maddenin kesin doğası belirsizliğini korumaktadır. Bu belirsizliği aradan kaldırmak için öne sürülmüş aksiyonlar, steril nötrinolar, zayıf etkileşimli büyük kütleli parçacıklar (WIMP'ler), süpersimetrik parçacıklar ve ilkel kara delikler gibi baryonik olmayan karanlık madde adaylarının yapısını incelemek için Standart Model ötesi fiziğe ihtiyaç duyulmaktadır. Başlangıçta, karanlık madde ile ilgili ilk çalışmalarda bu belirsiz maddenin nötrino gibi zayıf etkileşimli büyük kütleli parçacıklar (WIMP'ler) şeklinde var olduğuna inanılıyordu. Fakat, Standart Model'de bu hipotezin minimal versiyonları için hiçbir deneysel kanıt bulunamadığından, süpersimetri [21] gibi Standart Model'in uzantılarına dayanan yeni tür parçacıklar ortaya atıldı. Ancak başka potansiyel adaylar da vardı. Karanlık madde parçacığının düşük kütleli bir bozon gibi davranması durumunda, gerçekten de evrende aynı zamanda yavaş hareket eden ve dolayısıyla soğuk olan uyumlu dalga benzeri bir durum gibi görünebileceği düşünüldü. Aksiyonlar ilk defa 1977'de Roberto Peccei ve Helen Quinn [3] tarafından bu tür dalga benzeri karanlık maddeye bir aday olarak kuantum renk dinamiğinde 'güçlü-CP sorunu' olarak bilinen problemi çözmek için önerilmiştir. Onlar, kuantum renk dinamiğindeki (QCD) CP simetri sorununu dinamik bir çözüm sunmak için PQ mekanizması olarak bilinen yeni bir mekanizma dahil etmişlerdir. PQ mekanizması yüksek enerji ölçeğinde kendiliğinden kırılan küresel bir $U(1)_{PQ}$ simetri sonucunda tüm uzaya nüfuz edebilen bir psödoskaler alan içerir. Bu simetrinin evrenin erken evrelerinde kırıldığı varsayılmaktadır. Bu kendiliğinden

simetri kırılması sonucunda, psödo-Nambu-Goldstone bozonunu olarak bilinen, aksiyon parçacıkları üretilmiştir. Aksiyonlar kütesini yüksek enerji ölçeğinde simetri kırılması sonucunda kazanıp, aksiyonların standart modelde diğer parçacıklarla etkileşimi ileriki bölümlerde tanımlayacağımız Kim-Shifman-Vainshtein-Zakharov (KSVZ) [22, 23] ve Dine-Fischler Srednicki-Zhitnitsky (DFSZ) [24, 25] modellerine göre değişir. Aksiyon modellerini incelemek için farklı yöntemler kullanılarak deneysel testler yapılmaktadır. Bunlardan elektromanyetik alanlarla aksiyon alanı etkileşimi deneyleri hala devam etmektedir. Fotonların bir vakuum'dan ortaya çıkması galaksi haalesindeki karanlık madde adayı aksiyonlar tarafından olabileceği düşünülmektedir. Zayıf aksiyon sinyali, güçlü bir manyetik alan gerektiren doğrudan dönüşüm aramalarına karşı hassastır. Örneğin, ADMX (Axion Dark Matter deneyi) [50], bir süper iletken (SC) mıknatısa batırılmış bir rezonans boşluğu (cavity) kullanarak, aksiyonların mikrodalga fotonlarına zayıf dönüşümünü algılar. Astrofiziksel nesnelerden üretilen aksiyonları tespit etmek için, CERN Aksiyon Arama Teleskobu (CAST) [51] Güneş çekirdeğinde üretilen aksiyonları tespit etmek için güçlü elektrik alanları tarafından saçılan X-ışınların kullanılır. Aksiyonlar aynı zamanda nötron yıldızlarının manyetosferinde rezonanslı bir şekilde fotonlara dönüşebilir ve bu da tayflarda mevcut uzay veya yer teleskopları tarafından algılanabilen farklı özellikler bırakabilir. Başka bir teknik, güçlü bir ışık kaynağı ve bir çift mıknatıs kullanarak laboratuvarında aksiyon sinyalini üretmek ve saptamak için foton-aksiyon-foton [52] salınımından yararlanılır.

Higgs bozonunun deneysel olarak aranmaya başlanması, WIMP araştırmalarına hız kazandırmıştı. Daha öncede söylediğimiz gibi 2012'de LHC'de Higgs bozonunun keşf edilmişti. Fakat WIMP'ler için herhangi bir kanıtın bulunamaması aksiyon çalışmalarına hem teorik hemde deneysel açıdan önemli hız kazandırdı. Öte yandan, Higgs bozonunu kendiliğinden simetri kırılması probleminde yanıt verdiği için, aksiyonlara olan önyargı aradan kalkmaya başladı.

Evrende baryonlarla anti-baryonlar arasında bir asimetri vardır. Bu asimetriyi elde etme süreci baryogenez olarak bilinmektedir. Standart Modeldeki her anti-baryonun varlığı, sıradan baryonların çarpışmalarındaki üretimleri gözlemlenerek deneysel olarak doğrulanmıştır. Bununla birlikte, astrofiziksel ve kozmolojik gözlemler, Evrendeki görünür maddenin çoğunun, aynı madde parçacıklarından oluştuğunu ve büyük bir antimadde konsantrasyonları olmadığını söyler. Bu kozmolojik madde-antimadde asimetrisinin, parçacıkları (yani baryonları) antiparçacıklardan ayıran belirli simetrisini ihlal eden

temel parçacıklar ve antiparçacıkların [26] etkileşimlerindeki farklılıklardan kaynaklandığı düşünülmektedir. Bunlar, yük konjugasyonu (C) ve paritenin ters çevrilmesiyle (P) elde edilen CP kombinasyonudur. İlk CP ihlalinin [27] gözlemlenmesinden sonra zayıf etkileşimler yoluyla bir çok bozunma daha gözlenmiştir. Bu gözlemlere derin bir açıklama yapılmasa da, altı kuarklı Standart Model'e [28] yerleştirilebilir. Ancak bu Standart Model mekanizması, kozmolojik madde-antimadde asimetrisini açıklamak için yetersizdir ve ayrıca CP ihlalinin güçlü nükleer etkileşimde de ortaya çıkmamasıda bir bilmecedir: Bu, 'güçlü-CP problemi' [29] olarak bilinir. Bu bulmaca yukarıda değindiğimiz varsayımsal **aksiyon** parçacığı aracılığıyla çözülebileceği düşünülmektedir.

2.2. KİRAL SİMETRİ KIRILMASI

İlk olarak standart modeldeki kiral simetri kırılmasının fiziksel yapısını analiz edelim. Basitlik için sadece yukarı ve aşağı kuarkları içeren QCD Lagrange'nini ele alalım:

$$\mathcal{L}_{QCD} = \bar{q} (i\not{D} - M) q - \frac{1}{4} G^{a\mu\nu} G_{\mu\nu}^a \quad (2.1)$$

Bu Lagrange'nin küresel bir simetriye sahip olması için yukarı ve aşağı kuarkların $m_u = m_d$ kütlelerinin aynı olması gerekirdi. Fakat biliyoruz ki, yukarı ve aşağı kuarkların kütleleri bir birilerine yakın olsada, aynı değildir; daha da önemlisi, Λ_{QCD} 'ye kıyasla nispeten küçük kalırlar. O halde, şimdilik, kütleleri sıfıra ayarlayalım. Daha sonra göreceğiz ki, sol ve sağ elli kuarklar tamamen ayrıştırılabilir ve teorimiz, $m_u = m_d = 0$ olan iki ayrı $SU(2)$ simetrisine sahiptir. Lagrangen'i sağ ve sol elli spinörler cinsinden yazalım, $\Psi_{R,L}^q = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma^5)\Psi^q$, bu durumda

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}(G_{\mu\nu}^a)^2 + i\bar{u}_L\not{D}u_L + i\bar{u}_R\not{D}u_R + i\bar{d}_L\not{D}d_L + i\bar{d}_R\not{D}d_R \quad (2.2)$$

elde ederiz. Denklem (2.2), aşağıdaki bağımsız rotasyonlar altında değişmez kalıp

$$\begin{pmatrix} u_L & d_L \end{pmatrix} \rightarrow g_L \begin{pmatrix} u_L & d_L \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

$$\begin{pmatrix} u_R & d_R \end{pmatrix}^\dagger \rightarrow g_R \begin{pmatrix} u_R & d_R \end{pmatrix}^\dagger \quad (2.4)$$

g_L ve g_R , sırasıyla $SU(2)$ 'nin elemanlarıdır. Alternatif olarak, simetriyi kuark ikilisi $q = \begin{pmatrix} u & d \end{pmatrix}^T$ cinsinden ifade edebiliriz. Burada q

$$q \rightarrow e^{i(\theta_a \tau^a + \gamma_5 \beta_a \tau^a)} q \quad (2.5)$$

şeklinde verilebilir. $e^{i(\theta_a \tau^a + \gamma_5 \beta_a \tau^a)}$ ayar farkıdır. Ayrıca, $\beta = 0$ ve θ_a ile parametrelenen dönüşümler izospin olarak bilinen köşegen alt grubu vermektedir. $\theta_a = 0$ ve β ile parametrelenen dönüşümler ise eksenel (axial) dönüşümler olarak bilinmektedir.

QCD'nin $SU(2)_L \times SU(2)_R$ simetrisi sol ve sağ elli alanlarda farklı davranıp kiral simetri simetri olarak bilinmektedir. Aslında, $U(2) \times U(2) = SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_V \times U(1)_A$ altında, Denklem (2.2)'deki Lagranjiyen invariyanıdır; $U(1)$ simetrisi sırasıyla vektör ve eksen olarak bilinir.

$SU(2)$ 'nin kendiliğinden simetri kırılmasına uğraması evrenin sıcaklığının $T_C \sim \Lambda_{QCD}$ altına düştüğü anda gerçekleşmektedir. Kuarkların termal enerjisinde bu ölçeğin altına düştüğü için hadronlar meydana gelmektedir. Sıfırdan farklı üst ve alt kuarkların $\bar{u}u$, $\bar{d}d$ bilineer beklenen değerler QCD'nin temel durumu olarak bilinmektedir. Bu değer,

$$\langle \bar{u}u \rangle = \langle \bar{d}d \rangle = V^3, \quad (2.6)$$

şeklinde verilir. Bunun doğayla uyumlu bir hadron yelpazesine işaret edip etmediğini göstermek için inceleyeceğiz. $\bar{u}u$ ve $\bar{d}d$ tahmin edilebileceği gibi farklı beklenen değerlerine sahip olabilir. Denklem (2.6)'da simetri $SU(2)_L \times SU(2)_R \rightarrow SU(2)_{isospin}$ 'e kırılır. Kendiliğinden simetri kırılmasının güzel tarafı, sonuçları algılamak için QCD'de simetri kırılması sonucu kuark yoğunlaşmalarının nasıl ortaya çıktığını bilmemize gerek olmamasıdır. Bu, özellikle Yang-Mills teorilerinde kendiliğinden simetri kırılmasının nasıl ve ne zaman gerçekleştiğini tam olarak bilmediğimiz için yararlıdır. Sağ ve sol elli alanları aynı şekilde döndüren izospin, kesintisiz simetriye sahiptir. Bu, nükleer fizikte nötronu protona bağlayan izospinle ayndır. Nötron gerçekten udd 'ye kuarklarına bağlıken, proton uud 'a bağlı bir durumdur. Sonuç olarak, nötron ve proton $d \leftrightarrow u$ değiş tokuşu olur. Elektrik yükü elbette nötronu protondan ayırır, fakat etkisi küçük olduğundan nükleer fizikte ihmal edilebilir. Elektrik yükünü ve kuark kütlelerini göz ardı edersek, proton ve nötron, kesin bir kesintisiz izospin simetrisine sahip olur.

Birleşik alanlar açısından etkili bir tanım yazmak için $SU(2) \times SU(2) \rightarrow SU(2)_{isospin}$ simetri kırılmasını dikkate alıp QCD'den gelen etkileri göz ardı edeceğiz. Daha sonra, pionlara dayalı bir düşük enerji teorisi oluşturacağız. Pionlar Goldstone bozonları iken [30, 31], aslında kuarkların ve gluonların bileşik modlarıdır. Göreceğimiz gibi, simetriyi bozan örüntü tek başına pionların birbirleriyle nasıl etkileşime girebilecekleri hakkında çok şey ortaya çıkaracaktır. Etkileşimleri QCD alanlarından oluşup oluşmamasından etkilenmez.

$SU(2) \times SU(2) \rightarrow SU(2)_{isospin}$ simetri kırılma modeli, bu aşamada bileşik alanlar açısından uygun bir gösterimi yazmak için kullanılacaktır. Düşük enerji hipotezimizi oluşturmak için pionları kullanacağız. Pionlar, Goldstone bozonlarının yanı sıra kuarkların ve gluonların bileşik halleridir. Simetriyi bozan yapıyı tek başına kullanarak, pionların birbirleriyle nasıl etkileşime girdiği hakkında bir çok şey öğrenebiliriz. QCD alanları olmasa bile, etkileşimler aynı kalır. $SU(2) \times SU(2)$ altında doğrusal olarak dönüşen bir dizi skaler alanla Θ kendiliğinden simetri kırılmasını modelleyelim:

$$\Theta \rightarrow g_L \Theta g_R \quad (2.7)$$

$$\Theta^\dagger \rightarrow g_R \Theta^\dagger g_L^\dagger \quad (2.8)$$

Bu dönüşümler altında Lagranjiyen,

$$\mathcal{L} = \text{Tr} \left[(\partial_\mu \Theta) (\partial_\mu \Theta^\dagger) \right] + m^2 \text{Tr} \left[\Theta \Theta^\dagger \right] - \frac{\lambda}{4} \text{Tr} \left[\Theta \Theta^\dagger \Theta \Theta^\dagger \right] \quad (2.9)$$

şeklinde yazılır ve bu Lagrange'nin tanımladığımız dönüşüm altında invaryant kalır. Burada önemli husulardan biri de global simetrilerle ilgilendiğimiz için sadece sıradan türevlerin gerekli olduğuna dikkat etmek gerekir. Ayrıca potansiyel, kendiliğinden simetri kırılması meydana gelecek şekilde seçilmiştir. $v = \frac{2m}{\sqrt{\lambda}}$ 'nin $SU(2) \times SU(2)$ simetrisini köşegen $SU(2)$ 'ye kırdığı yerde $\langle \Theta \rangle = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ için potansiyel en aza indirilir. Burada $v \sim V \sim \Lambda_{QCD}$ beklenilsede, bu miktarlar arasında sabit faktörler olabilir. $v = \frac{2m}{\sqrt{\lambda}}$ 'nin $SU(2) \times SU(2)$, sigma model parametrelerine bağlı beklenen değer, $V = \langle \bar{u}u \rangle^{1/3}$ QCD vakumunda bir kuark operatörünün beklenen değeri ve Λ_{QCD} , kuantum renk dinamiği ölçeğini temsil eder. Şimdi karmaşık alan Θ 'ı radyal σ ve açısız π bileşenleri cinsinden parametreleştirelim:

$$\Theta = \frac{v + \sigma}{\sqrt{2}} \exp \left\{ \frac{2i\pi^a \tau^a}{F_\pi} \right\} \quad (2.10)$$

Burada $v = F_\pi = \frac{2m}{\lambda}$ 'dir. $g_L = e^{i\theta_L^a \tau^a}$, $g_R = e^{i\theta_R^a \tau^a}$ seçip π_a 'yı aşağıdaki şekilde dönüştürsek,

$$\pi^a \rightarrow \pi^a + \frac{F_\pi}{2}(\theta_L^a - \theta_R^a) - \frac{1}{2}f^{abc}(\theta_R^b + \theta_L^b)\pi^c + \dots \quad (2.11)$$

π^a alanları, kırılmamış dönüşümler isospin için birleşik (adjoint) temsile dönüşür. Bu, fiziksel gerçek pion alanlarının, doğada izospin birleşik temsiline nasıl dönüştüğü ile uyumludur. Denklem (2.11)'de π^a için bir kütle terimi önlenir. Sonuç olarak, $m \rightarrow \infty$ ve $\lambda \rightarrow \infty$ alarak ve F_π 'yi değişmeden bırakarak ayrıştırabiliriz. O halde

$$\frac{\sqrt{2}}{v}\Theta \rightarrow U = \exp\left[2i\frac{\pi^a \tau^a}{F_\pi}\right] = \exp\left[\frac{i}{F_\pi}\begin{pmatrix} \pi^0 & \sqrt{2}\pi^- \\ \sqrt{2}\pi^+ & -\pi^0 \end{pmatrix}\right] \quad (2.12)$$

şeklinde yazılır. Burada $\pi^0 = \pi^3$, $\pi^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(\pi^1 \pm \pi^2)$ 'dir ve U matrisi yalnızca üç π^a serbestlik derecesine bağlıdır ve $UU^\dagger = \mathbb{I}$ 'e sahiptir. U matrisi Θ gibi, $SU(2) \times SU(2)$ altında $U \rightarrow g_L U g_R^\dagger$ olarak dönüşür. Simetri kırılmasının sonuçlarını görmemiz için gereken tek şey, sadece U 'dan oluşturulan lineer olmayan sigma modelidir.

$SU(2) \times SU(2)$ altında U değişmezini içeren en genel Lagrange denklemi aşağıdaki şekilde yazılabilir

$$\mathcal{L}_\chi = \frac{F_\pi^2}{4} \text{tr}[(D_\mu U)(D_\mu U)^\dagger] + L_1 \text{tr}[(D_\mu U)^\dagger]^2 + \dots \quad (2.13)$$

Bu kiral Lagrange'ni olarak biliniyor. Buradaki kovaryant türevler, gluonları değil, yalnızca elektrozayıf ayar alanları içerir. Bu nedenle, kiral Lagrange'deki her terimin içinde bir türev olmalıdır. Özellikle, pionlar için kütsel bir terim yasaklanmıştır. Bu, pionların kütsel Goldstone bozonları olabileceğiyle tutarlıdır. İlk terimi genişletirsek,

$$\begin{aligned} \frac{F_\pi^2}{4} \text{tr}[(D_\mu U)(D_\mu U)^\dagger] &= \frac{1}{2}(\partial_\mu \pi^0)(\partial_\mu \pi^0) + (D_\mu \pi^+)(D_\mu \pi^-)^\dagger + \\ &+ \frac{1}{F_\pi^2}[-\frac{1}{3}\pi^0 \pi^0 D_\mu \pi^+ D_\mu \pi^- + \dots] + \frac{1}{F_\pi^2}[-\frac{1}{18}(\pi^- \pi^+)^2 D_\mu \pi^0 D_\mu \pi^0 + \dots] \end{aligned} \quad (2.14)$$

sonucunu elde ederiz. Sonuç olarak, $1/F_\pi^2$ kuvvetleri tarafından bastırılan kinetik terimleri ve bir dizi etkileşimi keşfederiz. Bu genişleme sonsuz sayıda etkileşim içermesine rağmen, bunlar kesinlikle sınırlandırılmıştır. Sadece belirli terimler oluşur ve her katsayı

$\frac{F_\pi^2}{4} \text{tr}[(D_\mu U)(D_\mu U)^\dagger]$ 'in genişlemesinden tamamen sabitlenir. Başka bir deyişle, pion değiş tokuşları benzersiz bir şekil alır.

Kiral Lagrange'ini ilk teriminden ortaya çıkan etkileşimlerin hepsinin iki türevi olduğunu, ancak alt satırdaki $\mathcal{L}$ terimlerinin etkileşimlerinin hepsinin dört veya daha fazla olduğunu belirtmekte fayda vardır. Sonuç olarak, bu terimler, ilk gelen terimin düşük enerjideki tahminleriyle karşılaştırıldığında, E/F_π 'nin güçleri tarafından bastırılan katkılar üretir. Yeniden normalleştirilemez bir teori olmasına rağmen, kiral Lagrange'ni yine de tahminler sağlar. Gerçekte, ilmek (loop) düzeyinde tahminler yapmak için hesaplanabilir kiral momentum logaritmaları kullanır.

Standart Modelde, zayıf etkileşim, QCD tarafından kendiliğinden bozulan kiral simetri ile bağlantılıdır. Ayar bozonları $W_{a\mu}$, standart modelde $SU(2)_L$ 'nin aracılardır. W_μ^a bozonları aşağıda tanımlayacağımız şekilde etkileşime girer:

$$\mathcal{L}_{weak} = \frac{g}{2} W_\mu^a (j_\mu^a - j_\mu^{5a}) = \frac{g}{2} W_\mu^a [V_{ij} \bar{Q}_i \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \tau^a Q_j + \bar{L}_i \gamma^\mu \tau^a (1 - \gamma_5) L_i] \quad (2.15)$$

burada Q_i kuark ikililerini, L_i lepton ikililerini ve V_{ij} CKM matrisini temsil eder.

Kiral $SU(2)$ akımı j_5^μ , Goldstone teoremine göre akımdan pionlar yaratır. Bu akım ifadesi

$$\langle \Omega | j_5^\mu | \pi^b(p) \rangle = i p_\mu F_\pi e^{-ipx} \delta^{ab} \quad (2.16)$$

şeklinde verilir. Bu denklemin bir sonucu olarak, pionlar eksenel akımlar haline gelir. Denk. (2.16) matris elemanı $j_5^\mu = F_\pi \delta_\mu^\alpha \pi^\alpha$ olduğunu gösterir. Ayrıca, bu kiral Lagrange'ndeki izospin için Noether akımı olarak bilinmektedir.

Denk. (2.16)'daki pionlar ve eksenel akım arasındaki ilişki sayesinde, yüklü pionların zayıf bozunmalarından F_π 'yi tahmin edebiliriz. W_μ^a bozonlarını bütünleştiren ve bir akım-akım etkileşimi veren 4-Fermi teorisi, bunu en basit hale getirir. Bundan dolayı, 4-Fermi etkileşimini

$$\mathcal{L} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} j_\mu^L j_\mu^{L\dagger} \quad (2.17)$$

şeklinde tanıtalım. Burada

$$j_\mu^L = \bar{\psi}\gamma^\mu(1 - \gamma^5)\psi \quad (2.18)$$

olup ψ tüm kuarkları temsil eder. $\mathcal{L}$, bir dizi 4-Fermi etkileşiminde dört kuark, dört lepton veya iki kuark ve iki leptonlu oluşur. Bozunma hızı $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$ gibi leptonik etkileşimler, $G_F = 1.16 \times 10^{-5} \text{GeV}^{-2}$ 'yi hesaplamak için kullanılır. Daha sonra denklem (2.17) kullanılarak pionları leptonik akım üreten bir aksenel akıma dönüştürülebiliriz. Örneğin, $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ için matris elemanı;

$$\mathcal{M} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} F_\pi p^\mu \bar{\psi}\gamma^\mu(1 - \gamma^5)\psi \quad (2.19)$$

şeklinde yazılır. Matris bileşeninin karesini ve leptonik faz uzayı boyunca integral alarak $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ bozunumu için hızı (rate) belirleyebiliriz:

$$\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu) = \frac{G_F^2 F_\pi^2}{\sqrt{2}} m_\pi m_\mu^2 \left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}\right)^2 \quad (2.20)$$

Buradan pion ömrü $\Gamma^{-1} = 2.6 \times 10^{-8} \text{s}$, $m_\pi = 139,5 \text{ MeV}$ ve $m_\mu = 1060 \text{ MeV}$, pion bozunma sabiti $F_\pi = 92 \text{ MeV}$ olarak bulunur.[32]

Etkili Lagrange'ler kullanarak pion kütlelerini kuark kütleleriyle ilişkilendirilebilir. Kuark kütleleri kiral simetriyi açıkça ihlal eder, bu da pionların kütesiz Goldstone bozonlarından ziyade kütleli sahte Goldstone bozonları olduğunu ima eder. Kuark kütleleri terimini, kuark kütlelerinin pionları nasıl etkilediğini incelemek için

$$\mathcal{L}_m = \bar{q} \begin{pmatrix} m_u & 0 \\ 0 & m_d \end{pmatrix} q \quad (2.21)$$

şeklinde Lagrange tanımlayalım. Kiral simetri bu terimle bozulur. Ancak, şimdi kiral simetriyi yeniden kurmak için bir yöntem kullanacağız. Bir an için kütlelerin sabitler değil, alanlar olduğunu varsayalım. Kütleye daha sonra dönüşüm nitelikleri verilebilir. $SU(2)_L \times SU(2)_R$ 'deki kütle matrisinin $M \rightarrow g_R^\dagger M g_L$ olarak dönüştüğüne seçersek, kütle terimi değişmez kalacaktır. Bu sabitler bu şekilde alanlar olarak kabul edildiğinden, gerçek değerler değildir. Şimdi, düşük enerjili pion teorisi kuarkları içermez, ancak kütle matrisinden

etkilenebilir. Sonuç olarak, Kiral Lagrange'indeki kütle matrisinin görünümünü sınırlamak için gerçek olmayan dönüşüm özelliklerini kullanabiliriz:

$$\mathcal{L}_M = \frac{V^3}{2} \text{tr} [MU + M^\dagger U^\dagger] = V^3(m_u + m_d) - \frac{V^3}{2F_\pi^2}(m_u + m_d)(\pi_0^2 + \pi_1^2 + \pi_2^2) + h.c \quad (2.22)$$

$\mathcal{L}_M$ tarafından verilen vakum enerjisi, $\frac{V^3}{2}$ ön faktörü sayesinde $\mathcal{L}_m$ cinsinden vakum enerjisine eşittir. $\langle \bar{u}u \rangle = \langle \bar{d}d \rangle = V^3$ ise, denklemdeki genişlemeye karşılık gelen $\mathcal{L}_m = V^3(m_u + m_d)$ elde ederiz. Pion kütleleri artık şu şekilde yazılabilir:

$$m_\pi^2 = \frac{V^3}{F_\pi^2}(m_u + m_d) \quad (2.23)$$

Denklem (2.14) bize pion kütlelerinin kuark kütleleri cinsinden yazılabileceğini gösterir. Hesaplamalar, $V \sim \Lambda \sim 250 \text{ MeV}$, $F_\pi = 92 \text{ MeV}$ ve $m_\pi = 140 \text{ MeV}$ seçersek, $m_u + m_d \sim 11 \text{ MeV}$ olduğunu göstermiştir [32].

Simetri kırılmasının, psödo Goldstone bozonlarının mezon üçlüsünü ürettiğini gördük. Tam $SU(2) \times SU(2)$ simetrisi altında, $U(x)$ cinsinden ifade edilen Lagrange değişmez olmalıdır. Bu, gerçekten yazılabilecek terimlerin sayısını ciddi şekilde sınırlar. Hemen hemen tüm ilgili pion kuplajları, altında pionların lineer olmayan bir şekilde değiştiği $U(x) \rightarrow g_L U g_R^\dagger$, dönüşüm nitelikleri tarafından belirlenir. Callan, Coleman, Wess ve Zumino, 1969'da pion kuplajlarını belirlemek için bu şekilde çalışmışlardır [33, 34].

2.3. $U(1)_A$ PROBLEMİ

Kiral simetri kırılması sonucu psödo-Goldstone bozonları olarak bilinen pionların ortaya çıktığını gösterdik. Ayrıca düşük enerjilerdeki $SU(2)_L \times SU(2)_R$ simetri kırılmasını vakumda kuark çiftlerinin yoğunlaşması ile karakterize ettik. Fakat, vektör simetrisinin $SU(2)$ değişmeden kaldığını gösterdik. Böylece $SU(2) \times SU(2)$ simetrisini

$$SU(2)_L \times SU(2)_R \rightarrow SU(2)_{L+R} \quad (2.24)$$

şeklinde ifade edilebilir. Kiral limitte, üç jeneratör bozunumu üç Nambu-Goldstone bozonuna karşılık geldi ve gerçekte kuarkların belirli bir kütleyle sahip olduğunu artık biliyoruz. Bu nedenle, π^+ , π^0 , π^- olmak üzere üç hafif mezon ortaya çıkar. Bu

tahmin, deneysel sonuçlar açısından oldukça doğru görülse de buna karşılık gelen, kuark yoğunlaşması $U(1)_A$ simetrisi ile çelişir. Sonuç olarak, bu çelişkiye bir çözüm olarak η' mezonu olarak bilinen dördüncü bir Goldstone bozonu ortaya atılmıştır. Fakat Weinberg bu mezonun tahmini kütesinin $m_{\eta'} < \sqrt{3} m_\pi$ [35], ola bileceğini göstermiştir. Böyle bir mezon henüz gözlemlenmediği için bu iddia yanlış varsayılmaktadır. Bu aynı zamanda Weinberg tarafından tanımlanan kayıp meson $U(1)_A$ problemi olarakta bilinmektedir.

G.'t Hooft [36] QCD vakumunun daha karmaşık bir yapıya sahip olduğunu keşfettikten sonra $U(1)_A$ problemi çözüme kavuşmuştur. QCD vakumunun daha karmaşık yapısı nedeniyle, kaybolan kuark kütleleri sınırında QCD Lagranjienin bir simetrisi gibi görünmesine rağmen, $U(1)_A$ 'nın QCD'nin gerçek bir simetrisini oluşturmadığı görülmektedir. $U(1)_A$ problemine alternatif bir çözüm, eksenel (axial) akımlar için kiral anomalide bulunabilir [38, 39]. Bu problemi çözmek için en iyi yaklaşım kiral akıma J_5^μ katkıda bulunan bir anomali göz önünde bulundurmaktır. $U(1)_A$ ile ilişkili J_5^μ eksenel akımının sapmasına yönelik kuantum düzeltmeleri, onu iki gluon alanına bağlayan ve bir döngü etrafında dönen kuarkları içeren üçgen grafik kullanılarak yapılabilir[41]. j_5^μ , bu anomalinin bir sonucu olarak sıfırdan farklı

$$\partial_\mu j_5^\mu = \frac{g_s^2 N_f}{32\pi^2} G_{\mu\nu\alpha} \tilde{G}^{\mu\nu\alpha} \quad (2.25)$$

bir sapmaya sahiptir. Burada N_f çeşni sayısı, $\tilde{G}^{\mu\nu\alpha} = \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} G_{\rho\sigma}$ olarak yazılır. Daha öncede bahs ettiğimiz gibi, QCD kütesiz kuark limitinde bir $U(1)_A$ dönüşümü altında teknik olarak invaryant olmasına rağmen, pratikte kuarklar kütle taşıdıklarından öyle değildir. $M \rightarrow 0$ limitinde, QCD teorik olarak invaryant olsa bile,

$$q_f \rightarrow e^{i\alpha\gamma_5/2} q_f \quad (2.26)$$

kiral anomali eylemi etkiler. O halde Lagrange

$$\mathcal{L} = \alpha \int d^4x \partial_\mu j_5^\mu = \alpha \frac{g_s^2 B}{32\pi^2} \int d^4x G_{\mu\nu\alpha} \tilde{G}^{\mu\nu\alpha} \quad (2.27)$$

şeklinde yazılır. Yoğunluğun toplam sapması Chern-Simons akımı

$$G_{\mu\nu\alpha} \tilde{G}^{\mu\nu\alpha} = \partial_\mu K^\mu = \partial_\mu \epsilon^{\mu\alpha\beta\gamma} \left(A_\alpha^a G_{\beta\gamma}^a - \frac{g_s}{3} A_\alpha^a A_\beta^b A_\gamma^c \right) \quad (2.28)$$

cinsinden ifade edilir. Ancak bu denklemin gözardı edemeyeceğimiz bir kaç sonuçları vardır. Bu konfigürasyonların topolojik doğası, S_3 'ün sonsuzdaki üç-boyutlu küre olduğu ve $dS n_\mu$ 'nin bir hiper yüzey elemanı olduğu Öklid uzayında

$$\mathcal{L} = \alpha \int \frac{g_s^2 B}{32\pi^2} d^4x \partial_\mu K^\mu = \alpha \int \frac{g_s^2 B}{32\pi^2} \int_{S_3} dS n_\mu K_\mu \quad (2.29)$$

şeklinde integral hacmi ifade ederek karakterize edilebilir. Ayar potansiyellerinin, alan kuvveti tensörü $G_{\mu\nu}^a$ sonsuzda kaybolacak şekilde olması ve bu konfigürasyonların yol integraline katkıda bulunması için eylemin sonlu olması gerekir. Bunun $A_\mu^a = 0$ anlamına gelmediğine dikkat edilmelidir. Bir ayar dönüşümü elde edildiğinde, bazı konfigürasyonlar $A_\mu^a = 0$ 'a ek olarak sınırda $G_{\mu\nu}^a = 0$ 'ı da sağlayabilir. Bu amaçla, U 'nun grup uzayında sürekli olarak özdeşliğe dönüştürülemeyeceği pür ölçüler aramalıyız. Bu tür düzenlemelerin varlığı, $SU(3)$ 'ün bir $SU(2)$ alt grubu alınarak ve yüzey integralinde K_μ 'yi tanımlayan ayar potansiyellerini bu alt gruba sınırlayarak gösterilebilir. $SU(2)$, bir grup manifoldu olarak S_3 'e sahip olduğundan, bu potansiyeller $S_3 \rightarrow S_3$ 'e eşlenebilir [40]. Denklem (2.29)'deki bir integral, önemsiz olmayan (non-trivial) topolojinin eşlemeleri için sonsuzdaki bir hiperkürenin S_3 grup manifoldu tarafından kaç kez döndüğünü gösterir

$$\int d^4x G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^{\tilde{a}} = \frac{32\pi^2}{g_s^2} v \quad (2.30)$$

v burada Pontryagin indeksi veya sargı sayısı (winding number) olarak da bilinir. $SU(2)$ alan oluşumlarının ayrık sargı sayılarına sahip homotopi sınıfları, Öklid uzayında sonlu eylem ile $SU(2)$ alan oluşumlarına çöker. Ayrıca, bir alan konfigürasyonunun sarım sayısı, eylem sonlu kaldığı sürece değiştirilemez. Belavin, Polyakov, Schwartz ve Tyupkin [49], birim sarma sayıları $v = 1$ olan klasik hareket denkleminin Öklid uzayı çözümlerini buldular. Sonlu eylemlerinin

$$S_1 = \frac{8\pi^2}{g_s^2} \quad (2.31)$$

bir minimuma karşılık geldiğini kanıtladılar. Bu ayar konfigürasyonu 4-boyutlu Öklid uzayında sonlu bir etkiye sahiptir ve lokalize edilebilir, bu nedenle bir **instanton** olarak bilinir.

Bundan dolayı, $U(1)_A$, kütleli kuark limitinde bile QCD Lagrange'nin bir simetrisi değildir,

çünkü önemsiz olmayan vakum yapısına sahip ayar konfigürasyonları sonsuzda yüzey terimine sıfırdan farklı bir katkıda bulunur. Bununla birlikte, bir sonraki bölümde, daha karmaşık QCD vakumuna bir faz parametresinin eşlik ettiğini göreceğiz; bu parametre sayesinde, CP'nin koşulu, bu parametre son derece küçük olduğunda yalnızca güçlü etkileşimlerde ciddi şekilde bozulabilir. Bu bir sonraki bölümde bahs edeceğimiz, güçlü CP probleminden söz edeceğiz.

2.4. GÜÇLÜ CP PROBLEMİ

4-Boyutlu Öklit uzayında ayar konfigürasyonlarının lokalize edilebilir sonlu bir etkiye sahip olabileceğini söyledik. Instanton konfigürasyonlarının varlığı, bir kuantum alan teorisinin vakum yapısını alışılmadık bir şekilde araştırmamızı gerektirir. Bu teta θ vakumu olarak bilinir. Kuantum renk dinamiğindeki $U(1)$ problemi G. t'Hooft [42] tarafından instantonlar dahil edilerek çözülmüştür. Fakat $U(1)$ probleminin instanton çözümü başka bir problem olan, güçlü CP problemi ortaya çıkartmıştır.

Kendiliğinden simetri kırılması sıfırdan farklı kuark kütleli üç Goldstone bozonunun olacağını gösterdi. Bunlar gerçek dünyada, sıfırdan farklı hafif kuark kütlelerinin bir sonucu olarak, π^+ , π^0 , π^- Goldstone bozonları olarak bilinmektedir. $U(1)_A$ aksel akımı olan bir $SU(2)$ tekli örneğini ele alalım. Dördüncü yaklaşım Goldstone bozonu ile sonuçlanan bu akımın kütsüz kuark sınırında korunduğuna inanılıyordu. Fakat $SU(2)$ 'de Weinberg'in gereksinimine uyan tekli psödokalerin varlığı $U(1)_A$ için bir sorun teşkil eder. Ayrıca, $U(1)_A$ akımında Adler-Bell-Jackiw anomalisi adı verilen bir anomali vardır ve tam bir diverjans olmasına rağmen anomali teriminin akımdaki instantonlar nedeniyle fiziksel sonuçları vardır. Sonuç olarak, kuark kütleleri sıfır olduğunda bile $U(1)_A$ bozonunun yükü korunmaz. Bu nedenle, kaybolan kuark kütlelerinin sınırında bile, korunmuş bir $U(1)_A$ bozonu veya fazladan bir Goldstone bozonu içeren bir teori inşa etmek imkansızdır.

2.5. INSTANTON ÇÖZÜMÜ VE θ VAKUM

Güçlü CP problemi kuantum kromodinamiğin bir problemi olduğu için, kabaca QCD Lagrange'den

$$\mathcal{L}_{QCD} = \bar{q} (i\not{D} - M) q - \frac{1}{4} G^{a\mu\nu} G_{\mu\nu}^a \quad (2.32)$$

başlayalım; burada M , bir diyagonal kuark kütle matrisi ve $G_{\mu\nu}^a$, ayar grubu simetrisini kırarak elde edilen bir gluon alanıdır. QCD modeli, güçlü etkileşimlerle ilgili tüm fenomenleri tanımlar. Bu bölümde de çözümleri dört boyutlu Öklid uzayında ele alacağız.

Denklem (2.32)'e göre, saf bir Yang-Mills teorisi için alan denklemi

$$D_\mu G_{\mu\nu}^a = 0 \quad (2.33)$$

şeklinde yazılır. Aşağıdaki eşitsizliği dikkate

$$\int d^4x \text{tr} \left[G_{\mu\nu}^a - \tilde{G}_{\mu\nu}^a \right]^2 \geq 0 \quad (2.34)$$

alalım. Bu eşitsizliğin varlığı, Öklid uzayında instantonların enerjisini sınırlar. Eylem

$$S = \frac{1}{2} \int d^4x \text{tr} \left[G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a \right] \geq 8\pi^2 |\eta| = \frac{1}{2} \left| \int d^4x G_{\mu\nu}^a \tilde{G}_{\mu\nu}^a \right| \quad (2.35)$$

eşitsizliğini sağlar. Yang-Mills konfigürasyonlarında self-dual veya anti-self-dual düzenlemeler kullanılarak, denklemler (2.35)'den

$$G_{\mu\nu}^a = \tilde{G}_{\mu\nu}^a \quad \text{veya} \quad G_{\mu\nu}^a = -\tilde{G}_{\mu\nu}^a \quad (2.36)$$

olduğu görülür. Bianchi özdeşliğini kullanarak, self-dual Yang-Mills alanlarının

$$D^\mu G_{\mu\nu} = D^\mu \tilde{G}_{\mu\nu} = 0 \quad (2.37)$$

alan denklemlerini sağladığı görülebilir. Bundan sonra, QCD'nin SU(2) alt grubunda saf bir

ayar dönüşümü olacak

$$\begin{aligned}
A_\mu &= ih(r) U^{-1} \partial_\mu U \\
U &= -\frac{i}{r} x_\mu \sigma_\mu \\
U^{-1} &= \frac{i}{r} x_\mu \bar{\sigma}_\mu \\
r^2 &= x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 \\
\sigma_\mu &= (\sigma, i), \quad \bar{\sigma}_\mu = (\sigma, i)
\end{aligned} \tag{2.38}$$

şekilde küresel simetrik bir ikili alan oluşturmamız gerekecek. Asimptotik olarak, denklem (2.38), $G_{\mu\nu}^a$ 'ın yeterince hızlı bir şekilde kaybolması için saf ayar formunu gerektirir. Denklem (2.36)'daki Denklem(2.38)'yi değiştirerek h için

$$rh' = 2h(1 - h) \tag{2.39}$$

birinci dereceden bir diferansiyel denklem elde ederiz, bu da önemsiz (non-trivial) bir

$$h = \frac{r^2}{r^2 + \rho^2} \tag{2.40}$$

çözümü ile sonuçlanır. Alan denklemi daha sonra Yang-Mills alanları

$$\begin{aligned}
A_\mu &= \frac{ir^2}{r^2 + \rho^2} U^{-1}(x) \partial_\mu U(x) \\
G_{\mu\nu} &= \frac{4\rho^2}{(r^2 + \rho^2)^2} \sigma_{\mu\nu} \\
\sigma_{ab} &= \frac{1}{4i} [\sigma_a, \sigma_b]
\end{aligned} \tag{2.41}$$

ile sağlanır. Buna Pontryagin indeksi $\nu = 1$ olan BPST instanton çözümü diyoruz [49]. Anti-self-dual koşulu kullanılarak, $\nu = -1$ ile anti-instanton

$$G_{\mu\nu}^a = -\tilde{G}_{\mu\nu}^a \tag{2.42}$$

çözümünde elde edilebilir. BPST instanton çözümünün varlığını göstermek için önce homotopi grupları anlaşılmalıdır. Görüleceği üzere, üniter matris $U(x)$ 'i seçmek, instanton çözümü için kritik öneme sahiptir. Denklem (2.38)'de, birim $U(x)$ 'i birim matris seçerek, basit bir $A_\mu = 0$ çözümü elde edilebilir. BPST çözümünden önce bu var olan klasik bir

vakuumdu. Birim matrisine sonsuz derecede yakın olan bir $U(x)$ fonksiyonunu kullanarak yok olmayan bir vektör potansiyeli üretmek mümkündür. Bunun nedeni BPST ve $A_\mu = 0$ çözümlerinin farklı homotopi sınıflarından olmasıdır. Bir topolojik sayı olan Pontryagin indeksi, homotopi sınıflarını ayırt etmek için kullanılır:

$$v = \frac{1}{16\pi^2} \int d^4x \text{Tr} [G_{\mu\nu}^a \tilde{G}_{\mu\nu}^a] = \frac{1}{32\pi^2} \int d^4x G_{\mu\nu}^a \tilde{G}_{\mu\nu}^a \quad (2.43)$$

Şimdiye kadar tanımladığımız $SU(2)$ Yang-Mills teorisi için klasik bir çözüm olarak bilinmektedir. Ayrıca belirtmek gerekirse, $U(1)$ ayar teorisi, önemsiz (trivial) bir homotopi sınıfı $v = 0$ içerir. Bu çözüm, QCD'de bir alt grup olarak $SU(2)$ 'nin varlığından dolayı aynı zamanda bir QCD çözümüdür. Genel olarak, alt grup olarak $SU(2)$ ile non-abelyen tüm ayar gruplarının bir çözümüdür. Şimdiye kadar tartışılan instanton çözümlerine ek olarak, tartışacağımız fiziksel ilkeler öncelikle tüm instanton çözümlerinin en küçük Öklid etkisine sahip olan en basit instanton çözümüne dayanmaktadır.

Ayar alanı denklemlerinin klasik çözümleri dikkate alınarak, olası vakum durumları sargı sayısına göre sınıflandırılabilir. $|n\rangle$ vakumu, Pontryagin indeksi $v = n$ olan instanton konfigürasyonuna karşılık gelir. Bu vakumun ayar dönüşümü altında değişmez olmadığı görülmektedir. Bununla birlikte, trivial bir Pontryagin indeksi $n = 0$ olan bir vakumdan başlarsak, onu $n = 1$ ve $A_0 \rightarrow G_1 A_0 G_1^{-1} = A_1$ olan birine dönüştüren bir G_1 ayar dönüşümü vardır. Sonuç olarak, $G_1 |n\rangle$ 'yi $|n+1\rangle$ 'ye çevirir. O halde, yukarıda belirtilen n vakum, ayar dönüşümleri altında değişmez olmadığı için doğru tanımlanmış bir vakum olmadığından yeni bir vakum arayalım. $|n\rangle$ -vakum geçişleri, $v = m$ ile homotopi sınıfına karşılık gelen bir ayar dönüşümü olan G_m altında $|n+m\rangle$ olur.

$$|n\rangle \xrightarrow{G_m} |n+m\rangle \quad (2.44)$$

$|n\rangle$ ayar değişmezi olmadığı için daha uygun bir vakum bulmamız gerekiyor. Teta vakumu olarak adlandırılan böyle bir

$$\theta = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\theta} \quad (2.45)$$

vakumu oluşturmak için $|n\rangle$ vakumlarının doğrusal bir kombinasyonu kullanılabilir. Denk.(2.44)'ı kullanarak, $|\theta\rangle$ 'nin yalnızca karmaşık fazını bir ayar dönüşümü altında

değiştirdiğini görülebilir.

Bu yüzden vakum ayar dönüşümü altında değişmezdir. Burada, θ aşağıda tanımlayacağımız gibi periyodik değerler alır.

$$|\theta\rangle = |\theta + 2\pi\rangle \quad (2.46)$$

Aslında, vakum açısı θ , Abelian olmayan ayar teorilerinde gözlemlenebilir bir niceliktir ve bu teorilerin non-trivial vakum konfigürasyonu vardır. Callan, Dashen ve Gross [43] ile Jackiw ve Rebbi [44] bu konuyu ayrıntılı bir biçimde çalışmışlardır. Vakum ve θ arasındaki geçiş genliğini göz önünde bulundurarak θ 'in fiziksel etkisini hesaplaya biliriz. Bu geçiş genliği

$$\langle n|e^{-Ht}|m\rangle = \int [dA_\mu]_{n-m} e^{-\int d^4x \mathcal{L}} \quad (2.47)$$

şeklinde verilir. Fonksiyonel integral, dört boyutlu Öklid uzay-zamanında alınır, $[dA_\mu]_{n-m}$, $n - m$ sarım konfigürasyonları üzerinde fonksiyonel bir integrasyonu ifade eder. θ ile vakum arasındaki geçişin büyüklüğü

$$\begin{aligned} \langle \theta'|e^{-Ht}|\theta\rangle &= \sum_{n'} \sum_n e^{-i(n'\theta' - n\theta)} \langle n'|e^{-Ht}|n\rangle \\ &= \sum_{n'=-\infty}^{\infty} e^{-in'(\theta' - \theta)} \sum_q \int [dA_\mu] \exp\left\{-iq\theta - \int d^4x \mathcal{L}\right\} \\ &= \delta(\theta' - \theta) \int [dA_\mu] \exp\left\{\int d^4x (\mathcal{L} + \mathcal{L}_\theta)\right\} \end{aligned} \quad (2.48)$$

denkleminde belirlenir. Burada $\delta(\theta' - \theta)$ terimi,

$$\delta(\theta' - \theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-in(\theta' - \theta)} \quad (2.49)$$

şeklinde ifade edilir. Bunu yukarıdaki denklemde yerine yazarsak,

$$\langle \theta'|e^{-Ht}|\theta\rangle = \delta(\theta' - \theta) \int [dA_\mu] \exp\left\{-\int d^4x (\mathcal{L} + \mathcal{L}_\theta)\right\} \quad (2.50)$$

elde ederiz. Denklem (2.50)'e göre, teta vakumu arasında geçiş (transition) olmadığı için $|\theta\rangle$

iyi bir vakum seçimidir. O halde, Minkowski uzayında, $\mathcal{L}_\theta$ etkileşimi

$$\mathcal{L}_\theta = i\theta v = \frac{\theta}{32\pi^2} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{a\mu\nu} \quad (2.51)$$

verilir.

(2.51) denklemini daha yakından incelemek için sıfırdan farklı bir kütlenin kiral dönüşümü altında herhangi bir etkisi olup olmadığını inceleyelim. Kiral anomali olmasa bile kuark kütesinin varlığı eksenel akımların korunumunu ihlal ettiğini daha önce gösterdik. Şimdi, kuantum anomalisinin yokluğunda, hareket denklemini çözerek herhangi bir ilişkinin olup olmadığına bakalım. Bunun için sıfırdan farklı j_5^μ akımının türevini alarak başlayalım:

$$\partial_\mu j_5^\mu = 2im\bar{q}\gamma^5 q \quad (2.52)$$

Kiral dönüşümün bir sonucu olarak, Lagrange'ndeki kütle bileşeni

$$-\mathcal{L} = m\bar{q}q \rightarrow m\bar{q}e^{-2\alpha}\gamma^5 q = m(\bar{q}q\cos 2\alpha - i\bar{q}\gamma^5 q\sin 2\alpha) \quad (2.53)$$

ile dönüştürülür ve yukarıda belirtilen eşitliği elde etmek için γ^0 ve γ^5 arasındaki anti-komutasyon kullanılır. Kiral dönüşümü altında sağ ve sol elli kuarklar ayrı olduğundan,

$$\begin{aligned} q_L &\rightarrow q'_L = e^{-i\alpha_L} q_L \\ q_R &\rightarrow q'_R = e^{-i\alpha_R} q_R \end{aligned} \quad (2.54)$$

şeklinde ifade edilir. Aşağıda listelenen özdeşliklere ve Denk.(2.54) göre,

$$\begin{aligned} \bar{q}q &= \bar{q}_L q_R + \bar{q}_R q_L \\ \bar{q}\gamma^5 q &= \bar{q}_L q_R - \bar{q}_R q_L \end{aligned} \quad (2.55)$$

kütle terimi ise

$$\bar{q}'q' = \cos(\alpha_R - \alpha_L)(\bar{q}_L q_R + \bar{q}_R q_L) - i\sin(\alpha_R - \alpha_L)(\bar{q}_L q_R - \bar{q}_R q_L) \quad (2.56)$$

şeklinde yeniden yazılabilir. Bu etkiden dolayı $\alpha = (\alpha_L - \alpha_R)/2$, denklem (2.53) ve (2.54) kiral dönüşümleri tanımlar.

Standart Modelde kendiliğinden bir elektrozayıf simetri kırılması, kuark kütlelerini ortaya çıkarır. Higgs alanının vakum beklenti değerini (VEV) hesaplamak için kuark-Higgs eşleşme sabiti Higgs alanının frekansı ile çarpılır. Kütle matrisini köşegenleştirmek için, q_L ve q_R 'ye farklı dönüşümler uygulamamız gerekiyordu. Sonuç olarak, M kütle matrisi genel olarak Hermityen değildir, bu da karmaşık kütle değerlerinin var olduğunu gösterir. Kütle terimini $m_i = |m_i|e^{i\beta_i}$ olarak seçersek, denklem (2.53) aşağıdaki gibi yazılır:

$$-\mathcal{L}_M = \sum_i (\bar{q}_{iL} m_i q_{iR} + \bar{q}_{iR} m_i^* q_{iL}) = \sum_i |m_i| \bar{q}_i e^{i\beta_i \gamma^5} q_i \quad (2.57)$$

Kiral modifikasyonları her bir kuark için ayrıca uygulanabilir ve m_i fiziksel bir kütle tanımlar. Kiral dönüşümü θ parametresini $\theta \rightarrow \theta + 2\beta_i$ 'ye dönüştürür ve θ 'in bağımlı değişkeni

$$\theta_{ez} = \sum_i \beta_i = \arg \left(\prod_i m_i \right) = \arg[\det M] \quad (2.58)$$

şeklinde verilir. θ parametresi kendiliğinde iki ayrı kategoriye ayrıldığından $\mathcal{L}_\theta$ lagranjiyenindeki θ terimi QCD ve elektrozayıf etkileşimler dahil olmak üzere

$$\theta = \bar{\theta} + \theta_{ez} \quad (2.59)$$

şeklinde ifade edilir. Bunlar birbirlerini telafi etmeyi gerektirmeyen farklı etkiler olarak kabul edilirler. Genel olarak, $\mathcal{L}_\theta \neq 0$ olduğu sonucunu çıkarabiliriz.

2.6. NÖTRON ELEKTRİK DİPOL MOMENTİ VE GÜÇLÜ CP PROBLEMİ

Kuantum elektrodinamiğindeki $\vec{E} \cdot \vec{B}$ 'nin eşdeğeri olan $\mathcal{L}_\theta$ terimi, hem P hem de T 'yi ve dolayısıyla CP simetrisini ihlal eder. Bu terim toplam bir türev olduğundan sıradan dinamiklere hiçbir katkı sağlamamalıdır. Ancak, instanton varlığı, $\mathcal{L}_\theta$ 'a sıfırdan farklı bir değer verir. Böyle bir Lagrange terimi mevcutsa, Denklem (2.56)'ye göre CP'yi ihlal eden bir kütle terimi $im\bar{q}\gamma^5 q$ 'ye eşdeğerdir. Fakat, güçlü etkileşimlerde deneysel olarak CP simetrisinin ihlali tespit edilmemiştir. Güçlü etkileşimlerin neden CP simetrisini bozmadığı ve CP ihlalinin teori tarafından yasaklanmadığı şeklinde ifade edilebilecek güçlü CP problemi, teorik akıl yürütme ile deneysel verilerin birleştirilmesinde bir zorluk olarak

literatürde belirtilmektedir.

QCD'nin en kolay gözlemlenen etkilerinden biri [47, 48],

$$d_n \sim \bar{\theta} \frac{em_u m_d}{m_n^2(m_u + m_d)} \quad (2.60)$$

düzeyindeki nötron elektrik dipol momentumuna yaptığı katkıdır. Burada e elektron yükü ve m_n nötron kütesini göstermektedir. nEDM'nin $\bar{\theta}$ teriminin bir sonucu olduğu tahmin edilmektedir. QCD θ terimi,

$$|d_n| < \times 4.5 \times 10^{-15} \bar{\theta} \text{ e cm} \quad (2.61)$$

olarak tahmin edilen [60] NEDM'ye katkıda bulunur. Öte yandan, NEDM üzerindeki son deneysel sınır

$$|d_n| = 2.9 \times 10^{-26} \text{ e cm} \quad (2.62)$$

sonucunu verir [61]. Bu iki sonucu birleştirerek $\bar{\theta}$ için bir sınır elde ederiz.

$$\bar{\theta} < 10^{-10} \quad (2.63)$$

$\bar{\theta}$ 'in küçüklüğü, güçlü CP sorunu olarak bilinmektedir. $\bar{\theta}$ 'nın bu kadar küçük değere sahip olması güçlü CP sorunun esas problemidir. Bir sonraki bölümde Peccei-Quinn [62, 63] mekanizması dahil edilerek bu sorun nasıl çözülür ondan bahs edeceğiz.

3. MALZEME VE YÖNTEM

3.1. PECCEI-QUINN MEKANİZMASI

Güçlü CP sorununa en alternatif çözüm Peccei-Quinn tarafından [62, 63] önerilen yeni global $U(1)$ simetrisi tanıtılarak çözülebilir. Bu kabaca $U(1)_{PQ}$ simetri dönüşümü olarak bilinmektedir. Bu simetri teoriye dahil edildiğinde, kararlı CP'yi ihlal eden θ açısını, dinamik bir CP koruyucu alan olan aksiyon ile etkili bir şekilde değiştirir. Aksiyonlar Nambu-Goldstone [30, 31] parçacığı olup $U(1)_{PQ}$ simetri kırılması sonucu ortaya çıkmaktadır. Sonuç olarak, $a(x)$ aksiyon alanı bir $U(1)_{PQ}$ dönüşümü altında dönüşür:

$$a \rightarrow a + \varepsilon f_a \quad (3.1)$$

Burada f_a , kendiliğinden $U(1)_{PQ}$ simetri bozulmasının enerji ölçeğidir, ε ise keyfi bir sabit parametredir. Kuarklar için uygun PQ yüklerinin kullanılması bir anomalilikle sonuçlanır ve bu anomaliliğin bir sonucu olarak $U(1)_{PQ}$ akımı korunmaz:

$$\partial_\mu j_\nu^{PQ} = -\frac{g^2}{32\pi^2} B G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{\mu\nu a} \quad (3.2)$$

burada B , modelin yük ataması tarafından belirlenen bir sabittir. Bu, Lagrange'in Denk.(3.1) altında şu şekilde dönüştürülmesi gerektiği anlamına gelir:

$$\delta \mathcal{L} = -\frac{g^2}{32\pi^2} \varepsilon B G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{\mu\nu a} \quad (3.3)$$

Şimdi, kritik noktaları göstermek için kütleli aksiyonu, QCD gluon alanlarını ve kuarkları tanıtalım. Bunun için düşük enerjili etkin Lagrange'ni şöyle yazılabilir:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} + \frac{1}{2} \partial_\mu a \partial^\mu a + \sum_i \bar{q}_i (i \not{D} - m_i) q_i + \frac{a}{32\pi^2 f_a} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{a\mu\nu} + \frac{\theta'}{32\pi^2} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{a\mu\nu} + \dots \quad (3.4)$$

Burada θ' 'in ilk QCD vakum açısı olduğu ve $a G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{a\mu\nu}$ teriminin $U(1)_{PQ}$ simetrisinin aksenel anomalisinden geldiği kritik noktaları göstermek için kütesiz olmayan aksiyonu,

QCD gluon alanlarını ve kuarkları temsil eder. Ayrıca denklem sonundaki noktalar a 'nın türevini içeren olası terimlere karşılık gelir ve aksiyon bozunma sabiti olarak adlandırılır. Bu denklem için etkili bir vakuum açısı

$$\frac{\langle a \rangle}{f_a} + \theta' \quad (3.5)$$

şeklinde seçilebilir. θ' parametresini yok etmek için alanı

$$a \rightarrow a - f_a \theta' \quad (3.6)$$

şeklinde değiştirelim. Gluonların etkilerine kıyasla önemsiz olan kuarkların elektromanyetik ve zayıf etkileşimlerini de görmezden gelinebilir. Ancak, $\bar{\theta} = 0$ gösterildikten sonra, zayıf etkileşimi ihlal eden CP'nin etkisi dikkate alınacaktır.

Aksiyon alanı için etkin potansiyel,

$$\begin{aligned} \exp \left(- \int d^4x V(a) \right) &= \left| \int [dA_\mu] \exp \left\{ - \int d^4x \left[\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a + i \frac{g^2}{32\pi^2} \frac{a + \bar{\theta} f_a}{f_a} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}_{\mu\nu}^a \right] \right\} \right| \\ &\leq \int [dA_\mu] \left| \exp \left\{ - \int d^4x \left[\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a + i \frac{g^2}{32\pi^2} \frac{a + \bar{\theta} f_a}{f_a} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}_{\mu\nu}^a \right] \right\} \right| \\ &= \int [dA_\mu] \exp \left\{ - \int d^4x G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a \right\} = \exp \left\{ - \int d^4x V(a = -\bar{\theta} f_a) \right\} \quad (3.7) \end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir. Bu bize aşağıdaki denklemi ima eder:

$$\int d^4x V(a) \leq \int d^4x V(a = -\bar{\theta} f_a) \quad (3.8)$$

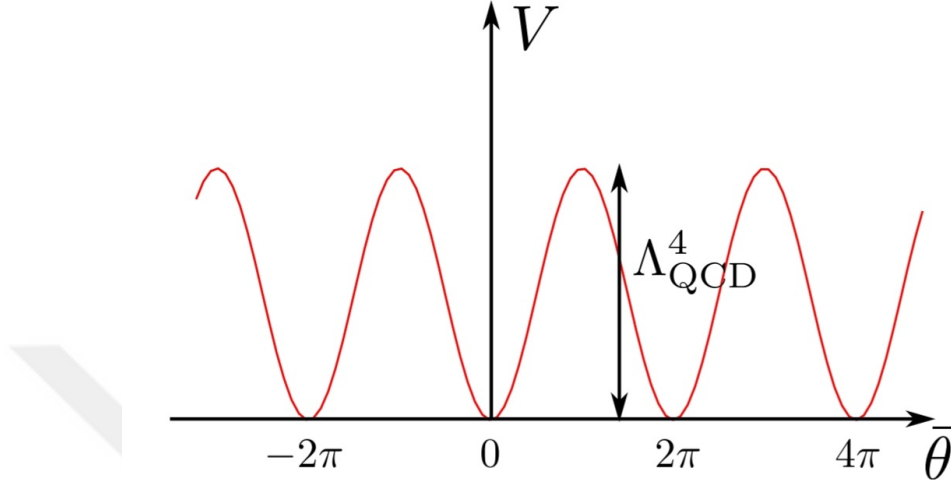
Aksiyon alanı için etkin potansiyelin bu limiti göz önüne alındığında, minimumun hemen $\theta' = \frac{a}{f_a} + \bar{\theta}$ miktarını koruyan CP'ye karşılık geldiğini elde edilir. θ 'i $\bar{\theta}$ 'la değiştirerek $\frac{\langle a \rangle}{f_a} + \theta'$ aksiyon alanını yeniden tanımlarsak

$$\bar{\theta} = \frac{\langle a \rangle}{f_a} = 0 \quad (3.9)$$

elde edilir.

$\bar{\theta}$ 'nin periyodikliğinden dolayı $\langle a \rangle = 2k\pi f_a$, aksiyon potansiyelinin minimumudur. $\bar{\theta}$ alanının dinamiklerini kullanarak, güçlü CP sorunu çözülebilir. Potansiyel, gluon alanının

integre edilmesiyle üretildiğinden, potansiyelin yüksekliği kabaca QCD ölçeği ile verilir $\sim \Lambda_{QCD}^4$ QCD. Ayrıca insatnton etkisi gerçek olduğundan potansiyel düz olmayıp aksiyon parçacığı kütle kazanır. [6].



Şekil 3.1: Aksiyon Potansiyeli

3.2. PQWW MODELİ

Bilinen ilk aksiyon modeli Peccei ve Quinn mekanizması baz alınarak Wilczek ve Weinerg [64, 65] tarafından önerilmiştir. Bu model kısaca PQWW modeli olarak bilinmektedir. Fakat yapılan deneysel gözlemler teorik ön verilerle örtüşmediği için PQWW modeli yerini görünmez aksiyon modellerine bırakmıştır. Aksiyonların fizikte genel rolünü anlamak için bu model hakkında genel bilgi vermek, diğer modelleri anlamamızda yardımcı olacaktır. Basitlik için tartışmamızı u ve d kuarklarıyla sınırlandıracağız. Bu modelde temel fikri kiral yük kavramını kuarklar dışında tanımlanan Higgs alanına genişletmektir. Bunun için Fermiyon-Higgs Yukawa etkileşimlerini ele almamız gerekir:

$$\mathcal{L}_m = \frac{\sqrt{2}m_u}{v_2} \bar{\Psi}_L \Phi_2 u_r + \frac{\sqrt{2}m_d}{v_1} \bar{\Psi}_L \Phi_1 d_r \quad (3.10)$$

Skaler yük Q_{PQ} 'e ek olarak, alanların ayar dönüşümü için kiral dönüşümleri

$$\Psi_L \rightarrow e^{-i\alpha_L} \Psi_L, \quad u_R \rightarrow e^{-i\alpha_{u_R}} u_R, \quad d_R \rightarrow e^{-i\alpha_{d_R}} d_R \quad (3.11)$$

ve

$$\Phi_1 \rightarrow e^{-i\alpha_1} \Phi_1, \quad \Phi_2 \rightarrow e^{-i\alpha_2} \Phi_2 \quad (3.12)$$

dönüşümü kullanılabilir. Fazlar

$$\alpha_1 = \alpha_L - \alpha_{d_R}, \quad \alpha_2 = \alpha_L - \alpha_{u_R} \quad (3.13)$$

ilişkilerini sağlıyorsa, Yukawa etkileşimi PQ simetrisi altında invaryant kalır. Fakat Denklem (3.13)'de en az iki bağımsız Higgs ikilisine yani farklı Q yüklerine sahip iki Higgs'e ihtiyaç duyulduğundan bu invaryantlık SM'de sağlanmamaktadır. Elektrik yükü Q ve hiper yük Y Standart Modelde'ki Higgs alanı ile ilişkilendirilir. Elektrozayıf simetri kırılması sonucunda, Y 'yi taşıyan kısımdan Higgs'in PQ yükünü taşıyan kısmı çıkarılmalıdır, çünkü bu kısma ait simetri bozulduktan sonra nötr Z bozonunun üçüncü bileşeni tarafından soğrulur. Ayrıca SM'nin Q_{PQ} 'yu taşıyabilmesi için hiper yükü değil, skaler alanları birleştirmemiz gerekir, aksi takdirde Q_{PQ} yükünden gelen istenmeyen bir ek etkileşim içerecektir. Sonuç olarak, $v_i = \sqrt{2} \langle \phi_0 \rangle$ 'nin Φ_i alanlarının vakum beklenen değerlerine karşılık gelen

$$a \sim -Im(\phi_1^0) \frac{v_2}{v} + Im(\phi_2^0) \frac{v_1}{v}, \quad v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 247 GeV \quad (3.14)$$

konfigürasyonunu benimseyebiliriz. Ardından, diğer bileşenlerden bağımsız olarak, aksiyon Φ_i 'lere

$$\Phi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} v_1 \exp\left(\frac{i a}{x v}\right) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \Phi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} v_2 \exp\left(\frac{i a x}{v}\right) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad x = \frac{v_1}{v_2} \quad (3.15)$$

şeklinde yerleştirilebilir. Aksiyon alanının benimsenen formu için, Denk.(3.13)'deki PQ dönüşümü aksiyon alanını

$$a \rightarrow a + \alpha v \quad (3.16)$$

şekline dönüştürür. Burada α faz uzayıdır. Her alanla ilişkili yükler model tarafından belirlenmektedir. Sol elli fermiyonlar için yük $Q_{PQ} = 0$ 'dır. d_R ve u_R ise sırasıyla sadece

Φ_1 ve Φ_2 'ye ilişkili olduğu varsayılmaktadır. Bu durumda

$$\alpha_{d_R} = \frac{\alpha}{x} \quad \alpha_{u_R} = \alpha x \quad (3.17)$$

şeklinde yazılır. $U_A(1)$ akımı taşıyan Q_{PQ} yükü ise

$$j_{PQ}^\mu = -v\partial^a + x\bar{u}_R\gamma^\mu u_R + \frac{1}{x}\bar{d}_R\gamma^\mu d_R \quad (3.18)$$

şeklinde hesaplanır. Kiral akımının renk anomalisi katkısına ek olarak,

$$\partial_\mu j_{PQ}^\mu = (x + \frac{1}{x}) \frac{g_s^2}{16\pi^2} \text{Tr}[\tilde{G}_{\mu\nu}G^{\mu\nu}] \quad (3.19)$$

Aksiyon'un $\mathcal{L}_\theta$ lagranjiyeniyle ilişkilendirmek için Φ_i parametresindeki aksiyon alanını yok edecek dönüşüm uygulamamız gerekmektedir. O halde u_R ve d_R

$$u_R \rightarrow e^{-i\frac{a}{x}} u_R, \quad d_R \rightarrow e^{-i\frac{a}{x}} d_R \quad x = \frac{v_1}{v_2} \quad (3.20)$$

şeklinde yeniden dönüştürülür. Bunun bir sonucu olarak denklem (2.57) ve (2.59)'de tartışıldığı gibi kütle terimleri

$$\frac{a}{v}(x + \frac{1}{x}) = \frac{a}{v} N \quad (3.21)$$

fazı kazanır, ve bu θ 'nin değerini

$$\theta \rightarrow \theta + \frac{a}{v} N \quad (3.22)$$

şeklinde değiştirmeye eşdeğerdir. Burada N modele bağlı bir katsayı $x = \frac{v_2}{v_1}$ 'dir. Bunu denklem (3.19) yazıp düzenlersek,

$$\theta + \frac{a}{v} N \frac{g_s^2}{16\pi^2} \text{Tr}[\tilde{G}_{\mu\nu}G^{\mu\nu}] \quad (3.23)$$

aksiyon için potansiyel denklemini elde etmiş oluruz.

Denklem (3.20)'teki ilişki, bize fermiyonlarla ile aksiyon etkileşimini sağlandığını gösterir. Bu etkileşmenin nedeni, fermiyonun kinetik enerjisinin, aksiyona türev eşleşmeleri

indüklemesidir. O halde, aksiyon alanını içeren Lagrange,

$$\mathcal{L}_{aksiyon} = \frac{1}{2} \partial_\mu a \partial^\mu a + \frac{1}{v} \left[\partial_\mu a \sum_i (x \bar{u}_{iR} \gamma^\mu u_{iR} + \frac{1}{x} \bar{d}_{iR} \gamma^\mu d_{iR}) + N a \frac{g_s^2}{16\pi^2} \text{Tr} [\tilde{G}_{\mu\nu} G^{\mu\nu}] \right] + \frac{1}{v} \left[\partial_\mu a \frac{1}{x} \sum_i \bar{l}_{iR} \gamma^\mu l_{iR} + E a \frac{e^2}{32\pi^2} \tilde{B}_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \right] \quad (3.24)$$

şeklinde yazılır. Burada,

$$B_{\mu\nu} = F_{EM}^{\mu\nu} - \tan \theta_W F_Z^{\mu\nu} \quad (3.25)$$

$$N = N_g \left(x + \frac{1}{x}\right), \quad E = 2N_g \left(\frac{4}{3}x + \frac{1}{3x} + \frac{1}{x}\right)$$

olur. Yukardaki denklemi özetlemek gerekirse, ilk kısım güçlü etkileşmelerdeki tüm fermiyonları, ikinci kısım elektrozayıf etkileşimdeki tüm fermiyonları içermektedir. $B^{\mu\nu}$ elektromanyetik alan $F_{EM}^{\mu\nu}$ le nötr akım alanı $F_Z^{\mu\nu}$ nin bir karışımı olan $U(1)$ ayar alanı ve θ_W Weinberg açısıdır. N ve E parametreleri modele bağlı parametrelerdir. Aksiyon, kiral anomali terimi aracılığıyla ışıınım yoluyla kütle kazanır. Etkin bir kütle terimi $-m_a^2 a^2$, $a \rightarrow GG \rightarrow a$ sanal süreci tarafından oluşturulur; burada GG , döngü sürecidir (loop process). Bu nedenle, aksiyon kütlesi denklem (3.24)'daki a katsayısının beklenen değeri ile orantılıdır. Değeri, düşük enerjili akım cebiri kullanılarak veya düşük enerji etkin bir Lagrange formüle edilerek elde edilmiştir [46, 45]. Burada, onların sonucunu alıntılıyoruz,

$$m_a^2 = \frac{m_\pi^2 F_\pi^2}{v^2} N_g^2 \frac{m_u m_d}{(m_u + m_d)^2} \simeq 74 \left(x + \frac{1}{x}\right) keV \quad (3.26)$$

Burada $F_\pi \sim 93 MeV$ pion bozunum sabiti, N_g kuark nesillerini verir. a aksiyonu, π ve v ile aynı kuantum sayısına sahiptir ve bunlarla karıştırılması mümkündür. Aksiyon'un fermiyonlarla etkileşim sabiti $\sim 1/v = (\sqrt{2}G_F)^{1/2}$ tarafından verildiğinden, temelde zayıf bir etkileşimdir. Laboratuar çalışmalarında algılanabilir sinyalleri öngördüğü için PQWW aksiyonu görünür durumdadır. Bununla birlikte, J/Ψ ve Υ bozunmalarının dallanma oranı [66] ve K^+ bozunumu [67] üzerindeki deneysel kısıtlamalar, PQWW aksiyonunun teorik tahminleriyle çelişmektedir. Nükleer uyarılmalar, reaktör deneyleri ve beam dump deneyleri gibi diğer çalışmalar da PQWW modelinin tahminleriyle çelişiyordu [68]. İlk PQWW modeli, bu bulguların bir sonucu olarak reddedilmiş görünüyordu. Öte yandan, PQ simetri kırılmasının v_{PQ} ölçeği, elektrozayıf ölçeği $v_{PQ} \sim (\sqrt{2}G_F)^{1/2}$ tarafından verildiği sürece, aksiyonun var olması için hiçbir yer kalmaz. Bu nedenle, PQ simetrisinde kaybolan $\mathcal{L}_\theta$ 'nin kökenini bulmak için, şimdiye kadar yapılmış deneylerin tespit edemediği bir değer olan

v_{PQ} 'yu çok büyük yapmalıyız. Bu tür aksiyonlar, genel olarak görünmez aksiyonlar olarak bilinmektedir.

3.3. GÖRÜNMEZ AKSİYON MODELLERİ

PQWW aksiyon modelinin doğasının elektrozayıf simetri kırılma ölçeğiyle bağlantılı olmayışı yeni aksiyon modellerinin ortaya çıkmasına sebep olmuştur. Görünmez aksiyon için çeşitli modeller vardır. Bu modeller için ortak özellikler başlıca, PQ simterisi Q_{PQ} 'yu yükü taşır ve çok büyük bir vakum beklenti değerine sahiptir. Aynı zamanda, her ikisi SM'de $SU(2) \times U(1)$ cinsinden bir singlettir. Bu, sıradan parçacıkla yalnızca $U(1)_{PQ}$ simetrisi yoluyla etkileşime girdiği anlamına gelir. Modeller, sıradan parçacıklara hangi Q_{PQ} 'nin uygulandığına bağlı olarak farklılık gösterir. Aşağıda Kim–Shifman–Vainshtein–Zakharov (KSVZ) [69, 70] ve Dine–Fischler–Srednicki–Zhitnitsky (DFSZ) [86, 80] olarak bilinen iki modeli inceleyeceğiz.

3.4. KSVZ MODELİ

Sıradan bir fermiyon Q_{PQ} yükü taşımaz, ancak Q_{PQ} yükü taşıyan yeni (muhtemelen çok ağır) bir kuark K 'in varlığını varsayar.

$$\mathcal{L}_K = -h\bar{K}_L\sigma K_R + \dots, \quad \sigma = \frac{v_{PQ}}{\sqrt{2}}e^{\frac{ia}{v_{PQ}}} \quad (3.27)$$

KSVZ modelinde, [69, 70] aksiyon, ek bir elektrozayıf tekil skaler alanının bir fazı olarak bilinir. Gözlenen kuarkların kütleleri aşırı büyük olacağından, bilinen kuarkların böyle bir alana doğrudan bağlanması imkansızdır. Alternatif olarak, skaler, aynı zamanda elektrozayıf bir singlet olan ikinci bir ağır kuark ile birleştirilir. Ağır kuark ve d iğer alanlar arasındaki etkileşimin bir sonucu olarak, aksiyon eşleşmesi üretilir. Yalnızca K_R 'nin Q_{PQ} yükü taşıdığını varsayarsak, PQWW modeline benzer argümanlar bize aksiyon'un anomali yoluyla sıradan parçacıklarla etkileşebileceğini söyler. Q terimini içeren Lagrange

$$\mathcal{L}_Q = \frac{a}{v_{PQ}} \left[\frac{g_s^2}{16\pi^2} \text{tr}[\tilde{G}_{\mu\nu}G^{\mu\nu}] + 3(Q_{KEM})^2 \frac{e^2}{16\pi^2} \tilde{F}_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \right] \quad (3.28)$$

şeklinde. Burada Q_{KEM} , K kuarkının elektrik yükü ve $F_{\mu\nu}$ elektromanyetik alan kuvvetidir. Etkileşim, $\nu \rightarrow \nu_{PQ}$ değişimi dışında PQWW modeli ile hemen hemen aynıdır. KSVZ aksiyonu, tree-level seviyesinde elektrona bağlanmaz ve hadronik aksiyon [72] adlandırılır.

3.5. DFSZ MODELİ

Sıradan fermiyonlar Q_{PQ} yükü taşır. Sonuç olarak, model, PQWW modelinde olduğu gibi iki Higgs alanı gerektirir. Ayrıca KSVZ modelinin aksine Dine-Fischler-Srednicki-Zhitnisky tarafından önerilen (DFSZ) modelinde [86, 80], QCD anomalisi ağır bir kuark dahil etmeye gerek yoktur. Bununla birlikte, sıradan fermiyonlar doğrudan σ ile etkileşemezler, ancak Higgs potansiyeli aracılığıyla etkileşebilirler:

$$\mathcal{L} = k\Phi_1^T C(\sigma^\dagger)^2 \Phi_2 + \dots \quad (3.29)$$

σ alanı, kuartik bağlaşım yoluyla sıradan Higgs ile birleşir. $\nu_{PQ} \gg v$ limitinde, üç Higgs alanı aşağıdaki formu alır. Bunlar,

$$\sigma = \frac{\nu_{PQ}}{\sqrt{2}} e^{\frac{ia}{\nu_{PQ}}}, \quad \Phi_1 = \frac{\nu_1}{\sqrt{2}} e^{\frac{iX_1}{\nu_{PQ}}} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \Phi_2 = \frac{\nu_2}{\sqrt{2}} e^{\frac{iX_2}{\nu_{PQ}}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

şeklinde verilir. Diğer parçacıklara kuplajlar, $\nu \rightarrow \nu_{PQ}$, $x \rightarrow X_2$ ve $1/x \rightarrow X_1$ ikameleri dışında standart aksiyon ile aynı forma sahiptir. Burada X_1 ve X_2 'i

$$X_1 = \frac{2\nu_2^2}{\nu^2}, \quad X_2 = \frac{2\nu_1^2}{\nu^2} \quad (3.31)$$

şeklinde seçelim. Denklem (3.29)'deki σ etkileşimi $a \rightarrow a + \alpha \nu_{PQ}$ dönüşümü altında değişmezdir. Yalnızca etkileşim kuvveti bir $(2\nu_1 \nu_2 / \nu \nu_{PQ})$ faktörü kadar küçüktür. DFSZ aksiyonu, lepton ile tree-level düzeyinde bir etkileşime sahiptir.

Son olarak, fenomenolojiyi tartışırken faydalı olacak kütle ve birleştirme kuvveti değerlerini verelim. Mevcut cebir veya fenomenolojik Lagranjiyenin sonucu olan efektif Lagrange'de

görünürler.

$$m_a = \frac{m_\pi F_\pi}{f_a} \frac{\sqrt{z}}{1+z} = 6.3 \mu eV \left(\frac{10^{12} GeV}{f_a} \right) \quad (3.32)$$

$$f_a = \frac{v_{PQ}}{N}, \quad F_\pi = 93 MeV, \quad z = \frac{m_u}{m_d} = 0.56 \pm 0.042$$

Buradan aksiyon'un foton ve fermiyon ile etkileşimi aşağıdaki gibi özetlenebilir [82, 85, 72]

$$\mathcal{L}_{a\gamma\gamma} = -\frac{1}{4} g_{a\gamma\gamma} a G_{\mu\nu}^b \tilde{G}^{\mu\nu b} = -g_{a\gamma\gamma} a \vec{E} \cdot \vec{B}$$

$$g_{a\gamma\gamma} = \frac{e^2}{8\pi^2 f_a} \left(\frac{E}{N} - \frac{2}{3} \frac{4+z}{1+z} \right) = \frac{\alpha}{2\pi} \left(\frac{E}{N} - \frac{2}{3} \frac{4+z}{1+z} \right) \frac{1+z}{\sqrt{z}} \frac{m_a}{m_\pi F_\pi} \quad (3.33)$$

$$N = \sum_i Q_{PQ\ i} \quad E = 2 \sum_i Q_{PQ\ i} Q_i^2 N_{ci}$$

N ve E parametreleri, sırasıyla renk anormalliklerinde ve elektromanyetik anormalliklerde meydana gelen modele bağlı katsayılardır. Büyük birleşik teoriler (GUT) (DFSZ modeli dahil) için E/N oranı [75] $E/N = 8/3$ 'tür. KSVZ modeli için $E/N = 0$ 'dır. $Q_{PQ\ i}$, i .nci fermiyonun PQ yüküdür, Q_i , proton yükünün birimlerindeki elektrik yüküdür ve N_{ci} , renk serbestlik derecesidir (kuarklar için üç ve leptonlar için bir). Foton etkileşmesinde renk katsayılarının N renk katsayılarının ortaya çıkmasının nedeni, aksiyonun π^0 ve η 'le etkileşime girmesidir. İki foton bozunma oranı

$$\Gamma(a \rightarrow \gamma\gamma) = 1.1 \times 10^{-24} s^{-1} \left(\frac{m_a}{eV} \right)^5 \quad (3.34)$$

şeklinde verilir.

Aksiyonların fermiyonlarla etkileşimi [76] şu şekilde verilir:

$$\mathcal{L}_{af} = -g_{aff} \bar{\Psi}_f i \gamma^5 \Psi_f a$$

$$g_{aff} = \frac{C_f m_f}{f_a}, \quad \alpha_{aff} = \frac{g_{aff}^2}{4\pi} \quad (3.35)$$

Boyutsuz kombinasyon $g_{aff} = C_f m_f / f_a$, bir Yukawa etkileşim sabiti ve bir "ince yapı sabiti"nin α_{aff} rolünü oynar. m_f , fermiyon kütlesidir ve C_f , modele bağlı bir parametredir. KSVZ modeli gibi hadronik aksiyon modellerinde aksiyonlar leptonlara ağaç (tree level) düzeyinde etkileşimlere sahiptir. Öte yandan, DFSZ modelinde, aksiyonlar

elektronlarla etkileşime girer, böylece $C_e = \cos^2 \beta / N_g$, $\tan \beta = v_1 / v_2$ iki Higgs vakum beklentisi değerinin oranıdır ve N_g , nesil sayısıdır. Proton C_p ve nötron C_n ile etkileşim katsayısı [77]'de hesaplanır, ancak esas olarak kuark kütlelerinin tahmininden gelen bazı belirsizlikler içerirler. Tablo 3.1'den KSVZ aksiyonunun elektrona doğrudan etkileşmediği

Tablo 3.1: DFSZ ve KSVZ modeli için etkileşim sabiti

	DFSZ	KSVZ
$g_\gamma = (E/N - 1.92)/2$	0.37	- 0.96
C_e	$(1/3) \cos^2 \beta$	0
C_p	$-1000.45 \cos^2 \beta$	- 0.39
C_n	$0.18 + 0.39 \cos^2 \beta$	0.04

ve fotonla etkileşme kuvvetinin DFSZ modeline kıyasla yaklaşık 10 kat daha büyük olduğu görülmektedir.

3.6. AKSİYON KÜTLESİ VE POTANSİYEL

Aksiyon kütlesinin QCD etkisinden dolayı oluştuğunu bir önceki bölümlerde gösterdik. Bu, QCD etkisinin ihmal edilebilir hale geldiği sınırdaki aksiyonun kütlesiz hale geldiği veya başka bir deyişle kiral simetrisinin restore edildiği anlamına gelir. Bu, evrenin sıcaklığı QCD ölçeğini $\sim \Lambda_{QCD}$ aştığında meydana gelir. Bu nedenle, sıcaklık yeterince yüksekse, $T \gtrsim \Lambda_{QCD}$ aksiyon kütlesi T sıcaklığına bağlıdır. Sonlu sıcaklık aksiyon kütlesini tahmin etmek için, sonlu sıcaklıkta kuark-gluon plazmasında QCD'nin perturbatif olmayan etkisini araştırmak gerekir [72, 78, 79]. Yakın etkileşimli instanton sıvı modeli (EISM) [74] içindeki tüm sıcaklıklarda geçerli olan m_a 'nın sıcaklık bağımlılığını sunulmuştur. Sayısal sonuca uygun olarak, $m_a(T)$ için

$$m_a(T)^2 = c_T \frac{\Lambda_{QCD}^4}{f_a^2} \left(\frac{T}{\Lambda} \right)^{-n} \quad (3.36)$$

$n = 6.68$, $c_T = 1.68 \times 10^{-7}$ olan kuvvet yasası ifadesini elde edilmiştir. Burada Λ_{QCD} , etkileşimli instanton sıvı modelindeki kiral kondensat $\langle \bar{q}q \rangle$ için kendi kendine tutarlılık ilişkisi çözülerek belirlenir [74]. Bu prosedür, toplam 44 MeV hatasıyla $\Lambda_{QCD} \approx 400$ MeV verir: $\Lambda_{QCD} = 400$ MeV için en uygun formül denklem (3.36)'den elde edilir. Denklem (3.36)

$T = 0$ sıcaklığında, kütle

$$m_a(0)^2 = c_0 \frac{\Lambda_{QCD}^4}{f_a^2} \quad (3.37)$$

sonucunu verir.

Şimdi aksiyon alanının potansiyelinin ele alalım. Denk.(3.8)'de açıklandığı gibi, aksiyon alanı için etkin potansiyel, fonksiyonel integral

$$B = \exp\{-V_4 V(a)\} = \int dA_\mu \det(\gamma_\mu D_\mu + m) \exp(-S_g - S_{a-g}) \quad (3.38)$$

ile verilir; burada V_4 , 4 boyutlu Öklid uzay-zamanın hacmi, $V(a)$ aksiyon potansiyeli, γ_μ , Dirac matrisleridir, D_μ , kuark alanları üzerinde etkili olan ayar kovaryant türevidir. S_g ve S_{a-g} sırasıyla gluon alanları ve aksiyon-gluon etkileşim terimi için eylemlerdir. Burada, basitlik için denklem (3.8)'e bırakılan kuark determinanı $\det(\gamma_\mu D_\mu + m)$ 'yi dahil ettik. Daha sonra, aksiyon kütlesi şu şekilde tanımlanır:

$$m_a^2 = \frac{\partial^2 V}{\partial a^2} = \frac{m_\pi^2 f_\pi^2}{f_a^2} \frac{m_u m_d}{(m_u + m_d)^2} \quad (3.39)$$

Sıfır sıcaklıkta, denklem (3.38) seyreltik gaz yaklaşımı yoluyla analitik olarak hesaplanabilir [74]

$$B = \sum_{n, \tilde{n}} \frac{1}{n! \tilde{n}!} V_4^{n+\tilde{n}} B_I^{n+\tilde{n}} \exp\{i\bar{\theta}(n - \tilde{n})\} \quad (3.40)$$

$$B_I = \int d\rho n(\rho) \quad (3.41)$$

$$n(\rho) = \rho^{b-5} \Lambda_{QCD}^b \left(\frac{8\pi^2}{g^2}\right)^{2N_c}, \quad C_{N_c} \prod_f^{N_f} \det(\gamma_\mu D_\mu + m_f) \quad (3.42)$$

$$b = \frac{11}{3}N_c - \frac{2}{3}N_f, \quad C_{N_c} = \frac{0.466 \exp(-1.679N_c)}{(N_c - 1)!(N_c - 2)!} \quad (3.43)$$

Burada $\bar{\theta} = a/F_a$ ve B_I tekli instanton katkısı, $n(\rho)$ instanton yoğunluğu, g^2 bağlantı sabiti, N_c renk sayısı, N_f ise fermiyon sayısıdır. Denklem(3.41)'den, aksiyon alanı için potansiyel

$$V(a) = -2 \int d\rho n(\rho) \cos\left(\frac{a}{f_a}\right) \quad (3.44)$$

elde edilir. Denklem (3.39) ile bu sonucu birleřtirirsek,

$$V(a) = m_a^2 f_a^2 \left(1 - \cos \frac{a}{f_a} \right) \quad (3.45)$$

(3.45)'daki m 'yi denklem (3.36)'de verilen $m_a(T)^2$ ile değiştirerek sonlu sıcaklıktaki aksiyon potansiyelini basitçe hesaplarız. Bu yaklaşım, en azından potansiyelin yüksekliğinin tahmini için gerçeklikten uzak değildir, çünkü denklem (3.36), $T = 0$ 'dan başlayarak çok yüksek sıcaklıklara kadar EISM tarafından yönlendirilir.



4. BULGULAR

4.1. AKSİYON KOZMOLOJİSİ

Aksiyonların Evren'in erken döneminde kozmolojiyle olan ilişkisini iki önemli fiziksel süreç belirler. Küresel $U(1)_{PQ}$ simetrisinin yüksek bir enerji ölçeğinde kendiliğinden kırılması sonucu, aksiyon parçacığı, karmaşık bir skaler alanın Nambu-Goldstone serbestlik derecesi, yani faz serbestlik derecesi olarak ortaya çıkar. Daha sonra, $T_{NP} \ll f_a$ pertürbatif olmayan fizik devreye girer ve aksiyon için bir potansiyel sağlar.

Kozmik bir perspektiften, bu, erken ve sıcak bir evrende meydana geldiği anlamına gelir. Yeterince kararlıysa, bu aksiyonun karanlık madde rolünü oynaması mümkün olabilir. İlkel aksiyonları yaratmanın birçok yöntemi vardır. Termal olmayan donma yöntemi, geleneksel termal donma yöntemine ek olarak oldukça etkilidir. Örneğin vakum yeniden hizalama mekanizması farklı senaryolarda topolojik kusurların bozulması yoluyla termal olmayan aksiyon üretimi oluşturur. Aşağıdaki bölümlerde, bu şekilde üretilen aksiyonların, evrenimizdeki gözlemlenebilir karanlık maddeyi'yi açıklamak için güçlü bir aday olabileceğini göstereceğiz.

Aksiyon kütlesi kuantum düzeltmelerinden korunur, çünkü bunların hepsi altta yatan kayma simetrisini bozar ve f_a 'nın güçleri tarafından bastırılması gerekir. Aynı şekilde, standart model alanlarla olan etkileşimler ve öz-etkileşimler de f_a 'nın güçleri tarafından bastırılır (öz-etkileşimler için, kosinüs potansiyelini daha yüksek mertebelere genişleterek bunu kolayca gösterebiliriz). Sonuç olarak, aksiyon hafif, zayıf etkileşimli, uzun ömürlü bir parçacık olarak görünür. Bu özellikler bir simetri ile korunur ve bu nedenle aksiyon, hafif bir skaler alan kullanılarak çözülebilen kozmolojik problemleri ele almak için ideal bir karanlık madde adayı olarak gösterilir.

Zayıf etkileştikleri ve kararlı olmalarından dolayı KSVZ ve DFSZ görünmez aksiyon modelleri karanlık madde için ideal adaylar sayılabilir. Bu bağlamda, görünmez aksiyonların kalıntı bolluğu ile, evrenin mevcut durumunda karanlık madde yoğunluğunu karşılaştırıp aksiyonların erken evrende üretimini açıklamaya çalışacağız. Bu yüzden, erken evren

dönemi, aksiyonların madde bolluğunu açıklamak için ideal bir dönemdir.

4.2. THERMAL ÜRETİM

Aksiyonların termal üretimi ilk defa Turner [105] tarafından incelenmiştir. Çalışmasının esas hedefi termal ve non-termal aksiyon üretiminin sahip olduğu yoğunluğu karşılaştırmak ve fotonların aksiyon bozunmasından potansiyel algılamasını analiz etmektir. Bunun için Turner, q 'nın bir hafif kuark olduğu Primakoff sürecini ve Q 'nın bir ağır kuark olduğu fotoüretimini dikkate almıştır. Primakoff süreci bir atom çekirdeği ile etkileşime giren yüksek enerjili fotonlar tarafından nötr psödoskalar mezonların rezonant üretimidir. Mezonun iki fotona bozunmasının tersi süreci olarak görülebilir ve daha önce nötr mezonların bozunma genişliğinin ölçümü için kullanılmıştır. Bu süreç çok güçlü elektromanyetik alan varlığında aksiyonların fotonlara dönüştürür. Bu süreçler kısaca

$$\begin{aligned} a + q &\leftrightarrow \gamma + q \\ a + Q &\leftrightarrow \gamma + Q \end{aligned}$$

gibi gösterilir. Primakoff sürecinden $f_a < 10^9$ GeV için aksiyonların termal dengede olduğunu gösterilmiş ve aksiyon yoğunluğunu değerlendirirken, $f_a < 4 \times 10^8$ GeV için termal popülasyonun termal olmayandan daha büyük olduğunu bulunmuştur [105]. Bu süreçler dışında aksiyon termalleşmesine katkı sağlayan diğer süreçlerde vardır. Tartışacağımız diğer süreçler f_a 'nın çok daha geniş bir aralığa sahip olduğunu gösterecektir.

Termal üretim fikrine göre aksiyon parçacığı ilkel plazmanın yüksek sıcaklığa ulaştığı anda QCD termal plazma banyosunda oluşmaktadır. Bu aksiyonların termal üretiminin standart modeli olarak bilinmektedir [111]. Bir plazma içinde termal aksiyonların sayı yoğunluğu n_a Boltzmann denklemi

$$\frac{dn_a^i}{dt} + 3Hn_a^i = \Gamma(n_a^{de} - n_a^i) \quad (4.1)$$

ile belirlenir. Burada

$$\Gamma = \sum_i n_i \langle \sigma v \rangle \quad (4.2)$$

$a + i \leftrightarrow 1 + 2$ (i, 1 ve 2 diğer parçacıklardır) aksiyonlarını içeren tüm süreçlerin toplanmasıyla hesaplanan etkileşim hızıdır, n_i , i .nci türün sayı yoğunluğudur, $\langle \sigma_{iv} \rangle$ etkileşimi için ortalama termal etkileşim oranı ve H Hubble parametresidir. Aksiyonların termal üretimi için

$$\Gamma = \frac{1}{n_a^{de}} \int \frac{d\tilde{p}_a}{2E_a} \frac{d\tilde{p}_i}{2E_i} f_a^{de} f_i^{de} (\tilde{\sigma} v 2E_a 2E_i) \quad (4.3)$$

ve tesir kesit alanı

$$(\tilde{\sigma} v 2E_a 2E_i) = \int \frac{d\tilde{p}_1}{2E_1} \frac{d\tilde{p}_2}{2E_2} (2\pi)^4 \delta(p_1 + p_2 - p_a - p_i) \sum |M|^2 \quad (4.4)$$

şeklinde verilir. Denklem (4.3)'de verilen $|M|^2$ serbestlik derecelerinin toplamıdır. Kinetik denge f^{de} 'deki faz uzayı, Fermi-Dirac ve Bose-Einstein dağılımları

$$f^{de} = \frac{1}{e^{(E - \mu)/T} \pm 1} \quad (4.5)$$

tarafından verilir. Bu denge dağılımının iki parametresi vardır, sıcaklık T ve kimyasal potansiyel μ . Burada sıcaklık, sistemdeki enerji yoğunluğu ile, kimyasal potansiyel ise sistemdeki parçacıkların sayı yoğunluğu n ile ilgilidir. Ayrıca kimyasal potansiyel μ 'nin sıfıra gittiği göreceli limiti alacağız. Faz uzayı dağılım fonksiyonunun (4.5) ifadesini kullanarak ve faz uzayına entegre ederek aksiyon için denge sayısı yoğunluğu

$$n_a^{de} = \frac{g}{(2\pi)^3} \int d^3p f^{de} \quad (4.6)$$

şeklinde verilir. Burada g serbestlik derecesi olup aksiyonlar için $g = 1$ 'dir. Termal dengede aksiyonların denge sayısı yoğunluğu

$$n_a^{de} = \frac{\xi(3)}{\pi^2} T^3 \quad (4.7)$$

şeklinde bulunmuştur [106]. Burada $\xi(3)$ Riemann zeta fonksiyonu olup $\xi(3) = 1.202206\dots$, değerini alır. Buradan aksiyonlar için denge sayısı yoğunluğu denklemini yeniden düzenlersek,

$$n_a^{de} = \frac{g}{(2\pi)^2} \int \frac{4\pi p^2 dp}{e^{p/T} - 1} = \frac{\xi(3)}{\pi^2} T^3 \quad (4.8)$$

elde edilir. Şimdi parçacıklar için entropi yoğunluğunu kullanarak

$$s = \frac{2\pi^2}{45} g_{s*} T^3 \quad (4.9)$$

aşağıdaki değişkenleri

$$Y = \frac{n_a^i}{s} \quad \text{ve} \quad Y^{de} = \frac{n_a^{de}}{s} \quad (4.10)$$

yazalım. Denklem (4.10)'deki değerler Boltzmann denklemini basitleştirmek için kullanılacaktır. Burada evrenin genişlemesinin izoentropik olduğunu ve dolayısıyla (sR^3) 'nin sabit kaldığını ve H Hubble parametresi olduğunu kabul edelim. Birlikte hareket eden hacim başına entropinin korunumunun ($S = sR^3 = \text{sabit}$) zamana göre türevini alırsak,

$$\frac{d(sR^3)}{dt} = \dot{s}R^3 + 3sR^2\dot{R} = 0 \quad (4.11)$$

soncunu buluruz. Her tarafı R^3 ile bölüp gerekli sadeleştirmeler yaparsak,

$$\dot{s} = -3sH \quad (4.12)$$

elde ederiz. Öte yandan,

$$\frac{dY}{dt} = \frac{s\dot{n}_a^i - n_a^i\dot{s}}{s^2} = \frac{\dot{n}_a^i + 3Hn_a^i}{s} \quad (4.13)$$

olur. Bu, Boltzmann denklemini aşağıdaki gibi yeniden yazmamızı sağlar:

$$\frac{dY}{dt} = \Gamma(Y^{de} - Y) \quad (4.14)$$

Şimdi $R \propto T^{-1}$, $s \propto T^3$ dikkate alarak ve $x = \frac{f_a}{T}$ seçerek,

$$\frac{d}{dt}(sR^3) = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{d}{dt}(RT) = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{R}{x}\right) = 0 \quad (4.15)$$

elde edilir. Bu bize,

$$\frac{dx}{dt} = Hx \quad (4.16)$$

sonucunu verir. Buradan,

$$\frac{dY}{dt} = \frac{dY}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{dY}{dx} Hx \quad (4.17)$$

elde ederiz. Denklem (4.17)'i denklem (4.14)'de yazarak Boltzmann denklemini

$$x \frac{dY}{dx} = \frac{\Gamma}{H} (Y^{de} - Y) \quad (4.18)$$

şeklinde buluruz. Burada ($g_{\star s} = g_{\star} = \text{sabit}$) kabul edersek, aşağıdaki sonucu elde ederiz:

$$Y^{de} = \frac{n_a^{de}}{s} = \frac{45\xi(3)}{2\pi^4} \frac{1}{g_{\star}} \simeq \frac{0.27}{g_{\star}} \quad (4.19)$$

Şimdi (4.18) denkleminin farklı durumlara entegre edilebileceğini gösterelim. $H \propto T^2$ olduğundan, aşağıdaki nicelik

$$k \equiv x \frac{\Gamma}{H} \quad (4.20)$$

sabit olur. Ayrıca, Y^{de} 'in x 'ten bağımsız olduğu gerçeğini kullanırsak,

$$y \equiv \frac{Y}{Y^{de}} \quad (4.21)$$

yazabiliriz. Denklem (4.20) ve (4.21)'ü denklem (4.18)'de yazarsak,

$$x^2 \frac{dy}{dx} = k (1 - y) \quad (4.22)$$

elde ederiz. Bu denklemin çözmek için x ve y 'ni bir ayırıştırıp her iki tarafın integralini

$$\int \frac{dy}{1-y} = k \int \frac{1}{x^2} dx \quad (4.23)$$

alırsak,

$$y(x) = 1 - Ce^{k/x} \quad (4.24)$$

sonucunu buluruz. Burada $x = 1$ 'de ($T = f_a$) aksiyon olmadığından $y(x = 1) = 0$ başlangıç koşulu olarak belirlenir. $x = 1$ 'de y 'nin değeri büyümeye başlar. $x = k$ 'da ise ($\Gamma = H$)

aksiyonlar QCD plazmasından ayrılır. Ayrıştırma sırasındaki sıcaklık T_D

$$T_D \simeq 2 \times 10^{11} \text{GeV} \left(\frac{f_a}{10^{12} \text{GeV}} \right)^2$$

$x = k$ koşulundan elde edilir. Aksiyonların kalıntı bolluğu, evrenin termal geçmişine bağlıdır. Basitlik için, $T_R > f_a$ şişirmeden sonra PQ simetrisinin bozulduğunu varsayalım, burada T_R şişirme sonrası yeniden ısıtma sıcaklığıdır. $T_R > f_a > T_D$ durumu için denklem (4.24)'i yeniden düzenleyelim:

$$y(x) = 1 - e^{k(1/x-1)} \quad (4.25)$$

Burada $y(x=1) = 0$ başlangıç koşulunu, $T = f_a$ 'da aksiyonlar olmayacağını hatırlayalım. Ayrıştırma sırasında termal spektrumdan sapmanın %5'ten az olmasını gerektirerek,

$$\frac{Y_D}{Y^{de}} = y(x=k) = 1 - e^{k(1/k-1)} > 0.95 \quad (4.26)$$

burada Y_D ayrıştırmadaki Y 'nin değeridir,

$$k > 4 \quad (4.27)$$

elde ederiz. k bu eşitsizliği sağladığında, erken evrende termal bir aksiyon popülasyonu doğar.

Şimdi f_a 'a karşılık gelen aralığı bulmak için Γ 'yi hesaplayalım. Daha önceden etkileşim hızının termal ortalaması Γ , aşağıdaki üç temel süreç

$$\begin{aligned} a + g &\leftrightarrow q + \bar{q} \\ a + q &\leftrightarrow g + q \\ a + g &\leftrightarrow g + g \end{aligned} \quad (4.28)$$

için [106] hesaplanmıştır. Bu süreçler yukarıda bahs ettiğimiz Primakoff ve fotoproduksiyon süreçlerinde edilen sonuçlardan farklı sonuç vermektedir. Denklem (4.3)'ü bu süreçler için yeniden düzenleyip yazalım:

$$\Gamma = \frac{1}{n_a^{de}} = \int \frac{d\tilde{p}_a}{2E_a} \frac{d\tilde{p}_i}{2E_i} f_a^{de} f_i^{de} (2 s \tilde{\sigma}_{KM}) \quad (4.29)$$

Burada $\tilde{\sigma}_{KM}$, kütle merkezindeki normal toplam tesir kesitidir, ancak başlangıç serbestlik derecesi üzerinde bir ortalaması yoktur ve s Mandelstam değişmezidir. Söz konusu işlemler azalan global renge sahip bir plazmada meydana geldiğinden, renk m_D^{-1} 'den daha büyük mesafelerde azalma eğilimi gösterir; burada

$$m_D^2 = g_s^2 \frac{N_c + N_f/2}{3} T^2 = 8 \pi \alpha_s T^2 \quad (4.30)$$

eşitliğini sağlayan QCD Debye kütesidir. Aynı zamanda, $N_c = 3$ $N_f = 6$ olup sırasıyla renk ve çeşni'yi göstermektedir. Tesir kesitini A ve B sabitler olmak üzere yeniden

$$\tilde{\sigma}_{KM} = A \ln\left(\frac{s}{m_D^2}\right) + B \quad (4.31)$$

düzenleyelim. A ve B sabitleri denklem (4.28) etkileşimleri için

$$\begin{aligned} A &= 0, \quad B = \frac{N_f}{6\pi^2} \frac{\alpha_s^3}{f_a^2} \\ A &= \frac{N_f}{\pi^2} \frac{\alpha_s^3}{f_a^2}, \quad B = -\frac{3N_f}{4\pi^2} \frac{\alpha_s^3}{f_a^2} \\ A &= \frac{15}{2\pi^2} \frac{\alpha_s^3}{f_a^2}, \quad B = -\frac{55}{8\pi^2} \frac{\alpha_s^3}{f_a^2} \end{aligned} \quad (4.32)$$

değerlerini alır [106]. Bu değerler kullanılarak (4.28) denkleminde tanımlamış olduğumuz her bir süreç için etkileşim oranı

$$\Gamma_1 = \Gamma(a + g \leftrightarrow q + \bar{q}) = \frac{\alpha_s^3}{F_a^2} T^3 N_f \frac{\xi(3)}{6\pi^4} \quad (4.33)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_2 &= \Gamma(a + q \leftrightarrow g + q) \Gamma(a + \bar{q} \leftrightarrow g + \bar{q}) \\ &= \frac{\alpha_s^3}{F_a^2} T^3 2N_f \frac{\xi(3)}{4\pi^4} \left[\frac{1}{4} \left(9 + \ln 4 - 6\gamma + 6 \frac{\xi'(3)}{\xi(3)} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{9}{4} - \frac{3}{2}\gamma + \frac{3}{2} \frac{\xi'(3)}{\xi(3)} - \frac{3}{2} \ln(2\pi\alpha_s) - \frac{15}{8} \right] \end{aligned} \quad (4.34)$$

$$\Gamma_3 = \Gamma(a + g \leftrightarrow g + g) = \frac{\alpha_s^3}{f_a^2} T^3 \frac{15\xi(3)}{2\pi^4} \left(3 - 2\gamma + \frac{\xi'(3)}{\xi(3)} - \ln(2\pi\alpha_s) - \frac{17}{12} \right) \quad (4.35)$$

ayrıca bulunmuştur [106]. Burada $\gamma = 0.5772 \dots$ olup Euler gama sabiti, $\xi'(3) =$

$-0.1981 \dots$ ise değerini alır. Toplam etkileşim oranı Γ tüm Γ 'lerin toplamı olup

$$\Gamma \approx 7.1 \times 10^{-6} \frac{T^3}{f_a^2} \quad (4.36)$$

şeklinde bulunur. Denklem (4.36) ve denklem (4.20) kullanılarak k değeri,

$$k = \frac{f_a}{T} \frac{\Gamma}{H} \simeq 5 \times \left(\frac{10^{12} GeV}{f_a} \right) \quad (4.37)$$

bulunur. Buda bize

$$f_a < 1.2 \times 10^{12} GeV \quad (4.38)$$

olduğunu söyler. Başka bir deyişle, eğer denklem (4.38) sağlanırsa, aksiyonlar plazmadan ayrılmadan önce termal dengeye girer.

4.3. VAKUM YENİDEN HİZALAMA

Vakum yeniden hizalama mekanizması, erken evrendeki alanların kozmik genişleme tarafından sabitlenen rastgele bir başlangıç durumuna (enflasyon sırasındaki kuantum dalgalanmalarından kaynaklanan) sahip olduğunu varsaymaya dayanır. Aksiyon alanı için vakum yeniden hizalama mekanizması kozmolojik evriminden kaynaklı, büyük ölçüde kalıntı aksiyon üretiminin bir yoludur. Bu modelde inceleyeceğimiz aksiyon alanının kozmik genişleme sonucu ortaya çıkan aksiyon kalıntılarının üretimi olacaktır [87, 88].

Evrenin erken genişleme döneminde aksiyon alanının evrimini göz önünde bulundurarak Standart Model parçacıklarıyla olan tüm etkileşimleri göz ardı edip, sadece yerçekimi ile olan etkileşimi dikkate alalım. Aksiyon alanı için Lagranjiyen

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}(\partial_\mu a)(\partial^\mu a) - V(a) \quad (4.39)$$

şeklinde yazılır [95]. Burada $V(a)$ aksiyon potansiyeli, instantonlarla ilişkili pertürbatif olmayan QCD etkilerinden kaynaklanır [36]. Aksiyon için potansiyeli daha önceki

bölümlerde

$$V(a) = m_a^2 f_a^2 \left[1 - \cos \frac{a}{f_a} \right] \quad (4.40)$$

şeklinde bulmuştuk. Burada aksiyon kütlesi $m_a(t) = m_a(T(t))$ sıcaklığın ve dolayısıyla zamanın bir fonksiyonudur. Boyutsuz yanlış hizalama (misalignment) alanı $\phi(x) = a(x)/f_a$ kullanılarak denklem (4.39) ve (4.40) yeniden düzenlersek, aksiyon alanı için Lagranjiyen ve poyansiyeli

$$\mathcal{L}_\phi = f_a^2 \left[\frac{-1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi) \right] \quad (4.41)$$

$$V(\phi) = m_a^2 (1 - \cos \phi) \quad (4.42)$$

şeklinde elde ederiz.

Bilindiği gibi evrenimizin uzay-zaman metriği Friedmann-Lemaitre-Robertson-Walker (FLRW) metriği ile uyumludur. Bu çözüm, evrenin uzaysal ve dinamik olarak genişlemesine ve küçülmesine olanak tanır. Ayrıca, FLRW metriği evrenin büyük patlamadan 10^{-43} saniye sonra inceleyebileceğimizi dolayısıyla erken evrende karanlık maddenin (aynı zamanda aksiyon parçacığını) oluşumunu araştırmaya bileceğimizi söyler [58]. Bu nedenle uzay-zaman geometrisini veren FLRW metriğinden başlayalım.

$$ds^2 = dt^2 - R^2(t) \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2(\theta) d\phi^2 \right) \quad (4.43)$$

Burada $R(t)$ zamana bağlı ölçek faktörü ($R(t)$ şu an için 1, Büyük Patlama anında ise 0 olarak tanımlanır) r, θ, ϕ ise küresel comoving koordinatları olarak bilinmektedir. Denklemden verilen, k sabiti ise evrenin eğriliğini temsil edecek şekilde özelleştirilmiş uzaysal metriği temsil eder. Örneğin, $k = 0$ sıfır eğrilikli düz evren, $k = +1$ pozitif eğrilikli kapalı evren ve $k = -1$ ise negatif eğrilikli, sürekli eğrilige sahip açık evren modelini temsil etmektedir. Denklem (4.43) Einstein alan denkleminde yerine yazılarak, Friedmann denklemleri

$$H^2(t) = \left(\frac{\dot{R}}{R} \right)^2 = \frac{8\pi G_N}{3} \rho - \frac{k}{R^2} \quad (4.44)$$

$$\frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{4\pi G_N}{3}(\rho + 3p) \quad (4.45)$$

elde edilir. Burada $H(t)$ zamana bağılı Hubble sabiti olarak bilinir ve evrenin genişleme hızını temsil eder. G_N Newton'un kütleçekimi sabitini, ρ ise madde, radyasyon ve vakumu hesaba katan kozmik enerji yoğunluğunu temsil eder. Bu noktada, aksiyon alanının toplam enerji yoğunluğuna çok az şekilde katkıda bulunduğundan H 'nin evriminin, aksiyon alanından etkilenmediğini varsayacağız.

Öte yandan, minimal eşleştirilmiş gerçek skaler alan için eylem

$$S_\phi = \int d^3x \mathcal{L}_\phi \rightarrow \int d^3x R^3(t) \mathcal{L}_\phi = \int d^3x R^3 f_a^2 \left[\frac{-1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi) \right] \quad (4.46)$$

şeklinde yazılır. Aksiyon için, bu eylem yalnızca simetri kırılmasından sonra ve pertürbatif olmayan etkiler devreye girdikten sonra geçerlidir. Pertürbatif olmayan etkiler devreye girmeden önce, aksiyon kütsüz bir parçacıktır. Pertürbatif olmayan etkiler de anında devreye girmez ve potansiyelin zamana bağımlılığı önemli olduğu varsayılır.

Denklem (4.40) Friedmann metriği çözümü ile birleştirilerek

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} - \frac{1}{R^2} \nabla^2 \phi + \frac{dV}{d\phi} = 0 \quad (4.47)$$

şeklinde elde edilir.

Aksiyon enerji yoğunluğu ρ_a ve basınç p_a , enerji - momentum tensörü:

$$T_\beta^\alpha = g^{\alpha\beta} f_a^2 \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - g_\beta^\alpha \left[\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi + V(\phi) \right] \quad (4.48)$$

şeklinde yazılabilir. Aksiyon yoğunluğu için $\rho_a = T_0^0$ ve basınç için $p_a = T_i^i$ olacağından, kabaca ρ_a ve p_a 'i aşağıdaki şekilde bulunur.

$$\begin{aligned} \rho_a &= f_a^2 \left[\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2R^2} (\nabla \phi)^2 + V(\phi) \right] \\ p_a &= f_a^2 \left[\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - \frac{1}{6R^2} (\nabla \phi)^2 - V(\phi) \right] \end{aligned} \quad (4.49)$$

Aksiyon parçacığının kosinüs potansiyelinin tüm büyüklüğünün kullanılması durumunda, ϕ 'in evrim denklemi lineer olmadığından analitik olarak incelemek zorlaşır. Potansiyel

minimumdan yalnızca küçük, $\phi < f_a$, yer değiştirmeleri düşünürsek, aksiyonları modelden bağımsız bir şekilde inceleyebiliriz. Bu durumda potansiyel bir Taylor serisi olarak genişletilebilir ve ϕ için minimum potansiyel

$$V(\phi) \simeq \frac{1}{2} m_a^2 \phi^2 \quad (4.50)$$

harmonik bir denklem biçiminde yazılır. Bu harmonik yaklaşım, evrim denklemini doğrusallaştırarak basit hale getirir. Ayrıca, ϕ , $[-\pi, \pi]$ aralığında herhangi bir değere sahip olabileceğinden, ϕ 'in küçük olduğu varsayımı keyfi gibi görünebilir. Böylelikle, harmonik yaklaşımda ϕ 'in periyodik bir parametre olduğu gerçeği kaybolmakta ve bunun sonucunda alanın gelişimine herhangi bir potansiyel etki göz ardı edilmektedir. Bu sınırlamalara rağmen, harmonik yaklaşımın bir takım avantajları vardır. Çünkü Denk.(4.47)'i analitik olarak çözmemize izin verir. Sonuç olarak, oluşturulan aksiyonların enerjilerinin güvenilir nicel tahminlerinin yanı sıra, aksiyon alanlarının oluşumuna ilişkin niteliksel bir anlayış elde etmiş oluruz. Harmonik yaklaşım için, hareket denklemi

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} - \frac{1}{R^2} \nabla^2 \phi + m_a^2 \phi = 0 \quad (4.51)$$

şeklinde yazılır. Burada H Hubble parametresi, sürtünme ve gradyan terimi ile frekansın kütle teriminin rolünü oynar.

QCD etkileri önemli hale gelmeden çok önce, erken zamanlarda kütle olmadığından aksiyonlar evrenin erken döneminde kütesizdi $m_a(T) \sim 0$. Dolayısıyla evrim denkleminde $H \gg m_a$ ve $T \gg T_{QCD}$ için Hubble sürtünme faktörü baskındır. Bu nedenle, Denk.(4.51) şu şekilde olur:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} - \frac{1}{R^2} \nabla^2 \phi = 0 \quad (4.52)$$

ϕ parametresini Fourier dönüşümü cinsinden $\phi_k = \int d^3k / (2\pi)^3 \phi(\vec{x})$ ifade ederek tekli modların denklemlerinin k ayrıştırıldığını görüyoruz ve böylece

$$\ddot{\phi}_k + 3H\dot{\phi}_k + \frac{k^2}{R^2} \phi_k = 0 \quad (4.53)$$

sonucunu elde edebiliriz. Aksiyon alanının kozmik gelişimi hakkında ilgili bir bilgi edinmek ve enerji yoğunluğunu belirlemek mümkündür. Denk. (4.49) bize $k \neq 0$ olan

aksiyonlardan gelen katkının, sıfır-mod katkısına kıyasla hızlı bir şekilde kırmızıya kaydırılacağını göstermektedir. Sonuç olarak, şimdilik sadece sıfır modunun evrim denklemine odaklanacağız.

$k = 0$ durumu için Denk. (4.52) yeniden yazılacak olursa

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} = 0 \quad , \quad H > m_a \quad (4.54)$$

elde ederiz. Bu nedenle ϕ , başlangıç değeri olan $\phi = \phi_1$ 'e geri döner. Peccei-Quinn simetrisinin kırılmasından dolayı bağlantısız bir bölgedeki misalignment alanı $[-\pi, \pi]$ aralığında herhangi bir değer alabilir. Bu duruma senaryo A diyeceğiz. Bu durumda evrenin PQ simetri kırılması, enflasyon başlamasından önce gerçekleşirse, tek tip ϕ_1 değerlerine sahip bu nedensel bölgelerden biri enflasyon ile genişletilecek ve sonunda yanlış hizalama alanı tüm görünür evreni dolduracaktır. Bunun sonucu, aksiyon alanının ϕ_1 değerinin enflasyondan sonra sabit kalması ve her zaman rastgele bir sayıda tutulmasıdır. Ancak, enflasyon sonrası Peccei-Quinn kırılma senaryosunda durum oldukça farklı olacaktır. Gözlemlenebilir evren, Peccei-Quinn simetri kırılmasını takiben değişen ϕ_1 değerlerine sahip birkaç bölgeden oluşur. Ancak, bu senaryoya girmeden önce, enflasyonun sona ermesinden önceki Peccei-Quinn simetri kırılmasının gerçekleştiği en basit ve en temel durumu inceleyeceğiz.

4.4. ENFLASYON SENARYOLARI

4.4.1. Senaryo A

$\phi = \phi_1$ durumu için $\rho_a = -p_a$ eşit olacağını aklımızda tutmamız gerekir. Bu bize, karanlık enerjiyle aynı durum denklemini verir: Yani $w = P/\rho = -1$ olur. Bununla birlikte, evrenin toplam enerjisine çok az katkıda bulunduğu sürece, aksiyon alanının genel kozmik gelişme üzerinde çok az etkisi olacaktır. Evrenin geç döneminde, ancak aksiyon alanı ϕ_1 durumunda kalırsa, radyasyon ve madde enerjisinin katkılarından daha önemli hale gelebilir ve hızlı genişlemeye neden olabilir. $H \gg m_a$ 'nın gerçekten de Evrenimizin genişlemesinin hızlandığını gördüğümüz geç zamanlarda bile geçerli olabilmesi için aksiyonun özünde kütsüz olması gerekir. Aksiyon bozunma sabiti f_a Planck ölçeğinin ötesinde ve mevcut Hubble hızı $H_0 \sim 10^{-33}$ eV [96] olduğundan sıfıra yakın çok küçük aksiyon küütlesi için bu

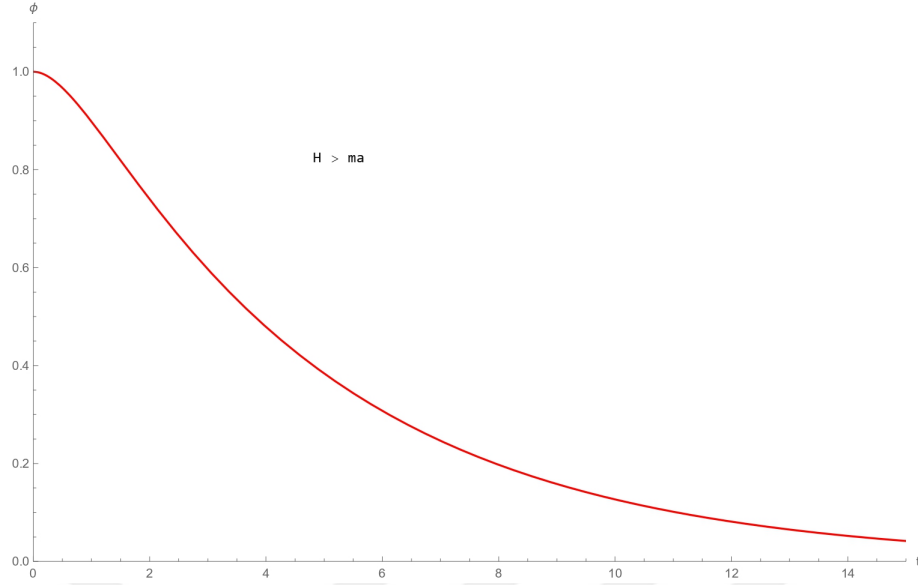
pratikte imkansız gibi görünmektedir.

Kuantum düzeltmeleri, aksiyon kütlesini etkileyemez çünkü hepsi altta yatan kayma simetrisini (shift symmetry) ihlal eder ve f_a güçleri tarafından bastırılması gerekir. Aynı nedenden dolayı, f_a 'nın güçleri aynı zamanda öz-etkileşimleri ve standart model alanlarla olan etkileşimleri de engeller (öz-etkileşimler kosinüs potansiyelinin daha yüksek mertebelere genişletilmesiyle görülebilir). Bu, aksiyonu hafif, zayıf etkileşimli ve dayanıklı bir parçacık yapar. Bu nitelikler, aksiyon'u hafif bir skaler alanla ele alınabilecek kozmolojik sorunları ele almak için uygun bir seçim yapan bir simetri ile korunur.

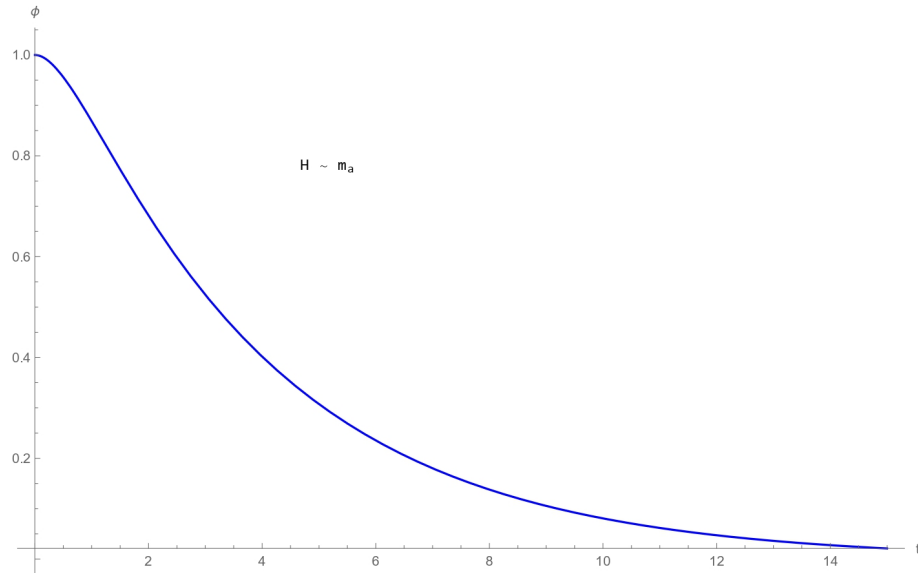
Friedmann denklemlerinden elde edilen zamana bağlı sürtünmeli bir temel harmonik osilatör denklemini

$$\ddot{\phi} + 3H(T)\dot{\phi} + m_a^2(T)\phi = 0 \quad (4.55)$$

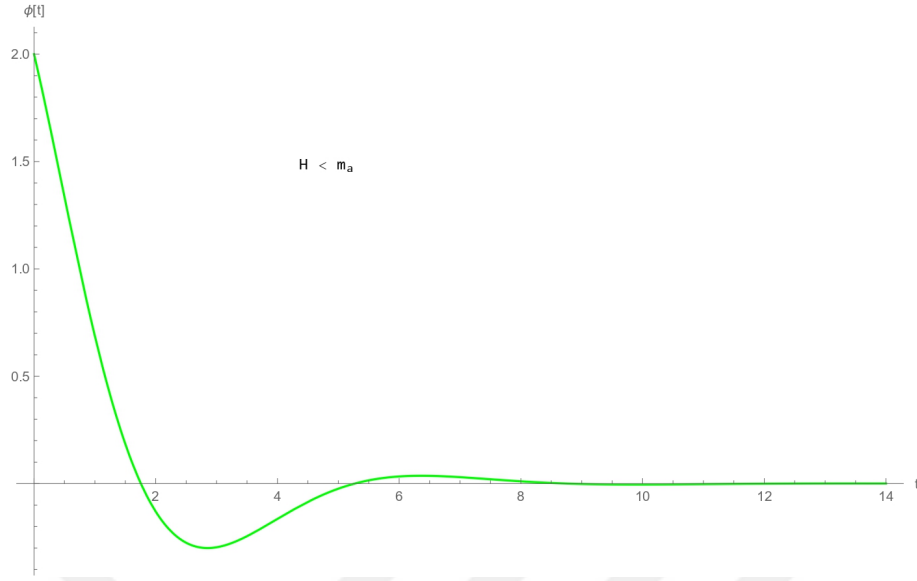
şeklinde yazılır. Pertürbatif olmayan etkiler devreye girdiğinde, aksiyon'un kütlesi sıcaklığa ve Hubble parametresine bağlı olacaktır.



Şekil 4.1: $H > m_a$ olduğu erken zamanlarda, aksiyon alanı aşırı sönümlenir ve Hubble sürtünmesi ile başlangıç değerinde donar. İlk zamanlardaki durum denklemi $w_a = -1$ 'dir ve aksiyon, vakum enerjisine bir katkıda bulunur. Bu nedenle aksiyonlar karanlık enerji ve enflasyon için model görevinde görebilir. Evrenin diğer tüm bileşenleri, bazı negatif güçler olarak ölçeklenir. Eğer aksiyon, hala $w_a < -1/3$ ile aşırı sönümlenmişken enerji yoğunluğuna hükmedebilirse, hızlandırılmış bir genişleme periyodu sürebilir. Bu periyodun uzunluğu, aksiyon enerji yoğunluğuna hakim olduğunda H/m_a oranına bağlıdır ve bu da alanın ilk yer değiştirmesiyle sabitlenir (enflasyonda bu, yavaş dönüş parametrelerinin değerlerini sabitler).



Şekil 4.2: $H \sim m_a$ ve aksiyon alanı salınmaya başladığında meydana gelen aşırı sönümlü hareketten düşük sönümlü harekete geçiş, aksiyon alanının oluşumunda önemli bir adımdır.



Şekil 4.3: $H < m_a$ olduğunda, aksiyon alanı sönümlenir ve salınımlar başlar. Durum denklemi $w_a = 0$ civarında salınır ve enerji yoğunluğu $\rho_a \propto a^{-3}$ olarak ölçeklenir. Bu, sıradan madde ile aynı davranıştır ve yanlış hizalama aksiyonlarının geçerli bir karanlık madde adayı olmasının nedeni budur. Λ CDM’de madde-radyasyon eşitliğindeki Hubble hızı yaklaşık olarak $H(a) \sim 10^{-28}$ eV’dir. Bundan daha ağır olan aksiyonlar, radyasyonun hakim olduğu çağda salınımlara başlar ve tüm karanlık maddeyi oluşturmak için uygun adaylardır.

Şimdi arka plandaki evrimi daha iyi anlamak için WKB yaklaşımını kullanalım:

$$\phi(t) = b(t)e^{i\lambda(t)} \quad (4.56)$$

Bu denklemi Denk. (4.55)’e eklersek

$$\frac{\ddot{b}}{b} - \dot{\lambda}^2 + 3H\frac{\dot{b}}{b} + m_a^2 = 0 \quad (4.57)$$

$$\dot{b} + b \left(\frac{3}{2}H + \frac{\ddot{\lambda}}{2\dot{\lambda}} \right) = 0 \quad (4.58)$$

elde ederiz. WKB yaklaşımı için, $b(t)$ ’nin $\lambda(t)$ ’ye göre yavaş değişen bir fonksiyon olduğunu ve $\lambda(t)$ ’deki dinamiklerin frekans mertebesinde olduğunu, yani bizim durumumuzda m_a olduğunu varsayalım. Bu, bize şu denklemleri kullanabileceğimize $\ddot{b}/b$, $H\dot{b}/b \ll \dot{\lambda}_a^2$ söyler. Böylece denklem (4.57)’den

$$\dot{\lambda}^2 = m_a^2 \rightarrow \lambda(t) = \int dt' m_a(t') + const \quad (4.59)$$

denklemini elde ederiz. Öte yandan denklem (4.58) kullanarak

$$\dot{b} + b \left(\frac{3}{2}H + \frac{\dot{m}_a}{m_a} \right) = 0 \quad (4.60)$$

ifadesini elde ederiz. Bu denklemi

$$b(t) = \frac{K}{\sqrt{m_a(t)}} \frac{1}{t^{\frac{3}{4}}} \quad (4.61)$$

seçerek çözebiliriz. K burada herhangi bir sabittir. Bu sonuçlara dayanan ansatzımız, $\phi(t)$ 'nin

$$\phi(t) = \frac{1}{t^{\frac{3}{4}}} \frac{K}{\sqrt{m_a(t)}} \cos \int dt' m_a(t') \quad (4.62)$$

şeklinde olduğu sonucuna götürür. Burada K başlangıç koşulları tarafından belirlenir. Bu parametreyi belirlemek için, ρ_a enerji yoğunluğunun evrimini incelememiz gerekir. Salınım yapmaya başlamadan önce, alan orijinal değeri ϕ_1 'de donar ve ρ_a sabit kalır. Bu nedenle, adyabatik süreç boyunca,

$$b^2(t)m_a(t) \propto t^{-3/2} \propto R(t)^3 \quad (4.63)$$

olur. Aksiyon alanının sıfır momentum modu, $H > m_a$ için

$$\rho_a(t) = \frac{1}{2} f_a^2 m_a^2(t) \phi_1^2 \quad (4.64)$$

enerji yoğunluğuna sahiptir ve hareketsiz durumdaki aksiyonların tutarlı bir durumunu tanımlar. Bu nedenle, birlikte hareket eden hacim başına sıfır momentumlu aksiyon sayısı korunur. Sonuç, aksiyon kütleindeki değişiklikler adyabatik olduğu sürece geçerlidir. Alan salınmaya başladığında, $\phi(t)$ için çözümümüzü denklem (4.62)'de uygulayanmalıdır. Böylece, karakteristik frekans m_a ile hızla salınan bir bileşenden ve yavaş gelişen bir zarftan oluşur. Hızlı salınımların ortalamasını alarak enerji salınımlarının değeri $H < m_a$ için

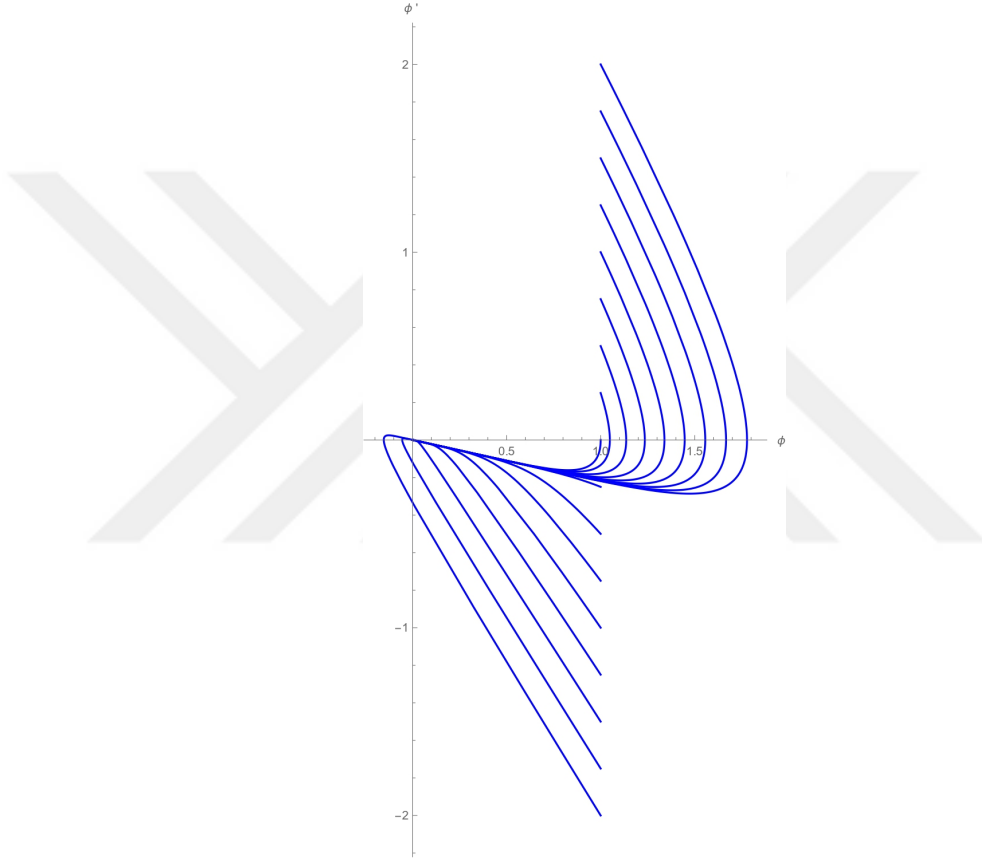
$$\langle \rho_a(t) \rangle = \frac{K^2}{2m_a(t)} \frac{f_a^2 m_a^2(t)}{R^3} \quad (4.65)$$

şeklinde bulunur. Alan salınım yapmaya başladığında denklem (4.64) ve (4.65) bir enerji yoğunluğu ρ_a oluşturmak için birleştirilmelidir. Bu zaman periyodunun $t = t_1$, $T = T_1$

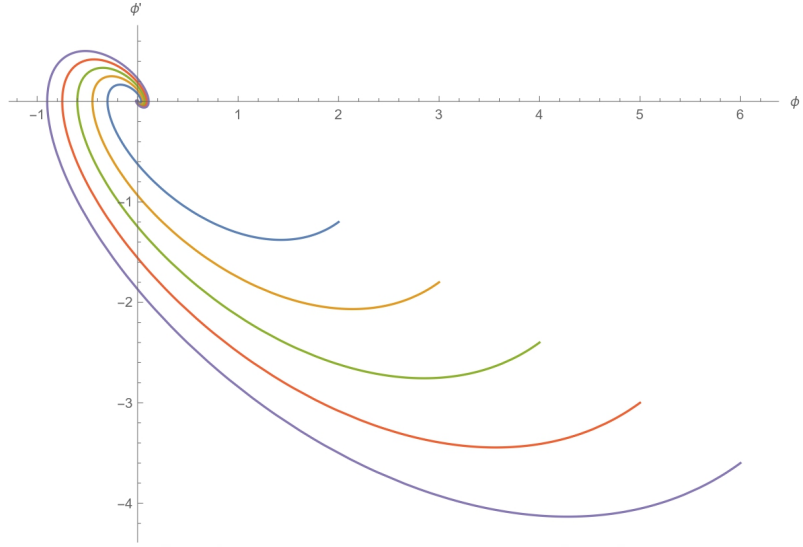
sıcaklığında olduğunu varsayalım. Kütle ile Hubble sürtünme bileşeni aynı hizaya geldiğinde $3H(T_1) = m_a(T_1)$ sıcaklık tahmin edilebilir. $T = T_1$ durumunda denklem (4.64) ve (4.65)'i eşitlersek

$$K^2 = m_a(T_1)R^3(T_1)\phi_1 \quad (4.66)$$

elde edilir.



Şekil 4.4: Yer değiştirmenin parametrik çizimi ve farklı başlangıç değerleri için, sönümlü osilatör, aksiyonlar için karakteristik bir resim oluşturur ($H > m_a$).



Şekil 4.5: Farklı başlangıç değerleri için sönümlü osilatörün Faz Diyagramı ($H < m_a$)

$T < T_1$ durumunda ise enerji yoğunluğu

$$\rho_a(T) \simeq \frac{1}{2} f_a^2 m_a(T_1) m_a(T) \left(\frac{R(T_1)}{R(T)} \right)^3 \phi_1^2 \quad (4.67)$$

olur. $\phi(t)$ 'nin tamamen farklı iki davranışını bir araya getirdiğimiz için, bu sonuç elbette sadece bir tahmin olarak kabul edilebilir. Bu aslında ikisi arasında kusursuz bir geçiş olmalıdır. Buna karşılık, enerji yoğunluğu $\rho \sim m_a(t) R(t)^2$ gibi davranır, bu da önemli bir sonuçtur. Bu, bu yeniden hizalama mekanizması aracılığıyla üretilen aksiyonların sayı yoğunluğunun $n_a \equiv \rho_a/m_a \propto R^3$ sayı yoğunluğunun, alan salınmaya başlar başlamaz korunduğu anlamına gelir.

Ayrıca, basıncı belirlemek için $\phi(t)$ sonucunu ve son olarak hızlı salınımların ortalamasını bir kez daha alarak aksiyon için basıncı

$$\langle p_a \rangle = 0 \quad (4.68)$$

bulunur. Böylece, aksiyon yoğunluğunu gösteren n_a ve $w = 0$ durum denkleminde birlikte, yeniden hizalama mekanizmasıyla oluşan aksiyonların CDM gibi davrandığı sonucuna varırız.

4.4.2. Senaryo B

Enflasyon sonrası senaryoda Peccei-Quinn simetri kırılmasından sonraki evrenin, ϕ için farklı değerlere sahip birçok yamadan oluştuğunu hatırlayalım. Bu yamaların boyutu temel olarak nedensel ufuk ve dolayısıyla Hubble oranı $H(T)$ tarafından sabitlenir. Aksiyon alanı için bu çok homojen olmayan başlangıç koşullarının, enerji yoğunluğunda büyük eş eğrilik dalgalanmalarına yol açtığı gösterilmiştir [97, 98]. Bu senaryoda, alan evrimini takip etmek ve ρ_a 'yı hesaplamak zordur. Önceden göz ardı edilen gradyan terimlerinin yanı sıra potansiyelin doğrusal olmamasının da önemli sonuçları vardır.

Ama şimdilik, enflasyon sonrası senaryoda aksiyon enerji yoğunluğunun ortalama enerji yoğunluğunu

$$\bar{\rho}_a = \frac{1}{V} \int d^4x \rho_a(\vec{x}) \quad (4.69)$$

şeklinde yazalım ve hesaplamaya odaklanalım. Bunun için bir tahminde bulunmak için, salınımların başladığı zamanda, aksiyon alanının ϕ_1 için farklı değerlere sahip birçok bağımsız yamadan oluştuğunu varsayalım. Daha sonra, her yamanın enerji yoğunluğu, başlangıçtaki yanlış hizalanma açısına ϕ_1 'e bağlıdır, ancak aksi halde bulunan denklem(4.67) biçiminde olmalıdır. Bu, enerji yoğunluğunun uzamsal ortalamasını almanın tüm yamaları toplamaya tekabül ettiği anlamına gelir, bu aslında ϕ_1 'nin tüm rastgele çizimlerinin toplamına eşdeğerdir.

Aksiyon alanının, salınımlar başladıkta ϕ_1 için farklı değerlere sahip çok sayıda bağımsız yamadan oluştuğunu varsayalım. Burada her yamanın enerji yoğunluğu ϕ_1 yanlış hizalama açısına bağlı olsada enerji yoğunluğu denk (4.65) biçiminde olmalıdır. Bu tüm yamaların toplamının enerji yoğunluğunun uzaysal ortalamasına tekabül ettiği anlamına gelip aslında ϕ_1 'in tüm rastgele çizimlerinin toplamına eşdeğerdir [97, 99]. Sonuç olarak, ortalama enerji yoğunluğu,

$$\bar{\rho}_a(T) \simeq \frac{1}{2} f_a^2 m_a(T_{osi}) m_a(T) \frac{R(T_1)}{R(T)^3} \bar{\phi}_1^2 \quad (4.70)$$

şeklinde olur. Bu enerji yoğunluğu ϕ_1 'in varyansıdır. Bu değeri hesaplamak için, ϕ_1 'nin düz bir olasılık dağılım fonksiyonu $F(\phi) = 1/(2\pi)$ varsayarsak, $[-\pi, \pi]$ aralığında ϕ_1 için özel

bir seçim tercih edilmediğinden

$$\bar{\phi}_1^2 = \frac{1}{2\pi} \int d\phi \phi^2 = \frac{\pi^2}{3} \quad (4.71)$$

bu sonuç bulunur.

Senaryo A ile bir karşılaştırma yaparsak, yeniden hizalama aksiyon enerji yoğunluğunun, serbest bir parametreye bağımlılık olmaksızın öncelikle f_a ve m_a tarafından belirlendiği görülür. Bu, enflasyon sonrası senaryoyu ilk bakışta çok öngörülebilir kılıyor. ρ_a 'nın ölçülen DM yoğunluğuna ayarlanması, en azından QCD senaryosunda, spesifik bir DM aksiyon kütlesi oluşturur. Yine de, topolojik kusurların bozulması sırasında yaratılan çok sayıda aksiyon nedeniyle, senaryo B'de ρ_a 'yı tahmin etmek zordur [100].

5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu tez çalışmasında, aksiyonların erken evrende termal ve non-termal üretimi incelendi. Öncelikle genel kısımlarda aksiyon parçacığının güçlü CP probleminin bir çözümü olabileceğinden bahs edildi. Daha sonra malzeme ve yöntemlerde aksiyon modelleri üzerinde duruldu. Ardından bulgular kısmında aksiyonların üretim mekanizası tanıtıldı. PQ simetrisi, QCD faz geçişi ve aksiyon üretimi detaylı olarak literatürden özetlendi. Ayrıca bulgular kısmında aksiyonların kozmik senaryolar ile ilişkisi ele alındı. Şimdi kısaca sonuçlar üzerinden kozmik aksiyonların önemini tartışacağız.

Aksiyonların Termal Üretimi'nin önemi: $f_a < 1.2 \times 10^{12}$ GeV değerlerine sahip modeller, erken evrende termalleşen aksiyonların olduğunu ve günümüzde termal bir aksiyon popülasyonu varlığını gösterir.

Termal etkileşim senaryosunda $f_a < 10^9$ çok daha yüksek bir değer almamızın sebebi denklem (4.36)'de etkileşim hızının yüksek enerjilerde T^3 oranında artması [105]'de ele alınan foto-üretim sürecinden gelen hızın ise aksiyon fermiyon hattına olağan türev eşleşmesi ile bağlı olduğu için T olarak gitmesidir. Bir diğer sebep ise renk ve çeşni faktörlerinin etkileşim oranını arttırmasıdır.

Denklem (4.38)'deki önerilen çözüm korunur. Çünkü f_a ölçeğinin altındaki etkili teorinin, elektrozayıf $W^\pm, W^0$ ve B ayar bozonlarıyla aksiyon etkileşimlerine sahip olacağını söyler. Bu, $W^\pm, W^0$ ve B 'in uygun kombinasyonları ile değiştirilen denklem (4.28)'de gösterilen süreçlerde gluonlarla birlikte işlemler üretir. Bu yeni süreçler genel olarak kuarklar ve ayrıca leptonlar içerir. Etkileşmelerin şekli sabittir, ancak madde alanlarına farklı PQ yük atamaları için farklı olduğundan büyüklükleri modele bağlıdır. Bu model bağımlılığı göz önüne alındığında, onları analizimize dahil etmiyoruz. Denklem (4.36)'daki nümerik sonucun ~ 2 faktörü kadar artmasına yol açacaktır ve sonuç olarak (4.38)'deki f_a aralığını aynı miktarda büyütecektir.

Aksiyonların termal süreçlerde üretildiğini varsaydığımızda, bu termal aksiyon popülasyonunun yoğunluğunu bilmek önemlidir. Ayırıştırmadan (decoupling) sonra,

aksiyonlar bugüne kadar serbestçe kırmızıya kaymaktadır. Bugünkü yoğunlukları, n_{a0} , ayırtırmadan sonra Y değerinin sabit kalması gerçeği kullanılarak hesaplanabilir. Bunun için, fotonların, nötrinoların ve aksiyonların katkısı olan s_0 entropi yoğunluğuna ihtiyacımız var. Aksiyonların göreliliği durumunda bile, aksiyon sıcaklığı kozmik mikrodalga arka plan sıcaklığından, $T_0 = 2.75$ K çok daha soğuk olduğu için s_0 'a katkısı ihmal edilebilir. Gerçekten de, aksiyon ayırıştırma zamanından beri, diğer parçacıkların ayırıştırılması foton banyosunu ısıtmış, ancak aksiyon banyosunu ısıtmamıştır. Bugünkü entropi yoğunluğunun denklem (4.9) $g_{*S} = 43/11 = 3.91$ 'e tekabül eder. O halde, bugünkü aksiyon sayısı yoğunluğunu hesaplamak için denklem (4.9) ve (4.19)

$$n_{a0} = \frac{0.27}{106.75} (0.44 \times 3.91 T_0^3) \simeq 7.5 \text{ cm}^{-3} \quad (5.1)$$

bulunmuştur [110]. $m_a < 0.01$ eV gibi küçük kütleli aksiyonları tespit etmede doğrudan bir rol oynamasının pek olası olmadığı söylenilebilir [112].

Ayrıca evrenin erken döneminde üretilen termal olmayan aksiyonlar varsa, bunlar aksiyonların termal üretiminden bahs ederken tanımladığımız üç farklı süreçler yoluyla QCD plazması ile etkileşime girecekleri için termalleşirler. Böylece, başlangıçta termal olmayan aksiyonların enerji spektrumu ve üretim hızı ne kadar yüksek olursa olsun, termal spektrum (4.5) ve yoğunluk (4.17) ile sonuçlanacaktı. $T \simeq \Lambda_{QCD}$ 'de üretildiğinden, denklem (4.37)'de verilen aralıkta olamayacakları için, yanlış hizalama mekanizmasından ve alan duvarı bozulmasından kaynaklanan aksiyonlar üzerinde hiçbir etkisi yoktur. Sicimler $T \simeq f_a$ 'da oluştuğundan sonra aksiyonlara bozunmaya başlar. Mevcut modeller, $T \simeq \Lambda_{QCD}$ 'de de üretilen aksiyonların büyük bir kısmına sahiptir. Bununla birlikte, aksiyon sicimlerinin fiziği hala tam olarak çözülmemiştir ve bir sicim modelinin veya başka herhangi bir termal olmayan aksiyon kaynağının denklem (4.37)'de verilen aralıkta önemli bir aksiyon üretimi varsa, o zaman bu aksiyonların termalleşeceğini ve sonunda, evrenin genişlemesiyle seyrelerek seyrelten tek bir termal aksiyon popülasyonu olurdu.

Topolojik Kusurlar: Aksiyon potansiyelinin harmonik yaklaşımında önemli non-lineer etkiler ihmal edilebilir. Bunlar, enflasyon sonrası Peccei-Quinn senaryosunda aksiyon alanının kozmolojik evriminde önem kazanır. Aşağıda, bunun nasıl gerçekleştiğinden bahsedeceğiz.

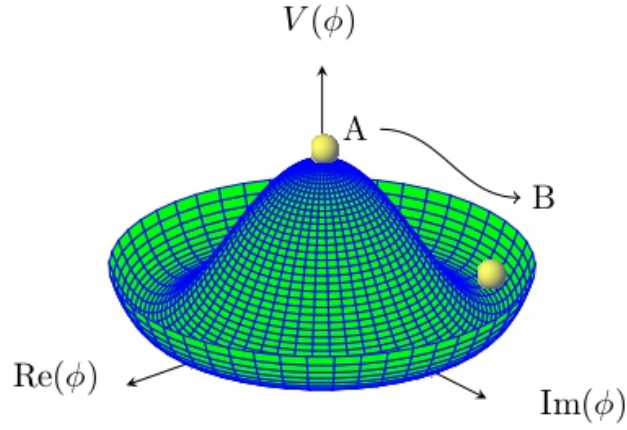
Kompleks Peccei-Quinn skalerinin simetrisi, tam doğrusal olmayan potansiyel kullanılarak

kendiliğinden bozulursa, bu skaler için alan denklemi, kararlı klasik sicim tipi çözümlere yol açar. Bu tür klasik kararlı alan çözümüne topolojik kusurlar denir [101, 102, 103].

Kozmik sicimlerin oluşumu aksiyon alanı cinsinden şu şekilde anlaşılabilir. Şekil 5.1'den görüldüğü gibi, Peccei-Quinn simetrisi kendiliğinden bozulduğunda, karmaşık alan ϕ uzayda herhangi bir yönde aşağı yuvarlanabilir. Aksiyon alanlarındaki ϕ_1 değeri, alanın aşağı doğru yuvarlandığı yöne bağlı olarak bir nedensel ufuktan diğerine değişebilir. Bununla birlikte, aksiyon alanı, uzayda $[-\pi, \pi]$ aralığında tüm değerleri kapsayan yerlerde ortaya çıkabilir. Hangi yöne dönmesi gerektiği belirsiz olduğundan, Meksika şapkası potansiyelinin zirvesinde hapsedilmiş karmaşık skaleri tasavvur edebiliriz. Skalerin karmaşık yapısı göz önüne alındığında, yönü belirsiz olduğu için Meksika şapkası potansiyelinin zirvesinde hapsedilmiş olarakta düşünülebilir. Bu alan konfigürasyonu ile vadiyi (valley) kaplayan alana karşılık gelen vakum konfigürasyonu arasında açık bir ayrım vardır. Ancak aksiyon kütleli olduğu sürece stabildir. Potansiyelin üzerinde kalan bu alanlar, üç boyutlu uzayda kozmik sicim olarak görünmektedir. Kozmik sicimlerin oluşumu, göreceli aksiyonlar üreterek depolanan enerjilerini hızla kaybeden ilmeklere yol açabilir. Bu, her Hubble birimi için yaklaşık bir uzun sicim ile sonuçlanmaktadır [107]. Peccei-Quinn simetri kırılması enflasyondan önce veya enflasyon sırasında meydana gelirse, tüm evrende yalnızca bir sicim olacağı düşünülmektedir. Genel enerji yoğunluğuna katkısı güvenle ihmal edilebilir. Bununla birlikte, senaryo A'da sicimlerin kırılması yeni bir aksiyon kalıntısının ortaya çıkmasıyla sonuçlanır. Peccei-Quinn aksiyon alanının son derece homojen olmayan doğası göz önüne alındığında, değişken alan değerlerine sahip sayısız yamadan (patches) oluştuğunu hayal edebiliriz; bu durumda birkaç sicim bekleyebiliriz. Aksiyon kütlesi önemli hale gelir gelmez kararsız hale gelir ve bozulmaya başlar. Bu şekilde domain walls sınırlarını oluştururlar. Aksiyon alanının periyodik değerlere sahip olduğu gösterilmiştir. Bu nedenle, $[-\pi, \pi]$ aralığının uç noktalarında belirlenebilir. Buna göre, sicim-wall sisteminin aşağıdaki gibi dejenere olduğu görülebilir. Aksiyon potansiyeli kritik hale gelir ve alan $\phi = 0$ 'daki potansiyelin minimumuna inmeye başlar. Uzayda $\phi_1 = \pm\pi$ olan bölgeler daha sonra $-\pi$ minimuma negatif veya π pozitif değerler vasıtasıyla ulaşabilir. Bunu evrende iki farklı alan yaratmak olarak anlayabiliriz. Domain walls sınırları olan sicimler, aksiyon alanını minimumda tuttuğundan sicim-walls sisteminin bozulmasına yol açar [87].

Topolojik kusurların bozunması sırasında oluşan aksiyonların sayısını belirlemede bazı zorluklar vardır. Fakat sicim yoğunlukları doğru tanımlanarak Pecce-Quinn skalerinden elde

Meksika şapka potansiyeli



Şekil 5.1: Vakum Yeniden Hizalama Mekanizması

edilen simulyasyon ile bu sayı bulunabilir. Peccei-Quinn simetri kırılması, Hubble ufku ile aynı anda olmalıdır [108]. Aksiyon potansiyeli simülasyonun ancak daha sonraları ile ilgili olduğundan, sicimlerin oluşumunu ve bozunmasını izlemek için uzayda ve zamanda birkaç büyüklük derecesini kapsayan bir yörünge gereklidir. Sonuç olarak, bunu gerçekleştirmek imkansız gibi görüldüğünden sayısal simülasyonlar yaklaşık olarak yapılmalıdır.

Öte taraftan, aksiyonların erken evrende toplam sayısı sicim bozulmaları, domain walls ve eşyumuş salınım toplamı cinsinden

$$\Omega_{top, a} h^2 = (\Omega_{os} + \Omega_{si} + \Omega_{do}) h^2 \quad (5.2)$$

şeklinde yazılabilir [89, 90, 91]. Kesin bir çözüm her ne kadar uzak olsada, sicim-duvar bozunumunda ki belirsizliğin sonunda üstesinden gelinebilirse, daha önce işaret ettiğimiz gibi, enflasyon sonrası senaryoda aksiyon kütlesi için somut bir tahmin vermek mümkün olabilir. Bu konuda, yani yeniden hizalama aksiyonları ve sicim duvarı bozunmasından gelen aksiyonlar dahil olmak üzere simülasyonlarının sonuçlarıyla, aksiyon için $m_a \sim 26.2 \mu\text{eV}$ kütlesi önerilmiştir [93].

Sicimlerin ve domain walls yukarıda açıklanan bozunması, ancak $[-\pi, \pi]$ aralığında aksiyon

potansiyelinin yalnızca bir benzersiz minimumu varsa mümkündür. Dejenere minimumun $N_{DW} \neq 1$ sayısı olduğu anda, alan duvarları kararlıdır ve enerji yoğunluğuna hızla hakim olma eğilimindedirler ve bu da gözlemlediğimizden çok farklı bir evrene yol açar. Buna DW problemi denir. Kararlı etki alanı duvarlarına sahip senaryolar bu nedenle temel olarak göz ardı edilir [95]. Bu sorunu aşmanın yolları, enflasyon öncesi Peccei-Quinn simetri kırılmasının yanı sıra, $N_{DW} = 1$ olan modeller veya N_{DW} minimumları arasındaki dejenerasyonu kaldıran küçük bir açık simetri kırılması olan modellerdir [87].

Aksiyon ve Domain Walls oluşumu ve önemi Aksiyon kozmolojisindeki senaryolar iki teorik parametreye bağlı olarak gelişir, aksiyon bozunma sabiti f_a (veya PQ simetri kırılma ölçeği) ve domain walls numarası N_{DW} . Karanlık madde aksiyonları her senaryonda farklı bir davranış gösterdiğinden model parametreleri üzerine bazı kısıtlamalar getirir. Kozmolojik DW problemi, her senaryoda farklı olduğundan aksiyon modellerinde ciddi kısıtlamalara yol açmaktadır. Bunu kısaca aşağıdaki gibi birkaç cümleyle özetleyelim.

Senaryo A'da karanlık madde bolluğuna, aksiyon alanının uyumlu salınımı hakimdir. Topolojik kusurlar, ufuk ölçeğinin ötesinde silindiğinden DW sorun teşkil etmez. Aksiyon bozunma sabiti f_a , antropik pencerede (the anthropic window) yer alan yüksek enerjiye sahip bir bozunma ölçeğidir. Senaryo B'de ise DW, oluşumlarından kısa bir süre sonra kaybolduğundan ($N_{DW} = 1$) kozmolojik bir sorun teşkil etmediğinden karanlık madde bolluğuna, sicim duvar sistemlerinin bozunmasından üretilen aksiyonlar hakim olur.

KAYNAKLAR

- [1]. Bertone, G., Hooper, D. & Silk, J. Particle dark matter: Evidence, candidates and constraints. *Physics Reports*. **405**, 279-390 (2005)
- [2]. Garrett, K. & Duda, G. Dark matter: A primer. *Advances In Astronomy*. **2011** (2011)
- [3]. Peccei, R. & Quinn, H. CP conservation in the presence of pseudoparticles. *Physical Review Letters*. **38**, 1440 (1977)
- [4]. Cheng, H. The strong CP problem revisited. *Physics Reports*. **158**, 1-89 (1988)
- [5]. Donnelly, T., Freedman, S., Lytel, R., Peccei, R. & Schwartz, M. Do axions exist?. *Physical Review D*. **18**, 1607 (1978)
- [6]. Preskill, J., Wise, M. & Wilczek, F. Cosmology of the invisible axion. *Physics Letters B*. **120**, 127-132 (1983)
- [7]. Abbott, L. & Sikivie, P. A cosmological bound on the invisible axion. *Physics Letters B*. **120**, 133-136 (1983)
- [8]. Sikivie, P. Detection rates for “invisible”-axion searches. *Physical Review D*. **32**, 2988 (1985)
- [9]. Blumenthal, G., Faber, S., Primack, J. & Rees, M. Formation of galaxies and large-scale structure with cold dark matter. *Nature*. **311**, 517-525 (1984)
- [10]. Huang, M. & Sikivie, P. Structure of axionic domain walls. *Physical Review D*. **32**, 1560 (1985)
- [11]. ZEL'DOVICH, Y., Kobzarev, I. & Okun, L. Cosmological consequences of the spontaneous breakdown of a discrete symmetry. *Zh. ksp. teor. Fiz.* 67, 3-11;(1975) *Soviet Phys. JETP*. **67** pp. 401-409 (1974)
- [12]. Linde, A. A new inflationary universe scenario: a possible solution of the horizon, flatness, homogeneity, isotropy and primordial monopole problems. *Physics Letters B*. **108**, 389-393 (1982)
- [13]. Hertzberg, M., Tegmark, M. & Wilczek, F. Axion cosmology and the energy scale of inflation. *Physical Review D*. **78**, 083507 (2008)
- [14]. Pich, A. The Standard model of electroweak interactions. *ArXiv Preprint ArXiv:1201.0537*. (2012)
- [15]. Bezrukov, F., Kalmykov, M., Kniehl, B. & Shaposhnikov, M. Higgs boson mass and new physics. *Journal Of High Energy Physics*. **2012**, 1-35 (2012)

- [16]. Higgs, P. Broken symmetries and the masses of gauge bosons. *Physical Review Letters*. **13**, 508 (1964)
- [17]. Salam, A. Weak and electromagnetic interactions. *Selected Papers Of Abdus Salam: (With Commentary)*. pp. 244-254 (1994)
- [18]. Casas, J., Espinosa, J. & Hidalgo, I. The MSSM fine tuning problem: a way out. *Journal Of High Energy Physics*. **2004**, 008 (2004)
- [19]. Iocco, F., Pato, M. & Bertone, G. Evidence for dark matter in the inner Milky Way. *Nature Physics*. **11**, 245-248 (2015)
- [20]. Kochanek, C. Evidence for dark matter in MG1654+ 134. (SCAN-9409160,1994)
- [21]. Jungman, G., Kamionkowski, M. & Griest, K. Supersymmetric dark matter. *Physics Reports*. **267**, 195-373 (1996)
- [22]. Kim, J. Weak-interaction singlet and strong CP invariance. *Physical Review Letters*. **43**, 103 (1979)
- [23]. Shifman, M., Vainshtein, A. & Zakharov, V. Can confinement ensure natural CP invariance of strong interactions?. *Nuclear Physics B*. **166**, 493-506 (1980)
- [24]. Zhitnitskij, A. On possible suppression of the axion-hadron interactions. *Yadernaya Fizika*. **31**, 497-504 (1980)
- [25]. Dine, M., Fischler, W. & Srednicki, M. A simple solution to the strong CP problem with a harmless axion. *Physics Letters B*. **104**, 199-202 (1981)
- [26]. Sakharov, A. Violation of CP-invariance, C-asymmetry, and baryon asymmetry of the Universe. In *The Intermissions... Collected Works On Research Into The Essentials Of Theoretical Physics In Russian Federal Nuclear Center, Arzamas-16*. pp. 84-87 (1998)
- [27]. Burkhardt, H., Clarke, P., Coward, D., Cundy, D., Doble, N., Gatignon, L., Gibson, V., Hagelberg, R., Kessler, G., Van Der Lans, J. & Others First evidence for direct CP violation. *Physics Letters B*. **206**, 169-176 (1988)
- [28]. Ma, E., Simmons, W. & Tuan, S. Numerical upper bounds on the CP nonconservation of neutral-heavy-meson systems in the standard six-quark model. *Physical Review D*. **20**, 2888 (1979)
- [29]. Kim, J. & Carosi, G. Axions and the strong C P problem. *Reviews Of Modern Physics*. **82**, 557 (2010)
- [30]. Goldstone, J. Field Theories with Superconductor Solutions. *Nuovo Cim.*. **19** pp. 154-164 (1961)
- [31]. Goldstone, J., Salam, A. & Weinberg, S. Broken Symmetries. *Phys. Rev.*. **127** pp. 965-970 (1962)
- [32]. Zyla, P. & Others Review of Particle Physics. *PTEP*. **2020**, 083C01 (2020)

- [33]. Coleman, S., Wess, J. & Zumino, B. Structure of phenomenological Lagrangians. 1.. *Phys. Rev.* **177** pp. 2239-2247 (1969)
- [34]. Callan, C., Coleman, S., Wess, J. & Zumino, B. Structure of phenomenological Lagrangians. 2.. *Phys. Rev.* **177** pp. 2247-2250 (1969)
- [35]. Weinberg, S. The U(1) Problem. *Phys. Rev. D.* **11** pp. 3583-3593 (1975)
- [36]. Hooft, G. Symmetry Breaking Through Bell-Jackiw Anomalies. *Phys. Rev. Lett.* **37** pp. 8-11 (1976)
- [37]. Hooft, G. Computation of the Quantum Effects Due to a Four-Dimensional Pseudoparticle. *Phys. Rev. D.* **14** pp. 3432-3450 (1976), [Erratum: *Phys.Rev.D* **18**, 2199 (1978)]
- [38]. Bufalo, R., Ghasemkhani, M. & Soto, A. Adler-Bell-Jackiw anomaly in VSR electrodynamics. (2020,11)
- [39]. Jackiw, R. Axial anomaly. *Int. J. Mod. Phys. A.* **25** pp. 659-667 (2010)
- [40]. Di Luzio, L., Giannotti, M., Nardi, E. & Visinelli, L. The landscape of QCD axion models. *Phys. Rept.* **870** pp. 1-117 (2020)
- [41]. Hook, A. TASI Lectures on the Strong CP Problem and Axions. *PoS. TASI2018* pp. 004 (2019)
- [42]. Hooft, G. How instantons solve the U (1) problem. *Physics Reports.* **142**, 357-387 (1986)
- [43]. Callan Jr, C., Dashen, R. & Gross, D. Instantons and massless fermions in two dimensions. (Institute for Advanced Study, Princeton, NJ (USA); Princeton Univ., NJ (USA ... ,1977)
- [44]. Jackiw, R. & Rebbi, C. Vacuum periodicity in a Yang-Mills quantum theory. *Physical Review Letters.* **37**, 172 (1976)
- [45]. Bardeen, W. & Tye, S. Current algebra applied to properties of the light Higgs boson. *Physics Letters B.* **74**, 229-232 (1978)
- [46]. Bardeen, W., Peccei, R. & Yanagida, T. Constraints on variant axion models. *Nuclear Physics B.* **279**, 401-428 (1987)
- [47]. Baluni, V. CP Violating Effects in QCD. *Phys. Rev. D.* **19** pp. 2227-2230 (1979)
- [48]. Bhattacharya, T., Cirigliano, V., Gupta, R., Mereghetti, E. & Yoon, B. Contribution of the QCD Θ -term to the nucleon electric dipole moment. *Phys. Rev. D.* **103**, 114507 (2021)
- [49]. Belavin, A., Polyakov, A., Schwartz, A. & Tyupkin, Y. Pseudoparticle solutions of the Yang-Mills equations. *Physics Letters B.* **59**, 85-87 (1975)
- [50]. Du, N., Force, N., Khatriwada, R., Lentz, E., Ottens, R., Rosenberg, L., Rybka, G., Carosi, G., Woollett, N., Bowring, D. & Others Search for invisible axion dark matter with the axion dark matter experiment. *Physical Review Letters.* **120**, 151301 (2018)

- [51]. Irastorza, I., Avignone, F., Caspi, S., Carmona, J., Dafni, T., Davenport, M., Dudarev, A., Fanourakis, G., Ferrer-Ribas, E., Galán, J. & Others Towards a new generation axion helioscope. *Journal Of Cosmology And Astroparticle Physics*. **2011**, 013 (2011)
- [52]. Jaeckel, J. & Ringwald, A. The low-energy frontier of particle physics. *Annual Review Of Nuclear And Particle Science*. **60** pp. 405-437 (2010)
- [53]. Sharov, A., Novikov, I. & Novikov, I. Edwin Hubble, the discoverer of the big bang universe. (Cambridge University Press, 1993)
- [54]. Fixsen, D. The temperature of the cosmic microwave background. *The Astrophysical Journal*. **707**, 916 (2009)
- [55]. Boesgaard, A. & Steigman, G. Big Bang nucleosynthesis: theories and observations. *Annual Review Of Astronomy And Astrophysics*. **23**, 319-378 (1985)
- [56]. Liu, Y. Modifications of CMB spectrum by nonextensive statistical mechanics. (2021, 12)
- [57]. Oztash, A. & Smith, M. Re-evaluation of Ω_k of the normalised Friedmann-Lemaitre-Robertson-Walker model: Implications for Hubble constant determinations. *New Astron.* **88** pp. 101609 (2021)
- [58]. Grande, J., Sola, J., Basilakos, S. & Plionis, M. Hubble expansion and structure formation in the 'running FLRW model' of the cosmic evolution. *JCAP*. **8** pp. 007 (2011)
- [59]. Ade, P. & Others Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters. *Astron. Astrophys.* **594** pp. A13 (2016)
- [60]. Abel, C. & Others Measurement of the Permanent Electric Dipole Moment of the Neutron. *Phys. Rev. Lett.* **124**, 081803 (2020)
- [61]. Pospelov, M. & Ritz, A. The Theta term in QCD sum rules and the electric dipole moment of the vector meson. *Nucl. Phys. B*. **558** pp. 243-258 (1999)
- [62]. Peccei, R. & Quinn, H. CP Conservation in the Presence of Instantons. *Phys. Rev. Lett.* **38** pp. 1440-1443 (1977)
- [63]. Peccei, R. & Quinn, H. Constraints Imposed by CP Conservation in the Presence of Instantons. *Phys. Rev. D*. **16** pp. 1791-1797 (1977)
- [64]. Weinberg, S. A New Light Boson?. *Phys. Rev. Lett.* **40** pp. 223-226 (1978)
- [65]. Wilczek, F. Problem of Strong P and T Invariance in the Presence of Instantons. *Phys. Rev. Lett.* **40** pp. 279-282 (1978)
- [66]. Bardeen, W., Peccei, R. & Yanagida, T. CONSTRAINTS ON VARIANT AXION MODELS. *Nucl. Phys. B*. **279** pp. 401-428 (1987)
- [67]. Frere, J., Vermaseren, J. & Gavela, M. The Elusive Axion. *Phys. Lett. B*. **103** pp. 129-133 (1981)

- [68]. Kim, B. & Stamm, C. Axion Production in High-energy Proton Nucleon Scattering and an Estimate of Its Mass. *Phys. Lett. B.* **105** pp. 55-59 (1981)
- [69]. Kim, J. Weak Interaction Singlet and Strong CP Invariance. *Phys. Rev. Lett.* **43** pp. 103 (1979)
- [70]. Shifman, M., Vainshtein, A. & Zakharov, V. Can Confinement Ensure Natural CP Invariance of Strong Interactions?. *Nucl. Phys. B.* **166** pp. 493-506 (1980)
- [71]. Dine, M., Fischler, W. & Srednicki, M. A Simple Solution to the Strong CP Problem with a Harmless Axion. *Phys. Lett. B.* **104** pp. 199-202 (1981) kaplan-1985opening
- [72]. Kaplan, D. Opening the axion window. *Nuclear Physics B.* **260**, 215-226 (1985)
- [73]. Gross, D., Pisarski, R. & Yaffe, L. QCD and instantons at finite temperature. *Reviews Of Modern Physics.* **53**, 43 (1981)
- [74]. Wantz, O. & Shellard, E. The topological susceptibility from grand canonical simulations in the interacting instanton liquid model: chiral phase transition and axion mass. *Nuclear Physics B.* **829**, 110-160 (2010)
- [75]. Cheng, S., Geng, C. & Ni, W. Axion-photon couplings in invisible axion models. *Physical Review D.* **52**, 3132 (1995)
- [76]. Zhitnitskij, A. On possible suppression of the axion-hadron interactions. *Yadernaya Fizika.* **31**, 497-504 (1980)
- [77]. Mayle, R., Wilson, J., Ellis, J., Olive, K., Schramm, D. & Steigman, G. Constraints on Axions from SN 1987a. *Physics Letters B.* **203**, 188-196 (1988)
- [78]. Gross, D., Pisarski, R. & Yaffe, L. QCD and instantons at finite temperature. *Reviews Of Modern Physics.* **53**, 43 (1981)
- [79]. Turner, M. Cosmic and local mass density of "invisible"axions. *Physical Review D.* **33**, 889 (1986)
- [80]. Zhitnitsky, A. On Possible Suppression of the Axion Hadron Interactions. (In Russian). *Sov. J. Nucl. Phys.* **31** pp. 260 (1980)
- [81]. Duffy, L. & Bibber, K. Axions as Dark Matter Particles. *New J. Phys.* **11** pp. 105008 (2009)
- [82]. Sikivie, P. Experimental tests of the "invisible" axion. *Physical Review Letters.* **51**, 1415 (1983)
- [83]. Ellis, J. & Gaillard, M. Strong and weak CP violation. *Nuclear Physics B.* **150** pp. 141-162 (1979)
- [84]. Adler, S. Application of current-algebra techniques to soft-pion production by the weak neutral current: V, A case. *Physical Review D.* **12**, 2644 (1975)
- [85]. Georgi, H. & Randall, L. Flavor conserving cp violation in invisible axion models. *Nuclear Physics B.* **276**, 241-252 (1986)

- [86]. Dine, M., Fischler, W. & Srednicki, M. A Simple Solution to the Strong CP Problem with a Harmless Axion. *Phys. Lett. B.* **104** pp. 199-202 (1981)
- [87]. Sikivie, P. Axion Cosmology. *Lect. Notes Phys.* **741** pp. 19-50 (2008)
- [88]. Kolb, E. & Turner, M. The Early Universe. (1990)
- [89]. Marsh, D. Axion Cosmology, *Phys. ArXiv Preprint ArXiv:1510.07633*. **643** pp. 1 (2016)
- [90]. Davis, R. Goldstone bosons in string models of galaxy formation. *Physical Review D.* **32**, 3172 (1985)
- [91]. Harari, D. & Sikivie, P. On the evolution of global strings in the early universe. *Physics Letters B.* **195**, 361-365 (1987)
- [92]. Battye, R. & Shellard, E. Axion string constraints. *Physical Review Letters.* **73**, 2954 (1994)
- [93]. Klaer, V. & Moore, G. The dark-matter axion mass. *Journal Of Cosmology And Astroparticle Physics.* **2017**, 049 (2017)
- [94]. Sikivie, P. Axions, domain walls, and the early universe. *Physical Review Letters.* **48**, 1156 (1982)
- [95]. Sikivie, P. Axions, domain walls, and the early universe. *Physical Review Letters.* **48**, 1156 (1982)
- [96]. Kang, J., Gong, Y., Cheng, G. & Chen, X. Cosmological constraints on ultra-light axion fields. (2019,12)
- [97]. Turner, M. Cosmic and Local Mass Density of Invisible Axions. *Phys. Rev. D.* **33** pp. 889-896 (1986)
- [98]. Ayala, A., Dominguez, I., Giannotti, M., Mirizzi, A. Straniero, O. Revisiting the bound on axion-photon coupling from Globular Clusters. *Phys. Rev. Lett.* **113**, 191302 (2014)
- [99]. Kolb, E. & Turner, M. The early universe. (CRC press,2018)
- [100]. Feix, M., Frank, J., Pargner, A., Reischke, R., Schäfer, B. & Schwetz, T. Isocurvature bounds on axion-like particle dark matter in the post-inflationary scenario. *JCAP.* **5** pp. 021 (2019)
- [101]. Kibble, T. Topology of cosmic domains and strings. *Journal Of Physics A: Mathematical And General.* **9**, 1387 (1976)
- [102]. Vilenkin, A. Cosmic strings and domain walls. *Physics Reports.* **121**, 263-315 (1985)
- [103]. Hindmarsh, M. & Kibble, T. Cosmic strings. *Reports On Progress In Physics.* **58**, 477 (1995)
- [104]. Co, R., Hall, L. & Harigaya, K. QCD Axion Dark Matter with a Small Decay Constant. *Phys. Rev. Lett.* **120**, 211602 (2018)

- [105]. Turner, M. Thermal Production of Not SO Invisible Axions in the Early Universe. *Phys. Rev. Lett.* **59** pp. 2489 (1987), [Erratum: *Phys.Rev.Lett.* 60, 1101 (1988)]
- [106]. Mastro, E., Rota, F. & Zsembinski, G. Axion thermalization in the early universe. *Physical Review D*. **66**, 023004 (2002)
- [107]. Hiramatsu, T., Kawasaki, M., Saikawa, K. & Sekiguchi, T. Production of dark matter axions from collapse of string-wall systems. *Physical Review D*. **85**, 105020 (2012)
- [108]. Mack, K. & Steinhardt, P. Cosmological problems with multiple axion-like fields. *Journal Of Cosmology And Astroparticle Physics*. **2011**, 001 (2011)
- [109]. Di Cortona, G., Hardy, E., Vega, J. & Villadoro, G. The QCD axion, precisely. *Journal Of High Energy Physics*. **2016**, 1-37 (2016)
- [110]. Turner, M. Thermal production of not so invisible axions in the early universe. (Fermi National Accelerator Lab.,1986)
- [111]. Di Bari, P. Cosmology and the early universe. (CRC Press,2018)
- [112]. Murayama, H., Raffelt, G., Hagmann, C., Bibber, K. & Rosenberg, L. Axions (A_0) and other very light bosons. *The European Physical Journal. C, Particles And Fields.* **15**, 298-312 (2000)

EKLER

EK 1. Standart Kozmoloji

Erken evrende karanlık madde parçacıklarının nasıl oluşmuş olabileceğini anlamak için standart kozmoloji modelini inceleyelim. Standart kozmoloji modeli veya daha yaygın bir dilde “Big Bang Theory” tek bir ifadede özetlenebilir: Evren, başlangıçtaki sıcak ve yoğun durumdan adyabatik olarak genişlemiştir ve en büyük ölçeklerde izotropik ve homojendir. Bu bağlamda izotropi, evrenin her açıdan aynı görünmesi, homojenlik ise evrenin uzayın her noktasında aynı olması anlamına gelir. Bu iki nokta birlikte kozmolojik ilkeyi oluşturur.

Standart Kozmoloji modeli Einstein’ın alan denkleminin FLRW metriği kullanılarak çözülmesi sonucu elde edilmiştir. Ayrıca yapılan üç büyük deneysel gözlemlerde Standart Kozmolojinin doğruluğunu destekler. Bunlar sırasıyla, 1920’lerde Edwin Hubble tarafından ölçülen Evrenin genişlemesi [53], kozmik mikrodalga arka plan ışıması [54] ve Büyük Patlama Nükleosentezidir [55].

Bundan başka Standart Model Kozmolojisi, aşağıdaki gibi bir kaç ek varsayımlarda sunar. Bunlar;

1. Büyük Patlama sırasında evrenin saf enerjiden oluşumu;
2. Evrenin kütle-enerji içeriğinin 5%’nin görünür madde, 27%’nin karanlık madde ve 68%’nin karanlık enerji içermesi
3. Yerçekimi etkileşimin Genel Rölativitede tanımlanması
4. Evren büyük ölçeklerde, homojen ve izotropik olmas

Einstein, meşhur asansör deneyi, eğri bir uzay-zamandaki hareketin yerel etkilerinin düz bir uzay-zamanda hızlandırılmış bir gözlemcinin etkileriyle aynı olduğu zayıf denklik ilkesi bize herhangi bir test parçacığının triviyal bir manifold üzerinde deneyimleyeceği ivmeyi, test parçacığı üzerindeki yerçekiminin etkileriyle karşılaştırılabilir olduğunu söyler. Bu temel

önermeye dayanarak Einstein ünlü denklemini aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$R_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}R = 8\pi GT_{\mu\nu} + g_{\mu\nu}\Lambda \quad (1.1)$$

Denklem (1.1) ikinci dereceden bir diferansiyel denklem olup, evrenin uzay-zaman yapısını ve enerji dağılımını belirler. Bu denklemin, sol tarafı bize metrik tensörün dinamiksel evrimini veya uzay-zaman eğriliğini tanımlar. Sağ tarafı ise evrendeki madde/enerji dağılımını özetleyen enerji-momentum tensörü ($T_{\mu\nu}$) tarafından sağlanmaktadır. Uzay-zaman geometrisinde $g_{\mu\nu}$ bir metriği belirtir; $R_{\mu\nu}$ ve $R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}$, bu metrikten türetilen Ricci tensörü ve Ricci skaleridir. Ricci tensörü

$$R_{\mu\nu} = R^{\sigma}_{\mu\nu\sigma} \quad (1.2)$$

basit bir şekilde aşağıdaki gibi Riemann tensöründen elde edilir. Riemann tensörü ise Christoffel sembolü cinsinden

$$R^{\sigma}_{\mu\nu\rho} = \partial_{\mu}\Gamma^{\sigma}_{\nu\rho} - \partial_{\nu}\Gamma^{\sigma}_{\mu\rho} + \Gamma^{\gamma}_{\mu\rho}\Gamma^{\sigma}_{\nu\gamma} - \Gamma^{\gamma}_{\nu\rho}\Gamma^{\sigma}_{\mu\gamma} \quad (1.3)$$

şeklinde yazılıp, Christoffel sembolü

$$\Gamma^{\sigma}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}g^{\sigma\rho}(\partial_{\nu}g_{\rho\mu} + \partial_{\mu}g_{\nu\rho} - \partial_{\rho}g_{\mu\nu}) \quad (1.4)$$

şeklinde gösterilir.

Friedmann-Lemaitre-Robertson-Walker (FLRW) metriği Einstein alan denkleminin bilinen ilk çözümü olup, evren hakkındaki mevcut bilginin temelini sağlar. Bu çözüm, evrenin uzaysal ve dinamik olarak genişlemesine ve küçülmesine olanak tanır. Ayrıca, FLRW metriği evrenin büyük patlamadan 10^{-43} saniye sonra inceleyebileceğimizi dolayısıyla erken evrende karanlık maddenin oluşumunu araştırmaya bileceğimizi söyler.[58]

Kabaca, FLRW metriği

$$ds^2 = dt^2 - R^2(t) \left(\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2(\theta) d\phi^2 \right) \quad (1.5)$$

şeklinde yazılır. Burada $R(t)$ zamana bağlı ölçek faktörü ($R(t)$ şu an için 1, Büyük Patlama anında ise 0 olarak tanımlanır) r, θ, ϕ ise küresel comoving koordinatları olarak

bilinmektedir. Denklemde verilen, k sabiti ise evrenin eğriliğini temsil edecek şekilde özelleştirilmiş uzaysal metriği temsil eder. Örneğin, $k = 0$ sıfır eğrilikli düz evren, $k = +1$ pozitif eğrilikli kapalı evren ve $k = -1$ ise negatif eğrilikli, sürekli eğriliğe sahip açık evren modelini temsil etmektedir.

(1.5)'i (1.1)'de yazarak Friedmann denklemleri

$$H^2(t) = \left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G_N}{3}\rho - \frac{k}{R^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad (1.6)$$

$$\frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{4\pi G_N}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3} \quad (1.7)$$

elde edilir. Burada $H(t)$ zamana bağlı Hubble sabiti olarak bilinir ve evrenin genişleme hızını temsil eder. G_N Newton'un yerçekimi sabitini, ρ ise madde, radyasyon ve vakumu hesaba katan kozmik enerji yoğunluğunu temsil eder. Λ kozmolojik sabit olarak bilinir ve pozitif veya negatif değerler alabilir. Örneğin, $\Lambda > 0$ için, $\rho_\Lambda = \frac{\Lambda}{8\pi G_N}$ tarafından tanımlanan sabit vakum enerji yoğunluğu elde edilir. Λ denklemde açıkça belirtilmediğinde ise, bunun enerji yoğunluğunun bir parçası olduğu varsayılır.

Denklem (1.6), (1.7) ve basınç akışkanının $\omega = \frac{p}{\rho}$ durum parametresi kullanılarak

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = \dot{\rho} + 3H\rho(1 + w) \quad (1.8)$$

başka bir yararlı denklem elde edilir. Friedmann denklemleri kavramsal olarak oldukça basittir. İlk Friedmann denklemi (1.6), evrenin genişleme hızının madde ve enerji içeriği tarafından belirlendiğini söyler. Denklem (1.7) enerjinin korunumunun bir ifadesidir, denklem (1.8) ise hareket eden hacim başına entropinin korunumunun bir ifadesidir.

Enerjinin korunumu denklemi, Friedmann denklemlerinin birleştirilmesiyle veya termodinamik ilkelerin kullanılmasıyla bulunabilir. Durum parametresi denklemi sabit kaldığı sürece yukarıdaki denklem analitik olarak

$$\rho(t) = \rho_i \left(\frac{R_i}{R}\right)^{3(1+w)} \quad (1.9)$$

çözülebilir. Geçmiş ve gelecek tüm zamanlar için $\rho(t)$, $P(t)$ ve $R(t)$, gerekli sınır koşullarının sağlanması koşuluyla (1.8) ve (1.9) denklemleri ve durum parametresi kullanılarak teorik

olarak belirlenebilir. Evrenin en temel bileşenleri farklı enerji yoğunluğu ölçeklendirmesi verir. Örneğin ($w = \frac{1}{3} \rightarrow \rho_r \propto R^{-4}$) durumu ultrarölativistik radyasyon yoğunluklu evren modeli olup, bu modelde radyasyon enerjisi, evrenin artan hacmi R^{-3} ile seyreltilir ve ışığın dalga boyunun kırmızıya kaymasıyla fazladan bir faktör R^{-1} ile enerji kaybı yaşar. ($w = 0 \rightarrow \rho \propto R^{-3}$) durumu rölativistik olmayan madde yoğunluklu evren modelini verip, seyreltme yalnızca evrenin hacim genişlemesine atfedilebilir. (Λ : $w = -1 \rightarrow \rho = \text{sabit}$) durumunda ise vakum enerjisi tanım gereği sabit kalır.

Bundan başka, birinci Friedmann denklemi, herhangi bir anda evrenin toplam enerji yoğunluğuna yukarıdaki bileşenlerden sadece birinin hakim olması durumunda, ölçek faktörünün zamana bağlılığını söyleyebilir. Zamanın bir fonksiyonu olarak, Evrenin genişleme hızı, bir durum denkleminde (enerji yoğunluğunu basınçla ilişkilendiren) dayalı olarak içindeki madde ve enerji miktarı belirlenerek

$$R(t) \propto \left(\frac{t}{t_0}\right)^{2/3(1+w)} \quad (1.10)$$

şeklinde yazılır. Basıncın ihmal edilebilir olduğu göreceli olmayan madde için, $w = 0, R(t) \propto t^{2/3}$; ve radyasyon (ve oldukça göreceli madde) için $w = 1/3, R(t) \propto t^{1/2}$ değerini alır. Bu sonuçları kısca tablo şeklinde gösterirsek,

Evren Modelleri			
Radyasyon Baskın Evren	$R \propto t^{1/2}$	$H = \frac{1}{2t}$	$R \propto \tau$
Madde Baskın Evren	$R \propto t^{2/3}$	$H = \frac{2}{3t}$	$R \propto \tau^2$
Kozmolojik Sabit	$R \propto e^{H_\Lambda t}$	$H = \text{sabit}$	$R \propto -\frac{1}{H\tau}$

Gerçek evrenin göreceli olmayan madde ve radyasyonun bir karışımı olduğu iyi bilinmektedir. Ancak, evrenin ölçek faktörü baskın katkısı takip etmektedir. Bu yüzden, evrenin ölçek faktörü $R(t)$, Big Bang'den yaklaşık 47.000 yıl sonrasına kadar $t^{1/2}$ gibi bir oranla büyüdü. Büyük Patlamadan dakikalar sonra oluşumu başlayan karanlık madde gibi ağır parçacıklar nükleosentezden önce yaratıldığından, karanlık maddenin üretimini ele alınırken evrenin radyasyon yoğunluklu durumu dikkate alınmalıdır.



ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler	
Anar Akberov	Anar AKBEROV

Eğitim Bilgileri	
Lisans	
Üniversite	Mersin Üniversitesi
Fakülte	Fen-Edebiyat Fakültesi
Bölümü	Matematik
Mezuniyet Yılı	2018

Yüksek Lisans	
Üniversite	İstanbul Üniversitesi
Enstitü Adı	Fen Bilimleri
Programı	Yüksek Enerji ve Plazma Fiziği Programı
Mezuniyet Tarihi	2022

