

**T.C.
MANİSA CELAL BAYAR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
MEKANİK BİLİM DALI**

**KARBON NANOTÜP YAPILARIN MODELLENMESİ VE SONLU
ELEMENLAR YÖNTEMİ İLE MEKANİK ANALİZİ**

Fatih Yasin ELAGÖZ

**Danışman
Doç. Dr. Bozkurt Burak ÖZHAN**



MANİSA-2021

**Fatih Yasin
ELAGÖZ**

**KARBON NANOTÜP YAPILARIN MODELLENMESİ VE SONLU ELEMANLAR
YÖNTEMİ İLE MEKANİK ANALİZİ**

2021

TAAHHÜTNAME

Bu tezin Manisa Celal Bayar Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makina Mühendisliği Bölümü'nde, akademik ve etik kurallara uygun olarak yazıldığını ve kullanılan tüm literatür bilgilerinin referans gösterilerek tezde yer aldığını beyan ederim.

Fatih Yasin ELAGÖZ



İÇİNDEKİLER

İÇİNDEKİLER	iii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	I
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	II
TABLO DİZİNİ	III
TEŞEKKÜR.....	V
ÖZET.....	VI
ABSTRACT	VII
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Genel Bilgiler ve Mevcut Çalışmalar	1
1.2. Karbon Nanotüpler Hakkında Genel Bilgiler.....	4
1.2.1. Karbon Nanotüp Yapılar	4
1.2.2. Karbon Nanotüp Yapıların Mekanik Özellikleri.....	7
1.2.3. Üretim Yöntemleri	9
1.2.4. Yaygın Görülen Kusurlar	11
1.3. Yapısal Analiz Hakkında Genel Bilgiler	13
1.3.1. Terahertz Bilimi	13
1.3.2. Frekans Analizi	14
1.3.3. Dinamik Analiz	15
1.3.4. Sonlu Elemanlar Yöntemi	15
2. ANALİTİK VE SAYISAL MODELLER	19
2.1. Analitik Model	19
2.1.1. Klasik (Yerel) Elastisite Teorisine Uygun Hareket Denkleminin Elde Edilmesi 19	
2.1.2. Yerel Olmayan Elastisite Teorisinin Hareket Denklemlerine Uygulanması	23
2.2. Analitik Çözüm	24
2.2.1. Basit-Basit Mesnet Tipi İçin Çözümün Elde Edilmesi	26
2.3. Sayısal Modeller.....	28
2.3.1. Ansys Mechanical APDL Kullanılarak Model Oluşturulması	28
2.3.2. Python Dilinde Yazılan Sonlu Elemanlar Kodu ile Sayısal Modelin Oluşturulması.....	33

3.	Analiz Sonuçlarının Değerlendirilmesi	40
3.1.	Analitik Sonuçların Değerlendirilmesi.....	40
3.2.	Sayısal Sonuçların Değerlendirilmesi	43
3.2.1.	Ansys Mechanical APDL Kullanılarak Elde Edilen Sonuçların Değerlendirilmesi.....	43
3.2.2.	Python Kodu Kullanılarak Elde Edilen Sonuçların Değerlendirilmesi	47
3.2.3.	Yöntemler Arası Karşılaştırmaların Yapılması.....	51
4.	SONUÇ VE ÖNERİLER.....	62
5.	Kaynakça	64



SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

CNT	Karbon Nanotüp (Carbon Nanotube)
SWCNT	Tek Duvarlı Karbon Nanotüp (Single-Walled Carbon Nanotube)
MWCNT	Çok Duvarlı Karbon Nanotüp (Multi-Walled Carbon Nanotube)
MD	Moleküler Dinamik (Molecular Dynamics)
FEA	Sonlu Eleman Analizi (Finite Element Analysis)
FEM	Sonlu Eleman Yöntemi (Finite Element Method)
NRAM	Nano Bellek (Nano-Ram)
SEM	Taramalı Elektron Mikroskobu (Scanning Electron Microscope)
TEM	İletim Elektron Mikroskobu (Transmission Electron Microscope)
CVD	Kimyasal Buhar Birikimi (Chemical Vapour Deposition)
S-W	Stone-Wales
E-B	Euler-Bernoulli
QCL	Kuantum Çağlayan Lazer (Quantum Cascade Laser)

ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa
Şekil 1.1 Karbon nanotüp yapıların sınıflandırılması	5
Şekil 1.2 Grafen levha üzerinde Zigzag ve Koltuk (Armchair) karbon nanotüp gösterimi	6
Şekil 1.3 Zigzag ve Koltuk (Armchair) karbon nanotüp yapıların 2-B görüntüsü	7
Şekil 1.4 Ark deşarj yöntemi	10
Şekil 1.5 Yaygın görülen kusurların şematik gösterimi	13
Şekil 1.6 Terahertz teknolojisi, elektronik ve fotonik ilişkisi	13
Şekil 1.7 Sonlu elemanlar metodu akış şeması	16
Şekil 1.8 Elastik zemin üzerinde bulunan bir çubuk	18
Şekil 1.9 Winkler elastik zemininin deformasyonun şematik gösterimi	19
Şekil 1.10 Pasternak elastik zemininin deformasyonunun şematik gösterimi	19
Şekil 2.1 Kirişin şekil değişimi (deformasyonu)	20
Şekil 2.2 Nanotüp yapı Ansys ortamına alındığında elde edilen geometri	29
Şekil 2.3 Ankastre-ankastre ve ankastre-serbest sınır koşulları	32
Şekil 2.4 Ansys ortamında elastik zemin için yay tanımlamaları	33
Şekil 3.1 Basit-basit mesnet için Python çözümüyle elde edilen mod şekilleri	49
Şekil 3.2 Ankastre-serbest mesnet için Python çözümüyle elde edilen mod şekilleri	50
Şekil 3.3 Ankastre-ankastre mesnet için Python çözümü ile elde edilen mod şekilleri	51
Şekil 3.4 Zigzag CNT yapısı için basit-basit mesnet sonuç analizi	52
Şekil 3.5 Zigzag CNT yapısı için ankastre-serbest sonuç analizi	52
Şekil 3.6 Zigzag CNT yapısı için ankastre-ankastre sonuç analizi	53
Şekil 3.7 Armchair CNT yapısı için basit-basit mesnet sonuç analizi	54
Şekil 3.8 Armchair CNT yapısı için ankastre-serbest mesnet sonuç analizi	54
Şekil 3.9 Armchair CNT yapısı için ankastre-ankastre mesnet sonuç analizi	55
Şekil 3.10 Yerel olmama parametresinin etkisi	55
Şekil 3.12 Mevcut çalışma ile literatür kıyaslaması [14]	56
Şekil 3.13 Zigzag CNT için elastik zemin etkisi	57

TABLO DİZİNİ

	Sayfa
Tablo 1.1 Tek-çok duvarlı karbon nanotüp karşılaştırması.....	5
Tablo 1.2 Karbon nanotüp yapılar ve diğer mühendislik malzemelerinin mekanik özelliklerinin kıyaslanması	7
Tablo 1.3 Kompozit katkı ve ısıtıl işleminde karbon nanotüp etkileri [18].....	8
Tablo 1.4 Karbon nanotüp üretim yöntemlerinin kıyaslanması	11
Tablo 2.1 Zigzag ve Armchair tipte karbon nanotüp yapıların karakteristikleri	29
Tablo 2.2 Ansys üzerinde CNT modellemek için kullanılan eleman tipleri	30
Tablo 2.3 CNT yapı için uygulanması gereken boyutsal dönüşümler	30
Tablo 2.4 Nanotüp yapı için mekanik malzeme özellikleri.....	32
Tablo 2.5 Zigzag tipte karbon nanotüp için düğüm noktaları	39
Tablo 2.6 Armchair tipte karbon nanotüp için düğüm noktaları	39
Tablo 3.1 Yerel elastisite teorisine ait Zigzag karbon nanotüp doğal frekans değerleri	41
Tablo 3.2 Yerel elastisite teorisine ait Armchair karbon nanotüp doğal frekans değerleri	41
Tablo 3.3 Yerel olmayan elastisite teorisine göre Zigzag karbon nanotüp doğal frekans değerleri	41
Tablo 3.4 Yerel olmayan elastisite teorisine göre Armchair karbon nanotüp doğal frekans değerleri	42
Tablo 3.5 Yerel olmayan elastisite teorisine göre basit-basit mesnet sınır koşuluna göre mod şekilleri	42
Tablo 3.6 Ankastre-serbest ve ankastre-ankastre sınır koşulları için mod şekilleri ..	43
Tablo 3.7 Zigzag tipli CNT için mevcut çalışma ve literatür kıyası	44
Tablo 3.8 Armchair tipli CNT için mevcut çalışma ve literatür kıyası	44
Tablo 3.9 Basit-basit mesnet çözümü Ansys APDL Sonuçları	45
Tablo 3.10 Elastik zemin etkisi altında görülen mod şekilleri	45
Tablo 3.11 Zigzag tipte karbon nanotüp için elastik zemin etkisi altında elde edilen doğal frekans değerleri.....	46
Tablo 3.12 Armchair tipte CNT için elastik zemin etkisi altında elde edilen doğal frekans değerleri	46
Tablo 3.13 Elastik zemin etkilerine dair literatürde [32] yapılan çalışmaya ait sonuçlar	47
Tablo 3.14 Zigzag tipte karbon nanotüp için 4 ve 8 elemanlı Python kodu ile çözüm sonuçları.....	47
Tablo 3.15 Armchair tipte karbon nanotüp için 4 ve 8 elemanlı Python kodu ile çözüm sonuçları	48
Tablo 3.16 Zigzag tipte karbon nanotüp için Python-analitik yüzde farkları.....	48
Tablo 3.17 Armchair tipte karbon nanotüp için Python-analitik yüzde farkları	48
Tablo 3.18 Basit-basit mesnet için mod şekilleri	58
Tablo 3.19 Ankastre-serbest mesnet için mod şekilleri [31]	58
Tablo 3.20 Ankastre-ankastre mesnet için mod şekilleri [31].....	59

Tablo 3.21 Ankastre-serbest mesnet tipi için literatür ve mevcut çalışma mod şekilleri.....	59
Tablo 3.22 Ankastre-ankastre mesnet tipi için literatür ve mevcut çalışma mod şekilleri.....	60
Tablo 3.23 Ankastre-serbest mesnet tipi için elastik zemin uygulamasının mod şekillerine etkisi	60
Tablo 3.24 Ankastre-ankastre mesnet tipi için elastik zemin uygulamasının mod şekillerine etkisi	61



TEŞEKKÜR

Çalışmamın her aşamasında bana destek olan, bilgi ve deneyimleri ile yol gösteren ve hem teknik konularda hem de manevi konularda yanımda olan değerli danışman hocam Sayın Doç. Dr. B. Burak Özhan'a öncelikli olarak teşekkür eder, bir kez daha saygılarımı sunarım.

Çalışma döneminde ve tez yazım sürecinde yanımda olan maddi ve manevi olarak desteklerinin eksikliğini hiç hissetmediğim eşime, anneme, babama ve kardeşlerime teşekkür ederim.

Fatih Yasin ELAGÖZ
Manisa, 2021



ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

KARBON NANOTÜP YAPILARIN MODELLENMESİ VE SONLU ELEMENLAR YÖNTEMİ İLE MEKANİK ANALİZİ

Fatih Yasin ELAGÖZ

Manisa Celal Bayar Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Bozkurt Burak ÖZHAN

Bu çalışmada karbon nanotüp yapıların modellenmesi ve titreşim karakteristikleri üzerine incelemeler yapılmıştır. Öncelikle karbon nanotüp yapılar hakkında mekanik özellikleri, üretim yöntemleri, sık görülen kusurlar gibi temel bilgiler verilmiştir.

Karbon nanotüp yapı analitik olarak Euler-Bernoulli kirişi teorisine uygun olarak modellenmiştir. Yerel (local) elastisite ve yerel olmayan (non-local) elastisite teorisine uygun hareket denklemleri ortaya konulmuştur. Analitik çözüm basit-basit, mesnet koşulu için elde edilmiştir.

Çalışmanın devamında hesaplamalı (sayısal) model kurulmuş ve analizler yapılmıştır. Sonlu eleman yöntemi tabanlı Ansys Mechanical APDL paket programında nanotüp modeli oluşturulmuştur. Nanotüp modelini Ansys APDL ile çözümleyebilmek için Python programlama dili kullanılarak moleküler dinamik programları ile Ansys APDL dili arasında köprü vazifesi gören ara programlar yazılmıştır. Ardından çözümler elde edilmiş ve literatürde bulunan sonuçlar ile kıyaslama yapılarak modelin doğrulanması sağlanmıştır. Elde edilen modele, bir uygulama problemi olarak, elastik zemin koşulu eklenmiş, elastik zeminin mod şekilleri ve doğal (tabii) frekans değerleri üzerindeki etkileri ortaya konulmuştur.

Hesaplamalı analizlerin devamında Python programlama dili kullanılarak özgün bir sonlu eleman kodu oluşturulmuştur. Bu kodda Euler-Bernoulli kirişi ve sınır koşulları için uygun eleman matrisleri tanımlanmış, küresel (global) matrisler oluşturulmuş ve çözümler araştırılmıştır. Elde edilen çözümler analitik çözümlerden elde edilen sonuçlar ile kıyaslanmış ve sonuçlar değerlendirilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Karbon nanotüp, sonlu elemanlar yöntemi, dinamik analiz, Ansys, Python, titreşim

2021, 73 sayfa

ABSTRACT

M.Sc. Thesis

MODELLING AND MECHANICAL ANALYSIS OF CARBON NANOTUBE STRUCTURES USING FINITE ELEMENT METHODOLOGY

Fatih Yasin ELAGÖZ

**Manisa Celal Bayar University
Graduate School of Applied and Natural Sciences
Department of Mechanical Engineering**

Supervisor: Assoc. Prof. Bozkurt Burak Özhan

In this study, carbon nanotube structures are modeled, and vibrational characteristics of carbon nanotubes are studied. In the introduction part, brief information about carbon nanotube structures has been given. Mechanical characteristics, production methods, and deficiency types have been discussed.

Carbon nanotubes have been formulated analytically according to the Euler-Bernoulli beam theory. Equation of motions according to local elasticity theory and nonlocal elasticity theory has been obtained. The analytical solution is found for simple-simple boundary conditions.

Numerical models have been established. Two approaches have been used.

Firstly, the finite element method-based Ansys Mechanical APDL software has been used to model carbon nanotubes as mass and beam elements using the local elasticity theorem. The gap between nanotube modeling software and APDL language is bridged by using self-developed Python scripts. Solutions obtained with Ansys Mechanical APDL are compared to similar works from the literature. After obtaining the model verification, elastic foundation effects are implemented as an application model. The effects of elastic foundation on mode shapes and natural frequencies are investigated.

Secondly, a finite element code has been developed using the Python programming language. In the Python program, the carbon nanotube is modeled using the local Euler-Bernoulli beam theory, and element formulations are defined according to this theory. Global stiffness and mass matrices are assembled, and solutions are obtained. Obtained results are compared with the literature and the approaches obtained in this work

Keywords: Carbon nanotubes, finite element method, dynamical analysis, Ansys, Python , vibration.

2021, 73 pages

1. GİRİŞ

1.1. Genel Bilgiler ve Mevcut Çalışmalar

Karbon nanotüp (CNT) yapılar ilk olarak 1991 yılında Iijima [1] tarafından ortaya konulmuştur. Günümüze kadar çok çeşitli kullanım alanları ortaya çıkmıştır. Bunlardan bazıları; kompozit malzemeler için katkı maddesi olarak kullanımı, hassas sensör malzemesi ve yarıiletken olarak kullanımı ve hücre içinden geçebilecek nano boyutlarda olması sebebiyle medikal alanlarda kullanımı olarak sıralanabilir.

Örneğin karbon nanotüplerin silindirik yapıları sayesinde içlerindeki boşluklara nano boyutta malzemelerin yerleştirilmesi ile özel olarak tespit edilen bölgede serbest bırakılacak ilaç ile lokal etkili tedavilerin önü açılmaktadır. Gelecekte kullanımı amaçlanan alanlardan biri olan bio-sensör teknolojisidir. Çeşitli hastalıklar için genelde zarar verici yönleri olan teşhis yöntemleri yerine pasif ve sürekli olarak tarama yapabilen sensörler ile hastalıkların zararsız bir şekilde erken tanısının yapılması üzerine çalışmalar yapılmaktadır. Medikal sektörde karbon nanotüp yapıların kullanım alanları, fonksiyonel gruplar, protein sarımı gibi konuların derlemesini He ve arkadaşları [2] ortaya koymuştur.

Elektronik alanında karbon nanotüp uygulamasına örnek olarak, Cincinnati Üniversitesi'nden araştırmacıların pil olarak da hizmet görebilen kıyafetler üretebilmek için karbon nanotüplerden oluşturulmuş kumaşları kullanması verilebilir [3]. Elektronik alanındaki bir diğer gelişme de mevcut elektronik bileşenlerin (komponentlerin) yerine karbon bazlı elektronik bileşenlerin tasarlanmaya ve hatta bazı bileşenler için üretilmeye başlanmış olmasıdır. Örneğin Gilmer ve arkadaşlarının [4] çalışmasında da belirtildiği gibi karbon nanotüp tabanlı bellekler (NRAM) yüksek performans ve uzun kullanım ömrü vadetmekte ve bugün kullanılan belleklerin yerine geçmeye aday durumdadır.

Ortiz-Medina ve arkadaşlarının yaptığı bir çalışmada [5] su filtrasyonu için üretilen membranlarda çok duvarlı karbon nanotüplerin kullanımının desalinasyona etkileri araştırılmış ve karbon nanotüplerin kimyasal pasifliklerinin etkisi sayesinde mevcut filtrelerden daha uzun ömürlü filtrasyon sistemleri önerilmiştir.

Karbon nanotüplerin bahsedilen kullanım alanlarına bağlı olarak araştırmacılar, çeşitli yapıların termal, mekanik, elektriksel, korozyon vb.  zellikleri ile de ilgilenmektedirler.

Karbon nanotüplerin yapısal özelliklerinin araştırılması deneysel ve teorik olarak yapılabilmektedir. Deneysel araştırmalarda görüntüleme için iletim elektron mikroskobu (TEM) ve taramalı elektron mikroskobu (SEM) gibi yüksek teknoloji gerektiren ekipmanlar kullanılmaktadır. Bu sebeple deneysel araştırmalar yüksek maliyetlere sebep olmaktadır.

Teorik araştırmalar ise yine analitik ve benzetim (simülasyon) olarak iki ayrı ana çatı altında değerlendirilebilir. Karbon nanotüp yapılar analitik olarak, moleküler dinamik çatısı altında ve sürekli ortamlar mekaniği çatısı altında değerlendirilebilmektedir. Sürekli ortamlar mekaniğinde karbon nanotüplerin karakteristikleri Euler-Bernoulli veya Timoshenko gibi çubuk kuramlarıyla ifade edilebilmektedirler. Ancak boyutlarının nanometre mertebesinde olmasından dolayı klasik (ya da yerel, lokal) elastisite kabul  yeterli kalmamakta ve Ahmet Cemal Eringen'in ortaya koyduğu yerel olmayan (non-local) elastisite teorisinin [6] kullanılması gerekmektedir.

Karbon nanotüplerin benzetim (simulasyon) analizleri ise moleküler dinamik benzetimleri ve yapısal benzetimler ile yapılmaktadır. Bu iki yöntemin başlıca farkları gereken zaman ve bilgisayar yüküdür. Moleküler dinamik benzetimleri zaman almakta ve kıyas yapıldığında yapısal benzetimlere göre daha g  l  bilgisayarlar gerektirmektedir. Yapısal benzetimler ise sonlu elemanlar yöntemi ile yapılabilmektedir. Karbon nanotüp yapı uzay-kafes sistem olarak, kütle ve yaylardan oluşan bir sistem olarak ya da kesişim noktalarında noktasal kütleler tanımlanmış çubuk sistemler olarak modellenebilmektedir.

Teorik olarak karbon nanotüp yapıların elastik modül ve kayma modülü gibi yapısal karakteristiklerinin bulunması için bir yöntem, atomlar arası potansiyel enerjilerin sürekli ortam yaklaşımıyla modellenmesidir [7]. Bir diğer yöntem ise yapı içindeki bütün elemanlar için bir eşdeğer sürekli ortam elemanı seçilerek yerine koyma yoluyla elastik modülün yaklaşık olarak hesaplanmasıdır [8]. Deneysel olarak ise

elektron mikroskopları (SEM, TEM) ve tasarlanan özel çekme testi deney düzenekleri sayesinde karbon nanotüplerin yapısal karakteristikleri elde edilebilmektedir.

Karbon nanotüp yapıların kullanımlarında önemli olan dinamik karakteristiklerinin başında doğal frekansları ve mod şekilleri gelmektedir. Frekans analizi için literatürde çok sayıda çalışma ve farklı yöntemler mevcuttur.

Arghavan ve Singh [9], karbon nanotüp yapıların serbest ve zorlanmış titreşimlerini incelemiştir. Kullanıkları yöntem Newmark'ın doğrudan integrasyon yöntemidir. Ankastre ve tek taraflı mesnetlenmiş olarak yaptıkları incelemeler sonucunda zigzag ve armchair (koltuk) tipli yapılar için mod şekillerini ortaya koymuş ve en/boy oranının frekanslar üzerindeki etkisini tartışmışlardır.

Karbon nanotüp yapılar için frekans analizleri moleküler mekanik yöntemleri de kullanılarak gerçekleştirilebilmektedir. Moleküler dinamik yöntemlerinde Born-Oppenheimer yakınsaması kabulü yapılmakta ve evrensel kuvvet alanı potansiyelleri hesaplanarak atomların koordinatlarının bulunması esasına dayanmaktadır [10,11]. Hu ve ark. [12] çalışmalarında moleküler dinamik yöntemleri kullanarak tek duvarlı karbon nanotüp (SWCNT) için temel modları bulmuş ve bulunan modları yerel, yerel olmayan çubuk teorileri ile yapılan hesaplamalar ile karşılaştırmışlardır. Bulgularına göre yerel olmayan Timoshenko çubuğu yaklaşımı 3.5 nm'den daha kısa yapılar için en doğru yanıtı vermektedir.

Reddy ve Pang [13], karbon nanotüplerin hesaplamalarında kullanılmak üzere yerel olmayan elastisite teorisini kullanarak, yerel olmayan çubuk formülasyonlarını türetmişlerdir. Euler-Bernoulli ve Timoshenko ve çubuk teorileri temel alınmış ve bu yapılarda dinamik ve statik analizler için formülasyonlar türetilmiştir.

Bu çalışmanın ilerleyen bölümlerinde de atıflarda bulunulacak ve ana kıyas makalesi olarak ele alınan çalışmada Sakhaee-Pour ve arkadaşları[14], karbon nanotüpleri atomistik sonlu elemanlar problemi olarak ele almış ve kütlelesel noktalar ve giriş elemanlar kullanarak çözümlemelerini yapmışlardır. Elde ettikleri sonuçları kullanarak, analiz sonuçlarına yakınsayan, bir formül türetmiş ve bu formülü sunmuşlardır.

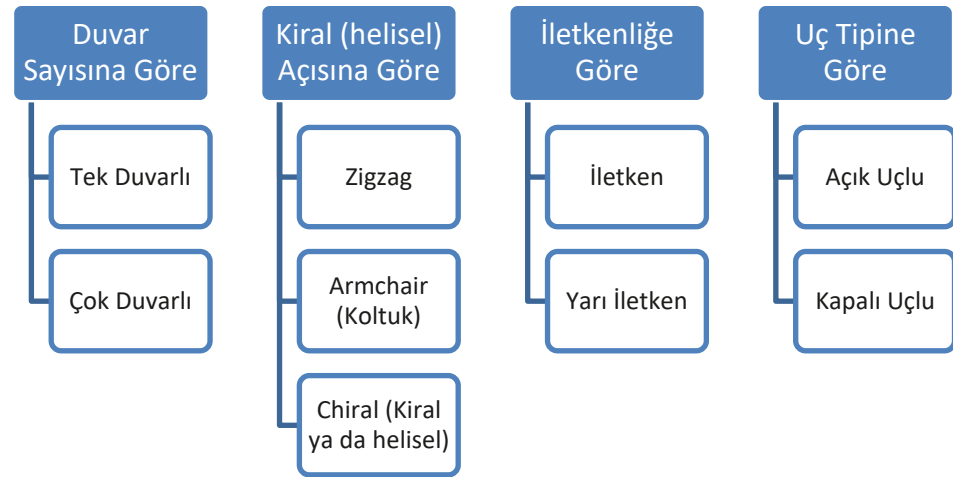
Bu çalışmada ise karbon nanotüp yapı için Hamilton yöntemi kullanılarak hareket denklemi elde edilmiş ve elde edilen hareket denklemi analitik olarak çözülmüştür. Bunun yanında literatür ile karşılaştırmalı olarak sonlu elemanlar yöntemi kullanan paket program (Ansys) ile boyut değişimleri yapılarak karbon nanotüp yapının Euler-Bernoulli kirişi ve noktasal kütleler olarak benzetimi (simülasyonu) yapılmış ve çözülmüştür. Paket programda Winkler parametresine sahip elastik zemin etkileri eklenmiş ve elastik zeminin doğal frekans değerlerine ve modal titreşim şekillerine etkileri incelenmiştir. Ardından sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak özgün bir Python kodu geliştirilmiş ve karbon nanotüp yapı için Euler-Bernoulli kirişi ve noktasal kütleler kullanılarak küresel rijitlik, kütle ve kuvvet matrisleri oluşturularak özdeğer-özvektör problemi çözülerek doğal frekans değerleri elde edilmiş ve diğer yöntemler ile kıyaslamalar yapılmıştır.

1.2. Karbon Nanotüpler Hakkında Genel Bilgiler

1.2.1. Karbon Nanotüp Yapılar

Karbon nanotüp yapılar, en yaygın olarak ile rulo haline getirilmiş bir grafen levha olarak tanımlanmaktadır. Bunlar nanotüp kelimesinin ifade ettiği şekilde “nano” ve “tübül”, yani içi boş silindirik yapılardır ve boyut açısından 10^{-9} metre mertebesi ile ifade edilir.

Karbon nanotüp yapılar pek çok farklı sınıflandırmaya tabi tutulabilir, bu sınıflandırmalar Şekil 1.1’de gösterilmiştir. Tek duvarlı karbon nanotüp (SWCNT) yapılar boyutsal olarak 0,4-2,0 nm çap aralığına ve 0,2 nm’den başlayıp uzunluk olarak üretim yöntemlerine göre değişiklik gösterebilmektedir [2,15]. Uzunluk için bir üst sınır teorik olarak yoktur ve üretim kapasitesi ile alakalıdır. Çok duvarlı karbon nanotüp (MWCNT) yapılar için ise dış çap, duvar sayısı ile ilgilidir.



Şekil 1.1 Karbon nanotüp yapıların sınıflandırılması

Oluşumları sırasında karbon nanotüp yapılar duvar sayısına göre çeşitlenmektedir üst üste sıralanmış karbon atomları, tek duvarlı olabileceği (SWCNT) gibi çift duvarlı veya çok duvarlı (MWCNT) olabilmektedirler. Bu yapı farklılığı yapılar için karakteristik değişimlerine sebep olmaktadır. Tablo 1.1’de tek duvarlı ve çok duvarlı yapılar arasındaki farklılıklar sıralanmıştır.

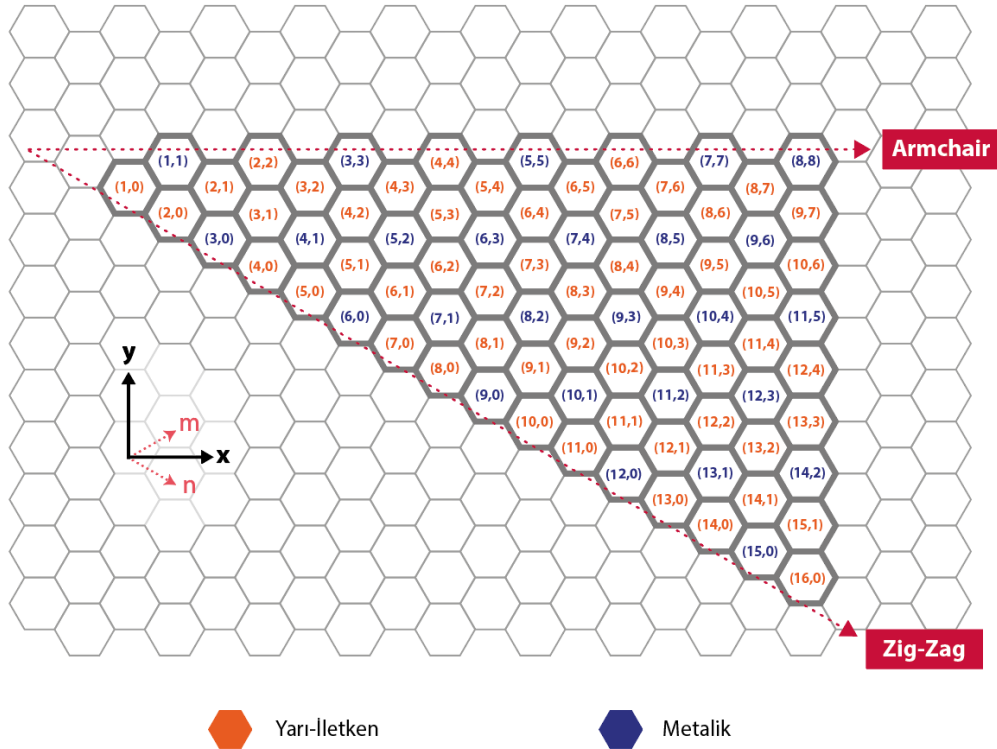
Tablo 1.1 Tek-çok duvarlı karbon nanotüp karşılaştırması

Tek Duvarlı Karbon Nanotüpler (SWCNT)	Çok Duvarlı Karbon Nanotüpler (MWCNT)
Tek katman grafen mevcuttur	Katman sayısı 1’den fazladır
Üretimleri için kataliz gerekmektedir	Üretimleri için kataliz ihtiyacı yoktur
Seri üretimleri zordur	Seri üretimleri kolaydır
Safılık düşüktür	Safılık yüksektir
Karakteristiklerinin değerlendirilmesi çok duvarlılara göre daha kolaydır	Karakteristiklerinin değerlendirilmesi tek duvarlılara göre daha zordur
Mekanik dayanımları çok duvarlılara göre daha düşüktür	Mekanik dayanımları tek duvarlılara göre daha iyidir.
Elektriksel karakteristiklerin belirlenmesi kolaydır	Elektriksel özelliklerinin belirlenmesi için her bir duvarın ayrıca incelenmesi gerekir
Burulmaları kolaydır	Burulmaları zordur

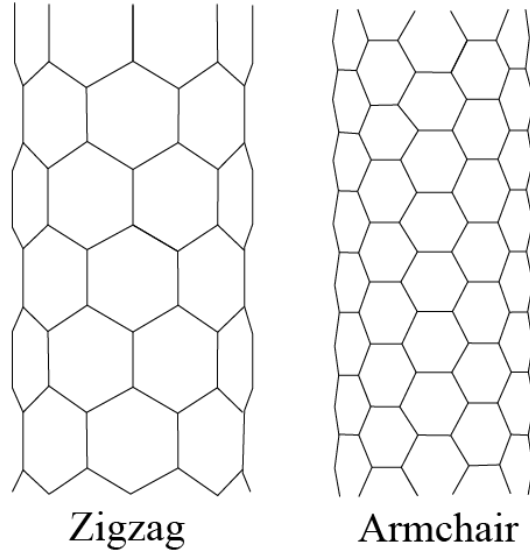
Kiral (helisel olarak da anılabilir) açısı, atomların tüp içindeki konumlanmalarını (oryantasyonlarını) ifade etmek için kullanılan açı olarak tanımlanabilir. Kiral açısını grafen levhayı ele alarak açıklamak daha kolaydır. Şekil 1.2’de gösterilen grafen levha üzerinde levhanın rulo yapılma yönü olarak gösterilen

oklar dikkate alındığı zaman zigzag ve koltuk (armchair) tipli karbon nanotüp yapılar elde edilmektedir. Denklem 1.1’de ise kiral vektörün ($\vec{C}_h$) tanımlaması verilmiştir. Zigzag tipli yapılar $(n,0)$ iken armchair tipindeki yapılar (m,m) yapısına sahiptirler. Bu iki uç yapının arası ise kiral karbon nanotüp olarak tanımlanmakta ve (n,m) indis notasyonu ile gösterilmektedir. Yapının tipine göre yapısal özellikleri değişmektedir [16]. Ancak yapısal özelliklerin değişimine kıyasla bu indislerin ifade ettiği daha önemli bir değişiklik mevcuttur. Yapının iletkenliği kiral vektör tarafından belirlenir. Eğer $(m-n)$ değeri 3’ün tam katı ise yapı metalik özellik gösteriyordur, eğer $(m-n)$ değeri 3’ün tam katı değil ise yapı yarı-iletken karakteristiktir [16]. Zigzag ve Armchair tipli tek duvarlı yapılar Şekil 1.3’te gösterilmiştir.

$$\vec{C}_h = n\vec{a}_1 + m\vec{a}_2 \quad (1.1)$$



Şekil 1.2 Grafen levha üzerinde Zigzag ve Koltuk (Armchair) karbon nanotüp gösterimi



Şekil 1.3 Zigzag ve Koltuk (Armchair) karbon nanotüp yapıların 2-B görüntüsü

1.2.2. Karbon Nanotüp Yapıların Mekanik Özellikleri

Karbon nanotüp yapıların gelecek vadetmelerinin mekanik bilimi açısından önemi daha ziyade özgül mukavemet ve mukavemet dayanım değerleri sayesinde. Tablo 1.2’de karbon nanotüplerin yapısal olarak diğer mühendislik malzemeleri ile kıyaslanmıştır.

Tablo 1.2 Karbon nanotüp yapılar ve diğer mühendislik malzemelerinin mekanik özelliklerinin kıyaslanması

Özellik	Elastik Modül (TPa)	Kopma Mukavemeti (GPa)
SWCNT	1-5,5	13-53
MWCNT	0,2-0,95	11-150
Çelik	0,18-0,22	0,38-1,55
Aluminyum	0,06-0,075	0,10-0,15

Tablo 1.2’de görüldüğü üzere karbon nanotüp yapılar diğer mühendislik malzemelerine göre üstün özellikler göstermektedir. Ancak mekanik özelliklerin çok geniş aralıkta olması kullanımlarını zorlaştıran konuların başında gelmektedir. Bu geniş aralığın sebebi karbon nanotüp yapıların saf üretimlerinin zor olması, yaygın görülen kusurlar gibi birçok etkinin sonucu olarak karşımıza aşılması gereken bir

zorluk olarak çıkmaktadır. Ancak bu yapılar stabil olarak karakterize edilebildiği noktada katkı maddeleri olarak büyük fayda sağlayacakları Tablo 1.3'te görülebilmektedir. [17]

Tablo 1.3 Kompozit katkı ve ısıtma işlemde karbon nanotüp etkileri [17]

SWCNT Katkı Oranı (% Ağırlık)	Soğuk Şekil Verme oranı (%)	İşlem	Kopma Mukavemeti (MPa)	Akma Mukavemeti (MPa)	Uzama (%)
0	80	Soğuk şekil verme	164,6	83,6	<1
		Soğuk şekil verme + Tavlama	73,6	42,4	26
	95	Soğuk şekil verme	175,1	156,5	<1
		Soğuk şekil verme + Tavlama	89,1	46,8	25
0,1	80	Soğuk şekil verme	241,8	216,3	<1
		Soğuk şekil verme + Tavlama	126,1	51,1	19
	95	Soğuk şekil verme	191,1	166,3	<1
		Soğuk şekil verme + Tavlama	106,1	54,5	20

Karbon nanotüp yapıların mekanik özelliklerini ve bu üstün özelliklerin sebeplerini anlamak için öncelikle atomik yapılara ve atomlar arası bağlara bakmak gereklidir. Metalik yapılarda görülen kristal kafes yapılar ve bunların atomlar arası kovalent bağları sebebiyle farklı özellikler gösterdiği gibi karbon atomları arasındaki bağlar da karbon nanotüp yapıların dayanımını ve rijitliklerini belirler. Moleküler seviyede atomları birer kütle, bağları ise birer yay olarak değerlendirirsek -mekanik biliminde gerilme şekil değiştirme ilişkisi açısından elastik modül olarak ortaya konulan- rijitlik katsayısının doğrudan bağ kuvveti ile orantılı olduğu görülebilmektedir. [18].

Bu yapıların mekanik özellik benzetimleri ele alınırken atomlar arası bağlar için kiriş tanımlaması yapılabilir ve moleküler dinamikte kullanılan bağ enerjileri kirişler için deformasyon formülleri ile eşitlenerek yapısal modellemede kullanılacak

katsayılar bulunabilir. İşlemlere ait detaylı adımlar Li ve Chou [19] çalışmasında ortaya konulmuştur. Denklem 1.2, Denklem 1.3 ve Denklem 1.4'te bu çalışmadan faydalanarak elde edilen bağıntılar verilmiştir.

$$\frac{EA}{L} = k_r \quad (1.2)$$

$$\frac{EI}{L} = k_\theta \quad (1.3)$$

$$\frac{GJ}{L} = k_\tau \quad (1.4)$$

Denklemlerde kullanılan E elastisite modülünü, A yapı kesit alanını, I ve J sırasıyla eğilme ve burulma için atalet momentlerini ifade etmektedir. k_r , k_θ , k_τ ise sırasıyla uzama, eğilme ve burulma rijitlikleridir.

1.2.3. Üretim Yöntemleri

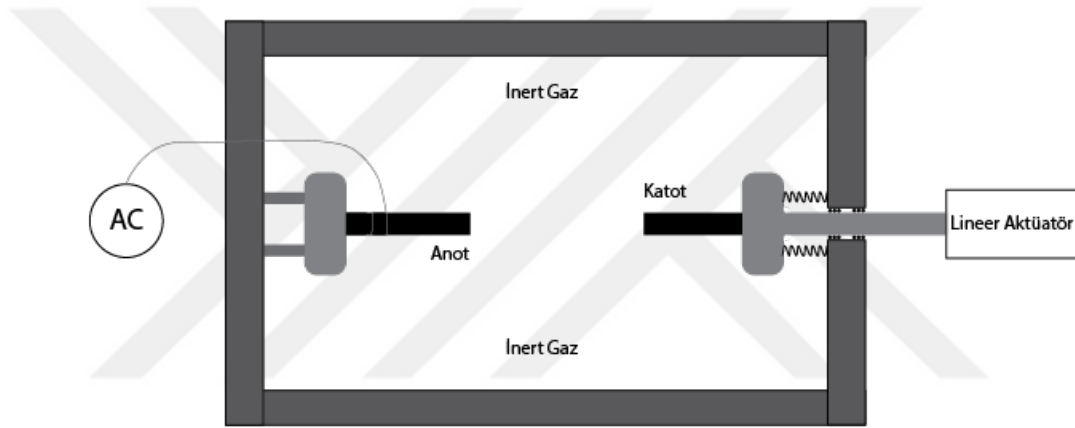
Karbon nanotüp yapıların üretimleri üç ana yöntem ile yapılmaktadır. Bunların yanı sıra daha az kullanılan başka bazı yöntemler de mevcuttur. Her bir yöntemin sahip olduğu farklı avantajlar ve dezavantajlar vardır ve üç ana yöntem günümüzde hala geliştirmede ve seri üretim için kullanılan karbon nanotüp yapıların üretiminde kullanılmaktadır. Bu yöntemler

Ark deşarj yöntemi,
Kimyasal buhar birikimi yöntemi
Lazer aşındırma yöntemi
olarak sıralanır.

Bu ana yöntemler Iijima'nın 1991'de karbon nanotüpleri ilk kez ortaya koyduğu çalışmada [1] kullanılan ark deşarj yöntemi (Ark Discharge Metod) ile başlar. Ark deşarj yöntemi 1991-1995 yılları aralığında karbon nanotüp yapıların üretimi için tek yöntem olmuştur. Temelinde anot ve katot olarak iki karbon çubuğunun kullanılması ve inert gaz koruması ile sıcaklık altında akım vasıtasıyla anot olarak tanımlanan karbon çubuğunun plazma formuna geçişi ve katot etrafında karbon iğnecikleri oluşturması vardır. İnert gaz olarak argon veya helyum gazları kullanılmaktadır [2, 20].

Ark deşarj yöntemi kullanılarak hem tek duvarlı hem de çok duvarlı yapılar üretilmektedir ancak tek duvarlı nanotüp üretimi isteniyorsa katalizör kullanılması zorunludur. Katalizör olarak kobalt, nikel, demir kullanılabilecek olan metallere örneklerdir [2, 20].

Ark deşarj yöntemi ile fulleren oluşumu da görülmektedir, bu oluşumlar kül olarak haznenin aşağısına toplanırken istenen üretim olan tek ve çok duvarlı karbon nanotüp yapılar katot üzerine yapışmaktadır. Üretilen yapıların üretim sonrasında ayrıştırılması ve karakterizasyonlarının yapılması gerekmektedir. Şekil.1.4'te ark deşarj yönteminin şematik gösterimi verilmiştir[2, 20].



Şekil 1.4 Ark deşarj yöntemi

Ana yöntemlerden ikincisi, lazer aşındırma yöntemidir. Burada ise atımlı olarak bir lazerin grafen plaka üzerinde kullanılarak plakadan karbon atomlarını yüksek sıcaklık ile buharlaştırması söz konusudur. Buharlaşan karbon atomları soğutulmuş plakalar yardımıyla ortamdan toplanır. Lazer kullanılan haznede inert gaz kullanılması gerekliliği ark deşarj yöntemi gibi lazer aşındırma yönteminde de mevcuttur [2, 20].

Ana sonuncusu ise Kimyasal Buhar Birikimi (CVD) yöntemidir. Bu yöntemin çalışma prensibi ark deşarj yöntemi ve lazer aşındırma yöntemlerinden yapı itibarıyla farklıdır, ilk iki yöntem karbon nanotüp üretimi için fiziksel işlemleri kullanırken bu kimyasal bir yöntemdir. Kimyasal Buhar Birikimi ile ilk başlarda yalnızca tek duvarlı yapı üretimi yapabilirken son yıllarda görülen gelişmeler ile çift duvarlı karbon nanotüp üretimi de gerçekleştirilebilmiştir [2, 20].

Kimyasal Buhar Birikimi yönteminin çalışma prensibi, karbon içeren bir gazın (örneğin: metan gazı), bir işlem gazı (nitrojen, hidrojen, amonyak) ile kimyasal tepkimeye girmesini sağlayarak karbon atomlarını serbest bırakmaktır. Süreç için yüksek sıcaklık (700-900°C) gerekmektedir. Serbest kalan karbon atomlarının üzerinde birikebileceği, metal katalizörler ile birikim kolaylaştırılır, substratlar kullanılarak karbon atomları ortamdan toplanır. Kullanılan katalizör ve substrat ile karbon nanotüp yapıların oryantasyonu ve birikimleri kontrol edilebilmektedir. Bu yöntemin diğer yöntemlere göre en büyük avantajı karbon nanotüplerin seri üretiminde kullanılabilmesidir [2, 20]. Karbon nanotüplerin üretiminde kullanılan üç ana yöntemin avantajları ve dezavantajları özet olarak Tablo 1.4'te gösterilmiştir.

Tablo 1.4 Karbon nanotüp üretim yöntemlerinin kıyaslanması

Özellik	Ark Deşarj Yöntemi	Lazer Aşındırma Yöntemi	Kimyasal Buhar Birikimi Yöntemi
Enerji İhtiyacı	Yüksek	Yüksek	Orta
Hammadde Temin Kolaylığı	Zor	Zor	Çok kolay
İşlem Kontrol Edilebilirliği	Zor	Zor	Kolay, otomasyona elverişli
Reaktör Tasarımı	Karmaşık	Karmaşık	Basit, seri üretime uygun
Üretim Miktarı	Düşük	Düşük	Yüksek
Ürün Saflığı	Yüksek	Yüksek	Yüksek
İşlem Verimi	Orta	Yüksek	Yüksek
İkincil İşlem İhtiyacı	Saflaştırma gerektirir	Saflaştırma gerektirir	Gerekmez
İşlem Sürekliliği	Parti üretimi	Parti üretimi	Sürekli üretim
Birim Maliyet	Yüksek	Yüksek	Düşük

Sıklıkla kullanılan bu yöntemlerin dışında; alevle yakma, yüksek basınçta karbon monoksit dönüşümü, elektroliz gibi yöntemler de kullanılmaktadır. Ancak, kullanımlarının seri üretime henüz uygun olmaması, istenilen saflıkta karbon nanotüp üretememeleri gibi sebeplerle ark deşarj yöntemi, lazer aşındırma ve kimyasal buhar birikimi yöntemlerine göre daha nadir uygulanır.

1.2.4. Yaygın Görülen Kusurlar

Karbon nanotüp yapılar, üretimleri sırasında farklı kusurlarla sentezlenebilmektedirler. Bu kusurların bir kısmı üretim sonrası farklı işlemler ile

giderilebilirken bir kısmı ise giderilememekte ve karbon nanotüp yapısını olumsuz olarak etkileyerek ürün kalitesini düşürmektedir.

Üretim sırasında kullanılan metalik katalizör parçacıkları bu yapılar ile etkileşime girmiş ve üretim sonunda birleşmiş biçimdedirler. Bu katalizörlerin ikincil işlemler ile yapıdan ayrıştırılmaları gerekmektedir, ancak ayrıştırılmaları mümkün olduğu için kalıcı olarak karbon nanotüp yapıya olumsuz etkileri göz ardı edilebilmektedir [21].

Üretim esnasında karbon atomlarında oluşan yapısal bozuklukların geri dönüşü yoktur. Bu kusurlar Stone-Wales kusuru ve boşluk (vacancy) kusurudur. Stone-Thrower-Wales kusuru olarak da bilinmektedir, kusur komşu atomlar arasındaki bağların dizilimlerinin değişmesi ile oluşmaktadır. Sonuç olarak dört tane hekzagonal hücre yerine iki tane pentagonal hücre ve iki tane heptagonal hücre oluşmaktadır [21,22].

Stone-Wales kusurunda balpeteği yapısının (formunun) bozulması sebebiyle, yapının rijitliğini azalmaktadır. Bu da dolaylı olarak karbon nanotüpün titreşim (dinamik) karakteristiğini etkilemektedir. Moghadam ve ark. [23] yaptıkları çalışmada, Stone-Wales kusurunun tek duvarlı yapıların doğal frekansları üzerindeki etkilerini incelemişlerdir. Çalışmada, bu kusurun konumunun ve oryantasyonunun (dağılımının) etkilerini araştırılmıştır.

Giderilmesi mümkün olmayan bir başka önemli kusur ise boşluk kusurudur. Bu kusur karbon atomlarından birinin olması gerektiği yerde olmaması ve çevresindeki bağların oluşmaması olarak tarif edilebilir. Oluşmayan bağlardan dolayı yapının karakteristik özellikleri menfi olarak etkilenmekte ve bu durum yapının kalitesini düşürmektedir. Boşluk kusuru ile ilgili olarak Chen ve ark. [24] boşluk etkisinin ve Stone-Wales kusurunun tek duvarlı yapıların titreşim karakteristiklerine etkisini incelemişlerdir. Boşluk kusurunun titreşim karakteristiklerinde sebep olduğu düşüş oranı Stone-Wales kusuruna göre daha yüksektir, bunun sebebi karbon atomlarının yalnızca konumlanmalarının (oryantasyonlarının) değişmesi yerine hiç oluşmamalarıdır. Boşluk ve Stone-Wales kusurları şematik olarak Şekil 1.5'te gösterilmiştir.

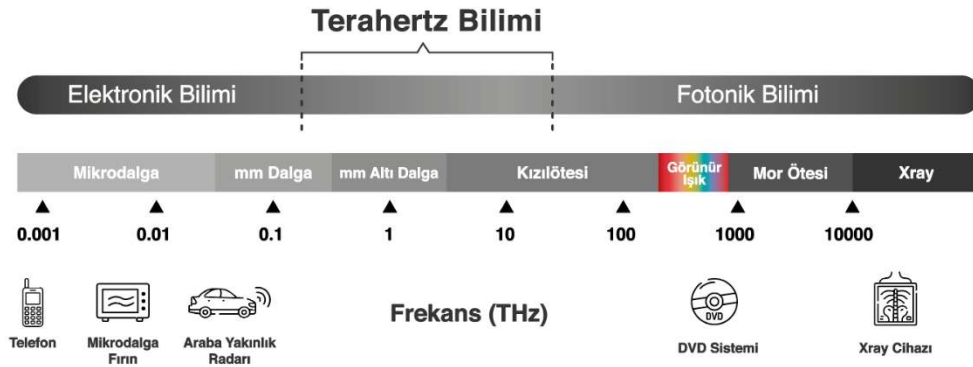


Şekil 1.5 Yaygın görülen kusurların şematik gösterimi

1.3. Yapısal Analiz Hakkında Genel Bilgiler

1.3.1. Terahertz Bilimi

Terahertz (THz) bilimi olarak adlandırılan alan, günümüzde yaygın olarak kullanılan ve özellikleri bilinen mikrodalga ve kızılötesi dalga boyları arasında kalan aralığı incelemektedir. 0,1-10 THz bandı ile tanımlanan Terahertz radyasyon aralığına, kuantum çağılayan lazerleri (QCL, Quantum Cascade Lasers) ile ilk defa erişilebilmiştir [25]. Ancak kuantum çağılayan lazerlerin düşük çalışma sıcaklığı gereksinimi sebebiyle ancak laboratuvar ortamında sıvı nitrojen soğutması gibi bakımı zor ve maliyetli yöntemler ile çalışabilen cihazlar üretilebilmektedir [26]. Şekil 1.6’da Terahertz bant aralığı şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 1.6 Terahertz teknolojisi, elektronik ve fotonik ilişkisi

Bunun yanı sıra, mevcut teknolojiye özellikle tıp alanında kullanılan X-ray gibi canlılara zarar veren görüntüleme teknolojileri yerine yeni nesil, zararsız görüntüleme ve teşhis teknolojilerinin önünü THz bandında ve iyonize edici özellikte olmayan

dalgalar ile çalışan cihazların gerçekleştirilmesi için bu aralığın kullanılabilmesi gerekmektedir [25,26,27].

Grafen ve karbon nanotüp yapıların, elektriksel veya manyetik alana maruz bırakıldıkları zaman THz ışınımı yaptıkları tespit edilmiş ve bu ışınımın kullanılarak QCL yapılar gibi ileri teknoloji uygulamalar için oda sıcaklığında dengeli çalışabilen tasarımlar yapılabileceği ön görülmüştür. Bu sebeptendir ki tek duvarlı yapılar ve grafen yapılar Terahertz bilimi için de yoğun bir şekilde araştırma konusu haline gelmiştir [27].

Atomik yapıların ısı (termal) ve elektriksel iletkenlikleri yapının fononları ile yakından ilişkilidir. Fonon, atomların toplu olarak belirli bir desendeki hareketi tekrarlamalarına denilmektedir. Mod (kip) şekilleri olarak kullanılan terimin atomik karşılığı olarak değerlendirilebilir. Karbon nanotüp yapıların fononlarından radyal nefes modu (radial breathing mode), burulma modu (twist mode) ve uzama modları özellikle iletkenlikleri ile ilişkilidir [28]

1.3.2. Frekans Analizi

Frekans, en genel tanımıyla bir olgunun birim zamanda kendini yineleme sayısını ifade etmekte kullanılan terimdir. Frekans analizi ise bir olgunun farklı karakteristiklerinin frekanslarını inceleme işlemine denilmektedir ve finans, kalite kontrol, mekanik gibi pek çok alanda kullanılmaktadır.

Doğada bulunan bütün nano, mikro ve makro düzeydeki yapıların kendine özel ve yapı oluşuktan sonra değiştirilmesi ancak dış etkenler ile mümkün olan karakteristikleri mevcuttur. Bunlar yapının doğal frekansları olarak tanımlanmaktadır. Mekanik bilimi için frekans analizi yapının dinamik karakteristiği açısından çok önemlidir. Doğal (tabii) frekanslar, yapıların farklı titreşim mod şekillerini hangi frekans bandında gösterdiğini ifade eder.

Yapı üzerine etkiyen dış bir zorlamanın (kuvvetin) olması ve bu zorlamanın frekansının yapının kendi doğal frekansları ile aynı frekans bandında olması durumunda rezonans adı verilen durum hasıl olur. . Rezonans durumunda yapının titreşim genliği sürekli artarak teorik olarak sonsuza gitmekte ve bu durum mekanik

yapılar için gürültüye, hassasiyet kaybına ve yapının konstrüksiyonunda zararlara sebep olmaktadır.

Karbon nanotüp yapılar için de terahertz bilimi çalışmalarında fonon frekansı ve fonon şekilleri, mekanik bilimi çalışmalarında ise doğal frekans ve mod şekilleri olarak adlandırılan frekans analizi ele alınmaktadır. Bu çalışma kapsamında mekanik bilimi terimleri olan frekans ve mod şekilleri ifadeleri kullanılacaktır.

1.3.3. Dinamik Analiz

Frekans analizi analitik olarak dinamik analiz yöntemleri ile yapılabilmektedir. Atomların dinamiği hareket denklemleri ile yazılır ve çözüm yapılır. Sistemler ayrık veya sürekli sistem olarak modellenenmektedir.

$$[M]\{\ddot{X}(t)\} + [C]\{\dot{X}(t)\} + [K]\{X(t)\} = \{F(t)\} \quad (1.5)$$

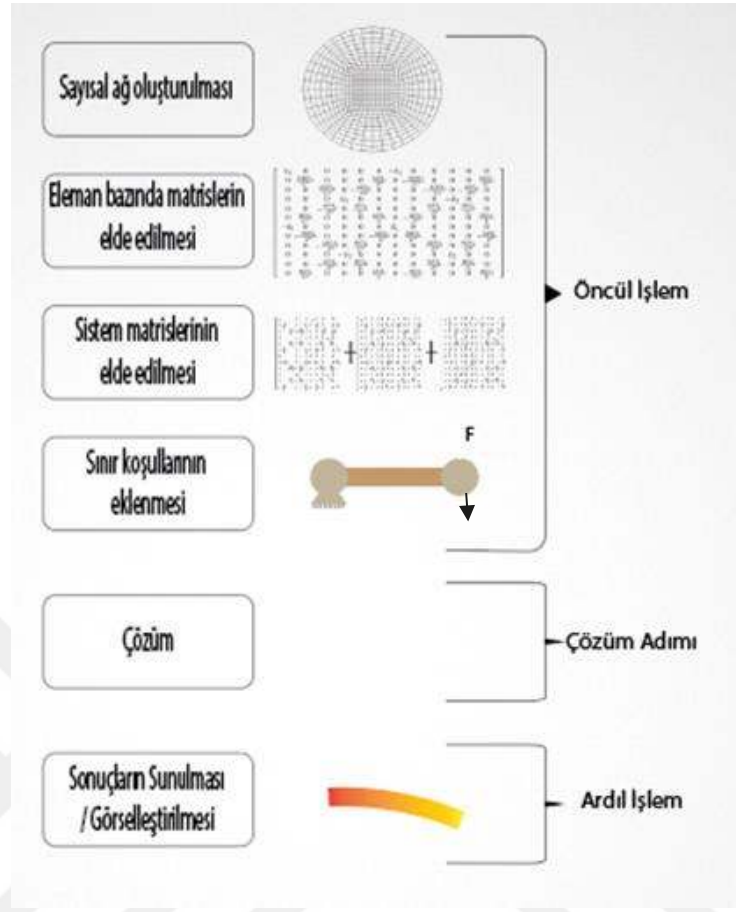
Denklem 1.5'te dinamik sistemler için genel bir hareket denklemi verilmiştir. Burada $[M]$ kütle matrisini, $[C]$ sönüm matrisini ve $[K]$ matrisi ise direngenlik matrisini ifade etmektedir. $\{X(t)\}$ deplasman ve $\{F(t)\}$ ise harici (dış) kuvvet vektörlerini tanımlamaktadır. Vektörler üç boyutlu uzayda üç öteleme ve üç dönme olmak üzere altı serbestlik derecesine sahiptirler. Karbon nanotüp yapılar için doğal frekanslardan bahsedildiğinde dış sönümün olmadığı sistemler kastedilmektedir. Bu sebeple, genel hareket denklemi,

$$[M]\{\ddot{X}(t)\} + [K]\{X(t)\} = \{F(t)\} \quad (1.6)$$

halini almaktadır.

1.3.4. Sonlu Elemanlar Yöntemi

Sonlu elemanlar yöntemi, bilinmeyen alan değişkenlerini bulabilmek için bilinen bir alanın (domain) küçük elemanlara bölünmesi ve küçük parçaların her birinin kendine has bir sistem gibi modellenerek ana sistemin kütle, sönüm ve direngenlik matrislerinin elde edilmesi ve çözülmesi ile bilinmeyen alan değişkenlerinin bulunması yöntemlerinin genel ismidir. Sonlu elemanlar yönteminin aşamaları öncül işlem (pre-process), çözüm adımı ve ardıl işlem (post-process) olarak üç bölüme ayrılarak ele alınabilir. Sonlu elemanlar yöntemine ait genel akış şeması Şekil 1.7'de özetlenmiştir.



Şekil 1.7 Sonlu elemanlar metodu akış şeması

Öncül işlemde (pre-process); ana sistemin parçalara bölünerek sayısal ağı oluşturulması (mesh), oluşturulan ağdaki her bir eleman için direngenlik, kütle ve sönüm matrislerinin elde edilmesi, eleman bazındaki lokal matrislerin birleştirilerek sistem için genel global matrislerin elde edilmesi ve sisteme sınır koşullarının eklenmesi işlem adımları uygulanmaktadır.

Çözüm adımında oluşturulan direngenlik, kütle ve sönüm matrisleri kullanılarak bilinmeyen alan değişkeni aranır. Çözüm için farklı algoritmalar mevcuttur ve çözülecek problem tipine göre bunlar arasından seçim yapılabilmektedir. Doğal frekans problemleri için; doğrudan çözüm, Lanczos, Block-Lanczos veya indirgenmiş matris algoritmaları gibi algoritmalar kullanılabilir. Sistemlerin boyutu büyüdükçe hesaplanması gereken denklem sayısı da arttığı ve doğrudan çözüm algoritmaları verim açısından zayıf kaldığı için çok kullanılmamaktadır. Block-Lanczos gibi algoritmalar ise matrislerin içindeki sıfır değerlerini bularak onlara ait

denklemleri temizleyip toplam çözülmesi gereken denklem sayısını indirgediği için daha az hesap yükü getirmektedirler. Ancak hangi algoritma kullanılırsa kullanılsın özdeğer problemi aynıdır ve Denklem 1.7 çözülmemektedir.

$$[K] - \omega^2 [M] = 0 \quad (1.7)$$

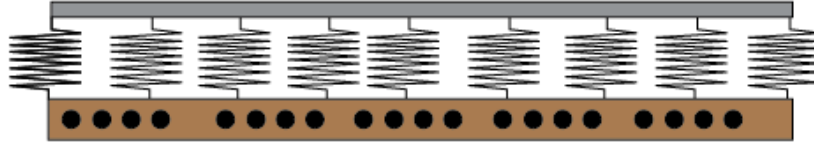
Denklem 1.7’de ω terimi doğal frekansları ifade etmektedir. Ardıl adımda ise çözümü yapılan ve belirli hale getirilen alan değişkenleri sayısal ağ üzerindeki bütün elemanlar için okunur ve ağın çözüm noktaları dışında kalan alanlar için interpolasyon yapılarak o değerler de küçük miktarda hata barındırarak belirlenir.

1.3.5. Elastik Zemin Etkileri

Bu çalışmada uygulama çalışması olarak elastik zemine oturmuş kiriş modeli ele alınacağı için elastik zemin durumu ve sonlu elemanlar modeline etkisi burada anlatılmıştır.

Bir sistem kendi başına değerlendirildiğinde yalnızca kendi elemanlarından gelen direngenlik, sönüm ve kütle etkileri göz önünde bulundurulmaktadır. Ancak gerçek hayatta bir sistem elastik bir zemin üzerinde, elastik bir ortam içinde veya daha farklı şekillerde varolabilmektedir. Gerçek hayatta karayolları, demiryolları ve boru hatları elastik zemine oturmuş ve elastik zemin içinde varolan sistemlere örnek olarak gösterilebilir.

Bir sistem eğer elastik bir zemin üzerinde duruyorsa, temas elemanlarında ek bir direngenlik katkısı oluşur. Şekil 1.8’de elastik zemin üzerinde bulunan bir çubuk temsil edilmiştir. Görüldüğü gibi sistem artık yalnızca bir çubuktan oluşmamakta ve zemini de içeren daha geniş kapsamlı bir sisteme dönüşmektedir. Zeminin karakteristik davranışı çok karmaşık olması sebebiyle farklı basitleştirmelere sahip elastik zemin modelleri kullanılmaktadır. Bu modellemelerin en yaygın olarak kullanılan iki tanesi, Winkler ve Pasternak elastik zemin modelleridir.



Şekil 1.8 Elastik zemin üzerinde bulunan bir çubuk

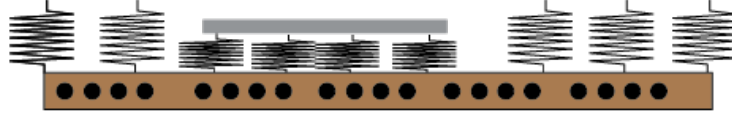
Winkler tek parametrelili modelinde elastik zemin birbirinden bağımsız yaylardan oluşan bir sistemmiş gibi ele alınır ve ana sisteme doğrudan direngenlik ekler. Ancak Winkler zemin modelinde yaylar birbirinden bağımsız olduğu için zemin süreksiz olarak davranış sergiler ve fiziksel dünyadaki sürekli zemin durumunun tam olarak yansıtamamaktadır. Denklem 1.8’de Winkler elastik zemin modellemesi için zemin basıncı (kuvveti) ifade edilmiştir [30].

$$P(x) = k_1 w(x) \quad (1.8)$$

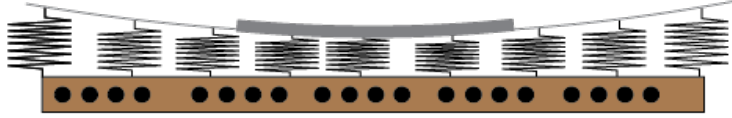
Denklem 1.8 de k_1 terimi zemin rijitliğini ve $w(x)$ ise $P(x)$ zemin basıncı altında sistemin gösterdiği sehim (deplasmanı) ifade etmektedir. Pasternak elastik zemin modellemesi ise iki parametrelili model tanımlamasıdır. Bu zemin model çeşidinde yaylar doğrusal yay olarak değil birbirleri ile etkileşim içinde ve bir bütün olarak hareket eden bir yay sistemi olarak modellenmektedir. Denklem 1.9’da Pasternak zemin çeşidi için zemin basıncı gösterilmiştir. Denklem 1.9’da görüleceği üzere Pasternak zemin modellemesinde sistemin gösterdiği direnç tek bir parametre olarak değil ikinci bir zemin rijitliği parametresinin (k_2) yardımıyla tanımlanmıştır [29].

$$P(x) = k_1 w(x) - k_2 \frac{\partial^2 w(x)}{\partial x^2} \quad (1.9)$$

Şekil 1.9 ve Şekil 1.10’da ise Winkler ve Pasternak zemin modellemeleri şematik olarak ifade edilmiştir.



Şekil 1.9 Winkler elastik zemininin deformasyonun şematik gösterimi



Şekil 1.10 Pasternak elastik zemininin deformasyonun şematik gösterimi

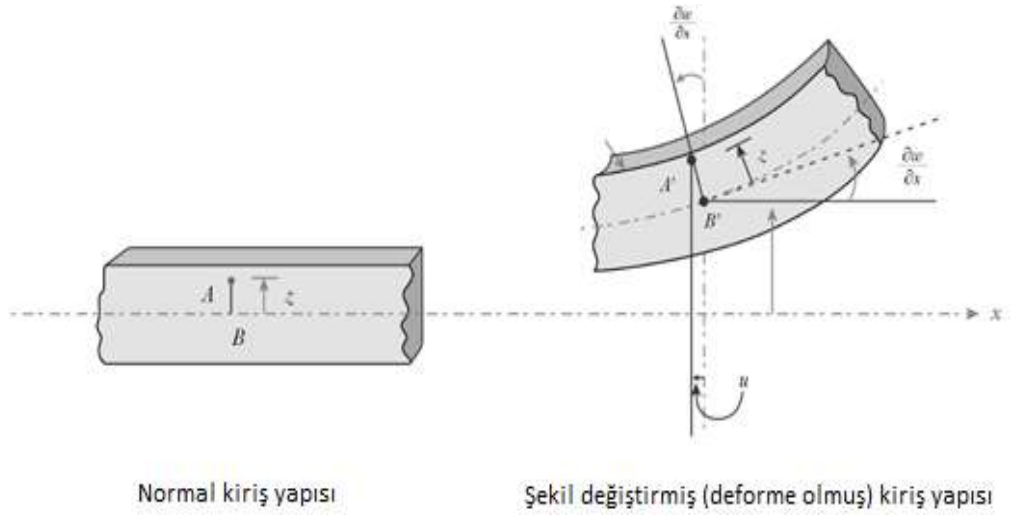
2. ANALİTİK VE SAYISAL MODELLER

2.1. Analitik Model

Karbon nanotüp yapıların analitik olarak çözümlerinin yapılabilmesi için öncelikle hareket denklemlerinin elde edilmesi gerekmektedir. Bu çalışmada karbon nanotüp yapı Euler-Bernoulli kirişi olarak modellenmiştir. Öncelikli olarak klasik (yerel) elastisite teorisine uygun hareket denklemi ardından yerel olmayan (non-local) elastisite teorisine uygun hareket denklemi elde edilmiştir. Daha sonrasında hareket denklemi için genel çözüm önerisinde bulunulmuş ve basit-basit mesnet tipi için çözüm elde edilmiştir.

2.1.1. Klasik (Yerel) Elastisite Teorisine Uygun Hareket Denkleminin Elde Edilmesi

Hareket denklemlerinin çıkarılması sırasında gerilmeler ve yer değiştirmeler aşağıda verildiği şekilde kullanılmış ve yerel olmayan elastisite etkileri göz önünde bulundurulmamıştır. Denklem 2.1 ve Denklem 2.8 arasında kiriş teorisi için temel yer değiştirme bağıntıları verilmiştir. Şekil 2.1’de ise genel kiriş elemanının şekil değişimi gösterilmiştir. [30]



Şekil 2.1 Kirişin şekil değişimi (deformasyonu)

$$N = \int_A \sigma_{xx} dA \quad (2.1)$$

$$M = \int_A z \sigma_{xx} dA \quad (2.2)$$

$$Q = \int_A \sigma_{xz} dA \quad (2.3)$$

$$u_1 = u(x, t) - z \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.4)$$

$$u_2 = 0 \quad (2.5)$$

$$u_3 = w(x, t) \quad (2.6)$$

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (2.7)$$

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{xx}^0 - z\kappa \quad (2.8)$$

$$0 = \int_{t_1}^{t_2} (\delta K - \delta W_i - \delta W_e) dt \quad (2.9)$$

Yukarıda verilen denklemlerde N eksenel kuvveti, M eğilmeyi ve Q ise kesme kuvvetini ifade etmektedir. u_1, u_2, u_3 terimleri yer değiştirme olarak tanımlanmaktadır. Denklem 2.5 ise bu kirişin düzlem içinde kaldığını ifade etmektedir.

Hamilton prensibi Denklem 2.9’da verilmiştir. Bu denklemde K kinetik enerjiyi W_i iç enerjiyi ve W_e dış kuvvetlerin enerjisini (yapılan iş) ifade eder. Hamilton prensibi temelde bir sistemin bir zaman aralığında kinetik ve potansiyel enerjilerin farkının varyasyonunun sıfıra eşit olduğu kabulünden yola çıkar ve sisteme etki eden bütün bileşenlerin yaptıkları işleri içerir. İç ve dış kuvvetlerin yaptığı işleri bulabilmek için Denklem 2.10’da verilen sanal yer değiştirmeler yöntemi kullanılmıştır.

$$\delta W_{Total} = \delta W_I + \delta W_E = 0 \quad (2.10)$$

$$\delta W_e = - \int_L (f(x) \delta u + q(x) \delta w) dx \quad (2.11)$$

$$\delta W_I = \int_V \sigma_{xx} \delta \epsilon_{xx} dV = \int_L \int_A \sigma_{xx} \delta \epsilon_{xx} dA dx \quad (2.12)$$

$$= \int_L \int_A \sigma_{xx} \delta \left(\frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) dA dx \quad (2.13)$$

$$= \int_L \int_A \sigma_{xx} \left(\frac{\partial \delta u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x^2} \right) dA dx \quad (2.14)$$

$$= \int_L \int_A \left(N \frac{\partial \delta u}{\partial x} - M \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x^2} \right) dx \quad (2.15)$$

Kinetik enerji terimi ise iki boyutlu sistemde bileşke hız teriminden elde edilmiştir. Denklemlerde kullanılan ρ terimi yoğunluğu ifade etmektedir.

$$\delta K = \delta \int_V \frac{1}{2} \rho [\dot{u}_1^2 + \dot{u}_3^2] dV \quad (2.16)$$

$$\delta K = \delta \int_V \frac{1}{2} \rho \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] dV \quad (2.17)$$

$$\delta K = \delta \int_0^L \int_A \frac{1}{2} \rho \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] dA dx \quad (2.18)$$

$$\delta K = \delta \int_0^L \frac{\rho A}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] dx \quad (2.19)$$

$$\delta K = \frac{1}{2} \rho A \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial t} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \right) \left(\frac{\partial \delta u}{\partial t} - z \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x \partial t} \right) + 2 \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right) \left(\frac{\partial \delta w}{\partial t} \right) \right] \quad (2.20)$$

Hamilton prensibini uygulayabilmek için gerekli bütün terimler elde edildikten sonra Denklem 2.21'e sırasıyla Denklem 2.20, 2.11 ve 2.12 yerleştirilirse Denklem 2.22 elde edilmektedir. Kısmi integrasyon yöntemi ile hareket denklemleri elde edilir.

$$0 = \int_{t_1}^{t_2} (\delta K - \delta W_I - \delta W_E) dt \quad (2.21)$$

$$0 = \int_0^T \int_0^L \left[m_0 \left(\frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial \delta u}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial t} \frac{\partial \delta w}{\partial t} \right) + m_2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x \partial t} \right) \right] dx dt \quad (2.22)$$

$$+ \left[-N \left(\frac{\partial \delta u}{\partial x} \right) + M \left(\frac{\partial^2 \delta w}{\partial x^2} \right) + f \delta u + q \delta w + \bar{N} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \delta w}{\partial x} \right) \right] dx dt$$

Hamilton prensibi kullanılarak elde edilen hareket denklemleri Denklem 2.23 ve Denklem 2.24'te verilmiştir. Unutulmamalıdır ki bu denklemler yerel elastisite teorisi kullanılarak elde edilmiştir ve karbon nanotüp yapıların çözümü için bu halleri ile kullanılmaları hatalara sebebiyet vermektedir. Bu sebeple yerel olmayan elastisite teorisi için düzeltme yapılması gerekmektedir.

$$\frac{\partial N}{\partial x} + f = m_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + q - \frac{\partial}{\partial x} \left(\bar{N} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) = m_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - m_2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} \quad (2.24)$$

2.1.2. Yerel Olmayan Elastisite Teorisinin Hareket Denklemlerine Uygulanması

Yerel olmayan elastisite teorisi en temelde bir noktaya etki eden gerilmenin yalnızca o noktaya değil yakınında bulunan diğer noktalarındaki gerilmelere de bağlı olan bir fonksiyon olduğunu belirtir ve modellemelerdeki gerilme ve moment bağıntılarını yazarken değişikliklere sebebiyet verir.

Karbon nanotüp yapıların da boyutları itibari ile yerel elastisite teorileri yerine yerel olmayan elastisite teorileri ile çözümlenmeleri uygun olmaktadır. Yerel olmayan gerilme ve moment tanımlamaları aşağıda verilen Denklem 2.25 ve Denklem 2.26'daki bağıntılar esas alınarak yerel elastisite teorisindeki gibi hareket denklemleri elde edilebilir.

$$N - \mu \frac{\partial^2 N}{\partial x^2} = EA \varepsilon_{xx}^0 \quad (2.25)$$

$$M - \mu \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = EI \kappa \quad (2.26)$$

Bu denklemlerde μ terimi yerel olmayan elastisite parametresi (μ parametresi) olarak ifade edilir ve sistemin yerellikten olan ayrışmasını ifade eder. Bu terimin sıfıra eşitlenmesi ile yerel elastisite teorilerinin gerilme ve moment bağıntıları elde edilebilmektedir. Denklem 2.25 ve 2.26'da verilen terimlerin Hamilton prensibi ile elde edilen hareket denklemlerinde (2.23 ve 2.24) yerlerine yazılması ile Euler-Bernouilli kirişi için yerel olmayan elastisite teorisi ile hareket denklemleri elde edilebilir.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(EA \frac{\partial u}{\partial x} \right) + f + \mu \left(m_0 \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} - \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right) = m_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(-EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \mu \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(N \frac{\partial w}{\partial x} \right) - q + m_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - m_2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} \right] \\ & + \left(q - \frac{\partial}{\partial x} \left(N \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right) = m_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - m_2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} \end{aligned} \quad (2.28)$$

Yukarıda verilen denklemlerde ve yapılan işlemlerde sadelik açısından kullanılan özel m_0 ve m_2 terimleri

$$m_0 = \int_A \rho dA \quad (2.29)$$

$$m_2 = \int_A z^2 \rho dA \quad (2.30)$$

olarak tanımlanmıştır. Bu terimler atalet momentlerini ifade etmektedir.

2.2. Analitik Çözüm

Elde edilen hareket denklemi değişkenlerine ayırma yöntemi ile çözülür. Burada zamana ve mekana bağlı kısmi diferansiyel denklemin çözüm fonksiyonu olan düşey yer değiştirme (bağımlı değişken) için hem zaman hem de mekan fonksiyonlarını içeren bir çözüm önerilir.

$$w(x, t) = W(x) e^{i\omega t} \quad (2.31)$$

Denklem 2.31’de verilen bu ifadede $W(x)$ fonksiyonu mod yapısı ile ilgili mekana bağlı fonksiyon, $e^{i\omega t}$ ise zamana bağlı fonksiyondur. Önerilen çözüm fonksiyonu hareket denklemi 2.28’de yerine yazılır ve N ile ifade edilmiş olan eksenel dış kuvvet sıfırlanırsa

$$p \frac{d^4 W}{dx^4} + q \frac{d^2 W}{dx^2} - r W = 0 \quad (2.32)$$

elde edilir. Denklem 2.32 de sadeleştirme amaçlı kullanılan p , q ve r terimleri

$$p = EI - \mu N - \mu m_2 \omega^2 \quad (2.33)$$

$$q = m_2 \omega^2 + N + \mu m_0 \omega^2 \quad (2.34)$$

$$r = m_0 \omega^2 \quad (2.35)$$

şeklindedir. Denklem 2.32’deki mekan değişkenine bağlı adi diferansiyel denkleme

$$W(x) = C e^{sx} \quad (2.36)$$

çözümü önerilir. Denklem. 2.36’da verilen çözüm Denklem 2.32’de yerine konulursa karakteristik denklem elde edilir.

$$Cps^4e^{sx} + Cqs^2e^{sx} - Cre^{sx} = 0 \quad (2.37)$$

$$ps^4 + qs^2 - r = 0 \quad (2.38)$$

Denklem 2.38’inkökleri $s_{1,2}^2 = \alpha^2$ ve $s_{3,4}^2 = \beta^2$ olarak ayrıştırılırsa [13]

$$\alpha^2 = \frac{1}{2p} \left(q + \sqrt{q^2 + 4pr} \right) \quad (2.39)$$

$$\beta^2 = \frac{1}{2p} \left(-q + \sqrt{q^2 + 4pr} \right) \quad (2.40)$$

şeklinde elde edilir. Mekan fonksiyonuna ait genel çözüm, Denklem 2.39 ve Denklem 2.40’ta verilen kök takımları kullanılarak

$$W(x) = c_1 \sin(\alpha x) + c_2 \cos(\alpha x) + c_3 \sin h(\beta x) + c_4 \cos h(\beta x) \quad (2.41)$$

şeklinde elde edilir. Bu çözüm mekan fonksiyonuna ait çözümdür. Doğal frekans değerlerinin bulunabilmesi için denklem 2.39 ve denklem 2.40’ta sunulan kök takımları

$$(2p\alpha^2 - q)^2 = q^2 + 4pr \rightarrow p\alpha^4 - q\alpha^2 - r = 0 \quad (2.42)$$

şeklinde yeniden düzenlenir ve daha önce sadeleştirme amaçlı kullanılan p , q ve r terimleri yeniden yerlerine koyulursa denklem [13]

$$(EI - \mu N - \mu m_2 \omega^2) \alpha^4 - (m_2 \omega^2 + N + \mu m_0 \omega^2) \alpha^2 - m_0 \omega^2 = 0 \quad (2.43)$$

halini alır. Denklem 2.43’te ω terimi çekilirse doğal frekans bağıntısı [13]

$$\omega^2 = \alpha^2 \frac{EI\alpha^2 - (1 + \mu\alpha^2)N}{(m_0 + m_2\alpha^2)(1 + \mu\alpha^2)} \quad (2.44)$$

şeklinde elde edilir. Mod şekillerinin bulunabilmesi için denklem 2.41’de verilen genel çözüm netleştirilmelidir. Denklem 2.41’de bulunan c_1, c_2, c_3, c_4 katsayılar sınır koşullarını uygulanması ile elde edilir.

2.2.1. Basit-Basit Mesnet Tipi İçin Çözümün Elde Edilmesi

Her iki ucundan da basit mesnet ile sabitlenmiş Euler-Bernouilli kirişi için sınır koşulları (mesnet şartları) aşağıdaki gibidir

$$W(0) = 0 \quad (2.45)$$

$$M(0) = p \frac{d^2 W}{dx^2}(0) - \mu m_0 \omega^2 W(0) = 0 \quad (2.46)$$

$$W(L) = 0 \quad (2.47)$$

$$M(L) = p \frac{d^2 W}{dx^2}(L) - \mu m_0 \omega^2 W(L) = 0 \quad (2.48)$$

Denklem 2.45’te kirişin başlangıç noktasında yer değiştirme olmadığı ifade edilmektedir. Denklem 2.46’te basit mesnetlerin dönme serbestliğini kısıtlamamasından dolayı mesnette moment oluşmayacağı ifade edilmektedir. Denklem 2.47 ve denklem 2.48 kirişin diğer uç noktası için aynı tanımlamaları ifade etmektedir. Bu sınır koşullarını sırasıyla Denklem 2.42’de yerine konulursa katsayılar elde edilir.

$$W(0) = c_1 \sin(0) + c_2 \cos(0) + c_3 \sinh(0) + c_4 \cosh(0) \quad (2.49)$$

$$W(0) = c_2 + c_4 = 0 \quad (2.50)$$

$$c_2 = -c_4 \quad (2.51)$$

$$-p(-\alpha^2 c_1 \sin(0) - \alpha^2 c_2 \cos(0) + \beta^2 c_3 \sinh(0) + \beta^2 c_4 \cosh(0)) - \mu m_0 \omega^2 W(0) = 0 \quad (2.52)$$

$$-p(-\alpha^2 c_2 + \beta^2 c_4) = 0 \quad (2.53)$$

$$-p(-c_2(\alpha^2 + \beta^2)) = 0 \quad (2.54)$$

$$c_2 = -c_4 = 0 \quad (2.55)$$

$$W(L) = c_1 \sin(\alpha L) + c_3 \sin h(\alpha L) = 0 \quad (2.56)$$

$$M(L) = c_1 \sin(\alpha L)(p\alpha^2 - r\mu) - c_3 \sin h(\beta L)(p\beta^2 + r\mu) = 0 \quad (2.57)$$

Elde edilen Denklem 2.56 ve Denklem. 2.57'den oluşan iki bilinmeyenli cebirsel denklem takımının basit olmayan çözümü için katsayılar matrisinin determinantı sıfıra eşit olmalıdır. Katsayılar matrisi

$$\begin{pmatrix} \sin(\alpha L) & \sin h(\beta L) \\ \sin(\alpha L)(p\alpha^2 - r\mu) & -\sin h(\beta L)(p\beta^2 + r\mu) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.58)$$

şeklindedir. Determinantı hesaplandığında aşağıdaki şekilde c_1 ve c_3 katsayıları elde edilebilir.

$$|[Katsayılar]| = \sin(\alpha L)(p\alpha^2 - r\mu)\sin h(\beta L) + \sin h(\beta L)(p\beta^2 + r\mu)\sin(\alpha L) = 0 \quad (2.59)$$

$$\sin(\alpha L) = 0 \rightarrow \alpha_n = \frac{n\pi}{L} \quad (2.60)$$

Denklem 2.59'da verilen determinant hesabında periyodik olarak sıfırlanabilecek ifade ve bu ifadenin sıfır olduğu değerler Denklem 2.60'ta verilmiştir.

Mod şeklinin elde edilebilmesi için c_1 ve c_3 katsayılarının da bulunması gerekmektedir. Denklem. 2.56'dan c_1 ve c_3 arasındaki ilişki aşağıdaki şekilde yazılırsa Euler-Bernoulli kirişine ait yer değiştirme/mod yapısı ve doğal frekans değerleri sabit mesnet – sabit mesnet özel durumu için aşağıdaki gibi elde edilir. [13]

$$-c_1 \frac{\sin(\alpha L)}{\sin h(\alpha L)} = c_3 \rightarrow c_3 = 0 \quad (2.61)$$

$$W(x) = c_n \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \quad (2.62)$$

$$\omega_n^2 = \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 \frac{EI \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2}{\left(m_0 + m_2 \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 \right) \left(1 + \mu \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 \right)} \quad (2.63)$$

Denklem 2.63'te μ parametresi sıfır olarak kabul edildiğinde yerel elastisite teorisine ait doğal frekans ifadesi elde edilmektedir.

2.3. Sayısal Modeller

Sayısal çözümler araştırılırken iki farklı model kullanılmıştır. Bunlardan ilki Ansys APDL paket programı ile karbon nanotüp kirişlerin üç boyutlu, karbon atomlarının kütleler olarak simgelendiği atom arası bağların ise kirişler olarak simgelendiği bir yapı olarak ele alınmasıdır.

Kullanılan sayısal modellerden ikincisi ise Python programlama dili kullanılarak yazılan özgün bir sonlu elemanlar yazılımıdır.

2.3.1. Ansys Mechanical APDL Kullanılarak Model Oluşturulması

Sonlu elemanlar modelinin elde edilmesi için “Ansys” adlı ticari paket yazılımın mekanik analizler için özelleşmiş olan “Mechanical” modülü kullanılmıştır. Yazılımda karbon nanotüp yapıların analizlerini yapabilmek için APDL yazılım dili ile kodlar yazılmış ve oluşturulan model literatür ile doğrulanmıştır.

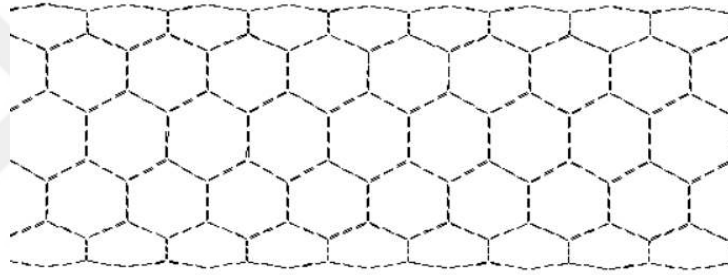
Karbon nanotüp yapıların geometrik olarak oluşturulması için Nanotube Modeler [31] adlı yazılım kullanılmıştır. Jcrystal adlı yazılım firmasına ait bu yazılım ücretsiz kullanıma ve farklı özelliklerde nano yapıların modellenmesine imkân sağlamaktadır, oluşturulan nanotüp yapılar daha sonra atom koordinatlarını bir metin dosyası olarak dışa aktarabilmektedir. Bu çalışma kapsamında kıyaslama açısından literatürde de kullanılmış olmaları sebebiyle (8,0-Zigzag) ve (6,6-Armchair) olmak üzere iki farklı kiral vektörüne sahip karbon nanotüp modellenmiştir. Tablo 2.1’de değerlendirilen karbon nanotüp yapılar için temel karakteristikler verilmiştir.

Tablo 2.1 Zigzag ve Armchair tipte karbon nanotüp yapıların karakteristikleri

	(8,0)	(6,6)
Nanotüp Uzunluğu	15,2 nm	12,3 nm
Nanotüp Çapı	0,626 nm	0,814 nm
Nanotüp Tipi	Zigzag	Armchair
Kovalent Bağ Uzunluğu	0,1421 nm	0,1421 nm

Metin dosyası yapısında elde edilen atom koordinatları Python yazılım dili ile yazılan bir kod yardımı ile APDL dili yapısına uygun hale getirilmiştir.

Yazılan bu kod aracılığı ile Nanotube Modeler yazılımından elde edilen geometri Ansys tarafından anlaşılabilir bir yapıya dönüştürüldükten sonra model geometrisi Ansys yazılım ortamına aktarılmıştır.



Şekil 2.2 Nanotüp yapı Ansys ortamına alındığında elde edilen geometri

Şekil 2.2’de yazılım ortamında karbon nanotüp yapının ilk içeri aktarıldığı hali gösterilmiştir. İçeri aktarılan bu model yalnızca geometri bilgisi barındırdığından dolayı eleman tipleri, malzeme ve problem tanımlamaları yapılmalıdır.

Bu çalışmada karbon nanotüp yapı modellenirken karbon atomları noktasal kütleler, atomlar arasındaki kovalent bağlar ise kiriş olarak modellenmiştir. Bu modelleme için kullanılan eleman tipleri Tablo 2.2’de verilmiştir. Beam 188 elemanı Timoshenko kiriş teorisini temsil etmektedir. Ancak literatürde kullanılan ve Euler-Bernouilli kiriş teorisini tam temsil eden Beam4 elemanı artık Ansys tarafından desteklenmediği için Beam 188 elemanı kullanılmıştır. Beam 188 eleman tanımlaması ortasında düğüm noktası olmayan, başında ve sonunda düğüm noktalarına sahip bir kiriş elemandır. Kirişin incelik oranı (slenderness ratio) göz önünde tutularak Timoshenko ve Euler-Bernouilli kirişi arasındaki ilişki kurulmuştur.

Tablo 2.2 Ansys üzerinde CNT modellemek için kullanılan eleman tipleri

Sistem Bileşeni	Ansys'te Kullanılan Eleman Tipi
Karbon Atomu	Mass21
Kovalent Bağ	Beam188

Yapı Ansys ortamında gerçek boyutları kullanılarak modellenememektedir. Bunun sebebi ise Ansys yazılımının nanometre boyutunu desteklememesidir. Bu sebeple yazılımı kullanabilmek adına karbon nanotüp yapıda ölçeklendirme yapılması gerekmektedir. Yapılan ölçeklendirme Tablo 2.3'te verilmiştir. Bu ölçeklendirme ile karbon nanotüp yapı program tarafından tanınabilen bir boyutta modellenip, sonuçlar elde edildikten sonra terse dönüşüm yapılarak nano boyutta karşılığı elde edilebilmektedir.

Tablo 2.3 CNT yapı için uygulanması gereken boyutsal dönüşümler

Özellik	Gerçek Boyut	Ansys'te Kullanılan Katsayı
Uzunluk [m]	L	$10^{10} L$
Kütle [Kg]	M	$10^{26} M$
Elastik Modül [Pa]	E	E
Kayma Modülü [Pa]	G	G
Doğal Frekans Değeri [Hz]	F	$10^{-8} f$

2.3.1.1. Ansys APDL Modeli için Mekanik Özelliklerin Belirlenmesi

Yapıya ait malzeme özellikleri bulunurken moleküler dinamik yöntemleri kullanılmıştır. Moleküler dinamik ile kiriş teorileri arasındaki köprü atomik potansiyeller kullanılarak kurulmuştur. Atomlar arası bağların depoladığı enerji aşağıdaki Denklem 2.64 şeklinde ifade edilebilir [21].

$$U_{Total} = \sum U_r + \sum U_\theta + \sum U_\tau \quad (2.64)$$

Denklem 2.64'de terimler atomlar arası bağların uzama, dönme ve burulma esnasında depoladıkları enerjileri temsil eder. Sırasıyla bu terimler

$$U_r = \frac{1}{2} k_r (r - r_0)^2 = \frac{1}{2} k_r (\Delta r)^2 \quad (2.65)$$

$$U_\theta = \frac{1}{2} k_\theta (\theta - \theta_0)^2 = \frac{1}{2} k_\theta (\Delta \theta)^2 \quad (2.66)$$

$$U_\tau = \frac{1}{2} k_\tau (\phi - \phi_0)^2 = \frac{1}{2} k_\tau (\Delta \phi)^2 \quad (2.67)$$

olarak türetilir.

Moleküler dinamikten elde edilen bu bağıntılar atomik bağlarda depolanan enerjileri temsil etmektedir. Burada k_r , k_θ ve k_τ değişkenleri sırasıyla bağın uzamaya, dönmeye ve burulmaya gösterdiği direnci ifade etmektedir. Bu denklemleri kullanarak kovalent bağı Euler-Bernoulli kirişinin malzeme özelliklerini elde edebilmek için yapı mekaniğindeki uzama, eğilme ve burulma bağıntıları kullanılmıştır.

$$U_A = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{N^2}{EA} dL = \frac{1}{2} \frac{N^2 L}{EA} = \frac{1}{2} \frac{EA}{L} (\Delta L)^2 \quad (2.68)$$

$$U_M = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{M^2}{EI} dL = \frac{1}{2} \frac{M^2 L}{EI} U_M = \frac{1}{2} \frac{EI}{L} (2\alpha)^2 \quad (2.69)$$

$$U_T = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{T^2}{GJ} dL = \frac{1}{2} \frac{T^2 L}{GJ} = \frac{1}{2} \frac{GJ}{L} (\Delta \beta)^2 \quad (2.70)$$

Enerji yaklaşımlarından elde edilen iki denklem takımı eşitlenerek aşağıdaki moleküler dinamik-yapı mekaniği bağıntı

$$\frac{EA}{L} = k_r \quad (2.71)$$

$$\frac{EI}{L} = k_\theta \quad (2.72)$$

$$\frac{GJ}{L} = k_\phi \quad (2.73)$$

$$E = \frac{LK_r^2}{4\pi K_\theta} \quad (2.74)$$

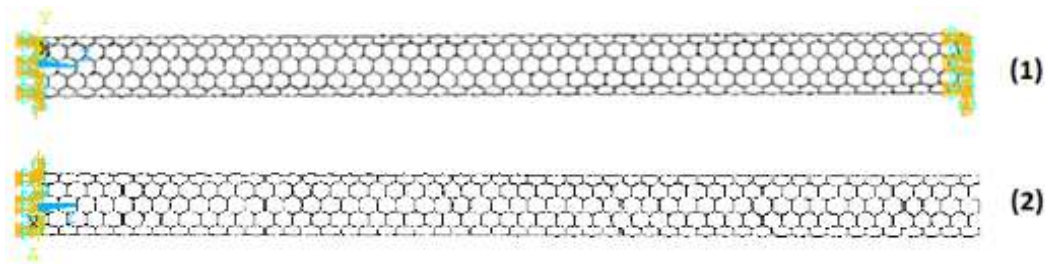
$$G = \frac{Lk_\phi k_r^2}{\pi k_\theta^2} \quad (2.75)$$

şeklinde kurmuş ve karbon nanotüp yapılar için kullanılabilecek elastisite ve kayma modülleri bulunmuştur. Ansys'te tanımlanan malzeme özellikleri Tablo 2.4'te verilmiştir.

Tablo 2.4 Nanotüp yapı için mekanik malzeme özellikleri

	Nanotüp Malzeme Özellikleri
Elastik Modülü	5,49 TPA
Kayma Modülü	0,871 TPA
Poisson Oranı	0,26

Çalışma yapılırken üç farklı sınır koşulu göz önünde bulundurulmuştur. Bunlar ankastre-ankastre, ankastre-serbest ve basit-basit sınır koşullarıdır. Ansys içinde şematik gösterimleri aşağıdaki Şekil 2.3'te verilen bu sınır koşullarında karbon nanotüp yapı tek taraflı ve çift taraflı olarak bütün serbestlik dereceleri sınırlandırılmış ve sınırdaki bulunan düğüm noktalarının hareketine izin verilmemiştir.



Şekil 2.3 Ankastre-ankastre ve ankastre-serbest sınır koşulları

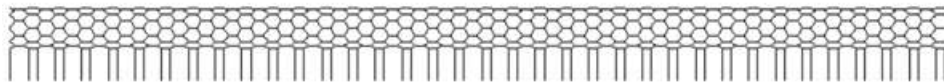
Çözümler yapılırken özdeğer-özvektör problemi çözümünde doğrudan çözüm tercih edilmemiş, hesap yükü açısından daha avantaj sağlayan Block-Lanczos algoritması kullanılarak çözümler elde edilmiştir.

2.3.1.2. Elastik Zemin Etkilerinin Ansys APDL Modeline Uygulanması

Ansys Mechanical APDL ile yapılan çalışmanın ikinci kısmında elastik zemin etkileri araştırılmış ve karbon nanotüp yapının elastik zemin üzerinde bulunmasının doğal frekanslar ve mod şekilleri üzerindeki etkilerinin bulunması amaçlanmıştır.

Elastik zemin etkileri Winkler elastik zemin modeli kullanılarak modele eklenmiştir, Winkler elastik zemin modelinde zemin Bölüm 1.3.5'te gösterildiği gibi doğrusal (linear) özellik gösteren yaylardan oluşmaktadır. Zemin modelleyen yaylar sistemin kütle matrisine etki göstermemekte yalnızca toplam rijitlik matrislerine etki etmektedirler.

Winkler elastik zeminini modelleyen yayları sayısal modele eklemek için karbon nanotüp geometrisinin düşey ekseninde en düşük düğüm noktaları keşfedilmiş ve bu noktalardan 5 mm ötelenmiş olarak uzaysal nokta tanımlaması yapılmıştır. Sonrasında oluşturulan uzaysal nokta ile karbon nanotüp yapının karşılık gelen düğüm noktası arasında bir linear yay tanımlaması yapılmıştır. Bu işlem için kullanılan APDL kodu Python ile ek bir program yazılarak bütün karbon nanotüp yapı geneline yaygınlaştırılmıştır. Bu sayede toplamda 100'lerce yay tanımlaması el ile tanımlanmadığı için çok farklı çeşitte karbon nanotüp yapı için elastik zemin etkilerinin incelenmesi mümkün kılınmıştır. Elastik zemin için yay tanımlamaları yapılmış Ansys sonlu elemanlar modeli Şekil 2.4'te gösterilmiştir.



Şekil 2.4 Ansys ortamında elastik zemin için yay tanımlamaları

2.3.2. Python Dilinde Yazılan Sonlu Elemanlar Kodu ile Sayısal Modelin Oluşturulması

2.3.2.1. Sonlu Elemanlar Kodu

Python yazılım dilinde sonlu elemanlar yöntemini kullanarak çözüm yapabilmek için öncelikle sonlu elemanlar yöntemine ait temellerin bilinmesi gerekmektedir. Sonlu elemanlar yöntemi daha önce Şekil 1.7'de anlatıldığı üzere ön işlem, çözüm ve ardıl işlem adımlarından meydana gelir.

Ticari paket programlar bu kısımları görsel arayüzler aracılığıyla ayrıştırırsa da aslında ön işlem adımının çok küçük bir kısmı kullanıcı tarafından görülmekte ve sonlu elemanlar yönteminin matematik kısımları tamamen arka planda bilgisayar tarafından işlenmektedir.

Bu çalışma kapsamında Python programlama dili kullanılarak verilen akış şemasına uygun olacak şekilde bir yazılım geliştirilmiştir ve problem çözümünde kullanılmıştır.

2.3.2.1.1. Eleman Matrislerinin Tanımlanması

Yazılım içerisinde kullanılmak istenen eleman tiplerine ait kütle ve rijitlik matrislerinin tanımlanması gerekmektedir. Bu sebeple farklı tiplerde Python sınıfları oluşturulmuş ve elemanlar bunların üyeleri olacak şekilde belirlenmiştir. Oluşturulan eleman sınıfına ait tanımlamalar aşağıdaki şekildedir.

1. Oluşturulan eleman E-B kirişi veya noktasal küttedir
2. Elemanın oluşturulması esnasında, tip, malzeme, bağlı bulunduğu düğüm noktaları, eleman boyu, eleman kesit alanı ve eleman alan ataleti bilgilerini içermektedir (Bu çalışma kapsamında sabit kesit alanı ve sabit alan ataleti kullanılmaktadır.)
3. Elemanın bağlı bulunduğu düğüm noktalarının bilgisini içermektedir
4. Elemanın hangi tipe mensup olduğu bilgisini içermektedir
5. Eleman eğer giriş elemanı ise aşağıdaki Denklem 2.76'da verilen rijitlik ve kütle matrisleri tanımlanmıştır

$$K_{E-B} = \begin{bmatrix} 12 & -6L_e & -12 & -6L_e \\ -6L_e & 4L_e^2 & 6L_e & 2L_e^2 \\ -12 & 6L_e & 12 & 6L_e \\ -6L_e & 2L_e^2 & 6L_e & 4L_e^2 \end{bmatrix} \quad M_{E-B} = \begin{bmatrix} 156 & 22L_e & 54 & -13L_e \\ 22L_e & 4L_e^2 & 13L_e & -3L_e^2 \\ 54 & 13L_e & 156 & -22L_e \\ -13L_e & -3L_e^2 & -22L_e & 4L_e^2 \end{bmatrix}$$

(2.76)

6. Eleman eğer noktasal kütle ise rijitlik matrisi sıfır olacak şekilde tanımlama yapılmıştır. Eleman yalnızca kütle matrisine kütle sabiti olarak dahil olmaktadır.

2.3.2.1.2. Sayısal Ağın Tanıtılması

Sayısal ağın (mesh) oluşturulması, bu çalışma kapsamında daha önce Ansys yazılımı için oluşturulan Python ek yazılımı kullanılarak yapılmıştır. Bu sebeple yeniden bir sayısal ağ oluşturma algoritması kullanılmamıştır. Yazılan kodun çalışma prensibi 5 adımda gösterilebilir.

1. Nanotube Modeller adlı programdan elde edilen metin dosyasının okunması.
2. Satırların ayrıştırılması.
3. Her bir satır için satırdaki bilginin sınıflandırılması (atom veya bağ bilgisi olarak).
4. Her bir satır için bilginin APDL yapısına (formatına) dönüştürülmesi.
5. APDL formatı için oluşturulan metin dosyası içine bilginin yazılması ve kaydedilmesi.

Yazılan kod Ek. A’da verilmiştir. Sayısal ağ kısmının Python yazılımında oluşturulması ve atom veya bağ olmasına bağlı olarak eleman oluşturulması gerekmektedir. Bu sebeple Python yazılımının ilk işlemi olarak sayısal ağ bilgilerini içeren dosyanın okunup, uygun şekilde işlenmesi gerekmektedir. Bu amaçla yazılan kod kısmının çalışma prensibi 5 adımda gösterilebilir.

1. Sayısal ağ bilgisini içeren metin dosyasını açılması ve okunması.
2. Satırların ayrıştırılması.
3. Satırlar içerisindeki bilgiye uygun olarak “noktasal kütle” veya “kiriş” elemanının, eleman matrisinde indislenerek oluşturulması.
4. Elemana ait kütle ve rijitlik matrislerinin elemana adreslenmesi.
5. Toplam eleman sayısı ve tip bilgisinin matris birleştirme adımına iletilmesi.

2.3.2.1.3. Küresel Matrislerin Oluşturulması

Sonlu elemanlar yönteminin temel adımlarından biri olan eleman matrislerinin birleştirilerek küresel (global) matrislerin birleştirilmesi yazılımın ikinci kısmını oluşturmaktadır. Bu sebeple önce geçici depo olarak kullanılacak bir eklenmiş elemanlar matrisi oluşturulmuştur. Bu matrise küresel matrise eklenen elemanlar eklenecek ve böylece her bir elemanın katkısının yalnızca bir kere eklenmiş olduğu garanti altına alınacaktır.

Yazılımın bu kısmında iç içe geçmiş 4 döngü kullanılmıştır. İlk döngü düğüm noktası üzerinde çalışmaktadır. Böylece küresel matrisin her bir düğüm noktası için koordinatını tanımlamakta kullanılmaktadır. İkinci döngü ise eleman sayısı üzerinde çalışmaktadır ve elemanların sırasıyla işlem görmesi amacıyla kullanılmıştır. Bu döngüler aşağıdaki mantığı kullanarak çalışır.

1. Düğüm noktası sırası için başlangıç.
2. Eleman sırası için başlangıç.
3. İşlem gören düğüm noktası için sıradaki elemanın bağıllığını kontrol edilmesi ve oluşturulan geçici matrise bilgilerin kaydedilmesi.
4. Eğer bağılysa kütle ve rijitlik eklemelerinin yapılması.
5. Bir sonraki elemana geçilmesi.
6. Bir sonraki düğüm noktasına geçilmesi.

2.3.2.1.4. Sınır Koşullarının Tanımlanması

Sonlu elemanlar yöntemi kullanılırken elde edilen küresel matrislerde ikililik (dualite) denilen bir olgu söz konusudur. Bu olgu birincil değişken ve ikincil değişken çiftleri için yalnızca birinin bilinmez, diğerinin ise bilinen olması zorunluluğudur.

Sınır koşulları bu ikili çiftlerden birisinin tanımlanması anlamına gelmektedir. Uygulanan sınır koşulları genel anlamda Dirichlet ve Neumann sınır koşulları olarak incelenebilir. Ancak bu çalışmada ankastre - ankastre mesnet bağlantısı ve sabit-sabit mesnet bağlantısı yapılmıştır.

Sınır koşullarının tanımlanması için öncelikle probleme ait değişken matrislerin tanımlanması gerekir. Birincil değişkenleri ifade eden yer değiştirme ve eğim, ikinci değişkenleri ifade eden kütle ve momentler aşağıdaki genel matris tanımlaması ile yazılıma tanıtılmıştır. Bu matrislerde “n” toplam düğüm noktası sayısını ifade etmektedir.

$$U = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ . \\ . \\ u_{2n} \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ . \\ . \\ f_{2n} \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

Birincil ve ikincil değişkenlere ait matrisler oluşturulduktan sonra, probleme uygun sınır koşulları ilgili düğüm noktalarına gerekli değerler atanarak yapılmaktadır. Bu çalışmada iki uçta bulunan düğüm noktalarının tamamında mesnetleme yapıldığı için bu düğüm noktalarının tespit edilmesi gerekmektedir. Bu sayısal ağ üzerinde koordinatların iki ucunda bulunan düğüm noktası takımları belirlenerek yapılmaktadır. Belirlenen düğüm noktalarında denklem 2.78’de gösterildiği şekilde değer ataması yapılmıştır.

$$\begin{aligned} u_{\text{Düğüm-1}} &= 0 & \rightarrow & f_{\text{Düğüm-1}} = \text{bilinmeyen} \\ u_{\text{Düğüm-2}} &= \text{bilinmeyen} & \rightarrow & f_{\text{Düğüm-2}} = 0 \end{aligned} \quad (2.78)$$

Ankastre mesnet-Ankastre mesnet uygulamasında ise değişkenlere aşağıdaki şekilde değer ataması yapılmıştır.

$$\begin{aligned} u_{\text{Düğüm-1}} &= 0 & \rightarrow & f_{\text{Düğüm-1}} = \text{bilinmeyen} \\ u_{\text{Düğüm-2}} &= 0 & \rightarrow & f_{\text{Düğüm-2}} = \text{bilinmeyen} \end{aligned} \quad (2.79)$$

Mesnetlenmemiş geri kalan bütün düğüm noktaları için her iki serbestlik derecesi de serbest olarak bırakılmıştır bu sebepten dolayı mesnetlenmemiş düğüm noktalarında kesme kuvveti ve moment tepkisi oluşturmayacaktır ve birincil ve ikincil değişken matrislerinde aşağıdaki değişime sebep olacaktır.

$$\begin{aligned} u_{\text{Düğüm-1}} &= \text{bilinmeyen} & \rightarrow & f_{\text{Düğüm-1}} = 0 \\ u_{\text{Düğüm-2}} &= \text{bilinmeyen} & \rightarrow & f_{\text{Düğüm-2}} = 0 \end{aligned} \quad (2.80)$$

Matris tanımlamaları bu noktada tamamlanmış olmaktadır. Bundan sonra çözüm algoritması çağrılır ve sınır koşullarının uygulanması kısmı kapanır.

2.3.2.1.5. özüm Algoritmasının Yazılması

Sonlu elemanlar problemlerinde çözölmek istenen olguya göre farklı yaklaşımlar izlenir. Bu çalışmada incelenen problem modal analiz olduğu için özdeğer

özvektör yaklaşımı izlenmiştir. Çözüm sırasında özdeğer çözücü olarak Python yazılımının Numpy modülünün içindeki “EigSolver” hazır fonksiyonu kullanılmıştır.

Çözüm için EigSolver fonksiyonu kullanılmadan önce işlem yükünü hafifletmek ve matrislerin çözüme hazırlanması için aşağıdaki adımlar takip edilmiştir.

1. Geçici bir depolama alanı oluşturulmuş ve birincil değişkenleri “0” olan satırlar araştırılmıştır. Bu satırların bilgileri bu geçici depoya atanmıştır.
2. Çözüm için küresel matrislerin birer kopyası oluşturulmuştur. Bu kopyalar, üzerinde düzenlemeler (modifikasyonlar) yapılmak için kullanılmış ve orijinal matrisler bozulmadan saklanmıştır.
3. Oluşturulan depolama alanı sondan başa doğru olacak şekilde birincil değişkeni “0” olan satır numaralarına denk gelen satır ve sütunları kütle ve rijitlik matrislerinin kopyalarından çıkartılmıştır.
4. Elde edilen matrisler kullanılarak Denklem 2.81’de verilen öz değer probleminin çözümü yapılmıştır.

$$[K] - w^2 [M] = 0 \quad (2.81)$$

Bu sayede sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak problem çözüme ulaştırılmış olur. Bu yazılım yalnızca modal ve statik analiz yapabilecek seviyede olduğu için farklı problemler veya eleman tipleri için kullanılmak istendiği takdirde geliştirilmesi gerekmektedir.

2.3.2.2. Python Yazılımında Modelin Oluşturulması

Python ile sonlu elemanlar yazılımı oluşturulduktan sonra, problem çözümü için karbon nanotüp yapıya ait sayısal ağ dosyaları oluşturulmuş ve yazılım içine okutulmuştur. Python kodunun kontrolü ve karşılaştırmalarda kullanılması açısından 4 ve 8 elemanlı iki farklı model oluşturulmuştur. Zigzag karbon nanotüp için oluşturulan modelin düğüm noktalarının koordinatları Tablo 2.5’te verilmiştir. Armchair tipinde karbon nanotüp modeli için oluşturulan düğüm noktaları tablo 2.6’da verilmiştir. Kullanılan model için malzeme mekanik özellikleri ve geometrik özellikleri diğer yöntemler ile aynı kullanılmıştır.

Tablo 2.5 Zigzag tipte karbon nanotüp için düğüm noktaları

Düğüm Noktası	4 Elemanlı Model			8 Elemanlı Model		
	X	Y	Z	X	Y	Z
1	0	0	0	0	0	0
2	38	0	0	19	0	0
3	76	0	0	38	0	0
4	114	0	0	57	0	0
5	152	0	0	76	0	0
6	Bulunmamaktadır			95	0	0
7				114	0	0
8				133	0	0
9				152	0	0

Tablo 2.6 Armchair tipte karbon nanotüp için düğüm noktaları

Düğüm Noktası	4 Elemanlı Model			8 Elemanlı Model		
	X	Y	Z	X	Y	Z
1	0	0	0	0	0	0
2	30,75	0	0	15,375	0	0
3	61,5	0	0	30,75	0	0
4	92,25	0	0	46,125	0	0
5	123	0	0	61,5	0	0
6	Bulunmamaktadır			76,875	0	0
7				92,25	0	0
8				107,625	0	0
9				123	0	0

3. Analiz Sonuçlarının Değerlendirilmesi

3.1. Analitik Sonuçların Değerlendirilmesi

Analitik çözüm yöntemlerini değerlendirirken çözümü araştırılan sınır koşulları için Euler-Bernoulli kiriş modeli için çok kullanılan yerel elastisite modelinden [30] elde edilen sonuçlar ile karşılaştırmalar yapılmıştır.

Sabit – sabit mesnet koşulu için yerel olmayan (non-local) elastisite teorisi kullanılarak elde edilen deplasman ve doğal frekans ifadeleri aşağıda tekrar sunulmuştur. Yerel elastisite teorisinde kullanılarak elde edilen Euler-Bernoulli kirişi için daha önce elde edilen deplasman bağıntısı Denklem 2.82’de verilmiş olup doğal frekans değeri için çıkarılan ifade Denklem 2.83 ve Denklem 2.84’te sunulmuştur.

$$W(x) = c_n \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \quad (2.82)$$

$$\omega_{n \text{ Yerel olmayan}}^2 = \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \frac{EI \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2}{\left(m_0 + m_2 \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2\right) \left(1 + \mu \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2\right)} \quad (2.83)$$

$$\omega_{n \text{ Yerel}}^2 = \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \frac{EI \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2}{\left(m_0 + m_2 \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2\right)} \quad (2.84)$$

Sonuçlar değerlendirilirken ele alınan karbon nanotüp modeli için Denklem 2.84 çözülmüş ve sonuçlar Euler-Bernoulli kiriş teorisi için Tablo 3.1’de verildiği gibi bulunmuştur. Koltuk (Armchair) tipte karbon nanotüp için Tablo 3.2’de benzer şekilde sonuçlar gösterilmiştir.

Tablo 3.1 Yerel elastisite teorisine ait Zigzag karbon nanotüp doğal frekans değerleri

L/D	Mod Numarası	Basit-Basit Doğal Frekans Değeri [THz]	Ankastre-Serbest Doğal Frekans Değeri [THz]	Ankastre-Ankastre Doğal Frekans Değeri [THz]
24.28 (Zigzag)	1	0,2257	0,058	0,526
	2	0,9016	0,526	1,461
	3	2,02	1,461	2,864
	4	3,58	2,864	4,735
	5	5,56	4,734	7,074
	6	7,97	7,072	9,880

Tablo 3.2 Yerel elastisite teorisine ait Armchair karbon nanotüp doğal frekans değerleri

L/D	Mod Numarası	Basit-Basit Doğal Frekans Değeri [THz]	Ankastre-Serbest Doğal Frekans Değeri [THz]	Ankastre-Ankastre Doğal Frekans Değeri [THz]
15.11 (Armchair)	1	0,5054	0,1265	1,1388
	2	2,0137	1,1388	3,1633
	3	4,5	3,1634	6,2002
	4	7,929	6,2002	10,2493
	5	12,25	10,2493	15,3106
	6	17,39	15,3107	21,3844

Yerel olmayan elastisite teorisine göre yapılan basit-basit mesnet çözümleri Tablo 3.3 ve Tablo 3.4'te zigzag ve armchair karbon nanotüp için verilmiştir.

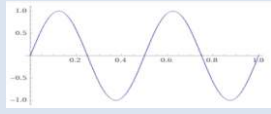
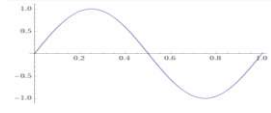
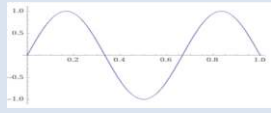
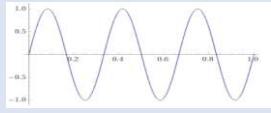
Tablo 3.3 Yerel olmayan elastisite teorisine göre Zigzag karbon nanotüp doğal frekans değerleri

L/D	μ	Mod 1 [THz]	Mod 2 [THz]	Mod 3 [THz]	Mod 4 [THz]	Mod 5 [THz]	Mod 6 [THz]
24.28 (Zigzag)	0	0,2258	0,9016	2,0229	3,5823	5,5694	7,9715
	0,25	0,2258	0,9014	2,0220	3,5792	5,5619	7,9562
	0,5	0,2258	0,9012	2,0210	3,5762	5,5546	7,9410
	0,75	0,2258	0,9011	2,0200	3,5731	5,5472	7,9259
	1	0,2257	0,9009	2,0191	3,5701	5,5399	7,9109
	1,25	0,2257	0,9007	2,0181	3,5671	5,5326	7,8960
	1,5	0,2257	0,9005	2,0171	3,5640	5,5253	7,8811
	1,75	0,2257	0,9003	2,0162	3,5610	5,5180	7,8664
	2	0,2257	0,9001	2,0152	3,5580	5,5108	7,8517

Tablo 3.4 Yerel olmayan elastisite teorisine göre Armchair karbon nanotüp doğal frekans değerleri

L/D	μ	Mod 1 [THz]	Mod 2 [THz]	Mod 3 [THz]	Mod 4 [THz]	Mod 5 [THz]	Mod 6 [THz]
15.11 (Armchair)	0	0,5055	2,0137	4,5010	7,9290	12,2475	17,3965
	0,25	0,5054	2,0131	4,4977	7,9187	12,2226	17,3456
	0,5	0,5054	2,0124	4,4944	7,9084	12,1979	17,2952
	0,75	0,5053	2,0118	4,4911	7,8982	12,1733	17,2452
	1	0,5053	2,0111	4,4878	7,8880	12,1489	17,1957
	1,25	0,5053	2,0105	4,4846	7,8778	12,1246	17,1466
	1,5	0,5052	2,0098	4,4813	7,8677	12,1004	17,0979
	1,75	0,5052	2,0091	4,4780	7,8576	12,0764	17,0496
	2	0,5051	2,0085	4,4748	7,8475	12,0525	17,0017

Tablo 3.5 Yerel olmayan elastisite teorisine göre basit-basit mesnet sınır koşuluna göre mod şekilleri

Mod Numarası	Mod Şekli	Mod Numarası	Mod Şekli
1		4	
2		5	
3		6	

Tablo. 3.5'te basit-basit mesnet için verilmiş mod şekilleri incelendiğinde görülmektedir ki yerel elastisite ve yerel olmayan elastisite arasında mod şekillerinin yapıları açısından bir farklılık görülmemektedir. Bu durum teoriler ile uyushmaktadır. Yerel ve yerel olmayan elastisite teorilerinde aynı mod için mod şekli ve frekansların değer olarak değişkenlik göstermesi beklenir.

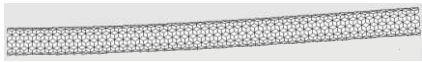
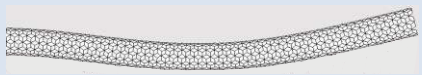
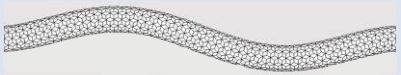
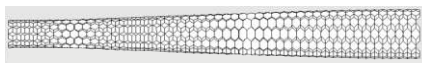
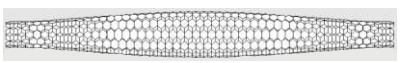
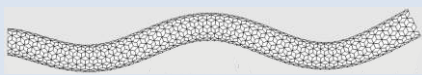
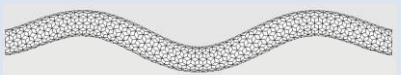
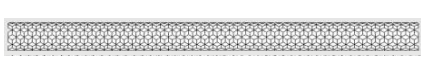
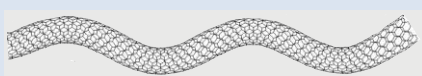
3.2. Sayısal Sonuçların Değerlendirilmesi

3.2.1. Ansys Mechanical APDL Kullanılarak Elde Edilen Sonuçların Değerlendirilmesi

Ansys Mechanical APDL ile analizlerde literatürdeki çalışmalar ile kıyas yapmak ve model doğrulamak açısından öncelikle elastik zemin etkisi olmadan Zigzag ve Armchair tipli karbon nanotüp yapıların analiz sonuçları incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar Sakhaee-Pour ve arkadaşlarının [14] yaptığı çalışmada elde edilen sonuçlar ile kıyaslanmıştır. Daha önce belirtildiği üzere bu çalışma karşılaştırma makalesi olarak seçilmiştir. Bunun sebebi, bu tez çalışmasında da ele alınan atomistik sonlu elemanlar yönteminin, paket programın ve eleman tiplerini kullanmasıdır.

Zigzag ve armchair tipli karbon nanotüp yapılar için ilk altı farklı mod şekli her iki sınır koşulu için de Tablo. 3.6’da verilmiştir. Mod şekilleri literatür [14] ile karşılaştırıldığında tutarlılık göstermektedir.

Tablo 3.6 Ankastre-serbest ve ankastre-ankastre sınır koşulları için mod şekilleri

Sınır Koşulu		
Mod Numarası	Ankastre-Serbest	Ankastre-Ankastre
1		
2		
3		
4		
5		
6		

Zigzag karbon nanotüp için bu sınır koşulları için titreşim modlarında elde edilen değerler ile literatür çalışmasında elde edilen frekans değerleri Tablo 3.7 ve Tablo 3.8’de karşılaştırılarak değerlendirilmiştir.

Tablo 3.7 Zigzag tipli CNT için mevcut çalışma ve literatür kıyası

Mod Numarası	Mevcut Çalışma [THz]		Sakhaee-Pour ve ark. [14]		Yüzde Fark	
	Ankastre-Serbest	Ankastre-Ankastre	Ankastre-Serbest	Ankastre-Ankastre	Ankastre-Serbest	Ankastre-Ankastre
1,2	0,0116	0,073	0,011	0,069	0,051	0,054
3,4	0,0718	0,197	0,068	0,186	0,052	0,055
5,6	0,197	0,374	0,185	0,354	0,06	0,05
7	0,248	0,498	0,242	0,487	0,024	0,022
8	0,356	0,597	0,341	0,565	0,042	0,053
9	0,375	0,597	0,354	0,565	0,056	0,0536
10	0,375	0,715	0,354	0,685	0,056	0,041

Tablo 3.8 Armchair tipli CNT için mevcut çalışma ve literatür kıyası

Mod Numarası	Mevcut Çalışma [THz]		Sakhaee-Pour ve ark. [14]		Yüzde Fark	
	Ankastre-Serbest	Ankastre-Ankastre	Ankastre-Serbest	Ankastre-Ankastre	Ankastre-Serbest	Ankastre-Ankastre
1,2	0,023	0,139	0,023	0,139	0	0
3,4	0,137	0,359	0,138	0,360	0,007	0,002
5	0,292	0,589	0,300	0,604	0,027	0,025
6	0,364	0,654	0,365	0,655	0,002	0,001
7	0,364	0,654	0,365	0,655	0,002	0,001
8	0,438	0,880	0,438	0,881	0	0,001
9	0,666	0,999	0,668	1,000	0,003	0,001
10	0,666	0,999	0,668	1,000	0,003	0,001

Tablo 3.7 incelendiğinde görüleceği üzere Ansys Mechanical APDL kullanılarak oluşturulan model Zigzag tipinde karbon nanotüp yapılar için literatür ile hem mod şekilleri hem de doğal frekanslar bakımından uyum göstermektedir.

Aynı şekilde Armchair tipinde karbon nanotüp için de benzer sonlu elemanlar modeli oluşturulup sonuçlar elde edilmiştir. Armchair tipindeki karbon nanotüp için

titreşim mod şekilleri zigzag tipli karbon nanotüpe benzer şekilde Tablo 3.8’de gösterilmiştir.

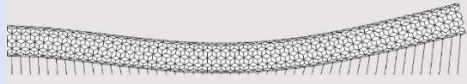
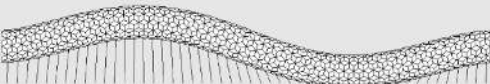
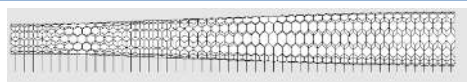
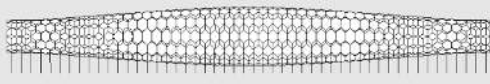
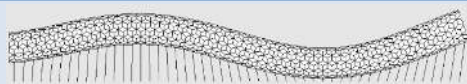
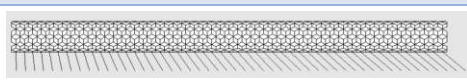
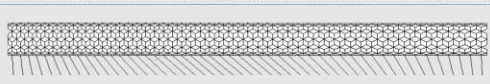
Ansys Mechanical APDL ile yapılan çalışmanın ikinci aşamasında sonlu elemanlar modeli literatür ile doğrulandıktan sonra analitik çözüm ile de karşılaştırılmak amacıyla basit-basit mesnet çözümü de yapılmıştır. Basit basit mesnet çözümü için elde edilen doğal frekans değerleri Tablo.3.9’da verilmiştir.

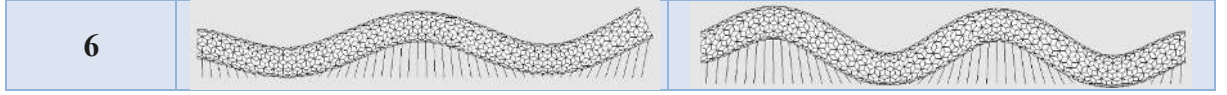
Tablo 3.9 Basit-basit mesnet çözümü Ansys APDL Sonuçları

Mod Numarası	Zigzag CNT Mod Değeri (THz)	Armchair CNT Mod Değeri (THz)
1,2	0,0730	0,1388
3,4	0,1960	0,3586
5	0,3717	0,5893
6,7	0,4865	0,6534
8	0,5910	0,8801
9,10	0,7154	0,9989

Ansys Mechanical APDL çalışmasının üçüncü aşamasında yapılan elastik zemin eklemesi sonucunda mod şekilleri benzer şekilde kalmış ve modal frekans değerleri rijitlik matrisine eklenen yaylar neticesinde artmıştır. Elastik zemin eklenmesi sonucunda incelenen mod şekilleri Tablo 3.10’da verilmiştir. Görüldüğü gibi ankastre-serbest ve ankastre-ankastre mesnetli sınır koşulları için elastik zemin eklenmeden önceki hal ile bir farklılık yoktur.

Tablo 3.10 Elastik zemin etkisi altında görülen mod şekilleri

Mod Numarası	Sınır Koşulu	
	Ankastre-Serbest	Ankastre-Ankastre
1		
2		
3		
4		
5		



Elastik zemin durumunun doğal frekans değerleri zigzag ve armchair tipli karbon nanotüp yapıları için Tablo 3.11 ve Tablo 3.12’te verilmiştir. Bu tabloda elastik zemin öncesi ve sonrası durum karşılaştırmaları yapılmıştır. Tablodan da görüleceği üzere doğal frekans değerleri toplam rijitliğin artması ve yayların kütsüz doğası gereği kütle matrisinin değişmemesi sebebiyle beklendiği gibi düzenli olarak artış göstermiştir.

Tablo 3.11 Zigzag tipte karbon nanotüp için elastik zemin etkisi altında elde edilen doğal frekans değerleri

Mod Numarası	Elastik Zemin Etkisi Olmadan [THz]		Elastik Zemin Etkisi İle [THz]	
	Ankastre-Serbest	Ankastre-Ankastre	Ankastre-Serbest	Ankastre-Ankastre
1	0,0116	0,073	0,123	0,142
2	0,0718	0,197	0,141	0,231
3	0,197	0,374	0,231	0,393
4	0,247	0,498	0,247	0,498
5	0,356	0,597	0,356	0,609
6	0,375	0,856	0,394	0,865

Tablo 3.12 Armchair tipte CNT için elastik zemin etkisi altında elde edilen doğal frekans değerleri

Mod Numarası	Elastik Zemin Etkisi Olmadan [THz]		Elastik Zemin Etkisi İle [THz]	
	Ankastre-Serbest	Ankastre-Ankastre	Ankastre-Serbest	Ankastre-Ankastre
1	0,023	0,139	0,101	0,171
2	0,137	0,356	0,169	0,372
3	0,292	0,589	0,293	0,589
4	0,364	0,653	0,377	0,660
5	0,437	0,880	0,438	0,880
6	0,666	0,999	0,672	1,0004

Tablolar incelendiği zaman dikkat çeken bir durum vardır. Her iki karbon nanotüp oryantasyonu için de bazı titreşim modları için sisteme eklenen yayların etkisi diğer modlara nazaran daha açık görülmektedir. Bunun sebebi yayların lineer aksenal davranış sergilemesi ve mod titreşim şekillerinin düzlemselliğinin birbirlerinden farklı yapıda olmasıdır. Bazı titreşim doğrultularında yaylar rijitliği etkilemişken diğer titreşim doğrultularında bu etki kendini göstermemiştir. Literatür incelendiği zaman

elastik zemin etkilerinin, kiriş teorileri fark etmeksizin, titreşim frekansları için arttırıcı bir etki gösterdiği görülmektedir. Örneğin Avcar [32] çalışmasında farklı zemin tiplerinin alüminyum kiriş için etkileri araştırılmış ve Tablo 3.13'teki sonuçlar bulunmuştur. Görüldüğü gibi zemin katsayısı arttıkça sisteme eklenen rijitlik artmakta ve titreşim frekansları orantılı olarak artış göstermektedir.

Tablo 3.13 Elastik zemin etkilerine dair literatürde [32] yapılan çalışmaya ait sonuçlar

Zemin Türü	Zeminsiz	Gevşek Kum	Sert Kum	Kil	Sert Kil
Zemin Katsayısı	0	8×10^3	$1,25 \times 10^5$	$1,2 \times 10^4$	$2,5 \times 10^4$
Titreşim Frekansı	1673,320	3449,960	12042,517	4056,271	5589,673

3.2.2. Python Kodu Kullanılarak Elde Edilen Sonuçların Değerlendirilmesi

Yazılan Python kodu ile elde edilen sonuçlardan zigzag karbon nanotüp yapısı için yerel sonlu elemanlar metodu ile bulunan sonuçlar aşağıdaki tablolarda gösterilmiştir. Sonuçlar sırasıyla basit-basit mesnet, ankastre-serbest mesnet ve ankastre ankastre mesnet şeklinde ortaya konulmuştur. Sonlu elemanlar kodlarında kontrol için yapılan ağ (mesh) yapısı yoğunluğu çalışmasının benzetimi (simülasyonu) için 5 düğüm noktası (4 eleman) ve 9 düğüm noktası (8 eleman) olacak şekilde ele alınmıştır. Tablo 3.14'te zigzag, Tablo 3.15'te ise armchair karbon nanotüp için elde edilen basit-basit, ankastre-serbest ve ankastre-ankastre mesnet sınır koşullarında 4 ve 8 elemanlı benzetim sonuçları sunulmuştur.

Tablo 3.14 Zigzag tipte karbon nanotüp için 4 ve 8 elemanlı Python kodu ile çözüm sonuçları

Mod Numarası	4 Elemanlı Çözüm			8 Elemanlı Çözüm		
	Basit-Basit	Ankastre-Serbest	Ankastre-Ankastre	Basit-Basit	Ankastre-Serbest	Ankastre-Ankastre
1	0,2318	0,0832	0,5258	0,2336	0,0828	0,5294
2	0,9064	0,509	1,4231	0,9272	0,5193	1,4473
3	2,0133	1,3916	2,7223	2,0628	1,4386	2,8082
4	4,0106	2,6562	5,3442	3,6249	2,7837	4,597
5	6,2357	5,1772	8,7786	5,6133	4,548	6,8193
6	10,0647	8,3849	14,2336	8,0524	6,7354	9,4757

Tablo 3.15 Armchair tipte karbon nanotüp için 4 ve 8 elemanlı Python kodu ile çözüm sonuçları

Mod Numarası	4 Elemanlı Çözüm			8 Elemanlı Çözüm		
	Basit-Basit	Ankastre-Serbest	Ankastre-Ankastre	Basit-Basit	Ankastre-Serbest	Ankastre-Ankastre
1	0,5203	0,187	1,1802	0,5245	0,1888	1,1885
2	2,0346	1,1426	3,1945	2,0814	1,1653	3,2488
3	4,5195	3,1237	6,111	4,6305	3,2296	6,3037
4	9,0027	5,9625	11,9963	8,1369	6,2488	10,3192
5	13,9976	11,6214	19,7058	12,6	10,2091	15,3077
6	22,5926	30,4864	31,9507	18,0755	15,1192	21,2706

Python çözümünden elde edilen sonuçlar ile analitik sonuçlar kıyaslanmış ve farkları yüzdesel olarak Tablo 3.16 ve Tablo 3.17’de sırasıyla zigzag ve armchair tipte karbon nanotüpler için verilmiştir.

Tablo 3.16 Zigzag tipte karbon nanotüp için Python-analitik yüzde farkları

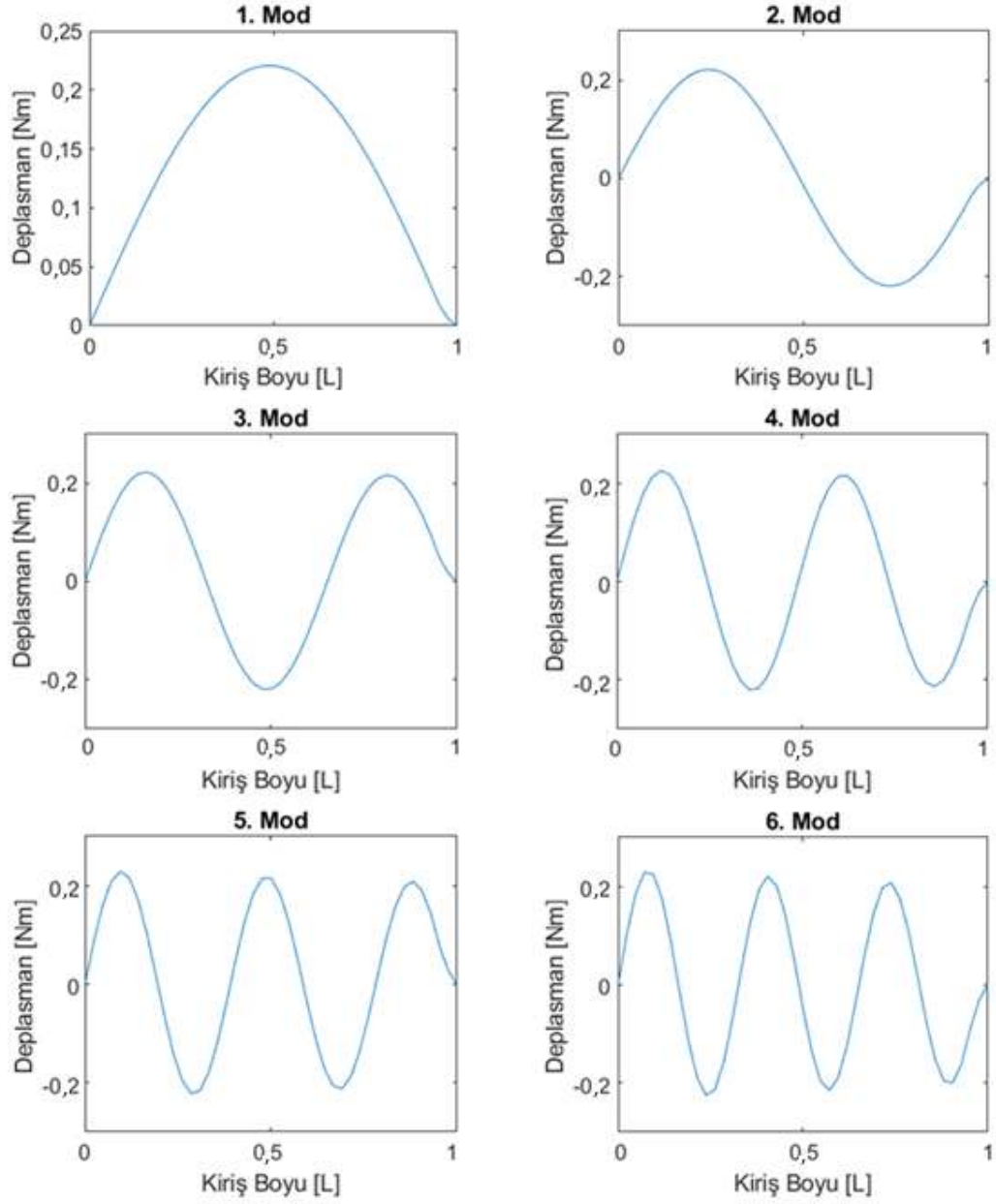
Mod Numarası	4 Elemanlı Çözüm			8 Elemanlı Çözüm		
	Basit-Basit	Ankastre-Serbest	Ankastre-Ankastre	Basit-Basit	Ankastre-Serbest	Ankastre-Ankastre
1	0,026	0,32	0,03	0,033	0,31	0,04
2	0,005	0,002	0,007	0,027	0,02	0,02
3	0,003	0,014	0,017	0,02	0,018	0,01
4	0,10	0,04	0,14	0,01	0,006	0,004
5	0,11	0,11	0,22	0,009	0,005	0,002
6	0,21	0,19	0,32	0,01	0,01	0,007

Tablo 3.17 Armchair tipte karbon nanotüp için Python-analitik yüzde farkları

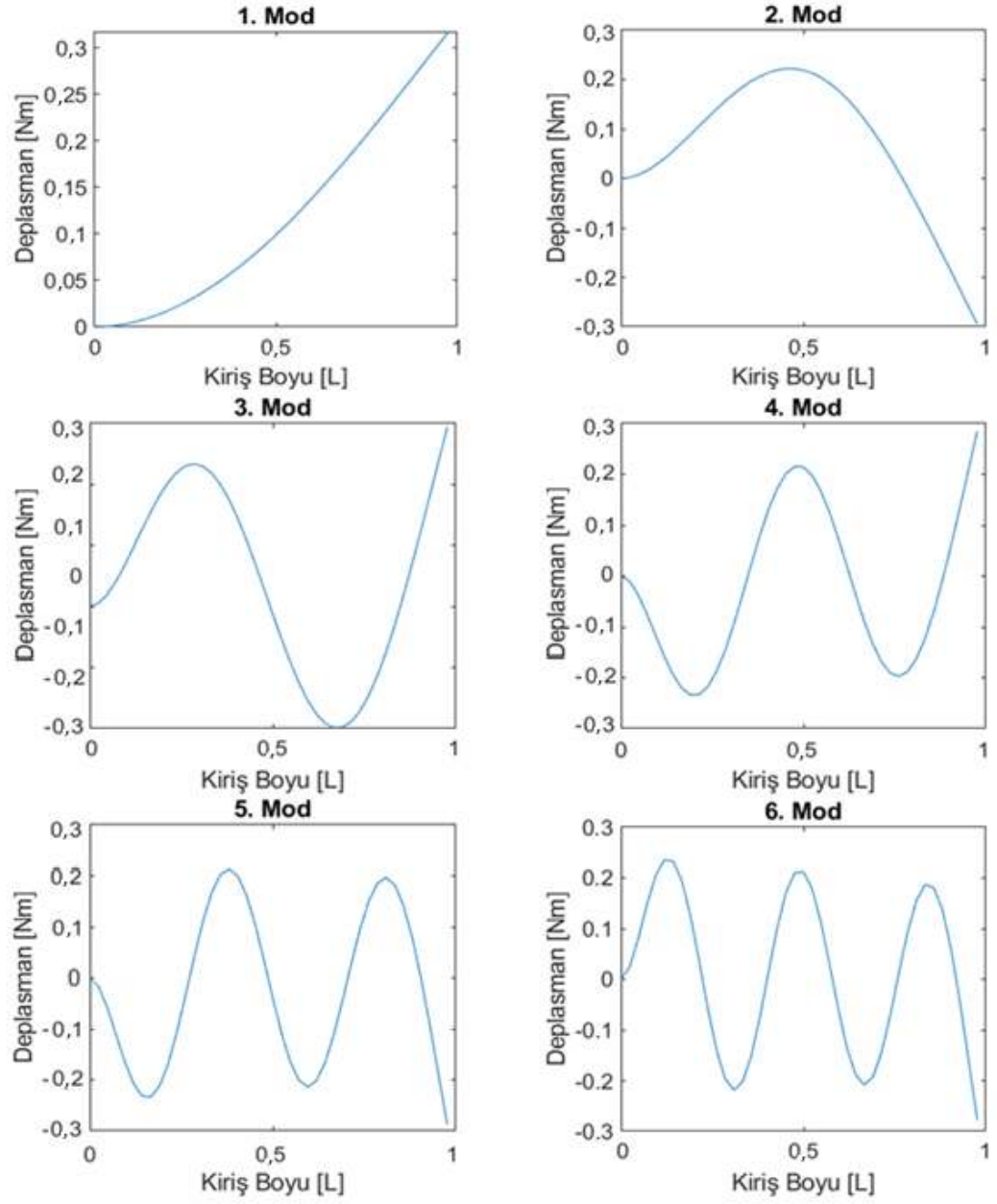
Mod Numarası	4 Elemanlı Çözüm			8 Elemanlı Çözüm		
	Basit-Basit	Ankastre-Serbest	Ankastre-Ankastre	Basit-Basit	Ankastre-Serbest	Ankastre-Ankastre
1	0,03	0,32	0,035	0,03	0,32	0,04
2	0,01	0,003	0,009	0,03	0,02	0,02
3	0,004	0,12	0,014	0,03	0,02	0,016
4	0,12	0,04	0,15	0,02	0,007	0,006
5	0,13	0,12	0,22	0,03	0,003	0,0001
6	0,23	0,49	0,33	0,04	0,012	0,005

Çözülen özdeğer özvektör probleminde elde edilen özvektör matrisi mod şekillerini çizdirmek için kullanılmıştır. Sonlu elemanlar yönteminde daha önce bahsedildiği gibi her bir düğüm noktası için bir öteleme ve bir dönme bilinmeyişi mevcuttur. Özvektör matrisinden dönme değişkenleri temizlenip mod şekilleri çizdirildiğinde aşağıdaki şekilde üç sınır koşulu için elde edilmiş olur. Şekil 3.1’de

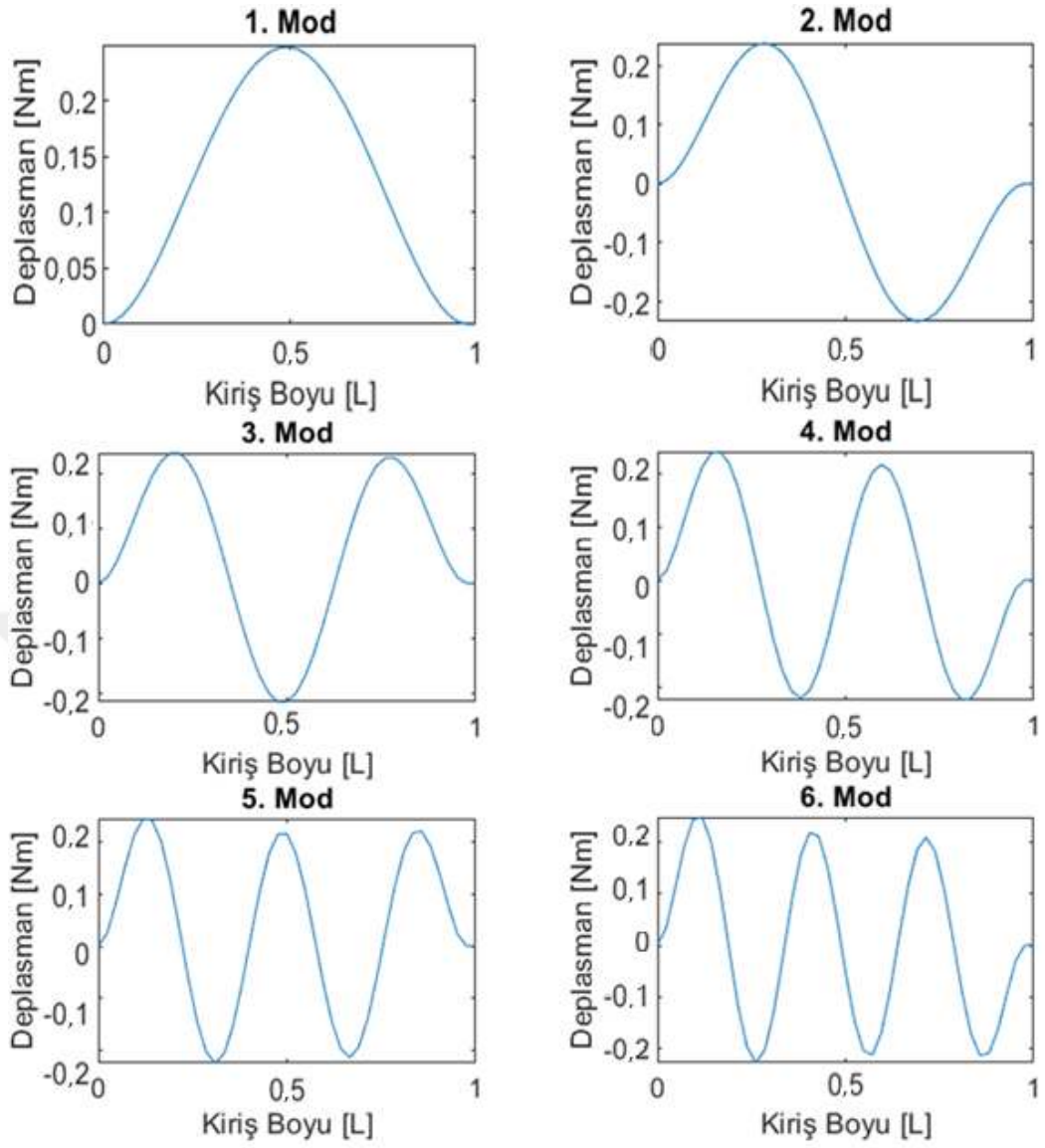
basit-basit mesnet için elde edilen ilk 6 mod gösterilmiştir. Aynı şekilde Şekil 3.2’de ankastre-serbest Şekil 3.3’te ankastre-ankastre mesnet durumu için elde edilen mod şekilleri verilmiştir.



Şekil 3.1 Basit-basit mesnet için Python çözümüyle elde edilen mod şekilleri



Şekil 3.2 Ankastre-serbest mesnet için Python çözümüyle elde edilen mod şekilleri

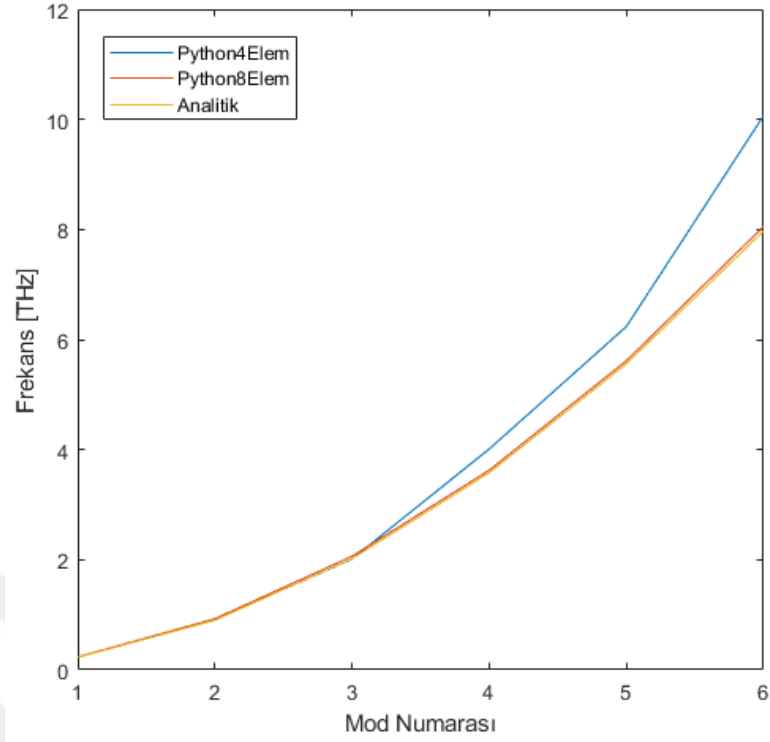


Şekil 3.3 Ankastre-ankastre mesnet için Python çözümü ile elde edilen mod şekilleri

3.2.3. Yöntemler Arası Karşılaştırmaların Yapılması

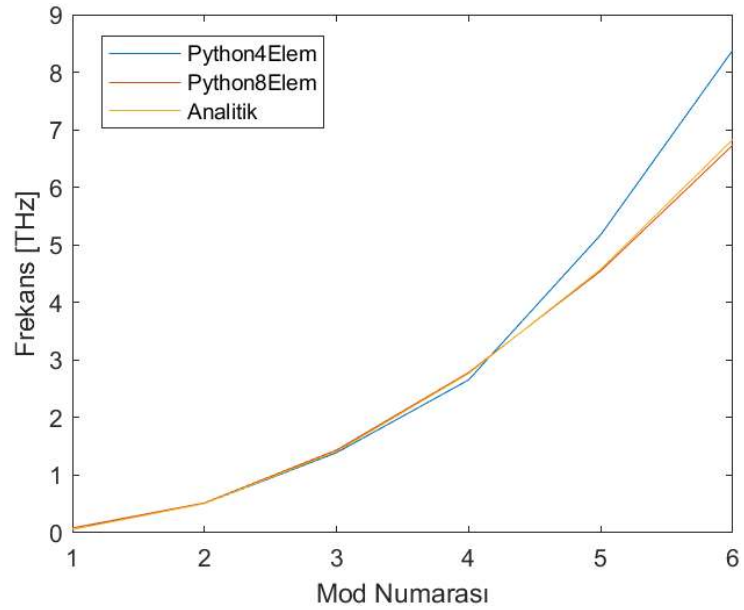
Daha önce tablolarda verilen değerler tekrar tablolaştırılmamış bunun yerine grafiklerle karşılaştırma yöntemi tercih edilmiştir.

Zigzag yapıda karbon nanotüp için basit-basit mesnet yapısında elde edilen analitik ve Python kodu sonuçları Şekil 3.4'te verilmiştir.



Şekil 3.4 Zigzag CNT yapısı için basit-basit mesnet sonuç analizi

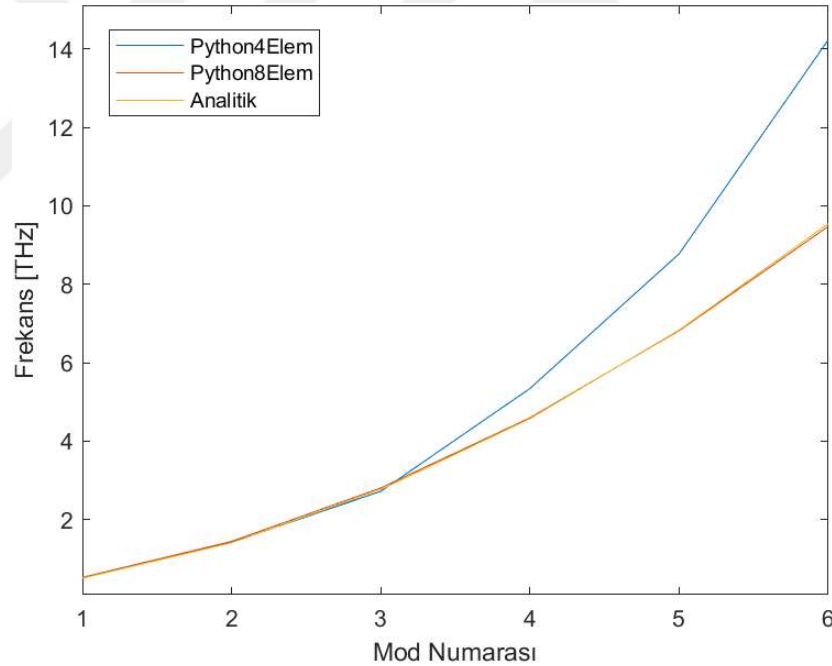
Python çözümleri ve analitik çözüm olarak kendi aralarında tutarlıdır. Zigzag yapıda karbon nanotüp için ankastre-serbest mesnet için elde edilen analitik ve Python kodu sonuçları Şekil 3.5'te verilmiştir.



Şekil 3.5 Zigzag CNT yapısı için ankastre-serbest sonuç analizi

Grafikten görüleceği üzere Python çözümleri ve analitik çözüm olarak kendi aralarında tutarlıdır. 8 elemanlı çözüm analitikle daha uyumludur.

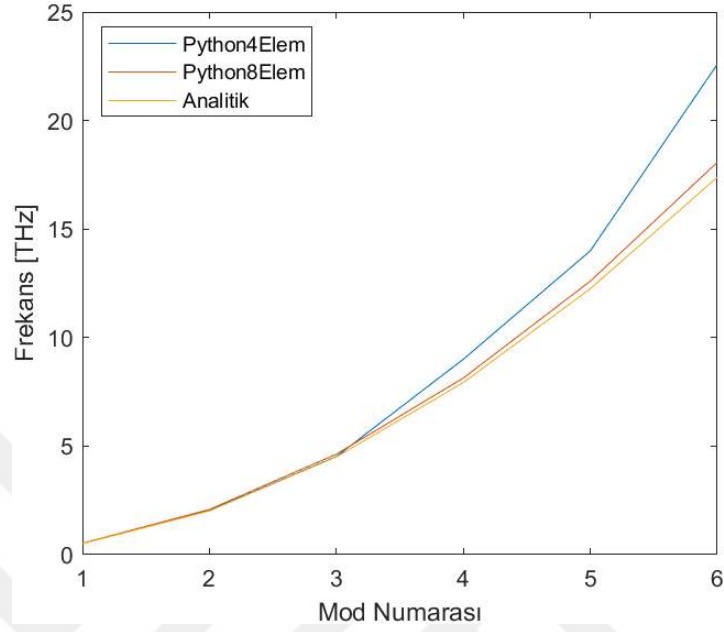
Zigzag yapıda karbon nanotüp için ankastre-ankastre mesnet için elde edilen analitik ve Python kodu sonuçları Şekil 3.6’da verilmiştir. Grafikten görüleceği üzere Python çözümleri ve analitik çözüm olarak kendi aralarında tutarlıdır. 8 elemanlı çözüm analitikle daha uyumludur. Bu durum diğer grafiklerde de aynı sonucu göstermekte ve özellikle 4. mod frekans değeri sonrasında ayrışmanın arttığı görülmektedir. Bu durumun sebebi sonlu elemanlar programlarında özdeğer problemlerinde elde edilebilecek sağlıklı mod değerlerinin toplam eleman sayısı ile ilişkili olmasıdır. 4 elemanlı modellerde üst seviye modlar program tarafından interpolasyon ile hesaplanmakta ve bu hatalara sebep olmaktadır. Ancak 8 elemanlı modelde doğal frekanslar doğrudan, interpolasyon olmadan bulunabilmektedir. Bu sebeple de analitik sonuçlar ile daha uyumlu sonuçlar vermektedir.



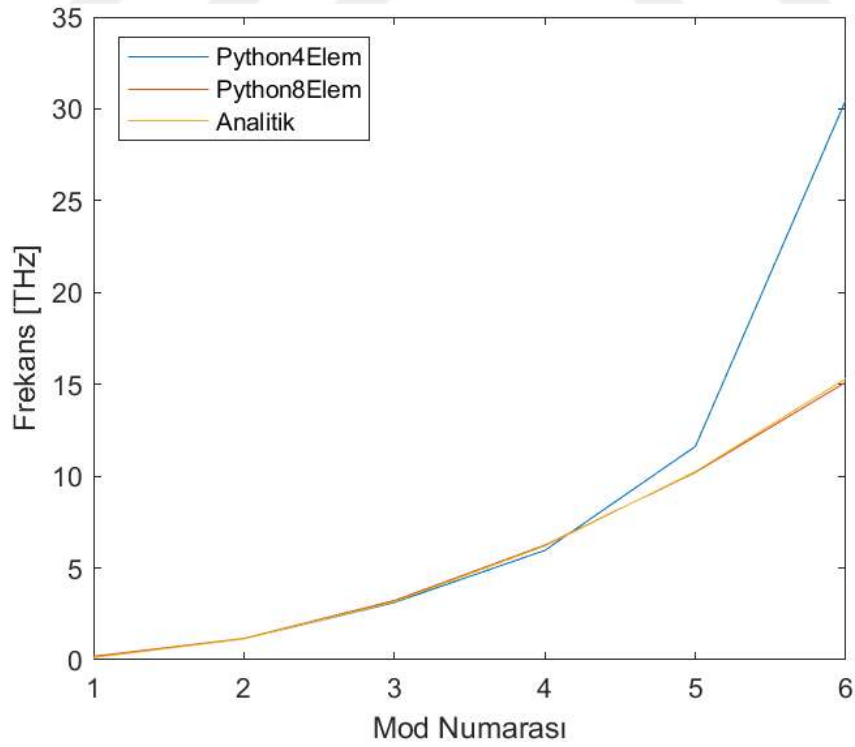
Şekil 3.6 Zigzag CNT yapısı için ankastre-ankastre sonuç analizi

Yerel elastisite teorisinde Armchair tipli karbon nanotüp yapı için analitik ve Python ile elde edilen çözümler incelenebilir. Armchair yapısındaki karbon nanotüp için basit-basit, ankastre-serbest ve ankastre-ankastre mesnet şeklinde mesnetlenmiş karbon nanotüplerin analitik ve Python çözümlerinin karşılaştırmaları Şekil 3.7, Şekil 3.8 ve Şekil 3.9’da verilmiştir. Şekillerden anlaşılabileceği üzere analitik ve 8 elemanlı

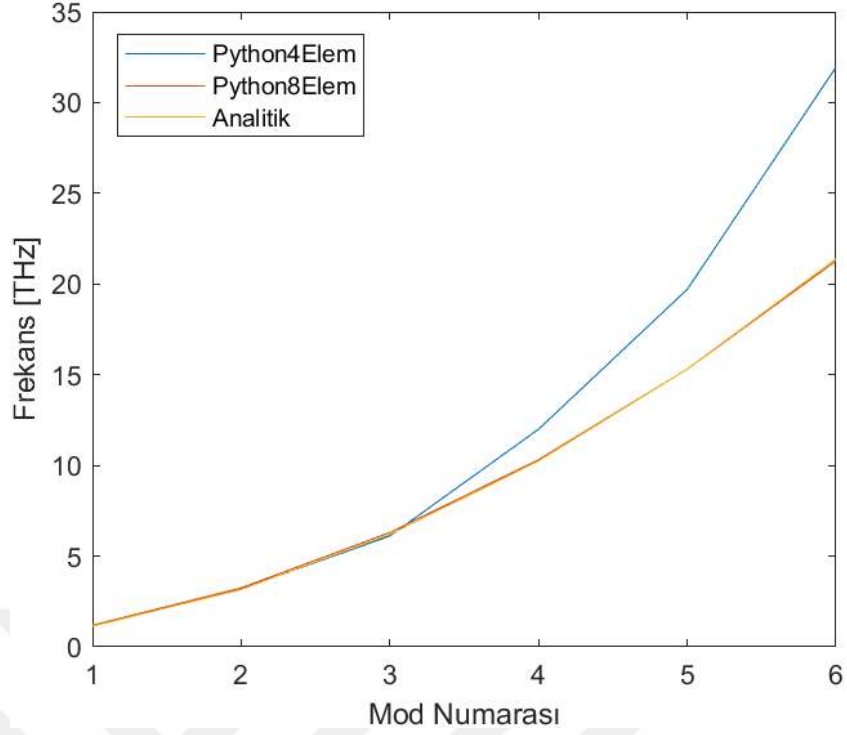
Python kodu ile modellenen çözümler birbirine yakın olmaktadır. 4 elemanlı çözümlerin ise yönelimleri benzer olmakla birlikte değer açısından analitik ve 8 elemanlı çözümlerden 4. mod sonrası ayrışmaktadır.



Şekil 3.7 Armchair CNT yapısı için basit-basit mesnet sonuç analizi

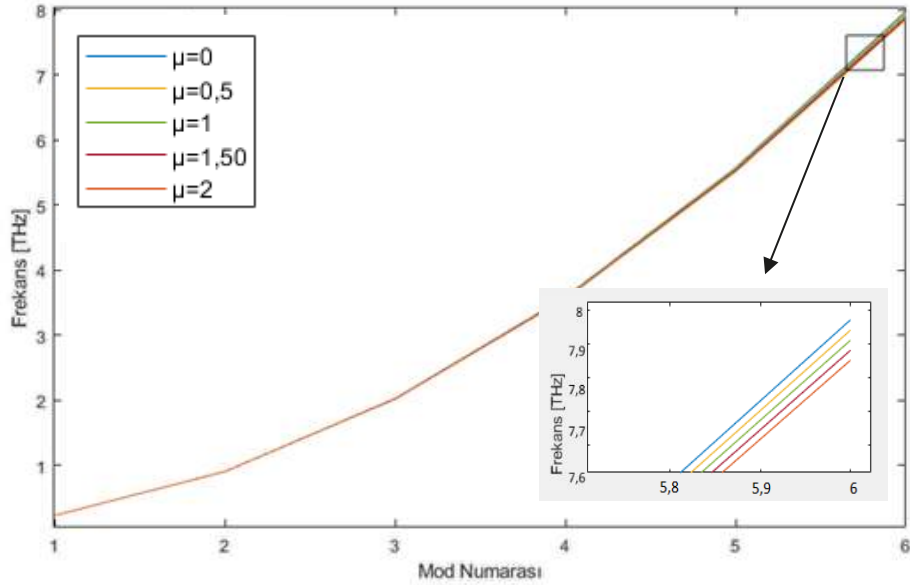


Şekil 3.8 Armchair CNT yapısı için ankastre-serbest mesnet sonuç analizi



Şekil 3.9 Armchair CNT yapısı için ankastre-ankastre mesnet sonuç analizi

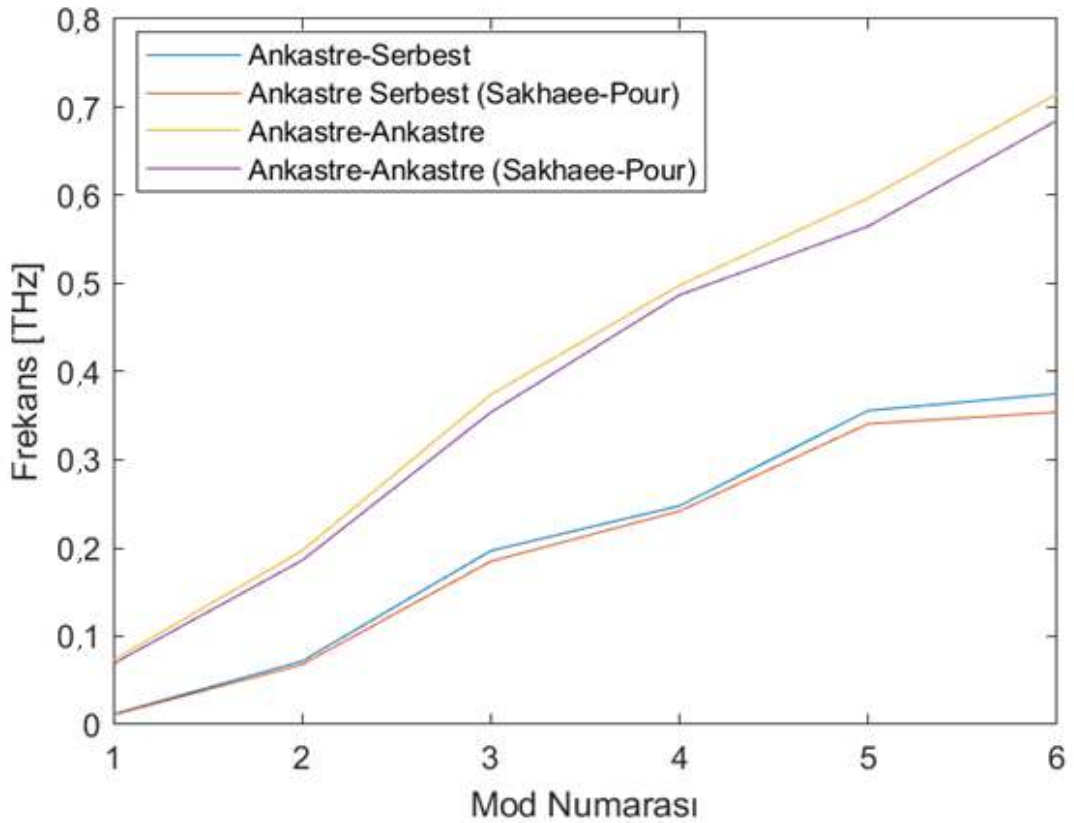
Analitik çözüm için elde edilen yerel olmayan elastisite sonuçları yerel elastisite sonuçları ile karşılaştırılmış ve Şekil 3.10'da verilmiştir. Burada karşılaştırmalar yerel olmayan modelde gösterilen μ parametresi (non-lokal parametre) üzerinden yapılmaktadır.



Şekil 3.10 Yerel olmama parametresinin etkisi

μ parametresinin etkisi görüldüğü gibi bütün modlar için frekans değerini azaltma eğilimindedir. Bu etki Reddy ve Pang'ın [13] çalışmasında da benzer şekilde görülmüştür. Çalışmada Euler-Bernouilli ve Timoshenko kiriş teorileri için μ parametresinin (e_0 olarak tanımlanmıştır) etkisi farklı sınır koşulları için verilmiştir. Bu çalışmayla uyumlu olduğu görülmüştür.

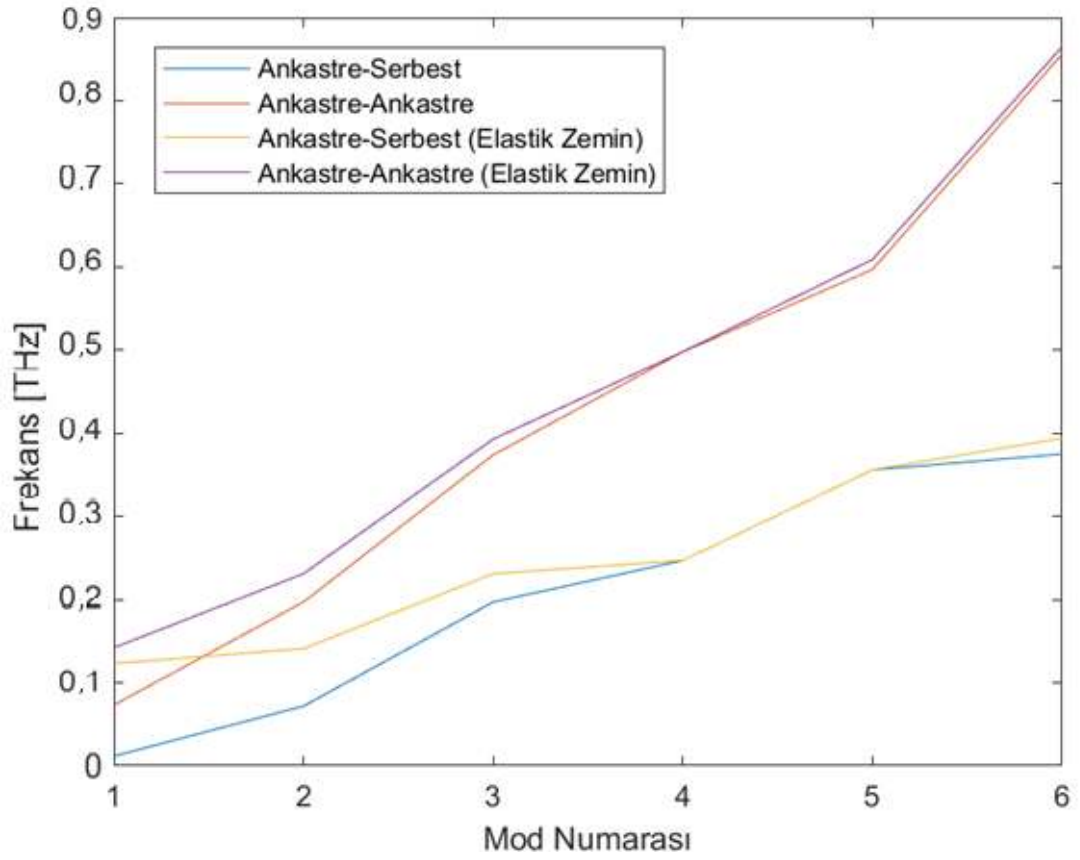
Şekil 3.12'de literatürde bulunan referans [14] ile bu çalışmada elde edilen sonuçlar grafik olarak sunulmuştur. Şekilde görüldüğü gibi literatür çalışması ile mevcut çalışma sonuçları uyumluluk göstermektedir.



Şekil 3.11 Mevcut çalışma ile literatür kıyaslaması [14]

Ek olarak Ansys APDL üzerinde elastik temel üzerinde olması durumu ile ilgili inceleme yapılmıştır, elastik zeminin olmadığı ve olduğu durumdaki doğal frekans değişimi şekil 3.13'teki gibi değerlendirilmiştir. Şekilden de teyit edildiği üzere elastik zemin teorileri, sisteme kütle eklemesi olmadan rijitlik eklemek üzerine kuruludur. Bu durum doğal olarak frekanslarda bir artışa sebep olmaktadır. Ancak grafikte dikkat

eken nokta özellikle ankastre-serbest mesnet koşulu için ilk üç modda etkinin daha belirgin olduğu ve ilerleyen modlarda neredeyse etkinin yok olmasıdır.



şekil 3.12 Zigzag CNT için elastik zemin etkisi

Çalışılan yöntemlerde elde edilen mod şekilleri kıyaslandığında bütün yöntemlerin tutarlı olduğu görülmektedir. Tablo 3.18, Tablo 3.19 ve Tablo 3.20’de, zmlmeleri yapılan analitik ve Python yöntemleri için mod şekilleri yan yana gösterilmiştir. Tablo 3.19 ve Tablo 3.20’de ankastre-serbest ve ankastre-ankastre mesnet koşulları için analitik çözümler ile elde edilen mod şekilleri [30] numaralı kaynaktan alınmıştır.

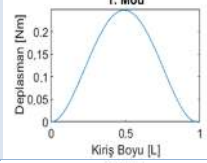
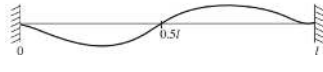
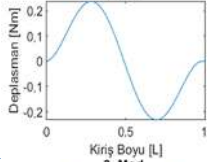
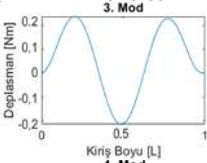
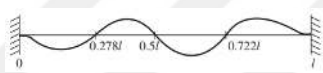
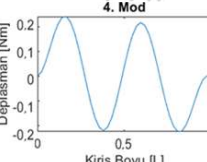
Tablo 3.18 Basit-basit mesnet için mod şekilleri

Mod Numarası	Analitik	Python
1		
2		
3		
4		

Tablo 3.19 Ankastre-serbest mesnet için mod şekilleri [30]

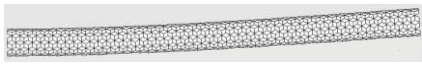
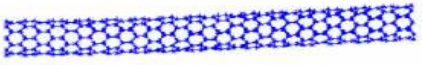
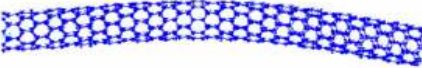
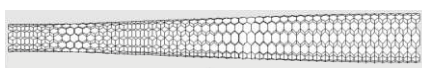
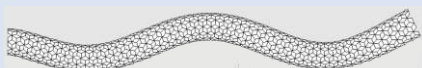
Mod Numarası	Analitik	Python
1		
2		
3		
4		

Tablo 3.20 Ankastre-ankastre mesnet için mod şekilleri [30]

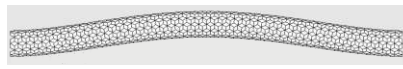
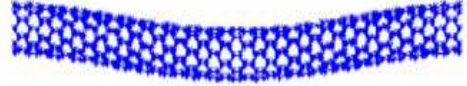
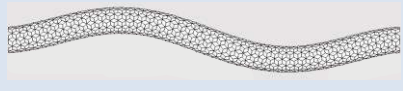
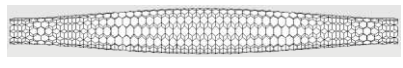
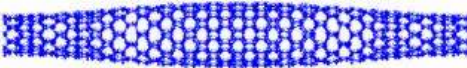
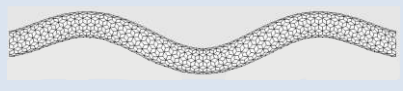
Mod Numarası	Analitik	Python
1		
2		
3		
4		

Ansys APDL çözümü için literatür ile kıyas yapılmış ve üç-boyutlu model üzerinden deforme olmuş mod şekilleri kıyaslanmıştır. Kıyaslama ankastre-serbest mesnet için Tablo 3.21’de ve ankastre-ankastre mesnet için Tablo 3.22’de verilmiştir.

Tablo 3.21 Ankastre-serbest mesnet tipi için literatür ve mevcut çalışma mod şekilleri

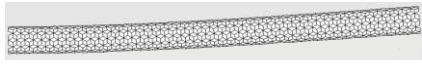
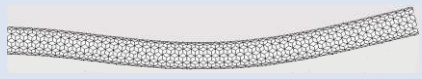
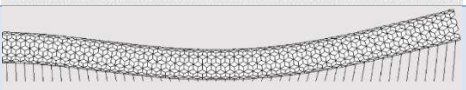
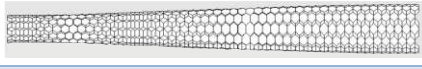
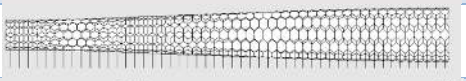
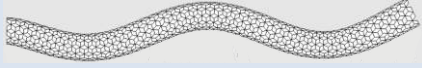
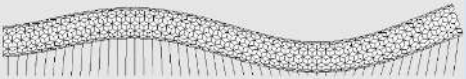
Ankastre-Serbest		
Mod Numarası	Mevcut Çalışma	Sakhaee-Pour [14]
1,2		
3		
5		
10		

Tablo 3.22 Ankastre-ankastre mesnet tipi için literatür ve mevcut çalışma mod şekilleri

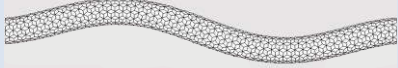
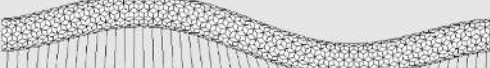
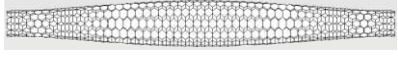
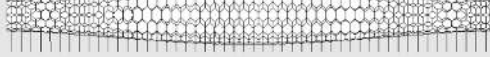
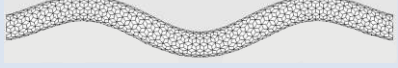
Ankastre-Ankastre		
Mod Numarası	Mevcut Çalışma	Sakhaee-Pour [14]
1,2		
3		
5		
10		

Ek olarak yapılan elastik zemin etkilerinin araştırılmasında da elde edilen elastik zemin etkisi incelenen Ansys APDL sonuçlarına ait karşılaştırma Tablo 3.23'te ve Tablo 3.24'te verilmiştir.

Tablo 3.23 Ankastre-serbest mesnet tipi için elastik zemin uygulamasının mod şekillerine etkisi

Mod Numarası	Ankastre-Serbest	
	Orjinal Model	Elastik Zemin Uygulanmış
1,2		
3		
5		
10		

Tablo 3.24 Ankastre-ankastre mesnet tipi için elastik zemin uygulamasının mod şekillerine etkisi

Mod Numarası	Ankastre-Ankastre	
	Orjinal Model	Elastik Zemin Uygulanmış
1,2		
3		
5		
10		

4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada karbon nanotüp yapı analitik olarak Euler-Bernouilli kirişi olarak modellenmiş, Hamilton yöntemi kullanılarak hareket denklemi elde edilmiş ardından yerel olmayan elastisite teorisi hareket denklemlerine eklenmiş ve yerel olmayan elastisite teorisine uygun olacak şekilde doğal frekans genel çözümüne ulaşılmıştır. Ardından farklı sınır koşulları için çözümler aranmıştır.

Çalışmanın hesaplamalı analiz kısmında ise ilk olarak karbon nanotüp yapılar Ansys paket programı yardımıyla üç boyutlu ortamda noktasal kütleler ve noktasal kütleleri bağlayan kiriş elemanlar olarak modellenmiştir. Gerçek boyutlarda çözümü Ansys yazılımının tanımamasından dolayı boyut dönüşümleri uygulanmış ve farklı sınır koşulları için çözümler araştırılmıştır. Çözümler literatür ile doğrulandıktan sonra elastik zemine oturmuş karbon nanotüp uygulama modeli analiz edilmiş elastik zeminin sisteme kattığı rijitlik etkisinin doğal frekans ve mod şekilleri üzerindeki etkileri araştırılmıştır.

Hesaplamalı analizin ikinci kısmında ise karbon nanotüp yapıların analizinde kullanılmak amacıyla Python programlama dili kullanılarak bir yazılım oluşturulmuş ve Euler-Bernouilli kiriş teorisi için çözüm yapabilen bir sonlu elemanlar program kodu elde edilmiştir. Yazılan program, karbon nanotüp yapı için oluşturulan simülasyon (benzetim) modelini alıp eleman matrislerini oluşturmakta ve ardından küresel rijitlik ve kütle matrislerini oluşturarak öz değer öz vektör problemini çözmektedir. Bu çalışmanın devamı olarak şu çalışmaların yapılabileceği düşünülmektedir:

1-Python ile oluşturulan program mevcut aşamada yerel elastisite teorisine uygun çözümler elde etmektedir. Bu programa yerel olmayan elastisite teorisine ait çözümleri yapma kabiliyeti kazandırmak faydalı olacaktır.

2-Ansys APDL ile yapılan çözümler yerel elastisite teorisi ile yapılmıştır, Ansys APDL içinde hali hazırda bir yerel olmayan elastisite tanımı mevcut değildir. Ancak Ansys APDL kullanıcının kendi rijitlik ve kütle matris dağılımlarını oluşturmasına izin vermektedir. Yerel olmayan elastisite teorisine ait formülasyonlar oluşturulursa Ansys APDL ortamında bu matrisler çalışılabilir.

3-Analitik çözümler yerel olmayan elastisite teorisinde farklı birçok sınır koşulları için elde edilebilir.

4- Bu modellerin analiz edilebilmesi için kullanıcı dostu bir arayüz oluşturulabilir.

5- Kiriş, boru ve plak gibi diğer karbon nano yapılar için bu çalışmadaki yöntemler ve analizler kullanılabilir geliştirilebilir.



5. Kaynakça

- [1] Iijima, S. Helical microtubules of graphitic carbon. *Nature*. 1991, 354, 56-58
- [2] He ve ark. Carbon Nanotubes: Applications in Pharmacy and Medicine. *BioMed Research International*. 2013, 2013, 1-12
- [3] University of Cincinnati. Carbon nanotubes used to develop clothing that can double as batteries. *ScienceDaily*. 2018. 11.07.2021 tarihinde www.sciencedaily.com/releases/2018/07/180710153742.htm adresinden erişilmiştir.
- [4] Gilmer ve ark. NRAM Status and Prospects. *IEEE International Conference on IC Design and Technology (ICICDT)*, 2017 Toronto
- [5] Medina ve ark. Robust water desalination membranes against degradation using high loads of carbon nanotubes. *Scientific Reports*. 2018, 8, 1-12
- [6] Eringen A. Cemal, Edelen D.G.B. *International Journal of Engineering Sciences*. 1972, 10, 232-248
- [7] Zhang ve ark. *International Journal of Solids and Structures*. 2002, 39, 3893-3906
- [8] Odegard ve ark. Equivalent-Continuum Modeling With Application to Carbon Nanotubes. *National Aeronautics and Space Administration*. Virginia, 2002, 25
- [9] Arghavan S., Singh, A.V. On the vibrations of single-walled carbon nanotubes. *Journal of Sound and Vibration*. 2011, 330, 3102-3122
- [10] Avila A.F., Lacerda G.S.R. *Molecular Mechanics Applied to Single-Walled Carbon Nanotube*, *Materials Research*. 2008, 11 (3), 325-333
- [11] Chowdury ve ark. A molecular mechanics approach for the vibration of single-walled carbon nanotubes, *Computational Materials Science*. 2010, 48, 730-735
- [12] Hu ve ark. Nonlocal Continuum Model and Molecular Dynamics for Free Vibration of Single-Walled Carbon Nanotubes. *Journal of Nanoscience and Nanotechnology*. 2011, 11, 10401-10407
- [13] Reddy J.N., Pang S.D. Nonlocal continuum theories of beams for the analysis of carbon nanotubes. *Journal of Applied Physics*. 2008, 103
- [14] Sakhaee-Pour ve ark. Vibrational analysis of single-walled carbon nanotubes using beam element. *Thin-Walled Structures*. 2009, 47, 646-652
- [15] Han Q., Xin H. Elastic Properties of Carbon Nanotubes. *Carbon Nanotubes - Polymer Nanocomposites*. 2011, 35-62
- [16] Janas D. Towards monochiral carbon nanotubes: A review of progress in sorting of single-wall carbon nanotubes. *Materials Chemistry Frontiers*. 2012, 2, 36-63
- [17] Alekseev ve ark. Effect of single wall carbon nanotubes on strength properties of aluminum composite produced by spark plasma sintering and extrusion. *Materials Science & Engineering*. 2020, 793

- [18] Yakobson B.I., Rubio A. Mechanical Properties of Nanotubes.
- [19] Li C., Chou. T. A Structural mechanics approach for the analysis of carbon nanotubes. International Journal of Solids and Structures. 2003, 40, 2487-2499
- [20] Rafique M.M.A., Iqbal J. Production of Carbon Nanotubes by Different Routes – A Review. Journal of Encapsulation and Adsorption Sciences. 2011, 1, 29-34
- [21] Chungchamroenkit ve ark., Residue catalyst support removal and purification of carbon nanotubes by NaOH leaching and froth flotation. Separation and Purification Technology. 2008, 60, 206-214
- [22] Stone A.J., Wales D.J. Theoretical Studies of Icosahedral C₆₀ and Some Related Species. Chemical Physics Letters. 1986, 128 (5,6), 501-503
- [23] Moghadam ve ark. The influence of Stone–Thrower–Wales defect on vibrational characteristics of single-walled carbon nanotubes incorporating Timoshenko beam element. Physica E. 2014, 62, 80-89
- [24] Chen ve ark. The Effects of Different Defects on Vibration Properties of Single-walled Carbon Nanotubes. Advanced Research on Automation, Communication, Architectonics and Materials. 2011, 225-226, 1133-1136
- [25] Wang ve ark. Mechanisms and applications of carbon nanotubes in terahertz devices: A review. Carbon. 2018, 132, 42-58
- [26] Hartman ve ark. Terahertz Science and Technology of Carbon Nanomaterials. Nanotechnology, 2014, 25
- [27] Abukari ve ark. Amplification of terahertz radiation in carbon nanotubes. The European Physical Journal B. 2013, 86
- [28] Dresselhaus M.S., Eklund P.C. Phonons in Carbon Nanotubes. Advances in Physics. 2010, 49, 705-814
- [29] Yazıcı Ümit Özkan, Free vibration analysis of curved beams with variable cross-sections on elastic foundations, İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği Anabilim Dalı, İzmir, 2013, 26 s (Yüksek Lisans Tezi)
- [30] Rao S.S. Vibration of Continuous Systems. Wiley, Miami, A.B.D. 2019, 335-342 s.
- [31] JCrystalSoft. Nanotube Modeler. 2018. 11.07.2021 Tarihinde <http://jcrystal.com/products/wincnt/> adresinden erişilmiştir.
- [32] Avcar M., Avey. A. Elastik zemin üzerinde bulunan homojen olmayan elastik kirişin stabilite ve titreşimi, Isparta Süleyman Demirel Üniversitesi, 2007

EKLER

EK A. Python Programlama Dili ile Yazılmış Sonlu Elemanlar Kodu

A.1) Main.py:

```
import Preprocess
import MatrixAssembly
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
Preprocess.MeshOku()
Preprocess.ElementCreation(MatrixAssembly)
MatrixAssembly.StiffnessMatrixAssembly()
MatrixAssembly.MassMatrixAssembly()
MatrixAssembly.BoundaryConditionAssignment()
MatrixAssembly.Solution_ModalAnalysis()
np.set_printoptions(precision=3, suppress=True)
print(MatrixAssembly.Frekans[0:20])
```

A.2) Preprocess.Py

```
from __future__ import print_function, unicode_literals
import regex
from pprint import pprint
from PyInquirer import style_from_dict, Token, prompt
from PyInquirer import Validator, ValidationError
import sys
import numpy as np
from numpy import pi
import PyInquirer

def MeshOku():
    Node=0
    linenumber=0
    BagSayisi=0
    Dosyaadi=input("mesh dosyanizin adini yazın\n :")
    SatirOku=File1.readlines()
    for line in SatirOku:
        if line.find("K") > -1:
            koordinatlar=line.split(",")
            NodeMatrix[linenumber,0]=int(koordinatlar[1])-1
            NodeMatrix[linenumber,1]=koordinatlar[2]
            NodeMatrix[linenumber,2]=koordinatlar[3]
            NodeMatrix[linenumber,3]=koordinatlar[4]

        elif line.find("LSTR") > -1:
            baglar=line.split(",")
            BagMatrix[BagSayisi,0]=BagSayisi
            BagMatrix[BagSayisi,1]=int(baglar[1])-1
            BagMatrix[BagSayisi,2]=int(baglar[2])-1
            BagSayisi=BagSayisi+1
            linenumber=linenumber+1

def ElementCreation(MatrixAssembly):

    for i in range(int(len(NodeMatrix))):
        if NodeMatrix[i,0]==0 and i>1:
            continue
        MatrixAssembly.Element(NodeMatrix[i,0],"PointMass", MatrixAssembly.CNT,
[int(NodeMatrix[i,0]),0])

    for i in range(int(len(BagMatrix))):
        if BagMatrix[i,0]==0 and i>0:
            continue
        MatrixAssembly.Element(BagMatrix[i,0],"Beam", MatrixAssembly.CNT,
[int(BagMatrix[i,1]),int(BagMatrix[i,2])])

NodeMatrix=np.zeros(20000).reshape(5000,4)
BagMatrix=np.zeros(15000).reshape(5000,3)
```

Ek A.3) MatrixAssemblyandSolution.Py

```

import math
import numpy as np
import scipy
from scipy.sparse import csc_matrix
from scipy.sparse.linalg import spsolve
global GlobalStiffnessMatrix
global GlobalMassMatrix
global TotalDOF
global ElementMatrix
global NodeMatrix
global ForceMatrix
global NodeNumber
global DOF
global TotalDOF
global Modshapes

ElementMatrix=[]
NodeMatrix=[]

DOF=2
NodeNumber=9
TotalDOF=np.full([NodeNumber*DOF,1],None)
ForceMatrix=np.zeros([NodeNumber*DOF,1])
GlobalStiffnessMatrix=np.zeros([NodeNumber*DOF,NodeNumber*DOF],dtype=np.float32)
GlobalMassMatrix=np.zeros([NodeNumber*DOF,NodeNumber*DOF],dtype=np.float32)
Modshapes=np.zeros([(NodeNumber)*(DOF),(NodeNumber//2)*DOF],None)
ModshapeswBC=np.zeros([(NodeNumber)*(DOF),((NodeNumber//2)*DOF)+2],None)

class Material:
    def __init__(self, materialname="CNT"):
        if materialname=="CNT":
            self.E = 5.49E12 #PA
            self.poissonratio = 0.26
            self.Ro = 0.377633995 # kg /m^3

class Element:
    def __init__(self,elementindex,elementtype,material,
        attachednodes=np.zeros(3),attachednodequantity=2,I=216, ElementLength=15.375 , Area = 52):
        self.elementtype=elementtype
        self.attachednodes=np.zeros(attachednodequantity)
        self.index=elementindex

        for X in range(attachednodequantity):
            self.attachednodes[X] = attachednodes[X]

        ElementMatrix.append(self)

        if elementtype=="Beam"
            self.StiffnessMatrix = (material.E*I/(ElementLength)**3) * np.array(
                [
                    [12, -6*ElementLength, -12, -6*ElementLength],
                    [-6*ElementLength, 4*(ElementLength**2), 6*ElementLength, 2*(ElementLength**2)]
                ],
                [
                    [-12, 6*ElementLength, 12, 6*ElementLength],
                    [-6*ElementLength, 2*(ElementLength**2), 6*ElementLength, 4*(ElementLength**2)]
                ]
            )

```



```

self.MassMatrix = (material.Ro*Area*(ElementLength/420)) * np.array(
    [
        [156, -22*ElementLength, 54, 13*ElementLength],
        [-22*ElementLength, 4*(ElementLength**2), -13*ElementLength, -
3*(ElementLength**2)],
        [24, -13*ElementLength, 156, 22*ElementLength],
        [13*ElementLength, -3*(ElementLength**2), 22*ElementLength, 4*(ElementLength**2)]
    ])

if elementtype=="PointMass":

    MassConstant=0

    self.StiffnessMatrix = np.array(
        [
            [0,0,0,0],
            [0,0,0,0],
            [0,0,0,0],
            [0,0,0,0]
        ])

    self.MassMatrix = MassConstant * np.array(
        [
            [1,0,0,0],
            [0,1,0,0],
            [0,0,0,0],
            [0,0,0,0]
        ])

```

```

def StiffnessMatrixAssembly():

```

```

    AddedStiffnessElements=[]

    for X in range(NodeNumber):
        for Y in range(len(ElementMatrix)):
            if X in ElementMatrix[Y].attachednodes:
                index = np.where(ElementMatrix[Y].attachednodes==X)[0][0]

                for A in range(4):
                    for B in range(4):

                        try:

                            if "%s %s %s %s %s" % (2*X+A,2*X+B,Y,2*index+A,2*index+B) in
AddedStiffnessElements:
                                pass
                            else:
                                GlobalStiffnessMatrix[2*X+A][2*X+B] =
GlobalStiffnessMatrix[2*X+A][2*X+B] +
ElementMatrix[Y].StiffnessMatrix[2*index+A][2*index+B]

```

```

        AddedStiffnessElements=np.append(AddedStiffnessElements,
"%s_%s_%s_%s_%s" %(2*X+A,2*X+B,Y,2*index+A,2*index+B))

    except:
        "do nothing"

def MassMatrixAssembly():
    AddedMassMatrixElements=[]
    for X in range(NodeNumber):
        for Y in range(len(ElementMatrix)):
            if X in ElementMatrix[Y].attachednodes:
                index = np.where(ElementMatrix[Y].attachednodes==X)[0][0]

                for A in range(4):
                    for B in range(4):

                        try:

                            if "%s_%s_%s_%s_%s" %(2*X+A,2*X+B,Y,2*index+A,2*index+B) in
AddedMassMatrixElements:
                                pass
                            else:
                                if ElementMatrix[Y].elementtype=="PointMass" and index != 1:
                                    GlobalMassMatrix[2*X+A][2*X+B] = GlobalMassMatrix[2*X+A][2*X+B]
+ ElementMatrix[Y].MassMatrix[2*index+A][2*index+B]
                                if ElementMatrix[Y].elementtype=="Beam":
                                    GlobalMassMatrix[2*X+A][2*X+B] =
GlobalMassMatrix[2*X+A][2*X+B] + ElementMatrix[Y].MassMatrix[2*index+A][2*index+B]

                                AddedMassMatrixElements=np.append(AddedMassMatrixElements,
"%s_%s_%s_%s_%s" %(2*X+A,2*X+B,Y,2*index+A,2*index+B))

                        except:
                            "do nothing"

def BoundaryConditionAssignment():

    BCkeypoints=[1,9]
    mesnettipi="ankastre"

    if mesnettipi=="ankastre":

        for i in range(len(BCkeypoints)):

            islemnum=BCkeypoints[i]-1
            TotalDOF[islemnum*DOF+0]=0 ## Öteleme
            TotalDOF[islemnum*DOF+1]=0 ## Dönme
            ForceMatrix[islemnum*DOF+0]=None # Öteleme tepkisi
            ForceMatrix[islemnum*DOF+1]=None # Dönme tepkisi

    if mesnettipi=="basit":

        for i in range(len(BCkeypoints)):

            islemnum=BCkeypoints[i]-1

```

```

TotalDOF[islemnum*DOF+0]=0 ## Öteleme
TotalDOF[islemnum*DOF+1]=None ## Dönme
ForceMatrix[islemnum*DOF+0]=None # Öteleme tepkisi
ForceMatrix[islemnum*DOF+1]=0 # Dönme tepkisi

```

```

def Solution_StructuralAnalysis():

```

```

    global GlobalStiffnessMatrix
    global ForceMatrix
    global TotalDOF
    index=np.where(TotalDOF==0)[0]
    GlobalStiffnessMatrix_Sol=GlobalStiffnessMatrix.astype("float32")
    ForceMatrix_Sol=ForceMatrix.astype("float32")
    TotalDOF_Sol=TotalDOF.astype("float32")

```

```

    for i in reversed(range(len(index))):

```

```

        GlobalStiffnessMatrix_Sol = np.delete(GlobalStiffnessMatrix_Sol, index[i],0)
        GlobalStiffnessMatrix_Sol= np.delete(GlobalStiffnessMatrix_Sol, index[i],1)
        ForceMatrix_Sol= np.delete(ForceMatrix_Sol,index[i],0)
        TotalDOF_Sol=np.delete(TotalDOF_Sol,index[i],0)

```

```

    TotalDOF_Sol=np.dot(np.linalg.inv(GlobalStiffnessMatrix_Sol),ForceMatrix_Sol)

```

```

    DOF_Counter=0

```

```

    for i in range(len(TotalDOF)):

```

```

        if TotalDOF[i]==0:
            pass
        else:
            TotalDOF[i]=TotalDOF_Sol[DOF_Counter]
            DOF_Counter = DOF_Counter + 1

```

```

    print(TotalDOF)

```

```

def Solution_ModalAnalysis():

```

```

    global GlobalStiffnessMatrix
    global GlobalMassMatrix
    global ForceMatrix
    global TotalDOF
    global Eigenvalues
    global Frekans
    global Eigenvectors
    global Modshapes

```

```

    index=np.where(TotalDOF==0)[0]
    GlobalStiffnessMatrix_Sol=GlobalStiffnessMatrix.astype("float32")
    GlobalMassMatrix_Sol=GlobalMassMatrix.astype("float32")
    ForceMatrix_Sol=ForceMatrix.astype("float32")
    TotalDOF_Sol=TotalDOF.astype("float32")
    Modshapes[0][0]=0

```

```

    for i in reversed(range(len(index))):

```

```

        GlobalStiffnessMatrix_Sol= np.delete(GlobalStiffnessMatrix_Sol,
index[i],0).astype("float32")
        GlobalStiffnessMatrix_Sol= np.delete(GlobalStiffnessMatrix_Sol,
index[i],1).astype("float32")

```

```

GlobalMassMatrix_Sol= np.delete(GlobalMassMatrix_Sol, index[i],0).astype("float32")
GlobalMassMatrix_Sol= np.delete(GlobalMassMatrix_Sol, index[i],1) .astype("float32")
ForceMatrix_Sol= np.delete(ForceMatrix_Sol,index[i],0)
TotalDOF_Sol=np.delete(TotalDOF_Sol,index[i],0)

```

```

print(GlobalStiffnessMatrix_Sol)
print(GlobalMassMatrix_Sol)

```

```

A= np.dot(scipy.linalg.inv(GlobalMassMatrix_Sol),GlobalStiffnessMatrix_Sol)
Eigenvalues,Eigenvectors=scipy.sparse.linalg.eigs(A, k=20, sigma=0)
Frekans=np.sqrt(Eigenvalues)

```

```

CNT=Material()

```

