



**KAVRAM TANIMI MI YOKSA KAVRAM İMAJI MI?:
MATEMATİKSEL PROBLEM ÇÖZME SÜRECİNDE
ÖĞRETMENLERİN TERCİHLERİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Gülbey BULDUK

Danışman

Prof. Dr. Erhan BİNGÖLBALİ

İkinci Danışman

Dr. Öğr. Üyesi Ramazan EROL

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ
ANABİLİM DALI

Ağustos 2024

AFYON KOCATEPE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**KAVRAM TANIMI MI KAVRAM İMAJI MI?: MATEMATİKSEL
PROBLEM ÇÖZME SÜRECİNDE ÖĞRETMENLERİN
TERCİHLERİ**

Gülbey BULDUK

Danışman

Prof. Dr. Erhan BİNGÖLBALİ

İkinci Danışman

Dr. Öğr. Üyesi Ramazan EROL

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

Ağustos 2024

TEZ ONAY SAYFASI

Gülbey BULDUK tarafından hazırlanan “Kavram Tanımı mı Yoksa Kavram İmajı mı?:Matematiksel Problem Çözme Sürecinde Öğretmenlerin Tercihleri” adlı tez çalışması lisansüstü eğitim ve öğretim yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca 02/08/2024 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından **oy birliği** ile Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı’nda YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Danışman : Prof. Dr. Erhan BİNGÖLBALİ

İkinci Danışman : Dr. Öğr. Üyesi Ramazan EROL

Başkan : Doç. Dr. İbrahim ÇETİN
Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Fakültesi

ye : Prof. Dr. Erhan BİNGÖLBALİ
Afyon Kocatepe Üniversitesi, Eğitim Fakültesi

ye : Dr. Öğr. Üyesi Gürcan KAYA
Afyon Kocatepe Üniversitesi, Eğitim Fakültesi

Afyon Kocatepe Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu’nun
..... /..... /..... tarih ve
..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

.....
Prof. Dr. Bekir YALÇIN
Enstitü Müdürü

BİLİMSEL ETİK BİLDİRİM SAYFASI

Afyon Kocatepe Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- Atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- Ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

02 / 08 / 2024

İmza

Gülbey BULDUK

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

KAVRAM TANIMI MI YOKSA KAVRAM İMAJI MI?: MATEMATİKSEL PROBLEM ÇÖZME SÜRECİNDE ÖĞRETMENLERİN TERCİHLERİ

Gülbey BULDUK

Afyon Kocatepe Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Prof.Dr. Erhan BİNGÖLBALİ

İkinci Danışman: Dr.Öğr.Üyesi Ramazan EROL

Bu araştırmanın amacı matematik sorularının çözümünde ortaokul matematik, lise matematik ve diğer branş öğretmenlerinin kavram imajlarını mı yoksa kavram tanımlarını mı kullandıklarını ortaya çıkarmaktır. Çalışma nitel bir araştırma olup, model olarak bütüncül çoklu durum deseninden faydalanılmıştır. Araştırmanın amacına yönelik olarak kare-yamuk, oran ve fonksiyon kavramıyla ilişkili 13 sorudan oluşan açık uçlu bir veri toplama aracı geliştirilmiş ve 9 farklı okuldaki 5 ortaokul matematik öğretmeni, 5 diğer branş öğretmeni ve 5 lise matematik öğretmenine uygulanmıştır. Veriler Tall ve Vinner (1981)'in kavram imajı – kavram tanımı teorik çerçevesi kullanılarak analiz edilmiştir. Yapılan analizler sonucunda tüm öğretmenlerinin yamuk ve karenin arasındaki ilişkiyi açıklamada zorluklar yaşadıkları, kare kavramının tanımında formal tanım olarak lise matematik öğretmenlerinin tamamı kavram tanımı kullanırlarken, ortaokul matematik öğretmenlerinin %60'ı kavram tanımından faydalanmıştır. Diğer branş öğretmenlerinin ise kare-yamuk arasındaki ilişkide olduğu gibi her bir kavram için de tanım hücreleri neredeyse pasif durumdadır. Özellikle yamuk kavramının tanımının bilinmemesi, kare-yamuk ilişkisinin belirlenmemesinde belirleyici rol oynamaktadır. Oranla alakalı olan sorularda ise bütün katılımcı grupların çözümlerinde ağırlıklı olarak kavram imajlarından faydalandıkları görülmüştür. Özellikle branş dışı öğretmenlerin kavram tanımı hücreleri kullanımı tamamen etkisiz ve pasiftir. Fonksiyon sorularında lise matematik öğretmenleri %90 oranında kavram tanımından faydalanırken bu oran ortaokul matematik

öğretmenlerinde %60'tır. Diğer branş öğretmenlerinde ise %5 oranında, yani 20 cevaptan sadece 1 tanesinde kavram tanımı kullanılmıştır. Bu durum, matematik öğretmenlerinin kavramların formal tanımını kullanımına daha ağırlık verdiklerini, diğer branş öğretmenlerinin ise kavram imajına daha çok ağırlık verdiklerini ortaya koymaktadır. Kavramların doğası da matematiksel problem çözme süreçlerinde öğretmenlerin verdikleri yanıtların biçimini ve sayısını doğrudan etkilemektedir. Örneğin, fonksiyon kavramının formal ve kesin bir tanıma sahip olması, öğretmenlerin bu kavrama yönelik daha tanımsal ve sistematik yaklaşımlar geliştirmesine neden olurken, oranın daha esnek bir tanıma sahip olması ve günlük hayatla ilişkilendirilebilmesi öğretmenlerin kavram imajlarına daha fazla başvurmasına yol açmaktadır. Bu durum, kavramların doğasının, öğretmenlerin tanım ve imaj tercihlerini belirlemede kritik bir rol oynadığını göstermektedir.

2024, x + 106 sayfa

Anahtar Kelimeler: Kavram imajı, Kavram tanımı, Matematik öğretmenleri, Lise matematik öğretmenleri, Diğer branş öğretmenleri.

ABSTRACT

M.Sc. Thesis

CONCEPT DEFINITION OR CONCEPT IMAGE?: TEACHERS' PREFERENCES IN THE PROCESS OF SOLVING MATHEMATICAL PROBLEMS

Gülbey BULDUK

Afyon Kocatepe University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Mathematics Education

Supervisor: Prof. Erhan BİNGÖLBALİ

Co-Supervisor: Asst. Prof. Ramazan EROL

The aim of this study is to reveal whether middle school mathematics, high school mathematics and other subjects' teachers use concept images or concept definitions in solving mathematics questions. The study is a qualitative research and holistic multiple case design was used as a model. For the purpose of the study, an open-ended data collection tool consisting of 13 questions related to the concepts of square-trapezoid, ratio and function was developed and applied to 5 middle school mathematics teachers, 5 other subject teachers and 5 high school mathematics teachers in 9 different schools. The data were analysed using Tall and Vinner's (1981) concept image - concept definition theoretical framework. As a result of the analyses, it was found that all of the teachers had difficulties in explaining the relationship between trapezoid and square, all of the high school mathematics teachers used the concept definition for the concept of square, while 60% of the middle school mathematics teachers used the concept definition. As in the case of the relationship between square and trapezoid, the definition cells of the other subjects' teachers were almost empty for each concept. Especially not knowing the definition of the trapezoid concept plays a decisive role in not determining the square-trapezoid relationship. In the questions related to the ratio, it was observed that all participant groups mainly utilised concept images in their solutions. Especially the use of concept definition cells by other subjects' teachers is completely empty. In function questions, high school mathematics teachers made use of concept definition at a rate of

90%, while this rate was 60% for middle school mathematics teachers. In other subjects' teachers, 5%, i.e. only 1 out of 20 answers, used concept definition. This situation reveals that mathematics teachers give more weight to the use of the formal definition of concepts, while other subjects' teachers give more weight to the concept image. The nature of the concepts directly affects the form and number of responses given by teachers in mathematical problem solving processes. For example, the fact that the concept of function has a formal and precise definition causes teachers to provide more definitional and systematic approaches towards this concept, while the fact that the ratio has a more flexible definition and can be associated with daily life causes teachers to resort more to concept images. This shows that the nature of concepts plays a critical role in determining teachers' definition and image preferences.

2024, x + 106 pages

Keywords: Concept image, Concept definition, Mathematics teachers, High school mathematics teachers, Teachers from other branches.

TEŞEKKÜR

Öncelikle, bu hiç beklemediğim şekilde zorlu geçen yolculukta bana rehberlik eden ve her zaman anlayışla yaklaşp, yardımcı olan danışmanım Prof. Dr. Erhan BİNGÖLBALİ'ye sonsuz teşekkür ederim. Kendisinin engin bilgi ve deneyimleri, sabrı ve destekleri olmasaydı, bu çalışmanın altından kalkmak mümkün olmazdı. Mevcut danışmanım olmanız büyük bir şans, ama keşke sizin rehberliğinizden daha erken eğitim hayatımda faydalanabilseydim.

Diğer danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Ramazan EROL'a da değerli katkıları ve teşvikleri için çok teşekkür ediyorum. Onun eleştirileri ve önerileri, çalışmamın her aşamasında bana ışık tuttu.

Araştırma sürecimde yardımlarını esirgemeyip bana destek olan okul müdürlerine, müdür yardımcılara ve öğretmen arkadaşlara çok teşekkür ederim.

Tezimi tamamlama sürecinde varlıklarıyla bana güç veren sevgili annem Filiz BULDUK, babam Hayati BULDUK ve abim Balkan BULDUK'a teşekkür ederim.

Bu süreçte bana karşı sabır ve anlayışlarını esirgemeyen, enerjilerini benim için dizginleyen sevgili çocuklarım Ömer Doruk BULDUK ve Bilgehan BULDUK'a kocaman teşekkür borçluyum. Tez yazma sürecimde sizlerin gülüşü, neşesi ve enerjisi bana büyük moral oldu. Bir gün siz de kendi hayallerinizi gerçekleştirirken benim yaşadıklarımı ve duygularımı anlayacaksınız.

Ve tabii ki, sevgili eşim Merve BULDUK'a, bu zorlu süreçte hep yanımda olduğu, sabrı, desteği ve sevgisi için sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Onun dirayeti, anlayışı ve desteği olmasaydı, bu süreci tamamlamak bir hayal olurdu. Ayrıca, sayısız çay, kahve ve "Tez bitti mi?" soruları için de teşekkürler.

Gülbey BULDUK
Afyonkarahisar 2024

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

	Sayfa
ÖZET	i
ABSTRACT	iii
TEŞEKKÜR	v
İÇİNDEKİLER DİZİNİ.....	vi
SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ	viii
ŞEKİLLER DİZİNİ	ix
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	x
1. GİRİŞ.....	1
2. LİTERATÜR BİLGİLERİ	7
2.1 Kavramsal Arka Plan	7
2.1.1 Kavram Tanımı ve Kavram İmajı	7
2.1.2 Problem Çözme Sürecinde Kavram İmajı, Kavram Tanımı ve Etkileşimi....	8
2.1.3 Kare-Yamuk, Oran ve Fonksiyon Kavramlarının Tanımlamaları	11
2.2 Kavram Tanımı Ve Kavram İmajı İle ilgili Yapılan Çalışmalar	12
2.2.1 Kare-Yamuk Konusuyla İlişkili Kavram İmajı ve Tanımı Çalışmaları	16
2.2.2 Oran Konusuyla İlişkili Kavram İmajı ve Tanımı Çalışmaları.....	19
2.2.3 Fonksiyon Konusuyla İlişkili Kavram İmajı ve Tanımı Çalışmaları	20
3. MATERYAL ve METOT	24
3.1 Araştırmanın Yöntemi	24
3.2 Örneklem/Çalışma Grubu	24
3.3 Veri Toplama Araçları	25
3.4 Verilerin Analiz Çerçeveleri ve Veri Analizi	30
3.5 Geçerlilik ve Güvenirlilik	33
4. BULGULAR	36
4.1 Kare-Yamuk İlişkisine İlişkin Bulgular.....	36
4.1.1 Kare –Yamuk İlişkisine İlişkin Toplu Bulgular.....	36
4.1.2 Kare –Yamuk İlişkisine İlişkin Soru Eksenli Bulgular.....	37
4.1.3 Kare –Yamuk İlişkisine İlişkin Vaka Bulgular	41
4.1.3.1 Ahmet Öğretmen(İMÖ4) Durumu: Kavram Tanımı Kullanımı.....	42
4.1.3.2 Büşra Öğretmen(İMÖ2) Durumu: Kavram İmajı Kullanımı	44

4.2 Oran Kavramına İlişkin Bulgular	45
4.2.1 Oran Kavramına İlişkin Toplu Bulgular	46
4.2.2 Oran Kavramına İlişkin Soru Eksenli Bulgular	47
4.2.3 Oran Kavramına İlişkin Vaka Bulgular	60
4.2.3.1 Ayşe Öğretmen(İMÖ1) Durumu: Kavram Tanımı Kullanarak Matematiksel Problem Çözme	60
4.2.3.2 Fatma Öğretmen(BDÖ4) Durumu: Kavram İmajı Kullanarak Matematiksel Problem Çözme	63
4.3 Fonksiyon Kavramına İlişkin Bulgular.....	65
4.3.1 Fonksiyon Kavramına İlişkin Toplu Bulgular	66
4.3.2 Fonksiyon Kavramına İlişkin Soru Eksenli Bulgular	67
4.3.3 Fonksiyon Kavramına İlişkin Vaka Bulgular	74
4.3.3.1 Emre Öğretmen(MÖ3) Durumu: Kavram Tanımı Kullanarak Matematiksel Problem Çözme	74
4.3.3.2 Merve Öğretmen(İMÖ3) Durumu: Kavram İmajı Kullanarak Matematiksel Problem Çözme	76
4.3.3.3 Osman Öğretmen(BDÖ2) Durumu: Kavram İmajı ve Kavram Tanımı Kullanamama	78
4.4 Kare-Yamuk,Oran ve Fonksiyon Bulgularına İlişkin Karşılaştırmalı Bulgular.	79
5. TARTIŞMA ve SONUÇ	83
5.1 Kare ve Yamukla Alakalı Öğretmenlerin Tanımı ve İmaj Kullanım Tercihleri..	83
5.2 Oran ile Alakalı Öğretmenlerin Tanımı ve İmaj Kullanım Tercihleri.....	85
5.3 Fonksiyon ile Alakalı Öğretmenlerin Tanım ve İmaj Kullanım Tercihleri	87
5.4 Öğretmenlerin Tüm Soruları İçin Kavram Tanımı ve Kavram İmajı Kullanım Durumları.....	88
5.5 Öneriler	89
5.6 Çalışmanın Sınırlılıkları.....	90
6. KAYNAKLAR.....	92
ÖZGEÇMİŞ.....	99
EKLER	100

SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

Kısaltmalar

BDÖ	Branş Dışı Öğretmen
İMÖ	İlköğretim Matematik Öğretmeni
MÖ	Lise Matematik Öğretmeni
K.T.	Kavram Tanımı
K.İ.	Kavram İmajı
T.U.	Tanıma Uygun



ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa
Şekil 1.1 İmaj ve tanım arasında olması beklenen bağlantı.....	2
Şekil 2.1 Kavram imaj ve kavram tanımı arasındaki etkileşim için olası bir durum.....	9
Şekil 2.2 Sadece kavram tanım hücresinin aktif olduğu durum.....	9
Şekil 2.3 Sadece kavram imajı hücresinin aktif olduğu durum	10
Şekil 2.4 Önce imaj hücresinin ve daha sonra tanım hücresinin aktif olduğu durum.....	10
Şekil 4.1 Ahmet Öğretmenin ilgili soruya verdiği cevapların kavram tanımı ve kavram imajı kullanımı açısından görsel gösterimi.....	43
Şekil 4.2 Büşra Öğretmenin cevabının tanım-imaj hücresi açısından gösterimi.....	44
Şekil 4.3 Ayşe Öğretmenin cevabının tanım-imaj hücresi açısından gösterimi.....	61
Şekil 4.4 Ayşe Öğretmenin cevabının tanım-imaj hücresi açısından gösterimi.....	62
Şekil 4.5 Fatma Öğretmenin cevabının tanım-imaj hücresi açısından gösterimi.....	65
Şekil 4.6 Emre Öğretmenin problem çözümündeki tanım ve imaj hücre durumları.....	76
Şekil 4.7 Merve Öğretmenin problem çözümündeki tanım ve imaj hücre durumları.....	78

ÇİZELGELER DİZİNİ

	Sayfa
Çizelge 3.1 Çalışma grubunun cinsiyet ve kıdem yılına göre dağılımı.....	25
Çizelge 3.2 Veri toplama aracının ilk bölümü olan kare-yamuk soruları	26
Çizelge 3.3 Veri toplama aracının ikinci bölümü olan oran soruları	27
Çizelge 3.4 Veri toplama aracının üçüncü bölümü olan fonksiyon soruları	29
Çizelge 3.5 Kare-yamuk için oluşturulan analiz çerçevesi	31
Çizelge 3.6 Kareyle yamuk arasındaki ilişki için oluşturulan analiz çerçevesi	31
Çizelge 3.7 Kare için oluşturulan analiz çerçevesi.....	32
Çizelge 3.8 Yamuk için oluşturulan analiz çerçevesi.....	32
Çizelge 3.9 Çalışmada alınmış olan geçerlilik ve güvenilirlik tedbirleri	34
Çizelge 4.1 Kare-yamuk ilişkisine ilişkin toplu bulgular.....	37
Çizelge 4.2 Kare yamuk ilişkisine ilişkin kavram imajı kavram tanımı bulguları.....	38
Çizelge 4.3 ‘Kare nedir? Tanımlayınız.’ Sorusuna verilen cevaplara ait bulgular	39
Çizelge 4.4 ‘Yamuk nedir? Tanımlayınız.’ Sorusuna verilen cevaplara ait bulgular	41
Çizelge 4.5 Oran Kavramına ilişkin toplu bulgular	46
Çizelge 4.6 Sizce $-1/2$ bir oran belirtir mi?Açıklayınız. sorusuna ilişkin toplu bulgular	48
Çizelge 4.7 Sizce $0/3$ bir oran belirtir mi?Açıklayınız. sorusuna ilişkin toplu bulgular.	51
Çizelge 4.8 Sizce $5/3$ bir oran belirtir mi?Açıklayınız. sorusuna ilişkin toplu bulgular	53
Çizelge 4.9 $\sqrt{2}$ sizce bir oran belirtir mi?Açıklayınız. sorusuna ilişkin toplu bulgular .	55
Çizelge 4.10 “ $\pi/\sqrt{3}$ sizce bir oran belirtir mi?Açıklayınız.” sorusuna ilişkin toplu bulgular.....	57
Çizelge 4.11 “Oran Nedir? Tanımlayınız.” Sorusuna ilişkin toplu bulgular.....	59
Çizelge 4.12 Fonksiyon kavramına ilişkin toplu bulgular	66
Çizelge 4.13 “Reel sayılar kümesinde, $x=2$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi?Açıklayınız” Sorusuna ilişkin toplu bulgular	68
Çizelge 4.14 Reel sayılar kümesinde, $f(x)=2x+1$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız” Sorusuna ilişkin toplu bulgular	70
Çizelge 4.15 Reel sayılar kümesinde, $y=5/2$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız” Sorusuna ilişkin toplu bulgular	71
Çizelge 4.16 “Sizce fonksiyon nedir? Tanımlayınız” sorusuna ilişkin toplu bulgular ..	73

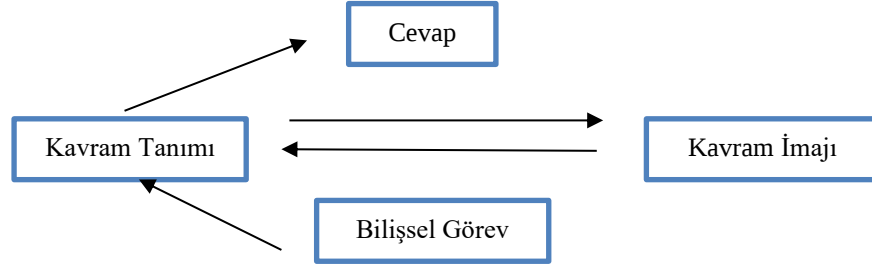
1. GİRİŞ

Problem Durumu

Kavramlar, belirli düşünceler veya birimlerle açıklanan soyut fikirlerdir (Demirel 2012) ve matematik öğrenim ve öğretiminde büyük bir öneme sahiptir. Bir kavramın tanımları ve temel özellikleriyle öğrenilmesini, farklı temsil biçimlerinde anlamayı içeren kavramsal öğrenme ve öğretim bu yüzden matematik eğitimi için esastır (Altun 2002). Ancak, öğrenilen matematiksel tanımların uzun vadede unutulabileceği veya öğrencilerin matematiksel kavramların tanımlarıyla ilgili zorluklar yaşayabileceği bilinmektedir (Vinner 1991).

Matematik öğreniminde kavram ve tanımı önemli iken, öğrencilerin problem çözümünde ve bilişsel görevleri yerine getirirken kavram tanımlarını kullanıp kullanmadığı ve kullanmıyorlarsa bunun nedenin irdelenmesi önemli bir husustur. Bu problem durumundan yola çıkarak, Tall ve Vinner (1981) literatüre kavram tanımı ve kavram imajı teorik çerçevesini kazandırmıştır. Kavram tanımı “ilgili kavramı açıklamak/belirlemek için kullanılan ve kelimelerden oluşan bir form/yapı” olarak tanımlanmaktadır (Tall ve Vinner 1981 akt. Bingölbalı 2016). Kavram imajı ise bir kişinin zihninde “bir kavramla ilgili var olan tüm bilişsel yapıyı” betimlemek için kullanılmıştır (Tall ve Vinner 1981 akt. Bingölbalı 2016). Bu bilişsel yapı kavramla ilgili tüm zihinsel süreçleri, özellikleri ve resimleri içermektedir.

Vinner (1983) her kavram için bireyde iki farklı hücre olduğunu belirtmektedir: kavram tanımı ve kavram imajı. Bu hücreler, kavramla ilgili görevlerde aktif hale gelen zihinsel yapılardır. Bir problem çözümünde bir öğrenci/kişi bu iki hücre arasında ilişki kurabileceği gibi sadece kavram tanımı hücrelerini veya sadece kavram imaj hücrelerini kullanabilir ya da her ikisini de kullanmayabilir. Hangi durumlarda tanım hücrelerinin, hangi durumlarda imaj hücrelerinin ve hangi durumlarda ise ikisi arasında etkileşimin aktif olduğu önemlidir ve çünkü bu aktiflik duruma göre öğrenme çıktısı şekil alır. Aşağıdaki şekil bir problem durumu veya bir bilişsel görev ile karşılaşıldığında kavram tanımı ve kavram imajı arasında oluşabilecek olası bir etkileşim formunu örneklendirmektedir.



Şekil 1.1 İmaj ve tanım arasında olması beklenen bağlantı (Vinner 1983)

Kavram tanımı ve kavram imajı kavramsal çerçevesi 1981 yılında ortaya çıktıktan sonra, matematik eğitimi alanında ilgi görmüş ve birçok çalışmada kullanılmıştır. (Erol 2022, Öner ve Ertekin 2015, Bingolbali ve Monaghan 2008, Przenioslo 2004, Gray vd. 2000). Tall ve Vinner (1981)’ın kavram tanımı ve kavram imajı çerçevesi özellikle lise ve üniversite düzeyi öğrencilerin ve öğretmen adaylarının imajlarının araştırılmasında kullanıldığı görülmektedir (Bingolbali ve Monaghan 2008, Przenioslo 2004). Ancak öğretmenlerin kavram imajları hakkında yeterince araştırmanın olmadığı görülmektedir. Öğretmen alan bilgisi ile öğrenci öğrenmesi ilişkili olup, öğretmen alan bilgisindeki eksiklikler ve yanlışlar öğrencilere aktarıldığı ortaya konulmuştur (Akçay 2009). Kavram tanımı bilgisi öğretmenin alan bilgisi kapsamında olduğu düşünüldüğünde, öğretmenlerin herhangi bir kavramla ilgili kavram tanımına mı yoksa kavram imajına mı sahip olduğunun incelenmesi önemlidir çünkü öğretmenin bu noktadaki alan bilgisi, öğretimini ve dolayısıyla öğrenci öğrenmesini şekillendirebilmektedir.

Kavram tanımı ve kavram imajı araştırmaları üzerine alan yazındaki önemli boşluklardan biri de, Vinner (1983)’in belirttiği gibi, problem çözme ve etkinlik yapma sürecinde bireylerin kavram tanımı ve kavram imajlarını nasıl kullandıklarının ve bunlar arasındaki etkileşim biçimlerinin araştırmalara konu edilmemesidir. Bireylerin, öğrencilerin veya öğretmenlerin kavram tanımı ve kavram imajı kullanımlarının ve bunlar arasındaki etkileşimlerin farklı kavramlar özelinde nasıl olduğu ve kavram ile aşinalığın kavram tanımı ve kavram imajı kullanımlarını nasıl etkilediği de karşılaştırmalı olarak ele alınmamıştır. Alan yazındaki bu boşluktan hareketle, bu çalışma öğretmenlerin matematiksel soru çözümünde kavram tanımını mı (hücrelerini) yoksa kavram imajını mı (hücrelerini) kullandıklarını belirlemeyi amaçlayarak hem matematik öğretmenlerinin hem

de diğ er branş  ğretmenlerinin kavram imajlarını karşılaştırarak literatüre katkı sunmayı hedeflemektedir.

Çalışmanın amacına yönelik olarak üç farklı  ğretmen grubu ve üç farklı öğrenme alanına ait üç kavram seçilmiştir. Öğretmen grubu olarak ilköğretim matematik, lise matematik ve diğ er branş dışı (fen bilimleri alanından)  ğretmenleri seçilirken kavram olarak ise kare-yamuk ilişkisi, oran ve fonksiyon seçilmiştir. Dolayısıyla farklı kavramlar ve bağlantılı sorular kullanılarak, kavramların doğasının (tanımlarının) katılımcı cevaplarına yansımaları belirlenmeye çalışılmış hem de farklı düzeyde matematiksel bilgiye sahip olmanın kavram tanımı ve kavram imajı hücrelerini nasıl aktifleştirdiği irdelemek amaçlanmıştır. Fonksiyon kavramının seçilmesinin nedeni matematikte bu kavramın formal anlamda bir tanıma sahip olması ve formal bir tanıma sahip olmanın öğretmenin tanım ve imaj hücrelerinin kullanımını nasıl etkilediğini görmek olmuştur. Oran kavramının seçim nedeni ise fonksiyon gibi formal bir tanıma sahip olmaması olmuştur. Kare-yamuk kavramları ve ilişkisinin tercih edilme nedeni ise bu iki kavramın yaygın olarak bilinmesine karşın ilişkileri hakkında öğretmenlerin kavram tanımı ve kavramı imajı hücrelerinin nasıl işe koşulduğunun görülmek istenmesi olmuştur. Kavramların seçilmesinde cebir, sayılar ve geometri gibi farklı öğrenme alanlarından olması da bir ölçüt olarak kabul edilmiştir. Diğ er branş dışı öğretmenlerin çalışmaya dahil edilmesinin nedeni ise, yukarıda bahsedildiği gibi, kavrama hakimiyet ya da aşinalığının kavram tanımı ve kavramı imajı kullanımlarını ve bunların etkileşim biçimlerini nasıl etkilediğini görmek istemekten kaynaklanmaktadır.

Sonuc olarak, alan yazında öğretmenler ile ilgili kavram imajı çalışmalarının eksikliği, Vinner (1983)'in imaj ve tanım hücrelerinin etkileşimi ve kullanımı ile ilgili teorik söyleminin henüz test edilmemiş olması gerçeği ve farklı kavramlar özelinde kavram tanımı ve kavram imajı kullanımının nasıl olduğunun irdelenmemesi gerçeğinden hareketle, bu tez çalışması fonksiyon, oran ve kare-yamuk kavramları özelinde ilköğretim matematik, lise matematik ve diğ er branş  ğretmenlerinin problem çözme sürecinde kavram imajını mı yoksa kavram tanımını mı kullandıklarını karşılaştırmalı olarak belirlemeyi amaçlamaktadır.

Araştırmanın Amacı

Bu çalışma fonksiyon, oran ve kare-yamuk kavramları özelinde ilköğretim matematik, lise matematik ve diğer branş öğretmenlerinin soru/problem çözme sürecinde kavram imajını mı yoksa kavram tanımını mı kullandıklarını belirlemeyi amaçlamaktadır. Bu çerçevede aşağıdaki araştırmalar sorularına cevap aramaktadır:

- i. İlköğretim matematik, lise matematik ve diğer branş öğretmenlerinin kare-yamuk, oran ve fonksiyon kavramları özelinde matematiksel bir sorunun çözümünde kavram imajları ve kavram tanımlarını kullanma durumları nasıldır?
- ii. İlköğretim matematik, lise matematik ve diğer branş öğretmenlerinin kare-yamuk, oran ve fonksiyon kavramları özelinde matematiksel bir sorunun çözümünde kavram imajları ve kavram tanımlarını kullanma durumları arasındaki benzerlik ve farklılıklar nelerdir?

Bu çalışmada tez başlığında kullanılan ‘matematiksel problem çözme’ ifadesi kapsayıcı bir anlamda kullanılmış olup, öğretmen için cevaplandırılması gereken her soru durumudur. Bu soru $x=2$ doğrusunun bir fonksiyon olup olmadığını belirlemek gibi aşına olunmayan bir sorun olabileceği gibi $f(x) = 2x+1$ ’in fonksiyon belirtip belirtmediğini tespit etmek gibi sıkça karşılaşılan bir soru formu da olabilmektedir.

Araştırmanın Önemi

Özellikle problem çözme ve etkinlik sürecinde, öğretmenlerin kavram tanımını mı yoksa kavram imajını mı kullandıkları ve bu ikisi arasında nasıl bir etkileşimin olduğu araştırmalara konu edilmediği görülmektedir. Her ne kadar Vinner (1983) bunlar arasında belirli bazı etkileşim biçimlerinden (örneğin soru çözümünde bireyin önce tanımını ve daha sonra imajı işe koşması) teorik olarak bahsetmiş olsa da öngördüğü zihinsel modeller araştırılmamıştır. Bu çalışma teorik çerçevenin araştırılmayan bu boyutunu ele alarak literatüre katkı sunmayı hedeflemektedir.

Kavram tanımı ve kavram imajı çalışmaları literatürde ağırlıklı olarak öğrencilerin ve öğretmen adaylarının herhangi bir kavrama ilişkin imajlarının belirlenmesi doğrultusunda yapılmıştır. Öğretmenlerin kavram tanımı ve kavramı imajları yeterince araştırmaya konu edilmemiştir. Farklı öğretmen gruplarının kavram imajlarının karşılaştırdığı çalışmalarla karşılaşmamıştır. Bu araştırma, öğretmenlerin kavram tanımı ve kavram imajı kullanma eğilimlerini karşılaştırmalı olarak belirleyerek, kavram imajı alan yazının zenginleşmesine ve gelişmesine katkı sunacaktır.

Bu araştırma, yükseköğretim düzeyinde eğitim veren öğretim elemanları için de büyük önem taşımaktadır. Yükseköğretim düzeyinde eğitim veren akademisyenler, öğretmen adaylarının gelecekteki öğretim becerilerini şekillendirirler. Öğretmenlerin kavram imajları ve tanımları üzerindeki bu tür araştırmalar, öğretim elemanlarının eğitim programlarını daha etkili hale getirmelerine yardımcı olabilir.

Sınırlılıklar

- Bu çalışmada kavram tanımı ve kavram imajı fonksiyon, oran ve kare-yamuk kavramları ile sınırlıdır.
- Araştırma, 2022-2023 eğitim-öğretim yılı, Afyonkarahisar ilindeki devlet okulunda görevli 5 ilköğretim matematik öğretmeni, 5 lise matematik öğretmeni ve 5 farklı branş öğretmeni olmak üzere 15 öğretmen ile sınırlıdır.
- Çalışma kapsamında elde edilen tanımlar, imajlar ve diğer cevaplar hazırlanan veri toplama aracının sağladığı imkânlarla sınırlıdır.
- Çalışma kapsamında elde edilen bulgular ve bu bulgulardan yapılan çıkarımlar kullanılan veri toplama aracı, veri analiz yöntemi ve araştırmacının bakış açısı ile sınırlıdır.
- Araştırma kapsamında faydalanılan araştırmaların kapsamı araştırmacının İngilizce diline hakimiyeti ölçüsünde olmuştur.

Varsayımlar

- Yapılandırılmış görüşme formuna yanıt veren öğretmenlerin samimi olarak cevap verdikleri varsayılmıştır.
- Araştırmanın uygulama sürecinde, öğretmenlerin dış etkenlerden aynı seviyede etkilendikleri varsayılmıştır.



2. LİTERATÜR BİLGİLERİ

Bu bölüm kavramsal arka plan ve ilgili araştırmalar olmak üzere iki alt bölümden oluşmaktadır. Kavramsal arka plan alt bölümünde sırasıyla kavram tanımı ve kavram imajı, problem çözme sürecinde kavram imajı, kavram tanımı ve etkileşimi ile yamuk-kare, oran ve fonksiyon kavramlarının tanımları alt başlıklarına yer verilecektir. İlgili araştırmalar alt bölümünde sırasıyla, kare yamuk konusuyla ilişkili kavram imajı ve tanımı çalışmaları, oran konusuyla ilişkili kavram imajı ve tanımı çalışmaları, fonksiyon konusuyla ilişkili kavram imajı ve tanımı çalışmaları alt başlıklarına yer verilecektir.

2.1 Kavramsal Arka Plan

Kavramsal arka plan alt bölümünde sırasıyla kavram tanımı ve kavram imajı, öğrenme sürecinde kavram imajı, kavram tanımı ve etkileşimi, yamuk-kare, oran ve fonksiyon kavramlarının tanımlamaları kısımlarından oluşmaktadır.

2.1.1 Kavram Tanımı ve Kavram İmajı

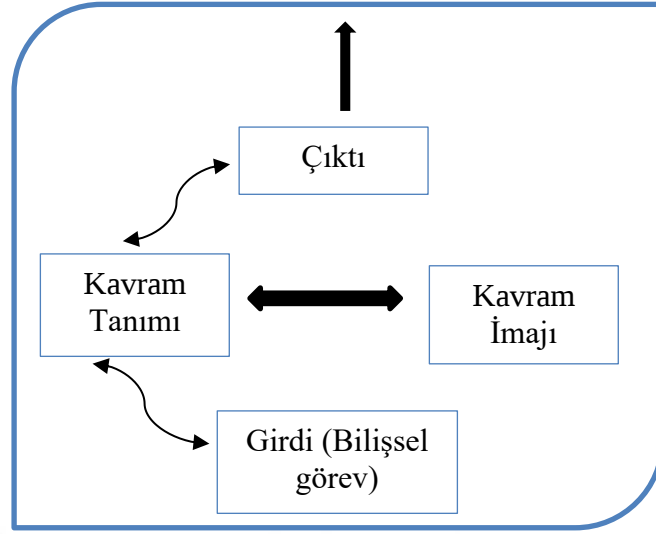
Sözlükte “kavram” kelimesi , “olayların ya da nesnelerin ortak özelliklerini kapsamakta olan ve bir ortak isim altında toplayan genel tasarımlar” olarak tanımlanmaktadır (İnt.Kyn.1). Kavramların bazıları somut özellikler taşıırken, bazıları daha soyut ve karmaşıktır. Kavramlar, kişiler arasındaki iletişimi kolaylaştırırken, kavramlar hakkında anlaşmazlık olduğunda yanlış anlaşılmalara meydana gelebilir (Erden ve Akman 1997). Bu anlaşmazlığın nedenlerinden biri kişilerin ön bilgileri ve tecrübelerinden dolayı ilgili kavramla ilgili farklı anlayışlar geliştirmiş olmasıdır. Zira bir kavramın adı görüldüğünde ya da duyulduğunda, belleğimizde bir çağrışım oluşturur ve bu çağrışımlar, kavramın tanımıyla tam olarak örtüşmeyebilir (Vinner 1991). Tüm bu zihinsel görüntüleri kapsayan bilişsel yapı, “kavram imajı (concept image)” olarak adlandırılır (Tall ve Vinner 1981). “Zihinsel görüntü” terimi, semboller, resimler, grafikler ve diyagramlar gibi sözel olmayan temsil biçimlerini ifade eder (Vinner ve Dreyfus 1989). Başka bir ifadeyle, kavram imajı, kavramın adıyla ilişkilendirilen zihinsel bir çağrışımdır (Vinner 1991).

“Kavram tanımı (concept definition)” terimi, bir kavramı açıkça belirtebilmek amacıyla kullanılan kelimelerin bir araya gelmesiyle oluşan bir kalıp şeklinde düşünülmesi mümkündür (Tall ve Vinner 1981). “Formal kavram tanımı” terimi ise, matematikçiler tarafından veya matematik topluluğunda genel olarak kabul edilen kavram tanımını ifade eder (Tall ve Vinner 1981). Kavram tanımı, bireyler tarafından ezberlenerek öğrenilebileceği gibi, kavramın anlamını anlamaya dayalı olarak da öğrenilebilir.

2.1.2 Problem Çözme Sürecinde Kavram İmajı, Kavram Tanımı ve Etkileşimi

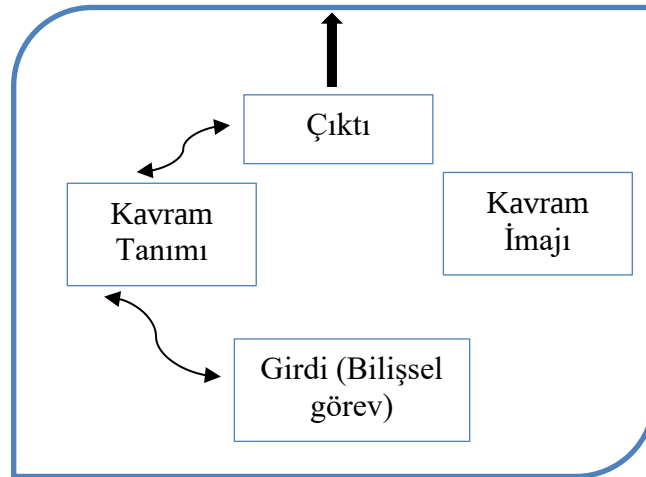
Kavram tanımı ve kavramı imajı zihinde yer alan iki hücre olarak düşünülmektedir (Vinner 1981). Problem çözme veya öğrenme sürecinde kavram tanımı ve kavram imajı hücreleri birbirleriyle etkileşim içindedir ve bu etkileşim çift yönlü olabilmektedir (Vinner 1981). Yani, bir kavramın tanımı kavram imajını etkilerken, aynı zamanda kavram imajı da kavramın tanımını etkileyebilir. Bu etkileşimler özellikle belirli problem durumlarıyla veya bilişsel görevlerle karşılaşıldığında gözlemlenebilir hale gelmektedir. Vinner (1981) bilişsel görevlerle karşılaşıldığında ortaya çıkan olası imaj ve tanım etkileşim durumları için çeşitli senaryolar sunmuştur.

Şekil 2.1’deki senaryoya göre, bir bilişsel görevle karşılaşıldığında, girdi (bu soru veya problem olabilir) öncelikle bireyin zihnindeki kavram tanımı hücresi ile etkileşime girmekte, sonrasında imaj hücresi ile tanım hücresi arasında bir etkileşim oluşmakta ve nihayetinde girdi kavram tanımı hücresi ile etkileşime girerek bir çıktıya/cevaba dönüşmektedir. Şekil 2.1’deki durum birçok eğitimci tarafından olması istenilen ve onaylanan bir durumdur.



Şekil 2. 1 Kavram imajı ve kavram tanımı arasındaki etkileşim için olası bir durum (Öner 2013)

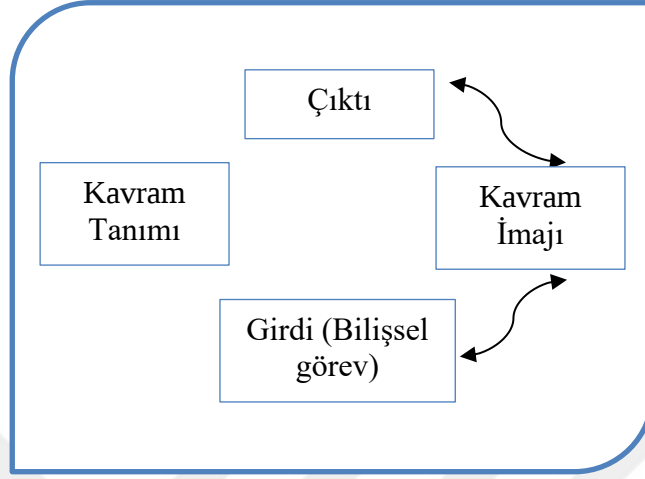
Şekil 2.2'deki durum problem çözme sürecinde öğrencilerin tecrübe edeceği başka bir durum olup, kavram imajı devre dışı kalmıştır ve dolayısıyla kavram imajına ihtiyaç duyulmamıştır. Bu senaryoda kavram tanımı ile kavram imajı arasında herhangi bir etkileşim olmamış ve yalnızca kavram tanımının yer aldığı hücre aktif haldedir (Öner 2013, Kaymakcı Üstüner 2022).



Şekil 2. 2 Sadece kavram tanım hücresinin aktif olduğu durum (Öner 2013)

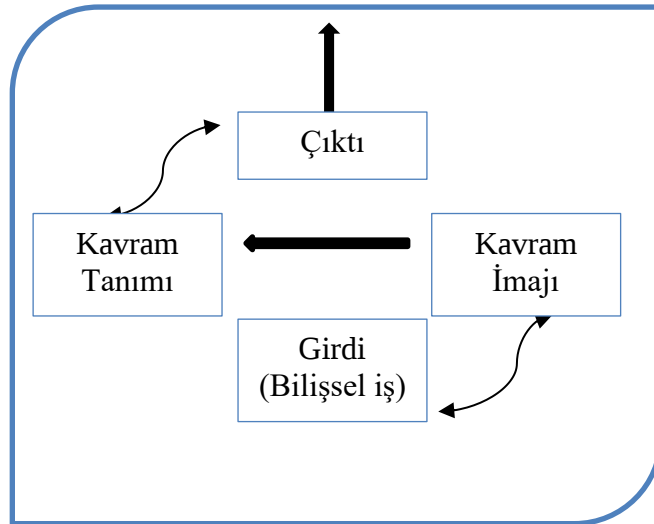
Kişinin bilişsel bir görevle karşılaştığında, tamamen kavram imajına dayanarak ve

kavram tanımına başvurmadan problem çözme sürecinde yaptığı zihinsel etkinlik Şekil 2.3'teki senaryoda sunulmuştur. Bu senaryoda da görüleceği üzere sadece kavram imajı hücresi aktiftir.



Şekil 2. 3 Sadece kavram imajı hücresinin aktif olduğu durum (Öner 2013)

Şekil 2.4'teki durum problem çözme sürecinde öğrencilerin tecrübe edeceği başka bir durum olup, hem kavram imajı hem de kavram tanımı hücresi aktiftir. Burada girdinin öncelikle imaj hücresi ise etkileşime girdiği görülmektedir.



Şekil 2. 4 Önce imaj hücresinin ve daha sonra tanım hücresinin aktif olduğu durum (Kaymakçı Üstüner 2022)

Yukarıdaki olası senaryo durumları Vinner (1981) tarafından teorik olarak öne sürülmüş

ve doğrulukları açık olarak kabul edilmiş varsayımlar olup, senaryolardaki etkileşim biçimlerinin veriye dayalı olarak test edilmediği görülmektedir. Vinner (1983) 'in imaj ve tanım hücrelerinin etkileşimi ve kullanımı ile ilgili kuramsal söyleminin henüz test edilmemiş olması ve farklı kavramlar özelinde kavram tanımı ve kavram imajı kullanımının nasıl olduğunun irdelenmemesi bu tezin yürütülmesi için bir gerekçe oluşturmuş olup, buradan hareketle bu tez çalışması fonksiyon, oran ve kare-yamuk kavramları özelinde öğretmenlerinin problem çözme sürecinde kavram imajını mı yoksa kavram tanımını mı kullandıklarını karşılaştırmalı olarak belirlemeyi amaçlamaktadır.

2.1.3 Kare-Yamuk, Oran ve Fonksiyon Kavramlarının Tanımlamaları

Bu çalışmada öğretmenlerin kavram imajı ve kavram tanımı kullanım tercihleri, yamuk-kare, oran ve fonksiyon kavramları ve ilişkili soruları aracılığıyla yapıldığı için, bu kısımda bu kavramların tanımlarına yer verilecektir.

Yamuk kavramının tanımı için literatüre bakıldığında, matematiksel kavramların farklı şekillerde tanımlandığı görülmektedir. Dörtgenlerin tanımını yaparken iki farklı yöntem bulunmaktadır: kapsayıcı tanımlar ve dışlayıcı tanımlar. (Çakıroğlu 2013, Öztoprakçı ve Çakıroğlu 2013). Yamuğun kapsayıcı tanımı, “En az bir çift kenarı olan dörtgendir.” şeklinde iken, dışlayıcı tanıma göre ise “Sadece bir çift kenarı paralel olan dörtgendir” biçiminde ifade edilmiştir. (Usiskin ve Griffin 2008: akt. Öztoprakçı ve Çakıroğlu 2013). MEB (2018) ortaokul matematik dersi öğretim programı incelendiğinde yamuk kavramı için “Yamuk tanıılırken kenar çiftlerinden en az birinin paralel olduğu vurgulanır” şeklinde açıklamaya yer verildiği görülmektedir. Milli Eğitim Bakanlığı 7.sınıf matematik ders kitapları incelendiğinde yamuğun tanımı “Karşılıklı kenar çiftlerinden en az biri paralel olan dörtgene yamuk denir” şeklinde kapsayıcı bir tanıma yer verilmiştir (İnt.Kyn.2).

Kare için de farklı tanımların yapıldığı görülmektedir. Örneğin, Çakıroğlu (2013), Zaskis ve Leikin (2008) 'in çalışmasına dayalı olarak kare için yapılan farklı tanımların bazılarını aşağıdaki gibi sunmuştur:

- Düzgün dörtgen
- Bütün açı ölçüleri ve kenar uzunlukları eşit olan dörtgen
- Bütün kenar uzunlukları eşit ve açılarından birinin ölçüsü 90° olan dörtgen

- Bütün kenar uzunlukları eşit olan dikdörtgen

Zaskis ve Leikin (2008) kare için bu şekilde 13 farklı tanım sunmaktadır. Kapsayıcı ve dışlayıcı tanımlar açısından kare ve yamuk ilişkisine bakıldığında ve yamuk “en az bir çift paralel kenara sahip dörtgen” olarak tanımlandığında, her bir karenin de yamuk olduğu kabul edilmektedir.

Oran, iki sayı veya niceliğin birbirine bölünmesi ile elde edilen bir kavramdır. Oranlar genellikle a/b şeklinde ifade edilir, burada a ve b sayıları veya nicelikleri temsil eder (Şahin ve Karakuş 2021). Oran kavramı, iki sayısal büyüklüğün birbiriyle karşılaştırılmasıdır. Oran kavramı, uzun süre boyunca matematik ders kitaplarında aynı tür büyüklüklerin karşılaştırılması olarak tanımlanmıştır. Ancak, bu tanım tam olarak doğru değildir çünkü oran, farklı türdeki büyüklükleri de karşılaştırmak için kullanılabilir. Oranda gözden kaçan nokta, karşılaştırılan şeylerin birimler değil, bu birimlere ait sayısal değerler olduğudur. Bu nedenle, karşılaştırılan büyüklüklerin birimleri farklı olsa da önemli olan, bu sayıların birbirine göre değerlendirilmesidir (Çetin 2009).

Fonksiyon kavramı ile alakalı alan yazın tarandığında, Kleiner (1989) fonksiyonu “ E ve F , aynı ya da farklı iki küme olsun. Eğer verilen bağıntıda x ’e karşılık gelen yalnızca bir y varsa, E kümesinin bir x elemanı ile F kümesinin bir y elemanı arasındaki ilişkiye fonksiyon denir.” şeklinde tanımlamıştır. Matematikte bir fonksiyon, her bir giriş değeri için yalnızca bir çıkış değeri üreten bir ilişki veya kuraldır. Örneğin, $f(x)=2x+1$ fonksiyonu, her $2x+1$ formülünü kullanarak tek bir çıkış değeri üretir şeklinde de tanımlanmıştır (Sarıkaya 2005).

2.2 Kavram Tanımı ve Kavram İmajı İle İlgili Yapılan Çalışmalar

Kavram imajı ve kavram tanımı, matematik eğitiminde yoğun bir şekilde araştırılan ve tartışılan konulardır. 1980 yılında Shlomo Vinner ve Rina Hershkowitz, matematik eğitimi araştırmalarında kavram imajı ve kavram tanımı terimlerini ilk defa kullanmış ve daha sonra Tall ve Vinner (1981)’in çalışması ile bu terimler alanyazında ön plana çıkmıştır. Kavram imajı ve kavram tanımı teorik çerçevesi kullanılarak gerek uluslararası literatürde ve gerek ulusal literatürde matematik eğitimi alanında birçok çalışmanın

yapıldığı görülmektedir (Hart 1991, Zandieh 1997, Kabaal vd. 2015, Erol 2022).

Bu kısımda kavram tanımı ve kavram imajı ile ilgili yapılan bazı çalışma örnekleri sunulacak ve daha sonra özel olarak kare-yamuk, fonksiyon ve oran kavramları ile ilgili yapılan kavram tanımı ve kavramı imajı araştırmaları ele alınacaktır.

Kavram tanımı ve kavram imajı ile ilgili yapılan çalışmalara bakıldığında, daha çok lise ve üniversite düzeyindeki kavramlarla ilgili çalışmaların yapıldığı görülmektedir. Örneğin, Hart (1991) doktora tezinde, türev kavramına odaklanarak lise öğrencileriyle bir çalışma gerçekleştirmiştir. Çalışmada, öğrencilerin türev kavramına dair sahip oldukları kavram imajları ve bu kavrama ait genel geçer resmi kavram tanımını tanımlamada yaşadıkları zorluklar incelenmiştir. Grafikleri yorumlamada hesap makinelerinin kullanımı, öğrencilerin daha etkin sonuçlar elde etmelerine katkı sağlamıştır. Zandieh (1997) de lise öğrencileriyle yürüttüğü çalışmasında, öğrencilerin türevle ilgili kavram imajlarını ve kavram tanımlarını tespit etmiştir. Çalışmasında, öğrencilerin genellikle türev tanımını diyagramlar aracılığıyla yaptığını ortaya koymuştur. Bingölbalı ve Monaghan (2008) ise makine mühendisliği ve matematik bölümü lisans öğrencilerinin türevi anlama sürecinde öğrenme içeriğinin, öğrenme bağlamının kavram imajı üzerindeki etkisini incelemişlerdir. Öğrencilerin kavram imajı geliştirme süreçleri ve bu imajların belirli biçimleriyle ilişki kurma şekillerinin, öğretim yaklaşım, yöntemleriyle ve bölüme bakış açılarıyla güçlü bir ilişki içinde olduğunu ortaya koymuşlardır.

Aydeniz (2011) ise matematik öğretmen adaylarının eğitim kavramına ilişkin edindikleri kavram imajları ve matematiksel anlayışların incelenmesi üzerine araştırma yapmıştır. Araştırmacı, öğretmen adaylarının belirgin kavram imajlarının, geçmiş eğitimleri ve deneyimlerinin etkisiyle şekillenebileceğini ifade etmiştir. Öğretmen ve kitapların aynı örneği kullanarak bir kavramı tanıtmalarının, öğrencilerin o kavram hakkında tek bir imaja sahip olmasına neden olacağını ifade etmiştir. Erdoğan (2017) ise 30 lise matematik öğretmenin türev kavram imajlarını ortaya çıkarmayı amaçlayan bir araştırma yapmıştır. Analizler, öğretmenlerin türevle ilgili sorulara genellikle ezberlenmiş formüller ve standart ifadelerle yanıt verdiğini göstermiştir. Bu durum, öğretmenlerin türev kavramı ve türev fonksiyonu hakkında derinlemesine bilgiye sahip olmadıklarını ve kavram imajlarının eksik olduğunu ortaya çıkarmaktadır.

Ertekin ve Öner (2015) tarafından yapılan bir çalışmada, periyotlara ilişkin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kavram imajlarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Öğretmen adaylarının periyot kavramına dair algılarını ortaya çıkarmak amacıyla araştırmacı tarafından oluşturulan Periyot Testi (PT) ilköğretim matematik öğretmen adaylarına uygulanmıştır. Verilerin analizi sonucunda, öğretmen adaylarının periyot algılarının "bir olayın tekrarlandığı uzunluk, aralık", "bir olayın tekrarlanması için geçen zaman" ve "belirli aralıklarla yinelenen olay" şeklinde olduğu tespit edilmiştir.

Öğretmen adaylarıyla yapılan başka bir çalışmada, Soğancı (2006) matematik öğretmen adaylarının matematiksel problemleri çözerken, bazen kavramların resmi tanımlarına dayanarak çözdüklerini, bazen yalnızca kavramların zihinsel imajlarını kullandıklarını ve bazı durumlarda da hem kavram tanımını hem de kavram imajını kullanarak kapsamlı bir yaklaşım sergilediklerini ortaya koymuştur.

Koçak (2020) matematik öğretmenliği eğitimi gören öğrencilerin doğru parçaları, doğrular, kesişen doğrular, ışınlar, çakışan doğrular, paralel doğrular, dik açı, geniş açı ve dar açı gibi temel geometrik kavramlarına yönelik kavram imajlarının belirlemeyi amaçlamıştır. Bunun yanı sıra geometri düşünme seviyeleri arasındaki ilişkinin öğrenilmesi hedeflenmiştir. Araştırma bulgularına göre, öğretmen adaylarının doğru parçası ve ışın kavramlarını doğru ile açıkladıkları belirlenmiştir. Çakışan doğrulara ilişkin imajlarının, kesişen doğrulara yönelik imajlarıyla tutarsız olduğu gözlenmiştir. Ayrıca, dar, dik ve geniş açı kavramlarına ilişkin imajlarının genellikle doğru olduğu tespit edilmiştir.

Tekin Sitirava (2017) ilköğretim matematik eğitimi alan öğretmen adaylarının cebirsel ifadeler ve denklem kavramlarına yönelik kavram imajlarını irdelemiştir. Çalışmadan elde edilen sonuçlara göre, öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu cebirsel ifadeleri bilinmeyenli ifadeler şeklinde tanımlarken, denklemi ise eşitlik şeklinde tanımlamıştır. Öğretmen adaylarının cebirsel ifadeler ve denklemlere yönelik kavram imajlarının detaylı olarak bir incelemesi yapıldığında, öğretmen adaylarının bu kavramlara yönelik hatalı ve eksik imajlara sahip olduğu belirlenmiştir.

Öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının parabol kavramıyla ilgili kavramsal imgelerini belirlemek amacıyla, Shriki ve David (2001) yaptıkları araştırmada ikinci dereceden denklemlerin çözümü ve parabol ile ilgili bilgiler sunulmuştur. Çalışmanın sonuçları, öğretmenlerin bu iki kavram arasındaki ilişkiyi kurmakta zorlandıklarını ortaya koymuştur (Akt: Öner 2013). Kabael vd. (2015) tarafından limit konusu üzerinde öğrencilerle çalışmalar yaparken, yine öğrenciler üzerine bir başka çalışmada Avgören (2011) aynı sınıf seviyesinde olmayan, farklı sınıflarda (9.sınıf ve 12.sınıf) bulunan öğrencilerin geometrik katı cisimlerle alakalı kavram imajları üzerine araştırma yapmıştır. Bu çalışmalar katılımcıların ilgili kavramlara ilişkin bazı yanlış imajlara sahip olduklarını ortaya koymuştur.

Kavram imajı az da olsa ilköğretim seviyesindeki kavramlarla ilgili olarak da araştırmalara konu edilmiştir. Örneğin, Şahin ve Masal (2021) ortaokul yedinci sınıfa giden öğrencilerin birinci dereceden tek bilinmeyenli denklemler ve cebirsel ifadelerle yönelik kavram imajlarını irdelemiştir. Çalışmanın bulgularına göre, öğrencilerin cebirsel ifade kavramıyla ilgili imajlarının genellikle; en az tek bilinmeyen içeren işlemler, eşitlik ve bilinmeyen, sayı ve bilinmeyen kategorilerinde yoğunlaştığı belirlenmiştir. Birinci dereceden tek bilinmeyenli denklem kavramı üzerinde yapılan incelemelerdeyse, öğrencilerin bu kavrama ilişkin imajlarının; bilinmeyen/harf, tek bilinmeyen ve bilinmeyi bulma kategorilerinde toplandığı görülmüştür. Sonuç olarak, ortaokul yedinci sınıfa giden öğrencilerin birinci dereceden tek bilinmeyenli denklemleri ve cebirsel ifadeleri çoğu zaman birbirlerinin yerlerine kullandıkları ve bu kavramlara dair eksik veya yanlış imajlar oluşturdıkları için kavram yanlışlarına düştükleri saptanmıştır. Kaymakcı Üstüner (2022) tarafından yapılan başka bir çalışmada ise ortaokul matematik derslerinde kullanılan internet videolarında kullanılan analogilerin kavram tanımı ve kavram imajı açısından incelenmesi hedeflenmiştir. Araştırma sonuçlarına göre, öğretmenlerin kullandığı analogilerin bilhassa belli işlemlerin doğru uygulanması ve işlem kurallarının hatırlanması için kullanıldığı, ancak bu işlemlerin kavramsal nedensellik açıklamalarına katkı sağlamadığı belirlenmiştir. Ayrıca, kullanılan analogilerin matematiksel kavramlar veya işlemlerle ilgili sınırlı bir perspektif sunduğu ve öğrencilerde birçok kavram yanlışına yol açabileceği bulgusuna ulaşılmıştır.

Yukarıda sunulan örneklerde de görüleceği gibi, kavram tanımı ve kavram imajı teorik

çerçevesi öncelikle lise düzeyi ve üstü kavramlarla ilgili imajların belirlenmesine yönelik olarak kullanılmış olup daha çok öğretmen adaylarıyla yürütülmüştür. Öğretmenler ve ilköğretim öğrencileri ile ilgili kavram imajı çalışmalarının ise sınırlı olduğu görülmektedir.

2.2.1 Kare-Yamuk Konusuyla İlişkili Kavram İmajı ve Tanımı Çalışmaları

Bu kısımda kare-yamuk kavramları esas alınarak yapılan kavram imajı ve kavram tanımı çalışmalarına yer verilecektir. Çalışmaların bazıları dörtgen, bazıları yamuk, bazıları kare ve bazıları ise dörtgenlerin hiyerarşik sınıflandırması hakkında olmuştur. Yapılan çalışmalara bakıldığında, öğrencilerin, öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin kare ve yamuk kavramlarına ilişkin kavrayışları ve imajları incelenmiştir. Ancak özel olarak öğretmenlerin kare-yamuk ilişkisine ilişkin kavram imajı ve tanımı çalışmasına rastlanmamıştır.

Yamuk kavramı ile ilgili gerçekleştirilen bir çalışmada, Halas vd. (2019), Çek Cumhuriyeti ikinci eğitim düzeyi sonundaki 437 öğrencinin yamuk kavramını nasıl anlamlandırdıkları üzerinde durmuşlardır. Elde ettikleri bulgulara göre öğrencilerin yarısından daha az bir kısmı yamuk kavramının tanımına tam olarak sahiptir. Öğrencilerle yaptıkları çalışmanın ardından yamuk kavramıyla ilgili sorunlardan yola çıkarak, öğretmen adaylarıyla da bir araştırma yapmışlardır. Üniversite öğrencileriyle yapılan araştırmada da bu öğrencilerin yamuk kavramı tanımlamalarında eksik, yanlış ve belirsizlikler tespit etmişlerdir.

Türnüklü (2014) yaptığı çalışmada, 156 ortaokul öğrencisi ve 36 ortaokul matematik öğretmen adayının yamuk kavramına ilişkin sahip oldukları kavram imajını belirlemeyi amaçlamıştır. Elde edilen verilere göre katılımcılar yamuk kavramının formal tanımından ziyade, tanımı karşılayamayan eksik ve yanlış kavram imajlarına sahip oldukları sonucuna ulaşmıştır. Doğan vd. (2012) ilköğretim ikinci kademe eğitim alan öğrencilerin yamuk kavramıyla alakalı kavram yanlışlarını belirlemeyi amaçlamıştır. Öğrencilerin yamuk kavramını ne kadar doğru anladıklarını ve özel dörtgenler arasında yamuk ile ilgili kavram yanlışlarının altıncı, yedinci ve sekizinci sınıflar düzeylerinde nasıl değiştiğini

araştırmıştır. Araştırmanın sonucunda, öğrencilerin genel olarak yamuk kavramını yanlış anladıkları, özellikle kare, dikdörtgen, paralelkenar gibi bazı özel dörtgenlerin yamuk olmadığını düşündükleri belirlenmiştir. Ayrıca, altıncı, yedinci ve sekizinci sınıflarda bu kavram yanılgılarının giderilemediği ancak yamuk şekline ait bazı temel özelliklerin sınıf seviyesi ilerledikçe öğrenciler tarafından daha iyi anlaşıldığı bulgusuna ulaşılmıştır. Doğan ve diğerlerinin bulguları, öğrencilerin kare, dikdörtgen ve paralelkenar gibi bazı özel dörtgenlerin yamuk olmadığını düşündüklerini ortaya koymaktadır. Bu, öğrencilerin kavram imajlarının eksik veya yanlış olduğunu gösterir.

Kare ile ilgili yapılan bir çalışmada, Çontay ve Duatepe Paksu (2022), 8.sınıf öğrencilerinin karenin tanımıyla ilgili algılarını ortaya çıkarmayı amaçlamışlardır. Öğrencilerin karenin tanımına yönelik algılarını, kareye yönelik kavram imajlarını ortaya koymuştur. Elde ettikleri bulgulara göre, katılımcı öğrencilerin kareyi tanımlamakta zorluklar yaşadıkları, bunun kare kavramının tanımını tam bilmedikleri için olduğunu ortaya koymaktadır. Kareye ilişkin birçok kavram imajına sahip öğrencilerin, kavram tanımını tam yapamadıkları görülmüştür. Bu durum kavram imajının, tam ve doğru kavram tanımıyla desteklenmemesi şeklinde yorumlanabilir.

Kare kavramı dahil bazı geometrik kavramlar ile ilgili yapılan başka bir çalışmada, Altıparmak ve Gürçan (2021), öğrencilerin dikdörtgen, kare, ikizkenar üçgen, eşkenar üçgen ve çeşitkenar üçgen hakkındaki tanımlarını incelemişlerdir. Araştırmacıların yaptıkları analize göre 24 öğrenci (%15,3) karenin doğru kavram tanımını verirken, 83'ü (%53,2)'si kare için eksik tanım vermiştir. Öğrencilerin kare geometrik şekli hakkında eksik kavram imajlarının olduğu görülmüştür.

Dörtgen ve bağlantılı dörtgenlerle ilgili yapılan bir çalışmada, Ayaz (2016) ortaokul öğrencilerinin dörtgen kavramlarıyla ilgili sahip oldukları kavram imajlarını ortaya koymak ve bu imajların kavram tanımlarıyla ne derece örtüştüğünü araştırmıştır. Çalışma, bir devlet okulunda yedinci sınıf düzeyindeki öğrencilerle yapılmış ve fenomenografik araştırma yöntemi kullanılmıştır. Öğrencilere dörtgen, yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve kare gibi şekilleri tanımlamaları ve çizmeleri istenmiştir. Elde edilen bulgular, öğrencilerin dörtgenlerin resmi tanımlarını yapmakta zorlandıklarını,

ancak bu şekillerin özelliklerini ve prototiplerini doğru bir şekilde çizebildiklerini göstermiştir. Ayrıca, dörtgenlere yönelik kavram imajlarının isim ya da özel örnek bağımlı olduğu ve öğrencilerin dörtgenlerin hiyerarşik ilişkilerini tam olarak kuramadıkları belirlenmiştir. Çalışma, kavram tanımlarının öğrencilerin kavram imajlarını yeterince değiştirmediğini ve eğitimde hem görsel hem de tanımsal yöntemlerin birlikte kullanılmasının önemini vurgulamaktadır.

Karakuş ve Erşen (2013) tarafından bazı dörtgenlere ilişkin sınıf öğretmen adaylarının kavram imajlarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Öğretmen adayları ile klinik mülakatlar gerçekleştirilmiş ve bu mülakatlar sayesinde adayların bazı özel dörtgenlere ilişkin zihinlerinde var olan kavram imajları ve bu dörtgenlere dair kendi tanımlamaları belirlenmiştir. Mülakatlardan elde edilen veriler betimsel analiz yöntemiyle incelenmiştir. Çalışma sonucunda, öğretmen adaylarının dörtgen çizimlerinde notasyon eksikliği, şekillerin özelliklerini bilmemek ve dörtgenler arasındaki ilişkileri sınıflandıramamak gibi nedenlerle hatalar yaptıkları; ayrıca, dörtgenlere yönelik bireysel tanımlamalarında, özellikle yamuk için, yanlış kavram imajlarına sahip oldukları saptanmıştır.

Öğretmen adayları ile yapılan bir başka çalışmada ise Horzum (2018), matematik öğretmenliği eğitimi alan öğrencilerinin dörtgenlere yönelik anlamalarını, kavram haritaları aracılığı ile belirlenmeyi amaçlamıştır. Çalışmanın bulgularına göre, katılımcıların çoğunun kavram haritaları oluştururken geometrik şekillerden yararlandıklarını ve genellikle parçalı sınıflandırma yaptıklarını ortaya koymuştur. Katılımcılar en çok kare, paralelkenar ve dikdörtgen şekillerine odaklanmış, en az ise eşkenar dörtgen ve yamuk şekillerini çizmişlerdir. Yanlış çizim yapan katılımcıların yazılı açıklamalarından, dörtgenlerin gerekli özelliklerini bildikleri ancak bu özellikleri çizimlerde göz ardı ettikleri anlaşılmıştır. Son olarak, katılımcıların yamuğu genellikle "sadece bir çift kenarı paralel olan dörtgen" şeklinde tanımladıkları görülmüştür.

Yurt içi ve yurt dışında yapılan araştırmalar incelendiğinde ve değerlendirildiğinde dörtgen ve yamuk kavramları kapsamında öğrenci veya öğretmen adayı katılımcılarla çalışmalar yapılmıştır. Kare-yamuk kavramları kapsamında öğretmenlerin kavram imajı

ve kavram tanımı kullanımına odaklanan bir çalışmaya rastlanmamıştır. Ayrıca matematik öğretmenliği branşı dışında, yani diğer branşlardaki öğretmenlerin kavram imajı hakkında herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır.

2.2.2 Oran Konusuyla İlişkili Kavram İmajı ve Tanımı Çalışmaları

Bu kısımda oran kavramı ile ilgili çalışmalara yer verilecektir. Yapılan literatür taramasına göre doğrudan oran kavramı ile ilgili kavram imajı çalışması ile karşılaşılmamıştır. Yapılan bazı çalışmalar oran ve orantı kavramlarıyla ilgili kavram yanlışlarını esas almasına rağmen, yanlışların aslında birer imaj olduğu (Bingölbalı 2016) gerçeğinden hareketle bu çalışmalara yer verilmiştir. Yapılan çalışmaların ise öğrencilerin ve öğretmenlerin oran kavramına ilişkin kavrayışları hakkında olduğu görülmektedir. Öğrencilerle yapılan araştırmada, Doğan ve Çetin (2009), yedinci ve dokuzuncu sınıfa giden öğrencilerin oran-orantı konusuna yönelik kavram yanlışlarının belirlenmesi ve sınıf düzeylerinin ilerlemesiyle birlikte bu yanlışların azalıp azalmadığını belirlemeyi amaçlamışlardır. İki farklı sınıf düzeyine ait sonuçlara göre, öğrencilerin oran-orantı konularında çeşitli yanlışlara sahip oldukları belirlenmiştir. Öğrencilerin oran-orantının tanımında bilgi eksikliğine sahip oldukları, oranı kesir ve bölme işlemiyle karıştırıyor oldukları, orantıya ait özellikler konusunda kavram yanlışları yaşadıkları, verilmiş olan orantı problemlerindeki orantı türlerini belirlemede zorlandıkları ve ters ile doğru orantı problemlerini çözerken zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir. Ayrıca, her 2 sınıf düzey öğrencilerinin "Her kesir sayısının bir oran olduğu" düşüncesine yoğunlaşmış oldukları tespit edilmiştir. Teşhis testlerinden edinilen verilerin karşılaştırılması sonucunda, yedinci sınıfta görülmekte olan oran-orantı konusundaki yanlışlarının dokuzuncu sınıfta azalsa da hala sürdüğü ortaya çıkmıştır. Bu durum, öğrencilerin kavram imajlarının net ve doğru olmadığını göstermektedir. Oran-orantı problemlerindeki orantı türlerini belirlemede ve ters ile doğru orantı problemlerini çözmekte yaşanan zorluklar da bu yanlışlı kavram imajlarının bir sonucudur.

Öğrencilerle yapılan bir başka çalışmada ise Kaplan vd. (2011), ilköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin oran ve orantıyla alakalı hatalarını ve kavram yanlışlarını belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırmanın bulgularına göre, öğrencilerin oran ve orantı kavramlarıyla

ve bu kavramların birlikte kullanılması gereken orantısal düşünme becerileriyle ilgili kavram yanlışları bulunmaktadır. Bu yanlışlar, öğrencilerin zihinsel imgelerinin (kavram imajlarının) eksik veya yanlış olduğunu gösterir. Örneğin, öğrencilerin oran ve orantıyı farklı durumlarda doğru bir şekilde uygulayamamaları, kavram imajlarının yetersizliğini işaret eder.

Sharifah Norul Akmar (2022), öğrencilerle yaptığı çalışmada, yedi tane beşinci sınıf öğrencisinin oran ve orantı kavramlarını belirlemeyi hedeflemektedir. Elde edilen veriler arasında oran ve orantının zihinsel imajı, oran ve orantının temsil edilmesi ve oran ve orantının anlamı bulunmaktadır. Bulgular, beşinci sınıf öğrencilerinin anlamlı bilgi inşa edebildiklerini ortaya koymuştur. Bu kavramlara dair zihinsel imajlar geliştirebildiklerini göstermektedir. Aynı şekilde, öğrencilerin oran ve orantıyı doğru bir şekilde tanımlayabildikleri, yani kavram tanımını bildikleri anlaşılmaktadır.

Öğretmenlerle yapılan bu çalışmada ise Doğruel ve Karakuş (2022), ortaöğretim eğitimi veren matematik öğretmenlerinin oran ve orantı konusu ile alakalı özel ve genel alan bilgilerinin mesleki kıdem düzeylerine göre incelemişlerdir. Bulgulardan edinilen sonuçlara göre, öğretmenlerin oran ve orantı konusundaki genel alan bilgisine sahip olmalarına rağmen, özel alan bilgileri konusunda eksiklikler yaşadıklarını ortaya koymaktadır. Bilhassa, öğretmenlerin oran kavramının tanımlanmasında zorluk yaşadıkları ve oran ile alakalı yapmış oldukları işlemlerin nedenlerini açıklarken yetersiz kaldıkları tespit edilmiştir. Öğretmenlerin oran kavramını tanımlamada ve işlemlerini açıklamada yaşadıkları zorluklar, kavram imajlarının eksikliğini göstermektedir.

Hem öğrenciler hem de öğretmenlerin oran-orantı konularında yanlışlar yaşadıkları tespit edilmiş, bu yanlışlar ve bilgi eksiklikleri, tam ve doğru kavram imajının ve kavram tanımının oluşmadığını göstermektedir. Ancak kavram imajı ve kavram tanımı teorik çerçevesi kullanılarak oran kavramıyla ilgili herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır.

2.2.3 Fonksiyon Konusuyla İlişkili Kavram İmajı ve Tanımı Çalışmaları

Bu kısımda fonksiyon kavramı esas alınarak yapılan kavram imajı ve kavram tanımı çalışmalarına yer verilecektir. Yapılan çalışmalara bakıldığında, öğretmenlerin, öğretmen

adaylarının ve lise öğrencilerinin fonksiyon kavramına ilişkin kavrayışları ve imajları incelenmiştir.

Öğrenciler ile yapılan bir araştırmada, Akkoç (2005) fonksiyon kavramının anlaşılması üzerine 9 öğrenciyle bir çalışma yürütülmüştür. Fonksiyon kavramı müfredatta tanımlarla sunulsa da öğrenciler çoğunlukla bu tanımsal özellikleri düşünmeden konuyu öğrendiklerini ortaya koymaktadır. Bu durum, fonksiyon tanımının öğrencilere yeterince anlamlı hale getirilmediğini ve kavram imajlarının zayıf kaldığını göstermektedir. Öğrencilerin kavram imajlarını geliştirmek ve tanımsal özellikleri anlamalarını sağlamak için daha çeşitli ve bağlantılı örnekler sunulmalı sonucuna ulaşılmıştır. Kuadratik Denklemler konusu üzerine Eraslan (2005) öğrencilerle gerçekleştirdiği araştırmada öğrencilerin fonksiyonla alakalı yaşadıkları zorlukları, kavram imajı ve kavram tanımı teorik çerçevesi kapsamında analiz etmiştir. Öğrencilerin yaşadıkları bu zorlukların bazılarının öğrencilerin fonksiyon kavramını yanlış anlamalarından kaynaklı oluşturdukları yanlış kavram imajlarının ürünü olduğunu belirtmiştir. Süzer (2011) ise 9. sınıfa giden öğrencilerin fonksiyon kavramına yönelik kavram imajı ve tanımı bilgilerini incelemiştir. Çalışmadan elde edilen bulgulara göre, ilk defa 9. Sınıfta öğrenmiş oldukları fonksiyon kavramına yönelik kavram imajları oldukça zayıftır. Çoğu öğrenci öğretmenlerinin derslerde verdiği örneklerin dışına çıkamadığı tespit edilmiştir. Birkaç öğrenci ise fonksiyon kavramını küme çizme yöntemiyle tanımlamaktan başka bir şey yapamamıştır. Çalışmadan elde edilen en önemli bulguysa, öğretmenlerin sahip olduğu kavram imajlarıyla öğrencilerin sahip olduğu kavram imajları birbirini doğrudan etkilemesi olmuştur. Öğrencilerin fonksiyon kavramını nasıl anladıklarını ve yanlış anlamalarını analiz etmek için Vinner (1983, 1991) kavram imajları ve kavram tanımları kavramlarını kullanmıştır. Çalışmanın bulguları öğrencilerin fonksiyon kavramına ilişkin yanılgılarının ve dolayısıyla yanlış imajlarının olduğunu göstermiştir.

Üniversite öğrencileriyle yapılan bir araştırmada, Breen vd. (2015) İrlanda ve İsveç'te bulunan üniversite 1.sınıf öğrencilerinin ters fonksiyon kavramını nasıl algıladıkları ve bu kavrama ilişkin sahip oldukları kavram imajlarını incelemişlerdir. Bu sayede, öğrencilerin ters fonksiyon kavramına dair kavram imajlarının cebirsel, geometrik ve daha formal tanımları öne çıkardıkları ve hem İrlanda'da hem de İsveç'te öğrencilerin

ters fonksiyonları benzer şekillerde tanımladıkları tespit edilmiştir. Lambertus (2007) ise öğrencilerle yaptığı çalışmada, fonksiyon kavramının öğrenciler tarafından anlaşılmasına farklı gruplarda öğretim yöntemlerinin etkisini araştırmaktadır. Bu çalışma, fonksiyon kavramını öğrencilere formal ve informal tanımlarla tanıtarak, öğrencilerin fonksiyon kavramını nasıl anladıklarını karşılaştırmayı hedeflemiştir. Araştırma, öğrencilerin zaman zaman kavram imajları ile kavram tanımlarını sınıf içi eğitim sürecinde ilişkilendiremediklerini göstermektedir. Bununla birlikte, bazı öğrencilere kavram tanımı ders içinde açıkça öğretilmemiş olsa bile bazı öğrencilerin belirli bir kavram tanımı verebildiği görülmüştür. Araştırmacı, ayrıca yanlış kavram imajlarını düzeltmek veya kullanmamak yerine, öğrencilerin yeni bilgileri yanlış kavram imajlarıyla beraber kullanma eğiliminde olduklarını ortaya koymuştur.

Üniversite öğrencileriyle yapılan bir çalışmada, Viirman vd. (2010) İsveç'teki bir üniversiteden 34 kişilik mühendislik ve öğretmenlik öğrencilerinin fonksiyon kavramına yönelik hangi tür kavram imajlarına sahip olduklarını ve bu kavram imajlarının bu kavramın tarihsel gelişimi ile nasıl ilişkili olduğunu analiz etmişlerdir. Öğrencilerin çoğunlukla fonksiyon kavramını işlevsel bakış açısıyla ele aldıkları, sadece az bir kesimin ise yapısal anlayışa sahip olduğunu belirlemişlerdir. Öğrenciler tarafından verilen tanımların genellikle 18. veya 19. yüzyılın fonksiyon anlayışlarına benzediği sonucuna ulaşmışlardır. Öğrenciler fonksiyon kavramının tanımları ile kavram imajları arasında farklılıkların olduğunu belirtmişler, bu farklılıkların olası sebebinin öğrencilerin öğrenimleri sırasında ders kitaplarında karşılaştıkları fonksiyon tanımları arasındaki farklılık olabileceğini araştırmacılar tarafından ifade edilmiştir.

Sınıf öğretmenliği öğretmen adaylarıyla yapılan bir çalışmada, Polat ve Şahiner (2007) öğrencilerin fonksiyon kavramını cebirsel tanımdan ziyade şemalarla ve ezberler üzerinden ifade etmeye eğilimli olduklarını göstermiştir. Bu durum, öğrencilerin fonksiyon kavramına dair derinlemesine bir anlayış geliştiremediklerini ve yüzeysel kavram imajlarına dayandıklarını göstermektedir. Öğrenciler, fonksiyonun tanımını verirken lise eğitiminden gelen benzetmeleri kullanarak, konunun formal tanımından uzaklaşmaktadırlar. Bu tür yanılgılar, kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki boşluğu işaret etmektedir. Yapılan araştırmada elde edilen diğer veriler, fonksiyon tanımı ve

özellikleri ile ilgili kavram yanılgılarının yaygınlığını ortaya koymaktadır. Örneğin, fonksiyonun birebir ve örten olması gerektiği gibi yanlış anlamalar, kavram tanımı konusundaki eksiklikleri yansıtmaktadır.

Öğretmen adaylarıyla yapılan başka bir araştırmada, Yavuz ve Hangül (2016) lisans öğrencilerinin fonksiyon kavramına yönelik kavram imajlarını belirleyip bu kavrama ilişkin algılarını anlamayı amaçlamıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre, öğrencilerin fonksiyon kavramına yönelik bazı yanlış anlamalarının olduğu ortaya konmuştur. Ayrıca, öğrencilerin fonksiyon kavramını makine, işlem mekanizması, kurallar seti, ilişki, eşleştirme, orantı gibi çeşitli benzetmelerle tanımladıkları ve günlük hayattan çeşitli örnekler verdiği gözlemlenmiştir.

Bayazıt ve Aksoy (2010) ise öğretmenlerin fonksiyonlar konusundaki pedagojik alan bilgilerini incelemiştir. Araştırmanın bulguları, öğretmenlerin öğrencilerinin fonksiyon kavramını öğrenirken yaşadıkları zorlukları teşhis etme ve bu zorlukların zihinsel kökenlerini anlama konusunda benzer düşüncelere sahip olduklarını, ancak bu zorlukları gidermek için farklı öğretim stratejileri kullandıklarını göstermektedir.

Yapılan çalışmalar hem öğrencilerin hem de öğretmen adayları ile öğretmenlerin fonksiyon kavramına ilişkin kavram imajı ve kavram tanımında yanılgılar ve güçlükler yaşadıklarını göstermektedir. Öğretim stratejilerinin, kavram tanımı ve imajını daha iyi bütünleştirecek şekilde düzenlenmesi gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Araştırmalar, üniversite ve lise öğrencilerinin, öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin fonksiyon kavramını yeterince gelişmiş bir şekilde anlamadıklarını ortaya koymaktadır.

3. MATERYAL ve METOT

3.1 Araştırmanın Yöntemi

Öğretmenlerin matematiksel soru çözümünde kavram tanımını mı yoksa kavram imajını mı kullandıklarını belirlemeyi amaçlayan bu çalışmanın deseni nitel yöntemlerden biri olan durum çalışmasıdır. Durum çalışması, karmaşık bir toplumsal olguyu derinlemesine anlama arzusundan doğan bir yaklaşımdır. Temel amacı, güncel bir olguyu gerçek dünya perspektifinden bütüncül ve ayrıntılı bir şekilde incelemektir. Durum çalışması yürütülürken, ampirik verilerin titizlikle ele alınması ve tarafsız bir biçimde sunulması öncelikli bir koşul olarak kabul edilir. Bu bağlamda, "güncel olay", "gerçek dünya koşulları" ve "derinlemesine inceleme" kavramları, durum çalışmalarının ana bileşenlerini oluşturur (Akar 2016).

3.2 Örneklem/Çalışma Grubu

Bu çalışmanın çalışma grubunu 2022-2023 eğitim ve öğretim yılında Afyonkarahisar ili Merkez ilçesinde devlet okullarında görev yapan 15 öğretmen oluşturmaktadır. Çalışma grubu 5 ilköğretim matematik, 5 lise matematik ve 5 sayısal ağırlıklı branş öğretmeninden oluşmaktadır. Çalışma grubu oluşturulurken maksimum çeşitlilik örnekleminden yararlanılmıştır. Bu yöntemdeki temel amaç, görece küçük bir katılımcı grubu oluşturmak ve bu örneklemdeki bireylerin, araştırılan probleme yönelik çeşitli bakış açılarını, deneyimleri ve tutumları en kapsamlı şekilde yansıtabilmektir (Yıldırım ve Şimşek 2016). Bu yaklaşım, araştırmacıların, incelenen konuyla ilgili zengin ve çeşitli perspektifler elde etmelerini ve sonuçları daha geniş bir bağlama yerleştirmelerini sağlar. Ayrıca, bu yöntem aracılığıyla elde edilen verilerin daha genellemeye uygun olmasına katkı sağlar, çünkü katılımcıların çeşitliliği artırılarak daha temsilci bir örneklem elde edilir. Bu şekilde, araştırmacılar, analizlerini daha derinlemesine ve kapsamlı bir şekilde yapabilirler, çünkü farklı bakış açıları ve deneyimlerden gelen verileri bir araya getirerek geniş bir analitik çerçeve oluştururlar.

Çalışma grubu oluşturulurken üç farklı gruptan öğretmen seçilerek maksimum

çeşitlilikten faydalanılırken, bu öğretmenlere erişilmesinde kolaylı örneklem kullanılmıştır. Çalışma grubunu oluşturan öğretmenlerden ilköğretim matematik öğretmeni olanlar İMÖ-1, İMÖ-2, İMÖ-3, İMÖ-4, İMÖ-5 şeklinde, lise matematik öğretmeni olanlar MÖ-1, MÖ-2, MÖ-3, MÖ-4, MÖ-5 şeklinde ve fen bilimleri ve fizik öğretmeni olan diğer branş öğretmenleri ise BDÖ-1, BDÖ-2, BDÖ-3, BDÖ-4, BDÖ-5 şeklinde kodlanmıştır.

Çizelge 3. 1 Çalışma grubunun cinsiyet ve kıdem yılına göre dağılımı

Cinsiyet	Kıdem Yılı											
	1-5 yıl		6-10 yıl		11-15 yıl		16-20 yıl		21 +			
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Erkek	9	60	0	0	4	26,66	3	20	1	6,67	1	6,67
Kadın	6	40	0	0	5	33,33	0	0	1	6,67	0	0

Yukarıda çalışma grubuna ait cinsiyet ve kıdem yılı bilgilerini içeren Tablo 3.1 incelendiği zaman Afyonkarahisar’a bağlı Merkez ilçesinde görev yapan 15 öğretmenin 9’unun erkek 6’sının ise kadındır. Bunun yanı sıra 15 öğretmenden hiçbirinin kıdem yılı 1-5 yıl arası olmamıştır. 6-10 yıl arası kıdeme sahip olanların 4’ü erkek öğretmen ve 5’i ise kadın öğretmendir. 11-15 yıl arası kıdeme sahip olanların 3’ü erkek öğretmen ve bu kıdem yılları arasında olan kadın öğretmen katılımcı olmamıştır. 16-20 yıl arası ve 21 yıl ve üzeri kıdeme sahip sadece birer erkek öğretmen araştırmaya katılmıştır.

3.3 Veri Toplama Araçları

Çalışmada veri toplama aracı olarak yapılandırılmış görüşme formu kullanılmıştır. Yapılandırılmış görüşme tekniği, “Araştırmacının önceden belirlenmiş standart bir görüşme formunda yazılı olan soruları, örneklemdeki bireylere birebir ve yüz yüze iletişim kurarak sorduğu bir veri toplama metodudur” (Yıldırım ve Şimşek 2016, s.115). Bu yöntem, araştırmacıların katılımcılarla yapılan görüşmeleri önceden planlamalarına ve belirli bir yönergeye göre sürdürmelerine olanak sağlar. Bu standartlaştırılmış yaklaşım, araştırmacıların verileri tutarlı bir şekilde toplamasını ve analiz etmesini kolaylaştırır. Ayrıca, katılımcılar arasında tutarlılık sağlar ve araştırmanın geçerliliğini artırır. Bu yöntem, araştırmacıların belirli hipotezleri test etmesine ve araştırma sorularını

yanıtlamasına yardımcı olurken, katılımcıların derinlemesine düşüncelerini, deneyimlerini ve görüşlerini ifade etmelerine olanak tanır (Şavran 2012).

Veri toplama aracı kare-yamuk ilişkisi, oran ve fonksiyon alanlarından olmak üzere toplamda 3 bölümden oluşan ve araştırmacıyla birlikte alan uzmanları tarafından hazırlanan bir görüşme formundan oluşmaktadır. Farklı öğrenme alanlarından ve kavramlarla alakalı sorulara veri aracında yer verilmesinin nedeni, katılımcıların kavram imajı ve kavram tanımı kullanım tercihlerinin nasıl etkilendiğini belirlemek olmuştur. Farklı branş ve düzeylerde (ortaokul ve lise) öğretmenlerin çalışma grubunda olması ve bu öğretmenlerin kavram tanımı ve kavram imajı tercihlerinin belirlenmeye çalışılması da farklı öğrenme alanlarından kavramların veri toplanma aracında kullanılma gerekçesini oluşturmuştur.

Aşağıda her bir alan için kullanılan veri toplama aracı soruları sırasıyla sunulmuştur. Çizelge 3.2’de görüşme formunun ilk bölümünde yer alan geometri sorularına yer verilmiştir.

Çizelge 3. 2 Veri toplama aracının ilk bölümü olan kare-yamuk soruları

KARE-YAMUK	
Soru Numarası	Sorular
1	Sizce kare ile yamuk arasında bir ilişki var mıdır? Açıklayınız. Yok cevabı geldiğinde, a sorusu sorulur; var dendiğinde, nasıl bir ilişki olduğu sorulur ve b sorusuna yönlendirilir. a. Merve öğretmen karenin özel bir yamuk olduğunu iddia etmektedir. Bu öğrencinin iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız. b. Balkan öğretmen karenin özel bir yamuk olmadığını iddia etmektedir. Bu öğrencinin iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız.
2	Kare nedir? Tanımlayınız.
3	Yamuk nedir? Tanımlayınız.

Görüşme formunun ilk bölümünde üç temel soru ve iki tanesi ilk soruya bağlı olmak üzere toplamda 5 soru bulunmaktadır. Bu bölümde bulunan sorularla öğretmenlerin kare-yamuk ile alakalı sorulan soruda kavramsal imajı mı yoksa kavramsal tanımı mı tercih ettiklerini belirlemek amaçlanmıştır. İlk bölümün ilk sorusunda bakış açısına göre farklı cevapların çıkabileceği bir soru sorulmuşken ikinci ve üçüncü soruda ise matematiksel

olarak tanımlamalar gerektirecek sorular sorulmuştur.

Örneğin, “Sizce kare ile yamuk arasında bir ilişki var mıdır? Açıklayınız.” Sorusu “evet ve hayır” cevabına göre farklı sorulara yönelimi sağlanan bir soru türüdür. Verilen cevaba göre katılımcı bir soru içerisinde aslında iki soruya cevap vermektedir. Diğer yandan “Yamuk nedir? Tanımlayınız.” sorusu için farklı bir soruya yönlendirilmesi yapılmamaktadır. Katılımcı bu soruya, aldığı eğitimler ve edindiği tecrübelerle cevaplaması beklenmektedir.

Çizelge 3.3’te görüşme formunun ikinci bölümü olan sayılar (oran) ile alakalı soruda öğretmenlerin kavram imajı mı yok kavram tanımı mı tercihleri belirlenmeye çalışılmıştır. Görüşme formunun ikinci bölümünde 2 temel soru vardır ancak ilk soruya bağlı 5 alt soru ve 5 alt soruya bağlı ikişer tane daha soru olmak üzere toplamda 17 soru vardır.

Çizelge 3. 3 Veri toplama aracının ikinci bölümü olan oran soruları

ORAN		
Soru Numarası		Sorular
1. Aşağıdaki soruları cevaplayınız.	1.1	Sizce $-1/2$ bir oran belirtir mi? Açıklayınız. Hayır cevabı geldiğinde, a sorusuna; Evet cevabı geldiğinde, b sorusuna yönlendirilir. a. Doruk Öğretmen $-1/2$ ’nin oran belirttiğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız. b. Yusuf Öğretmen $-1/2$ ’nin oran belirtmediğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız.
	1.2	$0/3$ sizce bir oran belirtir mi? Açıklayınız. Hayır cevabı geldiğinde, a sorusuna; Evet cevabı geldiğinde, b sorusuna yönlendirilir.

		a. Arzu Öğretmen $0/3$'ün oran belirttiğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız. b. Ebru Öğretmen $0/3$'ün oran belirtmediğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız.
	1.3	$5/3$ sizce bir oran belirtir mi? Açıklayınız. Hayır cevabı geldiğinde, a sorusuna; Evet cevabı geldiğinde, b sorusuna yönlendirilir. a. Samet Öğretmen $5/3$'ün oran belirttiğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız. b. Emre Öğretmen $5/3$'ün oran belirtmediğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız.
	1.4	$\sqrt{2}$ size bir oran belirtir mi? Açıklayınız. Hayır cevabı geldiğinde, a sorusuna; Evet cevabı geldiğinde, b sorusuna yönlendirilir. a. Fatma Öğretmen oran $\sqrt{2}$ 'nin belirttiğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız. b. Ekrem Öğretmen $\sqrt{2}$'nin oran belirtmediğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız.
	1.5	$\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ size bir oran belirtir mi? Açıklayınız. Hayır cevabı geldiğinde, a sorusuna; Evet cevabı geldiğinde, b sorusuna yönlendirilir. a. Ege Öğretmen $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ 'ün oran belirttiğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız.

		b. Hayat Öğretmen $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ 'ün oran belirtmediğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız.
2		Oran nedir? Tanımlayınız.

Çizelge 3.4’de görüşme formunun üçüncü bölümünde katılımcılara fonksiyon kavramı ile ilgili sorular yöneltilmiştir. Fonksiyon ile ilgili 2 temel soru vardır ancak ilk soruya bağlı 3 alt soru ve 3 alt soruya bağlı ikişer tane daha soru olmak üzere toplamda 11 soru vardır.

Çizelge 3. 4 Veri toplama aracının üçüncü bölümü olan fonksiyon soruları

FONKSİYON		
Soru Numarası	Sorular	
1. Aşağıdaki soruları cevaplayınız.	1.1	Reel sayılar kümesinde, $x=2$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız. Hayır cevabı geldiğinde, a sorusuna; Evet cevabı geldiğinde, b sorusuna yönlendirilir. a. Doruk Öğretmen $x=2$ doğrusunun fonksiyon belirttiğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız. b. Yusuf Öğretmen $x=2$ doğrusunun fonksiyon belirtmediğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız.
	1.2	Reel sayılar kümesinde, $f(x)=2x+1$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız. Hayır cevabı geldiğinde, a sorusuna; Evet cevabı geldiğinde, b sorusuna yönlendirilir. a. Merve Öğretmen $f(x)=2x+1$ doğrusunun fonksiyon belirttiğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız. b. Esra Öğretmen $f(x)=2x+1$ doğrusunun fonksiyon belirtmediğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız.
	1.3	Reel sayılar kümesinde, $y=5/2$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız. Hayır cevabı geldiğinde, a sorusuna; Evet cevabı geldiğinde, b sorusuna yönlendirilir. a. Esat Öğretmen $y=5/2$ doğrusunun fonksiyon belirttiğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız.

		b. Osman Öğretmen $y=5/2$ doğrusunun fonksiyon belirtmediğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız.
2		Fonksiyon nedir? Tanımlayınız.

Soruların hazırlanması sürecinde, ilgili kavramlarla alakalı muhtemel zorluklar ve yanılgılar göz önünde bulundurulmuştur. Özellikle zorluk ve yanılgı içeren sorular (ör. $\sqrt{2}$ oran belirtir mi?) öğretmenlerin kavram tanımına başvurmalarına yöeltebilir. Bu durum göz önünde bulundurularak özellikle sözü edilen alt sorular öğretmenlere yöneltilmiştir. Bununla birlikte her soru grubun son sorusu/soruları ilgili kavramın tanımına ilişkin olup, bu sayede soru çözümlerinde kavram tanımı ve kavram imajı tercihlerinin kavram tanımına sahip olup olmamaya ilişkisi olup olmadığı belirlenmeye çalışılmıştır.

3.4 Verilerin Analiz Çerçeveleri ve Veri Analizi

Öğretmenlerin problem çözme sürecinde kavram tanımını mı yoksa kavram imajını mı tercih ettiklerini belirlenmesine yönelik uygulanan yapılandırılmış görüşme formundan elde edilen veriler içerik analizi yöntemiyle derinlemesine incelemesi yapılmıştır. İçerik analizinde sözel, yazılı ve diğer materyallerde bulunan mesajları, dilbilgisi ve/veya anlam bakımından sistematik ve nesnel bir şekilde sınıflandırma, sayısal ifadelere dönüştürme ve sonuçlar çıkarma süreciyle sosyal gerçekliği inceleyen bilimsel bir yaklaşım söz konusudur (Gökçe 2006).

Veri analizi için kare-yamuk, oran ve fonksiyon sorularına verilen cevaplara dayalı olarak analiz çerçeveleri oluşturulmuştur. Bu kısımda sadece kare, yamuk ve kare yamuk ilişkisine yönelik geliştirilen analiz çerçeveleri örnek olarak sunulacaktır. Oran ve fonksiyon kavramı için geliştirilip kullanılan analiz çerçeveleri bulguların sunumunda kullanılmış olup, bulgularla birlikte anlamlandırılabilir bir formatta sunulmuştur.

Kare-yamuk sorusu için öncelikle katılımcıların kavram tanımını mı yoksa kavram imajını mı kullanarak iki kavram arasındaki ilişkiyi kurdukları Çizelge 3.5’de sunulan analiz çerçevesi geliştirilerek belirlenmeye çalışılmıştır. Kare ve yamuk kavramlarının

tanımı verildiğinde kavram tanımı (K.T.), imajlar kullandığında ise kavram imajı hücresi seçilmiştir (K.İ.).

Çizelge 3. 5 Kare-yamuk için oluşturulan analiz çerçevesi

Öğretmenler	Kare-Yamuk		
	S1: Kare ile yamuk arasında nasıl bir ilişkisi var?	S2: Kare Nedir?	S3: Yamuk Nedir?
İMÖ1	K.İ.	K.T.	K.T.
İMÖ2	K.İ.	K.İ.	K.İ.
İMÖ3	K.İ.	K.T.	K.İ.
İMÖ4	K.T.	K.T.	K.T.
İMÖ5	K.İ.	K.İ.	K.İ.

Bu analiz çerçevesi Çizelge 3.6’da sunulan analiz çerçevesi ile birlikte geliştirilip kullanılmıştır. Çizelge 3.6’da analiz çerçevesi özellikle hangi imajların kullanıldığını belirlemek amacıyla geliştirilmiştir. Çizelgede görüleceği üzere, katılımcı öğretmenler kavram tanımı ve 8 farklı kavram imajı kullanarak kare ve yamuk arasındaki ilişkiyi açıklamaya çalışmışlardır. Örneğin, MÖ2: “İkisi de dörtgen olduğu için bunu söyleyebiliriz. İkisinin de paralel kenarları var, iç açılar ve dış açılar toplamaları eşit.” şeklinde cevap vermiş, kare ve yamuk arasındaki ilişkiyi paralellik, dörtgen, iç açı ve dış açı imajları üzerinden kurmuştur.

Çizelge 3. 6 Kareyle yamuk arasındaki ilişki için oluşturulan analiz çerçevesi

Katılımcı Kodu	Sizce kare ile yamuk arasında bir ilişki var mıdır? Açıklayınız.										Kavram Tanımı
	Kavram İmajı										
	Paralellik	Alan	Dörtgen	Kenar	İç Açı	Dış Açı	Köşe	Çizgi	Köşegen		
MÖ1	√		√								
MÖ2	√		√		√	√					
MÖ3										√	
MÖ4										√	
MÖ5	√										

Daha sonra kare ve yamuk için sorulan sorulara verilen cevaplara dayalı olarak ayrı ayrı analiz çerçeveleri oluşturulmuştur. Örneğin Çizelge 3.7’deki analiz çerçevesi ‘kare nedir?’ sorusu için geliştirilmiştir. Yapılan analizler katılımcıların iki farklı imaj ve kavram tanımı kullanarak kare kavramını tanımlamaya çalıştıkları görülmüştür.

Çizelge 3. 7 Kare için oluşturulan analiz çerçevesi

Katılımcılar	Kare Nedir? Tanımlayınız.		
	Kavram İmajı 1	Kavram İmajı 2	Kavram Tanımı
	Dört kenarı eşit (kapalı) şekil/dörtgen	Kenarları birbirine paralel ve eşit olan kapalı şekil	Bütün açı ölçüleri ve kenar uzunlukları eşit olan dörtgen/geometrik şekil
BDÖ1			√
BDÖ2	√		
BDÖ3	√		
BDÖ4			√
BDÖ5	√		

‘Yamuk nedir?’ sorusu için geliştirilen analiz çerçevesi ise Çizelge 3.8’de sunulmuştur. Yapılan analizler katılımcıların 3 farklı imaj ve kavram tanımı kullanarak kare kavramını tanımlamaya çalıştıkları görülmüştür.

Çizelge 3.8 Yamuk için oluşturulan analiz çerçevesi

Katılımcılar	Yamuk Nedir? Tanımlayınız.			
	Kavram İmajı 1	Kavram İmajı 2	Kavram İmajı 3	Kavram Tanımı
	(Karşılıklı sadece) iki kenarı paralel olan (dörtgen)	Kenarları birbirini dik (kenarlardan en az biri alt ve üst tabanı) kesmeyen geometrik şekil	Dört kenarı (kenarları) birbirine eş olamayan geometrik şekil	En az bir karşılıklı kenar çifti (en az iki kenarı) paralel olan dörtgen
İMÖ1				√
İMÖ2	√			
İMÖ3	√			
İMÖ4				√
İMÖ5	√			

İçerik analizine dayalı olarak geliştirilen analiz çerçeveleri kullanılarak tüm veriler öncelikle araştırmacı tarafından yapılmıştır. Daha sonra aynı analizler bir uzman tarafından da yapılmış ve diğer uzman tarafından ise kontrol edilmiştir. Sunulan analizler bu üçlü döngü tamamlandıktan sonra bulgular haline dönüştürülmüştür.

Veri analizlerinde ‘yönlendirme soruları’ (Hayır cevabı geldiğinde, a sorusuna; Evet cevabı geldiğinde, b sorusuna yönlendirilir.) aracılığıyla elde edilen veriler analiz dışında tutulmuştur. Bunun nedeni diğer sorulara verilen cevapların tezin araştırma sorularına cevap vermek için yeterli olacağının değerlendirilmesinden kaynaklanmaktadır.

Yukarıda sunulan analiz çerçeveleri kullanılarak hem toplu analizler hem de soru bazında analizler yapılmıştır. Bu analiz çerçeveleri kullanılarak ayrıca vaka analizleri sunulmuştur. Vakalar için kavram tanımı ve kavram imajını kullanarak problem durumuna/soru çözümüne cevap veren öğretmenlerin tüm sorulara verdikleri cevaplar bir bütün olarak ele alınmış ve durumları bir vaka olarak ayrı sunulmuştur.

3.5 Geçerlilik ve Güvenirlik

Güvenirlik, bir ölçme aracının aynı koşullar altında tekrarlanan ölçümlerinde tutarlı ve kararlı sonuçlar elde etme kapasitesinin bir göstergesidir. Bu kavram, sadece ölçme aracının kendisine ait bir özellik olmamakla birlikte, aracın ve elde edilen sonuçların genel güvenilirliğini de kapsar. Güvenirlik, özellikle psikometri ve eğitim bilimlerinde büyük önem taşır çünkü bir ölçme aracının güvenilirliği, onun ne kadar güvenilir ve tekrarlanabilir sonuçlar verdiğini belirler. Örneğin, bir anket ya da test, farklı zamanlarda veya farklı denek grupları üzerinde uygulandığında benzer sonuçlar veriyorsa, bu aracın güvenilirliği yüksek kabul edilir. Güvenirlik, geçerlikle birlikte değerlendirildiğinde, bir ölçme aracının genel doğruluğu ve güvenilirliği hakkında daha kapsamlı bilgi sağlar (Ercan ve Kan 2004).

Geçerlik ise, bir ölçme aracının, hedeflediği özelliği, başka herhangi bir özellik ile karıştırmadan, doğru ve güvenilir bir şekilde ölçme kapasitesini ifade eder. Bu, bir testin veya anketin, tasarlandığı amacı gerçekleştirme derecesini belirler ve sonuçların doğruluğu ile güvenilirliğinin anahtarıdır. Geçerlik, eğitimde, psikolojide ve sosyal bilimlerde büyük önem taşır çünkü doğru veriler elde etmek, doğru analizler yapmayı ve güvenilir sonuçlara ulaşmayı sağlar (Ercan ve Kan 2004).

Nicel araştırmalardaki iç geçerlik için nitel araştırmalarda inanırlık, dış geçerlik için nakledilebilirlik, iç güvenilirlik için tutarlılık ve dış güvenilirlik için doğrulanabilirlik kavramları karşılık gelmektedir (Merriam 2013).

Güvenirlik ve geçerlik için alınan tedbirler, Bektaş ve Eroğlu (2016) tarafından aşağıdaki tabloda sunulan adımlar/tedbirler esas alınarak sunulmuştur.

Çizelge 3. 9 Çalışmada alınmış olan geçerlilik ve güvenilirlik tedbirleri (Bektaş ve Eroğlu 2016)

Geçerlilik	İç Geçerlilik	Uzman görüşlerinin alınması Dolaylı olmayan alıntı Etkileşimlerin kısa olmaması Katılımcıların teyidi
	Dış Geçerlilik	Veri toplama araçlarının ve süreçlerinin açıklanması Veri analiz süreçlerinin açıklanması Çalışma grubuna ait özelliklerin belirtilmesi Kullanılmakta olan yöntemin seçilmesindeki nedenlerin belirtilmesi Geçerlilik ve güvenilirlik tedbirlerinin belirtilmesi Maksimum Çeşitlilik Örneklemi
Güvenilirlik	İç Güvenilirlik	Verilerin yazılı şekilde alınarak veri kaybına engel olunması Bulgular sunulurken yorum katılmaması
	Dış Güvenilirlik	Sonuç bölümünde verilerin uygun biçimde tartışılması Verilerin arasında bulunan tutarlılığa dikkat edilmesi

Veri toplama araçları oluşturulurken formların inanırlığın yani iç geçerliliğinin sağlanabilmesi adına soruların hazırlanması esnasında uzman görüşlerine önem verilmiştir. Hazırlanan sorular bir araya getirilip uzman görüşüne tekrar başvurulduktan sonra son haline ulaşılmıştır. Dış geçerliliğin yani nakledebilirliğin sağlanabilmesi adına; çalışma grubu, araştırmanın modeli/deseni, verilerin toplanması, veri toplama araçları, bulguların düzenlenme şekli ve verilerin analizi gibi bilgilerin çalışma içerisinde detaylı şekilde betimlemeleri yapılmıştır.

Veriler toplanırken formlar uygulanmadan önce katılımcılara bilgiler verilmiş, kafalarındaki soru işaretleri giderilmiştir. Bunun yapılmasındaki amaç ise çalışmanın inanırlığını sağlamaktır. Yine veriler toplanmadan önce katılımcıların uygun olduğu zaman dilimleri tercih edilmiştir. Bunun yanı sıra çalışmanın amacına uyulması adına yeterli katılımcıya ulaşmak hedeflenmiştir. Araştırma esnasında araştırmacı, katılımcılara herhangi bir yönlendirme yapmayıp, katılımcılara düşünceleri için gereken zamanı tanıyıp, katılımcıların cevaplarına herhangi bir müdahalede bulunmadan verileri toplamıştır. Araştırmada şeffaflığa önem verilmiştir. Bunun yanı sıra sadece veri toplama araçları oluşturulurken değil veri toplama sürecinde de uzman görüşlerine önem verilmiştir. Araştırmanın amacına uygun olabilmesi ve nakledebilirliğin sağlanması adına araştırmada örneklem türü olarak maksimum çeşitlilik seçilmiştir.

Veri analiz çerçevelerinin oluşturulması ve veri analizleri danışmanla eşzamanlı olacak

şekilde yürütülmüştür. Bu yaklaşım, verilerin tekrar tekrar analiz edilmesine olanak tanıyarak ve veri analiz çerçevesinin belirlenmesine yardımcı olarak önemli bir katkı sunmuştur. Veri analiz çerçeveleri oluşturulduktan sonra, veriler ilk olarak araştırmacı tarafından, daha sonra ise araştırmacı ve danışmanları tarafından bir kez daha incelenmiştir. Çekmez vd. (2012) ve Merriam (2018), kategorilerin ve kodların oluşturulması sürecinde birden fazla araştırmacının katılımının güvenilirliği artırdığını vurgulamışlardır. Bu çalışmada da, kategoriler ve kodlar oluşturulurken ve analiz edilirken uzman görüşlerinden faydalanılmıştır. Uzman görüşleri doğrultusunda kategoriler ve kodlar titizlikle gözden geçirilmiş ve nihai hale getirilmiştir. Araştırmanın geçerliliğini sağlamak için, araştırmanın yürütülme süreci detaylı bir şekilde aktarılmıştır. Elde edilen verilerin güvenilirliğinin sağlanması ve artırılması için çalışma grubunun vermiş olduğu cevaplar birden fazla kez okunmuş ve uzman kişilerle analizleri de tekrar edilmiştir. Bunun yanı sıra cevapların ne düşünülerek verildiği ne kadar sürdüğü gibi ayrıntılar gözlemlenmiştir. Mesleki kıdem yıllarıyla cevaplandırmalar arasında bir bağ olup olmadığı da gözlemlenmek istenmiştir. Elde edilen veriler içerik analizi ile analiz edilmiş ve bu analizlerin geçerliliklerini destekleyen bilgilerle beraber bulgular bölümünde detaylandırılmıştır. Bu sayede çalışmanın iç geçerliliğinin sağlanması amaçlanmıştır.

4. BULGULAR

Bulgular dört başlık altında sunulacaktır. İlk üç başlık birinci araştırma sorusuna yönelik elde edilen bulgular olup, birinci başlıkta kare-yamuk, ikinci başlıkta oran ve son başlıkta ise fonksiyon sorularına ilişkin bulgular sunulacaktır. Her başlık altındaki bulgular ise sırasıyla toplu olarak, sonra soru özelinde ve en sonunda ise vaka şeklinde verilecektir. Dördüncü başlıkta ise ikinci araştırma sorusuna yönelik farklı öğretmen gruplarına ait bulguların benzerlik ve farklılıklarına yer verilecektir.

4.1 Kare-Yamuk İlişisine İlişkin Bulgular

Kare, yamuk ve kare yamuk ilişkisine yönelik olarak öğretmenlere aşağıdaki sorular yönetilmiş ve bu sorular aracılığıyla öğretmenlerin kavram tanımını mı yoksa kavram imajını mı tercih ederek soruları cevapladıkları araştırılmıştır:

- *Sizce kare ile yamuk arasında bir ilişki var mıdır? Açıklayınız.*
- *Kare Nedir? Tanımlayınız.*
- *Yamuk Nedir? Tanımlayınız.*

Bu sorulara verilen cevaplar öncelikle toplu analizler şeklinde, sonra her bir soru özelinde ve en sonunda ise vaka analizi şeklinde sunulmuştur.

4.1.1 Kare –Yamuk İlişisine İlişkin Toplu Bulgular

Araştırmanın bu bölümdeki bulgusunda öğretmenlere kare-yamuk konusuyla ilgili sorular sorulmuş ve verdikleri cevaplar KT ve Kİ olarak kodlanmıştır. Kare-yamuk kavramlarına ilişkin öğretmenlere ait bulgular Çizelge 4.1’te yer almaktadır. Çizelge 4.1’e bakıldığında kare, yamuk ve kare yamuk ilişkisine ilişkin sorulan 3 soruya 15 öğretmenden toplamda 45 cevap alınmıştır. Sunulan 45 cevabın 17’si kavram tanımı (%37,78) ve 28’i kavram imajı (%62,22) kullanılarak verilmiştir. İlköğretim matematik öğretmenleri 6 kavram tanımı (%40) ve 9 kavram imajı (%60), lise matematik öğretmenleri 9 kavram tanımı (%60) ve 6 kavram imajı (%40) ve diğer branş öğretmenleri ise 2 kavram tanımı (%13,33) ve 13 kavram imajı (%86,67) kullanarak soruları cevaplamışlardır.

Çizelge 4. 1 Kare-yamuk ilişkisine ilişkin toplu bulgular

Katılımcı Kodu	Kare-Yamuk		
	S1: Kare ile yamuk arasında nasıl bir İlişkisi var?	S2: Kare Nedir?	S3: Yamuk Nedir?
İMÖ1	K.İ.	K.T.	K.T.
İMÖ2	K.İ.	K.İ.	K.İ.
İMÖ3	K.İ.	K.T.	K.İ.
İMÖ4	K.T.	K.T.	K.T.
İMÖ5	K.İ.	K.İ.	K.İ.
MÖ1	K.İ.	K.T.	K.İ.
MÖ2	K.İ.	K.T.	K.İ.
MÖ3	K.T.	K.T.	K.T.
MÖ4	K.T.	K.T.	K.T.
MÖ5	K.İ.	K.T.	K.İ.
BDÖ1	K.İ.	K.T.	K.İ.
BDÖ2	K.İ.	K.İ.	K.İ.
BDÖ3	K.İ.	K.İ.	K.İ.
BDÖ4	K.İ.	K.İ.	K.İ.
BDÖ5	K.İ.	K.T.	K.İ.

Bulgular lise matematik öğretmenlerinin kavram tanımlarını daha fazla kullandıklarını ve diğer branş öğretmenlerinden ise sadece bir öğretmenin kavram tanımını kullandıklarını göstermektedir. Bulgular aynı zamanda yamuk ve kare arasındaki ilişkiyi bilmenin bu kavramların tanımlarının bilgisine sahip olmayı gerektirdiği ve özellikle yamuk kavramının tanımına hakimiyetin belirleyici olduğunu ortaya koymaktadır. Ancak İMÖ1 örnek durumunda olduğu gibi yamuk kavramının tanımını bilmek yamuk ile kare arasındaki ilişkinin bilinmesini zorunlu kılmamıştır.

4.1.2 Kare –Yamuk İlişkisine İlişkin Soru Eksenli Bulgular

Bu alt başlıkta her bir soruya ilişkin sorulan sorulara verilen cevaplar sunulacaktır. Sorulan ilk soru ‘Sizce kare ile yamuk arasında bir ilişki var mıdır? Açıklayınız.’ sorusu olup bu soruya verilen cevap aşağıdaki çizelge 4.2’de sunulmuştur. Çizelge 4.2’ye bakıldığında kare ve yamuk ilişkisi açıklamak üzere sadece 3 öğretmen kare ve yamuk kavramlarının tanımını kullanarak karenin özel bir yamuk olduğunu doğru bir şekilde ifade etmiştir. Kare ve yamuk arasındaki ilişkiyi tanım üzerinden 2 lise matematik öğretmeni ve 1 ilköğretim matematik öğretmeni açıklamıştır. Diğer 12 öğretmen ise

‘paralellik’, ‘alan’, ‘dörtgen’, ‘kenar’, ‘iç açı’, ‘dış açı’, ‘köşe’, ‘çizgi’ ve ‘köşegen’ imajları üzerinden kare ve yamuk arasındaki ilişkiyi açıklamaya çalışmış ancak aralarındaki ilişkiyi doğru bir şekilde ifade edememişlerdir. Çizelge 3.2’de görüldüğü gibi imaj toplamda 25 kez kullanılmıştır.

Çizelge 4.2 Kare yamuk ilişkisine ilişkin kavram imajı kavram tanımı bulguları

Katılımcı Kodu	Sizce kare ile yamuk arasında bir ilişki var mıdır? Açıklayınız.										Kavram Tanımı
	Kavram İmajı										
	Paralellik	Alan	Dörtgen	Kenar	İç Açı	Dış Açı	Köşe	Çizgi	Köşegen		
İMÖ1	√										
İMÖ2		√									
İMÖ3			√	√	√				√		
İMÖ4										√	
İMÖ5	√				√						
MÖ1	√		√								
MÖ2	√		√		√	√					
MÖ3										√	
MÖ4										√	
MÖ5	√										
BDÖ1				√							
BDÖ2			√								
BDÖ3								√			
BDÖ4				√	√		√				
BDÖ5				√	√	√	√				
Toplam	25(Yirmi dört)										3(Dört)
Yüzde	%89,29										%10,71

Aşağıda kare ve yamuk ilişkisine ilişkin öğretmen cevaplarından örnek alıntılara yer verilmiştir:

İMÖ3: *Evet ikisi de dörtgendir, dört kenarı dört açısı iki köşegeni olduğu için. İkisi de birer dörtgen çeşididir.*

İMÖ4: *Yamuk tanımı itibariyle en az iki kenarı paralel olan dörtgendir. Kare de karşılıklı kenarları paralel olan bir dörtgendir, özel bir dikdörtgendir. Her dikdörtgen bir yamuktur aslında, her karede bir dikdörtgendir. Dolayısıyla her kare bir yamuktur.*

MÖ2: *İkisi de dörtgen olduğu için bunu söyleyebiliriz. İkisinin de paralel kenarları var, iç açılar ve dış açılar toplamı eşit.*

BDÖ4: *Bence kare ile yamuk arasında ilişki vardır. İkisi de dörtkenarlı dört köşesi var ve iç açıları toplamı 360 derecedir. Sadece yamuğun iki kenarı diğer iki kenarından, ya*

da bir kenarı diğer üç kenarından daha kısa ya da uzun olabilir.

Öğretmen cevaplarına bakıldığında, İMÖ3 ‘dörtgen’, ‘dört kenar’, ‘dört açı’ ve ‘iki köşegen’ imajlarına atıfta bulunarak kare ve yamuk arasında hiyerarşik olmayan bir ilişki kurmaktadır. İMÖ4 ise doğrudan yamuk tanımına başvurmakta, yamuk-dikdörtgen, kare-dikdörtgen hiyerarşik ilişkisi üzerinden karenin bir yamuk olduğunu doğru bir şekilde ifade etmektedir. MÖ2 ve BDÖ4 de kavram imajlarını kullanarak yamuk ve kare arasındaki ilişkiyi belirlemeye çalışmışlardır. BDÖ4 yamuk ile kare arasında kenar sayı üzerinden bir ilişki kurarken, aynı zamanda zihnindeki yamuk imajı üzerinden yamuğun kenarları arasında uzunluk ve kısalık ilişkisi kurmuş ve bunun üzerinden kavramı kare kavramından ayırmıştır.

Öğretmenlere yöneltilen ikinci soru ise ‘kare nedir? Tanımlayınız.’ sorusu olmuştur. Bu soruya verilen cevap aşağıdaki Çizelge 4.3’te sunulmuştur. Çizelge 4.3’e bakıldığında kareyi açıklamak üzere 10 öğretmen kare kavramının tanımını kullanarak kareyi doğru bir şekilde ifade etmiştir. Kareyi tanım üzerinden 5 lise matematik öğretmenin tamamı, 3 ilköğretim matematik öğretmeni ve 2 diğer branş öğretmeni açıklamıştır. Diğer 5 öğretmen ise iki farklı imaj üzerinden kareyi açıklamaya çalışmış ancak tanımı tam olarak karşılayacak açıklamalarda bulunamamışlardır.

Çizelge 4.3 ‘Kare nedir? Tanımlayınız.’ Sorusuna verilen cevaplara ait bulgular

Katılımcı Kodu	Kare Nedir? Tanımlayınız.		
	Kavram İmajı 1 Dört kenarı eşit (kapalı) şekil/dörtgen	Kavram İmajı 2 Kenarları birbirine paralel ve eşit olan kapalı şekil	Kavram Tanımı Bütün açı ölçüleri ve kenar uzunlukları eşit olan dörtgen/geometrik şekilde
İMÖ1			√
İMÖ2	√		
İMÖ3			√
İMÖ4			√
İMÖ5		√	
MÖ1			√
MÖ2			√
MÖ3			√
MÖ4			√
MÖ5			√

BDÖ1			√
BDÖ2	√		
BDÖ3	√		
BDÖ4			√
BDÖ5	√		
Toplam	4 (%27)	1 (%6)	10 (%67)
Yüzde	5(%33)		

Kare nedir sorusuna verilen cevaplardan örnekler aşağıda sunulmuştur:

İMÖ3: *Dört kenarı eşit, dört iç açısı da 90’ar derece olan dörtgene kare denir.*

MÖ4: *Dört kenarı da eşit ve her bir iç açısının ölçüsü doksan derece olan dörtgendir.*

BDÖ3: *Dört kenarı birbirine eş olan bir geometrik şekil.*

Öğretmen cevaplarına bakıldığında, İMÖ3 ve MÖ4 ‘dörtgen’, ‘eşit dört kenar’, ve ‘90’ar derece olan dört açı’ ilişkisi üzerinden karenin tanımına başvurmakta, karenin tanımını doğru bir şekilde ifade etmektedir. BDÖ3’ün tanımında ise “eşit kenar” imajı kullanılmış olup tanımı tam olarak karşılayacak açıklamaya başvurulmamıştır.

Öğretmenlere yöneltilen üçüncü soru ise ‘Yamuk nedir? Tanımlayınız’ sorusu olmuştur. Bu soruya verilen cevap aşağıdaki Çizelge 4.4’te sunulmuştur. Çizelge 4.4’e bakıldığında yamuk tanımını açıklamak üzere 4 öğretmenin (%27) tanım ve 11 öğretmenin (%73) ise imaj kullandıkları görülmektedir. Öğretmenler üç farklı imaj kullanarak yamuk kavramını tanımlamaya çalışmışlardır. En çok kullanılan imaj-1 olup, yamuk kavramı ‘(Karşılıklı sadece) iki kenarı paralel olan (dörtgen)’ olarak tanımlanmıştır. Branş dışı öğretmenlerden hiçbirinin kavram tanımını kullanmadıkları ve kullandıkları kavram imajı çeşidi açısından da diğer öğretmenlerden ayrıldıkları elde edilmiştir.

Çizelge 4.4 ‘Yamuk nedir? Tanımlayınız.’ Sorusuna verilen cevaplara ait bulgular

Katılımcı Kodu	Yamuk Nedir? Tanımlayınız.			
	Kavram İmajı 1 (Karşılıklı sadece) iki kenarı paralel olan (dörtgen)	Kavram İmajı 2 Kenarları birbirini dik (kenarlardan en az biri alt ve üst tabanı) kesmeyen geometrik şekil	Kavram İmajı 3 Dört kenarı (kenarları) birbirine eş olamayan geometrik şekil	Kavram Tanımı En az bir karşılıklı kenar çifti (en az iki kenarı) paralel olan dörtgen
İMÖ1				√
İMÖ2	√			
İMÖ3	√			
İMÖ4				√
İMÖ5	√			
MÖ1	√			
MÖ2	√			
MÖ3				√
MÖ4				√
MÖ5	√			
BDÖ1	√	√		
BDÖ2		√		
BDÖ3	√			
BDÖ4			√	
BDÖ5	√		√	
Toplam	9 (%60)	2 (%6,5)	2 (%6,5)	4 (%27)
Yüzde	11 (%73)			

Yamuk nedir sorusuna verilen cevaplardan örnekler aşağıda sunulmuştur:

İMÖ4: *En az bir karşılıklı kenar çifti paralel olan dörtgenlerdir.*

MÖ1: *Sadece alt ve üst tabanları birbirine paralel olan dörtgenlerdir.*

BDÖ2: *Kenarları birbirini dik kesmeyen dörtgen.*

Öğretmen cevaplarına bakıldığında, İMÖ4’ün kavram tanımını, MÖ1’in imaj-1’i ve BDÖ2’nin ise imaj-2’yi kullanarak yamuk kavramını tanımlamaya çalıştıkları görülmektedir.

4.1.3 Kare –Yamuk İlişisine İlişkin Vaka Bulgular

Bu kısımda kare-yamuk ilişkisine ilişkin vaka durumları sunulacaktır. Kavram tanımı ve kavram imajlarını kullanarak sorulara cevap veren iki öğretmenin vakaları örnek olarak sunulacaktır.

4.1.3.1 Ahmet Öğretmen (İMÖ4) Durumu: Kavram Tanımı Kullanımı

Ahmet Öğretmen ilköğretim matematik öğretmenliği mezunu olup MEB’de 10 senelik tecrübe sahibidir. Üniversite hayatı boyunca ilköğretim matematik öğretmenliği alan dersleri almıştır. Ahmet Öğretmen üniversitede matematik alan, alan eğitimi, eğitim bilimleri ve genel kültür alanlarından dersler almıştır.

Ahmet Öğretmenin bir ilköğretim matematik öğretmeni olarak, kare ve yamuk kavramlarını öğrencilere öğretmesi beklenmektedir, çünkü bu konu öğretim programının bir parçasıdır. Ahmet Öğretmene geometri öğrenme alanına giren kare ve yamuk ilişkisi ile alakalı sorular yönetilmiş ve ilgili sorulara verdiği cevaplar aşağıdaki gibi olmuştur. Ahmet Öğretmene yöneltilen ilk soru “Sizce kare ile yamuk arasında bir ilişki var mıdır? Açıklayınız.” sorusu olmuştur. Yöneltilen bu soruya Ahmet Öğretmen:

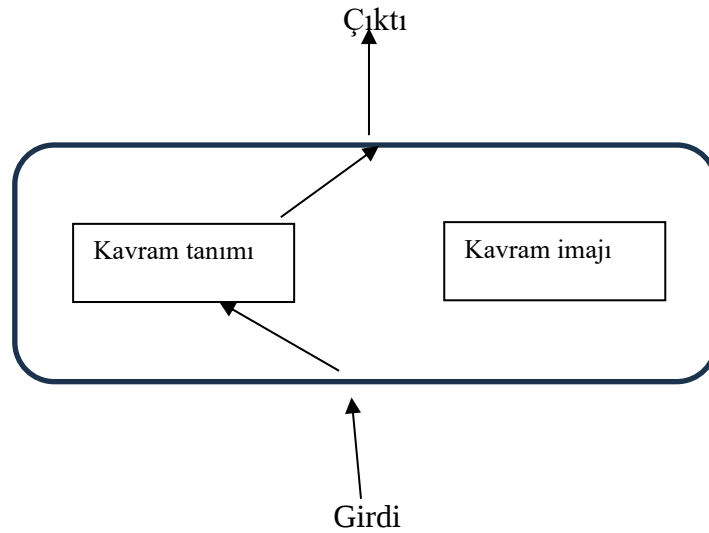
“Yamuk tanımı itibariyle en az iki kenarı paralel olan dörtgendir. Kare de karşılıklı kenarları paralel olan bir dörtgendir, özel bir dikdörtgendir. Her dikdörtgen bir yamuktur aslında, her karede bir dikdörtgendir. Dolayısıyla her kare bir yamuktur.” şeklinde cevap vermiştir.

Ahmet Öğretmen kavram tanımlarını kullanarak soruya cevap vermiştir. Bu çerçevede, ilk olarak kare ve yamuk kavramlarını tanımlamıştır. Kareyi "*karşılıklı kenarları paralel olan bir dörtgen*" imajı üzerinden tanımlamış ve yamuğu da "*en az iki kenarı paralel olan dörtgen*" olarak tanımı kullanarak tanımlamıştır. Ardından, öğretmen her karenin bir dikdörtgen olduğunu ve her dikdörtgenin bir yamuk olduğunu belirtmiştir. Bu durum, dikdörtgen ve yamuğun kavramları arasındaki ilişkiyi ortaya koymaktadır. Son olarak, öğretmen her karenin bir yamuk olduğunu ifade etmiştir. Bu cevapla, öğretmen kare ve yamuk arasındaki ilişkiyi vurgulamakta ve kavramların birbirleriyle ilişkili olduğunu ifade etmektedir.

Ahmet öğretmene daha sonra yamuk ve kare kavramlarının ne anlama geldiği sorulduğunda yamuk için "*En az bir karşılıklı kenar çifti paralel olan dörtgenlerdir*", kare için ise "*İç açıları birbirine eşit ve doksan derece olan, dört kenarı birbirine eşit düzgün dörtgendir.*" biçiminde tanımlama yapmıştır. Ahmet Öğretmen kare kavramını

tanımlarken ‘iç açıların birbirine eşit ve 90 derece, dört kenarının birbirine eşit ve düzgün çokgen olması” hususlarına yer vermektedir. Her ne kadar ekonomik bir tanımlama yapmasa da, Ahmet Öğretmenin ‘kare nedir?’ sorusuna tanım yaparak cevap verdiği görülmektedir. Ahmet öğretmen yamuk kavramı tanımlanırken de belirli özelliklere odaklanmıştır. Yamukların en az bir kenar çiftinin paralel olduğunu belirterek, kavramın temel özelliğini açıklamıştır. Bu, kavram tanımına dayalı bir yaklaşımı yansıtır. Öğretmen, kavramı tanımlarken net ve kesin ifadeler kullanmış, matematiksel doğruluğa önem vermiştir. Bu nedenle cevabında, kavram tanımını tercih ettiği görülmektedir.

Ahmet öğretmenin bütün cevapları birlikte değerlendirildiğinde, kare ve yamuk arasındaki ilişkiyi tanımlar üzerinden anlamaya çalışan bir yaklaşım yansıttığı görülmektedir. Başka bir ifadeyle, Ahmet Öğretmenin verdiği cevaplara bir bütün olarak bakıldığında, bütün soruları cevaplarken kavram imajlarından ziyade kavram tanımlarını kullanarak soruları cevaplamıştır. Kare ve yamuk kavramlarının tanımlarına hakimiyet, Ahmet Öğretmene iki geometri kavramı arasındaki ilişkinin de doğru bir şekilde ifade etmesinde yardımcı olduğunu göstermektedir. Ahmet Öğretmenin ilgili soruya verdiği cevapların kavram tanımı ve kavram imajı kullanımı açısından görsel gösterimi aşağıda Şekil 4.1’deki gibi olmuştur.

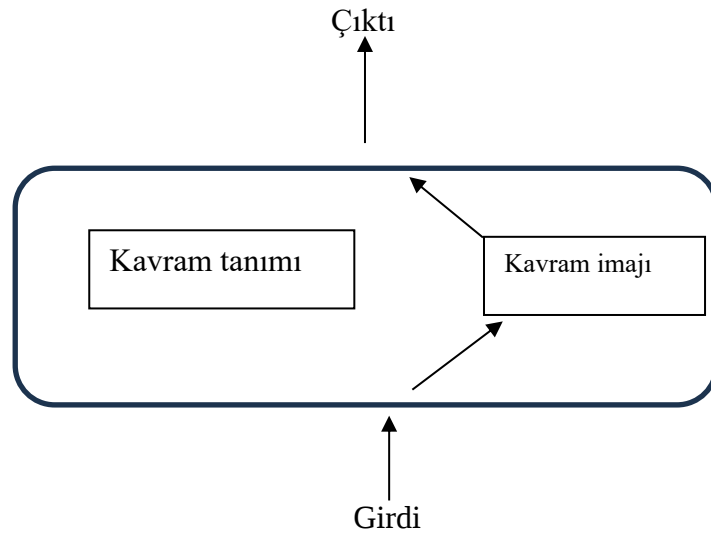


Şekil 4.1 Ahmet Öğretmenin ilgili soruya verdiği cevapların kavram tanımı ve kavram imajı kullanımı açısından görsel gösterimi

4.1.3.2 Büşra Öğretmen (İMÖ2) Durumu: Kavram İmajı Kullanımı

Büşra öğretmen ilköğretim matematik öğretmenliği mezunu olup MEB’de 11 senelik tecrübe sahibidir. Büşra Öğretmen üniversitede matematik alan, alan eğitimi, eğitim bilimleri ve genel kültür alanlarından dersler almıştır.

Büşra Öğretmenin bir ilköğretim matematik öğretmeni olarak, kare ve yamuk kavramlarını öğrencilere öğretmesi beklenmektedir, çünkü bu konu öğretim programının bir parçasıdır. Büşra Öğretmene geometri öğrenme alanına giren kare ve yamuk ilişkisi ile alakalı sorular yönetilmiş ve ilgili sorulara verdiği cevaplar aşağıdaki gibi olmuştur. Büşra Öğretmene yöneltilen ilk soru “Sizce kare ile yamuk arasında bir ilişki var mıdır? Açıklayınız.” Sorusu olmuştur. Yöneltilen bu soruya Büşra Öğretmen: “*Alan olarak olabilir, eğer ikiz kenarsa. Gerçi o zaman da dikdörtgene girer, alan olarak olabilir, üst alt topluyoruz ya, alanda ilişki olabilir. Alan hesabında.*” şeklinde cevap vermiştir. Büşra öğretmen kavram imajlarını kullanarak soruya cevap vermiştir. Kare ile yamuk arasındaki ilişkiyi alanları üzerinden düşünerek açıklamıştır. Bu cevapla, Büşra öğretmenin kavram imajını tercih ettiği görülmektedir. Büşra öğretmenin cevabının tanım-imaj hücresi açısından gösterimi aşağıdaki gibi olmuştur.



Şekil 4.2 Büşra öğretmenin cevabının tanım-imaj hücresi açısından gösterimi

Daha sonra Büşra Öğretmene ikinci sorumuz olan, “*Kare Nedir? Tanımlayınız.*” Sorusu

yönlendirilmiştir. Büşra Öğretmen bu soruya; “*Dört kenarı eşit kapalı bir şekil.*” şeklinde cevap vermiştir. Büşra öğretmen, kareyi “*dört kenarı eşit kapalı bir şekil*” olarak tanımlayarak kapsayıcı bir tanım sunmuştur. Dikkat edilirse Büşra öğretmenin verdiği tanım eşkenar dörtgeni kapsamaktadır. Büşra öğretmen, karenin bazı özelliklerini vurgulamış olsa da tam tanımını vermemiştir. Bu yüzden Büşra öğretmen karenin tanımını vermek yerine imajını sunmuştur.

Son olarak Büşra Öğretmene “*Yamuk Nedir? Tanımlayınız.*” Sorumuz yönlendirilmiştir. Büşra Öğretmen bu soruya “*Karşılıklı iki kenarı paralel olacak, diğer iki kenarı paralel olmayacak*” şeklinde cevap vermiştir. Büşra öğretmen, bu soruda da kavram imajını kullanarak cevap vermiştir. Mevcut öğretim programında yamuk ‘en az bir karşılıklı kenarı paralel olan dörtgen’ olarak tanımlandığı göz önünde bulundurulduğunda, Büşra öğretmenin sunduğu imajla kare ve yamuk arasında bir ilişki kurması mümkün değildir. Zaten yukarıda da Büşra öğretmen tam da bu yüzden kare ve yamuk arasında hiyerarşik bir ilişki kuramamıştır.

4.2 Oran Kavramına İlişkin Bulgular

Oran konusuna yönelik olarak öğretmenlere aşağıdaki sorular yöneltilmiş ve bu sorular aracılığıyla öğretmenlerin kavram tanımını mı yoksa kavram imajını mı tercih ederek soruları cevapladıkları araştırılmıştır:

- Sizce $\frac{-1}{2}$ bir oran belirtir mi? Açıklayınız.
- $\frac{0}{3}$ Sizce bir oran belirtir mi? Açıklayınız.
- $\frac{5}{3}$ Sizce bir oran belirtir mi? Açıklayınız
- $\sqrt{2}$ Sizce bir oran belirtir mi? Açıklayınız.
- $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ Sizce bir oran belirtir mi? Açıklayınız.
- *Oran nedir? Tanımlayınız.*

Bu sorulara verilen cevaplar öncelikle toplu analizler şeklinde, sonra her bir soru özelinde ve en sonunda ise vaka analizi şeklinde sunulmuştur.

4.2.1 Oran Kavramına İlişkin Toplu Bulgular

Araştırmanın bir başka bulgusunda öğretmenlere oranla konusuyla ilgili sorular sorulmuş ve verdikleri cevaplar KT, Kİ ve TU olarak kodlanmıştır. Oran kavramına ilişkin öğretmenlere ait bulgular Çizelge 4.5'te yer almaktadır. Çizelge 4.5'e bakıldığında oran kavramına ilişkin sorulan 6 soruya 15 öğretmenden toplamda 90 cevap alınmıştır. Sunulan 90 cevabın 20'si kavram tanımı (%22,22) ve 57'si kavram imajı (%63,33) kullanılarak verilmiştir. 7 cevap (%7,77) “tanıma uygun” şeklinde belirtilmiş ancak, tam bir açıklama yapılmamıştır. 6 cevap (%6,66) ise “bilmiyorum” şeklinde olup, boş hücre olarak gösterilmektedir. İlköğretim matematik öğretmenleri 13 kavram tanımı (%43,33), 16 kavram imajı (%53,33) ve 1(%3,33) “tanıma uygundur” ifadesi, lise matematik öğretmenleri 7 kavram tanımı (%23,33) , 17 kavram imajı (%56,67) ve 6 (%20)“tanıma uygun” şeklinde cevap vermişlerdir. Diğer branş öğretmenleri ise 0 kavram tanımı (%0) ve 24 kavram imajı (%80) ve 6 cevap (%20) ise “bilmiyorum” şeklinde olup, boş hücre olarak gösterilmektedir

Çizelge 4.5 Oran Kavramına ilişkin toplu bulgular

Katılımcı Kodu	ORAN					
	-1/2	0/3	5/3	$\sqrt{2}$	$\pi/\sqrt{3}$	ORAN NEDİR?
İMÖ1	K.T.	K.T.	K.T.	K.İ.	K.İ.	K.T.
İMÖ2	K.İ.	K.İ.	K.İ.	K.İ.	K.İ.	K.T.
İMÖ3	K.T.	K.İ.	T.U.	K.İ.	K.İ.	K.T.
İMÖ4	K.T.	K.T.	K.T.	K.İ.	K.İ.	K.T.
İMÖ5	K.T.	K.İ.	K.İ.	K.İ.	K.İ.	K.T.
MÖ1	K.İ.	K.İ.	K.İ.	K.T.	K.İ.	K.İ.
MÖ2	K.T.	K.T.	K.İ.	K.İ.	K.İ.	K.İ.
MÖ3	K.İ.	T.U.	T.U.	K.İ.	T.U.	K.T.
MÖ4	K.T.	K.İ.	T.U.	K.İ.	K.İ.	K.T.
MÖ5	K.İ.	T.U.	K.İ.	K.T.	T.U.	K.İ.
BDÖ1	K.İ.	K.İ.	K.İ.	K.İ.	K.İ.	K.İ.
BDÖ2	K.İ.	K.İ.	K.İ.	K.İ.	K.İ.	K.İ.
BDÖ3		K.İ.				K.İ.
BDÖ4	K.İ.	K.İ.	K.İ.	K.İ.		K.İ.
BDÖ5	K.İ.	K.İ.	K.İ.	K.İ.		K.İ.

Bulgulara göre matematik öğretmenlerinin kavram tanımlarını daha fazla kullandıkları ve lise matematik öğretmenleri ve matematik öğretmenlerinin arasında kavram tanımı ve kavram imajı verileri arasında daha dengeli bir dağılım vardır. Diğer branş öğretmenleri ise hiçbir soruda kavram tanımını kullanmamışlardır.

4.2.2 Oran Kavramına İlişkin Soru Eksenli Bulgular

Bu alt başlıkta her bir soruya ilişkin sorulan sorulara verilen cevaplar sunulacaktır. Sorulan ilk soru ‘Sizce $\frac{-1}{2}$ bir oran belirtir mi? Açıklayınız.’ sorusu olup bu soruya verilen cevap aşağıdaki Çizelge 4.6’da sunulmuştur. Çizelge 4.6’ya bakıldığında $\frac{-1}{2}$ ’nin oran olup olmadığını açıklamak üzere sadece 6 öğretmen oran kavramının tanımını kullanarak $\frac{-1}{2}$ ’nin oran belirtmediğini ifade etmişlerdir. $\frac{-1}{2}$ ’nin oran olmadığını kavram tanımı kullanarak ifade eden 4 ilköğretim matematik öğretmeni, 2 lise matematik öğretmeni bulunmaktadır. 1 öğretmen ise oran belirtmeyeceğini ifade etmiş ancak herhangi bir açıklama veya fikir ifade etmemiştir. Diğer 8 öğretmen ise ‘bölme’, ‘kesir’, ‘sayı’, ‘aynı birim’, ‘orantı’, ‘negatif çokluk’, ‘yokluk’, ‘vektör’ ve ‘gerçek değer’ imajlarını üzerinden $\frac{-1}{2}$ ’nin oran olduğunu açıklamaya çalışmış ancak aralarındaki ilişkiyi doğru bir şekilde ifade edememişlerdir. Çizelge 4.6’da görüldüğü gibi imaj toplamda 14 kez kullanılmıştır.

Çizelge 4. 6. “Sizce $\frac{-1}{2}$ bir oran belirtir mi? Açıklayınız.” sorusuna ilişkin toplu bulgular

Katılımcı Kodu	Sizce $\frac{-1}{2}$ bir oran belirtir mi? Açıklayınız.													
	Kavram İmajı												Belirtmez Kavram Tanımı	Belirtmez-fikrim yok
	Belirtmez						Belirtir							
	Bölme	Negatif Çokluğun oran olması	Yokluk	Oranın Negatif olmayan çokluk olması	Vektör	Gerçek Değer	Bölme	Aynı Birim	Orantı	Negatif Çokluğun oran olması	Bölme	Kesir		
	-1/2 ifadesinin bölme /iki çokluğun bölümü biçiminde olması	Negatif veya pozitif iki çokluğun a/b biçiminde gösteriminin oran belirtmesi	Sıfır/yokluğun oran belirtmemesi	Eksinin oran belirtmemesi	Negatifin vektörel olarak düşünülmesi	Oran için gerçek bir değerin olması	-1/2 ifadesinin bölme /iki çokluğun bölümü biçiminde olması	Sadece aynı birimden çoklukların karşılaştırılmasının oran belirtmesi	Negatif veya pozitif iki çokluğunun a/b olarak yazılıp orantı katsayısıyla orantı oluşturulması	Negatif veya pozitif iki çokluğun a/b biçiminde gösteriminin oran belirtmesi	-1/2 ifadesinin bölme /iki çokluğun bölümü biçiminde olması	-1/2 ifadesinin kesir biçiminde olması		
İMÖ1													✓	
İMÖ2											✓	✓		
İMÖ3													✓	
İMÖ4													✓	
İMÖ5													✓	
MÖ1								✓	✓	✓				
MÖ2													✓	
MÖ3							✓	✓						
MÖ4													✓	

Çizelge 4. 6. (Devam) “Sizce $\frac{-1}{2}$ bir oran belirtir mi? Açıklayınız.” sorusuna ilişkin toplu bulgular

MÖ5	√	√												
BDÖ1			√	√										
BDÖ2					√									
BDÖ3														√
BDÖ4						√								
BDÖ5			√											
Toplam	14(on dört)												6(altı)	1(bir)
Yüzde	%66,6												%28,57	%4,8

Aşağıda $(-1)/2$ 'nin oran belirtmesine ilişkin öğretmen cevaplarından örnek alıntılar verilmiştir.

İMÖ1: $-1/2$ bir oran belirtmez. Oran iki çokluğu karşılaştırılması olduğu için çokluk yani çokluk gösterilme negatif gösterilmez diye düşünüyorum.

MÖ5: Oran dediğimiz iki çokluğun birbirine bölümüne denir. Oran da negatif oran olabilir mi? Şöyle bir düşüneyim, belirtir niye belirtmesin. Belirtir. Negatif çoklukta olabilir.

BDÖ2: Belirtir. Negatif, vektörel olarak da düşünebiliriz. Vektörel olarak düşündüğümüz zaman pozitif sayılar, oradaki oranlardan bahsedebiliriz. Zıt yönde negatiflerde de aynı şekilde oradaki zıt yönde olan bir şeyin oranını belirtmekte kullanabiliriz.

Öğretmen cevaplarına bakıldığında, İMÖ1 doğrudan oran tanımına başvurmakta, iki çokluğun karşılaştırması olarak ifade etmekte, çoklukların negatif değer belirtmeyeceğini ilişkisini kurduktan sonra “çokluk” ilişkisi üzerinden $(-1)/2$ 'nin oran olmadığını doğru bir şekilde ifade etmiştir. MÖ5 ise ‘bölme’ ve ‘negatif çokluk’ imajlarına atıfta bulunarak $(-1)/2$ 'nin oran olduğunu ifade etmektedir.

Öğretmenlere oran konusunda yöneltilen ikinci soru ise ‘ $\frac{0}{3}$ Sizce bir oran belirtir mi? Açıklayınız.’ Sorusu olup bu soruya verilen cevap aşağıdaki Çizelge 4.7’de sunulmuştur. Çizelge 4.7’ye bakıldığında $\frac{0}{3}$ ’ün oran olup olmadığını açıklamak üzere 3 öğretmen oran kavramının tanımını kullanarak $\frac{0}{3}$ ’ün oran olduğunu ifade etmişlerdir. $\frac{0}{3}$ ’nin oran olduğunu kavram tanımı kullanarak ifade eden 2 ilköğretim matematik öğretmeni, 1 lise matematik öğretmeni bulunmaktadır. 2 öğretmen “tanıma uygundur” şeklinde açıklamada bulunmuşlardır. Diğer 10 öğretmen ise ‘katı olma’, ‘yutan elaman’, ‘yokluk’, imajlarını üzerinden $\frac{0}{3}$ ’ün oran olmadığını açıklamaya çalışmış ancak aralarındaki ilişkiyi doğru bir şekilde ifade edememişlerdir. Çizelge 4.7 ’de görüldüğü gibi imaj toplamda 12 kez kullanılmıştır.

Çizelge 4. 7 “Sizce $\frac{0}{3}$ bir oran belirtir mi? Açıklayınız.” sorusuna ilişkin toplu bulgular

Katılımcı Kodu	0/3 sizce bir oran belirtir mi? Açıklayınız					
	Kavram İmajı				Kavram Tanımı	Tanıma uygun
	Belirtir	Belirtir	Belirtmez	Belirtmez	Belirtir	Belirtir
	Katı olma	Yokluk	Yutan Eleman	Yokluk		
	Katı olarak ifade edilebilmesi	Sıfırın yokluk göstermesi	Sıfır yutan eleman olması	Yokluğun oran belirtmemesi		
İMÖ1					√	
İMÖ2			√			
İMÖ3		√				
İMÖ4					√	
İMÖ5				√		
MÖ1				√		
MÖ2					√	
MÖ3						√
MÖ4	√					
MÖ5						√
BDÖ1				√		
BDÖ2				√		
BDÖ3				√		
BDÖ4				√		
BDÖ5				√		
Toplam	10(on)				3(üç)	2(iki)
Yüzde	%66,6				%20	%13,33

Aşağıda 0/3'ün oran belirtmesine ilişkin öğretmen cevaplarından örnek alıntılar verilmiştir.

İMÖ4: İki çokluğun birbirine a:b şeklinde bölümüne oran diyoruz. 0 da olmadığını gösteriyor. Oran belirtir. Örnek verecek olursak bir sınıfta hiç kız öğrenci olmasın, 3 erkek öğrenci olsun, kızların erkeklere oranı diyebiliriz.

MÖ1: Sayı bölü sayı, sonuçta oran belirtir. Sonucu çıkan bir şey. İki varlığın kıyaslanması gerekiyor. Burada hiçbir şey yok oran olmaz.

BDÖ2: Hayır anlamsız. Olmayan bir şeyi üçe bölmenin bir anlamı yoktur.

Öğretmen cevaplarına bakıldığında, İMÖ4 doğrudan oran tanımına başvurmakta, iki çokluğun karşılaştırması olarak ifade etmekte, sıfır bir çokluk belirtebileceğini ve oran tanımına aksi bir durum olmadığını, örnekle ilişkilendirip, oran olduğunu kavram tanımı üzerinden ifade etmektedir. BDÖ2 ise 'bölme' ve 'yokluk' imajlarına atıfta bulunarak 0/3'ün oran olmadığını ifade etmektedir.

Öğretmenlere oran konusunda yöneltilen üçüncü soru ' $\frac{5}{3}$ Sizce bir oran belirtir mi? Açıklayınız.' Sorusu olup bu soruya verilen cevap aşağıdaki çizelgede sunulmuştur. Çizelge 4.8'e bakıldığında $\frac{5}{3}$ 'ün oran olup olmadığını açıklamak üzere 2 öğretmen oran kavramının tanımını kullanarak $\frac{5}{3}$ 'ün oran olduğunu ifade etmişlerdir. $\frac{5}{3}$ 'ün oran olduğunu kavram tanımı kullanarak ifade eden her iki öğretmende ilköğretim matematik öğretmenidir. 9 öğretmen ise 'bölme', "oran", "birimli oran", "çokluk" ve "paylaştırma" imajlarını üzerinden $\frac{5}{3}$ 'ün oran olmadığını açıklamaya çalışmış ancak aralarındaki ilişkiyi doğru bir şekilde ifade edememişlerdir. 3 öğretmen belirtir tanıma uygundur şeklinde açıklama yaparken, 1 öğretmen ise "oran belirtir, açıklama yapmak için fikrim yok" şeklinde görüş belirtmiştir. Çizelge 4.8'de görüldüğü gibi imaj toplamda sadece 2 kez kullanılmıştır.

Çizelge 4.8 “Sizce $\frac{5}{3}$ bir oran belirtir mi? Açıklayınız.” sorusuna ilişkin toplu bulgular

Katılımcı Kodu	5/3 sizce bir oran belirtir mi? Açıklayınız						Kavram Tanımı	Tanıma uygun	Açıklama yok		
	Kavram İmajı					Belirtir				Belirtir	Belirtir
	Belirtir										
	Bölme	Oran	Birimli oran	Çokluk	Paylaştırma						
	Oranın tanımında bölme olması/iki sayının(çokluğun) bölümü	Beşin üçe oranı	5 metre bölü 3 metre oranı	Çokluk olarak verilmeleri	5 kilo şekerin 3 çocuğun yemesi						
İMÖ1						√					
İMÖ2	√										
İMÖ3							√				
İMÖ4						√					
İMÖ5	√										
MÖ1		√									
MÖ2			√								
MÖ3							√				
MÖ4							√				
MÖ5	√										
BDÖ1	√										
BDÖ2				√							
BDÖ3								√			
BDÖ4					√						
BDÖ5	√										
Toplam	9(dokuz)					2(iki)	3(üç)	1(bir)			
Yüzde	%60					%13,33	%20	%6,67			

Aşağıda $\frac{5}{3}$ 'ün oran belirtmesine ilişkin öğretmen cevaplarından örnek alıntılar verilmiştir.

İMÖ1: Belirtir. Oranda paydaya yazılan sayı büyük olacak diye bir şey yok. Oran iki çokluğun karşılaştırılması ve tanıma uygundur.

İMÖ4: İki çokluğun bölerek karşılaştırılması tanımına uygundur. Orandır.

MÖ5: Belirtir, iki çokluğun birbirine bölümü gayet.

BDÖ4: Hayır belirtmez, 5 kilo şekeri üç çocuğun yemesi için bölme gibi olur bölünmez.

Verilen örnek katılımcı cevapları incelendiğinde, İMÖ1, İMÖ4 ve MÖ5 oran tanımıyla verilen sayıyı ilişkilendirip, oranın iki çokluğun karşılaştırması olarak ifade etmek olduğunu ve verilen $\frac{5}{3}$ 'ün bu tanıma uygun olduğunu, oran olduğunu kavram tanımı üzerinden ifade etmektedir. BDÖ4 ise 'bölme' imajı üzerinden giderek, sayının tam bölünemediği için oran belirtmeyeceğini ifade etmektedir.

Sorulan dördüncü soru ' $\sqrt{2}$ sizce bir oran belirtir mi? Açıklayınız.' Sorusu olup bu soruya verilen cevap aşağıdaki çizelgede sunulmuştur. Çizelge 4.9'a bakıldığında $\sqrt{2}$ 'nin oran olup olmadığını açıklamak üzere 2 öğretmen oran kavramının tanımını kullanarak $\sqrt{2}$ 'nin oran olduğunu ifade etmişlerdir. $\sqrt{2}$ 'nin oran olduğunu kavram tanımı kullanarak ifade eden 2 lise matematik öğretmeni bulunmaktadır. 12 öğretmen ise 'bölme olmaması', "tamsayı", "irrasyonel", "uzunluk" ve "bölme" imajlarını üzerinden $\sqrt{2}$ 'nin oran olmadığını açıklamaya çalışmış ancak aralarındaki ilişkiyi doğru bir şekilde ifade edememişlerdir. 1 öğretmen ise "bilmiyorum" şeklinde cevap vermiştir. Çizelge 4.9'da görüldüğü gibi imaj toplamda 9 kez kullanılmıştır

Çizelge 4. 9 “ $\sqrt{2}$ sizce bir oran belirtir mi? Açıklayınız.” sorusuna ilişkin toplu bulgular

Katılımcı Kodu	$\sqrt{2}$ sizce bir oran belirtir mi? Açıklayınız.						
	Kavram İmajı				Kavram imajı	Kavram Tanımı	Bilmiyorum
	Belirtmez				Belirtir	Belirtir	
	Bölme olmaması	Tam sayı	İrrasyonel	Uzunluk	Bölme		
	$\sqrt{2}$ ‘nin bölme şeklinde verilmemesi	Oran olması için tam sayı olması gerektiğinin düşünülmesi	Çoklukların irrasyonel olarak ifade edilmeyeceğinin düşünülmesi	$\sqrt{2}$ ’nin sadece uzunluk belirtebilmesi	$\sqrt{2}$ ’nin $\frac{\sqrt{2}}{1}$ olarak yazılabilmesi		
İMÖ1				$\sqrt{}$			
İMÖ2			$\sqrt{}$				
İMÖ3					$\sqrt{}$		
İMÖ4					$\sqrt{}$		
İMÖ5			$\sqrt{}$				
MÖ1						$\sqrt{}$	
MÖ2		$\sqrt{}$					
MÖ3	$\sqrt{}$				$\sqrt{}$		
MÖ4			$\sqrt{}$				
MÖ5						$\sqrt{}$	
BDÖ1							
BDÖ2				$\sqrt{}$			
BDÖ3							$\sqrt{}$
BDÖ4			$\sqrt{}$				
BDÖ5			$\sqrt{}$				
Toplam	12(on iki)					2(iki)	1(bir)
Yüzde	%80					%13,33	%6,67

Aşağıda $\sqrt{2}$ 'nin oran belirtmesine ilişkin öğretmen cevaplarından örnek alıntılar verilmiştir.

İMÖ2: *İrrasyonel bir sayı. İrrasyonel olduğu için net bir sayı da söyleyemiyoruz. Bence belirtmez. Çoklukları irrasyonel bir şekilde ifade edemeyiz.*

MÖ5: *Belirtir. Sonuçta reel sayı, tanıma uyuyor. Rasyonel oran şartı yok. Karenin kenar uzunlukları oranı da olabilir. Kök iki bir büyüklüktür.*

BDÖ2: *Hayır belirtmez. Uzunluktur. Oran değildir.*

Verilen örnek öğretmen cevapları incelendiğinde, MÖ5 oran tanımıyla verilen sayıyı ilişkilendirip, oranın iki çokluğun karşılaştırması olarak ifade etmek olduğunu ve verilen $\sqrt{2}$ 'nin bu tanıma uygun olduğunu, oran olduğunu kavram tanımı üzerinden ifade etmektedir. BDÖ2 ise ‘uzunluk’ imajını kullanıp, “Hayır belirtmez. Uzunluktur. Oran değildir.” diyerek cevap verirken, bir diğer öğretmenimiz İMÖ1 ise “irrasyonel sayı” imajı üzerinden “İrrasyonel bir sayı. İrrasyonel olduğu için net bir sayı da söyleyemiyoruz. Bence belirtmez. Çoklukları irrasyonel bir şekilde ifade edemeyiz.” şeklinde yanıtlamıştır.

Öğretmenlere oran konusunda yöneltilen beşinci soruda ‘ $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ Sizce bir oran belirtir mi? Açıklayınız.’ sorusu olup bu soruya verilen cevap aşağıdaki çizelgede sunulmuştur. Çizelge 4.10’a bakıldığında $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ ’ün oran olup olmadığını açıklamak üzere hiçbir öğretmenin oran kavramının tanımını kullanarak $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ ün oran olduğunu ifade etmediği görülmektedir. 10 öğretmen ise ‘bölme’, “tam sayı”, “Uzunlukların oranlanabilmesi”, “irrasyonellik”, imajlarını üzerinden $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ ’ün oran olmadığını açıklamaya çalışmış ancak aralarındaki ilişkiyi doğru bir şekilde ifade edememişlerdir. Çizelge 4.10’da görüldüğü gibi imaj toplamda sadece 10 kez kullanılmıştır. 2 öğretmen ifadenin oran tanımına uygun olduğunu ifade etmiş, 3 öğretmen ise ifade hakkında herhangi bir fikirlerinin olmadığını belirtmişlerdir.

Çizelge 4. 10 “ $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ sizce bir oran belirtir mi? Açıklayınız.” sorusuna ilişkin toplu bulgular

Katılımcı Kodu	$\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ sizce bir oran belirtir mi? Açıklayınız.							
	Kavram İmajı					Kavram Tanımı	Tanımaya uygun	Bilmiyorum
	Belirtmez		Belirtir			Belirtir	Belirtir	
	Payda irrasyonel	Tam sayı	a:b	Bölme	Uzunlukların oranlanabilmesi			
	Paydanın köklü sayı olması	Oran olması için tam sayı olması gerektiğinin düşünülmesi	a:b olarak karşılaştırma olması	İrrasyonel sayının irrasyonel sayıya bölümü				
İMÖ1					√			
İMÖ2				√				
İMÖ3	√							
İMÖ4			√					
İMÖ5		√						
MÖ1				√				
MÖ2				√				
MÖ3							√	
MÖ4		√						
MÖ5							√	
BDÖ1		√						
BDÖ2				√				
BDÖ3								√
BDÖ4								√
BDÖ5								√
Toplam	10(on)					0(sıfır)	2(iki)	3(üç)
Yüzde	%66,67					%0	%13,33	%20

Aşağıda $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ 'ün oran belirtmesine ilişkin öğretmen cevaplarından örnek alıntılar verilmiştir.

İMÖ3: *Belirtmez bence. Payda da köklü sayı olmuyordu. İrrasyonel sayı paydada.*

İMÖ4: *Sonuçta a:b şeklinde karşılaştırma var, bence orandır.*

MÖ3: *Tanım gereği evet. Her şey tanıma odaklanıyor ve tanıma uyuyor.*

BDÖ5: *Anlamlandıramadım nedense. Oluşmadı kafamda anlamlı bir şey. Bilemiyorum. Sayı rasyonel değil.*

Verilen örnek öğretmen cevapları incelendiğinde, katılımcı İMÖ4 oran tanımıyla verilen sayıyı ilişkilendirip, kavram tanımı üzerinden oranın iki çokluğun karşılaştırması olarak ifade etmek olduğunu ve verilen $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ 'ün bu tanıma uygun olduğunu, oran olduğunu kavram tanımı üzerinden ifade etmektedir. İMÖ3 ise 'irrasyonel' imajı ile ilişkilendirip, oran belirtmediğini ifade etmişlerdir.

Öğretmenlere oran konusunda yöneltilen son soru ise 'Oran nedir? Tanımlayınız.' sorusu olup bu soruya verilen cevap aşağıdaki Çizelge 4.11'de sunulmuştur. Tabloya bakıldığında oran tanımını açıklamak üzere 7 öğretmen oran kavramının tanımını kullanarak oranı doğru bir şekilde ifade etmişlerdir. Oranı tanım üzerinden 5 ilköğretim matematik öğretmeni, 2 lise matematik öğretmeni açıklamıştır. Diğer 8 öğretmen ise "bölme", "karşılaştırma", "aynı birimlilerin bölümü", "iki çokluğun bölümü" ve "bütün-parça" imajları üzerinden oranı açıklamaya çalışmış ancak tanımı tam olarak karşılayacak açıklamalarda bulunamamışlardır. Çizelge 4.11'de görüldüğü gibi imaj toplamda 8 kez kullanılmıştır.

Çizelge 4. 11 “Oran Nedir? Tanımlayınız.” Sorusuna ilişkin toplu bulgular

Katılımcı Kodu	Oran Nedir? Tanımlayınız.					
	Kavram İmaji					Kavram Tanımı (İki çokluğun birbirine bölünerek karşılaştırılması)
	Bölme	Karşılaştırma	Aynı birimlilerin bölümü	İki çokluğun bölümü	Bütün-Parça	
	Bir sayının başka bir sayıya bölünmesi	İki ifadenin karşılaştırılması	Aynı birimli çoklukların birbirine bölümü	İki çokluğun birbirine bölümü	Bir bütünün istenilen parçası	
İMÖ1						√
İMÖ2						√
İMÖ3						√
İMÖ4						√
İMÖ5						√
MÖ1			√			
MÖ2			√			
MÖ3						√
MÖ4						√
MÖ5				√		
BDÖ1	√					
BDÖ2					√	
BDÖ3	√					
BDÖ4	√					
BDÖ5		√				
Toplam	8(sekiz)					7(yedi)
Yüzde	%53,33					%46,67

Aşağıda oranın tanımına ilişkin öğretmen cevaplarından alıntılara yer verilmiştir.

İMÖ1: İki çokluğun birbiriyle karşılaştırılmasına oran denir. a/b şeklinde

MÖ2: Aynı cins çoklukların birbirine miktar, ağırlık, uzunluk olarak bölümü. A/B şeklinde bölümü.

BDÖ2: Bir bütünü parçalara ayırdığımız zaman o parçadan istenilen kişiye düşen miktar.

Öğretmen cevaplarına bakıldığında, İMÖ1, oranın tanımına başvurmakta, oranın tanımını doğru bir şekilde ifade etmektedir. MÖ2'nin tanımında “aynı cins” ve “aynı birim” imajı kullanılmış olup tanımı tam olarak karşılayacak açıklamalara başvurulmamıştır. BDÖ2'nin tanımında ise “bütün parça” imajı kullanılarak tanımı karşılayacak açıklamalar ifade edilememiştir.

4.2.3 Oran Kavramına İlişkin Vaka Bulgular

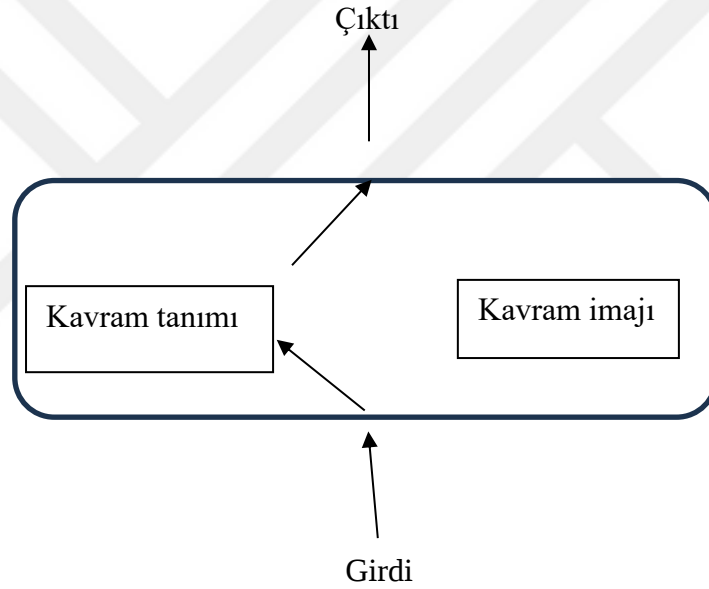
Bu kısımda oran konusuna ilişkin vaka durumları sunulacaktır. Kavram tanımı ve kavram imajlarını kullanarak sorulara cevap veren iki öğretmenin vakaları örnek olarak sunulacaktır.

4.2.3.1 Ayşe Öğretmen(İMÖ1) Durumu: Kavram Tanımı Kullanarak Matematiksel Problem Çözme

Ayşe Öğretmen ilköğretim matematik öğretmenliği mezunu olup MEB’de 9 senelik bir tecrübe sahibidir. Üniversite hayatı boyunca ilköğretim matematik öğretmenliği alan dersleri almıştır. Ayşe Öğretmen üniversitede matematik alan, alan eğitimi, eğitim bilimleri ve genel kültür alanlarından dersler almıştır.

Ayşe Öğretmenin bir ilköğretim matematik öğretmeni olarak, oran kavramlarını öğrencilere öğretmesi beklenmektedir, çünkü bu konu öğretim programının bir parçasıdır. Ayşe Öğretmene sayılar ve işlemler öğrenme alanına giren oran ile alakalı sorular yönetilmiş ve ilgili sorulara verdiği cevaplar aşağıdaki gibi olmuştur: Ayşe Öğretmene yöneltilen ilk soru “Sizce $\frac{-1}{2}$ bir oran belirtir mi? Açıklayınız.” Sorusu olmuştur. Yöneltilen bu soruya Ayşe Öğretmen:

“-1/2 bir oran belirtmez. Oran iki çokluğu karşılaştırılması olduğu için çokluk yani çokluk gösterilme negatif gösterilmez diye düşünüyorum.” şeklinde cevap vermiştir. Ayşe Öğretmen kavram tanımlarını kullanarak soruya cevap vermiştir. Bu çerçevede, ilk olarak oranda iki çokluk olması gerektiğini belirtmiştir. Sonrasında bu çoklukların “karşılaştırılması” olarak tanımlamıştır. Ardından, -1’in bir çokluk olmadığını belirtmiştir. Bu durum, oranın tanımına ortaya koymaktadır. Bu açıklama, oranın negatif sayılarla arasındaki ilişkiyi kavramların tanımları ve özellikleri üzerinden anlamaya çalışan bir yaklaşımı yansıtmaktadır. Şekil 4.3’te görüldüğü üzere soruya cevap sürecinde kavram tanımını hüccresinin aktif olduğu ve öğretmenin kavram tanımını kullanarak soruyu cevapladığı görülmektedir.

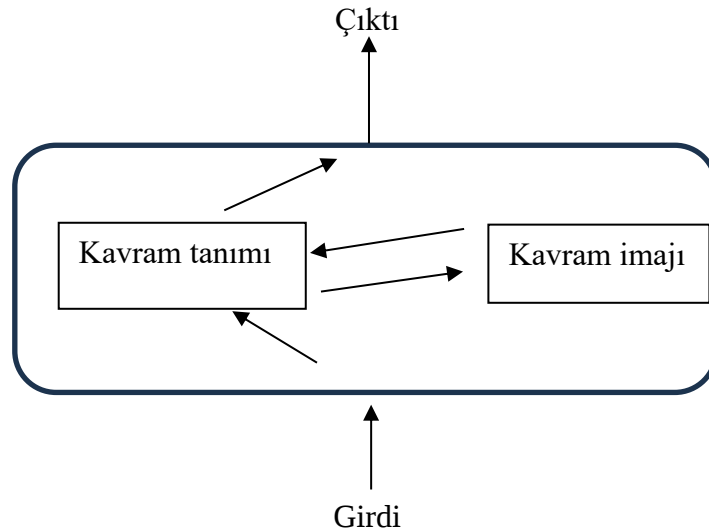


Şekil 4.3 Ayşe öğretmenin cevabının tanım-imaj hücresi açısından gösterimi

Daha sonra Ayşe Öğretmene ikinci sorumuz olan, “0/3 Sizce bir oran belirtir mi? Açıklayınız.” Sorusu yönlendirilmiştir. Ayşe Öğretmen bu soruya; “Sıfır hiçlik gösteriyor. İki çokluk diyoruz hiç olmayabilir baktığımız şey. Oran belirtir.” şeklinde cevap vermiştir. Ayşe Öğretmen 0/3’ün oran olup olmadığına karar verirken, çokluğun miktar olarak olmaya bileceğini, sıfırı hiçlik olarak ifade ederek hiçliğinde oran tanımındaki çokluğu karşılayabileceğini ifade etmektedir. Ayşe Öğretmenin ‘0/3 Sizce bir oran belirtir mi?’ sorusuna tanım yaparak cevap verdiği görülmektedir

Üçüncü olarak Ayşe Öğretmene “ $5/3$ Sizce bir oran belirtir mi? Açıklayınız.” sorusu yönlendirilmiştir. Ayşe Öğretmen bu soruya “Belirtir. Oranda paydaya yazılan sayı büyük olacak diye bir şey yok. Oran iki çokluğun karşılaştırılması ve tanıma uygundur ” şeklinde cevap vermiştir. Ayşe Öğretmenin cevabında, oran kavramının tanımında bulunan iki çokluğun bölünmesi üzerine odaklanılmış, verilen sayıların bu özelliği karşıladığı ifade edilmiş, böylelikle oran olduğunu belirterek, kavramın temel özelliğini açıklamıştır. Bu, kavram tanımına dayalı bir yaklaşımı yansıtır. Bu nedenle cevabında, kavram tanımını tercih ettiği görülmektedir.

Daha sonra Ayşe Öğretmene “ $\sqrt{2}$ Sizce bir oran belirtir mi? Açıklayınız.” Sorusu yönlendirilmiştir. Ayşe Öğretmen bu soruya “Aslında belirtebilir, uzunlukları da oranlayabildiğimiz için, kök 2 santim uzunluk olabilir ve o yüzden oran belirtebilir.” Şeklinde cevap vermiştir. Ayşe öğretmen burada “uzunluk” imajı üzerinden giderek $\sqrt{2}$ sayısının bir çokluk belirtebileceğini ve böylelikle, oran belirtebileceğini ifade etmiştir. Bu açıklama, oranın kareköklü sayılarla arasındaki ilişkiyi kavramların tanımları ve özellikleri üzerinden anlamaya çalışan bir yaklaşımı yansıtmaktadır. Şekil 4.4’te görüldüğü üzere Ayşe Öğretmenin soruya cevap sürecinde kavram imajı hücrelerini de kullandığı ancak, kavram tanımını hücrelerinin daha aktif olduğu ve öğretmenin kavram tanımını kullanarak soruyu cevapladığı görülmektedir.



Şekil 4.4 Ayşe öğretmenin cevabının tanım-imaj hücreleri açısından gösterimi

Son olarak Ayşe Öğretmene “Oran Nedir? Tanımlayınız” sorusu yönlendirilmiş, Ayşe Öğretmen bu soruya “İki çokluğun birbirine bölünerek karşılaştırılmasına oran denir.” şeklinde cevap vermiştir. Ayşe Öğretmen'in verdiği tanım, oran kavramının tanımının basit ve anlaşılır bir ifadesidir. Bu tanımın kavram tanımı olduğunu ifade edilebilir.

Ayşe Öğretmenin verdiği cevaplara bir bütün olarak bakıldığında, bütün soruları cevaplarken kavram imajlarından ziyade kavram tanımlarını kullanarak soruları cevaplamıştır. Oran konusuna ilişkin kavramlarının tanımlarına hakimiyet, Ayşe Öğretmenin verilen sorulara ilişkin cevaplarda doğru bir şekilde ifade edilmesinde yardımcı olduğunu göstermektedir.

4.2.3.2 Fatma Öğretmen(BDÖ 4) Durumu: Kavram İmajı Kullanarak Matematiksel Problem Çözme

Fatma öğretmen fen bilimleri öğretmenliği mezunu olup MEB’de 9 senelik bir tecrübe sahibidir. Fatma Öğretmen üniversitede fen bilimleri alan, alan eğitimi, eğitim bilimleri ve genel kültür alanlarından dersler almıştır.

Fatma Öğretmenin fen bilimleri öğretmeni olması, matematik konularına olan hakimiyetini etkileyebilir. Bir fen bilimleri öğretmeni olarak oran kavramlarını öğrencilere öğretmesi beklenmemektedir, çünkü bu konu öğretim programının bir parçası değildir. Fatma Öğretmene sayılar ve işlemler öğrenme alanına giren oran ile alakalı sorular yönetilmiş ve ilgili sorulara verdiği cevaplar aşağıdaki gibi olmuştur: Fatma Öğretmene yöneltilen ilk soru “Sizce $\frac{-1}{2}$ bir oran belirtir mi? Açıklayınız.” Sorusu olmuştur. Yöneltilen bu soruya Fatma Öğretmen: “Belirtmez. Sayılar böyle olmamalı, sayılar değişmeli.” şeklinde cevap vermiştir. Fatma öğretmen kavram imajlarını kullanarak soruya cevap vermiştir.

Daha sonra Fatma Öğretmene ikinci sorumuz olan, “0/3 Sizce bir oran belirtir mi? Açıklayınız.” Sorusu yönlendirilmiştir. Fatma Öğretmen bu soruya; “Olmayan bir şeyi üçe bölmek oran belirtmez. Olmayan bir şeyi üçe bölemeyiz.” şeklinde cevap vermiştir. Fatma öğretmen, sıfırı yokluk olarak tanımlayarak, bölünemeyeceğini ifade etmiştir.

Oranın özelliklerini atıfta bulunamamış ve tanıma uygun cevap verememiştir. Bu yüzden Fatma öğretmen $0/3$ 'ün oran belirtip belirtmediğine karar verirken tanımını vermek yerine imajını sunmuştur.

Üçüncü olarak Fatma Öğretmene “ $5/3$ Sizce bir oran belirtir mi? Açıklayınız.” sorusu yönlendirilmiştir. Fatma Öğretmen bu soruya “*Hayır belirtmez, 5 kilo şekeri üç çocuğun yemesi için bölme gibi olur bölünmez.*” şeklinde cevap vermiştir. Fatma öğretmen, bu soruda da kavram imajını kullanarak cevap vermiştir. Oranın mevcut öğretim programında ‘iki çokluğun bölme yoluyla karşılaştırılması’ olarak tanımlandığını göz önünde bulundurduğunda, Fatma öğretmenin “paylaştırma” imajı üzerinden ifadeleri, oranla ilişki kuramamasına sebep olmuştur.

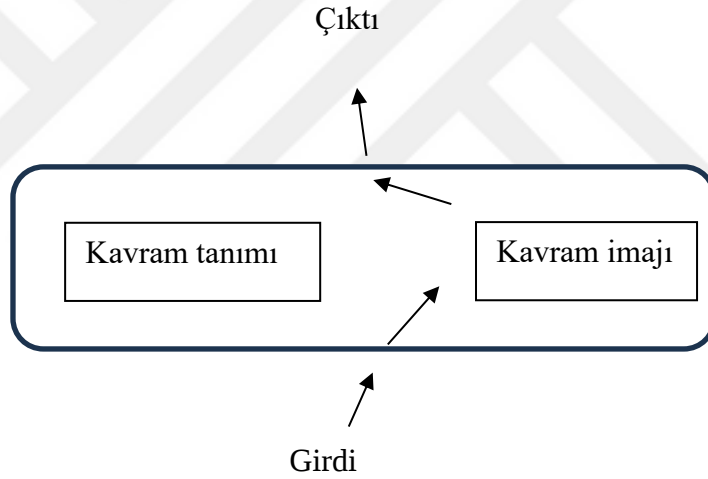
Daha sonra Fatma Öğretmene “ $\sqrt{2}$ Sizce bir oran belirtir mi? Açıklayınız.” sorusu yönlendirilmiştir. Fatma Öğretmen bu soruya “*Oranın tam olarak ne olduğunu bilemiyorum, bilmiyorum. Ama belirtmez bu kesir gibi değil, irrasyonel sayı.*” şeklinde cevap vermiştir. Fatma Öğretmenin verdiği cevap, oran kavramıyla ilgili belirsizliği yansıtmaktadır. Cevabında oranın tanımını tam olarak bilemediğini ve konuyla ilgili net bir açıklama yapamadığını ifade etmektedir. Bu, öğretmenin oran kavramı hakkında yeterli bir anlayışa sahip olmadığını veya konuya ilişkin bilgisinin eksik olduğunu göstermektedir ve verdiği cevap tanıma uygun değildir.

Beşinci sorumuzda Fatma Öğretmene “ $\pi/\sqrt{3}$ Sizce bir oran belirtir mi?” sorusu yönlendirilmiş, “*Hayır belirtmez, sayı belli değil. Gerçek değeri yok. Bilmiyorum.*” şeklinde cevap vermiştir. Fatma Öğretmenin cevabı, matematiksel bir oranı tanımlamak yerine ifadesinin “gerçek değeri yok” olduğunu ifade ediyor. Bu, oranın belirsiz olduğu anlamına gelir. Dolayısıyla, bu ifadenin tam olarak bir oran olarak nitelendirilmemesi “gerçek değer” imajıyla cevaplanmasından anlaşılacağı üzere kavram tanımını kullanamamıştır. Fatma Öğretmenin “gerçek değeri yok” yorumu, ifadenin oran olarak tanımlanamayacağını vurgulamaktadır.

Son olarak Fatma Öğretmene “Oran Nedir? Tanımlayınız” sorusu yönlendirilmiş, Fatma Öğretmen bu soruya “*Bölüm gibi ama bilmiyorum*” şeklinde cevap vermiştir. Fatma

öğretmen, bu soruda da kavram imajını kullanarak cevap vermiştir. Fatma Öğretmenin cevabı, oran kavramının tanımını doğru şekilde ifade etmez çünkü oran, bir bölme işlemi ile ilişkilendirilirken, o bu bağlamı bilmediğini belirtiyor. Oran, iki miktar arasındaki karşılaştırmayı ifade eder ve genellikle " a/b " şeklinde gösterilir. Oran, bir miktarın diğerine oranlanmasıdır ve bu nedenle bir bölme işlemi içerir. Dolayısıyla, Fatma Öğretmenin "bölüm gibi ama bilmiyorum" ifadesi, oran kavramının tanımını tam olarak yansıtmaz çünkü oran, bir bölme işlemiyle ilişkilendirilir ve bu nedenle sadece "bölüm gibi" ifadesiyle sınırlı kalmaz.

Oran kavramına ilişkin detayları sayılar üzerinden kavram imajını tercih ettiği görülmektedir. Fatma öğretmenin cevaplarının tanım-imaj hücresi açısından gösterimi aşağıdaki gibi olmuştur.



Şekil 4.5 Fatma öğretmenin cevabının tanım-imaj hücresi açısından gösterimi

4.3 Fonksiyon Kavramına İlişkin Bulgular

Fonksiyon konusuna yönelik olarak öğretmenlere aşağıdaki sorular yöneltilmiş ve bu soruları cevapladıklarında öğretmenlerin kavram tanımını mı yoksa kavram imajını mı tercih ettikleri araştırılmıştır:

- Reel sayılar kümesinde, $x=2$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız.
- Reel sayılar kümesinde, $f(x)=2x+1$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız.

- Reel sayılar kümesinde, $y=5/2$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız.
- Sizce fonksiyon nedir, tanımlayınız.

Bu sorulara verilen cevaplar öncelikle toplu analizler şeklinde, sonra her bir soru özelinde ve en sonunda ise vaka analizi şeklinde sunulmuştur.

4.3.1 Fonksiyon Kavramına İlişkin Toplu Bulgular

Araştırmanın bir başka bulgusunda öğretmenlere fonksiyon konusuyla ilgili sorular sorulmuş ve verdikleri cevaplar K.T. ve K.İ. olarak kodlanmıştır. Fonksiyon kavramına ilişkin öğretmenlere ait bulgular Çizelge 4.12’te yer almaktadır Çizelge 4.12’ye bakıldığında fonksiyon konusuna ilişkin sorular 4 soruya 15 öğretmenden toplamda 60 cevap alınmıştır. Fonksiyon kısmında bulunan 60 verinin 31 tanesi kavram tanımı (%51,7), 12’si kavram imajı (%20) ve 17 hücre de imajlar boştur (28,3). Matematik öğretmenleri 12 kavram tanımı (%60), 8 kavram imajı (%40), lise matematik öğretmenleri 18 kavram tanımı (%90) ve 2 kavram imajı (%10), diğer branş öğretmenleri 1 kavram tanımı (%5), 2 kavram imajı (%10) kullanarak soruları cevaplamışlardır ve 17 boş hücre (%85) vardır.

Çizelge 4.12 Fonksiyon kavramına ilişkin toplu bulgular

Fonksiyon				
Katılımcı Kodu	$x=2$	$f(x) = 2x + 1$	$y=5/2$	Fonksiyon Nedir?
İMÖ1	K.T.	K.T.	K.T.	K.T.
İMÖ2	K.İ.	K.İ.	K.İ.	K.İ.
İMÖ3	K.İ.	K.İ.	K.T.	K.İ.
İMÖ4	K.T.	K.T.	K.T.	K.T.
İMÖ5	K.İ.	K.T.	K.T.	K.T.
MÖ1	K.T.	K.T.	K.İ.	K.T.
MÖ2	K.T.	K.T.	K.T.	K.T.
MÖ3	K.T.	K.T.	K.T.	K.T.
MÖ4	K.T.	K.T.	K.İ.	K.T.
MÖ5	K.T.	K.T.	K.T.	K.T.
BDÖ1	K.T.	K.İ.		K.İ.
BDÖ2				
BDÖ3				
BDÖ4				
BDÖ5				

Bulgular, matematik öğretmenlerinin ve lise matematik öğretmenlerinin fonksiyon kavramıyla ilgili daha fazla kavram tanımı kullandıklarını göstermektedir. Matematik öğretmenlerinin %60'i kavram tanımı sağlarken, lise matematik öğretmenlerinin bu oranı %90'dır. Bu, bu öğretmenlerin kavramı daha formel bir şekilde açıklama eğiliminde olduklarını ortaya koymaktadır. Diğer yandan, diğer branş öğretmenlerinin kavram tanımı sağlama oranı daha düşük (%5) olduğunu göstermektedir.

4.3.2 Fonksiyon Kavramına İlişkin Soru Eksenli Bulgular

Bu alt başlıkta her bir soruya ilişkin sorulan sorulara verilen cevaplar sunulacaktır. Sorulan ilk soru 'Reel sayılar kümesinde, $x=2$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız.' Sorusu olup bu soruya verilen cevap aşağıdaki tabloda sunulmuştur. Tabloya bakıldığında $x=2$ doğrusunun bir fonksiyon olup olmadığını açıklamak üzere 8 öğretmen fonksiyon kavramının tanımını kullanarak $x=2$ doğrusunun fonksiyon olmadığını doğru bir şekilde ifade etmiştir. Tanımı kullanarak, 5 lise matematik öğretmeni ve 2 ilköğretim matematik öğretmeni cevaplarını açıklamıştır. Diğer 7 öğretmenin 4 tanesi ise 'farklı görüntü', 'fonksiyon özellikleri', 'farklı sonuç', ve 'sıralı ikili' imajları üzerinden $x=2$ doğrusunun fonksiyon olup olmadığı hakkında fikirler yürütmüş ve soruyu doğru bir şekilde cevaplandırmamışlardır. Çizelge 4.13'te görüldüğü gibi imaj toplamda 4 kez kullanılmıştır. Diğer branşlar öğretmenlerinden 3 tanesi ise hiçbir fikir belirtmemiştir.

Çizelge 4. 13 “Reel sayılar kümesinde, $x=2$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız” sorusuna ilişkin toplu bulgular

Katılımcı Kodu	Reel sayılar kümesinde, $x=2$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız.						
	Kİ1	Kİ2	Kİ3	Kİ4	Kavram Tanımı	Bilmiyorum	Fonksiyon belirtir-fikrim yok
	Grafiği çizilebildiği için fonksiyon belirtir	Birebir örten olan bağıntı olduğu için fonksiyon belirtir	Sıralı ikililerden oluştuğu için fonksiyon belirtir	$f(x)$ olarak temsil edilmediği için fonksiyon belirtmez			
İMÖ1					√		
İMÖ2	√						
İMÖ3			√				
İMÖ4					√		
İMÖ5		√					
MÖ1					√		
MÖ2					√		
MÖ3					√		
MÖ4					√		
MÖ5					√		
BDÖ1					√		
BDÖ2							√
BDÖ3							√
BDÖ4						√	
BDÖ5				√			
Toplam	4(dört)				8(sekiz)	1(bir)	2(iki)
Yüzde	%26,67				%53,3	%6,67	%13,3

Aşağıda sorulan ilk soruya ilişkin öğretmen cevaplarından örnek alıntılara yer verilmiştir:

İMÖ3: Belirtir. Fonksiyon (x,y) sıralı ikilileri vardı. Y ye karşılık hep $x=2$ geldiği için fonksiyon belirtir.

MÖ2: Fonksiyonun bir tanım kümesi bir değer kümesi olacak. İki küme arasında eşleme yapacağız, $x=2$ sadece $x=2$. $x=2$ olması y ’nin sonsuz olması demektir. O zaman fonksiyon belirtir. Bir dakika düşünmem lazım. $x=2$ dediğimizde y ’nin sonsuza gittiğini söylüyoruz. Ama fonksiyonda tanım kümesinde bir eleman birden fazla elemanla eşleşemez. O zaman

bu bir fonksiyon değildir. Fonksiyon tanımına göre birden fazla elemanla eşleşemiyor. O yüzden bu fonksiyon belirtmez.

BDÖ4: *Bir fonksiyon belirtip belirtmediğiyle ilgili bir fikrim yok. Unuttum bunları.*

İMÖ3'ün cevabı, fonksiyon kavramını tam olarak anlamadığını veya yanlış anladığını göstermektedir. $x=2$ doğrusunun bir fonksiyon belirtmediği, çünkü fonksiyon tanımına göre her x değerine yalnızca bir y değerinin eşlenmesi gerektiğini ifade edememiştir. “sıralı ikili” imajı üzerinden soruya cevap vermiş ancak cevabını kavram tanımını ile ilişkilendirememiştir. Dolayısıyla, İMÖ3'ün cevabı kavram imajı eksenli bir cevap olarak değerlendirilmiştir.

MÖ2 ise tanımını kullanarak soruyu doğru cevaplamıştır. BDÖ4'ün cevabı ise kavram tanımından ziyade kavram imajının eksikliğinin soruya cevap verme biçimini nasıl etkilediğini açıkça ortaya koymakta olup, soruyu cevapsız bırakmasına yol açmıştır.

Öğretmenlere yöneltilen ikinci soru ise ‘Reel sayılar kümesinde, $f(x)=2x+1$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız.’ sorusu olmuştur. Çizelge 4.14’e bakıldığında $f(x)=2x+1$ doğrusunun bir fonksiyon olup olmadığını açıklamak üzere 8 öğretmen fonksiyon kavramının tanımını kullanarak $f(x)=2x+1$ doğrusunun fonksiyon olduğunu doğru bir şekilde ifade ettiği görülmektedir. Bu soru için 5 lise matematik öğretmenin tamamı fonksiyon tanımını kullanarak cevaplarını açıklamıştır. Diğer branş öğretmenlerinden sadece 1 tanesi eksik kavram imajı üzerinden açıklamada bulunmuştur. Diğer branş öğretmenlerinden 4 tanesi ise hiçbir fikir belirtmemiştir veya belirttikleri fikirlerin gerekçelerini açıklayamamışlardır.

Çizelge 4. 14 “Reel sayılar kümesinde, $f(x) = 2x + 1$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız” sorusuna ilişkin toplu bulgular

Katılımcı Kodu	Reel sayılar kümesinde, $f(x) = 2x + 1$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız.			
	Kavram imajı	Kavram Tanımı	Bilmiyorum	Belirtir gerekçe yok
	Her x değeri için bir/farklı y değeri olduğu için fonksiyon belirtir			
İMÖ1		√		
İMÖ2	√			
İMÖ3	√			
İMÖ4		√		
İMÖ5		√		
MÖ1		√		
MÖ2		√		
MÖ3		√		
MÖ4		√		
MÖ5		√		
BDÖ1	√			
BDÖ2				√
BDÖ3				√
BDÖ4			√	
BDÖ5			√	
Toplam	3(üç)	8(sekiz)	2(iki)	2(iki)
Yüzde	%20	%53,33	%13,33	%13,33

Aşağıda sorulan ikinci soruya ilişkin öğretmen cevaplarından örnek alıntılara yer verilmiştir:

İMÖ4: Dediğimiz gibi tanım kümesi ve değer kümesi var. Tanım kümesindeki her bir eleman değer kümesinde bir elemana gidiyor. Tanıma göre fonksiyon belirtir.

MÖ4: Belirtir. Çünkü kümeleri çizersek, her elemanın bir karşılığı var. Tanım kümesindeki her elemanın 2 katından 1 fazlası olacak şekilde görüntüsü var. Özelliklerin hepsini sağlıyor. Fonksiyon olma şartlarının ikisini de sağlıyor.

BDÖ5: Konu hakkında bilgim yetersiz söylediğim gibi yorum yapamıyorum.

İMÖ4 ve MÖ4 kavram tanımını kullanarak $f(x)=2x+1$ ifadesinin fonksiyon belirttiği ve BDÖ5’in ise ilgili fonksiyon için görüş belirtmediği görülmektedir.

Öğretmenlere yöneltilen üçüncü soru ise ‘Reel sayılar kümesinde, $y=5/2$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız.’ sorusu olmuştur. Çizelge 4.15’e bakıldığında, $y=5/2$ doğrusunun bir fonksiyon olup olmadığını açıklamak üzere sadece 7 öğretmen fonksiyon kavramının tanımını kullanarak $y=5/2$ doğrusunun fonksiyon olduğunu doğru bir şekilde ifade etmiştir. Üç lise matematik öğretmeni ve 4 ilköğretim matematik öğretmeni tanımı kullanarak cevap vermiştir. Diğer 8 öğretmenin 4 tanesi ise ‘farklı çıktı olmaması’, ‘grafik’ ve ‘sonsuz değerle eşleşmemeli’, imajları üzerinden $y=5/2$ doğrusunun fonksiyon olup olmadığı hakkında fikirler yürütmüş ancak yanlış cevaplar vermiştir. Çizelge 4.15’te görüldüğü gibi imaj toplamda 4 kez kullanılmıştır. Diğer branş öğretmenlerinden 4 tanesi soru için hiçbir fikir belirtmemiştir veya belirttikleri fikirlerin gerekçelerini açıklayamamışlardır.

Çizelge 4. 15 “Reel sayılar kümesinde, $y=5/2$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız” sorusuna ilişkin toplu bulgular

Katılımcı Kodu	Reel sayılar kümesinde, $y=5/2$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız.					
	Kİ1	Kİ2	Kİ3	Kavram Tanımı	Bilmiyorum	Belirtir gerekçe yok
	Farklı çıktının olmamasından dolayı fonksiyon belirtmez	Grafik belirtir, fonksiyon belirtmez	Bir değer sonsuz değerle eşleştiği için fonksiyon belirtmez			
İMÖ1				√		
İMÖ2	√					
İMÖ3				√		
İMÖ4				√		
İMÖ5				√		
MÖ1	√					
MÖ2				√		
MÖ3				√		
MÖ4		√				
MÖ5				√		
BDÖ1			√			
BDÖ2						√
BDÖ3					√	
BDÖ4					√	
BDÖ5					√	
Toplam	2(iki)	1(bir)	1(bir)	7(yedi)	3(üç)	1(bir)
Yüzde	%13,33	%6,67	%6,67	%46,67	%20	%6,67

Aşağıda fonksiyonla ilgili üçüncü soruya ilişkin öğretmen cevaplarından örnek alıntılara yer verilmiştir:

İMÖ2: *Bu da belirtmez, tek bir çizgi halinde değişken yok, hep aynı, farklı sonuç yok.*

MÖ3: *Belirtir. Bu doğruyu çizdiğimiz zaman alacağımız her x değeri $5/2$ ye gidiyor. Tanım kümesinde boşta eleman kalmıyor. Tanım sağlanmış oluyor. Sabit fonksiyondur.*

BDÖ3: *Bir fikrim yok.*

İMÖ2 ‘Tek bir çizgi halinde değişken yok’ imajı üzerinden soruyu yanlış cevaplamıştır. MÖ3 sabit fonksiyonun tanımını kullanarak soruyu doğru cevaplamıştır. BDÖ3’ün kavram tanımı ve kavram imajı eksikliği, soru için yorum yapmasını mümkün kılmamıştır.

Öğretmenlere yöneltilen son soru ise ‘Sizce fonksiyon nedir, tanımlayınız.’ sorusu olmuştur. Fonksiyonu açıklamak üzere 8 öğretmen fonksiyon kavramının tanımını kullanarak fonksiyonu doğru bir şekilde ifade etmiştir (bkz. Çizelge 4.16). Fonksiyonu 5 lise matematik öğretmenin tamamı ve 3 ilköğretim matematik öğretmeni tanımını kullanarak açıklamıştır. Diğer 7 öğretmen ise ‘farklı görüntü’, ‘sıralı ikili’, ‘koordinat sistemi’, ‘örüntü’, ‘farklı sonuç’ ve “grafik” imajları üzerinden fonksiyonu açıklamaya çalışmış ancak tanımı tam olarak karşılayacak açıklamalarda bulunamamışlardır. Çizelge 4.16’da görüldüğü gibi imaj toplamda 3 kez kullanılmıştır. Diğer branş öğretmenlerinden 4 tanesi ise fonksiyonun tanımına dair hiçbir fikir belirtmemiştir

Çizelge 4. 16 “Sizce fonksiyon nedir? Tanımlayınız” sorusuna ilişkin toplu bulgular

Katılımcı Kodu	Sizce fonksiyon nedir, tanımlayınız.				
	Kİ1	Kİ2	Kİ3	Kavram Tanımı	Bilmiyorum
	x,y arasındaki ilişkiyi gösteren ve grafiği çizilebilen örüntü	Koordinat sisteminde (x,y) sıralı ikilileri	Denklemd e x'in alabileceği farklı değerler	Tanım kümesindeki elemanları değer kümesinde bir ve yalnız bir elemanla eşleyen kural	
İMÖ1				√	
İMÖ2	√				
İMÖ3		√			
İMÖ4				√	
İMÖ5				√	
MÖ1				√	
MÖ2				√	
MÖ3				√	
MÖ4				√	
MÖ5				√	
BDÖ1			√		
BDÖ2					√
BDÖ3					√
BDÖ4					√
BDÖ5					√
Toplam	1(bir)	1(bir)	1(bir)	8(sekiz)	4(dört)
Yüzde	%6,67	%6,67	%6,67	%53,33	%26,67

Aşağıda ‘fonksiyon nedir?’ sorusuna ilişkin öğretmen cevaplarından örnek alıntılara yer verilmiştir:

İMÖ2: *Verdiğim x ve y değerine göre değişkenlik gösterebilen, grafiği çizilebilen örüntü gibi bir şey.*

MÖ2: *A ve B gibi iki kümenin elemanları arasında yapılan eşleme. Ama iki şartı var, tanım kümesinde hiçbir eleman boşta kalmayacak ve tanım kümesindeki her eleman değer kümesinde sadece bir elemana gidecek.*

BDÖ3: *Herhangi bir tanım hatırlayamıyorum, tanımlayamayacağım şu an.*

MÖ2 fonksiyonu tanımlarken, doğrudan tanımını kullanmıştır. İMÖ2 ise tanımdan ziyade zihninde fonksiyon ile ilgili oluşan imajı kullanarak fonksiyonu tanımlamaya çalışmıştır.

BDÖ3 ise ne kavram tanımını ne de kavram imajını kullanmıştır.

4.3.3 Fonksiyon Kavramına İlişkin Vaka Bulgular

Bu kısımda fonksiyon konusuna ilişkin vaka durumları sunulacaktır. Kavram tanımı ve kavram imajlarını kullanarak sorulara cevap veren üç öğretmenin vakaları örnek olarak sunulacaktır.

4.3.3.1 Emre Öğretmen (MÖ3) Durumu: Kavram Tanımı Kullanarak Matematiksel Problem Çözme

Emre Öğretmen lise matematik öğretmenliği mezunu olup MEB’de 10 senelik bir tecrübe sahibidir. Üniversite hayatı boyunca lise matematik öğretmenliği alan dersleri almıştır. Emre Öğretmen üniversitede matematik alan, alan eğitimi, eğitim bilimleri ve genel kültür alanlarından dersler almıştır. Emre Öğretmenin Lise Matematik Öğretmeni olarak fonksiyonları müfredat kapsamında öğrencilere öğretmesi beklenmektedir, çünkü bu konu öğretim programının bir parçasıdır. Emre Öğretmene fonksiyonla alakalı sorular yöneltilmiş ve ilgili sorulara aldığımız cevaplar aşağıdaki gibi olmuştur:

İlk soru “*Reel sayılar kümesinde, $x=2$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız.*” sorusu olmuştur. Emre Öğretmen:

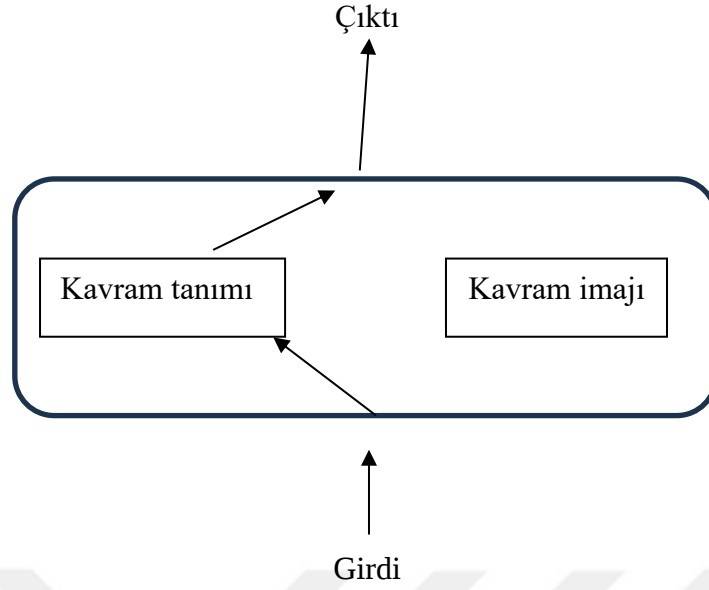
“*Fonksiyon tanımını hatırlarsak A ve B boş olmayan iki küme olmak üzere; A’nın her elemanının B’nin bir ve yalnız bir elemanı ile eşleştiren bağıntıya fonksiyon denir. $x=2$ doğrusunu gözüümüzün önüne getirirsek, doğru üzerindeki bütün noktalarda apsis 2. Fakat y değeri değişiyor. Dolayısıyla fonksiyon belirtmez. Bizim tanımımızla aykırı bir durum oluşturmuş oluyor.*” şeklinde cevap vermiştir. Dikkat edilirse Emre Öğretmen fonksiyon tanımını kullanarak soruya cevap vermiştir. Fonksiyonun tanımını hatırlatarak başlamış ve ardından tanımda belirtilen kriterlere uygunluğunu değerlendirmiştir. A ve B kümesi arasındaki eşleştirme kriterini hatırlatarak, $x=2$ doğrusunun fonksiyon tanımına uygun olmadığını açıklamıştır. Bu durum aslında fonksiyon tanımındaki ‘her x değerinin yalnızca bir y değeriyle eşleştirmesidir’ Dolayısıyla, Emre Öğretmen cevabında kavram tanımını tercih etmiştir.

Daha sonra Emre Öğretmene ikinci sorumuz olan, “*Reel sayılar kümesinde, $f(x) = 2x + 1$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız.*” Sorusu yönlendirilmiştir. Emre Öğretmen bu soruya, “*Evet belirtir. Tanıma uygundur. İlk verdiğim tanıma uygundur.*” Şeklinde cevap vermiştir. Emre Öğretmenin $x=2$ doğrusu için yukarıda verdiği cevap göz önünde bulundurulduğunda, bu soru için de fonksiyon tanımı kullanarak soruya cevap verdiği görülmektedir.

Emre öğretmene daha sonra “*Reel sayılar kümesinde, $y=5/2$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız.*” Sorusu yönlendirilmiştir. Emre Öğretmenin cevabı, “*Belirtir. Bu doğruyu çizdiğimiz zaman alacağımız her x değeri $5/2$ ye gidiyor. Tanım kümesinde boşta eleman kalmıyor. Tanım sağlanmış oluyor. Sabit fonksiyondur.*” Şeklinde cevap vermiştir.

Son olarak Emre Öğretmene “*Sizce fonksiyon nedir, açıklayınız.*” Sorusu sorulmuştur. Öğretmenimiz bu soruya “*A ve B boş olmayan iki küme olmak üzere A’nın her elemanının B’nin bir ve yalnız bir elemanı ile eşleştiren bağıntıdır. Tanım kümesinde açıkta eleman kalmayacak.*” şeklinde cevap vermiştir. Emre öğretmenin fonksiyon için verdiği tanım, fonksiyonun formal tanımı olduğu görülmektedir.

Emre öğretmenin üç soru ile fonksiyon kavramı için verdiği cevaplar, kavram tanımının soru/problem çözümündeki belirleyici rolü ortaya koymaktadır. Emre Öğretmenin ilgili sorulara verdiği cevapların tamamını temsil eden kavram tanımı ve kavram imajı hücre kullanımı şekli aşağıda sunulmuştur.



Şekil 4.6 Emre öğretmenin problem çözümündeki tanım ve imaj hücre durumları

Şekil 4.6'ta görüldüğü üzere Emre öğretmenin kavram tanımına hâkimiyeti, problem çözümünde kavram tanımını hücrelerini aktifleştirmekte ve öğretmene doğru cevap verme imkânı sunmaktadır. Bu da kavram tanımına hâkim olmanın problem veya soru çözümünde sağladığı gücü ortaya koymaktadır.

4.3.3.2 Merve Öğretmen (İMÖ3) Durumu: Kavram İmajı Kullanarak Matematiksel Problem Çözme

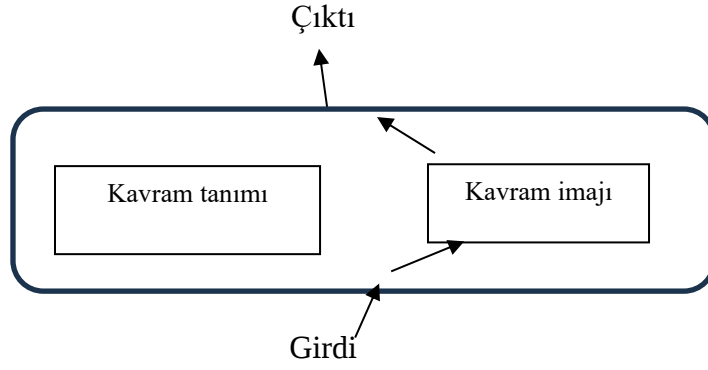
Merve Öğretmen ilköğretim matematik öğretmenliği mezunu olup MEB'de 10 senelik bir tecrübe sahibidir. Üniversite hayatı boyunca ilköğretim matematik öğretmenliği alan dersleri almıştır. Merve Öğretmen üniversitede matematik alan, alan eğitimi, eğitim bilimleri ve genel kültür alanlarından dersler almıştır. Merve Öğretmenin ilköğretim matematik öğretmeni olarak, fonksiyon konusu ile ilgili detayları öğrencilere öğretmesi beklenmemektedir, çünkü bu konu görev yaptığı eğitim kademesi müfredatın bulunmamaktadır. Ancak bir matematik öğretmeni olarak üniversitede matematik eğitimi aldığı için fonksiyon konusunda temel bilgilere sahip olması da beklenebilir.

Merve Öğretmene fonksiyonla alakalı sorular yönlendirilmiş ve ilgili sorulara verdiği

cevaplar aşağıdaki gibi olmuştur. İlk soru “*Reel sayılar kümesinde, $x=2$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız.*” sorusu olmuştur. Merve Öğretmen: “*Çizebiliriz o yüzden fonksiyon belirtir diyeyim. Fonksiyon tanımını unuttum ben, x ’e belli bir değer veriyorsun, onun aldığı başka bir değer var, $3x+3$ mesela senin verdiği x değerine göre seni götürdüğü başka bir nokta var. Fonksiyon bu demek. O zaman $x=2$ dersem götürdüğü yeri bilmediğim için biraz başlangıç seviyesinde kalıyor fonksiyon için yeterli bir bilgi değil gibi geldi bana*”

Daha sonra Merve Öğretmene ikinci sorumuz olan, “*Reel sayılar kümesinde, $f(x) = 2x + 1$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız.*” sorusu yönlendirilmiştir. Merve Öğretmen bu soruya, “*Belirtir, x yerine verdiğim değere göre gittiği sayı belli, grafiğini çizebiliriz.*” şeklinde cevap vermiştir. Merve öğretmene daha sonra “*Reel sayılar kümesinde, $y=5/2$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız.*” Sorusu yönlendirilmiştir. Merve Öğretmenin cevabı, “*Bu da belirtmez, tek bir çizgi halinde değişken yok, hep aynı, farklı sonuç yok.*” şeklinde olmuştur. Son olarak Merve Öğretmene “*Sizce fonksiyon nedir, açıklayınız.*” sorusu sorulmuştur. Öğretmenimiz bu soruya “*Verdiğim x ve y değerine göre değişkenlik gösterebilen, grafiği çizilebilen örüntü gibi bir şey.*” şeklinde cevap vermiştir.

Merve öğretmenin cevapları bir bütün olarak ele alındığında öncelikle fonksiyon kavramının tanımını formal olarak veremediği görülmektedir. Dolayısıyla kendisi fonksiyon kavramına ilişkin bir imaja sahip olup bu imaj da kısıtlıdır. Fonksiyon kavramının tanımına hâkim olamaması Merve öğretmeni sorulan sorulara verdiği cevaplarda çelişkili ifadeler kullanmasına ve yanlış cevaplar vermesine neden olmuştur. Örneğin, Merve öğretmen $y=5/2$ doğrusunun fonksiyon belirtmediğini, $x=2$ doğrusunun fonksiyon belirttiğini ve $f(x) = 2x + 1$ doğrusunun ise fonksiyon belirttiğini ifade ederek hem doğru hem de yanlış cevaplar vermiştir. Bu durum ise Merve öğretmenin kavram imajı üzerinden sorulara cevap verdiğini ortaya koymakta olup, tanım-imaj hücresi açısından gösterimi aşağıdaki gibi olmuştur.



Şekil 4.7 Merve Öğretmenin problem çözümündeki tanım ve imaj hücre durumları

Şekil-4.7’de görüldüğü üzere girdiler/sorular Merve öğretmenin sadece imajları ile etkileşime girmiş ve bunun neticesinde çıktılar oluşmuştur. Kavram tanımı hücresi ile etkileşimsizlik hem doğru hem de yanlış cevapların verilmesine yol açmıştır.

4.3.3.3 Osman Öğretmen (BDÖ2) Durumu: Kavram İmajı ve Kavram Tanımı Kullanamama

Osman Öğretmen Fen Bilimleri öğretmenliği mezunu olup MEB’de 9 senelik bir tecrübe sahibidir. Üniversite hayatı boyunca temel matematik dersleri dahil olmak üzere fen bilimleri öğretmenliği alan dersleri almıştır. Osman Öğretmen, Fen bilimleri öğretmenliği mezunu olarak, fen bilimleri alanında uzmanlaşmıştır. Bu eğitim, fen bilimleri derslerini kapsamaktadır ve genellikle fen bilimleri dalları olan fizik, kimya, biyoloji ve coğrafya gibi konuları içerir. Osman öğretmen alan eğitimi, eğitim bilimleri ve genel kültür alanlarından dersler almıştır.

Osman Öğretmenin fen bilimleri öğretmeni olarak fonksiyonları müfredat kapsamında değildir ve öğrencilere öğretmesi beklenmemektedir. Ancak hem lise geçmişi olan hem de üniversite düzeyinde fonksiyon konusu içeren dersler alması, Osman öğretmenin en azından öğrencilik yıllarında fonksiyon kavramını bildiği veya kullandığı anlamına gelmektedir.

Osman Öğretmene yöneltilen “*Reel sayılar kümesinde, $x=2$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız.*” sorusu için cevabı “*Belirtir. Açıklamaya yapamayacağım.*”

Fikrim yok.” şeklinde olmuştur. Osman öğretmen “*Reel sayılar kümesinde, $f(x) = 2x + 1$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız.*” sorusu için “*Bir bilinmeyenli bir fonksiyon belirtir ama emin değilim hatırlamıyorum.*” şeklinde cevap vermiştir. “Reel sayılar kümesinde, $y=5/2$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız.” sorusu için ise “Bir fikrim yok.” Cevabını vermiştir. Son olarak “*Sizce fonksiyon nedir, açıklayınız.*” sorusu için “*Herhangi bir tanım hatırlayamıyorum, tanımlayamayacağım şu an.*” şeklinde cevap vermiştir.

Osman öğretmenin cevapları bir bütün olarak ele alındığında öncelikle fonksiyon kavramının tanımını hatırlamadığını belirtmekte ve herhangi bir imaj da sunmamaktadır. Dikkat edilirse Osman öğretmen ‘bilmiyorum’ ifadesi yerine ‘hatırlamıyorum’ ifadesini kullanmaktadır. Fonksiyon kavramına ilişkin tanım ve imaj hücrelerinin boş olması Osman öğretmenin cevaplarının belirsiz veya fikrim yok şeklinde olmasına yol açmıştır. Örneğin, Osman öğretmen $y=5/2$ doğrusu için “bir fikrim yok”, $x=2$ doğrusu ise “belirtir, fikrim yok”, ve $f(x) = 2x + 1$ doğrusu için ise “*Bir bilinmeyenli bir fonksiyon belirtir ama emin değilim hatırlamıyorum.*” biçiminde cevaplar vermiştir. Bütün bu veriler Osman öğretmenin aslında fonksiyon ile alakalı kavram tanımı veya kavram imajı hücrelerin öğrenciliğinde aktif olduğunu ancak zamanla bu hücrelerin boşaldığı ve hâlihazırda boş hücreyle soruya cevap vermeye çalıştığını ortaya koymaktadır.

4.4 Kare-Yamuk, Oran ve Fonksiyon Bulgularına İlişkin Karşılaştırmalı Bulgular

Bu bölümde ikinci araştırma sorusuna yönelik farklı öğretmen gruplarına ait bulguların benzerlik ve farklılıklarına yer verilecektir.

Kare, yamuk ve arasındaki ilişkiye yönelik sorulan soruların bulguları bir arada değerlendirildiğinde, ilköğretim matematik öğretmenleri daha çok kavram imajına başvurarak cevap vermişlerdir ve bu oran %60’tır. Lise matematik öğretmenleri, kavram tanımlarını kullanarak daha kesin ve net açıklamalar yapmışlardır. Lise matematik öğretmenlerinin kavram tanımı kullanma oranı %60’tır. Diğer branş öğretmenleri ise bu kavramları tanımlamada ve ilişkilendirmede daha fazla zorlanmış ve genellikle kavram imajlarına dayalı açıklamalar yapmışlardır. Diğer branş öğretmenlerinin kavram tanımı

kullanma oranı %13,33 tür.

Soru özelinde bulgular ele alındığında ise, kare-yamuk ilişkisine ilişkin sorulan ilk soru ‘Sizce kare ile yamuk arasında bir ilişki var mıdır? Açıklayınız.’ sorusu olup bu soruya cevaplarında ilköğretim matematik öğretmenlerinin %80’i, lise matematik öğretmenlerinin %60’ı ve diğer branş öğretmenlerinin %100’ü kavram imajına başvurmuşlardır. Öğretmenlere yöneltilen ikinci soru ise ‘Kare nedir? Tanımlayınız.’ sorusu olmuştur. Bu soruda ilköğretim matematik öğretmenlerinin %60’ı, lise matematik öğretmenlerinin %100’ü ve diğer branş öğretmenlerinin %40’ı kareyi tanım üzerinden açıklamışlardır. Öğretmenlere bu bölümde yöneltilen üçüncü soru ise ‘Yamuk nedir? Tanımlayınız’ sorusu olup, ilköğretim matematik öğretmenlerinin ve lise matematik öğretmenlerinin %40’ı kavram tanımı üzerinden cevap verirken, diğer branş öğretmenlerinin %100’ü farklı kavram imajları üzerinden yamuk kavramını tanımlamışlardır.

Oran kavramı sorulan soruların bulguları bir arada değerlendirildiğinde, öğretmenlerin oran kavramını genellikle günlük hayat örnekleri ve kişisel deneyimlerle ilişkilendirerek açıkladıklarını göstermektedir. İlköğretim matematik öğretmenleri oran kavramını daha çok tanım ve matematiksel ifadelerle açıklama eğiliminde olsalar da, kavram imajı kullanımı daha fazladır. Diğer branş öğretmenleri oran kavramını daha somut ve pratik örneklerle açıklamaya çalışmışlardır. Oran kavramına ilişkin kavram tanımı kullanma oranı, İlköğretim matematik öğretmenlerinde %43,33, lise matematik öğretmenleri %23 ve diğer branş öğretmenlerinde %0 olmuştur. Dolayısıyla İlköğretim matematik öğretmenleri, lise matematik öğretmenleriyle karşılaştırıldığında daha çok oran kavramı tanımını kullandıkları görülmüştür. Diğer branş öğretmenlerinin ise oran kavramını tanımlamada büyük ölçüde yetersiz kaldıkları görülmektedir.

Soru özelinde bulgular ele alındığında ise, oran kavramına ilişkin ilk soru ‘Sizce $\frac{-1}{2}$ bir oran belirtir mi? Açıklayınız.’ sorusu olup bu soruya ilköğretim matematik öğretmenlerinin %80’i, lise matematik öğretmenlerinin %40’ı kavram tanımı kullanarak cevap vermiş olup diğer branş öğretmenlerinde bu oran %0 olup, hiçbirisi kavram tanımı kullanarak cevap verememişlerdir. Öğretmenlere oran konusunda yöneltilen ikinci soru

ise ' $\frac{0}{3}$ Sizce bir oran belirtir mi? Açıklayınız.' sorusu olup bu soruya kavram tanımıyla cevap veren 2 ilköğretim matematik öğretmeni ve 1 lise matematik öğretmeni olmuştur. Diğer branş öğretmenlerinden hiçbir öğretmen kavram tanımı kullanamamış, tamamı "yokluk" imajı üzerinden $\frac{0}{3}$ 'ün oran olmadığını açıklamaya çalışmış ancak aralarındaki ilişkiyi doğru bir şekilde ifade edememişlerdir. Öğretmenlere oran konusunda yöneltilen üçüncü soru ' $\frac{5}{3}$ Sizce bir oran belirtir mi? Açıklayınız.' sorusu olup bu soruya 2 ilköğretim matematik öğretmeni oran kavramının tanımını kullanarak $\frac{5}{3}$ 'ün oran olduğunu ifade etmişlerdir. Hiçbir lise matematik öğretmeni ve diğer branş öğretmenleri, oranın iki büyüklüğün karşılaştırılması olduğunu ve verilen $\frac{5}{3}$ ifadesinin bu tanıma uygun bir oran olduğunu kavram tanımıyla ifade edememişlerdir. Sorulan dördüncü soru ' $\sqrt{2}$ sizce bir oran belirtir mi? Açıklayınız.' sorusu olup bu soruya, 2 lise matematik öğretmeni oran kavramının tanımını kullanarak $\sqrt{2}$ 'nin oran olduğunu ifade etmiştir. İlköğretim matematik öğretmenlerinin %100'ü ve diğer branş öğretmenlerinin %80'i ise 'bölme olmaması', "tamsayı", "irrasyonel", "uzunluk" ve "bölme" imajlarını üzerinden $\sqrt{2}$ 'nin oran olmadığını açıklamaya çalışmış ancak aralarındaki ilişkiyi doğru bir şekilde ifade edememişlerdir. Diğer branş öğretmenlerinden %20'si ise "bilmiyorum" şeklinde cevap vermiştir. Öğretmenlere oran konusunda yöneltilen beşinci soruda ' $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ Sizce bir oran belirtir mi? Açıklayınız.' sorusu olup bu soruya, hiçbir öğretmen grubundan oran kavramının tanımını kullanarak $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ ifadesinin bir oran olduğu cevabı verilmemiştir. Öğretmenlere oran konusunda yöneltilen son soru ise 'Oran nedir? Tanımlayınız.' sorusu olup bu soruya ilköğretim matematik öğretmenlerinin %100'ü, lise matematik öğretmenlerinin %40'ı kavram tanımı üzerinden cevap verirken, diğer branş öğretmenlerinde bu oran %0'dır. Diğer branş öğretmenlerinden hiçbirisi kavram tanımı kullanmamıştır.

Fonksiyon kavramına yönelik sorulan soruların bulguları bir arada değerlendirildiğinde, ilköğretim matematik öğretmenlerinin %60'ı fonksiyon kavramını ve %40'ı ise kavram imajını kullanarak sorulara cevap vermiştir. Lise matematik öğretmenleri için ise bu oranlar %90 kavram tanımı ve sadece %10 kavram imajı şeklinde olmuştur. Diğer branş öğretmenlerinde kavramı tanımı %5 , kavram imajı %10 oranında olmuş ve %85'i ise

kavramı tanımlamamıştır.

Soru özelinde bulgular ele alındığında ise, fonksiyon kavramına ilişkin ilk soru ‘Reel sayılar kümesinde, $x=2$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız.’ sorusu olup bu soruya ilköğretim matematik öğretmenlerinin %40’ı, lise matematik öğretmenlerinin %100’ü ve diğer branş öğretmenlerinin %20’si kavramının tanımını kullanarak soruya cevap vermişlerdir. Öğretmenlere yöneltilen ikinci soru ise ‘Reel sayılar kümesinde, $f(x)=2x+1$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız.’ sorusu olmuştur. İlköğretim matematik öğretmenlerinin %60’ı ve lise matematik öğretmenlerinin %100’ü kavram tanımını üzerinden soruyu cevaplarırken hiçbir branş dışı öğretmen kavramın tanımını kullanarak soruyu cevaplamamıştır. Diğer branş öğretmenlerinden yalnızca biri eksik kavram imajıyla ilgili açıklama yapmış, dördü ise ya görüş belirtmemiş ya da gerekçelerini açıklamamıştır. Öğretmenlere yöneltilen üçüncü soru ise ‘Reel sayılar kümesinde, $y=5/2$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız.’ sorusu olup, ilköğretim matematik öğretmenlerinin %80’i, lise matematik öğretmenlerinin %60’ı ve diğer branş öğretmenlerinin %0’ı kavram tanımını kullanmışlardır. Diğer branş öğretmenlerinden 4 tanesi, sorunun cevabı hakkında herhangi bir görüş belirtmemiş ya da ifade ettikleri görüşlerin gerekçelerini açıklamamışlardır. Öğretmenlere sorulan son soru ‘Sizce fonksiyon nedir, tanımlayınız.’ şeklinde olup, ilköğretim matematik öğretmenlerinin %60’ı ve lise matematik öğretmenlerinin %100’ü kavram tanımını kullanarak soruyu cevaplamışlardır. Fonksiyonla alakalı önceki sorularda da ağırlıklı olarak görüldüğü üzere bu soruda da diğer branş öğretmenlerinin kavram tanım kullanımları %0’dır. Diğer branş öğretmenlerinin %80’i, fonksiyonun tanımına dair herhangi bir fikir beyan etmemiştir.

5. TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu çalışma kare-yamuk, oran ve fonksiyon kavramları özelinde ilköğretim matematik, lise matematik ve diğer branş öğretmenlerinin problem çözme sürecinde kavram imajını mı yoksa kavram tanımını mı kullandıklarını belirlemeyi amaçlamaktadır. Sonuç ve tartışma bölümünde her bir kavrama ilişkin tartışma sırasıyla ele alınarak sunulacaktır. Daha sonra sırasıyla öneriler ve çalışmanın sınırlılıkları alt başlıklarına yer verilecektir.

5.1 Kare ve Yamukla Alakalı Öğretmenlerin Tanımı ve İmaj Kullanım Tercihleri

İlköğretim matematik, lise matematik ve matematik dışı branş öğretmenlerine ‘sizce kare ile yamuk arasında bir ilişki var mıdır?’, ‘kare nedir?’ ve ‘yamuk nedir?’ soruları yöneltilmiştir. Bu üç soruya 15 öğretmen tarafından toplamda 45 cevap verilmiş ve bu cevapların 17’si kavram tanımı (%37,78) ve 28’i kavram imajı (%62,22) kullanılarak verilmiştir. Katılımcı gruplar açısından veriler incelendiğinde ise lise matematik öğretmenleri kavram tanımını %60, ilköğretim matematik öğretmenleri %40 ve diğer branş dışı öğretmenler ise %13,33 oranında kullandıkları görülmektedir. Lise matematik öğretmenlerinin kavram tanımı hücresi daha çok aktif iken, diğer branş dışı öğretmenlerinin kavram tanımı hücresi bir öğretmen dışında neredeyse aktif değildir.

Kare ve yamuk arasındaki ilişkiyi açıklamak üzere sorulan soruya verilen cevaplar özel olarak incelendiğinde, sadece 3 öğretmenin (2 lise ve 1 ilköğretim matematik) kare ve yamuk kavramlarının tanımını kullanarak karenin özel bir yamuk olduğunu doğru bir şekilde ifade ettiği görülmüştür. Diğer 12 öğretmen ‘paralellik, alan, dörtgen, kenar, iç açı, dış açı, köşe, çizgi ve köşegen’ gibi imajlar üzerinden kare ve yamuk arasındaki ilişkiyi açıklamaya çalışmış, ancak doğru bir şekilde bu ilişkiyi ifade edememişlerdir. Bu bulgunun, literatürdeki bazı diğer araştırmalarla paralellik gösterdiği ifade edilebilir. Öğretmenler toplamda 25 imaj kullanarak kare ve yamuk kavramları arasındaki ilişkiyi açıklamaya çalışmış ve bunların 10 tanesi (%40’ı) diğer branş öğretmenleri tarafından sunulmuştur. Dolayısıyla kavram tanımlarına hakim olma veya olmama durumu burada da kendisini göstermiş ve kavram tanımındaki eksiklik, katılımcıların kavram imajına dayalı kaynaklara yönelmesine neden olmuştur.

Elde edilen bulgular, öğretmenlerin kare ve yamuk kavramlarıyla ilgili kavram imajlarında eksiklikler ve yanlışlıklar olduğunu göstermektedir. Bu bulgular özellikle dörtgenlerle ilişkili yapılan bazı çalışmaların bulgularıyla benzerlik göstermektedir. Örneğin, Doğan vd.(2012)'ın çalışması, öğrencilerin yamuk kavramını yanlış anladığını ve bazı özel dörtgenlerin yamuk olmadığını düşündüklerini gösterirken, Ayaz (2016) öğrencilerin dörtgen kavramlarını resmi olarak tanımlamakta zorlandıklarını, ancak prototip çizimlerde başarılı olduklarını ortaya koymuştur. Karakuş ve Erşen (2013)'in ise öğretmen adaylarıyla yaptığı çalışmada da benzer şekilde, dörtgenlere ilişkin kavram imajlarının eksik olduğu ve bu nedenle doğru tanımlar yapamadıkları belirlenmiştir. Birgin ve Özkan(2024)'ın çalışması ise, paralelkenar gibi şekillerle ilgili olarak ortaokuldan üniversiteye kadar olan öğrencilerin kavram imajlarında eksiklikler ve yanlışlıklar olduğunu, bu durumun da kavram tanımlarını doğru yapamamalarına yol açtığını göstermiştir. İlave olarak, katılımcı öğretmenlerin kare ve yamuk arasında hiyerarşik ilişkiyi kuramamaları, daha önce yapılan bazı çalışmalarının bulgularıyla benzerlik göstermektedir. Örneğin, Karakuş ve Erşen (2013)'in sınıf öğretmen adaylarıyla yaptıkları çalışmada öğretmen adaylarının yamuk ile kare, dikdörtgen ve paralelkenar arasında var olan hiyerarşik ilişkiyi kurmakta güçlük yaşadıkları ortaya konulmuştur. Bu çalışmada da özellikle yamuk kavramının tanımına hâkim olunmamasından dolayı, hiyerarşik ilişki çoğu öğretmen tarafından kurulamamıştır.

Çalışmanın bulguları aynı zamanda diğer branş öğretmenleri dışındaki öğretmenlerin ağırlıklı olarak kare kavramını tanımlayabildiklerini (%67) ancak yamuk kavramını ağırlıklı olarak imajlar (%73) üzerinden betimlediklerini göstermektedir. Bu bulgular kare-yamuk arasındaki ilişkinin anlaşılması ve anlamlandırılmasında, yamuk kavramının formal tanımının bilinmesinin belirleyici rol oynadığını göstermektedir. Ayrıca sunulan vaka çalışmaları da kavram tanımına sahip olup olmamanın problem durumlarında belirleyici olduğunu ve kavram tanımı hücrelerinin dolu ve aktif olmasının katılımcılara doğru cevaplar vermesine imkân sağladığını ortaya koymaktadır.

Bu çalışmada yamuk ve kare arasında hiyerarşik ilişkinin kurulmamasında da kavram tanımının rolü belirgin olarak ortaya çıkmıştır. Ayrıca çalışmanın bulguları matematiksel problemlere sunulan doğru çözümlerde tanımın önemini ortaya koymaktadır. Ancak

tanım yerine imajların daha çok tercih edildiği görülmektedir ki, bu da Tall ve Vinner (1981) 'ın kavram tanımı ve kavram imajı kavramsal çerçevesinin üretilme gerekçesini desteklemektedir. Çünkü Tall ve Vinner'e göre özellikle öğrenciler soru çözümlerinde, beklentinin aksine, kavram tanımı yerine kavram imajı kullanmaktadırlar. Bu çalışmanın bulguları bazı öğretmenlerin de kavram tanımı yerine kavram imajını tercih ettiklerini göstermektedir.

5.2 Oran ile Alakalı Öğretmenlerin Tanımı ve İmaj Kullanım Tercihleri

Yapılan çalışmanın bu bölümünde ilköğretim matematik, lise matematik ve diğer branş öğretmenlerine 'Sizce $\frac{-1}{2}$ bir oran belirtir mi?', ' $\frac{0}{3}$ Sizce bir oran belirtir mi?', ' $\frac{5}{3}$ Sizce bir oran belirtir mi?', ' $\sqrt{2}$ Sizce bir oran belirtir mi?', ' $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ Sizce bir oran belirtir mi?', 'Oran nedir?' soruları yöneltilmiştir. Oran konusuna yönelik sorulan 6 soruya 15 öğretmenden toplam 90 cevap alınmış, bu 90 cevabın 20'si (%22,22) kavram tanımı ve 57'si ise (63,33) kavram imajı kullanılarak verilmiştir. Öğretmen cevaplarından 7 tanesi (%7,77) sadece 'tanıma uygun' olarak ifade edilmiş ve net bir tanıma yönelik açıklama yapılamamıştır. Cevaplardan 6 tanesi ise (%6,66) 'bilmiyorum' şeklinde olup boş hücre olarak ifade edilmiştir.

Katılımcı grupların cevapları özel olarak ele alındığında, ilköğretim matematik öğretmenlerinin tüm sorulara verdikleri cevaplar 13 kavram tanımı (%43,33), 16 kavram imajı (%53,33) ve 1 'tanıma uygun' olarak değerlendirilmiştir. Lise matematik öğretmenleri ise 7 kavram tanımı (%23,33), 17 kavram imajı (%56,67) kullanarak cevap vermiş ve 6 katılımcı (%20) 'tanıma uygun' şeklinde cevap vermiştir. Branş dışı öğretmenler sorulara 0 kavram tanımı (%0), 24 kavram imajı (%80) kullanarak cevap vermiş olup, 6 (%20) cevap ise 'bilmiyorum' şeklinde olmuştur. İlköğretim matematik öğretmenlerinin cevapları, kavram tanımı ve imajı arasında dengeli bir dağılım sergilerken, lise matematik öğretmenlerinin cevaplarında kavram imajı daha ağırlıklı olmuştur. Oran kavramının ortaokul matematik öğretim programında yer alması ve öğretiminin bu seviyede başlaması, ilköğretim matematik öğretmenlerinin kavram tanımını daha fazla kullanmalarına yol açmış olabilir. Diğer branş öğretmenlerinin ise oran kavramı tanımı hücresi tamamen pasif durumdadır .

Ayrıca, gerçekleştirilen vaka çalışmaları, kavram tanımına sahip olmanın problem çözme süreçlerinde belirleyici bir etken olduğunu göstermektedir. Kavram tanımı hücresinin dolu ve aktif olması, katılımcıların doğru cevaplar vermesini kolaylaştırmıştır. Bu durum, kavram tanımının, öğretmenlerin problem durumlarını etkili bir şekilde ele alabilmelerinde ve doğru çözümler üretebilmelerinde kritik bir rol oynadığını ortaya koymaktadır (Vinner 1983).

Sorular özelinde bulgulara bakıldığında ise, katılımcı öğretmenlerin %100'nün $\frac{5}{3}$ ifadesinin oran belirtebileceğini, %53'nün $\frac{0}{3}$ ifadesinin oran belirtmediğini, %20'sinin $-\frac{1}{2}$ ifadesinin oran belirttiğini, %40'nın $\sqrt{2}$ ifadesinin oran belirtebileceğini ve son olarak %53,3'nün $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ ifadesinin oran belirtebileceğini söylemişlerdir. Bu bulgular öğretmenlerin kesirsel olarak verilen bir ifadenin oran belirtip belirtmeyeceği konusunda zorluklar yaşadıklarını ortaya koymaktadır. Doğruel ve Karakuş (2022)'un çalışması, matematik öğretmenlerinin oran kavramını tanımlarken, ve oranla ilgili işlemleri ve kesirsel ifadelerin oran belirtip belirtmediğini belirlerken zorluk yaşadıklarını tespit edilmiştir. Elde edilen bulgular bu açıdan Doğruel ve Karakuş (2022)'un çalışmasıyla paralellik göstermektedir. Bu durum öğretmenlerin oran kavramını anlamlandırma biçimleriyle alakalı olabilmektedir. Her iki çalışma da öğretmenlerin oran kavramıyla ilgili bilgi ve anlayışlarında eksiklikler olduğunu ortaya koymaktadır. Çalışmanın bulguları öğretmenlerin sadece % 47'sinin oran kavramını 'iki çokluğun birbirine bölünerek karşılaştırılması' olarak ele aldığını, diğer öğretmenlerin ise 'bir sayının başka bir sayıya bölünmesi', 'aynı birimli çoklukların birbirine bölümü', 'İki ifadenin karşılaştırılması', 'iki çokluğun birbirine bölümü', 'bir bütünün istenilen parçası' gibi imajlar üzerinden oranı tanımladıklarını ortaya koymaktadır. Oran için en çok kavram tanımı sunan grup ise ilköğretim matematik öğretmenleri olmuştur.

Ayrıca yapılan bu çalışmada kavram imajı kullanan öğretmenlerin sayısının fazla olması, Cai ve Wang (2006)'ın öğretmenlerle yaptığı çalışmalarda, 323 öğretmenin oran öğretiminde genellikle gerçek hayat problemlerine yer verdiklerini ve oran kavramının anlamı yerine işlemsel süreçlere odaklandıklarını ortaya koyan tespitleriyle benzerlikler göstermektedir. Çalışmanın bulguları katılımcıların matematiksel problem çözmede doğru yol izlemelerinin ve sonuca ulaşmalarının tanım hücrelerinin aktif olmasıyla

mümkün olduğu görülmektedir.

5.3 Fonksiyon ile Alakalı Öğretmenlerin Tanım ve İmaj Kullanım Tercihleri

Fonksiyon kavramı özelinde katılımcılara ‘Reel sayılar kümesinde, $x=2$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi?’, ‘Reel sayılar kümesinde, $f(x)=2x+1$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi?’, ‘Reel sayılar kümesinde, $y=5/2$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi?’, ‘Fonksiyon nedir?’ soruları yöneltilmiştir. Fonksiyon kavramı alakalı sorular 4 soruya 15 öğretmeden toplamda 60 cevap alınmıştır. Söz konusu 60 verinin 31 tanesi kavram tanımı (%51,7), 12’si kavram imajı (%20) ve 17’si (%28,3) boş hücre biçiminde olmuştur. İlköğretim matematik öğretmenleri 12 kavram tanımı (%60), 8 kavram imajı (%40), lise matematik öğretmenleri 18 kavram tanımı (%90) ve 2 kavram imajı (%10), diğer branş öğretmenleri 1 kavram tanımı (%5), 2 kavram imajı (%10) kullanarak soruları cevaplamışlardır. Branş dışı öğretmenlerin cevaplarının 17’si yani %85’i boş hücre biçiminde olmuştur.

Fonksiyon konusuna ilişkin sorulara verilen cevaplar detaylı bir şekilde incelendiğinde, elde edilen bulgulara göre matematik öğretmenlerinin fonksiyon kavramıyla ilgili ağırlıklı olarak kavram tanımı kullandıklarını göstermektedir. İlköğretim matematik öğretmenlerinin sorulara cevap verdiklerinde %60’ının kavram tanımı hücrelerinin aktif olduğu görülmektedir. Lise matematik öğretmenlerinin ise neredeyse tamamının kavram tanımı hücreleri aktif olup, tanım kullanım oranı %90’dır. Elde edilen bu bulgular, matematik öğretmenlerinin fonksiyon ile ilgili soru çözümlerinde fonksiyonun formal tanımını kullanma eğiliminde olduklarını ortaya koymaktadır. Bu sonucun, literatürdeki diğer bazı çalışmalarla çeliştiği söylenebilir. Yapılan bazı çalışmalar (Süzer 2011; Polat ve Şahiner 2007; Yavuz ve Hangül 2016) incelendiğinde katılımcıların fonksiyon kavramı ile alakalı olarak daha çok kavram imajına dayalı yaklaşımlar kullandığını göstermiştir. Bu çalışmalar, katılımcıların fonksiyon kavramını somut örnekler, grafikler veya görsel temsiller üzerinden açıklamaya eğilimli olduklarını göstermektedir. Diğer yandan, matematik dışı branş öğretmenlerinin kavram tanımı sağlama oranı belirgin bir şekilde düşük olup bu oran %5’tir, dolayısıyla bu katılımcıların kavram tanımı hücreleri oldukça pasif durumdadır. Matematik dışı branş öğretmenlerinin

kavram tanımı sağlama oranının düşük olması, literatürdeki diğer çalışmaların bulgularıyla örtüştüğü belirtilebilir (Eraslan 2005; Akkoç 2005; Lambertus 2007). Bu çalışmalarda da öğrencilerin ve öğretmenlerin kavram tanımlarında zorluklar yaşadığını ortaya koymaktadır. Özellikle, fonksiyon kavramı gibi matematiksel konularda, katılımcıların tanım yaparken zorlandıkları ve cevaplarının yanlış kavram imajlarına dayandığı görülmüştür.

Fonksiyon soruları özelinde bulgulara bakıldığında ise, katılımcı öğretmenlerin %53'ü fonksiyon kavramı tanımını kullanarak ' $x=2$ doğrusunun' fonksiyon belirtmediğini, %73'ü ' $f(x) = 2x + 1$ doğrusunun' fonksiyon belirttiğini ve %53'ü ise ' $y=5/2$ doğrusunun' fonksiyon belirttiğini ifade etmiştir. Bu bulgular öğretmenlerin özellikle aykırı örnek durumlarında (ör: $x=2$ doğrusu) verilen doğrunun fonksiyon olup olmadığı konusunda zorluklar yaşadıklarını ortaya koymaktadır. Bu sonuçlar, Aydın ve Köğçe (2008) 'nin öğretmen adaylarının çoğunluğunun fonksiyonları, denklemlerin bir alt grubu olarak gördükleri ve fonksiyon kavramını açıklamada yetersiz oldukları sonuçlarıyla uyum göstermektedir. Bu durum öğretmenlerin fonksiyon kavramını anlamlandırma biçimleriyle alakalı olabilmektedir. Çalışmanın bulguları öğretmenlerin sadece % 53'ünün fonksiyon kavramını 'Tanım kümesindeki elemanları değer kümesinde bir ve yalnız bir elemanla eşleyen kural' olarak ele aldığını, diğer öğretmenlerin ise ' x,y arasındaki ilişkiyi gösteren ve grafiği çizilebilen örüntü', 'Koordinat sisteminde (x,y) sıralı ikilileri', 'Denklemden x 'in alabileceği farklı değerler' gibi imajlar üzerinden tanımladıklarını ortaya koymaktadır. Fonksiyon için hiçbir kavram tanımı sunmayan grup ise branş dışı öğretmenler grubu olmuştur. Alanı matematik olan ve olmayan öğretmenlerin fonksiyon için kavram tanımı sunabilmeleri arasındaki bu farklılık bireylerin tecrübeliyle ilişkili olup, bu tecrübe biçimi imajlarını şekillendirebilmektedir (Bingölbalı ve Monaghan 2008).

5.4 Öğretmenlerin Tüm Soruları İçin Kavram Tanımı ve Kavram İmajı Kullanım Durumları

Katılımcılara kare-yamuk (3), oran (6) ve fonksiyon (4) ile alakalı toplam 13 soru yöneltilmiş ve toplamda 195 cevap alınmıştır. Bu cevapların 68 tanesi (%34) kavram

tanımı, 97 tanesi (%50) kavram imajı, 7'si tanıma uygun (%4) ve 23 tanesi (%12) ise boş hücre biçiminde olmuştur. Tüm sorular için ilköğretim matematik öğretmenlerinden 31 kavram tanımı, 33 kavram imajı ve 1 tane tanıma uygun cevabı elde edilmiştir. Lise matematik öğretmenleri 34 kavram tanımı, 25 kavram imajı ve 6 tane tanıma uygun cevap sunmuştur. Diğer branş öğretmenlerinden 3 kavram tanımı, 39 kavram imajı ve 23 bilmiyorum cevabı elde edilmiştir. Vinner (1983)'ın belirttiği gibi bir bireyin zihninde kavram tanımının veya kavram imajının aktif olması, soruya veya probleme verilen çözüm/cevabı şekillendirmektedir. Bu durum özellikle diğer branş öğretmenlerinin bilmiyorum/fikrim yok cevabı üzerinden kendini belirgin bir şekilde ortaya koymaktadır.

5. 5 Öneriler

Araştırmanın bulgularına dayanarak, öğretmenlerin matematiksel problem çözme sürecinde kavram imajı veya kavram tanımını kullanma eğilimlerine yönelik çeşitli önerilerde bulunulabilir. Öncelikle, öğretmenlerin kavram tanımlarını etkin kullanma becerilerini geliştirmek için özel mesleki gelişim programları düzenlenmelidir. Bu programlarda, kavramların derinlemesine anlaşılması ve bu bilgilerin problem çözme sürecinde nasıl uygulanabileceği farklı ve özellikle aykırı örnek durumları üzerinden ele alınmalıdır. Dolayısıyla mesleki gelişim eğitimlerinde kavram tanımları ve imajlarının etkili kullanımı üzerine odaklanılmalıdır.

Öğretmenlerin etkinlik, problem ve soru çözümlerinde kavram tanımları ve kavram imajları kullanma ve bunlar arasındaki etkileşim biçimleri hakkında farklı kavramlar özelinde derinlemesine nitel araştırmaların yapılması önerilmektedir. Bu tür araştırmalar, öğretmenlerin kavram tanımı ve kavram imajından nasıl faydalandıklarını ortaya koyabilir. Özellikle aykırı örnek durumlarında öğretmenlerin kavram tanımını nasıl anlamlandırdıkları anlaşılabilir.

Yapılan alanyazın taramasının sonuçları ile çalışmamın sonuçlarına göre, öğrencilerin kavram yanlışlarını gidermek için hem kavram imajını hem de kavram tanımını güçlendiren öğretim stratejilerinin kullanılmasının önemini ortaya çıkarmıştır.

Bu tez çalışması öğretmen yetiştiren üniversite öğretim elemanları için de önemli bazı

bulgular ortaya koymaktadır. Öğretim elemanları derslerinde kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki farkları ve bu iki bilişsel yapının öğretim süreçlerindeki önemini vurgulayabilir. Öğretmen adaylarının kavramsal anlayışlarını derinleştirmek için kavram imajlarını güçlendirecek öğretim stratejileri benimsenebilir. Bu amaçla, uygulamalı çalışmalar ve problem çözme etkinlikleri düzenlenerek, öğretmen adaylarının kavramların hem tanımları hem de imajları ile tecrübe yaşamaları sağlanabilir. Ayrıca, bu tür çalışmalar öğretmen adaylarına, öğrencilerinin kavram yanılgılarını tespit etme ve düzeltme yeteneği de kazandırabilir. Eğitim programlarının içeriği, öğretmen adaylarının kavram imajı ve tanımı üzerine daha fazla düşüncelerini ve bu kavramları öğretimde etkili bir şekilde kullanabilmelerini sağlayacak şekilde yeniden yapılandırılabilir. Bu tür bir yaklaşım, gelecekteki öğretmenlerin, öğrencilerinin matematiksel kavramları daha iyi anlamalarına ve uygulamalarına yardımcı olabilir.

Son olarak, kavram tanımlarının ve imajlarının kullanım biçimlerinin öğretimde ve öğrenci öğreniminde etkilerini araştıran daha fazla çalışma yapılmalıdır. Bu şekilde öğretmenlerin kavram tanımı ve kavram imajı tercih biçimleri ile öğrenci öğrenmeleri arasındaki ilişki araştırma eksenli ortaya konulabilir. İlave olarak bu çalışmada oran kavramının tanımı daha çeşitli cevapların/imajların sunulmasına yol açmıştır. Bu da oran kavramının fonksiyon, kare ve yamuk kavramlarıyla karşılaştırıldığında daha esnek bir şekilde tanımlanmasından kaynaklanmaktadır. Kavramların özellikleri ile bu özelliklerin katılımcıların kavrayışlarında yol açtığı çeşitlilik/imajlar ve bunların nedenleri ileri araştırmalara konu edilebilir.

5.6 Çalışmanın Sınırlılıkları

Bu çalışmada, öğretmenlerin kavram tanımları ve kavram imajları tercihlerini anlamak amacıyla yapılan çalışmanın veri toplama sürecinde bazı sınırlılıkları bulunmaktadır. Öncelikle, çalışmanın örneklem grubunun sınırlı sayıda öğretmeni kapsamaması, elde edilen sonuçların daha geniş bir öğretmen kitlesine aktarılabilirliğini kısıtlamaktadır. Bu durum, araştırmanın yalnızca belirli bir grup öğretmenin kavrayışlarını yansıttığı anlamına gelir ve bu grubun bulgularının tüm öğretmenleri temsil ettiğini söylemek zordur.

Buna ek olarak, araştırma sürecinde kullanılan veri toplama yönteminin, aracının ve bu

aracın içerdđi soruların sınırlılıkları da dikkate alınmalıdır. Öğretmenlerden elde edilen cevapları sorulan sorular, soruların sorulma biçimi ve soruların sorulma formatı (anket, mülakat) şekillendirebilmektedir. Bu sebeple, daha kapsamlı ve derinlemesine analizler için çeşitli ve ek veri toplama yöntem ve araçlarının kullanılması gerekebilir. Bu sınırlamaların farkında olarak, ileri araştırmaların farklı öğretmen grupları ile ve farklı veri toplama teknikleri ile yapılması sonuçların güvenilirliğini ve aktarılabilirliğini artırabilir.



6. KAYNAKLAR

- Akar H, 2016, Durum çalışması. Ed: Saban A. Ve Ersoy A. Eğitimde nitel araştırma desenleri, Anı Yayıncılık, Ankara.
- Akçay S, 2009, İlköğretim Fen Bilgisi Öğretmen Adaylarının Biyoloji Alan Bilgisi Yeterliliği. Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Akkoç H, 2005, Fonksiyon Kavramının Anlaşılması: Çoğul Temsiller ve Tanımsal Özellikler, Eğitim Araştırmaları Dergisi, 20(5), 1-14.
- Altıparmak K, Gürcan G, 2021, Examination of 4th Grade Students' Definitions for Square, Rectangle and Triangle Geometric Shapes. In: Education Quarterly Reviews, Vol.4, No.3, 304-321.
- Altun M, 2002, İlköğretim İkinci Kademedeki (6, 7 ve 8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi, Alfa Basım Yayım Dağıtım, İstanbul.
- Avgören S, 2011, Farklı Sınıf Seviyelerindeki Öğrencilerin Katı Cisimler (prizma, piramit, koni, silindir, küre) ile İlgili Sahip oldukları Kavram İmajı, Yüksek Lisans Tezi, 154s, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Ayaz Ü B, 2016, Ortaokul Öğrencilerinin Dörtgenlere İlişkin Kavram İmajları, Yüksek Lisans Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya.
- Aydeniz F, 2011, Öğretmen Adaylarının Eğitim Kavramı ile İlgili Sahip Oldukları Kavram İmajlarının ve Matematiksel Anlayışlarının İncelenmesi Üzerine Bir Durum Çalışması, Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, 154s, Ankara.
- Aydın M, Köğçe D, 2008, Öğretmen Adaylarının Denklem ve Fonksiyon Kavramlarına İlişkin Algıları, Y. Y. Ü. Eğitim Fakültesi Dergisi 5, 46-58.
- Bayazıt İ, Aksoy Y, 2010, Öğretmenlerin Fonksiyon Kavramı ve Öğretimine İlişkin Pedagojik Görüşleri, Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 9(3), 697-723.
- Bektaş O, Eroğlu S, 2016, STEM Eğitimi Almış Fen Bilimleri Öğretmenlerinin Stem Temelli Ders Etkinlikleri Hakkındaki Görüşleri, Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi-Journal of Qualitative Research in Education, 4(3), 43-67.
- Bingölbali E, 2016, Kavram Tanımı ve Kavram İmajı, Matematik Eğitiminde Teoriler, 136-148, Pegem Akademi, Ankara.
- Bingölbali E, Monaghan J, 2008, Concept image revisited. Educational Studies in

Mathematics, 68, 19–35.

- Birgin O, Özkan K, 2024, Comparing the Concept Images and Hierarchical Classification Skills of Students at Different Educational Levels Regarding Parallelograms: A Cross-sectional Study, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 55:4, 850-882.
- Breen S, Larson N, O'Shea A, Pettersson K, 2015, Students' Concept Images of Inverse Functions, Konrad Krainer; Nad'a Vondrová, CERME 9 — Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Feb 2015, Prague, Czech Republic. Pp.2228-2234, Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education.
- Cai J, Wang T, 2006, U.S. and Chinese teachers' Conceptions and Constructions of Representations: A Case of Teaching Ratio Concept, *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4, 145-186.
- Çakıroğlu E, 2013, Matematik Kavramlarının Tanımlanması, Zembat İ Ö, Özmentar M F, Bingölbalı E, Şandır H, ve Delice A (Ed.), Tanımları ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar (2. Baskı) (s. 1-13) içinde, Pegem Akademi, Ankara.
- Çekmez E, Yıldız C, Bütünler S Ö, 2012, Fenomenografik Araştırma Yöntemi (Phenomenographic Research Method), Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 6, 77–102.
- Çetin İ, 2009, 7. Ve 9. Sınıf Öğrencilerinin Oran ve Orantı Konusundaki Kavram Yanılgıları, Yüksek Lisans Tezi, 169, Selçuk Üniversitesi, Konya.
- Çontay E G, Duatepe Paksu A, 2022, 8. Sınıf Öğrencilerinin Karenin Tanımıyla İlişkili Algıları, *Erciyes Journal of Education*, 6(2), 166-190.
- Demirel Ö, 2012, Eğitim Sözlüğü, 5.Baskı, Pegem Yayıncılık, Ankara.
- Doğan A, Çetin İ, 2009, Doğru Ve Ters Orantı Konusundaki 7. Ve 9. Sınıf Öğrencilerinin Kavram Yanılgıları. *Uşak Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 2(2), 118-128.
- Doğan A, Özkan K, Çakır N K, Baysal D, 2012, İlköğretim İkinci Kademe Öğrencilerinin Yamuk Kavramına Ait Yanılgıları ve Bu Yanılgıların Sınıf Seviyelerine Göre Değişimi. *Uşak Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 5(1), 103-115.
- Doğruel A B, Karakuş F, 2022, Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Oran-Orantı Konusuyla İlgili Alan Bilgilerinin İncelenmesi. *Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 24(3), 885-904.

- Eraslan A, 2005, A Qualitative Study: Algebra Honor Students' Cognitive Obstacles As They Explore Concepts Of Quadratic Functions. (Ph.D Thesis, The Florida State University)
- Ercan İ, Kan İ, 2004, Ölçeklerde Güvenirlik ve Geçerlik, Uludağ Üniversitesi Tıp Fakültesi, 30 (3), 211-216.
- Erden M, Akman Y, 1997, Eğitim psikolojisi: Gelişim-öğrenme-öğretme (4.baskı), Arkadaş Yayınevi, Ankara.
- Erdoğan G, 2017, Lise Matematik Öğretmenlerinin Noktada Türev ve Türev Fonksiyonu Hakkındaki Kavram İmajları, Yüksek Lisans Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, 89s, Konya.
- Erol R, 2022, Matematik Eğitimcileri Ve Matematik Öğretmen Adaylarının Eğitim, Değişim Oranı Ve Türev Hakkındaki Kavram İmajlarının İncelenmesi, Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi, 218, Ankara.
- Erşen Z B, Karakuş F, 2013, Sınıf Öğretmeni Adaylarının Dörtgenlere Yönelik Kavram İmajlarının Değerlendirilmesi, Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 4(2), 124-146.
- Ertekin E, Öner A, 2015, İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Periyot Kavramıyla İlgili Kavram İmajları, GEFAD / GUJGEF, 35(2), 333-353.
- Gray E, Pitta D, Tall D, 2000, Objects, Actions and Images: A Perspective on Early Number Development. Journal of Mathematical Behavior, 18(4), 1–13.
- Gökçe O, 2006, İçerik Analizi: Kuramsal ve Pratik Bilgiler (1. Baskı), Siyasal Kitabevi, Ankara.
- Halas Z, Robová J, Moravcová V, Hromadová J, 2019, Students' Concepts of the Trapezoid at the End of Lower Secondary Level Education, Open Education Studies, 2019; 1: 184–197.
- Hart D K, 1991, Building Concept Images—Supercalculators and Students' use of Multiple Representations in Calculus, Doctoral Dissertation, Oregon State University, USA.
- Hershkowitz R, Vinner S, 1980, Concept Images and Common Cognitive Paths in the Development of Some Simple Geometrical Concepts, Proceedings of the 4th PME Conference, 8.
- Horzum T, 2018, Matematik Öğretmeni Adaylarının Dörtgenler Hakkındaki

- Anlamalarının Kavram Haritası Aracılığıyla İncelenmesi, Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT), 9(1), 1-30.
- Kaplan A, İşleyen T, Öztürk M, 2011, 6. Sınıf Oran Orantı Konusundaki Kavram Yanılgıları, Kastamonu Education Journal, 19(3), 953-968.
- Kaymakcı Üstüner K, 2022, İnternette Yayınlanan Ortaokul Matematik Ders Anlatım Videolarındaki Analojilerin Kavram Tanımı ve Kavram İmajı Çerçevesinde İncelenmesi, Anadolu Üniversitesi, Yüksek Lisans Tezi, 273s, Eskişehir.
- Kleiner I, 1989, Evolution of the Function Concept: A Brief Srvey, The College of Mathematics Journal, 20(4), 282-300.
- Koçak R, 2020, İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Temel Geometrik Kavramlara Yönelik Kavram İmajlarının İncelenmesi, Yüksek Lisans Tezi, Kırıkkale Üniversitesi, 112s, Kırıkkale.
- Lambertus A J, 2007, Students' Understanding of the Function Concept: Concept Images and Concept Definitions, A Thesis Submitted to the Graduate Faculty of North Carolina State University in Partial Fulfillment of the Requirements, for the Degree of Master of Science
- Milli Eğitim Bakanlığı ,2018, Matematik dersi öğretim programı. Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.
- Merriam S B, 2013, Nitel Araştırma: Desen ve Uygulama İçin Bir Rehber, Nobel Akademik Yayıncılık, 308s, Ankara
- Öner A, 2013, Bilgisayar Destekli Öğretimin İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Trigonometrik Fonksiyonların Periyotlarıyla İlgili Kavram İmajlarına Etkisi, Yüksek Lisans Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, 136s, Konya.
- Öner A, Ertekin E, 2015, İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Periyot Kavramıyla İlgili Kavram İmajları, Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 35(2), 333-353.
- Özdaş A, Tangül K, Kabael T, Barak B, 2015, Öğrencilerin Limit Kavramına Yönelik Kavram İmajları ve Kavram Tanımları, Anadolu Journal of Educational Sciences International, 5(1), 88-114.
- Öztoprakçı S, Çakıroğlu E, 2013, Dörtgenler. Zembat İ Ö, Özmentar M F, Bingölbalı E, Şandır H, ve Delice A (Ed.), Tanımları ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel

- Kavramlar (2. Baskı) (s. 249-272) içinde, Pegem Akademi, Ankara.
- Polat Z S, Şahiner Y, 2007, Bağıntı ve Fonksiyonlar Konusunda Yapılan Yaygın Hataların Belirlenmesi ve Giderilmesi Üzerine Boylamsal Bir Çalışma, Eğitim ve Bilim Dergisi, 32(146), 89-95.
- Przenioslo M, 2004, Images of the Limit of Function Formed in The Course of Mathematical Studies at the University. Educational Studies in Mathematics, 55, 103–132.
- Sarıkaya Y, 2005, Fen Bilgisi Öğretmen Adaylarının Fonksiyon Kavramı Kapsamında Matematiksel Yeterlilikleri ve Bu Kapsamdaki Matematiksel Bilgilerini Fen Problemlerinin Çözümünde Kullanabilirliklerinin Araştırılması, Yüksek Lisans Tezi, 162s, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Sharifah Norul Akmar S Z, 2022, Conceptions of Ratio and Proportions among Year Five Pupils: Case Study, Malaysian Online Journal of Educational Sciens, 10(1), pp.11-23.
- Shriki A, David H, 2001, How do Mathematics Teachers (inservice and pre-service) Perceive the Concept of Parabola? Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Utrecht. Netherland. Vol 4, 169-176.
- Soğancı Ö, 2006, Matematik Öğreniminde ve Öğretiminde Öğretmen Adaylarının Matematiksel Tanımlara Yaklaşımları Üzerine Fenomenografik Bir Çalışma, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, 147s, Gazi Üniversitesi.
- Süzer V, 2011, Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Fonksiyon Kavramı İle İlgili Kavram Tanımı Ve İmajları Üzerine Bir Durum Çalışması, Yüksek Lisans Tezi, 97s, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Şahin M, Karakuş F, 2021, Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Oran ve Orantı Konusunun Öğretiminde Kullandıkları Örneklerin İncelenmesi, Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi, 10(4), 1605-1624.
- Şahin H, Masal M, 2021, Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel İfadeler ve Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler Konularına Ait Kavram İmajlarının İncelenmesi, Journal of Individual Differences in Education, 3(2), 74-96.
- Şavran T G, 2012, Toplum, Bilim Ve Yöntem, Suğur N. (Ed.), Sosyolojiye Giriş içinde Ünite 1, Anadolu Üniversitesi Yayınları, Eskişehir.

- Tall D, Vinner S, 1981, Concept Image And Concept Definition In Mathematics With Particular Reference To Limits And Continuity. Educational Studies in Mathematics, 12, 151-169.
- Tekin Sitrava R, 2017, Matematik Öğretmen Adaylarının Cebirsel İfadeler ve Denklemlere İlişkin Kavram İmajları, Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi, 6(2), 249-268.
- Temizöz Y, 2013, İlköğretim ve Ortaöğretim Öğrencilerinin Matematiksel Problem Çözme Sürecinde Kavramlar ile İlgili Anlayışlarının ve Kavram-İşlem Kullanımlarının Rolü, Doktora Tezi, 409s, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Türnüklü E, 2014, Concept Images of Trapezoid: Some Cases from Turkey. Education Journal, Vol. 3, No. 3, 2014, pp. 179-185. Doi: 10.11648/j.edu.20140303.19
- Usiskin Z, Griffin J, Witonsky D, Willmore E, 2008, The Classification of Quadrilaterals: A Study in Definition, Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Viirman O, Attorps I, Tossavainen T, 2010, Different Views – Some Swedish Mathematics Students' Concept Images of the Function Concept. Nordic Studies in Mathematics Education, 15 (4), 5–24.
- Vinner S, 1983, Concept Definition, Concept Image and Notion of Function. International Journal Mathematics Education Science Technology, 14(3), 293-305.
- Vinner S, 1991, The Role of Definitions in the Teaching and Learning of Mathematics, In D. Tall (Ed.), Advanced Mathematical Thinking, pp. 65-81, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Vinner S, Dreyfus T, 1989, Images and Definitions for the Concept of Function. Journal for Research in Mathematics Education, 20(4), 356-366.
- Yavuz İ, Hangül T, 2016, A Study on Engineering Students' Concept Images: What is a Function, Adıyaman University Journal of Educational Sciences, 6(2), 231-254.
- Yıldırım A, Şimşek H, 2016, Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri. Seçkin Yayıncılık, Ankara.
- Zandieh M J, 1997, The Evolution of Student Understanding of the Concept of Derivative, Doctoral dissertation, Oregon State University, USA.

İnternet Kaynakları

- 1- <http://tdkterim.gov.tr/bts/>, 03.06.2024.
- 2- https://ders.eba.gov.tr/ders/proxy/VCollabPlayer_v0.0.1015/index.html#/main/bookView?tab=enriched, 17.07.2024



EKLER

EK 1.Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Kurulu Kararları

Evrak Tarih ve Sayısı: 01.11.2022-137586

T.C.
AFYON KOCATEPE ÜNİVERSİTESİ
FEN VE MÜHENDİSLİK BİLİMLERİ BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİĞİ
KURULU KARARLARI

TOPLANTI SAYISI:20

KARAR TARİHİ: 31.10.2022

KARAR 2022/36

Üniversitemiz Eğitim Fakültesi öğretim elemanı Doç. Dr. Erhan BİNGÖLBALİ tarafından yürütülen (Diğer Araştırmacılar: Gülbey BULDUK), “*Kavram Tanımı Mı Yoksa Kavram İmajı Mı?: Matematiksel Problem Çözme Sürecinde Öğretmenlerin Tercihleri*” başlıklı **yüksek lisans tezi** kapsamında kullanılacak veri toplama araçlarının, etik açıdan sakıncalı olmadığına, katılanların oy birliği ile karar verildi.

ASLI GİBİDİR

e-imzalıdır
Prof. Dr. İbrahim MUTLU
Fen ve Mühendislik Bilimleri Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Kurulu Başkanı

EK 2. Bilgilendirilmiş Gönüllü Onam Formu

Afyon Kocatepe Üniversitesi

Fen ve Mühendislik Bilimleri Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Kurulu

BİLGİLENDİRİLMİŞ GÖNÜLLÜ ONAM FORMU

Sizi aşağıda künyesi belirtilen araştırmaya davet ediyoruz.

Araştırmanın Başlığı: Kavram Tanımı Mı Yoksa Kavram İmajı Mı?: Matematiksel Problem Çözme Sürecinde Öğretmenlerin Tercihleri

Araştırmanın Danışmanının Adı Soyadı: Erhan BİNGÖLBALİ

Diğer Araştırmacıların veya Öğrencinin/Öğrencilerin Adı Soyadı: Gülbey BULDUK

Araştırmada sizden tahminen ayırmanız istenen tahmini süre: 45dakika

Araştırmaya sizinle birlikte katılacak tahmini kişi sayısı: 15

Bu araştırmanın amacı matematik öğretmenleri ile matematik öğretmenliği branşı dışındaki öğretmenlerin matematiksel problem çözme sürecinde kavram imajı ve kavram tanımı kullanma tercihleri ve biçimleri irdelemektir.

Bu çalışmaya katılmak tamamen GÖNÜLLÜLÜK esasına dayanmaktadır.

- Çalışmanın amacına ulaşması için sizden beklenen, bütün soruları eksiksiz, kimsenin baskısı veya telkini altında olmadan, size en uygun gelen cevapları içtenlikle vermenizdir. Bu formu okuyup onaylamanız, araştırmaya katılmayı kabul ettiğiniz anlamına gelecektir. Ancak, çalışmaya katılmama veya katıldıktan sonra herhangi bir anda çalışmayı bırakma hakkına da sahiptir.
- Bu çalışmadan elde edilecek bilgiler tamamen araştırma amacı ile kullanılacaktır. Ancak, araştırma sonucunda elde edilen veriler, kişisel veriler gizli tutulmak kaydıyla yayın amacı ile kullanılabilir.
- Eğer araştırmanın amacı ile ilgili verilen bu bilgiler dışında şimdi veya sonra daha fazla bilgiye ihtiyaç duyarsanız araştırmacıya şimdi sorabilir veya iletişim bilgilerinden ulaşabilirsiniz.
- **Kişi ve kurumları aşağılayan, rencide eden veya hakaret içeren cevaplar değerlendirmeye alınmayacaktır.**

Katılımcı / Velisi / Vasisi tarafından doldurulacak ²	☐ Yukarıda yer alan ve araştırmadan önce katılımcıya verilmesi gereken bilgileri okudum ve katılmam istenen çalışmanın kapsamını ve amacını, gönüllü olarak üzerime düşen sorumlulukları anladım.	
	☐ Çalışma hakkında yazılı ve sözlü açıklama aşağıda adı belirtilen araştırmacı / araştırmacılar tarafından yapıldı.	
	☐ Bana, çalışmanın muhtemel riskleri ve faydaları sözlü olarak da anlatıldı.	
	☐ Kişisel bilgilerimin özenle korunacağı konusunda yeterli güven verildi.	
	☐ Bu koşullarda araştırmaya kendi isteğimle, hiçbir baskı ve telkin olmaksızın katılmayı kabul ediyorum	
	Araştırma tamamlandığında genel/özel sonuçların benimle paylaşılmasını	İstiyorum ☐ İstemiyorum ☐
	3.Kişilerin benimle iletişime geçebilmesi için “ortak katılımcı havuzuna” aktarılmasını.	Kabul ediyorum ☐ Kabul etmiyorum ☐
	Adı-Soyadı / Katılımcı Kod*	
e-posta		
Telefon		
Tarih		
İmzası		

*İsmi gizli kalması istenen durumlarda katılımcıya kod verilecektir.

Araştırmacı tarafından doldurulacak	Katılımcının kişisel bilgilerinin gizli tutulacağını ve gizlilik ihlali durumunda ortaya çıkacak sorumluluğu kabul ettiğimi beyan ederim. (sadece bir araştırmacı veya sorumlunun bilgileri yazılmalıdır, imzaya başvuru aşamasında gerek yoktur)	
	Adı-Soyadı	Gülbey BULDUK
	e-posta	gulbeybulduk@gmail.com
	Telefon	
	Tarih	
	İmzası	

XXXXXX

EK 3. Veri Toplama Aracı

Veri Toplama Aracı

Kare-Yamuk

1) Sizce kare ile yamuk arasında bir ilişki var mıdır? Açıklayınız. [Yok cevabı geldiğinde, A Sorusu, Var cevabı geldiğinde, nasıl bir ilişki olduğu sorulur. B sorusu yönlendirilir]

A) Merve öğretmen karenin özel bir yamuk olduğunu iddia etmektedir. Bu öğretmenin iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız.

B) Balkan öğretmen karenin özel bir yamuk olmadığını iddia etmektedir. Bu öğretmenin iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız.

2) Kare Nedir? Tanımlayınız.

3) Yamuk Nedir? Tanımlayınız.

Oran

1) Sizce $\frac{-1}{2}$ bir oran belirtir mi? Açıklayınız. [Hayır cevabı geldiğinde A sorusu, Evet cevabı geldiğinde B sorusu yönlendirilir.]

A. Doruk Öğretmen $\frac{-1}{2}$ 'nin oran belirttiğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız.

B. Yusuf Öğretmen $\frac{-1}{2}$ 'nin oran belirtmediğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız.

2) $\frac{0}{3}$ sizce bir oran belirtir mi? Açıklayınız. [Hayır cevabı geldiğinde A sorusu, Evet cevabı geldiğinde B sorusu yönlendirilir.]

A. Arzu Öğretmen $\frac{0}{3}$ 'ün oran belirttiğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız.

B. Ebru Öğretmen $\frac{0}{3}$ 'ün oran belirtmediğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız.

3) $\frac{5}{3}$ sizce bir oran belirtir mi? Açıklayınız. [Hayır cevabı geldiğinde A sorusu, Evet cevabı geldiğinde B sorusu yönlendirilir.]

A. Samet Öğretmen $5/3$ 'ün oran belirttiğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız.

B. Emre Öğretmen $5/3$ 'ün oran belirtmediğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız.

4) $\sqrt{2}$ sizce bir oran belirtir mi? Açıklayınız. [Hayır cevabı geldiğinde A sorusu, Evet cevabı geldiğinde B sorusu yönlendirilir.]

A. Fatma Öğretmen $\sqrt{2}$ 'nin oran belirttiğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız.

B. Ekrem Öğretmen $\sqrt{2}$ 'nin oran belirtmediğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız.

5) $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ sizce bir oran belirtir mi? Açıklayınız. [Hayır cevabı geldiğinde A sorusu, Evet cevabı geldiğinde B sorusu yönlendirilir.]

A. Ege Öğretmen $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ 'ün oran belirttiğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız.

B. Hayat Öğretmen $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ 'ün oran belirtmediğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız.

6) Oran nedir? Tanımlayınız.

Fonksiyon

1) Reel sayılar kümesinde, $x=2$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız.
[Hayır cevabı geldiğinde A sorusu, Evet cevabı geldiğinde B sorusu yönlendirilir.]

A. Doruk Öğretmen $x=2$ doğrusunun fonksiyon belirttiğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız.

B. Yusuf Öğretmen $x=2$ doğrusunun fonksiyon belirtmediğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız.

2) Reel sayılar kümesinde, $f(x) = 2x + 1$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız. [Hayır cevabı geldiğinde A sorusu, Evet cevabı geldiğinde B sorusu yönlendirilir.]

A. Merve Öğretmen $f(x) = 2x + 1$ doğrusunun fonksiyon belirttiğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız.

B. Esra Öğretmen $f(x) = 2x + 1$ doğrusunun fonksiyon belirtmediğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız.

3) Reel sayılar kümesinde, $y=\frac{5}{2}$ doğrusu sizce bir fonksiyon belirtir mi? Açıklayınız.
[Hayır cevabı geldiğinde A sorusu, Evet cevabı geldiğinde B sorusu yönlendirilir.]

A. Esat Öğretmen $y=\frac{5}{2}$ doğrusunun fonksiyon belirttiğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız.

B. Osman Öğretmen $y=\frac{5}{2}$ doğrusunun fonksiyon belirtmediğini iddia etmektedir. Öğretmenin bu iddiasına karşılık nasıl cevap verirdiniz? Açıklayınız.

4) Fonksiyon nedir? Tanımlayınız.