

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

**KAVRAMSAL ve İŞLEMSEL BİLGİ BAĞLAMINDA LİSE
ÖĞRENCİLERİNİN CEBİR BİLGİLERİNİN
DEĞERLENDİRİLMESİ**

Taliha KARTAL

96784

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünce

“Yüksek Lisans”

Ünvanı Verilmesi İçin Teslim Edilen Tezdir.

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 28.07.2000

Tezin Savunma Tarihi : 15.09.2000

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Adnan BAKİ

Jüri Üyesi : Doç. Dr. Salih ÇEPNİ

Jüri Üyesi : Doç. Dr. Alipaşa AYAS

TC. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ

Enstitü Müdürü : Prof. Dr. Asım KADIOĞLU

Trabzon 2000

ÖNSÖZ

Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebirsel bilgilerinin doğasının değerlendirildiği bu çalışma, K.T.Ü. Fatih Eğitim Fakültesi Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalında yapılmıştır.

Yüksek lisans ve tez danışmanlığımı üstlenerek, gerek konu seçimi, gerekse çalışmaların yürütülmesi sırasında ilgisini esirgemeyen sayın hocam Doç. Dr. Adnan BAKİ'ye teşekkürü borç bilirim.

Çalışmalarım sırasında gerekli kolaylığı gösteren Trabzon Sürmene Lisesi Müdürü sayın O. Nuri ALİOĞLU ve Müdür Yardımcısı sayın Yılmaz ÖZBEN'e teşekkür ederim.

Ayrıca çalışmalarım boyunca yardımlarını esirgemeyen Öğr. Gör. Emine TİRYAKİ'ye, Arş. Gör. Derya ÇELİK'e, Arş. Gör. Bahar ÖZTEKİN'e, Arş. Gör. Ebru GÜVELİ ve eşi Arş. Gör. Hasan GÜVELİ'ye, Arş. Gör. İbrahim BUDAK'a, uygulamalarımı gerçekleştiren öğretmen arkadaşlarıma ve çalışmalarım sırasında bana destek olan aileme teşekkürlerimi sunarım.

Taliha KARTAL

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ.....	II
İÇİNDEKİLER.....	III
ÖZET.....	V
SUMMARY.....	VI
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	VII
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	VIII
1. GENEL BİLGİLER.....	1
1.1. Giriş.....	1
1.1.1. Araştırma Problemi.....	2
1.1.2. Araştırmanın Amacı.....	3
1.1.3. Araştırmanın Önemi.....	4
1.1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları.....	5
1.2. Matematik Eğitimi.....	5
1.2.1. Uygulamalı ve Teorik Matematik.....	11
1.3. Matematik Öğretmenlerinin ve Öğrencilerin Matematik Hakkındaki Görüşleri.....	12
1.3.1. Öğrencilerin Matematik Hakkındaki Görüşleri.....	13
1.3.2. Matematik Öğretmenlerinin Matematik Hakkındaki Görüşleri.....	15
1.4. Matematik Öğretimde Felsefi Görüşler.....	16
1.5. Matematikte Öğrenme ve Öğretme.....	18
1.6. Matematiksel Bilginin Yapısı.....	21
1.6.1. Matematikte Kavram ve İşlem Bilgisini Tanıtma.....	22
1.6.1.1. Kavramın Tanımı ve Öğretimi.....	22
1.6.1.2. Kavram Bilgisi.....	24
1.6.1.3. İşlem Bilgisi.....	26
1.6.1.4. Kavramsal ve İşlemsel Bilgi Arasındaki İlişki.....	27
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR.....	34
2.1. Yöntem.....	34
2.1.1. Özel Durum Çalışması.....	34
2.1.2. Çalışma Planının Hazırlanması.....	35
2.2. Evren ve Örneklem.....	36

2.3.	Araştırmada Kullanılan Soruların Geliştirilmesi.....	36
2.3.1.	Pilot Çalışma.....	36
2.3.2.	Başarı Testlerinin Uygulanması.....	40
2.4.	Gözlem Yöntemi.....	40
2.4.1.	Öğrenciler Üzerinde Yapılan Gözlemler.....	40
2.5.	Verilerin Analizi.....	41
2.5.1.	Yazılı Cevap Gerektiren Soruların Analizi.....	41
3.	BULGULAR.....	55
3.1.	İşlem Bilgisi Gerektiren Sorulardan Elde Edilen Bulgular.....	55
3.2.	Kavram Bilgisi Gerektiren Sorulardan Elde Edilen Bulgular.....	84
3.3.	Öğrenciler Üzerinde Yapılan Gözlemlerden Elde Edilen Bulgular.....	114
3.4.	İrdeleme.....	117
4.	SONUÇLAR.....	121
5.	ÖNERİLER.....	124
6.	KAYNAKLAR.....	127
7.	ÖZGEÇMİŞ.....	130

ÖZET

Bu çalışma; lise öğrencilerinin cebirsel bilgilerinin doğasını, işlem ve kavram bilgisi bağlamında değerlendirmek amacı ile planlanmıştır.

Bu amaçla lise 1 müfredatından seçilen bağıntı-fonksiyon-işlem, sayılar, polinomlar, çarpanlarına ayırma ve birinci dereceden denklemler konularına ait on'ar soruluk işlem ve kavram bilgisi gerektiren iki ayrı başarı testi ve öğrencilerin cebir bilgilerini işlemsel ve kavramsal bilgi bağlamında karakterize eden ölçekler Sürmene Lisesi'nde yapılan pilot çalışmalar sonucunda geliştirilmiştir. Geliştirilen başarı testleri beş lisede lise 2 ve lise 3 öğrencisi olmak üzere toplam 250 öğrenciye uygulanmıştır. Aynı zamanda araştırmacı öğretmen yöntemiyle araştırmacı tarafından Sürmene Lisesi'nde aynı konuları öğrenen öğrencilerin bilgileri sınıf içi gözlemlerle tanınmaya çalışılmıştır.

Uygulanan başarı testleri ve yapılan gözlemler sonucunda elde edilen veriler, geliştirilen ölçeğe göre gruplandırılarak, değerlendirilip yorumlanmıştır. Elde edilen önemli sonuçlar aşağıdaki gibi özetlenmiştir:

Çoğu öğrencinin cebirsel bilgilerinde kavram ve işlem bilgilerinin dengeli olmadığı, işlem bilgisinin ağırlıklı olduğu ortaya çıkmıştır. Kavram bilgisine sahip olan öğrencilerin işlem bilgilerinin de gelişmiş olduğu, buna karşın kavram bilgisine sahip olmayan öğrencilerde işlem bilgisinin olmadığı görülmüştür. Buradan öğrencilerin cebirsel bilgilerinin doğası işlemsel öğrenmeye dayandığı sonucuna varılmıştır.

Bu sonuçlar doğrultusunda matematiksel anlama, öğrencinin formülleri bilmesi, hesaplamaları doğru yapması ile değil, kavramları, işlemleri anlamasına ve matematiksel düşünmesinin gelişmesine bağlıdır. Bu da okul matematiğinde işlemsel çözüm yollarına değil kavram ve ilişkilere önem vermekle mümkün olur. Okul matematiği böyle bir matematiksel anlamayı gerçekleştirememektedir. Yani matematiksel öğrenme işlemsel değil, işlem ve kavram bilgisine dengeli bir şekilde yer veren kavramsal öğrenme ile gerçekleşmelidir.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel Öğrenme, İşlem ve Kavram Bilgisi, İşlemsel ve Kavramsal Öğrenme.

SUMMARY

Evaluation of The High School Students' Algebraic Knowledge in Terms of Procedural and Conceptual Knowledge.

The aim of the study is to evaluate the nature of algebraic knowledge of high school students in terms of procedural and conceptual knowledge.

For this purpose, two different questionnaires had been developed including ten algebra questions selected from numbers polinoms, factoring, functions and linear equations in 9 th grade Mathematics Curriculum as a result of the pilot study carried out at the Sürmene High School. These questionnaires were implemented to 250 students at 5 different high schools. In this meaning, knowledge of students who had learned the same things was tried to be understood through classroom by the researcher via action research method. In the light of data analysis the finding can be summarized as follows:

It is shown that most students' conceptual and procedural knowledge in algebra are not in balance. Students are much good at procedural knowledge. It has been appeared that who have enough conceptual knowledge in algebra had good performance in solving problems required procedural knowledge. On the other hand, students who lack of conceptual knowledge in algebra appeared to unsuccessful in solving the same problems. The students who have conceptual knowledge appeared to possess adequate procedural knowledge as well. In contrast, the students who have procedural knowledge appeared to not develop conceptual understanding in algebra. Thus, the nature of algebraic knowledge students appear to be based on procedural knowledge.

In the light of the findings, we can conclude that mathematical understanding rely on the conceptualizing mathematical procedures, structures and meanings rather than knowing how to use formulae and carrying out the calculation. School mathematics couldn't accomplish this kind of mathematical understanding. In order to do this, school mathematics should be based on conceptual understanding rather than procedural understanding. So, mathematical learning isn't just procedural. It should be in balance between procedural and conceptual knowledge.

Key Words: Mathematical Learning, Procedure and Concept Knowledge, Learning of Procedural and Conceptual.

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa No

Şekil 1.	Bilginin hafızada işlemsel ve kavramsal olarak öğrenilmesi.....	20
----------	---	----



ÇİZELGELER DİZİNİ

Sayfa No

Çizelge 1.	İşlem sorusu 1 için gerçekleştirilen davranış dağılımı.....	55
Çizelge 2.	İşlem sorusu 2 için gerçekleştirilen davranış dağılımı.....	58
Çizelge 3.	İşlem sorusu 3 için gerçekleştirilen davranış dağılımı.....	63
Çizelge 4.	İşlem sorusu 4 için gerçekleştirilen davranış dağılımı.....	66
Çizelge 5.	İşlem sorusu 5 için gerçekleştirilen davranış dağılımı.....	69
Çizelge 6.	İşlem sorusu 6 için gerçekleştirilen davranış dağılımı.....	72
Çizelge 7.	İşlem sorusu 7 için gerçekleştirilen davranış dağılımı.....	74
Çizelge 8.	İşlem sorusu 8 için gerçekleştirilen davranış dağılımı.....	76
Çizelge 9.	İşlem sorusu 9 için gerçekleştirilen davranış dağılımı.....	79
Çizelge 10.	İşlem sorusu 10 için gerçekleştirilen davranış dağılımı.....	82
Çizelge 11.	Kavram sorusu 1 için gerçekleştirilen davranış dağılımı.....	84
Çizelge 12.	Kavram sorusu 2 için gerçekleştirilen davranış dağılımı.....	88
Çizelge 13.	Kavram sorusu 3 için gerçekleştirilen davranış dağılımı.....	91
Çizelge 14.	Kavram sorusu 4 için gerçekleştirilen davranış dağılımı.....	94
Çizelge 15.	Kavram sorusu 5 için gerçekleştirilen davranış dağılımı.....	97
Çizelge 16.	Kavram sorusu 6 için gerçekleştirilen davranış dağılımı.....	99
Çizelge 17.	Kavram sorusu 7 için gerçekleştirilen davranış dağılımı.....	102
Çizelge 18.	Kavram sorusu 8 için gerçekleştirilen davranış dağılımı.....	105
Çizelge 19.	Kavram sorusu 9 için gerçekleştirilen davranış dağılımı.....	108
Çizelge 20.	Kavram sorusu 10 için gerçekleştirilen davranış dağılımı.....	112

1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

Bilim ve teknolojinin akıl almaz bir hızla geliştiği, yapay zeka ile çalışan akıllı makinelerin yaşamımızın hemen hemen her alanına girmiş olduğu 21. yüzyılın başındayız. Teknolojinin kullanımı ticaretin, sanayinin, yönetimin ve sosyal yaşamın doğasını çarpıcı bir şekilde değiştiriyor. Bu değişim önümüzdeki yıllarda daha da belirginleşecektir. İnsanlar günden güne yeni bilgiler, kavramlar ve deneyimlerle karşılaşmaktadır. İhtiyaç duyulan bilgiler sabit ve her zaman aynı olan bilgiler değildir. Bu durumda insanların teknolojik iletişimi anlayabilmeleri, bilinmeyenleri öğrenebilmeleri, karışık ve bazen zıtlaşan bilgileri yorumlayabilmeleri ve özümleyebilmeleri, onların çok çeşitli ve farklı bilgileri ilişkilendirerek öğrenebilme becerilerine bağlıdır. Bu becerileri matematiksel düşünme yeteneğiyle kazanmak mümkündür. Çünkü matematik, önemli bir düşünce aracı olarak gelişen teknolojik hayatta barınmamızı sağlamada vazgeçilmezdir. 21. yüzyıl toplumu; bütün öğrencilere kendini keşfedebilme, yaratıcı olabilme, değişen şartlara uyum sağlayabilme ve kendi becerilerini kullanarak yeni bilgiler üretebilme kısaca matematiksel okur yazar olmaları için fırsatların sunulduğu okullar beklemektedir. Teknolojinin ilerlemesine paralel olarak matematiğin teknolojideki uygulanım alanlarının artması, matematiğin kendi düzeni içinde büyümesine ve genişlemesine yol açtı.

Davis ve Hersh “Şu anda matematiksel üretimin altın çağının yaşandığını ve matematiğin yarısından fazlasının 2. Dünya savaşıdan sonra icat edildiğini” iddia etmektedirler (1). Yirminci yüzyıla baktığımızda; özellikle yirminci yüzyılın ikinci yarısında insanların hayatı, işi ve çevresi büyük bir hızla değişmiştir. Bu değişim bilimsel ve teknik alandaki gelişmelerin yansımasıdır. Bütün bu modern bilimsel gelişmelerin tabanında matematik vardır. Matematiğin etrafımızdaki değişimleri anlamada bize yardım eden güçlü bir potansiyelin olduğu gerçeğini şimdi çok açık bir şekilde görüyoruz. Hesap makineleri, operasyonel araştırma, büyük ticari kuruluşların idaresi, sosyoloji, antropoloji, psikoloji, dil bilimi, iletişim, ulaşım, tıp, ekonomi, teknik işler, mühendislik, mimarlık gibi birçok alanda da matematiksel bilgi kullanılmaktadır (2). Bilimsel ve teknolojik gelişim

dünya çapında olup bütün ülkeleri etkilemektedir. Bazı ülkeler üretim halindeyken diğer ülkelerin büyük çoğunluğu ülkemizde dahil olmak üzere büyük harcamalarla üretilenleri kendi bünyelerine almaktadırlar. Gelişmiş ülkelerde yeni bilgiler üretildikçe bizim sahip olduklarımız değerini kaybetmektedir. Gelişmiş ülkelerdeki hızlı bilgi üretimi nedeniyle kullandığımız teknolojiler aynı oranda özelliklerini yitirmektedir. Dünyada teknolojik gelişmeleri elinde bulunduran ülkeler süper güç durumundadırlar. Burada bilgi üretiminin değeri ortaya çıkmaktadır. Bilgi üretiminin olabilmesi için sağlam bir bilgi temeli olmalıdır. Sağlam bilgide öğrenilen bilgilerin özünün anlaşılmasıyla oluşur. Bu da bilgiyi yüzeysel değil, anlamlaştırarak, onu geçmiş tecrübelerle ilişkilendirerek öğrenmeyle mümkündür. Bir an bile beklemeyen bilim ve teknoloji trenini arkadan seyreden ülke konumuna düşmek istemeyen bütün ülkeler matematiğin gelişmesine özen gösteriyor ve gerek matematiğin kendisinde gerek onun olağanüstü uygulamalarını yapacak olan insanlar yetiştirmeye çalışıyorlar (3). Sonuçta bilimsel ve teknolojik gelişimi anlayan, kullanan ve yenilerini üreten bireydir. Bu bireye bilimsel düşünme becerisi ancak uygun nitelikteki eğitimle sağlanabilir. Matematiğin eğitimdeki önemi gittikçe artıyor ve buna paralel olarak matematiği kavramsal öğrenmenin de önemi artıyor. Matematikte işlemsel öğrenme görüşü matematiği öğrenciye doğrudan doğruya aktarılabilen hazır bir bilgi kabul eder. Buna karşın matematiğe kavramsal açıdan bakan görüş; matematiksel bilginin doğrudan öğretmen tarafından öğrenciye aktarılabilmesine karşı çıkarak gerçek matematiksel anlamaların bizzat öğrencinin kendi etkinliklerinden meydana gelebileceğini savunur (4).

1.1.1. Araştırma Problemi

Matematiğin insan tarafından keşfedilen bilişsel bir sistem oluşu onu soyut hale getiriyor. Matematiğin öğrencilere zor gelmesinin sebebi onun soyut olmasına bağlanabilir. Matematiksel başarı öğrencinin matematikle ilgili kavramları, işlemleri anlaması ve bu ikisi arasında ki bağları dengeli bir şekilde kurmasına bağlıdır. Bu denge kurulduğunda matematik kişilere ardışık, mantıklı fikir yürütme yeteneği, içgüdü ve sezgice anlaşılması zor durumlarla baş edebilme becerisi kazandırmaktadır.

Matematiği öğrenmek zihninizi sadece bilgiyle doldurmak değildir. O bilgiyi kendi düşüncelerinizi ortaya çıkaracak şekilde ve problem çözme becerileri geliştirmede kullanmaktır. Eğitim sistemimizdeki geleneksel öğretme yaklaşımları yaratıcılığı

cesaretlendirmede başarısız, onu köreltmede başarılı olmaktadır. Öğretmenler ve veliler çoğunlukla matematik dersinde en yüksek notu alan öğrencinin en iyi olduğunu söylerler. Ancak durum her zaman böyle değildir. Geleneksel öğretimde soru tiplerini ezberleyen öğrencide çok yüksek not alabilir. Bunun başarısını göz ardı edemeyiz. Fakat onun başarısı basit bir şekilde iyi ezberlediğini ortaya koyuyor. Öğrenciye sınıftan çıktıktan sonra bugün ne öğrendiğini sorsanız bunun cevabını bilemez. Bildiği tek şey sınavda ona yardımcı olacak teorileri ve formülleri ezberlemek için elinin altında bir kaynağının olduğudur. Gerçekte matematik için hedeflenen öğrenme bu değildir. Ezberci öğrenmede öğrenci iyi bir aynadır. Kendine gelenleri ustalıklı geriye yansıtır fakat kendisi herhangi bir şey üretmez. Bu da matematiğin yapısına uygun öğrenmenin amaçlarına ters düşmektedir. Matematiğin yapısına uygun öğrenmeyi şu üç başlık altında toplayabiliriz (5).

1. Öğrenci, matematikle ilgili kavramları anlar,
2. Öğrenci, matematikle ilgili işlemleri anlar,
3. Öğrenci, kavramlar ve işlemler arasındaki bağları kurar.

Bu genel amaçlara arzu edilen düzeyde ulaşamadığını bilmekteyiz. Bu amaçlara ülkemizde neden ulaşamadığını bilimsel yanıtlar bulabilmemiz için öncelikle şu soruların cevaplarının açıklığa kavuşması gerekir. Geleneksel sınıf ortamında öğrenciler matematiği nasıl öğreniyorlar? Öğrenciler matematik sorularının çözümünde etkili çözüm yolunu bulmada hangi tip bilgileri kullanıyorlar? Öğrencilerde matematiğin yapısına uygun öğrenme hangi düzeyde gerçekleştiriliyor? Bu soruların cevabı da doğrudan öğrencilerin sahip olduğu matematiksel bilginin karakterizasyonuna bağlıdır. Öğrencilerin matematik bilgisinin bir parçası olan cebir bilgisinin doğasını işlemsel ve kavramsal bilgi bağlamında karakterize etmek bu çalışmanın esas amacını oluşturmaktadır. Bu amaçla, araştırmanın problemi; “öğrencilerin kendilerine sunulan problemler karşısında cebir bilgileri işlemsel ve kavramsal bilgi düzeyinde nasıl ortaya çıkıyor?” şeklinde belirlenmiştir.

1.1. 2. Araştırmanın Amacı

Türkiye de matematik eğitiminin başarısızlığının nedenleri farklı şekilde açıklanmaktadır. Matematik eğitiminin başarısızlık nedenlerinin bilimsel olarak

tartışılabilmesi için öncelikle mevcut matematik öğrenimi sürecinde öğrencilerin kazandıkları matematiksel bilgilerinin doğasının iyi bilinmesi gerekir. Mevcut matematik öğretimi; öğrencilere hangi bilgi ve becerileri kazandırmaktadır? Bu çalışma, söz konusu tartışmaya bilimsel bir katkıda bulunmak amacıyla ortaöğretim öğrencilerinin cebirsel bilgilerinin doğasını, işlem ve kavram bilgisi bağlamında değerlendirmeyi amaçlamaktadır. Bunu yaparsak, başarısızlık nedenlerinin bilimsel tartışmasına katkıda bulunulmuş olacaktır.

1.1.3. Araştırmanın Önemi

Matematiğin etrafımızdaki dünyayı anlamada bize yardım eden gizemli bir potansiyel sağladığını şimdi çok açık bir şekilde görüyoruz. Ama bu dramatik değişime rağmen değişmeyen bir şey vardır ki oda okullar da okutulan geleneksel matematik konuları ve matematiğin öğretilme şeklidir. Matematiğin öğretilme şekli değişmeden devam ediyor. Yüzyıllar öncesinden geldiği gibi günümüzde de çoğunlukla matematik öğrenmenin, kural ve yöntemlerin ezberlenmesinden ibaret olduğu görülüyor. Unutmamak gerekir ki, matematik bir araştırma alanıdır. Çoğu kez sanıldığı gibi bir yığın mantıksal kural, tanım ve çıkarım yöntemlerinden oluşan salt bir yığın oyun ya da durağan bir sistem değildir (6).

Matematik yalnızca anlatılmaktadır. Anlatmak ise öğretmekten daha azını içerir. Öğretmek konunun duyumsatılması ve düşündürülmesiyle olur. Nakilci bir öğretimle sadece düşünebilme yeteneğini yok eden yok ettiği de kolayca anlaşılmayan, başkalarına muhtaç insan yetiştirilmektedir. Bugün çoğu öğretmen matematikteki başarıyı formüller, kural ve yöntemleri anında uygun bir şekilde kullanabilme olarak görmekte, formülü veya hesaplamayı doğru icra edebilmeyi yeterli bulmaktadır. Bunun tersine artık, matematiğe bir yığın formül, teknik bilgi ve teorem ispatı içeren soyut bir çalışma olmanın ötesinde bir düşünme yöntemi gözüyle bakılmaya başlanmıştır. Bir başka deyişle, öğrenciyi üretken bir şekilde donatmak, hayatında başarılı olacak şekilde eğitmek, yalnızca onun formülleri bilmesine, hesaplamaları doğru yapmasına değil matematiksel anlamasının ve matematiksel düşünmesinin gelişmesine bağlıdır. Bu da okul

matematiğinde işlemsel çözüm yollarına değil kavram ve ilişkilere önem vermekle mümkün olur (6).

1.1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları

Araştırmanın sağlıklı bir şekilde yürütülebilmesi için bazı sınırlamalar yapılmıştır. Matematiğin tüm konularını kapsayan matematiksel bilginin karakterizasyonu yerine sadece cebirsel bilgiyi içeren bir karakterizasyon yapılmaktadır.

Bu araştırmada lise öğrencilerinin cebirsel bilgilerinin doğasının işlem ve kavram bilgisi bağlamında değerlendirilmesi amacıyla Sürmene Lisesi pilot çalışmanın yapıldığı yer olarak seçilmiştir.

Araştırmada kullanılan sorular lise 1 müfredatından seçilen bağıntı-fonksiyon-işlem, sayılar, polinomlar, çarpanlarına ayırma ve birinci dereceden denklemler konularından on' ar soruluk iki ayrı başarı testleri hazırlanmıştır. Hazırlanan bu başarı testleri lise 2 ve lise 3. sınıf öğrencilerine uygulanmıştır.

Araştırmada hazırlanmış olan yazılı cevap gerektiren soruların uygulamaları 1999-2000 eğitim öğretim yılının birinci döneminde; Trabzon / Merkez iki okul, Trabzon / Akçaabat / Merkez, Trabzon / Yomra / Merkez ve Trabzon / Sürmene / Merkez'de birer okul olmak üzere toplam beş okulda 250 öğrenci üzerine uygulanmıştır. Gözlemler ise Sürmene Lisesi'nde yapılmıştır.

1.2. Matematik Eğitimi

Matematik yaşamın nesnel koşulları sonucu ortaya çıkmıştır. Bu yüzden matematik soyut bir bilim dalıdır. Onun soyut oluşu farklı şekillerde yorumlanmasına sebep olur. Matematik insanların matematiğe başvurmadaki amaçlarına, belli bir amaç için kullandıkları matematik konularına matematikteki tecrübelerine, matematiğe karşı tutumlarına ve matematiğe olan ilgilerine göre değişmektedir. Bu çeşitlilik içinde insanların, matematiği nasıl gördükleri ve onun ne olduğu konusundaki düşünceleri dört grupta toplanabilir:

1. Matematik, günlük hayattaki problemleri çözmede başvuru sayma, hesaplama, ölçme ve çizmedir.
2. Matematik sembolleri ve formülleri kullanan bir dildir.

3. Matematik insanda mantıklı düşünmeyi geliştiren mantıklı bir sistemdir.
4. Matematik dünyayı anlamamızda ve yaşadığımız çevreyi geliştirmede başvurduğumuz bir yardımcıdır.

Matematik, bunlardan sadece herhangi biri değildir. Bunların hepsini kapsar. Günümüzde matematik ardışık soyutlama ve genellemeler süreci olarak geliştirilen yapılar ve bağlantılardan oluşan bir sistemdir (5).

Çoğu insanlar matematiği ortaokulda, lisede sınıf geçmek için ezberlemek zorunda kaldıkları bir takım formüller, denklemler kargaşası olarak görmektedirler. Matematik gerçekten bir takım formüller yığını mıdır? Elbette hayır. Matematik nesnel gerçeklikten, insanoğlunun gene nesnel gerçekliği daha iyi kavramak, onu biçimlendirmek için soyutladığı bazı kavramlar ve bu kavramlar arasındaki ilişkilerle mantıklı bir şekilde uğraşırlar. Bu uğraşı sırasında kullandıkları formüller, simgeler yalnızca birer araç ya da matematiğin dili niteliğindedir (7).

Kültürümüzün derinliklerinde, matematiğin yalnızca yetenekli bir azınlık tarafından tam olarak kavrandığı düşüncesi yatmaktadır. Başka alanlarda eğitim görmüş kişiler arasında matematiğin en temel bilgilerine sahip olanların bile azlığı matematiği özel bir konuma getirmiştir. İnsanlar matematikteki eksikliklerini dile getirmekten hiç kaçınmazlar. “matematiği hiçbir zaman başaramadım” cümlesi devamlı tekrarlanır durur. Bunu öğrencilerden, çalışanlardan, resim heykel meraklılarından, konser kaçırmayanlardan, paranızın üstünü saymaya çalışan esnaftan işitirsiniz.

Bütün bunların ardında yatan yaygın gören kavram ve derinden inanılan insanların yalnız çok az üyesinin matematiğin karmaşık mantığını anlamalarını olanaklı kılan bir tür matematik kafasına sahip olduğudur. Nasıl ki yüz metreyi on saniyenin altında koşabilen çok az kişi varsa matematiği anlayabilenlerde kalabalık içinde ancak birkaç kişidir. Veya 40 kişilik sınıfta matematiği başaran 5- 6 öğrenci gibi. Dünya çapında bir koşucu olmamak sosyal açıdan bir utanca yol açmaz, matematiği anlayamamak da öyledir. İnsanlar matematiği anlayamadıklarını söyler dururlar. Matematiksel yetenek koşma yeteneği gibidir. Tanrı size onu ya vermiştir ya da vermemiştir. En azından öyle olduğuna inanılır.

Bu tür inançlar insanı rahatlatır fakat gerçekçi değildirler. İnsanlar bunlar sayesinde matematik bilgisizliklerini haklı gösterebilirler. Bu inançlar sayesinde, matematik öğretmenleri de bütün zamanlarını ve enerjilerini harcayarak temel kavramları ve bilgileri kalıcı kılacak şekilde öğretmede ki başarısızlıklarına mantıksal nedenler bulurlar. Eğer öğrenci matematik konusunda yetenekli ise matematiği anlar eğer yetenekli değilse

anlamaz. Bu böyledir. Burada öğretmenlerden matematik konusunda yeteneksiz kişilere matematik öğretmeleri beklenemez. Bu düşünceler matematiği öğrenmede ve öğretmedeki başarısızlığı yetenek konusuna yüklemek her iki taraftaki yetersizliği gösterir. Oysa anadilini konuşan, okuma yazma becerisini kazanan herkesin, aritmetik çerçevesinde de kalsa, matematiği öğrenme yeteneği vardır. Matematiği; özellikle okul sıralarında çoğu öğrenciler için korku, hatta nefret konusu yapan şey nedir? Bu sorunun hemen akla gelen yanıtı, matematiğin konu olarak zor olmasıdır. Ancak bu inandırıcı olmaktan uzaktır (8). İnsanlar genellikle başarının ve yaratıcılığın olağan üstü kabiliyetleri olanlara ayrılmış olduğuna inanarak kendilerine karşı haksızlık ederler. Matematik çoğu insan tarafından anlaşılabilir. Fakat çoğu insanın zor olarak nitelendirme sebebi ne o insanların ne de matematiğin kusurudur. Yanlışlık büyük ölçüde öğretmenlerin yetersizliği, programların yüklü ve tek düze tutulması, konunun sunulmuş şekli ve öğrencilerin ilgisiz oluşlarıdır. Matematiği öğrenme istek ve arzusu uyandırılıp gereği gibi sunulduğunda insanlar matematiği kolaylıkla anlayabileceklerdir.

Şu ana kadar filozoflar ve eğitimciler, insanı akıllı ve düşünen bir varlık olarak tanımladılar ve insanı genellikle mantığa uygun ifadelerle tanımlamayı tercih ettiler. Ancak son yıllarda yapılan bütün araştırmalar göstermektedir ki, insan kararlar alırken, öğrenirken veya düşünürken büyük ölçüde duygularının, önyargılarının ve içinde bulunduğu psikolojik durumun tesirinde kalmaktadır. Beynin anatomik yapısı incelendiğinde, rasyonel ve mantıki yapısı, duyu merkezine nazaran daha büyük olmasına rağmen, her iki merkezden çıkan nöral ağların sayısı karşılaştırıldığında, duygusal merkezden çok fazla nöral ağ çevreye yayılmaktadır. Demek ki beynin işleyişi üzerine duyguların tesiri daha fazladır. Bütün bunlar analitik zeka kadar duygusal zekanın da önemli olduğunu göstermektedir (9).

İnsanlar çoğu zaman akıldan ziyade duygularına, önyargılarına göre tercihlerini ve kararlarını oluşturmaktadırlar. Okullarda öğrencilerin matematik derslerine karşı önyargılı olmaları matematik dersinin zor olduğunu kabul etmeleri sonucunu doğurur. Bu duygular öğrenci üzerinde hakim olduğundan öğrenci, öğrenme ve anlama olayına aktif olarak katılmaktan vazgeçer veya o derste sınıfı geçebilecek ölçüde öğrenir. Çünkü öğrenci, zihninin öğrenme ve anlama pencerelerini büyük ölçüde kapatmıştır. Yaptığı şey öğretmenin yazdırdığı ders notlarını ezberlemesi ve öğretmenin soru stillerine benzer sorular çözerek anlamayı tamamlamasıdır (10). Bu noktada duyguları ve bütün bedeni, öğrenme olayının içine katmak için kişi ön yargılarından kurtularak bütün duyuları ve

hisleriyle anlamlı bulduğu şeyi öğrenmeye konsantre olmalıdır.

Matematik eğitiminin iki temel amacı vardır. Birincisi; toplumdaki büyük bir kitleyi matematik yönünden eğiterek sanayinin, teknolojinin ve günlük hayattaki diğer alanların ihtiyaç duyduğu elamanları yetiştirmektir. Böylece, öğrenciye istenilen matematik kültürü vermek arzu edilen matematik beceriler yanında matematiksel düşünme becerisi kazandırmak esas amaçtır. Matematik eğitiminin ikinci amacı ise, akademik matematikte çalışacak matematikçileri daha küçük yaşlarda bir matematikçi gibi şekillendirerek hazırlamak ve onları matematik bilimcisi olarak akademik hayata kazandırmaktır. Akademik matematik; matematik alanında yeni bilgi üretmek veya yeni buluşlar yapmaktır (6).

Herkesten Galileo, Gauss ve Abel gibi ünlü bir matematikçi olmaları beklenemez. Akademik matematikçiler için belli bir düzey üstünde ilerlemenin özel bir yeteneğe bağlı olduğu bilinmektedir. Matematik eğitimi sonucunda insanlardan matematikçi olmaları beklenmiyor. İnsanlardan beklenen matematik okur yazarı olmalarıdır. Okul matematiği bütün öğrencilerden; keşfetme, bulma, karar verme, mantıksal çıkarımda bulunabilme, birçok matematiksel metotları ve yöntemleri etkili bir biçimde kullanarak problem çözme becerilerini geliştirmelerini amaçlamaktadır (6). Beyin sisteminin işleyişine baktığımızda; beyin metaforlar (benzetmeler ve örneklemeler) kullanarak yeni şeyler üretebilmekte ve yeni bağlantılar ile ilişkiler kurarak orijinal şeyler üretebilmektedir. Beynin tabii işleyiş mekanizması bu olmasına rağmen, mevcut eğitim sistemimizde öğretmen anlatır, açıklar, yapar ve gösterir. Ancak, öğretmen öğrenciye esin kaynağı olmaz. Öğretmen merkezli bir eğitim olduğundan öğrencilerin sentez ve yenilik üretme yönleri yokmuş gibi davranılarak bu özellikler köreltilmektedir (10). Bu sayede beyin sadece alır ve aldığını anlamaya çalışarak işlevini tamamlar. Bir şeyler üretmesine izin verilmeden her şey hazır verilir. Beyin uyum sağlayan bir sistem olduğundan hangi tarafa yönlendirilirse o sahada gelişimini sürdürmekte diğer fonksiyonlarını minimum düzeyde kullanmaktadır.

Günümüz matematik eğitimi, çocuk ve gençlere papağanlar gibi yüzlerce problemi ezberleten ve sonrada sınav adı altında onları geri isteyen, teoriler ve formüller yığıntısı olmuştur. Okullarda matematik öğretilirken öğrencilerin yeni bir takım kuralları öğrenebilmeleri için düşünebilme yetenekleri yok ediliyor. Ülkemizde yapılan önemli sınavlar, örneğin Anadolu liselerine giriş sınavları, üniversite sınavları çoktan seçmeli test tekniği ile yapılmaktadır. ÖSYM sınavlarının şekillendirdiği matematik öğretimi, işlemsel bilgiyi öne çıkarttığından, öğrenci gözünde işlem bilgisi önem kazanmaktadır. Bununla

beraber matematik öğretimi işlem bilgisini sağlam temeller üzerine kurarak öğretme yerine, ezberlemeye dayalı bir öğrenmeyi özendirmektedir (11). Başarılı olmak için ezber gibi yanlış bir metotla sınavlara hazırlık yapılıyor. Oysa, çoktan seçmeli test tekniği incelendiğinde, ortaya çıkan sonuçlar izlenilen yolda ve başarıyı değerlendirmede büyük hataların varlığını göz önüne sermektedir.

Çoktan seçmeli test tekniği, görünmeyen, gizli kalmış bir takım varlıkları karanlık denizde, el yordamıyla bir şeyler aramak ve onları gün ışığına çıkarmak bağlamında değerli bir araştırma metodudur. Bu işlemler yapılırken şuuru uyandırmadan, sezgileri harekete geçirerek derinlerdeki bilinmezi yakalamak önemlidir. Aksi taktirde ölçme doğru bir sonuç vermez. Bu yöntem psikiyatrik hastalıkları ortaya çıkarmada yada belli bir alandaki yeteneği keşfetmekte kullanılır. Buradan da anlaşıldığı gibi, çoktan seçmeli test için önceden bir hazırlık yapmak, testin doğasına tümüyle zıt düşen, anlamsız bir işlem den öteye gitmez. Çoktan seçmeli testin doğası önceden hazırlığı kabul etmez (12). Çoktan seçmeli test tekniği, özel çalışma ve hazırlıklar sonucunda değil, düzeyli sistemin doğal sonucu olarak ortaya çıkmalıdır. Buradan bireylere bilimsel düşünme becerisi kazandırmak için önce nitelikli bir eğitim verilerek, ardından uygulanacak yetenek sınavı ile öğrencilerin kaderleri bir sınava değil, tüm eğitimleri boyunca kazandıkları bilgi ve becerilere göre belirlenmelidir. Ayrıca Anadolu Liseleri ve ÖSS gibi genel sınavların getirdiği örnek problem çözme, ezberin kendisidir. Sınavlarda başarılı olan öğrenciler; farklı yazarların kitaplarından çeşitli problemleri bulup onları çözmeyi öğrenmiş olanlardır. Öğrenciler ardışık tekrarlamalar ve kurallar öğrenerek mevcut sistemde başarılı olmaktadır. Bu sistemde yetişen öğrenci, kendi yetenek ve sınırlarının farkına varamamakta, kendini aciz, başkalarının yardımına daima muhtaç bir kişi olarak görmektedir.

Bireyler arasındaki öğrenme farklılıkları onların öğrenme profilini oluşturur. Mevcut eğitim sistemi sistematik yönetime, düzen ve disipline, ölçme değerlendirmeye, ardışık tekrarlatmalara önem verirken; çağdaş eğitim, zeka ve duygusal zeka birikiminin kişinin kendi özgün ihtiyaçlarının gerektireceği ve kişinin kendisince farkına varılacak bilgi, beceri, tutum ve davranışların, yine kişinin kendi öğrenme profiline uygun ortamların oluşturulup sürdürülmesine yardımcı olunması süreci olarak anlaşılmaktadır.

Hızla akıp giden zaman, gelişen teknoloji okul ve eğitim sistemlerinde de amaçları değiştirdi. Önceleri eğitim; İyi vatandaş yetiştirmek, kişinin yaşamı boyunca karşılaşılabileceği sorunları çözebilmesi için gereksineceği çözümleri öğretmek için

yapılırdı. Buna karşın, çağdaş eğitim şu üç amaca dayalı bir süreç olarak anlaşılmaktadır:

1. Öğrencinin, mevcut ve gelecekteki ihtiyaçlarının farkına varmasına yardımcı olmak.
2. Kendi fiziksel, zihinsel yeteneklerini ve sınırlarını keşfetmesini ve bunları kendi öğrenme profiline uygun olarak kullanmasına yardımcı olmak.
3. İhtiyaçlarının gerektirdiği bilgi, beceri, tutum ve davranışlarının öğrenme profiline uygun olarak kendisince kazanılmasına yardımcı olmak.

Bu üç amacın da “bilgiyi öğrenmeye değil öğrenmeyi öğrenmeye dayalı olduğu görülmektedir (10).

Öğretmen ve öğrenci eğitimin vazgeçilmez iki ögesidir. Çağdaş bir eğitimde öğrenci aktif, araştıran kişidir. Çıkarımları ezberleyen yerine kendi çıkarımlarını yaparak, başkasının bulguları ile kendi bulgularını karşılaştırıp, sorgulayan kişidir. Bu ortamda öğretmen rehber, danışman ve yol göstericidir. Bir Çin atasözü “En iyi öğretmen size kendi kendinize nasıl yiyecek bulmanızı öğreten kişidir ”der (13). Çağdaş eğitimde öğretmen her şeyi bilir ve bilmelidir anlayışıyla öğretmen merkezli eğitimden vazgeçmektedir. Bunun yerine ilgi, istek ve yetenekler göz önünde bulundurularak gerekli bilgilere erişme konusunda işbirliği yapan, güçlükleri birlikte aşan, sorunlara birlikte çözüm üreten bir öğrenme ortaklığı vardır (10). Eğitim sistemimizde öğretmen merkezli bir eğitim yapılmaktadır. Öğretmen öğrenci gözünde her şeyin en iyisini ve en doğrusunu bilen kişidir. Bilginin kaynağı sadece öğretmen ve ders kitabı olarak görülmektedir. Öğretmen bilgileri sunmakla görevli, öğrencide bu bilgileri alıp tekrar geri vermekle mükellef kişi olarak görülmektedir.

Öğretimde herkes için, her zaman geçerli bir yöntem ya da yaklaşımdan söz edilemez. Her konuda, herkese, her düzeyde uygulanabilen, evrensel geçerlikte bir yöntem yoktur. Seçilecek yöntemi işlenen konunun niteliği, öğrencinin ilgi ve yetenek düzeyi, erişilen öğretim aşaması ve konunun sunuluş yöntemi gibi etkenler belirlemektedir (8). Farklı algılamaların ve bireysel farklılıkların olabileceğini düşünmeden herkesi aynı kabul ederek öğretim yapılması matematik derslerinde gözlenen başarı düşüklüğünün başlıca nedenlerinden biridir (6).

1.2.1. Uygulamalı ve Teorik Matematik

Matematik uygulamalı ve teorik olmak üzere başlıca iki ana dala ayrılır. Bu iki dal arasındaki ayırım kesin değildir (14).

Teorik matematik zihinde oynanan bir oyundur. Oyunun hareketlerinin gelişimi kağıt üzerinde yazılan sembollerle takip edilir. Oyun ilerleyip soyutlamalar birbiri üzerine yığılınca semboller artık başka sembol kümelerini ifade etmeye başlar. Bazen de oyun ilerlerken yeni sembollere ihtiyaç duyar. Bu sayede matematiğe yeni düşünsel nesneler kazandırılır. Oyun sonunda ortaya çıkan çeşitli kavramlar, yeni matematik üretmekten başka bir şey değildir (14).

Teorik matematik alanında araştırma yapmak, teknik anlamda, yeni matematik üretmek demektir. Gerçekçi bakış açısından ise, yeni olan aynı zamanda da önemli ve anlamlı olan matematik üretmek demektir. Teorik matematikte bir problem çözdüğünüzde ki çözümü önceden bilmediğinizi varsayarak çok ufak ölçüde bir araştırma yapmış olursunuz. Eğer problemi kendiniz önce kurup sonra çözmüşseniz yaptığınız şey teorik matematikçilerin yaptıklarına çok yakındır. Eğer ortaya koyup çözdüğünüz problem yeni bir problemse, teorik matematikte gerçekten bir araştırma yapmış olursunuz (14).

Uygulamalı matematik doğayı anlamak ve somut olgular üzerinde çalışmak için matematik kullanımıyla belirlenen alana denir. Yani çevrenin bazı özelliklerinin içyüzünü algılamada bir araçtır (15). Uygulamalı matematik, ekonomide, tıpta, fizyolojide, istatistikte, astronomide, mühendislikte ve çok bilinen bulmacalarda kullanılır.

Teorik matematik ile uygulamalı matematik arasında, yararlılık açısından büyük bir fark olduğu düşüncesi çok yaygındır. İtibar gören düşünce ise matematiğin teorik yönünün daha az yararlı olmasıdır. Bu tamamen saçmadır. Bu iki tür matematik arasında belirgin bir fark olduğu doğrudur; ancak bu fark onların yararlılıklarını çok az etkiler (16). Hangi alanda olursa olsun, tarihe baktığımızda teorikle uygulamanın, uygulama ile teorik matematiğin etkileşim içine girdiğini görüyoruz. Modern matematiğin önemli bir bölümünün, uygulamalardaki gereksinmesiyle ortaya çıkan, daha sonra teorik matematikçilerin elinde işlenerek teorik nitelik kazanan çalışmalardan oluşmuştur. Fizik ve astronomide ihtiyaçların yol açtığı diferansiyel ve integral hesaplarının gelişmesi Lagrange, Gauss, Cauchy ve Weierstrasse gibi büyük matematikçilerin elinde işlenerek açıklık kazanıp mantıksal bütünlüğe ulaştı (8).

Bunun tersine teorik olarak oluşturulan soyut kavramların zamanla, beklenmedik

uygulama alanları bulunduğunu görmekteyiz. İlk akla gelen koni kesitleri, sanal sayılar, Riemann geometrisi, matrisler teorisi gibi başlangıçta ne işe yaradığı belli olmayan hatta çoğu matematikçinin gözünde saçma sapan bir uğraş olmaktan ileri geçmeyen çalışmalar gelmektedir (8).

Apollonious matematiksel dünyada koni kesitlerini keşfederek işe başlar. Ve bunu soyut bir düzlem ile soyut bir koninin ara kesitinde oluşan eğriler hayal ederek yapar. Kafasında düzlemin eğimini değiştirir ve bu yolla çemberler, elipsler, parabol ve hiperboller veren çeşitli durumlar üretir (14). 12. Asırda Hayyam bu yöntemi kullanarak kubik denklemleri çözdü. Daha sonra Galileo, top mermilerinin parabol çizerek yol aldığını; Kepler, gezegenlerin güneş çevresinde elips çizerek ilerlediğini ortaya çıkarır. Appollonious'un yaklaşık iki bin yıl önce yaptığı teorik çalışma, hiç beklenmedik bir biçimde savaş teknolojisiyle astronomide önemli uygulama alanları buldu (8).

Öyleyse, matematiği kategorik olarak teorik ve uygulamalı diye ikiye ayırmak; birine yararlı diğerini yararsız saymak matematik tarihi göz önüne alındığında gereksiz bir çabadır.

Matematiksel bir çalışmanın nerede, ne zaman yararlı olacağını, hatta yararlı olup olmayacağını baştan kestirmeye olanak yoktur. Ortaya konulan çalışmaların beklenmedik uygulamalarının olacağı göz ardı edilmemelidir. Daha 45 yıl önce sayılar teorisi için hiçbir uygulama alanı olmadığını dile getiren G. H. Hardy, yaşıyorsa günümüzde soyut sayılar teorisinin ulusal güvenlik sorunlarına, asal sayılara özgü özelliklerin gizli kodlar oluşturmada nasıl kullanıldığını görecekti. Teorik ve uygulamalı matematik için Lobachevsky daha geniş bir çerçeveden bakarak, "Ne denli soyut olursa olsun, hiçbir matematiksel çalışma yoktur ki, bir gün gerçek dünyada uygulanma olanağı bulmasın," demiştir (8).

1.3. Matematik Öğretmenlerinin ve Öğrencilerin Matematik Hakkındaki Görüşleri

Genellikle sıkıcı, sevilmeyen, zor ve soyut bir alan olarak görülen matematik, öğrencilerin başarısızlığının en yüksek olarak gözlendiği derslerden biridir (17). Son yıllarda beynin işleyiş kaidelerinin ve biyolojik temellerinin anlaşılması insanların çoğu zaman akıldan ziyade duygularına, önyargılarına göre tercih ve kararlarını oluşturduğunu ortaya koymuştur (10). Araştırmalar göstermiştir ki matematik problemlerini çözmede

başarılı ya da başarısız olmak; gerekli bilgilere sahip olmanın yanı sıra öğrencilerin matematik alanına ve matematikteki kişisel yeterliliklerine ilişkin önyargılarına ve inançlarına da bağlıdır (18).

1.3.1. Öğrencilerin Matematik Hakkındaki Görüşleri

Kişinin matematik bilgisi, matematiksel problemleri çözüme ulaştırmada ve işlemleri sonuçlandırmada tek başına yeterli değildir. Bunun Schoenfeld ve Garafalo'ya göre ima ettiği iki varsayımı vardır; Birincisi matematiğe ve matematiğe ilişkin problemlerin özellikleriyle ilgili inançlar, ikincisi ise bir matematik öğrencisi olarak kişinin kendisi ve matematiği yapan kimseler gibi diğerleri hakkındaki inançları. Bu iki varsayım öğrencilerin sadece nasıl düşündüklerini ve yaklaşımlarını değil, aynı zamanda matematiği nasıl çalıştıklarını ve derse ne zaman katıldıklarını da etkilemektedir (17).

Schoenfeld tarafından yapılan bir çalışmada öğrencilerin matematik hakkındaki inançları ve bu inançların matematik dersindeki performanslarına nasıl etki ettiği araştırıldı (18). Dokuzuncu ve on ikinci sınıf öğrencileri ile yapılan bu anket çalışmasında 70 adet kapalı uçlu ve on adet açık uçlu soru sorulmuştur. Araştırma sonucunda elde edilen öğrencilerin matematik ile ilgili inançları şu şekilde özetlendi;

1. Hemen hemen bütün matematik problemleri öğretmen tarafından gösterilen ya da kitapta yazılı olan bilgilerin, kuralların, formüllerin ve işlemlerin doğrudan uygulanmasıyla çözülebilir.

Bu inanca sahip olan öğrenci zamanının çoğunu formüller ve yöntemleri ezberlemekle geçirir. Buna karşın matematiksel düşünce, öğrenmeyi, hatırlamayı, kuralları ve formülleri uygulayabilmeyi içerir. Şayet öğrenciler çözdükleri işlemler üzerinde biraz düşünseler matematikte daha başarılı olacaklardır.

2. Matematik kitabındaki alıştırmalar problemleri sadece kitapta gösterilen yöntemlerle çözülebilir. Hatta bu alıştırmalar kitabın ilgili bölümünde gösterildiği gibi çözülmelidir.

Ders kitabında verilen problem ya da alıştırma yapılamadığı zaman öğrenciler kitapta o konu ile ilgili bölümde verilen çözüm yöntemlerini hatırlamayı denerler. Hafızalarında sorulan soruları bu yöntemlere uydurmaya çalışırlar. Öğrenciler kuralları ve işlemleri matematiğin yapısı olarak görürler. Bunun için zamanlarının çoğunu kitaptaki problem çözme yöntemlerini ezberlemek ve hatırlamaya çalışarak geçirirler.

3. Matematik dersinde sadece sınavda çıkacak konuları bilmek gerekir. Öğrenciler

genellikle Şu soruyu sorarlar “bu yazılıda çıkacak mı?” Öğrenciler matematiğe sınıf geçmek zorunda oldukları için çalışırlar. Bu yüzden yazılıda çıkmayacak konuyu öğrenmeyi gereksiz görürler. Genellikle bu soru bir formülün ve ya metodun ispatında sorulur. Öğrenci ispatları çok sıkıcı bulur. Birde yazılıda ıkmayacaksa söylenenlere hiç ilgi gösterilmez. Formüllerin ispatı öğrenci gözünde ayrıntı olarak görülür. Onlar için formüllerin nasıl türedikleri önemli değil, önemli olan formülleri bilinmesidir.

4. Matematik sadece çok büyük insanlar ve yaratıcı kabiliyeti olanlar tarafından yapılır. Diğer insanlar var olanları nesillere aktarmak için öğrenirler. Bu yüzden öğrenciler kendilerine nakledilenleri sorgulamazlar.

Öğrencilerin matematik hakkındaki inançları genellikle matematik derslerindeki kişisel deneyimleri ve diğer öğrencilerle etkileşimleri ile ortaya çıkmaktadır (18). Bu etkileşimler ve okullarda yapılan öğretmen merkezli eğitim sonucunda bir çok öğrenci matematiği, doğruluğu ve yanlıŐlıęı kesin olan bilgileri içeren ve kesin sonuca çabucak ulaŐtırabilen bir alan ve bilginin kaynağının da öğretmen olduğuna inanmaktadır. Ayrıca öğrenciler matematiğin gerçek düşünme yada gelecek yaşantılarında sınavlar hariç hiçbir işlerine yaramayacağına ve öğretilen matematik konularının gereksiz olduğuna dair bir çok düşünce taşımaktadırlar.

Öğrencilerin kendi yeterlilikleri ile ilgili inançları, matematik öğrenmelerindeki baŐarılarını da etkilemektedir. Kişinin becerisi, yeteneği ve bilgilerinin yanında bunlar hakkında ki inançlarının başarısını etkilediği Radhava tarafından ortaya koyulmuŐtur (17). Collins kendisini matematik konusunda yeterli gören çocukların yetersiz gören çocuklara oranla daha fazla yeni matematik problemleri çözmeye çabaladıklarını ve yanlış problemleri düzeltmek için daha sabırlı olduklarını bulmuştur (17). Matematik konusunda kendi yeteneklerine güvenmeyen çocuklar matematiği başaramayacaklarını düşünerek matematiğe karşı olumsuz tavır geliştirerek işin başındayken vazgeçmelerine ve başarının olağan üstü kabiliyetleri olanlara ayrılmış olduğuna inanarak kendilerine karşı haksızlık etmelerine sebep olmaktadır. Kısaca öğrencilerin öğrenmeye ve konunun yapısına ilişkin inançları öğrenmelerini etkilemektedir. Yapılan araştırmalar da matematik problemlerini çözmede başarılı yada başarısız olmanın gerekli bilgilere sahip olmanın yanı sıra öğrencilerin matematik alanına ve matematikteki kişisel yeterliliklerine ilişkin inançlarına bağlı olduğunu ortaya koymuştur. Öğrencilerin matematik ile ilgili görüşleri onları işlemsel öğrenmeye yönlendirmektedir.

1.3.2. Matematik Öğretmenlerinin Matematik Hakkındaki Görüşleri

Matematik öğretmenlerinin zihinsel içerikleri; matematik bilgisi, matematiğin öğretimi ve öğrenimi ile ilgili inançları ve diğer faktörleri kapsar. Matematiğin öğrenilmesi ve öğretilmesinde bilgi önemlidir. Fakat tek başına yeterli değildir. İki öğretmen aynı bilgiye sahip olabilir. Öğretmenler öğretmekle görevli olduğu için hangi öğretmen daha iyi ve kalıcı bir şekilde öğretebilir? Matematik öğretmenlerinin matematiği öğretme yaklaşımlarını öğretmenin;

- Matematiğin yapısına bakışı veya yapısı hakkındaki düşüncesi
- Matematiğin yapısını öğretmedeki modeli veya görüşü
- Matematiği öğrenme yönteminin modeli veya görüşleri etkilemektedir.

Öğretmenin matematiğin yapısı, onu öğrenme ve öğretmedeki modelleri hakkındaki düşünceleri onun bugüne kadar gelmiş inançlarından oluşmaktadır (19).

Nasıl öğrenilirse öyle öğretilir ilkesi göz önünde tutulursa matematik öğretmenleri kendi öğrenciliklerindeki inançlarını öğretmenlikte de sürdürürler. Öğretmenin sınıfta ne yaptığı öğrencinin matematiğe ilişkin inançlarını etkilemektedir. Aynı zamanda öğretmenlerin matematiğe ve matematik öğretimine ilişkin inançları onların sınıfta ne yaptıklarını etkiler. Kendi öğrenciliğinde belli inançlar kuran öğretmen bu inançlar doğrultusunda hareket edecektir (17).

Crater öğretmenlerin matematiğe, matematik öğretimine ve öğrenmeye ve öğrencilerin matematiğe karşı tutumlarını incelemiştir. Veri toplarken matematiğe ilişkin inanç sistemlerini ölçmek için geliştirilmiş iki araç kullanmıştır. Araştırma sonucunda öğretmenlerin öğretim ve öğrenme konusundaki yaklaşımlarının öğrencilerinin öğrenmeyi algılayış biçimleri üzerinde etkili olduğu ve öğretmenlerin inançları doğrultusunda ders işlemlerinin öğrencilerin inançlarını etkilediği sonucuna varılmıştır. Öğretmen ve öğrenci inançları arasında bir ilişkinin bulunması öğretmenlerin inançları, öğretmenlerin uygulamaları ve öğrencilerin inançları arasında doğrusal bir ilişki olduğunu göstermektedir (18). Buradan öğretmenlerin matematikle ilgili inançları kullandıkları öğretim yöntemlerini etkilerken, öğrencilerin matematik dersindeki başarı düzeylerini de etkilemektedir. Öğretmenlerin, matematiğin nasıl öğrenilmesi gerektiği ile ilgili görüşleri öğretmenleri işlemsel öğretmeye yönlendirmektedir.

Öğrencilerin matematikle ilgili inançlarının büyük çoğunluğunu sınıftaki gözlemlerine ve sınıfta olup bitenle ilgili algılarına bağlayabiliriz. Öğretmenlerin düz

anlatımı kullanmaları, matematiği hep anlatmaları, formülleri kareler içine alıp ezberlenmeleri gerektiğini söylemeleri, konuyu birkaç örnekle geçiştirmeleri gibi yapılan sınıf içi etkinlikler öğrencilerin inançlarını oluşturmaktadır. Bu etkileşim sonucu öğrenciler öğretmenleri daima bilgi aktaran kişiler ve matematiği de formüller yığıntısı olarak görmelerine sebep olmaktadır. Öğretmenlerin her ders matematiğin çok yararlı olduğunu söyleyip sadece bakkalda, manavda, alış verişte bir işe yarayacağı şeklinde örnek vermeleri öğrencileri matematiğin yararlı olduğuna inandıramamaktadır. Çünkü böyle sıradan işlemler nasıl olur da bu kadar uzun eğitim gerektirir? Bu da öğrencilere pek inandırıcı gelmemektedir. Matematiğin kullanımı ve yararları o kadar derin ve engindir ki; ne onu sadece bakkalda, alış verişte para üstü hesaplamalarında, ne de teknolojiyi kullanma ve anlayabilme ile sınırlandırabiliriz. Polkinghorne' nin söylediği gibi matematiği fiziksel evrenin kilidini açan soyut anahtar olarak değerlendirmeliyiz (16). Matematik bir düşünme aracıdır. Matematikteki akıl yürütmeler günlük yaşamın sıradan akıl yürütmelerine benzer küçük çıkarımların bir araya gelmesiyle oluşmaktadır. Bu yüzden matematikte başarılı olanlar hayatta başarılı olur, matematiği keşfeden hayatı keşfetmiş olur diyebiliriz. Öğretmenlerin matematiğin yararlı olduğu inançları öğrencilerinkinden farksızdır. Çünkü onlarda aynı örneklerle buraya kadar gelmişlerdir.

Öğretmenlerin bilgi aktaran kişiler değil, tartışma ortamı sağlayan, rehber konumunda olup öğrenmeyi kolaylaştıran, öğrencilerinin girişimci ve aktif olmalarını gerçekleştiren ve matematiğin yararlılığı hakkında daha güzel ve ilgi çekici örnekler bulmaları öğrencilerin matematiği daha çok sevmelerine neden olacaktır.

1.4. Matematik Öğretimde Felsefi Görüşler

Matematik öğretimde iki farklı felsefi görüş vardır.

- Platonist (Eflatun) Görüş
- Problem Çözme Görüşü

Eflatuncu felsefeye göre, matematik ilahi düzenin içinde vardır ve insanın matematik yapması doğanın bu mükemmel ahengini gözlemekten ibarettir. Yani matematik zaten doğanın sırları içine kodlanmış olarak vardır ve insan onu sadece keşfeder (20). Matematik ve matematiksel doğrular çok uzaklardaki yıldızlar gibi oralarda bir yerlerde hep vardır. Matematikçinin yaptığı onu keşfetmektir. Bu doğrular yeni galaksilerin, veya kimyasal elementlerin keşfedildikleri gibi keşfedilirler.

Bu görüşe göre matematiğin deneylerle değil de düşünce yoluyla bulunmaları onların daha önce var olmadıkları anlamına gelmez. Matematiksel nesneler hayal gücünün nesneleridir. Matematiksel nesneler vardır demek bu nesnelerin matematiğin mantığı ve kurallarıyla tutarlı olması demektir (14). Örneğin matematiğin mantığı iç açılardan toplamı 200 derece olan üçgenlerin var olduklarını kabul etmez. Karesi negatif olan bir tam sayıyı da kabul etmez. Matematik öyle her hayal ürününü içine almaz. Bir şey düşünülüyorsa o şeyin bir yerde var olduğu ilkesi doğrulanarak matematiğe uygulanabilir olması gerekmektedir. Bilgi bir yerlerde var, bireyin rolü bu bilgiyi bulmaktır. Burada bireyin üreteceği bir şey yoktur, sadece var olanı bulmak veya birilerinden öğrenmektir. Bu felsefi görüşe göre matematiksel tanımlar ve teoremler gözlemlerimizden çıkardığımız sonuçlardan ibarettir (16).

Platonist öğretme görüşü, matematiği birbiriyle bağlantısız farklı konu, işlem, bağıntı ve kurallardan oluşmuş bir yığın bilgi, tanım ve teoremlerden oluşmuş olarak gördüğünden konular ve kavramlar birbirlerinden kopuk bir şekilde öğretmen tarafından matematik bilgileri hazır verilir. Bu görüşe göre bilgi öğretmenin elindedir. Öğrenciye o aktarır. Öğrenci tamamen pasif alıcıdır. Öğrenciler onlara verilen bilgileri sorgulamadan almakla mükellef kişidir. Öğrenci öğretmenin matematiğini öğrenme durumundadır. Dolayısıyla kendisine verilen hazır tamamlanmış bilgileri öğrenecektir. Burada öğrencinin bilgileri anlaması önemli değildir ezberlenmesi, akılda tutulması ve uygulanması önemlidir. Öğrenci öğrenmeyi öğretmenin önceden çözmüş olduğu problemin çözüm yollarını hatırlayıp aynı çözüm yolunu ezbere uygulayarak gerçekleştirir. Eğer çözüm yolları hatırlanmazsa, uyduruk çözüm yolları oluşturulur. Bu görüşün öğrencileri kuralcı, bu kuralları uygulayıcı ve kural veya bağıntı ezberleyici kişilerdir. Bu görüş işlemsel öğrenmeyi özendirir.

Problem çözme görüşüne göre ise matematik bir araştırma alanıdır. Çoğu kez sanıldığı gibi birbirinden kopuk, değişik konu, işlem ve kurallardan oluşmuş bir yığın bilgi, tanım ve çıkarım yöntemlerinden oluşan durağan bir sistem değil, bazı temel ilke ve kavramlara dayanan bir düşünme yöntemi, geniş anlamda bir problem çözme, bulma ve ispatlama etkinliğidir (8). Bu açıklamaya göre, birey çevresi ile aktif olarak etkileşimi sırasında bilgilerini kurar. Birey karşılaştığı yeni durumu kendi mevcut bilgi ve deneyimleri ile anlamaya çalışır. Eğer yeni durumu açıklamada mevcut bilgi yetersiz kalıyorsa, bireyde çelişkiler doğar ve durum onun için bir problem olur. Bu yüzden durumu anlamlaştırmaya çalışır. Bu süreç bir problem çözme sürecidir. Bu süreç sonunda

birey mevcut bilgi ve deneyimlerinin yardımıyla problemi çözebilir veya yeni duruma bir anlam verebilir (21).

Bu görüşün öğretmenleri kolaylaştırıcı rolünü üstlenmişlerdir. Öğrenci kendi bilgilerini kullanarak öğrenir. Öğretmen sadece rehberlik görevini yerine getirerek öğrenciyi dışardan takip eder. Gerektiği yerlerde müdahalede bulunur. Bilgiye öğrencinin kendi davranışlarıyla ulaşması beklenir (19). Bu, öğrencilerin pasif bir dinleyici olmasına karşı çıkarak öğrencinin ilgi alanlarını kendisinin seçmesi ve geliştirmesine destek vermektedir. Öğrencinin kendi ilgilerini serbestçe çalışmasını destekleyerek öğrenciyi hazır bilgi verilmesinin karşısındadır. Bu görüş kavramsal öğrenmeyi özendirir.

Matematik öğretmenin modeli matematik öğretmenlerinin sınıf içindeki etkinlikleri, hareketleri ve bilgileri, matematik öğretmedeki inançlarının birleştirilmiş halidir. Matematik öğretmede platonist-öğretici ve açıklayıcı modeli en düşük öğretme modelidir. Bu görüş matematiksel bilginin kaynağının öğretmen olduğunu savunur. Bu yüzden öğretmen merkezli eğitim yapılır. Öğretmen ders kitabındaki bilgileri noksansız bir şekilde öğrencilere aktarmakla görevlidir. Öğrenciler tamamen pasiftirler. Öğrencilerden öğretmenin gösterdiği davranışların taklit edilmesi beklenir. Problem çözme-kolaylaştırıcı en yüksek öğretim modelidir. Burada öğretmenler bilgi aktaran kişiler değil, tartışma ortamı sağlayan, öğrenmeyi kolaylaştıran rehber konumundadırlar. Böyle bir ortamda öğrenciler aktiftirler. Burada bireye kendi kabiliyet ve becerilerini kullanma fırsatı sunulmaktadır. Ayrıca bu görüş matematiği platonist görüşün savunduğu kuşaklar boyu aktarılması gereken bilgi yumağı olarak değil, kullanılması gereken, tartışılabilen ve zamanla yeni bilgiler ilave edilebilen bir alan olarak görmektedir (19).

1.5. Matematikte Öğrenme ve Öğretme

İnsanları, diğer canlılardan ayıran en önemli özelliklerden biri öğrenme kapasitesidir. Biyolojik bir varlık olarak dünyaya gelen insan, kısa sürede pek çok yeni davranış öğrenir. Öğrenme eski çağlardan beri filozof ve bilim adamlarının farklı biçimlerde tanımladıkları ve açıklamaya çalıştıkları bir kavramdır. Günümüzde psikolog ve eğitimcilerin hemen hemen hepsi öğrenmeyi, yaşantı ürünü, kalıcı izli davranış değişikliği olarak tanımlamaktadırlar. Bu tanıma göre öğrenmenin üç temel özelliği vardır (22).

- Öğrenme sonucunda mutlaka bir davranış değişikliği meydana gelir.
- Öğrenme yaşantı ürünüdür.

- Öğrenme kalıcı izlidir.

Öğrenme yaşantı yoluyla davranışta veya düşünce düzeyinde meydana gelen bir değişikliktir. Öğrenme bir süreçtir. Hafıza öğrenmenin bir uzantısıdır ve bir şey öğrenildiği anda hafıza işe karışır. Hafıza, organizmanın geçmiş bir olayı yazmadan kaydetmesidir. Bir şeyi hatırlamadan önce onu algılamak gerekir. Algılamak için de bilginin üç tip hafızadan geçmesi gerekiyor.

1. Duyusal Hafıza
2. Kısa Süreli Hafıza
3. Uzun Süreli Hafıza

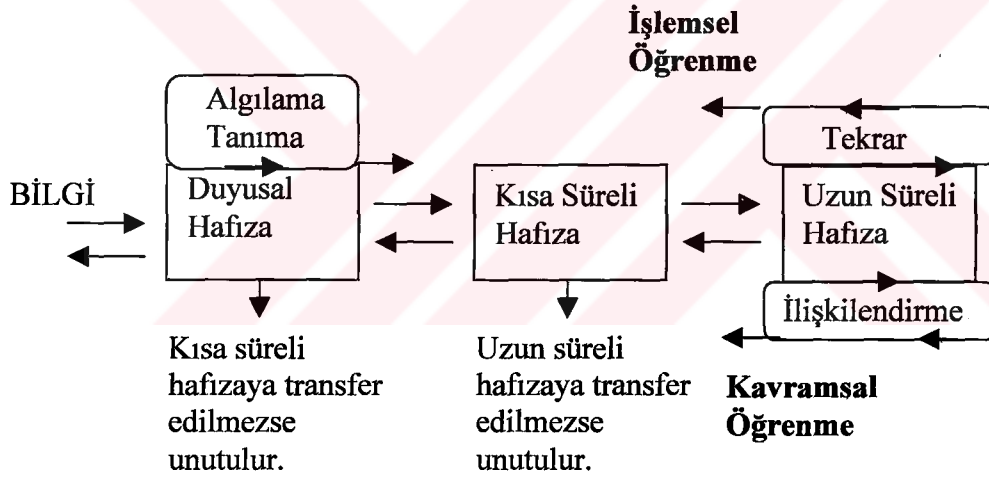
Birinci hafıza, duyusal hafızadır. Bu hafıza duyu organlarından (göz, kulak, burun v.b.) gelen bilginin alındığı duyu hafızasıdır. Duyusal hafızadaki bilgilerin hangilerinin kısa süreli hafızaya transfer olacağını tanıma ve algı belirler. Tanıma, yeni gelen bilginin uzun süreli bellekteki bilgilerle karşılaştırılmasıdır. Algı ise duyu organlarıyla gelen bilginin anlamlı hale getirilme sürecidir. Tanıma ve algılama ile duyusal hafızada 1-5 saniye kalan bilgi kısa süreli hafızaya gelir. Bilgi kısa süreli hafızada 20 saniye kalır. Kısa süreli hafıza en fazla 7 kelime veya sembol depolar (22). Kısa süreli hafıza insanın sürekli etkinlik gösteren hafızasıdır. Kısa süreli hafızanın başlıca işlevleri şunlardır;

1. Duyu organlarıyla yeni gelen bilgi ile uzun süreli hafızada depolu bulunan eski bilgileri karşılaştırır ve eşleştirir.
2. Uzun süreli hafızadaki örgütlenmiş bilgilerle yeni gelen bilgileri bütünleştirir.
3. Yeni gelen bilgilerin sesli veya sessiz tekrarlar yoluyla kısa süreli hafızada kalmasını sağlar.
4. Uzun süreli hafızadaki bilgileri davranış haline dönüştürür (22).

Kısa süreli hafızaya gelen bilgilerin uzun süreli hafızaya depolanması ezberleme ve ilişkilendirme olmak üzere iki süreçle sağlanır. Ezberlemede bilgiler hiçbir değişikliğe uğratılmadan, aynı biçimde tekrar edilerek hem kısa süreli hafızada hem de uzun süreli hafızada kalabilir. İlişkilendirmede ise yeni bilgi eski bilgilerle ilişkilendirilir. Bu yolla yeni gelen bilgi birey için anlamlı hale gelir. Uzun süreli hafıza, yeni gelen bilgilerin eskilerle örgütlenerek saklandığı yerdir. Uzun süreli hafızanın kapasitesi sınırsız olarak kabul edilmektedir (23). Buraya gelen bilgi buradaki eski bilgilerle ilişkilendirilerek anlamlı hale getirilebilir. Bilginin anlamlı hale gelmesi onun geçmiş tecrübelerimiz veya bilgilerimizle ilişkilendirmek veya özleştirmektir. Anlamlı hale gelen bilgi hafızaya depolanır. Uzun süreli hafızaya depolanan bilgi burada hayat boyu kalabilir ve

gerektiğinde kolaylıkla kullanılabilir. Bilginin hatırlanma hızı ve kapsamı uzun süreli hafızaya örgütleniş biçimine göre değişir. Çok iyi ilişkilendirilen bilgiler kolay hatırlanır. Buna rağmen, basit tekrarlarla ya da ezberleyerek uzun süreli hafızaya kodladığımız bilgiler kolay unutulur ve hatırlanması da zordur (22). Kısaca birbiriyle ilişkilendirilen bilgi, ezberlenerek hatırdaki tutulmaya çalışılan bilgiden daha kalıcı ve kullanışlıdır.

Matematik diğer alanlara oranla daha zihinseldir. Onun zihinsel oluşu öğretmeyi ve öğrenmeyi zorlaştırmaktadır. Matematik öğretirken kurallar, algoritmalar ve formüllerin verilmesiyle yapılan eğitimi belki zaman ve enerji israfını önleyen bir öğretim yöntemi olarak görsekte sezgiye, deneme ve yanılmaya yer veren öğretim şekli; verimli ve yaratıcı düşüncenin oluşmasında daha etkilidir. Bu tür öğretimde birey matematiği işlemsel ve kavramsal olarak öğrenir. İşlemsel öğrenmeyi alış verişi yaparken ucuz fakat kalitesiz, kavramsal öğrenmeyi pahalı fakat kaliteli bir malın seçimi gibi düşünebiliriz. Bir matematiksel bilginin hafızada işlemsel ve kavramsal olarak nasıl öğrenildiğini hafıza tipleriyle beraber görelim.



Şekil 1. Bilginin hafızada işlemsel veya kavramsal olarak öğrenilmesi

Duyulan veya görülen bilgi, Şekil 1’de görüldüğü gibi duysal hafızada algılanmaz yada tanınmazsa kısa süreli hafızaya geçmeden kaybolur. Eğer bilgi duysal hafızada algılanır veya tanınırsa kısa süreli hafızaya transfer edilir. Kısa süreli hafızaya gelen bilgi, depolanmak için uzun süreli hafızaya gönderilmezse 1 yada 20 saniye içinde unutulur. Yada bilgi kısa süreli hafızadan depolanmak üzere uzun süreli hafızaya gönderilir. Uzun süreli hafızaya gelen bilgi burada tekrar ve ilişkilendirme olmak üzere iki ayrı şekilde depolanır. Tekrarlayarak depolamak uzun süreli hafızaya gelen bilginin hiçbir değişikliğe

uğrulanmadan ezberlenmesidir. İlişkilendirmek ise yeni gelen bilgiyi organize edip, düzenleyerek o bilgiyi bağlı olduğu bilgiler ağına katmaktır. Bilgileri ilişkilendirmek birbirine bağlamaktır. Yani bir bilgi diğer bilgiyi, o bilgide başka bir bilgiyi hatırlattıkça bilgiler arası ilişkilendirme gerçekleşir. Yeni bilgi eski bilgilerle ilişkilendirilerek anlamlı hale gelir. Uzun süreli hafızada bilgi tekrar edilerek, düşünmeden, ezbere öğrenilirse işlemsel öğrenme gerçekleştirilmiş olur. İşlemsel öğrenme, bilgilerin ilişkilendirilmeden birbirinden kopuk, bağımsız bir şekilde öğrenilmesidir. Eğer uzun süreli hafızaya gelen bilgi, buradaki eski bilgilerle örgütlenerek ve ilişkilendirilerek anlamlaştırılırsa kavramsal öğrenme gerçekleşir (24).

Uzun süreli hafızadaki bilgiler; hatırlama süreci ile kısa süreli hafızaya çağrılarak kullanılır. Bilginin hatırlanma durumu bilgiyi depolama biçimine göre değişir. Tekrar ederek uzun süreli hafızaya depolanan bilginin hatırlanması zordur. Çünkü tekrar ederek işlemsel öğrenmeyle öğrenilen bilgiler anlamlaştırılmadığından kolayca birbirine karıştırılıp unutulabilir. Bilginin ilişkilendirilerek depolanması tekrar ederek depolamanın aksine, uzun süreli ve kalıcıdır.

Kavramsal öğrenmede uzun süreli hafızaya gruplandırılarak depolanan bilgiler, dışardan gelen çağrışımla ilişkilendirilerek sözlü veya yazılı olarak uygulamaya kolayca dönüşür. İşlemsel öğrenmede ise uzun süreli hafızaya gruplandırılmadan depolanan bilgiler, dışardan gelen çağrışımla ilişkilendirilemeden yüzeysel yada yanlış bilgiler olarak kullanılır.

1.6. Matematiksel Bilginin Yapısı

Bilgiyi birbirinden farklı yaklaşımlardan hareket ederek tanımlamak mümkündür. Ancak, bunlar içinde en kolay ve anlaşılır olan tanım onu bilen bilinen ilişkisinden hareketle ele alanıdır.

Buna göre “bilinç sahibi varlık” olarak hem dıştaki evreni hem de kendisini algılar ve kavrar. Bu kavramaya bilme denir. Bunda, bilen ile bilinen vardır. Bilgi, bu ilişkinin sonucu olarak ortaya çıkar. Örneğin “bir elma ” dendiğinde belirtilen tek, tek başına, yalnız gibi kavramlarla ilişkilendirilerek bilen (ben) ile bilinen (nesne) arasında duyusal bir ilişki kurulur, nesne algılanır ve kavranır (25).

Öte yandan, nesneler insan zihninde bir takım izler oluşturur. O, bunlar üzerinde düşünerek, başka deyişle, zihinsel etkinlikte bulunarak kavramlar elde eder. Bunlar

arasında çeşitli ilişkiler kurarak çıkarımlar yapar, yargılara varır. Matematiksel bilgi, işte bu etkinliklerin sonucu olarak ortaya çıkan üründür.

1.6.1. Matematikte Kavram ve İşlem Bilgisini Tanıtma

Öğrenciler matematiği nasıl öğreniyorlar? Veya matematik nasıl öğretiliyor? Öğrenciler matematik sorularının çözümünde etkili yolu bulmada ne tür bilgilerden yararlanıyor? Bu soruların yanıtlarını matematikte işlem ve kavram bilgisini açıklayarak bulabiliriz.

1.6.1.1. Kavramın Tanımı ve Öğretimi

Bilginin yapı taşları kavramlardır. Yaşadığımız dünyada çok çeşitli olay, fikir ve obje bulunmaktadır. Bunların her birinin tüm özelliklerini tek tek öğrenmek mümkün değildir. Bu nedenle benzer özelliklere sahip olay, düşünce ve objelere bir isim verilerek gruplamalara gidilir.

Benzer özelliklere sahip olay, fikir ve objeler grubuna verilen ortak isme kavram denir (22). Deneyimlerimiz sonucunda iki veya daha fazla varlığı ortak özelliklerine göre bir arada gruplayıp diğer varlıklardan ayırt ederiz. Eğer deneyler sonucunda varlıklar ortak özelliklerine göre gruplanmayıp, birbirinden ayırt edilmemiş olsaydı, zihinde bir karmaşa oluştururdu. Bu da sistemli ve düzenli bir bilgi oluşturmazdı. Gruplar zihnimizde bir düşünce birimi olarak yer eder. Bu düşünce birimini ifade etmekte kullandığımız sözcük veya sözcükler birer kavramdır. Kavramlar somut eşya, olaylar veya varlıklar değil, onları belirli gruplar altında topladığımızda ulaştığımız soyut düşünce birimleridir. Yani kavram bir şey hakkında özellikle onun nitelikleri hakkında taşıdığımız genel fikirdir. Yani kavramlar bir fikirdir, bu kavrama verilen isim bir ses veya kağıt üzerinde bir işarettir. Aynı isim duyulduğunda veya işaret görüldüğünde hep aynı kavram akla gelir (26). Kavramlar gerçek dünyada değil düşüncelerimizde vardır. Gerçek dünyada kavramların ancak örnekleri bulunabilirler (26). Örneğin, “s-a-n-d-a-l-y-e” bir sestir veya görüntüdür. Bu sandalye kavramının taşıdığı anlam dört bacağı ve yaslanma yeri olan, oturmaya yarayan bir eşyadır. Kırmızı kavramını bilmeyen bir insana kırmızı kavramı öğretilmek istense; yapılması gereken bir kırmızı kavramı oluşturmak ve kırmızı kelimesiyle ilişkilendirmektir. Bu iki yolla yapılabilir. Birincisi, ilmi olarak “kırmızı 0,6 mikron dalga

boyu "civarında algıladığımız bir renktir. Bununla kavramı açıklamış olur muyuz? Elbette hayır. Böyle bir tanım kullanışsız olur. Böyle durumlarda örneklere başvurmalıyız. "kırmızı gömlek", " kırmızı kravat " vs. Bu yolla zaman içinde kavramlar örnekleriyle ilişkilendirilerek oluşur.

Kavram kendisine özgü öğeleri içermekle kalmaz, bazı öğeleri diğer kavramlarla paylaşır. Bu bakımdan her kavram başka kavramlarla çeşitli bağlamlarda ilişkilidir. Kavram sisteminin oluşturulma süreci gerekli materyaller el altındaysa çok hızlı gerçekleşir. Bu hazır malzemeden kayık yapmakla, ormana gidip ağaç kesip her şeyi baştan sona hazırlayıp kayık yapmanın farkına benzer (26).

Kavram öğrenme sadece objeleri basit olarak sınıflama ya da bir sınıf objenin adını ve tanımını söyleme ile sınırlı değildir. Kavram öğrenme kavrama örnek vermektir. Gerçek dünyada kavramların örnekleri olduğundan, eğer kavramla örnek eşleştirilirse söz konusu kavramla ilgili öğrenme gerçekleştirilmiş olur (26).

Kavramlar bilgilerin yapı taşlarını oluşturur. İnsanlar çocukluktan başlayarak düşüncenin birimleri olan kavramları ve onları ifade etmekte kullandığımız sözcükleri öğrenir, kavramları sınıflar ve aralarındaki ilişkileri bulurlar. Böylece bilgilerine anlam kazandırarak yeni bilgiler üretirler. İnsan zihnindeki bu öğrenme her yaşta sürüp gider. Zihin bir düşünce merkezidir. Zihindeki düşünceler görüntü yada sözcükler olarak belirirler. Düşünce eylemden önce gelir. Bir sembol bir sestir yada görülen yazıdır. Kavram zihinde canlanan bir fikirdir. Bu fikir sembolün anlamını belirtir. Bir sembol bir düşünce ile ilişkilendirildiğinde anlamlıdır (24).

Kavramlar insanların zihninde oluşmaktadır. Kavramların geliştirilmesinde kişinin kullandığı zihin süreçlerinden biri genelleme sürecidir. Kavram gelişiminde genelleme, varlıkları ortak özelliklerine göre bir grupta, sınıfta toplama sürecidir. Kişi kavramlarını kendi deneyim ve gözlemlerinden genellemelere giderek geliştirir. Kavramların geliştirilmesinde zihinsel süreçlerden biri de ayırım sürecidir. Bu genellemenin aksine varlıkların ve olayların birbirine benzemeyen özelliklerini görerek bir sınıflama süreci olarak tanımlanabilir. Kavram geliştirmede kullanılan diğer bir zihin işlemi tanımlamadır. Kavramlar zihnimizde var olan düşünceler, sözcüklerde kavramların adlarıdır. Bir kavramı sözcüklerle anlatan önermeye o kavramın tanımı denir (27).

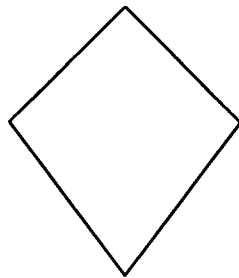
Kavram öğretimi, kavramların öğrencinin zihninde oluşmasını sağlamak amacıyla yapılır. Kavramın insan beyninde oluşmasını sağlamak oldukça güçtür. Çünkü kavramlar soyut düşüncelerdir. Soyut bir düşüncenin öğrenilmesi zordur. Bu nedenle kavramları

somutlaştırarak öğretme öğrenmeyi kolaylaştırır. Kavram öğretiminde kullanılabilecek anlam çözümleme tabloları, kavram ağları ve kavram haritaları geliştirilmiştir. Bu materyallerin en büyük özellikleri etkinliklerin öğrencilere yaptırılıp, daha sonra öğretmen tarafından değerlendirilmesidir. Bu materyaller bir ünite veya kavram sınıfta işlenmeden önce veya işlendikten sonra kullanılabilir. Bu materyaller kavram sınıfta işlenmeden önce yapılırsa öğrencilerin kavramla ilgili ön bilgileri, eksiklikler ve yanlış anlaşılmalara tespit edilebilir. Diğer bir yandan bir kavram işlendikten sonra bu tür etkinlikler yaptırılırsa o kavramın anlaşılma seviyesi de belirlenebilir (27).

1.6.1.2. Kavram Bilgisi

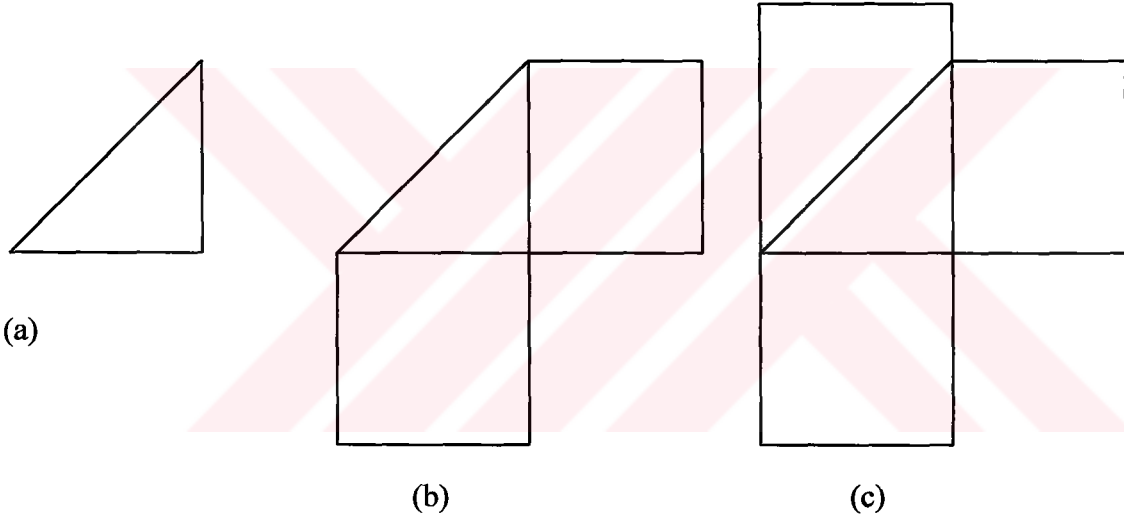
Çok açık bilgi gibi tanımlanan kavram bilgisinde bilginin bağlı olduğu tüm bilgiler öğrenilir. Bilginin bağlı olduğu bilgi parçacıkları açık ve nettir (28). Kavram bilgisi çok çeşitli ve farklı kavramların ilişkileriyle birbirlerine zincirleme bağlıdır. Kavram bilgisinin genişlemesi bilgi parçaları arasındaki yapı bağlarının artmasından meydana gelir. Kavram bilgisini bir zincir halkasına benzetirsek, her bir halka bir bilgi içerir. Birbiriyle bağlantılı bilgi genişledikçe mensup olduğu zincir halkası genişleyecek dolayısıyla bağlı olduğu bilgi parçası daha güçlenecektir. Her bir halka daha anlamlı olacağından zincirin temsil ettiği kavram anlamlılık kazanacaktır (28).

İnsanlar yeni şeyler öğrenirken bunları daha önceki bilgileri üzerine inşa ederler. Yeni matematiksel bilgiler var olan eski bilgilere eklenir. Ne zaman ki yeni bilgi eski bilgi ile uygun bir şekilde ilişkilendirilebiliyor ve uzlaştırılabilir ise o zaman söz konusu kavramla ilgili anlama meydana gelir (29). Burada geçmiş tecrübelerimizi, yaşadığımız anlara taşıyoruz. Daha basit olarak her yeni gördüğümüz objeyi, bilgiyi önceden edindiğimiz bilgi içersine koyuyoruz (26). Kavramların gücü tecrübeleri birleştirme kabiliyetlerinden gelir. Kavramlar soyutlaştıkça tecrübeleri birleştirme gücü artmaktadır. Örneğin, bir ilkokul öğrencisine;



Bu nedir? Sorulduğunda öğrenci bunu daha önce bildiği kare veya dikdörtgene benzeterek bunlardan birinin ismini söyler. Fakat, daha sonra ona bunun bir “deltoit” olduğu söylenir. O ilk başta bunu tereddütle karşılayarak şaşıracaktır. Deltoitin özelliklerini öğrendikten sonra deltoitle, kare ve dikdörtgen arasındaki farkı öğrenecektir. Aralarındaki fark anlaşıldıktan sonra öğrencide deltoit kavramı yer edecektir. Deltoit kavramını kazanan bir kişiye deltoit hakkında bir soru sorulduğunda kişi deltoiti, özellikleri ile beraber zihninde canlandırmayı başaracaktır. Zihinde canlandırma gerçekleştiği an söz konusu kavramla ilgili öğrenme de gerçekleşmiş olacaktır (26).

Afrikalı çocuklar üzerinde yapılan bir araştırmada bazı çocuklara pisagor teoremi öğretilmek istendi. Öğrenciler tahtadaki dik üçgeni defterlerine çizdiler. Kendilerinden her kenara kare çizmeleri istenince bunu kısa iki kenara yeterince kolay bir şekilde çizdiler.



Ancak, neredeyse hepsi hipotenüse kare çizmede zorlandı. Bir çoğu yukarıdaki (c) şekline benzer şekiller çizdiler. Burada kafalarında oluşan kare kavramı hep kağıt üzerine dik olarak çizilen kareler idi. Kafalarında eğimli kareler yoktu. Bu yüzden dik kenarlara kolaylıkla kareler çizildi. Burada; öğrencide kavram yeterince oturtulup, öğrencinin kavramları daha zor ve farklı örneklerle soyut olarak hazmetmesi ve öğretmene bağımlılıklarının da azaltılması sağlanarak, kavramları zihninde canlandırması gerekmektedir (26). Kavram bilgisi sadece kavramı tanımak veya kavramın tanımını ve adını bilmek değildir. Kavram bilgisinde kavramlar arasındaki ilişkinin kurulması gerekmektedir. Tek bir kavram kendi başına bir anlam ifade etmez. Kavram kendisinin anlamını taşıdığı grupla ilişkilendirilirse söz konusu kavramla ilgili anlam ortaya çıkar. Kavramın taşıdığı anlam anlaşıldığı sürece kavram bilgisi gerçekleşir.

1.6.1.3. İşlem Bilgisi

İşlem bilgisi onu meydana getiren iki ayrı kısım ile birlikte açıklanmaktadır. İşlem bilgisinin birinci kısmını matematiğin sembolleri ve dili oluşturur. Bu kısım bazen de matematiğin şekli olarak adlandırılmaktadır. Bu genelde matematiksel fikirleri göstermekte kullanılan sembolleri, alışılmış ve kabul edilen bir şeklin içine sembolleri yazmak için kullanılan söz dizimlerini içerir.

Matematik sembolleri rastgele yerleştirilmez. Bir sembol bir sestir, yada görülen şeydir. Zihinde canlandırılan bir fikirdir. Matematiksel semboller konunun yüzeysel özelliklerini verir fakat, anlamını vermez (28). Fikirler sembolün anlamını belirtirler. Bir düşünce ile ilişkilendirilmemiş bir sembol anlamsızdır. Buna rağmen aynı kavram farklı sembollerle gösterilebilir. “beş”, “5”, “V” benzer olarak $(101)_2 = 5$ ve $(8)_{10} = (10)_8 = (1000)_2$ gibi.

$3,5 + (?) = 4,71$ bu işlemde cevabı bulabilmemize rağmen $6 + = (?)2$ işlemi anlamsızdır. Bu sembol eşitliğin ifadesini içeren bir bilinmeyendir. $3,5 + (?) = 4,71$ sorusunun çözümünde yapılan her bir adım ile işlemin sonucuna ulaşılacak ve sonunda (?) sembolünün yerine yazılabilecek cevap bulunmuş olacaktır. Matematiksel bir problemi sona erdirmek için önceki işlemin girdi ve ürünleriyle oluşan sonuç, sonraki işlemin başlangıcı olacak ve böylece sıra takip edilerek sonuç bulunacaktır. Cevap çıkartılana kadar, örnek içindeki her adım işlemi tanımlar. İşlemler adım adım birbirlerini takip ederler (28). Semboller matematiğin dilidir. Okul matematiği konularında işlemlerde çok sıkça kullanılan sembollerin küçümsenilmeyecek kadar önemli yer tuttuğu bir gerçektir. Bu yüzden okul matematiğinde aslan payını böyle işlemler alır (28).

İşlem bilgisinin ikinci kısmı kuralları veya matematiksel problemi çözmek için kullanılan bağıntıları, veya somut nesneler üzerindeki işlemleri, görsel diyagramları, zihinsel hayalleri veya matematiksel sistemimizin standart olmayan diğer nesnelerini içerir.

İşlem sisteminin önemli bir özelliği bir bütün olarak düşünülmesidir. İşlemler sıraya konularak sonuca gidilir. Bir sonuca ulaşmak için önceki işlemin girdi ve ürünleriyle oluşan sonuç sırasıyla sonraki işlemin başlangıcı olacaktır. Bu sıra takip edilerek bir alt işlem, bir üst işleme eklenebilir. Örneğin;

$$f(x) = x.f(x-1) - 3, \quad f(1) = 2 \quad \text{ise} \quad f(4) \text{ değerini bulunuz.}$$

$$x = 2 \text{ için; } f(2) = 2.f(1) - 3 = 2.2 - 3 = 1 \Rightarrow f(2) = 1$$

$$x = 3 \text{ için; } f(3) = 3.f(2) - 3 = 3.1 - 3 = 0 \Rightarrow f(3) = 0$$

$$x = 4 \text{ için; } f(4) = 4.f(3) - 3 = 4.0 - 3 = -3 \Rightarrow f(4) = -3 \text{ bulunur.}$$

Bu sorunun çözümünde matematiksel sembol ve ifadeler ve bu sembol ve ifadelerin taşıdığı anlamlar bilinerek çözüme gidilir. Buradan işlem bilgisi için anlamsız öğrenme denilemez. İşlem bilgisinin kullanılabilmesi için bilgi temelini iyi öğrenilmesi gerekir. İşlem bilgisinin önemli özelliği bir bütün olarak düşünülerek işlemlerin adım adım birbirini takip etmesidir. İşlem bilgisini düğümlü bir ipe benzetebiliriz. Her bir düğüm bir işlem bilgisini temsil eder. Her bir işlem sonuçlandığında temsil ettiği düğüm çözülerek sonuca bir adım daha yaklaşılr. Böyle devam edilerek çözüme ulaşılır. İşlem bilgisinde matematiksel sembol sistemini, problemleri çözmek için kullanılan bağıntıları ve işlemleri bilmek gerekir. Belli işlemlerin yapılabilmesi için işlem basamaklarının sırasıyla yapılması gerekmektedir. Yapılan her bir işlem de daha önceden kazanılan kavram bilgisini içerir.

1.6.1.4. Kavramsal ve İşlemsel Bilgi Arasındaki İlişki

Van Engen ilk kez tecrübe edilen fikirleri kavram bilgisi olarak görmektedir (28). Ona göre sembollerin anlamını kazanmak için oluşturulan fikirler kavramsaldir. Örneğin; “+” sembolü birleştirmeyi gösterir. “Ali’nin üç bilyesi vardır. Annesi ona beş tane daha bilye verdi. Ali’nin bilyeleri kaç tane oldu? ” Eğer bu katılma fikri “+” ile birleştirilirse bu sembolün manasını alır. Schoenfeld’e göre matematiğin resmi dili için her sembol uygun kavramlarla anlamlı olmalıdır (28). Örneğin, ondalık sayıların çarpım kuralı verildiğinde bu anlamlı olmayan işlem bilgisidir. (Ondalık sayılar önce tam sayı gibi düşünülerek çarpılır. Daha sonra virgüllerden sonraki sayı adedi kadar virgül kaydırılarak sonuç yazılır.) Kuralın nedenleri niçinleri açıklanmadığı veya anlaşılmadığı sürece bu bir ezber bilgi olacaktır. Eğer bu bilgi bu şekilde öğrenilirse işlemsel öğrenme gerçekleşir. Ancak bu kuralın nedenleri niçinleri öğrenildiği zaman kavramsal öğrenme gerçekleşerek bu bilgi asla unutulmaz. Kural unutulsa bile çıkarım yolu hatırlanır. Şöyle ki her ondalık sayının bir açılımı vardır. Örnek, $1,2 * 0,57$ işleminin sonucunu bulalım.

$$1,2 * 0,57 = \frac{12}{10} * \frac{57}{100} = \frac{684}{1000} = 0,684 \text{ buradaki her bir bilgi anlamlıdır. Ancak burada}$$

her bir bilgi daha önceden kazanılmış bir işlem bilgisidir. Bu işlem bilgilerinin temelinde de daha önceden kazanılmış bir kavram bilgisi yer alır. Burada hem kavram hemde işlem bilgisi kullanılmaktadır. Rasyonel sayılarda pay ile payın, payda ile paydanın çarpılma

işlemi bir kural olarak bilinir. Ancak, bu kuralın temelinde mutlaka bir kavram bilgisi vardır. a, b, c ve d bir tam sayı ve b, d sıfırdan farklı olma koşulları ile $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ rasyonel sayılar olsun.

$$\frac{a}{b} = x, \frac{c}{d} = y \text{ olarak alalım ve } xy \text{ 'i bulalım.}$$

İçler dışlar çarpımından; $a = bx, c = dy$ ise $ac = bxdy = bdcy \Rightarrow ac = bdcy$ (çarpma işleminin değişme özelliğinden) $b \neq 0, d \neq 0$ ise $b * d \neq 0 \Rightarrow xy = \frac{ac}{bd}$

$$xy = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \text{ elde edilir.}$$

Bu örnekten gördüğümüz gibi kavram bilgisi içinde işlem bilgisi, işlem bilgisi içinde kavram bilgisi yer almaktadır. Bir başka örnek; çoğu insanın ezbere bildiği çarpım tablosu işlem bilgisi olarak kullanılıyor. Ancak bu işlem bilgisinin temeline inildiğinde bu bilginin anlamlılığını görmek mümkündür. $3*4=12$ eşitliği “üç kere dört eşit on ikidir.” Bunun ifadesi üç tane dördün toplanmasıdır. Bu çarpma işlemi bize çok basit gibi gelebilir. Ancak unutmamak gerekir ki bu çarpım sembolünün ortaya çıkıp bu anlamı alması yıllar sürmüştür. Çarpma işlemi bizi uzun toplamaları yapmaktan kurtarmıştır. Bunun gibi önceden öğrenilmiş bir bilgi, problem çözümünde çok hızlı bir şekilde işlem bilgisi olarak kullanılarak çözüme erken ulaşılmaktadır. Bu tür işlem bilgileri bir kültürel miras olarak elimizin altındadır ve bunları kolaylıkla kullanabiliriz. Bunun gibi, bazı temel işlem bilgileri vardır ki bunların çıkarımlarını bilmesek de anlamlı öğrenme gerçekleştirebiliriz. Örneğin, iki eksi tam sayının çarpımının artı olduğunu hep ezbere biliriz. İki eksi sayının çarpımının pozitif etmesini benzetmelerle öğreniriz. Negatif sayılar düşman, pozitif sayılar dost olsun. Düşmanımın düşmanı benim dostum olacağına göre sonuç (+) yani pozitifdir. Pozitif ve negatif sayıların çarpımının da negatif olduğunu; düşmanımın dostu benim de düşmanım olacağına göre sonuç (-) yani negatif olacaktır. Ancak, çoğu kimse ve öğretmen de dahil olmak üzere iki negatif sayının çarpımının neden pozitif olduğunu matematiksel olarak söyleyemez. İki negatif sayının çarpımının pozitif olduğunun ispatı ise; aşağıda tanımlanmış olan x sayısını ele alalım.

$$X = ab + (-a)(b) + (-a)(-b) \text{ bunu şu şekilde yazalım,}$$

$$X = ab + (-a)[(b) + (-b)]$$

$$= ab + (-a)(0)$$

$$= ab + 0$$

$$X = ab$$

Aynı şekilde;

$$\begin{aligned} X &= [a + (-a)]b + (-a)(-b) \\ &= 0b + (-a)(-b) \\ &= 0 + (-a)(-b) \\ &= (-a)(-b) \end{aligned}$$

Böylece, $X = ab$ ve $X = (-a)(-b)$ elde edilmiş olur. Bu nedenle, $ab = (-a)(-b)$ olur (14). İki negatif sayının çarpımının pozitif olduğu matematiksel olarak ispatlanmış olur. Bu ispatı bilmeden de problemleri anlayarak çözüme ulaştırmayı başarabiliriz. Bunlar sorun değil sorun olan kavram olarak öğrenilmesi gereken işlemlerin ezber olarak öğrenilmesidir.

Ezbere öğrenilen şey unutulacağı için problem çözümünde başarısızlık söz konusu olur. Ezber öğrenme işlemsel öğrenmedir. Örneğin, iki ondalık sayının çarpımında genellikle üç işlem yapılır. ($1,2 * 0,57 = ?$) Birincisi kendine has şekilde problemi yazma, ikincisi sayıları tam sayı gibi düşünerek çarpma işlemi yapılır. ($12 * 57 = 684$) Üçüncüsü, cevaba ondalık virgülü yerleştirmek. ($1,2$ de virgülden sonra bir sayıya sahip, $0,57$ virgülden sonra 2 sayıya sahip toplam 3 sayıdır. Çarpım sonucunda elde edilen sonuçta virgülden sonra 3 sayı olacaktır. Buna göre sonuç $0,684$) bu kurallar dizimi bizi doğru sonuca ulaştıracaktır. Bu kural dizimini öğrenci tarafından ezberlenerek öğrenilir. İşlemsel öğrenme; işlemleri taşıdığı anlamlarıyla değil, kural niteliğinde ezberlemeyi tercih eder. İşlemsel öğrenme öğrencisi matematiği kural yığıntısı olarak görmektedir.

Bir başka örnek ise;

$\int \sec(x) dx$ integrali aşağıdakilerden hangisidir?

- a) $\frac{1}{2} \ln (\sin(x) + \cos(x))$
- b) $\ln (\tan(x) - x)$
- c) $\ln \tan(x/2) + \arcsin(x/2)$
- d) $\ln (\sec(x) + \tan(x))$

Sorusu, öğrencilerin önceden öğrendiği bilgileri hatırlama seviyesini ortaya koyar. Eğer öğrenci bilgiyi hatırlarsa doğru cevap ezbere işaretlenir. Eğer bilgi hatırlanmazsa ya soru boş bırakılır yada rastgele bir şık işaretlenir.

Cartel ve Yackel öğrencileri, işlemsel öğrenme ile kuralcı, bu kuralları uygulayıcı ve kural ezberleyici olarak tasvir eder. Bu tip öğrenciler için, matematik kuralları serisidir. Matematiği öğrenmek için bu kuralları mutlak surette öğrenmek gerekir. Genellikle bu iş

içinde ezberlemeyi kullanırlar. Aynı zamanda bu kuralların hangi durumlarda uygulanacağını da öğrenirler. Bu işlemsel öğrenme görüşü öğretmeni bütün kuralları ve bu kuralların uygulanışını bilen, aynı zamanda bu kuralları öğrencilere aktaran tek yetkili olarak yansıtır (30).

Öğrencilerin cebir bilgilerinin değerlendirilmesi amacıyla kullanılan;

$\int \sec(x)dx = \ln (\sec(x) + \tan(x))$ olduğunu gösteriniz sorusu ise matematiksel eşitliklerin gösterilmesi gibi kavramsal bilgiyi gerektiren bilgi seviyesini ortaya koyar (11). Bu sorunun çözümünde sadece kavram bilgisi değil işlem bilgisi de yer almaktadır. Sorunun çözümünde integral alma kurallarının bilinmesi ve dönüşümlerin birbiri ile olan ilişkilerinin kullanılması gerekmektedir.

$$\begin{aligned}\int \sec x dx &= \int \frac{(1 + \sin x)dx}{\cos x(1 + \sin x)} \\ &\Rightarrow \int \frac{\frac{(1 + \sin x)dx}{\cos^2 x}}{\frac{\cos x(1 + \sin x)}{\cos^2 x}} = \int \frac{\frac{\sin x}{\cos^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x}}{\frac{1}{\cos x} + \frac{\sin x}{\cos x}} dx \\ &\Rightarrow \int \frac{\tan x \cdot \sec x + \frac{1}{\cos^2 x}}{\sec x + \tan x} dx = \int \frac{\tan x \cdot \sec x + \sec^2 x}{\sec x + \tan x} dx \quad \text{oluşturulduktan sonra}\end{aligned}$$

$u = \sec x + \tan x$ dönüşümü hatırlanıp uygulanırsa, $du = (\tan x \cdot \sec x + \sec^2 x)dx$ olur. Bu etkinlik yukarıdaki ifadeye uygulanırsa;

$$\int \frac{\tan x \cdot \sec x + \sec^2 x}{\sec x + \tan x} dx = \int \frac{du}{u} = \ln|u| \Rightarrow \int \sec x dx = \ln|\sec x + \tan x| + c \quad \text{sonucu}$$

hem kavram bilgisi hem de işlem bilgisinin kullanılmasıyla elde edilmiş olur (11).

Kavramsal öğrenmede öğrenciye bilgilerin doğrudan aktarılması değil, gerekli kavramları sorgulayıcı, tartışma niteliğinde aktarma ve sonuçta matematik bilgilerinin öğrenci tarafından zihinde oluşturulması sağlanır (30). Kavramsal öğrenmede öğrenci, problem çözmede ve matematiksel bilgi üretmede kendi yaratıcılığını, sezgilerini ve yeteneklerini esaslı bir biçimde kullanabilen bir problem çözücüdür (15). Bunu yaparken de matematik bilgilerini bir araya getirerek gerçekleştirir. Öğrenciler matematik bilgilerini öğrenmenin sadece öğretmen ile değil bu bilgileri anlama ile olacağını bilirler. Bunu yaparken de matematik bilgilerini oluşturan kavramlar bütünlüğünü, fikirleri ve uygulamaları öğrencilerin kendileri bütünleştirerek yaparlar (26). Bunun için kavramsal öğrenmede matematiği birbirine bağlı kavramlar ve düşünceler ağı olarak görür ve

matematiksel kavramların ve düşüncelerin dışardan kopya edilmesi yerine öğrencinin bizzat kendisinin yapısallaştırmasını önerir (15).

Di-Sessa'ya göre kavramsal öğrenme, mevcut sistemde sıklıkla görülmesede matematiği ve fen'i daha iyi anlamının bir yoludur (30). Kavramsal öğrenmede öğrenci matematik konularının birbirleriyle ilişkili kavramlar ve fikirler topluluğu olduğuna inanarak, problem çözümünde sonuca ulaşmak için sezgilerini ve yeteneğini kullanır. Kavramsal öğrenmede probleme üstün körü ip uçlarıyla çözüm yolları aranmaz. Bunun yerine problem çözümü için gerekli olan birbirine bağlı küçük bilgi parçacıklarının araştırılması ve bu bilgi parçacıklarını problem çözmede birbirleriyle uyumlu bir şekilde kullanılması tercih edilir (30).

Öğrenci bilgileri kavram olarak öğrendikten sonra, gerektiği yerde bu bilgiyi işlem olarak kullanabilir. Fakat bu bilgi öğrenciye doğrudan işlem bilgisi olarak verildiğinde öğrenci bu bilgiyi ezberleyecektir. Kullanılması gereken durumlarda ezbere kullanarak sonuca gidecektir. Fakat ezbere öğrenilen bilgi kolaylıkla unutulur yada karıştırılacağından bu bilgi etkin bir şekilde kullanılamayacaktır.

Öyle sorular da vardır ki işlem bilgisi hiçbir işe yaramaz. Kavram olarak mantık yürütmeniz gerekir. Örneğin $4x^2 + 9y^2 - 12xy$ (x ve y belirtilmemiş sayı) işleminin işareti hakkında ezbere hiçbir şey yapılmazken; bu eşitliğin açılımı incelendiğinde;

$4x^2 + 9y^2 - 12xy = 4x^2 - 12xy + 9y^2 = (2x - 3y)^2$ elde edilen bu sonuç muhakeme edilirse, elde edilen bu sonuç daima pozitifdir. Küçük bir düzenleme ile kavram bilgisini kullanarak problemin sonucu hakkında bilgi sahibi olunur. Burada olduğu gibi kavram bilgisi işlem bilgisiyle beraber kullanıldığında problem çözümü kolaylaşır (28).

National Assessment of Education Progress'den gelen bir örnek; a)1 b)2 c)19 d)21 e)Hiçbiri cevap şıkları ile verilen $\frac{12}{13} + \frac{7}{8}$ işleminin sonucunu öğrencilerden hesap etmeleri istenmiştir (28). Öğrencilerden en çok karşılaşılan cevap şıkları c)19 ve d)21 olmuştur. Burada öğrenci cevabın kontrolünde kavram bilgisini kullanamamıştır. Halbuki;

$$\frac{12}{13} < 1 \text{ ve } \frac{7}{8} < 1 \text{ olduğu irdelenebilseydi asla c ve d şıkları işaretlenmezdi. Burada}$$

kavram bilgisi ile işlem bilgisini birleştirmek yerinde bir davranış olacaktı. İşlem bilgisini anlama, yorumlama bir kavram bilgisidir. Formüllerin uygulanması ile elde edilen sonuçların yorumlanması bir kavram bilgisi olduğundan, işlem bilgisi ile kavram bilgisi bir arada kullanılmaktadır.

Matematiksel problemler çözülürken iki tür çözücülerle karşılaşılır. Birincisi; uzman, ikincisi; çırak. Uzman, problemi çözerken kavramsal özelliklere başvurarak çözüme ulaşırken, çırak yüzeysel özellik ve önceden çözülmüş benzer problem çözüm yollarını hatırlayıp aynı çözüm yolunu uygulamaya çalışır. Eğer bu tür bir problemle karşılaşılmağı ise uyduruk bağıntılarla bir şeyler yapmaya çalışır. Bu uyduruk bağıntılar kavramsallıktan çok uzaktır. Ancak, problemin çözümünde dayandırılan kavramsallık zenginleştiğinde başarı performansının da arttığı görülmektedir.

Çoğu öğrenci işlemleri, alttaki kavramları öğrenmeden kullanmaya çalıştıkları için matematik onlar için hep kapalı kutu olarak kalacaktır. Belli konularda alt kavramlar oluşturulmadığından o kavrama bağlı oluşturulabilecek tüm kavramlar oluşturulamayacaktır. Buna karşın, kavramsal öğrenmede her matematiksel bilgi anlamlılık kazanıyor.

Matematik eğitiminde bir eğitim tarzı olan işlemsel görüş, öğretmeni; bir takım hazır matematik bilgilerini öğrencilere aktaran bunu yaparken de anlatım metodunu kullanan kişi konumunda kabul eder. İşlemsel öğrenmede kavramlara değil işlemlere önem verilir. İşlem bilgisinin nedenleri niçinleri araştırılmaz. İşlemsel öğrenmede alınan bilgi, üzerinde düşünülerek öğrenmek yerine tekrarlayarak ve ezberleyerek öğrenilir. Problemlerin çözümleri hazır alınır ve çözümleri hazır verilen problemlerin sorulması istenir. Karşılaşılan problemi araştırmadan, bir yorum getirmeden doğrudan hatırlanılan problem çözümleri ezbere uygulanır. İşlemsel öğrenme işlemlere önem verdiğiinden işlemler yüzeysel bir şekilde ezberlenerek öğrenilir. İşlemsel öğrenmede kavram bilgisi olmadığı gibi işlem bilgisi de yüzeyseldir. Burada matematikteki her şey bir kurala bağlanmak istenir (31). İşlemsel öğrenmede matematik sınıfları matematik ifadelerin ilişkilendirildiği, anlamlandırıldığı ve tartışıldığı değil matematiğin yapılarak taklit edildiği, ezberlendiği yerdir. Bu tür öğrenmede öğrenci güçsüz ve öğretmenine karşı bağımlıdır. İşlemsel öğrenmede öğrenciye matematik bilgileri hazır ve kurallar şeklinde verilmektedir. Ayrıca öğrencilerin bilgi bombardımanına tutulması öğrencilerin bilgileri ezberlemesi sonucunu doğurur. İşlemsel öğrenme sınav-müfredat-öğretmen-öğrenci karşılıklı etkileşim sonucu doğmuştur.

Matematikte diğer bir eğitim tarzı olan kavramsal görüş; öğretmenin öğrenciye bilgileri doğrudan aktarmasına karşı çıkarak gerekli kavramları sorgulayıcı, tartışma niteliğinde aktarma ve zihinde oluşturulmasını önerir (30). Kavramsal öğrenme matematiksel kavramları sembolleştirebilme, onları ilişkilendirebilme ve matematiksel

sembol ve ifadelerle işlem yapabilme becerileri içerir. Bu tür öğrenmede hem kavram hem de işlem bilgisi önemlidir. Çünkü işlem bilgisinin temelini oluşturan kavram bilgisine sahip olan birey, küçük kavram parçacıkları arasında zengin bir ağ kurarak, işlem bilgisini de anlamlı öğrenir. Anlamlı olan bilgi de kalıcı ve kolayca uygulamaya dönüşen bilgidir. Kavramsal öğrenmede kavram bilgisine ve işlem bilgisine dengeli bir şekilde önem verilerek her iki tür bilgide kullanılır. Kavramsal öğrenmede matematik bilgilerinin kurulması için birey işin içine katılır. Yani birey aktiftir. Öğrenciler bilgileri araştırma ve tartışma ortamı içinde öğrenmektedir.



2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

Zihin düşünce merkezidir. Matematikte zihinde gerçekleşen bir düşünme aracıdır. Öğrencilerin cebir bilgisinin doğası zihinde nasılsa, kağıt üzerinde ki uygulamalarında da aynıdır. Çünkü, zihindeki düşünceler görüntü yada sözcük olarak belirirler. Bu çalışmada lise öğrencilerinin cebirsel bilgilerinin doğasını işlem ve kavram bilgisi bağlamında değerlendirilmesi amaçlanmıştır. Bunu yine geliştirilen ölçeğe göre, öğrencilerin iki ayrı başarı testine verdikleri cevapların gruplandırılmasıyla ortaya çıkarmak bu çalışmanın temel amacıdır.

Bu amaca ulaşabilmek için yapılan çalışmalar ayrıntılı olarak aşağıda anlatılmıştır.

2.1. Yöntem

Bu araştırma bir özel durum çalışmasıdır. Bu yöntemin seçilmesinin sebebi, öğrencilerin matematik bilgisinin genel değerlendirilmesi değil, matematiğin bir parçası olan cebir bilgisinin doğasının değerlendirilmesi amaçlandığındandır. Ancak, özel durum çalışması sırasında toplanan verileri desteklemek amacıyla araştırmacı “araştırmacı öğretmen” yöntemini de kullanarak öğrencilerin sınıftaki davranışlarını, derse katılımlarını ve problem çözme etkinliklerini gözlemiştir. Araştırmacı öğretmen yöntemi öğretmenin araştırmacı olduğu modeldir. Pratikten gelen insan problemi en iyi gören insandır. Öğretmenin araştırmacı olduğu model, eğitim öğretim sürecinin özel bir durumunda ortaya çıkan problemleri tespit etmeyi ve çözüm üretmeyi önerir.

2.1.1. Özel Durum Çalışması

Özel durum çalışmaları bir araştırma metodolojisi olarak tanımlanmıştır. Buradaki ana amaç bazı genel teorileri aydınlatmak için incelenen özel durumları etrafıca tanımlamaktır. Özel durum çalışması şöyle tanımlanabilir; araştırma metotlarının tümünü kapsayabilen bir şemsiye gibidir. Bu yöntem, incelemesini belirlenmiş bir özel durum etrafında derinlemesine yapar. Bu özel durum bazen bir olaydır. Bazen bir kişidir. Bazen de bir gruptur. Özel durum çalışması, özel olayın, özel kişinin veya özel grubun açıklanması ve irdelenmesidir. Ancak, bu ifade onun bir hikaye veya roman olduğu

anlamına gelmez. O özel bir durumu sistemli bir şekilde araştırmaktadır. Diğer araştırmalarda da olduğu gibi veriler sistematik bir şekilde toplanır, değişkenler arasındaki ilişki bulunmaya çalışılır.

Özel durum çalışmaları faktörlerin ve delillerin birbiriyle olan ilişkilerini inceler. Gözlem ve mülakatlar çok sıkça kullanılmasına rağmen, özel durum çalışmalarında bütün veri toplama teknikleri kullanılmaktadır. Özel durum çalışmasının kurucularından olan Stake, bu çalışmayı, sınırları belirlenmiş olan uygun bir durumu bütünüyle incelemek olarak tanımlamıştır (32).

Özel durum çalışması genellemeyi amaçlamaz. Bu çalışma bir teorem, hipotez üzerinde çalışıyorsa bu teoremi, hipotezi genellemeye, doğrulamaya çalışmaktadır. Bu nedenle söz konusu teoriler ve hipotezler özel şartlar altında ayrıntılı bir incelemeye tabi tutulmaktadır. Özel durum çalışması, ortaya çıkan neticeleri genellemiyor diye değersizdir denilemez. Özel durum çalışmasının ortaya koyduğu sonuçlar her zaman benzer durumlar için faydalanılacak, başvurulabilecek önemli bilgi kaynakları olacaktır. Özetle, eğer özel durum çalışmaları sistematik ve planlı bir şekilde yapılır ve eğitimi geliştirmeyi amaçlayarak bu yönde önerilerde bulunursa ve bulgularını mevcut bilgiler üzerine kurarak, yeni bulgular meydana getirebilirse özel durum çalışmaları eğitim açısından her zaman değerlidir. İyi yapılmış bir özel durum çalışması okuyucuya çalışılan durum hakkında üç boyutlu bir resim sağlar. Bu resim karşılıklı ilişkileri, özel etkileşimleri ayrıntılı bir şekilde aydınlatır. Bu etkileşimler ve ilişkiler, küçük faaliyetleri, ayrıntıları ve eğitsel yapıları çalışılan ortamda yakından etkiler (33).

2.1.2. Çalışma Planının Hazırlanması

Bu çalışmada, yukarıda belirttiğimiz amaca yönelik olarak çalışmanın planlanması şu şekilde yapılmıştır.

1. Lise 1 matematik ders kitaplarından ve diğer kaynaklardan öğrencilerin cebirsel bilgilerini işlem ve kavram bilgisi bağlamında değerlendirebilecek konular seçilmiştir.
2. İşlem bilgisine ait 10'ar soru, kavram ve işlem bilgisini ölçmek için 10'ar soru olmak üzere toplam 20 sorunun belirlenen konulardan hazırlanması.
3. Pilot çalışma sonucunda öğrencilerin cebir bilgilerini işlem ve kavram bilgisi

bağlamında karakterize eden ölçütün geliştirilmesi.

4. Hazırlanan yazılı cevap gerektiren soruların belirlenen okullarda lise 2 ve lise 3. sınıf öğrencilerine uygulanması.
5. Araştırmacı öğretmen yöntemiyle sınıf içi gözlemlerin yapılması.
6. Sorulara verilen cevapların analiz edilmesi.

2.2. Evren ve Örneklem

Yapılan çalışma, 4 merkezde toplam 5 okulda lise 2'den 125 ve lise 3'ten 125 olmak üzere toplam 250 öğrenciye uygulanmıştır.

Çalışmanın yapıldığı merkezler aşağıya çıkarılmıştır. Sadece Trabzon / Merkezde büyük olmasının nedeniyle iki okul diğerlerinde ise birer okul seçilmiştir.

Seçilen merkezler şu şekildedir.

1. Trabzon / Merkez
2. Trabzon / Akçaabat / Merkez
3. Trabzon / Yomra / Merkez
4. Trabzon / Sürmene / Merkez

Araştırmacı tarafından kendi sınıflarında (Trabzon / Sürmene / Merkez) 1998-1999 eğitim öğretim yılının tamamı ve 1999-2000 eğitim öğretim yılının birinci kanaat dönemi boyunca araştırmacı öğretmen yöntemiyle sınıf içi gözlemler yapılmıştır.

2.3. Araştırmada Kullanılan Soruların Geliştirilmesi

Bu araştırmada kullanılan sorular iki pilot çalışmanın ardından on'ar soruluk iki başarı testi hazırlanmıştır.

2.3.1. Pilot Çalışma

Pilot çalışmalar Sürmene Lisesi'nde yapılmıştır. 1998-1999 Eğitim öğretim yılı boyunca Sürmene Lisesi'nde araştırmacı, ders öğretmeni olarak lise 1. sınıftan iki sınıfa, lise 2. sınıftan bir sınıfa ve lise 3. sınıftan iki sınıfa girmiştir. Burada lise 1 ve lise 2 matematik müfredatının birinci dönemine ait konularından öğrencilerin işlem ve kavram bilgilerini değerlendirebilecek on'ar soruluk iki ayrı başarı testi hazırlanmıştır. Hazırlanan

bu sorular 1998-1999 eğitim öğretim yılının 2. döneminde lise son sınıf öğrencilerinden 40 öğrenciye uygulanmıştır.

Bu uygulama sırasında bazı sorunlar yaşanmıştır. 1998-1999 eğitim öğretim yılına kadar uygulanan ÖSS ve ÖYS sınavları bu eğitim öğretim yılında kaldırıldı. Üniversite sınavının tek basamak olarak ÖSS olarak yapılacağı açıklandı. Üniversite sınavının ilk kez tek basamaklı olacağından bu konu hakkında pek fazla açıklama yapılmadı. Yapılan açıklamalar sadece sınavın bundan önceki yıllardaki ÖSS konularını içereceğidir. Birinci pilot çalışmada hazırlanan bazı sorular ÖSS konuları dışında kaldıkları için öğrenciler ön yargılı olarak bu sorulara yanıt vermemiştir. Örneğin, lise 2 matematik konusuna ait olan trigonometri sorusu cevapsız bırakılmıştır. Ayrıca bazı sorularında işlem ve kavram bilgisini ölçmede yetersiz oldukları görülerek bu sorular değiştirilmiştir.

İkinci pilot çalışmanın soruları, birinci pilot çalışmanın ışığı altında bu çalışmanın 12 sorusu elenerek 8 sorusu alınmıştır. Diğer 12 soru lise 1. sınıflarda 2 dönem boyunca yapılan yazılı yoklamalar sonucunda elde edilmiştir. Böylece, lise 1 matematik müfredatından bağıntı-fonksiyon-işlem, sayılar, polinomlar, çarpanlarına ayırma ve birinci dereceden denklemler konularına ait işlem ve kavram bilgisini değerlendirmek amacıyla on'ar soruluk iki ayrı başarı testleri hazırlanmıştır. Hazırlanan bu sorular 1998-1999 eğitim öğretim yılının sonlarına doğru birinci pilot çalışmanın uygulanmadığı diğer lise 3'üncü sınıftan 40 kişiye uygulanmıştır. Bu uygulama sonucunda elde edilen verilere göre öğrencilerin cebirsel bilgilerini işlemsel ve kavramsal bilgi bağlamında karakterize eden ölçek geliştirilmiştir.

İki pilot çalışma ardından geliştirilen sorular aşağıdaki gibidir.

A: İşlem Bilgisi Gerektiren Sorular

- 1) $a^2 = a + 1$ ise a^5 in a cinsinden en sade değerini bulunuz.
- 2) $f(x) = x.f(x-1) - 3$, $f(1) = 2$ ise $f(4) = ?$
- 3) Q (Rasyonel sayılar)'da $\frac{1}{x\Delta y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ biçiminde " Δ " işlemi tanımlanıyor.
 $(a\Delta 1)\Delta 6 = \frac{3}{5}$ olduğuna göre a kaçtır?

4) $\frac{x^2 - 7x - 8}{x^2 - 9} : \frac{x^2 - 64}{x^2 - 6x + 9}$ ifadesinin en sade biçimini bulunuz.

5) $\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^7 * (-2)^6}{(-2)^5 * (-2)^{-4}}$ işleminin sonucu kaçtır?

6) $\frac{\sqrt{(-2)^2} + \sqrt[3]{-8} - \sqrt{(-5)^2}}{\sqrt[3]{(-3)^3} + \sqrt{4}} = ?$ İşleminin sonucunu bulunuz.

7) $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$ ve $a + b + 3c = 34$ olduğuna göre $a \cdot b \cdot c$ çarpımının değeri nedir?

8) $a = 1,3$ ve $b = 4,3$ olduğuna göre; $\frac{(a+b)^2 - 4ab}{3a - 3b} = ?$

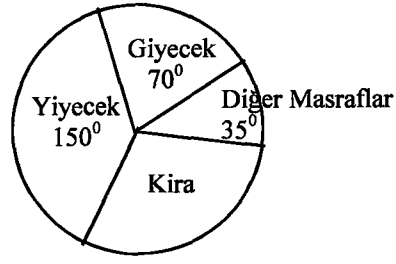
9) $a + 3b = 2$
 $c + 3b = 10$ olduğuna göre; $a^2 + c^2 = ?$
 $ac = 14$

10) $P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 5$ polinomu veriliyor, $P(1 - \sqrt[3]{2}) = ?$

B: Kavram Bilgisi Gerektiren Sorular

- 1) Bir doğal sayı 5 ile bölününce 3, 9 ile bölününce 5 kalanını veriyor. Bunu sağlayan üç basamaklı kaç farklı sayı vardır?
- 2) Her ay sonunda kalan borcunun $\frac{1}{5}$ 'ini ödeyen bir kimsenin 3 ay sonunda 16.000.000 lira borcu kalıyor. Bu kimsenin başlangıçta kaç lira borcu vardı?
- 3) Hızları 50m/sn ve 150m/sn olan iki bisikletli 1000m uzaklıkta birbirlerine doğru, çarpışmak amacıyla, hareket ederler. Onlarla aynı anda 50m/sn hızlı bisikletlinin köpeği sahibinin yanından 100m/sn hızla II. bisikletliye doğru koşar. II.ye dokunduğu an tekrar I.ye doğru koşar. Sahibine değdiğinde II.ye doğru yönelir. Bu, iki bisikletin çarpışmasına kadar sürer. Bu çılgın köpek ne kadar yol almıştır?

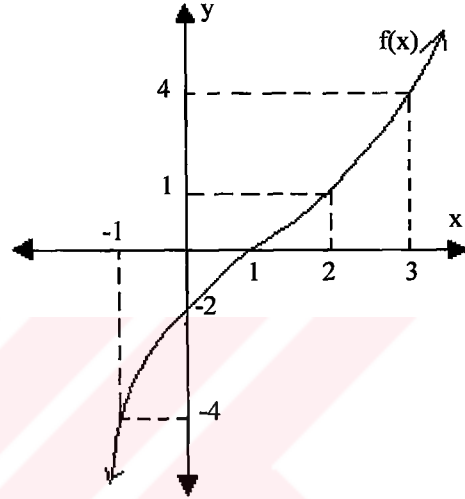
- 4) Şekildeki grafikte ayda 18.000.000 lira maaş alan bir memurun gider dağılımını görmekteyiz. Bu memurun **kira** gideri kaç liradır?



- 5) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

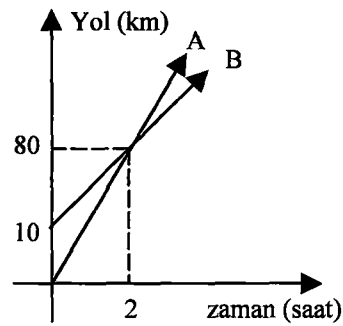
Buna göre;

$$f(2)f(-1) + f^{-1}(4)f^{-1}(1) = ?$$



- 6) Bir babanın yaşı, iki kızının yaşları farkının 5 katıdır. 10 yıl sonra babanın yaşı, kızlarının yaşları farkının 6 katına eşit oluyor. Babanın şimdiki yaşı nedir?

- 7) A ve B araçlarının zamana bağlı olarak aldıkları yollar grafikte verilmiştir. Araçların birleşmesinden 5 saat sonra aralarındaki uzaklık kaç km. dir?



- 8) $P(x)$ polinomunun $(x + 3)$ ile bölümünden kalan -13 ve $(x - 2)$ ile bölümünden kalan 2 olduğuna göre; $(x + 3)(x - 2)$ ile bölümünden kalanı bulunuz.

9) Bir fabrikada 3 zil vardır. Değişik amaçlarla 1. zil 18 dakikada bir, 2. zil 24 dk.da bir, 3. zil 32 dk.da bir çalmaktadır. Üçü birlikte çaldıktan **en az** kaç dakika sonra tekrar birlikte çalarlar?

10) $P(x + 1) = x^2 + mx + 4$ polinomu veriliyor. $P(x)$ polinomunun bir çarpanı $(x + 3)$ ise $m = ?$

2.3.2. Başarı Testlerinin Uygulanması

Öğrencilerin cebirsel bilgilerinin doğasını işlem ve kavram bilgisi bağlamında değerlendirmek için tasarlanan sorular iki pilot çalışma ardından onar soruluk iki test olarak geliştirilmiştir. Birinci onar soruluk test öğrencinin işlem bilgisini ikinci onar soruluk test ise kavram bilgisini değerlendirmeyi amaçlamaktadır.

Belirlenen 5 okulda toplam 250 öğrenciye iki test farklı zamanlarda uygulanmıştır. 250 öğrencinin 125'i lise 2, 125'i lise 3 öğrencisidir. Her bir test için 50 dakikalık bir süre tanınmıştır.

2.4. Gözlem Yöntemi

Özel durum çalışmasının tamamlanabilmesi için gözlem metodunun tamamlayıcı yöntem olarak kullanılması gerekmektedir. İnsanların yeni ve farklı bir yaklaşıma, olaya karşı düşüncelerini, yaklaşımlarını ve tepkilerini öğrenmek, çoğu zaman mümkün olmaz. Fikirlerini saklayabilirler. Oysa olayı yada yaklaşımı, hazırlanan ortamda sunmak ve katılımcıların davranışlarını gözlemek, araştırmacıya veri toplamada önemli ölçüde kolaylıklar sağlar. Direkt olarak araştırılan durumu gözlemek, verilerin güvenilirliğini arttırdığı bir gerçektir (32). Gözlemler, araştırmacı öğretmen yöntemiyle araştırmacı tarafından iki tane lise 1 sınıfında sınıf içi gözlemler yapılarak gerçekleştirildi.

2.4.1. Öğrenciler Üzerinde Yapılan Gözlemler

Araştırmacı öğretmen yöntemiyle araştırmacı tarafından Sürmene Lisesi'nde 1998-1999 eğitim öğretim yılının tamamı ve 1999-2000 eğitim öğretim yılının birinci kanaat dönemi süresi boyunca iki tane lise 1 sınıfında sınıf içi gözlemler yapılmıştır. Öğrenciler

üzerinde yürütülen gözlemlerde aşağıda belirtilen konular üzerinde yoğunlaşmıştır.

1. Dersin işleniş sırasında öğrencilerin ilgi ve tutumları nasıldır?
2. Ders esnasında öğrenci öğretmene konu ile ilgili soru soruyor mu?
3. Problem çözerken nasıl bir yaklaşım izliyorlar?

2.5. Verilerin Analizi

Araştırmaya eğitim çalışmalarında kullanılan araştırma yöntemleri hakkında bilgi edinilerek başlanmıştır. Özellikle eğitim çalışmalarında son zamanlarda önemini daha da artıran özel durum çalışması incelenmiştir.

Araştırmanın konusu ve amacının belirlenmesinin ardından konu ile ilgili araştırmalar bir araya getirilerek konu hakkında bilgi sahibi olunmaya çalışılmıştır.

Lise 1 matematik konuları içersinden bazı konular tespit edilerek bu konulara ait başarı testleri hazırlanmıştır. Testler Trabzon ve bazı ilçelerini kapsayacak şekilde 5 lisede belirlenen öğrenci gruplarına uygulanmıştır. Bu testler sonucunda öğrencilerin cebir bilgilerinin doğası araştırılmıştır.

2.5.1. Yazılı Cevap Gerektiren Soruların Analizi

Pilot çalışma sonucunda elde edilen verilere göre öğrencilerin cebirsel bilgilerini işlemsel ve kavramsal bilgi bağlamında karakterize eden ölçek geliştirilmiştir. Bu ölçek doğrultusunda öğrencilerin sahip olduğu cebirsel bilgilerin doğası yorumlanıp değerlendirilecektir.

A: İşlem Bilgisini Karakterize Eden Ölçek

- A1. İşlemleri adım adım yapma.
- A2. Önceden öğrendiği kuralları ve bağıntıları hatırlayıp kullanma.
- A3. Önceden öğrenilen matematik bilgilerini (tanım, önerme, özellik ve teorem) bilgi düzeyinde kullanma.
- A4. Verilen bağıntıları kullanma.
- A5. Bağıntıların açılımını yapma, tersine verilen bir açılımı bir bağıntı olarak yazma.

B: Kavram Bilgisini Karakterize Eden Ölçek

- B1. Matematikteki temel kavramları ve bu kavramların anlamını bilme.
- B2. Sorunun özünü kavrayarak verilenle istenilen arasında mantıklı ilişki kurarak çözüm yolu bulma.
- B3. Önceden öğrenilen matematik bilgilerini (tanım, önerme ve teorem) kavrama veya uygulama düzeyinde kullanma.
- B4. Soruyu bir bütün olarak algılayarak verilen ipuçlarını yerinde ve doğru bir şekilde değerlendirmek.
- B5. Farklı çözüm yolları oluşturma ve kullanma.
- B6. Problemi alt ve basit basamaklara ayırma.
- B7. Karmaşık ve zor görünen bir probleme yardımcı olacak şekiller çizme veya genellemelerde bulunma.
- B8. Problemi verilen şekil ve grafiklerle eşleştirme.
- B9. Problemin özelliklerini ortaya koyarak problemi bu özellikleri içeren bilgilerle eşleştirme.

C: İşlem ve Kavram Bilgisini Birlikte Karakterize Eden Ölçek

- C1. Matematik dilini oluşturan sembol ve ifadeleri anlama, kullanma, yazma, kısaltma ve sadeleştirme.
- C2. Verilenleri kendi aralarında ilişkilendirerek verilenleri doğru ve yerinde kullanma.
- C3. Problemi denkleme dönüştürüp denkleme çözme.
- C4. Verilen bağıntıları kendi aralarında ilişkilendirerek başka bir bağıntıya dönüştürme.
- C5. Çözüm sonucunda elde edilen sonucun mantıklılığını yorumlama.

Öğrencilerin sorulara verdikleri cevaplar, geliştirilen ölçeğe göre analiz edilerek gruplandırıldı. Soruların doğru çözümleri ve onlara karşılık gelen ölçek kodları aşağıdaki gibi belirlendi.

İşlem bilgisi gerektiren soruların ölçeklere göre çözümleri;

1. soru: $a^2 = a + 1$ ise a^5 in a cinsinden en sade değerini bulunuz.

$a^5 = a^2 a^2 a =$ Verilen ifade üslü şeklinde yazılır.....(A3)

$(a+1)(a+1)a =$ Verilen bağıntı yerine yazılır.....(A4)(C2)

- $(a+1)^2a =$ Çarpım durumundaki ifade üslü şeklinde yazılır.....(A3)
 $(a^2+2a+1)a =$ Bağıntı açılımı yapılır.....(A5)
 $(a+1+2a+1)=$ Verilen bağıntı tekrar kullanılır.....(A4)
 $(3a+2)a=$ İşlemler yapılır.....(A1)
 $3a^2+2a =$ İşlemler yapılır.....(A1)
 $3(a+1)+2a =$ Verilen bağıntı tekrar kullanılır.....(A4)
 $3a+3+2a=$ İşlemler yapılır ve sonuç yazılır.....(A1)
 $5a+3$

2. soru: $f(x) = x.f(x-1) - 3$, $f(1)=2$ ise $f(4) = ?$

- $f(2) = 2.f(2-1)-3$ soruda verilen sembol fonksiyon anlamıyla imgenenerek verilenler kendi aralarında ilişkilendirilir.....(C1)(C2)
 $f(2) = 2.f(1)-3=2.2-3=1$ verilen bağıntı kullanılarak işlemler yapılır.....(A4)(A1)
 $f(3) = 3.f(3-1)-3=3.f(2)-3$ verilenler ilişkilendirilerek işlemlere devam edilir.....(C2)(A1)
 $f(3) = 3.1-3=3-3=0$ bir önceki işlemde elde edilen sonuç kullanılarak işlemler yapılır.....(A1)
 $f(4) = 4.f(4-1)-3=4.f(3)-3$ verilenler ilişkilendirilerek işlemlere devam edilir.....(C2)(A1)
 $f(4) = 4.0-3=0-3=-3$ bir önceki işlemde elde edilen sonuç kullanılarak işlemler yapılır ve sonuç elde edilir.....(A1)

3. soru: Q (Rasyonel sayılar)'da $\frac{1}{x\Delta y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ biçiminde “ Δ ” işlemi

tanımlanıyor.

$(a\Delta 1)\Delta 6 = \frac{3}{5}$ olduğuna göre a kaçtır?

- $\frac{1}{x\Delta y} = \frac{y+x}{xy}$ İstenileni bulmak için verilen bağıntı üzerinde işlemler yapılır.....(A1)
 $x\Delta y = \frac{xy}{x+y}$ Verilen bağıntı istenilene ulaşmak için başka bir bağıntıya dönüştürülür.....(C4)
 $a\Delta 1 = \frac{a.1}{a+1}$ İstenilenler bağıntıya yerleştirilir.....(C2)

$$(a\Delta 1)\Delta 6 = \frac{a}{a+1} \Delta 6 \quad \text{Elde edilen sonuç bağıntıya yerleştirilir.....(C2)}$$

$$= \frac{\frac{a}{a+1} * 6}{\frac{a}{a+1} + 6} \quad \text{"\Delta" işleminin özelliğine göre elemanlar yerleştirilir.....(A5)}$$

$$= \frac{6a}{a+1} * \frac{a+1}{7a+6} \quad \text{İşlemler yapılır.....(A1)}$$

$$= \frac{6a}{7a+6} = \frac{3}{5} \quad \text{Soruda verilen eşitlik kullanılır.....(C2)}$$

$$10a = 7a + 6 \quad \text{İşlemler yapılır.....(A1)}$$

$$10a - 7a = 6 \quad \text{İşlemler yapılır.....(A1)}$$

$$3a = 6 \Rightarrow a = 2 \quad \text{İşlemler yapılarak sonuç bulunur.....(A1)}$$

4. soru: $\frac{x^2 - 7x - 8}{x^2 - 9} : \frac{x^2 - 64}{x^2 - 6x + 9}$ ifadesinin en sade biçimini bulunuz.

$$\frac{x^2 - 7x - 8}{x^2 - 9} * \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 64} = \quad \text{Rasyonel ifadelerde bölme işleminin özellikleri kullanılır.....(A3)}$$

$$\frac{(x-8)(x+1)}{(x-3)(x+3)} * \frac{(x-3)^2}{(x-8)(x+8)} = \quad \text{Çarpanlarına ayırma bilgilerini kullanma.....(A2)(A3)}$$

$$\frac{(x+1)(x-3)}{(x+3)(x+8)} \quad \text{Gerekli sadeleştirmeler yapılarak sonuç bulunur.....(C1)(A1)}$$

5.soru: $\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^7 * (-2)^6}{(-2)^5 * (-2)^{-4}}$ işleminin sonucu kaçtır?

$$\frac{(-1)^7 \left(\frac{1}{2}\right)^7 (-1)^6 (2)^6}{(-1)^5 (2)^5 ((-2)^4)^{-1}} \quad \text{Üslü sayılarla ilgili bilgileri kullanma.....(C1)(A3)}$$

$$= \frac{(-1)\left(\frac{1}{2^7}\right)(1)(2^6)}{(-1)(2^5)((-1)^4(2^4))^{-1}} \quad \text{Üslü sayılarla ilgili bilgileri kullanma.....(A3)}$$

$$= \frac{-\frac{2^6}{2^7}}{(-1)(2^5)(2^{-4})} \quad \text{İşlemler yapılır.....(A1)}$$

$$= \frac{-2^{6-7}}{-2^{5-4}} = \frac{-2^{-1}}{-2^1} \quad \text{Üslü sayılarla ilgili bilgileri kullanma.....(A3)}$$

$$\frac{-\frac{1}{2}}{-2} = \frac{1}{4} \quad \text{İşlemler yapılarak sonuç bulunur.....(A1)}$$

6. soru: $\frac{\sqrt{(-2)^2} + \sqrt[3]{-8} - \sqrt{(-5)^2}}{\sqrt[3]{(-3)^3} + \sqrt{4}} = ?$ İşleminin sonucunu bulunuz.

$$\frac{|-2| + (-2) - |-5|}{(-3) + |2|} = \quad \text{Köklü ifadeler ile ilgili bilgiler kullanılır.....(C1)(A3)}$$

$$\frac{2-2-5}{-3+2} = \frac{-5}{-1} = 5 \quad \text{Mutlak değer ile ilgili özellikleri kullanılıp işlemler yapılarak sonuç bulunur.....(A3)(A1)}$$

7. soru: $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$ ve $a+b+3c=34$ olduğuna göre $a \cdot b \cdot c$ çarpımının değeri nedir?

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k \quad \text{Daha önceden öğrenilen çözüm yolları ile eşleştirilerek benzer çözüm yolu uygulanır.....(C2)(A2)}$$

$$a=2k, b=3k, c=4k \quad \text{İşlemler yapılır.....(A1)}$$

$$2k+3k+3 \cdot 4k=34 \quad \text{Verilen bağıntı kullanılır.....(A4)}$$

$$17k=34 \quad \text{İşlemler yapılır.....(A1)}$$

$$k=2 \quad \text{İşlemler yapılır.....(A1)}$$

$$a=4, b=6, c=8 \quad \text{Elde edilen k değeri yerine yazılır.....(A2)}$$

$$a \cdot b \cdot c = 4 \cdot 6 \cdot 8 = 192 \quad \text{Elde edilen sonuçları istenilen bağıntıya yerleştirilerek sonuç bulunur.....(A1)}$$

8. soru: $a=1,3$ ve $b=4,3$ olduğuna göre; $\frac{(a+b)^2 - 4ab}{3a-3b} = ?$

I. çözüm yolu:

$$\frac{(a+b)^2 - 4ab}{3a-3b} = \quad \text{Verilen ifadelerin açılımı yapılır.....(A3)(A5)}$$

$$\frac{a^2 + 2ab + b^2 - 4ab}{3(a-b)} \quad \text{İki teriminin toplamı karesinin açılımı yapılır.....(A3)(A5)}$$

$$= \frac{a^2 - 2ab + b^2}{3(a-b)} = \text{İşlemler yapılır.....(A1)}$$

$$\frac{(a-b)^2}{3(a-b)} = \frac{(a-b)}{3} = \text{Açılım bağıntı olarak yazılarak gerekli sadeleştirmeler yapılır.....(A1)(A3)(A5)}$$

$$\frac{1,3-4,3}{3} = \frac{-3}{3} = -1 \quad \text{Verilen değerler elde edilen eşitliğe konulup işlemler yapılarak sonuç bulunur.....(C2)(A1)}$$

II.çözüm yolu:

$$\frac{(a+b)^2 - 4ab}{3a-3b} =$$

$$\frac{(1,3+4,3)^2 - 4.1,3.4,3}{3.1,3-3.4,3} = \text{Verilen sayısal değerler istenilen eşitlikte yerine koyulur.....(A4)(A1)}$$

$$\frac{(5,6)^2 - 22,36}{3,9-12,9} = \text{İşlemler yapılır.....(A1)}$$

$$\frac{31,36-22,36}{-9} = \frac{9}{-9} = -1 \quad \text{İşlemler yapılarak sonuç elde edilir.....(A1)}$$

9. soru: $a+3b=2$

$$c+3b=10 \quad \text{olduğuna göre; } a^2+c^2=?$$

$$ac=14$$

$$a+3b=2 \Rightarrow 3b=2-a \quad \text{Verilenler kendi aralarında ilişkilendirilerek verilenleri doğru kullanma.....(A4)(C2)}$$

$$c+3b=10 \Rightarrow c-a=8 \quad \text{İşlemler yapılır..... (A1)}$$

$$(c-a)^2=(-8)^2 \quad \text{İstenilene ulaşmak için elde edilen bağıntının karesi alınır..... (A5)}$$

$$a^2-2ac+c^2=64 \quad \text{Bağıntının açılımı yapılır..... (A3)(A5)}$$

$$a^2+c^2=64+2ac \quad \text{Elde edilen açılım düzenlenir..... (A1)}$$

$$a^2+c^2=64+2.14=92 \quad \text{Verilen eşitlik kullanılarak sonuç elde edilir.....(A4)(A1)}$$

10. soru: $P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 5$ polinomu veriliyor, $P(1 - \sqrt[3]{2}) = ?$

I.çözüm yolu:

$$P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 5 =$$

$$P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 - 4 \quad \text{Verilen eşitlik yeniden düzenlenir.....(C4)(A2)}$$

$$P(x) = (x-1)^3 - 4 \quad \text{Bağıntı başka bir bağıntıya dönüştürülür.....(C4)(A5)}$$

$$P(1 - \sqrt[3]{2}) = (1 - \sqrt[3]{2} - 1)^3 - 4 \quad \text{İstenilen eşitlik bağıntıya yerleştirilir.....(C2)}$$

$$= (-\sqrt[3]{2})^3 - 4 = -2 - 4 = -6 \quad \text{İşlemler yapılarak sonuç elde edilir.....(A1)}$$

II.çözüm yolu:

$$P(1 - \sqrt[3]{2}) = (1 - \sqrt[3]{2})^3 - 3(1 - \sqrt[3]{2})^2 + 3(1 - \sqrt[3]{2}) - 5 \quad \text{İstenilen eşitlik verilen bağıntıya yerleştirilir.....(A4)}$$

$$= (1)^3 - 3 \cdot (1)^2 \cdot \sqrt[3]{2} + 3 \cdot 1 \cdot (\sqrt[3]{2})^2 - (\sqrt[3]{2})^3 - 3[1 - 2 \cdot 1 \cdot \sqrt[3]{2} + (\sqrt[3]{2})^2] + 3 \cdot 1 - 3 \cdot \sqrt[3]{2} - 5 \quad \text{Bağıntıların açılımı yapılır.....(A5)}$$

$$= 1 - 3 \cdot \sqrt[3]{2} + 3 \cdot (\sqrt[3]{2})^2 - 2 - 3 + 6 \cdot \sqrt[3]{2} - 3 \cdot (\sqrt[3]{2})^2 + 3 - 3 \cdot \sqrt[3]{2} - 5 \quad \text{Üslü ifadeler ile ilgili işlemler yapılır.....(A3)}$$

$$= 1 - 2 - 3 + 3 - 5 - 3 \cdot \sqrt[3]{2} + 6 \cdot \sqrt[3]{2} - 3 \cdot \sqrt[3]{2} + 3 \cdot (\sqrt[3]{2})^2 - 3 \cdot (\sqrt[3]{2})^2 = -6 \quad \text{İşlemler yapılarak sonuç bulunur.....(A1)}$$

Kavram Bilgisi Gerektiren Soruların Ölçeklere Göre Çözümleri;

1.soru: Bir doğal sayı 5 ile bölününce 3, 9 ile bölününce 5 kalanını veriyor. Bunu sağlayan üç basamaklı kaç farklı sayı vardır?

I.çözüm yolu:

Sayı abc olsun $c=3$ veya $c=8$ dir. (Soru ile ilgili bilgiler uygulama düzeyinde kullanılır..... (B3))

I) abc sayısında $c=3$ için;

$$a+b+c=9k+5 \quad (9 \text{ ile bölünebilme kuralı kullanılarak denklem yazılır..... (C3)})$$

$$a+b+3=9k+5 \Rightarrow a+b=9k+2 \quad (\text{İşlemler yapılır.....(A1)})$$

$k=0$ için; $a+b=2$ için $a=2, b=0$ yada $a=1, b=1$ dir. Bu şekilde toplam 2 farklı sayı yazılabilir.

(Gerekli olan bilgileri uygulama düzeyinde kullanılır.....(B3))

$k=1$ için; $a+b=11$ koşulunu sağlayan a ve b rakamları,

$$a=9, b=2 / a=8, b=3 / a=7, b=4 / a=6, b=5$$

$$a=5, b=6 / a=4, b=7 / a=3, b=8 / a=2, b=9$$

burada toplam 8 farklı sayı yazılabilir.

(Problemin özelliklerini içeren bilgiler kullanılır.....(B9))

$k=2$ için; $a+b=20$ olamaz. Çünkü a ve b bir rakam olmalıdır.

(Problemin özelliklerini içeren bilgiler kullanılır.....(B9))

II)c=8 için;

$$a+b+c=9k+5 \Rightarrow a+b=9k-3$$

$k=0$ için $a+b=-3$ olamaz. (Bilgiler kullanılır.....(B9))

$k=1$ için; $a+b=6$ koşulunu sağlayan a ve b rakamları,

$$a=6, b=0 / a=5, b=1 / a=4, b=2 / a=3, b=3$$

$a=2, b=4 / a=1, b=5$ burada toplam 6 farklı üç basamaklı sayı yazılabilir.

(Problemin özelliklerini içeren bilgiler uygulama düzeyinde kullanılır.....(B9)(B3))

$k=2$ için; $a+b=15$ koşulunu sağlayan a ve b rakamları,

$a=9, b=6 / a=8, b=7 / a=7, b=8 / a=6, b=9$ burada toplam 4 farklı üç basamaklı sayı yazılabilir.

Sonuç olarak istenilen koşulları gerçekleyen $2+8+6+4=20$ farklı üç basamaklı sayı yazılabilir.

(Problemin özelliklerini içeren bilgiler uygulama düzeyinde kullanılır.....(B9)(B3))

II.çözüm yolu:

$A=5x+3=9y+5$ Soruda verilenler denkleme dönüştürülür.....(C3)

$A+22=5(x+5)=9(y+3)$ Eşitliğin her yanına ortak paranteze almada kolaylık sağlayacak sayı ilave edilir.....(B2)

$(5,9)_{\text{ökek}}=45$ Eşitliği gerçekleyen en küçük sayı bulunur.....(A3)

$A+22=45.k$ Genel denkleme dönüştürülür.....(A3)(C3)

$A=45.k-22$ İşlemler yapılır..... (A1)

$k=1$ için; $A=23$ 23 sayısı iki basamaklı olduğundan bu sayı alınmıyor.....(B2)

$k=2$ için; $A=68$ 68 sayısı iki basamaklı olduğundan bu sayı alınmıyor.....(B2)

$k=3$ için; $A=113$ 113 sayısı soruda verilen koşulları gerçekleyen ilk üç basamaklı sayıdır.....(B2)

$k=22$ için; $A=968$ 968 sayısı soruda verilen koşulları gerçekleyen en büyük üç basamaklı sayıdır.....(A1)

$k=23$ için; $A=1013$ 1013 sayısı 4 basamaklı olduğundan bu sayı alınmıyor.....(B2)

$$\text{Terim Sayısı} = \frac{\text{Son Terim} - \text{İlk Terim}}{\text{Artış Miktarı}} + 1$$

Terim sayısının bulunması için daha önceden öğrenilen bilgiler kullanılıyor.....(A3)

$$= \frac{968 - 113}{45} + 1 = 20 \text{ elde edilir.....(A1)}$$

2.soru: Her ay sonunda kalan borcunun $\frac{1}{5}$ 'ini ödeyen bir kimsenin 3 ay sonunda

16.000.000 lira borcu kalıyor. Bu kimsenin başlangıçta kaç lira borcu vardı?

I.çözüm yolu:

Borcu: X lira olsun. 1. ay sonunda borcunun;

$X \rightarrow \frac{X}{5}$ 'ini ödedi geriye $X - \frac{X}{5} = \frac{4X}{5}$ lira borcu kaldı. Sorunun özü kavranarak problem

adım adım denkleme dönüştürülerek işlemler yapılır.....(B2)(C3)(A1)

2.ay sonunda kalan borcunun;

$$\frac{4X}{5} \rightarrow \frac{4X}{25} \text{ 'ini ödedi geriye } \frac{4X}{5} - \frac{4X}{25} = \frac{16X}{25} \text{ lira borcu kaldı..... (B2)(C3)(A1)}$$

3. ay sonunda kalan borcunun;

$$\frac{16X}{25} \rightarrow \frac{16X}{125} \text{ 'ini ödedi geriye } \frac{16X}{25} - \frac{16X}{125} = \frac{64X}{125} \text{ lira borcu kaldı..... (B2)(C3)(A1)}$$

$$\frac{64X}{125} = 16.000.000 \text{ buradan } X = 31.250.000 \text{ TL işlemler sonucunda elde edilen denklem}$$

soruda verilen ile eşleştirilip sonuç hesaplanır..... (B2)(A1)

II.çözüm yolu:

Borcu 125k olsun (Karmaşık ve zor görünen problemde genellemeler yapılır....(B7)(B6)

$125k \cdot \frac{1}{5} = 25k$ birinci ay öder Soruda verilenler genellemeler yardımıyla denkleme

dönüştürülür ve gerekli işlemler yapılır..... (C3)(A1)

$125k - 25k = 100k$ borcu kalır. Soruda verilenler genellemeler yardımıyla denkleme dönüştürülür ve gerekli işlemler yapılır..... (C3)(A1)

$100k \cdot \frac{1}{5} = 20k$ ikinci ay öder ve $100k - 20k = 80k$ borcu kalır buradan

$80k \cdot \frac{1}{5} = 16k$ üçüncü ay öder $80k - 16k = 64k$ borcu kalır

$$64k = 16.000.000 \text{ den } k = \frac{16.000.000}{64} = 250.000 \text{ TL işlemler sonucunda elde edilen değerler}$$

soruda verilen değer ile eşitlenir ve aranan sonuç bulunur.

$$\text{Borç} = 125k = 125 \cdot 250.000 = 31.250.000 \text{ TL}$$

III.çözüm yolu:

Üçüncü ay ikinci ay sonunda kalan borcunun 5'te birini ödedi ve geri 5'te 4'ü kaldı. 5'te 4'ü 16 milyon olduğundan üçüncü ay;

16 milyon: 4=4 milyon borç ödedi.....(B2)(B5)

2.ay sonundaki borcu; 16 milyon+4 milyon=20 milyon (C3) (A1)

İkinci ay birinci ay sonunda kalan borcunun 5'te birini ödedi ve geri 5'te 4'ü kaldı. 5'te 4'ü 20 milyon olduğundan ikinci ay;

20 milyon : 4=5 milyon borç ödedi.....(B2)(B5)

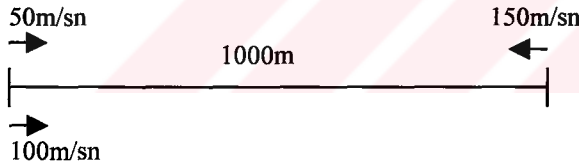
1.ay sonundaki borcu; 20 milyon +5 milyon=25 milyon.....(C3)(A1)

Birinci ay borcunun 5'te birini ödediğinden geriye 5'te 4'ü kaldı.

25 milyon: 4=6250.000 Lira borç ödemiş.....(B2)(B5)

25.000.000+6.250.000=31.250.000 Lira borcu vardı.....(C3)(A1)

3.soru: Hızları 50m/sn ve 150m/sn olan iki bisikletli 1000m uzaklıkta birbirlerine doğru, çarpışmak amacıyla, hareket ederler. Onlarla aynı anda 50m/sn. hızlı bisikletlinin köpeği sahibinin yanından 100m/sn hızla II. bisikletliye doğru koşar. II.ye dokunduğu an tekrar I.ye doğru koşar. Sahibine değdiğinde II.ye doğru yönelir. Bu, iki bisikletin çarpışmasına kadar sürer. Bu çılgın köpek ne kadar yol almıştır?



Gerekli şeklin doğru olarak çizilebilmesi(B7)

İki bisikletlinin çarpışma süresi t olsun, t süresince köpekte koşmuştur. t bulunup

$Yol=Hız.Zaman$ bağıntısından köpeğin aldığı yol hesaplanır.....(A2)(B2)(B4)(B9)

I.bisikletlinin t süresince aldığı yol $X_1=V_1t= 50m/sn.t$(A2)(B3)(B9)

II.bisikletlinin t süresince aldığı yol $X_2=V_2t=150m/sn.t$(A2)(B3)(B9)

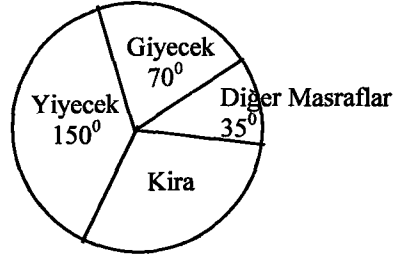
İki bisikletlinin çarpışma anına kadar aldıkları toplam yol 1000m olduğundan;

$50m/sn.t+150m/sn.t=1000m$ (B4)

$200m/sn.t=1000m$ den $t=5sn$ bulunur.....(A1)

$X_{köpek}=V_{köpek}.t=100m/sn.5sn=500m$(A1)(A2)(B9)

4.soru: Şekildeki grafikte ayda 18.000.000 lira maaş alan bir memurun gider dağılımını görmekteyiz. Bu memurun **kira** gideri kaç liradır?



$150^0 + 70^0 + 35^0 + X = 360^0$ Problem özelliklerini içeren bilgilerle eşleştirilir ve işlemler yapılır.....(B4)(B9)(A1)

$X = 105^0$ kira masrafına düşen açıdır.

360^0 'lik açıya 18.000.000 lira düşerse

105^0 'lik açıya Y lira düşer

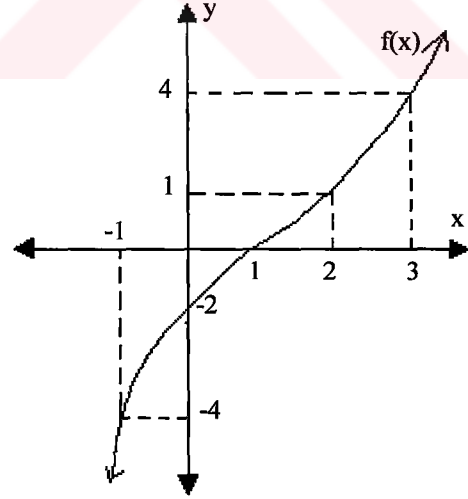
Doğru Orantı

$$Y = \frac{18.000.000 * 105^0}{360^0} = 5.250.000 \text{ lira}$$

Problem verilen şekil ile eşleştirilip işlemler yapılarak sonuç bulunur.....(B4)(B8)(A1)(A2)

5.soru: $f : R \rightarrow R$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre;

$$f(2)f(-1) + f^{-1}(4)f^{-1}(1) = ?$$



$f(x)=y$ ise $x=f^{-1}(y)$ ters fonksiyon kavramının anlamı bilinip bu bilgiyi uygulama düzeyinde kullanılır(B1)(B3)(B9)

$f(2)f(-1) + f^{-1}(4)f^{-1}(1)$ eşitliğini bulmak için;

$f(2)=1$, $f(-1)=-4$ değerleri grafikten bulunur.....(B8)

$f^{-1}(4)$ değerini bulmak için grafikte hangi x için $y=4$ 'tür. Grafikten $f(3)=4$ değeri bulunur buradan: $f^{-1}(4)=3$ elde edilir..... (B1)(B3)(B8)

$f^{-1}(1)$ değerini bulmak için grafikte hangi x için $y=1$ dir. Grafikten $f(2)=1$ değeri bulunur buradan: $f^{-1}(1)=2$ elde edilir.....(B1)(B3)(B8)

$f(2)f(-1) + f^{-1}(4)f^{-1}(1) = 1.(-4) + 3.2 = 2$ değeri elde edilir.....(A1)

6.soru: Bir babanın yaşı, iki kızının yaşları farkının 5 katıdır. 10 yıl sonra babanın yaşı, kızlarının yaşları farkının 6 katına eşit oluyor. Babanın şimdiki yaşı nedir?

Kızların yaşları farkı her yıl aynı olacağından, kızların yaşları farkı: y olsun.....(B2)

Babanın yaşı: x olsun.....(B2)

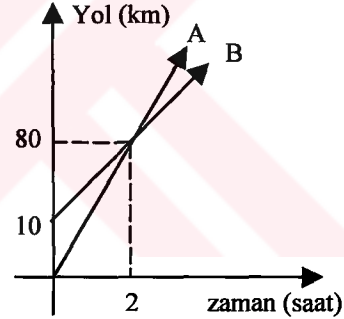
$x=5y$ I.denklem(B4)(B3)

$x+10=6y$ II.denklem(B4)(B3)

$5y+10=6y$ ise $10=6y-5y$ buradan $y=10$ elde edilir.....(C2)

$x=5y=5.10=50$ $x=50$ babanın yaşı bulunur.....(A1)

7.soru: A ve B araçlarının zamana bağlı olarak aldıkları yollar grafikte verilmiştir. Araçların birleşmesinden 5 saat sonra aralarındaki uzaklık kaç km. dir?



I.çözüm yolu:

$\text{Yol} = \text{Hız} \cdot \text{Zaman}$ ($X = V \cdot t$) bağıntısı kullanılır.....(A2)

$V_A = X_A / t$ eşitliğinden; $V_A = \frac{80 \text{ km}}{2 \text{ sa}} = 40 \text{ km/sa}$(B8)(B9)

$V_B = X_B / t$ eşitliğinden; $X_B = 80 \text{ km} - 10 \text{ km} = 70 \text{ km}$ buradan, $V_B = \frac{70 \text{ km}}{2 \text{ sa}} = 35 \text{ km/sa}$(B8)(B9)

5 saatte aldıkları yol: $X_A = 40 \text{ km/sa} \cdot 5 \text{ sa} = 200 \text{ km}$(A2)(A1)

$X_B = 35 \text{ km/sa} \cdot 5 \text{ sa} = 175 \text{ km}$(A2)(A1)

Aralarındaki fark: $X_A - X_B = 200 \text{ km} - 175 \text{ km} = 25 \text{ km}$ bulunur.....(B2)

II.çözüm yolu:

Grafikten A ve B araçları 2 saat içinde birbirlerine 10 km fark attıkları görülür....(B4)(B8)

2 saat içinde birbirlerine 10 km fark yaparlarsa

5 saat içinde birbirlerine X km fark yaparlar

$$X = \frac{10 \text{ km} \cdot 5 \text{ sa}}{2 \text{ sa}} = 25 \text{ km fark yaparlar} \dots \dots \dots (B2)(A1)$$

8.soru: P(x) polinomunun (x + 3) ile bölümünden kalan -13 ve (x - 2) ile bölümünden kalan 2 olduğuna göre; (x + 3)(x - 2) ile bölümünden kalanı bulunuz.

$$P(x) = (x+3)B_1(x) - 13 \text{ ise } P(-3) = -13 \text{ verilenler eşitliğe dönüştürülür} \dots \dots \dots (B3)$$

$$P(x) = (x-2)B_2(x) + 2 \text{ ise } P(2) = 2$$

$P(x) = (x+3)(x-2)B(x) + ax + b$ bir polinomun 2. dereceden bir çarpana bölümünden kalanın derecesinin birinci dereceden veya sabit sayı olduğu bilgisi kullanılır..... (B2)(B3)

$$P(-3) = -3a + b = -13$$

$$P(2) = 2a + b = 2 \quad \text{verilen eşitlikler yazılan bağıntıda yerine yazılır} \dots \dots \dots (B2)(B4)$$

$$b = -13 + 3a \text{ ise } 2a + 3a - 13 = 2 \text{ den } 5a = 15 \text{ } a = 3 \text{ işlemler yapılır} \dots \dots \dots (A1)$$

$$a = 3 \text{ ve } b = -13 + 3a = -13 + 3 \cdot 3 = -4 \text{ } b = -4 \text{ 'den}$$

Kalan: $ax + b = 3x - 4$ sonucu elde edilir

9.soru: Bir fabrikada 3 zil vardır. Değişik amaçlarla 1. zil 18 dakikada bir, 2. zil 24 dk.da bir, 3. zil 32 dk.da bir çalmaktadır. Üçü birlikte çaldıktan **en az** kaç dakika sonra tekrar birlikte çalarlar?

1. zil: 18 dakikada bir

2. zil: 24 dakikada bir

3. zil: 32 dakikada bir çaldıklarından üç zilin aynı zamanda çalmaları için en kısa aralık ne zaman olmalıdır? Sorusunu cevaplamak için üç zilin kesişme anının hesaplanması gerekmektedir. Bu hesaplamayı da üç zilin çalma dakikalarının en küçük ortak katının bulunması ile sağlanır.....(B2)

18	24	32	2	
9	12	16	2	EKOK(18,24,32) = $2^5 \cdot 3^2 = 288$ üç zil birlikte 288 dakikada bir
9	6	8	2	beraber çalarlar. Beraber çaldıktan en az 288 dakika sonra tekrar
9	3	4	2	birlikte çalarlar.....(B3)(A2)(A1)
9	3	2	2	
9	3	1	3	

$$\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & \end{array}$$

10.soru: $P(x + 1) = x^2 + mx + 4$ polinomu veriliyor. $P(x)$ polinomunun bir çarpanı $(x + 3)$ ise $m = ?$

$P(x)$ polinomunun bir çarpanının $(x+3)$ olması $P(x)=(x+3)(ax+b)$ olmasıdır.....(B1)

buradan $x=-3$ alınırsa $P(-3)=0$ eşitliği elde edilir.....(B4)

$P(x + 1) = x^2 + mx + 4$ verilen eşitlikte $P(-3)=0$ eşitliği kullanılır.....(C2)

$x+1=-3$ ise $x=-4$ elde edilir. x yerine -4 konularak $P(-3)$ sıfıra eşitlenir.....(C2)

$P(-3)=(-4)^2+m(-4)+4=0$ eşitliğinden.....(B4)

$16-4m+4=0$ buradan $m=5$ elde edilir.....(A1)



3. BULGULAR

İki ayrı başarı testin her bir sorusuna verilen cevaplar geliştirilen ölçeğe göre gruplandırılmıştır. Bu gruplandırmada elde edilen veriler çizelgeler ile ifade edilmeye çalışılmıştır.

3.1. İşlem Bilgisi Gerektiren Sorulardan Elde Edilen Bulgular

1. soru: $a^2 = a+1$ ise a^5 in a cinsinden en sade değerini bulunuz.

Bu soruya öğrencilerin verdiği cevaplardan, ölçekleri doğru gerçekleştirme dağılımları Çizelge 1’de gösterilmiştir.

Çizelge 1. İşlem sorusu 1 için gerçekleştirilen davranış dağılımı

1.soru	A1	A2	A3	A4	A5	C1	C2	C3	C4	C5	Boş	Toplam
Lise 2	44		44	13	44		13				42	125
Lise 3	70		70	22	70		22				25	125
Yüzde	45,6		45,6	14	45,6		14				26,8	

Lise 2’den 8, lise 3’ten 22 öğrenci A1, A3, A4, A5 ve C2 davranışlarını gerçekleştirerek doğru sonuca ulaşmışlardır. Bunu lise 3 öğrencisi Dinçer’in¹ verdiği cevapta görebiliriz.

$$\begin{aligned} a^5 &= (a^2)^2 \cdot a = (a+1)^2 \cdot a = (a^2 + 2a + 1) \cdot a \\ &= (3a + 1) \cdot a = 3a^2 + a = 3(a+1) + a = 3a + 3 + a = 4a + 3 \end{aligned}$$

Burada Dinçer, istenileni verilen cinsinden yazarak, verilen eşitliği ard arda matematiksel geçerliliği olan işlemler içinde kullanarak doğru cevaba ulaşmıştır.

Yalnızca lise 2’den 5 öğrenci A1, A3, A4, A5 ve C2 davranışlarını gerçekleştirip doğru cevabı bulmalarına rağmen, geçmiş tecrübelerini ezbere kullanarak buldukları sonucu anlamsız bir şekilde sıfıra eşitleyip a değerini bulmuşlardır. Bunu Necla’nın yaptığı çözümde görebiliriz.

¹ Bu çalışmada geçen öğrenci isimleri gerçek kişilere ait değildir, takmadır.

$$a^2 = a + 1$$

$$a^5 = (a^2)^2 \cdot a = (a+1)^2 \cdot (a^2-1) = (a^2+1+2a) \cdot (a^2-1)$$

$$= a^4 + a^2 + 2a^3 - a^2 - 1 - 2a = a^4 + 2a^3 - 2a - 1$$

Murat'ın çözümünden de anlaşılacağı gibi, bulduğu sonuç en sade değil en karmaşıktır. Verilenleri ilişkilendiremediğinden çözüme ulaşacak etkin bir çözüm yolu oluşturamadığı görülmektedir.

Bir başka örnek olarak verebileceğimiz lise 3 öğrencisi Mümine de Murat ve Kadir gibi soruyu tam ilişkilendirememiştir.

$$a^2 \cdot a^5 = (a+1)a^5$$

$$a^5 = \frac{a^6 + a^5}{a^2}$$

Mümine, Murat ve Kadir'in denedikleri çözüm yollarından bu öğrencilerin soruyu bütün olarak algılayamadıkları ve soruyu ilişkilendiremedikleri anlaşılmaktadır.

Lise 2'den 26, lise'3 ten 14 öğrenci A1, A3 ve A5 davranışını sergileyememişlerdir. Bunu gösteren birkaç örnek aşağıda yer almaktadır:

Lise 2 öğrencisi Engin tam kare almada ve verilen bağıntıyı kullanmada başarısızdır.

$$a(a^2)^2 = a \cdot (a+1)^2 = a \cdot (a^2+1) = a^3 + a$$

Engin'in tam kare ifadesinin açılımını eksik olarak yapmış olması yeterli bilgi donanımına sahip olmadığını göstermektedir. Ayrıca, verilen bağıntıyı bir kez kullanması verilen bağıntıları ardışık kullanamadığını göstermektedir.

Başka bir örnek olarak gösterebileceğimiz lise 2 öğrencisi Gökay, çarpım ile toplam durumundaki ifadelerin sadeleşemeyeceğinin farkında değil.

$$a \cdot a = a+1$$

$$a = \frac{1}{7}$$

$$a^5 = \frac{1^5}{7^5}$$

$$a^5 = \frac{1}{7^5}$$

Gökay'ın çözümünden de anlaşılacağı gibi, yanlış işlem bilgisine sahip olduğundan matematiksel geçerliliği olmayan işlemler yapmıştır.

Diğer bir örnek olarak lise 2 öğrencisi Bahar'ı verebiliriz. Bahar'ın üslü ifadelerle ilgili bilgileri yetersizdir. Üslü ifadelerle ilgili bilgileri yanlış kullanmıştır.

$$(a^2)^{2+1} = a+1^{2+1} = a+1$$

Bahar'ın çözümünden de anlaşılacağı gibi, matematiksel bilgileri yüzeysel olarak öğrendiğinden matematiksel geçerliliği olmayan işlemler yapmıştır.

Bir başka örnek olarak lise 3 öğrencisi Merve'nin çözüm yolunu görebiliriz. Merve, çarpma ve toplama ifadelerinin taşıdığı anlamı ve işlem sırasını bilmemektedir. Merve, yanlış işlem bilgisine sahiptir.

Merve de Gökay ve Bahar gibi matematiksel geçerliliği olmayan işlemler yapmıştır.

Lise 2'den 42, lise 3'ten 25 öğrenci bu soruyu cevapsız bırakmıştır.

1. soruya verilen cevapların gruplandırılmasıyla ortaya çıkan sonuç; lise iki ve lise üçüncü sınıf öğrencilerinin verdikleri cevaplar hemen hemen aynı olup aralarında yalnızca sayı farkı vardır. Bu soruya tam doğru cevap verenlerin oranı %12 dir. Öğrencilerin %27,6 sı da soruda verilen bağıntı bir kez kullanılır gibi bir yargı olduğu görülmüştür. Öğrencilerin %17,6'sı soruyu bir bütün olarak algılayamayıp sadece sorunun yapısı ile ilgilenerek verilen ile istenileni uygun bir şekilde ilişkilendirmede başarısız olmuştur. Öğrencilerin %16'sı yanlış ve yetersiz bilgiye sahip olduklarından matematiksel geçerliliği olmayan işlemler yaptıkları görülmüştür. Bu da bu öğrencilerin işlem bilgilerinin yetersiz olduğunu göstermektedir. Öğrencilerin %26,8'inin bu soruyu cevapsız bırakmış olması geçmiş tecrübelerini hatırlayamadıklarını ortaya koymaktadır.

2. soru: $f(x) = x.f(x-1) - 3$, $f(1) = 2$ ise $f(4) = ?$

Bu soruya öğrencilerin verdiği cevaplardan, ölçekleri doğru gerçekleştirme dağılımları Çizelge 2'de gösterilmiştir.

Çizelge 2. İşlem sorusu 2 için gerçekleştirilen davranış dağılımı

2.soru	A1	A2	A3	A4	A5	C1	C2	C3	C4	C5	Boş	Toplam
Lise 2	24			39		39	39				24	125
Lise 3	63			69		69	69				38	125
Yüzde	34,8			43,2		43,2	43,2				24,8	

Lise 2'den 24, lise 3'ten 63 öğrenci bu soruda A4, C1 ve C2 davranışlarını A1 davranışı içinde gerçekleştirerek doğru sonuca gitmişlerdir. Buna lise 3 öğrencisi Kübat'ın çözümünü örnek olarak verebiliriz.

$$\begin{aligned}
 x=2 \Rightarrow f(2) &= 2 \cdot f(1) - 3 = 2 \cdot 2 - 3 = 1 \\
 x=3 \Rightarrow f(3) &= 3 \cdot f(2) - 3 = 3 \cdot 1 - 3 = 0 \\
 x=4 \Rightarrow f(4) &= 4 \cdot f(3) - 3 = -3 //
 \end{aligned}$$

Kübat'ın çözümünden de anlaşıldığı gibi, verilen bağıntıyı istenilen ile ilişkilendirerek doğru cevaba ulaşmıştır.

Lise 2'den 10, lise 3'ten 7 öğrenci C2'yi gerçekleştiremediklerinden deneme yanılma yoluyla çözüme gitmeye çalışmışlardır. Seçtikleri çözüm yolu onları istenilene götürmede başarısızdır. Bunu lise 2 öğrencisi Gülan'ın verdiği cevapta görebiliriz.

$$\begin{aligned}
 f(1) &= 1 \cdot f(1-1) - 3 & 1 \cdot f(0) &= 5 \\
 \Rightarrow 1 \cdot f(0) - 3 &= 2 & f(0) &= 5
 \end{aligned}$$

Gülan, verilenleri istenilenle ilişkilendiremediğinden seçtiği çözüm yolu onu doğru çözüm yolundan uzaklaştırmıştır.

Lise 2'den 15, lise 3'ten 6 öğrenci A4, C1 ve C2 davranışlarını gerçekleştirmelerine rağmen A1 davranışını gerçekleştirememiştir. Lise 2 öğrencisi Işıl'ın çözümünde görebiliriz.

Işıl, verilen bağıntılarla istenilen arasında bağ kurarak onu doğru sonuca götürecek adımlar atmıştır. Seçtiği çözüm yolu onu doğru çözüme ulaştıracakken yaptığı işlem hataları yanlış cevap bulmasına sebep olmuştur.

$$\begin{aligned}
 f(2) &= 2 \cdot f(2-1) - 3 & f(1) &= 3 \cdot f(1-1) - 3 & f(4) &= 4 \cdot f(4-1) - 3 \\
 f(2) &= 2 \cdot 2 - 3 & f(1) &= 3 \cdot 1 - 3 & f(4) &= 4 \cdot -6 - 3 \\
 f(2) &= 4 - 3 & f(1) &= -6 & f(4) &= 4 \cdot -9 \\
 f(2) &= 1 & & & f(4) &= -36 //
 \end{aligned}$$

Işıl, verilen ile istenileni ilişkilendirip doğru çözüm yolunda olup işlemleri adım adım yaparken, yapmış olduğu toplama ve işlem sırasında ki hataları nedeniyle sonucu yanlış bulmuştur.

Lise 2'den 52, lise 3'ten 11 öğrenci C1, C5 ve A1 davranışlarını sergileyememişlerdir. Bunu aşağıda verilen birkaç öğrencinin çözümlerinden görebiliriz.

Lise 2 öğrencilerinden Derya matematiğin dilini oluşturan sembol ve ifadeleri anlamlaştırmada tamamen başarısızdır. Bunun yanında fi bilinmeyen olarak kabul ettiğini varsaysak bile bilinmeyenle bir sayıyı toplaması, çıkarması işlem bilgisinin eksik olduğunu

göstermektedir. Derya'nın çözümü aşağıda yer almaktadır:

$$\begin{aligned} f(11) &= 4f(4-1) - 3 \\ f(4) &= 16p - 4p - 3 \\ f(4) &= 16p - 3 = 11p \end{aligned}$$

Derya, sorudaki f i fonksiyon olarak değil de bir bilinmeyen olarak algılaması sembolleri taşıdığı anlamla imgeleyememiş olduğunu göstermektedir. Sembolleri yanlış imgelediğinden matematiksel geçerliliği olmayan işlemler yapmıştır.

Lise 2'den Onur, sorudaki f i fonksiyon anlamıyla ilişkilendirmeden yanlış ve anlamsız işlemler yapmaktadır. Onur da ne yaptığını bilmeden bir şeyler yapmaya çalışmıştır. Bu soru ona bir şey çağrıştırmadan kafasına göre işlemler yapmıştır. Onur'un çözümü aşağıda yer almaktadır:

$$\begin{aligned} f(4) &= 4p(4-1) - 3 \\ &= 4p(3) - 3 \\ &= 4p(1-3) = -36 \end{aligned}$$

Onur'un çözümünden de anlaşıldığı gibi, f sembolünü taşıdığı anlamla ilişkilendiremediğinden matematiksel geçerliliği olmayan işlemler yapmıştır.

Aşağıda lise 2 öğrencisi olan Nurcan'ın çözüm yolunu görebiliriz. Nurcan, sorudaki f 'in taşıdığı anlamı öğrenememiştir.

$$\begin{aligned} f(1) &= 1f(1-1) - 3 = 2 & f(4) &= f(4-1) - 3 = 5 \\ &= -3 - 2 = 5 & &= 4f = 5 \\ & & f &= \frac{5}{4} \end{aligned}$$

Nurcan'ın çözümünden de anlaşıldığı gibi, sembollerin anlamını bilmediğinden matematiksel geçerliliği olmayan işlemler yapmıştır.

Aşağıda lise 2 öğrencisi Dinçer'in çözümü yer almaktadır. Dinçer, verilen bağıntıyı kullanamamıştır. Çözüm sonucunda elde ettiklerini ilişkilendirememiştir.

$$\begin{aligned} 4x - 4 - 7 &= 2 \\ 4x - 7 &= 2 & x &= \frac{9}{4} & f(4) &= 0 \\ 4x &= 9 \end{aligned}$$

Dinçer'in çözümünden de anlaşıldığı gibi, verilenler arasında bir ilişki

oluşturamadığından kendine göre çözüm yolu oluşturarak ilgisi olmayan bağıntılar kullanmıştır.

Aşağıda lise 2 öğrencisi Sinem'in çözüm yolu yer almaktadır. Sinem, verilen bağıntıyı dahi yazamamıştır. Sinem'in her ifadesi anlamsız bir işlem içermektedir.

$$\begin{aligned} f(4) &= x(2-1)-3 \\ 4 &= -2x \\ x &= \frac{4}{-2} = -2 \end{aligned}$$

Sinem'in çözümünden de anlaşılacağı gibi, matematiksel bilgileri ilişkilendiremediği ve matematiksel sembolleri taşıdığı anlamla imgeleyemediği gözlenmektedir.

Aşağıda lise 3 öğrencisi Necla'nın çözüm yolunu görebiliriz. Necla, verilen bağıntıyı dikkate almadan bağıntıyı kendince yanlış kullanmıştır.

$$\begin{aligned} f(2) &= 2x - 3 \\ f(3) &= 3 \cdot (2) - 3 \\ f(3) &= 6x - 12 \\ f(4) &= 4(6x - 12) - 3 \\ f(4) &= 24x - 51 \end{aligned}$$

Necla'nın çözümünden de anlaşılacağı gibi, verilen bağıntıyı anlamlaştıramadığı ve soruda verilen bağıntıyı kullanamadığı görülmektedir.

Aşağıda lise 3 öğrencisi olan Yusuf'un çözümünü görelim. Yusuf verilen ifadeyi anlamlaştıramamıştır.

$$\begin{aligned} 2 &= f(x-1) - 3 & f(x) &= 5x - 3 \\ f(x-1) &= 5 & f(4) &= 20 - 3 = 17 \end{aligned}$$

Yusuf, verilen bağıntıyı doğru kullanamayarak anlamsız yeni bağıntılar geliştirmiştir.

Lise 2 öğrencisi olan Meltem soruyu anlamadan geçmiş tecrübelerini ezbere kullanarak hatırladığı kadarıyla bir çözüm yolu bulmuş. Ancak öyle anlamsız işlemler yapmış ki sonuçta istenileni değil de başka bir sonuç bulduğunun farkında bile değil. Meltem'in yaptıklarını aşağıdaki çözümünde görmemiz mümkündür.

$$\begin{aligned} x+2 &= 0 & f(x) &= -6 \cdot f(-6-1) - 3 & f(-5) &= -5 - 3 = -8 \\ x &= -2 & &= -6 \cdot f(-5) - 3 \\ x+6 &= -2 & &= -6 - 8 - 3 \\ x &= -6 & &= -17 \end{aligned}$$

Meltem eksi iki sayının toplanması gerektiğini bilmemektedir. Meltem yaptıkları işlemler sonucunda bulduklarını ilişkilendiremeyip yaptıklarını sorgulayamamaktadır.

Lise 2 öğrencisi Sonay soruda ona $f(1)$ değeri verildiği halde o yaptığı anlamsız işlemler sonunda $f(1)$ değerini tekrardan 5 olarak buluyor. Çözüm sonucunda elde ettiği sonucun mantıksız olduğunu görememiştir. Sonay'ın her bir yaptığı davranışın matematiksel geçerliliği yoktur. Sonay'ın yaptığı çözümü aşağıda görebiliriz.

$$\begin{array}{ll} f(1) = f(1-1) - 3 = 2 & f(4) = 4 \cdot f(4-1) - 3 = 5 \\ f(1) = -3 = 2 & f(4) = 4 \cdot 3 - 3 = 5 \\ f(1) = 5 & f(4) = 5 - 4 = 1 \end{array}$$

Sonay'ın çözümünden de anlaşılacağı gibi, yaptığı işlemler sonucunda f in taşıdığı anlamı bilmediği gözlenmektedir. Yaptığı işlemler sonucunda sıfırın çarpmada yutan eleman olduğunu bilmemektedir. Yaptıkları işlemlerin mantıklılığını sorgulayamadığı görülmektedir.

Lise 2'den 24, lise 3'ten 38 öğrenci bu soruyu cevapsız bırakmıştır.

2. sorunun gruplandırılmasıyla elde edilen sonuç; Lise üç öğrencileri lise iki öğrencilerine nazaran daha başarılıdır. Ancak her iki tarafta ortak davranışlar görülmektedir. Bu soruyu doğru cevaplandıranların oranı %34,8 dir. Öğrencilerin %6,8'i verilen ile istenileni ilişkilendiremeyip doğru çözüm yolunu bulamamışlardır. Öğrencilerin %8,4'ü doğru çözüm yolunu oluşturdukları halde işlem hataları yaptıkları görülmüştür. Öğrencilerin %25,2'si matematiksel kavramların, sembollerin anlamını bilmedikleri, matematiksel semboller taşıdıkları anlamla imgeleyememiş olduklarından matematiksel geçerliliği olmayan işlemler yaptıkları ve yaptıkları işlemler sonucunda elde edilen sonucun mantıklılığını tartışamamış oldukları görülmüştür. Bu da öğrencilerin birçoğunun matematiksel semboller taşıdıkları anlamla imgeleyememiş olduklarını göstermektedir. Öğrencilerin %24,8'i bu soruyu cevapsız bırakmıştır.

3. soru: Q (Rasyonel sayılar) 'da $\frac{1}{x\Delta y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ biçiminde “ Δ ” işlemi

tanımlanıyor. $(a\Delta 1)\Delta 6 = \frac{3}{5}$ olduğuna göre a kaçtır?

Bu soruya öğrencilerin verdiği cevaplardan, ölçekleri doğru gerçekleştirme dağılımları Çizelge 3'te gösterilmiştir.

Çizelge 3. İşlem sorusu 3 için gerçekleştirilen davranış dağılımı

3.soru	A1	A2	A3	A4	A5	C1	C2	C3	C4	C5	Boş	Toplam
Lise 2	15				15	24	24		15		46	125
Lise 3	40				40	47	47		40		36	125
Yüzde	22				22	28,4	28,4		22		32,8	

Lise 2'den 15, lise 3'ten 40 öğrenci bu soruda C1, C2, C4, A5 ve A1 davranışlarını sergileyerek doğru cevaba ulaşmışlardır. İki farklı çözüm yoluyla ulaşılan çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 2 öğrencisi Yetkin istenileni bulmak için önce verilen bağıntıyı istenilen bağıntı türünden yazarak sonuca aşağıdaki gibi gitmiştir.

$$x \Delta y = \frac{xy}{x+y}$$

$$\frac{a \cdot 1}{a+1} \Delta b = \frac{6a}{a+1} \cdot \frac{a+1}{7a+b} = \frac{3}{5} \quad 2(1a+18) = 30a$$

$$9a = 18 \quad a = 2 //$$

Yetkin'in çözümünden de anlaşılacağı üzere, verilen ile istenileni matematik geçerliliği olan işlemler çerçevesinde ilişkilendirerek doğru sonucu bulmuştur.

Lise 3 öğrencisi Özgür genellemelerde bulunup aşağıdaki çözümü gerçekleştirmiştir.

$$\frac{1}{x \Delta 6} = \frac{1}{x} + \frac{1}{6} = \frac{5}{3} \quad 6+x = 10x$$

$$\frac{1}{a \Delta 1} = \frac{3}{2} = \frac{1}{a} + \frac{1}{1} \quad \frac{1}{a} = \frac{1}{2} \quad a = 2 //$$

Özgür, soruyu bir bütün olarak algılayıp matematiksel ifadeleri anlamlaştırmayı başarmıştır.

Lise 2'den 9, lise 3'ten 7 öğrenci C1 ve C2 davranışlarını gerçekleştirmelerine rağmen A1 davranışında eksiklikler görülmüştür. Bunu aşağıda lise 3 öğrencisi Gülşen' nin çözümünde görebiliriz.

$$x \Delta y = \frac{x \cdot y}{x+y}$$

$$\left(\frac{a}{a+1}\right) \Delta 6 = \frac{\frac{a \cdot 6}{a+1}}{\frac{a}{a+1} + 6} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{6a}{a+1} \cdot \frac{a+1}{7a+6} = \frac{3}{5}$$

$$30a = 2(7a+6)$$

$$a = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} //$$

Gülşen, matematiksel ifadeleri anlamlaştırp verilen ile istenileni ilişkilendirmesine rağmen işlemleri adım adım yapmada eksikliklerinin olduğu görülmüştür.

Lise 2'den 38, lise 3'ten 32 öğrenci C2 ve A1 davranışlarını sergileyememişlerdir.

Bunu aşağıdaki birkaç farklı örnekte görebiliriz.

Lise 2'den Zeynep verilen bağıntılarla istenilen arasında anlamlı bağ kuramamıştır.

Zeynep'in çözümü aşağıda yer almaktadır.

$$\frac{1}{a} = \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) + \frac{1}{6}$$

$$\frac{6}{3} = \frac{a+1}{6} + \frac{1}{6}$$

$$\frac{6}{3} = \frac{6a+6+1}{6}$$

$$300 = 180 + 18 + 0$$

$$300 - 180 - 18 = 18$$

$$0(30 - 18 - 1) = 18$$

$$0(11) = 18$$

$$10 = \frac{18}{11}$$

Zeynep, verilen bağıntıyı yanlış kullanmıştır. Yanlış kullanmasının yanında işlemleri adım adım yapmayı başaramamıştır.

Benzer şekilde lise 2'den Bahar verilen bağıntıyı doğru bir şekilde kullanamamıştır.

Bahar'ın çözümü aşağıda yer almaktadır.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{5} + 6 = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{4}{5} + 6 = 35$$

$$\frac{1+a}{a} = \frac{27}{5} \Rightarrow 5 + 5a = 27a$$

$$5 = 22a$$

$$a = \frac{22}{5}$$

Bahar, verilen ile istenileni doğru bir şekilde ilişkilendirmeyi ve işlemleri adım adım yapmayı başaramamıştır.

Lise 3'ten Zeliha istenileni verilen bağıntıya doğru bir şekilde yerleştirememiştir.

Zeliha'nın çözümü aşağıda yer almaktadır.

$$\left(\frac{a+1}{a}\right) \Delta 6 = \frac{3}{5}$$

$$\frac{a}{a+1} + \frac{1}{6} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{6a+a+1}{6} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{7a+1}{6} = \frac{3}{5}$$

$$35a+5=18$$

$$35a=13$$

$$a=13/35 //$$

Zeliha da Zeynep ve Bahar gibi verilen ile istenileni doğru ilişkilendirememiştir.

Lise 2'den 17, lise 3'ten 10 öğrenci C1 ve A1 davranışlarını gerçekleştirememiştir.

Aşağıda verilen bazı örneklerde bunu görebiliriz.

Lise 3'ten Mümine verilen ifadede ki işlem sembolünü çarpım işlemi olarak algılayarak bu şekilde işlem yapmıştır. Mümine, matematiksel sembolleri imgelemeyi başaramamıştır. Mümine'nin çözümü aşağıda yer almaktadır.

$$(0.1) \cdot 6 = \frac{3}{5}$$

$$a = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{6}$$

$$a = \frac{1}{10}$$

Mümine verilen bağıntıyı dikkate almadan, işlem sembolünü çarpım sembolü olarak kullanmıştır. Buradan Mümine matematik sembollerini ve çarpım sembolünü de anlamlandıramamıştır.

Lise 2'den Filiz ise işlem sembolünü toplam sembolü olarak algılayarak bir sayının eksi kuvvetini, o sayıyı bu eksi kuvvetle çarpma olarak kullanmıştır. Filiz'in yaptığı çözüm aşağıda yer almaktadır.

$$a^{-1} + 1^{-1} = -a - 1 \quad \Delta 6 = (-a - 1)^{-1} + 6^{-1} = \frac{3}{5} \quad a + 1 - 6 = \frac{3}{5}$$

$$5a + 5 - 30 = 3$$

$$5a - 25 = 3 \quad 5a = 28 \quad a = \frac{28}{5} //$$

Filiz işlem sembolünü anlamlandıramadığı gibi matematik bilgilerini de yanlış olarak öğrenmiştir.

Lise 3'ten Züleyha da Filiz gibi işlem sembolünü toplam sembolü olarak alarak bu şekilde işlem yapmıştır. Züleyha'nın çözümü aşağıda yer almaktadır.

$$a + 1 + 6 = \frac{3}{5}$$

$$a + 7 = \frac{3}{5}$$

$$a = \frac{3}{5} - 7$$

$$a = -\frac{32}{5}$$

Züleyha, işlem sembolünün taşıdığı anlamı bilmemektedir. Yani Züleyha, sembolleri yanlış imgelemiştir.

Lise 3'ten Enver verilen bağıntıyı ilişkilendirmeden kullanmaktadır. Enver'in çözümü aşağıda yer almaktadır.

$$\frac{1}{\frac{3}{5}} - \frac{1}{6} = \frac{9}{6}$$

$$\frac{9}{6} - 1 = \frac{3}{6} = a$$

Enver, anlamsız işlemler yapmıştır.

Lise 2'den 46, lise 3'ten 36 öğrenci bu soruyu cevapsız bırakmıştır.

3. soruya verilen cevapların gruplandırılmasıyla ortaya çıkan sonuç; lise iki ve lise

üçüncü sınıf öğrencilerinin verdikleri cevaplar birbirine benzemektedir. Bu soruyu doğru cevap verenlerin oranı %22 dir. Öğrencilerin %6,4'ünün işlem hataları yaptıkları görülmüştür, bu da öğrencilerin işlemleri yaparken dikkatsiz olduklarını gösterir. Öğrencilerin %28'i verilenleri istenilen ile ilişkilendiremedikleri, verilen bağıntıyı kullanamadıkları, işlem yanlışlarına ve yanlış bilgilere sahip oldukları görülmüştür. Ayrıca, öğrencilerin %10,8'i sorudaki sembolleri yanlış imgelemiştir. Bu soruyu cevapsız bırakanların oranı %32,8 dir.

4. Soru: $\frac{x^2 - 7x - 8}{x^2 - 9} : \frac{x^2 - 64}{x^2 - 6x + 9}$ ifadesinin en sade biçimini bulunuz.

Bu soruya öğrencilerin verdiği cevaplardan, ölçekleri doğru gerçekleştirme dağılımları Çizelge 4'te gösterilmiştir.

Çizelge 4. İşlem sorusu 4 için gerçekleştirilen davranış dağılımı

4.soru	A1	A2	A3	A4	A5	C1	C2	C3	C4	C5	Boş	Toplam
Lise 2	75	75	75			75					6	125
Lise 3	79	79	79			79					22	125
Yüzde	61,6	61,6	61,6			61,6					11,2	

Lise 2'den 75, lise 3'ten 79 öğrenci A2, A3, C1 ve A1 davranışlarını gerçekleştirerek doğru cevaba ulaşmışlardır. Bunu lise 2'den Özgür'ün aşağıdaki çözümünden görebiliriz.

Özgür verilen ifadeleri çarpanlarına ayırarak sadeleştirmeler yapmıştır.

$$\frac{(x-8)(x+1)}{(x-3)(x+3)} : \frac{(x-3)(x-8)}{(x-8)(x+8)} = \frac{(x+1)(x-8)}{(x+3)(x+8)}$$

Özgür, önceden öğrendiği bilgileri hatırlayarak doğru sonuca ulaşmıştır.

Lise 2'den 28, lise 3'ten 19 öğrenci A2 ve A3 davranışlarını gösterememiştir. Bunu aşağıdaki birkaç örnekle görebiliriz.

Lise 2'den Tülin tam kare ifadesini iki kare farkı olarak kullanarak yanlış sonuç bulmuştur. Tülin bilgileri öğrenirken anlamlandıramamıştır. Bu yüzden yaptıklarını sorgulamadan hatırladığı bilgileri ezbere kullanmıştır. Tülin'in çözümü aşağıda yer almaktadır.

$$\frac{(x-8)(x+1)}{(x-3)(x+3)} : \frac{(x+3)(x-8)}{(x-8)(x+8)} = \frac{x+1}{x+8}$$

Tülin, önceden öğrendiği bilgileri hatırlayamamıştır.

Lise 2'den Nilgün Tülin'in tersine iki kare farkını tam kare olarak kullanarak bu iki açılımı karıştırmaktadır. Nilgün'ün çözümü aşağıda yer almaktadır.

$$\frac{(x-3)(x+1)}{(x-3)^2} \cdot \frac{(x-3)(x-3)}{(x-8)^2} = \frac{x+1}{x-8} //$$

Nilgün, de önceden öğrendiği bilgileri hatırlayamamaktadır.

Lise 2'den Yasin de ifadeleri çarpanlarına yanlış ayırarak doğru sonucu bulamamıştır. Bunu Yasin'in aşağıdaki çözümünde görebiliriz.

$$\frac{(x+1) \cdot (x-3)}{(x-3) \cdot (x+3)} \cdot \frac{(x-9) \cdot (x+3)}{(x-8) \cdot (x+8)} = \frac{(x+1) \cdot (x-9)}{(x-3) \cdot (x+8)}$$

Yasin, önceden öğrendiği bilgileri hatırlayamamış ve eksik bilgiye sahiptir.

Lise 2'den 16, lise 3'ten 5 öğrenci A3 ve A1 davranışlarını gösterememiştir. Buna birkaç örnek aşağıda verilmiştir.

Lise 3'ten Ümit çarpma yapmayı ve sadeleştirme yapmayı bilmemektedir. Ümit'in çözümü aşağıda yer almaktadır.

$$\frac{x^2-7x-8}{x^2-9} \cdot \frac{x^2-6x+9}{x^2-64} = \frac{x^4-42x^2-72}{x^4-576}$$

Ümit, matematik bilgilerini anlamlaştırarak öğrenememiştir. Matematiksel geçerliliği olmayan işlemler yapmıştır.

Lise 3'ten Çiğdem matematik bilgilerini anlamlaştırarak öğrenmediğinden matematiksel ifadelerde sadeleştirmeyi öğrenememiştir. Çiğdem'in çözümü aşağıda yer almaktadır.

$$\frac{x^2-2x-8}{x^2-9} \cdot \frac{x^2-6x+9}{x^2-64} = \frac{-13x}{8}$$

Çiğdem, matematiksel geçerliliği olmayan işlemler yapmıştır. Çiğdem yanlış ve yetersiz bilgiye sahiptir.

Lise 2'den Zehra ifadeleri çarpanlarına doğru ayırmasına rağmen birbirinden farklı olan iki ifadeyi sadeleştirmiştir. Zehra'nın çözümünü aşağıda görebiliriz.

$$\frac{(x+1)(x-8)}{(x-3)(x+3)} \cdot \frac{(x-3)(x-3)}{(x+8)(x-8)} = \frac{(x+1)(x-3)}{(x+3)(x+8)} = \frac{x+1}{x+8}$$

Zehra, da diğerleri gibi matematiksel geçerliliği olmayan işlemler yapmıştır. Zehra yaptıklarını sorgulamamıştır.

Lise 3 öğrencisi olan Fazlı'ya kareli ifade kare kökü hatırlatarak karekök alma girişiminde bulunmuş. Fazlı tecrübelerini ilişkilendirmeden kullanmaktadır. Buradaki hatalar onun matematik bilgilerini yüzeysel ve anlamlaştırmadan öğrenmiş olduğunu gösterir. Fazlı'nın çözümü aşağıda yer almaktadır.

Handwritten work for Zehra: The student is simplifying the expression $\frac{x^2-7x-8}{x^2-9} \cdot \frac{x^2-64}{x^2-6x+9}$. They incorrectly cancel terms, resulting in $\frac{x-7x-8}{x-3} \cdot \frac{x-3}{x-8} = x-7x-8 \cdot x-3$.

Fazlı soruyu geçmiş tecrübelerindeki problem çözümleriyle eşleştirip ezbere çözüm yolu denemiştir, yetersiz bilgiye sahip olduğundan matematiksel geçerliliği olmayan işlemler yapmıştır.

Lise 2'den Hakan farklı bir çözüm yolu deneyerek uygun çözüm yolu oluşturamamıştır. Uyguladığı çözüm yolunda ifadeleri çarpmada işlem hatası yapmıştır. Hakan'ın çözümü aşağıda yer almaktadır.

Handwritten work for Hakan: The student is multiplying $(x^4 - 6x^3 + 9x^2 - 7x + 4)(x^2 - 8x + 7)$. They incorrectly calculate the result as $x^4 - 13x^3 - 13x^2 - 15x - 72$, while the correct result is $x^4 - 64x^3 - 9x^2 + 766$.

Hakan, soruyu geçmişte öğrendiği problem çözümleriyle eşleştirememiştir. Soruyu tam olarak anlayamamıştır.

Lise 2'den 6, lise 3'ten 22 öğrenci bu soruyu cevapsız bırakmıştır.

4. soruya verilen cevapların gruplandırılmasıyla ortaya çıkan durum; lise iki ve lise üçüncü sınıf öğrencilerinin verdikleri cevaplar birbirine benzemektedir. Bu soruya doğru cevap verenlerin oranı %61,6 dır. %18,8 oranında öğrencide önceden öğrendikleri bilgileri hatırlayamayarak yanlış bilgiler kullanmıştır. %8,4 oranında öğrencide yanlış ve yetersiz bilgi donanımına sahip olduklarından matematiksel geçerliliği olmayan işlemler yapmışlardır. Öğrenciler bilgileri ilişkilendirmeden ve anlamlaştırmadan öğrendikleri için bu bilgileri tam olarak kullanamamaktadırlar. Bu soruyu cevapsız bırakanların oranı %11,2 dir.

5. soru: $\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^7 * (-2)^6}{(-2)^5 * (-2)^{-4}}$ işleminin sonucu kaçtır?

Bu soruya öğrencilerin verdiği cevaplardan, ölçekleri doğru gerçekleştirme dağılımları Çizelge 5'te gösterilmiştir.

Çizelge 5. İşlem sorusu 5 için gerçekleştirilen davranış dağılımı

5.soru	A1	A2	A3	A4	A5	C1	C2	C3	C4	C5	Boş	Toplam
Lise 2	50		50			50					17	125
Lise 3	68		68			68					14	125
Yüzde	47,2		47,2			47,2					12,4	

Lise 2'den 50, lise 3'ten 68 öğrenci A1, A3 ve C1 davranışlarını sergileyerek doğru cevaba ulaşmışlardır. Bunu aşağıdaki farklı iki çözüm yolunda görebiliriz.

Lise 2'den Havva önceden öğrendiği matematik bilgilerini hatırlayıp matematiksel geçerliliği olan işlemleri gerçekleştirerek doğru çözüme ulaşmıştır. Havva'nın çözümünü aşağıda görebiliriz.

$$\frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Havva'nın cebirsel işlem yürütme becerisi ve öğrendikleri bilgileri kullanma becerisi gelişmiştir.

Lise 2'den Arda, Havva'dan farklı bir bilgi kullanarak çözüme gitmiştir. Arda'nın çözümünü aşağıda görebiliriz.

$$\frac{(-2)^{-7} \cdot (-2)^6}{(-2)^5 \cdot (-2)^{-4}} = (-2)^{-7+6-5+4} = (-2)^{-2} = \frac{1}{4}$$

Arda, üslü sayılar konusundaki teoremleri kullanmıştır. Arda, teoremleri anlamlaştırarak öğrendiği için yeni durumlarda teoremleri kolaylıkla uygulayabilmektedir.

Lise 2'den 35, lise 3'ten 37 öğrenci A1, A3 ve C1 davranışlarını sergileyememişlerdir. Buna örnek olarak aşağıdakileri verebiliriz.

Lise 2'den Gülan, matematik bilgilerini tam olarak kavrayamamıştır. Bunu Gülan'nın aşağıdaki çözümünde görebiliriz.

$$\begin{aligned} \frac{-\frac{1}{128} \cdot 64}{-32 \cdot 16} &= \frac{-\frac{1}{2}}{-512} \\ &= \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{512}}{\frac{1}{1024}} \end{aligned}$$

Gülan, önceden öğrendiği bilgileri bilgi düzeyinde kullanamamaktadır. Bu da bu bilgileri öğrenirken anlamlaştırarak öğrenmediği sonucunu çıkarır.

Lise 2'den Kenan önceden öğrendiği bilgileri hatırlayıp kullanmasına rağmen işaret hataları yapmıştır. Aşağıda Kenan'nın çözümünü görebiliriz.

$$\frac{-\frac{1}{128} \cdot 64}{32 \cdot \frac{1}{16}} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{2}{2}} \Rightarrow -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{4} //$$

Kenan, eksi bir sayının tek kuvvetinin negatif bir sayı olduğunu her zaman kullanamamaktadır. Bu da matematik bilgilerinde eksiklik olduğunu ve işlemleri adım adım yapamadığını gösterir.

Lise 3'ten Onur, önceden öğrendiği üslü ifadelerle ilgili bilgileri hatırlayıp doğru kullanmasına rağmen rasyonel sayılarla ilgili bölme işlemini yürütmede eksik bilgilere sahip olduğu görülmüştür. Onur'un çözümü aşağıda yer almaktadır.

$$\frac{-\frac{1}{128} \cdot 64}{32 \cdot \frac{1}{16}} = \frac{-\frac{1}{2}}{-2} = 1 //$$

Onur, işlemleri adım adım yapmada başarısızdır.

Lise 3'ten Meryem, üslü ifadelerle ilgili teoremleri hatırlayıp yerinde kullanmasına rağmen bazı temel işlem bilgilerini yanlış kullanmıştır. Meryem'in çözümü aşağıda yer almaktadır.

$$(-2)^{-3} \cdot (-2)^6 \cdot (-2)^{-3} \cdot (-2)^4 = (-2)^{-2} = -\frac{1}{4}$$

Meryem, önceden öğrenmiş olduğu bilgileri hatırlayamamıştır.

Lise 2'den 23, lise 3'ten 6 öğrenci A1 davranışını sergileyememiştir. Bu davranışlara bazı örnekler aşağıda yer almaktadır.

Lise 2'den Derya rasyonel bir sayının kuvvetini almayı başaramamıştır. Derya'nın çözümü aşağıda yer almaktadır.

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^7 \cdot (-2)^6$$

$$\frac{-7}{14} \cdot \frac{-64}{8} = \frac{-7}{14} \cdot \frac{-56}{14} = \frac{-7}{14} \cdot \frac{-4}{1} = \frac{28}{14} = 2$$

Derya, yanlış yapılanmış bilgilere sahip olduğu görülmüştür. Bu da bilgileri yapılandırmadan öğrenmiş olduğunu ortaya koyuyor.

Lise 2'den Zeynep önceden öğrenilen bilgileri yanlış kullanmıştır. Zeynep'in çözümü aşağıda yer almaktadır.

$$\frac{\left(-\frac{1}{2} \cdot (-2)\right)^3}{(-2 \cdot -2)^4} = \frac{-1^3}{4^4} = -\frac{1}{64}$$

Zeynep'in bu çözümünden, matematik bilgilerini ilişkilendirerek ve anlamlaştırarak öğrenememiştir.

Lise 2'den 17, lise 3'ten 14 öğrenci bu soruyu cevapsız bırakmıştır.

5. soruya verilen cevapların gruplandırılmasıyla ortaya çıkan durum, lise iki ve üçüncü sınıf öğrencilerinin vermiş oldukları cevaplar hemen hemen aynısıdır. Bu soruyu doğru cevaplandıran öğrenci oranı %47,2 dir. Öğrencilerin %28,8'i önceden öğrenilen bilgileri eksik ve tam kullanamayarak yanlış sonuçlar bulmuşlardır. Öğrencilerin %11,6'sının matematik bilgilerini kavrayamadıkları bunun sonucunda da matematiksel geçerliliği olmayan işlemler yaptıkları görülmüştür. %12,4 oranında öğrencinin de bu soruyu cevapsız bırakması geçmiş tecrübelerini ilişkilendirerek öğrenemediklerinden gerekli bilgileri hatırlayamadıklarını ortaya koymaktadır.

6. soru: $\frac{\sqrt{(-2)^2} + \sqrt[3]{-8} - \sqrt{(-5)^2}}{\sqrt[3]{(-3)^3} + \sqrt{4}} = ?$ İşleminin sonucunu bulunuz.

Bu soruya öğrencilerin verdiği cevaplardan, ölçekleri doğru gerçekleştirme dağılımları Çizelge 6'da gösterilmiştir.

Çizelge 6. İşlem sorusu 6 için gerçekleştirilen davranış dağılımı

6.soru	A1	A2	A3	A4	A5	C1	C2	C3	C4	C5	Boş	Toplam
Lise 2	51		59			59					9	125
Lise 3	72		78			78					6	125
Yüzde	49,2		54,8			54,8					6	

Lise 2'den 51, lise 3'ten 72 öğrenci A1, A3 ve C1 davranışlarını sergileyerek doğru cevaba ulaşmışlardır. Bazı örnekler aşağıda yer almaktadır.

Lise 2'den Havva, önceden öğrendiği bilgileri yeni problemle ilişkilendirip hatırlayarak işlemleri doğru bir şekilde devam ettirerek doğru cevaba ulaşmıştır. Havva'nın çözümü aşağıda yer almaktadır.

$$\frac{1-21 + \sqrt[3]{-8} - |5|}{-3 + 2} = \frac{-5}{-1} = 5$$

Havva, bilgileri anlamlaştırarak öğrendiğinden doğru cevaba ulaşmıştır.

Lise 2'den 8, lise 3'ten 6 öğrenci A3 ve C1 davranışlarını sergilemelerine rağmen A1 davranışını sergileyememişlerdir. Bazı örnekler aşağıda yer almaktadır.

Lise 2'den Bahar, önceden öğrendiği bilgileri hatırlayıp kullanmasına rağmen işlemleri devam ettirirken işaret hataları yapmıştır. Bahar'ın sergilediği çözüm yolunu aşağıda görebiliriz.

$$\frac{2-2+5}{-3+2} = \frac{5}{-1} = -5$$

Bahar, işlemleri adım adım çözüme ulaştırırken dikkatsiz davranmıştır.

Lise 3'ten Halil doğru bilgiler kullanmasına rağmen yaptığı ufak hata sonucu yanlış cevap bulmuştur.

$$\frac{\sqrt{(-2)^2} + \sqrt[3]{-8} - \sqrt{(-5)^2}}{\sqrt[3]{(-3)^3} + \sqrt{4}} = ? \quad \frac{2 + (-2) - 25}{-3 + 2} = -\frac{25}{-1} = 25$$

Halil, dikkatsiz olduğundan doğru cevaba ulaşamamıştır.

Lise 2'den 47, lise 3'ten 37 öğrenci A3, C1 ve A1 davranışlarını

sergileyememişlerdir. Bunlara bazı örnek çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 2'den Seda köklü ifadelerle ilgili bilgileri yanlış kullanmıştır. Seda'nın çözümü aşağıda yer almaktadır.

$$\frac{2 + | -2 | - 5}{|-3| + 2} = \frac{4 - 5}{5} = -\frac{1}{5}$$

Seda, bilgileri öğrenirken anlamlı öğrenmediğinden yanlış bir çözüm sergilemiştir.

Lise 2'den Abdullah, öğrendiği bilgileri hatırlayamadığından doğru cevaba ulaşamamıştır. Çözüm yolu aşağıda yer almaktadır.

$$\frac{2 + 2 - 5}{3 + 2} = -\frac{1}{5}$$

Abdullah, yanlış ve yetersiz bilgiye sahiptir.

Lise 2'den Zeynep, kare köklü ifadelerle ilgili tanımları hatırlayamadığından bu konuyla ilgili bilgileri yanlış kullanmıştır.

$$\frac{(-2) + (-2) - (-5)}{(-3) + 2} = \frac{-2 - 2 + 5}{-3 + 2} = \frac{1}{-1} = (-1) =$$

Zeynep'in çözümü, bilgileri üstün körü ilişkilendirmeden öğrendiğini ortaya koyuyor.

Lise 2'den 10, lise 3'ten 4 öğrenci A1 ve C1 davranışını sergileyememiştir. Buna bazı örnekler aşağıda verilmiştir.

Lise 2'den Derya, rasyonel ifadelerde pay ve paydada toplam durumunda aynı olan ifadeleri sadeleştirmiştir. Bu da Derya'nın yanlış ilgilere sahip olduğunu gösterir. Derya'nın çözümü aşağıda yer almaktadır.

$$\frac{\sqrt{4} + \sqrt{8} - \sqrt{25}}{\sqrt{27} + \sqrt{4}} = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{27}} = \frac{17}{27}$$

Derya, sadeleştirme ile ilgili bilgileri anlamadığından matematiksel geçerliliği olan işlemler yapmada tamamen başarısızdır.

Lise 2'den Tuğba, köklü ifadelerle ilgili yanlış bilgi donanımına sahip olduğundan

yanlış bilgiler kullanmaktadır. Tuğba'nın çözümü aşağıda yer almaktadır.

$$\begin{aligned} & \sqrt{(-2)^2} + \sqrt[3]{-8} - \sqrt{(-5)^2} = ? = \frac{\sqrt{4} + \sqrt{-8} - \sqrt{25}}{\sqrt{-3} + \sqrt{4}} \\ & 2 + \frac{-2\sqrt{2}}{\sqrt{-3}} - 5 = \frac{-3}{\sqrt{-3}} = -1 \end{aligned}$$

Tuğba, bilgilerini anlamlaştırarak ve ilişkilendirerek öğrenme yerine yüzeysel ve üstün körü öğrendiğinden bilgileri hatırlayamamaktadır.

Lise 2'den 9, lise 3'ten 6 öğrenci bu soruyu cevapsız bırakmıştır.

6. soruya verilen cevapların gruplandırılmasıyla ortaya çıkan durum, lise üç öğrencileri doğru cevabı bulmada daha başarılı olmalarına rağmen lise iki ve lise üç öğrencilerinin gösterdikleri davranışlar hemen hemen aynıdır. Bu soruyu doğru cevaplandıranların oranı %49,2 dir. Öğrencilerin %5,6 önceden öğrendikleri bilgileri hatırlayıp kullanmalarına rağmen dikkatsiz davranarak işlemleri adım adım yapamamışlardır. Öğrencilerin %33,6'sı geçmişte öğrendikleri bilgileri hatırlayamadıklarından, bilgileri yanlış kullanmışlardır. %5,6 'sı soruda geçen sembolleri taşıdığı anlamla ilişkilendiremeyip geçerliliği olmayan işlemler yapmıştır. Öğrencilerin %6'sı bu soruyu cevapsız bırakmıştır.

7. soru: $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$ ve $a + b + 3c = 34$ olduğuna göre $a \cdot b \cdot c$ çarpımının değeri

nedir?

Bu soruya öğrencilerin verdiği cevaplardan, ölçekleri doğru gerçekleştirme dağılımları Çizelge 7'de gösterilmiştir.

Çizelge 7. İşlem sorusu 7 için gerçekleştirilen davranış dağılımı

7.soru	A1	A2	A3	A4	A5	C1	C2	C3	C4	C5	Boş	Toplam
Lise 2	57	57		64			64				21	125
Lise 3	96	96		104			104				2	125
Yüzde	61,2	61,2		67,2			67,2				9,2	

Lise 2'den 57, lise 3'ten 96 öğrenci A1, A4, A2 ve C2 davranışlarını sergileyerek doğru cevaba ulaşmışlardır. Bazı örnekler aşağıda yer almaktadır.

Lise 3'ten Furkan, verilen eşitlikleri kullanarak bilinmeyenleri tek bilinmeyen türünden yazarak üç bilinmeyeni tek bilinmeyene indirgemıştır. Furkan'ın çözümü aşağıda yer almaktadır.

$$\begin{array}{lcl}
 a = 2k & 2k + 3k + 12k = 34 & a = 4 \\
 b = 3k & 17k = 34 & b = 6 \\
 c = 4k & k = 2 & c = 8 \\
 & & a \cdot b \cdot c = 4 \cdot 6 \cdot 8 = 192
 \end{array}$$

Furkan, verilen bağıntıları kendi aralarında ilişkilendirip işlemleri adım adım yaparak çözüme ulaşmıştır.

Lise 2'den 7, lise 3'ten 8 öğrenci C2 ve A4 davranışlarını sergilemelerine rağmen dikkatsiz davranarak yaptığı işlemler sonucunda elde ettiklerini tam kullanamamıştır. Buna örnek olarak Sevgi'nin çözümünü verebiliriz.

Lise 3'ten Sevgi, verilenleri ilişkilendirip doğru çözüm yolunu oluşturmaya rağmen yanlış bağıntı kullanması onu yanlış sonuca götürmüştür.

$$\begin{array}{lcl}
 2k + 3k + 12k = 34 & & 2k \cdot 3k \cdot 12k \\
 17k = 34 & & 22k^3 \\
 k = 2 & & \\
 a = 1,3 \text{ ve } b = 4,3 \text{ olduğuna göre;} & & 2 \cdot 3 = 576
 \end{array}$$

Sevgi, soruyu çözüme ulaştırmada dikkatsiz davranmıştır.

Lise 2'den 21, lise 3'ten 7 öğrenci A4 ve C2 davranışlarını sergileyememişlerdir. Buna bazı çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 2'den Nurcan, verilen bağıntıları dikkate almadan rastgele işlemler yapmıştır. Soruyu bir bütün olarak algılamadığından yanlış adımlar atmıştır. Çözüm aşağıda yer almaktadır.

$$8 + 8 + 18 = 34 \quad 8 \cdot 8 \cdot 6 = 8 \cdot 6 \cdot 8 = 384$$

Nurcan, verilen bağıntıyı istenilen ile ilişkilendirememiştir.

Lise 2 öğrencisi Sinem, verilen bağıntıları kullanmalarına rağmen soruyu tek bilinmeyene indirgemeyi başaramamıştır.

$$\begin{array}{lcl}
 \text{çarpımının değeri nedir?} & & \\
 a = \frac{2b}{3} & c = \frac{4b}{3} & \frac{2b}{3} + \frac{3a}{2} + \frac{12b}{3} = 34 \\
 b = \frac{3a}{2} & & \frac{14b}{2} + \frac{3a}{2} = 34 \\
 & & 28b + 3a = 68 \\
 & & 28b + 9a = 204
 \end{array}$$

Sinem, verilen bağıntıları istenileni bulabilmede ilişkilendirmeyi başaramamıştır.

Lise 2'den 19, lise 3'ten 12 öğrenci de C1, C2 ve A1 davranışlarını sergileyememişlerdir. Bunlara bazı örnekler aşağıda yer almaktadır.

Lise 3'ten Tolga, verilen eşitliği rasyonel sayılar ile karıştırarak yanlış işlemler yürütmüştür. Çözümü aşağıda yer almaktadır.

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$$

$$a=6, b=4, c=3$$

$$C \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 36$$

$$C \cdot 4 \cdot 3 = 72$$

Tolga, yanlış ve yetersiz bilgilere sahip olduğundan yaptığı işlemlerin sorunun çözümüyle hiçbir ilişkisi yoktur.

Lise 2'den Serkan, soruda verilen eşitlik sembolünü toplam sembolü olarak kullanmıştır. Daha sonra işlemlere bu şekilde devam ederken dahi anlamsız işlemler yapmıştır. Serkan'ın çözümü aşağıda yer almaktadır:

$$\frac{a}{2} + \frac{b}{3} + \frac{3c}{4} = \frac{36}{12}$$

$$\frac{6a}{12} + \frac{4b}{12} + \frac{9c}{12} = \frac{36}{12}$$

$$6a + 4b + 9c = 36$$

$$6a + 4a + 9a = 36$$

$$19a = 36$$

$$a = 22$$

Serkan, matematiksel sembolleri taşıdığı anlamlarla imgeleyememiş bu yüzden yaptıkları işlemler anlamsızdır. Yani matematiksel geçerliliği olmayan işlemler yapmıştır.

Lise 2'den 21, lise 3'ten 2 öğrenci bu soruyu cevapsız bırakmıştır.

7. soruya verilen cevapların gruplandırılmasıyla ortaya çıkan sonuç; lise üç öğrencileri bu soruda ikinci sınıf öğrencilerine nazaran daha başarılıdır. Ancak her iki sınıf öğrencilerinde benzer davranışlar görülmüştür. Bu soruya doğru cevap verenlerin oranı %61,2 dir. Öğrencilerin %6'sı verilenleri ilişkilendirip işlemleri doğru yapmasına rağmen istenileni bulmada dikkatsiz davranarak istenilen bağıntıyı tam kullanamamıştır. Öğrencilerin %11,2'si verilenleri kendi aralarında ilişkilendiremeyip verilenleri doğru ve yerinde kullanamamışlardır. %12,4 oranında öğrenci de matematiksel sembolleri taşıdığı anlamla imgeleyememiş ve ilişkilendirememiş olduklarından matematiksel geçerliliği olmayan işlemler yapmışlardır. Öğrencilerin %9,2'si bu soruyu cevapsız bırakmıştır.

8. soru: $a = 1,3$ ve $b = 4,3$ olduğuna göre; $\frac{(a+b)^2 - 4ab}{3a - 3b} = ?$

Bu soruya öğrencilerin verdiği cevaplardan, ölçekleri doğru gerçekleştirme dağılımları Çizelge 8'de gösterilmiştir.

Çizelge 8. İşlem sorusu 8 için gerçekleştirilen davranış dağılımı

8.soru	A1	A2	A3	A4	A5	C1	C2	C3	C4	C5	Boş	Toplam
Lise 2	35		35		35		35				32	125
Lise 3	98		98		98		98				4	125
Yüzde	53,2		53,2		53,2		53,2				14,4	

Lise 2'den 35, lise 3'ten 98 öğrenci A1, A3, A5 ve C2 davranışlarını gerçekleştirerek doğru cevabı bulmuşlardır. Bazı çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 3'ten Selin, soruda verilenleri istenilen eşitliğe doğru bir şekilde yerleştirerek işlemleri adım adım doğru sonuçlandırmıştır. Selin'in çözümü aşağıda yer almaktadır.

$$\frac{31,36 - 4(5,99)}{3,9 - 12,9} = \frac{31,36 - 22,36}{3,9 - 12,9} = \frac{9}{-9} = -1$$

Selin'in cebirsel işlem yürütme becerisinin gelişmiş olduğu anlaşılmaktadır.

Lise 2'den Zeynep, verilen bağıntının açılımını yapıp başka bir bağıntıya dönüştürüp işlemleri doğru sonuçlandırmıştır.

$$\frac{a^2 + 2ab + b^2 - 4ab}{3(a-b)} = \frac{a^2 - 2ab + b^2}{3(a-b)} = \frac{(a-b)^2}{3(a-b)} = \frac{a-b}{3}$$

$$\frac{1,3 - 4,3}{3} = \frac{-3}{3} = (-1)$$

Zeynep, öğrendiği bilgileri ilişkilendirerek kullanmıştır.

Lise 2'den 33, lise 3'ten 16 öğrenci A1 davranışını sergileyememişler. Buna bazı örnek çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 2'den Seda, bağıntıların açılımını ve bunun sonucunda sadeleştirmeler yapmasına rağmen bundan sonraki ondalıklı sayıları çıkarmada işlem hataları yapmıştır. Nitekim yanlış sonuç bulmuştur. Seda'nın çözümü aşağıda yer almaktadır.

$$\frac{a^2 + 2ab + b^2 - 4ab}{3(a-b)} = \frac{a^2 - 2ab + b^2}{3(a-b)} = \frac{(a-b) \cdot (a-b)}{3(a-b)}$$

$$= \frac{1,3 - 4,3}{3} = \frac{-3,3}{3} = -1,1$$

Seda, işlemleri adım adım yapmada başarısızdır.

Lise 2'den Filiz verilenleri yerine yerleştirip gerekli bağıntıların açılımını yapmasına rağmen ondalıklı sayıların karesini alırken virgülü yerleştirmede yanlışlıklar yapmıştır. Filiz'in çözümü aşağıda yer almaktadır.

$$\frac{(a+b)^2 - 4ab}{3a - 3b} = ? \quad \frac{(1,3 + 4,3)^2 - 4 \cdot (1,3) \cdot (4,3)}{3 \cdot 1,3 - 3 \cdot (4,3)}$$

$$\frac{(5,6)^2 - 223,6}{3,9 - 12,9} = \frac{313,6 - 223,6}{3,9 - 12,9} = \frac{90}{-9} = -10$$

Filiz, cebirsel işlem yürütme becerileri eksiktir ve yanlış bilgilere sahiptir.

Lise 2'den 12, lise 3'ten 7 öğrenci A1, A3 ve A5 davranışlarını sergileyememişlerdir. Öğrencilerin sergiledikleri bazı çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 3'ten Arzu bağıntısının açılımını yapmasına rağmen tam kare ifadesinin açılımını iki kare farkının açılımı şeklinde yapmıştır. Dolayısıyla yanlış cevap bulmuştur. Arzu'nun çözümü aşağıda yer almaktadır.

Handwritten work for Arzu:

$$\frac{(a+b)^2 - 4ab}{3a - 3b} = ?$$

$$\frac{a^2 + 2ab + b^2 - 4ab}{3(a-b)} = \frac{a^2 - 2ab + b^2}{3(a-b)} = \frac{(a-b)^2}{3(a-b)}$$

$$\frac{(1.3 - 4.3)^2}{3(1.3 - 4.3)} = \frac{(-3)^2}{3(-3)} = \frac{9}{-9} = -1$$

Arzu'nun bilgileri karıştırması bu bilgileri ezbere öğrendiğini ortaya koymaktadır.

Lise 3'ten Cahit de Arzu gibi, bağıntıların açılımını yapıp iki kare toplamı ile iki kare farkını karıştırmıştır. Ayrıca rasyonel ifadelerde pay ve paydada toplam durumunda aynı ifadeleri sadeleştirmiştir. Bu da onun yanlış bilgiye sahip olduğunu ve cebirsel işlem yürütme becerisinin olmadığını gösterir.

Handwritten work for Cahit:

$$\frac{a^2 + 2ab + b^2 - 4ab}{3a - 3b} = \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{3(a-b)} = \frac{(a-b)^2 - 2ab}{3(a-b)}$$

$$\frac{(1.3 + 4.3) - 2 \cdot (1.3 \cdot 4.3)}{3} = \frac{5.6 - 9.2}{3} = \frac{-3.6}{3} = -1.2$$

olduğuna göre $a^2 + c^2 = ?$

$$\frac{5.6 - 6}{3} = \frac{-0.4}{3} = -\frac{2}{15}$$

Cahit, bilgileri ezbere öğrenmiş olduğu için bilgileri karıştırmış ve geçerliliği olmayan işlemler yapmıştır.

Lise 2'den 13 öğrenci A1 ve C1 davranışlarını gerçekleştirememiştir. Bazı örnek çözümler aşağıda yer almaktadır.

Bahar, soruda verilen ondalıklı sayıları tanımıyor. Ondalıklı sayılardaki virgölün taşıdığı anlamı bilmemektedir. Virgölün sağındaki sayıları ve solundaki sayıları tek tek alıp onlarla işlemler yapmıştır. Bahar'ın çözümü aşağıda yer almaktadır.

Handwritten work for Bahar:

$$\frac{(a+b)^2 - 4ab}{3a - 3b} = ?$$

$$\frac{(1+4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}{3 \cdot 1 - 3 \cdot 4} = \frac{25 - 16}{3 - 12} = \frac{9}{-9} = -1$$

$$\frac{(3+3)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3}{3 \cdot 3 - 3 \cdot 3} = \frac{36 - 36}{0} = \frac{0}{0} = \text{tanımsız}$$

Bahar, ondalıklı sayılarla işlem yapma becerisi gelişmemiştir. Bu yüzden matematiksel geçerliliği olmayan işlemler yapmıştır.

Derya, verilen ondalıklı sayılardaki virgülü toplam olarak alıp virgülden önceki ve sonraki sayıları toplayıp bu şekilde işlem yapmıştır. Ancak işlemlere devam ederken de toplam durumundaki iki sayının karesini almada da yanlış işlemler yapmıştır. Derya'nın çözümü aşağıda yer almaktadır.

$$\frac{(4+7)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 7}{3 \cdot 4 - 3 \cdot 7} = \frac{16 + 49 - 112}{12 - 21} = \frac{65 - 112}{12 - 21} = \frac{-47}{-9} = \frac{47}{9}$$

Derya, yanlış bilgilere sahip olduğundan matematiksel geçerliliği olmayan işlemler yapmıştır.

Lise 2'den 32, lise 3'ten 4 öğrenci bu soruyu cevapsız bırakmıştır.

8. soruya verilen cevapların grüplendirilmesiyle ortaya çıkan sonuç; lise üç öğrencileri bu soruda ikinci sınıf öğrencilerine nazaran daha başarılıdır. Ancak her iki sınıf öğrencilerinde hemen hemen aynı davranışlar görülmüştür. Bu soruyu doğru cevaplandıranların oranı %53,2 dir. Öğrencilerin %19,6'sı işlemleri adım adım sonuçlandırmada yetersiz bilgiye sahiptirler. %7,6 oranında öğrencide önceden öğrendiği bilgileri hatırlamayıp bağıntıların açılımını yanlış yapmıştır. Öğrencilerin %5,2'si ise yanlış ve yetersiz bilgiye sahip olduklarından matematiksel geçerliliği olmayan işlemler yürütmüşlerdir. Bu soruyu cevapsız bırakanların oranı %14,4 tür.

9. soru: $a + 3b = 2$

$c + 3b = 10$ olduğuna göre; $a^2 + c^2 = ?$

$ac = 14$

Bu soruya öğrencilerin verdiği cevaplardan, ölçekleri doğru gerçekleştirme dağılımları Çizelge 9'da gösterilmiştir.

Çizelge 9. İşlem sorusu 9 için gerçekleştirilen davranış dağılımı

9.soru	A1	A2	A3	A4	A5	C1	C2	C3	C4	C5	Boş	Toplam
Lise 2	28		28	38	38		28				21	125
Lise 3	67		67	75	75		67				7	125
Yüzde	38		38	45,2	45,2		38				11,2	

Lise 2'den 28, lise 3'ten 67 öğrenci A1, A3, A4, A5 ve C2 davranışlarını sergileyerek doğru cevabı bulmuşlardır. Buna bazı örnek çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 2'den Zeynep, verilen bağıntıları kendi aralarında istenileni bulabilecek şekilde ilişkilendirip doğru cevabı bulmuştur. Zeynep'in çözümü aşağıda yer almaktadır.

$$\begin{array}{l}
 a \cdot c = 14 \\
 3b = 2 - a \quad 2a = 10 - c \\
 2b = 10 - c \quad a - c = -8 \\
 (a - c)^2 = a^2 - 2ac + c^2 \\
 (-8)^2 = a^2 - 2(14) + c^2 \\
 64 + 28 = a^2 + c^2 \\
 \underline{92 = a^2 + c^2}
 \end{array}$$

Zeynep, verilenleri ilişkilendirerek matematiksel geçerliliği olan işlemleri adım adım yapmıştır.

Lise 2'den 10, lise 3'ten 8 öğrenci A4 ve A5 davranışlarını sergilemelerine rağmen A1, A3 ve C2 davranışlarını sergileyememişlerdir. Bazı çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 2'den Seda, verilen bağıntıları kullanarak istenilen bağıntıyı elde etmiştir. Ancak yaptığı işlemler sonucunda bulduğu eşitliği bağıntının açılımında yerine koyamamıştır. Burada geçmiş tecrübelerini ezbere ve sorgulamadan kullanıp elde ettiği bağıntının açılımını sıfıra eşitlemiştir. Dolayısıyla yanlış cevap bulmuştur. Seda'nın çözümü aşağıda yer almaktadır.

$$\begin{array}{l}
 -a + 3b = -2 \\
 c + 3b = 10 \\
 c - a = 8 \\
 (c - a)^2 = c^2 - 2ab + a^2 \\
 \Rightarrow a^2 + c^2 = 2ab \\
 a^2 + c^2 = 2 \cdot 16 = 32
 \end{array}$$

Seda, yaptıklarını sorgulamadan geçmiş tecrübelerini ezbere kullanarak yaptıklarını sorgulayamamıştır.

Lise 2'den 8, lise 3'ten 6 öğrenci A5 ve A3 davranışlarını sergileyememiştir. Bazı çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 2'den Merih, bağıntıların açılımını ezbere yaptığı için iki kare toplamını veren açılımı yanlış kullanmıştır. Bu yüzden yanlış cevap bulmuştur. Merih'in çözümü aşağıda yer almaktadır.

$$\begin{array}{l}
 -a + 3b = 2 \\
 c + 3b = 10 \\
 c - a = 8 \\
 a \cdot c = 14 \\
 a^2 + c^2 = (c - a)^2 - 2ac = 8^2 - 2 \cdot 14 \\
 = 64 - 28 \\
 = 36
 \end{array}$$

Merih, bağıntıların açılımını yanlış yapmıştır.

Lise 2'den 35, lise 3'ten 18 öğrenci A1 davranışını sergileyememişlerdir. Buna bazı

örnek çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 2'den Nevzat, alt alta verilen bağıntıları çarpmaya çalışmış ancak her bir terimi ayrı ayrı çarpacak yerde alt alta olan terimleri çarpmıştır. Yanlış çarpma işlemi yürüttüğünden ve verilenleri ilişkilendiremediğinden yanlış çözüm elde etmiştir.

Handwritten work by Nevzat:

$$\begin{array}{l} a.c = 14 \\ a.c + 3b = 20 \\ 14 + 3b = 20 \\ 3b = 20 - 14 \\ 3b = 6 \\ b = 2 \\ c = 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} c + 3 \cdot 6 = 10 \\ c + 18 = 10 \\ c = 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a + 3b = 2 \\ a + 3 \cdot 6 \\ a + 18 = 2 \\ a = 2 - 18 \\ a = -16 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a^2 + 8a = 14 \\ a^2 + 18a = 14 \\ a(a + 8) = 14 \\ a^2 + 8a = 14 \end{array}$$

Nevzat'ın yetersiz bilgilere sahip olduğu ve cebirsel işlem yürütme becerisinin olmadığı görülmüştür.

Lise 2'den 23, lise 3'ten 18 öğrenci C2 davranışını sergileyememiştir. Bazı çözüm yolları aşağıda yer almaktadır.

Lise 2'den Filiz, soruyu ilişkilendirmeden bir plan yapmadan rastgele bir çözüm uygulamıştır. Ancak uyguladığı çözüm onu çözüme ulaştıracağı yerde çözümden uzaklaştırmıştır.

Handwritten work by Filiz:

$$\begin{array}{l} a.c = 14 \\ c = \frac{14}{a} \\ a + 3b = 2 \\ -\frac{14}{a} + 3b = 10 \\ \frac{a - \frac{14}{a} - 8}{a} \\ \frac{a^2 - 14}{a} = -8 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a^2 - 14 = -8a \\ a^2 + 8a = 14 \\ a(a + 8) = 14 \\ a^2 + 8a = 14 \end{array}$$

Filiz kendisini çözüme ulaştıracak etkin bir çözüm yolu belirleyememiştir.

Lise 2'den 21, lise 3'ten 7 öğrenci bu soruyu cevapsız bırakmıştır.

9. soruya verilen cevapların gruplandırılmasıyla ortaya çıkan durum; Her iki sınıf öğrencilerinde ortak davranışlar görülmüştür. Bu soruyu doğru cevaplandıranların oranı %38 dir. Öğrencilerin %7,2'si verilenleri ilişkilendirip yaptığı işlemleri bir bütün olarak değil de elde ettiği işlemin bir parçası ile işlemleri devam ettirmiştir. Öğrencilerin %5,6'sı önceden öğrendiği bilgileri bilgi düzeyinde kullanamayarak bağıntıların açılımını yapamamışlardır. Öğrencilerin %21,2'si yetersiz bilgileri sahip ve cebirsel işlem yürütme becerilerinin olmadığı görülerek matematiksel geçerliliği olmayan işlemler yapmıştır. Öğrencilerin %16,4'ü verilenleri kendi aralarında ilişkilendiremeyip soruyu çözüme ulaştıracak etkin bir çözüm yolu bulamamışlardır. Bu soruyu cevapsız bırakanların oranı %11,6 dir.

10. soru: $P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 5$ polinomu veriliyor, $P(1 - \sqrt[3]{2}) = ?$

Bu soruya öğrencilerin verdiği cevaplardan, ölçekleri doğru gerçekleştirme dağılımları Çizelge 10'da gösterilmiştir.

Çizelge 10. İşlem sorusu 10 için gerçekleştirilen davranış dağılımı

10.soru	A1	A2	A3	A4	A5	C1	C2	C3	C4	C5	Boş	Toplam
Lise 2	10	10			10		6		4		31	125
Lise 3	37	37			37		20		17		48	125
Yüzde	18,8	18,8			18,8		10,4		8,4		31,6	

Lise 2'den 10, Lise 3'ten 37 öğrenci A1, A2, A5, C2 ve C4 davranışlarını sergileyerek doğru cevabı bulmuşlardır. Bazı çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 3'ten Seda, verilen bağıntıyı istenilen ile ilişkilendirerek istenileni kolayca bulacağı bağıntıyı elde ederek doğru cevabı bulmuştur. Seda'nın çözümü aşağıda yer almaktadır.

$$\begin{aligned}
 P(x) &= x^3 - 3x^2 + 3x - 1 - 4 \\
 &= (x-1)^3 - 4 \Rightarrow (1 - \sqrt[3]{2} - 1)^3 - 4 \\
 &= -2 - 4 = -6
 \end{aligned}$$

Seda, matematiksel bağıntıların açılımını, bir açılımı başka bir açılıma dönüştürmeyi ve işlemleri adım adım yapmayı başarmıştır.

Lise 3'ten Murat, istenileni verilen bağıntıda yerine koyarak elde ettiği bağıntıların bir bir açılımını doğru bir şekilde yaparak doğru çözüme ulaşmıştır.

$$\begin{aligned}
 P(1 - \sqrt[3]{2}) &= (1 - \sqrt[3]{2})^3 - 3(1 - \sqrt[3]{2})^2 + 3(1 - \sqrt[3]{2}) - 5 \\
 &= 1 - 3\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} - 3(1 - 2\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}) - 3\sqrt[3]{2} - 5 \\
 &= 1 - 3\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{4} - 2 - 3 + 6\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{4} + 3 - 3\sqrt[3]{2} - 5 \\
 &= 1 - 2 - 3 + 3 - 5 = -6
 \end{aligned}$$

Murat, bağıntıların açılımını rahatlıkla yaparak işlemleri adım adım sonuçlandırmıştır.

Lise 2'den 23, lise 3'ten 15 öğrenci A5 ve A2 davranışlarını sergileyememiştir. Bazı çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 2'den Fatma, istenilen eşitliği yerine koyarak elde ettiği bağıntıların açılımlarını yapamayarak soruyu bu haliyle bırakmıştır. Çözümü aşağıda yer almaktadır.

$$P(1 - \sqrt[3]{2}) = (1 - \sqrt[3]{2})^3 - 3(1 - \sqrt[3]{2})^2 + 3(1 - \sqrt[3]{2}) - 5$$

Fatma, bağıntıların açılımını hatırlayamadığından işlemlere devam etmemiştir.

Lise 2'den 61, lise 3'ten 25 öğrenci A5 ve C2 davranışlarını sergileyememişlerdir.

Bazı çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 2'den Bahar, istenileni verilen bağıntıda yerine koymasına rağmen bağıntıların açılımını yanlış yapmıştır. Bahar yanlış ve yetersiz bilgiye sahiptir. Çözümü aşağıda yer almaktadır.

$$\begin{aligned}
 P(1-\sqrt[3]{2}) &= (1-\sqrt[3]{2})^3 - 3(1-\sqrt[3]{2})^2 + 3(1-\sqrt[3]{2}) - 5 \\
 &= (1-\sqrt[3]{2}) - 3(1-\sqrt[3]{2})^2 + 3 - 3\sqrt[3]{2} - 5 \\
 &= 1-\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{2} - 5 \\
 &= -9\sqrt[3]{2} - 5
 \end{aligned}$$

Bahar, işlemleri anlamlaştırarak öğrenmemiş ve bu yüzden matematiksel geçerliliği olmayan işlemler yapmıştır.

Lise 2'den Zehra, bağıntıların açılımını yapamamaktadır. İki terim farkının parentez karesinin ve küpünün açılımını bilmemektedir.

$$\begin{aligned}
 P(1-\sqrt[3]{2}) &= (1-\sqrt[3]{2})^3 - 3(1-\sqrt[3]{2})^2 + 3(1-\sqrt[3]{2}) - 5 \\
 P(1-\sqrt[3]{2}) &= 1 - \sqrt[3]{2^3} - 3(1-\sqrt[3]{2^2}) + 3(1-\sqrt[3]{2}) - 5 \\
 P(1-\sqrt[3]{2}) &= 1 - 2 - 5
 \end{aligned}$$

Zehra'nın çözümünden de anlaşılacağı gibi, yanlış ve yetersiz bilgiye sahip olduğu bundan dolayı matematiksel geçerliliği olmayan işlemler yaptığı görülmektedir.

Lise 3'ten Salih, verilenleri yerine koyarken yanlış işlemler yapmıştır. Salih eksi bir sayının kuvvetini almayı bile bilmemektedir. Çözüm aşağıda yer almaktadır.

$$\begin{aligned}
 P(1-\sqrt[3]{2}) &= P(-1) = -1^3 - 3(-1)^2 + 3(-1) - 5 \\
 &= -1 - 3 + (-3) - 5 \\
 &= -1 - 3 - 3 - 5 \\
 &= -12
 \end{aligned}$$

Salih'in çözümünden de anlaşılacağı gibi, soruyu anlamlaştıramadığı ve cebirsel işlemleri yürütme becerisinin eksik olduğu görülmektedir.

Lise 2'den 31, lise 3'ten 48 öğrenci bu soruyu cevapsız bırakmıştır.

10. soruya verilen cevapların gruplandırılmasıyla ortaya çıkan durum; bu soruda lise

üçüncü. sınıf öğrencileri lise ikinci sınıf öğrencilerine nazaran doğru cevabı bulmada sayıca daha üstündürler. Ancak doğru cevap dışında diğer öğrenciler benzer davranışlar göstermişlerdir. Bu soruyu doğru cevaplandıranların oranı %18,8 dir. Öğrencilerin %15,2'si önceden öğrendikleri bilgileri hatırlayamayarak bağıntıların açılımını yapmamışlardır. %34,4'ü öğrenci yanlış bilgilere sahip olduklarından geçerliliği olmayan işlemler yapmışlardır. %31,6 oranında öğrenci bu soruyu cevapsız bırakmış olması bu soruyu geçmiş tecrübelerindeki benzer problem çözümleriyle eşleştirememiş olduğunu, bu konuyla ilgili problem çözümlerini veya problemin özelliklerini içeren bilgileri hatırlayamamış olduklarını ortaya koymaktadır.

3.2. Kavram Bilgisi Gerektiren Sorulardan Elde Edilen Bulgular

1. soru: Bir doğal sayı 5 ile bölününce 3, 9 ile bölününce 5 kalanını veriyor. Bunu sağlayan üç basamaklı kaç farklı sayı vardır?

Bu soruya öğrencilerin verdiği cevaplardan, ölçekleri doğru gerçekleştirme dağılımları Çizelge 11'de gösterilmiştir.

Çizelge 11. Kavram sorusu 1 için gerçekleştirilen davranış dağılımı

1.soru	B1	B2	B3	B4	B5	A2	A3	C1	C2	C3	Boş	Toplam
Lise 2		2	2							2	92	125
Lise 3		20	20			5	5			20	65	125
Yüzde		8,8	8,8			2	2			8,8	62,8	

Lise 2'den 2, lise 3'ten 20 öğrenci B2, B3, ve C3 davranışlarını gerçekleştirerek doğru sonuca gitmişlerdir. Buna bazı örnek çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 3'ten Suna, sorunun özünü kavrayarak verilenleri denkleme dönüştürüp doğru çözümü bulmuştur. Çözüm aşağıda yer almaktadır.

$A = 5k + 3 = 5m + 3$
 $A + 12 = 5(l + 5) = 5(m + 3)$
 $A + 12 = 5(m + 3)$
 $A = 5m - 3$
 $45.3, 45.4, 45.5, 45.6, 45.7, 45.8, 45.9, 45.10, 45.11, 45.12, 45.13, 45.14, 45.15, 45.16, 45.17, 45.18, 45.19, 45.20, 45.21, 45.22$

Suna, verilenleri kendi aralarında ilişkilendirerek daha önceden öğrendiği bilgileri kavrama düzeyinde kullanmıştır.

Lise 3'ten Bahadır, soruyu geçmiş tecrübeleriyle ilişkilendirip verilenler arasında en küçük ortak katı bulup soruyu denkleme dönüştürerek çözümü bulmuştur. Çözüm aşağıda yer almaktadır.

$95 \div 9 \Rightarrow 10 \text{ } 5$
 $A = 5x + 3 = 9y + 5$
 113, 158, 203, 248, 293, 338, 383, 428, 473, 518, 563
 608, 653, 698, 743, 788, 833, 878, 913, 968
 20 tane yavut.

Bahadır'ın çözümünden de anlaşılacağı gibi, geçmiş tecrübelerini hatırlayıp yeni durumlarda kullanabildiği gözlenmektedir.

Lise 3'ten 5 öğrenci A2 ve A3 davranışlarını gerçekleştirerek doğru sonucu bulmuştur. Örnek çözüm aşağıda yer almaktadır.

Lise 3'ten Salih, verilenleri kendi aralarında ilişkilendirip problemi denkleme dönüştürmüştür. Daha sonra problemi geçmiş tecrübelerindeki problem çözümleriyle eşleştirip çözüm yolunu ve kuralları uygulayarak çözüme ulaşmıştır. Çözüm aşağıda yer almaktadır.

saglayan 3e basamaklı kaç farklı sayı vardır?
 $5x + 3 = 9y + 5$
 $A + 22 = 5(x + 5) = 9(y + 3)$
 $(5 \ 9) \text{ oksek} = 45$
 $A + 22 = 45$
 $A = 23$
 $45.3 = 13.5$
 $1137 \ 113$
 $968 - 113 = 855$
 $855 / 45 = 19$
 $19 + 1 = 20$
 20 A1

Salih'in çözümünden de anlaşılacağı gibi, bu soruyu geçmiş tecrübelerindeki benzer problem çözümleriyle eşleştirerek problemi adım adım çözüme ulaştırdığı görülmektedir.

Lise 2'den 6, lise 3'ten 20 öğrenci B2 ve C2 davranışlarını sergileyememişlerdir. Buna örnek çözüm olarak Arda'nın çözümünü verebiliriz.

Lise 2'den Arda soruda verilen 5 ile bölümden elde edilen kalanın 3 olmasından sayıların birler basamağının 3 veya 8 olması gerektiğini bilmesine rağmen bunu sayılara tam olarak uyarlayamamıştır. Ayrıca 9 ile bölümden elde edilen kalanın 5 olduğunu da tam olarak kullanamamıştır. Çözüm yolu aşağıda yer almaktadır.

$abc \div 5$ $abc \div 9$
 $abc \Rightarrow 563, 653, 743, 833, 923$
 $abc \Rightarrow 158, 248, 338, 428, 518, 608, 698, 788, 878, 968$
 17 sayı

Arda'nın çözümünden, verilenleri kendi aralarında tam olarak ilişkilendiremediği ve verilenler arasında mantıklı bir ilişki kuramamıştır.

Lise 3 öğrencisi Fatma aynı soruda, verilen şartları gerçekleyen ilk üç basamaklı

sayıyı bulmasına rağmen daha sonra yaptığı işlemler sonucunda elde ettiği sayılar verilen şartları gerçekleştirememektedir. Soruyu bir bütün olarak değerlendirememiştir. Çözüm aşağıda yer almaktadır.

Fatma'nın çözümünden de sorunun özünü kavrayamadığı ve verilen ile istenileni onu doğru cevaba götürecek şekilde ilişkilendiremediği gözlenmektedir.

Lise 2'den 25, lise 3'ten 15 öğrenci B2, B3 ve C3 davranışlarını sergileyememişlerdir. Buna bazı örnek çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 2'den Hakan, bir bölme işleminde kalan ifadesini bölen olarak kullanmıştır. Soruyu kavrayamamış, problemi denkleme dönüştürememiş ve verilenleri ilişkilendirememiştir. Ayrıca verilenleri yanlış kullanmıştır. Çözüm aşağıda yer almaktadır.

Hakan'ın çözümünden anlaşılacağı gibi, soruyu kavrayamadığı ve yaptığı işlemleri sorgulayamadığı gözlenmektedir. Ayrıca, yanlış ve yetersiz bilgilere sahip olduğu görülmektedir.

Lise 2'den Dinçer, soruyu anlamamıştır. Soruda verilen ifadeleri yanlış kullanarak yanlış bir denkleme dönüştürmüştür. Çözümü aşağıda yer almaktadır.

Dinçer'in çözümünden de anlaşılacağı gibi, soruyu ilişkilendiremediği ve sayılar konusuyla ilgili yanlış bilgilere sahip olduğu gözlenmektedir.

Lise 2'den Rukiye, soruda verilenleri anlamlaştıramadan soruda verilen sayılar arasında rastgele işlemler yapmıştır. Yaptıkları işlemler anlamsızdır. Çözümü aşağıda yer almaktadır.

60 basamaklı 60 tane sayı vardır.
 $3 \times 19 = 57$
 $60 - 57 = 3$
 19

Rukiye'nin çözümünden de anlaşılacağı gibi, soruyu kavrayamadığı ve verilenleri ilişkilendiremediği gözlenmektedir.

Lise 2'den Ceyda, bölme işlemindeki bölen ve kalan ifadelerini anlamlaştıramamış olduğundan bunları yanlış kullanmıştır. Temel matematik bilgilerini yanlış yapılandırmıştır.

$85 \div 3$
 $3 \times 28 = 84$
 $85 - 84 = 1$
 28

Ceyda'nın çözümünden de anlaşılacağı gibi, yanlış ve yetersiz matematik bilgilerine sahip olduğu gözlenmektedir.

Lise 3'ten Figen, soruda verilen 5 ile bölümünden elde edilen kalanın 3 olduğunu doğru kullanmasına rağmen, daha sonra yaptığı işlemler yanlıştır. Soruda verilen her bilgiyi doğru kullanamamaktadır.

$85 \div 3$
 $3 \times 28 = 84$
 $85 - 84 = 1$
 28

Figen'in çözümünden de anlaşılacağı gibi, bilgileri zihninde yapılandırarak öğrenemediği bu yüzden de bilgileri ilişkilendiremediği gözlenmektedir.

Lise 2'den 92, lise 3'ten 65 öğrenci bu soruyu cevapsız bırakmıştır.

1. soruya verilen cevapların gruplandırılmasıyla ortaya çıkan durum; lise üç öğrencileri lise ikinci sınıf öğrencilerine göre daha başarılıdır. Ancak göstermiş oldukları çözümler hemen hemen aynıdır. Bu soruyu doğru cevaplandıranların oranı %10,8 dir. Bu soruda %10,4 oranında öğrenci sorunun özünü anlamayarak soruda verilenleri kendi aralarında tam ilişkilendirememiş bu yüzden doğru cevaba ulaşamamışlardır. Yani bu soru için gerekli olan bilgilere sahip değildir ve gerekli olan bilgileri uygulama düzeyinde kullanamamıştır. %16 oranında öğrenci sorunun özünü anlamamış ve bu soru için yanlış ve yetersiz bilgilere sahip oldukları görülmüştür. %62,8 oranında öğrencinin bu soruyu cevapsız bırakması soruyu geçmişte öğrendikleri bilgilerle eşleştiremediklerini ve uygulama düzeyinde ki soruları yapamadıklarını ortaya koymaktadır.

2. soru: Her ay sonunda kalan borcunun $\frac{1}{5}$ 'ini ödeyen bir kimsenin 3 ay sonunda

16.000.000 lira borcu kalıyor. Bu kimsenin başlangıçta kaç lira borcu vardı?

Bu soruya öğrencilerin verdiği cevaplardan, ölçekleri doğru gerçekleştirme dağılımları Çizelge 12'de gösterilmiştir.

Çizelge 12. Kavram sorusu 2 için gerçekleştirilen davranış dağılımı

2.soru	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	A1	C2	C3	Boş	Toplam
Lise 2		10						10		10	45	125
Lise 3		42			2	2	2	32		42	29	125
Yüzde		20,8			0,8	0,8	0,8	16,8		20,8	29,6	

Lise 2'den 10, lise 3'ten 30 öğrenci B2, C3 ve A1 davranışlarını gerçekleştirerek doğru cevabı bulmuşlardır. Buna bazı örnek çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 2'den Halil, verilen ifadeyi bilinmeyen cinsinden adım adım denkleme dönüştürüp en son elde ettiği denklemden verilenleri yerleştirip doğru cevabı bulmuştur. Çözüm aşağıda yer almaktadır.

$$\begin{aligned}
 x - \frac{x}{5} &= \frac{4x}{5} & \frac{4x}{5} - \frac{4x}{25} &= \frac{16x}{25} & \frac{16x}{25} - \frac{16x}{125} &= \frac{64x}{125} \\
 \frac{64x}{125} &= 16.000.000 & 64x &= 125.000.000 & x &= 31250.000 \text{ TL.}
 \end{aligned}$$

Halil'in çözümünden anlaşılacağı gibi, sorunun özünü kavrayarak verilenle istenilen arasında mantıklı ilişki kurmuştur.

Lise 3'ten 2 öğrenci B2, B5, B6, B7, C3 ve A1 davranışlarını gerçekleştirerek doğru sonucu bulmuştur. Çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 3'ten Murat aynı soruda, farklı bir çözüm yolu kullanarak soruda verilenleri sondan başa doğru kullanıp doğru cevaba ulaşmıştır.

$$\begin{aligned}
 16 \text{ milyon} : 4 &= 4 \text{ milyon} + 16 \text{ milyon} = 20 \text{ milyon} \\
 20 \text{ milyon} : 4 &= 5 \text{ milyon} + 20 \text{ milyon} = 25 \text{ milyon} \\
 25 \text{ milyon} : 4 &= 6250000 + 25 \text{ milyon} = 31250000 \text{ Lira borcu var}
 \end{aligned}$$

Murat'ın çözümünden de anlaşılacağı gibi verilenleri ilişkilendirmeyi başarmıştır.

Lise 3'ten Regaip sorunun çözümünde ona yardımcı olabilecek genellemelerde bulunup verilenleri bu genellemelerde kullanarak doğru cevaba kısa yoldan ulaşmıştır.

$$\begin{aligned}
 925k - 25k &= 100k \\
 100k - 20k &= 80k \\
 80k - 16k &= 64k \\
 64k &= 16.000.000 \\
 k &= \frac{16.000.000}{64} \\
 k &= 250.000 \\
 A &= 250.000 \cdot 25 \text{ TL}
 \end{aligned}$$

Regaip'in çözümünden de anlaşılacağı gibi, genellemelerde bulunup çözüme gitmesi onun karmaşık yapıları kolayca ilişkilendirebildiğini ve matematiksel ifadeleri anlamlaştırabildiğini göstermektedir.

Lise 3'ten 10 öğrenci B2 ve C3 davranışlarını gerçekleştirmelerine rağmen A1 davranışını gerçekleştirememişlerdir. Örnek çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 3'ten Semra, soruda verilenleri adım adım denkleme dönüştürdüğü halde işlem hatası yaparak yanlış sonuç bulmuştur.

$$\begin{aligned}
 \text{Soruca } 2.25 &\rightarrow \frac{x}{5} \text{ öderdi} \\
 2.25 &= \frac{4x}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{4x}{25} \text{ öderdi} \\
 3.25 &\rightarrow \frac{16x}{25} \cdot \frac{1}{5} = \frac{16x}{125} \text{ öderdi} \\
 \frac{3x}{5} &= \frac{16x}{125} \\
 3x &= \frac{16x}{25} \\
 75x &= 16x \\
 59x &= 0 \\
 x &= 0
 \end{aligned}$$

Semra'nın çözümünden de anlaşılacağı gibi, verilenleri anlamlaştırıp ilişkilendirdiği halde sonuca ulaşmada işlem hataları yaptığı gözlenmektedir.

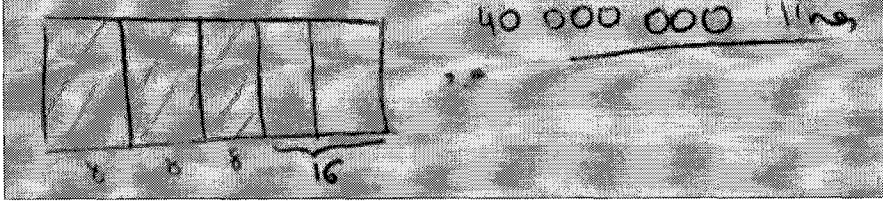
Lise 2'den 70, lise 3'ten 54 öğrenci C3 ve B2 davranışını gerçekleştirememiştir. Bazı örnek çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 2'den Özlem, soruyu kavrayamadan ve verilenleri ilişkilendiremeden yanlış denklemler kurmuştur.

$$\begin{aligned}
 3 \cdot \frac{1}{5}x &= \frac{3x}{5} \text{ öder} \\
 \frac{2x}{5} &\text{ alır} \\
 \frac{2x}{5} &= 16.000.000 \\
 2x &= 80.000.000 \\
 x &= 40.000.000
 \end{aligned}$$

Özlem'in çözümünden anlaşılacağı gibi, soruda verilenleri anlamlaştıramadığı ve ilişkilendiremediği bundan dolayı da verilenleri denkleme dökemediği gözlenmektedir.

Lise 3'ten Zehra, problemi çözmeye yardımcı olacak şekiller çizmiştir. Ancak, soruyu çözebilecek yeterlilikte bir şekil olmamıştır. Soruda verilenler arasında bağ oluşturamamıştır.



Zehra'nın çözümünden de anlaşılacağı gibi, verilenleri anlamlaştıramadığından verilenleri yanlış şekil ile ilişkilendirmiştir.

Lise 3'ten Yusuf, soruda verilenleri adım adım takip edemeyerek yalnızca sorunun bir parçasını alarak çözüme gitmiştir. Verilenleri algılayamamıştır.

Yusuf'un çözümünden de anlaşılacağı gibi, verilenleri anlamlaştırmayı başaramadığı gözlenmektedir.

Lise 3'ten Yunus, verilenleri yanlış algılayarak doğru çözüm yolu oluşturamamıştır. Çözümü aşağıda yer almaktadır.

Yunus'un çözümünde de anlaşılacağı gibi, verilenleri anlamlaştıramamış olduğunu göstermektedir.

Lise 3'ten Mustafa, soruda verilen her ay kalan borcun 5'te birini ödemesini kavrayamamıştır. Bu yüzden sorunun denklemini oluşturamamıştır.

Mustafa'nın çözümünden de anlaşılacağı gibi verilenleri soruyla ilişkilendiremeyerek soruda verilenleri anlamadığını göstermektedir.

Lise 2'den 45, lise 3'ten 29 öğrenci bu soruyu cevapsız bırakmıştır.

2. soruya verilen cevapların gruplandırılmasıyla ortaya çıkan durum; lise üç öğrencileri ikinci sınıf öğrencilerine göre daha başarılı ancak doğru cevap dışında ortak

davranışlar sergilemişlerdir. Bu soruyu doğru cevaplandıranların oranı %16,8 dir. Öğrencilerin %4'ü sorunun özünü kavrayıp soruyu denkleme dönüştürdüğü halde denkleme çözerken işlem hataları yaparak yanlış cevap bulmuşlardır. %49,6 oranında öğrenci sorunun özünü kavrayamamış ve soruda verilenleri anlamlaştırarak yanlış denklemler kurmuştur. Bu soruyu cevapsız bırakan öğrencilerin oranı %29,6 dir.

3. soru: Hızları 50m/sn ve 150m/sn olan iki bisikletli 1000m uzaklıkta birbirlerine doğru, çarpışmak amacıyla, hareket ederler. Onlarla aynı anda 50m/sn.li bisikletlinin köpeği sahibinin yanından 100m/sn hızla II. bisikletliye doğru koşar. II.ye dokunduğu an tekrar I.ye doğru koşar. Sahibine değdiğinde II.ye doğru yönelir. Bu, iki bisikletin çarpışmasına kadar sürer. Bu çılgın köpek ne kadar yol almıştır?

Bu soruya öğrencilerin verdiği cevaplardan, ölçekleri doğru gerçekleştirme dağılımları Çizelge 13'te gösterilmiştir.

Çizelge 13. Kavram sorusu 3 için gerçekleştirilen davranış dağılımı

3.soru	B1	B2	B3	B4	B7	B8	B9	A1	A2	C3	Boş	Toplam
Lise 2		4	4	4	4		4		4		90	125
Lise 3		30	30	30	30		30		30		74	125
Yüzde		13,6			13,6		13,6		13,6		65,6	

Lise 2'den 4, lise 3'ten 30 öğrenci B2, B3, B4, B7, A2 ve B9 davranışlarını sergilemişlerdir. Buna örnek çözüm olarak Ali'nin çözümünü verebiliriz.

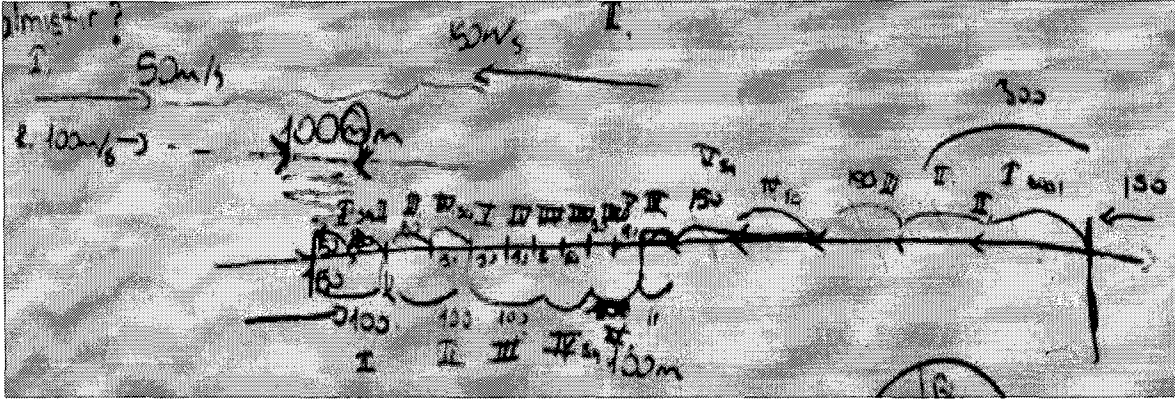
Lise 3'ten Ali, soruda sorulan köpeğin çarpışma anına kadar aldığı yolu bisikletlerin harekete başladıklarından çarpışma anına kadar geçen süreyi hesaplayarak bulmuştur. Burada Ali problemde verilen ipuçlarını problemin özelliklerini içeren bilgilerle eşleştirip doğru sonuca gitmiştir. Çözüm aşağıda yer almaktadır.

$50.t + 150.t = 1000$
 $200t = 1000$
 $t = 5\text{sn}$
 $100 \cdot 5 = 500\text{m}$ yol aldı.

Ali'nin çözümünden de anlaşılacağı gibi, sorunun özünü kavrayarak verilenlerle istenilen arasında mantıklı ilişki kurmayı başarmıştır. Verilenleri soruyla ilişkilendirmiştir. Önceden öğrendiği bilgileri uygulama düzeyinde kullanabilmeyi başarmıştır.

Lise 2'den 2, lise 3'ten 5 öğrenci B4 davranışını sergileyememişlerdir. Buna Mümine'nin çözümünü örnek çözüm olarak verebiliriz.

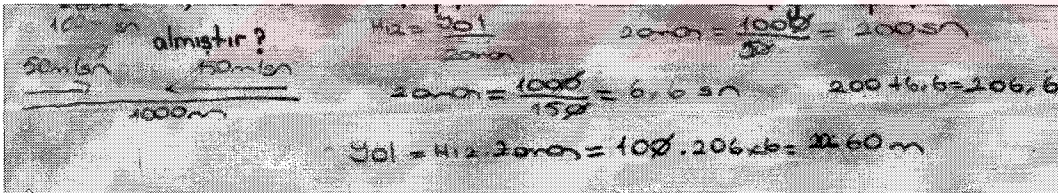
Lise 3'ten Mümine, köpeğin bisikletlilerin çarpışma anına kadar aldığı yolu, her iki bisikletliye doğru koşarak aldığı yolları bulmaya çalışmıştır. Ancak, bu çözüm yolu onu çok karışık bir duruma getirmiştir. Dolayısıyla seçtiği çözüm yolu onu bir sonuca götürmemiştir.



Mümine'nin çözümünden de anlaşılacağı gibi, soruyu bir bütün olarak algılayamayarak verilen ipuçlarını değerlendiremediği gözlenmektedir.

Lise 2'den 4, lise 3'ten 3 öğrenci B2 davranışını sergileyememişlerdir. Buna Merih'in çözümünü örnek olarak verebiliriz.

Lise 2'den Merih, soruda verilen araçların yolun tamamını kaç saniye de aldıklarını hesaplayarak bulduğu zamanları toplamıştır. Daha sonrada bulduğu zamanı köpeğin hızıyla çarparak köpeğin aldığı yolu bulmaya çalışmıştır. Merih'in yaptıkları soruyu anlamadığını göstermektedir.



Merih'in çözümünden de anlaşılacağı gibi, sorunun özünü kavrayamadığını ve verilenleri ilişkilendiremeyerek verilenleri anlamlı kullanamadığını göstermektedir.

Lise 2’den 25, lise 3’ten 13 öğrenci B1, B2, B3 ve B9 davranışlarını sergileyememişlerdir. Bazı örnek çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 3'ten Fatma, köpeğin hızıyla bisikletlilerin hızlarını toplayarak bu hızları ayrı ayrı iki bisikletli arasındaki mesafe ile çarparak anlamsız işlemler yapmıştır. Hız kavramını anlamlı kullanamamıştır. Çözümü aşağıda yer almaktadır.

$130 + 100 = 230$
 $100 + 50 = 150$
 $250 + 150 = 400 \text{ km}$ kadar yol alır.

Fatma, yanlış bilgilere sahip ve kavramların anlamlarını bilmemektedir.

Lise 3'ten Gökhan, farklı kavramlar arasında işlem yapma becerisi yoktur. Birimleri farklı olan iki sayı arasında birimleri dikkate almadan toplama ve çıkarma işlemi yapabilmektedir. Bu da onun kavramları bilmediğini gösterir.

almıştır?
 $850 + 850 = 1700$
 $1700 - 850 = 850$
 $850 / 3 = 283.33$

Gökhan, kavramlar arasındaki ilişkileri kuramamakta ve kavramların taşıdığı anlamları bilmemektedir.

Lise 2'den Özlem, soruyu problemin özelliklerini içeren bilgilerle eşleştirememiştir. Soruda gördüğü sayılar arasında işlemler yapmıştır.

almıştır?
 $400 + 1000 = 1400$

Özlem, kavramların taşıdığı anlamları bilmemektedir. Verilenleri kendi aralarında ilişkilendirememiştir. Ayrıca problemi içeren bilgilerle eşleştirememiştir.

Lise 2'den Rukiye, soruda verilen yol ve hıza ait verilerin taşıdıkları anlamları bilmeyerek toplama yapmaktadır. Hızı yol gibi kullanmaktadır.

$1000 \text{ m} - 100 \text{ m/sn} = 900 \text{ m}$
 900 m yol almıştır

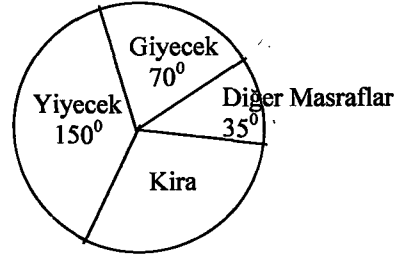
Rukiye, problemin içerdiği kavramları taşıdıkları anlamla anlamlandıramamıştır. Farklı kavramların verileri arasında aynı kavramlar gibi işlem yapmıştır.

Lise 2'den 90, lise 3'ten 74 öğrenci bu soruyu cevapsız bırakmıştır.

3. soruya verilen cevapların gruplandırılmasıyla ortaya çıkan durum; lise üç öğrencileri bu soruda ikinci sınıf öğrencilerine göre daha başarılıdır. Ancak göstermiş

oldukları davranışlar benzerdir. Bu soruyu doğru cevaplandıranların oranı %13,6 dır. Öğrencilerin %5,6'sı sorunun özünü anlamadan soruyu bir bütün olarak değil de problemde verilen sayıları anlamsızca kullanmıştır. %15,2 oranında öğrencide soruyu çözüme ulaştıracak ön bilgilerinin yetersiz ve soruda yer alan farklı kavramları taşıdıkları anlamlar ile anlamlaştıramamış oldukları görülmüştür. Öğrencilerin %65,6'sı bu soruyu cevapsız bırakmıştır.

4. soru: Şekildeki grafikte ayda 18.000.000 lira maaş alan bir memurun gider dağılımını görmektedir. Bu memurun kira gideri kaç liradır?



Bu soruya öğrencilerin verdiği cevaplardan, ölçekleri doğru gerçekleştirme dağılımları Çizelge 14'te gösterilmiştir.

Çizelge 14. Kavram sorusu 4 için gerçekleştirilen davranış dağılımı

4.soru	B4	B5	B6	B7	B8	B9	A1	A2	A3	C1	Boş	Toplam
Lise 2	47				47	47	34	34			31	125
Lise 3	74				74	74	59	59			27	125
Yüzde	48,4				48,4	48,4	37,2	37,2			23,2	

Lise 2'den 34, lise 3'ten 59 öğrenci B4, B8, B9, A1 ve A2 davranışlarını gerçekleştirerek doğru cevabı bulmuşlardır. Buna örnek çözüm aşağıda yer almaktadır.

Lise 2'den Figen, problemi verilen şekil ile eşleştirip şekilde verilenleri kullanarak kira giderine kaç derecelik açı düştüğünü hesaplamıştır. Daha sonra bu açıya karşılık gelen miktarı hesaplayarak doğru cevaba ulaşmıştır. Çözüm aşağıda yer almaktadır.

$$\begin{aligned}
 150 + 70 + 35 &= 255^\circ \\
 360 - 255 &= 105^\circ \\
 \frac{360^\circ}{105^\circ} &= \frac{18.000.000}{x} \\
 x &= \frac{18.000.000 \cdot 105}{360} \\
 x &= \frac{1.890.000.000}{360} \\
 x &= 5.250.000
 \end{aligned}$$

Figen, soruyu verilen şekil ile eşleştirip problemi ortaya koyarak problemi bu özellikleri içeren bilgilerle eşleştirmeyi başarmıştır.

Lise 2'den 13, lise 3'ten 15 öğrenci B4, B8 ve B9 davranışlarını gerçekleştirmelerine rağmen A1 davranışını sergileyememişlerdir. Buna bazı örnek çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 3'ten Türkan, soruyu verilen şekil ile eşleştirip problemin özelliklerini içeren bilgileri kullanmasına rağmen işlemleri sonuçlandırmada işlem hataları yaparak yanlış cevap bulmuştur. Çözüm aşağıda yer almaktadır.

$$\begin{array}{r} 360 \\ 105 \\ \hline 105 \times 11,000 = 1,155,000 \end{array}$$

Türkan'ın çözümünden de anlaşılacağı gibi, işlemleri adım adım yapmada başarısız olduğu gözlenmektedir.

Lise 2'den Murat, soruyu verilen şekil ile ilişkilendirmesine rağmen kira giderini hesaplarken çıkarma işleminde hata yapmıştır. Buradan kira giderine karşılık gelen açığı yanlış hesaplamıştır. Bundan sonraki adımları doğru olmasına rağmen yanlış cevap bulmuştur. Çözüm aşağıda yer almaktadır.

$$\begin{array}{l} 360 - 70 - 35 - 150 = \text{Kira} \\ 115 = \text{Kira} \\ 360^\circ \quad 12,000,000 \text{ ise} \\ 115^\circ \quad x \\ \hline x = \frac{12,000,000 \times 115}{360} = 5,000,000 \\ \frac{5,000,000}{2} = 5,750,000 \end{array}$$

Murat, dikkatsiz davranarak işlemleri adım adım yapmada işlem hataları yapmıştır.

Lise 2'den 28, lise 3'ten 11 öğrenci B8 davranışını sergileyememişlerdir. Buna örnek çözüm olarak Birgül'ün çözümünü verebiliriz.

Lise 3'ten Birgül, soruyla ilgili şekilde verilenleri kendi aralarında ilişkilendirip kira giderine karşılık gelen açığı bulmasına rağmen daha sonra bunu soruda verilenler ile ilişkilendirememiştir. Çözüm aşağıda yer almaktadır.

$$\begin{array}{l} \text{Giyecek } 30^\circ \\ \text{Yiyecek } 150^\circ \\ \text{Diğer parafon } 35^\circ \\ \hline 150 \\ 20 \\ 35 \\ \hline 205 \\ 360 \\ \hline 105 \end{array}$$

Birgül'ün çözümünden de anlaşılacağı gibi, soruyu verilen şekil ile eşleştiremediği gözlenmektedir.

Lise 2'den 19, lise 3'ten 13 öğrenci B8 ve B9 davranışlarını sergileyememişlerdir. Bazı çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 3'ten Büşra, şekilde verilenleri problemin özelliklerini içeren bilgiler ile eşleştiremeyerek farklı fakat yanlış bir çözüm yolu izlemiştir. Çözüm aşağıda yer almaktadır.

$$\frac{105x}{35} + \frac{150x}{35} + \frac{70x}{35} + x = 18.000.000$$

$$\frac{325x}{35} + x = 18.000.000$$

$$\frac{25x}{7} + x = 18.000.000$$

$$\frac{32x}{7} = 18.000.000$$

$$x = \frac{18.000.000 \cdot 7}{32}$$

$$x = 3.937.500.000$$

Büşra'nın çözümünden de anlaşılacağı gibi, şekilde verilen verileri soru ile yanlış olarak ilişkilendirdiği gözlenmektedir.

Lise 3'ten Selim, şekildeki verileri şeklin içerdiği özellikleri içeren bilgilerle eşleştirememiştir. Çözüm aşağıda yer almaktadır.

$$\%35 = \frac{18 \times 35}{100} = 6300000$$

$$\%70 = \frac{70 \times 18}{100} = 12600000$$

$$\%150 = \frac{150 \times 18}{100} = 27000000$$

$$6300000 + 12600000 + 27000000 = 45900000$$

$$45900000 + 18.000.000 = 27.900.000$$

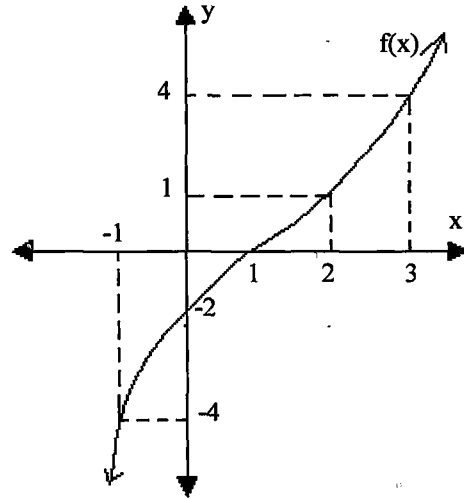
Selim, soruyu anlamayarak şekildeki verileri kendi aralarında yanlış ilişkilendirmiştir.

Lise 2'den 31, lise 3'ten 27 öğrenci bu soruyu cevapsız bırakmıştır.

4. sorunun gruplandırılmasıyla ortaya çıkan durum; lise iki ve üçüncü sınıf öğrencilerinin gösterdikleri davranışlar benzerdir. Bu soruya doğru cevap verenlerin oranı %37,2 dir. Öğrencilerin %11,2'si soruyu bir bütün olarak algılayıp verilen şekil ile eşleştirip problemin özelliklerini içeren bilgiler ile eşleştirmesine rağmen işlemleri adım adım yapmada işlem hataları yapmıştır. %28,4 oranında öğrenci şekilde verilenleri soruyla ilişkilendiremeyip gerekli olan bilgilerle eşleştirememiştir. Öğrencilerin %23,2'si bu soruyu cevapsız bırakmıştır.

5. soru: $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre;

$$f(2)f(-1) + f^{-1}(4)f^{-1}(1) = ?$$



Bu soruya öğrencilerin verdiği cevaplardan, ölçekleri doğru gerçekleştirme dağılımları Çizelge 15'te gösterilmiştir.

Çizelge 15. Kavram sorusu 5 için gerçekleştirilen davranış dağılımı

5.soru	B1	B2	B3	B4	B8	B9	A1	C1	C2	C3	Boş	Toplam
Lise 2	23		23		23	23	23	23			50	125
Lise 3	48		48		48	48	48	48			41	125
Yüzde	28,4		28,4		28,4	28,4					36,4	

Lise 2'den 23, lise 3'ten 48 öğrenci B1, B3, B8, B9, A1 ve C1 davranışlarını sergileyerek doğru cevabı bulmuşlardır. Örnek çözüm aşağıda yer almaktadır.

Lise 3'ten Akın, sorudaki f sembolünü taşıdığı fonksiyon kavramıyla anlamlaştırarak grafiği verilen fonksiyonu istenilenler ile eşleştirip önceden öğrendiği bilgileri kavrama düzeyinde kullanarak doğru cevaba gitmiştir. Çözüm aşağıda yer almaktadır.

$$1 \cdot (-4) + 3 \cdot 2 = -4 + 6 = 2 //$$

Akın, problemi verilen grafikte eşleştirerek problemin özelliklerini içeren bilgileri kavrama düzeyinde kullanmıştır.

Lise 2'den 45, lise 3'ten 36 öğrenci C1, B1, B8 ve B9 davranışlarını sergileyememişlerdir. Buna bazı örnek çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 3'ten Tekin, f^{-1} olan ters fonksiyonu grafikte eşleştirememiştir. $f^{-1}(4)$ değeri için $f(-4)$ değerini ve $f^{-1}(1)$ değeri için $f(1)$ değerini kullanarak soruyu bu şekilde çözmüştür. Çözüm aşağıda yer almaktadır.

$$1 \cdot (-4) + -1 \cdot 2 = -4 - 2 \\ = -6$$

Tekin, ters fonksiyonun taşıdığı anlamı bilmemektedir.

Lise 3'ten Ahmet, verilen grafiği soruyla doğru eşleştiremeyerek ters fonksiyonun değerlerini yanlış hesaplamıştır. Çözüm aşağıda yer almaktadır.

$$1 \cdot -4 + -1 \cdot -4 \\ -4 + 4 = 0$$

Ahmet'in çözümünden de anlaşılacağı gibi, ters fonksiyonu grafikte eşleştirmeyi başaramadığı gözlenmektedir.

Lise 2'den 7 öğrenci B1 ve C1 davranışlarını sergileyememişlerdir. Bazı örnek çözümler aşağıda yer almaktadır.

Duygu, ters fonksiyonun taşıdığı anlamı tam ilişkilendirerek öğrenememiş olması nedeniyle verilen grafikte ters fonksiyonun değerlerini bulup bu değerleri tekrar ters çevirmiştir. Kavram yanlışlarına sahip olduğundan yanlış cevap bulmuştur. Çözüm aşağıda yer almaktadır.

$$1 \cdot -4 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = -4 + \frac{1}{4} =$$

Duygu, ters fonksiyon kavramını taşıdığı anlamla öğrenememiştir. Kavram yanlışlarına sahiptir.

Didem, $f^{-1}(4)$ 'ü $\frac{1}{f^{-1}(4)}$ ve $f^{-1}(1)$ 'i $\frac{1}{f^{-1}(1)}$ olarak kullanmaları ters fonksiyon

kavramını yanlış olarak öğrenmiştir. Ayrıca soruda verilen toplama işlemi yerine çarpma işlemi almış olması onun yaptığı işlemleri sorgulamadığını gösterir. Çözüm aşağıda yer almaktadır.

$$1 \cdot (-4) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot 2 \\ -4 \cdot \frac{1}{6} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3}$$

Didem'in çözümünden de anlaşılacağı gibi, ters fonksiyon kavramını yanlış olarak öğrendiğini göstermektedir.

Lise 2'den 50, lise 3'ten 41 öğrenci bu soruyu cevapsız bırakmıştır.

5. soruya verilen cevapların gruplandırılmasıyla ortaya çıkan durum; lise üç

öğrencileri bu soruda daha başarılı ancak göstermiş oldukları davranışlar aynıdır. Bu soruyu doğru cevaplandıranların oranı %28,4'tür. Öğrencilerin %35,2'si semboller taşıdıkları anlamlar ile imgeleyememiş ve soruyu grafikte eşleştirememiştir. %36,4 oranında öğrenci bu soruyu cevapsız bırakmıştır.

6.soru: Bir babanın yaşı, iki kızının yaşları farkının 5 katıdır. 10 yıl sonra babanın yaşı, kızlarının yaşları farkının 6 katına eşit oluyor. Babanın şimdiki yaşı nedir?

Bu soruya öğrencilerin verdiği cevaplardan, ölçekleri doğru gerçekleştirme dağılımları Çizelge 16'da gösterilmiştir.

Çizelge 16. Kavram sorusu 6 için gerçekleştirilen davranış dağılımı

6.soru	B1	B2	B3	B4	B8	B9	A1	C1	C2	C3	Boş	Toplam
Lise 2		32		32			32		32	32	32	125
Lise 3		60		60			60		60	60	30	125
Yüzde		36,8		36,8			36,8		36,8	36,8	24,8	

Lise 2'den 32, lise 3'ten 60 öğrenci B2, B4, A1, C2 ve C3 davranışlarını sergileyerek doğru cevabı bulmuşlardır. Aşağıda örnek çözüm yer almaktadır.

Lise 2'den Fatma verilenleri kendi aralarında ilişkilendirerek problemin denkleme dönüştürerek denklemi çözmüştür. Çözüm aşağıda yer almaktadır.

yaşı nedir? $x + 10 = 6(b - b)$
 $\frac{b}{x} \quad \frac{8k}{a} \quad \frac{k-k}{b}$
 $x = 5(a - b)$
 $5a - 5b + 10 = 6a - 6b$
 $10 = a - b$
 $10 \cdot 5 = 50 + 20$

Fatma'nın çözümünden, verilenleri kendi aralarında ilişkilendirmede başarılı olduğu gözlenmektedir.

Lise 2'den 61, lise 3'ten 35 öğrenci B2, C2, C3 ve C5 davranışlarını sergileyememiştir. Bazı çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 2'den Züleyha, soruda verilen bilinmeyenleri tek tip olarak kullanamamıştır. Ayrıca çocukların yaşları farkının on yıl sonrada değişmeyeceğini fark edememiştir. Soruyu verilen ile doğru ilişkilendiremediğinden sorunun denklemini kuramamıştır. Çözüm aşağıda yer almaktadır.

yaşı nedir? $6(5x + 10) = x + 10 - y + 10$
 $\frac{b}{5x+10} \quad \frac{2k}{x+10-y+10}$
 $30x + 60 = x - y + 20$

Züleyha'nın çözümünden de görüldüğü gibi, soruda verilenleri ilişkilendiremediği gözlenmektedir.

Lise 2'den Elif, verilenleri doru ilişkilendiremeyip yanlış denklemler kurarak çözüme gitmiştir. Çözüm sonucunda babanın yaşını eksi değer olarak bulmuştur. Elif yaptıklarının yanlış sonuç bulduğunu yorumlayamamıştır.

yaşı nedir? Babanın yaşı = x kızlarının yaşlarının farkı = y

$$x = 5y$$

$$x + 10 = 6(5y + 20)$$

$$x + 10 = 30y + 120$$

$$x - 30y = 110$$

$$-6/x - 5y = 0$$

$$x - 30y = 110$$

$$-5x = 110 \quad x = -25$$

Elif'in çözümünden de anlaşılacağı gibi, verilenleri ilişkilendiremediği ve bulunduğu sonucun mantıklılığını yorumlamayı başaramadığı gözlenmektedir.

Lise 2'den Esat, soruda verilen çocukların yaşlarının farkının on yıl sonrada değişmeyeceğini fark edemeyerek bu şekilde sorunun denklemini kurmuştur. Elde ettiği denklemleri çözerken yaptığı işlemlerde sıfırın yutan eleman olduğunu bilmememektedir.

Bab (x) kızlar farkı (y) - 6/x - 5y = 0

$$x = 5(y)$$

$$x + 10 = 6(y) + 10$$

$$x - 5y = 0$$

$$-6x + 30y = 6$$

$$5x - 30y = 5$$

$$-x = -1 \Rightarrow x = 1$$

Yol (km)

Esat, verilenleri ilişkilendiremeyip işlem eksiklikleri yaptığı ve çözüm sonucunda elde ettiği sonucun mantıklılığını görememiştir.

Lise 2'den Reha, verilenleri yanlış ilişkilendirerek yanlış denklem elde etmiştir. Bunun sonucunda yanlış cevap bulmuştur.

$\frac{b}{x}$ $\frac{k}{y}$ $\frac{k}{z}$

$$x = 5(y - 2)$$

$$x + 6 = 6(y - 2)$$

$$x + 6 = 6 \cdot \frac{x}{5}$$

$$5x + 30 = 6x$$

$$x = 30$$

Reha'nın çözümündende anlaşılacağı gibi, verilenleri ilişkilendiremediği gözlenmektedir.

Lise 2'den Dinçer, soruyu anlamayarak soruda verilenleri yanlış kullanarak denklem oluşturmuştur. Elde ettiği denklemin çözümünde $0=56$ bulup anlamsızca 56'yı cevap olarak almıştır. Yaptıklarını sorgulamadan elde ettiği sonucunda mantıklılığını yorumlayamamaktadır.

$$x - y = 5$$

$$10x - 10y = 6$$

$$-10x + 10y = 50$$

$$10y - 10y = 6 - 50$$

$$0 = -44$$

babanın yaşı = 56

Yol (km)	A
76	

Dinçer'in çözümünden de anlaşılacağı gibi, verilenleri ilişkilendiremediği ve yaptıkları işlemlerin anlamlılığını irdeleyemediği gözlenmektedir.

Lise 3'ten Mümine, soruda verilen on yıl sonrası kat olarak alarak kullanmıştır. Ayrıca, bu yol ile elde ettiği denklemlerde işlem yaparken eşitliğin bir tarafını eksi ile çarpıp diğer tarafını çarpmamıştır. Mümine elde ettiği çözüm onu bir yere ulaştıramamıştır.

$$B = (x - y)5$$

$$10B = (x - y)6$$

$$9B = 5x - 5y$$

$$10B = 6x - 6y$$

$$9B = x - y$$

$$B = \frac{x - y}{9}$$

Mümine'nin çözümünden de anlaşılacağı gibi, sorunun denklemini yanlış kurması sonucu bir sonuç elde edemediği gözlenmektedir.

Lise 3'ten Arzu, soruda verilenleri yanlış olarak ilişkilendirdiğinden yanlış cevap bulmuştur.

$$A = (x - y)5$$

$$5x - 5y = 6x - 6y + 10$$

$$A = 6(x - y) + 10$$

$$x - y = 10$$

$$A = 60 + 10 = 70$$

Arzu'nun çözümünden de anlaşılacağı gibi verilenleri ilişkilendiremediği gözlenmektedir.

Lise 3'ten Ali aynı soruda verilen, çocukların yaşlarının farkının on yıl sonra değişmeyeceğini bilmeden bu şekilde denklemler oluşturmuştur. Denklemlerin çözümü sonucunda babanın yaşını çok büyük bir sayı bulması onun sonucun mantıklılığını tartışmaya götürememiştir.

$$x = 5(z - y)$$

$$x + 10 = 6(z + 10 - y + 10)$$

$$x + 10 = 6(z - y + 20)$$

$$x + 10 = 6(z - y + 20)$$

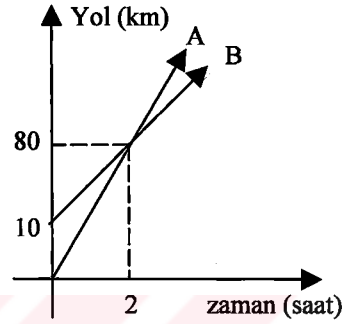
$$x = 110 \text{ yaşında}$$

Ali'nin çözümünden de verilenleri ilişkilendiremediği ve yaptığı işlemler sonucunda bulduğu sonucun mantıklılığını tartışmadığı gözlenmektedir.

Lise 2'den 32, lise 3'ten 30 öğrenci bu soruyu cevapsız bırakmıştır.

6. soruya verilen cevapların gruplandırılmasıyla ortaya çıkan durum; bu soruyu doğru cevaplandıranların oranı %36,8 dir. Öğrencilerin %38,4'ü soruda verilenleri ilişkilendiremeyip soruyu doğru denkleme dönüştürememiştir ve anlamsız işlemler yapmışlardır. Soruda verilen sayısal verileri kullanarak soruyu çözmeye çalışmaları soruyu bir bütün olarak değil verilen sayısal değerleri ilişkilendirdiklerini ortaya koymaktadır. Bu öğrenciler çözüm sonucunda elde ettikleri sonucun mantıklılığını yorumlamayı başaramamıştır. Bu soruyu cevapsız bırakanların oranı %24,8 dir.

7.soru: A ve B araçlarının zamana bağlı olarak aldıkları yollar grafikte verilmiştir. Araçların birleşmesinden 5 saat sonra aralarındaki uzaklık kaç km. dir?



Bu soruya öğrencilerin verdiği cevaplardan, ölçekleri doğru gerçekleştirme dağılımları Çizelge 17'de gösterilmiştir.

Çizelge 17. Kavram sorusu 7 için gerçekleştirilen davranış dağılımı

7.soru	B1	B2	B3	B4	B8	B9	A1	A2	C1	C2	Boş	Toplam
Lise 2	15	15	15		13	15	15	15			50	125
Lise 3	40	40	40		35	40	36	40			29	125
Yüzde	22	22	22		19,2	22	20,4	22			31,6	

Lise 2'den 13, lise 3'ten 31 öğrenci B1, B2, B3, B8, B9, A1 ve A2 davranışlarını sergileyerek doğru cevabı bulmuştur. Bazı örnek çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 3'ten Cahit, soruyu verilen şekil ile eşleştirip sorunun özelliklerini ortaya koyup bu özellikleri içeren bilgilerle eşleştirerek önceden öğrendiği bilgileri kavrama düzeyinde kullanmıştır. Çözüm aşağıda yer almaktadır.

Cahit'in çözümünden de anlaşılacağı gibi, verilenleri kendi aralarında ilişkilendirerek bilgilerini kavrama düzeyinde kullanmıştır.

Lise 3'ten Gül verilen şekildeki veriler arasında istenileni bulmada mantıklı ilişki kurarak sonuca ulaşmıştır.

$$2sa \quad 10km \text{ fark}$$

$$5 \cdot 10 = 25km \quad 102 \text{ alırlı}$$

Gül'ün çözümünden de anlaşılacağı gibi, verilen şekli soruyla ilişkilendirmeyi başaramadığı gözlenmektedir.

Lise 2'den 2, lise 3'ten 5 öğrenci B1, B2, B3, B9, A1 ve A2 davranışlarını gerçekleştirmelerine rağmen B8 davranışını tam olarak gerçekleştirememiştir.

Lise 3'ten Salih verilen şeklin içerdiği özellikleri ortaya koyup bu özellikleri içeren bilgileri kavrama düzeyinde kullanmasına rağmen araçların birbirlerine zıt yönde hareket ettiklerini algılayarak araçların aralarındaki uzaklığı, almış oldukları yolları toplayarak elde etmiştir. Bu ise verilen grafikte çelişmektedir. Çözüm aşağıda yer almaktadır.

$$X = V \cdot t$$

$$80 = 2V$$

$$V = 40 \text{ km/h}$$

$$7 \text{ saat}$$

$$X = V \cdot t$$

$$70 = V \cdot 2$$

$$V = 35 \text{ km/h}$$

$$2 \text{ saat}$$

Zaman (Saat)	X
2	200
7	280
2	175
7	245
	375

Salih'in çözümünden de anlaşılacağı gibi, soruyu tam olarak verilen grafikte eşleştiremediği gözlenmektedir.

Lise 3'ten 4 öğrenci B1, B2, B3, B8, B9, ve A2 davranışlarını gerçekleştirmelerine rağmen A1 davranışını gerçekleştirememiştir. Aşağıda örnek çözüm yer almaktadır.

Semra soruyu verilen grafikte eşleştirip bu grafiğin özelliklerini içeren bilgileri kavrama düzeyinde kullanmasına rağmen işlemleri adım adım yapmada işlem hataları yapmıştır.

$$V_A = \frac{80}{2} = 40$$

$$V_B = \frac{70}{2} = 35$$

$$X_A' = 5 \cdot 40 = 240$$

$$X_B' = 35 \cdot 5 = 175$$

$$X_A' - X_B' = 240 - 175 = 65 \text{ km}$$

Semra'nın çözümünden de anlaşılacağı gibi, işlemleri adım adım yapmada işlem hataları yaptığı gözlenmektedir.

Lise 2'den 60 lise 3'ten 56 öğrenci B1, B2, B3, B8, B9, A1 ve A2 davranışlarını gösterememişlerdir. Bazı örnek çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 3'ten Kadir soruda verilen araçların birleşmesinden 5 saat sonraki aralarındaki uzaklığı grafikte verilen 2 saat sonunda birleştiklerini dikkate almadan toplam 7 saat yol aldıklarını kabul ederek bu şekilde işlem yapmıştır. Dolayısıyla yanlış adımlar attığı içindir ki yanlış cevap bulmuştur.

$$A \rightarrow 2 \text{ saatte } 80 \text{ km} \quad B \rightarrow 2 \text{ s. } 70 \text{ km}$$

$$x = 280 \text{ km} \quad x = 245 \text{ km}$$

$$280 - 245 = 35$$

Kadir'in çözümünden de anlaşılacağı gibi, soruda verilenleri grafikte eşleştiremediği ve soruyu tam anlamadığını göstermektedir.

Lise 2'den Emel B aracının 2 saat sonun da aldığı yolu grafikten hesaplayamamıştır. Grafikteki bilgileri doğru kullanamamıştır.

$$v_1 = \frac{\text{yol}}{\text{zaman}} = \frac{80}{2} = 40 \quad x_A = 40 \cdot 5 = 200$$

$$v_2 = \frac{10}{2} = 5 \quad x_B = 5 \cdot 5 = 25$$

$$x_A - x_B = 175$$

Emel'in çözümünden de anlaşılacağı gibi, grafikteki bilgileri doğru kullanamadığı gözlenmektedir.

Lise 3'ten Meltem grafikteki verileri ilişkilendirmeyi başaramamıştır. Grafikte verilen B aracının 2 saat sonunda aldığı yolu hesaplamayı başaramamıştır. Grafikteki verileri sonuca gitmede başarılı şekilde kullanamamıştır.

$$80 \text{ km yol } x 2 \text{ saatte olursa} \quad 10 \text{ km } 2 \text{ saatte olursa}$$

$$x = 80 \cdot 5 = 200 \text{ km} \quad x = 10 \cdot 5 = 25 \text{ km}$$

$$200 - 25 = 175 \text{ km}$$

Meltem'in çözümünden de anlaşılacağı gibi, grafikte verilen verileri ilişkilendiremediği gözlenmektedir.

Lise 3'ten Mustafa hız kavramını veren bağıntıyı yanlış olarak kullanmıştır. Çözümü aşağıda yer almaktadır.

Mustafa'nın çözümünden de anlaşılacağı gibi, önceden öğrendiği bilgileri bilgi seviyesinde kullanamamıştır.

Lise 2'den 50, lise 3'ten 29 öğrenci bu soruyu cevapsız bırakmıştır.

7. soruya verilen cevapların gruplandırılmasıyla ortaya çıkan durum; lise üç öğrencileri bu soruda daha başarılı fakat her iki sınıf öğrencileri benzer çözümler yapmıştır. Bu soruyu doğru cevaplandıranların oranı %17,6'dır. %1,6 oranında öğrenci problemi verilen grafikte eşleştirip problemin özelliklerini içeren bilgileri kavrama düzeyinde kullanmasına rağmen işlemleri adım adım yapmada işlem hataları yapmıştır. Öğrencilerin %49,2'si grafikte verilen verileri soru ile anlamlandıramamıştır. Bu soruyu %31,6 oranında öğrenci cevapsız bırakmıştır.

8. soru: $P(x)$ polinomunun $(x + 3)$ ile bölümünden kalan -13 ve $(x - 2)$ ile bölümünden kalan 2 olduğuna göre; $(x + 3)(x - 2)$ ile bölümünden kalanı bulunuz.

Bu soruya öğrencilerin verdiği cevaplardan, ölçekleri doğru gerçekleştirme dağılımları Çizelge 18'de gösterilmiştir.

Çizelge 18. Kavram sorusu 8 için gerçekleştirilen davranış dağılımı

8.soru	B1	B2	B3	B4	B5	B6	A1	A2	C1	C2	Boş	Toplam
Lise 2		43	43	43		43	38				35	125
Lise 3		21	21	21		21	18				82	125
Yüzde		25,6	25,6			25,6	22,4				46,8	

Lise 2'den 38, lise 3'ten 18 öğrenci B2, B3, B4, B6 ve A1 davranışlarını sergileyerek doğru cevabı bulmuşlardır. Bazı örnek çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 2'den Özlem sorunun özünü kavrayarak önceden öğrendiği benzer problem çözümü ile eşleştirip verilen ile istenileni ilişkilendirerek iki farklı denklem oluşturup bu denklemleri çözüme ulaştırarak cevabı bulmuştur.

Özlem'in çözümü: $(x+3)(x-2)$ ile bölünmesi kalan 2 olduğuna göre; $(x+3)(x-2) = (x-3) \cdot k(x) + 2$

$$P(x) = (x+3)(x-2) = x^2 - x - 6$$

$$P(x) = (x-3)(2x+m+n) = 2x^2 + (m-3n)x - 3m - n$$

$$\begin{cases} -3n + m = 13 \\ 2m + n = 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 5m &= 15 \\ m &= 3 \\ 2 \cdot 3 + n &= 2 \\ 6 + n &= 2 \\ n &= -4 \end{aligned}$$

sonuçta $k(x) = 3x - 4$

Özlem'in çözümünden de anlaşılacağı gibi, verilen ile istenilen arasında mantıklı ilişki kuramadığı gözlenmektedir.

Lise 3'ten Selma soruyu önceden öğrendiği problem çözümleriyle eşleştirip benzer çözüm yolu uygulayarak doğru cevaba ulaşmıştır.

Selma'nın çözümü: $P(x) = (x+3)(x-2) = x^2 - x - 6$

$$k(x) = ax + b$$

$$\begin{cases} -3a + b = -13 \\ 2a + b = 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 5a &= 15 \\ a &= 3 \\ b &= -4 \end{aligned}$$

$k(x) = 3x - 4$

Selma'nın çözümünden de anlaşılacağı gibi, önceden öğrendiği bilgileri kavrama düzeyinde kullanamadığı gözlenmektedir.

Lise 2'den 5, lise 3'ten 3 öğrenci B2, B3, B4 ve B6 davranışlarını gerçekleştirmelerine rağmen A1 davranışını gerçekleştirememişlerdir. Bazı örnek çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 2'den Mehtap verilenleri kendi aralarında ilişkilendirip önceden öğrendiği problem çözümleriyle eşleştirerek denklemleri oluşturmasına rağmen denklemleri çözüme ulaştırmada işlem hataları yapmıştır. Dolayısıyla yanlış cevap bulmuştur.

Mehtap'in çözümü: $P(x) = (x+3)(x-2) = x^2 - x - 6$

$$k(x) = ax + b$$

$$\begin{cases} -3a + b = -13 \\ 2a + b = 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 5a &= 15 \\ a &= 3 \\ b &= -4 \end{aligned}$$

$k(x) = -11x - 24$

Mehtap'ın çözümünden de anlaşılacağı gibi, işlemleri adım adım yapmada işlem hataları yaptığı gözlenmektedir.

Lise 2'den 47, lise 3'ten 22 öğrenci B2, B3, B4 ve B6 davranışlarını gerçekleştirememişlerdir. Bazı örnek çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 2'den Gökhan verilen bilgileri anlamlaştırmasına rağmen istenileni bulmada verilenleri ilişkilendirmeyi başaramamıştır.

Gökhan'in çözümü: $P(x) = (x+3)(x-2) = x^2 - x - 6$

$$P(-3) = -13$$

$$P(2) = -13 \cdot 2 = -26$$

Gökhan'ın çözümünden anlaşılacağı gibi, konuyla ilgili bilgisinin eksik olduğu

gözlenmektedir.

Lise 2'den Ferhat problemi geçmişteki benzer problem çözümleriyle eşleştirememiş sorunun hangi konuyla ilgili olduğunu kavrayamadan soruyu çarpanlarına ayırma gibi düşünerek çarpanlarına ayırmayı denemiştir. Verilenleri kendi aralarında yanlış ilişkilendirerek rastgele çözüm uygulamıştır. Çözüm aşağıda yer almaktadır.

Handwritten work for Ferhat: $x+3=-13$, $x=-16$; $x-2=2$, $x=4$; $(x+3)(x-2)=0$, $x^2-4x+3x-6=0$, $x^2-x-6=0$; $(x-6)(x-1)=0$, $x=6$, $x=1$.

Ferhat'ın çözümünden de anlaşılacağı gibi, problemin özünü kavramayamadığı ve verilenleri ilişkilendiremediği gözlenmektedir.

Lise 2'den Murat soruda verilenleri yanlış kullanarak yanlış bir çözüm yolu uygulamıştır.

Handwritten work for Murat: $x+3=-13$, $13-2=11$; $x-2=2$.

Murat'ın konuyla ilgili bilgi eksikliği olduğundan verilenleri ilişkilendirmeyi başaramamıştır.

Lise 2'den Rukiye problemin ait olduğu konuyla ilgili eksik bilgiye sahip olduğundan verilenleri yerinde kullanamamıştır. Bunu yanında yaptığı işlemlerden birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri yanlış çözmüştür. Eşitliğin diğer tarafına sayıların zıt işaretli geçmesi gerektiğini öğrenememiştir.

Handwritten work for Rukiye: $2(x) = (x+3) = -13$, $x+3=-13$, $13-3=x$, $10=x$; $(10+3)(10-2)=13-8=5$, $\frac{5}{3}$.

Rukiye'nin çözümünden de anlaşılacağı gibi konu bilgisinin olmadığı ve problemde verilenleri anlamlandıramadığı ve matematiksel işlemleri yürütme becerisinin gelişmediği gözlenmektedir.

Lise 3'ten Ceyda verilenleri konuyla ilişkilendiremeyip soruyu anlamamıştır. Verilenleri yanlış kullanmıştır.

Handwritten work for Ceyda: $x+3=-13$, $x=-16$; $x-2=2$, $x=4$; $(-16) \cdot (4) = -64$.

Ceyda'nın çözümünden anlaşılacağı gibi, soruyu anlamlandıramadığı ve verilenleri kendi aralarında ilişkilendiremediği gözlenmektedir.

Lise 2'den Huriye yetersiz ve yanlış bilgilerle soruda verilen sayısal verileri kullanarak problemi çözmeye çalışmıştır.

$$\begin{array}{l} x+3=-13 \\ x=-16 \end{array} \quad \begin{array}{l} x-2=2 \\ x=4 \end{array} \quad \begin{array}{l} (-16+3)(4-2) \\ -14 \cdot 2 = -28 \end{array}$$

Huriye, soruyu dahil olduğu konuyla eşleştiremeyerek anlamsız çözüm uygulamıştır.

Lise 2'den 35, lise 3'ten 82 öğrenci bu soruyu cevapsız bırakmıştır.

8. soruya verilen cevapların gruplandırılmasıyla ortaya çıkan durum; lise ikinci sınıf öğrencileri üçüncü sınıf öğrencilerine göre daha başarılıdır. Bunun dışında göstermiş oldukları davranışlar ortaktır. Bu soruyu doğru cevaplandıranların oranı %22,4'tür. Öğrencilerin %3,2'si sorunun özünü kavrayarak önceden öğrendiği bilgileri kavrama düzeyinde kullanmalarına rağmen işlemleri adım adım yapmada işlem hataları yapmışlardır. Öğrencilerin %27,6'sı soruyu ait olduğu konu ile eşleştiremeyip soruda verilenleri anlamlaştıramayı ve ilişkilendirmeyi başaramamıştır. Bunu sonucunda soruda verilenler sayısal değerler arasında ratgele işlemler yapmıştır. %46,8 oranında öğrenci bu soruyu cevapsız bırakmıştır.

9.soru: Bir fabrikada 3 zil vardır. Değişik amaçlarla 1. zil 18 dakikada bir, 2. zil 24 dk.da bir, 3. zil 32 dk.da bir çalmaktadır. Üçü birlikte çaldıktan **en az** kaç dakika sonra tekrar birlikte çalarlar?

Bu soruya öğrencilerin verdiği cevaplardan, ölçekleri doğru gerçekleştirme dağılımları Çizelge 19'da gösterilmiştir.

Çizelge 19. Kavram sorusu 9 için gerçekleştirilen davranış dağılımı

9.soru	B1	B2	B3	B4	B5	B6	A1	A2	C1	C2	Boş	Toplam
Lise 2		42	33	31			29	29			45	125
Lise 3		82	62	67			62	62			37	125
Yüzde		49,6	38	39,2			36,4	36,4			32,8	

Lise 2'den 29, lise 3'ten 62 öğrenci B2, B3, B4, A1 ve A2 davranışlarını sergileyerek doğru cevaba ulaşmışlardır.

Lise 3'ten İzzet sorunun özünü kavrayarak verilenle istenilen arasında mantıklı ilişki kurarak ve geçmişteki matematik bilgileri ile eşleştirerek bu bilgileri kavrama düzeyinde kullanıp doğru cevabı bulmuştur.

18 24 32 / 2
9 12 16 / 2
3 6 8 / 2
1 3 4 / 2

Okok = $2^9 \cdot 3^2$
= $32 \cdot 9$
= 288 dakika sonra çalar

İzzet, verilen bilgileri ilişkilendirip bilgilerini kavrama düzeyinde kullanmayı başarmıştır.

Lise 2'den 4 öğrenci B2 ve B3 davranışlarını gerçekleştirmesine rağmen soruda istenilen tam olarak anlamamıştır.

Nejat soruyu anlamlaştırıp çözmesine rağmen soruda istenilen üç zil çaldıktan sonra en az kaç dakika sonra çalar ifadesini anlayamamıştır.

18 24 32 / 2
9 12 16 / 2
3 6 8 / 2
1 3 4 / 2

Okok = $2^9 \cdot 3^2$
= $2^9 \cdot 2^3 \cdot 3^2$
= $16 \cdot 2 \cdot 9$
= 288 dakika sonra çalar

Nejat'ın çözümünden de anlaşılacağı gibi, soruda istenileni tam kavrayamamıştır.

Lise 2'den 2, lise 3'ten 5 öğrenci B2 ve B4 davranışlarını gerçekleştirmesine rağmen A1 davranışını gerçekleştirememiştir.

Lise 3'ten Zeynep soruyu anlamlaştırarak verilenle istenilen arasında mantıklı ilişki kurarak ve geçmişteki matematik bilgileri ile eşleştirerek bu bilgileri kavrama düzeyinde kullanmasına rağmen işlemleri yaparken çarpmada işlem hatası yapmıştır.

18 = $3^2 \cdot 2$
24 = $3 \cdot 2^3$
32 = 2^5

Okok = $9 \cdot 2^5$
= $9 \cdot 32$ = 288 dakika sonra çalar

Zeynep'in çözümünden anlaşılacağı gibi, işlemleri adım adım yapmada dikkatsiz davranarak işlem hatası yapmıştır.

Lise 2'den 7, lise 3'ten 15 öğrenci B2 davranışını gerçekleştirmelerine rağmen B3 davranışını sergileyememişlerdir.

Lise 3'ten Ümit soruyu anlayıp onu çözüme götürecek bilgilerle eşleştirmesine rağmen gerekli olan bilgileri bilgi düzeyinde kullanamamıştır.

Ümit'in çözümünden, geçmişte öğrendiği bilgileri hatırlayamadığı gözlenmektedir.

Lise 3'ten Erdinç soruyu anlamlaştırarak verilenleri ilişkilendirmesine rağmen geçmişte öğrendiği bilgiyi yanlış kullanmıştır.

Erdinç'in çözümünden anlaşılacağı gibi, yanlış bilgi donanımına sahip olduğu gözlenmektedir.

Lise 3'ten Yasemin soruyu anlamlaştırmasına rağmen sonucu bulmada yanlış adımlar atmıştır.

Yasemin'in çözümünden anlaşılacağı gibi, yanlış ve yetersiz bilgi donanımına sahip olduğu gözlenmektedir.

Lise 2'den Cengiz soruyu önceden öğrendiği bilgilerle eşleştirerek anlamlaştırıp verilenleri ilişkilendirmesine rağmen OKEK alırken sayıları çarpacak yerde toplamıştır.

Cengiz'in çözümünden anlaşılacağı gibi, yaptığı işlemleri sorgulamadığı gözlenmektedir.

Lise 2'den 38, lise 3'ten 6 öğrenci B2 ve B3 davranışlarını gerçekleştirememişlerdir. Bazı örnek çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 2'den Mustafa soruyu anlamlaştıramayıp yanlış bilgilerle soruda verilen sayısal

verileri kullanarak soruyu çözüme ulaştırma yoluna gitmiştir.

ör birlikte çalarlar?
I. A:1 18
II. 21 24
III. 21 32
 $18 \cdot 24 \cdot 32 = 14144$

Mustafa, soruyu anlamlaştıramayarak verilen ile istenileni ilişkilendirmeyi başaramamıştır.

Lise 2'den Necla soruyu anlamlaştıramayıp soruyu işçi problemlerinin çözümleriyle eşleştirerek benzer çözüm yolunu ezbere uygulamıştır.

$\frac{1}{18} + \frac{1}{24} + \frac{1}{32} = x = \frac{37}{288}$ dak. sonra çalar

Necla'nın çözümünden anlaşılacağı gibi, problemin özünü kavrayamadığı ve problemi içeren bilgilerle eşleştiremediği gözlenmektedir.

Lise 2'den 45, lise 3'ten 37 öğrenci bu soruyu cevapsız bırakmıştır.

9. soruya verilen cevapların gruplandırılmasıyla ortaya çıkan durum; lise üç öğrencileri ikinci sınıf öğrencilerine nazaran oldukça başarılıdır. Ancak bunun dışında gösterdikleri davranışlar benzerdir. Bu soruyu doğru cevaplandıranların oranı %36,4'tür. Öğrencileri %2,8'i sorunun özünü anlayarak geçmişte öğrendikleri bilgileri kavrama düzeyinde kullanmalarına rağmen işlemleri adım adım yapmada işlem hataları yapmışlardır. Öğrencilerin %1,6'sı soruda verilenleri ilişkilendirip kullanmalarına rağmen soruda istenileni tam anlamamışlardır. Öğrencilerin %8,8'i sorunun özünü kavramalarına rağmen önceden öğrendiği bilgileri hatırlayamamışlardır. Öğrencilerin %17,6'sı sorunun özünü kavrayamamış ve geçmişte öğrendiği bilgileri yanlış kullanmışlardır. Bu soruyu %32,8 oranında öğrenci cevapsız bırakmıştır.

10 soru: $P(x + 1) = x^2 + mx + 4$ polinomu veriliyor. $P(x)$ polinomunun bir çarpanı $(x + 3)$ ise $m = ?$

Bu soruya öğrencilerin verdiği cevaplardan, ölçekleri doğru gerçekleştirme dağılımları Çizelge 20'de gösterilmiştir.

Çizelge 20. Kavram sorusu 10 için gerçekleştirilen davranış dağılımı

10.soru	B1	B2	B3	B4	B5	B6	A1	A2	C1	C2	Boş	Toplam
Lise 2	38			38			38			38	24	125
Lise 3	41			41			41			45	23	125
Yüzde	31,6			31,6			31,6			33,2	18,8	

Lise 2'den 38, lise 3'ten 41 öğrenci B1, B4, C2 ve A1 davranışlarını sergileyerek doğru cevabı bulmuşlardır. Bazı örnek çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 3'ten Elif soruda geçen çarpan ifadesini taşıdığı anlamla ilişkilendirerek verilenleri kendi aralarında kullanarak doğru cevabı bulmuştur.

$$\begin{aligned}
 P(x) &= (x-1)^2 + (x-1)m + 4 \\
 P(-3) &= 0 \\
 (-4)^2 + (-4)m + 4 &= 0 \\
 -4m &= -20 \\
 m &= 5
 \end{aligned}$$

Elif'in çözümünden anlaşılacağı gibi, kavramların taşıdığı anlamları bilerek verilenleri kendi aralarında ilişkilendirmeyi başarmıştır.

Lise 3'ten 5 öğrenci C2 davranışını gerçekleştirmesine rağmen daha sonraki işlemlere devam edememiştir.

Lise 3'ten Salih soruda verilenleri kullanarak $P(x)$ polinomunu bulmasına rağmen daha sonra verilenleri kullanamayarak işleme devam etmemiştir.

$$\begin{aligned}
 P(x-1+1) &= (x-1)^2 + m(x-1) + 4 \\
 x^2 - 2x + 1 + mx - m + 4 \\
 x^2 - 2x + mx - m + 5
 \end{aligned}$$

Salih, verilenleri tam olarak ilişkilendirmeyi ve çarpan ifadesini kullanmayı başaramamıştır.

Lise 2'den 63, lise 3'ten 56 öğrenci B1 ve B4 davranışlarını sergileyememişlerdir. Bazı örnek çözümler aşağıda yer almaktadır.

Lise 2'den Fatih soruda verilen ifadeleri anlamlaştıramadan soruda geçen çarpan ifadesini yanlış olarak kullanmıştır. Ard arda bağlantısız işlemler yapmıştır.

$$\begin{aligned}
 m &= 1 \\
 x + 3 &= 0 \\
 x &= -3 \\
 P(-2) &= (-2)^2 + m(-2) + 4 = 0 \\
 m &= \frac{-8}{-2} = +4
 \end{aligned}$$

Fatih'in çözümünden de anlaşılacağı gibi, soruda verilenleri polinom kavramıyla

anlamlaştıramadığı gözlenmektedir.

Lise 2'den Fisun soruda verilenleri yerinde kullanamamıştır. Verilen bilgileri ayırt edemeyerek bütün bilgileri karıştırmıştır. Çarpan ifadesini verilen ile eşleştirememiştir.

$$\begin{aligned}
 x+3 &= 0 \\
 x &= -3 \\
 P(-3+1) &= (-3)^2 + 3m + 4 \\
 P(-2) &= 9 - 3m + 4 \\
 13 &= 9 - 3m + 4 \Rightarrow m = -\frac{13}{3} \text{ dir.}
 \end{aligned}$$

Fisun'un çözümünden de anlaşılacağı gibi, verilenleri problemin özelliklerini içeren bilgilerle eşleştiremediği gözlenmektedir.

Lise 2'den Murat yetersiz bilgilerle soruda verilenleri kullanarak problemi çözüme ulaştırmaya çalışmıştır. Yaptığı işlemler sonucunda da işlem yürütme becerisinin olmadığı görülmektedir.

$$\begin{aligned}
 m &=? \\
 x+1 &= 0 \\
 x &= -1 \\
 P(-1) &= -1^2 + m(-1) + 4 \\
 &= 1 + (m-1) + 4 \\
 &= 5 + m - 1 \\
 m &= 4
 \end{aligned}$$

Murat, yanlış ve yetersiz bilgi donanımına sahip ve cebirsel işlem yürütme becerisi zayıf olduğu görülmüştür.

Lise 3'ten Abdurrahman soruda geçen çarpan kavramını taşıdığı anlamla ilişkilendiremeyerek, yetersiz bilgi ile verilenleri anlamsız kullanmıştır.

$$\begin{aligned}
 m &=? \\
 P(x+3) &= x^2 + 6x + 9 + m(x+3) + 4 \\
 P(x+3) &= x^2 + 6x + 13 \\
 P(x+3) &= x^2 + 6x + 13 \\
 &= x(x+6) + m(x+3) + 13 \\
 m(x+3) &= 0 \\
 m &= 0
 \end{aligned}$$

Abdurrahman'ın çözümünden de anlaşılacağı gibi, yetersiz bilgilere sahip olduğu ve verilenleri ilişkilendiremediği gözlenmektedir.

Lise 2'den Züleyha aynı soruda verilenleri yanlış ilişkilendirmiştir. Soruda verilen çarpan ifadesini taşıdığı anlamı bilmemektedir.

$$\begin{aligned}
 m &=? \\
 x+1 &\rightarrow x+3 \\
 x &\rightarrow x-2 \\
 (x-2)^2 + m(x-2) + 4 &= 0 \\
 x^2 - 4 + mx - 2m + 4 &= 0 \\
 m &= 0
 \end{aligned}$$

Züleyha'nın çözümünden anlaşılacağı gibi, kavramları taşıdığı anlamlarla ilişkilendiremediği gözlenmektedir.

Lise 3'ten Ahmet soruda verilen bağıntıların ve sembollerin taşıdığı anlamları bilmeden bunları kullanarak problemi çözüme ulaştırmayı denemiştir.

$$\begin{aligned} x+3 &= 0 \\ x &= -3 \\ -2 &= 3 + (-3m) + 4 \\ -5 &= -3m \\ m &= 5 \end{aligned}$$

Ahmet'in çözümünden de anlaşılacağı gibi, semboller taşıdığı anlamları ile ilişkilendiremediği gözlenmektedir.

Lise 2'den 24, lise 3'ten 23 öğrenci bu soruyu cevapsız bırakmıştır.

10. soruya verilen cevapların gruplandırılmasıyla ortaya çıkan durum; lise üç ve ikinci sınıf öğrencilerinin gösterdikleri davranışlar hemen hemen aynıdır. Doğru cevabı verenlerin oranı %31,6 dır. Öğrencilerin %2'si verilenleri ilişkilendirmesine rağmen daha sonra gerekli işlemlere devam etmemiştir. Öğrencilerin %47,6'sı soruda geçen kavramları taşıdıkları anlam ile anlamlaştıramayıp verilenleri üstün körü kullanmıştır. Bu soruyu %18,8 oranında öğrenci cevapsız bırakmıştır.

3.3. Öğrenciler Üzerinde Yapılan Gözlemlerden Elde Edilen Bulgular

1998-1999 eğitim öğretim yılının tamamı ve 1999-2000 eğitim öğretim yılının birinci kanaat dönemi süresince lise 1. sınıflarda ikişer sınıfta daha önceden çalışma planında belirtilen konular üzerinde sınıf içi gözlemler yapılmıştır. Her bir konuya karşılık gelen gözlemler sonucunda elde edilen veriler aşağıda yer almaktadır.

1. Dersin işleniş sırasında öğrencilerin ilgi ve tutumları nasıldır?

Öğrencilerin büyük bir kısmı Liseye lise birinci sınıf matematiği için gerekli olan alt yapıyı oluşturmada yada yanlış yapılandırarak gelmektedir. Ayrıca öğrencilerin büyük bir kısmı da dersin başından önyargılı olarak matematiği şu ana kadar başaramadım bundan sonrada çalışsam da başaramayacağım diyerek işin başındayken matematik dersine karşı olumsuz bir tutum sergileyerek bu yargıyı sene sonuna kadar devam ettirmişlerdir. Önyargılı davranarak matematiği anlamak ve öğrenmek için hiçbir çaba sarf etmemektedirler. Derse karşı istekli ve matematiği seven öğrenci sayısı 4-5 kişiyi geçmemektedir. Ders esnasında öğrencilerden en sık duyulan "bu konu gelecek

hayatımızda ne işimize yarayacak?” sorusuyla matematik dersinin yararlı olduğu konusunda ki endişelerini dile getirmektedirler. Buradan öğrencilerin matematiğin kendisine ve kendilerinin matematik hakkındaki yetenekleri konularında olumsuz önyargılara sahip oldukları görülmüştür.

Genel olarak öğrenciler konular anlatılırken konu hakkındaki tanımları ve teoremleri sadece yazarak üzerlerinde pek fazla durulmasını istememektedirler. Konunun özüyle ilgili açıklamaları fazlalık olarak görmektedirler. Konuları teorem ve özelliklerin ispatlarıyla değil hemen örnek çözümlerle anlatılmasını istemektedirler. Teoremlerin ispatları yapıldığı zaman öğrenci dikkati bir anda dağılarak sınıfta mırın kırın sesler gelmektedir. Daha sonra öğrencilerden “bunlar yazılıda çıkacak mı?” sorusu gelmektedir. Öğrenci gözünde ispatlar gereksiz ve zaman kaybı olarak görülmektedir. Öğrenciler teoremin ispatını değil uygulamalarını görmek istemektedirler. Öğrenciler defterlerine teoremleri ve ispatlarını yazıp sadece verilen bağıntıları renkli kalemle kareler içine almaktadırlar. Problem çözümlerinde de bu bağıntıyı ezbere bilmenin yeterli olacağına inanmaktadırlar. Bağıntıları ilişkilendirerek öğrenmedikleri ve bu bağıntıları yorumlayamadıkları için birçok bağıntıyı birbirine karıştırarak neyi nerede kullanacaklarını bilmemektedirler.

Öğrenciler gözünde öğretmen bilgiye kısa yoldan ulaşılan kaynak olarak görülmektedir. Bu yüzden öğretmenden her şey hazır beklenmektedir. Öğretmenden istenen konuyla ilgili örnek çözüp ardından benzer örnekler sormasıdır. Öğrenciler örnekleri çözerken öğretmenin uyguladığı stratejileri taklit ederek sonuca ulaşmaktadırlar. Şayet öğrencilere hazır çözümü verilen örnek biraz değiştirilip çözümü istendiğinde öğrenciler soruyu cevapsız bırakarak “kolayını öğretmen çözüyor zorlarını bize bırakıyorsunuz” gibisinden öğrencilerden tepkiler gelmektedir. Öğrenciler öğrenmelerinde pasif davranarak her şeyi öğretmenin göstermesini ve gösterdiği problemlerin aynısını yada sayılarını değiştirerek sormasını istemektedirler. Öğrenciler öğrenmek için değil de sınıfı geçmek için çalışmaktadırlar. Kavramların özünü anlayarak çalışmak yerine üstün körü ve yüzeysel çalışmaktadırlar. Öğrenciler genelde soyut kavramları anlamlandıramamaktadırlar. Örneğin; mutlak değer kavramı anlatılırken şöyle bir karmaşa yaşanmıştır.

Mutlak değer tanımı verilirken, $\forall c \in \mathbb{R}$ için $|c| \geq 0$ tanımı verildikten sonra $c < 0$ ise $|c| = -c$ eşitliği verildiğinde öğrenci c 'nin önünde eksi olduğundan bu ifadeyi eksi bir değer olarak algılayarak tanımla çeliştiğini söylemektedirler. Öğrenci burada c sayısını eksi bir sayı olarak imgeleyememektedir. c sayısının negatif bir sayı olduğunu ve önündeki eksi

işaretin çarpım durumunda olup c'yi pozitif yaptığını zihinlerinde canlandırmakta zorlandıkları gözlenmiştir. Bu yüzden çoğu öğrenci soyut kavramları zihninde yapılandırmakta zorlanmaktadır.

Öğrenciler öğrenirken verilenleri belli kalıplara sokarak öğrenmektedirler. Örneğin sayılar konusuna ait olan sayılarda en büyük ortak bölen ve en küçük ortak kat anlatılıp örnekler çözüldüğünde öğrencilerin kendi aralarında bazı kalıplar geliştirdiği görülmüştür. Verilen problemin özünü anlayıp ona göre çözüm yapmak gerekirken öğrenciler sorunun özünü kavramadan soruda eğer en az kelimesi varsa verilen sayıların EBOB'unu, soruda en çok varsa EKOK'unu buluyorlar. Bazen bu davranışları doğru olabiliyor ancak her zaman için doğru çözüm yolu olmamaktadır. Ayrıca öğrencilerin büyük bir kısmı bilgileri yanlış kullanmaktadır. Bazen de bilgileri özüyle öğrenmediklerinden bilgileri birbirine karıştırmaktadırlar. Örnek verirsek;

$2^{-1} = -2$ olarak kullanmakta, $(-2)^2$ yerine -2^2 yazmaktadır.

$(a-b)^2 = (a-b)(a+b)$ yazarak tam kare farkını iki kare farkının açılımı olarak kullanmaktadır. Tersine $a^2 - b^2 = (a-b)^2$ yazarak iki kare farkını tam kare farkı olarak kullanmaktadır.

Üslü sayılarla ilgili $2a \cdot 3a = 6a$ olarak hesaplamaktadırlar.

Sayılar da toplama ve çıkarma işlemlerini yapamadıkları da görülmüştür. $-2 - 3 = +5$ gibi yanlış işlemler ve işaret hataları yaptıkları gözlenmiştir.

Yüzeysel çalıştıklarından sembolleri taşıdıkları anlamla imgelemeyi başaramadıkları gözlenmiştir. Örnek olarak fonksiyonlar konusunda $f^{-1} = \frac{1}{f}$ olarak kullanılmaktadır.

Buradan öğrencilerin yanlış ve yetersiz bilgi donanımına sahip olduklarını ve bilgileri birbirine karıştırdıkları görülmektedir.

2. Ders esnasında öğrenci öğretmene konuyla ilgili soru soruyor mu?

Ders esnasında öğrenciler eğer konuyu sıkıcı bulmuşlarsa hemen “yazılıda çıkacak mı?” veya “yazılıya dahil mi?” gibisinden sorular sormaktadırlar. Öğrenciler anlamadıkları yerleri öğretmene sormaktadırlar. Öğrenci her şeyi öğretmenden bekleyerek öğretmenin, konuyu anlatarak önemli yerleri ve anlatılan konuda nerelerin yazılıda çıkabileceğini söylemesini istemektedir.

3. Problem çözerken nasıl bir yaklaşım izliyorlar?

Öğrencilerin derse çalışma yöntemleri derste çözülen örnekleri ezberlemeye dayanmaktadır. Öğrenciler bir problemle karşılaştıklarında önce onu geçmişteki

problemlerle üstün körü eşleştirip çözüm yolunu hatırladıkları kadarıyla aynı çözüm yolunu ezbere uygulamaya çalışıyorlar. Eğer problemin çözüm yolları hatırlanmıyorsa genelde öğretmenden yardım alma yoluna gidilmektedir. Öğretmenden hatırlatıcı ip uçları istenmektedir. Yaptıkları her adımı öğretmene göstererek doğru çözüm yolunda olup olmadıklarını bilmek istemektedirler. Öğrenciler her fırsatta öğretmene bağımlılıklarını göstermektedirler. Öğrenciler ders içinde çözülen örneklerin benzerlerini çözmede girişken olurken derste işlenen konuyla ilgili fakat biraz farklı problemlere hiç çözüm yolu oluşturamadıkları gözlenmiştir. Bu durumdan şikayetçi olarak “bize derste bu örnekten çözmediniz” gibisinden yakınmalar gelmektedir.

Öğrencilerin problemi problemin özelliklerini içeren konuyla ilişkilendirmede zorluk çektikleri görülmüştür. Bu yüzden öğretmenden yardım istenerek hangi konuyla ilgili olduğunun hatırlatılması istenmekte eğer öğretmen tarafında bir yanıt verilmezse işlenmiş konular ard arda söylenerek öğretmenden bir cevabın gelmesini beklemektedirler. Öğrencilerin yazılı kağıtlarına cevap vermedikleri soruya “unuttum” yazmaları kavramları ve işlemleri anlamlaştırarak öğrenemediklerini geçici öğrendiklerini ortaya koymaktadır. Ayrıca öğrenciler, yazılı cevap gerektiren soruların cevaplandırılması sırasında “soruyu şıklar olsaydı yapardım şimdi unuttum” sözlerine sıkça rastlanmaktadır. Burada öğrenciler bilgileri anlamlaştırarak değil de üstün körü öğrenme gerçekleştirmektedirler.

3.4. İrdeleme

Bu araştırmada 250 öğrenciye uygulanan iki ayrı başarı testlerine verilen cevapların geliştirilen ölçeğe göre gruplandırılmasıyla elde edilen bulguların genel bir irdemesi yapılmaya çalışılmıştır.

Öğrencilerin işlem bilgisi ve kavram bilgisi gerektiren sorulara verdikleri cevaplardan işlemleri yürütmede toplama, çıkarma, bölme ve çarpma yapmada işlem ve işaret hataları yaparak işlemleri adım adım yapmada başarısız oldukları görülmüştür. İşlem hataları yapmaları öğrencilerin aceleci, dikkatsiz ve yaptıkları işlemleri kontrol etmediklerinin bir göstergesidir.

Öğrencilerin işlem bilgisi gerektiren sorulardan 1. soruya verilen cevaplardan, eşitliğin sağ tarafında çarpım durumunda olan ifade ile sol tarafında toplam durumunda olan aynı ifadeyi sadeleştirmeleri ve işlem bilgisi gerektiren sorulardan 4. soruya verilen cevaplardan, bir rasyonel ifadede pay ve payda da toplam durumunda olan aynı ifadeleri

sadeleştirmeleri işlemleri anlamlaştırarak öğrenememiş olduklarını göstermektedir. İşlem bilgisi gerektiren 1. soruya verilen cevaplardan, çarpmanın toplama işlemi üzerine dağılma özelliğini kullanamamaları dört işlem özelliklerini bilmediklerinin kanıtıdır. İşlem bilgisi gerektiren sorulardan 5. soruya verilen cevaplardan, üslü sayılarda çarpma işlemini yapamamaları, ondalıklı sayılarda toplama ve çıkarma işlemini yapamamaları, rasyonel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemini paydaları eşitlemeden yapmaları ve rasyonel sayılarda bölme işlemini yapamamaları matematiksel işlem becerilerinin eksik olduğunu ortaya koymaktadır. Yine işlem bilgisi gerektiren 3. ve 5. soruya verilen cevaplardan, bir sayının çarpmaya göre tersini toplamaya göre tersi olarak almaları öğrencilerin ciddi derecede işlem yanlışlarının olduğunu göstermektedir. Öğrencileri kavram bilgisi gerektiren 1. soruya verilen cevaplardan, bölüm sonucunda verilen kalan ifadesini, bölüm olarak almaları bu konuda kavram yanlışlarının olduğunu göstermektedir. Öğrencilerin işlem bilgisi gerektiren sorulardan 1., 7. ve 9. sorulara verilen cevaplardan, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemde bilinmeyeni bulamamaları, kavram bilgisi gerektiren sorulardan 6. ve 8. sorulara verilen cevaplardan, birinci dereceden iki bilinmeyenli iki denklemin çözüm kümesini bulmada bu denklemleri ilişkilendirememeleri yetersiz işlem becerilerine sahip olduklarının kanıtıdır. Öğrencilerin matematiksel geçerliliği olmayan işlemler yapmaları cebirsel işlem yürütme becerilerinde önemli derecede problemlerin olduğunu göz önüne sermektedir.

Öğrencilerin işlem bilgisi gerektiren 1., 4., 6., 8., 9., 10. ve kavram bilgisi gerektiren sorulardan 10. sorulara verilen cevaplardan, iki terim toplamının ve farkının parantez karesinin ve küpünün açılımını yapamamaları bağıntıların açılımlarını yapamadıklarını ortaya koymaktadır. Bu sorulara verilen cevaplardan öğrencilerin iki kare farkı yerine tam kare toplamının açılımını kullanmaları, bağıntıları birbirine karıştırmaları bağıntıları ezbere kullandıklarını göstermektedir. Bağıntıların açılımlarını hatırlayamamaları ve yanlış açılımlar kullanmaları önceden öğrenilen bilgileri bilgi düzeyinde kullanamadıklarını ve bilgileri hatırlamakta zorlandıklarını ortaya koymaktadır.

Öğrencilerin işlem bilgisi gerektiren sorulardan 1. soruya verilen cevaplardan, verilen bağıntı istenileni bulmada bir kez kullanılır gibi bir yargı olduğu görülmüştür. Öğrencilerin verilen bağıntıyı ard arda kullanamamalarından, onların ardışık düşünme yeteneklerinin gelişmediğini göstermektedir. Öğrenciler işlem bilgisi gerektiren 1. ve 4. sorulara verilen cevaplardan, kareli (x^2 , a^2 vb.) ifade görünce hemen karekök almaya çalışmaları kareli ifadenin karekökü çağrıştırdığını göstermektedir. Bu da problemin özünü

kavrayamadıklarını, soruyu bir bütün olarak anlamayıp sadece yapısıyla ilgilendiklerini ortaya koymaktadır. Ayrıca işlem bilgisi gerektiren sorulardan 1. soruya verilen cevaplardan, işlemler sonucunda elde ettikleri doğru sonucu anlamsız bir şekilde sıfıra eşitlemeleri geçmiş tecrübelerindeki problem çözümlerini ilişkilendirmeden ezbere kullandıklarını ortaya koymaktadır.

Öğrencilerin işlem bilgisi gerektiren sorulardan 2. soruya verilen cevaplardan, f 'i taşıdığı fonksiyon kavramıyla ilişkilendiremeyip f 'i bilinmeyen bir sembol gibi işlem yapmalarından sembollerin taşıdıkları anlamları bilmedikleri sonucunu çıkarabiliriz. Kavram bilgisi gerektiren sorulardan 5. soruya verilen cevaplardan, verilen grafikte f^{-1} 'i $-f$ ve $\frac{1}{f^{-1}}$ olarak almaları sembolleri ve bu sembollerin taşıdıkları kavramları bilmediklerini

ortaya koymaktadır. İşlem bilgisi gerektiren 3. soruya verilen cevaplardan, soruda verilen işlem " Δ " sembolünü verilen ile ilişkilendiremeyip çarpma işareti olarak kullanmaları ve işlem bilgisi gerektiren 8. soruya verilen cevaplardan, soruda ondalıklı sayılar belirtilmesine rağmen ondalıklı sayılarda ki virgülü iki sayı arasına konulmuş virgül olarak ilişkilendirmeleri sembolleri anlamlandıramadıklarını ortaya koymaktadır. Buradan öğrencilerin matematiğin dilini oluşturan sembolleri taşıdıkları anlamla ilişkilendiremeyip yanlış imgelediklerini sonucunu çıkarabiliriz. Buda matematiksel sembolleri tanıma ve anlamlaştırmada önemli derecede problemlerin olduğunu göstermektedir. Öğrencilerin kavram bilgisi gerektiren sorulardan 4., 5. ve 7. sorulara verilen cevaplardan, grafik ve şekilde verilen verileri yanlış kullanmaları problemin özelliklerini içeren bilgilerle eşleştiremediklerini ortaya koymaktadır.

Öğrencilerin kavram bilgisi gerektiren 2., 4. ve 6. sorulara verdikleri cevaplardan, sorularda verilenleri ilişkilendiremeyip soruyu denkleme dönüştürememeleri soruyu anlamlaştırmada ve verilenleri ilişkilendirmede güçlük çektiklerini ortaya koymaktadır. Ayrıca sorunun çözümünde soruda verilen sayısal verileri ilişkilendirmeden anlamsız kullanmaları öğrencilerin soruyu bir bütün olarak değil sadece sayısal verilerle uğraştıklarını ortaya koymaktadır.

Öğrencilerin kavram bilgisi gerektiren 3. soruya verilen cevaplardan, soruda verilen farklı birimler arasında bağıntı kullanmadan yol kavramıyla hız kavramını aynı kabul edip bu şekilde işlem yapmaları farklı kavramların ve birimlerin taşıdıkları anlamları bilmediklerini göstermektedir. Ayrıca kavram bilgisi gerektiren 10. soruda çarpan ifadesini anlamlaştıramamaları kavramları taşıdıkları anlamlar ile öğrenemediklerini göstermektedir.

Öğrencilerin kavram bilgisi gerektiren 6. soruya verilen cevaplardan, sonuç olarak babanın yaşını 1, -25 ve 550 bulmaları ve aynı soruya verilen cevaplardan, bazı işlemler sonucunda $0=56$ ifadesi bulmaları yaptıkları işlemler sonucunda elde ettikleri sonuçların mantıklılığını yorumlayamadıklarını göstermektedir.

Öğrencilerin kavram bilgisi gerektiren sorulardan 3., 7. ve 9. sorulara verilen cevaplardan, sorunun çözümü için gerektiren bağıntıları bilmelerine rağmen bu bilgilerini kavrama ve uygulama düzeyinde kullanamamaktadırlar.

Öğrencilerin hem kavram hem de işlem bilgisi gerektiren sorulara verdikleri cevaplardan, verilen soruları anlamlandıramamakta ve verilenleri yerinde kullanamamaktadırlar. Verilenleri istenilen ile ilişkilendiremeyip çözüme gidecek etkin bir çözüm yolu bulamadıkları görülmektedir. Bunun sonucunda sorunun bir parçasını ele alıp bu şekilde çözüme gitmeye çalışmaları soruyu bütün olarak algılayamadıklarını ve soruları çözüme ulaştırma için gerekli bilgilere sahip olmadıklarını ortaya koymaktadır.

Sorulara büyük oranda cevap verilmemesi, öğrencilerin soruları ait oldukları konular ile eşleştiremediklerini ve bu konulara ait bilgileri hatırlayamadıklarını ortaya koymaktadır.

4. SONUÇLAR

Lise öğrencilerinin cebirsel bilgilerinin doğasını işlem ve kavram bilgisi bağlamında değerlendirmek amacıyla yapılan bu çalışmada ortaya çıkan sonuçlar kısaca şöyle sıralanabilir.

İşlem Bilgisinin Göstergeleri

1. Öğrencilerin cebirsel işlem yürütme becerilerinin yetersiz olduğu tespit edilmiştir. Buradan, öğrencilerin işlem bilgilerini anlamlaştırarak değil ezberleyerek öğrendiklerini dolayısıyla işlemsel öğrenme gerçekleştirdikleri sonucunu çıkarabiliriz.
2. Öğrencilerin soruda verilen bağıntıların bir kez kullanılır gibi yanlış bir yargı geliştirmeleri ardışık düşünme yeteneklerinin gelişmediğini göstermektedir.
3. Öğrencilerin matematiksel geçerliliği olmayan işlemler yapmalarından bilgileri yüzeysel öğrendikleri buradan işlemsel öğrenme gerçekleştirdikleri sonucunu çıkarabiliriz.
4. Öğrencilerin matematik bilgilerini hatırlayamamaları, yanlış bağıntıları ve özellikleri kullanmaları matematiksel bilgileri üstün körü yada ezberleyerek öğrendiklerini ortaya koymaktadır.
5. Öğrencilerin bağıntıların açılımlarını “unuttum” demeleri, onların bilgileri ezberleyerek öğrenmeye çalıştıklarını göstermektedir.
6. Öğrenciler, matematiksel öğrenmeyi kuralları, bağıntıları ve özellikleri bilip bunları bilgi düzeyinde kullanma olarak görmektedirler.
7. Öğrenciler, matematiksel bilgileri anlamlandırmadan ezbere öğrendikleri, geçmiş tecrübelerindeki problem çözümlerini sorgulamadan ve ilişkilendirmeden hatırladıkları kadarıyla çözümleri aynı ve ezbere kullandıkları yani işlemsel öğrenme gerçekleştirdikleri sonucunu çıkarabiliriz.

Kavram Bilgisinin Göstergeleri

1. Kavramları taşıdıkları anlamla ilişkilendirip öğrenemediklerinden kavramlar hakkında yüksek oranda yanılgılarının olduğu ortaya çıkmıştır.
2. Öğrenciler temel matematiksel kavramları yapılandıramamak ve anlamlandıramadıklarından bu kavramları içeren konuları bilmemektedirler.

3. Öğrencilerin problem çözümünde problem ile konu arasında bağlantı kurmada güçlüklerle karşılaşmaları konuyu özümleyerek öğrenemediklerini ortaya çıkarmıştır.
4. Öğrencilerin sorunun bütünü ile değil de yapısıyla ilgilenmeleri soruyu bir bütün olarak algılayamadıklarını ortaya koymaktadır.
5. Öğrencilerin önceden öğrenilen matematik bilgileri, bağıntıları ve özellikleri kavrama düzeyinde kullanamamaları bu bilgileri ilişkilendirerek öğrenemediklerini göstermektedir.
6. Öğrencilerin sorunun özünü anlamayıp soruda verilen sayısal verileri ilişkilendirmeden bu sayılar arasında işlemler yapmaları soruyu anlamlaştırmada zorlandıklarını ortaya koymaktadır.
7. Genellemelerde bulunup farklı çözüm yollarıyla çözüme ulaşan çok az oranda öğrenciler bilgilerini uygulama düzeyinde kullanmışlardır. Öğrencilerin bu başarıyı hem işlem hem de kavram bilgisine sahip olmaları neticesinde elde ettiklerini sonucunu çıkarabiliriz.
8. Öğrencilerin grafikte verilenleri konu ile ilişkilendiremeyip grafiği okuyamamaları kavram bilgilerinin yetersiz olduğunu göstermektedir.
9. Şekilde verilenleri problemin özelliklerini içeren bilgilerle eşleştirememeleri şekilleri anlamlaştıramadıklarını ortaya koymaktadır.

Hem İşlem Hem de Kavram Bilgisinin Göstergeleri

1. Matematiğin dilini oluşturan sembollerin anlamlarının bilinmemesi, yanlış imgelenmeleri işlem yanlışlarının olduğunu ortaya çıkarmaktadır.
2. Öğrenciler, problemi denkleme dönüştürememektedir.
3. Öğrenciler, problemde verilenleri ilişkilendiremeyip rastgele çözüm yolları oluşturmaları geçmiş tecrübelerini yaşadıkları yeni durumlara taşıyamadıklarını göstermektedir.
4. Öğrenciler, öğrendikleri bilgileri karşılaştıkları yeni durumlara uyarlamakta ve ilişkilendirmekte zorluk çekmektedirler.
5. Öğrencilerin işlem ve kavram yanlışlarının olması öğrencilerin bilgiyi aktarıldığı gibi değil kendilerine göre anlamlandırarak almaktadırlar. Buradan öğrenciler kendi bilgilerinin oluşumunda aktiftirler.

6. Öğrencilerin üst kavramları anlamlaştırıramamaları ve bilgileri öğrenememeleri bu kavramlar için gerekli ön bilgilerinin eksik olmasından kaynaklanıyor diyebiliriz.
7. Öğrencilerin buldukları sonuçları yorumlayamamaları ve tartışamamaları yorumlama ve muhakeme güçlerinin zayıf olduğunu gösterir.

Gözlemlerden Elde Edilen Sonuçlar

1. Matematik öğrenme profilinin parmak izi kadar kişiye özgü olduğu yani, herkesin öğrenme tür, hız, ve kapasitesinin farklı olduğu ortaya çıkmıştır.
2. Öğrenciler, matematiğin zor olduğunu ve matematiği başaramayacaklarını düşünerek matematiğe karşı ilgisiz tutum geliştirerek önyargılı olarak matematiği öğrenme istek ve arzularının azaldığı sonucunu çıkarabiliriz.
3. Öğrenciler, matematik dersini sınıf geçmek için ezberlemek zorunda kaldıkları bir takım formüller, özellikler ve bağıntılar karmaşası olarak görmektedir. Bu da onları işlemsel öğrenmeye teşvik etmektedir.
4. Öğrenciler, matematiğin gelecek yaşantılarında sınavlar hariç hiçbir işlerine yaramayacağına ve öğretilen konuların gereksiz olduğuna dair düşünceler taşımaktadırlar.
5. Öğrenciler, sınıfta öğretmeni tek otorite olarak görmektedirler. Bilginin kaynağının öğretmen olduğunu düşünerek her şeyi öğretmenden beklemelerinden öğretmene bağımlı oldukları sonucunu çıkarabiliriz.
6. Öğrenciler matematiksel bilgileri ezbere bilip işlemleri gözü kapalı olarak taklit etmeyi başarı olarak görmektedirler.
7. Öğrencilerin yüksek oranda soruları cevapsız bırakmaları bilgileri ilişkilendirerek öğrenemediğinden geçmiş tecrübelerini yaşadıkları anlara taşıyamadıklarını ve geçmişte çözülen problem çözümleriyle eşleştirme yapamadıklarını ortaya koymaktadır.

Çoğu öğrencinin cebirsel bilgilerinde kavram ve işlem bilgilerinin dengeli olmadığı, işlem bilgisinin ağırlıklı olduğu ortaya çıkmıştır. Kavram bilgisine sahip olan öğrencilerin işlem bilgilerinin de gelişmiş olduğu, buna karşın kavram bilgisine sahip olmayan öğrencilerde işlem bilgisinin olmadığı görülmüştür. Buradan öğrencilerin cebirsel bilgilerinin doğası işlemsel öğrenmeye dayandığı sonucuna varılmıştır.

5. ÖNERİLER

Çalışmanın amacına yönelik olarak elde edilen sonuçlara dikkat edilerek bazı düzenlemelerin yapılması matematik dersinin öğrenciler tarafından anlaşılmasına katkıda bulunulacağına inanılmaktadır. Çalışmada varılan sonuçlara dayanılarak bazı önerilerde bulunulabilir.

1. Hazırcı, nakilci ve ezberci bir matematik eğitimi yerine kendi öğrenmesinde aktif ve araştıran, çıkarımları ezberleyen yerine, kendi çıkarımlarını yaparak başkasının bulguları ile kendi bulgularını karşılaştıran, sorgulayan ve yorumlayan bir matematik eğitimi olmalıdır.
2. Matematik eğitimi öğrenciyi, düşünmeye, keşfetmeye bunun yanında bilgileri yorumlamaya, mantıksal çıkarımda bulunabilmeye, bilgi parçacıklarını sentezleyerek anlamlı ve kullanılabilir bilgiler inşa etmeye teşvik etmelidir.
3. Matematik anlatılarak ve benzer problemleri çözdürerek öğretilmeye çalışılmamalıdır. Öğrenci kendi bilgilerinin oluşumunda aktif olduğundan kendi gayretleriyle ortaya koyduğu bilgiler kendi ürünü olması nedeniyle daha kalıcı olacaktır. Yani matematik pasif şekilde, dinleyerek, kopya ederek değil yaparak öğrenilmelidir.
4. Ön bilgi eksikliği öğrencilerin bilgileri anlamlaştıramaması, yeteri kadar konu üzerinde yoğunlaşamaması, yeterli zaman ayıramamaları ve çalışamamalarına bağlı olabilir.
5. Öğrenciye hazır bilgiyi almaya değil bilgiye ulaşmanın yolları öğretilmeli. Bilgiye kendileri ulaşp yorumlamalarda bulunarak matematiksel düşünme yönleri geliştirilmelidir.
6. Birey bilgiyi almadan önce o bilgiyi için gerekli alt yapıya sahip olup olmadığı kontrol edilmelidir.
7. Sınıf bilgilerin aktarıldığı bir yer değil öğrenciler aralarında ve öğretmenleriyle etkileşimleri sonucu yeni bilgiler üretilen ve farklı çözümler getirilen bir ortam olmalıdır.
8. Öğrencilere hazır bilgi vermek yerine, seri düşünme, keşfetme, mantıksal çıkarımda bulunabilme, bilgiye ulaşma, bilgi parçalarını sentezleyerek anlamlı ve kullanılabilir bilgiler inşa eden çalışmalar yaptırılmalıdır.

9. Öğrencilere problem çözümlerinde fazla pratik yaptırmaktansa konunun özü kavratılmaya çalışılmalıdır.
10. Anlaşılmada zorluk çekilen soyut kavramları öğrenci zihninde canlandırmak için farklı öğretim yöntemlerinden, araç ve gereçlerden yararlanılmalıdır.
11. Formüller, kurallar ve algoritmalar içeren problemler değil mantıksal ve yorum gücünü artıracak, konunun özünü kapsayacak problemlere yer verilmelidir.
12. Konular fazla örnek problem çözerek değil, nedenleri niçinleri tartışılarak işlenmelidir.
13. Matematiksel anlama öğrencinin formülleri bilmesi, hesaplamaları doğru yapması ile değil, kavramları, işlemleri anlamasına ve matematiksel düşünmesinin gelişmesine bağlıdır. Bu da okul matematiğinde işlemsel çözüm yollarına değil kavram ve ilişkilere önem vermekle mümkün olur. Yani matematiksel öğrenme işlemsel değil işlem ve kavram bilgisine dengeli bir şekilde yer veren kavramsal öğrenme ile gerçekleşmelidir.
14. Öğrenci bilgileri ezberlemek yerine bilgiyi anlamlaştırarak öğrenmelidir. Eldeki bilgiler elbette bireylere aktarılacaktır. Ancak, bu bilgilerin sadece matematik problemlerinde kullanılır mantığı yıkılmalıdır. Bunun yerine bu bilgiler kendi bilgilerini üretmek, yeni arayış ve yorumlamalar için kullanılmalıdır. Yani matematiksel düşünceyi yaşam felsefesi haline getirerek, sezgi, muhakeme, yaratıcılık, hayal gücü, veriler arasında ilişki kurma, sınıflama, sıralama ve analitik düşünme yetenekleri geliştirilmelidir. Bu da öğrencinin bilgiyi bilmesi veya sadece bilgiyi keşfedebilmesi ile değil, keşfettiği bilgiyi somutlaştırarak anlamlı hale getirip yorumlamasıyla elde edilir.
15. Öğretmen merkezli eğitim yerine ilgi, istek, yetenek ve öğrenme profili göz önünde bulundurularak gerekli bilgilere erişme konusunda işbirliği yapan, güçlükleri birlikte aşan, sorunlara birlikte çözüm üreten bir öğrenme ortaklığı olmalıdır. Öğretmen bilgileri sunmakla değil öğrenmede rehber olan, öğrencide hazır bilgileri alıp onları geri vermekle mükellef kişi değil bilgileri birlikte keşfeden bunun yanında keşfedilen bilgileri yorumlamayı başarabilen kişiler olmalıdır.
16. Verilen matematik eğitimi her bireye aynı oranda seslenememektedir. Çünkü verilen matematik eğitimi bireyin öğrenme doğasını hesaba katmamaktadır. Kimi bilgileri kısa sürede çabucak ilişkilendirip yorumlayıp kullanabildiği gibi

kimilerinin de bilgileri ilişkilendirebilmeleri uzun zaman almaktadır. Önemli olan herkese kendi bireysel farklılıklarına göre davranılmalıdır. Ayrıca öğretimde her konuda, her kесе, her düzeyde ve her zaman uygulanabilen bir yöntem değil, bunun yerine öğretim yöntemini konunun niteliği, öğrenci ilgi ve yetenek düzeyi, öğrencinin öğrenme profili ve mevcut eğitim aşaması gibi etkenler belirlemelidir.

17. Matematik eğitimi çok çeşitli konuyu kısıtlı zamanda çok hızlı bir şekilde öğrencileri bilgi bombardımanına tutarak öğreilmeye çalışıldığından öğrenciler başka çıkar yolu bulamadan ya matematikten nefret ediyorlar yada matematiği ezberleyerek öğreneceklerini zannetmektedirler. Geniş kapsamlı yüzeysel öğrenme yerine, daha az konulu fakat derinliğine öğrenme olanağı sunulmalıdır.
18. Öğrencilerin matematiği başaramayacaklarına inanarak matematiğe karşı olumsuz tutum geliştirmeleri gibi ön yargılarının önlenmesi için dersin ilk başından itibaren öğrenciler derse motive edilerek matematik dersini başaracakları konusunda cesaretlendirilmelidir.
19. Öğrencilere matematiğin teknolojide, ekonomide, sosyal hayatta ki kullanımı ve bunlardan daha önemlisi yorumlama ve muhakeme gücünü artırdığı hakkında matematiğin yararlılığı konusunda farklı örnekler verilmelidir.

6. KAYNAKLAR

1. Comission on Standards for Evaluation Standarts for School Mathematics, Curriculum and Evaluation Standarts for School Mathematics, National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), Reston, Va: The Council, 1989.
2. Güveli, E., Matematik Öğretmenlerinin Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi Deneyimleri, Yüksek Lisans Tezi, K.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, 1998.
3. Karataş, H. İ., İlliye, İ., Analiz ve Cebirde İlginç Olimpiyat Problemleri ve Çözümleri, Tübitak, Ankara, 1998.
4. Noss, R. ve Baki, A., Liberating School Mathematics from Procedural View, Journal of Education Hacettepe University, 13 (1996) 179-182.
5. Baykul, Y., İlköğretimde Matematik Öğretimi, Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Personel Eğitim Merkezi, Ankara, 1995.
6. Baki, A., Okul Matematiğinde Ne Öğretelim Nasıl Öğretelim?, Hacettepe Eğitim Dergisi (1996) 41-49.
7. Tepedelenlioğlu, N., Kim Korkar Matematikten, 7. Baskı, Sarmal Yayınevi, İstanbul, 1995.
8. Yıldırım, C., Matematiksel Düşünme, Remzi Kitabevi, İstanbul, 1988.
9. Goleman, D., Duygusal Zeka, 7. Baskı, Varlık – Bilim, İstanbul, 1998.
10. Titiz, M. T., Ezbersiz Eğitim Yol Haritası, 1. Baskı, Beyaz Yayınları, İstanbul, 1998.
11. Baki, A., Matematik Öğretiminde İşlemsel ve Kavramsal Bilginin Dengelenmesi, Atatürk Üniversitesi 40. Kuruluş Yıldönümü Matematik Sempozyumu, 20-22 Mayıs 1998, Atatürk Üniversitesi Erzurum, 250-258.
12. Şahin, E., Türk Eğitim Sisteminde Toplam Kalite Anlayışı, Bilim ve Teknik, (1998) 98-99.
13. Ramsland, K., Öğrenme Sanatı, İbrahim Şener ve Selma Şenol, 1. Basım, Beyaz Yayınları, İstanbul, 1998.
14. King, J. P., Matematik Sanatı, Nermin Arık, 4. Baskı, Tübitak, Ankara, 1998.
15. Bell, A., Baki, A., Ortaöğretim Matematik Öğretimi Cilt I., YÖK, Ankara, 1997.

16. Hardy, G. H., Bir Matematikçinin Savunması, Nermin Arık, 14. Baskı, Tübitak, Ankara, 1999.
17. Aksu, M., Demir, C., Sümer, Z., Matematik Öğretmenlerinin ve Öğrencilerinin Matematik Hakkındaki İnançları, III. Ulusal Fen Bilimleri Eğitimi Sempozyumu, Eylül 1998, Karadeniz Teknik Üniversitesi Trabzon, 35-40.
18. Garofalo, J., Beliefs and Their Influence on Mathematical Performance, The Mathematics Teacher, (1989) 502-505.
19. Ernest, P., The Impact of Beliefs on the Teaching of Mathematics, The Mathematics Teacher, (1989) 249-254.
20. Sertöz, S., Matematiğin Aydınlik Dünyası, 8. Baskı, Tübitak, Ankara, 1998.
21. Baki, A., Çepni, S., Akdeniz, A. R., Ayas, A., Öğretmen Eğitime Felsefi Bakışlar, III. Ulusal Fen Bilimleri Eğitimi Sempozyumu, Eylül 1998, Karadeniz Teknik Üniversitesi Trabzon, 238-243.
22. Erden, M., Akman, Y., Eğitim Psikolojisi Gelişim- Öğrenme – Öğretme, Arkadaş Yayınları, Ankara, 1995.
23. Baltaş, A., Stres Altında Ezilmeden Öğrenmede ve Sınavlarda Üstün Başarı, Remzi Kitabevi, 15. Basım, İstanbul, 1998.
24. Baroody, A. J., Ginsburg, H. P., The Relationship Between Initial Meaningful and Mechanical Knowledge of Arithmetic, The Case of Mathematics, (1986) 75-112.
25. Elibol, S., Liseler için Felsefe Ders Kitabı, Semih Eğitim Kültür Yayınları, Ankara, 1995.
26. Skemp, R. R., The Psychology of Learning Mathematics, Penguin Books, Middlesex, England, 1971.
27. Çepni, S., Ayas, A., Johnson, D., Turgut, M. F., Fizik Öğretimi, YÖK / Dünya Bankası, Ankara, 1997.
28. Hiebert, J. ve Lefevre, P., Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis, The Case of Mathematics, (1986) 1-28.
29. Schoenfeld, A. H., Mathematical Problem Solving, Academic Press, New York, 1985.
30. Baki, A., What Prospective Teachers Need to Know to Teach Conceptually in Mathematics?, The Word Conference on Teacher Education at Çeşme, Turkey on 27 August 1995.
31. Cobb, P., Context, Goals, Beliefs, and Learning Mathematics, For the Learning of Mathematics FLM, 6, (1986) 2 - 9.

32. Ayaş, A., Çepni, S. ve Özbay, Y., Eğitim Araştırmalarında Kullanılan Metodlar Üzerine Tartışma, Akademik Yorum, 6 (1994) 41–44.
33. Bell, J., Doing Your Research Project: A Guide for First Time Researchers in Education and Social Science, Open University Press, Milton Keynes, Philadelphia, 1989.

7. ÖZGEÇMİŞ

07.11.1975 tarihinde Trabzon'da doğdu. İlkokulu Trabzon Hüseyin Hüsnü Aker İlkokulunda, Ortaöğretimini Trabzon İbrahim Alemdağ Ortaokulunda, Lise öğrenimini Trabzon Lisesi'nde tamamladıktan sonra, 1992-1993 eğitim öğretim yılında K.T.Ü. Fatih Eğitim Fakültesi Matematik Öğretmenliği Bölümünde Lisans öğrenimine başladı. 1996 bahar yarıyılında Matematik öğretmeni ünvanı ile mezun oldu. 1996 yılında Fen Bilimleri Enstitüsü Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalında yüksek lisans eğitimine başladı. Halen Milli Eğitim Bakanlığına bağlı olarak Trabzon Sürmene Lisesi'nde matematik öğretmenliği görevine devam etmektedir.

