

KAYNAKLI BİR HSLA-100 PLAKASINDAKİ ÇATLAK ANALİZİ

Elif KOÇ

**Bülent Ecevit Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine Mühendisliği Anabilim Dalında
Yüksek Lisans Tezi
Olarak Hazırlanmıştır**

ZONGULDAK

Haziran 2012

KABUL:

Elif KOÇ tarafından hazırlanan “KAYNAKLI BİR HSLA-100 PLAKASINDAKİ ÇATLAK ANALİZİ” başlıklı bu çalışma jürimiz tarafından değerlendirilerek, Bülent Ecevit Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği Anabilim Dalında Yüksek Lisans Tezi olarak oybirliği ile kabul edilmiştir. 12/06/2012

Başkan: Yrd. Doç. Dr. Mehmet YETMEZ (BEÜ)

Üye : Doç. Dr. H. Alper ÖZYİĞİT (BEÜ)

Üye : Yrd. Doç. Dr. Fisun MÜFTÜOĞLU (BEÜ)



ONAY:

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım. .../.../2012



Prof. Dr. Özden ÖZEL GÜVEN
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

“Bu tezdeki tüm bilgilerin akademik kurallara ve etik ilkelere uygun olarak elde edildiğini ve sunulduğunu; ayrıca bu kuralların ve ilkelerin gerektirdiği şekilde, bu çalışmadan kaynaklanmayan bütün atıfları yaptığımı beyan ederim.”



Elif KOÇ

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

KAYNAKLI BİR HSLA-100 PLAKASINDAKİ ÇATLAK ANALİZİ

Elif KOÇ

Bülent Ecevit Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. Mehmet YETMEZ

Haziran 2012, 87 sayfa

Çalışmada üç farklı kalınlıkta dokuz adet kaynaklı HSLA-100 plakaları üzerinde çalışılmıştır. İlk olarak numunelere freze ile kesikler açılmış ve kaynaklanmıştır. İkinci olarak kaynaklı plakaların merkezinde çatlaklar oluşturulmuştur. Üçüncü olarak plakalar, üç farklı hızda çekme deneyine tabi tutulmuş, üzerlerindeki gerilme ve gerinim analizleri sonlu elemanlar teknikleri ve strain gaugeler ile yapılmıştır. Daha sonra plakalar ANSYS ve MARC nümerik analiz programlarında modellenmiş, sonuçlar elde edilmiştir. Son olarak elde edilen nümerik ve deneysel sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Kaynaklı plaka, Çatlak, J İntegral, Sonlu eleman, Kalınlık faktörü

Bilim Kodu: 625.03.01

ABSTRACT

M.Sc. Thesis

CRACK ANALYSIS OF A WELDED HSLA-100 STEEL PLATE

Elif KOÇ

Bülent Ecevit University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Mechanical Engineering

Thesis Advisor: Asst. Prof. Mehmet YETMEZ

June 2012, 87 pages

In this study, Nine HSLA-100 steel plates with three different thicknesses are considered. First, all specimens are cut and welded. Second, central cracks are prepared on the plates mechanically. Third, plates with different thicknesses are loaded under uniform axial tension according to three different loading rates. For the numerical and experimental points of view, stress and/or strain analyses are completed by using both finite element and strain gage measurement techniques. For this purpose, then, plates are modeled as a simplified and powerful finite element model regarding to general purpose finite element codes, namely ANSYS and MARC. Finally, the numerical and experimental results are compared and discussed.

Key Words: Welded plate, Crack, J-integral, Finite element, Thickness effect

Science Code: 625.03.01

TEŞEKKÜR

Yapılan çalışmanın her aşamasında bilgi ve tecrübesinin yanında manevi desteğini de esirgemeyen tez yöneticisi değerli hocam Yrd. Doç. Dr. Mehmet YETMEZ'e (BEÜ), yine çalışmaya büyük oranda katkı sağlayan arkadaşım Arş. Gör. Hamza ERDOĞAN'a (BEÜ), çalışmanın yapılmasında ve hazırlanmasınca çok büyük desteği ve emeği olan değerli arkadaşım Mehmet Mert SARI'ya sonsuz minnet ve teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca sadece bu çalışmada değil hayatın her anında manevi desteklerini her zaman hissettiğim sevgili babam İbrahim KOÇ ve sevgili annem Nurhan KOÇ'a sonsuz minnet ve teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
KABUL	ii
ÖZET	iii
ABSTRACT	v
TEŞEKKÜR	vii
İÇİNDEKİLER	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ	xiii
ÇİZELGELER DİZİNİ	xvii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	xix
BÖLÜM 1 KIRILMA MEKANİĞİ	1
1.1 GENEL BİLGİLER	1
1.2 KIRILMA MEKANİĞİNİN TEORİK ESASLARI	2
1.2.1 Malzemelerin Teorik Mukavemet Değeri	2
1.2.2 Gerilme Yığılması	6
1.2.3 Mikro Çatlaklar ve Griffith Modeli	8
1.3 DOĞRUSAL ELASTİK KIRILMA MEKANİĞİ	9
1.3.1 Enerji Dengesi Yaklaşımı	9
1.3.2 Gerilme Şiddeti Yaklaşımı	13
1.3.3 Çatlak İlerleme Doğrultusu	19
1.3.3.1 Maksimum Asal Gerilme Metodu ($\sigma_{\theta, \max}$)	19
1.3.3.2 Minimum Zorlanma Enerji Yoğunluk Faktörü Metodu ($S_{\min}$)	20
1.3.3.3 Maksimum Enerji Salıverme Oranı Metodu ($G_{\max}$)	20
1.3.4 G ile K Arasındaki İlişki	21
1.4 ELASTOPLASTİK KIRILMA MEKANİĞİ	22
1.4.1 J İntegral Metodu	22
1.4.2 J İntegral Metodu Hakkında Yapılan Çalışmalar	25
1.5 ÇALIŞMANIN AMACI	26

İÇİNDEKİLER (devam ediyor)

	<u>Sayfa</u>
BÖLÜM 2 SONLU ELEMENLAR METODU	27
2.1 SONLU ELEMENLAR METODUNUN ÖZELLİKLERİ	27
2.2 SONLU ELEMENLAR METODUNUN FAYDALARI.....	27
2.3 SONLU ELEMENLAR METODUNDA TEMEL ADIMLAR	28
2.3.1 Problemin Tanımlanması ve Tanım Kümesi	29
2.3.2 Tanım Kümesinin Sonlu Elemanlar İçin Belirlenmesi	29
2.3.3 Durum Değişkenlerinin Saptanması	29
2.3.4 Koordinat Sistemlerini Oluşturmak	30
2.3.5 Elemanlar İçin Yaklaşıklık Fonksiyonlarının Oluşturulması	30
2.3.6 Koordinat Dönüşümleri	32
2.3.7 Sonuçların Yorumlanması	32
2.3.8 Sonlu Elemanlar Metodunun İlerleyişi.....	33
2.4 SONLU ELEMENLAR METODU TABANLI PAKET PROGRAMLAR	34
2.4.1 ANSYS	34
2.4.1.1 ANSYS Genel Eleman Özellikleri	35
2.4.1.2 Yüklerin Uygulanması	37
2.4.1.3 Bağımsızlık Dereceleri Kısıtlamaları.....	39
2.4.1.4 Simetri veya Asimetri Sınır Koşullarının Uygulanması	39
2.4.1.5 Ağ Örgüsünün Oluşturulması.....	40
2.4.2 MARC	42
2.4.2.1 MARC Ara Yüzünde Bulunan Komutlar.....	43
2.4.2.2 MARC Programı ile Yapılabilecek Analiz Türleri.....	43
2.5 AĞ TASARIMI.....	44
2.6 BİR ELEMANDAKİ YER DEĞİŞTİRMELER.....	48
2.7 SONLU ELEMENLAR METODUYLA GERİLME ŞİDDET FAKTÖRLERİNİN HESAPLANMASI	50
BÖLÜM 3 SONLU ELEMENLAR MODELİ	53
3.1 ANSYS SONLU ELEMENLAR MODELİ	53
3.2 MARC SONLU ELEMENLAR MODELİ	60
BÖLÜM 4 DENEYSEL ANALİZ	65
4.1 DENEY NUMUNELERİNİN HAZIRLANMASI	65
4.2 DENEYİN YAPILIŞI	67

İÇİNDEKİLER (devam ediyor)

	<u>Sayfa</u>
4.2.1 SoMat eDAQ-lite ile Gerinim Değerlerinin Elde Edilmesi.....	68
BÖLÜM 5 SONUÇLAR VE TARTIŞMA	75
5.1 ANSYS İLE ELDE EDİLEN SONUÇLAR	75
5.2 MARC İLE ELDE EDİLEN SONUÇLAR	76
5.3 DENEYSEL SONUÇLAR VE TARTIŞMA.....	82
KAYNAKLAR.....	85
ÖZGEÇMİŞ.....	87

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>No</u>	<u>Sayfa</u>
1.1 Gerilme altında atomlar arası bağın kopması ve hasar oluşumu	2
1.2 Atomlar arası mesafenin atomlar arası çekme kuvvetine etkisi.....	3
1.3 Maksimum teorik çekme mukavemetini hesaplamak için model.....	5
1.4 Basit çekme durumunda çentikli kısımlarda oluşan gerilme yığılmaları	6
1.5 Çekilmeye çalışılan bir elips ve dairede x eksenine boyunca oluşan gerilme yığılması	7
1.6 Griffith tarafından tespit edilen cam elyafı elyaf çapının mukavemete etkisi	8
1.7 F kuvveti etkileyen bir levhadaki yer değiştirmeler.....	11
1.8 Kuvvet altında oluşan üç farklı kırılma modu	14
1.9 Kuvvet altında oluşan üç türlü kırılma moduna örnekler	14
1.10 Bir levhada oluşan çatlak.....	15
1.11 Bir levhada oluşan çatlak ve gerilme alanları	16
1.12 J İntegral konturu	22
1.13 J_{IC} 'yi elde etmek için test prosedürü	24
2.1 Sonlu eleman örnekleri	28
2.2 Alt parametrik eleman konfigürasyonu	31
2.3 İzoparametrik eleman konfigürasyonu	31
2.4 Süperparametrik eleman konfigürasyonu	31
2.5 Bir sonlu elemanlar programının temel kısımları	34
2.6 Simetrik iki boyutlu levha modeli	39
2.7 Asimetrik iki boyutlu levha modeli	40
2.8 İki ve üç boyutlu çatlak problemlerinde sıkça kullanılan izoparametrik elemanlar	44
2.9 Çatlak ucunda dörtgen elemanın üçgen bir elemana dönüşmesi	45
2.10 Tuğla bir elemanın takoz bir elemana dönüşmesi.....	45
2.11 Elastik ve elastik-plastik analizler için çatlak ucu elemanları	45
2.12 Plastik singularite elemanlarının deforme olmuş şekli.....	46
2.13 Çatlaklı bir levhanın yarım simetrik modeli	47
2.14 Büyük şekil değiştirme analizi için bir ağ örgüsünün çatlak ucu bölgesi	48
2.15 Çatlak ucu yer değiştirmelerini bulmak için kullanılan düğüm noktaları	51

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam ediyor)

<u>No</u>	<u>Sayfa</u>
3.1 ANSYS sonlu elemanlar programı ile tasarlanan model.....	53
3.2 Elastisite modülü ve poisson oranı değerlerinin girilmesi.....	54
3.3 Eleman tipinin belirlenmesi	55
3.4 Düzlem gerinme ya da düzlem gerilme durumunun seçilmesi	55
3.5 Plaka kalınlıklarının girilmesi	56
3.6 Meshing işlemi.....	56
3.7 Yayılı yükün uygulanması	57
3.8 Deforme olmuş model	58
3.9 Gerilme şiddeti faktörü hesabı için düğüm noktaların seçilmesi	58
3.10 J İntegral hesabı için düğüm noktalarının seçilmesi	59
3.11 J İntegral hesaplaması için gerekli makro satırlar.....	59
3.12 MARC sonlu elemanlar programı ile tasarlanan model	60
4.1 Deney numuneleri	66
4.2 SoMat eDAQ-lite	67
4.3 Windows-7 için ağ ayarları.....	68
4.4 TCE v3.10.1 build 149 yazılımı arayüzü.....	69
4.5 Test ID / Network Setup penceresi ayarlamaları	69
4.6 Network Node Parameters penceresi ayarlamaları	70
4.7 Hardware Setup penceresi ayarlamaları	70
4.8 Transducer and Message Channel Setup penceresi ayarlamaları	71
4.9 High Level SS Channel Page 1 penceresi ayarlamaları	71
4.10 High Level SS Channel Page 2 penceresi ayarlamaları	72
4.11 Smart Bridge Configuration penceresi ayarlamaları.....	72
4.12 Data Mode Setup penceresi ayarlamaları	73
5.1 ANSYS modeli üzerinde strain-gagelerin bulunduğu noktalar	75
5.2 MARC yarım modeli üzerinde strain-gagelerin bulunduğu noktalar.....	77
5.3 3 mm kalınlıktaki plakalar için ANSYS ve MARC ile elde edilen gerinme değerlerinin grafik üzerinde karşılaştırılması	79
5.4 6 mm kalınlıktaki plakalar için ANSYS ve MARC ile elde edilen gerinme değerlerinin grafik üzerinde karşılaştırılması	79

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam ediyor)

<u>No</u>	<u>Sayfa</u>
5.5 8 mm kalınlıktaki plakalar için ANSYS ve MARC ile elde edilen gerilme değerlerinin grafik üzerinde karşılaştırılması	80
5.6 ANSYS ve MARC ile elde edilen gerilme şiddeti faktörü değerlerinin grafik üzerinde karşılaştırılması	81
5.7 ANSYS ve MARC ile elde edilen J İntegral değerlerinin grafik üzerinde karşılaştırılması	81
5.8 ANSYS ve MARC programlarıyla elde edilen gerilme şiddeti faktörü değerlerinin deney sonuçları kullanılarak hesaplanan değerlerle grafik üzerinde karşılaştırılması	83
5.9 ANSYS ve MARC programlarıyla elde edilen J integral değerlerinin deney sonuçları kullanılarak hesaplanan değerlerle grafik üzerinde karşılaştırılması	84

ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>No</u>	<u>Sayfa</u>
1.1 Mod I ve Mod II hali için çatlak ucunda oluşan gerilme alanı	15
1.2 Mod I ve Mod II hali için çatlak ucunda oluşan şekil değiştirme alanı.....	18
1.3 Mod III hali için çatlak ucunda oluşan gerilme ve şekil değiştirme alanı	18
2.1 Her disiplindeki bağımsızlık dereceleri kısıtlamaları	39
4.1 Numune boyutları	65
4.2 Numunelere açılan deliklerin çapları	66
4.3 Kullanılan strain-gagelerin özellikleri	67
5.1 ANSYS ile elde edilen gerinme analizi sonuçları	76
5.2 ANSYS ile elde edilen gerilme şiddet katsayısı ve J İntegral sonuçları.....	76
5.3 MARC ile elde edilen gerinme analizi sonuçları	77
5.4 MARC ile elde edilen gerilme şiddet katsayısı ve J İntegral sonuçları	78
5.5 ANSYS ve MARC sonlu elemanlar programları ile elde edilen gerinme analizi sonuçlarının karşılaştırılması	78
5.6 ANSYS ve MARC sonlu elemanlar programları ile elde edilen gerilme şiddet katsayısı ve J İntegral sonuçlarının karşılaştırılması	80
5.7 Deneylerle elde edilen gerinme analizi sonuçları.....	82
5.8 Deneylerle elde edilen gerilme şiddet katsayısı ve J İntegral sonuçları	82
5.9 ANSYS ve MARC programlarıyla elde edilen gerilme şiddeti faktörü ve J integral değerlerinin deney sonuçları kullanılarak hesaplanan değerlerle karşılaştırılması	83

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

θ_m	:	Çatlak ilerleme açısı
A	:	Alan
a	:	Atomlar arası mesafe
a	:	Çatlak uzunluğu
a_0	:	Malzemeye kuvvet etki etmediği durumlarda atomlar arası mesafe
A^1	:	Kesit alanı
b	:	Elipsin kısa kenarının yarısı
B	:	Malzeme genişliği
C	:	Komplians
ds	:	Ark boyu
$\mathcal{E}$	:	Birim uzama (gerinim)
E	:	Elastisite modülü
F	:	Kuvvet
G	:	Çatlak ilerleme enerjisi
$G_{\max}$	:	Maksimum enerji salıverme oranı
J	:	J integral değeri
J_{IC}	:	Kritik J integral değeri
K	:	Gerilme şiddet katsayısı
K_{IC}	:	Kritik gerilme şiddet katsayısı
m	:	Geometriyi tanımlayan düğüm noktaları
n	:	Durum değişkenini tanımlayan düğüm noktaları
p	:	Çatlağı saran herhangi bir yön
Q	:	Çatlak için harcanan enerji
R	:	Çatlak ilerleme direnci
r_p	:	Çatlak ucu açılma mesafesi
$S_{\min}$	:	Minimum zorlanma enerji yoğunluk faktörü
T	:	p boyunca n normali doğrultusunda oluşan çekme vektörü
U	:	Elastik enerji
u	:	x yönünde oluşan şekil değişimi

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (Devam Ediyor)

U_d	:	Kaybolan enerji (Kırılma enerjisi)
U_e	:	Dış enerji
U_k	:	Kinetik enerji
U_o	:	Birim hacimde depolanan enerji
U_s	:	Gerinme enerjisi
v	:	y yönünde oluşan şekil değişimi
W	:	Dış kuvvetlerin yaptığı iş
w	:	gerinme enerjisi yoğunluğu
w	:	z yönünde oluşan şekil değişimi
γ_s	:	Gerçek kırılma yüzey enerjisi
μ	:	Kayma modülü
ξ, η, λ	:	Normalize edilmiş koordinat eksenleri
P	:	Elips yarıçapı
σ	:	Gerilme
σ_c	:	Kritik gerilme
$\sigma_{\theta, \max}$	:	Maksimum asal gerilme
K	:	Gerilme yığılma katsayısı
a	:	Elipsin uzun kenarının yarısı
$\Delta u, \Delta v, \Delta w$	:	Bir çatlak yüzünün diğerine göre hareketi
λ	:	Dalga boyu
τ	:	Kayma gerilmesi

KISALTMALAR

DEKM	:	Doğrusal elastik kırılma mekaniği
CTOD	:	Çatlak ucu açılma mesafesi
CAD	:	Bilgisayar destekli tasarım
KEYOPTs	:	Anahtar seçenekler
MAG	:	Gaz altı kaynağı

BÖLÜM 1

KIRILMA MEKANİĞİ

1.1 GENEL BİLGİLER

Katı bir cismin gerilmeler altında iki veya daha çok parçaya ayrılması olayı kırılma olarak adlandırılır ve genellikle gevrek ve sünek olarak iki grupta ele alınır.

Sünek kırılma, çatlakların oluşması ve büyümesinde önemli ölçüde kalıcı şekil değişiminin görüldüğü kırılma türüdür. Çatlak, boşlukların oluşması ve birleşmesi ile meydana gelir ve yavaş ilerler. Kırılma yüzeyi mat ve lifli bir görünümündedir.

Gevrek kırılmada ise çatlak büyük bir hızla ilerler ve kalıcı şekil değişimi önemsiz düzeylerde olur. Ayrılmalar çok taneli bir yapıda her tanenin en düşük kohezyon dayanımlı kristallografik düzleminde oluşur ve kırılma yüzeyi parlak ve taneli bir görünümündedir. Gevrek kırılmanın diğer bir türü de tanelerarası kırılmadır ve tane sınırlarının kırılğan bir yapıda olması halinde görülür.

Yapı bakımından gevrek olarak tanıdığımız malzemelerin yanında klasik çekme deneyinden sünek olarak tanıdığımız malzemelerde de gevrek kırılma görülebilir. Gevrek kırılmanın oluşmasına neden olabilecek faktörler aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Çok eksenli gerilme durumları (çentik),
- Hızlı zorlamalar (darbe),
- Düşük sıcaklıklar.

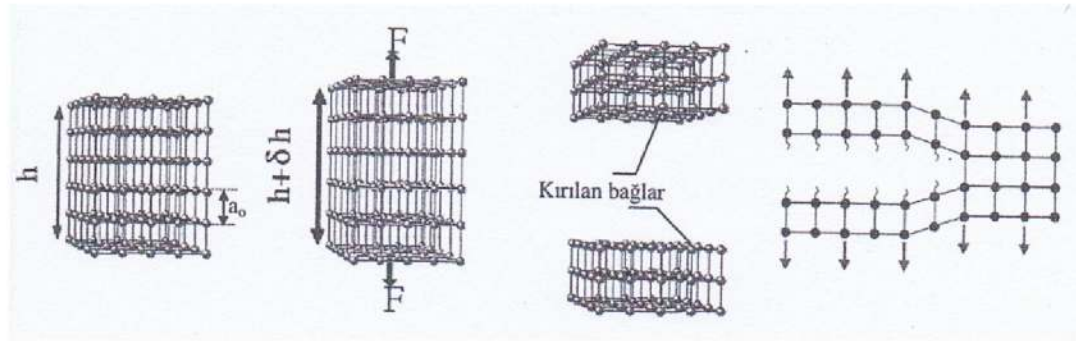
Gevrek kırılma önceden farkına varılmasına imkan olmadan ve büyük bir hızla oluştuğundan en tehlikeli kırılma türüdür. Geçmişte bu nedenle ortaya çıkan hasarların çoğu bir facia ile sonuçlanmış, ancak o yıllarda bu olaylar mühendislik tasarım hatası olarak görülmüştür. Daha sonra malzemelerin gevrek kırılma davranışlarının iyi bilinmediği fark edilerek, konuya

büyük önem verilmiş ve Kırılma Mekaniği olarak adlandırılan yeni bir bilim dalı geliştirilmiştir.

1.2 KIRILMA MEKANİĞİNİN TEORİK ESASLARI

1.2.1 Malzemelerin Teorik Mukavemet Değeri

Atomik boyutta ele alındığında, parçaya gelen çekme gerilmesinin atomlar arası bağın oluşturduğu mukavemeti aşması durumunda malzemelerde kırılma ortaya çıkar. Yani kırılma atomlar arası kuvvete bağlıdır. Kırılmanın ortaya çıktığı bu değere malzemenin teorik mukavemeti denir.



Şekil 1.1 Gerilme altında atomlar arası bağın kopması ve hasar oluşumu (Yayla 2007).

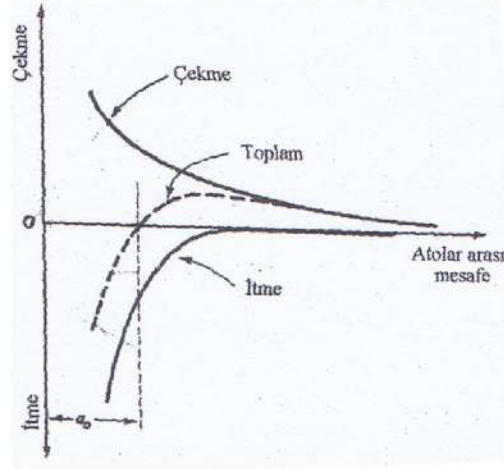
Burada h: Birim hacmin uzunluğu

$h + \delta h$: Birim hacimdeki uzama miktarı

olarak verilmiştir.

Şekil 1.1'deki gibi denge halinde komşu iki atom arasındaki mesafe a_0 olarak alınırsa uygulanan bir σ gerilmesi altında bu mesafe artacak ve malzemenin teorik mukavemet değerine (σ_c) ulaşıldığında atomlar arası mesafe a olacaktır.

Öte yandan atomlar arası çekme kuvvetleri esas alınarak malzemenin teorik mukavemeti hesaplanabilir. Atomlar arası çekme ve basma kuvvetinin atomlar arası mesafeye bağlı olarak değişimi Şekil 1.2'de verilmiştir.



Şekil 1.2 Atomlar arası mesafenin atomlar arası çekme kuvvetine etkisi (Yayla 2007).

Burada (a_0) malzemeye herhangi bir kuvvet etki etmediği durumdaki atomlar arası mesafe olup bu değer uygulanan çekme gerilmesine bağlı olarak artmaktadır. Uygulanan gerilme kritik bir değere ulaştığında malzemede kopma meydana gelir. Bu kuvvetten dolayı oluşan ve Şekil 1.3'te verilen gerilme-ayrılma diyagramı dalga boyu (λ) olan bir sinüs eğrisi şeklinde verildiğinde bu gerilme:

$$\sigma = \sigma_c \sin\left(\frac{\pi x}{\lambda}\right) \quad (1.1)$$

olarak verilir. Burada σ_c atomları birbirinden ayırmak için gerekli gerilme ve ($x = a - a_0$) olup atomlar arası uzamayı verir. Küçük açılar için ($\sin x = x$) yazılabileceğinden yukarıdaki bağlantı:

$$\sigma = \sigma_c \left(\frac{\pi x}{\lambda}\right) \quad (1.2)$$

şekline dönüşür. Çekme sonucu oluşan şekil değişiminin de Hooke kanununa uyduğu göz önüne alınırsa;

$$\sigma = E\varepsilon = E\left(\frac{x}{a_0}\right) \quad (1.3)$$

Böylece Denklem 1.2;

$$\sigma_c = \frac{\lambda E}{\pi a_0} \quad (1.4)$$

şeklinde yazılır.

Kırılma sonucu yeni kırılma yüzey alanları oluşturmak için gerekli enerjiye gerçek kırılma yüzey enerjisi denir ve γ_s ile gösterilir. Bu enerji atomlar arası bağı kırmak için harcanır. Bu değer Şekil 1.3'teki gerilme uzama diyagramında verilen eğrinin altında kalan alanın yarısıdır. Çünkü kırılma sonucu iki yeni kırılma yüzeyi ortaya çıkar. Buradan;

$$2\gamma_s = \int_0^{\lambda/2} \sigma_c \sin\left(\frac{\pi x}{\lambda}\right) dx = \sigma_c \left(\frac{\lambda}{\pi}\right) \quad (1.5)$$

şeklinde yazılır. Son iki denklemden gevrek malzemelerde çatlağın ilerlemesi için gerekli kritik gerilme;

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{E\gamma_s}{a_0}} \quad (1.6)$$

düzlem gerilme için ise;

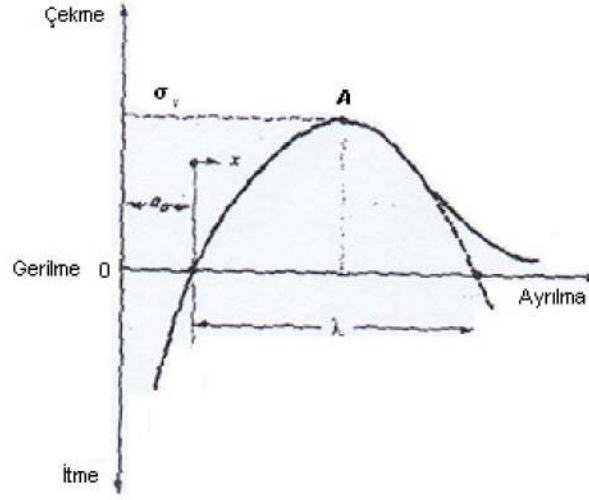
$$\sigma_c = \sqrt{\frac{E\gamma_s}{(1 - \nu^2)a_0}} \quad (1.7)$$

olarak bulunur. Bu bağıntı malzemenin teorik mukavemetini veren bağıntı olarak bilinir. Burada $E = 10^{11} \text{ N/m}^2$, $a_0 = 3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ ve $\gamma_s = 1 \text{ Nm/m}^2$ olarak alınırsa, malzemenin teorik kopma mukavemeti;

$$\sigma_c = 14 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2 \approx \frac{E}{7} \quad (1.8)$$

olarak hesaplanır.

Bu şekilde elde edilen mukavemet değerine malzemenin teorik (ideal) mukavemeti denir.



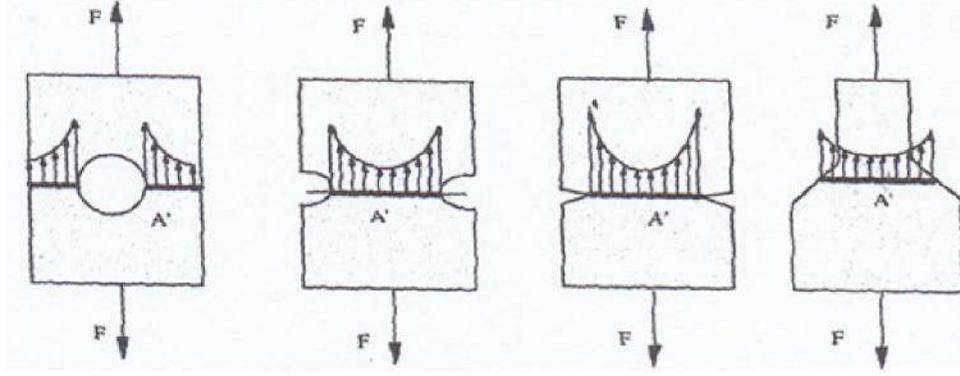
Şekil 1.3 Maksimum teorik çekme mukavemetini hesaplamak için model.

Malzemelerin mukavemet değerlerini elde etmek için bir başka yöntem de malzemenin alınıp laboratuarda direkt test edilmesidir. Bu şekilde elde edilen mukavemet değerine de deneysel (gerçek) mukavemet değeri denir. Mühendislik malzemelerinin dizaynında, uygulanan gerilmenin müsaade edilen maksimum gerilmeden çok daha düşük olmasına rağmen birçok elemanın kırılarak hasara uğradığı bilinmektedir. Malzemelerin teorik mukavemet değerleri, gerçek mukavemet değerlerinden 10 ila 1000 kat daha büyüktür.

Teorik mukavemet ile gerçek (deneysel) mukavemet arasındaki bu farklılığın üç nedeni olabilir. Birincisi, malzeme içindeki süreksizliklerden kaynaklanan gerilme yığılmalarıdır. Gerilme yığılmaları sonucu bu bölgelerde oluşan maksimum gerilmeler malzemenin teorik mukavemetine yaklaşabilir. İkinci olarak malzeme içinde bulunan artık atomların (örneğin tane boyutunda ayrışmalar) veya belirli kimyasal ortamların (örneğin gerilme korozyonu çatlaması) sebep olduğu “zayıf düzlemler” deki mukavemetin malzemenin teorik mukavemetinden çok daha düşük olması ve bu gibi yerlerin ilk kırılmanın ortaya çıktığı yerler olmasıdır. Son olarak da uygulanan teorik gerilme değerinin çok altındaki bir değerde kayma veya ayrılma gibi diğer kırılma olaylarının ortaya çıkabilmesidir. Ayrıca malzemenin mukavemetine içindeki nokta hataları, dislokasyonlar ve yüzey hatalarının da olumsuz etkileri vardır.

1.2.2 Gerilme Yığılması

Kuvvet etkisi altında kalan elemanlarda gerek iç kısımlarda gerekse kenarlarında bir süreksizlik bulunabilir. Bazı durumlarda da bu elemanların kesitlerinde yavaş veya ani bir kesit değişimi olabilir. Bu gibi elemanlarda oluşacak gerilmelerin üniform olmadığı görülür. Parçaların imalatı sırasında oluşabilecek boşluk, çatlak ve diğer birikintiler ile meydana gelmiş çok küçük boşluklarda gerilme üniform olarak dağılmayabilir. Bazı hallerde oluşacak gerilmeler, ortalama gerilmeler (F/A)'dan çok farklı olacaktır. Bazı bölgelerde gerilmeler maksimum değerine ulaşırlar. Gerilmelerin ortalama değerlerinden ayrılarak bazı bölgelerde maksimum değerine ulaşmasına gerilme yığılması denir ve çentik etkisi diye de adlandırılır (Şekil 1.4).



Şekil 1.4 Basit çekme durumunda çentikli kısımlarda oluşan gerilme yığılmaları (Yayla 2007).

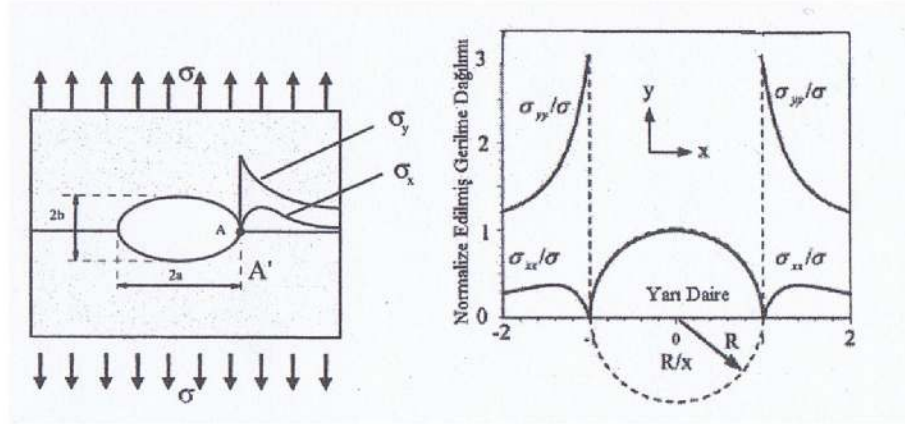
Genel olarak bu hallerde $\sigma_{max} = K \frac{F}{A}$ formülü ile ifade edilir. Burada A' kesit alanını, K gerilme birikmesi veya gerilme yığılması katsayısını göstermektedir. K değeri her zaman $K \geq 1$ 'dir. Böylece bu gerilme birikimi değeri, maksimum yerel gerilmenin ortalama gerilmeye oranı şeklinde de ifade edilebilir. Böylece gerilme yığılma katsayısı:

$$K = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{ort}} \quad (1.9)$$

olarak ifade edilir.

Elemanlara etki eden gerilmeler üniform olsa bile elemanların içinde bulundurdıkları

süreksizlikler nedeniyle bu noktalarda gerilmeler üç eksenli bir hal alabilirler (Şekil 1.5). Bu üç eksenli gerilme hali parçalarda gevrek kırılmalara neden olabilir.



Şekil 1.5 Çekilmeye çalışılan bir elips ve dairede x eksenli boyunca oluşan gerilme yığılması (Yayla 2007).

Şekil 1.5'teki gibi ortasında elips şeklinde delik bulunan bir levhada oluşan gerilme dağılımı Inglis tarafından incelenmiş olup, A noktasında oluşan maksimum gerilme şu şekilde ifade edilmiştir:

$$\sigma_{max} = \sigma \left[1 + \frac{2a}{b} \right] = \frac{F}{A} \left[1 + \frac{2a}{b} \right] \quad (1.10)$$

ρ içteki elipsin A ucundaki yarıçapı, elipsin uzun ve kısa kenar uzunluklarının yarısı a ve b ise, geometriden $b = \sqrt{a\rho}$ şeklinde yazılabilir ve böylece yukarıdaki denklem:

$$\sigma_{max} = \sigma \left[1 + 2 \sqrt{\frac{a}{\rho}} \right] \quad (1.11)$$

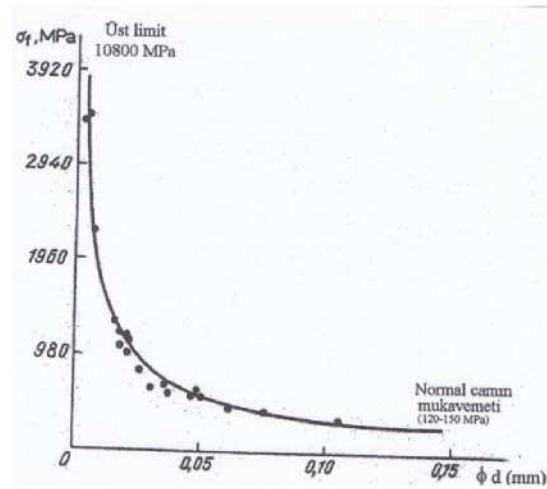
şeklinde yazılabilir. $\left[1 + 2 \sqrt{\frac{a}{\rho}} \right]$ değerine delikler için gerilme yığılması faktörü de denir.

Gerilme yığılmaları sadece mikroçatlaklarda veya mikroboşluklarda oluşmazlar. Keskin köşeler, delikler, kesit değişiklikleri ve çentikler gibi makroskobik seviyedeki yerlerde de gerilme yığılmaları meydana gelir.

Gerilme yığılmaları özellikle gevrek malzemelerde daha da zarar vericidirler. Çünkü sünek malzemelerde çatlak ucunda plastik şekil değiştirmiş bölgenin boyutu fazla olduğundan bu bölgelerde çatlak ucundaki bölgede gerilme üniform olarak dağılacaktır. Ancak gevrek malzemeler plastik olarak deforme olmadıklarından, gerilme yığılması sonucu çatlak ucunda ortaya çıkan gerilme teorik gerilme değerine yakındır.

1.2.3 Mikro Çatlaklar ve Griffith Modeli

Griffith (1920) teorik mukavemet ile deneysel değerlerden elde edilen mukavemet arasındaki farkı açıklamaya çalışmıştır. Bu teoriye göre malzemeler ne kadar dikkatli ve kontrollü üretilirse üretilsinler her malzemede değişik doğrultularda ve çeşitli boyutlarda mikroçatlaklar bulunur. Gerilme altında bu mikroçatlakların ucunda oluşan yüksek gerilmeler dolayısıyla bu mikroçatlaklar ilerler ve birleşerek malzemenin hasara uğramasına neden olurlar. Aradaki bu farkı ilk olarak açıklayıp modellemeye çalışanlar iki konu üzerinde durmuşlardır. Bunlardan birincisi Inglis'in (1913) modellediği gerilme yığılması olayı; ikincisi ise daha geniş kapsamlı olan ve Griffith'in (1920) ortaya koyduğu mikroçatlak kavramı ve buna bağlı olarak kırılma mekaniğidir. Griffith (1920), izotropik malzemelerdeki bu düşük mukavemet değerlerinin temel nedenini içlerinde bulundurdıkları ve boyutları moleküller arasındaki uzaklığa göre çok daha fazla olan süreksizlikler ve kılcal çatlaklar olarak ortaya atmıştır.



Şekil 1.6 Griffith tarafından tespit edilen cam elyafta elyaf çapının mukavemete etkisi (Yayla 2007).

Griffith (19..) cam elyaf malzemelerde yaptığı deneylerde, elyaf çapı arttıkça elyaf mukavemetinin azaldığını, çok küçük elyaf çaplarına inildiğinde elde edilen deneysel mukavemet değerlerinin teorik mukavemet değerine yaklaştığını görmüştür (Şekil 1.6).

Griffith (19..) bu çatlakların giderilmesi durumunda malzemenin mukavemetinin 10-20 kat artırılabilceğini öne sürmüştür.

1.3 DOĞRUSAL ELASTİK KIRILMA MEKANİĞİ

Malzeme içinde mikroçatlak ve benzeri kusurlar var olmaktadır. Kırılma mekaniğinin incelenmesinde kullanılan ve malzemedeki tüm davranışların elastik sınırlar içinde kalması prensibinden hareket edilerek geliştirilen analitik ifadelerin tümüne Doğrusal Elastik Kırılma Mekaniği (DEKM) denir. Bu metodun temel prensibi çatlak ucunda oluşan gerilmelerin parçaya uygulanan gerilmeye, çatlağın uzunluğuna ve yönüne bağlı olarak ifade edilmesidir. Buna göre bir çatlağın ilerlemesi iki farklı şekilde hesaplanabilir:

- Yükleme sonucu parçada depolanan enerji kritik bir değeri aşmış ise,
- Çatlak ucundaki gerilmenin değeri kritik bir değere ulaşmış ise.

Bu iki metodun uygulanmasında iki yaklaşım söz konusudur:

- Enerji dengesi yaklaşımı,
- Gerilme şiddeti faktörü yaklaşımı.

1.3.1 Enerji Dengesi Yaklaşımı

Sisteme etki eden gerilmeler altında cismin birim hacminde depolanan elastik enerji:

$$\begin{aligned} U_0 &= \frac{1}{2} \sigma_{ij} = \frac{1}{2E} [(1 + \nu) \sigma_{ij} - \nu \delta_{ij} \sigma_{kk}] \\ &= \frac{1}{2E} [\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - 2\nu(\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x) + 2(1 + \nu)(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)] \end{aligned} \quad (1.12)$$

şeklinde yazılabilir. Basit çekme durumunda bu enerji:

$$U_0 = \frac{\sigma^2}{2E} \quad (1.13)$$

şeklindedir.

İçinde çatlak bulunan bir sistemin bir F kuvveti etkisi altında tutulması durumunda sistemde oluşturulan elastik enerji (U), dış kuvvetlerin yaptığı iş (W) ve çatlak ilerlemesi sonucu oluşturulan çatlak için harcanan enerji (Q) arasında bağıntı mevcuttur.

En genel anlamıyla sistemin enerji dengesi açısından bu enerji türleri arasında:

$$U_e = U_s + U_k + U_d \quad (1.14)$$

bağıntısı vardır.

U_e = Dış enerji

U_s = Gerinme enerjisi

U_k = Kinetik enerji

U_d = Kaybolan enerji (Kırılma enerjisi)

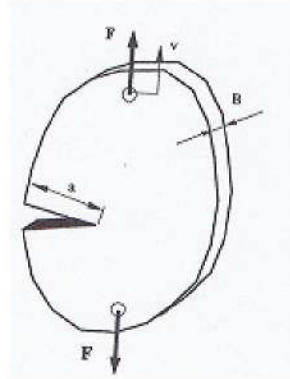
Statik veya yarı statik durumda $U_k = 0$ alınabileceğinden birim genişliğinde bir levhada bulunan çatlakın ilerlemesi durumunda:

$$\frac{\partial}{\partial a}(U_e - U_s) = \frac{dU_d}{da} = G \quad (1.15)$$

yazılabilir. Burada G değerine sistemde enerji salıverme miktarı (energy release rate) veya çatlak ilerleme enerjisi denir. Ayrıca $R = \partial U_d / \partial a$ değeri de çatlak ilerleme direnci olarak bilinir. Kırılma mekaniğinde G değeri çatlakın birim alanı kadar ilerlemesi sonucu harcanan enerji olmak üzere $2\gamma = G$ yazılabilir.

$$\frac{\partial}{\partial a}(U_e - U_s) = \gamma \frac{\partial A}{\partial a} \quad (1.16)$$

burada ∂A , çatlağın ∂a kadar ilerlemesi sonucu oluşan çatlak yüzeylerinin alanıdır.



Şekil 1.7 F kuvveti etkileyen bir levhadaki yer değiştirmeler (Yayla 2007).

Şekil 1.7'deki gibi genişliği B olan bir levha bir F kuvveti etkisi altında iken kuvvetin uygulandığı nokta v kadar yer değiştirecektir. Bu durumda çatlak da da kadar uzama gösterdiğinde kuvvetin uygulama noktası dv kadar yer değiştirecektir. Böylece dış kuvvetler tarafından yapılan iş $U_e = Fdv$ olacaktır. Denklem (1.16) birim genişliğinde bir levha için yazılmıştı. B genişliğindeki bir levhada çatlağın ilerlemesi durumunda:

$$G = \frac{\partial}{\partial a}(U_e - U_s) = \frac{1}{B} \left(F \frac{\partial v}{\partial a} - \frac{\partial U_s}{\partial a} \right) \quad (1.17)$$

yazılabilir. Şekil 1.7'deki gibi yük altında bulunan bir sistemde çatlak ilerlemediği sürece meydana gelen v uzaması uygulanan kuvvetle doğru orantılıdır. Komplians (Compliance) olarak da bilinen bu ilişkiyi şu şekilde ifade etmek mümkündür.

Kuvvet = Rijitlik x Deplasman

$$F = kv = \frac{1}{C} v \quad (1.18)$$

$$v = CF \quad (1.19)$$

Burada C'ye levhanın kompliansı denir. Böylece bir elastik plakanın şekil değişim enerjisi:

$$U = \frac{1}{2}Fv = \frac{1}{2}CF^2 \quad (1.20)$$

şeklinde yazılır. 1.17 ve 1.19 denklemlerinden;

$$G = \frac{1}{B} \left(F^2 \frac{\partial C}{\partial a} + CF \frac{\partial F}{\partial a} - \frac{1}{2} F^2 \frac{\partial C}{\partial a} - CF \frac{\partial F}{\partial a} \right) = \frac{F^2}{2B} \frac{\partial C}{\partial a} \quad (1.21)$$

Böylece çatlak boyuna bağlı olarak C değeri elde edildiğinde bu noktaların oluşturduğu eğrinin eğimi, dC/da , hesaplanarak G_C değeri hesaplanmış olur. dC/da ifadesi çatlak uzunluğuna bağlı olarak numunenin kompliansındaki değişim olup bu değer kuvvet-uzama eğrisinin eğimidir. Burada verilen enerji boşalma miktarı G kritik bir değere ulaştığı zaman çatlak hareket etmeye başlar. Bu G_C değerinin birimi kJ/m^2 'dir. Dolayısıyla kuvvet altında çatlakların davranışı şu şekilde ifade edilebilir:

$G=R$ ise kararlı çatlak ilerlemesi var,

$G<R$ ise çatlak ilerlemesi yok,

$G>R$ ise kararsız çatlak ilerlemesi var.

Griffith (19..), gerilme analizinden yararlanarak kuvvet altında tutulan birim kalınlığındaki bir levhada a uzunluğu kadar bir çatlak oluşması durumunda sistemde meydana gelen elastik enerji değişikliğini düzlem gerilmede:

$$\frac{dU}{da} = G = \frac{\pi a \sigma^2}{E} \quad (1.22)$$

Düzlem gerinmede E yerine $E' = \frac{E}{1-\nu^2}$ yazılabileceğinden düzlem gerinmede:

$$\frac{dU}{da} = G = (1 - \nu^2) \frac{\pi a \sigma^2}{E} \quad (1.23)$$

bağıntısı ile ifade etmiştir. Benzer şekilde bir levha içinde bulunan ve levhaya etki eden σ gerilmesi altında gerilmeye dik durumda $2a$ uzunluğundaki çatlak oluşumunda elastik enerjideki azalma:

$$U_d = \frac{\pi^2 a^2 \sigma^2}{E} \quad (1.24)$$

şeklindedir. $2a$ uzunluğundaki çatlakın oluşmasında iki yüzey meydana geleceğinden bu durumda gerekli yüzey enerjisi:

$$U_s = 2(2a)\gamma_s = 4a\gamma_s \quad (1.25)$$

olacaktır. Çatlak ilerlemesi durumunda;

$$\frac{\partial U_d}{\partial a} \geq \frac{\partial U_s}{\partial a} \quad (1.26)$$

olması gerektiğinden;

$$\frac{2a\sigma^2}{E} \geq 4\gamma_s \quad (1.27)$$

buradan da;

$$\sigma \geq \sqrt{\frac{2E\gamma_s}{\pi a}} \quad (1.28)$$

Çatlak ilerlemesi anında kritik gerilme;

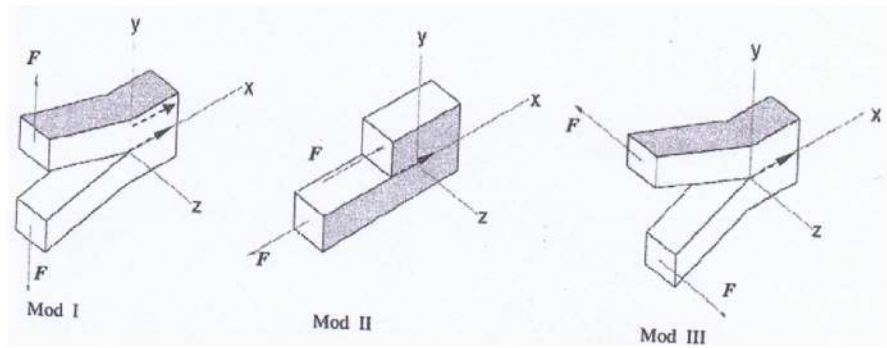
$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2E\gamma_s}{\pi a}} \quad (1.29)$$

olarak hesaplanabilir.

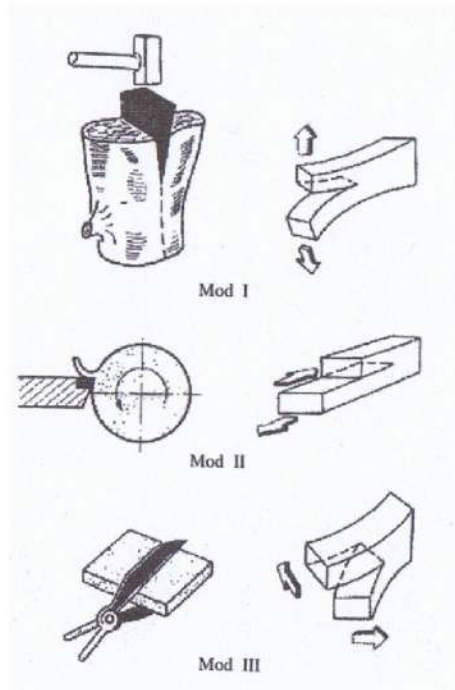
1.3.2 Gerilme Şiddeti Yaklaşımı

Malzemelerde yükleme durumuna bağlı olarak malzemedeki mevcut çatlaklar üç şekilde ilerleyebilmektedir. Bunlar; *mod I* veya *açılma modu*, *mod II* veya *düzlem içi kayma modu* ve

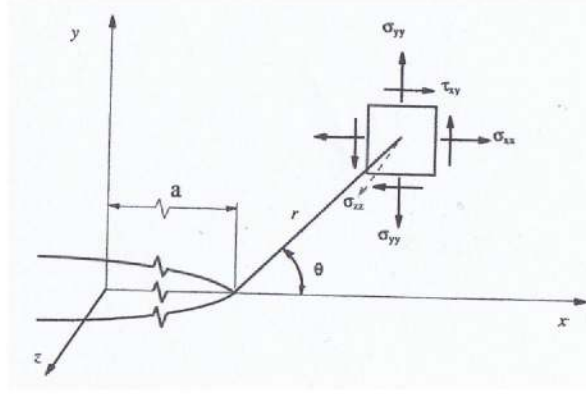
mod III veya *düzlem dışı kayma modu* olmak üzere sınıflandırılmaktadır. Bu kırılmalarda mod I ile ilgili gerilme şiddeti faktörüne K_I , mod II ile ilgili olanına K_{II} ve mod III ile ilgili olanına da K_{III} denir. Çatlak ilerlemesi, yükleme durumuna bağlı olarak, bu modların sadece biri ile verilen türde olabileceği gibi farklı modların bir birleşimi şeklinde de ortaya çıkabilir. Bunlardan mod I, çekme altında oluştuğundan teknik olarak en önemli olanıdır. Çünkü bu tür çatlak ilerlemesi en sık rastlanan ve en fazla hasara neden olan çatlak ilerlemesidir. Bu tür çatlak modu ile ilgili matematiksel bağıntılar ve mekanik incelemelerin mümkün olmasının yanında bundan sonra aksi belirtilmediği sürece sadece mod I türü çatlak ilerlemesi söz konusu olacaktır.



Şekil 1.8 Kuvvet altında oluşan üç farklı kırılma modu (Yayla 2007).



Şekil 1.9 Kuvvet altında oluşan üç türlü kırılma moduna örnekler (Yayla 2007).



Şekil 1.10 Bir levhada oluşan çatlak (Yayla 2007).

Sonsuz keskinlikte ($\rho=0$) bir çatlakın ucunda Şekil 1.10'daki gibi bir elastik gerilme alanı oluşacak olup bu gerilmeler Çizelge 1.1'deki bağıntılarla verilir.

Çizelge 1.1 Mod I ve Mod II hali için çatlak ucunda oluşan gerilme alanı.

	Mod I	Mod II
σ_{xx}	$\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right]$	$-\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left[2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right]$
σ_{yy}	$\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right]$	$\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}$
τ_{xy}	$\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}$	$\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right]$
σ_{zz}	0 (Düzlem gerilme) $\nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$ (Düzlem gerinme)	0 (Düzlem gerilme) $\nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$ (Düzlem gerinme)
σ_{xz} σ_{yz}	0	0

K'nın değeri, gerilme gibi herhangi bir fiziksel parametreyi ifade etmeyip; çatlak ucundaki gerilme durumunu belirlemektedir. Bu noktada kırılma mekaniği, alışılmış gerilme analizinden farklılık göstermektedir. Klasik gerilme analizinde gerilme şiddeti katsayısı olarak da bilinen K değeri farklı geometriler ve yükleme durumları için literatürde mevcuttur.

Mod I durumunda K_I için genel ifade:

$$K_I = \lim_{\theta=0 \text{ için } r \rightarrow 0} \sigma_{xx} \sqrt{2\pi r} \quad (1.30)$$

şeklinde verilir.

Griffith (19..), yaptığı araştırmalarda çatlak ucundaki gerilmelerin $\sqrt{\pi a}$ ile orantılı olarak değiştiğini gözlemlemiştir. Burada a çatlakın yarı uzunluğudur. Böylece en genel hali ile:

$$K_I = Y\sigma\sqrt{\pi a} \quad (1.31)$$

bağıntısı yazılabilir.

Burada;

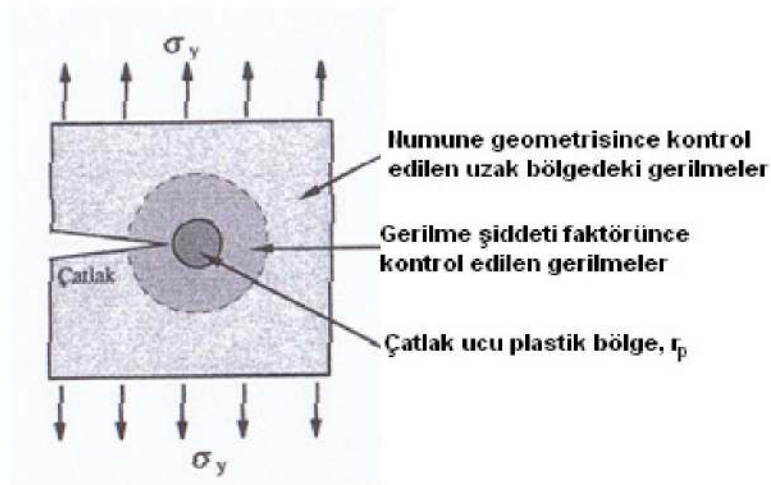
Y : Parçanın geometrisine bağlı sabit bir katsayı

σ : Parçaya uygulanan gerilme

a : Çatlak uzunluğu

K : Gerilme şiddeti faktörü

olarak verilir.



Şekil 1.11 Bir levhada oluşan çatlak ve gerilme alanları.

Şekil 1.11'deki gibi ideal bir çatlak düşünölsün. Burada sonsuz uzunluktaki bir levhaya kenarından üniform olarak uygulanan σ_y gerilmesine dik yönde bir çatlak etki etmiş olsun. Çatlak ucunun keskin ve malzemenin her bölgede tamamen elastik şekil değıştirdiğı kabul edildiğinde çatlak etrafında oluşan gerilme yığılması analitik olarak hesaplanabilir. Bu şekilde bir analiz x ekseni boyunca oluşan gerilmenin:

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi x}} \quad (1.32)$$

olduğunu ortaya koymaktadır. Bu bağıntıdan çatlak ucuna yaklaşıldıkça gerilmenin sonsuza doğru yaklaştığı anlaşılmaktadır. Böylece çatlağın ucundaki gerilmenin, Gerilme Şiddeti olarak adlandırılan parametre tarafından kontrol edildiğı anlaşılr. Bu tür bir analiz Doğrusal Elastik Kırılma Mekaniğı (DEKM)'nin tipik bir uygulamasıdır.

Gerçekte ise olaylar çok daha karmaşıktır. Şekil 1.11'deki gibi çatlak içeren bir parçada çatlağın hemen ucunda DEKM yaklaşımı ile belirlenen ve yukarıdaki denklem ile ortaya koyulan çok büyük gerilmeler oluşmayacaktır. Çünkü bu bölgede malzeme doğrusal elastik olarak davranmayacaktır. Metallerde bu bölgede plastik şekil değıştirme meydana gelerek gerilmenin yeniden dağıtılmasına neden olur. Bu bölgede polimerlerde gerilme beyazlaşması, sır çatlağı, seramiklerde ise mikro-çatlama meydana gelir.

Yukarıdaki denklem, çatlak ucundan yeterli uzaklıktaki yerlerde de geçerli değildir. Bu uzak noktalarda gerilme alanını, parçanın şekli ve yükleme durumu kontrol eder. Ancak bu iki bölge arasında kalan ve K kontrollü bölge (region of K dominance) olarak adlandırılan bölgedeki gerilme alanı, çatlak tarafından kontrol edilir ve bu bölgede malzeme elastik olarak davranır.

Malzemenin diğör boyutlarına göre çatlak ucundaki plastik bölgenin büyüklüğü küçük olduğu için K kontrollü bölge çatlağın genel davranışını belirler. Bu nedenle gerilme şiddeti malzemenin kırılma direncini ve kırılma davranışını belirlemek için kullanılır.

Malzemede oluşan gerilme durumunun düzlem gerilme olduğu kabul edilirse Mod I durumunda x yönünde oluşan şekil değışimi u , y yönünde oluşan şekil değışimi v ise bu değörler Çizelge 1.2'deki gibi verilir.

Çizelge 1.2 Mod I ve Mod II hali için çatlak ucunda oluşan şekil değiştirme alanı.

	Mod I	Mod II
u	$\frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left\{ K - 1 + 2 \left(\sin \frac{\theta}{2} \right)^2 \right\}$	$\frac{K_{II}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left\{ K + 1 + 2 \left(\cos \frac{\theta}{2} \right)^2 \right\}$
v	$\frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left\{ K + 1 - 2 \left(\cos \frac{\theta}{2} \right)^2 \right\}$	$-\frac{K_{II}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left\{ K - 1 - 2 \left(\sin \frac{\theta}{2} \right)^2 \right\}$
z	0	0
Burada μ kayma modülüdür. $K = 3 - 4\nu$ Düzlem gerinme durumunda $K = 3 - 4\nu$ Düzlem gerilme durumunda		

Mod III hali için oluşan elastik gerilme alanı Çizelge 1.3'teki bağıntılarla, z yönünde oluşan şekil değişimi w'de Çizelge 1.3'te verilmiştir.

Çizelge 1.3 Mod III hali için çatlak ucunda oluşan gerilme ve şekil değiştirme alanı.

$\tau_{xz} = -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2}$
$\tau_{yz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2}$
$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \tau_{xy} = 0$
$w = \frac{K_{III}}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2}$
$u = v = 0$

Gerilme şiddeti faktörü (K_I)' in bilinmesi durumunda çatlak ucundaki tüm gerinmelerin büyüklüğü tespit edilebilir. Bu gerilme ve gerinmeler belirli bir değere ulaştıklarında çatlak ilerler. Böylece K_I değeri belli bir değere ulaştığında çatlak ilerler. Gerilme şiddeti faktörünün bu kritik değerine Kritik Gerilme Şiddeti Faktörü denir. Kırılma Tokluğu olarak da bilinen bu büyüklüğün birimi $\text{MNm}^{-3/2}$, dir ve K_{IC} ile gösterilir.

Yapısal bir malzemede K_{IC} , σ , ve a değerlerinden ikisi belli ise üçüncüsü bulunabilir. Bu denklem en genel hali ile:

$$K_I = \sigma Y \sqrt{\pi a} \leq K_{IC} \quad (1.33)$$

şeklinde verilir.

1.3.3 Çatlak İlerleme Doğrultusu

Çatlak doğrultusunun belirlenmesi konusunda birçok yaklaşım olmakla birlikte maksimum gerilme, minimum gerinme enerji yoğunluğu ve maksimum gerinme enerji salıverme oranı gibi teoriler bu konuda önde gelenlerdir. Bu teorilerden bazıları aynı sonucu vermekle birlikte bazıları da sayısal olarak birbirine yakın sonuç vermektedirler.

1.3.3.1 Maksimum Asal Gerilme Metodu ($\sigma_{\theta, \max}$)

Bu teoriye göre çatlak maksimum asal gerilmeye dik bir doğrultuda ilerler (Erdoğan and Sih 1963) Çatlak ucundaki polar koordinat gerilmeleri:

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos^2(\theta/2) [K_I \cos(\theta/2) - 3K_{II} \sin(\theta/2)] \quad (1.34)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos(\theta/2) [K_I \sin(\theta) - K_{II} (3\cos(\theta) - 1)] \quad (1.35)$$

şeklindedir.

Çatlak ilerleme kriteri ise:

$$K_{IC} = \frac{4\sqrt{2K_{II}^2} (K_I + 3\sqrt{K_I^2 + 8K_{II}^2})}{(K_I^2 + 12K_{II}^2 - K_I\sqrt{K_I^2 + 8K_{II}^2})^{3/2}} \quad (1.36)$$

bağıntısı ile hesaplanabilir.

1.3.3.2 Minimum Zorlanma Enerji Yoğunluk Faktörü Metodu ($S_{\min}$)

Bu yöntemle göre çatlak minimum zorlanma enerjisinin oluşacağı doğrultu boyunca ilerler (Sih 1974). Buna göre çatlak zorlanma enerji yoğunluk faktörü:

$$S = a_{II}K_I^2 + 2a_{12}K_IK_{II} + a_{22}K_{II}^2 + a_{33}K_{III}^2 \quad (1.37)$$

şeklinde verilir. Burada katsayılar:

$$a_{II} = \frac{1}{16\pi\mu} [(1 + \cos(\theta))(K - \cos(\theta))]$$

$$a_{12} = \frac{1}{16\pi\mu} \sin(\theta) [2 \cos(\theta) - (K - 1)]$$

$$a_{13} = \frac{1}{16\pi\mu} [(1 + K)(1 - \cos(\theta)) + (1 + \cos(\theta))(3 \cos(\theta) - 1)]$$

$$a_{33} = \frac{1}{4\pi\mu}$$

şeklindedir. Burada μ elastiklik kayma modülü ve K ise düzlem gerinmede ($K = 3 - 4\nu$) düzlem gerilmede ($K = (2 - \nu)/(1 + \mu)$) şeklindedir.

Bu metoda göre çatlak ilerleme açısı (θ_m):

$$\frac{\partial S}{\partial \theta} = 0 \text{ ve buradan } \theta = \theta_m \text{ şeklinde hesaplanır.}$$

1.3.3.3 Maksimum Enerji Salıverme Oranı Metodu ($G_{\max}$)

Bu metoda göre çatlak, enerji salıverme oranının maksimum olduğu doğrultuda ilerler. Kompleks potansiyel elastisite teorisi kullanılarak enerji salıverme oranı:

$$G(\gamma) = \frac{4}{E} \left(\frac{1}{3 + \cos^2 \gamma} \right) \left(\frac{1 - \frac{\gamma}{4}}{1 - \frac{\gamma}{4}} \right)^{\frac{\gamma}{\pi}} [(1 + 3\cos^2 \gamma)K_I + 8\sin \gamma \cos \gamma K_I K_{II} + (9 - 5\cos^2 \gamma)K_{II}] \quad (1.38)$$

şeklinde verilir.

Enerji salıverme oranı maksimum olduğunda ($G_{\max}$), çatlak $\theta_m = -\gamma_m$ açısıyla ilerler.

1.3.4 G ile K Arasındaki İlişki

Gerilme şiddeti yaklaşımından:

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} \quad (1.39)$$

bağıntısı elde edilmişti. Diğer taraftan Griffith'in (19..) analizinden yararlanarak kuvvet altında tutulan birim kalınlıktaki bir levhada a uzunluğuna kadar bir çatlak olması durumunda sistemde meydana gelen elastik enerji değişikliği:

$$\frac{dU_d}{da} = G = \frac{\pi a \sigma^2}{E} \quad (1.40)$$

şeklinde belirtilmişti.

Denklem (1.39) ve Denklem (1.40)'dan:

$$K^2 = EG \text{ (Düzlem gerilme)} \quad (1.41)$$

$$K^2 = \frac{EG}{1 - \nu^2} \text{ (Düzlem gerinme)} \quad (1.42)$$

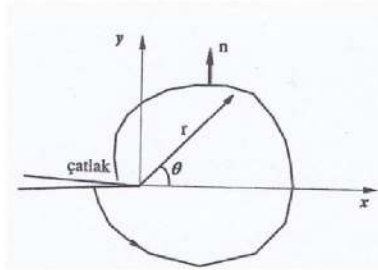
G ile K arasında bu ilişkinin varlığı, ister gerilme şiddeti faktörü yaklaşımı isterse enerji dengesi yaklaşımı kullanılsın her iki durumda da çatlak ilerleme kriterinin aynı olduğunu göstermektedir.

1.4 ELASTOPLASTİK KIRILMA MEKANİĞİ

Doğrusal elastik kırılma mekaniği genel olarak gevrek malzemelere uygulanır. Teorik olarak çatlak ucunda oluşan gerilme sonsuz olmasına rağmen pratikte malzemelerde çatlak ucunda gerilmeler sonsuz olamaz. Çatlak ucunda oluşan maksimum gerilme malzemenin akma mukavemetini aşmıyor ise, malzeme çatlağın varlığına müsaade edebilir. Sünek malzeme grubunda olan metalik malzemelerde, çatlağın etrafında geniş plastik deformasyona maruz kalmış bölgeler oluşur. Bu bölgeye çatlak ucu plastik bölge denir. Keskin çatlak uçlarında oluşan aşırı deformasyona maruz kalmış bu bölgede çatlak ucu artık körelmiş ve keskinliği azalmıştır. Bu bölgede gerilme artık sonsuz olmayacak ve çatlak ucu kapalı kalmayıp δ kadar açılacaktır. Bu δ değerine çatlak ucu açılma mesafesi (Crack Tip Opening Displacement – CTOD) denir ve r_p ile gösterilir.

1.4.1 J İntegral Metodu:

Bu metot plastik şekil değişimi gösteren malzemelerde kırılma tokluğunu tespit etmek amacıyla CTOD tekniğine alternatif olarak geliştirilen bir metottur. Bu metotta işin aslı birbirinden çok az farklı çatlak uzunluklarına sahip numunelere ait yük-uzama diyagramlarının kıyaslanmasıdır.



Şekil 1.12 J İntegral konturu (Yayla 2007).

Şekil 1.12 göz önüne alınarak düz çizgi integrali J gerek elastik gerekse elasto-plastik davranışlar için:

$$J = \int_p w dy - T \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) ds \quad (1.43)$$

şeklindedir. Burada:

p: çatlağı saran herhangi bir yön

w: gerinme enerjisi yoğunluğu

T: p boyunca n normali doğrultusunda oluşan çekme vektörü

U: şekil değişimi vektörü

ds: ark boyu

Burada W birim hacmin yaptığı iş olup elastik alandaki gerilme enerjisi yoğunluğu olarak da tarif edilebilir ve şu bağıntı ile verilir:

$$W = \int_p \sigma d\varepsilon \quad (1.44)$$

Çatlağın en uç noktası söz konusu olduğunda J değeri:

$$J = \int_p W dy \quad (1.45)$$

ile verilir.

J en geniş anlamı ile a ve $a + da$ gibi iki nokta arasındaki potansiyel enerji farkı olarak ifade edilir:

$$J = \frac{1}{B} \frac{\partial U}{\partial a} \quad (1.46)$$

B: malzeme genişliği

U: yapılan iş veya gerinme enerjisi

Bu testten sağlıklı sonuçlar elde edilebilmesi için:

$$B \geq 25J_{IC}/\sigma_Y$$

olmalıdır.

J_{IC} 'yi elde etmek için kullanılan en yaygın test yöntemi kompakt çekme deneyi veya üç nokta eğme deneyidir. Bu deneylerden:

$$J = \frac{U}{B(w - a)} \quad (1.47)$$

Bağıntısı kullanılarak J hesaplanır. Burada U yük uzama diyagramı altındaki toplam enerji, w numunenin genişliği, a çatlak uzunluğudur.

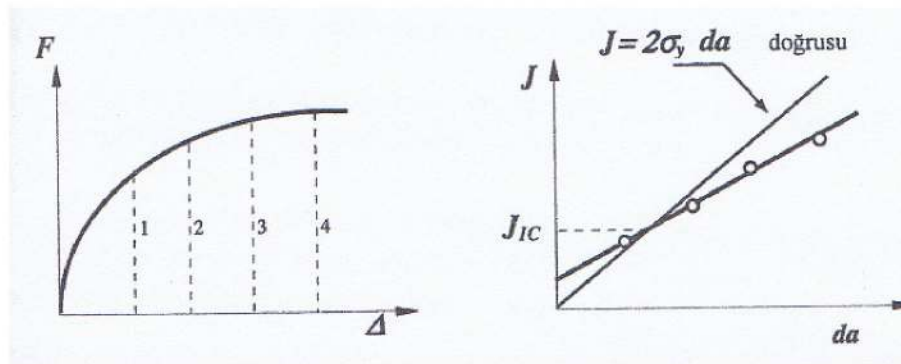
J ile K arasında düzlem gerilme durumunda:

$$J_I = \frac{K_I^2}{E} \quad (1.48)$$

düzlem gerilme durumunda:

$$J_I = \frac{K_I^2}{E} (1 - \nu^2) \quad (1.49)$$

bağıntıları mevcuttur.



Şekil 1.13 J_{IC} 'yi elde etmek için test prosedürü (Yayla 2007).

J İntegral testini gerçekleştirirken aşağıdaki adımlar takip edilir:

- Numune belli bir uzama değerine kadar yüklenir,
- Yük boşaltılır ve çatlak ilerleme uzunluğu (a_c) ölçülür,
- Her bir numune çok düşük sıcaklıklarda (-150) soğutulur ve çatlak ilerlemesi ölçülür,
- Yukarıdaki denklem kullanılarak J değeri hesaplanır,
- J ve çatlak ilerleme miktarı (da) arasındaki ilişki grafik olarak çizilir (Şekil 1.13),
- $J = 2\sigma_y$ da doğrusu orijinden geçecek şekilde çizilir,
- Bu doğru ile deneysel noktalardan geçen doğrunun kesiştiği nokta J_{IC} 'yi verir.

1.4.2 J İntegral Metodu Hakkında Yapılan Çalışmalar

Lei (2004) çalışmasında çekme etkisindeki yüzeyinde çatlak bulunan bir plakada doğrusal olmayan kırılma mekaniği analizini kullanarak J integral analizi yapmıştır. Sonuçlar J integral ile yük arasındaki ilişkinin çatlak derinliği ve plakanın kalınlığı arasındaki orana bağlı olduğunu göstermiştir.

Guo and Nairn (2004) çalışmalarında J integral ve Gerilme Şiddeti Faktörünü analitik olarak ve Material Point Metodunu kullanarak hesaplamışlar, analitik sonuçlar ile nümerik sonuçları karşılaştırmışlardır.

Wang (2006) yüzeyinde çatlak bulunan plakalar üzerinde çalışmış, çatlaklı plakada J integral değerini hesaplamak için elastik-plastik sonlu elemanlar metodunu kullanmıştır.

Taş ve Polat (2007) çalışmalarında boru çeliklerinin kırılma mekaniği özelliklerinin karakterizasyonu için J integral yöntemini kullanmışlar, kırılma tokluğu ile çentik darbe tokluğu arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir.

Kanvinde et al. (2008) çalışmalarında yapısal kenar birleştirme kaynaklarında meydana gelebilecek kırılmaları tahmin etmek amacıyla kırılma mekaniğinde J integral metodunu ve geliştirdikleri mikromekanik kırılma modelini kullanmışlar ve sonuçları karşılaştırmışlardır.

Bhat and Ukadgaonker (2010) çalışmalarında elastik olarak uyumlu fakat mukavemet açısından uyumsuz cisimlerin ara yüzeylerinde bulunan çatlak ucu çevresindeki mukavemet uyumsuzluğunun etkisini belirlemek için J integral yöntemini kullanmışlardır.

Giner et al. (2010) çalışmalarında doğrusal elastik çatlaklı plakalarda J_{xI} integral ve bileşenleri olan J_P integral ve J_A integral davranışlarını incelemişlerdir.

1.5 ÇALIŞMANIN AMACI

Yapılan çalışmada kaynaklı ve bünyesinde çatlak bulunduran HSLA-100 çelik plakalarında gerinimler, gerilme şiddeti faktörü ve J integral değeri öncelikle sonlu elemanlar metodu tabanlı programlardan ANSYS ve MARC programları kullanılarak daha sonra da literatürde bulunan formüller kullanılarak hesaplanmıştır. Sonlu elemanlar metodu kullanılarak yapılan çözümlerde plakalar modellenmiş ve ağ atma(meshing) işlemi ile çözüme ulaşılmaya çalışılmıştır. Ağ atma (meshing) işleminde eleman sayısı önem arz etmektedir. Yapılan bu çalışmada eleman sayısının azaltılması ve modelin daha az elemana ayrılması ile çözüme ne kadar yaklaşılabilceğini görmek amaçlanmıştır.

BÖLÜM 2

SONLU ELEMANLAR METODU

2.1 SONLU ELEMANLAR METODUNUN ÖZELLİKLERİ

Sonlu elemanlar metodu mühendislik yapılarının mukavemet ve davranışlarını hesaplamak için kullanılan bilgisayar tabanlı nümerik bir tekniktir. Sonlu elemanlar metodunun günümüzdeki uygulamaları oldukça fazladır ve diferansiyel denklemlerle düzenlenen fiziksel tüm problemleri kapsar.

Sonlu elemanlar metodunda yapı eleman adı verilen birçok basit parçaya ayrılır. Bağımsız bir eleman davranışı, yapının tümüne göre göreceli olarak daha basit bir eşitlikler grubu ile açıklanabilir. Yapının tümünü oluşturmak için elemanların birleşmesi gibi, bağımsız elemanların davranışını açıklayan eşitlikler de tüm yapının davranışını açıklamak için çok büyük bir eşitlikler grubu şeklinde birleşir. Bilgisayar bu büyük simultane eşitlikler grubunu çözebilir. Bu çözümden bağımsız elemanların davranışını çıkarır. Buradan da yapının bütün kısımlarının gerilme ve gerinimlerini elde edebilir.

2.2 SONLU ELEMANLAR METODUNUN FAYDALARI

- Bitişik elemanlardaki malzeme özellikleri aynı olmayabilir. Bu metot birkaç malzemenin birleştirildiği cisimlerde uygulanabilmesine imkan verir.
- Karışık geometrilere modelleme için uygundur.
- Genel amaçlı bilgisayar programları yapılabilir.
- Kararlı ve kesin sonuçlar elde edilir. Düzgün olmayan sınırlara sahip şekiller, eğri kenarlı elemanlar kullanılarak analiz edilebilirler.
- Eleman boyutları kullanıcı tarafından değiştirilebilir. Böylece önemli değişiklikler beklenen bölgelerde, daha küçük elemanlar kullanılarak hassas işlemler yapabilirken; aynı parçanın diğer bölgeleri büyük elemanlara bölünerek işlem hızı artırılabilir.

- Süreksiz yüzey yüklemeleri gibi sınır durumları yöntem için zorluk oluşturmaz. Karışık sınır durumları kolaylıkla ele alınabilir.

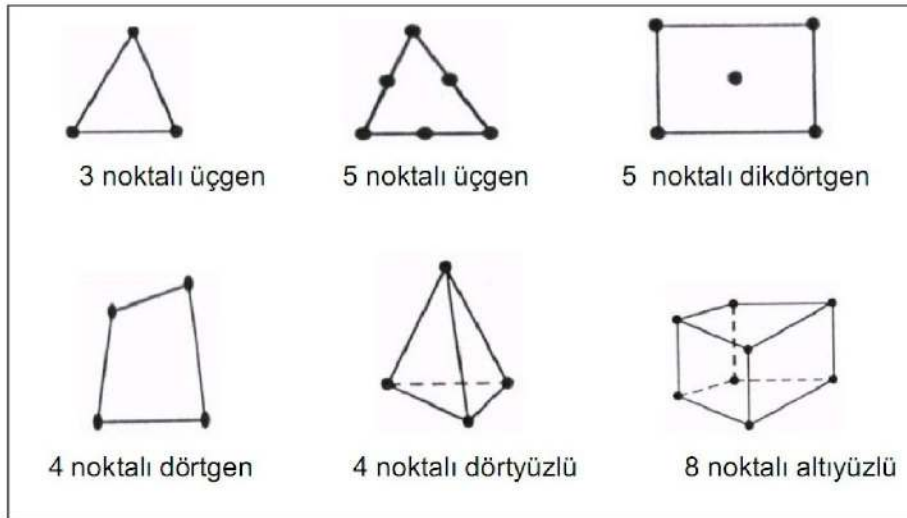
2.3 SONLU ELEMENLAR METODUNDA TEMEL ADIMLAR

Sonlu elemanlar metodunda ilgilenilen yapı, eleman adı verilen şekillere bölünür. Eleman tipleri bir boyutlu çubuklar, iki boyutlu düzlem gerilme ya da düzlem şekil değiştirme elemanları ve üç boyutlu tuğlaları içerir. Elemanlar yer değiştirme alanlarının sürekliliğinin sağlandığı düğüm noktalarında birleşirler. Yapının boyutu, eleman boyutu ile aynı olmak zorunda değildir. Örneğin üç boyutlu bir kafes yapısı çubuk elemanlardan inşa edilebilir.

Herhangi bir problemde sonlu elemanlar analizinde kullanılan aşamalar, aşağıdaki gibi özetlenebilir:

- Sınır değer problemi kısmi diferansiyel denklemle tanımlanır,
- Çözüm bölgesi sonlu sayıda alt bölgelere veya elemanlara bölünür,
- Elemanlar için denklemler elde edilir,
- Tüm elemanlar çözüm bölgesinde birleştirilir,
- Elde edilen denklemler çözülür.

Şekil 2.1’de sonlu eleman örnekleri gösterilmiştir.



Şekil 2.1 Sonlu eleman örnekleri (Güneş 2006).

2.3.1 Problemin Tanımlanması ve Tanım Kümesi

Sonlu elemanlar metotları temel olarak üç kısımdan oluşur. Bunlardan ilki tanım kümesinin fiziksel ve geometrik olarak tanımlanması, diğer ikisi ise tanım kümesinin sonlu sayıda eleman için belirlenmesi ve çözüm algoritmalarıdır. Tanım kümesinin geometrik olarak tanımlanması, tanımlanacak doğru ve yüzey elemanlarının denklemlerini belirleyen belirli düğüm noktalarının koordinatlarını referans alarak global koordinat eksenlerinin yerleştirilmesini gerektirir.

2.3.2 Tanım Kümesinin Sonlu Elemanlar İçin Belirlenmesi

Sürekli olmayan (sonlu sayıda elemanlar kümesi için tanımlanmış) ideal tanım kümesinin sürekli gerçek tanım kümesini ne kadar iyi temsil ettiğine dikkat edilmelidir. Daha küçük elemanların (daha sık ağ) daha iyi sonuçlar verdiği doğrudur. Fakat daha sık ağ, çözülmesi gereken daha çok denklem demektir. Elemanlar özellikle tanım kümesinin iç kısmında genellikle düz kenarlı (veya yüzeyli) olur. Sınırlarda ise kavislenebilirler (yüksek dereceli elemanlar) veya kavisli yüzeyler içerebilirler (kabuklardaki gibi). Kavisli elemanlar bu nedenle fiziksel yaklaşıklıklara ek olarak geometrik yaklaşıklıklar da içerebilir. Geometrik yaklaşıklıklar elemanların dış tarafında şekillerini tanımlamak için kullanılan düğüm noktaları sayısı ile kontrol edilir. Fiziksel yaklaşıklıklar ise durum değişkenleri için şekil fonksiyonlarını tanımlamada kullanılan hem dıştaki hem de içteki toplam düğüm noktası sayısı ile kontrol edilir.

Esas elemanlar eleman tanım kümesinde hesaplamaları kolaylaştırmak için sonlu elemanların yerine kullanılanlardır. Normalize edilmiş koordinat eksenlerine (ξ , η , λ) göre tanımlanırlar. Gerçek elemanlar her şekil ve boyutta olabilirler.

2.3.3 Durum Değişkenlerinin Saptanması

Bu noktaya kadar problemin fiziksel doğasına ilişkin hiçbir belirleme yapılmamıştır. Problemin ısı transferi problemi mi, akışkanlar veya katı mekaniği problemi mi vs. olduğu bu aşamada devreye girer.

Örneğin, kararlı durumdaki fiziksel bir olayın matematiksel tanımı durum değişkeni ve akıyı içerir. Bu değişkenler, belli bir fiziksel kanunun matematiksel ifadesini temsil eden bir yapısal eşitlik ile birbirlerine bağlıdır. Örneğin, kırılma mekaniğinin analiz etmek için sınıflandırma aşağıdaki gibi yapılabilir:

Fiziksel Problem: Elastik bir yapının deformasyonu

Korunum İlkesi: Kuvvetler dengesi

Durum Değişkenleri: Yer değiştirme veya kuvvetler

Akı: Gerilme veya birim uzama

Malzeme Sabitleri: Young Modülü, Poisson Sabiti

Yapısal Eşitlik: Hooke Kanunu

2.3.4 Koordinat Sistemlerini Oluşturmak

Bütün sistem için global eksenlere ek olarak, elemanlar için özel koordinat eksenleri seçmenin temel olarak iki sebebi vardır. İlki, elemanlar için şekil fonksiyonlarını oluşturmadaki kolaylık, ikincisi de elemanları birleştirmedeki kolaylıktır. Simultane eşitliklerin çözümünden sonra, eleman tanım kümesinde birim uzamalar, gerilmeler gibi fiziksel büyüklükleri hesaplamak için global eksenlere dönülmesi gereklidir.

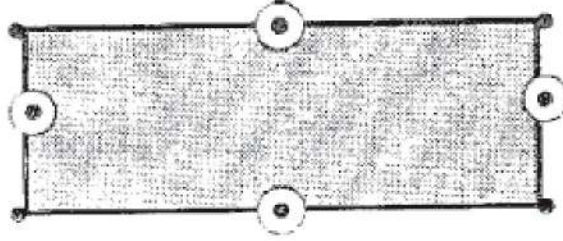
2.3.5 Elemanlar İçin Yaklaşıklık Fonksiyonlarının Oluşturulması

Durum değişkenleri ve lokal koordinat sistemi seçildikten sonra, fonksiyona farklı yollarla yaklaşılabılır. İki büyüklük yaklaşık olarak bulunmalıdır. Bunlardan ilki fiziksel (durum değişkeni), ikincisi ise geometriktir (elemanın şekli). Eğer eleman düz çizgiler veya düzlemlerden meydana geliyorsa, esas düğüm noktalarının koordinatları (elemanların uçlarındaki düğüm noktaları) eleman şeklini doğru bir şekilde tanımlar. Bu durumda geometrik yaklaşıklık için içine girmez. Kullanıcı, fizik (durum değişkeni) ve geometriye (eleman şekli) eşit olarak mı yaklaşacağına yoksa tanım kümesinin çeşitli bölgelerinde bunlardan birini veya diğerini mi tercih edeceğine karar vermelidir. Bu durum, m ve n sırasıyla eleman şekli ve durum değişkeni için yaklaşıklık derecesini temsil etmek üzere üç farklı eleman kategorisinin var olması anlamına gelir.

Elemanlar üç gruba ayrılabilir:

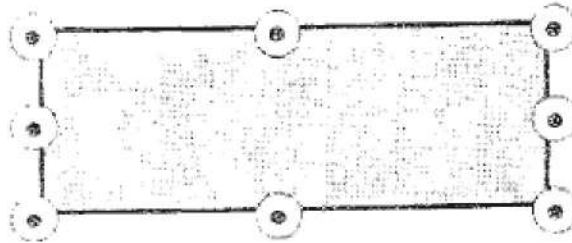
a) Alt parametrik elemanlar ($n > m$): Örnek bir eleman Şekil 2.2’de gösterilmektedir.

- Durum değişkenini tanımlayan düğüm noktaları = n
- Geometriyi tanımlayan düğüm noktaları = m



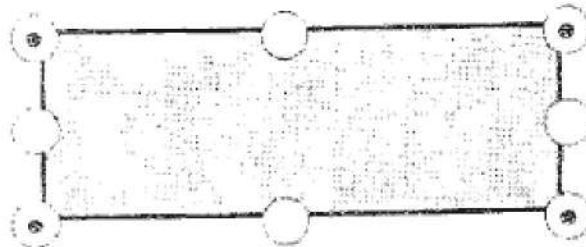
Şekil 2.2 Alt parametrik eleman konfigürasyonu (Baklacioğlu 2005).

b) İzometrik elemanlar ($n = m$): Örnek bir eleman Şekil 2.3’te gösterilmiştir.



Şekil 2.3 İzoparametrik eleman konfigürasyonu (Baklacioğlu 2005).

c) Süperparametrik elemanlar ($m > n$): Örnek bir eleman Şekil 2.4’te gösterilmiştir.



Şekil 2.4 Süperparametrik eleman konfigürasyonu (Baklacioğlu 2005).

2.3.6 Koordinat Dönüşümleri

Koordinat dönüşümleri genellikle bir Jacobian matrisi formatında gerçekleştirilir. Örneğin, iki farklı koordinat sisteminin var olduğunu ve x, y, z 'nin eleman tanım kümesinde yer aldığını, $\mathcal{E}, \eta, \lambda$ 'nın ise esas elemanda yer aldığını varsayalım. Bu koordinat sistemleri arasındaki ilişki sürekli ve türevlenebilir olsun.

$$T: x = x(\mathcal{E}, \eta, \lambda) \quad (2.1)$$

$$y = y(\mathcal{E}, \eta, \lambda) \quad (2.2)$$

$$z = z(\mathcal{E}, \eta, \lambda) \quad (2.3)$$

Bir koordinat sistemindeki çok küçük bir doğru parçası genel türev kuralları ile diğer koordinat sistemine geçirilebilir.

$$\begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial x}{\partial \zeta} \\ & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} \\ \text{Simetri} & & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} d\xi \\ d\eta \\ d\zeta \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

2.4 eşitliğinin sağ tarafındaki ilk matris Jacobian olarak bilinir.

$$\begin{bmatrix} d\xi \\ d\eta \\ d\zeta \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

2.3.7 Sonuçların Yorumlanması

Bu aşama karar verme aşamasıdır ve muhtemelen tüm procesteki en önemli adımdır. Bu noktada iki önemli soru cevaplanmalıdır. “Sonuçlar ne kadar iyi?” ve “Bu sonuçlarla ne yapılmalı?”. Bunlardan ilki hata tahmini gerektirir, ikincisi ise problemin fiziksel doğası ile ilgilidir. Bu sorulara verilen cevaplar ya analizi sona erdirir ya da bazı adımların tekrar

edilmesini gerektirir. Bununla birlikte, pratikte problemlerin çoğu için güvenilir sonuçlar sadece aynı problemin çeşitli analizlerini kıyaslayarak elde edilir.

2.3.8 Sonlu Elemanlar Metodunun İlerleyişi

Olağan bir sonlu elemanlar metodu üç temel kısımdan oluşur: preprocessor, processor ve postprocessor. İlk kısım kullanıcı tarafından oluşturulur, son iki kısım program tarafından tamamlanır. Bu kısımlar aşağıdaki adımları içerir;

- Preprocessor'da kullanıcı tarafından yerine getirilen işlemler:
 - a) Analiz tipinin tanımlanması (Statik, dinamik, termal....),
 - b) Boyutun belirlenmesi (2 boyut veya 3 boyut),
 - c) Elemanların tanımlanması (2 boyut için düzlemsel, 3 boyut için tuğla veya kübik elemanlar),
 - d) Malzeme özelliklerinin tanımlanması ($E, \mu, \dots$),
 - e) Model sınırlarında kısıtlamaların tanımlanması ($u_x, u_y, u_z, \text{rot}_x, \text{rot}_y, \text{rot}_z$),
 - f) Yükleme tiplerinin tanımlanması ($F_x, M_x, \dots$).
- Processor'da program tarafından yerine getirilen işlemler:
 - a) Eleman şekil fonksiyonlarının meydana getirilmesi,
 - b) Esas eleman eşitliklerinin hesaplanması,
 - c) Dönüşüm matrislerinin hesaplanması,
 - d) Eleman eşitliklerinin bir araya getirilmesi,
 - e) Sınır koşullarının tanımlanması,
 - f) Çözüm prosedürlerinin gerçekleştirilmesi.
- Postprocessor'da elde edilebilecekler:
 - a) Durum değişkenleri dağılımının grafikleri,
 - b) Deforme olmuş şeklin çizimi,
 - c) Yer değiştirmeler, dönmeler vs. için vektörel gösterim (Baklacioğlu 2005).



Şekil 2.5 Bir sonlu elemanlar programının temel kısımları.

2.4 SONLU ELEMENLAR METODU TABANLI PAKET PROGRAMLAR

2.4.1 ANSYS

ANSYS sonlu elemanlar analizi mühendislere aşağıdaki işlemleri gerçekleştirme imkanı verir:

- Yapıların, ürünlerin, parçaların veya sistemlerin bilgisayar modellerini kurmak veya CAD modellerini transfer etmek,
- Çalışma esnasındaki yükleri veya diğer tasarım performans koşullarını uygulamak,
- Gerilme seviyeleri, sıcaklık dağılımları veya elektromanyetik alanlar gibi fiziksel büyüklükleri incelemek,
- Üretim maliyetlerini düşürmek için geliştirme aşamasının başlangıcında bir tasarımı optimize etmek,
- Arzu edilmeyen veya yaratılması mümkün olmayan ortamlarda prototip testlerini gerçekleştirmek (örneğin biyomedikal uygulamalar).

2.4.1.1 ANSYS Genel Eleman Özellikleri

Eleman Girişi

Birçok özellik, eleman kütüphanesindeki bütün ANSYS elemanları için ortaktır.

Eleman İsmi

ANSYS eleman kütüphanesi 100'den fazla farklı eleman türü içerir. Bir eleman türü, bir grup etiketi (örneğin BEAM) ve tanımlayıcı bir numara (örneğin 3) içeren BEAM3 gibi bir isim ile tanımlanır.

Düğüm Noktaları

Eleman ile ilgili düğüm noktaları I, J, K vs. şeklinde sıralanır. Düğüm noktası numaraları “Düğüm Noktaları” listesinde belirtilen sıraya uymak zorundadır. I düğüm noktası elemanın ilk düğüm noktasıdır. Düğüm noktası sırası bazı eleman türleri için eleman koordinat sistemi oryantasyonunu belirler.

Bağımsızlık Derecesi

Her eleman türü, düğüm noktalarına ait başlıca bilinmeyenleri oluşturan bir bağımsızlık derecesi kümesine sahiptir. Bu bilinmeyenler; yer değiştirmeler, dönmeler, sıcaklıklar, basınçlar, voltajlar vs. olabilir. Gerilmeler, ısı akışları vs. gibi sonuçlar, bu bağımsızlık derecesi sonuçlarından hesaplanır. Bağımsızlık dereceleri eleman türleri tarafından içerilir, düğüm noktalarında kullanıcı tarafından tanımlanmaz. Bu nedenle herhangi bir ANSYS analizinde eleman türleri seçimi önemlidir.

Gerçek Sabitler

Eleman matrisinin hesaplanması için ihtiyaç duyulan fakat düğüm noktaları lokasyonlarından ya da malzeme özelliklerinden belirlenemeyen veriler “gerçek sabitler” olarak girilir. Tipik gerçek sabitler alan, kalınlık, iç çap, dış çap vs. gibi verilerdir.

Malzeme Özellikleri

Her eleman türü için çeşitli malzeme özellikleri kullanılır. Tipik malzeme özellikleri Young Modülü, yoğunluk, termal genleşme katsayısı, termal iletkenlik vs.'dir. Her özellik bir ANSYS simgesi ile belirtilir (young modülünün yönlü bileşenleri için EX, EY, EZ; yoğunluk için DENS gibi.). Bütün malzeme özellikleri sıcaklığın fonksiyonları olarak girilebilir.

Termal olmayan analizler için bazı özellikler “doğrusal özellikler” olarak adlandırılır, çünkü bu özellikler kullanılarak gerçekleştirilen çözümler sadece tek bir iterasyona ihtiyaç duyar. Gerilme-uzama verileri gibi özellikler “doğrusal olmayan özellikler” olarak adlandırılır, çünkü bu özellikler ile yapılan bir analiz iteratif bir çözüme ihtiyaç duyar. Bazı elemanlar tablo olarak girilmesi gereken başka özel verilere ihtiyaç duyar.

Yüzey Yükleri

Çeşitli eleman türleri yüzey yüklerine izin verir. Yüzey yükleri tipik olarak, yapısal eleman türleri için basınç, termal eleman türleri için konveksiyon veya ısı akısıdır.

Yapı Yükleri

Çeşitli eleman türleri yapı yüklerine izin verir. Yapı yükleri tipik olarak yapısal eleman türleri için sıcaklık, termal eleman türleri için ısı üretme oranıdır. Yapı yükleri her elemanın “Giriş Özeti” tablosunda harflerle ve eleman üzerindeki çeşitli lokasyonlardaki yük değerleri ile gösterilmiştir. Örneğin, PLANE42 eleman türü için yapı yük listesi “Sıcaklıklar: T(I), T(J), T(K), T(L)”, sıcaklık yapı yüklerinin elemanın I, J, K ve L düğüm noktalarında yer aldığını gösterir.

Özel Nitelikler

“Özel Nitelikler” listesindeki anahtar kelimeler eleman için bazı ek yeteneklerin mevcut olduğunu gösterir.

Anahtar Seçenekler (KEYOPTs)

Anahtar seçenekler çeşitli eleman seçeneklerini aktif hale getirmeye veya kapatmaya yarar.

2.4.1.2 Yüklerin Uygulanması

Çoğu yük hem katı modele (anahtar noktalar, doğrular ve alanlar üzerine) hem de sonlu elemanlar modeline (düğüm noktalarına ve elemanlar üzerine) uygulanabilir. Örneğin, kuvvetler bir anahtar noktaya veya bir düğüm noktasına uygulanabilir. Benzer şekilde konveksiyonlar (ve diğer yüzey yükleri) doğrulara ve alanlara veya düğüm noktalarına ve eleman yüzeylerine uygulanabilir. Yükler ne şekilde uygulanırsa uygulansın bütün yükler sonlu elemanlar modelinde değerlendirilir. Bu nedenle eğer yükler katı model üzerinde belirtilirse program, çözümün başında otomatik olarak bu yükleri düğüm noktalarına ve elemanlara transfer eder.

Katı Model Yükleri

Katı model yükleri çözümün başlangıcında otomatik olarak sonlu elemanlar modeline transfer edilir. Eğer katı model yükleri, sonlu elemanlar modeli yükleri ve kısıtlama eşitlikleri ile karşılaştırılırsa aşağıdaki olası uyumsuzlukların farkında olunması gerekir:

- Transfer edilen katı yükler, yüklerin girilme sırasına bağlı olmaksızın düğüm noktalarına uygulanan mevcut yükler veya eleman yükleri ile yer değiştirecektir,
- Katı model yüklerini silmek, bunlara karşılık gelen sonlu elemanlar yüklerini de silecektir,
- Doğru ya da alan simetri ya da asimetri koşulları, genellikle düğüm noktalarına ait kısıtlamaları, kısıtlama eşitliklerini, kuvvetleri ya da kuvvet çiftlerini etkileyebilecek dönmelere yol açar.

Katı Model Yüklerinin Avantajları

- Katı model yükleri sonlu elemanlar ağ örgüsünden bağımsızdır. Yani uygulanan yükler etkilenmeksizin ağ örgüsü değiştirilebilir. Bu da yükleri her defasında yeniden uygulamaya

gerek kalmadan ağ örgüsü modifikasyonları yapmaya ve ağ örgüsü hassasiyeti incelemeleri gerçekleştirmeye imkan sağlar.

- Katı model genellikle sonlu elemanlar modelinden daha az bileşen içerir. Bu nedenle katı model bileşenlerini seçip yükleri bu bileşenler üzerine uygulamak daha kolaydır.

Katı Model Yüklerinin Dezavantajları

- ANSYS ağ örgüsü komutları ile oluşturulan elemanlar aktif eleman koordinat sistemindedirler. Ağ örgüsü komutları ile oluşturulan düğüm noktaları global kartezyen koordinat sistemini kullanırlar. Bu nedenle katı model ve sonlu elemanlar modeli, farklı koordinat sistemlerine ve yükleme yönlerine sahip olabilirler.
- Anahtar nokta kısıtlamaları uygulamak özellikle kısıtlama dağılma seçeneği (constraint expansion option) kullanıldığında, çok dikkat gerektiren yanıltıcı bir işlem olabilir. (Dağılma seçeneği kısıtlamayı, bir doğru ile birleştiren iki anahtar nokta arasındaki bütün düğüm noktalarına dağıtma olanağını verir).
- Bütün katı model yükleri görüntülenemez.

Sonlu Elemanlar Yükleri

Sonlu Elemanlar Yüklerinin Avantajları

- İndirgenmiş analizlerde hiçbir zaman sorun yaşanmaz, çünkü yükler doğrudan ana düğüm noktalarına uygulanabilir.
- Kısıtlama dağılımı için endişeye gerek yoktur. Sadece istenilen bütün düğüm noktalarının seçilmesi ve uygun kısıtlamaların belirtilmesi yeterlidir.

Sonlu Elemanlar Yüklerinin Dezavantajları

- Sonlu elemanlar ağının herhangi bir modifikasyonu, önceki yüklerin silinip yeni ağ üzerine yeniden uygulanmasını gerektirir.
- Sadece birkaç düğüm noktası veya eleman olmadığı sürece yükleri grafiksel olarak seçmek mümkün değildir.

2.4.1.3 Bağımsızlık Dereceleri Kısıtlamaları

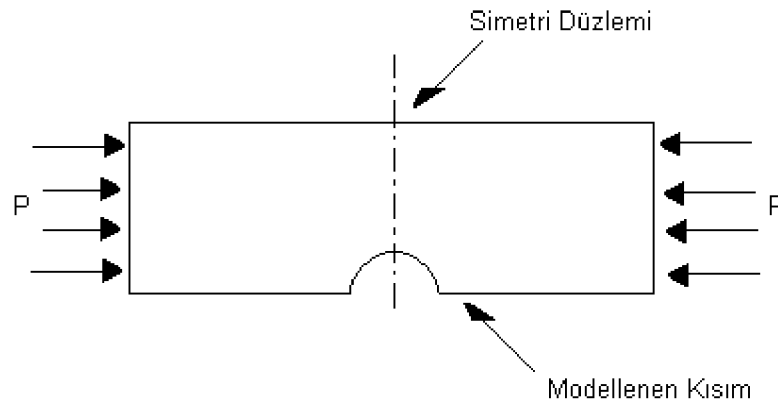
Bağımsızlık dereceleri kısıtlamaları, her disiplinde kısıtlanabilecek bağımsızlık derecelerini ve bunlara karşılık gelen ANSYS simgelerini gösterir. Bu simgeler ile gösterilen tüm yönler (UX, ROTZ, AY vs. gibi) düğüm noktalarına ait koordinat sisteminde yer alır.

Çizelge 2.1 Her disiplindeki bağımsızlık dereceleri kısıtlamaları (Baklacioğlu 2005).

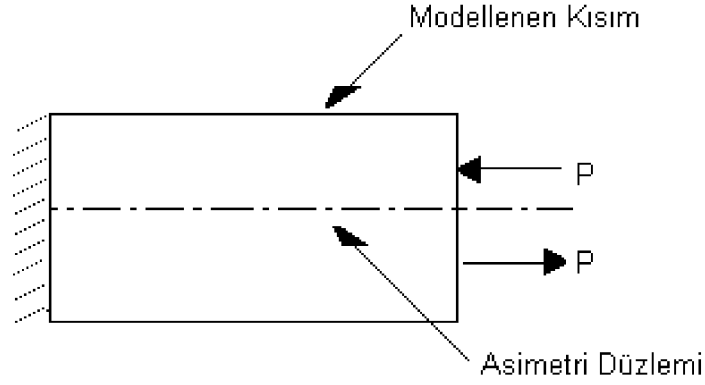
Disiplin	Bağımsızlık Derecesi	ANSYS Simgesi
Yapısal	Yer değiştirmeler, Dönmeler	UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ
Termal	Sıcaklık	TEMP, TBOT, TE2, TTOP
Manyetik	Vektör potansiyelleri, Skaler potansiyeller	AX, AY, AZ, MAG
Elektrik	Voltaaj	VOLT
Akışkanlar	Hızlar, Basınç, Türbülant Kinetik Enerji, Türbülant Yayılma Hızı	VX, VY, VZ, PRES, ENKE, ENDS

2.4.1.4 Simetri veya Asimetri Sınır Koşullarının Uygulanması

Yapısal bir analizde, simetri sınır koşulu, düzlem-dışı yer değiştirmelerin ve düzlem-içi dönmelerin sıfır olması; asimetri sınır koşulu ise, düzlem-içi yer değiştirmelerin ve düzlem-dışı dönmelerin sıfır olması anlamına gelir.



Şekil 2.6 Simetrik iki boyutlu levha modeli.



Şekil 2.7 Asimetrik iki boyutlu levha modeli.

2.4.1.5 Ağ Örgüsünün Oluşturulması

Serbest veya Planlı Ağ

Modelde ağı oluşturmada hatta modeli kurmadan önce, analiz için serbest ağın mı yoksa planlı ağın mı uygun olduğuna karar vermek önemlidir. Serbest ağda eleman şekli bakımından hiçbir kısıtlama yoktur.

Serbest ağla kıyaslandığında planlı bir ağ, içerdiği eleman şekli ve ağ paterni bakımından kısıtlıdır. Planlı bir alan ağ örgüsü ya sadece dörtgen ya da sadece üçgen elemanlardan meydana gelir. Planlı bir hacim ağ örgüsü ise sadece heksahedron elemanlar içerir. Buna ek olarak planlı bir ağ tipik olarak belirli eleman dizilimleri ile düzenli bir paterne sahiptir. Bu tip ağ örgüsü kullanılmak istenildiğinde geometriyi planlı ağ örgüsünü kabul edebilecek oldukça düzenli bir hacimler ve/veya alanlar serisi şeklinde inşa etmek gerekir.

Serbest ağ örgüsü işlemlerinde, hiçbir özel gereksinim katı modeli kısıtlamaz. Düzgün olmasa bile her türlü geometri modelinde ağ örgüsü oluşturulabilir. Kullanılan eleman şekilleri alanlar ve hacimlere göre değişir. Alanlar için, serbest bir ağ ya sadece dörtgen elemanlardan ya sadece üçgen elemanlardan ya da ikisinin karışımından oluşabilir. Hacim ağ örgüsü için, serbest bir ağ genellikle tetrahedral elemanlarla sınırlıdır. Piramit şeklinde elemanlar da geçiş amacıyla tetrahedral ağ örgüsüne dahil edilebilir.

Planlı bir ağ oluşturmak için programın sadece dörtgen alan elemanları, sadece üçgen alan elemanları veya sadece heksahedral (tuğla) hacim elemanları kullanması belirtilebilir. Planlı ağ, özellikle temas yüzeylerindeki katı elemanların ağ örgüsünde yararlıdır.

Serbest Ağ İçin Akıllı Eleman Boyutlaması

Akıllı eleman boyutlaması serbest ağ örgüsü işlemleri için başlangıç eleman boyutlarını yaratan bir ağ özelliğidir. Akıllı boyutlama, otomatik ağ oluşturma sırasında akıllıca şekillendirilmiş elemanlar yaratma şansı vermektedir.

Eğer sadece alan içeren bir model üzerinde akıllı boyutlama kullanılırsa, ANSYS modelde ağ örgüsü oluşturmak üzere kullanması gereken kılavuz eleman boyutunu hesaplamak için alanı kullanır. Diğer yandan hem alan hem de hacim içeren modelde akıllı boyutlama kullanıldığında, ANSYS model için kılavuz eleman boyutunu hesaplamada hacmi kullanır. Sadece alandan meydana gelen ilk modeldeki ile alan ve hacimden meydana gelen ikinci modeldeki alanlar, tamamen aynı olsa bile ANSYS'in ilk modelde ağ oluşturmak için kullanacağı elemanlar, ikinci modelde kullanacağı elemanlar kadar büyük olmayacaktır. ANSYS hacimlerin ağ örgüsünde çok fazla eleman bulunmasını engellemek için bunu yapar. Bununla birlikte global bir eleman boyutu belirlenirse, her iki model için de elemanların boyutu aynı olacaktır, çünkü ANSYS belirtilen boyutu kılavuz eleman boyutu olarak alacaktır.

Akıllı Boyutlamanın Avantajları

Akıllı boyutlama algoritması ilk olarak ağ örgüsü oluşturacak alanlardaki veya hacimlerdeki bütün doğrular için, tahmin edilen eleman kenar uzunluğunu hesaplar. Sonra bu doğrulardaki kenar uzunlukları geometrideki eğrilikler için kısaltılır. Alan ağ örgüsü için dörtgen elemanlar kullanılırsa, akıllı boyutlama her yerde dörtgen ağ mümkün olacak şekilde her alan civarında çift sayıda doğru bölünmesi ayarlamaya çalışır. Üçgenler sadece, bütün her yerde dörtgenler kullanılmaya zorlamanın kötü şekilli elemanlar yarattığı durumlarda ya da sınırlarda tek sayıda bölünmeler mevcut olduğunda ağa dahil edilecektir.

2.4.2 MARC

MARC Designer, kullanıcıya sonlu elemanlar analizini grafiksel bir ara yüzle baştan sona yapma imkanı sunan bir yazılımdır.

MARC ile tipik bir sonlu eleman analiz döngüsünün adımları aşağıda verilmiştir:

- Kavramlaştırma (Conceptualization): Simetrinin mevcut olduğu durumlarda, simetri de göz önüne alınarak ilk modelin tasarımı sağlanır. Ayrıca çözüm doğruluğu ve doğrulama tekniği gibi kriterlerin belirlendiği kısımdır.
- Modelleme (Modeling): Sonlu elemanlar modeli tasarlanır ve analiz parametreleri belirlenir. MARC, preprocessing kategorilerini aşağıdaki gibi sıralar:

1. Ağ Tasarımı (Mesh generation),
2. Sınır koşulları (Boundary conditions),
3. Bağlantılar (Links/Ties),
4. Malzeme özellikleri (Material properties),
5. Geometrik özellikler (Geometric properties).

- Analiz (Analysis): Sonlu eleman problemi çözülür. Aşağıdaki kategoriler mevcuttur:

1. Yükleme Uygulanması (Load cases),
2. Çözümün Yapılması (Jobs).

- Yorumlama (Interpretation): Sonuçlar grafik halinde görüntülenir. MARC programı ile görüntülenebilecekler aşağıda verilmiştir:

1. Deforme Olmuş Model (Deformed plots),
2. Sonuçların Renkli Gösterimi (Color contour plots),
3. Path plots,
4. Animasyon (Animation).

- Kriterler (Criteria): Doğruluk ve geçerlilik kontrol edilir ve bu kriterler deney sonuçları ile kıyaslanır.
- Doğruluk (Acceptance): Analizin, beklenen doğruluğa ulaşması durumudur.

2.4.2.1 MARC Ara Yüzünde Bulunan Komutlar

MARC ara yüzünde bulunan komutlar şunlardır:

- Ağ Tasarımı (Mesh Generation): Sonlu elemanlar modelinin geometri, noktalar ve elemanlar ile çeşitli araçlar kullanılarak oluşturulması,
- Sınır Koşulları (Boundary Conditions): Modele uygulanacak yüklerin ve sınır koşullarının oluşturulması,
- Bağlantılar (Links/Ties): Noktalar arasındaki serbestlik derecelerinin belirlenmesi,
- Malzeme Özellikleri (Material Properties): Malzeme özelliklerinin belirlenmesi ve elemanlara uygulanması,
- Geometrik Özellikler (Geometric Properties): Elemanın kalınlığı; kirişin kayma düzlemi veya bir kirişin atalet momenti gibi geometrik özelliklerin belirlenmesi,
- Yükün Uygulanması (Load Cases): Sınır koşullarının yük durumları ile kombine edilmesi,
- Çözümün Yapılması (Jobs): Elemen tiplerinin ve çözüm seçeneklerinin belirlenmesi,
- Sonuçlar (Results): Sonuçların grafiksel olarak görüntülenmesi,
- Yapı (Configuration): Gelişmiş Tasarım (Advanced Rendering) özelliği ile modelin gerçeğe yakın bir tasarımının elde edilmesi.

2.4.2.2 MARC Programı ile Yapılabilecek Analiz Türleri

MARC programı ile dört farklı tip analiz yapılabilir. Bunlar:

- Statik Gerilme Analizi,
- Modelleme,
- Sehim,
- Kararlı hal ısı transferidir.

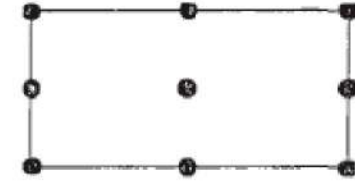
2.5 AĞ TASARIMI

Bir sonlu elemanlar ağının tasarımı bir bilim olduğu kadar aynı zamanda bir sanattır. Çoğu ticari yazılım otomatik ağ yaratma yeteneğine sahip olmasına rağmen, gerektiği gibi tasarlanan bir sonlu elemanlar modeli her zaman insan müdahalesine de ihtiyaç duyar.

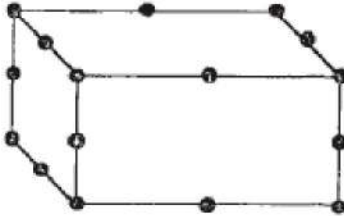
Şekil 2.8, çatlak problemleri için birkaç genel eleman tipini göstermektedir. Shih et al. (20..) iki boyutlu problemler için 9 düğüm noktalı iki boyutlu Lagrangian elemanları, üç boyutlu problemler için de 27 düğüm noktalı üç boyutlu Lagrangian elemanları tavsiye etmektedirler. 8 düğüm noktalı iki boyutlu elemanlar ve 20 düğüm noktalı tuğla elemanlar da çatlak problemlerinde yaygındır.



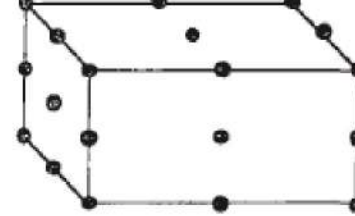
a. 8 düğüm noktalı iki boyutlu eleman



b. 9 düğüm noktalı iki boyutlu eleman



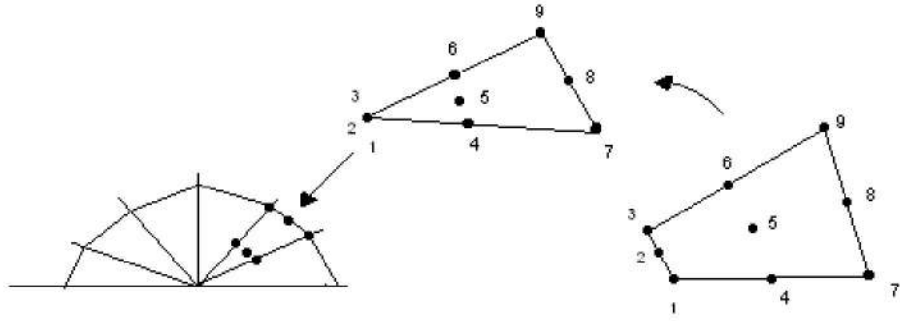
c. 20 düğüm noktalı tuğla eleman



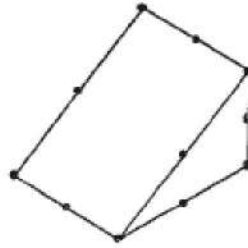
d. 27 düğüm noktalı tuğla eleman

Şekil 2.8 İki ve üç boyutlu çatlak problemlerinde sıkça kullanılan izoparametrik elemanlar (Baklacıoğlu 2005).

Şekil 2.9'da gösterildiği gibi, iki boyutlu problemlerde çatlak ucunda dört kenarlı elemanlar genellikle üçgen elemanlara dönüştürülür. Bu durumda üç düğüm noktası da uzayda aynı noktayı işgal etmektedir. Şekil 2.10, üç boyut için tuğla bir elemanın takoz bir elemana dönüştüğü benzer durumu göstermektedir.

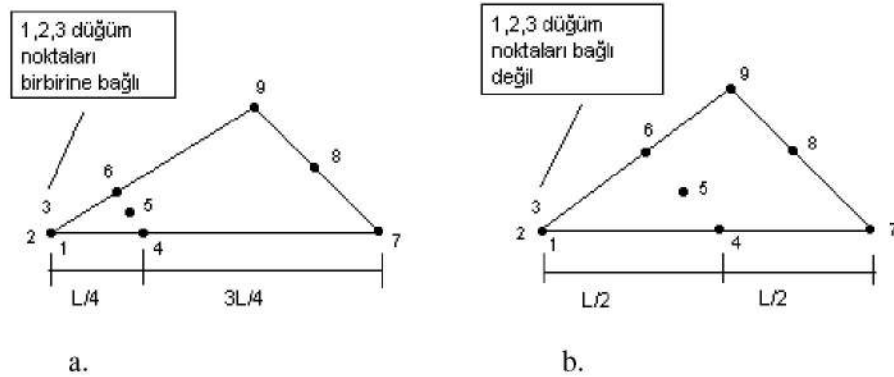


Şekil 2.9 Çatlak ucunda dörtgen elemanın üçgen bir elemana dönüşmesi.



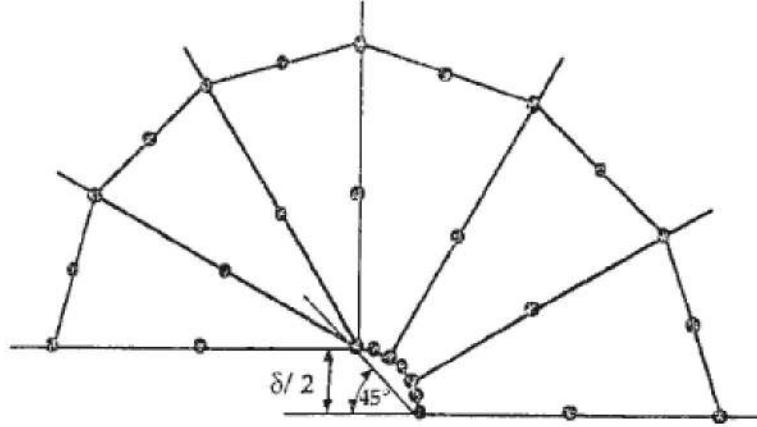
Şekil 2.10 Tuğla bir elemanın takoz bir elemana dönüşmesi (Baklacioğlu 2005).

Elastik problemlerde çatlak ucundaki düğüm noktaları birbirine bağlanır ve kenarların ortasında bulunan düğüm noktaları, kenarların $1/4$ 'ünde bulunan noktalara çekilir (Şekil 2.11a). Bu tip bir modifikasyon elemanda $1/\sqrt{r}$ uzama singularitesine sebep olur, bu da nümerik doğruluğu artırır. Dörtgen elemanlarda kenarları ortasındaki düğüm noktaları, kenarların $1/4$ 'ünde bulunan noktalara çekildiğinde singularite sadece eleman kenarlarında bulunur. Bu durumda üçgen elemanlar tercih edilir, çünkü singularite kenarlarda olduğu gibi elemanın içinde de mevcuttur.



Şekil 2.11 Elastik ve elastik-plastik analizler için çatlak ucu elemanları a. Elastik analizler için çatlak ucu elemanları, b. elastik-plastik analizler için çatlak ucu elemanları.

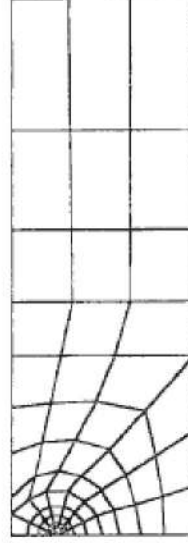
Plastik bölge oluştuğunda ise $1/\sqrt{r}$ singularitesi artık çatlak ucunda bulunmaz. Şekil (2.11b) tamamen plastik şartlar altında istenilen uzama singularitesini gösteren bir elemanı göstermektedir. Elemanlar önceden olduğu gibi üçgene dönüştürülür, fakat çatlak ucundaki düğüm noktaları birbirine bağlı değildir ve elemanların kenarlarının ortasındaki düğüm noktalarının yerleri değişmemiştir. Bu eleman geometrisi $1/r$ uzama singularitesini oluşturur, bu da tamamen plastik malzemeler için gerçek çatlak ucu uzama alanına karşılık gelir.



Şekil 2.12 Plastik singularite elemanlarının deforme olmuş şekli (Baklacioğlu 2005).

Plastik singular eleman tasarımının beraberinde getirdiği bir kazanç, çatlak ucu açılma yer değiştirmesinin, deforme olmuş ağ yardımıyla hesaplanmasına imkan sağlamasıdır (Şekil 2.12). Birbirine bağlı olmayan düğüm noktaları başlangıçta uzayda aynı noktayı işgal ederler, fakat elemanlar deforme oldukça birbirlerinden uzaklaşırlar.

Çoğu problemde çatlak ucu bölgesi için en verimli ağ tasarımının, çatlak ucuna doğru odaklanan, dört kenarlı elemanlardan oluşan ve ortak merkezli halkalar içeren “örümcek ağı” konfigürasyonu olduğu ispatlanmıştır. En içteki halkadaki elemanlar üçgenlere dönüştürülür. Ağ inceltilmesi çatlak ucunda en fazla olmalıdır. Örümcek ağı tasarımı çatlak ucundaki ince bir ağdan, çatlak ucuna uzak daha geniş bir ağa yumuşak olarak geçişi kolaylaştırmaktadır. Şekil 2.13, örümcek bir ağdan geniş dikdörtgen elemanlara geçişin olduğu basit çatlaklı bir yapının yarım-simetrik modelini göstermektedir.



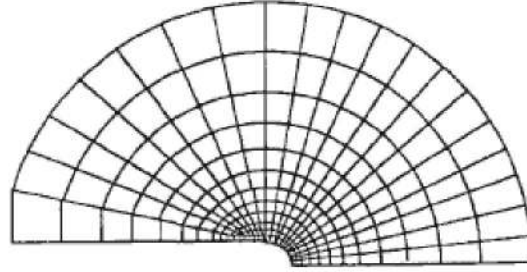
Şekil 2.13 Çatlaklı bir levhanın yarı simetrik modeli (Baklacioğlu 2005).

Ağ inceltmesinin uygun seviyesi analizin amacına bağlıdır. Tanım kümesi integral yaklaşımı (domain integral approach) gibi modern metotlar lokal çatlak ucu bölgelerinin tam olarak çözülme ihtiyacını ortadan kaldırdığı için, gerilme şiddeti veya enerji salınımı elastik analizleri nispeten daha geniş ağ örgüsü ile gerçekleştirilebilir. Daha yeni yaklaşımlardaki alan ve hacim integrasyonları, elastik problemler için ağ boyutundan nispeten daha az etkilenir. Bununla birlikte tanım kümesi çatlak ucu çevresinde küçük bir bölge olarak belirlendiğinde, çatlak ucunda singularite elemanları bulunmalıdır.

Elastik-plastik problemler bir yapının akma olan bölgelerinde daha çok ağ inceltilmesine ihtiyaç duyar. Bir yapı akmaya maruz kaldığı zaman, dar deformasyon bantları numune boyunca ilerler. Bu bantlardaki yüksek plastik uzama seviyesi, J integraline önemli katkıda bulunur. Bu deformasyonu tam olarak yakalayabilmek için bu bölgelerde sonlu elemanlar ağı yeteri kadar inceltilmelidir.

Analizin amacı çatlak ucu gerilme ve uzamalarını incelemek olduğunda çok yüksek bir ağ inceltme seviyesine ihtiyaç duyulur. Genel bir kural olarak, ilgilenilen bölgede yarıçapsal bir doğru üzerinde en az 10 elemanın olması istenilir. Buna ek olarak, çatlak ucundan çatlak ucu açılma yer değiştirmesinin iki katından daha az uzaklıklardaki çatlak ucu bölgelerini incelemek gerekiyorsa, analiz yazılımı büyük şekil değiştirme teorisini (large strain theory) kullanmalıdır. McMeeking and Parks (19..), çatlak ucu bölgesinde büyük şekil değiştirme

analizini uygulayan ilk araştırmacılarıdır. Bu büyük şekil değiştirme analizinde çatlak ucu elemanları üçgenlere dönüştürülmez (Şekil 2.14).



Şekil 2.14 Büyük şekil değiştirme analizi için bir ağ örgüsünün çatlak ucu bölgesi (Baklacioğlu 2005).

2.6 BİR ELEMANDAKİ YER DEĞİŞTİRMELER

Bir elemandaki yer değiştirmeler (u,v) , düğüm noktalarına ait yer değiştirmelerden (u_i, v_i) bulunabilir.

$$u = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) u_i \quad (2.6a)$$

$$v = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) v_i \quad (2.6b)$$

u ve v 'nin ξ, η 'e göre türevleri;

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} u_i \quad (2.7a)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \eta} = \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} u_i \quad (2.7b)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \xi} = \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} v_i \quad (2.7c)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \eta} = \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} v_i \quad (2.7d)$$

Burada;

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial \eta} = & \left[\frac{u_1}{4}(-2 + 4\eta) + \frac{u_4}{4}(2 + 4\eta) - 2u_8\eta \right] \\ & + (1 + \xi) \left[\frac{u_1}{4}(3 - 2\eta) - u_5 + \frac{u_2}{4}(1 + 2\eta) - v_6\eta + \frac{u_3}{4}(-1 + 2\eta) + v_7 \right. \\ & \left. - \frac{u_4}{4}(-3 + 2\eta) + v_8\eta \right] + (1 + \xi)^2 \left[-\frac{u_1}{4} + \frac{u_5}{2} - \frac{u_2}{4} - \frac{u_3}{4} - \frac{u_7}{2} - \frac{u_4}{4} \right] \quad (2.8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_i}{\partial \eta} = & [\eta_i(1 + \xi\xi_i) + 2\eta(1 + \xi\xi_i) - \eta_i(1 - \xi^2)] \frac{\xi_i^2 \eta_i^2}{4} - \eta(1 + \xi\xi_i)(1 - \eta_i)^2 \xi_i^2 \\ & + \eta_i(1 - \xi^2)(1 - \xi_i^2) \frac{\eta_i^2}{2} \quad (2.9) \end{aligned}$$

Düğüm noktaları için yazıldığında türevler aşağıdaki şekle dönüşür;

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \xi} = & \left[\frac{u_1}{4}(-2 + 3\eta - \eta^2) + u_5(1 - \eta) + \frac{u_2}{4}(\eta + \eta^2) + \frac{u_6}{2}(1 - \eta^2) - \frac{u_3}{4}(-\eta + \eta^2) \right. \\ & \left. + u_7(1 + \eta) + \frac{u_4}{4}(-2 - 3\eta - \eta^2) - \frac{u_8}{2}(1 - \eta^2) \right] \\ & + (1 + \xi) \left[\frac{u_1}{2}(1 - \eta) - u_5(1 - \eta) + \frac{u_2}{2}(1 - \eta) + \frac{u_3}{2}(1 + \eta) - u_7(1 + \eta) \right. \\ & \left. + \frac{u_4}{2}(1 + \eta) \right] \quad (2.10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \eta} = & \left[\frac{u_1}{4}(-2 + 4\eta) + \frac{u_4}{4}(2 + 4\eta) - 2u_8\eta \right] \\ & + (1 + \xi) \left[\frac{u_1}{4}(3 - 2\eta) - u_5 + \frac{u_2}{2}(1 + 2\eta) - v_6\eta + \frac{u_3}{4}(-1 + 2\eta) + v_7 \right. \\ & \left. - \frac{u_4}{4}(-3 + 2\eta) + v_8\eta \right] \\ & + (1 + \xi)^2 \left[-\frac{u_1}{4} + \frac{u_5}{2} - \frac{u_2}{4} - \frac{u_3}{4} - \frac{u_7}{2} - \frac{u_4}{4} \right] \quad (2.11) \end{aligned}$$

Yukarıdaki eşitliklerde u_i 'ler yerine v_i yazılarak $\frac{\partial v}{\partial \xi}$ ve $\frac{\partial v}{\partial \eta}$ türevleri bulunabilir.

2.7 SONLU ELEMANLAR METODUYLA GERİLME ŞİDDET FAKTÖRLERİNİN HESAPLANMASI

Doğrusal elastik malzemeler için, bir çatlaktaki ve yakınındaki gerçek yer değiştirmeler:

$$K_{III} = \sqrt{2\pi G} \frac{|\Delta\omega|}{\sqrt{r}} \quad (2.12)$$

$$v = \frac{K_I}{4G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left((2\kappa + 1) \sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{3\theta}{2} \right) - \frac{K_{II}}{4G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left((2\kappa - 3) \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right) \quad (2.13)$$

$$w = \frac{2K_{III}}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left(\sin \frac{\theta}{2} \right) \quad (2.14)$$

Burada düzlem gerinme için $\kappa = 3 - 4\mu$, düzlem gerilme için $\kappa = (3 - \mu) / (1 + \mu)$ 'dir.

Yüksek dereceli terimler yok edilirse $\theta = \mp 180^0$, de;

$$u \approx \frac{K_{II}}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} (1 + \kappa) \quad (2.15)$$

$$v \approx \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} (1 + \kappa) \quad (2.16)$$

$$w \approx \frac{K_{III}}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \quad (2.17)$$

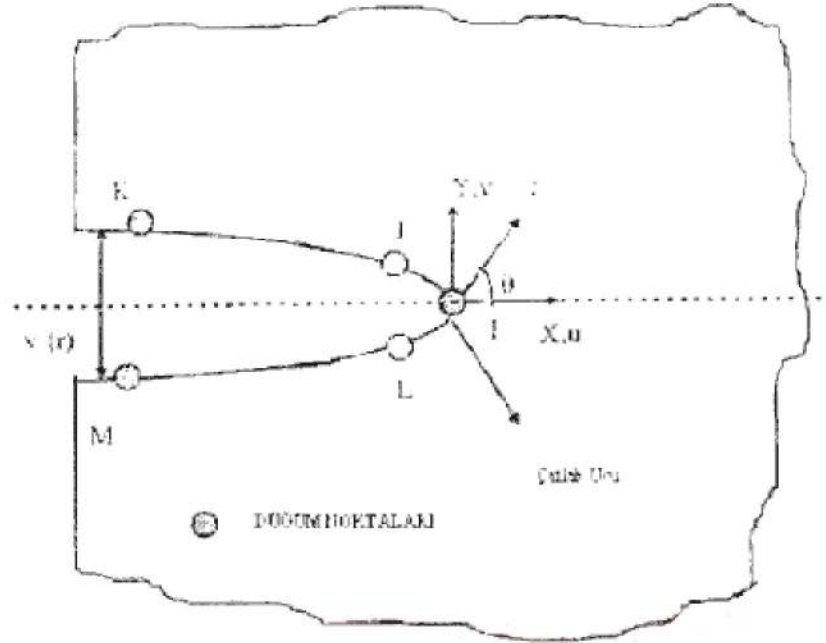
Eşitlik 2.15, 2.16 ve 2.17 K'lar için çözülürse;

$$K_I = \sqrt{2\pi} \frac{2GA}{1 + \kappa} \quad (2.18)$$

$$K_{II} = \sqrt{2\pi} \frac{2GA}{1 + \kappa} \frac{|\Delta u|}{\sqrt{r}} \quad (2.19)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{|\Delta v|}{\sqrt{r}} = A \quad (2.20)$$

Burada Δu , Δv , Δw bir çatlak yüzünün diğerine göre hareketidir.



Şekil 2.15 Çatlak ucu yer değiştirmelerini bulmak için kullanılan düğüm noktaları (Baklacioğlu 2005).

$\frac{|\Delta v|}{\sqrt{r}}$, $\frac{|\Delta u|}{\sqrt{r}}$, $\frac{|\Delta w|}{\sqrt{r}}$ terimleri düğüm noktalarına ait yer değiştirmelere göre hesaplanmalıdır.

Örneğin, $\frac{|\Delta v|}{\sqrt{r}}$ için Şekil 2.15'te gösterildiği gibi beş düğüm noktası kullanılabilir. v normalize edilirse I. düğüm noktasında sıfır olur. J ve K noktalarında;

$$\frac{|\Delta v|}{\sqrt{r}} = A + Br \quad (2.21)$$

yazılırsa ve r sıfıra yaklaştırılırsa;

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{|\Delta v|}{\sqrt{r}} = A \quad (2.22)$$

olur. Böylece K_I için;

$$K_I = \sqrt{2\pi} \frac{2GA}{1 + \kappa} \quad (2.23)$$

bulunur. K_{II} ve K_{III} için de benzer eşitlikler bulunabilir.

ANSYS'te gerilme şiddet faktörlerini hesaplamak için çatlak ucundaki 3 düğüm noktası seçilir. Bu adım çok önemlidir, çünkü seçilen düğüm noktalarının gerilme şiddet faktörlerinin hesaplanmasında doğrudan etkisi vardır.

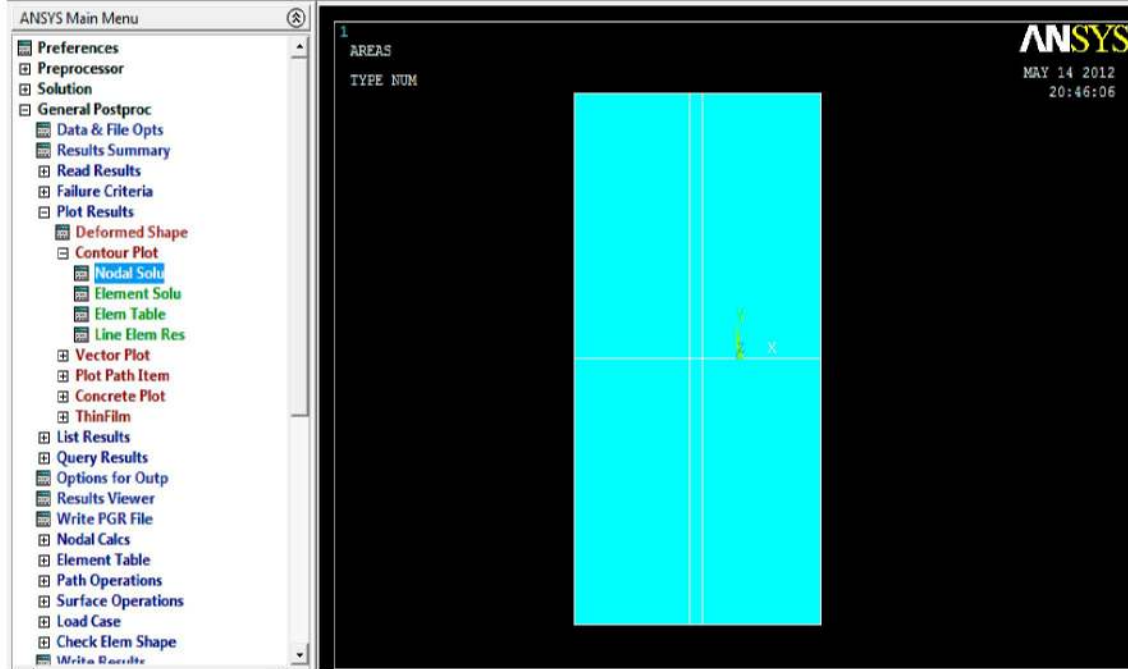
BÖLÜM 3

SONLU ELEMENLAR MODELİ

3.1 ANSYS SONLU ELEMENLAR MODELİ

Deney numuneleri plakalar ANSYS sonlu elemanlar metodu tabanlı paket programı ile modellenmiştir (Şekil 3.1).

Modelleme için öncelikle “Preprocessor” seçeneğinden koordinatları girilerek anahtar noktalar (keypoints) belirlenir. Belirlenen noktalar doğrularla birleştirilir. Son olarak doğrulardan alanlar oluşturularak modelleme tamamlanır. Burada dikkat edilmesi gereken kısım çatlağın bulunduğu bölgeye üst üste iki doğru çizilmesi gerektiğidir.

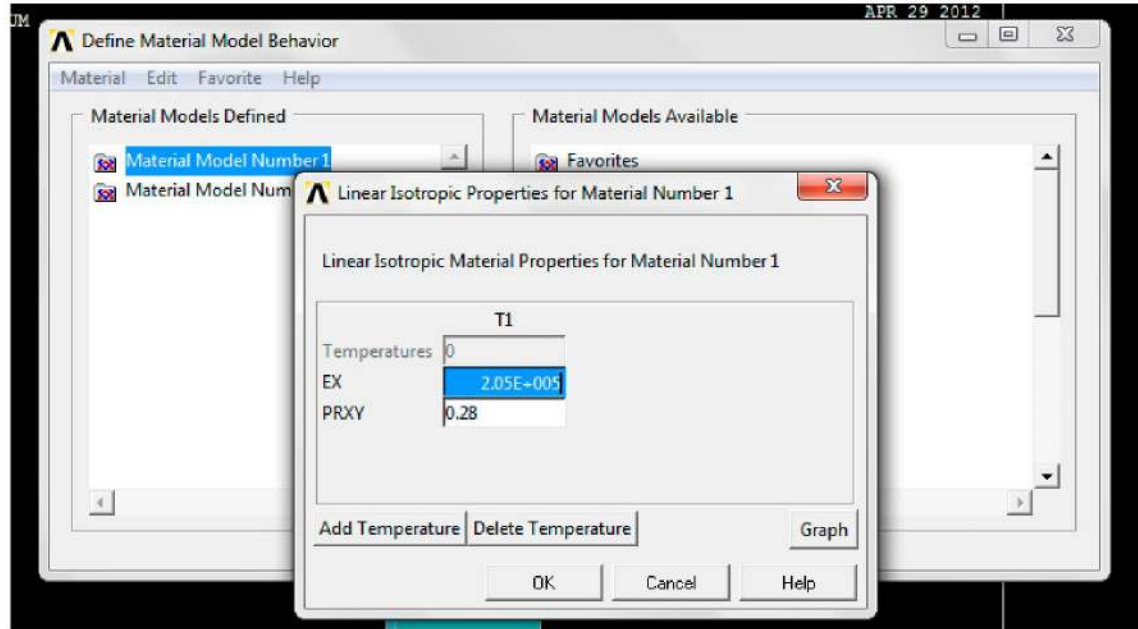


Şekil 3.1 ANSYS sonlu elemanlar programı ile tasarlanan model.

Çözüm için analiz tipinin belirlenmesi gerekmektedir. Yapılacak analiz yapısal bir analiz olduğundan analiz tipi olarak “Structural” seçilir. Analiz tipi belirlendikten sonra kullanılan birim “User” olarak seçilir. Böylece sonuçlar N, mm birimleri cinsinden çıkar.

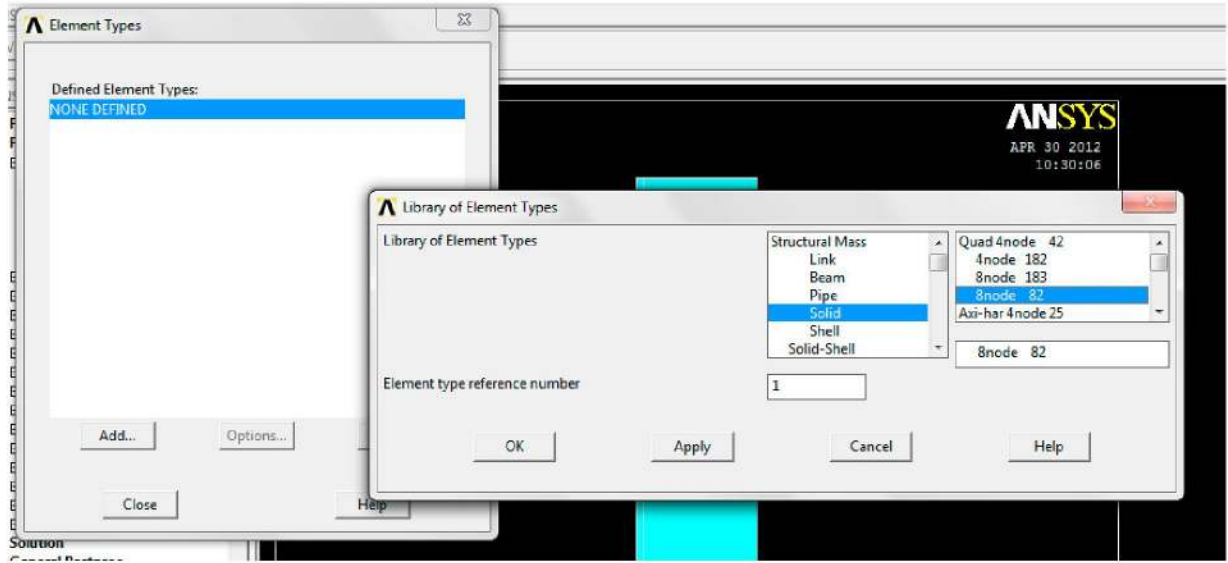
Modelleme yapıldıktan sonra kullanılan malzemenin tanımlanması gerekmektedir. Kullanılan plakalar kaynaklı olduğundan, kaynaklı bölgenin malzeme tipinin farklı olduğu düşünülerek hesaplama yapılır. Bu nedenle iki ayrı malzeme tipi tanımlanır.

Tanımlanan malzeme tiplerinin elastisite modülü ve poisson oranı değerlerinin girilmesi gerekmektedir. “Material Number 1” olarak tanımlanan plaka malzemesi için elastisite modülü 205.000, poisson oranı 0,28 olarak girilir. “Material Number 2” olarak tanımlanan kaynaklı bölge için ise elastisite modülü 205.000, poisson oranı 0,26 olarak girilir.



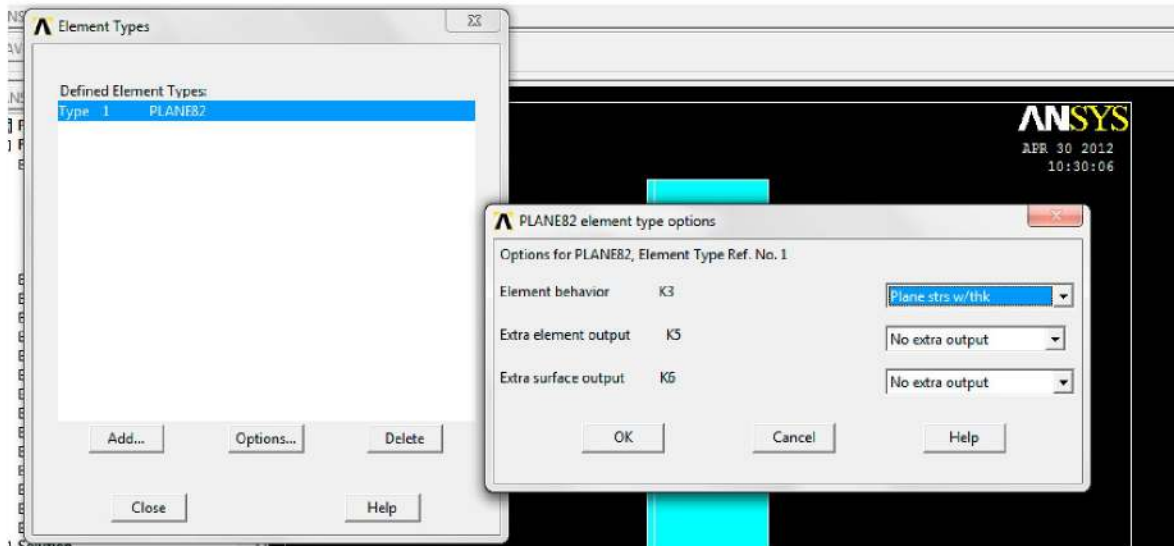
Şekil 3.2 Elastisite modülü ve poisson oranı değerlerinin girilmesi.

Bu değerler girildikten sonra elemanlara ayırma (meshing) işlemine geçilir. Bu adım doğru sonuç bulma açısından önemlidir. Meshing işlemi için öncelikle eleman tipinin belirlenmesi gerekmektedir. İzotropik ve tabakalı olmayan malzemeler için “Plane 82” seçilir (Şekil 3.3).

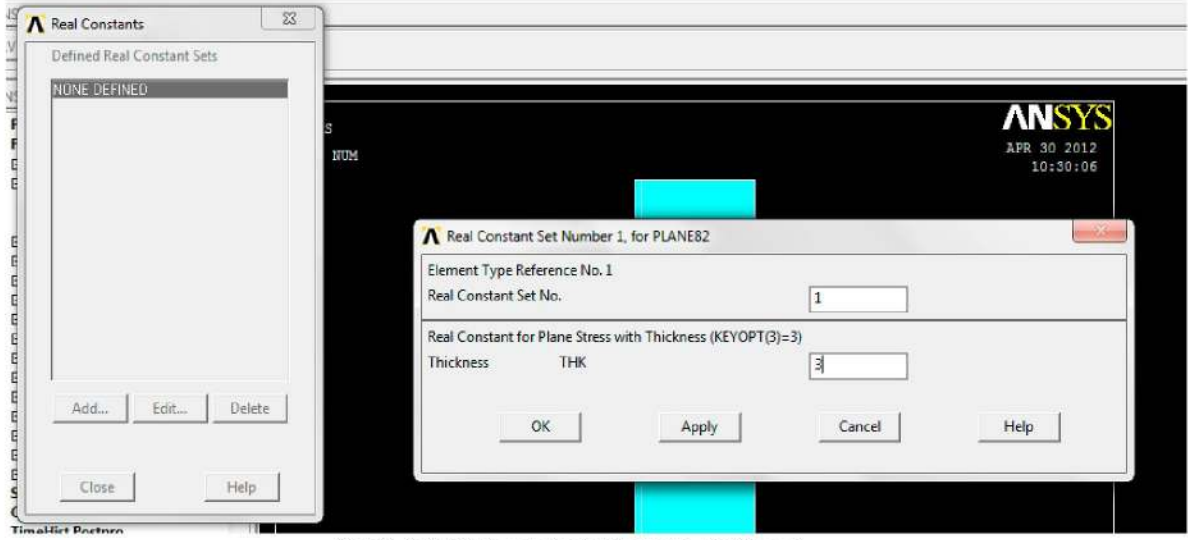


Şekil 3.3 Eleman tipinin belirlenmesi.

Eleman tipi seçildikten sonra düzlem gerinme ya da düzlem gerilme durumu seçilir. Kullanılan numuneler farklı kalınlıkta olduğundan “Plane Stres with Thickness” seçilir ve kalınlık girilmesi istenir. Çalışmada 3 farklı kalınlık kullanılmıştır. Bunlar 3 mm, 6mm ve 8 mm’dir. Hesaplanmak istenen plakanın kalınlığı girilerek işleme devam edilir (Şekil 3.4).

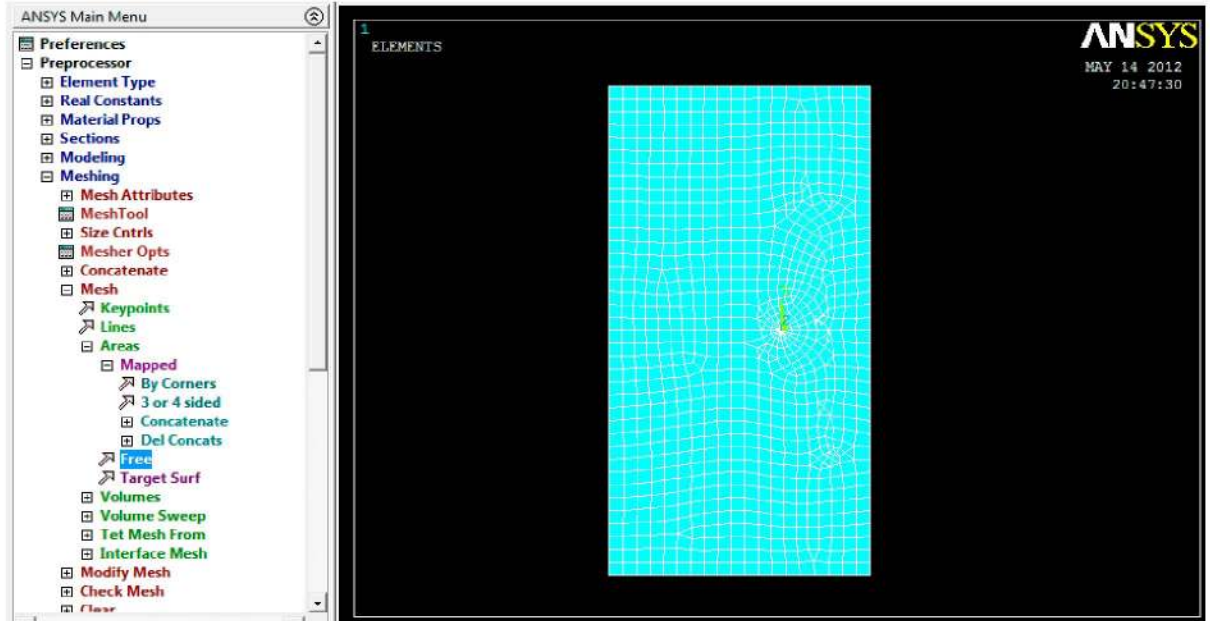


Şekil 3.4 Düzlem gerinme ya da düzlem gerilme durumunun seçilmesi.



Şekil 3.5 Plaka kalınlıklarının girilmesi.

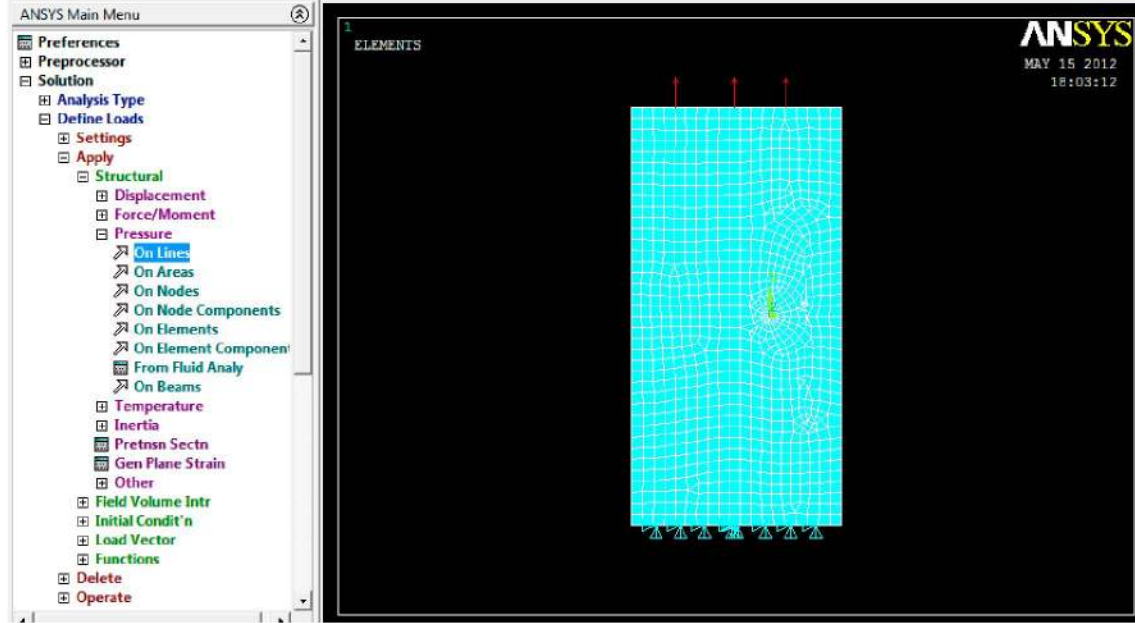
Bu adımlardan sonra ağ atma (meshing) işlemine başlanabilir. Öncelikle “Global Set”ten eleman sayısı ayarlanır. Model 450 elemana bölünerek işlem yapılır. Kırılma mekanizminde, sonlu elemanlar modelinde çatlak etrafındaki elemanların çevre boyunca üçgen elemanlar (singular) olması gerekir. Bunu için çatlak dibindeki keypointte üçgen elemanlar tanımlanır. Bu adımlardan sonra meshing işlemi tamamlanmış olur (Şekil 3.6).



Şekil 3.6 Meshing işlemi.

Meshing işlemi yapıldıktan sonra yayılı yükün uygulanması işlemine geçilir. Numuneler çekme makinesinde alttan sabitlendiği için alttaki doğru sabitlenir. Çekme deneyinde

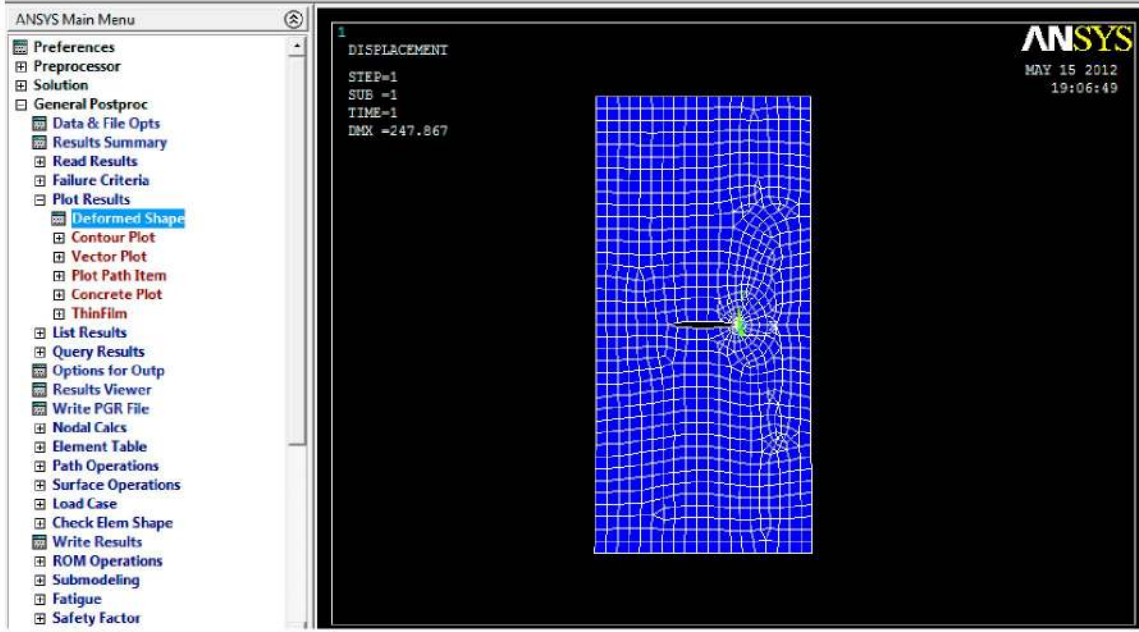
uygulanan kuvvet 70.000 N'dur. Her kalınlıktaki numune için yükün uygulandığı alan değiştiğinden, kalınlığa göre hesaplanan yük değeri girilir. Numuneler çekme kuvveti etkisi altında olduğundan yayılı yük negatif girilir.



Şekil 3.7 Yayılı yükün uygulanması.

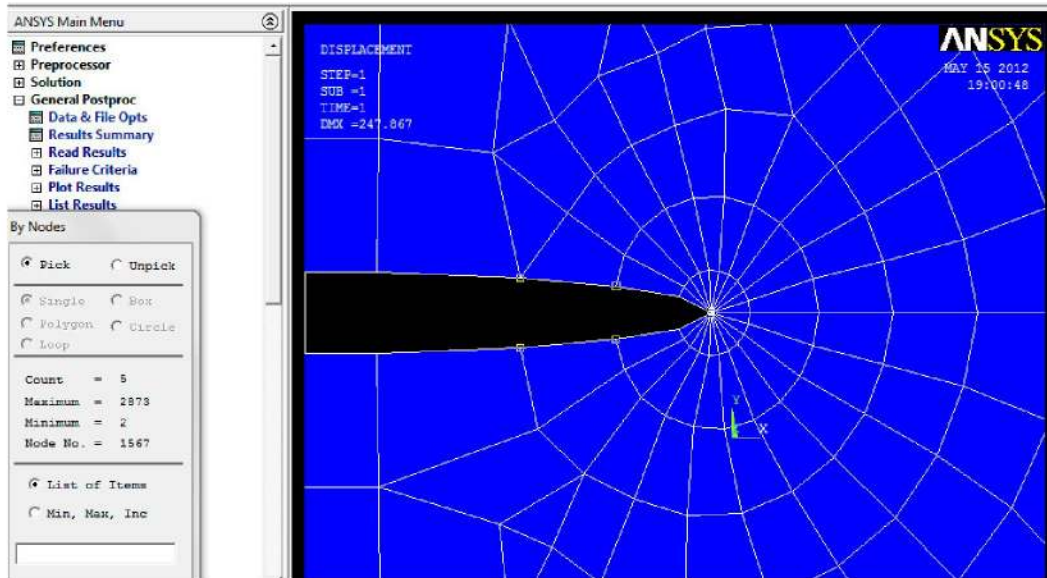
Buraya kadar yapılanlar problemin tanımlanması idi. Tanımlama işlemi bittikten sonra çözüm işlemine geçilir. Gerilme analizi için “Solution” kısmından “Solve” seçilip buradan da “Current LS” seçilerek çözüm yaptırılır.

“Solution is done” uyarısı ekranda göründükten sonra sonuçlar görüntülenebilir. “General Postproc” kısmından “Plot Results”, buradan da “Deformed Shape”e girilerek modelin deforme olmuş hali görüntülenebilir.



Şekil 3.8 Deforme olmuş model.

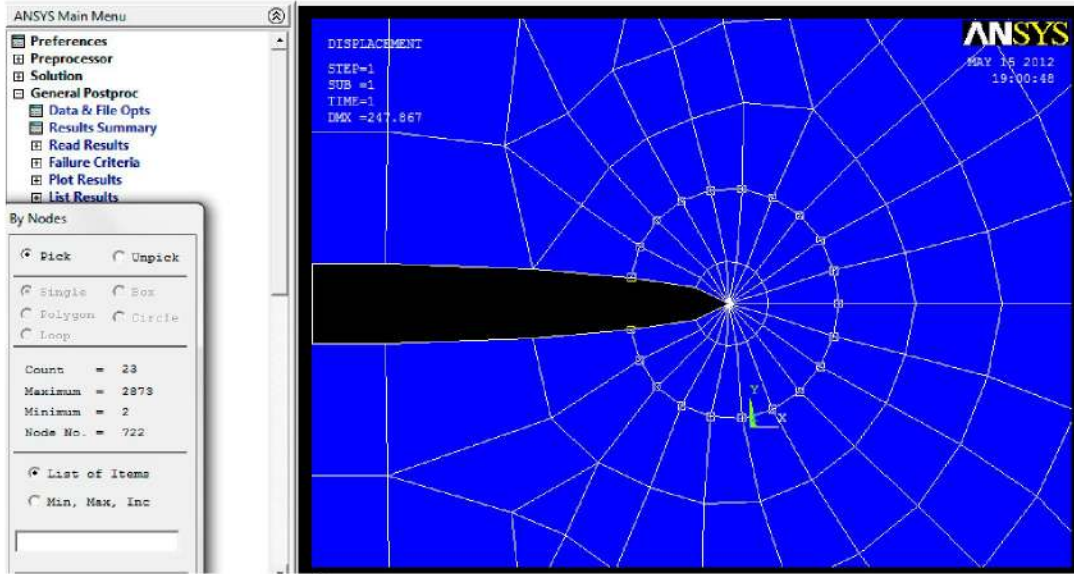
Gerilme şiddeti faktörünü hesaplamak için çatlak bölgesinden 5 adet düğüm noktası seçilir. “Nodal Calculation” kısmından “Stres Intensity Factor” seçilerek gerilme şiddeti katsayısı görüntülenebilir.



Şekil 3.9 Gerilme şiddeti faktörü hesabı için düğüm noktalarının seçilmesi.

J İntegral hesabı için ise çatlak bölgesi yakınlştırılarak çatlak ucundaki düğümlerle bir yörünge tanımlanır. Bu yörünge mutlaka saat ibreleri tersi yönünde olmalıdır. Yörünge

tanımlandıktan sonra Şekil 3.11'deki makro satırlar yazılarak herhangi bir isimle txt uzantılı olarak kaydedilip okutulduktan sonra sonuçlar görüntülenebilir.



Şekil 3.10 J İntegral hesabı için düğüm noktalarının seçilmesi.

```
ETABLE, SENE, SENE,
ETABLE, VOLU, VOLU
SEXP, W, SENE, VOLU, 1, -1
SEXP, W, SENE, VOLU, 1, -1
LPATH, 825, 846, 845, 844, 843, 842, 841, 840, 839, 838, 355, 383, 382, 381, 380, 379, 378, 377, 376, 375, 362
PDEF, W, ETAB, W
PCALC, INTG, J, W, YG
*GET, JA, PATH, ,LAST, J
PDEF, CLEAR
PVECT, NORM, NX, NY, NZ
PDEF, INTR, SX, SX
PDEF, INTR, SY, SY
PDEF, INTR, SXY, SXY
PCALC, MULT, TX, SX, NX
PCALC, MULT, C1, SXY, NY
PCALC, ADD, TX, TX, C1
PCALC, MULT, TY, SXY, NX
PCALC, MULT, C1, SY, NY
PCALC, ADD, TY, TY, C1
*GET, DX, PATH, ,LAST, S
DX=DX/100
PCALC, ADD, XG, XG, , , -DX/2
PDEF, INTR, UX1, UX
PDEF, INTR, UY1, UY
PCALC, ADD, XG, XG, , , DX
PDEF, INTR, UX2, UX
PDEF, INTR, UY2, UY
PCALC, ADD, XG, XG, , , -DX/2
C=(1/DX)
PCALC, ADD, C1, UX2, UX1, C, -C
PCALC, ADD, C2, UY2, UY1, C, -C
PCALC, MULT, C1, TX, C1
PCALC, MULT, C2, TY, C2
PCALC, ADD, C1, C1, C2
PCALC, INTG, J, C1, S
*GET, JB, PATH, ,LAST, J
JINT=JA-JB
PDEF, CLEAR
*END
```

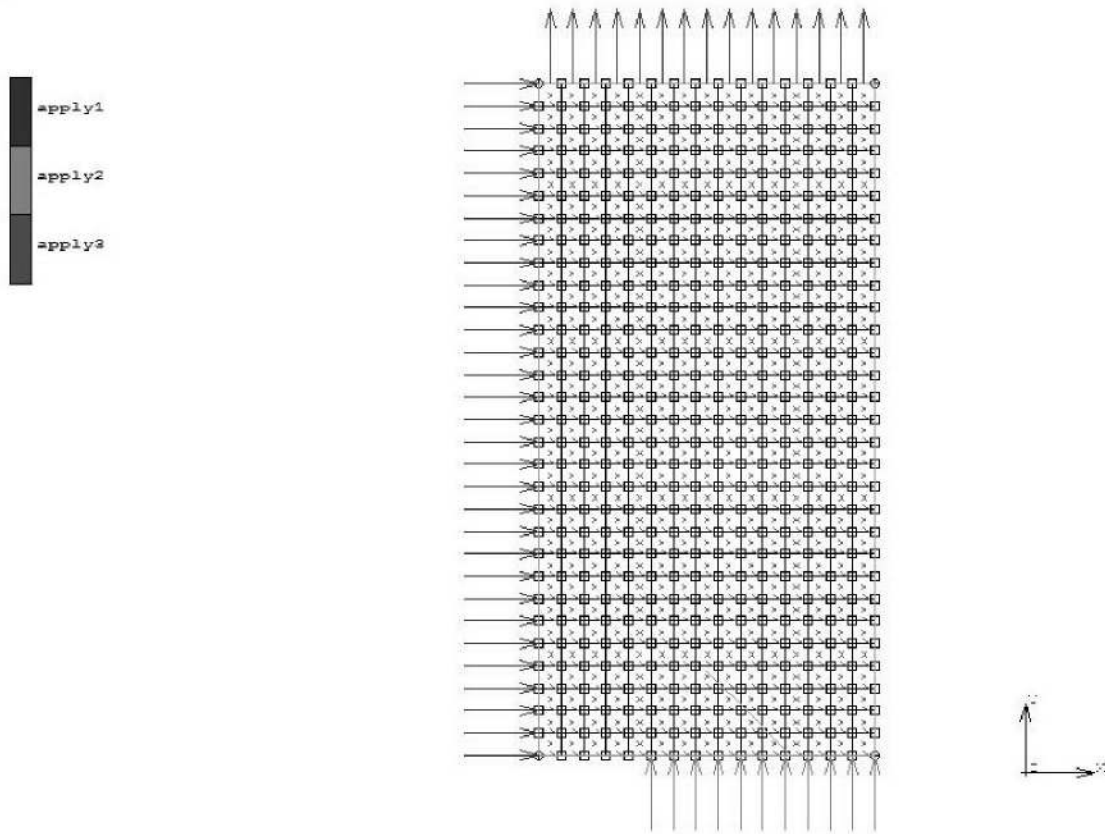
Şekil 3.11 J İntegral hesaplaması için gerekli makro satırlar.

3.2 MARC SONLU ELEMENLAR MODELİ

Deney numuneleri plakalar MARC sonlu elemanlar metodu tabanlı paket programı ile modellenmiştir (Şekil 3.12).

Modelleme, plakanın dörtte biri dikkate alınarak yapılmıştır. Çatlak, modelin sol alt köşesinde bulunmaktadır.

Ağ atma (meshing) işlemi model 450 elemana bölünerek yapılmıştır.



Şekil 3.12 MARC sonlu elemanlar programı ile tasarlanan model.

MARC sonlu elemanlar metodu tabanlı analiz programı ile yapılan çözüm aşağıda verilmiştir:

```
Marc 2010.1.0 , Build 66784 windows_NT version
-----
Program name      :
Job ID           : D:\my\friends\iiss2012\marc\model3_job1
Version type      : i4
User subroutine name :
User objects/libs :
Restart file job ID :
```

```

Substructure file ID :
Post file job ID :
Defaults file ID :
View factor file ID :
Save generated module: no
MPI library : intel-mpi
Auto restart : 0
Contact decoupling : 0
DDM processes : 0
Solver processes : 0
Host file :
Distributed i/o :
Run directory : D:\my\friends\iiss2012\marc
Scratch directory : D:\my\friends\iiss2012\marc
Default bin directory: C:\MSC.Software\Marc\2010\marc2010\bin\win32
Material database : C:\MSC.Software\Marc\2010\marc2010\AF_flowmat\
:

```

06.01.2012
17:24

Marc 2010.1.0 model3_job1 begins execution

(c) COPYRIGHT 2010 MSC.Software Corporation, all rights reserved
VERSION: Marc 2010.1.0, Build 66784 build date: Tue Mar 30 12:14:08 2010

Date: Fri Jan 06 17:24:25 2012

Marc 2010.1.0 execution begins

```

general memory initially set to =      25 MByte
maximum available memory set to =    1023 MByte

```

```

Date:      Fri Jan 06 17:24:26 2012
MSC Id:    0015001999c4 (ethernet) (Intel)
Hostname:  my-PC (user my, display my-PC)
License files: C:\users\my\Desktop\license.dat
CEID:      001999C4-A4182B72
User:      my
Display:   my-PC
LAPI Version: LAPI 8.0.1-1866 (FLEXlm 11.6.0.0)
Acquired 1 license for Marc from license server on host my-PC

```

MSC Customer Entitlement ID
001999C4-A4182B72

```

general memory increasing from      25 MByte to      53 MByte
wall time =      3.00

wall time =      3.00

start of assembly      cycle number is      0
wall time =      3.00

start of matrix solution
wall time =      3.00

singularity ratio      2.9240E-01
end of matrix solution
wall time =      3.00

finding j-integral paths
wall time =      3.00

finding paths finished, total number of paths:      1
wall time =      3.00

total memory =      89 MByte

```

```

end of increment
wall time = 3.00 0

```

Returned 1 license for Marc

	memory usage:	MByte	words	% of
total	within general memory:			
	element stiffness matrices:	0	16972	
0.1	solver: first part	0	30076	
0.1	overallocation initial allocation	53	13953522	
59.8	other:	0	1361	
0.0	allocated separately:			
	solver 8	8	1993816	
8.5	nodal vectors:	0	48120	
0.2	defined sets:	0	248	
0.0	transformations:	0	992	
0.0	kinematic boundary conditions:	0	1286	
0.0	points, curves and surfaces:	0	93	
0.0	fracture mechanics:	0	6301	
0.0	mem_none:	0	22359	
0.1	element storage:	1	238286	
1.0	material properties:	0	2806	
0.0	executable and common blocks:	27	7000000	
30.0	miscellaneous	0	5508	
0.0	-----			
---	total:	89	23321746	
	general memory allocated:	53	14001931	
	general memory used:	0	48409	
	peak memory usage:	105	27555531	
	timing information:	wall time	cpu	
time	total time for input:		0.21	
0.12	total time for stiffness assembly:		0.01	
0.02	total time for stress recovery:		0.12	
0.03	total time for matrix solution:		0.03	
0.02	total time for output:		0.07	
0.02	total time for miscellaneous:		2.16	
1.88	-----			
---	total time:		2.59	
2.08				

 This is a successful completion to a Marc simulation,
indicating that no additional incremental data was
found and that the analysis is complete.

BÖLÜM 4

DENEYSEL ANALİZ

4.1 DENEY NUMUNELERİNİN HAZIRLANMASI

Yapılan çalışmada 9 adet HSLA-100 çeliği plakası kullanılmıştır. Kullanılan numunelerin boyutları Çizelge 4.1’de verilmiştir.

Çizelge 4.1 Numune boyutları.

NUMUNE	BOY	GENİŞLİK	KALINLIK
1	300.75	71.40	8.14
2	301.60	72.55	8.30
3	300.90	73.10	8.15
4	302.15	76.53	6.02
5	301.60	76.11	6.06
6	300.90	76.32	6.18
7	301.60	76.15	3.00
8	302.00	75.36	2.99
9	301.60	76.88	2.95

Numunelere öncelikle freze ile kesikler açılmış, sonrasında MAG kaynağı yapılarak onarılmıştır. Kaynak için MG-2 tel elektrot (TÜV:11071.00) kullanılmıştır. 3 mm kalınlıktaki numuneler için 120 A, 6 mm kalınlıktaki numuneler için 180 A, 8 mm kalınlıktaki numuneler için ise 195 A kullanılmıştır. Kaynaklı bölgenin kalınlığı 4 mm’dir.

Kaynak işleminden sonra numunelerin ortalarına delikler açılmış, delik kenarlarından çakı ile kesikler oluşturulmuştur. Açılan deliklerin çapları Çizelge 4.2’de verilmiştir.

Çizelge 4.2 Numunelere açılan deliklerin çapları.

NUMUNE	BOY	GENİŞLİK	KALINLIK	DELİK	AÇILACAK
1	300.40	71.40	8.14	24.48	0.26
2	301.20	72.55	8.30	24.56	0.22
3	300.90	73.10	8.15	24.27	0.365
4	302.00	76.53	6.02	24.25	0.375
5	301.10	76.11	6.06	24.24	0.38
6	300.60	76.32	6.18	24.43	0.285
7	301.60	76.15	3.00	24.19	0.405
8	301.60	74.82	2.99	24.49	0.255
9	301.25	76.26	2.95	24.44	0.28

Numuneler hazırlandıktan sonra üzerlerine 3'er adet strain-gage yapıştırılmıştır.Strain-gagelerin yapıştırıldıkları noktalar Şekil 4.1'de görülmektedir.



Şekil 4.1 Deney numuneleri.

Kullanılan strain-gagelerin özellikleri Çizelge 4.3'te verilmiştir.

Çizelge 4.3 Kullanılan strain-gagelerin özellikleri.

TOKYO SOKKI KENYUJO Co., Ltd.	
TYPE	FLA-6-350-11
LOT NO	A601212
BATCH NO	ICO2K
GAGE LENGHT	6 mm
GAGE RESISTANCE	$350 \pm 1.0 \Omega$
QUANTITY	10
GAGE FACTOR	$2.12 \pm 1 \%$
TEMPERATURE COMPENSATION FOR	$11 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$
TRANSVERSE SENSITIVITY	0.0 %

4.2 DENEYİN YAPILIŞI

Hazırlanan numuneler çekme cihazına (VEB Werkstoffprüfmaschinen, Germany) bağlanmış, üç ayrı yükleme hızıyla numunelere 70.000 N'luk yük uygulanmıştır. Yükleme hızları her kalınlıktaki numune için sırasıyla 58.33, 1166.67 ve 2333.33 N/s'dir.

Numuneleri üzerlerine yerleştirilmiş olan strain-gageler kablolarla SoMat eDAQ-lite adı verilen microprocessor-based data acquisition system'e bağlanmıştır ve gerinim değerleri alınmıştır (Şekil 4.2).



Şekil 4.2 SoMat eDAQ-lite.

4.2.1 SoMat eDAQ-lite ile Gerinim Değerlerinin Elde Edilmesi

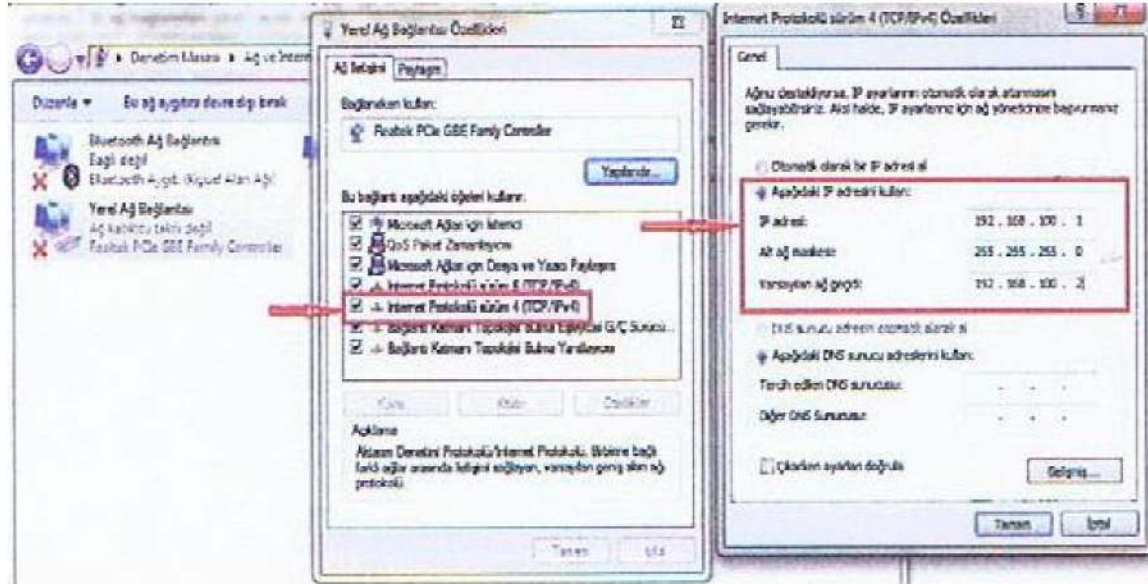
Öncelikle Windows 7 işletim sistemi için IP adresleri ayarları yapılır.

IP Adresi: 192.168.100.1

Alt ağ maskesi: 255.255.255.0

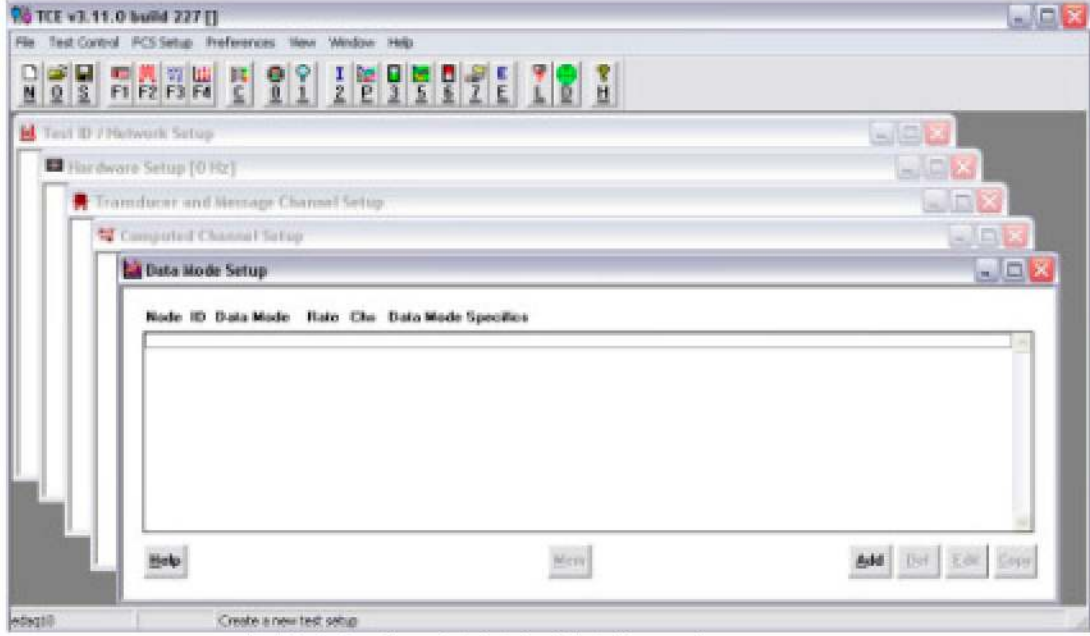
Varsayılan ağ geçidi: 192.168.100.2

olarak girilir (Şekil 4.3).



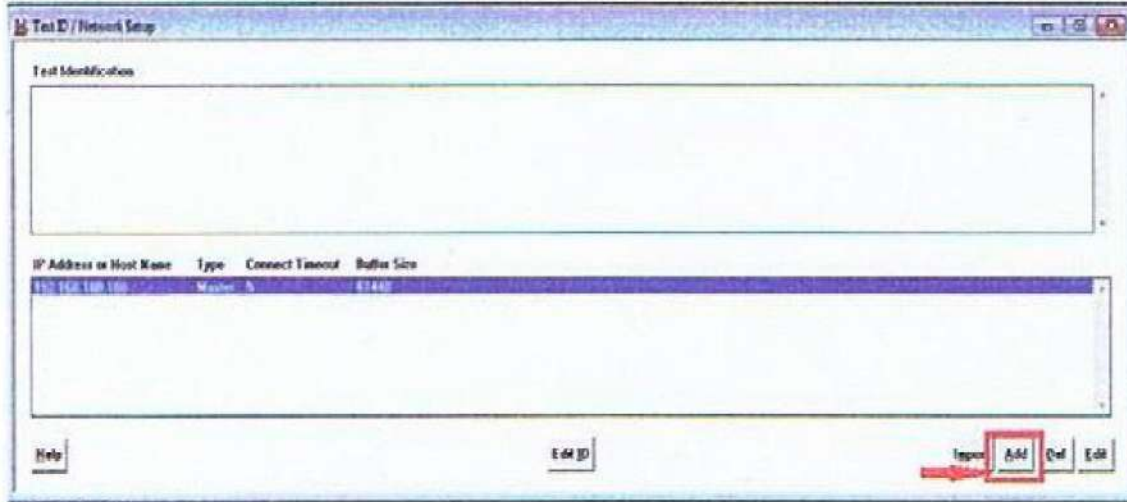
Şekil 4.3 Windows-7 için ağ ayarları (Tabancacı vd. 2011).

TCE v3.10.1 yazılımı açılır ve yeni kurulum oluşturulur (Şekil 4.4).

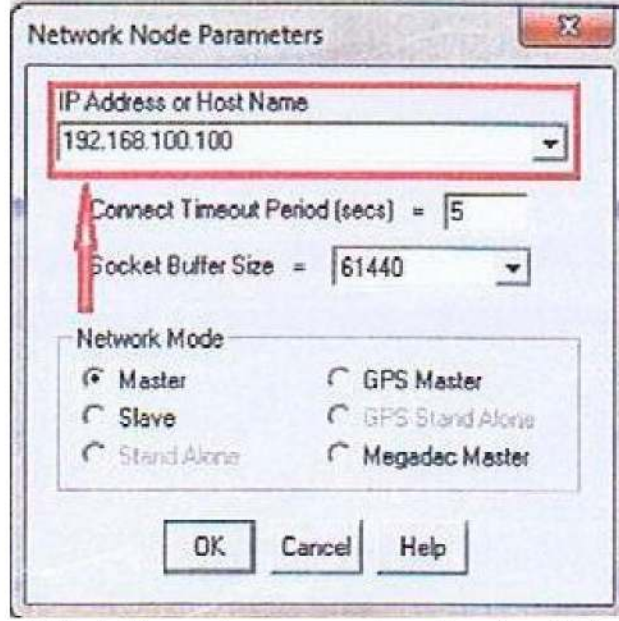


Şekil 4.4 TCE v3.10.1 build 149 yazılımı arayüzü.

Sonrasında Test ID/Network Setup penceresi ayarları yapılır. Bu pencere ile Windows ile Edaq arası IP bağlantısı sağlanır (Şekil 4.5). Bu pencereden add butonuna tıklandıktan sonra açılan Network Node Parameters penceresinden IP adresi 192.168.100.100 olarak girilir (Şekil 4.6).

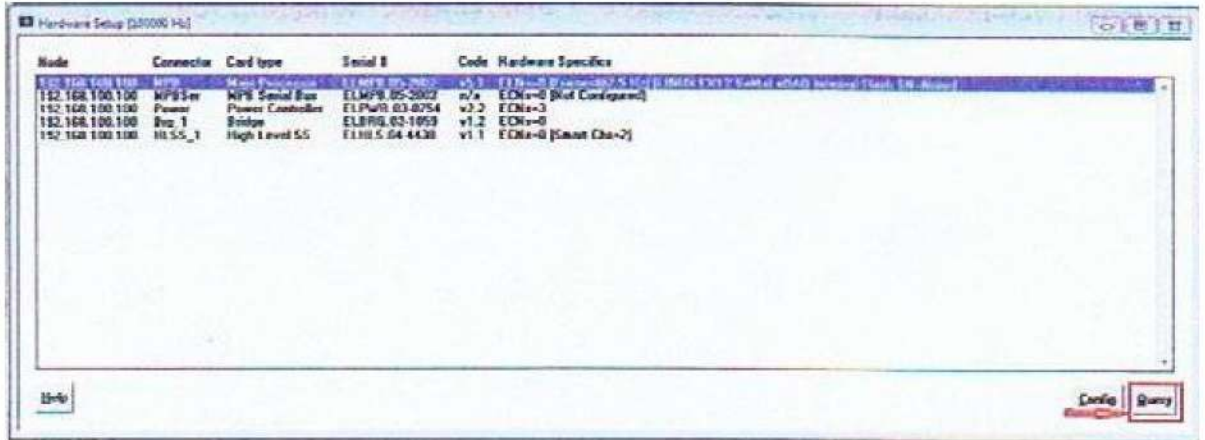


Şekil 4.5 Test ID / Network Setup penceresi ayarlamaları (Tabancacı vd. 2011).



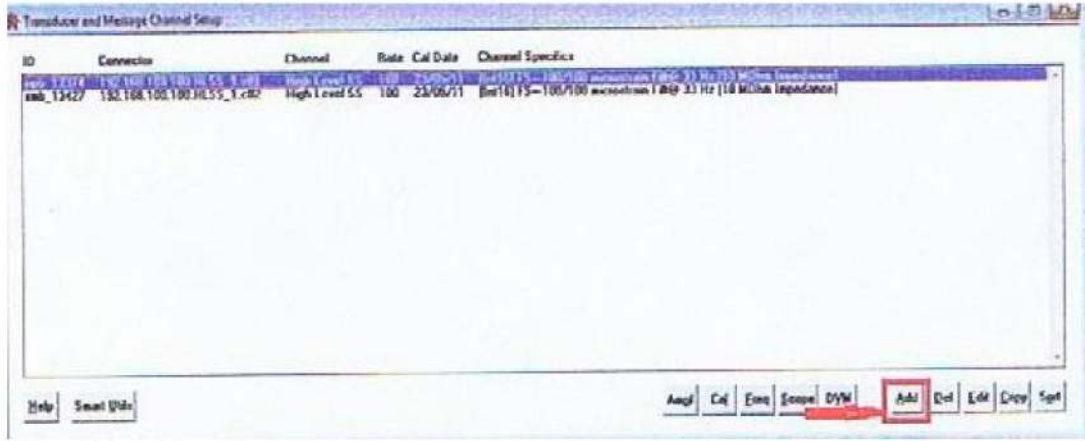
Şekil 4.6 Network Node Parameters penceresi ayarlamaları (Tabancacı vd. 2011).

Sonrasında Hardware Setup penceresi açılıp Query butonu tıklanarak bilgisayar ve edaq veri toplama cihazı arasında bağlantılı olan tüm donanımlar tanınır ve listelenir (Şekil 4.7).



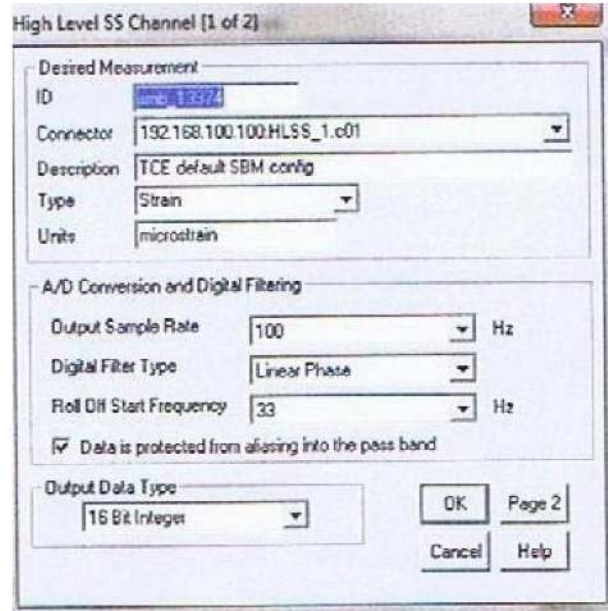
Şekil 4.7 Hardware Setup penceresi ayarlamaları (Tabancacı vd. 2011).

Daha sonra Transducer and Message Channel Setup penceresi açılır ve add butonuna tıklanarak açılan Select Transducer Channel Type penceresinden Smart Modules seçilir (Şekil 4.8). Bu sayede sistemde olan smart modüller ile starin-gageler tanınır ve listelenir.



Şekil 4.8 Transducer and Message Channel Setup penceresi ayarlamaları (Tabancacı vd. 2011).

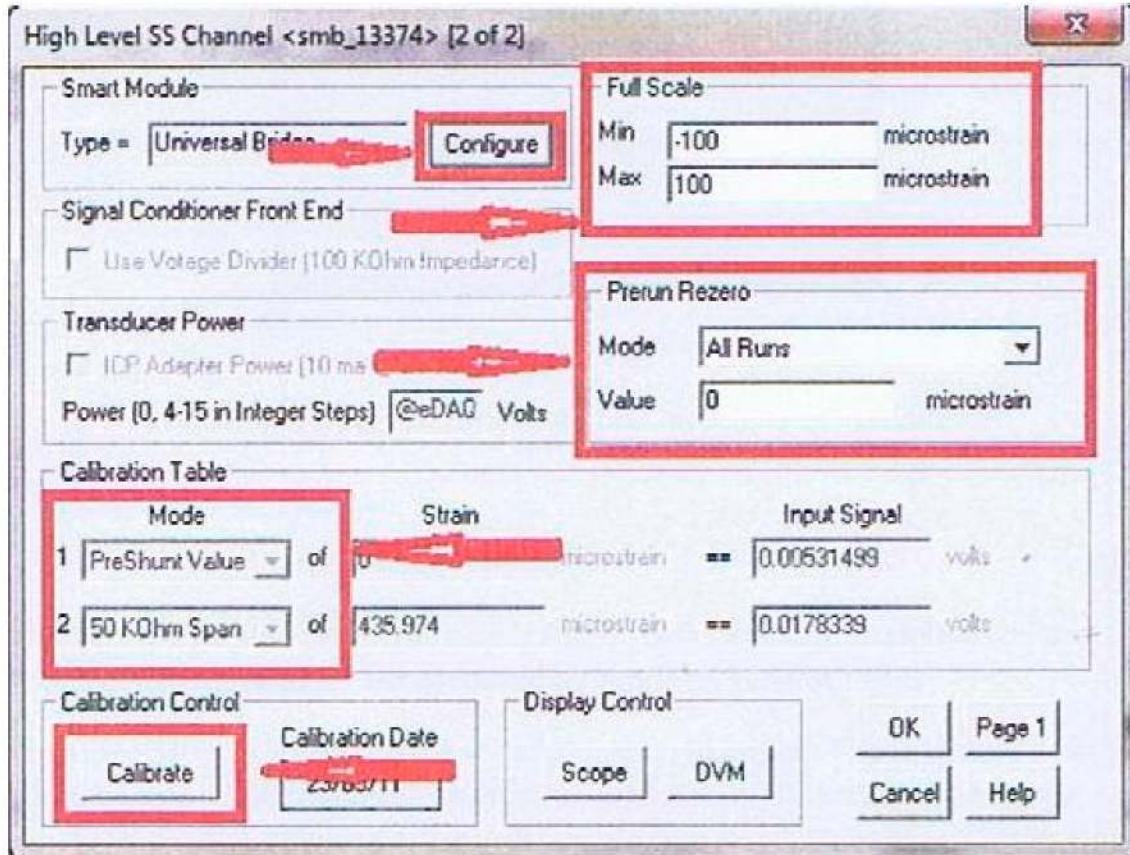
Listedeki her bir strain-gage için edit butonu tıklanarak ayarlamalar yapılır (Şekil 4.9). Page 1 değerleri yazılım tarafından otomatik tanınır.



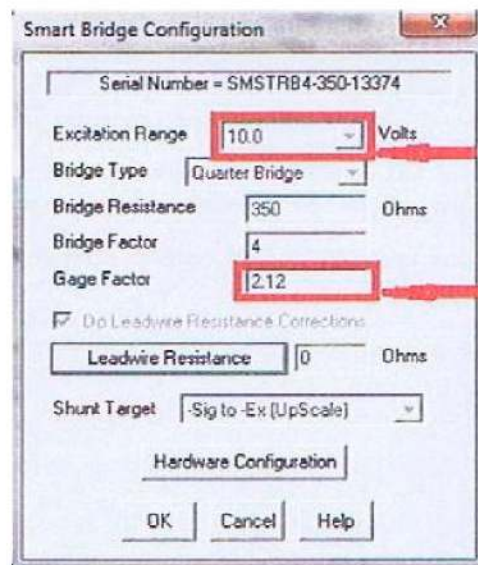
Şekil 4.9 High Level SS Channel Page 1 penceresi ayarlamaları (Tabancacı vd. 2011).

Page 2’de configure butonuna tıklanarak Excitation Rate değeri 10 V seçilir ve kullanılan strain-gage'lere göre gage factor girilir (Şekil 4.11). Veri grafiğinde görülmek istenen minimum ve maksimum microstrain değer aralıkları girilir, Prerun Rezero ALL Runs seçilir. Calibration Table mode-1 için PreShunt Value seçilir ve mode-2 için 50 KOhm Span seçilerek calibrate butonuna tıklanır (Şekil 4.10). Bu sayede edaq veri toplama cihazı ile

strain-gagelerin özelliklerine bağlı voltaj ve direnç uyumu sağlanır. Calibrate butonuna tıklandıktan sonra ekrana çıkan uyarıda hata oranı %5'den az olmalıdır.



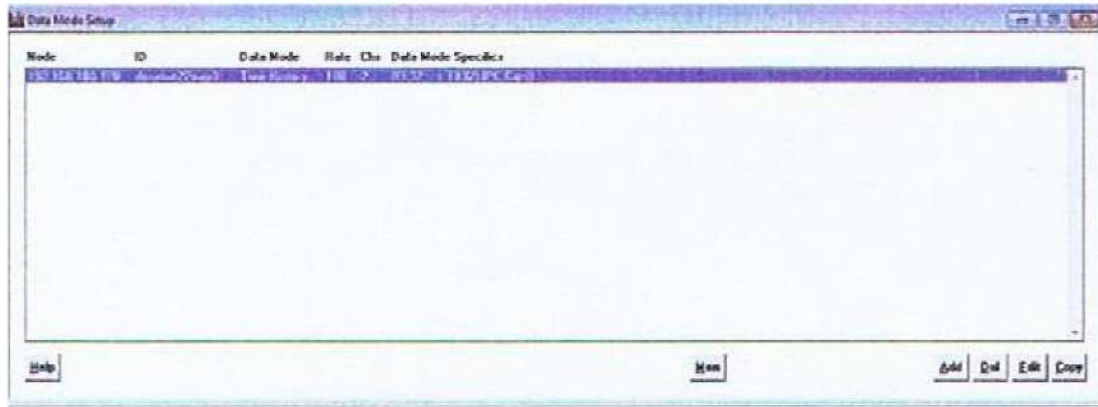
Şekil 4.10 High Level SS Channel Page 2 penceresi ayarlamaları (Tabancacı vd. 2011).



Şekil 4.11 Smart Bridge Configuration penceresi ayarlamaları (Tabancacı vd. 2011).

Gerinim değerlerinin kuvvete çevrilmesinde fonksiyonlar sonradan hesaplandığı için Computed Channel Setup ekranında hiçbir ayarlama yapılmaz.

Bu işlemlerden sonra Data Mode Setup penceresi açılarak add butonu tıklanır ve Time History seçilir (şekil 4.12). Bu sayede aldığımız veriler zaman parametresine endekslenir. Birden fazla strain-gage kullanıldığı ve strain-gagelerden eř zamanlı veri alındığı için tek strain-gage'e göre bir tane zaman parametresi belirlemek yeterli olur.



şekil 4.12 Data Mode Setup penceresi ayarlamaları (Tabancacı vd. 2011).

Yazılım içinde yapılan ayarlamaların sonunda program kayıt edilir ve Initialize Test tıklanır. Bundan sonra start run butonuna tıklanarak veri alımına başlanır. Veri alımı sırasında run time display butonuna tıklanarak verileri alımı incelenebilir. Stop run butonuna tıklanarak ver alma işlemi bitirilir. Veri alma işlemi tek bir Initialize Test içinde birçok kez tekrarlanabilir.

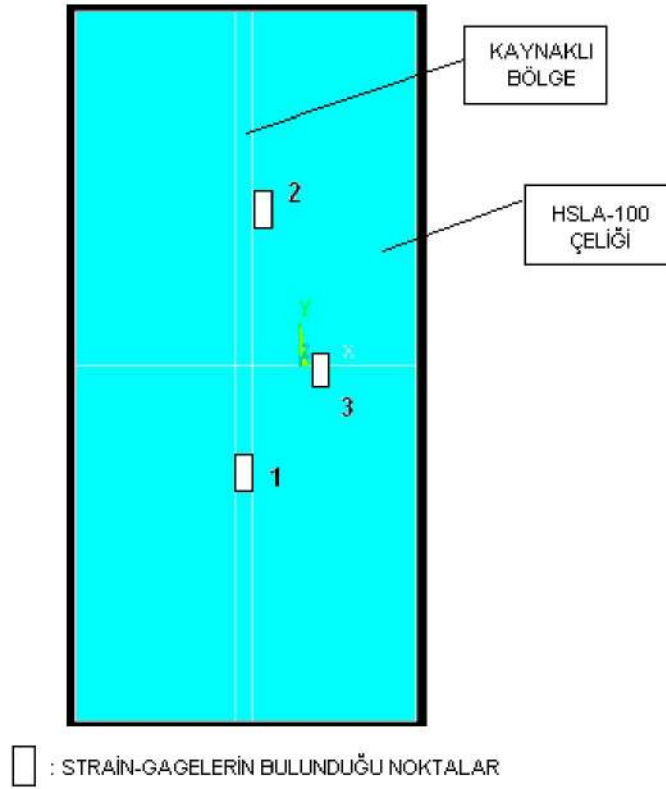
Son olarak upload data butonundan alınan veri sayıları görüntülenir ve .sif dosyası olarak kayıt edilir. Kayıt edilen bu .sif uzantılı dosyalar Infield programı ile incelenir ve grafikler elde edilir.

BÖLÜM 5

SONUÇLAR VE TARTIŞMA

5.1 ANSYS İLE ELDE EDİLEN SONUÇLAR

ANSYS sonlu elemanlar tabanlı paket programı ile gerinme, gerilme şiddet katsayısı ve J İntegral analizi yapılmıştır.



Şekil 5.1 ANSYS modeli üzerinde strain-gagelerin bulunduğu noktalar.

ANSYS ile elde edilen gerinme analizi sonuçları Çizelge 5.1’de verilmiştir. 1, 2 ve 3 indisleri strain-gagelerin bulunduğu noktalardaki gerinim değerlerini ifade etmektedir.

Çizelge 5.1 ANSYS ile elde edilen gerinme analizi sonuçları.

Kalınlık (mm)	ε_y^1 ($\mu\epsilon$)	ε_y^2 ($\mu\epsilon$)	ε_y^3 ($\mu\epsilon$)
3	3237.0	1936.0	4537.0
6	1618.0	968.1	2268.0
8	1214.0	726.0	1701.0

Yine ANSYS ile elde edilen gerilme şiddet katsayısı ve J İntegral sonuçları da Çizelge 5.2’de verilmiştir.

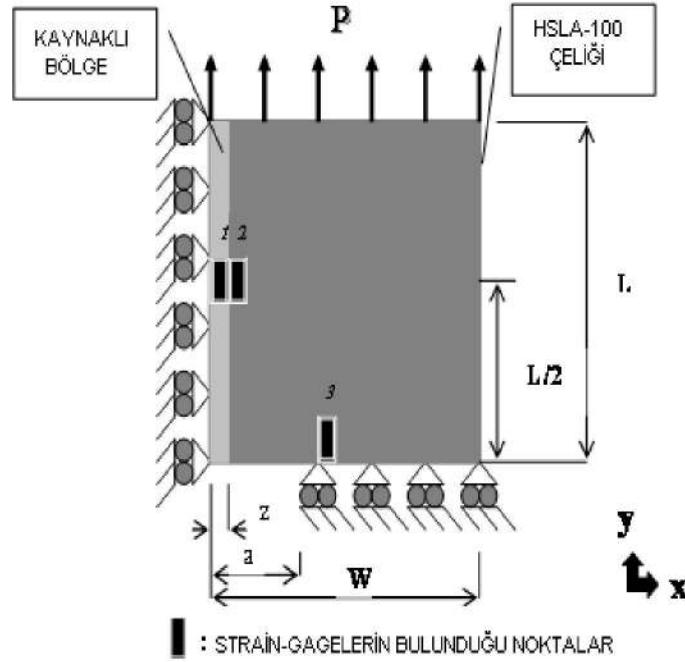
Çizelge 5.2 ANSYS ile elde edilen gerilme şiddet katsayısı ve J İntegral sonuçları.

Kalınlık (mm)	K_I^{ANSYS} (MPamm ^{1/2})	J_I^{ANSYS} (MPamm)
3	2078.7	19.464
6	1039.3	4.866
8	779.46	2.737

5.2 MARC İLE ELDE EDİLEN SONUÇLAR

MARC sonlu elemanlar tabanlı paket programı ile de gerinme, gerilme şiddet katsayısı ve J İntegral analizi yapılmıştır.

Şekil 5.2’de MARC yarım modeli üzerinde strain-gagelerin bulunduğu noktalar görülmektedir. Plakalar simetrik olduğu için yarım model kullanılarak hesaplama yapılmıştır.



Şekil 5.2 MARC yarım modeli üzerinde strain-gagelerin bulunduğu noktalar

MARC ile elde edilen gerinme analizi sonuçları Çizelge 5.3'te verilmiştir. 1,2, 3 indisleri strain-gagelerin bulunduğu noktaları ifade etmektedir.

Çizelge 5.3 MARC ile elde edilen gerinme analizi sonuçları.

Kalınlık (mm)	ε_y^1 ($\mu\varepsilon$)	ε_y^2 ($\mu\varepsilon$)	ε_y^3 ($\mu\varepsilon$)
3	1770.0	1558.0	4318.0
6	813.0	719.0	1941.0
8	609.8	539.3	1456.0

Yine MARC ile elde edilen gerilme şiddet katsayısı ve J İntegral sonuçları Çizelge 5.4'te verilmiştir.

Çizelge 5.4 MARC ile elde edilen gerilme şiddet katsayısı ve J İntegral sonuçları.

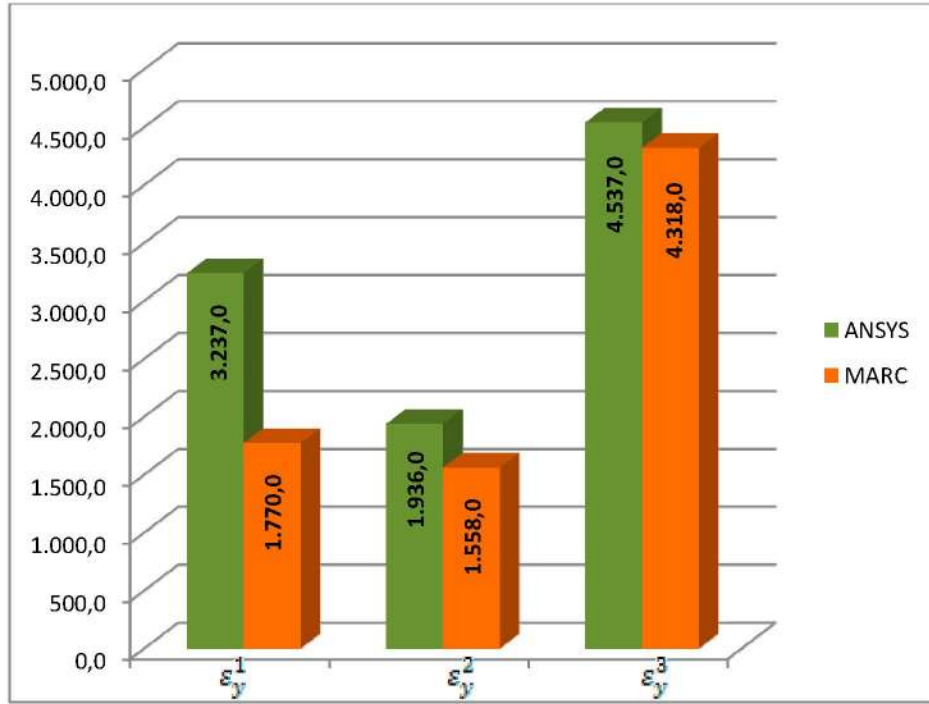
Kalınlık (mm)	K_I^{MARC} (MPamm ^{1/2})	J_I^{MARC} (MPamm)
3	2022.313	19.950
6	1011.544	4.600
8	758.731	2.588

Nümerik analizler tamamlandıktan sonra ANSYS ve MARC programları kullanılarak elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır.

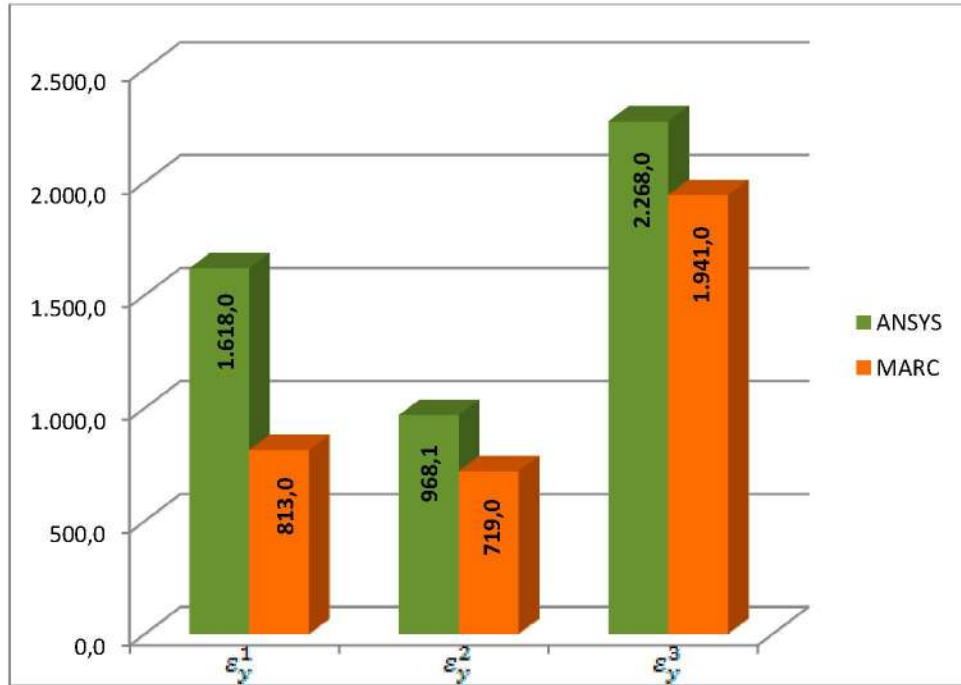
Çizelge 5.5 ANSYS ve MARC sonlu elemanlar programları ile elde edilen gerinme analizi sonuçlarının karşılaştırılması.

Kalınlık (mm)	$\epsilon_y^{1(\text{ANSYS})}$ ($\mu\epsilon$)	$\epsilon_y^{1(\text{MARC})}$ ($\mu\epsilon$)	$\epsilon_y^{2(\text{ANSYS})}$ ($\mu\epsilon$)	$\epsilon_y^{2(\text{MARC})}$ ($\mu\epsilon$)	$\epsilon_y^{3(\text{ANSYS})}$ ($\mu\epsilon$)	$\epsilon_y^{3(\text{MARC})}$ ($\mu\epsilon$)
3	3237.0*	1770.0	1936.0	1558.0	4537.0	4318.0
6	1618.0*	813.0	968.1	719.0	2268.0	1941.0
8	1214.0*	609.8	726.0	539.3	1701.0	1456.0

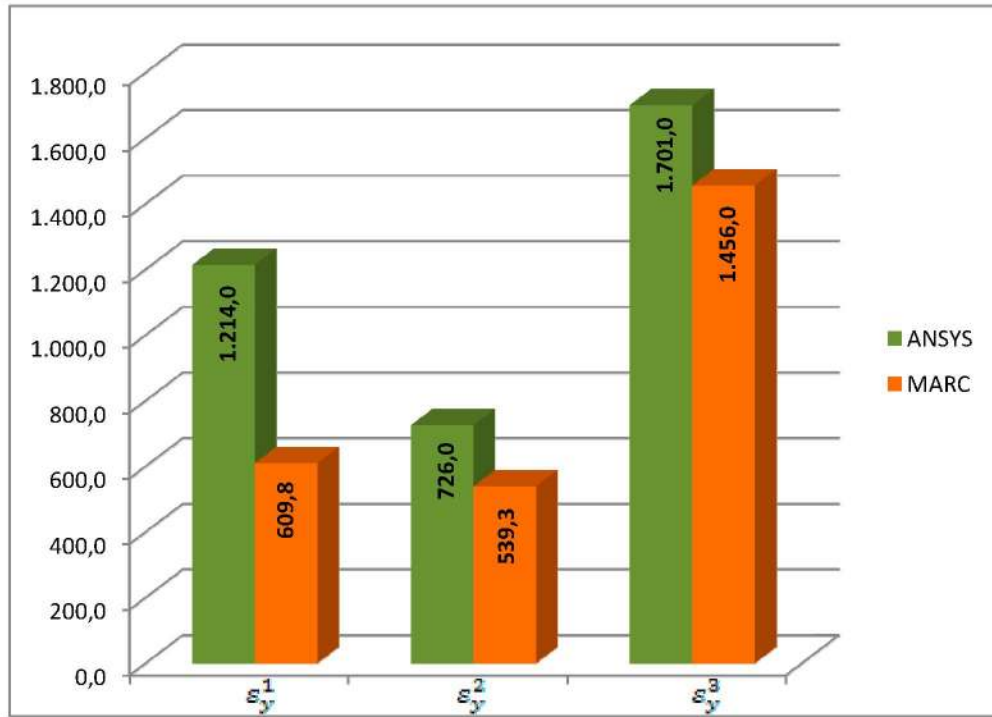
* : ϵ_y^1 , Şekil 5.2’de görülebileceği gibi kaynak bölgesinde oluşan gerinme değerini ifade etmektedir. ANSYS paket programında kaynaklı bölge tanımı yapılamadığından kaynaklı bölge için poisson oranı 0.26 olan malzeme tanımı yapılmıştı. MARC paket programıyla kaynaklı bölge tanımı yapılabilir. Bu nedenle iki programla elde edilen değerler birbirinden oldukça farklı bulunmuştur.



Şekil 5.3 3 mm kalınlıktaki plakalar için ANSYS ve MARC ile elde edilen gerinme değerlerinin grafik üzerinde karşılaştırılması.



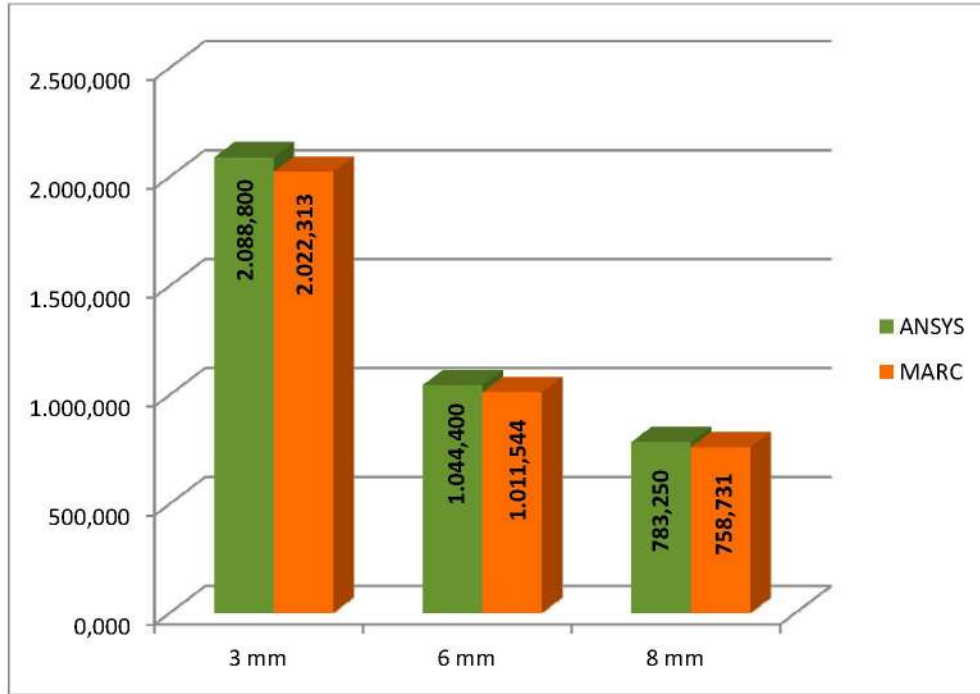
Şekil 5.4 6 mm kalınlıktaki plakalar için ANSYS ve MARC ile elde edilen gerinme değerlerinin grafik üzerinde karşılaştırılması.



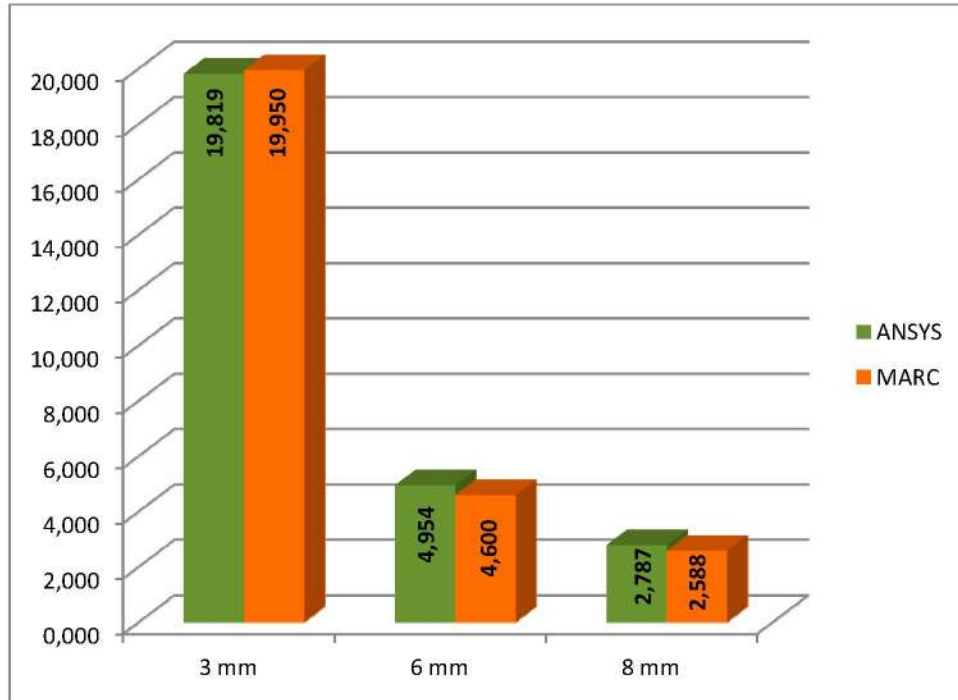
Şekil 5.5 8 mm kalınlıktaki plakalar için ANSYS ve MARC ile elde edilen gerilme değerlerinin grafik üzerinde karşılaştırılması.

Çizelge 5.6 ANSYS ve MARC sonlu elemanlar programları ile elde edilen gerilme şiddet katsayısı ve J İntegral sonuçlarının karşılaştırılması.

Kalınlık (mm)	K_I^{ANSYS} (MPamm ^{1/2})	K_I^{MARC} (MPamm ^{1/2})	J_I^{ANSYS} (MPamm)	J_I^{MARC} (MPamm)
3	2088.8	2022.313	19.819	19.950
6	1044.4	1011.544	4.954	4.600
8	783.25	758.731	2.787	2.588



Şekil 5.6 ANSYS ve MARC ile elde edilen gerilme şiddeti faktörü değerlerinin grafik üzerinde karşılaştırılması.



Şekil 5.7 ANSYS ve MARC ile elde edilen J İntegral değerlerinin grafik üzerinde karşılaştırılması.

Sonlu elemanlar tabanlı paket programları kullanılarak yapılan analizler tamamlanıp karşılaştırıldığında sonuçların birbirine yakın olduğu görülmüştür.

5.3 DENEYSEL SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Yapılan deneylerden elde edilen gerinme analizi sonuçları Çizelge 5.5'te verilmiştir.

Çizelge 5.7 Deneylerle elde edilen gerinme analizi sonuçları.

Kalınlık (mm)	Yükleme Hızı (N/s)	ε_y^1 ($\mu\epsilon$)	ε_y^2 ($\mu\epsilon$)	ε_y^3 ($\mu\epsilon$)
3	58.33	1453.157	1311.387	5443.567
3	1166.67	1353.470	1436.620	6863.237
3	2333.33	1343.280	1480.530	4783.637
6	58.33	503.960	576.740	6272.845
6	1166.67	931.420	805.085	1866.780
6	2333.33	914.241	814.710	1843.505
8	58.33	396.657	363.533	2094.483
8	1166.67	473.120	480.113	1153.103
8	2333.33	479.587	463.207	1153.853

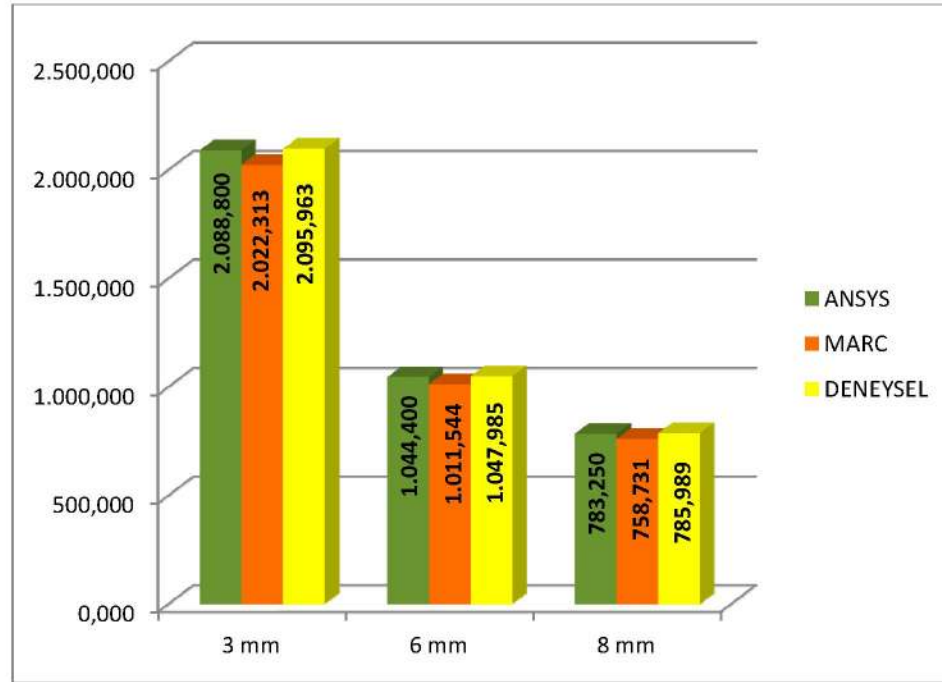
Deneylerde elde edilen gerinme değerlerinden $K_I = \sigma_y \sqrt{\pi a} \left(\sec \frac{\pi a}{2W} \right)^{1/2}$ (Koc vd. 2012) formülü kullanılarak hesaplanan gerilme şiddet katsayısı ve Eşitlik 1.49'da verilen formül kullanılarak hesaplanan J İntegral sonuçları Çizelge 5.6'da verilmiştir.

Çizelge 5.8 Deneylerle elde edilen gerilme şiddet katsayısı (Koc vd. 2012) ve J İntegral (Eşitlik 1.49) sonuçları.

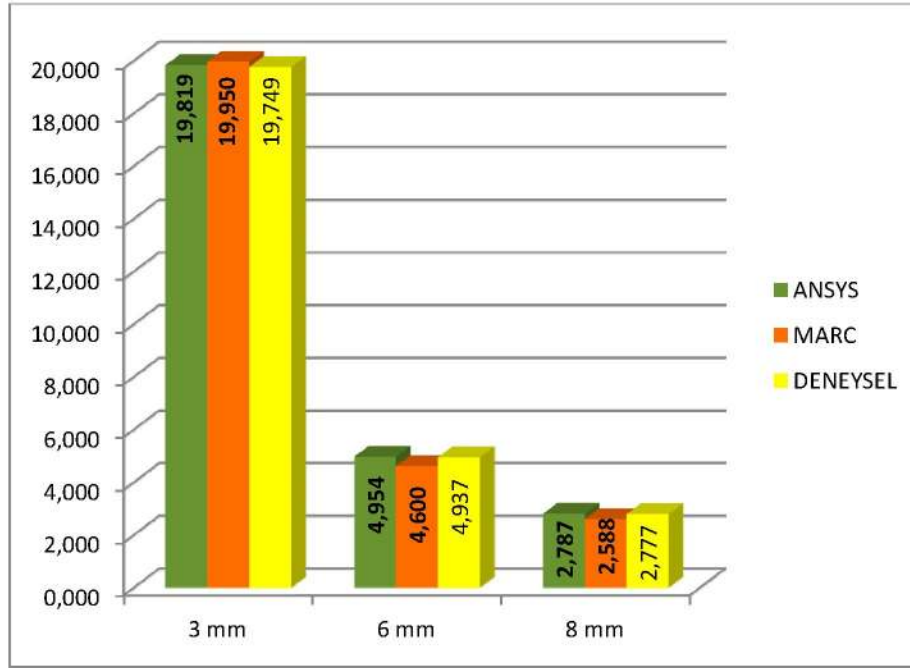
Kalınlık (mm)	K_I (MPamm ^{1/2})	J_I (MPamm)
3	2095.963	19.749
6	1047.985	4.937
8	785.989	2.777

Çizelge 5.9 ANSYS ve MARC programlarıyla elde edilen gerilme şiddeti faktörü ve J integral değerlerinin deney sonuçları kullanılarak hesaplanan değerlerle karşılaştırılması.

Kalınlık (mm)	K_I^{ANSYS} (MPamm ^{1/2})	K_I^{MARC} (MPamm ^{1/2})	K_I (MPamm ^{1/2})	J_I^{ANSYS} (MPamm)	J_I^{MARC} (MPamm)	J_I (MPamm)
3	2088.8	2022.313	2095.963	19.819	19.950	19.749
6	1044.4	1011.544	1047.985	4.954	4.600	4.937
8	783.25	758.731	785.989	2.787	2.588	2.777



Şekil 5.8 ANSYS ve MARC programlarıyla elde edilen gerilme şiddeti faktörü değerlerinin deney sonuçları kullanılarak hesaplanan değerlerle grafik üzerinde karşılaştırılması.



Şekil 5.9 ANSYS ve MARC programlarıyla elde edilen J integral değerlerinin deney sonuçları kullanılarak hesaplanan değerlerle grafik üzerinde karşılaştırılması.

Çizelge 5.5 göz önüne alındığında, 58.33 N/s yükleme hızında elde edilen gerinim değerlerinin diğer hızlarda elde edilen değerlerden oldukça farklı olduğu görülmektedir. Buradan yükleme hızının kaynaklı bölge ve plaka kalınlığı kadar önemli olduğu anlaşılmaktadır.

Sonlu elemanlar metodu tabanlı paket programlarıyla yapılan analizlerde ağ atma işlemini (meshing) daha az elemanla yaparak deneysel analizle elde edilen sonuçlara yakın sonuçlar elde edilebileceği görülmektedir.

KAYNAKLAR

- Baklacioğlu T** (2005) Sonlu Elemanlar Metodu ile Çatlaklı Yapılarda Yorulma Ömrünün Belirlenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Sivil Havacılık Anabilim Dalı.
- Bhat S and Ukadgaonker V** (2010) Dugdale cohesive zone modeling to evaluate J integral at the interface of strength mismatched steels:A simplified numerical approach. *Finite Elements in Analysis and Design*, 46:601–610.
- Giner E, Zuniga F, Saez F and Canteli F** (2010) On the J_{xI} -integral and the out-of-plane constraint in a 3D elastic cracked plate loaded in tension. *International Journal of Solids and Structures*, 47:934–946.
- Guo Y and Nairn J** (2004) Calculation of J-Integral and Stress Intensity Factors using the Material Point Method. *Tech Science Press, USA*.
- Güneş B** (2006) Sonlu Elemanlar Metodunun Dikdörtgen Kesitli Dalga Kılavuzlarına Uygulanması. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı.
- Kanvinde A, Fell B, Gomez I and Roberts M** (2008) Predicting fracture in structural fillet welds using traditional and micromechanical fracture models. *Engineering Structures*, 30:3325-3335.
- Koc E, Erdogan H, Yetmez M** (2012) Repaired HSLA-100 Steel Plate With a Crack Under Axial Tension. International Iron and Steel Symposium, Karabuk, Turkey.
- Lei Y** (2004) J-integral and limit load analysis of semi-elliptical surface cracks in plates under tension. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 81:21–30.
- Tabancacı A, Yordanlı G, Demirsoy K ve Töke M** (2011) İnsanlarda Duruş Pozisyonları ve Duyu Organlarının Isırma Kuvvetine Etkileri. Bitirme Projesi, Zonguldak Karaelmas Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü.
- Taş Z ve Polat A** (2007) Boru Çeliklerinin Kırılma Tokluğunun J-Integral Yöntemiyle Belirlenmesi, *C B Ü Soma Meslek Yüksekokulu Teknik Bilimler Dergisi* 1(7).

KAYNAKLAR (devam ediyor)

Wang X (2006) Fully plastic J-integral Solutions for Surface Cracked Plates Under Biaxial Loading. *Engineering Fracture Mechanics*, 73:1581–1595.

Yayla P (2007) Kırılma Mekaniği, Çağlayan Basımevi, İstanbul.

ÖZGEÇMİŞ

Elif KOÇ 1987 yılında Zonguldak'ta doğdu. İlköğrenimini, Zonguldak Gazi İlköğretim Okulu'nda orta öğrenimini, Zonguldak Mehmet Çelikel Anadolu Lisesinde tamamladı. 2005 yılında Erciyes Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümüne başladı, 2009 yılında mezun oldu. Ocak 2010'dan Ağustos 2010'a kadar Bülent Ecevit Üniversitesi'nde araştırma görevlisi olarak çalıştı. Ağustos 2010'dan günümüze Türkiye Taşkömürü Kurumu Etüd, Plan Proje ve Tesis Daire Başkanlığı'nda makine mühendisi olarak çalışmaktadır. Bülent Ecevit Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalı'nda yüksek lisans eğitimini sürdürmektedir.

ADRES BİLGİLERİ

Adres : Tepebaşı Mahallesi Gözde Sitesi
A/9 Blok Kat:3 Daire:5 Merkez/ZONGULDAK

Tel : (0 372) 256 4496
0 539 571 4496

E-posta : elif_koccc@hotmail.com