

EGE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

(DOKTORA TEZİ)

**KAYIP FONKSİYONLARINA DAYALI
SÜREÇ-DIŞI
KALİTE GELİŞTİRME YAKLAŞIMLARI**

Melis ZEYBEK

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Onur KÖKSOY

İstatistik Anabilim Dalı

Bilim Dalı Kodu : 406.02.01

Sunuş Tarihi : 04.06.2015

Bornova-İZMİR

2015

Melis ZEYBEK tarafından doktora tezi olarak sunulan “Kayıp Fonksiyonlarına Dayalı Süreç-Dışı Kalite Geliştirme Yaklaşımları” başlıklı bu çalışma E.Ü. Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği ile E.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Eğitim ve Öğretim Yönergesi’nin ilgili hükümleri uyarınca tarafımızdan değerlendirilerek savunmaya değer bulunmuş ve 04.06.2015 tarihinde yapılan tez savunma sınavında aday oybirliği/oyçokluğu ile başarılı bulunmuştur.

Jüri Üyeleri:

İmza

Jüri Başkanı	: Prof. Dr. Serdar KURT	
Danışman	: Prof. Dr. Onur KÖKSOY	
Üye	: Prof. Dr. İpek DEVECİ KOCAKOÇ	
Üye	: Doç. Dr. Murat ALPER BAŞARAN	
Üye	: Doç. Dr. Sevcan DEMİR ATALAY	

EGE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ETİK KURALLARA UYGUNLUK BEYANI

E.Ü. Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin ilgili hükümleri uyarınca Doktora Tezi olarak sunduğum “Kayıp Fonksiyonlarına Dayalı Süreç-Dışı Kalite Geliştirme Yaklaşımları” başlıklı bu tezin kendi çalışmam olduğunu, sunduğum tüm sonuç, doküman, bilgi ve belgeleri bizzat ve bu tez çalışması kapsamında elde ettiğimi, bu tez çalışmasıyla elde edilemeyen bütün bilgi ve yorumlara atıf yaptığımı ve bunları kaynaklar listesinde usulüne uygun olarak verdiğimi, tez çalışması ve yazımı sırasında patent ve telif haklarını ihlal edici bir davranışımın olmadığını, bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya diğer bir üniversitede başka bir tez çalışması içinde sunmadığımı, bu tezin planlanmasından yazımına kadar bütün safhalarında bilimsel etik kurallarına uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul edeceğimi beyan ederim.

11/05/2015

Melis ZEYBEK

ÖZET**KAYIP FONKSİYONLARINA DAYALI
SÜREÇ-DIŞI
KALİTE GELİŞTİRME YAKLAŞIMLARI**

ZEYBEK, Melis

Doktora Tezi, İstatistik Anabilim Dalı
Tez Danışmanı: Prof. Dr. Onur KÖKSOY
Haziran 2015, 101 sayfa

Bu tezde gürültü değişkenlerinin olasılık dağılımının sağa çarpık bir yapıda olan gamma dağılımına uygunluğu varsayımı altında kalite geliştirme yaklaşımları çalışılmıştır.

Önerilen yaklaşımlar kapsamında, ilk olarak gürültü değişkenlerinin gamma dağılımına sahip olduğu varsayımı altında, yanıtların olasılık yoğunluk fonksiyonu elde edilmiştir. Ayrıca, yeni bir asimetric kayıp fonksiyonu tanıtılmıştır ve özellikleri incelenmiştir. Son olarak, önerilen asimetric kayıp fonksiyonu da göz önünde bulundurularak, yanıtların elde edilen olasılık yoğunluk fonksiyonuna uygunluğu varsayımı altında geliştirilen yeni bir ikili yanıt yüzey yaklaşımına yer verilmiştir.

Gamma dağılımına sahip gürültü değişkenlerinin deney sırasında rasgele değer aldıkları varsayımı altında yapılan simülasyon çalışması ile bir deney tasarımı oluşturulmuştur ve yanıtların dağılımı incelenerek teorik olarak elde edilen olasılık yoğunluk fonksiyonuna uygunluğu gösterilmiştir. Önerilen kayıp fonksiyonu kullanılarak noktasal kayıplar tespit edilmiştir ve önerilen ikili yanıt yüzey yaklaşımının bir uygulaması yapılmıştır.

Anahtar sözcükler: Süreç-dışı kalite kontrol, ikili yanıt yüzey yaklaşımı, asimetric kayıp fonksiyonu.

ABSTRACT

OFF-LINE QUALITY IMPROVEMENT APPROACHES

BASED ON LOSS FUNCTIONS

ZEYBEK, Melis

Ph.D. in Statistics

Supervisor: Prof. Dr. Onur KÖKSOY

June 2015, 101 pages

In this thesis, quality improvement approaches under gamma distributed noise variables has been studied.

Within the scope of proposed approaches, firstly, we investigate the effects of this skewed structure on responses and based upon this scenario the proposed density function under gamma distributed noise variable is obtained. Furthermore, a new asymmetric loss function is introduced and its properties have been investigated. Finally, considering the proposed loss function, a new dual response surface approach is given under responses have proposed probability density function which is obtained in this thesis.

A simulated experimental design is conducted under the assumption that gamma distributed noise variables get values randomly during the experiment and the relevance between the structure of theoretical pdf and forms of distribution of simulated responses at experiment runs is illustrated. The losses for all experimental runs are identified using proposed loss function and also an application of proposed dual response approach is performed.

Key words: Off-line quality control, dual response surface approach, asymmetric loss function.

TEŞEKKÜR

14-FEN-028 numaralı E.Ü. Bilimsel Araştırma Projesi olan tez çalışmamın gerçekleşmesinde büyük katkıları olan Prof. Dr. Onur KÖKSOY’a, desteğini her zaman hissettiğim için Prof. Dr. Şanslı ŞENOL’a, tezimin başından sonuna kadar beni destekleyen annem ve babam, Gülay ve Ersin Acartürk’e, eşim Günkut Zeybek’e teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	vii
ABSTRACT	ix
TEŞEKKÜR	xi
ŞEKİLLER DİZİNİ	xv
ÇİZELGELER DİZİNİ	xix
KISALTMALAR DİZİNİ	xx
1. GİRİŞ	1
2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR	3
2.1 Taguchi Metodolojisine Kısa Bir Bakış	3
2.2 Taguchi'nin Analizlerine Alternatif Yöntemler	14
3. GAMMA DAĞILIMINA SAHİP GÜRÜLTÜ DEĞİŞKENİ VARLIĞI ALTINDA YANITLARIN OLASILIK DAĞILIMI	26
3.1 Gamma Dağılımına Sahip Gürültü Değişkeni Varlığı Altında Yanıtların Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu	27
3.2 Gamma Dağılımına Sahip Gürültü Değişkeni Varlığı Altında Yanıtların Olasılık Yoğunluk Fonksiyonunun Özellikleri	35
3.3 Uygulama: Simulasyon Çalışması	42

İÇİNDEKİLER (devam)

	<u>Sayfa</u>
4. YENİ BİR ASİMETRİK KAYIP FONKSİYONU	53
4.1 Ters Çevrilmiş Olasılıksal Kayıp Fonksiyonu	55
4.2 Uygulama	73
5. YENİ BİR İKİLİ YANIT YÜZEY YAKLAŞIMI	79
5.1 Gamma Dağılımına Sahip Gürültü Değişkeni Varlığı Altında Yanıt Yüzey Modelleri	82
5.2 Yeni Bir İkili Yanıt Yüzey Yaklaşımı	85
5.3 Uygulama	89
6. SONUÇ VE TARTIŞMA	92
KAYNAKLAR DİZİNİ	96
ÖZGEÇMİŞ	101

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
2.1 Taguchi'nin çaprazlanmış dizim formatına bir örnek.	6
2.2 Birleştirilmiş dizim tekniğini kullanımına bir örnek.	7
2.3 Kalite kavramına klasik yaklaşım.	10
2.4 Amerika ve Japonya'da üretilen televizyonların renk yoğunluğunun dağılımı.	10
2.5 $k = 0.1, 0.05$ ve 0.025 değerleri ile KKF.	12
2.6 $K = 0.1, 0.3$ ve 0.5 değerleri ile TNKF.	19
2.7 KKF, TNKF ve MTNKF'nin karşılaştırılması.	21
2.8 $\lambda = 2.55, 1.7$ ve 0.85 değerleri ile TÇNKF.	22
2.9a $\tau = 0.3$ ve $\alpha_L = 3, 5, 7$ ile TBKF.	24
2.9b $\tau = 5$ ve $\alpha_L = 3, 5, 7$ ile TGKF.	24
3.1 $\beta = 1/2$ ve $\alpha = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 15$ için $f_Z(z)$	28
3.2 Parabolik silindir fonksiyonunun koordinat alanlarını gösteren bir örnek.	31
3.3 $v = 0, 1, 2, \dots, 9$ ve $t = -10, \dots, 0, \dots, 10$ değerleri için $D_{-v}(t)$	32
3.4 $\operatorname{erfc}\left(-\frac{t}{\sqrt{2}}\right) \exp\left(\frac{t^2}{2}\right)$ terimi.	33
3.5 $\alpha = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ ve 9 için $f_Y(y(x, z))$	42
3.6 JMP paket programının başlangıç ekranı.	43

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
3.7 “DOE” sekmesinin kapsadığı alanlar	43
3.8 JMP paket programında başlangıç tasarımının oluşturulmasını gösteren ekran.	46
3.9 Yanıtların başlangıç aşamasında simüle edilmesini gösteren ekran.	46
3.10 Başlangıç tasarımının ekran görüntüsü.	47
3.11 JMP paket programında modelin oluşturulması.	48
3.12 $x_1 = 225, x_2 = 46$ ve $Z \sim G(2,2)$ için simülasyonun oluşturulması.	49
3.13 Simulasyon sonucunda elde edilen yanıtların dağılımı.	50
4.1a $\tau = 0$ ile TNKF.	53
4.1b $\tau = 2$ ile TGKF.	53
4.2 $f_Y(y(x,z))$ ve $L(y,\tau)$	61
4.3 $\alpha_L = 1, \tau = 2.60, \sigma_L = 2, K = 0.145$ ile $L(y,\tau)$	61
4.4 $\alpha_L = 1, \tau = 2.60, \sigma_L = 2, 2.5, 3$ ile $L(y,\tau)$	63
4.5 $\alpha_L = 1, 3, 5$ ve $9, \tau = 6$ ile $L(y,\tau)$	63
4.6 ASL’de A, ÜSL’de B kaybı veren $L(y,\tau)$	65
4.7 $K = 1, \alpha_L = 1, \tau = 0, (-2,4)$ spesifikasyon limitleri ile $L(y,\tau)$	68
4.8 1. durum için $L(y,\tau)$	69

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
4.9 2. durum için $L(y, \tau)$	70
4.10 3. Durum için $L(y, \tau)$	70
4.11a $\alpha_L = 1$ için ASL'de 0.50, ÜSL'de 0.50 ve 0.90 kayıp veren $L(y, \tau)$	71
4.11b $\alpha_L = 3$ için ASL'de 0.50, ÜSL'de 0.50 ve 0.90 kayıp veren $L(y, \tau)$	71
4.11c $\alpha_L = 9$ için ASL'de 0.50, ÜSL'de 0.50 ve 0.90 kayıp veren $L(y, \tau)$	71
4.11d $\alpha_L = 1$ için ASL'de 0.50 ve 0.90, ÜSL'de 0.50 kayıp veren $L(y, \tau)$	71
4.11e $\alpha_L = 3$ için ASL'de 0.50 ve 0.90, ÜSL'de 0.50 kayıp veren $L(y, \tau)$	71
4.11f $\alpha_L = 9$ için ASL'de 0.50 ve 0.90, ÜSL'de 0.50 kayıp veren $L(y, \tau)$	71
4.12a 1. durum için $L(y, \tau)$	73
4.12b 2. durum için $L(y, \tau)$, (c) 3. durum için $L(y, \tau)$	73
4.12c 3. durum için $L(y, \tau)$	73
4.13 Çizelge 3.5 ile verilen simule edilmiş yanıtların dağılımı.....	73
4.14a Çizelge 4.4'de verilen 1. durum.	74
4.14b Çizelge 4.4'de verilen 2. durum.	74
4.14c Çizelge 4.4'de verilen 3. durum.	74
4.15 TNKF ve Eşitlik (4.11) ile tanımlanan kayıp fonksiyonu.	76
4.16 Çizelge 4.5'de verilen 1. ve 2. durum için noktasal kayıplar.	78

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
4.17 Çizelge 4.5’de verilen 1. ve 3. durum için noktasal kayıplar.	78
5.1a $Y(x, Z) \sim N(5, 3)$	79
5.1b $\alpha = 1$, $E(Y(x, Z)) = 5$ ve $V(Y(x, Z)) = 20$ ile Teorem 1.	79
5.2 $Y(x, Z) \sim N(0, 1)$ ile $L_{TN}(y(x, z))$	80
5.3 Yanıtların dağılımı normal olduğunda, hedef en iyi problemi.	81
5.4 $\alpha = 1$, $E(Y(x, Z)) = 5$ ve $V(Y(x, Z)) = 20$ ile $f_Y(y(x, z))$	83
5.5 Yanıtlar Teorem 1 ile verilen olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip olduğunda, hedef en iyi problemi.	87

ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>Çizelge</u>	<u>Sayfa</u>
3.1 $\alpha = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ ve 9 için $V(Y(x, Z))$	41
3.2 Kodlanmış ve gerçek ölçümler.	45
3.3 Başlangıç tasarımı.	45
3.4 Simülasyon çalışması sonucu elde edilecek tasarım örneği.	48
3.5 Simülasyon çalışması sonucu elde edilen deney tasarımı.	52
4.1 $\alpha_L = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ için a ve b değerleri.	67
4.2 Spesifikasyon limitleri $(-2, 4)$, $\tau = 0$ ve $K = 1$ ile 1., 2. ve 3. durum. ..	69
4.3 $(-2, 4)$ ve $(-1, 2)$ spesifikasyon limitleri ile 1., 2. ve 3. durum.	72
4.4 Spesifikasyon limitleri $(10, 14)$, $\tau = 11.86$ ve $K = 0.29$ ile σ_{L1} ve σ_{L2}	74
4.5 Simülasyon çalışması sonucu elde edilen tasarımda Eşitlik (4.11) ile verilen kayıp fonksiyonu ve TNKF kullanılarak elde edilen noktasal kayıplar.	77
5.1 $\alpha = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ ve 9 için $E(Y(x, Z))$ ve $Mod(Y(x, Z))$ arasındaki ilişki.	84
5.2 Optimizasyon sonuçları.	91

KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Kısaltmalar</u>	<u>Açıklama</u>
ASL	Alt spesifikasyon limiti
ÜSL	Üst spesifikasyon limiti
KKF	Karesel kayıp fonksiyonu
TNKF	Ters çevrilmiş normal kayıp fonksiyonu
HKO	Hata kareler ortalaması
MTNKF	Modifiye edilmiş ters çevrilmiş normal kayıp fonksiyonu
TÇNKF	Maksimum kaybın 1 olduğu ters çevrilmiş normal kayıp fonksiyonu
TGKF	Ters çevrilmiş gamma kayıp fonksiyonu
TBKF	Ters çevrilmiş beta kayıp fonksiyonu

1. GİRİŞ

Günümüzün artan rekabet ortamı, teknolojik ilerlemeler ve tüketicilerin sürekli olarak kalitenin daha yüksek bir düzeyde olmasını arzulaması, işletmelerin varlıklarını sürdürebilmesi için yüksek kaliteli ürün veya süreç üretmek zorunda oldukları gerçeğini doğurmuştur. Kaliteli ürün veya süreç kavramı, belirlenen hedeften sapmalar sonucunda meydana gelen ürün veya süreç değişkenliğinin azaltılması ile belirlenen hedeflere ulaşmadaki başarının bir yansıması olarak tanımlanabilir.

Kaliteli ürün veya süreç üretmek, kalite karakteristiklerinin belirlenen hedeften sapmaları sonucu meydana gelen değişkenliğe sebep olan unsurların belirlenmesi, hedef etrafındaki değişkenliğin azaltılması ve hedefin tutturulması ile mümkün olmaktadır. Bir ürünün kalite karakteristiği veya bir başka deyişle ürün parametresi, belirlenen hedef değerden önemli derecede sapmalar gösteriyor ise müşteri şikayetlerine neden olmakta, belirlenen spesifikasyon limitleri dışında gerçekleşen sapmalar gösteriyor ise parça veya ürünün tamamen değiştirilmesine yol açmaktadır. Bu durum, hem tüketici hem de işletmeler açısından kayıpların yaşanması anlamına gelmektedir. Bu bağlamda, bir ürünün kalitesi istenilen düzeyde değilse, bunu toplumsal bir kayıp olarak değerlendirmek gerekmektedir.

Kalite kontrol yöntemleri, süreç-içi ve süreç-dışı kontrol olmak üzere iki farklı şekilde ele alınmaktadır. Süreç-içi kontrol, üretim sırasında kullanılan istatistiksel süreç kontrolü ve kontrol kartları gibi yöntemleri içerir. Kalitenin, üretim sırasında kontrol edilmesi ve beklenenin dışında meydana gelen değişkenliğin tespit edilmesi aşamasında kalite kontrol kartlarından sıklıkla yararlanılmaktadır. Bu yöntemle süreçte meydana gelebilecek anlık veya sistematik arızalar belirlenebilir. Ancak, üretim bant üzerinde devam ederken ürünlerin gözlemlenmesi veya üretim sürecinin denetlenmesi ile kalitenin geliştirilmesi zor, masraflı veya imkânsız olduğundan, kalite geliştirme konusunda süreç-içi kalite kontrol yöntemleri yetersiz kalmaktadır. Süreç-dışı kontrol ise, üretim sürecinin dışında ve işletmelerin AR-GE birimlerinde sürdürülen istatistiksel deney tasarımları, güvenirlilik testleri ve optimizasyon gibi faaliyetleri kapsamaktadır. Süreç-dışı kalite kontrolün temel amacı kalitenin geliştirilmesidir. Kalitenin geliştirilmesi ürünün veya sürecin tasarım aşamasında başlar ve üretim aşamasına kadar devam eder. Bu nedenle, değişkenlik yaratacak unsurların belirlenmesi ve laboratuvar koşullarında kontrol edilmesi gerekmektedir. Müşteri gereksinimleri, üretim girdileri ve ekipmanlar dikkate alınarak laboratuvar

şartlarında tasarlanan prototip ürünlerin üretimi sırasında alternatif koşullar belirli bir tasarım çerçevesinde denenerek, hedef değerden olan sapmalar sonucu meydana gelen değişkenliğin nedeni tespit edilir ve etkileri minimum düzeye indirgenir (Köksoy and Muluk, 2004; Roy, 1990).

1980'lerin başında, Japon kalite mühendisi Genichi Taguchi, dayanıklı parametre tasarımı olarak adlandırdığı bir yöntem tanıtmıştır ve önerdiği yaklaşım süreç-dışı kalite kontrol alanında birçok istatistikçi ve kalite mühendisi tarafından beğenilmiştir. Dayanıklı parametre tasarımı, bir ürünün veya sürecin kalite karakteristiğinin performansında istenmeyen değişkenliğe neden olan gürültü değişkenlerinin etkilerinin minimize edilmesine dayalı bir optimizasyon prosedürü olarak tanımlanabilir. Literatürde, gürültü değişkenlerinin olasılık dağılımının genellikle simetrik bir yapıya sahip olan normal dağılıma uygunluğu veya merkez etrafında ölçeklendirildiği varsayımı yapılmaktadır. Ancak, gürültü değişkenlerinin dağılımının simetrik bir yapıya sahip olmadığı durumlarda, kalite karakteristiklerinin dağılımı hakkında bilgi veren çalışma bulunmamaktadır. Bu tez çalışmasında, gürültü değişkenlerinin olasılık dağılımının çarpık bir yapıya sahip olduğu varsayımı altında yeni yaklaşımlar tanıtılmıştır ve literatürdeki söz konusu eksiklik giderilmeye çalışılmıştır. Böylece, kalite geliştirme yaklaşımlarına yeni bir bakış açısı kazandırılması amaçlanmıştır.

Tez çalışmasının ikinci bölümünde, Taguchi felsefesinin, tasarımlarının ve analiz yöntemlerinin kısa bir değerlendirmesi yapılmıştır ve yapılan eleştirilere yer verilmiştir. Bu eleştiriler doğrultusunda, Taguchi'nin analizlerine alternatif olarak önerilen ve literatürde en fazla tartışılan yaklaşımlar incelenmiştir. Üçüncü bölümde gamma dağılımına sahip gürültü değişkenlerinin deney sırasında rasgele değer aldıkları varsayımı yapılarak, yanıtların olasılık yoğunluk fonksiyonu elde edilmiştir. Ayrıca, söz konusu varsayım altında yapılan simülasyon çalışması ile bir deney tasarımı örneği oluşturulmuştur ve yanıtların dağılımı incelenerek teorik olarak elde edilen olasılık yoğunluk fonksiyonuna uygunluğu gösterilmiştir. Dördüncü bölümde ise, yeni bir asimetric kayıp fonksiyonu tanıtılmıştır ve özellikleri incelenmiştir. Ayrıca üçüncü bölümde yer verilen simülasyon çalışmasında, önerilen kayıp fonksiyonu kullanılarak noktasal kayıplar tespit edilmiştir. Yanıtların üçüncü bölümde elde edilen olasılık yoğunluk fonksiyonuna uygunluğu varsayımı altında geliştirilen, yeni bir ikili yanıt yüzey yaklaşımına beşinci bölümde yer verilmiştir ve simülasyon çalışması kullanılarak önerilen ikili yanıt yüzey yaklaşımının bir uygulaması yapılmıştır. Son bölümde ise, tez çalışmasının önemine, literatüre katkılarına ve kısa bir özetine yer verilmiştir.

2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Bu bölümde Taguchi felsefesinin, tasarımlarının ve analiz yöntemlerinin kısa bir değerlendirmesi yapılarak, Taguchi'nin tasarım ve analizlerine yapılan eleştirilere yer verilmiştir. Bu eleştiriler doğrultusunda, Taguchi'nin analizlerine alternatif olarak önerilen ve literatürde en fazla tartışılan yaklaşımlar göz önüne alınarak yapılan çalışmalar incelenmiştir.

2.1 Taguchi Metodolojisine Kısa Bir Bakış

1980'li yıllarda Amerika'nın büyük firmaları pazar paylarını uluslararası rakiplerine, özellikle Japonlara, kaptırmış ve bu durumun ana sebebini kalite geliştirme alanındaki eksiklikler olarak tespit etmişlerdir. Bu kaybı ortadan kaldırmak amacıyla istatistiksel tekniklerin kalite geliştirme alanında etkin olarak kullanılmasını benimsemişlerdir. Taguchi'nin felsefesini, önerdiği istatistiksel deney tasarımına ve kalite mühendisliğine dayalı tekniklerini benimseyen AT&T, Ford Motor, Xerox gibi Amerika'nın bazı büyük firmaları ürün kalitesinde büyük gelişmeler sağlamışlar ve pazardaki rakipleriyle rekabet eder duruma gelmişlerdir (Tsui, 1992; Köksoy ve Muluk, 2002).

Taguchi'nin felsefesi üç ana başlık altında incelenebilir:

- Kalite, ürünün tasarım aşamasında gerçekleştirilmelidir.
- Kaliteye ulaşmanın en iyi yolu, hedef değerden olan sapmaların minimize edilmesidir.
- Kayıplar, hedeften sapmaların bir fonksiyonu olarak ölçülmelidir ve sistem genelinde değerlendirilmelidir.

Taguchi'nin süreç-dışı kalite kontrol olarak tanımladığı yöntem, kalitenin üretim sırasında ürünlerin gözlemlenmesi, kurtarılması veya denetlenmesi ile kalitenin geliştirilemeyeceğini vurgulamakta ve kalitenin geliştirilmesinin ürünün veya sürecin tasarım aşamasında başlayarak üretim aşamasına kadar sürdürülmesine dayanmaktadır. Taguchi'ye göre kalite, ürün parametresinin bazı sabit özelliklere uygunluğundan ziyade, hedef değerinden olan sapmaları ile ilgilidir. Bu nedenle, ürün parametresi için hedef değer tanımlanmalı ve üretim süreci belirlenen hedef değer tutturulması ve hedef değer etrafındaki değişkenliğin olabildiğince küçük olması amacıyla yapılandırılmalıdır. Ürün parametresinin hedef değerinden sapmalarının ölçümü, ürünün genel yaşam

döngüsündeki maliyetleri açısından önemlidir. Taguchi bir ürünün kalitesini, hizmete sunulduğu tarihten itibaren topluma kazandırdığı en az kayıp olarak tanımlamıştır. Kötü işletilen üretim tesisleri veya kötü tasarım yapılan ürünler sonucu hem işletmeler hem de tüketici açısından ekonomik ve sosyal kayıplar ortaya çıkmaktadır. Örneğin, tüketici açısından yaşanan kayıplar yetersiz müşteri servisi ve yetersiz ürün performansı şeklinde, işletmeler açısından yaşanan kayıplar ise ürünün tamiri, hurdaya çıkması, garanti hizmeti ve idari maliyet şeklinde oluşabilir. Bu nedenle kayıp kavramı, genel olarak toplumsal kayıp olarak düşünülmelidir.

Taguchi, ürün veya süreç gelişiminde üç yöntem tanıtmıştır:

- Sistem tasarımı,
- Tolerans tasarımı,
- Dayanıklı parametre tasarımı.

Sistem tasarımı, günümüz teknolojisine dayalı süreç veya ürün parametrelerinin değerlerinin, materyallerinin veya parçalarının seçiminin mühendislerin bilgisine ve tecrübesine dayalı sistemler ile test edilmesi ve ürün tasarımının oluşturulmasını içerir. Kısaca, bilgi ve kaynağa dayalı temel sistem yapılandırmasını önermektedir. Tolerans tasarımı ise, ekonomik bedelleri ile ürün parametreleri için en iyi spesifikasyon limitlerinin belirlenmesini amaçlayan bir basamaktır.

Dayanıklı parametre tasarımı, ürün gerçekleştirme faaliyetlerinde ürün tasarımının başarıya ulaşması için ürün parametrelerini etkileyen kontrol edilemeyen veya kontrol edilmesi zor dışsal ve çevresel etkenlerin olumsuz etkilerine karşı koyabilecek bir tasarım oluşturmaya dayanmaktadır. Dayanıklılık bir ürün veya sürecin, dış etkenlerin yarattığı değişkenlikten en az derecede etkilenmesi anlamına gelmektedir. Örneğin, bir ürün hammaddelerindeki değişkenliğe, üretim koşullarına, üretim personeline, son kullanım ortamına, tüketimine ve bozulmaya karşı ne kadar çok direnç gösteriyorsa o kadar dayanıklıdır şeklinde yorumlanabilir. Ürün tasarımında, ürün parametrelerindeki değişkenliği arttıran ve ürün ile ilgili belirlenen hedef değerinden sapmasına yol açan çevresel etkenlerden en az derecede etkilenecek kadar dayanıklı olması gerektiği fikri Taguchi tarafından ortaya atılmıştır ve çeşitli bilim çevreleri tarafından oldukça rağbet görmüştür.

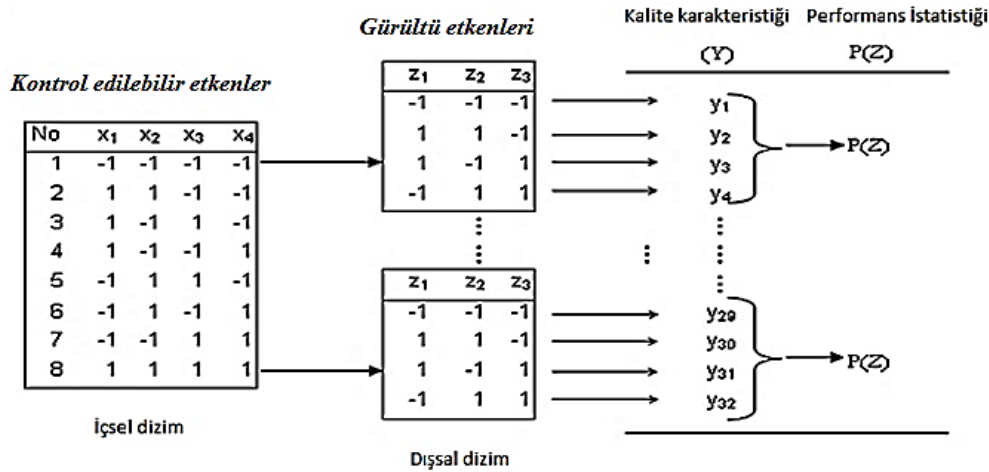
Ürün parametreleri bir başka deyişle kalite karakteristikleri, ürünün veya sürecin ölçülebilir kalite özelliklerini gösteren bağımlı değişkenler olarak tanımlanmaktadır. Örneğin, bir bilgisayar işlemcisinin kalitesi, birim zamanda yaptığı işlem miktarına bağlıysa, kalite karakteristiği olarak birim zamanda yapılan işlem miktarı değişkenini ele almak gerekir. Kalite karakteristikleri üzerinde etkili olabilecek etkenler (bağımsız değişkenler), kontrol edilebilir etkenler ve kontrol edilemeyen veya kontrol edilmesi zor, pahalı olan gürültü etkenleri olarak iki gruba ayrılabilir. Kontrol edilebilir etkenler ürünün eni, boyu, yüksekliği gibi boyutsal parametreleri, malzeme seçimleri gibi deneyci tarafından kolayca kontrol altına alınabilen bağımsız değişkenlerdir. Gürültü etkenleri ise, çevresel koşullardaki ısı, nem oranı veya şehir şebekesindeki düzensiz voltaj değişimleri, aşınma, yıpranma, metal yorgunluğu gibi deneyci tarafından kontrol edilmesi zor, pahalı veya kontrol edilemeyen bağımsız değişkenlerdir (Taguchi and Wu, 1979; Taguchi 1986,1987; Roy, 1990; Köksoy ve Muluk, 2002).

Son yıllarda, kontrol edilebilir etkenlerin ve gürültü etkenlerinin yanı sıra, yarı kontrol edilebilir etkenler de literatürde tanımlanmıştır. Örneğin, bir dalga lehim işleminde lehim kap sıcaklığı genellikle bir kontrol edilebilir etken olarak sınıflandırılır. Ancak, kontrol paneli ayarı, sıcaklığı $260^{\circ}C$ 'ye ayarlanabilir olduğundan, kontrol edilebilir etkendir. Normal koşullar altında erimiş lehimin sıcaklığı ölçüm yapıldığında kritik lehim arayüz sıcaklığı $255^{\circ} \pm 10^{\circ}C$ olabileceğinden, yarı kontrol edilebilir etken sınıfında değerlendirilmesi daha uygundur. Bu kategoride değerlendirebilen değişkenler yarı kontrol edilebilir etkenler olarak adlandırılmaktadır (Flaig, 2006). Yarı kontrol edilebilir etkenler, bu çalışmada ele alınmayacaktır.

Taguchi tasarımları olarak bilinen dik dizim tasarımlar aslında Taguchi tarafından geliştirilmemiştir. Taguchi tasarımlarının kökeni ile ilgili bilgi Box et al. (1988) makalesinde mevcuttur. Bu tasarımlar genellikle çok etkenli tasarımların Çözüm III kesrine karşılık gelmektedir. Örneğin, L_8 tasarımı 2_{III}^{7-4} , L_9 tasarımı 3_{III}^{4-2} ve L_{16} tasarımı 2_{III}^{15-11} tasarımları olarak bilinirler. Çözüm III tasarımları, ana etkenlerin ikili etkiler ile eşdeğer olmasından ve aynı kareler toplamına sahip olmasından dolayı, en fazla bilgi kaybının yaşandığı tasarımlardır. Çözüm V'e yaklaştıkça, ana etkiler ve ikili etkileşimler daha yüksek dereceli etkileşimlerle karışmaya başlamaktadır. Yüksek dereceli etkileşimler genellikle önemsiz, yorumlanması zor bilgiler taşır ve kolayca ihmal edilebilirler. Çözüm V tasarımlarında ana etkiler dört etkenli etkileşimlerle karışırken, iki etkenli etkileşimler üç etkenli etkileşimlerle karışmaktadır. Bu nedenle Çözüm V

tasarımları en ideal tasarımlardır. Taguchi'in ikili etkileşimler konusuna çok fazla önem vermediği görülmektedir. Bu tip etkileşim etkilerini net bir şekilde elde edebilmek için, etken düzeylerinin uygun bir şekilde belirlenmesini önermiştir. Eğer ilgilenilen süreç çok iyi tanınmıyorsa, etkileşim etkileri gereksiz yere ihmal edilmiş olacağından, Taguchi'nin önerdiği tasarımlar bilgi kaybına neden olabilmektedir.

Taguchi'nin önerdiği tasarımlar, hem kontrol edilebilir hem de gürültü etkenlerini aynı anda dikkate almaktadır. Taguchi, kontrol edilebilir etkenler için içsel dizim, gürültü etkenleri için dışsal dizim adı verilen iki ayrı deney tasarlar ve bu iki deney çaprazlanarak, içsel dizimin her satırında aynı dışsal dizimin tekrarı sağlanır. Bu tasarım formatına çaprazlanmış dizim adı verilir. Şekil 2.1'de 4 kontrol edilebilir etken ve 3 gürültü etkeni ile oluşturulan çaprazlanmış dizim formatına bir örnek verilmiştir. Taguchi bu dizim formatı ile gürültü etkenlerini kontrol altına almayı ve olumsuz etkilerine karşı koyabilecek yüksek kalitedeki ürün üretimini hedeflemiştir.



Şekil 2.1 Taguchi'nin çaprazlanmış dizim formatına bir örnek.

Taguchi, tasarımlarında çaprazlanmış dizim formatını kullanarak deney tasarlamaktadır. Çaprazlanmış dizim formatının kullanımının bazı sakıncaları vardır. Çaprazlanmış dizim formatında kontrol edilebilir etkenler ile gürültü etkenleri arasındaki etkileşimler ihmal edildiğinden dolayı bilgi kaybı yaşanmaktadır. Ayrıca, içsel ve dışsal dizimi oluşturacak etkenler üretim sürecinde çok fazla olduğunda ve bu etkenlerin farklı düzeyleri de göz önüne alındığında deney sayısı artmaktadır. Ancak Taguchi tam tersine az deneme sayısı ile sonuca ulaştığını ve kullandığı tasarımların özellikle sanayi deneyleri için uygun olabileceğini belirtmektedir.

Diğer taraftan, daha az deneme ile sonuca ulaşan daha etkin dizimler de literatürde tanımlanmıştır. Shoemaker et al. (1991) birleştirilmiş dizim tasarımını önermiştir ve daha az deneme sayısı ile sonuca ulaşan etkin tasarımlara örnekler vermiştir. Birleştirilmiş dizim tasarımı, tek bir tasarım matrisi içinde hem kontrol edilebilir hem de gürültü etkenleri bulunmaktadır. Bu tekniğin en büyük avantajı, kontrol edilebilir etkenler arasındaki etkileşimlerin ve özellikle kontrol edilebilir ve gürültü etkenleri arasındaki etkileşimlerin tahminine olanak sağlamasıdır. Birleştirilmiş dizim tekniğinin çarpıcı bir örneği Myers et al. (1992) makalesinde mevcuttur. Bu örnekte kullanılan merkezsiz bileşik tasarıma ilişkin tasarım matrisi Şekil 2.2’de verilmiştir.

x_1	x_2	x_3	z_1	z_2
± 1	± 1	± 1	± 1	± 1
-1	0	0	0	0
+1	0	0	0	0
0	-1	0	0	0
0	+1	0	0	0
0	0	-1	0	0
0	0	+1	0	0
0	0	0	0	0

Şekil 2.2 Birleştirilmiş dizim tekniğinin kullanımına bir örnek.

Şekil 2.2’de verilen tasarım matrisinin ilk üç sütunu kontrol edilebilir etkenlere (x_1, x_2, x_3) ve son 2 sütunu da gürültü etkenlerine (z_1, z_2) ayrılmıştır. Tasarımın ilk 16 denemesi (tasarım matrisinde ± 1 ile gösterilen denemeler), 2^{5-1} tasarımına aittir. Tasarımın yıldız kısmında toplam 6 deneme bulunmaktadır. Tasarım matrisinin son satırı (vektörel gösterim), merkez noktada yapılan denemeleri göstermektedir. Sonuç olarak bu tasarımda $22 + n_2$ tane deneme vardır. Burada, n_2 tasarım merkezinde yapılan denemelerin sayısıdır. Diğer taraftan, aynı problem için Taguchi’nin çaprazlanmış dizim tekniği kullanılmış olsaydı, kontrol edilebilir etkenler için L_9 ve gürültü etkenleri için 2^2 tasarımı kullanılarak bir çaprazlama yapıldığı düşünüldüğünde, 36 denemeye ihtiyaç duyulacaktı. Deneme sayıları dikkate alındığında, her iki tasarımın eşit sayıda denemeye sahip olabilmesi için merkezsiz bileşik tasarımda $n_2 = 14$ olmalıdır. Eğer $n_2 < 14$ seçilirse, önerilen merkezsiz bileşik tasarımın Taguchi’nin tekniğinden elde edilen tasarıma göre daha ekonomik olacağı açıktır. Ayrıca Çözüm V’in kullanılmasıyla birlikte arzu edilmeyen etki karışımları da önlenmiş olacaktır. (Nair, 1992; Myers et al., 1992; Bisgaard, 1996; Grimshaw et al., 2001; Köksoy ve Muluk, 2002).

Taguchi tasarımlarının amacı, bir kalite karakteristiğinin ortalama değerini en iyi noktaya getirmek ve aynı zamanda hedef değer etrafındaki değişkenliği küçültmektir. Deneyci tarafından belirlenecek hedefler doğrultusunda, kalite karakteristiği değerinin en büyük, en küçük veya belirli bir hedefe yaklaştırılması söz konusu olabilmektedir. Taguchi bu hedefleri; “*Hedef en iyi*”, “*En büyük en iyi*” ve “*En küçük en iyi*” şeklinde tanımlamıştır. Hedef en iyi durumunda, süreç ortalamasının belirlenen hedef değerde sabit tutulması ve süreç varyansının en küçük yapılmaya çalışılması söz konusudur. Hedef en iyi durumu için alan, hacim, yükseklik gibi ürün parametreleri örnek olarak verilebilir. En büyük en iyi (En küçük en iyi) durumunda, süreç ortalaması mümkün olduğunca büyük (küçük) yapılmaya ve süreç varyansının uygun bir değerde kontrol altında tutulmaya çalışılması söz konusudur. En büyük en iyi durumu için erime noktası, arızalar arası ortalama uzaklık gibi, en küçük en iyi durumu için bir ürünün çalışma sessizliği veya bilgisayar programındaki kod kısalığı gibi örnekler verilebilir.

Taguchi, analiz tekniği olarak değişik teknikler tanımlamış ancak en çok eleştiri alan sinyal gürültü oranları olmuştur. Sinyal gürültü oranları, kalite karakteristiği üzerindeki gürültü etkenlerinin etkisinin bir ölçüsü olarak, kalite karakteristiğinin belirli bir hedefe bağlı performansını ölçen bir performans istatistiğidir. Bir kalite karakteristiğini Y rasgele değişkeni ile tanımlandığı, l tane etkenden etkilendiğini ve bu etkenlerden her birinin önceden belirlenmiş sabit düzeyleri olduğunu ve elde edilen n gözlemlili rasgele örneklemin $y_1, \dots, y_n$ olduğunu varsayalım. $\bar{y}$ örneklem ortalaması ve s^2 örneklem varyansı olarak tanımlandığında, sinyal gürültü oranları, hedef en iyi, en küçük en iyi ve en büyük en iyi durumları için aşağıdaki şekilde açıklanabilir. (Kackar, 1985; Box, 1988; Lucas, 1994).

- Hedef en iyi : $10 \log_{10} \left(\frac{\bar{y}^2}{s^2} \right)$
- En büyük en iyi : $-10 \log_{10} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i^2} \right)$
- En küçük en iyi : $-10 \log_{10} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 \right)$

Sinyal gürültü oranları, problemin cinsine bağlı olarak içsel dizimdeki her bir tasarım noktasında hesaplanır (Bkz. Şekil 2.1). Hesaplanan sinyal gürültü oranları içinden en büyük değerli oranı verecek etken düzeyleri seçilir. Bu oranların en büyük yapılmasının amacı, ilgili beklenen kaybın en küçük yapılması olarak ifade edilebilir. Ürün tasarımında, en yüksek sinyal gürültü oranına sahip

etken düzeyleri, daima en küçük varyanslı ve en kaliteli ürünü üretecek parametreler olarak kabul edilirler. Taguchi analizlerine yapılan eleştirileri, sinyal gürültü oranlarında dönüşüm kavramına yeterli önemi vermemesi ve bu oranların üzerinden yapılan varyans analizi şeklinde iki madde altında açıklayabiliriz. Örneğin, hedef en iyi durumu için tanımlanan sinyal gürültü oranı,

$$10\log_{10}\left(\frac{\bar{y}^2}{s^2}\right) = 10\log_{10}(\bar{y}^2) - 10\log_{10}(s^2)$$

şeklinde dir. Kalite karakteristiğinin ortalaması belirli bir hedef değerde sabit tutulduğunda, sinyal gürültü oranının en büyük yapılmasının anlamı sadece $10\log_{10}(s^2)$ 'yi en küçük yapmak olacaktır. Bu durumda, tanımlanan sinyal gürültü oranı yerine daha az işlem gerektiren $10\log_{10}(s^2)$ kullanılabilir. Sinyal gürültü oranlarının yapısı gereği s^2 'ye logaritmik bir dönüşüm uygulanmaktadır. Ancak, Myers and Montgomery (2002) tarafından, dağılma etkisinin belirlenmesinde, varyans için karekök dönüşümü yapılmasının daha uygun ve etkin olacağını ifade edilmiştir.

Sinyal gürültü oranlarının eleştirilen bir diğer yönü ise, konum ve dağılma etkilerinin birbirine karışmış olmasıdır. Örneğin, en küçük en iyi durumu için önerilen sinyal gürültü oranı,

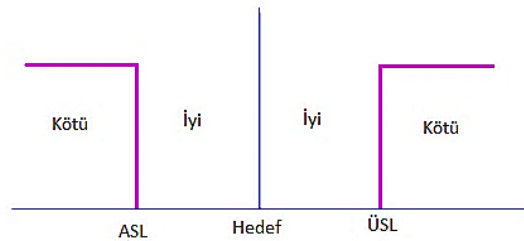
$$-10\log_{10}\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n y_i^2\right) = -10\log_{10}\left(\bar{y}^2 + \frac{n-1}{n}s^2\right)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu durumda, konum ve dağılma etkilerinin birbirine karıştığı görülmektedir. Konum ve dağılma parametrelerinin birbirinden bağımsız olarak değerlendirilmesi daha uygun ve etkin olmaktadır. Ayrıca, en büyük en iyi ve en küçük en iyi durumları, y^2 ve $1/y^2$ terimlerini içermektedir. Bu terimler, aykırı ve sıfır değerli gözlemlere karşı aşırı duyarlıdır. Bu nedenlerden dolayı sinyal gürültü oranlarının kullanımı birçok istatistikçi tarafından sakıncalı bulunmaktadır (Köksoy ve Muluk, 2002).

Taguchi tarafından önerilen diğer bir analiz tekniği ise, sinyal gürültü oranları üzerinden yapılan varyans analizidir. Bu analiz tekniğinde, bağımlı değişken değerlerini sinyal gürültü oranları oluşturulmaktadır. Bu konuyla ilgili yapılan eleştiriler, F testinde kullanılacak uygun kareler ortalamasının bulunması kapsamındadır. Sinyal gürültü oranlarının dağılımının bilinmemesi ile birlikte,

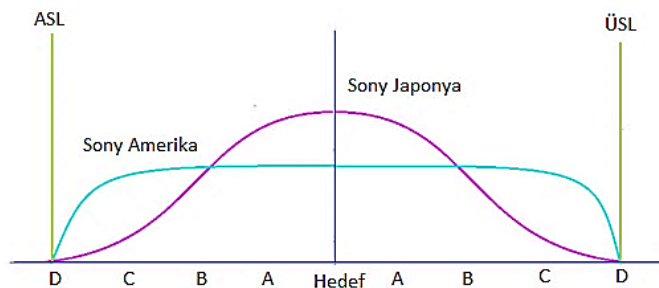
analiz sonucunda önemsiz çıkması beklenen etkilerin önemli çıkabileceği literatürde tartışılmıştır (Montgomery, 2005).

Taguchi metodolojisinde önemli bir yere sahip olan diğer kavram ise kayıp fonksiyonlarıdır. Bir ürünün ilgilenilen kalite karakteristiğinin hedef değerinden olan sapmaları, ürünün kalitesinde ve performansında bozulmaya yol açmakta ve toplum açısından kayıp kavramı ortaya çıkmaktadır (Spiring ve Yeung, 1998). Kayıp, kalite karakteristiği değerlerinin alt spesifikasyon limiti (ASL) ve üst spesifikasyon limiti (ÜSL) arasında olmasına rağmen ortaya çıkabilmektedir. Kalite kavramının eski klasik tanımı (Bkz. Şekil 2.3), “eğer süreç spesifikasyon limitleri arasında devam ediyorsa, kayıp yaşanmaz” şeklinde yapılmaktaydı. Ancak, Taguchi (1986) bu tanımın, kalite tanımı için gerçek dışı ve yetersiz olduğunu öne sürmüştür.



Şekil 2.3 Kalite kavramına klasik yaklaşım.

Yapılan bir araştırmada, Amerikalı tüketicilerin Japonya’da üretilen Sony marka televizyonları Amerika’da üretilen Sony marka televizyonlara tercih ettiği ve müşterilerin kalite algısının “Japon televizyonlarının daha kaliteli” olduğu görülmüştür. İncelemelerde, her iki fabrika üretimde aynı tolerans limitlerinde aynı üretim tekniklerini kullandıkları ve sevkiyat sırasında herhangi bir kusur meydana gelmediği ortaya çıkmıştır. Her iki ülkede üretilen televizyonların renk yoğunluğunun dağılımı Şekil 2.4’de verilmiştir.



Şekil 2.4 Amerika ve Japonya’da üretilen televizyonların renk yoğunluğunun dağılımı.

Şekil 2.4’de “A”, “B”, “C” ve “D” kalite düzeylerini göstermektedir. Şekil 2.4 incelendiğinde, her iki ülkede üretilen televizyon renk yoğunluğunun belirlenen ASL ve ÜSL arasında olduğu görülmektedir. Ancak dağılımların şekilleri incelendiğinde, Amerika’da üretilen televizyonların renk yoğunluğunun uniform bir dağılım gösterdiği, Japonya’da üretilenlerin ise hedef değer etrafında küçük varyanslı normal dağılım gösterdiği açıktır. Örneğin, Amerika’da ve Japonya’da üretilen A kalite televizyonlar için eğrilerin altında alanlar karşılaştırıldığında, Japonya’da üretilen televizyonlar için belirlenen alanın daha büyük olduğu görülmektedir. Bunun anlamı, Japonya’da üretilen A kalite televizyonların daha kaliteli olduğudur. Ancak C ve D kalite televizyonlar için bu durum tam tersidir. Ürünün ilgilenilen kalite karakteristiğinin ASL ve ÜSL arasında kalması, müşteri kalite algısının o ürünü kaliteli olarak algıladığı anlamına gelmediği görülmektedir (Roy, 1990).

İlk olarak, kalite geliştirme alanında Taguchi (1986) kayıp fonksiyonunu tanıtmıştır ve Taylor serisinin hedef değer etrafında açılımını kullanarak,

$$L(y) \cong L(\tau) + \frac{L'(\tau)}{1!}(y - \tau) + \frac{L''(\tau)}{2!}(y - \tau)^2 + \dots$$

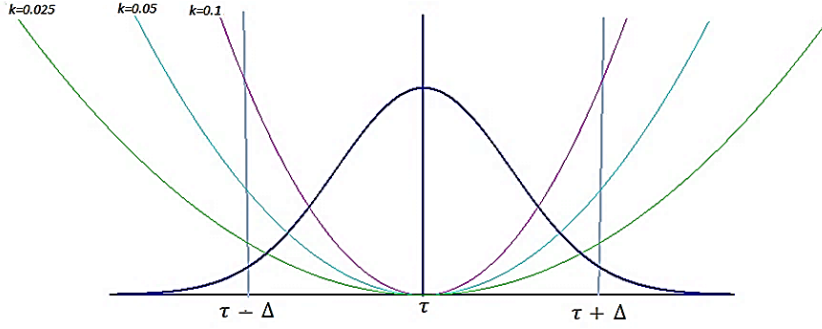
karesel kayıp fonksiyonunu (KKF) önermiştir. Kalite karakteristiğini Y rasgele değişkeni ve hedef değeri τ ile tanımladığımızda, kayıp fonksiyonu τ ’dan meydana gelen sapmalar sonucu oluşan kaybın parasal değerini temsil etmektedir. Kalite karakteristiği hedef değerine eşit olduğunda, $L(\tau) = 0$ olmaktadır. Ayrıca kayıp fonksiyonu hedef değerinde minimum değere sahip olduğundan, $L'(\tau) = 0$ elde edilir. İkinci derece terimlerden daha yüksek terimler göz ardı edildiğinde,

$$L(y) \cong \frac{L''(\tau)}{2!}(y - \tau)^2$$

elde edilir. Sonuç olarak KKF,

$$L_K(y) = \frac{K_\Delta}{\Delta^2}(y - \tau)^2 \quad (2.1)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada, K_Δ hedef değer olan τ ’den Δ kadar özel bir sapmaya karşılık gelmektedir. Birçok uygulamada, $\tau \pm \Delta$ ürünün spesifikasyon limitlerini temsil etmektedir. Şekil 2.5’de, kayıp katsayısı olarak tanımlanan $\frac{K_\Delta}{\Delta^2} = k = 0.1, 0.05, 0.025$ değerleri için KKF’in grafiklerine yer verilmiştir ve kalite karakteristiği normal dağılıma sahip olduğu varsayımı yapılmıştır.



Şekil 2.5 $k = 0.1, 0.05$ ve 0.025 değerleri ile KKF.

Şekil 2.5 incelendiğinde, ilgilenilen kalite karakteristiği önceden belirlenen hedef değere eşit olduğunda, $L_K(\tau) = 0$ olduğu görülmektedir. Bu durumda, KKF hedef değerde sıfır kaybı işaret etmektedir ve ürün veya süreç karakteristiğinin kalitesi “en iyi” olarak değerlendirilmektedir. Hedef değerden uzaklaşmalar ise kayba neden olmaktadır. Kayıp katsayısı olarak tanımlanan k ’nın değerinin artması ile $\tau \pm \Delta$ noktalarında kaybın da arttığı açıkça görülmektedir. KKF’in dezavantajı, Şekil 2.5’den de görüleceği üzere, sınırsız olmasıdır. Kaybın bir üst limite ulaşması yerine, kalite karakteristiğinin hedef değerden sapmaları sürekli olarak devam etmektedir. Ancak, hedef değerden çok fazla uzaklaşmalar aynı kaybı işaret etmelidir ve hepsi eşit derece “kötü” olarak nitelendirilmez (Köksoy and Fan, 2012).

Kayıp fonksiyonu kullanıldığı zaman, ürünün kalite karakteristiğini daha kapsamlı ifade etmek gerekmektedir. $f(y)$ ile ürünün ilgilenilen karakteristiğinin olasılık yoğunluk fonksiyonu ve $L(y)$ ile kayıp fonksiyonu ifade edildiğinde, tüketici sesi olan $L(y)$ ile ürünün sesi $f(y)$, Eşitlik (2.2) ile verilen beklenen kayıp hesaplanarak birleştirilmektedir. Kayıp fonksiyonunun beklenen değeri,

$$EL(y) = \int_{-\infty}^{\infty} L(y)f(y) dy \quad (2.2)$$

ile belirlenir ve kalite karakteristiğinin olasılık dağılımı da göz önünde bulundurduğundan daha fazla bilgi verici özelliğe sahiptir. Eşitlik (2.1) ile verilen KKF göz önüne alınarak, ilgilenilen kalite karakteristiğinin normal dağılıma sahip olduğu varsayımı altında, $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$, Eşitlik (2.2) yardımıyla beklenen kayıp aşağıdaki gibi tanımlanır (Sun et al., 1996).

$$EL_K(y) = \frac{K_{\Delta}}{\Delta^2} (\sigma^2 + (\mu - \tau)^2)$$

Sonuç olarak, Taguchi'nin süreç-dışı kalite geliştirme konusundaki yaklaşımları ilgi çekmekte ve tartışılmaktadır. Taguchi'nin felsefesi beğenilmekle birlikte, önerdiği bazı tasarım ve analiz teknikleri eleştirilmektedir. Bu analiz ve tekniklere yapılan eleştiriler özetlenerek aşağıda verilmiştir (Box, 1985; Box et al., 1988; Nair, 1992; Köksoy and Fan, 2012).

- Deney tasarımları çaprazlanmış dizim formatı üzerine yapılandırılmıştır. Sonuca ulaşmada çaprazlanmış dizim kullanımı çok sayıda deney denemesini gerektirdiğinden ekonomik değildir.
- Taguchi, kontrol edilebilir ve gürültü etkenleri arasındaki etkileşimleri ihmal etmiştir. Bu durum, bilgi kaybına neden olmaktadır.
- Taguchi tasarımları olarak bilinen dik dizim tasarımlarda ana etki hakkındaki bilgi başka bir etkileşim etkisi ile karışmış durumda karşımıza çıkmaktadır. İki etkenli etkileşimler konusuna fazla önem vermemesinden dolayı bilgi kaybı yaşanmaktadır. İstatistiksel deney tasarımı kapsamında merkezsel bileşik tasarım ve Box-Behnken tasarımları gibi daha etkin, az deney denemesi gerektiren ve ekonomik deney tasarımları mevcuttur.
- Taguchi teknikleri adım adım hedefe yaklaşma ilkesine aykırıdır.
- Taguchi'nin analizleri için önerdiği sinyal gürültü oranlarının kullanımı, dağılma ve konum etkilerinin birbiri içine karışması açısından yetersiz kalması, aykırı ve sıfır değerli gözlemlere karşı aşırı duyarlı olması, dağılım etkilerinin belirlenmesi aşamasında istatistiksel dönüşüm kavramını ihmal ederek sadece logaritmik dönüşüm yapılması açılarından sakıncalıdır. Tek bir performans istatistiğinden ziyade istatistiksel modeller aracılığı ile analiz yapılması daha uygundur.
- Analiz tekniği olarak sinyal gürültü oranları üzerinden yapılan varyans analizinde, bağımlı değişken değerini sinyal gürültü oranları oluşturulmaktadır. Analiz sonucunda önemsiz çıkması beklenen etkilerin önemli çıkabileceği literatürde tartışılmıştır.
- Taguchi'nin önerdiği KKF sınırsız olarak artmaktadır. Ancak, hedef değerden çok fazla uzaklaşmalar aynı kaybı işaret etmelidir ve hepsi eşit derece “kötü” olarak nitelendirilmedi.

Bu eleştiriler doğrultusunda, Taguchi felsefinin beğenilen yönleri göz önünde bulundurularak, yukarıda sıralanan eleştiriler doğrultusunda Taguchi tasarım ve analizlerine istatistiksel açıdan daha güçlü alternatif yöntemler geliştirilmesi ihtiyacı doğmuştur.

2.2 Taguchi'nin Analizlerine Alternatif Yöntemler

Bu bölümde, Taguchi'nin analizlerine alternatif olarak önerilen ve literatürde en fazla tartışılan yaklaşımlar incelenmiştir ve yapılan çalışmalara yer verilmiştir.

Taguchi'nin analizlerine yapılan eleştiriler doğrultusunda, ilk olarak Box ve Wilson (1951) tarafından önerilen ve kimya endüstrisi uygulamalarında kullanılan yanıt yüzeyi metodolojisi, 1990'lı yıllarda Taguchi'ye karşı önerilen alternatif yaklaşımlar kapsamında tekrardan gündeme gelmiştir. Ürün veya süreç geliştirilmesi için gerekli istatistiksel ve matematiksel tekniklerin birlikte kullanıldığı bir yöntem olarak tanımlanan yanıt yüzey metodolojisi, deney tasarımı, modelleme ve optimizasyon aşamasından oluşmaktadır. Arzu edilen deney tasarımını elde etmek için yapılan eleme denemeleri ile belirlenen bağımsız değişkenler ve yanıt arasındaki ilişkiyi tanımlamak amacıyla modelleme yapılmaktadır. Yanıt olarak ifade edilen süreç özellikleri; kalite karakteristikleri, süreç ortalaması, süreç varyansı, süreç standart sapması veya aynı ürünün farklı kalite karakteristikleri arasındaki korelasyon katsayısı olabilir.

Modelleme sürecinde, eğer yanıt bağımsız değişkenlerin doğrusal bir fonksiyonu ise birinci dereceden veya ikinci dereceden polinomiyal denklemler tercih edilebilir. Yanıt fonksiyonu genellikle hedef değer etrafında bir eğrilik göstermektedir. Birinci dereceden polinomiyal modeller yanıt yüzeyindeki eğriliğinin tahmin edilmesinde yetersiz kalabilir. Sürecin yanıt yüzeyinde bir eğrilik varsa, yanıt fonksiyonunun ikinci dereceden polinomiyal denklem olarak modellenmesi daha uygundur. Yanıt yüzey modeli olarak ikinci dereceden polinomiyal modellerinin kullanımı, uygun deney tasarımların literatürde olması ve esnekliği nedeni ile çok çeşitli fonksiyonel formlar alabildiğinden yanıt fonksiyonunun tahmin edilmesinde kolaylık sağladığı, en küçük kareler yöntemi kullanılarak tahmin edilebilmesi ve sadece bir tane bölgesel minimum veya maksimum noktası olduğu için optimizasyon aşamasında optimum noktasının kolayca belirlenebilmesi açısından tercih edilmektedir. Eğer yanıt bağımsız değişkenlerin doğrusal bir fonksiyonu değilse, uygun dönüştürme tekniklerinin kullanımı ile doğrusal bir yapı elde etmek mümkün olabilmektedir. Uygun bir model elde edildikten sonra, yanıt üzerinde etkili olan bağımsız değişkenlerin hangi değerlerinin hedef değere ulaştırdığını belirlemek amacıyla optimizasyon teknikleri kullanılır (Montgomery, 2005; Thompson, 1982).

Yapılan n denemede rastgele hatanın birbirinden bağımsız ve aynı dağılıma sahip $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$, $i = 1, \dots, n$, olduğu varsayımı altında, kalite karakteristiğinin k tane kontrol edilebilir değişkene bağlı ikinci dereceden yanıt yüzeyi modeli,

$$Y(\mathbf{x}) = \beta_0 + \mathbf{x}'\boldsymbol{\beta} + \mathbf{x}'\mathbf{B}\mathbf{x} + \varepsilon \quad (2.3)$$

şeklinde verilebilir. k tane kontrol edilebilir ve m tane gürültü değişkenine bağlı, gürültü değişkenlerinin sürekli rasgele değişkenler olduğu, beklenen değerinin $E(\mathbf{Z}) = \mathbf{0}$ ve varyansının $V(\mathbf{Z}) = \sigma_z^2 \mathbf{I}$ olduğu varsayımı altında,

$$Y(\mathbf{x}, \mathbf{Z}) = \beta_0 + \mathbf{x}'\boldsymbol{\beta} + \mathbf{x}'\mathbf{B}\mathbf{x} + \mathbf{Z}'\boldsymbol{\gamma} + \mathbf{x}'\Delta\mathbf{Z} + \varepsilon \quad (2.4)$$

şeklinde dir. Burada, $Y(\mathbf{x})$ ve $Y(\mathbf{x}, \mathbf{Z})$ yanıt vektörlerini, $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_k)'$ kontrol edilebilir değişkenler vektörünü, $\mathbf{Z} = (Z_1, \dots, Z_m)'$ gürültü değişkenleri vektörünü, $\boldsymbol{\beta}$ kontrol değişkenlerinin lineer etkilerinin katsayılar vektörü, $\mathbf{B}$ kontrol edilebilir değişkenleri ve kontrol $\times$ kontrol etkileşimlerinin karesel etkilerinin katsayılar matrisi, $\boldsymbol{\gamma}$ gürültü değişkenlerinin doğrusal etkilerinin katsayılar vektörü, Δ kontrol edilebilir ve gürültü değişkenleri arasındaki etkileşim etkilerinin katsayılar matrisi ve ε deneysel hata vektörünü göstermektedir. Birçok yanıt yüzeyi probleminde yanıt fonksiyonu bilinmediğinden tahmin edilmesi gerekmektedir. Tahmin aşamasında ise en çok kullanılan yöntem en küçük kareler yöntemidir (Myers et al., 1992).

Vining and Myers (1990), süreç ortalaması ve varyansının yanıt yüzeyi modelleriyle ifade edilebileceğini ve bunun mühendislik açısından daha bilgilendirici olduğunu belirtmişlerdir. Süreç ortalama ve varyansının modellenmesi aşamasında “tekrarlı yöntem” veya “hata aktarım” yöntemleri literatürde sıklıkla kullanılmaktadır. Tekrarlı yöntemde değişkenliği tahmin edebilmek için, her deneme noktasının t kere tekrarlanması gerekmektedir. Örneğin, varyans modellenmesi için her bir tasarım noktasının en az üç kez tekrarlanması gerekmektedir. Bu tekrarların ortalaması $\bar{y}$ ve varyansı s^2 olacaktır. Eğer deney tasarımı toplam n deneme içeriyorsa, bu durumda $\bar{y}$ ve s^2 'lerin sayısı da n olacaktır. Tekrarlı yöntem, deney maliyetini yükselttiği ve sanayi deneylerinde her zaman çok sayıda deney yapılmasının imkanı olmadığından, bu yönteme alternatif olarak hata aktarım yöntemi önerilmiştir ve Myers et al. (1992) bu yöntemi gürültü değişkenlerinin bağımlı değişken üzerinde yaratacağı tüm değişkenlik bilgisine ulaşmak amacıyla kullanmıştır (Vining and Myers, 1990; Myers et al., 1992; Lucas 1994).

Vining and Myers (1990), Taguchi felsefesi ile Myers and Carter (1973) tarafından ele alınan ikili yanıt yüzey modelini birleştirerek ikili yanıt yüzeyi yaklaşımı adıyla bilinen yöntemi önermişlerdir. İkili yanıt yüzeyi yaklaşımı, Taguchi'nin sinyal gürültü oranları bir süreç veya ürün karakteristiğinin ortalama ve varyansına dayandığından, süreç ortalama ve varyansının yanıt yüzeyi modelleriyle açıklanması gerektiği temel yaklaşım olarak alınarak, kalite karakteristiğinin ortalama ve varyansının yanıt yüzeyi modelleriyle ayrı ayrı modellenmesidir.

İkili yanıt yüzeyi yaklaşımında, sinyal-gürültü oranlarının aksine, konum ve dağılım ölçülerini birbirinden ayırmak için, $\bar{y}$ ve $\log(s^2)$ bağımlı değişkenlerinin Eşitlik (2.3) veya Eşitlik (2.4) kullanılarak ayrı ayrı modellenmesi gerekmektedir. Bechhofer (1960), Box and Myers (1986) ve Nair and Pregibon (1988), standart sapma yanıt yüzeyi modelini kullanımını önermiştir. Varyanslara uygulanacak logaritmik dönüşüm yerine başka dönüşümlerin de uygulanabileceği Vining and Myers (1990) tarafından belirtilmiştir. Bu tartışma Barlett ve Kendall (1946) makalesine dayandırılmıştır. Süreç değişkenliğini ifade etmek ve pozitif değerlerin sağlanması amacıyla, uygun stabilize dönüşümü kullanılabilir. Bartlett ve Kendall (1946), her deneme noktasındaki tekrarların sayısı $t < 5$ olduğunda doğal logaritmik dönüşümü önermemektedir. Tekrarların sayısı 5 ve 9 arasında değişiyorsa, logaritmik dönüşümden sağlanacak fayda marjinal olacaktır. Bu nedenle $t < 10$ olduğunda, logaritmik dönüşüm yerine başka dönüşümler kullanılması daha uygundur. Vining and Myers (1990), süreç değişkenliğini ifade etmek için varyans için karekök dönüşümü yapılmasını ve yanıt yüzeyi modelinde standart sapma kullanılmasını önermiştir. Varyans modellenmesinde, uygun dönüşümün ne olacağı konusu halen tartışılmaktadır. Bu eksikliğe Myers (1999) kısaca değinmiştir.

k tane kontrol edilebilir değişkenin etkilediği tek kalite karakteristiği için iki ayrı yanıt optimizasyonu ile ilgilenildiği, η_p ana yanıt ve η_s ikincil yanıt olduğu varsayımı altında, ikinci dereceden yanıt yüzeyi modelleri,

$$\eta_p = \alpha_0 + \mathbf{x}'\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{x}'\mathbf{A}\mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon}_p \quad (2.5)$$

$$\eta_s = c_0 + \mathbf{x}'\mathbf{c} + \mathbf{x}'\mathbf{C}\mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon}_s \quad (2.6)$$

şeklinde dir. Eşitlik (2.5) ve Eşitlik (2.6) ile verilen yanıt yüzeyi modellerinin en küçük kareler yöntemi kullanılarak elde edilen tahmin edicileri ise,

$$\hat{\eta}_p = \hat{\alpha}_0 + \mathbf{x}'\hat{\boldsymbol{\alpha}} + \mathbf{x}'\hat{\mathbf{A}}\mathbf{x} \quad \text{ve} \quad \hat{\eta}_s = \hat{c}_0 + \mathbf{x}'\hat{\mathbf{c}} + \mathbf{x}'\hat{\mathbf{C}}\mathbf{x}$$

şeklindedir. Burada, $\hat{\boldsymbol{\alpha}} = (\hat{\alpha}_1, \dots, \hat{\alpha}_k)'$ ve $\hat{\mathbf{c}} = (\hat{c}_1, \dots, \hat{c}_k)''$ 'dir. $\hat{\mathbf{A}}$ ve $\hat{\mathbf{C}}$ her iki yanıt modelinin ikinci derece terimlerinin tahmin edilen katsayılarını kapsayan simetrik matrislerdir ve

$$\hat{\mathbf{A}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2\hat{\alpha}_{11} & \cdots & \hat{\alpha}_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\alpha}_{1k} & \cdots & 2\hat{\alpha}_{kk} \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad \hat{\mathbf{C}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2\hat{c}_{11} & \cdots & \hat{c}_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{c}_{1k} & \cdots & 2\hat{c}_{kk} \end{bmatrix}$$

ile tanımlanmaktadır. Model parametre tahminleri için, eğer heterojenik varyansların olabileceği şüphesi varsa ağırlıklı en küçük kareler yöntemi kullanılabilir. Optimizasyon aşamasında, ana yanıt $\hat{\eta}_p$ 'yi, ikincil yanıtı belirlenen bir değere sabitleyerek, $\hat{\eta}_s = \tau$ kısıtı altında optimize eden $\mathbf{x} \in R$ koşulları bulunmak istenmektedir. Burada τ , kısıt yanıtına ilişkin belirlenmiş bir hedef değerdir. İkinci kısıt ise, R deneysel bölgenin tanımlanmasıdır. Eğer R deneysel bölge kısıtlaması r yarıçaplı bir hiperküre tarzındaki tasarımları ilgilendiriyorsa, $\mathbf{x}'\mathbf{x} = r^2$ şeklinde kısıt tanımlaması yapılmaktadır. Diğer taraftan, kübik tasarımları ilgilendiren kısıt ise, $-1 \leq x_i \leq 1$, ($i = 1, \dots, k$) şeklindedir. Vining and Myers (1990) çalışmasında, deneysel bölgeyi hiperküre şeklinde tanımlamıştır. Böylece, iki kısıtlı optimizasyon problemi,

$$\text{Amaç fonksiyonu} : \text{Min } \hat{\eta}_p = \hat{\alpha}_0 + \mathbf{x}'\hat{\boldsymbol{\alpha}} + \mathbf{x}'\hat{\mathbf{A}}\mathbf{x}$$

$$\text{Kısıtlar} : \hat{\eta}_s = \tau \quad \text{ve} \quad \mathbf{x}'\mathbf{x} = r^2$$

şeklindedir. Ana ve ikincil yanıtların ne olacağına karar verebilmek için, araştırmaya konu olan hedeflerin öncelikle tespit edilmesi gerekmektedir. Bazı durumlarda, ana yanıt “süreç ortalaması” olurken bazı durumlarda ise “süreç standart sapması” olabilmektedir. Taguchi yöntemiyle ilişki kurabilmek amacıyla, süreç ortalaması yanıt yüzey modelinin tahmin edicisinin $\hat{\mu}_Y$ ve süreç standart sapması yanıt yüzey modelinin tahmin edicisinin ise $\hat{\sigma}_Y$ şeklinde tanımlandığı varsayımı altında, Taguchi'nin önerdiği 3 durum için kısıtlı optimizasyon problemleri,

$$\bullet \text{Hedef en iyi} : \text{Min } \hat{\sigma}_Y$$

$$\text{Kısıtlar} : \hat{\mu}_Y = \mu_0 \quad \text{ve} \quad \mathbf{x}'\mathbf{x} = r^2$$

$$\bullet \text{En büyük en iyi} : \text{Max } \hat{\mu}_Y$$

$$\text{Kısıtlar} : \hat{\sigma}_Y = \sigma_0 \quad \text{ve} \quad \mathbf{x}'\mathbf{x} = r^2$$

• *En küçük en iyi* : $\text{Min } \hat{\mu}_Y$

Kısıtlar : $\hat{\sigma}_Y = \sigma_0$ ve $\mathbf{x}'\mathbf{x} = r^2$

şeklinde olmaktadır (Vining and Myers, 1990; Del Castillo and Montgomery, 1993). Vining and Myers (1990) tarafından önerilen bu yöntemde gürültü değişkenlerine değinilmemiştir.

İkili yanıt yüzeyi yaklaşımı, Myers et al. (1992) tarafından gürültü değişkenlerinin de yanıt yüzey modellerine adapte edilmesi ile tekrar ele alınmıştır. Myers et al. (1992), gürültü değişkenlerinin kalite karakteristikleri üzerinde yaratacağı tüm değişkenlik bilgisine hata aktarım modeli ile ulaşılabileceği yaklaşımını önermiştir. Hata aktarım modeli Eşitlik (2.4)'e benzer bir model yapısıdır. Eşitlik (2.4) modelinde gösterilen tüm gürültü değişkenlerinin sürekli, düzeylerinin rastgele, beklenen değerinin $E(\mathbf{Z}) = \mathbf{0}$ ve varyansının $V(\mathbf{Z}) = \sigma_z^2 \mathbf{I} = \mathbf{V}$ olduğu varsayımı yapılmıştır. Böylece, Eşitlik (2.4)'in $\mathbf{Z}$ vektörüne göre beklenen değeri ve varyansı, sırasıyla,

$$E(Y(\mathbf{x}, \mathbf{Z})) = \beta_0 + \mathbf{x}'\boldsymbol{\beta} + \mathbf{x}'\mathbf{B}\mathbf{x} \quad (2.7)$$

$$V(Y(\mathbf{x}, \mathbf{Z})) = (\mathbf{y}' + \mathbf{x}'\Delta)' \mathbf{V}(\mathbf{y}' + \mathbf{x}'\Delta) + \sigma_\varepsilon^2 \quad (2.8)$$

şeklinde bulunur. Eşitlik (2.7) ve Eşitlik (2.8) ile verilen yanıt yüzeylerinin tahmin edicileri ise, en küçük kareler yöntemiyle,

$$\hat{\mu}_{Y(\mathbf{x}, \mathbf{Z})} = \hat{\beta}_0 + \mathbf{x}'\hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{x}'\hat{\mathbf{B}}\mathbf{x}$$

$$\widehat{\sigma}_{Y(\mathbf{x}, \mathbf{Z})}^2 = \sigma_z^2 (\hat{\mathbf{y}} + \hat{\Delta}'\mathbf{x})'(\hat{\mathbf{y}} + \hat{\Delta}'\mathbf{x}) + \hat{\sigma}_\varepsilon^2$$

şeklinde elde edilir. Burada, $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ terimi, hata varyansının tahmin edicisidir ve Eşitlik (2.4)'in tahmin edilmesinden sonra bulunacaktır (Myers et al., 1992).

Del Castillo and Montgomery (1993), Vining and Myers (1990)'nın çalışmasında tanımlanan problemlerin doğrusal olmayan programlama yöntemiyle çözülebileceğini belirtmiştir. Vining and Myers (1990)'nın optimizasyon aşamasında önerdikleri değer aralığını kısıtlayıcı bulmuşlar ve bu kısıtlamanın bölgesel optimum noktasının bulunmasını olumsuz etkileyeceğini belirtmiştir. Bu nedenle aynı problemin doğrusal olmayan programlama yöntemlerinden uygun olan biriyle çözülebileceği önerilmiştir. Örneğin, en küçük-en iyi durumu,

$$\text{Min } \hat{\mu}_Y$$

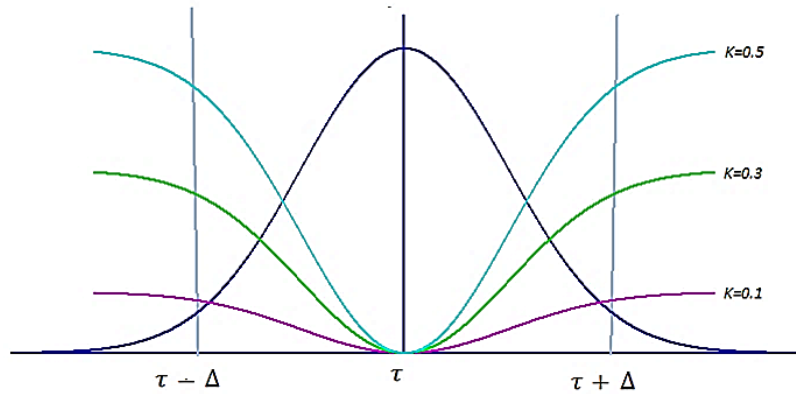
$$\text{Kısıtlar : } \sigma_{alt} \leq \hat{\sigma}_Y \leq \sigma_{üst} \text{ ve } \mathbf{x}'\mathbf{x} \leq r^2$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu gösterimde σ_{alt} ve $\sigma_{üst}$ ifadeleri, standart sapma yanıtı için önceden belirlenen aralığın alt ve üst sınırlarını ifade etmektedir. Dolayısıyla, tek bir eşitlik kısıtı yerine bir aralık tanımlanmıştır ve böylece bir esneklik sağlanmıştır. Aralık tanımlanması yerine sadece tek taraflı bir eşitsizlikte araştırmacının istediği doğrultusunda tanımlanabilir. Ayrıca, deneysel bölge ile ilgili kısıtta da esneklik sağlanması açısından küresel bölge yerine kübik bölgenin seçim ile doğrusal olmayan problemine aktarımı oldukça basittir.

Spiring (1993), Taguchi tarafından önerilen ve sonsuz maksimum kayba sahip KKF'ye alternatif olarak, ters çevrilmiş normal kayıp fonksiyonunu (TNKF) önermiştir. TNKF sınırlı olduğundan hedef değerden sapmalar ile oluşan kaybı daha makul bir şekilde değerlendirme olanağı sağlamaktadır. Ayrıca, tüm materyaller hedef değerden çok uzak olduğunda sürecin kötü olduğu gerçeğini tanınması ve çok boyutlu duruma kolayca uyarlanabilmesi açısından, KKF'ye alternatif olarak önerilmiştir ve

$$L_{TN}(y) = K \left(1 - \exp \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{y - \tau}{\zeta} \right)^2 \right) \right) \quad (2.9)$$

şeklinde tanımlanmıştır. K , ulaşılan maksimum kaybı, ζ ilk maksimum kayıp ortaya çıktığında hedef değer olan τ 'den sapmayı ifade etmektedir. Şekil 2.6'da, farklı maksimum kayıplar ($K = 0.1, 0.3, 0.5$) için elde edilen TNKF'lerin grafiklerine yer verilmiştir. $\tau \pm \Delta$, maksimum kaybın %99.97 olduğundaki noktalardır.



Şekil 2.6 $K = 0.1, 0.3$ ve 0.5 değerleri ile TNKF.

Şekil 2.6 incelendiğinde, K değeri arttıkça, $\tau \pm \Delta$ noktalarındaki kaybın da arttığı, diğer bir deyişle kaybın tolere edilebilirliğinin azaldığı görülmektedir. Spesifikasyon limitleri dışında, kayıp yaklaşık olarak aynı derecede olmaktadır. Ürünün ilgilenilen kalite karakteristiği hedef değere eşit ise, TNKF hedef değerde minimum değeri olan $L_{TN}(\tau) = 0$ değerini almaktadır.

Eşitlik (2.2) ve Eşitlik (2.9) kullanılarak, ilgilenilen kalite karakteristiğinin normal dağılıma, $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$, sahip olduğu varsayımı altında beklenen kayıp,

$$EL_{TN}(y) = K \left(1 - \frac{\gamma}{\sqrt{\sigma^2 + \zeta^2}} \exp \left(-\frac{(\mu - \tau)^2}{2(\sigma^2 + \zeta^2)} \right) \right)$$

şeklinde tanımlanır.

Lin and Tu (1995), Vining and Myers (1990) tarafından önerilen en küçük en iyi problemdeki standart sapma yanıtına ilişkin kısıt değerini, gerçekte bilinmemesi ve dolayısıyla mümkün olduğunca küçültülmeye çalışılmalıdır gerekçesiyle gerçekçi bulmamışlardır. Hata kareler ortalaması (HKO) yöntemine dayanan bir optimizasyon problemi önermişler ve ikili yanıt problemini tek yanıtli probleme indirgemişlerdir. Önerilen HKO yaklaşımında amaç fonksiyonu,

$$HKO = \hat{\sigma}_Y^2 + (\hat{\mu}_Y - \tau)^2$$

şeklinde açıklanmıştır. HKO ifadesi, varyans ve yan bileşenlerinden oluşmaktadır. Bu bileşenlerden, $\hat{\sigma}_Y$ süreç standart sapmasının yanıt yüzeyi modelinin tahmin edicisi ve $\hat{\mu}_Y$ süreç ortalaması yanıt yüzeyi modelinin tahmin edicisidir. HKO'yu en küçük yapacak $\mathbf{x}$ vektörü bulunması önerilmektedir. Önerilen bu yöntem, Vining and Myers (1990)'ın çalışmasında verilen bir örneğe uygulanmıştır ve %25 daha küçük HKO 'yu veren çözümler elde edilmiştir.

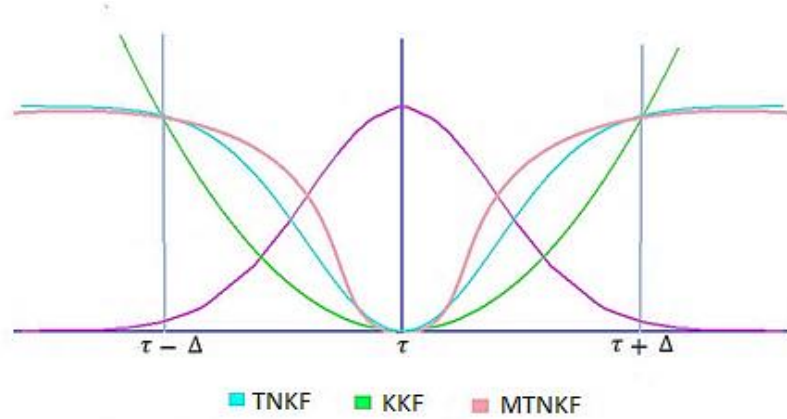
Copeland and Nelson (1996), Lin and Tu (1995) tarafından önerilen HKO yaklaşımının optimizasyon aşamasında yanlılığı ortadan kaldırmak amacıyla hedef en iyi durumu için süreç ortalaması yanıt yüzey modeline ek bir kısıt olarak $(\hat{\mu}_Y - \tau) \leq \Delta^2$ eklemeyi önermiştir.

Sun et al. (1996) tarafından, Eşitlik (2.9) ile verilen TNKF'nin esnekliğini daha iyi kullanmayı amaçlayan modifiye edilmiş ters çevrilmiş normal kayıp fonksiyonunu (MTNKF) önerilmiştir ve Eşitlik (2.10) ile tanımlanmıştır.

$$L_{MTN}(y) = \frac{K_{\Delta}}{1 - \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta}{\zeta}\right)^2\right)} \left(1 - \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{y - \tau}{\zeta}\right)^2\right)\right) \quad (2.10)$$

Burada, K_{Δ} hedef değeri τ 'dan Δ kadar özel bir sapmaya karşılık gelen değeri olarak ifade edilmektedir ve ζ ek bilgilerden yararlanılarak tanımlanır.

Şekil 2.7'de KKF, TNKF ve MTNKF'nin fonksiyon yapılarının karşılaştırılması amacıyla grafiklerine yer verilmiştir. $\tau \pm \Delta$, maksimum kaybın %99.97 olduğu noktalar. KKF'nin grafiği incelendiğinde $\tau \pm \Delta$ sınırları dışında da kaybın artarak devam ettiği görülmektedir. MTNKF ve TNKF ile elde edilen kayıpların ASL ve ÜSL içinde daha hızlı arttığı ancak dışında daha yavaş hareket ettiği açıktır. MTNKF'nin diğer kayıp fonksiyonlarına oranla, $\tau \pm \Delta$ sınırlarına yaklaştıkça kaybın daha fazla olma eğiliminde olduğu görülmektedir. Bu özelliği ile MTNKF'nin KKF ve TNKF'ye göre, kaybı tolere edebilirliğinin daha az olduğu söylenebilir.



Şekil 2.7 KKF, TNKF ve MTNKF'nin karşılaştırılması.

Eşitlik (2.2) ve Eşitlik (2.10) kullanılarak, ilgilenilen kalite karakteristiğinin normal dağılıma, $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$, sahip olduğu varsayımı altında beklenen kayıp,

$$EL_{MTN}(y) = \frac{K_{\Delta}}{1 - \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta}{\zeta}\right)^2\right)} \left(1 - \frac{\gamma}{\sqrt{\sigma^2 + \zeta^2}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu - \tau}{\zeta}\right)^2\right)\right)$$

şeklinde tanımlanır.

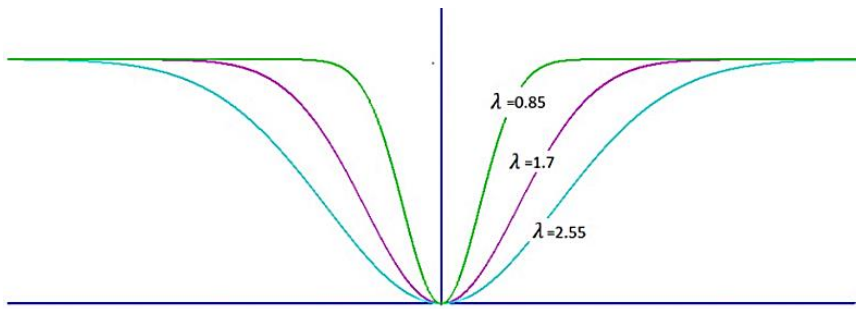
Drain and Gough (1996) tarafından ters çevrilmiş normal kayıp fonksiyonu farklı bir açıdan ele alınmıştır ve maksimum kaybın 1 olduğu ters çevrilmiş normal kayıp fonksiyonu (TÇNKF),

$$L_{T\check{C}N}(y) = 1 - \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{y-\tau}{\lambda}\right)^2\right) \quad (2.11)$$

şeklinde tanımlanmıştır. τ hedef değer ve λ ise kayıp için ölçek parametresidir. TÇNKF hedefte sıfır değerini alır ve asimptotik olarak 1'e yakınsar. Spesifikasyon limit değerlerinin büyük tutulması, hedef değerden büyük sapmaların süreç tarafından tolere edilebileceğini gösterir. λ 'yı tahmin etmenin en iyi yolu, geçmiş verilere dayandırılmasıdır. Ancak gerçek kayıp verisine ulaşmak mümkün değilse, Drain and Gough (1996) tarafından spesifikasyon limitlerinde %50 kaybı veren λ 'nın Eşitlik (2.12) ile seçilmesi önerilmiştir.

$$\lambda = 0.425(\check{U}SL - ASL) \quad (2.12)$$

Şekil 2.8'de, hedef değer 0 olarak alındığında farklı spesifikasyon limitleri için elde edilen TÇNKF'ler verilmiştir. Spesifikasyon limitleri $(-3, 3)$ olduğunda Eşitlik (2.12) ile hesaplanan ölçek parametresi $\lambda = 2.55$ değerini almaktadır. Spesifikasyon limitleri $(-2, 2)$ olduğunda $\lambda = 1.7$ değerini ve spesifikasyon limitleri $(-1, 1)$ olduğunda ise $\lambda = 0.85$ değerini almaktadır. Şekil 2.8 incelendiğinde, spesifikasyon limitleri arasındaki açıklık arttıkça, λ değeri büyür ve spesifikasyon limitleri içinde, hedef değerden sapmaları daha fazla tolere edebildiği için kayıp daha yavaş bir artışla maksimum noktasına ulaşır.



Şekil 2.8 $\lambda = 2.55, 1.7$ ve 0.85 değerleri ile TÇNKF.

Eşitlik (2.2) ve Eşitlik (2.11) kullanılarak, ilgilenilen kalite karakteristiğinin normal dağılıma, $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$, uygunluğu varsayımı altında beklenen kayıp,

$$EL_{T\zeta N}(y) = 1 - \frac{\lambda}{\sqrt{\sigma^2 + \lambda^2}} \exp\left(\frac{-(\mu - \tau)^2}{2(\sigma^2 + \lambda^2)}\right)$$

şeklindedir.

Spiring and Yeung (1998) ve Leung and Spiring (2004) tarafından, olasılık yoğunluk fonksiyonlarına (gamma, beta ve normal dağılım) dayalı ters çevrilmiş olasılıksal kayıp fonksiyonlarının bir sınıfı geliştirilmiştir. Belirli olasılık yoğunluk fonksiyonlarının ters çevrilmiş yapılarına dayalı kayıp fonksiyonlarının elde edilmesi aşamasında, yanıtların dağılımı olarak, y değerinde tek bir maksimumu olan bir olasılık yoğunluk fonksiyonu, $f(y)$, tanımlanmışlardır. τ , hedef değer olarak tanımlandığında, olasılık yoğunluk fonksiyonun kendi tek maksimumuna ulaştığı noktayı $\tau = y$ şeklinde göstermişlerdir. $\pi(y, \tau) = f(y)$ ve $m = \sup_{y \in Y} f(y) = f(\tau)$ olarak tanımlandığında, ters çevrilmiş olasılıksal kayıp fonksiyonu,

$$L(y) = K \left(1 - \frac{\pi(y, \tau)}{m} \right) \quad (2.13)$$

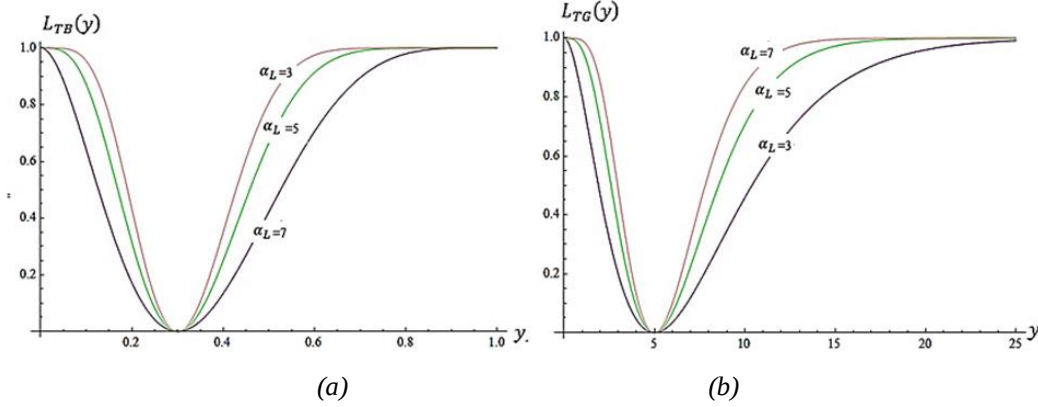
şeklinde elde edilmektedir. Burada, K maksimum kaybı göstermektedir ve $\frac{\pi(y, \tau)}{m}$ ise tersinir kayıp oranı olarak tanımlanmaktadır. Aslında ters çevrilmiş olasılıksal kayıp fonksiyonu incelendiğinde $\pi(y, \tau)$, τ ve y cinsinden olasılık yoğunluk fonksiyonu, m ise bu fonksiyonun supremum değeridir. Tersinir kayıp oranı tektir ve $0 \leq \frac{\pi(y, \tau)}{m} \leq 1$ aralığında değer almaktadır.

Asimetrik kayıp fonksiyonları olan ters çevrilmiş gamma kayıp fonksiyonunu (TGKF) ve ters çevrilmiş beta kayıp fonksiyonunu (TBKF) tanımlanmıştır. TGKF, gamma dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonunun ters çevrilmiş yapısını ve TBKF beta dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonunun ters çevrilmiş yapısını ifade etmektedir. Gamma ve beta olasılık yoğunluk fonksiyonun kendi tek maksimumuna ulaştığı nokta olan mod değeri, hedef değer τ olarak belirlenmiştir. Ayrıca ölçümler yerine ekonomik kaybı kullanarak süreç izleme ve kontrolünü gösteren endüstriyel alanda örnekler verilmiştir. Eşitlik (2.14)'de TGKF ve Eşitlik (2.15)'de ise TBKF verilmiştir.

$$L_{TG}(y) = K \left(1 - \left(\frac{y \exp\left(1 - \frac{y}{\tau}\right)}{\tau} \right)^{\alpha_L - 1} \right) \quad (2.14)$$

$$L_{TB}(y) = K \left(1 - \left(\tau(1-\tau)^{\frac{(1-\tau)}{\tau}} \right)^{1-\alpha_L} \left(y(1-y)^{\frac{(1-\tau)}{\tau}} \right)^{\alpha_L-1} \right) \quad (2.15)$$

Burada, τ hedef değeri ve α_L ise kayıp fonksiyonu için şekil parametresidir.



Şekil 2.9 (a) $\tau = 0.3$ ve $\alpha_L = 3, 5, 7$ ile TBKF, (b) $\tau = 5$ ve $\alpha_L = 3, 5, 7$ ile TGKF.

Şekil 2.9 (a)'da $\tau = 0.3$ ve $\alpha_L = 3, 5, 7$ için TBKF'in grafikleri, Şekil 2.9 (b)'de ise $\tau = 5$ ve $\alpha_L = 3, 5, 7$ için TGKF'in grafiklerine yer verilmiştir. Şekil 2.9 incelendiğinde, α_L değeri arttıkça, TBKF'in kaybı tolere edebilirliğinin azalırken TGKF'in kaybı tolere edebilirliğinin arttığı görülmektedir. Ayrıca, süreç hedef değerine doğru ilerledikçe, kayıplar daha hızlı bir şekilde maksimum noktasına ulaşmaktadır.

Eşitlik (2.2) ve Eşitlik (2.14) kullanılarak, ilgilenilen kalite karakteristiğinin gamma dağılımına, $Y \sim G(\alpha, \beta)$, uygunluğu varsayımı altında beklenen kayıp,

$$EL_{TG} = K \left(1 - \frac{\Gamma(\alpha + \alpha_L - 1)}{\Gamma(\alpha)} \left(\frac{\tau}{\beta} \right)^\alpha \left(\frac{\beta}{\tau + \beta(\alpha_L - 1)} \right)^{\alpha + \alpha_L - 1} e^{(\alpha_L - 1)} \right)$$

Eşitlik (2.2) ve Eşitlik (2.15) kullanılarak, ilgilenilen kalite karakteristiğinin beta dağılımına, $Y \sim B(\alpha, \beta)$, uygunluğu varsayımı altında beklenen kayıp,

$$EL_{TB} = K \left(1 - \left(\tau(1-\tau)^{\frac{(1-\tau)}{\tau}} \right)^{1-\alpha} \frac{B\left(\alpha + \alpha_L - 1, \left(\frac{(\alpha - 1)(1-\tau)}{\tau + \beta} \right)\right)}{B(\alpha, \beta)} \right)$$

şeklinde elde edilmiştir. Burada, K maksimum kaybı göstermektedir. TNKF, TBKF ve TGKF için kalite karakteristikleri normal, beta, uniform ve gamma

dağılımlarına sahip olduğunda beklenen kayıp fonksiyonları ve kayıp fonksiyonlarının varyansları Leung ve Spiring (2004) tarafından verilmiştir.

Kim and Lin (1998) tarafından, ikili yanıt yüzeyi modellerinin optimizasyonu için fuzzy optimizasyon yaklaşımı tanıtılmıştır. Süreç ortalaması ve varyansı için oluşturulan yanıt yüzeyi modellerine önem dereceleri tanımlayarak, ortalama ve standart sapma yanıt yüzeyi modellerinin tahmin edicilerinin aynı anda maksimize edilmesini önerilmiştir.

Köksoy and Doganaksoy (2003) tarafından, ikili yanıt yüzeyi yaklaşımını kullanarak süreç ortalama ve standart sapmasının birlikte optimizasyonu yaklaşımı tanıtılmıştır. En küçük en iyi durumu için, süreç ortalama ve süreç standart sapma yanıt yüzeyi modellerinin tahmin edicilerinin aynı anda ve birlikte minimize edilmesi önerilmiştir. En büyük en iyi durumu için, süreç ortalama yanıt yüzeyi modelinin tahmin edicisi maksimize edilirken aynı anda süreç standart sapma yanıt yüzeyi modelinin tahmin edicisinin minimize edilmesi söz konusudur.

Köksoy and Fan (2012), Eşitlik (2.11)'de verilen tek kalite karakteristiği için tanımlanan TÇNKF'yi bir amaç fonksiyonu olarak kullanmış, dayanıklı süreç tasarımını ve yanıt yüzeyi modellemesini kullanarak, beklenen kaybın tahmin edicisi olarak,

$$\hat{E}L_{T\check{C}N}(y) = 1 - \frac{\lambda}{\sqrt{\hat{\sigma}_Y^2 + \lambda^2}} \exp\left(\frac{-(\hat{\mu}_Y - \tau)^2}{2(\hat{\sigma}_Y^2 + \lambda^2)}\right)$$

önermiştir. $\hat{\mu}_Y$ ve $\hat{\sigma}_Y$ ortalama ve standart sapma yanıt yüzeyi modellerinin tahmin edicileridir. λ , Eşitlik (2.12)'de verilen TÇNKF'nin ölçek parametresidir. Hedef en iyi durumu için, deneye bağlı olan kısıtlar altında, $\hat{E}L_{T\check{C}N}(y)$ minimize edilerek, optimal çözüm elde edilmiştir. Köksoy and Fan (2012) tarafından önerilen bu kalite geliştirme yaklaşımının diğer yaklaşımlardan ayıran en önemli avantajı, yanıt yüzeyleri yaklaşımı kullanılarak yanıtların en küçük kayıplarla tahmin edilmesine olanak sağlaması ve beklenen kaybın da aynı anda tahmin edilmesidir.

3. GAMMA DAĞILIMINA SAHİP GÜRÜLTÜ DEĞİŞKENİ VARLIĞI ALTINDA YANITLARIN OLASILIK DAĞILIMI

1980'lerin başında, Genichi Taguchi kalite geliştirme konusunda, parametre tasarımı olarak adlandırdığı bir yaklaşım ortaya atmıştır ve süreç-dışı kalite kontrol alanında birçok istatistikçi ve kalite mühendisi tarafından ilgiyle karşılanmıştır. Taguchi felsefesinde önemli bir yeri olan dayanıklı parametre tasarımı, bir üründeki veya süreçteki kontrol edilebilir faktör düzeylerinin doğru seçimini vurgulayan bir prensiptir. Faktör düzeylerinin seçim ilkesi ise, yanıt için daha önceden belirlenmiş hedef değer etrafındaki değişkenlik üzerinde durmaktadır. Hedef değer etrafındaki değişkenliğin büyük bir kısmı ise, sürecin normal çalışma esnasında kontrol altına alınamayan ve bir rasgele değişken olarak tanımlanan gürültü değişkenlerinden kaynaklanmaktadır (Myers et al. 2009).

Bilindiği üzere, gürültü değişkenleri rastgele değişkenlerdir ve bir olasılık dağılımları vardır. Literatürde genellikle gürültü değişkenlerinin dağılımının normal dağılım olduğu varsayımı yapılmaktadır ya da hesaplamaların kolaylığı açısından merkez etrafında ölçeklendirilmektedir. Ancak gürültü değişkenlerinin düzeylerindeki dalgalanmalar her zaman simetrik bir dağılımdan geldiği varsayımı ile tanımlanmayabilir. Birçok durumda gamma, beta, üstel dağılım gibi simetrik olmayan bir dağılım yapısına sahip olabilir. Örneğin, Abraham et al. (2009), gürültü değişkenlerinin dağılımının beta dağılımına uygunluğu varsayımı yapmışlardır ve yeni bir grafik tekniğiyle optimal koşulların belirlenmesini önermişlerdir.

Dayanıklı parametre tasarımında, yanıtların dağılımı üzerinde rasgele değişkenler olan gürültü değişkenlerinin ve rasgele hatanın etkisi bulunmaktadır. Literatürde genellikle rasgele hatanın ortalaması sıfır ve varyansı σ_ϵ^2 olan simetrik bir yapıya sahip normal dağılım olduğu varsayımı yapılmaktadır. Rasgele hatanın ve gürültü değişkenlerinin dağılımının normal dağılıma sahip olduğu durumda yanıtların dağılımının da normal dağılıma uygunluğu söz konusudur. Ancak, gürültü değişkenlerinin dağılımının simetrik olmayan bir yapıda olması, rasgele hatanın normal dağılıma sahip olmasına rağmen, yanıtların dağılımını etkilemektedir ve dağılım şekillerinin kendilerine benzer bir yapıya sahip olmasını sağlamaktadır.

Gürültü değişkenlerinin aslında simetrik olmayan bir dağılıma sahip olduğu ancak normal dağılıma uygunluğu varsayımı yapılması, yanıtların dağılımlarının

aslında simetrik olmadığı halde simetrik olduğu varsayımı yapmak ile eşdeğer olmaktadır. Bu durum ise, yanıtların dağılım bilgisini kullanan kalite geliştirme yaklaşımlarında doğru olmayan sonuçlar elde edilmesine neden olabilmektedir. Örneğin, beklenen kaybın belirlenmesi aşamasında, yanıtların dağılım bilgisi kullanıldığından, beklenen kaybın yanlış elde edilmesi söz konusu olabilir.

Literatürde, gürültü değişkenlerinin normal dağılım göstermediği durumlarda yanıtların dağılımı ve olasılık yoğunluk fonksiyonu hakkında bilgi veren çalışma bulunmamaktadır. Bu nedenle tez çalışmasının bu bölümde, gürültü değişkenlerinin dağılımının çarpık bir yapıya sahip gamma dağılımına uygunluğu varsayımı altında yanıtların dağılımı incelenerek, kalite geliştirme yaklaşımlardaki söz konusu eksiklik giderilmeye çalışılmıştır.

Rastgele hatanın birbirinden bağımsız ve aynı dağılıma sahip $\varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ olduğu, kalite karakteristiğinin k tane kontrol edilebilir ve 1 tane gamma dağılımına sahip gürültü değişkeni, $Z \sim G(\alpha, \beta)$, olduğu varsayımı yapılmıştır. Bu varsayımlar altında, yanıtların dağılımı incelenmiştir ve olasılık yoğunluk fonksiyonu elde edilerek Bölüm 3.1’de Teorem 1 ile verilmiştir. Bölüm 3.2’de, Teorem 1 ile verilen olasılık yoğunluk fonksiyonunun özellikleri tartışılmıştır. Bölüm 3.3’de ise, belirtilen varsayımlar altında bir simülasyon çalışmasına yer verilmiştir ve bir deney tasarımı oluşturularak yanıtların dağılımı incelenmiştir. Simüle edilmiş yanıtların dağılım yapıları ve Teorem 1 ile tanımlanan olasılık yoğunluk fonksiyonunun yapısı karşılaştırılmıştır ve uygunlukları gösterilmiştir.

3.1 Gamma Dağılımına Sahip Gürültü Değişkeni Varlığı Altında Yanıtların Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu

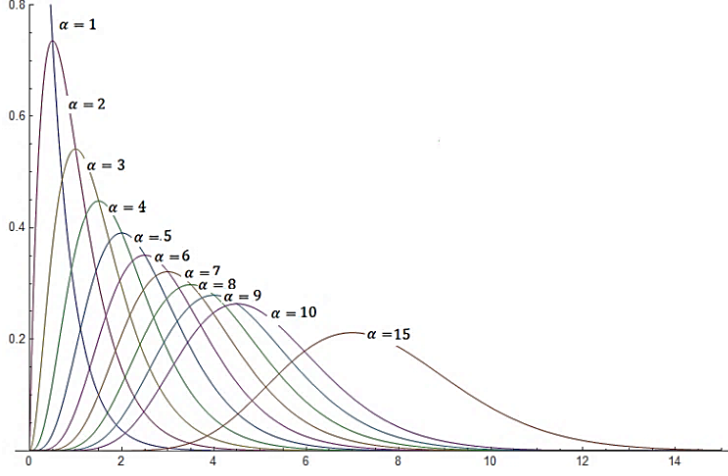
Rastgele hatanın birbirinden bağımsız ve aynı dağılıma sahip olduğu varsayımı altında, kalite karakteristiğinin k tane kontrol edilebilir ve 1 tane gürültü değişkenine bağlı ikinci dereceden yanıt yüzeyi modeli,

$$Y(x, Z) = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_j + \sum_{j=1}^k \beta_{jj} x_j^2 + \sum_{j < t}^k \sum \beta_{jt} x_j x_t + \gamma Z + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j Z + \varepsilon \quad (3.1)$$

şeklinde ifade edilebilir. Rasgele hatanın simetrik bir dağılıma sahip $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ olduğu varsayımı yapılmıştır. Gürültü değişkeninin dağılımının ise,

$$f_Z(z) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} z^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{z}{\beta}\right) \quad , \quad z > 0 \text{ ve } \alpha, \beta > 0 \quad (3.2)$$

olasılık yoğunluk fonksiyonu ile $G(\alpha, \beta)$ olduğu varsayımı yapılmıştır. Burada, α şekil parametresi, β ise ölçek parametresidir. Şekil 3.1’de $\beta = 1/2$ ve $\alpha = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ ve 15 için gürültü değişkenlerinin olasılık yoğunluk fonksiyonunu gösteren grafiklerine yer verilmiştir.



Şekil 3.1 $\beta = 1/2$ ve $\alpha = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 15$ için $f_Z(z)$.

Şekil 3.1’den görüldüğü üzere, küçük α değerleri için sağa çarpık bir dağılım gösteren gürültü değişkenleri, α değeri arttıkça simetrik yapıya yakın bir dağılım şekline sahip olmaktadır. Gürültü değişkenlerinin dağılımının simetrik olmayan yapısının, yanıtların dağılımı üzerinde bir etkiye sebep olacağı ve yanıtların dağılımını kendine benzeterek asimetrik bir yapıya sahip olmasına neden olacağı açıktır.

Bu varsayımlar altında, Eşitlik (3.1) ile verilen ikinci dereceden yanıt yüzey modelinin olasılık yoğunluk fonksiyonu elde edilmiştir ve Teorem 1’de verilmiştir.

Teorem 1:

Rastgele hatanın birbirinden bağımsız ve aynı dağılıma sahip $\varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ olduğu varsayımı altında, kalite karakteristiğinin k tane kontrol edilebilir ve Eşitlik (3.2) ile verilen olasılık yoğunluk fonksiyonu ile $Z \sim G(\alpha, \beta)$ olduğu varsayımı altında 1 tane gürültü değişkenine bağlı ikinci dereceden yanıt yüzeyi modeli Eşitlik (3.1)’de verilmiştir. $\alpha = 1, 2, 3 \dots$ için, $(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j) > 0$ varsayımı altında, Eşitlik (3.1)’de tanımlanan $Y(x, Z)$ ’in olasılık yoğunluk fonksiyonu Eşitlik (3.3)’de tanımlanmıştır.

$$\begin{aligned}
f_Y(y(x, z)) &= \frac{\sigma_\varepsilon^{\alpha-1}}{\sqrt{2\pi}\beta^\alpha(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^\alpha} \exp\left(-\frac{(y(x, z) - \mu_x)^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right) \times \\
&\quad \exp\left(\left(\frac{1}{\beta} - \frac{(y(x, z) - \mu_x)(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}{\sigma_\varepsilon^2}\right)^2 \frac{\sigma_\varepsilon^2}{4(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2}\right) \times \\
&\quad D_{-\alpha}\left(\left(\frac{1}{\beta} - \frac{(y(x, z) - \mu_x)(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}{\sigma_\varepsilon^2}\right) \frac{\sigma_\varepsilon}{(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}\right)
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Burada,

$$\mu_x = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_j + \sum_{j=1}^k \beta_{jj} x_j^2 + \sum_{j < t}^k \sum \beta_{jt} x_j x_t \tag{3.4}$$

şeklinde tanımlanmıştır. $D_{-\alpha}(t)$ ise, parabolik silindirik fonksiyondur.

İspat:

Bu teoremin ispatında koşullu olasılık tanımından yararlanılacaktır. Eşitlik (3.1) ile tanımlanan $Y(x, Z)$ 'in, $Z = z$ olduğu koşulu altında, beklenen değeri ve varyansı,

$$E(Y(x, Z)|z) = \mu_x + \gamma z + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j z \tag{3.5}$$

$$V(Y(x, Z)|z) = \sigma_\varepsilon^2 \tag{3.6}$$

şeklindeir. μ_x , Eşitlik (3.4) ile verilmiştir. Sonuç olarak, $Z = z$ olduğu koşulu altında, Eşitlik (3.1) ile tanımlanan $Y(x, Z)$ 'in dağılımının, Eşitlik (3.5) ve Eşitlik (3.6)'da elde edilen beklenen değer ve varyans ile normal dağılım gösterdiği açıktır.

$$Y(x, Z)|z \sim N\left(\mu_x + \gamma z + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j z, \sigma_\varepsilon^2\right) \tag{3.7}$$

Gürültü değişkenlerinin Eşitlik (3.2) ile tanımlanan olasılık yoğunluk fonksiyonu ile $G(\alpha, \beta)$ dağılımına sahip olduğu varsayımı altında, Eşitlik (3.1) ile tanımlanan $Y(x, Z)$ 'in olasılık yoğunluk fonksiyonu, koşullu olasılık tanımından,

$$f_Y(y(x, z)) = \int_0^{+\infty} f_Y(y(x, z)|z) f_Z(z) dz \quad (3.8)$$

ile elde edilir. Burada, $f_Y(y(x, z)|z)$ Eşitlik (3.7) de tanımlanan beklenen değer ve varyans ile normal dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonudur. $f_Z(z)$ ise Eşitlik (3.2)'de verilmiştir. Eşitlik (3.2) ve (3.7) ile tanımlanan olasılık yoğunluk fonksiyonları Eşitlik (3.8)'de yerine yazıldığında,

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\varepsilon \Gamma(\alpha)\beta^\alpha} \exp\left(-\frac{(y(x, z) - \mu_x)^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right) \times \int_0^{+\infty} \exp\left(-z^2 \frac{(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2}{2\sigma_\varepsilon^2} - z \left(\frac{1}{\beta} - \frac{(y(x, z) - \mu_x)(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}{\sigma_\varepsilon^2}\right)\right) z^{\alpha-1} dz \quad (3.9)$$

elde edilir. Eşitlik (3.9)'da yer alan integralin çözümde,

$$\int_0^{+\infty} x^{v-1} \exp(-bx^2 - kx) dx = (2b)^{-v/2} \Gamma(v) \exp\left(\frac{k^2}{8b}\right) D_{-v}\left(\frac{k}{\sqrt{2b}}\right) \quad (3.10)$$

Gradshteyn and Ryzhik (2007)'den yararlanılacaktır. Eşitlik (3.9) ile verilen ifadedeki integralde yer alan,

$$\alpha = v, \quad b = \frac{(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2}{2\sigma_\varepsilon^2}, \quad k = \frac{1}{\beta} - \frac{(y(x, z) - \mu_x)(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}{\sigma_\varepsilon^2}$$

olarak tanımlandığında, Eşitlik (3.10) yardımıyla,

$$= \frac{\left(2 \frac{(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right)^{-\frac{\alpha}{2}} \Gamma(\alpha)}{\sqrt{2\pi}\sigma_\varepsilon \Gamma(\alpha)\beta^\alpha} D_{-\alpha}\left(\frac{\frac{1}{\beta} - \frac{(y(x, z) - \mu_x)(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}{\sigma_\varepsilon^2}}{\sqrt{\frac{2(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2}{2\sigma_\varepsilon^2}}}\right) \times \exp\left(\frac{\left(\frac{1}{\beta} - \frac{(y(x, z) - \mu_x)(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}{\sigma_\varepsilon^2}\right)^2}{\frac{8(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2}{2\sigma_\varepsilon^2}}\right) \exp\left(-\frac{(y(x, z) - \mu_x)^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right)$$

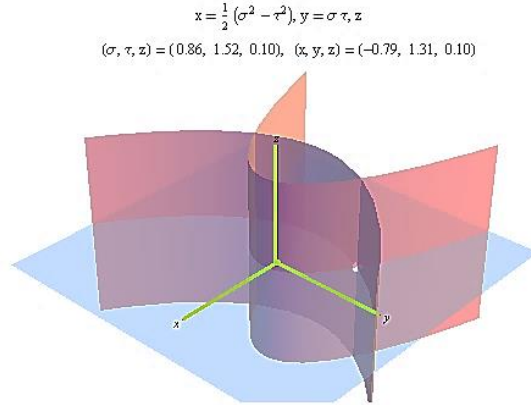
elde edilir ve gerekli sadeleştirmeler yapıldıktan sonra,

$$f_Y(y(x, z)) = \frac{\sigma_\varepsilon^{\alpha-1}}{\sqrt{2\pi}\beta^\alpha(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^\alpha} \exp\left(-\frac{(y(x, z) - \mu_x)^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right) \times$$

$$\exp\left(\left(\frac{1}{\beta} - \frac{(y(x, z) - \mu_x)(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}{\sigma_\varepsilon^2}\right)^2 \frac{\sigma_\varepsilon^2}{4(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2}\right) \times$$

$$D_{-\alpha}\left(\left(\frac{1}{\beta} - \frac{(y(x, z) - \mu_x)(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}{\sigma_\varepsilon^2}\right) \frac{\sigma_\varepsilon}{(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}\right)$$

Eşitlik (3.3)'deki şekliyle elde edilir. μ_x , Eşitlik (3.4)'de tanımlanmıştır. Bu ifadede yer alan $D_{-\alpha}(t)$, parabolik silindir fonksiyon olarak adlandırılmaktadır. Parabolik silindir fonksiyonları, koordinatlardaki değişkenlerin dağılımlarının elde edilmesinde Laplace denklemleri kullanıldığında meydana çıkan fonksiyonlar olarak tanımlanabilir. Şekil 3.2'de parabolik silindir bir fonksiyonun koordinat alanları bir örnek üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 3.2 Parabolik silindir fonksiyonunun koordinat alanlarını gösteren bir örnek.

Parabolik silindir fonksiyonunun, farklı fonksiyonlar bazında farklı tanımlamaları mevcuttur. Bu çalışmada kullanılacak eşitliği ise,

$$D_{-n}(t) = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}} \frac{1}{(n-1)!} \exp\left(-\frac{t^2}{4}\right) \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} \operatorname{erfc}\left(-\frac{t}{\sqrt{2}}\right) \exp\left(\frac{t^2}{2}\right), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.11)$$

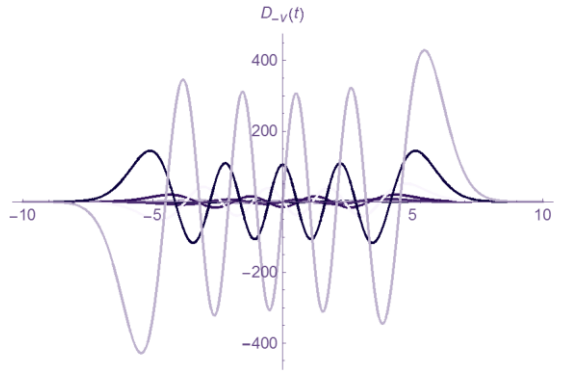
şeklinde. Burada t kompleks sayı, ve

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty \exp(-z^2) dz$$

ise tamamlayıcı hata fonksiyonudur. ve standart normal dağılıma sahip bir rasgele değişkenin kümülatif dağılım fonksiyonu, $F(x)$,

$$F(x) = \frac{1}{2} \left(\operatorname{erfc} \left(-\frac{x}{\sqrt{2}} \right) \right)$$

şeklinde tanımlanmaktadır (Whittaker and Watson 1990; Gradshteyn and Ryzhik 2007). Şekil 3.3’de $D_{-v}(t)$ ’nin $v = 0, 1, 2, \dots, 9$ ve $t = -10, \dots, 0, \dots, 10$ değerleri için grafiği verilmiştir.



Şekil 3.3 $v = 0, 1, 2, \dots, 9$ ve $t = -10, \dots, 0, \dots, 10$ değerleri için $D_{-v}(t)$.

Teorem 1’in ispatının tamamlanması için, Eşitlik (3.3)’de tanımlanan bu fonksiyonun, bir olasılık yoğunluk fonksiyonu olması için taşıması gereken ve,

- i. $f_Y(y(x, z)) \geq 0$
- ii. $\int_{-\infty}^{\infty} f_Y(y(x, z)) dy = 1$

şeklinde olan 2 özelliği taşıyıp taşımadığı incelenecektir. Ancak daha önce, işlem kolaylığı olması açısından ve Eşitlik (3.3)’de tanımlanan fonksiyonda yer alan,

$$\left(\frac{1}{\beta} - \frac{(y(x, z) - \mu_x)(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}{\sigma_\varepsilon^2} \right) \frac{\sigma_\varepsilon}{(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}$$

göz önüne alınarak,

$$t = \frac{1}{\sigma_\varepsilon} \left(y(x, z) - \mu_x - \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)} \right) \quad (3.12)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Eşitlik (3.11) ve Eşitlik (3.12), Eşitlik (3.3)’de yerine yazıldığında, $\alpha = 1, 2, 3, \dots$ için,

$$f_Y(y(x, z))$$

$$= \frac{\sigma_\varepsilon^{\alpha-1}}{2(\alpha-1)! \beta^\alpha (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^\alpha} \left(\frac{d^{\alpha-1}}{dt^{\alpha-1}} \operatorname{erfc} \left(-\frac{t}{\sqrt{2}} \right) \exp \left(\frac{t^2}{2} \right) \right) \times$$

$$\exp \left(-\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\beta^2 (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2} - \frac{t^2}{2} - t \left(\frac{\sigma_\varepsilon}{\beta (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)} \right) \right) \quad (3.13)$$

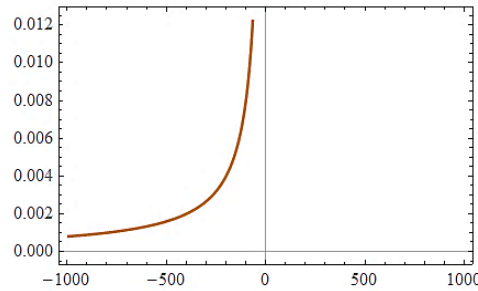
şeklinde tanımlanabilir. $f_Y(y(x, z)) \geq 0$ ve $\int_{-\infty}^{\infty} f_Y(y(x, z)) dy = 1$ özelliklerini taşıyıp taşımadığı, işlem kolaylığı olması açısından, Eşitlik (3.13) kullanılarak incelenecektir.

i. Teorem 1’de yanıtların olasılık yoğunluk fonksiyonu olarak verilen ve Eşitlik (3.3) ile tanımlanan fonksiyonun $f_Y(y(x, z)) \geq 0$ özelliğini taşıyıp taşımadığı incelenmek için Eşitlik (3.13) göz önüne alınmıştır ve bu fonksiyondaki çarpanlar incelenmiştir.

İlk olarak,

$$\exp \left(-\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\beta^2 (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2} - \frac{t^2}{2} - t \left(\frac{\sigma_\varepsilon}{\beta (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)} \right) \right) \text{ ve } \exp \left(\frac{t^2}{2} \right)$$

ifadeleri göz önüne alınmıştır. Üstel bir ifade her zaman pozitif değerler ürettiğinden, bu çarpanların da pozitif değerler üreteceği açıktır. $\operatorname{erfc} \left(-\frac{t}{\sqrt{2}} \right) \exp \left(\frac{t^2}{2} \right)$ ifadesinin grafiği Şekil 3.4’de verilmiştir. Şekil 3.4 incelendiğinde, bu ifadenin artan bir yapıya sahip olduğu ve pozitif değerler ürettiği açıktır. Sonuç olarak, $\operatorname{erfc} \left(-\frac{t}{\sqrt{2}} \right) \exp \left(\frac{t^2}{2} \right)$ ifadesinin ve $(\alpha - 1)$. dereceden türevi de her zaman pozitif değerler üretecektir.



Şekil 3.4 $\operatorname{erfc} \left(-\frac{t}{\sqrt{2}} \right) \exp \left(\frac{t^2}{2} \right)$ terimi.

Son olarak, $(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j) > 0$ varsayımı altında, $\sigma_\varepsilon > 0$, $(\alpha - 1)! > 0$, $\alpha > 0$ ve $\beta > 0$ olduğundan, Eşitlik (3.13) ile tanımlanan fonksiyonun pozitif değerler ürettiği, $f_Y(y(x, z)) \geq 0$, görülmektedir. Böylece, Eşitlik (3.3) ile tanımlanan $f_Y(y(x, z))$ 'in, olasılık yoğunluk fonksiyonu olması için taşıması gereken birinci özelliğe, $\alpha = 1, 2, 3, \dots$ için sahip olduğu gösterilmiştir.

ii. Teorem 1'de yanıtların olasılık yoğunluk fonksiyonu olarak verilen ve Eşitlik (3.3) ile tanımlanan fonksiyonun $\int_{-\infty}^{\infty} f_Y(y(x, z)) dy = 1$ özelliğini taşıyıp taşımadığı incelemek için Eşitlik (3.13) ile tanımlanan eşitliği göz önüne alınmıştır.

İlk olarak, Eşitlik (3.12)'de verilen tanımdan,

$$y(x, z) = t\sigma_\varepsilon + \mu_x + \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)} \quad (3.14)$$

elde edilir. Eşitlik (3.13), Eşitlik (3.14) yardımıyla,

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} f_Y(y(x, z)) dy \\ &= \frac{\sigma_\varepsilon^\alpha}{2(\alpha - 1)! \beta^\alpha (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^\alpha} \exp\left(-\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\beta^2 (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2}\right) \times \\ & \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{t^2}{2} - t\left(\frac{\sigma_\varepsilon}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}\right)\right) \frac{d^{\alpha-1}}{dt^{\alpha-1}} \operatorname{erfc}\left(-\frac{t}{\sqrt{2}}\right) \exp\left(\frac{t^2}{2}\right) dt \end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir. Bu integral ifadesi, $\alpha = 1, 2, 3, \dots$ için Wolfram Mathematica 10.0 programında çözülmüştür ve

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{t^2}{2} - t\left(\frac{\sigma_\varepsilon}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}\right)\right) \frac{d^{\alpha-1}}{dt^{\alpha-1}} \operatorname{erfc}\left(-\frac{t}{\sqrt{2}}\right) \exp\left(\frac{t^2}{2}\right) dt \\ &= \left(\frac{\sigma_\varepsilon}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}\right)^{-\alpha} \exp\left(\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\beta^2 (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2}\right) 2(\alpha - 1)! \end{aligned} \quad (3.15)$$

elde edilmiştir. Eşitlik (3.15) ile verilen sonuç yerine yazıldığında,

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_Y(y(x, z)) dy = 1$$

elde edilir. Eşitlik (3.3) ile tanımlanan fonksiyonun, bir olasılık yoğunluk fonksiyonu olması için gereken ikinci şartı da, $\alpha = 1, 2, 3, \dots$ için sağladığı görülmektedir.

Sonuç olarak, Teorem 1’de Eşitlik (3.3) ile tanımlanan fonksiyonun, Eşitlik (3.1)’de verilen ikinci dereceden yanıt yüzey modelinin, $\alpha = 1, 2, 3, \dots$ için, $(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j) > 0$ varsayımı altında olasılık yoğunluk fonksiyonu olduğu gösterilmiştir. Böylece, Teorem 1’in ispatı tamamlanmış olmaktadır.

3.2 Gamma Dağılımına Sahip Gürültü Değişkeni Varlığı Altında Yanıtların Olasılık Yoğunluk Fonksiyonunun Özellikleri

Bu bölümde, rastgele hatanın birbirinden bağımsız ve aynı dağılıma sahip $\varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ olduğunda, kalite karakteristiğinin k tane kontrol edilebilir ve 1 gamma dağılımına sahip, $Z \sim G(\alpha, \beta)$, gürültü değişkeni olduğu varsayımı altında, Eşitlik (3.1) ile tanımlanan modelin, Teorem 1’de $\alpha = 1, 2, 3, \dots$ için verilen olasılık yoğunluk fonksiyonu göz önüne alınmıştır. Bu bağlamda, Eşitlik (3.1) ile tanımlanan modelin beklenen değeri ve varyansı elde edilmiştir ve olasılık dağılımının yapısı incelenmiştir. Gamma dağılımının şekil parametresi olan α ’ın Eşitlik (3.1) ile tanımlanan modelin dağılımı üzerindeki etkisi belirlenmiştir.

i. İlk olarak, $\alpha = 1, 2, 3, \dots$ için, Eşitlik (3.3) ile verilen olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip $Y(x, Z)$ ’in beklenen değeri göz önüne alınacaktır. Eşitlik (3.1) ile tanımlanan modelin beklenen değeri,

$$E(Y(x, Z)) = \int_{-\infty}^{\infty} y(x, z) f_Y(y(x, z)) dy$$

ile elde edilir. İşlemlerde kolaylık sağlaması açısından Eşitlik (3.13) ve Eşitlik (3.14) göz önüne alınmıştır ve $E(Y(x, Z))$ aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$E(Y(x, Z))$$

$$= \frac{\sigma_\varepsilon^{\alpha+1}}{2(\alpha-1)! \beta^\alpha (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^\alpha} \exp\left(-\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\beta^2 (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2}\right) \times$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} t \exp\left(-\frac{t^2}{2} - t \left(\frac{\sigma_\varepsilon}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}\right)\right) \frac{d^{\alpha-1}}{dt^{\alpha-1}} \operatorname{erfc}\left(-\frac{t}{\sqrt{2}}\right) \exp\left(\frac{t^2}{2}\right) dt$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\sigma_\varepsilon^\alpha \left(\mu_x + \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)} \right)}{2(\alpha-1)! \beta^\alpha (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^\alpha} \exp \left(-\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\beta^2 (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2} \right) \times \\
& \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left(-\frac{t^2}{2} - t \left(\frac{\sigma_\varepsilon}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)} \right) \right) \frac{d^{\alpha-1}}{dt^{\alpha-1}} \operatorname{erfc} \left(-\frac{t}{\sqrt{2}} \right) \exp \left(\frac{t^2}{2} \right) dt
\end{aligned}$$

Burada yer alan integral ifadelerinden ilk toplamda yer alan integral, $\alpha = 1, 2, 3, \dots$ için Wolfram Mathematica 10.0 programında çözülmüştür ve

$$\begin{aligned}
& \int_{-\infty}^{\infty} t \exp \left(-\frac{t^2}{2} - t \left(\frac{\sigma_\varepsilon}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)} \right) \right) \frac{d^{\alpha-1}}{dt^{\alpha-1}} \operatorname{erfc} \left(-\frac{t}{\sqrt{2}} \right) \exp \left(\frac{t^2}{2} \right) dt \\
& = -\exp \left(\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\beta^2 (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2} \right) \frac{\left(-\alpha + \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\beta^2 (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2} \right) 2(\alpha-1)!}{\left(\frac{\sigma_\varepsilon}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)} \right)^{\alpha+1}} \quad (3.16)
\end{aligned}$$

elde edilmiştir. İkinci toplamda yer alan integral ifadesinin sonucu ise Eşitlik (3.15)'de verilmiştir. Eşitlik (3.15) ve Eşitlik (3.16)'de elde edilen sonuçlar yerine yazıldığında,

$$E(Y(x, Z))$$

$$\begin{aligned}
& = -\frac{\sigma_\varepsilon^{\alpha+1}}{2(\alpha-1)! \beta^\alpha (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^\alpha} \exp \left(-\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\beta^2 (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2} \right) \times \\
& \left(\exp \left(\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\beta^2 (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2} \right) \frac{\left(-\alpha + \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\beta^2 (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2} \right) 2(\alpha-1)!}{\left(\frac{\sigma_\varepsilon}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)} \right)^{\alpha+1}} \right) \\
& + \frac{\sigma_\varepsilon^\alpha \left(\mu_x + \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)} \right)}{2(\alpha-1)! \beta^\alpha (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^\alpha} \exp \left(-\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\beta^2 (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2} \right) \times \\
& \left(\exp \left(\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\beta^2 (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2} \right) \frac{2(\alpha-1)!}{\left(\frac{\sigma_\varepsilon}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)} \right)^\alpha} \right)
\end{aligned}$$

$$= \mu_x + \alpha\beta \left(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j \right)$$

elde edilir. Sonuç olarak, Eşitlik (3.1) ile verilen modelin beklenen değeri, $\alpha = 1, 2, 3, \dots$ için,

$$E(Y(x, Z)) = \mu_x + \mu_z \left(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j \right) \quad (3.17)$$

olarak tanımlanır. Burada, $\alpha\beta = \mu_z$ gürültü değişkenlerinin beklenen değerini ifade etmektedir. μ_x ise Eşitlik (3.4)'de verilmiştir.

ii. İkinci olarak, $\alpha = 1, 2, 3, \dots$ için, Eşitlik (3.3) ile verilen olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip $Y(x, Z)$ 'in varyansı göz önüne alınacaktır. Eşitlik (3.1) ile verilen modelin varyansı,

$$V(Y(x, Z)) = E(Y(x, Z)^2) - E(Y(x, Z))^2$$

şeklinde elde edilir. $E(Y(x, Z))$, Eşitlik (3.17) ile tanımlanmıştır. $E(Y(x, Z)^2)$ ise,

$$E(Y(x, Z)^2) = \int_{-\infty}^{\infty} y(x, z)^2 f_Y(y(x, z)) dy$$

ve Eşitlik (3.13) ve Eşitlik (3.14) yardımıyla aşağıdaki gibi elde edilir.

$$E(Y(x, Z)^2)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\sigma_\varepsilon^{\alpha+2}}{2(\alpha-1)! \beta^\alpha (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^\alpha} \exp\left(-\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\beta^2 (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2}\right) \times \\ &\quad \int_{-\infty}^{\infty} t^2 \exp\left(-\frac{t^2}{2} - t \left(\frac{\sigma_\varepsilon}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}\right)\right) \frac{d^{\alpha-1}}{dt^{\alpha-1}} \operatorname{erfc}\left(-\frac{t}{\sqrt{2}}\right) \exp\left(\frac{t^2}{2}\right) dt \\ &+ \frac{2\sigma_\varepsilon^{\alpha+1} \left(\mu_x + \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}\right)}{2(\alpha-1)! \beta^\alpha (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^\alpha} \exp\left(-\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\beta^2 (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2}\right) \times \\ &\quad \int_{-\infty}^{\infty} t \exp\left(-\frac{t^2}{2} - t \left(\frac{\sigma_\varepsilon}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}\right)\right) \frac{d^{\alpha-1}}{dt^{\alpha-1}} \operatorname{erfc}\left(-\frac{t}{\sqrt{2}}\right) \exp\left(\frac{t^2}{2}\right) dt \end{aligned}$$

$$+ \frac{\sigma_\varepsilon^\alpha \left(\mu_x + \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)} \right)^2}{2(\alpha-1)! \beta^\alpha (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^\alpha} \exp \left(-\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\beta^2 (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2} \right) \times$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp \left(-\frac{t^2}{2} - t \left(\frac{\sigma_\varepsilon}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)} \right) \right) \frac{d^{\alpha-1}}{dt^{\alpha-1}} \operatorname{erfc} \left(-\frac{t}{\sqrt{2}} \right) \exp \left(\frac{t^2}{2} \right) dt$$

eşitliğine ulaşılır. Burada yer alan integral ifadelerinden ilk toplamda yer alan integral, $\alpha = 1, 2, 3, \dots$ için Wolfram Mathematica 10.0 programında çözülmüştür,

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^2 \exp \left(-\frac{t^2}{2} - t \left(\frac{\sigma_\varepsilon}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)} \right) \right) \frac{d^{\alpha-1}}{dt^{\alpha-1}} \operatorname{erfc} \left(-\frac{t}{\sqrt{2}} \right) \exp \left(\frac{t^2}{2} \right) dt$$

$$= \exp \left(\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\beta^2 (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2} \right) 2(\alpha-1)! \times$$

$$\frac{\left(\alpha(\alpha+1) - (2\alpha-1) \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\beta^2 (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2} + \frac{\sigma_\varepsilon^4}{\beta^4 (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^4} \right)}{\left(\frac{\sigma_\varepsilon}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)} \right)^{\alpha+2}} \quad (3.18)$$

elde edilmiştir. İkinci toplamda yer alan integral ifadesinin sonucu ise Eşitlik (3.16)'da, son toplamda yer alan integral ifadesinin sonucu ise Eşitlik (3.15)'de verilmiştir. Eşitlik (3.15), Eşitlik (3.16), Eşitlik (3.17) ve Eşitlik (3.18)'de elde edilen sonuçlar yardımıyla,

$$V(Y(x, Z))$$

$$= \frac{\sigma_\varepsilon^{\alpha+2} \exp \left(-\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\beta^2 (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2} \right)}{2(\alpha-1)! \beta^\alpha (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^\alpha} \exp \left(\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\beta^2 (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2} \right) \times$$

$$\frac{\left(\alpha(\alpha+1) - (2\alpha-1) \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\beta^2 (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2} + \frac{\sigma_\varepsilon^4}{\beta^4 (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^4} \right)}{2(\alpha-1)! \left(\frac{\sigma_\varepsilon}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)} \right)^{\alpha+2}}$$

$$- \frac{2\sigma_\varepsilon^{\alpha+1} \left(\mu_x + \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)} \right)}{2(\alpha-1)! \beta^\alpha (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^\alpha} \exp \left(-\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\beta^2 (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2} \right) \times$$

$$\begin{aligned}
& \exp\left(\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\beta^2(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2}\right) \frac{\left(-\alpha + \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\beta^2(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2}\right) 2(\alpha-1)!}{\left(\frac{\sigma_\varepsilon}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}\right)^{\alpha+1}} \\
& + \frac{\sigma_\varepsilon^\alpha \left(\mu_x + \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}\right)^2}{2(\alpha-1)! \beta^\alpha (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^\alpha} \exp\left(-\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\beta^2(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2}\right) \times \\
& \exp\left(\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\beta^2(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^2}\right) \frac{2(\alpha-1)!}{\left(\frac{\sigma_\varepsilon}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}\right)^\alpha} \\
& - \left(\mu_x + \alpha\beta \left(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j\right)\right)^2 \\
& = \alpha\beta^2 \left(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j\right)^2 + \sigma_\varepsilon^2
\end{aligned}$$

elde edilir. Sonuç olarak, Eşitlik (3.1) ile verilen modelin varyansı, $\alpha = 1, 2, 3, \dots$ için

$$V(Y(x, Z)) = \sigma_z^2 \left(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j\right)^2 + \sigma_\varepsilon^2 \quad (3.19)$$

olarak tanımlanır. Burada, $\alpha\beta^2 = \sigma_z^2$ gürültü değişkenlerinin varyansını ifade etmektedir. σ_ε^2 ise, rasgele hatanın varyansıdır.

iii. Eşitlik (3.1)'de verilen modelin, $\alpha = 1, 2, 3, \dots$ için, Eşitlik (3.3)'de verilen olasılık yoğunluk fonksiyonu da göz önüne alınarak elde edilen beklenen değer ve varyansı, sırasıyla, Eşitlik (3.17) ve Eşitlik (3.19)'da verilmiştir. Eşitlik (3.17) ve Eşitlik (3.19)'dan,

$$\beta \left(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j\right) = \frac{E(Y(x, Z)) - \mu_x}{\alpha} \quad (3.20)$$

$$\beta^2 \left(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j\right)^2 = \frac{V(Y(x, Z)) - \sigma_\varepsilon^2}{\alpha} \quad (3.21)$$

elde edilir. Eşitlik (3.20) ve Eşitlik (3.21) yardımıyla,

$$\beta \left(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j \right) = \frac{E(Y(x, Z)) - \mu_x}{\alpha} = \frac{\sqrt{V(Y(x, Z)) - \sigma_\varepsilon^2}}{\sqrt{\alpha}} \quad (3.22)$$

yazılabilir. Eşitlik (3.12)'de verilen t değişkeni; Eşitlik (3.22) yardımıyla, yanıtların beklenen değeri ve varyansı cinsinden,

$$t = \frac{1}{\sigma_\varepsilon} \left(y(x, z) - E(Y(x, Z)) + \frac{\sqrt{\alpha}(V(Y(x, Z)) - 2\sigma_\varepsilon^2)}{\sqrt{V(Y(x, Z)) - \sigma_\varepsilon^2}} \right) \quad (3.23)$$

şeklinde yeniden tanımlanabilir. Böylece, Eşitlik (3.13)'de verilen olasılık yoğunluk fonksiyonu, Eşitlik (3.22) ve Eşitlik (3.23) yardımıyla, yanıtların beklenen değeri ve varyansı cinsinden aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$f_Y(y(x, z)) = \frac{\sigma_\varepsilon^{\alpha-1} \alpha^\alpha}{\sqrt{2\pi}(E(Y(x, Z)) - \mu_x)^\alpha} D_{-\alpha}(-t) \times \exp \left(-\frac{\sigma_\varepsilon^2 \alpha}{2(V(Y(x, Z)) - \sigma_\varepsilon^2)} - \frac{t^2}{4} - t \left(\frac{\sigma_\varepsilon \sqrt{\alpha}}{\sqrt{V(Y(x, Z)) - \sigma_\varepsilon^2}} \right) \right) \quad (3.24)$$

Burada, μ_x ise Eşitlik (3.4)'de verilmiştir.

iv. Gürültü değişkenlerinin dağılımının, gamma dağılımı gibi çarpık bir yapıya uygunluğu varsayımı yapıldığında, rasgele hatanın normal dağılım gibi simetrik bir dağılımdan gelmesine rağmen, yanıtların dağılımı bu çarpıklıktan etkilenmektedir ve asimetrik yapıda bir dağılıma sahip olmaktadır. Bu bölümde, gürültü değişkenlerinin dağılımının sağa çarpık bir yapıya sahip olan gamma dağılımı olduğu varsayımı altında, gürültü değişkenlerinin dağılımının çarpıklığını belirleyen ve şekil parametresi olan α 'nın, yanıtların dağılımı üzerindeki etkisi incelenmiştir.

Şekil 3.1'den de hatırlanacağı üzere, α 'nın değeri büyüdükçe, dağılımın şekli simetriye yaklaşmaktadır. Bu durumun yanıtların dağılımı üzerinde nasıl bir etkiye sahip olduğunu görmek amacıyla, α 'nın farklı değerleri için, aynı beklenen değere sahip yanıtların dağılım yapıları göz önüne alınmıştır. Bu bağlamda, hem

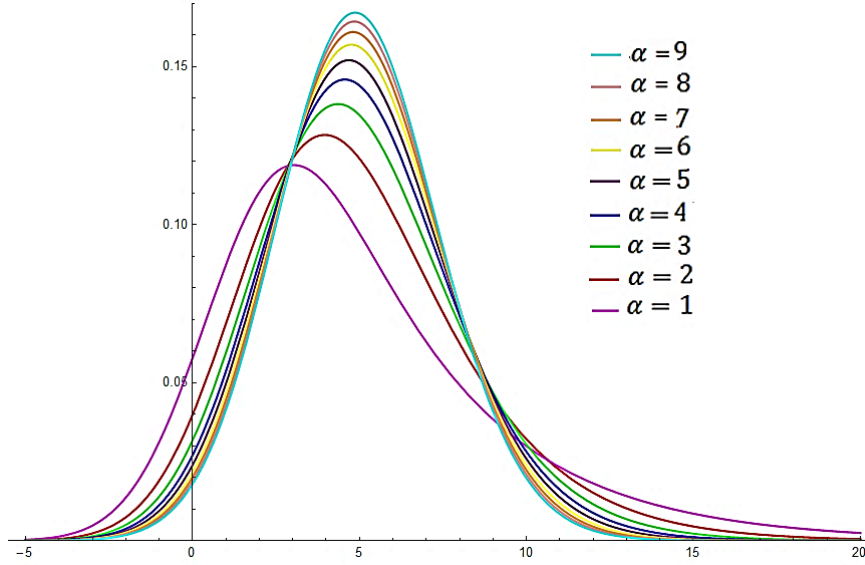
Eşitlik (3.1) ile verilen modelin dağılım yapısını hem de α 'nın farklı değerlerinin yanıtların değişkenliği üzerindeki etkisini incelemek amacıyla, Eşitlik (3.24) ile verilen olasılık yoğunluk fonksiyonun grafikleri, $E(Y(x, Z)) = 5$ olduğu varsayımı altında $\alpha = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ ve 9 için Şekil 3.5'de verilmiştir. Burada, $\mu_x = 1$ ve $\sigma_x = 2$ olarak alınmıştır. $\alpha = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ ve 9 için Eşitlik (3.21) yardımıyla elde edilen $V(Y(x, Z))$ 'ler ise Çizelge 3.1'de verilmiştir.

Çizelge 3.1 $\alpha = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ ve 9 için $V(Y(x, Z))$.

α	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\beta \left(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j \right)$	4	2	1.34	1	0.8	0.67	0.57	0.50	0.44
$V(Y(x, Z))$	20	12	9.34	8	7.2	6.67	6.28	6	5.77

Çizelge 3.1 incelendiğinde, α değerinin artması ile $V(Y(x, Z))$ değerinde azalma görüldüğünden, zıt yönde bir ilişki olduğundan bahsedilebilir. Azalma miktarının hızı ise, α değerinin artması ile yavaşlamaktadır. Sonuç olarak, α değerinin artması ile değişkenliğin ve dağılımın çarpıklığının azaldığı ifade edilebilir.

Şekil 3.5 incelendiğinde ise, dağılımın tüm α değerleri için sağa çarpık bir yapıya sahip olduğu açıkça görülmektedir. Bu durum, gürültü değişkenlerinin dağılım yapısının sağa çarpık bir yapıda olması ve rasgele hatanın simetrik bir yapıya sahip olan normal dağılımına sahip olmasına rağmen, gürültü değişkenlerinin dağılımının çarpıklığının, yanıtlar üzerinde etkin bir baskınlığa neden olmasından kaynaklanmaktadır. α parametresinin değeri arttıkça dağılımın şeklinin sivrileştiği, çarpıklığının azalarak simetriye yakın bir şekil aldığını ve yanıtların değişkenliğinin azaldığı açıkça görülmektedir. Bunun nedeni olarak ise, gürültü değişkenlerinin dağılımı olduğu varsayılan gamma dağılımının şekil parametresi olan α 'nın değeri arttıkça, gamma dağılımının simetriye yakın bir şekil alması gösterilebilir. Sonuç olarak, dağılımın çarpıklığının, α parametresi ile belirlenebileceği söylenebilir. Bu nedenle, α parametresi çarpıklık parametresi olarak da adlandırılabilir. Diğer önemli bir özellik ise, Teorem 1 ile tanımlanan olasılık yoğunluk fonksiyonunun yapısı, sağa çarpık bir şekle sahip olduğundan dolayı gamma dağılımına benzemesidir. Ancak, her ne kadar dağılım yapıları birbirine benzerlik gösterse de, Teorem 1 ile tanımlanan olasılık yoğunluk fonksiyonunun tanım aralığı $(-\infty, \infty)$, gamma dağılımının tanım aralığı ise $(0, \infty)$ olmasından dolayı farklılık göstermektedir.



Şekil 3.5 $\alpha = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ ve 9 için $f_Y(y(x, z))$.

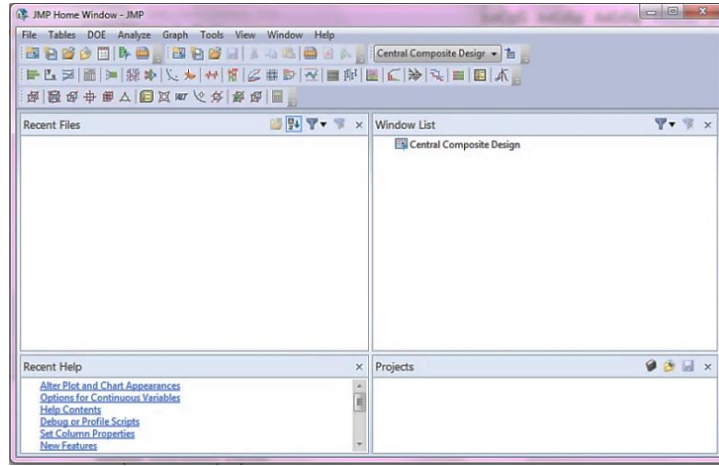
Ayrıca, Şekil 3.5’den de görüldüğü üzere, dağılımın sağa çarpık bir yapıda olmasından dolayı, yanıtların ortalama değeri mod değerinden daha büyük olmaktadır. Gürültü değişkenlerinin dağılımının normal olduğu varsayımı yapıldığında, yanıtların dağılımının da normal dağılıma uygunluğu söz konusu olmakta ve yanıtların ortalama değeri ile mod değeri aynı değeri göstermektedir. Ancak, gürültü değişkenlerinin dağılımı sağa çarpık bir yapıya sahip olduğunda, yanıtların ortalama değeri ile mod değeri aynı değeri işaret etmemektedir ve ortalama değer mod değerinden büyük bir değer almaktadır. Bu nedenle, yanıtların dağılım bilgisinin ve dağılım özelliklerinin doğru tespit edilmesi, bu bilgiyi kullanan kalite geliştirme yaklaşımlarında önemli bir husus arz etmektedir.

3.3 Uygulama: Simulasyon Çalışması

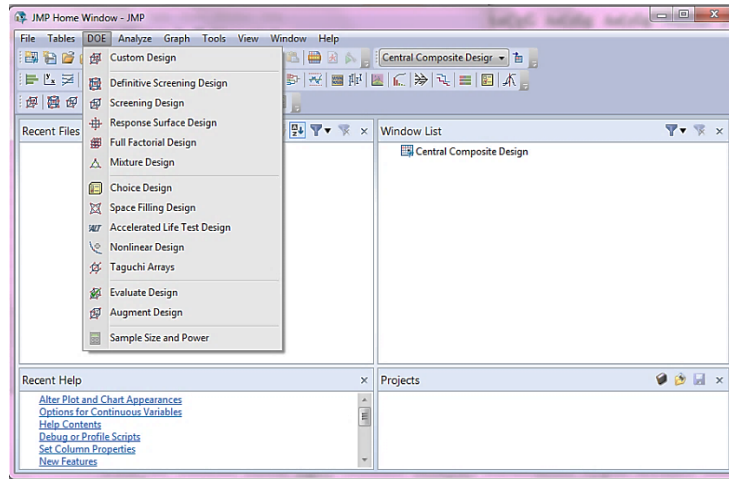
Literatürde yer alan yanıt yüzey modellemesi çalışmalarında, genellikle gürültü değişkenlerinin normal dağılıma uygunluğu varsayımı yapılmıştır ve deneyler bu varsayımlar altında tasarlanmıştır. Ancak, literatürde gürültü değişkenlerinin çarpık bir dağılım gösterdiği varsayımı altında bir deney tasarımı örneği bulunmamaktadır. Bu nedenle tez çalışmasının bu bölümünde k tane kontrol edilebilir ve 1 tane gürültü değişkeninin varlığı altında rasgele hata ve gürültü değişkeni her tasarım noktasında, sırasıyla, $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ ve $G(\alpha, \beta)$ dağılımından rasgele üretilmiştir ve Eşitlik (3.1)’de verilen model kullanılarak yanıtlar simülasyon yoluyla elde edilmiştir. Böylece literatürdeki bu eksiklik giderilmeye çalışılmıştır. Ayrıca, simülasyon sonucu elde edilen deney

tasarımında yanıtların dağılımı incelenmiştir ve Teorem 1’de verilen olasılık yoğunluk fonksiyonuna uygunluğu gösterilmiştir.

Simülasyon çalışması için JMP paket programı kullanılmıştır. JMP (Jump), SAS tarafından geliştirilen ve ilk olarak 1989 yılında kullanımına başlanan bir veri görselleştirme ve istatistiksel analiz aracıdır (<http://www.jmp.com>). JMP ile basit analizler, deney tasarımı ve simülasyonu yapılabilir, grafikler ve raporlar oluşturulabilir, lineer ve özel modeller, çok değişkenli metotlar, kalite ve süreç kontrolü, güvenilirlik üzerinde çalışılabilir.



Şekil 3.6 JMP paket programının başlangıç ekranı.



Şekil 3.7 “DOE” sekmesinin kapsadığı alanlar.

Şekil 3.6’da JMP programının başlangıç ekranı verilmiştir. Şekil 3.6’da verilen başlangıç ekranında görülen “DOE” alanı ile, klasik deney tasarımları, yanıt yüzeyleri, mixture dizaynlar, deney durumuna uygun esnek özel tasarımlar,

Taguchi tasarımları gibi birçok tasarım yapılandırmak ve modelleme amaçlı simülasyon yapmak mümkündür. Şekil 3.7’de ise “DOE” sekmesinin kapsadığı alanlar verilmiştir. Simülasyon çalışmasının JMP kullanılarak nasıl yapıldığı ile bilgiler ve kullanılan ekranlar ileride ele alınacaktır ve görsel olarak verilecektir.

Yapılan simülasyon çalışmasının temel mantığı ile ilgili adımlar aşağıda verilmiştir.

- i.* Bir deney tasarımı örneği ele alınmıştır ve başlangıç tasarımı olarak kabul edilmiştir.
- ii.* Başlangıç tasarımında yer alan kontrol edilmesi zor olan bir faktör, gürültü değişkeni olarak ele alınmıştır.
- iii.* JMP hazır yazılım paket programı kullanılarak, her bir deneme noktasında gürültü değişkeni olarak kabul edilen faktörün dağılımının $G(2,2)$ olduğu ve rasgele hatanın dağılımının $N(0,1)$ olduğu varsayımları altında, Eşitlik (3.1) ile verilen ikinci derecen yanıt yüzey modeli kullanılarak, yanıtlar 10000 kere simüle edilmiştir.
- iv.* Başlangıç tasarımındaki her bir deneme noktasında 10000 kere simüle edilen yanıtların ortalaması ve varyansı hesaplanarak bir deney tasarımı oluşturulmuştur.

Yapılan simülasyon çalışmasının temel mantığı ile ilgili yukarıda verilen adımlar maddeler şeklinde ele alınmıştır ve detaylı olarak irdelenmiştir:

i. Başlangıç tasarımının belirlenmesi aşaması:

Gürültü değişkenleri her deneme noktasında sağa çarpık bir dağılımdan rasgele bir değer alacağından, kontrol değişkenleri gibi gürültü değişkenlerinin düzeylerinin belirlenmesi, deney aşamasında zor olmaktadır. Bu sebeple, yanıtı etki eden faktörler arasında gürültü veya kontrol değişkeni gibi bir ayrım yapmadan, tüm faktörler için yüksek (+1), orta (0) ve düşük (-1) seviyede değer aldıkları varsayımı yapılarak ikinci dereceden modellemeye uygun bir deney tasarımı belirlenerek başlangıç tasarımı olarak kabul edilmiştir.

Yapılan simülasyon çalışmasında, başlangıç tasarımı olarak Myers (1976) ve Myers et al. (2009) tarafından ele alınan “Ekmek Ambalajı” deneyi göz önüne alınmıştır. Bu tasarım, her inç kare başına gram cinsinden sızdırmazlık sıcaklığının (x_1), soğutma çubuğunun sıcaklığının (x_2) ve polietilen katkı

yüzdesinin (x_3) ekmek ambalajı stoğunun dayanıklılığına etkisinin incelendiği bir deney tasarımıdır. Tasarım seviyeleri aşağıdaki gibi açıklanmıştır:

$$x_1 = \frac{\text{sıcaklık} - 255^{\circ}F}{30}, \quad x_2 = \frac{\text{sıcaklık} - 55^{\circ}F}{9}, \quad x_3 = \frac{\text{polietilen katkı} - \%1.1}{0.6}$$

Bu tasarımda, her faktör 3 seviyeden (düşük-orta-yüksek) oluşmaktadır. Birleştirilmiş dizim formatında merkezsiz bileşik tasarım uygulanmıştır. 2^3 kesirli tasarıma, 6 eksen noktası ($\alpha = 1.682$) ve 6 merkezsiz nokta ilavesi yapılmıştır. 20 farklı deneme kombinasyonunda kalite karakteristiği ölçülmüştür. Kodlanmış ve gerçek ölçümler Çizelge 3.2’de, başlangıç tasarımı ise Çizelge 3.3’de verilmiştir (Myers et al. 2009).

Çizelge 3.2 Kodlanmış ve gerçek ölçümler.

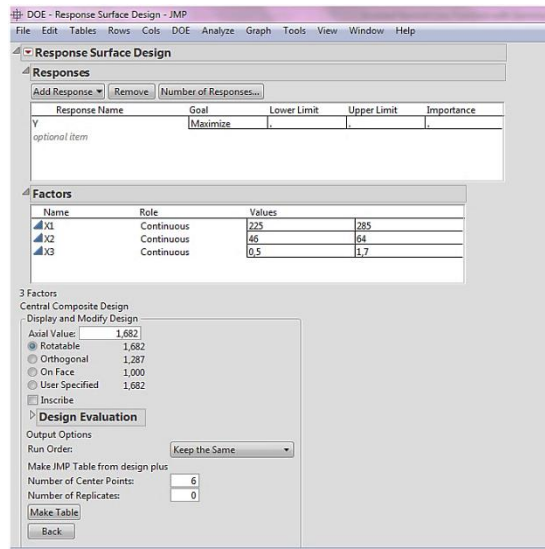
	-1.682	-1	0	1	1.682
	<i>Eksen Noktası</i>	<i>Düşük</i>	<i>Orta</i>	<i>Yüksek</i>	<i>Eksen Noktası</i>
x_1	204.5	225	255	285	305.5
x_2	39.9	46	55	64	70.1
x_3	0.09	0.5	1.1	1.7	2.11

Çizelge 3.3 Başlangıç tasarımı.

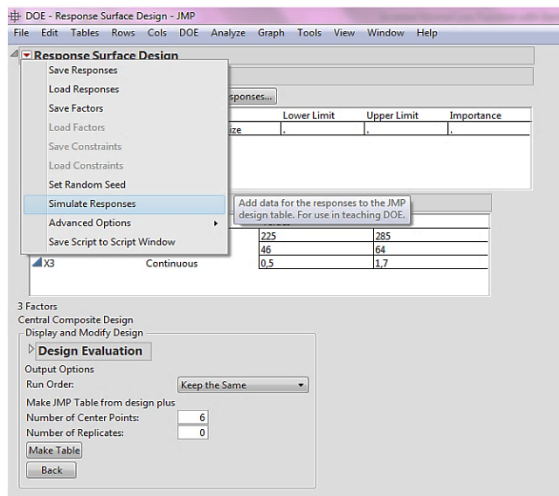
u	x_1	x_2	x_3	y
1	225	46	0.5	6.6
2	285	46	0.5	6.9
3	225	64	0.5	7.9
4	285	64	0.5	6.1
5	225	46	1.7	9.2
6	285	46	1.7	6.8
7	225	64	1.7	10.4
8	285	64	1.7	7.3
9	204.5	55	1.1	9.8
10	305.5	55	1.1	5.0
11	255	39.9	1.1	6.9
12	255	70.1	1.1	6.3
13	255	55	0.09	4.0
14	255	55	2.11	8.6
15	255	55	1.1	10.1
16	255	55	1.1	9.9
17	255	55	1.1	12.2
18	255	55	1.1	9.7
19	255	55	1.1	9.7
20	255	55	1.1	3.6

Çizelge 3.3 ile verilen başlangıç tasarımının JMP paket programında oluşturulması aşamasında ilk olarak “DOE” sekmesi tıklanarak “Response

Surface Design” seçilir. Yanıta etki eden 3 faktör tanımlanır, düşük ve yüksek seviyelerde aldıkları değerler belirtilir. $\alpha = 1.685$ olarak seçilir ve merkezsel nokta 6 olarak girilir (Bkz. Şekil 3.8). Bu noktada, eğer yanıtlar simüle edilmek istenilirse “Response Surface Design” yazısının yanındaki kırmızı üçgen tıklanarak “Simulate Responses” seçilir (Bkz. Şekil 3.9). Ancak başlangıç tasarımı olarak kabul edilen tasarımda yanıtlar belli olduğundan, Şekil 3.8’de gösterilen “Make Table” sekmesi tıklanır. Başlangıç tasarımı olarak kabul edilen ve Çizelge 3.4 ile verilen tasarımda yanıtlar belli olduğundan, oluşan tabloda yanıtlar manuel olarak girildikten sonra Şekil 3.10’da verilen başlangıç tasarımı oluşturulmuş olmaktadır.



Şekil 3.8 JMP paket programında başlangıç tasarımının oluşturulmasını gösteren ekran.



Şekil 3.9 Yanıtların başlangıç aşamasında simüle edilmesini gösteren ekran.

Pattern	X1	X2	X3	Y
1 ---	225	46	0,5	6,6
2 ---	225	46	1,7	9,2
3 ---	225	64	0,5	7,9
4 ---	225	64	1,7	9,2
5 ---	285	46	0,5	6,9
6 ---	285	46	1,7	6,8
7 ---	285	64	0,5	6,1
8 ---	285	64	1,7	7,3
9 a00	204,54621508	55	1,1	9,8
10 A00	305,45378492	55	1,1	5
11 0a0	255	39,863864525	1,1	6,9
12 0A0	255	70,136135475	1,1	6,3
13 00a	255	55	0,0909243017	4
14 00A	255	55	2,1090756983	8,6
15 000	255	55	1,1	10,1
16 000	255	55	1,1	9,9
17 000	255	55	1,1	12,2
18 000	255	55	1,1	9,7
19 000	255	55	1,1	9,7
20 000	255	55	1,1	9,6

Şekil 3.10 Başlangıç tasarımının ekran görüntüsü.

ii. Gürültü değişkeninin belirlenmesi aşaması:

Başlangıç tasarımının belirlenmesi ve oluşturulmasından sonraki adım, gürültü değişkeninin belirlenmesi aşamasıdır. Myers and Montgomery (2002) “*Pilot Tesisi Deneyi*” örneğinde, bir kimyasal ürünün filtrasyon hızına etki eden 4 faktör tanımlamıştır ve bunlardan sıcaklık faktörünü, kontrol edilmesi zor olduğunu ifade ederek bir gürültü değişkeni olarak kabul etmiştir. Myers and Montgomery (2002) tarafından kontrol edilmesi zor olduğu düşünülen bir faktörü gürültü değişkeni olarak ifade etme fikrinden yola çıkarak, başlangıç tasarımında yer alan x_3 faktörünün, kontrol edilmesi zor bir faktör olduğu varsayımı yapılarak, gürültü değişkeni olarak kabul edilmiştir ve x_3 faktörü Z olarak adlandırılmıştır.

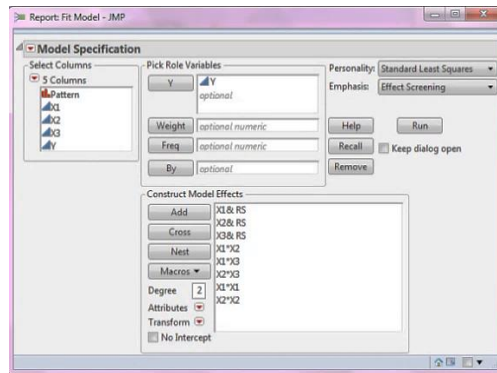
Z gürültü değişkeninin sağa çarpık bir aileden geldiği varsayılarak, dağılımının $G(2,2)$ olduğu kabul edilmiştir. Bu durumda, modelleme için yapılacak simülasyon çalışmasında başlangıç tasarımının her bir noktasında Z $G(2,2)$ dağılımından rasgele bir değer alacaktır. Diğer faktörler x_1 ve x_2 ’in kontrol değişkenleri olduğu varsayımı yapılmıştır. Böylece, simülasyon çalışması sonucunda, Çizelge 3.3’de verilen başlangıç tasarımı Çizelge 3.4’de verilen şeklini alacaktır. Çizelge 3.4 incelendiğinde, 1. deneme noktası ($u = 1$) ile 5. deneme noktası ($u = 5$) arasındaki benzerlik dikkat çekmektedir. Ancak, $u = 1$ ’de gürültü değişkenin $G(2,2)$ dağılımından gelecek rasgele değeri Z için düşük seviyede yapılan deneyi, $u = 5$ ’de ise $G(2,2)$ dağılımından gelecek rasgele değeri de Z için yüksek seviyede yapılan deneyi temsil edecektir. Bu yüzden, bu noktalar farklı deneme noktalarını ifade etmektedir.

Çizelge 3.4 Simülasyon çalışması sonucu elde edilecek tasarım örneği.

u	x_1	x_2	Z
1	225	46	$G(2,2)$
2	285	46	$G(2,2)$
3	225	64	$G(2,2)$
4	285	64	$G(2,2)$
5	225	46	$G(2,2)$
6	285	46	$G(2,2)$
7	225	64	$G(2,2)$
8	285	64	$G(2,2)$
9	204.5	55	$G(2,2)$
10	305.5	55	$G(2,2)$
11	255	39.9	$G(2,2)$
12	255	70.1	$G(2,2)$
13	255	55	$G(2,2)$
14	255	55	$G(2,2)$
15	255	55	$G(2,2)$
16	255	55	$G(2,2)$
17	255	55	$G(2,2)$
18	255	55	$G(2,2)$
19	255	55	$G(2,2)$
20	255	55	$G(2,2)$

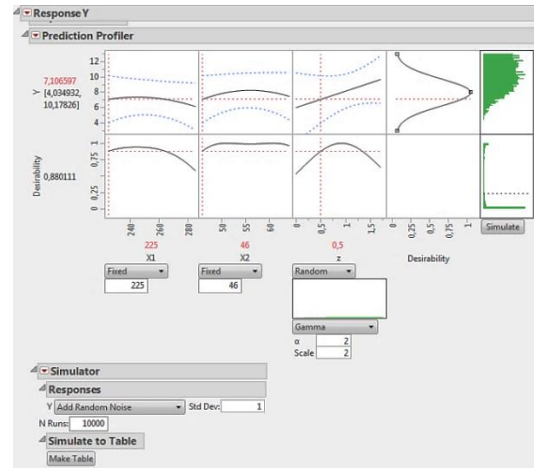
iii. Simülasyon aşaması:

Simülasyon aşamasında, JMP paket programında oluşturulan tasarımın modellemesi yapılır. Şekil 3.9’da verilen başlangıç tasarımının ekran görüntüsünde “Model” sekmesinin yanında yer alan kırmızı üçgen tıklanarak “Run Script” seçilir. Oluşan ekranda, Şekil 3.11’de gösterilen şekliyle, Eşitlik (3.1)’de verilen ikinci dereceden yanıt yüzey modeli oluşturulur ve “Run” sekmesi tıklanır. Bu işlem sonrasında oluşan ekranda simülasyon işlemine geçiş yapılır. “Prediction Profiler” sekmesi altında, Çizelge 3.4’de verilen tasarımdaki her deneme noktasında ayrı ayrı simülasyon işlemi yapılacaktır.



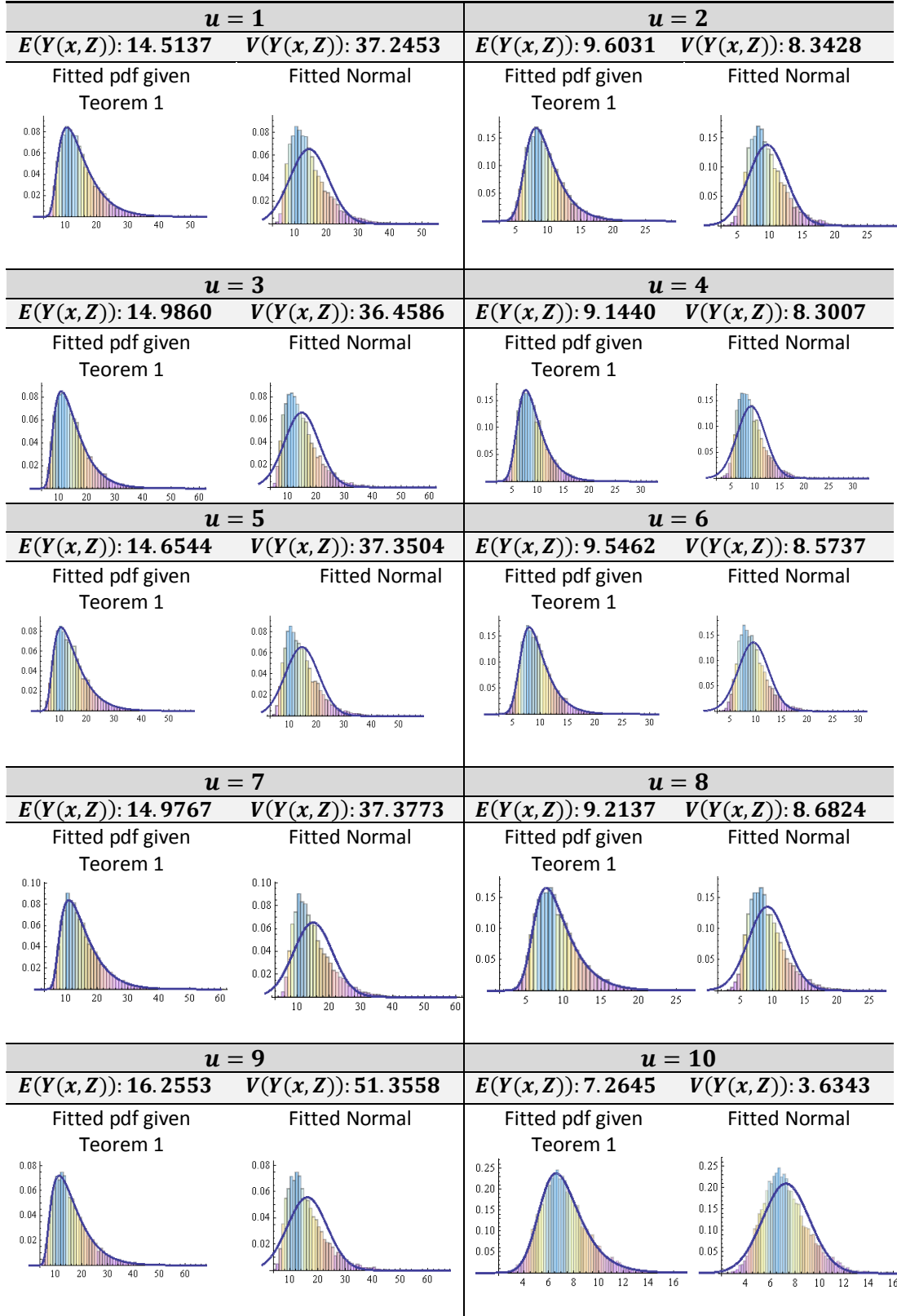
Şekil 3.11 JMP paket programında modelin oluşturulması.

x_1 , x_2 kontrol değişkenleri için “Fixed” seçilerek her deneme noktasında aldıkları değerler sırasıyla girilir. Z için “Random” seçilerek bir rasgele değişken olduğu tanımlanır ve dağılımının Gamma olduğu belirtilir. “ α ” ve “Scale” kısımlarına 2 girilerek parametre değerleri belirlenir. JMP paket programı rasgele hatanın dağılımının $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ olduğu varsayımı yapmaktadır. Bu çalışmada, rastgele hatanın birbirinden bağımsız ve aynı dağılıma sahip $\varepsilon \sim N(0,1)$ olduğu varsayımı yapıldığından, “Simulator” sekmesi altında “Add random noise” seçilerek, rasgele hatanın standart sapması 1 olarak girilir. Daha sonra “N Runs” kısmına simülasyon sayısı olan 10000 girilir ve “Make Table” tıklanır ve simülasyon işlemi tamamlanmış olur. İzlenen bu yol Çizelge 3.4’de verilen tasarımın ilk noktası olan $x_1 = 225$, $x_2 = 46$ ve $Z \sim G(2,2)$ için Şekil 3.12’de verilmiştir. Çizelge 3.4’de verilen her bir deneme noktasında Şekil 3.12 ile gösterilen işlem yapılarak, 20 tasarım noktasında yanıtlar 10000 kere simüle edilmiştir.

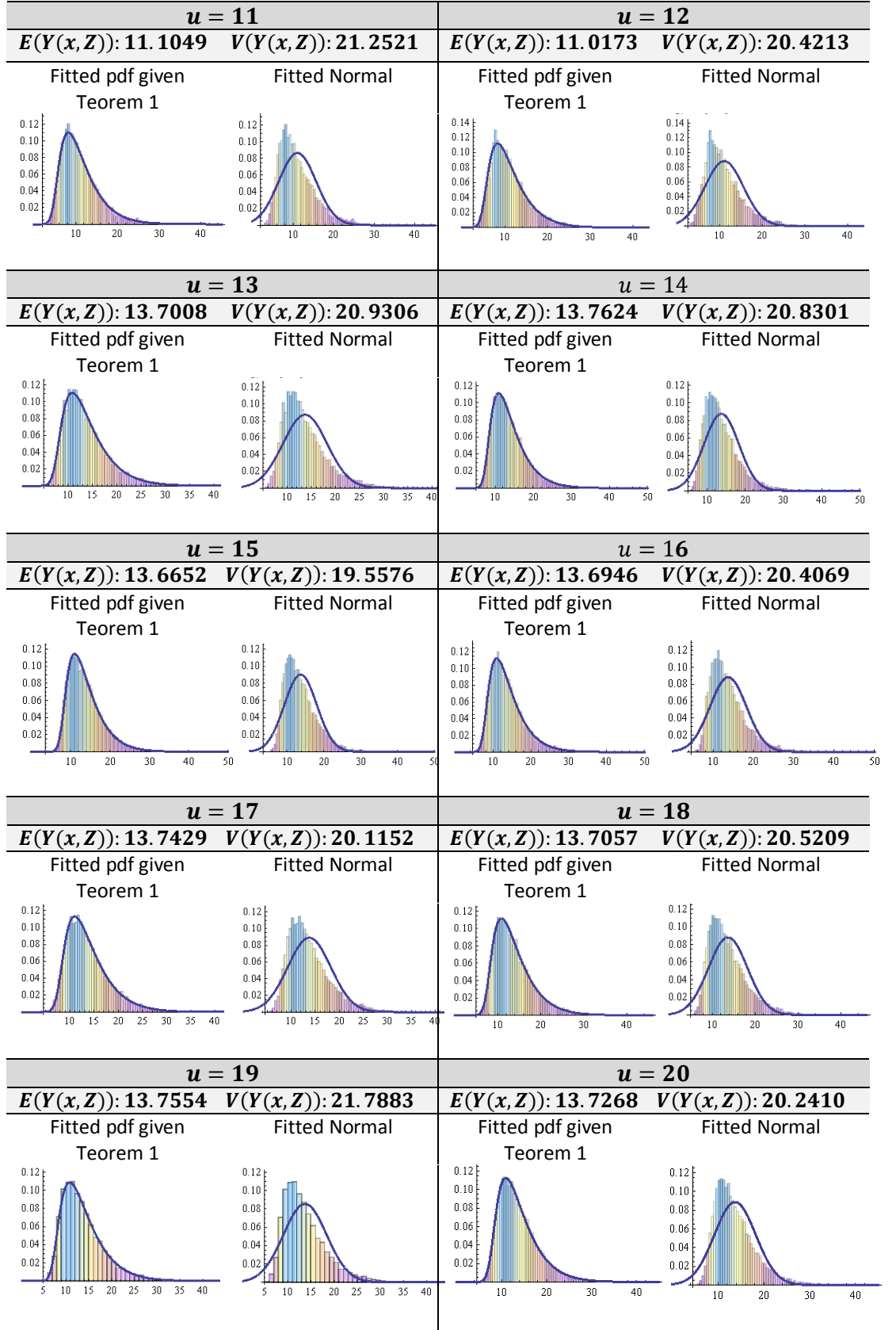


Şekil 3.12 $x_1 = 225$, $x_2 = 46$ ve $Z \sim G(2,2)$ için simülasyonun oluşturulması.

Literatürde genellikle gürültü değişkenlerinin dağılımının normal dağılıma uygunluğu varsayımının yapıldığına ancak her zaman bu varsayımın doğru olmadığına daha önce değinilmiştir. Gürültü değişkenlerinin dağılımının normal olduğu durumda yanıtların dağılımının da normal dağılıma uygunluğu söz konusudur. Gürültü değişkenlerinin aslında sağa çarpık bir dağılıma sahip olduğu ancak normal dağılıma uygunluğu varsayımı yapıldığında, yanıtların normal dağılıma uygunluğu varsayımı yapmak bir hata meydana getirmektedir. Bu hatayı göstermek amacıyla gürültü değişkenlerinin gamma dağılımına uygunluğu altında, her tasarım noktasında simüle edilmiş yanıtların dağılım grafikleri, Teorem 1’de verilen olasılık yoğunluk fonksiyonun ve normal dağılım olasılık yoğunluk fonksiyonun grafikleri de Şekil 3.13’de yer almaktadır.



Şekil 3.13 Simulasyon sonucunda elde edilen yanıtların dağılımı.



Şekil 3.13 (Devam) Simulasyon sonucunda elde edilen yanıtların dağılımı.

Şekil 3.13 incelendiğinde, normal dağılım simetrik bir yapıya sahipken yanıtların dağılımının sağa çarpık bir yapıya sahip olduğu görülmektedir. Başka bir deyişle, yanıtların dağılımı ile Teorem 1’de elde edilen dağılımın birbirine uygunluk gösterdiği açıktır. Bu nedenle, gerçekte gürültü değişkenlerinin sağa çarpık bir dağılımdan gelmesi ve normal dağılıma uygunluğunun varsayımı yapılması, yanıtların dağılımı için yanlış bir varsayım yapılacağı sonucunu doğurmaktadır. Yanıtların dağılım bilgisinde yapılan bu hata, beklenen kaybın doğru tahmin edilememesi veya yanıt yüzey modellerinin tahmini için yapılan optimizasyon çalışmalarında doğru tahminler yapılmaması gibi sonuçların elde edilmesine sebep olabilmektedir.

iv. Simülasyon sonucu elde edilen tasarımın oluşturulması:

Çizelge 3.4’de verilen başlangıç tasarımının her deneme noktasında yanıtlar ve gürültü değişkeni 10000 kere simüle edilmiştir. Elde edilen gürültü değişkenlerinin ortalaması alınarak, ilgili deneme noktasında gürültü değişkeninin değeri saptanmıştır. Böylece, yanıtların Eşitlik (3.1) ile verilen ikinci dereceden yanıt yüzey modellerine uygunluğu ve gürültü değişkenlerinin gamma dağılımına sahip olduğu varsayımı altında, simüle edilmiş deney tasarımı oluşturulmuştur ve Çizelge 3.5’de verilmiştir.

Çizelge 3.5 Simülasyon çalışması sonucu elde edilen deney tasarımı.

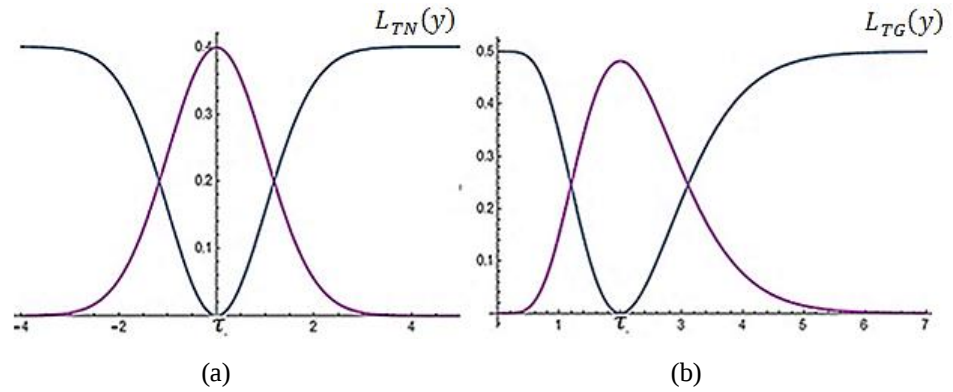
u	x_1	x_2	z	$\bar{y}(x, z)$	s^2
1	225	46	3.9674	14.5137	37.2453
2	285	46	4.0153	9.6031	8.3428
3	225	64	3.9984	14.9860	36.4586
4	285	64	3.9612	9.1440	8.3007
5	225	46	4.0230	14.6544	37.3504
6	285	46	3.9590	9.5462	8.5737
7	225	64	3.9868	14.9767	37.3773
8	285	64	4.0303	9.2137	8.6824
9	204.5	55	3.9626	16.2556	51.3558
10	305.5	55	4.0485	7.2645	3.6343
11	255	39.9	4.0530	11.1049	21.2521
12	255	70.1	4.0054	11.0173	20.4213
13	255	55	4.0045	13.7266	20.9306
14	255	55	4.0357	13.7718	20.8301
15	255	55	4.0346	13.7703	19.5576
16	255	55	3.9862	13.6946	20.4069
17	255	55	4.0229	13.7429	20.1152
18	255	55	3.9954	13.7057	20.5209
19	255	55	4.0294	13.7554	21.7883
20	255	55	4.0054	13.7268	20.2410

4. YENİ BİR ASİMETRİK KAYIP FONKSİYONU

Taguchi'nin tanımladığı kalite kavramı, ekonomik açıdan bir ürünün kullanımından doğan ve hedef değer etrafındaki değişkenliğin ekonomik kayıp cinsinden belirlenmesinde kullanılan kayıp fonksiyonlarına dayanmaktadır. Taguchi'nin tanımladığı KKF'ye alternatif olarak, Spiring and Yeung (1998) ve Leung and Spiring (2004) tarafından bazı olasılık yoğunluk fonksiyonlarının ters çevrilmesi yöntemine dayalı ve aşağıda belirtilen özellikleri sağlayan ters çevrilmiş olasılıksal kayıp fonksiyonları geliştirilmiştir.

- Kayıp negatif olamaz.
- Kayıp, hedef değerde sıfır olmaktadır.
- Kayıp, hedef değer her hangi bir yönüne doğru sürecin kaymasının bir sonucu olarak kayıplar monoton olarak artmaktadır.
- Kayıp, sürecin üst ve/veya alt limitleri yakınlarında ölçülebilir maksimum değerine ulaşmaktadır.

Şekil 4.1'de, Leung and Spiring (2004) ve Spiring and Yeung (1998) tarafından önerilen ve simetrik bir yapıya sahip olan TNKF ile asimetrik bir yapıya sahip olan TGKF'in grafikleri verilmiştir.



Şekil 4.1 (a) $\tau = 0$ ile TNKF, (b) $\tau = 2$ ile TGKF.

Şekil 4.1'de yer alan TNKF ve TGKF, sırasıyla, normal ve gamma dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonlarının ters çevrilmiş yapılarını ifade etmektedir ve olasılık yoğunluk fonksiyonun kendi tek maksimumuna ulaştığı nokta olan mod değeri, hedef değer, τ , olarak belirlenmiştir. Şekil 4.1 incelendiğinde hedef değerde kaybın sıfır olduğu açıkça görülmektedir.

Literatürde tanımlanan farklı kayıp fonksiyonları ile hedef değerden aynı sapmalar için farklı düzeylerde kayıplar elde edilebilir. Şekil 4.1(a)'dan da görüldüğü üzere TNKF'in simetrik bir yapıya sahip olmasından dolayı, sürecin hedef değer soluna ve sağına doğru eşit derecede ilerlemesi sonucu oluşan kayıplar aynıdır. Örneğin, sürecin $\tau = 0$ 'ın bir birim soluna ve sağına ilerlemesi sonucu oluşan kayıplar yaklaşık olarak 0.1 olmaktadır. Şekil 4.1(b) incelendiğinde ise, TGKF'in sağa çarpık bir yapıya sahip olmasından dolayı, sürecin hedef değer soluna ve sağına doğru eşit derecede ilerlemesi sonucu oluşan kayıpların birbirinden farklı olduğu görülmektedir. Örneğin, sürecin $\tau = 2$ 'in bir birim soluna ve sağına doğru ilerlemesi sonucu oluşan kayıplar, sırasıyla, yaklaşık olarak 0.3 ve 0.2 olmaktadır. Bu nedenle, kullanılacak kayıp fonksiyonunun belirlenmesi aşaması kalite geliştirme alanında önemli bir husus arz etmektedir.

Leung and Spiring (2004), kalite karakteristiklerinin dağılımlarına uygun bir kayıp fonksiyonun seçimi ile kayıpların doğru bir şekilde belirlenebileceğini vurgulamışlardır. Hedef değer spesifikasyon limitlerinin orta noktası olarak belirlendiği ve kalite karakteristiklerinin dağılımının normal olduğu durumda TNKF'nin en iyi sonucu verdiğini belirtmişlerdir. Diğer taraftan, hedef değer alt spesifikasyon limitine yakın olarak belirlendiği ve kalite karakteristiklerinin dağılımının gamma olduğu durumda TGKF'nin en iyi sonucu verdiğini ifade etmişlerdir. Böylece, TNKF için eşlenik dağılımı normal dağılım, TGKF için eşlenik dağılımı ise gamma dağılımı olarak tespit etmişlerdir. Leung and Spiring (2004) tarafından elde edilen sonuçlar ve Şekil 4.1 göz önüne alındığında, belirlenen hedef değer doğrultusunda, kalite karakteristiklerinin dağılımının simetrik (sağa çarpık) olduğu varsayımı altında, simetrik (sağa çarpık) bir kayıp fonksiyonunun seçimi doğru kayıpların belirlenmesi açısından tercih edilebilir.

Hem üretici hem de tüketici sesini birleştirerek, kaybı daha kapsamlı ifade eden beklenen kaybın doğru bir şekilde elde edilmesi, yanıtların dağılım bilgisinin bir yanılgıya meydan vermeyecek şekilde belirlenmesine bağlıdır. Kalite karakteristiklerinin dağılımı üzerinde rasgele hatanın ve gürültü değişkenlerinin etkisi olduğu Bölüm 3'de tartışılmıştır ve gürültü değişkenlerinin olan gamma dağılımından gelmesi durumunda yanıtların dağılımının sağa çarpık bir yapıda olduğu gösterilmiştir. Gürültü değişkenlerinin dağılımının aslında simetrik olmayan bir yapıya sahip olduğu ancak normal dağılıma uygunluğu varsayımı yapılması, yanıtların dağılımlarının aslında simetrik olmadığı halde simetrik olduğu varsayımı yapmak ile eşdeğer olmaktadır. Bu durumda deneyci tarafından, yanıtların gerçek dağılımı sağa çarpık bir yapıya sahip olduğundan uygun kayıp

fonksiyonu için asimetrik bir kayıp fonksiyonu düşünülmesi beklenirken, gürültü değişkenlerinin gerçek dağılımı göz ardı edilip normal dağılım varsayımı yapıldığında yanıtların dağılımının da normal olduğu düşüncesi doğrultusunda simetrik bir kayıp fonksiyonu tercih edilebilir. Böylece, uygun kayıp fonksiyonun seçiminde hata yapılabilir. Sonuç olarak, yanıtların dağılım bilgisinin doğru bir şekilde tanımlanması ve uygun kayıp fonksiyonun belirlenmesi, kayıpların doğru bir şekilde belirlenmesi aşamasında gereklidir.

Leung and Spiring (2004) ve Spiring and Yeung (1998) tarafından belirli olasılık yoğunluk fonksiyonlarının ters çevrilmiş yapılarını bir kayıp fonksiyonu olarak kullanma fikri benimsenmiştir. Bölüm 4.1’de, Teorem 1 ile verilen yanıtların olasılık yoğunluk fonksiyonuna dayalı ters çevrilmiş olasılıksal kayıp fonksiyonu elde edilmiştir ve özellikleri tartışılmıştır. Bölüm 4.2’de ise, Bölüm 3.3’de verilen simülasyon çalışması göz önüne alınarak bir uygulamaya yer verilmiştir ve noktasal kayıplar hesaplanmıştır.

4.1 Ters Çevrilmiş Olasılıksal Kayıp Fonksiyonu

Bu bölümde, Teorem 1 ile verilen olasılık yoğunluk fonksiyonuna dayalı ters çevrilmiş olasılıksal kayıp fonksiyonu elde edilmiştir. Bu bağlamda, Leung and Spiring (2004) ve Spiring and Yeung (1998) tarafından önerilen yaklaşım göz önüne alınmıştır ve takip edilen aşamalar maddeler halinde açıklanmıştır.

i. Teorem 1 ile verilen olasılık yoğunluk fonksiyonunu maksimum yapan noktanın belirlenmesi:

Eşitlik (3.3) ile tanımlanan olasılık yoğunluk fonksiyonunun ekstremum noktasının belirlenmesi aşamasında,

$$\frac{\partial f_Y(y(x, z))}{\partial y(x, z)} = \frac{\sigma_\varepsilon^{\alpha-1} \exp \left(-\frac{(y(x, z) - \mu_x)^2}{2\sigma_\varepsilon^2} + \frac{\left(y(x, z) - \mu_x - \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)} \right)^2}{4\sigma_\varepsilon^2} \right)}{\sqrt{2\pi} \beta^\alpha (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^\alpha} \times$$

$$\left(\begin{array}{c} D_{-\alpha} \left(-\frac{y(x,z) - \mu_x - \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}}{\sigma_\varepsilon} \right) \\ - \frac{D_{1-\alpha} \left(-\frac{y(x,z) - \mu_x - \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}}{\sigma_\varepsilon} \right)}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)} + \frac{D_{1-\alpha} \left(-\frac{y(x,z) - \mu_x - \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}}{\sigma_\varepsilon} \right)}{\sigma_\varepsilon} \end{array} \right)$$

elde edilir. $\frac{\partial f_Y(y(x,z))}{\partial y(x,z)} = 0$ olması için,

$$D_{-\alpha} \left(-\frac{y(x,z) - \mu_x - \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}}{\sigma_\varepsilon} \right) - \frac{D_{1-\alpha} \left(-\frac{y(x,z) - \mu_x - \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}}{\sigma_\varepsilon} \right)}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)} + \frac{D_{1-\alpha} \left(-\frac{y(x,z) - \mu_x - \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}}{\sigma_\varepsilon} \right)}{\sigma_\varepsilon}$$

ifadesinin 0'a eşit olması gerekmektedir. Bu ifade 0'a eşitlediğinde,

$$\frac{D_{-\alpha} \left(-\frac{y(x,z) - \mu_x - \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}}{\sigma_\varepsilon} \right) \sigma_\varepsilon}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)} = D_{1-\alpha} \left(-\frac{y(x,z) - \mu_x - \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}}{\sigma_\varepsilon} \right)$$

elde edilir ve bu eşitliğin sağlanması için,

$$y(x,z) = \frac{\mu_x + \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}}{\sigma_\varepsilon} \quad (4.1)$$

olarak tanımlandığında,

$$D_{-\alpha}(0) \left(\frac{\sigma_\varepsilon}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)} \right) = D_{1-\alpha}(-0)$$

ulaşılır. $D_{-\alpha}(0) = \frac{2^{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\pi}}{\Gamma(\frac{1+\alpha}{2})}$ ve $D_{1-\alpha}(-0) = \frac{2^{\frac{1-\alpha}{2}} \sqrt{\pi}}{\Gamma(\frac{\alpha}{2})}$ ifadeleri yerlerine koyulduğunda,

$$\frac{2^{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\pi}}{\Gamma(\frac{1+\alpha}{2})} \left(\frac{\sigma_\varepsilon}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)} \right) = \frac{2^{\frac{1-\alpha}{2}} \sqrt{\pi}}{\Gamma(\frac{\alpha}{2})}$$

elde edilir ve bu iki ifadenin birbirine eşit olması,

$$\beta \left(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j \right) = \frac{\Gamma \left(\frac{\alpha}{2} \right) \sigma_\varepsilon}{\Gamma \left(\frac{1+\alpha}{2} \right) \sqrt{2}} \quad (4.2)$$

koşulu altında gerçekleşir. Böylece, Eşitlik (4.2) ile tanımlanan koşul altında, Eşitlik (4.1) ile tanımlanan nokta, extremum nokta olarak elde edilmiştir. Bu noktanın, Teorem 1 ile verilen olasılık yoğunluk fonksiyonunu maksimum yapan nokta olup olmadığını araştırmak amacıyla, $\frac{\partial^2 f_Y(y(x,z))}{\partial y(x,z)} < 0$ koşulu incelenmiştir ve

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 f_Y(y(x,z))}{\partial y(x,z)} = & \frac{\sigma_\varepsilon^{\alpha-1} \exp \left(-\frac{(y(x,z) - \mu_x)^2}{2\sigma_\varepsilon^2} + \frac{\left(y(x,z) - \mu_x - \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)} \right)^2}{4\sigma_\varepsilon^2} \right)}{\sqrt{2\pi} \beta^{\alpha+1} (\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)^{\alpha+1}} \times \\ & \left(-\frac{2D_{1-\alpha} \left(-\frac{y(x,z) - \mu_x - \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}}{\sigma_\varepsilon} \right)}{\sigma_\varepsilon} + \frac{D_{-\alpha} \left(-\frac{y(x,z) - \mu_x - \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}}{\sigma_\varepsilon} \right)}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)} \right) \\ & + \frac{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j) D_{2-\alpha} \left(-\frac{y(x,z) - \mu_x - \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\beta(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j)}}{\sigma_\varepsilon} \right)}{\sigma_\varepsilon^2} \end{aligned}$$

elde edilmiştir. Burada, Eşitlik (4.2) ile tanımlanan koşul altında, Eşitlik (4.1) ile tanımlanan extremum nokta yerine yazıldığında ve

$$D_{-\alpha}(0) = \frac{2^{-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\pi}}{\Gamma \left(\frac{1+\alpha}{2} \right)}, \quad D_{1-\alpha}(0) = \frac{2^{\frac{1-\alpha}{2}} \sqrt{\pi}}{\Gamma \left(\frac{\alpha}{2} \right)}, \quad D_{2-\alpha}(0) = 2 \frac{2^{\frac{-\alpha}{2}} \sqrt{\pi}}{\Gamma \left(\frac{\alpha-1}{2} \right)}$$

ifadeleri kullanılarak,

$$= \exp \left(- \frac{\left(\Gamma \left(\frac{1+\alpha}{2} \right) \right)^2}{\left(\Gamma \left(\frac{\alpha}{2} \right) \right)^2} \right) \left(- \frac{\sqrt{2} \left(\Gamma \left(\frac{1+\alpha}{2} \right) \right)^{1+\alpha}}{\sigma_\varepsilon^3 \left(\Gamma \left(\frac{1+\alpha}{2} \right) \right)^{2+\alpha}} + \frac{\sqrt{2} \left(\Gamma \left(\frac{1+\alpha}{2} \right) \right)^\alpha}{\sigma_\varepsilon^3 \left(\Gamma \left(\frac{\alpha}{2} \right) \right)^\alpha \Gamma \left(\frac{\alpha-1}{2} \right)} \right)$$

elde edilir ve bu ifade $\alpha = 1, 2, 3, \dots$ için sıfırdan küçük değerler verecektir, $\frac{\partial^2 f_Y(y(x,z))}{\partial y(x,z)} < 0$.

Sonuç olarak, Teorem 1 ile verilen olasılık yoğunluk fonksiyonun tek bir maksimum noktası olması, Eşitlik (4.2) ile tanımlanan koşul altında gerçekleşmektedir. Bu bağlamda, Eşitlik (3.3) ile tanımlanan $f_Y(y(x,z))$, Eşitlik (4.2) ile tanımlanan koşul altında,

$$f_Y^*(y(x,z))$$

$$= \frac{(\sqrt{2})^\alpha \left(\Gamma \left(\frac{1+\alpha}{2} \right) \right)^\alpha \exp \left(- \frac{(y(x,z) - \mu_x)^2}{2\sigma_\varepsilon^2} + \frac{\left(y(x,z) - \mu_x - \frac{\sigma_\varepsilon \sqrt{2} \Gamma \left(\frac{1+\alpha}{2} \right)}{\Gamma \left(\frac{\alpha}{2} \right)} \right)^2}{4\sigma_\varepsilon^2} \right)}{\sqrt{2\pi} \sigma_\varepsilon \left(\Gamma \left(\frac{\alpha}{2} \right) \right)^\alpha} \times$$

$$D_{-\alpha} \left(- \frac{y(x,z) - \mu_x - \frac{\sigma_\varepsilon \sqrt{2} \Gamma \left(\frac{1+\alpha}{2} \right)}{\Gamma \left(\frac{\alpha}{2} \right)}}{\sigma_\varepsilon} \right) \quad (4.3)$$

şeklinde yeniden tanımlanabilir. Bu fonksiyonu maksimum yapan tek bir nokta vardır ve bu nokta aynı zamanda, Eşitlik (4.3) ile tanımlanan $f_Y^*(y(x,z))$ 'in tepe noktasıdır ve aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$Mod(Y(x,Z)) = \mu_x + \frac{\sigma_\varepsilon \sqrt{2} \Gamma \left(\frac{1+\alpha}{2} \right)}{\Gamma \left(\frac{\alpha}{2} \right)} \quad (4.4)$$

Eşitlik (4.2) ile tanımlanan koşul altında, Eşitlik (3.17),

$$E(Y(x,Z)) = \mu_y = \mu_x + \frac{\alpha \sigma_\varepsilon \Gamma \left(\frac{\alpha}{2} \right)}{\Gamma \left(\frac{1+\alpha}{2} \right) \sqrt{2}} \quad (4.5)$$

şeklinde elde edilir ve Eşitlik (4.4) aşağıdaki şekilde tanımlanabilir.

$$Mod(Y(x, Z)) = \mu_y - \frac{\alpha \sigma_\varepsilon \Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1+\alpha}{2}\right) \sqrt{2}} + \frac{\sigma_\varepsilon \sqrt{2} \Gamma\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (4.6)$$

ii. Hedef değerin tanımlanması:

Eşitlik (4.6) ile tanımlanan $Mod(Y(x, Z))$, hedef değer olarak belirlenmiştir.

$$\tau = \mu_y - \frac{\alpha \sigma_\varepsilon \Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1+\alpha}{2}\right) \sqrt{2}} + \frac{\sigma_\varepsilon \sqrt{2} \Gamma\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = \mu_x + \frac{\sigma_\varepsilon \sqrt{2} \Gamma\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (4.7)$$

iii. $m = \sup_{y(x,z) \in Y(x,z)} f(y(x,z)) = f(\tau)$ ve $\pi(y(x,z), \tau) = f(y)$ 'nin elde edilmesi:

Eşitlik (4.7) ile tanımlanan τ , $f_Y^*(y(x,z))$ 'de yerine koyularak,

$$m = \frac{\left(\Gamma\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)\right)^{\alpha-1}}{\left(\Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)^\alpha \sqrt{2} \sigma_\varepsilon} \exp\left(-\frac{\left(\Gamma\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)\right)^2}{\left(\Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)^2}\right) \quad (4.8)$$

ve Eşitlik (4.7) ve Eşitlik (4.3) yardımıyla,

$$\pi(y(x,z), \tau) = \frac{(2)^{\frac{\alpha}{2}} \left(\Gamma\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)\right)^\alpha}{\sqrt{2\pi} \sigma_\varepsilon \left(\Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)^\alpha} D_{-\alpha}\left(-\frac{y(x,z) - \tau}{\sigma_\varepsilon}\right) \times \exp\left(-\frac{(y(x,z) - \tau)^2}{4\sigma_\varepsilon^2} - \frac{(y(x,z) - \tau) \sqrt{2} \Gamma\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)}{\sigma_\varepsilon \Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right)} - \left(\frac{\Gamma\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right)}\right)^2\right) \quad (4.9)$$

şeklinde elde edilir.

iv. Tersinir kayıp oranının belirlenmesi:

Eşitlik (4.8) ve Eşitlik (4.9) yardımıyla, tersinir kayıp oranı, aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{\pi(y(x,z), \tau)}{m} = \frac{2^{\frac{\alpha+1}{2}} \Gamma\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(y(x,z) - \tau)^2}{4\sigma_\varepsilon^2}\right) \times$$

$$\exp\left(-\frac{(y(x,z) - \tau)\sqrt{2}\Gamma\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)}{\sigma_\varepsilon \Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right)}\right) D_{-\alpha}\left(-\frac{y(x,z) - \tau}{\sigma_\varepsilon}\right) \quad (4.10)$$

v. Kayıp fonksiyonunun elde edilmesi aşaması:

Son olarak, Eşitlik (4.10) ile elde edilen tersinir kayıp oranı ve

$$L(y, \tau) = K \left(1 - \frac{\pi(y, \tau)}{m}\right)$$

kullanılarak, $\alpha = 1, 2, 3, \dots$ için, ters çevrilmiş olasılıksal kayıp fonksiyonu,

$$L(y, \tau)$$

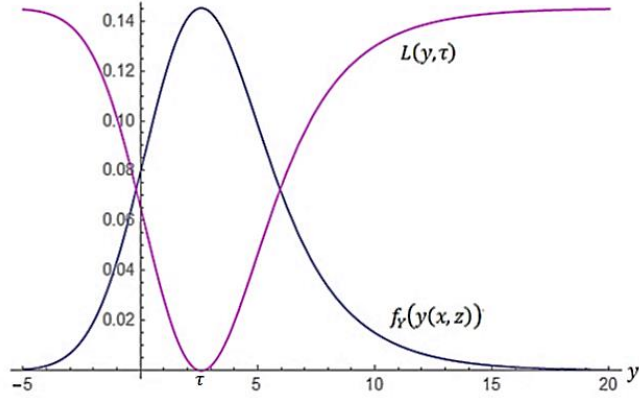
$$= K \left(1 - \frac{2^{\frac{\alpha_L+1}{2}} \Gamma\left(\frac{1+\alpha_L}{2}\right) D_{-\alpha_L}\left(-\frac{y-\tau}{\sigma_L}\right)}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(y-\tau)^2}{4\sigma_L^2} - \frac{(y-\tau)\sqrt{2}\Gamma\left(\frac{1+\alpha_L}{2}\right)}{\sigma_L \Gamma\left(\frac{\alpha_L}{2}\right)}\right)\right) \quad (4.11)$$

şeklinde tanımlanır. Kalite karakteristiklerinin parametreleri ile kayıp fonksiyonun parametrelerini birbirinden ayırt etme düşüncesi ile kayıp fonksiyonunda L alt indisi kullanılmıştır. Elde edilen bu kayıp fonksiyonu asimetrik bir kayıp fonksiyonudur. K maksimum kaybı ve y süreç ölçümlerini göstermektedir. τ hedef değerdir. μ_L kayıp fonksiyonu için bir konum parametresi, σ_L ise ölçek parametresidir. α_L şekil parametresidir ve α_L yardımıyla kayıp fonksiyonunun çarpıklığı belirlenebilir. Bu nedenle α_L bir çarpıklık parametresi olarak adlandırılabilir. Şekil 4.2 ve Şekil 4.3’de, Eşitlik (4.11) ile verilen kayıp fonksiyonunun yapısı incelenmiştir.

Şekil 4.2’de, $\alpha = 1$, $E(Y(x, Z)) = 3.51$, $V(Y(x, Z)) = 10.28$ ile $f_Y(y(x, z))$ ve $\alpha_L = 1$, $\mu_L = 3.51$, $\tau = 2.60$, $\sigma_L = 2$, $K = 0.145$ ile $L(y, \tau)$ ’in grafikleri verilmiştir.

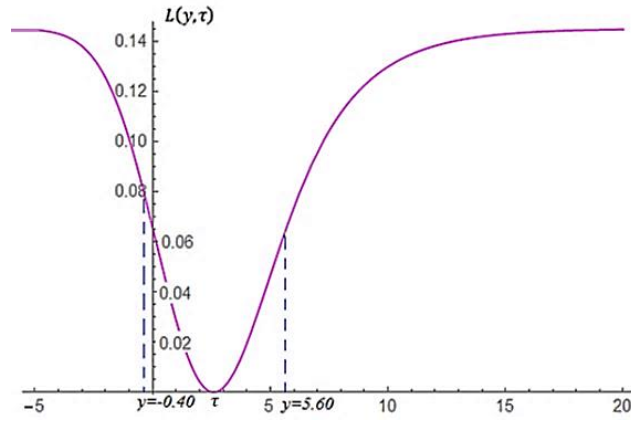
Şekil 4.2 incelendiğinde, $f_Y(y(x, z))$ ’in yapısının sağa çarpık ve $Mod(Y(x, Z)) = 2.60 < E(Y(x, Z)) = 3.51$ olduğu açıkça görülmektedir. Bu nedenle bu olasılık yoğunluk fonksiyonun ters çevrilmiş yapısının asimetrik bir kayıp fonksiyonu vereceği açıktır. Şekil 4.2’de $\alpha_L = 1$, $\mu_L = 3.51$, $\sigma_L = 2$ ve $\tau = 2.60$ parametrelerine sahip $L(y, \tau)$ ’nin asimetrik bir yapıda olduğu görülmektedir.

Ayrıca, $f_Y(y(x,z))$ 'in ters çevrilmiş şekli olarak tanımlanan kayıp fonksiyonunda $\tau = 2.60$ değerinde kayıp sıfır olmaktadır. Maksimum kayıp ise, $f_Y(y(x,z))$ 'in alacağı maksimum değer olarak belirlenmiştir, diğer bir deyişle $f_Y(y(x,z))$ maksimum değerini $Mod(Y(x,Z)) = 2.60$ 'da aldığı için, $y = 2.60$ için $f_Y(2.60) = 0.145$ değerini vermektedir ve bu değer maksimum kaybı işaret etmektedir.



Şekil 4.2 $f_Y(y(x, z))$ ve $L(y, \tau)$.

Şekil 4.3'de ise sürecin hedef değerden uzaklaşması sonucu oluşan kayıplar incelenmiştir ve hedef değerden eşit uzaklaşmaların aynı kaybı işaret etmediği gösterilmiştir.



Şekil 4.3 $\alpha_L = 1$, $\tau = 2.60$, $\sigma_L = 2$, $K = 0.145$ ile $L(y, \tau)$.

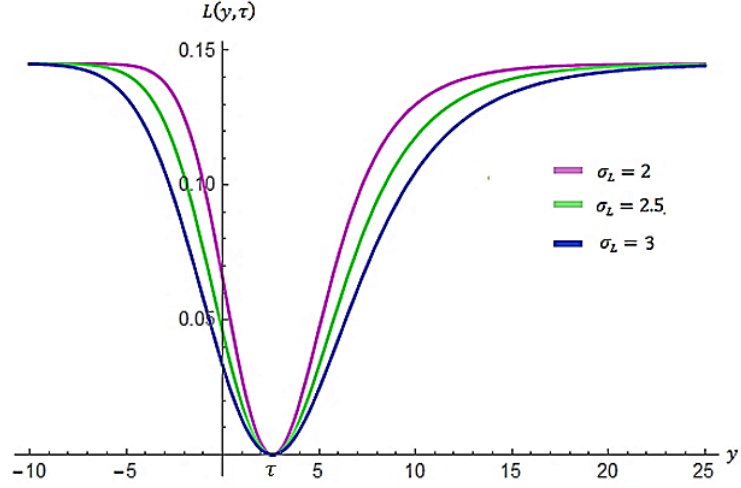
Şekil 4.3 incelendiğinde, $\tau = 2.60$ 'dan 3 birim sola doğru uzaklaşıldığında ($y = -0.40$) kayıp yaklaşık olarak 0.08 olarak tespit edilmektedir ancak $\tau = 2.60$ 'dan 3 birim sağa doğru uzaklaşıldığında ($y = 5.60$) kaybın yaklaşık olarak 0.06 olduğu görülmektedir. Bu durum, “sürecin hedef değer sol tarafına

ilerlemesi sonucu daha hızlı bir artışla kayıp oluşmaktadır ve sürecin sağ tarafına ilerlemesi sonucu daha yavaş bir artışla kayıp oluşmaktadır” şeklinde yorumlanabilir. Ayrıca, Şekil 4.3’den görüldüğü üzere, Eşitlik (4.11) ile tanımlanan kayıp fonksiyonunun diğer bir özelliği, süreç hedef değerden çok uzak olduğunda sürecin kötü olduğu gerçeğini tanımasıdır. Diğer bir deyişle, hedef değerden uzaklaşmalar kaybı arttırmaktadır ancak bu artış sonsuz değildir ve hedef değerden çok uzaklaşmalar aynı kaybı işaret etmektedir.

Literatürde tanımlanan farklı kayıp fonksiyonları, hedef değerden benzer sapmalar için farklı düzeylerde kayıplar vermektedir. Daha önce de belirtildiği üzere, doğru kayıpların belirlenmesi aşamasında, hem yanıtların dağılımının doğru bir şekilde belirlenmesi hem de uygun kayıp fonksiyonun kullanımı önemlidir. Leung and Spiring (2004), kalite karakteristiklerinin dağılımları (eşlenik dağılımlar) ile uygun bir ters çevrilmiş kayıp fonksiyonun seçimi kayıpların doğru bir şekilde belirlenebileceğini vurgulamışlardır. Yanıtların dağılım bilgisinin doğru bir şekilde tespit edilmesi konusu da büyük bir önem arz etmektedir. Örneğin, kalite karakteristiklerinin dağılımının gerçekte sağa çarpık bir yapıya sahip olan ve Teorem 1 ile tanımlanan olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip olduğu ancak normal dağıldığı varsayımı yapıldığında, araştırmacının uygun bulunduğu kayıp fonksiyonu, simetrik bir yapıya sahip olmasından dolayı TNKF olabilir. Bu durumda, hedef değerden aynı miktarda sağa ve sola olan uzaklaşmalar için eşit derecede kayıp tespit edilir. Ancak, yanıtların gerçek dağılım yapısı göz önüne alındığında, hedef değerden sapmalar simetrik bir yapıda olmadığı için sürecin hedef değer sol ve sağ tarafına doğru ilerlemesi sonucu farklı kayıplar elde edilmesi beklenebilir. Bu durumda, uygun kayıp fonksiyonu olarak Eşitlik (4.11)’de tanımlanan kayıp fonksiyonu belirlenebilir. Böylece, hedef değerden aynı miktarda sağa ve sola olan uzaklaşmalar farklı kayıpları işaret edecektir.

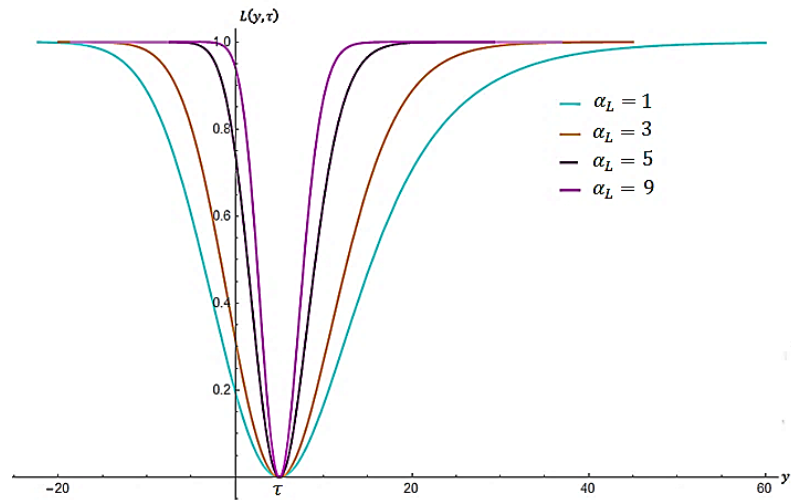
Sonuç olarak, yanıtların dağılım bilgisinin doğru bir şekilde belirlenememesinden dolayı, farklı yapılara sahip kayıp fonksiyonunun kullanılması sonucu, sürecin hedef değerden uzaklaşmaları ile elde edilen kayıplar doğru tespit edilemeyecektir ve süreç analizi doğru bir şekilde yapılamayacaktır. Bu bağlamda, yanıtların dağılımının Teorem 1 ile verilen olasılık yoğunluk fonksiyonuna uygunluğu söz konusu ise, kayıpların doğru bir şekilde hesaplanması için bu dağılıma uygun kayıp fonksiyonu olarak Eşitlik (4.11) ile tanımlanan kayıp fonksiyonunun kullanılması önerilmektedir.

Şekil 4.4’de $\alpha_L = 1$, $\tau = 2.60$, $\sigma_L = 2, 2.5, 3$ ile $L(y, \tau)$ ’in grafiği verilmiştir ve σ_L ’in farklı değerlerinin kayıp fonksiyonu üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Şekil 4.4 incelendiğinde, σ_L ’in değeri arttıkça, kayıp fonksiyonunun kaybı tolere edebilirliğinin arttığı ve daha yavaş bir artışla maksimum noktasına ulaştığı açıkça görülmektedir.



Şekil 4.4 $\alpha_L = 1$, $\tau = 2.60$, $\sigma_L = 2, 2.5, 3$ ile $L(y, \tau)$.

Şekil 4.5’de ise, $\alpha_L = 1, 3, 5, 9$, $\tau = 6$ için $L(y, \tau)$ ’in grafiği verilmiştir ve α_L ’in farklı değerlerinin kayıp fonksiyonu üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Şekil 4.5 incelendiğinde, α_L arttıkça kayıp fonksiyonunun çarpıklığının azaldığı ve yapısının simetriye yaklaştığı görülmektedir. Diğer bir deyişle, α_L ’nin değerindeki artış hedef değer etrafındaki değişkenliği azaltmaktadır.



Şekil 4.5 $\alpha_L = 1, 3, 5$ ve 9 , $\tau = 6$ ile $L(y, \tau)$.

Sonuç olarak, Şekil 4.3, Şekil 4.4 ve Şekil 4.5 yardımıyla, Eşitlik (4.11)'de tanımlanan kayıp fonksiyonunun asimetrik bir yapıya sahip olduğu görülmektedir. Hedef değer etrafındaki değişkenlik ise α_L ve σ_L 'ye bağlı olarak ölçülebilir. Burada dikkat edilmesi gereken nokta, Spiring and Yeung (1998) ve Leung and Spiring (2004) tarafından önerilen ve Şekil 4.1'de verilen TGKF'nin yapısı ile Eşitlik (4.11)'de tanımlanan kayıp fonksiyonunun yapısının, sağa çarpık bir yapıya sahip olmaları açısından benzerlik göstermesidir. Ancak tanım aralıkları bakımından farklılık göstermektedirler. TGKF'nin kullanılması için, kalite karakteristiklerinin sıfırdan büyük değerler alması ve Eşitlik (4.11) ile tanımlanan kayıp fonksiyonunun kullanılması için ise kalite karakteristiklerinin tanım aralığının $(-\infty, \infty)$ olması gerekmektedir.

Doğru kayıpların belirlenmesi aşamasında, kalite karakteristiğinin dağılım bilgisinin doğru bir şekilde tespit edilmesi ve uygun kayıp fonksiyonunun seçilmesinin yanı sıra önemli diğer bir husus ise, kalite karakteristiğinin özelliklerinin yanılğıya meydan vermeyecek açıklıkta tanımlanarak, uygun spesifikasyon limitlerinin belirlenmesidir. ASL ve ÜSL değerlerinin belirlenmesi aşamasında, Eşitlik (4.11) ile tanımlanan kayıp fonksiyonu göz önüne alındığında iki durumla karşı karşıya kalınabilir: ASL ve ÜSL değerleri hedef değer etrafında eşit uzaklıkta veya farklı uzaklıklarda olacak şekilde belirlenebilir. ASL ve ÜSL değerlerinin hedef değer etrafında eşit uzaklıkta yer alması, sürecin ASL ve ÜSL değerlerinde aynı kaybı vereceği anlamına gelmemektedir. Aynı zamanda, ASL ve ÜSL değerlerinin hedef değer etrafında farklı uzaklıkta yer alması sürecin ASL ve ÜSL değerlerinde farklı kaybı vereceği anlamına da gelmemektedir. Bu durum aslında, sürecin hedef değer sol tarafında ilerlemesi sonucu daha hızlı, sağ tarafında ilerlemesi sonucu daha yavaş bir artışla maksimum kayba ulaşmasından kaynaklanmaktadır.

Hedef değer etrafındaki değişkenliğin belirlenmesi aşamasında, Drain and Gough (1996) tarafından, ölçek parametresinin spesifikasyon limitlerine bağlı olarak elde edilmesi ve spesifikasyon limitlerinde yaklaşık 0.50 kayıp veren ölçek parametresinin seçilmesi önerilmiştir. Eşitlik (4.11) ile tanımlanan kayıp fonksiyonu asimetrik bir yapıya sahip ve hem σ_L hem de α_L 'nin sürecin hedef değerden sapmaları sonucu oluşan kayıplar üzerinde etkili olduğundan dolayı, önceden belirlenen α_L 'ye dayalı σ_L 'nin ASL ve ÜSL'ye bağlı olarak belirlenmesi önerilmiştir. Önerilen yaklaşım, ASL ve ÜSL'de verilen kayıpların kabul edilebilir düzeyinin yaklaşık olarak araştırmacı tarafından belirlenmesine ve belirlenen spesifikasyon limitlerinde göze alınan kaybı veren kayıp

Eşitlik (4.11) yardımıyla, $y = \tau - a\sigma_{L1}$ iken,

$$L(y, \tau) = K \left(1 - \frac{2^{\frac{\alpha_L+1}{2}} \Gamma\left(\frac{1+\alpha_L}{2}\right)}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{a^2}{4} + \frac{a\sqrt{2}\Gamma\left(\frac{1+\alpha_L}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\alpha_L}{2}\right)}\right) D_{-\alpha_L}(a) \right) = A \quad (4.12)$$

ve $y = \tau + b\sigma_{L2}$ iken,

$$L(y, \tau) = K \left(1 - \frac{2^{\frac{\alpha_L+1}{2}} \Gamma\left(\frac{1+\alpha_L}{2}\right)}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{b^2}{4} - \frac{b\sqrt{2}\Gamma\left(\frac{1+\alpha_L}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\alpha_L}{2}\right)}\right) D_{-\alpha_L}(-b) \right) = B \quad (4.13)$$

olmaktadır. Süreç parametresi ASL ve ÜSL değerinde iken elde edilen ve Eşitlik (4.12)-(4.13) ile verilen denklemler, önceden belirlenen α_L 'e bağlı olarak çözülüp a ve b noktaları elde edilir. a ve b değerlerinin yaklaşık değerlerinin belirlenmesi aşamasında araştırmacılara kolaylık sağlaması açısından Çizelge 4.1 hazırlanmıştır.

Çizelge 4.1'de, $\alpha_L = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ değerleri için, araştırmacı tarafından, ASL ve ÜSL'de verilmesi istenen kayıpların eşit ve farklı olması göz önüne göz önüne alınarak, 3 farklı durum için a ve b değerlerinin yaklaşık değerleri belirlenmiştir. Çizelge 4.1'de $\frac{A}{K}$ ASL'de göze alınan kaybın maksimum kayba oranını, $\frac{B}{K}$ ÜSL'de göze alınan kaybın maksimum kayba oranını göstermektedir.

Eşitlik (4.12) ve Eşitlik (4.13) ile verilen denklemler, önceden belirlenen çarpıklık parametresi α_L 'e bağlı olarak çözülüp a ve b noktaları edildikten sonra, σ_{L1} ve σ_{L2} 'nin ASL ve ÜSL'ye bağlı olarak edilmesi aşaması yer almaktadır. Şekil 4.11'deki spesifikasyon limitleri, $\tau - a\sigma_{L1} = ASL$ ve $\tau + b\sigma_{L2} = ÜSL$ şeklinde tanımlandığında,

$$\sigma_{L1} = \frac{\tau - ASL}{a} \quad (4.14)$$

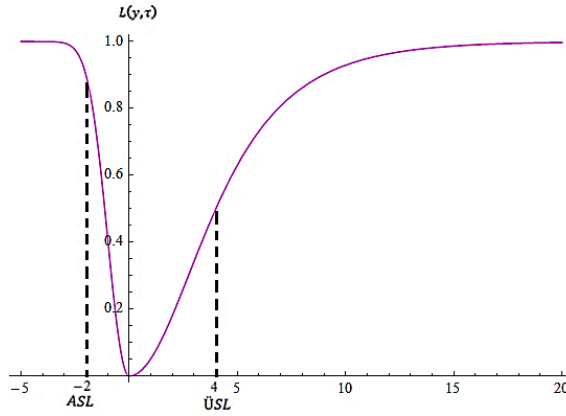
$$\sigma_{L2} = \frac{ÜSL - \tau}{b} \quad (4.15)$$

elde edilir.

Çizelge 4.1 $\alpha_L = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ için a ve b değerleri.

	A/K	B/K	$\alpha_L = 1$		$\alpha_L = 2$		$\alpha_L = 3$	
			a	b	a	b	a	b
<i>ASL ve ÜSL 'de verilmesi istenen kayıplar eşit ise</i>	0.25	0.25	0.9099	1.0198	0.9604	1.0681	0.9850	1.0819
	0.50	0.50	1.3877	1.6775	1.4626	1.7325	1.5010	1.7398
	0.75	0.75	1.9301	2.6003	2.0300	2.6031	2.0838	2.5776
	0.90	0.90	2.4545	3.7545	2.5758	3.5903	2.6436	3.4949
<i>ASL verilmesi istenen kayıp, ÜSL 'de verilmesi istenen kayıptan az ise</i>	0.25	0.50	0.9099	1.6775	0.9604	1.7325	0.9850	1.7398
	0.25	0.75	0.9099	2.6003	0.9604	2.6031	0.9850	2.5776
	0.25	0.90	0.9099	3.7545	0.9604	3.5903	0.9850	3.4949
	0.50	0.75	1.3877	2.6003	1.4626	2.6031	1.5010	2.5776
	0.50	0.90	1.3877	3.7545	1.4626	3.5903	1.5010	3.4949
	0.75	0.90	1.9301	3.7545	2.0300	3.5903	2.0838	3.4949
<i>ASL verilmesi istenen kayıp, ÜSL 'de verilmesi istenen kayıptan çok ise</i>	0.90	0.75	2.4545	2.6003	2.5758	2.6031	2.6436	2.5776
	0.90	0.50	2.4545	1.6775	2.5758	1.7325	2.6436	1.7398
	0.90	0.25	2.4545	1.0198	2.5758	1.0681	2.6436	1.0819
	0.75	0.50	1.9301	1.6775	2.0300	1.7325	2.0838	1.7398
	0.75	0.25	1.9301	1.0198	2.0300	1.0681	2.0838	1.0819
	0.50	0.25	1.3877	1.0198	1.4626	1.0681	1.5010	1.0819
	A/K	B/K	$\alpha_L = 4$		$\alpha_L = 5$		$\alpha_L = 6$	
			a	b	a	b	a	b
<i>ASL ve ÜSL 'de verilmesi istenen kayıplar eşit ise</i>	0.25	0.25	0.9996	1.0872	1.0092	1.0894	1.0162	1.0904
	0.50	0.50	1.5248	1.7389	1.5410	1.7362	1.5530	1.7333
	0.75	0.75	2.1182	2.5561	2.1425	2.5393	2.1607	2.5259
	0.90	0.90	2.6881	3.4344	2.7202	3.3921	2.7447	3.3607
<i>ASL verilmesi istenen kayıp, ÜSL 'de verilmesi istenen kayıptan az ise</i>	0.25	0.50	0.9996	1.7389	1.0092	1.7362	1.0162	1.7333
	0.25	0.75	0.9996	2.5561	1.0092	2.5393	1.0162	2.5259
	0.25	0.90	0.9996	3.4344	1.0092	3.3921	1.0162	3.3607
	0.50	0.75	1.5248	2.5561	1.5410	2.5393	1.5530	2.5259
	0.50	0.90	1.5248	3.4344	1.5410	3.3921	1.5530	3.3607
	0.75	0.90	2.1182	3.4344	2.1425	3.3921	2.1607	3.3607
<i>ASL verilmesi istenen kayıp, ÜSL 'de verilmesi istenen kayıptan çok ise</i>	0.90	0.75	2.6881	2.5561	2.7202	2.5393	2.7447	2.5259
	0.90	0.50	2.6881	1.7389	2.7202	1.7362	2.7447	1.7333
	0.90	0.25	2.6881	1.0872	2.7202	1.0894	2.7447	1.0904
	0.75	0.50	2.1182	1.7389	2.1425	1.7362	2.1607	1.7333
	0.75	0.25	2.1182	1.0872	2.1425	1.0894	2.1607	1.0904
	0.50	0.25	1.5248	1.0872	1.5410	1.0894	1.5530	1.0904
	A/K	B/K	$\alpha_L = 7$		$\alpha_L = 8$		$\alpha_L = 9$	
			a	b	a	b	a	b
<i>ASL ve ÜSL 'de verilmesi istenen kayıplar eşit ise</i>	0.25	0.25	1.0214	1.0908	1.0256	1.0909	1.0289	1.0908
	0.50	0.50	1.5622	1.7305	1.5696	1.7279	1.5757	1.7255
	0.75	0.75	2.1750	2.5150	2.1866	2.5059	2.1962	2.4982
	0.90	0.90	2.7642	3.3361	2.7802	3.3163	2.7937	3.2999
<i>ASL verilmesi istenen kayıp, ÜSL 'de verilmesi istenen kayıptan az ise</i>	0.25	0.50	1.0214	1.7305	1.0256	1.7279	1.0289	1.7255
	0.25	0.75	1.0214	2.5150	1.0256	2.5059	1.0289	2.4982
	0.25	0.90	1.0214	3.3361	1.0256	3.3163	1.0289	3.2999
	0.50	0.75	1.5622	2.5150	1.5696	2.5059	1.5757	2.4982
	0.50	0.90	1.5622	3.3361	1.5696	3.3163	1.5757	3.2999
	0.75	0.90	2.1750	3.3361	2.1866	3.3163	2.1962	3.2999
<i>ASL verilmesi istenen kayıp, ÜSL 'de verilmesi istenen kayıptan çok ise</i>	0.90	0.75	2.7642	2.5150	2.7802	2.5059	2.7937	2.4982
	0.90	0.50	2.7642	1.7305	2.7802	1.7279	2.7937	1.7255
	0.90	0.25	2.7642	1.0908	2.7802	1.0909	2.7937	1.0908
	0.75	0.50	2.1750	1.7305	2.1866	1.7279	2.1962	1.7255
	0.75	0.25	2.1750	1.0908	2.1866	1.0909	2.1962	1.0908
	0.50	0.25	1.5622	1.0908	1.5696	1.0909	1.5757	1.0908

Böylece σ_{L1} ve σ_{L2} ASL ve ÜSL cinsinden belirlenmiş olmaktadır. Burada, a ve b değerleri, spesifikasyon limitlerinde ne kadarlık bir kaybın göze alınacağı durumuna ve α_L 'ye göre değişkenlik göstermektedir. Örneğin, bir sürecin hedef değerinin $\tau = 0$ ve belirlenen spesifikasyon limitlerinin $(-2,4)$, $K = 1$ ve $\alpha_L = 1$ olduğu varsayımı yapılsın. Araştırmacı tarafından, ASL'de göze alınan kayıp 0.90 ve ÜSL'de göze alınan kayıp 0.50 olarak belirlendiğinde, Çizelge 4.1'den $a = 2.4545$ ve $b = 1.6775$ şeklinde elde edilmektedir. Eşitlik (4.14)-(4.15)'den $\sigma_{L1} = 0.8148$ ve $\sigma_{L2} = 2.3845$ olarak belirlenmektedir. Bu durum, Şekil 4.7'de verilmiştir.



Şekil 4.7 $K = 1$, $\alpha_L = 1$, $\tau = 0$, $(-2,4)$ spesifikasyon limitleri ile $L(y, \tau)$.

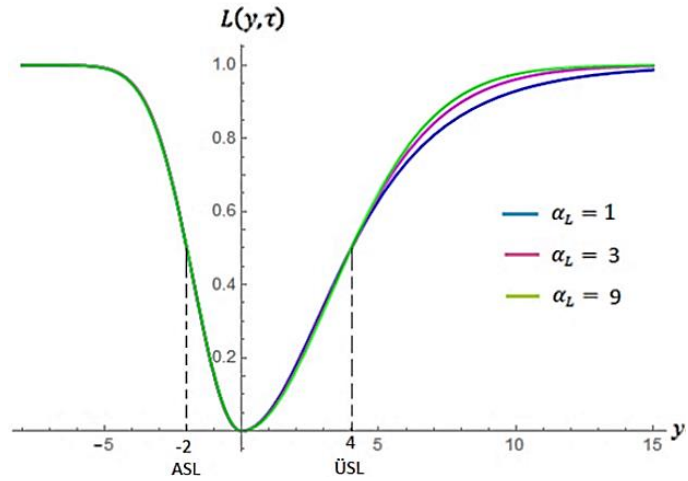
Sonuç olarak, sürecin hedef etrafındaki değişkenliğinin önceden belirlenen α_L 'ye bağlı olarak, ASL ve ÜSL cinsinden belirlenmesi yaklaşımı önerilmiştir. Burada dikkat edilmesi gereken nokta, spesifikasyon limitlerinin tüm süreç özelliklerini yanılığa meydan vermeyecek açıklıkta tanımlanması ve α_L 'in deneyci tarafından belirlenmesi aşamasıdır.

Bu bağlamda, ilk olarak, α_L 'nin ve α_L 'ye bağlı olarak belirlenen σ_{L1} ve σ_{L2} 'nin, sürecin hedef değerden olan sapmaların ekonomik ölçüsü olarak ifade edilebilen kayba olan etkisi incelenmiştir ve Çizelge 4.2 oluşturulmuştur. Çizelge 4.2'de, ASL ve ÜSL değerlerinin $(-2,4)$, $\tau = 0$ ve $K = 1$ olarak belirlendiği varsayımı altında, ASL ve ÜSL'de sırasıyla, yaklaşık olarak 0.50-0.50, 0.50-0.90 ve 0.90-0.50 kayıp verecek şekilde 3 durum göz önüne alınmıştır. Çizelge 4.1 yardımıyla ve Eşitlik (4.14) ile Eşitlik (4.15) kullanılarak, σ_{L1} ve σ_{L2} belirlenmiştir. Ayrıca, Çizelge 4.2'de verilen 3 durum için Şekil 4.8, Şekil 4.9 ve Şekil 4.10 oluşturulmuştur.

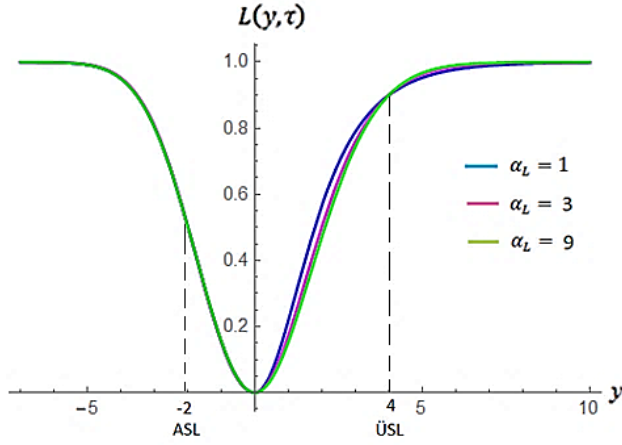
Çizelge 4.2 Spesifikasyon limitleri $(-2,4)$, $\tau = 0$ ve $K = 1$ ile 1., 2. ve 3. durum.

	ASL'de kabul edilen kayıp	ÜSL'de kabul edilen kayıp	$\alpha_L = 1$		$\alpha_L = 3$		$\alpha_L = 9$	
			σ_{L1}	σ_{L2}	σ_{L1}	σ_{L2}	σ_{L1}	σ_{L2}
1. Durum	0.50	0.50	1.4412	2.3845	1.3324	2.2991	1.2692	2.3181
2. Durum	0.50	0.90	1.4412	1.0654	1.3324	1.1445	1.2692	1.2122
3. Durum	0.90	0.50	0.8148	2.3845	0.7564	2.2991	0.7158	2.3181

Şekil 4.8'de, deneyci tarafından ASL ve ÜSL'de 0.50 değerinde kayıp verilmesi kabul edildiği varsayımı altında, 1. durum göz önüne alınmıştır. Şekil 4.8 incelendiğinde, spesifikasyon limitlerinde eşit derece kayıp verecek şekilde σ_{L1} ve σ_{L2} seçimi sonucu, α_L 'nin artması ile kalite karakteristiklerinin hedef değerden büyük değerleri için kayıp fonksiyonunun daha hızlı bir artışla maksimum noktaya ulaştığı görülmektedir. Böylece çarpıklık parametresinin artması ile aynı kalite karakteristiği için kaybın arttığı söylenebilir.

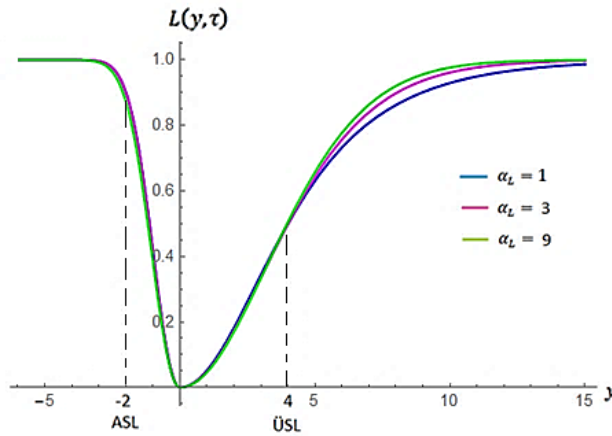
Şekil 4.8 1. durum için $L(y, \tau)$.

Şekil 4.9'da, deneyci tarafından ASL ve ÜSL değerlerinde, sırasıyla, 0.50 ve 0.90 değerinde kayıp verilmesi kabul edildiği varsayımı altında, 2. durum göz önüne alınmıştır. Şekil 4.9 incelendiğinde, ASL'de ÜSL'den daha az derecede kayıp verecek şekilde σ_{L1} ve σ_{L2} seçimi sonucu, α_L 'nin artması ile kalite karakteristiklerinin hedef değerden büyük değerleri için ÜSL değerine kadar daha yavaş bir artışla, ÜSL değerinden sonra daha hızlı bir artışla maksimum noktaya ulaştığı görülmektedir. Böylece çarpıklık parametresinin artması ile aynı kalite karakteristiği için kaybın ÜSL değerine kadar azaldığı ve ÜSL değerinden sonra arttığı söylenebilir.



Şekil 4.9 2. durum için $L(y, \tau)$.

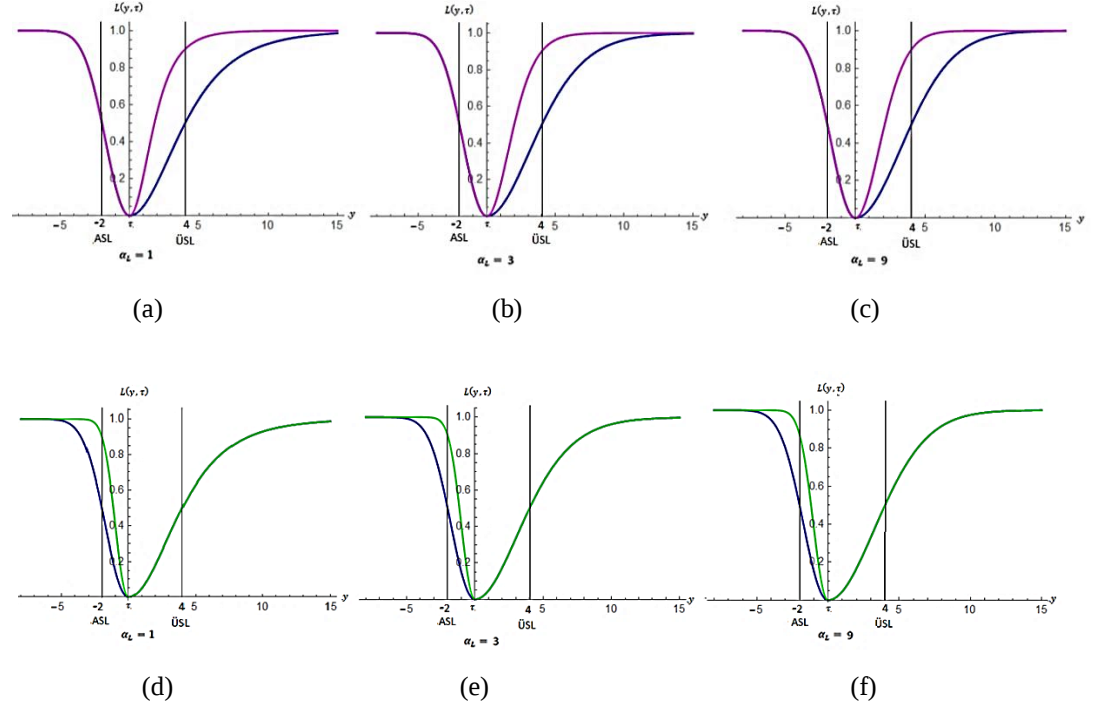
Şekil 4.10'da, deneyci tarafından ASL ve ÜSL değerlerinde, sırasıyla, 0.90 ve 0.50 değerinde kayıp verilmesi kabul edildiği varsayımı altında, 3. durum göz önüne alınmıştır. Şekil 4.10 incelendiğinde, ASL'de ÜSL'den daha fazla derecede kayıp verecek şekilde σ_{L1} ve σ_{L2} seçimi sonucu, α_L 'nin artması ile kalite karakteristiklerinin hedef değerden büyük değerleri için kayıp fonksiyonunun daha hızlı bir artışla ancak küçük değerleri için daha yavaş bir artışla maksimum noktaya ulaştığı görülmektedir. Böylece, çarpıklık parametresinin artması ile aynı kalite karakteristiğinin hedef değerden büyük değerleri için kaybın arttığı ve küçük değerleri için azaldığı söylenebilir.



Şekil 4.10 3. durum için $L(y, \tau)$.

Eşitlik (4.11) ile tanımlanan kayıp fonksiyonu sağa çarpık bir yapıya sahip olduğundan dolayı, kalite karakteristiklerinin hedef değerden küçük değerler aldığı durumda, hedef değerden daha büyük değerler aldığı duruma göre kayıp daha hızlı bir şekilde maksimum noktasına ulaşmaktadır. Bu nedenle, deneyci

tarafından ASL’de ÜSL’den daha büyük, daha küçük ve aynı kayıpların verilmesi istenildiği durumlarda, $\alpha_L = 1, 3, 9$ için ASL ve ÜSL’nin $(-2, 4)$, $\tau = 0$ ve $K = 1$ olarak belirlendiği varsayımı altında Eşitlik (4.11) ile verilen kayıp fonksiyonunun yapısının incelenmesi amacıyla Şekil 4.11 oluşturulmuştur.



Şekil 4.11 (a) $\alpha_L = 1$ için ASL’de 0.50, ÜSL’de 0.50 ve 0.90 kayıp veren $L(y, \tau)$, (b) $\alpha_L = 3$ için ASL’de 0.50, ÜSL’de 0.50 ve 0.90 kayıp veren $L(y, \tau)$, (c) $\alpha_L = 9$ için ASL’de 0.50, ÜSL’de 0.50 ve 0.90 kayıp veren $L(y, \tau)$, (d) $\alpha_L = 1$ için ASL’de 0.50 ve 0.90, ÜSL’de 0.50 kayıp veren $L(y, \tau)$, (e) $\alpha_L = 3$ için ASL’de 0.50 ve 0.90, ÜSL’de 0.50 kayıp veren $L(y, \tau)$, (f) $\alpha_L = 9$ için ASL’de 0.50 ve 0.90, ÜSL’de 0.50 kayıp veren $L(y, \tau)$.

Şekil 4.11 (a)-(b) ve (c)’de, $\alpha_L = 1, 2, 3$ için, ASL’de 0.50, ÜSL’de 0.50 ve 0.90 değerinde kayıp veren kayıp fonksiyonlarının grafiği verilmiştir. Şekil 4.11(a)-(b) ve (c) incelendiğinde, deneyci tarafından ÜSL değerinde maksimum kayba yakın bir kayıp verilmesi istendiğinde, kalite karakteristiklerinin hedef değerden büyük değerleri için kayıp fonksiyonunun daha hızlı bir şekilde maksimum kayba ulaştığı görülmektedir. Diğer bir deyişle, ÜSL’de elde edilmesi planlanan kaybın maksimum kayba yakın bir değer olması durumunda, kalite karakteristiklerinin hedef değerden sapmaları daha fazla cezalandırılmaktadır. Örneğin, Şekil 4.11(a)’da, ÜSL değerinde 0.50 kayıp verilmesi varsayımı altında, maksimum kayba kalite karakteristiğinin yaklaşık 15 değeri alması durumunda ulaşılmaktadır. Ancak ÜSL değerinde 0.90 kayıp verilmesi varsayımı altında,

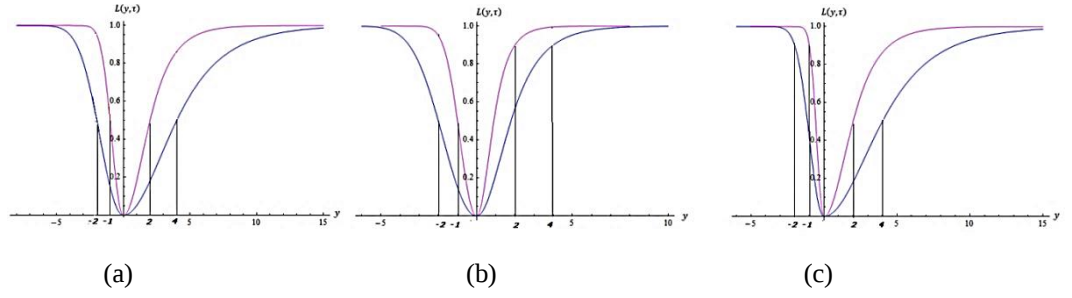
maksimum kayba kalite karakteristiğinin yaklaşık 7 değeri alması durumunda ulaşılmaktadır. Şekil 4.11(b) ve (c) için de aynı durum söz konusudur.

Şekil 4.11(d)-(e) ve (f)'de, $\alpha_L = 1, 2, 3$ için, ASL'de 0.90 ve 0.50, ÜSL'de 0.50 değerinde kayıp veren kayıp fonksiyonlarının grafiği verilmiştir. Şekil 4.11(d)-(e) ve (f) incelendiğinde, deneyci tarafından ASL değerinde maksimum kayba yakın bir kayıp verilmesi istendiğinde, kalite karakteristiklerinin hedef değerden küçük değerleri için kayıp fonksiyonunun daha hızlı bir artışla maksimum kayba ulaştığı görülmektedir. Diğer bir deyişle, ASL'de elde edilmesi planlanan kaybın değerinin maksimum kayba yakın bir değer olması durumunda, kalite karakteristiklerinin hedef değerden sapmaları daha fazla cezalandırılmaktadır. Örneğin, Şekil 4.11(d)'de, ASL değerinde 0.50 kayıp verilmesi varsayımı altında, maksimum kayba kalite karakteristiğinin yaklaşık -5 değeri alması durumunda ulaşılmaktadır. Ancak ASL değerinde 0.90 kayıp verilmesi varsayımı altında, maksimum kayba kalite karakteristiğinin yaklaşık -3 değeri alması durumunda ulaşılmaktadır. Şekil 4.11(e) ve (f) için de aynı durum söz konusudur.

Son olarak, belirlenen spesifikasyon limitlerinin açıklığının, sürecin hedef değerden olan sapmaları sonucu oluşan kayba olan etkisi incelenmiştir. Bu bağlamda, 2 farklı spesifikasyon limiti olarak, açıklığı 6 olan $(-2, 4)$ ve açıklığı 3 olan $(-1, 2)$ değerleri göz önüne alınmıştır ve Çizelge 4.3 oluşturulmuştur. Çizelge 4.3'de, ASL ve ÜSL değerlerinin $(-2, 4)$ ve $(-1, 2)$, $\tau = 0$, $\alpha_L = 1$ ve $K = 1$ olarak belirlendiği varsayımı altında, ASL ve ÜSL'de sırasıyla, yaklaşık olarak 0.50-0.50, 0.50-0.90 ve 0.90-0.50 kayıp verecek şekilde 3 durum incelenmiştir. Çizelge 4.3'de verilen 3 durum için, Şekil 4.12 oluşturulmuştur.

Çizelge 4.3 $(-2, 4)$ ve $(-1, 2)$ spesifikasyon limitleri ile 1., 2. ve 3. durum.

	ASL'de kabul edilen kayıp	ÜSL'de kabul edilen kayıp	$\alpha_L = 1$			
			$(-2, 4)$		$(-1, 2)$	
			σ_{L1}	σ_{L2}	σ_{L1}	σ_{L2}
1.Durum	0.50	0.50	1.4412	2.3845	0.7206	1.1923
2.Durum	0.50	0.90	1.4412	1.0654	0.7206	0.5327
3.Durum	0.90	0.50	0.8148	2.3845	0.4074	1.1923

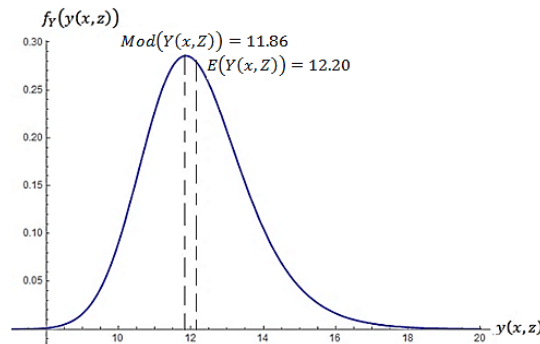


Şekil 4.12 (a) 1. durum için $L(y, \tau)$, (b) 2. durum için $L(y, \tau)$, (c) 3. durum için $L(y, \tau)$.

Şekil 4.12 incelendiğinde, spesifikasyon limitleri arasındaki açıklık arttıkça, kayıp fonksiyonunun daha yavaş bir artışla maksimum noktaya ulaştığı görülmektedir. Örneğin, Şekil 4.12(a)'da, spesifikasyon limitinin $(-2, 4)$ olarak tanımlandığı varsayım altında, kalite karakteristiğinin 1 değerini aldığı anda oluşan kayıp yaklaşık 0.05 iken, spesifikasyon limitinin $(-1, 2)$ olarak tanımlandığı varsayım altında, kalite karakteristiğinin 1 değerini aldığı anda oluşan kayıp yaklaşık 0.2 olmaktadır. Bir başka deyişle, spesifikasyon limitleri arasındaki açıklığın artması ile aynı kalite karakteristiğinin verdiği kaybın azaldığı söylenebilir.

4.2 Uygulama

Rastgele hatanın birbirinden bağımsız ve aynı dağılıma sahip $\varepsilon \sim N(0, 1)$ olduğu varsayımı altında, kalite karakteristiğinin 2 tane kontrol edilebilir ve $Z \sim G(2, 2)$ olduğu varsayımı altında 1 tane gürültü değişkenine bağlı ikinci dereceden yanıt yüzeyi modeline ilişkin simülasyon çalışması sonucu elde edilen deney tasarımı Çizelge 3.5'de verilmiştir. Çizelge 3.5'de verilen yanıtlara ait Eşitlik (3.3) ile tanımlanan olasılık yoğunluk fonksiyonunun grafiği Şekil 4.13'de verilmiştir.



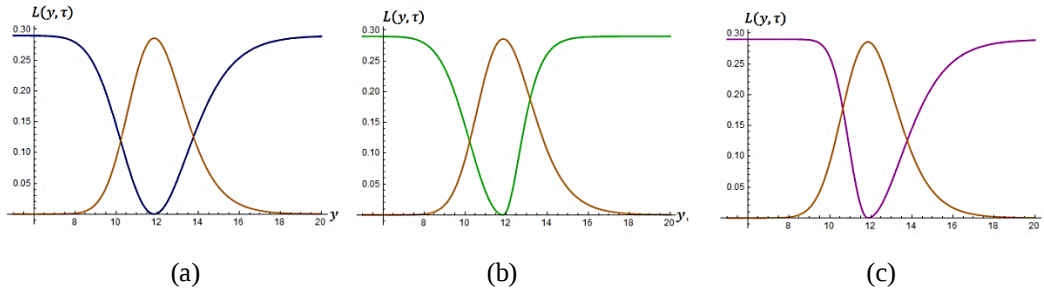
Şekil 4.13 Çizelge 3.5 ile verilen simule edilmiş yanıtların dağılımı.

Şekil 4.13’de, Eşitlik (4.2) ile verilen koşul altında, Eşitlik (3.17) ve Eşitlik (3.19) ile tanımlanan $E(Y(x,Z)) = 12.20$ ve $V(Y(x,Z)) = 2.2733$ olarak, Eşitlik (4.4) ile tanımlanan $Mod(Y(x,Z)) = 11.86$ olarak belirlenmiştir. Bu özelliklere sahip yanıtların hedef değerden sapmaları sonucu oluşan noktasal kayıplarının elde edilmesi aşamasında uygun kayıp fonksiyonu olarak Eşitlik (4.11)’de verilen ters çevrilmiş olasılıksal kayıp fonksiyonunun kullanılması uygun görülmüştür. Spesifikasyon limitlerinin $(10,14)$, $\alpha_L = 2$, $K = 0.29$ ve $\tau = 11.86$ olarak belirlendiği varsayımı altında, ASL ve ÜSL’de sırasıyla, yaklaşık olarak 0.145-0.145, 0.145-0.261 ve 0.261-0.145 kayıp verecek şekilde 3 durum göz önüne alınmıştır ve Çizelge 4.1, Eşitlik (4.14)-(4.15) yardımıyla elde edilen σ_{L1} ve σ_{L2} Çizelge 4.4’de verilmiştir.

Çizelge 4.4 Spesifikasyon limitleri $(10,14)$, $\tau = 11.86$ ve $K = 0.29$ ile σ_{L1} ve σ_{L2} .

	ASL’de kabul edilen kayıp	ÜSL’de kabul edilen kayıp	$\alpha_L = 2$	
			σ_{L1}	σ_{L2}
1. Durum	0.145	0.145	1.2717	1.2352
2. Durum	0.145	0.261	1.2717	0.5961
3. Durum	0.261	0.145	0.7212	1.2352

Şekil 4.14’de ise, Çizelge 4.4’de tanımlanan 3 durum için Eşitlik (4.11) ile verilen kayıp fonksiyonunun grafiklerine ve Şekil 4.13 ile verilen olasılık yoğunluk fonksiyonunun grafiğine yer verilmiştir.



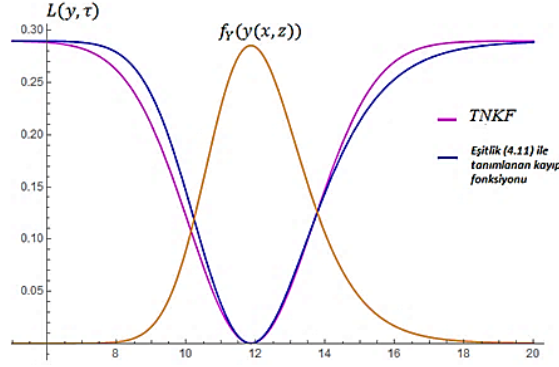
Şekil 4.14 Çizelge 4.4’de verilen (a) 1. durum, (b) 2. durum, (c) 3. durum.

Şekil 4.14 (a)-(b) ve (c) karşılaştırıldığında, spesifikasyon limitlerinde kabul edilen kayıp arttıkça, kayıp fonksiyonun ölçek parametreleri σ_{L1} ve σ_{L2} ’nin değeri azalmakta ve kayıp fonksiyonu daha hızlı bir artışla maksimum kayba ulaşmaktadır. Örneğin, kalite karakteristiğinin hedef değerden büyük değerleri için oluşan kayıplar karşılaştırıldığında, kalite karakteristiğinin Şekil 4.14(a)’da yaklaşık olarak 20 değerini aldığı anda, Şekil 4.14(b)’de ise yaklaşık olarak 15

değerini aldığında maksimum kayıp yaşandığı görülmektedir. Bu farklılığın nedeni, ÜSL limitinde kabul edilen kayıp Şekil 4.14(a)'da 0.145 iken Şekil 4.14(b)'de 0.261 olarak belirlenmesi ve dolayısıyla σ_{L2} 'nin değerinin azalmasıdır. Kalite karakteristiğinin hedef değerden küçük değerleri için oluşan kayıplar karşılaştırıldığında ise, ASL limitinde kabul edilen kayıp Şekil 4.14(a)'da 0.145 ve (c)'de 0.261 olarak belirlendiğinden dolayı, (a)'da kalite karakteristiği yaklaşık olarak 6 ve (c)'de yaklaşık olarak 9 değerini aldığında maksimum kayıp yaşandığı görülmektedir. Sonuç olarak, belirlenen spesifikasyon limitlerinde kabul edilen kayıpların belirlenmesi, sürecin vereceği kayıplar açısından önemli bir husus arz etmektedir.

Daha önce de değinildiği üzere, gürültü değişkenlerinin dağılımının aslında simetrik olmayan bir aileden geldiği ancak normal dağılıma uygunluğu varsayımı yapılması, yanıtların dağılımlarının aslında simetrik olmadığı halde simetrik olduğu varsayımı yapmak ile eşdeğer olmaktadır. Bu durumda deneyci tarafından, yanıtların gerçek dağılımı sağa çarpık bir yapıya sahip olduğundan uygun kayıp fonksiyonu için asimetrik bir kayıp fonksiyonu düşünülmesi beklenirken, gürültü değişkenlerinin gerçek dağılımı göz ardı edilip normal dağılım varsayımı yapıldığında yanıtların dağılımının da normal olduğu düşüncesi doğrultusunda simetrik bir kayıp fonksiyonu tercih edilebilir. Gürültü değişkenlerinin dağılımının aslında simetrik olmayan bir aileden geldiği ancak normal dağılıma uygunluğu varsayımı yapılmasından dolayı yanıtların dağılımının doğru bir şekilde belirlenememesi ve dolayısıyla uygun kayıp fonksiyonunun kullanılmasında yapılan yanlış bir tercihin kayıplar üzerindeki etkisini araştırmak amacıyla Bölüm 3.3'de verilen simülasyon çalışması göz önüne alınmıştır. Yapılan simülasyon çalışmasında gürültü değişkenlerinin dağılımının gamma olduğu varsayımı yapılmıştır ve $G(2,2)$ 'den rasgele olarak üretilmiştir. Ancak bu bilginin doğru bir şekilde belirlenemediği ve gürültü değişkenlerinin normal dağılıma sahip olduğu varsayımı ($Z \sim N(4.8)$) altında simüle edilmiş yanıtların dağılımının da normal olduğu kabul edilmiştir. Bu bağlamda, yanıtların dağılımının normal dağılıma sahip olduğu kabulü ışığında, uygun kayıp fonksiyonu olarak Leung and Spiring (2004) tarafından önerilen TNKF belirlenmiştir. TNKF için aynı maksimum kaybın ($K = 0.29$), aynı spesifikasyon limitleri açıklığının, aynı hedef değer $\tau = 11.86$ olarak tanımlandığı varsayımı altında, ölçek parametresinin belirlenmesi aşamasında, Drain ve Gough (1996) tarafından önerilen maksimum kayıp 1 iken spesifikasyon limitlerinde 0.50 kaybı veren ölçek parametresinin belirlenmesi fikrinden yola çıkarak spesifikasyon limitlerinde 0.145 kaybı veren ölçek parametresi $\lambda = 1.7866$ olarak

belirlenmiştir. Şekil 4.15’de, spesifikasyon limitlerinde kabul edilen kaybın 0.145 olduğu varsayımı altında, TNKF’nın ve Eşitlik (4.11) ile tanımlanan kayıp fonksiyonunun grafikleri ile yanıtların dağılımının gerçek dağılım yapısı verilmiştir.



Şekil 4.15 TNKF ve Eşitlik (4.11) ile tanımlanan kayıp fonksiyonu.

Şekil 4.15 incelendiğinde, farklı yapıda kayıp fonksiyonlarının kullanımının farklı kayıplar verdiği açıkça görülmektedir. TNKF’nın simetrik bir yapıya sahip olmasından dolayı hedef değerden eşit derecede sapmalar aynı kaybı vermektedir. Ancak Eşitlik (4.11) ile tanımlanan kayıp fonksiyonu asimetric bir yapıda olduğundan dolayı kalite karakteristiklerinin hedef değerden büyük değerleri için kayıp fonksiyonu daha yavaş bir artışla maksimum noktaya ulaşmaktadır ve hedef değerden eşit derecede sapmalar aynı kaybı göstermemektedir. TNKF ve Eşitlik (4.11) ile tanımlanan kayıp fonksiyonu karşılaştırıldığında ise, kalite karakteristiklerinin hedef değerden büyük değerleri için, TNKF’nın daha hızlı bir artışla maksimum kayba ve hedef değerden küçük değerleri için daha yavaş bir hızla maksimum kayba ulaştığı görülmektedir. Diğer bir deyişle, Eşitlik (4.11) ile verilen kayıp fonksiyonu TNKF’e göre, kalite karakteristiğinin hedef değerden daha küçük değerleri daha fazla cezalandırma yaparken, büyük değerleri için daha az cezalandırma yapmaktadır. Diğer taraftan, kalite karakteristiğinin gerçek dağılımı göz önüne alındığında ve kalite karakteristiğinin hedef değer etrafındaki dağılımı incelendiğinde, hedef değer etrafında simetrik bir dağılım göstermediği ve sağa çarpık bir yapıda olduğu görülmektedir. Sürecin yapısı ve dağılım şekli göz önüne alındığında, hedef değerden küçük değerler arasındaki değişkenlik daha az büyük değerler arasındaki değişkenliğin daha çok olduğu açıktır. Bu durumda beklenen, sürecin hedef değerden daha küçük değerleri daha fazla cezalandırılma yapılması, büyük değerler için daha az cezalandırma yapılmasıdır. Bu nedenle, kalite karakteristiğinin gerçek dağılım yapısına uygun ve hedef değerden sapmalar

sonucu oluşan kayıpları doğru bir yansıtan kayıp fonksiyonunun Eşitlik (4.11) ile tanımlanan kayıp fonksiyonu olduğu söylenebilir. Bu bağlamda, kalite karakteristiğinin dağılım yapısını etkileyen gürültü değişkenlerinin dağılımının ve bunun bir sonucu olarak kalite karakteristiğinin dağılımının doğru bir şekilde belirlenmesi, uygun kayıp fonksiyonunun kullanımı ve kayıpların tespit edilmesi açısından önemli bir husus arz etmektedir.

Çizelge 3.5’de verilen simüle edilmiş deney tasarımında, Çizelge 4.4’de verilen 3 durum için elde edilen ölçek parametreleri ile Eşitlik (4.11)’de tanımlanan kayıp fonksiyonu kullanılarak elde edilen noktasal kayıplar Çizelge 4.5’de verilmiştir. Ayrıca, Çizelge 4.5’de spesifikasyon limitlerinin açıklığının 4 olduğu, spesifikasyon limit değerlerinde 0.145 kaybı veren, $\lambda = 1.7866$ ve $\tau = 11.86$ olduğu varsayımı altında, TNKF kullanılarak elde edilen noktasal kayıplar da yer almaktadır.

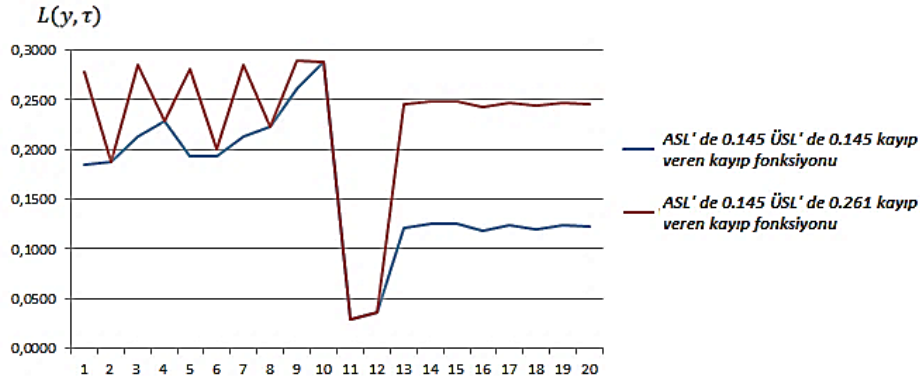
Çizelge 4.5 Simülasyon çalışması sonucu elde edilen tasarımda Eşitlik (4.11) ile verilen kayıp fonksiyonu ve TNKF kullanılarak elde edilen noktasal kayıplar.

<i>u</i>	x_1	x_2	<i>Z</i>	Eşitlik (4.11) ile verilen kayıp fonksiyonu kullanılarak elde edilen noktasal kayıplar			TNKF kullanılarak elde edilen noktasal kayıplar
				1. durum	2. durum	3. durum	
1	225	46	3.9674	0.1840	0.2778	0.1840	0.1938
2	285	46	4.0153	0.1878	0.1878	0.2811	0.1594
3	225	64	3.9984	0.2128	0.2847	0.2128	0.2272
4	285	64	3.9612	0.2281	0.2281	0.2884	0.1987
5	225	46	4.0230	0.1933	0.2804	0.1933	0.2047
6	285	46	3.9590	0.1934	0.1993	0.2826	0.1646
7	225	64	3.9868	0.2123	0.2846	0.2123	0.2267
8	285	64	4.0303	0.2227	0.2227	0.2878	0.1932
9	204.5	55	3.9626	0.2601	0.2895	0.2601	0.2759
10	305.5	55	4.0485	0.2875	0.2875	0.2900	0.2794
11	255	39.9	4.0530	0.0293	0.0293	0.0843	0.0248
12	255	70.1	4.0054	0.0363	0.0363	0.1017	0.0305
13	255	55	4.0045	0.1216	0.2450	0.1216	0.1220
14	255	55	4.0357	0.1255	0.2481	0.1255	0.1264
15	255	55	4.0346	0.1254	0.2480	0.1254	0.1263
16	255	55	3.9862	0.1188	0.2427	0.1188	0.1188
17	255	55	4.0229	0.1230	0.2462	0.1230	0.1236
18	255	55	3.9954	0.1197	0.2435	0.1197	0.1199
19	255	55	4.0294	0.1241	0.2470	0.1241	0.1248
20	255	55	4.0054	0.1216	0.2451	0.1216	0.1220

Spesifikasyon limitlerinde 0.145 kayıp verildiği varsayımı altında, TNKF ile Eşitlik (4.11)’de tanımlanan kayıp fonksiyonu kullanılarak elde edilen noktasal kayıplar incelendiğinde, Eşitlik (4.11) ile verilen kayıp fonksiyonunun TNKF’e

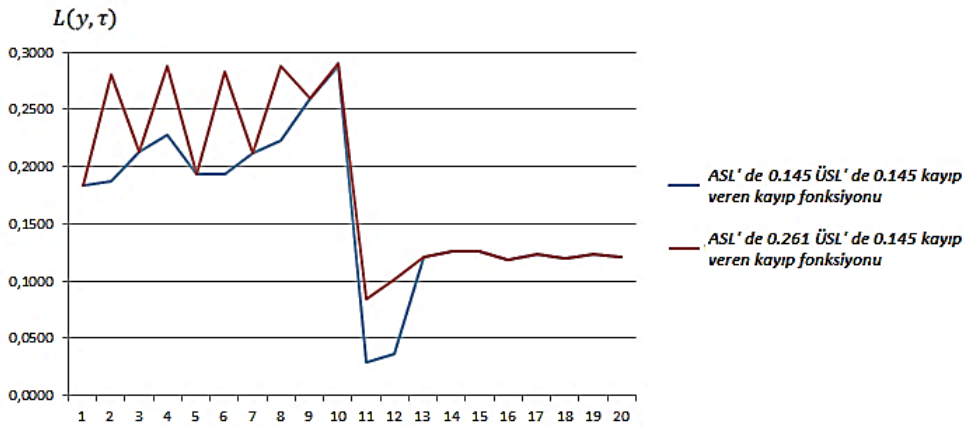
göre kalite karakteristiğinin hedef değerden daha küçük değerleri için daha fazla cezalandırma ve büyük değerleri için daha az cezalandırma yaptığı görülmektedir.

Çizelge 4.4’de 1. durum ve 2. durum için elde edilen ve Çizelge 4.5 ile verilen noktasal kayıplar karşılaştırıldığında, ÜSL değerinde daha fazla kayıp verilmesinin kabul edilmesi ile bu noktalar daha fazla cezalandırılmaktadır ve bunun bir sonucu olarak kalite karakteristiğinin hedef değerden büyük değerleri için elde edilen kayıplar artmaktadır. Bu durum Şekil 4.16’da gösterilmiştir.



Şekil 4.16 Çizelge 4.5’de verilen 1. ve 2. durum için noktasal kayıplar.

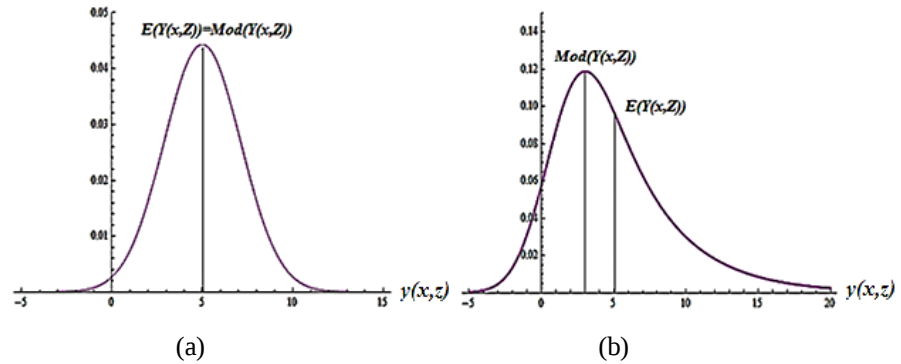
Çizelge 4.4’de 1. durum ve 3. durum için elde edilen ve Çizelge 4.5 ile verilen noktasal kayıplar karşılaştırıldığında, ASL değerinde daha fazla kayıp verilmesinin kabul edilmesi ile bu noktalar daha fazla cezalandırılmaktadır ve bunun bir sonucu olarak kalite karakteristiğinin hedef değerden küçük değerleri için elde kayıplar artmaktadır. Bu durum Şekil 4.17’de gösterilmiştir.



Şekil 4.17 Çizelge 4.5’de verilen 1. ve 3. durum için noktasal kayıplar.

5. YENİ BİR İKİLİ YANIT YÜZEY YAKLAŞIMI

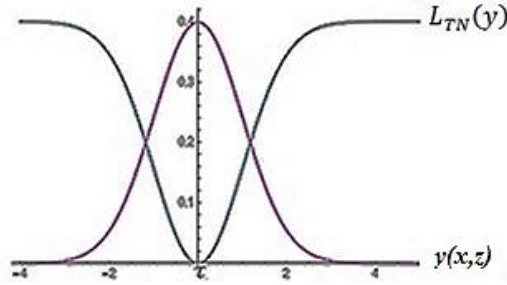
Dayanıklı parametre tasarımı, yanıtların dağılımı üzerinde rasgele değişkenler olan gürültü değişkenlerinin ve rasgele hatanın etkisi bulunmaktadır. Rasgele hatanın ve gürültü değişkenlerinin normal dağılıma sahip olduğu durumda yanıtların da normal dağılıma uygunluğu söz konusudur. Ayrıca, normal dağılımın simetrik bir yapıya sahip olmasından dolayı yanıtların ortalaması ve mod değeri birbirine eşit olmaktadır. Ancak, gürültü değişkenlerinin düzeylerindeki dalgalanmalar her zaman simetrik bir dağılımdan geldiği varsayımı ile tanımlanmayabilir. Rasgele hatanın normal dağılıma ve gürültü değişkenlerinin sağa çarpık gamma dağılıma sahip olduğu varsayımları altında, yanıtların dağılımının sağa çarpık bir yapıda olduğuna Bölüm 3’de değinilmiştir ve olasılık yoğunluk fonksiyonu Teorem 1 ile verilmiştir. Bu durumda, yanıtların ortalaması, mod değerinden büyük bir değer alacaktır. Şekil 5.1’de yanıtların dağılımının hem normal dağılıma hem de Teorem 1 ile verilen olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip olduğu varsayımı altında dağılım şekillerini gösteren grafiklere yer verilmiştir.



Şekil 5.1 (a) $Y(x,Z) \sim N(5,3)$, (b) $\alpha = 1$, $E(Y(x,Z)) = 5$ ve $V(Y(x,Z)) = 20$ ile Teorem 1.

Şekil 5.1(a)’da yanıtların dağılımının $N(5,3)$ olduğu ve (b)’de ise yanıtların $\alpha = 1$, $E(Y(x,Z)) = 5$ ve $V(Y(x,Z)) = 20$ ile Teorem 1’de verilen olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip olduğu varsayımı yapılmıştır. Şekil 5.1 incelendiğinde, (a)’da yanıtların dağılımının simetrik bir yapı olduğu ve mod değeri ile ortalama değerlerin birbirine eşit olduğu, (b)’de ise yanıtların dağılımının sağa çarpık bir yapıda olduğu ve yanıtların ortalamasının mod değerinden büyük bir değer olduğu açıkça görülmektedir. Bu nedenle, yanıtların dağılım bilgisinin doğru bir şekilde tespit edilmesi dağılım özelliklerinin belirlenmesi açısından gereklidir.

Yanıtların dağılım özelliklerinin doğru bir şekilde tespiti, uygun kayıp fonksiyonunun seçimi ile doğru kayıpların elde edilmesi ve yanıt yüzey yaklaşımı gibi kalite geliştirme yaklaşımlarında doğru analizlerin yapılabilmesi açısından önemli bir husus arz etmektedir. Örneğin, Leung and Spiring (2004) tanımladıkları TNKF'nun eşlenik dağılımının normal dağılım olduğunu ifade etmiştir. Normal dağılımın ters çevrilmiş yapısının elde edilmesi aşamasında, kaybın hedef değerde sıfır olması gerektiğinden, hedef değer olarak normal dağılımın kendi tek maksimumuna ulaştığı nokta olan ortalama değeri tanımlamışlardır. Ayrıca, doğru kayıpların belirlenmesi aşamasında, TNKF'nin performansının, yanıtların dağılımı normal olduğunda ve hedef değer olarak sürecin orta noktası alındığında, en iyi olduğu vurgulanmıştır. Bu durum Şekil 5.2'de gösterilmiştir.

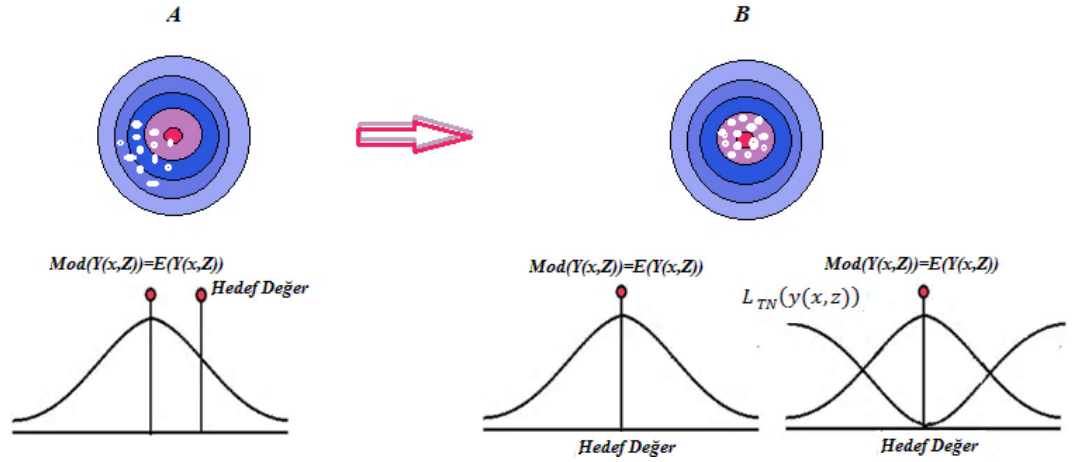


Şekil 5.2 $Y(x, Z) \sim N(0, 1)$ ile $L_{TN}(y(x, z))$.

Şekil 5.2'den de görüldüğü üzere, Leung and Spiring (2004) tarafından elde edilen bu sonuç, yanıtların dağılımının simetrik bir yapıda olduğu varsayımı altında sürecin orta noktasının ve mod değerinin birbirine eşit olmasından dolayı hedef değer olarak sürecin mod değeri alındığında TNKF'nin performansı en iyi olmaktadır, şeklinde de yorumlanabilir.

Literatürde genellikle yanıtların dağılımının normal olduğu varsayımı yapılmakta ve ikili yanıt yüzey yaklaşımlarında ortalama ve varyans (veya standart sapma) yanıt yüzey modelleri kullanılmaktadır. Yanıt yüzey metodolojisi sürecin ortalama değerinin en iyi noktaya getirilmesine ve aynı zamanda hedef değer etrafındaki değişkenliğin azaltılmasına dayanmaktadır ve belirlenen hedef probleme göre optimizasyon aşaması değişkenlik göstermektedir. Örneğin, hedef en iyi problemi ile ilgileniliyorsa, ortalama yanıt yüzey modeli önceden belirlenen hedef değere eşitlenmekte ve sürecin değişkenliği hedef değer etrafında küçültülmektedir. Bu durum, kayıp kavramı açısından ele alındığında ise, ortalama yanıt yüzey modelinin önceden belirlenen hedef değere eşitlenmesi ile

sürecin ortalamasında kaybın sıfır olması sağlanmaktadır ve sürecin değişkenliğinin hedef değer etrafında küçültülmesi ile hedef değerden olan sapmaların bir ölçüsü olarak ifade edilen kayıp küçültülmektedir, şeklinde yorumlanabilir. Diğer bir deyişle, kaybı ortalama değerde sıfır yapacak şekilde ortalama etrafındaki değişkenliğin küçültülmesi söz konusudur. Böylece, yanıt yüzey metodolojisi kapsamında kaybın minimizasyonundan bahsedilebilir. Şekil 5.3’de, rasgele hatanın ve gürültü değişkenlerinin dağılımının normal dağılıma sahip olduğu ve böylece yanıtların dağılımının da normal dağılıma uygunluğu varsayımı altında hedef en iyi problemi için izlenen süreç gösterilmiştir.



Şekil 5.3 Yanıtların dağılımı normal olduğunda, hedef en iyi problemi.

Şekil 5.3’de belirlenen hedef değer ve yanıtların dağılımı A durumunda gösterilmiştir. Hedef en iyi problemi ile ilgilenildiğinden dolayı, B durumunda, ortalama değer (mod değeri) hedef değerde sabitlenerek, hedef değer etrafındaki değişkenlik küçültülmektedir. Bu durumu kayıp kavramı açısından da ele almak için, yanıtların dağılımı normal olduğundan, uygun kayıp fonksiyonu olarak TNKF belirlenmiştir. Leung and Spiring (2004) tarafından ifade edilen TNKF’nın performansının, yanıtların dağılımı normal dağılım olduğunda ve hedef değer olarak sürecin orta noktası alındığında en iyi olduğu yargısı da göz önünde bulundurularak, elde edilecek kayıpların en küçük olacağı düşüncesiyle, hedef değer olarak sürecin ortalaması (mod değeri) alınmıştır. Hedef değer olarak belirlenen ortalama değer (mod değeri) hedef değerde sabitlenmesi ile hedef değerde kaybın sıfır olması sağlanmaktadır. Hedef değer etrafındaki değişkenliğin küçültülmesi aslında, hedef değerden sapmaların bir yansıması olarak ifade edilen kaybın küçültülmesidir. Böylece, hedef en iyi problemi, hem kayıp kavramı hem de yanıt yüzey metodoloji açısından ele alınmıştır ve hedef en iyi probleminin amacı açısından bu iki kavramın eş değer sonuçlar ürettiği yargısına varılmıştır.

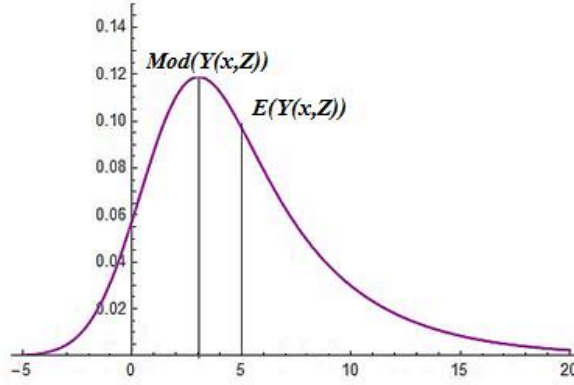
Diğer bir deyişle, hedef en iyi probleminde, ortalama değer (mod değeri) hedef değerde sabitlenerek, hedef değer etrafındaki değişkenliğin küçültülmesi amaçlanmaktadır ifadesi, “*süreç ortalamasında kaybı sıfır yapacak şekilde ortalama değerden olan sapmaların bir yansıması olan kayıpların küçültülmesi amaçlanmaktadır.*” şeklinde de ifade edilebilir.

Yanıtların dağılımının sağa çarpık bir dağılıma uygunluğu varsayımı altında, yanıtların ortalamasının ve mod değerinin birbirine eşit olmadığı göz önüne alınarak (Bkz. Şekil 5.1), ikili yanıt yüzey yaklaşımlarında ortalama ve varyans yanıt yüzey modellerinin kullanımının doğru bir yaklaşım olup olmadığı bu bölümde tartışılmıştır. Bu bağlamda, Bölüm 5.1’de, rastgele hatanın birbirinden bağımsız ve aynı dağılıma sahip $\varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ olduğu ve kalite karakteristiğinin k tane kontrol edilebilir ve 1 tane $Z \sim G(\alpha, \beta)$ sahip gürültü değişkeninden etkilendiği varsayımı altında, mod yanıt yüzey modeli tanımlanmıştır. Mod ve varyans yanıt yüzey modellerine dayalı ve Taguchi tasarımlarının hedefleri olan “Hedef en iyi (*the target is best*)”, “En büyük en iyi (*the larger-the better*)” ve “En küçük en iyi (*the smaller-the better*)” için yeni ikili yanıt yüzey yaklaşımları önerilmiştir ve Bölüm 5.2’de tartışılmıştır. Bölüm 5.3’de ise, Çizelge 5.3 ile verilen simule edilmiş deney için ortalama, varyans ve mod değerinin yanıt yüzey modelleri oluşturularak, önerilen ikili yanıt yüzey yaklaşımının bir uygulamasına yer verilmiştir. İkili yanıt yüzey yaklaşımlarında ortalama ve varyans yanıt yüzey modelleri kullanılarak elde edilen sonuçlar ile önerilen yaklaşım kapsamında elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır ve önerilen yeni ikili yanıt yüzey yaklaşımının yanıtların dağılım yapısının özelliklerine daha uygun ve doğru sonuçlar verdiği gösterilmiştir.

5.1 Gamma Dağılımına Sahip Gürültü Değişkeni Varlığı Altında Yanıt Yüzey Modelleri

Bu bölümde, rastgele hatanın birbirinden bağımsız ve aynı dağılıma sahip $\varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ olduğu, kalite karakteristiğinin k tane kontrol edilebilir ve 1 tane gürültü değişkeni $Z \sim G(\alpha, \beta)$ olduğu varsayımı altında, Teorem 1’de verilen olasılık yoğunluk fonksiyonu ve yapısı, ortalama değer ve mod değeri arasındaki ilişkinin belirlenmesi için tekrardan göz önüne alınmıştır. Aralarındaki ilişki tespit edilerek dağılımın mod değeri tanımlanmıştır ve mod yanıt yüzey modeli elde edilmiştir. Ayrıca, ortalama, varyans ve mod değerinin yanıt yüzey modellerinin en küçük kareler tahmin edicileri de belirlenmiştir.

Şekil 5.4’de $\alpha = 1$, $E(Y(x,Z)) = 5$ ve $V(Y(x,Z)) = 20$ olan yanıtların olasılık yoğunluk fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Şekil 5.4 $\alpha = 1$, $E(Y(x,Z)) = 5$ ve $V(Y(x,Z)) = 20$ ile $f_Y(y(x,z))$.

Şekil 5.4’den de görüleceği üzere, dağılım sağa çarpık bir yapıya sahip olduğundan, ortalama değeri mod değerinden daha büyük bir değer almaktadır. Ayrıca, Şekil 3.5 ve Şekil 5.4 birlikte değerlendirildiğinde, α değerinin artması ile mod değeri, yanıtların beklenen değeri olan 5’e yaklaştığı görülmektedir. Bu yaklaşmanın, α ’nın küçük değerleri için daha hızlı, α ’nın değerinin artması ile daha yavaş bir şekilde meydana geldiği açıktır. Bunun bir sonucu olarak, mod değeri ile beklenen değer arasında bir ilişki olduğundan bahsedilebilir. Mod değeri ve beklenen değer arasındaki ilişkiyi tespit etmek amacıyla, ilk önce dağılımın mod değerinin elde edilmesi gerekmektedir.

Bölüm 4.1’de, Teorem 1 ile verilen yanıtların olasılık yoğunluk fonksiyonunun mod değeri tanımlanmıştır ve Eşitlik (4.2) ile verilen koşul altında mod değeri Eşitlik (4.4)’de verilmiştir. Eşitlik (4.4) ve Eşitlik (4.5) yardımıyla, mod değeri ve beklenen değer arasındaki ilişki,

$$E(Y(x,Z)) - \text{Mod}(Y(x,Z)) = \frac{\alpha \sigma_\varepsilon \Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1+\alpha}{2}\right) \sqrt{2}} - \frac{\sigma_\varepsilon \sqrt{2} \Gamma\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (5.1)$$

şeklinde elde edilir. Bu ifade her zaman 0’dan büyük değerler alacaktır. Çizelge 5.1’de, Eşitlik (4.2) ile tanımlanan koşul altında, $\alpha = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ ve 9, $\mu_x = 1$ ve $\sigma_\varepsilon = 2$ için beklenen değer ve mod değeri arasındaki farklar Eşitlik (5.1) kullanılarak elde edilmiştir. Çizelge 5.1 incelendiğinde, α değeri arttıkça, $E(Y(x,Z))$ ve $\text{Mod}(Y(x,Z))$ artmakta ancak aralarındaki fark azalmakta, böylece birbirine olan yaklaşma miktarları artmaktadır. Ayrıca, $V(Y(x,Z))$, α değeri

arttıkça yavaşlayarak azalmaktadır. Bu durum, α değeri arttıkça dağılımın şekli simetriye yakınlaşmaktadır şeklinde yorumlanabilir.

Çizelge 5.1 $\alpha = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ ve 9 için $E(Y(x, Z))$ ve $Mod(Y(x, Z))$ arasındaki ilişki.

α	$E(Y(x, Z))$	$V(Y(x, Z))$	$Mod(Y(x, Z))$	$E(Y(x, Z)) - Mod(Y(x, Z))$
1	3.50	10.25	2.59	0.91
2	4.19	9.09	3.51	0.68
3	4.75	8.69	4.19	0.56
4	5.35	8.52	4.76	0.49
5	5.69	8.40	5.26	0.43
6	6.10	8.33	5.70	0.4
7	6.48	8.29	6.11	0.37
8	6.83	8.25	6.48	0.35
9	7.16	8.22	6.84	0.32

Teorem 1’de tanımlanan olasılık yoğunluk fonksiyonu kullanılarak elde edilen ve sırasıyla, Eşitlik (3.17) ve Eşitlik (3.19)’de verilen ortalama ve varyanstan hareketle, ortalama yanıt yüzey modeli $\mu_{Y(x, Z)}$ ve varyans yanıt yüzey modeli $\sigma_{Y(x, Z)}^2$ aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$\mu_{Y(x, Z)} = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_j + \sum_{j=1}^k \beta_{jj} x_j^2 + \sum_{j < t}^k \sum \beta_{jt} x_j x_t + \alpha \beta \left(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j \right) \quad (5.2)$$

$$\sigma_{Y(x, Z)}^2 = \alpha \beta^2 \left(\gamma + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j \right)^2 + \sigma_\varepsilon^2 \quad (5.3)$$

Eşitlik (4.2)’de tanımlanan koşul altında, Eşitlik (4.4)’de verilen mod değerinden hareketle, mod için yanıt yüzey modeli ise,

$$mod_{Y(x, Z)} = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_j + \sum_{j=1}^k \beta_{jj} x_j^2 + \sum_{j < t}^k \sum \beta_{jt} x_j x_t + \frac{\sigma_\varepsilon \sqrt{2} \Gamma\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (5.4)$$

ile tanımlanabilir. Burada, α ve β , gürültü değişkenlerinin dağılımının şekil ve ölçek parametreleri, $\Gamma(\cdot)$ gamma fonksiyonu, σ_ε^2 ise rasgele hatanın varyansıdır.

Sırasıyla, Eşitlik (5.3), Eşitlik (5.4) ve Eşitlik (5.5)’de verilen ortalama, varyans ve mod değerinin en küçük kareler yöntemi ile elde edilen yanıt yüzey modellerinin en küçük kareler tahmin edicileri ise,

$$\hat{\mu}_{Y(x,Z)} = \hat{\beta}_0 + \sum_{j=1}^k \hat{\beta}_j x_j + \sum_{j=1}^k \hat{\beta}_{jj} x_j^2 + \sum_{j < t}^k \sum \hat{\beta}_{jt} x_j x_t + \alpha \beta \left(\hat{\gamma} + \sum_{j=1}^k \hat{\delta}_j x_j \right) \quad (5.5)$$

$$\hat{\sigma}_{Y(x,Z)}^2 = \alpha \beta^2 \left(\hat{\gamma} + \sum_{j=1}^k \hat{\delta}_j x_j \right)^2 + \hat{\sigma}_\varepsilon^2 \quad (5.6)$$

ve Eşitlik (4.2)'de tanımlanan koşul altında,

$$\widehat{mod}_{Y(x,Z)} = \hat{\beta}_0 + \sum_{j=1}^k \hat{\beta}_j x_j + \sum_{j=1}^k \hat{\beta}_{jj} x_j^2 + \sum_{j < t}^k \sum \hat{\beta}_{jt} x_j x_t + \frac{\hat{\sigma}_\varepsilon \sqrt{2} \Gamma\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (5.7)$$

şeklindedir. $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ ise rasgele hatanın varyansının tahmin edicisidir.

Sonuç olarak, rastgele hatanın birbirinden bağımsız ve aynı dağılıma sahip $\varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ olduğu, kalite karakteristiğinin k tane kontrol edilebilir ve 1 tane gürültü değişkeni $Z \sim G(\alpha, \beta)$ olduğu varsayımı altında, olasılık yoğunluk fonksiyonu Teorem 1'de verilen yanıtların ortalama, varyans ve mod değeri yanıt yüzey modelleri elde edilmiştir. Ayrıca, ortalama, varyans ve mod değerinin yanıt yüzey modellerinin tahmin edicileri de belirlenmiştir.

5.2 Yeni Bir İkili Yanıt Yüzey Yaklaşımı

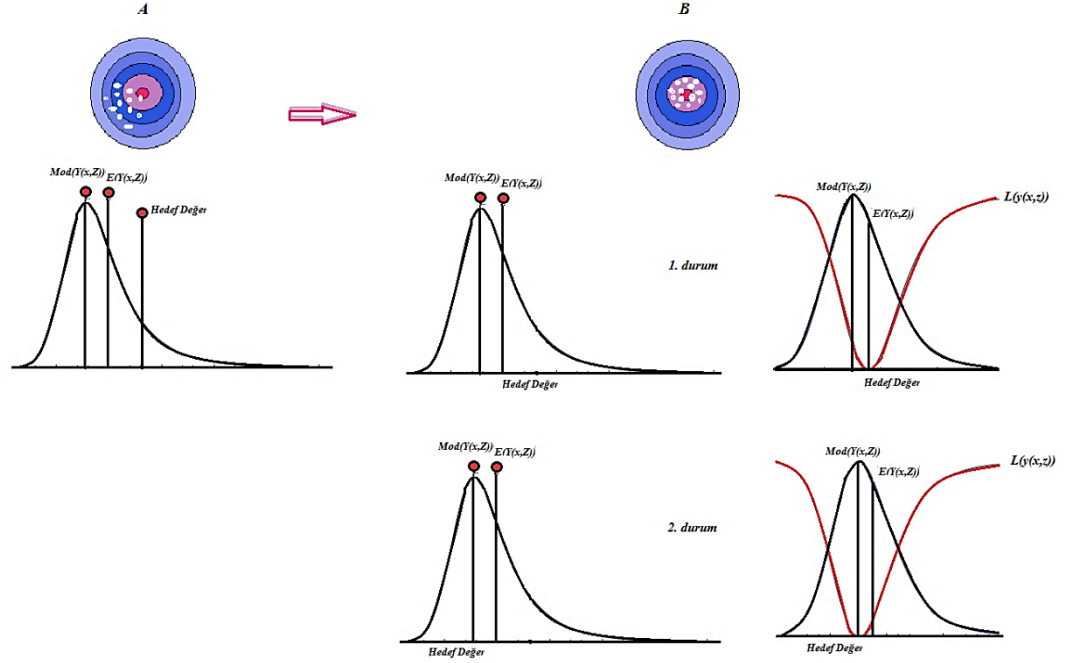
Bu bölümde, Bölüm 5.1'de tanımlanan mod ve varyans yanıt yüzey modellerine dayalı yeni bir ikili yanıt yüzey yaklaşımı önerilmiştir. Önerilen yaklaşım, Taguchi'nin önerdiği “Hedef en iyi”, “En büyük en iyi” ve “En küçük en iyi” hedefleri göz önünde bulundurmakla birlikte kayıp kavramına da dayanmaktadır.

Bilindiği üzere ikili yanıt yüzey yaklaşımı, süreç ortalama ve varyansının yanıt yüzey modelleriyle açıklanması gerektiği temel yaklaşım olarak alınarak, kalite karakteristiğinin ortalama ve varyansının yanıt yüzey modelleriyle ayrı ayrı modellenmesine dayanmaktadır. Literatürde genellikle yanıtların dağılımının normal olduğu varsayımı yapılmakta ve ikili yanıt yüzey yaklaşımlarında ortalama ve varyans yanıt yüzey modelleri kullanılmaktadır. İkili yanıt yüzey yaklaşımında bir kalite karakteristiğinin ortalama değerini en iyi noktaya getirmek, hedef en iyi problemi için ortalama yanıt yüzey modelini önceden belirlenen hedef değere eşitlemek, en küçük en iyi problemi için olabildiğince küçük yapılmaya çalışılması ve en büyük en iyi problemi için ise olabildiğince

büyük yapılmaya çalışılması anlamı taşımaktadır. Bu durum kayıp kavramı açısından ele alındığında, süreç ortalamasında kaybın sıfır olması anlamına gelmektedir. Diğer bir deyişle, örneğin, hedef en iyi problemi için ortalama yanıt yüzey modelini önceden belirlenen hedef değere eşitleyerek, kaybı ortalama değerde sıfır yapacak şekilde ortalama etrafındaki değişkenliğin küçültülmesi yani toplam kaybın olabildiğince azaltılması söz konusudur. Ayrıca, yanıtların dağılımının normal olduğu varsayımı yapıldığında, göz önünde bulundurulması gereken önemli bir husus, simetriklik özelliğinden dolayı mod değeri ve ortalama değerlerin birbirine eşit olmasıdır. Bu durum, kaybı mod değerinde sıfır yapacak şekilde mod değeri etrafındaki değişkenliğin küçültülmesi söz konusudur, şeklinde de ifade edilebilir (Bkz. Şekil 5.3).

Ancak, yanıtların dağılımının normal dağılıma uygunluğu söz konusu olmayıp sağa çarpık bir dağılıma sahip olduğu varsayımı yapıldığında, ortalama ve mod değerinin birbirine eşit olmayıp, mod değeri ortalama değerden küçük olacaktır. Bu dağılım özelliği, Leung and Spiring (2004) tarafından TGKF'nin performansının yanıtların dağılımının sağa çarpık bir yapıya sahip gamma olduğu varsayımı altında hedef değer olarak alt spesifikasyon limitine yakın bir değer alındığında en iyi olduğu ifadesi de göz önüne alındığında, önemli bir bilgi sağlamaktadır. Bu bağlamda, yanıtların dağılımının sağa çarpık bir yapıya sahip olduğu varsayımı yapıldığında, Taguchi tasarımlarının amacı olan bir kalite karakteristiğinin ortalama değerini en iyi noktaya getirmek ve aynı zamanda hedef değer etrafındaki değişkenliği küçültmek ifadesi, hem kayıp kavramı hem de ikili yanıt yüzey yaklaşımı açısından değerlendirilmiştir. Kayıp kavramı açısından ele aldığımızda, belirlenen hedef değer etrafındaki değişkenliğin küçültülmesi aslında, uygun kayıp fonksiyonu ile elde edilen ve hedef değerden olan sapmaların bir ölçüsü olan kaybın küçültülmesidir. Küçük kayıpların elde edilmesi ise ikili yanıt yüzey yaklaşımında, önceden belirlenen hedef değerlerin eşitleneceği yanıt yüzey modeline bağlıdır. Burada karar verilmesi gereken, ortalama yanıt yüzey modelinin mi yoksa mod yanıt yüzey modelinin mi hedef değerde sabitlenerek, diğer bir deyişle sürecin ortalamasında mı yoksa mod değerinde mi sıfır kayıp verilmesi sağlanarak, hedef değer etrafındaki değişkenliğin küçültülmesi, yani daha küçük kayıpların elde edilmesi, söz konusu olacaktır. Bu duruma, iyi bir örnek olarak, yanıtların Teorem 1 ile verilen olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip olduğu varsayımı verilebilir. Bu bağlamda, Şekil 5.5'de hedef en iyi problemi için izlenen süreç gösterilmiştir. Bölüm 4'de, Teorem 1 ile verilen olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip yanıtlar için, doğru kayıpların tespit edilmesi açısından, Eşitlik (4.11) ile verilen asimetrik kayıp fonksiyonunun

kullanımı önerilmiştir. Bu nedenle, hedef değer etrafındaki değişkenliğin ölçüsü olan kayıpların elde edilmesi aşamasında Şekil 5.5’de Eşitlik (4.11) ile tanımlanan kayıp fonksiyonu kullanılmıştır.



Şekil 5.5 Yanıtlar Teorem 1 ile verilen olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip olduğunda, hedef en iyi problemi.

Şekil 5.5’de A durumunda, yanıtların dağılımının sağa çarpık bir yapıya sahip olduğu, mod değerinin ortalama değerden küçük olduğu ve belirlenen hedef değer ise hem mod değerinden hem de ortalama değerinden büyük olduğu görülmektedir. Hedef en iyi problemi ile ilgilenildiğinden, B durumunda hedef değer ortalama değere mi yoksa mod değerine mi sabitlenmesi gerektiği aşaması 2. durumda ele alınmıştır. 1. durumda hedef değer ortalama değere, 2. durumda ise mod değerine sabitlenmiştir ve hedef değer etrafındaki değişkenliğin küçültülmesi aşaması Eşitlik (4.11) ile verilen kayıp fonksiyonu ile ele alınmıştır.

1. ve 2. durumda hedef değer etrafındaki değişkenliğin küçültülmesi aşamasında oluşan kayıplar karşılaştırıldığında, sürecin ve kayıp fonksiyonunun sağa çarpık bir yapıda olmasından ve hedef değer sağ tarafında sol tarafına göre değişkenliğin daha fazla olmasından dolayı, 2. durumda oluşması beklenen kayıpların 1. durumdan daha küçük olacağı açıkça görülmektedir. Sürecin, hedef değer sol tarafına doğru ilerlemesi sonucu oluşan kayıplar daha hızlı bir artışla maksimum noktaya ulaştığından dolayı, hedef değer alt spesifikasyon limitine daha yakın bir değer olarak seçildiğinde, üst spesifikasyon limitine daha yakın

seçildiği durumdan daha küçük kayıplar oluşmaktadır. Bu ifade aslında, Leung and Spiring (2004) tarafından TGKF'nın performansının yanıtların dağılımının sağa çarpık bir yapıya sahip gamma olduğu varsayımı altında hedef değer olarak alt spesifikasyon limitine yakın bir değer alındığında en iyi olduğu ifadesi ile de desteklenmektedir. Bu durumda, hedef değer sürecin mod değerine eşitlendiğinde, daha küçük kayıplar elde edilmektedir, sonucuna varılabilir. Diğer bir deyişle, *“mod değerinde kaybı sıfır yapacak şekilde mod değerinden olan sapmaların bir yansıması olan kayıpların küçültülmesi”* amaçlanmaktadır. Bu bağlamda, yanıtların Teorem 1 ile verilen olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip olduğu varsayımı altında, Eşitlik (4.11) ile verilen asimetrik kayıp fonksiyonu göz önüne alınarak kayıp kavramı açısından da değerlendirilmiştir ve ortalama yanıt yüzey modeli yerine Eşitlik (5.4) ile verilen mod yanıt yüzey modelinin kullanılması önerilmektedir.

Özellikle gürültü değişkenlerinin dağılım bilgisi göz ardı edilerek yanıtların dağılımı doğru bir şekilde belirlenmediği durumlarda, örneğin yanıtlar çarpık bir dağılıma sahipken simetrik bir dağılıma uygunluğu varsayımı yapıldığında, ortalama değeri hedef değerde sabitleyerek kaybı sıfır yapacak şekilde hedef değer etrafındaki değişkenliğin küçültülmesi doğru bir yaklaşım olmamaktadır. Bunun sebebi olarak, optimizasyon sonucu belirlenen optimal noktalar kullanılarak elde edilen ortalama ve varyans yanıt yüzey modellerinin tahminleri simetrik bir dağılımın özelliğinin taşınması verilebilir. Örneğin, ortalama ve mod değerinin birbirine eşit olduğu sonucuna ulaşılabilecektir. Ancak, gerçekte yanıtların dağılımı sağa çarpık bir dağılım olduğundan, ortalama ve mod değerinin birbirine eşit olması söz konusu olmadığından, ortalama ve mod yanlış tahmin edilmiş olacaktır. Bu nedenle, sürecin doğru analiz edilmesi ve doğru süreç-dışı kalite geliştirme yaklaşımlarının kullanımı ile gerçekçi sonuçlara ulaşmak için, yanıtların dağılım bilgisinin doğru bir şekilde belirlenmesi ve dağılım yapısına uygun olarak tasarlanan bir optimizasyon çalışmasının yapılması önemli bir husus arz etmektedir.

Yanıtların dağılımı sağa çarpık bir dağılım gösteriyorsa, ekonomik kayıp kavramını ve Taguchi tasarımlarının amacını göz önüne alınarak, mod ve varyans yanıt yüzey modellerinin tahmin edicilerine dayalı yeni bir yanıt yüzey yaklaşımı önerilmiştir. Önerilen yaklaşım hem kayıp kavramına dayandığından hem de varyans ve mod yanıt yüzey modellerinin kullanılması açısından yeni bir ikili yanıt yüzey yaklaşımıdır ve hedef değerde kaybı sıfır yapacak şekilde *“bir kalite*

karakteristiğinin mod değerini en iyi noktaya getirmek ve aynı zamanda hedef değeri etrafındaki değişkenliğinin küçültülmesi” ne dayanmaktadır.

Yanıtların Teorem 1 ile verilen olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip olduğu varsayımı altında, Taguchi tasarımlarının hedefleri olan hedef en iyi, en büyük en iyi ve en küçük en iyi durumları için, yeni yanıt yüzey yaklaşımları tasarlanmıştır ve aşağıda açıklanmıştır:

- **Hedef en iyi :** $\text{Min } \hat{\sigma}_{Y(x,Z)}^2$ **Kısıtlar:** $\widehat{\text{mod}}_{Y(x,Z)} = \tau$

$$\beta(\hat{\gamma} + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j) = \frac{\Gamma(\frac{\alpha}{2})\hat{\sigma}_\varepsilon}{\Gamma(\frac{1+\alpha}{2})\sqrt{2}}$$

$$\mathbf{x}'\mathbf{x} = r^2$$
- **En büyük en iyi :** $\text{Max } \widehat{\text{mod}}_{Y(x,Z)}$ **Kısıtlar:** $\hat{\sigma}_{Y(x,Z)}^2 = \hat{\sigma}_0^2$

$$\beta(\hat{\gamma} + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j) = \frac{\Gamma(\frac{\alpha}{2})\hat{\sigma}_\varepsilon}{\Gamma(\frac{1+\alpha}{2})\sqrt{2}}$$

$$\mathbf{x}'\mathbf{x} = r^2$$
- **En küçük en iyi :** $\text{Min } \widehat{\text{mod}}_{Y(x,Z)}$ **Kısıtlar:** $\hat{\sigma}_{Y(x,Z)}^2 = \hat{\sigma}_0^2$

$$\beta(\hat{\gamma} + \sum_{j=1}^k \delta_j x_j) = \frac{\Gamma(\frac{\alpha}{2})\hat{\sigma}_\varepsilon}{\Gamma(\frac{1+\alpha}{2})\sqrt{2}}$$

$$\mathbf{x}'\mathbf{x} = r^2$$

Burada, $\widehat{\text{mod}}_{Y(x,Z)}$ ve $\hat{\sigma}_{Y(x,Z)}^2$, mod ve varyans yanıt yüzey modellerinin tahmin edicileridir ve sırasıyla, Eşitlik (5.6) ve (5.7) ile verilmiştir. Ayrıca, dikkate alınması gereken önemli bir husus, sürecin dağılımının Teorem 1 ile verilen olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip sağa çarpık dağılım olduğu varsayımı yapıldığında, mod yanıt yüzey modeli, Eşitlik (4.2) ile bir koşul altında elde edilebildiğine daha önce değinilmiştir. Bu nedenle, bu koşul optimizasyon aşamasında bir kısıt olarak ele alınmıştır.

5.3 Uygulama

Bölüm 3.3’de, rastgele hatanın birbirinden bağımsız ve aynı dağılıma sahip $\varepsilon \sim N(0,1)$ olduğu varsayımı altında, kalite karakteristiğinin 2 tane kontrol edilebilir ve 1 tane gürültü değişkenine $Z \sim G(2,2)$ bağlı ikinci dereceden yanıt yüzeyi modeline ilişkin bir simulasyon çalışmasına yer verilmiştir. Çizelge 3.4’de verilen başlangıç tasarımının her deneme noktasında yapılan simülasyon sonucu her deneme noktasında yanıtlar ve gürültü değişkeni 10000 kere simüle edilmiştir. Böylece, Eşitlik (3.1) ile verilen ikinci dereceden yanıt yüzey modeli kullanılarak

simüle edilmiş tasarım oluşturulmuştur ve Çizelge 3.5’de verilmiştir. Çizelge 3.5 ile verilen simülasyon çalışması sonucu elde edilen deney tasarımı örneği ve sağa çarpık bir dağılım gösteren yanıtlar göz önüne alınarak, önerilen yeni ikili yanıt yüzey yaklaşımı uygulanmıştır.

Yanıt yüzey modelinin Eşitlik (3.1)’de verildiği şekilde olduğu ve gürültü değişkeni $Z \sim G(2,2)$ dağılımına sahip olduğu varsayımı altında, x_1 ve x_2 kontrol değişkenleri için Çizelge 3.5’de verilen gerçek ölçümler kullanılarak elde edilen ve Eşitlik (5.5), (5.6) ve (5.7) ile verilen ortalama, varyans ve mod yanıt yüzey modellerinin tahmin edicileri aşağıdaki gibi elde edilmiştir. Burada, $\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = 6.2029$ olarak elde edilmiştir.

$$\hat{\mu}_{Y(x,Z)} = -57.9394 + 0.3307x_1 + 1.4908x_2 - 0.0007x_1^2 - 0.0118x_2^2 - 0.0007x_1x_2$$

$$\hat{\sigma}_{Y(x,Z)}^2 = 8(8.5530 - 0.0271x_1 - 0.0005x_2)^2 + 6.2029$$

ve Eşitlik (4.2)’de tanımlanan koşul altında,

$$\widehat{mod}_{Y(x,Z)} = -89.0300 + 0.4391x_1 + 1.4928x_2 - 0.0007x_1^2 - 0.0118x_2^2 - 0.0007x_1x_2$$

şeklindedir.

Elde edilen varyans ve mod yanıt yüzey modellerinin tahmin edicileri kullanılarak, Bölüm 5.2’de önerilen ikili yanıt yüzey yaklaşımı hedef en iyi, en küçük en iyi ve en büyük en iyi problemleri için uygulanmıştır. Ayrıca, yanıtların dağılım bilgisinin doğru tespit edilemeyip normal dağılıma uygunluğu varsayımı yapıldığında ortalama ve varyans yanıt yüzey modelleri kullanılarak hedef değer ortalama yanıt yüzey modeline eşitlendiği ikili yanıt yüzey yaklaşımı (klasik yaklaşım) hedef en iyi, en küçük en iyi ve en büyük en iyi problemleri için de uygulanmıştır. Elde edilen sonuçların, yanıtların dağılım bilgisi de göz önüne alındığında, dağılım yapısının özelliklerini doğru bir şekilde temsil edip etmediği tartışılmıştır.

Optimizasyon aşamasında, $\tau = 11.86$, $\hat{\sigma}_0^2 = 14.10$ olarak alınmıştır ve $\beta(\hat{\gamma} + \sum_{j=1}^k \hat{\delta}_j x_j) = 1.9872$ olarak elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlar Çizelge 5.2’de verilmiştir. Çizelge 5.2’de, önerilen yaklaşım ile mod değerini en iyi noktaya getirerek ve mod değeri etrafındaki değişkenliği azaltmak, klasik

yaklaşım ile ortalama değeri en iyi noktaya getirerek ortalama etrafındaki değişkenliği azaltmak amaçlanmaktadır.

Çizelge 5.2’de, hedef en iyi probleminde, önerilen yaklaşım ile süreç ortalaması ve mod değeri sırasıyla, 12.7130 ve 11.8600, klasik yaklaşım ile 11.8603 ve 13.5705 olarak elde edilmiştir. Klasik yaklaşım ile elde edilen değerler incelendiğinde, süreç ortalamasının mod değerinden daha küçük olarak tahmin edildiği görülmektedir. Ancak, yanıtların gerçek dağılımının sağa çarpık bir yapıda olduğu bilindiğine göre, bu tahmin değerleri dağılım özelliklerini taşımamaktadır ve sonuç olarak ortalama yanıt yüzey modelinin kullanılması ile yanlış sonuçlar elde edildiği görülmektedir. Önerilen yaklaşım ile elde edilen sonuçlar incelendiğinde ise, yanıtların dağılım bilgisine uygun olacak şekilde tahmin sonuçları elde edildiği açıktır. Aynı durum, en büyük en iyi ve en küçük en iyi problemleri için de geçerlidir.

Çizelge 5.2 Optimizasyon sonuçları.

	x_1	x_2	$\hat{\mu}_{Y(x,Z)}$	$\hat{\sigma}_{Y(x,Z)}^2$	$\overline{mod}_{Y(x,Z)}$
Hedef en iyi					
Önerilen Yaklaşım	277.6458	70.3759	12.7130	14.1009	11.8600
Klasik Yaklaşım	289.3195	40.1893	11.8603	10.0376	13.5705
En büyük en iyi					
Önerilen Yaklaşım	277.9295	55.0015	15.4992	14.1010	14.6461
Klasik Yaklaşım	278.0457	54.9982	15.4848	14.0510	14.6574
En küçük en iyi					
Önerilen Yaklaşım	278.4866	24.9168	4.8304	14.1001	3.9778
Klasik Yaklaşım	351.4214	46.0000	4.1199	14.0995	4.9724

Sonuç olarak, yanıtların dağılımının sağa çarpık bir yapıda olduğu durumlarda, süreç ortalamasının optimizasyon aşamasında kullanılması, dağılım yapısının özellikleri göz önüne alındığında yanlış sonuçlar vermektedir. Bu nedenle, yanıtların dağılımının sağa çarpık bir yapıda olduğu durumlarda, ikili yanıt yüzey yaklaşımında mod değerinin modellenerek, optimizasyon aşamasında sürecin ortalama yanıt yüzey modeli yerine kullanılması önerilmektedir.

6. SONUÇ VE TARTIŞMA

1980'lerin başında Japon kalite mühendisi Genichi Taguchi, dayanıklı parametre tasarımı olarak adlandırdığı bir terim tanıtmıştır ve önerdiği yaklaşım süreç-dışı kalite geliştirme alanında birçok istatistikçi ve kalite mühendisi tarafından beğenilmiştir. Dayanıklı parametre tasarımı, bir sistemin kalite karakteristiklerine etki eden faktörlere dayalı bir optimizasyon prosedürü olarak tanımlanabilir. Bir sistemin davranışlarını etkileyen iki faktörden bahsedilebilir: *kontrol edilebilir faktörler* ve *gürültü faktörleri*. Kontrol edilebilir faktörler hem üretim hem de geliştirme aşamalarında kolaylıkla kontrol edilebilir, bu nedenle sistem performansında istenmeyen bir varyasyona neden olmamaktadırlar. Ancak, gürültü faktörleri genellikle sıcaklık, üretim sırasındaki nem miktarı ve hammadde özellikleri gibi çevre koşullarının bir fonksiyonu olarak tanımladıkları için kontrol edilmeleri zor, pahalı veya imkansızdır. Gürültü faktörleri bir çalışmanın geliştirme aşamasında kontrol altına alınabilmeleri muhtemel olsa da, üretim esnasında rasgele oluştukları kabul edilir ve düzeylerindeki bu rasgele dalgalanmalar sistem performansında istenmeyen değişkenliğe neden olmaktadır. Bu nedenle, dayanıklı parametre tasarımında, gürültü değişkenlerinin davranışları bir anahtar olarak düşünülebilir.

Bilindiği üzerinde, gürültü değişkenleri rasgele değişkenlerdir ve bir olasılık dağılımları vardır. Dayanıklı parametre tasarımında, yanıtların dağılımı üzerinde rasgele değişkenler olan rasgele hatanın ve gürültü değişkenlerinin etkisi bulunmaktadır ve yanıtların dağılım yapısı da bu bilgiyi kullanan kalite geliştirme yaklaşımlarında önemli bir rol oynamaktadır. Literatürde, rasgele hatanın normal dağılımdan geldiği ve gürültü değişkenlerinin simetrik bir dağılıma sahip olduğu varsayımı yapılmaktadır. Ancak, gürültü değişkenlerinin düzeylerindeki bu dalgalanmalar her zaman simetrik bir dağılımdan geldiği varsayımı ile tanımlanamayabilir. Gürültü değişkenleri simetrik olmayan bir dağılıma sahip olduğu varsayımı altında, rasgele hatanın normal dağılıma sahip olmasına rağmen, yanıtların dağılımı bu çarpık yapıdan etkilenir ve dağılım şekillerinin kendilerine benzer bir yapıya sahip olmasına neden olmaktadır.

Literatürde, gürültü değişkenlerinin normal dağılım göstermediği durumlarda yanıtların dağılımı ve olasılık yoğunluk fonksiyonu hakkında bilgi veren çalışma bulunmamaktadır. Bu nedenle tez çalışmasında ilk olarak, gürültü değişkenlerinin gamma dağılımına sahip olduğu varsayımı altında yanıtların dağılımı incelenerek, kalite geliştirme yaklaşımlarında söz konusu eksiklik giderilmeye çalışılmıştır. Rastgele hatanın birbirinden bağımsız ve aynı dağılıma

sahip $\varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ olduğu, kalite karakteristiğinin k tane kontrol edilebilir ve 1 tane simetrik olmayan sağa çarpık bir aileye mensup olan gamma dağılımına, $Z \sim G(\alpha, \beta)$, sahip gürültü değişkeni olduğu varsayımı yapılmıştır. Bu varsayımlar altında, yanıtların dağılımı incelenmiştir ve olasılık yoğunluk fonksiyonu elde edilerek Teorem 1 ile verilmiştir. Teorem 1 ile tanımlanan yoğunluk fonksiyonuna sahip yanıtların beklenen değeri ve varyansı elde edilmiştir. Ayrıca, yanıtların dağılımının çarpıklığı, gürültü değişkeninin dağılımının şekil parametresi olan α 'ya bağlı olduğu ve büyük değerleri için dağılımının çarpıklığının azalarak simetriye yakınlığı gösterilmiştir. Teorem 1 ile tanımlanan olasılık yoğunluk fonksiyonunun yapısı, sağa çarpık bir şekle sahip olduğundan gamma dağılımına benzemektedir. Ancak, Teorem 1 ile tanımlanan olasılık yoğunluk fonksiyonunun tanım aralığı $(-\infty, \infty)$, gamma dağılımının tanım aralığı ise $(0, \infty)$ 'dir. Yanıtların dağılım yapısı sağa çarpık bir şekle sahip olduğundan, yanıtların ortalama ve mod değeri aynı değeri işaret etmemekle birlikte, hedef değer seçimi, ortalama ve varyans yanıt yüzey modelleri ile yapılan optimizasyon çalışmalarında ortalama değer daha büyük olduğu bilgisinin göz ardı edilmemesi önerilmiştir. Yanıtların dağılım bilgisinin doğru tespit edilmesinin kalite geliştirme yaklaşımlarında önemli bir husus arz ettiği belirtilmiştir.

Yanıt yüzey modellemesi çalışmaları genellikle gürültü değişkenlerinin normal dağılıma uygunluğu varsayımı altında tasarlanmıştır ve gürültü değişkenlerinin çarpık bir dağılım gösterdiği varsayımı altında bir deney tasarımı örneği bulunmamaktadır. Bu nedenle, gürültü değişkenlerinin gamma dağılımına sahip olduğu ve deney sırasında rasgele değer aldıkları varsayımı altında bir simülasyon çalışması yapılarak deney tasarımı oluşturulmuş ve literatürde bu konudaki eksiklik giderilmeye çalışılmıştır. Yapılan simülasyon çalışması sonucunda, her tasarım noktasında simüle edilen yanıtların dağılımları incelenmiştir ve Teorem 1 ile verilen olasılık yoğunluk fonksiyonuna uygunluğu gösterilmiştir. Ayrıca, oluşturulan simüle edilmiş deney tasarımı, gelecekteki bu konuda yapılacak çalışmalar için bir örnek oluşturması ve yeni yaklaşımların uygulamasında kullanılması amaçlanmıştır.

Taguchi'nin tanımladığı kalite kavramı, ekonomik açıdan bir ürünün kullanımından doğan, toplumun kaybını açıklayan ve hedef değer etrafındaki değişkenliğin ekonomik kayıp cinsinden belirlenmesinde kullanılan kayıp fonksiyonlarına dayanmaktadır. Bu bağlamda, tez çalışmasında yeni bir asimetrik kayıp fonksiyonu üzerinde çalışılmıştır ve Teorem 1 ile verilen olasılık yoğunluk fonksiyonunun ters çevrilmiş şekli olan asimetrik bir kayıp fonksiyonu

tanıtılmıştır. Yanıtların dağılımının Teorem 1’de tanımlanan olasılık yoğunluk fonksiyonuna uygunluğu söz konusu ise, kayıpların doğru bir şekilde hesaplanması için bu dağılıma uygun kayıp fonksiyonu olarak Eşitlik (4.11) ile tanımlanan kayıp fonksiyonunun kullanılması önerilmiştir. Eşitlik (4.11) ile tanımlanan kayıp fonksiyonunda, önceden belirlenen α_L ’ye bağlı olarak, sürecin hedef değer sol tarafına doğru ilerlediği bölgedeki değişkenliği tanımlanmak için σ_{L1} ve sağ tarafına doğru ilerlediği bölgedeki değişkenliği tanımlamak için σ_{L2} kullanıldığı varsayımı altında, iki farklı ölçek parametresi σ_{L1} ve σ_{L2} , ASL ve ÜSL’ye dayalı olarak elde edilmiştir. Bölüm 3’de verilen simülasyon çalışması sonucu elde edilen deney tasarımı göz önüne alınarak bir uygulamaya yer verilmiştir ve noktasal kayıplar hesaplanmıştır. Ayrıca, Eşitlik (4.11) ile tanımlanan kayıp fonksiyonunun özellikleri tartışılmıştır ve özetlenerek aşağıda verilmiştir.

- Hedef değerden uzaklaşmalar kaybı arttırmaktadır ancak bu artış sonsuz değildir. Hedef değerden çok uzaklaşmalar aynı kaybı işaret etmektedir.
- Kayıp fonksiyonu, sürecin hedef değer sol tarafında ilerlemesi sonucu daha hızlı, sağ tarafında ilerlemesi sonucu daha yavaş bir artışla maksimum kayba ulaşmaktadır.
- Spesifikasyon limitlerinde kabul edilen kayıp arttıkça, σ_{L1} ve σ_{L2} ’nin değeri azalmakta, kayıp fonksiyonu daha hızlı bir artışla maksimum kayba ulaşmaktadır ve kalite karakteristiklerinin hedef değerden sapmaları daha fazla cezalandırılmaktadır.
- Spesifikasyon limitlerinde eşit derece kayıp verecek şekilde ölçek parametrelerinin seçimi, çarpıklık katsayısının artması ile kalite karakteristiklerinin hedef değerden büyük değerleri için kayıpların arttığı söylenebilir.
- Spesifikasyon limitlerinde eşit derece kayıp verecek şekilde ölçek parametrelerinin seçimi, spesifikasyon limitleri arasındaki açıklığın artması ile aynı kalite karakteristiğinin verdiği kaybın azaldığı söylenebilir.
- ASL’de ÜSL’den daha fazla derecede kayıp verecek şekilde ölçek parametrelerinin seçimi, çarpıklık katsayısının artması ile kalite karakteristiklerinin hedef değerden büyük değerleri için kayıpların arttığı ve hedef değerden küçük değerleri için kayıpların azaldığı söylenebilir.
- ASL’de ÜSL’den daha az derecede kayıp verecek şekilde ölçek parametrelerinin seçimi, çarpıklık katsayısının artması ile kalite karakteristiklerinin hedef değerden büyük değerleri için, ÜSL değerine

kadar kayıpların azaldığı ve ÜSL değerinden sonra kayıpların arttığı söylenebilir.

- Eşitlik (4.11) ile verilen kayıp fonksiyonunun TNKF'e göre, kalite karakteristiğinin hedef değerden daha küçük değerleri daha fazla cezalandırma yaparken, büyük değerleri için daha az cezalandırma yapmaktadır.
- TGKF'nin yapısı ile Eşitlik (4.11)'de tanımlanan kayıp fonksiyonun yapısı, sağa çarpık bir yapıya sahip olmaları açısından benzerlik göstermektedir. Ancak, TGKF'nin tanım aralığı $(0, \infty)$, Eşitlik (4.11) ile tanımlanan kayıp fonksiyonun tanım aralığı ise $(-\infty, \infty)$ 'dir.

Son olarak, bu tez çalışmasında, Taguchi'nin önerdiği hedef en iyi, en küçük en iyi ve en büyük en iyi hedefleri de göz önüne alınarak, mod değeri için yanıt yüzey modeli oluşturulmuştur, mod ve varyans yanıt yüzey modellerinin kullanıldığı yeni bir ikili yanıt yüzey yaklaşımı önerilmiştir. Önerilen yaklaşımda, hem kayıp kavramı hem de ikili yanıt yüzey yaklaşımı açısından, mod yanıt yüzey modelinin önceden belirlenen hedef değere sabitlenerek, hedef değer etrafındaki değişkenliğin küçültülmesi, diğer bir deyişle, *sürecin mod değerinde kaybı sıfır yapacak şekilde mod değerinden olan sapmaların bir yansıması olan kayıpların küçültülmesi*, amaçlanmaktadır. Hedef en iyi, en küçük en iyi ve en büyük en iyi durumları için önerilen yaklaşım ayrı ayrı değerlendirilmiştir ve optimizasyon problemleri tanımlanmıştır. Ayrıca, Bölüm 3'de yer verilen simule edilmiş deney tasarımı örneğinde, önerilen yeni ikili yanıt yüzey yaklaşımı uygunlaşmıştır. Yanıtların dağılımının sağa çarpık bir yapıda olduğu durumlarda, süreç ortalamasının optimizasyon aşamasında kullanılması, dağılım yapısının özellikleri göz önüne alındığında yanlış sonuçlar verdiği gözlenmiştir. Bu nedenle, yanıtların dağılımının sağa çarpık bir yapıda olduğu durumlarda, ikili yanıt yüzey yaklaşımında mod değerinin modellenerek, optimizasyon aşamasında sürecin ortalama yanıt yüzey modeli yerine kullanılması önerilmiştir.

Sonuç olarak, sürecin doğru analiz edilmesi ve doğru süreç-dışı kalite geliştirme yaklaşımlarının kullanımı ile gerçekçi sonuçlara ulaşmak için, yanıtların dağılım bilgisinin doğru bir şekilde belirlenmesi, uygun kayıp fonksiyonun kullanılması ve dağılım yapısına uygun olarak tasarlanan bir optimizasyon çalışmasının yapılması önemli bir husus arz etmektedir. Bu bağlamda, literatürdeki söz konusu eksiklikler bu tez çalışması ile ele alınarak, ileride yapılacak çalışmalara da örnek teşkil etmesi amaçlanmıştır.

KAYNAKLAR DİZİNİ

- Abraham, A.A, Robinson, T.J. and Anderson-Cook, C.M.**, 2009, A graphical approach for asseing optimal operating conditions in robust design, *Quality Technology and Quantaitative Management*, 6(3):235-253pp.
- Bartlett, M.S. and Kendall, D.G.**, 1946, The statistical analysis of variance-heterogeneity and logarithmiz transformation, *Journal of Royal Statistical Society Supplement*, 8:128-138pp.
- Bechhofer, R.E.**, 1960, A multiplicative model for analyzing variances which are affected by several factors, *Journal of American Statistical Association*, 55: 245-264pp.
- Bisgaard, S.**, 1996, A comparative analysis of the performance of Taguchi's linear graphs for the design of two-level fractional factorials, *The Journal of Royal Statistical Society*, 45(3):311-322pp.
- Box, G.E.P. and Wilson, K.B.**, 1951, On the experimental attainment of optimum conditions, *Journal of the Royal Statistical Society*, 13:1-45pp.
- Box, G.E.P.**, 1985, Discussion of off-line quality control, parameter design, and the Taguchi method, *Journal of Quality Technology*, 17:198-206pp.
- Box, G.E.P. and Myers, D.R.**, 1986, An analysis of unreplicated fractional factorials, *Technometrics*, 28:11-18pp.
- Box, G.E.P.**, 1988, Signal-to-noise ratios, performance criteria and transformations (with discussion), *Technometrics*, 30:1-40pp.
- Box, G.E.P, Bisgaard, S. and Fung, C.A.**, 1988, An explanation and critique of Taguchi's contributions to quality engineering, *Quality and Realibility Engineering International*, 4: 123-131pp.
- Copeland, K.A. and Nelson, P.R.**, 1996, Dual response optimization via direct function minimization, *Journal of Quality Technology*, 28(1):331-336pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Del Castillo, E. and Montgomery, D.C.**, 1993, A nonlinear programming solution to the dual response problem, *Journal of Quality Technology*, 25: 199-204pp.
- Drain, D. and Gough, A.M.**, 1996, Applications of the up-side down normal loss function, *IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing*, 9(1):413-145pp.
- Gradshteyn, I.S. and Ryzhik, I.M.**, 2007, Table of Integrals, Series and Products (7th Ed.), Academic Press Elsevier, USA, 1171p.
- Grimshaw, S.D., Collings, B.J., Larsen, W.A. and Hurt, C.R.**, 2001, Eliciting factor importance in a designed experiments, *Technometrics*, 43(2):133-146pp.
- Flaig, J.J.**, 2006, A new classification of variables in design of experiments, *Quality Technology & Quantative Management*, 3(1):103-110pp.
- Kackar, R.N.**, 1985, Off-Line quality control, parameter design, and the Taguchi method, *Journal of Quality Technology*, 17:176-188pp.
- Kim, K. and Lin, D.K.J.**, 1998, Dual response optimization: A fuzzy modeling approach, *Journal of Quality Technology*, 30(1):1-10pp.
- Köksoy, O. ve Muluk, F.Z.**, 2002, Taguchi'nin tasarım ve analizlerine eleştiriler, I. Ulusal Kalite Fonksiyon Göçerimi Sempozyumu, Nisan, İzmir.
- Köksoy, O. and Doganaksoy, N.**, 2003, Joint optimization of mean and standart deviation in response surface experimentation, *Journal of Quality Technology*, 35(3):239-252pp.
- Köksoy, O. and Muluk, F.Z.**, 2004, Solution to the Taguchi's problem with correlated responses, *Gazi University Journal of Science*, 27(1): 59-70pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Köksoy, O. and Fan, S.S.**, 2012, An upside-down normal loss function-based method for quality improvement, *Engineering Optimization*, 44(8):935-945pp.
- Leung, B.P.K. and Spiring, F.A.**, 2004, Some properties of the family of inverted probability loss functions, *Quality Technology and Quantitative Management*, 1(1):125-147pp.
- Lin, D.K.J. and Tu, W.**, 1995, Dual response surface, *Journal of Quality Technology*, 27(1):34-39pp.
- Lucas, J.M.**, 1994, How to achieve a robust process using response surface methodology, *Journal of Quality Technology*, 26(4):248-260pp.
- Montgomery, D.C.**, 2005, Design and Analysis of Experiments (7th Ed.), John Wiley & Sons, New York, 656p.
- Myers, R.H. and Carter W.H.**, 1973, Response surface techniques for dual response surface systems, *Technometrics*, 15:301-317pp.
- Myers, R. H.**, 1976, Response Surface Methodology, Blacksburg, VA, 249p.
- Myers, R.H., Khuri, A.I. and Vining, G.G.**, 1992, Response surface alternatives to the Taguchi robust parameter design approach, *The American Statistician*, 46:131-139pp.
- Myers, R.H.**, 1999, Response surface methodology: Current status and future directions (with discussion), *Journal of Quality Technology*, 31:30-44pp.
- Myers, R.H., Montgomery, D.C.**, 2002, Response Surface Methodology Process and Product Optimization Using Designed Experiments (2th Ed.), John Wiley & Sons, Inc., New-York, 560p.
- Myers, R.H., Montgomery, D.C. and Anderson-Cook, C.**, 2009, Response Surface Methodology (3th Ed.), John Wiley & Sons. Inc., Canada, 535p.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Nair, V.N. and Pregibon, D.**, 1988, Analyzing dispersion effects from factorial experiments, *Technometrics*, 30:247-257pp.
- Nair, V.N.**, 1992, Taguchi's parameter design: A panel discussion, *Technometrics*, 34(2):127-161pp.
- Roy, R.**, 1990, A Primer on the Taguchi Method, Van Nostrand Reinhold, New York, 247p.
- Shoemaker, A.C., Tsui, K.L. and Wu, C.F.J.**, 1991, Economical experimentation methods for robust parameter design, *Technometrics*, 33: 415-427pp.
- Spiring, F.**, 1993, The reflected normal loss function, *The Canadian Journal of Statistics*, 21(1):321-330pp.
- Spiring, F.A. and Yeung, A.S.**, 1998, A general class of loss functions with industrial applications, *Journal of Quality Technology*, 30(2):152-162pp.
- Sun, F., Laramee, J. and Ramberg, J.S.**, 1996, On Spiring's normal loss function, *The Canadian Journal of Statistics*, 24(2):241-249pp.
- Taguchi, G. and Wu, Y.**, 1979, Introduction to Off-Line Quality Control, Central Japan Quality Control Association, Nagoya, Japan, 111p.
- Taguchi, G.**, 1986, Introduction to Quality Engineering: Designing Quality into Products and Processes, Asian Productivity Organization, Tokyo, 191p.
- Taguchi, G.**, 1987, System of Experimental Design: Engineering Methods to Optimize Quality and Minimize Cost, White Plains, New York, 1176p.
- Thompson, D.**, 1982, Response surface experimentation, *Journal of Food Processing and Preservation*, 6:155-188pp.
- Tsui, K.L.**, 1992, An overview of Taguchi method and newly developed statistical methods for robust design, *IIE Transactions*, 24(5):44-57pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Vining, G.G. and Myers R.H., 1990, Combining Taguchi and response surface philosophies: A dual response approach, *Journal of Quality Technology*, 22(1):38-45pp.

Whittaker, E. T., and Watson. G. N., 1990, The Parabolic Cylinder Function in A Course in Modern Analysis (4th Ed.), England, 347-348pp.

<http://www.jmp.com> (Erişim Tarihi: 04 Mayıs 2015)

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler:

Uyruğu: T.C

Doğum yeri: Kocaeli

Doğum Tarihi: 24 / 03 / 1986

Medeni Durum: Evli

Eğitim:

Doktora : Ege Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı.
2010-

Yükseklisans : Ege Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı.
2008-2010.

Lisans : Ege Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik Bölümü. 2004-2008.

Bilgisayar:

Tüm MS Office Paketi programları, SPSS, MATLAB, MINITAB, EVIEWS, JMP, R Project

İş Deneyimleri:

Kasım 2010/- : Ege Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik Bölümü Araştırma Görevlisi