

**T.C.**  
**İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**KESİR DERECELİ DİFERANSİYELİN DOĞRUSAL OLMAYAN**  
**DENETİM YÖNTEMLERİNE VE SİNYAL İŞLEME TEKNİKLERİNE**  
**UYGULANMASI**

**GÜRKAN KAVURAN**

**DOKTORA TEZİ**  
**BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**ŞUBAT 2017**

**Tezin Başlığı** : Kesir Dereceli Diferansiyelin Doğrusal Olmayan Denetim  
Yöntemlerine ve Sinyal İşleme Tekniklerine Uygulanması

**Tezi Hazırlayan** : Gürkan KAVURAN

**Sınav Tarihi** : 03 Şubat 2017

Yukarıda adı geçen tez jürimizce değerlendirilerek Bilgisayar Mühendisliği Ana  
Bilim Dalında Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

**Sınav Jüri Üyeleri:** **Prof. Dr. Z. Hakan AKPOLAT**  
Fırat Üniversitesi

**Prof. Dr. Ali KARCI**  
İnönü Üniversitesi

**Doç. Dr. Aşkın DEMİRKOL**  
Sakarya Üniversitesi

**Yrd. Doç. Dr. Barış Baykant ALAGÖZ**  
İnönü Üniversitesi

**Tez Danışmanı:** **Doç. Dr. Celaleddin YEROĞLU**  
İnönü Üniversitesi

İnönü Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Onayı

**Prof. Dr. Halil İbrahim ADIGÜZEL**  
**Enstitü Müdürü**

## **ONUR SÖZÜ**

Doktora Tezi olarak sunduğum “**Kesir Dereceli Diferansiyelin Doğrusal Olmayan Denetim Yöntemlerine ve Sinyal İşleme Tekniklerine Uygulanması**” başlıklı bu çalışmanın bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın tarafımdan yazıldığını ve yararlandığım bütün kaynakların, hem metin içinde hem de kaynakçada yöntemine uygun biçimde gösterilenlerden oluştuğunu belirtir, bunu onurumla doğrularım.

**Gürkan KAVURAN**

**Malatya-2017**



# ÖZET

Doktora Tezi

## KESİR DERECELİ DİFERANSİYELİN DOĞRUSAL OLMAYAN DENETİM YÖNTEMLERİNE VE SİNYAL İŞLEME TEKNİKLERİNE UYGULANMASI

Gürkan KAVURAN

İnönü Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Bilgisayar Mühendisliği Anabilim Dalı

213+xvii sayfa

2017

Danışman: Doç. Dr. Celaleddin YEROĞLU

Bu tez çalışması temel olarak, kesir dereceli doğrusal olmayan kontrol uygulamaları ve kesirli integro-diferansiyel operatörlerle birlikte sinyal işleme tekniklerini içeren iki ana bölümden oluşmaktadır.

Kesir dereceli kontrol uygulamaları kısmında, dayanıklı denetleyici yapılarından olan kayan kipli denetleyicinin kesir dereceli versiyonu oluşturularak, hem gerçek zamanlı hem de benzetim tabanlı çalışmalar yapılmıştır. Çeşitli bozucu giriş ve gürültülere karşı sistemlerin dayanıklılığı ve kararlılığı incelenmiştir. Bu kapsamda, kararsız zaman gecikmeli sistemler için kesir dereceli kayan kipli denetleyici tasarımı ele alınmıştır. Kesir dereceli türev operatörü kullanılarak, kayma yüzeyi ve eşdeğer denetim kuralı oluşturulmuş; sistem katsayıları değiştirilerek birim basamak cevabı incelenmiştir. Tasarlanan denetleyicinin, dayanıklı yapıya sahip olduğu yapılan benzetim çalışmalarıyla desteklenmiştir. Önerilen denetleyici yapısı, çift rotorlu çok giriş-çok çıkışlı model helikopterin yatay ve düşey doğrultudaki hareket kontrolü için de gerçek zamanlı olarak uygulanmıştır. Geleneksel denetleyiciye göre kesir dereceli versiyonun, sisteme uygulanan bozucu ve gürültüleri daha iyi bastırdığı gözlenmiştir.

Doğrusal olmayan denetleyici yapılarından olan referans model tabanlı sistemler, kesir dereceli integro-diferansiyel ifadelerle zenginleştirilerek yeni denetleyici yapıları sunulmuştur. Gerek benzetim gerekse gerçek zamanlı yapılan bu çalışmalarda, önerilen denetleyicinin istenilen başarıyı sağladığı görülmüştür. Doğru akım servo motorun pozisyon denetimi, kesir dereceli integratörle birlikte geleneksel model referans uyarlamalı denetleyici yapısı kullanılarak incelenmiştir. Denetleyici yapısındaki modifikasyonlar, uyarlama kuralında kesir dereceli operatörlerin kullanılmasıyla sağlanmıştır. Gerçek zamanlı çalışan sistemin referans pozisyon bilgisi, kameradan alınan değerlere göre güncellenmiştir. Sistem çıkışı, öğrenme katsayısı değiştirilerek tamsayı ve kesir dereceli uyarlama kuralına göre karşılaştırmalı olarak kıyaslanmıştır. Elde edilen sonuçlara göre kesir dereceli yaklaşımın daha iyi sonuç verdiği gözlenmiştir. Ayrıca, önerilen

denetleyici yapısının farklı deneysel sistemlerde uygulanabilirliğini göstermek amacıyla, çift rotorlu çok giriş-çok çıkışlı model helikopterin yatay ve düşey doğrultudaki hareket kontrolü sağlanmıştır.

Doğrusal olmayan röle geri beslemeli sistemlerle birlikte, kesir dereceli integro-diferansiyel ifadeler kullanılarak Limit Çevrim parametrelerinin tahmini için yararlanılan frekans cevabı yöntemleri de incelenmiştir. Analizlerin doğru bir şekilde yapılması için çeşitli program parçacıkları geliştirilmiş ve uygulamalar yapılmıştır.

Kesir dereceli sinyal uygulamaları kısmında ise öncelikle, birinci dereceden Sigma-Delta Modülatörlerde kullanılan tam sayı dereceli integratörün kesir dereceli versiyonu oluşturularak, modülatör çıkışında elde edilen sinyalin performansı incelenmiştir. Histerisizli röle tipinin kullanıldığı sistemde, asenkron darbe katarları oluşmaktadır. Darbe yoğunluk modülasyonu özelliği sergileyen bu sistem, bipolar dijital sinyal iletimi sağlamaktadır. Teorik analizler kesir dereceli integratörün ayarlanabilir darbe katarları ürettiğini göstermiştir. Bu durum sistem çıkışında elde edilen dijital sinyalin, gerçek sinyale daha yakın olduğunu göstermektedir. Benzetim çalışmalarında, gürültünün hataya oranı ve gürültünün hata ve bozulmaya oranı gibi performans kriterleri ölçülmüş, kesir dereceli integratörün Asenkron Sigma-Delta Modülatör performansını arttırdığı gözlenmiştir.

Ayrıca kesir dereceli sayısal filtrelerin, düşük maliyetli mikrodenetleyici donanımları üzerinde gömülü programlama teknikleri kullanarak gerçekleştirilmesi sağlanmıştır. Öncelikle  $s$  tabanında elde edilen sonsuz dürtü yanıtı kesir dereceli filtrelerin, CFE ve Oustaloup yöntemleri kullanılarak tam sayı dereceli eşdeğer modelleri oluşturulmuştur. Uygun ayırıklaştırma metotları kullanılarak ayırık zamanlı forma dönüştürülmüştür. Daha sonra  $z$  tabanındaki filtre, donanımsal yapıya uygun olacak şekilde fark denklemleri yardımıyla birinci derece kanonik formda ifade edilmiş ve tampon yapısı kullanılarak ARM tabanlı mikrodenetleyici karta gömülmüştür. Çalışma benzetim ve uygulama sonuçlarıyla desteklenmiştir.

Son olarak, EKG sinyalleri üzerinden uyku apnesi teşhisi için kesir dereceli alçak geçiren filtreyle birlikte tek bitlik eşikleyici yapısı kullanılmıştır. Filtrenin kesir derecesi ayarlanarak, geçiş bandının eğim değeri belirlenmiştir. Böylece geçirme bandındaki kayma ile EKG'ye ait enerji sinyalinin frekansındaki değişim bulunmuştur. Bu durum R-R aralığının değişimini daha iyi gözlemlemek için, filtre çıkışının duyarlılığını arttırmaktadır. Gerçek veriler üzerinden yapılan çalışmada, istenilen başarımın sağlandığı gözlenmiştir.

**ANAHTAR KELİMELE:** Kesir dereceli sistemler, kayan kipli denetleyici, model referans adaptif kontrol, çok giriş-çok çıkışlı helikopter modeli, servo motor pozisyon kontrolü, nesne takip, Sigma-Delta Modülatör, obstrüktif uyku apnesi teşhisi, gömülü dijital filtre.

## **ABSTRACT**

Ph. D. Thesis

### **UTILIZATION OF FRACTIONAL ORDER DIFFERENTIATION IN NONLINEAR CONTROL METHODS AND SIGNAL PROCESSING TECHNIQUES**

Gürkan KAVURAN

Inonu University  
Graduate School of Natural and Applied Sciences  
Department of Computer Engineering

213+xvii pages

2017

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Celaleddin YEROĞLU

This thesis basically consists of two main parts which include fractional order nonlinear control applications and signal processing techniques with fractional integro-differential operators.

In the fractional control applications, a fractional version of the sliding mode controller, which is one of the robust controller structures was developed for real time and simulation studies have been done on this structures. The robustness and stability of systems against various disturbing inputs and noises have been examined. In this context, a fractional sliding mode controller design for unstable time delay systems is discussed. Sliding surface and equivalent control law are created by using fractional derivative operator. System coefficients have been changed and unit step response has been examined. It has been proved by the simulation studies that the designed controller has a robust structure. The proposed controller structure is also applied in real time to control the motion of the twin-rotor multi-input multi-output model helicopter horizontally and vertically. It has been observed that fractional version has better performance for suppressing the distortions and noises according to the traditional one.

Reference model based systems from nonlinear control structures are presented as a new controller by enriching with fractional integro-differential expressions. Both simulations and real-time studies show that the proposed controller provides the desired performance. The position control of the DC servo motor has been investigated using a conventional model reference adaptive controller structure with a fractional integrator. Modifications of the controller structure are provided by using fractional operators in the adaptation rule. The reference position datas of the real time running system have been updated according to the values obtained from the camera. The system output is compared by integer and fractional adaptation rule by changing the learning coefficient. The results showed that the fractional approach yielded better responses. Controlling horizontal and vertical movement of the twin-rotor multi-input multi-output model helicopter has been studied to demonstrate the applicability of the proposed controller structure in different experimental systems.

In addition, frequency response methods used for estimating limit cycle parameters using fractional order integro-differential expressions with nonlinear relay feedback systems have been investigated. Various program parts have been developed and implemented for the true analysis.

In the section of fractional order signal applications, a fractional version of the integer one in first order Sigma-Delta Modulators was developed and the performance of the signal at the output of the modulator was examined. Asynchronous pulse strings are formed in the system where the hysteresis relay type is used. This system, which exhibits pulse density modulation, provides bipolar digital signal transmission. Theoretical analyzes have shown that the fractional integrator produces adjustable pulse trains. This indicates that the digital signal obtained at the system output is closer to the real signal. Performance measures such as ratios of noise to noise and rugged error and decay rate were measured in the simulation studies and it was observed that the fractional integrator increased the performance of Asynchronous Sigma-Delta Modulator.

In addition, fractional digital filters are implemented using embedded programming techniques on low cost microcontroller hardware. First of all, the IIR obtained from the  $s$  domain is modeled by using the CFE and Oustaloup methods. It has been converted into discrete-time form using appropriate discretization methods. The filter in the  $z$ -domain is then expressed in first-order canonical form using the difference equations to fit the hardware structure and embedded in the ARM-based microcontroller card using the buffer structure. The work was supported by simulation and application results.

Finally, a single-bit threshold structure was used along with a fractional low-pass filter for the diagnosis of sleep apnea on ECG signals. By setting the fraction level of the filtration, the slope value of the transition band is determined. Thus, the shift in the transmission band and the change in the frequency of the energy signal of the ECG are found. This increases the sensitivity of the filter output to better observe the change in R-R range. It has been observed that the desired performance has been achieved on actual data.

**KEYWORDS:** Fractional systems, sliding mode controller, model reference adaptive control, twin rotor MIMO sysytem, position control of servo motor, object tracking, Sigma-Delta Modulator, diagnosis of obstructive sleep apnea, embedded digital filter.

## TEŞEKKÜR

Bu tez çalışmasının her aşamasında yardım, öneri ve desteklerini esirgmeden beni her konuda yönlendiren danışman hocam Sayın Doç. Dr. Celaleddin YEROĞLU'na, kıymetli tecrübelerinden faydalandığım değerli hocam Prof. Dr. Nusret TAN 'a, tez süresince ortak çalışmalarda bulunduğum arkadaşım Arş. Gör. Abdullah ATEŞ'e, Fırat Üniversitesi'nde görevli mesai arkadaşım Arş. Gör. Mehmet Rıza SARAÇ'a teşekkür ederim. Maddi-manevi destekleriyle beni hiçbir zaman yalnız bırakmayan değerli aileme ve eşim Nursel'e kalbi teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca bu tez çalışmasını, 215E261 no'lu 3001 - Başlangıç Ar-Ge Projeleri Destekleme Programı ile destekleyen Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu'na (TÜBİTAK) teşekkür ederim.

**Gürkan KAVURAN**

**Malatya-2017**

## İÇİNDEKİLER

|                                                                                     |           |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| ÖZET .....                                                                          | i         |
| ABSTRACT .....                                                                      | iii       |
| TEŞEKKÜR .....                                                                      | v         |
| İÇİNDEKİLER.....                                                                    | vi        |
| ŞEKİLLER DİZİNİ.....                                                                | ix        |
| ÇİZELGELER DİZİNİ .....                                                             | xv        |
| SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....                                                 | xvi       |
| <b>1. GİRİŞ .....</b>                                                               | <b>1</b>  |
| <b>2. KURAMSAL TEMELLER.....</b>                                                    | <b>5</b>  |
| 2.1. Kesir Dereceli Matematik .....                                                 | 5         |
| 2.1.1. Kesir dereceli matematiğin tarihi .....                                      | 5         |
| 2.1.2. Temel tanımlamalar.....                                                      | 6         |
| 2.1.3. Kesir dereceli ifadelerin çözümü için numerik yöntemler .....                | 11        |
| 2.2. Kesir Dereceli Sistemler.....                                                  | 14        |
| 2.2.1. Kesir dereceli doğrusal zamanla değişmeyen sistemler .....                   | 14        |
| 2.2.2. Kesir dereceli doğrusal olmayan sistemler.....                               | 17        |
| 2.3. Kesir Dereceli Denetleyici Yapıları .....                                      | 17        |
| <b>3. MATERYAL VE YÖNTEM.....</b>                                                   | <b>19</b> |
| 3.1. Materyal .....                                                                 | 19        |
| 3.2. Yöntem .....                                                                   | 19        |
| <b>4. KESİR DERECELİ DİFERANSİYELİN DOĞRUSAL OLMAYAN KONTROL UYGULAMALARI .....</b> | <b>20</b> |
| 4.1. Kesir Dereceli Kayan Kipli Denetleyici Tasarımı .....                          | 20        |
| 4.1.1. Doğrusal Zamanla Değişmeyen Sistemler için KD-KKD Tasarımı .....             | 27        |
| 4.1.2. Kararsız zaman gecikmeli sistemler için KD-KKD tasarımı .....                | 36        |
| 4.1.3. Çift rotorlu model helikopterin KD-KKD ile kontrolü .....                    | 53        |

|           |                                                                         |            |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------|------------|
| 4.2.      | Kesir Dereceli Model Referans Uyarlamalı Denetleyici.....               | 70         |
| 4.2.1.    | Kesir dereceli MRUD tasarımı.....                                       | 74         |
| 4.2.2.    | KD-MRUD ile görüntü işleme destekli nesne takip uygulaması.....         | 78         |
| 4.2.3.    | Çift rotorlu model helikopterin KD-MRUD ile kontrolü.....               | 84         |
| 4.3.      | Kesir Dereceli Röle Geri Beslemeli Sistemlerde Limit Çevrim Analizi .   | 101        |
| 4.3.1.    | Genel bakış .....                                                       | 101        |
| 4.3.2.    | Tanım fonksiyonu yöntemi .....                                          | 102        |
| 4.3.3.    | Tsypkin ve A-fonksiyon yöntemi .....                                    | 106        |
| 4.3.4.    | Benzetim çalışmaları .....                                              | 110        |
| <b>5.</b> | <b>KESİR DERECELİ DİFERANSİYELİN SİNYAL İŞLEME</b>                      |            |
|           | <b>TEKNİKLERİNDEKİ UYGULAMALARI .....</b>                               | <b>133</b> |
| 5.1.      | Genel Bakış .....                                                       | 133        |
| 5.2.      | Kesir Dereceli Sistemlerde Periyodik Kiplerin İncelenmesi.....          | 133        |
| 5.3.      | Sigma-Delta Modülatörlerde Kesir Kereceli İntegratörün Etkisi.....      | 139        |
| 5.4.      | Kesir Dereceli Filtrelerin Gömülü Programlamayla Uygulanması.....       | 150        |
| 5.5.      | Medikal İşaretlerin Analizinde Kesir Dereceli Yapıların Kullanılması... | 159        |
| 5.5.1.    | Obstrüktif uyku apnesinin periodogram yöntemi ile kestirimi .....       | 159        |
| 5.5.2.    | Obstrüktif uyku apnesinin kesir dereceli filtre ile kestirimi.....      | 168        |
| <b>6.</b> | <b>TARTIŞMA VE SONUÇ.....</b>                                           | <b>174</b> |
| 6.1.      | Tez Çalışmasının Sonuçları.....                                         | 174        |
| 6.2.      | Tez Çalışmasından Üretilen Bilimsel Yayınlar.....                       | 176        |
| 6.2.1.    | SCI ve SCI-E kapsamındaki uluslararası hakemli dergi yayınları .....    | 176        |
| 6.2.2.    | Diğer uluslararası hakemli dergi yayınları .....                        | 176        |
| 6.2.3.    | Ulusal hakemli dergi yayınları .....                                    | 176        |
| 6.2.4.    | Uluslararası konferans ve sempozyumlarda sunulan tebliğler .....        | 176        |
| 6.2.5.    | Ulusal konferans ve sempozyumlarda sunulan tebliğler .....              | 177        |
| 6.2.6.    | Yurtiçi bilimsel projeler .....                                         | 178        |
| <b>7.</b> | <b>KAYNAKLAR .....</b>                                                  | <b>179</b> |

|                                                                            |            |
|----------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>8. EKLER.....</b>                                                       | <b>192</b> |
| EK 1. Çift katlı integratör sistemine ait KD-KKD MATLAB/Simulink modeli.   | 192        |
| EK 2. Zaman gecikmeli sisteme ait KD-KKD MATLAB/Simulink modeli .....      | 193        |
| EK 3. Model helikoptere ait KD-KKD MATLAB/Simulink modeli .....            | 196        |
| EK 4. Görüntü işleme uygulamasına ait MATLAB/ Simulink modeli.....         | 199        |
| EK 5. Model helikoptere ait KD-MRUD MATLAB/ Simulink modeli .....          | 201        |
| EK 6. ASDM'ün MATLAB/Simulink modeli.....                                  | 202        |
| EK 7. Kesir dereceli sayısal filtreye ait MATLAB/Simulink modeli.....      | 203        |
| EK 8. Apne teşhisi için kullanılan periodogram yöntemi kod parçası.....    | 205        |
| EK 9. Apne teşhisi için kullanılan kesir dereceli filtre kod parçası ..... | 207        |
| <b>ÖZGEÇMİŞ.....</b>                                                       | <b>210</b> |

## ŞEKİLLER DİZİNİ

|             |                                                                                                                                            |    |
|-------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Şekil 4.1.  | Negatif geribeslemeli kontrol döngüsü .....                                                                                                | 21 |
| Şekil 4.2.  | Anahtarlama fonksiyonları .....                                                                                                            | 24 |
| Şekil 4.3.  | Önerilen KD-KKD yapısının blok diyagramı .....                                                                                             | 27 |
| Şekil 4.4.  | GKKD ve KD-KKD'ye ait faz düzlemleri .....                                                                                                 | 34 |
| Şekil 4.5.  | GKKD ve KD-KKD'ye ait sistem çıkışları .....                                                                                               | 34 |
| Şekil 4.6.  | GKKD ve KD-KKD'ye ait kayma yüzeyleri .....                                                                                                | 35 |
| Şekil 4.7.  | GKKD ve KD-KKD'ye ait kontrol işaretleri .....                                                                                             | 35 |
| Şekil 4.8.  | Ölü zaman .....                                                                                                                            | 36 |
| Şekil 4.9.  | Farklı yaklaşım dereceleri için birim basamak cevapları .....                                                                              | 38 |
| Şekil 4.10. | Eşitlik 4.63 ile verilen sistemin açık çevrim birim basamak cevabı .....                                                                   | 39 |
| Şekil 4.11. | GKKD için faz düzlemi ve kayma yüzeyi .....                                                                                                | 41 |
| Şekil 4.12. | GKKD için kayma yüzeyinin zaman göre değişimi .....                                                                                        | 41 |
| Şekil 4.13. | GKKD için durum değişkenleri .....                                                                                                         | 42 |
| Şekil 4.14. | GKKD için sistem çıkışı .....                                                                                                              | 42 |
| Şekil 4.15. | GKKD için kontrol işareti .....                                                                                                            | 42 |
| Şekil 4.16. | GKKD ve KD-KKD için sistem çıkışı ve bozucu giriş .....                                                                                    | 43 |
| Şekil 4.17. | GKKD ve KD-KKD için kayma yüzeyi .....                                                                                                     | 43 |
| Şekil 4.18. | GKKD ve KD-KKD için durum değişkenleri .....                                                                                               | 44 |
| Şekil 4.19. | GKKD ve KD-KKD için kontrol işaretleri .....                                                                                               | 44 |
| Şekil 4.20. | Birim basamak cevapları a) $\alpha_0$ b) $\alpha_1$ c) $\beta_0$ .....                                                                     | 46 |
| Şekil 4.21. | a) $\alpha_0 = -0.41, \alpha_1 = -0.4, \beta_0 = 0.2$ için birim basamak cevapları .....                                                   | 47 |
| Şekil 4.22. | Bozucu durumunda sistemin birim basamak cevabı ( $\alpha_0 = -0.41, \alpha_1 = -0.4, \beta_0 = 0.2$ ) .....                                | 47 |
| Şekil 4.23. | Birim basamak cevapları a) $\alpha_0$ b) $\alpha_1$ c) $\alpha_2$ d) $\beta_0$ e) $\beta_1$ .....                                          | 49 |
| Şekil 4.24. | Bozucu durumu için sistemin birim basamak cevabı ( $\alpha_0 = -0.01, \alpha_1 = 0, \alpha_2 = 0.04, \beta_0 = 0.7, \beta_1 = 0.6$ ) ..... | 50 |
| Şekil 4.25. | Birim basamak cevapları a) $\alpha_0$ b) $\alpha_1$ c) $\alpha_2$ d) $\alpha_3$ e) $\beta_0$ f) $\beta_1$ g) $\beta_2$ .....               | 52 |

|             |                                                                                                                                                                                                        |    |
|-------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Şekil 4.26. | Bozucu durumu için sistemin birim basamak cevabı<br>( $\alpha_0 = -0.01$ , $\alpha_1 = -0.02$ , $\alpha_2 = -0.1$ , $\alpha_3 = -0.5$ , $\beta_0 = 0.8$ ,<br>$\beta_1 = 0.8$ , $\beta_2 = 0.1$ ) ..... | 52 |
| Şekil 4.27. | ÇGÇS uçuş sistemine ait deney düzeneği .....                                                                                                                                                           | 55 |
| Şekil 4.28. | Denetlenen sistemin blok şeması .....                                                                                                                                                                  | 59 |
| Şekil 4.29. | Bozucu etkinin olmadığı durum için eğim açısı cevabı .....                                                                                                                                             | 60 |
| Şekil 4.30. | Değişken basamak girdileri için eğim açısı cevabı .....                                                                                                                                                | 61 |
| Şekil 4.31. | Bozucu etkinin olduğu durum için eğim açısı cevabı .....                                                                                                                                               | 61 |
| Şekil 4.32. | Bozucu etkinin olmadığı durum için sapma açısı cevabı .....                                                                                                                                            | 61 |
| Şekil 4.33. | Değişken basamak girdileri için sapma açısı cevabı .....                                                                                                                                               | 61 |
| Şekil 4.34. | Bozucu etkinin olduğu durum için sapma açısı cevabı .....                                                                                                                                              | 62 |
| Şekil 4.35. | Önerilen KD-KKD yapısının blok diyagramı .....                                                                                                                                                         | 63 |
| Şekil 4.36. | KD-KKD kapalı çevrim sistemin blok diyagramı .....                                                                                                                                                     | 64 |
| Şekil 4.37. | Farklı $\alpha$ değerleri için eğim açısı değişimi (Benzetim) .....                                                                                                                                    | 65 |
| Şekil 4.38. | Farklı $\alpha$ değerleri için eğim açısı değişimi (Uygulama) .....                                                                                                                                    | 65 |
| Şekil 4.39. | Farklı $\beta$ değerleri için eğim açısı değişimi (Benzetim) .....                                                                                                                                     | 66 |
| Şekil 4.40. | Farklı $\beta$ değerleri için eğim açısı değişimi (Uygulama) .....                                                                                                                                     | 66 |
| Şekil 4.41. | Farklı $\alpha$ ve $\beta$ değerleri için eğim açısı değişimi (Benzetim) ..                                                                                                                            | 66 |
| Şekil 4.42. | Farklı $\alpha$ ve $\beta$ değerleri için eğim açısı değişimi (Uygulama) ..                                                                                                                            | 67 |
| Şekil 4.43. | Farklı $\alpha$ değerleri için sapma açısı değişimi (Benzetim) .....                                                                                                                                   | 68 |
| Şekil 4.44. | Farklı $\alpha$ değerleri için sapma açısı değişimi (Uygulama) .....                                                                                                                                   | 68 |
| Şekil 4.45. | Farklı $\beta$ değerleri için sapma açısı değişimi (Benzetim) .....                                                                                                                                    | 68 |
| Şekil 4.46. | Farklı $\beta$ değerleri için sapma açısı değişimi (Uygulama) .....                                                                                                                                    | 69 |
| Şekil 4.47. | Farklı $\alpha$ ve $\beta$ değerleri için sapma açısı değişimi (Benzetim)                                                                                                                              | 69 |
| Şekil 4.48. | Farklı $\alpha$ ve $\beta$ değerleri için sapma açısı değişimi<br>(Uygulama) .....                                                                                                                     | 69 |
| Şekil 4.49. | MRUD sisteminin blok şeması .....                                                                                                                                                                      | 71 |
| Şekil 4.50. | Önerilen kesir dereceli uyarılama kuralı .....                                                                                                                                                         | 75 |
| Şekil 4.51. | Tank modelinin blok diyagramı .....                                                                                                                                                                    | 76 |
| Şekil 4.52. | Farklı $\alpha$ değerlerine göre sıvı seviye değişimleri .....                                                                                                                                         | 77 |
| Şekil 4.53. | Bozucu giriş ve farklı $\alpha$ değerleri için $\theta$ 'nın değişimi .....                                                                                                                            | 77 |
| Şekil 4.54. | Hata değişim grafiği .....                                                                                                                                                                             | 77 |

|             |                                                                                                                                                              |    |
|-------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Şekil 4.55. | Farklı $\alpha$ değerleri için ITAE grafiği .....                                                                                                            | 77 |
| Şekil 4.56. | Şekil 4.49'daki denetleyici bloğu içyapısı .....                                                                                                             | 79 |
| Şekil 4.57. | Nesne takip uygulaması işlem basamakları .....                                                                                                               | 80 |
| Şekil 4.58. | Görüntü işleme sistemine ait blok diyagram .....                                                                                                             | 82 |
| Şekil 4.59. | Kamera bilgisinin ölçeklemesi .....                                                                                                                          | 82 |
| Şekil 4.60. | $\alpha = 1$ ve farklı uyarlama katsayıları için sistem çıkışı .....                                                                                         | 83 |
| Şekil 4.61. | $\gamma = -0.0002$ ve farklı integratör dereceleri için sistem çıkışı ...                                                                                    | 83 |
| Şekil 4.62. | $\gamma = -0.0002$ ve farklı integratör dereceleri için $\theta$ 'nın değişimi                                                                               | 84 |
| Şekil 4.63. | $\gamma = -0.0002$ ve $\alpha = 1$ için sistem çıkışı .....                                                                                                  | 84 |
| Şekil 4.64. | Sistem tanılamada kullanılan giriş işareti .....                                                                                                             | 86 |
| Şekil 4.65. | Kestirilen model ve gerçek sistem çıkışları .....                                                                                                            | 86 |
| Şekil 4.66. | İleri ve geri beslemeli MRUD yapısı .....                                                                                                                    | 88 |
| Şekil 4.67. | İç kontrol döngüsünün olmadığı durum için sistem cevapları ...                                                                                               | 89 |
| Şekil 4.68. | PID denetleyici varlığında sistem cevapları .....                                                                                                            | 89 |
| Şekil 4.69. | PID denetleyici varlığında $\theta_1$ ve $\theta_2$ değişimleri .....                                                                                        | 89 |
| Şekil 4.70. | a) Parçalı doğrusal ölü zaman fonksiyonu b) Adaptasyon sürecinin durum değişimleri .....                                                                     | 90 |
| Şekil 4.71. | ÇGÇS kontrol için önerilen KD-MRUD yapısı .....                                                                                                              | 92 |
| Şekil 4.72. | ÇGÇS'in eğim açısı cevapları (Benzetim) a) $\alpha = 1.0$ b) $\alpha = 1.55$ .....                                                                           | 93 |
| Şekil 4.73. | a) $\alpha = 1.0$ ve $\alpha = 1.55$ için $\theta_1$ 'in zamansal değişimi b) $\alpha = 1.0$ ve $\alpha = 1.55$ için $\theta_2$ 'nin zamansal değişimi ..... | 94 |
| Şekil 4.74. | Ölü zaman fonksiyonu için tam sayı ve kesirli durumların hata değişimleri (Benzetim) .....                                                                   | 94 |
| Şekil 4.75. | a) Ölü zaman ve normal durum için basamak cevapları b) Hata değişimleri .....                                                                                | 95 |
| Şekil 4.76. | Ölü zaman ve normal durum için $\theta_1$ ve $\theta_2$ değişimleri .....                                                                                    | 95 |
| Şekil 4.77. | a) Bozucu giriş durumunda sistem çıkışı ve bozucu işaret değişimi b) $\theta_1$ ve $\theta_2$ değişimi c) Hata değişimi .....                                | 96 |
| Şekil 4.78. | ÇGÇS'in eğim açısı cevapları (Uygulama) a) $\alpha = 1.0$ b) $\alpha = 1.3$ .....                                                                            | 97 |

|              |                                                                                                                                                            |     |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Şekil 4.79.  | a) $\alpha = 1.0$ ve $\alpha = 1.3$ için $\theta_1$ 'in zamansal değişimi b) $\alpha = 1.0$ ve $\alpha = 1.3$ için $\theta_2$ 'nin zamansal değişimi ..... | 98  |
| Şekil 4.80.  | Ölü zaman fonksiyonu için tam sayı ve kesirli durumların hata değişimleri (Uygulama) .....                                                                 | 98  |
| Şekil 4.81.  | Yarım dalga sinüs girişi için sistem çıkışları, $\alpha = 1.0$ .....                                                                                       | 99  |
| Şekil 4.82.  | Yarım dalga sinüs girişi için $\theta_1$ ve $\theta_2$ değişimleri, $\alpha = 1.0$ .....                                                                   | 99  |
| Şekil 4.83.  | Yarım dalga sinüs girişi için hata sinyalleri, $\alpha = 1.0$ .....                                                                                        | 100 |
| Şekil 4.84.  | Doğrusal olmayan geri beslemeli sistem .....                                                                                                               | 102 |
| Şekil 4.85.  | İdeal röleye ait diyagram .....                                                                                                                            | 103 |
| Şekil 4.86.  | Histerisiz röleye ait diyagram .....                                                                                                                       | 104 |
| Şekil 4.87.  | Ölü bölgeli röleye ait diyagram .....                                                                                                                      | 104 |
| Şekil 4.88.  | Tasarlanan arayüz programı .....                                                                                                                           | 104 |
| Şekil 4.89.  | $G_1(j\omega)$ 'ya ait Nyquist diyagramı ve $C(a)$ çizimi .....                                                                                            | 105 |
| Şekil 4.90.  | $G_1(j\omega)$ ve ideal röleye ait zaman cevabı .....                                                                                                      | 106 |
| Şekil 4.91.  | Eşitlik 4.183 ile verilen sistem için $A$ -Eğrileri ( $h/\Delta = 2$ ) .....                                                                               | 110 |
| Şekil 4.92.  | $G_2(j\omega)$ 'nın $A$ -Eğrisi ve Nyquist çizimi .....                                                                                                    | 111 |
| Şekil 4.93.  | $G_2(j\omega)$ ve ideal rölenin zaman domenı cevabı ( $\omega = 2.88 \text{ rad/sn}$ ) .....                                                               | 111 |
| Şekil 4.94.  | $G_2(j\omega)$ ve ideal röle için farklı $n$ değerlerindeki $A$ -Eğrileri ....                                                                             | 112 |
| Şekil 4.95.  | $G_{3i}(j\omega)$ 'nın $A$ -Eğrisi ve Nyquist diyagramı .....                                                                                              | 113 |
| Şekil 4.96.  | $G_{3f}(j\omega)$ 'nın $A$ -Eğrisi ve Nyquist diyagramı .....                                                                                              | 113 |
| Şekil 4.97.  | $G_4(j\omega)$ 'nın $A$ -Eğrisi ve $C(a)$ çizimi .....                                                                                                     | 114 |
| Şekil 4.98.  | $G_4(j\omega)$ ve röle çıkışları a) Ölü bölgeli röle b) Histerisizli röle .....                                                                            | 115 |
| Şekil 4.99.  | Ölü bölgeli röle tipini barındıran geribeslemeli sistem .....                                                                                              | 115 |
| Şekil 4.100. | Ölü bölgeli rölenin $h = \pi$ için grafiksel gösterimi .....                                                                                               | 116 |
| Şekil 4.101. | Ölü bölgeli röle için $G_5(j\omega)$ ve $C(a)$ 'nın Nyquist eğrileri .....                                                                                 | 117 |
| Şekil 4.102. | $K=0.49$ ve $0.55$ için Eşitlik 4.190'da verilen sistemin zaman cevapları .....                                                                            | 118 |
| Şekil 4.103. | $K = 1$ için $G_6(j\omega)$ ve $C(a)$ 'ya ait Nyquist eğrisi .....                                                                                         | 118 |

|              |                                                                                                                                 |     |
|--------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Şekil 4.104. | $K = 1$ için $G_6(j\omega)$ ve $C(a)$ 'ya ait Tsypkin Eğrisi .....                                                              | 119 |
| Şekil 4.105. | $G_6(j\omega)$ ve ölü bölgesi röle çıkışı .....                                                                                 | 119 |
| Şekil 4.106. | $K=1$ için grafiksel $A$ -fonksiyon çözümü .....                                                                                | 120 |
| Şekil 4.107. | $G_6(j\omega)$ ve $K=1$ için $\Delta \text{Im } A_G^o(0, -\omega\Delta t)$ ve $\Delta \text{Im } A_G^o(0, \omega\Delta t)$ .... | 121 |
| Şekil 4.108. | $K=0.571$ ve $1$ değerleri için kapalı çevrim sistem cevapları .....                                                            | 122 |
| Şekil 4.109. | $G_7(j\omega)$ ve $K=1$ için $\Delta \text{Im } A_G^o(0, -\omega\Delta t)$ ve $\Delta \text{Im } A_G^o(0, \omega\Delta t)$ .... | 124 |
| Şekil 4.110. | $K=0.359$ ve $1$ değerleri için kapalı çevrim sistem cevapları .....                                                            | 125 |
| Şekil 4.111. | $A$ -Eğrisi için grafiksel çözüm ( $K=1$ ) .....                                                                                | 126 |
| Şekil 4.112. | Çizelge 4.14'e göre elde edilen $(\Delta t, \omega)$ eğrileri .....                                                             | 128 |
| Şekil 4.113. | $K=1$ için $G_5(j\omega)$ ve Ölü bölgesi röle çıkışları .....                                                                   | 129 |
| Şekil 4.114. | $\alpha = 1.2$ ve $\alpha = 0.779$ için $G_\alpha(j\omega)$ eğrileri .....                                                      | 130 |
| Şekil 4.115. | $G_\alpha(j\omega)$ 'nın farklı $\alpha$ değerleri için elde edilen Nyquist çizimleri .....                                     | 131 |
| Şekil 5.1.   | Doğrusal kuantalama .....                                                                                                       | 134 |
| Şekil 5.2.   | Kesir dereceli integratör ve ölü bölgesi röle .....                                                                             | 135 |
| Şekil 5.3.   | $\alpha$ 'ya göre değişen tanım fonksiyonu ve Limit Çevrim frekansı .....                                                       | 136 |
| Şekil 5.4.   | Farklı $\alpha$ değerleri için $G(j\omega)$ 'ya ait Nyquist Eğrisi.....                                                         | 136 |
| Şekil 5.5.   | Farklı $\alpha$ değerleri için çıkış şekilleri .....                                                                            | 137 |
| Şekil 5.6.   | Kararlı Limit Çevrim noktası .....                                                                                              | 138 |
| Şekil 5.7.   | Kesir dereceli ASDM'nin blok diyagramı .....                                                                                    | 141 |
| Şekil 5.8.   | ASDM'ye ait sinyallerin zaman tabanı değişimleri .....                                                                          | 142 |
| Şekil 5.9.   | ASDM'ün blok diyagramı .....                                                                                                    | 144 |
| Şekil 5.10.  | Sinüsoidal giriş için ASDM ve integratör çıkış dalga şekilleri ..                                                               | 146 |
| Şekil 5.11.  | $\alpha = 0.5$ için gerçek sinyal, ASDM çıkışı ve hata sinyali .....                                                            | 146 |
| Şekil 5.12.  | Farklı frekans ve $\alpha$ değerleri için hesaplanan IAE .....                                                                  | 146 |
| Şekil 5.13.  | Düşük ve yüksek $\alpha$ değerlerinde ASDM'ün çıkış dalga şekilleri .....                                                       | 146 |
| Şekil 5.14.  | $f = 80 \text{ Hz}$ ve $f = 100 \text{ Hz}$ 'de farklı $\alpha$ değerleri için SNR .....                                        | 147 |
| Şekil 5.15.  | $f = 80 \text{ Hz}$ ve $f = 100 \text{ Hz}$ 'de farklı $\alpha$ değerleri için SINAD ...                                        | 147 |
| Şekil 5.16.  | $f = 80 \text{ Hz}$ 'de farklı $\alpha$ değerleri için ASDM çıkış .....                                                         | 148 |

|             |                                                                                    |     |
|-------------|------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Şekil 5.17. | $x(t) = 0.8$ için elde edilen ASDM çıkışı ( $h = 1, \Delta = 0.8, K = 3$ ) .....   | 148 |
| Şekil 5.18. | 16 bitlik 16 KHz ses sinyali “Hello” .....                                         | 149 |
| Şekil 5.19. | $\alpha = 0.5$ için gerçek sinyal, ASDM çıkışı ve hata sinyali .....               | 150 |
| Şekil 5.20. | Farklı $\alpha$ değerleri için ASDM çıkışı $\{0.5, 1.0, 1.2\}$ .....               | 150 |
| Şekil 5.21. | Gömülü filtre sisteminin genel yapısı .....                                        | 154 |
| Şekil 5.22. | Sinyal akış sürecine ait blok diyagram .....                                       | 154 |
| Şekil 5.23. | IIR filtre yapısının 1. derece kanonik formu .....                                 | 155 |
| Şekil 5.24. | İleri ve geri besleme tampon dizilerinin satırsal gösterimi .....                  | 155 |
| Şekil 5.25. | CFE yöntemiyle elde edilen filtre çıkışları a) Gürültüsüz b) Gürültülü .....       | 157 |
| Şekil 5.26. | Oustaloup yöntemiyle elde edilen filtre çıkışları a) Gürültüsüz b) Gürültülü ..... | 157 |
| Şekil 5.27. | Sayısal filtrelerin kutup-sıfır dağılımı a) CFE b) Oustaloup .....                 | 158 |
| Şekil 5.28. | OSA öncesindeki EKG sinyalleri .....                                               | 161 |
| Şekil 5.29. | OSA anındaki EKG sinyalleri .....                                                  | 161 |
| Şekil 5.30. | a) Gürültülü ve filtrelenmiş EKG sinyali b) Ayrıntılı grafik .....                 | 166 |
| Şekil 5.31. | Tespit edilen R tepeleri .....                                                     | 167 |
| Şekil 5.32. | Kalp hızı değişim grafiği .....                                                    | 167 |
| Şekil 5.33. | R tepelerinin güç spektral yoğunluğu grafiği .....                                 | 167 |
| Şekil 5.34. | EKG’ye ait enerji sinyalleri a) Normal b) OSA .....                                | 168 |
| Şekil 5.35. | EKG’ye ait enerji sinyalinin frekans spektrumu .....                               | 169 |
| Şekil 5.36. | Sürekli zamanlı alçak geçiren filtrenin genlik ve faz cevabı .....                 | 170 |
| Şekil 5.37. | OSA kestirim yapısının blok diyagramı .....                                        | 171 |
| Şekil 5.38. | Farklı filtre dereceleri için çıkış sinyali (Normal-OSA-Normal) .....              | 172 |
| Şekil 5.39. | a) $\alpha = 1.3$ için filter çıkışı $y(t)$ b) Eşikleyici çıkışı .....             | 173 |

## ÇİZELGELER DİZİNİ

|               |                                                                                                                     |     |
|---------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Çizelge 4.1.  | Kontrol kuralında kullanılan kesir dereceler .....                                                                  | 53  |
| Çizelge 4.2.  | GKKD ve KD-KKD için IAE değerleri .....                                                                             | 53  |
| Çizelge 4.3.  | ÇGÇS Parametreleri .....                                                                                            | 57  |
| Çizelge 4.4.  | ITAE Başarım Değerleri .....                                                                                        | 78  |
| Çizelge 4.5.  | DA servo motor parametreleri .....                                                                                  | 81  |
| Çizelge 4.6.  | Eşitlik 4.183 ile verilen sistemin farklı $n$ değerleri için<br>Limit Çevrim frekansları, $h/\Delta = 2$ .....      | 110 |
| Çizelge 4.7   | Farklı $n$ değerleri için Limit Çevrim frekansları ( $N(a)$ ideal<br>röle) .....                                    | 112 |
| Çizelge 4.8.  | $G_6(j\omega)$ ve $K=1$ için Limit Çevrim frekans değerleri .....                                                   | 121 |
| Çizelge 4.9.  | $G_6(j\omega)$ için farklı $K$ değerlerindeki $\omega$ ve $\Delta t$ değerleri .....                                | 122 |
| Çizelge 4.10. | $G_6(j\omega)$ için farklı yöntemlerle elde edilen $\omega$ ve $\theta$<br>değerleri .....                          | 123 |
| Çizelge 4.11. | $G_7(j\omega)$ ve $K=1$ için Limit Çevrim frekans değerleri .....                                                   | 124 |
| Çizelge 4.12. | $G_7(j\omega)$ için farklı $K$ değerlerindeki $\omega$ ve $\Delta t$ değerleri .....                                | 125 |
| Çizelge 4.13. | $G_7(j\omega)$ için farklı yöntemlerle elde edilen $\omega$ ve $\theta$<br>değerleri .....                          | 126 |
| Çizelge 4.14. | $K=1$ için elde edilen $\omega$ ve $\Delta t$ değerleri .....                                                       | 127 |
| Çizelge 4.15. | Farklı $K$ değerleri için $\omega$ , $\Delta t$ ve $\theta = \omega \Delta t$ değerleri .....                       | 128 |
| Çizelge 4.16. | $G_5(j\omega)$ için farklı yöntemlerle elde edilen $\omega$ ve<br>$\theta$ değerleri .....                          | 129 |
| Çizelge 4.17. | Kesir derecesine bağlı olarak elde edilen<br>$\arg G(j\omega) = -180^\circ$ 'deki frekans ve genlik değerleri ..... | 131 |
| Çizelge 5.1.  | Tanım Fonksiyonu ve benzetim sonuçları .....                                                                        | 138 |
| Çizelge 5.2.  | Farklı $\alpha$ değerleri için IAE, SNR and SINAD değerleri .....                                                   | 147 |
| Çizelge 5.3.  | Farklı $\alpha$ değerleri ve örnekleme oranları için IAE .....                                                      | 149 |
| Çizelge 5.4.  | Uzman değerlendirmesine göre elde edilen veriler [153] .....                                                        | 167 |
| Çizelge 5.5.  | Normal durum için $\sigma_n$ , OSA için $\sigma_a$ ve<br>$R_E = E[y_n(t)] / E[y_a(t)]$ değerleri .....              | 173 |

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

|          |                                                      |
|----------|------------------------------------------------------|
| $\Gamma$ | Euler Gamma fonksiyonu                               |
| GL       | Grünwald-Letnikov                                    |
| RL       | Riemann-Liouville                                    |
| $D$      | Türev operatörü                                      |
| GSA      | Güç Serisi Açılımı                                   |
| FIR      | Finite Impulse Response                              |
| SKA      | Sürekli Kesirli Açılım                               |
| IIR      | Infinite Impulse Response                            |
| PID      | Proportional Integral Derivative                     |
| $sgn$    | Signum                                               |
| $S(t)$   | Kayma yüzeyi                                         |
| $V(S)$   | Lyapunov fonksiyonu                                  |
| $sat$    | Saturation                                           |
| KKD      | Kayan Kipli Denetleyici                              |
| GKKD     | Geleneksel Kayan Kipli Denetleyici                   |
| KD-KKD   | Kesir Dereceli Kayan Kipli Denetleyici               |
| DZD      | Doğrusal Zamanla Değişmeyen                          |
| KZGS     | Kararsız zaman gecikmeli sistemlere                  |
| IAE      | Integral Absolute Error                              |
| ÇGÇS     | Çok Girişli-Çok Çıkışlı Sistem                       |
| DA       | Doğru Akım                                           |
| CFE      | Continued Fraction Expansion                         |
| MRUD     | Model Referans Uyarlamalı Denetleyici                |
| KD-MRUD  | Kesir Dereceli Model Referans Uyarlamalı Denetleyici |
| MIT      | Massachusetts Institute of Technology                |
| PD       | Proportional Derivative                              |
| ITAE     | Integral of Time-Weighted Absolute Error             |
| FPGA     | Field Programmable Gate Array                        |
| PWM      | Pulse Width Modulation                               |
| TRMS     | Twin Rotor MIMO System                               |
| $N(a)$   | Tanım Fonksiyonu                                     |

|                   |                                      |
|-------------------|--------------------------------------|
| TF                | Tanım Fonksiyonu                     |
| $A^\circ$         | A-Eğrisi                             |
| $\Lambda(\omega)$ | Tsytkin eğrisi                       |
| Re                | Reel                                 |
| Im                | İmajiner                             |
| SDM               | Sigma-Delta Modulatör                |
| KDİ               | Kesir Dereceli İntegratör            |
| ASDM              | Asenkron Sigma-Delta Modulatör       |
| DYM               | Darbe Yoğunluk Modülasyonu           |
| SINAD             | Signal to Noise and Distortion Ratio |
| SNR               | Signal to Noise Ratio                |
| CFE               | Continued Fraction Expansion         |
| AWGN              | Additive White Gaussian Noise        |
| OSA               | Obstructive Sleep Apnea              |
| KAHD              | Kalp Atım Hızı Değişimi              |
| EKG               | Elektrokardiyogram                   |
| EMG               | Elektromiyografi                     |
| EOG               | Elektrookulografi                    |
| EEG               | Elektroensefalografi                 |
| TEO               | Teager Enerji Operatörü              |

## 1. GİRİŞ

Sistemler, bir girişe (girişlere) karşı bir çıkış (çıkışlar) sinyali üreten fiziksel bir sürecin matematiksel modelleri olarak tanımlanmaktadır. Sistemlerin girdileri ve çıktıları arasındaki ilişki, sistemi oluşturan yapıların birbirleriyle veya dış ortamla etkileşimlerini açıklayan fizik kanunları kullanılarak tanımlanır. Böylece sistemlerin zamana bağlı davranışlarını veren matematiksel denklemler elde edilir. Sistem modellemede kullanılan ve mühendislik uygulamalarında önem arz eden integro-diferansiyel denklemler, bu ifadelerin temelini oluşturmaktadır.

Mühendislik ve fiziksel bilimlerde önemli yeri olan diferansiyel denklemler; sistem modelleme, zamana bağlı olarak değişen olayları anlama, bir sistemdeki değişkenlerin değişimini inceleyerek problem çözme olanağı sağlamaktadır. Cebirsel denklemler, bir küme üzerinde tanımlı bir fonksiyonda, içerdiği değişkenle ilgili toplama, çıkarma, çarpma ve bölme gibi işlemlerin yanı sıra kök alma işlemini de barındırmaktadır. Diferansiyel denklemler ise fonksiyonun türevlerini içerdiği için cebirsel denklemlerden ayrılmaktadır. Bu nedenle diferansiyel denklemler, bir ya da daha fazla fonksiyonun türevlerini içeren denklemler olarak tanımlanmaktadır. İlk olarak Leibniz tarafından 1676 yılında kullanılan bu kavram, bir takım fonksiyonlar ile bunların türevleri arasındaki ilişkiyi temsil eder. Doğadaki fiziksel prensip ve kanunlar için matematiksel açıklamalar sağlayan diferansiyel denklemler; değişkenlerin sonsuz küçüklükte alınarak, değişim hızlarını türevlerle ifade etmek şartıyla elde edilir. Bu noktada, türevin ve türevin tersi olarak adlandırılan integralin önemi ortaya çıkmaktadır. Diferansiyel denklemlerle ifade edilen matematiksel modeller; tıp, fizik, ekonomi, mühendislik ve daha sayamadığımız birçok alanda yaygın olarak kullanılmaktadır. Yüzyıllar öncesine dayanan türevsel hesaplama yöntemleri, günümüz teknolojisiyle birleşerek insanlığa yol gösterici olmuştur.

Geleneksel matematiğin yapı taşlarından olan diferansiyel denklemler, dereceleri tamsayı olan fonksiyon türevleri ve bu türevlerin birbiriyle olan ilişkileriyle ifade edilmektedir. Günümüzde adından sıkça bahsettiren kesir dereceli matematik ise, dereceleri keyfi seçilmiş gerçel sayılar olabilen integro-diferansiyel denklemlerle ifade edilmektedir. Karmaşık hesaplama teknikleri gerektiren kesir dereceli integro-diferansiyel eşitlikler, doğrusal veya doğrusal olmayan çoğu gerçek sistemin modellenmesinde yaygın bir şekilde

kullanılmaktadır. Bilgisayarlı hesaplama yöntemlerinin gelişmesiyle birlikte, uzun yıllar yabancı kalınan kesir dereceli türev ve integral uygulamaları; kimya, biyomedikal, kontrol teorisi, elektronik, sinyal işleme gibi mühendisliğin birçok alanında ilgi çeken konular arasına girmiştir. Kesir dereceli integro-diferansiyel ifadelerin sistemleri daha iyi modellediği düşüncesi, denetleyici ve sistem tasarımına da yeni bir bakış açısı getirmiştir.

300 yıldan fazla bir geçmişe sahip olan kesir dereceli matematik fikri, ilk kez 1695 yılında “*yarım dereceli türevin*” bahsedildiği Leibniz ve L’Hopital arasındaki yazışmalarda ortaya çıkmıştır. Sonraki süreçte, Bernoulli, Lagrange, Laplace, Lacroix, Fourier, Abel, Liouville, Grünwald, Riemann ve Letnikov gibi kendi dönemlerinde matematik ve fizik alanlarında söz sahibi olan bilim adamları, kesirli türev ve integral ifadelerini içeren birçok çalışmaya imza atmışlardır [1].

1960’lı yıllardan günümüze kadar olan süreçte de kesir dereceli matematiğin daha iyi anlaşılmasıyla birlikte, çoğu bilimsel alandaki uygulamalar giderek artmıştır. Örneğin, Parada ve arkadaşları difüzyonla ilgili çalışmalarında kesir dereceli hesaplama yöntemlerini kullanmışlardır [2]. Diğer bir çalışmada ise Torvik ve Bagley, viskoelastik materyallerin modellenmesinde kesir dereceli matematikten yararlanmışlardır [3]. Öte yandan kontrol sistemleri açısından kesir dereceli yapıların kullanıldığı ilk çalışmalardan olan büyük kütleli parçaların pozisyon kontrolü için denetleyici tasarımı, Tustin ve arkadaşları tarafından yapılmıştır [4]. 1960 yılında Manabe, kesir dereceli integral işlemlerinin, denetleyici sistemleri üzerinde uygulanmasını içeren bir çalışma sunmuştur [5]. Bu çalışmalarla birlikte kesir dereceli sistem modelleme ve denetleyici tasarımını içeren birçok çalışma giderek yaygınlaşmıştır [6-9]. Teorik çalışmaların yanı sıra uygulamalı çalışmalarda da kesirli dereceli denetleyici ve denetim sistemleri kullanılmaya başlanmıştır. Örneğin altı ayaklı bir robot için kesir dereceli kontrol uygulaması [10]’da verilmiştir. Bir DC motorun kesir dereceli PID ile kontrol edilmesi ile ilgili bir çalışma [11]’de yapılmıştır. Esnek uzay aracı yükseklik kontrolü için kesir dereceli kontrolör kullanılması [12]’de önerilmiştir. Referans [13]’te kesirli frekans iletim sistemleri üzerinde bir deneysel çalışma yapılmıştır. Kesirli kapasitörler kullanılarak güç faktörü düzeltilmesi [14]’te verilmiştir. Adaptif denetimde kesir dereceli operatörlerin kullanılması ve özellikle model referans tabanlı uyarlamalı denetimde, bozulmayı bastırma ve zaman tepkisine göre sistem dinamiklerinin iyileştirilmesi [15]’te gösterilmiştir. Stokastik kesir

dereceli kaotik sistemler için durum uzay kontrolü ile ilgili bir çalışma [16]'da yapılmıştır. Kontrol teorisi ve fizik alanında yapılan bu çalışmaların yanı sıra, elektrik mühendisliği [17-21], kimya [22], sinyal işleme [23, 24], kaos [25, 26], robotik [27], biomühendislik [28] ve diğer birçok alanda kesir dereceli matematik içeren uygulamalar gerçekleştirilmiştir. Ayrıca, kararlılık, realizasyon ve frekans cevabı analizi gibi alanlarda da birçok çalışma mevcuttur.

Yapılan çalışmalar ve kazanılan tecrübeler ışığında kesir dereceli türev ve integral operatörlerinin bazı yaklaşım metotlarıyla elde edilmesi fikri ortaya çıkmıştır. Kesir dereceli yapıların tamsayı eşleniklerini oluşturan yaklaşık tanımlamalar; bazı uygulamalarda tatmin edici sonuçlar verirken, özellikle denetleyici tasarımı ve sistem modelleme gibi bazı uygulamalarda da yetersiz kalabilmektedir [29]. Buna karşın kesir dereceli türev ve integralin çözümü için yetersiz kalınan durumlarda, kesir dereceli modellerin yüksek tamsayı derece yaklaşıkları kullanılmaktadır. Kesir dereceli kontrol sistemlerinin yüksek tamsayı derece modelleri bazı geçiş fonksiyonları ve filtreler yardımıyla elde edilebilmektedir. Sürekli Kesir Açılımı, Oustaloup, Carlson ve Charef yöntemleri gibi yaklaşımlar kesir dereceli türev ve uygulamalarında kullanılmaktadır [19], [30]. Ayrıca yüksek dereceli tamsayı modeller hesaplama karmaşası getirdiği için, model indirgeme yöntemleri geliştirilmiştir [31]. Literatürde kullanılan farklı model indirgeme yöntemleri, gerçek sistem dinamiklerine en yakın davranışı gösteren modeli vermek zorundadır.

Literatür araştırmalarında yapılan çalışmaların, kesir dereceli integro-diferansiyel denklemlerin karmaşık sistemleri tanımlamak için etkin bir araç olduğunu, birçok fiziksel ve mühendislik ile ilgili sistemleri daha etkili modelleyebildiğini göstermiştir. Bu alandaki gelişmeler, klasik denetim için kullanılan yöntemlerin, kesir dereceli sistemlere uygulanmasını gerekli hale getirmiştir. Dolayısıyla bu sistemler için, kesir dereceli türevsel ifadelerle birlikte, doğrusal olmayan denetleyici yapılarının kullanımı önem arz etmektedir. Gerek denetleyici gerekse denetlenen sisteme, kesir dereceli özellikler kazandırılarak daha reel tasarımlar yapılmaktadır.

Bu tez çalışmasında, doğrusal olmayan sistemlerde kesir dereceli integro-diferansiyel ve sinyal uygulamalarının yapılması ve tasarım tekniklerinin geliştirilmesi amaçlanmıştır. Tezde yapılmış olan çalışmalar kısaca şöyle özetlenebilir;

Doğrusal olmayan sistemlerin denetimi için geliştirilen dayanıklı denetleyicilerle birlikte, kesir dereceli matematiğin kullanılması fikrini ele alan çalışmalar yapılmıştır. Özellikle kesir dereceli integro-diferansiyel parametrelerin etkisini ön plana çıkaracak ve birbirlerine göre değişimlerini inceleyecek uygulamalar bu çalışmaların başında gelmektedir. Kayan kipli denetleyici ve referans model tabanlı uyarlamalı denetleyicinin kesir dereceli versiyonları oluşturularak, doğrusal olmayan sistemler için hem gerçek zamanlı hem de benzetim tabanlı çalışmalar yapılmıştır. Çeşitli bozucu giriş ve gürültülere karşı sistemin dayanıklılığı ve kararlılığı incelenmiştir. Konvansiyonel algoritmalara birtakım yenilikler katılıp, mevcut yapılarla kıyaslanmıştır.

Kontrol mühendisliğinde geçmişten günümüze önemli bir yer tutan doğrusal olmayan röle geri beslemeli sistemlerle birlikte, kesir dereceli integro-diferansiyel ifadeler kullanılarak, Limit Çevrim parametrelerinin tahmini için yararlanılan frekans cevabı yöntemleri incelenmiştir. Doğrusal olmayan sistemlerin davranışlarının belirlenmesi ve kararlılık analizleri için kullanılan yaklaşımlara kesir dereceli özellikler kazandırılmıştır. Limit Çevrim analizinde kullanılan, Tanım fonksiyonu, Tsypkin eğrileri, A-fonksiyon gibi yöntemler incelenmiştir. Analizlerin doğru bir şekilde yapılması için çeşitli programlar geliştirilmiş ve uygulamalarda kullanılmıştır. Özellikle Nyquist benzeri eğrilerin oluşturulması için bu programlardan faydalanılmıştır.

Kesir dereceli matematik, doğası gereği çeşitli doğrusalsızlıklar içeren, sinyal işleme ve dönüştürme yapılarına da uyarlanarak, örnek sinyallerin transmisyonu ve transformasyonu ile ilgili çalışmalar yapılmıştır. Uygulanan tekniklerin başarımı, dönüştürülen sinyallerin gürültülere karşı baskınlığı hesaplanarak ölçülmüştür. Gerçek veriler temin edilip kıyaslamalar yapılmıştır.

Obstrüktif uyku apnesinin teşhisinde kullanılan elektrokardiyografi (EKG) sinyallerine farklı tipteki ayırık zamanlı kesir dereceli filtreler uygulanarak benzetim çalışmaları yapılmıştır. Ayrıca ayırık zamanlı filtrelerin gömülü sistemler üzerinde gerçeklemesi sağlanmıştır.

Bu tez çalışmasında Bölüm 2’de çalışmanın kuramsal temelleri hakkında bilgi verilmiştir. Bölüm 3’te, çalışma yapılırken kullanılan materyal ve yöntemden bahsedilmiştir. Bölüm 4’te, doğrusal olmayan kesir dereceli denetleyici uygulamaları verilmiştir. Bölüm 5’te kesir dereceli sinyal uygulamaları anlatılmıştır. Bölüm 6’da ise sonuçlar yer almaktadır.

## 2. KURAMSAL TEMELLER

Bu bölüm tezin matematiksel içeriğini ve temel kuramsal bilgileri kapsamaktadır. Bölüm 2.1’de kesir dereceli matematiğin tarihi, temel tanımlamalar, kesir dereceli sistemlerin genel özellikleri ve kesir dereceli ifadelerin çözümü için oluşturulan nümerik yöntemler alt başlıklar halinde verilmiştir. Bölüm 2.2’de kesir dereceli matematiğin kullanıldığı doğrusal ve doğrusal olmayan sistemler anlatılmıştır. Bölüm 2.3’de ise, kesir dereceli integro-diferansiyel ifadeleri içeren temel denetleyici yapılarından bahsedilmiştir.

### 2.1. Kesir Dereceli Matematik

Herhangi bir tamsayının, diğer herhangi bir tam sayı kadar kendisiyle çarpımı yine bir tam sayıyı vermektedir. Bu durum o sayının üssünün alındığını ifade etmektedir. Üstteki sayının tam sayı olmaması, sonucun olmadığı veya yapılan işlemin yanlış olduğu anlamına gelmez. Sadece sonucu zihninizde canlandırmakta zorluk çekmekteyiz. Benzer şekilde  $f(t)$  fonksiyonunun;  $n$  - sayısının pozitif, rasyonel veya irrasyonel, reel veya karmaşık olabilmesiyle,  $n$ .

dereceden kesirli türevi,  $D^n f(t) = \frac{d^n f(t)}{dt^n}$  olarak ifade edilmektedir. Bu

fonksiyonun kesirli integrali ise  $n$  - sayısının negatif olması şartıyla elde edilir. Bu ifadelerin anlaşılması güç olsa da olmadığı anlamını taşımamaktadır. Bu durumda, iki tam sayı arasında birden fazla reel sayı olduğu gibi, tam sayı dereceli türevlerin veya çok katlı integrallerin arasında da kesirli diferansiyeller mevcuttur denilebilir. Bazı genelleştirmeler kullanılarak tam sayılardan reel sayılara geçiş yapılabilmektedir. Kesirli analiz veya kesirli matematik kavramları tamsayı dereceli sistemlerin genelleştirilmiş halidir. Bu nedenle keyfi mertebeden integrasyonların ve türevlemelerin kullanıldığı genel bir teori halini almaktadır.

#### 2.1.1. Kesir dereceli matematiğin tarihi

Daha önceki bölümlerde bahsedildiği gibi 300 yıldan fazla bir geçmişe sahip olan kesir dereceli matematik fikri, ilk kez 1695 yılında Leibniz ve L’Hopital arasındaki yazışmalarda ortaya çıkmıştır. Sonraki süreçte Leibniz, J. Wallis ve J. Bernoulli’ye yazdığı mektupta tamsayı olmayan  $n$ . dereceden kesirli

integralin nasıl ifade edileceğinden bahsetmiştir. 1730 yılında, Euler'ın dikkatinden kaçmayan kesirli matematik, 1771 yılında J. L. Lagrange'ın diferansiyel operatörler için üstel kanunları geliştirdiği dönemde dolaylı yoldan çalışma konusu arasına girmiştir. P. S. Laplace 1812 yılında kesir dereceli türev ve integral ifadelerinin tanımını yapmıştır. 1819 yılında, 700 sayfalık uzun metninde keyfi dereceli türevden bahseden S. F. Lacroix, bu alanda ciddi çalışmalar yapmıştır. Aynı şekilde 1822 yılında da J. B. J. Fourier dereceleri keyfi olarak seçilen türevsel ifadeleri dile getirmiştir. Kesir dereceli operatörlerin fiili olarak kullanıldığı ilk çalışma 1823 yılında N. H. Abel tarafından gerçekleştirilmiştir. Abel, Tautochrone problemi olarak bilinen ve cycloid eğri üzerinde sürtünmesiz bir ortamdaki farklı konumlara yerleştirilen nesnelerin, yerçekimine bağlı olarak aynı zaman sonunda aynı noktaya ulaşmalarını sağladığını gösteren integralin çözümü için bu teoriden faydalanmıştır. J. Liouville, 1832 yılında kesirli matematik ile ilgili ilk önemli çalışmayı, kendi tanımlamalarını kullanarak teoride uygulamıştır. 1867'de, A. K. Grünwald, kesir dereceli operatörlerle ilgili çalışmalar yapmıştır. G. F. B. Riemann okul yıllarında kesirli integrasyon teorisi ile ilgili önemli çalışmalar yapmış ve 1892 yılında bu çalışmaları yayınlamıştır. 1868 ile 1872 yılları arasında, A. V. Letnikov bu alanla ilgili birçok eser yazmıştır. Oliver Heaviside kendi makale çalışmalarının toplandığı bir eseri 1892 yılında yayınlamıştır. 1900 ile 1979 yılları arasında; H. Hardy, S. Samko, H. Weyl, M. Riesz, S. Blair, 1970'ten günümüze kadar olan süreçte ise; K. B. Oldham, B. Ross, K. Nishimoto, O. Marichev, A. Kilbas, H. M. Srivastava, R. Bagley, K. S. Miller, M. Caputo, I. Podlubny ve A. Oustaloup gibi birçok bilim adamı yaptıkları çalışmalarla kesirli matematiğe katkıda bulunmuşlardır [1].

### **2.1.2. Temel tanımlamalar**

Bu bölümde, kesir dereceli matematiğin temelini oluşturan gerekli bazı eşitliklerden bahsedilecektir. Bunların başında gelen Euler Gamma fonksiyonu, faktöriyel fonksiyonunun karmaşık sayılar ve tam sayı olmayan reel sayılar için genellemesidir. Genel olarak Euler Gamma fonksiyonu, Eşitlik 2.1'deki gibi tanımlanabilir.

$$\Gamma(n) = \int_0^{\infty} t^{n-1} e^{-t} dt \quad (2.1)$$

Bu fonksiyon faktöriyel formda aşağıdaki gibi düzenlenebilir.

$$\Gamma(n) = (n-1)! \quad (2.2)$$

**Tanım 2.1:** Diğer bir önemli fonksiyon ise iki parametrelili Mittag-Leffler fonksiyonudur [32].

$$E_{\alpha,\beta}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\alpha k + \beta)}, \quad \alpha > 0, \quad \beta > 0 \quad (2.3)$$

Burada  $\beta = 1$  seçilirse, tek parametrelili Mittag-Leffler fonksiyonu elde edilir [33].

$$E_{\alpha,1}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\alpha k + 1)} = E_{\alpha}(z) \quad (2.4)$$

Bu iki fonksiyon yardımıyla kesir dereceli integro-diferansiyel tanımlamalar kolay bir şekilde yapılmıştır. Kesir dereceli aritmetik operatör  ${}_a D_t^{\alpha}$  olarak ifade edilmektedir. Burada  $a$  ve  $t$  operatörün sınırlarını,  $\alpha \in \mathbb{R}$  ise operatörün derecesini göstermektedir. Sürekli integro-diferansiyel operatör ise aşağıdaki gibi yazılabilir.

$${}_a D_t^{\alpha} = \begin{cases} \frac{d^{\alpha}}{dt^{\alpha}}, & \operatorname{Re}(\alpha) > 0 \\ 1, & \operatorname{Re}(\alpha) = 0 \\ \int_a^t (d\tau)^{-\alpha}, & \operatorname{Re}(\alpha) < 0 \end{cases} \quad (2.5)$$

Literatürde en çok kullanılan kesir dereceli integro-diferansiyel tanımlamalar, Grünwald-Letnikov (GL), Riemann-Liouville (RL) ve Caputo eşitlikleridir [22-34, 35]. Diğer bazı tanımlamalar ise; Weyl, Fourier, Cauchy, Abel, Nishimoto'ya aittir. Bu tez çalışmasında bazı şartlar altında aynı sonuçlar veren ve yaygın kullanıma sahip GL, RL ve Caputo eşitliklerinden faydalanılacaktır. Sürekli fonksiyon olan  $f(t)$ 'nin birinci türevi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\frac{d}{dt} f(t) \equiv f'(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t) - f(t-h)}{h} \quad (2.6)$$

Bu ifadenin iki kere kullanılmasıyla  $f(t)$  fonksiyonun ikinci dereceden türevi ise,

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} f(t) \equiv f''(t) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(t) - f'(t-h)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left\{ \frac{f(t) - f(t-h)}{h} - \frac{f(t-h) - f(t-2h)}{h} \right\} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t) - 2f(t-h) + f(t-2h)}{h^2} \end{aligned} \quad (2.7)$$

olarak elde edilir. Eşitlik 2.6 ve Eşitlik 2.7 kullanılarak üçüncü dereceden türev Eşitlik 2.8' deki gibidir.

$$\frac{d^3}{dt^3} f(t) \equiv f'''(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t) - 3f(t-h) + 3f(t-2h) - f(t-3h)}{h^3} \quad (2.8)$$

Bu kurala göre,  $f(t)$  fonksiyonunun  $n$ . dereceden türevini elde etmek için kullanılan genelleştirilmiş ifade,  $j > n$  ve  $n \in \mathbb{N}$  olmak koşuluyla aşağıdaki gibidir.

$$\frac{d^n}{dt^n} f(t) \equiv f^{(n)}(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^n} \sum_{j=0}^n (-1)^j \binom{n}{j} f(t-jh) \quad (2.9)$$

Bu ifadede  $n$  yerine  $-n$  konulursa, Eşitlik 2.10 elde edilir.

$$\frac{d^{-n}}{dt^{-n}} f(t) \equiv f^{(-n)}(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^n} \sum_{j=0}^n \begin{bmatrix} n \\ j \end{bmatrix} f(t-jh), \quad n > 0 \quad (2.10)$$

Eşitlik 2.10'daki negatif tanımlı  $n$  için binomial katsayıların elde edilmesi, aşağıdaki eşitlik ile sağlanmaktadır.

$$\begin{bmatrix} -n \\ j \end{bmatrix} = \frac{-n(-n-1)(-n-2)\cdots(-n-j+1)}{j!} = (-1)^j \begin{bmatrix} n \\ j \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Burada  $\begin{bmatrix} n \\ j \end{bmatrix}$  ifadesi şöyle yazılabilir,

$$\begin{bmatrix} n \\ j \end{bmatrix} = \frac{n(n+1)\cdots(n+j-1)}{j!} \quad (2.12)$$

Eşitlik 2.6 - 2.12 arasındaki denklemler kullanılarak ve  $n = \frac{t-a}{h}$  alınarak Tanım 2.2'deki Grünwald –Letnikov kesir dereceli türev ifadesi elde edilir.

**Tanım 2.2:** Grünwald –Letnikov kesir dereceli türev ifadesi şöyle verilmektedir.

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{j=0}^{\lfloor (t-a)/h \rfloor} (-1)^j \begin{bmatrix} \alpha \\ j \end{bmatrix} f(t-jh) \quad (2.13)$$

Bu denklemdeki binomial katsayılar Euler Gamma fonksiyonuna göre şöyledir;

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ j \end{bmatrix} = \frac{\alpha!}{j!(\alpha-j)!} = \frac{\Gamma(\alpha+1)}{\Gamma(j+1)\Gamma(\alpha-j+1)} \quad (2.14)$$

Diğer bir eşitlik olan Riemann-Liouville ifadesini elde etmek için  $n$  katlı bir integral şöyle yazılabilir.

$$\int_a^t \int_a^{t_n} \int_a^{t_{n-1}} \cdots \int_a^{t_3} \int_a^{t_2} f(t_1) dt_1 dt_2 \cdots dt_{n-1} dt_n = \frac{1}{\Gamma(n)} \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-n}} d\tau \quad (2.15)$$

Burada kesir dereceli integralin derecesi  $\alpha$  olarak alınırsa, Tanım 2.3'teki integral eşitliği elde edilir.

**Tanım 2.3:** Riemann-Liouville kesirli dereceli integral ifadesi şöyle tanımlanır.

$${}_a I_t^\alpha f(t) \equiv {}_a D_t^{-\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^t (t-\tau)^{\alpha-1} f(\tau) d\tau \quad (2.16)$$

Burada  $0 < \alpha < 1$ ,  $a$ , ise başlangıç anıdır ve genellikle sıfır alınır.  $a=0$  olursa operatör  $D_t^{-\alpha} f(t)$  ile gösterilebilir.

Riemann-Liouville ifadesi kesirli dereceli matematikte en çok kullanılan ifadedir.  $D$  operatörünün her iki tarafındaki alt indisler integralin alt ve üst sınırlarını belirtir [36]. Bu ifade kesirli dereceli diferansiyel genişletilebilir. Fonksiyonun derecesinin  $n-1 < \beta \leq n$  koşulunu sağladığını kabul edersek, bu durumda kesirli dereceli diferansiyel şöyle tanımlanabilir.

$${}_a D_t^\beta f(t) = \frac{d^n}{dt^n} \left[ {}_a D_t^{-(n-\beta)} f(t) \right] = \frac{1}{\Gamma(n-\beta)} \cdot \frac{d^n}{dt^n} \left[ \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\beta-n+1}} d\tau \right] \quad (2.17)$$

Diğer bir kesir dereceli diferansiyel tanımı olan Caputo eşitliği Tanım 2.4 ile ifade edilebilir.

**Tanım 2.4:** Kesirli dereceli diferansiyel için Caputo ifadesi şöyle verilir.

$${}_a D_t^\alpha y(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\gamma)} \int_a^t \frac{y^{m+1}(\tau)}{(t-\tau)^\gamma} d\tau \quad (2.18)$$

Burada  $\alpha = m + \gamma$ ,  $m$  bir tamsayı ve  $0 < \gamma < 1$  dir. Benzer şekilde Caputo'nun kesirli dereceli integral ifadesi şöyle tanımlanır.

$${}_a D_t^\alpha y(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\gamma)} \int_a^t \frac{y^{m+1}(\tau)}{(t-\tau)^\gamma} d\tau \quad (2.19)$$

Mühendislikte doğrusal sistemlerin modellenmesinde kullanılan Laplace dönüşüm metodu, zaman tanım kümesinde çözülmesi zor olan diferansiyel eşitliklerin frekans tabanında daha kolay bir şekilde çözülmesine imkân sağlamaktadır. Ters Laplace dönüşümünü uygulamak o kadar kolay olmasa da, bu yöntem günümüzde birçok alanda yaygın şekilde kullanılan önemli bir çözüm aracıdır. Kesir dereceli integro-diferansiyel ifadelerin de Laplace dönüşümünü almak mümkündür.

Karmaşık  $s$  değişkeninin  $F(s)$  fonksiyonu, şu şekilde ifade edilmektedir.

$$F(s) = L\{f(t); s\} = \int_0^\infty e^{-st} f(t) dt \quad (2.20)$$

Bu eşitliğe  $f(t)$ 'nin Laplace dönüşümü denilmektedir. Bu eşitlik üzerinde gerekli dönüşümler yapılarak başlangıç koşulları 0 kabul edilirse, Riemann-Liouville ve Grünwald-Letnikov kesirli integrallerinin Laplace dönüşümü Eşitlik 2.21'deki gibi elde edilir.

$$L\{{}_0 D_t^{-\alpha} f(t); s\} = s^{-\alpha} F(s) \quad (2.21)$$

Benzer şekilde kesir dereceli türevsel ifadelerin Laplace dönüşümü ise Eşitlik 2.22'deki gibi bulunur.

$$L\{ {}_0D_t^\alpha f(t); s\} = s^\alpha F(s) \quad (2.22)$$

Sürekli bir fonksiyon olan  $h(t)$  'nin exponansiyel Fourier dönüşümü,

$$F\{h(t); \omega\} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t} h(t) dt \quad (2.23)$$

olarak yazılabilir. Ters Fourier dönüşümüyle de fonksiyon tekrar elde edilebilir. Konvolüsyon çarpımının Fourier dönüşümü ise aşağıdaki gibidir.

$$h(t) * g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t-\tau) g(\tau) d\tau \quad (2.24)$$

Yukarıdaki eşitliklere göre Riemann-Liouville kesir dereceli integralinin Fourier dönüşümü,

$${}_{-\infty}D_t^\alpha g(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_{-\infty}^t (t-\tau)^{\alpha-1} g(\tau) d\tau \quad (2.25)$$

gibidir. Ara işlemler yapıldığı takdirde  $g(t)$  fonksiyonunun kesir dereceli integralinin Fourier dönüşümü Eşitlik 2.26'daki gibi elde edilir.

$$F\{ {}_{-\infty}D_t^\alpha g(t); \omega\} = (j\omega)^{-\alpha} G(\omega) \quad (2.26)$$

Benzer şekilde kesir dereceli türevin Fourier dönüşümü de,

$$F\{D^\alpha g(t); \omega\} = (-j\omega)^\alpha G(\omega) \quad (2.27)$$

olarak elde edilir.

### 2.1.3. Kesir dereceli ifadelerin çözümü için numerik yöntemler

Kesir dereceli türevin nümerik olarak hesaplanabilmesi için, Grünwald-Letnikov tanımından yola çıkılarak türetilen, Eşitlik 2.28 kullanılmaktadır. Bu yaklaşım, Tanım 2.2, 2.3 ve 2.4 ile verilen üç ifadenin temelde aynı olmasına dayanmaktadır. Bu eşitlik,  $kh$  noktasındaki  $\alpha$  'ncı türevin nümerik olarak yaklaşık değerini vermektedir.

$$({}_{k-L_m/h})D_{kh}^\alpha f(t) \approx h^{-\alpha} \sum_{j=0}^k (-1)^j \binom{\alpha}{j} f_{k-j} \quad (2.28)$$

Burada,  $k = (1, 2, 3, \dots)$  olmak şartıyla;  $L_m$  hafıza uzunluğu,  $h$  hesaplama zaman aralığını ve  $(-1)^j \binom{\alpha}{j}$  binomial katsayıları  $c_j^{(\alpha)}$ ,  $(j = 0, 1, \dots)$  göstermektedir. Bu katsayıların hesaplanması için Eşitlik 2.29'dan faydalanılmaktadır [7].

$$c_0^{(\alpha)} = 1, \quad c_j^{(\alpha)} = \left(1 - \frac{1+\alpha}{j}\right) c_{j-1}^{(\alpha)} \quad (2.29)$$

Tanımlanan nümerik metoda Güç Serisi Açılımı (GSA) adı verilmektedir. GSA, polinomların yapısında; FIR filtre formunda ayrıklaştırılmış kesirli operatör yaklaşımına neden olmaktadır. Ayrık transfer fonksiyonun sonucu olarak elde edilen yaklaşık kesir dereceli operatörler şöyle ifade edilir.

$${}_0D_{kT}^{\pm r} G(z) = \frac{Y(z)}{F(z)} = \left(\frac{1}{T}\right)^{\pm r}, \quad GSA\left\{\left(1 - z^{-1}\right)^{\pm r}\right\}_n \approx T^{\mp r} R_n(z^{-1}) \quad (2.30)$$

Burada,  $T$  örnekleme periyodu,  $GSA\{u\}$ ,  $u$  fonksiyonunun güç serisi açılımı,  $Y(z)$ ;  $y(kT)$  çıkış dizisinin  $z$  dönüşümü,  $F(z)$ ;  $f(kT)$  giriş dizisinin  $z$  dönüşümü,  $n$  değeri yaklaşımın derecesi,  $R$  ise  $n$ . dereceden polinomu temsil etmektedir. Ayrıca,  $z = \exp(sT)$  olarak tanımlanmaktadır.

Diğer bir yaklaşım metodu olarak da Sürekli Kesirli Açılım (SKA) yöntemi ele alınabilir. Bu yöntemde, IIR filtre formundaki yaklaşık kesirli operatörleri üretmek için birtakım fonksiyonlardan yararlanılır [37]. Laplace tabanında kesirli integro-diferansiyel operatörlerin eşleniğini bulmak için, irrasyonel  $G(s)$  fonksiyonu şu şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned} G(s) &\approx a_0(s) + \frac{b_1(s)}{a_1(s) + \frac{b_2(s)}{a_2(s) + \frac{b_3(s)}{a_3(s) + \dots}}} \\ &= a_0(s) + \frac{b_1(s)}{a_1(s)} + \frac{b_2(s)}{a_2(s)} + \frac{b_3(s)}{a_3(s)} \dots \end{aligned} \quad (2.31)$$

Burada  $a_i(s)$  ve  $b_i(s)$ ,  $s$  değişkeninin rasyonel fonksiyonu olarak alınabilir. SKA yöntemiyle elde edilen rasyonel yaklaşımlar; GSA yöntemine göre daha hızlı bir şekilde yakınsamakta ve kompleks düzlemde daha geniş bir

tanım kümesine sahip olmaktadır. Taylor serisi gibi güç serilerine göre daha doğru sonuçlar vermektedir. Ancak dinamik özellikler dikkate alındığında, GSA yöntemi daha uygundur. SKA yöntemi ile irrasyonel  $G(s)$  fonksiyonu, rasyonel fonksiyonlar kullanarak yaklaşık olarak elde edilmektedir.  $G(s)$  fonksiyonu,  $s$  tabanındaki iki fonksiyonun bölümü şeklinde aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$G(s) \approx R_{i(i+1) \dots (i+m)} = \frac{P_\mu(s)}{Q_\nu(s)} = \frac{p_0 + p_1s + \dots + p_\mu s^\mu}{q_0 + q_1s + \dots + q_\nu s^\nu}, \quad (m+1 = \mu + \nu + 1) \quad (2.32)$$

Ayrıca eşdeğer kesirli operatörlerle elde edilen ayrık zamanlı transfer fonksiyonu, SKA yöntemine göre Eşitlik 2.33 yardımıyla bulunabilir.

$$\begin{aligned} {}_0D_{kT}^{\pm r} G(z) &= \frac{Y(z)}{F(z)} = \left(\frac{2}{T}\right)^{\pm r}, \quad SKA \left\{ \left( \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \right)^{\pm r} \right\}_{p,n} \\ &\approx \left(\frac{2}{T}\right)^{\pm r} \frac{P_p(z^{-1})}{Q_n(z^{-1})} \end{aligned} \quad (2.33)$$

Burada  $T$  örnekleme periyodunu,  $SKA\{u\}$  ise  $u$  fonksiyonuna sürekli kesirli açılım uygulanınca elde edilen sonuç fonksiyonunu ifade etmektedir.  $Y(z)$  ve  $F(z)$  sırasıyla, çıkış fonksiyonu  $y(kT)$  ve giriş fonksiyonu  $f(kT)$ 'nin  $z$  dönüşümleridir. Yaklaşımın derecesi  $n$  ve  $p$  ile gösterilmekte,  $P$  ve  $Q$  ise sırasıyla  $n$ . ve  $p$ . derecelerden polinomları ifade etmektedir.

Özellikle benzetim çalışmalarında yaygın bir şekilde kullanılan özyinelemeli Oustaloup yaklaşım algoritması da kesirli ifadelerin eşdeğerlerinin bulunmasına katkı sağlamıştır [38, 39]. Bu yöntemle göre elde edilen eşdeğer fonksiyon aşağıdaki formda olmaktadır.

$$H(s) = s^r, \quad r \in R, \quad r \in [-1; 1] \quad (2.34)$$

$$\hat{H}(s) = C_o \prod_{k=-N}^N \frac{s + \omega'_k}{s + \omega_k} \quad (2.35)$$

Eşitlik 2.35 ile verilen rasyonel fonksiyonda  $(\omega_b, \omega_h)$  değerleri seçilen frekans aralığını göstermektedir. Bu fonksiyonun; sıfır, kutup ve kazanç katsayıları ise şöyle bulunur;

$$\begin{aligned}
\omega'_k &= \omega_b \left( \frac{\omega_h}{\omega_b} \right)^{\frac{k+N+0.5(1-r)}{2N+1}} \\
\omega_k &= \omega_b \left( \frac{\omega_h}{\omega_b} \right)^{\frac{k+N+0.5(1-r)}{2N+1}} \\
C_o &= \left( \frac{\omega_h}{\omega_b} \right)^{\frac{r}{2}} \prod_{k=-N}^N \frac{\omega_k}{\omega'_k}
\end{aligned} \tag{2.36}$$

Burada,  $\omega_b$  ve  $\omega_h$  sırasıyla alçak ve yüksek geçiş frekanslarıdır. Pratik uygulamalarda, Eşitlik 2.35 ile verilen fonksiyonla elde edilen filtre yapısı, çoğunlukla beklenen frekans aralığında istenilen sonucu vermemektedir. Modifiye edilmiş özyinelemeli Oustaloup yaklaşım algoritması daha iyi performans sergilediği için, literatürde geniş bir kullanım alanına sahiptir [40].

$$s^r \approx \left( \frac{d\omega_h}{b} \right)^r \left( \frac{ds^2 + b\omega_h s}{d(1-r)s^2 + b\omega_h s + dr} \right) \prod_{k=-N}^N \frac{s + \omega'_k}{s + \omega_k} \tag{2.37}$$

Eşitlik 2.37 ile verilen filtre,  $r \in [0;1]$  için kararlıdır. Katsayılar;

$$\omega'_k = \omega_b \left( \frac{\omega_h}{\omega_b} \right)^{\frac{(2k+1-r)}{N}}, \quad \omega_k = \omega_b \left( \frac{\omega_h}{\omega_b} \right)^{\frac{(2k+1-r)}{N}} \tag{2.38}$$

eşitlikleriyle bulunur. Yapılan birçok deneysel çalışma ve teorik analiz sonucunda,  $b=10$  ve  $d=9$  alınarak daha iyi sonuçlara ulaşıldığı görülmüştür [41]. Bu tez çalışmasında, SKA ve özyinelemeli Oustaloup yaklaşım algoritmasından faydalanılmıştır.

## 2.2. Kesir Dereceli Sistemler

### 2.2.1. Kesir dereceli doğrusal zamanla değişmeyen sistemler

Genel olarak kesir dereceli bir sistem, kesir dereceli diferansiyel eşitlikler kullanılarak Eşitlik 2.39'daki formda ifade edilebilir.

$$\begin{aligned}
a_n D^{\alpha_n} y(t) + a_{n-1} D^{\alpha_{n-1}} y(t) + \dots + a_0 D^{\alpha_0} y(t) \\
= b_m D^{\beta_m} u(t) + b_{m-1} D^{\beta_{m-1}} u(t) + \dots + b_0 D^{\beta_0} u(t)
\end{aligned} \tag{2.39}$$

Burada,  $D^{\alpha,\beta}$  Grünwald-Letnikov, Riemann-Liouville veya Caputo kesirli türevlerini temsil etmektedir. Eşitlik 2.39'un Laplace dönüşümü alındığında, elde edilen geçiş fonksiyonu ise aşağıdaki gibi olur.

$$G(s) = \frac{b_m s^{\beta_m} + b_{m-1} s^{\beta_{m-1}} + \dots + b_0 s^{\beta_0}}{a_n s^{\alpha_n} + a_{n-1} s^{\alpha_{n-1}} + \dots + a_0 s^{\alpha_0}} = \frac{Q(s^{\beta_k})}{P(s^{\alpha_k})} \quad (2.40)$$

Burada  $a_k$  ( $k = 0, 1, 2, \dots, n$ ) ve  $b_k$  ( $k = 0, 1, 2, \dots, m$ )'ler sabit katsayılar,  $\alpha_k$  ( $k = 0, 1, 2, \dots, n$ ) ve  $\beta_k$  ( $k = 0, 1, 2, \dots, m$ )'lar keyfi gerçekte veya rasyonel sayılardır. Genelliği kaybetmemek için bu dereceler  $\alpha_n > \alpha_{n-1} > \dots > \alpha_0 \geq 0$ ,  $\beta_m > \beta_{m-1} > \dots > \beta_0 \geq 0$  şeklinde düzenlenebilir. Bu ifadenin frekans tabanındaki eşitliği ise Eşitlik 2.41'deki gibi elde edilir.

$$G(j\omega) = \frac{b_m (j\omega)^{\beta_m} + b_{m-1} (j\omega)^{\beta_{m-1}} + \dots + b_0 (j\omega)^{\beta_0}}{a_n (j\omega)^{\alpha_n} + a_{n-1} (j\omega)^{\alpha_{n-1}} + \dots + a_0 (j\omega)^{\alpha_0}} = \frac{Q((j\omega)^{\beta_k})}{P((j\omega)^{\alpha_k})} \quad (2.41)$$

Düzensiz dereceye sahip olan Eşitlik 2.40'daki eşitlik, çok değişkenli ve düzenli derecelere sahip geçiş fonksiyonu ile aşağıdaki gibi ifade edilebilir [42].

$$H(s) = \frac{b_m s^{m/v} + \dots + b_1 s^{1/v} + b_0}{a_n s^{m/v} + \dots + a_1 s^{1/v} + a_0}, \quad (v > 1) \quad (2.42)$$

Kontrol edilmesi mümkün olan kesir dereceli bir sistem,  $n$  terimli, doğrusal ve homojen kesir dereceli diferansiyel eşitlik olarak zaman tabanında aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$a_n D_t^{\alpha_n} y(t) + a_{n-1} D_t^{\alpha_{n-1}} y(t) + \dots + a_0 D_t^{\alpha_0} y(t) = 0 \quad (2.43)$$

Eşitlik 2.43 ile ifade edilen eşitliğin analitik çözümü ise,

$$y(t) = \frac{1}{a_n} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!} \sum_{\substack{k_0+k_1+\dots+k_{n-2}=m \\ k_0 \geq 0, \dots, k_{n-2} \geq 0}} (m; k_0, k_1, \dots, k_{n-2}) \times \prod_{i=0}^{n-2} \left( \frac{a_i}{a_n} \right) E_m \left( t, -\frac{a_{n-1}}{a_n}; a_n - a_{n-1}, a_n + \sum_{j=0}^{n-2} (a_{n-1} - a_j) k_j + 1 \right) \quad (2.44)$$

Burada  $(m; k_0, k_1, \dots, k_{n-2})$  'lar multinomial katsayılar ve  $E_k(t, \lambda; \mu, \nu)$  ise Podlubny tarafından literature kazandırılan Mittag-Leffler fonksiyonu tipinde bir fonksiyondur [35]. Bu foksiyon Eşitlik 2.45'teki gibi tanımlanır,

$$E_k(t, \lambda; \mu, \nu) = t^{\mu k + \nu - 1} E_{\mu, \nu}^{(k)}(yt^\mu), \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (2.45)$$

Burada  $E_{\mu, \nu}(z)$  Tanım 2.1 ile ifade edilen iki parametrelili Mittag-Leffler fonksiyonudur. Bu fonksiyona göre,  $E_{1,1}(z) = e^z$  'dir ve bu ifadenin  $k$ . türevi,

$$E_{\mu, \nu}^{(k)}(z) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(i+k)! z^i}{i! \Gamma(\mu i + \mu k + \nu)}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (2.46)$$

olarak ifade edilir. Eşitlik 2.45 ile ifade edilen kesir dereceli diferansiyel denklem, kontrol sistemi yaklaşımıyla yeniden düzenlenirse aşağıdaki gibi ifade elde edilir.

$$a_n D_t^{\alpha_n} y(t) + a_{n-1} D_t^{\alpha_{n-1}} y(t) + \dots + a_0 D_t^{\alpha_0} y(t) = u(t) \quad (2.47)$$

Bu ifadenin Laplace dönüşümü alınırsa kesir dereceli transfer fonksiyonu Eşitlik 2.48'deki gibi elde edilir.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{a_n s^{\alpha_n} + a_{n-1} s^{\alpha_{n-1}} + \dots + a_0 s^{\alpha_0}} \quad (2.48)$$

Kesir dereceli doğrusal zamanla değişmeyen bir sistem durum uzay formunda da gösterilebilir [36].

$$\begin{aligned} {}_0 D_t^{\alpha} x(t) &= \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u(t) \\ y(t) &= \mathbf{C}x(t) + \mathbf{D}u(t) \end{aligned} \quad (2.49)$$

Eşitlik 2.49'daki ifade  $n$  terimli şekilde yeniden yazılırsa Eşitlik 2.50'deki durum-uzay gösterimi elde edilir [7, 43].

$$\begin{bmatrix} {}_0 D^{q_1} x_1(t) \\ {}_0 D^{q_2} x_2(t) \\ \vdots \\ {}_0 D^{q_n} x_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -a_0/a_n & -a_1/a_n & \dots & -a_{n-1}/a_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1/a_n \end{bmatrix} u(t) \quad (2.50)$$

Burada  $\alpha_0 = 0$ ,  $q_1 = \alpha_1$ ,  $q_2 = \alpha_{n-1} - \alpha_{n-2}$ ,  $q_n = \alpha_n - \alpha_{n-1}$ 'dir. Başlangıç koşulları ise aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} x_1(0) &= x_0^{(1)} = y_0, \quad x_2(0) = x_0^{(2)} = 0, \dots \\ x_i(0) &= x_0^{(i)} = \begin{cases} y_0^{(k)}, & i = 2k + 1 \\ 0, & i = 2k \end{cases} \quad i \leq n \end{aligned} \quad (2.51)$$

Caputo türev tanımı göz önünde bulundurulursa; Eşitlik 2.47'deki ifade Eşitlik 2.51'deki başlangıç koşullarına göre, Eşitlik 2.50'deki durum-uzay gösterimine eşittir.

### 2.2.2. Kesir dereceli doğrusal olmayan sistemler

Genel olarak doğrusal olmayan kesir dereceli sistem yapısı aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\begin{aligned} {}_0D_t^{q_i} x_i(t) &= f_i(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), t) \\ x_i(0) &= c_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (2.52)$$

Burada  $c_i$  başlangıç şartıdır. Eşitlik 2.52'nin vektörel gösterimi ise aşağıdaki gibi elde edilir.

$$D^q \mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (2.53)$$

$0 < q_i < 2$ ,  $(i = 1, 2, \dots, n)$  ve  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  için  $q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$ 'dir. Denge noktası  $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = 0$  eşitliği çözülerek bulunur.

### 2.3. Kesir Dereceli Denetleyici Yapıları

Kesir dereceli operatörlerin denetleyici yapılarında kullanılma fikri son yıllarda ilgi çeken konula arasındadır. Doğrusal veya doğrusal olmayan denetleyici sistemlerinde integro-diferansiyel eşitliklere sıklıkla rastlanmaktadır. Bu nedenle kesir dereceli matematiksel elemanlar bu eşitliklere adapte edilebilmektedir. Oustaloup, dinamik sistemlerin denetimi için kesirli dereceli bir algoritma geliştirmiş ve CRONE olarak adlandırdığı sistemin *PID* denetleyiciye karşı performansı üzerinde çalışmıştır. Daha sonraki çalışmalarda CRONE denetleyicinin farklı varyasyonları geliştirilmiştir [44]. Podlubny ise daha sonraki

yıllarda konvansiyonel *PID* denetleyiciyi kesir dereceli  $PI^\lambda D^\mu$  formunda genellemiş ve bu denetleyicinin konvansiyonel *PID* denetleyiciye göre daha iyi bir performans sergilediğini göstermiştir [8]. Burada  $\lambda$  integral teriminin kesirli derecesi,  $\mu$  ise türev teriminin kesirli derecesidir.

Literatür araştırmaları sonucunda, denetleyici sistemlerinin temeli olan ve kolay uygulanabilirliğiyle de yaygın şekilde kullanılan *PID* denetleyicinin, kesir dereceli matematikle harmanlandığı görülmektedir [45, 46]. Ancak bazı durumlarda, karmaşık yapılar içeren sistemlerin denetimi için *PID* denetleyici yetersiz kalabilmektedir.

Özellikle parametreleri zamanla değişebilen doğrusal olmayan sistemlerin denetiminde, yine doğrusal olmayan denetleyici algoritmaları kullanılmaktadır. Bu yapılar şöyle sıralanabilir, değişken yapıli denetleyici sistemleri, optimal denetleme sistemleri, uyarlamalı denetleyiciler, vs. Doğrusal olmayan sistemlerin denetiminde, değişken yapıli denetim sistemlerinin kullanılma fikri ilk olarak 1960'lı yıllarda Rusya'da Emelyanov tarafından ortaya atılmıştır [47]. Değişken yapıli denetim sistemlerinden biri olan kayan kipli denetimde, bozuculara karşı sistemin dayanıklılığı artmakta ve parametre değişimlerinin etkisine rağmen sistemin kararlılığı devam etmektedir. Son yıllarda kesir dereceli kayan kipli denetleyici yapısını içeren çalışmalar ilgi çeken konular arasına girmiştir. Örneğin, Valerio ve Costa tarafından yapılan çalışmada üçlü tank sistemindeki sıvı akışı bu yöntemle denetlenmiştir [48]. Huang ve arkadaşları sabit mıknatıslı senkron motorun pozisyon kontrolünü, Batalov ve arkadaşları ise doğru akım motorunun kullanıldığı 3 serbestlik derecesine sahip robotun denetimini kesir dereceli kayan kipli denetleyici ile sağlamışlardır [49, 50]. Dadras ve Momeni ise belirsiz doğrusal olmayan sistemler üzerinde bu denetleyiciyi uygulamışlardır [51]. Ayrıca kesir dereceli operatörlerin kayan kipli denetleyici ile kullanılması fikri, Vinagre ve Calderon tarafından yapılan bir çalışmada ele alınmıştır [52]. Referans [52]'deki çalışmada; çift katli integratör yapısı, kesir dereceli denetim kuralı ve kayma yüzeyine sahip denetleyici ile kontrol edilmiştir. Yapılan benzetim çalışmalarına göre, kesirli kayan kipli denetim yapısının amaca ulaşmada iyi sonuçlar verdiği ortaya konulmuştur.

### **3. MATERYAL VE YÖNTEM**

#### **3.1. Materyal**

Konuyla ilgili literatür taramasının yapılabilmesi için yazılı dokümanlar, kütüphanelerin ve hastanelerin veri tabanları ile internet kaynaklarından yararlanılmıştır.

Benzetim çalışmalarının yapılabilmesi ve uygun programların oluşturulması için yüksek seviye mühendislik programlama dili olan MATLAB, Simulink gibi yazılım ortamları kullanılmıştır.

Önerilen tekniklerin gerçek zamanlı sistemler üzerinde denenmesi için uygun uygulama birimlerinden yararlanılmıştır.

#### **3.2. Yöntem**

Kesir dereceli denetim sistemleri ve sinyal işleme uygulamaları ile ilgili detaylı literatür araştırması yapılarak, çalışmaların ana hatları oluşturulmuştur.

Kesir dereceli matematikle ilgili temel teoremler ve yöntemler incelenmiş ve bu sistemlerinin analizinde ve tasarımında kullanılmak üzere gerekli program parçacıkları geliştirilmiştir.

Geliştirilen bu programlar, doğrusal olmayan kesirli dereceli kontrol sistemlerinin ve sinyal uygulamalarının analizini yapabilmek için genelleştirilmiştir.

Denetleyici tasarım teknikleri için yapılan çalışmalar araştırılmış, doğrusal olmayan denetleyici tasarım metotları incelenmiş, bu metotların kesir dereceli denetleyici sistemine uyarlanması için çalışmalar yapılmış ve yeni tasarım teknikleri geliştirilmiştir.

Ulaşılan sonuçların gerçek zamanlı sistemlerde uygulanabilmesi için çalışmalar yapılmış ve farklı alanlarda uygulamalı olarak kullanılabilme olasılıkları incelenmiştir.

Çalışma ile ilgili sonuçlar üzerinde tartışılarak, yeni yapılabilecek çalışmalarla ilgili öneriler oluşturulmuştur.

#### **4. KESİR DERECELİ DİFERANSİYELİN DOĞRUSAL OLMAYAN KONTROL UYGULAMALARI**

Mühendislikte sistemlerin davranışlarını analiz edebilmek için, matematiksel modellere ihtiyaç vardır. Genellikle denemeler sonucu elde edilen doğrusal modeller, zengin matematiksel teoriden uzaktırlar. Bu modellerin çoğu yaklaşıktır ve sistem tanımlamada kesin doğrulukla çalışmazlar. Doğrusal sistemlerden doğrusal olmayan sistemlere geçildiği zaman, sebep-sonuç arasındaki orantı ve toplamsallık teoremi giderek yok olmaya başlar. Sebep-sonuç arasındaki orantı, harmonik analizin temelini oluşturmaktadır. Doğrusal bir sistemin girişine uygulanan sinüzoidal bir işaret sonucunda, aynı frekansta fakat farklı genlik ve fazlarda çıkış işareti elde edilir. Toplamsallık ise konvolüsyon teoreminin temelini teşkil eder. Doğrusal olmayan sistemlerde her iki özellik de bulunmamaktadır. Bu tip sistemler aşağıdaki özellikleri barındırır.

- Periyodik hareket ve Limit Çevrim
- Sonlu kaçış zamanı
- Çoklu denge noktası
- Kaos
- Çoklu davranış kipleri

##### **4.1. Kesir Dereceli Kayan Kipli Denetleyici Tasarımı**

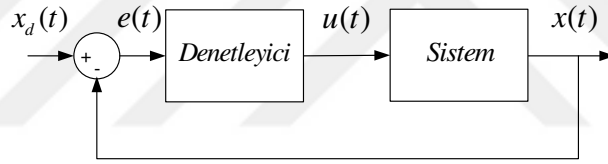
Doğrusal olmayan sistemlerin denetiminde, değişken yapılı denetim sistemlerinin kullanılma fikri ilk olarak 1960'lı yıllarda Rusya'da Emelyanov tarafından ortaya atılmıştır [47]. Kayan kipli denetim değişen parametrelere sahip veya doğrusal olmayan sistemlerin denetimi için kullanılan dayanıklı denetleyici tiplerinden biridir [53]. Bu yöntem, bozucu girişler ve modellenmemiş parametrelerin etkisinin görüldüğü durumlarda dayanıklı bir denetim sağlar. Değişken yapılı denetim olarak da adlandırılan kayan kipli denetimde amaç sistemin davranışını bir derece indirgeyecek denetleyici işaretini belirlemektir. Kayan kipli denetleyici, hatayı kayma yüzeyi veya anahtarlama yüzeyine yönlendirmekte ve burada tutmaktadır. Erişme kuralı yaklaşımı faz uzayında kayma yüzeyine erişmeyi zorlayan bir yaklaşımdır. Bu kuralın uygun seçilmesi denetimin sürekli olması ve kayma yüzeyindeki salınımların en aza indirilmesi

açısından önemlidir [54]. Böylece bozucu girişler ve modellenmemiş parametrelerin etkisinin görüldüğü durumlarda bile kararlı ve dayanıklı bir denetimin elde edilmesi sağlanır.

Dayanıklı bir denetleyici yapısı iki kısımdan oluşur. Birincisi, tam olarak bilinen parametreler için eşdeğer denetim kuralını temsil eden  $u_{eq}$  terimidir. İkincisi ise parametre değişiklikleri ve bozucu giriş etkisini bastıracak olan  $u_d = -K_d \text{sgn}(S(t))$  terimidir. Burada  $S(t)$  anahtarlama fonksiyonu veya kayma yüzeyi,  $\text{sgn}$  ideal röle fonksiyonu,  $K_d$  ise sabit bir katsayıdır. Bu yaklaşıma göre toplam denetim kuralı,

$$u(t) = u_{eq}(t) + u_d(t) \quad (4.1)$$

olarak gösterilebilir. Denetleyici işareti sürekli ve süreksiz olmak üzere iki işaretin birleşiminden oluşmaktadır. Negatif geri beslemeli kapalı çevrim bir kontrol döngüsünü Şekil 4.1'deki gibi gösterilebilir.



Şekil 4.1. Negatif geribeslemeli kontrol döngüsü

Kayma yüzeyi  $S(t)$  aşağıdaki eşitlikle ifade edilir [53].

$$S(\bar{x}; t) = \left( \frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} e(t) \quad (4.2)$$

burada  $x(t)$  durum değişkeni,  $e(t) = x_d(t) - x(t)$ , durum değişkeni  $x(t)$ 'nin referansı izleme hatası,  $x_d(t)$  arzu edilen referans değeri,  $\lambda$  zaman sabiti veya kayma yüzeyinin eğimi ve  $n$  ise kontrol edilen sistemin derecesini göstermektedir. Bu eşitlikte görüldüğü üzere anahtarlama fonksiyonunun derecesi sistem derecesinden daha düşüktür. Kontrol sisteminin amacı, sistem durum değişkenlerini Eşitlik 4.2 ile verilen kayma yüzeyinde tutmaktır. İzleme hatasının yörüngesi,  $S(t) = 0$  olduğu süre içerisinde anahtarlama yüzeyine erişmekte ve daha sonra orijin noktasına kayma eğilimi göstermektedir. Kontrol kuralını

belirlemek ve kararlılığı garantilemek için, pozitif tanımlı Lyapunov fonksiyonu aşağıdaki gibi verilebilir.

$$V(S) = \frac{1}{2} S^2(t) \quad (4.3)$$

Eşitlik 4.3 ile verilen şartın gerçekleşmesi halinde, Lyapunov fonksiyonu sınırlı süre içerisinde sistemin  $S(t) = 0$  noktasına erişimini garanti etmektedir.

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} S^2(t) \leq -\eta |S(t)| \quad (4.4)$$

Bu ifade, Lyapunov fonksiyonunun türevi ile kendisinin çarpımı alınarak elde edilir. Burada  $\eta$  pozitif bir sabit değerdir. Bu eşitlik aynı zamanda  $S(t) = 0$  durumunu sağlamak için gerekli koşulları veren erişim kuralı olarak da adlandırılmaktadır. Eşitlik 4.4 çözülürse sistem dinamiğinin farklı değerlerinde erişme evresinin sürekli olarak tanımlanması için,

$$S\dot{S} \leq 0 \quad (4.5)$$

olarak sağlanması gerekir. Erişme evresinin tamamlanmasıyla kayma evresi başlar. Kayma evresi ise,

$$S=0, \quad \dot{S}=0 \quad (4.6)$$

ile verilen koşulların sağlanmasıyla gerçekleştirilir. Böylece hata fonksiyonu  $e(t)$  'yi sıfıra gitmeye zorlayacak eşitliğin elde edilmesi sağlanır.

Burada denetleyeci parametreleri olan  $K_d$  ve  $\lambda$  'nın seçimi, erişme evresinin tamamlanması ve harici bozuculara karşı dayanıklı bir yapının sergilenmesi hususunda önem arz etmektedir. Kayma yüzeyinin tasarımında  $\lambda$  'nın seçimi yapılmalıdır. Ayrıca bu tip denetleyicilerin tasarımında kullanılan kabullerden biri kontrol işaretinin sonsuz hızda bir değerden diğerine anahtarlanabileceğidir. Anlık olarak yüksek anahtarlama frekanslarına erişilmesi fiziksel sınırlamalardan dolayı imkânsızdır. Literatürde yapılan çalışmalarda çatırtı adı verilen gürültülerin oluşması nedeniyle birçok önlem alınmış, kaldırılmasına veya düşürülmesine çalışılmıştır. Bu yapılarda anahtarlamanın kendisi yapısal olarak çatırtıya müsait olduğundan, çatırtı probleminden kastedilen

esas durumun, sistem dinamiklerinde meydana gelen frekansı ve genliği sınırlı salınımlardır. Bu salınımlar sistemlerin doğası gereği varolan Limit Çevrimlerden meydana gelmektedir. Çatırtının nedenlerinden biri, gerçek zamanlı sistemlerde varolan gecikmelerdir. Diğer bir neden ise algılayıcı ve aktüatörlerdeki sınırlamalar veya modellenmemiş parametrelerdir. Pratikte çatırtıyı azaltmak için anahtarlama fonksiyonunda, ideal röle yerine doyum tipi röle veya süreklileştirilmiş yaklaşımın kullanıldığı görülmektedir. İdeal ve doyum tipi röle kontrol karakteristikleri sırasıyla Eşitlik 4.7 ve Eşitlik 4.8’de verilmiştir.

$$\text{sgn}(S(t)) = \begin{cases} 1 & S(t) > 0 \\ -1 & S(t) < 0 \end{cases} \quad (4.7)$$

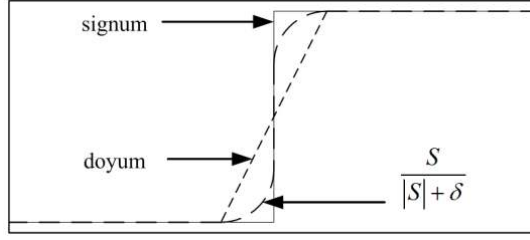
Burada  $S(t) = 0$  hattı üzerinde çatırtısız bir kayma kipi mevcuttur. Ancak  $S(t) = 0$  yakınlarında kontrol işaretinin sonsuz hızda anahtarlanabildiği varsayılmaktadır.

$$\text{sat}(S(t)) = \begin{cases} \text{sgn}(S(t)) & |S(t)| > \phi \\ \frac{S(t)}{\phi} & |S(t)| \leq \phi \end{cases} \quad (4.8)$$

Burada  $\phi > 0$  olmak koşuluyla  $\pm\phi$  sınırlayıcı tabaka olarak adlandırılmaktadır. Sınırlayıcı tabaka dışında kontrol işareti ideal röle ile benzer özellikler göstermektedir. Sınırlayıcı tabaka içerisinde ise sürekli bir kontrol mekanizması mevcuttur. Bu nedenle çatırtı oluşumu görülmemektedir. Ancak tam anlamıyla kayma kipi mevcut değildir. Literatürde sınırlayıcı tabaka kalınlığının uyarlamalı yapıldığı çalışmalar da mevcuttur. Diğer bir anahtarlama stratejisi ise doyum fonksiyonunun sürekli zamanda türevlenmiş halinin kullanıldığı yapılardır. Kullanılan fonksiyon yapısı Eşitlik 4.9’da verilmiştir.

$$\frac{S}{|S| + \delta} \quad (4.9)$$

Burada  $\delta > 0$  olmak şartıyla kontrol işaretini süreklileştiren pozitif bir sayıdır. Literatürde kullanılan farklı anahtarlama fonksiyonları Şekil 4.2’de verilmiştir.



Şekil 4.2. Anahtarlama fonksiyonları

Son yıllarda kesir dereceli kayan kipli denetleyici yapısını içeren çalışmalar ilgi çeken konular arasına girmiştir. Örneğin, H. Delavari ve arkadaşları tarafından yapılan çalışmada birleşik tank sistemindeki sıvı akışı bu yöntemle denetlenmiştir [55]. J. Huang ve arkadaşları sabit mıknatıslı senkron motorun pozisyon kontrolünü, S. A. Batalov ve arkadaşları ise doğru akım motorunun kullanıldığı 3 serbestlik derecesine sahip robotun denetimini kesir dereceli kayan kipli denetleyici ile sağlamışlardır [49, 50]. S. Dadras ve H. R Momeni ise belirsiz doğrusal olmayan sistemler üzerinde bu denetleyiciyi uygulamışlardır [51]. Ayrıca kesir dereceli operatörlerin kayan kipli denetleyici ile kullanılması fikri, Vinagre ve Calderon tarafından yapılan bir çalışmada ele alınmıştır [52]. Referans [52]'deki çalışmada; çift katlı integratör yapısı, kesir dereceli denetim kuralı ve kayma yüzeyine sahip denetleyici ile denetlenmiştir. Yapılan benzetim çalışmalarına göre, kesirli kayan kipli denetim yapısının amaca ulaşma anlamında iyi sonuçlar verdiği ortaya konulmuştur. Bu bölümde geleneksel kayan kipli denetim (GKKD) yapısına, kesir dereceli integro-diferansı ile ifadeler dahil edilerek sistemin kararlılığı ve bozuculara karşı dayanıklılığı incelenecektir.

#### Problem Tanımı

Eşitlik 4.2 ile ifade edilen kayma yüzeyindeki türev operatörü  $(d/dt) = D$  olarak yazılırsa  $n$ . dereceden sisteme ait kayma yüzeyi Eşitlik 4.10'daki gibi elde edilir.

$$S(\bar{x};t) = (D + \lambda)^{n-1} e(t) \quad (4.10)$$

Bu ifade Binom açılım kullanılarak yeniden düzenlenirse,

$$S(\bar{x};t) = \left[ \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n-1}{k} (D)^k \lambda^{n-1-k} \right] e(t) \quad (4.11)$$

olur. Burada  $i = n-1$ ,  $k = 0, 1, \dots, n-1$  'dir.

**Yorum 4.1:** Eşitlik 4.11'deki türev operatörünün kesir dereceli formda ifade edilmesiyle, değişken ve etki aralığı geniş bir kayma yüzeyi tasarlanabilir. GKGD'yi oluşturan kontrol kuralındaki terimler sistem dinamiklerini de içerdiği için denetleyiciye kesir dereceli özelliklerin kazandırılması fikri, sistem modeli açısından da önem arz etmektedir. Bu bağlamda önerilen kayma yüzeyi Eşitlik 4.12'de verilmiştir [56].

$$S(\bar{x}; t) = \left[ \sum_{k=0}^i \binom{i}{k} \left[ (D)^k D^{\pm \alpha_k} \right] \lambda^{i-k} \right] e(t) \quad (4.12)$$

Burada hata fonksiyonunun türevsel değişimi,  $0 < \alpha_k < 1$  olmak şartıyla,  $(D)^k D^{\pm \alpha_k}$  ifadesindeki sistem mertebesini yok etmeden geniş bir aralıkta kayma yüzeyini ifade eder.

Eşitlik 4.13 ile verilen sistemi ele alalım;

$$G(s) = \frac{K}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0} \quad (4.13)$$

Eşitlik 4.13'teki geçiş fonksiyonu için, kayma yüzeyi ve kayma yüzeyinin birinci dereceden türevi Yorum 4.1 kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilir.

$$S(t) = n_k D^{k \pm \alpha_k} e(t) + n_{k-1} D^{k-1 \pm \alpha_{k-1}} e(t) + \dots + n_1 D^{1 \pm \alpha_1} e(t) + n_0 D^{0 \pm \alpha_0} e(t) \quad (4.14)$$

$$\dot{S}(t) = n_k D^{k+1 \pm \alpha_k} e(t) + n_{k-1} D^{k \pm \alpha_{k-1}} e(t) + \dots + n_1 D^{2 \pm \alpha_1} e(t) + n_0 D^{1 \pm \alpha_0} e(t) \quad (4.15)$$

Burada,  $n_k = 1$ ,  $n_{k-1}, \dots, n_1, n_0$  binom açılımı ile elde edilen sabit katsayılarıdır. Türev operatörünün dereceleri, gerçel sayı olan ve  $0 < \alpha_k < 1$  aralığındaki  $\alpha_k, \alpha_{k-1}, \dots, \alpha_1, \alpha_0$  sayılarıyla ifade edilmektedir. Geri besleme hatasının sıfıra ulaşmasını sağlamak için, Eşitlik 4.6 kullanılarak eşdeğer kontrol kuralını elde

etmek gerekmektedir. Bu nedenle Eşitlik 4.15'teki kayma yüzeyinin türevi sıfıra eşitlenip  $\dot{S}(t) = 0$ , gerekli düzenlemeler yapılırsa aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$D^{k+1}D^{\pm\alpha_k}e(t) + n_{k-1}D^{k\pm\alpha_{k-1}}e(t) + n_{k-2}D^{k-1\pm\alpha_{k-2}}e(t) + \dots + n_0D^{1\pm\alpha_0}e(t) = 0 \quad (4.16)$$

$$D^{k+1}e(t) = -n_{k-1}D^{k\pm\beta_{k-1}}e(t) - n_{k-2}D^{k-1\pm\beta_{k-2}}e(t) - \dots - n_0D^{1\pm\beta_0}e(t) \quad (4.17)$$

Burada kesir dereceleri ifade eden  $\beta_{k-1}, \beta_{k-2}, \dots, \beta_0$  sayıları eşitliğin her iki tarafının  $D^{\pm\alpha_k}$  'a bölünmesiyle elde edilir. Başlangıç koşullarının sıfır almak şartıyla, Eşitlik 4.13 ile verilen sistemin zaman tabanındaki ifadesi Eşitlik 4.18 ile verilmektedir.

$$u(t) = b_m D^{k+1}x(t) + b_{m-1}D^k x(t) + \dots + b_1 D^1 x(t) + b_0 x(t) \quad (4.18)$$

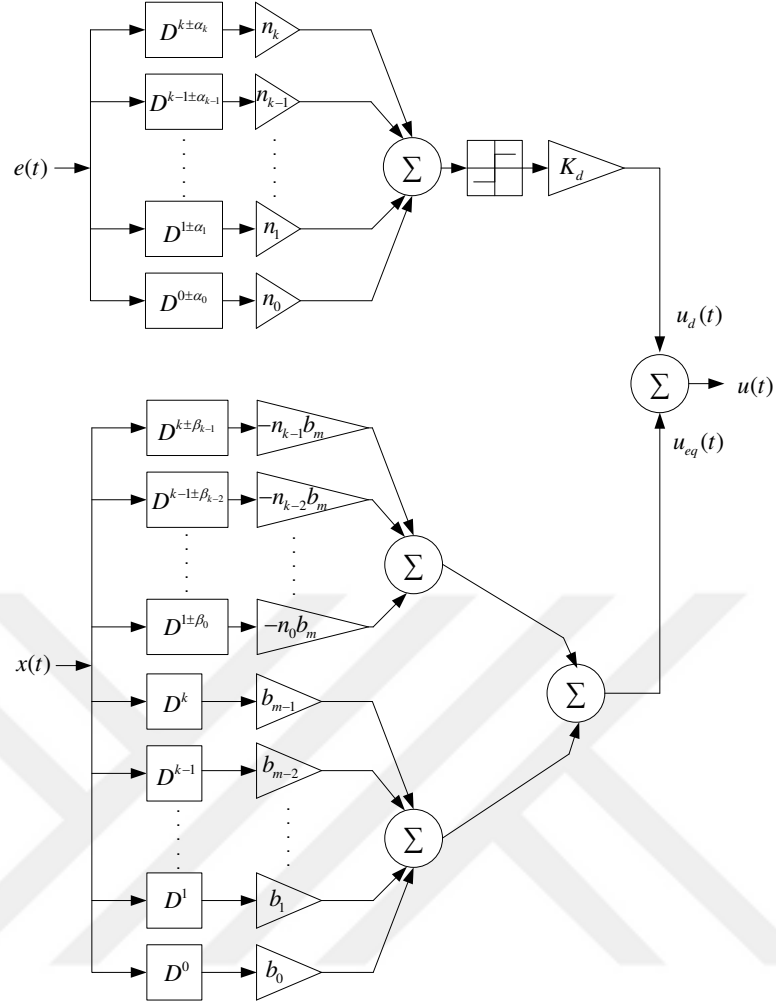
Burada,  $u(t)$  kontrol işareti,  $k+1=n$  için  $n$  sistem mertebesi ve  $b_m = b_n/K$  'dır. Eşitlik 4.17'nin Eşitlik 4.18'de kullanılmasıyla, eşdeğer kontrol kuralı şu şekilde bulunur.

$$u_{eq}(t) = b_m (-n_{k-1}D^{k\pm\beta_{k-1}}x(t) - n_{k-2}D^{k-1\pm\beta_{k-2}}x(t) - \dots - n_0D^{1\pm\beta_0}x(t)) + b_{m-1}D^k x(t) + b_{m-2}D^{k-1}x(t) + \dots + b_1 D^1 x(t) + b_0 x(t) \quad (4.19)$$

Burada  $e(t) = x_d(t) - x(t)$  ve  $x_d(t) = 0$  'dır. Belirsizlikler ve bozucular altında ulaşma evresini tamamlamak için, sürekli olmayan terimi  $u_d = -K_d \text{sgn}(S(t))$  eşdeğer kontrol kuralına ekleyerek toplam kontrol kuralı elde edilir.

$$u(t) = b_m (-n_{k-1}D^{k\pm\beta_{k-1}}x(t) - n_{k-2}D^{k-1\pm\beta_{k-2}}x(t) - \dots - n_0D^{1\pm\beta_0}x(t)) + b_{m-1}D^k x(t) + b_{m-2}D^{k-1}x(t) + \dots + b_1 D^1 x(t) + b_0 x(t) - K_d \text{sgn}(S(t)) \quad (4.20)$$

Eşitlik 4.20 kullanılarak elde edilen kesir dereceli kayan kipli denetleyici (KD-KKD) yapısı Şekil 4.3'te gösterilmiştir.



Şekil 4.3. Önerilen KD-KKD yapısının blok diyagramı

#### 4.1.1. Doğrusal Zamanla Değişmeyen Sistemler için KD-KKD Tasarımı

Tam sayı dereceli kontrol edilebilir bir sistemi ele alalım.

$$Dx(t) = \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}(u(t) + d(x(t), t)) \quad (4.21)$$

Burada,  $x$  n boyutlu durum vektörü,  $u(t)$  kontrol girişi,  $\mathbf{A}$  ve  $\mathbf{B}$  bilinen sistem matrisleri,  $D$  türevsel operatör ve  $d(x(t), t)$  ise harici bozucudur.

**Kabul 4.1:** Üst sınır değeri bilinin bozucu işareti zaman tabanında sürekli formda şu şekilde türetilir [53].

$$\|d(x(t), t)\| < d_0(x(t), t) \quad (4.22)$$

Zamanla değişen doğrusal bir sistem için kayma yüzeyi Eşitlik 4.23'teki gibi yazılabilir [53].

$$S(x) = \mathbf{c}^T \mathbf{x} \quad (4.23)$$

Burada,  $c \in \mathbf{R}^{m \times n}$  kayma yüzeyini oluşturan sabit katsayılar ve  $m \times n$  de matris boyutlarıdır. Eşdeğer kontrol kuralı,  $\dot{S}(x) = 0$  alınarak Eşitlik 4.25'teki gibi bulunur.

$$\mathbf{c}^T D\mathbf{x} = \mathbf{c}^T (\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t)) \quad (4.24)$$

$$u_{eq}(t) = -(\mathbf{c}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{c}^T (\mathbf{A}\mathbf{x}(t)) \quad (4.25)$$

Kararlı kayma hareketini sağlayan toplam kontrol kuralı ise süreksiz terim olan  $u_d = -K_d \operatorname{sgn}(S(t))$ 'nin eklenmesiyle elde edilir.

$$u(t) = -(\mathbf{c}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{c}^T (\mathbf{A}\mathbf{x}(t)) - K_d \operatorname{sgn}(S(x)) \quad (4.26)$$

**Kabul 4.2:** Eşitlik 4.24 ve 4.26'ya göre kayma modu,  $(\mathbf{c}^T \mathbf{B})$  matrisinin tersinin olması ve  $\operatorname{rank}(\mathbf{B}) = m$  olmasıyla sağlanmaktadır [53].

Kabul 4.1 ve Kabul 4.2'ye göre Eşitlik 4.26'daki kontrol kuralının amacı sağladığı söylenebilir. Buna göre kayma modu ve hata fonksiyonun tüm zamanlar için sıfıra ulaşması durumu yerine getirilmiştir.

İkinci mertebeden bir sistemi ele alalım.

$$u(t) = - \underbrace{\left( \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}}_{\text{sürekli terim}} \underbrace{- K_d \operatorname{sgn} \left( \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \right)}_{\text{süreksiz terim}} \quad (4.27)$$

Burada durum değişkenleri arasındaki türevsel ilişkinin sistem dinamiklerine bağlı olduğu düşünülürse aşağıdaki eşitlik Eşitlik 4.27 ile verilen sistemdeki durum değişkenlerini tanımlamaya yardımcı olur.

$$X_2 = DX_1 \quad (4.28)$$

**Yorum 4.2:**  $X_2 = D^{1 \pm \beta} X_1$  durum değişkenindeki  $D^{\pm \beta}$  operatörü  $0 < \beta < 1$  olmak şartıyla, hata fonksiyonunun kayma yüzeyine taşınmasını sağlayan kontrol

işaretindeki sürekli terimi ( $u_{eq}$ ), zayıflatıcı veya kuvvetlendirici yönde etki etmektedir.

**Yorum 4.3:**  $X_2 = D^{1\pm\alpha} X_1$  durum değişkenindeki  $D^{\pm\alpha}$  operatörü  $0 < \alpha < 1$  olmak şartıyla, hata fonksiyonunun kayma yüzeyinde kalmasını ve bozuculara karşı dayanıklı bir yapı oluşumunu sağlayan kontrol işaretindeki süreksiz terimi ( $u_d$ ), zayıflatıcı veya kuvvetlendirici yönde etki etmektedir.

#### *KD-KKD'nin Kararlılık Analizi ve Erişim Şartı*

Dinamik sistemlerin kararlılığı, geçerli bir denetleyici tasarımı için önemli bir konudur. Literatürde tamsayı dereceli sistemlerin kararlılık analizi için birçok yöntem vardır. Bilindiği üzere, tam sayı dereceli zamanla değişmeyen doğrusal sistemlerin kararlı olabilmesi için, sistemin karakteristik polinomunun köklerinin kompleks  $s$  düzleminde sol yarı tarafta konumlanmış olması gerekmektedir. Bununla birlikte, Routh-Hurwitz kriteri gibi nümerik çözümler de mevcuttur. Ancak bu yöntemler doğrudan kesir dereceli sistemlerde kullanılmamaktadır [1].

Doğrusal Matris Eşitsizliği (Linear Matrix Inequality), matrisin özdeğerlerinin kompleks düzlemde kesin olarak bir bölgeye ait olup olmadığını kontrol etmek için kullanılmaktadır [39]. Bu yöntem, kesir dereceli DZD sistemler için geliştirilmiştir. Ayrıca harici ve dâhili kararlılık durumları, kapalı açısız segmentlerle birlikte de incelenmiştir [57].

Eşitlik 2.49 ile ifade edilen kesir dereceli DZD sistemin durum uzay formunu ele alalım.

**Teorem 4.1:** Dereceleri orantılı olan kesir dereceli DZD sistemler,  $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_n \equiv \alpha$  olmak şartıyla Eşitlik 4.29'daki durumu sağlıyorsa kararlıdır [58].

$$|Arg(eig(\mathbf{A}))| > \alpha \frac{\pi}{2} \quad (4.29)$$

Burada  $0 < \alpha < 2$  ve  $eig(\mathbf{A})$ ,  $\mathbf{A}$  matrisini özdeğerlerini temsil etmektedir. Bu teoremin ispatı [58] no'lu referansta açıkça verilmiştir. Eğer sistem farklı türevsel derecelere sahip ise ( $\alpha_1 \neq \alpha_2 \neq \dots \neq \alpha_n$ ), bu sistemlere dereceleri düzensiz olan sistemler denilmektedir ve Teorem 4.1 bu durum için geçersizdir. Bu durumda Eşitlik 2.43 ile gösterilen homojen kesir dereceli diferansiyel eşitlik ele

alınmalıdır. Bu eşitliğin analitik çözümü için Podlubny tarafından literature kazandırılan Mittag-Leffler fonksiyonu kullanılmalıdır. Bu durumda  $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$  şartı sağlanıyorsa kesir dereceli diferansiyel eşitlik kararlıdır denilebilir. Ayrıca, temel kesir dereceli DZD sistemler için kararlılık test prosedürü [59]'da bulunabilir.

Eşitlik 4.27 ilen verilen sistem ele alınırsa, Yorum 4.2 ve Yorum 4.3'e göre kayma yüzeyi şu şekilde elde edilir.

$$S(x) = c_1 X_1 + c_2 D^{1\pm\alpha} X_1 \quad (4.30)$$

**Yorum 4.4:**  $D^{1\pm\alpha}$  operatörü  $X_2$  'nin  $(\pm\alpha - 1)$ . dereceden integrasyondur. Alçak geçiren filtre etkisi gösteren bu operatör, yüksek frekanslı salınımları ve bozucu etkilerini bastırıcı yönde davranış sergilemektedir. Bu bağlamda Eşitlik 4.30'ta verilen kesir dereceli kayma yüzeyi geleneksel yapıya göre daha yumuşak bir anahtarlama yapılmasına imkân sağlamaktadır.

Yorum 4.2 ve Yorum 4.3 sistem dinamiklerine göre daha fazla durum değişkeni için genellenebilir. Buna göre Eşitlik 4.27 ilen verilen sistem yeniden düzenlenirse,

$$u(t) = - \underbrace{\left( \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ D^{1\pm\beta} X_1 \end{bmatrix} \right)}_{\text{sürekli terim}} \underbrace{- K \operatorname{sgn} \left( \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ D^{1\pm\alpha} X_1 \end{bmatrix} \right)}_{\text{sürekli terim}} \quad (4.31)$$

elde edilir. Eşitlik 4.30'un düzenlenmesiyle aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$\begin{aligned} c_1 X_1 + c_2 D^{1\pm\alpha} X_1 &= 0 \\ D^{1\pm\alpha} X_1 &= -c_1/c_2 X_1 \end{aligned} \quad (4.32)$$

Burada  $0 < 1 \pm \alpha < 2$  'dir.

Teorem 4.1'e göre kayma yüzeyindeki sistem dinamikleri,  $c_1/c_2$  'nin pozitif olmasıyla asimptotik kararlı olacaktır.

Eşitlik 4.12'ye göre üçüncü mertebeden bir sistem için aynı prosedürü uygulayacak olursak kayma yüzeyi şu şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned}
S(t) &= \left( \binom{2}{2} (D^2 D^{\pm \alpha_2}) \lambda^0 \right) e(t) + \left( \binom{2}{1} (D^1 D^{\pm \alpha_1}) \lambda^1 \right) e(t) \\
&\quad + \left( \binom{2}{0} (D^0 D^{\pm \alpha_0}) \lambda^2 \right) e(t) \\
&= D^{2 \pm \alpha_2} e(t) + 2 D^{1 \pm \alpha_1} \lambda e(t) + D^{\pm \alpha_0} \lambda^2 e(t)
\end{aligned} \tag{4.33}$$

$$D^{2 \pm \alpha_2} e(t) + 2 D^{1 \pm \alpha_1} \lambda e(t) + D^{\pm \alpha_0} \lambda^2 e(t) = 0 \tag{4.34}$$

Bu eşitlikte,  $2 \pm \alpha_2 \neq 1 \pm \alpha_1 \neq \dots \neq \pm \alpha_0$  ve  $2 \pm \alpha_2 > 1 \pm \alpha_1 > \dots > \pm \alpha_0$  olması durumunda kayma yüzeyine ait fonksiyon  $S(t)$ , dereceleri orantılı olmayan kesir dereceli diferansiyel eşitlik halini almaktadır. Bu durumda hata fonksiyonunu sıfıra  $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$  götürecek analitik çözüm, Mittag-Leffler fonksiyonu kullanılarak bulunabilir. Bununla birlikte en küçük ortak katların bulunması veya Riemann katmanları, dereceleri düzenli olmayan kesir dereceli eşitliklerin kararlılık durumunu incelemek için kullanılan yardımcı yöntemlerdir. KKD’de erişme modunun gerçekleşmesi için kayma yüzeyi ve türevinin çarpımının sıfırdan küçük olması istenmektedir.

**Teorem 4.2:** Erişim durumundaki sistem yörüngesinin doğrudan anahtarlama fonksiyonu yaklaşımı ile gösterilebileceği ulaşma modu şu şekilde ifade edilir [60].

$$\lim_{S_i \rightarrow 0^+} S_i < 0, \quad \lim_{S_i \rightarrow 0^-} \dot{S}_i > 0 \tag{4.35}$$

$$S_i \dot{S}_i < 0 \quad i = 1, \dots, m \tag{4.36}$$

Kabul 4.1 ve Kabul 4.2’ye göre oluşturulan Eşitlik 4.26’daki toplam kontrol kuralı, Eşitlik 4.5’in gerçekleşmesiyle kayma modun oluşumunu ve hatanın  $e(t)$  sıfıra gitmesini garantilemektedir. Buna göre Lyapunov fonksiyonun türevi şu şekilde yazılır.

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= S\dot{S} \\
&= S \left[ \mathbf{c}^T \mathbf{A}x(t) + \mathbf{c}^T \mathbf{B}u(t) \right] \\
&= S \left[ \mathbf{c}^T \mathbf{A}x(t) + \mathbf{c}^T \mathbf{B} \left( -(\mathbf{c}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{c}^T (\mathbf{A}x(t)) - K_d \operatorname{sgn}(S) \right) \right] \\
&\leq -K |S|
\end{aligned} \tag{4.37}$$

Burada  $\operatorname{sgn}(S) = |S|/S$  'tir.  $K_d > 0$  seçilmesiyle takip hatası kayma yüzeyine erişecek ve sıfıra gidecektir. İdeal röle yerine doyum fonksiyonunun sürekli zamanda türevlenmiş halinin kullanılmasıyla elde edilen kayma yüzeyinin türevi, kesirli türevsel operatörlerle birlikte şu şekilde yazılabilir.

$$\dot{S}(x) = -K_d \frac{\left( \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ D^{1\pm\alpha} X_1 \\ X_3 \end{bmatrix} \right)}{\left( \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ D^{1\pm\alpha} X_1 \\ X_3 \end{bmatrix} \right) + \delta} \tag{4.38}$$

Daha önce bahsedildiği gibi burada  $\delta > 0$  olmak şartıyla küçük değerlikli bir sabittir. Buna göre anahtarlama fonksiyonun işareti şu şekilde değişir.

$$\frac{S}{|S| + \delta} = \begin{cases} < 0, & \text{eğer } c_1 X_1 + c_2 D^{1\pm\alpha} X_1 + c_3 X_3 < 0 \\ > 0, & \text{eğer } c_1 X_1 + c_2 D^{1\pm\alpha} X_1 + c_3 X_3 > 0 \end{cases} \tag{4.39}$$

Böyle kayma yüzeyinin türevi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\dot{S}(x) = \begin{cases} > 0, & \text{eğer } \frac{S}{|S| + \delta} < 0 \\ < 0, & \text{eğer } \frac{S}{|S| + \delta} > 0 \end{cases} \tag{4.40}$$

Buna göre;

$$\dot{S}(x) = \begin{cases} > 0, & \text{eğer } K_d > 0 \text{ ve } S(x) < 0 \\ < 0, & \text{eğer } K_d > 0 \text{ ve } S(x) > 0 \end{cases} \tag{4.41}$$

yazılabilir. Kesir dereceli integro-diferansiyel terimlerin GKGD üzerindeki etkilerini anlayabilmek için çift katlı integratör yapısını ele alalım.

$$G(s) = \frac{1}{s^2} \quad (4.42)$$

Eşitlik 4.42 ile verilen sistemin zaman tabanındaki karşılığı şu şekilde olmaktadır.

$$\ddot{y}(t) = u(t) \quad (4.43)$$

İkinci dereceden sisteme ait kayma yüzeyinin, Eşitlik 4.44 kullanılarak elde edilmektedir.

$$S(t) = \dot{e}(t) + \lambda e(t) \quad (4.44)$$

Burada  $e(t) = y(t) - y_r(t)$  ve  $y_r(t) = 0$  olmak şartıyla  $e(t) = y(t)$  alınabilir. Kayma yüzeyini kesir dereceli formda ifade eden denklem, Eşitlik 4.45 ile verilmiştir.

$$S(t) = D^{(1-\alpha)} y(t) + \lambda y(t) \quad (4.45)$$

Buna göre kayma yüzeyinin türevi Eşitlik 4.46'daki gibi olur.

$$\dot{S}(t) = D^{(2-\alpha)} y(t) + \lambda \dot{y}(t) \quad (4.46)$$

Erişim şartını sağlamak için  $\dot{S}(x) = 0$  alınırsa,

$$D^{(2-\alpha)} y(t) = -\lambda \dot{y}(t) \quad (4.47)$$

olur. Bu eşitlik yeniden düzenlenirse, eşdeğer kontrol kuralı şöyle elde edilir.

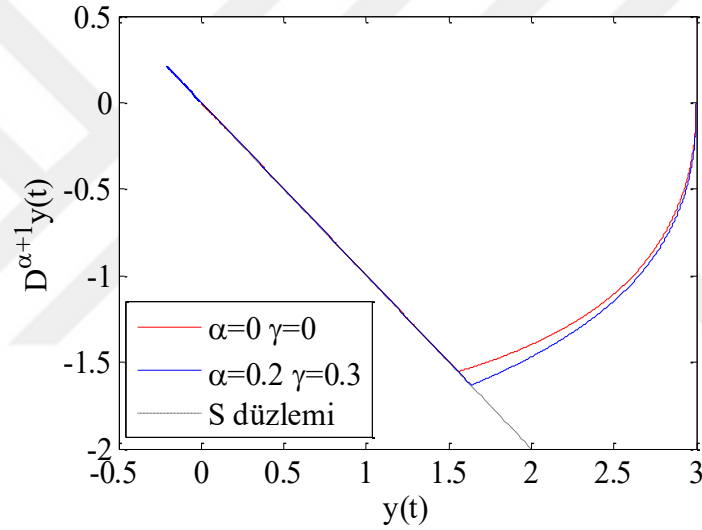
$$D^{(-\alpha)} \ddot{y}(t) = -\lambda \dot{y}(t) \quad (4.48)$$

$$u_{eq}(t) = -\lambda D^{(1+\alpha)} y(t) \quad (4.49)$$

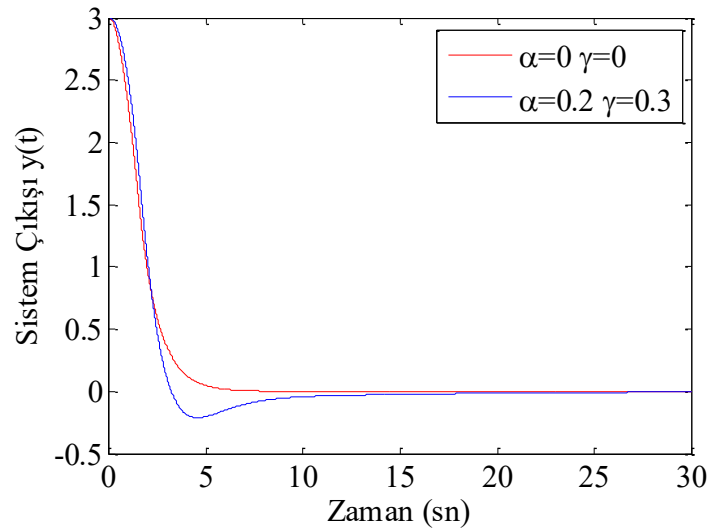
Eşdeğer kontrol kuralına, süreksiz terim  $u_d = -K_d \operatorname{sgn}(S(t))$  eklenirse toplam kontrol kuralı,

$$u(t) = -\lambda D^{(1+\alpha)} y(t) - K_d D^{(\gamma)} \operatorname{sgn}(D^{(1-\alpha)} y(t) + \lambda y(t)) \quad (4.50)$$

olarak elde edilir. Sisteme ait MATLAB/Simulink blok diyagramı EK 1’de verilmiştir. Benzetim çalışmasında simülasyon süresi 30 sn, sisteme ve denetleyiciye ait parametreler;  $y(t_0)=3$ ,  $K_d=2$ ,  $\lambda=1$ ,  $\alpha=0.2$  ve  $\gamma=0.3$  olarak seçilmiştir. Şekil 4.4’te kesir dereceli türevsel ifadelerin sisteme dâhil olduğu ve sistemde yokken elde edilen faz düzlemleri verilmiştir. Farklı  $\alpha$  ve  $\gamma$  değerlerinin bulunduğu bu grafikte sistem çıkışı, ilk etapta başlangıç değeri  $y(t_0)=3$ ’ten başlayarak kayma yüzeyine erişmiştir. Daha sonraki süreçte,  $-\lambda$  eğimli kayma yüzeyi üzerinde kontrol işaretinin süresiz terimi sayesinde denge noktasına ulaşmıştır. Şekilden görüldüğü gibi erişme modu ve kayma modu tam olarak gerçekleşmiştir. KD-KKD’ye ait eğride, erişme modu GKKD’ye göre daha geç gerçekleşmiştir.



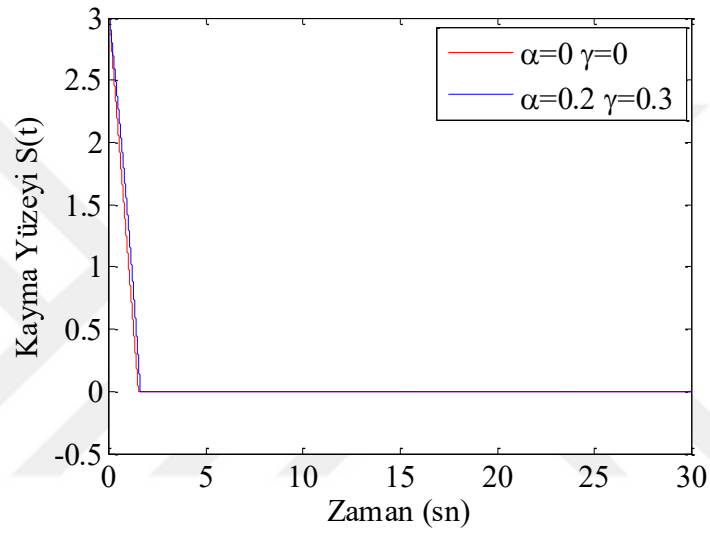
Şekil 4.4. GKKD ve KD-KKD’ye ait faz düzlemleri



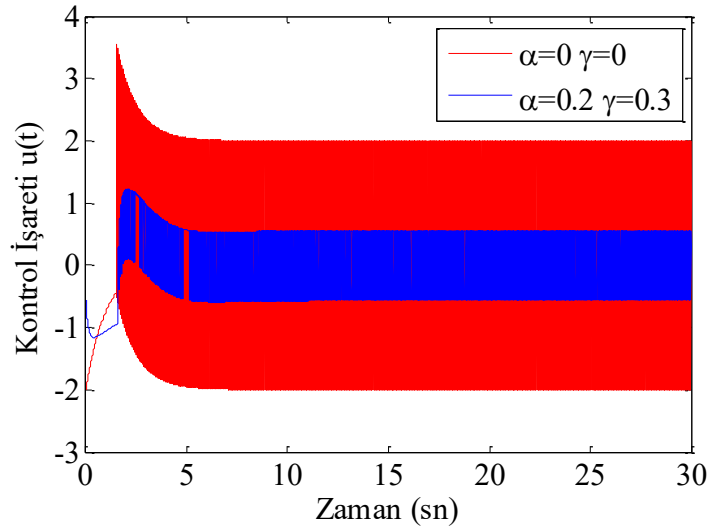
Şekil 4.5. GKKD ve KD-KKD’ye ait sistem çıkışları

Şekil 4.5'te sistem çıkışları gösterilmiştir. Sisteme ait durum değişkeninin denge noktasına ulaşma süresi KD-KKD'de GKKD'ye göre daha uzundur.

Kayma yüzeyi  $S(t)$ 'nin değişimi Şekil 4.6'da, kontrol işaretleri ise Şekil 4.7'de verilmiştir. Şekil 4.7 incelendiğinde, GKKD'de kontrol işaretinin genliği  $\pm K_d$  bandında değişmektedir. Eşitlik 4.50'de elde edilen toplam kontrol kuralına bakıldığında  $D^{(\gamma)}$  terimi anahtarlama fonksiyonunu süreklileştirmiştir. Bu durum KD-KKD'de alçak geçiren filtre etkisi oluşturarak, kontrol işaretinin genliğinin  $\pm K_d$  bandından aşağı doğru çekmiştir.



Şekil 4.6. GKKD ve KD-KKD'ye ait kayma yüzeyleri



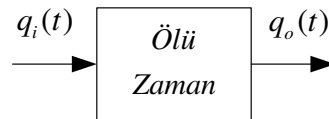
Şekil 4.7. GKKD ve KD-KKD'ye ait kontrol işaretleri

#### 4.1.2. Kararsız zaman gecikmeli sistemler için KD-KKD tasarımı

Çevremizdeki çoğu gerçek sistemde, giriş ve çıkış arasında yapısal olarak var olan zaman gecikmeleri söz konusudur. Bu sistemler kararsız davranışlar sergilemekte ve yapısında genellikle integro-diferansiyel ifadeler barındırmaktadır. Bu durum, sistemleri geleneksel metotlarla kontrol etme olanağını sınırlamaktadır. Kararsız zaman gecikmeli sistemlere (KZGS); pompalar, sıvı depolama tankları, bazı kimyasal ve biyokimyasal reaktörler örnek gösterilebilir. Kimyasal reaktörlerde, herhangi bir kontrol mekanizmasının olmadığı durumda sıcaklık istemsiz olarak artarak sistemi kararsızlığa sürüklemektedir. Pratik sistemlerdeki çoğu kararsız zaman gecikmeleri, bir veya ikinci dereceden modellerle ifade edilmektedir. Bu nedenle, düşük mertebeli KZGS'lerin kontrolü ilgi çekici konular arasındadır [61]. Smith öngürücü tabanlı çalışmalar, geleneksel PID kontrolcüsünü içeren yapılar ve dayanıklı kontrol algoritmalarının kullanıldığı çalışmalar bu alanda yapılan çalışmalara örnek gösterilebilir. Dayanıklı kontrol yapılarından olan GKGD de, KZGS'in denetiminde kullanılan uygun bir tekniktir. Örneğin, bazı öngürücü yapılarıyla GKGD'nin harmanlandığı çalışmada, uzun süreli gecikmeye sahip kararsız sistemin denetimi sağlanmıştır [62]. Bunun yanı sıra [63]'te, birinci dereceden KZGS için GKGD tasarımı yapılmıştır. Literatürde bu konuyla ilgili yapılan birçok çalışma mevcuttur [64-70].

Bu bölümde KZGS'in denetimi için, KD-KKD yapısı karşılaştırmalı olarak GKGD yapısı ile kıyaslanmıştır. Farklı örnekler üzerinde yapılan benzetim çalışmalarında, önerilen yöntemin bazı durumlar için başarımlı sağladığı görülmüştür.

Ölü zaman yapısının giriş ve çıkışı arasındaki ilişkiyi görmek için aşağıdaki grafiksel gösterimi ve Eşitlik 4.51'i ele alalım.



Şekil 4.8. Ölü zaman

$$q_o(t) = q_i(t - \tau_d)u_i(t - \tau_d) \quad (4.51)$$

Herhangi bir zaman gecikmesine ait yapının Laplace formu bu ifadelere göre şu şekilde bulunur,

$$\begin{aligned} u_i(t - \tau_d) &= 1, & t &\geq \tau_d \\ u_i(t - \tau_d) &= 0, & t < \tau_d \end{aligned} \quad (4.52)$$

$$L[f(t - \tau_d)u(t - \tau_d)] = e^{-\tau_d s} F(s) \quad (4.53)$$

Zaman gecikmelerinin modellenmesi, genellikle grafiksel yöntemlerin kullanılması, ölü zamanı ifade eden bileşenin geçiş fonksiyonuna ait Taylor serisi açılımındaki ilk iki terimin alınması ya da Padé yaklaşım metoduyla elde edilir. Taylor serisi açılımına göre,

$$e^{-\tau_d s} = 1 - \tau_d s \quad (4.54)$$

olarak elde edilmektedir. Padé yaklaşım metoduna göre  $k$ . dereceden bir zaman gecikmesi Eşitlik 4.55'teki gibidir.

$$e^{-\tau_d s} = \frac{e^{\frac{-\tau_d s}{2}}}{e^{\frac{\tau_d s}{2}}} \approx \frac{\left(1 - \frac{\tau_d s}{2k}\right)^k}{\left(1 + \frac{\tau_d s}{2k}\right)^k} \quad (4.55)$$

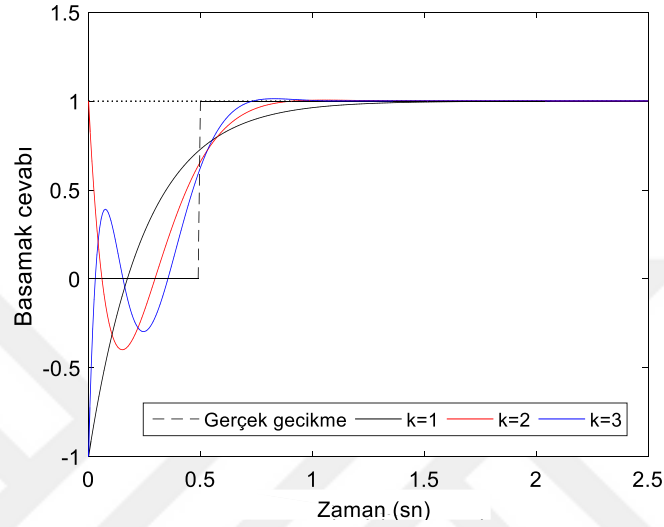
Elde edilen geçiş fonksiyonunun genliği tüm frekanslarda 1'e eşittir. Sağ yarı  $s$  düzleminde sistemin sıfırı olduğu için, minimum olmayan fazlıdır. Yaklaşımın derecesi yükseldikçe, yüksek doğrulukta düşük frekans bandında bir karakter sergilemektedir. Padé yaklaşımına göre farklı derecelerde elde edilmiş transfer fonksiyonlarının birim basamak cevaplarını incelemek amacıyla  $G(s) = e^{-0.5s}$  fonksiyonunu ele alalım. Eşitlik 4.55'e göre  $k=[1 \ 3]$  için elde edilen yaklaşık fonksiyonlar aşağıdaki gibidir.

$$G_{k_1}(s) = \frac{-s + 4}{s + 4}, \quad k = 1 \quad (4.56)$$

$$G_{k_2}(s) = \frac{s^2 - 12s + 48}{s^2 + 12s + 48}, \quad k = 2 \quad (4.57)$$

$$G_{k_3}(s) = \frac{-s^3 + 24s^2 - 240s + 960}{s^3 + 24s^2 + 240s + 960}, \quad k = 3 \quad (4.58)$$

Her üç sistemin birim basamak cevapları Şekil 4.9'da verilmiştir. Yaklaşım derecesinin artması, yüksek doğrulukta sonuçlar verirken işlem karmaşıklığını arttıracak yüksek dereceli transfer fonksiyonları üretilmektedir.



Şekil 4.9. Farklı yaklaşım dereceleri için birim basamak cevapları

**Örnek 4.1:** Zaman gecikmesine sahip birinci dereceden bir sisteme ele alalım.

$$G(s) = \frac{K}{\tau s - 1} e^{-\tau_d s} \quad (4.59)$$

Sisteme ait zaman gecikmesi  $e^{-\tau_d s}$ , Padé yaklaşım metoduna göre bir adet kutup ve bir adet sıfıra sahip olacak şekilde aşağıdaki gibi elde edilir.

$$e^{-\tau_d s} \approx \frac{2 - \tau_d s}{2 + \tau_d s} \quad (4.60)$$

Buna göre, toplam sisteme ait geçiş fonksiyonu,

$$G(s) = \frac{K(2 - \tau_d s)}{(\tau s - 1)(2 + \tau_d s)} \quad (4.61)$$

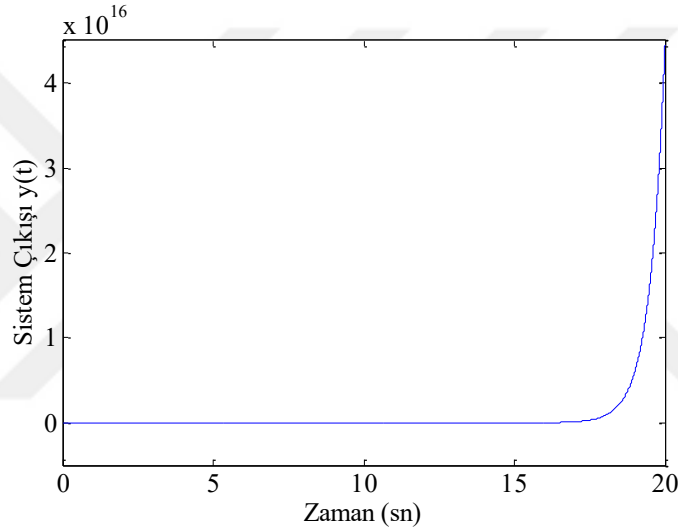
olarak bulunur. Burada,  $\tau = 0.5$   $\tau_d = 0.8$   $K = 1$  alınırsa, sistem;

$$G(s) = \frac{-0.8s + 2}{0.4s^2 + 0.2s - 2} \quad (4.62)$$

gibi olur. Sistemi durum-uzay formunda yeniden düzenlersek Eşitlik 4.63 elde edilir.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -0.5 & 5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} -2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.63)$$

Açık çevrim sistemin birim basamak cevabı Şekil 4.10'da verilmiştir.



Şekil 4.10. Eşitlik 4.63 ile verilen sistemin açık çevrim birim basamak cevabı

Kararsız bir yapı sergileyen sistemin kontrol problemi, GKGD kullanılarak çözülebilir. Öncelikle kayma yüzeyinin tasarımı yapılmalıdır. DZD sistemlerde, kayma yüzeyinin karakteristiğini oluşturan  $c^T$  vektörünü elde etmek için literatürde birçok yöntem mevcuttur. Bunlardan birisi, doğrusal geri beslemeli kapalı çevrim kontrol sisteminine uygun kök değerlerinin atanmasıdır. Diğer önemli yöntem ise değer fonksiyonunun kullanılmasıyla oluşturulan optimal kayma yüzeyi tasarımıdır. Bunun yanı sıra, arzu edilen özdeğerlere göre elde edilen Ackermann yöntemi de yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Kutup atamasına benzer bir yapıda olan Ackermann yönteminde; doğrusal bir sistemin  $\dot{x} = \mathbf{A}x + \mathbf{B}u$ , arzu edilen  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  özdeğerlere sahip olması hedeflenmektedir. Burada kontrol işareti olarak,

$$u = -k^T x \quad k^T = e^T P(\mathbf{A}) \quad (4.64)$$

kullanılmaktadır. Bu eşitlikte,

$$e^T = [0 \quad \dots \quad 0 \quad 1] [b \quad Ab \quad \dots \quad A^{n-1}b]^{-1} \quad (4.65)$$

$$P(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) \dots (\lambda - \lambda_{n-1})(\lambda - \lambda_n) \quad (4.66)$$

'dir.

**Teorem 4.3:** Eğer  $c^T = e^T P_1(\mathbf{A})$  ise,

$$\begin{aligned} P_1(\lambda) &= (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) \dots (\lambda - \lambda_{n-1}) \\ &= p_1 + p_2 \lambda + \dots + p_{n-1} \lambda^{n-2} + \lambda^{n-1} \end{aligned} \quad (4.67)$$

olarak alınır;  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1}$ 'lar,  $S = c^T x = 0$  kayma mod dinamiğinin özdeğerleridir. Buna göre  $c^T$  vektörü şu şekilde bulunur [53].

$$c^T = e^T (\mathbf{A} - \lambda_1 \mathbf{I})(\mathbf{A} - \lambda_2 \mathbf{I}) \dots (\mathbf{A} - \lambda_{n-1} \mathbf{I}) \quad (4.68)$$

Eşitlik 4.63'teki sistem için arzu edilen kayma yüzeyine ait özdeğer  $\lambda = -2$  olarak alınır,

$$c^T = [0 \quad 1] [b \quad Ab]^{-1} P_1(\mathbf{A}) \quad P_1(\mathbf{A}) = \mathbf{A} + \mathbf{I} \quad (4.69)$$

$$c^T = [1 \quad 2], \quad c^T \mathbf{B} = 1 \quad (4.70)$$

olarak elde edilir. Sisteme ait durum değişkenlerinin birbiri cinsinden ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} \dot{x}_2(t) &= x_1(t) \\ x_2(t) &= D^{-1} x_1(t) \end{aligned} \quad (4.71)$$

Eşitlik 4.30'a göre kesir dereceli kayma yüzeyi şu şekilde ifade edilebilir.

$$S(x) = c_1 x_1 + c_2 D^{-1 \pm \alpha} x_1 \quad (4.72)$$

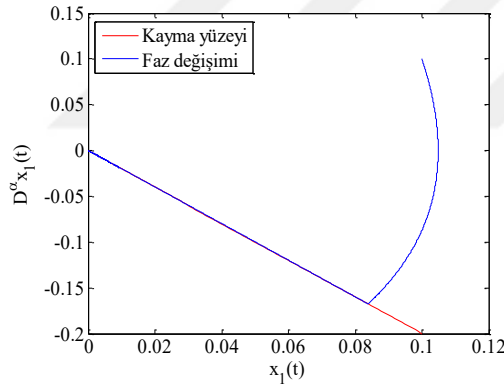
Burada  $c_1$  ve  $c_2$  parametreleri Eşitlik 4.72'ye göre yerine konulursa kayma yüzeyi,

$$S(x) = x_1 + 2D^{-1 \pm \alpha} x_1 \quad (4.73)$$

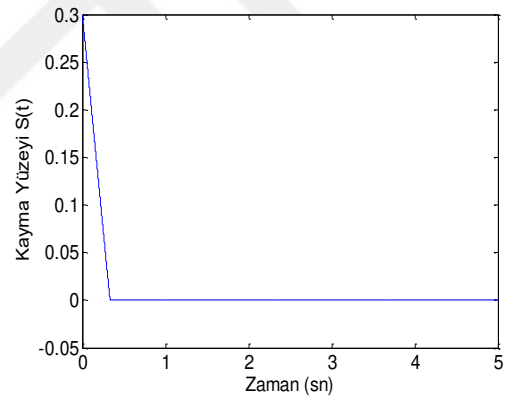
olur. Buna bağı olarak KD-KKD ait toplam kontrol kuralı,

$$u(t) = - \underbrace{\left( \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} -0.5 & 5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ D^{(-1\pm\beta)} x_1 \end{bmatrix} \right)}_{\text{sürekli terim}} - \underbrace{K_d D^{(\gamma)} \text{sgn} \left( \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ D^{(-1\pm\alpha)} x_1 \end{bmatrix} \right)}_{\text{sürekli terim}} \quad (4.74)$$

olmaktadır. Sistem öncelikle GKGD ile kontrol edilmiş, ve aşağıdaki benzetim sonuçları elde edilmiştir. Sisteme ait MATLAB/Simulink blok diyagramı EK 2’de verilmiştir. Şekil 4.11’de, GKGD ile kontrol edilen sistemin faz düzlemi ve kayma yüzeyi verilmiştir. Başlangıç değerinden kayma yüzeyine eşdeğer kontrol kuralıyla gelen durum değişkeni, belirlenen eğim doğrultusunda kayma kipini tamamlayarak orijin noktasına ulaşmıştır. Şekil 4.12’de kayma yüzeyini oluşturan  $S(t)$  fonksiyonunun zamana göre değişimi gösterilmiştir.

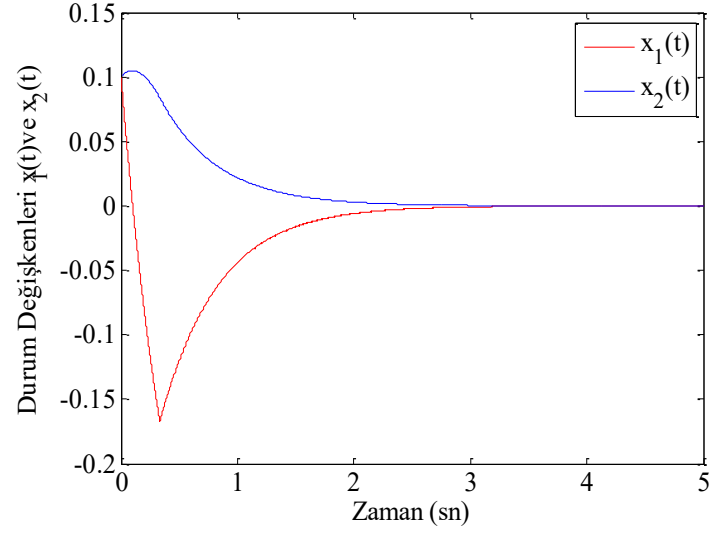


Şekil 4.11. GKGD için faz düzlemi ve kayma yüzeyi

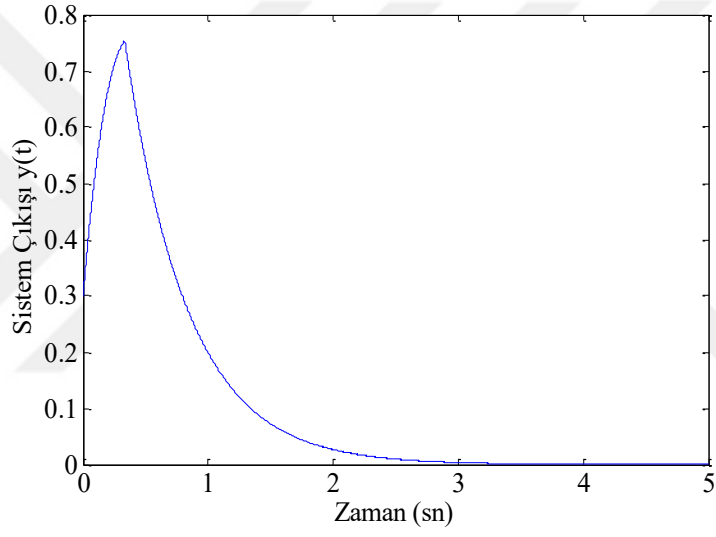


Şekil 4.12. GKGD için kayma yüzeyinin zaman göre değişimi

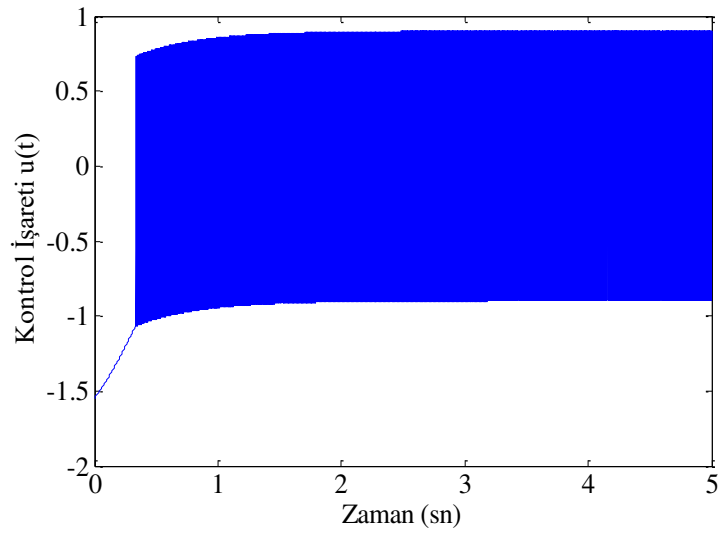
Durum değişkenlerinin değişimi ve sistem çıkışı sırasıyla Şekil 4.13 ve Şekil 4.14’te görülmektedir. Her iki durum değişkeni de yaklaşık olarak 3,2. sn’de kararlılığa ulaşmış, sistem çıkışı ise başlangıç değerinden 0 noktasına erişmiştir. Şekil 4.15’te ise kontrolör çıkış işareti gösterilmiştir. Kullanılan anahtarlama fonksiyonundan kaynaklı olarak zamana göre değişen yüksek frekanslı bir sinyal meydana gelmiştir. Sinyalin zarfını oluşturan bandın minimum ve maksimum değerleri  $K_d$  parametresinin büyüklüğüyle orantılı bir şekilde değişmektedir.



Şekil 4.13. GKKD için durum değişkenleri

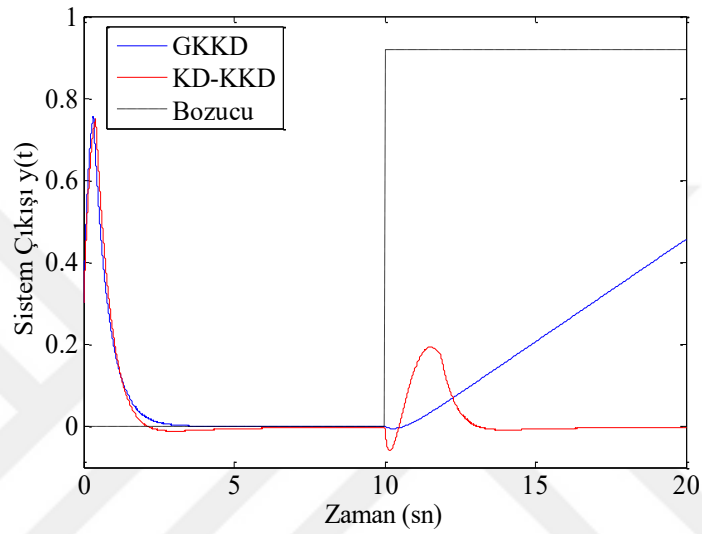


Şekil 4.14. GKKD için sistem çıkışı

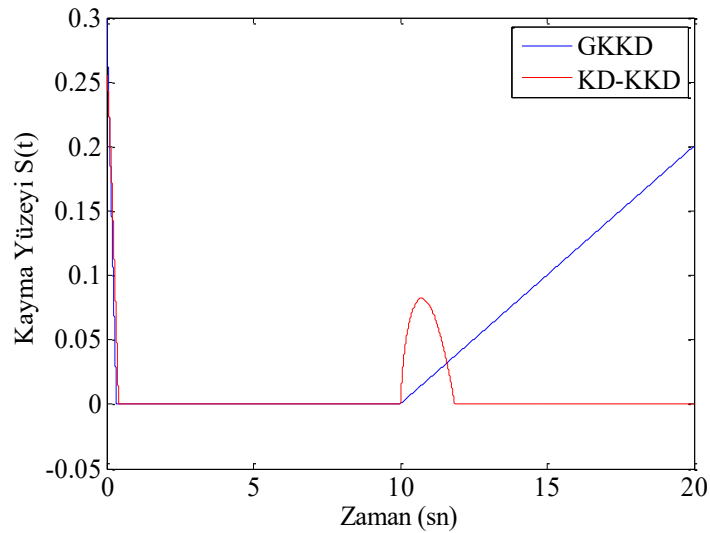


Şekil 4.15. GKKD için kontrol işareti

KD-KKD ile GKKD arasında kıyaslama yapabilmek için sisteme 10. sn'de  $d > K_d$  olacak şekilde üst sınır değeri  $d = 0.91$  olan giriş bozucusu dâhil edilmiştir. Şekil 4.16'da, her iki kontrolör için sistem çıkışları verilmiştir. Bozucunun etki ettiği 10. sn'den itibaren; GKKD ile kontrol edilen sistem kararsız bir davranış sergilemekteyken, önerilen KD-KKD bu durumu kısa sürede kompanze etmektedir. Şekil 4.17'de ise kayma yüzeylerinin zaman göre değişimleri verilmiştir.

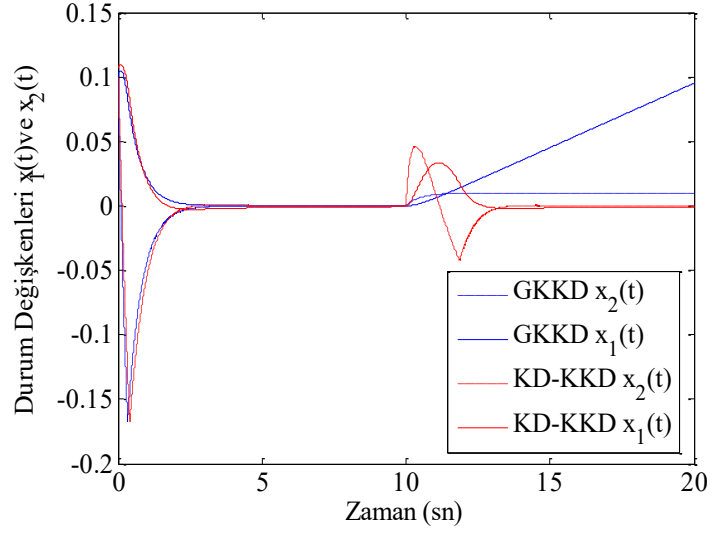


Şekil 4.16. GKKD ve KD-KKD için sistem çıkışı ve bozucu giriş



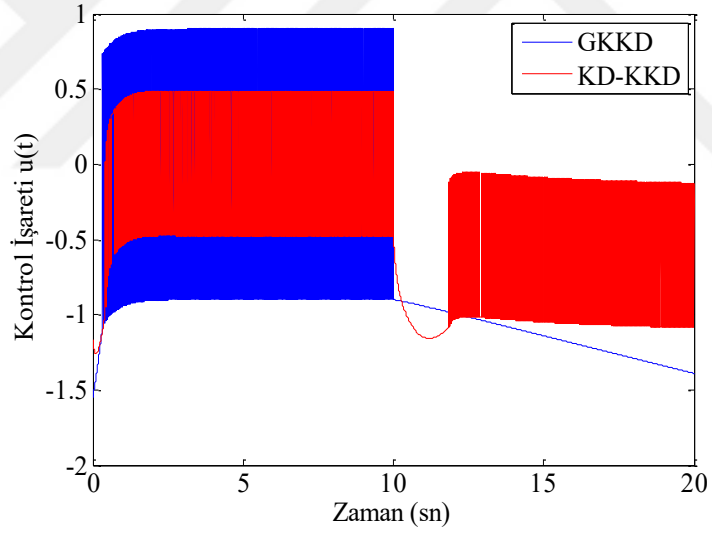
Şekil 4.17. GKKD ve KD-KKD için kayma yüzeyi

Şekil 4.18'de sisteme ait durum değişkenlerinin değişimleri gösterilmiştir. KD-KKD'nin her iki durum değişkeninin kararlılığını koruduğu görülmektedir.



Şekil 4.18. GKGD ve KD-KKD için durum değişkenleri

Şekil 4.19’da ise kontrol işaretleri görülmektedir. İyi bir filtrasyon sağlayan KD-KKD yapısının, bozucu sonrasında kontrol performansını devam ettirdiği bu grafikte de açıkça görülmektedir.



Şekil 4.19. GKGD ve KD-KKD için kontrol işaretleri

Herhangi bir sifıra sahip olmayan birinci dereceden zaman gecikmesi yaklaşımının kullanılması, tasarım kolaylığı getirdiği için kabul edilir niteliktedir. Bu ifadeye göre elde edilen yaklaşık model şöyle olmaktadır.

$$e^{-\tau_d s} = \frac{1}{\tau_d s + 1} \quad (4.75)$$

**Örnek 4.2:** Referans [63]' te verilen birinci dereceden KZGS ele alalım.

$$G_1(s) = \frac{1}{s-1} e^{-0.8s} \quad (4.76)$$

Bu geçiş fonksiyonu Eşitlik 4.75 kullanılarak yeniden düzenlenirse,

$$G_1(s) = \frac{1}{(s-1)(0.8s+1)} = \frac{1}{0.8s^2 + 0.2s - 1} \quad (4.77)$$

olarak elde edilir. Eşitlik 4.12 ile önerilen kesir dereceli kayma yüzeyi ve eşdeğer kontrol kuralı aşağıdaki gibi oluşturulabilir.

$$S(t) = D^{1\pm\alpha_1} e(t) + \lambda D^{0\pm\alpha_0} e(t) \quad (4.78)$$

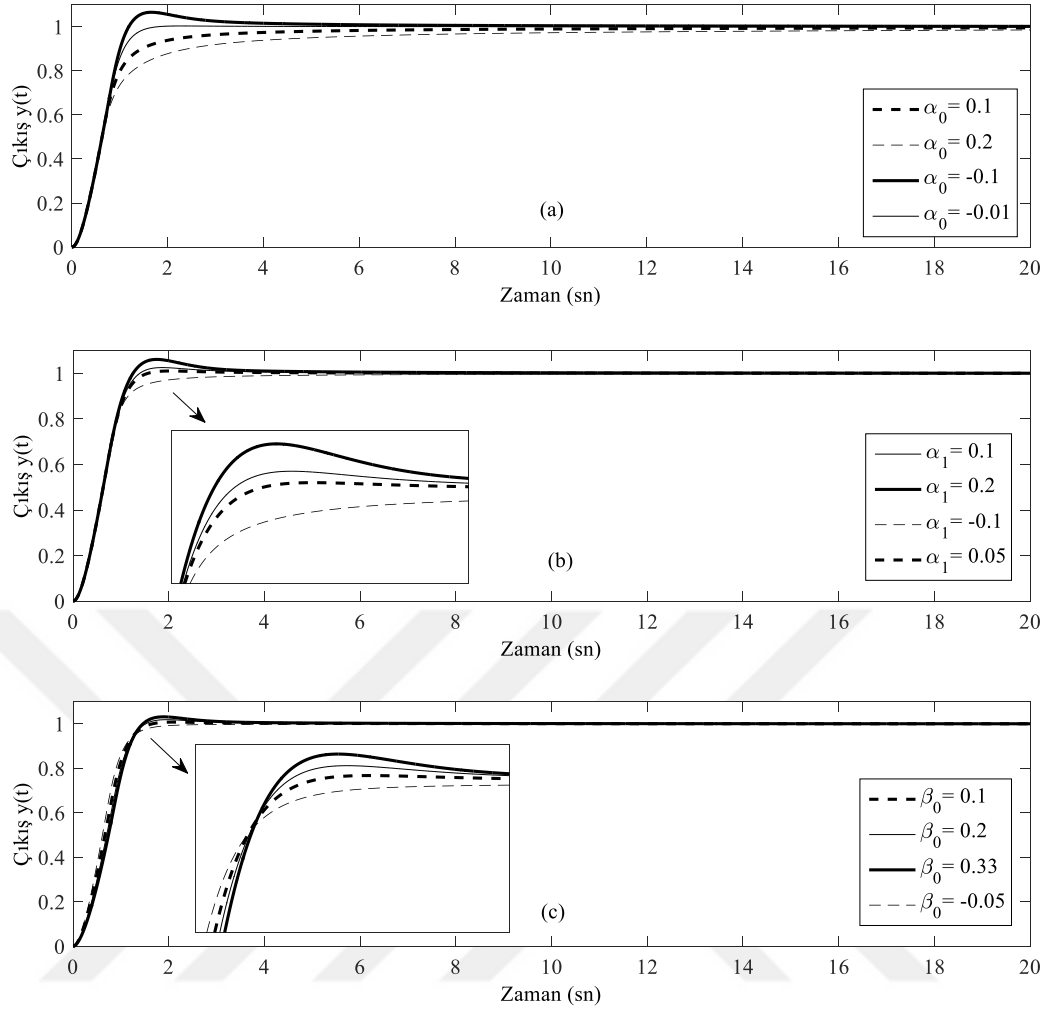
$$u_{eq}(t) = 0.8 \left( -\lambda D^{1\pm\beta_0} x(t) \right) + 0.2 \left( D^1 x(t) \right) - x(t) \quad (4.79)$$

Buna göre elde edilen toplam kontrol kuralı ise,

$$u(t) = 0.8 \left( -\lambda D^{1\pm\beta_0} x(t) \right) + 0.2 \left( D^1 x(t) \right) - x(t) - K_d \text{sign}(S(t)) \quad (4.80)$$

gibidir. Şekil 4.3'te önerilen kontrol yapısına göre, Eşitlik 4.80'deki toplam kontrol kuralı kullanılarak sistemin birim basamak yanıtları incelenmiştir. Kayma yüzeyinde ve eşdeğer kontrol kuralında kullanılan kesirli derecelerin kontrol performansı üzerindeki etkilerini incelemek amacıyla, farklı  $\alpha$  ve  $\beta$  değerlerinde test edilmiştir.

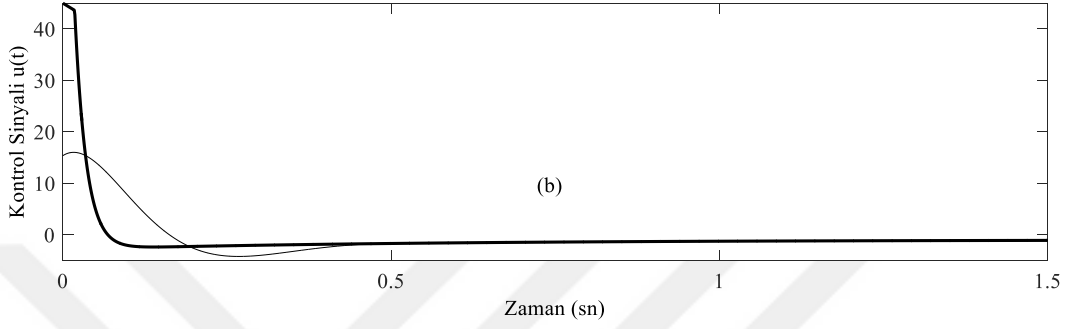
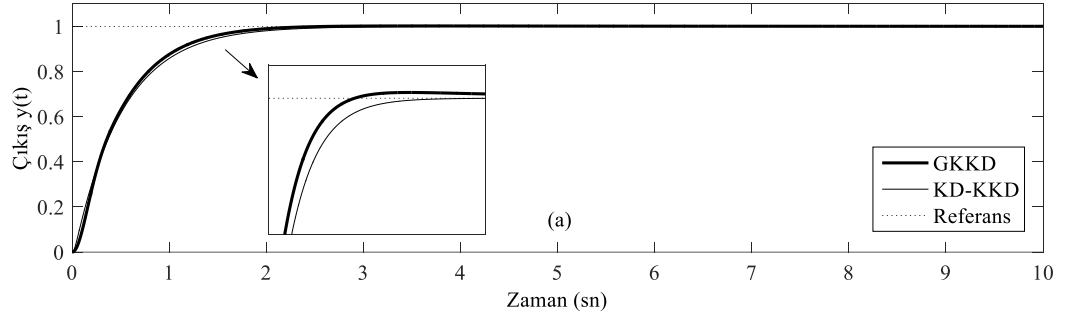
Şekil 4.20'de,  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  ve  $\beta_0$  derecelerinden ikisi sıfır alınmak koşuluyla kalan diğer kesirli derece değiştirilmiştir. Maksimum aşma ve oturma zamanı değişiminde, kayma yüzeyinde kullanılan  $\alpha_0$  ve  $\alpha_1$  parametrelerinin daha etkili olduğu gözlemlenmiştir. Değerler deneme yanılma yöntemiyle test edilmiş ve değişim aralıkları yaklaşık olarak belirlenmiştir.



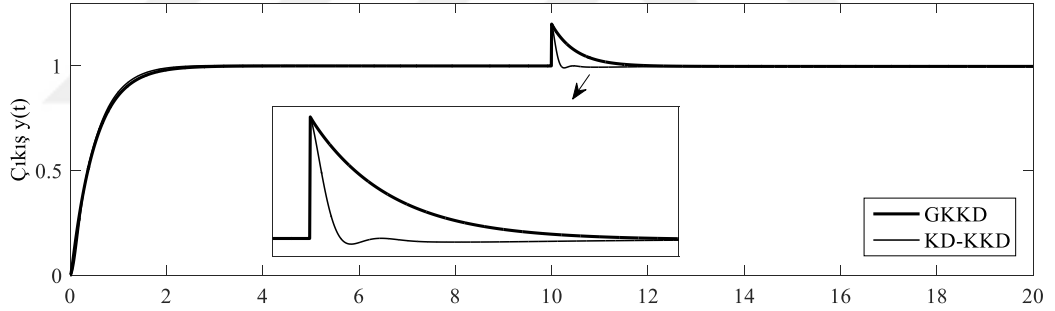
Şekil 4.20. Birim basamak cevapları a)  $\alpha_0$  b)  $\alpha_1$  c)  $\beta_0$

Şekil 4.21 (a) ve (b)'de  $\alpha_0 = -0.41$ ,  $\alpha_1 = -0.4$ ,  $\beta_0 = 0.2$  değerleri için sırasıyla sistemin birim basamak cevapları ve kontrol işaretleri verilmiştir. GKGD ve önerilen yapının birim basamak cevapları incelendiğinde benzer oldukları görülmektedir. Ancak Şekil 4.21 (b)'deki kontrol işaretinin genliğindeki iyileşme, kesir dereceli integro-diferansiyel ifadelerin kullanıldığı KD-KKD yapısında net bir şekilde ortaya çıkmıştır.

Şekil 4.22'de ise sisteme 10. sn'de bozu etkinin dahil olduğu durumdaki birim basamak cevapları verilmiştir. KD-KKD'nın kullanıldığı durumda sistem bozucu sonrasında kendisinin toparlarken, GKGD durumunda dalgalanmanın daha geç bastırıldığı görülmektedir.



Şekil 4.21. a)  $\alpha_0 = -0.41, \alpha_1 = -0.4, \beta_0 = 0.2$  için birim basamak cevapları  
b) Kontrol işaretleri



Şekil 4.22. Bozucu durumunda sistemin birim basamak cevabı  
( $\alpha_0 = -0.41, \alpha_1 = -0.4, \beta_0 = 0.2$ )

Daha dayanıklı bir kontrol performansı sergileyen KD-KKD'nin, GKKD karşısındaki üstünlüğünü ortaya koymak amacıyla, hata fonksiyonun mutlak değer integrali (Integral Absolute Error-IAE) alınarak kıyaslama yapılmıştır.

$$IAE = \int |e| dt \quad (4.81)$$

Eşitlik 4.81'e göre elde edilen hata değişimleri, GKKD ve KD-KKD yapıları için sırasıyla;  $\Delta e = 0.6057$  ve  $\Delta e = 0.5172$  olarak hesaplanmıştır.

**Örnek 4.3:** Önerilen yapının geçerliliğinin göstermek amacıyla aşağıda verilen ikinci mertebeden bir sistemi ele alalım.

$$G_2(s) = \frac{1}{(0.5s + 1)(2s - 1)} e^{-0.5s} \quad (4.82)$$

Sistemin Padé eşdeğer metodu kullanılarak elde edilen hali Eşitlik 4.83'te verilmiştir.

$$G_2(s) = \frac{1}{0.5s^3 + 1.75s^2 + s - 1} \quad (4.83)$$

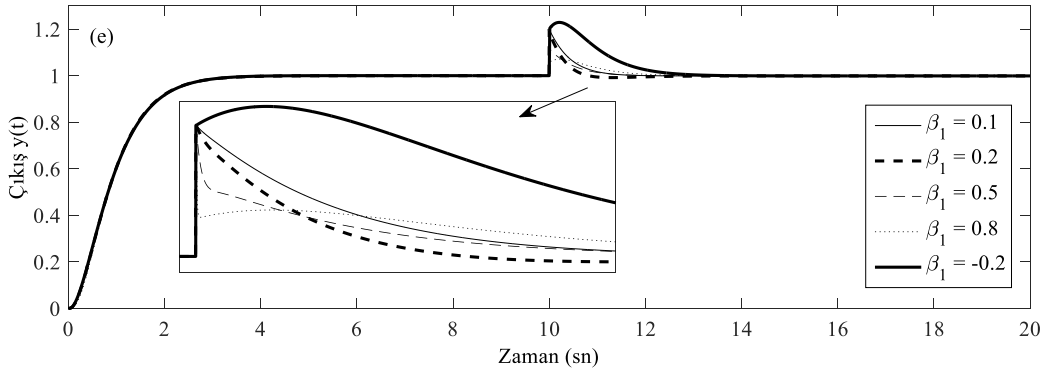
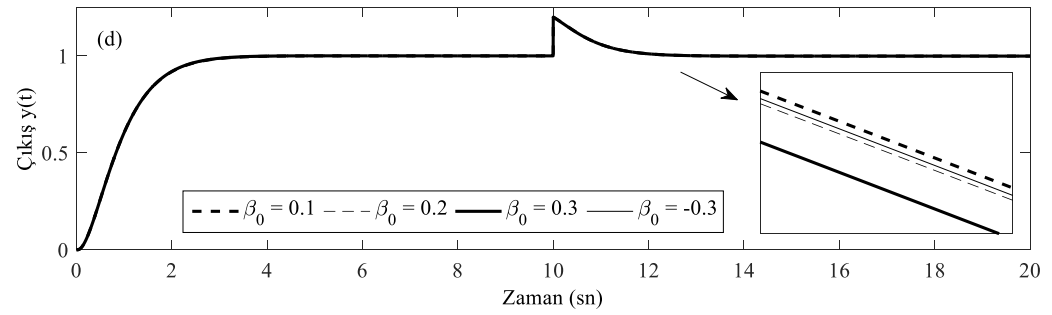
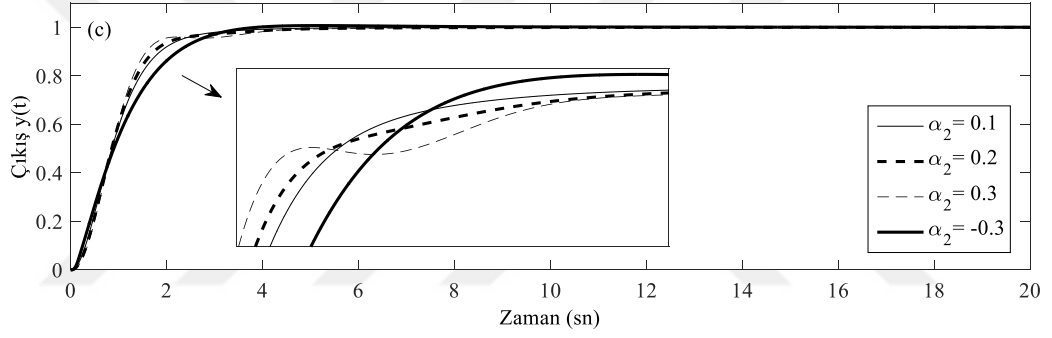
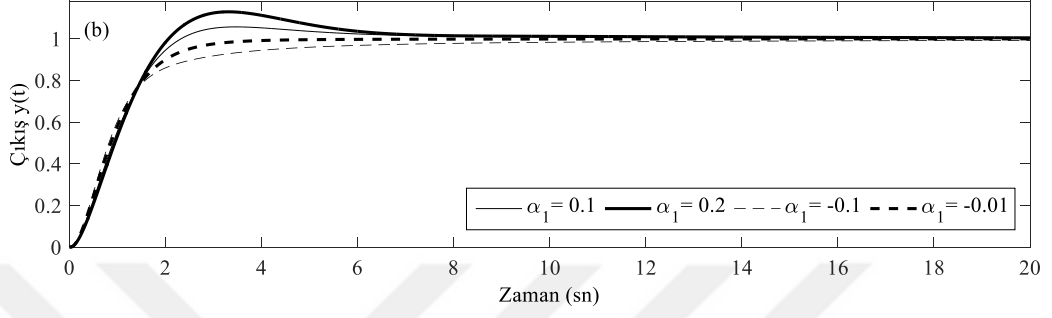
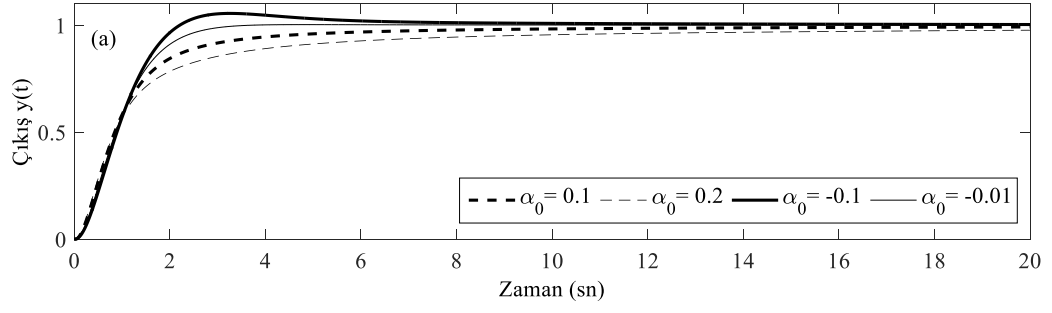
Örnek 4.2'deki KD-KDD tasarım aşamaları, bu örnek için de tekrarlanırsa; kayma yüzeyi, eşdeğer kontrol kuralı ve toplam kontrol kuralı aşağıdaki eşitlikler yardımıyla bulunur.

$$S(t) = D^{2\pm\alpha_2}e(t) + 2\lambda D^{1\pm\alpha_1}e(t) + \lambda^2 D^{0\pm\alpha_0}e(t) \quad (4.84)$$

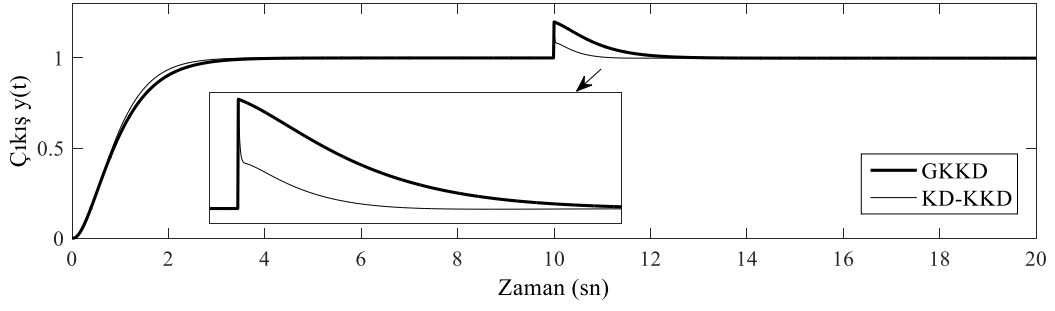
$$u_{eq}(t) = 0.5 \left( -2\lambda D^{2\pm\beta_1}x(t) - \lambda^2 D^{1\pm\beta_0}x(t) \right) + 0.25D^2x(t) - 2D^1x(t) - x(t) \quad (4.85)$$

$$u(t) = 0.5 \left( -2\lambda D^{2\pm\beta_1}x(t) - \lambda^2 D^{1\pm\beta_0}x(t) \right) + 0.25D^2x(t) - 2D^1x(t) - x(t) - K_d \text{sign}(S(t)) \quad (4.86)$$

Şekil 4.23 (a)–(e)'de sırasıyla  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\beta_0$  ve  $\beta_1$  kesir dereceli integro-diferansiyel parametrelerin sistem üzerindeki etkilerini göstermek amacıyla, sistemin birim basamak cevapları verilmiştir. Kayma yüzeyinde kullanılan  $\alpha$  parametreleri için gözlenen iyi değerler  $\alpha_0 = -0.01$ ,  $\alpha_1 = -0.01$  ve  $\alpha_2 = 0.1$  olarak seçilmiştir. Şekil 4.23 (d) ve (e)'de, bozucu etkinin bastırılmasında  $\beta$  parametrelerinin fayda sağladığı görülmüştür. Şekil 4.24'te,  $\alpha_0 = -0.01$ ,  $\alpha_1 = 0$ ,  $\alpha_2 = 0.04$ ,  $\beta_0 = 0.7$  ve  $\beta_1 = 0.6$  parametreleri için, GKKD ve KD-KKD yapılarını içeren sistemin birim basamak cevapları bozucu etkiyle birlikte verilmiştir. Başarım kriteri olarak seçilen IAE değerleri GKKD ve KD-KKD için sırasıyla,  $\Delta e = 1.1420$  ve  $\Delta e = 1.0082$  olarak hesaplanmıştır. Böylece önerilen yapının dayanıklılığı, bir önceki sistemde olduğu gibi bu örnek için de gösterilmiştir.



Şekil 4.23. Birim basamak cevapları a)  $\alpha_0$  b)  $\alpha_1$  c)  $\alpha_2$  d)  $\beta_0$  e)  $\beta_1$



Şekil 4.24. Bozucu durumu için sistemin birim basamak cevabı ( $\alpha_0 = -0.01$ ,  $\alpha_1 = 0$ ,  $\alpha_2 = 0.04$ ,  $\beta_0 = 0.7$ ,  $\beta_1 = 0.6$ )

**Örnek 4.4:** Bu örnekte üçüncü mertebeden bir sisteme, 0.1 sn'lik zaman gecikmesi eklenerek aşağıdaki transfer fonksiyonu elde edilmiştir [61].

$$G_3(s) = \frac{1}{(s-1)(0.2s+1)(0.3s+1)} e^{-0.1s} \quad (4.87)$$

Padé yaklaşıklık yöntemine göre transfer fonksiyonu yeniden düzenlenirse,

$$G_3(s) = \frac{1}{0.006s^4 + 0.104s^3 + 0.49s^2 + 0.4s - 1} \quad (4.88)$$

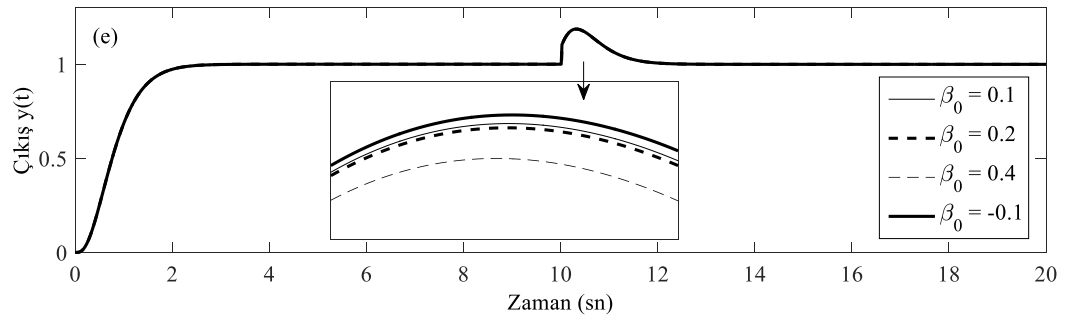
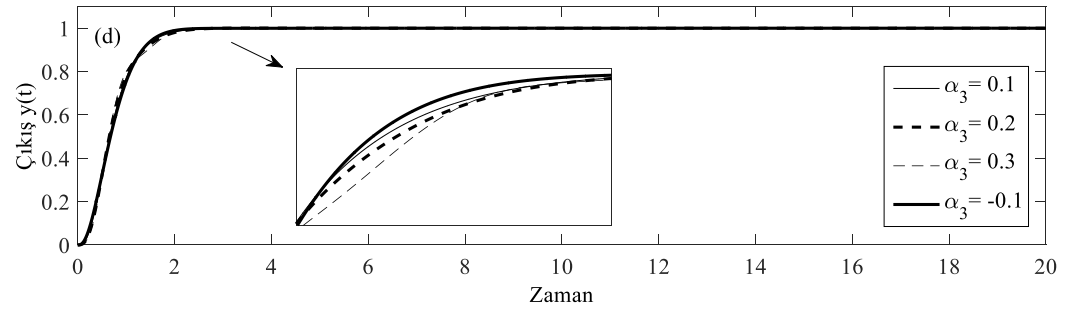
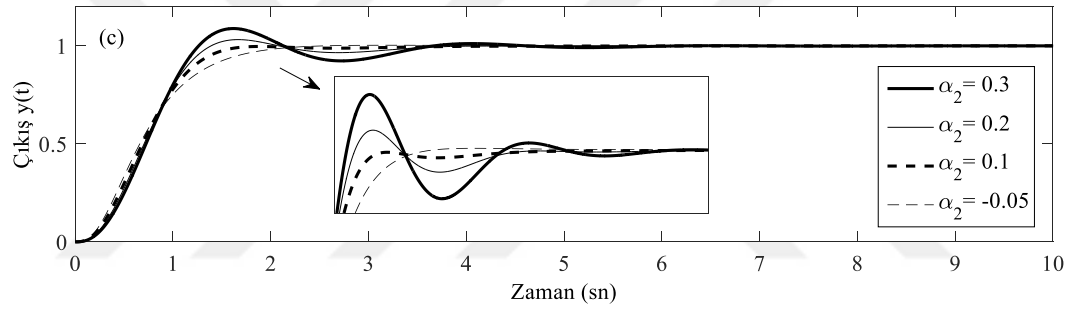
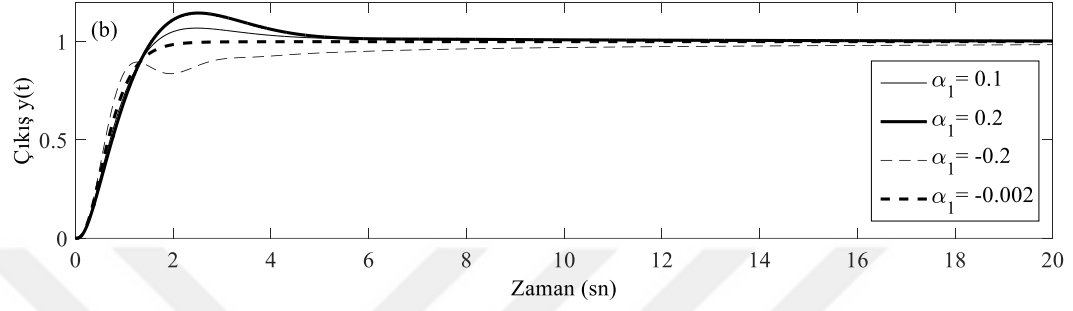
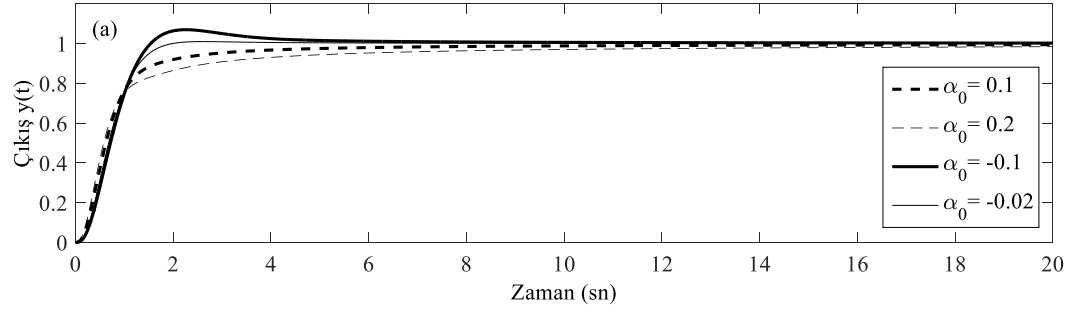
olarak elde edilir. Önerilen kontrolör yapısı için gerekli olan eşitlikler aşağıdaki gibidir.

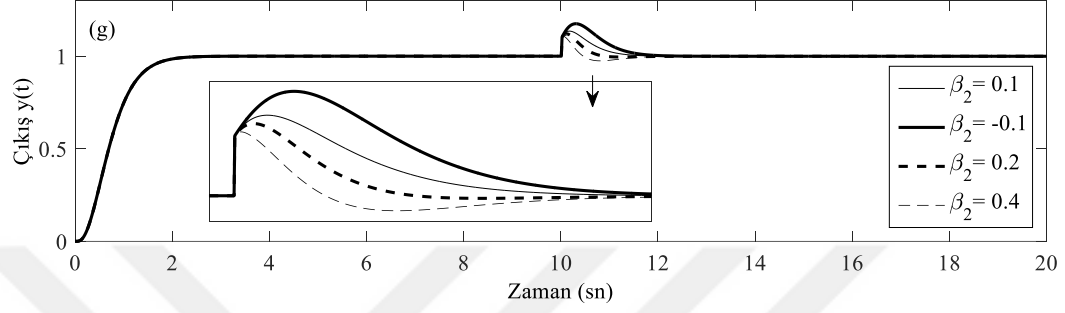
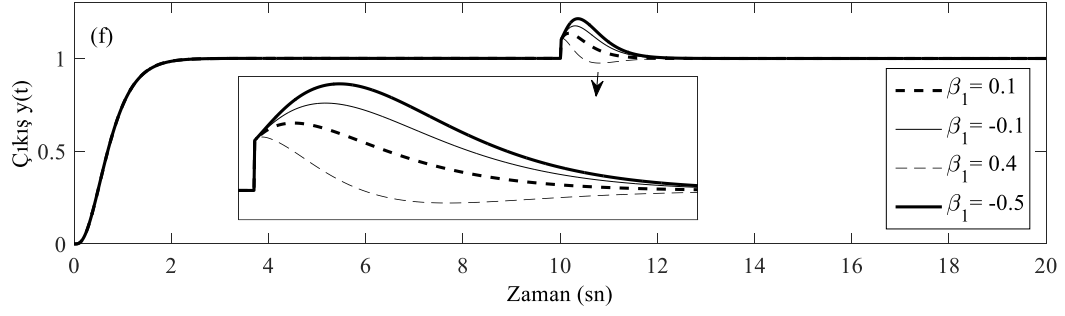
$$S(t) = D^{3\pm\alpha_3}e(t) + 3\lambda D^{2\pm\alpha_2}e(t) + 3\lambda^2 D^{1\pm\alpha_1}e(t) + \lambda^3 D^{0\pm\alpha_0}e(t) \quad (4.89)$$

$$u_{eq}(t) = 0.006 \left( -3\lambda D^{3\pm\beta_2}x(t) - 3\lambda^2 D^{2\pm\beta_1}x(t) - \lambda^3 D^{1\pm\beta_0}x(t) \right) + 0.104 D^3 x(t) + 0.49 D^2 x(t) + 0.4 D^1 x(t) - x(t) \quad (4.90)$$

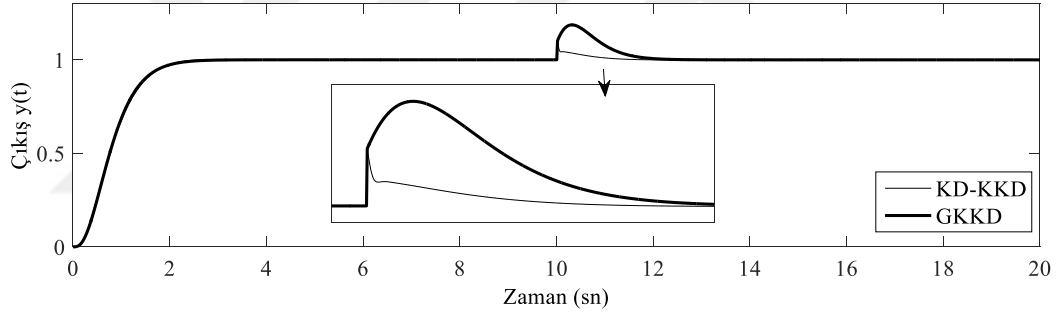
$$u(t) = 0.006 \left( -3\lambda D^{3\pm\beta_2}x(t) - 3\lambda^2 D^{2\pm\beta_1}x(t) - \lambda^3 D^{1\pm\beta_0}x(t) \right) + 0.104 D^3 x(t) + 0.49 D^2 x(t) + 0.4 D^1 x(t) - x(t) - K_d \text{sign}(S(t)) \quad (4.91)$$

Şekil 4.25 (a)–(g)'de sırasıyla  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ ,  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  ve  $\beta_2$  kesir dereceli integro-diferansiyel parametrelerin sistem üzerindeki etkilerini göstermek amacıyla, sistemin birim basamak cevapları verilmiştir.





Şekil 4.25. Birim basamak cevapları a)  $\alpha_0$  b)  $\alpha_1$  c)  $\alpha_2$  d)  $\alpha_3$  e)  $\beta_0$  f)  $\beta_1$  g)  $\beta_2$



Şekil 4.26. Bozucu durumu için sistemin birim basamak cevabı ( $\alpha_0 = -0.01$ ,  $\alpha_1 = -0.02$ ,  $\alpha_2 = -0.1$ ,  $\alpha_3 = -0.5$ ,  $\beta_0 = 0.8$ ,  $\beta_1 = 0.8$ ,  $\beta_2 = 0.1$ )

Şekil 4.26'da bozucu durum için en iyi kesirli dereceler;  $\alpha_0 = -0.02$ ,  $\alpha_1 = -0.002$ ,  $\alpha_2 = -0.05$ ,  $\alpha_3 = -0.1$ ,  $\beta_0 = -0.1$ ,  $\beta_1 = 0.1$  ve  $\beta_2 = 0.2$  olarak belirlenmiştir. Başarım kriteri olarak seçilen IAE değerleri GKGD ve KD-KKD için sırasıyla,  $\Delta e = 1.0316$  ve  $\Delta e = 0.8970$  olarak hesaplanmıştır. Bu bölümde kararsız zaman gecikmeli sistemlerin kontrolü için hem GKGD hem de önerilen KD-KKD yapıları karşılaştırmalı olarak benzetim sonuçları üzerinden incelenmiştir. Eşdeğer kontrol kuralı ve kayma yüzeyinde kullanılan integro-diferansiyel operatörlerin, sistem dinamiği üzerindeki etkilerini ortaya çıkarmak için kesirli dereceler belirlenen aralıklarda değiştirilmiştir. Birbirinden bağımsız olarak değiştirilen parametrelerin, bozucu girişi kompanze edebildiği görülmüştür. Her üç örnek için de elde edilen sonuçların özetlendiği, kesir dereceli parametreler

ve başarımlık kriteri olarak seçilen IAE tabloları sırasıyla Çizelge 4.1 ve Çizelge 4.2’de verilmiştir.

Çizelge 4.1. Kontrol kuralında kullanılan kesir dereceleri

| Sistem | $\alpha_0$ | $\alpha_1$ | $\alpha_2$ | $\alpha_3$ | $\beta_0$ | $\beta_1$ | $\beta_2$ |
|--------|------------|------------|------------|------------|-----------|-----------|-----------|
| $G_1$  | -0.41      | -0.4       | -          | -          | 0.2       | -         | -         |
| $G_2$  | -0.01      | 0          | 0.04       | -          | 0.7       | 0.6       | -         |
| $G_3$  | -0.01      | -0.02      | -0.1       | -0.5       | 0.8       | 0.7       | 0.1       |

Çizelge 4.2. GKGD ve KD-KGD için IAE değerleri

| Sistem                                            | IAE    |        |
|---------------------------------------------------|--------|--------|
|                                                   | GKGD   | KD-KGD |
| $G_1 = \frac{1}{s-1} e^{-0.8s}$                   | 0,6057 | 0,5172 |
| $G_2 = \frac{1}{(0.5s+1)(2s-1)} e^{-0.5s}$        | 1,142  | 1,008  |
| $G_3 = \frac{1}{(s-1)(0.2s+1)(0.3s+1)} e^{-0.1s}$ | 1,0316 | 0,897  |

Sonraki çalışmalarda, deneme-yanılma yöntemiyle seçilen kesir derecelerinin, uygun optimizasyon algoritmalarıyla bulunması öngörülmektedir.

#### 4.1.3. Çift rotorlu model helikopterin KD-KGD ile kontrolü

Günümüzde, teknolojinin ve ihtiyacın artması ile birlikte hava araçlarıyla ilgili çalışmalar hız kazanmıştır. Özellikle dikey olarak kalkış ve iniş yapabilen döner rotorlu hava araçları popülerliğini korumaktadır. Bu tip araçların başında gelen helikopterler; havada askıda kalabilme, düşük hızla uçabilme ve yüksek manevra kabiliyeti gibi avantajlara sahiptirler.

Farklı denetim algoritmaları geliştirmek için laboratuvar ortamında kullanılan helikopter modelleri, dinamik olarak gerçeklerini birebir yansıtmasa da benzer özellikler taşımaktadır. Bu tez çalışmasında, Feedback firması tarafından üretilen çift rotorlu çok-girişli çok-çıkışlı (ÇGÇÇ) helikopter modeli tercih edilmiştir [71]. İki serbestlik derecesine sahip sistemde, eğim ve sapma açılarının denetimi önem arz etmektedir.

Yapılan literatür çalışmalarında, bu sistem için farklı denetleyici tasarımlarının oluşturulduğu görülmüştür. Ramalakshmi ve Manoharan, ÇGÇÇ

helikopter modeli için oransal-integral-türev (PID) denetleyici tasarımı yaparken Juang ve arkadaşları ise bu denetleyiciye ek olarak genetik algoritma yapısını katmışlardır [72, 73]. Tao ve arkadaşları optimal geribeslemeli denetleyici olan doğrusal kuadratik regülatör (LQR) yapısını, Martinez ve arkadaşları ise dayanıklı bir denetim sunan çok değişkenli doğrusal olmayan  $H_\infty$  denetleyici algoritmasını kullanmışlardır [74, 75]. Helikopterin matematiksel modelinin ve davranışının doğrusal olmaması, serbestlik dereceleri arasındaki birleşikliğin yüksek olması ve sistem dinamiğinin hızlı olması nedeniyle tasarlanacak denetleyicinin bütün bu sorunların üstesinden gelmesi gerekmektedir. Bu nedenle doğrusal olmayan sistemlerin denetiminde, değişken yapıli denetim sistemlerinin kullanılması daha iyi sonuçlar doğurmaktadır. Değişken yapıli denetim sistemlerinden biri olan kayan kipli denetleyicide (KKD), bozuculara karşı sistemin dayanıklılığı artmakta ve parametre değişimlerinin etkisine rağmen sistemin kararlılığı devam etmektedir [54]. Bu nedenle kayan kipli denetleyici yapısını içeren çalışmalar ilgi çeken konular arasına girmiştir. Örneğin, Mondal ve Mahanta, çalışmalarında çift rotorlu helikopter modeli için ikinci mertebeden kayan kipli denetleyici tasarımı sunarken, Pratap yapay sinir ağ tabanlı kayan kipli denetleyiciyi bu modele uygulamışlardır [76, 77]. Allouani ve arkadaşları bulanık mantık tabanlı kayan kipli denetleyici parametrelerini parçacık sürü optimizasyonu ile belirleyerek sistem denetimini sağlamışlardır [78]. Ayrıca kayan kipli denetleyicinin kullanıldığı diğer çalışmalar referans [79] ve [80]'de verilmiştir.

Bu bölümde ise iki serbestlik derecesine sahip çift rotorlu helikopter modelinin kararlılık problemi için kayan kipli denetleyici yapısı uygulanmış ve sistemin basamak cevabı incelenmiştir. Yatay ve düşey eksenlerdeki hareket, tasarlanan denetleyici ile kontrol edilmiştir. Sistemin matematiksel modeline göre oluşturulmuş denetleyicinin, referans girdiyi izleme ve bozucu etkiyi bastırma konusunda yüksek başarımlı sağladığı görülmüştür. Kullanılan anahtarlama fonksiyonu sayesinde çatırtı oluşumu azaltılmıştır. Benzetim ve gerçek zamanlı uygulama sonuçları birbirini destekler niteliktedir. Sistemin doğası gereği var olan doğrusal olmayan belirsizliklerin ve sisteme etkiyen harici bozucuların etkin olarak üstesinden gelindiği görülmüştür.

### *Sistemin Dinamik Modeli*

Bir helikopter, ana rotor ve kuyruk rotoru olmak üzere iki rotora sahiptir. Ana rotor, uzunlamasına, yanlamasına ve dikey gidiş için gerekli itkiyi sağlarken, kuyruk rotoru ise ana rotorun oluşturduğu tork etkisini dengelemeyi ve sapma hareketi yapmasını sağlar [81]. Sistemin yatay ve düşey eksenlerdeki hareketini modelleyebilmek için bu iki rotora bağlı olan eğim ve sapma açılarından faydalanılmaktadır. Denetleyicinin iyi bir şekilde tasarlanabilmesi için sistem dinamiğinin iyi anlaşılması ve modellenmesi gerekmektedir. Literatürde iki temel modelleme mevcuttur. Birincisi mekanik ve aerodinamik yasalar kullanılarak gerçekleştirilen birincil prensipler modellemesidir. Diğerisi ise deneysel olarak helikopter üzerinden veri toplayarak yapılan sistem tanılama metodudur [82]. Birincil prensipler ile genelde doğrusal olmayan helikopter modelleri oluşturulurken, sistem tanılamada ise doğrusal ve düşük mertebeden modeller elde edilir [81]. Çalışmada kullanılan helikopter modeline ait mekanik yapı ise Şekil 4.27’de gösterilmiştir [71].



Şekil 4.27. ÇGÇS uçuş sistemine ait deney düzeneği

### *Eğim Hareketinin Benzetimi*

Eğim hareketini ifade eden temel denklemler Eşitlik 4.92-4.94’te verilmiştir. Bu eşitlikler dikey hareket için kullanılan açısal momentumu oluşturan; yer çekimi, sürtünme kuvveti ve jiroskobik momentumun toplamıyla elde edilir [71], [77].

$$\frac{d\psi}{dt} = D\psi \quad (4.92)$$

$$D^2\psi = \begin{Bmatrix} \frac{a_1}{I_1}\tau_1^2 + \frac{b_1}{I_1}\tau_1 - \frac{M_g}{I_1}\sin(\psi) + \frac{0.0326}{2I_1}\sin(2\psi)(D\varphi)^2 \\ -\frac{B_{1\psi}}{I_1}(D\psi) - \frac{k_{gy}}{I_1}\cos(\psi)(a_1\tau_1^2 + b_1\tau_1)(D\varphi) \end{Bmatrix} \quad (4.93)$$

$$D\tau_1 = -\frac{T_{10}}{T_{11}}\tau_1 + \frac{k_1}{T_{11}}u_\psi \quad (4.94)$$

Bu eşitlikler düzenlenip, durum-uzay formunda ifade edilirse,

$$D \begin{bmatrix} \psi \\ \dot{\psi} \\ \tau_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -B_{1\psi}/I_1 & b_1/I_1 \\ 0 & 0 & -T_{10}/T_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi \\ \dot{\psi} \\ \tau_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k_1/T_{11} \end{bmatrix} u_\psi + f_\psi(x) \quad (4.95)$$

olur. Dikey hareket için sistemde oluşan belirsizlik veya doğrusalsızlığı ifade eden  $f_\psi(x)$  fonksiyonu Eşitlik 4.96'da verilmiştir.

$$f_\psi(x) = \begin{Bmatrix} \frac{a_1}{I_1}\tau_1^2 - \frac{M_g}{I_1}\sin(\psi) + \frac{0.0326}{2I_1}\sin(2\psi)(D\varphi)^2 \\ -\frac{k_{gy}}{I_1}\cos(\psi)(a_1\tau_1^2 + b_1\tau_1)(D\varphi) \end{Bmatrix} \quad (4.96)$$

#### *Sapma Hareketinin Benzetimi*

Dikey hareket için yapılan çalışmalar yatay eksenindeki hareketi tanımlamak için de kullanılmaktadır. Buna göre sapma hareketini ifade eden denklemler Eşitlik 4.97-4.99 ile verilmiştir [71, 77].

$$\frac{d\varphi}{dt} = D\varphi \quad (4.97)$$

$$D^2\varphi = \begin{Bmatrix} \frac{a_2}{I_2}\tau_2^2 + \frac{b_2}{I_2}\tau_2 - \frac{B_{1\varphi}}{I_2}(D\varphi) - \frac{1.75}{I_2}k_c(a_1\tau_1^2 + b_1\tau_1) \end{Bmatrix} \quad (4.98)$$

$$D\tau_2 = -\frac{T_{20}}{T_{21}}\tau_2 + \frac{k_2}{T_{21}}u_\varphi \quad (4.99)$$

Sapma Hareketi için durum-uzay formu Eşitlik 4.100’de, belirsizlikleri ifade eden  $f_\varphi(x)$  fonksiyonu ise Eşitlik 4.101’de ifade edilmiştir.

$$D \begin{bmatrix} \varphi \\ \dot{\varphi} \\ \tau_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -B_{1\varphi}/I_2 & b_2/I_2 \\ 0 & 0 & -T_{20}/T_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi \\ \dot{\varphi} \\ \tau_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k_2/T_{21} \end{bmatrix} u_\varphi + f_\varphi(x) \quad (4.100)$$

$$f_\varphi(x) = \left\{ \frac{a_2}{I_2} \tau_2^2 - \frac{1.75}{I_2} k_c (a_1 \tau_1^2 + b_1 \tau_1) \right\} \quad (4.101)$$

Burada sırasıyla  $\psi$  ve  $\varphi$  eğim ve sapma açısı,  $\dot{\psi}$  ve  $\dot{\varphi}$  açısal hız,  $\tau_1$  ve  $\tau_2$  ana ve kuyruk motorlarının moment ifadesi,  $u_\psi$  ve  $u_\varphi$  ise motorlara uygulanan gerilim değeri veya kontrol işaretidir. Sisteme ait katsayılar Çizelge 4.3’te verilmiştir [71].

Çizelge 4.3. ÇGÇS Parametreleri

| Parametreler   |                                | Değerler                                          |
|----------------|--------------------------------|---------------------------------------------------|
| $B_{1\psi}$    | Dikey eksen sürtünme kats.     | $6 \times 10^{-3}$ Nms/rad                        |
| $B_{1\varphi}$ | Yatay eksen sürtünme kats.     | $1 \times 10^{-1}$ Nms/rad                        |
| $I_1$          | Dikey rotorun atalet momenti   | $6.8 \times 10^{-2}$ kg.m <sup>2</sup>            |
| $I_2$          | Yatay rotorun atalet momenti   | $2 \times 10^{-2}$ kg.m <sup>2</sup>              |
| $b_1$          | Statik karakteristik parametre | 0.0924                                            |
| $b_2$          | Statik karakteristik parametre | 0.09                                              |
| $a_1$          | Statik karakteristik parametre | 0.0135                                            |
| $a_2$          | Statik karakteristik parametre | 0.02                                              |
| $\tau_1$       | Ana motor torku                | $\tau_1 = \frac{k_1}{T_{11}s + T_{10}} u_\psi$    |
| $\tau_2$       | Kuyruk motor torku             | $\tau_2 = \frac{k_2}{T_{21}s + T_{20}} u_\varphi$ |
| $k_1$          | Ana motor kazancı              | 1,1                                               |
| $k_2$          | Kuyruk motor kazancı           | 0.8                                               |
| $T_{10}$       | Ana motor payda değeri         | 1.2 s                                             |
| $T_{11}$       | Ana motor payda değeri         | 1.1 s                                             |
| $T_{21}$       | Kuyruk motoru payda değeri     | 1 s                                               |
| $T_{20}$       | Kuyruk motoru payda değeri     | 1 s                                               |
| $k_{gy}$       | Jiroskobik moment katsayısı    | 0.05                                              |
| $k_c$          | Çapraz etki kazancı            | -0.2                                              |
| $M_g$          | Yerçekimi momenti              | 0.32 N.m                                          |

### Geleneksel Kayan Kipli Denetleyici Tasarımı

Önceki bölümde ele alınan sistem modelini basitleştirmek için verilen ifadeler aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\begin{aligned} Dx_1 &= x_2 \\ Dx_2 &= \delta_1 x_2 + \delta_2 x_2 + f(x) \\ Dx_3 &= \delta_3 x_3 + Bu \end{aligned} \quad (4.102)$$

Burada  $x_1 = [\psi \ \varphi]^T$ ,  $x_2 = [D\psi \ D\varphi]^T$ ,  $x_3 = [\tau_1 \ \tau_2]^T$  durum vektörleri,  $u = [u_\psi \ u_\varphi]^T$  ise sistem giriş vektörlerini temsil etmektedir.  $\lambda$  Katsayıları eğim ve sapma hareketi için sırasıyla,  $\delta_{1\psi} = -\frac{B_{1\psi}}{I_1}$ ,  $\delta_{2\psi} = \frac{b_1}{I_1}$ ,  $\delta_{3\psi} = -\frac{T_{10}}{T_{11}}$  ve  $\delta_{1\varphi} = -\frac{B_{1\varphi}}{I_2}$ ,  $\delta_{2\varphi} = \frac{b_2}{I_2}$ ,  $\delta_{3\varphi} = -\frac{T_{20}}{T_{21}}$  olarak alınmıştır. Sistem dinamiklerine ait hata ifadesi Eşitlik 4.103'te verilmiştir.

$$e = x - x_d \quad (4.103)$$

Burada  $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$  durum değişkenlerini,  $x_d$  ise hedeflenen denge noktasını temsil etmektedir. Kayma yüzeyi  $S$  aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$S = c^T e \quad (4.104)$$

Bu eşitlikte  $c^T = [c_1 \ c_2 \ c_3]$  ve hata vektörü  $e = [e_1 \ e_2 \ e_3]^T$  olarak verilir. Buna göre kayma yüzeyi yeniden düzenlenirse,

$$S = c_1 e_1 + c_2 e_2 + c_3 e_3 \quad (4.105)$$

elde edilir. Burada  $e_1 = x_1 - x_d$ ,  $e_2 = x_2$ ,  $e_3 = x_3$  'tür. Kayma yüzeyinin zamana göre türevi alınır,

$$DS = c_1 (Dx_1 - Dx_d) + c_2 Dx_2 + c_3 Dx_3 \quad (4.106)$$

olarak bulunur. Eşitlik 4.102 ve Eşitlik 4.106 yardımıyla, Eşitlik 4.107 elde edilir.

$$DS = \left[ c_1 (x_2 - Dx_d) + c_2 (\lambda_1 x_2 + \lambda_2 x_3 + f(x)) + c_3 (\lambda_3 x_3 + Bu) \right] \quad (4.107)$$

Gao erişim kuralına göre kayma yüzeyinin türevi,

$$DS = -K_d \operatorname{sgn}(S) \quad (4.108)$$

şeklinde ifade edilir. Burada  $K_d$  pozitif tanımlı bir sayı,  $\operatorname{sgn}$  ise signum fonksiyonudur. Eşitlik 4.107 - 4.108 kullanılarak, denetim sinyali  $u$  aşağıdaki gibi bulunur.

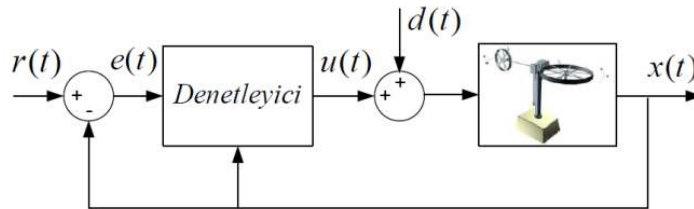
$$u = \frac{1}{c_3 B} \begin{bmatrix} -c_1 (x_2 - Dx_d) - c_2 (\lambda_1 x_2 + \lambda_2 x_3 + f(x)) \\ -c_3 \lambda_3 x_3 - K_d \operatorname{sgn}(S) \end{bmatrix} \quad (4.109)$$

Eşitlik 4.109'dan yola çıkılarak eğim ve sapma hareketi için denetim sinyalleri sırasıyla,

$$u_\psi = \frac{1}{c_3 B} \begin{bmatrix} -c_1 D\psi - c_2 \left( -\frac{B_{1\psi}}{I_1} D\psi + \frac{b_1}{I_1} \tau_1 \right) + c_3 \frac{T_{10}}{T_{11}} \tau_1 \\ -K_d \operatorname{sgn} \left( c_1 (x_1 - x_d) + c_2 x_2 + c_3 x_3 \right) \end{bmatrix} \quad (4.110)$$

$$u_\phi = \frac{1}{c_3 B} \begin{bmatrix} -c_1 D\phi - c_2 \left( -\frac{B_{1\phi}}{I_2} D\phi + \frac{b_2}{I_2} \tau_2 \right) + c_3 \frac{T_{20}}{T_{21}} \tau_2 \\ -K_d \operatorname{sgn} \left( c_1 (X_1 - X_d) + c_2 X_2 + c_3 X_3 \right) \end{bmatrix} \quad (4.111)$$

olarak elde edilir. Denetlenen sistemin blok şeması ise Şekil 4.28'de verilmiştir. Burada  $d(t)$  harici bozucu, denetim sinyalini (gerilim) ve DA motor torkunu doğrudan etkilemektedir.



Şekil 4.28. Denetlenen sistemin blok şeması

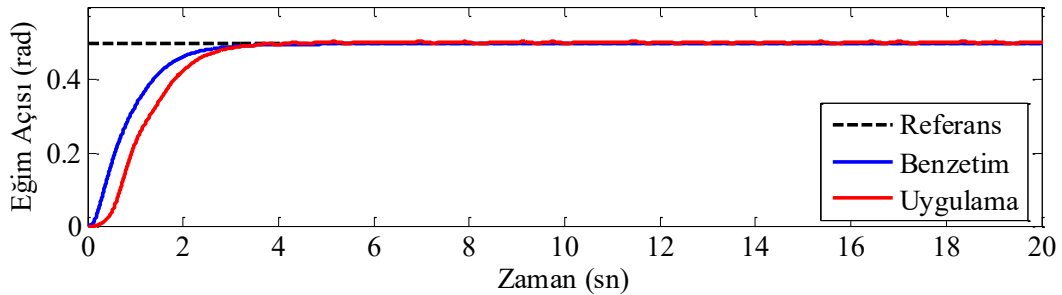
#### Benzetim ve Deneysel Çalışmalar

Bu bölümde, tasarlanan denetleyicinin başarımı, hem benzetim hem de deneysel sonuçlar kıyaslanarak incelenmiştir. Laboratuvar ortamında kullanılan

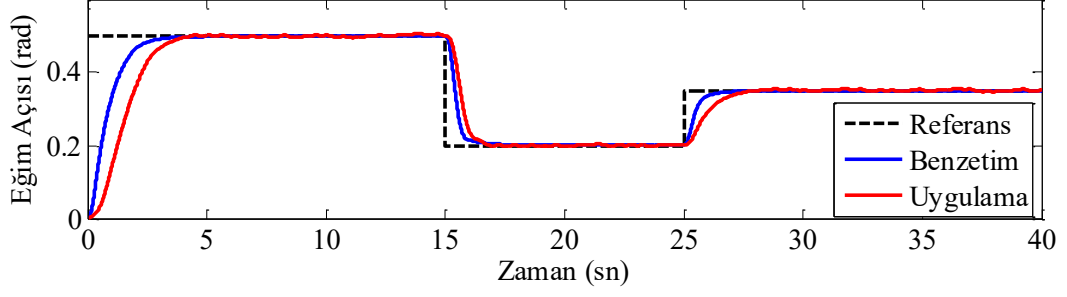
deney seti, iki adet DA motoru, enkoder ve sürücü kartından oluşmaktadır. Temel MATLAB/Simulink modülleri, algılayıcı (enkoder) bilgisinin okunması ve denetim sinyalinin gönderilmesinde kullanılmıştır. Ayrıca benzetim çalışmasında da sistem modeli ve denetleyici yapısı Simulink ortamında oluşturulmuştur. EK 3'te bu bloklar ayrıntılı şekilde verilmiştir. Benzetimde ve uygulamada örnekleme frekansı 1KHz olarak seçilmiş, sistemin durağan olduğu kabul edilmiştir. Eğim ve sapma açılarının başlangıç değerleri  $\psi(0), \varphi(0) = [0, 0]$ , arzu edilen son değerleri ise  $\psi_d(t), \varphi_d(t) = [0.5, 0.5]$  radyan olarak alınmıştır.

Kayan kipli denetleyiciye ait parametreler eğim ve sapma hareketi için  $c_\psi^T = [5 \ 0.5 \ 0.01]$ ,  $c_\varphi^T = [4 \ 0.1 \ 0.2]$ ,  $[K_{d\psi}, K_{d\varphi}] = [3, 2]$ ,  $[\delta_\psi, \delta_\varphi] = [0.5, 0.8]$  olarak seçilmiştir. Ayrıca uygulamada algılayıcı gürültüsünü bastırmak için geri besleme hattında alçak geçiren süzgeç kullanılmıştır. Birinci mertebeden alçak geçiren süzgece ait transfer fonksiyonu  $H(s) = \frac{1}{0.05s + 1}$ 'dir. Sayısal benzetimde ve uygulamada, yukarıdaki ölçütler altında eğim ve sapma hareketi için üç durum incelenmiştir. Bunlar, bozucunun dahil olmadığı durum için, değişken basamak girdileri için ve bozucu etkili durum için açısal konum cevabıdır.

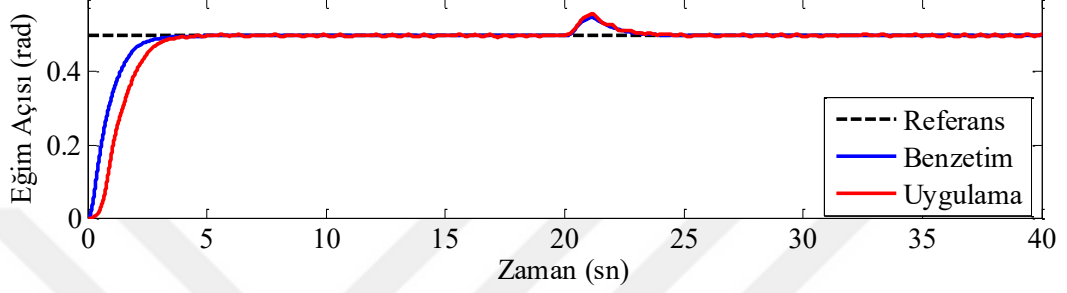
Şekil 4.29'da, dikey eksenindeki konum değişiminin benzetim ve uygulama sonuçları verilmiştir. Değişken basamak girdileri için eğim açısı cevabının benzetim ve uygulama sonuçları Şekil 4.30'da gösterilmiştir. Şekil 4.31'de ise bozucu etkinin olduğu durum için eğim açısı cevabının benzetim ve uygulama sonuçları verilmiştir. Bozucunun genliği, referans giriş değerinin 4 katı olup t=20-22 saniyeleri arasında uygulanmaya devam etmiştir.



Şekil 4.29. Bozucu etkinin olmadığı durum için eğim açısı cevabı

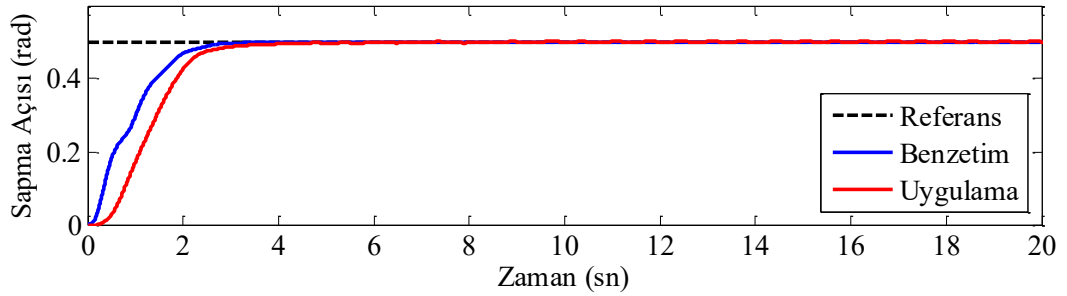


Şekil 4.30. Değişken basamak girdileri için eğim açısı cevabı

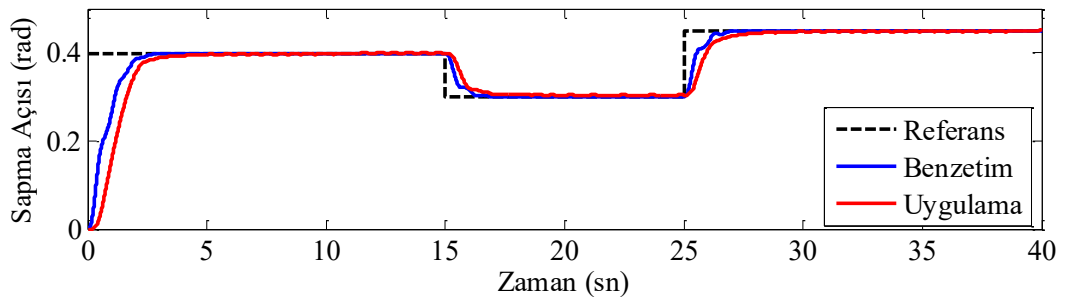


Şekil 4.31. Bozucu etkinin olduğu durum için eğim açısı cevabı

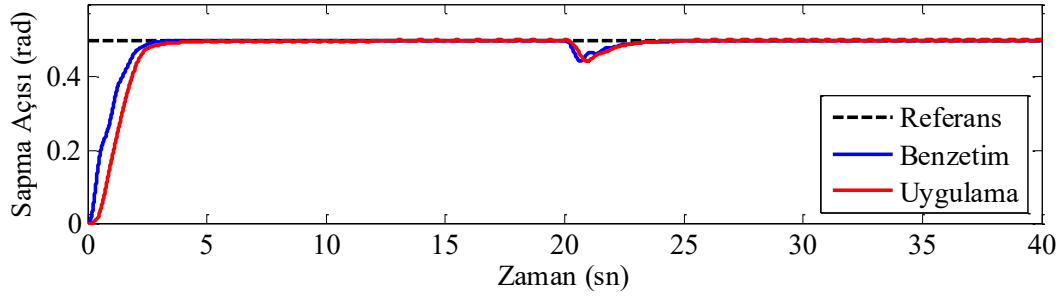
Şekil 4.32'de, bozucu etkinin olmadığı durum için sapma açısı cevabının benzetim ve uygulama sonuçları verilmiştir. Değişken basamak girdileri için sapma açısı cevabının benzetim ve uygulama sonuçları Şekil 4.33'te verilmiştir. Şekil 4.34'te ise, bozucu etkinin olduğu durum için sapma açısı cevabının benzetim ve uygulama sonuçları verilmiştir.



Şekil 4.32. Bozucu etkinin olmadığı durum için sapma açısı cevabı



Şekil 4.33. Değişken basamak girdileri için sapma açısı cevabı



Şekil 4.34. Bozucu etkinin olduğu durum için sapma açısı cevabı

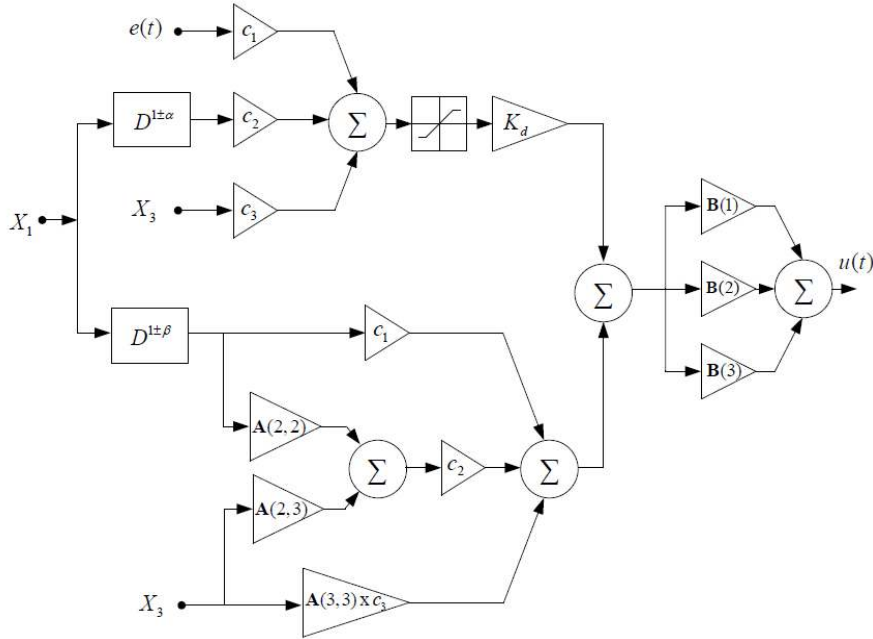
Bu çalışmada laboratuvar ortamında kullanılan çift rotorlu sistemin yatay ve düşey eksenlerdeki konum değişimleri için, doğrusal olmayan kayan kipli denetleyici tasarımı ele alınmıştır. Tasarlanan denetleyicinin başarımı sırasıyla, bozucunun dâhil olmadığı durum için, değişken basamak girdileri için ve bozucu etkili durum için yapılan benzetim ve uygulama çalışmaları kıyaslanarak test edilmiş, elde edilen sonuçlar grafikler aracılığıyla sunulmuştur. Gerek benzetim gerekse deneysel çalışma sonuçlarına bakıldığında, mevcut denetleyicinin referans girdiyi izleme ve bozucu etkiyi bastırma konusunda yüksek başarımlı sağladığı görülmüştür. Sistem belirsizliklerine, doğrusalsızlıklarına ve bozucu etkilere karşı dayanıklı bir denetim sağlayan kayan kipli denetleyici başarımının, kesir dereceli diferansiyel ifadeler ve farklı optimizasyon teknikleriyle iyileştirilmesi ileride yapılması hedeflenen çalışmalar içerisinde yer almaktadır.

#### *Kesir Dereceli Kayan Kipli Denetleyici Tasarımı*

Bu bölümde, zaman gecikmeli sistemlerin denetimi için kullanılan KD-KKD yapısı Bölüm 4.1.3'te verilen helikopter modeline uygulanmıştır. Sonuçlar benzetim ve gerçek zamanlı uygulamalar üzerinden incelenerek, kayma yüzeyi ve eşdeğer kontrol kuralındaki negatif ve pozitif yönde değişimler gösteren türev operatörünün etkisi gösterilmiştir. Sürekli ve süreksiz terimden oluşan tam sayı dereceli kontrol işaretinin kesirli versiyonunu elde etmek gerekir. Bu nedenle Eşitlik 4.110 ve Eşitlik 4.111'de verilen helikopterin yatay ve düşey yöndeki hareketi için kullanılan kontrol işaretleri, Eşitlik 4.12 kullanılarak Yorum 4.2 ve Yorum 4.3'e göre yeniden düzenlenirse, kesir dereceli kontrol işaretleri şu şekilde elde edilir.

$$u_{\psi}(t) = - \underbrace{\left( \begin{bmatrix} c_{\psi 1} & c_{\psi 2} & c_{\psi 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k_1/T_{11} \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} c_{\psi 1} & c_{\psi 2} & c_{\psi 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -B_{1\psi}/I_1 & b_1/I_1 \\ 0 & 0 & -T_{10}/T_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi \\ D^{1\pm\beta}\psi \\ \tau_1 \end{bmatrix}}_{\text{sürekli terim}} \underbrace{- K_{d\psi} \operatorname{sgn} \left( \begin{bmatrix} c_{\psi 1} & c_{\psi 2} & c_{\psi 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi - \psi_d \\ D^{1\pm\alpha}\psi \\ \tau_1 \end{bmatrix} \right)}_{\text{sürekli terim}} \quad (4.112)$$

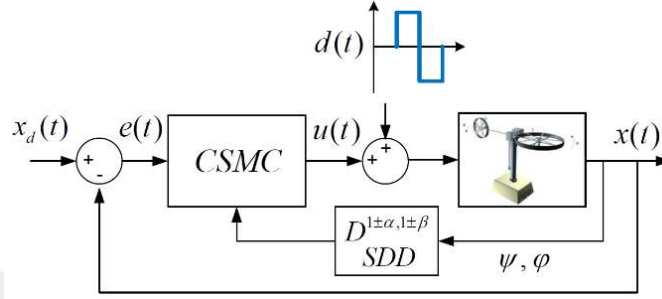
$$u_{\varphi}(t) = - \underbrace{\left( \begin{bmatrix} c_{\varphi 1} & c_{\varphi 2} & c_{\varphi 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k_2/T_{21} \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} c_{\varphi 1} & c_{\varphi 2} & c_{\varphi 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -B_{1\varphi}/I_2 & b_2/I_2 \\ 0 & 0 & -T_{20}/T_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi \\ D^{1\pm\beta}\varphi \\ \tau_2 \end{bmatrix}}_{\text{sürekli terim}} \underbrace{- K_{d\varphi} \operatorname{sgn} \left( \begin{bmatrix} c_{\varphi 1} & c_{\varphi 2} & c_{\varphi 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi - \varphi_d \\ D^{1\pm\alpha}\varphi \\ \tau_2 \end{bmatrix} \right)}_{\text{sürekli terim}} \quad (4.113)$$



Şekil 4.35. Önerilen KD-KKD yapısının blok diyagramı

Eşitlik 4.112 ve Eşitlik 4.113 kullanılarak elde edilen KD-KKD blok diyagramı Şekil 4.35'te verilmiştir.

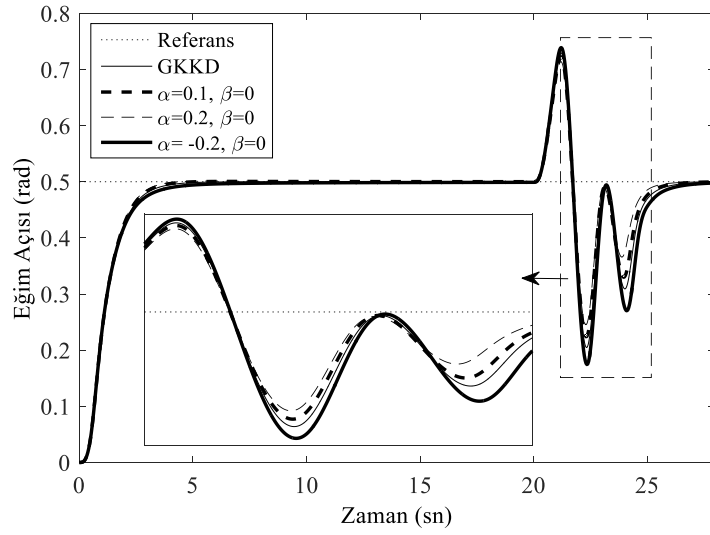
Benzetim ve deneysel çalışmalarda, Bölüm 4.1.3'teki deney düzeneği kullanılacağından donanımsal olarak herhangi bir değişiklik yapılmamıştır. Tam sayı dereceli yaklaşım için dördüncü dereceden CFE metodu kullanılmıştır. Kontrol döngüsünü içeren tüm sistemin blok diyagramı Şekil 4.36'da verilmiştir.



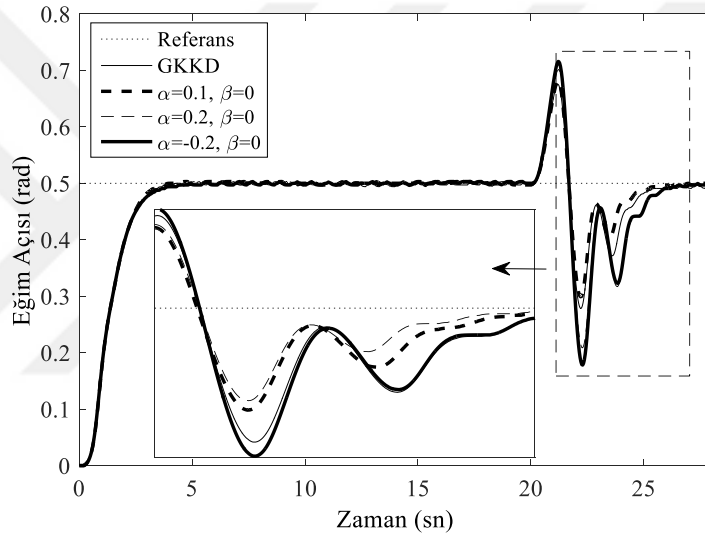
Şekil 4.36. KD-KKD kapalı çevrim sistemin blok diyagramı

Önceki bölümde olduğu gibi, eğim ve sapma açılarının başlangıç değerleri  $\psi(0), \phi(0) = [0, 0]$ , arzu edilen son değerleri ise  $\psi_d(t), \phi_d(t) = [0.5, 0.5]$  radyan olarak alınmıştır. Kayan kipli denetleyiciye ait parametreler eğim ve sapma hareketi için  $c_{\psi}^T = [5 \ 0.5 \ 0.01], c_{\phi}^T = [4 \ 0.1 \ 0.2] [K_{d\psi}, K_{d\phi}] = [3, 2], [\delta_{\psi}, \delta_{\phi}] = [0.5, 0.8]$  olarak seçilmiştir. Ayrıca uygulamada algılayıcı gürültüsünü bastırmak için geri besleme hattında alçak geçiren süzgeç kullanılmıştır. Birinci mertebeden alçak geçiren süzgece ait transfer fonksiyonu  $H(s) = \frac{1}{0.05s + 1}$  'dir.

Şekil 4.35'te verilen kontrol yapısına göre, Eşitlik 4.112'deki toplam kontrol kuralı kullanılarak bozucu etki altında sistemin birim basamak yanıtları incelenmiştir. Kayma yüzeyinde ve eşdeğer kontrol kuralında kullanılan kesirli derecelerin kontrol performansı üzerindeki etkilerini incelemek amacıyla, farklı  $\alpha$  ve  $\beta$  değerlerinde test edilmiştir. Şekil 4.37 ve Şekil 4.38'de,  $\beta = 0$  ve değişken  $\alpha$  dereceleri için sırasıyla benzetim ve uygulama sonuçları gösterilmiştir. Değerler deneme yanılma yöntemiyle test edilmiş ve değişim aralıkları yaklaşık olarak belirlenmiştir. 20-21. sn'ler arasında uygulanan  $d(t) = 4V$  genlikli bozucu giriş durumunda, sistem tepkisinin  $\alpha = 0.2$  değeri için daha iyi olduğu görülmektedir. Uygulama sonuçları referansı takip etme ve bozucu etkiyi bastırma konusunda benzetim sonuçlarını destekler niteliktedir.

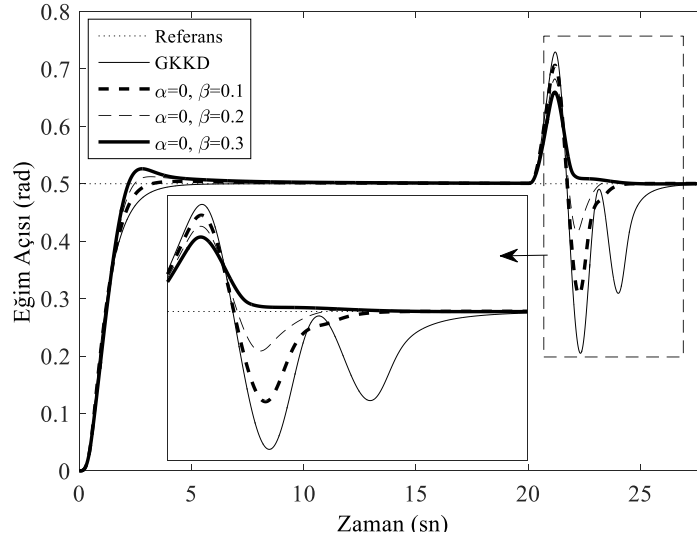


Şekil 4.37. Farklı  $\alpha$  değerleri için eğim açısı değişimi (Benzetim)

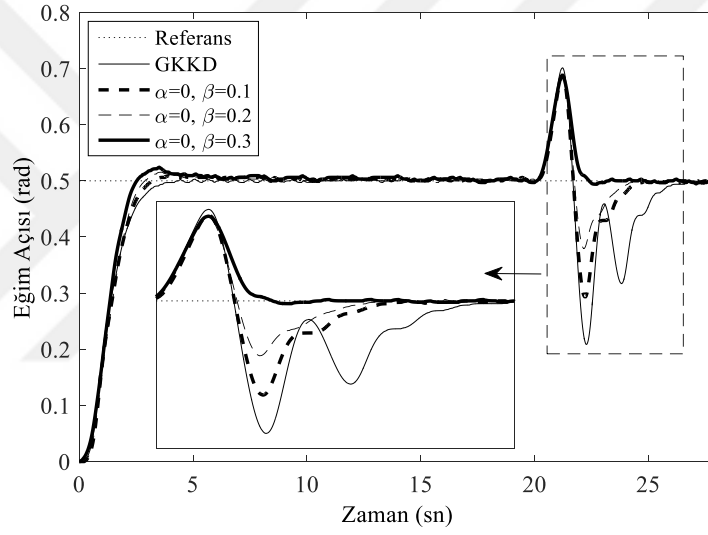


Şekil 4.38. Farklı  $\alpha$  değerleri için eğim açısı değişimi (Uygulama)

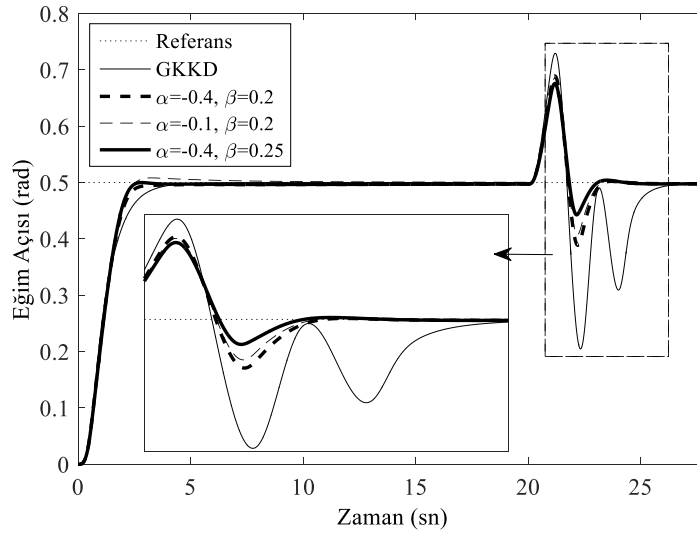
Bozucu etki değiştirilmeden  $\alpha = 0$  ve  $\beta = (0.1, 0.2, 0.3)$  alınarak elde edilen benzetim ve uygulama sonuçları sırasıyla, Şekil 4.39 ve Şekil 4.40'da verilmiştir. Bozucu sonrasında sistem kararlılığının devamı GKKD'ye göre önerilen yapıyla daha tatmin edici şekilde sağlanmıştır. Şekillerden anlaşılacağı üzere,  $\beta$  parametresinin bozucu girişi bastırma noktasındaki etkisi  $\alpha$ 'ya göre daha fazladır.



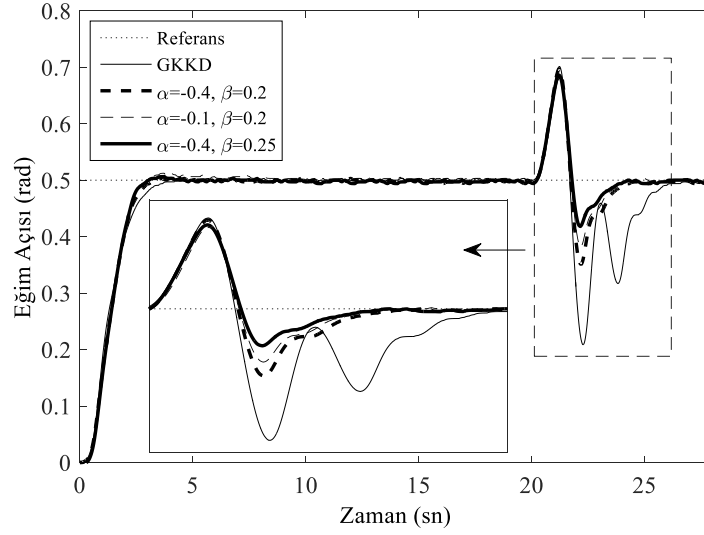
Şekil 4.39. Farklı  $\beta$  değerleri için eğim açısı değişimi (Benzetim)



Şekil 4.40. Farklı  $\beta$  değerleri için eğim açısı değişimi (Uygulama)



Şekil 4.41. Farklı  $\alpha$  ve  $\beta$  değerleri için eğim açısı değişimi (Benzetim)

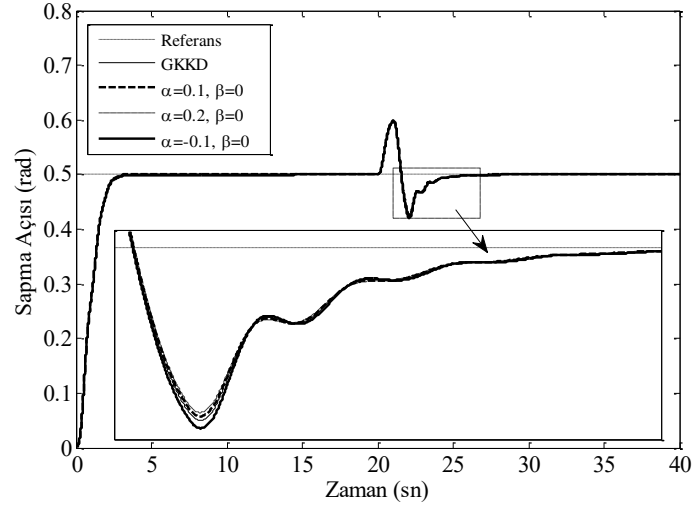


Şekil 4.42. Farklı  $\alpha$  ve  $\beta$  değerleri için eğim açısı değişimi (Uygulama)

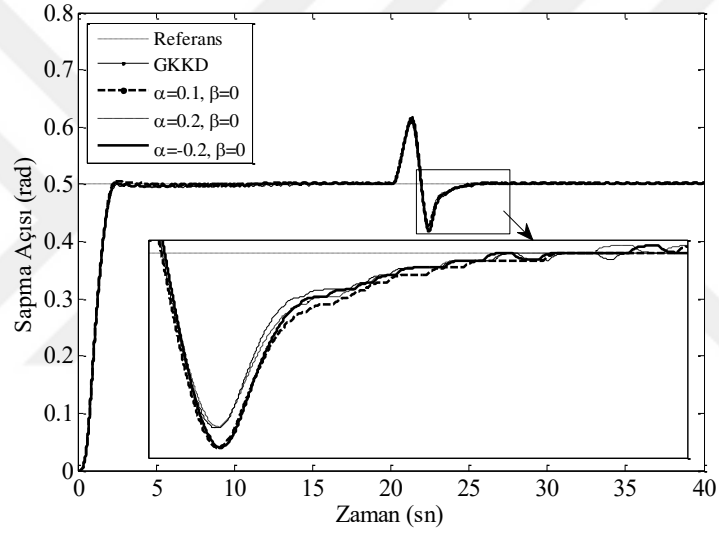
Her iki parametrenin sisteme dâhil olduğu KD-KKD'nin etkisini göstermek amacıyla, Şekil 4.41 ve Şekil 4.42'deki sistem cevaplarını incelemek doğru olacaktır. Bu senaryoda,  $\alpha = (-0.4, -0.1, -0.4)$  ve  $\beta = (0.2, 0.2, 0.25)$  olarak alınmıştır. Şekillerden anlaşılacağı üzere,  $[\alpha \ \beta] = [-0.4 \ 0.25]$  için sistem tepkisi diğer kombinasyonlara göre daha iyidir. Sistemde varolan bozucu durumda  $\alpha$  ve  $\beta$  değişimlerinin etkisi göz ardı edilmemelidir. Eğim açısının kontrolü için kullanılan prosedür, sapma açısı için de Eşitlik 4.113 ile verilen kontrol kuralıyla birlikte kullanılabilir. Benzetim ve deneysel çalışmalarda bozucu etki olarak aşağıda verilen eşitlik kullanılmıştır.

$$d(t) = \begin{cases} 2V, & 20 < t < 21 \\ -2V, & 21 < t < 22 \end{cases} \quad (4.114)$$

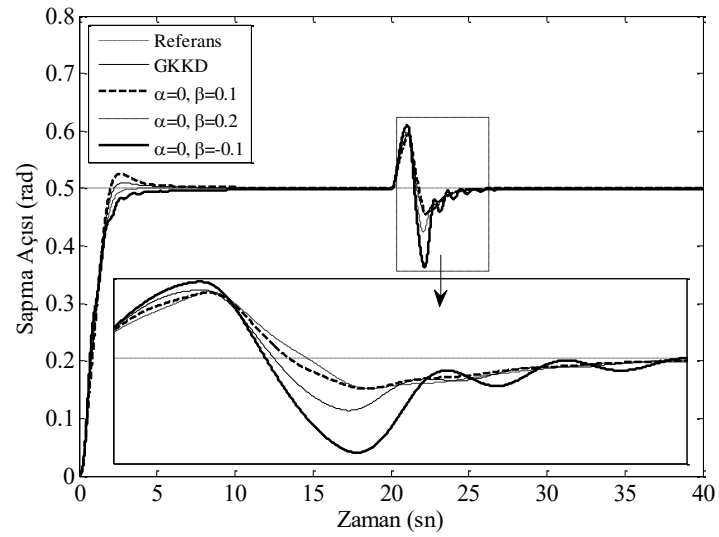
Şekil 4.35'te verilen kontrol yapısına göre, Eşitlik 4.113'teki toplam kontrol kuralı kullanılarak bozucu etki altında sistemin birim basamak yanıtları incelenmiştir. Kayma yüzeyinde ve eşdeğer kontrol kuralında kullanılan kesirli derecelerin kontrol performansı üzerindeki etkilerini incelemek amacıyla, farklı  $\alpha$  ve  $\beta$  değerlerinde test edilmiştir. Şekil 4.43 ve Şekil 4.44'te,  $\beta = 0$  ve değişken  $\alpha$  dereceleri için sırasıyla benzetim ve uygulama sonuçları gösterilmiştir. Bozucu etki değiştirilmeden  $\alpha = 0$  ve  $\beta = (0.1, 0.2, -0.1)$  alınarak elde edilen benzetim ve uygulama sonuçları sırasıyla, Şekil 4.45 ve Şekil 4.46'da verilmiştir.



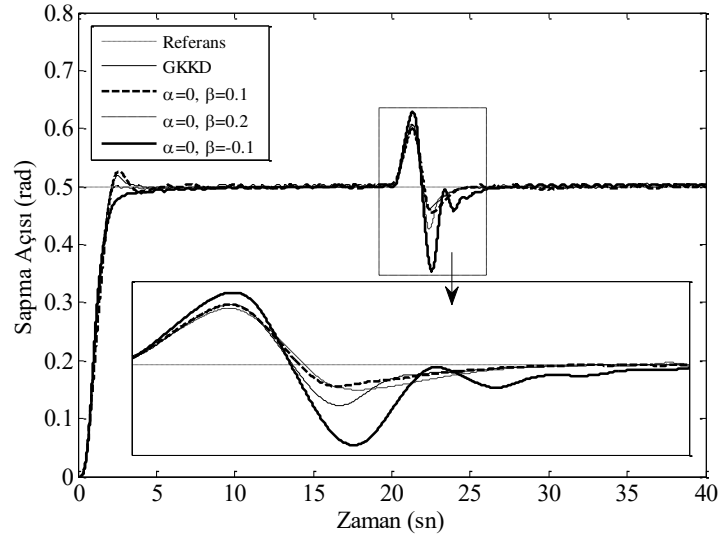
Şekil 4.43. Farklı  $\alpha$  değerleri için sapma açısı değişimi (Benzetim)



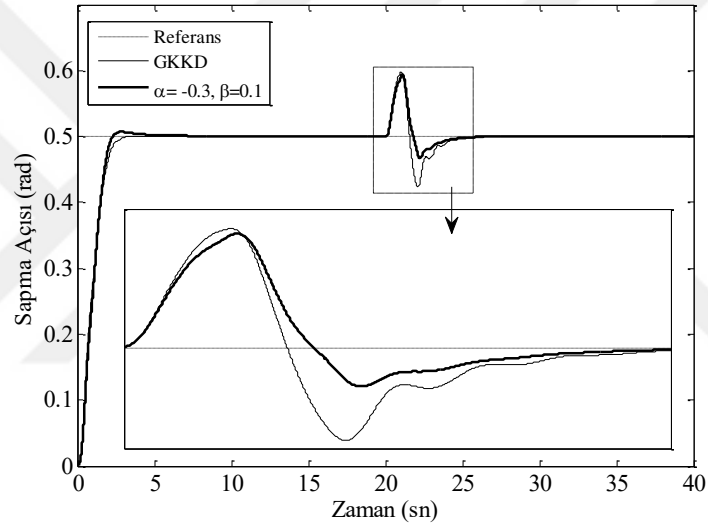
Şekil 4.44. Farklı  $\alpha$  değerleri için sapma açısı değişimi (Uygulama)



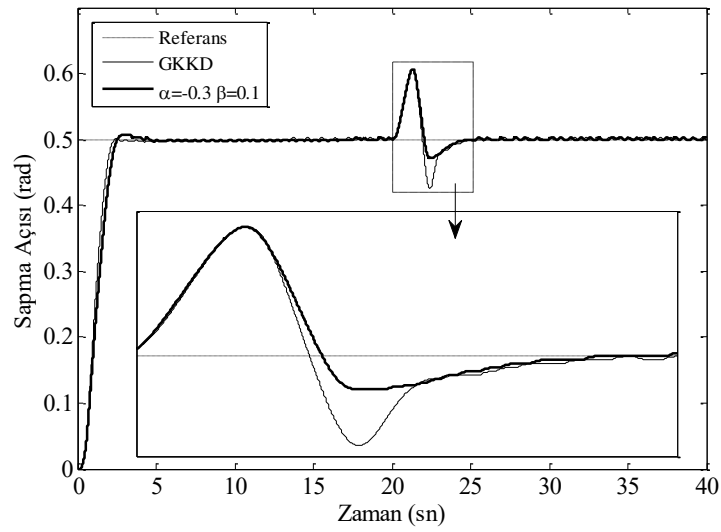
Şekil 4.45. Farklı  $\beta$  değerleri için sapma açısı değişimi (Benzetim)



Şekil 4.46. Farklı  $\beta$  değerleri için sapma açısı değişimi (Uygulama)



Şekil 4.47. Farklı  $\alpha$  ve  $\beta$  değerleri için sapma açısı değişimi (Benzetim)



Şekil 4.48. Farklı  $\alpha$  ve  $\beta$  değerleri için sapma açısı değişimi (Uygulama)

Her iki parametrenin sisteme dâhil olduğu KD-KKD'nin etkisini göstermek amacıyla, Şekil 4.47 ve Şekil 4.48'deki sistem cevaplarını incelemek doğru olacaktır. Bu senaryoda,  $\alpha = (-0.4, -0.1, -0.4)$  ve  $\beta = (0.2, 0.2, 0.25)$  olarak alınmıştır. Bozucu sonrasında sistem kararlılığının devamı GKGD'ye göre önerilen yapıyla daha tatmin edici şekilde sağlanmıştır.  $\beta$  parametresinin bozucu girişi bastırma noktasındaki etkisi  $\alpha$ 'ya göre daha fazladır. Şekillerden anlaşılacağı üzere,  $[\alpha \ \beta] = [-0.3 \ 0.1]$  için sistem tepkisi diğer kombinasyonlara göre daha iyidir.

#### 4.2. Kesir Dereceli Model Referans Uyarlamalı Denetleyici

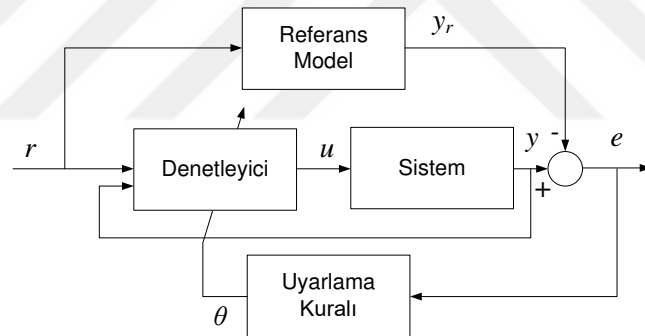
Denetlenen sistemin dinamiğinde meydana gelen değişiklikler, parametre değişimlerine de yol açar. Bu durum, dayanıklılık ve süreklilik bakımından olumsuz sonuçlar doğurur. Bu nedenle denetleyicinin değişimlere göre kendisini yeniden düzenleyerek denetim performansını istenilen düzeyde tutması, uyarlamalı denetim yöntemlerinin avantajları arasında görülebilir. Ayrıca sistemin parametreleri kesin olarak bilinmese bile, sağlıklı bir şekilde denetim yapma imkânı vardır. Uyarlamalı olmayan denetim yöntemlerinde ise denetlenen sistemin parametrelerinin hassas bir şekilde ölçülmesi gerekir.

Uyarlamalı denetim yöntemlerinden biri olan model referans uyarlamalı denetimde, sistemin çıkış değişkeninin bir referans modeli takip etmesi istenmektedir. Tepki cevabı uygun olan bir referans model seçilerek, mevcut sistemin denetiminde istenilen performans sağlanmış olur [83]. 1950'li yıllarda yüksek performanslı uçakların otomatik pilot sistemleri için tasarlanan Model Referans Uyarlamalı Denetleyici'de (MRUD), genel olarak parametreleri daha önce bilinmeyen bir sistemi denetlemeyi amaçlamaktadır. Uygun tepki cevabı olan bir referans model seçilerek, mevcut sistemin denetiminde istenilen performans sağlanmış olur.

İlk olarak Osburn ve arkadaşları tarafından ele alınan MRUD yapısı [84] daha sonraki dönemde birçok çalışmada yaygın olarak kullanılmaya başlanmıştır [85, 86]. Parametre değişimlerine karşı dayanıklı performans sergileyen MRUD'nin, bozucu etki ve sistem belirsizliklerinin de üstesinden geldiği gözlemlenmiştir [87]. Zamanla MRUD, uyarlamalı denetimin temelini oluşturur hale gelmiştir [88]. Mohideen ve arkadaşları hibrit tank sisteminin kontrolünü,

genetik algoritma tabanlı MRUD yapısını kullanarak gerçekleştirmişlerdir [89]. Diğer bir çalışmada, vektör kontrollü asenkron motorun hız tahmini için aynı denetçi yapısı revize edilerek sunulmuştur [90]. Beş fazlı sürekli mıknatıslı senkron motorun kontrolü için MRUD yapısı, yapay sinir ağlarıyla birlikte kullanılmıştır [91]. Çevresel faktörlere bağlı olarak değişen dinamikleri içeren sistemlerin denetiminde kullanılan MRUD, uçuş kontrol sistemlerinde de geniş bir uygulama alanına sahiptir. Uzay araçlarının yörünge takip kontrolünde [92] ve çok rotorlu insansız hava araçlarının pervane arıza testi için kazanç ayarlamalı PID denetleyici ile birlikte kullanılmıştır [93]. Ayrıca, hava beslemeli hipersonik hava araçlarının kontrolü için de, model referans uyarlamalı anahtarlama uygulaması [94]'te önerilmiştir.

Model referans uyarlamalı denetleyicide, uyarlama kuralının seçimi önem arz etmektedir. İki sistemin çıkış büyüklükleri arasındaki farkı azaltacak şekilde tasarlanan uyarlama kuralında, yakınsama süresinin kısalığı ve sürekliliği de sağlanmak zorundadır. Şekil 4.49'da MRUD sisteminin blok şeması verilmiştir.



Şekil 4.49. MRUD sisteminin blok şeması

Şekilde görüldüğü üzere, sistemde iki adet döngü yapısı mevcuttur. Bunlardan iç döngü, temel denetim geri besleme döngüsüdür. Dış döngü ise, iç döngü parametrelerini güncelleyen ve uyarlama kuralını barındıran döngüyü temsil etmektedir. MRUD denetleyicide, parametrelerin ayarlanması için gereken mekanizma, gradyan metodu veya Lyapunov kararlılık teorisine göre oluşturulmaktadır. Denetlenen sistem ile referans modelin çıkış büyüklükleri arasındaki fark, Eşitlik 4.115'teki gibi tanımlanmaktadır.

$$e = y - y_r \quad (4.115)$$

Gradyan yaklaşımına göre şekillendirilen değer fonksiyonu Eşitlik 4.116'daki gibi yazılabilir.

$$J(\theta) = \frac{1}{2} e^2(\theta) \quad (4.116)$$

Hataya göre değer fonksiyonunu minimize etmek için,  $J$ 'nin negatif gradyanı boyunca hareket ettirilmesi gerekir. Bu değişimin  $\theta$ 'daki değişimle orantılı olduğu kabul edilirse,  $\theta$ 'nın türevi değer fonksiyonundaki azalan değişime eşit olur. Buna göre değer fonksiyonu Eşitlik 4.117'deki formda seçilir.

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \frac{\partial J}{\partial \theta} = -\gamma e \frac{\partial e}{\partial \theta} \quad (4.117)$$

Buradaki hataya bağlı olan kısmi türev, duyarlılık işareti olarak isimlendirilir. Parametre değişikliklerinin sistemin diğer değişkenlerine göre daha yavaş değiştiği düşünülürse, duyarlılık işaretine bağlı olarak  $\theta$ 'nın sabit olduğu veya çok yavaş değiştiği söylenebilir. Değer fonksiyonu ve  $\theta$  arasındaki bu ilişkiye MIT kuralı da denilmektedir [83]. Eşitlik 4.117'de verilen MIT kuralındaki türevsel değişimin doğrudan  $\gamma$  değerine bağlı olduğu açıkça görülmektedir. Bu nedenle uyarılama katsayısının seçimi oldukça önemlidir. İleri yol kazancın adaptasyonu ele alınarak  $\gamma$ 'nın etkisi incelenebilir. Transfer fonksiyonu  $y = kG(s)u$  olan bir sistem düşünelim. Burada  $G(s)$  bilinen bir fonksiyon,  $k$  ise bilinmeyen bir katsayıdır. Referans olarak arzu edilen sistem cevabı ise  $y_r = k_0 G(s)u_c$  olsun. Denetleyici yapısı  $\theta$ 'ya bağlı olarak değişen  $u = \theta u_c$ 'dir.  $G(s)$  fonksiyonunun ters Laplace'ı alınarak ve  $p = d/dt$  kabulü yapılarak, zaman tabanındaki ifadesi sembolik olarak  $G(p)$  şeklinde gösterilebilir. Buna göre duyarlılık işareti,

$$e = kG(p)\theta u_c - k_0 G(p)u_c \quad (4.118)$$

$$\frac{\partial e}{\partial \theta} = kG(p)u_c = \frac{k}{k_0} y_r$$

olur. MIT kuralı yeniden düzenlenirse,

$$\frac{d\theta}{dt} = \gamma' \frac{k}{k_0} e y_r = -\gamma e y_r \quad (4.119)$$

elde edilir. Bu ifade aslında zamanla değişen klasik bir diferansiyel eşitliktir. Referans model çıkışının zamana göre değişimi ve bilinmeyen parametrelerin bulunması,  $\gamma$  katsayısının sistem üzerindeki etkisi kestirilemeyebilir. Bilinen gerçek şudur ki,  $\gamma$ 'nın büyük seçilmesi sistemi kararsızlığa götürmektedir. Yapılan çalışmalarda kararlılığı garanti etmek için Lyapunov kararlılık kriterine göre dizayn edilmiş denetleyici yapılarının kullanıldığı görülmektedir. MRUD tasarımını daha iyi anlamak adına aşağıdaki sistemi ele alalım.

$$\frac{dy}{dt} = -ay + bu \quad (4.120)$$

Referans modeli ise aşağıdaki formda tanımlayabiliriz.

$$\frac{dy_r}{dt} = -a_r y_r + b_r u_c \quad (4.121)$$

Denetleyici işareti,

$$u(t) = \theta_1 u_c(t) - \theta_2 y(t) \quad (4.122)$$

olarak seçilebilir. Şekil 4.49 ve Eşitlik 4.120 - 4.122'ye göre gerçek sistem,

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= -ay(t) + b(\theta_1 u_c(t) - \theta_2 y(t)) \\ &= -(a + b\theta_2) y(t) + b\theta_1 u_c(t) \\ &= -a_r y_r(t) + b_r u_c \end{aligned} \quad (4.123)$$

olur. Buna göre uyarılama parametreleri,

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \frac{b_m}{b} \\ \theta_2 &= \frac{a_m - a}{b} \end{aligned} \quad (4.124)$$

olarak elde edilir. Denetleyici girişi ile birlikte sistem çıkışı yeniden düzenlenirse,

$$y = \frac{b\theta_1}{p + a + b\theta_2} u_c \quad (4.125)$$

olarak elde edilir. Hata fonksiyonuna göre türetilen duyarlılık türevleri aşağıdaki gibi bulunur.

$$\begin{aligned}\frac{\partial e}{\partial \theta_1} &= \frac{b}{p+a+b\theta_2} u_c \\ \frac{\partial e}{\partial \theta_2} &= \frac{b\theta_1}{(p+a+b\theta_2)^2} u_c = \frac{b}{p+a+b\theta_2} y\end{aligned}\quad (4.126)$$

$a$  ve  $b$  katsayılarının bilinmediği varsayılırsa, referans model parametreleriyle şu şekilde eşleştirme yapılabilir.

$$\begin{aligned}a+b\theta_2 &= a_m \\ p+a+b\theta_2 &\approx p+a_m\end{aligned}\quad (4.127)$$

Buna göre,

$$\begin{aligned}\frac{d\theta_1}{dt} &= -\gamma' b \left( \frac{1}{p+a_m} u_c \right) e = -\gamma \left( \frac{a_m}{p+a_m} u_c \right) e \\ \frac{d\theta_2}{dt} &= \gamma' b \left( \frac{1}{p+a_m} y \right) e = \gamma \left( \frac{a_m}{p+a_m} y \right) e\end{aligned}\quad (4.128)$$

olarak bulunur.

#### 4.2.1. Kesir dereceli MRUD tasarımı

Uyarılama katsayısındaki değişim oranının, türevsel ifadenin derecesiyle olan ilişkisi göz önüne alınırsa, kesir dereceli yapının MIT kuralına katkısı incelenebilir. Bu bölümde MIT kuralı kesir, dereceli integro-diferansiyel operatör ile birlikte gerçek bir sistem üzerinde kullanılmıştır. Bu konudaki teorik çalışmalar Vinagre ve arkadaşları tarafından sunulmuştur [88]. MIT kuralının kesir dereceli versiyonu Eşitlik 4.129'daki gibi yazılabilir.

$$\frac{d^\alpha \theta}{d^\alpha t} = -\gamma \frac{\partial J}{\partial \theta} = -\gamma e \frac{\partial e}{\partial \theta} \quad (4.129)$$

Eşitlik 4.129'da her iki tarafın kesir dereceli integrali alınarak çözümlerse,

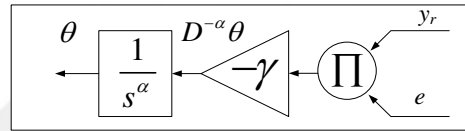
$$\theta = D^{-\alpha} \left( -\gamma \frac{\partial J}{\partial \theta} \right) = D^{-\alpha} \left( -\gamma e \frac{\partial e}{\partial \theta} \right) \quad (4.130)$$

elde edilir. Eşitlik 4.118 dikkate alınır, hatanın türevi için MRUD sisteminde

$\frac{\partial e}{\partial \theta} = y_r$  olarak alınabilir. Buna göre,

$$\theta = D^{-\alpha} (-\gamma e y_r) \quad (4.131)$$

olmaktadır. Şekil 4.50’de, Eşitlik 4.131 için elde edilen kesir dereceli uyarlama kuralı yapısının blok diyagramı görülmektedir.



Şekil 4.50. Önerilen kesir dereceli uyarlama kuralı

**Örnek 4.5:** Sıvı seviye denetimi, kimya sanayinde, ilaç endüstrisinde, nükleer uygulamalarda ve daha saymadığımız birçok alanda önemli bir yere sahiptir. Bozuculara karşı dayanıklı bir denetleyici algoritmasının gerekliliği, tank içerisindeki sıvının istenilen değerde sabit tutulması isteğinden kaynaklanmaktadır. Bu nedenle, bu tip sistemlerde harici bozuculara ve sistem dinamiğindeki değişimlere karşı hassasiyeti yüksek olan MRUD’nin kullanımı avantaj sağlamaktadır.

Sistemin denetimi için öncelikli olarak sıvıyı içeren tanka ait matematiksel modelin elde edilmesi gerekmektedir. Model oluşturulurken, tank içerisine giren ve çıkan sıvı akışından yararlanılmaktadır. Akışı dengelemek için bu iki değer arasındaki fark, tankın kesitine ve içerisindeki sıvının zamana bağlı olarak değişimine bağlıdır.

$$Q_i - Q_o = A \frac{dh(t)}{dt} \quad (4.132)$$

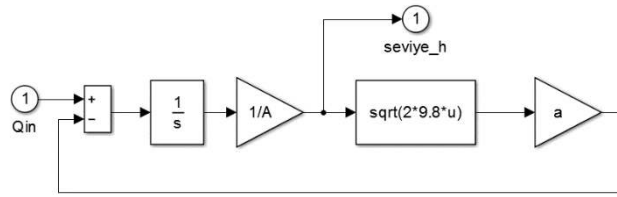
Burada  $Q_i$  ve  $Q_o$  sırasıyla giren ve çıkan sıvı akışını,  $A$ , tankın enine kesit alanını,  $h(t)$  ise sıvı seviyesini göstermektedir. Tankın çıkış valfinden geçen sıvı akışı,

$$Q_o = a\sqrt{2gh(t)} \quad (4.133)$$

olarak elde edilmektedir. Burada  $a$  çıkış boru kesiti,  $g = 9.8 \text{ m/sn}^2$  yerçekimi ivmesidir. Buna göre sisteme ait diferansiyel eşitlik aşağıdaki gibi bulunur.

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{1}{A} Q_i - \frac{a\sqrt{2gh(t)}}{A} \quad (4.134)$$

Eşitlik 4.133 - 4.134'e göre elde edilen tank sisteminin MATLAB /Simulink modeli Şekil 4.51'de verilmiştir.

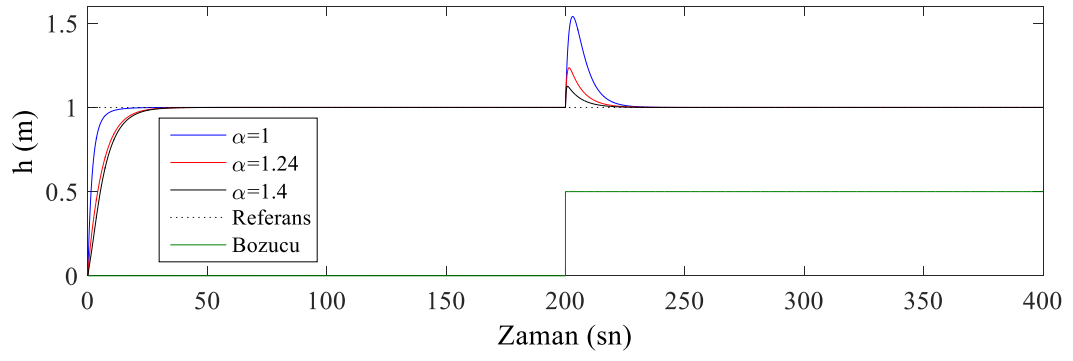


Şekil 4.51. Tank modelinin blok diyagramı

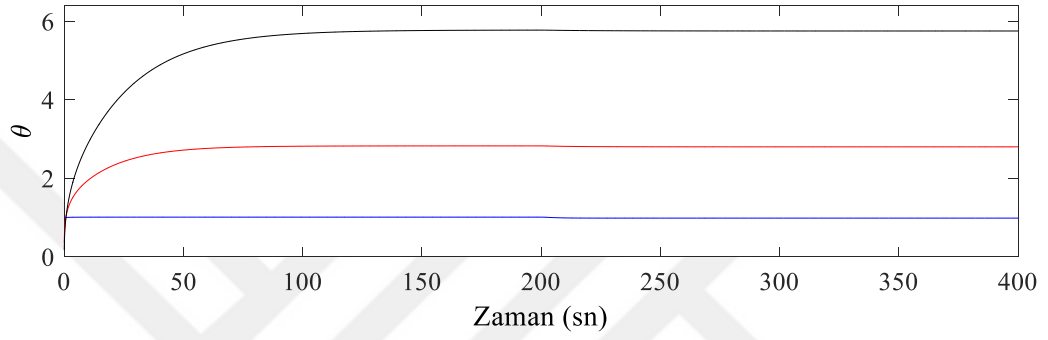
Şekil 4.49'da verilen MRUD sistemindeki denetleyici yapısı, sıvı seviye denetimi için  $PD$  olarak seçilmiştir. İç denetleyiciye ait değerler sırasıyla  $K_p = 0.1$  ve  $K_d = 0.6$  olarak alınmıştır. Burada, tankın enine kesit alanı  $A = 1 \text{ m}$ , çıkış boru kesiti  $a = 0.05 \text{ m}$  ve  $\gamma = -0.005$ 'tir. Referans model, yükselme zamanı  $0.413 \text{ sn.}$ , oturma zamanı  $0.706 \text{ sn.}$  ve kalıcı hal hatası  $0$  olacak şekilde seçilmiştir. Buna göre kullanılan referans modele ait geçiş fonksiyonu,

$$G_r(s) = \frac{60}{s^2 + 15s + 60} \quad (4.135)$$

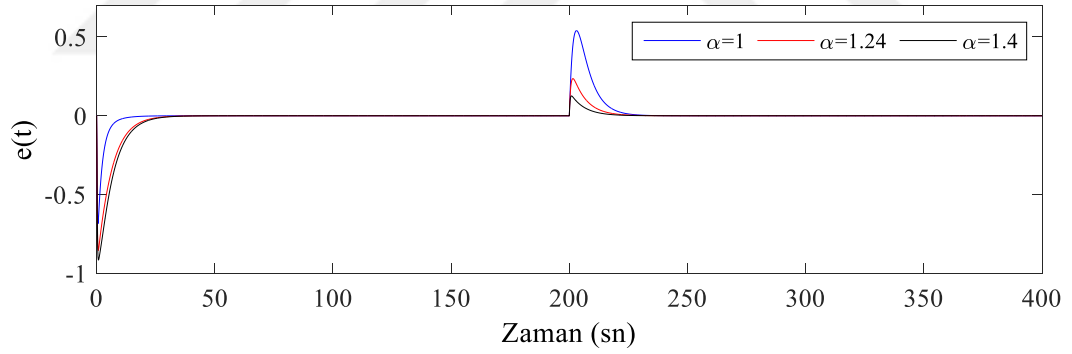
olarak elde edilmektedir. Önerilen denetleyicinin başarımını göstermek için sisteme  $200. \text{ sn'}$ de genliği  $0.5$  olan basamak girişi uygulanmıştır. Geleneksel yapı ile farklı  $\alpha$  değerlerine sahip kesir dereceli MRUD karşılaştırmalı olarak kıyaslanmıştır. Şekil 4.52'de  $\alpha$ 'nın değişimine bağlı olarak değişen sistem çıkışı verilmiştir. Büyük  $\alpha$  değerlerinde bozucu etkinin daha iyi bastırıldığı ancak yerleşme zamanında gecikmenin olduğu görülmektedir.



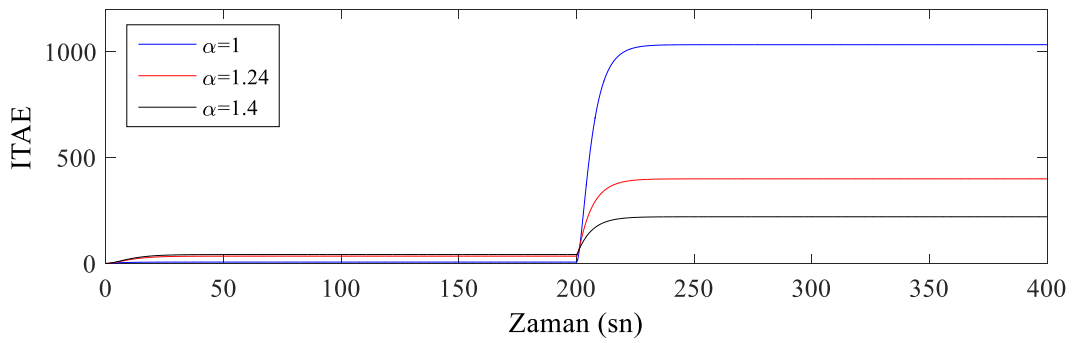
Şekil 4.52. Farklı  $\alpha$  değerlerine göre sıvı seviye değişimleri



Şekil 4.53. Bozucu giriş ve farklı  $\alpha$  değerleri için  $\theta$ 'nın değişimi



Şekil 4.54. Hata değişim grafiği



Şekil 4.55. Farklı  $\alpha$  değerleri için ITAE grafiği

Şekil 4.53'te  $\theta$ 'nın değişim grafiği, Şekil 4.54'te referans model çıkışı ile sistem çıkışı arasındaki hata değişimi, Şekil 4.55'de ise zaman ağırlıklı mutlak hata değerinin integraline ait grafikler verilmiştir. Önerilen denetleyicinin Çizelge 4.4'te farklı  $\alpha$  değerleri için  $ITAE = \int t|e|dt$  başarımları ve yerleşme zamanları verilmiştir. Benzetim sonuçları ve ITAE başarımları değerlendirildiğinde, önerilen kesir dereceli MRUD'nin geleneksel uyarlamalı denetleyiciye göre, bozucu bastırımında daha başarılı olduğu görülmektedir. Yerleşme zamanındaki gecikme hata oranındaki değişim göz önünde bulundurulduğunda bu tip sistemler için önemsenmeyecek seviyelerdedir.

Çizelge 4.4. ITAE Başarımları Değerleri

| $\alpha$ | ITAE | Yerleşme Zamanı (sn) |
|----------|------|----------------------|
| 1        | 1033 | 32,26                |
| 1,2      | 400  | 47,52                |
| 1,4      | 220  | 47,72                |

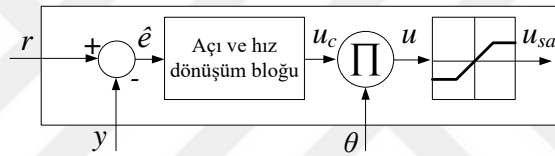
#### 4.2.2. KD-MRUD ile görüntü işleme destekli nesne takip uygulaması

Gün geçtikçe robotik ve diğer endüstriyel uygulamalarda servo motorların kullanımı önemli ölçüde artmaktadır. Bu durum motor denetim tekniklerinin de gelişmesi gerekliliğini beraberinde getirmiştir. Doğru akım (DA) servo motorlar, zamanla değişen ve doğrusal olmayan bir yapı sergiledikleri için geleneksel denetleyici yapıları bu sistemlerin dinamik performansını sınırlandırmaktadır. Literatürde birçok denetim tekniğinin, DA servo motorlara uygulandığı görülmektedir [95-97]. Model referans uyarlamalı denetim de bunlardan birisidir. Bu bölümde DA servo motorun pozisyon denetimi, kesir dereceli matematiksel ifadelerle birlikte geleneksel model referans uyarlamalı denetleyici yapısı kullanılarak incelenmiştir. Referans pozisyon bilgisi, kameradan alınan değerler ile güncellenerek, kapalı çevrim sistemin girişine uygulanmıştır. Akıllı kontrol sistemlerinin yaygınlaştırılması için gerçek zamanlı kamera görüntülerini işleyen metotların geliştirilmesi gerekmektedir. Kamera ve görüntü işleme sistemlerinin maliyetlerinin düşmesi, bu sistemlerin sensör olarak sahada kullanılmasına imkân sağlamıştır. Bu çalışmada kamera ve görüntü işleme tekniklerinin, kapalı çevrim kontrol sistemine entegre edilerek daha akıllı bir kontrol uygulaması

gerçekleştirilmesi hedeflenmiştir. Elde edilen sonuçlara göre, uyarlama kuralında kesir dereceli operatörlerin kullanılmasıyla daha iyi denetleyici performansı sağlandığı görülmüştür.

Şekil 4.56'dan da anlaşılacağı üzere, sisteme entegre basit bir oransal denetleyici yapısı kullanılmıştır. Referans kamera bilgisi ile geri besleme hattından alınan sistem çıkışı farkı, dönüşüm bloğu sonrasında  $u_c$  olarak elde edilmektedir. Bu sinyal, uyarlama bloğu çıkışında elde edilen  $\theta$  değişkeniyle her defasında çarpılarak yeni denetim sinyali  $u$  oluşturulur. Olası durumlarda motorun zarar görmemesi adına, aşırı güce maruz kalmasını engellemek için denetim sinyali doyum fonksiyonu ile sınırlandırılmıştır.

Literatürde, parametre optimizasyonu için MIT kuralının birçok varyasyonu vardır. Bu çalışmada ise, Eşitlik 4.129'da verilen kesir dereceli MIT kuralı uygulanmıştır.



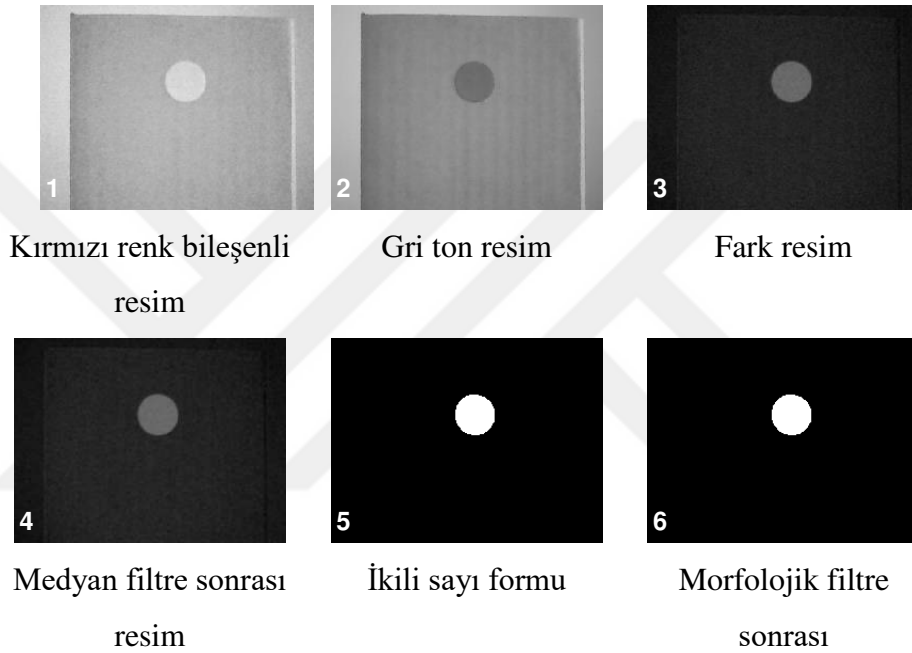
Şekil 4.56. Şekil 4.49'daki denetleyici bloğu içyapısı

Görüntü işleme tekniği yardımı ile kameradan elde edilen hedef objenin konumu ile referans işaret sağlanmaktadır. Hedef objenin renk bilgisinin değişmediği durumlar için uygun bir yöntem olan yoğunluk eşiklemesine dayanan bir nesne takip uygulaması kullanılmıştır.

Denetim sisteminin en yavaş bileşeni görüntü işleme bileşeni olacağı için sistemin hızını ağırlıklı olarak görüntü işleme sisteminin cevap süresi belirler. Bu uygulamada, görüntü işleme biriminin bir resmi analiz süresi yaklaşık 1 sn. olarak ölçülmüştür. Sahada gerçek zamanlı uygulamalarda, bu hız saniyede 10-20 resim düzeyine ulaştırılması gerekmektedir. Bu amaçla görüntü işleme sisteminin genellikle donanımsal olarak FPGA ile gerçekleştirilmesi önerilir.

Nesne takip işleminin temel aşamaları Şekil 4.57'de basitçe görülmektedir. Kırmızı renk bileşen matrisi (Resim 1), ile gri ton resim (Resim 2) çıkarılarak Resim 3'de görülen fark resmi elde edilir. Bu çalışmada amaç, kırmızı renkli nesnenin takibi olduğu için çerçeve içerisinde sadece bu rengin ortaya çıkarılması istenmektedir. Bu nedenle kırmızı bileşen matrisinden gri matris çıkarılarak, kırmızı renkli kısımların yeğlilik değeri diğer bileşenlere göre daha yüksek olarak

elde edilmektedir [ $Kırmızı - (0.2989 * Kırmızı + 0.5870 * Yeşil + 0.1140 * Mavi)$ ]. Resim üzerinde medyan filtre kullanılarak gürültü bileşenleri temizlenir (Resim 4). Burada kırmızı bölge yüksek yoğunluklu olarak elde edilir ve eşikleme ile ikili sayı sisteminde resme dönüştürülür (Resim 5). Fark resmi alınarak kırmızı renkli nesnenin görüntüsü daha belirgin hale gelmektedir. Böylece daha keskin geçişler elde edilmekte ve uygulanacak olan ikili sayı formu yöntemi daha net sonuçlar vermektedir. İkili sistemde kalan tek noktalı gürültü morfolojik filtre ile temizlenir (Resim 6).



Şekil 4.57. Nesne takip uygulaması işlem basamakları

Bu bölümde, robotik uygulamalarda sıkça kullanılan ve düşük maliyetli bir uygulama platformu olan LEGO firmasına ait Mindstorms NXT kitinden yararlanılmıştır. Bilgisayar destekli eğitim platformu olan bu set üzerinde, farklı robotik ve kontrol senaryoları oluşturulmaktadır. Sistem programlanabilen ve çevresel birimlerle iletişim kurabilen bir yapıya sahiptir. İçerisinde 32-bit ARM7TDMI işlemci ve 8-bit ATmega48 mikro denetleyici barındıran sistem, üç adet motor portu ve dört adet sensör giriş portuna sahiptir. Harici cihazlarla kablolu ve kablosuz iletişim kurabilen sistem, MATLAB yardımıyla da programlanabilmektedir. Aktüatörler, doğru akım motoru, enkoder ve dişli kutusundan oluşmaktadır. Motor hızı,  $[-100:100]$  aralığında değişen PWM

sinyalleri tarafından kontrol edilmektedir. Motor parametreleri Çizelge 4.5'te verilmiştir [98].

Çizelge 4.5. DA servo motor parametreleri

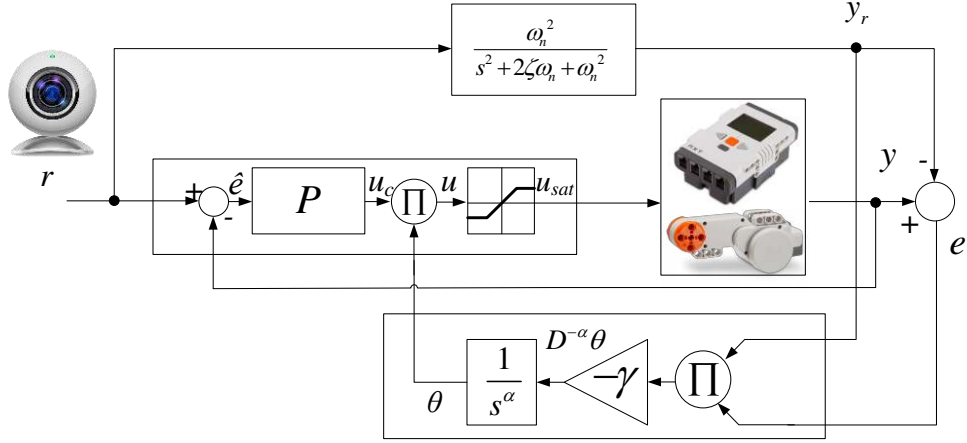
| Değişken   | Değerler                        | Tanım              |
|------------|---------------------------------|--------------------|
| $J_m$      | $10^{-5} \text{ kg m}^2$        | Atalet Momenti     |
| $R_m$      | $6.69 \Omega$                   | Motor Direnci      |
| $L_m$      | $0.0047 \text{ H}$              | Motor İndüktansı   |
| $K_\omega$ | $0.468 \text{ V sn rad}^{-1}$   | Motor Sabiti       |
| $K_T$      | $0.317 \text{ Nm A}^{-1}$       | Motor Tork Sabiti  |
| $B$        | $0.0022 \text{ Nm rad sn}^{-1}$ | Sürtünme Katsayısı |

Çizelgedeki parametrelere göre motorun geçiş fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir.

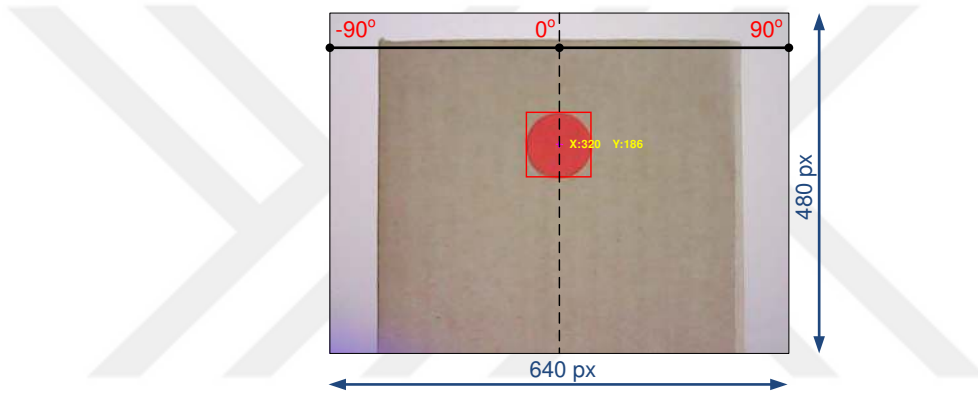
$$\frac{\Theta(s)}{U(s)} = \frac{K_s}{s(1 + \tau s)} = \frac{1.9436}{41.017 \times 10^{-5} s^2 + s} \quad (4.136)$$

Burada  $U(s)$  kontrol işareti,  $\Theta(s)$  ise sistem çıkışıdır. Eelektriksel zaman sabitinin mekaniksel zaman sabitinden çok küçük olduğu kabulü yapılarak  $K_s = K_T / K_T K_\omega + BR_m$  ve  $\tau = J_m R_m / K_T K_\omega + BR_m$  olarak alınmıştır [99].

Uygulama çalışmaları MATLAB/Simulink paket programı aracılığıyla, enkoderden gelen geri besleme bilgisi ve sisteme ait çıkış pozisyon değeri, harici modda çalıştırılarak yapılmıştır. Sistem giriş bilgisi ise kameradan alınan değerlerin çevrimiçi olarak Simulink programına entegrasyonu ile sağlanmıştır. Tüm sistemin blok diyagramı Şekil 4.58'de ve EK 4'te verilmiştir. Motorun dönüş açısını  $[-90^\circ:90^\circ]$  aralığında sınırlandırmak için Şekil 4.59'da görülen ölçümleme işlemi yapılmıştır. Kırmızı nesnenin ağırlık merkezinin  $x$  eksenı üzerindeki değişimine bağlı olarak, motorun pozisyon değeri sınırlanan açı aralığında değişmektedir. MRUD'un görevi motor şaftının hedef objenin ağırlık merkezi ile hizalanmasını sağlamaktır.



Şekil 4.58. Görüntü işleme sistemine ait blok diyagram



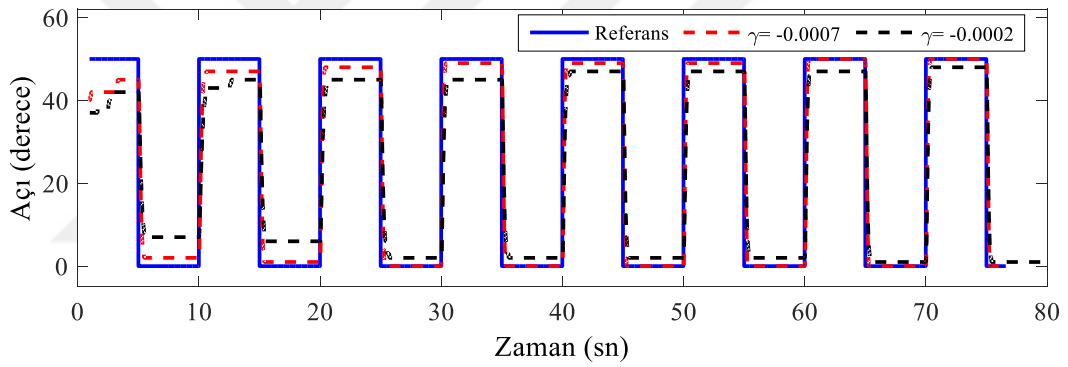
Şekil 4.59. Kamera bilgisinin ölçeklemesi

Bu sistemde de Eşitlik 4.135 ile verilen referans model kullanılmıştır. Öncelikle, sistem girişine  $[0^\circ:50^\circ]$  aralığında değişen ve periyodu 10 sn. olan kare dalga uygulanmıştır. Eşitlik 4.131’de verilen ifadeye göre  $\alpha = 1$  alınarak elde edilen referans ve çıkış dalga şekilleri Şekil 4.60’ta gösterilmiştir. Gerçek zamanlı çalışan sistemde,  $\gamma$  değerine bağlı olarak, çıkışın girişe adaptasyonunun nasıl değiştiği açıkça görülmektedir. Uyarılama katsayısı olan  $\gamma$ ’nın değişimine bağlı olarak, Eşitlik 4.131 incelendiğinde, kontrol parametresi  $\theta$ ’nın da değişimi söz konusudur. Bu durum denetim sinyalini doğrudan etkileyecektir. Buna bağlı olarak büyük  $\gamma$  değerlerinde, sistemin referans işareti takip etme başarımı, küçük değerlere göre daha yüksektir. Bu durumda kontrol parametresi  $\theta$  artarak sabit bir değere yakınsayacaktır. Ancak  $\theta$ ’nın artması sistem kararlılığını da etkilemektedir. Dolayısıyla  $\gamma$ ’nın seçimi sistemi kararsızlığa götürmeyecek aralıkta olmalıdır. Önerilen kesir dereceli MRUD’in etkinliğini göstermek

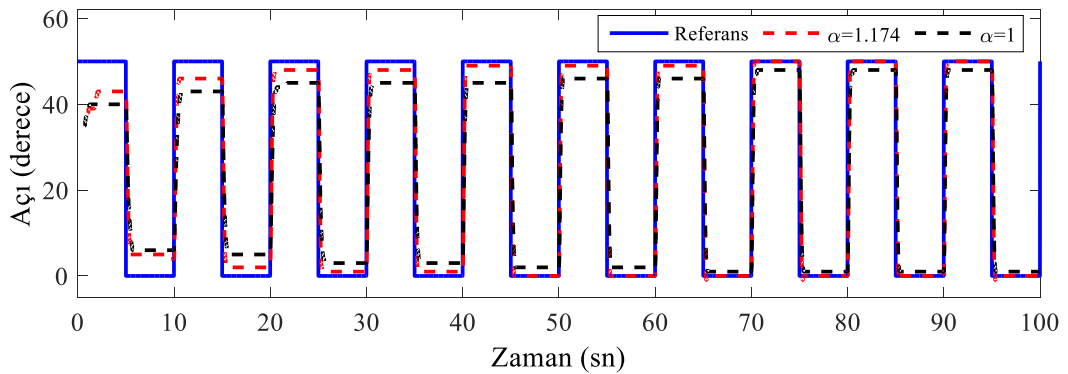
amacıyla, büyük  $\gamma$ 'ya göre kötü sonuç veren  $\gamma = -0.0002$  değerindeki çıkış işareti,  $\alpha = 1.174$  alınarak tekrar incelenmiştir.

Uyarlama kuralında kullanılan integratörün derecesinin kesirli olarak ifade edilmesiyle, denetleyici performansındaki iyileşme Şekil 4.61'de görülmektedir. Şekil 4.62'de ise,  $\gamma = -0.0002$  ve farklı integratör dereceleri için  $\theta$ 'nın değişimi verilmiştir. Yaklaşık 65.sn'den sonra,  $\theta$  artarak belirli bir değere oturmuştur. Böylece  $\alpha = 1.174$  için uyarlama sürecinin başarımı ispatlanmıştır. Ancak aynı süre içerisinde  $\alpha = 1$  için değişim devam etmekte ve çıkış işaretinin adaptasyonu sağlanamamaktadır.

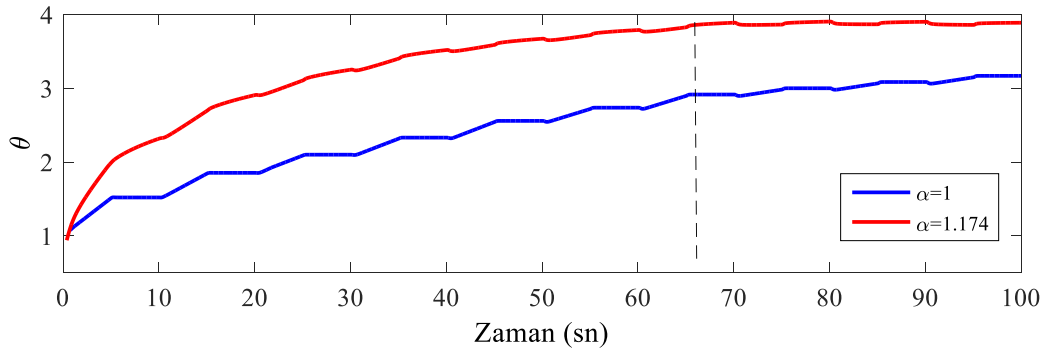
Kırmızı renkli nesnenin kameradan alınan  $x$  eksenindeki pozisyon bilgisine göre elde edilen açı değişimi ise Şekil 4.63'te verilmiştir. Sistemin, ölçeklendirilmiş giriş işaretini takip edebildiği görülmüştür.



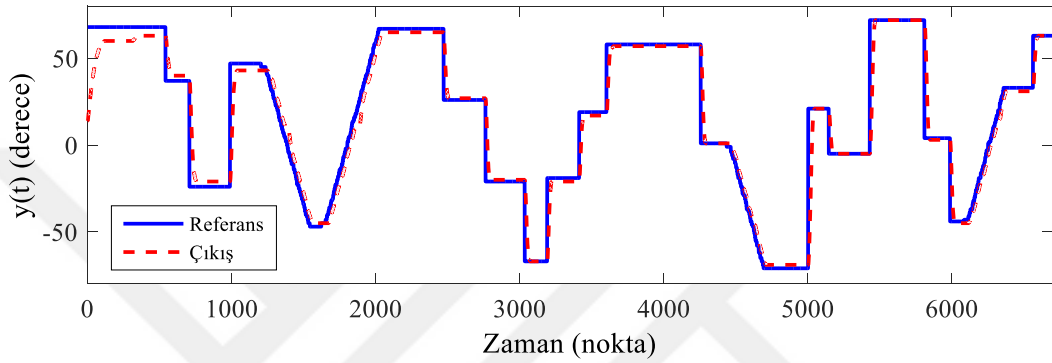
Şekil 4.60.  $\alpha = 1$  ve farklı uyarlama katsayıları için sistem çıkışı



Şekil 4.61.  $\gamma = -0.0002$  ve farklı integratör dereceleri için sistem çıkışı



Şekil 4.62.  $\gamma = -0.0002$  ve farklı integratör dereceleri için  $\theta$ 'nın değişimi



Şekil 4.63.  $\gamma = -0.0002$  ve  $\alpha = 1$  için sistem çıkışı

Bu bölümde kesir dereceli MRUD yapısının, görüntü işleme destekli kapalı çevrim uyarlamalı nesne takibiyle ilgili bir uygulaması sunulmuştur. Çalışma, referans bilgisi olarak kamera ile nesne pozisyonu belirleme sistemini, uyarlamalı denetim uygulaması sağlayan MRUD sistemi ile entegre etmiştir. Böylece, MRUD uyarlamalı denetleyici yapısının, robotik uygulamalar için nesne yakalama problemine uygulanabilirliği konusunda bir ön çalışma sunulmuştur. MIT kuralı uyarınca elde edilen kesir dereceli uyarlama kuralının sistemin adaptasyon kabiliyetini artırabileceği deneysel olarak gösterilmiştir. Sonraki çalışmalarda, sistemin iki boyutlu uzayda hedef nesneye optimal yoldan ulaşma problemi incelenebilir.

#### 4.2.3. Çift rotorlu model helikopterin KD-MRUD ile kontrolü

Bölüm 4.1.3'te laboratuvar ortamında kullanılan helikopter sisteminin yatay ve dikey eksenlerdeki hareketi için GKGD ve KD-KKD yapıları incelenmişti. Bu bölümde aynı sistemin kontrolü, Bölüm 4.2.1 ve 4.2.2'de anlatılan KD-MRUD ile yapılacaktır. Bilindiği üzere uçuş kontrol sistemleri doğasındaki doğrusuzlıklar ve harici etkenlerden dolayı komplike bir yapıya sahiptir. Uçuş esnasında dinamik

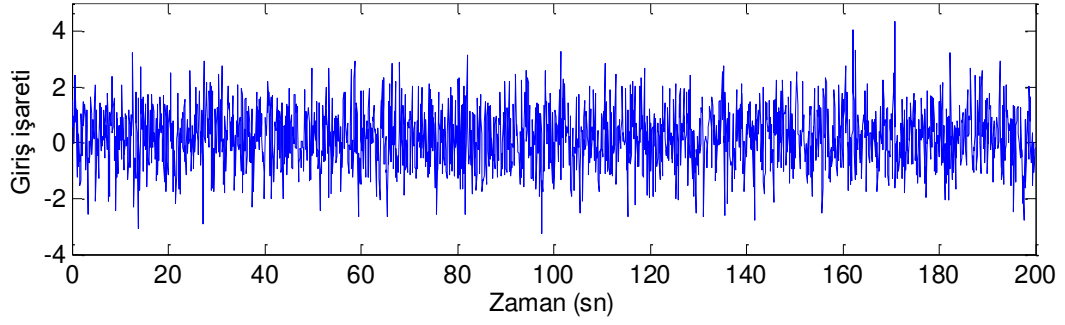
basınçta, aerodinamik açılarda, yük ve hava şartlarındaki değişiklikler, sistemin dinamik denklem katsayılarında değişimlere neden olmaktadır. Uçuş dinamiğindeki bu değişimler kararlı moda sahip uçuş koşulunu kararsızlığa sürüklemektedir. Pilotun yörünge takibini zorlaştıran bu durum, yolcuların da tehlikeli bir uçuşa maruz kalmalarına neden olur. Bu nedenle uçuş kontrol sistemlerinde, zamana bağlı olarak değişen ve sistem kararlılığını sürdüren denetleyici yapılarının gerekliliği ortaya çıkmıştır. Düşey yöndeki rotora bağlı olarak değişen açı dinamiği, doğrusal olmayan bir kontrol problemini ortaya çıkarmaktadır. Gerçek uçuşlarda helikopterin kontrolü genel olarak; rotor hızı sabit tutulurken, pervane pal atak açıları uygun aktüatörler ile değiştirilerek sağlanır. Sistemin mekanik tasarımını basitleştirmek için çalışmada kullanılan ÇGÇS deney seti farklı tasarlanmıştır. Bu durumda rotora akuple pervaneler sabit açıdadır ve uçuş kontrolü rotorların hızları ayarlanarak sağlanır.

Uyarlamalı kontrol yapısı, uçuş kontrol sistemlerinde kanat titreşimlerinin bastırılması ve otomatik pilot gibi uygulamalarda kullanılmıştır. Bu yapıda uçuş karakteristiğinde meydana gelen değişimlere göre denetleyici parametreleri yeni bir değere ayarlanmaktadır. Bölüm 4.1.3'teki ÇGÇS'in yatay ekseninde yaptığı hareketi temsil eden transfer fonksiyonu, doğrusal olmayan model üzerinden gidilerek elde edilmiştir. Doğrusal olmayan model girişine farklı sinyallerin toplamından oluşan değişken bir işaret uygulanmış ve çıkış dalga şekilleri incelenmiştir. Uygun sınırlarda tutulan bu sinyaller, MATLAB System Identification Toolbox yardımıyla işlenerek, yaklaşık sistemin parametre kestiriminde kullanılmıştır. Üçüncü mertebeden sıfırı olmayan bir sistem modeli alınarak, katsayılar güncellenmiştir. Buna göre elde edilen sistemin transfer fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

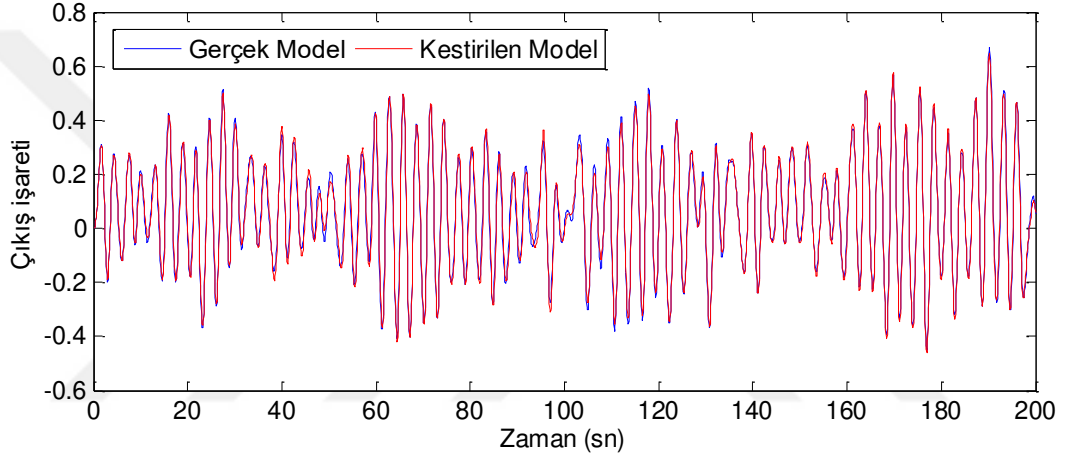
$$G(s)_{\text{ÇGÇS}} \approx \frac{1.33}{s^3 + 0.9166s^2 + 4.676s + 3.819} \quad (4.137)$$

Şekil 4.64'te sistem tanılamada kullanılan giriş işareti verilmiştir. Rastgele, basamak ve sinüsoidal sinyallerin toplamından oluşan bu işaret, öngörülen sistem için birçok harmoniği barındırmaktadır. Şekil 4.65'te ise Eşitlik 4.137 ve EK 3'te verilen sistemlerin ("TRMS model" bloğu içyapısı) çıkış dalga şekilleri görülmektedir. Yaklaşık olarak %97.15'lik başarımla gerçek sistemi takip eden

$G(s)_{\zeta G\zeta S}$ , bu bölümde yapılacak olan benzetim çalışmaları için yeterli seviyededir.



Şekil 4.64. Sistem tanılamada kullanılan giriş işareti



Şekil 4.65. Kestirilen model ve gerçek sistem çıkışları

Kontrol kuralı olarak Eşitlik 4.122 ile verilen  $u(t) = \theta_1 u_c - \theta_2 y_p$  fonksiyonu seçilmiştir.  $G(s)_{\zeta G\zeta S}$  ve referans model farkına göre elde edilen hata fonksiyonu,

$$e(t) = y_p - y_m = G_{\zeta G\zeta S}(s) - G_m u_c \quad (4.138)$$

olarak elde edilir.  $G(s)_{\zeta G\zeta S}$  sisteminin çıkışı, kontrol kuralı ve Eşitlik 4.137'deki transfer fonksiyonun çarpımından,

$$\begin{aligned} y_p &= \left( \frac{1.33}{s^3 + 0.9166s^2 + 4.676s + 3.819} \right) (\theta_1 u_c - \theta_2 y_p) \\ &= \frac{1.33\theta_1}{s^3 + 0.9166s^2 + 4.676s + 3.819 + 1.33\theta_2} u_c \end{aligned} \quad (4.139)$$

olarak bulunur. Buna göre hata fonksiyonu yeniden düzenlenirse aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$e(t) = \frac{1.33\theta_1}{s^3 + 0.9166s^2 + 4.676s + 3.819 + 1.33\theta_2} u_c - G_m u_c \quad (4.140)$$

Duyarlılık fonksiyonları,  $e(t)$  'nin  $\theta_1$  ve  $\theta_2$  'ye göre kısmi türevleri alınarak sırasıyla şu şekilde elde edilir.

$$\frac{\partial e}{\partial \theta_1} = \frac{1.33}{s^3 + 0.9166s^2 + 4.676s + 3.819 + 1.33\theta_2} u_c \quad (4.141)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial e}{\partial \theta_2} &= - \frac{1.33^2 \theta_1}{\left(s^3 + 0.9166s^2 + 4.676s + 3.819 + 1.33\theta_2\right)^2} u_c \\ &= - \frac{1.33\theta_1}{s^3 + 0.9166s^2 + 4.676s + 3.819 + 1.33\theta_2} y_p \end{aligned} \quad (4.142)$$

Görüldüğü gibi duyarlılık fonksiyonları sistem parametrelerini de içermektedir. Oysaki gerçekte sistem değişkenleri kesin olarak bilinmemektedir. Bu durum MRUD için dezavantaj gibi görünse de, referans model katsayıları sistem parametreleriyle yer değiştirilerek problem çözülmektedir. Bunun için duyarlılık fonksiyonlarının karakteristik polinomları, referans modelinkine eşitlenmektedir.

$$s^3 + 0.9166s^2 + 4.676s + 3.819 + 1.33\theta_2 \approx s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0 \quad (4.143)$$

Buna göre duyarlılık fonksiyonları yeniden düzenlenirse,

$$\frac{\partial e}{\partial \theta_1} = \frac{a_2s^2 + a_1s + a_0}{s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0} u_c \quad (4.144)$$

$$\frac{\partial e}{\partial \theta_2} = \frac{a_2s^2 + a_1s + a_0}{s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0} y_p \quad (4.145)$$

olur.  $\theta_1$  ve  $\theta_2$  'nin zamana göre değişimleri ise aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{d\theta_1}{dt} = -\gamma \frac{\partial e}{\partial \theta_1} e(t) = -\gamma \left( \frac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} u_c \right) e(t) \quad (4.146)$$

$$\frac{d\theta_2}{dt} = -\gamma \frac{\partial e}{\partial \theta_2} e(t) = \gamma \left( \frac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} y_p \right) e(t)$$

Referans model olarak  $T_s = 5.15$  sn yerleşme zamanına sahip üçüncü dereceden bir transfer fonksiyonu alınmıştır.

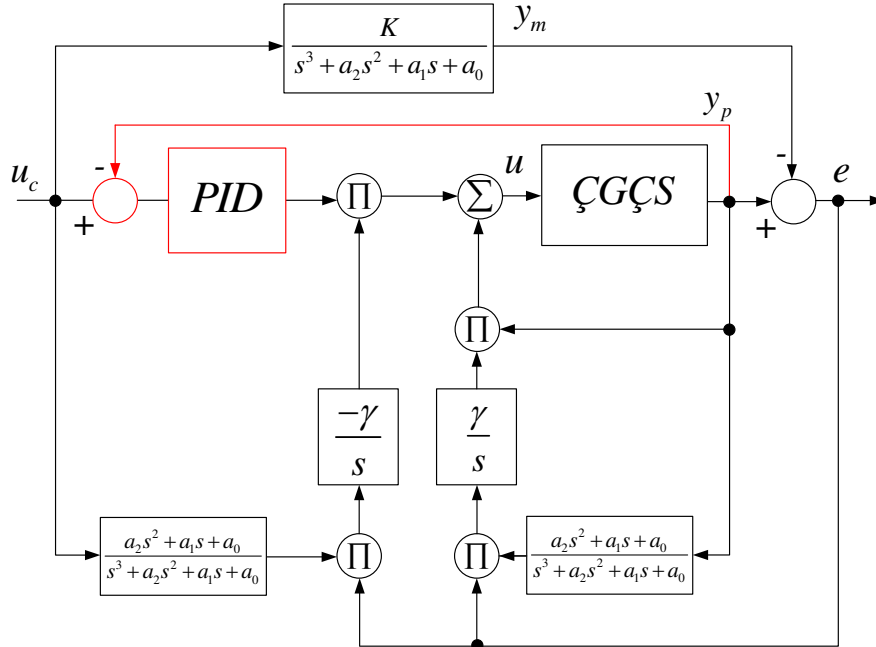
$$G_m(s) = \frac{48}{s^3 + 15.8s^2 + 72s + 48} \quad (4.147)$$

Buna göre Eşitlik 4.146 yeniden düzenlenirse,

$$\frac{d\theta_1}{dt} = -\gamma \left( \frac{15.8s^2 + 72s + 48}{s^3 + 15.8s^2 + 72s + 48} u_c \right) e(t) \quad (4.148)$$

$$\frac{d\theta_2}{dt} = \gamma \left( \frac{15.8s^2 + 72s + 48}{s^3 + 15.8s^2 + 72s + 48} y_p \right) e(t)$$

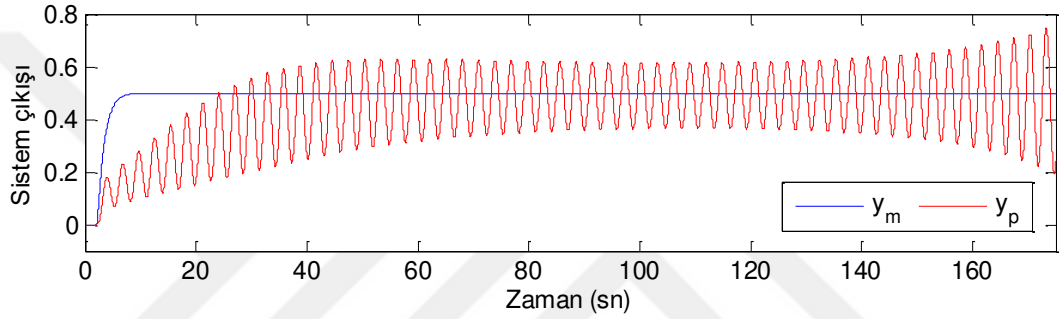
elde edilir. Tüm sistemi ifade eden blok diyagram Şekil 4.66’da verilmiştir.



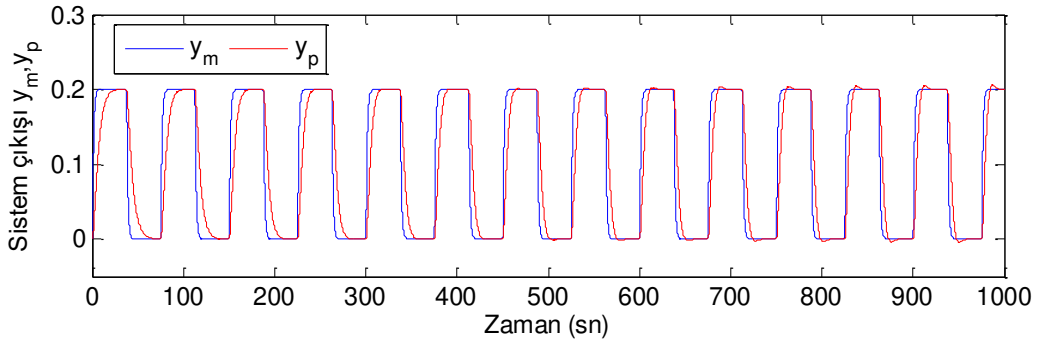
Şekil 4.66. İleri ve geri beslemeli MRUD yapısı

Şekil 4.67’de iç kontrol döngüsünün olmadığı durum için referans model ile  $G(s)_{\text{ÇGÇS}}$  sisteminin çıkış dalga şekilleri verilmiştir. Gradyan düşüm

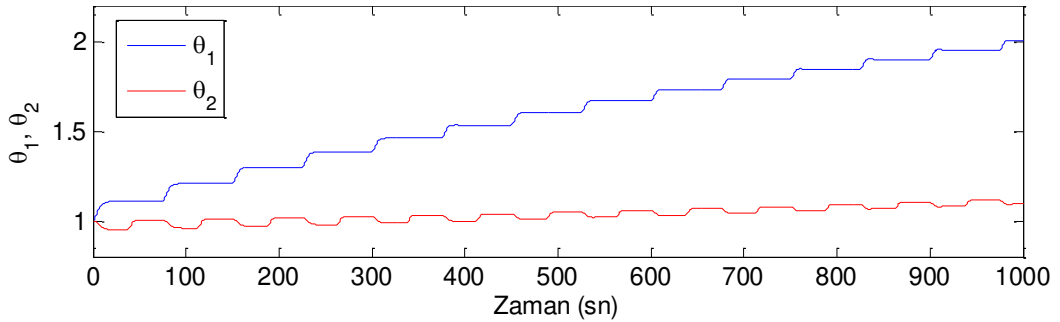
algoritmasından kaynaklı olarak  $G(s)_{\text{ÇGÇS}}$  sistemi, osilatif ve kararsız bir birim basamak cevabına sahiptir. Bu durumun üstesinden gelebilmek için sisteme iç kontrol döngüsü dahil edilmiştir. PID denetleyici çıkışı  $\theta_1$  ile çarpılarak  $u(t) = \theta_1 u_{PID} - \theta_2 y_p$  yeni kontrol işareti elde edilir. Şekil 4.68’de, PID denetleyicinin olduğu durum için sistem çıktıları verilmiştir. Bir önceki duruma göre daha kararlı yapı sergileyen MRUD’de,  $\theta_1$  ve  $\theta_2$  parametrelerinin yerleşme sorunu görülmektedir. Şekil 4.69 incelendiğinde, 1000 sn’lik benzetim süresi için parametre kararlılığının sağlanamadığı görülmektedir. Uzun süreli çalışmalarda bu durumun, sistemi kararsızlığa götüreceği öngörülmektedir.



Şekil 4.67. İç kontrol döngüsünün olmadığı durum için sistem cevapları



Şekil 4.68. PID denetleyici varlığında sistem cevapları



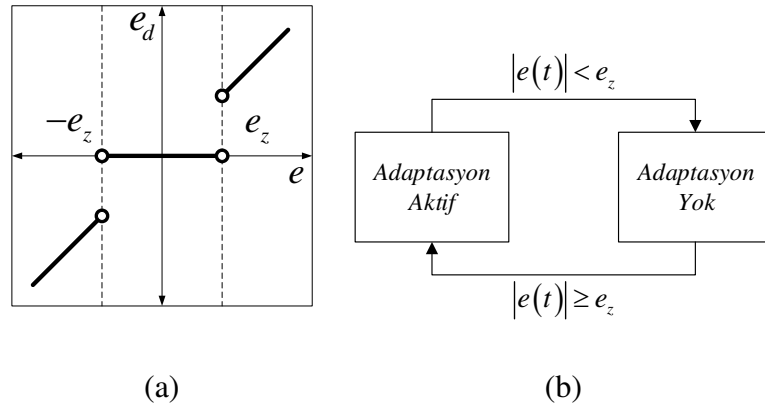
Şekil 4.69. PID denetleyici varlığında  $\theta_1$  ve  $\theta_2$  değişimleri

Referans model ile gerçek sistem çıkışları arasındaki hatayı belirli bir bantta sınırlayan ölü bölge fonksiyonu kullanılarak, parametre kararsızlığı engellenebilmektedir. Adaptasyon sürecini aktif ve pasif olarak iki bölgeye ayıran bu yapıda; hata değeri istenilen aralıkta ise adaptasyon kesilmekte, hata değeri istenilen aralıkta değil ise adaptasyon devam etmektedir.

Denetleyici parametrelerinin hatayı sıfıra götürmek için sürekli güncellenmesi kararlılık problemi doğurmaktadır. Pratik olarak referans sistem ile gerçek sistemin hiçbir zaman aynı sonucu vermeyeceği düşünülürse, ölü zaman yapısının kullanılmaması uygulamada kararsızlıklara neden olacaktır. Ayrıca adaptasyon parametrelerinin kararsızlığı denetleyici performansını da düşürecektir. Yarı sabit bir hata fonksiyonu oluşturmak için parçalı doğrusal bir yapı kullanılmıştır. Böylece istenilen aralıkta hata değerine ulaşıncaya, adaptasyon süreci duracaktır. Bu yapı gürültü ve anlık parametre dalgalanmalarının da önüne geçmektedir [100]. Önerilen yarı sabit hata fonksiyonu şu şekilde tanımlanmaktadır,

$$e_d(t) = \begin{cases} 0 & , |e(t)| < e_z \\ e(t) & , \text{diğer durumlar} \end{cases} \quad (4.149)$$

Oluşturulan fonksiyonu ve süreci ifade eden grafiksel gösterim Şekil 4.70'de verilmiştir.



Şekil 4.70. a) Parçalı doğrusal ölü zaman fonksiyonu b)  
Adaptasyon sürecinin durum değişimleri

Burada  $\pm e_z$  değeri ölü bölge bant sınırlarını belirlemektedir. Referans model ve sistem çıkışındaki fark değeri  $e(t)$ ; istenilen bu bant sınırları içerisindeyse,  $e_d$  sıfıra eşit olacaktır. Bu durumda adaptasyon sürecine ara

verilecektir. Diğer durumlarda ise  $e_d$  lineer bölgede  $e(t)$  'ye eşit olacak ve adaptasyon devam edecektir. Eşik değeri olarak adlandırılan  $\pm e_z$  parametresinin, adaptasyonun aktif ve pasif olma durumlarının kontrolünde önemli yeri vardır. MIT kuralına göre oluşturulan konveks değer fonksiyonu  $J$ ,  $e(t)$  değerini azaltıcı yönde etki göstermektedir. Bu durum, ileri ve geri yönde değişim gösteren  $\theta_1$  ve  $\theta_2$  fonksiyonlarına bağlıdır. Ayrıca gürültü büyüklüğü  $e_z$  'den daha düşük olduğu sürece sıfırın etrafındaki ölü bölge, rastgele sistem gürültüsünün yanıltıcı etkisini azaltmaktadır. Bu nedenle,  $e_z$  'nin ön ayarı, kontrol uygulamalarının gereksinimlerine göre yapılmalıdır. Ölü bölge modifikasyonunun en önemli avantajı, gerçek uygulamalarda karşılaşılan komplikasyonları gidermektir. Çünkü bu değişiklik gerçekten de kontrol sistemi karışıklığı için bir tolerans aralığı getirir ve böylece adaptasyon sürecinin sürekli parametre güncellemesi ile kontrol sisteminin bozulmasını önler. Gerçek sistem ile referans model arasındaki tutarsızlık,  $e_z$  eşiğiyle konfigüre edilen tolere edilebilir aralığı aştığında uyarılama süreci tetiklenmektedir. Kontrol kuralı Eşitlik 4.122 ile verilen fonksiyon seçilmiştir. Eşitlik 4.128 ve Eşitlik 4.129 kullanılarak ileri yöndeki  $\theta_1$  ve geri yöndeki  $\theta_2$  parametrelerin kesirli türevleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{\partial^\alpha \theta_1}{\partial^\alpha t} = -\gamma \frac{\partial J}{\partial \theta_1} = -\gamma \frac{\partial e_d}{\partial \theta_1} e_d \quad (4.150)$$

$$\frac{\partial^\alpha \theta_2}{\partial^\alpha t} = -\gamma \frac{\partial J}{\partial \theta_2} = -\gamma \frac{\partial e_d}{\partial \theta_2} e_d \quad (4.151)$$

Referans model olarak birinci dereceden bir sistem seçilmiştir. Blok diyagrama göre duyarlılık fonksiyonları şu şekilde yazılabilir.

$$\frac{\partial e_d}{\partial \theta_1} = \frac{a_m}{s + a_m} PID(s) (u_c - y_p) \quad (4.152)$$

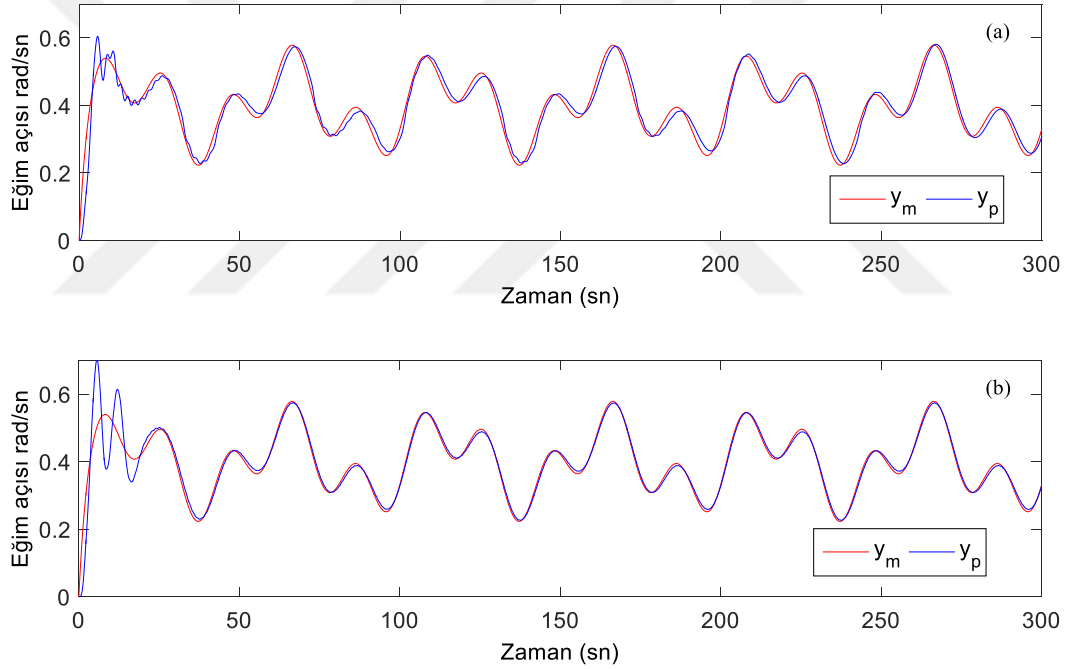
$$\frac{\partial e_d}{\partial \theta_2} = -\frac{a_m}{s + a_m} y_p \quad (4.153)$$



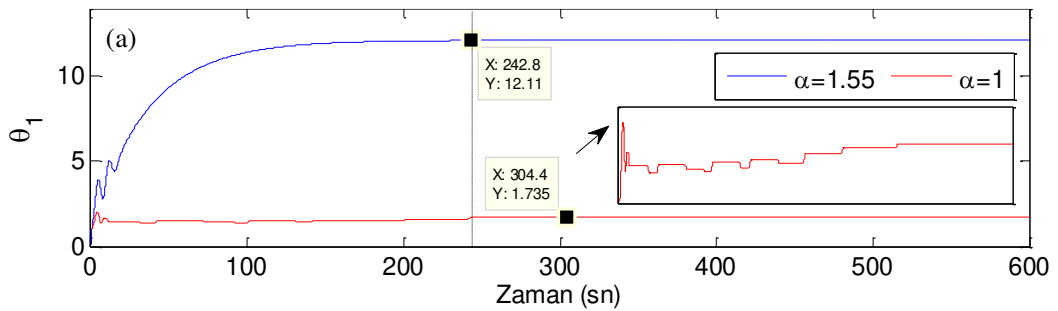
4.156 ile verilen çoklu sinüsoidal giriş için incelenmiştir. KD-MRUD'ye ait parametreler  $\gamma = 4$  ve  $e_z = 0.03$  olarak seçilmiştir.

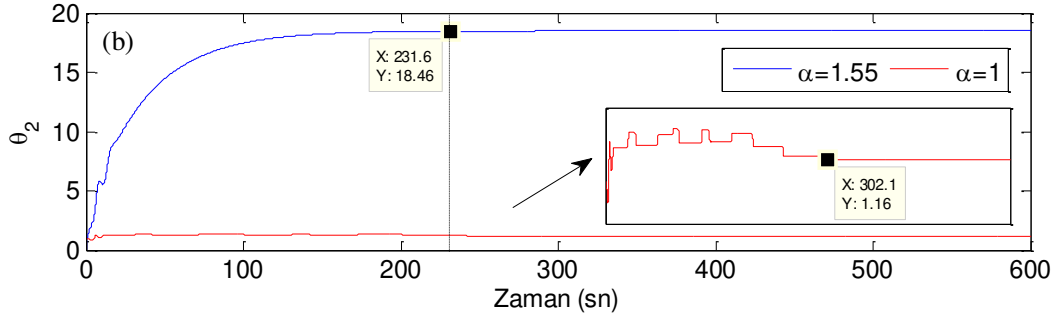
$$u_c = 0.4 + 0.1\sin(2\pi 0.05t) + 0.1\sin(2\pi 0.02t) \quad (4.156)$$

Şekil 4.72 (a) ve (b)'de sırasıyla, kesirli integratör  $\alpha = 1.55$  ve tam sayı dereceli integratör  $\alpha = 1.0$  için sistem çıkış dalga şekilleri verilmiştir. Kesirli dereceli integratör, CFE metodu kullanılarak türetilmiştir. İç döngüde kullanılan PID denetleyici parametreleri,  $k_p = 0.05$ ,  $k_d = 2$  ve  $k_i = 0.9$  olarak seçilmiştir. Bu değerler, önerilen denetleyici yapısının performansı göstermek için tam olarak ayarlanmamıştır. Şekilden anlaşılabacağı üzere; KD-MRUD, geleneksel yapıya göre sistemin giriş işaretini takip etme başarımını artırmıştır.



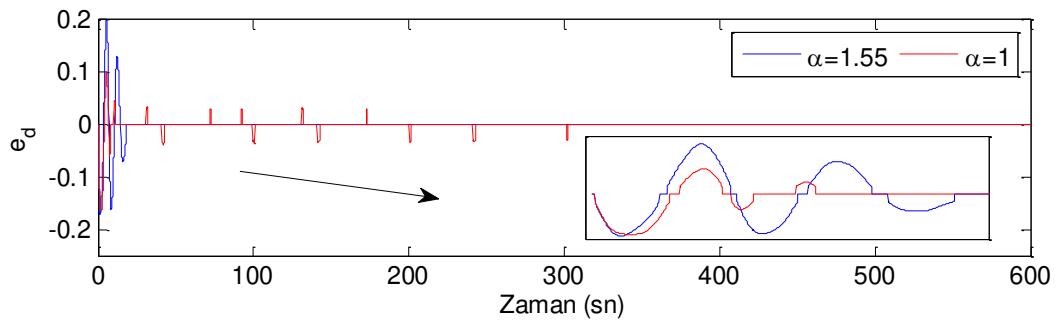
Şekil 4.72. ÇGÇS'in eğim açısı cevapları (Benzetim) a)  $\alpha = 1.0$  b)  $\alpha = 1.55$





Şekil 4.73. a)  $\alpha = 1.0$  ve  $\alpha = 1.55$  için  $\theta_1$  'in zamansal değişimi b)  $\alpha = 1.0$  ve  $\alpha = 1.55$  için  $\theta_2$  'nin zamansal değişimi

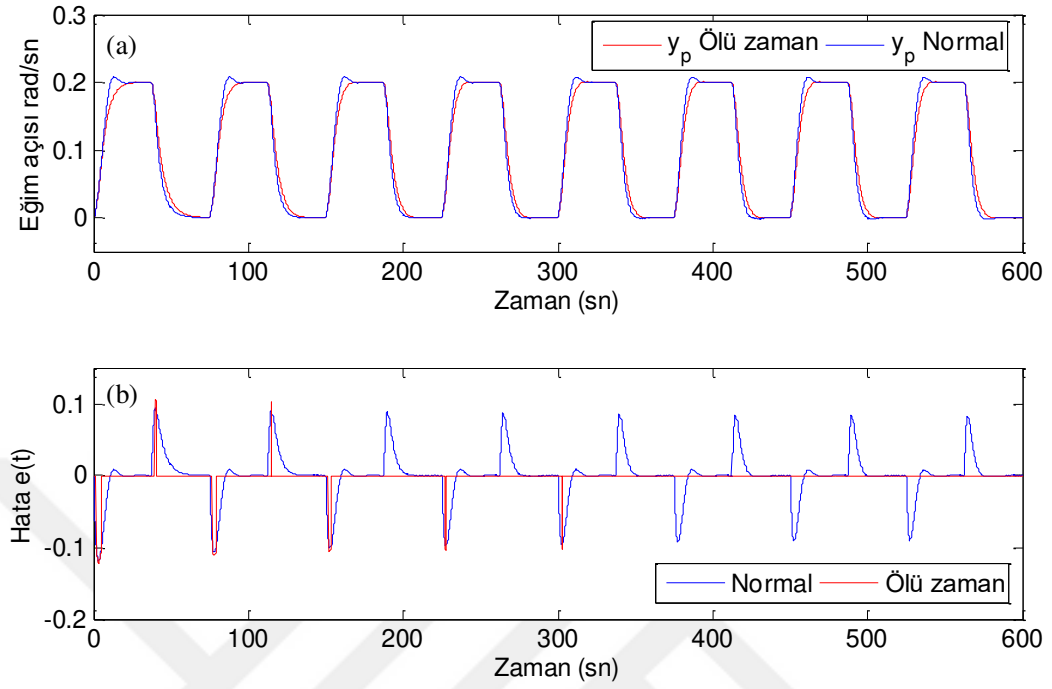
$\theta_1$  ve  $\theta_2$  parametrelerinin zaman göre değişimleri sırasıyla Şekil 4.73 (a) ve (b)'de gösterilmiştir. Her iki parametrenin kararlılığa ulaşma süresi  $\alpha = 1.55$  için daha kısadır. Bu durum uyarılama süresinin de kısaltmasına neden olmaktadır. Şekil 4.74'te, modifiye edilmiş hata sinyalinin  $\alpha = 1$  ve  $\alpha = 1.55$  integratör dereceleri için değişimleri verilmiştir. Grafik, kesir dereceli integratörün hata değerini kısa sürede sıfıra çektiğini göstermektedir. Hata sinyalindeki dalgalanmalar tam sayı dereceli versiyonda bir süre daha devam etmektedir. Kabul edilebilir uyum sağlandıktan sonra, önceden tanımlanmış ölü bölge fonksiyonu, uyarılama işlemini durdurmak için hata sinyalini sıfır değerinde tutar. Bu, adaptasyon parametrelerinin yarı sabit değişimini geliştirir ve uyarılama işlemi üzerindeki gürültünün ve bozulmanın olumsuz etkilerini azaltır. Bu etkiyi göstermek için bir sonraki örnekte, KD-MRUD yapısına kare dalga referans sinyali uygulanmıştır.



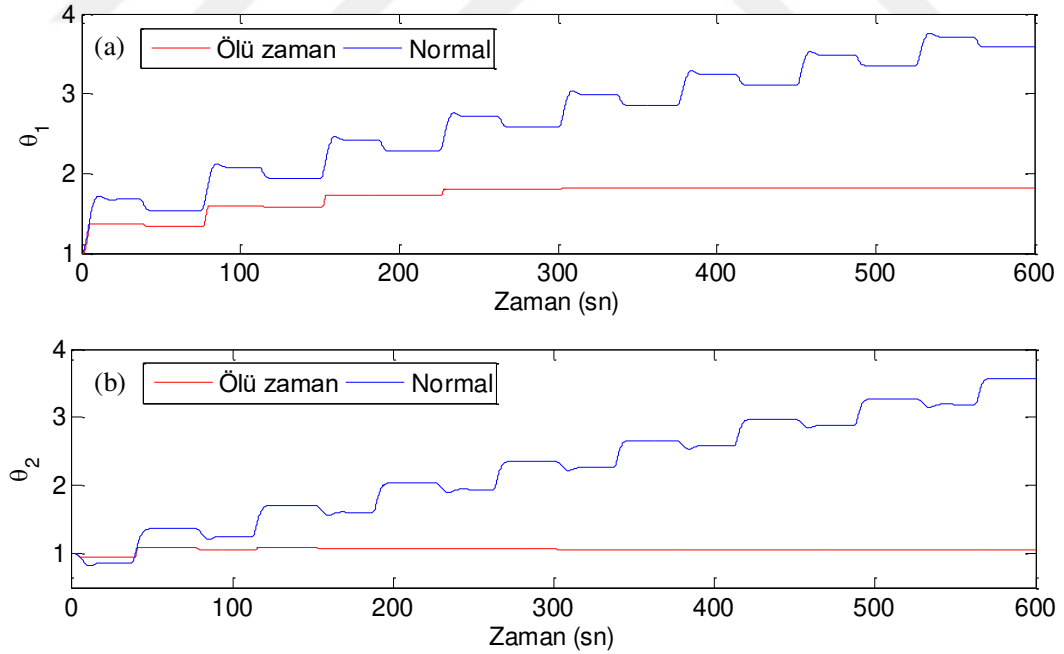
Şekil 4.74. Ölü zaman fonksiyonu için tam sayı ve kesirli durumların hata değişimleri (Benzetim)

Şekil 4.75 (a) ve (b)'de sisteme ölü zaman modifikasyonun dâhil edildiği ve edilmediği durumlar için çıkış dalga şekilleri ile hata sinyalleri verilmiştir. Hata sinyal grafiği incelendiğine ölü zaman fonksiyonun dâhil olduğu durum için,

yaklaşık olarak 300. sn'de uyarılma sürecinin tamamlandığı görülmektedir. Şekil 4.76'da ise  $\theta_1$  ve  $\theta_2$  parametrelerinin zamana göre değişimleri gösterilmiştir.



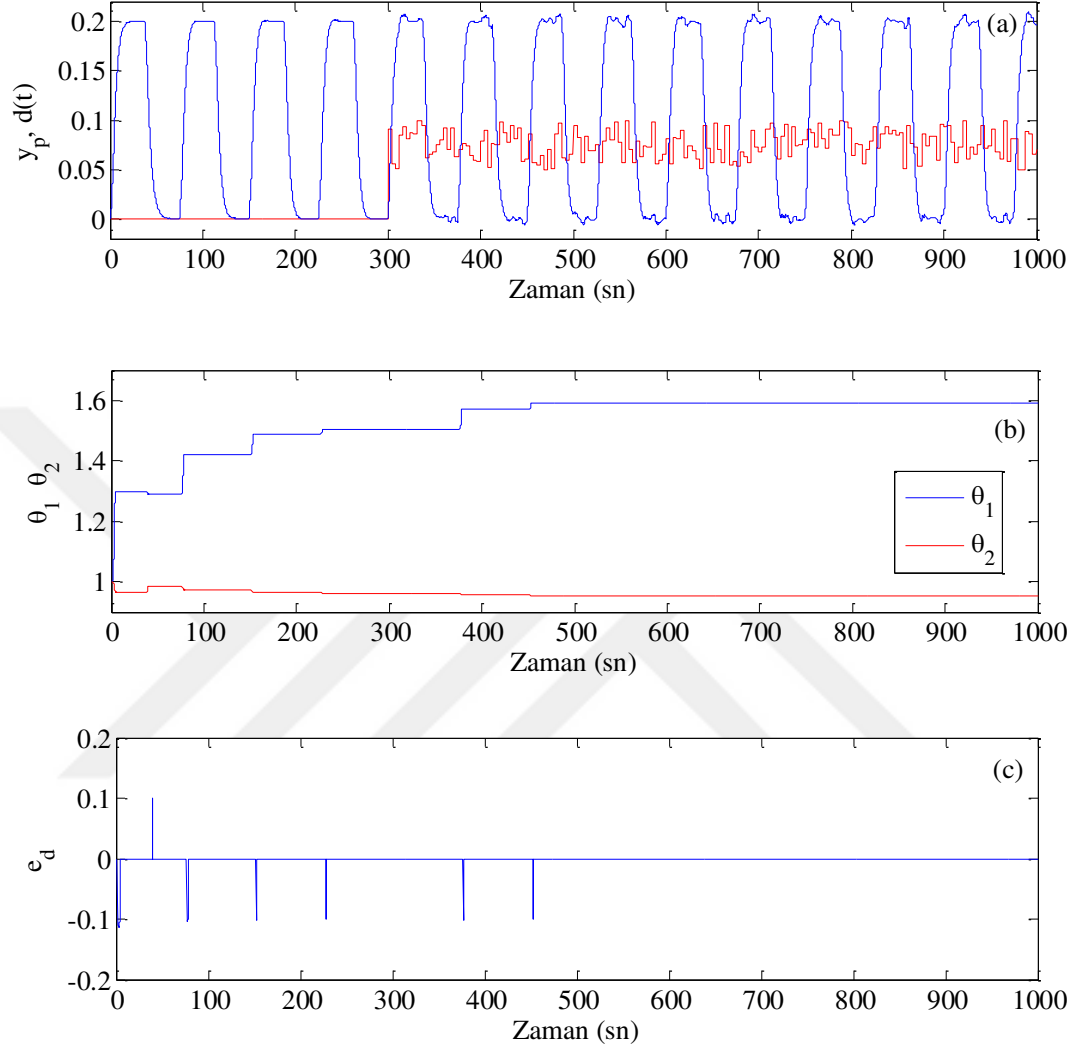
Şekil 4.75. a) Ölü zaman ve normal durum için basamak cevapları  
b) Hata değişimleri



Şekil 4.76. Ölü zaman ve normal durum için  $\theta_1$  ve  $\theta_2$  değişimleri

Ölü zaman fonksiyonu bu parametrelerin sabit bir değerde kararlı kalmasını, geleneksel yapıya göre daha kısa sürede sağlamıştır. Sonuç olarak, hata sinyalindeki ölü bölge modifikasyonu, uyarılma sürecinin kontrolünü

sağlamakta ve rotor kontrol performansını arttırmaktadır. Şekil 4.77 (a), (b), (c); sisteme uygulanan giriş bozucusu altındaki benzetim sonuçlarını göstermektedir. Bozucu sinyali, bias seviyesine sahip rastgele bir işareten oluşmaktadır.



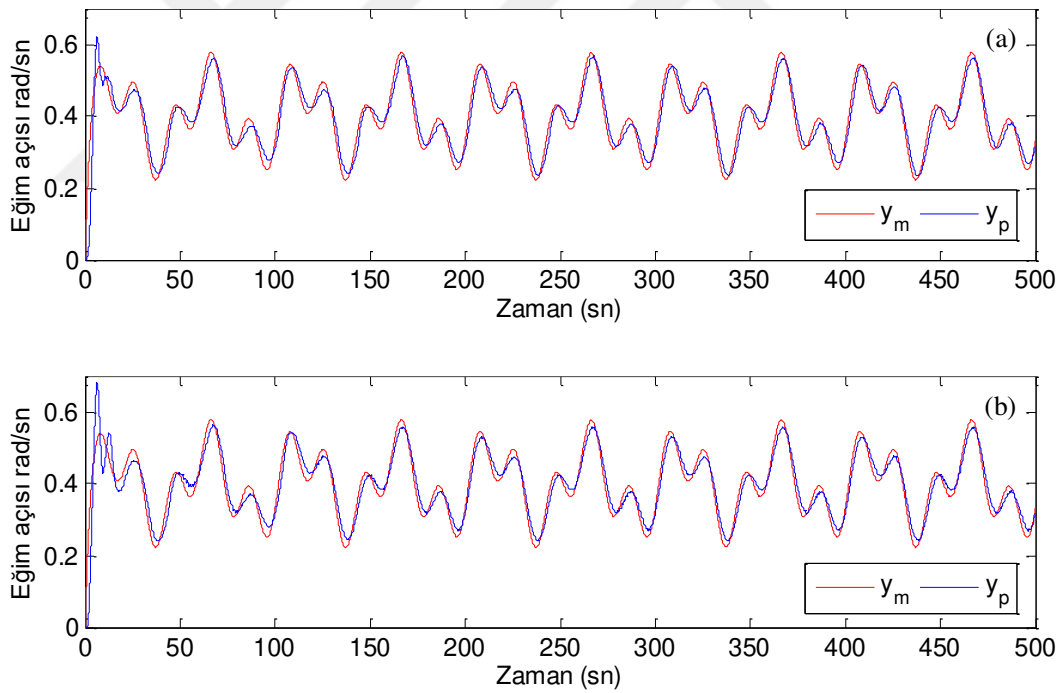
Şekil 4.77. a) Bozucu giriş durumunda sistem çıkışı ve bozucu işaret değişimi b)  $\theta_1$  ve  $\theta_2$  değişimi c) Hata değişimi

Şekillerde görüldüğü gibi, istenen referans modele yaklaşım sağlandığından, hata ölü bölgesi olan KD-MRUD, yaklaşık 200. sn'de uyarlama sürecini kesintiye uğratmıştır. Bununla birlikte, bozucu etki 300. sn'de başladıktan sonra, gerçek sistem yanıtı referans model tepkisinden biraz farklılaşarak hatanın artması sağlanmıştır. Bu noktada önerilen denetleyici, uyarlama sürecini yeniden etkinleştirmiştir. Yeni çalışma koşuluna eşitlik sağlandıktan sonra, hata eşik değerinin altına düşürülerek uyarlama süreci yeniden kesilmiştir. Böylece sistem, PID kontrol modunda çalışmasına devam etmiştir.

### Uygulama Çalışmaları

Önerilen KD-MRUD'nin deneysel olarak doğrulamasını yapmak için, Bölüm 4.1.3'te verilen helikopter deney düzeneği kullanılmıştır. Şekil 4.27 ile gösterilen sistemin gerçek zamanlı çalışmaya imkân verene Simulink blok diyagramı EK 5'te verilmiştir. Önerilen denetleyici sisteme entegre edilerek, denetim ve geri dönüş sinyallerinin işlenmesi için 'Advantech PCI 1711' arabirim kartı kullanılmıştır. Deneyler laboratuvar ortamında gerçekleştirilmiştir.

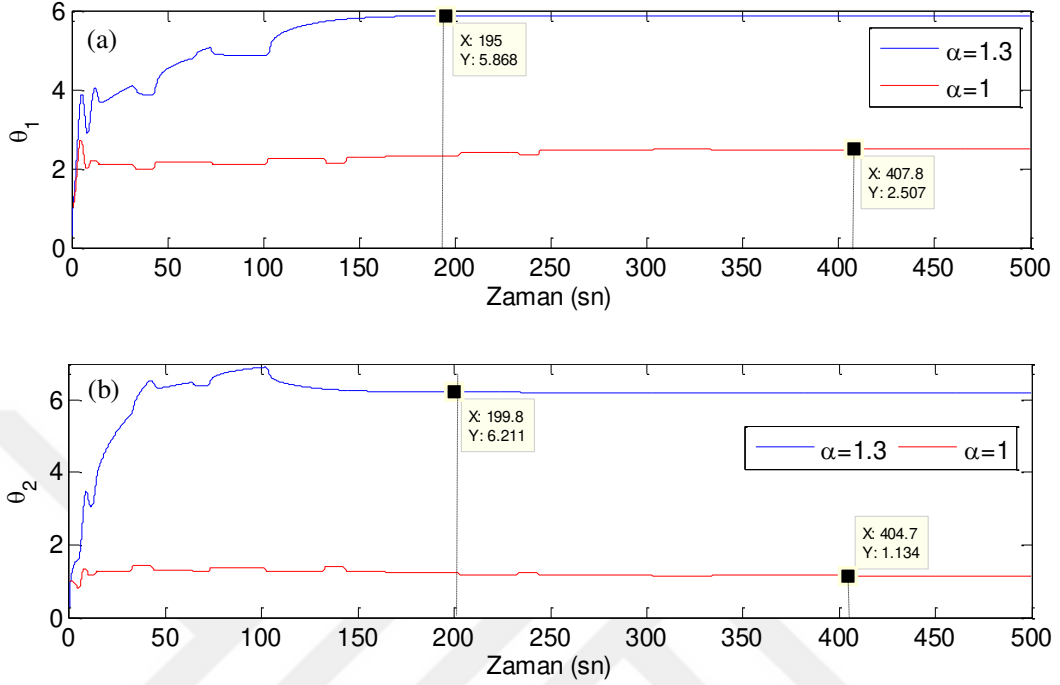
KD-MRUD'ye ait parametreler  $\gamma = 4$  ve  $e_z = 0.04$  olarak seçilmiştir. Şekil 4.78 (a) ve (b)'de, kesirli integratör  $\alpha = 1.3$  ve tam sayı dereceli integratör  $\alpha = 1.0$  için sistem çıkış dalga şekilleri verilmiştir. Kesir dereceli integratör, CFE metodu kullanılarak türetilmiştir. İç döngüde kullanılan PID denetleyici parametreleri,  $k_p = 0.1$ ,  $k_d = 2$  ve  $k_i = 0.6$  olarak seçilmiştir. Bu değerler, önerilen denetleyici yapısının performansı göstermek için tam olarak ayarlanmamıştır.



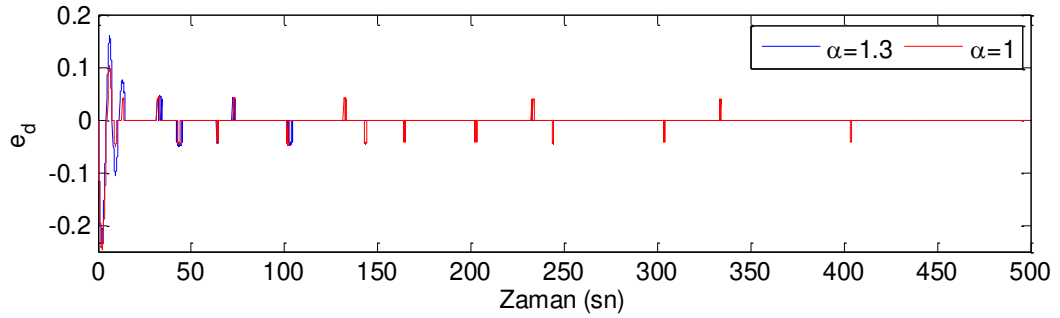
Şekil 4.78. ÇGÇS'in eğim açısı cevapları (Uygulama) a)  $\alpha = 1.0$  b)  $\alpha = 1.3$

Şekil 4.79'daki  $\theta_1$  ve  $\theta_2$  değişimleri, KD-MRUD yapısının  $\alpha = 1.3$  için, aynı koşullardaki geleneksel MRUD 'den daha hızlı uyarılma sağlayabileceğini göstermektedir. Şekil 4.80'de,  $\alpha = 1.0$  ve  $\alpha = 1.3$  için ölü bölge modifikasyonu sonrasında elde edilmiş hata sinyalleri verilmiştir. Benzetim çalışmalarında olduğu gibi kabul edilebilir uyum sağlandıktan sonra, tanımlanmış ölü bölge

fonksiyonu, uyarlama işlemini durdurmak için hata sinyalini sıfır değerinde tutmaktadır. Şekilden anlaşılacağı üzere; KD-MRUD, geleneksel yapıya göre sistemin giriş işaretini takip etme başarımını arttırmıştır.



Şekil 4.79. a)  $\alpha = 1.0$  ve  $\alpha = 1.3$  için  $\theta_1$ ’in zamansal değişimi b)  $\alpha = 1.0$  ve  $\alpha = 1.3$  için  $\theta_2$ ’nin zamansal değişimi

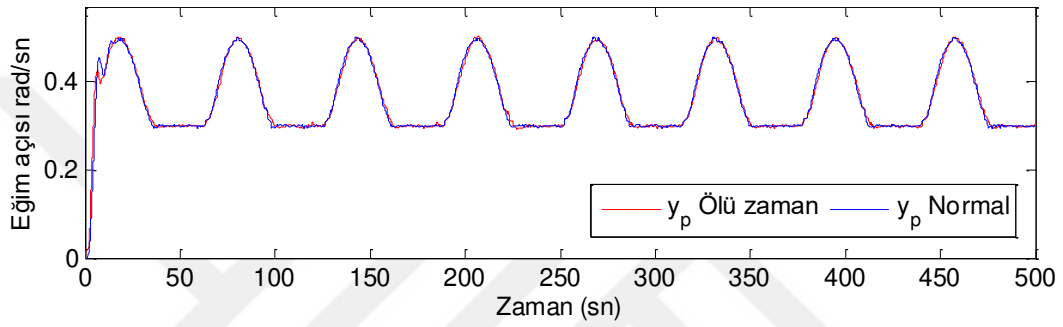


Şekil 4.80. Ölü zaman fonksiyonu için tam sayı ve kesirli durumların hata değişimleri (Uygulama)

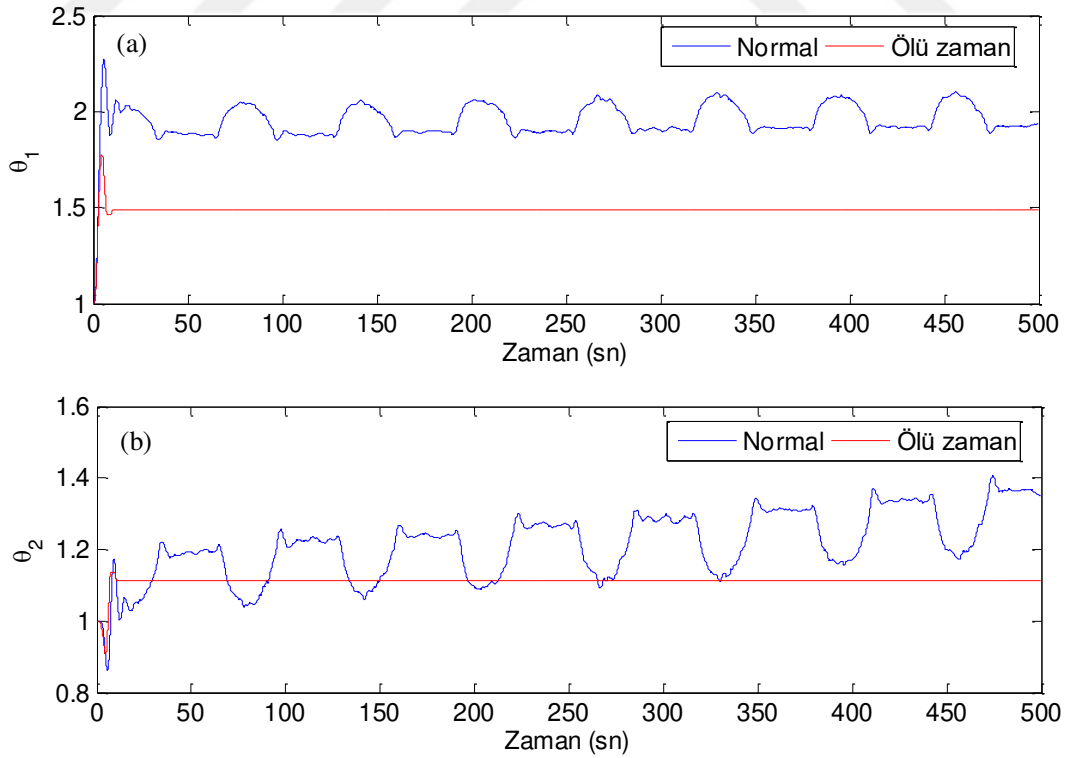
Ölü bölge modifikasyonun etkisini farklı çalışma şartları altında göstermek için, sistem girişine Eşitlik 4.157’deki doğrultulmuş yarım dalga formundaki sinüs işareti verilmiştir. Sonuçlar tam sayı dereceli integratör için alınmıştır.

$$u_c(t) = \begin{cases} 0.3 + 0.2 \sin(\omega t) & , 0 < \omega t < \pi \\ 0.3 & , \pi < \omega t < 2\pi \end{cases} \quad (4.157)$$

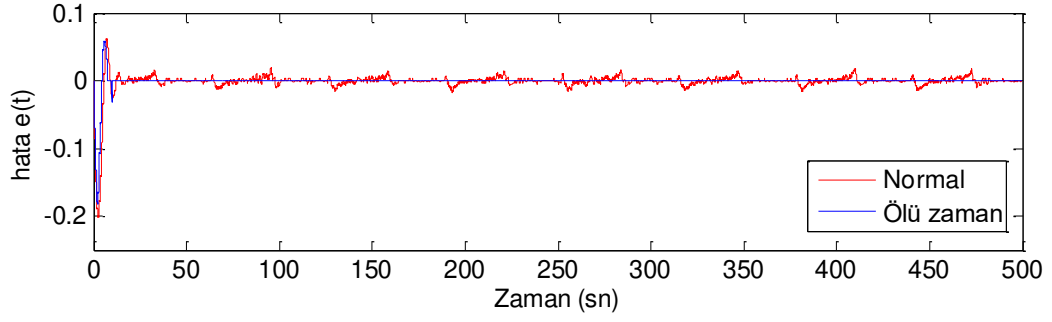
Burada  $\omega = 0.1$  rad/sn'dir. Şekil 4.81 ve Şekil 4.82'de gösterildiği gibi, ölü bölge modifikasyonu olmaksızın, uyarılma süreci sürekli olarak devam etmektedir ve bu durum denetleyici parametreleri  $\theta_1$  ve  $\theta_2$  'nin belirli bir değerde kararlı kalmasını engellemektedir. Şekil 4.83'te, deneysel sistemden alınan model yaklaştırma hatasının gürültülü verileri gösterilmiştir. Sistemdeki yapısal gürültü ve harici bozulmalar nedeniyle, model yaklaşım hatası sıfıra yakın değerlerde dalgalanma göstermektedir. KD-MRUD parametrelerinin güncellemesini etkileyen bu gürültülü veriler, şekilde görüldüğü gibi ölü bölge fonksiyonu tarafından bastırılmaktadır.



Şekil 4.81. Yarım dalga sinüs girişi için sistem çıkışları,  $\alpha = 1.0$



Şekil 4.82. Yarım dalga sinüs girişi için  $\theta_1$  ve  $\theta_2$  değişimleri,  $\alpha = 1.0$



Şekil 4.83. Yarım dalga sinüs girişi için hata sinyalleri,  $\alpha = 1.0$

Rotor kontrol uygulaması, uçuş koşullarının değişen dinamiklerinden dolayı uyarlanabilir kontrol teknikleri gerektirir. Bu bölümde ÇGÇS'in eğim açısı kontrolü için KD-MRUD yapısı kullanılmıştır. Sistemin doğrusal modeli, gerçek sistem tepkilerine yakın olan doğrusal olmayan model üzerinden MATLAB System Identification Toolbox kullanılarak oluşturulmuştur. Vinagre ve arkadaşları tarafından teorik olarak önerilen bu yapı üzerinde iyileştirmeler yapılarak gerçek zamanlı sisteme uyarlanmıştır. Sistemde minimum aşma ve kararlı sürekli durum tepkisi için, iç döğüde PID denetleyici yapısı kullanılmıştır. PID çıkışı, ileri ve geri yönde kazanç sağlayan uyarlama parametreleri sayesinde kuvvetlendirilmiş veya zayıflatılmıştır. Bu yapı bazı durumlarda Gradyan düşüm yönteminden de kaynaklı olarak sistemde parametre kararsızlığına neden olmuştur. Bu sorunun üstesinden gelmek için gerçek sistemle referans model arasındaki hata ölü bölge fonksiyonuyla sınırlandırılmıştır. Ayrıca uyarlama mekanizmasında kullanılan kesirli integratör, daha iyi filtrasyon görevi yaparak uyarlama süresini kısaltmış, kontrol kalitesini arttırmıştır.

Bu çalışmanın uyarlamalı denetim açısından katkısı iki başlıkta toplanabilir. Birincisi gerçek uygulama için uyarlama sürecinin yönetimini mümkün kılan model yaklaşım hatasının ölü bölge modifikasyonudur. Diğeri ise, uyarlama mekanizmasında kullanılan kesir dereceli integratör yapısının entegre edilmesiyle, daha hızlı uyarlanabilir PID kontrol sisteminin geliştirilmesidir. Sonraki çalışmalarda Lyapunov yöntemiyle birlikte farklı uyarlama algoritmalarının kullanılması öngörülmektedir.

### 4.3. Kesir Dereceli Röle Geri Beslemeli Sistemlerde Limit Çevrim Analizi

#### 4.3.1. Genel bakış

Çevremizdeki çoğu gerçek sistem, gerek doğası gereği gerekse sonradan kazanılmış doğrusal olmayan özellikler içermektedir [101]. Elektrik motorları, valfler ve dişli sistemleri yapısında doğrusal olmayan özellikler barındıran sistemlere örnek gösterilebilir. Doyum, ölü zaman, doğrusal olmayan sürtünme ve diş boşluğu etkisi bu tip sistemlerden ayrı olarak düşünülemez. Bazı sistemlerde arzu edilen denetim başarımını elde etmek için, sistem dinamiğine harici olarak farklı doğrusalsızlıklar dâhil edilmektedir. Bu sistemlerin sıfır giriş tepkisi, çıkışta genellikle kararlı salınımlar doğurmaktadır. Bu tip salınımlara periyodik hareket veya Limit Çevrim adı verilmektedir. Mekanik sistemlerde, sürtünme etkisini minimize etmek için titreşim oluşturan Limit Çevrim istenilen bir durum olsa da, bazı sistemlerde denetimi tahrip edici özellikler sergilemektedir. Röle geri beslemeli sistemlerde Limit Çevrim parametrelerinden faydalanılarak denetleyici tasarımı yapılması, mühendislikte sıkça kullanılan bir tekniktir [102, 103]. Özellikle aç-kapa denetime imkân veren röleler, hızlı cevap süresi ve uygun maliyetleri nedeniyle sıcaklık ve uydu konum denetiminde uzun yıllar kullanılmışlardır [104].

Doğrusal olmayan sistemlerin analizinde faz düzlemi analizi, Lyapunov teorisi ve tanım fonksiyonu yöntemleri kullanılmaktadır. Bu sistemlerde oluşan periyodik salınımlara ait büyüklüklerin tahmini için literatürde birçok metot vardır. Bunlar arasında en yaygın olanı Tanım Fonksiyon yöntemi, basit olduğu kadar yaklaşık bir çözüm sunmaktadır [101, 105].

Kesin çözüm yöntemleri karmaşık işlemler içerse de, sistem tanılama için Limit Çevrim parametrelerinin kesin değerlerinin bulunmasında kolaylık sağlamaktadır. Tanım fonksiyonu yöntemi yaklaşık sonuçlar verdiği için, hassas uygulamalarda kullanılması uygun değildir. Röle geri beslemeli sistemlerde Limit Çevrim analizi için daha kesin sonuçlar veren Tsytkin yöntemi ve onun genelleştirilmiş hali olan A-fonksiyon yöntemi karmaşık hesaplamalar içerse de tercih edilmektedir [101].

Klasik kontrolde kullanılan Bode, Nyquist ve Nichols gibi frekans cevabı yöntemleri herhangi bir değişiklik yapılmadan kesir dereceli sistemlere uygulanırken, zaman alanı cevabında kesirli üslerin tamsayı dereceli yaklaşık

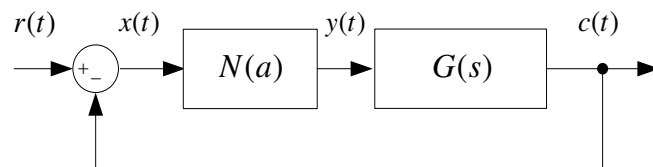
eşdeğerleri kesin sonuç vermemektedir. Literatürde kesir dereceli sistemler üzerine yapılan çalışma sayısı fazla olsa da, bazı durumlar için yeterli olduğu söylenemez. Özellikle sistemde meydana gelen doğrusalsızlıklar, bu durumlara örnek verilebilir.

Bu bölümde, röle geri beslemeli doğrusal olmayan kesir dereceli sistemlerin kararlılık analizi, farklı Limit Çevrim hesaplama yöntemleri kullanılarak incelenmiştir. Limit Çevrim frekansının bulunmasında kesin sonuç veren Tsypkin metodu [106], literatürde sıklıkla kullanılan Tanım Fonksiyonu yöntemi ve benzetim sonuçlarıyla karşılaştırmalı olarak kıyaslanmıştır. Ayrıca Tsypkin metodunun genelleştirilmiş hali olan A-fonksiyon yönteminden yararlanılarak, sonuçların grafiksel olarak elde edilmesini sağlayan MATLAB programı geliştirilmiştir. Tam sayı dereceli sistemler için kullanılan frekans cevabı yöntemlerinin, sisteme dâhil edilen doğrusalsızlıklar da göz önünde bulundurularak kesir dereceli sistemler için de uygulanabilirliği gösterilmiştir.

#### 4.3.2. Tanım fonksiyonu yöntemi

Doğrusal olmayan sistemlerde meydana gelen kararlı salınımlar, Limit Çevrim veya periyodik hareket olarak adlandırılmaktadır. Bu salınımlara ait büyüklüklerin tahmini için literatürde birçok yöntem kullanılmıştır. Basit olduğu kadar yaklaşık sonuç veren Tanım Fonksiyonu yöntemi bunlardan en bilinenidir. [105, 107].

Açık çevrim sistemin Nyquist eğrisiyle, tanım fonksiyonunun negatif reel eksenindeki çiziminin kesişim noktasındaki frekans değeri, Limit Çevrim analizi için kullanılmaktadır. Şekil 4.84'te verilen doğrusal olmayan geri beslemeli sistemde  $N(a)$  ile gösterilen doğrusal olmayan eleman, girişe uygulanan sinüzoidal işaretin genliğinin, çıkışın temel bileşenine oranıdır [107].



Şekil 4.84. Doğrusal olmayan geri beslemeli sistem

Doğrusal olmayan eleman  $n(x)$  olarak düşünülürse,  $x = a \sin \theta$  girişine karşılık  $y(\theta)$  çıkışı elde edilir. Eğer  $n(x)$ , çıkışın temel bileşeninde tek simetrik özelliğe sahipse,  $b_1 \sin \theta + a_1 \cos \theta$  olarak gösterilebilir. Bu durumda,

$$b_1 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} y(\theta) \sin \theta d\theta \quad (4.158)$$

$$a_1 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} y(\theta) \cos \theta d\theta \quad (4.159)$$

olarak elde edilir. Buna göre tanım fonksiyonu  $N(a)$  aşağıdaki gibi yazılır.

$$N(a) = (b_1 + ja_1) / a \quad (4.160)$$

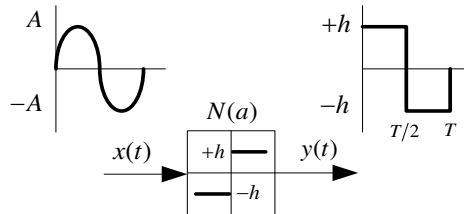
Şekil 4.84'teki sistemde Limit Çevrim varlığını incelemek için karakteristik denklem Eşitlik 4.161'deki gibi elde edilir.

$$1 + N(a)G(s) \Big|_{s=j\omega} = 0 \quad (4.161)$$

Genel olarak  $G(j\omega)$  ve  $C(a) = -1/N(a)$  eğrilerinin kesişim noktası, Limit Çevrim genlik ve frekans değerini vermektedir.

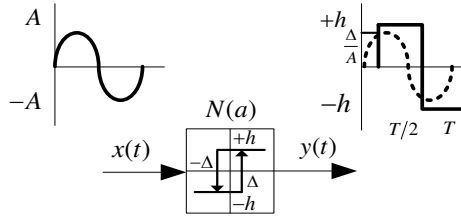
Şekil 4.84'teki geri beslemeli kontrol sisteminde doğrusal olmayan eleman, ideal röle ve histerisiz röle olarak kullanılırsa, bu röle tiplerine ait tanım fonksiyonları ve grafiksel gösterimleri sırasıyla şu şekilde olur.

$$N(a) = \frac{4h}{\pi a} \quad (4.162)$$



Şekil 4.85. İdeal röleye ait diyagram

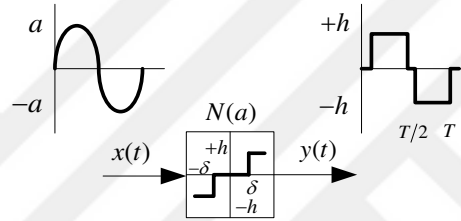
$$N(a) = \frac{4h(a^2 - \Delta^2)^{1/2}}{a^2 \pi} - j \frac{4h\Delta}{a^2 \pi} \quad (4.163)$$



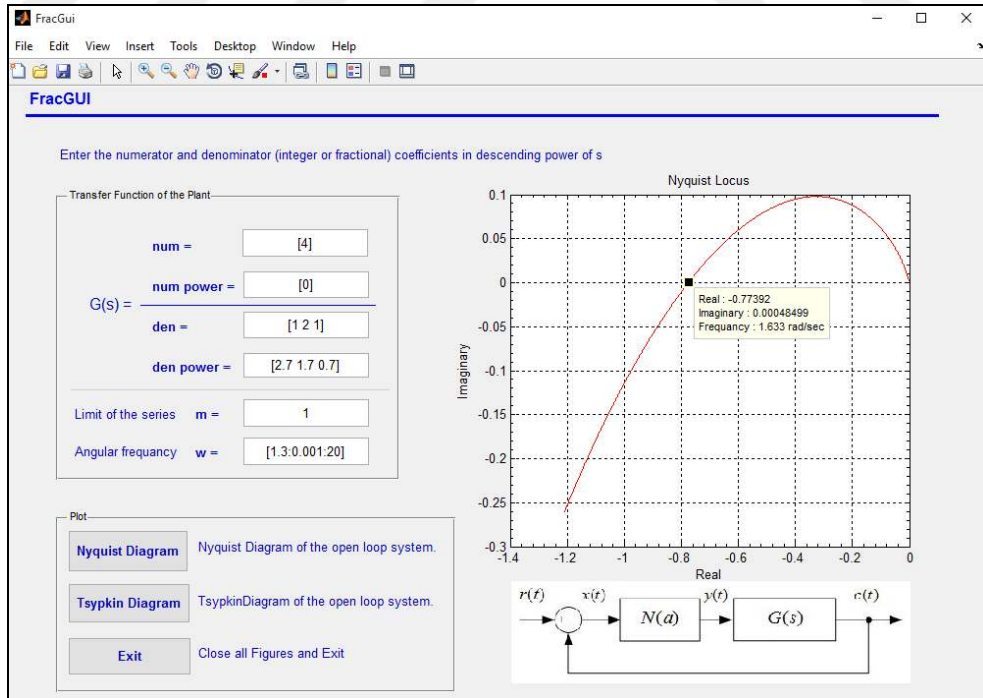
Şekil 4.86. Histerisiz röleye ait diyagram

Ayrıca ölü bölgeli röleye ait tanım fonksiyonu  $a > \delta$ ,  $\Delta = 0$  şartları için aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$N(a) = \frac{4h(a^2 - \delta^2)^{1/2}}{a^2 \pi} \quad (4.164)$$



Şekil 4.87. Ölü bölgeli röleye ait diyagram



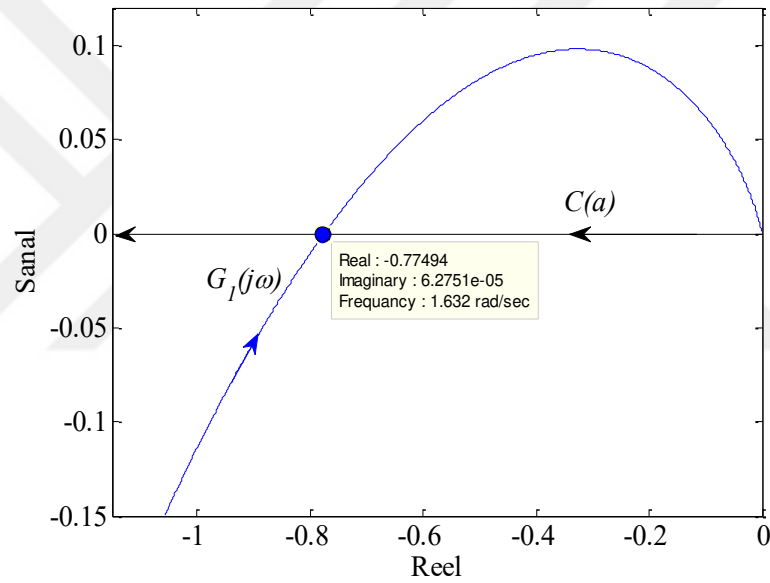
Şekil 4.88. Tasarlanan arayüz programı

Bu yöntemin tamsayı dereceli sistemlerin yanısıra kesir dereceli transfer fonksiyonlarını kullanarak kolay bir şekilde uygulanabilmesi için, Şekil 4.88’de verilen MATLAB arayüz programı geliştirilmiştir.

**Örnek 4.6:** Şekil 4.84’teki doğrusal olmayan geri beslemeli kontrol sisteminde, sistem olarak aşağıdaki kesir dereceli yapıyı ele alalım.

$$G_1(s) = \frac{4}{s^{0.7}(s+1)^2} = \frac{4}{s^{2.7} + 2s^{1.7} + s^{0.7}} \quad (4.165)$$

Şekil 4.89’da  $G_1(s)$ ’e ait Nyquist eğrisi ve Eşitlik 4.162 ile verilen tanım fonksiyonunun negatif ters çizimi verilmiştir.



Şekil 4.89.  $G_1(j\omega)$ ’ya ait Nyquist diyagramı ve  $C(a)$  çizimi

Bu şekle göre, kesir dereceli sistemin Limit Çevrim frekansı  $\omega=1.632$  rad/sn olarak alınabilir. İdeal röle doğrusalsızlığı  $N(a) = \frac{4h}{\pi a}$  olarak ele alınırsa,  $h=1$ , için Limit Çevrimin yaklaşık genliği  $G(j\omega)$  ve  $C(a)$ ’nın kesişiminde şu şekilde elde edilir,

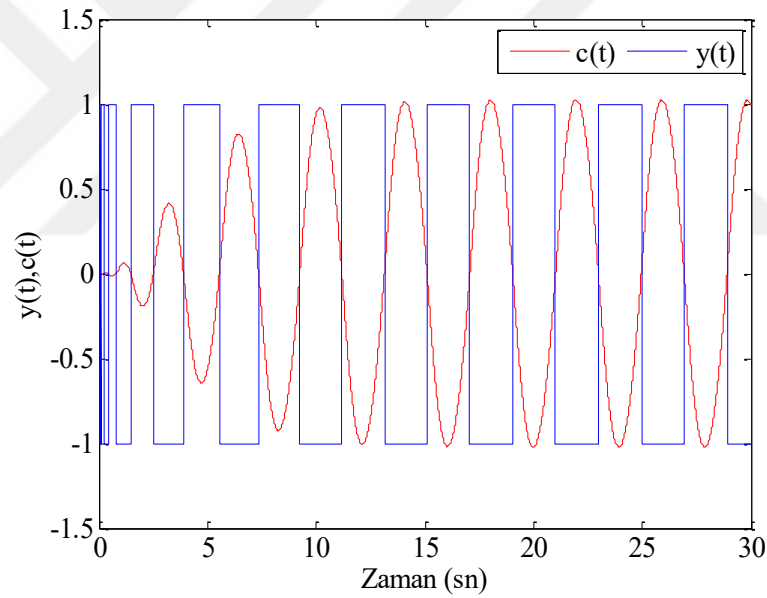
$$G(j\omega) = -\frac{1}{N(a)} = C(a) \quad (4.166)$$

$$-0.774 = -\frac{\pi a}{4} \rightarrow a = 0.985$$

Bu değer kolaylık olsun diye bozulmuş Limit Çevrimin genliği olarak alınsa da tanım fonksiyonu teorisine göre, temel bileşenin genliği olarak da kabul edilebilir. Meydana gelen osilatif hareketin periyodu,

$$\omega = 2\pi \frac{1}{T}; \quad 1.632 = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = 3.84 \text{ sec} \quad (4.167)$$

olarak bulunur. İdeal röle doğrusalsızlığı içeren doğrusal olmayan kontrol sisteminin zaman cevabı, yapılan benzetim çalışmalarına göre Şekil 4.90'daki gibi elde edilmiştir. İşaretin tepe değeri ve periyodu sırasıyla 1.025 and 3.93 sn olarak ölçülmüştür. Gerek benzetim gerekse Tanım Fonksiyonu (TF) yöntemi yaklaşık sonuçlar verse de, bu değerler, TF yöntemine göre elde edilen değerlerle uyushmaktadır. Limit Çevrim sinüzoidale yakın olduğu için, TF sonuçlarının oldukça doğru olması beklenebilir.



Şekil 4.90.  $G_1(j\omega)$  ve ideal röleye ait zaman cevabı

#### 4.3.3. Tsypkin ve A-fonksiyon yöntemi

Daha önce belirtildiği gibi tanım fonksiyonu yöntemi yaklaşık sonuçlar verdiği için, hassas uygulamalarda kullanılması uygun değildir. Röle geri beslemeli sistemlerde Limit Çevrim analizi için daha kesin sonuçlar veren Tsypkin yöntemi ve onun geliştirilmiş hali olan A-fonksiyon yöntemi karmaşık hesaplamalar içerse de tercih edilmektedir [101]. Şekil 4.84'te gösterilen sistem için A-fonksiyon eğrisi aşağıdaki eşitlikler yardımıyla bulunmaktadır.

$$A_G(\theta, \omega) = \text{Re } A_G(\theta, \omega) + j \text{Im } A_G(\theta, \omega) \quad (4.168)$$

$$\text{Re } A_G(\theta, \omega) = \sum_{n=1}^{\infty} V_G(n\omega) \sin n\theta + U_G(n\omega) \cos n\theta \quad (4.169)$$

$$\text{Im } A_G(\theta, \omega) = \sum_{n=1}^{\infty} (1/n) [V_G(n\omega) \cos n\theta - U_G(n\omega) \sin n\theta] \quad (4.170)$$

Genelleştirilmiş toplam frekans eğrisi  $A_G(\theta, \omega)$ , belirli bir frekans aralığındaki reel ve sanal kısımlarının toplanmasıyla elde edilmektedir. Bu ifadenin reel ve sanal kısımları ise,  $n\omega$  frekanslarındaki  $G(j\omega)$ 'nın reel ve sanal değerleriyle birlikte seçilen  $\theta$  değerine bağlıdır. Burada,  $U_G$  ve  $V_G$   $G(j\omega)$ 'nın sırasıyla reel ve sanal kısımlarını temsil etmektedir. Limit Çevrim oluşumunda  $A$ -fonksiyonu tanımlamak için iki durumu göz önüne bulundurulmalıdır. Eğer Limit Çevrim asimetrikse tüm harmonikler hesaba katılmalıdır. Limit Çevrimin simetrik olduğu durumda ise sadece tek harmonikler işleme dâhil edilmelidir. Bu durumda  $n = 1, 3, 5, 7, \dots, \infty$  şeklinde değişir ve  $A$ -Eğrisi,  $A^\circ$  sembolüyle gösterilir. Kompleks düzlemde,  $\omega$ 'nın  $\theta$ 'ya göre çizimi  $A$ -Eğrisi'ni vermektedir.  $\theta = 0$  alınarak Tsypkin eğrisi elde edilmektedir.  $\text{Re } A_G(\theta, \omega)$  ve  $\text{Im } A_G(\theta, \omega)$  değerleri sayısal olarak sonsuz sayıda  $N$  kere toplanmasıyla bulunur. Tamsayı dereceli transfer fonksiyonları için kapalı formdaki çözümler sonsuz terimli seriler kullanılarak elde edilmektedir ancak kesir dereceli transfer fonksiyonları için bu durum ucu açık bir problemdir.  $A^\circ$  eğrilerine ait birtakım özellikler şu şekilde verilebilir;

$$\frac{d \text{Im}[A_G(\theta, \omega)]}{d\theta} = -\text{Re } A_G(\theta, \omega) \quad (4.171)$$

- $\theta = 0$  için  $A^\circ$  eğrisi, Tsypkin eğrisi,  $\Lambda(\omega)$  olarak adlandırılmaktadır [17]. Her iki fonksiyon arasındaki ilişki şöyledir,

$$\Lambda(\omega) = (4h / \pi) A^\circ(0, \omega) \quad (4.172)$$

Bu nedenle  $A^\circ$  eğrileri, Tsypkin eğrilerinin genelleştirilmiş halidir.

- Eğer  $G(s) = G_1(s) + G_2(s)$  doğrusal bir sistemse,  $A^\circ$  eğrisi süperpozisyon teoremini sağlar. Bu nedenle,

$$\frac{d^n}{dt^n} f(t) \equiv f^{(n)}(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^n} \sum_{j=0}^n (-1)^j \binom{n}{j} f(t - jh) \quad (4.173)$$

Eğer  $G_1(s) = G(s)e^{-s\tau}$  ise,

$$A_{G_1}(\theta, \omega) = A_G(\theta + \omega\tau, \omega) \quad (4.174)$$

- $A^o$  eğrisi,  $2\pi$  periyodunda periyodik bir fonksiyondur.

$$A_G(\theta, \omega) = A_G(\theta + 2\pi, \omega) \quad (4.175)$$

Tek olan periyodiklik şöyle ifade edilir,

$$A_G^o(\theta, \omega) = -A_G^o(-\theta, \omega) \quad (4.176)$$

İdeal rölede periyodik çıkış için en basit varsayım 1:1 oranındaki kare dalga şeklindeki çıkış işaretidir. Kare dalga için Fourier seri açılımı alınarak sistemin çıkışı ilgili seri cinsinden hesaplanırsa, doğrusal bir fonksiyon olan  $G$  'nin çıkışı ve çıkışın türevi  $A$  Eğrileriyle ifade edilebilmektedir [14]. Ancak ölü bölgesi rölede  $\theta$  'nın sonlu değerlerine ihtiyaç duyulduğundan, farklı çözüm yöntemleri gerekliliği getirmektedir.  $G(s)$  sisteminin çıkışı  $c(t)$  olmak şartıyla, röle girişi  $x(t) = -c(t)$  olarak alınır ve  $\pm\Delta$  bandında değişen histerisiz yapısına sahip olduğu düşünülürse, anahtarlama durumu,

$$A_G^o(\theta, \omega) = -A_G^o(-\theta, \omega) \quad (4.177)$$

sonucunu verir.

$$A_G^o(\theta, \omega) = -A_G^o(-\theta, \omega) \quad (4.178)$$

Bu durum  $\lim_{s \rightarrow \infty} sG(s) = 0$  eşitliğini sağlamaktadır. İkinci eşitlik röle girişi için süreksizlik durumu teşkil etmediğinden veya türevsel değişimler anahtarlama anında ortaya çıktığından, daha doğru sonuçlar elde etmek için bilinen bazı düzeltmeler formüllere dâhil edilmelidir. Ölü bölgesi röle için çözümler şu şekilde elde edilir.

$$\text{Im } A_G^o(0, \omega) - \text{Im } A_G^o(\omega\Delta t, \omega) = -(\pi / 2h)(\delta + \Delta) \quad (4.179)$$

$$\operatorname{Re} A_G^o(0, \omega) - \operatorname{Re} A_G^o(\omega \Delta t, \omega) < 0 \quad (4.180)$$

$$\operatorname{Im} A_G^o(0, \omega) - \operatorname{Im} A_G^o(-\omega \Delta t, \omega) = (\pi / 2h)(\delta - \Delta) \quad (4.181)$$

$$\operatorname{Re} A_G^o(0, \omega) - \operatorname{Re} A_G^o(-\omega \Delta t, \omega) > 0 \quad (4.182)$$

Burada, darbe genişliği  $\Delta t$  ve Limit Çevrim frekansı  $\omega$  olmak üzere iki adet bilinmeyene sahip, iki farklı eşitlik vardır. Eğer ifadeler reel bileşenler içeriyorsa çözümü nümerik olarak yapmak zor olacağından; ölü bölgenin olmadığı röle tipi için  $A_G^o(0, \omega)$  eğrisi ve ölü bölgesi röle için  $A_G^o(0, \omega) - A_G^o(\omega \Delta t, \omega)$ ,  $A_G^o(0, \omega) - A_G^o(-\omega \Delta t, \omega)$  eğrileri çizdirilerek grafiksel çözümler elde edilebilir.  $G(s) = 1 / s(s+1)(s+2)$  gibi bir transfer fonksiyonunu ve histerisizli röle tipini içeren geribeslemeli bir sistemi ele alalım. Bu transfer fonksiyonu için,

$$G(j\omega) = \frac{-3\omega^2}{(-3\omega^2)^2 + (2\omega - \omega^3)^2} - \frac{j(2\omega - \omega^3)}{(-3\omega^2)^2 + (2\omega - \omega^3)^2} \quad (4.183)$$

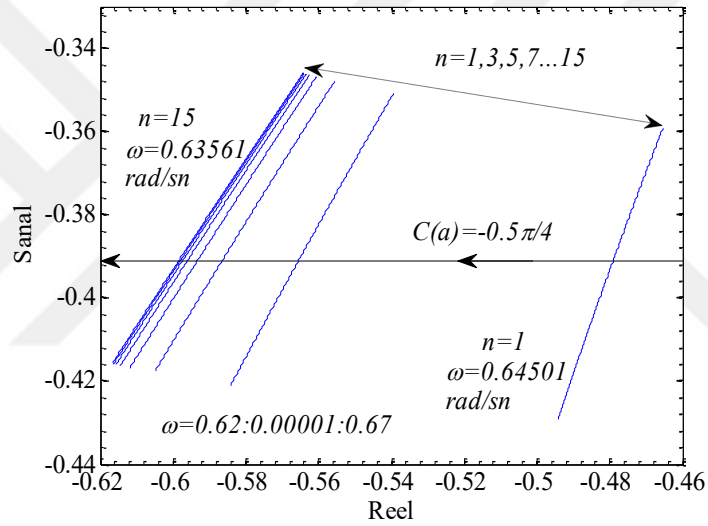
olarak yazılabilir. Böylece tek simetrik bir Limit Çevrim için,

$$A_G^o(0, \omega) = \sum_{n=1(2)}^{\infty} U_G(n\omega) + j[V_G(n\omega) / n] = \sum_{n=1(2)}^{\infty} \frac{-3n^2\omega^2}{(-3n^2\omega^2)^2 + (2n\omega - n^3\omega^3)^2} - \frac{j(2n\omega - n^3\omega^3)}{n[(-3n^2\omega^2)^2 + (2n\omega - n^3\omega^3)^2]} \quad (4.184)$$

olur. Limit Çevrim çözümünü veren frekans değeri, yukarıda belirtilen eğrinin, Nyquist çiziminde negatif reel eksene paralel olan  $-\pi\Delta / 4h$  eğrisi ile kesişmesiyle bulunur. Burada  $n=1$  alınarak Tanım Fonksiyonu yöntemine göre elde edilen çözüme ulaşmak mümkündür. Ancak daha iyi bir yakınsamanın sağlanması için  $n$  değeri büyük bir değer seçilmelidir. Bu nedenle  $A_G^o(0, \omega)$  ve  $G(j\omega)$  eğrilerinin çizimi Limit Çevrim frekansının bulunmasında iyi bir grafiksel yaklaşım sunmaktadır. Limit Çevrim frekansının bulunması için kullanılan diğer bir opsiyon da aşağıda gösterilen analitik çözümdür.

$$\sum_{n=1(2)}^{\infty} \frac{2n\omega - n^3\omega^3}{n \left[ (-3n^2\omega^2)^2 + (2n\omega - n^3\omega^3)^2 \right]} = \frac{\pi\Delta}{4h} \quad (4.185)$$

Burada, eğrinin reel bileşenin negatif olup olmadığı kontrol edilmelidir. Bu durum böyle basit örnekler için de geçerlidir. Ancak daha karışık geçiş fonksiyonlarında analitik analizlerin yapılması ve Tanım Fonksiyonun kullanılması zor olabilir. Bu nedenle grafiksel yöntemden faydalanmak daha doğru olacaktır. Eşitlik 4.183 ile verilen sistemin A-Eğrileri Şekil 4.91’de, farklı  $n$  değerleri için Limit Çevrim frekansları ise Çizelge 4.6’da verilmiştir. Ele alınan örnek iyi bir açlak geçiren filtre özelliği sergilediği için, yakınsama daha hızlı olmuştur.



Şekil 4.91. Eşitlik 4.183 ile verilen sistem için A-Eğrileri ( $h/\Delta = 2$ )

Çizelge 4.6. Eşitlik 4.183 ile verilen sistemin farklı  $n$  değerleri için Limit Çevrim frekansları,  $h/\Delta = 2$

| $n$                  | 1     | 3      | 5     | 7      | 9      | 11     | 13     | 15     |
|----------------------|-------|--------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\omega$<br>(rad/sn) | 0,645 | 0,6392 | 0,637 | 0,6362 | 0,6359 | 0,6357 | 0,6356 | 0,6356 |

#### 4.3.4. Benzetim çalışmaları

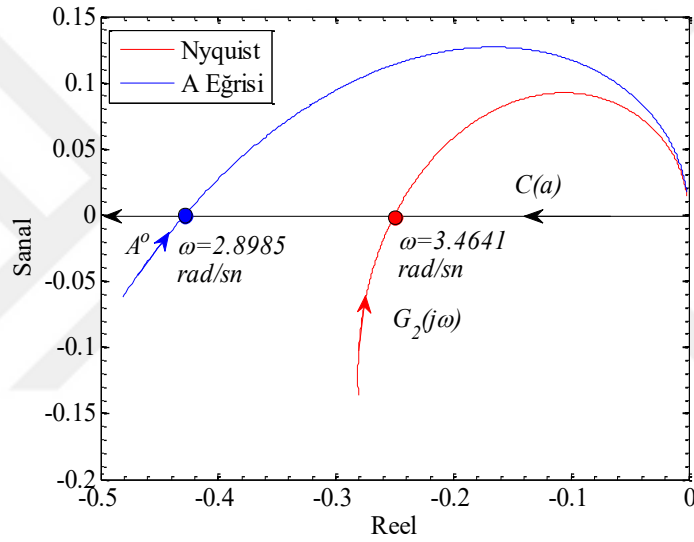
Bu bölümde geri beslemeli denetim sisteminde, tamsayı ve kesir dereceli geçiş fonksiyonlarıyla birlikte ölü bölgesi röle doğrusalsızlığı kullanılmış ve tüm sistemin kararlılığı incelenmiştir. Oluşturulan MATLAB programıyla, sistemi

kararlı kılacak  $K$  değeri hesaplanmıştır. Gerek Tanım fonksiyonu gerekse  $A$ -fonksiyon yöntemiyle elde edilen değerler benzetim sonuçlarıyla kıyaslanmıştır.

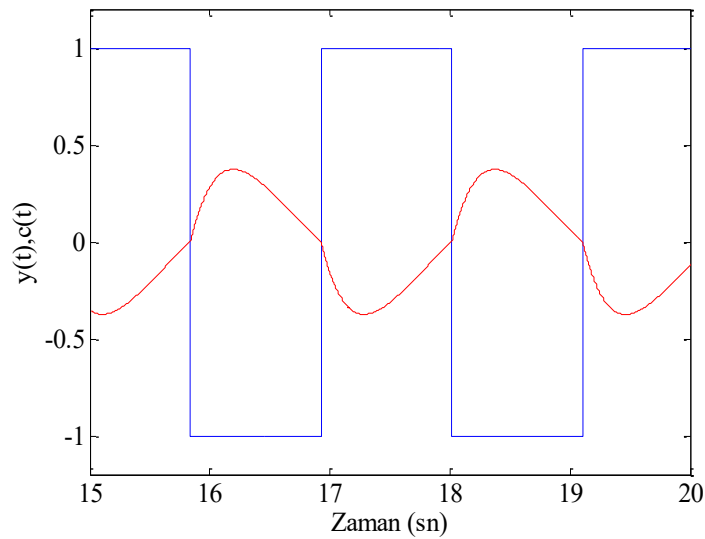
**Örnek 4.7:** Eşitlik 4.186 ile verilen tamsayı dereceli trnasfer fonksiyonunu ve ele alalım.

$$G_2(s) = \frac{2-s}{(s+2)^2} \quad (4.186)$$

Bu fonksiyon iyi bir filtre cevabı vermediği için,  $A$ -Eğrisi ve Nyquist eğrileri arasındaki fark, Şekil 4.92’de açıkça görülmektedir.  $A$ -Eğrisine göre  $n=101$  için Limit Çevrim frekansı  $\omega = 2.8985$  rad/sn, Nyquist eğrisine göre ise  $\omega = 3.4641$  rad/sn olduğu görülmektedir.



Şekil 4.92.  $G_2(j\omega)$  'nın  $A$ -Eğrisi ve Nyquist çizimi



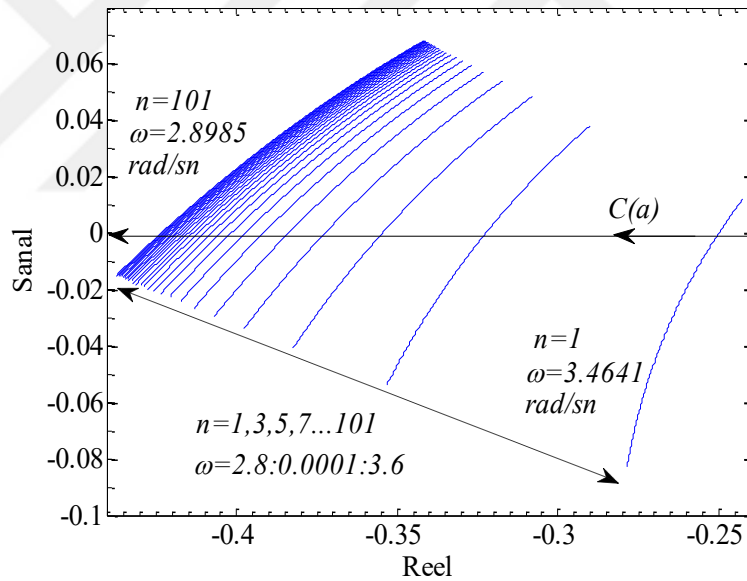
Şekil 4.93.  $G_2(j\omega)$  ve ideal rölenin zaman domenı cevabı ( $\omega = 2.88$  rad/sn)

Şekil 4.93'te verilen benzetim sonucunda ise iki frekans değeri arasında farkın büyük olmasından kaynaklı Limit Çevrimin bozulduğu görülmektedir. Bu örnek için Eşitlik 4.185 ile verilen denklemin, farklı  $n$  değerleri için çözülmesiyle elde edilen Limit Çevrim frekansları Çizelge 4.7'de verilmiştir.

Çizelge 4.7. Farklı  $n$  değerleri için Limit Çevrim frekansları ( $N(a)$  ideal röle)

|                      |       |      |       |       |       |       |       |
|----------------------|-------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $n$                  | 1     | 3    | 5     | 7     | 9     | 11    | 13    |
| $\omega$<br>(rad/sn) | 3,464 | 3,2  | 3,1   | 3,047 | 3,015 | 2,994 | 2,978 |
| $n$                  | 17    | 23   | 35    | 51    | 71    | 91    | 101   |
| $\omega$<br>(rad/sn) | 2,958 | 2,94 | 2,922 | 2,911 | 2,904 | 2,9   | 2,899 |

Beklendiği gibi, Limit Çevrim frekanslarını doğru bir şekilde elde etmek için, büyük  $n$  değerlerinin kullanılması gerektiğini gösterir. Buna göre elde edilen A-Eğrileri Şekil 4.94'te gösterilmiştir.



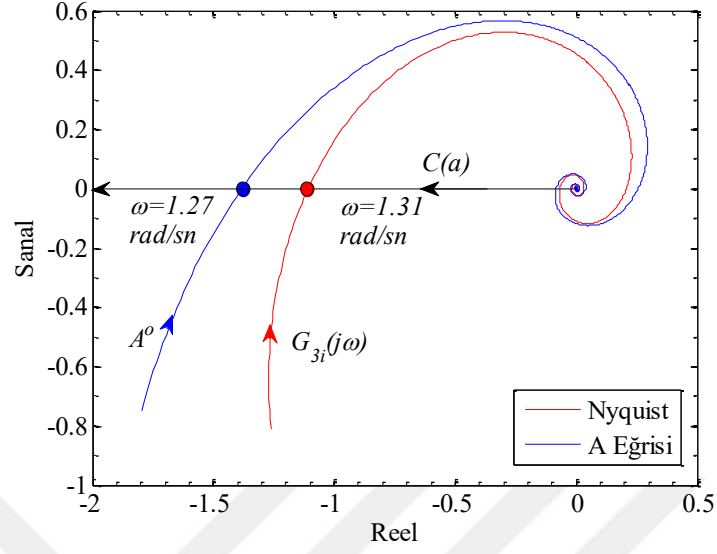
Şekil 4.94.  $G_2(j\omega)$  ve ideal röle için farklı  $n$  değerlerindeki A-Eğrileri

**Örnek 4.8:** Bu örnekte zaman gecikmesine sahip tam sayı ve kesir dereceli iki sistem ele alınmıştır.

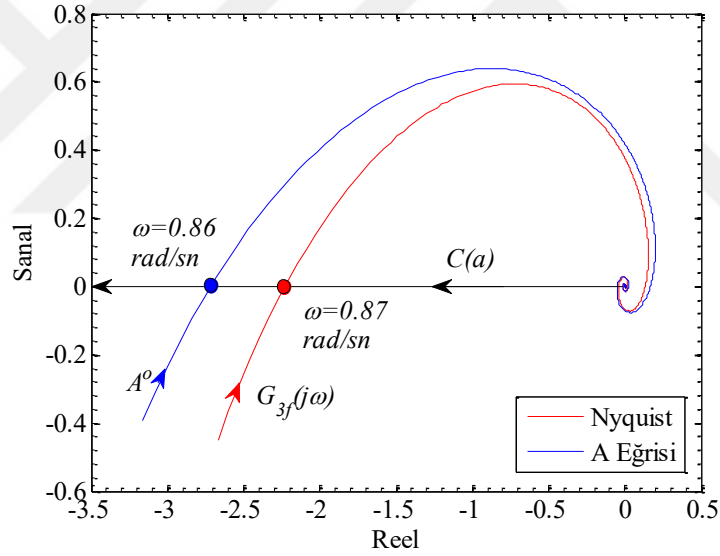
$$G_{3i}(s) = \frac{3}{(s+1)^2} e^{-s} \quad (4.187)$$

$$G_{3f}(s) = \frac{3}{s^{2.1} + 2s^{1.5} + 1} e^{-s} \quad (4.188)$$

$G_{3i}(s)$  ve  $G_{3f}(s)$  için A-Eğrisi ve Nyquist çizimi Şekil 4.95 ve Şekil 4.96'da sırasıyla verilmiştir.



Şekil 4.95.  $G_{3i}(j\omega)$  'nın A-Eğrisi ve Nyquist diyagramı



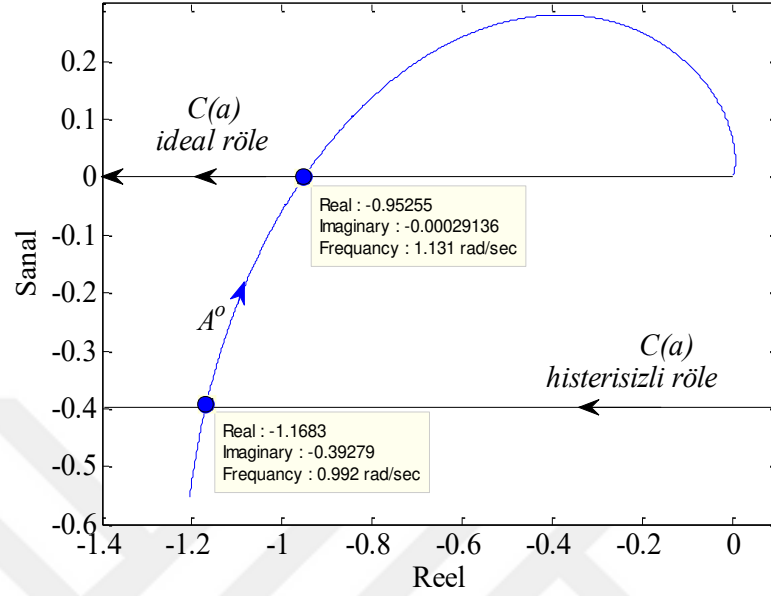
Şekil 4.96.  $G_{3f}(j\omega)$  'nın A-Eğrisi ve Nyquist diyagramı

Şekillere göre Limit Çevrim frekanslarının 1.27 rad/sn ve 0.86 rad/sn, olduğu görülmektedir.

**Örnek 4.9:** Eşitlik 4.189 ile verilen kesir dereceli sistemi ele alalım.

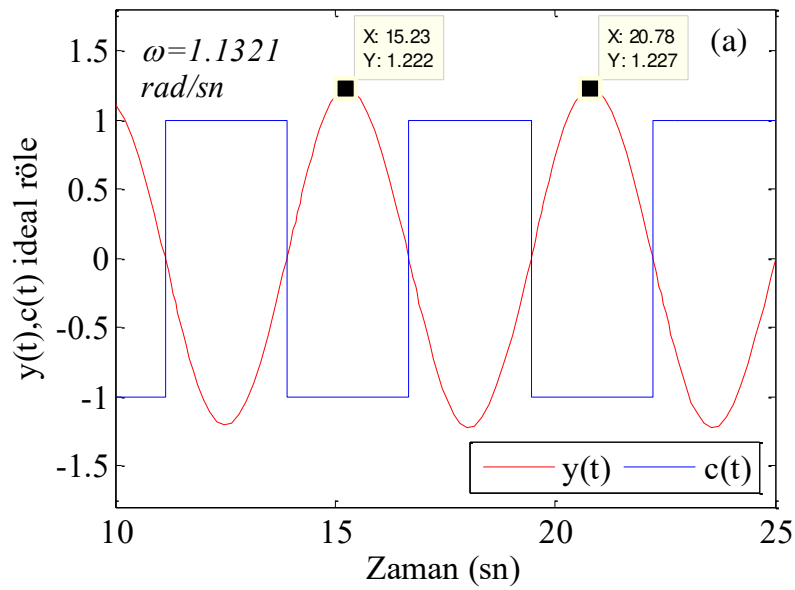
$$G_4(s) = \frac{2}{s^{3.6} + 3s^{2.4} + 3s^{1.2} + 1} \quad (4.189)$$

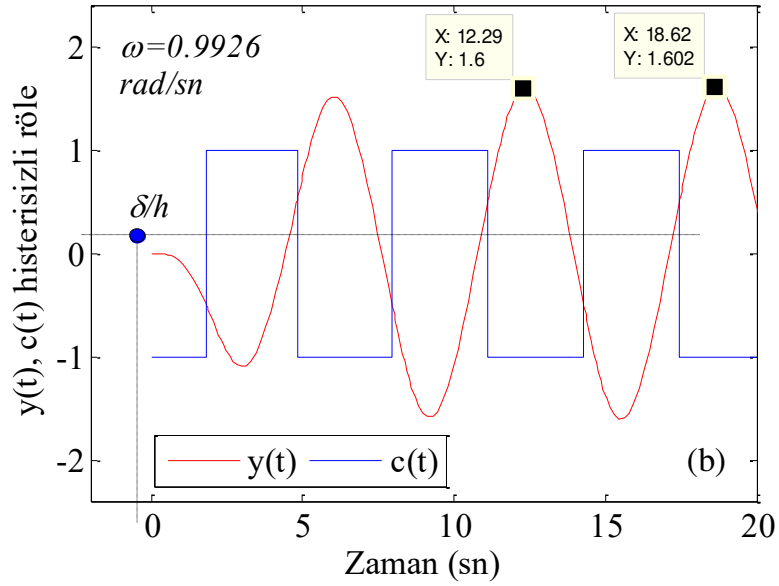
Doğrusal olmayan sistemin, ideal röle ve histerisizli röle tiplerini içerdiği durum göz önünde bulundurulursa,  $h/\Delta=2$  için sisteme ait A-Eğrisi ve  $C(a)$  çizimi Şekil 4.97'deki gibi olur.



Şekil 4.97.  $G_4(j\omega)$ 'nın A-Eğrisi ve  $C(a)$  çizimi

Şekil 4.98 (a) ve (b) sırasıyla, ideal röle ve histerisizli röle için Şekil 4.84'teki kapalı çevrim sistemde  $K=1$  için  $G_4(j\omega)$ 'nın zaman cevaplarını göstermektedir. Grafiklerden Limit Çevrim frekanslarının  $\omega=1.1321$  rad/sn ve  $\omega=0.9926$  rad/sn olduğu görülmektedir.



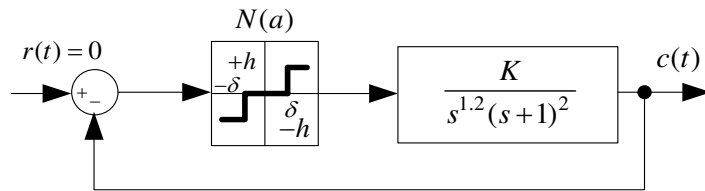


Şekil 4.98.  $G_4(j\omega)$  ve röle çıkışları a) Ölü bölgesi röle b) Histerisizli röle

Yaklaşık sonuç veren Tanım Fonksiyonu teoreminin, Şekil 4.97’de gösterilen  $G(j\omega)$  ve  $C(a)$ ’nın kesişimiyle meydana gelen Limit Çevrimin kararlılığı için gerekli olduğu ancak yeterli olmadığı söylenebilir. Kesişme noktasından itibaren  $G(j\omega)$  boyunca artan frekans yönünde hareket edilmesiyle  $C(a)$  eğrisi üzerindeki artan genlik sola uzanır.

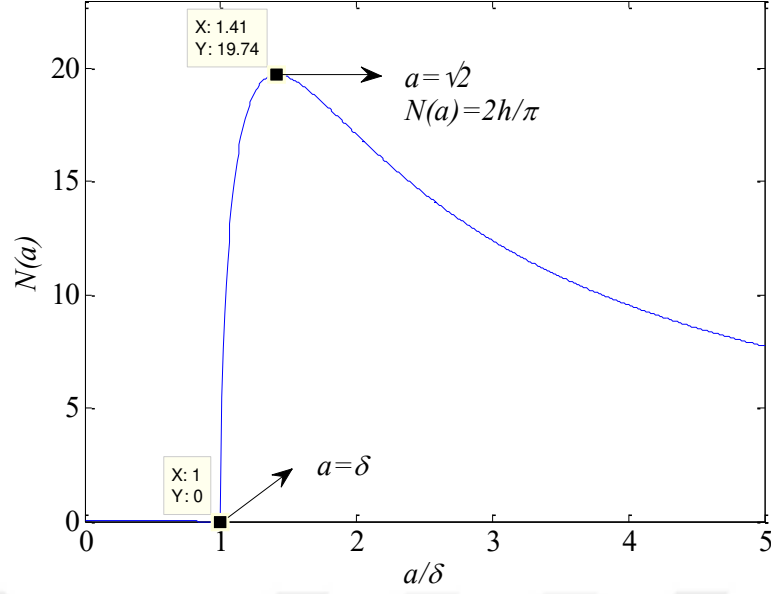
**Örnek 4.10:** Eşitlik 4.190 ile verilen transfer fonksiyonunu Şekil 4.99 ile verilen doğrusal olmayan geri beslemeli sistemdeki gibi ele alalım.

$$G_5(s) = \frac{K}{s^{1.2}(s+1)^2} \quad (4.190)$$



Şekil 4.99. Ölü bölgesi röle tipini barındıran geribeslemeli sistem

Ölü bölgesi rölenin kullanıldığı sistemde,  $N(a)$ ’nın değişimi Şekil 4.100’de verilmiştir. Grafikten görüldüğü gibi,  $a = \delta\sqrt{2}$  değeri için maksimum değer  $2h/\pi\delta$  olmaktadır.



Şekil 4.100. Ölü bölgesi rölenin  $h = \pi$  için grafiksel gösterimi

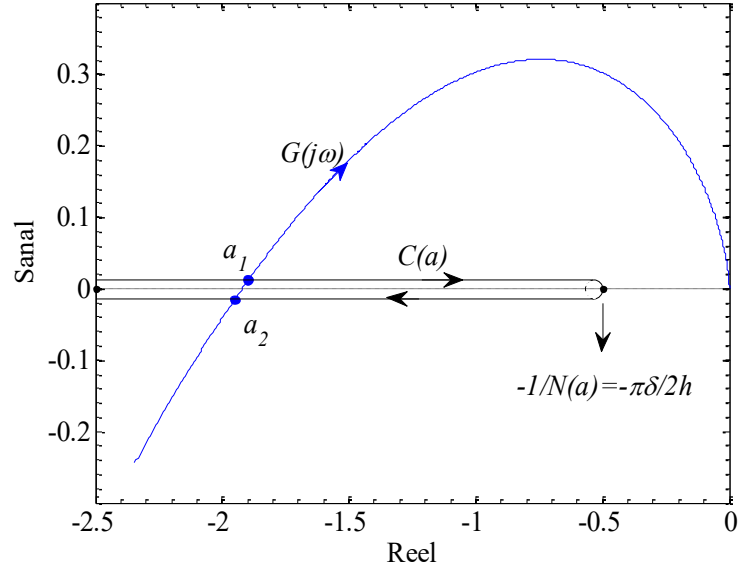
Eşitlik 4.190'daki transfer fonksiyonu  $s = j\omega$  için yeniden düzenlenirse aşağıdaki gibi olur.

$$G_5(j\omega) = \frac{K}{(j\omega)^{1.2}(1+j\omega)^2} \quad (4.191)$$

$G_5(j\omega)$ 'nın paydasına ait reel ve sanal bileşenler sırasıyla  $-0.309\omega^{1.2} - 1.902\omega^{2.2} + 0.309\omega^{3.2}$  ve  $0.9510\omega^{1.2} - 0.6180\omega^{2.2} - 0.9510\omega^{3.2}$ , olarak bulunmaktadır. Buna göre  $1 + N(a)G(j\omega) = 0$  eşitliğinin veren ifade yazılacak olursa,

$$\begin{aligned} & -0.309\omega^{1.2} - 1.902\omega^{2.2} + 0.309\omega^{3.2} + \frac{4hK(a^2 - \delta^2)^{1/2}}{a^2\pi} \\ & + j(0.9510\omega^{1.2} - 0.6180\omega^{2.2} - 0.9510\omega^{3.2}) = 0 \end{aligned} \quad (4.192)$$

elde edilir. Şekil 4.101'de  $C(a)$  eğrisinin negatif sonsuzdan gelerek  $-\pi\delta/2h$  noktasında maksimumuma ulaştığı ve daha sonra geri döndüğü görülmektedir. Bu nedenle  $G(j\omega)$  ve  $C(a)$  arasında iki kesişim noktası oluşmaktadır. Bu durum, büyük genlik değerini sağlayan noktanın, kararlı Limit Çevrime neden olduğu söylenebilir.



Şekil 4.101. Ölü bölgesi röle için  $G_5(j\omega)$  ve  $C(a)$  'nın Nyquist eğrileri

#### *Kompanzator kazancına göre Limit Çevrim analizi*

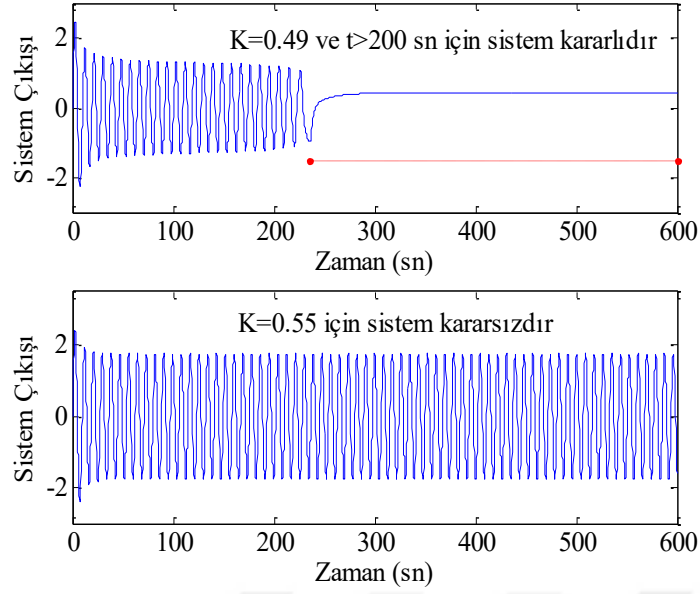
Bir önceki örnekte verilen transfer fonksiyonu,  $K=1$  için negatif reel eksene 0.7265 rad/sn frekansında geçmektedir. Bu noktadaki genlik değeri ise,

$$\frac{1}{(j\omega)^{1.2}(j\omega+1)^2} = \frac{1}{\omega^{1.2}(1+\omega^2)} \bigg|_{\substack{\angle G(j\omega)=-180^\circ \\ \omega=0.7265}} = 0.959 \quad (4.193)$$

olarak bulunur.  $C(a)$  ile kesişimin meydana gelmesi, aşağıdaki durumun sağlanmasıyla gerçekleşmektedir.

$$0.959 K N(a)_{\max} > 1 \quad (4.194)$$

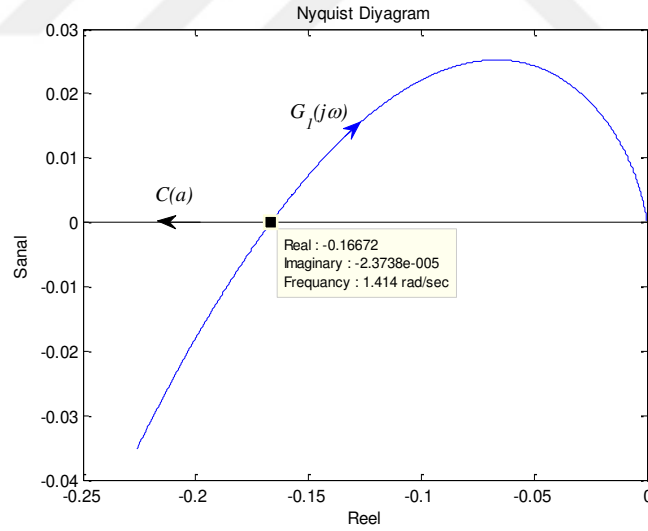
Röle için  $\delta=1$ ,  $h=\pi$  alınırsa,  $N(a)_{\max}=2$  olarak bulunur. Bu durumda kararlı Limit Çevrim için,  $K<0.521$  olmalıdır. Şekil 4.102'de,  $K=0.49$  ve  $0.55$  için benzetim sonuçları verilmiştir. İlk grafikte kararlı bir yapının, ikinci grafikte ise osilatif bir yapının sergilendiği görülmektedir. Benzetim çalışmasında Limit Çevrim oluşumu, nümerik olarak elde edilen değerden büyüktür. Buna rağmen her iki yöntemin yaklaşık sonuç verdiği göz önünde bulundurulursa, çözümlerin örtüştüğü söylenebilir.



Şekil 4.102.  $K=0.49$  ve  $0.55$  için Eşitlik 4.190'da verilen sistemin zaman cevapları

**Örnek 4.11:** Eşitlik 4.195'teki tamsayı dereceli geçiş fonksiyonunu ele alalım.

$$G_6(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)} \quad (4.195)$$

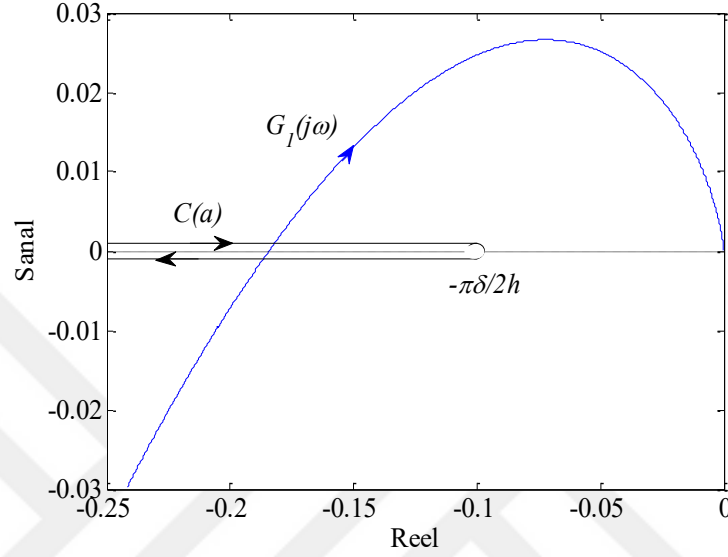


Şekil 4.103.  $K = 1$  için  $G_6(j\omega)$  ve  $C(a)$ 'ya ait Nyquist eğrisi

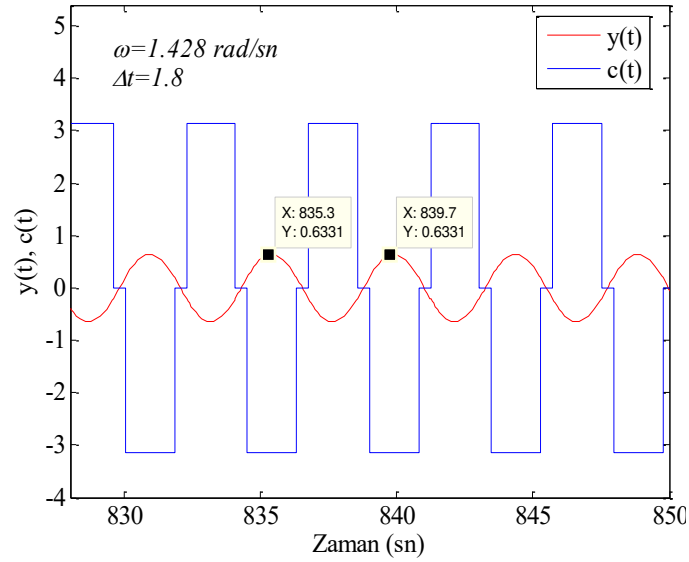
$G_6(s)$ 'e ait Nyquist eğrisi ve Eşitlik 4.164'teki tanım fonksiyonunun negatif ters çizimi  $\delta = 0.2$ ,  $h = \pi$  ve  $K = 1$  için Şekil 4.103'te verilmiştir. Şekil 4.103'e göre, iki eğrinin kesişim noktasındaki Limit Çevrim frekansı  $\omega = 1.414$  rad/sn'dir. Limit Çevrim frekansındaki osilasyonun periyodu ise aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\omega = 2\pi \frac{1}{T}; \quad 1.414 = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = 4.44 \text{ sn} \quad (4.196)$$

Şekil 4.104’de ise Eşitlik 4.168 - 4.170 yardımıyla elde edilen A-fonksiyon eğrisi verilmiştir.  $C(a)$  eğrisi negatif reel eksen boyunca eksi sonsuzdan gelip  $a$  değeri  $-\pi\delta/2h$  noktasında maksimum değerine ulaşmaktadır.



Şekil 4.104.  $K = 1$  için  $G_6(j\omega)$  ve  $C(a)$ ’ya ait Tsypkin Eğrisi



Şekil 4.105.  $G_6(j\omega)$  ve ölü bölgesi röle çıkışı

MATLAB/Simulink ortamında oluşturulan Şekil 4.84’teki sistemin zaman alanı cevabı  $K=1$  değeri için Şekil 4.105’te gösterilmiştir. Limit Çevrim frekansı ve darbe genişliği sırasıyla  $\omega = 1.428 \text{ rad/sn}$ ,  $\Delta t = 1.8$  olarak hesaplanmıştır.

Eşitlik 4.195'teki transfer fonksiyonu için, negatif reel eksendeki Limit Çevrim frekansı  $\omega = 1.414$  ve  $K=1$  değerlerindeki genlik değeri,

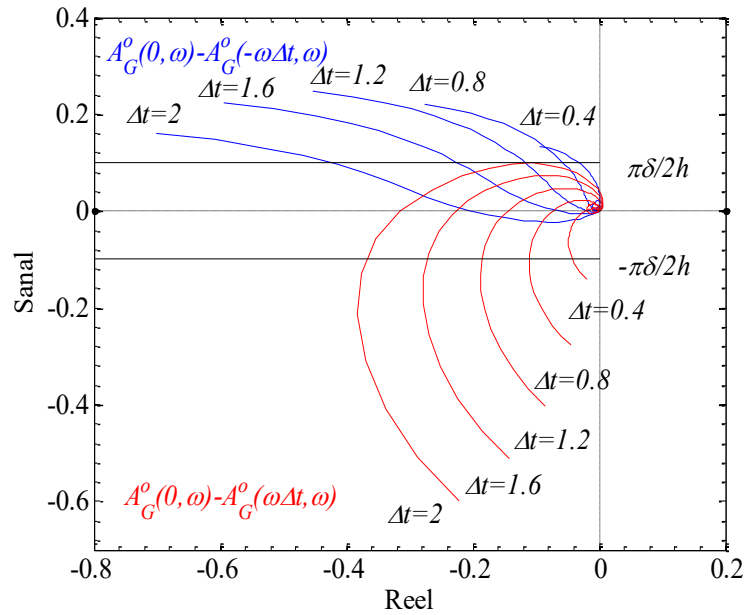
$$\left. \frac{1}{j\omega(j\omega+1)(j\omega+2)} \right|_{\substack{\angle G(j\omega)=-180^\circ \\ \omega=0.414}} = 0.166 \quad (4.197)$$

olarak elde edilir. Sistemi kararlı yapacak  $K$  değeri, artımsal tanım fonksiyonu yöntemine göre [101],

$$0.166 K N(a)_{\max} > 1 \quad (4.198)$$

gibi yazılabilir. Burada  $\delta = 0.2$ ,  $h = \pi$  ve  $N(a)_{\max} = 2h / \pi\delta = 10$  alınarak kararlılık şartı  $K < 0.602$  için sağlanır. A-fonksiyon yöntemiyle sistemi kararlı kılacak  $K$  değerinin hesaplanması biraz daha karmaşıktır. Eşitlik 4.195'deki sistem için röle parametreleri  $\delta = 0.2$ ,  $h = \pi$  alınarak farklı darbe genişliklerinde çizimler yaptırılmalıdır. Sağlıklı bir kıyaslama yapmak için sistemin kazanç katsayısı başlangıçta  $K=1$  olarak alınmıştır.

Gerekli olan A-Eğrileri  $A_G^o(0, \omega) - A_G^o(\omega\Delta t, \omega)$  ve  $A_G^o(0, \omega) - A_G^o(-\omega\Delta t, \omega)$  Şekil 4.106'deki gibi farklı  $\Delta t$  değerleri için çizdirilmiştir. Bu eğrilerin,  $-\pi\delta/2h$  ve  $\pi\delta/2h$  çizgileriyle kesiştiği noktadaki  $\omega$  frekans değerlerinin  $\Delta t$  değerlerine göre çizimi, sistemi kararlı yapacak  $K$  değerini bulmak için yardımcı olacaktır.



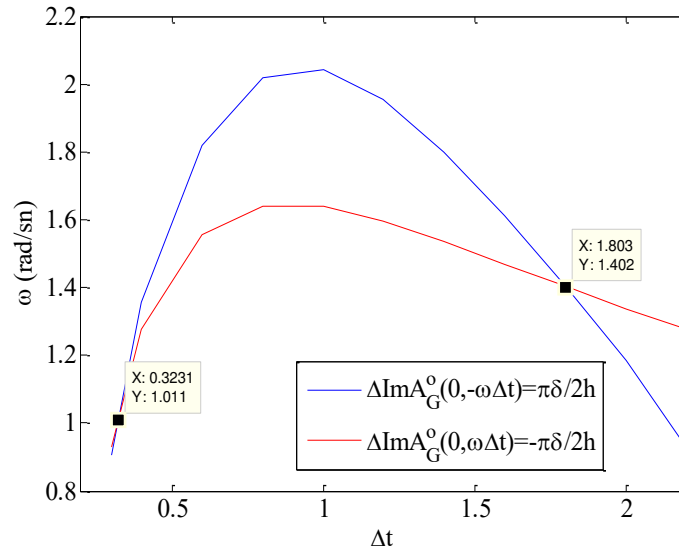
Şekil 4.106.  $K=1$  için grafiksel A-fonksiyon çözümü

Çizelge 4.8.  $G_c(j\omega)$  ve  $K=1$  için Limit Çevrim frekans değerleri

| $\Delta t$ | $A_G^o(0, \omega) - A_G^o(\omega \Delta t, \omega)$<br>için $\omega$ rad/sn | $A_G^o(0, \omega) - A_G^o(-\omega \Delta t, \omega)$<br>için $\omega$ rad/sn |
|------------|-----------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|
| 0,3        | 0,931                                                                       | 0,906                                                                        |
| 0,4        | 1,275                                                                       | 1,358                                                                        |
| 0,6        | 1,556                                                                       | 1,821                                                                        |
| 0,8        | 1,64                                                                        | 2,02                                                                         |
| 1          | 1,638                                                                       | 2,043                                                                        |
| 1,2        | 1,596                                                                       | 1,953                                                                        |
| 1,4        | 1,536                                                                       | 1,799                                                                        |
| 1,6        | 1,47                                                                        | 1,611                                                                        |
| 1,8        | 1,403                                                                       | 1,405                                                                        |
| 2          | 1,338                                                                       | 1,183                                                                        |
| 2,2        | 1,278                                                                       | 0,926                                                                        |

Çizelge 4.8’de  $K=1$  için elde edilen  $\omega$  ve  $\Delta t$  değerleri verilmiştir. Şekil 4.107’de, Çizelge 4.8’e göre  $A_G^o(0, \omega) - A_G^o(\omega \Delta t, \omega) = -\pi\delta / 2h$  ile  $A_G^o(0, \omega) - A_G^o(-\omega \Delta t, \omega) = \pi\delta / 2h$  şartlarını sağlayan  $\omega$  ve  $\Delta t$  değerlerinin birbirine göre çizimi verilmiştir. Burada kararlı ve kararsız iki adet çözümün olduğu görülmektedir.

Bunlardan bir tanesi  $(\Delta t, \omega) = (1.803 \text{ sn}, 1.402 \text{ rad / sn})$  bir diğeri ise  $(\Delta t, \omega) = (0.323 \text{ sn}, 1.011 \text{ rad / sn})$ ’dir.



Şekil 4.107.  $G_c(j\omega)$  ve  $K=1$  için  $\Delta \text{Im} A_G^o(0, -\omega \Delta t)$  ve  $\Delta \text{Im} A_G^o(0, \omega \Delta t)$

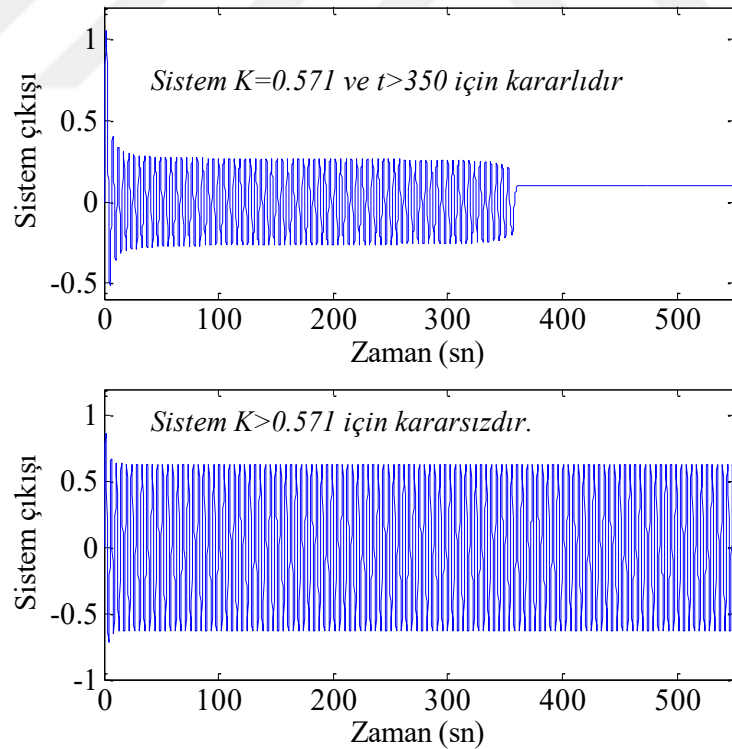
Şekil 4.107’deki iki eğrinin hiç kesişmediği durum bulunana kadar  $K$  değeri başlangıç değerinden itibaren belirli aralıklarla azaltılarak anlatılan işleme devam

edilir. Buna göre kararlı ve kararsız Limit Çevrim frekans değerleri ve darbe genişlik değerlerinin bulunduğu Çizelge 4.9 oluşturulur. Geçerli bir çözümün olmadığı ve sistemin kararlı olduğu değer,  $K=0.569$  olarak elde edilir.

Çizelge 4.9.  $G_6(j\omega)$  için farklı  $K$  değerlerindeki  $\omega$  ve  $\Delta t$  değerleri

| $K$   | $\omega$                    | $\Delta t$ | $\theta = \omega\Delta t$ |
|-------|-----------------------------|------------|---------------------------|
| 1     | 1,402                       | 1,803      | 2,5278                    |
|       | 1,011                       | 0,323      | 0,3268                    |
| 0,602 | 1,395                       | 1,246      | 1,7382                    |
|       | 1,28                        | 0,767      | 0,9818                    |
| 0,571 | 1,354                       | 1          | 1,354                     |
|       | -                           | -          | -                         |
| 0,569 | Kesişme yok, Sistem kararlı |            |                           |

Şekil 4.108’de ise  $K=1$  ve  $K=0.571$  değerleri için benzetim sonuçları gösterilmiştir.  $K=0.571$  değerinde sistem  $t > 350$  sn için kararlıyken  $K=1$  değerinde Limit Çevrim oluşumu devam etmektedir. Yaklaşık çözüm olmasına rağmen benzetim değerlerinin iyi sonuç verdiği söylenebilir.



Şekil 4.108.  $K=0.571$  ve 1 değerleri için kapalı çevrim sistem cevapları

Her üç yöntemi de kıyaslamak amacıyla elde edilen değerler Çizelge 4.10’da verilmiştir. Burada tanım fonksiyonu yönteminde kararlı ve kararsız Limit

Çevrim frekans değerleri aynıdır. Benzetim sonuçlarına bakıldığında ise sadece kararlı Limit Çevrimin varlığından bahsedilebilir. Buna göre sistemin, tanım fonksiyonu yöntemine göre  $K \leq 0.602$ , benzetim sonuçlarına göre  $K \leq 0.571$  ve A-fonksiyon yöntemine göre ise  $K \leq 0.569$  değerlerinde kararlı olduğu görülmüştür.

Çizelge 4.10.  $G_6(j\omega)$  için farklı yöntemlerle elde edilen  $\omega$  ve  $\theta$  değerleri

| $K$   | TF       |          | Benzetim |          | A-fonksiyon |          |
|-------|----------|----------|----------|----------|-------------|----------|
|       | $\omega$ | $\theta$ | $\omega$ | $\theta$ | $\omega$    | $\theta$ |
| 1     | 1,414    | -        | 1,428    | 2,57     | 1,402       | 2,5278   |
|       | 1,414    | -        | -        | -        | 1,011       | 0,3268   |
| 0,602 | Kararlı  | -        | 1,396    | 1,814    | 1,395       | 1,7382   |
|       | -        | -        | -        | -        | 1,28        | 0,9818   |
| 0,571 | Kararlı  | -        | Kararlı  | -        | 1,354       | 1,354    |
|       | -        | -        | -        | -        | -           | -        |
| 0,569 | Kararlı  | -        | Kararlı  | -        | Kararlı     | -        |
|       | -        | -        | -        | -        | -           | -        |

**Örnek 4.12:** Bu örnekte, Eşitlik 4.199'daki kesir dereceli geçiş fonksiyonu ele alınmıştır.

$$G_7(s) = \frac{K}{s^{1.15}(s+1)(s+2)} \quad (4.199)$$

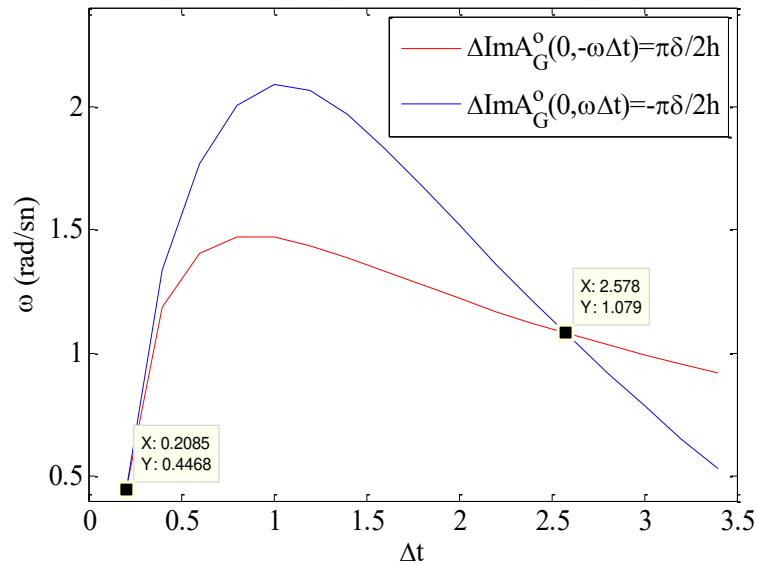
Örnek 4.11'de incelenen sistem için kullanılan doğrusal olmayan eleman ve parametreleri bu örnek için de değiştirilmeden kullanılmıştır. Kesir dereceli sistemin Nyquist eğrisi çizdirilerek, tanım fonksiyonunun negatif tersiyle kesişim noktası belirlenirse, Limit Çevrim frekans değeri  $\omega=1.1$  rad/sn olarak bulunur. Buna göre sistemi kararlı kılacak  $K$  değeri, artımsal tanım fonksiyonu yöntemine göre  $K \leq 0.378$  olarak hesaplanır.

A-fonksiyon yöntemiyle sistemi kararlı kılacak  $K$  değerini hesaplamak için gerekli olan A- eğrileri  $A_G^o(0, \omega) - A_G^o(\omega\Delta t, \omega)$  ve  $A_G^o(0, \omega) - A_G^o(-\omega\Delta t, \omega)$  tam sayı dereceli örnekte olduğu gibi farklı  $\Delta t$  değerleri için çizdirilir. Çizelge 4.11'de  $K=1$  için elde edilen  $\omega$  ve  $\Delta t$  değerleri verilmiştir. Çizelge 4.11'e göre,  $A_G^o(0, \omega) - A_G^o(\omega\Delta t, \omega) = -\pi\delta / 2h$  ve  $A_G^o(0, \omega) - A_G^o(-\omega\Delta t, \omega) = \pi\delta / 2h$  şartlarını sağlayan  $\omega$  ve  $\Delta t$  değerlerinin birbirine göre çizimi, Şekil 4.109'da

gösterilmiştir. Kararlı ve kararsız değerler sırasıyla  $(\Delta t, \omega) = (0.208 \text{ sn}, 0.446 \text{ rad/sn})$  ve  $(\Delta t, \omega) = (2.578 \text{ sn}, 1.079 \text{ rad/sn})$ 'dir.

Çizelge 4.11.  $G_7(j\omega)$  ve  $K=1$  için Limit Çevrim frekans değerleri

| $\Delta t$ | $A_G^o(0, \omega) - A_G^o(\omega \Delta t, \omega)$<br>için $\omega \text{ rad/sn}$ | $A_G^o(0, \omega) - A_G^o(-\omega \Delta t, \omega)$<br>için $\omega \text{ rad/sn}$ |
|------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| 0,2        | 0,414                                                                               | 0,407                                                                                |
| 0,4        | 1,182                                                                               | 1,339                                                                                |
| 0,6        | 1,401                                                                               | 1,766                                                                                |
| 0,8        | 1,469                                                                               | 2,003                                                                                |
| 1          | 1,468                                                                               | 2,09                                                                                 |
| 1,2        | 1,435                                                                               | 2,063                                                                                |
| 1,4        | 1,387                                                                               | 1,965                                                                                |
| 1,6        | 1,332                                                                               | 1,829                                                                                |
| 1,8        | 1,276                                                                               | 1,675                                                                                |
| 2          | 1,221                                                                               | 1,517                                                                                |
| 2,2        | 1,169                                                                               | 1,361                                                                                |
| 2,4        | 1,12                                                                                | 1,209                                                                                |
| 2,6        | 1,074                                                                               | 1,063                                                                                |
| 2,8        | 1,031                                                                               | 0,921                                                                                |



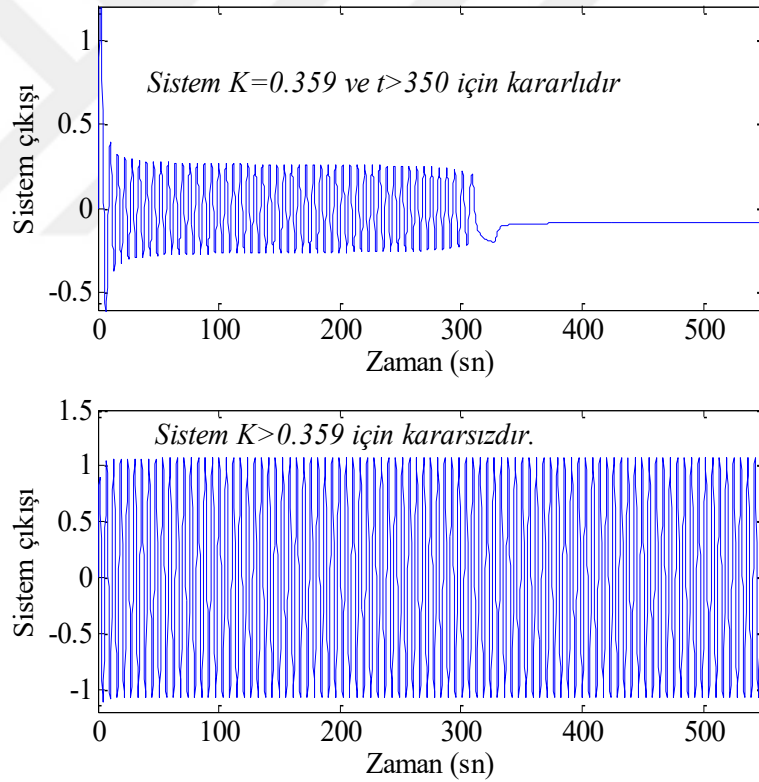
Şekil 4.109.  $G_7(j\omega)$  ve  $K=1$  için  $\Delta \text{Im } A_G^o(0, -\omega \Delta t)$  ve  $\Delta \text{Im } A_G^o(0, \omega \Delta t)$

$K$ 'nın başlangıç değerinden itibaren belirli aralıklarla azaltılarak bulunan kararlı ve kararsız Limit Çevrim frekans değerleri ve darbe genişlik değerleri Çizelge 4.12'de verilmiştir. Kesir dereceli sistem için geçerli bir çözümün olmadığı ve sistemin kararlı olduğu değer,  $K \leq 0.355$  olarak elde edilir.

Çizelge 4.12.  $G_7(j\omega)$  için farklı  $K$  değerlerindeki  $\omega$  ve  $\Delta t$  değerleri

| $K$  | $\omega$                     | $\Delta t$ | $\theta = \omega\Delta t$ |
|------|------------------------------|------------|---------------------------|
| 1    | 1,08                         | 2,58       | 2,78                      |
|      | 0,45                         | 0,21       | 0,09                      |
| 0,38 | 1,08                         | 1,61       | 1,75                      |
|      | 0,96                         | 0,94       | 0,9                       |
| 0,36 | 1,05                         | 1,3        | 1,36                      |
|      | 1,03                         | 1,18       | 1,21                      |
| 0,36 | Kesişme yok, Sistem kararlı. |            |                           |

Şekil 4.110'da ise  $K=1$  ve  $K=0.359$  değerleri için kesir dereceli sistemin benzetim sonuçları gösterilmiştir.  $K=0.359$  değerinde sistem  $t > 350$  sn için kararlıyken  $K=1$  değerinde Limit Çevrim oluşumu devam etmektedir.



Şekil 4.110.  $K=0.359$  ve 1 değerleri için kapalı çevrim sistem cevapları

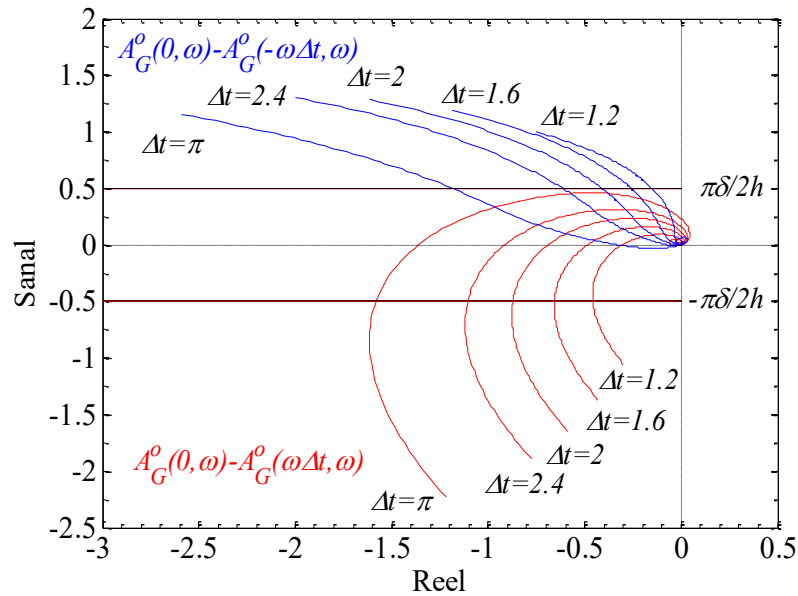
Tam sayı dereceli örnekte olduğu gibi her üç yöntemi de kıyaslamak amacıyla elde edilen değerler Çizelge 4.13'te mevcuttur. Buna göre kesir dereceli sistemin, tanım fonksiyonu yöntemine göre  $K \leq 0.378$ , benzetim sonuçlarına göre

$K \leq 0.359$  ve A-fonksiyon yöntemine göre ise  $K \leq 0.355$  değerlerinde kararlı olduğu görülmüştür.

Çizelge 4.13.  $G_7(j\omega)$  için farklı yöntemlerle elde edilen  $\omega$  ve  $\theta$  değerleri

| $K$   | TF       |          | Benzetim |          | A fonksiyon |          |
|-------|----------|----------|----------|----------|-------------|----------|
|       | $\omega$ | $\theta$ | $\omega$ | $\theta$ | $\omega$    | $\theta$ |
| 1     | 1,1      | -        | 1,083    | 2,816    | 1,079       | 2,781    |
|       | 1,1      | -        | -        | -        | 0,446       | 0,092    |
| 0,378 | Kararlı  | -        | 1,047    | 1,675    | 1,083       | 1,748    |
|       | -        | -        | -        | -        | 0,96        | 0,902    |
| 0,359 | Kararlı  | -        | Kararlı  | -        | 1,047       | 1,361    |
|       | -        | -        | -        | -        | 1,026       | 1,21     |
| 0,355 | Kararlı  | -        | Kararlı  | -        | Kararlı     | -        |
|       | -        | -        | -        | -        | -           | -        |

**Örnek 4.13:** Eşitlik 4.191'deki  $G_5(j\omega)$  olarak verilen sistemi ve Şekil 4.99'daki kapalı çevrim yapısını Tsypkin metodunu göstermek amacıyla tekrar inceleyelim. Tanım Fonksiyonu yöntemiyle kıyaslama yapabilmek için röleye ait parametreler  $\delta = 1$ ,  $h = \pi$  ve sistem kazanç katsayısı  $K = 1$  olarak alınmıştır.



Şekil 4.111. A-Eğrisi için grafiksel çözüm (K=1)

A-Eğrisinin çizimi için gerekli olan  $A_G^o(0, \omega) - A_G^o(\omega \Delta t, \omega)$  eğrileri,  $\Delta t$  değerlerinin Şekil 4.111'deki gibi seçilmesiyle elde edilir.  $\Delta t$  değerlerine göre değişen  $A_G^o(0, \omega) - A_G^o(-\omega \Delta t, \omega)$  eğrilerinin,  $-\pi\delta/2h$  ve  $\pi\delta/2h$  çizgileriyle

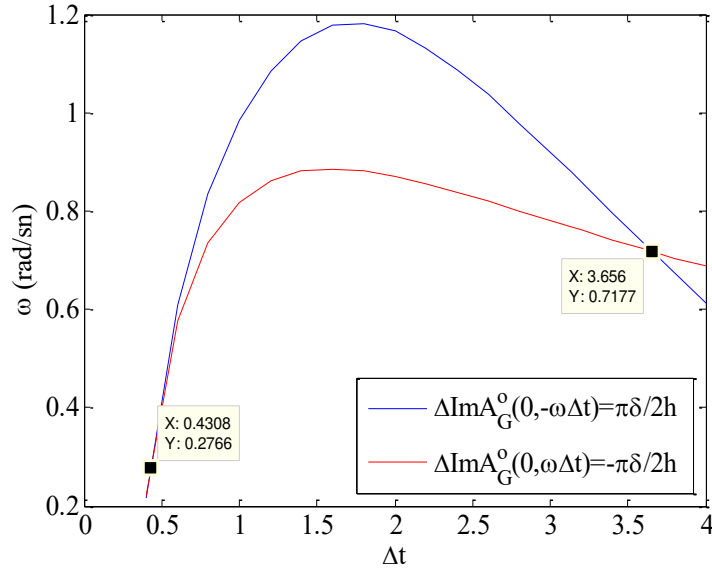
kesiştiği noktalardeki frekans  $\omega$  değerleri not edilmelidir. Çizelge 4.14'te,  $K=1$  için elde edilen  $\omega$  ve karşılık gelen  $\Delta t$  değerleri gösterilmiştir.

Çizelge 4.14.  $K=1$  için elde edilen  $\omega$  ve  $\Delta t$  değerleri

| $\Delta t$ | $A_G^o(0, \omega) - A_G^o(\omega \Delta t, \omega)$<br>$\omega$ rad/sn | $A_G^o(0, \omega) - A_G^o(-\omega \Delta t, \omega)$<br>$\omega$ rad/sn |
|------------|------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| 0,4        | 0,222                                                                  | 0,216                                                                   |
| 0,6        | 0,577                                                                  | 0,61                                                                    |
| 0,8        | 0,736                                                                  | 0,835                                                                   |
| 1          | 0,818                                                                  | 0,983                                                                   |
| 1,2        | 0,861                                                                  | 1,083                                                                   |
| 1,4        | 0,881                                                                  | 1,146                                                                   |
| 1,6        | 0,886                                                                  | 1,177                                                                   |
| 1,8        | 0,881                                                                  | 1,181                                                                   |
| 2          | 0,871                                                                  | 1,165                                                                   |
| 2,2        | 0,856                                                                  | 1,132                                                                   |
| 2,4        | 0,838                                                                  | 1,088                                                                   |
| 2,6        | 0,82                                                                   | 1,037                                                                   |
| 2,8        | 0,8                                                                    | 0,98                                                                    |
| 3,14       | 0,767                                                                  | 0,878                                                                   |
| 3,2        | 0,761                                                                  | 0,859                                                                   |
| 3,4        | 0,741                                                                  | 0,797                                                                   |
| 3,6        | 0,723                                                                  | 0,735                                                                   |
| 3,8        | 0,704                                                                  | 0,673                                                                   |
| 4          | 0,687                                                                  | 0,612                                                                   |

$A_G^o(0, \omega) - A_G^o(\omega \Delta t, \omega) = -\pi \delta / 2h$  ile  $A_G^o(0, \omega) - A_G^o(-\omega \Delta t, \omega) = \pi \delta / 2h$  arasındaki ilişkiyi veren  $(\Delta t, \omega)$  eğrisi, izelge 4.14'e göre oluşturulan şekil 4.112'de gösterilmiştir. şekilden anlaşılacağı üzere, birinin  $(\Delta t, \omega) = (3.656 \text{ sn}, 0.7177 \text{ rad/sn})$ , diğerinin ise  $(\Delta t, \omega) = (0.4308 \text{ sn}, 0.2766 \text{ rad/sn})$  olduğu iki farklı çözüm söz konusudur.

Aynı işlem  $K$  değerini azaltarak, çözümün olmadığı kararlı Limit evrimin meydana geldiği noktayı bulana kadar devam ettirilir. Çizelge 4.15'te ise kararlılığı sağlayan  $K$  değerleri, darbe genişlikleri ve kararsız Limit evrimler verilmiştir.



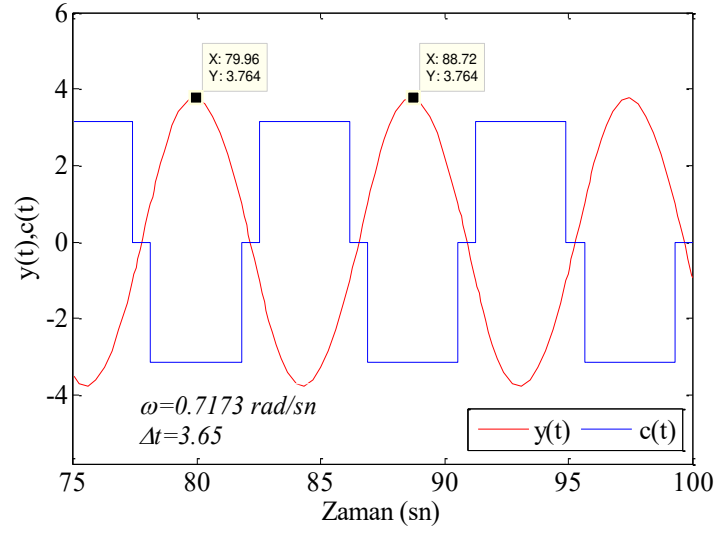
Şekil 4.112. Çizelge 4.14'e göre elde edilen  $(\Delta t, \omega)$  eğrileri

Çizelge 4.15. Farklı  $K$  değerleri için  $\omega$ ,  $\Delta t$  ve  $\theta = \omega\Delta t$  değerleri

| $K$  | $\omega$                   | $\Delta t$ | $\theta = \omega\Delta t$ |
|------|----------------------------|------------|---------------------------|
| 1    | 0,7177                     | 3.656      | 2.623                     |
|      | 0,2766                     | 0.4308     | 0.119                     |
| 0,6  | 0,7142                     | 3.055      | 2.181                     |
|      | 0,5712                     | 1.044      | 0.596                     |
| 0,55 | 0,7204                     | 2.664      | 1.919                     |
|      | 0,6103                     | 1.246      | 0.760                     |
| 0,52 | 0,7152                     | 2.438      | 17.437                    |
|      | 0,6411                     | 1.444      | 0.9257                    |
| 0,49 | Çözüm yok, Sistem kararlı. |            |                           |

$K=1$  için zaman tabanındaki benzetim sonuçları Şekil 4.113'te görülmektedir. Limit Çevrim frekansı ve darebe genişliği sırasıyla  $\omega = 0.7173$  rad/sn ve  $\Delta t = 3.65$  olarak belirlenmiştir. Çözümün olmadığı  $K=0.49$  değerinde, sistemin kararlı olduğu söylenebilir.

Benzetim çalışması, Tanım Fonksiyonu ve A-Fonksiyon yöntemine göre elde edilen değerleri kıyaslamak amacıyla, Çizelge 4.16'da tüm sonuçlar verilmiştir. Kararlılık, Tanım Fonksiyonu yöntemine göre  $K \leq 0.52$  durumunda, A-fonksiyon yöntemine göre ise  $K \leq 0.49$  durumunda sağlanmıştır.



Şekil 4.113.  $K=1$  için  $G_5(j\omega)$  ve Ölü bölgeli röle çıkışları

Çizelge 4.16.  $G_5(j\omega)$  için farklı yöntemlerle elde edilen  $\omega$  ve  $\theta$  değerleri

| $K$  | Metot       | $\omega$                                  | $\Delta t$ | $\theta = \omega \Delta t$ |
|------|-------------|-------------------------------------------|------------|----------------------------|
| 1    | Benzetim    | 0,7173                                    | 3,65       | 2,618                      |
|      |             | -                                         | -          | -                          |
|      | TF          | 0,7265                                    | 3,57       | 2,59                       |
|      |             | -                                         | -          | -                          |
|      | A Fonksiyon | 0,7177                                    | 3,656      | 2,623                      |
|      |             | 0,2766                                    | 0,4308     | 0,119                      |
| 0.6  | Benzetim    | 0,7306                                    | 2,9        | 2,118                      |
|      |             | -                                         | -          | -                          |
|      | TF          | 0,7265                                    | 2,88       | 2,09                       |
|      |             | -                                         | -          | -                          |
|      | A Fonksiyon | 0,7142                                    | 3,055      | 2,181                      |
|      |             | 0,5712                                    | 1,044      | 0,596                      |
| 0.55 | Benzetim    | 0,7222                                    | 2,7        | 1,949                      |
|      |             | -                                         | -          | -                          |
|      | TF          | 0,7265                                    | 2,61       | 1,896                      |
|      |             | -                                         | -          | -                          |
|      | A Fonksiyon | 0,7204                                    | 2,664      | 1,919                      |
|      |             | 0,6103                                    | 1,246      | 0,76                       |
| 0.52 | Benzetim    | 0,714                                     | 2,4        | 1,713                      |
|      |             | -                                         | -          | -                          |
|      | TF          | Geçerli bir çözüm yok,<br>Sistem kararlı. |            |                            |
|      | A Fonksiyon | 0,7152                                    | 2,438      | 1,743                      |
|      |             | 0,6411                                    | 1,444      | 0,9257                     |

Çizelge 4.16. (devam)

|      |             |                                           |
|------|-------------|-------------------------------------------|
| 0.49 | Benzetim    | Geçerli bir çözüm yok.<br>Sistem kararlı. |
|      | TF          | Geçerli bir çözüm yok.<br>Sistem kararlı. |
|      | A Fonksiyon | Geçerli bir çözüm yok.<br>Sistem kararlı. |

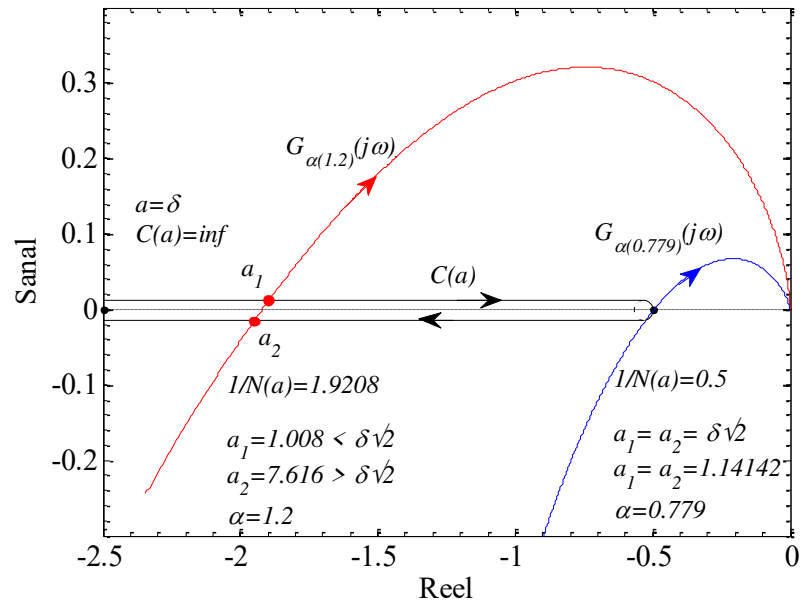
*Kesir dereceli dinamiklere göre Limit Çevrim oluşumunun analizi*

Bu örnekte kesir dereceli integratörün derecesinin değişimine bağlı olarak, geri besleme kapalı çevrim sistemin denge noktası incelenmiştir.

**Örnek 4.14:** Şekil 4.99'daki geribeslemeli sistemde transfer fonksiyonu olarak aşağıdaki eşitliği alalım.

$$G_{\alpha}(s) = \frac{2}{s^{\alpha}(s+1)^2} \quad (4.200)$$

Röleye ait parametreler  $\delta = 1$ ,  $h = \pi$  olarak alınmıştır. Sistemdeki kesir dereceli integratörün derecesi değiştirilerek, elde edilecek kesişim noktalarının durumu incelenmiştir. Kesirli derece  $\alpha > 0.779$  için  $G(j\omega)$  eğrisi -0.5 noktasından farklı iki genliğin olduğu farklı bir noktaya kaymıştır. Şekil 4.114'te kesişim noktaları verilmiştir.

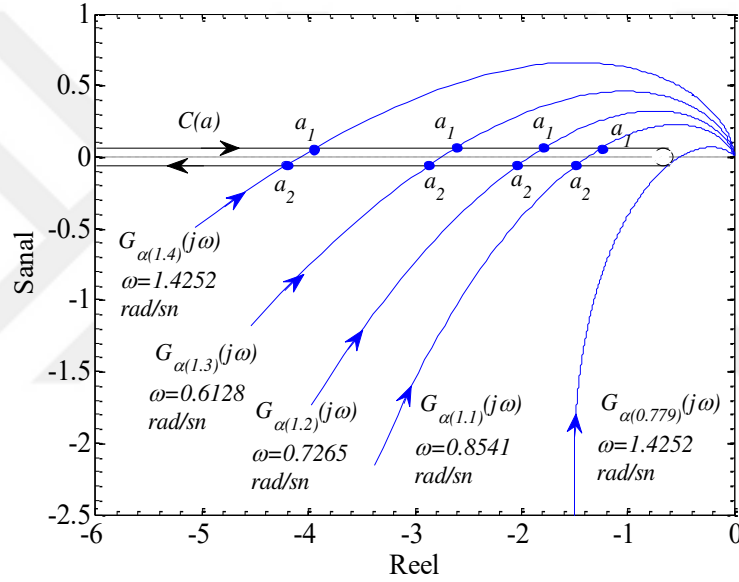


Şekil 4.114.  $\alpha = 1.2$  ve  $\alpha = 0.779$  için  $G_{\alpha}(j\omega)$  eğrileri

Limit Çevrim frekansına ve kesirli dereceye bağlı olarak, farklı iki genlik şu şekilde elde edilir.

$$\frac{2}{\omega^\alpha (1 + \omega^2)} = \frac{-a^2}{4(a^2 - 1)^{1/2}} \quad (4.201)$$

Örneğin genlik değerlerini veren ifade,  $\alpha = 1.2$  ve  $\omega = 0.7265$  için  $\arg[G(j\omega)] = -\pi$  'den  $a^4 - 58.878a^2 + 58.878 = 0$  olarak bulunur. Buna göre  $a_1 = 1.008$ ,  $a_2 = 7.616$  olarak elde edilir. Şekil 4.115 ve Çizelge 4.17'de  $\arg[G(j\omega)] = -\pi$  'deki ilgili genlik ve frekans değerleri, kesirli derece  $\alpha$  'nın fonksiyonu olarak verilmiştir.



Şekil 4.115.  $G_\alpha(j\omega)$  'nın farklı  $\alpha$  değerleri için elde edilen Nyquist çizimleri

Çizelge 4.17. Kesir derecesine bağlı olarak elde edilen  $\arg G(j\omega) = -180^\circ$  'deki frekans ve genlik değerleri

| Kesir derecesi<br>$\alpha$ | $\arg[G(j\omega)] = -\pi$ 'deki<br>frekans değeri<br>$\omega$ rad/sn | $\arg[G(j\omega)] = -\pi$ 'deki<br>genlik değeri<br>$a$ |
|----------------------------|----------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| 0.779                      | 1.4252                                                               | $a_1 = 1.141, a_2 = 1.141$                              |
| 1.1                        | 0.8541                                                               | $a_1 = 1.017, a_2 = 5.407$                              |
| 1.2                        | 0.7265                                                               | $a_1 = 1.008, a_2 = 7.616$                              |
| 1.3                        | 0.6128                                                               | $a_1 = 1.004, a_2 = 10.94$                              |
| 1.4                        | 0.5095                                                               | $a_1 = 1.001, a_2 = 16.29$                              |

Sonuç olarak bu bölümde, röle geri beslemeli doğrusal olmayan tam ve kesir dereceli sistemlerin Limit Çevrim analizi, Tanım Fonksiyonu, A-fonksiyon ve benzetim teknikleri kullanılarak incelenmiştir. Tam sayı dereceli sistemlerin kararlılık analizi için kullanılan frekans cevabı yöntemlerinin, kesir dereceli sistemler için de uygulanabilirliği gösterilmiştir. Elde edilen değerler incelendiğinde, yüksek doğruluktaki Limit Çevrim frekansının hesaplanmasına imkân verdiği için A-fonksiyon yönteminin, röle denetim sistemlerinde önemli bir yeri olduğu ortaya konulmuştur. A-fonksiyon yöntemine göre çok terimli serinin toplamıyla bulunan Limit Çevrim frekansı, hassas denetim uygulamalarında sistemleri kararlı kılacak katsayıları belirlemede yardımcı olmuştur.



## 5. KESİR DERECELİ DİFERANSİYELİN SİNYAL İŞLEME TEKNİKLERİNDEKİ UYGULAMALARI

### 5.1. Genel Bakış

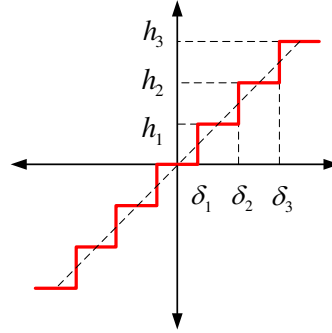
Kontrol sistemleriyle birlikte sinyal işleme tekniklerinin kullanımı kaçınılmaz bir gerçektir. Birçok fiziksel sinyal, yapısı gereği kesirli dereceli dinamikler içermektedir. Bu nedenle kesir dereceli matematiğin sinyal işleme uygulamalarına uyarlanmasıyla, daha kesin ve doğru sonuçlar elde edileceği aşikârdır. Dijital sinyal işleme yöntemlerinde, Fourier dönüşümü ile  $s$  veya  $z$  tabanında filtreleme işlemleri yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Ancak kesir dereceli Fourier dönüşümü, sinyallerin zaman-frekans tabanlı gösterimlerini daha geniş bir alanda genellemektedir. Ayrıca istenmeyen bileşenler, arzu edilen sinyalden ayrılarak daha doğru sonuçlar elde edilir. Kesir dereceli Fourier dönüşümünün esnekliği sayesinde, kesirli kutup ve sıfırlara sahip filtre tasarımı yapılabilmektedir. Bu nedenle kesir dereceli sinyal uygulamalarıyla ilgili çalışmaların sayısı gün geçtikçe artmaktadır. Gerek filtre tasarımı gerekse sinyal dönüştürme ve işlemeyle ilgili literatür çalışmalarına rastlanmaktadır. Örneğin, Ortigueira ve Machado yaptıkları yayınlarda kesir dereceli sinyal işleme uygulamalarına geniş yer vermişlerdir [108-110]. Kesir dereceli filtre yapılarının dijital gerçeklemeleriyle ilgili çalışmalar da mevcuttur [23, 111-114].

### 5.2. Kesir Dereceli Sistemlerde Periyodik Kiplerin İncelenmesi

Bu bölümde doğrusal olmayan geri beslemeli sistemlerde kesir dereceli integratörün etkisi incelenmiştir. İkinci dereceden bir sistemde ölü bölgesi röle önüne kesir dereceli integratör konulması önerilmiş ve bu integratörün etkisi, Tanım Fonksiyonu yöntemi ve benzetim sonuçları ile karşılaştırmalı olarak kıyaslanmıştır. Önerilen yaklaşım, seçilebilir geniş faz aralığına imkân sağladığından, sinyal dönüştürme uygulamalarında kullanılan modülatör ve demodülatörlerde meydana gelen Limit Çevrimlerin incelenmesinde ve uygun örnekleme frekansının seçiminde kullanılabilir.

Sinyal işleme uygulamalarında kullanılan kuantalama yapısını içeren sistemlerde, tanım fonksiyonu yönteminin incelenmesi önemlidir. Üç seviyeli

doğrusal kuantalama karakteristiği Şekil 5.1’de verilmiştir. Bu yapı için tanım fonksiyonu Eşitlik 5.1’deki gibi elde edilir.



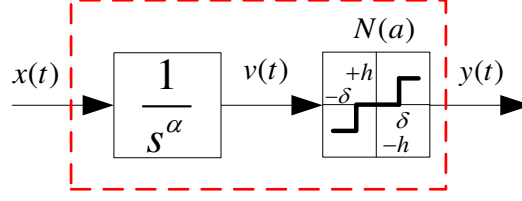
Şekil 5.1. Doğrusal kuantalama

$$\begin{aligned}
 N(a) &= \frac{4}{\pi a} \int_0^{\pi/2} y(a \sin \theta) \sin \theta d\theta \\
 &= \frac{4}{\pi a} \left( \int_0^{\theta_1} 0 \sin \theta d\theta + \dots + \int_{\theta_n}^{\pi/2} nh \sin \theta d\theta \right) \\
 &= \frac{4h}{\pi a} (\cos \theta_1 + \cos \theta_2 + \dots + \cos \theta_n)
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

Bu ifade  $\delta_1 < a < \delta_2$  şartı için ölü bölgesi röle karakteristiğini vermektedir.

Röle geri beslemeli sistemlerde, doğrusal olmayan elemanla birlikte bir integratörün kullanılması fikri daha önce yapılan literatür çalışmalarında da ele alınmıştır [103]. Dijital-analog (D/A) ve analog-dijital (A/D) çeviriciler bu yapının kullanıldığı spesifik örneklerdendir. Yapısında histerisiz veya ideal röle doğrusalsızlıklarını barındıran sigma-delta modülatörlerde (SDM) alçak geçiren filtre olarak integratörler kullanılmaktadır.

Bu çalışmada ise, kesir dereceli integratör (KDİ) bloğu ölü bölgesi röle önüne bağlanarak, daha ayarlanabilir bir filtre yapısı önerilmiştir. SDM’de filtrenin derecesi arttıkça, modülatörün kararlılığı azalırken performansı artar. Dolayısıyla kesir dereceli filtreler sayesinde daha hassas ve yüksek doğrulukta tasarımlar yapılabilir. Şekil 5.2’de, önerilen kesir dereceli integratör yapısını içeren ölü bölgesi röle doğrusalsızlığı gösterilmiştir.



Şekil 5.2. Kesir dereceli integratör ve ölü bölgesi röle

Burada kesir dereceli integratörün frekans yanıtı  $s = j\omega$  için,

$$\frac{1}{(j\omega)^\alpha} = \frac{1}{(\omega)^\alpha} e^{-\frac{\pi}{2}\alpha j} \quad (5.2)$$

olarak elde edilir. Bu durumda  $x(t) = a \sin \theta$  girişi için,

$$v(t) = \frac{a}{(\omega)^\alpha} \sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\alpha\right) \quad (5.3)$$

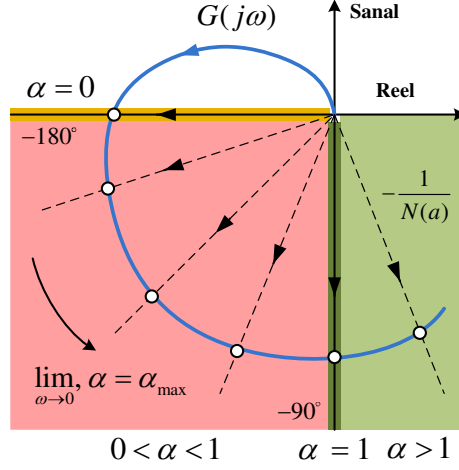
olarak bulunur [115]. Bu eşitlik incelendiğinde, integratörün kesirli derecesine bağlı olarak, röle giriş işaretinin fazında kayma meydana geldiği açıkça görülmektedir. Eşitlik 5.1 ile verilen ölü bölgesi rölenin tanım fonksiyonu ve Eşitlik 5.2'deki kesir dereceli integratörün frekans yanıtı seri yol boyunca çarpılırsa toplam ifade Eşitlik 5.4'teki gibi bulunur.

$$\overline{N}(a) = -\frac{4h(a^2 - \delta^2)^{1/2}}{a^2\pi} j^\alpha \quad (5.4)$$

Dolayısıyla kesir dereceli integratör ve ölü bölgesi röle ile birlikte kullanılan sistemin faz açısı,

$$\varphi = -\pi + \frac{\pi}{2}\alpha \quad (5.5)$$

gibi elde edilir. Önerilen yapının şematik gösterimi Şekil 5.3'te verilmiştir.

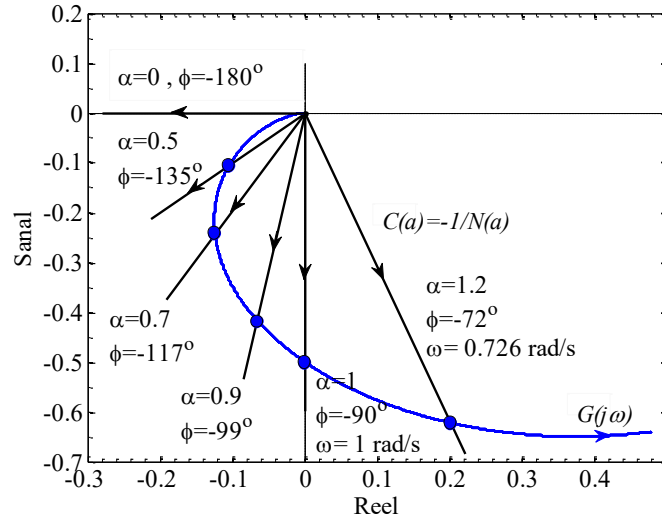


Şekil 5.3.  $\alpha$  'ya göre değişen tanım fonksiyonu ve Limit Çevrim frekansı

Bu bölümde tam sayı dereceli bir sistem ele alınıp, KDİ yapısına bağlı olarak Limit Çevrim parametrelerinin değişimi incelenmiştir. Eşitlik 5.6'daki ikinci dereceden bir sistemi ele alalım.

$$G(s) = \frac{K}{(s+1)^2} \quad (5.6)$$

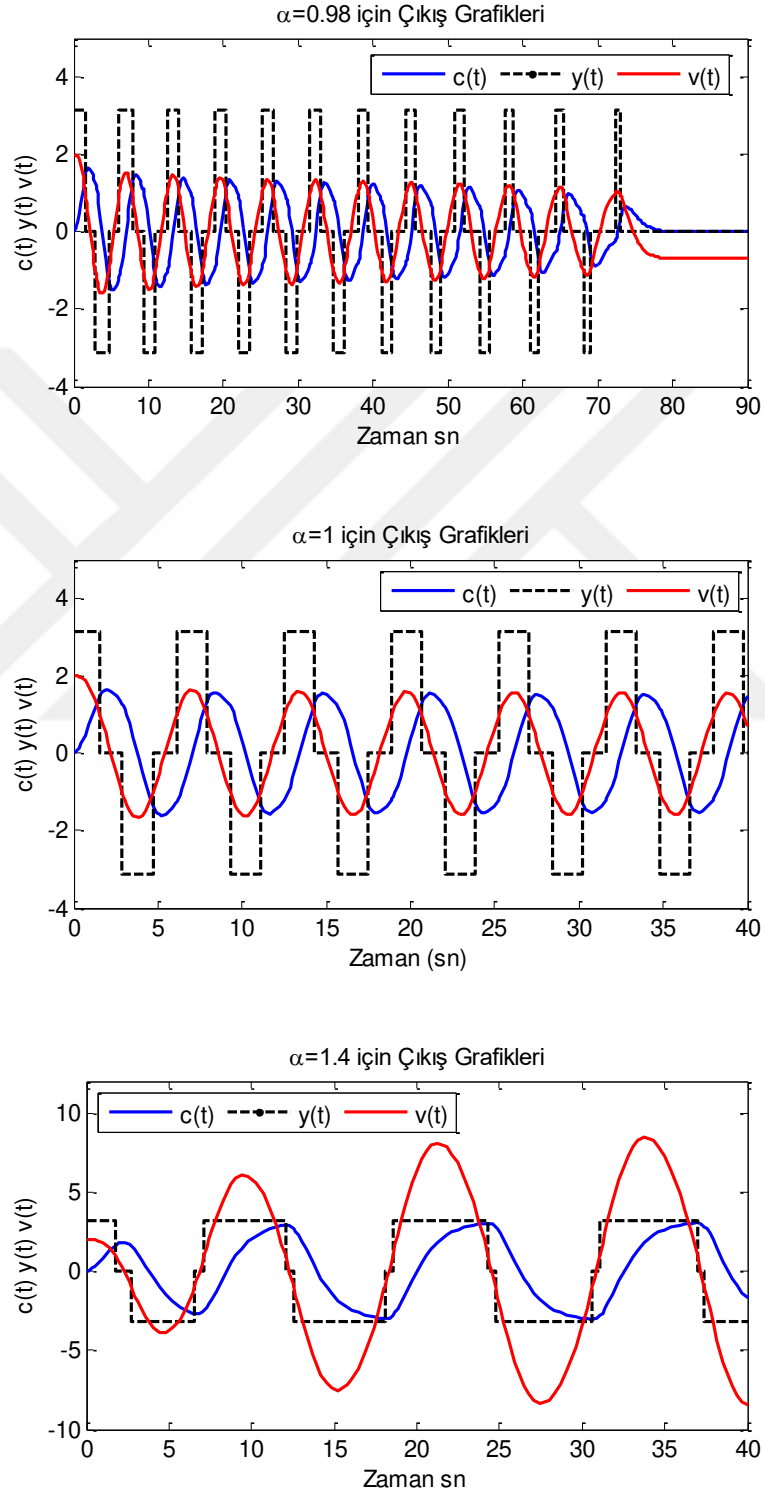
Bu örnekte kazanç katsayısı  $K=1$  olarak alınmıştır. İntegratör derecesinin değişimi tanım fonksiyonu yöntemi ve benzetim değerleri kıyaslanarak incelenmiştir. Farklı  $\alpha$  değerleri için verilen sisteme ait Nyquist eğrisi Şekil 5.4'te gösterilmiştir.



Şekil 5.4. Farklı  $\alpha$  değerleri için  $G(j\omega)$  'ya ait Nyquist Eğrisi

Burada  $h=\pi$ ,  $\delta=1$  olarak seçilmiştir. Sisteme ait faz açısı,  $\alpha$  'ya bağlı olarak üç veya dördüncü çeyrek üzerinde kaymaktadır. Bu nedenle, Limit Çevrim

frekansı da değişkenlik göstermektedir. Bu yöntemle elde edilen Limit Çevrim frekansları, sistemin zaman cevabı sonuçlarıyla kıyaslanmıştır. Bazı  $\alpha$  değerlerindeki sistem  $c(t)$ , integratör  $v(t)$  ve röle  $y(t)$  çıkış grafikleri Şekil 5.5'te verilmiştir.



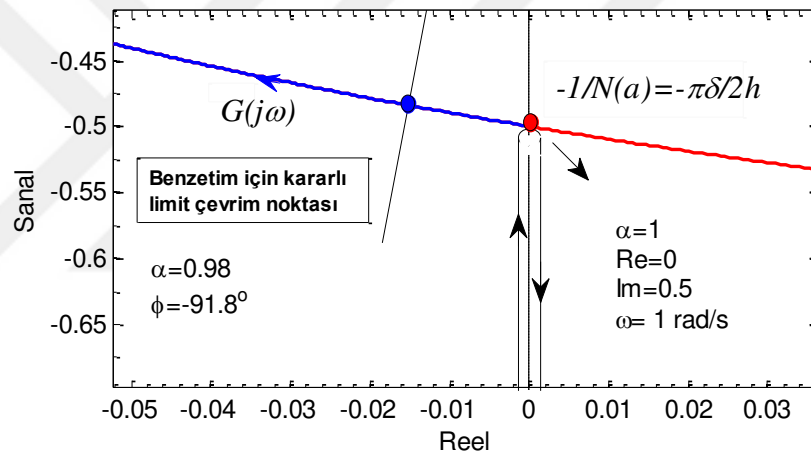
Şekil 5.5. Farklı  $\alpha$  değerleri için çıkış şekilleri

Sistem ve integratör çıkışı incelendiğinde, verilen sistemin kazanç katsayısı değiştirilmeden  $\alpha$  'ya bağlı olarak belirli bir süre sonra kararlı hal sergilediği görülmektedir. Kararlı Limit Çevrim için gerek şart Eşitlik 5.7-5.8'de verilmiştir.

$$\frac{1}{(j\omega+1)^2} = \frac{1}{(1+\omega^2)} \bigg|_{\substack{\angle G(j\omega)=-\pi+\frac{\pi}{2}\alpha \\ \omega=\omega_\alpha}} = K_\alpha \quad (5.7)$$

$$K_\alpha N(a)_{\max} > 1, \quad N(a)_{\max} = \frac{2h}{\pi\delta} j^\alpha \quad (5.8)$$

Burada  $h = \pi, \delta = 1$  için,  $K_\alpha |j^\alpha| < 0.5$  olmalıdır. Buna göre elde edilen kararlı Limit Çevrim noktası Şekil 5.6'da gösterilmiştir.



Şekil 5.6. Kararlı Limit Çevrim noktası

Çizelge 5.1. Tanım Fonksiyonu ve benzetim sonuçları

| $\alpha$ | $\varphi$ | Nyquist              | Benzetim             | Hata (%) |
|----------|-----------|----------------------|----------------------|----------|
|          |           | $\omega$ rad/s       | $\omega$ rad/s       |          |
| 1.4      | -54       | 0.51                 | 0.494                | 3.13     |
| 1.2      | -72       | 0.726                | 0.714                | 1.65     |
| 1.1      | -81       | 0.854                | 0.849                | 0.58     |
| 1        | -90       | Kararlı Limit Çevrim | 0.981                | -        |
| 0.98     | -91.8     | Kararlı Limit Çevrim | Kararlı Limit Çevrim | -        |

Tanım fonksiyonu ve benzetim sonuçlarına göre elde edilen, farklı integratör derecelerindeki faz açısı ve frekans değerleri Çizelge 5.1’de verilmiştir. Buna göre, karşılaştırılan yöntemlere ait frekans değerleri arasındaki hata oranı  $\alpha = 1.1$ ’de en aza indirgenmiştir.  $\alpha \leq 1$  değerinde ise sisteme ait kazanç genliği değiştirilmeden kararlı Limit Çevrim oluşumu gözlemlenmiştir.

Düşük frekanslı sinyallerin yüksek doğrulukla işlenmesine imkân sağlayan Sigma-Delta modülatörlerdeki (SDM) genlik-zaman dönüşümü, modülatörün doğası gereği var olan Limit Çevrim parametreleri kullanılarak elde edilir [116]. Limit Çevrim frekansı, çıkış sinyaline ait spektral özelliklerin belirlenmesinde ve genlik-zaman dönüşümünün kalitesinde etkili olan önemli bir tasarım parametresidir. Önerilen yapının denetim sistemleri açısından kazanımı, seçilebilir geniş faz aralığına imkân sağlamasıdır. Tanım fonksiyonu yöntemi, doğrusal olmayan kuantalayıcı elemanının modellenmesinde ve modülatör-demodülatörlerde meydana gelen Limit Çevrimlerin incelenmesinde kullanıldığından, önerilen yöntem sinyal dönüştürme işlemlerinde de uygulanabilir.

### **5.3. Sigma-Delta Modülatörlerde Kesir Kereceli İntegratörün Etkisi**

Günümüz teknolojisinin getirisi olan dijital sistemler, sinyallerin sürekli formdan süreksiz forma dönüşmesi gerekliliğini doğurmuştur. Bilgisayarların sıkça kullanıldığı otomotiv sanayi, haberleşme, biyomedikal sistemler, güç ve kontrol sistemleri gibi alanlarda analog ve sayısal sinyaller bir arada kullanılmaktadır. Her iki sinyal türünün bir arada bulunduğu kompleks sistemlerde, analog-sayısal sinyal dönüştürücülerle A/D dönüşümün yapılması gerekmektedir. Bir önceki bölümde değinildiği gibi, fazla örnekleme çeviricileri olarak da bilinen SDM, yüksek çözünürlükte ve doğrulukta dönüşüm gerektiren düşük bant sinyallerin işlenmesinde yaygın olarak kullanılmaktadır. SDM’ler yapısında doğrusal olmayan anahtarlama elemanları barındırdıklarından, analitik olarak analizi zordur. SDM’lerde kullanılan integratör yapısı filtre özelliği gösterirken, kuantalama elemanı ise anahtarlama işlemi görmektedir. İntegratör derecesi arttıkça kararlılığı azalan SDM’lerde, tersi olarak performans yükselmektedir. Kesirli matematik, türev ve integral operatörlerinde ara değer

kullanabilme şansı verdiği için dolayı, SDM’lerde bu durum avantaja dönüştürülebilir.

Bu bölümde, birinci dereceden SDM’de kullanılan tam sayı dereceli integratörün kesir derereceli versiyonu oluşturularak, modülatör çıkışında elde edilen sinyalin performansı incelenmiştir. Histerisizli röle tipinin kullanıldığı sistemde, asenkron darbe katarları olduğu için bu yapıya Asenkron Sigma-Delta Modülatör (ASDM) de denilmektedir. Darbe yoğunluk modülasyonu (DYM) özelliği sergileyen bu sistem, bipolar dijital sinyal iletimi sağlamaktadır. Teorik analizler kesir dereceli integral (KDİ)’in ayarlanabilir darbe katarları ürettiğini göstermiştir. Bu durum sistem çıkışında elde edilen dijital sinyalin, gerçek sinyale daha yakın olduğunu göstermektedir. Benzetim çalışmalarında, gürültünün hataya oranı (Signal to Noise Ratio-SNR) ve gürültünün hata ve bozulmaya oranı (Signal to Noise and Distortion ratio-SINAD) gibi performans kriterleri ölçülmüş, KDİ’in ASDM performansını arttırdığı gözlenmiştir.

DYM, analog sinyallerin sayısal formda darbe katarları halinde kodlanmasını sağlayan modülasyon yöntemlerinden biridir. Darbe yoğunluğu, analog sinyalin genliğine bağlı olarak değişmektedir. DYM sinyalleri düşürücü alçak geçiren filtre kullanımıyla tekrar demodüle edilebilmektedir. DYM sinyallerin sayısal kanal üzerinde bit akışı olarak iletimini sağladığı için, pratik birçok uygulamada yer bulmuştur. Güç sistemleri [117], indüksiyonlu ısıtma [118] ve haberleşme uygulamaları [119, 120] bunlara örnek gösterilebilir.

Günümüzde DYM genellikle dijital ses işleme uygulamalarında kullanılmaktadır. Örneğin cep telefonlarındaki dijital mikrofon uygulamalarında sıklıkla karşılaşılmaktadır. Bu alanda tercih edilmesinin sebebi, düşük gürültü ile tek bitlik iletim ve düşük maliyetle sinyallere özgürce müdahale edilmesidir. Güç elektroniği uygulamalarında, yarıiletken elemanın anahtarlanmasında kullanılan bipolar sinyallerin üretiminde de karşımıza çıkmaktadır.

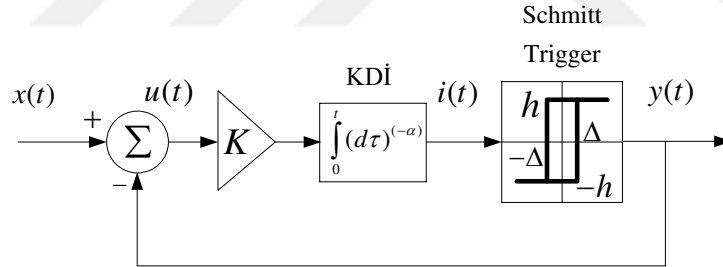
SDM, DYM sinyallerindeki zaman dizilerine bağlı olarak değişen bipolar darbe katarlarının üretilmesinde kullanılmaktadır. Özellikle ASDM’ler, analog sinyallerin sayısallaştırılmasında ve ayrık zamanda kodlanmasında yaygın şekilde kullanılmaktadır [121-123]. Doğrusal olmayan geribeslemeli sistem olan ASDM, analog sinyalin genlik bilgisini zaman bilgisine dönüştürerek, ikili formda temsil etmektedir. Basit bir devre yapısına sahip olan ASDM, düşük güç seviyelerinde çalıştırılmaktadır. Teorik olarak görev periyodu modülasyonu ile ilişkili olan bu

yöntemde, darbe katarlarının oluşumu, histerisizli röle yapısının kullanımıyla sağlanmaktadır. Bu uygulamalarda dikkat edilmesi gereken en önemli husus, kuantalama hatasını minimize etmektir. Harmonik bozulmalara yol açan bu gürültü, modülatörün performansını da etkilemektedir.

SNR ve SINAD seviyelerinin iyileştirilmesi için, bu yapılarla birlikte KDİ'nin kullanılması fikri elde edilen benzetim sonuçlarıyla desteklenmiştir. Düşük kesir dereceli integratörün, SNR ve SINAD değerlerinde de düşüşe neden olduğu görülmüştür.

#### Kesir Dereceli ASDM

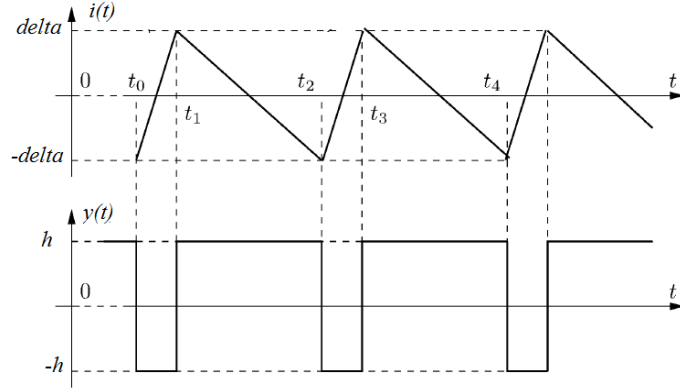
Şekil 5.7'de ASDM sinyallerinin üretilmesi için kullanılan yapının blok diyagramı görülmektedir. Tek bitlik kuantalama işlemini gerçekleştirmek için, doğrusal olmayan eleman olarak histerisizli röle tipi olan Schmitt trigger kullanılmıştır [121]. Sistemdeki doğrusal kısmı ise alçak geçiren filtre özelliği gösteren integratör oluşturmaktadır. Geleneksel yapıda tamsayı dereceli olan integratör elemanı, bu çalışmada kesir dereceli olarak alınmıştır.



Şekil 5.7. Kesir dereceli ASDM'nin blok diyagramı

Burada  $K$ , KDİ kazancı,  $(h, -h)$  değişim aralığı,  $(\Delta, -\Delta)$  ise değişim noktalarını temsil etmektedir. Sınırlı giriş  $x(t)$ 'nin çıkışta dijital formda elde edilmesi için, ASDM,  $(t_k)$  örnekleme zamanına sahip sıfır geçişli darbe katarlarını üretmektedir. Bu nedenle  $c$  ve  $h$  pozitif reel sayılar olmak üzere,  $|x(t)| \leq c < h$  kabulü yapılabilir. Şekil 5.8 göz önünde bulundurulursa, negatif geri besleme hattından gelen  $y(t)$  sinyali Schmitt Triggere maruz kaldığı için genliği  $\pm h$  bandında değişen darbe katarı formundadır. Gerçek sinyal  $x(t)$  ile olan farkı

integratör girişini oluşturduğundan, integratör çıkışı  $i(t)$ , zamana bağlı olarak pozitif artan ve negatif azalan şeklinde değişecektir [122].



Şekil 5.8. ASDM’ye ait sinyallerin zaman tabanı değişimleri

Referans [121], [122]’de verilen zamansal kodlama modülasyonu, kesir dereceli integratör göz önünde bulundurularak, ASDM yapısı yeniden şekillendirilmiştir. Geribeslemeli sistemin çıkışı,  $y(t) = h(-1)^{k+1}$  olarak yazılabilir. KDİ çıkışı  $i(t)$ ,  $|i(t)| < \Delta$  durumuna bağlı olarak sınırlı bir aralıkta değişmektedir. Şekil 5.7’deki sisteme göre KDİ girişindeki sinyal şu şekilde olur.

$$u(t) = x(t) - y(t) \quad (5.9)$$

ASDM çıkışı  $Ku(t)$  sinyalinin kesir dereceli integrasyonuna bağlı olarak değişir. KDİ çıkış işaretleri arasındaki fark  $i(t_{k+1}) - i(t_k)$ ,  $t_{k+1} > t_k$  durumu için aşağıdaki gibi olur.

$$i(t_{k+1}) - i(t_k) = \frac{K}{\Gamma(\alpha)} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \frac{x(\tau) - y(\tau)}{(t - \tau)^{1-\alpha}} d\tau. \quad (5.10)$$

Eşitlik 5.10  $x(t) = c$  için çözülürse,

$$i(t_{k+1}) - i(t_k) = \left( \begin{aligned} & -\frac{K}{\alpha\Gamma(\alpha)} c((t - t_{k+1})^\alpha - (t - t_k)^\alpha) \\ & -\frac{K}{\alpha\Gamma(\alpha)} h(-1)^k ((t - t_{k+1})^\alpha - (t - t_k)^\alpha) \end{aligned} \right) \quad (5.11)$$

elde edilir. Eşitlik 5.11  $i(t_{k+1}) - i(t_k) = \pm 2\Delta$  için yeniden düzenlenirse,

$$((t - t_k)^\alpha - (t - t_{k+1})^\alpha) = \frac{\pm 2\Delta}{\frac{K}{\alpha\Gamma(\alpha)}(h(-1)^k - c)} \quad (5.12)$$

olarak bulunur. Tam sayı dereceli integratör için tanımlanan sabit tetikleme zaman analizi  $W_p = t_{k+1} - t_k$ , asenkron darbe genişliğini verir [121, 122]. Geleneksel tamsayı dereceli integratörlerin aksine kesir dereceli versiyonları, kesirli derece ve zamana bağlı olarak değişen darbe genişliğini meydana getirmektedir. Kesir dereceli *ASDM* için zamana bağlı değişkenlik gösteren ifade aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$W_p(t, \alpha) = (t - t_k)^\alpha - (t - t_{k+1})^\alpha. \quad (5.13)$$

Burada zaman  $t_k < t < t_{k+1}$  aralığında sınırlıdır. Bu eşitlikten anlaşılacağı üzere, kesir dereceli integratörün *ASDM* üzerindeki etkisi, zamana bağlı olarak değişen darbe katarlarıdır. Zamanın artmasıyla birlikte  $\alpha < 1$  için darbe genişliği azalmakta ve daha doğru yaklaşıklık sağlanmaktadır. Bu ifadede  $\varepsilon$  yeterince küçük reel bir sayı olması şartıyla  $\alpha = 1 \pm \varepsilon$  alınırsa, sabit zamanlı darbe genişliği elde edilir,  $W_p(t, 1 \pm \varepsilon) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (t - t_k)^{1 \pm \varepsilon} - (t - t_{k+1})^{1 \pm \varepsilon} \cong t_{k+1} - t_k = W_p$ . Eşitlik 5.13 yeniden düzenlenirse,

$$W_p(t, \alpha) = \frac{\pm 2\Delta}{\frac{K}{\alpha\Gamma(\alpha)}(h(-1)^k - c)}. \quad (5.14)$$

elde edilir. Bu eşitlik göz önünde bulundurulsa  $0 < c < h$  için asenkron darbe genişliğinin minimum sınırı şu şekilde bulunur,

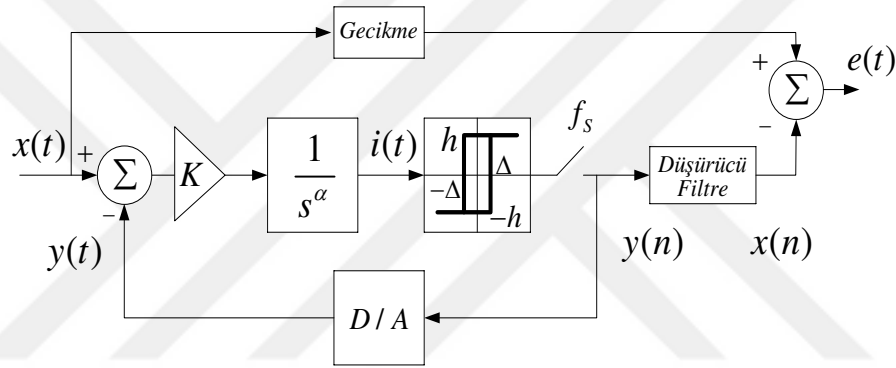
$$\frac{2\Delta\alpha\Gamma(\alpha)}{K(h+c)} < W_p(t, \alpha). \quad (5.15)$$

Kesirli derece  $\alpha$ 'daki artış,  $\alpha\Gamma(\alpha)$  terimine bağlı olarak  $W_p(t, \alpha)$ 'da da artışa neden olmaktadır. Buna bağlı olarak, düşük kesir dereceli integratör daha ince darbe katarlarının oluşumuna neden olmaktadır. İnce darbeler giriş sinyali  $x(t)$ 'nin çıkışta daha iyi elde edilmesini sağlamaktadır. Bu durum *DYM*'nin

performansını da arttırmaktadır. Ayrıca kesir dereceli *ASDM*, zamana bağımlı değişkenlik gösteren  $t_k < t < t_{k+1}$  görev peryoduna neden olmaktadır.

### Benzetim Çalışması

*DYM*'un benzetimi için gerekli olan kesir dereceli *ASDM* ve demodülasyonu sağlayan filtre yapısı Şekil 5.9'da verilmiştir. Benzetim çalışmaları MATLAB/Simulink ortamında yapılmıştır. Giriş işareti ile modülatör çıkışındaki işaretin daha sağlıklı yorumlanması için filtreden kaynaklı gecikmeyi modellemek amacıyla sisteme gecikme elemanı dahil edilmiştir. Sistemi temsil eden Simulink blok diyagramı EK 6'da verilmiştir.



Şekil 5.9. ASDM'ün blok diyagramı

Şekildeki integratör bloğu (FracInt), sinüsoidal giriş ile çıkış arasındaki farkın kesirli olarak integrasyonunun sağlamaktadır. Schmitt Trigger (histerisizli röle) integral çıkışındaki sinyalin bir bit bipolar olarak kuantalanması görevini üstlenmiştir. Bu blok 1,-1 aralığında değişen, asenkron bipolar darbe serilerini oluşturmaktadır. Benzetim çalışmasında Schmitt Trigger dönüştürme aralığı,  $(h, -h)$  ve dönüştürme noktaları,  $\{\Delta, -\Delta\}$  ile integrator kazancı  $K$  sırasıyla;  $h = 1, \Delta = 0.01$  ve  $K = 700$  olarak seçilmiştir.  $h = 0$  alınması integratörün *DYM* sinyali üzerindeki etkisini olumsuz etkilemektedir. Kesir dereceli integratörün etkisini incelemek amacıyla  $\alpha$ ,  $[0.5, 1.5]$  aralığında 0.1 adımıyla artırılarak benzetim çalışması yapılmıştır.

Modülatörün sonunda bulunan ve seyreltme işlemi yapan alçak geçiren filtre, gerçek örnekleme oranını düşürerek n-bitlik  $x(n)$  sinyalini oluşturmaktadır. Kaskat bağlı alçak geçiren FIR filtrenin derecesi 31, kesim frekansı  $0.15 \text{ Hz}$ 'dir.

Seri bağı 3 adet filtrenin her biri 16 örneklik gecikmeye sahiptir. Karşılatırmanın doğru yapılabilmesi için bu durumu kompanze edecek, gecikme bloğu kullanılmıştır. *ASDM*'ün girişi ile çıkışı arasındaki farkı gösteren hata sinyali  $e(t) = x(t) - x(n)$  olarak alınmıştır.

Kesir dereceli *ASDM*'ün performansını belirlemek amacıyla mutlak hata fonksiyonunun integrali alınarak hesaplamalar yapılmıştır.

$$IAE = \frac{1}{T} \int_0^T |e(t)| dt \quad (5.16)$$

Oluşan hata, harmonik bozulmalar, kuantalama hataları ve modülasyon-demodülasyon hatalarını barındırmaktadır. Sistemin performansını belirlemede gerekli olan diğer önemli bir parametre de SNR değeridir.

$$SNR = 10 \log_{10} \frac{X}{N}, \quad (5.17)$$

Burada  $X$  ve  $N$ ,  $x(t)$  ve demodüle edilen sinyaldeki rasgele gürültü  $n(t)$  'nin genliğidir. Genel olarak kuantalama hatası aşağıdaki gibi yazılabilir,

$$e_{rms} = \frac{\Delta^2}{12} \quad (5.18)$$

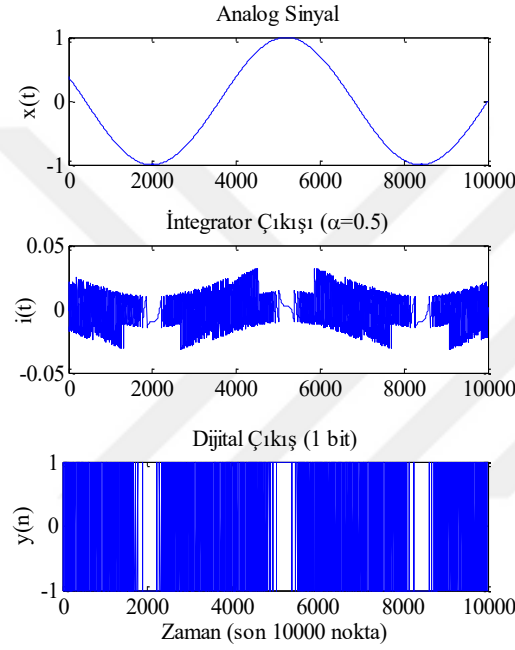
Burada  $\Delta$ , düzgün nicemlemede ardışıl seviyeler arasındaki adım büyüklüğünü göstermektedir. N-bitlik ideal nicemlenmiş sinüs sinyalinin,  $SNR$  değerini hesaplayabilmek için sinyalin efektif değeri de hesaba katılmalıdır. Benzetim çalışmasında bu ölçümün yapılması için MATLAB/Simulink Spectrum Analyzer bloğundan faydalanılmıştır. Bu blok aynı zamanda  $SINAD$  değerini de ölçmektedir.

$$SINAD = 10 \log_{10} \frac{X}{N + D} \quad (5.19)$$

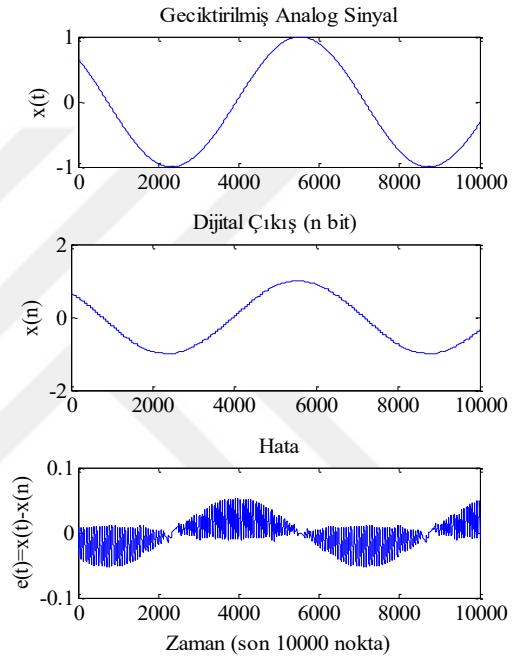
Burada  $D$ , harmonik bozulmaları temsil etmektedir. Yüksek frekanslı harmonik bozulmalar, *ASDM* çıkış dalga şeklinde keskin dalgalanmalara neden olmaktadır.

**Örnek 5.1:** Giriş test sinyali olarak frekansı 80 ve 100 Hz olan sinüsoidal işaretler seçilmiştir. Sistemin örnekleme frekansı 8 KHz ve her örnek 6-bitlik çözünürlükte kuantalanmıştır. Şekil 5.10, sinüsoidal giriş için *ASDM* ve integratör çıkış dalga şekillerini göstermektedir.

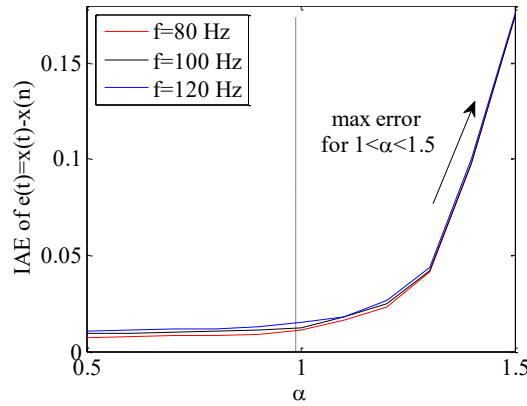
Şekil 5.11’de ise  $\alpha = 0.5$  için geciktirilmiş analog sinyal, *ASDM* çıkışı ve hata sinyali verilmiştir. Kuantalama hatası demodüle edilen sinyal üzerinde kendisini küçük dalglanamalar şeklinde göstermektedir. Çıkışta elde edilen sinyalin zarfı giriş sinyaliyle aynıdır.



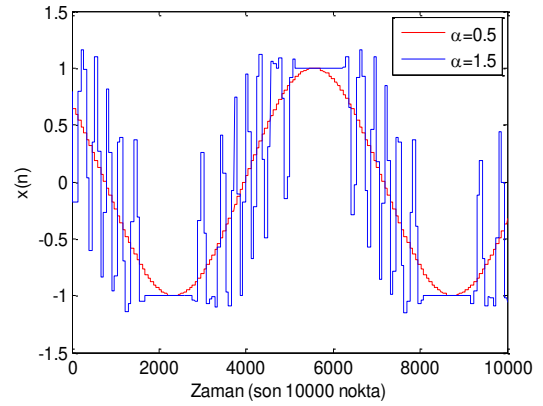
Şekil 5.10. Sinüsoidal giriş için *ASDM* ve integratör çıkış dalga şekilleri



Şekil 5.11.  $\alpha = 0.5$  için gerçek sinyal, *ASDM* çıkışı ve hata sinyali



Şekil 5.12. Farklı frekans ve  $\alpha$  değerleri için hesaplanan IAE

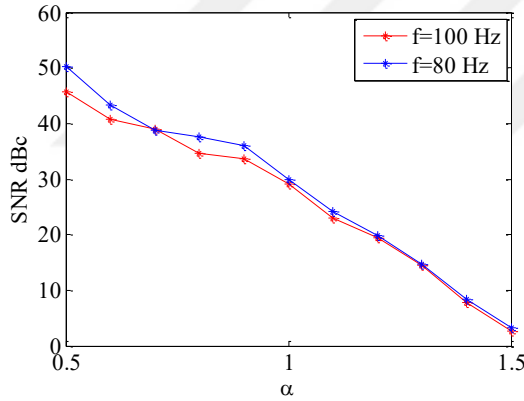


Şekil 5.13. Düşük ve yüksek  $\alpha$  değerlerinde *ASDM*’ün çıkış dalga şekilleri

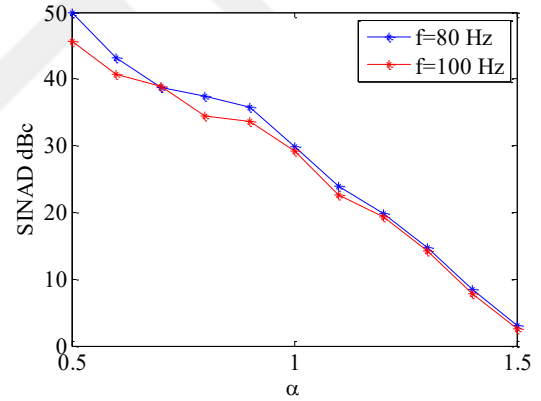
Şekil 5.12 farklı frekanslardaki sinüsoidal giriş ve  $[0.5, 1.5]$  aralığında değişen  $\alpha$  değerleri için hesaplanan  $IAE$  grafiklerini göstermektedir. Şekilden anlaşılacağı üzere, yüksek  $\alpha$  değerleri  $IAE$  hatasını arttırmaktadır.  $\alpha > 1.0$  noktasından itibaren hatadaki yükselme hızlı olmaktadır. Bu durumun sinyal üzerindeki etkisi Şekil 5.13'te açıkça görülmektedir.

Şekil 5.14 ve Şekil 5.15'te  $f = 80 \text{ Hz}$  ve  $f = 100 \text{ Hz}$ 'de farklı  $\alpha$  değerleri için  $SNR$  ve  $SINAD$  değişimleri verilmiştir. Kesirli derece, 0.1 adımlarla  $0.5 \leq \alpha \leq 1.5$  aralığında değiştirilmiştir. Düşük integrasyon derecesinin yüksek  $SNR$  ve  $SINAD$  performansına neden olduğu burada da görülmektedir. Bu sistem için geçerli  $SNR$  performansı  $\alpha = 0.5$ 'te yakalanmıştır. Bu durum  $\alpha < 1$  değerlerinde, asenkron darbe sürelerinde azalmalara, DYM sinyalinde ise daralmalara neden olmaktadır.

Çizelge 5.2'de farklı değerleri  $\alpha$  için  $IAE$ ,  $SNR$  and  $SINAD$  değerleri verilmiştir.



Şekil 5.14.  $f = 80 \text{ Hz}$  ve  $f = 100 \text{ Hz}$ 'de farklı  $\alpha$  değerleri için  $SNR$



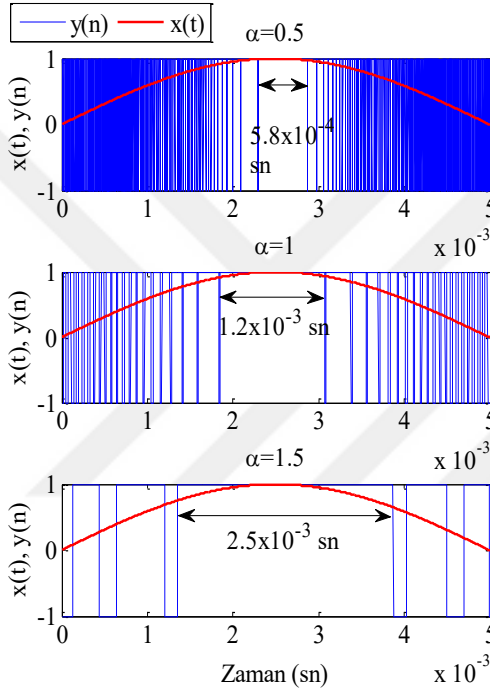
Şekil 5.15.  $f = 80 \text{ Hz}$  ve  $f = 100 \text{ Hz}$ 'de farklı  $\alpha$  değerleri için  $SINAD$

Çizelge 5.2. Farklı  $\alpha$  değerleri için  $IAE$ ,  $SNR$  and  $SINAD$  değerleri

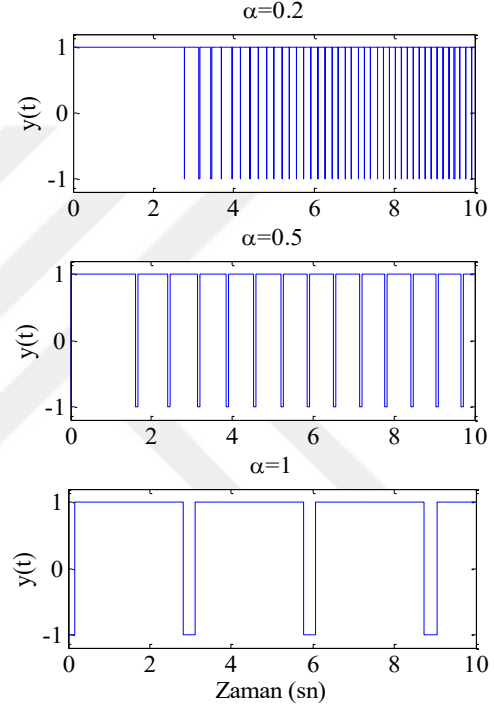
| $\alpha$ | $IAE$      | $SNR$ | $SINAD$ |
|----------|------------|-------|---------|
| 0.5      | 0.00722412 | 50.29 | 49.95   |
| 0.6      | 0.00771099 | 43.25 | 43.17   |
| 0.7      | 0.00832331 | 38.84 | 38.66   |
| 0.8      | 0.00836851 | 37.53 | 37.49   |
| 0.9      | 0.00896395 | 35.95 | 35.82   |

Çizelge 5.2. (devam)

|     |            |       |       |
|-----|------------|-------|-------|
| 1.0 | 0.01099730 | 29.89 | 29.83 |
| 1.1 | 0.01609652 | 24.19 | 23.94 |
| 1.2 | 0.02298463 | 19.87 | 19.86 |
| 1.3 | 0.04119828 | 14.72 | 14.69 |
| 1.4 | 0.09776573 | 8.43  | 8.43  |
| 1.5 | 0.17525993 | 3.16  | 3.11  |



Şekil 5.16.  $f = 80$  Hz’de farklı  $\alpha$  değerleri için ASDM çıkışı

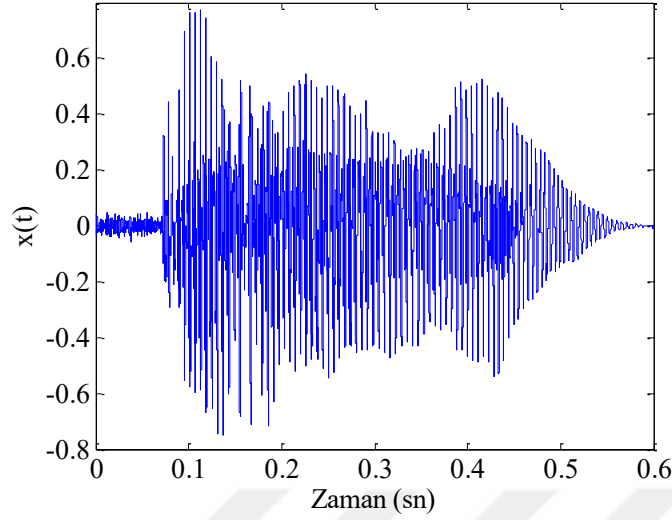


Şekil 5.17.  $x(t) = 0.8$  için elde edilen ASDM çıkışı ( $h=1, \Delta=0.8, K=3$ )

Şekil 5.16’da  $f = 80$  Hz frekansındaki sinüsoidal giriş ve farklı  $\alpha$  değerleri için ASDM çıkışları, Şekil 5.17’de ise  $x(t) = 0.8$  DC giriş için elde edilen ASDM çıkışları verilmiştir.

**Örnek 5.2:** Bu örnekte kesir dereceli integratörün ASDM üzerindeki etkisi, gerçek test sinyalleri üzerinden incelenmiştir. 16 bitlik 16 KHz frekanslı ses sinyali giriş olarak kullanılmıştır. 16 bit/sn ve 32 bit/sn örnekleme oranları için benzetim çalışması yapılmıştır. Buna bağlı olarak seyreltme işlemi yapan çıkıştaki filtre de bu oranlarda çalışmaktadır. İletim hattında yüksek bit oranının

kullanılması, çıkış dalga şeklinde yumuşamalara neden olmuştur. Şekil 5.18’de kullanılan giriş ses sinyalinin dalga şekli verilmiştir.

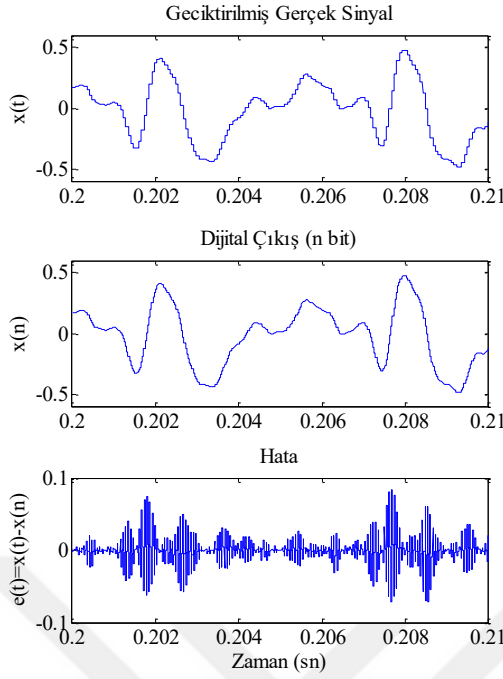


Şekil 5.18. 16 bitlik 16 KHz ses sinyali “Hello”

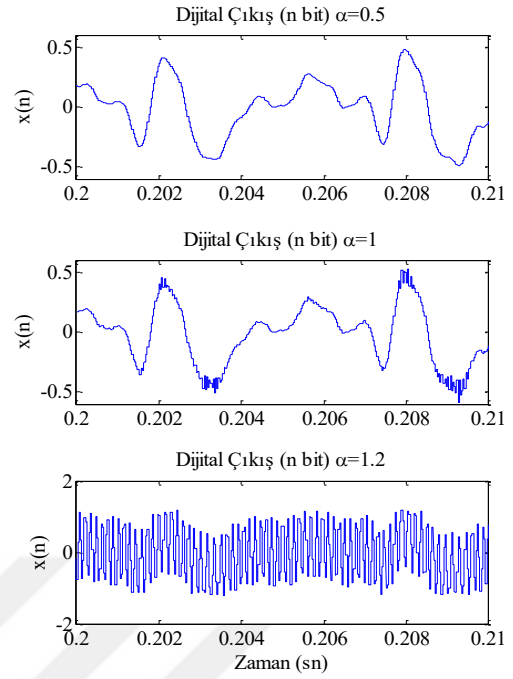
Çizelge 5.3’te farklı  $\alpha$  değerleri ve örnekleme oranları için *IAE* performansı verilmiştir. Yüksek integral derecelerinde, *IAE* değerindeki artış görülmektedir. Ayrıca bu tablo *DYM* sinyalinin iletim kanalındaki örnekleme oranına doğrudan bağlı olduğunu göstermektedir. Şekil 5.19  $\alpha = 0.5$  ve 32 bit/sn bit oranı için gerçek sinyal, *ASDM* çıkışı ve hata sinyali, Şekil 5.20’de ise farklı  $\alpha \{0.5, 1.0, 1.2\}$  değerleri için *ASDM* çıkışı verilmiştir. Bir önceki örnekte olduğu gibi burada da düşük  $\alpha$  değerlerinde, çıkış sinyalindeki bozulmaların minimize edildiği görülmektedir. Bu durum daha önce bahsedilen teorik analizleri de destekler niteliktedir.

Çizelge 5.3. Farklı  $\alpha$  değerleri ve örnekleme oranları için *IAE*

| $\alpha$ | <i>IAE</i> |            |
|----------|------------|------------|
|          | 16 KHz     | 32 KHz     |
| 0.5      | 0.00800242 | 0.00431074 |
| 0.6      | 0.00800352 | 0.00432129 |
| 0.7      | 0.00800854 | 0.00439896 |
| 0.8      | 0.00801049 | 0.00458681 |
| 0.9      | 0.00807763 | 0.00500921 |
| 1.0      | 0.00817339 | 0.00816933 |
| 1.5      | 0.47355859 | 0.47825101 |



Şekil 5.19.  $\alpha = 0.5$  için gerçek sinyal, ASDM çıkışı ve hata sinyali



Şekil 5.20. Farklı  $\alpha$  değerleri için ASDM çıkışı {0.5,1.0,1.2}

Bu bölümde, ASDM'deki integratör yapısı kesir dereceli formda yeniden revize edilerek, çıkış dalga şekilleri geleneksel yapı ile kıyaslanmıştır. İntegratör derecesindeki değişime bağlı olarak, sisteme ait temel performans kriterleri karşılaştırmalı olarak incelenmiştir. Düşük  $\alpha$  değerlerinde, zamana bağımlı darbe katarlarının peryodu düşmüş ve doğruluğu yüksek çıkış dalga şekilleri elde edilmiştir. Ters olan durumda ise, SNR ve SINAD değerlerinde azalma olurken, IAE değerinde artışlar gözlenmiştir. Ayrıca yüksek bit oranlarında kesir dereceli integratörün etkisi daha net görülmüştür. Önerilen yapının benzetim çalışmaları dışında sonraki süreçte yapılması planlanan gerçek zamanlı uygulamalarda kullanılması daha açıklayıcı sonuçlar verecektir.

#### 5.4. Kesir Dereceli Filtrelerin Gömülü Programlamayla Uygulanması

Günümüz teknolojisi, karmaşık işlemlerin yapılabildiği düşük maliyetli ve taşınabilir cihazların kullanımı gibi dijital yaşamın avantajlarını bizlere sunmaktadır. Bu cihazlar hayatımızın her anında gerekli olan akıllı ve mobil teknolojinin parçalarıdır. Çeşitli sensörler vasıtasıyla sahadan veri olarak işleyen ve son kullanıcının anlayabileceği anlamlı bilgilere dönüştüren bu cihazlar,

kontrol uygulamaları, telekomünikasyon, tıp, biyomedikal, mekatronik gibi disiplinler alanlarda yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Gerçek sistemlerin çoğu gerilim, salınım, sıcaklık, basınç gibi yapısında gürültü barındıran analog sinyaller ürettiği için, uygun filtrasyon işlemlerinden geçirilerek temizlenmesi gerekmektedir. Gürültü giderme yöntemleri olarak filtrelerin kullanılması analog veya sayısal olarak gerçekleştirilebilmektedir. Bu filtreler geribeslemeli olan sonsuz dürtü cevaplı FIR filtreler, geribeslemeli olan sonlu dürtü cevaplı IIR filtreler, öğrenme algoritmalarının kullanıldığı uyarlamalı filtreler ve doğrusal olmayan filtreler olarak sınıflandırılabilir. Yapısal olarak ise, alçak geçiren, yüksek geçiren, bant geçiren ve bant durduran olarak sistemlerin genlik cevaplarına göre dört grupta incelenmektedir. Elektronik ortamda kullanılan sayısal filtreler genellikle DZD sistem formunda ve ayrı zamanda elde edilmektedirler.

Son gelişmelerle birlikte kesir dereceli filtrelerin, gömülü programlama teknikleri kullanılarak uygulanması daha elverişli hale gelmiştir [124]. Tasarım süreci, filtre katsayılarının ve kesirli derecenin belirlenmesini içermektedir. Kesir dereceli filtre yapıları tam sayı dereceli versiyonlarına göre daha genel bir tanım kümesine sahip oldukları için, dönüşüm bandındaki kayma kesirli derecenin ayarlanmasıyla daha hassas filtre cevapları elde edilmektedir [124, 125]. Kesir dereceli filtrelerin sayısallaştırma işlemi temel olarak doğrudan ve dolaylı yoldan olmak üzere iki başlıkta incelenmektedir [126, 127]. Doğrudan yöntemler, Euler operatörünün güç serisi açılımını, Tustin operatörünün sürekli kesirli açılımını, nümerik integrasyon çözüm tabanlı yöntemleri ve ikinci dereceden IIR filtre yapılarını barındırmaktadır [23, 24, 127-130]. Bunun yanı sıra sezgisel optimizasyon yöntemleri kesir dereceli sayısal IIR filtrelerin genlik ve faz cevaplarının iyileştirilmesi yönünde ve bu filtrelerin tam sayı dereceli eşdeğerlerinin bulunmasında kullanılmaktadır. Örneğin kesir dereceli filtrenin tam sayı dereceli eşdeğerinin cevabı genetik algoritma kullanılarak iyileştirilmiştir [131]. Benzer bir çalışmada parçacık sürü optimizasyon yöntemi kullanılarak sonuçlar elde edilmiştir [132].

Kesir dereceli filtrelerin analog versiyonlarını elde etmek için uygun kapasitörlerle birlikte Kerwin-Huelsman-Newcomb (KHN) filtreleri kullanılmıştır [133]. Ayrıca aktif fraktans devre elemanları [134] ve birinci dereceden tek yükselteçli biquad devre topolojileri kullanılarak analog filtre uygulamaları yapılmıştır [135]. Literatür çalışmalarında tam sayı dereceli filtrelerin

gerçekleştirilmesi konusunda birçok uygulama varken [136-138], kesir dereceli filtreler açısından bu durum böyle değildir.

Bu bölümde, kesir dereceli sayısal filtrelerin, düşük maliyetli mikrodenetleyici donanımları üzerinde gömülü programlama teknikleri kullanarak gerçekleştirilmesi anlatılmıştır. Öncelikle  $s$  tabanında elde edilen sonsuz dürtü yanıtı kesir dereceli filtrelerin, CFE ve Oustaloup yöntemleri kullanılarak tam sayı dereceli eşdeğer modelleri oluşturulmuştur. Uygun ayırıklaştırma metotları kullanılarak ayırık zamanlı forma dönüştürülmüştür. Daha sonra  $z$  tabanındaki filtre, donanımsal yapıya uygun olacak şekilde fark denklemleri yardımıyla 1. derece kanonik formda ifade edilmiş ve tampon yapısı kullanılarak ARM tabanlı mikrodenetleyici karta gömülmüştür. Bu bağlamda öncelikle teorik olarak kesir dereceli filtrelerin nasıl elde edildiğine dair prosedürü vermek doğru olacaktır.

Sürekli zamanda, DZD sistem formunda kesir dereceli filtre yapısı şöyle ifade edilmektedir.

$$F(s) = \frac{\sum_{i=0}^k a_i s^{\beta_i}}{\sum_{j=0}^m b_j s^{\alpha_j}} \quad (5.20)$$

Filtrelerin genlik cevapları, arzu edilen frekans özelliğini elde etmek için kullanılan önemli bir unsurdur. Kesir dereceli filterlerin genlik cevapları

$s^\alpha = (j\omega)^\alpha = \omega^\alpha \left( \cos\left(\frac{\pi}{2}\alpha\right) + j \sin\left(\frac{\pi}{2}\alpha\right) \right)$  alınarak bulunabilir. Buna göre,

$$|F(j\omega)| = \frac{\sum_{i=0}^k |a_i \omega^{\beta_i}| (\cos(\frac{\pi}{2}\beta_i)^2 + \sin(\frac{\pi}{2}\beta_i)^2)^{1/2}}{\sum_{j=0}^m |b_j \omega^{\alpha_j}| (\cos(\frac{\pi}{2}\alpha_j)^2 + \sin(\frac{\pi}{2}\alpha_j)^2)^{1/2}} \quad (5.21)$$

Bu bölümde kesir dereceli filtrelerin eşdeğer modelleri CFE ve Oustaloup yöntemleri kullanılarak elde edilmiştir. Dördüncü dereceden CFE eşdeğer yaklaşım yöntemi, pratik uygulamalarda kabul edilebilir doğruluk sağlamaktadır [139, 140].  $s^\alpha$  için CFE yaklaşımı ve Eşitlik 2.35 - 2.36 ile ifade edilen Oustaloup yöntemine ait Matlab program parçası ise Ek 7'de verilmiştir [141]. Bu

yöntemlere göre elde edilen  $s^a$ 'ya ait eşdeğer modelin kullanıldığı tam sayı dereceli IIR filtrenin genel hali aşağıdaki gibi bulunur.

$$F_{\text{int}}(s) = \frac{\sum_{i=0}^p a_i s^i}{\sum_{j=0}^q b_j s^j} \quad (5.22)$$

Elde edilen bu filtrenin donanım üzerinde gerçekleştirilmesi için, ayrıklaştırma yöntemleri kullanılarak, ayrık zamanlı formda ifade edilmesi gerekmektedir. Bu nedenle bilinen kararlı bir analog filtrenin, kararlı bir sayısal prototipini elde etmek için kullanılan dönüştürme yöntemi Bilineer dönüştürme yöntemidir. Tustin yöntemi kullanılan en yaygın bilinear dönüştürme yöntemlerinden biridir. Bu yöntemle göre,  $s$  düzlemindeki sanal eksen,  $z$  düzlemindeki birim çembere denk gelmektedir. Sayısal filtrelerin kararlı olabilmesi için, tüm kutuplar birim çember içerisinde veya üzerinde olmalıdır. Ancak kutuplar birim çember üzerinde ise tek olmalıdır. Sıfırlar birim çemberin herhangi bir noktasında bulunabilir. Sisteme ait sıfır ve kutuplar da bu dönüşüme uygun olarak aktarıldığı için, kararlılık garanti edilmektedir. Tustin yöntemine göre  $s$  tabanından  $z$  tabanına geçiş için kullanılan fonksiyon aşağıdaki gibidir.

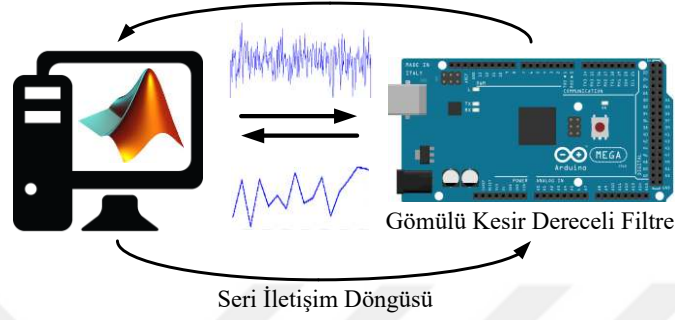
$$s = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \quad (5.23)$$

Burada  $T$  örnekleme periyodudur. Eşitlik 5.22'de  $s$  yerine, Eşitlik 5.23 ile ifade edilen geçiş fonksiyonu konulursa, kesir dereceli analog filtrenin sayısal hali elde edilmiş olur. Burada her iki filtrenin frekans cevapları aynı değildir. Buna göre elde edilen sayısal filtre Eşitlik 5.24'te verilmiştir.

$$F_d(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{\sum_{i=0}^{p_n} c_i z^i}{\sum_{j=0}^{q_d} d_j z^j} \quad (5.24)$$

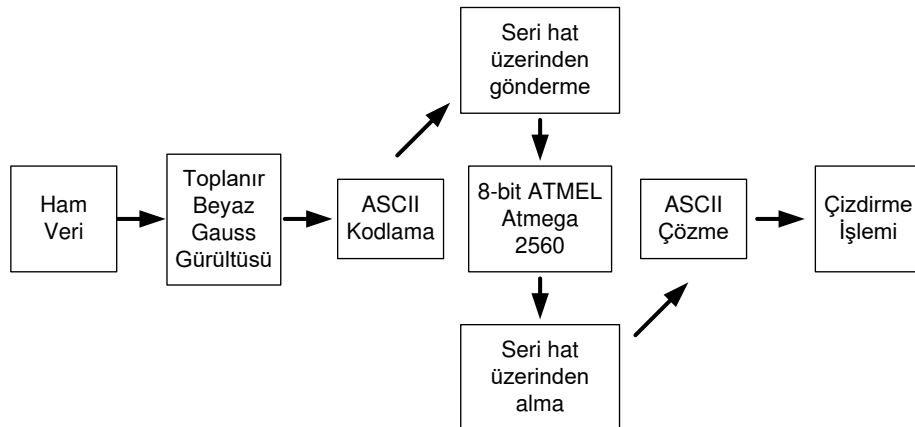
Günümüzde kontrol ve sinyal uygulamalarında, gerek akademik gerekse endüstriyel çalışmalarda sıkça karşımıza çıkan, düşük maliyetli ve kullanımı esnek olan ARM tabanlı mikrodenetleyici kartlar, sonuçları hızlı bir şekilde görme

ve yorumlama anlamında büyük kolaylıklar sağlamaktadır. Donanımsal olarak birçok varyasyonları olan Arduino kartlar da bu gruba girmektedir. Bu bölümde tasarlanan sayısal filtre Arduino UNO kart üzerine gömülerek, bilgisayar vasıtasıyla sentetik veri üretimi ve seri port üzerinden iletimi gerçekleştirilmiştir. Kullanılan sistemin genel yapısı Şekil 5.21’de verilmiştir.



Şekil 5.21. Gömülü filtre sisteminin genel yapısı

Bunun yanısıra MATLAB/Simulink blokları kullanılarak, gerek benzetim gerekse uygulama çalışması yapılmıştır. Matlab ortamında üretilen sinyale, Toplanır Beyaz Gauss Gürültüsü (Additive White Gaussian Noise - AWGN) eklenerek seri hat üzerinden mikrodenetleyici kartına gönderilmiştir. Burada filtrasyon işlemi gerçekleştikten sonra aynı hat üzerinden tekrar bilgisayar ortamına geri dönüş yapılmıştır. Elde edilen sinyallerin çizimi yapılaraki karşılaştırmalı olarak kıyaslanmıştır. Bütün bu süreci ifade eden blok diyagramı Şekil 5.22’de gösterilmiştir.

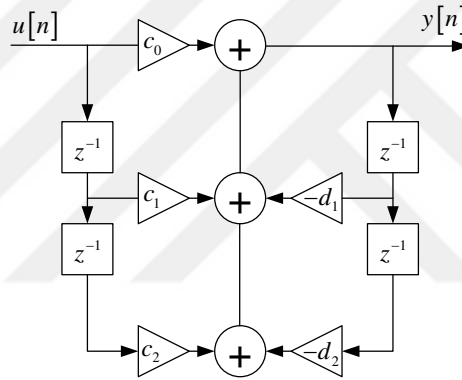


Şekil 5.22. Sinyal akış sürecine ait blok diyagram

Eşitlik 5.24 ile verilen filtre,  $t = T_s n$ ,  $n = 1, 2, 3..$  örnekleme periyodu için fark denklemi halinde şöyle yazılabilir.

$$y[n] = \frac{1}{d_0} \left( \sum_{i=0}^{p_n} c_i u(n-i) - \sum_{i=1}^{q_d} d_i y(n-i) \right) \quad (5.25)$$

Burada  $c_i$  ve  $d_i$  katsayıları, sırasıyla ileri ve geri besleme katsayılarıdır. Şekil 5.23 fark denklemiyle ifade edilen filtre yapısının 1. derece kanonik formdaki halini göstermektedir. Burada iki adet tek-giriş tek-çıkış tampon dizisi kullanılmıştır. İleri ve geri besleme hattında, giriş ve çıkışın önceki değerlerini ( $u(n-i)$ ,  $y(n-i)$ ) tamponda tutmak ve bir sonraki iterasyonda yerine yazmak için bu yöntem yaygın olarak kullanılmaktadır.



Şekil 5.23. IIR filtre yapısının 1. derece kanonik formu

Karmaşıklığı minimize etmek amacıyla yapısında döngü barındırmayan satır tabanlı kodlamayla, fark denklemi ifadesi Şekil 5.24'teki gibi yazılarak kart içerisine gömülebilmektedir.

|                                                                                                                                    |                                                                                                                                        |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><i>% ileri besleme tampon dizisi</i></p> <pre> u(Pn)=u(Pn-1); u(Pn-1)=u(Pn-2); u(Pn-2)=u(Pn-3); .. u(3)=u(2); u(2)=u(1); </pre> | <p><i>% geri besleme tampon dizisi</i></p> <pre> y(Qd)=y(Qd -1); y(Qd -1)=y(Qd -2); u(Qd -2)=y(Qd -3); .. y(3)=y(2); y(2)=y(1); </pre> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Şekil 5.24. İleri ve geri besleme tampon dizilerinin satırsal gösterimi

**Örnek 5.3:**  $F(s) = \frac{20}{s^{0.8} + 20}$  ile verilen kesir dereceli alçak geçiren filtre

yapısının öncelikle CFE yöntemine göre dördüncü dereceden eşdeğer modeli elde edilmiştir. Daha sonra  $T_s = 0.02$  örnekleme periyodu alınarak Tustin yöntemine göre sayısal formda IIR filtre olarak aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

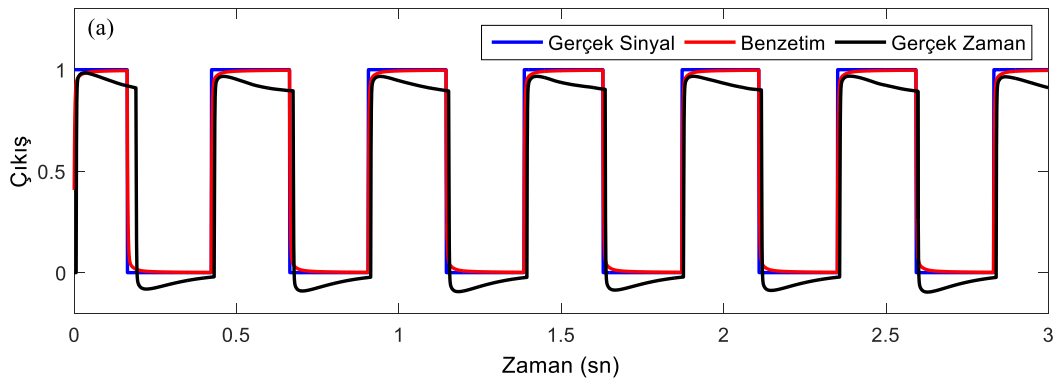
$$F_d(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{0.4075 - 1.203z^{-1} + 1.2z^{-2} - 0.4227z^{-3} + 0.01731z^{-4}}{1 - 3.492z^{-1} + 4.516z^{-2} - 2.555z^{-3} + 0.5312z^{-4}} \quad (5.26)$$

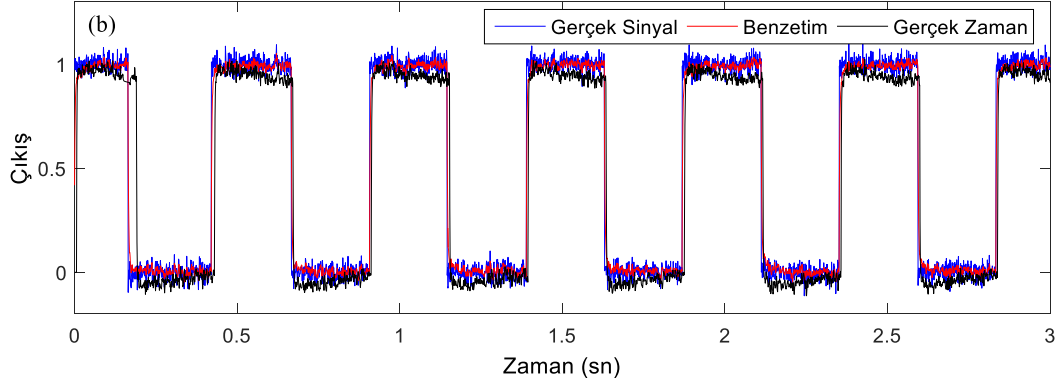
Aynı filtrenin daha sonra Oustaloup yöntemine göre tam sayı eşdeğer modeli çıkarılarak yine aynı örnekleme periyodu ve ayırıklaştırma yöntemiyle sayısal formu elde edilmiştir. Elde edilen geçiş fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$F_d(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{0.3344 + 0.2815z^{-1} - 0.2657z^{-2} - 0.2134z^{-3}}{1 - 0.2789z^{-1} + 0.7946z^{-2} - 0.2114z^{-3}} \quad (5.27)$$

Temel olarak, sayısal filtrelerin gerçekleştirilmesi için kullanılan Tustin bilineer yönteminin, yüksek frekans aralığında büyük hatalara sebebiyet verdiği bilinmektedir. Bu aralıkta, diğer ayırıklaştırma yöntemlerinin incelenmesi daha doğru olacaktır. Ancak örnekleme periyodunun büyük olduğu uygulamalarda, bu yöntemler gözle görülür katkılar sağlamamaktadır. Bu nedenle, Tustin yöntemi düşük frekans bandında hem doğru hem de işlem karmaşası getirmeyen hesaplamalar sunmaktadır.

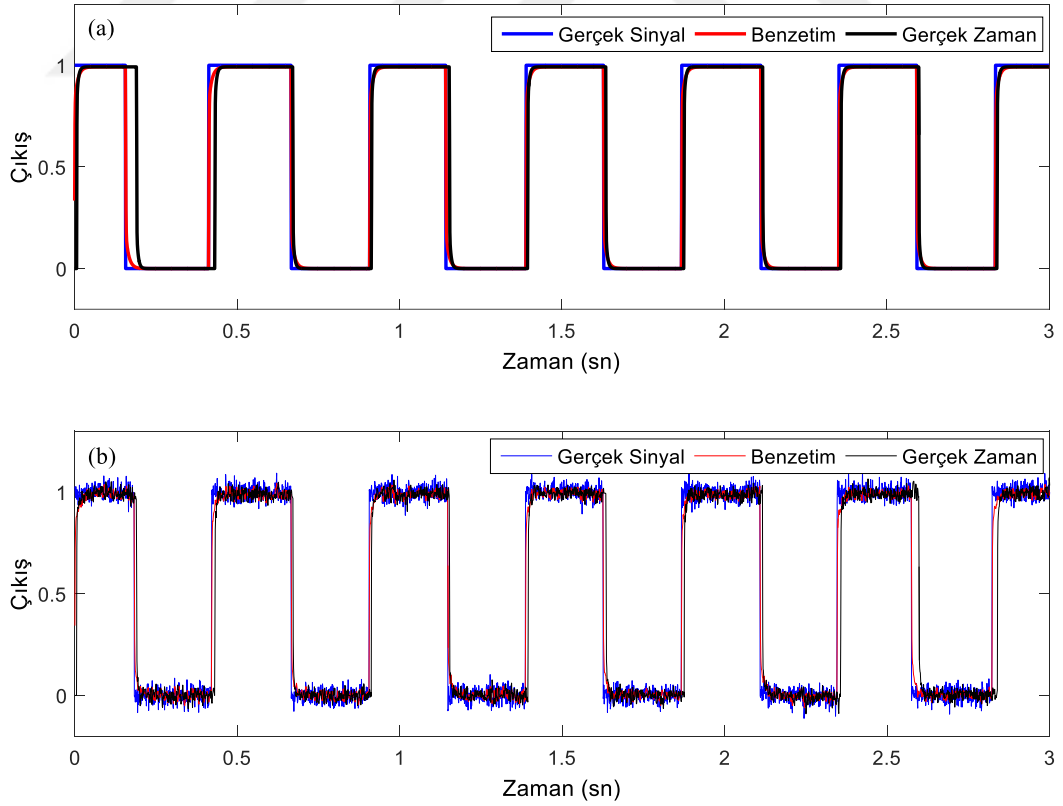
Şekil 5.25'te, CFE yöntemine göre elde edilen sayısal filtrenin kare dalga için benzetim ve gerçek zamanlı cevapları verilmiştir. Filtrenin doğruluğu, hem gürültüsüz hem de gerçek sinyale beyaz gauss gürültüsü eklenerek test edilmiştir.





Şekil 5.25. CFE yöntemiyle elde edilen filtre çıkışları a) Gürültüsüz b) Gürültülü

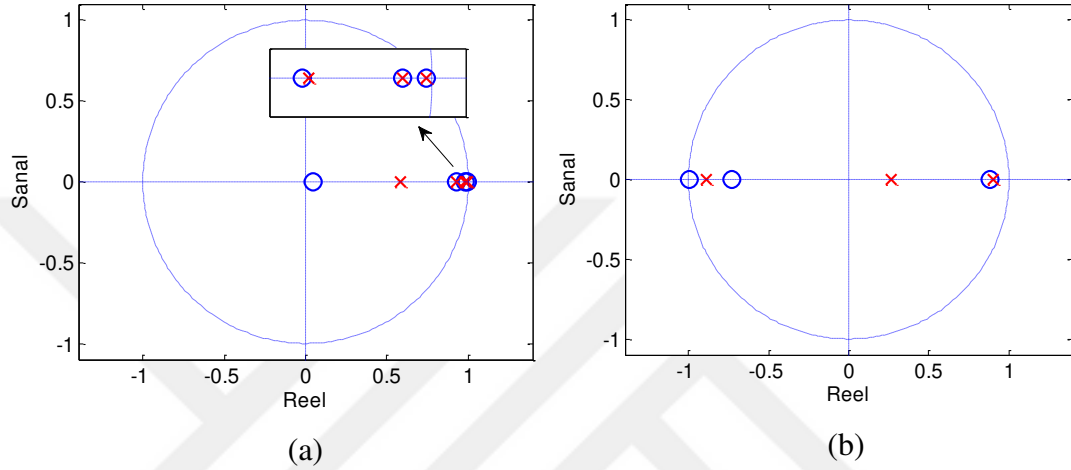
Şekil 5.26’da ise aynı işlemin, Oustaloup yöntemiyle elde edilen filtre için uygulandığı görülmektedir. Grafıksel verilere göre, Oustaloup yönteminin CFE’ye göre daha iyi sonuç verdiği anlaşılmaktadır. Bunun temel sebebi, Oustaloup yöntemiyle elde edilen eşdeğer modelin ayrıklaştırılmış versiyonu, gerek bilgisayar ortamında gerekse donanım üzerinde daha kararlı ve yuvarlama hatalarına karşı daha duyarsız oluşudur.



Şekil 5.26. Oustaloup yöntemiyle elde edilen filtre çıkışları a) Gürültüsüz b) Gürültülü

Düşük maliyetli donanımların temel sıkıntısı, özellikle kayar noktalı sayılarda yuvarlama hatalarına daha duyarlı olmalarıdır. Bu durum gerçek zamanlı uygulamalarda sayısal filtrelerin kararlılığının yuvarlama hatarlına ve kuantalama gürültülerine bağlı olduğunu göstermektedir.

Şekil 5.27 (a) ve (b)'de sırasıyla, CFE ve Oustaloup yöntemleriyle elde edilen sayısal filtreler için kutup ve sıfırların dağılımı birim çember üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 5.27. Sayısal filtrelerin kutup-sıfır dağılımı a) CFE b) Oustaloup

Elde edilen grafiklere göre şu sonuçlar çıkarılabilir.

- Oustaloup ve CFE yöntemlerine göre elde edilen filtrelerin, tüm kutup ve sıfırları birim çember içerisinde yer almaktadır.
- Özellikle CFE'de bazı kutup ve sıfırlar  $(1,0)$  ve  $(-1,0)$  noktalarına çok yakındır.
- Bu durum, sonlu kelime uzunluğundan dolayı bellek sınırlamasının, filtre katsayılarının sayısal olarak kodlanmasında sorunlara neden olduğunu kanıtlamaktadır.
- Bu sorun CFE ile elde edilmiş yüksek dereceli eşdeğer modellerin kullanımıyla çözülebilmektedir.
- Ancak yüksek dereceli eşdeğer modellerin kullanımı, yüksek maliyetli donanımlara ve karmaşık hesaplama yöntemlerinin kullanılması gerekliliğine sebebiyet vermektedir.
- Mevcut şartlar göz önünde bulundurulduğunda; düşük dereceli eşdeğer modellerin kullanıldığı düşük frekans bandındaki uygulamalarda, Oustaloup

yöntemiyle elde edilen filtreler CFE'ye göre daha kararlı sonuçlar vermektedir.

Bu bölümde, maliyeti yüksek olmayan donanımlar üzerinde kesir dereceli sayısal filtrelerin nasıl gerçekleştirilebileceği anlatılmıştır. Kesir dereceli filtrelerin günlük yaşamımıza kullanılabilirliğini göstermek amacıyla yapılan bu çalışmada; tam sayı dereceli eşdeğer modelleri elde etmek için farklı iki yöntemden faydalanılmış ve sonuçlar karşılaştırmalı olarak incelenmiştir. Hem benzetim hem de gerçek zamanlı uygulamalardan alınan verilere göre, sayısal filtre katsayılarının donanım üzerinde kodlanmasında, sonlu kelime uzunluğunun ve örnekleme periyodunun etkisinin yüksek olduğu gözlemlenmiştir.

## **5.5. Medikal İşaretlerin Analizinde Kesir Dereceli Yapıların Kullanılması**

### **5.5.1. Obstrüktif uyku apnesinin periodogram yöntemi ile kestirimi**

Bu bölümde Obstrüktif uyku apnesinin (Obstructive Sleep Apnea-OSA) kestirimi için Lomb-Scargle periodogram yöntemi ile kalp atım hızı sinyalinin güç spektral yoğunluğu incelenmiştir. Uyku esnasında solunumun durması sonucunda ortaya çıkan uyku apnesi, polisomnografik sinyallerin skorlanmasıyla yorumlanmaktadır. Bu sinyallerden biri olan Elektrokardiyogram (EKG), yapısında gürültü barındırmakta ve düzensiz değişim göstermektedir. Filtrelenmiş EKG sinyalleri üzerinden yapılan bu çalışmada, kalp atım hızı değişiminin (KAHD) frekansa bağlı olarak güç spektrumu elde edilmiştir. OSA varlığında ve OSA'sız durumda yapılan analizler, KAHD'nin yüksek ve düşük frekanslı bileşenlerinde değişimlerin meydana geldiğini göstermiştir.

Doğal dinlenme yöntemi olan uyku, beyin aktivitelerinin devam ettiği ve bu sırada gerek vücut, gerekse beyinde yenilenmenin meydana geldiği hayati bir ihtiyaçtır. Kaliteli uyku, vücudumuzun ruhsal ve fiziksel gelişimi için kaçınılmazdır. Çeşitli uyku bozuklukları veya uyku esnasında yaşanan problemler insan sağlığını olumsuz etkilemektedir. Örneğin, uyku esnasında solunum yolundaki kasların gevşemesi ile tamamen veya kısmi olarak tıkanan solunum yolu, nefes alınmasını engellemektedir. Bunun sonucu olarak solunumun 10 saniye ve daha uzun süreyle kesilmesi durumu, apne olarak adlandırılmaktadır [142]. İlk kez 1965 yılında tanımlanan uyku apnesi; uyku bozukluğu olarak, uykuda kısa süreli nefes durması şeklinde görülür. En sık karşılaşılan uyku apne

türü olan OSA, solunum çabası sürerken ağızda ve burunda herhangi bir hava akımının olmaması sonucunda ortaya çıkar. OSA sendromu tüm yaş gruplarında görülebilir. Ancak en sık rastlandığı yaş aralığı 40 ile 65 arasındadır [143]. Gürültülü horlama, yüksek tansiyon, üst solunum yollarındaki yapısal bozukluklar ve kilolu olma durumu apnenin temel sebeplerindendir. Tedavi edilmediğinde ciddi rahatsızlıklara neden olan apne, son yıllarda gerek tıp gerekse mühendislik alanında çalışma konusu olmuştur.

Uyku esnasında çeşitli algılayıcılar vasıtasıyla dijital ortama aktarılan EKG, Elektromiyografi (EMG), Elektrokulografi (EOG), Elektroensefalografi (EEG) gibi polisomnografik sinyallerin işlenmesi ve yorumlanması, hastalığın teşhisi konusunda yardımcı olmaktadır.

Bu sinyallerin analizi temelde iki başlık altında incelenebilir. Birincisi parametrik olmayan; periodogram, Welch gibi yöntemler diğeri ise parametrik olan Burg yöntemi gibi yöntemlerdir [144]. Bunun yanısıra yapılan çalışmalarda, kalp hızı değişim tespiti için dalgacık dönüşümü tabanlı frekans bandı analizi kullanılmıştır [145]. Ayrıca kardiyak hastalıklarının teşhisi için, QRS kompleksi tespit yöntemleri, çeşitli sınıflandırma yöntemleri, dalgacık ve fourier dönüşüm teknikleri, Hilbert dönüşümü ve dijital filtre tabanlı çalışmalardan da faydalanılmıştır [146-149]. Bu yöntemlerin birçoğu, apne tesbiti için de kullanılmıştır [150-152].

Bu bölümde, OSA'nın kestrimi için Lomb-Scargle periodogram yöntemi ile kalp atım hızının güç spektral yoğunluğu incelenmiştir. Filtrelenmiş EKG sinyalleri üzerinden yapılan incelemelerde KAHD'nin frekansa bağlı olarak güç spektrumu elde edilmiştir. OSA varlığında ve OSA'sız durumdaki analizler, KAHD'nin yüksek ve düşük frekanslı bileşenlerinde değişimlerin meydana geldiğini göstermiştir.

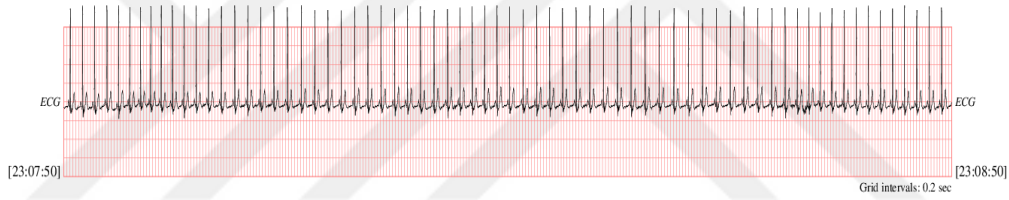
#### *EKG Sinyallerinin Elde Edilmesi*

Canlılarda hücrelerin, dokuların ve organların elektrokimyasal olaylar sonucunda ürettiği elektriksel işaretlere biyoelektrik potansiyeller denilmektedir. Tıpta teşhis amacıyla kullanılan bu işaretler, beyin, kaslar ve sinirler aracılığıyla ortaya çıkar. Biyolojik sinyallerden biri olan EKG, kalbin elektriksel aktivitesinin

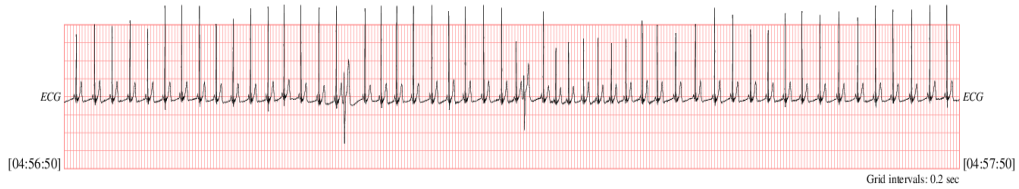
bir üründür. Günümüzde, uygun donanımlar kullanılarak bu sinyallerin ölçülmesiyle, çeşitli hastalıkların tanı ve tedavisinde aşamalar kaydedilmiştir.

EKG sinyalleri kardiyovasküler sistemin çalışmasının bir sonucu olduğu için, solunumun frekansına göre kanın kısmi oksijen basıncından dolayı değişimler gösterir. Solunum gücünü çeken bir hastanın kanındaki oksijen saturasyonun düşmesiyle birlikte kalp, az oksijensiz durumunu dengelemek için atım hızını yavaşlatır. Bu nedenle EKG sinyallerinin uygun sinyal işleme yöntemleri kullanılarak analiz edilmesi, OSA teşhisinde önem arz etmektedir.

Bu çalışmada, fizyolojik sinyallerin toplandığı bir veri bankası olan PhysioNet üzerinden ulaşılan St. Vincent's Üniversitesi Hastanesi Uyku Hastalıkları Kliniğinin verileri kullanılmıştır [153]. 48 yaşındaki erkek hastanın (ucddb003) kayıtlı EKG verisinin, OSA görüldüğü ve görülmediği zamanlardaki uygun 60 dk'lık kısmı kullanılmıştır. İlgili EKG kayıtları Şekil 5.28. ve Şekil 5.29. 'da verilmiştir.



Şekil 5.28. OSA öncesindeki EKG sinyalleri



Şekil 5.29. OSA anındaki EKG sinyalleri

#### *EKG Sinyallerinin Filtrasyonu*

EKG sinyalleri dijital ortama aktarılırken, 50 Hz'lik şehir şebekesi, vücut pozisyonun değişimi, elektrot ve kablolardaki hareketler gibi birçok dış etken sebebiyle gürültüye maruz kalmaktadır. Yapısında gürültü barındıran EKG sinyalleri kullanılarak, doğru bir okuma yapmak mümkün değildir. Bu tip sinyaller uygun devre elemanları sayesinde temizlenip, son kullanıcının üzerinde yorum yapabileceği hale çevrilir. Bu çalışmada kullanılan ham veriler, analog olarak belirli filtreleme süreçlerinden geçtiği için sinyale, sentetik olarak 20

dB'lık beyaz Gaussian gürültü formu eklenmiştir. Sonsuz dürtü yanıtı filtre (IIR) tasarımı yapılarak bu gürültü giderilmiştir. Filtre yapısı olarak 2. tür Chebyshev alçak geçiren filtresi kullanılmıştır. Teorik olarak Chebyshev polinomlarına dayanan bu filtre yapısının tasarım adımları aşağıda sıralanmıştır [154, 155];

- Geçirme ve söndürme bandı frekansları, geçirme bandı maksimum dalgalanması ve söndürme bandındaki sinyal zayıflaması belirlenir.
- Belirlenen şartları sağlayacak filtrenin derecesi hesaplanır.
- Filtreyi transfer fonksiyonu formunda yazabilmek için sol yarı düzlemdeki sıfır ve kutupları belirlenir.
- Oluşturulan analog filtre yapısı, uygun ayırıklaştırma metotları kullanılarak z-tabanında ifade edilir.

Analog tip 2 Chebyshev alçak geçiren filtresinin genlik cevabının karesi aşağıdaki eşitlikle ifade edilmektedir.

$$\left| \tilde{H}_a(j\Omega) \right|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \left[ \frac{T_N^2(\Omega_s/\Omega_p)}{T_N^2(\Omega_s/\Omega)} \right]} \quad (5.28)$$

Burada  $T_N(\Omega)$ ,  $N$ . dereceden Chebyshev polinomu,  $\Omega_p$  geçirme bandı kenar frekansı,  $\Omega_s$  söndürme bandı kenar frekansı,  $\varepsilon$  ise geçirme bandı dalgalanmasını temsil etmektedir.  $\Omega = \Omega_p$  'deki filtre cevabı, maksimum geçirme bandı zayıflama faktörünün ( $\delta_1$ ) karesine eşit olacağından, Eşitlik 5.28'deki denklem çözülürse, geçirme bandı dalgalanmasını veren ifade aşağıdaki gibi olur.

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{a_s/10} - 1}} \quad (5.29)$$

Aynı işlem  $\Omega \geq \Omega_s$  alınarak durduma bandı için de yapılırsa, minimum durdurma bandı zayıflama faktörünün karesi aşağıdaki gibi olur.

$$\delta_2^2 \equiv \max_{\Omega > \Omega_s} \left| H_a(\Omega) \right|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 T_N^2(\Omega_s/\Omega_p)} \quad (5.30)$$

Eşitlik 5.29-5.30 kullanılarak elde edilen Eşitlik 5.31 yardımıyla, gerekli olan filtre derecesi  $N$  hesaplanır.

$$N = \frac{\cosh^{-1}\left(\sqrt{1-\delta_2^2}/\varepsilon\delta_2\right)}{\cosh^{-1}\left(\Omega_s/\Omega_p\right)} \quad (5.31)$$

Filtrenin sıfır ve kutuplarının bulunması için aşağıdaki eşitliklerden faydalanılmaktadır.

$$\Gamma = \left[ \frac{1 + \sqrt{1 + \delta_2^2/(1 - \delta_2^2)}}{\delta_2/\sqrt{1 - \delta_2^2}} \right]^{1/N} = \left[ \frac{1 + \sqrt{1 - \delta_2^2}}{\delta_2} \right]^{1/N} \quad (5.32)$$

$$s_k = (j\Omega_s) \frac{j}{-\sin\left[(2k-1)\frac{\pi}{2N}\right]\frac{\Gamma^2-1}{2\Gamma} + j\cos\left[(2k-1)\frac{\pi}{2N}\right]\frac{\Gamma^2+1}{2\Gamma}} \quad (5.33)$$

$$z_\ell = j\Omega_\ell = j \frac{\Omega_s}{\cos\left(\{2\ell-1\}\frac{\pi}{2N}\right)} \quad (5.34)$$

Tasarlanacak olan normalize edilmiş alçak geçiren filtrenin geçirme bandı kenar frekansı  $\Omega_p = 0.1 \text{ rad/sn}$ , söndürme bandı kenar frekansı  $\Omega_s = 0.6 \text{ rad/sn}$ , maksimum geçirme bandı zayıflatma değeri  $a_p = 1 \text{ dB}$  ve minimum durdurma bandı zayıflatma değeri ise  $a_p = 20 \text{ dB}$  olarak seçilmiştir. Bu değerlere göre  $20\log\delta_1 = -1$  'den  $\delta_1 = 0.891$  ve  $20\log\delta_2 = -20$  'den  $\delta_2 = 0.1$  olarak bulunur. Eşitlik 5.29-5.30 kullanılarak, geçirme bandı dalgalanması  $\varepsilon = 0.1$  ve filtre derecesi  $N = 1.4794$  olarak elde edilir. Filtre derecesi bir üst tam sayı değerine yuvarlanarak  $N = 2$  bulunur. Eşitlik 5.33 ve Eşitlik 5.34'e göre, prototip filtrenin sıfır kutup ve kazanç değerleri sırasıyla  $s_{1,2} = -0.3 \pm j0.3317$ ,  $z_{1,2} = \pm j1.4142$  ve  $k = 0.1$  gibi elde edilir. Buna göre elde edilen filtrenin sürekli zamandaki ifadesi aşağıdaki transfer fonksiyonu ile temsil edilir.

$$H(s) = \frac{0.1s^2 + 0.2}{s^2 + 0.6s + 0.2} \quad (5.35)$$

Eşitlik 5.35 ile temsil edilen alçak geçiren filtre yapısı, Bilineer ayrıklaştırma yöntemi kullanılarak dijital forma dönüştürülebilir. Bu ifade Eşitlik 5.36'da verilmiştir.

$$H(z) = \frac{0.2172 + 0.2530z^{-1} + 0.2172z^{-2}}{1 - 0.563z^{-1} + 0.2509z^{-2}} \quad (5.36)$$

### *EKG Sinyallerini İşlenmesi*

OSA tespitinde EKG sinyallerinden yararlanabilmek için, sinyalin doğru bir şekilde ve uygun analiz yöntemleri kullanılarak yorumlanması gerekmektedir. Normal bir EKG işareti P,T,U dalgaları, QRS kompleksi ve bunlar arasındaki düz çizgilerden oluşur [156]. Bu sinyallerdeki dalgaların oluşma süreleri, yükseklikleri ve mesafeleri kalbin çalışması hakkında önemli bilgiler taşımaktadır. Özellikle R-R tepeleri arasındaki zaman aralığı, kalp atım hızı değişiminin belirlenmesinde önem teşkil eder. Önceki bölümde bahsedildiği gibi solunumun azalmasıyla kalp atış hızı yavaşlar. Bu durum KAHD'nin düşük frekans bölgesi enerjisinde artış meydana getirir ve sinyal işleme teknikleri ile bu değişim belirlenebilmektedir.

EKG sinyalinde R tepelerinin belirlenebilmesi için doğrusal olmayan bazı yöntemler kullanılmaktadır. Kolay uygulanabilir ve doğru sonuç veren Teager Enerji Operatörü (TEO) bunlardan birisidir. Teager Enerji Operatörüne göre, sinyaldeki sıçramalar kuvvetlenirken, yumuşak geçişler zayıflar. Operatör, türevsel ifadeler kullanılarak aşağıdaki gibi ifade edilmektedir [157].

$$\Psi(x(t)) = \dot{x}^2(t) - x(t)\ddot{x}(t) \quad (5.37)$$

Burada,  $x(t)$  EKG sinyalinin kendisi,  $\Psi(x(t))$  ise TEO uygulandıktan sonraki sinyaldir. Eşitlik 5.37'nin ayrık zamandaki ifadesi ise aşağıdaki gibidir.

$$\Psi[x[n]] = x^2[n] - x[n-1]x[n+1] \quad (5.38)$$

$\Psi(x(t))$  belirlendikten sonra R-R tepeleri arasındaki değişim hesaplanarak KAHD grafiği elde edilir. EKG sinyali düzensiz bir yapıya sahip olduğu için, Fourier dönüşümü gibi klasik yöntemlerle spektral değişimin incelenmesi doğru olmayabilir. Bu nedenle bu çalışmada Lomb-Scargle periodogram yöntemi

kullanılarak KAHD'ın yüksek ve düşük frekans bileşenleri incelenmiştir. Bu yöntem, En Küçük Karelerle spektral analiz yapma olanağı vermektedir.

Lomb-Scargle periodogram yöntemine göre sinyalin frekansa bağlı güç yoğunluğu aşağıdaki eşitlik yardımıyla bulunur [158, 159].

$$P(\omega) = \frac{1}{2\sigma^2} \left\{ \frac{\left[ \sum_{k=1}^N (h_k - \bar{h}) \cos \omega(t_k - \tau) \right]^2}{\sum_{k=1}^N \cos^2 \omega(t_k - \tau)} + \frac{\left[ \sum_{k=1}^N (h_k - \bar{h}) \sin \omega(t_k - \tau) \right]^2}{\sum_{k=1}^N \sin^2 \omega(t_k - \tau)} \right\} \quad (5.39)$$

$$\bar{h} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N h_i \quad (5.40)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (h_i - \bar{h})^2 \quad (5.41)$$

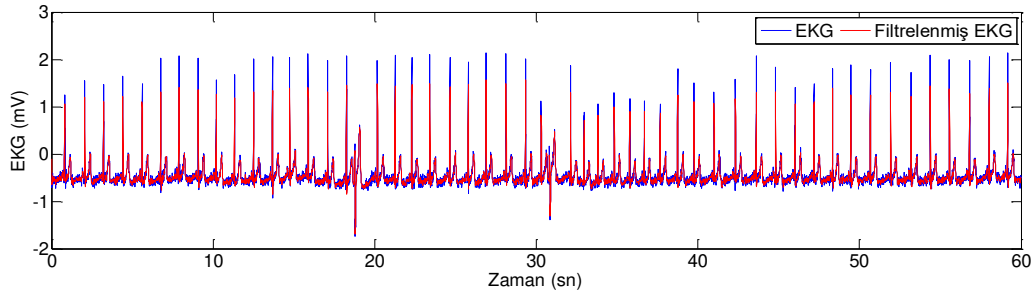
$$\tan(2\omega\tau) = \frac{\sum_{k=1}^N \sin 2\omega t_k}{\sum_{k=1}^N \cos 2\omega t_k} \quad (5.42)$$

Burada  $h_k$ ; zamana bağlı olarak değişen bir seri, Eşitlik 5.40 ile verilen  $\bar{h}$ ; bu serinin ortalama değeri, Eşitlik 5.41 ile verilen  $\sigma^2$  ise varyans olarak tanımlanmıştır. Ortagonallığı sağlayan faz değeri ise  $\tau$  ile ifade edilmektedir.

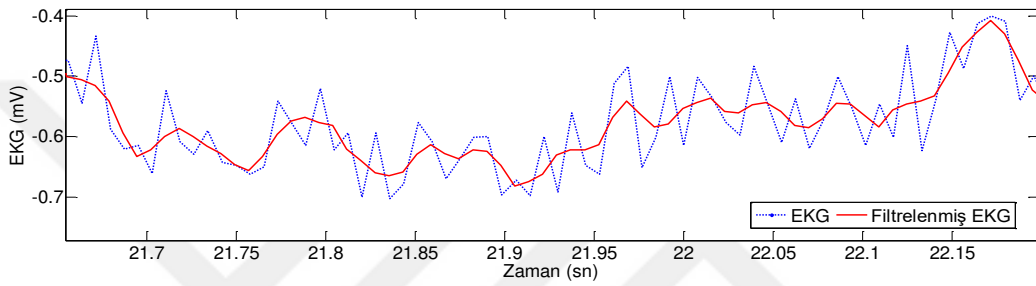
#### *Benzetim Çalışması*

Benzetim çalışmaları MATLAB paket programı aracılığıyla oluşturulan kod parçacıkları kullanılarak yapılmıştır. EK 8'de verilen her bir kod bloğu, daha sonraki süreçte tasarlanması planlanan grafiksel kullanıcı ara yüzüne (GUI) uygun, birbiriyle ilişkili olarak çalışacak şekilde tasarlanmıştır. Veri bankasından temin edilen verilerin, uygun örnekleme frekansı ve genlik değerlerine göre yeniden düzenlenerek zaman ekseninde çizimi sağlanmıştır. Şekil 5.30-(a)'da, OSA durumunda gürültü eklenmiş EKG sinyalinin kendisi ve Eşitlik 5.36'daki filtrenin kullanımıyla elde edilmiş filtreli hali verilmiştir. Filtrenin başarımı Şekil 5.30-(b)'de verilen ayrıntılı grafikte daha net görülmektedir.

Eşitlik 5.38 ile verilen TEO kullanılarak, gürültüsüz EKG sinyaline ait R-R tepeleri elde edilmiştir. Şekil 5.31’de R-R tepeleri ve sayıları görülmektedir.



(a)

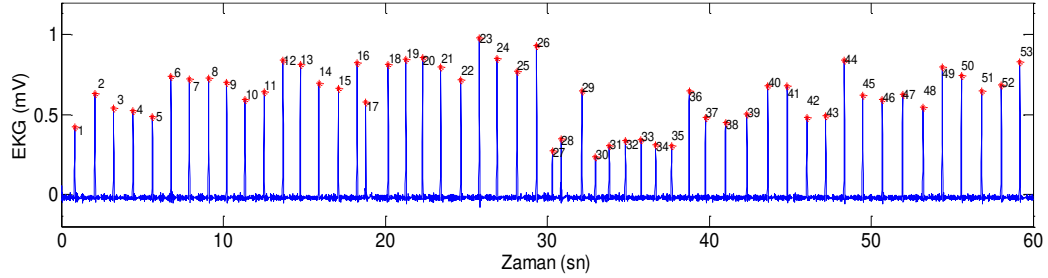


(b)

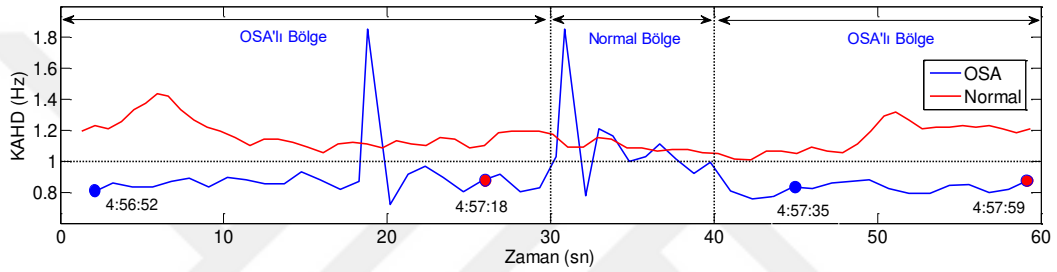
Şekil 5.30. a) Gürültülü ve filtrenilmiş EKG sinyali b) Ayrıntılı grafik

R-R tepelerinin tespiti ardından, her tepe arasında geçen süre hesaplanarak KAHD elde edilir. Frekans cinsinden ifade edilen bu değişimin zamana bağlı olarak çizimi Şekil 5.32’de verilmiştir. Mavi noktalar OSA’nın oluşum anını, kırmızı noktalar ise bitim anını göstermektedir. Bu noktalar Çizelge 5.4’te verilen uzman görüşüne göre belirlenmiştir. Bu hasta için eşik değeri eğer 1 Hz olarak alınırsa, OSA oluşumu ilk 30 ve son 20 saniye içerisinde görülmektedir. Yöntemin uzman görüşünü desteklediği açıkça görülmektedir. Şekil 5.31 ile verilen R tepelerinin değişim verilerinin güç spektral yoğunluğu, Eşitlik 5.39 ile ifade edilen Lomb-Scargle periodogram yöntemine göre çizdirilirse, Şekil 5.33 ile gösterilen grafik elde edilir. KAHD için 0.015-0.04 Hz arası çok düşük, 0.04-0.15 Hz arası düşük, 0.15-0.7 Hz arası ise yüksek band genişliği olarak kabul edilmektedir [160]. Yapılan birçok çalışmada, apne süresince alınan EKG sinyallerinin güç spektral yoğunluğunun, düşük frekanslı bileşenlerin yüksek frekanslı bileşenlere oranla daha yüksek olduğu görülmüştür. Tedavi sonrasında düşük frekanslı bileşenlerin yoğunluğunda düşüş gözlemlendiği ortaya çıkmıştır [161]. Bu durumda Şekil 5.33’e göre, OSA durumunun gözlemlendiği KAHD’nin güç

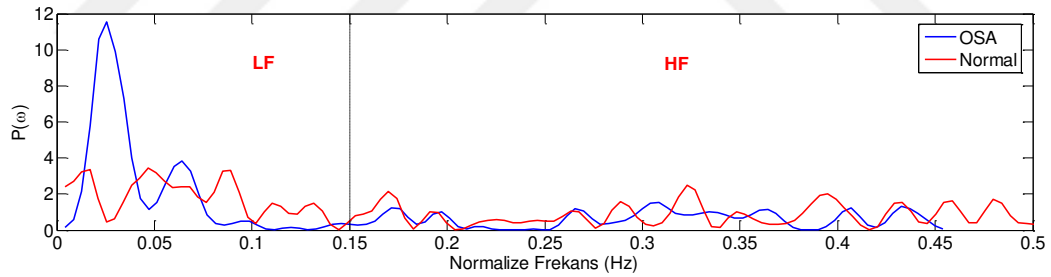
spektral yoğunluğu incelenirse, düşük frekanslı bileşenlerin yüksek frekanslı bileşenlere oranının daha yüksek olduğu görülür. Normal durumda ise böyle bir değişim söz konusu değildir.



Şekil 5.31. Tespit edilen R tepeleri



Şekil 5.32. Kalp hızı değişim grafiği



Şekil 5.33. R tepelerinin güç spektral yoğunluğu grafiği

Çizelge 5.4. Uzman değerlendirmesine göre elde edilen veriler [153]

| Zaman (sa) | Tip    | Süre (sn) |
|------------|--------|-----------|
| 04:56:14   | APNE-M | 24        |
| 04:56:52   | APNE-O | 26        |
| 04:57:35   | APNE-O | 24        |

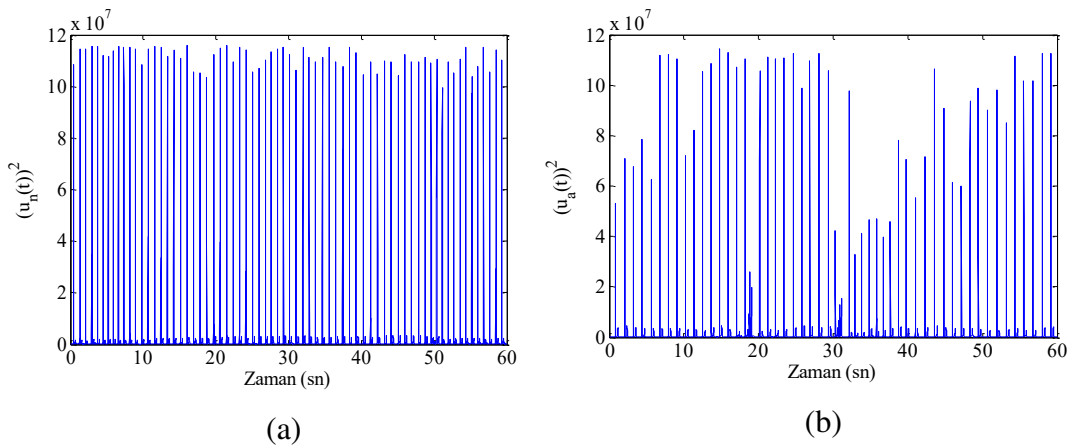
Bu bölümde, Obstrüktif uyku apnesinin teşhisi için EKG sinyallerinden yararlanarak, KAHD'nın güç spektral yoğunluğu incelenmiştir. Güç spektral yoğunluğu, geleneksel olarak bilinen Fourier dönüşümü yerine, düzensiz verilerin periyodikliğinin ortaya çıkarılmasında etkin olan Lomb-Scargle periodogram

yöntemiyle elde edilmiştir. KAHD'ın güç spektral yoğunluğu incelendiğinde, düşük frekanslı bileşenlerin yüksek frekanslı bileşenlere oranının daha yüksek olduğu ve OSA'lı durumun kolayca tespit edilebileceği görülür. Sonraki çalışmalarda, çeşitli özellik çıkarım ve sınıflama yöntemleri kullanılarak OSA teşhisinin kullanıcı dostu bir yazılım arayüzü ile kolayca belirlenmesi planlanmaktadır.

### 5.5.2. Obstrüktif uyku apnesinin kesir dereceli filtre ile kestirimi

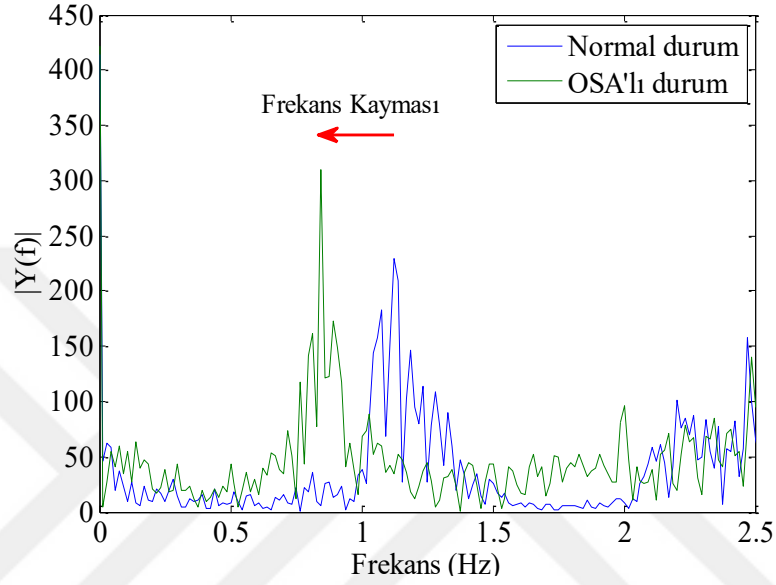
Önceki bölümde KAHD grafiği üzerinden OSA teşhisi için frekans tabanlı analiz yöntemlerinden biri olan Lomb Scragle Periodogram yönteminden bahsedilmişti. Bu bölümde ise normal ve OSA'lı durum için EKG sinyalinin frekans spektrumundaki değişiminden yararlanılarak, R-R tepe değerleri arasındaki mesafenin bulunmasıyla hastalığın nüks ettiği aralık teşhis edilmiştir.

Apne durumunun kestirimi için; kesir dereceli alçak geçiren filtre yapısıyla birlikte, belirlenen eşik değeri kullanılmıştır. Alçak geçiren filtrenin geçirme bandındaki kayma, EKG'ye ait enerji sinyalinin frekansındaki değişim bulunmuştur. Filtrenin geçiş bandı, kesirli derecenin ayarlanmasıyla -20 dB değerine eşitlenmektedir. Bu durum R-R aralığının değişimini daha iyi gözlemlemek için, filtre çıkışının duyarlılığını arttırmaktadır. Tek bitlik eşikleyici yapısı ise, EKG sinyalindeki apne durumlarını sınıflandırmaktadır. R tepelerinin frekansındaki azalma, interbit aralıklarının uzunluğunun daha net görünmesine neden olmaktadır. Şekil 5.34'te bir önceki bölümde kullanılan normal ve OSA durumunda alınan EKG sinyallerine ait enerji grafikleri görülmektedir.



Şekil 5.34. EKG'ye ait enerji sinyalleri a) Normal b) OSA

Şekillerden anlaşılacağı üzere OSA hali iki belirleyici özelliği yapısından barındırmaktadır: (i) interbit aralıklarının frekans düşümüne bağlı olarak, R-R tepeleri arasındaki mesafe de artmaktadır ve (ii) R tepe değerleri düzensiz bir değişim sergilemektedir. Genlikteki düzensizlik ve frekanstaki değişime bağlı olarak belirleyici bir özellik çıkarılarak, apne teşhisi yapılabilir. Şekil 5.35'te, EKG'ye ait enerji sinyallerinin frekans spektrumları verilmiştir.



Şekil 5.35. EKG'ye ait enerji sinyalinin frekans spektrumu

Şekilden anlaşılacağı üzere, apne durumunda frekanstaki azalmaya bağlı olarak, R tepelerine ait enerji sinyali düşük frekans değerlerine kayma eğilimi göstermektedir. Frekanstaki düşümün gerçekleştiği anda, geçiş bandındaki eğim, çıkış genliğini arttırmak için kullanılmıştır. Bu durum kesir dereceli alçak geçiren filtreden faydalanılarak sağlanmıştır. Kesir dereceli alçak geçiren filtrenin,  $s$  tabanındaki geçiş fonksiyonu aşağıdaki gibi alınabilir.

$$T(s) = \frac{k}{a_1 s^\alpha + a_0} \quad (5.43)$$

Bir filtrenin karakteristiği, genlik cevabının dB ölçeğinde alınmasıyla belirlenmektedir.  $T(s)$ 'nin genlik cevabı,  $s = j\omega$  alınarak şu şekilde bulunabilir.

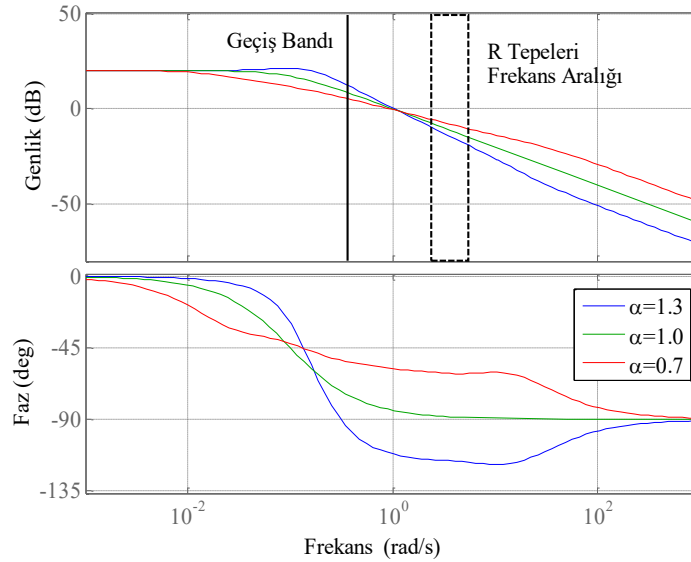
$$20\log_{10}|T(j\omega)| = 20\log_{10}k - 10\log_{10}\left[\left(a_1\omega^\alpha \cos\frac{\pi}{2}\alpha + a_0\right)^2 + \left(a_1\omega^\alpha \sin\frac{\pi}{2}\alpha\right)^2\right] \quad (5.44)$$

$T(s)$  fonksiyonunda,  $k=10$ ,  $a_1=10$  ve  $a_0=1$  alınmıştır. Bölüm 5.4'teki sayısal filtre gerçekleştirilmesi kullanılarak, IIR formundaki ayrıklaştırılmış alçak geçiren filtreler farklı  $\alpha$  değerleri için şu şekilde bulunur.

$$H_{\alpha=1.3}(z) = \frac{0.001149z^5 - 0.003242z^4 + 0.001892z^3 + 0.002294z^2 - 0.003041z - 0.0009481}{z^5 - 4.913z^4 + 9.655z^3 + 9.484z^2 - 4.657z - 0.9147} \quad (5.45)$$

$$H_{\alpha=0.7}(z) = \frac{0.01326z^5 - 0.03863z^4 + 0.02425z^3 + 0.0265z^2 - 0.0375z - 0.01213}{z^5 - 4.818z^4 + 9.78z^3 + 8.924z^2 - 4.287z - 0.8227} \quad (5.46)$$

$$H_{\alpha=1}(z) = \frac{0.003905z - 0.003905}{z - 0.9992} \quad (5.47)$$

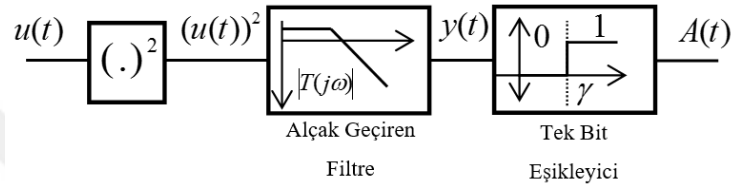


Şekil 5.36. Sürekli zamanlı alçak geçiren filtrenin genlik ve faz cevabı

Her filtre için eşdeğer yaklaşım yöntemi olarak CFE kullanılmıştır. Şekil 5.36'da,  $T(s)$  sürekli zamanlı alçak geçiren filtrenin genlik ve faz cevapları verilmiştir.

Filtrenin geçiş bant eğimi, kesirli derece  $\alpha$  'nın değiştirilmesiyle ayarlanabilir. Bu etki geçiş bandında rampa filtrasyonunun oluşmasına neden olmaktadır. Böylece çıkış filtresinin hassasiyeti, R-R aralık değişimine göre artmaktadır. Öte yandan, sinyaldeki yüksek frekans bileşenlerini bastırarak iyi bir süzme işlemi de gerçekleştirmektedir. Kesirli derecenin  $\alpha = 1.3$  alınmasıyla elde edilen sayısal filtre, diğer durumlara göre daha iyi sonuçlar doğurmuştur.

R-R aralıklarını tespit etmek için kullanılan yapının blok diyagramı Şekil 5.37'de verilmiştir.



Şekil 5.37. OSA kestirim yapısının blok diyagramı

Burada, öncelikle EKG sinyalinin enerji işareti  $(u(t))^2$  şeklinde hesaplanmaktadır. Daha sonra bu enerji işareti belirlenen kesirli dereceli alçak geçiren filtrenin geçiş bandına uygulanmaktadır. Bu yan band, frekanstaki değişimi genliğe yansıtmaktadır. Burada, frekans değerinin düşmesiyle çıkış genliğinin arttığı gözlemlenebilir. Çünkü filtre geçiş bölgesi, düşük frekansa doğru genliği artıran formda değişmektedir. Filtre çıkışı  $y(t) = [y_n(t) \ y_a(t)]$ , tek bitlik eşikleyici ile sınıflanmaktadır. Eşikleyicinin eşik değeri, Eşitlik 5.48 kullanılarak bulunmaktadır.

$$\gamma = E[y(t)] = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^T y(t) \quad (5.48)$$

Tek bitlik eşikleyicinin çıkışı  $A(t)$  ise aşağıdaki gibi değişmektedir.

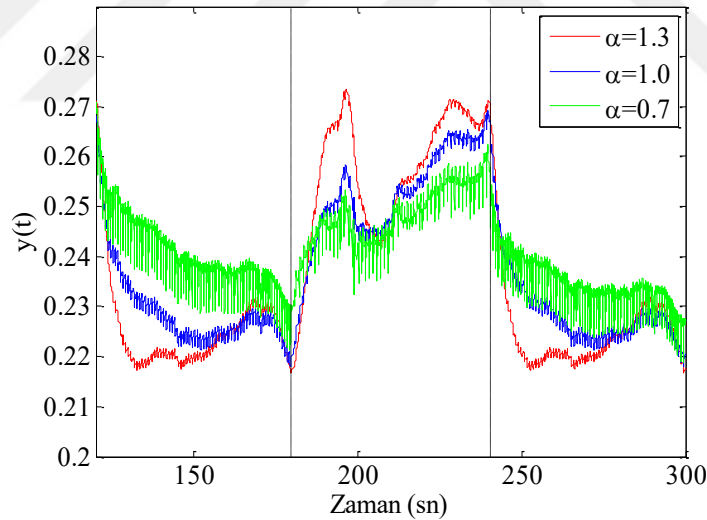
$$A(t) = \begin{cases} 0 & y(t) < \gamma \\ 1 & y(t) \geq \gamma \end{cases} \quad (5.49)$$

$R_E = E[y_n(t)] / E[y_a(t)]$  ifadesi, normal durum sinayalinin beklenen değeri (ortalaması) ile apneli sinyalin beklenen değerinin oranını vermektedir. Apne durumunda beklenen değer arttığı için  $R_E$  değeri de düşmektedir.  $y_n(t)$  ve  $y_a(t)$

işaretlerinin standart sapması düşük ise, bu işaretlerin işaretinin beklenen değer etrafında dalgalanması az olmaktadır. Yani işaret beklenen değer civarında kalıyor demektir. Bu durumda, işareti beklenen değerine göre eşikleyip sınıflamak çok hata getirmeyecektir. Çünkü hata getirecek salınımlar düşük standart sapma nedeni ile az olacaktır. Sonuç olarak,  $R_E = E[y_n(t)] / E[y_a(t)]$  düşük ise, beklenen değerler birbirinden oldukça farklıdır. Eşitlik 5.48 normal ve apne durum filtre çıkışlarının bir ortalamasıdır. Dolayısıyla  $R_E = E[y_n(t)] / E[y_a(t)]$  düşük ve standart sapmalar az ise elde edilen  $\gamma$  iyi bir eşikleme sağlayabiliyor demektir.

### Benzetim Çalışmaları

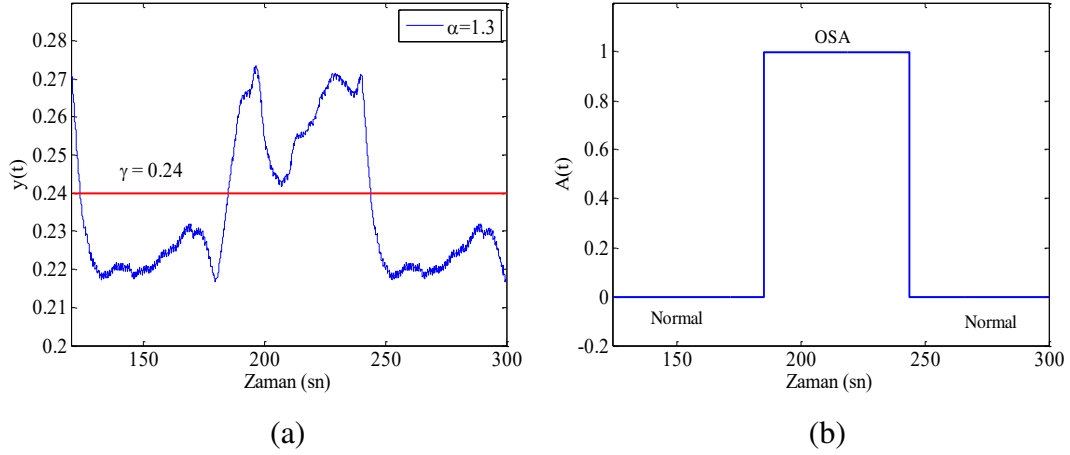
Benzetim çalışmasında kullanılan kod parçacıkları EK 9'da verilmiştir. Şekil 5.38'de  $\alpha=1.3$ ,  $\alpha=1$  ve  $\alpha=0.7$  için filtre çıkışları gösterilmiştir. Şekilden anlaşılacağı üzere, filtre çıkışı  $y(t)$ ,  $\alpha=1.3$  için daha net sonuçlar vermektedir. Ayrıca sinyaldeki gürültü bastırılmış, daha yumuşak bir işaret elde edilmiştir.



Şekil 5.38. Farklı filtre dereceleri için çıkış sinyali (Normal-OSA-Normal)

Şekil 5.39 (a) ve (b)'de, sırasıyla  $\alpha=1.3$  için filtre çıkışı  $y(t)$  ve eşikleyici çıkışı  $A(t)$  sinyalleri gösterilmiştir. Eşikleyici değeri  $\alpha=1.3$  için yaklaşık olarak 0.24 olarak hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlar, test verileri ve uzman değerlendirmeleriyle uyushmaktadır. Çizelge 5.5'te, standart sapma ve  $R_E = E[y_n(t)] / E[y_a(t)]$  değerleri verilmiştir. Bu değerler, düşük  $R_E$  değerinden

dolayısı  $\alpha = 1.3$  için kesir dereceli filtrenin daha doğru sonuç verdiğini göstermektedir.



Şekil 5.39. a)  $\alpha = 1.3$  için filter çıkışı  $y(t)$  b) Eşikleyici çıkışı  $A(t)$

Çizelge 5.5. Normal durum için  $\sigma_n$ , OSA için  $\sigma_a$  ve  $R_E = E[y_n(t)] / E[y_a(t)]$  değerleri

| $\alpha$ | $\sigma_n$ | $\sigma_a$ | $R_E = E[y_n(t)] / E[y_a(t)]$ |
|----------|------------|------------|-------------------------------|
| 0.7      | 0.0077     | 0.0062     | 0.9701                        |
| 1.0      | 0.0083     | 0.0101     | 0.9105                        |
| 1.3      | 0.0095     | 0.0129     | 0.8779                        |

Sonuç olarak bu bölümde, EKG sinyalleri üzerinden OSA teşhisi için kesir dereceli filtreyle birlikte tek bitlik eşikleyici yapısı kullanılmıştır. Filtrenin kesir derecesi ayarlanarak, geçiş bandının eğim değeri belirlenmiştir. Ayrıca sinyaldeki dalgalanmalar, kullanılan filtreyle en aza indirilmiştir. Önerilen sistemin basit ve kullanışlı olduğu göz önünde bulundurulursa; solunum, EEG, EMG gibi diğer biyomedikal sinyallerin de kullanıldığı bütünleşmiş bir sistem tasarımı yapılabilir.

## 6. TARTIŞMA VE SONUÇ

### 6.1. Tez Çalışmasının Sonuçları

Bu tez çalışması, kesir dereceli doğrusal olmayan kontrol uygulamaları ve kesirli integro-diferansiyel operatörlerle birlikte sinyal işleme tekniklerinin kullanıldığı çalışmaları içermektedir. Bu tezde yapılan çalışmaları kısaca şöyle özetlenebilir;

Doğrusal olmayan sistemlerin denetimi için geliştirilen dayanıklı denetleyicilerle birlikte, kesir dereceli matematiğin kullanılması fikrini ele alan çalışmalar yapılmıştır. Özellikle kesir dereceli integro-diferansiyel parametrelerin etkisini ön plana çıkaracak ve birbirlerine göre değişimlerini inceleyecek uygulamalar bu çalışmaların başında gelmektedir. Kayan kipli denetleyici ve referans model tabanlı uyarlamalı denetleyicinin kesir dereceli versiyonları oluşturularak, doğrusal olmayan sistemler için hem gerçek zamanlı hem de benzetim tabanlı çalışmalar yapılmıştır. Çeşitli bozucu giriş ve gürültülere karşı sistemin dayanıklılığı ve kararlılığı incelenmiştir. Konvansiyonel algoritmalara birtakım yenilikler katılıp, mevcut yapılarla kıyaslanmıştır.

Kontrol mühendisliğinde geçmişten günümüze önemli bir yer tutan doğrusal olmayan röle geri beslemeli sistemlerle birlikte, kesir dereceli integro-diferansiyel ifadeler kullanılarak, Limit Çevrim parametrelerinin tahmini için yararlanılan frekans cevabı yöntemleri incelenmiştir. Doğrusal olmayan sistemlerin davranışlarının belirlenmesi ve kararlılık analizleri için kullanılan yaklaşımlara kesir dereceli özellikler kazandırılmıştır. Limit Çevrim analizinde kullanılan, Tanım fonksiyonu, Tsypkin eğrileri, A-fonksiyon gibi yöntemler incelenmiştir. Analizlerin doğru bir şekilde yapılması için çeşitli programlar geliştirilmiş ve uygulamalarda kullanılmıştır. Özellikle Nyquist benzeri eğrilerin oluşturulması için bu programlardan faydalanılmıştır.

Kesir dereceli matematik, doğası gereği çeşitli doğrusalsızlıklar içeren, sinyal işleme ve dönüştürme yapılarına da uyarlanarak, örnek sinyallerin transmisyonu ve transformasyonu ile ilgili çalışmalar yapılmıştır. Uygulanan tekniklerin başarımı, dönüştürülen sinyallerin gürültülere karşı baskınlığı hesaplanarak ölçülmüştür. Gerçek veriler temin edilip kıyaslamalar yapılmıştır. ASDM'deki integratör yapısı kesir dereceli formda yeniden revize edilerek, çıkış

dalga şekilleri geleneksel yapı ile kıyaslanmıştır. İntegratör derecesindeki değişime bağlı olarak, sisteme ait temel performans kriterleri karşılaştırmalı olarak incelenmiştir. Düşük  $\alpha$  değerlerinde, zamana bağımlı darbe katarlarının periyodu düşmüş ve doğruluğu yüksek çıkış dalga şekilleri elde edilmiştir. Ters olan durumda ise, SNR ve SINAD değerlerinde azalma olurken, IAE değerinde artışlar gözlenmiştir. Ayrıca yüksek bit oranlarında kesir dereceli integratörün etkisi daha net görülmüştür. Önerilen yapının benzetim çalışmaları dışında sonraki süreçte yapılması planlanan gerçek zamanlı uygulamalarda kullanılması daha açıklayıcı sonuçlar verecektir.

Obstrüktif uyku apnesinin teşhisinde kullanılan EKG sinyallerine farklı tipteki ayırık zamanlı kesir dereceli filtreler uygulanarak benzetim çalışmaları yapılmıştır. Önerilen sistemin basit ve kullanışlı olduğu göz önünde bulundurulursa; solunum, EEG, EMG gibi diğer biyomedikal sinyallerin de kullanıldığı bütünleşmiş bir sistem tasarımı yapılabilir. Ayrıca kesir dereceli sayısal filtrelerin gömülü sistemler üzerinde gerçekleştirilmesi sağlanmıştır. Kesir dereceli filtrelerin günlük yaşamımıza kullanılabilirliğini göstermek amacıyla yapılan bu çalışmada; tam sayı dereceli eşdeğer modelleri elde etmek için farklı iki yöntemden faydalanılmış ve sonuçlar karşılaştırmalı olarak incelenmiştir. Hem benzetim hem de gerçek zamanlı uygulamalardan alınan verilere göre, sayısal filtre katsayılarının donanım üzerinde kodlanmasında, sonlu kelime uzunluğunun ve örnekleme periyodunun etkisinin yüksek olduğu gözlemlenmiştir.

Günümüzde sahaya dönük çalışmalarda yeni denetleyici tasarım tekniklerinin geliştirilmesine ve optimum parametrelerin elde edilmesine ihtiyaç duyulmaktadır. Bu nedenle kesir dereceli matematik temelli yeni optimizasyon teknikleri literatüre katkı sağlayabilir. Fourier dönüşümleri, görüntü işleme teknikleri, şifreleme, kaotik davranış gösteren sistemlerin analizi, modülatör tasarımı ve biyomedikal sinyallerin yorumlanması gibi birçok sinyal işleme konusu için de kesir dereceli matematiksel yaklaşımlar kullanılabilir. Ayrıca, yapay sinir ağları, robotik, gömülü sistemler gibi alanlarda yapılacak kesirli matematik çalışmalarının da önemli sonuçları ve katkıları olacağı düşünülmektedir.

Sonraki bölümde bu tez çalışmasından üretilen bilimsel yayınlar ve projelerin listesi verilmiştir.

## **6.2. Tez Çalışmasından Üretilen Bilimsel Yayınlar**

### **6.2.1. SCI ve SCI-E kapsamındaki uluslararası hakemli dergi yayınları**

1. C. Yeroğlu and **G. Kavuran**, "Sliding Mode Controller Design with Fractional Order Differentiation: Applications on Unstable Time Delay Systems", Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences, vol. 22(5), pp. 1270-1286, 2014.

### **6.2.2. Diğer uluslararası hakemli dergi yayınları**

1. **G. Kavuran**, B. B. Alagöz, A. Ateş, C. Yeroğlu, " Implementation of Model Reference Adaptive Controller with Fractional Order Adjustment Rules for Coaxial Rotor Control Test System", Balkan Journal of Electrical and Computer Engineering - (BAJECE) , 2016.
2. **G. Kavuran**, C. Yeroğlu, A. Ateş, B. B. Alagöz, "Effects of Fractional Order Integration on ASDM Signals", International Journal of Dynamics and Control, 2016.
3. D. P. Atherton, N. Tan, C. Yeroğlu, **G. Kavuran**, A. Yüce, "Limit Cycles in Nonlinear Systems with Fractional Order Plants", Machines, doi:10.3390/machines2030176, vol. 2(3), pp. 176-201, 2014.

### **6.2.3. Ulusal hakemli dergi yayınları**

1. **G. Kavuran**, A. Ateş, B. B. Alagöz, C. Yeroğlu, "Image Processing Based Object Tracking Application with Fractional-order Model Reference Control", Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi, 2016.

### **6.2.4. Uluslararası konferans ve sempozyumlarda sunulan tebliğler**

1. B. B. Alagöz, C. Yeroğlu, **G. Kavuran**, A. Ateş, "Detection of RR interval alterations in ECG signals by using first order fractional filter", 39th International Conference on Telecommunications and Signal Processing (TSP), Vienna, Austria. , June 27-29, 2016.

2. A. Ateş, **G. Kavuran**, B. B. Alagöz, , C. Yeroğlu, “Improvement of IIR Filter Discretization for Fractional Order Filter by Discrete Stochastic Optimization”, 39th International Conference on Telecommunications and Signal Processing (TSP), Vienna, Austria. , June 27-29, 2016.
3. **G. Kavuran**, B. B. Alagöz, A. Ateş, C. Yeroğlu, “Implementation of Fractional Order Filters by Embedded Programming Techniques”, ICFDA’16 International Conference on Fractional Differentiation and its Applications, Novi Sad, Serbia, July 18 - 20, 2016.
4. **G. Kavuran**, C. Yeroğlu, A. Ateş, B. B. Alagöz, “A Note on Effects of Fractional Order Integration on ASDM Signals”, FSS’15 The International Symposium on Fractional Signals and Systems, Technical University of Cluj-Napoca, Romania, 2015.
5. D. P. Atherton, N. Tan, C. Yeroğlu, **G. Kavuran**, A. Yüce, “Computation of Limit Cycles in Nonlinear Feedback Loops with Fractional Order Plants”, ICFDA’14, Catania University, Italy, 2014.
6. **G. Kavuran** and C. Yeroğlu, “Sliding Mode Control for Fractional Order Plants via Limit Cycle Prediction”, ICFDA’14, Catania University, Italy, 2014.

#### 6.2.5. Ulusal konferans ve sempozyumlarda sunulan tebliğler

1. **G. Kavuran**, A. Ateş, B. B. Alagöz, C. Yeroğlu, “Kesir Dereceli Model Referans Denetleyici ile Görüntü İşleme Destekli Kapalı Çevrim Nesne Takip Uygulaması”, TOK 2015 Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, Denizli, 2015.
2. B. B. Alagöz, A. Ateş, **G. Kavuran**, C. Yeroğlu, “Darbe Genişliği Modülasyonlu PID Kontrolör İle Rotor Kontrolü”, TOK 2015 Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, Denizli, 2015.
3. **G. Kavuran**, C. Yeroğlu, “Investigation of periodic modes in nonlinear systems with fractional order integrator”, SIU’15 23rd Signal Processing and Communications Applications Conference, Inonu University of Malatya, Turkey, 2015.

4. **G. Kavuran**, A. Yüce, N. Tan, C. Yeroğlu, “Röle Geri Beslemeli Doğrusal Olmayan Kesir Dereceli Sistemlerin Limit Çevrim Analizi”, TOK’14 Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, Kocaeli, 11-13 Eylül 2014.
5. A. Yüce, **G. Kavuran**, N. Tan, C. Yeroğlu, “Kesirli Dereceli Zaman Gecikmeli Röle Kontrol Sistemlerinin Limit Cycle Analizi” TOK’14 Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, Kocaeli, 11-13 Eylül 2014.
6. **G. Kavuran**, C. Yeroğlu, "Çift Rotorlu Model Helikopterin Kayan Kipli Denetleyici ile Gerçek Zamanlı Denetimi", Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı TOK'13, İnönü Üniversitesi, Malatya, s: 348-353, 26-28 Eylül 2013.
7. **G. Kavuran**, C. Yeroğlu, "Parametre Belirsizliği İçeren Sistemler İçin Kesir Dereceli Kayan Kipli Denetleyici Tasarımı", Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı TOK'12, Niğde Üniversitesi, 2012.

#### **6.2.6. Yurtiçi bilimsel projeler**

1. Rotor Kontrolü İçin Gömülü Programlama ile Kesir Dereceli Model Referans Uyarlamalı Denetçi Tasarımı (Proje No:215E261), TÜBİTAK PROJESİ, Bursiyer, 01/06/2016 (Devam Ediyor)

## 7. KAYNAKLAR

- [1] I. Petras, *Fractional-Order Nonlinear Systems: Modeling, Analysis and Simulation*. Springer Press, 2011.
- [2] F. J. Valdes-Parada, J. Alberto Ochoa-Tapia, ve J. Alvarez-Ramirez, Effective medium equations for fractional Fick's law in porous media, **Phys. A Stat. Mech. its Appl.**, c. 373, ss. 339–353, 2007.
- [3] P. J. Torvik ve R. L. Bagley, On the Appearance of the Fractional Derivative in the Behavior of Real Materials, **Journal of Applied Mechanics**, c. 51. ss. 294–298, 1984.
- [4] A. Tustin, J. T. Allanson, J. M. Layton, ve R. J. Jakeways, The design of systems for automatic control of the position of massive objects, *Proceedings of the IEE - Part C: Monographs*, c. 105, sayı 1. s. 1, 1958.
- [5] S. Manabe, The Non-integer Integral and its Application to Control Systems, **J. Inst. Electr. Eng. Japan**, c. 80, sayı 860, ss. 589–597, 1960.
- [6] M. Axtell ve M. E. Bise, Fractional calculus application in control systems, *Aerospace and Electronics Conference (NAECON 1990)*, ss. 563–566 c.2, 1990.
- [7] L. Dorcak, Numerical Models for the Simulation of the Fractional-Order Control Systems, **ArXiv Math. eprints**, c. 04–94, s. 12, 2002.
- [8] I. Podlubny, Fractional-order systems and  $PI^{\lambda}D^{\mu}$ -controllers, **IEEE Trans. Automat. Contr.**, c. 44, sayı 1, ss. 208–214, 1999.
- [9] A. Oustaloup, *La dérivation non entière. Théorie, synthèse et applications*. 1995.
- [10] M. F. Silva, J. A. T. Machado, ve A. M. Lopes, Fractional Order Control of a Hexapod Robot, **Nonlinear Dyn.**, c. 38, sayı 1–4, ss. 417–433, Ara. 2004.
- [11] D. Xue, C. Zhao, ve Y. Q. Chen, Fractional order PID control of a DC-motor with elastic shaft: a case study, 2006 Am. Control Conf., ss. 3182–3187, 2006.
- [12] S. Manabe, A suggestion of fractional-order controller for flexible spacecraft attitude control, **Nonlinear Dyn.**, c. 29, sayı 1–4, ss. 251–268, 2002.
- [13] W. Xifan, C. Chengjun, ve Z. Zhichao, Experiment on fractional frequency

- transmission system, **IEEE Trans. Power Syst.**, c. 21, sayı 1, ss. 372–377, 2006.
- [14] W. Ahmad, Power factor correction using fractional capacitors, Proceedings of the 2003 International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS '03), c. 3. s. III-5-III-7, 2003.
- [15] S. Ladaci ve A. Charef, On Fractional Adaptive Control, **Nonlinear Dyn.**, c. 43, sayı 4, ss. 365–378, 2006.
- [16] J. S. H. Tsai, T. H. Chien, S. M. Guo, Y. P. Chang, ve L. S. Shieh, State-space self-tuning control for stochastic fractional-order chaotic systems, **IEEE Trans. Circuits Syst. I Regul. Pap.**, c. 54, sayı 3, ss. 632–642, 2007.
- [17] A. Arenta, R. Caponetto, L. Fortuna, ve D. Porto, *Nonlinear Noninteger Order Circuits and Systems – An Introduction*, c. 38. Singapore: World Scientific, 2000.
- [18] H. W. Bode, Network analysis and feedback amplifier design, *Bell Telephone Laboratories series*. s. 551, 1945.
- [19] G. E. Carlson ve C. A. Halijak, Approximation of Fractional Capacitors  $(1/s)^{1/n}$  by a Regular Newton Process, **IEEE Trans. Circuit Theory**, c. 11, sayı 2, ss. 210–213, 1964.
- [20] M. Nakagawa ve K. Sorimachi, Basic characteristics of a fractance device, **IEICE Trans. Fundam. Electron. Commun. Comput. Sci.**, c. E75–A, sayı 12, ss. 1814–1819, 1992.
- [21] S. Westerlund, Dead matter has memory!, *Phys. Scr.*, c. 43, sayı 2, ss. 174–179, 1991.
- [22] K. B. Oldham ve J. Spanier, *The Fractional Calculus: Theory and Applications of Differentiation and Integration to Arbitrary Order*, Academic Press, New York, 1974.
- [23] C. C. Tseng, Design of FIR and IIR fractional order Simpson digital integrators, **Signal Processing**, c. 87, sayı 5, ss. 1045–1057, 2007.
- [24] B. M. Vinagre, Y. Q. Chen, ve I. Petras, Two direct Tustin discretization methods for fractional-order differentiator/integrator, **J. Franklin Inst.**, c. 340, sayı 5, ss. 349–362, 2003.
- [25] B. J. West, M. Bologna, ve P. Grigolini, *Physics of Fractal Operators*. New York, NY: Springer New York, 2003.

- [26] G. M. Zaslavsky, *Hamiltonian Chaos and Fractional Dynamics*, Oxford University Press, 2005.
- [27] M. da Graça Marcos, F. B. M. Duarte, ve J. A. Tenreiro Machado, Fractional dynamics in the trajectory control of redundant manipulators, **Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.**, c. 13, sayı 9, ss. 1836–1844, 2008.
- [28] R. L. Magin, *Fractional Calculus in Bioengineering*. Redding: Begell House Publishers, 2006.
- [29] D. Xue, Y. Q. Chen, ve D. P. Atherton, *Linear feedback control: analysis and design with MATLAB*. SIAM Press, 2007.
- [30] R. Caponetto, G. Dongola, L. Fortuna, ve I. Petras, *Fractional Order Systems: Modeling and Control Applications*. Singapore: World Scientific, 2010.
- [31] G. Obinata ve B. D. O. Anderson, *Model Reduction for Control System Design*. London: Springer London, 2001.
- [32] R. Gorenflo, A. A. Kilbas, F. Mainardi, ve S. V. Rogosin, *Mittag-Leffler Functions, Related Topics and Applications*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2014.
- [33] M. G. Mittag-Leffler, Sur la nouvelle fonction  $E_\alpha(x)$ , **Comptes Rendus, Acad. Sci.**, c. 137, ss. 554–558, 1903.
- [34] K. S. Miller ve B. Ross, *An Introduction to the Fractional Calculus and Fractional Differential Equations*. Wiley, 1993.
- [35] I. Podlubny, *Fractional Differential Equations*, Academic Press, San Diego, 1999.
- [36] D. Matignon, Generalized fractional differential and difference equations: stability properties and modelling issues, Proc. of the Math. Theory of Networks and Systems Symposium, 1998.
- [37] Y. Q. Chen, H. Ahn, ve D. Xue, Robust controllability of interval fractional order linear time invariant systems, **Signal Processing**, c. 86, sayı 10, ss. 2794–2802, 2006.
- [38] A. Oustaloup, *Systemes asservis lineares d'ordre fractionnaire*. Paris: Masson, 1983.
- [39] A. Oustaloup, J. Sabatier, P. Lanusse, R. Malti, P. Melchior, X. Moreau, ve M. Moze, An overview of the CRONE approach in system analysis,

- modeling and identification, observation and control, IFAC Proc. Vol., c. 41, sayı 2, ss. 14254–14265, 2008.
- [40] D. Xue, C. Zhao, ve Y. Q. Chen, A Modified Approximation Method of Fractional Order System, Int. Conf. Mechatronics Autom., ss. 1043–1048, Haz. 2006.
  - [41] C. A. Monje, Y. Q. Chen, B. M. Vinagre, D. Xue, ve V. Feliu, *Fractional-order Systems and Controls. Fundamentals and Applications*. 2010.
  - [42] F. Merrikh-Bayat ve M. Afshar, Extending the Root-Locus Method to Fractional-Order Systems, **J. Appl. Math.**, c. 2008, ss. 1–13, 2008.
  - [43] C. Yang ve F. Liu, A computationally effective predictor-corrector method for simulating fractional order dynamical control system, **ANZIAM Journal**, c.47, ss. C168-C184, 2006.
  - [44] A. Oustaloup, *La commande CRONE: commande robuste d'ordre non entier*. Hermès, 1999.
  - [45] C. Yeroglu ve N. Tan, Note on fractional-order proportional–integral–differential controller design, **IET Control Theory Appl.**, c. 5, sayı May, s. 1978, 2011.
  - [46] C. Yeroglu ve N. Tan, Classical controller design techniques for fractional order case, **ISA Trans.**, c. 50, sayı 3, ss. 461–472, 2011.
  - [47] S. V. Emelyanov, *Variable Structure Control Systems*. Moscow, Russian, 1967.
  - [48] D. Valerio ve J. S. Costa, Fractional Sliding-Mode Control of the Three-Tank Benchmark, The 5th Symposium on FDA, 2012.
  - [49] J. Huang, H. Li, Q. Xu, ve F. Teng, Robust Position Control of PMSM Using Fractional Order Sliding Mode Controller, The 5th Symposium on FDA, 2012.
  - [50] S. A. Batalov, M. P. Lazarević, A. Hacı, ve K. Jezernik, A Chattering-free Fractional  $PD\alpha$  Sliding-mode Control of a 3-DOF Robot System Driven by DC motors, The 5th Symposium on FDA, 2012.
  - [51] S. Dadras ve H. R. Momeni, Fractional-Order Sliding-Mode Control of Uncertain Nonlinear systems, The 5th Symposium on FDA, 2012.
  - [52] B. M. Vinagre ve A. J. Calderon, On Fractional Sliding Mode Control, The 7th Portuguese Conference on Automatic Control, 2006.
  - [53] V. I. Utkin, Sliding mode control design principles and applications to

- electric drives, **Ind. Electron. IEEE Trans.**, c. 40, sayı 1, ss. 23–36, 1993.
- [54] J. J. Slotine ve W. Li, *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall, 1991.
- [55] H. Delavari, A. N. Ranjbar, R. Ghaderi, ve S. Momani, Fractional order control of a coupled tank, **Nonlinear Dyn.**, c. 61, sayı 3, ss. 383–397, 2010.
- [56] C. Yeroğlu ve G. Kavuran, Sliding mode controller design with fractional order differentiation: applications for unstable time delay systems, **Turkish J. Electr. Eng. Comput. Sci.**, c. 22, ss. 1270–1286, 2014.
- [57] D. Matignon, Stability results for fractional differential equations with applications to control processing, **Comput. Eng. Syst. Appl.**, ss. 963–968, 1996.
- [58] D. Matignon, Stability properties for generalized fractional differential systems, *ESAIM Proc.*, c. 5, ss. 145–158, 1998.
- [59] A. G. Radwan, A. M. Soliman, A. S. Elwakil, ve A. Sedeek, On the stability of linear systems with fractional-order elements, **Chaos, Solitons & Fractals**, c. 40, sayı 5, ss. 2317–2328, 2009.
- [60] V. Utkin, Variable structure systems with sliding modes, **IEEE Trans. Automat. Contr.**, c. 22, sayı 2, ss. 212–222, 1977.
- [61] I. Kheirizad, A. A. Jalali, ve K. Khandani, Stabilization of all-pole unstable delay systems by fractional-order PI and PD controllers, **Trans. Inst. Meas. Control**, c. 35, sayı 3, ss. 257–266, 2013.
- [62] O. Camacho, R. Rojas, ve W. García-Gabín, Some long time delay sliding mode control approaches, **ISA Trans.**, c. 46, sayı 1, ss. 95–101, 2007.
- [63] S. Sivaramakrishnan, A. K. Tangirala, ve M. Chidambaram, Sliding mode controller for unstable systems, **Chem. Biochem. Eng. Q.**, c. 22, sayı 1, 2008.
- [64] H. Wu ve M. Deng, Robust adaptive control scheme for uncertain nonlinear model reference adaptive control systems with time-varying delays, **IET Control Theory Appl.**, c. 9, sayı 8, ss. 1181–1189, 2015.
- [65] J. Teng, H. B. Xing, W. Lu, Z. H. Li, ve C. J. Chen, Influence analysis of time delay to active mass damper control system using pole assignment method, **Mech. Syst. Signal Process.**, c. 80, ss. 99–116, 2016.
- [66] X. Sun, J. Xu, ve J. Fu, The effect and design of time delay in feedback control for a nonlinear isolation system, **Mech. Syst. Signal Process.**, c. 87, Part A, ss. 206–217, 2017.

- [67] Q. Zhou, L. Wang, C. Wu, ve H. Li, Adaptive fuzzy tracking control for a class of pure-feedback nonlinear systems with time-varying delay and unknown dead zone, **Fuzzy Sets Syst.**, s. , 2016.
- [68] S. Liu, X.-F. Zhou, X. Li, ve W. Jiang, Asymptotical stability of Riemann–Liouville fractional singular systems with multiple time-varying delays, **Appl. Math. Lett.**, c. 65, ss. 32–39, 2017.
- [69] Y. Han, Y. Kao, ve C. Gao, Robust sliding mode control for uncertain discrete singular systems with time-varying delays and external disturbances, **Automatica**, c. 75, ss. 210–216, 2017.
- [70] S. Long ve S. Zhong, Improved results for stochastic stabilization of a class of discrete-time singular Markovian jump systems with time-varying delay, **Nonlinear Anal. Hybrid Syst.**, c. 23, ss. 11–26, 2017.
- [71] TRMS 33–949S User Manual, *Feedback Instruments Ltd*, 2006. .
- [72] A. P. S. Ramalakshmi ve P. S. Manoharan, Non-linear modeling and PID control of twin rotor MIMO system, 2012 IEEE Int. Conf. Adv. Commun. Control Comput. Technol., ss. 366–369, Ağu. 2012.
- [73] J. G. Juang, W. K. Liu, ve C. Y. Tsai, Intelligent control scheme for twin rotor MIMO system, Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Mechatronics (ICM '05), c. 2005, ss. 102–107, 2005.
- [74] C. W. Tao, J. S. Taur, ve Y. C. Chen, Design of a parallel distributed fuzzy LQR controller for the twin rotor multi-input multi-output system, **Fuzzy Sets Syst.**, c. 161, sayı 15, ss. 2081–2103, 2010.
- [75] M. Lopez-Martinez, C. Vivas, ve M. G. Ortega, A Multivariable Nonlinear H-infinity Controller for a Laboratory Helicopter, Proc. 44th IEEE Conf. Decis. Control, ss. 4065–4070, 2005.
- [76] S. Mondal ve C. Mahanta, Second order sliding mode controller for twin rotor MIMO system, 2011 Annu. IEEE India Conf., ss. 1–5, Ara. 2011.
- [77] B. Pratap, Neuro sliding mode controller for twin rotor control system, 2012 Students Conf. Eng. Syst., ss. 1–5, Mar. 2012.
- [78] F. Allouani, D. Boukhetala, ve F. Boudjema, Particle swarm optimization based fuzzy sliding mode controller for the Twin Rotor MIMO system, 16th IEEE Mediterranean Electrotechnical Conference (MELECON), ss. 1063–1066, 2012.
- [79] C. W. Tao, J. S. Taur, Y. H. Chang, ve C. W. Chang, A novel fuzzy-sliding

- and fuzzy-integral-sliding controller for the twin-rotor multi-inputmulti-output system, **IEEE Trans. Fuzzy Syst.**, c. 18, sayı 5, ss. 893–905, 2010.
- [80] L. Huang, An approach for robust control of a twin-rotor multiple input multiple output system, 2011 IEEE Int. Conf. Robot. Autom., ss. 4423–4428, May. 2011.
- [81] S. Franko, İnsansız Helikopterin Model Öngörülü Kontrolü, İstanbul Teknik Üniversitesi, Yüksek Lisans Tezi, 2010.
- [82] B. Mettler, *Identification Modeling and Characteristics of Miniature Rotorcraft*. Boston, MA: Springer US, 2003.
- [83] S. Sastry ve M. Bodson, *Adaptive control: Stability, convergence, and robustness*, Prentice Hall, 1989.
- [84] P. Osburn, H. Whitaker, ve A. Kezer, *New Developments in the Design of Model Reference Adaptive Control Systems*. Institute of the Aerospace Sciences, 1961.
- [85] Y. D. Landau, Adaptive control: The model reference approach, **IEEE Trans. Syst. Man. Cybern.**, c. SMC-14, sayı 1, ss. 169–170, 1984.
- [86] K. J. Åström ve B. Wittenmark, *Adaptive Control*, Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., Boston, MA, USA, 1994.
- [87] M. Di Bernardo, U. Montanaro, J. M. Olm, ve S. Santini, Model reference adaptive control of discrete-time piecewise linear systems, **Int. J. Robust Nonlinear Control**, c. 23, sayı 7, ss. 709–730, 2013.
- [88] B. M. Vinagre, I. Petráš, I. Podlubny, ve Y. Q. Chen, Using fractional order adjustment rules and fractional order reference models in model-reference adaptive control, **Nonlinear Dyn.**, c. 29, sayı 1–4, ss. 269–279, 2002.
- [89] K. A. Mohideen, G. Saravanakumar, K. Valarmathi, D. Devaraj, ve T. K. Radhakrishnan, Real-coded Genetic Algorithm for system identification and tuning of a modified Model Reference Adaptive Controller for a hybrid tank system, **Appl. Math. Model.**, c. 37, sayı 6, ss. 3829–3847, 2013.
- [90] A. V. Ravi Teja, C. Chakraborty, S. Maiti, ve Y. Hori, A new model reference adaptive controller for four quadrant vector controlled induction motor drives, **IEEE Trans. Ind. Electron.**, c. 59, sayı 10, ss. 3757–3767, 2012.
- [91] L. Guo ve L. Parsa, Model reference adaptive control of five-phase IPM Motors based on neural network, 2011 IEEE Int. Electr. Mach. Drives

- Conf., c. 59, sayı 3, ss. 563–568, 2011.
- [92] B. Jiang, Z. Gao, P. Shi, ve Y. Xu, Adaptive fault-tolerant tracking control of near-space vehicle using TakagiSugeno fuzzy models, **IEEE Trans. Fuzzy Syst.**, c. 18, sayı 5, ss. 1000–1007, 2010.
- [93] I. Sadeghzadeh, A. Mehta, ve Y. Zhang, Fault-Tolerant Control of Quadrotor Helicopter Using Gain-Scheduled PID and Model Reference Adaptive Control, **J. Unmanned Syst. Technol.**, c. 3, sayı 3, ss. 108–118, Şub. 2016.
- [94] C. Dong, Y. Hou, Y. Zhang, ve Q. Wang, Model reference adaptive switching control of a linearized hypersonic flight vehicle model with actuator saturation, *Proc. Inst. Mech. Eng. Part I J. Syst. Control Eng.*, c. 224, sayı 3, ss. 289–303, 2010.
- [95] A. Rajasekhar, R. K. Jatoth, ve A. Abraham, Design of intelligent PID/PI<sup>λ</sup>D<sup>μ</sup> speed controller for chopper fed DC motor drive using opposition based artificial bee colony algorithm, **Eng. Appl. Artif. Intell.**, c. 29, ss. 13–32, Mar. 2014.
- [96] Y. Li, S. Tong, ve T. Li, Adaptive fuzzy output feedback control for a single-link flexible robot manipulator driven DC motor via backstepping, **Nonlinear Anal. Real World Appl.**, c. 14, sayı 1, ss. 483–494, 2013.
- [97] N. Yang, D. Li, J. Zhang, ve Y. Xi, Model predictive controller design and implementation on FPGA with application to motor servo system, **Control Eng. Pract.**, c. 20, sayı 11, ss. 1229–1235, 2012.
- [98] M. Canale ve S. C. Brunet, A Lego Mindstorms NXT experiment for Model Predictive Control education, 2013 European Control Conference (ECC), ss. 2549–2554, 2013.
- [99] N. K. Sinha, C. D. Dicenzo, ve B. Szabados, Modeling of DC Motors for Control Applications, **IEEE Trans. Ind. Electron. Control Instrum.**, c. IECI-21, sayı 2, ss. 84–88, May. 1974.
- [100] E. Lavretsky, Adaptive control: Introduction, overview, and applications, 2009, [http://www.cds.caltech.edu/archive/help/uploads/wiki/files/140/IEEE\\_WorkShop\\_Slides\\_Lavretsky.pdf](http://www.cds.caltech.edu/archive/help/uploads/wiki/files/140/IEEE_WorkShop_Slides_Lavretsky.pdf) (Erişim: 09 Ocak 2017).
- [101] D. Atherton, *An Introduction to Nonlinearity in Control Systems*. 2011.
- [102] K. J. Åström ve T. Hägglund, Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins, **Automatica**, c. 20, sayı 5,

ss. 645–651, Eyl. 1984.

- [103] K. J. Åström, PID controllers: theory, design and tuning, **Instrument Society of America**, s. 343, 1995.
- [104] A. Moeni, Analysis of Nonlinear Phenomenia in Relay Control Systems, University of Sussex, Doktora Tezi, 1996.
- [105] D. P. Atherton, *Stability of Nonlinear Systems*, Research Studies Press, John Wiley, Chichester, 1981.
- [106] Y. Z. Tsypkin, *Relay Control Systems*, Cambridge University Press, England, 1984.
- [107] D. P. Atherton, Early developments in nonlinear control, **IEEE Control Syst. Mag.**, c. 16, sayı 3, ss. 34–43, 1996.
- [108] M. D. Ortigueira ve J. A. T. Machado, Fractional signal processing and applications, **Signal Processing**, c. 83, sayı 11, ss. 2285–2286, Kas. 2003.
- [109] M. D. Ortigueira ve J. A. T. Machado, Fractional calculus applications in signals and systems, **Signal Processing**, c. 86, sayı 10, ss. 2503–2504, Eki. 2006.
- [110] M. D. Ortigueira, J. A. T. Machado, J. J. Trujillo, ve B. M. Vinagre, Fractional signals and systems, **Signal Processing**, c. 91, sayı 3, s. 349, Mar. 2011.
- [111] Y. Li, H. Sheng, ve Y. Chen, Analytical impulse response of a fractional second order filter and its impulse response invariant discretization, **Signal Processing**, c. 91, sayı 3, ss. 498–507, Mar. 2011.
- [112] J. J. J. Shyu, S. C. C. Pei, ve C. H. H. Chan, An iterative method for the design of variable fractional-order FIR differintegrators, **Signal Processing**, c. 89, sayı 3, ss. 320–327, Mar. 2009.
- [113] S. C. Pei, P. H. Wang, ve C. H. Lin, Design of fractional delay filter, differintegrator, fractional hilbert transformer, and differentiator in time domain with peano kernel, **IEEE Trans. Circuits Syst. I Regul. Pap.**, c. 57, sayı 2, ss. 391–404, 2010.
- [114] W. D. Chang, Two-dimensional fractional-order digital differentiator design by using differential evolution algorithm, **Digit. Signal Process.**, c. 19, sayı 4, ss. 660–667, Tem. 2009.
- [115] Z. Li, C. Yin, Y. Chen, ve J. Liu, Process Identification Using Relay Feedback with a Fractional Order Integrator, IFAC Proc. Vol., c. 47, sayı 3,

ss. 2010–2015, 2014.

- [116] S. Ouzounov, H. Hegt, ve A. van Roermund, Sigma-delta modulators operating at a limit cycle, **IEEE Trans. Circuits Syst. II Express Briefs**, c. 53, sayı 5, ss. 399–403, 2006.
- [117] J. M. Correa, E. D. Hutto, F. A. Farret, ve M. G. Simoes, A fuzzy-controlled pulse density modulation strategy for a series resonant inverter with wide load range, **IEEE 34th Annu. Conf. Power Electron. Spec. (PESC '03)**, c. 4, ss. 1650–1655, 2003.
- [118] J. Essadaoui, P. Sicard, E. Ngandui, ve A. Cheriti, Power inverter control for induction heating by pulse density modulation with improved power factor, **Can. Conf. Electr. Comput. Eng. Towar. a Caring Hum. Technol. (CCECE 2003)**, c. 1, ss. 515–520, 2003.
- [119] J. T. Stauth ve S. R. Sanders, Pulse-density modulation for RF applications: The radio-frequency power amplifier (RF PA) as a power converter, **IEEE Annu. Power Electron. Spec. Conf.**, ss. 3563–3568, 2008.
- [120] Y. S. Lee ve Y. O. Park, BER performance of AGC in high-speed portable Internet system, **Veh. Technol. Conf.**, c. 7, ss. 4794–4797, 2004.
- [121] S. Şenay, L. F. Chaparro, M. Sun, R. Sciabassi, ve A. Akan, Asynchronous signal processing for brain-computer interfaces, **Turkish J. Electr. Eng. Comput. Sci.**, c. 19, sayı 2, ss. 275–289, 2011.
- [122] A. A. Lazar ve L. T. Tóth, Perfect recovery and sensitivity analysis of time encoded bandlimited signals, **IEEE Trans. Circuits Syst. I Regul. Pap.**, c. 51, sayı 10, ss. 2060–2073, 2004.
- [123] C. J. Kikkert ve D. J. Miller, Asynchronous delta sigma modulation, **Proc. IREE**, c. 36, ss. 83–88, 1975.
- [124] A. G. Radwan, A. M. Soliman, ve A. S. Elwakil, First-order filters generalized to the fractional domain, **J. Circuits, Syst. Comput.**, c. 17, sayı 1, ss. 55–66, 2008.
- [125] T. Freeborn, B. Maundy, ve A. S. Elwakil, Approximated Fractional Order Chebyshev Lowpass Filters, **Math. Probl. Eng.**, ss. 1–7, 2015.
- [126] A. Oustaloup, F. Levron, B. Mathieu, ve F. M. Nanot, Frequency-band complex noninteger differentiator: Characterization and synthesis, **IEEE Trans. Circuits Syst. I Fundam. Theory Appl.**, c. 47, sayı 1, ss. 25–39, 2000.

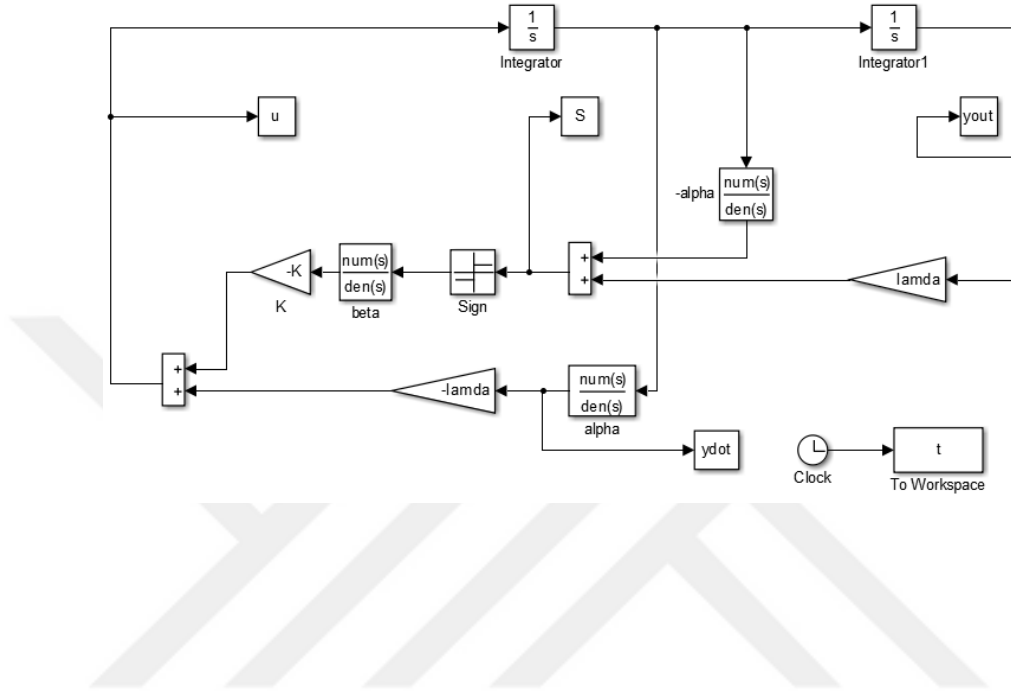
- [127] Y. Q. Chen ve B. M. Vinagre, A new IIR-type digital fractional order differentiator, **Signal Processing**, c. 83, sayı 11, ss. 2359–2365, 2003.
- [128] Y. Q. Chen, B. M. Vinagre, ve I. Podlubny, Continued Fraction Expansion Approaches to Discretizing Fractional Order Derivatives-an Expository Review, **Nonlinear Dyn.**, c. 38, sayı 1–4, ss. 155–170, Ara. 2004.
- [129] D. Valerio ve J. S. da Costa, Time-domain implementation of fractional order controllers, **IEE Proc.-Control Theory Appl.**, c. 152, sayı 5, ss. 243–250, 2005.
- [130] Y. Q. Chen ve K. L. Moore, Discretization schemes for fractional-order differentiators and integrators, **IEEE Trans. Circuits Syst. I Fundam. Theory Appl.**, c. 49, sayı 3, ss. 363–367, 2002.
- [131] S. Das, B. Majumder, A. Pakhira, I. Pan, S. Das, ve A. Gupta, Optimizing continued fraction expansion based iir realization of fractional order differ-integrators with genetic algorithm, Proc. of 2011 Int. Conf. on Process Automation, Control and Computing (PACC 2011), 2011.
- [132] Z. Gao ve X. Liao, Rational approximation for fractional-order system by particle swarm optimization, **Nonlinear Dyn.**, ss. 1–9, 2011.
- [133] A. Soltan, A. G. Radwan, ve A. M. Soliman, Fractional order filter with two fractional elements of dependant orders, **Microelectronics J.**, c. 43, sayı 11, ss. 818–827, 2012.
- [134] B. T. Krishna ve K. V. V. S. Reddy, Active and Passive Realization of Fractance Device of Order  $1/2$ , **Act. Passiv. Electron. Components**, ss. 1–5, 2008.
- [135] T. J. Freeborn, B. Maundy, ve A. Elwakil, Towards the realization of fractional step filters, IEEE Int. Symp. Circuits Syst. (ISCAS 2010), ss. 1037–1040, 2010.
- [136] A. Malinowski ve H. Yu, Comparison of embedded system design for industrial applications, **IEEE Trans. Ind. Informatics**, c. 7, sayı 2, ss. 244–254, 2011.
- [137] M. Dolle ve M. Schlett, A Cost-Effective RISC/DSP Microprocessor for Embedded Systems, **IEEE Micro**, c. 15, sayı 5, ss. 32–40, 1995.
- [138] P. G. Paulin, C. Liem, T. C. May, ve S. Sutarwala, DSP design tool requirements for embedded systems: A telecommunications industrial perspective, **J. VLSI Signal Process.**, c. 9, sayı 1–2, ss. 23–47, 1995.

- [139] K. Matsuda ve H. Fujii, H(infinity) optimized wave-absorbing control - Analytical and experimental results, **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, c. 16, sayı 6. ss. 1146–1153, 1993.
- [140] D. Atherton, N. Tan, C. Yeroglu, G. Kavuran, ve A. Yüce, Limit Cycles in Nonlinear Systems with Fractional Order Plants, **Machines**, c. 2, sayı 3, ss. 176–201, 2014.
- [141] D. Xue ve Y. Q. Chen, Suboptimum H2 Pseudo-rational Approximations to Fractional-order Linear Time Invariant Systems, **Adv. Fract. Calc. Theor. Dev. Appl. Phys. Eng.**, ss. 61–75, 2007.
- [142] T. Young, M. Palta, J. Dempsey, J. Skatrud, S. Weber, ve S. Badr, The occurrence of sleep-disordered breathing among middle-aged adults, **N Engl J Med**, c. 328, sayı 17. ss. 1230–1235, 1993.
- [143] T. Young, L. Evans, L. Finn, ve M. Palta, Estimation of the clinically diagnosed proportion of sleep apnea syndrome in middle-aged men and women, **Sleep (Rochester)**, c. 20, sayı 9, ss. 705–706, 1997.
- [144] O. H. Colak, Preprocessing effects in time–frequency distributions and spectral analysis of heart rate variability, **Digit. Signal Process.**, c. 19, sayı 4, ss. 731–739, 2009.
- [145] S. Bilgin, O. H. Çolak, E. Koklukaya, ve N. Arı, Efficient solution for frequency band decomposition problem using wavelet packet in HRV, **Digit. Signal Process.**, c. 18, sayı 6, ss. 892–899, 2008.
- [146] D. Sadhukhan ve M. Mitra, R-Peak Detection Algorithm for ECG Using Double Difference and RR Interval Processing, *Procedia Technol.*, c. 4, ss. 873–877, 2012.
- [147] B. U. Köhler, C. Hennig, ve R. Orglmeister, The principles of software QRS detection, **IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine**, c. 21, sayı 1. ss. 42–57, 2002.
- [148] D. Benitez, P. A. Gaydecki, A. Zaidi, ve A. P. Fitzpatrick, The use of the Hilbert transform in ECG signal analysis, **Comput. Biol. Med.**, c. 31, sayı 5, ss. 399–406, 2001.
- [149] M. Okada, A digital filter for the QRS complex detection., **IEEE Trans. Biomed. Eng.**, c. 26, sayı 12, ss. 700–3, 1979.
- [150] T. Penzel, J. McNames, A. Murray, P. de Chazal, G. Moody, ve B. Raymond, Systematic comparison of different algorithms for apnoea

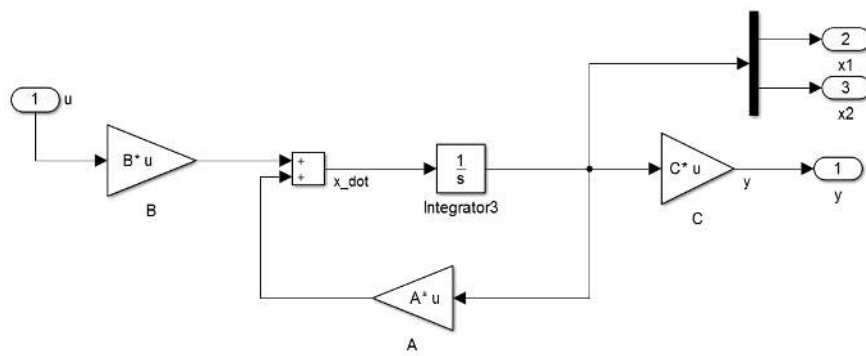
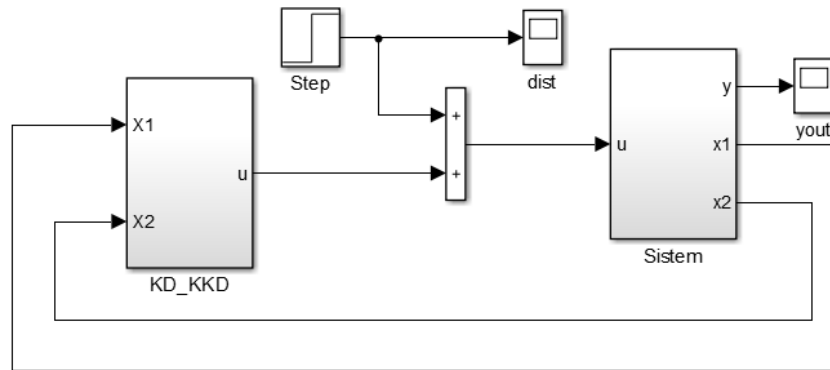
- detection based on electrocardiogram recordings., **Med. Biol. Eng. Comput.**, c. 40, sayı 4, ss. 402–407, 2002.
- [151] J. E. Mietus, C. K. Peng, P. C. Ivanov, A. L. Goldberger, B. Israel, ve D. Medical, Detection of obstructive sleep apnea from cardiac interbeat interval time series, *Comput. Cardiol.* 2000, c. 27, ss. 753–756, 2000.
- [152] Z. Shinar, A. Baharav, ve S. Akselrod, Obstructive sleep apnea detection based on electrocardiogram analysis, *Comput. Cardiol.* 2000, c. 27, ss. 757–760, 2000.
- [153] University College Dublin Sleep Apnea Database, *Hospital, St. Vincent's University*, 2016, <https://physionet.org/pn3/ucddb>. (Erişim: 09 Ocak 2017)
- [154] L. D. Paarmann, *Design and Analysis of Analog Filters-A Signal Processing Perspective*. London: Kluwer Academic Publishers, 2001.
- [155] J. L. Stensby, Communication Theory, *The University of Alabama*, 2014, <http://www.ece.uah.edu/courses/ee426> (Erişim: 09 Ocak 2017).
- [156] M. K. Islam, A. N. M. M. Haque, G. Tangim, T. Ahammad, ve M. R. H. Khondokar, Study and analysis of ECG signal using MATLAB & LABVIEW as effective tools, **Int. J. Comput. Electr. Eng.**, c. 4, sayı 3, ss. 404–408, 2012.
- [157] J. F. Kaiser, Some useful properties of Teager's energy operators, *IEEE Int. Conf. Acoust. Speech Signal Process.*, c. 3, ss. 149–152 c.3, 1993.
- [158] N. R. Lomb, Least-squares frequency analysis of unequally spaced data, **Astrophys. Space Sci.**, c. 39, sayı 2, ss. 447–462, 1976.
- [159] J. D. Scargle, Studies in Astronomical Time-Series Analysis .2. Statistical Aspects of Spectral-Analysis of Unevenly Spaced Data, **Astrophys. J.**, c. 263, sayı 2, ss. 835–853, 1982.
- [160] M. Malik, J. T. Bigger, A. J. Camm, R. E. Kleiger, A. Malliani, A. J. Moss, ve P. J. Schwartz, Heart rate variability. Standards of measurement, physiological interpretation, and clinical use. Task Force of the European Society of Cardiology and the North American Society of Pacing and Electrophysiology., **Eur. Heart J.**, c. 17, sayı 3, ss. 354–81, Mar. 1996.
- [161] F. Roche, J. M. Gaspoz, I. Court-Fortune, P. Minini, V. Pichot, D. Duverney, F. Costes, J. R. Lacour, ve J. C. Barthelemy, Screening of Obstructive Sleep Apnea Syndrome by Heart Rate Variability Analysis, **Circulation**, c. 100, sayı 13, ss. 1411–1415, 1999.

## 8. EKLER

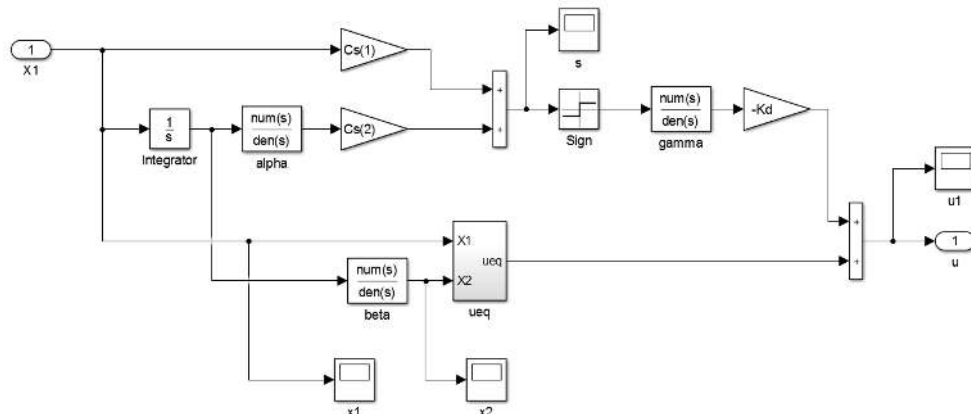
### EK 1. Çift kath integratör sistemine ait KD-KKD MATLAB/Simulink modeli



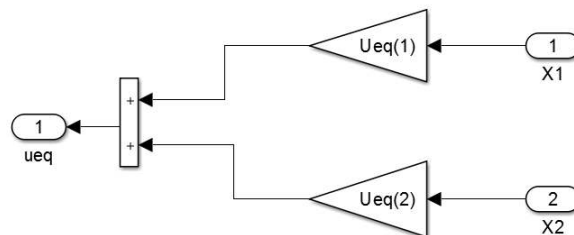
## EK 2. Zaman gecikmeli sisteme ait KD-KKD MATLAB/Simulink modeli



## “Sistem” bloğunun iç yapısı



### “KD\_KKD” bloğunun iç yapısı



## “Ueq” bloğunun iç yapısı

```

% Kararsız zaman gecikmeli sistemler için KD-KKD Matlab kod
parçası

clc
clear

% Sistem Parametreleri
K=1;
tau=0.5;
taud=0.8;
time=20;
x10=0.1;
x20=0.1;
num=[(-K*taud) (2*K)];
den=[(tau*taud) (2*tau-taud) -2];
ss=tf(num,den)
[A,B,C,D]=tf2ss(num,den)

% Kontrol Parametreleri
ref=1;
lamda=2;
Co = ctrb(A,B);
inv(Co);
Cs=[0 1]*inv(Co)*(A+lamda*eye(2));
Bs=-1/(Cs*B);
Ueq=Bs*(Cs*A);
Kd=0.9;
c=-0.15; %gamma
d=0.015; %beta
a=-0.06; %alpha

% c=-0.15; %gamma
% d=0.015; %beta
% a=-0.06; %alpha

% Çizim Parametreleri
sim('timeDelaySMC_SS')
figure(1)
% Kayma Yüzeyinin Çizimi
a = Cs(2);
b = 1;
c = 0;
x = 3;
y = -3;
pp = [-a,-c]/b;
X = linspace(0,0.1);
pv = polyval(pp,X);
plot(X,pv,'-red')
hold on
plot(x2.signals.values,x1.signals.values)
xlabel('x_1(t)')
ylabel('D^\alpha x_1(t)')

figure(2)
hold on
plot(yout.time,yout.signals.values)
ylabel('Sistem Çıkışı y(t)')
xlabel('Zaman (sn)')

figure(3)

```

```

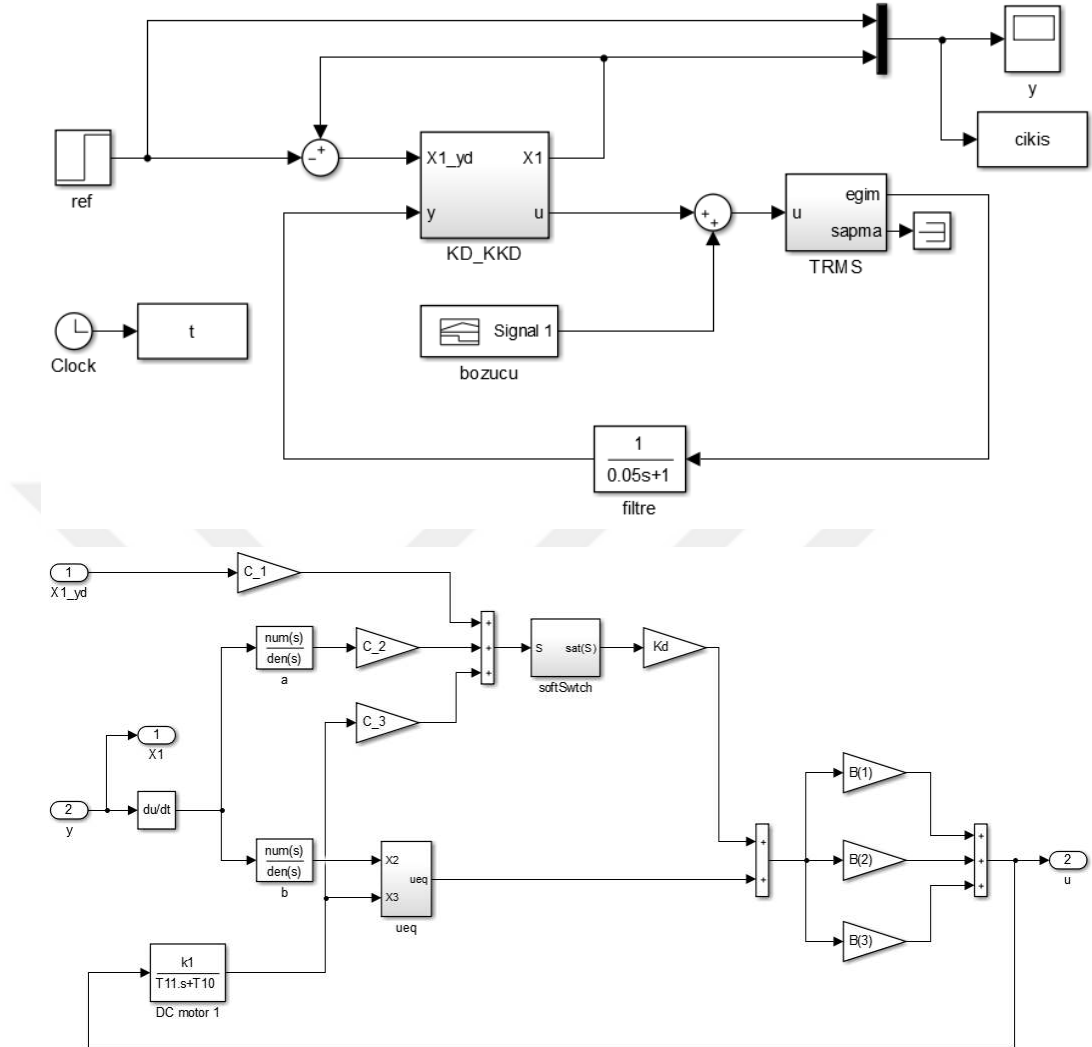
hold on
plot(u.time,u.signals.values)
ylabel('Kontrol İşareti  $u(t)$  ')
xlabel('Zaman (sn) ')

figure(4)
hold on
plot(S.time,S.signals.values)
ylabel('Kayma Yüzeyi  $S(t)$  ')
xlabel('Zaman (sn) ')

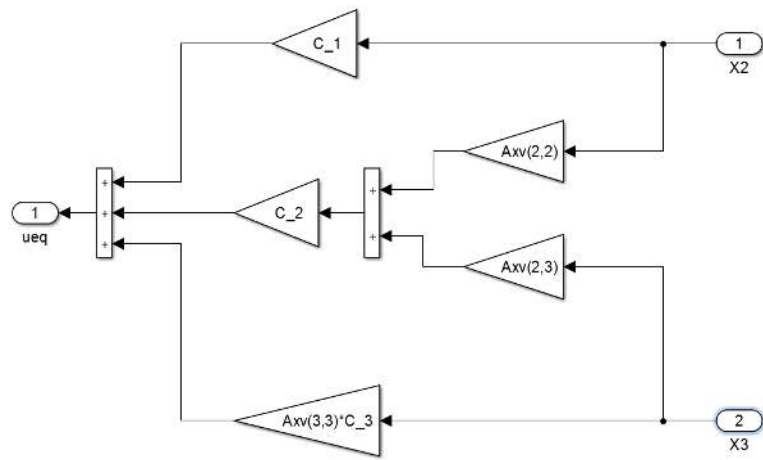
figure(5)
hold on
plot(x1.time,x1.signals.values,'r')
hold on
plot(x2.time,x2.signals.values)
ylabel('Durum Değişkenleri  $x_1(t)$  ve  $x_2(t)$  ')
xlabel('Zaman (sn) ')
%%

```

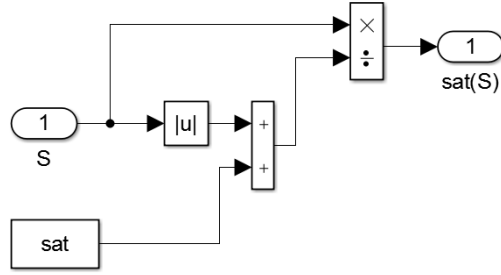
### EK 3. Model helikoptere ait KD-KKD MATLAB/Simulink modeli



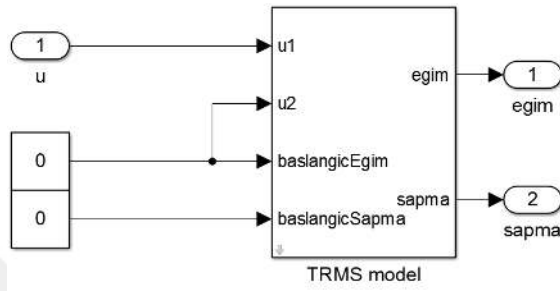
“KD\_KKD” bloğu iç yapısı



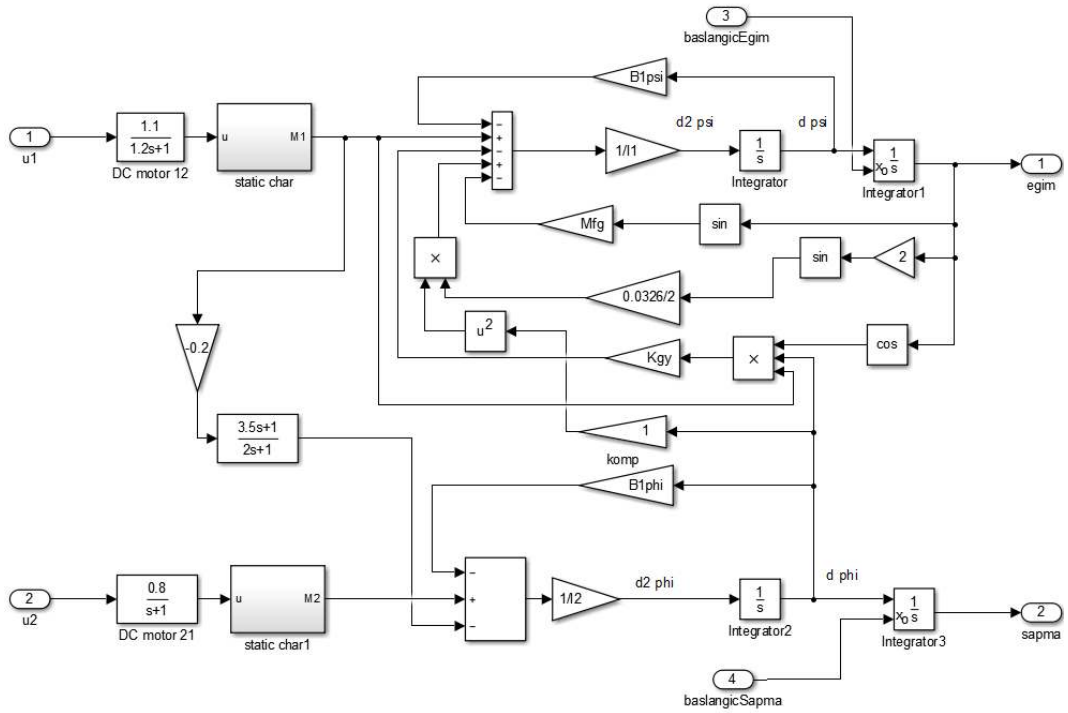
“ueq” bloğu iç yapısı



“softSwch” bloğu iç yapısı



“TRMS” bloğu iç yapısı



“TRMS model” bloğu iç yapısı

```

clc
clear

% Eğim açısı için sistem parametreleri
b1=0.0924;
a1=0.0135;
B1psi=6e-3;
I1=6.8e-2;
T10=1;
T11=0.65;
k1=1.1;
Mfg=0.32;
Axv= [0 1 0; 0 (-B1psi/I1) (b1/I1);0 0 (-T10/T11)];
Bxv=[0;0;(k1/T11)];
B=-1/(C_3*Bxv);

% Sapma açısı için sistem parametreleri
b2=0.09;
B1phi=1e-1;
I2=2e-2;
T20=1;
T21=1;
k2=0.8;
Axh= [0 1 0; 0 (-B1phi/I2) (b2/I2);0 0 (-T20/T21)];
Bxh=[0;0;(k2/T21)];
B=-1/(C_3*Bxh);

% Eğim açısı için kontrolör parametreleri
C_1=5;
C_2=0.5;
C_3=0.01;
Kd=3;
sat=0.5;
IC=0.06;
FV=0.5;
a=0;
b=0;

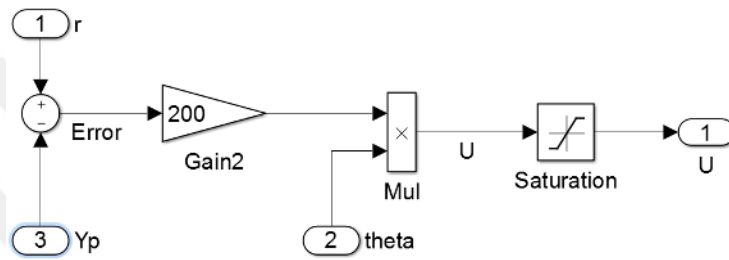
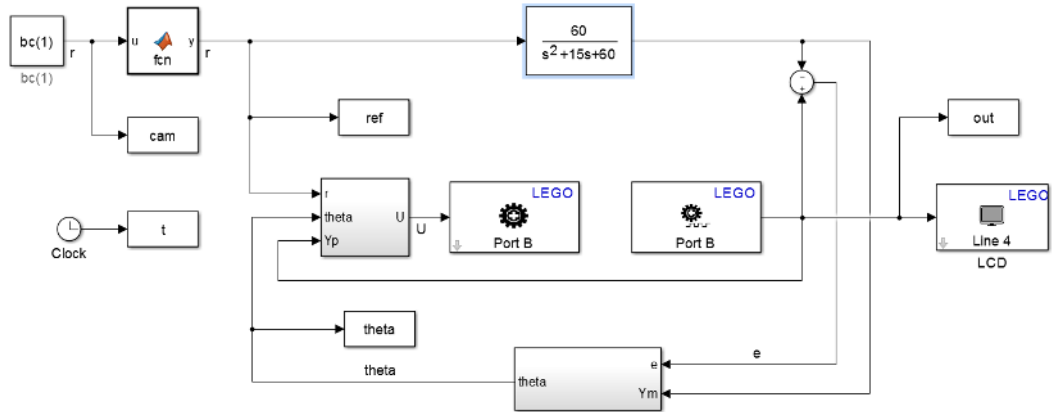
% Sapma açısı için kontrolör parametreleri
% C_1=4;
% C_2=0.1;
% C_3=0.2;
% Kd=2;
% sat=0.8;
% IC=0.06;
% FV=0.5;
% a=0;
% b=0;

sim('pitch')
%sim('yaw')

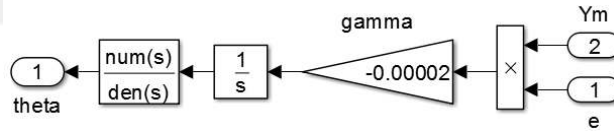
hold on
figure(1)
plot(t,cikis);
xlabel('Zaman (sn)');
ylabel('Eğim Açısı (rad)');
%xlabel('Zaman (sn)');
%ylabel('Sapma Açısı (rad)');

```

#### EK 4. Görüntü işleme uygulamasına ait MATLAB/ Simulink modeli



## Kontrol bloğu iç yapısı



### Adaptasyon bloğu iç yapısı

```
%Kalibrasyon fonksiyonu
```

```
function y = fcn(u)
if u>320;
    u=u-320;
    y=round(u*0.2813);

elseif u<320;
    u=u-320;
    y=round(u*0.2813);

else
    y=0;
end
```

%Görüntü işleme program parçası

```
c=0;
vid = videoinput('winvideo',1);
```

```

set(vid, 'FramesPerTrigger', Inf);
set(vid, 'ReturnedColorspace', 'rgb')
vid.FrameGrabInterval = 0.5;
start(vid)

while(vid.FramesAcquired<=1200)

    data = getsnapshot(vid);
    diff_im = imsubtract(data(:,:,1), rgb2gray(data));
    diff_im = medfilt2(diff_im, [3 3]);
    diff_im = im2bw(diff_im,0.3);
    diff_im = bwareaopen(diff_im,500);
    bw = bwlabel(diff_im, 4);
    stats = regionprops(bw, 'BoundingBox', 'Centroid');
    imshow(data, 'Border', 'tight', 'InitialMagnification', 200);

    hold on

    for object = 1:length(stats)

        bb = stats(object).BoundingBox;
        bc = stats(object).Centroid;
        rectangle('Position',bb, 'EdgeColor','r', 'LineWidth',2)
        plot(bc(1),bc(2), '-m+')
        a=text(bc(1)+15,bc(2), strcat('X:',num2str(round(bc(1))),
        'Y: ', num2str(round(bc(2)))))
        set(a, 'FontName', 'Arial', 'FontWeight',
        'bold','FontSize', 12, 'Color', 'yellow');
        set_param('Adaptive_Controller_deneme/Mu','Gain',int2str(ro
        und(bc(1))));
        pause(eps);

    end

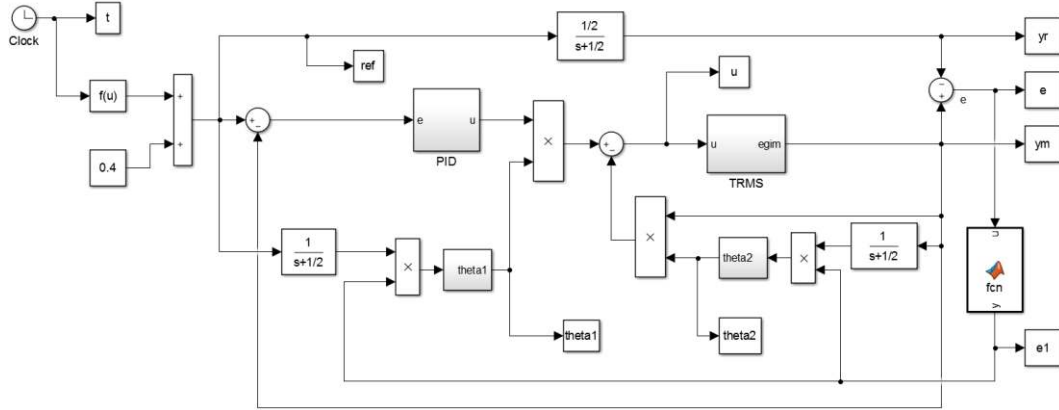
    hold off

end

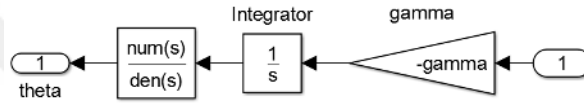
set_param('Adaptive_Controller_lego2','SimulationCommand','stop')
stop(vid);
flushdata(vid);
imaqreset

```

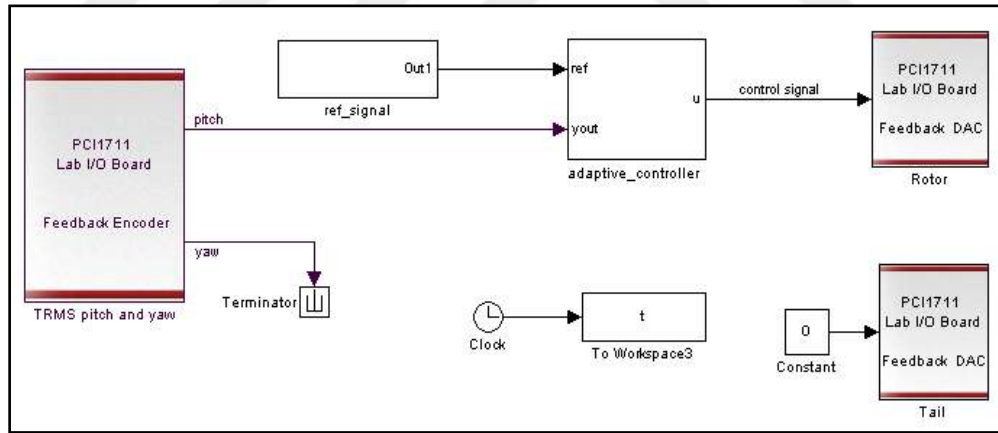
## EK 5. Model helikoptere ait KD-MRUD MATLAB/ Simulink modeli



Benzetim modeli



“theta1” bloğu iç yapısı

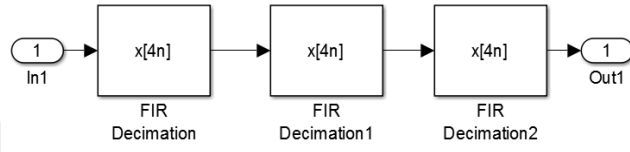
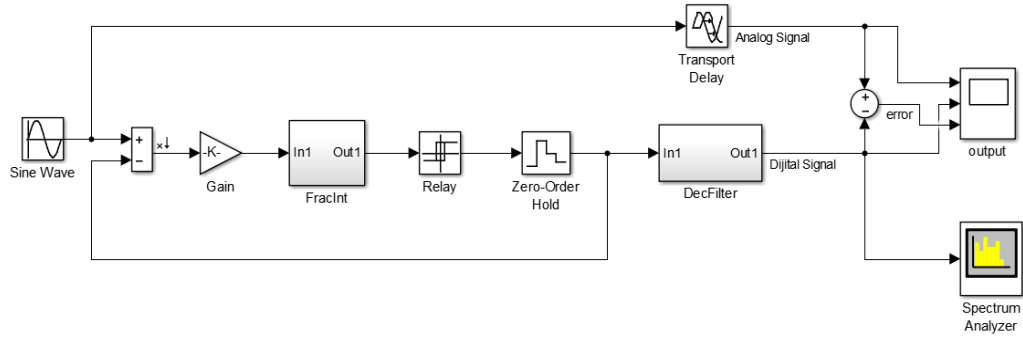


Uygulama modeli

```
%Hata sınırlama bloğu
function y = fcn(u)

if u<0.03&&u>-0.03
    y=0;
else
    y=u;
end
```

## EK 6. ASDM'ün MATLAB/Simulink modeli

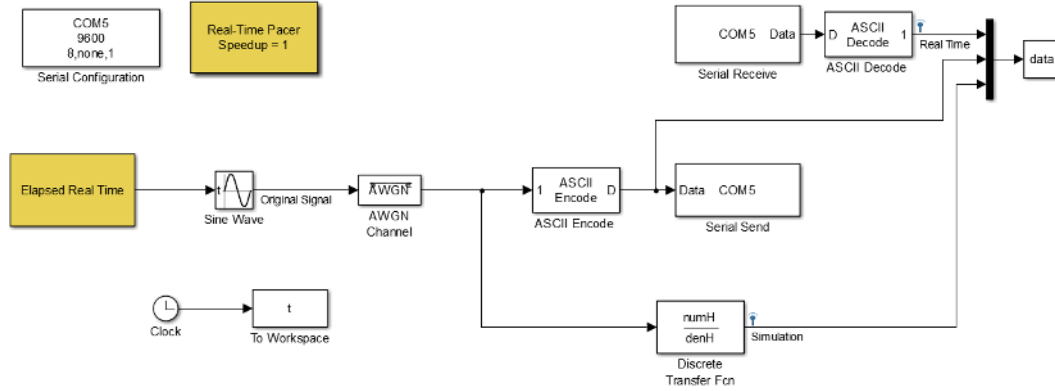


“DecFilter” bloğu iç yapısı



“FracInt” bloğu iç yapısı

## EK 7. Kesir dereceli sayısal filtreye ait MATLAB/Simulink modeli



Uygulama modeli

```
% Kesir dereceli filtre için ana program
```

```
format long
clc
clear
```

```
Ts=0.02;
```

```
Alfa=0.8;
```

```
a=20;
```

```
% CFEfunct(Alfa,a,Ts)
```

```
OUSfunct(Alfa,a,Ts)
```

```
global numH denH
```

```
sim('serial4_1_5')
```

```
zplane(numH,denH)
```

```
% Kesir dereceli filtre için CFE alt programı
```

```
function [tf_CFE]=CFEfunct(Alfa,a,Ts)
```

```
global numH denH
```

```
num_CFE1=[ (Alfa^4+10*Alfa^3+35*Alfa^2+50*Alfa+24) (-4*Alfa^4-  
20*Alfa^3+40*Alfa^2+320*Alfa+384) (6*Alfa^4-150*Alfa^2+864) (-  
4*Alfa^4+20*Alfa^3+40*Alfa^2-320*Alfa+384) (Alfa^4-  
10*Alfa^3+35*Alfa^2-50*Alfa+24) ]
```

```
den_CFE1=[ (Alfa^4-10*Alfa^3+35*Alfa^2-50*Alfa+24) (-  
4*Alfa^4+20*Alfa^3+40*Alfa^2-320*Alfa+384) (6*Alfa^4-  
150*Alfa^2+864) (-4*Alfa^4-20*Alfa^3+40*Alfa^2+320*Alfa+384)  
(Alfa^4+10*Alfa^3+35*Alfa^2+50*Alfa+24) ]
```

```
tf_CFE1=tf(num_CFE1,den_CFE1);
```

```
tfs=(a)/(tf_CFE1+a);
```

```
H=c2d(tfs,Ts,'tustin')
```

```
numH=H.num{1,1}
```

```
denH=H.den{1,1}
```

```
% Kesir dereceli filtre için Oustolup alt programı
```

```
function []=OUSfunct(Alfa,a,Ts)
```

```
global numH denH
```

```
N=1; w1=1e-1; w2=1e5;
```

```

s=tf('s');
G1=oustafod(Alfa,N,w1,w2);
tfs=(a)/(G1+a);
H=c2d(tfs,Ts,'tustin')
numH=H.num{1,1}
denH=H.den{1,1}

% Oustolup için Oustafod alt programı
function G=oustafod(r,N,wb,wh)
mu=wh/wb;
k=-N:N; w_kp=(mu).^((k+N+0.5-0.5*r)/(2*N+1))*wb;
w_k=(mu).^((k+N+0.5+0.5*r)/(2*N+1))*wb;
K=wh^r;
G=tf(zpk(-w_kp',-w_k',K));

```



## EK 8. Apne teşhisi için kullanılan periodogram yöntemi kod parçası

```
clc
clear all

%% Ham sinyali okuma
Duration=60;
Column=7680;
Fs=128;
Gain=4095;
Base=2047;
Ts=1/Fs;
delta=0.2;

load('ucddb003_apnea');
xval=(val-Base)/Gain;

time=[0];
for n=1:1:Column;
    x(n)=n*(Ts);
    time=x(n);
end

wave.time = x';
wave.signals.values = [xval'];

%% Gürültü
s_noisy = awgn(wave.signals.values,20,'measured');
wave2=[wave.time s_noisy];

%% Filtre
[b1,a1]=cheby2(2,20,0.6,'low');
y = filter(b1,a1,wave2);

figure(2)
plot(wave.time,s_noisy)
hold on
plot(y(:,1),y(:,2),'red')
xlabel('Zaman (sn)')
ylabel('EKG (mV)')

%% Teager
yy=y(:,2);
yy=yy(:);
squ=yy(2:length(yy)-1).^2;
oddi=yy(1:length(yy)-2);
eveni=yy(3:length(yy));
ex=squ - (oddi.*eveni);
ex = [ex(1); ex; ex(length(yy)-2)];
zz=ex/max(ex)-mean(ex/max(ex));

time1=[0];
for n1=1:1:Column;
    x1(n1)=n1*(Ts);
    time1=x1(n1);
end

wave3.time = x1';
wave3.signals.values = [zz'];
```

```

%% RR tepe değerleri
v=zz;
maxtab = [];
mintab = [];
v = v(:);
mn = Inf; mx = -Inf;
mnpos = NaN; mxpos = NaN;
lookformax = 1;

for i=1:length(v)
    this = v(i);
    if this > mx, mx = this; mxpos = x(i); end
    if this < mn, mn = this; mnpos = x(i); end

    if lookformax
        if this < mx-delta
            maxtab = [maxtab ; mxpos mx];
            mn = this; mnpos = x(i);
            lookformax = 0;
        end
    else
        if this > mn+delta
            mintab = [mintab ; mnpos mn];
            mx = this; mxpos = x(i);
            lookformax = 1;
        end
    end
end

%% HRV
locs=maxtab(:,1);
RLocsInterval = diff(locs);
tHRV = locs(2:end);
HRV = 1./RLocsInterval;

figure(4)
plot(wave3.time,wave3.signals.values,'blue')
hold on
plot(maxtab(:,1), maxtab(:,2), 'r*');
text(locs+.02,maxtab(:,2),num2str((1:numel(maxtab(:,2))))),'FontSi
ze',11)
xlabel('Zaman (sn)');
ylabel('EKG (mV)')

figure(5)
plot(tHRV,HRV)
grid
xlabel('Zaman (sn)')
ylabel('KAHD (Hz)')

%% Lomb_scragle PSD
[f,p,Prob] = lomb(maxtab(:,1),maxtab(:,2),4,1);
figure(6)
plot(f,p)
hold on
line('XData', [0.15 0.15], 'YData', [0 max(p)+2],...
'LineStyle', '--', 'LineWidth', 0.5, 'Color', 'red');
title('Lomb-Scragle GSY')
xlabel('Normalize Frekans (Hz)')
ylabel('P(\omega)')

```

## EK 9. Apne teşhisi için kullanılan kesir dereceli filtre kod parçası

```
clc
clear all

%% İşaratle ilgili bazı parametreler
Fs=128; % İşaretin örnekleme frekansı
Gain=4095; % İşaretin kazancı
Base=2047; % İşaretin base'i
Ts=1/Fs; % İşaret örnekleme periyody

%% Birinci Derece Kesir Derece Filtre Fonksiyonu
%  $F(s)=cg/(cf1*s+tf\_CFE+cf0)$ ;
cf1=10;cf0=1;cg=10;

% İşaretin yüklenmesi
apne=load('ucddb003_apnea');
normal=load('ucddb003_normal');
apned=apne.val;
normald=normal.val;

birlesik=[normald apned normald apned normald];
xval=(birlesik-Base)/Gain;

time=[0];
for
n=1:1:length(apned)+length(normald)+length(normald)+length(apned)+
length(normald);
    x(n)=n*(Ts);
    time=x(n);
    if n<length(normald)
        out(n)=0;
    elseif length(normald)<=n <length(normald)+length(apned)
        out(n)=1;
    end
end

% İşaret ve Enerjisinin çizimi
figure(1)
plot(Ts*(1:length(apned)),apned)
xlabel('t (sec)');
ylabel('u_a(t)')

figure(2)
plot(Ts*(1:length(apned)),apned.^2)
xlabel('t (sec)');
ylabel('(u_a(t))^2')

figure(3)
plot(Ts*(1:length(normald)),normald)
xlabel('t (sec)');
ylabel('u_n(t)')

figure(4)
plot(Ts*(1:length(normald)),normald.^2)
xlabel('t (sec)');
ylabel('(u_n(t))^2')
```

```

wave.time = x';
wave.signals.values = [xval'];

% Gürültü eklemek için
% s_noisy = awgn(wave.signals.values,20,'measured');
% wave2=[wave.time s_noisy];

wave2=wave.signals.values;

% İşaretin frekans spectrumu
L1=length(normald);
NFFT1 = 2^nextpow2(L1);
Y1 = fft(normald,NFFT1)/L1;
f1 = Fs/2*linspace(0,1,NFFT1/2);
L2=length(apned);
NFFT2 = 2^nextpow2(L2);
Y2 = fft(apned,NFFT2)/L2;
f2 = Fs/2*linspace(0,1,NFFT2/2);

figure(5)
plot(f1,2*abs(Y1(1:NFFT1/2)),f2,2*abs(Y2(1:NFFT1/2)))
xlabel('Frequency (Hz)')
ylabel('|Y(f)|')
legend('Normal case','Apnea Case')

% CFE Yöntemi ile filtrenin yaklaşık eşdeğerinin bulunması

s=tf('s');
[tf_CFE]=CFEfunct(0.3)
[tf_CFE1]=CFEfunct(-0.3)
FracFilt=cg/(cf1*s*tf_CFE+cf0);
FracFilt1=cg/(cf1*s*tf_CFE1+cf0);
IntFilt=cg/(cf1*s+cf0);
Hf=c2d(FracFilt,Ts,'tustin')
Hf1=c2d(FracFilt1,Ts,'tustin')
Hi=c2d(IntFilt,Ts,'tustin')

figure(6)
bode(FracFilt,IntFilt,FracFilt1)
legend('\alpha=1.3','\alpha=1.0','\alpha=0.7')
grid

% ECG işaretiden enerji işareti hesaplar.
for i=1:length(wave2)
    eu(i)=(wave2(i))^2;
end

yf = lsim(Hf,eu);
yf1 = lsim(Hf1,eu);
yi = lsim(Hi,eu);
k=1;
for i=1:length(wave2)
    cf(i)=1/(1+yf(i));
    cf1(i)=1/(1+yf1(i));
    ci(i)=1/(1+yi(i));
end

GeciciRejimSuresi=round(length(normald)+length(apned)); %Filtre
geçici hal süresi

```

```

MeanNormcf=mean(cf(GeciciRejimSuresi:(GeciciRejimSuresi+length(normald))));
MeanApneacf=mean(cf(1+(GeciciRejimSuresi+length(normald)):(GeciciRejimSuresi+length(normald)+length(apned))));
MeanNormcf1=mean(cf1(GeciciRejimSuresi:(GeciciRejimSuresi+length(normald))));
MeanApneacf1=mean(cf1(1+(GeciciRejimSuresi+length(normald)):(GeciciRejimSuresi+length(normald)+length(apned))));
MeanNormci=mean(ci(GeciciRejimSuresi:(GeciciRejimSuresi+length(normald))));
MeanApneaci=mean(ci(1+(GeciciRejimSuresi+length(normald)):(GeciciRejimSuresi+length(normald)+length(apned))));
ApneEsik=(MeanNormcf+MeanApneacf)/2
StdNormcf=std(cf(GeciciRejimSuresi:(GeciciRejimSuresi+length(normald))));
StdApneacf=std(cf(1+(GeciciRejimSuresi+length(normald)):(GeciciRejimSuresi+length(normald)+length(apned))));
StdNormcf1=std(cf1(GeciciRejimSuresi:(GeciciRejimSuresi+length(normald))));
StdApneacf1=std(cf1(1+(GeciciRejimSuresi+length(normald)):(GeciciRejimSuresi+length(normald)+length(apned))));
StdNormci=std(ci(GeciciRejimSuresi:(GeciciRejimSuresi+length(normald))));
StdApneaci=std(ci(1+(GeciciRejimSuresi+length(normald)):(GeciciRejimSuresi+length(normald)+length(apned))));
Deltacf=MeanApneacf-MeanNormcf
Deltacf1=MeanApneacf1-MeanNormcf1
Deltaci=MeanApneaci-MeanNormci

% Sonuclardaki varyanslar
Variancecf=var(cf(GeciciRejimSuresi:length(cf)))
Variancecf1=var(cf1(GeciciRejimSuresi:length(cf)))
Varianceci=var(ci(GeciciRejimSuresi:length(cf)))

figure(7)
plot(wave.time,cf,'red',wave.time,ci,'blue',wave.time,cf1,'green')
legend('\alpha=1.3','\alpha=1.0','\alpha=0.7')
xlabel('t (sec)')
ylabel('y(t)')
figure(8)
plot(wave.time,wave2)
xlabel('t (sec)')

% Apne durumu tespiti
Apnea=zeros(1,length(cf));
hata=0;
for n=GeciciRejimSuresi:length(cf);

    if cf(n)<ApneEsik
        Apnea(n)=0;
    else
        Apnea(n)=1;
    end
end

figure(9)
plot(wave.time,Apnea)
xlabel('t (sec)')
ylabel('A(t)')

```

## ÖZGEÇMİŞ

**Ad Soyad:** Gürkan KAVURAN  
**Doğum Yeri ve Tarihi:** 19.03.1986/ELAZIĞ  
**Adres:** Fırat Üniv. Teknoloji Fak. Mekatronik Müh. Bölümü  
ELAZIĞ  
**E-Posta:** gurkan kavuran@gmail.com, gkavuran@firat.edu.tr  
**Lisans:** Fırat Üniversitesi Müh. Fakültesi Elektrik-Elektronik  
Mühendisliği Bölümü (10.07.2008)  
**Yüksek Lisans:** Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enst. Elektrik-  
Elektronik Mühendisliği A.B.D (28.12.2011)

### Mesleki Deneyim:

| Ünvan                  | Üniversite            | Bölüm                        | Dönem                       |
|------------------------|-----------------------|------------------------------|-----------------------------|
| Araştırma<br>Görevlisi | Bozok<br>Üniversitesi | Elektrik-<br>Elektronik Müh. | 11.02.2009-<br>08.11.2010   |
| Araştırma<br>Görevlisi | Fırat Üniversitesi    | Mekatronik Müh.              | 08.11.2010-<br>Devam Ediyor |

### Ulusal Projelerde Yaptığı Görevler

1. Rotor Kontrolü İçin Gömülü Programlama ile Kesir Dereceli Model Referans Uyarlamalı Denetçi Tasarımı (Proje No:215E261), TÜBİTAK PROJESİ, Bursiyer, 01/06/2016 (Devam Ediyor)

### Uluslararası Projelerde Yaptığı Görevler

1. CA15225 no'lu COST/IEEE-CASS aksiyonu kapsamında düzenlenen “Kesir Dereceli Sistemler” eğitimine katılım.

#### **A. Uluslararası Hakemli Dergilerde Yayımlanan Makaleler**

1. **G. Kavuran**, B. B. Alagöz, A. Ateş, C. Yeroğlu, " Implementation of Model Reference Adaptive Controller with Fractional Order Adjustment Rules for Coaxial Rotor Control Test System", Balkan Journal of Electrical and Computer Engineering - (BAJECE) , 2016.
2. **G. Kavuran**, C. Yeroğlu, A. Ateş, B. B. Alagöz, "Effects of Fractional Order Integration on ASDM Signals", International Journal of Dynamics and Control, 2016.
3. D. P. Atherton, N. Tan, C. Yeroğlu, **G. Kavuran**, A. Yüce, "Limit Cycles in Nonlinear Systems with Fractional Order Plants", Machines, doi:10.3390/machines2030176, vol. 2(3), pp. 176-201, 2014.
4. C. Yeroğlu and **G. Kavuran**, "Sliding Mode Controller Design with Fractional Order Differentiation: Applications on Unstable Time Delay Systems", Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences, DOI: 10.3906/elk-1212-149, 2013.

#### **B. Ulusal Hakemli Dergilerde Yayımlanan Makaleler**

5. **G. Kavuran**, A. Ateş, B. B. Alagöz, C. Yeroğlu, "Image Processing Based Object Tracking Application with Fractional-order Model Reference Control", Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi, 2016.

#### **C. Uluslararası Bilimsel Toplantılarda Sunulan ve Bildiriler Kitabında Basılan Bildiriler**

6. B. B. Alagöz, C. Yeroğlu, **G. Kavuran**, A. Ateş, "Detection of RR interval alterations in ECG signals by using first order fractional filter", 39th International Conference on Telecommunications and Signal Processing (TSP), Vienna, Austria. , June 27-29, 2016.
7. A. Ateş, **G. Kavuran**, B. B. Alagöz, , C. Yeroğlu, "Improvement of IIR Filter Discretization for Fractional Order Filter by Discrete Stochastic

Optimization”, 39th International Conference on Telecommunications and Signal Processing (TSP), Vienna, Austria. , June 27-29, 2016.

8. **G. Kavuran**, B. B. Alagöz, A. Ateş, C. Yeroğlu, “Implementation of Fractional Order Filters by Embedded Programming Techniques”, ICFDA’16 International Conference on Fractional Differentiation and its Applications, Novi Sad, Serbia, July 18 - 20, 2016.
9. **G. Kavuran**, C. Yeroğlu, A. Ateş, B. B. Alagöz, “A Note on Effects of Fractional Order Integration on ASDM Signals”, FSS’15 The International Symposium on Fractional Signals and Systems, Technical University of Cluj-Napoca, Romania, 2015.
10. D. P. Atherton, N. Tan, C. Yeroğlu, **G. Kavuran**, A. Yüce, “Computation of Limit Cycles in Nonlinear Feedback Loops with Fractional Order Plants”, ICFDA’14, Catania University, Italy, 2014.
11. **G. Kavuran** and C. Yeroğlu, “Sliding Mode Control for Fractional Order Plants via Limit Cycle Prediction”, ICFDA’14, Catania University, Italy, 2014.
12. M. S. Başçıl, **G. Kavuran**, O. Çetin, O. Er, T. Uçar, F. Temurtas, "Design of Wireless Prototype System for Data Transmission and Control", International Science and Technology Conference ISTECH-2010, Cyprus, 2010.

#### **D. Ulusal Bilimsel Toplantılarda Sunulan ve Bildiriler Kitabında Basılan Bildiriler**

13. **G. Kavuran**, A. Ateş, B. B. Alagöz, C. Yeroğlu, “Kesir Dereceli Model Referans Denetleyici ile Görüntü İşleme Destekli Kapalı Çevrim Nesne Takip Uygulaması”, TOK 2015 Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, Denizli, 2015.
14. B. B. Alagöz, A. Ateş, **G. Kavuran**, C. Yeroğlu, “Darbe Genişliği Modülasyonlu PID Kontrolör İle Rotor Kontrolü”, TOK 2015 Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, Denizli, 2015.

15. **G. Kavuran**, C. Yeroğlu, "Investigation of periodic modes in nonlinear systems with fractional order integrator", SIU'15 23rd Signal Processing and Communications Applications Conference, Inonu University of Malatya, Turkey, 2015.
16. **G. Kavuran**, A. Yüce, N. Tan, C. Yeroğlu, "Röle Geri Beslemeli Doğrusal Olmayan Kesir Dereceli Sistemlerin Limit Çevrim Analizi", TOK'14 Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, Kocaeli, 11-13 Eylül 2014.
17. A. Yüce, **G. Kavuran**, N. Tan, C. Yeroğlu, "Kesirli Dereceli Zaman Gecikmeli Röle Kontrol Sistemlerinin Limit Cycle Analizi" TOK'14 Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, Kocaeli, 11-13 Eylül 2014.
18. **G. Kavuran**, C. Yeroğlu, "Çift Rotorlu Model Helikopterin Kayan Kipli Denetleyici ile Gerçek Zamanlı Denetimi", Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı TOK'13, İnönü Üniversitesi, Malatya, s: 348-353, 26-28 Eylül 2013.
19. **G. Kavuran**, C. Yeroğlu, "Parametre Belirsizliği İçeren Sistemler İçin Kesir Dereceli Kayan Kipli Denetleyici Tasarımı", Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı TOK'12, Niğde Üniversitesi, 2012.
20. **G. Kavuran**, A. Orhan, "Matris Konverterden Beslenen RL Yükünün Benzetimi", Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı TOK'10, Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü GYTE, 2010.
21. **G. Kavuran**, A. Orhan, "Matris Çeviriciden Beslenen Sürekli Mıknatıslı Senkron Motorun Açık Çevrim Hız Kontrolü", ELECO 2010, Bursa, 2010.