

T.C.
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KESİR DERECELİ KONTROL SİSTEMLERİNİN FREKANS
CEVAPLARININ HESAPLANMASI VE TASARIMI

CELALEDDİN YEROĞLU

DOKTORA TEZİ
ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

MALATYA
Şubat 2011

Tez Başlığı : **Kesir Dereceli Kontrol Sistemlerinin Frekans Cevaplarının Hesaplanması ve Tasarımı**

Tezi Hazırlayan : **Celaleddin YEROĞLU**

Sınav Tarihi : **18 Şubat 2011**

Yukarıda adı geçen tez jürimizce değerlendirilerek Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

Sınav Jürisi Üyeleri

Prof. Dr. Z. Hakan AKPOLAT
(Jüri Başkanı)

Fırat Üniversitesi

Prof. Dr. Nusret TAN
(Danışman)

İnönü Üniversitesi

Doç. Dr. Ali KARCI
(Üye)

İnönü Üniversitesi

Yrd. Doç. Dr. Ömer Faruk ÖZGÜVEN
(Üye)

İnönü Üniversitesi

Yrd. Doç. Dr. Mehmet Emin TAĞLUK
(Üye)

İnönü Üniversitesi

İnönü Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Onayı

Prof. Dr. Asım KÜNKÜL
Enstitü Müdürü

ONUR SÖZÜ

Doktora Tezi olarak sunduğum “**Kesirli Dereceli Kontrol Sistemlerinin Frekans Cevaplarının Hesaplanması ve Tasarımı**” başlıklı bu çalışmanın, bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın tarafımdan yazıldığını ve yararlandığım bütün kaynakların, hem metin içinde hem de kaynakçada yöntemine uygun biçimde gösterilenlerden oluştuğunu belirtir, bunu onurumla doğrularım.

Celaleddin YEROĞLU

ÖZET

Doktora Tezi

KESİR DERECELİ KONTROL SİSTEMLERİNİN FREKANS CEVAPLARININ HESAPLANMASI VE TASARIMI

Celalettin YEROĞLU

İnönü Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

204+XIII sayfa

2011

Danışman: Prof.Dr. Nusret TAN

Türevsel terimlerinin derecesi herhangi bir reel sayı olan diferansiyel denklemlerle gösterilen sistemler, kesir dereceli sistemler olarak ele alınabilir. Dünyadaki gerçek sistemleri, tamsayı dereceli modeller yerine kesir dereceli diferansiyel denklemlerle ifade etmek daha gerçekçidir. Kesir dereceli matematik, kontrol mühendisliği alanında da önemli uygulama alanı bulmaktadır. Bu tez çalışmasında, kesir dereceli kontrol sistemleri (KDKS)'nin frekans cevaplarının analizi ve tasarımı için bazı teknikler sunulmuştur. Bu kapsamda, KDKS'nin frekans cevaplarının elde edilebilmesi için bazı programlar geliştirilmiştir. Parametrik dayanaklı kontrol için elde edilmiş olan bazı sonuçların kesir dereceli aralık kontrol sistemlerine (KDAKS) uyarlaması yapılmış, KDAKS'nin Bode ve Nyquist zarflarının elde edilmesi için bir yöntem önerilmiştir. Elde edilen Nyquist zarfları kullanılarak Lur'e, Popov ve Çember kriterleri ile KDAKS için mutlak kararlılık analizi yapılmıştır. Bu sonuçlar daha sonraki bölümlerde KDKS'nin analiz ve tasarımı için kullanılmıştır. Ayrıca, bu tez çalışmasında KDKS için bazı kontrolör tasarım teknikleri geliştirilmiştir. Bunlar; Kesir dereceli $PID (PI^\lambda D^\mu)$ kontrolörler için yeni bir tasarım yöntemi, birinci derece zaman gecikmeli sistemler için yeni bir dayanaklı $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör tasarım yöntemi, klasik yöntemler kullanılarak KDAKS için dayanaklı kontrolör tasarımı, kesir dereceli referans modele dayalı optimizasyon teknikleriyle PID kontrolör tasarımı. Bu tez çalışmasında doğrusal olmayan bazı klasik kontrol yöntemlerinin KDKS'ne uyarlanmasına da yer verilmiştir. Bu kapsamda yapılan çalışmalar; Kesir dereceli geçiş fonksiyonuna sahip doğrusal olmayan sistemler için limit çevrimi tahmini, kesir dereceli geçiş fonksiyonuna sahip doğrusal olmayan sistemler için PID kontrolörlerin otomatik ayarlanması, parametre belirsizliği yapısındaki doğrusal olmayan kesir dereceli kontrol sistemlerinin kararlılık payı hesabı. Tezin son bölümünde de prototip bir helikopter modeli kullanılarak $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör için gerçek zamanlı bir uygulama yapılmıştır.

ANAHTAR KELİMELELER: Kesir dereceli sistem, Parametre belirsizliği, Frekans tepkisi, Kontrolör tasarımı, Doğrusal olmayan kontrol, Prototip helikopter modeli.

ABSTRACT

PhD. Thesis

FREQUENCY RESPONSE ANALYSIS AND DESIGN OF THE FRACTIONAL ORDER CONTROL SYSTEMS

Celaleddin YEROĞLU

Inonu University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Electrical-Electronics Engineering

204+XIII pages

2011

Supervisor: Prof.Dr. Nusret TAN

A system represented by differential equations where the orders of derivatives can take any real number, can be considered as a fractional order system. The fractional order differential equations are more adequate to describe real world systems than those of integer order models. Fractional calculus also finds great application areas in control engineering. In this thesis, some frequency response analysis and design techniques for fractional order control systems (FOCS) are presented. In this regard, some programs are developed to obtain frequency response plots for FOCS. The extensions of some results developed in the parametric robust control to fractional order interval control systems (FOICS) are presented. Computation of the Bode and Nyquist envelopes of FOICS are studied. Absolute stability of the FOICS are analyzed using Nyquist envelopes in the light of Lur'e, Popov and Circle criterion. These results are used for analysis and design of FOCS in the subsequent chapters of the thesis. This thesis also includes development of some controller design techniques for FOCS, such as; a new tuning method for fractional order $PID (PI^{\lambda}D^{\mu})$ controller, a new tuning method for robust $PI^{\lambda}D^{\mu}$ controller for first order plus dead time systems, design of robust controllers for control systems with a fractional order interval transfer function using classical design methods, tuning of PID controller based on fractional order reference model using optimization techniques. Extension of some results, which are obtained for classical nonlinear control systems, to fractional order case are also studied in this thesis, such as; limit cycle prediction for nonlinear systems which have fractional order transfer functions, auto-tuning of PID controller for nonlinear control systems which have fractional order transfer functions, stability margin computation for fractional order nonlinear control system with parametric uncertainty structure. A real time application of the $PI^{\lambda}D^{\mu}$ controller in a prototype helicopter model is also included in the thesis.

KEYWORDS: Fractional order system, Parametric uncertainty, Frequency response, Controller tuning, Nonlinear control, Prototype helicopter model.

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın her aşamasında yardım, öneri ve desteğini esirgemedi beni yönlendiren danışman hocam Sayın Prof. Dr. Nusret TAN'a,

Karşılaştığım sorunları aşmamı sağlayan Tez İzleme Komitesi Üyeleri değerli hocalarım Sayın Yrd. Doç. Dr. Ömer Faruk Özgüven'e ve Sayın Yrd. Doç. Dr. Mehmet Emin TAĞLUK'a, tez çalışması süresince önerileriyle katkı sağlayan Sayın Prof. Dr. Hafız ALİSOY'a,

Tez süresince karşılaştığım her türlü sorunda yardımlarını esirgemeyen Elektrik-Elektronik Mühendisliği öğretim üyelerine ve elemanlarına,

Ayrıca bu çalışmayı 2010/04 nolu doktora projesi ile maddi olarak destekleyen İnönü Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinasyon Birimi'ne teşekkürlerimi sunarım.

Celaleddin YEROĞLU

İÇİNDEKİLER

ÖZET	I
ABSTRACT	II
TEŞEKKÜR	III
İÇİNDEKİLER	IV
ŞEKİLLER LİSTESİ	VIII
TABLolar LİSTESİ	XII
SİMGELER VE KISALTMALAR	XIII
1. GİRİŞ	1
1.1. KDKS Alanında Yapılabilecek Yeni Çalışmalar	7
1.2. Bu Tezde Yapılan Çalışmalar	9
2. KURAMSAL TEMELLER	11
2.1. KDKS’nde Frekans Analizinin Matematiksel Temelleri	12
2.2. KDKS’nin Frekans Cevaplarının Hesaplanması	17
2.2.1. Bode Eğrilerinin Elde Edilmesi	18
2.2.1.1. KDKS’nin Bode Çizimleri İçin Oluşturulan Programın Kullanımı ...	18
2.2.1.2. KDKS’nin Bode Çizimleri İçin Sayısal Örnek	19
2.2.2. Hassasiyet Fonksiyonunun Elde Edilmesi	20
2.2.3. Yüksek Frekans Gürültü Bastırma Fonksiyonunun Elde Edilmesi ...	21
2.2.4. Nyquist Eğrisinin Elde Edilmesi	22
2.2.5. Nichols Eğrisinin Elde Edilmesi	23
2.3. Bölüm 2’nin Sonuçları	24
3. KESİR DERECELİ ARALIK GEÇİŞ FONKSİYONLARININ FREKANS TEPKİSİNİN HESAPLANMASI VE UYGULAMALAR	25
3.1. Kesir Dereceli Aralık Geçiş Fonksiyonlarının Bode ve Nyquist Zarflarının Hesaplanması	26
3.1.1. Kesir Dereceli Aralık Polinomunun Değer kümesinin Oluşturulması	27
3.1.2. Kesir Dereceli Aralık Geçiş Fonksiyonunun Frekans Tepkileri	31
3.1.2.1. Kesir Dereceli Aralık Geçiş Fonksiyonunun Bode Zarfları	31
3.1.2.2. Kesir Dereceli Aralık Geçiş Fonksiyonunun Nyquist Zarfları	33
3.1.2.3. Dayanıklı Kazanç ve Faz Payları	34
3.1.2.4. KDAGF’nun Bode ve Nyquist Zarflarını Hesaplama Algoritması ...	36

3.1.3.	KDAGF'nun Bode ve Nyquist Zarflarını Hesaplama Uygulamaları ..	37
3.1.3.1.	Örnek 1	37
3.1.3.2.	Örnek 2	46
3.1.4	Bölüm 3.1'in Sonuçları	51
3.2.	Kesir Dereceli Belirsiz Kontrol Sistemlerinin Mutlak Kararlılık Hesabı	52
3.2.1.	Lur'e, Popov ve Çember Kriterleri	52
3.2.2.	Parametre Belirsizliği İçeren KDKS İçin Lur'e, Popov ve Çember Kriterleri	58
3.2.3.	Örnek	59
3.3.	Bölüm 3.2'nin Sonuçları	61
4.	KESİR DERECELİ KONTROLÖR TASARIM TEKNİKLERİ	62
4.1.	Klasik Kontrolör Tasarım Teknikleri	63
4.2.	Kesir Dereceli $PID (PI^\lambda D^\mu)$ Kontrolörler İçin Yeni Bir Tasarım Yönt.	67
4.2.1.	$PI^\lambda D^\mu$ Kontrolör Parametrelerinin Hesaplanması	67
4.2.2.	$PI^\lambda D^\mu$ Kontrolörün Tasarım Algoritması	69
4.2.3.	Önerilen Yöntemin Uygulanması	70
4.2.4.	Bölüm 4.2'nin Sonuçları	75
4.3.	Dayanıklı $PI^\lambda D^\mu$ Kontrolör Tasarımı	76
4.3.1.	“Monje-Vinagre” Yöntemi	77
4.3.1.1.	Faz payı ve Kazanç Kesim Frekansı	77
4.3.1.2.	Sistemdeki Kazanç Değişimine Dayanıklılık	77
4.3.1.3.	Yüksek Frekans Gürültü Bastırma	78
4.3.1.4.	Çıkış Bozulmasını Bastırma	78
4.3.1.5.	Monje-Vinagre yönteminin uygulanması	78
4.3.2.	Dayanıklı $PI^\lambda D^\mu$ Kontrolör Tasarım Yöntemi	81
4.3.2.1.	Parametre Belirsizliği İçeren Birinci Derece Sistemler	81
4.3.2.2.	Parametre Belirsizliği İçeren Birinci Derece Zaman Gecikmeli Sistemler	82
4.3.2.3.	Dayanıklı $PI^\lambda D^\mu$ Kontrolör İçin Denklemlerin Elde Edilmesi	83
4.3.2.4.	Parametre Belirsizliği İçeren Sistemler İçin Dayanıklı $PI^\lambda D^\mu$ Kontrolör Tasarım Algoritması	86

4.3.3.	Uygulama Örnekleri	86
4.3.3.1.	Örnek 1	87
4.3.3.2.	Örnek 2	91
4.3.3.3.	Örnek 3	94
4.3.4.	Bölüm 4.3'ün Sonuçları	98
4.4.	Kesir Dereceli Sistemler için Dayanıklı Parametrik Klasik Kontrolör Tasarımı	99
4.4.1.	Dayanıklı Parametrik Klasik Kontrolörler	100
4.4.1.1.	Geri Faz (Lag) Kontrolör	100
4.4.1.2.	İleri-Geri Faz (Lag-Lead) Kontrolör	101
4.4.1.3.	Oransal Integral (PI) Kontrolör	102
4.4.2.	Dayanıklı Parametrik Klasik Kontrolörlerin KDKS'ne Uyarlanması	102
4.4.2.1.	Uygulama 1: Geri Faz Kontrolörü	103
4.4.2.2.	Uygulama 2: İleri-Geri Faz Kontrolörü	105
4.4.2.3.	Uygulama 3: Oransal Integral (PI) Kontrolör	108
4.4.3.	Bölüm 4.4'ün Sonuçları	110
4.5.	Kesir Dereceli Referans Modele Dayalı Optimal <i>PID</i> Kontrolör Tasarımı	111
4.5.1.	Bode'nin İdeal Kontrol Çevrimi	112
4.5.2.	Optimal Kontrolör Tasarım Algoritması	115
4.5.3.	Yöntemin Uygulanması	119
4.5.3.1.	Örnek 1	120
4.5.3.2.	Örnek 2	123
4.5.3.3.	Örnek 3	124
4.5.4.	Bölüm 4.5'in Sonuçları	125
5.	KESİR DERECELİ DOĞRUSAL OLMAYAN (NONLINEER) KONTROL SİSTEMLERİNİN ANALİZİ	126
5.1.	Doğrusal Olmayan Kesir Dereceli Sistemler İçin Limit Çevrimi (Limit Cycle) Tahmini	128
5.1.1.	Tanımlayan Fonksiyon (Describing Function) Yöntemi	129
5.1.2.	Doğrusal Olmayan KDKS İçin Tanımlayan Fonksiyon Analizi	130
5.1.2.1.	Örnek 1	131
5.1.2.2.	Örnek 2	134

5.1.3.	Bölüm 5.1'in Sonuçları	140
5.2.	Doğrusal Olmayan Kesir Dereceli Sistemlerde <i>PID</i> Kontrolörlerin Röle ile Otomatik Ayarlanması	140
5.2.1.	Röle ile Otomatik <i>PID</i> Ayarlanması	141
5.2.2.	Yöntemin Uygulanması	143
5.2.2.1.	Örnek 1	143
5.2.2.2.	Örnek 2	145
5.2.3.	Bölüm 5.2'nin Sonuçları	147
5.3.	Doğrusal Olmayan Kesir Dereceli Belirsiz Sistemlerde Grafikselsel Yaklaşım ile Kararlılık Payı Hesabı	147
5.3.1.	Kararlılık Payı Hesabı	148
5.3.2.	Önerilen Yöntemin Uygulanması	150
5.3.2.1.	Örnek 1	150
5.3.2.2.	Örnek 2	152
5.3.2.3.	Örnek 3	154
5.3.3.	Bölüm 5.3'ün Sonuçları	156
6.	PROTOTİP ÇİFT MOTORLU HELİKOPTER MODELİ ÜZERİNDE KESİR DERECELİ PID ($PI^\lambda D^\mu$) KONTROLÖR UYGULAMASI	157
6.1.	TRMS'nin Genel Yapısı	158
6.2.	TRMS'nin Gerçek Zamanlı Modelinin Belirlenmesi (Model Identification)	162
6.3.	TRMS Üzerinde Kesir Dereceli PID ($PI^\lambda D^\mu$) Kontrolörün Etkilerinin İncelenmesi	169
6.4.	Bölüm 6'nın Sonuçları	174
7.	SONUÇ VE ÖNERİLER	175
7.1	Bu Tez Çalışmasından Elde Edilen Yeni Sonuçlar	175
7.2	Gelecekte Yapılabilecek Çalışmalarla İlgili Öneriler	177
	BU TEZ ÇALIŞMASINDAN ÜRETİLEN PROJE VE YAYINLAR	179
	KAYNAKLAR	181
	EKLER	190
	ÖZGEÇMİŞ	204

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1.	Negatif birim geri beslemeli kontrol sistemi	19
Şekil 2.2.	Denklem 2.20 ve 2.21 ile verilen $C(j\omega)G(j\omega)$ sisteminin Bode Eğrileri	20
Şekil 2.3.	Denklem 2.22 ile verilen hassasiyet fonksiyonunun genlik eğrisi .	21
Şekil 2.4.	Denklem 2.23 ile verilen yüksek frekans gürültü bastırma fonksiyonunun genlik eğrisi	22
Şekil 2.5.	Denklem 2.20 ve 2.21 ile verilen $C(j\omega)G(j\omega)$ sisteminin Nyquist eğrisi	23
Şekil 2.6.	Denklem 2.20 ve 2.21 ile verilen $C(j\omega)G(j\omega)$ sisteminin Nichols eğrisi	24
Şekil 3.1.1.	Üç belirsiz parametreye sahip Denklem 3.1.1 formundaki polinom için, a) Parametre düzlemindeki belirsizlik kutusu, b) Kompleks düzlemde etkin kenarların görüntüleri	28
Şekil 3.1.2.	$D(s, a)$ 'nın $\omega = 1 \text{ rad / sn}$ 'deki değer kümesi	39
Şekil 3.1.3.	$D(s, a)$ 'nın $0 \leq \omega \leq 3$ için değer kümesi	40
Şekil 3.1.4.	8 köşe geçiş fonksiyonunun Bode eğrileri	40
Şekil 3.1.5.	1000 geçiş fonksiyonunun Bode eğrileri	41
Şekil 3.1.6.	$G(s, a, b)$ 'nin Bode zarfları	41
Şekil 3.1.7.	$\omega = 1 \text{ rad / sn}$ 'de Nyquist şablonu	42
Şekil 3.1.8.	Nyquist zarfı	43
Şekil 3.1.9.	8 köşe geçiş fonksiyonunun Nyquist eğrileri	43
Şekil 3.1.10.	1000 geçiş fonksiyonunun Nyquist çizimleri	44
Şekil 3.1.11.	$C(s)G(s, a, b)$ 'nin Bode zarfları	45
Şekil 3.1.12.	$C(s)G(s, a, b)$ 'nin Nyquist zarfı	45
Şekil 3.1.13.	625 geçiş fonksiyonunun Bode eğrileri	48
Şekil 3.1.14.	$G(s, a, b)$ 'nin Bode zarfları	49
Şekil 3.1.15.	$\omega = 1 \text{ rad / sn}$ 'de Nyquist şablonu	50
Şekil 3.1.16.	$G(s, a, b)$ 'nin Nyquist zarfı	50
Şekil 3.1.17.	$0 \leq \omega \leq 2$ aralığında $\Delta(s, a, b)$ 'nin değer kümesi	51
Şekil 3.2.1.	Mutlak kararlılık problemi	52
Şekil 3.2.2.	Doğrusal olmayan bölge sınırlı (sector bounded) fonksiyon	53
Şekil 3.2.3.	$G(j\omega)$ 'nin Lur'e problem	56
Şekil 3.2.4.	$\frac{1}{k_I} + \text{Re}[G(s)]$ 'in değişmez pozitif reel olma özelliği	56
Şekil 3.2.5.	$\tilde{G}(j\omega)$ için Popov eğrisi.	57
Şekil 3.2.6.	$G(j\omega)$ için Çember (Circle) kriteri	57
Şekil 3.2.7.	Lur'e kriteri	60
Şekil 3.2.8.	Popov kriteri	60
Şekil 3.2.9.	Çember (Circle) kriteri	61
Şekil 4.1.1.	Tipik <i>PID</i> kontrol yapısı	63
Şekil 4.1.2.	Türev geri beslemeli <i>PID</i> kontrol yapısı	64
Şekil 4.2.1.	Negatif birim geri beslemeli system	67
Şekil 4.2.2.	Simulink optimizasyon modeli	70

Şekil 4.2.3.	40° faz payında $C_1(s)$, $C_2(s)$ ve $C_4(s)$ için sistemin birim basamak tepkileri	73
Şekil 4.2.4.	$\phi_{pm} = 40^\circ; 45^\circ; 50^\circ; 55^\circ; 60^\circ$ faz paylarında $C_3(s)$ için sistemin Nyquist eğrileri	74
Şekil 4.2.5.	$C_4(s)$ için sistemin Nyquist eğrisi	75
Şekil 4.3.1.	$1 \leq k \leq 3$ için $C(s)G(s)$ 'in birim basamak tepkileri	79
Şekil 4.3.2.	$C(s)G(s)$ 'in Bode eğrileri	80
Şekil 4.3.3.	Yüksek frekanstaki gürültü bastırma fonksiyonu $T(s)$ 'in genliği ..	80
Şekil 4.3.4.	Hassasiyet fonksiyonu $S(s)$ 'in genliği	81
Şekil 4.3.5.	Kazanç ve fazın maksimum ve minimum değerlerinde $G(s)$ 'in Bode zarfları	84
Şekil 4.3.6.	$C_1(s)G_1(s)$ 'in birim basamak tepkisi	89
Şekil 4.3.7.	$C_1(s)G_1(s)$ 'in Bode eğrileri	90
Şekil 4.3.8.	$C_1(s)G_1(s)$ için $T(s)$ 'in genliği	90
Şekil 4.3.9.	$C_1(s)G_1(s)$ için $S(s)$ 'in genliği	90
Şekil 4.3.10.	$C_2(s)G_2(s)$ 'in birim basamak tepkileri	92
Şekil 4.3.11.	$C_2(s)G_2(s)$ 'in bode çizimleri	93
Şekil 4.3.12.	$C_2(s)G_2(s)$ için $T(s)$ 'in genliği	93
Şekil 4.3.13.	$C_2(s)G_2(s)$ için $S(s)$ 'in genliği	94
Şekil 4.3.14.	$C_3(s)G_3(s)$ 'in 125 farklı değeri için birim basamak tepkisi, (birim basamak tepkisinin son değeri [6]'da çalışıldığı gibi 0.47 alınmıştır)	96
Şekil 4.3.15.	$G_3(s)$ 'in 125 farklı değeri için $C_3(s)G_3(s)$ 'in Bode çizimleri	97
Şekil 4.3.16.	$C_3(s)G_3(s)$ için $T(s)$ 'in genlik eğrisi	98
Şekil 4.3.17.	$C_3(s)G_3(s)$ için $S(s)$ 'in genlik eğrisi	98
Şekil 4.4.1.	$G_1(s)$ ve $C_1(s)G_1(s)$ sistemlerinin Bode zarfları	104
Şekil 4.4.2.	$G_1(s)$ 'in 16 farklı parametresi için $C_1(s)G_1(s)$ 'in birim basamak tepkileri	105
Şekil 4.4.3.	$G_2(s)$, $C_1(s)G_2(s)$ ve $C(s)G_2(s)$ sistemlerinin Bode zarfları ..	106
Şekil 4.4.4.	$C(s)G_2(s)$ sisteminin belirsiz parametre aralığında birim basamak tepkileri	108
Şekil 4.4.5.	$G_3(s)$ ve $C_3(s)G_3(s)$ sistemlerinin Bode zarfları	109
Şekil 4.4.6.	$C_3(s)G_3(s)$ sisteminin belirsiz parametre aralığında birim basamak tepkileri	110
Şekil 4.5.1.	Farklı γ değerleri için $L(s)$ 'nin Bode diyagramları	113
Şekil 4.5.2.	Bode'nin ideal geçiş fonksiyonu ile kesir dereceli kontrol çevrimi	113
Şekil 4.5.3.	Farklı γ değerlerinde $T(s)$ 'in Bode diyagramları	114
Şekil 4.5.4.	Farklı γ değerlerinde $T(s)$ 'in birim basamak tepkileri	115
Şekil 4.5.5.	Kontrolör tasarım sistemi	116
Şekil 4.5.6.	$\gamma = 1.05$ için referans modelin birim basamak tepkileri	117
Şekil 4.5.7.	$\gamma = 1.1$ için referans modelin birim basamak tepkileri	117
Şekil 4.5.8.	$\gamma = 1.2$ için referans modelin birim basamak tepkileri	118
Şekil 4.5.9.	$\gamma = 1.3$ için referans modelin birim basamak tepkileri	118
Şekil 4.5.10.	$\omega_c = 0.5$ için referans modelin birim basamak tepkileri	119

Şekil 4.5.11.	Önerilen yöntemle ve Åström-Hägglund yöntemi ile elde edilen kontrolörler için sisteminin birim basamak tepkileri	121
Şekil 4.5.12.	$\gamma = 1.2$ için $C_1(s)G_1(s)$ sisteminin birim basamak tepkileri	122
Şekil 4.5.13.	$\omega_c=1$ için $C_1(s)G(s)$ sisteminin birim basamak tepkileri	122
Şekil 4.5.14.	$C_2(s)G_2(s)$ sisteminin birim basamak tepkisi	124
Şekil 4.5.15.	$C_3(s)G_3(s)$ sisteminin birim basamak tepkisi	125
Şekil 5.1.1.	Doğrusal olmayan kontrol sistemi	129
Şekil 5.1.2.	$G(j\omega)$ 'nın Nyquist çizimi ve $N(X,\omega)$ 'nın negatif tersinin kompleks çizimi	130
Şekil 5.1.3.	Doğrusal olmayan röle tipi eleman içeren kontrol sistemi	131
Şekil 5.1.4.	$G_1(j\omega)$ 'nın Nyquist çizimi ve $-1/N$ 'in kompleks düzlemde çizimi ($K=4$ için)	132
Şekil 5.1.5.	$G_1(s)$ sisteminin limit çevrimi ($K=4$ için)	132
Şekil 5.1.6.	$G_2(j\omega)$ 'nın Nyquist çizimi ve $-1/N$ 'in çizimi ($K=4$ için)	133
Şekil 5.1.7.	Doğrusal olmayan röle tipi elemanlı Şekil 5.1.5'teki kesir dereceli sistemin limit çevrimi ($K=4$ için)	134
Şekil 5.1.8.	Doğrusal olmayan doyum tipi elemanlı kontrol sistemi (k eğimi gösteriyor)	135
Şekil 5.1.9.	N/k 'nın X/S 'e göre çizimi	135
Şekil 5.1.10.	$K=1, 2, 3, 4$ için $G_2(j\omega)$ 'nın Nyquist çizimleri ve doğrusal olmayan doyum tipi eleman için $-1/N$ 'in çizimi	136
Şekil 5.1.11.	Doğrusal olmayan doyum tipi elemanlı kesir dereceli sistemin $K=1, 2, 3, 4$ kazanç değerlerinde limit çevrimleri	137
Şekil 5.1.12.	Kazanç değeri $K = K_{cr}$ için $G_2(s)$ 'in Nyquist çizimi ve $-1/N$ 'in çizimi	138
Şekil 5.1.13.	$K = 0.775 = K_{cr}$ kazanç değeri için limit çevrimi, $K= 0.7$ ve $K= 0.5$ kazanç değerleri için sistemin çıkış sinyalleri	139
Şekil 5.1.14.	$K=0.5, 0.4, 0.3, 0.2$ kazanç değerleri için sistemin birim basamak Tepkileri	139
Şekil 5.2.1.	Röle ile otomatik ayarlama sistemi	141
Şekil 5.2.2.	$C_1(s)G_2(s)$ ve $C_2(s)G_2(s)$ sistemlerinin birim basamak tepkileri ...	144
Şekil 5.2.3.	$K = 4, 3.5, 3, 2.5, 2$ için $C_2(s)G_2(s)$ sisteminin birim basamak tepkileri	144
Şekil 5.2.4.	Tablo 5.2.2'de verilen a_2, a_1 ve a_0 değerleri için $C_2(s)G_3(s)$ sisteminin birim basamak tepkileri	146
Şekil 5.3.1.	Kesir dereceli aralık sisteminin Nyquist zarfı ve $-1/N$ 'in kompleks düzlemdeki çizimi	149
Şekil 5.3.2.	$G_1(s)$ 'in b_1, b_2, a_3 ve a_4 parametrelerinin %1 değişimi için Nyquist zarfı ve $-1/N$ 'in çizimi	151
Şekil 5.3.3.	$G_1(s)$ 'in b_1, b_2, a_3 ve a_4 parametrelerinin %11 değişimi için Nyquist zarfı ve $-1/N$ 'in çizimi	151
Şekil 5.3.4.	$G_1(s)$ sisteminin $\omega = 4.273$ rad/sn için Nyquist şablonu	152
Şekil 5.3.5.	$G_2(s)$ 'in parametrelerinin %13 değişimi için $0.4 < \omega < 10$ rad/sn frekans aralığında Nyquist zarfı ve $-1/N$ 'in çizimi	153
Şekil 5.3.6.	$\omega = 0.641$ rad/sn'de $G_2(s)$ 'in Nyquist şablonu	154
Şekil 5.3.7.	$G_3(s)$ 'in parametrelerinin %17 değişimi için $0 < \omega < 30$ rad/sn frekans aralığında Nyquist zarfı ve $-1/N$ 'in çizimi	155

Şekil 6.1.	Feedback marka çift motorlu prototip helikopter modeli	158
Şekil 6.2.	TRMS'in elektro-mekanik çalışma modeli	159
Şekil 6.3.	TRMS'in şematik yapısı	162
Şekil 6.4.	TRMS dikey seviye asıl hareket yolu simulink modeli	164
Şekil 6.5.	Matlab Simulink model belirleme aracı (system identification toolbox)	165
Şekil 6.6.	$G_p(s)$ 'in birim basamak tepkisi	166
Şekil 6.7.	$G_{p1}(s)$ 'in birim basamak tepkisi	167
Şekil 6.8.	Dikey seviye asıl hareket yolu modelinin birim basamak girişe verdiği tepkinin gerçek zamanlı osilaskop görüntüsü	168
Şekil 6.9.	$PI^\lambda D^\mu$ ile kontrol edilen dikey seviye hareket modeli	170
Şekil 6.10.	Klasik PID ve $PI^\lambda D^\mu$ ile kontrol edilen dikey seviye hareket modelinin gerçek zaman birim basamak tepkileri	173
Şekil 6.11.	Klasik PID ile kontrol edilen sistemin ürettiği kontrol sinyali ...	173
Şekil 6.12.	$PI^\lambda D^\mu$ ile kontrol edilen sistemin ürettiği kontrol sinyali	174

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 4.1.1.	Deneysel Ziegler-Nichols Formülü	64
Tablo 4.2.1.	$\phi_{pm} = 40^o; 45^o; 50^o; 55^o; 60^o$ için Åström-Hägglund yöntemi ile elde edilen PID ve önerilen yöntemle elde edilen $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör parametreleri	72
Tablo 4.2.2.	$\phi_{pm} = 40^o; 50^o; 60^o$ için optimizasyonla oluşturulan $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör parametreleri	72
Tablo 4.2.3.	$C_1(s)$, $C_2(s)$ ve $C_4(s)$ için sistemin birim basamak tepkisinin performans değerleri	74
Tablo 4.5.1.	Farklı γ ve ω_c değerleri için elde edilen PID kontrolör parametreleri	121
Tablo 5.1.1.	$G_2(s)$ 'in farklı kazanç değerlerinde tanımlayan fonksiyon parametreleri	136
Tablo 5.2.1.	Sistemdeki farklı kazanç değerleri için PID kontrolörün parametreleri	145
Tablo 5.2.2.	Belirsiz parametreler a_2 , a_1 ve a_0 'ın farklı değerleri için kritik kazanç, peryot, limit çevriminin genliği ve frekansı ($K = 4$) .	146
Tablo 6.1.	TRMS modelinin deneysel parametreleri [154]	161
Tablo 6.2.	Klasik PID ve farklı λ ve μ için $PI^\lambda D^\mu$ ile kontrol edilen prototip TRMS'nin gerçek zamanlı birim basamak tepkilerinin performans değerleri	171

KISALTMALAR

KDKS	Kesir Dereceli Kontrol Sistemi
PID	Oransal İntegral Türevsel kontrolör (Proportional Integral Derivative)
MIMO	Çok Giriş Çok Çıkışlı system (Multi Input Multi Output)
TRMS	Çift motorlu çok giriş çok çıkışlı sistem (Twin Rotor MIMO System)
PSE	Güç Serisi Açılımı (Power Series Expansion)
CFE	Sürekli Kesirli Açılım (Continious Fraction Expansion)
SISO	Tek giriş tek çıkışlı sistem (Single Input Single Output)
KDAKS	Kesir dereceli aralık kontrol sistemi
KDAP	Kesir dereceli aralık polinomu
KDAGF	Kesir dereceli aralık geçiş fonksiyonu
FOPDT	Birinci zaman gecikmeli sistem (First Order Plus Dead Time)
□	Verilen Teoremin ispatının bitiş işareti

1. GİRİŞ

Türevlerinin derecelerinin herhangi bir reel sayı olduğu, tamsayı olma zorunluluğunun bulunmadığı diferansiyel denklemlerle gösterilen sistemler kesir dereceli sistemler olarak düşünülebilir. Literatürde dünyadaki gerçek sistemleri çok daha doğru ifade edebilmeleri nedeniyle kesir dereceli diferansiyel denklemlerin çok önemli olduğu belirtilmektedir [1-3].

Son zamanlarda kesirli matematik ile ilgili çalışmaların artması sonucunda fen bilimleri, mühendislik ve endüstriyel alanlarda kesir dereceli matematiğin uygulanmalarında önemli gelişmeler kaydedilmiştir. Kesir dereceli matematiğin sistemlerin modellenmesinde daha uygun olduğu birçok çalışmada belirtilmektedir [4-7]. Bu durum endüstriyel ve kontrol uygulamalarında kesirli matematiğin önemini artırmaktadır. Dolayısı ile kesir dereceli matematik birçok uygulama alanında modelleme için kullanılmıştır [8, 9].

Kesir dereceli matematik aynı zamanda kontrol mühendisliğinde de çok geniş uygulama alanı bulmaktadır. Örneğin, kesir dereceli türev, bir kontrolör algoritması olarak Oustaloup tarafından geliştirilen [10] CRONE (Fransızca “commande robuste d’ordre non entiere” kelimelerinin kısaltılması) gibi kontrol uygulamalarında kullanılmıştır [11]. Daha sonraki çalışmalarda CRONE kontrolörlerin üç jenerasyonu geliştirilmiştir [5]. Podlubny, PID kontrolörleri, $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör olarak genellemiştir. Burada λ integral teriminin kesir derecesi, μ ise türev teriminin kesir derecesidir. λ ve μ reel sayılardır. Podlubny aynı zamanda $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörün PID kontrolöre göre daha iyi performansa sahip olduğunu göstermiştir [12].

Daha sonra kesir dereceli kontrolörlerle ilgili birçok yeni çalışma yapılmıştır. Örneğin, $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörün frekans tabanlı yaklaşımı [12]’de çalışılmıştır. Tek Giriş Tek Çıkış (SISO) sistem için H_2 norm’u ve kesir dereceli SISO sistem için H_∞ kontrolörün ayarlanması sırasıyla [13] ve [14]’de çalışılmıştır. Bunların dışında da literatürde kesir dereceli kontrolörlerin uygulamaları ile ilgili daha birçok değerli çalışma bulunmaktadır [15-19].

Kesir dereceli kontrolörlerin kullanışlı olmasını sağlayan [20], “fraktans” [21] olarak adlandırılan yeni elektriksel devrelerin oluşturulması ve kesir dereceli matematiğin daha iyi anlaşılması nedeniyle özellikle son yıllarda Kesir Dereceli Kontrol Sistemleri (KDKS) konusu üzerinde oldukça fazla durulmaktadır. Bunun sonucu olarak kontrol

sistemlerinde kesir dereceli matematik uygulamaları ile ilgili önemli çalışmalar yapılmıştır [22-27]. Bu tür sistemler için kontrolör tasarımı ve kararlılık analizi ile ilgili sonuçlar [20, 28-32]'de bulunabilir. Bu alandaki araştırmalar hala günceldir.

Kontrol teorisinde sistemlerin frekans tabanlı analizi önemlidir. Çünkü herhangi bir karmaşık kontrol sistemi frekans tabanında kolaylıkla incelenebilir [31]. Klasik kontrolde sistemlerin frekans tabanlı davranışlarını değerlendirmek için Nyquist diyagramı, Bode diyagramları ve Nichols abağı gibi grafiksel yöntemler bulunmaktadır. Bu yöntemlerin KDKS'ne uygulanması KDKS'nin frekans tabanlı analizi için çok önemli olacaktır.

Son yıllarda fiziksel sistemlerin modellenmesinde kesir dereceli matematiğin kullanılması için önemli çaba harcanmaktadır. Çünkü gerçek sistemlerin doğası gereği kesir dereceli matematikle modellenmesi daha uygundur. İlk olarak Podlubny çalışmalarında kesir dereceli integral ve türev operatörlerini kullanarak *PID* kontrolör için daha genel bir yapı sunmuştur [12]. Bu kontrolörleri kullanmanın avantajını göstermek için frekans tabanlı yaklaşımdan yararlanılabilir. Kesir dereceli matematikle sistemleri modellemenin daha uygun olması, bellek ve kalıtsal etkinin varlığından kaynaklanmaktadır [2, 3, 8]. Bellek ve kalıtsal etki içeren malzemeler ve ısı iletimi, kütle difüzyonu içeren dinamik prosesler, kesir dereceli matematikle daha doğru modellenebilir ve kontrol performansı elde edilebilir [33].

Podlubny, kesir dereceli diferansiyel eşitliklerin analitik çözümü için zaman tabanında bazı ifadeler vermiştir [4, 12]. Zaman tabanlı analizde bazı sonuçlar elde edilebilir fakat gerçekleştirmek çok karmaşıktır [19]. Daha uygun bir yöntem elde etmek için bu tür sistemler kompleks düzlemde ve frekans tabanında incelenebilir ve tamsayı dereceli sistemlerle kesir dereceli sistemler arasında frekans özelliklerinin ilişkileri ortaya konulabilir [34]. Bu sistemlerin matematiksel gösterimleri [4, 5, 18, 35]'de verilmiş, analog gerçekleştirilmeleri ise [18]'de çalışılmıştır.

Son yıllarda KDKS alanında yapılan çalışmaların sayısı hızla artmaktadır. Bu konuda yapılan çalışmalar kontrolör tasarımı, frekans cevabı analizi, kararlılık, realizasyon, pratik uygulamalar ve ilgili diğer konular üzerinde yoğunlaşmaktadır.

Aslında, kesir dereceli operatörlerin kullanılması fikri çok eskilere dayanmakla birlikte, son yıllarda birçok araştırma alanında kullanılmaya başlaması ile çok popüler olmuştur. Kontrol alanındaki uygulamaları ise kontrolör tasarımı üzerine yoğunlaşmıştır. Klasik bir *PID* kontrolör şöyle verilir,

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \quad (1.1)$$

Burada oransal terim- k_p , integral terimin katsayısı- k_i , türev teriminin katsayısı- k_d ile gösterilmektedir. Kesir dereceli *PID* kontrolörü ise Podlubny şöyle tanımlamıştır [12].

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s^\lambda} + k_d s^\mu \quad (1.2)$$

Burada λ integral teriminin kesirli derecesi, μ ise türev teriminin kesirli derecesidir. Bu formun özel durumları için yine klasik kontrolör elde edilir. Örneğin; $\lambda = 0$, $\mu = 0$ için *P* kontrolör, $\lambda = 1$, $\mu = 0$ için *PI* kontrolör, $\lambda = 0$, $\mu = 1$ için *PD* kontrolör, $\lambda = 1$, $\mu = 1$ için *PID* kontrolör elde edilir.

Kontrol sisteminden beklenen performans özelliklerine ulaşılabilmesi için kontrolör parametrelerinin ayarlanması (tuning) olarak adlandırılan işlem kontrolör parametrelerinin elde edilmesidir. Kontrolör parametreleri için uygun değerlerin bulunması kontrolör tasarım çalışmalarının en önemli konularından biridir. Dolayısıyla bu konu üzerinde oldukça fazla durulmuştur. Klasik *PID* kontrolörler için en iyi bilinen kontrolör parametrelerini bulma yöntemleri Ziegler-Nichols [36] ve Åström-Hägglund [37] tarafından verilmiştir. Özellikle kontrol edilecek sistemin matematiksel modeli bilinmiyorsa Ziegler-Nichols metodu kullanılarak kontrolör parametreleri elde edilebilir. Åström-Hägglund metodu ile de istenen faz ve kazanç payını sağlayacak uygun parametrelerin elde edilmesi sağlanır. Özellikle son yıllarda kesir dereceli *PID* kontrolörlerin parametrelerinin bulunması ile ilgili yeni çalışmalar hız kazanarak artmaktadır. Örneğin, parametre belirsizliği içeren sistemlerin dayanıklı kontrolü için PI^λ kontrolörlerin parametrelerinin ayarlanması [38]'de verilmektedir. Endüstriyel uygulamalar için $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörlerin beş parametresinin, beş farklı özelliğe göre oluşturulan beş denklemden elde edilmesi [6]'da çalışılmıştır. “Simetrik Optimum Metot” tekniğini kullanarak PI^α kontrolörlerin parametrelerinin ayarlanması [39]'da çalışılmıştır. Bode'nin ideal geçiş fonksiyonunu kullanarak *PID* kontrolör parametrelerinin ayarlanması ise [15]'de çalışılmıştır. Referans [40]'da yapılan çalışmada da klasik yöntemlerle *PID* kontrolör parametrelerinin elde edilmesi, “Integral

Squared Error” yöntemi ile de $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörün λ ve μ değerlerinin elde edilmesi sağlanmıştır. Literatür taramasında görüleceği gibi PID ve $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörler için optimum parametreleri elde etmek amacıyla bunlara benzer birçok yeni çalışma yapılmaktadır.

Frekans cevabı analizi konusunda ise yapılan çalışmalar şöyle özetlenebilir; bazen sistemler kararlı olmasına rağmen davranışı veya performansı çok zayıf olabilir. Örneğin sistem kararlı olmasına rağmen çok fazla osilasyon oluşabilir ve kontrol edilen sistemi kullanışsız hale getirebilir. Frekans tepkisi, faz ve kazanç payları performans problemlerinin çözümü için önemli göstergelerdir. Kazanç payının büyük olması bozulmayı daha güçlü önleme kapasitesi sağlar. Eğer kazanç payı, $g_m < 1$ ise sistem kararsızdır. Benzer şekilde faz payının büyük olması bozulmayı daha güçlü önleme kapasitesi sağlar. Bununla birlikte eğer faz payı $\phi_m < 0$ ise sistem kararsızdır [35, sayfa 87-89].

Dolayısı ile kontrol sistemlerinin frekans cevabı analizi üzerinde durulması gereken bir konudur. Geçiş fonksiyonlarının frekans tepkilerinin hesaplanması kontrol sistemlerinin analiz ve tasarımı için çok önemlidir. Ayrıca belirsiz geçiş fonksiyonlarının frekans tepkisinin hesaplanması, dayanıklı kontrol sistemlerinin analiz ve tasarımı için frekans tabanlı yöntemlerin uygulanmasında önemli rol oynamaktadır. Özellikle parametrik dayanıklı kontrolde elde edilen Kharitonov ve kenar teoremlerinin [41, 42] sonuçlarının etkisi ile parametre belirsizliği içeren kontrol sistemlerinin frekans tepkisinin hesaplanması konusunda birçok çalışma yapılmıştır [43-47]. Fakat buradaki sonuçlar tamsayı dereceli kontrol sistemleri ile ilgilidir. Bu sonuçların KDKS için genellenmesi önemli olacaktır.

Kontrol sistemlerinin frekans tabanı analizi ile ilgili literatürde farklı konularda yapılan oldukça fazla çalışmalar vardır [6, 31, 37]. Örneğin, Bode diyagramları ve Nyquist eğrisi kullanılarak kesir dereceli kontrol sistemi ile tamsayı dereceli kontrol sistemi arasındaki frekans özelliklerinin ilişkisi [31]’de verilmiştir. Frekans tepkisi yaklaşımını kullanarak kesir dereceli türev alıcının tasarlanması [48]’de verilmiştir. B. M. Vinagre ve arkadaşları, yaptıkları çalışmada kesir dereceli PID kontrolörleri kullanmanın avantajını göstermek için frekans tabanlı yaklaşım kullanmışlardır [11]. KDKS’nin frekans tabanındaki analizi ve modellenmesi [49]’da çalışılmıştır. Hartley ve Lorenzo, optimal kesir dereceli sönümlenme için frekans tabanlı yaklaşım kullanmışlardır [50]. Fridman ve Gil, değişken zaman gecikmeli doğrusal sistemlerin

kararlılığı için frekans tabanlı yaklaşım kullanmışlardır [51]. Literatür taramasından da görüleceği gibi kontrol sistemlerinde frekans tabanlı yaklaşımı kullanan birçok yeni çalışma yapılmaktadır.

KDKS'nin kararlılık analizi konusunda da önemli çalışmalar yapılmaktadır. Kesir dereceli türev ve integral operatörleri ile tanımlanan sistemlerin modellenmesi her ne kadar popüler olsa da bu alandaki çalışmaların çoğu doğrusal sistemler üzerinde yoğunlaşmıştır. Kararlılık konusu da yine bu dar alanda ele alınmıştır. Kontrol edilen sistemin veya kontrolörün doğrusal olmadığı durumlarda ise Lyapunov kararlılık kuramının uygulanabildiği bir yapı henüz oluşturulamamıştır. Bunun nedeni ise kesir dereceli sistemlerde çarpımın türevi için Leibniz kuralının genelleşmesi sonucu sonsuz sayıda terimin incelenmesinin gerekmesidir [52]. Bu nedenle KDKS'nde kararlılık konusunda genel kullanılabilecek bir metod henüz literatürde görülmemektedir. Bununla birlikte KDKS'nde kararlılık konusunda da yapılan çok değerli çalışmalar vardır [53]. Bu konuda yapılan çalışmalardan bazılarında, Routh-Hurwitz kararlılık kriterinin kesir dereceli duruma genellenmesi ve bazı sistemlere uygulanması yapılmıştır [54]. Kesir dereceli zamanla değişmeyen parametre belirsizliği içeren doğrusal sistemler için dayanıklı kararlılık kontrolü [55]'de çalışılmıştır. Bu çalışmaya benzer bir çalışmada da, Lyapunov eşitsizliği kullanılarak zamanla değişmeyen doğrusal kesir dereceli bir sistemin dayanıklı kararlılık testi yapılmıştır [56]. Referans [57]'de, gecikmeli doğrusal zamanla değişmeyen (LTI) kesir dereceli dinamik sistemler için analitik kararlılık sınırları Lambert fonksiyonu kullanılarak elde edilmiştir. Birinci derece zaman gecikmeli kararsız sistemlerin kesir dereceli PD kontrolör kullanılarak kararlı yapılması [30]'da gösterilmiştir. Zaman gecikmeli robotik sistemlerin kesir dereceli PD^α ile kontrolü için sonlu zaman kararlılık analizi [58]'de yapılmıştır. Literatür taramasından da görüleceği gibi kontrol sistemlerinde kararlılık analizi konusunda birçok yeni çalışma yapılmaktadır.

KDKS'nin tamsayı eşdeğerlerinin elde edilmesi için bu sistemlerin realizasyonu üzerinde önemli çalışmalar yapılmaktadır. Birkaç yüzyıl önce kesir dereceli türevin ilk defa dile getirilmesinden sonra kesirli matematiğin teorisi oldukça geliştirilmiştir. Son on yıllarda farklı alanlarda simülasyonu ve uygulaması yapılmıştır. Son yıllarda ise bir çok araştırmacı tarafından kesir dereceli işlem yapan elemanların gerçekleştirilmesi için çok yoğun çalışmalar yapılmaktadır. Örneğin, Kesir dereceli kontrolörlerin analog olarak gerçekleştirilmesi [18]'de verilmiştir.

İyi bilinen yöntemlerden Sürekli Kesirli Açılım (Continued Fractional Expansion) kullanılarak kesir dereceli bir ifadenin realizasyonu yapılabilir. Bu konudaki ayrıntılı çalışma [18]'de verilmiştir. Örneğin, $H(s) = (1/s)^{1/2}$ ifadesi sürekli kesirli açılım kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$H(s) = \frac{s^4 + 36s^3 + 126s^2 + 84s + 9}{9s^4 + 84s^3 + 126s^2 + 36s + 1} \quad (1.3)$$

Burada görüldüğü gibi elde edilen tamsayı dereceli geçiş fonksiyonu veya kontrolör kolaylıkla analog olarak gerçekleştirilebilir.

Ayrıca yapılan diğer çalışmalardan bazılarında, doğrusal kesir dereceli türev eşitliği ile verilen irrasyonel geçiş fonksiyonun, rasyonel fonksiyonlarla yaklaşımının yapılması için bir yöntem [59]'da verilmiştir. $\frac{1}{2}$ dereceli H tipi analog devrenin gerçekleştirilmesi ve bunların simülasyonu [60]'da çalışılmıştır. Kesir dereceli $s^{0.5}$ türev ifadesinin ayrık zamanlı (discrete) yaklaşımı [61]'de verilmiştir. Burada önerilen yöntem sürekli kesirli yaklaşıma dayanmaktadır. $LiN_2H_5SO_4$ malzemesi kullanılarak elde edilen fraktör'den yararlanılarak $\frac{1}{2}$ dereceli integratör modeli [62]'de önerilmektedir. Ayrık zamanlı kesir dereceli kontrolörlerin oluşturulması [63]'de gösterilmiştir. Kesir dereceli dijital kontrolörlerin PIC mikrodenetleyiciler kullanılarak gerçekleştirilmesi ve deneysel sonuçları [64]'de verilmektedir.

Literatür taramasından da görüleceği gibi kesir dereceli kontrolörlerin ve kontrol sistemlerinin realizasyonu elektronik elemanlarla gerçekleştirilebilmesi için birçok yeni çalışma yapılmaktadır.

Bu çalışmaların dışında da KDKS'nin pratik uygulamaları ile ilgili önemli çalışmalar literatürde bulunabilir. Yukarıda da belirtildiği gibi, kesir dereceli matematik çok farklı alanlarda kullanılmaktadır. Kontrolör tasarımı alanında en önemli uygulamaları CRONE ve $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörler gibi denetleyicilerin gerçekleştirilmiş olmasıdır.

Ayrıca çok farklı uygulama çalışmalarında kesir dereceli kontrolör ve kontrol sistemleri kullanılmaya başlanmıştır. Örneğin [65]'de hareket kontrol uygulamaları için kesir dereceli kontrol tartışılmıştır. Kesir dereceli kontrolör kullanılarak pozisyon kontrolü [11]'de tartışılmıştır. Altı-ayaklı bir robot için kesir dereceli kontrol uygulaması [66]'da verilmiştir. Esnek şaft'lı bir DC motorun kesir dereceli PID ile

kontrol edilmesi ile ilgili bir çalışma [67]'de yapılmıştır. Esnek uzay aracı yükseklik kontrolü için kesir dereceli kontrolör kullanılması [68]'de önerilmiştir. Referans [69]'da kesirli frekans iletim sistemleri üzerinde bir deneysel çalışma yapılmıştır. Kesir dereceli Wien Köprü Osilatörü [70]'de önerilmiştir. Kesirli kapasitörler kullanılarak güç faktörü (power factor - p.f.) düzeltilmesi [71]'de çalışılmıştır. Smith Predictor kullanılarak kesirli dalga denkleminin kesir dereceli sınır kontrolü [72]'de verilmiştir. Hard disk sürücüsünün servo-kontrolünde, dayanıklı titreşim bastırma uygulamaları için önerilen kesir dereceli bozulma izleyicisi (Fractional Order Disturbance Observer) [73]'de verilmiştir. Uyarlamalı (adaptive) kontrolde kesir dereceli operatörlerin kullanılması ve özellikle model referanslı uyarlamalı kontrolde, bozulmayı bastırma ve zaman tepkisine göre sistem dinamiklerinin iyileştirilmesi [74]'de gösterilmiştir. Stokastik kesir dereceli kaotik sistemler için durum uzay kontrolü ile ilgili bir çalışma [75]'de yapılmıştır. Literatür taramasından da görüldüğü gibi bu konuda çok geniş bir yelpazede çalışmalar yapılmaktadır.

1.1. KDKS Alanında Yapılabilecek Yeni Çalışmalar

Yukarda bahsedildiği gibi, kontrolör tasarımı için parametrelerinin hesaplanması gerekmektedir. Bu konuda yapılan bazı çalışmalar vardır. Literatürde kesir dereceli *PI*, *PD* ya da *PID* kontrolörlerin parametrelerinin hesaplanması ve kontrolör tasarımı ile ilgili çalışmalar mevcuttur. Ancak kontrolörlerin çok yaygın kullanılması nedeniyle yeni kontrolör tasarım tekniklerinin geliştirilmesine ve optimum parametrelerin elde edilmesine sürekli ihtiyaç duyulmaktadır. Ayrıca dayanıklılık ve parametre belirsizliği içeren sistemler için de kesir dereceli kontrolör tasarımı ile ilgili bazı çalışmalar yapılmıştır. Fakat bu konuda yapılan çalışmaların çoğu tamsayı dereceli sistemler içindir. Dolayısı ile tamsayı dereceli sistemler için elde edilen sonuçların kesir dereceli sistemlere uyarlanması önemli olacaktır.

Frekans cevabı analizinde yapılabilecek yeni çalışmalar şöyle özetlenebilir; Klasik kontrol sistemlerinin frekans cevabı analizinde yaygın olarak kullanılan Bode, Nyquist ve Nichols eğrilerinin KDKS için elde edilebilmesi amacıyla yapılan bazı çalışmalar vardır. Bu sistemlerin frekans cevaplarının analizinde kullanılabilecek yeni programların geliştirilmesi bu konuda yapılan çalışmalara katkı sağlayacaktır. Bu konuda yapılan çalışmaların birleştirilmesi ve genellenmesi ile KDKS'nin frekans cevaplarının analizi ve tasarımı için kullanılabilecek kapsamlı bir yazılım aracı elde

edilebilir. Bode, Nyquist ve Nichols eğrilerinin KDKS için de elde edilebilmesi ile, söz konusu sistemin kararlılık analizi yapılabilir, faz payı, kazanç payı gibi kontrolör tasarımı kullanılabilecek olan parametrelerin elde edilmesi sağlanmış olur. Dolayısı ile kesir dereceli kontrolör tasarımı yapılabilir. Yapılacak olan bu programların parametre belirsizliği içeren kontrol sistemlerine uyarlanması bu sistemlerin dayanıklı kararlılık analizi için önemli olacaktır.

Kararlılık analizi için de yapılabilecek yeni çalışmalar vardır. Bir sistemin kullanılabilir olması için kararlı olması gerekir. Dolayısı ile kontrol sistemlerinin kararlılığı son derece önemlidir. Tamsayı dereceli kontrol sistemlerinin kararlılık analizinde kullanılan Routh Hurwitz, Root Locus gibi genellenmiş ve kabul görmüş bir yöntem, KDKS'nin kararlılık analizi için henüz literatürde görülmemektedir. Bununla birlikte literatürde KDKS'nin kararlılığını inceleyen yeni çalışmalar yapılmaktadır. Bu konuda yapılan yeni çalışmalar, tamsayı dereceli sistemler için kullanılan Routh-Hurwitz gibi yöntemlerin KDKS'ne uyarlanması şeklinde olabildiği gibi, yeni geliştirilen kararlılık inceleme yöntemleri de olabilmektedir. Dolayısı ile bu konuda genel kullanılabilecek tekniklerin elde edilebilmesi için hala çok ciddi çalışmalara ihtiyaç vardır.

Son yıllarda, birçok araştırmacı kesir dereceli işlem yapan elemanların gerçekleştirilmesi için yoğun çaba harcamaktadır. Yapılan çalışmalardan bazıları, kesir dereceli geçiş fonksiyonlarının ya da kontrolörlerin tamsayı dereceli karşılığının elde edilebilmesi üzerine yoğunlaşmaktadır. Bazı çalışmalarda ise fraktans olarak adlandırılan kesir dereceli işlem yapabilen elemanların elde edilebilmesi için çaba harcanmaktadır. Bu konuda geliştirilecek her yeni donanım, yapılacak her çalışma KDKS'nin kullanılabilirliğine ve uygulanabilirliğine katkı sağlayacaktır. Her ne kadar, yapılan çalışmalarda kesir dereceli sistemlerin tam sayı dereceli sistemlere göre teorik olarak daha iyi simülasyon sonuçları verdiği görüle de, bu sistemlerin kullanılabilir olması için reel olarak gerçekleştirilmesine ihtiyaç vardır. Dolayısı ile bu konuda yapılacak yeni çalışmaların çok önemli sonuçları ve katkıları olacaktır.

Yeni pratik çalışmalar da yapılabilir. Örneğin, robot uygulamalarından motor hız kontrolüne, Wien köprüsü osilatöründen güç faktörü düzeltilmesine kadar çok geniş bir yelpazede, kesir dereceli kontrolörler ve KDKS ile ilgili çalışmalar literatürde yer almaktadır. Kesir dereceli işlem yapabilen elemanların geliştirilmesi ile kontrol uygulamalarının her alanında kesir dereceli sistemlerin performansı test edilmeye başlanmıştır. Dolayısı ile bu konuda elde edilecek sonuçların pratik sistemlerde

uygulanması ve performanslarının test edilmesi çok değerli olacaktır. Elde edilecek sonuçlar kesir dereceli kontrolörlerin endüstride yaygın kullanımının yolunu açacaktır.

Kesir dereceli matematiğin teorik alt yapısının güçlenmesi, bu konunun çok farklı alanlara uyarlanması yolunu açmaktadır. Literatürde çok farklı alanlarda kesir dereceli matematiğin ve KDKS'nin uygulandığı görülmektedir. KDKS alanında yapılabilecek çalışmalardan bazıları şöyle olabilir; doğrusal olmayan kontrol sistemlerinde kaos, durum uzay modelinin incelenmesi, kontrol sistemlerinde bozulmaların bastırılması, işaret işleme uygulamaları, ayırık (dijital) kontrol uygulamaları, zaman gecikmeli sistem uygulamaları, uyarlamalı (adaptive) kontrol, yapay sinir ağları (neural network), zaman tabanlı analiz gibi çok farklı konularda yeni çalışmalar yapılabilir.

1.2. Bu Tezde Yapılan Çalışmalar

Bu tez çalışmasında KDKS'nin frekans cevaplarının hesaplanması ve tasarım tekniklerinin geliştirilmesi ile ilgili çalışmalar yapılmıştır.

KDKS'nin frekans tepkilerinin analizi için geliştirilen bazı programlar olmasına rağmen [76-79], bu konuda hala çalışmalar yapılmasına ihtiyaç vardır. Dolayısı ile bu tez çalışmasında Bölüm 2'de KDKS'nin frekans tepkisi analizinin matematiksel altyapısı verilmiş, bu matematiksel temellere dayanarak Matlab ortamında programlar geliştirilmiş ve tezde yer alan çeşitli uygulamalarda kullanılmıştır. Bu programlar Ek'te verilmiştir. Geliştirilen bu programlarla KDKS için Bode, Nyquist ve Nichols eğrileri elde edilmiştir. Ayrıca KDKS'nin tasarımı için gerekli olan faz payı, kazanç payı gibi parametrelerin elde edilmesi sağlanmış ve kesir dereceli kontrolör tasarımı için tezde önerilen yeni yöntemlerde bu parametrelerden yararlanılmıştır.

Bölüm 3'te, KDKS'nin dayanıklı analiz ve tasarımı ile ilgili yöntemlerin geliştirilmesine yer verilmiştir. KDKS için elde edilen sonuçlar parametre belirsizliği içeren KDKS'nin tasarımı ve dayanıklı kararlılık analizi için genellenmiştir. Temelde parametrik dayanıklı kontrol için geliştirilen yöntemlerin kesir dereceli aralık kontrol sistemleri (KDAKS)'ne uygulanmasıyla ilgili sonuçlar elde edilmiştir. Kesir dereceli aralık geçiş fonksiyonlarının frekans tepkilerinin hesaplanması için yöntemler geliştirilmiştir. Bu yöntemler kullanılarak Matlab ortamında elde edilen programlarla KDAKS'nin Bode ve Nyquist zarfları oluşturulmuştur. Bu tez çalışmasında Bode ve Nyquist zarflarını elde etmek için kullanılan programlardan bazılarını Ek'te yer

verilmiştir. Bu yöntemler tez çalışmasının sonraki bölümlerinde, parametre belirsizliği içeren KDKS'nin dayanıklı kararlılık analizi ve tasarımı için kullanılmıştır.

Kontrolörlerin parametrelerinin hesaplanması özellikle endüstriyel kontrol uygulamalarında çok önemlidir. Bu nedenle bu tez çalışmasında 4'üncü bölümünde KDKS için çeşitli yapılarıdaki kontrolörlerin parametrelerinin hesaplanması amacıyla yeni yöntemler önerilmiştir. Geliştirilen yöntemlerle elde edilen uygun parametrelili kontrolörlerin kesir dereceli ve tamsayı dereceli geçiş fonksiyonlarına etkisi incelenmiş, Bode, Nyquist ve Nichols eğrileri kullanılarak sistemin kararlılığına nasıl katkı sağladığı araştırılmış, birim basamak giriş fonksiyonu kullanılarak sistemlerin çıkış tepkisi analiz edilmiştir. Reel sistemlerin doğası gereği hemen hemen hepsinin kontrolünde, belirli bir zaman gecikmesi söz konusudur. Dolayısı ile yapılan çalışmalarda ve tasarımlarda zaman gecikmesi de dikkate alınmış, kesir dereceli kontrolör tasarımı ile ilgili elde edilen sonuçlar zaman gecikmeli sistemlere de uygulanmıştır.

Doğrusal olmayan (nonlinear) kontrol sistemleri bu alanda çok önemli yer tutmaktadır. Bu nedenle Bölüm 5'te, doğrusal olmayan tam sayı dereceli kontrol sistemleri için elde edilmiş olan bazı sonuçların doğrusal olmayan KDKS'ne uyarlanması yapılmıştır. Bu bölümde elde edilen sonuçların kesir dereceli doğrusal olmayan kontrol sistemlerinin analiz ve tasarımında önemli olacağı düşünülmektedir.

Bölüm 6'da Feedback firmasının ürettiği prototip bir helikopter modeli olan çift motorlu çok giriş çok çıkış (multi input multi output – MIMO) sistemi (Twin Rotor MIMO System - TRMS) tanıtılmış ve bu sistem üzerinde kesir dereceli kontrolörün etkisi araştırılmıştır.

Bölüm 7'de ise bu tez çalışmasında elde edilen sonuçlar tartışılmış, öneriler sunulmuş ve tez çalışmasından üretilen yayınlara yer verilmiştir.

2. KURAMSAL TEMELLER

Bu bölümde kesir dereceli matematiğin kontrol sistemlerinde kullanılması ve Kesir Dereceli Kontrol sistemleri (KDKS)'nin frekans analizinin matematiksel temelleri hakkında bilgi verilmiştir. Bu matematiksel sonuçlardan yola çıkılarak KDKS'nin frekans analizi için Matlab ortamında programlar geliştirilmiştir. Bu programlar kullanılarak kesir dereceli bir kontrol sisteminin frekans analizini yapabilmek için Nyquist eğrisi, Bode eğrileri ve Nichols eğrisi elde edilebilir. Bu eğriler kullanılarak kontrol sisteminin faz payı, kazanç payı hesaplanabilir. Matlab ortamında geliştirilen bu programlar, tez çalışmasının diğer bölümlerinde sistemlerin frekans tabanındaki analizi için kullanılmıştır.

Son yıllarda kesir dereceli matematik ile ilgili çalışmaların artması, endüstriyel ve bilimsel alanda bu konuda yapılan çalışmaları cesaretlendirmiştir. Dolayısı ile kesir dereceli matematik birçok alanda kullanılmaya başlanmıştır. Yukarda bahsedildiği gibi, KDKS için birçok yeni çalışma yapılmıştır. Artık, bazı kontrol problemlerinin çözümü için kesir dereceli matematik alternatif bir çözüm yolu olmuştur. Dolayısı ile tamsayı dereceli sistemler için elde edilen çözümleme araçlarının KDKS'ne uyarlanması gün geçtikçe daha önemli hale gelmektedir. KDKS'nin zaman tabanında analizi oldukça zor ve karmaşıktır. Podlubny, kesir dereceli diferansiyel eşitliklerin analog gerçekleştirilmesi ile ilgili bazı çözümler önermiştir [18]. Bu kontrol sistemlerinin frekans tabanında incelenmesi ise tamsayı dereceli kontrol sistemlerine benzer şekilde daha kolay ve çözümlenebilir eşitlikler ile yapılabilir.

Kontrol sistemlerinin frekans tabanlı analiz ve tasarımı için kullanılan frekans tabanlı yöntemlerin uygulanmasında, sistemin geçiş fonksiyonunun frekans tepkisinin hesaplanması önemli rol oynamaktadır. Klasik kontrol sistemlerinin frekans tabanlı davranışlarının incelenmesi için çok yaygın olarak kullanılan Nyquist, Bode ve Nichols çizimleri gibi önemli ve çok güçlü araçlar bulunmaktadır. Ama bu araçlar tamsayı dereceli sistemler içindir. Bu araçların KDKS için de elde edilebilmesi bu sistemlerin analiz ve tasarımı için çok önemli olacaktır. Çünkü herhangi bir karmaşık sistem frekans tabanında kolaylıkla incelenebilir [31]. Giriş bölümünde de bahsedildiği gibi, bu konuda yapılan bazı çalışmalar mevcuttur [76-79] ama bu konuda hala ciddi çalışmalar yapılmasına ihtiyaç vardır. Özellikle kolay kullanımlı bir aracın geliştirilmesi yararlı olacaktır.

2.1. KDKS'nde Frekans Analizinin Matematiksel Temelleri

Giriş bölümünde belirtildiği gibi, gerçek sistemlerin doğası gereği kesir dereceli matematikle modellenmesinin daha uygun olması nedeniyle son yıllarda fiziksel sistemlerin modellenmesinde kesir dereceli matematiğin kullanılması için önemli çaba harcanmaktadır.

Kesir dereceli matematik için farklı tanımlar verilmektedir. Bu tanımların çoğunda kullanılan operatör, $D = \frac{d}{dx}$, temel matematiksel işlemlerden bildiğimiz diferansiyel işlem operatörüdür. Uygun fonksiyonlar için f fonksiyonunun n 'nci türevi n – pozitif tamsayı olduğunda $D^n f(x) = \frac{d^n f(x)}{dx^n}$ ile ifade edilebilir. 1695'de L'Hopital, bu diferansiyel işlemde n – tamsayı olmazsa ne olur sorusunu Leibniz'e sormuştur [80]. O tarihten beri kesirli matematik, Euler, Laplace, Fourier, Abel, Liouville, Riemann ve Laurent gibi birçok ünlü matematikçinin dikkatini çekmiştir. Fakat 1884'e kadar bu konuda genel bir operatör için herhangi bir teori üretilememiştir. Bu tarihten sonra diferansiyel operatör D^m olarak genellenmiş ve m – sayısının, rasyonel veya irrasyonel, pozitif veya negatif, reel veya kompleks gibi rastgele bir sayı olabileceği belirtilmiştir [80].

Aslında kesir dereceli sistemler veya daha geniş bir ifadeyle derecesi tamsayı olmayan sistemler, tamsayı dereceli sistemlerin genellenmesi olarak ele alınabilir [81-85]. Yani, kesirli matematik, temel integral ve diferansiyel operatörü ${}_a D_t^r$ (a ve t alt ve üst limitler, $r \in R$) ifadesinin, derecesi tamsayı olmayan ifadeye genellenmesi olarak ele alınabilir. Sürekli zamanlı integro-diferansiyel bir operatör şöyle tanımlanabilir [80, ss.3-16],

$${}_a D_t^r = \begin{cases} \frac{d^r}{dt^r} & : r > 0 \\ 1 & : r = 0 \\ \int_a^t (d\tau)^{-r} & : r < 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

En çok kullanılan kesir dereceli integro-diferansiyel ifadeler Grünwald-Letnikov (GL), Riemann-Liouville (RL) ve Caputo tarafından verilmiştir [4, 81]. Grünwald – Letnikov ifadeleri şöyle verilmektedir.

$${}_a D_t^r f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} h^{-r} \sum_{j=0}^{\left[\frac{t-a}{h} \right]} (-1)^j \binom{r}{j} f(t-jh) \quad (2.2)$$

burada,

$$(-1)^j \binom{r}{j} \quad (2.3)$$

Binomial açılımın katsayılarıdır [86].

Riemann-Liouville kesir dereceli integro-diferansiyel ifadesi şöyle tanımlanır.

$${}_a D_t^r f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-r)} \frac{d^n}{dt^n} \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{r-n+1}} d\tau \quad (2.4)$$

Burada $n-1 < r < n$ ve $\Gamma(\cdot)$ bir Gamma fonksiyonudur. Riemann-Liouville ifadesi kesir dereceli matematikte en çok kullanılan ifadedir [5]. Kesir dereceli diferansiyel için Caputo ifadesi şöyle verilir.

$${}_a D_t^r f(t) = \frac{1}{\Gamma(r-n)} \int_a^t \frac{f^{(n)}(\tau)}{(t-\tau)^{r-n+1}} d\tau \quad (2.5)$$

burada $n-1 < r < n$. Gamma fonksiyonu $\Gamma(\cdot)$, bir faktöryel fonksiyodur ve pozitif reel m sayısı için şöyle tanımlanır.

$$\Gamma(m) = \int_0^{\infty} e^{-u} u^{m-1} du \quad (2.6)$$

Bu denklemde m sayısının tamsayı olması durumunda $\Gamma(m+1) = m!$ olur. Kesirli türev ifadesinde n bir tamsayı m ise tamsayı olmayan bir sayı ise $n-m=q$ dereceden kesirli türev ifadesi şöyle elde edilebilir [80],

$$\frac{d^q f(t)}{dt^q} = \frac{d^{n-m} f(t)}{dt^{n-m}} = \frac{1}{\Gamma(m)} \frac{d^n}{dt^n} \int_0^t (t-y)^{m-1} f(y) dy \quad (2.7)$$

Yukarda bahsedilen kesir dereceli integro-diferansiyel ifadelerin nümerik çözümleri yapılabilir. Fonksiyonların çoğunda Grünwald-Letnikov, Riemann-Liouville ve Caputo ifadeleri eşdeğerdir. Dolayısıyla bu ifadelerin kh ($k=1,2,\dots$) noktasında r 'inci dereceden türevinin nümerik çözümü için aşağıdaki ifade kullanılabilir [4, 86, 87],

$${}_{(k-L_m/h)}D_{kh}^r f(t) \approx h^{-r} \sum_{j=0}^k (-1)^j \binom{r}{j} f_{k-j} \quad (2.8)$$

Burada L_m bellek uzunluğu, h ise hesaplamadaki zaman adımıdır. Tanımlanan bu nümerik yöntem, verilen fonksiyonun Güç Serisi Açılımı (Power Series Expansion-PSE) ile ifade edilir. PSE açılımı, kutupları olmayan sadece sıfırları olan ayrık zamanlı polinomlar için kullanılabilir. Bu ifadeyi nümerik olarak çözmek için kesir dereceli operatörün ayrık zamanlı yaklaşımı ile elde edilen ayrık geçiş fonksiyonu z tabanında aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$${}_0D_{kT}^{\pm r} G(z) = \frac{Y(z)}{F(z)} = \left(\frac{1}{T} \right)^{\pm r} \quad (2.9)$$

$$PSE \left\{ \left(1 - z^{-1} \right)^{\pm r} \right\}_n \approx T^{\pm r} R_n \left(z^{-1} \right) \quad (2.10)$$

Burada T örnekleme periyodunu, $PSE\{u\}$ ise u fonksiyonuna güç serisi açılımı uygulanınca elde edilen sonuç fonksiyonunu ifade etmektedir. $Y(z)$ ve $F(z)$ sırasıyla, çıkış fonksiyonu $y(kT)$ ve giriş fonksiyonu $f(kT)$ 'nin Z dönüşümleridir. Yaklaşımın derecesi n ile gösterilmekte R ise n 'nci dereceden polinomu ifade etmektedir. Bu ifade $z = \exp(sT)$ ve $k=1,2,\dots$ için çözülebilir [88].

Nümerik çözüm için diğer bir yaklaşım da hem kutupları hem de sıfırları olabilen fonksiyon için Sürekli Kesirli Açılım (Continious Fraction Expansion - CFE) yöntemidir [89]. Burada, Laplace tabanındaki kesirli integro-diferansiyel operatörün, $s^{\pm r}$, eşdeğerini elde etmek amaçlanmaktadır. Böyle bir $G(s)$ fonksiyonu için CFE açılımı aşağıdaki formda verilebilir,

$$G(s) \approx a_o(s) + \frac{b_1(s)}{a_1(s) + \frac{b_2(s)}{a_2(s) + \frac{b_3(s)}{a_3(s) + \dots}}} \quad (2.11)$$

Burada $a_i(s)$ ve $b_i(s)$ ifadeleri değişkeni s olan rasyonel fonksiyon veya bir sabit olabilirler. Bu yöntemle irrasyonel $G(s)$ fonksiyonu, rasyonel fonksiyonlarla yaklaşık elde edilebilir. CFE yöntemi ile elde edilen yaklaşık rasyonel fonksiyonlar PSE yönteminden daha hızlı yakınsarlar ve kompleks düzlemde daha geniş yakınsama tabanları vardır. Diğer yandan, dinamik özellikler dikkate alındığında PSE yöntemi daha uygundur. Bu teknikler, irrasyonel $G(s)$ fonksiyonunun rasyonel fonksiyonlarla iki fonksiyonun bölümü şeklinde yaklaşık olarak s tabanında, aşağıda gösterildiği gibi, ifade edilmesine dayanır.

$$G(s) \approx R_{i(i+1) \dots (i+m)} = \frac{P_\mu(s)}{Q_\nu(s)} = \frac{p_0 + p_1s + \dots + p_\mu s^\mu}{q_0 + q_1s + \dots + q_\nu s^\nu} \quad (2.12)$$

$(m+1 = \mu + \nu + 1)$

CFE yönteminde, kesir dereceli operatörün ayırık zamanlı yaklaşımı ile elde edilen ayırık zamanlı geçiş fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$${}_0D_{kT}^{\pm r} G(z) = \frac{Y(z)}{F(z)} = \left(\frac{2}{T}\right)^{\pm r} \quad (2.13)$$

$$CFE \left\{ \left(\frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \right)^{\pm r} \right\}_{p,n} \approx \left(\frac{2}{T} \right)^{\pm r} \frac{P_p(z^{-1})}{Q_n(z^{-1})} \quad (2.14)$$

Burada T örnekleme peryodunu, $CFE\{u\}$ ise u fonksiyonuna sürekli kesirli açılım uygulanınca elde edilen sonuç fonksiyonunu ifade etmektedir. $Y(z)$ ve $F(z)$ sırasıyla, çıkış fonksiyonu $y(kT)$ ve giriş fonksiyonu $f(kT)$ 'nin Z dönüşümleridir. Yaklaşımın derecesi n ve p ile gösterilmekte, P ve Q ise sırasıyla n 'nci p 'inci derecelerden polinomları ifade etmektedir. Bu ifade $k = 1, 2, \dots$ için çözülebilir [88].

Sistem teorisinde dinamik davranışların analizi genellikle sistemlerin geçiş fonksiyonları ile yapılır. Bu açıdan, KDKS'nin analizinde, tamsayı dereceli olmayan diferansiyel denklemlerin Laplace dönüşümünün alınabilmesi önemlidir. Bu diferansiyel eşitliklerin Laplace dönüşümü, tamsayı dereceli diferansiyel denklemlerin Laplace dönüşümünden çok farklı değildir. Bu denklemlerin Laplace dönüşümü için en genel ifade şöyle verilebilir,

$$L\left\{\frac{d^m f(t)}{dt^m}\right\} = s^m L\{f(t)\} - \sum_{k=0}^{n-1} s^k \left[\frac{d^{m-1-k} f(t)}{dt^{m-1-k}} \right]_{t=0} \quad (2.15)$$

Burada n bir tamsayı olmak üzere, $n-1 < m < n$ dir. Eğer $f(t)$ fonksiyonunun bütün türevleri sıfır ise yukarıdaki denklem şöyle basitleşir

$$L\left\{\frac{d^m f(t)}{dt^m}\right\} = s^m L\{f(t)\} \quad (2.16)$$

Kesir dereceli tek giriş tek çıkış (Single Input Single Output - SISO) bir kontrol sistemini ele alalım. Burada $y(t)$ sistemin çıkışı ve $x(t)$ sistemin girişi olmak üzere kontrol sisteminin girişi ile çıkışı arasındaki diferansiyel denklem şöyle ifade edilebilir,

$$\begin{aligned} & a_n \frac{d^{\alpha_n} y(t)}{dt^{\alpha_n}} + a_{n-1} \frac{d^{\alpha_{n-1}} y(t)}{dt^{\alpha_{n-1}}} + \dots + a_0 \frac{d^{\alpha_0} y(t)}{dt^{\alpha_0}} \\ & = b_m \frac{d^{\beta_m} x(t)}{dt^{\beta_m}} + b_{m-1} \frac{d^{\beta_{m-1}} x(t)}{dt^{\beta_{m-1}}} + \dots + b_0 \frac{d^{\beta_0} x(t)}{dt^{\beta_0}} \end{aligned} \quad (2.17)$$

Bu denklemde eşitliğin her iki tarafının Laplace dönüşümü alınırsa kontrol sisteminin geçiş fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_m s^{\beta_m} + b_{m-1} s^{\beta_{m-1}} + \dots + b_0 s^{\beta_0}}{a_n s^{\alpha_n} + a_{n-1} s^{\alpha_{n-1}} + \dots + a_0 s^{\alpha_0}} \quad (2.18)$$

Burada $\alpha_n > \alpha_{n-1} > \dots > \alpha_0 \geq 0$, $\beta_m > \beta_{m-1} > \dots > \beta_0 \geq 0$ olmak üzere genellikle reel sayılardır, a_k , ($k = 0, 1, 2, \dots, n$) ve b_l , ($l = 0, 1, 2, \dots, m$) ise sabitlerdir [35, sayfa 285-290].

Kontrol sisteminin geçiş fonksiyonunun Laplace dönüşümünde s yerine $j\omega$ yazılarak sistemin frekans tabanındaki ifadesi elde edilebilir. Bu geçiş fonksiyonunda $(s)^\mu = (j\omega)^\mu$ olur. Burada $(j\omega)^\mu$ ifadesinin kesir derecesi şöyle yazılabilir [34].

$$(j\omega)^\mu = \omega^\mu \left(\cos \frac{\pi}{2} \mu + j \sin \frac{\pi}{2} \mu \right) \quad (2.19)$$

Bu ifadeden de görüleceği gibi kesir dereceli kontrol sistemini artık frekans tabanında incelemek mümkündür. Çünkü geçiş fonksiyonu kompleks sayı ile ifade edilebilen frekansa bağlı bir denkleme dönüşmüştür. Bu geçiş fonksiyonu kullanılarak kontrol sisteminin Bode, Nyquist ve Nichols eğrilerini oluşturmak mümkün olabilecektir. Podlubny çalışmalarında kesir dereceli integral ve türev operatörleri kullanılarak *PID* kontrolör için daha genel bir yapı sunmuştur. Bu kontrolörleri kullanmanın avantajını göstermek için frekans tabanlı yaklaşımdan yararlanılabilir. Podlubny, kesir dereceli diferansiyel eşitliklerin analitik çözümü için zaman tabanında bazı ifadeler vermiştir [12]. Giriş bölümünde de bahsedildiği gibi, zaman tabanlı analizde bazı sonuçlar elde edilebilir fakat gerçekleştirmek çok karmaşıktır [19]. Daha uygun bir yöntem elde etmek için bu tür sistemler kompleks düzlemde, frekans tabanında incelenebilir ve tamsayı dereceli sistemlerle kesir dereceli sistemler arasında frekans tabanlı özelliklerin ilişkileri ortaya konulabilir [34].

2.2. KDKS'nin Frekans Cevaplarının Hesaplanması

Yukarda bahsedildiği gibi klasik kontrol sistemlerinin frekans tabanlı davranışlarının incelenmesinde Bode, Nyquist ve Nichols çizimleri çok yaygın olarak kullanılmaktadır. KDKS'nin analiz ve tasarımı için de bu araçların kullanılabileceği açıktır.

Bu bölümde, yukarda verilen kesir dereceli matematiksel temeller dikkate alınarak Matlab ortamında programlar oluşturulmuştur. Bu programlar kullanılarak KDKS için Nyquist, Bode ve Nichols çizimleri elde edilebilmektedir.

2.2.1. Bode Eğrilerinin Elde Edilmesi

Bode çizimi ile doğrusal zamanla değişmeyen modellerin frekans tepkisinin genlik ve faz eğrileri elde edilebilir. Genlik eğrisi desibel (dB), faz eğrisi ise derece cinsinden ifade edilir. Genlik desibel olarak $20\log_{10}(|G(j\omega)|)$ ifadesi ile hesaplanır. Bode genlik ve faz eğrisi frekans ω 'ya bağlı olarak logaritmik ölçekte çizilir. Bode çizimi kullanılarak sistemin kazanç payı, faz payı, DC kazancı, bant genişliği, bozulmayı bastırma oranı ve kararlılığı incelenebilir [36]. KDKS'nin Bode eğrilerini elde etmek için Matlab ortamında oluşturulan program Ek'de verilmiştir.

2.2.1.1. KDKS'nin Bode Çizimleri İçin Oluşturulan Programın Kullanımı

Ek'de verilen programla kontrol edilmek istenen sistemin pay, payda, payın derecesi ve paydanın derecesi için polinom katsayıları aşağıdaki gibi girilir;

$num = [b_m, b_{m-1}, \dots, b_0]$; pay polinomunun katsayıları girilir,

$numf = [\beta_m, \beta_{m-1}, \dots, \beta_0]$; pay polinomunun kesir dereceleri girilir,

$den = [a_n, a_{n-1}, \dots, a_0]$; payda polinomunun katsayıları girilir,

$denf = [\alpha_n, \alpha_{n-1}, \dots, \alpha_0]$; payda polinomunun kesir dereceleri girilir,

L ; Kontrol edilecek sistemin eğer varsa zaman gecikmesi girilir. Zaman gecikmesi yoksa bu değer "0" alınır.

Denklem 1.2'de verilen yapıda ifade edilen $PI^\lambda D^\mu$ formundaki kesir dereceli kontrolörün katsayıları aşağıdaki gibi girilir;

k_p ; Kesir dereceli kontrolörün oransal teriminin katsayısı girilir,

k_i ; Kesir dereceli kontrolörün integral teriminin katsayısı girilir,

k_d ; Kesir dereceli kontrolörün türevsel teriminin katsayısı girilir,

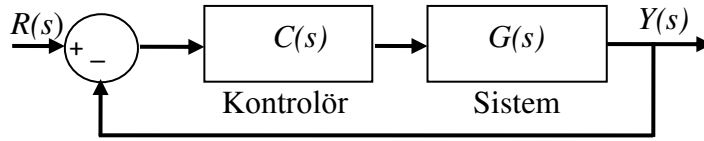
$lam(\lambda)$; Kesir dereceli kontrolörde integral ifadesinin kesir derecesi girilir,

$mu(\mu)$; Kesir dereceli kontrolörde türev ifadesinin kesir derecesi girilir,

Frekans “ ω ” için logaritmik ölçekte uygun bir aralık girilir. Daha sonra Matlab komut penceresinde “fpidbtd(num, numf, den, denf, w, kp, ki, kd, lam, mu, L)” komutu girilerek program çalıştırılır.

2.2.1.2. KDKS’nin Bode Çizimleri İçin Sayısal Örnek

Aşağıdaki şekilde verilen negatif birim geri beslemeli kontrol sistemini ele alalım,



Şekil 2.1. Negatif birim geri beslemeli kontrol sistemi.

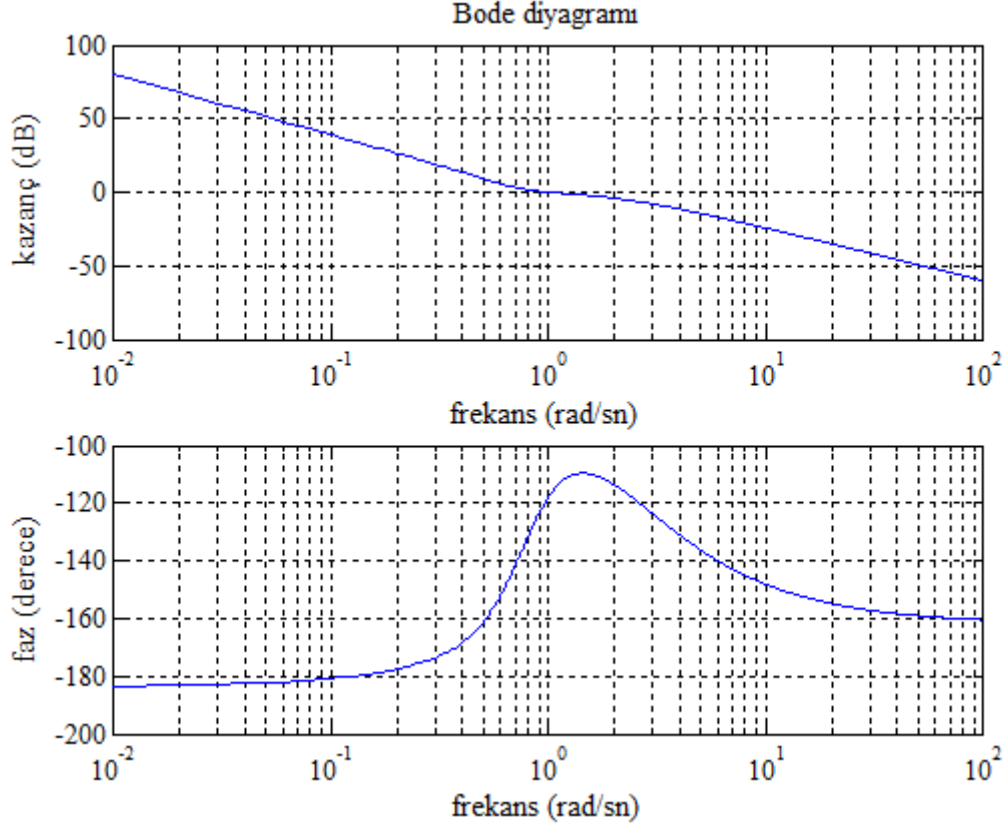
Bu sistemde $PI^\lambda D^\mu$ formundaki $C(s)$ kontrolörü şöyle verilsin,

$$C(s) = 3.6 + \frac{1.63}{s^{1.04}} + 4s^{1.20} \quad (2.20)$$

Kontrol edilmek istenen sistemin geçiş fonksiyonu ise şöyle verilsin,

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+2)} \quad (2.21)$$

Bölüm 2.2.1.1’de verilen “fpidbtd(num, numf, den, denf, w, kp, ki, kd, lam, mu, L)” komutu kullanılarak sistemin Bode eğrileri Şekil 2.2’de gösterildiği gibi elde edilir.



Şekil 2.2. Denklem 2.20 ve 2.21 ile verilen $C(j\omega)G(j\omega)$ sisteminin Bode eğrileri.

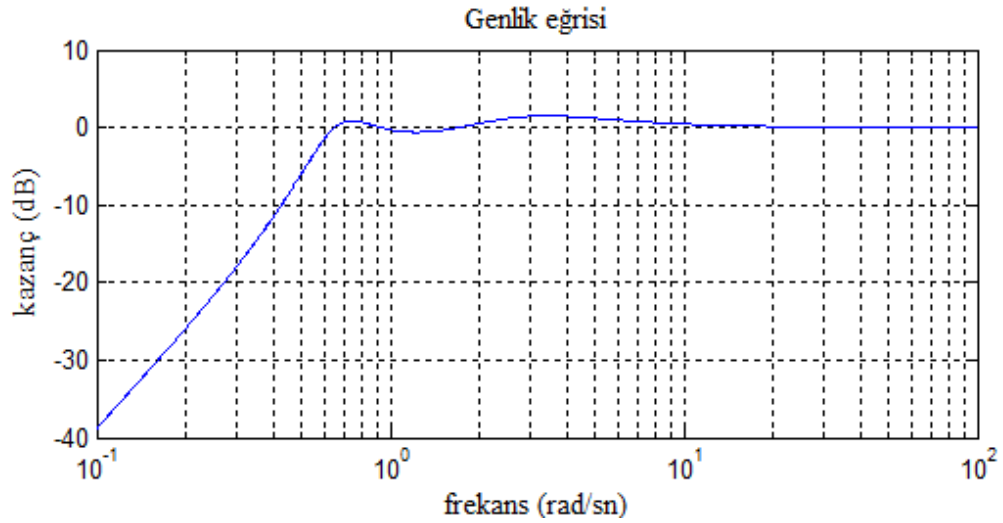
2.2.2. Hassasiyet Fonksiyonunun Elde Edilmesi

Şekil 2.1 ile verilen negatif birim geri beslemeli kontrol sisteminde çıkış bozulmasını bastırmak için aşağıdaki koşulun sağlanması gerekir [6].

$$\left| S(j\omega) = \frac{1}{1 + C(j\omega) G(j\omega)} \right|_{dB} \leq B \text{ dB} \quad (2.22)$$

Burada B değeri $\omega \leq \omega_s \text{ rad/s}$ için hassasiyet fonksiyonunun istenen değeridir. Hassasiyet fonksiyonunun genlik eğrisini elde etmek için Ek'de verilen program kullanılabilir. Programı çalıştırmak için kontrol edilmek istenen sistemin pay, payda, payın derecesi ve paydanın derecesi için polinom katsayıları Bölüm 2.2.1.1'deki gibi girilir. Frekans " ω " için logaritmik ölçekte uygun bir aralık girilir. Daha sonra Matlab komut penceresinde "fpidbtdS(num, numf, den, denf, w, kp, ki, kd, lam, mu, L)" komutu girilerek program çalıştırılır.

Denklem 2.20 ve 2.21'deki ifadeler, Denklem 2.22'de kullanılarak sistemin hassasiyet fonksiyonunun genlik eğrisi aşağıdaki gibi elde edilebilir.



Şekil 2.3. Denklem 2.22 ile verilen hassasiyet fonksiyonunun genlik eğrisi.

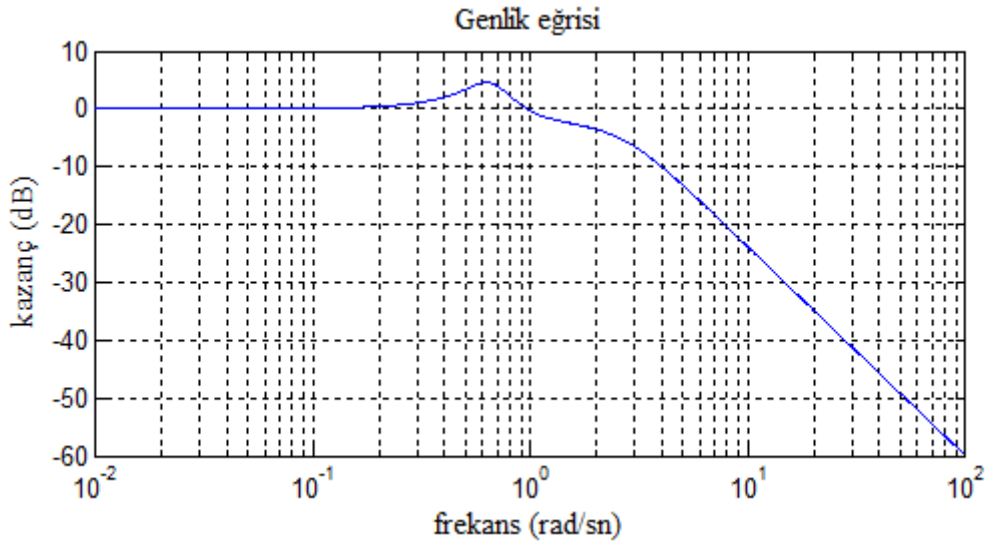
2.2.3. Yüksek Frekans Gürültü Bastırma Fonksiyonunun Elde Edilmesi

Yüksek frekanstaki gürültüye karşı dayanıklılık koşulu için aşağıdaki eşitlik sağlanmalıdır [15].

$$\left| T(j\omega) = \frac{C(j\omega) G(j\omega)}{1 + C(j\omega) G(j\omega)} \right|_{dB} \leq A \text{ dB} \quad (2.23)$$

Burada A değeri $\omega \geq \omega_t$ rad/s için istenen gürültü bastırma değeridir. Yüksek frekans gürültü bastırma fonksiyonunun genlik eğrisi Ek'te verilen programla elde edilebilir.

Programı çalıştırmak için kontrol edilmek istenen sistemin pay, payda, payın derecesi ve paydanın derecesi için polinom katsayıları Bölüm 2.2.1.1'deki gibi girilir. Frekans " ω " için logaritmik ölçekte uygun bir aralık girilir. Daha sonra Matlab komut penceresinde "fpidbtdT(num, numf, den, denf, w, kp, ki, kd, lam, mu, L)" komutu girilerek program çalıştırılır. Denklem 2.23 ile verilen yüksek frekans gürültüyü bastırma fonksiyonunun genlik eğrisi aşağıdaki gibi elde edilebilir.

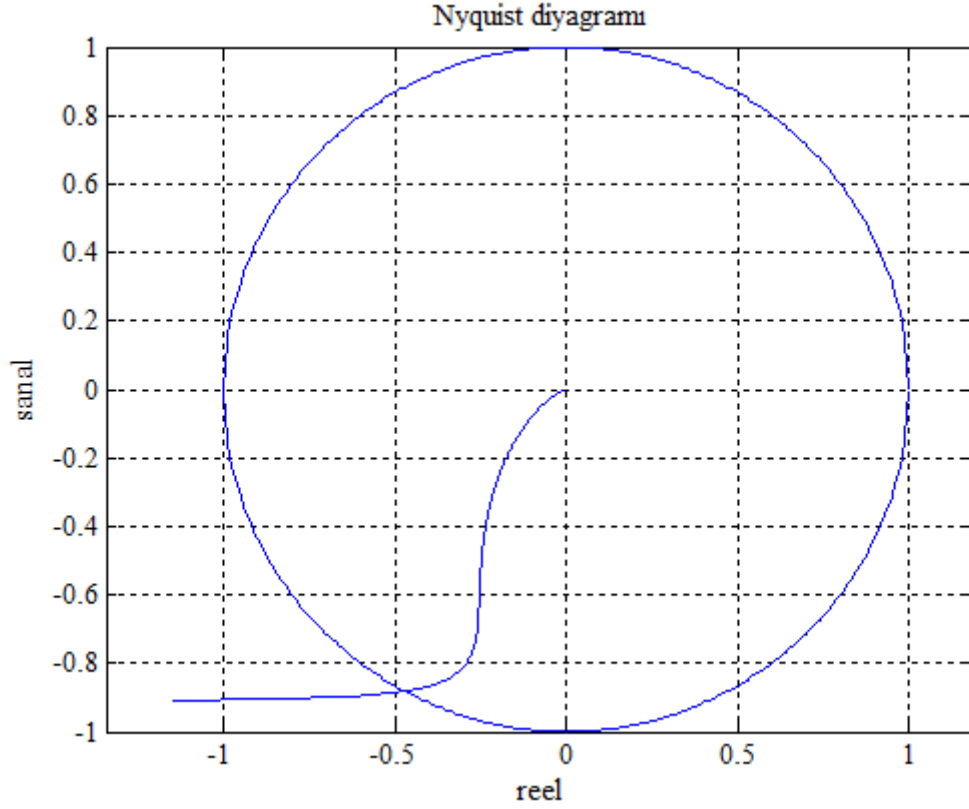


Şekil 2.4. Denklem 2.23 ile verilen yüksek frekans gürültü bastırma fonksiyonunun genlik eğrisi.

2.2.4. Nyquist Eğrisinin Elde Edilmesi

Doğrusal zamanla değişmeyen bir sistemin kompleks düzlemde frekans tepkisi Nyquist eğrisi ile elde edilebilir. Nyquist eğrisi, faz payı, kazanç payı ve kararlılık gibi sistem parametrelerini analiz etmek için kullanılır [36]. KDKS'nin Nyquist eğrisi Ek'de verilen programla elde edilebilir.

Programı çalıştırmak için kontrol edilmek istenen sistemin pay, payda, payın derecesi ve paydanın derecesi için polinom katsayıları Bölüm 2.2.1.1'deki gibi girilir. Frekans " ω " için uygun bir aralık girilir. Daha sonra Matlab komut penceresinde "fpidnytd(num, numf, den, denf, w, kp, ki, kd, lam, mu, L)" komutu girilerek program çalıştırılır. Denklem 2.20 ve 2.21, Bölüm 2.2.1.2'de verilen kontrol sisteminde kullanılarak sistemin Nyquist eğrisi aşağıdaki gibi elde edilebilir.

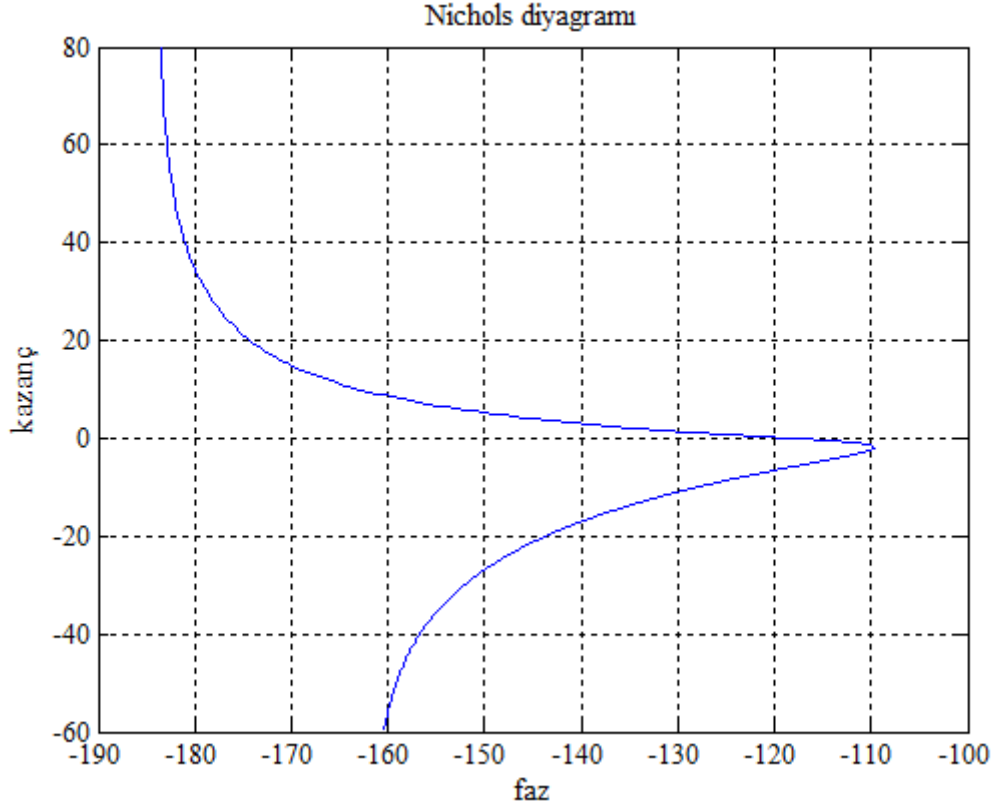


Şekil 2.5. Denklem 2.20 ve 2.21 ile verilen $C(j\omega)G(j\omega)$ sisteminin Nyquist eğrisi.

2.2.5. Nichols Eğrisinin Elde Edilmesi

Doğrusal zamanla değişmeyen bir sistemin Nichols koordinatlarında frekans tepkisi Nichols eğrisi ile elde edilebilir. Nichols eğrisinde kazanç faz'a göre çizilir. Nichols eğrisi tek giriş tek çıkış bir kontrol sisteminin açık ve kapalı çevrim özelliklerini analiz etmek için kullanılabilir [36]. KDKS'nin Nichols eğrisi Ek'te verilen programla elde edilebilir.

Programı çalıştırmak için kontrol edilmek istenen sistemin pay, payda, payın derecesi ve paydanın derecesi için polinom katsayıları Bölüm 2.2.1.1'deki gibi girilir. Frekans " ω " için uygun bir aralık girilir. Daha sonra Matlab komut penceresinde "fpidni(num, numf, den, denf, w, kp, ki, kd, lam, mu)" komutu girilerek program çalıştırılır. Denklem 2.20 ve 2.21, Bölüm 2.2.1.2'de verilen kontrol sisteminde kullanılarak sistemin Nichols eğrisi aşağıdaki gibi elde edilebilir.



Şekil 2.6. Denklem 2.20 ve 2.21 ile verilen $C(j\omega)G(j\omega)$ sisteminin Nichols eğrisi.

2.3. Bölüm 2'nin Sonuçları

Kontrol sistemlerinin analiz ve tasarımında frekans tabanlı yöntemlerin uygulanabilmesi için sistemin geçiş fonksiyonunun frekans tepkilerinin hesaplanmasının önemi bilinmektedir. Bu bölümde, KDKS'nin frekans tepkilerinin elde edilebilmesi için Matlab ortamında programlar geliştirilmiştir. Elde edilen bu sonuçlar KDKS'nin analiz ve tasarımında kullanılabilecek ve bu konuda yapılabilecek olan genel bir yazılım aracının geliştirilmesine katkı sağlayacaktır.

Bu bölümde elde edilen programlar, uygulamalarda karşılaşılabilecek olan özel durumlara göre yeniden düzenlenebilir.

3. KESİR DERECELİ ARALIK GEÇİŞ FONKSİYONLARININ FREKANS TEPKİSİNİN HESAPLANMASI VE UYGULAMALARI

Bu bölümde, parametrik dayanıklı kontrol için geliştirilmiş olan bazı frekans analiz yöntemleri kesir dereceli aralık kontrol sistemlerine (KDAKS) uyarlanmıştır. KDAKS'nin Bode ve Nyquist zarflarının hesaplanması, bu sistemlerin dayanıklı analiz ve tasarımı için önemlidir. Bu nedenle tez çalışmasının bu bölümünde, pay ve payda polinomları aralık belirsizliği yapısında kesir dereceli polinom olan geçiş fonksiyonlarının Bode ve Nyquist zarflarının hesaplanması için, kesir dereceli aralık polinomları (KDAP)'nın değer kümesinin geometrik yapısını kullanan bir teknik önerilmiştir. Elde edilen sonuçlar KDAKS'nin analiz ve tasarımına önemli katkı sağlayacaktır.

KDKS'nin analiz ve tasarımı yeni bir konu olması nedeniyle parametre belirsizliği yapısındaki KDKS'nin dayanıklı analiz ve tasarımı konusunda literatürde fazla çalışma bulunmamaktadır [34, 55, 90]. Bilindiği gibi, sistemlerin frekans tabanında analizi kontrol teorisinde önemli bir yer tutmaktadır. Bölüm 2'de belirtildiği üzere klasik kontrolde sistemlerin frekans tabanındaki davranışlarını değerlendirmek için çok yaygın kullanılan Bode, Nyquist ve Nichols eğrileri gibi güçlü araçlar bulunmaktadır. Bu araçlar KDKS için Bölüm 2'de elde edilmiştir.

Parametrik dayanıklı kontrol alanında elde edilen Kharitonov [41] ve kenar teoremlerini [42] kullanarak parametre belirsizliği yapısındaki kontrol sistemlerinin frekans tepkilerinin hesaplanması ile ilgili birçok çalışma yapılmıştır [43, 45, 47, 91-93]. Fakat elde edilen bu sonuçlar parametre belirsizliği yapısındaki tamsayı dereceli kontrol sistemleri için geçerlidir. Bu sonuçların parametre belirsizliği yapısındaki KDKS'ne uyarlanması bu alana önemli katkı sağlayacaktır. Bu konuda bazı başlangıç çalışmaları [94]'de verilmiştir.

Ayrıca, bu bölümde verilen algoritma kullanılarak elde edilen Nyquist Zarfları parametre belirsizliği içeren doğrusal olmayan KDKS'nin mutlak kararlılık problemini incelemek için kullanılmıştır. Parametre belirsizliği yapısındaki kesir dereceli bu sistemlerde Lur'e, Popov ve Çember (Circle) kriterlerini elde etmek için klasik kontrolde elde edilen teoremler parametre belirsizliği yapısındaki KDKS için genellenmiş, örnek üzerinde yeni Lur'e, Popov ve Çember kriterleri elde edilmiştir.

3.1. Kesir Dereceli Aralık Geçiş Fonksiyonlarının Bode ve Nyquist Zarflarının Hesaplanması

Bu bölümde kesir dereceli aralık geçiş fonksiyonlarının (KDAGF) Bode ve Nyquist zarflarının hesaplanması için bir yöntem önerilmiştir. KDAGF'nin pay ve payda poliomioları KDAP formundadır ve şöyle ifade edilebilir,

$$P(s, q) = q_0 s^{\alpha_0} + q_1 s^{\alpha_1} + q_2 s^{\alpha_2} + q_3 s^{\alpha_3} + \dots + q_n s^{\alpha_n} \quad (3.1.1)$$

burada $\alpha_0 < \alpha_1 < \dots < \alpha_n$ genellikle reel sayılardır, $q = [q_0, q_1, q_2, \dots, q_n]$ belirsiz parametre vektörüdür. Belirsizlik kutusu $Q = \{q : q_i \in [\underline{q}_i, \overline{q}_i], i = 0, 1, 2, \dots, n\}$ ile ifade edilebilir. Burada $\underline{q}_i$ ve $\overline{q}_i$ sırasıyla i 'inci değer q_i 'nin alt ve üst sınırlarını göstermektedir. Dolayısıyla bir KDAGF şöyle gösterilebilir,

$$G(s, a, b) = \frac{N(s, b)}{D(s, a)} = \frac{b_0 s^{\alpha_0} + b_1 s^{\alpha_1} + b_2 s^{\alpha_2} + \dots + b_m s^{\alpha_m}}{a_0 s^{\beta_0} + a_1 s^{\beta_1} + a_2 s^{\beta_2} + \dots + a_n s^{\beta_n}} \quad (3.1.2)$$

Burada $\alpha_0 < \alpha_1 < \dots < \alpha_m$ ve $\beta_0 < \beta_1 < \dots < \beta_n$ genellikle reel sayılardır. $a = [a_0, a_1, \dots, a_n]$ ve $b = [b_0, b_1, \dots, b_m]$ belirsiz parametre vektörlerini ifade eder. $A = \{a : a_i \in [\underline{a}_i, \overline{a}_i], i = 0, 1, 2, \dots, n\}$ ve $B = \{b : b_i \in [\underline{b}_i, \overline{b}_i], i = 0, 1, 2, \dots, m\}$ ifadeleri ise belirsizlik kutularını gösterir.

Bu bölümde önce Denklem 3.1.1 ile verilen polinom ailesinin değer kümesinin, belirsiz parametrelerinin alt ve üst değerleri kullanılarak oluşturulabileceği gösterilmiştir. Daha sonra Denklem 3.1.2' ile gösterilen KDAGF'nun, değer kümesinin geometrik yapısı kullanılarak Bode ve Nyquist zarflarının hesaplanması için bir yöntem önerilmiştir. Yöntemin uygulanması örneklerle açıklanmıştır.

3.1.1. Kesir Dereceli Aralık Polinomunun Değer kümesinin Oluşturulması

Bölüm 2.1’de $j\omega$ teriminin kesirli derecesi $(j\omega)^\mu$ ifadesinin $(j)^\mu(\omega)^\mu$ olarak yazılabildiği ve $(j\omega)^\mu = \omega^\mu (\cos \frac{\pi}{2} \mu + j \sin \frac{\pi}{2} \mu)$ ile ifade edilebildiği belirtilmişti. Denklem 3.1.1’de verilen KDAP’da $s = j\omega$ yazıldığında aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\begin{aligned} P(j\omega, q) &= q_0(k_{0r} + jk_{0i})\omega^{\alpha_0} + q_1(k_{1r} + jk_{1i})\omega^{\alpha_1} + \dots + q_n(k_{nr} + jk_{ni})\omega^{\alpha_n} \\ &= (q_0k_{0r}\omega^{\alpha_0} + q_1k_{1r}\omega^{\alpha_1} + \dots + q_nk_{nr}\omega^{\alpha_n}) \\ &\quad + j(q_0k_{0i}\omega^{\alpha_0} + q_1k_{1i}\omega^{\alpha_1} + \dots + q_nk_{ni}\omega^{\alpha_n}) \end{aligned} \quad (3.1.3)$$

Burada k_{lr} ve k_{li} , $l=1,2,\dots,n$ sabitlerdir. Denklem 3.1.3 ifadesinde hem reel ve hem de sanal belirsiz parametrelerin olduğu görülmektedir. Böyle bir polinomun değer kümesi kompleks düzlemde bir poligonla gösterilebilir. Dolayısı ile $(n+1)$ belirsiz parametreye sahip olan Denklem 3.1.1 ailesinin düz kenarlı geometrik şekilleri (polytope), parametre düzleminde $2^{(n+1)}$ köşeye ve $(n+1)2^n$ etkin kenara sahiptir. Örneğin, 3 belirsiz parametreye sahip Denklem 3.1.1 formundaki bir polinomun parametre düzlemindeki belirsizlik kutusu ve etkin kenarların kompleks düzlemdeki görüntüsü Şekil 3.1.1 ‘de verilmiştir.

Belirsiz parametrelerin alt ve üst limit değerleri kullanılarak, $P(s, q)$ ’nun 2^{n+1} tane köşe polinomu aşağıda gösterildiği gibi elde edilebilir.

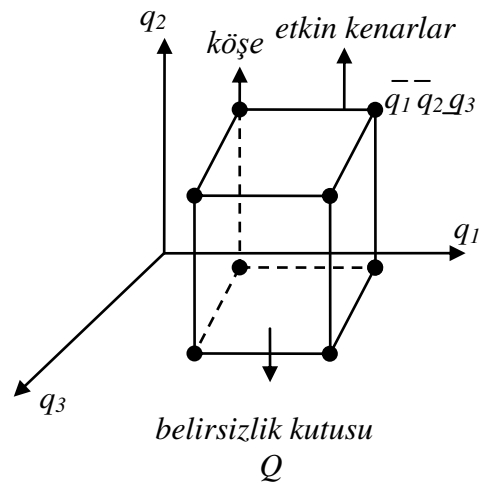
$$\begin{aligned} v_1(s) &= \underline{q_0}s^{\alpha_0} + \underline{q_1}s^{\alpha_1} + \underline{q_2}s^{\alpha_2} + \dots + \underline{q_n}s^{\alpha_n} \\ v_2(s) &= \overline{q_0}s^{\alpha_0} + \underline{q_1}s^{\alpha_1} + \underline{q_2}s^{\alpha_2} + \dots + \underline{q_n}s^{\alpha_n} \\ v_3(s) &= \underline{q_0}s^{\alpha_0} + \overline{q_1}s^{\alpha_1} + \underline{q_2}s^{\alpha_2} + \dots + \underline{q_n}s^{\alpha_n} \\ &\vdots \\ v_{2^{(n+1)}}(s) &= \overline{q_0}s^{\alpha_0} + \overline{q_1}s^{\alpha_1} + \overline{q_2}s^{\alpha_2} + \dots + \overline{q_n}s^{\alpha_n} \end{aligned} \quad (3.1.4)$$

Bu köşe polinomları kullanılarak etkin kenarlar elde edilebilir. Örneğin $v_1(s)$ ve $v_2(s)$ köşe polinomunda sadece (q_0) farklı, diğer parametreler aynı yapıya sahiptir. Köşe

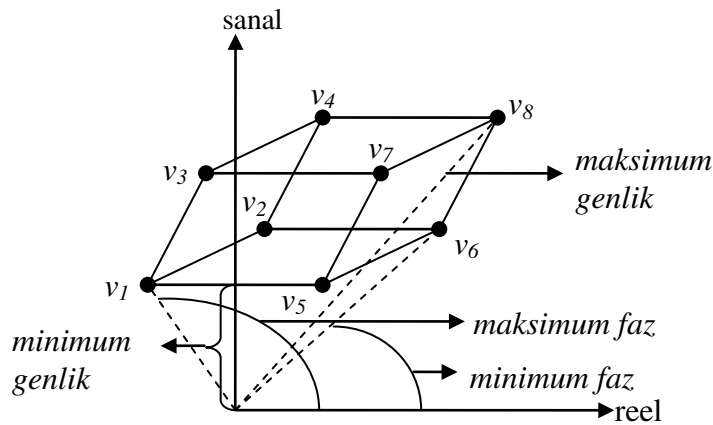
polinomu $v_1(s)$ 'de (q_0) parametresinin alt limit değeri $(\underline{q_0})$, $v_2(s)$ 'de ise üst limit değeri $(\overline{q_0})$ bulunmaktadır. Dolayısıyla bir etkin kenar şöyle ifade edilebilir.

$$e(v_1, v_2) = (1 - \lambda) v_1(s) + \lambda v_2(s) \quad (3.1.5)$$

Burada $\lambda \in [0, 1]$. Benzer şekilde geriye kalan etkin kenarlar da oluşturulabilir.



(a)



(b)

Şekil 3.1.1. Üç belirsiz parametreye sahip Denklem 3.1.1 formundaki polinom için,

a) Parametre düzlemindeki belirsizlik kutusu,

b) Kompleks düzlemde etkin kenarların görüntüleri.

Bütün köşe polinomlarını içeren küme ve etkin kenarları oluşturan küme sırasıyla şöyle ifade edilebilir.

$$P_V = \{v_1, v_2, \dots, v_{2^{(n+1)}}\} \quad (3.1.6)$$

$$P_E = \{e_1, e_2, \dots, e_{(n+1)2^n}\} \quad (3.1.7)$$

Parametre belirsizliği içeren kontrol sistemlerinin kararlılığını incelemek için Kharitonov ve kenar teoremlerinden faydalanılır. Karakteristik polinomun katsayıları bilindiğinde sistemin kararlılığını test etmek için Routh-Hurwitz kriteri kullanılabilir. Katsayılar belirli parametre aralığında verilmiş ise Kharitonov teoremi kullanılır. Kenar teoremi ise polinom ailesinin kök uzayının, etkin kenarlar kümesinin kök grubundan elde edilebildiğini gösterir.

Aşağıdaki formda verilen bir aralık polinomunu ele alalım,

$$\delta(s) = \delta_0 + \delta_1 s + \delta_2 s^2 + \delta_3 s^3 + \delta_4 s^4 + \dots + \delta_n s^n \quad (3.1.8)$$

Bu ifadenin katsayıları parametre belirsizliği yapısında, $\delta_0 \in [x_0, y_0]$, $\delta_1 \in [x_1, y_1]$, $\dots$, $\delta_n \in [x_n, y_n]$ şeklinde ifade edilir. Kharitonov teoremine göre, eğer aşağıda verilen dört Kharitonov polynomu kararlı ise Denklem 3.1.8 ile verilen parametre belirsizliği yapısındaki aralık polinomu belirsiz parametre aralığındaki her değer için kararlıdır [47].

$$\begin{aligned} K^1(s) &= x_0 + x_1 s + y_2 s^2 + y_3 s^3 + x_4 s^4 + x_5 s^5 + y_6 s^6 + \dots \\ K^2(s) &= x_0 + y_1 s + y_2 s^2 + x_3 s^3 + x_4 s^4 + y_5 s^5 + y_6 s^6 + \dots \\ K^3(s) &= y_0 + x_1 s + x_2 s^2 + y_3 s^3 + y_4 s^4 + x_5 s^5 + x_6 s^6 + \dots \\ K^4(s) &= y_0 + y_1 s + x_2 s^2 + x_3 s^3 + y_4 s^4 + y_5 s^5 + x_6 s^6 + \dots \end{aligned} \quad (3.1.9)$$

Kharitonov teoremi sayesinde, aralık polinomunun her belirsiz parametresi için elde edilecek olan sonsuz sayıdaki polinom ailesinin kararlılığını incelemeye gerek kalmaz. Sadece dört Kharitonov polinomunu test ederek aralık polinomunun kararlılığı test edilebilir. Bu dört polinomun kararlılığı da Routh-Hurwitz yada herhangi bir yöntemle

test edilebilir. Kharitonov teoremi, dayanıklı kontrol sistemlerinin analizi için oldukça önemli sonuçlar sağlar.

Kontrol sistemlerinde karakteristik polinomun katsayıları, lineer ve belirli bir aralıkta değişiyorsa, sistemin kararlılığı polinomların çok kenarlı şekiller ailesi ile incelenebilir. Polinomların çok kenarlı şekiller ailesi, sonlu sayıda noktanın dış bükey çerçevesi olarak düşünülebilir. Kenar teoremi bu polinom ailesinin kök uzayının, çok kenarlı şekiller ailesinin etkin kenarlarının kök gruplarından elde edilebileceğini belirtir ve kök uzayının sınırlarının etkin kenarlar tarafından kapsandığını gösterir. Matematiksel olarak çok kenarlı şekiller ailesi şöyle ifade edilebilir [47].

$$P(s) = \lambda_1 P_1(s) + \lambda_2 P_2(s) + \dots + \lambda_n P_n(s) \quad (3.1.10)$$

burada, $P_i(s)$ sabit reel polinomlardır. $\lambda_i \geq 0$ için λ_i reel sayılardır ve $\sum \lambda_i = 1$ koşulu sağlanmalıdır. Çok kenarlı şekiller ailesinin alternatif bir gösterimi de aşağıdaki gibi verilebilir [47].

$$P(s) = a_1 Q_1(s) + a_2 Q_2(s) + \dots + a_m Q_m(s) \quad (3.1.11)$$

burada her reel a_i parametresi bağımsız olarak $[\underline{a_i}, \overline{a_i}]$ aralığında değişir.

Diğer bir deyişle parametre vektörü $a = [a_1, a_2, \dots, a_m]$, belirsizlik kutusu içerisinde şöyle ifade edilir,

$$A = \{a : \underline{a_i} < a_i < \overline{a_i}, \quad i = 1, 2, \dots, m\} \quad (3.1.12)$$

Kenar teoremi, çok kenarlı sistemin kök uzayını belirleme problemine önemli bir çözüm sunar. Böyle bir sistemin dayanıklı kararlılığı da bu teoremle incelenebilir. Ayrıca, polinomların düz kenarlı geometrik şekiller ailesinin kök kümesinin tam ve doğru karakteristiklerinin elde edilmesini sağlar. Bu karakteristikler kontrol sistemlerinin tasarım ve analizinde çok geniş kullanım alanı bulur. [47].

Bu özet bilgilerden sonra Denklem 3.1.1 'de verilen polinom için şu teorem yazılabilir.

$$\textbf{Teorem 3.1:} \quad \partial P(j\omega, q) \subset P_E(j\omega) \quad (3.1.13)$$

Burada ∂ sınırları göstermektedir. P_E ise Denklem 3.1.7’de ifade edilmiştir.

İspat: Denklem 3.1.3’te görüleceği gibi reel ve sanal kısımlardaki belirsiz parametreler doğrusal olarak birbirlerine bağımlıdır. Bu tip polinomlar düz kenarlı geometrik şekiller (polytopic) ailesi olarak adlandırılırlar [47]. Bu nedenle, belirsizlik kutusu Q parametre düzleminden kompleks düzleme çokgen (polygon) olarak aktarılır. Aktarılan bu çokgenin köşeleri ve etkin kenarları, Şekil 3.1.1 a ve b’de gösterildiği gibi, Q ’nun köşe ve etkin kenarlarının kompleks düzleme aktarılması ile elde edilir. Sonuç olarak, $s = j\omega^*$ ’da $P(s, q)$ ’nın değer kümesinin sınırları etkin kenarların görüntülerinden elde edilir. Dolayısı ile bütün reel ω ’lar için $\partial P(j\omega, q) \subset P_E(j\omega)$ yazılabilir. $\square$

3.1.2. Kesir Dereceli Aralık Geçiş Fonksiyonunun Frekans Tepkileri

Yukarda bahsettiğimiz gibi Bode ve Nyquist diyagramları klasik kontrolde analiz ve tasarımla ilgili önemli bilgiler verir. Örneğin frekans tabanında kazanç payı ve faz payı gibi bilgiler Bode ve Nyquist zarfları kullanılarak elde edilebilir. Bir kontrol sisteminin Bode çizimleri, istenen tasarım özelliklerine ulaşmak için Bode eğrisinin nasıl düzenlenmesi gerektiği hakkında bilgi verir [36]. Dolayısı ile, Bode çizimini kullanarak kontrolör tasarımı kolayca yapılabilir. Klasik tasarım yöntemlerinin kesir dereceli belirsiz kontrol sistemine uyarlanabilmesi için verilen KDAGF’nun Bode ve Nyquist zarflarının hesaplanması gerekmektedir.

3.1.2.1. Kesir Dereceli Aralık Geçiş Fonksiyonunun Bode Zarfları

Denklem 3.1.2 ile verilen KDAGF’nun pay ve paydası, Denklem 3.1.1’deki $P(s, q)$ formundadır. Dolayısı ile önceki bölümde verilen sonuçlar KDAGF’nun Bode zarflarını elde etmek için kullanılabilir.

Teorem 3.2: Denklem 3.1.1’deki $P(s, q)$ ’nın $s = j\omega^*$ ’da genlik ekstremumları şöyle yazılabilir.

$$\begin{aligned} \max |P(j\omega^*, q)| &= \max_{v_k \in R_V} |v_k| \\ \min |P(j\omega^*, q)| &= \min_{e_l \in P_E} |e_l| \end{aligned} \quad (3.1.14)$$

Benzer şekilde $P(j\omega^*, q)$ 'nun faz ekstremumları da şöyle yazılabilir.

$$\begin{aligned} \min \arg[P(j\omega^*, q)] &= \min \arg_{v_k \in R_V} [v_k] \\ \max \arg[P(j\omega^*, q)] &= \max \arg_{v_k \in R_V} [v_k] \end{aligned} \quad (3.1.15)$$

Burada $k = 1, 2, \dots, 2^{n+1}$ ve $l = 1, 2, \dots, (n+1)2^n$ alınır.

İspat: Bu teoremin ispatı $s = j\omega^*$ 'da $P(s, q)$ 'nun değer kümesinin geometrik yapısı kullanılarak yapılabilir. Şekil 3.1.1'de gösterildiği gibi $P(j\omega^*, q)$ 'nun değer kümesi çokgen'in içerisinde kaldığından, koordinat ekseninin merkezinden çokgen'in kenarına olan maksimum uzaklık çokgenin köşelerinde oluşur. Minimum uzaklık ise kenardan elde edilir. Faz ekstremumları ise çokgen'in köşelerinden elde edilir. $\square$

Denklemler 3.1.2 ile verilen geçiş fonksiyonunu ele alalım. Pay ve payda polinomları $N(s, b)$ ve $D(s, a)$ 'nın köşe polinomları sırasıyla $n_1, n_2, \dots, n_{2^{m+1}}$ ve $d_1, d_2, \dots, d_{2^{n+1}}$ olsun. $N(s, b)$ 'nin köşelerini ve kenarlarını içeren N_V ve N_E kümeleri sırasıyla aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$N_V = \{n_1, n_2, n_3, n_4, \dots, n_{2^{m+1}}\} \quad (3.1.16)$$

$$N_E = \{ne_1, ne_2, ne_3, ne_4, \dots, ne_{(m+1)2^m}\} \quad (3.1.17)$$

Benzer şekilde $D(s, a)$ 'nın köşelerini ve kenarlarını içeren D_V ve D_E kümeleri de sırasıyla aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$D_V = \{d_1, d_2, d_3, d_4, \dots, d_{2^{n+1}}\} \quad (3.1.18)$$

$$D_E = \{de_1, de_2, de_3, de_4, \dots, de_{(n+1)2^n}\} \quad (3.1.19)$$

Böylece, $s = j\omega^*$ 'da $G(s, a, b)$ 'nin genlik ve faz ekstremumları aşağıda verilen teorem ile hesaplanabilir.

Teorem 3.3:

$$\max |G(j\omega^*, a, b)| = \frac{\max |N(j\omega^*, b)|}{\min |D(j\omega^*, a)|} = \frac{\max_{n_k \in N_V} |n_k|}{\min_{de_l \in D_E} |de_l|} \quad (3.1.20)$$

$$\min |G(j\omega^*, a, b)| = \frac{\min |N(j\omega^*, b)|}{\max |D(j\omega^*, a)|} = \frac{\min_{ne_p \in N_E} |ne_p|}{\max_{d_r \in D_V} |d_r|} \quad (3.1.21)$$

$$\begin{aligned} \max \arg[G(j\omega^*, a, b)] &= \max \arg[N(j\omega^*, b)] - \min \arg[D(j\omega^*, a)] \\ &= \max \arg_{n_k \in N_V} [n_k] - \min \arg_{d_r \in D_V} [d_r] \end{aligned} \quad (3.1.22)$$

$$\begin{aligned} \min \arg[G(j\omega^*, a, b)] &= \min \arg[N(j\omega^*, b)] - \max \arg[D(j\omega^*, a)] \\ &= \min \arg_{n_k \in N_V} [n_k] - \max \arg_{d_r \in D_V} [d_r] \end{aligned} \quad (3.1.23)$$

Burada, $k = 1, 2, \dots, 2^{m+1}$, $p = 1, 2, \dots, (m+1)2^m$, $r = 1, 2, \dots, 2^{n+1}$ ve $l = 1, 2, \dots, (n+1)2^n$.

İspat: Bu teoremin ispatı Teorem 3.2'nin sonuçlarından yola çıkılarak elde edilebilir. Her frekansta $N(s, b)$ ve $D(s, a)$ 'nın değer kümeleri $P(s, q)$ 'nun değer kümesine benzer olduğunda, $G(s, a, b)$ 'nin genlik ve faz ekstremumları, $N(s, b)$ ve $D(s, a)$ ile ilgili çokgenlerin genlik ve faz ekstremumlarından elde edilebilir. $\square$

Bu bölümde verilen teoremler kullanılarak KDAGF'nun Bode zarfları oluşturulabilir.

3.1.2.2. Kesir Dereceli Aralık Geçiş Fonksiyonunun Nyquist Zarfları

Denklem 3.1.2 ile verilen KDAGF'nun pay ve payda polinomları Denklem 3.1.1'deki $P(s, q)$ formundadır. Dolayısı ile Bölüm 3.1.2.1'de elde edilen sonuçlar KDAGF'nun Nyquist zarflarını elde etmek için de kullanılabilir. Ektremal sistem aşağıdaki gibi tanımlansın.

$$G_E(s) = \frac{N_V(s)}{D_E(s)} \cup \frac{N_E(s)}{D_V(s)} \quad (3.1.24)$$

Buradaki N_V , N_E , D_V ve D_E Denklem 3.1.16 - 3.1.19'da tanımlanmıştır.

Teorem 3.4: $s = j\omega$ ’da aşağıdaki koşul geçerlidir.

$$\partial G(j\omega, a, b) \subset G_E(j\omega) = \frac{N_V}{D_E} \cup \frac{N_E}{D_V} \quad (3.1.25)$$

Burada G_E Denklem 3.1.24 ile tanımlanmıştır ve ∂ ise sınırları göstermektedir.

İspat: A_1 ve A_2 , köşe kümeleri sırasıyla V_{A_1} ve V_{A_2} , kenar kümeleri de E_{A_1} ve E_{A_2} olan iki kompleks düzlem çokgeni olsun. Kompleks düzlem geometrisinden de bilindiği gibi [47] aşağıdaki koşul yazılabilir.

$$\partial \left(\frac{A_1}{A_2} \right) \subset \left(\frac{V_{A_1}}{E_{A_2}} \cup \frac{E_{A_1}}{V_{A_2}} \right) \quad (3.1.26)$$

Denklem 3.1.2’nin pay ve paydasının değer kümesi bağımsız iki çokgen olduğundan aşağıdaki eşitlikler yazılabilir.

$$V_{A_1} = N_V, \quad V_{A_2} = D_V, \quad E_{A_1} = N_E, \quad E_{A_2} = D_E \quad (3.1.27)$$

Dolayısıyla aşağıdaki koşul geçerli olur.

$$\partial G(j\omega, a, b) \subset G_E(j\omega) = \frac{N_V}{D_E} \cup \frac{N_E}{D_V} \quad \square. \quad (3.1.28)$$

3.1.2.3. Dayanıklı Kazanç ve Faz Payları

Kazanç ve faz payları iki önemli frekans tabanı özellikleridir. Nominal geçiş fonksiyonuna sahip bir sistem için bu özellikler kontrol sisteminin açık çevrim geçiş fonksiyonunun Bode ve Nyquist eğrilerinden elde edilebilir. Fakat parametre belirsizliği içeren bir kontrol sistemi için kazanç ve faz paylarının hesaplanması zordur.

Bu bölümde Denklem 3.1.2 formundaki belirsiz geçiş fonksiyonuna sahip bir sistem için dayanıklı kazanç ve faz paylarının hesaplanması üzerinde durulacaktır. Denklem 3.1.2 formundaki belirsizlik yapısına sahip kapalı çevrim bir sistemin kararlı olduğu varsayılın. Bu durumda sistemin dayanıklı kazanç payı, $KG(s, a, b)$ 'nin kararlı kalmasını sağlayan 1'den büyük bir K 'nin en büyük değeridir. Dayanıklı faz payı ise, belirsiz sistemin $e^{-j\theta}G(s, a, b)$ ile dayanıklı kararlılığını sağlayan θ 'nin en büyük değeridir. Bu durumda en kötü durum için kazanç payı K^* ve en kötü durum için faz payı θ^* aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$K^* = \min_{G(s) \in G(s, a, b)} K_G, \quad \theta^* = \min_{G(s) \in G(s, a, b)} \theta_G \quad (3.1.29)$$

Burada K_G değeri $G(s)$ 'nin kazanç payı, θ_G ise $G(s)$ 'nin faz payıdır. Buradaki K^* ve θ^* Teorem 3.5 kullanılarak extremal sistem $G_E(s)$ 'ten hesaplanabilir.

Theorem 3.5: Birim geri beslemeli $G(s, a, b)$ sisteminin kararlı olduğu varsayılırsa, dayanıklı kazanç ve faz payları şöyle elde edilebilir.

$$K^* = \min_{G(s) \in G_E(s)} K_G, \quad \theta^* = \min_{G(s) \in G_E(s)} \theta_G \quad (3.1.30)$$

Buradaki $G_E(s)$ Denklem 3.1.24'de tanımlanmıştır.

İspat: A_1 ve A_2 sırasıyla, köşe kümeleri V_{A_1} ve V_{A_2} , kenar kümeleri ise E_{A_1} ve E_{A_2} olan iki kompleks düzlem çokgenleri olduğu kabul edilsin. Kompleks düzlem geometrisinden [47] aşağıdaki koşulun sağlanacağı bilinmektedir.

$$\partial(A_1 + A_2) \subset (E_{A_1} + V_{A_2}) \cup (V_{A_1} + E_{A_2}) \quad (3.1.31)$$

Kazanç payını hesaplamak için,

$$\Delta(s) = KN(s, b) + D(s, a) \quad (3.1.32)$$

ile verilen karakteristik denklemi kararlı yapan 1'den büyük K 'nın maksimum değerini bulmak gerekir. Konveks bir çokgen, sabit bir K değeri ile çarpılırsa yine bir konveks çokgen elde edilir. Dolayısıyla sabit bir K değeri için aşağıdaki ifadeler yazılabilir.

$$V_{A_1} = KN_V, \quad V_{A_2} = D_V, \quad E_{A_1} = KN_E, \quad E_{A_2} = D_E \quad (3.1.33)$$

Denklem 3.1.31 kullanılarak aşağıdaki koşul sağlanabilir.

$$\Delta(j\omega) \subset \Delta_E(j\omega) = (KN_E + D_V) \cup (KN_V + D_E) \quad (3.1.34)$$

Dolayısıyla $\Delta_E(s)$ 'in kararlı olması $\Delta(s)$ 'in kararlı olmasını gerektirir. Faz payının hesaplanmasında ise K kazancı kompleks bir kazanç olacak ve aynı ispat geçerli olacaktır. $\square$

3.1.2.4. KDAGF'nun Bode ve Nyquist Zarflarını Hesaplama Algoritması

- Denklem 3.1.6 ve 3.1.7 kullanılarak $N(s, b)$ ve $D(s, a)$ 'nın köşeleri ve kenarları oluşturulur.
- Denklem 3.1.16 - 3.1.19 kullanılarak köşe ve kenar kümeleri elde edilir.
- Denklem 3.1.20 – 3.1.23 kullanılarak her $s = j\omega$ için, genlik ve faz extremumları elde edilir.
- Elde edilen genlik ve faz extremumları kullanılarak Bode zarfları oluşturulur.
- Verilen teoremler ve Denklem 3.1.25 kullanılarak her $s = j\omega$ için Nyquist zarfı oluşturulur.
- Teorem 3.5 kullanılarak, Bode ve Nyquist zarflarından dayanıklı kazanç ve faz payları hesaplanır.

3.1.3. KDAGF'nun Bode ve Nyquist Zarflarını Hesaplama Uygulamaları

3.1.3.1. Örnek 1

Aşağıdaki KDAGF'na sahip negatif birim geri beslemeli kontrol sistemini ele alalım.

$$G(s, a, b) = \frac{N(s, b)}{D(s, a)} = \frac{1}{a_0 + a_1 s^{0.9} + a_2 s^{2.2}} \quad (3.1.35)$$

Burada, $a_0 \in [0.8, 1.2]$, $a_1 \in [0.5, 0.9]$ ve $a_2 \in [0.6, 1]$. Bu örnekteki amaç sistemin Bode ve Nyquist zarflarını hesaplamak ve sistemin dayanıklı kararlılığını incelemektir. Geçiş fonksiyonundan görüleceği gibi $N(s, b) = 1$ sabit sayıdır. $D(s, a)$ 'nın ise 3 belirsiz parametresi vardır. Dolayısıyla $D(s, a)$ için $2^3 = 8$ köşe polinomu ve $3 \times 2^2 = 12$ etkin kenar vardır. $D(s, a)$ 'nın köşe polinomları aşağıdaki gibi oluşturulabilir.

$$\begin{aligned} d_1(s) &= 0.8 + 0.5s^{0.9} + 0.6s^{2.2} \\ d_2(s) &= 1.2 + 0.5s^{0.9} + 0.6s^{2.2} \\ d_3(s) &= 0.8 + 0.9s^{0.9} + 0.6s^{2.2} \\ d_4(s) &= 1.2 + 0.9s^{0.9} + 0.6s^{2.2} \\ d_5(s) &= 0.8 + 0.5s^{0.9} + s^{2.2} \\ d_6(s) &= 1.2 + 0.5s^{0.9} + s^{2.2} \\ d_7(s) &= 0.8 + 0.9s^{0.9} + s^{2.2} \\ d_8(s) &= 1.2 + 0.9s^{0.9} + s^{2.2} \end{aligned} \quad (3.1.36)$$

Bu köşe polinomlarının kümesi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$D_V = \{d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6, d_7, d_8\} \quad (3.1.37)$$

$D(s, a)$ 'nın etkin kenarlar kümesi ise şöyle verilebilir.

$$D_E = \{de_1, de_2, \dots, de_{12}\} = \left\{ \begin{array}{l} e(d_1, d_2), e(d_1, d_3), e(d_1, d_5), e(d_2, d_4), \\ e(d_2, d_6), e(d_3, d_4), e(d_3, d_7), e(d_4, d_8), \\ e(d_5, d_6), e(d_5, d_7), e(d_6, d_8), e(d_7, d_8) \end{array} \right\} \quad (3.1.38)$$

$D(s, a)$ 'nın etkin kenarları ise Denklem 3.1.5 kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilebilir.

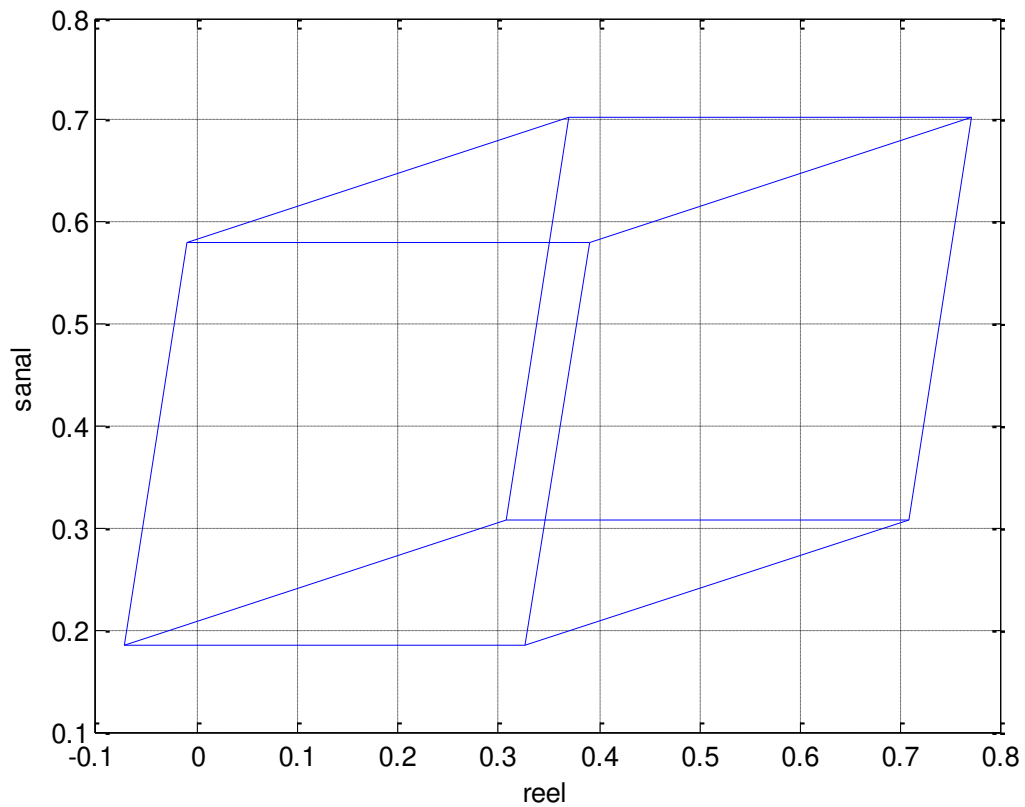
$$\begin{aligned} de_1 &= e(d_1, d_2) = (1 - \lambda)(0.8 + 0.5s^{0.9} + 0.6s^{2.2}) + \lambda(1.2 + 0.5s^{0.9} + 0.6s^{2.2}) \\ de_2 &= e(d_1, d_3) = (1 - \lambda)(0.8 + 0.5s^{0.9} + 0.6s^{2.2}) + \lambda(0.8 + 0.9s^{0.9} + 0.6s^{2.2}) \\ de_3 &= e(d_1, d_5) = (1 - \lambda)(0.8 + 0.5s^{0.9} + 0.6s^{2.2}) + \lambda(0.8 + 0.5s^{0.9} + s^{2.2}) \\ de_4 &= e(d_2, d_4) = (1 - \lambda)(1.2 + 0.5s^{0.9} + 0.6s^{2.2}) + \lambda(1.2 + 0.9s^{0.9} + 0.6s^{2.2}) \\ de_5 &= e(d_2, d_6) = (1 - \lambda)(1.2 + 0.5s^{0.9} + 0.6s^{2.2}) + \lambda(1.2 + 0.5s^{0.9} + s^{2.2}) \\ de_6 &= e(d_3, d_4) = (1 - \lambda)(0.8 + 0.9s^{0.9} + 0.6s^{2.2}) + \lambda(1.2 + 0.9s^{0.9} + 0.6s^{2.2}) \\ de_7 &= e(d_3, d_7) = (1 - \lambda)(0.8 + 0.9s^{0.9} + 0.6s^{2.2}) + \lambda(0.8 + 0.9s^{0.9} + s^{2.2}) \\ de_8 &= e(d_4, d_8) = (1 - \lambda)(1.2 + 0.9s^{0.9} + 0.6s^{2.2}) + \lambda(1.2 + 0.9s^{0.9} + s^{2.2}) \\ de_9 &= e(d_5, d_6) = (1 - \lambda)(0.8 + 0.5s^{0.9} + s^{2.2}) + \lambda(1.2 + 0.5s^{0.9} + s^{2.2}) \\ de_{10} &= e(d_5, d_7) = (1 - \lambda)(0.8 + 0.5s^{0.9} + s^{2.2}) + \lambda(0.8 + 0.9s^{0.9} + s^{2.2}) \\ de_{11} &= e(d_6, d_8) = (1 - \lambda)(1.2 + 0.5s^{0.9} + s^{2.2}) + \lambda(1.2 + 0.9s^{0.9} + s^{2.2}) \\ de_{12} &= e(d_7, d_8) = (1 - \lambda)(0.8 + 0.9s^{0.9} + s^{2.2}) + \lambda(1.2 + 0.9s^{0.9} + s^{2.2}) \end{aligned} \quad (3.1.39)$$

$D(s, a)$ 'nın değer kümesi, Denklem 3.1.39 ile verilen etkin kenarların görüntüleri ile sınırlıdır. $D(s, a)$ 'nın değer kümesi, $\omega = 1 \text{ rad/sn}$ ve $0 \leq \omega \leq 3$ için sırasıyla Şekil 3.1.2 ve 3.1.3'te gösterilmektedir. $G(s, a, b)$ 'nin 8 köşe geçiş fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılabilir,

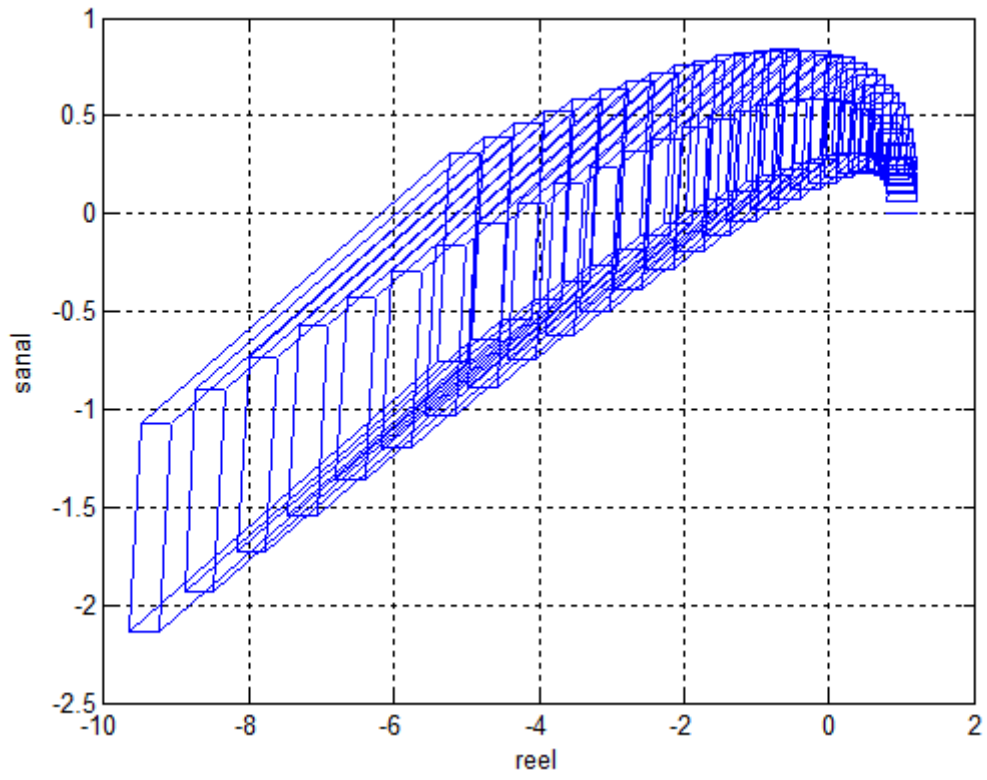
$$G_i(s) = \frac{1}{d_i(s)} \quad (3.1.40)$$

Burada $d_i(s)$, $i = 1, 2, \dots, 8$ için Denklem 3.1.36'da verilmiştir. Bu 8 geçiş fonksiyonunun Bode eğrileri Şekil 3.1.4'te gösterilmiştir. Diğer yandan $G(s, a, b)$ 'nin her belirsiz parametre aralığında 10 değer alınarak elde edilen 1000 geçiş fonksiyonunun Bode eğrileri Şekil 3.1.5'te gösterilmektedir. Şekil 3.1.4 ve 3.1.5 karşılaştırıldığında, faz zarflarının sınırlarının ve kazancın minimum sınırlarının $G_i(s)$ 'in Bode çizimlerinden geldiği görülmektedir. Ancak kazancın maksimum sınırlarının tamamen olmamakla birlikte çoğunlukla $G_i(s)$ 'in Bode eğrileri tarafından kapsandığı görülmektedir.

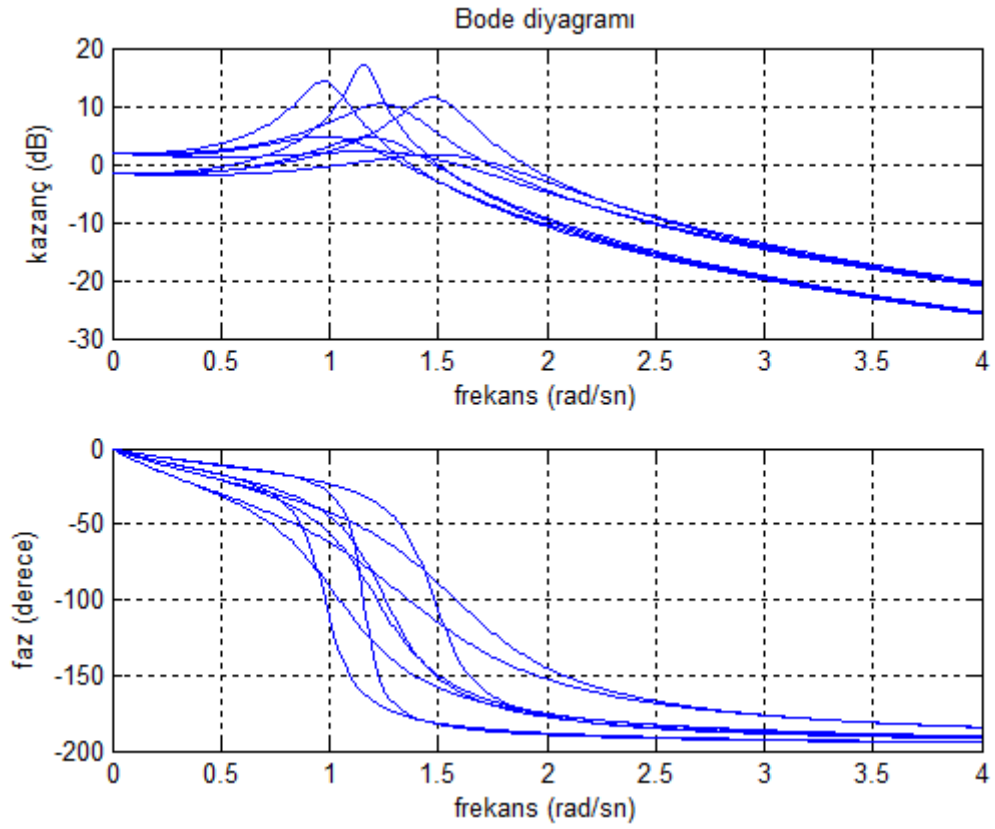
Bölüm 3.1.2'de elde edilen sonuçlar kullanılarak $G(s, a, b)$ 'nin genlik ve faz zarfları Şekil 3.1.6'da gösterildiği gibi elde edilmiştir. Şekil 3.1.6'ya bakılarak verilen kesir dereceli aralık kontrol sisteminin dayanıklı sınırlı giriş sınırlı çıkış (Bounded Input Bounded Output - BIBO) kararlı olmadığı söylenebilir.



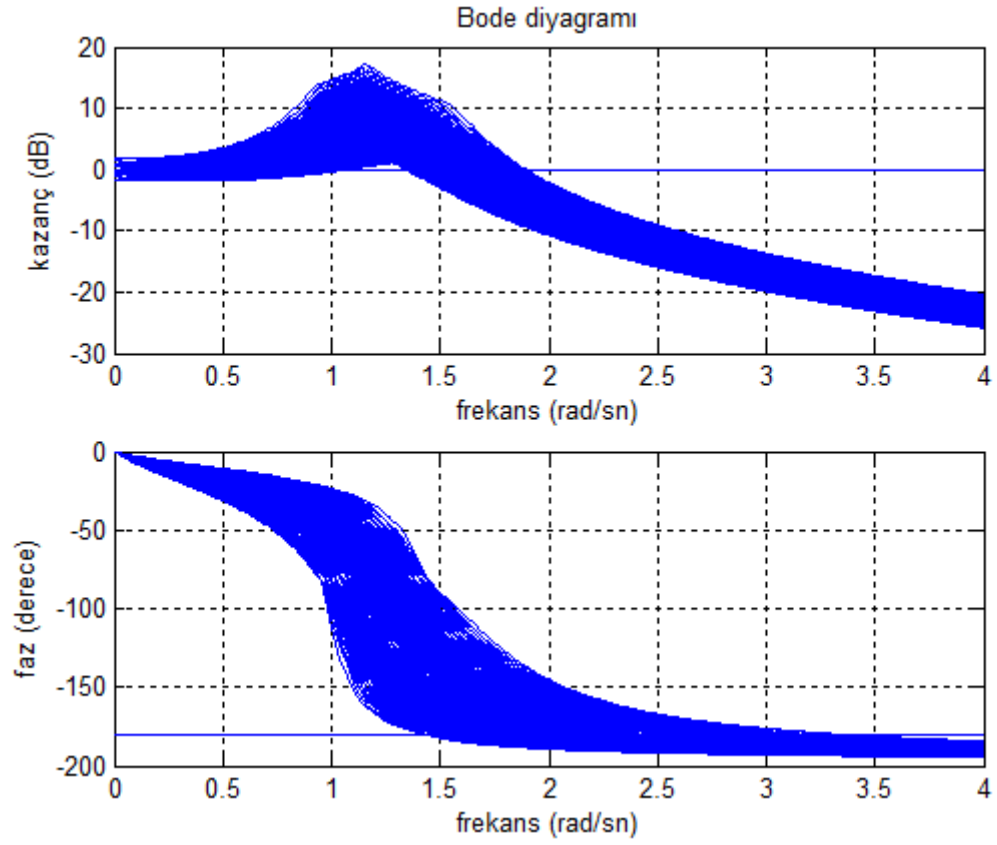
Şekil 3.1.2. $D(s, a)$ 'nın $\omega = 1 \text{ rad/sn}$ 'deki değer kümesi.



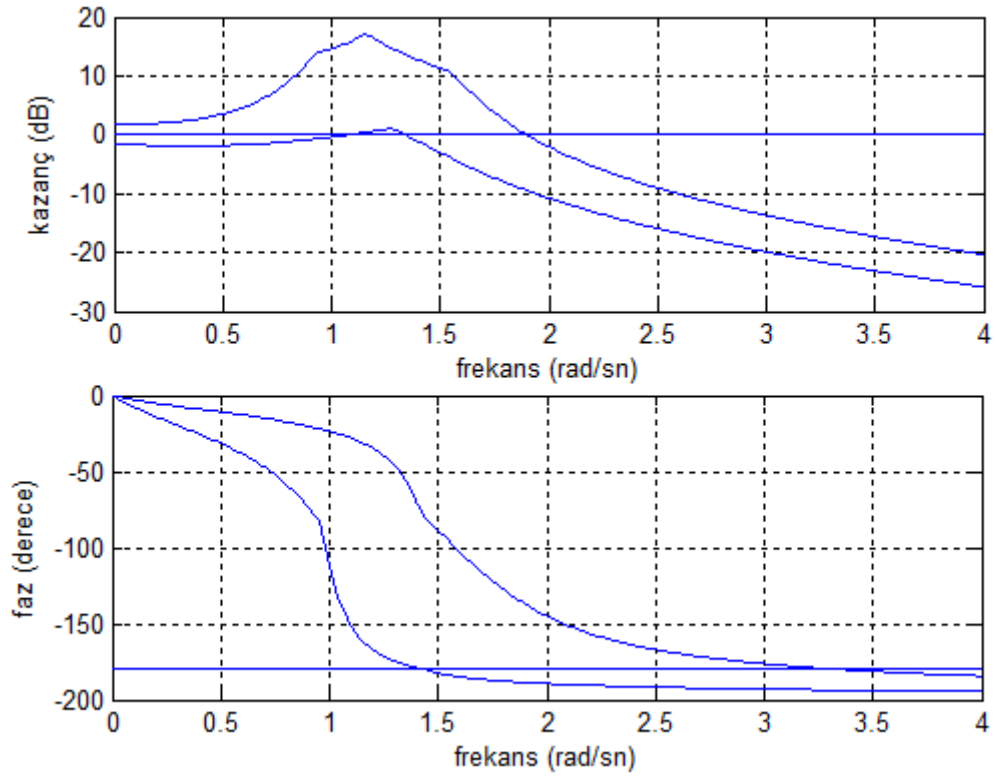
Şekil 3.1.3. $D(s, a)$ 'nın $0 \leq \omega \leq 3$ için değer kümesi.



Şekil 3.1.4. 8 köşe geçiş fonksiyonunun Bode eğrileri.



Şekil 3.1.5. 1000 geçiş fonksiyonunun Bode eğrileri.

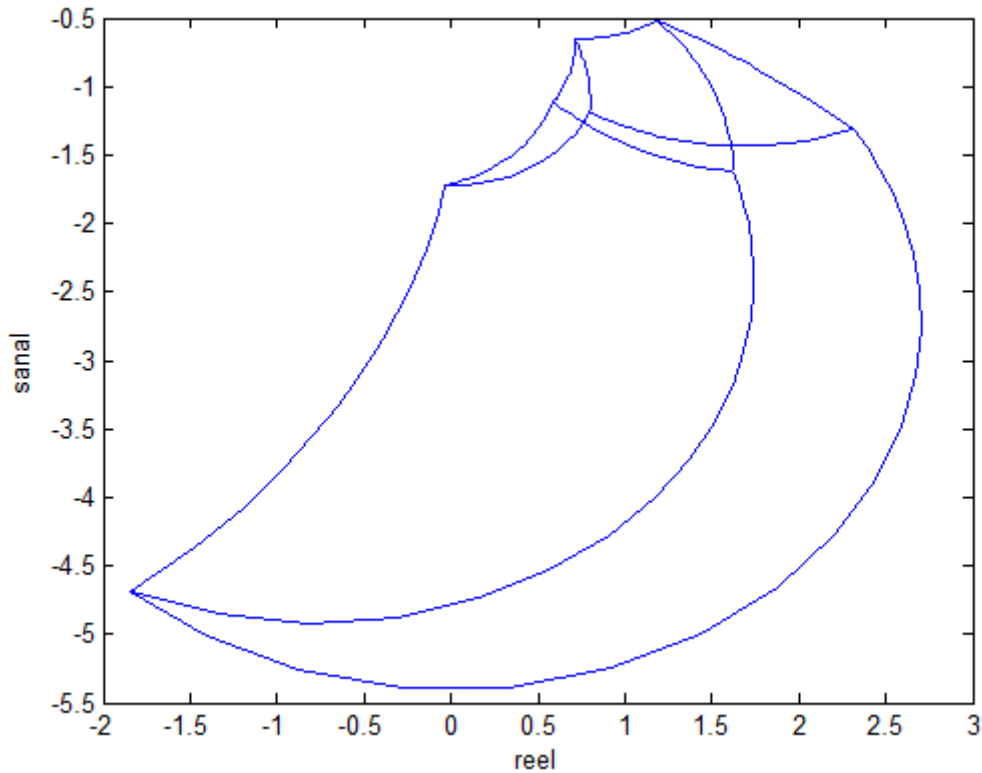


Şekil 3.1.6. $G(s, a, b)$ 'nin Bode zarfları.

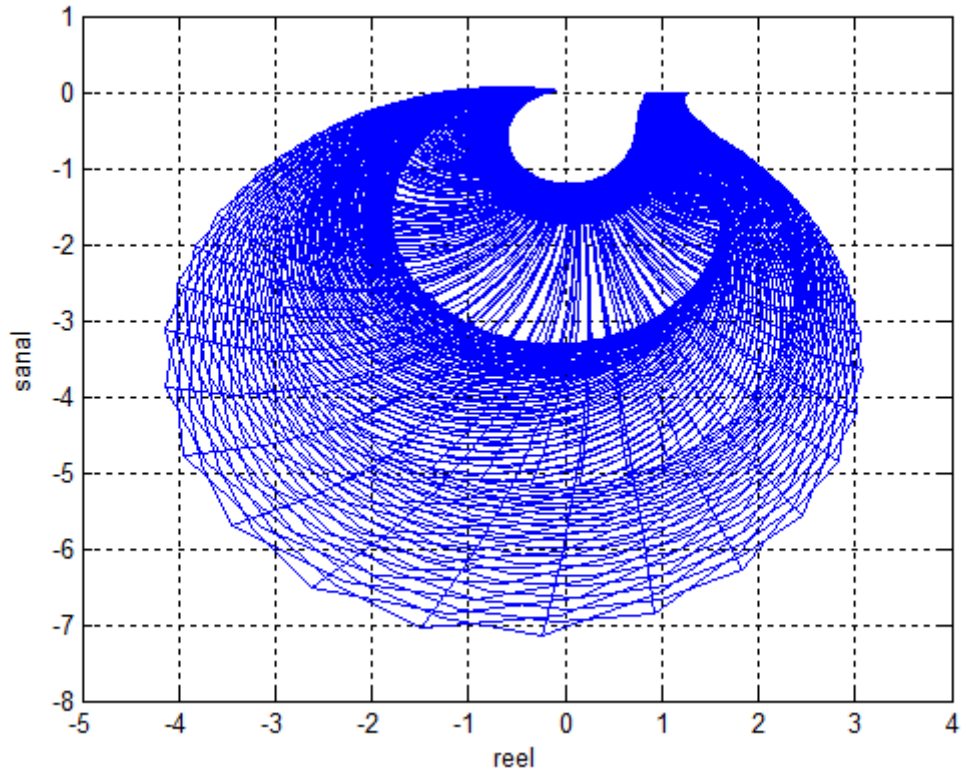
$G(s,a,b)$ 'nin $\omega = 1 \text{ rad/sn}$ 'de Nyquist şablonu ve Nyquist zarfı sırasıyla Şekil 3.1.7 ve 3.1.8'de gösterilmektedir. Şekil 3.1.8'e bakılarak verilen kesir dereceli aralık kontrol sisteminin dayanıklı sınırlı giriş sınırlı çıkış kararlı olmadığı söylenebilir.

$G(s,a,b)$ 'nin 8 köşe geçiş fonksiyonu Denklem 3.1.36'da verildiği gibi oluşturulabilir. Bu 8 geçiş fonksiyonunun Nyquist eğrileri Şekil 3.1.9'da gösterilmektedir. $G(s,a,b)$ 'nin her belirsiz parametresi için, parametre aralığında 10 değer alınarak elde edilen 1000 geçiş fonksiyonunun Nyquist eğrileri Şekil 3.1.10'da verilmektedir.

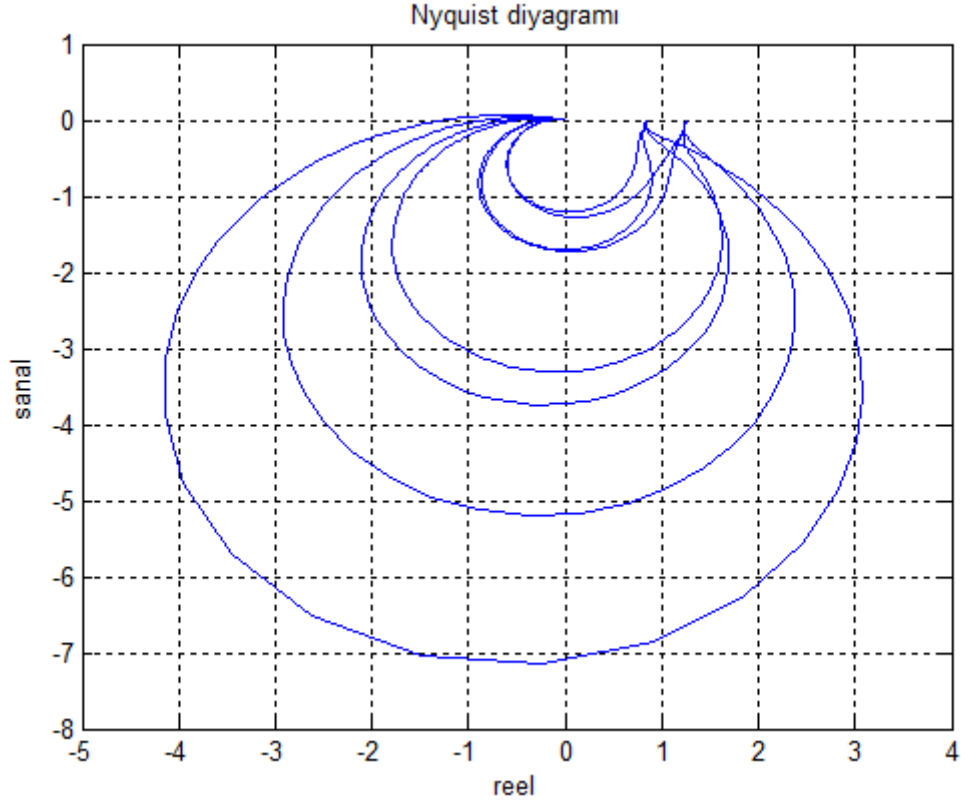
Şekil 3.1.8 - 3.1.10 karşılaştırıldığında bu örnek için Nyquist zarfının sınırlarının $G_i(s)$ 'in Nyquist çiziminden geldiği görülmektedir. Bununla birlikte, genelde Nyquist zarfları tamamen olmasada çoğunlukla $G_i(s)$ 'in Nyquist çizimleri tarafından kapsanmaktadır.



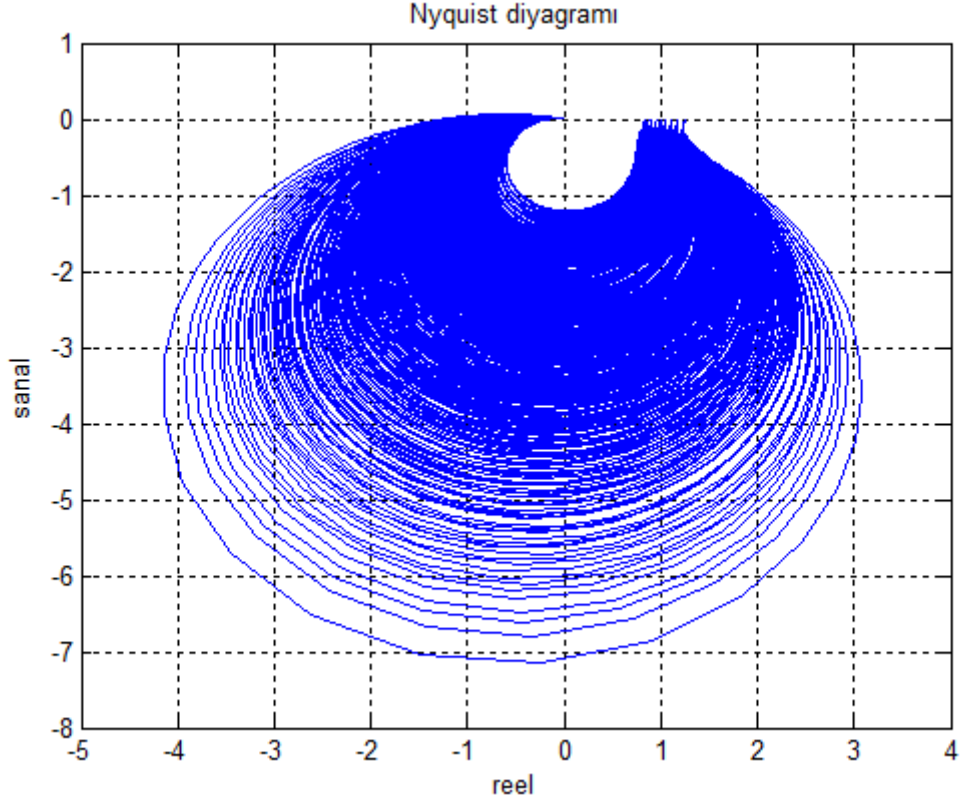
Şekil 3.1.7. $\omega = 1 \text{ rad/sn}$ 'de Nyquist şablonu.



Şekil 3.1.8. Nyquist zarfı.



Şekil 3.1.9. 8 köşe geçiş fonksiyonunun Nyquist eğrileri.

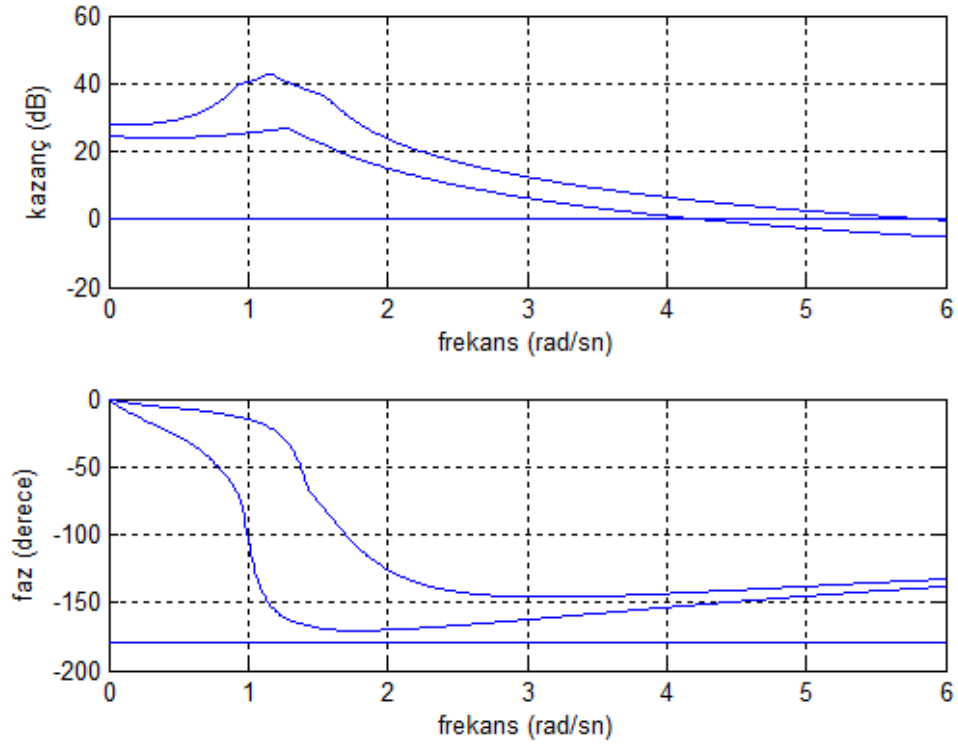


Şekil 3.1.10. 1000 geçiş fonksiyonunun Nyquist çizimleri.

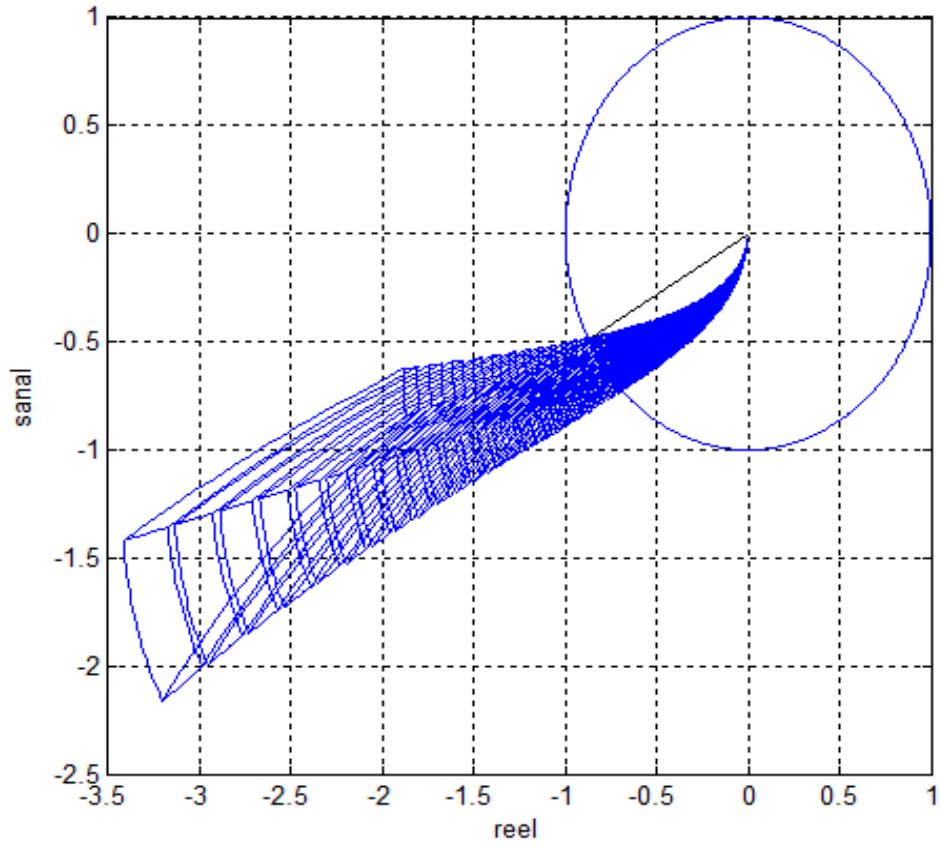
Şimdi aşağıda verilen kesir dereceli PD^μ kontrolörün Denklem 3.1.35 ile verilen kontrol sistemine seri bağlandığı kabul edilsin,

$$C(s) = K_p + K_d s^\mu = 20 + 3s^{1.15} \quad (3.1.41)$$

$C(s)G(s,a,b)$ sisteminin Bode ve Nyquist zarflarını oluşturan program Ek'te verilmiştir. Bu durumda elde edilen, $C(s)G(s,a,b)$ 'nin Bode zarfları Şekil 3.1.11'de, Nyquist zarfı ise Şekil 3.1.12'de gösterilmektedir. Bu şekiller kullanılarak dayanıklı kazanç payının ∞ olduğu, dayanıklı faz payının ise 30° civarında olduğu hesaplanabilir. Dolayısıyla verilen sistemin bu durumda dayanıklı kararlı olduğu söylenebilir.



Şekil 3.1.11. $C(s)G(s, a, b)$ 'nin Bode zarfları.



Şekil 3.1.12. $C(s)G(s, a, b)$ 'nin Nyquist zarfı.

3.1.3.2. Örnek 2

Bu örnekte, aşağıda geçiş fonksiyonu verilen KDKS'nin Bode ve Nyquist zarfları elde edilmiştir.

$$G(s, a, b) = \frac{N(s, b)}{D(s, a)} = \frac{b_0 + b_1 s^{0.9}}{a_0 + a_1 s^{0.8} + a_2 s^{2.2} + a_3 s^{3.1}} \quad (3.1.42)$$

Burada, $a_0 \in [0.4, 0.8]$, $a_1 \in [2, 3]$, $a_2 \in [3, 6]$, $a_3 = 1$, $b_0 \in [1, 1.2]$ ve $b_1 = 1$ olarak verilmiştir. Bu geçiş fonksiyonunda 4 belirsiz parametre vardır. Görüleceği gibi $N(s, b)$ 'nin 1 belirsiz parametresi vardır. Dolayısı ile $N(s, b)$ 'nin $2^1 = 2$ köşe polinomu ve $1 \times 2^0 = 1$ etkin kenarı vardır. $D(s, a)$ 'nın ise 3 belirsiz parametresi, $2^3 = 8$ köşe polinomu ve $3 \times 2^2 = 12$ etkin kenarı vardır. $N(s, b)$ 'nin köşe polinomları şöyle verilebilir,

$$n_1(s) = 1 + s^{0.9} \quad \text{ve} \quad n_2(s) = 1.2 + s^{0.9} \quad (3.1.43)$$

buradan köşe polinomlarının kümesi

$$N_V = \{n_1, n_2\} \quad (3.1.44)$$

yazılabilir. $N(s, b)$ 'nin etkin kenarlar kümesi şöyle verilebilir.

$$N_E = \{ne_1\} = \{e(n_1, n_2)\} \quad (3.1.45)$$

$N(s, b)$ 'nin etkin kenarları ise Denklem 3.1.5 kullanılarak şöyle verilebilir.

$$ne_1 = e(n_1, n_2) = (1 - \lambda)(1 + s^{0.9}) + \lambda(1.2 + s^{0.9}) \quad (3.1.46)$$

$D(s, a)$ 'nın köşe polinomları aşağıdaki gibi oluşturulabilir

$$\begin{aligned}
d_1(s) &= 0.4 + 2s^{0.8} + 3s^{2.2} + s^{3.1} \\
d_2(s) &= 0.8 + 2s^{0.8} + 3s^{2.2} + s^{3.1} \\
d_3(s) &= 0.4 + 3s^{0.8} + 3s^{2.2} + s^{3.1} \\
d_4(s) &= 0.8 + 3s^{0.8} + 3s^{2.2} + s^{3.1} \\
d_5(s) &= 0.4 + 2s^{0.8} + 6s^{2.2} + s^{3.1} \\
d_6(s) &= 0.8 + 2s^{0.8} + 6s^{2.2} + s^{3.1} \\
d_7(s) &= 0.4 + 3s^{0.8} + 6s^{2.2} + s^{3.1} \\
d_8(s) &= 0.8 + 3s^{0.8} + 6s^{2.2} + s^{3.1}
\end{aligned} \tag{3.1.47}$$

buradan köşe polinomlarının kümesi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$D_V = \{d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6, d_7, d_8\} \tag{3.1.48}$$

$D(s, a)$ 'nın etkin kenarlar kümesi aşağıdaki gibi oluşturulabilir,

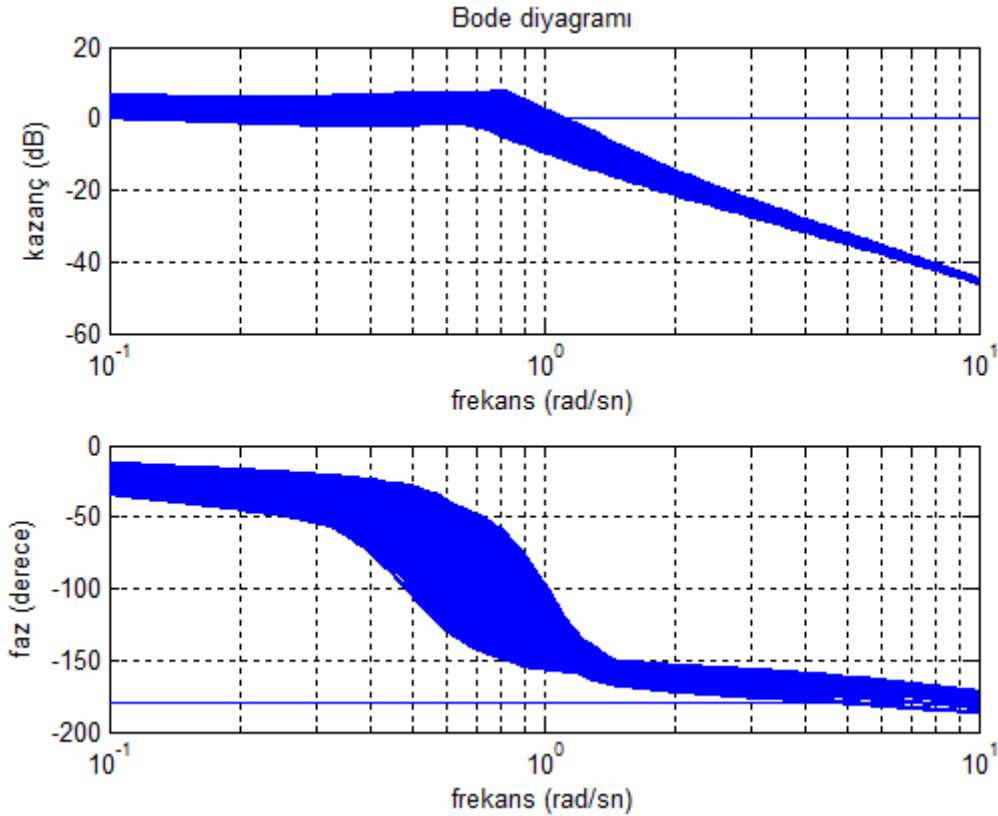
$$D_E = \{de_1, de_2, \dots, de_{12}\} = \left\{ \begin{aligned} &e(d_1, d_2), e(d_1, d_3), e(d_1, d_5), e(d_2, d_4), \\ &e(d_2, d_6), e(d_3, d_4), e(d_3, d_7), e(d_4, d_8), \\ &e(d_5, d_6), e(d_5, d_7), e(d_6, d_8), e(d_7, d_8) \end{aligned} \right\} \tag{3.1.49}$$

$D(s, a)$ 'nın etkin kenarları ise Denklem 3.1.5 kullanılarak şöyle yazılabilir,

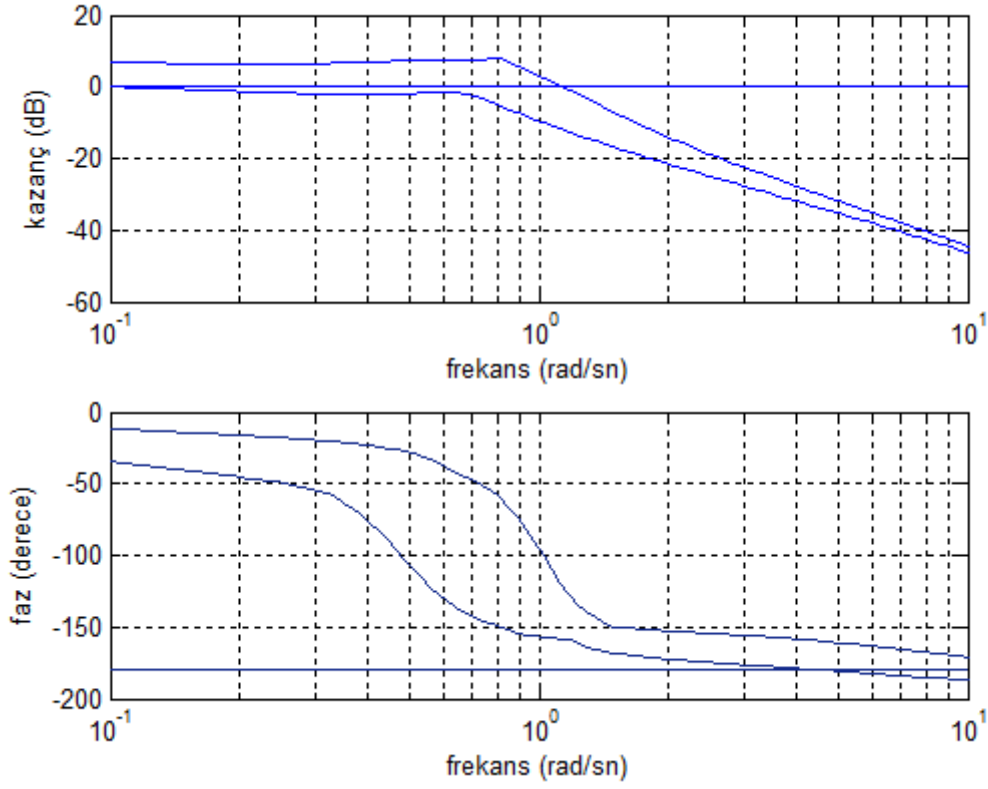
$$\begin{aligned}
de_1 &= e(d_1, d_2) = (1 - \lambda)(0.4 + 2s^{0.8} + 3s^{2.2} + s^{3.1}) + \lambda(0.8 + 2s^{0.8} + 3s^{2.2} + s^{3.1}) \\
de_2 &= e(d_1, d_3) = (1 - \lambda)(0.4 + 2s^{0.8} + 3s^{2.2} + s^{3.1}) + \lambda(0.4 + 3s^{0.8} + 3s^{2.2} + s^{3.1}) \\
de_3 &= e(d_1, d_5) = (1 - \lambda)(0.4 + 2s^{0.8} + 3s^{2.2} + s^{3.1}) + \lambda(0.4 + 2s^{0.8} + 6s^{2.2} + s^{3.1}) \\
de_4 &= e(d_2, d_4) = (1 - \lambda)(0.8 + 2s^{0.8} + 3s^{2.2} + s^{3.1}) + \lambda(0.8 + 3s^{0.8} + 3s^{2.2} + s^{3.1}) \\
de_5 &= e(d_2, d_6) = (1 - \lambda)(0.8 + 2s^{0.8} + 3s^{2.2} + s^{3.1}) + \lambda(0.8 + 2s^{0.8} + 6s^{2.2} + s^{3.1})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
de_6 &= e(d_3, d_4) = (1 - \lambda)(0.4 + 3s^{0.8} + 3s^{2.2} + s^{3.1}) + \lambda(0.8 + 3s^{0.8} + 3s^{2.2} + s^{3.1}) \\
de_7 &= e(d_3, d_7) = (1 - \lambda)(0.4 + 3s^{0.8} + 3s^{2.2} + s^{3.1}) + \lambda(0.4 + 3s^{0.8} + 6s^{2.2} + s^{3.1}) \\
de_8 &= e(d_4, d_8) = (1 - \lambda)(0.8 + 3s^{0.8} + 3s^{2.2} + s^{3.1}) + \lambda(0.8 + 3s^{0.8} + 6s^{2.2} + s^{3.1}) \\
de_9 &= e(d_5, d_6) = (1 - \lambda)(0.4 + 2s^{0.8} + 6s^{2.2} + s^{3.1}) + \lambda(0.8 + 2s^{0.8} + 6s^{2.2} + s^{3.1}) \\
de_{10} &= e(d_5, d_7) = (1 - \lambda)(0.4 + 2s^{0.8} + 6s^{2.2} + s^{3.1}) + \lambda(0.4 + 3s^{0.8} + 6s^{2.2} + s^{3.1}) \\
de_{11} &= e(d_6, d_8) = (1 - \lambda)(0.8 + 2s^{0.8} + 6s^{2.2} + s^{3.1}) + \lambda(0.8 + 3s^{0.8} + 6s^{2.2} + s^{3.1}) \\
de_{12} &= e(d_7, d_8) = (1 - \lambda)(0.4 + 3s^{0.8} + 6s^{2.2} + s^{3.1}) + \lambda(0.8 + 3s^{0.8} + 6s^{2.2} + s^{3.1})
\end{aligned}
\tag{3.1.50}$$

$G(s, a, b)$ 'nin 4 belirsiz parametresinden her birinin belirsiz parametre aralığından 5 değer alınarak oluşturulan 625 geçiş fonksiyonunun Bode eğrileri Şekil 3.1.13'te verilmiştir. Bu bölümde önerilen algoritma ve oluşturulan program kullanılarak $G(s, a, b)$ 'nin Bode zarfları şekil 3.1.14'te görüldüğü gibi elde edilmiştir.



Şekil 3.1.13. 625 geçiş fonksiyonunun Bode eğrileri.



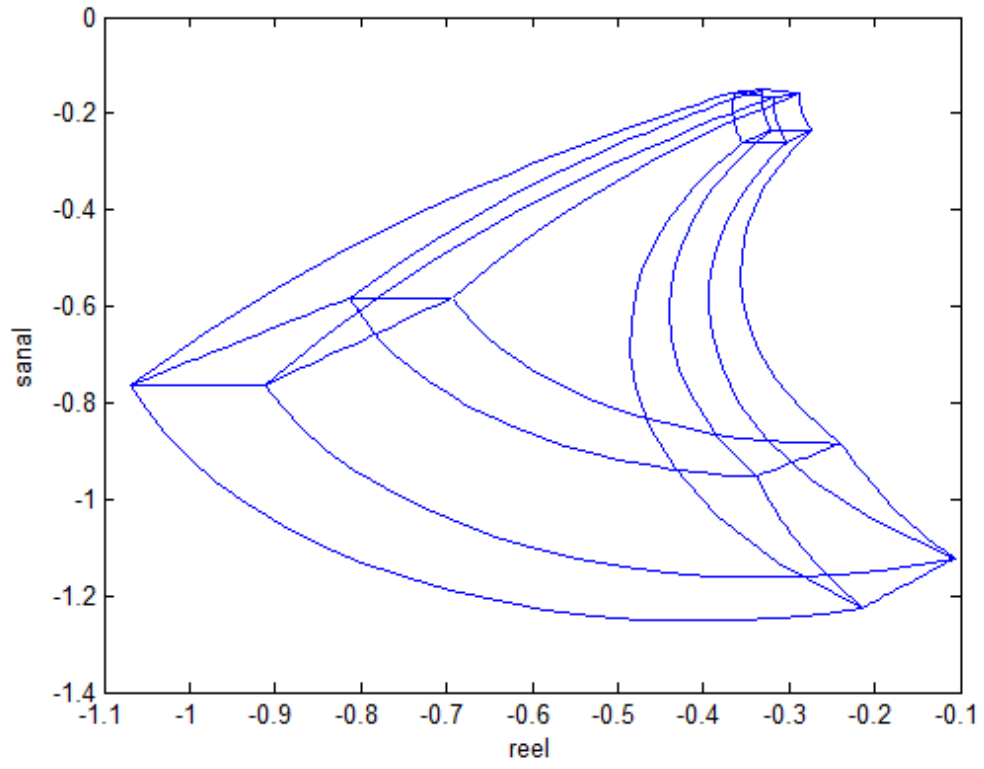
Şekil 3.1.14. $G(s, a, b)$ 'nin Bode zarfları.

$G(s, a, b)$ 'nin Nyquist şablonu ve Nyquist zarfı ise yine bu bölümde önerilen algoritma ve oluşturulan programlar kullanılarak sırasıyla Şekil 3.1.15 ve 3.1.16'da gösterildiği gibi elde edilmiştir.

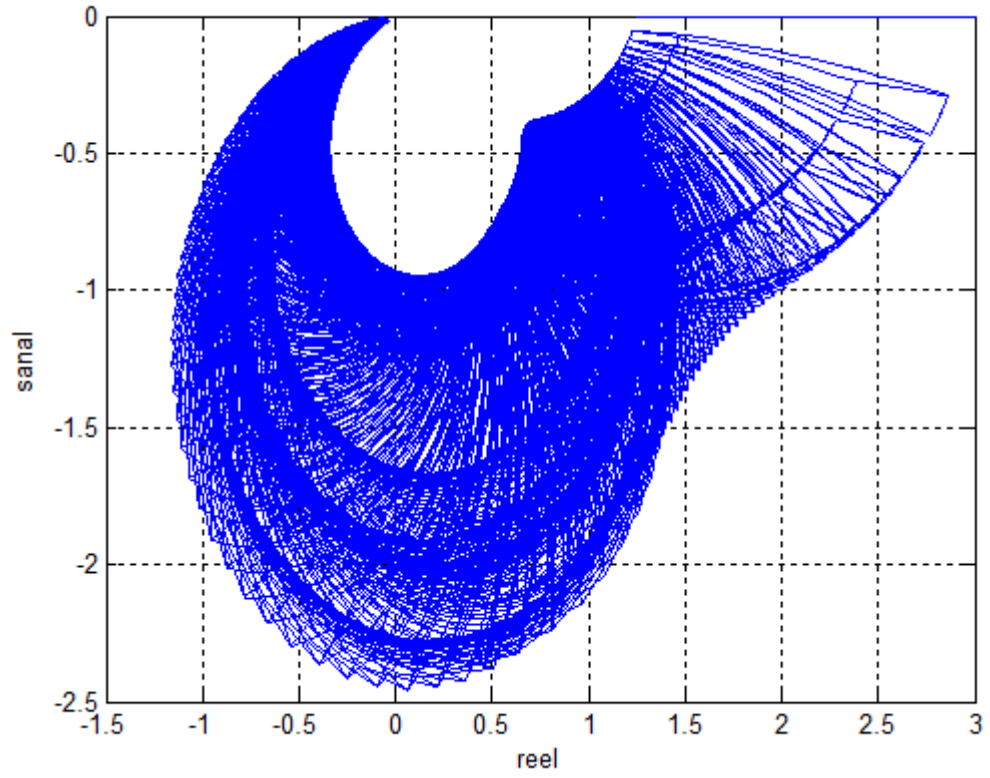
$G(s, a, b)$ 'nin karakteristik denklemi $\Delta(s, a, b) = 1 + G(s, a, b) = 0$ eşitliği kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilebilir,

$$\Delta(s, a, b) = b_0 + a_0 + a_1 s^{0.8} + b_1 s^{0.9} + a_2 s^{2.2} + a_3 s^{3.1} \quad (3.1.51)$$

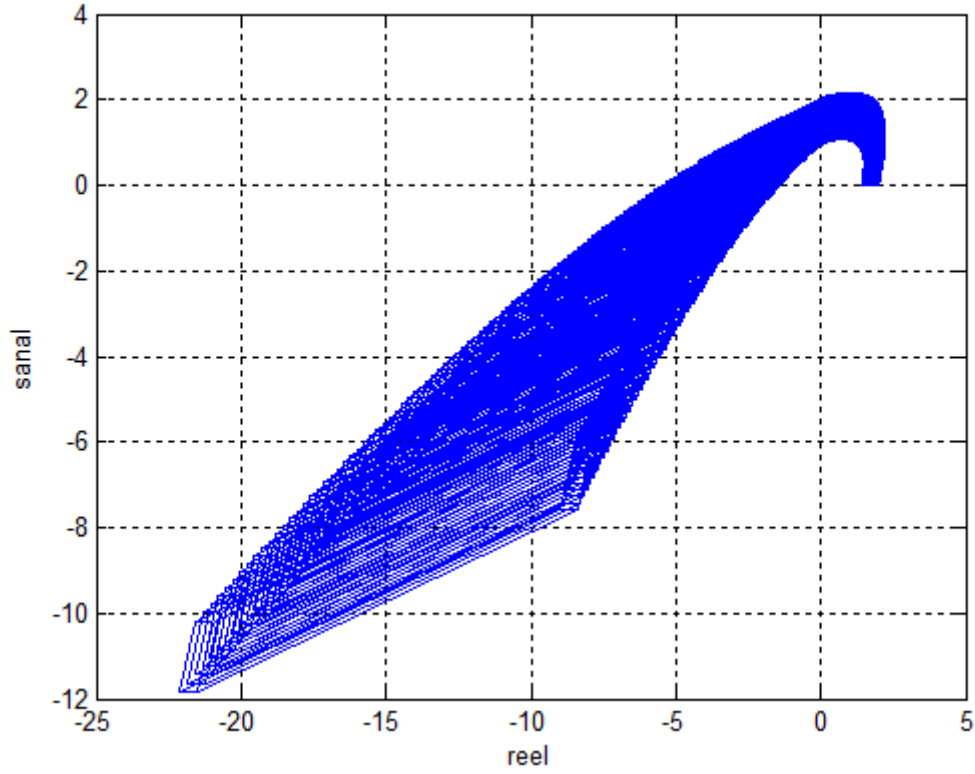
$0 \leq \omega \leq 2$ aralığında oluşturulan $\Delta(s, a, b)$ 'nin değer kümesi Şekil 3.1.17'de verilmektedir. Şekil 3.1.17'ye bakıldığında "0" noktasının değer kümesi tarafından kapsanmadığı görülür. Dolayısı ile "sıfırı hariç bırakma kuralından (zero exclusion principle) [47] yola çıkılarak sistemin dayanıklı kararlı olduğu söylenebilir [34].



Şekil 3.1.15. $\omega = 1 \text{ rad/sn}$ 'de Nyquist şablonu.



Şekil 3.1.16. $G(s, a, b)$ 'nin Nyquist zarfı.



Şekil 3.1.17. $0 \leq \omega \leq 2$ aralığında $\Delta(s, a, b)$ 'nin değer kümesi.

3.1.4. Bölüm 3.1'in Sonuçları

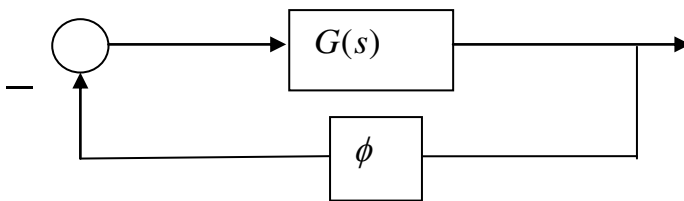
Tez'in bu bölümünde aralık belirsizliği yapısındaki KDKS'nin Bode ve Nyquist zarflarının hesaplanabilmesi için bir yöntem önerilmiştir. Parametrik dayanıklı kontrol için bu konu ile ilgili literatürde var olan yöntemler KDAKS'ne uyarlanmıştır. Bu bölümde önerilen yöntem KDAP'nun değer kümelerinin hesaplanmasına dayanır. Kesir dereceli aralık polinom ailesinin değer kümesi kullanılarak etkin kenarların oluşturulabileceği gösterilmiştir. Kesir dereceli aralık polinom ailesinin değer kümesi bir konveks çokgen (convex polygon) olduğundan, faz extremumları ve genliğin maksimum değeri değer kümesinin köşelerinden, minimum genlik ise etkin kenarlardan elde edilebilmektedir. Dolayısıyla, kesir dereceli aralık polinomunun değer kümesi kullanılarak, pay ve paydası kesir dereceli aralık polinomu formunda olan KDAGF'nun Bode ve Nyquist zarflarının hesaplanması için etkili bir yöntem önerilmiştir. Önerilen yöntemin uygulanması iki örnek üzerinde açıkça gösterilmiştir. Tezin bu bölümünde önerilen yöntem parametre belirsizliği yapısındaki KDKS'nin dayanıklı kararlılık analizi ve tasarımı için önemli avantajlar sunmaktadır.

3.2. Kesir Dereceli Belirsiz Kontrol Sistemlerinin Mutlak Kararlılık Hesabı

Otomatik kontrol alanında karşılaşılan kararlılık problemlerinin büyük çoğunluğu geri beslemeli sistemlerin kapalı çevrim davranışları ile ilgilidir. Bu sistemlerin önemli bir grubu da, lineer zamanla değişmeyen bir sistem ve bu sisteme geri besleme ile eklenen bölge sınırlı, doğrusal olmayan etkiden oluşur. Bu konfigürasyonun önemi, sistemin doğasından gelmektedir. Çünkü, doğrusal olmayan kısımdaki belirsizlik, sistem ailesini temsil eder. Bu tip sistemlerin dayanıklı kararlılık analizi için Lur'e tarafından formüle edilen ve geliştirilen mutlak kararlılık teorisi kullanılabilir. Mutlak kararlılık terimi sadece belirli bir kararlılık yerine sistemlerin süreç kararlılığını ifade eder [95]. Bu teoremin temel fikri, sadece bazı elemanları ele alarak bütün sistem ailesinin kararlılığı ile ilgili sonuca ulaşmaktır [96, 97]. Lur'e'nin bu teorisinden sonra mutlak kararlılık probleminin farklı versiyonlarını ele alan birçok çalışma yapılmıştır [98-101]. Bunların içerisinde en çok kullanılanları Çember kriteri [102] ve Popov kriteridir [103]. Çember kriteri daha sonra oluşturulmasına rağmen daha fazla ilgi çekmiştir. Daha sonraki yıllarda, Çember kriteri ve Popov kriteri parametre belirsizliği içeren lineer sistemlere uygulanmıştır. Polyak ve Tsytkin Çember kriterini yapısal olmayan belirsizlik eklenmiş lineer elemanı olan sistemlere uygulamışlardır [104, 105]. Aynı çalışmada, lineer sisteme belirsizlik eklenmesi veya norm sınırlı bozulma (perturbation) olması durumunda, Popov kriterinin dayanıklı versiyonunu da geliştirmişlerdir. Ayrıca, lineer elemanın parametre belirsizliği yapısında olması durumu birçok çalışmada ele alınmıştır [106-109].

3.2.1 Lur'e, Popov ve Çember Kriterleri

Mutlak kararlılık problemi olarak da bilinen klasik Lur'e veya Popov problemi, lineer olmayan geri besleme kazancı ile bozucu etki eklenen, sabit lineer zamanla değişmeyen sistemin kararlılığı ile ilgilenir. Aşağıda verilen sistemi dikkate alalım,



Şekil 3.2.1. Mutlak kararlılık problemi.

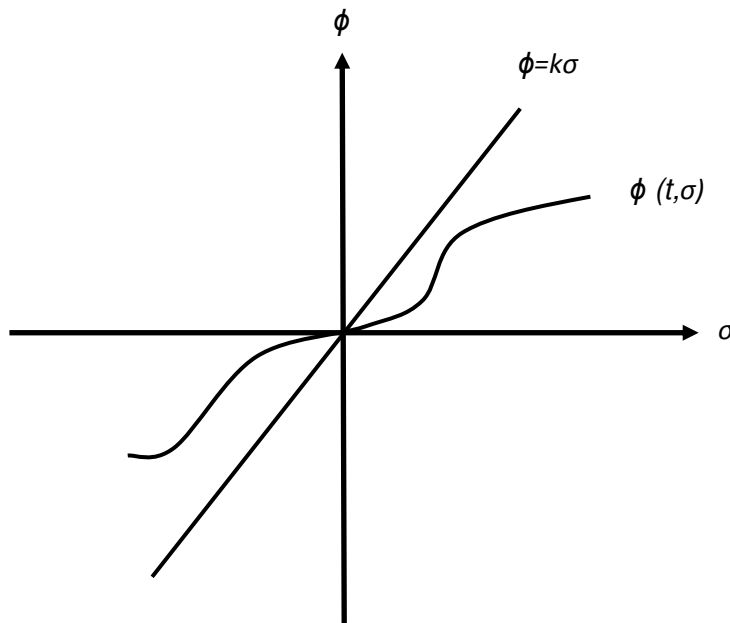
Bu şekilde verilen kontrol sisteminde, kararlı ve zamanla değişmeyen sistemin geri beslemesine zamanla değişen doğrusal olmayan bir etki eklenmiştir. Bu durumda mutlak kararlılık problemi şöyle ifade edilebilir: Hangi koşullar altında Şekil 3.2.1'deki kapalı çevrim sistem, global, unifom, asimptotik olarak belirlenen koşullarda tüm doğrusal olmayan etkiler için kararlıdır?

Önce, izin verilebilir doğrusal olmayan etkinin, zamanla değişen ve belirli bir aralıkta sınırlanan bir fonksiyonla tanımlandığını dikkate alalım. Özellikle, $\phi(t, \sigma)$ doğrusal olmayan etkinin tek değerli ve aşağıdaki koşulu sağladığını düşünelim,

$$\phi(t, 0) = 0 \quad \forall t \geq 0 \quad \text{ve} \quad 0 \leq \phi(t, \sigma) \leq k\sigma^2 \quad (3.2.1)$$

Bu durum Şekil 3.2.2'deki gibi ifade edilebilir. Denklem 3.2.1'de verilen koşullardaki kabuller $\phi(t, \sigma)$ 'nin $\phi = 0$ ve $\phi = k\sigma$ doğruları ile sınırlandırıldığını ifade eder. Böyle bir doğrusal olmayan etki $[0, k]$ aralığına aittir denilebilir. Mutlak kararlılık problemi için önemli bir koşul da sistemin geçiş fonksiyonunun değişmez pozitif reel olması durumudur. Bu özellik sistemin pozitifliği ve dayanıklılığı ile yakından ilgilidir. Aşağıdaki koşulların gerçekleşmesi durumunda geçiş fonksiyonu $G(s)$ için, değişmez, pozitif reel denir;

- 1) $G(s)$ 'in kapalı sağ yarı düzlemde hiç kutbu yoktur.
- 2) $\text{Re}[G(j\omega)] > 0, \quad \omega \in (-\infty, +\infty)$



Şekil 3.2.2. Doğrusal olmayan bölge sınırlı (sector bounded) fonksiyon.

Şekil 3.2.1'deki sistem için mutlak kararlılık koşulu, en iyi bilinen yöntemlerden Lur'e kriteri ile şöyle verilebilir: Eğer $G(s)$ kararlı bir geçiş fonksiyonu ve ϕ doğrusal olmayan etki $[0, k_I]$ aralığına ait ise bu sistemin mutlak kararlılığı için gerekli koşul şöyle yazılabilir.

$$\frac{1}{k_I} + \text{Re}[G(j\omega)] > 0, \quad \forall \omega \in \mathfrak{R} \quad (3.2.2)$$

Bu durumu bir örnekle açıklamak için aşağıdaki geçiş fonksiyonunu dikkate alalım.

$$G(s) = \frac{3.1s + 3.2}{s^4 + 1.1s^3 + 24.5s^2 + 2.5s + 3.5} \quad (3.2.3)$$

Bu geçiş fonksiyonunun Nyquist eğrisi ve $-\frac{1}{k_I}$ eğrisi Şekil 3.2.3'de verilmektedir. Bu

şekilden görüleceği gibi $-\frac{1}{k_I} = -1.0163$ ve $G(j\omega)$ 'nin minimum reel değerinden

Lur'e kazancı $k_I = 0.98396$ olarak hesaplanır. Şekil 3.2.4'de görüleceği gibi, Lur'e kazancını kullanarak $\frac{1}{k_I} + \text{Re}[G(s)]$ 'in değişmez pozitif reel olma özelliği sağlanabilir.

Şimdi, ϕ doğrusal olmayan etkinin zamanla değişmediğini dikkate alalım. Bu durumda mutlak kararlılık koşulu Popov kriteri ile şöyle verilebilir: Eğer $G(s)$ kararlı bir geçiş fonksiyonu ve zamanla değişmeyen ϕ doğrusal olmayan etki $[0, k_p]$ aralığına ait ise bu sistemin mutlak kararlılığı için gerekli koşulu sağlayan reel bir q değeri vardır ve mutlak kararlılık kriteri şöyle yazılabilir,

$$\frac{1}{k_p} + \text{Re}[(1 + qj\omega)G(j\omega)] > 0, \quad \forall \omega \in \mathfrak{R} \quad (3.2.4)$$

Bu durumu bir örnekle açıklamak için Denklem 3.2.3'de verilen geçiş fonksiyonunu dikkate alalım. Popov kriterini uygulamak için aşağıdaki denklem ile verilen Popov çizimini elde etmemiz gerekir,

$$\tilde{G}(j\omega) = \text{Re}[G(j\omega)] + j\omega \text{Im}[G(j\omega)] \quad (3.2.5)$$

Denklem 3.2.5 ile verilen Popov eğrisi ve $-\frac{1}{k_p}$ eğrisi, Şekil 3.2.5’de gösterilmektedir.

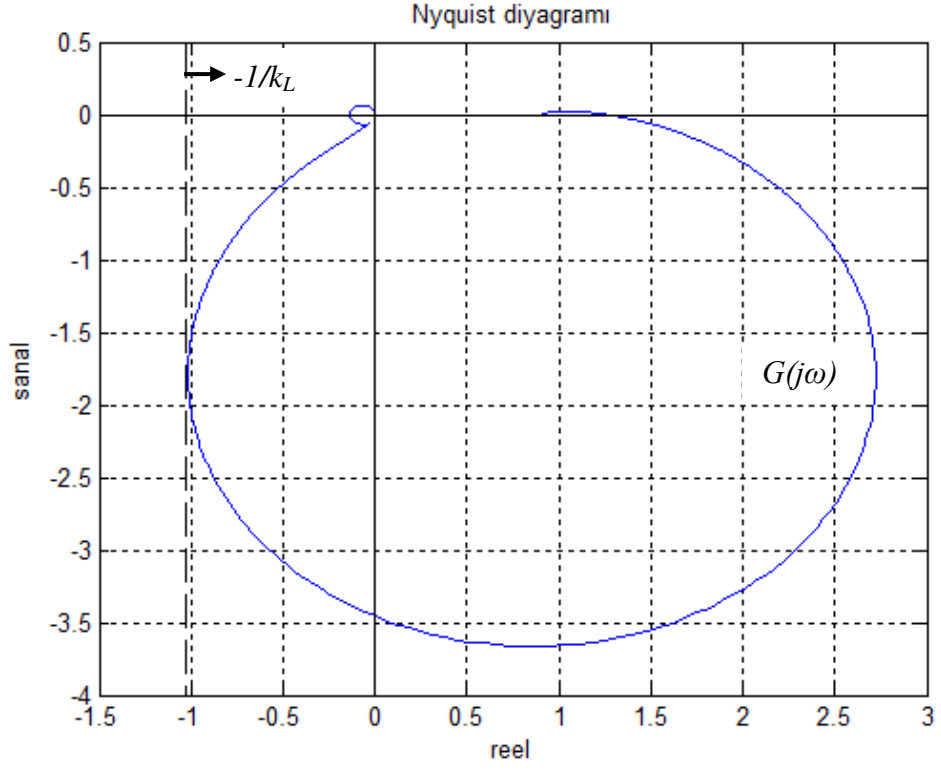
Şekil 3.2.5’den görüleceği gibi, Popov kazancı k_p ’nin limit değerleri için Popov düzleminde $\tilde{G}(j\omega)$ eğrisine temas edecek ve bu eğrinin üzerinde kalacak şekilde $-\frac{1}{k_p}$ noktasından geçen bir doğru çizilir. Bu şekilden $-\frac{1}{k_p} = -0.4$ olduğu görülür ve $k_p = 2.5$ olarak hesaplanır.

Lur’e ve Popov kriterlerinin yanında, doğrusal olmayan sistemlerin dayanıklı kararlılığının analizi için kullanılabilecek diğer bir kriter de Çember kriteridir. Doğrusal olmayan etkinin zamanla değişmediğini ve $[k_1, k_2]$ aralığında olduğunu farzedelim. Bu durumda doğrusal olmayan etki şöyle ifade edilebilir,

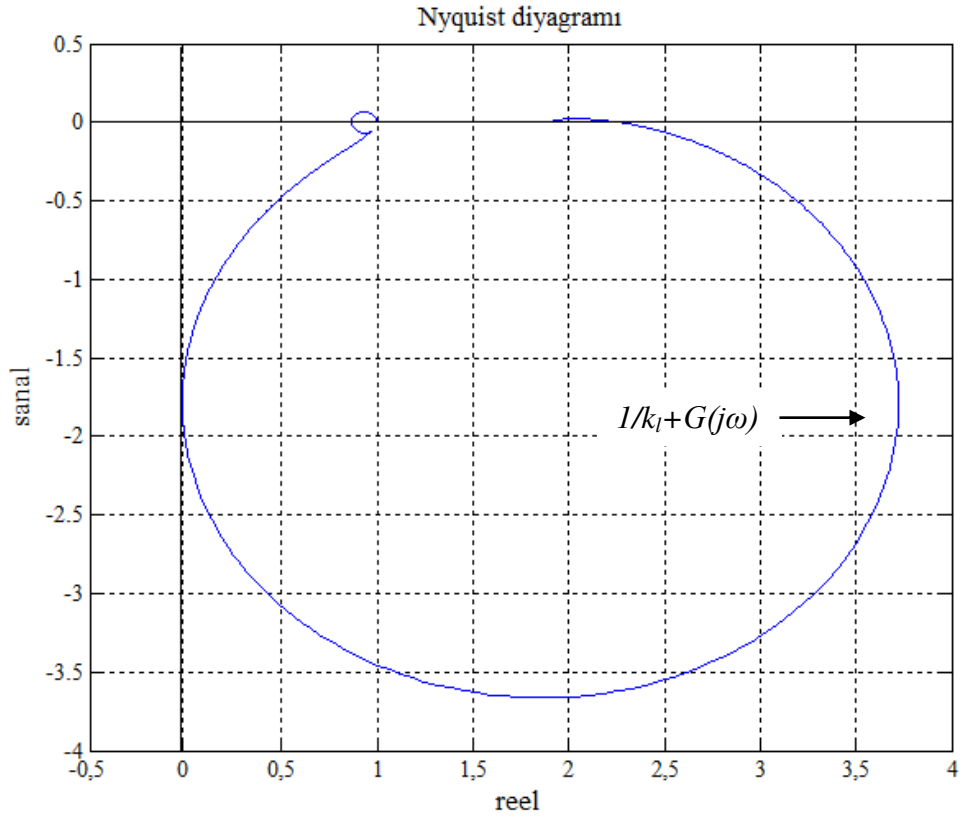
$$0 \leq k_1 \leq \phi(\sigma) \leq k_2 \quad (3.2.6)$$

Kompleks düzlemde, merkezi negatif reel ekseninde olan ve bu ekseni $-\frac{1}{k_1}$ ve $-\frac{1}{k_2}$ noktalarında kesen bir C çemberi çizelim. Bu durumda Çember kriteri şöyle ifade edilebilir: Eğer $G(s)$ kararlı bir geçiş fonksiyonu ve zamanla değişmeyen ϕ doğrusal olmayan etki $[k_1, k_2]$ aralığına ait ise bu sistemin mutlak kararlılığı için gerekli koşul $G(s)$ ’in Nyquist eğrisinin C çemberinin dışında kalmasıdır.

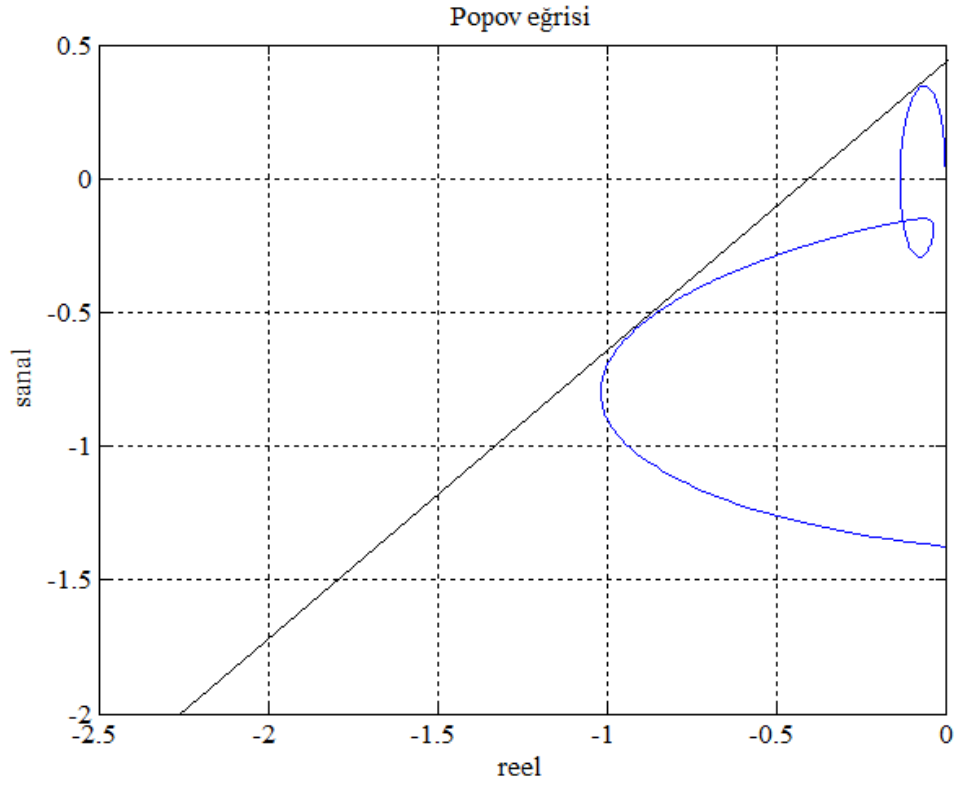
Çember teoremini bir örnekle açıklamak için Denklem 3.2.3 ile verilen geçiş fonksiyonunu dikkate alalım. Bu sistemin $0 \leq \omega < \infty$ frekans aralığında Nyquist eğrisi ve bu Nyquist eğrisine dışarıdan dokunan, merkezi reel ekseninde -1 noktasında olan çember Şekil 3.2.6’te verilmiştir. Bu şekilden $-\frac{1}{k_1} = -1.7$ ve $-\frac{1}{k_2} = -0.3$ olduğu görülmektedir. Buradan, $k_1 = 0.59$ ve $k_2 = 3.33$ olarak hesaplanır. Dolayısıyla mutlak kararlılık aralığı $[0.59, 3.33]$ olarak bulunur [47, ss. 406-412].



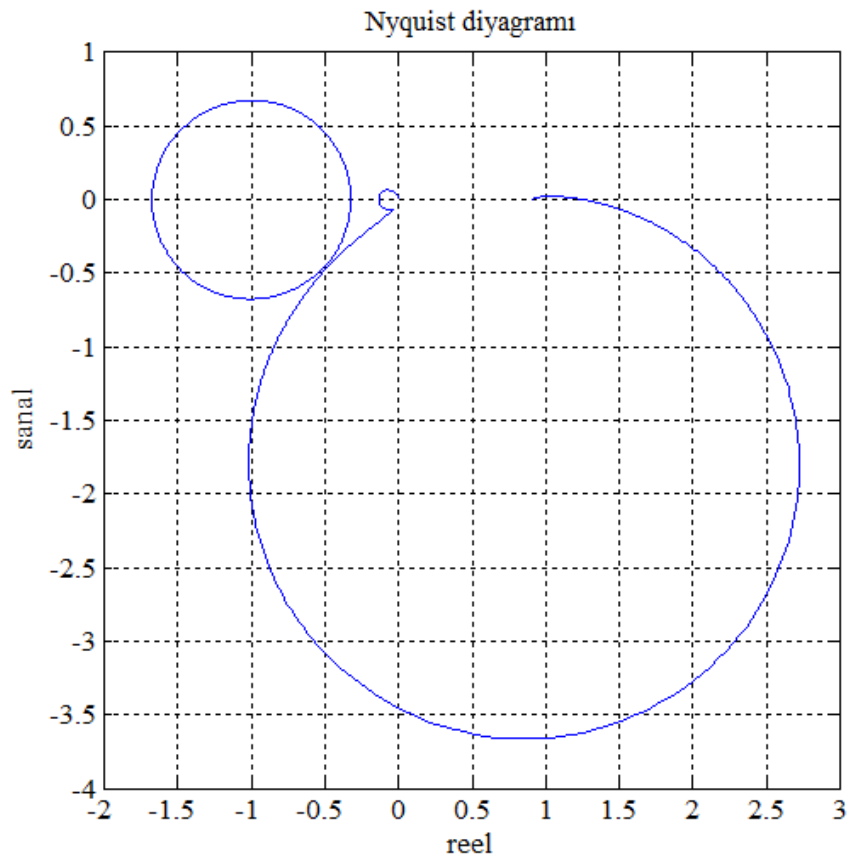
Şekil 3.2.3. $G(j\omega)$ 'nın Lur'e problemi.



Şekil 3.2.4. $\frac{1}{k_l} + \text{Re}[G(s)]$ 'in değişmez pozitif reel olma özelliği.



Şekil 3.2.5. $\check{G}(j\omega)$ için Popov eğrisi.



Şekil 3.2.6. $G(j\omega)$ için Çember (Circle) kriteri.

3.2.2 Parametre Belirsizliği İçeren KDKS İçin Lur'e, Popov ve Çember Kriterleri

Bu bölümde, mutlak kararlılık probleminin incelenmesi için geliştirilen klasik yöntemlerin, parametre belirsizliği içeren KDKS'ne uyarlanması üzerinde çalışılmıştır. Pay ve paydası kesir dereceli aralık polinomu yapısında olan sistemlerin Nyquist zarfları, Bölüm 3.1.2'de açıklanan yöntem kullanılarak elde edilmiştir. Elde edilen Nyquist zarfları kullanılarak Lur'e, Popov ve Çember kriterleri yardımıyla parametre belirsizliği içeren kesir dereceli sistemin mutlak kararlılığı incelenmiştir. Lur'e, Popov ve Çember kriterleri parametre belirsizliği yapısındaki KDKS için elde edilmiştir. Bölüm 3.1'de Teorem 3.1 ile açıklanan sınır koşulları, $\partial G(j\omega, a, b) \subset G_E(j\omega)$, kullanılarak parametre belirsizliği yapısındaki KDKS için "Lur'e", "Popov" ve "Çember" kriterleri, aşağıdaki teoremlerde gösterildiği gibi elde edilmiştir.

Theorem 3.6 (Lur'e Kriteri): Şekil 3.2.1'de verilen sistem $G(s, a, b)$ ile gösterilsin. $G(s, a, b)$ kararlı kesir dereceli bir geçiş fonksiyonu ve doğrusal olmayan etki " ϕ " değeri $[0, k_l]$ aralığına ait ise sistemin mutlak kararlılığı için,

$$\frac{1}{k_l} + \text{Re}[G_E(j\omega)] > 0, \quad \forall \omega \geq 0 \quad (3.2.7)$$

koşulunun sağlanması gerekir. Burada $G_E(s)$, Denklem 3.1.24'te tanımlanmıştır.

Theorem 3.7 (Popov Kriteri): Şekil 3.2.1'de verilen sistem $G(s, a, b)$ ile gösterilsin. Eğer $G(s, a, b)$ kararlı kesir dereceli bir geçiş fonksiyonu ve zamanla değişmeyen doğrusal olmayan etki " ϕ " değeri $[0, k_p]$ aralığına ait ise, sistemin mutlak kararlılığını sağlayan bir θ değeri vardır ve,

$$\frac{1}{k_p} + \text{Re}[(1 + \theta j\omega) G_E(j\omega)] > 0, \quad \forall \omega \geq 0 \quad (3.2.8)$$

koşulunu sağlaması gerekir. Burada $G_E(s)$, Denklem 3.1.24'te tanımlanmıştır.

Theorem 3.8 (Çember kriteri): Şekil 3.2.1’de verilen sistem $G(s, a, b)$ ile gösterilsin. Eğer $G(s, a, b)$ kararlı bir geçiş fonksiyonu ve zamanla değişmeyen “ ϕ ” doğrusal olmayan etki $[k_1, k_2]$ aralığına ait ise sistemin mutlak kararlılığı için Denklem 3.1.24’de verilen $G_E(s)$ ’nin Nyquist zarfı, merkezi negatif reel ekseninde $-(k_1 + k_2)/2k_1k_2, 0)$ noktasında olan ve $k_1 > 0, k_2 > 0, k_1 < k_2$ olmak koşuluyla negatif reel eksenini $-1/k_1$ ve $-1/k_2$ noktalarında kesen “C” çemberinin dışında kalır.

3.2.3. Örnek

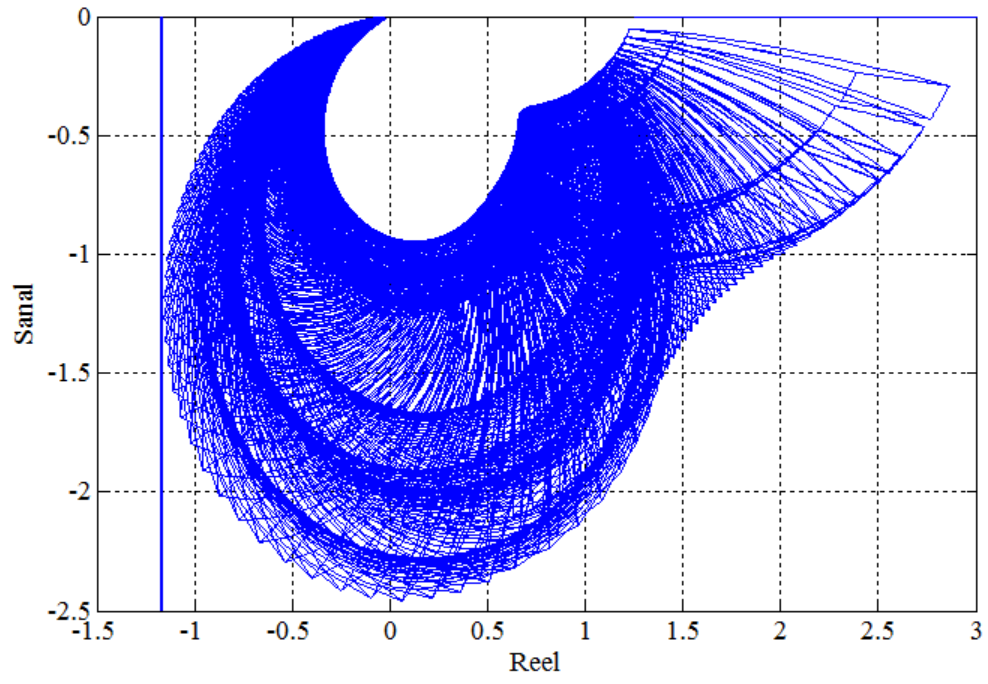
Şekil 3.2.1’de verilen sistem $G(s, a, b)$ ile gösterilsin. $G(s, a, b)$, Denklem 3.1.42 ile verilen geçiş fonksiyonunu gösterebilir. Bu sistem için Nyquist zarflarını elde edelim ve dayanıklı Lur’e, Popov, Çember kriterlerini bulalım. Denklem 3.1.42 ile verilen geçiş fonksiyonunda 4 belirsiz parametre vardır. Pay polinomu $N(s, b)$ ’nin bir belirsiz parametresi olduğundan $N(s, b)$, $2^1 = 2$ köşe polinomuna ve $1x2^0 = 1$ etkin kenara sahiptir. Payda polinomu $D(s, a)$ ’nın üç belirsiz parametresi olduğundan $D(s, a)$, $2^3 = 8$ köşe polinomuna ve $3x2^2 = 12$ etkin kenara sahiptir.

Pay polinomu $N(s, b)$ ’nin köşe polinomları Denklem 3.1.43’deki gibi verilebilir. Burada $N(s, b)$ ’nin köşe polinomları kümesi $N_V = \{n_1, n_2\}$ etkin kenarlar kümesi ise $N_E = \{ne_1\} = \{e(n_1, n_2)\}$ ile gösterilebilir. Etkin kenarlar Denklem 3.1.46’daki gibi elde edilir. Payda polinomu $D(s, a)$ ’nın köşe polinomları ise Denklem 3.1.47’deki gibi elde edilir. Burada, köşe polinomlarının kümesi $D_V = \{d_1, d_2, \dots, d_8\}$ ile ifade edilebilir. Dolayısıyla $D(s, a)$ ’nın etkin kenarlar kümesi Denklem 3.1.49’daki gibi bulunur. $D(s, a)$ ’nın etkin kenarları ise Denklem 3.1.50’de verildiği gibi elde edilir.

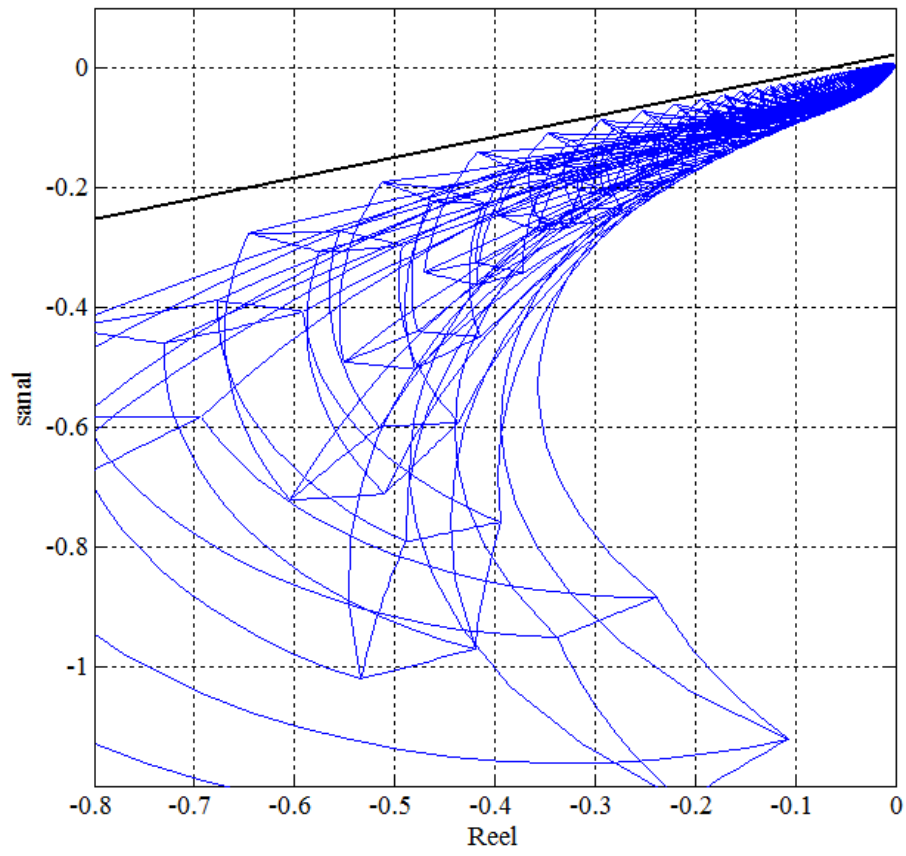
Bu sistem için Bölüm 3.1.2 kullanılarak elde edilen Nyquist zarfları ve $-\frac{1}{k_I}$ eğrisi Şekil 3.2.7’de verilmektedir. Bölüm 3.2.2’de verilen Teorem 3.6 ve Şekil 3.2.7 kullanılarak Lur’e kazancı $k_I = 0.8558$ olarak bulunur.

Bu sistem için elde edilen Popov çizimi ve $-\frac{1}{k_P}$ eğrisi Şekil 3.2.8’de verilmektedir.

Teorem 3.7 ve Şekil 3.2.8 kullanılarak Popov kazancı $k_P = 16.1390$ olarak bulunur.

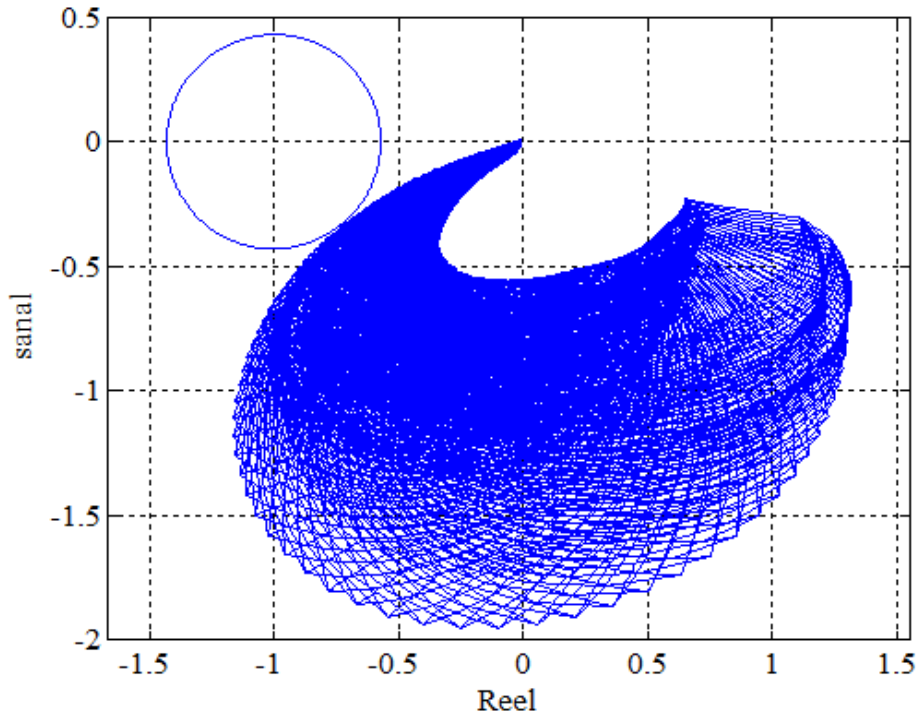


Şekil 3.2.7. Lur'e kriteri.



Şekil 3.2.8. Popov kriteri.

Bu sistemin Nyquist zarfları ve merkezi $(-1, 0)$ noktasında olan ve Nyquist zarfına dokunan çember Şekil 3.2.9’da verilmektedir. Şekil 3.2.9’da görüldüğü gibi, bu çemberin yarıçapı 0.43 olarak bulunur. Şekil 3.2.9 ve Teorem 3.8 kullanılarak C çemberi için mutlak kararlılık sınırları $[k_1, k_2] = [0.8749, 1.7544]$ olarak hesaplanır.



Şekil 3.2.9. Çember kriteri.

3.2.4. Bölüm 3.2’nin Sonuçları

Bu bölümde, kesir dereceli aralık geçiş fonksiyonu için elde edilen Nyquist zarfları kullanılarak KDAKS’nin mutlak kararlılık problemi üzerinde durulmuştur. Ele alınan KDAKS için yeni dayanıklı Lur’e, Popov ve Çember kriterleri elde edilmiştir. Elde edilen bu sonuçlar belirsiz kesir dereceli doğrusal olmayan sistemlerin kararlılık analizi için önemli olacaktır.

4. KESİR DERECELİ KONTROLÖR TASARIM TEKNİKLERİ

Tezin bu bölümünde, KDKS için yeni kontrolör tasarımları üzerinde çalışılmıştır. Şüphesiz, yıllardır endüstride kullanılan kontrolör tiplerinin çoğu *PID* kontrolörlerdir. *PID* kontrolörlerin bu kadar geniş kullanım alanı bulması, birçok araştırmacıyı bu kontrolörler için daha iyi tasarım teknikleri geliştirmeye yönlendirmiştir. Kontrolörlerin tasarlanması süreci, istenen performans özelliklerine ulaşılabilmesi için, uygun kontrolör parametrelerinin elde edilmesi işlemidir.

Kontrolör parametrelerinin elde edilmesinde en iyi bilinen Ziegler-Nichols [36] ve Åström-Hägglund [37] yöntemleri bu konudaki en önemli kilometre taşlarıdır. Ayrıca bu yöntemler daha sonra geliştirilen birçok yeni yönteme de temel oluşturmuştur. Eğer sistemin matematiksel modeli bilinmiyorsa, bu durumda Ziegler-Nichols yöntemi kullanılabilir [36].

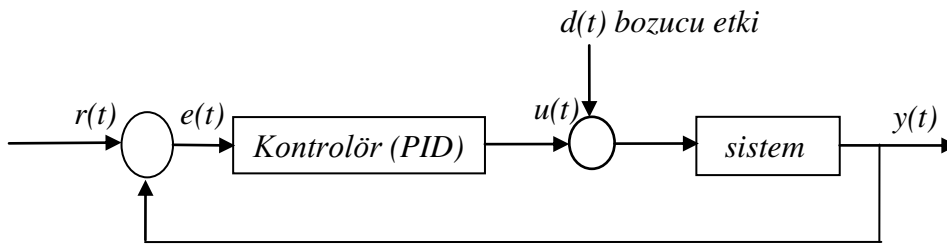
Kazanç payı ve faz payı dikkate alınıyorsa bu durumda Åström-Hägglund yöntemini kullanmak daha uygundur. Kontrol edilecek sistem $G(j\omega)$ 'nın Nyquist eğrisi üzerindeki bir nokta $C(j\omega)$ kontrolörünün parametreleri uygun seçilerek $C(j\omega)G(j\omega)$ 'nın Nyquist eğrisi üzerindeki bir başka noktaya taşınabilir. Åström-Hägglund yöntemi istenen faz ve kazanç payına ulaşmak için Nyquist eğrisinin bu özelliğini kullanır [110, 111].

Ayrıca son on yıllarda alternatif kontrolör tipleri üzerinde de önemli çalışmalar yapılmıştır. Örneğin, Bölüm 1'de açıklandığı gibi, dinamik sistemlerin kontrolü için kesir dereceli bir kontrolör algoritması olan CRONE, Oustaloup tarafından önerilmiştir [7, 10]. Podlubny ise *PID* kontrolörleri $PI^\lambda D^\mu$ formunda genellemiş ve bu kontrolörlerin *PID* kontrolörlere göre daha iyi performans sergilediğini göstermiştir [12]. Daha sonra kesir dereceli kontrolör yapısının tasarımı ve parametrelerinin elde edilmesi ile ilgili birçok çalışma yapılmıştır [3, 14, 15, 38-40, 58, 63, 64, 67]. Ayrıca $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör yapısının yeni bir araştırma konusu olması, bu konuda farklı çalışmaların yapılması yönünde araştırmacıları cesaretlendirmiştir.

Görüldüğü gibi kesir dereceli kontrolör tasarımında daha iyi ayarlama yöntemleri geliştirebilmek için hala yeni çalışmaların yapılmasına ihtiyaç vardır. Dolayısıyla tezin bu bölümünde önce mevcut klasik kontrolör tasarım tekniklerinden bazıları özet olarak verilmiş, daha sonra KDKS için farklı kontrolör tasarım teknikleri önerilmiştir.

4.1. Klasik Kontrolör Tasarım Teknikleri

Oransal Integral Türevsel (Proportional Integral Derivative - *PID*) kontrolörler ilk ve en çok kullanılan kontrolör tekniklerindendir. Yapılan bir araştırmada sanayide kullanılan kontrolörlerin % 90'ından fazlasının *PID* kontrolörler olduğu görülmüştür [37]. Literatürde *PID* kontrolörlerin tasarımı için birçok yöntem önerilmiştir. Tipik bir *PID* kontrol sistemi aşağıdaki gibi verilebilir.



Şekil 4.1.1. Tipik *PID* kontrol yapısı.

Bu şekilden görüldüğü gibi oransal, integral ve türevsel işlemler için hata sinyali $e(t)$ kullanılmaktadır. Sisteme uygulanan kontrol sinyali ise $u(t)$ ile gösterilmiştir. Referans girişi $r(t)$, çıkışı da $y(t)$ ile gösterirsek hata sinyali $e(t)=r(t)-y(t)$ şeklinde ifade edilebilir. Kontrol sinyali $u(t)$ 'nin matematiksel gösterimi ise zaman tabanında şöyle verilebilir,

$$u(t) = k_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (4.1.1)$$

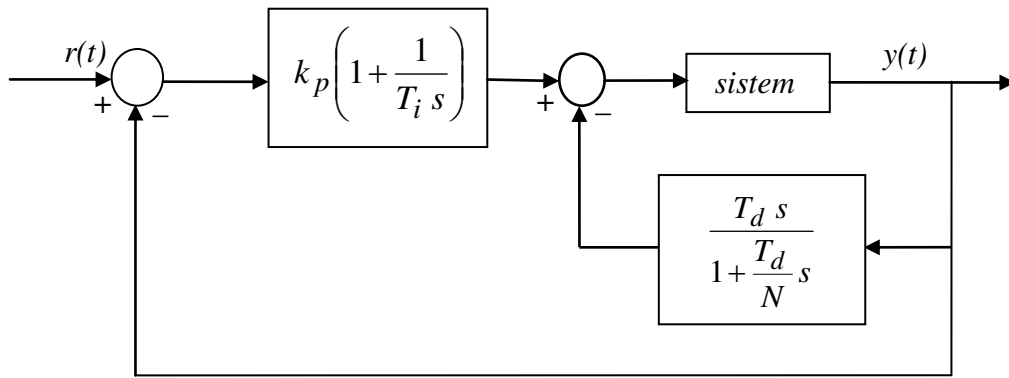
bu denklemin Laplace dönüşümü ile ifadesi ise şöyle gösterilebilir,

$$U(s) = k_p \left[1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right] E(s) \quad (4.1.2)$$

Pratik uygulamalarda, istenmeyen gürültüyü yükseltme etkisi nedeniyle türevsel etkinin doğrudan kullanılması tercih edilmemektedir. Bu nedenle pratik uygulamalarda kontrol sinyalinin Laplace dönüşümünün aşağıdaki formda olması tercih edilmektedir.

$$U(s) = k_p \left[1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + \frac{T_d}{N} s} \right] E(s) \quad (4.1.3)$$

Burada N genelde çok büyük alınır. Böylece iyi bir türevsel yaklaşım elde edilir. Bu durum esnek türevsel etki (soft-derivative) olarak adlandırılır. Burada $N \rightarrow \infty$ için tam türevsel etki elde edilir. Pratikte yapılan uygulamalardan biri de türev operatörünün kontrol edilecek sisteme geri besleme ile aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi bağlanmasıdır.



Şekil 4.1.2. Türev geri beslemeli PID kontrol yapısı.

Bu şekildeki türevsel operatörün daha az gürültü etkisi olmaktadır. Bu yapıda sıçramalar azaltılmış olmaktadır.

En eski ve en çok kullanılan kontrolör tasarım yöntemleri Zigler ve Nichols tarafından literatüre kazandırılmıştır. Sonraki yıllarda yapılan birçok çalışma bu yöntemleri temel ya da referans almıştır. En fazla kullanılan deneysel PID tasarım formülü Zigler ve Nichols tarafından 1942’de önerilmiştir [113]. Ziegler-Nichols tasarım formülü aşağıdaki tabloda özetlenebilir.

Tablo 4.1.1. Deneysel Ziegler-Nichols Formülü.

Kontrolör Tipi	k_p	T_i	T_d
P	$0.5K_c$		
PI	$0.4K_c$	$0.8T_c$	
PID	$0.6K_c$	$0.5T_c$	$0.125T_c$

Burada K_c nihai kazancı (ultimate gain), ω_c ise kazanç kesim frekansını göstermekte, $T_c=2\pi/\omega_c$ ile verilmektedir.

İstenen faz payını sağlayan kontrolör tasarlamak için Åström-Hägglund yöntemi kullanılabilir. Åström-Hägglund yöntemi, $G(j\omega)$ 'nın Nyquist eğrisinin, uygun PI yada PID parametreleri seçilerek $C(j\omega)G(j\omega)$ üzerinde farklı bir noktaya taşınması mantığına dayanır [110]. Nyquist eğrisi üzerindeki bir noktayı genlik ve faz cinsinden aşağıdaki gibi ifade edebiliriz.

$$G_p = \tau_p e^{j(\pi+\varphi_p)} \quad (4.1.4)$$

Uygun PID parametreleri seçilerek bu nokta aşağıda verilen bir B noktasına taşınısın

$$B = \tau_s e^{j(\pi+\varphi_s)} \quad (4.1.5)$$

Denklem 4.1.4 ile verilen sistemi Denklem 4.1.5 ile verilen noktaya taşıyacak kontrolör genlik ve faz cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$G_c = \tau_c e^{j\varphi_c} \quad (4.1.6)$$

Bu durumda Denklem 4.1.4 - 4.1.6 kullanılarak aşağıdaki eşitlik oluşturulabilir.

$$B = G_c G_p \Rightarrow \tau_s e^{j(\pi+\varphi_s)} = \tau_c e^{j\varphi_c} \tau_p e^{j(\pi+\varphi_p)} \quad (4.1.7)$$

Bu denklemden kontrolörün genlik ve fazı için aşağıdaki eşitlikler yazılabilir [114].

$$\tau_c = \frac{\tau_s}{\tau_p} \quad \text{ve} \quad \varphi_c = \varphi_s - \varphi_p \quad (4.1.8)$$

Sistemin Nyquist eğrisinin negatif reel eksenini kestiğini veya kritik noktanın bulunduğunu kabul edilsin. Kontrol edilen sistemin φ_m faz payını sağladığı Nyquist eğrisi

üzerindeki noktaya bu kritik frekansın taşınması için aşağıdaki eşitliğin sağlanması gerekir.

$$\omega_c T_d - \frac{1}{\omega_c T_i} = \tan \varphi_m \quad (4.1.9)$$

Burada ω_c kritik frekans, φ_m ise kontrolörün sağlaması beklenen faz payıdır. Yaygın bilinen diğer bir koşul da $T_i = \alpha T_d$ ilişkisidir. Bu koşullar dikkate alındığında T_d değeri aşağıdaki denklemden elde edilebilir.

$$T_d = \frac{\tan \varphi_m \pm \sqrt{\tan^2 \varphi_m + \frac{4}{\alpha}}}{2\omega_c} \quad (4.1.10)$$

Kritik frekans ω_c 'de sistemin kazancı birim kazanç olduğundan K_p değeri için aşağıdaki denklem yazılabilir.

$$K_p = \frac{\cos \varphi_m}{|G(j\omega_c)|} = K_c \cos \varphi_m \quad (4.1.11)$$

Burada K_c değeri kritik kazanç ya da nihai kazanç olarak bilinir. Yukardaki eşitlikler kullanılarak *PID* kontrolörün parametreleri elde edilebilir [115].

Diğer *PID* kontrolör tasarım yöntemlerinden, yeniden düzenlenmiş (modified) Ziegler-Nichols, Chien-Hrones-Reswick (CHR), Cohen-Coon yöntemi, Wang-Juang-Chan formülü, Zhuang-Atherton optimum *PID* kontrolör tasarımı gibi yöntemlerin detaylı açıklamaları [35]'de bulunabilir.

Literatür araştırmasından görüleceği gibi kontrolör tasarımı konusunda yıllardır birçok çalışma yapılmaktadır. Daha iyi performansla sistem kontrolü sağlamak için bu konuda yapılan çalışmalar devam etmekte ve literatüre sürekli yeni yöntemler kazandırılmaktadır.

Bu tez çalışmasında Bölüm 4.2, 4.3, 4.4. ve 4.5'te kontrolör tasarımı için dört yeni yöntem önerilmiştir. Önerilen bu yöntemlerin literatüre önemli katkı sağlayacağı beklenmektedir.

4.2. Kesir Dereceli PID ($PI^\lambda D^\mu$) Kontrolörler İçin Yeni Bir Tasarım Yöntemi

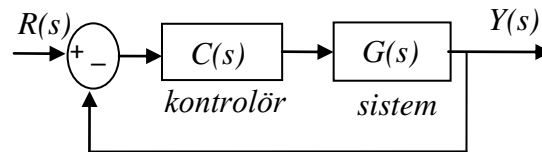
Bu bölümde, geçiş fonksiyonu tamsayı dereceli olan sistemler için, yeni kesir dereceli PID kontrolör tasarım tekniği sunulmuştur. Kontrolörün bütün parametreleri yani, oransal kazanç- k_p , integral kazanç- k_i , türevsel kazanç- k_d , integral alıcının kesir derecesi- λ ve türev alıcının kesir derecesi- μ bu yöntemle elde edilebilir. Aynı sistem için, parametreleri bu yöntemle elde edilen kesir dereceli kontrolörün tamsayı dereceli kontrolörden daha iyi sonuç verdiği açıkça gösterilmiştir.

Bu bölümde, klasik Zigler-Nichols and Åström-Hägglund yöntemlerinden esinlenerek $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör parametrelerinin elde edilmesi için yeni bir yöntem sunulmaktadır. Önerilen yöntem k_p ve k_i parametrelerinin değerini elde etmek için klasik Zigler-Nichols yöntemini kullanır, k_d parametresinin başlangıç değeri ise Åström-Hägglund yönteminden elde edilir. Sistemin kritik frekansı ω_c ve kritik kazanç değeri k_c kullanılarak, Åström-Hägglund yöntemine benzer şekilde istenen faz payına ulaşmak için λ ve μ değerlerine bağlı iki doğrusal olmayan denklem elde edilmiştir. Elde edilen bu iki denklem Matlab programının optimizasyon aracı “fsolve” kullanılarak çözülmüş, λ ve μ değerleri bulunmuştur.

Parametreleri hesaplanan $PI^\lambda D^\mu$ kullanılarak kontrol edilen sistemin, birim basamak tepkisini iyileştirmek için parametrelerin hassas ayarını yapmak gerekebilir. Bu durumda Matlab Simulink ortamında geliştirilen bir optimizasyon modeli kullanılmıştır. Bu optimizasyon modeli, önerilen yöntemle bulunan parametre değerlerini başlangıç değer olarak alır ve kontrolör parametreleri için yeni değerler oluşturur.

4.2.1. $PI^\lambda D^\mu$ Kontrolör Parametrelerinin Hesaplanması

Aşağıdaki şekilde verilen negatif birim geri beslemeli kontrol sistemini dikkate alalım.



Şekil 4.2.1. Negatif birim geri beslemeli sistem.

Sistemin geçiş fonksiyonu tamsayı derecelidir. Fakat kontrolör kesir dereceli $PI^\lambda D^\mu$ formundadır ve şöyle ifade edilmektedir.

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s^\lambda} + k_d s^\mu \quad (4.2.1)$$

Burada $\lambda=1$ ve $\mu=1$ alınırsa aşağıdaki gibi klasik PID kontrolör elde edilir,

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \quad (4.2.2)$$

Bu bölümde k_p , k_i , k_d , λ ve μ değerlerinin elde edilmesi için bir yöntem önerilmiştir. Önerilen yöntem k_p ve k_i değerlerini elde etmek için klasik Zigler-Nichols yöntemini kullanır, k_d teriminin başlangıç değeri ise Åström-Hägglund yönteminden elde edilir. İntegral ve türev ifadelerinin kesir dereceleri λ ve μ ise Åström-Hägglund yöntemindeki yaklaşımı kullanarak istenen faz payına ulaşmak için oluşturulan iki doğrusal olmayan denklemden elde edilir. Bu denklemlerin nümerik çözümünde daha iyi sonuca ulaşmak için k_d parametresinde hassas ayar yapmak gerekebilir.

$G(s)$ sistemi için istenen faz payı ϕ_{pm} değerini ve $\arg(G(j\omega_{cp})) = -180^\circ$ eşitliğini sağlayan Nyquist eğrisi üzerindeki kritik frekans değeri ω_{cp} olsun. Dolayısıyla kazanç payı şöyle tanımlanabilir,

$$g_m = \frac{1}{|G(j\omega_{cp})|} = k_c \quad (4.2.3)$$

Sistemin faz payını ϕ_{pm} değerine getirmek ve $|C(j\omega_{cp})G(j\omega_{cp})| = 1$ yapmak için aşağıdaki eşitliğin sağlanması gerekir.

$$C(j\omega_{cp}) = \frac{1}{|G(j\omega_{cp})|} e^{j\phi_{pm}} = k_c \cos(\phi_{pm}) + jk_c \sin(\phi_{pm}) \quad (4.2.4)$$

Böylece Denklem 4.2.1 ve 4.2.4 kullanılarak $C(j\omega_{cp})$ şöyle yazılabilir;

$$C(j\omega_{cp}) = k_p + k_i \omega_{cp}^{-\lambda} \cos\left(\frac{\pi}{2} \lambda\right) + k_d \omega_{cp}^{\mu} \cos\left(\frac{\pi}{2} \mu\right) + j[-k_i \omega_{cp}^{-\lambda} \sin\left(\frac{\pi}{2} \lambda\right) + k_d \omega_{cp}^{\mu} \sin\left(\frac{\pi}{2} \mu\right)] \quad (4.2.5)$$

Denklem 4.2.4 ve 4.2.5 kullanılarak iki doğrusal olmayan denklem şöyle elde edilir,

$$f_1(\lambda, \mu) = k_p + k_i \omega_{cp}^{-\lambda} \cos\left(\frac{\pi}{2} \lambda\right) + k_d \omega_{cp}^{\mu} \cos\left(\frac{\pi}{2} \mu\right) - k_c(\cos(\phi_{pm})) = 0 \quad (4.2.6)$$

$$f_2(\lambda, \mu) = -k_i \omega_{cp}^{-\lambda} \sin\left(\frac{\pi}{2} \lambda\right) + k_d \omega_{cp}^{\mu} \sin\left(\frac{\pi}{2} \mu\right) - k_c(\sin(\phi_{pm})) = 0 \quad (4.2.7)$$

Denklem 4.2.6 ve 4.2.7 kullanılarak λ ve μ değerlerinin nümerik çözümleri Matlab programının “fsolve” aracı kullanılarak bulunabilir.

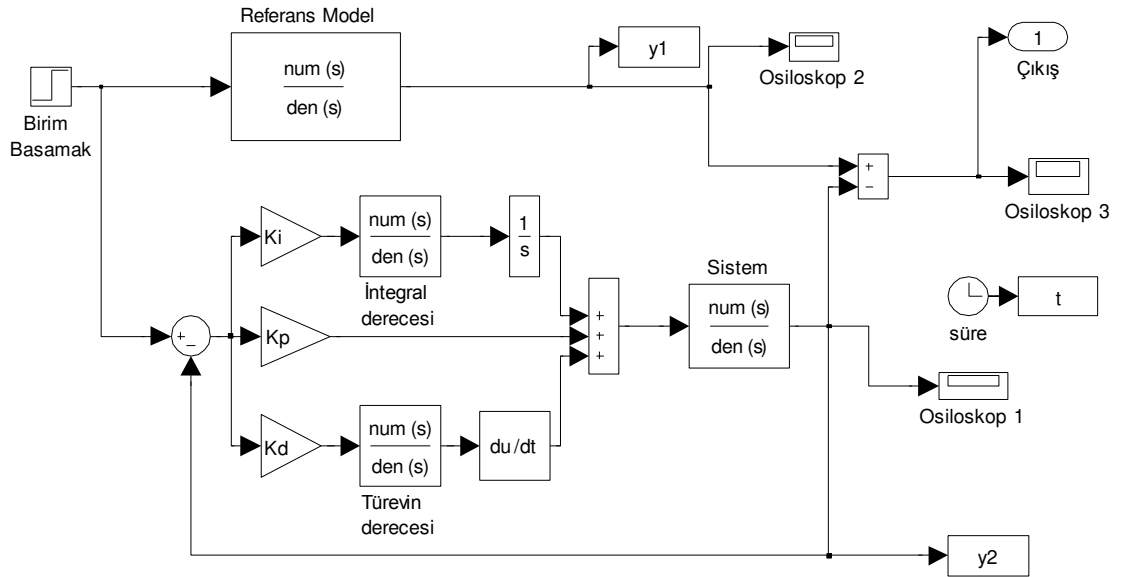
4.2.2. $PI^{\lambda}D^{\mu}$ Kontrolörün Tasarım Algoritması

Denklem 4.2.1 ile verilen $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolörün bütün parametreleri aşağıdaki yol izlenerek elde edilebilir.

- İstenen faz payı ϕ_{pm} değeri belirlenir.
- Klasik Zigler-Nichols yöntemini kullanarak k_p ve k_i değerleri bulunur.
- Denklem 4.2.6 ve 4.2.7 elde edilir.
- Åström-Hägglund yöntemini kullanarak k_d 'nin başlangıç değeri hesaplanır.
- Simülasyon sonuçları, özellikle k_d değerindeki değişimin nümerik çözümü çok fazla etkilediğini göstermiştir. Bu nedenle Denklem 4.2.6 ve 4.2.7'nin nümerik çözümünde en iyi sonuca ulaşmak için k_d değerinde hassas ayar yapmak gerekebilir.
- Elde edilen yeni k_d değerini dikkate alarak, Denklem 4.2.6 ve 4.2.7'den λ ve μ değerlerinin nümerik çözümü yapılır.

- Eğer sistemin birim basamak tepkisi yeterince iyi değilse, daha iyi birim basamak tepkisi elde etmek için, optimizasyon modeli kullanılarak kontrolör parametrelerinin optimizasyonu yapılabilir.

En küçük kareler yöntemini kullanarak oluşturulan optimizasyon modeli Şekil 4.2.2’de verilmektedir. Oluşturulan optimizasyon modeli önerilen yöntemle elde edilen $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörünün 5 parametresini başlangıç değer olarak alır. Matlab programının en küçük kareler yönteminininden yararlanan “lsqnonlin” optimizasyon aracı Şekil 4.2.2’de verilen modeli kullanarak, $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörün parametreleri için yeni değerler elde eder.



Şekil 4.2.2. Simulink optimizasyon modeli.

4.2.3. Önerilen Yöntemin Uygulanması

Şekil 4.2.1’de verilen negatif birim geri beslemeli sistemi dikkate alalım. Sistemin geçiş fonksiyonu şöyle verilsin,

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+2)} \quad (4.2.8)$$

Bu sistemin faz kesim frekansı $\omega_{cp} = \sqrt{2}$, kazanç payı $k_c = 6$ olarak hesaplanır. Bölüm 4.1’de verilen Zigler-Nichols yöntemi kullanılarak oransal, integral ve türev sabitlerinin değerleri $k_p = 3.6$, $k_i = 1.63$ ve $k_d = 1.98$ olarak bulunur. Yani Zigler-Nichols yöntemi ile PID kontrolör $C_1(s)$ şöyle elde edilir,

$$C_1(s) = 3.6 + \frac{1.63}{s} + 1.98s \quad (4.2.9)$$

İstenen faz payları için Bölüm 4.1’de verilen klasik Åström-Hägglund yöntemi kullanılarak elde edilen PID kontrolör parametreleri Tablo 4.2.1’de verilmiştir.

$C_2(s)$ Åström-Hägglund yöntemi ile elde edilen PID kontrolörü gösterebilir. Örneğin, değişik faz payları için oluşturulan Tablo 4.2.1’den $\phi_{pm} = 40^\circ$ için elde edilen kontrolör şöyle verilebilir,

$$C_2(s) = 4.59 + \frac{1.51}{s} + 3.48s \quad (4.2.10)$$

Önerilen yöntem k_p ve k_i değerlerini Zigler-Nicholes yönteminden, k_d teriminin başlangıç değerini ise Åström-Hägglund yönteminden alır. İstenen faz paylarında Eşitlik (4.2.6) ve (4.2.7)’nin en iyi nümerik çözümünü elde etmek için k_d teriminin hassas ayarı yapılmıştır. Elde edilen yeni k_d değeri ile Denklem 4.2.6 ve 4.2.7, Matlab programının “fsolve” optimizasyon aracı ile çözülerek λ ve μ değerleri elde edilmiştir. Belirlenen faz payları için bütün k_p , k_i , k_d , λ ve μ değerleri Tablo 4.2.1’de verilmektedir. Önerilen yöntemle $\phi_{pm} = 40^\circ$ için $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör $C_3(s)$ şöyle oluşturulabilir,

$$C_3(s) = 3.6 + \frac{1.63}{s^{1.39}} + 3.75s^{0.79} \quad (4.2.11)$$

Daha iyi birim basamak tepkisi elde etmek için, Matlab Simulink ortamında En Küçük Kareler Yöntemi (Least Square Method) kullanılarak oluşturulan optimizasyon

aracı ile kontrolör parametreleri k_p , k_i , k_d , λ ve μ değerlerinin optimizasyonu yapılmış ve Tablo 4.2.2 ile verilen yeni değerler elde edilmiştir. Optimizasyon modelinde kesir dereceli ifadelerin tamsayı dereceli yaklaşım modelleri kullanılmıştır [116].

Tablo 4.2.1. $\phi_{pm} = 40^\circ; 45^\circ; 50^\circ; 55^\circ; 60^\circ$ için Åström-Hägglund yöntemi ile elde edilen PID ve önerilen yöntemle elde edilen $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör parametreleri.

	Åström-Hägglund			Önerilen yöntem				
ϕ_{pm}	k_p	k_i	k_d	k_p	k_i	k_d	λ	μ
40°	4.59	1.51	3.48	3.6	1.63	3.75	1.39	0.79
45°	4.24	1.24	3.62	3.6	1.63	3.90	1.35	0.86
50°	3.86	0.99	3.75	3.6	1.63	4.05	1.31	0.91
55°	3.44	0.77	3.86	3.6	1.63	4.20	1.27	0.97
60°	3.00	0.57	3.96	3.6	1.63	4.30	1.32	1.01

$C_4(s)$, optimizasyonu yapılmış değerlerle oluşturulan $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörü gösterebilir. $\phi_{pm} = 40^\circ$ için $C_4(s)$ şöyle oluşturulabilir,

$$C_4(s) = 1.44 + \frac{2.64}{s^{0.51}} + 5.48s^{0.86} \quad (4.2.12)$$

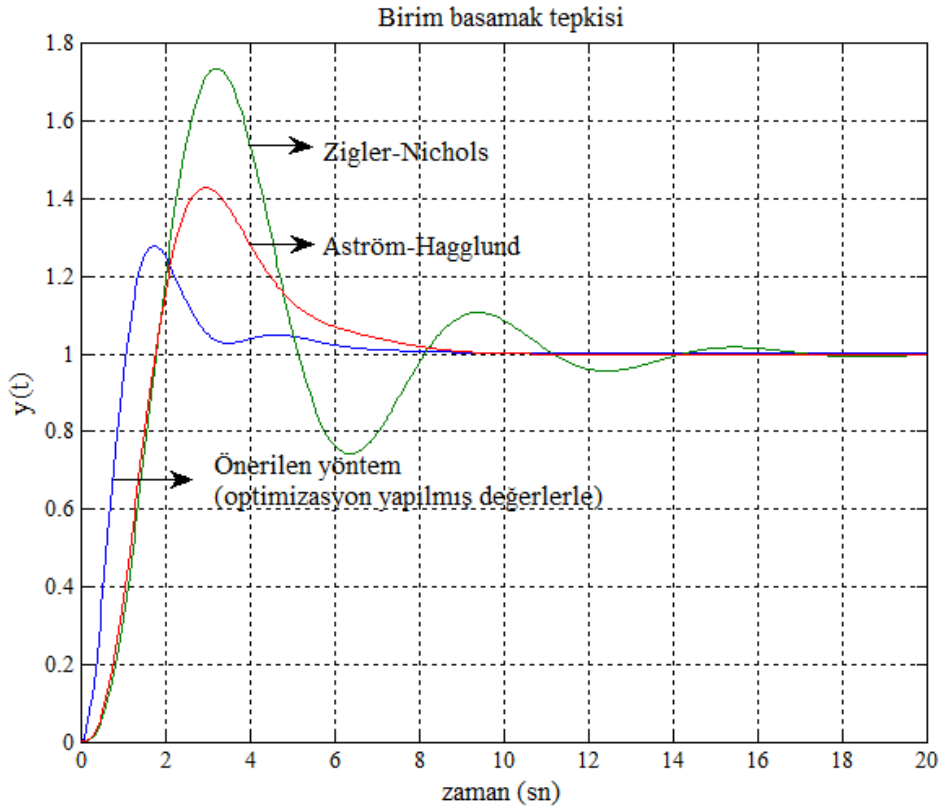
Tablo 4.2.2. $\phi_{pm} = 40^\circ; 50^\circ; 60^\circ$ için optimizasyonla oluşturulan $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör parametreleri.

	Optimizasyon sonuçları				
	k_p	k_i	k_d	λ	μ
$\phi_{pm} = 40^\circ$ için	1.4379	2.6427	5.4828	0.5148	0.8630
$\phi_{pm} = 50^\circ$ için	1.9299	2.3928	5.4086	0.5274	0.8756
$\phi_{pm} = 60^\circ$ için	1.4571	2.5298	5.3283	0.4953	0.8622

Sonuç olarak, verilen sistem için $C_1(s)$, $C_2(s)$, $C_3(s)$ ve $C_4(s)$ olmak üzere dört tip kontrolör şöyle elde edilmiştir,

- $C_1(s)$ 'in parametreleri Zigler-Nichols yöntemi ile şöyle hesaplanmıştır $k_p = 3.6$, $k_i = 1.63$ ve $k_d = 1.98$.
- İstenen faz payları için $C_2(s)$ 'in, Åström-Hägglund yöntemi ile hesaplanan parametreleri, Tablo 4.2.1'de gösterilmiştir.
- İstenen faz payları için önerilen yöntemle $C_3(s)$ 'in, hesaplanan parametreleri Tablo 4.2.1'de verildiği gibidir.
- Sistemin daha iyi birim basamak tepkisi için $C_3(s)$ 'in değerleri optimizasyon modelinin başlangıç değerleri olarak alınmış ve Tablo 4.2.2'de görüldüğü gibi optimizasyonla bulunan yeni k_p , k_i , k_d , λ ve μ değerleri ile $C_4(s)$ elde edilmiştir.

Bilindiği gibi sistemin birim basamak tepkisi, yüzde aşma, tepe zamanı, yükselme zamanı, kalıcı hale geçme zamanı gibi sistem hakkında çok değerli bilgiler verir. Matlab Simulink ortamında Duarte Valério [78] tarafından geliştirilen “nintblocks” ve Simulink ortamında oluşturulan model kullanılarak $C_4(s)$ için verilen sistemin birim basamak tepkisi elde edilmiştir. 40° faz payında $C_1(s)$, $C_2(s)$ ve $C_4(s)$ için oluşturulan birim basamak tepkileri Şekil 4.2.3'de verilmektedir. Bu değerler için performans ölçümleri ise Tablo 4.2.3'de verilmektedir.

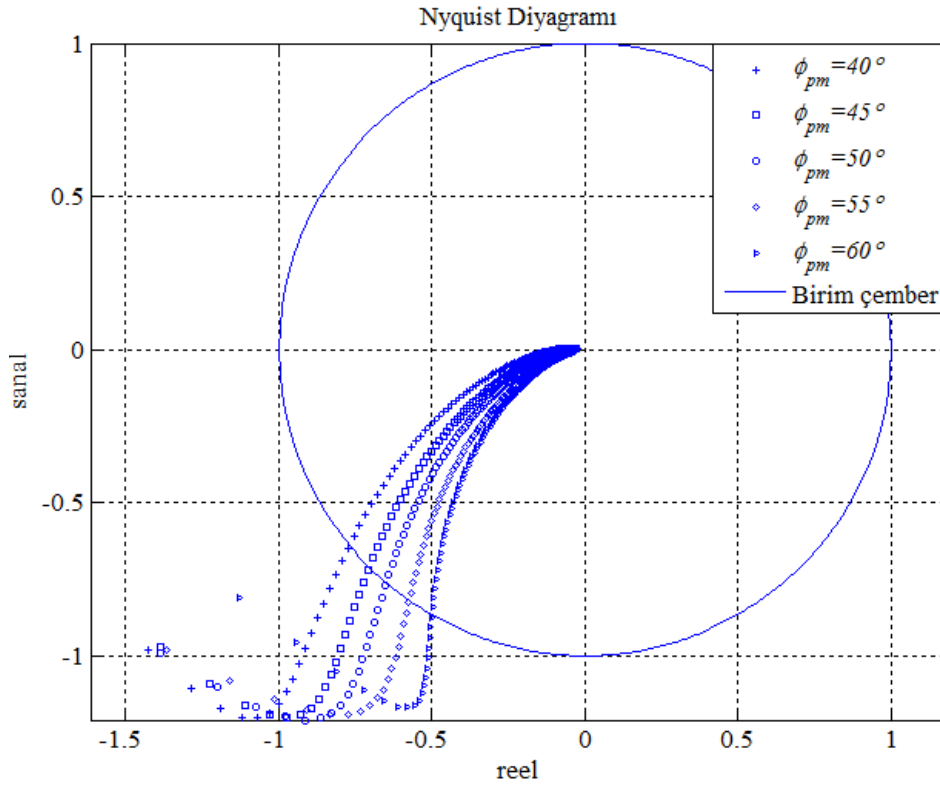


Şekil 4.2.3. 40° faz payında $C_1(s)$, $C_2(s)$ ve $C_4(s)$ için sistemin birim basamak tepkileri.

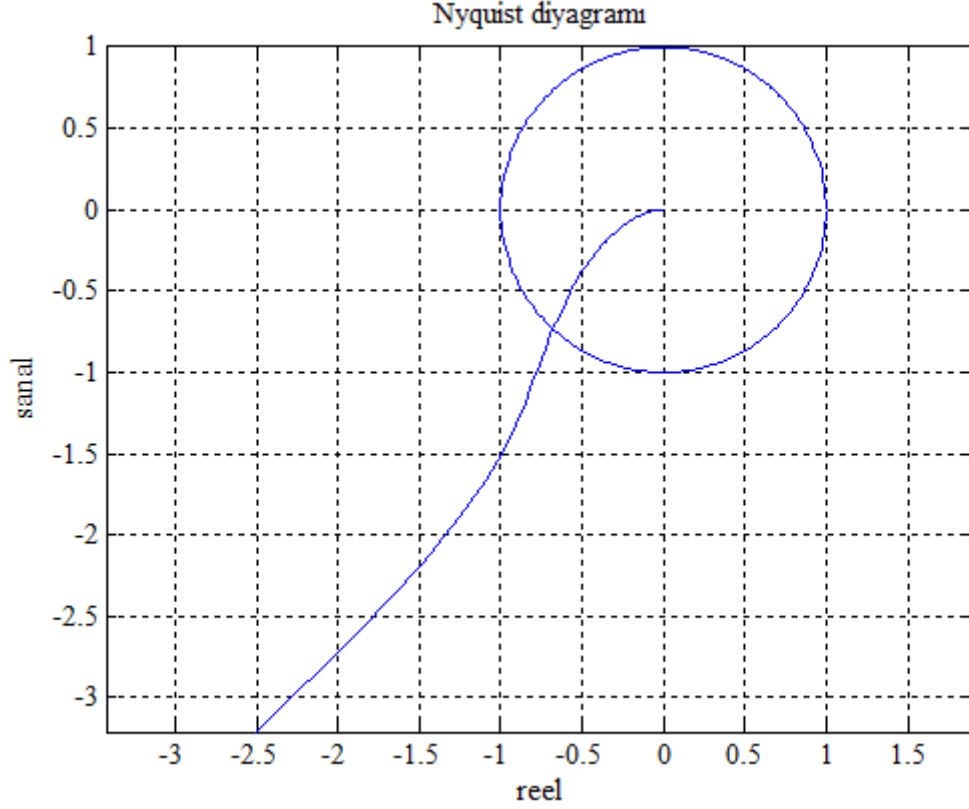
Tablo 4.2.3. $C_1(s)$, $C_2(s)$ ve $C_4(s)$ için sistemin birim basamak performans değerleri.

Birim basamak tepkisi performans değerleri	Zigler-Nichols	Åström Hågglund	Önerilen Yöntem
Yüzde aşma (%)	73.5	43.0	27.9
Tepe zamanı (s)	3.25	2.95	1.74
Yükselme zamanı (s)	1.67	1.66	0.96
Kalıcı hale geçme zamanı (%5)	12.5	6.67	4.65
Kalıcı hale geçme zamanı (%2)	13.6	8.00	6.20

Şekil 4.2.3 ve Tablo 4.2.3'ten görüleceği gibi önerilen yöntemin birim basamak tepkisi diğer yöntemlerden daha iyidir. Önerilen yöntemde özellikle yüzde aşma daha az, yükselme zamanı ve kalıcı hale geçme zamanı diğer yöntemlere göre çok daha kısadır. Matlab ortamında Bölüm 2'de KDKS'nin frekans analizi için geliştirilen araç kullanılarak $\phi_{pm} = 40^\circ; 45^\circ; 50^\circ; 55^\circ; 60^\circ$ faz paylarında $C_3(s)$ ile kontrol edilen sistemin Nyquist eğrileri Şekil 4.2.4'te verilmiştir. $C_4(s)$ ile kontrol edilen sistemin Nyquist eğrisi ise Şekil 4.2.5'te görülmektedir.



Şekil 4.2.4. $\phi_{pm} = 40^\circ; 45^\circ; 50^\circ; 55^\circ; 60^\circ$ için $C_3(s)G(s)$ 'in Nyquist eğrileri.



Şekil 4.2.5. $C_4(s)$ ile kontrol edilen sistemin Nyquist eğrisi.

Şekil 4.2.4 ve 4.2.5'te görüldüğü gibi Nyquist eğrileri $0.5 < \omega < 100$ frekans aralığında verilmiştir. $C_3(s)$ kontrolörü için sistemin istenen faz paylarını sağladığı Şekil 4.2.4'te görülmektedir. Şekil 4.2.5'te görüleceği gibi $C_4(s)$ için sistemin faz ve kazanç payı değerleri uygundur.

4.2.4. Bölüm 4.2'nin Sonuçları

Bu bölümde $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörler için yeni bir tasarım yöntemi önerilmiştir. Önerilen yöntem, Zigler-Nichols ve Åström-Hägglund yöntemlerini birlikte kullanmaktadır. $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörün k_p ve k_i parametreleri Zigler-Nichols yöntemiyle elde edilmiş, diğer k_d , λ ve μ parametreleri ise kritik nokta bilgileri kullanılarak, Åström-Hägglund yöntemine benzer şekilde elde edilmiştir. Sistemin daha iyi birim basamak tepkisi için kontrolör parametrelerinin optimizasyonu yapılmıştır. Simülasyon sonuçları $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörün klasik PID kontrolörlerden daha iyi sonuç verdiğini göstermiştir.

Aslında, bazı durumlar için Zigler-Nichols ve Åström-Hägglund yöntemlerinden daha iyi sonuç veren PID kontrolör tasarım yöntemleri literatürde mevcuttur. Ayrıca son yıllarda bazı $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör tasarım yöntemleri de literatürde yer almıştır. Dolayısıyla $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör tasarımı için bu bölümde önerilen yöntemin diğer yöntemlerle de karşılaştırılması önemli olacaktır.

4.3. Dayanıklı $PI^\lambda D^\mu$ Kontrolör Tasarımı

Bu bölümde dayanıklı $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör tasarımı için yeni bir yöntem önerilmiştir. $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörün bütün parametreleri, kontrol edilen parametre belirsizliği yapısındaki sistemlerin dayanıklı performanslarını sağlayacak şekilde ayarlanmıştır. Önerilen yöntem kontrolör tasarımı için sistemlerin Bode zarflarını kullanır. Tasarım kriterlerini sağlayan doğrusal olmayan beş denklem çözülerek $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörün bilinmeyen beş parametresi elde edilir. Böylece önerilen yöntemle elde edilen $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör ile kontrol edilen sistem, kazanç değişimlerine karşı daha dayanıklı olmakta ve tüm belirsiz parametre aralığında sistemin birim basamak tepkisindeki yüzde aşma hemen hemen sabit kalmaktadır. Gerçek sistemlerde kullanılan elemanların tolerans değerleri, doğrusal olmayan etkiler veya çevresel koşullar nedeniyle bu sistemlerin parametreleri belirsizlik içerirler. Yani, Bölüm 3’de de bahsedildiği gibi, parametre belirsizliği gerçek sistemlerde kaçınılmaz olarak vardır. Genelde sistemlerdeki belirsizlikler, parametre belirsizliği ve model belirsizliği olmak üzere iki grupta incelenirler. Kontrol teorisinde belirsiz sistemlerin analiz ve tasarımı için dayanıklı kontrol yöntemleri geliştirilmiştir ve bu konular dayanıklı kontrol adı altında incelenmektedir. Bu bölümün amacı parametre belirsizliği içeren sistemleri kontrol etmek amacıyla kullanılan $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörler için yeni bir tasarım yöntemi önermektir. Önerilen yöntemde “Monje-Vinagre” ve arkadaşlarının yayınlarında kullandıkları tasarım yöntemi [6, 38, 117, 118], parametre belirsizliği içeren sistemlere uyarlanmıştır. Yani, parametre belirsizliği içeren sistemlerin kontrolü için dayanıklı $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör tasarımı önerilmiştir. Daha önce bahsedildiği gibi, bu kontrolör yapısı son yıllarda birçok araştırmacı tarafından kullanılmaya başlanmıştır ama parametre belirsizliği ve dayanıklı kontrolör tasarımı konusunda yeterince çalışma bulunmamaktadır. Dolayısıyla bu bölümde elde edilen sonuçlar bu alana önemli katkı

sağlayacaktır. Bu bölümde, dayanıklı $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör tasarlamak için “Monje-Vinagre”nin yayınlarında kullandığı beş tasarım koşulu kullanılmıştır. Önerilen dayanıklı kesir dereceli kontrolörün avantajlarını göstermek amacıyla yöntem, parametre belirsizliği içeren birinci derece sistemlere ve birinci derece zaman gecikmeli (FOPDT – First Order Plus Dead Time) sistemlere uygulanmış ve sonuçlar sayısal örneklerle açıkça gösterilmiştir.

4.3.1. “Monje-Vinagre” Yöntemi

Bu bölümde, C. A. Monje, B. M. Vinagre ve diğer arkadaşlarının yayınlarında kullandıkları tasarım yöntemi [6, 38, 117, 118] açıklandığı için, bu bölüme “Monje-Vinagre yöntemi” başlığını kullanmayı uygun gördük. Monje-Vinagre ve diğer arkadaşları kesir dereceli kontrolör tasarımı için, kazanç kesim frekansındaki genlik, faz payı, sistemdeki belirsizliklere karşı dayanıklılık, yüksek frekans gürültü bastırma fonksiyonu ve hassasiyet fonksiyonunu beş tasarım kriteri olarak kullanmıştır. Monje-Vinagre yönteminin tasarım kriterleri aşağıdaki bölümlerde verilmektedir.

4.3.1.1. Faz payı ve Kazanç Kesim Frekansı

Bilindiği gibi, faz payı ve kazanç payı iki önemli frekans tabanı özelliğidir. Bu özellikler dayanıklılık için önemli kriterlerdir. Monje – Vinagre yönteminde tasarım için şu koşullar sağlanmalıdır.

$$\left| C(j\omega_{cg})G(j\omega_{cg}) \right|_{dB} = 0 \text{ dB} \quad (4.3.1)$$

$$\text{Arg}(C(j\omega_{cg})G(j\omega_{cg})) = -\pi + \phi_{pm} \quad (4.3.2)$$

burada ω_{cg} kazanç kesim frekansı, ϕ_{pm} ise faz payıdır.

4.3.1.2. Sistemdeki Kazanç Değişimine Dayanıklılık

Aşağıdaki koşulun sağlanması ile fazın ω_{cg} civarında sabit kalması için bastırıldığı ve ω_{cg} civarındaki bir aralıkta hemen hemen değişmediğini gösterilmiştir [119].

$$\left(\frac{d(\text{Arg}(C(j\omega)G(j\omega)))}{d\omega} \right)_{\omega=\omega_{cg}} = 0 \quad (4.3.3)$$

Böylece Bode faz eğrisi ω_{cg} civarında değişmeyecektir. Bu durum, ω_{cg} civarında kazançtaki değişime karşı daha dayanıklı hale geldiğini göstermektedir. Birim basamak tepkisinin yüzde aşmaları da bu aralıkta hemen hemen sabit kalacaktır.

4.3.1.3. Yüksek Frekansta Gürültü Bastırma

Yüksek frekanstaki gürültüye karşı dayanıklılığın sağlanması için şu koşul sağlanmalıdır,

$$\left| T(j\omega) = \frac{C(j\omega)G(j\omega)}{1 + C(j\omega)G(j\omega)} \right|_{dB} \leq A \text{ dB} \quad (4.3.4)$$

Burada $A \text{ dB}$ değeri $\omega \geq \omega_t \text{ rad/sn}$ frekansında bastırılmak istenen gürültü değeridir.

4.3.1.4. Çıkış Bozulmasını Bastırma

Çıkış bozulmasını iyi bastırmak için şu koşul sağlanmalıdır.

$$\left| S(j\omega) = \frac{1}{1 + C(j\omega)G(j\omega)} \right|_{dB} \leq B \text{ dB} \quad (4.3.5)$$

$B \text{ dB}$ değeri $\omega \leq \omega_s \text{ rad/sn}$ frekansı için istenen hassasiyet fonksiyonunun değeridir.

4.3.1.5. Monje-Vinagre yönteminin uygulanması

Kontrol edilecek sistem şöyle tanımlansın,

$$G(s) = \frac{k}{\tau s + 1} = \frac{1}{60s + 1} \quad (4.3.6)$$

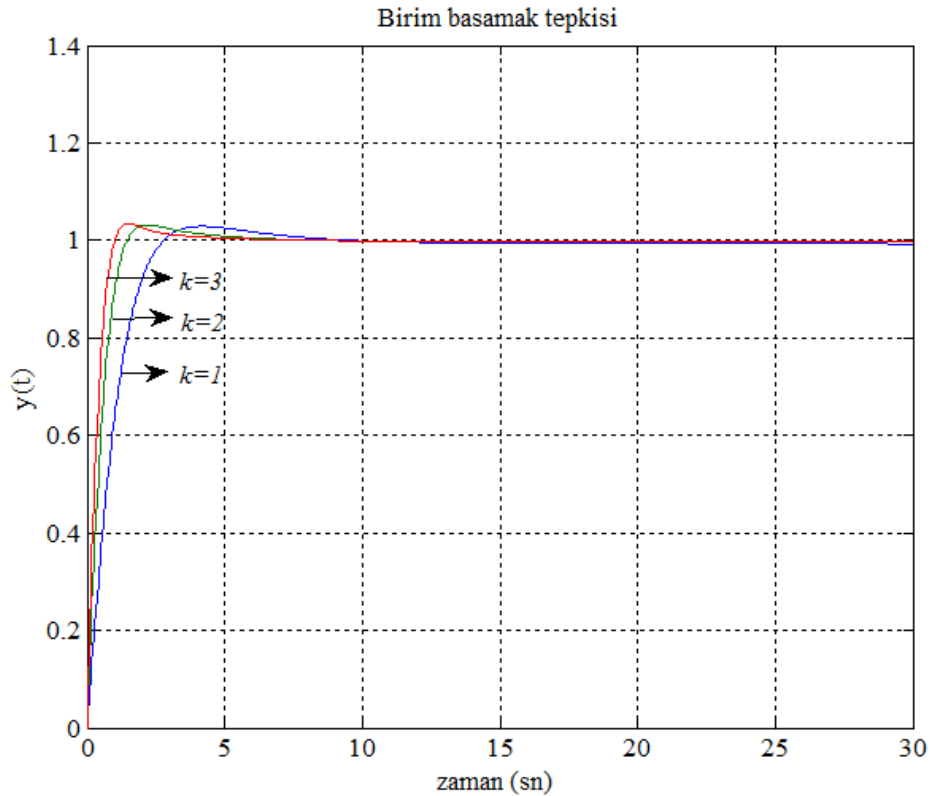
Tasarım koşulları şöyle verilmektedir;

- Kazanç kesim frekansı $\omega_{cg} = 1 \text{ rad/sn}$ olması isteniyor,
- Faz payı $\phi_{pm} = 80^\circ$ olması isteniyor,
- Sistemin kazanç değişimine karşı dayanıklı olması isteniyor,
- İstenen gürültü bastırma değeri $A = -20 \text{ dB}$ yani $\omega \geq \omega_t = 10 \text{ rad/s}$ için $T(s) \leq A$,
- İstenen hassasiyet fonksiyonunun değeri $B = -20 \text{ dB}$, yani $\omega \leq \omega_s = 0.01 \text{ rad/s}$ için $S(s) \leq B$ olması isteniyor.

Bütün bu koşulları sağlayarak oluşturulan beş doğrusal olmayan denklem Matlab yazılımının “fmincon” optimizasyon aracı kullanılarak çözülmüş ve $G(s)$ sistemini kontrol edecek olan $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörün parametreleri şöyle elde edilmiştir.

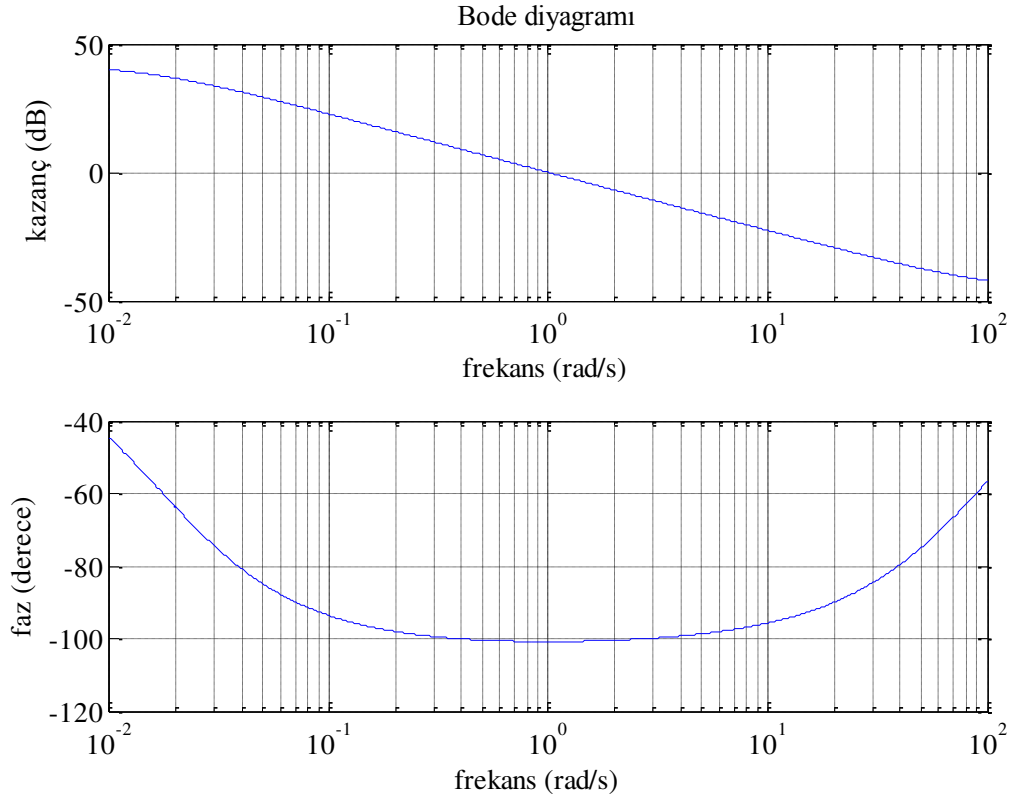
$$C(s) = 12.1840 + \frac{48.1877}{s^{0.1706}} + 0.5465s^{0.8840} \quad (4.3.7)$$

$G(s)C(s)$ sisteminin birim basamak tepkisi, Bode çizimleri, $S(s)$ ve $T(s)$ 'in genlikleri sırasıyla Şekil 4.3.1 - 4.3.4'te verilmektedir.

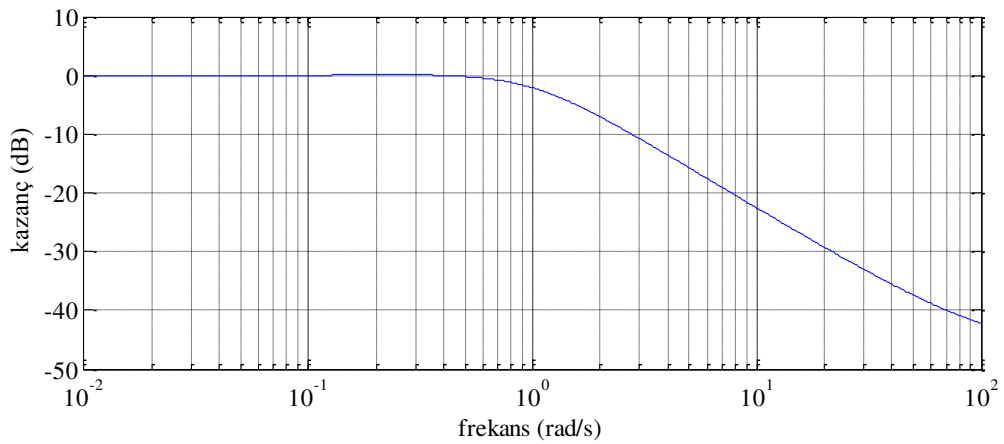


Şekil 4.3.1. $1 \leq k \leq 3$ için $C(s)G(s)$ sisteminin birim basamak tepkileri.

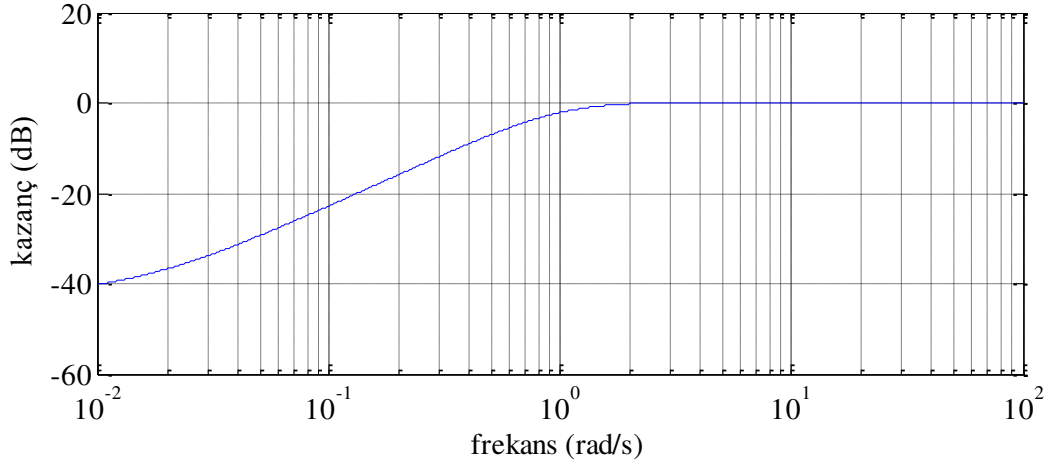
Sistemin birim basamak tepkisinden görüleceği gibi $C(s)$ kontrolörü sistemin kararlılığını sağlamaktadır. Şekil 4.3.2'deki Bode faz eğrisine bakıldığında kazanç kesim frekansı $\omega = \omega_{cg}$ civarındaki bir aralıkta sistemin kazançtaki değişime karşı dayanıklı olduğu görülmektedir. Kontrol edilen sistemin istenen gürültü bastırma değerini ve hassasiyet fonksiyonu değerini istenen frekanslarda sağladığı Şekil 4.3.3 ve 4.3.4'te görülmektedir.



Şekil 4.3.2. $C(s)G(s)$ sisteminin Bode eğrileri.



Şekil. 4.3.3. Yüksek frekanstaki gürültü bastırma fonksiyonu $T(s)$ 'in genliği.



Şekil 4.3.4. Hassasiyet fonksiyonu $S(s)$ 'in genliği.

4.3.2. Dayanıklı $PI^\lambda D^\mu$ Kontrolör Tasarım Yöntemi

Bu bölümde, parametre belirsizliği içeren sistemlerin kontrolü için dayanıklı $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör tasarım yöntemi önerilmektedir. Önerilen yöntem “Monje-Vinagre” yönteminin parametre belirsizliği içeren sistemlere uyarlanmasıdır. Bu yöntem parametre belirsizliği içeren sistemin Bode zarfını kullanarak sistemin dayanıklı performansını sağlamayı hedeflemektedir.

4.3.2.1. Parametre Belirsizliği İçeren Birinci Derece Sistemler

Parametre belirsizliği içeren birinci derece bir sistem şöyle verilebilir.

$$G_1(s) = \frac{[\underline{k}, \bar{k}]}{[\underline{\tau}, \bar{\tau}]s + 1} \quad (4.3.8)$$

Denklem 4.3.8'deki sistemin parametrelerinin gerçek değerleri tam bilinmeyebilir fakat bu parametreler belirli bir aralıkta tahmin edilebilirler. Dolayısı ile bu sistemi parametre belirsizliği yapısı ile ifade etmek doğru yaklaşımdır. Yani bu sistemin gerçek parametre değerleri $k \in [\underline{k}, \bar{k}]$, $\tau \in [\underline{\tau}, \bar{\tau}]$ olmak üzere k ve τ belirli bir aralıkta ifade edilmişlerdir. Burada $\underline{k}$ ve $\underline{\tau}$ parametrelerin alt sınırlarını, $\bar{k}$ ve $\bar{\tau}$ ise parametrelerin üst sınırlarını göstermektedir. Denklem 4.3.8 kullanılarak, kazanç ve faz extremum

noktalarından bu sistemin Bode zarfları Bölüm 3’te verilen yöntem kullanılarak elde edilebilir. Kazanç eğrisinin minimum ve maksimum sınırları sırasıyla şu geçiş fonksiyonları ile elde edilebilir.

$$G_{1a}(s) = \frac{\underline{k}}{\underline{\tau}s + 1} \quad \text{ve} \quad G_{1b}(s) = \frac{\bar{k}}{\bar{\tau}s + 1} \quad (4.3.9)$$

Benzer şekilde faz eğrisinin minimum ve maksimum sınırları sırasıyla şu geçiş fonksiyonları ile elde edilebilir,

$$G_{1c}(s) = \frac{\bar{k}}{\bar{\tau}s + 1} \quad \text{ve} \quad G_{1d}(s) = \frac{\underline{k}}{\underline{\tau}s + 1} \quad (4.3.10)$$

4.3.2.2. Parametre Belirsizliği İçeren Birinci Derece Zaman Gecikmeli Sistemler

Bilindiği gibi, birinci derece zaman gecikmeli (FOPDT) modeller, süreç kontrol endüstrisindeki bir çok uygulamanın dinamikleri hakkında çok değerli bilgiler verir ve proseslerin karakteristiklerinin elde edilmesini sağlar. Proses endüstrisinde sistemlerin çoğu genellikle FOPDT geçiş fonksiyonları ile modellenir. Bu nedenle proses kontrol endüstrisindeki mühendislerin çoğu FOPDT modellerin parametreleri hakkında bilgi sahibidir [120]. Bir FOPDT sistem matematiksel olarak şöyle gösterilebilir.

$$G(s) = \frac{k}{\tau s + a} e^{-Ls} \quad (4.3.11)$$

Burada k kararlı durum kazancını, L gecikme süresini, $\tau > 0$ ise zaman sabitini göstermektedir. “ a ” değerinin işareti ve genliği ise sırasıyla sistemin açık çevrim kararlılığını ve prosesin kararlı durum kazancını belirler. Denklem 4.3.11’deki FOPDT sistemin parametreleri k, τ ve L belirsiz parametreler olabilirler. Bu parametrelerin tam değerleri bilinmeyebilir ve belirli bir aralıkta tahmin edilebilirler. Bu durumda, FOPDT sistemi parametre belirsizliği içeren sistem olarak modellemek gerçekçi olacaktır. Parametre belirsizliği yapısındaki bu sistemin parametreleri şöyle tanımlanabilir.

$$k \in [\underline{k}, \bar{k}], \quad \tau \in [\underline{\tau}, \bar{\tau}], \quad L \in [\underline{L}, \bar{L}] \quad (4.3.12)$$

Burada $\underline{k}, \underline{\tau}$ ve $\underline{L}$ parametrelerin alt limitlerini, $\bar{k}, \bar{\tau}$ ve $\bar{L}$ ise parametrelerin üst limitlerini göstermektedir. Dolayısı ile parametre belirsizliği yapısındaki FOPDT sistemler şöyle gösterilebilir.

$$G_2(s) = \frac{[\underline{k}, \bar{k}]}{[\underline{\tau}, \bar{\tau}]s + 1} e^{-[\underline{L}, \bar{L}]s} \quad (4.3.13)$$

Bu sistemler için kazanç eğrisinin minimum ve maksimum değerleri sırasıyla aşağıdaki geçiş fonksiyonlarından elde edilirler.

$$G_{2a}(s) = \frac{\underline{k}}{\underline{\tau}s + 1} e^{-\bar{L}s} \quad \text{ve} \quad G_{2b}(s) = \frac{\bar{k}}{\underline{\tau}s + 1} e^{-\bar{L}s} \quad (4.3.14)$$

Burada zaman gecikmesinin kazanç eğrisine herhangi bir etkisi bulunmamaktadır. Benzer şekilde faz eğrisinin minimum ve maksimum değerleri sırasıyla aşağıdaki geçiş fonksiyonları ile elde edilirler

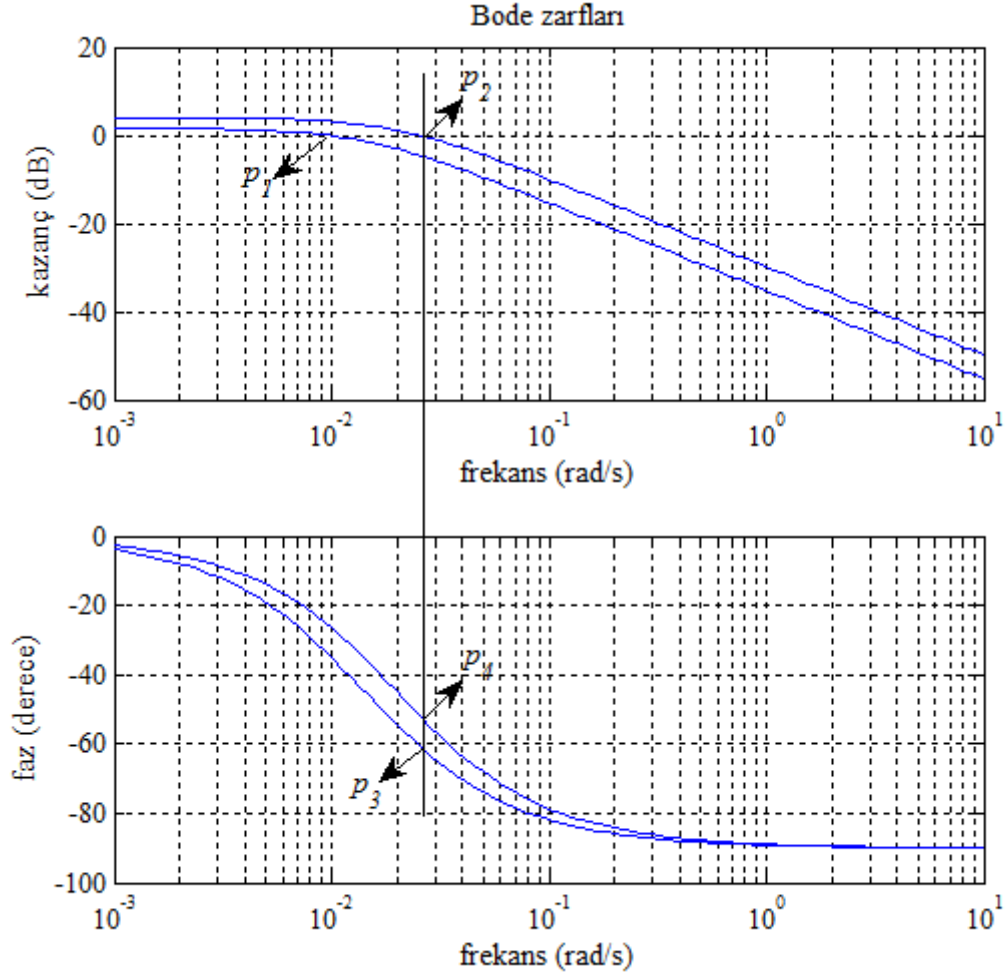
$$G_{2c}(s) = \frac{\bar{k}}{\underline{\tau}s + 1} e^{-\underline{L}s} \quad \text{ve} \quad G_{2d}(s) = \frac{\bar{k}}{\underline{\tau}s + 1} e^{-\bar{L}s} \quad (4.3.15)$$

Burada da kararlı durum kazancı k 'nın faz eğrisine etkisi yoktur.

4.3.2.3. Dayanıklılı $PI^\lambda D^\mu$ Kontrolör İçin Denklemlerin Elde Edilmesi

Bölüm 4.3.2.1'de verilen parametre belirsizliği yapısındaki birinci derece bir sistem için $k \in [\underline{k}, \bar{k}] = [1.2, 1.6]$ ve $\tau \in [\underline{\tau}, \bar{\tau}] = [50, 70]$ alınarak, Bode zarfları Şekil 4.3.5'teki gibi elde edilebilir. Bu sistemi kontrol etmek amacıyla dayanıklılı kontrolör tasarımı yapmak için Denklem 4.3.1'de $G(j\omega_{cg})$ yerine $G_{1b}(j\omega_{cg})$ kullanılır, yani kazanç kesim frekansı şekil 4.3.5'teki " P_2 " noktasında alınır. Denklem 4.3.2'de $G(j\omega_{cg})$ yerine $G_{1c}(j\omega_{cg})$ kullanılır, yani Şekil 4.3.5'teki " P_3 " noktası sistemin

minimum faz payı olarak seçilir. Benzer şekilde Denklem 4.3.3’de minimum faz payı için $G_{1c}(j\omega)$ kullanılır. Sırasıyla $G_{1a}(j\omega_t)$ ve $G_{1b}(j\omega_s)$ Denklem 4.3.4 ve 4.3.5’de kullanılarak istenen koşullar sağlanır.



Şekil 4.3.5. Kazanç ve fazın maksimum ve minimum değerlerinde $G(s)$ ’in Bode zarfları.

Birinci derece zaman gecikmeli bir sistemi kontrol etmek için ise yukardaki açıklamalara benzer şekilde G_{1a} , G_{1b} , G_{1c} ve G_{1d} yerine G_{2a} , G_{2b} , G_{2c} ve G_{2d} kullanılır. Yukarda verilen açıklamalar dikkate alınarak FOPDT sistem için aşağıdaki denklemler oluşturulabilir.

$$\left| C(j\omega_{cg})G_{2b}(j\omega_{cg}) \right|_{dB} = 0 \text{ dB} \quad (4.3.16)$$

$$\text{Arg}(C(j\omega_{cg})G_{2c}(j\omega_{cg})) = -\pi + \varphi_m \quad (4.3.17)$$

$$\left(\frac{d(Arg(C(j\omega)G_{2c}(j\omega)))}{d\omega} \right)_{\omega=\omega_{cg}} = 0 \quad (4.3.18)$$

$$\left| T(j\omega) = \frac{C(j\omega_t) G_{2a}(j\omega_t)}{1 + C(j\omega_t) G_{2a}(j\omega_t)} \right|_{dB} \leq A \text{ dB} \quad (4.3.19)$$

$$\left| S(j\omega) = \frac{1}{1 + C(j\omega_s) G_{2b}(j\omega_s)} \right|_{dB} \leq B \text{ dB} \quad (4.3.20)$$

Verilen tasarım özellikleri dikkate alınarak ve Denklem 4.3.14 ve 4.3.15 ile verilen geçiş fonksiyonları Denklem 4.3.16 - 4.3.20 ile verilen tasarım koşullarında kullanılarak aşağıdaki eşitlikler çıkartılabilir.

$$\left(\frac{\bar{k}}{\sqrt{(\bar{\tau} \cdot \omega_{cg})^2 + 1}} \right) \left(\sqrt{(r)^2 + (s)^2} \right) = 0 \text{ dB} \quad (4.3.21)$$

$$a \tan \left[\frac{s}{r} \right] - a \tan(\bar{\tau} \cdot \omega_{cg}) - \omega_{cg} \cdot \bar{L} = -\pi + \phi_{pm} \quad (4.3.22)$$

$$\frac{1}{1 + \left(\frac{s}{r} \right)^2} \cdot \frac{(su \cdot r - s \cdot ru)}{(r)^2} - \frac{\bar{\tau}}{1 + (\bar{\tau} \cdot \omega_{cg})^2} - \bar{L} = 0 \quad (4.3.23)$$

$$\left(\frac{\underline{k} \sqrt{(rt)^2 + (st)^2}}{\sqrt{(1 + \underline{k} \cdot rt)^2 + (\bar{\tau} \cdot \omega_t + \underline{k} \cdot st)^2}} \right)_{dB} \leq -20 \text{ dB} \quad (4.3.24)$$

$$\left(\frac{\sqrt{(\bar{\tau} \cdot \omega_s)^2 + 1}}{\sqrt{(1 + \bar{k} \cdot rs)^2 + (\bar{\tau} \cdot \omega_s + \bar{k} \cdot ss)^2}} \right)_{dB} \leq -20 \text{ dB} \quad (4.3.25)$$

burada

$$r = k_p + k_i \omega_{cg}^{-\lambda} \cos\left(\frac{\pi}{2} \lambda\right) + k_d \omega_{cg}^{\mu} \cos\left(\frac{\pi}{2} \mu\right), \quad (4.3.26)$$

$$s = -k_i \omega_{cg}^{-\lambda} \sin\left(\frac{\pi}{2} \lambda\right) + k_d \omega_{cg}^{\mu} \sin\left(\frac{\pi}{2} \mu\right), \quad (4.3.27)$$

$$ru = -k_i \lambda \omega_{cg}^{-\lambda-1} \cos\left(\frac{\pi}{2} \lambda\right) + k_d \mu \omega_{cg}^{\mu-1} \cos\left(\frac{\pi}{2} \mu\right), \quad (4.3.28)$$

$$su = -k_i \lambda \omega_{cg}^{-\lambda-1} \sin\left(\frac{\pi}{2} \lambda\right) + k_d \mu \omega_{cg}^{\mu-1} \sin\left(\frac{\pi}{2} \mu\right), \quad (4.3.29)$$

$$rt = k_p + k_i \omega_t^{-\lambda} \cos\left(\frac{\pi}{2} \lambda\right) + k_d \omega_t^{\mu} \cos\left(\frac{\pi}{2} \mu\right), \quad (4.3.30)$$

$$st = -k_i \omega_t^{-\lambda} \sin\left(\frac{\pi}{2} \lambda\right) + k_d \omega_t^{\mu} \sin\left(\frac{\pi}{2} \mu\right), \quad (4.3.31)$$

$$rs = k_p + k_i \omega_s^{-\lambda} \cos\left(\frac{\pi}{2} \lambda\right) + k_d \omega_s^{\mu} \cos\left(\frac{\pi}{2} \mu\right), \quad (4.3.32)$$

$$ss = -k_i \omega_s^{-\lambda} \sin\left(\frac{\pi}{2} \lambda\right) + k_d \omega_s^{\mu} \sin\left(\frac{\pi}{2} \mu\right), \quad (4.3.33)$$

Elde edilen Denklem 4.3.21 - 4.3.25 beş bilinmeyen parametreye göre çözülerek k_p, k_i, k_d, λ ve μ değerleri bulunur ve sistemin dayanıklı kararlılığını sağlayacak $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolör elde edilir.

4.3.2.4. Parametre Belirsizliği İçeren Sistemler İçin Dayanıklı $PI^{\lambda}D^{\mu}$ Kontrolör Tasarım Algoritması

- Parametre belirsizliği içeren sistem belirlenir,
- Sistemin Bode zarfının kazanç ve faz ekstremumlarını veren geçiş fonksiyonları elde edilir, Denklem 4.3.9 ve 4.3.10 kullanılarak Bode zarfları bulunur. Eğer sistem FOPDT yapısında ise bu işlem için Denklem 4.3.14 ve 4.3.15 kullanılır.
- Bölüm 4.3.1’de verilen 5 tasarım kriteri dikkate alınarak, birinci derece sistemler için Denklem 4.3.9 ve 4.3.10, FOPDT sistemler için de Denklem 4.3.14 ve 4.3.15’deki geçiş fonksiyonları Denklem 4.3.16 - 4.3.20’de kullanılıp Denklem 4.3.21 - 4.3.25 elde edilir.
- Matlab yazılımının “fmincon” optimizasyon aracı kullanarak Denklem 4.3.21 - 4.3.25 beş bilinmeyen parametreye göre çözülür.
- Kesir dereceli kontrolörün k_p, k_i, k_d, λ ve μ parametrelerinin değerleri bulunur ve dayanıklı kontrolör $C(s)$ elde edilir.

4.3.3. Uygulama Örnekleri

Bu bölümde önerilen kontrolör tasarım tekniği üç örnek üzerinde incelenmiştir. İlk örnekte birinci derece bir sistem, ikinci örnekte birinci derece zaman gecikmeli bir sistem, üçüncü örnekte ise uzun zaman gecikmeli reel bir sistem ele alınmıştır.

4.3.3.1. Örnek 1

Aşağıda, parametre belirsizliği yapısındaki geçiş fonksiyonunu ele alalım

$$G_1(s) = \frac{[1.2, 1.6]}{[50, 70]s + 1} \quad (4.3.34)$$

Denklem 4.3.9 ve 4.3.10 kullanılarak sistemin kazanç eğrisinin minimum ve maksimum sınırları sırasıyla şu geçiş fonksiyonlarından elde edilebilir.

$$G_{1a}(s) = \frac{1.2}{70s + 1} \quad \text{ve} \quad G_{1b}(s) = \frac{1.6}{50s + 1} \quad (4.3.35)$$

Benzer şekilde faz eğrisinin minimum ve maksimum sınırları sırasıyla şu geçiş fonksiyonları ile elde edilebilir,

$$G_{1c}(s) = \frac{1.6}{70s + 1} \quad \text{ve} \quad G_{1d}(s) = \frac{1.2}{50s + 1} \quad (4.3.36)$$

Bu örnek için tasarım koşulları şöyle alınmıştır;

- Kazanç kesim frekansı $\omega_{cg} = 1.7 \text{ rad / sn}$
- Faz payı $\phi_{pm} = 80^\circ$
- Sistemin kazanç değişimine karşı dayanıklı olması sağlanmalı.
- İstenen gürültü bastırma değeri $A = -20 \text{ dB}$, $\omega \geq \omega_t = 10 \text{ rad / sn}$
- Hassasiyet fonksiyonunun değeri $B = -20 \text{ dB}$, $\omega \leq \omega_s = 0.01 \text{ rad / sn}$

Denklem 4.3.35 ve 4.3.36, Denklem 4.3.21 - 4.3.25'de yerine konularak beş doğrusal olmayan denklem aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$\left| 0.0188 \left(\sqrt{(r)^2 + (s)^2} \right) \right|_{dB} = 0 \text{ dB} \quad (4.3.37)$$

$$a \tan \left[\frac{s}{r} \right] - 1.5624 = -0.55\pi \quad (4.3.38)$$

$$\frac{1}{1 + \left(\frac{s}{r}\right)^2} \cdot \frac{(su \cdot r - s \cdot ru)}{(r)^2} - 0.0049 = 0 \quad (4.3.39)$$

$$\left| \left(\frac{1.2\sqrt{(rt)^2 + (st)^2}}{\sqrt{(1 + 1.2rt)^2 + (700 + 1.2st)^2}} \right) \right|_{dB} \leq -20 \text{ dB} \quad (4.3.40)$$

$$\left| \left(\frac{1.1180}{\sqrt{(1 + 1.6rs)^2 + (0.5 + 1.6ss)^2}} \right) \right|_{dB} \leq -20 \text{ dB} \quad (4.3.41)$$

burada

$$r = k_p + k_i(1.7^{-\lambda}) \cos\left(\frac{\pi}{2} \lambda\right) + k_d(1.7^{\mu}) \cos\left(\frac{\pi}{2} \mu\right) \quad (4.3.42)$$

$$s = -k_i(1.7^{-\lambda}) \sin\left(\frac{\pi}{2} \lambda\right) + k_d(1.7^{\mu}) \sin\left(\frac{\pi}{2} \mu\right) \quad (4.3.43)$$

$$ru = -k_i \lambda(1.7^{-\lambda-1}) \cos\left(\frac{\pi}{2} \lambda\right) + k_d \mu(1.7^{\mu-1}) \cos\left(\frac{\pi}{2} \mu\right) \quad (4.3.44)$$

$$su = -k_i \lambda(1.7^{-\lambda-1}) \sin\left(\frac{\pi}{2} \lambda\right) + k_d \mu(1.7^{\mu-1}) \sin\left(\frac{\pi}{2} \mu\right) \quad (4.3.45)$$

$$rt = k_p + k_i(10^{-\lambda}) \cos\left(\frac{\pi}{2} \lambda\right) + k_d(10^{\mu}) \cos\left(\frac{\pi}{2} \mu\right) \quad (4.3.46)$$

$$st = -k_i(10^{-\lambda}) \sin\left(\frac{\pi}{2} \lambda\right) + k_d(10^{\mu}) \sin\left(\frac{\pi}{2} \mu\right) \quad (4.3.47)$$

$$rs = k_p + k_i(0.01^{-\lambda}) \cos\left(\frac{\pi}{2} \lambda\right) + k_d(0.01^{\mu}) \cos\left(\frac{\pi}{2} \mu\right) \quad (4.3.48)$$

$$ss = -k_i(0.01^{-\lambda}) \sin\left(\frac{\pi}{2} \lambda\right) + k_d(0.01^{\mu}) \sin\left(\frac{\pi}{2} \mu\right) \quad (4.3.49)$$

Elde edilen bu beş denklem, bu örnek için öngörülen tasarım koşulları dikkate alınarak Matlab yazılımının “fmincon” optimizasyon aracı ile çözülmüş ve parametre belirsizliği içeren sistemin kararlılığını sağlayan kontrolör şöyle elde edilmiştir,

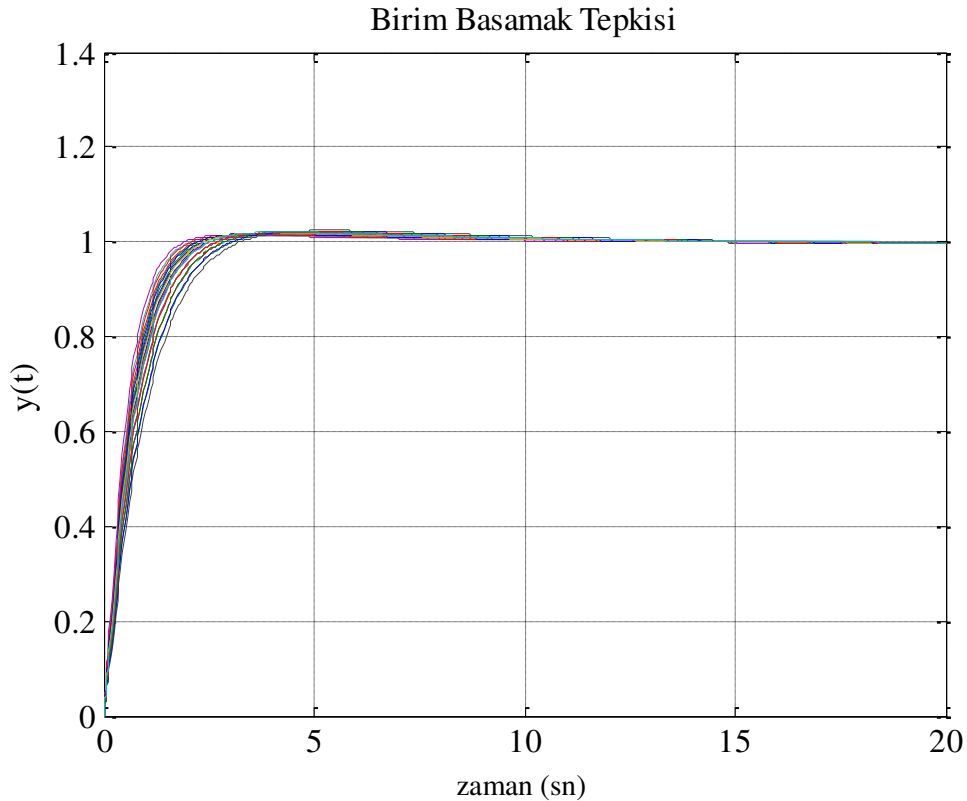
$$C_1(s) = 9.5042 + \frac{49.4922}{s^{0.1534}} + 0.0923s^{0.9033} \quad (4.3.50)$$

Matlab yazılımında Valerio'nun [78] geliştirdiği “noninteger” aracı kullanılarak $C_I(s)G_I(s)$ 'in birim basamak tepkisi $G_I(s)$ 'in her parametresinden 5 değer alınarak elde edilen 25 farklı geçiş fonksiyonu için Şekil 4.3.6'da görüldüğü gibi elde edilmiştir.

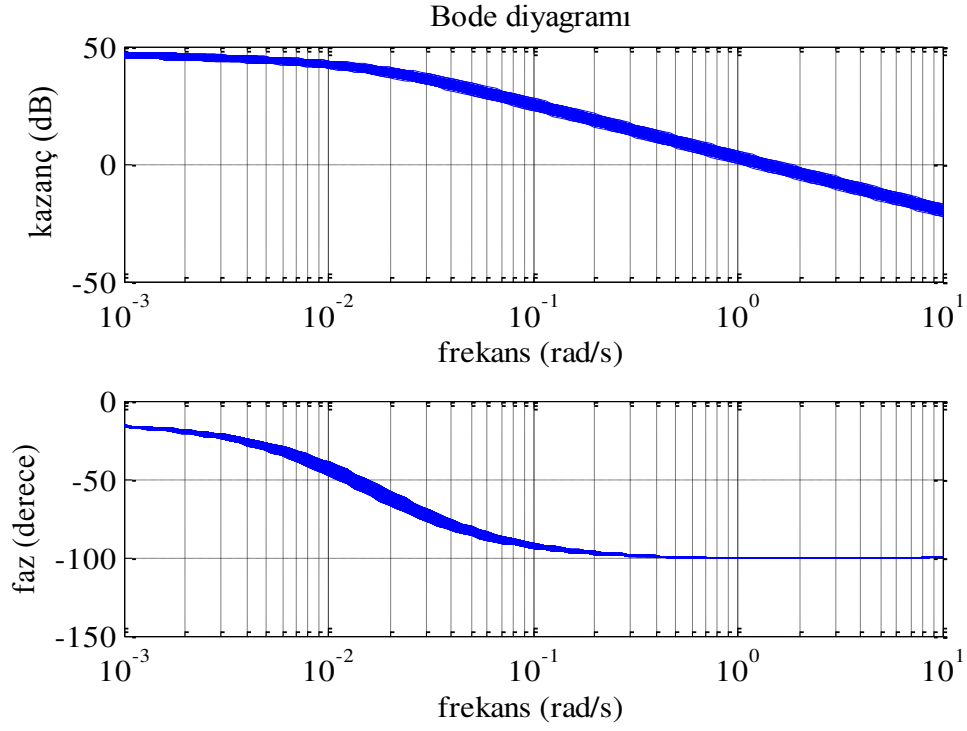
Bu şekilden görüldüğü gibi sistem, kazanç değişimlerine karşı dayanıklı ve belirsiz parametre aralığında birim basamak tepkilerinin yüzde aşmaları hemen hemen sabittir.

Bölüm 2'de Matlab ortamında geliştirilen araç ile her parametre aralığında 10 değer alınarak 100 parametre için elde edilen $C_I(s)G_I(s)$ 'in Bode çizimleri, $T(s)$ ve $S(s)$ 'in genlikleri sırasıyla Şekil 4.3.7-4.3.9'da verilmektedir.

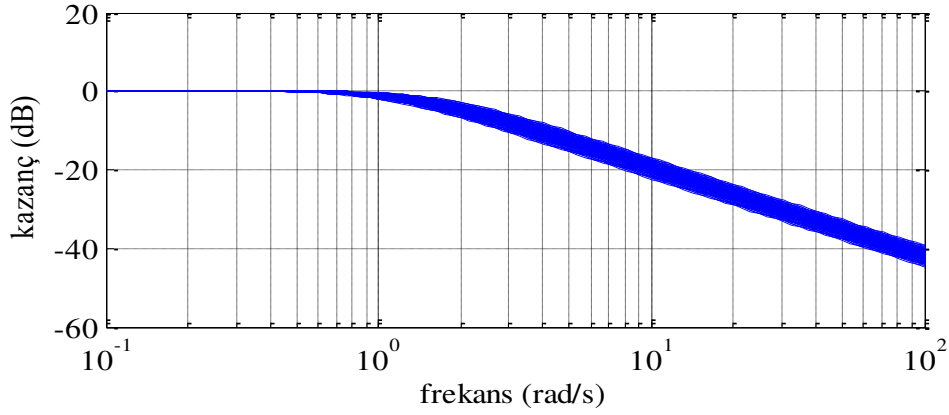
Şekil 4.3.7'de görüldüğü gibi, sistemin faz eğrileri kazanç kesim frekansı $\omega_{cg} = 1.7 \text{ rad/sn}$ civarında hemen hemen değişmemektedir. Dolayısıyla geliştirilen kontrolör sistemin dayanıklı performansını sağlamaktadır. Yüksek frekans gürültü bastırma ve hassasiyet fonksiyonlarının genlik eğrileri sistemin istenen gürültü bastırma seviyesini ve hassasiyet fonksiyonunun değerini belirlenen frekanslar civarında sağladığı Şekil 4.3.8 ve 4.3.9'da görülmektedir.



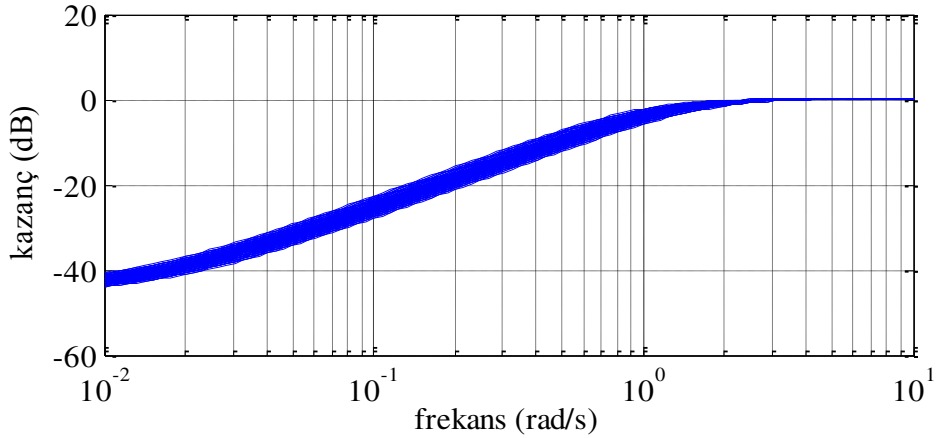
Şekil 4.3.6. $C_I(s)G_I(s)$ 'in birim basamak tepkisi.



Şekil 4.3.7. $C_I(s)G_I(s)$ 'in Bode eğrileri.



Şekil 4.3.8. $C_I(s)G_I(s)$ için $T(s)$ 'in genlik eğrileri.



Şekil 4.3.9. $C_I(s)G_I(s)$ için $S(s)$ 'in genlik eğrileri.

4.3.3.2. Örnek 2

Örnek 1’de çalışılan geçiş fonksiyonunu zaman gecikmeli olarak aşağıdaki gibi ele alalım.

$$G_2(s) = \frac{[\underline{k}, \bar{k}]}{[\underline{\tau}, \bar{\tau}]s + 1} e^{-[\underline{L}, \bar{L}]s} \quad (4.3.51)$$

Bu sistemin gerçek parametre değerleri k, τ ve L belirli bir aralıkta şöyle ifade edilebilirler.

$$k \in [\underline{k}, \bar{k}], \quad \tau \in [\underline{\tau}, \bar{\tau}], \quad L \in [\underline{L}, \bar{L}] \quad (4.3.52)$$

Bu örnekte $k \in [1.2, 1.6]$, $\tau \in [50, 70]$, $L \in [1, 2]$ olarak verilsin. Bu geçiş fonksiyonu için kazanç eğrisinin minimum ve maksimum sınırları sırasıyla şu fonksiyonlardan elde edilebilir.

$$G_{2a}(s) = \frac{1.2}{70s + 1} e^{-2s} \quad \text{ve} \quad G_{2b}(s) = \frac{1.6}{50s + 1} e^{-2s} \quad (4.3.53)$$

Benzer şekilde faz eğrisinin minimum ve maksimum sınırları sırasıyla şu geçiş fonksiyonları ile elde edilebilir,

$$G_{2c}(s) = \frac{1.6}{70s + 1} e^{-2s} \quad \text{ve} \quad G_{2d}(s) = \frac{1.2}{50s + 1} e^{-1s} \quad (4.3.54)$$

Örnek 1’e benzer şekilde doğrusal olmayan 5 denklem aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$\left| 0.0188 \left(\sqrt{(r)^2 + (s)^2} \right) \right|_{dB} = 0 \text{ dB} \quad (4.3.55)$$

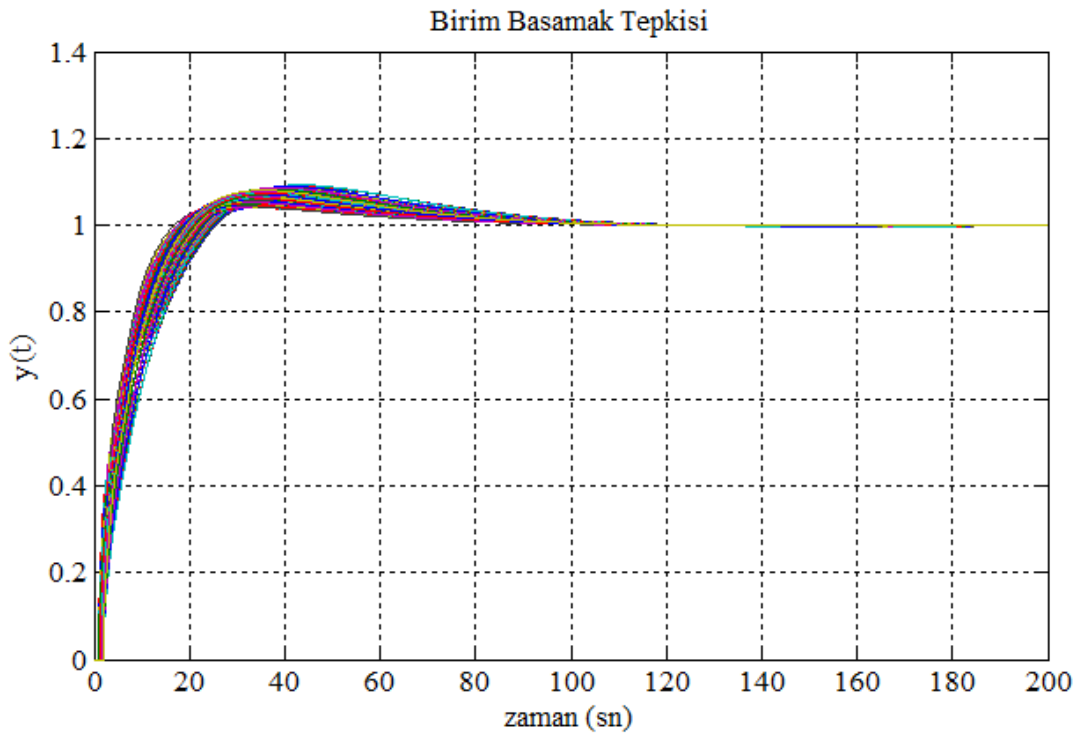
$$a \tan \left[\frac{s}{r} \right] - 4.9624 = -0.55\pi \quad (4.3.56)$$

$$\frac{1}{1 + \left(\frac{s}{r} \right)^2} \cdot \frac{(su \cdot r - s \cdot ru)}{(r)^2} - 2.0049 = 0 \quad (4.3.57)$$

Diğer iki denklem, r , s , ru , su , rt , st , rs ve ss parametreleri Denklem 4.3.40 – 4.3.49 denklemleri ile aynıdır. Bu beş denklem Örnek 1’dekine benzer şekilde çözülerek parametre değişimi içeren sistemin kararlılığını sağlayan kontrolör şöyle elde edilebilir,

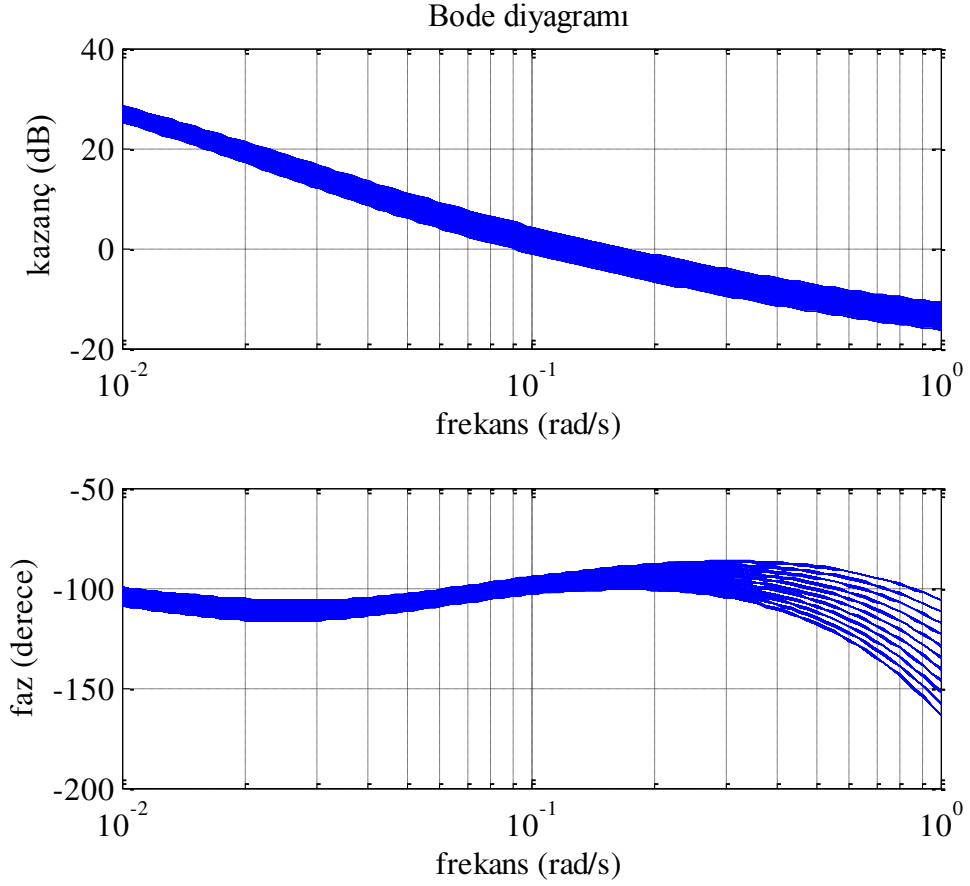
$$C_2(s) = 4.7341 + \frac{0.2007}{s^{0.9748}} + 6.3310s^{0.7842} \quad (4.3.58)$$

Örnek 1’dekine benzer şekilde $C_2(s)G_2(s)$ ’in birim basamak tepkisi $G_2(s)$ ’in her parametresinden 5 değer alınarak elde edilen 125 farklı geçiş fonksiyonu için Şekil 4.3.10’da görüldüğü gibi elde edilmiştir.



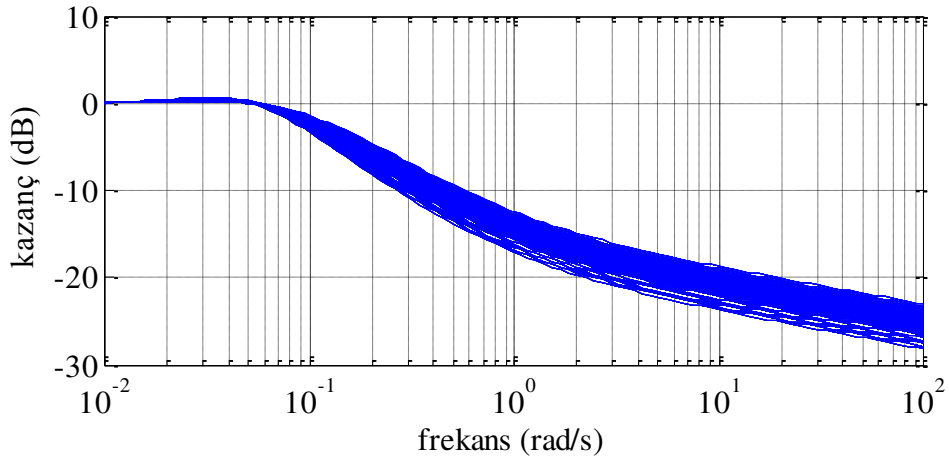
Şekil 4.3.10. $C_2(s)G_2(s)$ ’in birim basamak tepkileri.

Bu şekilden görüldüğü gibi sistem belirsiz parametre aralığında kararlı, kazanç değişimlerine karşı dayanıklı ve birim basamak tepkilerinin yüzde aşmaları yaklaşık sabittir. Benzer şekilde her parametre aralığında 10 değer alınarak 1000 parametre için elde edilen $C_2(s)G_2(s)$ ’in Bode çizimleri Şekil 4.3.11’de verilmektedir. Şekil 4.3.11’de görüldüğü gibi, sistemin faz eğrileri kazanç kesim frekansı $\omega_{cg} = 0.1688 \text{ rad/s}$ civarında kontrolör sistemin dayanıklı performansını sağlamaktadır.

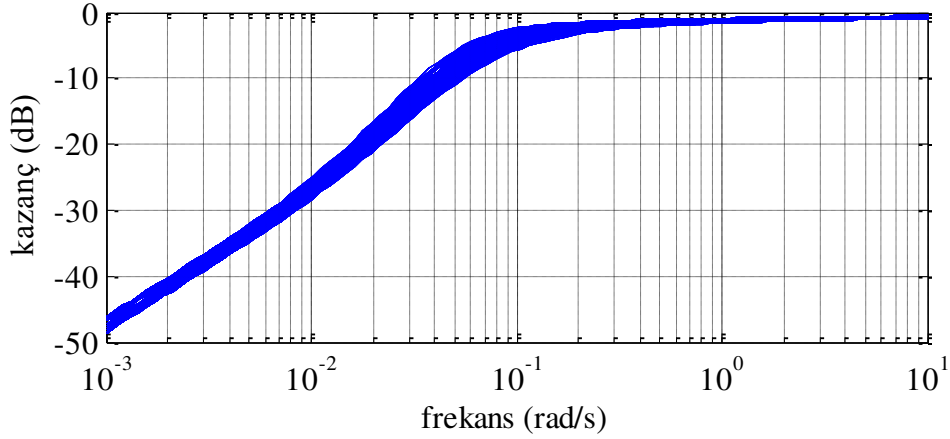


Şekil 4.3.11. $C_2(s)G_2(s)$ 'in bode çizimleri.

Yüksek frekans gürültü bastırma ve hassasiyet fonksiyonlarının genlik eğrileri sistemin istenen gürültü bastırma seviyesini ve hassasiyet fonksiyonunun değerini belirlenen frekanslar civarında sağladığı sırasıyla Şekil 4.3.12 ve 4.3.13'de görülmektedir.



Şekil 4.3.12. $C_2(s)G_2(s)$ için $T(s)$ 'in genlik eğrileri



Şekil 4.3.13. $C_2(s)G_2(s)$ için $S(s)$ 'in genlik eğrileri.

4.3.3.3. Örnek 3

Birinci derece zaman gecikmeli gerçek bir sıvı seviye kontrol sistemini [6] aşağıdaki gibi parametre belirsizliği yapısında yeniden ele alalım,

$$G_3(s) = \frac{[2, 4]}{[420, 460]s + 1} e^{-[40, 60]s} \quad (4.3.59)$$

Denklem 4.3.59 ile verilen sistemin kazanç ve faz ekstremumlarını kullanarak Bode zarflarını elde etmek için 4 geçiş fonksiyonu, birinci ve ikinci örneklere benzer şekilde aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$G_{3a}(s) = \frac{2}{460s + 1} e^{-60s}, \quad G_{3b}(s) = \frac{4}{420s + 1} e^{-60s} \quad (4.3.60)$$

$$G_{3c}(s) = \frac{4}{420s + 1} e^{-40s}, \quad G_{3d}(s) = \frac{4}{460s + 1} e^{-60s} \quad (4.3.61)$$

Bu örnek için tasarım koşulları da şöyle verilmektedir,

- Kazanç kesim frekansı $\omega_{cg} = 0.008 \text{ rad/sn}$
- Faz payı $\phi_{pm} = 60^\circ$
- Sistemin kazanç değişimine karşı dayanıklı olması sağlanmalı.
- İstenen gürültü bastırma değeri $A = -40 \text{ dB}$, $\omega \geq \omega_t = 10 \text{ rad/sn}$

- Hassasiyet fonksiyonunun değeri $B = -20 \text{ dB}$, $\omega \leq \omega_s = 0.001 \text{ rad/sn}$

Verilen tasarım özelliklerini sağlayan doğrusal olmayan 5 denklem Örnek 1'dekine benzer şekilde aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$\left| 1.1410 \left(\sqrt{(r)^2 + (s)^2} \right) \right|_{dB} = 0 \text{ dB} \quad (4.3.62)$$

$$a \tan \left[\frac{s}{r} \right] - 1.7855 = -0.667\pi \quad (4.3.63)$$

$$\frac{1}{1 + \left(\frac{s}{r} \right)^2} \cdot \frac{(su \cdot r - s \cdot ru)}{(r)^2} - 91.6316 = 0 \quad (4.3.64)$$

$$\left| \left(\frac{2\sqrt{(rt)^2 + (st)^2}}{\sqrt{(1 + 2 \cdot rt)^2 + (4600 + 2 \cdot st)^2}} \right) \right|_{dB} \leq -20 \text{ dB} \quad (4.3.65)$$

$$\left| \left(\frac{1.0846}{\sqrt{(1 + 4 \cdot rs)^2 + (0.42 + 4 \cdot ss)^2}} \right) \right|_{dB} \leq -20 \text{ dB} \quad (4.3.66)$$

burada

$$r = k_p + k_i (0.008^{-\lambda}) \cos\left(\frac{\pi}{2} \lambda\right) + k_d (0.008^{\mu}) \cos\left(\frac{\pi}{2} \mu\right) \quad (4.3.67)$$

$$s = -k_i (0.008^{-\lambda}) \sin\left(\frac{\pi}{2} \lambda\right) + k_d (0.008^{\mu}) \sin\left(\frac{\pi}{2} \mu\right) \quad (4.3.68)$$

$$ru = -k_i \lambda (0.008^{-\lambda-1}) \cos\left(\frac{\pi}{2} \lambda\right) + k_d \mu (0.008^{\mu-1}) \cos\left(\frac{\pi}{2} \mu\right) \quad (4.3.69)$$

$$su = -k_i \lambda (0.008^{-\lambda-1}) \sin\left(\frac{\pi}{2} \lambda\right) + k_d \mu (0.008^{\mu-1}) \sin\left(\frac{\pi}{2} \mu\right) \quad (4.3.70)$$

$$rt = k_p + k_i (10^{-\lambda}) \cos\left(\frac{\pi}{2} \lambda\right) + k_d (10^{\mu}) \cos\left(\frac{\pi}{2} \mu\right) \quad (4.3.71)$$

$$st = -k_i (10^{-\lambda}) \sin\left(\frac{\pi}{2} \lambda\right) + k_d (10^{\mu}) \sin\left(\frac{\pi}{2} \mu\right) \quad (4.3.72)$$

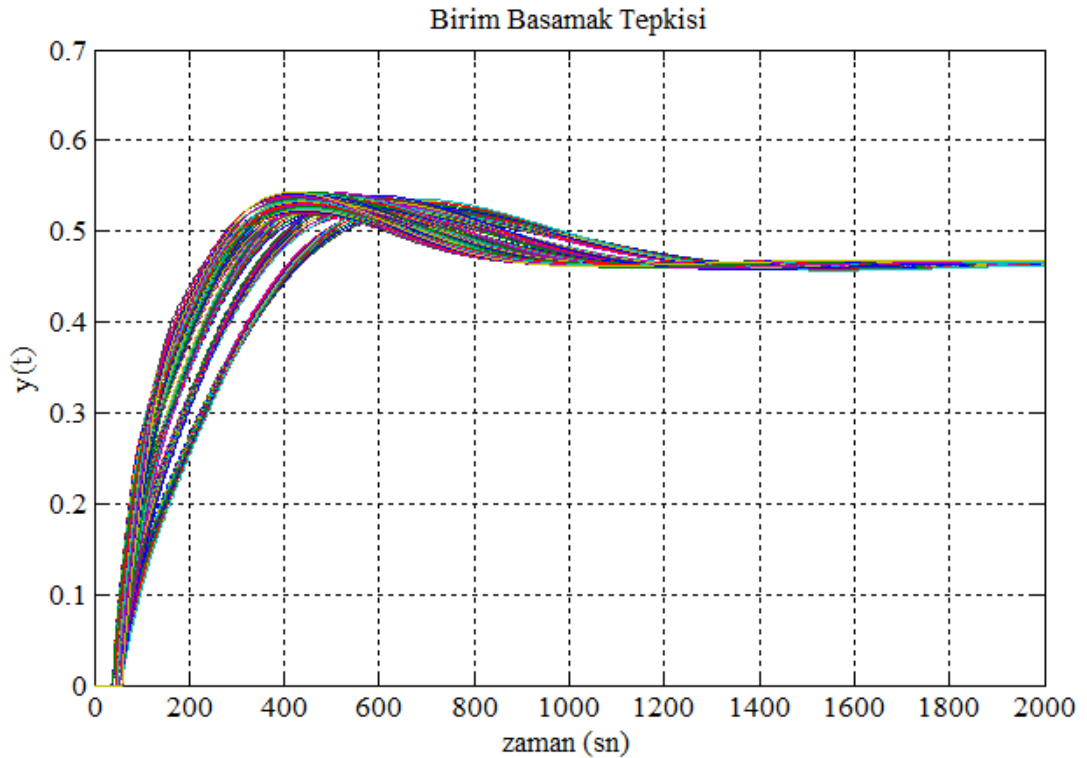
$$rs = k_p + k_i (0.001^{-\lambda}) \cos\left(\frac{\pi}{2} \lambda\right) + k_d (0.001^{\mu}) \cos\left(\frac{\pi}{2} \mu\right) \quad (4.3.73)$$

$$ss = -k_i (0.001^{-\lambda}) \sin\left(\frac{\pi}{2} \lambda\right) + k_d (0.001^{\mu}) \sin\left(\frac{\pi}{2} \mu\right) \quad (4.3.74)$$

Bu denklemler Matlab programının “fmincon” optimizasyon aracı kullanılarak çözülmüş ve $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörün bilinmeyen beş parametresi k_p, k_i, k_d, λ ve μ elde edilmiştir. $G_3(s)$ ’i kontrol etmek için kontrolör şöyle hesaplanmıştır.

$$C_3(s) = 0.5775 + \frac{0.0047}{s^{0.9733}} + 4.3865s^{0.5253} \quad (4.3.75)$$

$C_3(s)G_3(s)$ sisteminin birim basamak tepkisi $G_3(s)$ ’in parametrelerinin 125 farklı değeri için “noninteger” blok kullanılarak [78], Şekil 4.3.14’te görüldüğü gibi elde edilmiştir. $C_3(s)G_3(s)$ ’in birim basamak tepkisinden görüleceği gibi, elde edilen kontrolör parametre belirsizliği yapısındaki FOPDT sistemin dayanıklı kararlılığını sağlamaktadır. $C_3(s)$ ile kontrol edilen sistem kazançtaki değişimlere karşı daha dayanıklıdır ve birim basamak tepkilerinin yüzde aşmaları belirsiz parametre aralığında hemen hemen sabittir.



Şekil 4.3.14. $C_3(s)G_3(s)$ ’in 125 farklı değeri için birim basamak tepkileri. (Birim basamak tepkilerinin son değerleri [6]’da çalışıldığı gibi 0.47 alınmıştır).

$C_3(s)G_3(s)$ sisteminin Bode çizimleri, $T(s)$ ve $S(s)$ 'in genlikleri, $G_3(s)$ 'in belirsiz parametre aralığında 125 farklı değer alınarak Bölüm 2'de verilen yazılımlar kullanılarak Matlab ortamında elde edilmiştir. Şekil 4.3.15'te görüldüğü gibi Bode zarflarının faz eğrisi, kazanç kesim frekansı $\omega_{cg} = 0.008 \text{ rad/sn}$ civarında hemen hemen değişmemektedir.

Görüldüğü gibi, elde edilen kontrolör sistemin dayanıklı performansını sağlamaktadır. Şekil 4.3.16 ve 4.3.17'de verilen yüksek frekans gürültü bastırma ve hassasiyet fonksiyonlarının genlik eğrilerinden görüleceği gibi, sistem istenen gürültü bastırma değerini $\omega \geq \omega_t = 10 \text{ rad/sn}$ için ve istenen hassasiyet fonksiyonunun değerini $\omega \leq \omega_s = 0.001 \text{ rad/sn}$ için sağlamaktadır.

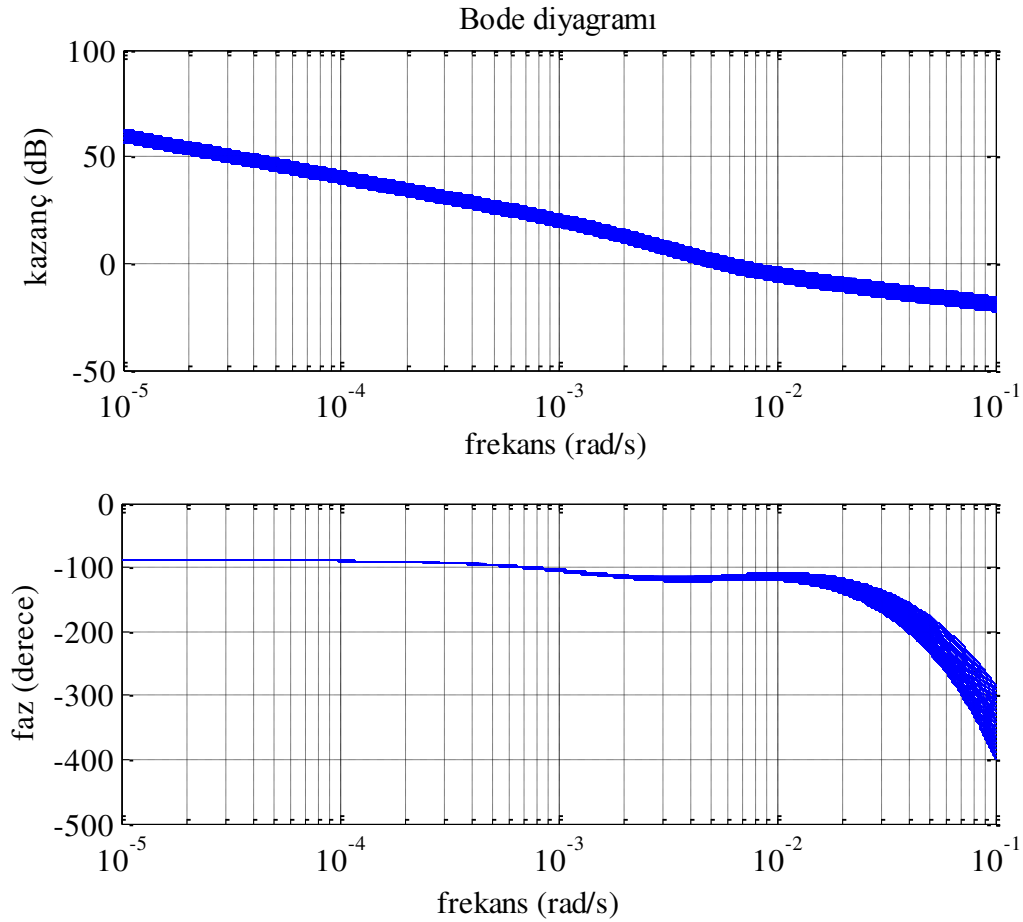


Fig. 4.3.15. $G_3(s)$ 'in 125 farklı değeri için $C_3(s)G_3(s)$ 'in Bode çizimleri.

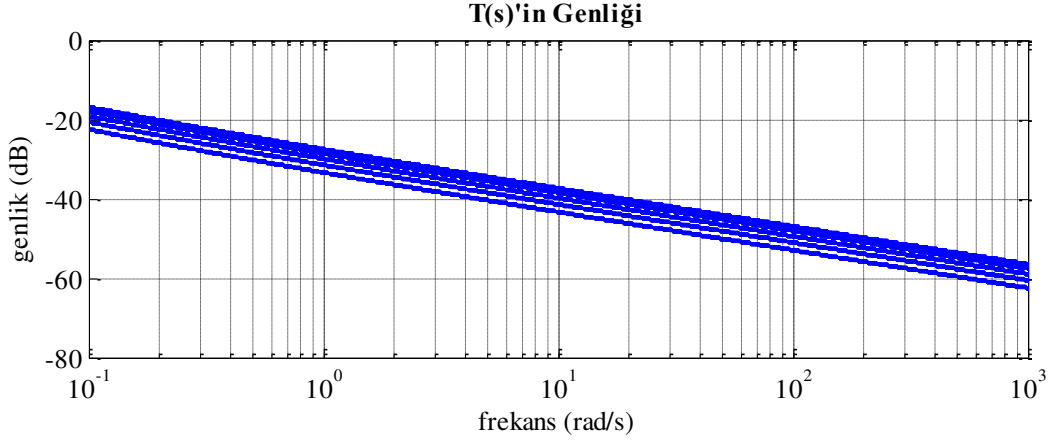


Fig. 4.3.16. $C_3(s)G_3(s)$ için $T(s)$ 'in genlik eğrileri.

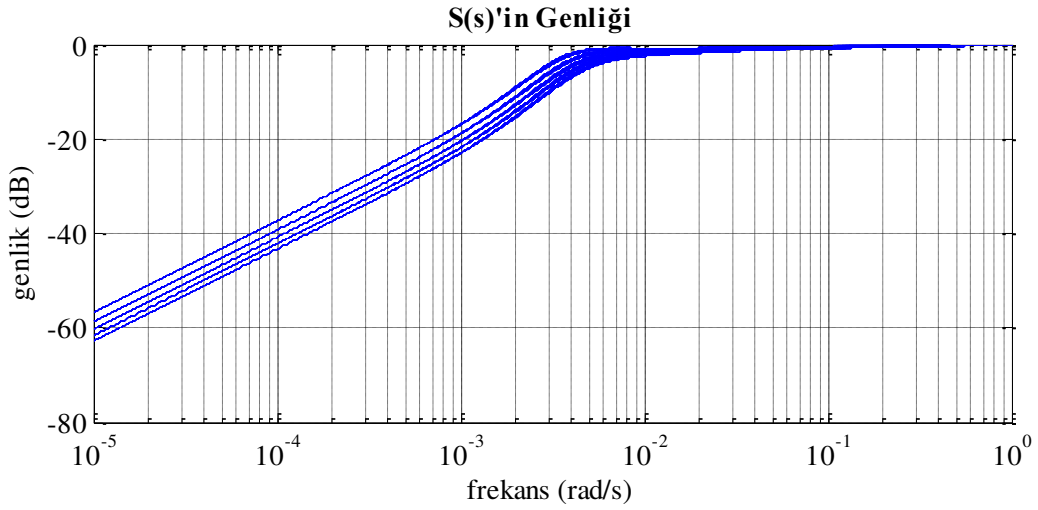


Fig. 4.3.17. $C_3(s)G_3(s)$ için $S(s)$ 'in genlik eğrileri.

4.3.4. Bölüm 4.3'ün Sonuçları

Bu bölümde, belirsiz parametre yapısındaki bir sistemin kontrolü için dayanıklı $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör tasarım yöntemi önerilmiştir. Önerilen yöntem Monje-Vinagre ve arkadaşlarının çalışmalarında kullandığı beş tasarım kriterinden yararlanmaktadır. Dayanıklı $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörün bilinmeyen beş parametresi beş doğrusal olmayan denklem çözülerek bulunmuştur. Sistemin dayanıklı performansını sağlamak için, Bode zarflarının genlik ve faz extremumları kullanılmıştır. Nümerik örneklerden görüleceği gibi, $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör, sistemin dayanıklı performansını sağlamaktadır.

Kontrol teorisinden bilindiği gibi belirsizlik yapısı içeren sistemlerin analiz ve tasarımında dayanıklı kontrol yöntemleri önemli bir yer tutar. Dolayısı ile farklı sistemler için dayanıklı $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör tasarımı önemlidir. Bu bölümdeki sonuçlar, farklı tipteki sistemlere uyarlanabilir. Elde edilen yöntemin integral içeren sistemlere ve ikinci dereceden sistemlere uygulanması gelecek çalışmalarımızın konusu olacaktır.

4.4. Kesir Dereceli Sistemler için Dayanıklı Parametrik Klasik Kontrolör Tasarımı

Birinci bölümde belirtildiği gibi oransal integral (PI) ve oranal integral türevsel (PID) kontrolörler yıllardır sanayide kullanıldığı bilinmektedir. Ayrıca bunların yanında farklı uygulamalarda farklı türlerde kontrolörler de kullanılmaktadır. Örneğin faz kompanzasyonu için geri faz (Lag) ve ileri-geri faz (Lag-Lead) kontrolörleri kullanılmaktadır. İleri-geri faz kompanzasyonunun amacı genellikle, kararlı durum doğruluğu ve faz payı özelliklerini sağlamaktır. Kontrolörün ileri faz bölümü, belirlenen frekansta, sıfır-frekans genlik değerine inmeden sistemin Bode faz eğrisinin istenen faz payına getirilmesini sağlar. Geri faz bölümü ise, istenen frekansta genlik eğrisini 0 dB noktasına getirmek için kullanılır [36, 121].

Tamsayı sistemlerin kontrolü için PI , geri faz, ileri-geri faz kontrolörler hakkında literatürde birçok çalışma bulunabilir. Fakat bu kontrolörlerin KDKS için uygulaması ile ilgili fazla çalışma bulunmamaktadır. KDKS için farklı kontrolör tasarımları ile ilgili yeni çalışmalar yapılmıştır [6, 46, 117]. Parametre belirsizliği yapısındaki kesir dereceli sistemlerin dayanıklılık analizi ile ilgili çalışmalar da [34, 55, 90]'da bulunabilir. Dolayısıyla, kesir dereceli sistemlerin kontrolü için dayanıklı PI , PID , geri faz, ileri-geri faz kontrolör tasarım tekniklerinin geliştirilmesi bu alana önemli katkı sağlayacaktır.

Bu bölümde parametre belirsizliği yapısındaki kesir dereceli sistemler için klasik tasarım tekniklerini kullanan dayanıklı kontrolör tasarım yöntemi önerilmiştir. Sistemin Bode zarfları Bölüm 3'te açıklanan yöntemle elde edilerek dayanıklı PI , geri faz ve ileri-geri faz kontrolörlerin parametrelerinin hesaplanması için kullanılmıştır. Elde edilen geri faz, ileri-geri faz ve PI kontrolörlerin sistemin dayanıklı performansını sağladığı gözlenmiştir.

4.4.1. Dayanıklı Parametrik Klasik Kontrolörler

Parametre belirsizliği yapısındaki kesir dereceli sistemlerin frekans tepkilerinin hesaplanması Bölüm 3'te verilmişti. Bu bölümde sistemin frekans tepkileri kullanılarak klasik kontrolör tasarımı yapılacaktır. “Dayanıklı Kontrol: Parametrik Yaklaşım” kitabında 366 – 376 sayfalarında [47] tamsayı dereceli sistemlerde kullanılmak üzere klasik *PI*, ileri faz ve ileri-geri faz kontrolörler için verilen tasarım teknikleri, parametre belirsizliği içeren KDKS'ne uyarlanmıştır.

Parametre belirsizliği içeren sistemde dayanıklı tasarım özellikleri tüm parametreleri kapsamalıdır. Bu nedenle en kötü durum için değerler dikkate alınmalıdır. Bölüm 3'te açıklandığı gibi en kötü durumlar Bode zarflarının sınırlarında gerçekleşir. Dolayısı ile bütün parametre değişimlerinde kapalı çevrim sistemin dayanıklı kararlılığını sağlamak ve tüm parametrelerin en kötü durum faz payını elde etmek mümkün olur. Bu amaçla, parametre belirsizliği yapısındaki kesir dereceli sistemin Bode zarflarının genlik ve faz ekstremumları kullanılarak klasik geri faz, ileri-geri faz ve *PI* kontrolör tasarlanabilir.

4.4.1.1. Geri Faz (Lag) Kontrolör

Klasik geri faz kontrolör aşağıdaki formda verilebilir,

$$C_1(s) = \frac{1 + a_1 T_1 s}{1 + T_1 s}, \quad a_1 < 1 \quad (4.4.1)$$

Bu kontrolör, sistemde en kötü durum için faz payının gerçekleştiği yeni kazanç kesim frekansı ω'_c 'de Bode zarfının genlik eğrisini 0 dB noktasına getirmek için kullanılır. Denklem 4.4.1 ile verilen $C_1(s)$ kontrolörü, ω'_c frekansında genlik zarfının minimum değerine eşit miktarda sönümlenme sağlamalıdır. Dolayısı ile bu koşul için aşağıdaki denklemin sağlanması gerekir.

$$\max |G(j\omega'_c)| = -20 \log_{10}(a_1) \text{ dB} \quad (4.4.2)$$

Köşe frekansı $1/a_1 T_1$ değeri ω'_c frekansından 10 dB aşağıda seçilebilir. Bu durumda aşağıdaki eşitlik sağlanmalıdır.

$$\frac{1}{a_1 T_1} = \frac{\omega'_c}{10} \quad (4.4.3)$$

Burada a_1 değeri Denklem 4.4.2'den T_1 değeri ise Denklem 4.4.3'den bulunabilir. Böylece sistem için $C_1(s)$ geri faz kontrolörü Denklem 4.4.1 formunda elde edilebilir. Dolayısıyla $C_1(s)$ kontrolörü kullanılarak kesir dereceli aralık sisteminde istenen faz payına ulaşılabilir.

4.4.1.2. İleri-Geri Faz (Lag-Lead) Kontrolör

Bu kontrolörün geri faz bölümü için Denklem 4.4.1 kullanılarak kesir dereceli sistemin istenen faz payı sağlanır. İstenen kazanç payına ise ileri faz bölümü ile ulaşılabilir. Böylece, ileri-geri faz kontrolörü kullanılarak, kesir dereceli aralık sisteminde istenen kazanç ve faz payına ulaşılabilir.

İstenen kazanç payına ulaşabilmek için faz kesim frekansı, en kötü durum için kazanç payının gerçekleştiği ω'_c frekansına taşınmalıdır. Bunun için aşağıdaki denklemler sağlanmalıdır.

$$-10 \log_{10}(a_2) = -(g_{md} - g_{ml}) \text{ dB} \quad (4.4.4)$$

$$\frac{1}{T_2} = \sqrt{a_2} \omega'_c \quad (4.4.5)$$

Burada g_{md} istenen kazanç payı, g_{ml} ise geri faz kontrolörü ile elde edilen kazanç payının değeridir. Denklem 4.4.4 ve 4.4.5 kullanılarak a_2 ve T_2 elde edilir ve ileri faz kontrolörü aşağıdaki formda oluşturulabilir.

$$C_2(s) = \frac{1}{a_2} \frac{1 + a_2 T_2 s}{1 + T_2 s} \quad (4.4.6)$$

Böylece Denklem 4.4.1 ve 4.4.6 kullanılarak ileri-geri faz kontrolörü aşağıdaki formda elde edilir,

$$C(s) = C_1(s)C_2(s) = \frac{(1+a_1T_1s)(1+a_2T_2s)}{a_2(1+T_1s)(1+T_2s)} \quad (4.4.7)$$

4.4.1.3. Oransal Integral (PI) Kontrolör

Kapalı çevrim sistemde bütün parametre ailesinde istenen faz payını garanti etmek için aşağıdaki formda verilen *PI* kontrolör kullanılabilir.

$$C_3(s) = k_p + \frac{k_i}{s} \quad (4.4.8)$$

İstenen faz payına ulaşmak için sistemin Bode zarfında kazanç kesim frekansı, istenen faz payının gerçekleştiği ω'_c frekansına taşınabilir. Eğer ω'_c frekansında maksimum genlik a dB ise, K_p değeri aşağıdaki eşitlikten elde edilebilir.

$$\max|G(j\omega'_c)| = -20\log_{10}(K_p) = a \text{ dB} \quad (4.4.9)$$

PI kontrolörün geri faz etkisinin ω'_c frekansında kontrol edilen sistemin faz payını etkilememesi için köşe frekansı k_i/k_p değeri, aşağıda verildiği gibi ω'_c frekansından 10 dB aşağıda seçilebilir,

$$k_i = \frac{\omega'_c}{10} k_p \quad (4.4.10)$$

Denklem 4.4.9 ve 4.4.10 kullanılarak k_p ve k_i değerleri elde edilir. Dolayısı ile *PI* kontrolör Denklem 4.4.8 formunda oluşturulabilir.

4.4.2. Dayanıklı Parametrik Klasik Kontrolörlerin KDKS'ne Uyarlanması

Bu bölümde parametre belirsizliği yapısındaki kesir dereceli sistemler için üç uygulama verilmektedir. Birinci uygulamada dayanıklı geri faz kontrolörü, ikinci uygulamada dayanıklı ileri-geri faz kontrolörü, üçüncü uygulamada ise dayanıklı *PI* kontrolörü elde edilmiştir.

4.4.2.1. Uygulama 1: Geri Faz Kontrolörü

Aşağıda verilen parametre belirsizliği yapısındaki kesir dereceli sistemi ele alalım,

$$G_1(s) = \frac{n_0}{d_3 s^{3.1} + d_2 s^{2.2} + d_1 s^{0.8} + d_0} \quad (4.4.11)$$

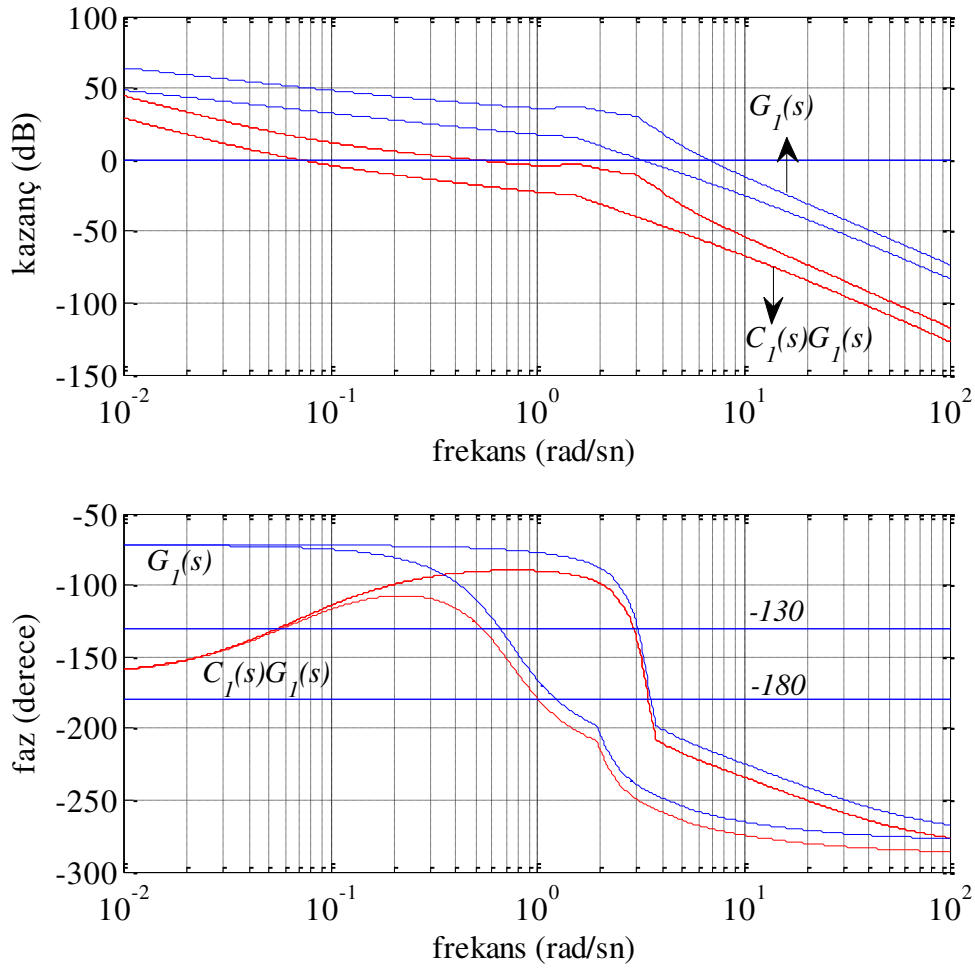
Burada, $n_0 \in [10, 20]$, $d_3 \in [0.06, 0.09]$, $d_2 \in [0.2, 0.8]$, $d_1 \in [0.5, 1.5]$ ve $d_0 = 0$ olarak veriliyor. Bu uygulamadaki amaç, kapalı çevrim sistem için geri faz kontrolörü elde etmektir. Elde edilen kontrolörün, bütün parametre değişimlerinde kontrol edilen sistemin dayanıklı kararlılığını sağlaması ve en az $\phi_{pm} = 45^\circ$ faz payına ulaştırması beklenmektedir. Bölüm 3'te verilen yöntemler kullanılarak denklem 4.4.11 ile verilen sistemin ve elde edilen kontrolörle kontrol edilen sistemin Bode zarfları Şekil 4.4.1 ile verilmektedir.

Şekil 4.4.1'deki $G_1(s)$ sisteminin Bode zarflarından görüleceği gibi, bir miktar güvenlik payı ile birlikte en kötü durum için $\phi_{pm} = 50^\circ$ 'lik faz payına $\omega'_c = 0.6548 \text{ rad/sn}$ frekansında erişilir. Bu frekanstaki maksimum kazanç 40 dB civarındadır. Şekil 4.4.1'deki $G_1(s)$ sisteminin Bode genlik zarfını yeni kazanç kesim frekansı $\omega'_c = 0.6548 \text{ rad/sn}$ 'de 0 dB değerine taşımak için aşağıdaki eşitlik sağlanmalıdır.

$$40 \text{ dB} = -20 \log_{10}(a_1) \text{ dB} \quad (4.4.12)$$

Bu eşitlikten $a_1 = 0.01$ olarak hesaplanır. Denklem 4.4.3'te verildiği gibi köşe frekansı, ω'_c frekansından 10 dB aşağıda seçilebilir. Denklem 4.4.3'ten $T_1 = 1527$ olarak hesaplanır. Buradan Denklem 4.4.11 ile verilen sistemi kontrol eden Denklem 4.4.1 formundaki geri faz kontrolörü aşağıdaki gibi elde edilir.

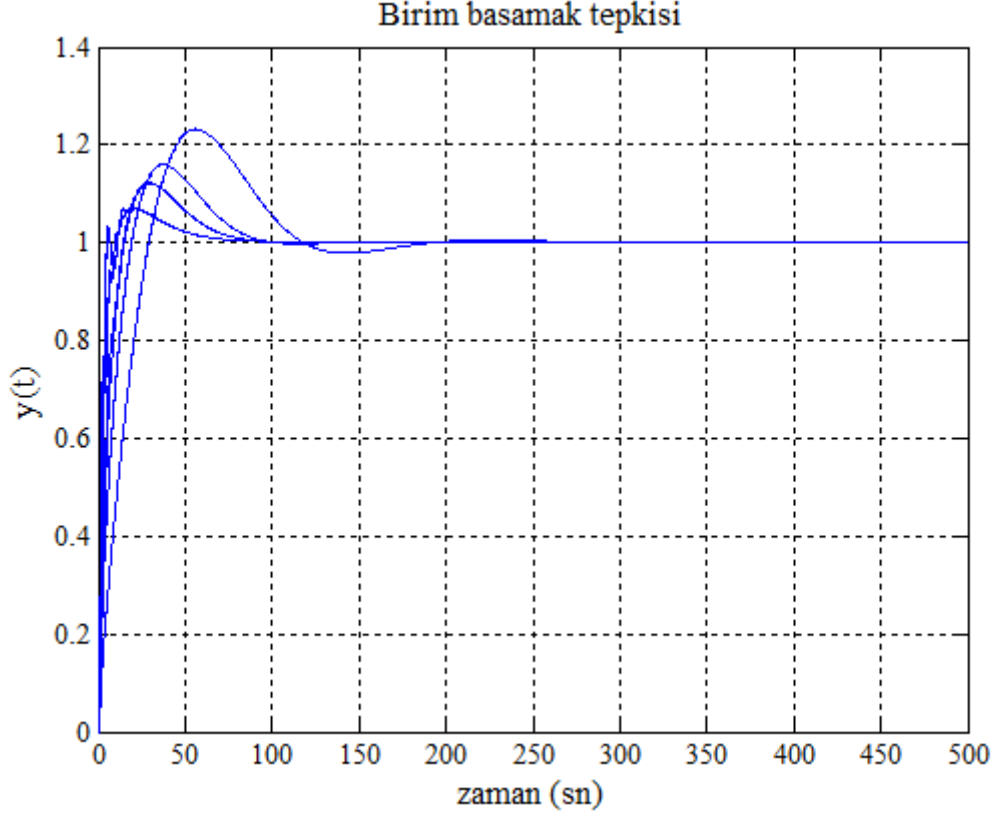
$$C_1(s) = \frac{1 + 15.27s}{1 + 1527s} \quad (4.4.13)$$



Şekil 4.4.1. $G_I(s)$ ve $C_I(s)G_I(s)$ sistemlerinin Bode zarfları.

Şekil 4.4.1’de kontrol edilen sistemin Bode zarflarından görüleceği gibi $\omega'_c = 0.6548 \text{ rad/sn}$ frekansında en kötü durumdaki kazanç eğrisi 0 dB çizgisini kesmektedir ve en kötü durumda faz payı 45° civarındadır. Dolayısı ile elde edilen kontrolörün sistem için istenen dayanıklı performans özelliklerini sağladığı söylenebilir.

Kontrol edilen $C_I(s)G_I(s)$ sisteminin birim basamak tepkileri, $G_I(s)$ sisteminin belirsiz parametreleri n_0 , d_3 , d_2 ve d_1 ’in her birinden iki sınır değeri kullanılarak oluşturulan 16 farklı geçiş fonksiyonu için Şekil 4.4.2’de görüldüğü gibi elde edilmiştir. Bu şekildeki birim basamak tepkilerinden görüleceği gibi elde edilen geri faz kontrolörü ile kontrol edilen sistem, belirsiz parametre aralığında dayanıklı kararlıdır.



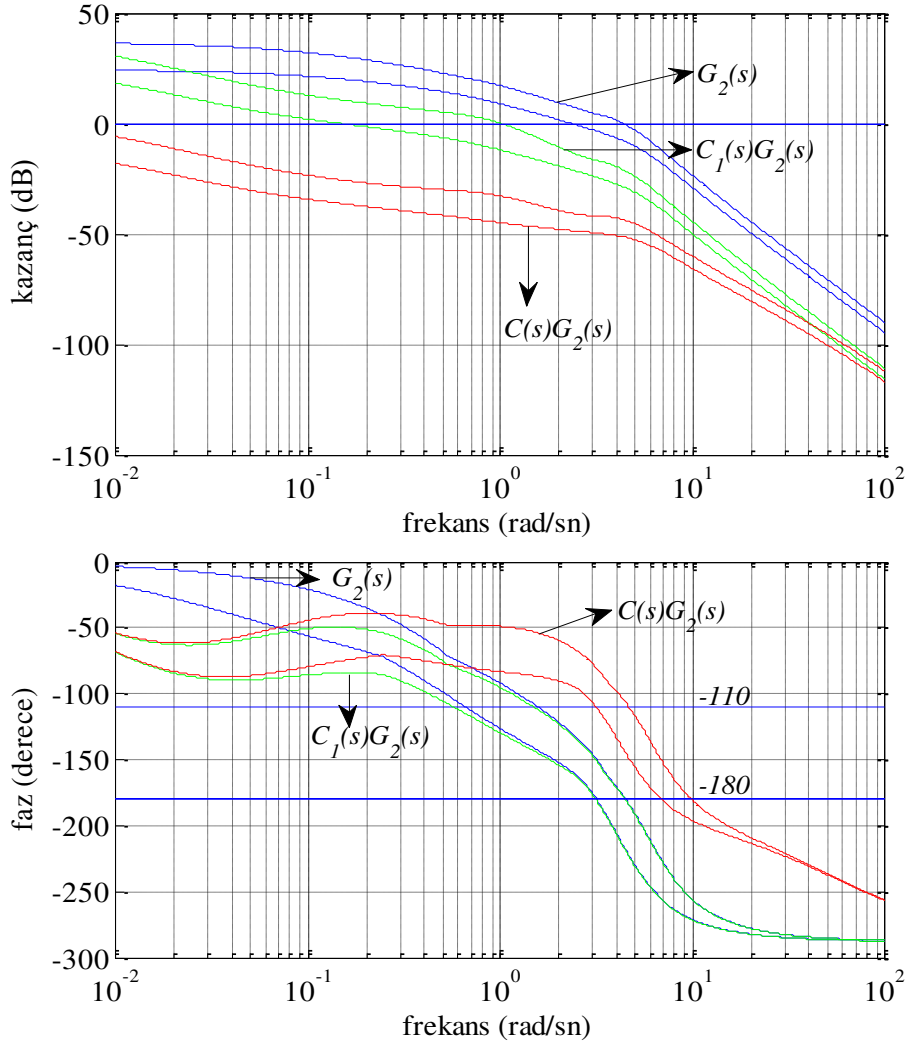
Şekil 4.4.2. $G_1(s)$ 'in 16 farklı parametresi için $C_1(s)G_1(s)$ 'in birim basamak tepkileri.

4.4.2.2. Uygulama 2: İleri-Geri Faz Kontrolörü

Aşağıda verilen parametre belirsizliği yapısındaki kesir dereceli sistemi ele alalım,

$$G_2(s) = \frac{n_0}{d_3 s^{3.2} + d_2 s^{1.8} + d_1 s^{0.8} + d_0} \quad (4.4.14)$$

Burada $n_0 \in [5, 7]$, $d_3 \in [0.06, 0.09]$, $d_2 \in [0.2, 0.8]$, $d_1 \in [0.5, 1.5]$ ve $d_0 \in [0.1, 0.3]$ olarak veriliyor. Bu uygulamanın amacı en kötü durumda faz payının en az 60° , en kötü durum için kazanç payının en az 30 dB olmasını sağlamaktır. Şekil 4.4.3'te verilen $G_2(s)$ sisteminin Bode zarflarından görüleceği gibi, istenen 60° 'lik faz payı ve bir miktar güvenlik payı ile 70° faz payına $\omega'_c = 0.6472 \text{ rad/sn}$ frekansında ulaşılır. Bu frekanstaki sistemin maksimum kazancı 20.88 dB civarındadır.



Şekil 4.4.3. $G_2(s)$, $C_1(s)G_2(s)$ ve $C(s)G_2(s)$ sistemlerinin Bode zarfları

$G_2(s)$ 'nin genlik zarfını yeni kazanç kesim frekansı $\omega'_c = 0.6472 \text{ rad/sn}$ 'de 0 dB değerine taşımak için aşağıdaki denklem sağlanmalıdır.

$$20.88 \text{ dB} = -20 \log_{10}(a_1) \text{ dB} \quad (4.4.15)$$

Bu denklemden $a_1 = 0.0904$ olarak hesaplanır. Köşe frekansı ω'_c 'den 10 dB aşağıda seçilirse, Denklem 4.4.3'ten $T_1 = 171.68$ olarak hesaplanır. Dolayısıyla Denklem 4.4.14 ile verilen $G_2(s)$ sistemi için geri faz kontrolörü Denklem 4.4.1 formunda aşağıdaki gibi elde edilir,

$$C_1(s) = \frac{1+15.45s}{1+171.68s} \quad (4.4.16)$$

Şekil 4.4.3'te görüleceği gibi, geri faz kontrolörü $G_2(s)$ sistemini en kötü durum faz payına $\omega'_c = 0.6472 \text{ rad/sn}$ frekansında ulaştırır. Bu frekansta sistem yaklaşık olarak 60° faz payına ve 16.82 dB kazanç payına ulaşır.

İstenen 30 dB ve bir miktar güvenlik payı ile 35 dB kazanç payına ulaşmak için en kötü durum faz kesim frekansı istenen kazanç payının gerçekleştiği $\omega''_c = 7.4296 \text{ rad/sn}$ frekansına taşınmalıdır. Bunun için Denklem 4.4.4'te gösterildiği gibi aşağıdaki denklemin sağlanması gerekir.

$$-10 \log_{10}(a_2) = -(35 - 16.82) \text{ dB} = -18.18 \text{ dB} \quad (4.4.17)$$

Denklem 4.4.5 ve 4.4.17 kullanılarak $a_2 = 65.7658$ ve $T_2 = 0.0166$ değerleri hesaplanır. Bu değerler kullanılarak ileri faz kontrolörü Denklem 4.4.6 formunda aşağıdaki gibi elde edilir.

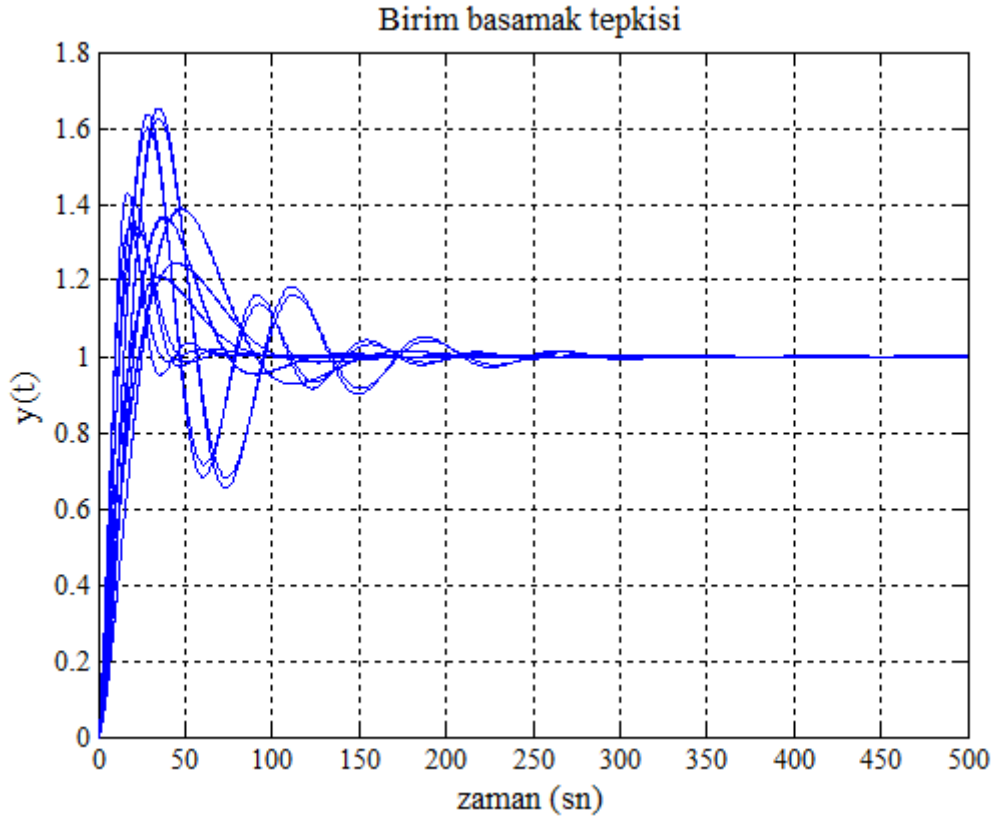
$$C_2(s) = \frac{1}{65.7658} \cdot \frac{1+1.0917s}{1+0.0166s} \quad (4.4.18)$$

Denklem 4.4.16 ve 4.4.18 kullanılarak Denklem 4.4.7 formunda ileri-geri faz kontrolörü aşağıdaki gibi oluşturulabilir.

$$C(s) = \frac{(1+15.45s)(1+1.0917s)}{65.7658(1+171.68s)(1+0.0166s)} \quad (4.4.19)$$

Elde edilen $C(s)$ ile kontrol edilen $G_2(s)$ sisteminin Şekil 4.4.3'te verilen Bode zarflarından görüleceği gibi, ileri-geri faz kontrolörü parametre belirsizliği yapısındaki kesir dereceli $G_2(s)$ sisteminin dayanıklı performans gereksinimlerini karşılamaktadır. Bu kontrol sisteminde integratör olmadığından kontrol edilen sistemin birim basamak tepkisinde kalıcı hal hata oluşur. Kalıcı hal hatayı önlemek için $C(s)$ kontrolörüne bir integratör eklenirse bu kalıcı hal hatası önlenmiş olur. Bu durumda $G_2(s)$ sisteminin her belirsiz parametresinin sınır değerleri alınarak oluşturulan 32 geçiş fonksiyonu için

kontrol edilen sistemin birim basamak tepkisi Şekil 4.4.4'te verildiği gibi elde edilebilir. Bu şekilden görüleceği gibi, elde edilen kontrolör belirsiz parametre aralığında sistemin dayanıklı kararlılığını sağlamaktadır.



Şekil 4.4.4. $C(s)G_2(s)$ 'in belirsiz parametre aralığında birim basamak tepkileri.

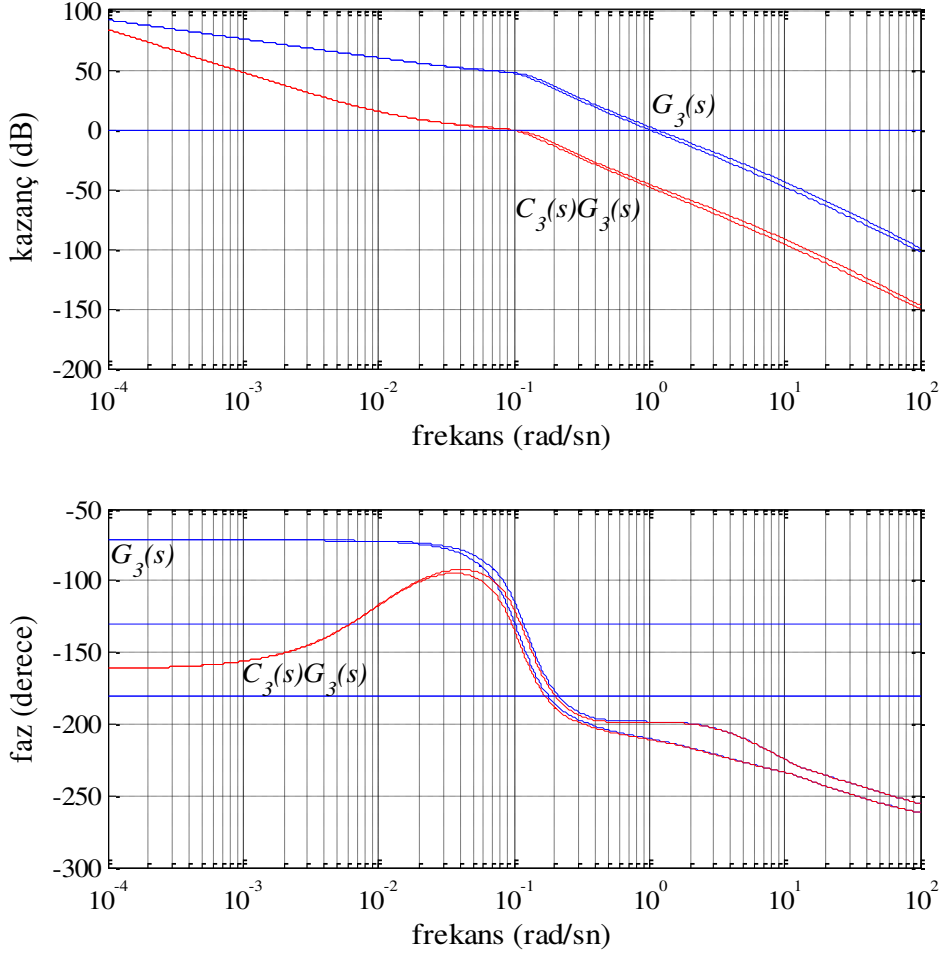
4.4.2.3. Uygulama 3: Oransal Integral (PI) Kontrolör

Aşağıda verilen parametre belirsizliği yapısındaki kesir dereceli sistemi ele alalım,

$$G_3(s) = \frac{n_1 s + n_0}{d_4 s^{3.9} + d_3 s^{3.2} + d_2 s^{2.3} + d_1 s^{0.8} + d_0} \quad (4.4.20)$$

burada $n_1 \in [0.35, 0.45]$, $n_0 = 1$, $d_4 = 0.02$, $d_3 \in [0.25, 0.35]$, $d_2 \in [0.9, 1.1]$, $d_1 = 0.04$ ve $d_0 = 0$ olarak veriliyor. Bu örnekte kapalı çevrim sistemin faz payının en az 45° olması isteniyor. Şekil 4.4.5'te verilen $G_3(s)$ sisteminin Bode zarflarından görüleceği gibi, istenen 45° faz payı ve bir miktar güvenlik payı ile 50° faz payına

$\omega'_c = 0.1 \text{ rad/sn}$ frekansında ulaşılır. Bu frekanstaki maksimum kazanç 47.92 dB olduğu görülür.



Şekil 4.4.5. $G_3(s)$ ve $C_3(s)G_3(s)$ sistemlerinin Bode zarfları

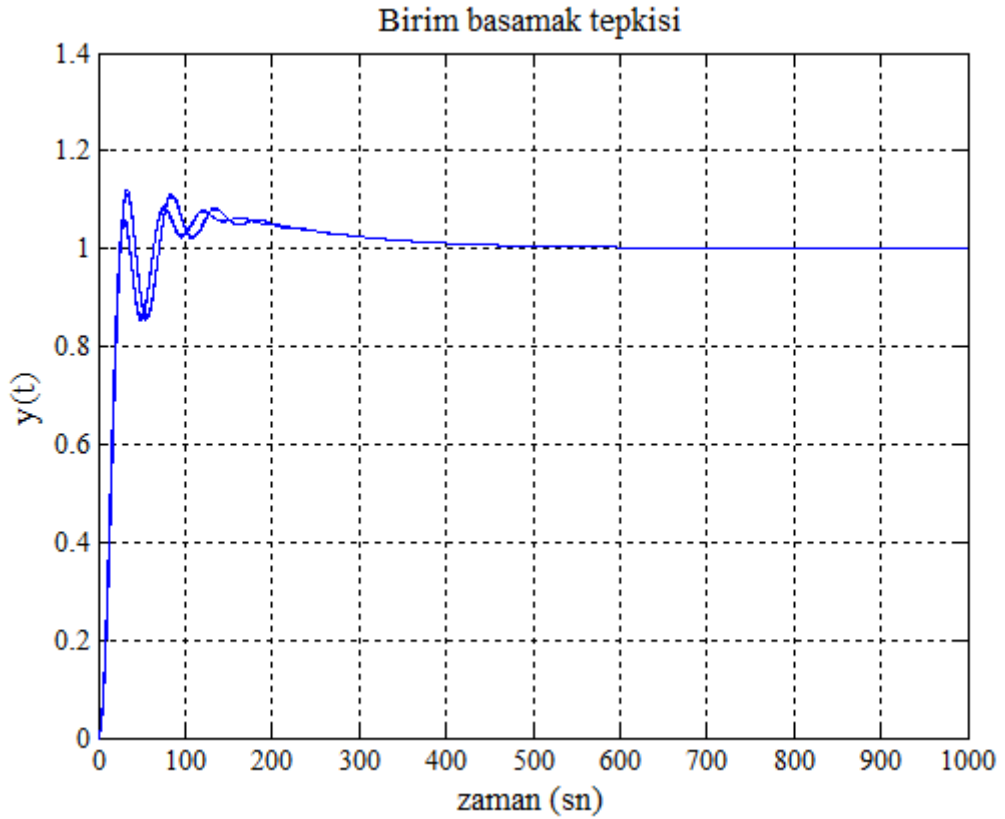
İstenen faz payına ulaşmak için sistemin Bode zarfında kazanç kesim frekansı, istenen faz payının gerçekleştiği $\omega'_c = 0.1 \text{ rad/sn}$ frekansına taşınabilir. Bunun için aşağıdaki eşitlik sağlanmalıdır.

$$-20\log_{10}(k_p) = 47.92 \text{ dB} \quad (4.4.21)$$

Bu denklemden oransal sabit $k_p = 0.004$ olarak hesaplanır. Integral terimin katsayısı ise Denklem 4.4.10'dan $k_i = 0.00004$ olarak bulunur. Dolayısıyla kesir dereceli aralık geçiş fonksiyonu $G_3(s)$ için PI kontrolör Denklem 4.4.8 formunda şöyle elde edilir.

$$C_3(s) = 0.004 + \frac{0.00004}{s} \quad (4.4.22)$$

Şekil 4.4.5'te görüldüğü gibi *PI* kontrolör ile kontrol edilen sistem istenen dayanıklı faz payını sağlamaktadır. $G_3(s)$ sisteminin her belirsiz parametresinin sınır değerleri alınarak oluşturulan 8 geçiş fonksiyonu için kontrol edilen sistemin birim basamak tepkisi Şekil 4.4.6'da verildiği gibi elde edilebilir. Bu şekilden görüleceği gibi, elde edilen $C_3(s)$ kontrolörü belirsiz parametre aralığında sistemin dayanıklı kararlılığını sağlamaktadır.



Şekil 4.4.6. $C_3(s)G_3(s)$ 'in belirsiz parametre aralığında birim basamak tepkileri.

4.4.3. Bölüm 4.4'ün Sonuçları

Bu bölümde, parametre belirsizliği yapısındaki kesir dereceli sistemlerin istenen performans özelliklerini ve dayanıklı kararlılığını sağlayacak parametrik dayanıklı klasik kontrolör tasarımı için bir yöntem önerilmiştir. Sistemin Bode zarfları kullanılarak geri faz, ileri-geri faz ve *PI* kontrolör tasarlanmıştır. Önerilen yöntemle

elde edilen kontrolörlerin, sistemin istenen performans değerlerini sağladığı gözlenmiştir. Yöntemin uygulanması sayısal örneklerle açıklanmıştır. Bu bölümde elde edilen sonuçlar bu sistemlerin dayanıklı kararlılık analizi için önemli olacaktır.

4.5. Kesir Dereceli Referans Modele Dayalı Optimal *PID* Kontrolör Tasarımı

Önceki bölümlerde de bahsediliği gibi *PID* kontrolörler çok geniş kullanım alanı bulmaktadır. Kesirli diferansiyel denklemlerin son dönemlerde daha iyi anlaşılması sonucu birçok araştırmacı sistemleri tanımlarken kesir dereceli model kullanmaya yönelmiştir [122]. Son dönemlerde yapılan bazı çalışmalarda kontrolör parametrelerinin ayarlanması için kesir dereceli modeller referans model olarak kullanılmıştır [15]. Birçok optimal kontrol problemi Matlab kullanılarak basit optimizasyon problemine dönüştürülebilir ve bu problemler Matlab programının optimizasyon araçları kullanılarak nümerik olarak çözülebilir. Dolayısıyla bu araçlar kullanılarak optimum kontrolör tasarımı yapılabilir. Optimal kontrolör tasarımı ile ilgili bazı çalışmalar [15, 35]'de yer almaktadır.

Matlab programının optimizasyon aracı, minimum yada maksimum yapılmak istenen reel bir fonksiyonu, izin verilen değer kümesi içerisinde uygun değerleri seçerek sistematik olarak çözmeye çalışır. Optimizasyon algoritmaları, sınırlanmış yada sınırsız sürekli yada ayrık zamanlı (discrete) fonksiyon problemlerini çözer. Bu araç, doğrusal (linear), ikinci dereceden fonksiyon (quadratic), ikili (binary) ve tamsayı programlama, doğrusal olmayan (nonlinear) optimizasyon, doğrusal olmayan en küçük kareler (least squares), doğrusal olmayan eşitlik sistemleri ve çok amaçlı optimizasyon gibi fonksiyonları içerir. Bu fonksiyonlardan istenilenler kullanılarak optimal çözümler bulunabilir. Sınırlandırılmamış optimizasyon, aşağıdaki formda verilen problemleri çözebilir.

$$\min_x F(x) \quad (4.5.1)$$

Burada optimizasyon, hedef fonksiyonu $F(x)$ 'i minimum yapan x vektörünü bulur. Bu bölümde optimizasyon teknikleri kullanılarak, kesir dereceli referans modele dayalı *PID* kontrolör tasarımı önerilmiştir. Bode'nin ideal geçiş fonksiyonu, optimizasyon için referans model olarak alınmıştır. Referans bir modele göre, en küçük kareler

optimizasyon yöntemiyle *PID* kontrolörün parametreleri, yani k_p -oransal terimin katsayısı, k_i -integral terimin katsayısı ve k_d -türevsel terimin katsayısı, elde edilmiştir. Önerilen yöntemle kontrol edilen sistemin birim basamak tepkilerinin referans modelin birim basamak tepkilerine çok yakın olduğu gözlenmiştir. Referans modelin farklı parametreleri için farklı *PID* parametreleri elde edilmiş ve referans modele uygun parametreler seçilerek, sistemin birim basamak tepkisinde yüzde aşmasının ve diğer zaman karakteristiklerinin istenilen değerlere ayarlanabildiği gözlenmiştir.

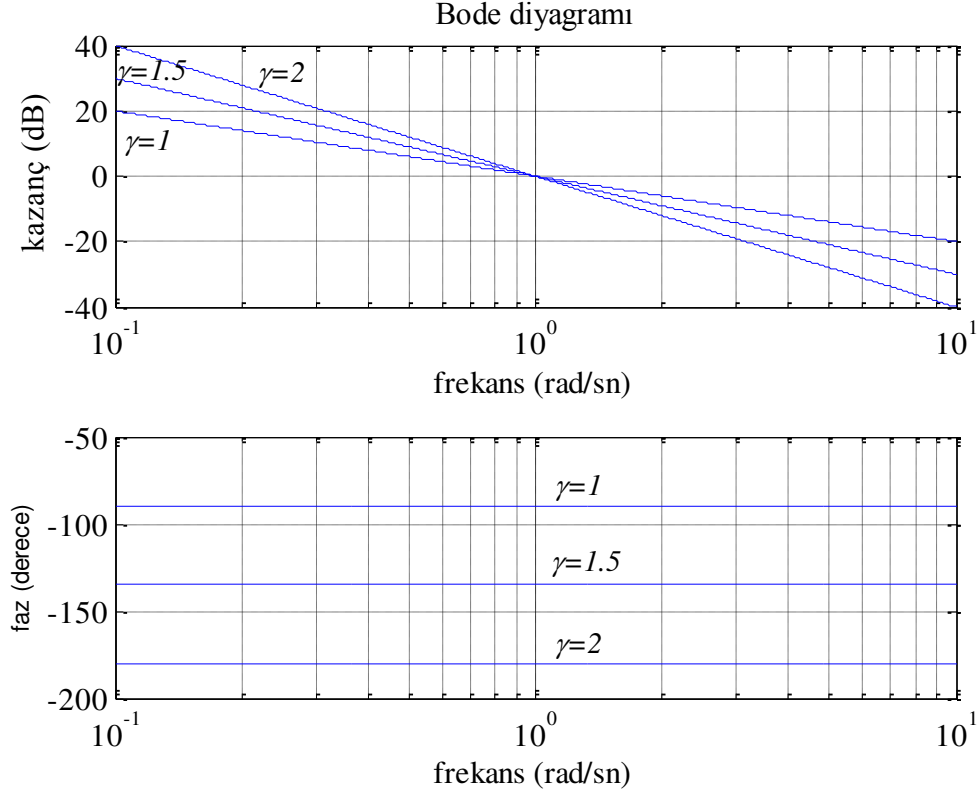
4.5.1. Bode'nin İdeal Kontrol Çevrimi

Bu bölümde verilen Bode'nin ideal kontrol çevrimi [15]'den özetlenmiştir. H.W. Bode, literatürde çok iyi bilinen kitabı [123]'de geri beslemeli kontrol sistemlerinin özelliklerinin belirlenmesi ve tasarımı için bir yöntem önermiştir. Bode bu çalışmasında, açık çevrim geçiş fonksiyonun ideal şeklini aşağıdaki formda vermiştir.

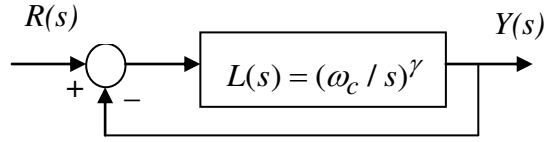
$$L(s) = \left(\frac{\omega_c}{s} \right)^\gamma, \quad \gamma \in R \quad (4.5.2)$$

Burada ω_c frekansı, $|L(\omega_c)|=1$ koşulunu sağlayan kazanç kesim frekansı, γ ise logaritmik ölçekte tamsayı ya da kesirli sayı ile ifade edilebilen genlik eğrisinin eğimidir. Denklem 4.5.2'deki γ değerinin kesirli bir sayı olması durumunda $L(s)$ geçiş fonksiyonu, $\gamma < 0$ için kesir dereceli türev alıcı, $\gamma > 0$ için ise kesir dereceli integral alıcı olarak düşünülebilir.

Farklı γ değerleri için $\omega_c = 1 \text{ rad/sn}$ 'de geçiş fonksiyonu $L(s)$ 'nin Bode diyagramı Şekil 4.5.1'de görüldüğü gibi elde edilebilir. Şekil 4.5.1'den görüldüğü gibi, genlik eğrileri $-20\gamma \text{ dB/dec}$ eğimli, faz eğrileri ise $-\gamma \pi/2 \text{ rad}$ noktalarında yatay doğrulardan oluşmuştur. Bu şekilden görüleceği gibi kazanç değiştiğinde sistemin faz payı aynı kalmaktadır. Dolayısıyla geçiş fonksiyonu $L(s)$, kapalı çevrim sistemde istenen bir özellik olan kazanç değişimlerine karşı duyarsız olma özelliğini sağlamaktadır. Bu nedenle $L(s)$ geçiş fonksiyonu ile verilen Şekil 4.5.2'deki kapalı çevrim sistem referans model olarak kullanılabilir.



Şekil 4.5.1. Farklı γ değerleri için $L(s)$ 'nin Bode diyagramları.

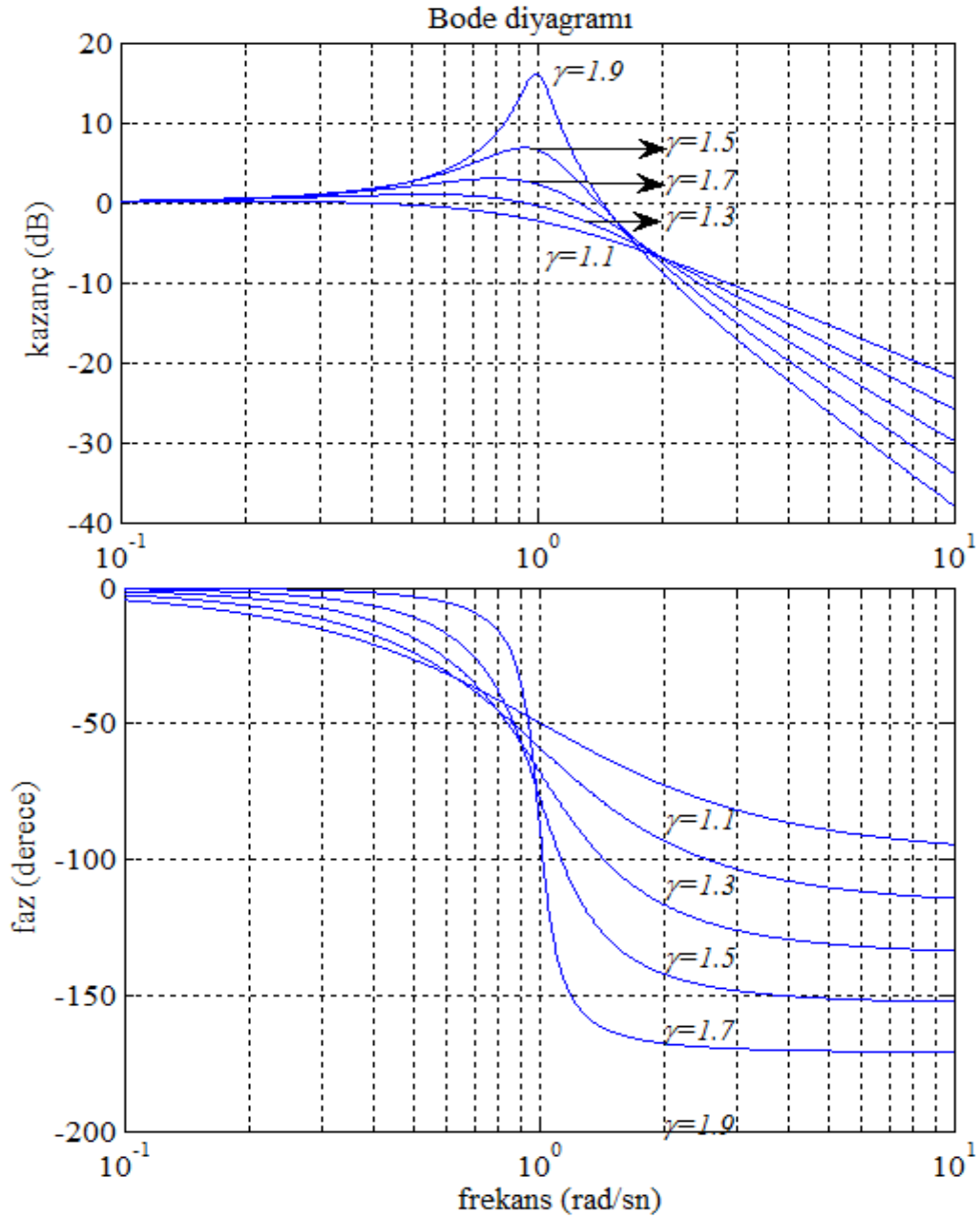


Şekil 4.5.2. Bode'nin ideal geçiş fonksiyonu ile kesir dereceli kontrol çevrimi.

Şekil 4.5.2'deki sistemin kapalı çevrim geçiş fonksiyonu aşağıdaki denklemle gösterilebilir.

$$T(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} = \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_c}\right)^\gamma + 1}, \quad 1 < \gamma < 2 \quad (4.5.3)$$

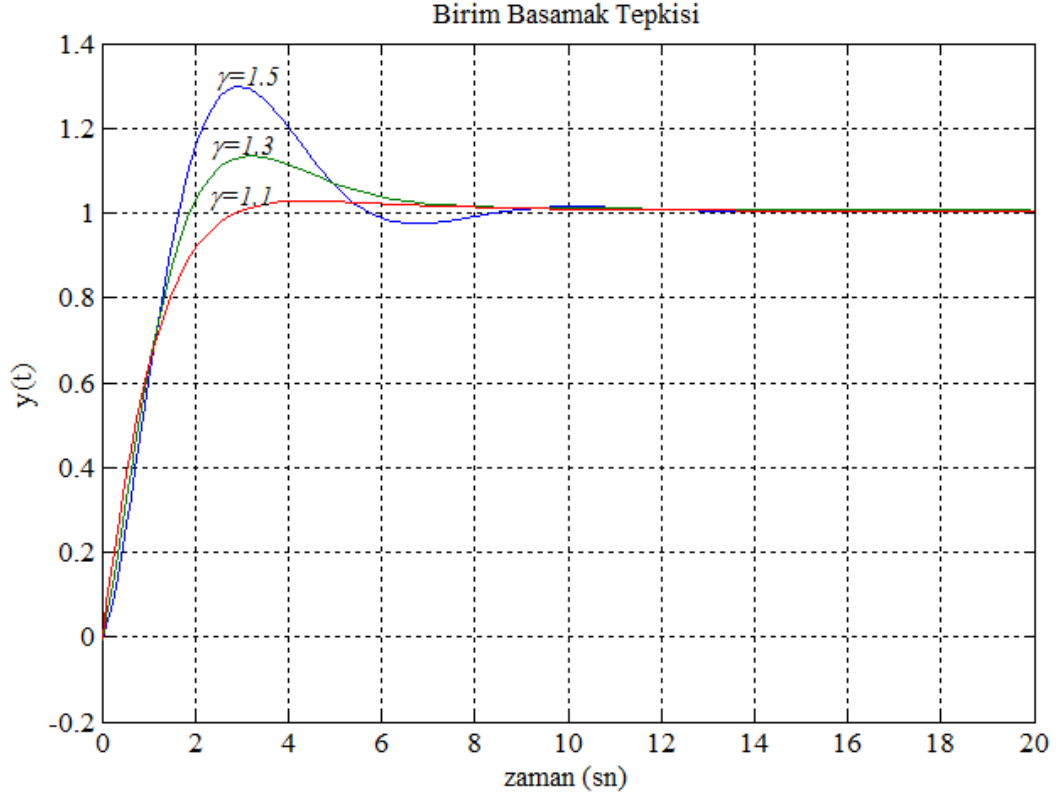
Şekil 4.5.2'deki kapalı çevrim geçiş fonksiyonu $T(s)$ 'in $\omega_c = 1 \text{ rad/sn}$ 'de farklı γ değerleri için Bode eğrileri Şekil 4.5.3'te görüldüğü gibi elde edilebilir.



Şekil 4.5.3. Farklı γ değerlerinde $T(s)$ 'in Bode diyaqramları

Şekil 4.5.2'deki kapalı çevrim sistemin birim basamak tepkileri $\omega_c = 1 \text{ rad/sn}$ 'de farklı γ değerleri için Şekil 4.5.4'te görüldüğü gibi elde edilebilir. Bu şekilden görüleceği gibi referans sistemin birim basamak tepkisinin zaman karakterisitkleri uygun γ değerleri seçilerek ayarlanabilir [15].

Yani, uygun γ ve ω_c değerleri seçilerek referans sistemin birim basamak tepkisinin istenilen özellikte olması sağlanabilir. Dolayısıyla Bode'nin ideal kontrol çevrimi kontrolör tasarım algoritmalarında referans model olarak kullanılabilir.



Şekil 4.5.4. Farklı γ değerlerinde $T(s)$ 'in birim basamak tepkileri

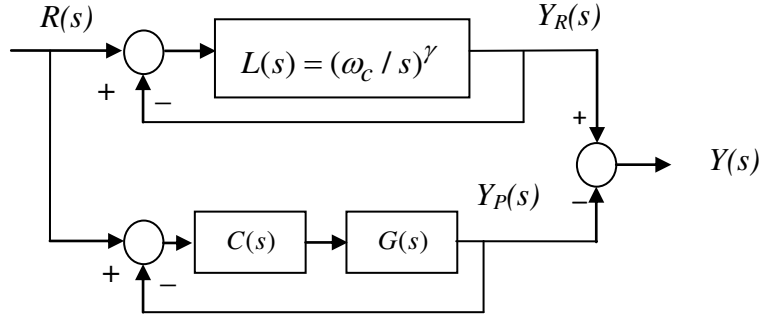
4.5.2. Optimal Kontrolör Tasarım Algoritması

Önceki bölümde Bode'nin ideal geçiş fonksiyonunun özellikleri γ ve ω_c parametrelerine bağlı olarak verilmişti. Şekil 4.5.2 ile verilen Bode'nin ideal kontrol çevrimi referans model alınarak oluşturulan kontrolör tasarım sistemi Şekil 4.5.5'te görüldüğü gibi oluşturulabilir. Bu şekilde verilen sistemin amacı, sistemin $Y(s)$ çıkışını minimum yapacak değerleri bulmaktır. PID kontrolör $C(s)$ 'in parametreleri uygun seçilerek kontrol edilecek sistemin çıkışı $Y_P(s)$ 'nin, referans sistemin çıkışı $Y_R(s)$ 'e çok yakın olması sağlanabilir ve sistemin çıkışı $Y(s)$ minimum yapılabilir. Sistemin $Y(s)$ çıkışını minimum yapacak $C(s)$ kontrolörünün optimum parametrelerini bulmak için Matlab programının en küçük kareler yöntemini kullanan "lsqnonlin" optimizasyon algoritması kullanılabilir. Bu optimizasyon algoritması aşağıdaki formda verilen problemleri çözebilir.

$$\min \left\{ \sum (Y(s))^2 \right\} \quad (4.5.4)$$

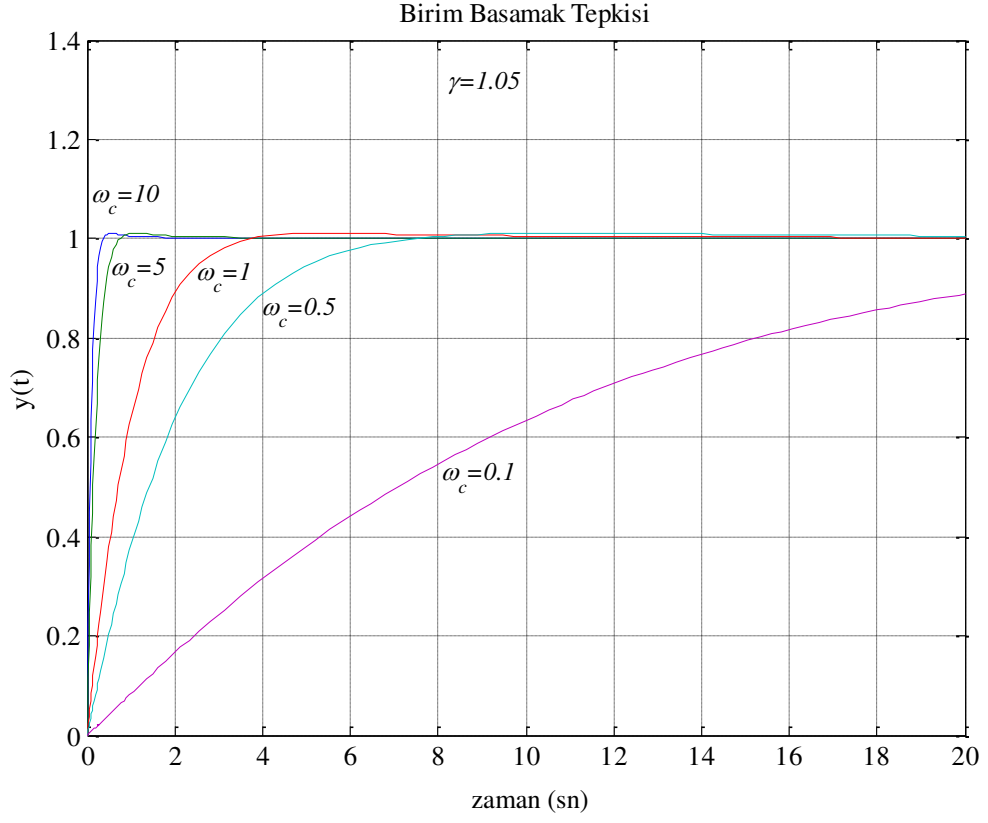
Burada $Y(s) = Y_P(s) - Y_R(s)$ olduğundan optimizasyon algoritması ile çözülecek problem aşağıda verilen formda olur.

$$\min \left\{ \sum (Y_P(s) - Y_R(s))^2 \right\} \quad (4.5.5)$$

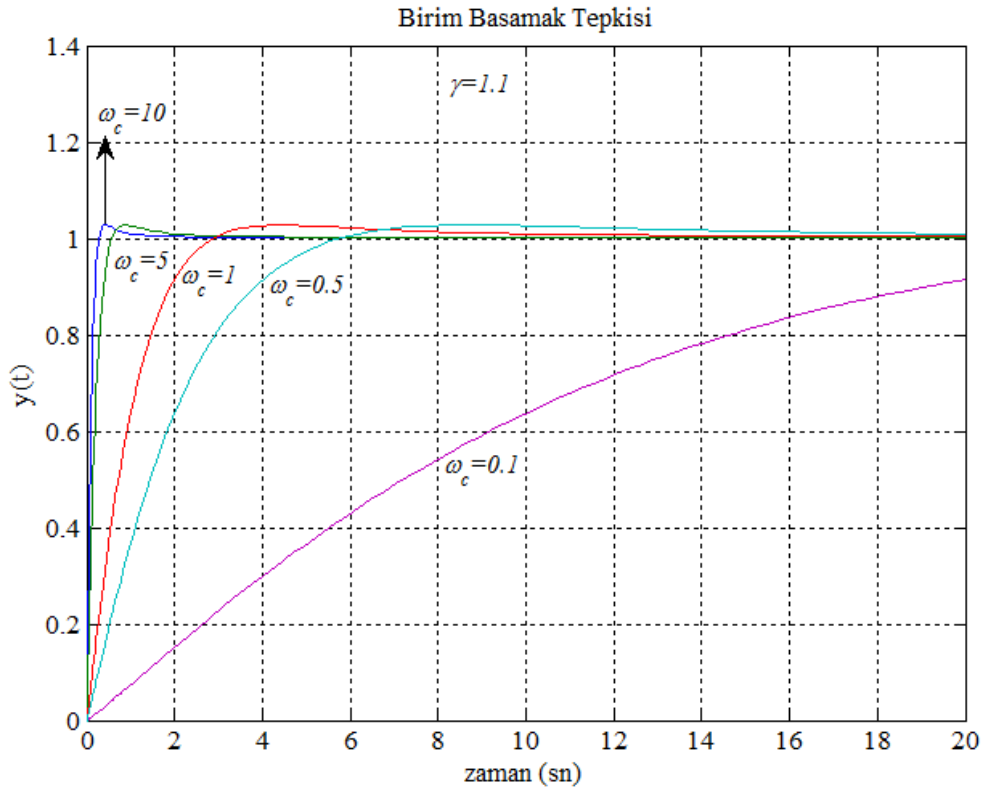


Şekil 4.5.5. Kontrolör tasarım sistemi.

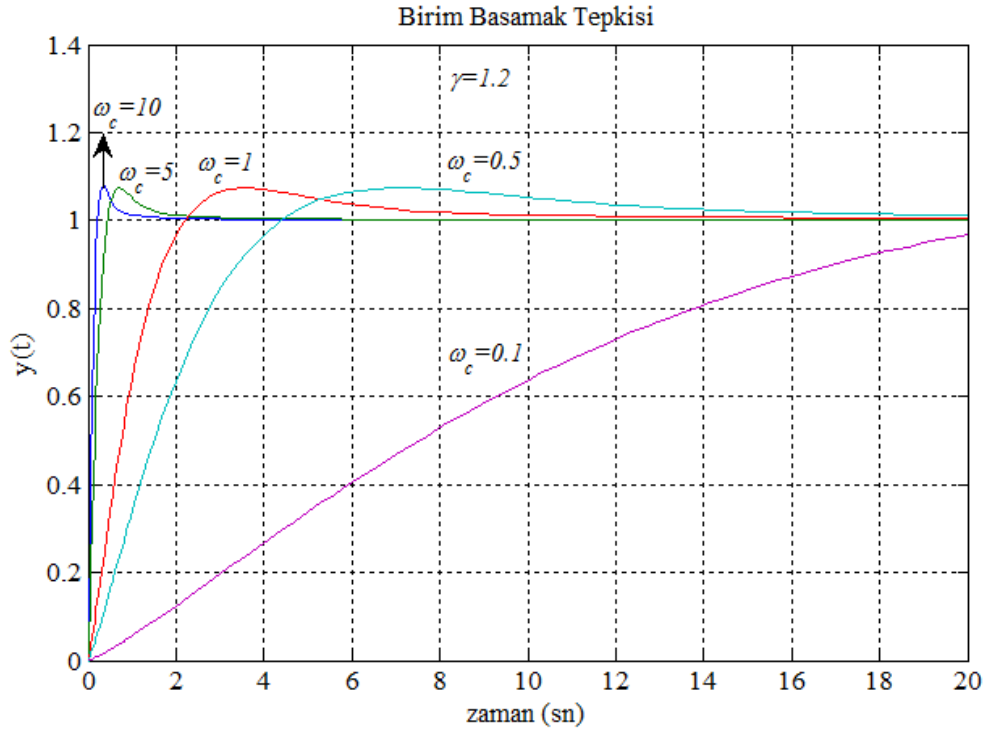
Bu optimizasyon algoritması kontrolör parametreleri için belirlenen başlangıç değerlerinden başlar ve Denklem 4.5.5'i sağlayacak parametreler için optimum değerleri bulur. Referans sistemin parametreleri γ ve ω_c için uygun değerler seçilerek sistemin çıkışı için istenilen birim basamak tepkisini verecek kontrolör parametreleri elde edilebilir. Böylece istenilen özellikleri sağlayan uygun *PID* kontrolör Denklem 4.2.2 formunda elde edilir. Referans sistemin parametrelerinden γ değeri yüzde aşmayı oldukça fazla etkilerken ω_c değeri ise yükselme zamanı, tepe zamanı ve kararlı hale geçme zamanı gibi karakteristikleri etkilemektedir. Şekil 4.5.6 - 4.5.10 farklı γ ve ω_c değerleri için Şekil 4.5.2'de verilen Bode'nin ideal kontrol çevriminin birim basamak tepkilerini vermektedir. Şekil 4.5.6 -4.5.9'dan görüleceği gibi sabit bir γ değerinde farklı ω_c değerleri için birim basamak tepkilerinin yüzde aşmaları hemen hemen değişmemektedir fakat diğer zaman karakteristikleri her ω_c değeri için farklıdır. Şekil 4.5.10'da ise sabit bir ω_c değerinde farklı γ değeri için referans sistemin birim basamak tepkisi verilmektedir. Bu şekilden de görüldüğü gibi farklı γ değerlerinde birim basamak tepkisinin yüzde aşması değişmekte fakat diğer zaman karakteristikleri hemen hemen sabit kalmaktadır. Dolayısıyla Şekil 4.5.6 – 4.5.10 dikkate alındığında uygun γ ve ω_c değerleri seçilerek Bode'nin ideal kontrol çevriminde istenilen birim basamak tepkisinin elde edilebildiği sonucuna varılabilir.



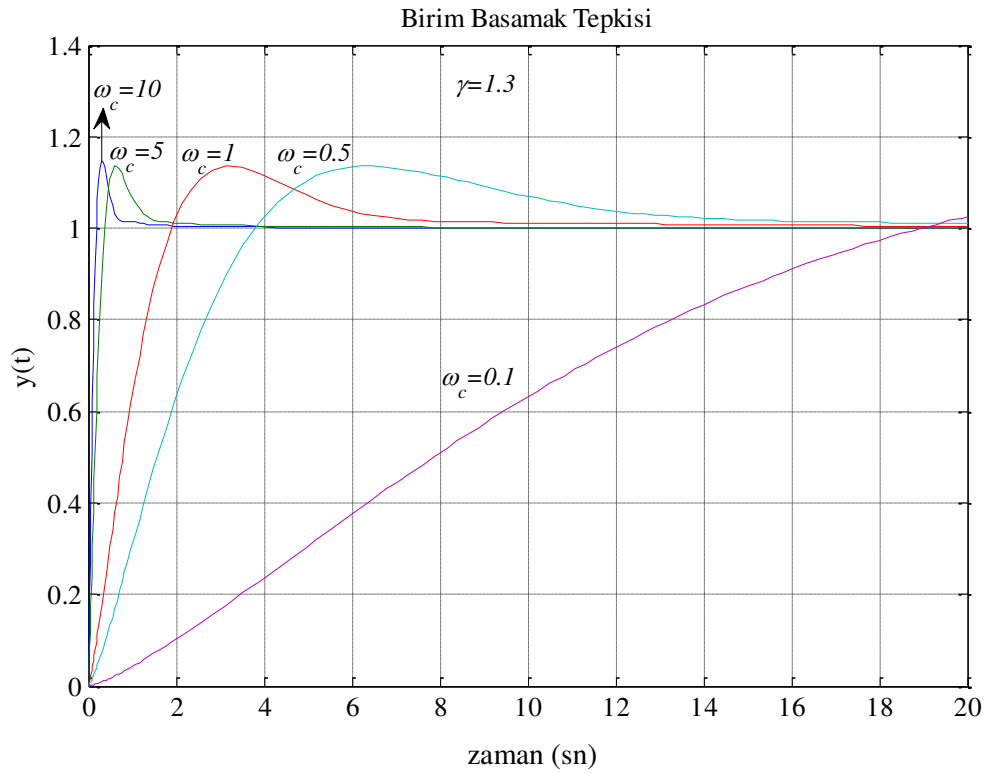
Şekil 4.5.6. $\gamma = 1.05$ için referans modelin birim basamak tepkileri.



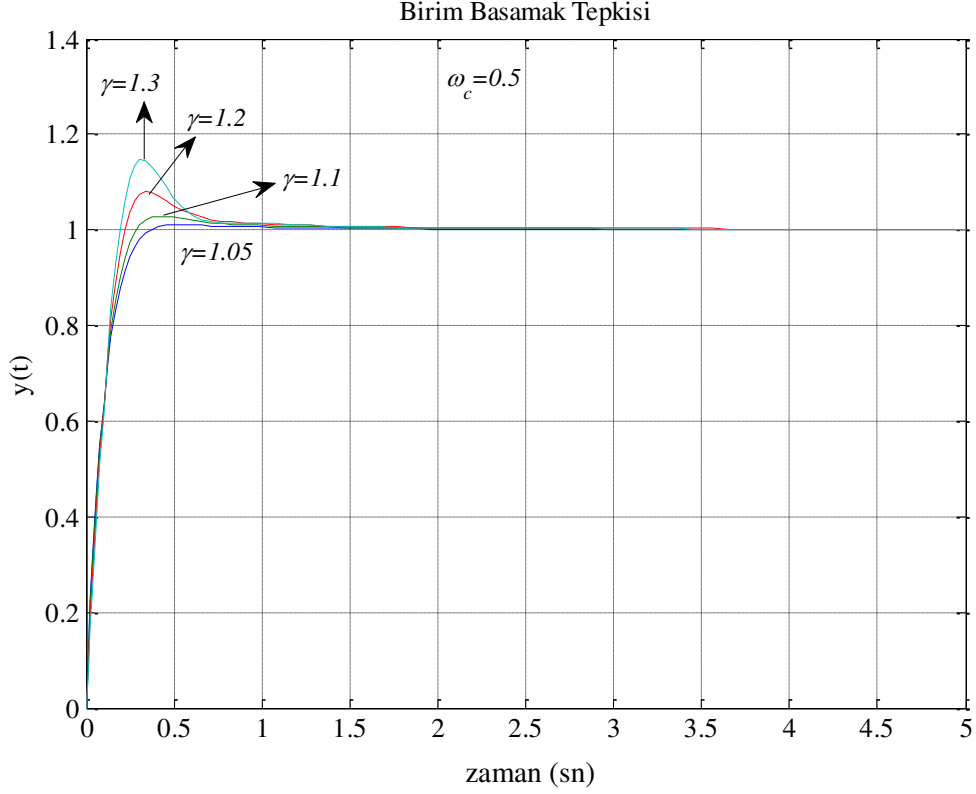
Şekil 4.5.7. $\gamma = 1.1$ için referans modelin birim basamak tepkileri.



Şekil 4.5.8. $\gamma = 1.2$ için referans modelin birim basamak tepkileri.



Şekil 4.5.9. $\gamma = 1.3$ için referans modelin birim basamak tepkileri.



Şekil 4.5.10. $\omega_c = 0.5$ için referans modelin birim basamak tepkileri.

Optimum *PID* kontrolör tasarım algoritması şöyle özetlenebilir;

- Sistemden istenen tepkiyi elde etmek için referans modelin parametreleri γ ve ω_c için uygun değerler seçilir,
- *PID* kontrolörün k_p , k_i ve k_d parametreleri için uygun başlangıç değerleri seçilir,
- Verilen sistemde istenen birim basamak tepkisini elde etmek için Matlab programının optimizasyon algoritması “Isqnonlin”, Matlab “Simulink” programı yardımıyla Şekil 4.5.5 ile verilen kontrolör tasarım sisteminde kullanılarak optimizasyon yapılır,
- *PID* kontrolörün k_p , k_i ve k_d parametreleri için yeni değerler bulunur.

4.5.3. Yöntemin Uygulanması

Bu bölümde üç farklı sistem üzerinde uygulama yapılmıştır. İlk uygulamada osilasyonlu bir sistem, ikinci uygulamada yüksek dereceli bir sistem, üçüncü uygulamada ise integral içeren bir sistem ele alınmıştır. Bu sistemler için optimum *PID* kontrolör tasarlanmıştır.

4.5.3.1. Örnek 1

Aşağıdaki geçiş fonksiyonu ile verilen osilasyonlu bir sistemi ele alalım.

$$G_1(s) = \frac{1}{s^2 + 0.02s + 1} e^{-0.1s} \quad (4.5.6)$$

Burada amaç, bu sistemin birim basamak tepkisinin referans sistemin birim basamak tepkisi ile aynı olmasını sağlayacak Denklem 4.2.2. formunda verilen *PID* kontrolör parametrelerini bulmaktır. *PID* kontrolörün k_p , k_i ve k_d parametreleri önceki bölümde açıklanan en küçük kareler yöntemi kullanılarak optimizasyonla bulunabilir. Bu uygulamada referans model için parametre değerleri $\gamma = 1.3$ ve $\omega_c = 1 \text{ rad/sn}$ seçilerek *PID* kontrolör aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

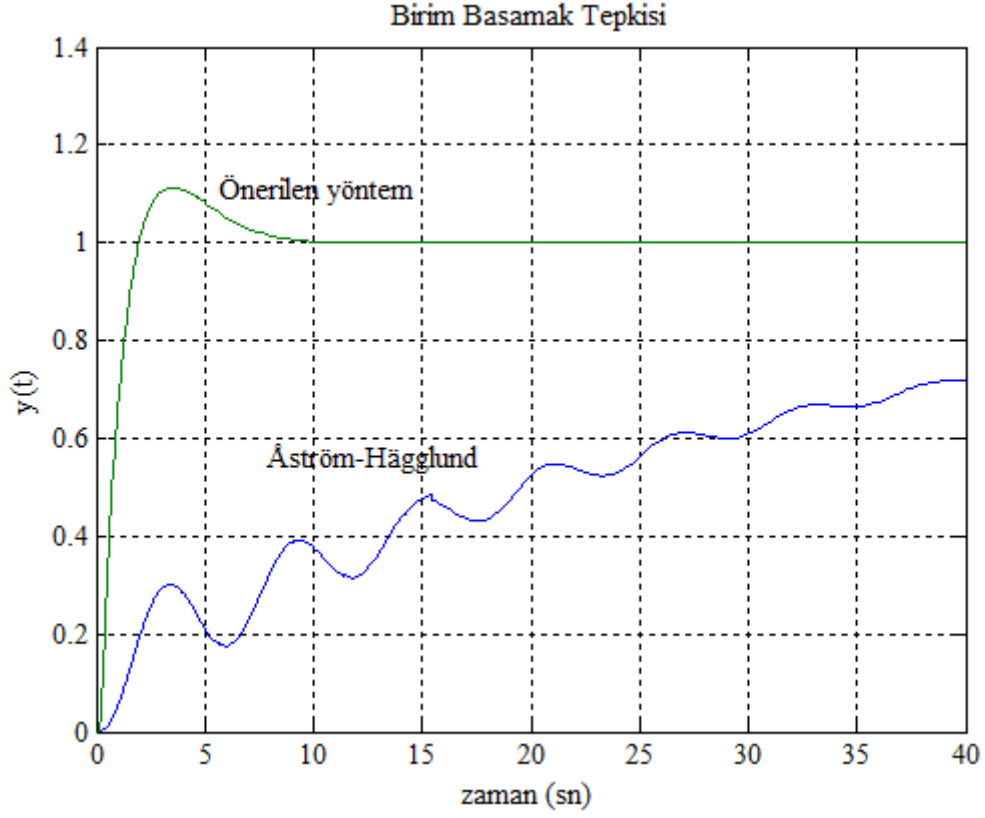
$$C_1(s) = 5.4 + \frac{2.3595}{s} + 5.8399s \quad (4.5.7)$$

Aynı sistem için parametreleri klasik Åström-Hägglund yöntemi ile bulunan *PID* kontrolör aşağıdaki gibi verilebilir [124].

$$C_a(s) = 0.142 + \frac{0.0323}{s} + 0.1562s \quad (4.5.8)$$

Denklem 4.5.6 ile verilen sistemi kontrol etmek için önerilen yöntemle elde edilen $C_1(s)$ ve klasik Åström-Hägglund yöntemi ile elde edilen $C_a(s)$ kullanılarak oluşturulan birim basamak tepkileri Şekil 4.5.11’de görülmektedir. Bu şekilde açıkça görüleceği gibi, önerilen yöntemle elde edilen kontrolör sistemin kararlılığını sağlamaktadır ve önerilen yöntem, klasik Åström-Hägglund yönteminden çok daha iyi sonuç vermektedir.

Bölüm 4.5.2’de açıklandığı gibi, Bode’nin ideal kontrol çevriminde γ ve ω_c parametreleri için uygun değerler seçilerek birim basamak tepkisinin yüzde aşması ve diğer zaman karakteristikleri ayarlanabilir. Dolayısıyla, Şekil 4.5.5’teki sistemde referans model için uygun parametreler seçilerek istenilen birim basamak tepkisini verecek olan kontrolör parametreleri elde edilebilir. Tablo 4.5.1 farklı γ ve ω_c değerleri için elde edilen *PID* kontrolör parametrelerini vermektedir.

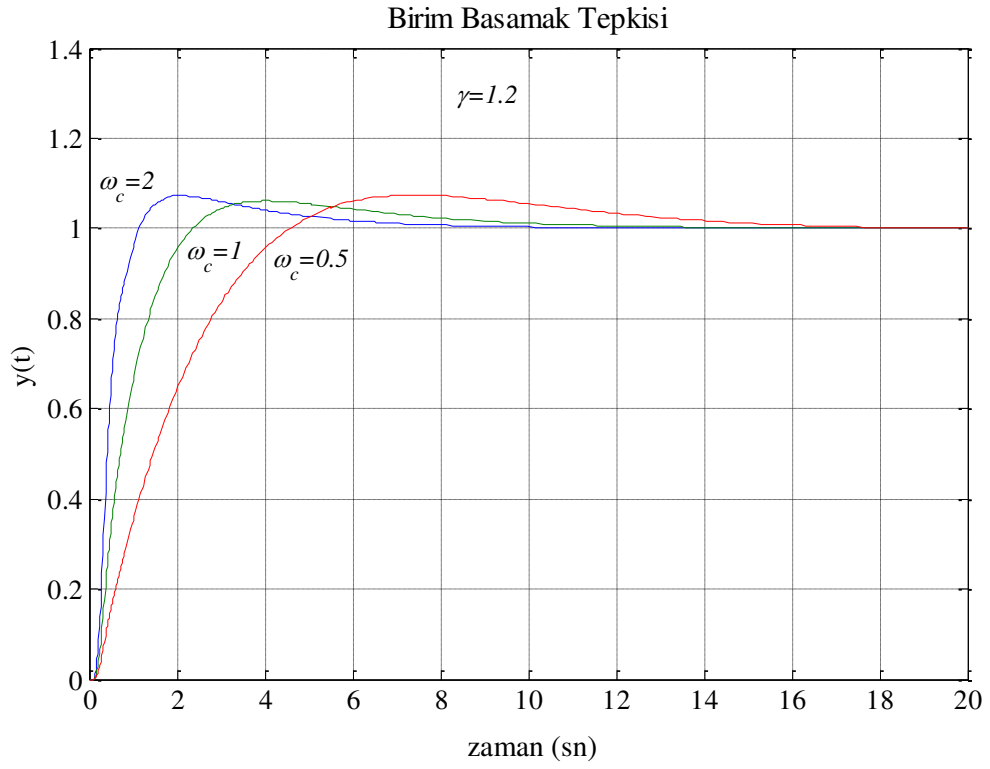


Şekil 4.5.11. Önerilen yöntemle ve Åström-Hägglund yöntemi ile elde edilen kontrolörler için sistemin birim basamak tepkileri.

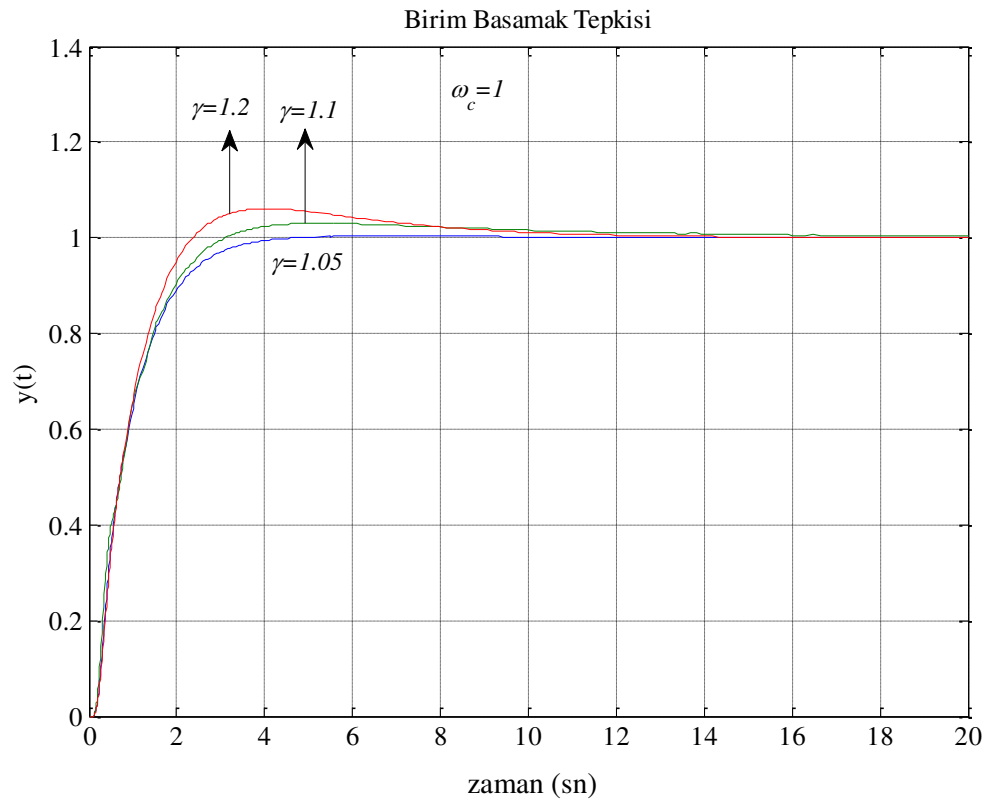
Tablo 4.5.1. Farklı γ ve ω_c değerleri için elde edilen *PID* kontrolör parametreleri.

γ	ω_c	k_p	k_i	k_d
1.05	2	14.3577	2.4945	7.8944
1.05	1	6.7755	1.0600	6.6891
1.05	0.5	3.5479	0.5426	7.0386
1.1	2	13.2585	2.4274	6.7351
1.1	1	9.5998	1.5240	9.6580
1.1	0.5	3.3855	0.6373	6.9631
1.2	2	12.6904	4.6577	6.8623
1.2	1	6.1684	1.8054	6.2886
1.2	0.5	2.8947	0.8241	6.5303

Tablo 4.5.1’deki farklı γ ve ω_c değerleri için elde edilen *PID* kontrolörler kullanılarak $C_I(s)G_I(s)$ sisteminin birim basamak tepkileri Şekil 4.5.12 ve 4.5.13’de verilmektedir.



Şekil 4.5.12. $\gamma = 1.2$ için $C_I(s)G_I(s)$ sisteminin birim basamak tepkileri.



Şekil 4.5.13. $\omega_c = 1$ için $C_I(s)G_I(s)$ sisteminin birim basamak tepkileri.

Şekil 4.5.12’de sabit $\gamma = 1.2$ değeri için farklı ω_c değerlerinde, Şekil 4.5.13’te ise sabit $\omega_c = 1$ değeri için farklı γ değerlerinde elde edilen *PID* kontrolörler ile kontrol edilen $C_I(s)G_I(s)$ sisteminin birim basamak tepkileri görülmektedir. Bu şekillerden görüldüğü gibi, Tablo 4.5.1’de verilen kontrolörler kontrol sisteminin kararlılığını ve istenilen zaman karakteristiklerini sağlamaktadır. Beklendiği gibi Şekil 4.5.12’de sabit $\gamma = 1.2$ değerinde birim basamak tepkilerinin yüzde aşmaları aynı kalmaktadır. Şekil 4.5.13’te ise sabit $\omega_c = 1$ değerinde birim basamak tepkilerinin yüzde aşmaları değişmekte, diğer zaman karakteristikleri fazla etkilenmemektedir.

4.5.3.2. Örnek 2

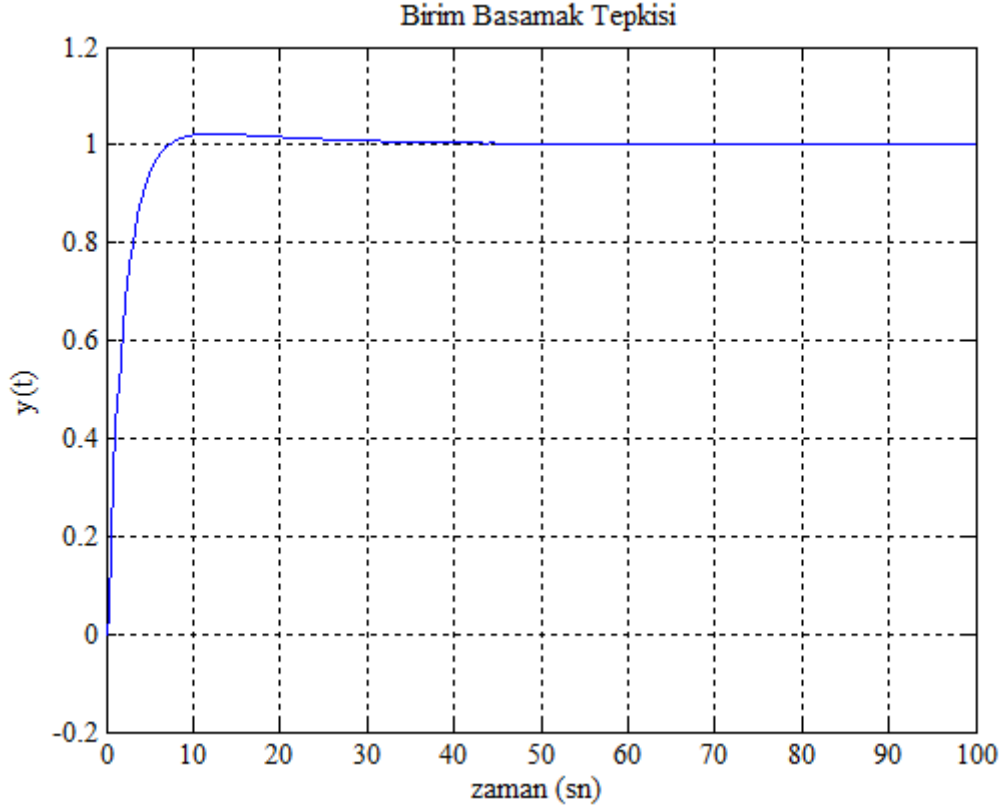
Aşağıda verilen daha yüksek dereceli bir kontrol sistemini ele alalım.

$$G_2(s) = \frac{1}{(s+1)^3} \quad (4.5.9)$$

Denklem 4.5.9 ile verilen sistem için *PID* kontrolör, referans sistemin parametreleri $\gamma = 1.05$ ve $\omega_c = 0.5 \text{ rad/sn}$ alınarak ve en küçük optimizasyon algoritması kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilebilir,

$$C_2(s) = 11.7101 + \frac{0.7095}{s} + 21.3256s \quad (4.5.10)$$

Parametreleri önerilen yöntem ile elde edilen kontrolör ile kontrol edilen sistem $C_2(s)G_2(s)$ ’in birim basamak tepkisi Şekil 4.5.14’te verilmektedir. Bu şekilde görüleceği gibi elde edilen kontrolör sistemin kararlılığını sağlamakta ve çok iyi performans değeri vermektedir.



Şekil 4.5.14. $C_2(s)G_2(s)$ sisteminin birim basamak tepkisi.

4.5.3.3. Örnek 3

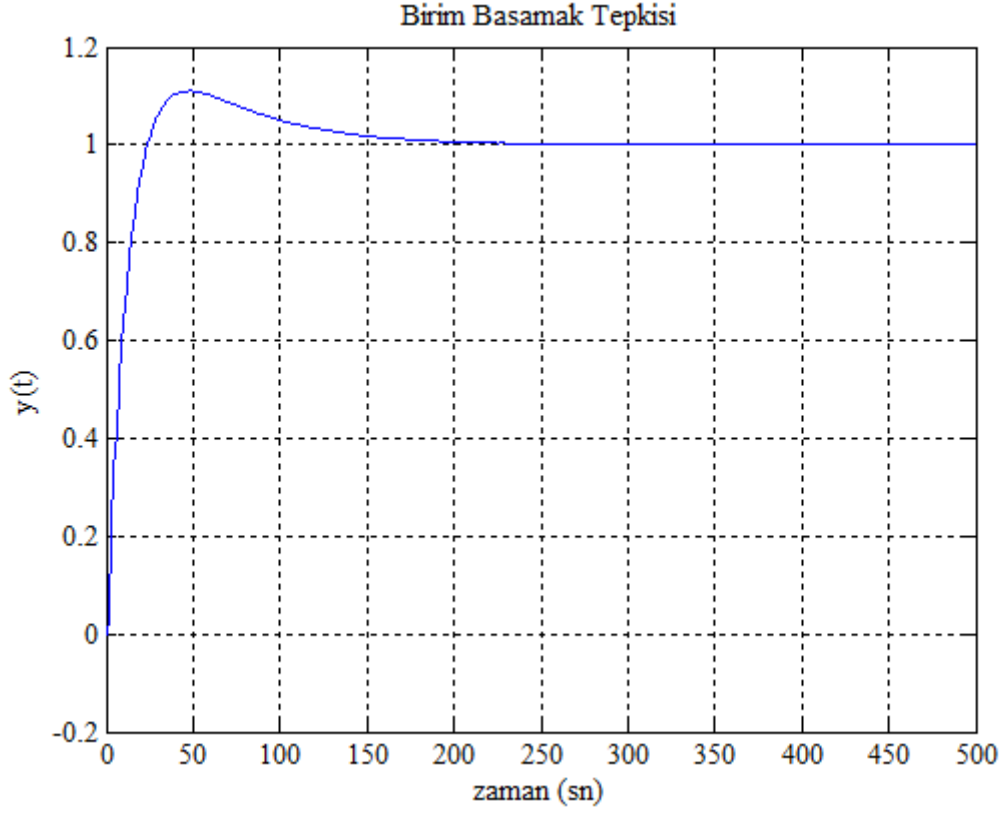
Denklem 4.5.9 ile verilen sistemin integral içerdiğini dikkate alalım,

$$G_3(s) = \frac{1}{s(s+1)^3} \quad (4.5.11)$$

Bu sistem için referans sistemin parametreleri $\gamma = 1.1$ ve $\omega_c = 0.1 \text{ rad/sn}$ alınarak en küçük kareler optimizasyon yöntemi ile PID kontrolör aşağıdaki gibi elde edilebilir,

$$C_3(s) = 0.4315 + \frac{0.0070}{s} + 3.7451s \quad (4.5.12)$$

Parametreleri önerilen yöntem ile elde edilen kontrolör ile kontrol edilen sistem $C_3(s)G_3(s)$ 'in birim basamak tepkisi Şekil 4.5.15'te verilmektedir. Şekil 4.5.15'ten görüleceği gibi elde edilen kontrolör $C_3(s)$ sistemin kararlılığını sağlamaktadır.



Şekil 4.5.15. $C_3(s)G_3(s)$ sisteminin birim basamak tepkisi.

4.5.4. Bölüm 4.5'in Sonuçları

Bu bölümde, Bode'nin ideal kontrol çevrimi referans model olarak kullanılıp en küçük kareler yöntemiyle optimizasyon yapılarak PID kontrolör parametreleri elde edilmiştir. Referans modelin parametreleri uygun seçilerek sistemde istenilen tepkiyi veren ve sistemin kararlılığını sağlayan PID kontrolörün elde edilebildiği görülmüştür. Bu yöntem ilerideki çalışmalarda farklı kontrolör tiplerine de uygulanabilir.

5. KESİR DERECELİ DOĞRUSAL OLMAYAN (NONLINEER) KONTROL SİSTEMLERİNİN ANALİZİ

En az bir tane doğrusal olmayan eleman içeren sistemlerin analiz ve tasarımı doğrusal olmayan (nonlinear) kontrol başlığı altında incelenir. Doğrusal olmayan kontrol sisteminin tasarımı, verilen bir sistemin istenen davranışları sergilemesi ve istenen karakteristikleri sağlaması için sisteme uygun kontrolör elde edilmesi işlemidir [125].

Gerçek fiziksel sistemler doğaları gereği doğrusal değildir. Dolayısı ile aslında her kontrol sistemi belirli açılardan doğrusal olmayan etkiler içerir. Doğrusal olmayan sistemler doğrusal olmayan diferansiyel eşitliklerle ifade edilebilirler. Bununla birlikte, eğer kontrol sisteminin çalışma aralığı küçük ve sistemin içerdiği doğrusal olmayan etki düzenli bir yapıda ise, kontrol sisteminin lineer yaklaşımı uygun olabilir [126, 127].

Doğrusal kontrol konusu artık yeterince olgunlaşmıştır. Doğrusal kontrol sistemlerinin analizi ve tasarımı için literatürde oldukça güçlü yöntemler elde edilmiştir. Bu lineer kontrol yöntemleri çoğunlukla endüstride mevcut olan doğrusal olmayan sistemlerin çok sınırlı bir bölgedeki çalışma karakteristiklerini analiz etmek ve bu sınırlı bölge için kontrolünü yapmak amacıyla kullanılabilir. Eğer bu sistemlerin geniş çalışma alanında analizi gerekiyorsa, doğrusal kontrol yöntemlerinin çok zayıf ya da kararsız tepki verdiği görülecektir. Çünkü sistemlerdeki doğrusal olmayan etkiler lineer yöntemlerle denetlenemezler. Ama doğrusal olmayan kontrolörler, doğrusal olmayan sistemlerin geniş çalışma alanlarında doğrudan denetlenmesini sağlayabilir. Bu duruma örnek olarak robot kontrol problemi verilebilir. Örneğin, bir robotun hareketini kontrol etmek için lineer bir kontrolör kullanıldığında, robotun eklem noktalarındaki doğrusal olmayan kuvvetlerden kaynaklanan etkileri ihmal edilecektir. Robotun hareketinin hızı arttıkça, kontrolörün doğruluğu ve kararlılığı hızla azalacaktır. Çünkü bu eklem noktalarındaki merkezkaç kuvveti gibi birçok dinamik kuvvetler hızın karesiyle artacaktır. Dolayısıyla, taşıma ve yerleştirme, kaynak yapma, laserle kesme gibi birçok endüstriyel uygulamalarda yüksek hassasiyetle kullanılması gereken robotların hassasiyetleri hızla düşecektir. Fakat basit bir doğrusal olmayan kontrolör kullanılırsa, robot hareketindeki doğrusal olmayan etkiler dikkate alınacak ve robotun yüksek hassasiyet ve hızda çalışması sağlanabilecektir [125, 128, 129].

Diğer bir yaklaşım da doğrusal olmayan sistemlerin doğrusal modelini elde ederek doğrusal yöntemlerle kontrol edilmesidir. Fakat birçok kontrol sistemlerinin doğasında bulunan süreksizlik, sistemin doğrusal yaklaşımının yapılmasına engel olur. Bu tür

doğrusal olmayan etkilere katı doğrusal olmayan etkiler denir. Bu doğrusal olmayan etkilere örnek olarak, Coulomb sürtünmesi (Coulomb friction), doyum (saturation), ölü-bölge (dead zone), ani geri hareket (backlash) ve bellek etkisi (hysteresis) verilebilir. Bu etkiler lineer hale getirilemezler. Bu doğrusal olmayan etkiler çoğunlukla sistemde istenmeyen kararsızlıklara veya geçici limit çevrimine (limit cycle) neden olurlar. Bu sistemlerin kontrol edilebilmesi için bu durumların dikkate alınması gerekir. Dolayısıyla bu doğrusal olmayan etkilerin olduğu sistemlerde lineer yöntemler uygulanamaz. Bu sistemlerin performansını belirlemek ve kontrol edilmelerini sağlamak için doğrusal olmayan analiz tekniklerinin geliştirilmesi gerekir [125].

Doğrusal kontrolörleri tasarlamak için sistemin modelinin parametrelerinin iyi bilinmesi gerekir. Fakat birçok kontrol probleminde model parametreleri belirsizlikler içerir. Gerçek sistemlerde karşılaşılan bazı özel ya da beklenmeyen durumlar bu parametrelerdeki belirsizliklere neden olabilir. Örneğin, bir robot farklı ağırlıktaki bir nesneyi kaldırdığında ya da uçağın uçuş anında hava basıncındaki ani değişim bu belirsizliklere neden olabilir. Bu durumda doğrusal kontrolörler ile kontrol edilen sistemin performansında önemli bir düşüş hatta kararsızlık oluşabilir. Doğrusal olmayan kontrolörlerle bu parametre değişimi tolere edilebilir. Bu durumlar için geliştirilen doğrusal olmayan kontrolörler, dayanıklı (robust) ve uyarlanabilir (adaptive) kontrolörler olmak üzere iki başlıkta incelenirler [125, 126].

İyi bir doğrusal olmayan kontrol sistemi tasarımı, doğrusal tasarımdan daha basit ve daha kolay anlaşılır olabilir. Mantiğa aykırı gibi görünen bu durum, doğrusal olmayan kontrolör tasarımının, sistemin fiziksel yapısını dikkate almasından kaynaklanmaktadır. Bu durumu basit bir örnekle açıklayalım. Hareketli bir sarkacın (pendulum) dikey düzlemde bir menteşeye bağlandığını düşünelim. Bu sarkaç herhangi bir açı ile başlayıp osilasyon yaparak dikey duruma gelebilir ve dikey durumda sabit kalabilir. Denge durumundaki sarkacın durumu lineer bir eşdeğeriyle analiz edilebilir gibi görülmesine rağmen, sistemin toplam mekanik enerjisi menteşedeki sürtünme kuvvetinden dolayı kaybolmakta, dolayısıyla sarkaç dikey denge durumunda minimum enerji ile kalabilmektedir. Bu durumu doğrusal olmayan bir yöntemle modellemek daha kolay olabilmektedir [125].

Doğrusal olmayan etkiler doğal ve yapay olmak üzere iki grupta incelenebilir. Doğal doğrusal olmayan etkilere örnek olarak, temas eden yüzeyler arasında oluşan sürtünme ya da dönel hareketteki merkezkaç kuvveti verilebilir. Bu tür doğrusal olmayan etkiler genellikle sistemde istenmeyen etkilere neden olur. Bu etkilerin sistemde dengelenmesi

gerekir. Yapay doğrusal olmayan etkiler ise tasarımcı tarafından sistemde oluşturulan etkilerdir. Uyarlamalı (adaptive) kontrol, doğrusal olmayan kontrol uygulamaları için kullanılan elemanlar (doyum, röle, ölü bölge, ... gibi), yapay doğrusal olmayan etkilerin tipik örnekleridir [125-129].

Doğrusal olmayan bu sistemlerin kararlılık analizi çoğunlukla limit çevrimi (limit cycle) olarak bilinen sönümsüz bir osilasyonun varlığı ile incelenir. Limit çevrimini analiz etmek için en güçlü yöntem, tanımlayan fonksiyon (describing function) yöntemidir [130, 131]. Doğrusal olmayan sistemlerin tanımlayan fonksiyonu, sistemin çıkış sinyalinin harmoniklerinin temel bileşeninin sistemin giriş sinyaline oranı olarak tanımlanabilir. Doğrusal olmayan durumların kararlılık analizi problemi çoğunlukla sönümlenmeyen bir osilasyonun varlığı ya da yokluğu ile ilgilidir [132].

Bölüm 1’de açıklandığı gibi son yıllarda, KDKS’nin analiz ve tasarımı için önemli çalışmalar yapılmıştır. Fakat bu çalışmaların çoğu doğrusal sistemler içindir [133]. Yapılan literatür taramasında doğrusal olmayan KDKS’nin analiz ve tasarımı için sadece sınırlı sayıda çalışmanın yapıldığı görülmektedir [134]. Doğrusal olmayan KDKS’nin analizi için yapılan bazı çalışmalar [131, 135, 136]’da bulunabilir. Fakat bu konuda hala yeni çalışmaların yapılmasına ihtiyaç vardır. Dolayısıyla bu bölümde doğrusal olmayan klasik kontrol sistemleri için elde edilen sonuçların doğrusal olmayan KDKS’ne uyarlanması ile ilgili sonuçlar elde edilmiştir.

5.1. Doğrusal Olmayan Kesir Dereceli Sistemler İçin Limit Çevrimi (Limit Cycle) Tahmini

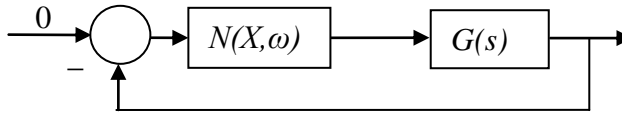
Bu bölümde doğrusal olmayan kesir dereceli sistemlerde limit çevrimi tahmini için tanımlayan fonksiyon (describing function) kullanan bir yöntem önerilmiştir. Tanımlayan fonksiyon temelde bir frekans tabanı yöntemidir ve doğrusal olmayan sistemlerin frekans analizi için kullanılır. KDKS’nde doğrusal olmayan durumlar için limit çevriminin tahmini de bu alana katkı sağlayacaktır.

Teorik olarak, kontrol sisteminin Nyquist eğrisi ile tanımlayan fonksiyonun negatif tersinin kompleks düzlemde çiziminin kesişim noktasındaki frekans limit çevriminin elde edilmesinde kullanılır [131]. Bu bölümde, doğrusal olmayan KDKS’nin Nyquist eğrisi ve tanımlayan fonksiyonun negatif tersi kompleks düzlemde çizilmiş, bu iki eğrinin kesişim noktasından limit çevriminin frekansı ve genliği hesaplanmıştır. Ayrıca Matlab Simulink kullanılarak, röle ve doyum (saturation) tipi doğrusal olmayan etkiler

içeren kesir dereceli kontrol sisteminin simülasyonu yapılmış ve sistemin limit çevrimi elde edilmiştir. Teorik olarak elde edilen limit çevrimi frekansının ve genliğinin, simülasyonla elde edilen limit çevriminin frekans ve genliği ile aynı olduğu görülmüştür.

5.1.1. Tanımlayan Fonksiyon (Describing Function) Yöntemi

Tanımlayan fonksiyon analizi, doğrusal olmayan sistemlerin frekans tepkisini çalışmak için çok yaygın kullanılan bir tekniktir. Aslında bu teknik doğrusal frekans tepkisi analizinin bir uzantısıdır. Doğrusal sistemlerde, sistemin geçiş fonksiyonu sadece giriş sinyalinin frekansına bağlıdır. Doğrusal olmayan sistemlerde ise, sinüsoidal sinyal gibi belirli bir tip giriş sinyali doğrusal olmayan bir elemana uygulandığı zaman bu doğrusal olmayan eleman, giriş sinyalinin genliğine ve frekansına bağlı bir fonksiyonla ifade edilebilir. Bu fonksiyon tanımlayan fonksiyon olarak adlandırılır. Tanımlayan fonksiyonun, frekans tepkisi analizinden limit çevrimi tahminine kadar çok geniş kullanım alanı vardır. Tanımlayan fonksiyonla ilgili birçok yayın ve kitapta geniş bilgi bulunabilir [137, 138]. Şekil 5.1.1. ile verilen doğrusal olmayan kontrol sistemini ele alalım,



Şekil 5.1.1. Doğrusal olmayan kontrol sistemi

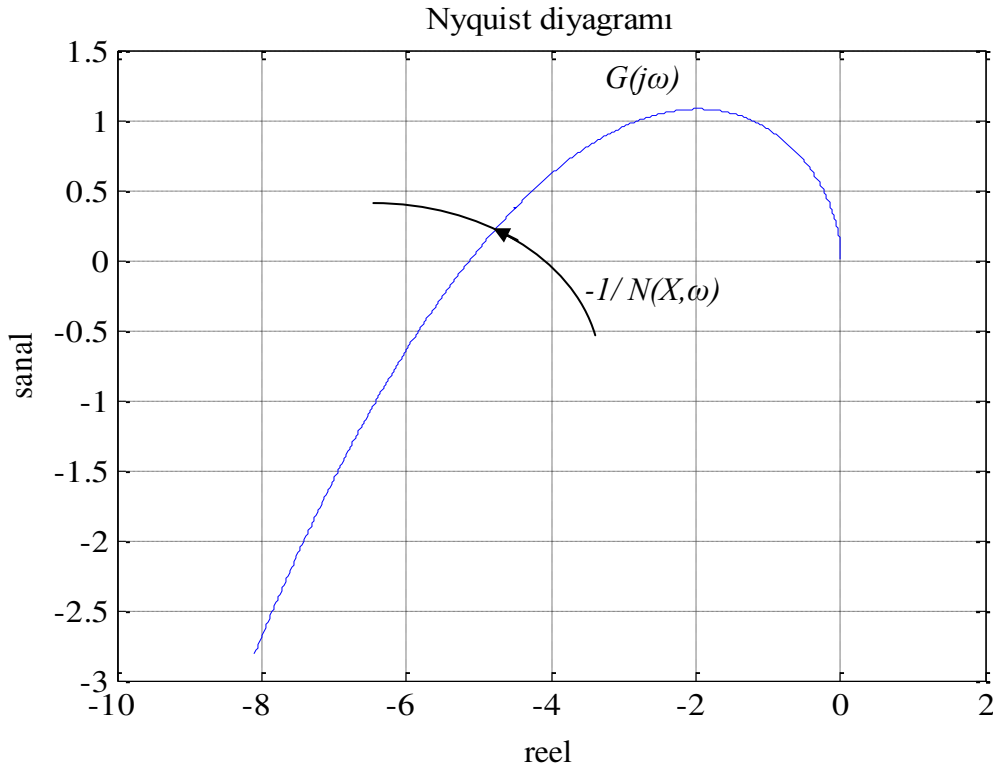
Bu sistemdeki doğrusal olmayan eleman, $N(X, \omega)$ tanımlayan fonksiyonu ile ifade edilmiştir. Kontrol edilecek sistem ise $G(s)$ ile gösterilmiştir. Buradaki doğrusal olmayan elemanın giriş sinyalinin genliği X ile osilasyon frekansı ise ω ile gösterilmiştir. Bu sistemin karakteristik denklemi şöyle elde edilebilir.

$$\Delta(j\omega) = 1 + N(X, \omega)G(j\omega) = 0 \quad (5.1.1)$$

Eğer giriş sinyali sıfır alınırsa limit çevriminin varlığı aşağıdaki eşitlikle tahmin edilebilir,

$$G(j\omega) = \frac{-1}{N(X, \omega)} \quad (5.1.2)$$

Tanımlayan fonksiyon $N(X, \omega)$ 'in negatif tersinin kompleks düzlemde çizimi ve $G(j\omega)$ sisteminin Nyquist eğrisinin çizimi Şekil 5.1.2'deki gibi verilebilir. Eğer bu iki çizim arasında bir kesişim noktası varsa bu sistem için bir limit çevriminin olduğu tahmin edilebilir. Kesişim noktasındaki frekans ise limit çevriminin frekansını verir.



Şekil 5.1.2. $G(j\omega)$ 'nin Nyquist çizimi ve $N(X, \omega)$ 'nin negatif tersinin kompleks çizimi.

5.1.2. Doğrusal Olmayan KDKS İçin Tanımlayan Fonksiyon Analizi

Bölüm 2'de açıklandığı gibi geçiş fonksiyolarının frekans tepkilerinin analizi, kontrol sistemlerinin analiz ve tasarımında frekans tabanlı yöntemlerin uygulanması açısından önemli rol oynar. Tanımlayan fonksiyon yöntemi de bir frekans tabanı yaklaşımı olduğundan doğrusal olmayan kesir dereceli kontrol sistemlerine uygulanabilir ve KDKS'nde doğrusal olmayan etki (nonlinearity) analiz edilebilir. Bu bölümde KDKS için tanımlayan fonksiyon iki örnek üzerinde incelenecektir. Birinci örnekte doğrusal olmayan röle tipi elemanın tamsayı dereceli ve kesir dereceli kontrol sistemine etkisi

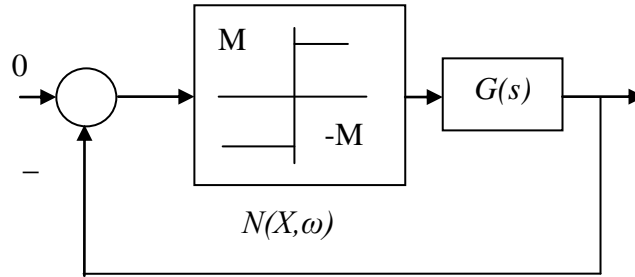
incelenecek, ikinci örnekte ise doğrusal olmayan doyum (saturation) tipi elemanın kesir dereceli kontrol sistemine etkisi incelenecektir.

5.1.2.1. Örnek 1

Şekil 5.1.3'te verilen kontrol sistemini ele alalım. Bu sistemde $N(X, \omega)$ doğrusal olmayan röle tipi elemanı ifade etmektedir. Kontrol edilen sistemin geçiş fonksiyonu $G(s)$ ve doğrusal olmayan röle tipi eleman için tanımlayan fonksiyon sırasıyla aşağıda verilmektedir [132].

$$G_1(s) = \frac{K}{s(s+1)^2} \quad (5.1.3)$$

$$N = \frac{4M}{\pi X} \quad (5.1.4)$$

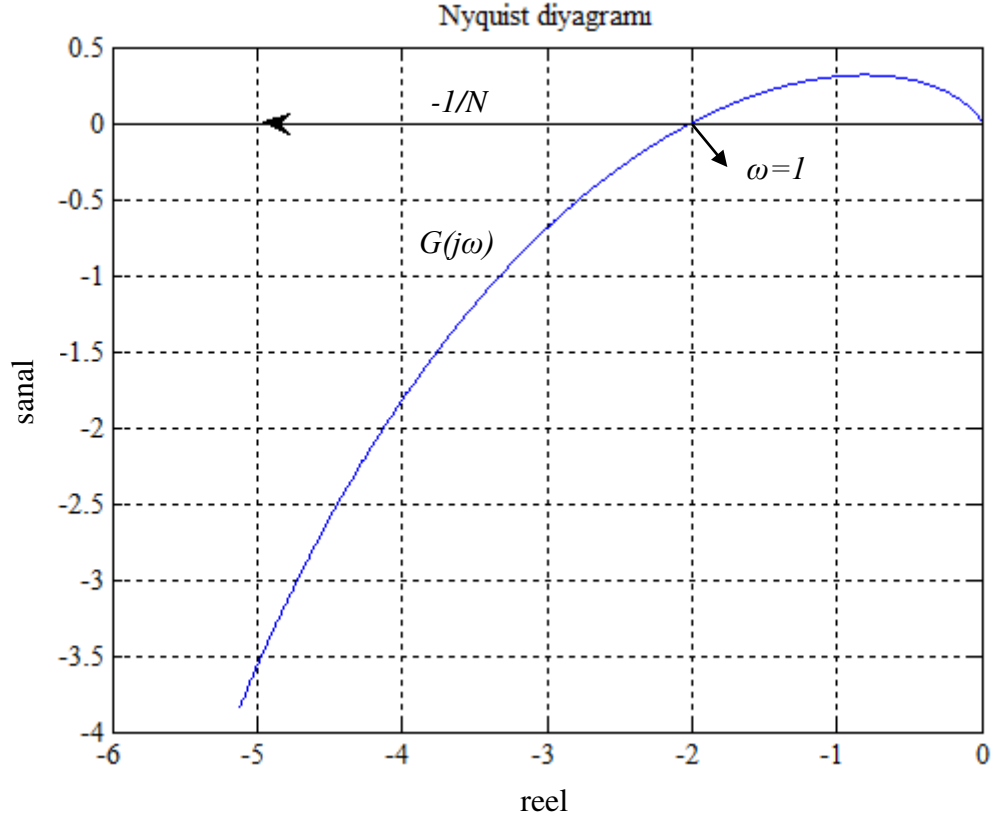


Şekil 5.1.3. Doğrusal olmayan röle tipi eleman içeren kontrol sistemi.

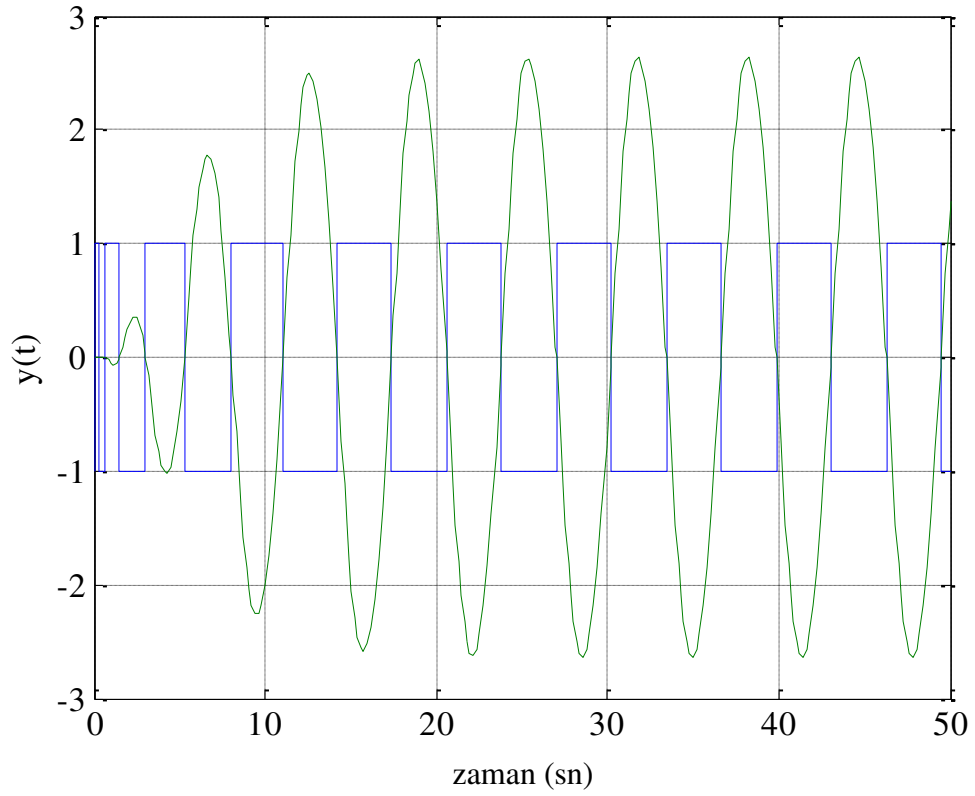
$G_1(s)$ 'in Nyquist eğrisi ve tanımlayan fonksiyon $N(X, \omega)$ 'in negatif tersinin kompleks düzlemde çizimi Şekil 5.1.4'de görüldüğü gibi elde edilebilir. Şekil 5.1.4'de limit çevriminin frekansı $\omega = 1 \text{ rad/sn}$ olarak bulunur. Denklem 5.1.4'teki tanımlayan fonksiyonda $M = 1$ alınırsa limit çevriminin genliği $X = 2.54$ olarak hesaplanır.

Şekil 5.1.3'deki doğrusal olmayan sisteminin Matlab Simulink'te yapılan simülasyon sonuçları Şekil 5.1.5'te görülmektedir. Bu şekilde verilen simülasyonda elde edilen limit çevriminin frekans ve genliğinin hesaplanan değerlerle aynı olduğu görülmektedir.

Bölüm 2'de açıklandığı gibi kesir dereceli kontrol sisteminin geçiş fonksiyonu Laplace dönüşümü ile s-tabanında gösterilebilir. Bu geçiş fonksiyonunda $s=j\omega$ konularak sistemin frekans analizi yapılabilir.



Şekil 5.1.4. $G_1(j\omega)$ 'nın Nyquist çizimi ve $-1/N$ 'in kompleks düzlemde çizimi ($K=4$ için).

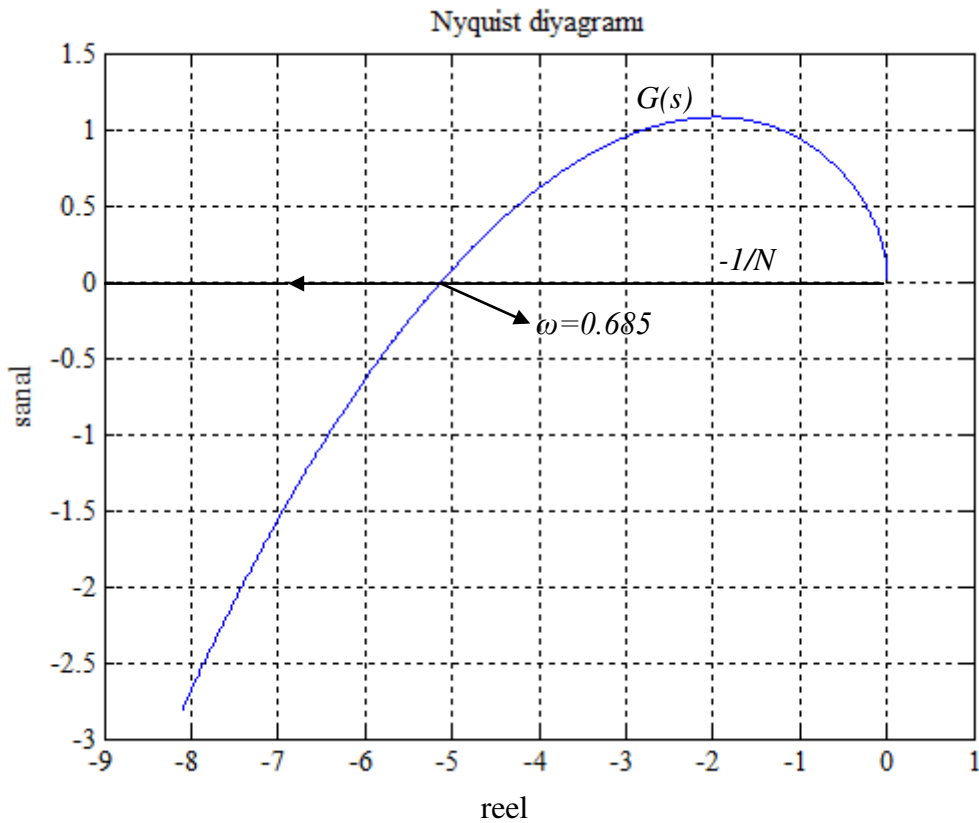


Şekil 5.1.5. $G_1(s)$ sisteminin limit çevrimi ($K=4$ için).

Eğer şekil 5.1.3'teki geçiş fonksiyonu kesir dereceli bir geçiş fonksiyonunu ifade ediyorsa, bu durumda tanımlayan fonksiyon kesir dereceli bir kontrol sistemine uygulanmış olur. Şekil 5.1.3'teki geçiş fonksiyonunun kesir dereceli olduğunu düşünelim. Denklem 5.1.3 ile verilen sistemin kesir dereceli durumunu aşağıda verildiği gibi ifade edelim.

$$G_2(s) = \frac{K}{s^{3.4} + 2s^{2.3} + s^{1.2}} \quad (5.1.5)$$

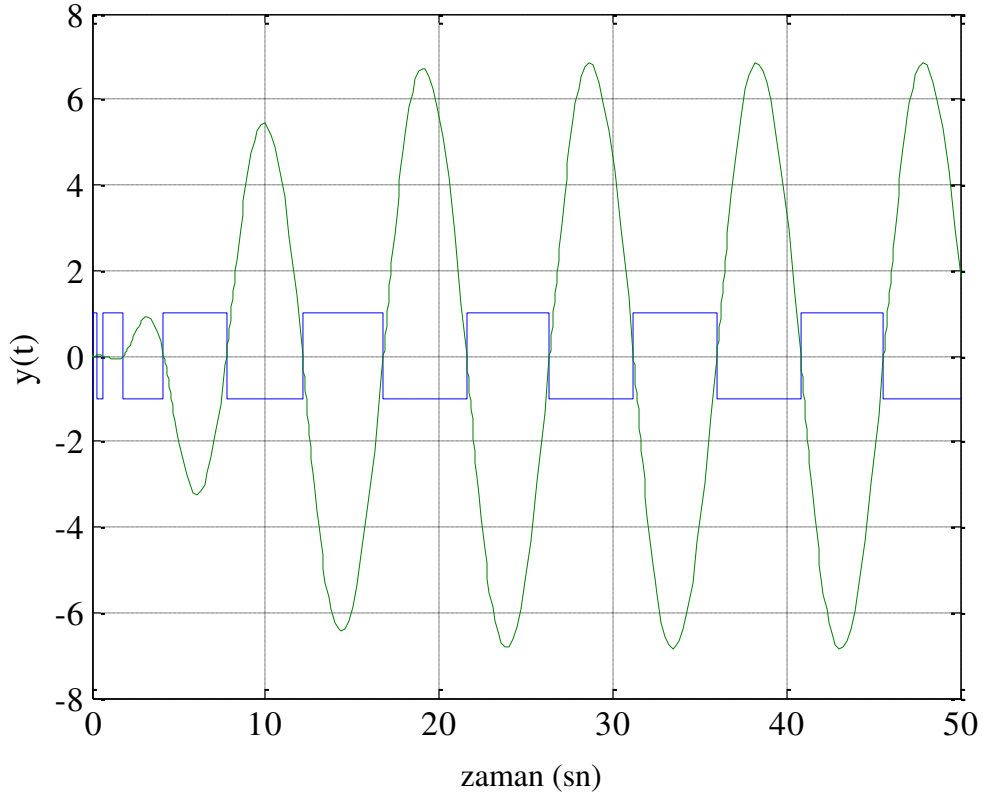
Bölüm 2'de elde edilen programlar kullanılarak $G_2(s)$ sisteminin Nyquist çizimi yapılabilir. Tanımlayan fonksiyonun negatif tersinin kompleks düzlemde çizimi ve $G_2(s)$ sisteminin Nyquist çizimi Şekil 5.1.6'da verilmiştir. Bu şekilden sistemin limit çevriminin frekansı $\omega = 0.685 \text{ rad/sn}$, genliği ise $X = 6.525$ olarak hesaplanır.



Şekil 5.1.6. $G_2(j\omega)$ 'nin Nyquist çizimi ve $-1/N$ 'in çizimi ($K=4$ için).

$G_2(s)$ sisteminin tamsayı realizasyonu yapılarak [116], Şekil 5.1.3'teki sistemin simülasyonu Matlab Simulink'te Şekil 5.1.7'de görüldüğü gibi elde edilmiştir.

Simulasyon sonuçlarından görüleceği gibi limit çevriminin frekans ve genliği hesaplanan teorik değerlerle aynıdır.



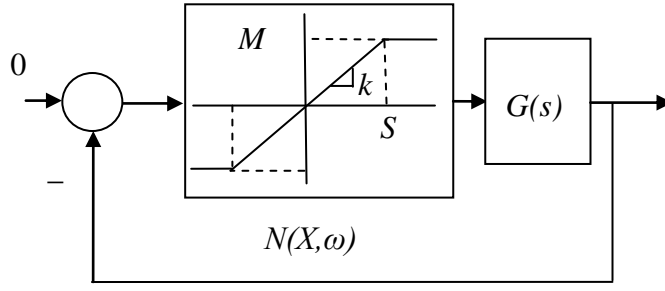
Şekil 5.1.7. Doğrusal olmayan röle tipi elemanlı Şekil 5.1.5'teki kesir dereceli sistemin limit çevrimi ($K=4$ için).

5.1.2.2. Örnek 2

Doğrusal olmayan en yaygın durumlardan biri de doyum (saturation nonlinearity) tipidir. Sistemin osilasyona gidip gitmediğini test etmek için doyum tipi doğrusal olmayan eleman kullanılır. Bu durumda doğrusal olmayan sistem Şekil 5.1.8'deki gibi gösterilebilir. Doyum tipi doğrusal olmayan eleman için tanımlayan fonksiyon aşağıdaki gibi ifade edilebilir [132].

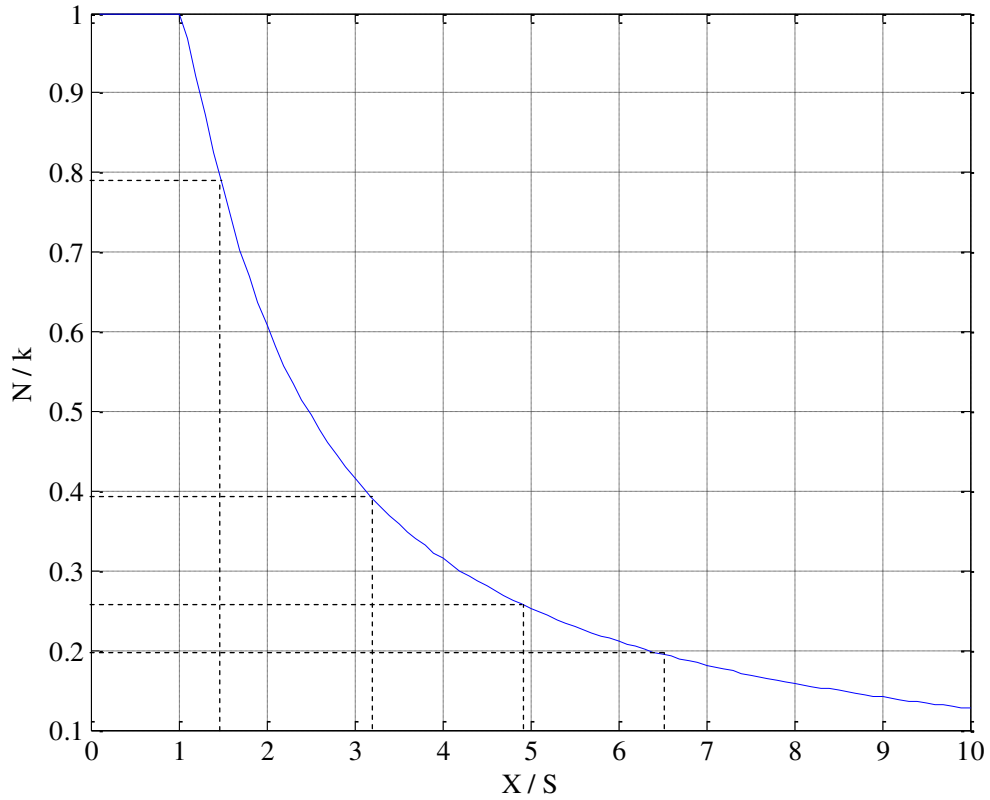
$$N = \frac{2k}{M\pi} \left[\arcsin\left(\frac{S}{X}\right) + \frac{S}{X} \sqrt{1 - \left(\frac{S}{X}\right)^2} \right] \quad (5.1.6)$$

Burada Şekil 5.1.8'de görüleceği gibi k eğim, X osilasyonun genliği, M ve S ise doyum değerleridir.



Şekil 5.1.8. Doğrusal olmayan doyum tipi elemanlı kontrol sistemi (k eğimi gösteriyor).

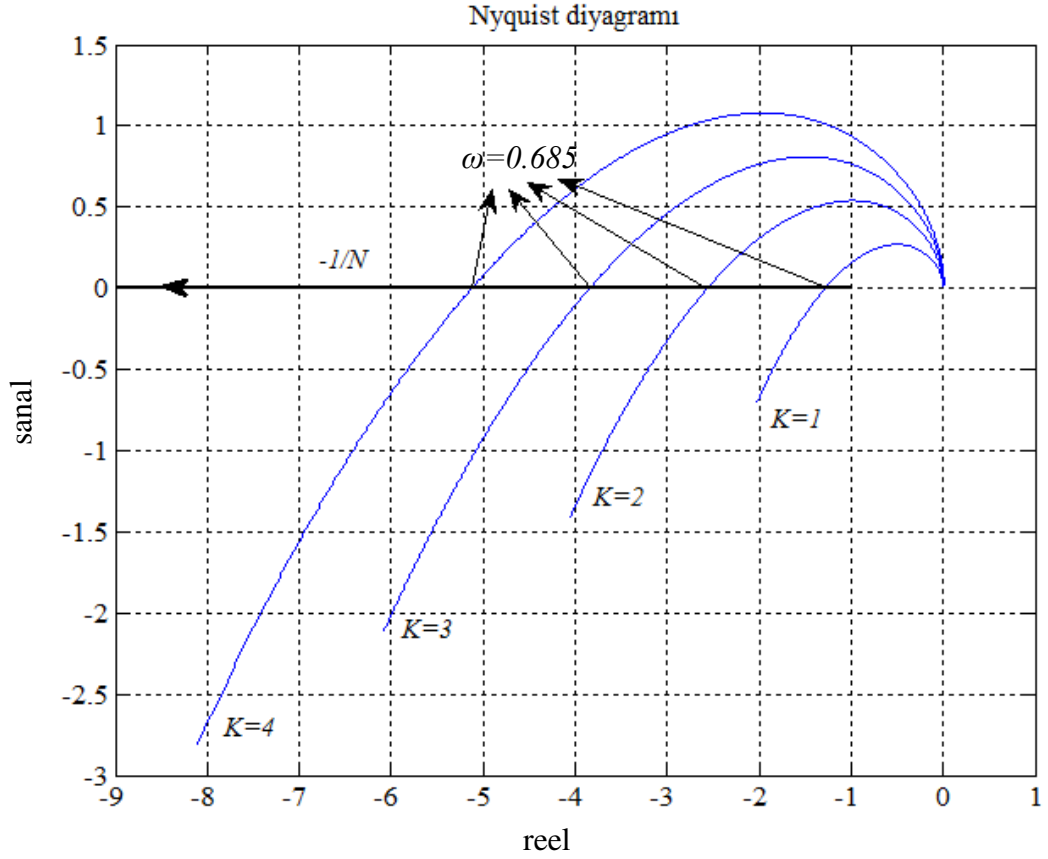
Doğrusal olmayan doyum tipi elemanın tanımlayan fonksiyonunun eğim ile normalize edilmiş X/S değerine karşı çizimi Şekil 5.1.9’da verilmektedir. Bu çizim doğrusal olmayan sistemin parametrelerinin hesaplanmasında kullanılabilir.



Şekil 5.1.9. N/k ’nın X/S ’e göre çizimi.

Denklem 5.1.5 ile verilen sistemin $K=1,2,3,4$ için Nyquist çizimleri ve Denklem 5.1.6 ile verilen doğrusal olmayan doyum tipi elemanın negatif tersinin çizimi Şekil 5.1.10’da

görüldüğü gibi elde edilebilir. Şekil 5.1.10'da görüleceği gibi, bütün K değerleri için limit çevriminin frekans değerleri $\omega = 0.685 \text{ rad/sn}$ olarak hesaplanmıştır. $K=1, 2, 3, 4$ değerleri için tanımlayan fonksiyonun değerleri, X/S değerleri ve osilasyonun genlik değerleri Tablo 5.1.1'de görüldüğü gibi hesaplanmıştır. Burada doyumun eğimi k , doyum noktasındaki M ve S değerleri bütün durumlar için 1 alınmıştır.

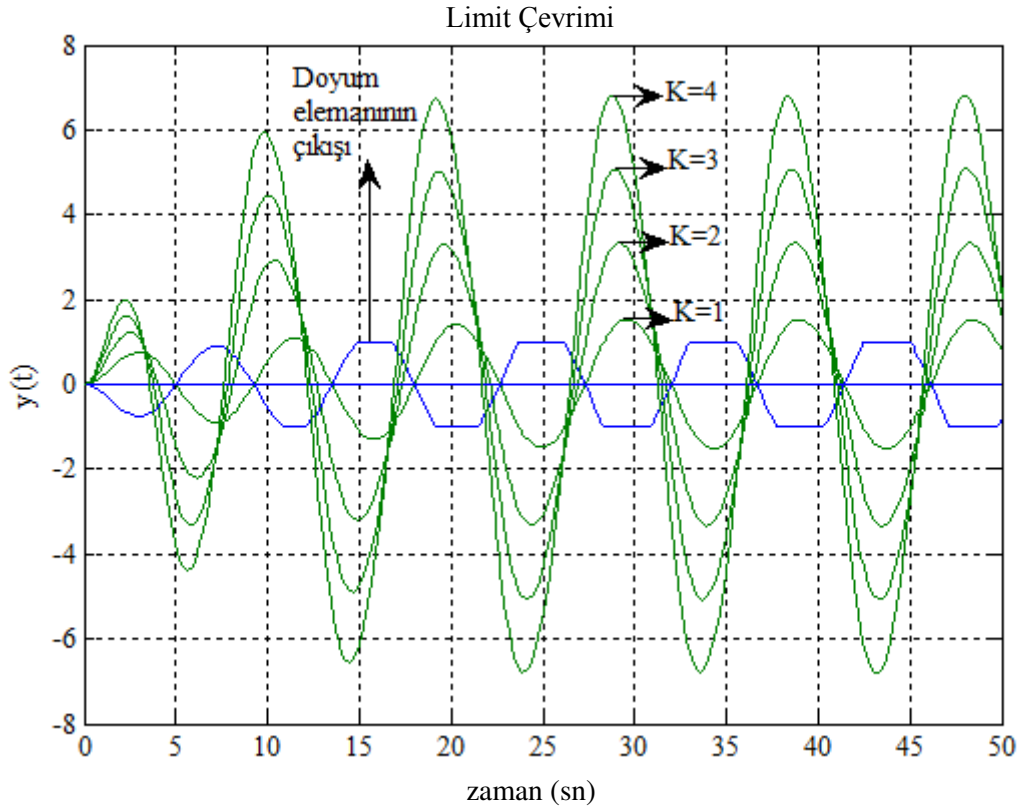


Şekil 5.1.10. $K=1, 2, 3, 4$ için $G_2(j\omega)$ 'nin Nyquist çizimleri ve doğrusal olmayan doyum tipi eleman için $-1/N$ 'in çizimi.

Tablo 5.1.1. $G_2(s)$ 'nin farklı kazanç değerlerinde tanımlayan fonksiyonun parametreleri.

Kazanç	-1/N values at intersection	N/k	X/S	X (S=1)
K=1	-1.2810	0.7806	1.51	1.51
K=2	-2.5600	0.3906	3.21	3.21
K=3	-3.8435	0.2602	4.86	4.86
K=4	-5.1250	0.1951	6.50	6.50

Şekil 5.1.9’da verilen grafikten yararlanılarak X/S değerleri N/k ’ya göre hesaplanmıştır. Buradan limit çevriminin genliği bulunmuştur. Şekil 5.1.8’deki sistemin simülasyonu $K=1, 2, 3, 4$ değerleri için Matlab Simulink programı kullanılarak Şekil 5.1.11’de görüldüğü gibi elde edilmiştir. Bu şekilde, simülasyonla elde edilen limit çevrimi parametrelerinin hesaplanan değerlerle aynı olduğu görülmektedir.

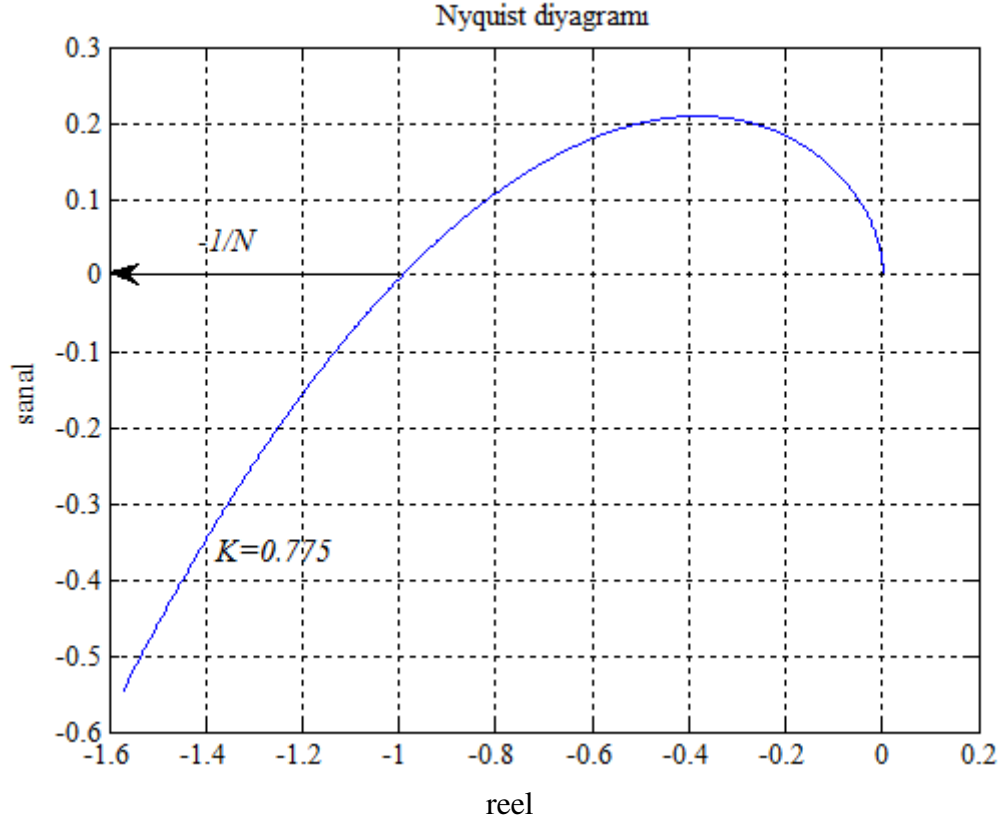


Şekil 5.1.11. Doğrusal olmayan doyum tipi elemanlı kesir dereceli sistemin $K=1, 2, 3, 4$ kazanç değerlerinde limit çevrimleri.

Şekil 5.1.9’da görüleceği gibi $X/S=1$ için tanımlayan fonksiyonun değeri $N=1$ ’dir. Sonuç olarak tanımlayan fonksiyonun negatif tersinin değeri $-1/N=-1/1=-1$ olur. Yani Şekil 5.1.12’de görüleceği gibi, tanımlayan fonksiyonun negatif tersi -1 değerinden başlar ve $-\infty$ ’a doğru gider.

Bu başlangıç değerinden (-1 noktasından) sistemin Nyquist eğrisinin geçebilmesi için sistemin kazanç değerinin $K=0.775$ olması gerekir. Yani sistemde $K=0.775=K_{cr}$ noktasında bir kritik kazanç değerinin olduğu tesbit edilmiştir. $K>K_{cr}$ kazanç değerleri için sistemin Nyquist eğrisi tanımlayan fonksiyonun negatif tersini

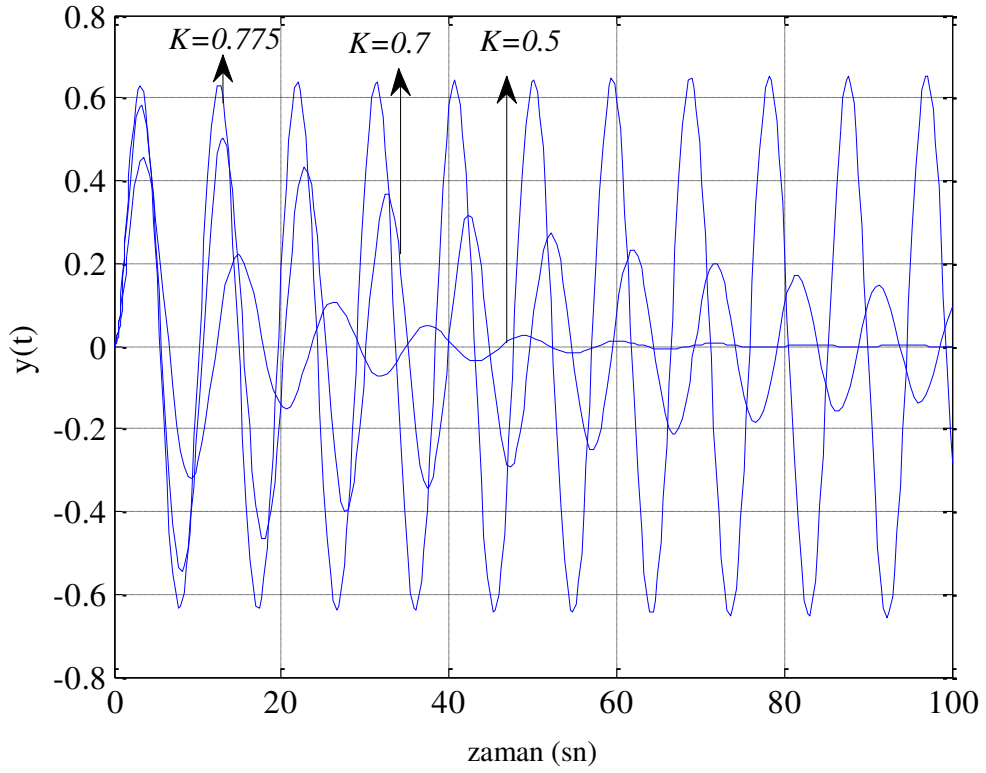
kesmektedir. Dolayısı ile bu kazanç değerlerinde sistemde bir limit çevrimi oluşmaktadır. $K < K_{cr}$ kazanç değerleri için sistemin Nyquist eğrisi tanımlayan fonksiyonun negatif tersini kesmemektedir. Dolayısıyla bu kazanç değerlerinde limit çevrimi oluşmamaktadır.



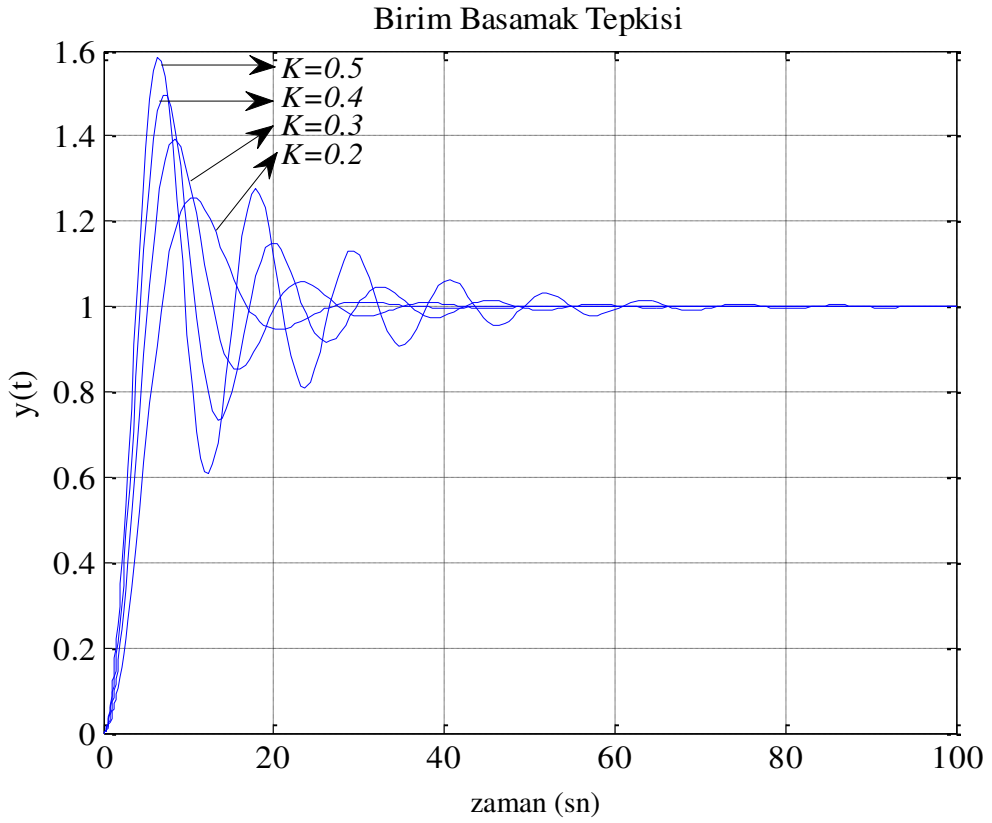
Şekil 5.1.12. Kazanç değeri $K = K_{cr}$ için $G_2(s)$ 'in Nyquist çizimi ve $-1/N$ 'in çizimi.

Şekil 5.1.13'te görüleceği gibi kazanç değeri K_{cr} değerinden ne kadar küçük olursa sistem o kadar hızlı kararlı duruma geçmektedir. Simulasyon sonuçlarına bakılarak $K < K_{cr}$ kazanç değerleri için sistemin kararlı hale geçtiği söylenebilir.

Şekil 5.1.14'te verilen $K < K_{cr}$ kazanç değerleri için sistemin birim basamak cevaplarına bakıldığında kritik kazanç değerinden daha küçük kazançlarda sistemin daha hızlı kararlı hale geldiği görülmektedir.



Şekil 5.1.13. $K = 0.775 = K_{cr}$ kazanç değeri için limit çevrimi, $K = 0.7$ ve $K = 0.5$ kazanç değerleri için sistemin çıkış sinyalleri.



Şekil 5.1.14. $K=0.5, 0.4, 0.3, 0.2$ kazanç değerleri için sistemin birim basamak tepkileri.

5.1.3. Bölüm 5.1'in Sonuçları

Bu bölümde doğrusal olmayan KDKS'nde limit çevriminin tahmini için bir yöntem önerilmiştir. Limit çevriminin genliğini ve frekansını elde edebilmek için doğrusal olmayan röle ve doyum tipi elemanlar KDKS'ne uygulanmıştır. Tanımlayan fonksiyonun negatif tersi ile sistemin Nyquist eğrisinin kesişiminden elde edilen teorik sonuçlarla simulasyonla elde edilen limit çevrimi parametrelerinin aynı olduğu görülmüştür. Bu sistem için kritik bir kazanç değerinin olduğu gözlenmiştir. Doğrusal olmayan kesir dereceli sistem kritik kazanç değerinden daha küçük kazanç değerleri için kararlı hale geçmekte, bu değerden daha büyük değerler için ise osilasyona girmektedir. Simülasyon sonuçlarından da tahmin edileceği gibi daha küçük kazanç değerlerinde sistemin birim basamak cevabı daha kısa sürede kararlı duruma geçmektedir.

Doğrusal olmayan kesir dereceli sistemler kontrol sistemleri ile ilgili çalışmalarda önemli yer tuttuğundan bu bölümün sonuçları bu alan için önemli olacaktır. Bu sonuçlar doğrusal olmayan farklı kesir dereceli kontrol uygulamaları için kullanılabilir.

5.2. Doğrusal Olmayan Kesir Dereceli Sistemlerde *PID* Kontrolörlerin Röle ile Otomatik Ayarlanması

Endüstriyel uygulamalarda *PID* kontrolörün otomatik ayarlanması istenen ve çok kullanılan bir durumdur. Kontrolörlerin otomatik ayarlanması için, model tabanlı yaklaşımlar ve kural tabanlı yaklaşımlar olmak üzere iki yaklaşım kullanılabilir. Model tabanlı yaklaşımların en önemlilerinden biri de frekans tepkisi yöntemidir. Klasik frekans tepkisi yöntemlerinin zorluğu uygun bir giriş frekansının seçilmesinin kolay olmamasıdır. Fakat doğrusal olmayan röle tipi elemanla geri beslemeli bir sistemin kullanılmasıyla limit çevrimi oluşturulabilir. Bu yöntemde ideal röle kullanılarak, açık çevrim sistemin nihai (ultimate) frekansına yakın bir giriş sinyali sisteme verilebilir. Osilasyonun peryodu ve genliği, nihai kazancı ve nihai peryodu verir. Bu değerlerden *PID* kontrolörün parametreleri elde edilir [115].

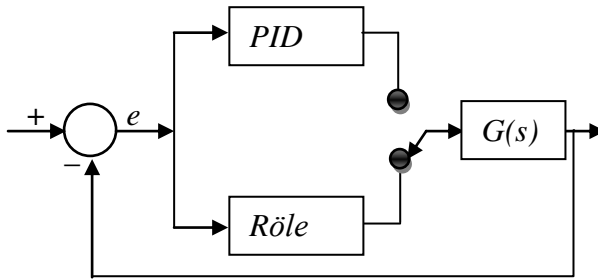
Klasik *PID* kontrolörlerin otomatik ayarlanması ile ilgili literatürde birçok çalışma bulunabilir. Bölüm 1'de de açıklandığı gibi kesir dereceli diferansiyel denklemlerin daha iyi anlaşılması, KDKS konusunda çalışmaların artması bu konuda yeni çalışmalar yapmak için araştırmacıları cesaretlendirmiştir [139, 140]. Bu bölümde klasik *PID* kontrolörleri otomatik ayarlama yönteminin kesir dereceli kontrol sistemine

uyarlanması yapılmıştır. Bölüm 5.1’de verilen yöntemle sistemin limit çevrimi bulunmuş, daha sonra limit çevriminin parametreleri kullanılarak klasik Zigler-Nichols ve Åström-Hägglund yöntemleri ile *PID* kontrolör elde edilmiştir. Kesir dereceli kontrol sisteminde ve parametre belirsizliği içeren kesir dereceli sistemde elde edilen *PID* kontrolörün dayanıklı performansı örnekler üzerinde incelenmiştir.

5.2.1. Röle ile Otomatik *PID* Ayarlanması

Tamsayı dereceli sistemler için *PID* kontrolörlerin otomatik ayarlanması ile ilgili birçok yöntem önerilmiştir [141-144]. Bununla birlikte KDKS için kontrolörlerin otomatik ayarlanması ile ilgili literatürde sınırlı sayıda çalışma bulunmaktadır [6, 145]. Bu bölümde de doğrusal olmayan KDKS’nin otomatik ayarlanması için röle kullanılmıştır.

Klasik Zigler-Nichols yönteminde kritik kazanç ve kritik frekans manuel olarak belirlenir. Kritik kazanç ve frekans değerlerini elde etmek için Åström-Hägglund daha etkili bir yol önermiştir. Önerdikleri bu yöntemde, Şekil 5.2.1’te görüldüğü gibi geri beslemeli bir sisteme kontrolörle paralel bir röle bağlanmıştır.



Şekil 5.2.1. Röle ile otomatik ayarlama sistemi

Parametreleri ayarlama modunda sisteme röle bağlanır. Bu durumda “e” hata sinyali periyodik bir sinyaldir. Kritik kazanç ‘ K_c ’ ve osilasyon frekansı ‘ ω_c ’ gibi parametreler, bu sistemden tanımlayan fonksiyon yöntemiyle elde edilir. Bu sistemde karakteristik denklem Denklem 5.1.1 ile, osilasyon koşulu ise Denklem 5.1.2 ile verilmektedir. Dolayısı ile limit çevriminin genliği ve frekansı aşağıdaki denklemlerle elde edilir.

$$\text{Re}\{1 + N(X, \omega)G(j\omega)\} = 0 \quad (5.2.1)$$

$$\text{Im}\{N(X, \omega)G(j\omega)\} = 0 \quad (5.2.2)$$

Bu sistemde kritik kazanç K_c ve osilasyon periyodu T_c sırasıyla şu denklemlerle elde edilir.

$$K_c = \frac{4M}{\pi X} \quad \text{ve} \quad T_c = \frac{2\pi}{\omega_c} \quad (5.2.3)$$

Burada X doğrusal olmayan elemanın giriş sinyalinin genliğidir ve genellikle $M=1$ alınır. Bu durumda PID kontrolörün parametreleri Bölüm 2.1’de açıklandığı gibi, klasik Zigler-Nichols yöntemiyle aşağıdaki formüllerle elde edilir.

$$k_p = 0.6K_c, \quad T_i = 0.5T_c \quad \text{ve} \quad T_d = 0.125T_c \quad (5.2.4)$$

Bulunan bu parametrelerle PID kontrolör şu formatta oluşturulabilir,

$$C(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) \quad (5.2.5)$$

Klasik Åström-Hägglund yönteminden bilindiği gibi, istenen faz payı ϕ_m ’de PID kontrolör parametrelerini bulmak için Bölüm 2.1’de açıklandığı gibi aşağıdaki denklemler yazılabilir,

$$k_p = K_c \cos \phi_m \quad (5.2.6)$$

$$\omega_c T_d - \frac{1}{\omega_c T_i} = \tan \phi_m \quad (5.2.7)$$

$$T_i = \alpha T_d \quad (5.2.8)$$

burada çoğunlukla $\alpha = 4$ alınır. Böylece istenen PID kontrolör Denklem 5.2.5 formunda elde edilir.

5.2.2. Yöntemin Uygulanması

Bu bölümde iki uygulama örneği verilmiştir. Birinci örnekte kesir dereceli bir sistem ele alınmış, ikinci örnekte ise aynı sistemin parametre belirsizliği durumu dikkate alınmıştır.

5.2.2.1. Örnek 1

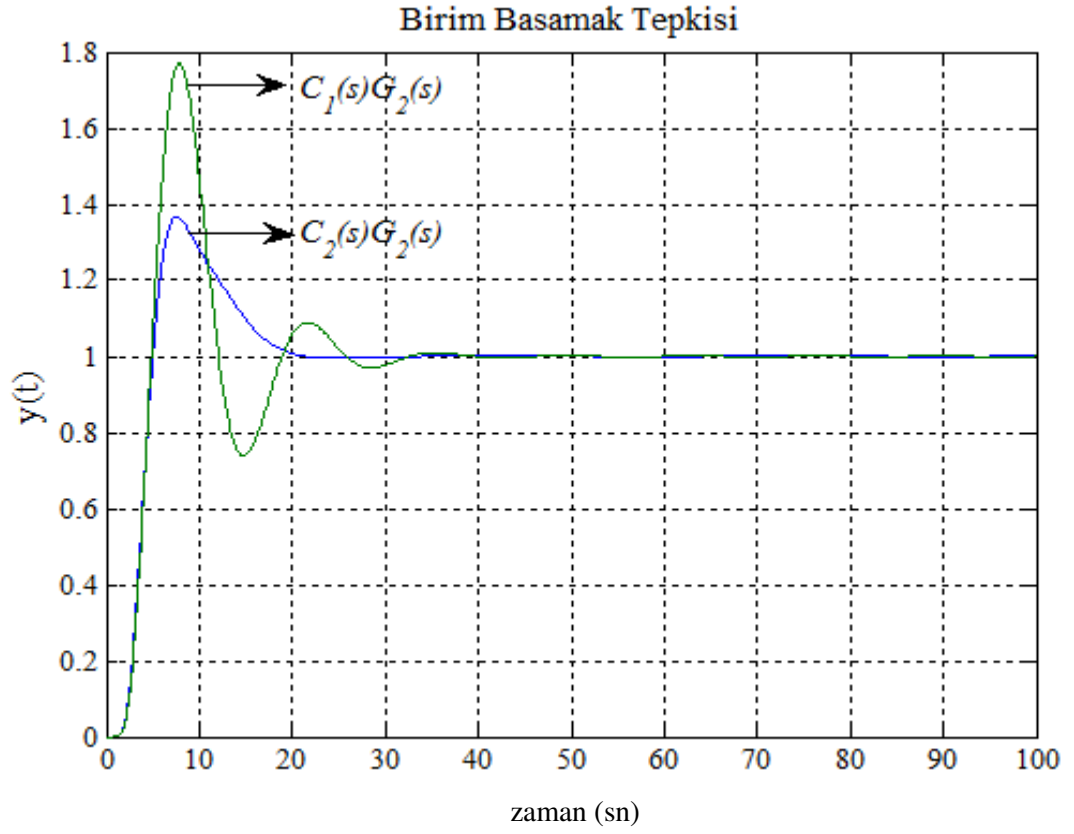
Bölüm 5.1.2.1'deki örneği ele alalım. Doğrusal olmayan röle tipi elemanın eklendiği Denklem 5.1.5'teki kesir dereceli sistemin limit çevriminin frekansı $\omega = 0.685 \text{ rad/s}$, genliği ise $X = 6.525$ olarak hesaplanmıştı. Bu değerler için Denklem 5.2.3 kullanılarak kritik kazanç $K_c = 0.1951$ olarak hesaplanır. Kritik frekans $\omega_c = 0.685 \text{ rad/s}$ olduğundan, osilasyonun periyodu $T_c = 9.1725$ olarak bulunur. Denklem 5.2.3 ve 5.2.4 kullanılarak doğrusal olmayan kesir dereceli sistem için kontrolör Denklem 5.2.5 formunda aşağıdaki gibi elde edilir.

$$C_1(s) = 0.1711(1 + \frac{1}{4.5862s} + 1.1466s) \quad (5.2.9)$$

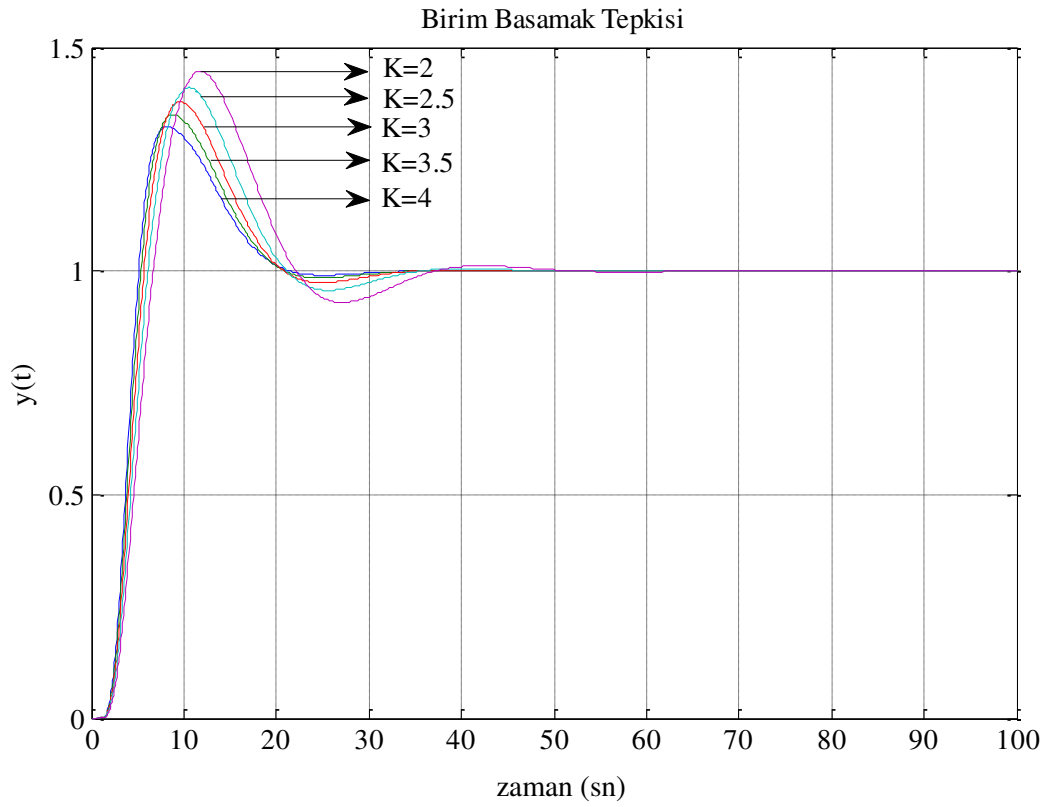
İstenen faz payı $\phi_m = 45^\circ$ için Denklemler 5.2.3, 5.2.6 - 5.2.8 kullanılarak *PID* kontrolör aşağıdaki gibi elde edilir.

$$C_2(s) = 0.1380(1 + \frac{1}{7.0475s} + 1.722s) \quad (5.2.10)$$

Elde edilen bu kontrolörlerle kontrol edilen Denklem 5.1.5'teki kesir dereceli sistem için $C_1(s)G_2(s)$ ve $C_2(s)G_2(s)$ sistemlerinin birim basamak tepkileri Şekil 5.2.2'de verilmiştir. Denklem 5.1.5'deki geçiş fonksiyonunda farklı K değerleri için elde edilen farklı kontrolör parametreleri Tablo 5.2.1' de verilmiştir. Elde edilen bu farklı kontrolörler için $C_1(s)G_2(s)$ sisteminin birim basamak tepkileri elde edilebilir. Tablo 5.2.1'deki bütün durumlar için elde edilen birim basamak tepkileri Şekil 5.2.2'de verilen birim basamak tepkisi ile aynı olacaktır. Çünkü buradaki K değişimlerine karşı sadece k_p değeri değişmekte, T_i ve T_d değerleri aynı kalmaktadır.



Şekil 5.2.2. $C_1(s)G_2(s)$ ve $C_2(s)G_2(s)$ sistemlerinin birim basamak tepkileri



Şekil 5.2.3. $K = 4, 3.5, 3, 2.5, 2$ için $C_2(s)G_2(s)$ sisteminin birim basamak tepkileri

Tablo 5.2.1. Sistemdeki farklı kazanç değerleri için *PID* kontrolörün parametreleri.

	X	ω_c	K_c	k_p	T_i	T_d
K=0.5	0.855	0.685	1.489	0.893	4.59	1.15
K=1	1.712	0.685	0.744	0.446	4.59	1.15
K=2	3.425	0.685	0.372	0.223	4.59	1.15
K=4	6.525	0.685	0.195	0.117	4.59	1.15

Denklem 5.1.5'deki K değerleri belirli bir aralıkta değişirken istenen faz payı için elde edilen $C_2(s)$ kontrolörü, sistemin dayanıklı performansını sağlamaktadır. Bu denklemdeki sistemin $K = 4, 3.5, 3, 2.5, 2$ değerleri için $C_2(s)G_2(s)$ sisteminin birim basamak tepkileri Şekil 5.2.3'de görüldüğü gibi elde edilmiştir. Bu şekilde görüleceği gibi bütün bu K değerleri için sistem kararlıdır.

5.2.2.2. Örnek 2

Denklem 5.1.5'deki sistemi parametre belirsizliği yapısında aşağıdaki gibi ele alalım,

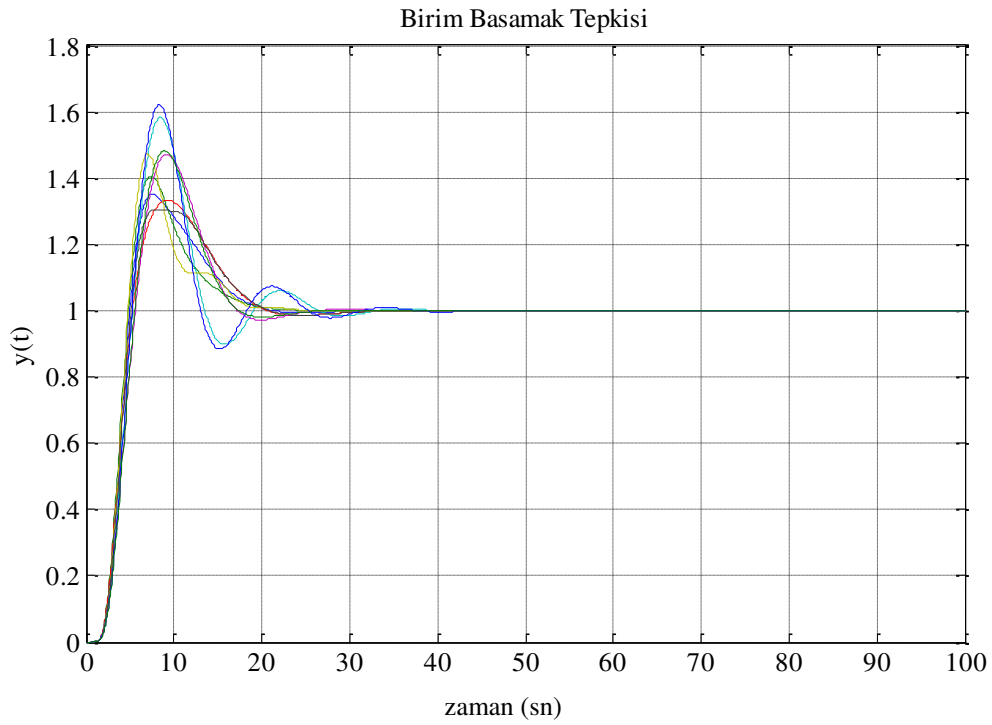
$$G_3(s) = \frac{K}{a_2 s^{3.4} + a_1 s^{2.3} + a_0 s^{1.2}} \quad (5.2.11)$$

burada $a_2 \in [0.8, 1.2]$, $a_1 \in [2, 3]$ ve $a_0 \in [0.8, 1.2]$. Bu geçiş fonksiyonundaki belirsiz parametrelerin alt ve üst değerleri kullanılarak $G_3(s)$ için farklı geçiş fonksiyonları elde edilebilir. Belirsiz parametreler a_2 , a_1 ve a_0 'ın bu değerleri ile elde edilen farklı geçiş fonksiyonları için sistemdeki kritik kazanç, osilasyon periyodu, limit çevriminin frekansı ve genliği Tablo 5.2.2'de verildiği gibi elde edilebilir.

Tablo 5.2.2. kullanılarak farklı kontrolörler elde edilebilir. Elde edilen bu kontrolörler $a_2 \in [0.8, 1.2]$, $a_1 \in [2, 3]$ ve $a_0 \in [0.8, 1.2]$ parametreleri için sistemin dayanıklı performansını sağladığı görülmektedir. Tablo 5.2.2'deki farklı kontrolörler için $C_2(s)G_3(s)$ sisteminin birim basamak tepkileri Şekil 5.2.4'de verilmektedir. Bu şekilden görüleceği gibi, parametre belirsizliği yapısındaki sistem ele alınan bütün durumlar için kararlıdır. Dolayısıyla elde edilen kontrolörler belirsiz parametre aralığında sistemin dayanıklı performansını sağlamaktadır.

Tablo 5.2.2. Belirsiz parametreler a_2 , a_1 ve a_0 'ın farklı değerleri için kritik kazanç, peryot, limit çevriminin genliği ve frekansı ($K = 4$).

	X	K_c	T_c	ω_c
$a_2 = 0.8, a_1 = 2, a_0 = 0.8$	8.34	0.1527	10.6	0.593
$a_2 = 0.8, a_1 = 2, a_0 = 1.2$	4.37	0.2914	7.8	0.805
$a_2 = 0.8, a_1 = 3, a_0 = 0.8$	9.72	0.1310	13.7	0.459
$a_2 = 0.8, a_1 = 3, a_0 = 1.2$	4.54	0.2804	9.8	0.641
$a_2 = 1.2, a_1 = 2, a_0 = 0.8$	10.62	0.1199	11.4	0.551
$a_2 = 1.2, a_1 = 2, a_0 = 1.2$	5.76	0.2210	8.7	0.722
$a_2 = 1.2, a_1 = 3, a_0 = 0.8$	11.43	0.1114	14.5	0.433
$a_2 = 1.2, a_1 = 3, a_0 = 1.2$	5.57	0.2286	10.5	0.598



Şekil 5.2.4. Tablo 5.2.2.'de verilen a_2 , a_1 ve a_0 değerleri için $C_2(s)G_3(s)$ sisteminin birim basamak tepkileri

5.2.3. Bölüm 5.2'nin Sonuçları

Bu bölümde, tamsayı dereceli kontrol sistemlerinde *PID* kontrolörün röle ile otomatik ayarlanması için geliştirilen yöntemlerin KDKS'ne uyarlanması yapılmıştır. Bölüm 5.1'de elde edilen limit çevriminin parametreleri kullanılarak *PID* kontrolörün parametreleri hesaplanmıştır. Ayrıca parametre belirsizliği yapısındaki kesir dereceli sistem için kontrolörün dayanıklı performans sergilediği gözlenmiştir. Bu bölümün sonuçları kesir dereceli kontrolörlerin otomatik ayarlanması için genellenebilir.

5.3. Doğrusal Olmayan Kesir Dereceli Belirsiz Sistemlerde Grafiksel Yaklaşımla Kararlılık Payı Hesabı

Bu bölümde, parametre belirsizliği yapısında doğrusal olmayan kesir dereceli sistemlerin kararlılık payının hesaplanması için grafiksel bir yöntem önerilmiştir. Önerilen bu yöntem, kesir dereceli aralık kontrol sistemlerinin analizi için Bölüm 3'te verilen yöntemle elde edilen Nyquist zarflarını ve sistemin doğrusal olmama durumunu ifade eden tanım fonksiyonunun kompleks düzlemdeki çizimini kullanır. Önerilen yöntemle sistemin kararlılığını koruyan kesir dereceli sistemin belirsiz parametrelerinin maksimum değişim sınırları belirlenebilir.

Klasik kontrol teorisinden bilindiği gibi, kararlılık payının hesaplanması kontrol sistemlerinin analiz ve tasarımı için önemlidir [36]. Klasik kontrol sistemlerinin kararlılık payı hesabı için elde edilen sonuçların kontrol alanındaki yeni yaklaşımlara ve gelişmelere uyarlanması bu alanlara önemli katkı sağlayacaktır. Bölüm 1'de belirtildiği gibi son yıllarda kesir dereceli matematiğin daha iyi anlaşılması sonucu, kesir dereceli kontrol sistemleri konusunda çok önemli çalışmalar yapılmaktadır. Bu konudaki bazı çalışmalar doğrusal olmayan sistemleri de kapsamaktadır. Dolayısı ile doğrusal olmayan kesir dereceli aralık kontrol sistemleri için kararlılık payı hesabı önemli olacaktır.

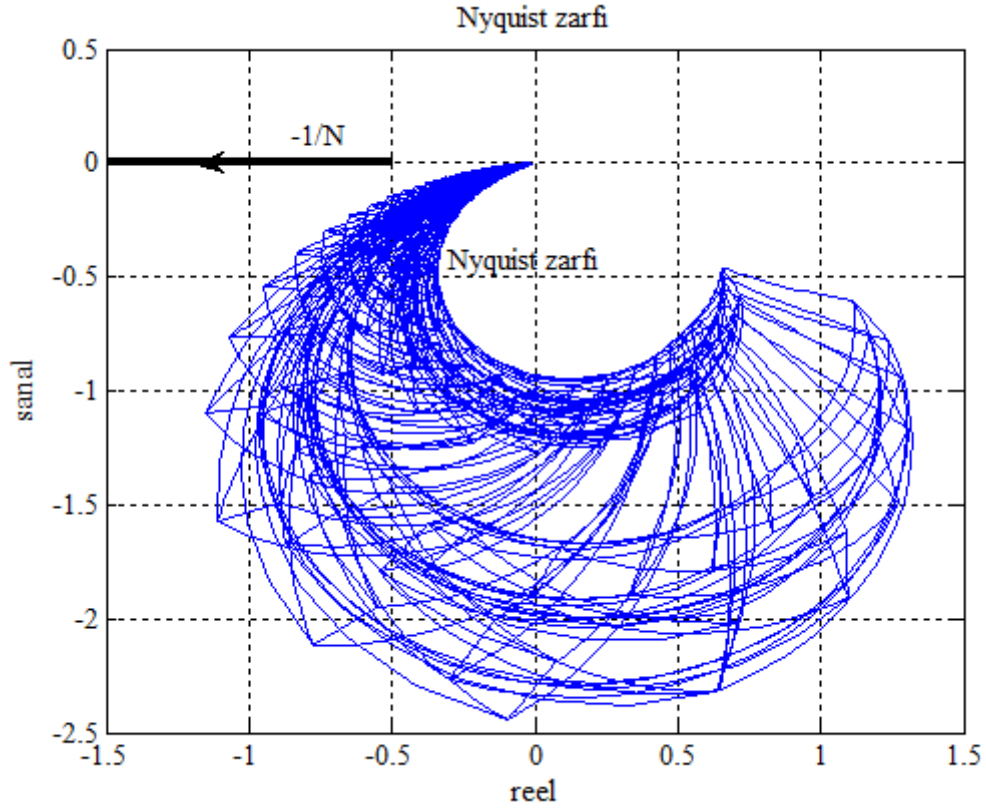
Doğrusal olmayan kontrol sistemlerinin kararlılık analizi için tanım fonksiyonunun kullanımı ve limit çevriminin belirlenmesi Bölüm 5.1'de açıklanmıştı. Denklem 5.1.1 ve 5.1.2'de verildiği gibi eğer, tanım fonksiyonunun kompleks düzlemdeki çizimi ile sistemin Nyquist eğrisi arasında bir kesişim noktası var ise sistemde limit çevrimi olduğu görülmüştü. Dolayısı ile eğer bu iki çizim arasında bir kesişim noktası yoksa sistem kararlı olarak kabul edilebilir.

Literatür taramasında doğrusal olmayan kesir dereceli aralık kontrol sistemleri ile ilgili çok fazla çalışma bulunmadığı görülmüştür [146, 147]. Dolayısı ile bu alanda yapılacak yeni çalışmaların literatüre önemli katkısı olacaktır. Kontrol sistemlerinde parametre belirsizliği yapısı söz konusu olduğunda, Nyquist eğrisi yerine Nyquist zarflarının dikkate alınması gerekir [47]. Dolayısı ile doğrusal olmayan kesir dereceli aralık kontrol sistemlerinin kararlılık analizi için doğrusal olmayan sistemin tanım fonksiyonunun belirlenmesi ve kesir dereceli aralık kontrol sisteminin Nyquist eğrisinin elde edilmesi gerekir. Bu bölümde yapılan çalışmada kesir dereceli aralık kontrol sisteminin Nyquist zarfları Bölüm 3'te verilen yöntemle elde edilmiştir. Elde edilen Nyquist zarfları, sistemin doğrusal olmayan durumunu ifade eden klasik tanımlayan fonksiyonla birlikte kullanılmış ve sistemin kararlılığını koruyan izin verilebilir maksimum parametre değişimi hesaplanmıştır.

5.3.1 Kararlılık Payı Hesabı

Bölüm 3'te bahsedildiği gibi bütün gerçek sistemlerin parametreleri belirsizlik içerirler. Sistemin kararlılığını koruyarak izin verilebilecek olan maksimum parametre değişim aralığının hesaplanması sistemin dayanıklılık problemi için önemli sonuçlar verir [148]. Şekil 5.1.8'de verilen sistemi dikkate alırsak, bu sistem için tanımlayan fonksiyon Denklem 5.1.6'daki gibi ifade edilebilir. Bu denklemde $M = 1$, $S = 1$, $X = 1$ ve $k = 2$ alınır. Tanımlayan fonksiyonun negatif tersi $-1/N = -1/2 = -0.5$ olarak hesaplanır. Yani bu denklemde tanımlayan fonksiyonun negatif tersi -0.5 noktasından başlar ve $-\infty$ 'a doğru gider. Şekil 5.1.8'de verilen $G(s)$, kesir dereceli aralık sistemi olarak alınır. Bu sistemin Nyquist zarfı Bölüm 3'te verilen yöntemle oluşturulabilir. Şekil 5.1.8'deki bu sistemin Nyquist zarfı ve doyum tipi doğrusal olmayan etki için tanımlayan fonksiyonun negatif tersinin kompleks düzlemdeki çizimi Şekil 5.3.1'deki gibi elde edilebilir. Eğer bu iki çizim arasında bir kesişim noktası olursa sistemde bir limit çevriminin varlığından söz edilebilir. Eğer sistemin Nyquist zarfı tanımlayan fonksiyonun negatif tersini kesmiyorsa sistemde osilasyon yoktur. Dolayısı ile buradaki doğrusal olmayan kesir dereceli aralık kontrol sistemi, kesir dereceli sistemin verilen parametre aralığında verilen tanımlayan fonksiyonun parametreleri için kararlıdır denilebilir. Burada şu soru sorulabilir; doğrusal olmayan kesir dereceli aralık kontrol sisteminin kararlılığını korumak kaydıyla kesir dereceli aralık sisteminin parametreleri

ne kadar değiştirilebilir? Diğer bir deyişle sistemin kararlılık payı nedir? Şekil 5.3.1’de verilen çizimler kullanılarak grafiksel yöntemle sistemin kararlılık payı elde edilebilir ve kararlılığı koruyan parametre değişim aralığı bulunabilir.



Şekil 5.3.1 Kesir dereceli aralık sisteminin Nyquist zarfı ve $-1/N$ 'in kompleks düzlemdeki çizimi.

Aşağıda verilen adımlar izlenerek doğrusal olmayan kesir dereceli aralık kontrol sisteminin kararlılık payı hesaplanabilir;

- Doğrusal olmayan sistemin durumunu ifade eden uygun tanımlayan fonksiyon seçilir ve parametreleri belirlenir.
- Tanımlayan fonksiyonun negatif tersinin kompleks düzlemde çizimi yapılır.
- Kesir dereceli aralık sistemi için Nyquist zarfı elde edilir.
- Eğer bu iki çizim arasında bir kesişim yoksa parametrelerin belirsizlik aralığı değiştirilir ve tekrar kontrol edilir. Sistemin Nyquist zarfı tanımlayan fonksiyonun negatif tersinin çizimine dokununcaya kadar bu adım tekrar edilir. Bu iki çizim arasında kesişim olduğu noktada işlem sonlandırılır.
- Sistemin kararlılık payı, parametrelerin değişim miktarından elde edilebilir.

5.3.2. Önerilen Yöntemin Uygulanması

Bu bölümde üç farklı kesir dereceli sistem üzerinde çalışılmıştır. Örnek 1 ve 2’de kesir dereceli birer sistem ele alınmış Örnek 3’te ise birinci dereceden zaman gecikmeli bir sistemin kesir dereceli formu dikkate alınmıştır. Uygulamalarda sistemlere doyum tipi doğrusal olmayan etki eklenmiştir. Kesir dereceli doğrusal olmayan sistemin kararlılığını koruyan parametrelerin maksimum değişim aralığı belirlenmiştir.

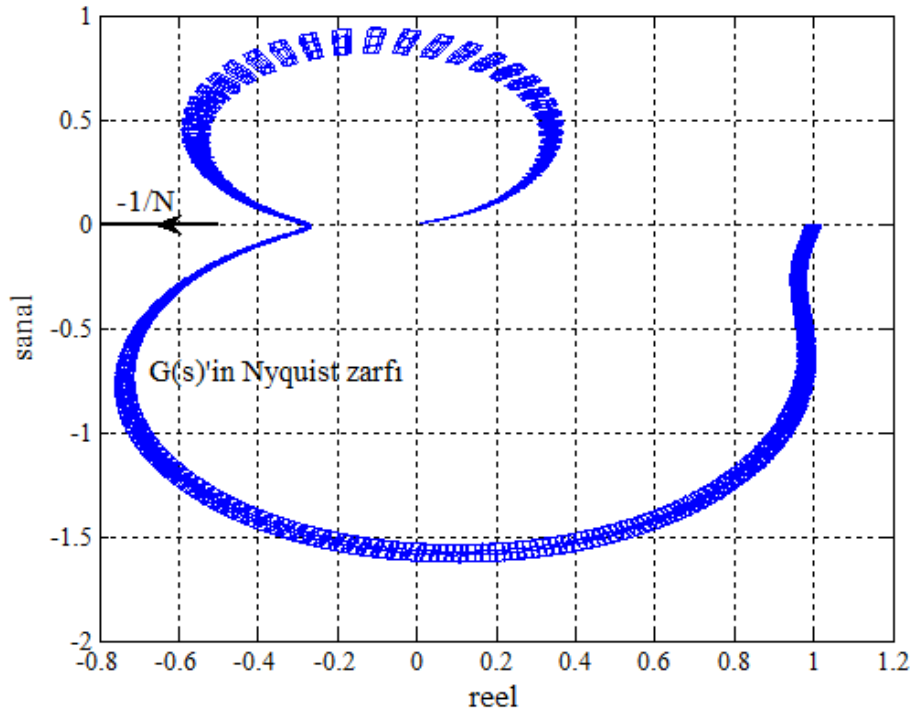
5.3.2.1. Örnek 1

Şekil 5.1.8’deki sistemde $G(s)$ aşağıdaki gibi verilmiş olsun,

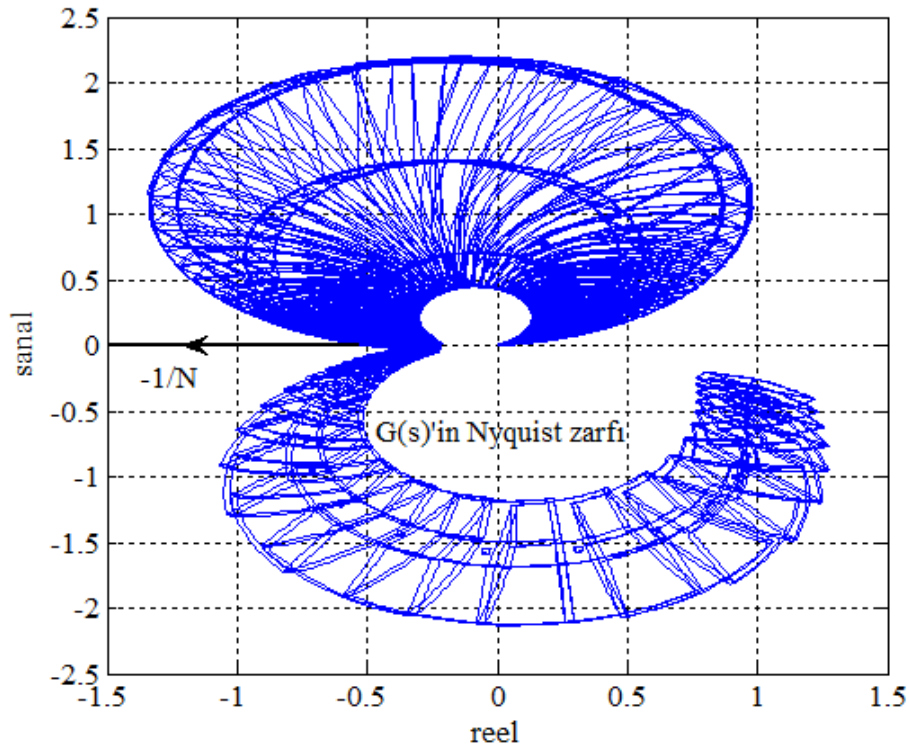
$$G_1(s) = \frac{b_0 s^{2.2} + b_1 s^{1.1} + b_2}{a_0 s^{4.3} + a_1 s^{3.2} + a_2 s^{2.1} + a_3 s^{0.9} + a_4} \quad (5.3.1)$$

Denklem 5.3.1’de parametrelerin nominal değerleri şöyle verilmektedir; $b_0 = 1$, $b_1 = 3$, $b_2 = 60$, $a_0 = 1$, $a_1 = 3$, $a_2 = 35$, $a_3 = 40$, $a_4 = 60$. Eğer b_1 , b_2 , a_3 ve a_4 parametrelerinin % 1 oranında değiştirilip diğer parametrelerin nominal değerlerde sabit kaldığı kabul edilirse sistemin Nyquist zarfı Şekil 5.3.2’deki gibi elde edilebilir. Denklem 5.1.6 ile verilen doğrusal olmayan doyum tipi durumu ifade eden tanımlayan fonksiyonun parametrelerinin değerleri $M = 1$, $S = 1$, $X = 1$ ve $k = 2$ için $-1/N$ fonksiyonunun çizimi de yine Şekil 5.3.2’deki gibi oluşturulabilir.

Bu şekle bakılarak sistemin % 1 parametre değişimi için hala kararlılığını koruduğu söylenebilir. Aynı sistemin parametreleri % 11 oranında değiştirilirse sistemin Nyquist zarfı Şekil 5.3.3’teki gibi elde edilebilir. $-1/N$ fonksiyonunun çizimi de yine Şekil 5.3.2’deki gibi oluşturulabilir. Şekil 5.3.3’e bakıldığında sistemin Nyquist zarfının $-1/N$ ’in çizimine dokunmaya başladığı görülebilir. Bu şekle bakılarak doğrusal olmayan kesir dereceli aralık sisteminin b_1 , b_2 , a_3 ve a_4 parametrelerinin en fazla % 11 oranında değişmesi durumunda sistemin kararlılığının korunabildiği görülmektedir.



Şekil 5.3.2. $G_I(s)$ 'in b_1 , b_2 , a_3 ve a_4 parametrelerinin %1 değişimi için Nyquist zarfı ve $-1/N$ 'in çizimi.

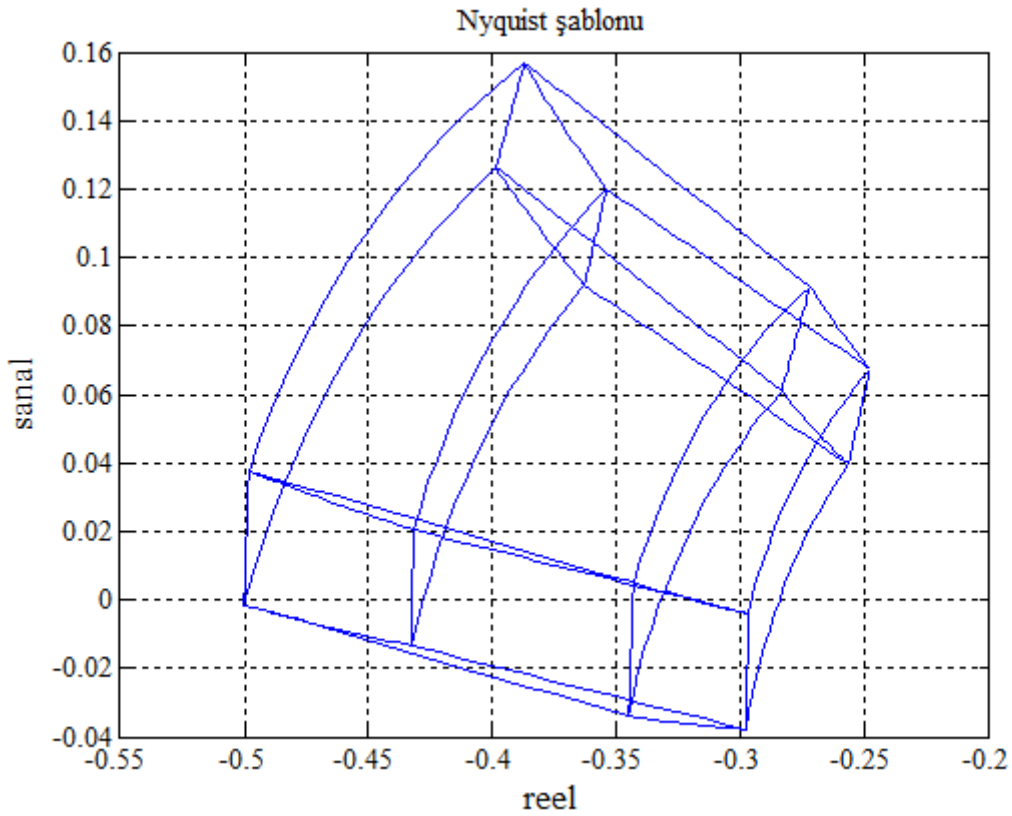


Şekil 5.3.3. $G_I(s)$ 'in b_1 , b_2 , a_3 ve a_4 parametrelerinin %11 değişimi için Nyquist zarfı ve $-1/N$ 'in çizimi.

Şekil 5.3.2 ve 5.3.3 incelendiğinde sistemin parametrelerinin %11 değişebildiği dolayısı ile doğrusal olmayan kesir dereceli aralık kontrol sisteminin aşağıda verilen geçiş fonksiyonu için kararlı olduğu söylenebilir,

$$G_1(s) = \frac{s^{2.2} + [2.67, 3.33]s^{1.1} + [53.4, 66.6]}{s^{4.3} + 3s^{3.2} + 35s^{2.1} + [35.6, 44.4]s^{0.9} + [53.4, 66.6]} \quad (5.3.2)$$

Denklem 5.3.1'deki sistemin b_1 , b_2 , a_3 ve a_4 parametrelerinin %11 değişimi ile elde edilen Denklem 5.3.2'deki kesir dereceli aralık sisteminin $\omega = 4.273 \text{ rad/sn}$ 'de Nyquist şablonu Şekil 5.3.4'te verilmektedir. Şekil 5.3.4'ten görüleceği gibi bu frekanstaki Nyquist şablonu $-1/N$ çizimine en yakın Nyquist şablonudur.



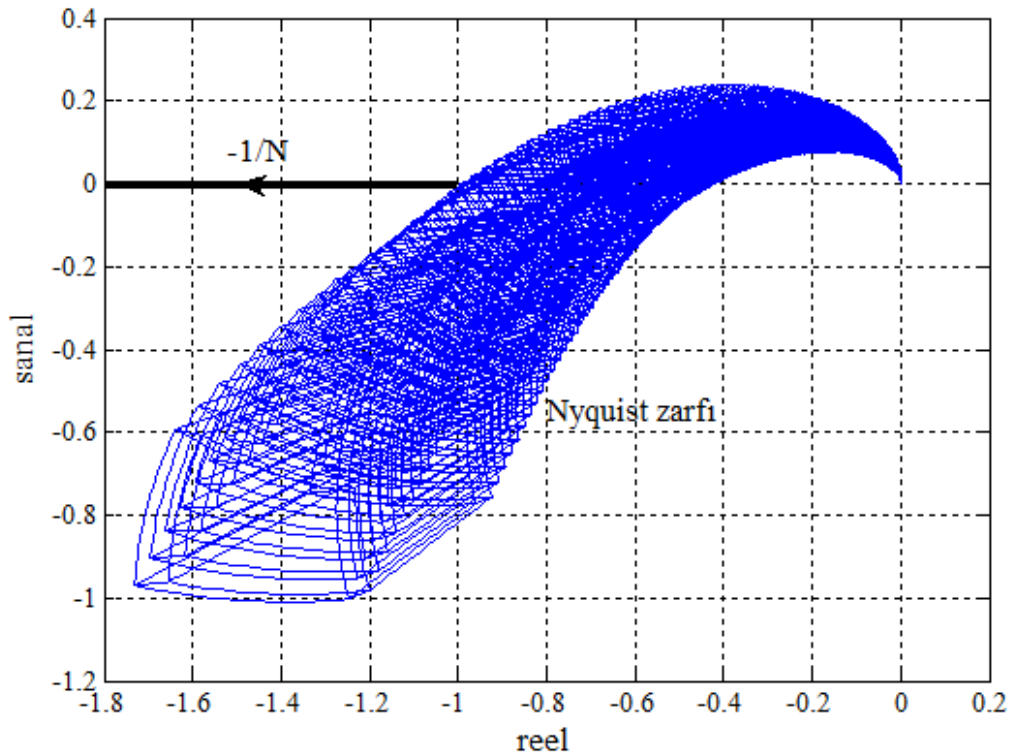
Şekil 5.3.4. $G_1(s)$ sisteminin $\omega = 4.273 \text{ rad / sn}$ için Nyquist şablonu.

5.3.2.2. Örnek 2

Aşağıdaki geçiş fonksiyonu ile verilen kesir dereceli sistemi ele alalım,

$$G_2(s) = \frac{b_0}{a_0 s^{3.4} + a_1 s^{2.3} + a_2 s^{1.2}} \quad (5.3.3)$$

$G_2(s)$ sisteminin parametrelerinin nominal değerleri $b_0 = 0.5$, $a_0 = 1$, $a_1 = 2$ ve $a_2 = 1$ olarak veriliyor. Bu nominal parametre değerlerinin % 13 değişimi ile elde edilen kesir dereceli aralık sisteminin Nyquist zarfı Şekil 5.3.5'te verilmektedir. Denklem 5.1.6 ile verilen tanımlayan fonksiyonun parametre değerleri $M = 1$, $S = 1$, $X = 1$ ve $k = 1$ olarak alınıyor. Bu değerler için $-1/N$ fonksiyonu Şekil 5.3.5'te görüldüğü gibi -1 noktasından başlayıp $-\infty$ 'a gitmektedir.



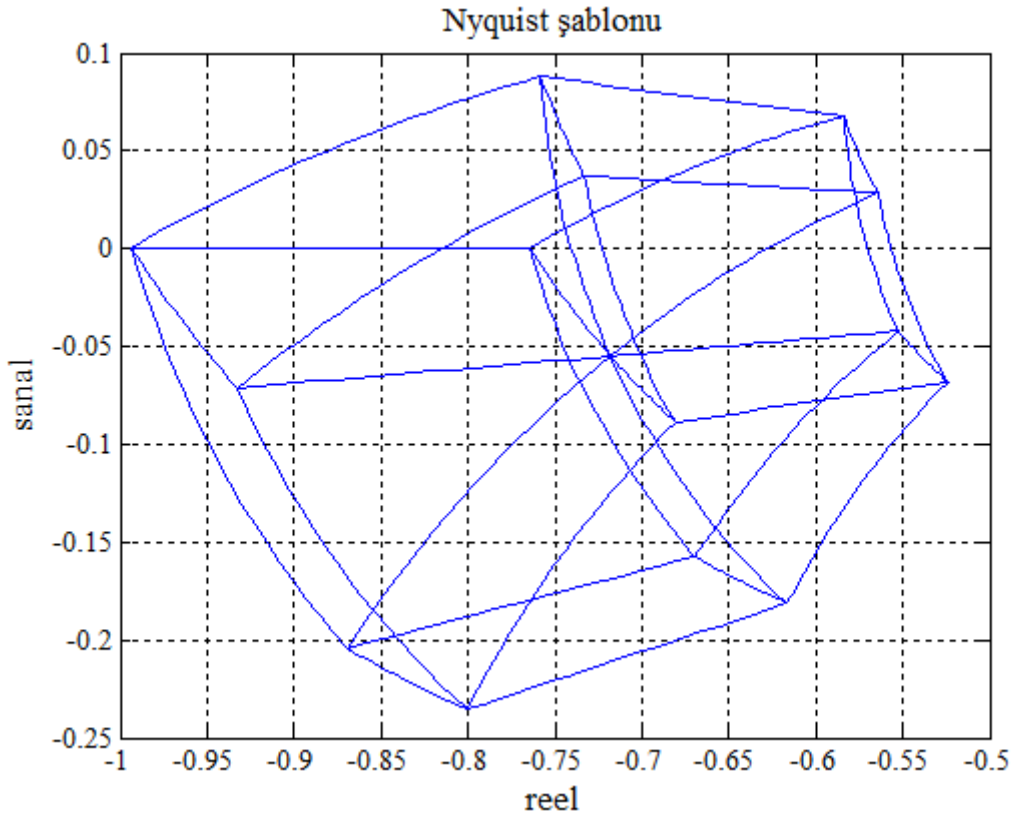
Şekil 5.3.5. $G_2(s)$ 'in parametrelerinin %13 değişimi için $0.4 < \omega < 10 \text{ rad/sn}$ frekans aralığında Nyquist zarfı ve $-1/N$ 'in çizimi.

Şekil 5.3.5'te görüleceği gibi Denklem 5.3.3 ile verilen doğrusal olmayan kesir dereceli kontrol sisteminde $G_2(s)$ 'in parametrelerinin %13'e kadar değişmesi durumunda sistemin kararlılığı korunmaktadır. Bu şekilden faydalanılarak doyum tipi doğrusal olmayan etki içeren kesir dereceli sistem Denklem 5.3.3'ün parametrelerinin

% 13 değişimi ile elde edilen aşağıdaki geçiş fonksiyonu için kararlıdır sonucuna varılabilir.

$$G_2(s) = \frac{[0.435, 0.565]}{[0.87, 1.13]s^{3.4} + [1.74, 2.26]s^{2.3} + [0.87, 1.13]s^{1.2}} \quad (5.3.4)$$

Denklem 5.3.4 ile verilen geçiş fonksiyonu için $\omega = 0.641 \text{ rad/sn}$ 'de Nyquist şablonu şekil 5.3.6'da görüldüğü gibi elde edilebilir. Bu şekilden görüleceği gibi sistemin Nyquist zarfı $\omega = 0.641 \text{ rad/sn}$ frekansında $-1/N$ çizimine en yakın noktaya ulaşmaktadır.



şekil 5.3.6. $\omega = 0.641 \text{ rad/sn}$ 'de $G_2(s)$ 'in Nyquist şablonu.

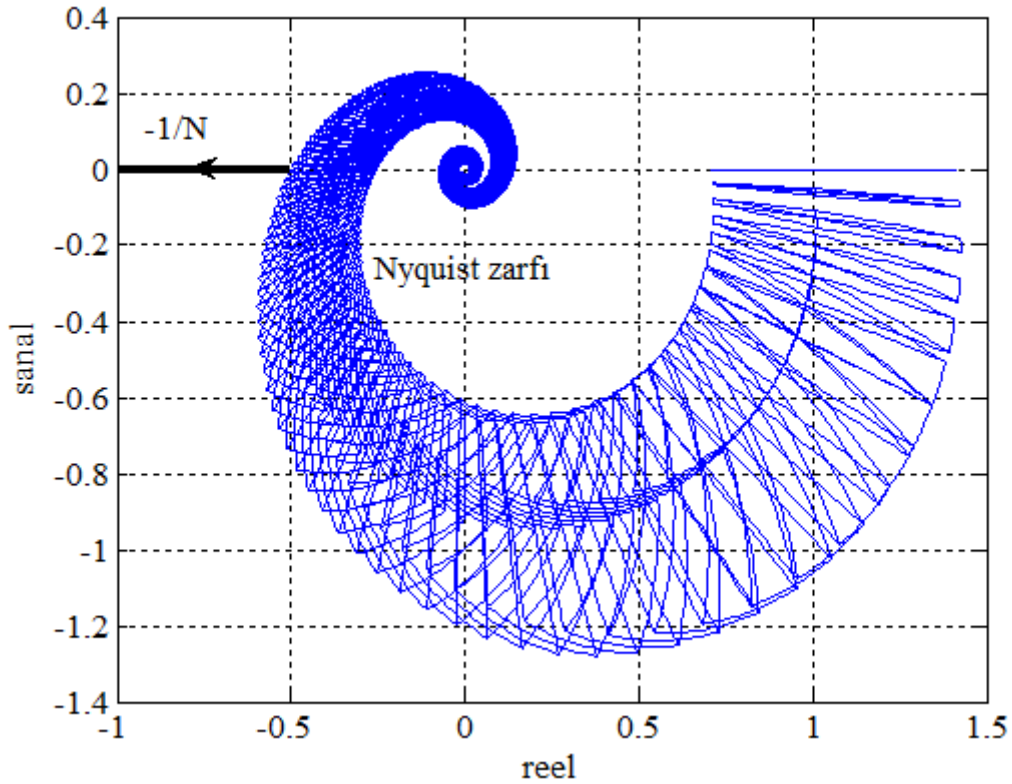
5.3.2.3. rnek 3

Bu örnekte birinci derece zaman gecikmeli bir sistem ele alınmıştır. Bölüm 4.3'te açıklandığı gibi, birinci derece zaman gecikmeli sistemler kontrol süreçlerinin basit karakteristiklerini verir ve süreç kontrol endüstrisinde birçok uygulamanın dinamikleri

hakkında önemli bilgiler sağlar [120]. Birinci derece zaman gecikmeli bir sistem Denklem 4.3.11’de verildiği gibi ifade edilebilir. Şekil 5.1.8’de verilen sistemdeki $G(s)$ ’in birinci derece zaman gecikmeli bir sistemin kesir dereceli versiyonunu ifade ettiğini kabul edelim. Bu durumda birinci derece zaman gecikmeli bir sistemin kesir dereceli formunda aşağıdaki geçiş fonksiyonu ile ifade edilebilir.

$$G_3(s) = \frac{b_0}{a_0 s^{1.2} + a_1} e^{-0.65s} \quad (5.3.5)$$

Denklem 5.3.5’teki $G_3(s)$ sisteminin parametrelerinin nominal değerleri $b_0 = 1$, $a_0 = 1$ ve $a_1 = 1$ olarak veriliyor. Bu parametrelerinin nominal değerlerinin %17 değişmesi durumunda sistemin Nyquist zarfı Şekil 5.3.7’deki gibi elde edilebilir.



Şekil 5.3.7 $G_3(s)$ ’in parametrelerinin %17 değişimi için $0 < \omega < 30 \text{ rad/sn}$ frekans aralığında Nyquist zarfı ve $-1/N$ ’in çizimi.

Sistemin doyum tipi doğrusal etki içerdği kabul ediliyor. Tanımlayan fonksiyonun parametreleri Örnek 1'dekine benzer şekilde $M=1$, $S=1$, $X=1$ ve $k=2$ olarak belirleniyor. Bu parametrelerle $-1/N$ fonksiyonunun çizimi Şekil 5.3.7'de verilmektedir. Bu örnekte kararlılık payı için sistemin parametrelerinin değişim aralığı % 17 olarak hesaplanabilir. Yani doğrusal olmayan KDKS parametrelerinin % 17 değiştirilmesi ile elde edilen aşağıdaki aralık geçiş fonksiyonu için kararlılığını koruduğu sonucuna varılabilir.

$$G_3(s) = \frac{[0.83, 1.17]}{[0.83, 1.17]s^{1.2} + [0.83, 1.17]} e^{-0.65s} \quad (5.3.6)$$

5.3.3. Bölüm 5.3'ün Sonuçları

Bu bölümde, doğrusal olmayan kesir dereceli aralık kontrol sistemlerinin kararlılık payı hesabı için grafiksel bir yöntem önerilmiştir. Sistemin kararlılığını korumak koşuluyla kesir dereceli sistemin parametrelerinin maksimum değişim sınırları belirlenmiştir. Önerilen yöntemde sistemin parametrelerinin belirli bir aralıkta olabileceği açıkça gösterilmiştir. Önerilen yöntemde parametrelerin her birinin değişim aralığı ayrı ayrı belirlenebileceği gibi, tüm parametreler belirli bir oranda da değiştirilebilir.

6. PROTOTİP ÇİFT MOTORLU HELİKOPTER MODELİ ÜZERİNDE KESİR DERECLİ PID ($PI^{\lambda}D^{\mu}$) KONTROLÖR UYGULAMASI

Bilindiği gibi helikopterler günümüz hava taşımacılığında önemli bir yer tutmaktadır. Birçok karmaşık mekanik ve elektronik kontrol ekipmanları ile donatılmış olan helikopterlerin kontrol problemi, kontrol alanında önemli araştırma konularından biridir [149-153]. Çift motorlu çok giriş çok çıkış (multi input multi output- MIMO) sistem (Twin Rotor MIMO System- TRMS), her iki ucunda bir doğru akım motoruyla çalışan pervaneleri bulunan helikopter benzeri aerodinamik bir sistemdir. Mafsallı bağlantı noktaları denge kolunun uç noktalarının küresel bir düzlemde hareketine izin verecek şekilde tasarlanmıştır. TRMS helikopter sisteminde bir asıl motor bir de kuyruk motoru bulunmaktadır. Asıl motor TRMS'nin dikey seviyedeki hareketini sağlar. Kuyruk motoru ise TRMS'nin yatay düzlemde denge hareketini sağlar. Bu iki hareket basitçe iki açıyla ölçülür. Dikey seviyedeki hareket, dikey seviye (pitch) açısı, yatay düzlemdeki hareket ise yatay denge (yaw) açısı ile ölçülür. TRMS helikopter sistemi, çok giriş çok çıkışlı (MIMO) kontrol sistemlerinin analizinde ve kontrolör tasarımı tercih edilen prototip bir sistemdir [149, 154]. TRMS, karmaşık, doğrusal olmayan (nonlinear) bazı durumların ve çıktıların dikkate alınmasını sağladığından önemli bir mühendislik problemi olarak ele alınabilir [150]. TRMS sistemi için kontrolör tasarlanmasının hedefi, sistemdeki doğrusal olmayan bozucu etkilere ve hareketli parçaların parametrelerindeki belirsizliğe rağmen TRMS'nin istenen dikey ve yatay pozisyona getirilmesini sağlamaktır. Prototip TRMS modeli ile yapılan çalışmalar, doğrusal olmayan ve belirsiz dinamiklere sahip olan bu sistemin matematiksel modelinin belirlenmesi ve sistemin kontrolü için yöntemler geliştirmeyi içermektedir. Sistemin matematiksel modelinin belirlenmesi en önemli aşamalardan biridir. Özellikle de doğrusal olmayan belirsiz parametrelere sahip bir sistemin kesin matematiksel modelini belirlemek oldukça zordur [151, 154]. Ancak sayısal çözüm yöntemleri kullanılarak böyle bir sistemin yaklaşık modeli elde edilebilir [155].

Bu bölümün amacı, Feedback firmasının ürettiği prototip helikopter modeli TRMS'ni tanıtmak ve bu sistem üzerinde kesir dereceli kontrolörün etkisini araştırmaktır. TRMS, gerçek helikopterlerin dikey ve yatay pozisyonundaki hareketini kontrol etmek için bir model sunmaktadır. Bu model, helikopter sisteminin fiziksel davranışları ve kontrol problemleri ile ilgili önemli bilgiler sunar. TRMS üzerinde kontrol algoritmaları

oluşturulabilir ve gerçek zamanlı prototip uygulama ile test edilebilir. TRMS Şekil 6.1’de görülmektedir [154]. Bu şekilde görüldüğü gibi TRMS’nin mekanik birimi, helikopterin kuyruk ve tepesindeki iki motor sistemine benzer şekilde, iki motordan oluşmuştur. Mekanik birimlerin dışında elektriksel kontrol ünitesi de TRMS’nin önemli bir kısmını oluşturmaktadır. Model ile bilgisayar arasındaki iletişim PCI 1711 giriş/çıkış arabirim kartı aracılığıyla sağlanmaktadır. TRMS’ni kontrol etmek amacıyla herhangi bir kontrol algoritması oluşturmak için sistemin fiziksel yapısını anlamak gerekir [154].

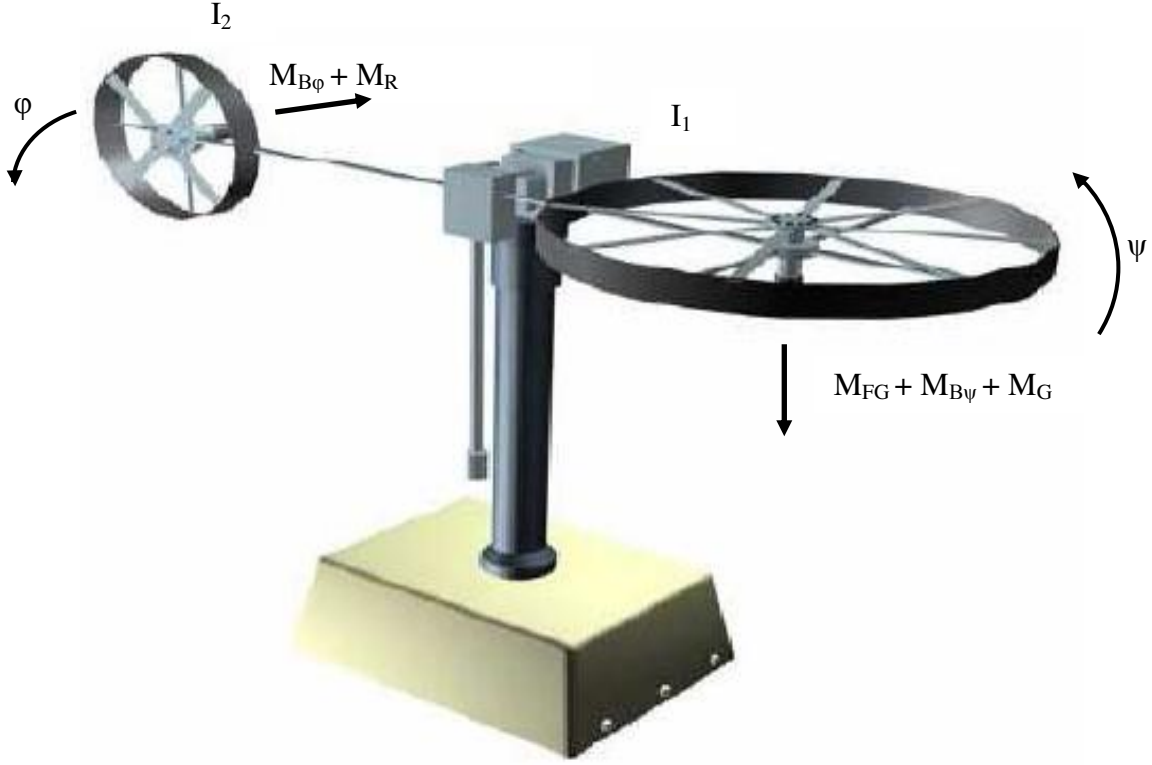


Şekil 6.1. Feedback marka çift motorlu prototip helikopter modeli.

6.1. TRMS’nin Genel Yapısı

Kontrol algoritması oluşturabilmek için sistemin gerçek zamanlı çalışma modelinden matematiksel modelini elde etmek gerekir. Matlab programının “system identification toolbox” aracı yardımıyla sistemin gerçek zamanlı çalışma modelinden matematiksel modeli elde edilebilir [155]. Genellikle bu çalışma modeli doğrusal

değildir. Yani modelin parametrelerinden (rotor akımı- i , pozisyonu- θ) en az birisi doğrusal değildir. Böyle bir modelin geçiş fonksiyonunu elde etmek için modeli doğrusal hale getirmek gerekir. TRMS'nin Şekil 6.2'de verilen çalışma modeli kullanılarak doğrusal olmayan model denklemleri elde edilebilir ve sistemin elektro-mekanik çalışma modelinin parametreleri deneysel olarak yaklaşık bulunabilir [154].



Şekil 6.2. TRMS'in elektro-mekanik çalışma modeli.

Sistemin mekanik kısmı dikkate alınırsa dikey hareket için moment denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$I_1 \cdot \ddot{\psi} = M_1 - M_{FG} - M_{B\psi} - M_G \quad (6.1)$$

burada,

$$M_1 = a_1 \tau_1^2 + b_1 \tau_1, \quad - \text{doğrusal olmayan statik karakteristik,}$$

$$M_{FG} = M_g \cdot \sin \psi, \quad - \text{yerçekimi momenti,}$$

$$M_{B\psi} = B_{1\psi} \cdot \dot{\psi} + B_{2\psi} + \text{sign}(\dot{\psi}), \quad - \text{sürtünme kuvvetleri momenti,}$$

$$M_G = K_{kv} \cdot M_1 \cdot \dot{\phi} \cos \psi, \quad - \text{dönel (gyroscopic) moment.}$$

Motor ve elektriksel kontrol devresinin birinci dereceden yaklaşık modelleri dikkate alınırsa, motor momenti aşağıdaki geçiş fonksiyonu ile ifade edilebilir [154],

$$\tau_1 = \frac{k_1}{T_{11}s + T_{10}} \cdot u_1 \quad (6.2)$$

Benzer şekilde yatay düzlemdeki hareket için aşağıdaki denklem yazılabilir [154],

$$I_2 \cdot \ddot{\varphi} = M_2 - M_{B\varphi} - M_R \quad (6.3)$$

burada,

$$M_2 = a_2 \tau_2^2 + b_2 \tau_2, \quad - \text{doğrusal olmayan statik karakteristiği},$$

$$M_{B\varphi} = B_{1\varphi} \cdot \dot{\varphi} + B_{2\varphi} + \text{sign}(\dot{\varphi}), \quad - \text{sürtünme kuvvetleri momenti},$$

Çapraz etki momenti M_R , ise şöyle verilebilir,

$$M_R = \frac{k_c (T_0 s + 1)}{(T_p s + 1)} \cdot \tau_1 \quad (6.4)$$

Yatay hareket için yine motor ve elektriksel kontrol devresinin birinci dereceden yaklaşık modelleri dikkate alınırsa, yatay motor momenti aşağıdaki geçiş fonksiyonu ile ifade edilebilir [154],

$$\tau_2 = \frac{k_2}{T_{21}s + T_{20}} \cdot u_2 \quad (6.5)$$

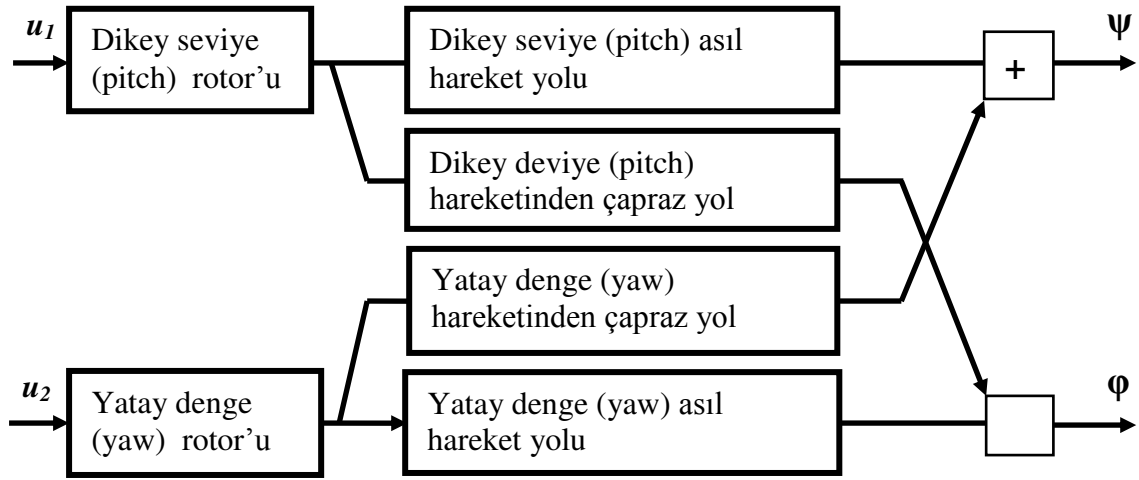
Çalışma modelinin parametrelerinin yaklaşık değerleri deneysel olarak aşağıdaki tabloda verildiği gibi elde edilebilir,

Tablo 6.1. TRMS modelinin deneysel parametreleri [154].

Parametre	Değeri
I_1 – dikey rotor’un atalet momenti	$6.8 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
I_2 – yatay rotor’un atalet momenti	$2 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
a_1 – statik karakteristik parametre	0.0135
b_1 – statik karakteristik parametre	0.0924
a_2 – statik karakteristik parametre	0.02
b_2 – statik karakteristik parametre	0.09
M_g – yerçekimi momenti	$0.32 \text{ N} \cdot \text{m}$
$B_{1\psi}$ – sürtünme moment fonksiyonu parametresi	$6 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} / \text{rad}$
$B_{2\psi}$ – sürtünme moment fonksiyonu parametresi	$1 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2 / \text{rad}$
$B_{1\phi}$ – sürtünme moment fonksiyonu parametresi	$1 \cdot 10^{-1} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} / \text{rad}$
$B_{2\phi}$ – sürtünme moment fonksiyonu parametresi	$1 \cdot 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2 / \text{rad}$
K_{gy} – dönel moment parametresi	$0.05 \text{ s} / \text{rad}$
k_1 – 1’nci motor’un kazancı	1.1
k_2 – 2’nci motor’un kazancı	0.8
T_{11} – 1’nci motor’un payda parametresi	1.1
T_{10} – 1’nci motor’un payda parametresi	1
T_{21} – 2’nci motor’un payda parametresi	1
T_{20} – 2’nci motor’un payda parametresi	1
T_p – çapraz tepki moment parametresi	1
T_0 – çapraz tepki moment parametresi	3.5
k_c – çapraz tepki moment kazancı	-0.2

TRMS çok girişli çok çıkışlı yapıdadır. Şekil 6.3 bu durumu şematik olarak göstermektedir. Bu şekilden görüldüğü gibi, TRMS iki girişle kontrol edilir. Dinamik çapraz bağlantı (cross couplings) TRMS’nin temel özelliklerinden biridir. TRMS’nin dikey yöndeki hareketine dikey seviye (pitch) hareketi. Yatay yöndeki hareketine ise

yatay denge (yaw) hareketi denir. Dikey seviye hareketinin doğrusal olmayan etkilerinden (dikey seviye motorunun dönme momentinin yatay düzlemde serbest harekete yaptığı etki gibi) dolayı, dikey seviye motorunun yatay düzlem hareketine etkisi vardır. Bu etki, dikey seviye hareketinden çapraz yol modeliyle gösterilebilir. Benzer şekilde, yatay denge motorunun dönme momenti de dikey seviyedeki serbest hareketi etkilemektedir. Bu etki de yatay denge hareketinden çapraz yol modeliyle gösterilebilir [154].



Şekil 6.3. TRMS'nin şematik yapısı.

6.2. TRMS'nin Gerçek Zamanlı Modelinin Belirlenmesi (Model Identification)

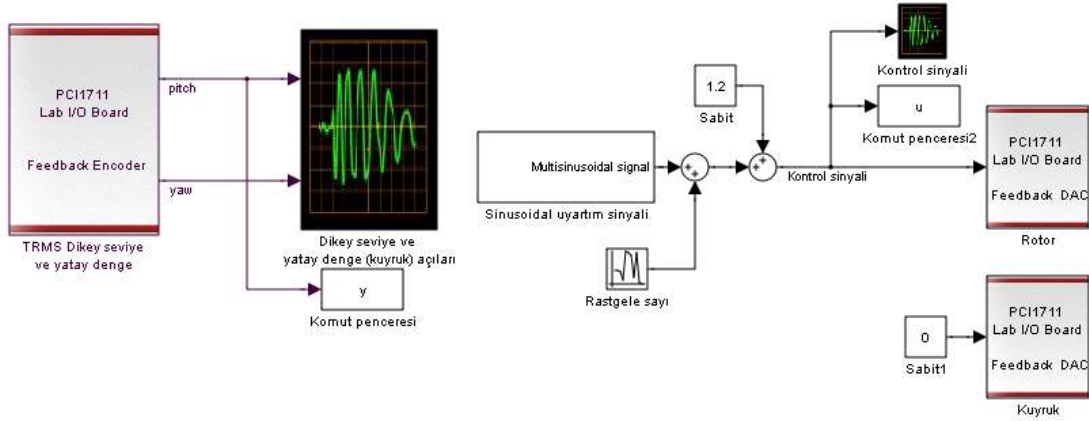
Önceki bölümde verilen açıklamalardan görüleceği gibi, TRMS doğrusal olmayan bir sistemdir ve Şekil 6.3'te görüldüğü gibi motor'lar arasında çapraz etkileşim mevcuttur. Dolayısıyla gerçek zamanlı modelin, iki doğrusal bağlantılı iki doğrusal motor modeli şeklinde basitçe belirlenebilmesi için dört doğrusal modelin belirlenmesi gerekir. Dolayısıyla, u_1 'den ψ 'ye ve u_2 'den ϕ 'ye olmak üzere iki asıl yol için, u_1 'den ϕ 'ye ve u_2 'den ψ 'ye olmak üzere iki çapraz bağlantı yolu için model oluşturulabilir. Bu dört model [154, 155]'den elde edilebilir. Bu modeller kullanılarak Matlab programının "System identification" aracı yardımıyla gerçek zamanlı sistemin matematiksel ifadesi sistemin geçiş fonksiyonu şeklinde elde edilebilir [155]. Elde edilen bu geçiş fonksiyonları kullanılarak TRMS için kontrolör tasarımı yapılabilir ve sistem test edilebilir.

Gerçek zamanlı model belirleme yöntemiyle kontrolör tasarlarken şu noktalara dikkat edilmelidir [154];

- Eğer belirlenen matematiksel model kararsız bir tepki sergiliyorsa, model belirleme işlemine sistemi kararlı hale getiren geçerli bir kontrolörle devam edilmelidir. Eğer belirlenen model kararlı ise model belirleme işlemi daha basit hale gelir.
- Diğer önemli bir konu da, belirlenecek model için uygun geçiş fonksiyonu yapısını belirlemektir. Belirlenecek modelin geçiş fonksiyonunun pay ve paydasının derecesine karar verilmesi önemlidir. Pay ve paydanın derecesi hem ayrık zamanlı hem de sürekli zamanlı geçiş fonksiyonunun elde edilebilmesi için önemli bir parametredir.
- Uygun modelin belirlenmesi ve sistemin kontrolü için örnekleme zamanının kullanılan sistemin dinamiklerine uygun belirlenmesi gerekir. Örnekleme zamanı ne çok uzun ne de çok kısa olmalıdır. Çok kısa örnekleme zamanı model belirleme kalitesini olumsuz etkiler. Gerçek sistemin hızı çok kısa örnekleme zamanına yeterli gelmeyebilir. Diğer yandan, çok uzun örnekleme zamanı da sistemin bütün dinamiklerinin dikkate alınmasını engelleyecektir.
- Sisteme uygulanan uyartım sinyalinin seçimi de önemlidir. Eğer sistemin dinamikleri çok karmaşık değilse, farklı frekanslardaki sinisoidal sinyallerin toplamı sistem için uygun bir uyartım sinyali olabilir.
- Model belirlemek için genellikle en küçük kareler (least mean square - LMS) ve enstrümantel değişken (instrumental variable) yöntemi olmak üzere iki yöntem kullanılır. LMS yöntemi en çok kullanılan yöntemdir ve Matlab yardımıyla uygulanabilir. Bu yöntem gerçek sistem ile modelin çıktıları arasındaki hatayı minimize etme mantığına dayanır. Hatanın karesinin minimum olduğu durumda modelin optimum parametreleri belirlenir.

TRMS'nin gerçek zamanlı dikey seviye asıl hareket yolu modelinin belirlenmesi için, kontrol voltajı u_1 ile dikey seviye açısı ψ arasındaki ilişkiyi belirleyen gerçek zamanlı dikey seviye asıl hareket yolu modelinin matematiksel ifadesini elde etmek gerekir. Bu amaçla, önce modelin ayrık zamanlı (discrete time) geçiş fonksiyonu elde edilecek daha sonra bu geçiş fonksiyonu sürekli zamanlı geçiş fonksiyonuna dönüştürülerek s-tabanında geçiş fonksiyonu elde edilecektir. Gerçek zamanlı simülasyonda kullanılan sistemin dinamikleri dikkate alındığında bu model için örnekleme zamanı $T_s = 0.1 \text{ sn}$

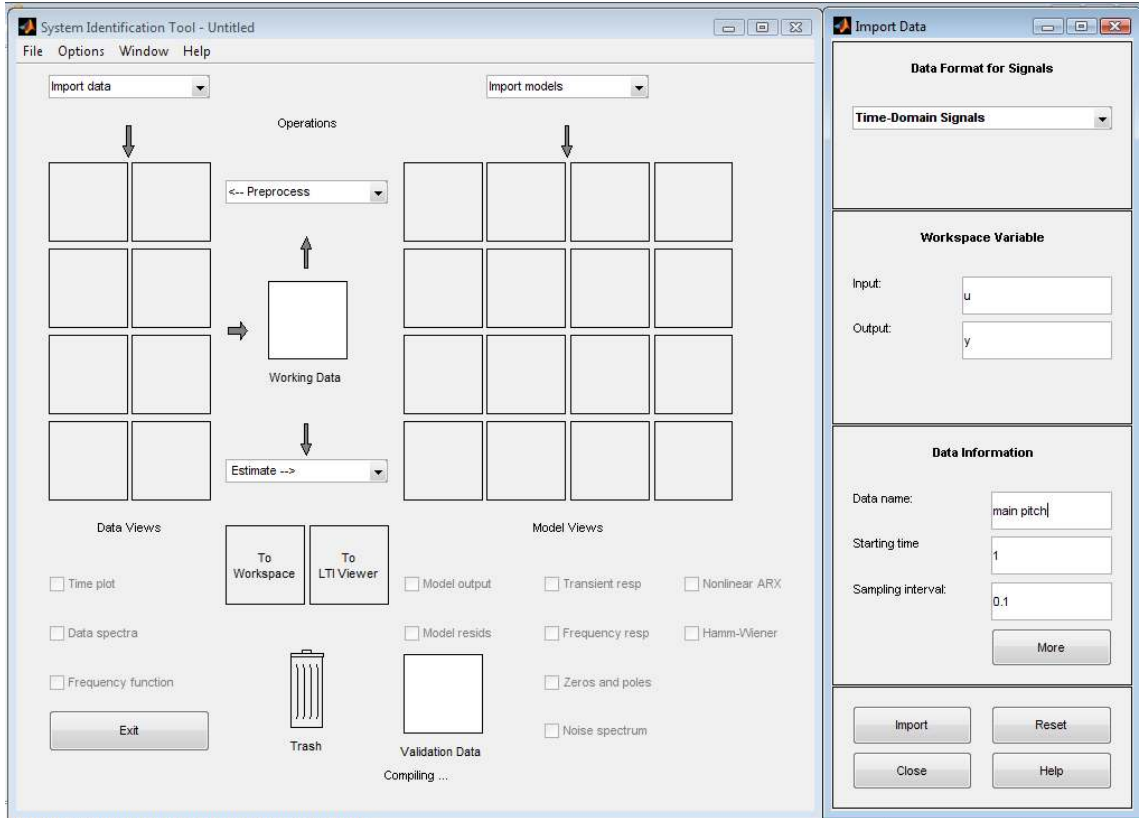
alınmıştır. Bu modelin belirlenmesi için aşağıdaki şekilde verilen gerçek zamanlı (real time) Matlab Simulink modeli kullanılmıştır.



Şekil 6.4. TRMS dikey seviye asıl hareket yolu simulink modeli

Şekil 6.4 ile verilen gerçek zamanlı simulink modeli kullanılarak TRMS'ne farklı frekanslardaki sinus sinyallerin toplanmasıyla elde edilmiş bir sinusoidal uyarım sinyali verilir. TRMS bu uyarım sinyaliyle, belirlenen örnekleme süresinde sistemden verileri alabilmek için yeterli bir süre (örneğin bu sistem için 50-100 sn. yeterli olabilir) çalıştırılır. Bu uyarım sinyali TRMS'nin verdiği tepkinin çıkış sinyalleri kaydedilir. Uyarım sinyali ile elde edilen giriş verileri ve tepki sinyali ile elde edilen çıkış verileri toplanarak giriş ve çıkış veri vektörleri oluşturulur. Oluşturulan bu veri vektörleri Şekil 6.5 ile verilen Matlab "system identification" aracında giriş ve çıkış vektörleri olarak kullanılır. Gerçek zamanlı modelde kullanılan örnekleme girilir. Bu sistem verileri "system identification" aracına aktarılır. Daha sonra "estimate" komutu kullanılarak elde edilmek istenen geçiş fonksiyonunun yapısı, pay ve paydanın derecesi belirlenir. Belirlenen bu koşullar için bir model elde edilir [154, 155]. Elde edilen bu modelin geçiş tepkisi (transient response), frekans tepkisi, kutup ve sıfırlarının yerleşimi (root locus) ve birim basamak tepkisi anında izlenip elde edilen modelin uygun olup olmadığına karar verilebilir. Eğer elde edilen model uygun değilse, model belirleme işleminde tekrar başa dönülerek geçiş fonksiyonunun yapısı, pay ve paydanın derecesi gibi parametreler yeniden belirlenir ve bu yeni parametrelere göre yeni bir model elde edilir. Elde edilen modelin uygun olduğuna kanaat getirilinceye kadar bu adım tekrar edilir. Uygun bir model elde edildikten sonra, elde edilen model verileri Matlab komut penceresine taşınarak `>>sysd=filt(oe120.b, oe120.f, 0.1)` komutu ile ya da

“>>sysd=tf(oe120.b, oe120.f, 0.1)” komutu ile sistemin ayrık zamanda z -tabanında geçiş fonksiyonu elde edilir. Bu komutlardaki oe ; modelin yapısını, 120: payın, paydanın derecelerini ve gecikme zamanını, 0.1 ise örnekleme süresini göstermektedir. Bu komutlarla z -tabanında geçiş fonksiyonu elde edildikten sonra “>>sysc=d2c(sysd,‘zoh’)” komutu ile sistemin sürekli zamanda s -tabanında geçiş fonksiyonu elde edilebilir. Bu geçiş fonksiyonu kullanılarak sistem için uygun kontrolör tasarımı yapılabilir ve sistem analiz edilebilir [155].



Şekil 6.5. Matlab Simulink model belirleme aracı (system identification toolbox).

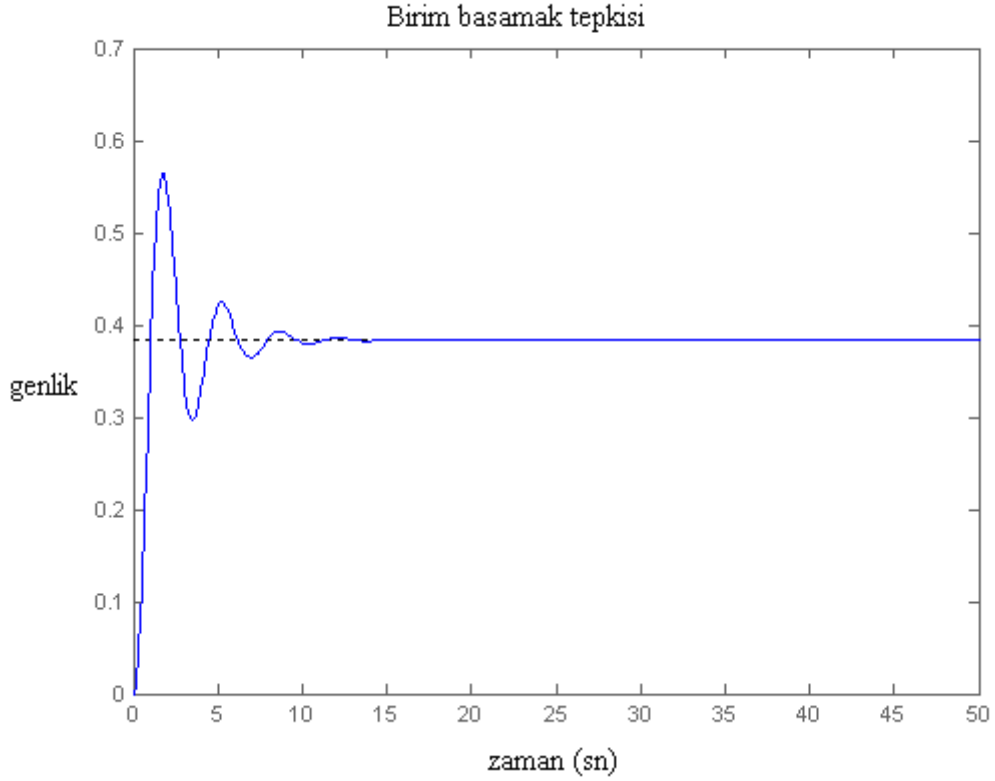
Bu açıklamalar kullanılarak gerçek zamanlı dikey seviye asıl hareket yolu modelinin matematiksel geçiş fonksiyonlarını elde etmek için Şekil 6.4 ile verilen gerçek zamanlı simulink modeli 100 sn. süreyle çalıştırılmıştır. Bu modelde örnekleme süresi 0.1 sn. alınmıştır. Sisteme farklı frekanslardaki dört sinüs sinyalinin toplamı olan sinisoidal bir giriş sinyali uygulanmıştır. Giriş ve çıkış sinyalleri giriş ve çıkış vektörlerine aktarılmıştır. Bu veriler kullanılarak 2’nci dereceden ayrık zamanlı bir geçiş fonksiyonu z - tabanında aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$G_p(z) = \frac{0.01285}{z^2 - 1.884z + 0.9175} \quad (6.6)$$

Ayrık zamanda elde edilen bu geçiş fonksiyonu Matlab komut penceresinde “>>sysc=d2c(sysd,'zoh')” komutu yardımıyla aşağıda verilen sürekli zamanlı geçiş fonksiyonuna dönüştürülmüştür.

$$G_p(s) = \frac{-0.06842s + 1.345}{s^2 + 0.8613s + 3.508} \quad (6.7)$$

Elde edilen geçiş fonksiyonunun birim basamak tepkisi aşağıda verilmektedir.

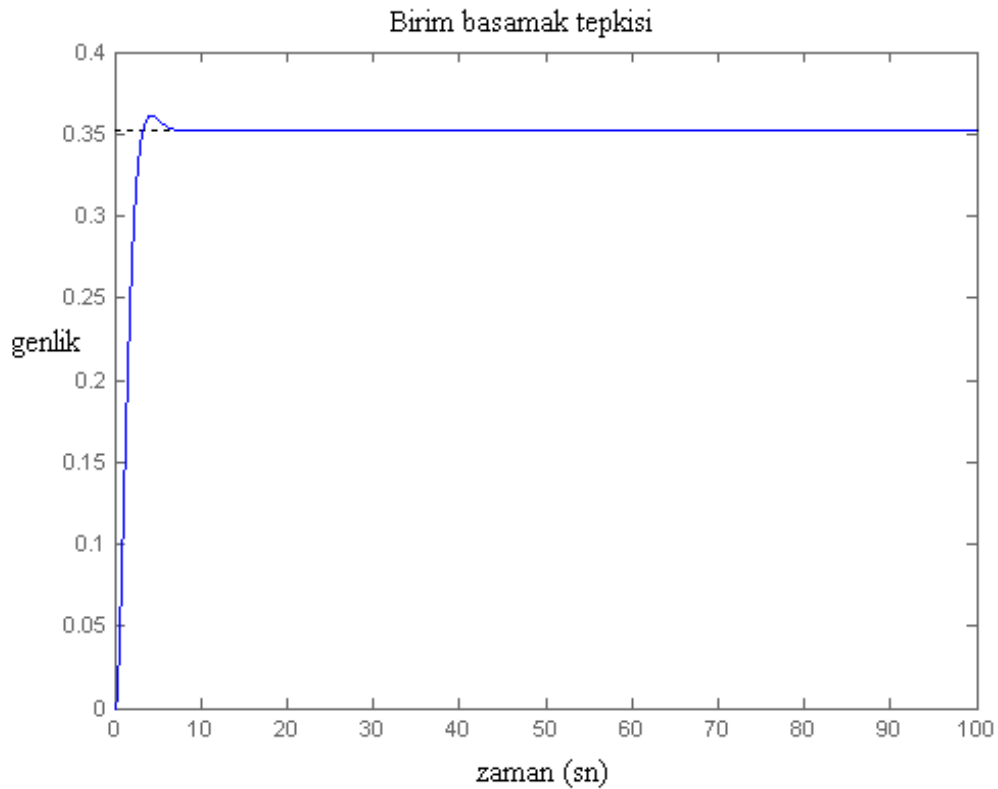


Şekil 6.6. $G_p(s)$ 'in birim basamak tepkisi.

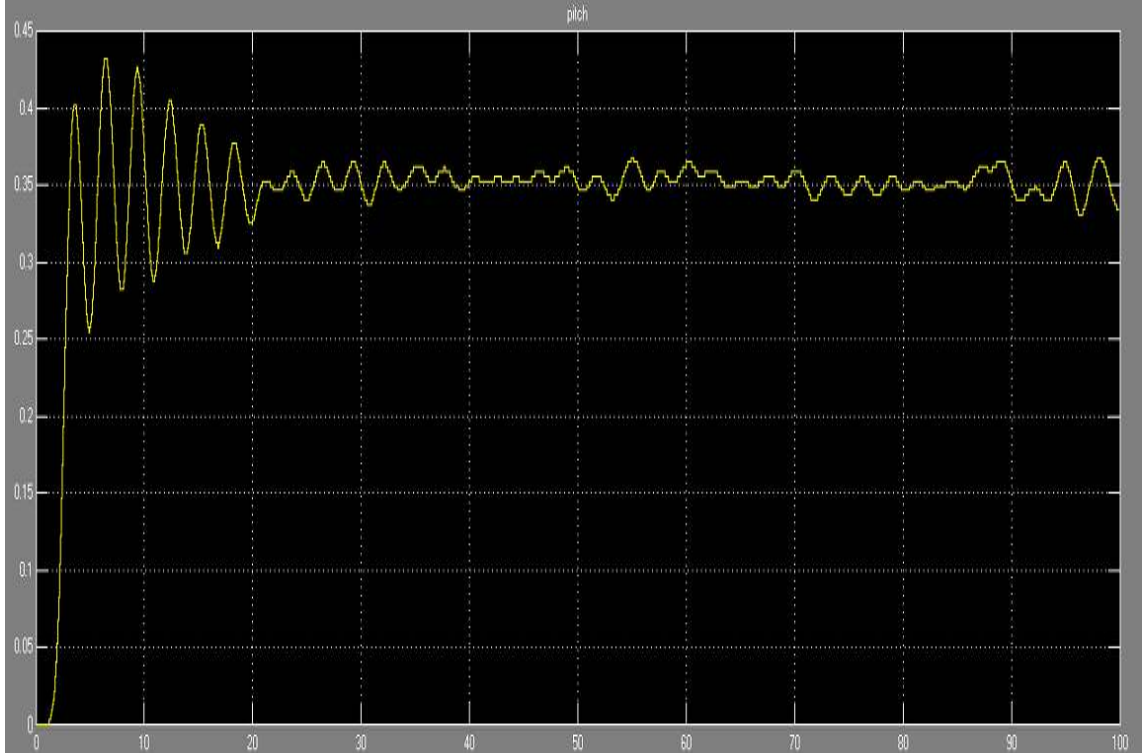
TRMS'nin açık çevrim modelinden elde edilen geçiş fonksiyonunun gerçek sistemi temsil ettiğini test etmek için Şekil 6.4 ile verilen sistemin girişine bu defa da 100 sn. süreyle birim basamak sinyal uygulanmış ve sistemin açık çevrim gerçek zamanlı birim basamak tepkisi elde edilmiştir. Bu gerçek zamanlı sistemin açık çevrim çıktısı kullanılarak Denklem 6.8 ile verilen geçiş fonksiyonu elde edilmiştir.

$$G_{p1}(s) = \frac{-0.02377s + 0.4615}{s^2 + 1.74s + 1.311} \quad (6.8)$$

Bu geçiş fonksiyonunun birim basamak tepkisi ve sistemin gerçek zamanlı çıktısının osilaskop görüntüsü sırasıyla Şekil 6.7 ve 6.8’de verilmektedir. Bu Şekillerden, elde edilen geçiş fonksiyonunun birim basamak tepkisinin, modelin gerçek zamanlı çıktısını temsil ettiği görülebilir. Burada Şekil 6.8 ile osilaskop görüntüsü verilen sistem, kontrolör kullanılmadan çalıştırılan açık çevrim bir sistemdir. Dolayısıyla sisteme sadece geri beslemesiz birim basamak uyarım sinyali verilmektedir. Ayrıca bu sistemin dikey yöndeki bu hareketinde doğrusal olmayan etkiler bozucu giriş oluşturmaktadır. Dolayısı ile sistemin dikey hareketinin osilaskop görüntüsü başlangıçta osilasyonlu gibi görünen bir yapı sergilemektedir. Şekil 6.7 ile verilen birim basamak tepkisi ise, doğrusal olmayan etkileri doğrusal hale getirilmiş olan çıkış verilerinden elde edilen sistemin yaklaşık modelinin birim basamak tepkisini göstermektedir. Dolayısıyla elde edilen modelin birim basamak tepkisi daha doğrusal bir yapı sergilemektedir. Ama Şekil 6.7 ve 6.8 ile verilen bu iki tepkinin davranış karakteristiklerinin benzer olduğu açıkça görülebilmektedir.



Şekil 6.7. $G_{p1}(s)$ ’in birim basamak tepkisi.



Şekil 6.8. Dikey seviye asıl hareket yolu modelinin birim basamak girişe verdiği tepkinin gerçek zamanlı osilaskop görüntüsü.

Dikey seviye asıl hareket yolu modeline benzer şekilde gerçek zamanlı yatay denge asıl hareket yolu modelinde de sistemin girişine farklı frekanslarda 6 sinus sinyalinin toplamından oluşan sinusoidal bir sinyal uygulanarak sistemin ayrık zaman ve sürekli zamandaki geçiş fonksiyonları aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$G_y(z) = \frac{0.002448}{z^2 - 1.969z + 0.9744} \quad (6.9)$$

$$G_y(s) = \frac{-0.01247s + 0.2481}{s^2 + 0.2596s + 0.5683} \quad (6.10)$$

TRMS'nin gerçek zamanlı dikey seviye çapraz bağlantı yolu matematiksel modelinin ayrık zaman ve sürekli zaman geçiş fonksiyonları da aşağıdaki gibi elde edilebilir. Bu model belirleme işleminde modelin daha uygun birim basamak tepkisi, 3'ncü derece geçiş fonksiyonu için elde edilmiştir.

$$G_{cp}(z) = \frac{0.0006109z + 0.00015}{z^3 - 2.765z^2 + 2.555z - 0.7876} \quad (6.11)$$

$$G_{cp}(s) = \frac{-0.0005496s^2 - 0.0186s + 0.8571}{s^3 + 2.388s^2 + 2.395s + 2.085} \quad (6.12)$$

TRMS'nin gerçek zamanlı yatay denge çapraz bağlantı yolu modeli ise ayrık zaman ve sürekli zamanda aşağıdaki gibi elde edilebilir. Bu model belirleme işleminde yine modelin daha uygun birim basamak tepkisi, 4'ncü derece geçiş fonksiyonu için elde edilmiştir.

$$G_{cy}(z) = \frac{0.001145z^2 - 0.001764z + 0.0006406}{z^4 - 3.621z^3 + 4.977z^2 - 3.072z + 0.7184} \quad (6.13)$$

$$G_{cy}(s) = \frac{-0.005021s^3 + 0.074s^2 + 0.584s + 0.2554}{s^4 + 3.307s^3 + 10.58s^2 + 16.81s + 26.71} \quad (6.14)$$

6.3. TRMS Üzerinde Kesir Dereceli PID ($PI^\lambda D^\mu$) Kontrolörün Etkilerinin İncelenmesi

Bu bölümde kapalı çevrim TRMS'ne parametreleri daha önceden belirlenmiş olan *PID* kontrolör bağlanmış ve sistemin birim basamak tepkisi elde edilmiştir. Daha sonra bu klasik *PID* kontrolör devreden çıkartılarak yerine Şekil 6.9'da görüleceği gibi kesir dereceli *PID* ($PI^\lambda D^\mu$) kontrolör bağlanmıştır. Devreye bağlanan $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör bloku, integral terimin kesir derecesi- λ ve türev teriminin kesir derecesi- μ parametrelerinin kesir derecelerinin 4'ncü derece tamsayı eşdeğer modellerinin [116] kontrolör yapısında kullanılmasıyla elde edilmiştir. Devreye bağlanan $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörün oransal teriminin sabiti- k_p , integral teriminin sabiti- k_i ve türevsel teriminin sabiti- k_d değerleri klasik *PID* kontrolörün değerleriyle aynı alınmış, λ ve μ parametreleri ise belirli aralıkta değiştirilerek elde edilen kontrolörlerin sisteme etkisi incelenmiştir. Böylece integral teriminin kesir derecesinin ve türev teriminin kesir derecesinin gerçek zamanlı çalışan TRMS'ne etkisi açıkça ortaya konulmuştur.

Tablo 6.2 Klasik PID ve farklı λ , μ için $PI^\lambda D^\mu$ ile kontrol edilen prototip TRMS'nin gerçek zamanlı birim basamak tepkilerinin performans değerleri.

λ ve μ parametreleri	Yüzde (%) aşma	Kararlı hale geçme (%2) zamanı
$\lambda = 0.5$, $\mu = 0.8$	0.715	Düşük kalıcı hal hata oluşuyor
$\lambda = 0.5$, $\mu = 1.2$	0.58	% 4 kalıcı hal hatası oluşuyor
$\lambda = 0.6$, $\mu = 0.8$	0.715	Düşük kalıcı hal hata oluşuyor
$\lambda = 0.6$, $\mu = 1.2$	0.625	%2 kalıcı hal hatası oluşuyor
$\lambda = 0.7$, $\mu = 1.2$	0.665	%3 kalıcı hal hata oluşuyor
$\lambda = 0.75$, $\mu = 1.1$	0.66	%1 kalıcı hal hata oluşuyor
$\lambda = 0.8$, $\mu = 0.8$	0.7	15
$\lambda = 0.8$, $\mu = 0.9$	0.71	14.5
$\lambda = 0.8$, $\mu = 1$	0.72	15
$\lambda = 0.8$, $\mu = 1.1$	0.69	10
$\lambda = 0.8$, $\mu = 1.2$	0.72	20
$\lambda = 0.9$, $\mu = 0.8$	0.72	15
$\lambda = 0.9$, $\mu = 0.9$	0.71	15
$\lambda = 0.9$, $\mu = 1$	0.715	15
$\lambda = 0.9$, $\mu = 1.1$	0.74	13.5
$\lambda = 0.9$, $\mu = 1.2$	0.77	25
$\lambda = 1$, $\mu = 0.8$	0.715	15
$\lambda = 1$, $\mu = 0.9$	0.715	15
$\lambda = 1$, $\mu = 1$, Klasik PID	0.725	15
$\lambda = 1$, $\mu = 1.1$	0.79	20
$\lambda = 1$, $\mu = 1.2$	0.83	25
$\lambda = 1.1$, $\mu = 0.8$		kararsız
$\lambda = 1.1$, $\mu = 0.9$	0.725	osilasyonlu
$\lambda = 1.1$, $\mu = 1$	0.76	20
$\lambda = 1.1$, $\mu = 1.1$	0.85	25
$\lambda = 1.1$, $\mu = 1.2$	0.90	osilasyonlu

$\lambda = 1.2, \mu = 0.8$		kararsız
$\lambda = 1.2, \mu = 0.9$	0.76	osilasyonlu
$\lambda = 1.2, \mu = 1$	0.81	30
$\lambda = 1.2, \mu = 1.1$	0.92	35
$\lambda = 1.2, \mu = 1.2$	0.97	osilasyonlu
$\lambda = 0.825, \mu = 1.075$	0.68	10 (en iyi tepki)

$PI^\lambda D^\mu$ ile kontrol edilen sistemin en iyi performans gösterdiği $\lambda = 0.825$, $\mu = 1.075$ değerlerinde elde edilen $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör ve bu sistem için kullanılan klasik PID kontrolör sırasıyla şöyle verilebilir,

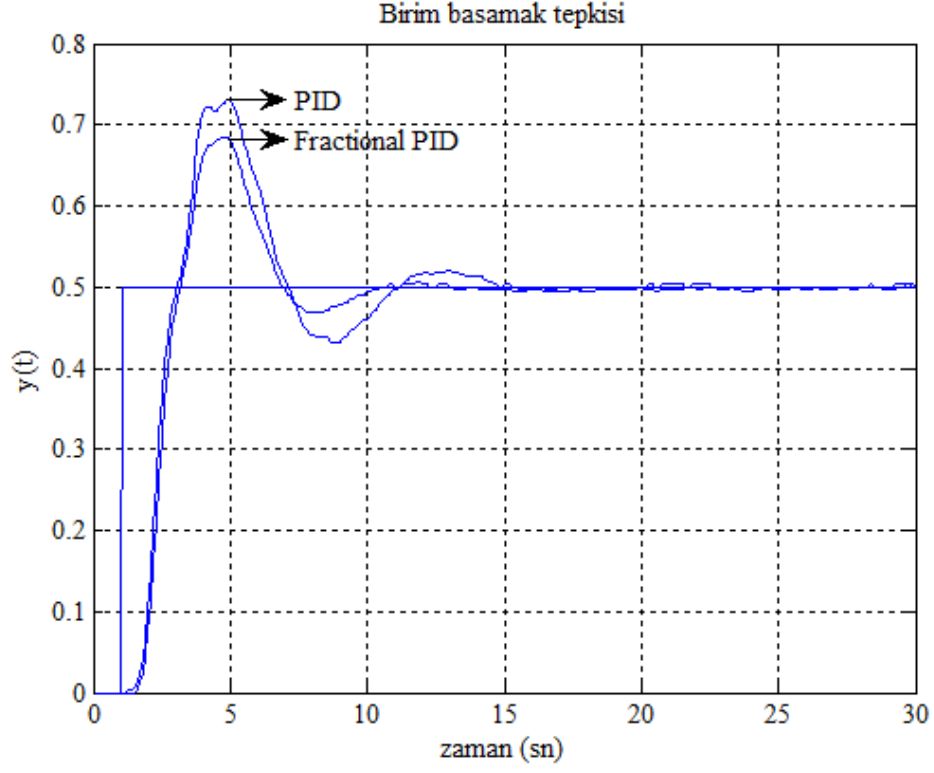
$$C_1(s) = 5 + \frac{8}{s^{0.825}} + 10s^{1.075} \quad (6.15)$$

$$C_2(s) = 5 + \frac{8}{s} + 10s \quad (6.16)$$

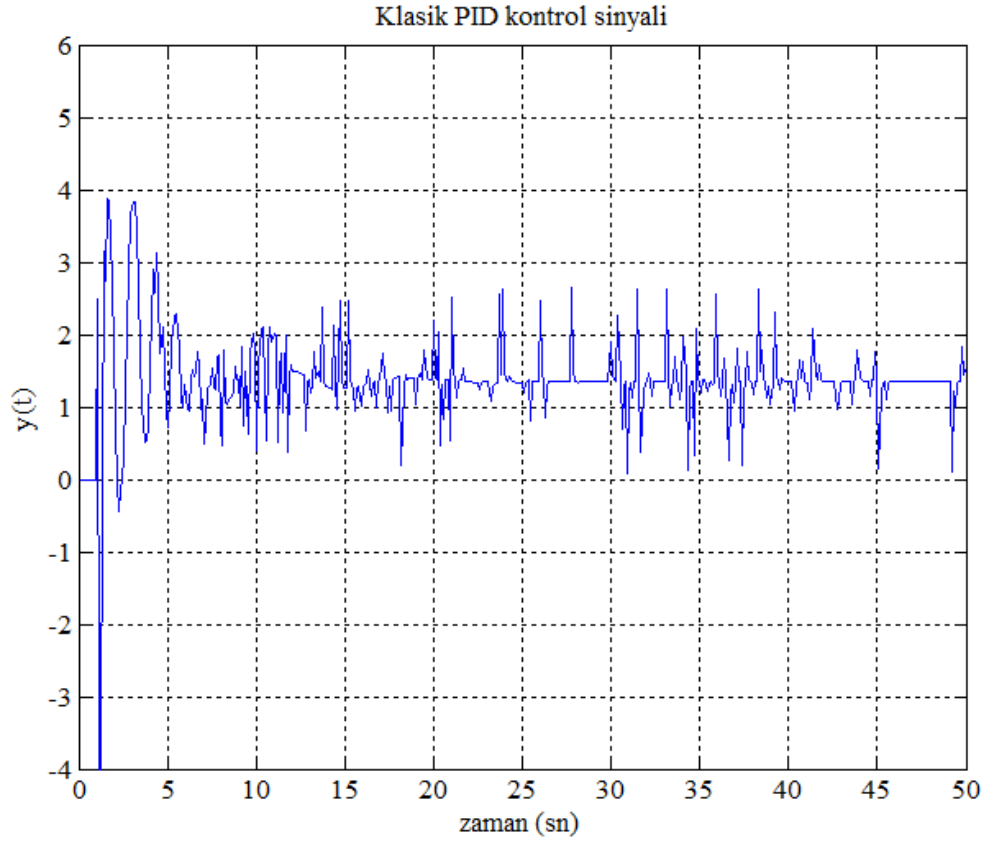
Denklem 6.15 ve 6.16 ile verilen $PI^\lambda D^\mu$ klasik PID kontrolör ile kontrol edilen Şekil 6.9'daki sistemin birim basamak tepkileri Şekil 6.10'da verilmektedir. Bu şekilden görüleceği gibi, uygun parametreler seçildiğinde $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör klasik PID kontrolöre göre gerçek zamanlı çalışan bu sistem üzerinde daha iyi performans sergilemektedir. Gerçek zamanlı çalışan sistemin çalışma dinamiklerinden dolayı burada birim basamak tepkisinin son değeri 0.5 alınmıştır.

Klasik PID ve $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör ile kontrol edilen sistemlerin ürettiği kontrol sinyalleri de sırasıyla Şekil 6.11 ve 6.12'de verilmektedir. Bu şekillerden görüleceği gibi her iki kontrol sinyali de birbirine yakındır. Yani sistem kontrol edilebilme performansı açısından da değerlendirildiğinde $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörün sisteme olumsuz etkisi görülmemektedir.

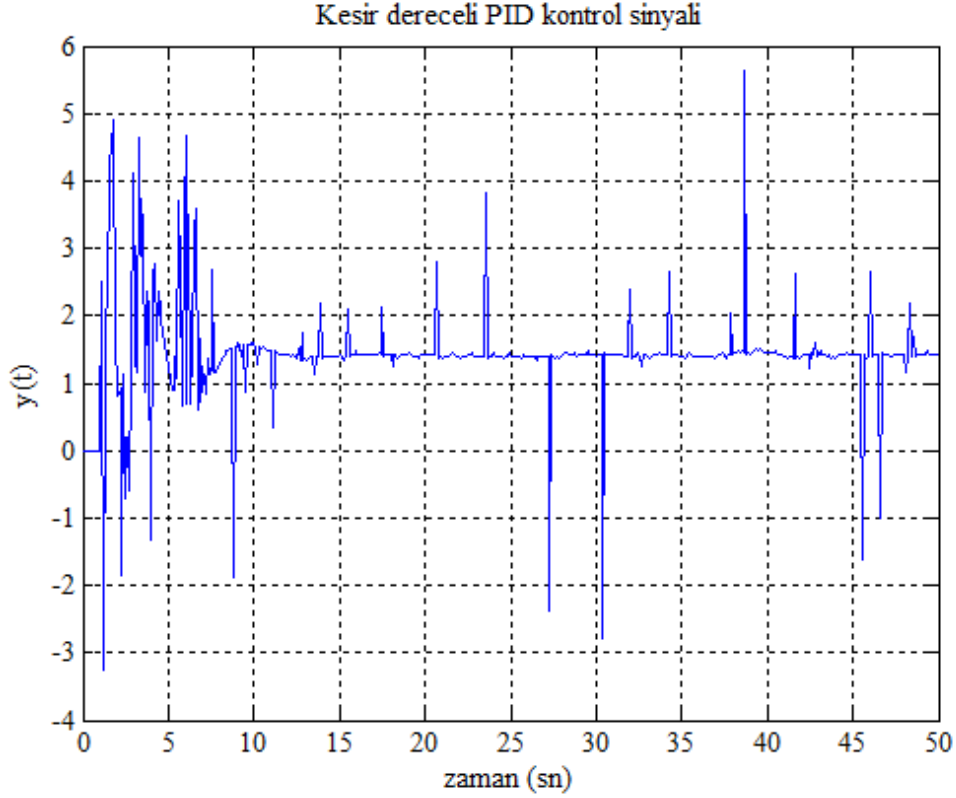
TRMS'nin gerçek zamanlı yatay denge hareketine ve TRMS'nin çok giriş çok çıkış çapraz bağlantı (decoupling) modellerine $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörün etkileri yukardaki örneğe benzer şekilde incelenebilir. Bu uygulamalardan görüleceği gibi, λ ve μ parametreleri uygun seçilerek sistemin daha iyi kontrol performansı sağlanabilmektedir.



Şekil 6.10. Klasik PID ve $PI^\lambda D^\mu$ ile kontrol edilen dikey seviye hareket modelinin gerçek zaman birim basamak tepkileri.



Şekil 6.11. Klasik PID ile kontrol edilen sistemin ürettiği kontrol sinyali.



Şekil 6.12. $PI^\lambda D^\mu$ ile kontrol edilen sistemin ürettiği kontrol sinyali.

6.4. Bölüm 6'nın Sonuçları

Bu bölümde prototip helikopter modeli olan TRMS üzerinde uygulama çalışması yapılmıştır. Sistemin matematiksel geçiş fonksiyonları, sistemin gerçek zamanlı çalışma modelinden model belirleme (model identification) yöntemiyle elde edilmiştir. Elde edilen model kullanılarak sistemin analizi yapılabilir ve sistem için kontrolör tasarlanabilir. Ayrıca gerçek zamanlı çalışan TRMS üzerine $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörün etkileri araştırılmıştır. $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörün uygun parametreleri için klasik PID kontrolöre göre daha iyi performans sergilediği gerçek zamanlı çalışan sistem üzerinde uygulamalı olarak gösterilmiştir.

Gelecekteki çalışmalarda TRMS için elde edilen matematiksel modeller kullanılarak sistem için daha iyi performans gösteren kontrolör tasarımları yapılabilir. Sistemin doğrusal olmayan etkileri ve belirsizlik içeren parametreleri dikkate alınarak sistem için dayanıklı kontrol teknikleri elde edilebilir. Endüstriyel kullanımlar için uygun “fractance” [21] kullanılarak kesir dereceli kontrolörler elde edilebilir.

7. SONUÇ VE ÖNERİLER

7.1 Bu Tez Çalışmasından Elde Edilen Yeni Sonuçlar

Bu tez çalışmasında kesir dereceli kontrol sistemlerinin frekans cevaplarının hesaplanması ve tasarım tekniklerinin geliştirilmesi ile ilgili çalışmalara yer verilmiştir. Bu tezde yapılan çalışmaları, geliştirilen teknikleri şöyle özetleyebiliriz;

- 1) Kesir dereceli kontrol sistemlerinin modellenebilmesi için kullanılan temel kesir dereceli integro-diferansiyel ifadeler özetlenmiş ve bunların kontrol sistemlerinde kullanımları ile ilgili özet bilgi verilmiştir.
- 2) KDKS'nin analiz ve tasarımında kullanılmak üzere, kesir dereceli geçiş fonksiyonlarının frekans tepkilerinin elde edilmesi için Matlab ortamında programlar geliştirilmiştir. Elde edilen programlar tez çalışmasının sonraki bölümlerinde analiz ve tasarım için kullanılmıştır.
- 3) KDKS'nin dayanıklı analizi ve tasarımı ile ilgili yöntemler geliştirilmiştir. Bu kapsamda parametre belirsizliği içeren KDKS'nin tasarımı ve dayanıklı kararlılık analizi için çalışmalar yapılmıştır. Kesir dereceli aralık geçiş fonksiyonlarının frekans tepkilerinin hesaplanması için yöntemler geliştirilmiştir. Bu sistemlerin Bode ve Nyquist zarflarının elde edilebilmesi için bir algoritma verilmiştir. Ayrıca Matlab ortamında hazırlanan programlarla kesir dereceli aralık geçiş fonksiyonlarının Bode ve Nyquist zarfları elde edilmiştir. Tez çalışmasında geliştirilen bu yöntemler tezin sonraki bölümlerinde parametre belirsizliği içeren KDKS'nin dayanıklı kararlılık analizi ve tasarımı için kullanılmıştır.
- 4) Kesir dereceli aralık geçiş fonksiyonu için elde edilen Nyquist zarfları kullanılarak KDAKS'nin mutlak kararlılık problemi üzerinde durulmuştur. Ele alınan KDAKS için yeni dayanıklı Lur'e, Popov ve Circle kriterleri elde edilmiştir.
- 5) Özellikle endüstriyel kontrol uygulamalarında kontrolör tasarımının çok önemli olması nedeniyle bu tez çalışmasında kesir dereceli kontrol sistemleri için kontrolör geliştirilmesi konusunda çalışmalar yapılmıştır. Bu kapsamda;
 - a) Kesir dereceli PID ($PI^\lambda D^\mu$) kontrolörler için yeni bir tasarım yöntemi önerilmiştir. Önerilen yöntem, Zigler-Nichols ve Åström-Hägglund yöntemlerini birlikte kullanmaktadır.

- b) Belirsiz parametre yapısındaki bir sistemin kontrolü için dayanıklı $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör tasarım yöntemi önerilmiştir. Önerilen yöntem Monje-Vinagre ve arkadaşlarının çalışmalarında kullandığı beş tasarım kriterinden yararlanmaktadır. Elde edilen $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörün sistemin dayanıklı performansını sağladığı nümerik örneklerle gösterilmiştir.
 - c) Parametre belirsizliği yapısındaki kesir dereceli sistemlerin istenen performans özelliklerini ve dayanıklı kararlılığını sağlayacak parametrik dayanıklı klasik kontrolörlerin tasarımı için bir yöntem önerilmiştir. Sistemin Bode zarfları kullanılarak geri faz, ileri-geri faz ve PI kontrolör tasarlanmıştır.
 - d) Bode'nin ideal kontrol çevrimi referans model olarak kullanılıp en küçük kareler yöntemiyle optimizasyon yapılarak PID kontrolör tasarımı yapılmıştır. Uygun referans model kullanılarak sistemde istenilen tepkiyi veren ve sistemin kararlılığını sağlayan PID kontrolörlerinin elde edilebildiği görülmüştür.
- 6) Kesir dereceli doğrusal olmayan (nonlinear) kontrol sistemlerinin analiz ve tasarımı amacıyla, doğrusal olmayan tam sayı dereceli kontrol sistemleri için literatürde elde edilmiş olan bazı sonuçların doğrusal olmayan KDKS'ne uyarlanması yapılmıştır. Bu kapsamda;
- a) Doğrusal olmayan KDKS'nde limit çevriminin tahmini için bir yöntem önerilmiştir. Doğrusal olmayan röle ve doyum tipi elemanlar KDKS'ne uygulanmış ve elde edilen limit çevrimi analiz edilmiştir.
 - b) Tamsayı dereceli kontrol sistemlerinde PID kontrolörün röle ile otomatik ayarlanması için geliştirilen yöntemlerin KDKS'ne uyarlanması yapılmıştır. Elde edilen limit çevriminin parametreleri kullanılarak PID kontrolörün parametreleri hesaplanmıştır. Ayrıca parametre belirsizliği yapısındaki kesir dereceli sistem için kontrolörün dayanıklı performans sergilediği gözlenmiştir.
 - c) Doğrusal olmayan kesir dereceli aralık kontrol sistemlerinin kararlılık payı hesabı için grafiksel bir yöntem önerilmiştir. Kararlılığın korunması kaydıyla kesir dereceli sistemin parametrelerinin maksimum değişim sınırları belirlenmiştir.
- 7) Feedback firmasının ürettiği prototip bir helikopter modeli olan TRMS kısaca tanıtılmış ve gerçek zamanlı çalışan bir sistemden model belirleme yöntemi ile matematiksel modeller elde edilmiştir. Bu prototip sistem üzerinde kesir dereceli kontrolör kullanılarak, $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörün gerçek zamanda çalışan bu sisteme

etkisi araştırılmış ve klasik PID kontrolör ile karşılaştırılmıştır. $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörün PID 'den daha iyi performans sergilediği gösterilmiştir.

7.2 Gelecekte Yapılabilecek Çalışmalarla İlgili Öneriler

- 1) KDKS'nin modellenmesi ile ilgili çalışmalar derinlemesine analiz edilebilir. Derecesi tamsayı olmayan integro-diferansiyel ifadelerin zaman tabanında kullanılması, sistemlerin bu ifadelerle modellenmesi ve simülasyonu yapılabilir.
- 2) Derecesi tamsayı olmayan integro-diferansiyel eşitliklerin ayrık zaman eşdeğerleri sayısal kontrol uygulamalarında kullanılabilir ve klasik sayısal kontrol sistemleri için geliştirilen teknikler kesir dereceli ifadeler için genellenebilir.
- 3) KDKS'nin frekans tepkilerinin hesaplanması için geliştirilen programlar kolay kullanımlı bir arayüz ile birleştirilip son kullanıcıların çok rahat kullanabilecekleri bir araç (toolbox) haline dönüştürülebilir. Bu araca zaman tabanında birim basamak tepkisinin hesaplanması gibi klasik kontrolde çok yaygın kullanılan diğer bazı analiz ve tasarım araçları da eklenerek daha donanımlı hale getirilebilir. Bode ve Nyquist zarflarının elde edilebilmesi için bu tez çalışmasında hazırlanan programlar, düzenlenerek bu araç içerisine eklenebilir.
- 4) Mutlak kararlılık problemi için tezde elde edilen sonuçlar kesir dereceli doğrusal olmayan belirsiz sistemlerin kararlılık analizi için kullanılabilir.
- 5) Kesir dereceli kontrol sistemleri için kontrolör geliştirilmesi konusunda şu çalışmalar yapılabilir;
 - a) $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör tasarımı için önerilen yöntem literatürde var olan diğer yöntemlerle de karşılaştırılarak kapsamlı bir karşılaştırma çalışması yapılabilir. Bu çalışma literatürde geliştirilen $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörleri özetleyeceği için önemli bir katkı sağlayabilir.
 - b) Tez çalışmasında kullanılan Monje-Vinagre yönteminin integral içeren sistemlere ve daha yüksek dereceli sistemlere uygulanması için çalışmalar yapılabilir.
 - c) Parametrik dayanaklı klasik kontrolörlerin tasarımı konusunda bu tezde elde edilen sonuçlar, bu sistemlerin dayanaklı kararlılık analizi için kullanılabilir ve parametre belirsizliği yapısındaki farklı tipteki sistemlere uyarlanabilir.

- d) Referans modele dayalı optimizasyon yöntemiyle kontrolör tasarımı farklı yapıdaki kontrolör tasarım tekniklerine uyarlanabilir.
 - e) Referans modele dayalı PI, PI-PD, $PI^\lambda D^\mu$, Lag, Lag-Lead kontrolör tasarımı konusunda yeni çalışmalar yapılabilir.
- 6) Kesir dereceli doğrusal olmayan kontrol sistemlerinin analiz ve tasarımıyla ilgili şu çalışmalar yapılabilir;
- a) Doğrusal olmayan KDKS'nde limit çevriminin tahmini için bu tezde yapılan çalışmalar doğrusal olmayan diğer kontrol uygulamaları için kullanılabilir.
 - b) KDKS sistemlerinde *PID* kontrolörün röle ile otomatik ayarlanması için bu tezde önerilen yöntem, kesir dereceli kontrolörlerin otomatik ayarlanması için genellenebilir.
 - c) KDKS için elde edilen limit çevriminin parametreleri farklı kesir dereceli kontrolör tasarımları için kullanılabilir.
 - d) Doğrusal olmayan kesir dereceli aralık kontrol sistemlerinin kararlılık payı hesabı için bu tezde önerilen grafiksel yöntem kullanılarak, parametre belirsizliği yapısında doğrusal olmayan kesir dereceli kontrol sistemleri için kontrolör tasarımı konusunda çalışma yapılabilir.
- 7) Gerçek zamanlı çalışan Prototip TRMS sistemi üzerinde şu çalışmalar yapılabilir;
- a) Model belirleme yöntemi ile elde edilen sistemin matematiksel geçiş fonksiyonları kullanılarak daha etkin kesir dereceli kontrolör tasarımları yapılabilir.
 - b) Sistemin doğrusal olmayan yapısı dikkate alınarak doğrusal olmayan kesir dereceli sistemler için geliştirilen yöntemlerin uygulaması yapılabilir.
 - c) Sistem parametre belirsizliği yapısında ele alınarak klasik PI, PI-PD, Lag, Lag-Lead kontrolör tasarımları yapılabilir ve bu kontrolörler gerçek zamanlı uygulama ile test edilebilir.
 - d) Endüstriyel kullanımlar için uygun “fractance” [21] kullanılarak kesir dereceli kontrolörler elde edilebilir.

BU TEZ ÇALIŞMASINDAN ÜRETİLEN PROJE VE YAYINLAR

Doktora Projesi

- 1) C. Yeroğlu, N. Tan, Kesirli Dereceli Kontrol Sistemlerinde Frekans Tepkisinin İncelenmesi, 2010/04, İnönü Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Birimi, 2009.

SCI Kapsamındaki Hakemli Dergilerde Yayımlanan Yayınlar;

- 2) C. Yeroglu, N. Tan, M. M. Özyetkin, Frequency Response Computation of Fractional Order Interval Transfer Functions, International Journal of Control and Systems, 2010.

Diğer Hakemli Dergilerde Yayımlanan Yayınlar;

- 3) C.Yeroglu, N. Tan, Absolute Stability of Uncertain Fractional Order Control Systems, Journal of Applied Functional Analysis, Special Issue III: “Chaos and Complex Systems 2010”, vol. 6, no. 3, pp. 211-218, 2011.

Uluslararası bilimsel toplantılarda sunulan ve bildiri kitabında basılan bildiriler;

- 4) Yeroglu, C., Tan, N., Robust parametric classical controller design for fractional order plant, Fractional Differentiation and Applications, FDA10, Spain, 2010.
- 5) Yeroglu, C., Özyetkin M. M., Tan, N., Design of $PI^{\lambda}D^{\mu}$ controller for FOPDT systems, Fractional Differentiation and Applications, FDA10, Spain, 2010.
- 6) Yeroglu, C., Tan, N., Relay autotuning of PID for fractional order nonlinear systems, 3rd Conference on Nonlinear Science and Complexity, NSC10, 2010.
- 7) Yeroglu, C., Tan, N., Limit cycle prediction for fractional order nonlinear systems, Periodic Control Systems, PSYCO10, 2010.
- 8) Yeroglu C., Tan, N., Absolute Stability of Uncertain Fractional Order Control Systems, CCS'10 Chaos and Complex Systems, Istanbul, Turkey, 2010.
- 9) Yeroglu C., Tan N., Development of a Toolbox for Frequency Response Analysis of Fractional Order Control Systems, ECCTD '09 European Conference on Circuit Theory and Design, Antalya, TURKEY, 2009.

- 10)Yeroglu C., Onat C., Tan N., A New Tuning Method for $PI^\lambda D^\mu$ Controller, ELECO'09 6th International Conferance on Electrical and Electronics Engineering, Bursa, TURKEY, 2009.

Uluslararası Kitaplarda Yazılan Bölümler;

- 11)Nusret Tan, M. Mine Ozyetkin and Celaledin Yeroglu, Title of the chapter: Nyquist Envelope of Fractional Order Transfer Functions with Parametric Uncertainty, Title of the book: New Trends in Nanotechnology and fractional Calculus Applications, Springer, 2009.

Ulusal dergilerde yayınlanan makaleler;

- 12)Yeroglu C., Onat C., Tan N., Kesir dereceli $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörler için yeni bir tasarım yöntemi, Otomasyon Dergisi, Mart 2010 sayısı, sayfa 262-270, 2010.
- 13)Yeroglu C., Tan N., Prototip Çift Motorlu Helikopter Modeli Üzerinde Kesir Dereceli PID ($PI^\lambda D^\mu$) Kontrolör Uygulaması, Otomasyon Dergisi, (Mart 2011 sayısında yayınlanacak), 2011.

Ulusal bilimsel toplantılarda sunulan ve bildiri kitabında basılan bildiriler;

- 14)Yeroglu, C., Tan, N., Dayanıklı $PI^\lambda D^\mu$ kontrollere tasarımı, Otomatik Kontrol Ulusal toplantısı, TOK10, Gebze, 2010.
- 15)Özyetkin M. M., Yeroğlu C. and Tan N., Kesirli Dereceli Aralık Geçiş Fonksiyonlarının Bode Zarflarının Hesaplanması, 628-632, TOK'08 İstanbul, 2008.

KAYNAKLAR

- [1] T. F. Nonnenmacher ve W.G. Glöckle, *A fractional model for mechanical stress relaxation*, **Philosophical Magazine Lett.**, vol. 64, no. 2, pp. 89-93, 1991.
- [2] S. Westerlund, *Capacitor theory*, **IEEE Trans. Dielectrics Electron Insulation**, vol. 1, no. 5, pp. 826-839, 1994.
- [3] B. Mandelbrot and J. W. Van Ness, *Fractional brownian motions, fractional noises and applications*, **SIAM Rev.**, vol. 10, no. 4, Oct. 1968.
- [4] B. M. Vinagre, I. Podlubny, L. Dorcak and V. Feliu, *On fractional PID controllers: A frequency domain approach*, **IFAC workshop on digital control. Past, present and future of PID control**, Terrasa, Spain pp. 53–58, 2000.
- [5] I. Podlubny, *Fractional Differential Equations*, **Academic Press**, San Diego, California, 1999.
- [6] J. Sabatier, S. Poullain, P. Latteux, J. L. Thomas ve A. Oustaloup, *Robust speed control of a low damped electromechanical system based on CRONE control: application to a four mass experimental test bench*, **Nonlinear Dynamics**, vol. 38, pp. 383-400, 2004.
- [7] C. A. Monje, B. M. Vinagre, V. Feliu, Y. Q. Chen, *Tuning and auto-tuning of fractional order controllers for industry applications*, **Control Engineering Practice**, vol. 16 pp. 798–812, 2008.
- [8] A. Oustaloup, F. Levron, B Mathieu, and F. M. Nanot, *Frequency-Band Complex Noninteger Differentiator: Characterization and Synthesis*, **IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications**, vol. 47, no. 1, 2000.
- [9] S. Westerlund, *Dead matter has memory! (capacitor model)*, **Physica Scripta**, vol. 43, no. 2, pp. 174–179, Feb. 1991.
- [10] A. Oustaloup, *La Commande CRONE: Commande Robuste d'Ordre Non Entier*, **Hermes, Paris**, 1995.
- [11] C. A. Monje, F. Ramos, V. Feliu and B. M. Vinagre, *Tip position control of a lightweight flexible manipulator using a fractional order controller*, **IET Control Theory Appl.**, vol.1(5), pp. 1451–1460, 2007.
- [12] I. Podlubny, *Fractional-order systems and $PI^\lambda D^\mu$ controllers*, **IEEE Transactions on Automatic Control**, vol. 44 no. 1, pp. 208–214. 1999.
- [13] R. Malti, M. Aoun, O. Cois, A. Oustaloup, and F. Levron, *H_2 norm of fractional differential systems*, **ASME 2003 design engineering technical conferences and computers and information in engineering conference**, Chicago, U.S.A., 2003.
- [14] I. Petras and M. Hysiusova, *Design of fractional-order controllers via H_∞ norm minimisation*, **Selected Topics in Modelling and Control**, vol. 3, pp. 50–54, 2002.
- [15] R. S. Barbosa, J. A. Tenreiro Machado, and I. M. Ferreira, *Tuning of PID Controllers Based on Bode's Ideal Transfer Function*, **Nonlinear Dynamics** vol. 38, pp. 305–321, 2004.
- [16] Y. Q. Chen and K. L. Moore, *Discretization schemes for fractional order differentiators and integrators*, **IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications**, vol. 49 no. 3, pp.363–367, 2002.
- [17] Y. Q. Chen, B. M. Vinagre, and I. Podlubny, *Continued fraction expansion approaches to discretizing fractional order derivatives—An expository review*, **Nonlinear Dynamics**, vol. 38 no. 1–4, pp.155–170, 2004.

- [18] I. Podlubny, I. Petras, B. M. Vinagre, P. O’Leary, and L. Dorcak, *Analogue realizations of fractional-order controllers*, **Nonlinear Dynamics**, vol. 29 no. 1–4, pp. 281–296, 2002.
- [19] D. Xue, Y. Q. Chen, *A comparative Introduction of Four Fractional Order Controllers*, **Proc the 4th World Congress, Intelligent Control and Auto. 02**, vol.4, pp. 3228-3235, 2002.
- [20] C. Hwang ve Y. C. Cheng, *A numerical algorithm for stability testing of fractional delay systems*, **Automatica**, vol. 42, pp. 825-831, 2006.
- [21] N. Nakagava, ve K. Sorimachi, *Basic characteristics of a fractance device*, **IEICE Transactions, Fundamentals**, vol. E75-A(12), pp. 1814-1818, 1992.
- [22] R. Hilfer, *Applications of Fractional Calculus in Physics*, **World Scientific**, Singapore, 2000.
- [23] I. Petras, *The fractional order controllers: methods for their synthesis and application*, **J. of Electrical Engineering**, vol. 50, pp. 284-288, 1999.
- [24] S. Manabe, *Early development of fractional order control. Proc. of the ASME 2003 Design Engineering, Technical Conference*, Chicago, Illinois, U.S.A 2003.
- [25] D. Valério, ve J. S. da Costa, *Time domain implementation of fractional order controllers*, **IEE Proc., Control Theory Appl.**, vol. 152, no. 5, pp. 539-552, 2005.
- [26] D. Valério ve J. S. da Costa, *Ziegler-Nichols type tuning rules for fractional PID controllers*, **Proc. of IDETC/CIE 2005**, Long Beach, California, 2005.
- [27] J. Machado, *Discrete-time fractional-order controllers*, **Fract. Calc. Appl. Anal.**, vol. 4, no. 1, pp. 47-66, 2001.
- [28] I. A. Brin, *On the stability of certain systems with distributed and lumped parameters*, **Automation and Remote Control**, vol. 23, pp. 798-807, 1962.
- [29] N. Öztürk ve A. Uraz, *An analytic stability test for a certain class of distributed parameter systems with a distributed lag*, **IEEE Trans. on Automatic Control**, vol. 29, pp.368-370, 1984.
- [30] Y. C. Cheng ve C. Hwang, *Stabilization of unstable first-order time-delay systems using fractional-order PD controllers*, **J.of the Chinese Inst. of Engineers**, vol. 29, pp. 241-249, 2006.
- [31] W. Jifeng, L. Yuankai, *Frequency domain Analysis and Applications for Fractional Order Control System*, **IOP, Journal of Physics: Conf. 13**, pp. 268-273, 2005.
- [32] R. S. Burns, *Advanced Control Engineering*, **Butterworth-Heinemann**, ISBN: 0750651008, 2001.
- [33] Hwang, J. F. Leu, S. Y. Tsay, *A note on Time-Domain Simulation of Feedback Fractional-Order Systems*, **IEEE Trans. Auto. Cont.**, vol. 47, pp. 625-631, 2002.
- [34] N. Tan, Ö. F. Özgüven, M. M. Özyetkin, *Robust stability analysis of fractional order interval polynomials*, **ISA Transactions**, vol. 48, pp. 166-172, 2009.
- [35] D. Xue, Y. Q. Chen, D. P. Atherton, *Linear Feedback Control Analysis and Design with MATLAB*, **SIAM**, 2007.
- [36] K. Ogata, *Modern Control Engineering*, **Prentice Hall**, New Jersey, 2002.
- [37] K. Aström and T. Hagland, *PID controllers: Theory, Design and Tuning*, **Instrument society of America**, Nort Carolina, 1995.
- [38] C. A. Monje, A. J. Calderon, B. M. Vinagre, Y. Q. Chen and V. Feliu, *On Fractional PI^λ Controllers: Some Tuning Rules for Robustness to Plant Uncertainties*, **Nonlinear Dynamics**, vol. 38, pp. 369-381, 2004.

- [39] G. Maione and P. Lino, *New Tuning Rules for Fractional PI^α controllers*, Nonlinear Dynamics, 2006.
- [40] K. Bettou, A. Charef, F. Mesquine, *A new design method for fractional $PI^\lambda D^\mu$ controller*, **IJ-STA**, vol. 2, pp. 414-429, 2008.
- [41] V. L. Kharitonov, *Asymptotic stability of an equilibrium position of a family of systems of linear differential equations*, **Differential Equations**, vol. 14, pp. 1483-1485, 1979.
- [42] A. C. Bartlett, C. V. Hollot, H. Lin, *Root location of an entire polytope of polynomials: it suffices to check the edges*, **Math. of Controls, Signals and Systems**, vol. 1, pp. 61-71, 1988.
- [43] H. Chapellat ve S. P. Bhattacharyya, *A generalization of Kharitonov's theorem: robust stability of interval plants*, **IEEE Trans. on Automatic Control**, vol. 34, pp. 306-311, 1989.
- [44] M. T. Söylemez, and N. Munro, *Robust pole assignment in uncertain systems*, **Proc. IEE Part D**, vol. 144, no. 3, pp. 217-224, 1997.
- [45] N. Tan and D. P. Atherton, *Frequency response of uncertain systems: A 2q-convex parpolygonal approach*, **IEE Proc., Control Theory and Appl.**, vol. 147, no. 5, pp. 547-555, 2000.
- [46] N. Tan, *Computation of the Frequency Response of Multilinear Affine Systems*, **IEEE Trans. on Automatic Control**, vol. 47, pp. 1691-1696, 2002.
- [47] S. P. Bhattacharyya, H. Chapellat ve L. H. Keel, *Robust Control: The Parametric Approach*, **Prentice Hall**, 1995.
- [48] H. Zhao, G. Qiu, L. Yao, J. Yu, *Design of Fractional Order Digital FIR Differentiators Using Frequency Response*, **IEEE 0-7803-90 15-6/05**, pp. 1318-1321, 2005.
- [49] I. Petras, L. Dorcak, P. O'Leary, B. M. Vinagre, I. Podlubny, *The Modelling and Analysis of Fractional-Order Control Systems in Frequency Domain*, **arXiv:math.OC/0008186**, vol. 1, 2000.
- [50] T. T. Hartley, C. F. Lorenzo, *A Frequency-Domain Approach to Optimal Fractional-Order Damping*, **Nonlinear Dynamics**, vol. 38, pp. 69-84, 2004.
- [51] E. Fridman and M. Gil, *Stability of linear systems with time-varying delays: A direct frequency domain approach*, **Journal of Computational and Applied Mathematics**, vol. 200, pp. 61 - 66, 2007.
- [52] M. Ö. Efe, *Kesirli dereceli kayan kipli denetim*, **TOK'08**, pp. 622-627, İstanbul, 2008.
- [53] W. Jifeng, L. Yuankai, *Frequency Domain Stability Criteria for Fractional-order Control*, **Journal Of Chongqing University (English Edition)**, vol. 5 no. 1, pp. 30-35, 2006.
- [54] E. Ahmed, A. M. A. El-Sayed, H. A. A. El-Saka, *On some Routh-Hurwitz conditions for fractional order differentialequations and their applications in Lorenz, Rössler, Chua and Chen systems*, **Physics Letters A**, vol. 358, pp. 1-4, 2006.
- [55] Y. Q. Chen, H. S. Ahn, I. Podlubny, *Robust stability check of fractional order linear time invariant systems with interval uncertainties*, **Signal Processing**, vol. 86, pp. 2611-2618, 2006.
- [56] H. S. Ahn, Y. Q. Chen, I. Podlubny, *Robust stability test of a class of linear time-invariant interval fractional-order system using Lyapunov inequality*, **Applied Mathematics and Computation**, vol. 187, pp. 27-34, 2007.

- [57] Y. Q. Chen and K. L. Moore, *Analytical Stability Bound for a Class of Delayed Fractional-Order Dynamic Systems*, **Nonlinear Dynamics**, vol. 29, pp. 191–200, 2002.
- [58] M. P. Lazarevic, *Finite time stability analysis of PD^α fractional control of robotic time-delay systems*, **Mechanics Research Communications**, vol. 33, pp. 269–279, 2006.
- [59] A. Charef, *Modeling and Analog Realization of the Fundamental Linear Fractional Order Differential Equation*, **Nonlinear Dynamics**, vol. 46, pp. 195–210, 2006.
- [60] Z. Jiliu, P. Yifei, Y. Xiao, L. Ke, *Any Fractional Order H Type Analog Fractance Circuit*, **IEEE**, pp.1074-1077, 2005.
- [61] G. Maione, *A Rational Discrete Approximation to the Operator $s^{0.5}$* , **IEEE Signal Processing Letters**, vol. 13, no.3, 2006.
- [62] G. W. Bohannon, *Analog Realization of a Fractional Control Element - Revisited*, **Wavelength Electronics, Inc.**, Bozeman, Montana, 2002.
- [63] R. S. Barbosa, J. A. T. Machado, *Implementation of Discrete-Time Fractional-Order Controllers based on LS Approximations*, **Acta Polytechnica Hungarica** vol. 3, no. 4, 2006.
- [64] I. Petras, Š. Grega and Ľ. Dorcak, *Digital Fractional Order Controllers Realized By PIC Microprocessor: Experimental Results*, **Steve's Electronic Services**, pp. 873-876, 2003
- [65] C. Ma and Y. Hori, *Fractional Order Control: Theory and Application in Motion Control*, **IEEE Industrial Electronics Magazine**, Winter 2007.
- [66] M. F. Silva, J. A. T. Machado and A. M. Lopes, *Fractional Order Control of a Hexapod Robot*, **Nonlinear Dynamics**, vol. 38, pp. 417-433, 2004.
- [67] D. Xue, C. Zhao, Y. Q. Chen, *Fractional Order PID Control of A DC-Motor with Elastic Shaft: A Case Study*, **Proceedings of the 2006 American Control Conference**, Minneapolis, Minnesota, USA, June 14-16, 2006.
- [68] S. Manabe, *A Suggestion of Fractional-Order Controller for Flexible Spacecraft Attitude Control*, **Nonlinear Dynamics**, vol. 29, pp. 251–268, 2002.
- [69] W. Xifan, C. Chengjun and Z. Zhichao, *Experiment on Fractional Frequency Transmission System*, **IEEE Transactions on Power Systems**, vol. 21, no. 1, 2006.
- [70] W. Ahmad, R. El-khazali and A. S. Elwakil, *Fractional-order Wien-bridge oscillator*, **Electronics Letters**, vol. 37, no. 18, 2001.
- [71] W. Ahmad, *Power Factor Correction Using Fractional Capacitors*, **IEEE**, **0-7803-7761**, 2003.
- [72] J. Liang, Y. Q. Chen, *Fractional-order Boundary Control of Fractional Wave Equation with Delayed Boundary Measurement Using Smith Predictor*, **43rd IEEE Conference on Decision and Control**, Atlantis, Paradise Island, Bahamas, 2004.
- [73] Y. Q. Chen, B. M. Vinagre and I. Podlubny, *Fractional Order Disturbance Observer for Robust Vibration Suppression*, **Nonlinear Dynamics** vol. 38 pp. 355–367, 2004.
- [74] S. Ladaci and A. Charef, *On Fractional Adaptive Control*, **Nonlinear Dynamics**. vol. 43, pp. 365–378, 2006.
- [75] J. S. H. Tsai, T. H. Chien, S. M. Guo, Y. P. Chang, and L. S. Shieh, *State-Space Self-Tuning Control for Stochastic Fractional-Order Chaotic Systems*, **IEEE Transactions On Circuits And Systems—I: Regular Papers**, vol. 54, no. 3, 2007.

- [76] M. Schlegel, M. Čech, *Fractal System Identification For Robust Control– The Moment Approach*, **Department of Cybernetics, University of West Bohemia in Pilsen Univerzita**, Pilsen, 2008.
- [77] Č. Martin, S. Miloš, *PID controller design on Internet: www.PIDlab.com*, **Department of Cybernetics, University of West Bohemia in Pilsen**, 2008.
- [78] D. Valério, *Ninteger v. 2.3 Fractional control toolbox for MatLab*, <http://web.ist.utl.pt/~duarte.valerio>, 2005.
- [79] A. Oustaloup, P. Melchior, P. Lanusse, O. Cois, ve F. Dancla, *The CRONE toolbox for Matlab*, Lab. d'Automatique et de Productique, Bordeaux I Univ., Talence, **Proceedings of the 2000 IEEE International Symposium on Computer-Aided Control System Design**, Anchorage, Alaska, USA September, 2000
- [80] R. Caponetto, G. Dongola, L. Fortuna and Ivo Petráš, *Fractional Order Systems, Modeling and Control Applications*, **World Scientific Series on Nonlinear Science, Series A**, vol. 72, World Scientific publishing Co. Pte. Ltd., 2010.
- [81] K. B. Oldham and J. Spanier, *The Fractional Calculus: Theory and Applications of Differentiation and Integration to Arbitrary Order*, **Dover Books on Mathematics**, 2006.
- [82] B. Ross, (editor), *Fractional Calculus and its Applications*, **Springer-Verlag**, Berlin, 1975.
- [83] J. Sabatier, O. P. Agrawal, ve J. A. T. Machado, *Advances in Fractional Calculus: Theoretical Developments and Applications in Physics and Engineering*, **Springer**, 2007.
- [84] A. A. Kilbas, H. M. Srivastava ve J. J. Trujillo, *Theory and Applications of Fractional Differential Equations*, **Elsevier**, 2006.
- [85] S. Das, *Functional Fractional Calculus for System Identification and Controls*, **Springer**, 2007.
- [86] L. Dorcak, *Numerical Models for Simulation the Fractional-Order Control Systems*, **UEF-04-94**, The Academy of Sciences, Inst. of Experimental Physic, Kosice, Slovakia, 1994.
- [87] B. M. Vinagre, Y. Q. Chen and I. Petras, *Two direct Tustin discretization methods for fractional-order differentiator/integrator*, **Journal of Franklin Institute**, 340, pp. 349-362, 2003.
- [88] I. Petras, *Digital Fractional Order Differentiator/integrator - FIR type*, <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/3673>, 2003.
- [89] Y. Q. Chen, H. S. Ahn, ve D. Xue, *Robust controllability of interval, fractional order linear time invariant systems*, **Signal Processing**, vol. 86, pp. 2794-2802, 2006.
- [90] P. S. V. Nataraj, *Computation of spectral sets for uncertain linear fractional-order systems using interval constraints propagation*, **3rd IFAC W. on Frac.Diff. and It's Appl.**, Ankara, 2008.
- [91] C. V. Hollot and R. Tempo, *On the Nyquist Envelope of an interval plant family*, **IEEE Trans. on Automatic Control**, vol. 39, pp. 391-396, 1994.
- [92] B. R. Barnish, *New Tools for Robustness of Linear Systems*, **McMillan Publishing Company**, 1994.
- [93] P. S. V. Nataraj and S. Tharewal, *An interval analysis algorithm for automated controller synthesis in QFT designs*, **Trans. ASME J. Dynamic Systems, Measurement, and Control**, Vol. 129, pp. 311-321, May 2007.
- [94] N. Tan, M. M. Ozyetkin and C. Yeroğlu, *Nyquist envelope of fractional order transfer function with parametric uncertainty*, **New Trends in Nanotech. and**

- Frac. Calc. App. (D. Baleanu et. al. eds.), Springer Sci.+ Business Media**, pp. 487-494, 2010.
- [95] S. T. Impram, N. Munro, *A note on absolute stability of uncertain systems*, **Automatica**, vol. 37 pp. 605-610, 2001.
 - [96] M. A. Aizerman ve F. R. Gantmacher, *Absolute stability of regulator systems*. San Francisco, CA: Holden-Day, 1964.
 - [97] K. S. Narendra ve J. H. Taylor, *Frequency domain criteria for absolute stability*, New York, NY: Academic Press, 1973.
 - [98] M. Vidyasagar, *Nonlinear System Analysis*, **Engle-wood Cliffs, Prentice-Hall**, 1978.
 - [99] L. T. Grujic and D. Petkovski, *On robustness of Lurie systems with multiple nonlinearities*, **Automatica**, vol. 23, pp. 327-334, 1987.
 - [100] Y. K. Foo and Y. C. Soh, *Closed loop hyperstability of interval plants*, **IEEE Trans. Automat. Contr.**, vol. 39, pp. 151-154, 1994.
 - [101] T. Mori, T. Nishimura and H. Kokame, *Comments on "on the robust Popov criterion for interval Lur'e systems"*, **IEEE Trans. Automat. Contr.**, vol. 40, pp. 136-137, 1995.
 - [102] G. Zames, *On the input-output stability of time-varying nonlinear feedback systems*, Parts I and II. **IEEE Transactions on Automatic Control**, AC-11, ss. 228-238, 465-476, 1966.
 - [103] V. M. Popov, *Absolute stability of nonlinear systems of automatic control*, **Automation and Remote Control**, 22, 857-875, 1961.
 - [104] B. T. Polyak ve Y. Z. Tsypkin, *Robust Nyquist test*. *Automation and Remote Control*, 53, 972-977. 1992
 - [105] Y. Z. Tsypkin ve B. T. Polyak, *Robust absolute stability of continuous systems*, In M. Mansour, S. Balemi, & W. TruoK 1 (Eds.), **Robustness of dynamic systems with parameter uncertainties**, (pp. 113-121), Basel, Switzerland: Birkhauser Verlag. 1992.
 - [106] H. J. Marquez, ve P. Diduch, *Absolute stability of systems with parametric uncertainty and nonlinear feedback*, **IEEE Transactions on Automatic Control**, AC-39, pp. 664-668, 1994.
 - [107] T. Mori, T. Nishimura and Y. Kuroe, *Stability of Lur'e systems with interval plants and general sector-type nonlinearities*, **Proceedings of the American Control Conference**, MD, USA, pp. 1013-1017, 1994.
 - [108] M. Dahleh, A. Tesi and A. Vicino, *On the robust Popov criterion for interval Lur'e system*, **IEEE Transactions on Automatic Control**, vol. AC-38, pp. 1400-1405, 1993.
 - [109] Y. C. Soh and Y. K. Foo, *Stability margins of perturbed systems*. In M. Mansour, S. Balemi, & W. Truo (Eds.), **Robustness of dynamic systems with parameter uncertainties**, pp. 13-21, Basel, Switzerland: Birkhauser Verlag, 1992.
 - [110] K. J. Åström and T. Hägglund, *Automatic Tuning of Simple Regulators*, **IFAC 9th World Congress**, Budapest, 1984.
 - [111] K. J. Åström and T. Hägglund, *Automatic Tuning of Simple Regulators with specification on phase and amplitude margins*, **Automatica**, Vol. 20, No. 5, pp. 645-651, 1984.
 - [112] S. E. Hamamci, *An algorithm for stabilization of fractional-order time delay systems using fractional-order PID controllers*, **IEEE Trans. On Automatic Control**, vol. 52, pp. 1964-1969, 2007.
 - [113] J. G. Ziegler, ve N. B. Nichols, *Optimum settings for automatic controllers*, **Transections of ASME**, vol. 64, pp. 759-768, 1942.

- [114] M. Zhuang, *Computer Aided PID Controller Design*, **PhD. Thesis**, School of Engineering, University of Sussex, 1992.
- [115] K. J. Åström ve T. Hägglund, *Advanced PID Control*, **ISA-International System and Automation Society**, NC, USA, 2006.
- [116] M. M. Özyetkin ve N. Tan, *Kesirli Dereceli Transfer Fonksiyonlarının Tamsayı Dereceli Yaklaşım Modellerinin İncelenmesi ve PI Kontrolör Tasarımı*, **TOK09**, İstanbul, 2009.
- [117] B. M. Vinagre, C. A. Monje, A. J. Calderon, J. I. Suarez, *Fractional PID controllers for Industry Application*, **Journal of Vibration and Control**, vol. 13 no. 9-10, pp. 1419–1429, 2007.
- [118] C. A. Monje, B. M. Vinagre, Y. Q. Chen, V. Feliu, P. Lanusse ve J. Sabatier, *Proposal for fractional order $PI^\lambda D^\mu$ tuning*, **Proceedings of The First IFAC Symposium on Fractional Differentiation and its Applications (FDA04)**, Bordeaux, France, 2004.
- [119] Y. Q. Chen, C. H. Hu and K. L. Moore, *Relay Feedback Tuning of Robust PID Controllers With Iso-Damping Property*, **Proceedings of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control**, Maui, Hawaii USA, 2003.
- [120] A. Roy and K. Iqbal, *PID controller tuning for the first-order-plus-dead-time process model via Hermite-Biehler theorem*, **ISA Transaction**, vol. 44 pp. 363-378, 2004.
- [121] G. Beale, *Lag-Lead Compensator Design Using Bode Plots*, **Electrical and Computer Engineering Department**, George Mason University Fairfax, Virginia, 2001.
- [122] R. Malti, S. Victor and A. Oustaloup, *Advances in System Identification Using Fractional Models*, **Journal of Computational and Nonlinear Dynamics**, vol. 3, 2008.
- [123] H. W. Bode, *Network Analysis and Feedback Amplifier Design*, **Van Nostrand**, New York, 1945.
- [124] N. Tan, *Computation of Stabilizing PI-PD Controllers*, **International Journal of Control, Automation, and Systems**, vol. 7(2), pp.175-184, 2009.
- [125] J.-J. E. Slotine and W. Li, *Applied nonlinear control*, **Prentice Hall**, Englewood Cliffs, New Jersey, 1991.
- [126] R. A. Freeman, P. V. Kokotovic, *Robust nonlinear control design: State space and Lyapunov techniques*, **Birkhauser**, Boston, 1996.
- [127] A. Isidori, *Nonlinear control in the year 2000*, **Lecture notes in control and information science**, Springer-Verlag London Limited, 2001.
- [128] G. Conte, C. H. Moog ve A. M. Perdon, *Nonlinear control systems: An algebraic settings*, **Springer-Verlag**, London Limited, 1999.
- [129] S. Lefschetz, *Stability of Nonlinear Control Systems*, **Academic press**, Newyork, 1965.
- [130] D. P. Atherton, *Stability of Nonlinear Systems*, **Research studies press**, 1981.
- [131] N. Olivera, K. Kienitz, E. Misawa, *A describing function approach to limit cycle controller design*, **American Control Conferance**, Minnesota, USA. 2006.
- [132] T. Glad, ve L. Ljung, *Control theory: multivariable and nonlinear methods*, **Taylor & Francis**, London, 2000.
- [133] S. E. Hamamci ve M. Koksai, *Calculation of all stabilizing fractional-order PD controllers for integrating time delay systems*, **Computers & Mathematics with Applications**, vol. 59, Issue 5, pp. 1621-1629, 2010.

- [134] R. S. Barbosa, J. A. T. Machado, A. M. Galhano, *Performance of fractional PID algorithms controlling nonlinear systems with saturation and backlash phenomena*, **J. of Vibration Control**, vol. 13, no. 9-10, pp. 1407-1418, 2007.
- [135] F. B. Duarte ve J. T. Machado, *Fractional describing function of systems with Coulomb friction*, **Nonlinear Dynamics**, vol. 56, pp. 381-387, 2009.
- [136] C. Zhao, D. Xue ve Y. Q. Chen, *A Fractional Order PID Tuning Algorithm for A Class of Fractional Order Plants*, **IEEE International Conference on Mechatronics & Automation**, Canada, 2005.
- [137] Z. Vukic, L. Kuljaca, D. Donlagic, S. Tesnjak, *Nonlinear Control Systems*, **Marcel Dekker, Inc.**, NJ. USA, 2003.
- [138] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, **Prentice Hall**, Upper Saddle River, NJ. USA, 1996.
- [139] OM P. Agrawal, *Formulation of Euler-Lagrange equations for fractional variational problems*, **Journal of Mathematical Analysis and Applications**, vol. 272, no. 1, pp. 368-379, 2002.
- [140] OM P. Agrawal ve D. Baleanu, *A Hamiltonian formulation and a direct numerical scheme for fractional optimal control problems*, **Journal of Vibration and Control**, vol. 13, no. 9-10, pp. 1269-1281, 2007.
- [141] Y. Q. Chen ve K. L. Moore, *Relay feedback tuning of robust PID controllers with iso-damping property*, **IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics-Part B: Cybernetics**, vol. 35 no. 1., 2005.
- [142] Y. Q. Chen, K. L. Moore, B. M. Vinagre, I. Podlubny, *Robust PID controller autotuning with a phase shaper*, **IFAC FDA04**, 2004.
- [143] M. Friman ve K. V. Waller, *A two channel relay for autotuning*, **Industrial Engineering Chemical Research**, vol. 36, pp. 2662-2671, 1997.
- [144] C. C. Hang, A. P. Loh ve V. U. Vasnani, *Relay Feedback autotuning of cascade controllers*, **IEEE Transactions on Control Systems Tech.**, vol. 2, no. 1, 1994.
- [145] C. A. Monje, B. M. Vinagre, V. Feliu, Y. Q. Chen, *On auto-tuning of fractional order $PI^\lambda D^\mu$ controllers*, **Fractional Differentiation and its Appl.**, vol. 2 no. 1, 2007.
- [146] P.S.V. Nataraj, and R. Kalla, *Computation of limit cycles for uncertain nonlinear fractional-order systems*, **Physica Scripta**, T136, pp.1-10, 2009.
- [147] I. N'Doye, M. Zasadzinski, N.E. Radhy ve A. Bouaziz, *Robust controller design for linear fractional-order systems with nonlinear time-varying model uncertainties*, **17th Mediterranean Conference on Control and Automation**, June 24-26, Thessaloniki, Greece, 2009.
- [148] N. Tan ve D.P. Atherton, *Stability margin computation for nonlinear systems: A parametric approach*, **15th Triennial World Congress**, Barcelona, Spain, 2002.
- [149] C. L. Shih, M. L. Chen, ve J. Y. Wang, *Mathematical model and set-point stabilizing controller design of a twin rotor MIMO system*, **Asian Journal of Control**, vol. 10, no. 1, pp. 107-114, 2008.
- [150] J. G. Juang, W. K. Liu, C. Y. Tsai, *Intelligent Control Scheme for Twin Rotor MIMO System*, **Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Mechatronics**, July 10-12, Taipei, Taiwan, 2005.
- [151] C. S. Liu, L. R. Chen, B Z. Li, S. K. Chen, Z. S. Zeng, *Improvement of the Twin Rotor MIMO System Tracking and Transient Response Using Fuzzy Control Technology*, **IEEE, ICIEA**, 2006.

- [152] T. W. Lu, P. Wen, *Time Optimal and Robust Control of Twin Rotor System*, **IEEE International Conference on Control and Automation**, Guangzhou, China, May 30 to June 1, 2007.
- [153] A. Rahideh and M. H. Shaheed, *Mathematical dynamic modelling of a twin-rotor multiple input–multiple output system*, **J. Systems and Control Engineering**, vol. 221 part I, 2007.
- [154] TRMS, *Twin Rotor MIMO System control experiments manuel*, 33-949S, **Feedback Instruments Ltd.**, Sussex, U.K., 2010.
- [155] Matlab Guide, *Matlab guide for Feedback control instrumentation manuel*, **Feedback Instruments Ltd.**, Sussex, U.K., 2010.

EKLER

KDKS'nin Bode Çizimleri İçin Matlab Ortamında Oluşturulan Program

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function fpidbtd(num, numf, den, denf, w, kp, ki, kd, lam, mu, L)
for i=1:length(w)
pay=[0];
payda=[0];
    for k=1:length(num)
        n(k)=(num(k))*((w(i))^numf(k))*(j^numf(k));
        pay=pay+n(k);
    end
    pc=(ki+(kp*((w(i))^lam)*(j^lam)))+(kd*((w(i))^(lam+mu))*(j^(lam+mu))));
    payg=pay*pc;
    for c=1:length(den)
        d(c)=(den(c))*((w(i))^denf(c))*(j^denf(c));
        payda=payda+d(c);
    end
    pdc=((w(i))^lam)*(j^lam);
    paydag=payda*pdc ;
    delay=exp(-L*j*w(i));
g=(payg/paydag);
D(i)=angle(delay);
F(i)=angle(g);
T(i)=D(i)+F(i);
A(i)=20*log10(abs(g));
end
T=rad2deg(unwrap(T));
subplot(2,1,1)
semilogx(w,A)
    grid on
    title('Bode diagram')
    xlabel('frequency / rad s^{-1}')
    ylabel('gain / dB')
hold on
subplot(2,1,2)
semilogx(w,T)
grid on
    ylabel('phase / °')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

Hassasiyet Fonksiyonunun Elde Edilmesi İçin Kullanılan Program

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function fpidbtdS(num, numf, den, denf, w, kp, ki, kd, lam, mu, L)
for i=1:length(w)
```

```

pay=[0];
payda=[0];
payS=[0];
paydaS=[0];
for k=1:length(num)
    n(k)=(num(k))*((w(i))^numf(k))*(j^numf(k));
    pay=pay+n(k);
end
pc=(ki+(kp*((w(i))^lam)*(j^lam)))+(kd*((w(i))^(lam+mu))*(j^(lam+mu))));
payg=pay*pc;
for c=1:length(den)
    d(c)=(den(c))*((w(i))^denf(c))*(j^denf(c));
    payda=payda+d(c);
end
pdc=((w(i))^lam)*(j^lam);
paydag=payda*pdc ;
payS=payda;
paydaS=payda+pay*(pc/pdc);
delay=exp(-L*j*w(i));
g=(payS/paydaS);
D(i)=angle(delay);
F(i)=angle(g);
T(i)=D(i)+F(i);
A(i)=20*log10(abs(g));
end
T=rad2deg(unwrap(T));
semilogx(w,A)
    grid on
    title('Bode diagram')
    xlabel('frequency / rad s^{-1}')
    ylabel('gain / dB')
hold on
grid on
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

Yüksek Frekans Gürültü Bastırma Fonksiyonunun Elde Edilmesi İçin Kullanılan Program

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function fpidbtdT(num, numf, den, denf, w, kp, ki, kd, lam, mu, L)
for i=1:length(w)
pay=[0];
payda=[0];
payT=[0];
paydaT=[0];
for k=1:length(num)
    n(k)=(num(k))*((w(i))^numf(k))*(j^numf(k));
    pay=pay+n(k);

```

```

end
pc=(ki+(kp*((w(i))^lam)*(j^lam)))+(kd*((w(i))^(lam+mu))*(j^(lam+mu))));
payg=pay*pc;
for c=1:length(den)
    d(c)=(den(c))*((w(i))^denf(c))*(j^denf(c));
    payda=payda+d(c);
end
pdc=((w(i))^lam)*(j^lam);
paydag=payda*pdc ;
payT=pay*(pc/pdc);
paydaT=payda+pay*(pc/pdc);
delay=exp(-L*j*w(i));
g=(payT/paydaT);
D(i)=angle(delay);
F(i)=angle(g);
T(i)=D(i)+F(i);
A(i)=20*log10(abs(g));
end
T=rad2deg(unwrap(T));
semilogx(w,A)
grid on
title('Bode diagram')
xlabel('frequency / rad s^{-1}')
ylabel('gain / dB')
hold on
grid on
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

Nyquist Eğrisinin Elde Edilmesi için Kullanılan Program

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function fpidnytd(num, numf, den, denf, w, kp, ki, kd, lam, mu, L)
for i=1:length(w)
    pay=[0];
    payda=[0];
    for k=1:length(num)
        n(k)=((num(k))*((w(i))^numf(k))*(j^numf(k)));
        pay=pay+n(k);
    end
    delay=exp(-L*j*w(i));
pc=(ki+(kp*((w(i))^lam)*(j^lam)))+(kd*((w(i))^(lam+mu))*(j^(lam+mu))));
payg=pay*pc*delay;
    for c=1:length(den)
        d(c)=(den(c))*((w(i))^denf(c))*(j^denf(c));
        payda=payda+d(c);
    end
    pdc=((w(i))^lam)*(j^lam);
    paydag=payda*pdc ;
    g=(payg/paydag);

```

```

    reel(i)=real(g);
    sanal(i)=imag(g);
end
plot(reel,sanal)
% hold on
% plot(reel,-sanal)
grid on
title('Nyquist diagram')
xlabel('Real')
ylabel('Imaginary')
%legend '\it\phi_p_m=60\circ'
%%

```

Nichols Eğrisinin Elde Edilmesi İçin Kullanılan Program

```

%%
function fpidni(num, numf, den, denf, w, kp, ki, kd, lam, mu)
for i=1:length(w)
    pay=[0];
    payda=[0];
    for k=1:length(num)
        n(k)=(num(k))*((w(i))^numf(k))*(j^numf(k));
        pay=pay+n(k);
    end
    pc=(ki+(kp*((w(i))^lam)*(j^lam)))+(kd*((w(i))^(lam+mu))*(j^(lam+mu))));
    payg=pay*pc;
    for c=1:length(den)
        d(c)=(den(c))*((w(i))^denf(c))*(j^denf(c));
        payda=payda+d(c);
    end
    pdc=((w(i))^lam)*(j^lam);
    paydag=payda*pdc ;
    g=(payg/paydag);
    F(i)=angle(g);
    if F(i)<=pi
        F(i)=F(i)-2*pi;
    end
    A(i)=20*log10(abs(g));
end
F=rad2deg(unwrap(F));plot(F,A)
grid on
title('Nichols diagram')
xlabel('Phase')
ylabel('Gain')
%%

```

$C(s)G(s, a, b)$ Sisteminin Bode Zarflarını Oluşturmak İçin Kullanılan Program

```

%%%%%%%%%%%%%%
function be1C(w);
    [maxgn mingn maxpn minpn]=benumC(w);
    [maxgd mingd maxpd minpd]=bedenC(w);
    maxgs=(maxgn./mingd);
    mings=(mingn./maxgd);
    maxps=maxpn-minpd;
    minps=minpn-maxpd;
    maxgs=20*log10(maxgs);
    mings=20*log10(mings);
        hold on
        subplot(2,1,1),
        plot(w,maxgs);
        hold on
        plot(w,mings)
        hold on
        subplot(2,1,2),
        plot(w,maxps);
        hold on
        plot(w,minps);
    xlabel('Frequency(rad/sec)')
    ylabel('Phase deg')
    x=[0 6];
    y=[-180 -180];
    plot(x,y)
    grid
    subplot(2,1,1)
    xlabel('Frequency(rad/sec)')
    ylabel('Gain db')
    x=[0 6];
    y=[0 0];
    plot(x,y)
    grid

function [maxgd mingd maxpd minpd]=bedenC(w)
d1=[0.6 0.5 0.8];
d2=[0.6 0.5 1.2];
d3=[0.6 0.9 0.8];
d4=[0.6 0.9 1.2];
d5=[1 0.5 0.8];
d6=[1 0.5 1.2];
d7=[1 0.9 0.8];
d8=[1 0.9 1.2];
la=linspace(0,1,20);
for i=1:length(w)
    for r=1:length(la)
den=la(r)*(d1(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d1(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d1(3))+

```

```

(1-la(r))*(d2(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d2(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d2(3));
    a=real(den);
    b=imag(den);
    me(r)=sqrt(a^2+b^2);
end
me1=min(me);
for r=1:length(la)
    den=la(r)*(d1(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d1(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d1(3))+
(1-la(r))*(d3(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d3(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d3(3));
    a=real(den);
    b=imag(den);
    me(r)=sqrt(a^2+b^2);
end
me2=min(me);
for r=1:length(la)
    den=la(r)*(d1(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d1(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d1(3))+
(1-la(r))*(d5(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d5(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d5(3));
    a=real(den);
    b=imag(den);
    me(r)=sqrt(a^2+b^2);
end
me3=min(me);
for r=1:length(la)
    den=la(r)*(d2(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d2(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d2(3))+
(1-la(r))*(d4(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d4(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d4(3));
    a=real(den);
    b=imag(den);
    me(r)=sqrt(a^2+b^2);
end
me4=min(me);
for r=1:length(la)
    den=la(r)*(d2(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d2(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d2(3))+
(1-la(r))*(d6(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d6(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d6(3));
    a=real(den);
    b=imag(den);
    me(r)=sqrt(a^2+b^2);
end
me5=min(me);
for r=1:length(la)
    den=la(r)*(d3(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d3(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d3(3))+
(1-la(r))*(d4(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d4(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d4(3));
    a=real(den);
    b=imag(den);
    me(r)=sqrt(a^2+b^2);
end
me6=min(me);
for r=1:length(la)
    den=la(r)*(d3(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d3(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d3(3))+
(1-la(r))*(d7(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d7(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d7(3));
    a=real(den);

```

```

        b=imag(den);
        me(r)=sqrt(a^2+b^2);
    end
    me7=min(me);
    for r=1:length(la)
        den=la(r)*(d4(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d4(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d4(3))+
        (1-la(r))*(d8(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d8(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d8(3));
        a=real(den);
        b=imag(den);
        me(r)=sqrt(a^2+b^2);
    end
    me8=min(me);
    for r=1:length(la)
        den=la(r)*(d5(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d5(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d5(3))+
        (1-la(r))*(d6(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d6(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d6(3));
        a=real(den);
        b=imag(den);
        me(r)=sqrt(a^2+b^2);
    end
    me9=min(me);
    for r=1:length(la)
        den=la(r)*(d5(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d5(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d5(3))+
        (1-la(r))*(d7(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d7(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d7(3));
        a=real(den);
        b=imag(den);
        me(r)=sqrt(a^2+b^2);
    end
    me10=min(me);
    for r=1:length(la)
        den=la(r)*(d6(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d6(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d6(3))+
        (1-la(r))*(d8(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d8(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d8(3));
        a=real(den);
        b=imag(den);
        me(r)=sqrt(a^2+b^2);
    end
    me11=min(me);
    for r=1:length(la)
        den=la(r)*(d7(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d7(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d7(3))+
        (1-la(r))*(d8(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d8(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d8(3));
        a=real(den);
        b=imag(den);
        me(r)=sqrt(a^2+b^2);
    end
    me12=min(me);
    mingd(i)=min([me1 me2 me3 me4 me5 me6 me7 me8 me9 me10 me11 me12]);
end
dd=[d1;d2;d3;d4;d5;d6;d7;d8];
for i=1:length(w)
    for h=1:8
        d=dd(h,:);

```

```

den=(d(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d(3));
a=real(den);
b=imag(den);
md(h)=sqrt(a^2+b^2);
    if b==0
        pd(h)=[atan(b/a)*180/pi];
    elseif a>0 & b>0
        pd(h)=atan(b/a)*180/pi;
    elseif a<0 & b>0
        pd(h)=[atan(b/a)*180/pi+180];
    elseif a<0 & b<0
        pd(h)=[atan(b/a)*180/pi+180];
    else
        pd(h)=([atan(b/a)*180/pi+180]+180);
    end
end
    maxgd(i)=max(md);
    maxpd(i)=max(pd);
    minpd(i)=min(pd);
end

```

function [maxgn mingn maxpn minpn]=benumC(w)

```

n1=[3 20];
n2=[3 20];
la=linspace(0,1,20);
for i=1:length(w)
    for r=1:length(la)
        num=la(r)*(n1(1)*w(i)^1.15*j^1.15+n1(2))+(1-
la(r))*(n2(1)*w(i)^1.15*j^1.15+n2(2));
        a=real(num);
        b=imag(num);
        me(r)=sqrt(a^2+b^2);
    end
    mingn(i)=min(me);
end
nn=[n1;n2];
for i=1:length(w)
    for h=1:2
        n=nn(h,:);
        num=n(1)*w(i)^1.15*j^1.15+n(2);
        a=real(num);
        b=imag(num);
        mn(h)=sqrt(a^2+b^2);
        if b==0
            pn(h)=[atan(b/a)*180/pi];
        elseif a>0 & b>0
            pn(h)=atan(b/a)*180/pi;
        elseif a<0 & b>0
            pn(h)=[atan(b/a)*180/pi+180];
        elseif a<0 & b<0

```

```

        pn(h)=[atan(b/a)*180/pi+180];
    else
        pn(h)=([atan(b/a)*180/pi+180]+180);
    end
end

    maxgn(i)=max(mn);
    maxpn(i)=max(pn);
    minpn(i)=min(pn);
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

$C(s)G(s, a, b)$ Sisteminin Nyquist Zarfını Oluşturmak İçin Kullanılan Program

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function ne1C(w);
n1=[3 20];
n2=[3 20];
d1=[0.6 0.5 0.8];
d2=[0.6 0.5 1.2];
d3=[0.6 0.9 0.8];
d4=[0.6 0.9 1.2];
d5=[1 0.5 0.8];
d6=[1 0.5 1.2];
d7=[1 0.9 0.8];
d8=[1 0.9 1.2];
la=linspace(0,1,20);
%%% w=3.1:0.1:100; aralığında çizdiriliyor.
for i=1:length(w)
    num=(3*w(i)^1.15*j^1.15+20);
    for r=1:length(la)
        den=la(r)*(d1(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d1(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d1(3))+
(1-la(r))*(d2(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d2(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d2(3));
        a(r)=real(num/den);
        b(r)=imag(num/den);
    end
    plot(a,b)
    hold on
    for r=1:length(la)
        den=la(r)*(d1(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d1(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d1(3))+
(1-la(r))*(d3(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d3(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d3(3));
        a(r)=real(num/den);
        b(r)=imag(num/den);
    end
    plot(a,b)
    hold on
    for r=1:length(la)
        den=la(r)*(d1(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d1(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d1(3))+
(1-la(r))*(d5(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d5(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d5(3));
        a(r)=real(num/den);
        b(r)=imag(num/den);
    end
end

```

```

end
plot(a,b)
hold on
for r=1:length(la)
    den=la(r)*(d2(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d2(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d2(3))+
(1-la(r))*(d4(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d4(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d4(3));
    a(r)=real(num/den);
    b(r)=imag(num/den);
end
plot(a,b)
hold on
for r=1:length(la)
    den=la(r)*(d2(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d2(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d2(3))+
(1-la(r))*(d6(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d6(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d6(3));
    a(r)=real(num/den);
    b(r)=imag(num/den);
end
plot(a,b)
hold on
for r=1:length(la)
    den=la(r)*(d3(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d3(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d3(3))+
(1-la(r))*(d4(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d4(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d4(3));
    a(r)=real(num/den);
    b(r)=imag(num/den);
end
plot(a,b)
hold on
for r=1:length(la)
    den=la(r)*(d3(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d3(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d3(3))+
(1-la(r))*(d7(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d7(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d7(3));
    a(r)=real(num/den);
    b(r)=imag(num/den);
end
plot(a,b)
hold on
for r=1:length(la)
    den=la(r)*(d4(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d4(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d4(3))+
(1-la(r))*(d8(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d8(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d8(3));
    a(r)=real(num/den);
    b(r)=imag(num/den);
end
plot(a,b)
hold on
for r=1:length(la)
    den=la(r)*(d5(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d5(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d5(3))+
(1-la(r))*(d6(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d6(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d6(3));
    a(r)=real(num/den);
    b(r)=imag(num/den);
end
plot(a,b)

```

```

    hold on
    for r=1:length(la)
        den=la(r)*(d5(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d5(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d5(3))+
(1-la(r))*(d7(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d7(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d7(3));
        a(r)=real(num/den);
        b(r)=imag(num/den);
    end
    plot(a,b)
    hold on
    for r=1:length(la)
        den=la(r)*(d6(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d6(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d6(3))+
(1-la(r))*(d8(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d8(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d8(3));
        a(r)=real(num/den);
        b(r)=imag(num/den);
    end
    plot(a,b)
    hold on
    for r=1:length(la)
        den=la(r)*(d7(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d7(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d7(3))+
(1-la(r))*(d8(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d8(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d8(3));
        a(r)=real(num/den);
        b(r)=imag(num/den);
    end
    plot(a,b)
    hold on
    num1=(3*w(i)^1.15*j^1.15+20);
    for r=1:length(la)
        den=la(r)*(d1(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d1(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d1(3))+
(1-la(r))*(d2(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d2(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d2(3));
        a(r)=real(num1/den);
        b(r)=imag(num1/den);
    end
    plot(a,b)
    hold on
    for r=1:length(la)
        den=la(r)*(d1(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d1(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d1(3))+
(1-la(r))*(d3(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d3(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d3(3));
        a(r)=real(num1/den);
        b(r)=imag(num1/den);
    end
    plot(a,b)
    hold on
    for r=1:length(la)
        den=la(r)*(d1(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d1(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d1(3))+
(1-la(r))*(d5(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d5(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d5(3));
        a(r)=real(num1/den);
        b(r)=imag(num1/den);
    end
    plot(a,b)
    hold on

```

```

for r=1:length(la)
    den=la(r)*(d2(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d2(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d2(3))+
(1-la(r))*(d4(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d4(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d4(3));
    a(r)=real(num1/den);
    b(r)=imag(num1/den);
end
plot(a,b)
hold on
for r=1:length(la)
    den=la(r)*(d2(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d2(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d2(3))+
(1-la(r))*(d6(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d6(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d6(3));
    a(r)=real(num1/den);
    b(r)=imag(num1/den);
end
plot(a,b)
hold on
for r=1:length(la)
    den=la(r)*(d3(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d3(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d3(3))+
(1-la(r))*(d4(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d4(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d4(3));
    a(r)=real(num1/den);
    b(r)=imag(num1/den);
end
plot(a,b)
hold on
for r=1:length(la)
    den=la(r)*(d3(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d3(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d3(3))+
(1-la(r))*(d7(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d7(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d7(3));
    a(r)=real(num1/den);
    b(r)=imag(num1/den);
end
plot(a,b)
hold on
for r=1:length(la)
    den=la(r)*(d4(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d4(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d4(3))+
(1-la(r))*(d8(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d8(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d8(3));
    a(r)=real(num1/den);
    b(r)=imag(num1/den);
end
plot(a,b)
hold on
for r=1:length(la)
    den=la(r)*(d5(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d5(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d5(3))+
(1-la(r))*(d6(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d6(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d6(3));
    a(r)=real(num1/den);
    b(r)=imag(num1/den);
end
plot(a,b)
hold on
for r=1:length(la)
    den=la(r)*(d5(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d5(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d5(3))+

```

```

(1-la(r))*(d7(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d7(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d7(3));
    a(r)=real(num1/den);
    b(r)=imag(num1/den);
end
plot(a,b)
    hold on
    for r=1:length(la)
        den=la(r)*(d6(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d6(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d6(3))+
(1-la(r))*(d8(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d8(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d8(3));
        a(r)=real(num1/den);
        b(r)=imag(num1/den);
    end
    plot(a,b)
        hold on
        for r=1:length(la)
            den=la(r)*(d7(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d7(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d7(3))+
(1-la(r))*(d8(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d8(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d8(3));
            a(r)=real(num1/den);
            b(r)=imag(num1/den);
        end
        plot(a,b)
            hold on
end
for i=1:length(w)
    den1=d1(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d1(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d1(3);
    for r=1:length(la)
        num=la(r)*(n1(1)*w(i)^1.15*j^1.15+n1(2))+(1-
la(r))*(n2(1)*w(i)^1.15*j^1.15+n2(2));
        a(r)=real(num/den1);
        b(r)=imag(num/den1);
    end
    plot(a,b)
        hold on
        den2=d2(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d2(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d2(3);
        for r=1:length(la)
            num=la(r)*(n1(1)*w(i)^1.15*j^1.15+n1(2))+(1-
la(r))*(n2(1)*w(i)^1.15*j^1.15+n2(2));
            a(r)=real(num/den2);
            b(r)=imag(num/den2);
        end
        plot(a,b)
            hold on
            den3=d3(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d3(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d3(3);
            for r=1:length(la)
                num=la(r)*(n1(1)*w(i)^1.15*j^1.15+n1(2))+(1-
la(r))*(n2(1)*w(i)^1.15*j^1.15+n2(2));
                a(r)=real(num/den3);
                b(r)=imag(num/den3);
            end
            plot(a,b)

```

```

hold on
den4=d4(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d4(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d4(3);
for r=1:length(la)
    num=la(r)*(n1(1)*w(i)^1.15*j^1.15+n1(2))+(1-
la(r))*(n2(1)*w(i)^1.15*j^1.15+n2(2));
    a(r)=real(num/den4);
    b(r)=imag(num/den4);
end
plot(a,b)
hold on
den5=d5(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d5(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d5(3);
for r=1:length(la)
    num=la(r)*(n1(1)*w(i)^1.15*j^1.15+n1(2))+(1-
la(r))*(n2(1)*w(i)^1.15*j^1.15+n2(2));
    a(r)=real(num/den5);
    b(r)=imag(num/den5);
end
plot(a,b)
hold on
den6=d6(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d6(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d6(3);
for r=1:length(la)
    num=la(r)*(n1(1)*w(i)^1.15*j^1.15+n1(2))+(1-
la(r))*(n2(1)*w(i)^1.15*j^1.15+n2(2));
    a(r)=real(num/den6);
    b(r)=imag(num/den6);
end
plot(a,b)
hold on
den7=d7(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d7(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d7(3);
for r=1:length(la)
    num=la(r)*(n1(1)*w(i)^1.15*j^1.15+n1(2))+(1-
la(r))*(n2(1)*w(i)^1.15*j^1.15+n2(2));
    a(r)=real(num/den7);
    b(r)=imag(num/den7);
end
plot(a,b)
hold on
den8=d8(1)*w(i)^2.2*j^2.2+d8(2)*w(i)^0.9*j^0.9+d8(3);
for r=1:length(la)
    num=la(r)*(n1(1)*w(i)^1.15*j^1.15+n1(2))+(1-
la(r))*(n2(1)*w(i)^1.15*j^1.15+n2(2));
    a(r)=real(num/den8);
    b(r)=imag(num/den8);
end
plot(a,b)
hold on
end
%%%%%%%%%%

```

ÖZGEÇMİŞ

Celaledin Yeroğlu, 1966 yılında Malatya’da doğdu. İlkokul, ortaokul ve liseyi Malatya’da tamamladı. 1985-1990 yılları arasında Hacettepe Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü’nde bir yıl İngilizce hazırlık ve dört yıl lisans eğitimini tamamlayarak Elektronik Mühendisi olarak mezun oldu.

Celaledin Yeroğlu sırasıyla şu görevlerde bulunmuştur. Temmuz 1990 - Mart 1991 arasında 3E Elektronik San ve Tic. Ltd. Şti. de üretim mühendisi olarak görev yaptı. Mart 1991 - Şubat 1993 tarihleri arasında Bayındırlık Bakanlığı, Afet işleri Genel Müdürlüğü Sismoloji Şubesinde elektronik mühendisi ve deprem istasyonları radyo-link sorumlusu olarak çalıştı. Şubat 1993 – Eylül 1996 tarihleri arasında Trakya Üniversitesi Tekirdağ Meslek Yüksekokulunda öğretim görevlisi olarak çalıştı. Eylül 1996 - Ocak 2002 tarihleri arasında ŞİŞECAM Trakya Cam Sanayii A.Ş. Otocam Fabrikasında elektronik mühendisi ve üretim sorumlusu olarak çalıştı. Ocak 2002 – Ocak 2007 tarihleri arasında İnönü Üniversitesi Malatya Meslek Yüksekokulunda Öğretim Görevlisi Dr. olarak çalıştı. Ocak 2007 – Haziran 2009 tarihleri arasında İnönü Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Elektrik - Elektronik Mühendisliğinde Öğretim Görevlisi Dr. olarak görev yaptı. Haziran 2009 tarihinde İnönü Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Bilgisayar Mühendisliği Bölümüne Yrd. Doç. Dr. olarak atandı. Halen bu görevi Bilgisayar Donanımı A.B.D. başkanı ve Bilgisayar Mühendisliği Bölüm Başkan Yardımcısı olarak sürdürmektedir.

Celaledin Yeroğlu, Ekim 1993 – Mayıs 1994 tarihleri arasında YÖK/Dünya Bankası II. Endüstriyel Eğitim Projesi Kapsamında A.B.D. Virginia, New River Community Collouge’da çalışmalarda bulundu. 1995-1996 yılları arasında Trakya Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Bilgisayar Mühendisliği Anabilim Dalında yüksek lisansını tamamlayarak “Yüksek Mühendis” unvanını aldı. 1996 - 2000 yılları arasında Trakya Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Bilgisayar Mühendisliği Anabilim Dalında doktorasını tamamlayarak doktor ünvanını aldı. 2006 yılında İnönü Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında ikinci doktorasına başladı.

Halen İnönü Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Bilgisayar Mühendisliğinde öğretim üyesi olarak Bilgisayar Donanımı A.B.D. başkanlığını yürüten Celaledin Yeroğlu evli ve iki çocuk babasıdır. İyi derecede ingilizce bilmektedir.