

**T.C.
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**KESİR DERECELİ SİSTEMLERDE MODELLEME VE
KONTROL UYGULAMALARI**

FURKAN NUR DENİZ

**DOKTORA TEZİ
ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI**

MAYIS 2017

Tezin Başlığı: **Kesir Dereceli Sistemlerde Modelleme ve Kontrol Uygulamaları**

Tezi Hazırlayan: **Furkan Nur DENİZ**

Sınav Tarihi: **05.05.2017**

Yukarıda adı geçen tez jürimizce değerlendirilerek Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

Sınav Jürisi Üyeleri

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Nusret TAN

İnönü Üniversitesi

Prof. Dr. İbrahim Kaya

Dicle Üniversitesi

Prof. Dr. Serdar Ethem HAMAMCI

İnönü Üniversitesi

Prof. Dr. Teymuraz ABBASOV

İnönü Üniversitesi

Doç. Dr. Fevzi HANSU

Siirt Üniversitesi

Prof. Dr. Halil İbrahim ADIGÜZEL

Enstitü Müdürü

ONUR SÖZÜ

Doktora Tezi olarak sunduğum “**Kesir Dereceli Sistemlerde Modelleme ve Kontrol Uygulamaları**” başlıklı bu çalışmanın bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın tarafımdan yazıldığını ve yararlandığım bütün kaynakların, hem metin içinde hem de kaynakçada yöntemine uygun biçimde gösterilenlerden oluştuğunu belirtir, bunu onurumla doğrularım.

Furkan Nur DENİZ



ÖZET

Doktora Tezi

KESİR DERECELİ SİSTEMLERDE MODELLEME VE KONTROL UYGULAMALARI

Furkan Nur DENİZ

İnönü Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

191+xiii sayfa

2017

Danışman: Prof. Dr. Nusret TAN

Bu tez çalışmasında kararlılık sınır eğrisi yöntemi kullanılarak kesir dereceli türev ve integral operatörleri için yeni bir tamsayı dereceli yaklaşım yöntemi geliştirilmiştir. Kararlılık sınır eğrilerinin eşleştirilmesine dayalı olarak geliştirilen bu yöntemin kullanılması ile çeşitli kontrol uygulamaları ve tasarım teknikleri üzerinde çalışmalar yapılmıştır. Önerilen yöntem literatürde kabul görmüş farklı tamsayı dereceli yaklaşım yöntemleri ile zaman cevabı ve frekans cevabı bakımından karşılaştırılmış ve kabul edilebilir sonuçlar elde edilmiştir. Ayrıca, kararlılık sınır eğrisi yönteminin kullanılması ile Smith öngörücüsü yapıları için kararlılık analizleri yapılmış ve farklı bir model tanımlama tekniği de literatüre kazandırılmıştır.

Kapalı çevrim kontrol sistemlerinin gürültü bastırma performansını değerlendirebilmek için referans gürültü oranı kriteri olarak adlandırılan bir kriter geliştirilmiş ve bu kriterin kullanılması ile yapılan analizler neticesinde PID, $PI^\lambda D^\mu$ ve PI^λ kontrolör tasarımları gerçekleştirilmiştir.

Bunlara ek olarak, Fourier serisi metodunun kullanılması ile elde edilen integral performans kriterlerinin optimizasyonuna dayalı $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör tasarımı için çalışmalar yapılmıştır. Ayrıca, kesir dereceli sistemlerde, kararlılık sınır eğrisi eşleştirme yönteminin kullanılması ile standart form yapısına uygun PI-PD kontrolör tasarımı gerçekleştirilmiştir. Tezin son bölümünde ise, geliştirilen tamsayı yaklaşım yönteminin kullanılması ile ters sarkaç kontrol sistemi için $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör tasarımı üzerine bir uygulama yapılmıştır.

ANAHTAR KELİMELELER: Kesir dereceli kontrol, kesir dereceli kontrolörler, tamsayı dereceli yaklaşım yöntemi, kararlılık sınır eğrisi, gürültü bastırma.

ABSTRACT

Ph.D.Thesis

MODELLING AND CONTROL APPLICATIONS IN FRACTIONAL ORDER SYSTEMS

Furkan Nur DENİZ

Inonu University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Electric-Electronics Engineering

191+xiii pages

2017

Supervisor: Prof. Dr. Nusret TAN

In this thesis, a new integer order approximation method for fractional derivative and integral operators is developed using the stability boundary locus method. Various control applications and design techniques have been studied by using the proposed method based on stability boundary locus fitting. The proposed method is compared with well-known different integer order approximation methods found in the literature in terms of the time response and the frequency response, and acceptable results are obtained. In addition, stability analysis for Smith predictor structures is performed by using the stability boundary locus method, and a model identification technique is presented using stability region.

In order to evaluate the disturbance rejection capacity of closed loop control systems, a criterion called reference to disturbance ratio criterion is developed and the PID, $PI^\lambda D^\mu$ and PI^λ controller designs are realized as a result of the analysis using this criterion.

Furthermore, a design strategy for $PI^\lambda D^\mu$ controller based on the optimization of the integral performance criteria obtained by using the Fourier series method is presented. A PI-PD controller design technique suitable for the standard form structure is proposed by using the stability boundary locus fitting method in fractional order systems. A real-time application of the $PI^\lambda D^\mu$ controller design for the inverted pendulum control system by using the proposed integer order approximation method is given in the last section of the thesis.

KEYWORDS: Fractional order control, fractional order controllers, integer order approximation method, stability boundary locus, disturbance rejection.

TEŞEKKÜR

Bu tez çalışmasının her aşamasında ilgi ve desteğini esirgemeyen, engin bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım çok değerli danışman hocam Prof. Dr. Sayın Nusret TAN'a,

Fikirleri ile yol gösteren tez izleme komitesi üyeleri değerli hocalarım Prof. Dr. Sayın Teymuraz ABBASOV ve Prof. Dr. Sayın Serdar Ethem HAMAMCI'ya,

Tez çalışmaları süresince her konuda destek veren Yrd. Doç. Dr. Sayın Barış Baykant ALAGÖZ'e ve çalışma arkadaşım Araş Gör. Sayın Cemal KELEŞ'e ve proje çalışma arkadaşım Öğretim Gör. Sayın Ali YÜCE'ye,

Her zaman her konuda yardımlarını esirgemeyen bütün Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü hocalarına,

Hayatımın her aşamasında olduğu gibi bu tez çalışması süresince de her zaman yanımda olan ve beni sabırla destekleyen değerli aileme, değerli eşim Serdar DENİZ'e ve biricik oğlum Tuna DENİZ'e sonsuz teşekkür ederim.

Ayrıca bu tez çalışması, TÜBİTAK 1001 programı çerçevesinde 115E388 No'lu proje olarak TÜBİTAK tarafından desteklendiğinden dolayı TÜBİTAK'a teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
İÇİNDEKİLER.....	iv
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vii
TABLolar DİZİNİ.....	xii
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	xiii
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Bu Tezde Yapılan Çalışmalar.....	11
2. KARARLILIK SINIR EĞRİSİ EŞLEŞTİRME YÖNTEMİ KULLANILARAK KESİR DERECELİ TRANSFER FONKSİYONLARININ TAMSAYI DERECELİ YAKLAŞIM MODELLERİNİN ELDE EDİLMESİ.....	14
2.1 Giriş.....	14
2.2. Tamsayı Dereceli Yaklaşım Modellerin Elde Edilmesini Sağlayan Çeşitli Yöntemler.....	15
2.2.1. Oustaloup Yaklaşım Yöntemi.....	17
2.2.2. Carlson Yaklaşım Yöntemi.....	18
2.2.3. Matsuda Yaklaşım Yöntemi.....	19
2.2.4. Sürekli Kesir Açılımı (CFE) Yöntemi.....	20
2.2.4.1. Genelleştirilmiş Sürekli Kesir Açılımı (CFE) Yöntemi.....	21
2.2.5. PSE ve CFE Kullanarak Ayrık Zamanda Yaklaşım Yöntemi.....	22
2.3. PI ve PID Kontrolörler için Kararlılık Analizi.....	23
2.3.1. SBL Analizinin PI Kontrolör ve Tamsayı Dereceli Sistemler için Genelleştirilmesi.....	27
2.3.2. PI Kontrolör Kullanılan Kesir Dereceli Sistemler için SBL Analizi.....	28
2.3.3. Kararlılığın Korunması Problemi.....	31
2.3.4. Kesir Dereceli Sistemler için SBL Eşleştirme Yöntemi.....	33
2.3.5. Önerilen Yöntemin Uygulanmasına Yönelik Örnekler.....	37
2.3.5.1. Örnek 1.....	37
2.3.5.2. Örnek 2.....	42
2.3.5.3. Örnek 3.....	46
2.3.5.4. Örnek 4.....	48
2.3.6. SBL Eşleştirme Yönteminin Diğer Modellere Göre Avantajları.....	52
2.3.6.1. Örnek 1.....	53
2.3.6.2. Örnek 2.....	56
2.4. Sonuçlar.....	58
3. SMITH ÖNGÖRÜCÜSÜ YAPILARI İÇİN KARARLILIK ANALİZİ VE SBL EŞLEŞTİRME YÖNTEMİ İLE MODEL TANIMLAMA.....	60
3.1. Giriş.....	60
3.2. Smith Öngörücüsü Yapısı.....	61
3.3. PI ve PID Kontrolörlerin Tüm Kararlı Parametrelerinin Hesaplanması.....	64
3.3.1. Smith Öngörücüsü Yapısı için PI Kontrolörlerin Tüm Kararlı Parametrelerinin Hesaplanması.....	66
3.3.2. Smith Öngörücüsü Yapısı için PID Kontrolörlerin Tüm Kararlı Parametrelerinin Hesaplanması.....	68

3.4.	Kararlılık Bölgesi Kullanılarak Alternatif Bir Model Tanımlama Yöntemi.....	71
3.5.	Uygulama Örnekleri.....	71
3.5.1.	Örnek 1.....	72
3.5.2.	Örnek 2.....	80
3.6.	SBL Eşleştirme Yöntemi Kullanarak Smith Öngörücüsü Yapısı için Model Tanımlama.....	85
3.6.1.	FOPDT ve SOPDT Modelleri için SBL Eşleştirme Yöntemi.....	86
3.6.1.1.	Modellerde Kullanılan Zaman Gecikmesi Parametresinin Seçimi.....	89
3.6.2.	Smith Öngörücüsü Yapısı için PI/PID Kontrolör Tasarım Stratejisi.....	90
3.6.3.	Uygulama Örnekleri.....	91
3.6.3.1.	Örnek 1.....	91
3.6.3.2.	Örnek 2.....	94
3.7.	Sonuçlar.....	97
4.	RDR KULLANARAK PID VE $PI^{\lambda}D^{\mu}$ KONTROLÖRLERİN ANALİZİ VE TASARIMI.....	99
4.1.	Giriş.....	99
4.2.	Referans Gürültü Oranı (RDR) Metodolojisi.....	102
4.2.1.	RDR Spektrumunun Duyarlılık Fonksiyonuyla İlişkisi.....	105
4.3.	PID Kontrolör Ailesi İçin RDR Analizi.....	106
4.3.1.	PID Kontrolörün RDR Performansı.....	106
4.3.2.	$PI^{\lambda}D^{\mu}$ Kontrolörün RDR Performansı.....	111
4.4.	Simülasyon Örnekleri.....	115
4.4.1.	Örnek 1.....	115
4.4.2.	Örnek 2.....	118
4.5.	SBL Yöntemi İle RDR Analizi Performans Sınırları.....	121
4.5.1.	Nümerik Örnekler.....	125
4.5.1.1.	Örnek 1.....	125
4.5.1.2.	Örnek 2.....	127
4.6.	RDR Kullanarak PI^{λ} Kontrolör Tasarımı.....	130
4.6.1.	PI^{λ} Kontrolörü için RDR Analizi.....	130
4.6.2.	PI^{λ} Kontrolörü için Kararlılık Analizi.....	132
4.6.3.	Uygulama Örneği.....	134
4.7.	Sonuçlar.....	136
5.	KESİR DERECELİ SİSTEMLER İÇİN OPTİMİZASYON UYGULAMALARI.....	137
5.1.	Giriş.....	137
5.2.	Fourier Serisi Metodu Kullanılarak Elde Edilen İntegral Performans Kriterlerinin Optimizasyonuna Dayalı $PI^{\lambda}D^{\mu}$ Kontrolör Tasarımı.....	138
5.2.1.	$PI^{\lambda}D^{\mu}$ Kontrolör Kullanılan Kapalı Çevrim Kontrol Sistemi.....	139
5.2.2.	Fourier Serisi Metodu Kullanılarak Kesir Dereceli Kontrol Sistemlerinin Zaman Cevabının Elde Edilmesi.....	142
5.2.3.	İntegral Performans Kriterlerinin Fourier Serisi Metodu Kullanılarak Yeniden Tanımlanması.....	143
5.2.4.	$PI^{\lambda}D^{\mu}$ Kontrolörü için Önerilen Tasarım Prosedürü.....	145
5.2.5.	$PI^{\lambda}D^{\mu}$ Kontrolörü için Önerilen Tasarım Prosedürünün Test Transfer Fonksiyonları Üzerinde Uygulanması.....	147
5.2.5.1.	Örnek 1.....	148
5.2.5.2.	Örnek 2.....	150

5.3.	Kesir Dereceli Sistemler için Standart Formlar Kullanarak PI-PD Kontrolör Tasarımı.....	152
5.3.1.	Kesir Dereceli Bir Transfer Fonksiyonu için SBL Eşleştirme Metodu Kullanılarak Farklı Pay ve Payda Derecelerine Sahip Olan Tamsayı Dereceli Modelinin Direkt Yolla Elde Edilmesi.....	154
5.3.2.	Standard Form Yapısı.....	159
5.3.3.	Standart Form Yapısına Uygun Tamsayı Dereceli Bir Yaklaşım Modelin Elde Edilmesi.....	160
5.3.4.	Tamsayı Dereceli Yaklaşım Model Kullanılarak PI-PD Kontrolör Tasarımı.....	162
5.4.	Sonuçlar.....	164
6.	TERS SARKAÇ KONTROL SİSTEMİ ÜZERİNDE SBL EŞLEŞTİRME YÖNTEMİ KULLANILARAK PI^λD^μ KONTROLÖR TASARIMI.....	166
6.1.	Giriş.....	166
6.2.	Ters Sarkaç Sistemi.....	166
6.3.	Sayısal Ters Sarkaç Kontrol Sistemi Üzerinde Uygulama.....	169
6.4.	Sonuçlar.....	175
7.	SONUÇ VE ÖNERİLER.....	176
7.1.	Bu Tez Çalışmasında Elde Edilen Sonuçlar.....	176
7.2.	Gelecekte Yapılabilecek Çalışmalar İçin Öneriler.....	178
	KAYNAKLAR.....	180
	ÖZGEÇMİŞ.....	188

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1.1.	Kesir dereceli D^α kontrolör ile pozisyon kontrolü [11].....	5
Şekil 1.2.	$0 < q < 1$ aralığında değişen kesir dereceli sistemlerin kararlılık bölgesi.....	11
Şekil 2.1.	Kapalı çevrim kontrol sistemi.....	24
Şekil 2.2.	$G_F(s)$ kesir dereceli transfer fonksiyonu için SBL (kararlılık sınır eğrisi)	31
Şekil 2.3.	$G_F(s)$ kesir dereceli transfer fonksiyonu için kararlılık bölgesi....	31
Şekil 2.4.	$G_F(s)$ ve Oustaloup yaklaşım modelleri için SBL eğrileri.....	32
Şekil 2.5.	$s^{0.5}$ türev operatörü ve SBL eşleştirme yöntemi ve diğer yöntemler ile elde edilen modellerin SBL'si ve örnekleme noktaları.....	39
Şekil 2.6.	$s^{0.5}$ 'in ve SBL, Matsuda ve Oustaloup yöntemleri ile elde edilen yaklaşık modellerin genlik ve faz cevapları (Oustaloup1 için $\omega \in [0.01, 1.2]$ ve Oustaloup2 için $\omega \in [1.3 \times 10^{-4}, 1.3 \times 10^2]$).....	40
Şekil 2.7.	Analitik çözüme göre $s^{0.5}$ ve SBL, Matsuda ve Oustaloup yöntemleri ile elde edilen modeller için birim basamak cevapları (Oustaloup1 için $\omega \in [0.01, 1.2]$ ve Oustaloup2 için $\omega \in [1.3 \times 10^{-4}, 1.3 \times 10^2]$).....	41
Şekil 2.8.	$s^{-0.8}$ integral operatörü ve SBL eşleştirme yöntemi ve diğer yöntemler ile elde edilen modellerin SBL'si ve örnekleme noktaları.....	44
Şekil 2.9.	$s^{-0.8}$ 'in ve SBL, Matsuda ve Oustaloup yöntemleri ile elde edilen yaklaşık modellerin genlik ve faz cevapları (Oustaloup1 için $\omega \in [0.01, 1.2]$ ve Oustaloup2 için $\omega \in [1.3 \times 10^{-4}, 1.3 \times 10^2]$).....	45
Şekil 2.10.	Analitik çözüme göre $s^{0.5}$ ve SBL, Matsuda ve Oustaloup yöntemleri ile elde edilen modeller için birim basamak cevapları (Oustaloup1 için $\omega \in [0.01, 1.2]$ ve Oustaloup2 için $\omega \in [1.3 \times 10^{-4}, 1.3 \times 10^2]$).....	46
Şekil 2.11.	$G_F(s) = 1/(39.69s^{1.26} + 0.598)$ ve önerilen metot ile elde edilen SBL.....	47
Şekil 2.12.	$C_s(s)$, $C_{TS}(s)$ SBL'ler ve SBL örnekleme noktaları.....	49
Şekil 2.13.	$C_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = 5 + 2s^{0.5} + \frac{1}{s^{0.8}}$ için bileşik form uygulaması.....	49
Şekil 2.14.	Analitik çözüm, $C_{TS}(s)$ (SBL Direkt) ve $C_{TC}(s)$ (SBL Bileşik) için genlik faz cevapları.....	50
Şekil 2.15.	Analitik sonuçların ve yaklaşık $PI^{\lambda}D^{\mu}$ uygulamalarının direkt ve bileşik formlarda SBL yaklaşımlarıyla adım birim basamak cevaplarının karşılaştırılması.....	51
Şekil 2.16.	Denklem 2.65 için SBL eşleştirme, Matsuda ve Oustaloup yöntemleri ile elde edilen modellerin kararlılık bölgeleri.....	55
Şekil 2.17.	Denklem 2.65 için SBL eşleştirme, Matsuda ve Oustaloup yöntemleri kullanılarak elde edilen tamsayı yaklaşım modellerinin $\omega \in [0.01, 3.14]$ frekans aralığındaki hata genlikleri.....	55

Şekil 2.18.	Denklem 2.67 için SBL, Matsuda ve Oustaloup kullanılarak elde edilen tamsayı yaklaşım modellerinin kararlılık bölgeleri.....	57
Şekil 2.19.	Denklem 2.67 için SBL eşleştirme, Matsuda ve Oustaloup yöntemleri kullanılarak elde edilen tamsayı yaklaşım modellerinin $\omega \in [0.01, 1.42]$ frekans aralığındaki hata genlikleri.....	57
Şekil 3.1.	Smith öngörücüsü konfigürasyonu.....	62
Şekil 3.2.	$G(s)e^{-Ls} = G_m(s)e^{-L_ms}$ (mükemmel model) durumunda Smith yapısı için kararlılık bölgesi.....	73
Şekil 3.3.	FOPDT model kullanıldığında Smith yapısı için kararlılık bölgesi	73
Şekil 3.4.	SOPDT model kullanıldığında Smith yapısı için kararlılık bölgesi	74
Şekil 3.5.	Smith öngörücüsünde tüm modeller için kararlılık bölgeleri.....	75
Şekil 3.6.	$k_p = 0.4$ ve $k_i = 0.1$ için bütün modellerin birim basamak cevapları.....	76
Şekil 3.7.	Önerilen yöntem ile elde edilen FOPDT model için kararlılık bölgesi.....	77
Şekil 3.8.	$k_p = 0.5$ ve $k_i = 0.07$ için birim basamak cevapları.....	78
Şekil 3.9.	Gerçek model, Kaya'nın modeli ve önerilen model için Nyquist çizgileri.....	79
Şekil 3.10.	Farklı k_p ve k_i parametreleri için birim basamak cevapları.....	79
Şekil 3.11.	$k_p = 0.5$ ve $k_i = 0.07$ değerlerinde farklı modeller için birim basamak cevapları.....	80
Şekil 3.12.	$G(s)e^{-Ls} = G_m(s)e^{-L_ms}$ durumunda (k_p, k_i) düzleminde $k_d = 0$, $k_d = 0.5$ ve $k_d = 1$ değerleri için kararlılık bölgeleri.....	81
Şekil 3.13.	$G(s)e^{-Ls} = G_m(s)e^{-L_ms}$ durumunda (k_p, k_d) düzleminde $k_i = 0.1$, $k_i = 0.3$ ve $k_i = 0.5$ değerleri için kararlılık bölgeleri.....	81
Şekil 3.14.	$G(s)e^{-Ls} = G_m(s)e^{-L_ms}$ durumunda, $k_d \in [0, 6]$ değerleri için kararlılık bölgeleri.....	82
Şekil 3.15.	SOPDT model durumunda (k_p, k_i) düzleminde $k_d = 0$, $k_d = 0.5$ ve $k_d = 1$ değerleri için kararlılık bölgeleri.....	83
Şekil 3.16.	SOPDT model durumunda (k_p, k_d) düzleminde $k_i = 0.1$, $k_i = 0.3$ ve $k_i = 0.5$ değerleri için kararlılık bölgeleri.....	83
Şekil 3.17.	SOPDT model için $k_d \in [0, 5]$ aralığında kararlılık bölgeleri.....	84
Şekil 3.18.	$G(s)e^{-Ls} = G_m(s)e^{-L_ms}$ ve SOPDT model durumunda (k_p, k_i) düzleminde $k_d = 0$, $k_d = 0.5$ ve $k_d = 1$ değerleri için kararlılık bölgeleri.....	84
Şekil 3.19.	Çeşitli k_p , k_i ve k_d parametreleri için birim basamak cevapları...	85
Şekil 3.20.	Farklı L_m değerleri için $G_m(s)$ ve $G(s)$ için kararlılık bölgeleri...	90
Şekil 3.21.	FOPDT model ve $G(s)$ için kararlılık bölgeleri.....	92
Şekil 3.22.	SOPDT model ve $G(s)$ için kararlılık bölgeleri.....	92
Şekil 3.23.	FOPDT, SOPDT modelleri ve $G(s)$ için birim basamak cevapları	93

Şekil 3.24. Önerilen yöntem, Kaya'nın yöntemi ve Benouarets'in yöntemi için Smith öngörücüsü yapısının birim basamak cevapları.....	94
Şekil 3.25. FOPDT model ve $G_{Oust}(s)$ için kararlılık bölgeleri.....	95
Şekil 3.26. SOPDT model ve $G_{Oust}(s)$ için kararlılık bölgeleri.....	96
Şekil 3.27. FOPDT, SOPDT modelleri ve $G_{Oust}(s)$ için birim basamak cevapları.....	96
Şekil 3.28. Önerilen yöntem ile tasarlanan PI ve PID kontrolörler için $G_{Oust}(s)$ transfer fonksiyonun Smith öngörücüsü yapısında kullanılması ile birim basamak cevapları	97
Şekil 4.1. Gürültü eklenmiş bir kapalı çevrim kontrol sistemi.....	102
Şekil 4.2. (a) $d = 0$ için RCC sistem modeli; (b) $r = 0$ için DCC sistem modeli.	102
Şekil 4.3. RDR spektrumları: (a) PID kontrolör ($k_p = 1, k_i = 1, k_d = 1$); (b) PI kontrolör ($k_p = 1, k_i = 1$); (c) PD kontrolör ($k_p = 1, k_d = 1$); (d) P kontrolör ($k_p = 1$).....	108
Şekil 4.4. PID kontrolör ($k_p = 1, k_i = 9.8$, ve $k_d = 1$) ve PI kontrolör ($k_p = 1, k_i = 9.8$) için RDR spektrum karşılaştırması.....	110
Şekil 4.5. $k_p = 1$ değer için farklı açısal frekanslarda k_i ve k_d değerlerine karşılık gelen RDR değerleri.....	110
Şekil 4.6. Çeşitli açısal frekanslarda $k_i = 1, k_d = 1$ ve $k_p = 1$ değerleri için λ ve μ 'ye karşılık gelen RDR değerleri.....	113
Şekil 4.7. $k_i = 1, k_d = 1$ ve $k_p = 1$ için RDR'nin λ ve μ 'ye bağımlılığı....	113
Şekil 4.8. $k_i = 1, k_d = 1, k_p = 1$ için RDR spektrumları: (a) $\lambda = \{0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4\}$; (b) $\mu = \{0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4\}$	114
Şekil 4.9. ($k_p = 1, k_i = 1, k_d = 1$) ve ($k_p = 30, k_i = 5, k_d = 10$) değerleri için RDR spektrum karşılaştırılması.....	115
Şekil 4.10. Birim basamak cevapları; $k_p = 1, k_i = 1$ ve $k_d = 1$ için (a) RCC; (b) DCC ve $k_p = 30, k_i = 5$ ve $k_d = 10$ için (c) RCC; (d) DCC....	116
Şekil 4.11. (a) $k_p = 1, k_i = 1$ ve $k_d = 1$ değerleri için sinüs cevabı (b) $k_p = 30, k_i = 5$ ve $k_d = 10$ değerleri için sinüs cevabı.....	117
Şekil 4.12. (a) $k_p = 30, k_i = 0$ ve $k_d = 10$ değerleri için PD kontrolör için gürültü bastırma (b) $k_p = 30, k_i = 5, k_d = 0$ değerleri için PI kontrolör için gürültü bastırma.....	118
Şekil 4.13. (a) Szita'nın PID kontrolörü, önerilen PID ve $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolörleri için RDR spektrumlarının karşılaştırılması (b) Birim basamak gürültü cevaplarının karşılaştırılması.....	119
Şekil 4.14. Uygulanan beyaz gürültünün kontrolörlerin performansı üzerindeki etkisi.....	120
Şekil 4.15. (a) $k_d = 5$ için SBL $G(s) = (1/s^2 + 4s + 3)e^{-0.2s}$ 'in SBL'si (b) SBL üzerinden seçilen (k_p, k_i) noktaları için hesaplanan RDR spektrumu (c) SBL üzerindeki RDR.....	123

Şekil 4.16.	Minimum RDR değeri ve SBL kararlılık sınırı arasında kalan PID tasarım bölgesi.....	124
Şekil 4.17.	(a) $k_d = 5$ ve $k_d = 1$ için kararlılık bölgesi; (b) T1 ve T2 kontrolörleri için RDR spektrumları; (c) $\omega \in [0, 4.7]$ frekans aralığında SBL üzerindeki RDR.....	126
Şekil 4.18.	(a) Birim basamak cevaplarının karşılaştırılması; (b) gürültü cevaplarının karşılaştırılması; (c, d) kontrol sinyalleri.....	127
Şekil 4.19.	(a) $k_d = 0.6$ için kararlılık sınırı ve $RDR_{dB} = 8$ için RDR sınırı; (b) Önerilen yöntem ve diğer yöntemler ile elde edilen RDR spektrumlarının karşılaştırılması.....	128
Şekil 4.20.	(a) Sıfır referans için gürültü cevapları; (b) 5. sn'de birim basamak referansı ve 40. sn'de birim basamak gürültü için cevaplar (a: Gobar'ın tasarımı, b: De Paor'ın tasarımı, c: Venkatashankar'ın tasarımı, d: Önerilen yöntemin tasarımı).....	129
Şekil 4.21.	(a) $L = 0.2$, $L = 0.5$, $L = 0.7$ ve $L = 1.0$ zaman gecikmeleri için SBL; (b) RDR_{SBL} (a)'da verilen zaman gecikmelerine denk düşen RDR_{SBL} çizimi.....	129
Şekil 4.22.	RDR spektrumları: (a) $k_p = 1$, $k_i = 1$ ve farklı λ değerleri; (b) $\lambda = 1.2$, $k_p = 1$ ve farklı k_i değerleri; (c) $\lambda = 1.2$, $k_i = 1$ ve farklı k_p değerleri.....	131
Şekil 4.23.	Çeşitli λ değerleri için $G_p(s)$ 'nin kararlılık bölgeleri.....	134
Şekil 4.24.	Farklı λ değerleri için 30.sn'de verilen gürültüye sahip birim basamak cevapları: (a) $\lambda = 0.8$; (b) $\lambda = 0.9$; (c) $\lambda = 1.0$ (d) $\lambda = 1.1$ (e) $\lambda = 1.2$	135
Şekil 5.1.	$PI^\lambda D^\mu$ kontrolör kullanılan kapalı çevrim kontrol sistemi.....	139
Şekil 5.2.	$G_1(s)$ için önerilen yöntem ve Das ve arkadaşlarının kontrol parametrelerinin FSM kullanılması ile elde edilen birim basamak cevapları.....	150
Şekil 5.3.	$G_2(s)$ için önerilen yöntem ve Das ve arkadaşlarının kontrol parametrelerinin FSM kullanılması ile elde edilen birim basamak cevapları.....	152
Şekil 5.4.	PI-PD kontrolör yapısı.....	153
Şekil 5.5.	$G_F(s)$, $G_T(s)$, $G_{Oustaloup}(s)$, $G_{Matsuda}(s)$ transfer fonksiyonlarının kararlılık bölgeleri ve seçilen örnekleme noktaları.....	156
Şekil 5.6.	$G_F(s)$ ve tamsayı yaklaşım yöntemleri kullanılarak elde edilen tamsayı dereceli modeller için açık çevrim birim basamak cevapları.....	157
Şekil 5.7.	$G_F(s)$ ve tamsayı dereceli yaklaşım modeller için genlik ve faz cevapları (SBL eşleştirme yöntemi için frekans aralığı $\omega \in [0.01, 1.7]$, Matsuda ve Oustaloup yöntemleri için frekans aralığı $\omega \in [0.01, 100]$).....	158

Şekil 5.8.	$T_{14}(s)$ transfer fonksiyonu için c_I değerlerine karşı gelen optimum d_1, d_2 ve d_3 değerleri [146]	159
Şekil 5.9.	$G_F(s)$, $G_{T2}(s)$, $G_{Oustaloup}(s)$, $G_{Matsuda}(s)$ transfer fonksiyonlarının kararlılık bölgeleri ve seçilen örnekleme noktaları.....	161
Şekil 5.10.	$G_F(s)$ ve tamsayı yaklaşım yöntemleri kullanılarak elde edilen tamsayı dereceli modeller için açık çevrim birim basamak cevapları.....	161
Şekil 5.11.	$G_F(s)$ ve tamsayı dereceli yaklaşım modeller için genlik ve faz cevapları (SBL eşleştirme yöntemi için frekans aralığı $\omega \in [0.01, 1.7]$, Matsuda ve Oustaloup yöntemleri için frekans aralığı $\omega \in [0.01, 100]$).....	162
Şekil 5.12.	$G_F(s)$, $G_{T2}(s)$, $G_{Oustaloup}(s)$, $G_{Matsuda}(s)$ transfer fonksiyonları ile PI-PD kontrolör parametrelerinin kullanılması sonucu elde edilen kapalı çevrim kontrol sisteminin birim basamak cevapları.....	164
Şekil 6.1.	Ters sarkaç sistemi [155]	167
Şekil 6.2.	Ters sarkaç kontrol sistemi blok şeması [156]	168
Şekil 6.3.	Ters sarkaç-araba yerleşimi şeması [156]	168
Şekil 6.4.	İki kontrol algoritması için çalışma bölgesi [156].....	169
Şekil 6.5.	Kesir dereceli kontrolör yapısı.....	170
Şekil 6.6.	Feedback firmasının üretmiş olduğu ters sarkaç kontrol sisteminin gerçek zamanlı kontrolünün Simulink modeli [156]	170
Şekil 6.7.	Ters sarkaç kararlılık bloğu altında pozisyon ve açı kontrolünü gerçekleştirmek için kullanılan PID kontrolör blokları [156].....	171
Şekil 6.8.	Pozisyon Cevapları.....	173
Şekil 6.9.	Açı Cevapları.....	173
Şekil 6.10.	Kontrol Sinyali Cevapları.....	174

TABLolar LİSTESİ

Tablo 2.1.	Şekil 2.6’da verilen genlik ve faz cevapları ile Şekil 2.7’deki birim basamak cevapları için MAE’lerin karşılaştırılması.....	42
Tablo 2.2.	Şekil 2.9’da verilen genlik ve faz cevapları ile Şekil 2.10’daki birim basamak cevapları için MAE’lerin karşılaştırılması.....	46
Tablo 2.3.	Şekil 2.14’te gösterilen genlik ve faz tepkileri için ve Şekil 2.15’te gösterilen birim basamak cevapların MAE değerlerinin karşılaştırılması.....	51
Tablo 2.4.	$\omega \in [0.01, 1.2]$ frekans aralığında SBL eşleştirme yöntemi ile $0.1 \leq \alpha \leq 0.9$ aralığında kesirli dereceli türev operatörü için elde edilen modeller.....	52
Tablo 2.5.	Denklem 2.65 için SBL eşleştirme, Matsuda ve Oustaloup yöntemleri ile elde edilen tamsayı yaklaşım modelleri.....	54
Tablo 2.6.	Denklem 2.67 için SBL, Matsuda ve Oustaloup tamsayı yaklaşım metotları ile elde edilen transfer fonksiyonları.....	56
Tablo 3.1.	$\lambda \in [18, 22]$ için önerilen yöntem ile model parametrelerinin tahmini.....	77
Tablo 3.2.	Zaman gecikmesi parametresi seçimi için hata tablosu.....	89
Tablo 5.1.	İntegral performans kriterleri.....	144
Tablo 5.2.	ISE performans kriteri hesaplama tablosu [143]	147
Tablo 5.3.	$PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolörün $G_1(s)$ transfer fonksiyonu için optimal ayarlama parametreleri.....	149
Tablo 5.4.	$G_1(s)$ için sistem birim basamak cevabı performans karakteristikleri.....	149
Tablo 5.5.	$PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolörün $G_2(s)$ transfer fonksiyonu için optimal ayarlama parametreleri.....	151
Tablo 5.6.	$G_2(s)$ için sistem birim basamak cevabı performans karakteristikleri.....	151
Tablo 6.1.	$PI^{\lambda}D^{\mu}$ ve PID kontrolörlerinin performans karşılaştırmaları.....	174

SİMGELER VE KISALTMALAR

PI	Oransal İntegral (Proportional-Integral) kontrolör
PD	Oransal Türevsel (Proportional-Derivative) kontrolör
PID	Oransal İntegral Türevsel (Proportional-Integral-Derivative) kontrolör
PI^λ	Kesirli dereceli PI kontrolör
$PI^\lambda D^\mu$	Kesirli dereceli PID kontrolör
λ	İntegral teriminin kesir derecesi
μ	Türev teriminin kesir derecesi
LTI	Lineer Zamanla Değişmeyen (Linear Time Invariant)
CFE	Sürekli kesir açılımı (Continued Fraction Expansion)
PSE	Güç serisi açılımı (Power Series Expansions)
$FOPDT$	Birinci dereceden zaman gecikmeli sistem (First Order Plus Dead Time)
$SOPDT$	İkinci dereceden zaman gecikmeli sistem (Second Order Plus Dead Time)
SBL	Kararlılık sınır eğrisi (Stability Boundary Locus)
RDR	Referans gürültü oranı (Reference to Disturbance Ratio)
ISE	Hatanın karesinin integrali (Integral Squared Error)
$ISTE$	Zaman ağırlıklı hatanın karesinin integrali (Integral Squared Time Error)
IST^2E	Zamanın karesi ağırlıklı hatanın karesinin integrali (Integral Squared Time Squared Error)
FSM	Fourier Serileri Metodu (Fourier Series Method)

1. GİRİŞ

Kesir dereceli matematik, türev ya da integral elemanlarına ait operatörlerin üslerinin herhangi bir reel sayı ya da herhangi bir karmaşık sayı olarak ele alınıp incelendiği bir matematik bilim dalı olarak kabul edilir. Matematiksel ifadeler kullanarak tanımlamak gerekirse kesir dereceli türev ve integral en genel formda Denklem 1.1’de verilmiştir [1–3]:

$${}_aD_t^\alpha = \begin{cases} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} & \alpha > 0 \\ 1 & \alpha = 0 \\ \int_a^t (d\tau)^{(-\alpha)} & \alpha < 0 \end{cases} \quad (1.1)$$

Burada $\alpha \in R$ kesir derece değerini gösterir. ${}_aD_t^\alpha$ operatörü ise α değerine bağlı olarak kesir dereceli türev ya da integral operatörü olarak davranır. a ve t parametreleri, operatörün integratör olarak davrandığı $\alpha < 0$ durumunda integralin alt ve üst limitlerini göstermek için kullanılmıştır. Bu tanımlama α değerlerinin tamsayı olduğu durumlardaki türev ve integral operatörlerini de kapsadığı için genel bir tanımlama olarak kabul edilmiştir [2].

1695 yılında, L’Hospital’ın Leibniz’e yazdığı bir mektupta bir fonksiyonun n . dereceden türevi olan $D^n f(x) / Dx^n$ için $n = 1/2$ olursa ne olacağı sorusu üzerine kesir dereceli matematiğin temelleri atılmıştır [4,5]. Fiziksel anlamını açıklamak ve tamsayı dereceli bir türeve göre tanımlarını yapmak oldukça zor olduğundan bu sorunun cevabı uzun yıllar bir paradoks olarak kalmıştır [6]. Daha sonraki zamanlarda Euler, Fourier, Abel gibi birçok ünlü matematikçi bu konu üzerinde araştırmalar yapmış, farklı tanımlar ve metotlar kullanarak kesir dereceli türev ifadesine anlam kazandırmaya çalışmışlardır [7]. Bu matematikçiler arasından Riemann-Liouville, Grünwald-Letnikov ve Caputo’nun kesir dereceli türev ve integral için yapmış oldukları tanımlamalar oldukça büyük ilgi görmüş ve bu tanımlamaları temel alan birçok çalışma ve araştırma yapılmıştır [3]. Yaygın olarak kullanılan tanımlardan Riemann-Liouville kesir dereceli türev tanımı Denklem 1.2’de verilmiştir [1–3,8].

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_a^t \frac{f(\tau) d\tau}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}} \quad n-1 < \alpha < n \quad (1.2)$$

Bu denklemde $\Gamma(\cdot)$ Euler Gama fonksiyonu olarak ifade edilir. Riemann-Liouville kesir dereceli integral tanımı ise Denklem 1.3’de verilmiştir [2].

$${}_0 D_t^{-\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{\alpha-1} f(\tau) d\tau \quad 0 < \alpha < 1 \quad \text{ve} \quad t < 0 \quad (1.3)$$

Grünwald-Letnikov kesir dereceli türev tanımı aşağıdaki denklemde verilmiştir [1–3,8].

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} h^{-\alpha} \sum_{j=0}^{\frac{t-a}{h}} (-1)^j \binom{\alpha}{j} f(t-jh) \quad (1.4)$$

h adım aralığını, $(-1)^j \binom{\alpha}{j}$ ise binomial açılımdaki katsayıları ifade eder [2,8].

Caputo kesir dereceli türev tanımı ise aşağıdaki denklemde verildiği gibi ifade edilmiştir [1,3,9].

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha-n)} \int_a^t \frac{f^n(\tau) d\tau}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}} \quad (1.5)$$

Burada $n-1 < \alpha < n$ şartı ile n bir tamsayıdır.

Kontrol teorisinde Laplace dönüşümü analiz ve sentez kolaylığı sağlaması bakımından oldukça sık kullanılır. Bu nedenle, bu tanımlamaların Laplace dönüşümleri şu şekilde ifade edilmiştir [2,3].

$$L\left\{{}_a D_t^\alpha f(t)\right\} = \int_0^\infty e^{-st} {}_0 D_t^\alpha f(t) dt = s^\alpha F(s) - \sum_{m=0}^{n-1} s^m (-1)^j {}_0 D_t^{\alpha-m-1} f(t) \big|_{t=0} \quad (1.6)$$

n bir tamsayı ve $n-1 < \alpha < n$ aralığında tanımlanmıştır [2,3].
 $f(0) = f^{(1)}(0) = f^{(2)}(0) = f^{(3)}(0) = \dots = f^{(n-1)}(0) = 0$ olduğu zaman türev ve integral için Laplace dönüşümü Denklem 1.7'deki gibi ifade edilir [10]:

$$L\{ {}_0D_t^{\pm\alpha} f(t) \} = s^{\pm\alpha} F(s) \quad (1.7)$$

Benzer şekilde kesir dereceli türevin Fourier dönüşümü de aşağıdaki denklemde ifade edilmiştir [10]:

$$F\{ {}_0D_t^{\pm\alpha} f(t) \} = (j\omega)^{\pm\alpha} F(j\omega) \quad (1.8)$$

Kesir dereceli kontrol sistemlerin frekans cevapları, transfer fonksiyonunda $s^{\pm\alpha}$ yerine $(j\omega)^{\pm\alpha}$ yazıldığı zaman kesin değerler olarak elde edilir. Bu özellik, tamsayı kontrol sistemleri için frekans bölgesinde yapılan analizlerin kesir dereceli kontrol sistemlerinde kullanılması konusunda bir avantaj sağlar.

Kesir dereceli türev ve integral için bazı temel özellikler şu şekilde sıralanabilir [2]:

➤ $f(t)$ fonksiyonu eğer t 'nin bir analitik fonksiyonu ise, o zaman bu fonksiyonun ${}_0D_t^\alpha$ kesir dereceli türevi de α ve t 'nin bir analitik fonksiyonu olur.

➤ $\alpha = n$ için ve $n \in \mathbb{Z}$ olduğu zaman, ${}_0D_t^\alpha$ operatörü klasik tamsayı derece ile elde edilen türev ve integral ile aynı sonucu verir.

➤ $\alpha = 0$ için, ${}_0D_t^\alpha$ operatörü birim operatör olarak tanımlanır:

$${}_0D_t^0 f(t) = f(t)$$

➤ Kesir dereceli integral ve türev işlemi doğrusal işlemlerdir:

$${}_0D_t^\alpha af(t) + {}_0D_t^\alpha bg(t) = a {}_0D_t^\alpha f(t) + b {}_0D_t^\alpha g(t)$$

➤ $f(t)$ fonksiyonunun uygun sınırlamalar altında üs indekslerin toplamı şu şekildedir:

$${}_0D_t^\alpha {}_0D_t^\beta f(t) = {}_0D_t^\beta {}_0D_t^\alpha f(t) = {}_0D_t^{\alpha+\beta} f(t)$$

➤ Kesir dereceli türev ve tamsayı dereceli türev arasındaki değişme özelliği $t = a$ olduğu durumda ($f^{(k)}(a) = 0$, $k = 0, 1, 2, \dots, n-1$) aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

$$\frac{d^n}{dt^n}({}_a D_t^\alpha f(t)) = {}_a D_t^\alpha f(t) \left(\frac{d^n f(t)}{dt^n} \right) = {}_a D_t^{\alpha+n} f(t)$$

Kesir dereceli matematiğin mühendislik ve fen bilimleri alanlarına girmesi, karmaşık yapılarından dolayı çok da kolay bir süreç olmamıştır. Matematik alanında yapılan çalışmaların ve geliştirilen metotların artması neticesinde son yıllarda mühendislik, fen bilimleri ve endüstriyel uygulamalarda da kesir dereceli matematiğin kullanımı hızla artmaya başlamıştır. Bir nesnenin kesir dereceli bir modeli, yine aynı nesnenin tamsayı dereceli bir modeli ile karşılaştırıldığında gerçek dünyaya daha uyumlu olması ve daha doğru sonuçlar vermesi bu alana olan ilgiyi gün geçtikçe arttırmaktadır [10,11]. Kesir dereceli türev tabanlı modellerin kullanılmasının avantajları hususunda önemli temel fiziksel görüşler Caputo ve Mainardi tarafından yapılan bir çalışmada verilmiştir [12]. Örneğin, yarı sonsuz kayıplı RC iletimi, kütle difüzyonu ve ısı iletimi gibi dinamik süreçlerin tamsayı dereceli modelleri ile kıyaslandığında kesir dereceli modeller ile doğruya daha yakın bir şekilde modellenbildiği literatürde gösterilmiştir [13]. Ayrıca, piezoelektrik uyarıcılara sahip esnek materyaller dağınık bir parametre sistemine sahip oldukları için kesir dereceli diferansiyel denklemler kullanılarak daha doğru modellenebilmiştir [14]. Bellek ve kalıtsal etkilere sahip viskoelastik malzemeler [7,10,14], kimyasal süreç sistemleri [15], tav fırın sistemleri [10] gibi daha doğru matematiksel modellere ihtiyaç duyan birçok sistemde çeşitli kesir dereceli diferansiyel denklemler kullanılarak gerçeğe daha yakın modeller elde edilmiştir. Elektrik alanında, Westerlund tarafından kesir dereceli türevin kullanılması ile geliştirilen yeni bir kapasitör teorisi sunulmuştur [16].

Kesir dereceli sistemler, dereceleri tamsayı olmayan reel sayı ya da karmaşık sayı olan diferansiyel denklemler ile ifade edilen sistemlerdir [17]. Kesir dereceli sistemler matematik ve fizikçilerin dikkatini çektiği gibi kontrol mühendisliği alanında çalışanların da oldukça dikkatini çekmiş ve tamsayı olmayan diferansiyel denklemlerin temel alındığı kontrol alanı da kesir dereceli kontrol olarak tanımlanmıştır [17]. Sistem tanımlama, kontrolör tasarımı ve uygulamaları da bu alan içerisinde çalışılan konulardandır.

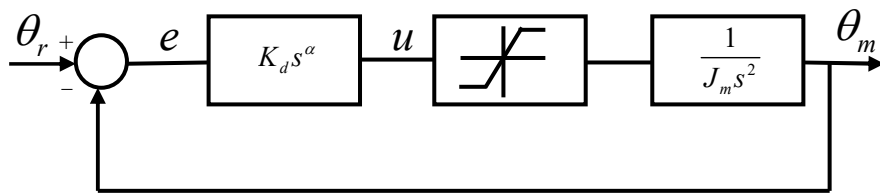
Kesir dereceli sistemlerin kontrol mühendisliğine girişi 1945 yılında Bode'nin geri beslemeli yükselteç tasarımı ile başlar [17,18]. Tasarlanan yükselteç için amaç,

yükseltecin doğrusal olmayan bir karakteristik göstermesi durumunda dahi doğrusallığının ve kararlı kazancının korunmasıdır [18]. Bu durumda

$$G(s) = \frac{A_0}{(s/\omega_0)^k + 1}$$

system için $k = 1.6667$ değerinde seçilmesi ve faz payı değeri 30° olacak şekilde gerçekleştirilmesi gerekmektedir [18,19].

Bode'nin bu fikri 1958 yılında Tustin tarafından Şekil 1.1'de gösterildiği üzere kapalı çevrim sistemde ağır nesnelerin pozisyon kontrolü ile ilgili yapılan çalışmada uygulanmıştır ve kesir dereceli kontrol ile ilgili yapılan ilk çalışmalardan da biri olarak kabul edilmiştir [11,20]. Bu çalışmada, A değişken kazanç faktörüne sahip kapalı çevrim $1/s^\beta$ 'nin karakteristik denklemi $1 + A(j\omega)^\beta = 0$ şeklinde verilmiştir. Bu denklemde nominal durumda $A = J_m / K_d$ ve $\beta = 2 - \alpha$ olarak tanımlanır. Karakteristik denklem $(j\omega)^\beta = -\frac{1}{A}$ şeklinde yeniden yazılıp, tamsayı sistemler için Nyquist diyagramı incelendiğinde $\beta = 2$ için sistem sıfır faz payından dolayı osilatörlü bir sistem olur ve $\beta = 1$ olduğunda ise sistemde sadece D^α kontrolör kullanıldığı için sistemin dayanıklılığı zayıflar. Bu durumda, β değerinin 1 ve 2 arasında kesirli bir değer alması kararlılık ve dayanıklılık arasında daha iyi bir denge sağlayacaktır [11]. Bu özelliğinden dolayı kesir dereceli matematiğin kontrol mühendisliğinde kullanılması oldukça dikkat çekmiştir.



Şekil 1.1. Kesir dereceli D^α kontrolör ile pozisyon kontrolü [11]

Kesir dereceli kontrol alanında ilk öncülerden biri de 1960'lı yıllarda, kontrol sistemleri için tamsayı olmayan integral uygulamaları ve sistem tasarımı üzerine yaptığı çalışmalarla Manabe'dir [17,19]. O tarihlerde yapılan çalışmalar günümüzde kesir dereceli kontrol alanında yapı taşlarından sayılsa da, yeterli olmayan matematiksel bilgi ve hesaplama zorluklarından dolayı pek anlaşılamamıştır [17].

Kesir dereceli bir kontrol sistemi, en genel manada kesir dereceli diferansiyel denklemler kullanılarak şu şekilde ifade edilir [2,21];

$$a_n D^{\alpha_n} y(t) + a_{n-1} D^{\alpha_{n-1}} y(t) + \dots + a_1 D^{\alpha_1} y(t) + a_0 y(t) = b_m D^{\beta_m} r(t) + b_{m-1} D^{\beta_{m-1}} r(t) + \dots + b_1 D^{\beta_1} r(t) + b_0 r(t) \quad (1.9)$$

Sistem teorisinde, dinamik davranışların analizi çoğunlukla Laplace dönüşümü kullanılarak elde edilen transfer fonksiyonları ile yapılır. Denklem 1.9'da Laplace dönüşümü uygulanırsa, kesir dereceli bir sistemin transfer fonksiyonu aşağıda gösterildiği gibi elde edilir [2,21]:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{b_m s^{\beta_m} + b_{m-1} s^{\beta_{m-1}} + \dots + b_0 s^{\beta_0}}{a_n s^{\alpha_n} + a_{n-1} s^{\alpha_{n-1}} + \dots + a_0 s^{\alpha_0}} = \frac{\sum_{i=0}^m b_i s^{\beta_i}}{\sum_{i=0}^n a_i s^{\alpha_i}} \quad (1.10)$$

Burada a_i ve α_i için $i = 0, 1, 2, \dots, n$, b_i ve β_i için $i = 0, 1, 2, \dots, m$ ve $\alpha_0 < \dots < \alpha_{n-1} < \alpha_n$ ve $\beta_0 < \dots < \beta_{m-1} < \beta_m$ olacak şekilde reel sayılar ile tanımlanır [2].

Kesir dereceli bir sistemin ayırık zamanda transfer fonksiyonu ise aşağıdaki denklemde verilmiştir [3,21]:

$$G(z) = \frac{b_m (\omega(z^{-1}))^{\beta_m} + b_{m-1} (\omega(z^{-1}))^{\beta_{m-1}} + \dots + b_0 (\omega(z^{-1}))^{\beta_0}}{a_n (\omega(z^{-1}))^{\alpha_n} + a_{n-1} (\omega(z^{-1}))^{\alpha_{n-1}} + \dots + a_0 (\omega(z^{-1}))^{\alpha_0}} \quad (1.11)$$

Kesir dereceli sistemler için Denklem 1.10 ve Denklem 1.11'de verilen ifadeler dikkate alındığında, sınırlı hafızaya sahip tamsayı dereceli sistemlerin aksine sonsuz boyutlu ayırık bir transfer fonksiyonuna sahip oldukları dolayısıyla da sonsuz bir hafızaya sahip oldukları sonucu ortaya çıkmaktadır [21,22]. Kesir dereceli sistemlerin frekans bölgesinde doğru analiz ve uygulamalarının yapılabilmesi büyük bir avantaj olarak kabul edilse de sistemlerin sonsuz hafızaya sahip olmaları sistemlerin realizasyonunu ve mevcut yöntemler kullanılarak özellikle zaman bölgesinde analiz ve uygulamalarının yapılmasını oldukça zorlaştırmaktadır [21]. Bu

sebeple de kesir dereceli gerçek sistemi mümkün olduğu kadar en doğru şekilde karakterize eden tamsayı dereceli yaklaşım modellerinin elde edilmesi gerekmektedir. Literatürde kabul görmüş tamsayı yaklaşım yöntemleri için [21,23–29] çalışmaları incelenebilir. Bölüm 2’de bazı yaklaşımlar ayrıntılı bir şekilde ele alınmıştır. Bu tez çalışmasında da tamsayı dereceli yaklaşım modellerinin elde edilmesi için yeni bir yöntem geliştirilmiş ve çeşitli kontrol sistemleri üzerinde uygulamaları yapılmıştır.

Reel kesir dereceli diferansiyel denklemlerin sentezinde fraktans olarak adlandırılan yeni bir elektriksel devre elemanının ortaya çıkmasıyla birlikte, elektrik, elektronik, robotik, sinyal işleme, bilgisayar donanımları gibi mühendislik uygulamalarına katkı sağlayacak çalışmalar yapılmaya başlanmıştır [30–33]. Aynı zamanda Oldham ve Zoski [34] fraktans elemanı için farklı bir devre yapısı önermiştir. Fraktans $Z(j\omega) = (j\omega)^\alpha$ olacak şekilde kesir dereceli bir empadans şeklinde ifade edilir [31]. Burada ω açısal frekansı temsil eder ve $\alpha = -1$ için kapasitans, $\alpha = 0$ için rezistans ve $\alpha = 1$ için ise indüktans olacak şekilde davranır. Faz açısı frekans ile sabittir, ancak kesir derecesi α değerine bağlı olarak değişir ve bu elemana fraktür denir [30]. Bobin, direnç ve kondansatör arasında makul derecede bir karakteristik fraktür kullanılarak elde edilebilir. Operasyonel bir yükselteç kullanarak kesir dereceli diferansiyelleme ve integrasyon işlemleri kolaylıkla yapılabilir [35].

Fraktans elemanının realizasyonu için özyinelemeli formda çeşitli konfigürasyonlar önerilmiştir [30,32]. Fakat bu konfigürasyonların donanımsal olarak karmaşık bir yapıya sahip olmaları büyük bir dezavantaj oluşturmaktadır. Fraktans elemanının realizasyonu için alternatif bir yol da tamsayı dereceli yaklaşım modellerinin kullanılmasıdır [31]. Bu bağlamda, tamsayı yaklaşım modellerinin geliştirilmesi yönünde yapılan çalışmaların önemi bir kez daha artmaktadır.

Kesirli matematiğin gerçek sistemleri daha doğru modelleme potansiyeline sahip olmasının yanında, gerçek sistemlerin daha etkili bir şekilde kontrol edilebilmesi için de kesir dereceli kontrolörlere ihtiyaç duyulduğu yapılan birçok çalışmada gösterilmiştir [11,26,36].

Kesir dereceli kontrolör yapısı ilk kez Oustaloup tarafından CRONE kontrolörü olarak literatüre sunulmuş ve klasik PID kontrolöre göre avantajlı yanları gösterilmiştir [37]. Yapılan çalışmaların geliştirilmesi neticesinde CRONE kontrolör

3. jenerasyona kadar yükseltilmiştir [38]. Ayrıca, PID tipi bir kontrolörde oransal bileşen yerine $\frac{1}{s^n}$ transfer fonksiyonuna sahip eğimli bir bileşen kullanılması ile elde edilen TID (tilted integral derivative) kontrolörü de kesir dereceli bir kontrolör yapısı olarak ele alınmıştır [39]. Bunlara ek olarak, kesir dereceli lead-lag kontrolör üzerine de yapılan çalışmalar mevcuttur [39,40].

Kesir dereceli PID ($PI^\lambda D^\mu$) kontrolör yapısı ise ilk kez Podlubny tarafından literatüre kazandırılmıştır [41]. $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör yapısı en genel formda aşağıda verilen denklemdeki gibi ifade edilmiştir [41]:

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s^\lambda} + k_d s^\mu \quad (1.12)$$

Bu denklemde λ integral teriminin kesir derecesi, μ ise türev teriminin kesir derecesini ifade eden reel sayılardır ve $\lambda \geq 0$ ve $\mu \geq 0$ olacak şekildedir. k_p oransal kazanç sabiti, k_i integral kazanç sabiti ve k_d türevsel kazanç sabitini ifade etmektedir. $\lambda = 1$ ve $\mu = 1$ olduğu durumda $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörü klasik PID yapısına dönüşür. $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör beş farklı ayarlama parametresine sahip olduğundan dolayı kapalı çevrim kontrol sistemlerinin kontrolünde daha esnek bir çalışma aralığı sağlaması ve yapılan çalışmalarda üstün performans göstermesi nedeni ile son yıllarda oldukça dikkat çeken konular arasında yer almaktadır [42].

$PI^\lambda D^\mu$ kontrolör parametrelerini ayarlamak için literatürde çeşitli yöntemler önerilmiştir. Örneğin Caponetto [43] analitik hususlara dayalı çeşitli yöntemler önerirken, Monje ve arkadaşları [44], çeşitli performans kriterlerinin nümerik olarak minimize edilmesine dayalı ayarlama teknikleri sunmuştur. Barbosa [45–47] PID kontrolörün davranışının istenen kesir dereceli transfer fonksiyonundan ne kadar farklı olduğunu ifade eden bir hata fonksiyonunu minimize ederek çeşitli tasarım teknikleri sunmuştur. Chen tarafından da benzer stratejide ayarlama teknikleri literatüre kazandırılmıştır [48].

Ayrıca, sentez yöntemi kullanılarak kesir dereceli sistemler ve $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör için modifiye edilmiş bir kök-yer eğrisi yöntemi önerilmiştir [49]. Üç farklı dayanıklılık tasarım özelliğine sahip bir PI^λ kontrolörü için optimum ayarları tanımlayan bir yöntem sunulmuştur [44]. Ziegler-Nichols kurallarından yola çıkarak

bir tasarım tekniği [50]'de sunulmuştur. Kesir dereceli kontrol alanında [40,42,51–56] yayınlarında yapılan çalışmalardan da görüleceği üzere $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolör tasarım tekniği üzerinde birçok araştırma ve uygulama yapılmıştır. Günümüzde de hala tasarım tekniklerini geliştirmek için çalışmalara devam edilmektedir. Yapılan bu tez çalışmasında da farklı tasarım teknikleri literatüre kazandırılmıştır.

Kesir dereceli kontrol için önemli çalışma konularından biri de kararlılık konusudur. Bu bağlamda, tamsayı dereceli bir LTI (Lineer Time Invariant) sistemin karakteristik polinomunun kökleri negatif ise veya negatif kısımlara sahip bir karmaşık eşlenik ise bu sisteme ait köklerin, kompleks düzlemin sol yarı-düzleminde bulunduğu ve sistemin kararlı olduğu söylenebilir. Fakat kesir dereceli sistemlerde bir sistemin kararlılığı tamsayı dereceli sistemlere göre farklı şekilde değerlendirilir. Kesir dereceli bir karakteristik denklemin kökleri farklı bir polinomsal yapıya sahip olduğundan dolayı Routh Tablosu tekniği gibi metotları direkt kullanarak sistemin kararlılık analizinin yapılması oldukça zordur [57]. Kesir dereceli sistemlerde tamsayı dereceli karakteristik polinomdan farklı olarak kompleks düzlemin sağ yarı-düzleminde kararlı kökler bulunabilmektedir [2]. Kesir dereceli kontrol sistemlerinde kararlılık analizi üzerine birçok çalışma yapılmıştır [9,13,57–69]. Kesir dereceli diferansiyel sistemlerinin kararlılığı üzerine asal çarpanlara ayırma yöntemi kullanılarak bir çalışma yapılmıştır [60]. Kesir dereceli LTI sistemler için kararlılık koşullarından bahsedilmiştir [58,59]. Bununla birlikte, dayanıklı kararlılık prosedürü ile ilgili çalışmalar tartışılmıştır [61,63,66]. LMI (Linear Matrix Inequality) yaklaşımı [65,66] ve Lyapunov yaklaşımı [68] da kesir dereceli LTI sistemlerinin kararlılığını araştırmak için kullanılmıştır.

Kararlılık konusuna durum uzay formunda bakmak gerekirse öncelikle kesir dereceli LTI bir sistemin durum uzay modelinin aşağıdaki denklemde verildiği gibi ifade edildiğini belirtmek gerekir [2];

$$\begin{aligned} {}_0D_t^q x(t) &= \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u(t) \\ y(t) &= \mathbf{C}x(t) \end{aligned} \tag{1.13}$$

Burada q değeri kesir dereceli sistemin derecesini $x \in R^n$, $u \in R^r$ ve $y \in R^p$ olmak üzere sırasıyla sistemin durum, giriş ve çıkış vektörlerini ifade etmektedir. Ayrıca

$\mathbf{A} \in R^{n \times n}$, $\mathbf{B} \in R^{n \times r}$ ve $\mathbf{C} \in R^{p \times n}$ olacak şekilde sistem matrisi, giriş matrisi ve çıkış matrisini ifade etmektedir.

Aşağıda bahsedilen koşullar yerine getirildiği zaman Denklem 1.13'te durum uzay formunda verilen sistemin kararlı olduğu [70] çalışmasında gösterilmiştir.

$$|\arg(\text{eig}(\mathbf{A}))| > q \frac{\pi}{2} \quad (1.14)$$

Burada kesir derecesi $0 < q < 1$ aralığında ve $\text{eig}(\mathbf{A})$ ise $\mathbf{A}$ matrisinin öz değerleri olacak şekilde ele alınmıştır.

Matignon kararlılık teoremine göre [70]; $G(s) = Z(s)/P(s)$ kesir dereceli bir transfer fonksiyonu olacak şekilde ancak ve ancak σ düzleminde aşağıdaki şartı sağladığı takdirde kararlıdır:

$$|\arg(\sigma)| > q \frac{\pi}{2}, \forall \sigma \in C, P(\sigma) = 0 \quad (1.15)$$

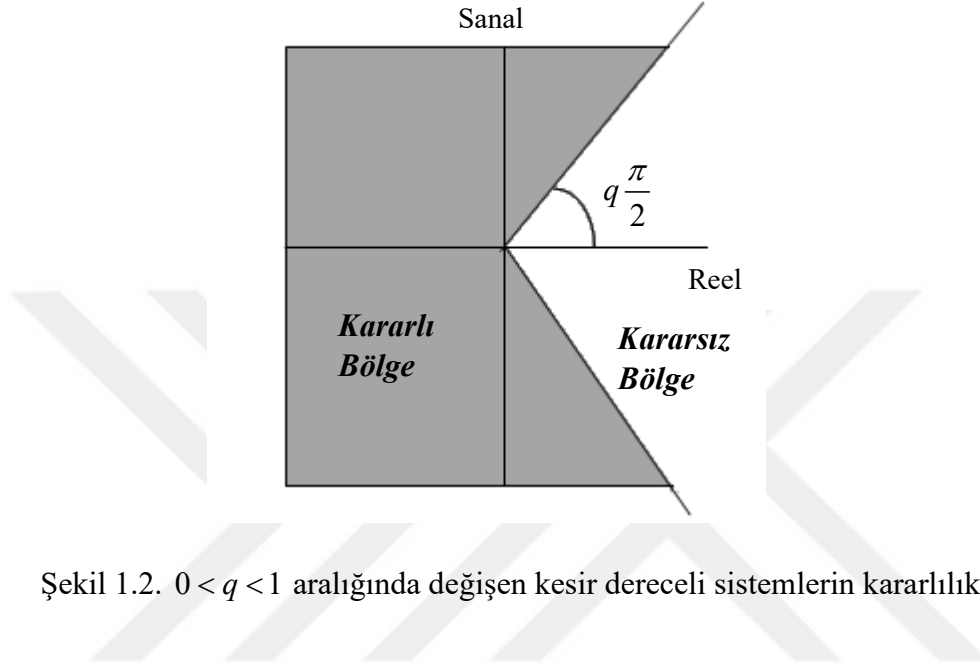
Burada $\sigma = s^q$ olacak şekilde tanımlanmıştır. $\sigma = 0$ durumunda $P(s)$ 'in tek kökü vardır ve sistem kararsızdır. $q = 1$ için kompleks düzlemdeki kutup yerleşim ve kararlılık değerlendirilmesi Riemann birinci katmanının sağ yarı düzleminde kutbu olmayacağı için tamsayı dereceli sistemlerdeki gibi olacaktır.

Kesir dereceli bir sistemi $0 < q < 1$ ve $\omega \in R^n$ için $D^q \omega = f(\omega)$ formunda ele aldığımızda $f(\omega) = 0$ denkleminin çözülmesi ile sistemin denge noktaları hesaplanmış olur. Bu denge noktaları ancak ve ancak Jakoben matrisi $\mathbf{J} = \partial f / \partial \omega$ 'nin bütün λ_j öz değerleri ($j = 1, 2, 3, \dots, n$) aşağıdaki şartı sağladığı takdirde asimptotik kararlı olacaktır.

$$|\arg(\text{eig}(\mathbf{J}))| = [\arg(\lambda_j)] > q \frac{\pi}{2}, \quad (1.16)$$

Şekil 1.2'de kompleks düzlemde $0 < q < 1$ için kesir dereceli sistemlerin kararlı ve kararsız bölgeleri gösterilmiştir.

Tezin bu bölümünde verilen literatür bilgisinden de anlaşılacağı üzere kesir dereceli kontrol sistemleri ve uygulamaları hakkında bir çok çalışma mevcuttur. Kesir dereceli matematik ve kontrol alanında yapılan çalışmaların artması ile geliştirilecek olan bu alan zaman içerisinde farklı alanlarda da kullanılarak çeşitli uygulamalarda faydalı olacağı düşünülmektedir.



Şekil 1.2. $0 < q < 1$ aralığında değişen kesir dereceli sistemlerin kararlılık bölgesi [2]

1.1. Bu Tezde Yapılan Çalışmalar

Bu tez çalışmasında kesir dereceli kontrol sistemleri için yeni bir tamsayı dereceli model yaklaşım yöntemi geliştirilmiş ve çeşitli analizlerden yola çıkarak tasarım ve kontrol uygulamaları üzerinde çalışmalar yapılmıştır:

1. Bölümde kesir dereceli kontrol sistemleri hakkında çeşitli matematiksel ifadeler kullanılarak literatür özeti verilmiştir.
2. Bölümde kesir dereceli kontrol sistemlerinde kullanılan kesir dereceli türev ve integral operatörleri için kararlılık sınır eğrisi (Stability Boundary Locus-SBL) analizlerinden [71] yola çıkarak yeni bir tamsayı model yaklaşım yöntemi sunulmuştur. Önerilen yöntemin amacı kesir dereceli operatörler ile tahmin edilen tamsayı dereceli modelinin SBL'lerini eşleştirmek ve gerçek sistemin kararlılık özelliklerini karakterize eden bir model elde etmektir. Bu bölümde ayrıca literatürdeki bazı yaklaşım yöntemleri hakkında da bilgiler verilmiş ve önerilen yöntem kullanılarak elde edilen modeller ile karşılaştırmaları yapılmıştır.

3. Bölümde ise bir ölü zaman kompanzatörü olarak literatürde kabul görmüş Smith öngörücüsü yapısında PI ve PID kontrolörler kullanıldığı durumlar için SBL yöntemi kullanılarak kararlılık analizleri yapılmıştır. Ayrıca Smith yapısında SBL eşleştirme yöntemi kullanılarak hem tamsayı dereceli hem de kesir dereceli sistem transfer fonksiyonlarının kullanıldığı durumlar için birinci dereceden zaman gecikmeli sistem (First Order Plus Dead Time-FOPDT) ve ikinci dereceden zaman gecikmeli sistem (Second Order Plus Dead Time- SOPDT) modelleri elde edilmiştir. Elde edilen bu modellerin kullanılması ile [72] çalışmasından yola çıkarak PI ve PID kontrolörleri için bir tasarım stratejisi sunulmuştur.

4. Bölümde kapalı çevrim kontrol sistemlerinin gürültü bastırma kapasitesini değerlendirebilmek için referansın gürültüye oranı (Reference to Disturbance Ratio-RDR) kriteri geliştirilmiştir. Haberleşme kanalı özelliklerinin kullanılması ile geliştirilen RDR analizinin kullanılması ile PID, PI^λ ve $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör yapıları için gürültü bastırma performansları araştırılmıştır ve çeşitli tasarımlar gerçekleştirilmiştir. SBL analiz yönteminden yola çıkarak RDR sınırlarını belirleyen bir yaklaşımdan da bahsedilmiştir. Böylece kararlı kontrolör parametrelerinin kullanılması ile gürültü bastırma performansı yüksek olan kontrolör tasarımları gerçekleştirilerek çeşitli örnekler ile gösterilmiştir.

5. Bölümde $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörü için hatanın karesinin integrali (Integral Squared Error-ISE), zaman ağırlıklı hatanın karesinin integrali (Integral Squared Time Error-ISTE) ve zamanın karesi ağırlıklı hatanın karesinin integrali (Integral Squared Time Squared Error-IST²E) performans kriterlerinin optimizasyonu yapılarak yeni bir tasarım tekniği sunulmuştur. Kesir dereceli sistemlerde birim basamak cevaplarının daha doğru elde edilmesini sağlayan Fourier Serileri Metodu (Fourier Series Method-FSM) [73] kullanılarak hata fonksiyonları tanımlanmış ve integral performans kriterleri hesaplamalarında kullanılmıştır. Tasarlanan $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörü literatürde bulunan farklı kontrolör ile karşılaştırılarak sunulan yöntemin iyi cevaplar ortaya koyduğu gösterilmiştir. Ayrıca bu bölümde standart form yapılarının kesir dereceli sistemlere uygulanabilmesi için SBL eşleştirme yöntemi kullanılmıştır. Elde edilen eşdeğer modelin kullanılması ile standart form yapısına dayalı PI-PD kontrolör tasarımının yapıldığı simülasyon sonuçları verilmiştir.

6. Bölümde FeedBack firmasının üretmiş olduğu 33-200 kodlu model olan ters sarkaç sistemi için SBL eşleştirme yöntemi kullanılarak $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör tasarımı

yapılmıştır. Tasarlanan kontrolör, firmanın önermiş olduğu PID kontrolör yapısı ile karşılaştırılarak daha iyi sonuçlar elde edildiği gösterilmiştir.

7. Bölümde ise bu tezde yapılan çalışmalarda elde edilen sonuçlar verilmiş ve gelecekte yapılabilecek çalışmalar için çeşitli önerilerde bulunulmuştur.



2. KARARLILIK SINIR EĞRİSİ EŞLEŞTİRME YÖNTEMİ KULLANILARAK KESİR DERECELİ TRANSFER FONKSİYONLARININ TAMSAYI DERECELİ YAKLAŞIM MODELLERİNİN ELDE EDİLMESİ

2.1. Giriş

Bu bölümde, kontrol sistemlerinde kullanılan kesir dereceli türev ve integral operatörlerinin tamsayı dereceli bir yaklaşım modelini elde etmek için yeni bir yöntem önerilmiştir. Önerilen yöntem, kesirli mertebeden türev ve integral operatörlerin kararlılık sınır eğrisi (SBL) ile tamsayı dereceli yaklaşık transfer fonksiyonlarının kararlılık sınır eğrisinin eşleştirilmesine dayanmaktadır.

SBL, kontrolör kullanılan kapalı çevrim bir kontrol sistemi için parametrik düzlemde kararlı ve kararsız bölgeleri birbirinden ayıran bir eğri olarak tanımlanır. SBL analizi, kapalı çevrim bir kontrol sisteminin kararlı bir şekilde çalışmasını sağlayan bütün kontrolör parametrelerini elde etmek ve bu kontrol parametrelerini grafiksel olarak göstermek için yapılmaktadır [71]. Bu çalışmanın amacı ise kesir dereceli operatörlerin SBL'lerinin, sınırlı bir frekans aralığında elde edilen tamsayı dereceli modellerinin SBL'leri ile eşleştirilebildiğini ortaya koymaktadır.

SBL eşleştirme yöntemi, istenen frekans aralıklarında kesir dereceli sistemlerin kararlılık sınır eğrileri üzerinden seçilen frekans noktalarının kullanılması ile elde edilen bir homojen lineer denklem sisteminin doğrudan çözülmesine bağlı kolay bir yöntemdir. Önerilen yöntemin performansını değerlendirmek için bazı nümerik örnekler üzerinde durulmuş ve elde edilen sonuçlar, literatürde oldukça kabul gören tamsayı dereceli yaklaşım yöntemleri ile karşılaştırılmıştır. Buna ek olarak, bir $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolörü için tamsayı dereceli modeli elde edilerek önerilen yöntemin uygulanabilirliği üzerinde çalışmalar yapılmıştır.

Ayrıca önerilen yöntem kullanılarak, farklı iki kesir dereceli transfer fonksiyonu ile elde edilen tamsayı dereceli yaklaşım modelleri arasındaki kararlılık bölgesi uyumu da yöntemin avantajları kapsamında verilmiştir.

2.2. Tamsayı Dereceli Yaklaşım Modellerin Elde Edilmesini Sağlayan Çeşitli Yöntemler

Bölüm 1’de bahsedildiği gibi kesir dereceli fonksiyonların sonsuz boyutlu fonksiyonlar olması nedeni ile pratik olarak uygulamalarını yapmak veya sayısal olarak simülasyonlarını gerçekleştirmek oldukça zordur [21,74]. Bu sebeplerden dolayı da kesir dereceli matematiğin en önemli konularından biri tamsayı dereceli yaklaşım yöntemleridir. Tamsayı yaklaşım yöntemlerinin kullanılması ile elde edilen yaklaşım modellerinin kesir dereceli sistemler yerine kullanılması ile bu sistemlerin realizasyonu sağlanabilmektedir.

Tamsayı yaklaşım yöntemleri, frekans bölgesinde sürekli zamanlı yaklaşım yöntemleri ve zaman bölgesinde ayrık zamanlı yaklaşım yöntemleri olarak sınıflandırılabilir [74]. Frekans bölgesinde örnek vermek gerekirse, Oustaloup frekans cevabı eşleştirmesi [25] kullanarak bir tamsayı dereceli transfer fonksiyonu elde etmek için sınırlı bir frekans aralığında kutupların ve sıfırların özyinelemeli dağılımına dayanan bir yaklaşım metodu sunmuştur. Carlson [23] Newton iteratif yöntemini kullanarak bazı kısıtlamalara sahip bir metodoloji sunmuştur. Farklı noktalarda seçilen frekanslardaki kesir dereceli transfer fonksiyonlarının kazancını kullanan bir başka yaklaşım yöntemi Matsuda [24] tarafından önerilmiştir. Kesir dereceli fonksiyon üslerinin sürekli kesir olarak açılımına dayalı, hem düşük hem de yüksek frekanslarda yaklaşık transfer fonksiyonunun elde edilmesine olanak sağlayan sürekli kesir açılımı (CFE-Continued Fraction Expansion) yöntemi sunulmuştur [29,75]. Xue ve arkadaşları [76], yüksek ve düşük frekans sınırlarında gerçekleşen eşleşme probleminin üstesinden gelmek için Oustaloup yaklaşım metodunu geliştirerek daha iyi sonuçların elde edilebileceği bir yöntem önermişlerdir. Kesir dereceli sistemlerin etkili bir şekilde tamsayı dereceli yaklaşım modellerinin frekans bölgesinde elde edilmesi için önerilen farklı yöntemler literatürde bulunabilir [27,77,78].

Zaman bölgesinde ise, Euler operatörünün doğrudan güç serisi açılımı (PSE-Power Series Expansions) ve Tustin operatörünün CFE sonsuz darbe cevabı (IIR-Infinite Impulse Response) formunda sunulmuştur [26]. Fakat, Tustin operatörü ayırıklaştırma işleminde yüksek frekans bölgesinde büyük hatalar verebilmektedir. Daha sonra, Al-Alaoui operatörü [79] Euler ve Tustin operatörlerinin karışık bir

yöntemi olarak önerilmiştir. Sonlu darbe cevabı (FIR- Finite Impulse Response) filtresini kullanan bir şema [80] çalışmasında verilmiştir, ancak doğru yaklaşımlar için çok yüksek dereceden filtre kullanmak gerekmektedir. Bu sebepten dolayı, IIR formları ayrık zamanlı yaklaşımlarda yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu yaklaşım yöntemlerinin yanı sıra, kesir dereceli operatörlerin tamsayı yaklaşımları için integratör ve faz ilerlemeli filtrelerin uygulandığı durum-uzay modeli kullanılan farklı yöntemler de geliştirilmiştir [81,82]. Kesir dereceli operatörler için farklı ayrık zamanlı yaklaşım metotları da literatürde mevcuttur [28,83].

Bu tezde ise kesir dereceli türev/integral operatörleri $s^{\pm\alpha}$, ($\alpha \in R$) için SBL eşleştirmesi kullanılarak sürekli zamanlı bir tamsayı yaklaşım yöntemi sunulmuştur. SBL analizi, ayarlanabilir parametrelerin karakteristik polinomun katsayılarında doğrusal olmayan bir şekilde ortaya çıktığı ve bir sistemin parametre düzlem diyagramının grafiksel olarak elde edilmesine olanak sağlayan parametrik bir yöntemdir [84]. Yapılan çalışmalarda SBL analizinin, bir kapalı çevrim kontrol sistemine ait PI/PID kontrolörlerinin sistemi kararlı yapan bütün kontrolör parametrelerini grafiksel olarak gösteren kararlılık bölgelerinin elde edilmesine olanak sağladığı görülmektedir [71,85]. Böylece, bir PI/PID kontrolör tasarlamak için kapalı çevrim kontrol sisteminin kararlılığını garanti eden kontrolör parametreleri kararlılık bölgeleri kullanılarak seçilebilir. Kesir dereceli kontrolörler, her ne kadar kesir dereceli matematik kullanılarak teorik olarak ifade edilse de, tamsayı dereceli kontrolörler olarak realizasyonlarının yapılması gerekmektedir [67,86]. Tavazoei [87] tarafından yapılan bir çalışmada, yaklaşık bir modelin kararlılık bölgesinin kesir dereceli fonksiyonundan farklı olabileceği gösterilmiştir. Daha açık bir şekilde ifade etmek gerekirse, kesir dereceli bir kontrol sisteminin kararlı olduğu halde tamsayı yaklaşım modelinin kararsız olabileceği ya da kesir dereceli sistemin kararsız olduğu halde tamsayı yaklaşım modelinin kararlı olabileceği gibi durumların oluşabileceği ve bu durumların realizasyonda kararlılığın korunma problemi diye bir probleme sebebiyet verebileceği vurgulanmıştır [87]. Bu problemten hareketle bu tez çalışmasında, tamsayı dereceli yaklaşım modelin kararlılığı koruma özelliklerine sahip olacak şekilde, kesir dereceli bir fonksiyon ile tamsayı dereceli yaklaşım modelinin kararlılık sınır eğrilerini eşleştirerek bir tamsayı yaklaşım yöntemi geliştirmek hedeflenmiştir.

Mevcut çalışmada, kesir dereceli sistemin kararlılık sınır eğrisi, PI kontrolörün kullanıldığı geri beslemeli bir sistemde bulunan sistem transfer fonksiyonunun kesir dereceli bir operatör olduğu düşünülerek hesaplanmaktadır. Daha sonra, SBL örnekleme noktalarını eşleştirmek için katsayıları bilinmeyen tamsayı dereceli bir model ile kesir dereceli operatör yer değiştirir. Tamsayı dereceli yaklaşım modelin bilinmeyen katsayılarının kullanılması ile oluşturulan karakteristik denklemlerin bir araya getirilmesi ile homojen lineer denklem sistemleri elde edilir. Bu lineer denklemler, önceden tanımlanmış bir frekans aralığında bir kesir dereceli modelin kararlılık sınır eğrisinden alınan örnek noktalar kullanılarak çözülür ve böylece tamsayı dereceli modelinin bilinmeyen katsayıları elde edilmiş olur. Bu yöntemin bir avantajı, istenen SBL örnekleme noktaları için karakteristik polinomdan türetilen lineer denklemlerin çözülmesi ile çözümün basitleştirilmesidir. Ayrıca, bu çözüm tekniği, bir kesir dereceli sisteminin SBL'sinde seçilen örnek noktalara bağlı olarak birden fazla transfer fonksiyonu elde etmeyi mümkün kılmaktadır. Öncelikle literatürde oldukça popüler olan yaklaşım metotlarından bazıları incelendikten sonra önerilen yöntemin ayrıntılarından bahsedilecektir.

2.2.1. Oustaloup Yaklaşım Yöntemi

$F(s) = s^\alpha$ kesir dereceli bir operatör ve $\alpha \in R^+$ olmak üzere N tane sıfır ve N tane kutup değerine sahip tamsayı dereceli yaklaşım transfer fonksiyonu

$$\hat{F}(s) = C_0 \prod_{n=1}^N \frac{1 + \frac{s}{\omega_{zn}}}{1 + \frac{s}{\omega_{pn}}} \quad (2.1)$$

olacak şekilde elde edilir [25]. Yaklaşım transfer fonksiyonu seçilen frekans aralığı $[\omega_L, \omega_H]$ olacak şekilde düşük ve yüksek frekans aralığında kesir dereceli operatörün karakteristiğini iyi taşımaktadır. Fakat düşük ve yüksek frekans sınırlarında yaklaşım metodu doğru sonuç vermemektedir [74]. Bu sebeple de modifiye edilmiş Oustaloup metodu Xue ve arkadaşları [76] tarafından geliştirilmiş ve bu probleme çözüm getirilmiştir.

N tane sıfır ve kutupların özyinelemeli bir dağılım gösterecek şekilde yerleştirildiği frekans değerleri aşağıda verilen denklemler ile elde edilir. Eğer özyinelemeli algoritmaya bir sıfır ile başlanmış ise dağılım

$$\begin{aligned}\omega_{z1} &= \omega_L \sqrt{\eta} \\ \omega_{pn} &= \omega_{zn} \beta, \quad n = 1 \dots N \\ \omega_{zn+1} &= \omega_{pn} \eta, \quad n = 1 \dots N-1 \\ \omega_H &= \omega_{pN} \sqrt{\eta}\end{aligned} \quad (2.2)$$

olacak şekilde hesaplanır. Eğer özyinelemeli dağılım bir kutup ile başlıyorsa

$$\begin{aligned}\omega_{p1} &= \omega_L \sqrt{\eta} \\ \omega_{zn} &= \omega_{pn} \beta, \quad n = 1 \dots N \\ \omega_{pn+1} &= \omega_{zn} \eta, \quad n = 1 \dots N-1 \\ \omega_H &= \omega_{zN} \sqrt{\eta}\end{aligned} \quad (2.3)$$

şeklinde hesaplamalar yapılır. Denklem 2.2 $\alpha > 0$ türev operatörü durumuna karşılık gelir ve bu durumda artan bir kazanç ve pozitif bir faz değeri olacak şekilde frekans tepkisi verir. Denklem 2.3 ise $\alpha < 0$ integral operatörü durumuna karşılık gelir ve bu durumda azalan bir kazanç ve negatif bir faz değeri olacak şekilde frekans tepkisi verir. Her iki denklem kullanılarak aşağıdaki ifadeler elde edilebilir.

$$\omega_H = \omega_L (\beta \eta)^N \Rightarrow \beta \eta = \left(\frac{\omega_H}{\omega_L} \right)^{1/N} \quad (2.4)$$

Denklem 2.4'te $\beta = (\beta \eta)^{|\alpha|} = \left(\frac{\omega_H}{\omega_L} \right)^{|\alpha|/N}$ ve $\eta = (\beta \eta)^{1-|\alpha|} = \left(\frac{\omega_H}{\omega_L} \right)^{(1-|\alpha|)/N}$ şeklindedir.

2.2.2. Carlson Yaklaşım Yöntemi

Carlson yaklaşım yöntemi $F(s)$ kesir dereceli operatörü için sürekli zamanlı bir yaklaşım yöntemidir. $F(s)$ kesir dereceli operatörü $F^{1/\alpha}(s) = s$ şeklinde

düzenlenecek olursa Newton'un iteratif metodu kullanılarak $F(s)$ transfer fonksiyonu için tamsayı dereceli yaklaşımı için çözüm şu şekilde elde edilir [23,74]:

$$F_i(s) = F_{i-1}(s) \frac{\left(\frac{1}{\alpha} - 1\right) F_{i-1}^{1/\alpha}(s) + \left(\frac{1}{\alpha} + 1\right) s}{\left(\frac{1}{\alpha} + 1\right) F_{i-1}^{1/\alpha}(s) + \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right) s} \text{ ve } F_0(s) = 1 \quad (2.5)$$

Bu yöntemin uygulanmasında, $(1/\alpha \in \mathbb{Z})$ için α değerlerinin $\pm 1/2$, $\pm 1/3$, $\pm 1/4$ vs. şeklinde değerler alması gerekmektedir. Bu yöntemde her iterasyon yaklaşım fonksiyonunun kazanç ve faz üzerindeki dalgalanmaları azaltır ve geçerli olduğu frekans aralığını genişletir. Tamsayı yaklaşım fonksiyonunun karakteristiği uygun olana kadar iterasyon çalıştırılabilir fakat sıfır ve kutupların sayısının hızlı bir şekilde artabileceği unutulmamalıdır [23,74].

2.2.3. Matsuda Yaklaşım Yöntemi

Matsuda yöntemi [24] kesir dereceli bir operatörün kazanç değerlerini kullanarak sürekli zamanlı tamsayı yaklaşım transfer fonksiyonunun elde edilmesini sağlamaktadır. Kazanç değerlerinin tespit edilmesi için seçilen farklı frekans noktalarının sayıları yaklaşım modelin sıfır ve kutuplarının sayısını belirler. M sayıda sıfırlar ve M sayıda kutuplar için, $2M + 1$ sayıda farklı frekans noktaları seçilmelidir [74]. Bu yöntemin iyi sonuçlar verebilmesi için her zaman seçilen frekans noktalarının sayısının tek olması uygun sonuç verecektir. Eğer seçilen noktaların sayısı çift olduğu takdirde sıfırların sayısı kutupların sayısından bir fazla olacak ve elde edilmek istenen model uygun (*proper*) olmayacaktır.

Seçilen frekans noktaları $\omega_0, \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N$ olacak şekilde ifade edilirse Matsuda yöntemini uygulayabilmek için aşağıda verilen $d_0, d_1, d_2, \dots, d_N$ fonksiyonların elde edilmesi gerekmektedir.

$$\begin{aligned}
d_0(\omega) &= |F(j\omega)| \\
d_1(\omega) &= \frac{\omega - \omega_0}{d_0(\omega) - d_0(\omega_0)} \\
d_2(\omega) &= \frac{\omega - \omega_1}{d_1(\omega) - d_1(\omega_1)} \\
&\vdots \\
d_N(\omega) &= \frac{\omega - \omega_{N-1}}{d_{N-1}(\omega) - d_{N-1}(\omega_{N-1})}
\end{aligned} \tag{2.6}$$

Elde edilen bu fonksiyonların kullanılması ile $(N+1) \times (N+1)$ boyutunda aşağıda ifade edilen üst üçgen matris oluşturulur.

$$B = \begin{bmatrix} d_0(\omega_0) & d_0(\omega_1) & \cdots & d_0(\omega_N) \\ & d_1(\omega_1) & \cdots & d_1(\omega_N) \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & d_N(\omega_N) \end{bmatrix} \tag{2.7}$$

B matrisinin kullanılması ile elde edilmek istenen modelin katsayıları $k=0$ için $\beta_k = B_{kk} = |F(j\omega_0)|$ ve $k=1,2,\dots,N$ için $\beta_k = B_{kk} = \frac{\omega_k - \omega_{k-1}}{d_{k-1}(\omega_k) - d_{k-1}(\omega_{k-1})}$ olacak şekilde aşağıda verilen sürekli bir kesir açılımı ile tanımlanır [24].

$$\hat{F}(s) = \beta_0 + \frac{s - \omega_0}{\beta_1 + \frac{s - \omega_1}{\beta_2 + \frac{s - \omega_2}{\beta_3 + \dots}}} = \beta_0 + \frac{s - \omega_0}{\beta_1 +} \frac{s - \omega_1}{\beta_2 +} \frac{s - \omega_2}{\beta_3 +} \dots \left[\beta_0; \frac{s - \omega_{k-1}}{\beta_k} \right]_{k=1}^{+\infty} \tag{2.8}$$

2.2.4. Sürekli Kesir Açılımı (CFE) Yöntemi

Sürekli kesir açılımı (CFE), fonksiyonların üslerinin kesirsel açılımlar kullanarak genişletilmesi esasına dayalı bir yöntemdir [29]. CFE yöntemi kuvvet serileri açılımları (PSE) ile kıyaslandığında daha hızlıdır ve kompleks düzlemde geniş bir alanda yakınsayan fonksiyonların elde edilmesini sağlar [35]. Rasyonel olmayan bir transfer fonksiyonu için sürekli kesir açılımı şu şekilde ifade edilir;

$$G(s) = a_0(s) + \frac{b_1(s)}{a_1(s) + \frac{b_2(s)}{a_2(s) + \frac{b_3(s)}{a_3(s) + \dots}}} = a_0(s) + \frac{b_1(s)}{a_1(s)} \frac{b_2(s)}{a_2(s)} \frac{b_3(s)}{a_3(s)} \dots \quad (2.9)$$

Burada $a_i(s)$ ve $b_i(s)$ birer sabit değer ya da s değişkenine bağlı birer rasyonel fonksiyon olarak ifade edilir [21]. Benzer şekilde sürekli kesir açılımı rasyonel olmayan bir fonksiyon için polinomsal formda da ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} G(s) &= R_{i(i+1) \dots (i+m)} = \frac{P_\mu(s)}{Q_\nu(s)} \\ &= \frac{p_0 + p_1 s + \dots + p_\mu s^\mu}{q_0 + q_1 s + \dots + q_\nu s^\nu} \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$m+1 = \mu + \nu + 1$$

CFE yöntemi bir kesir dereceli transfer fonksiyonunun tamsayı dereceli modelini elde ederek kararlılık konusunda değerlendirme yapmak için oldukça tercih edilen bir metottur [35].

2.2.4.1. Genelleştirilmiş Sürekli Kesir Açılımı (CFE) Yöntemi

$G(s) = s^{-\alpha}$ ile verilen bir kesir dereceli integral operatörünün, $0 < \alpha < 1$ için aşağıda verilen transfer fonksiyonlarını CFE yönteminde kullanarak tamsayı dereceli yaklaşım modelleri elde edilebilir [21,35].

$$G_h(s) = \frac{1}{(1 + sT)^\alpha} \quad (2.11)$$

Burada $G_h(s)$ yüksek frekanslarda yani $1 \ll \omega T$ olduğu durumlar için yaklaşım modellerini

$$G_l(s) = \left(1 + \frac{1}{s}\right)^\beta \quad (2.12)$$

$G_l(s)$ ise $\omega \ll 1$ olduğu durumda yani düşük frekanslardaki yaklaşım modellerini göstermektedir.

2.2.5. PSE ve CFE kullanarak ayırık zamanda yaklaşım yöntemi

$(1 - z^{-1})^\alpha$ ifadesine PSE yaklaşım yöntemini uygulayabilmek için Grünwald-Letnikov formülü derecesi α olan kesir dereceli bir türev için aşağıdaki denklemde gösterildiği gibi elde edilir [21];

$$\nabla_T^\alpha f(nT) = T^{-\alpha} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \binom{\alpha}{k} f((n-k)T) \quad (2.13)$$

$(1 - z^{-1})^{-\alpha}$ ifadesine PSE yöntemini uygulayabilmek için derecesi α olan kesir dereceli bir integral için Grünwald-Letnikov formülü [88];

$$\nabla_T^{-\alpha} f(nT) = T^{-\alpha} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \binom{-\alpha}{k} f((n-k)T) \quad (2.14)$$

olacak şekilde elde edilir [21]. Aşağıda verilen ilişki kullanılarak ayırık zamanlı yaklaşım transfer fonksiyonu elde edilir.

$$Y(z) = T^{\pm\alpha} PSE \left\{ (1 - z^{-1})^{\pm\alpha} \right\} F(z) \quad (2.15)$$

T örnekleme zamanı, $Y(z)$ çıkış dizisi $Y(nT)$ 'nin Z dönüşümü, $F(z)$ giriş dizisi $F(nT)$ 'in Z dönüşümü, $PSE\{u\}$ ise u fonksiyonun PSE uygulaması ile elde edilen ifadeyi temsil etmektedir. Bu uygulama sonucu elde edilen ifade;

$$D^{\pm\alpha}(z) = \frac{Y(z)}{F(z)} = T^{\pm\alpha} PSE \left\{ (1 - z^{-1})^{\pm\alpha} \right\} \quad (2.16)$$

şeklinde olacaktır.

Burada $D^{\pm\alpha}(z)$ kesir dereceli operatörün ayırık eşdeğerini göstermektedir.

$\omega(z^{-1}) = 2 \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$ üretme fonksiyonun kullanılması ile elde edilen kesir dereceli fonksiyon

$$\omega(z^{-1})^{\pm\alpha} = \left(2 \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \right)^{\pm\alpha} \quad (2.17)$$

şeklindedir. Bu fonksiyona *CFE* uygulanması ile tamsayı yaklaşım model elde edilebilir.

$$\begin{aligned} D^{\pm\alpha}(z) &= \frac{Y(z)}{F(z)} = T^{\pm\alpha} CFE \left\{ \left(2 \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \right)^{\pm\alpha} \right\}_{p,q} \\ &= T^{\pm\alpha} \frac{P_p(z^{-1})}{Q_q(z^{-1})} \end{aligned} \quad (2.18)$$

Bu denklemde $CFE\{u\}$, u fonksiyonun *CFE* uygulaması ile elde edilen ifadeyi temsil etmektedir [21].

Bu yaklaşımlar dışında Grünwald-Letnikov yaklaşım yöntemi, Maclaurin serileri kullanılarak yaklaşım yöntemi, zaman cevabı tabanlı yaklaşım yöntemi gibi burada bahsedilmeyen birçok yöntem bulunmaktadır. Ayrıntılar ve uygulamalar için [36,74,80,89] çalışmaları incelenebilir.

2.3. PI ve PID Kontrolörler için Kararlılık Analizi

Kapalı çevrim bir sistemde kullanılan bir kontrolörün amacı sistemi kararlı hale getirmek ve kararlılık halini sürdürmektir. Bu nedenle, kontrol teorisi alanında kararlılık konusu en önemli konulardan biridir. Ho ve arkadaşlarının [90,91] Hermite-Biehler teoreminin genelleştirilmiş versiyonuna dayanan bir çalışmasından sonra özellikle P, PI ve PID kontrolörlerin tüm kararlı parametrelerinin hesaplanması üzerine pek çok yöntem geliştirilmiştir. Örneğin, bir sistemi kararlı yapan tüm PID kontrolörlerin hesaplanmasına yönelik Nyquist kararlılık kriterine dayalı bir çalışma

Munro ve Söylemez [92] tarafından yapılmıştır. Tekil frekans yaklaşımını kullanan bir parametre uzayı yaklaşımı [93] çalışmasında verilmiştir. Kararlılık sınırı eğrisi metodunu kullanarak kararlılık bölgelerinin hesaplanması için bir yöntem [71,85]'de sunularak literatüre kazandırılmıştır. Bu tez çalışmasında ise [71,85] nolu referanslarda önerilen kararlılık sınır eğrisi metodu baz alınarak yeni yöntemler geliştirilmiş ve uygulamaları yapılmıştır. Ayrıca, Hamamcı tarafından PI^λ ve $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörleri için kararlılık analizleri [94] ve zaman gecikmeli kesir dereceli sistemler için kararlılık analizi [62] çalışmaları da literatüre kazandırılmıştır.

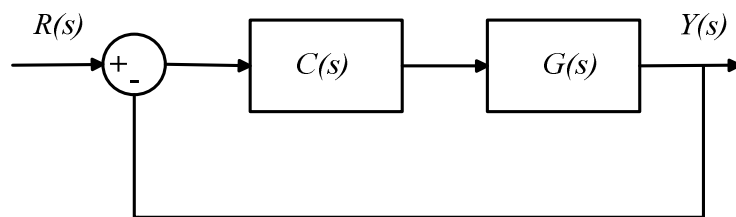
Bir sistemi kararlı yapan tüm kontrolör parametrelerini hesaplamak için öncelikle Şekil 2.1'de verilen kapalı çevrim kontrol sisteminde $G(s)$ 'i bir sistem transfer fonksiyonu ve $C(s)$ 'i ise bir PID kontrolör olarak ele alalım. Kapalı çevrim kontrol sisteminin kararlılığını garanti eden bütün kontrol parametrelerini grafiksel olarak gösteren kararlılık bölgesini elde etmek için bazı hesaplamaların yapılması gerekmektedir. İşlem kolaylığı ve konunun anlaşılabilirliği açısından $G(s)$ 'i aşağıdaki denklemde verildiği gibi ikinci dereceden bir transfer fonksiyonu olarak ele alalım.

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (2.19)$$

Klasik bir PID kontrolörü ise

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \quad (2.20)$$

olacak şekilde ifade edelim. Burada k_p , k_i ve k_d sırasıyla, oransal kazanç sabitini, integral kazanç sabitini ve türevsel kazanç sabitini ifade etmektedir.



Şekil 2.1. Kapalı çevrim kontrol sistemi

Şekil 2.1’de verilen sistemin karakteristik polinomu şu şekilde elde edilir.

$$\Delta(s) = b_2 k_d s^4 + (b_2 k_p + b_1 k_d + a_2) s^3 + (b_2 k_i + b_1 k_p + b_0 k_d + a_1) s^2 + (b_1 k_i + b_0 k_p + a_0) s + b_0 k_i = 0 \quad (2.21)$$

Karakteristik polinom katsayıları $i = 0, 1, 2, \dots, n$ için c_i ile ifade edilecek olursa, $N(s)$ ve $D(s)$ ’in derecelerine bağlı olacak şekilde k_p , k_i ve k_d ’nin fonksiyonları aşağıdaki gibi yazılabilir. Böylece, polinomsal olarak elde edilen karakteristik denklem için parametre uzay yaklaşımı kullanılarak bazı değerlendirmelerin yapılması mümkün olacaktır.

$$\Delta(s) = c_n s^n + c_{n-1} s^{n-1} + \dots + c_1 s + c_0 = 0 \quad (2.22)$$

Kararlı bir polinomun bir kökünün sanal eksenenden geçmesi için parametre uzayı yaklaşımında üç durum dikkate alınır [95,96].

- 1) *Gerçek kök sınırı*: $s = 0$ için reel köklerden biri sanal eksenenden geçer ve karakteristik polinomda $c_0 = 0$ olur.
- 2) *Sonsuz kök sınırı*: $s = \infty$ için reel köklerden biri sanal eksenenden geçer ve karakteristik polinomda $c_n = 0$ olur.
- 3) *Kompleks kök sınırı*: $s = j\omega$ olduğu durumda karakteristik polinomun hem reel hem de sanal kökleri aynı anda sıfır olursa polinom kararsız olur.

Bu üç durum göz önüne alınarak kompleks kök sınırını elde etmek için, $G(s)$ transfer fonksiyonunda $s = j\omega$ dönüşümü yapıldıktan sonra, pay ve paydası tek ve çift kısımlara ayrılırsa

$$G(j\omega) = \frac{N_e(-\omega^2) + j\omega N_o(-\omega^2)}{D_e(-\omega^2) + j\omega D_o(-\omega^2)} \quad (2.23)$$

elde edilmiş olur. Burada N_e ve N_o pay polinomunun çift ve tek kısımlarını, D_e ve D_o ise payda polinomunun çift ve tek kısımlarını göstermektedir. Daha sonra kapalı

çevrim kontrol sistemin karakteristik polinomunda reel ve sanal kısımlar sıfıra eşitlenirse k_p ve k_i parametreleri k_d parametresinin herhangi bir sabit değeri için aşağıdaki şekilde elde edilmiştir.

$$k_p(\omega, k_d) = \frac{P_5(\omega)P_4(\omega) + P_6(\omega)P_2(\omega)}{P_1(\omega)P_4(\omega) + P_2(\omega)P_3(\omega)} \quad (2.24)$$

$$k_i(\omega, k_d) = \frac{P_6(\omega)P_1(\omega) + P_5(\omega)P_3(\omega)}{P_1(\omega)P_4(\omega) + P_2(\omega)P_3(\omega)} \quad (2.25)$$

Burada $i = 1, \dots, 6$ olacak şekilde P_i ifadeleri aşağıdaki denklem ile ifade edilmiştir.

$$\begin{aligned} P_1(\omega) &= -\omega^2 N_o(-\omega^2) \\ P_2(\omega) &= N_e(-\omega^2) \\ P_3(\omega) &= \omega N_e(-\omega^2) \\ P_4(\omega) &= \omega N_o(-\omega^2) \\ P_5(\omega) &= \omega^2 D_o(-\omega^2) + \omega^2 N_e(-\omega^2) k_d \\ P_6(\omega) &= -\omega D_e(-\omega^2) + \omega^2 N_o(-\omega^2) k_d \end{aligned} \quad (2.26)$$

Denklem 2.24 ve 2.25 eşzamanlı çözülürse elde edilen değerlerin (k_p, k_i) düzleminde oluşturduğu sınır, kararlı ve kararsız bölgeleri birbirinden ayıran kararlılık sınır eğrisi olarak tanımlanmaktadır [71,85,96]. Denklem 2.26'da $P_5(\omega)$ ve $P_6(\omega)$ ifadelerinden anlaşıldığı üzere k_p ve k_i değerleri, sabit bir k_d değeri için hesaplanmaktadır.

Kararlılık sınır eğrisi ile $k_i = 0$ arasında kalan bölge önceden belirlenmiş k_d değerleri için kararlılık bölgelerini tanımlanmaktadır. Farklı k_d değerleri kullanılarak PID kontrolörün (k_p, k_i, k_d) parametreleri için kararlılık bölgeleri elde edilebilir.

$k_d = 0$ için ise kararlılık sınır eğrisi $k_i = 0$ ve $k_p = -\frac{a_2}{b_2}$ doğruları arasında kalan bölge PI kontrolör için kararlılık bölgesini belirler [71,85,96].

2.3.1. SBL Analizinin PI Kontrolör ve Tamsayı Dereceli Sistemleri için Genelleştirilmesi

Şekil 2.1 için Denklem 2.19’da verilen ikinci dereceden transfer fonksiyonunu tamsayı dereceli sistemlerde genel bir formda tanımlamak için $G_T(s) = N_T(s) / D_T(s)$ olarak yeniden yazılırsa ve Denklem 2.20’de verilen PID kontrolör $C(s) = k_p + \frac{k_i}{s}$ olacak şekilde bir PI kontrolör şeklinde ele alınırsa sistemin karakteristik denklemi Denklem 2.27’deki gibi elde edilir.

$$\Delta_T(s) = sD_T(s) + (k_p s + k_i)N_T(s) = 0 \quad (2.27)$$

Bu denklemde ifade edilen $G_T(s)$ ’nin pay ve payda polinomlarını genel bir formda yazacak olursak;

$$N_T(s) = \sum_{i=0}^m a_i s^i \text{ ve } D_T(s) = \sum_{i=0}^m b_i s^i \quad (2.28)$$

şeklinde ifade edilmiş olur. Burada a_i ve b_i tamsayı dereceli transfer fonksiyonunun katsayılarını ifade etmektedir. $(j\omega)^\alpha = \omega^\alpha (\cos(\frac{\pi}{2}\alpha) + j\sin(\frac{\pi}{2}\alpha))$ ifadesinin Denklem 2.28’de kullanılması ile pay ve payda polinomları reel ve sanal kısımların toplamı şeklinde aşağıdaki denklemlerde verildiği gibi ifade edilir.

$$N_T(s) = \sum_{i=0}^m a_i \omega^i \cos(\frac{\pi}{2}i) + j \sum_{i=0}^m a_i \omega^i \sin(\frac{\pi}{2}i) = N_{TR}(\omega) + jN_{TI}(\omega) \quad (2.29)$$

$$D_T(s) = \sum_{i=0}^m b_i \omega^i \cos(\frac{\pi}{2}i) + j \sum_{i=0}^m b_i \omega^i \sin(\frac{\pi}{2}i) = D_{TR}(\omega) + jD_{TI}(\omega) \quad (2.30)$$

Denklem 2.27’de $s = j\omega$ değişimi yapıp Denklem 2.29 ve Denklem 2.30 yerine yazılacak olursa karakteristik denklemin reel ve sanal kısımlarına ait iki denklem şu şekilde elde edilmiş olur:

$$k_i(\omega)N_{TR}(\omega) - k_p(\omega)\omega N_{TI}(\omega) - \omega D_{TI}(\omega) = 0 \quad (2.31)$$

$$k_i(\omega)N_{TI}(\omega) + k_p(\omega)\omega N_{TR}(\omega) + \omega D_{TR}(\omega) = 0 \quad (2.32)$$

Denklem 2.31 ve Denklem 2.32 sırasıyla reel kısım denklemi ve sanal kısım denklemi olarak adlandırılmıştır. Bu denklemler kullanılarak $k_p(\omega)$ ve $k_i(\omega)$ parametrelerini veren Denklem 2.33 ve Denklem 2.34 aşağıda ifade edildiği gibi elde edilmiştir.

$$k_p(\omega) = -\frac{N_{TI}(\omega)D_{TI}(\omega) + N_{TR}(\omega)D_{TR}(\omega)}{N_{TI}(\omega)^2 + N_{TR}(\omega)^2} \quad (2.33)$$

$$k_i(\omega) = \frac{\omega N_{TR}(\omega)D_{TI}(\omega) - \omega N_{TI}(\omega)D_{TR}(\omega)}{N_{TI}(\omega)^2 + N_{TR}(\omega)^2} \quad (2.34)$$

Denklem 2.33 ve Denklem 2.34 beraber çözülürse kararlılık sınır eğrisi (k_p, k_i) düzleminde elde edilmiş olur. Tamsayı dereceli sistemler için SBL tanımı Denklem 2.35’de genel bir formda sunulmuştur.

$$S_T = \{(k_p(\omega), k_i(\omega)) : \Delta_T(k_p, k_i, \omega) = 0 \cap \omega \in (0, \infty)\} \quad (2.35)$$

2.35’de tanımlanan SBL ve $k_i = 0$ çizgisi parametre düzlemini kararlı ve kararsız bölgelere ayırır [71,85,96]. Kararlılık bölgesinden seçilen herhangi bir (k_p, k_i) değerinin kullanılması ile kararlı bir kapalı çevrim sistemi elde edilmiş olur.

2.3.2. PI Kontrolör Kullanılan Kesir Dereceli Sistemler için SBL Analizi

Bu bölümde ise Şekil 2.1’de verilen kapalı çevrim kontrol sistemi için sistem transfer fonksiyonu $G_F(s) = N_F(s)/D_F(s)$ olacak şekilde kesir dereceli bir rasyonel formda ve $C(s)$ kontrolörü de bir PI kontrolör olacak şekilde ele alınmış ve tüm kararlı k_p ve k_i parametrelerini içeren kararlılık bölgesi ve kararlılık sınır eğrisi

analizleri yapılmıştır. Kontrolörün $C(s) = k_p + k_i s^{-1}$ olduğu hesaba katıldığında sistemi karakteristik denklemi

$$\Delta_F(s) = sD_F(s) + (k_p s + k_i)N_F(s) = 0 \quad (2.36)$$

olacak şekilde elde edilecektir. Kesir dereceli pay ve payda polinomları ise

$$N_F(s) = \sum_{i=0}^p u_i s^{\alpha_i} \text{ ve } D_F(s) = \sum_{i=0}^q v_i s^{\beta_i} \quad (2.37)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $u_i \in R$ ve $v_i \in R$ polinom katsayılarını, $\alpha_i \in R$ ve $\beta_i \in R$ kesir dereceli üsleri temsil etmektedir. $(j\omega)^\alpha = \omega^\alpha (\cos(\frac{\pi}{2}\alpha) + j\sin(\frac{\pi}{2}\alpha))$ eşitliği kullanılarak pay ve payda polinomları reel ve sanal kısımların toplamı olarak aşağıda verildiği gibi yeniden düzenlenebilir.

$$N_F(j\omega) = \sum_{i=0}^p u_i \omega^{\alpha_i} \cos(\frac{\pi}{2}\alpha_i) + j \sum_{i=0}^p u_i \omega^{\alpha_i} \sin(\frac{\pi}{2}\alpha_i) = N_{FR}(\omega) + jN_{FI}(\omega) \quad (2.38)$$

$$D_F(j\omega) = \sum_{i=0}^q v_i \omega^{\beta_i} \cos(\frac{\pi}{2}\beta_i) + j \sum_{i=0}^q v_i \omega^{\beta_i} \sin(\frac{\pi}{2}\beta_i) = D_{FR}(\omega) + jD_{FI}(\omega) \quad (2.39)$$

Bu denklemlerin karakteristik denklemde kullanılması ile karakteristik denklemin reel ve sanal kısımlarını ifade eden denklemler

$$k_i N_{FR}(\omega) - k_p \omega N_{FI}(\omega) - \omega D_{FI}(\omega) = 0 \quad (2.40)$$

$$k_i N_{FI}(\omega) + k_p \omega N_{FR}(\omega) + \omega D_{FR}(\omega) = 0 \quad (2.41)$$

olacak şekilde elde edilmiştir. Bu denklemlerden yola çıkarak kesir dereceli bir sistem transfer fonksiyonu için istenilen herhangi bir frekans değerinde $k_p(\omega)$ ve $k_i(\omega)$ kontrolör parametreleri aşağıdaki verilen denklemler ile hesaplanabilir.

$$k_p(\omega) = - \frac{(\sum_{i=0}^m u_i \omega^{\alpha_i} \sin(\frac{\pi}{2} \alpha_i))(\sum_{i=1}^m v_i \omega^{\beta_i} \sin(\frac{\pi}{2} i)) + (\sum_{i=0}^m u_i \omega^{\alpha_i} \cos(\frac{\pi}{2} \alpha_i))(\sum_{i=1}^m v_i \omega^{\beta_i} \cos(\frac{\pi}{2} i))}{(\sum_{i=0}^m u_i \omega^{\alpha_i} \sin(\frac{\pi}{2} \alpha_i))^2 + (\sum_{i=0}^m u_i \omega^{\alpha_i} \cos(\frac{\pi}{2} \alpha_i))^2} \quad (2.42)$$

$$k_i(\omega) = - \frac{\omega(\sum_{i=0}^m u_i \omega^{\alpha_i} \cos(\frac{\pi}{2} \alpha_i))(\sum_{i=1}^m v_i \omega^{\beta_i} \sin(\frac{\pi}{2} i)) - \omega(\sum_{i=0}^m u_i \omega^{\alpha_i} \sin(\frac{\pi}{2} \alpha_i))(\sum_{i=1}^m v_i \omega^{\beta_i} \cos(\frac{\pi}{2} i))}{(\sum_{i=0}^m u_i \omega^{\alpha_i} \sin(\frac{\pi}{2} \alpha_i))^2 + (\sum_{i=0}^m u_i \omega^{\alpha_i} \cos(\frac{\pi}{2} \alpha_i))^2} \quad (2.43)$$

Kesir dereceli bir sistem transfer fonksiyonu için SBL (k_p, k_i) düzleminde genel bir formda şu şeklide ifade edilebilir.

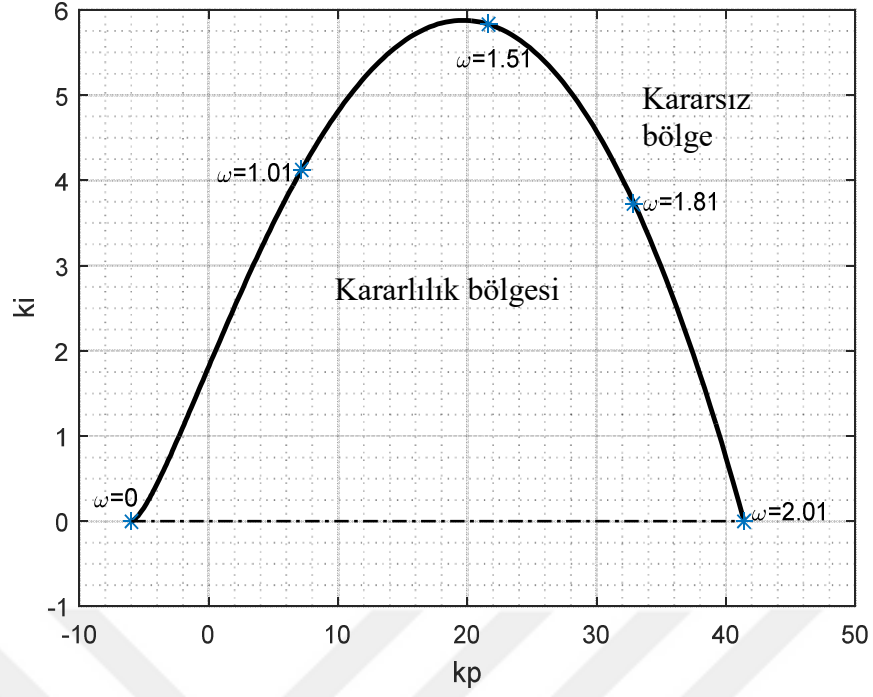
$$S_F = \{(k_p(\omega), k_i(\omega)) : \Delta_F(k_p, k_i, \omega) = 0 \cap \omega \in (0, \infty)\} \quad (2.44)$$

Örnek 1: Şekil 2.1’de gösterilen kontrol sisteminin, Denklem 2.45’te verilen bir kesir dereceli sistem transfer fonksiyonuna sahip olduğunu varsayalım.

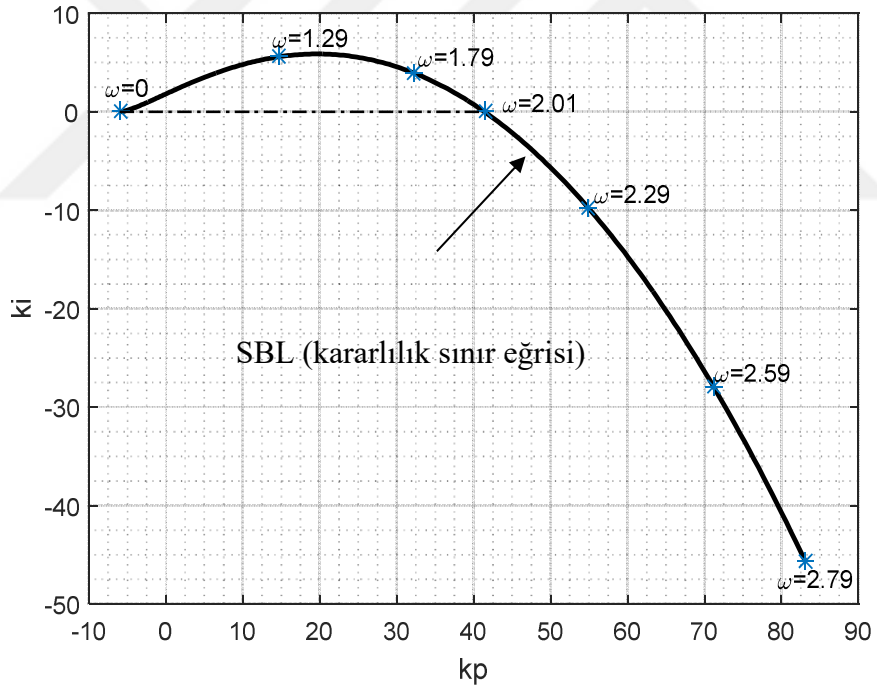
$$G_F(s) = \frac{1}{s^{3.1} + 6s^{2.3} + 11s^{1.5} + 6} \quad (2.45)$$

Bahsedilen işlemler adım adım yapıldığında bu sisteme ait PI kontrolör parametrelerini ifade eden $k_p(\omega) = -0.1564\omega^{3.1} + 5.3460\omega^{2.3} + 7.782\omega^{1.5} - 6$ ve $k_i(\omega) = -0.9877\omega^{4.1} - 2.7239\omega^{3.3} + 7.782\omega^{2.5}$ elde edilmiş olur. Bu denklemleri kullanarak $\omega \in [0, 2.01]$ frekans aralığında $G_F(s)$ için elde edilen kararlılık bölgesi ve SBL Şekil 2.2’de ve Şekil 2.3’te gösterilmiştir.

Transfer fonksiyonunun katsayılarındaki değişim, Denklem 2.42 ve 2.43’e göre sistemlerin SBL şekillerini de değiştirecektir. Bu nedenle, SBL eğrileri bir transfer fonksiyonunun karakteristiği için ayırt edici bir özellik gibi düşünülebilir. Önerilen SBL eşleştirme yöntemi de, bu çalışmada model tanımlama için bu etkiden yararlanmaktadır.



Şekil 2.2. $G_F(s)$ kesir dereceli transfer fonksiyonu için kararlılık bölgesi



Şekil 2.3. $G_F(s)$ kesir dereceli transfer fonksiyonu için SBL (kararlılık sınır eğrisi)

2.3.3. Kararlılığın Korunması Problemi

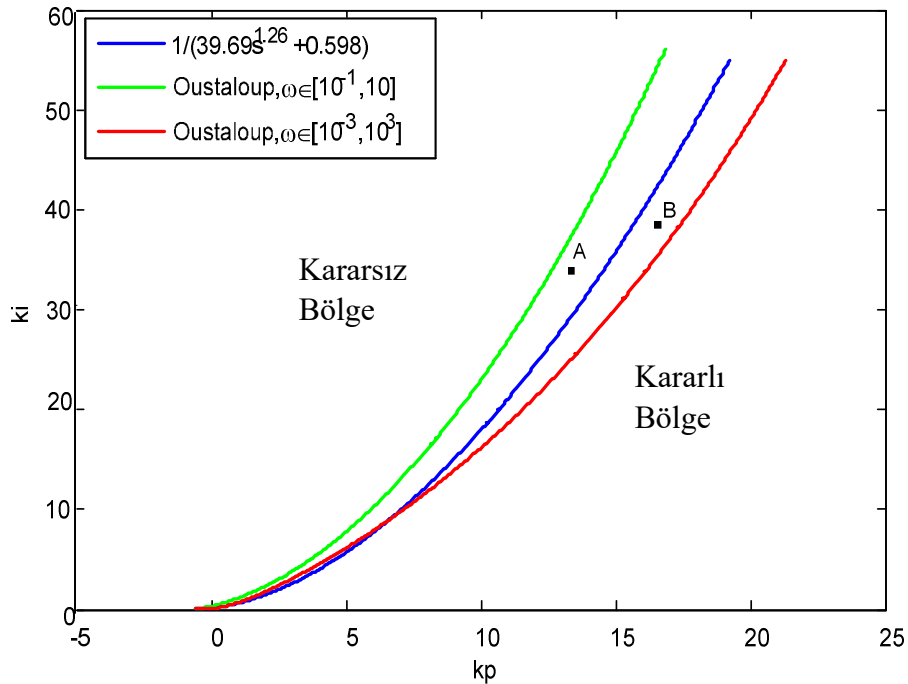
Kontrol uygulamalarında sistem kararlılığı, sistem tasarımı konusunda en önemli konulardan biridir. Bu nedenle kararlılık korunması, kontrol sistemlerinin yaklaşık

modellemesinde, zaman ve frekans cevabı eşleşmesi performansı kadar önemli bir konudur. Kararlılık korunması dikkate alınarak elde edilen yaklaşık modeller orijinal sistemin kararlılık özelliklerini iyi bir şekilde temsil etmesini sağlar. Bir örnekle kararlılık korunumunu açıklamak gerekirse, aşağıdaki gibi verilen bir elektrikli radyatörün [57] kesir dereceli transfer fonksiyonunu ele alalım.

$$G_F(s) = \frac{1}{39.69s^{1.26} + 0.598} \quad (2.46)$$

Denklem 2.44 kullanılarak $G_F(s)$ 'nin SBL'si Şekil 2.4'te gösterildiği gibi elde edilmiştir. Bu eğrinin sağ tarafındaki bölge, tüm kararlı PI kontrolör parametrelerini içeren kararlılık bölgesidir.

$s^{0.26}$ kesir dereceli operatör için 5. dereceden Oustaloup yaklaşımı uygulanırsa ve elde edilen tamsayı yaklaşım modeli Denklem 2.46'da yerine yazılacak olursa SBL ve kararlılık bölgeleri Şekil 2.4'te gösterildiği gibi olacaktır. Şekil 2.4'te verilen A noktasının, $G_F(s)$ 'nin kararlılık sınır eğrisine göre kararsız olduğu görülürken $\omega \in [10^{-1}, 10]$ frekans aralığında Oustaloup yöntemi ile elde edilen tamsayı yaklaşım modelinin kararlılık sınır eğrisine göre kararlı olduğu görülmektedir.



Şekil 2.4. $G_F(s)$ ve Oustaloup yaklaşım modelleri için SBL eğrileri

Benzer şekilde B noktasının $\omega \in [10^{-3}, 10^3]$ frekans aralığı kullanılarak elde edilen Oustaloup yaklaşım modelinin kararlılık sınır eğrisine göre kararsız olduğu görülürken, $G_F(s)$ 'nin kararlılık sınır eğrisine göre kararlı olduğu açıkça görülmektedir. Bu durumda, kesir dereceli sistemlerinin realizasyonları için bir kararlılık problemi ortaya çıkmaktadır. Bu çalışmanın amacı da, SBL eşleştirme yaklaşımını kullanarak bu probleme bir çözüm önerisi sunmaktır.

2.3.4. Kesir Dereceli Sistemler için SBL Eşleştirme Yöntemi

SBL eşleştirme yöntemi şöyle bir ana fikre sahiptir: Şekil 2.1'de verilen kapalı çevrim kontrol sisteminde öncelikle bir $G_F(s)$ kesir dereceli transfer fonksiyonu ile bir PI kontrolör olduğu düşünülerek sistemin SBL örnekleme noktaları SBL yöntemine göre elde edilir. Daha sonra sistemdeki kesir dereceli transfer fonksiyonu, bilinmeyen katsayıları olan bir tamsayı dereceli model ile yer değiştirilerek bu SBL noktalarını eşleştirmek için önerilen yöntem uygulanır.

SBL eşleştirme yöntemini uygulayabilmek için öncelikle kesir dereceli bir transfer fonksiyonu olan $G_F(s)$ için m . dereceden bir tamsayı yaklaşım model olan $G_T(s)$ 'i genel bir formda aşağıdaki denklemde verelim.

$$G_T(s) = \frac{\sum_{i=0}^m a_i s^i}{\sum_{i=0}^m b_i s^i} = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_1 s + a_0}{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0} \quad (2.47)$$

$G_T(s)$ 'nin SBL'sini $G_F(s)$ 'nin SBL'sine eşleştirmek için $S_F(k_p(\omega), k_i(\omega))$ eğrisinden seçilen uygun örnekleme noktaları için reel ve sanal kısım denklemleri çözülür ise tamsayı yaklaşım modeline ait a_i ve b_i katsayıları elde edilebilir. Bu bağlamda, örnekleme noktalarının Denklem 2.31 ve Denklem 2.32'de kullanılması ile a_i ve b_i katsayılarından oluşan homojen bir lineer denklem sistemi elde edilir. Daha sonra a_i ve b_i katsayıları a_0 katsayısının herhangi bir değeri için çözülecek forma getirilir. Böylece homojen lineer denklem sistemi a_0 katsayısına bağlı bir homojen olmayan lineer denklem sistemine dönüştürülmüş olur. Burada

hatırlatılması gereken en önemli nokta, a_0 değerinin transfer fonksiyonunun pay ve payda polinomlarında ortak bir çarpan olarak bulunmasından dolayı sadeleştirme işlemi gerçekleştirileceğinden herhangi bir a_0 değeri kullanılabilir.

Kararlılık sınır eğrilerinin daha iyi eşleştirmesini gerçekleştirmek adına a_i ve b_i katsayılarını doğru bir şekilde elde eden bir strateji geliştirmek için reel ve sanal kısım denklemlerinin çözümünde birçok konfigürasyon test edilmiştir. Yapılan araştırmalar neticesinde, ilk olarak reel kısım denkleminde bulunan tüm bilinmeyen katsayılar reel kısım denklemleri çözülerek belirlendiğinde ve daha sonra kalan bilinmeyen katsayılar sanal kısım denklemleri kullanılarak çözüme gidildiğinde başarılı bir strateji elde edildiği sonucuna varılmıştır. Bu strateji, reel kısım denkleminde bulunan bilinmeyen polinom katsayılarının sayısı kadar SBL örnekleme noktalarının seçilmesini gerektirir. Sonuç olarak, çözümün varlığını garanti eden ancak çözümün tekliğini garanti etmeyen bir denklem kümesi ortaya çıkmaktadır. Çözümün kontrol uygulamaları için tatmin edici olmadığı durumlarda, sanal kısım denklemini daha uygun sonuçların bulunması için reel kısım denklemleri için uygulanan adımlarda yer değiştirerek kullanılabilir. Yapılan simülasyonlarda, reel kısım denklemlerinde bulunan bilinmeyen katsayıların çözümlenmesinin sistem karakteristik polinomlarının reel kısmının daha iyi eşleşmesini sağladığı ve $-1 < \alpha < 1$ kesir derece aralığında kararlılığın korunması bakımından elde edilen $G_T(s)$ tamsayı dereceli yaklaşım modellerinin geliştirilebileceği gözlemlenmiştir.

Kontrol sistemleri ağırlıklı olarak düşük frekans bölgesinde çalıştığı için, kontrol uygulamalarında kullanılan yaklaşık modellerin, düşük frekans bölgesinde zamana ve frekans tepkilerine daha iyi uyum sağlamaları gerekir. Bu nedenle, düşük frekans bölgesinde SBL eşleştirmesi, pratikte kontrol sistemleri için yaklaşık modeller elde etmek için daha uygundur. $\omega \in [\omega_{\min}, \omega_{\max}]$ frekans örnekleme aralığının düşük frekans bölgesinden daha fazla örnekleme noktası almak kontrol uygulamaları için yaklaşık model performansını artırabilir. Literatürde, düşük dereceli yaklaşım modeller (yöntemlerin gerekliliklerine göre dördüncü veya beşinci dereceden yaklaşım modelleri), kesir dereceli sistemlerinin yaklaşık modellemesi için genellikle tercih edilir [21]. Bu nedenle, bu çalışmada da dördüncü dereceden model yaklaşım için örnekler sunulmuştur.

Önerilen yöntemi kısaca özetlemek gerekirse; örnekleme noktalarının sayısı, reel kısım denklemindeki bilinmeyen katsayıların sayısına eşit olması gerekmektedir. Böylece, reel kısımdaki bilinmeyen katsayılar için, tüm SBL örnekleme noktaları, $\{(k_{p1}(\omega_1), k_{i1}(\omega_1)), (k_{p2}(\omega_2), k_{i2}(\omega_2)), (k_{p3}(\omega_3), k_{i3}(\omega_3)), \dots\}$ olacak şekilde Denklem 2.31 kullanılarak çözülür. Denklem 2.32’de verilen sanal kısım denkleminin çözülmesi ile de $G_T(s)$ hedef modelin geri kalan bilinmeyen katsayıları bulunmuş olur.

Yöntemin anlaşılması ve uygulanması bakımından (4. dereceden bir yaklaşım model elde etmek için) Denklem 2.47’de $m = 4$ olacak şekilde ele alıp $G_T(s)$ ve $G_F(s)$ transfer fonksiyonlarının SBL eşleştirmesi için gerekli olan işlemleri yapalım. Bu durumda, tamsayı yaklaşım modelini elde etmek için $S_F(k_p(\omega), k_i(\omega))$ üzerinden seçilecek 6 örnekleme noktasına ihtiyaç vardır. Örnekleme frekanslarını $\{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6\}$ olacak şekilde ve S_F üzerinden seçilen SBL noktaları ise $\{(k_{p1}(\omega_1), k_{i1}(\omega_1)), (k_{p2}(\omega_2), k_{i2}(\omega_2)), (k_{p3}(\omega_3), k_{i3}(\omega_3)), (k_{p4}(\omega_4), k_{i4}(\omega_4)), (k_{p5}(\omega_5), k_{i5}(\omega_5)), (k_{p6}(\omega_6), k_{i6}(\omega_6))\}$ olacak şekilde ele alalım. Bu örnekleme noktaları Denklem 2.42 ve 2.43 kullanılarak istenilen frekansta hesaplanabilir. Tüm örnekleme noktaları için reel kısım denklemini aşağıda verilen matris formu kullanılarak ifade edilebilir.

$$A_r B_r = C_r \quad (2.48)$$

Burada A_r , B_r ve C_r , Denklem 2.31 ile ifade edilen reel kısım denklemini kullanılarak aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\begin{bmatrix} \omega_1^4 & -\omega_1^2 & k_i(\omega_1)\omega_1^4 & k_p(\omega_1)\omega_1^4 & -k_i(\omega_1)\omega_1^2 & -k_p(\omega_1)\omega_1^2 \\ \omega_2^4 & -\omega_2^2 & k_i(\omega_2)\omega_2^4 & k_p(\omega_2)\omega_2^4 & -k_i(\omega_2)\omega_2^2 & -k_p(\omega_2)\omega_2^2 \\ \omega_3^4 & -\omega_3^2 & k_i(\omega_3)\omega_3^4 & k_p(\omega_3)\omega_3^4 & -k_i(\omega_3)\omega_3^2 & -k_p(\omega_3)\omega_3^2 \\ \omega_4^4 & -\omega_4^2 & k_i(\omega_4)\omega_4^4 & k_p(\omega_4)\omega_4^4 & -k_i(\omega_4)\omega_4^2 & -k_p(\omega_4)\omega_4^2 \\ \omega_5^4 & -\omega_5^2 & k_i(\omega_5)\omega_5^4 & k_p(\omega_5)\omega_5^4 & -k_i(\omega_5)\omega_5^2 & -k_p(\omega_5)\omega_5^2 \\ \omega_6^4 & -\omega_6^2 & k_i(\omega_6)\omega_6^4 & k_p(\omega_6)\omega_6^4 & -k_i(\omega_6)\omega_6^2 & -k_p(\omega_6)\omega_6^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_3 \\ b_1 \\ a_4 \\ a_3 \\ a_2 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_i(\omega_1)a_0 \\ -k_i(\omega_2)a_0 \\ -k_i(\omega_3)a_0 \\ -k_i(\omega_4)a_0 \\ -k_i(\omega_5)a_0 \\ -k_i(\omega_6)a_0 \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Reel kısım denklemleri kullanılarak oluşturulan lineer denklem sistemi yapısından yola çıkarak oluşturulan yukarıdaki matris $a_0 = 1$ için çözüldüğünde a_1, a_2, a_3, a_4, b_1 ve b_3 katsayıları tanımlanmış olur. Lineer denklem sistemini homojen olmayan bir denklem sistemi ($C_r \neq 0$) haline getirmek için $a_0 = 1$ kullanılması tercih edilmiştir ancak farklı sabit değerlerde olabilir. Sanal kısım denkleminde bulunan b_4, b_2 ve b_0 bilinmeyen katsayılarını bulabilmek için SBL örnekleme noktaları $\{(k_{p1}(\omega_1), k_{i1}(\omega_1)), (k_{p4}(\omega_4), k_{i4}(\omega_4)), (k_{p6}(\omega_6), k_{i6}(\omega_6))\}$ kullanılarak 3 tane sanal kısım denklemi oluşturulur ve matris formuna getirilirse;

$$A_i B_i = C_i \quad (2.50)$$

ifadesi elde edilecektir. Burada ifade edilen A_i, B_i ve C_i Denklem 2.32’de verilen sanal kısım denklemi her bir örnekleme noktası için yazılarak matris formunda aşağıdaki gibi elde edilecektir.

$$\begin{bmatrix} \omega_1^5 & -\omega_1^3 & \omega_1 \\ \omega_4^5 & -\omega_4^3 & \omega_4 \\ \omega_6^5 & -\omega_6^3 & \omega_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_4 \\ b_2 \\ b_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_4 k_p(\omega_1) \omega_1^5 + a_3 k_i(\omega_1) \omega_1^3 + a_2 k_p(\omega_1) \omega_1^3 - a_1 k_i(\omega_1) \omega_1 - a_0 k_p(\omega_1) \omega_1 \\ -a_4 k_p(\omega_4) \omega_4^5 + a_3 k_i(\omega_4) \omega_4^3 + a_2 k_p(\omega_4) \omega_4^3 - a_1 k_i(\omega_4) \omega_4 - a_0 k_p(\omega_4) \omega_4 \\ -a_4 k_p(\omega_6) \omega_6^5 + a_3 k_i(\omega_6) \omega_6^3 + a_2 k_p(\omega_6) \omega_6^3 - a_1 k_i(\omega_6) \omega_6 - a_0 k_p(\omega_6) \omega_6 \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

Denklem 2.51’deki matris çözüldüğü takdirde SBL eşleşmesini sağlayan $G_T(s)$ modeline ait tüm katsayılar elde edilmiş olur.

SBL model yaklaşım prosedürü aşağıdaki adımlar ile özetlenebilir:

Adım 1: $\omega \in [\omega_{\min}, \omega_{\max}]$ frekans aralığında Denklem 2.44 kullanılarak kesir dereceli transfer fonksiyonu için SBL hesaplanır.

Adım 2: Tamsayı dereceli yaklaşım modelin derecesine karar vererek lineer denklem sistemlerin çözülmesi için yeterli sayıda $k_p(\omega_i), k_i(\omega_i)$ örnekleme noktaları kesir dereceli transfer fonksiyonuna ait SBL üzerinden seçilir.

Adım 3: Seçilen örnek noktaları Denklem 2.31 ve 2.32’de kullanılarak reel kısım denklemleri ve sanal kısım denklemleri oluşturulur.

Adım 4: Tamsayı dereceli yaklaşım modeli elde etmek için reel ve sanal kısım denklemleri çözülür.

2.3.5. Önerilen Yöntemin Uygulanmasına Yönelik Örnekler

Tezin bu bölümünde, SBL eşleştirme yöntemi dört örnek üzerinde uygulanmış ve önerilen yöntemin performansını göstermek için diğer yaklaşım yöntemlerinin frekans ve birim basamak cevapları ile karşılaştırılmaları yapılmıştır. Sayısal simülasyonlarda, Laplace dönüşümünde kesir dereceli operatörler için $f(0^+) = 0$ durumunda $L(D^\alpha f(t)) = s^\alpha F(s)$ olduğundan dolayı kesir dereceli sistemlerinin s -bölgesinde modellenmesi yapılırken de parametrelerin başlangıç değerleri sıfır olarak kabul edilmiştir.

2.3.5.1. Örnek 1

Bu örnekte, SBL eşleştirme yöntemi kullanılarak $s^{0.5}$ türev operatörü için $\omega \in [0.01, 1.2]$ frekans aralığında 4. dereceden tamsayı dereceli yaklaşım modeli elde edilmiştir. Elde edilen model, kesin çözüm, Matsuda [24] ve Oustaloup [25] gibi tamsayı yaklaşım yöntemleri kullanılarak elde edilen modeller ile kıyaslanmıştır. Öncelikle, 4. dereceden bir LTI yaklaşık model elde etmek için $G_F(s) = s^{0.5}$ transfer fonksiyonuna ait SBL elde edildikten sonra bu SBL üzerinden 6 tane SBL örnekleme noktası seçilmiştir. Bu noktalar $\{0.0100, 0.0240, 0.0690, 0.2490, 0.8090, 1.2000\}$ frekanslarında $\{(-7.0711, -0.0707), (-4.5644, -0.1095), (-2.6919, -0.1857), (-1.4171, -0.3528), (-0.7862, -0.6360), (-0.6455, -0.7746)\}$ olacak şekildedir. Seçilen örnekleme noktalarının Denklemler 2.49 ve 2.51’de kullanılması ile 4. dereceden tamsayı yaklaşım modeli Denklem 2.52’de verildiği gibi elde edilmiştir.

$$G_T(s) = \frac{2.271 \times 10^4 s^4 + 4.012 \times 10^4 s^3 + 9566 s^2 + 330.7 s + 1}{5987 s^4 + 3.978 \times 10^4 s^3 + 2.46 \times 10^4 s^2 + 2283 s + 25.87} \quad (2.52)$$

$s^{0.5}$ türev operatörü için $\omega \in [0.01, 1.2]$ frekans aralığında Matsuda yöntemi kullanılarak elde edilen 4. dereceden tamsayı yaklaşım modeli;

$$G_{Ma}(s) = \frac{3.95s^4 + 5.76s^3 + 1.02s^2 + 0.026s + 4.77 \times 10^{-5}}{s^4 + 6.47s^3 + 3.08s^2 + 0.21s + 17 \times 10^{-4}} \quad (2.53)$$

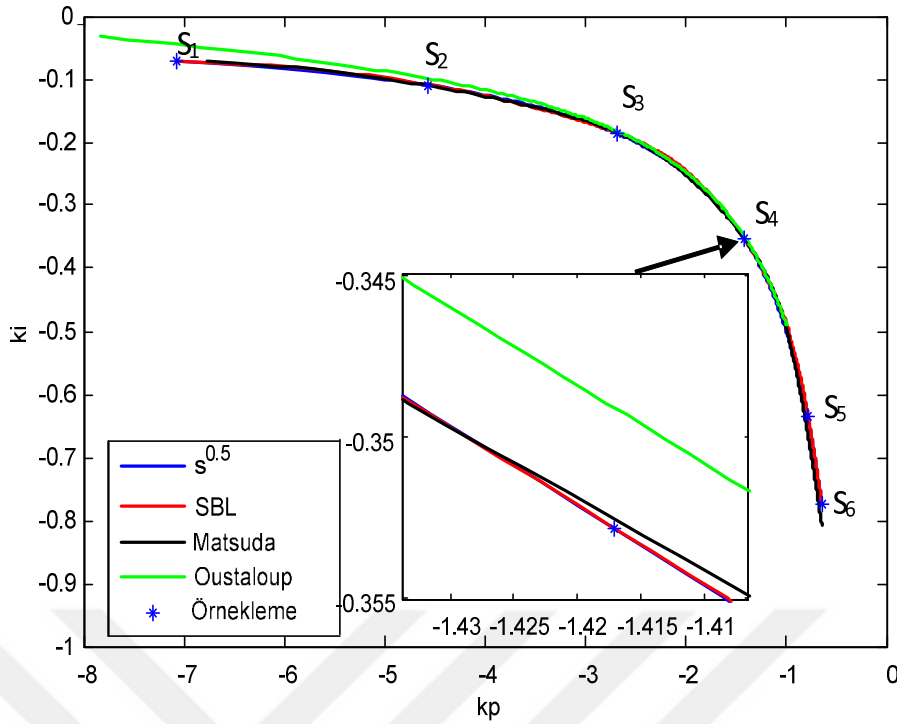
şeklindedir. $\omega \in [0.01, 1.2]$ frekans aralığında Oustaloup yöntemi kullanılarak elde edilen 5. dereceden tamsayı yaklaşım modeli ise

$$G_{OU1}(s) = \frac{1.095s^5 + 1.032s^4 + 0.266s^3 + 0.0223s^2 + 6.614 \times 10^{-4}s + 5.221 \times 10^{-6}}{s^5 + 1.52s^4 + 0.632s^3 + 0.088s^2 + 4.098 \times 10^{-3}s + 5.221 \times 10^{-5}} \quad (2.54)$$

olarak elde edilmiştir. Ayrıca daha geniş bir frekans aralığında $\omega \in [1.3 \times 10^{-4}, 1.3 \times 10^2]$ olacak şekilde Oustaloup yaklaşım yöntemi ile yaklaşık model aşağıdaki denklemde verildiği gibi elde edilmiştir.

$$G_{OU2}(s) = \frac{11.4s^5 + 199.2s^4 + 206.5s^3 + 13.45s^2 + 0.05509s + 1.339 \times 10^{-5}}{s^5 + 69.54s^4 + 287s^3 + 74.45s^2 + 1.214s + 1.174 \times 10^{-3}} \quad (2.55)$$

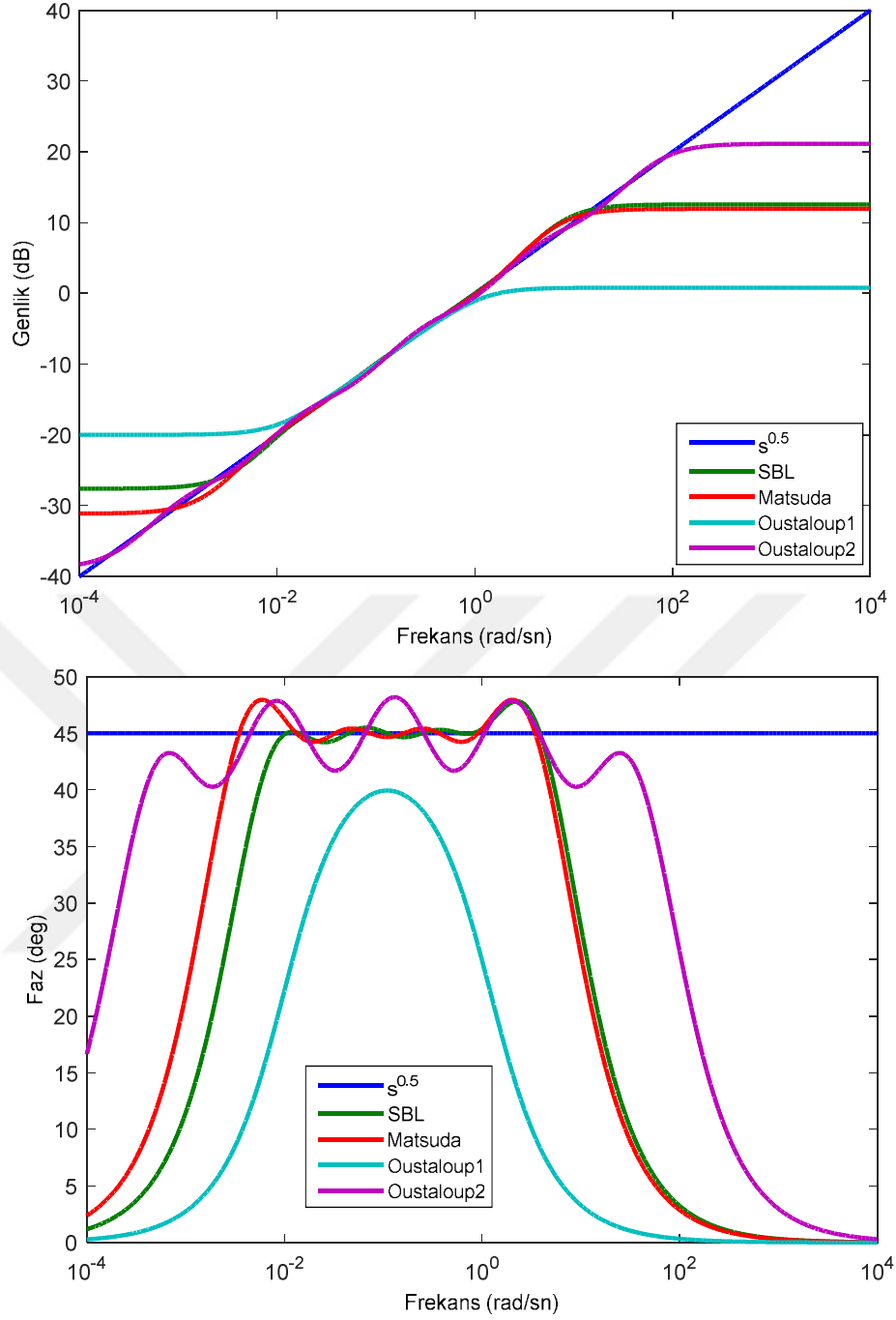
Seçilen örnekleme noktaları için tahmin edilen model $G_T(s)$ ile $s^{0.5}$ 'in SBL'lerinin iyi bir şekilde eşleştiği Şekil 2.5'te görülmektedir. Önerilen yöntem uygulanırken, örnekleme noktaları SBL eğrisi üzerinde düzgün bir dağılım gösterecek şekilde seçilmiştir yani istenen frekans aralığında kesir dereceli sistemin SBL'si ile yaklaşık modelin SBL'sinin daha iyi eşleştirilebileceği örnekleme noktalarının bulunması hedeflenmiştir. Bahsedilen SBL örnekleme noktalarının seçim şekli bundan sonraki örneklerde de uygulanmıştır. Şekil 2.5, SBL eşleştirme yöntemi ile elde edilen modelin $s^{0.5}$ 'in SBL'sine daha iyi uyum sağladığını ve kararlılık koruma problemini azalttığını göstermektedir. Elde edilen yaklaşık modeller için genlik ve faz cevaplarının karşılaştırılması Şekil 2.6'da verilmiştir. Burada $s^{0.5}$ için analitik çözüm, $(j\omega)^{0.5}$ 'in faz ve genlik değerlerinin hesaplanması ile elde edilmiş ve tamsayı yaklaşım yöntemlerini karşılaştırmak için bir referans çözüm olarak kabul edilmiştir.



Şekil 2.5. $s^{0.5}$ türev operatörü ve SBL eşleştirme yöntemi ve diğer yöntemler ile elde edilen modellerin SBL'si ve örnekleme noktaları

Şekil 2.5'te gösterilen $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$ noktaları reel kısım denklemini çözmek için ve S_1, S_4 ve S_6 noktaları sanal kısım denklemini çözmek için kullanılmıştır. $(1/(\pi t)^{0.5})$ için elde edilen analitik çözüm ile SBL eşleştirme, Matsuda ve Oustaloup yöntemleri kullanılarak elde edilen yaklaşık modeller için hesaplanan birim basamak cevapları Şekil 2.7'de gösterilmiştir. Burada kullanılan $s^{0.5}$ 'in birim basamak cevabını elde etmek için $s^{-0.5}$ 'in birim darbe cevabı kullanılabilir. Çünkü $s^{0.5}$ 'in birim basamak cevabı $s^{-0.5}$ 'in birim darbe cevabına eşittir ve aritmetiksel olarak $1/(\pi t)^{0.5}$ değeri ile hesaplanır [3].

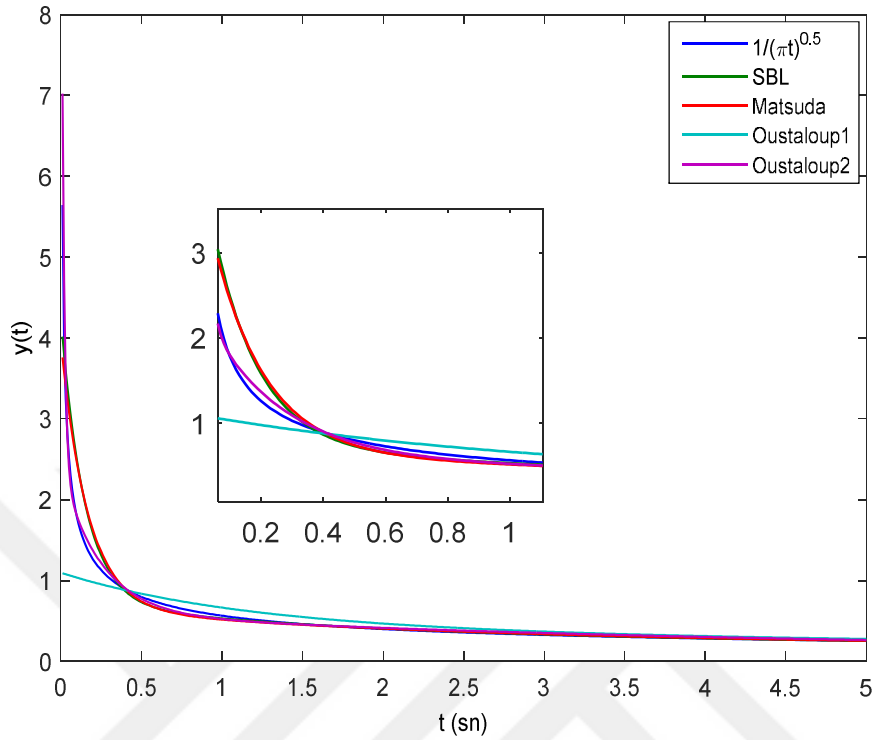
Şekil 2.6 ve Şekil 2.7'de verilen genlik ve faz cevapları ve birim basamak cevaplarını niceliksel olarak değerlendirmek için yaklaşım metotları ile kesin çözüm arasında $E = \frac{1}{n} \sum_i^n |y_i - x_i|$ olacak şekilde tanımlanan ortalama mutlak hata (MAE- Mean Absolute Error) hesaplamaları yapılmış ve Tablo 2.1'de elde edilen sonuçlar verilmiştir.



Şekil 2.6. $s^{0.5}$ 'in ve SBL, Matsuda ve Oustaloup yöntemleri ile elde edilen yaklaşık modellerin genlik ve faz cevapları (Oustaloup1 için $\omega \in [0.01, 1.2]$ ve Oustaloup2 için $\omega \in [1.3 \times 10^{-4}, 1.3 \times 10^2]$)

Genlik ve faz cevapları için verilen MAE'ler, $n = 1191$ nokta sayısı için $0.01 - 1.2$ rad/sn açısal frekans aralığında analitik çözüm dikkate alınarak hesaplanmıştır. Bu sonuçlar, SBL eşleştirme yönteminin hem frekans hem de zaman alanlarındaki Matsuda ve Oustaloup yöntemlerine kıyasla kabul edilebilir bir performans sergilediğini göstermektedir. Aslında, performansla uyum frekans ve zaman cevapları,

yaklaşık tam sayı modellerinin derecesine bağlıdır. Bilindiği gibi, yüksek dereceli modeller kesir dereceli modellerin genlik ve faz cevaplarını daha iyi temsil edebilir.



Şekil 2.7. Analitik çözüme göre $s^{0.5}$ ve SBL, Matsuda ve Oustaloup yöntemleri ile elde edilen modeller için birim basamak cevapları (Oustaloup1 için $\omega \in [0.01, 1.2]$ ve Oustaloup2 için $\omega \in [1.3 \times 10^{-4}, 1.3 \times 10^2]$)

Yapılan analizlerde Oustaloup yönteminin $\omega \in [0.01, 1.2]$ (*Oustaloup1*) frekans aralığı için Şekil 2.6'da gösterildiği gibi uygun genlik ve faz cevaplarını sağlamadığı gözlemlenmiştir. Oustaloup'un 5. dereceden modelinin frekans ve zaman cevaplarını iyileştirmek için Oustaloup yönteminin frekans aralığını $\omega \in [1.3 \times 10^{-4}, 1.3 \times 10^2]$ (*Oustaloup2*) olacak şekilde yeniden ele alınmış ve sonuçlar Şekil 2.6 ve 2.7'de gösterilmiştir. Buradan da anlaşılacağı üzere, Oustaloup yönteminde, genlik ve faz cevaplarının iyi performans gösterebilmesi için düşük frekans aralıklarından ziyade daha geniş bir frekans aralığının kullanılması gerekmektedir.

Tablo 2.1'de görüldüğü üzere, önerilen SBL yöntemi, Matsuda yöntemi ile karşılaştırılabilir bir zaman ve frekans uyumu performansı sağlamaktadır.

Tablo 2.1. Şekil 2.6’da verilen genlik ve faz cevapları ile Şekil 2.7’deki birim basamak cevapları için MAE’lerin karşılaştırılması

Yöntem	Tamsayı yaklaşım modelin derecesi	Genlik Cevabı (MAE)	Faz Cevabı (MAE)	Birim Basamak Cevabı (MAE) $t=1sn$	Birim Basamak Cevabı (MAE) $t=5sn$
SBL	4	17.9395	0.4428	0.1622	0.0365
Matsuda	4	17.9857	0.3811	0.1828	0.0433
Oustaloup1	5	18.3865	10.6949	0.2882	0.0983
Oustaloup2	5	17.9896	1.9756	0.0718	0.0295

2.3.5.2. Örnek 2

Bu örnekte açısal frekans aralığı $\omega \in [0.01, 1.2]$ olacak şekilde $s^{-0.8}$ kesir dereceli integral için 4. dereceden SBL yaklaşımı uygulanmış ve diğer yaklaşım yöntemleri ile karşılaştırılarak performans değerlendirmesi yapılmıştır. $\{0.0100, 0.0240, 0.0690, 0.2490, 0.8090, 1.2000\}$ frekans değerlerinde $G_F(s) = s^{-0.8}$ ’in SBL’sinden seçilen 6 tane SBL örnekleme noktaları $\{(-0.0078, 2 \times 10^{-4}), (-0.0156, 0.0012), (-0.0364, 0.0077), (-0.1016, 0.0779), (-0.2608, -0.6494), (-0.3575, 1.3205)\}$ değerlerine sahiptir. Bu örnekleme noktalarının kullanılması ile Denklemler 2.49 ve 2.51’in çözümü neticesinde $s^{-0.8}$ için 4. dereceden tamsayı yaklaşım modeli aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$G_T(s) = \frac{156.2s^4 + 1804s^3 + 1088s^2 + 91.61s + 1}{1504s^4 + 1415s^3 + 175.8s^2 + 2.98s + 0.00264} \quad (2.56)$$

Kesir dereceli integratör $s^{-0.8}$ için $\omega \in [0.01, 1.2]$ frekans aralığında Matsuda yöntemi kullanılarak aşağıda verilen yaklaşık model elde edilmiştir.

$$G_{Ma}(s) = \frac{s^4 + 17.97s^3 + 12.09s^2 + 1.092s + 1.23 \times 10^{-2}}{14.55s^4 + 15.52s^3 + 2.062s^2 + 3.67 \cdot 10^{-2}s + 2.45 \times 10^{-5}} \quad (2.57)$$

$\omega \in [0.01, 1.2]$ frekans aralığı için Oustaloup yöntemi ise

$$G_{OU1}(s) = \frac{s^5 + 1.755s^4 + 0.843s^3 + 0.135s^2 + 7.279 \times 10^{-3}s + 1.071 \times 10^{-4}}{1.157s^5 + 0.944s^4 + 0.2107s^3 + 0.016s^2 + 3.933 \times 10^{-4}s + 2.689 \times 10^{-6}} \quad (2.58)$$

olacak şekilde bir tamsayı dereceli yaklaşım modeli elde etmemizi sağlar. Benzer şekilde $\omega \in [1.3 \times 10^{-4}, 1.3 \times 10^2]$ frekans aralığında Oustaloup yöntemi ile elde edilen tamsayı dereceli model ise Denklem 2.59'da verilmiştir.

$$G_{OU2}(s) = \frac{s^5 + 105.3s^4 + 657.5s^3 + 258.1s^2 + 6.369s + 9.326 \times 10^{-3}}{49.11s^5 + 566.8s^4 + 388.2s^3 + 16.71s^2 + 0.0452s + 7.259 \times 10^{-6}} \quad (2.59)$$

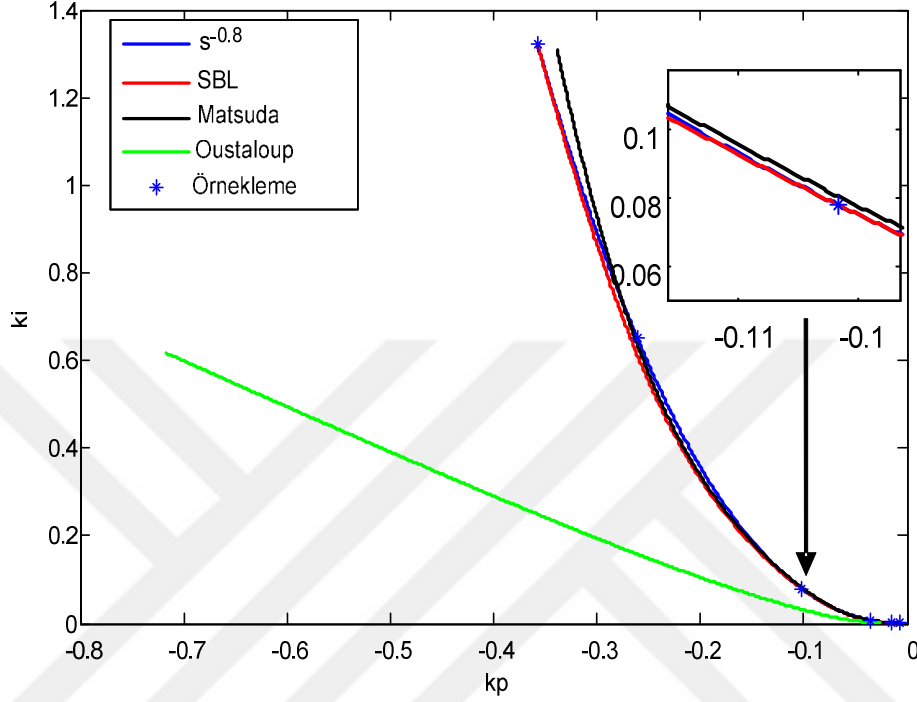
Kesir dereceli integratör $s^{-0.8}$ için ve diğer yöntemler ile elde edilen modeller için SBL'ler ve örnekleme noktaları Şekil 2.8'de gösterilmiştir. Şekil 2.8 incelendiği takdirde önerilen yöntemin kabul edilebilir bir SBL eşleştirme performansı gösterdiği görülebilir. Bu durum, SBL model yaklaşımının kararlılık açısından $s^{-0.8}$ 'in yaklaşık model ile uyumluluğunu ve kararlılık koruma problemini azalttığını göstermektedir. $s^{-0.8}$ için ve SBL yöntemi, Matsuda ve Oustaloup yöntemleri ile elde edilen tamsayı yaklaşım modelleri için elde edilen genlik ve faz cevapları Şekil 2.9'da karşılaştırılmıştır.

Analitik çözümler, $(j\omega)^{-0.8}$ terimine göre hesaplanmıştır ve sistem cevabının performansını değerlendirmek için bir referans çözüm olarak kullanılmıştır. $0 \leq \alpha \leq 1$ için $1/s^\alpha$ 'nın birim basamak cevabının analitik formülü [73]'de aşağıdaki şekilde verilmiştir.

$$y_s(t) = [(2\pi - 6)\alpha^2 + (5 - \pi)\alpha + 1] \left(\frac{t}{\pi}\right)^\alpha \quad (2.60)$$

Elde edilen tam ve doğru olan birim basamak cevabı, SBL eşleştirme, Matsuda ve Oustaloup yöntemleri ile elde edilen yaklaşık modeller ile karşılaştırılarak Şekil 2.10'da gösterilmiştir. Denklem 2.60 kullanılarak, $1/s^{0.8}$ için birim basamak cevabı

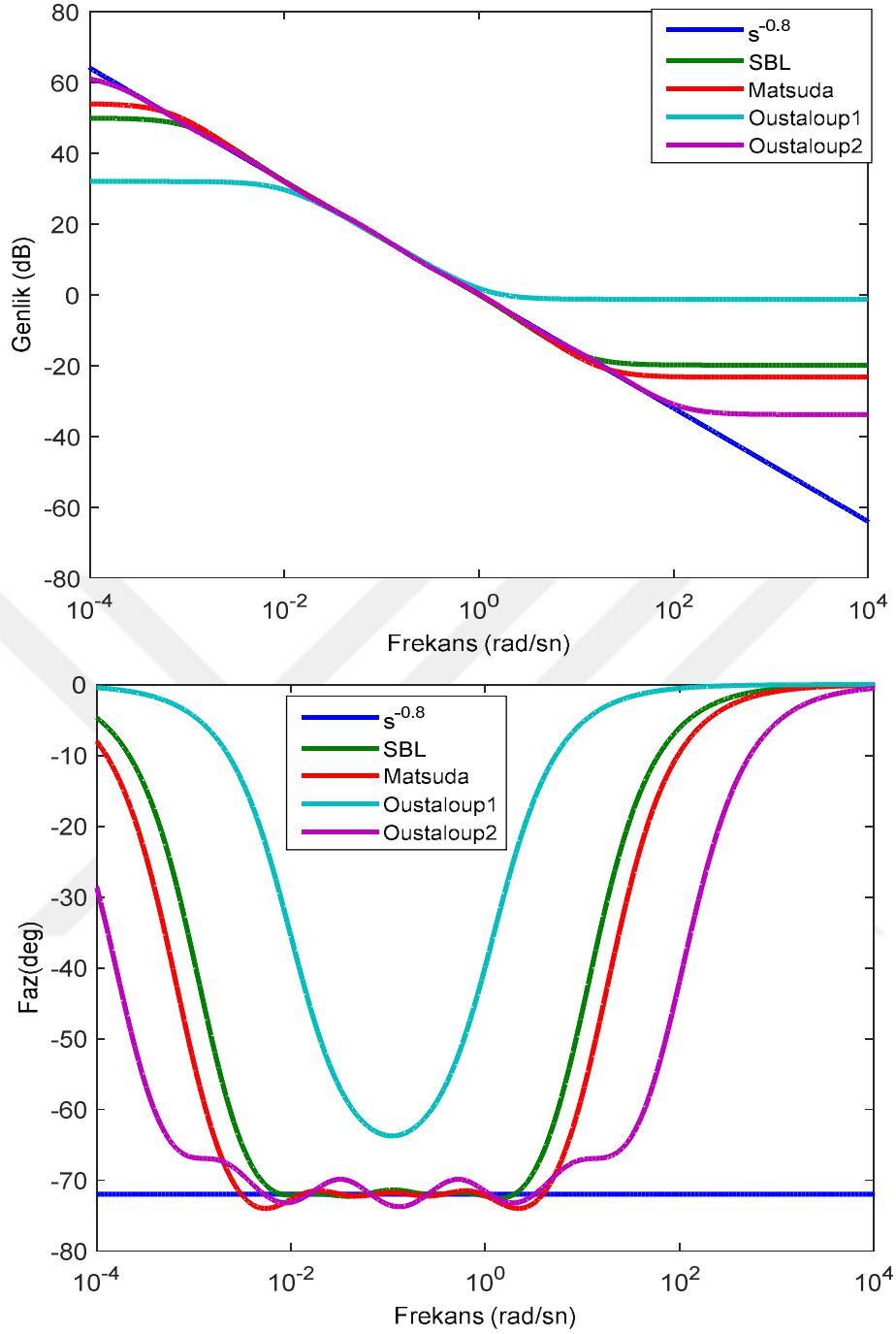
$2.6679(t/\pi)^{0.8}$ olarak bulunmuştur. Şekil 2.10’da zamanın artması ile birlikte *Oustaloup2* ile gösterilen cevabın analitik denklemden elde edilen cevaba daha iyi yaklaştığı açıkça görülmektedir. SBL eşleştirme yöntemi ise orta derecede bir performans göstermiştir.



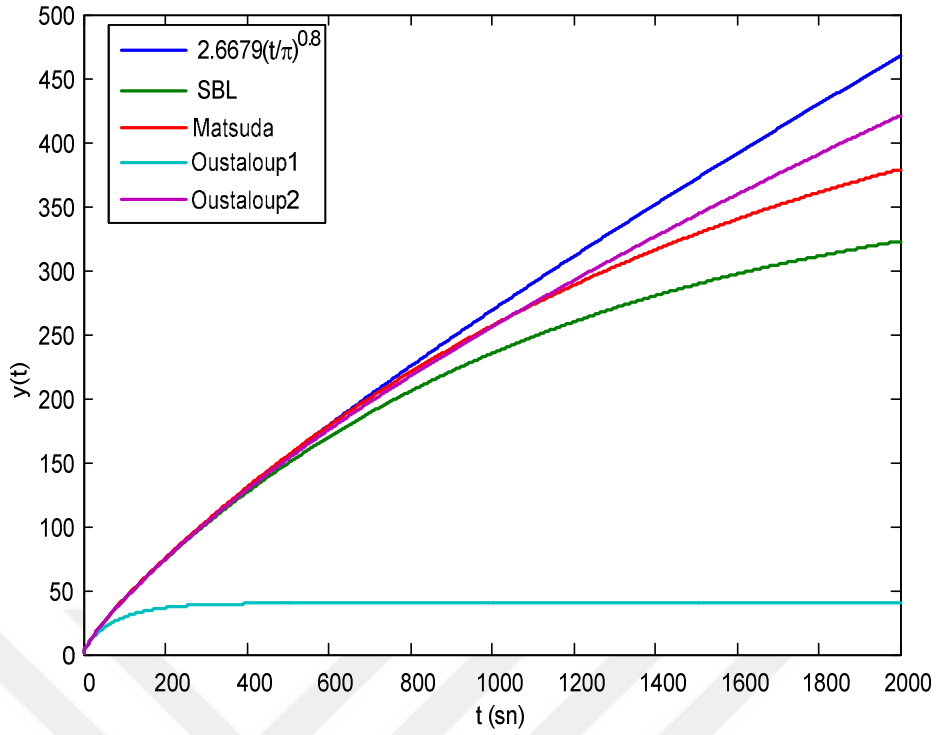
Şekil 2.8. $s^{-0.8}$ integral operatörü ve SBL eşleştirme yöntemi ve diğer yöntemler ile elde edilen modellerin SBL’si ve örnekleme noktaları

Şekil 2.9’deki genlik ve faz cevapları ve Şekil 2.10’daki birim basamak cevapları için MAE değerleri hesaplanmış olup elde edilen değerler Tablo 2.2’de verilmiştir. 4. dereceden yaklaşımın uygulandığı SBL eşleştirme yöntemi, diğer yöntemlerle karşılaştırıldığında kabul edilebilir frekans ve birim basamak cevabı performansı göstermiştir. Aynı zamanda, daha iyi SBL eşleştirmesi nedeniyle kararlılık koruma konusunda daha iyi performans sunmaktadır.

Pratikte, hesaplama karmaşıklığını azaltmak için yeterli doğrulukta düşük dereceli modellerin tercih edilmesi de SBL eşleştirme yöntemi için bir avantaj olarak sayılabilir.



Şekil 2.9. $s^{-0.8}$ 'in ve SBL, Matsuda ve Oustaloup yöntemleri ile elde edilen yaklaşık modellerin genlik ve faz cevapları (Oustaloup1 için $\omega \in [0.01, 1.2]$ ve Oustaloup2 için $\omega \in [1.3 \times 10^{-4}, 1.3 \times 10^2]$)



Şekil 2.10. Analitik çözüme göre $s^{0.5}$ ve SBL, Matsuda ve Oustaloup yöntemleri ile elde edilen modeller için birim basamak cevapları (Oustaloup1 için $\omega \in [0.01, 1.2]$ ve Oustaloup2 için $\omega \in [1.3 \times 10^{-4}, 1.3 \times 10^2]$)

Tablo 2.2. Şekil 2.9’da verilen genlik ve faz cevapları ile Şekil 2.10’daki birim basamak cevapları için MAE’lerin karşılaştırılması

Yöntem	Tamsayı yaklaşım modelin derecesi	Genlik Cevabı (MAE)	Faz Cevabı (MAE)	Birim Basamak Cevabı (MAE) (t=500)	Birim Basamak Cevabı (MAE) (t=1000)	Birim Basamak Cevabı (MAE) (t=2000)
SBL	4	28.2229	0.2774	1.4040	9.3821	46.8922
Matsuda	4	28.2522	0.2362	0.5659	2.3322	23.8271
Oustaloup1	5	29.5922	17.2568	51.9900	112.3135	221.1765
Oustaloup2	5	28.3165	1.1903	0.6132	3.6923	16.2431

2.3.5.3. Örnek 3

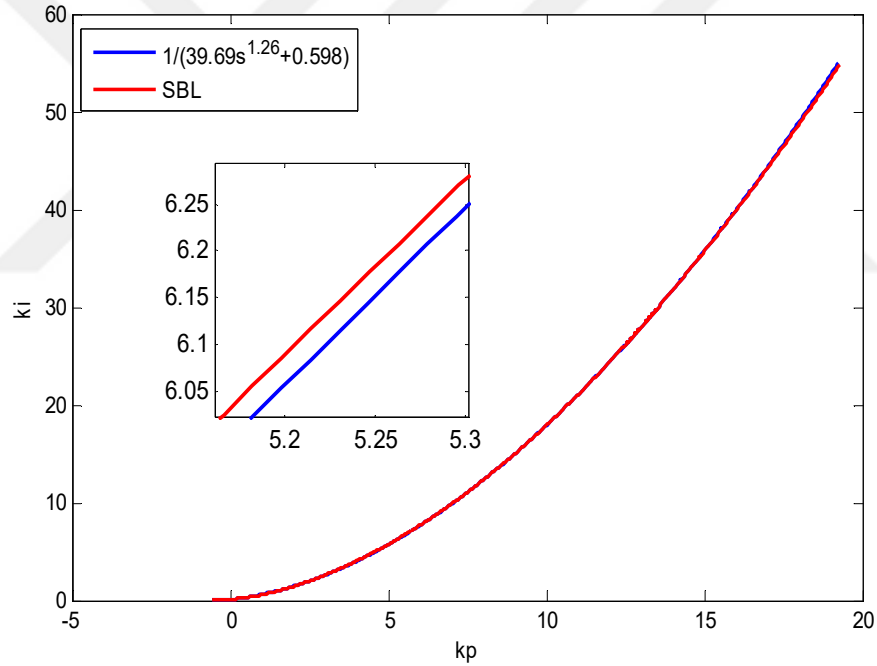
Bu örnekte, SBL eşleştirme tekniği kullanılarak $s^{\pm\alpha}$ için tamsayı dereceli yaklaşımın başarısını göstermek için Bölüm 2.3.3’de verilen Denklem 2.46 için kararlılığın korunması problemi tartışılmıştır. Önerilen yöntemi kullanarak

$\omega \in [0.01, 1.2]$ için $s^{0.26}$ operatörünün 4. dereceden tamsayı yaklaşım modeli aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$s^{0.26} \cong \frac{675.6s^4 + 2091s^3 + 1064s^2 + 97.57s + 1}{331.9s^4 + 1894s^3 + 1484s^2 + 217.4s + 4.416} \quad (2.61)$$

$s^{0.26}$ operatörünün değeri Denklem 2.46'da yerine yazılırsa Denklem 2.62 elde edilmiş olur.

$$G_T(s) = \frac{331.9s^4 + 1894s^3 + 1484s^2 + 217.4s + 4.416}{2.682 \times 10^4 s^5 + 8.32 \times 10^4 s^4 + 4.336 \times 10^4 s^3 + 4760s^2 + 169.7s + 2.641} \quad (2.62)$$



Şekil 2.11. $G_F(s) = 1/(39.69s^{1.26} + 0.598)$ ve önerilen metot ile elde edilen SBL

Şekil 2.11, $G_T(s)$ ve $G_F(s)$ için SBL'lerini göstermektedir. Önerilen yöntemin kararlılık sınır eşleştirme performansının, Şekil 2.4'te gösterilen $\omega \in [10^{-1}, 10]$ ve $\omega \in [10^{-3}, 10^3]$ için elde edilen Oustaloup yönteminin performansından daha tatmin edici olduğu görülmektedir.

2.3.5.4. Örnek 4

Bu örneğin amacı, SBL yaklaşım yöntemine göre kesir dereceli operatörleri içeren $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör için SBL eşleştirme yönteminin iki uygulamasını tartışmaktır. Bu uygulamalardan birisi $s^{0.5}$ ve $s^{-0.8}$ türev ve integral operatörlerini içeren $C_c(s) = 5 + 2s^{0.5} + \frac{1}{s^{0.8}}$ için 4. dereceden SBL yaklaşımını kullanarak bileşik form

uygulamasıdır. Diğeri ise $C_s(s) = \frac{2s^{1.3} + 5s^{0.8} + 1}{s^{0.8}}$ için 4. dereceden SBL eşleştirme yönteminin direkt uygulanmasıdır.

Direkt form uygulaması için SBL uygulamasında $\{0.010, 0.0240, 0.0690, 0.2490, 0.8090, 1.2000\}$ frekansları için parametre değerleri $\{(-0.0101, 2.1840 \times 10^{-4}), (-0.0239, 9.4187 \times 10^{-4}), (-0.0649, 0.0043), (-0.1358, -0.0111), (-0.1506, -0.0027), (-0.1451, -0.0186)\}$ olacak şekilde $C_s(s)$ kontrolörüne ait 6 SBL örnekleme noktası seçilmiştir.

Reel ve sanal kısım denklemlerini çözerek, $C_s(s)$ 'in 4. derece yaklaşım modeli SBL eşleştirme yöntemiyle aşağıda verildiği gibi elde edilmiştir.

$$C_{TS}(s) = \frac{9317s^4 + 2.353 \times 10^4 s^3 + 3903s^2 + 144s + 1}{840.6s^4 + 3523s^3 + 265.6s^2 + 3.115s + 0.001774} \quad (2.63)$$

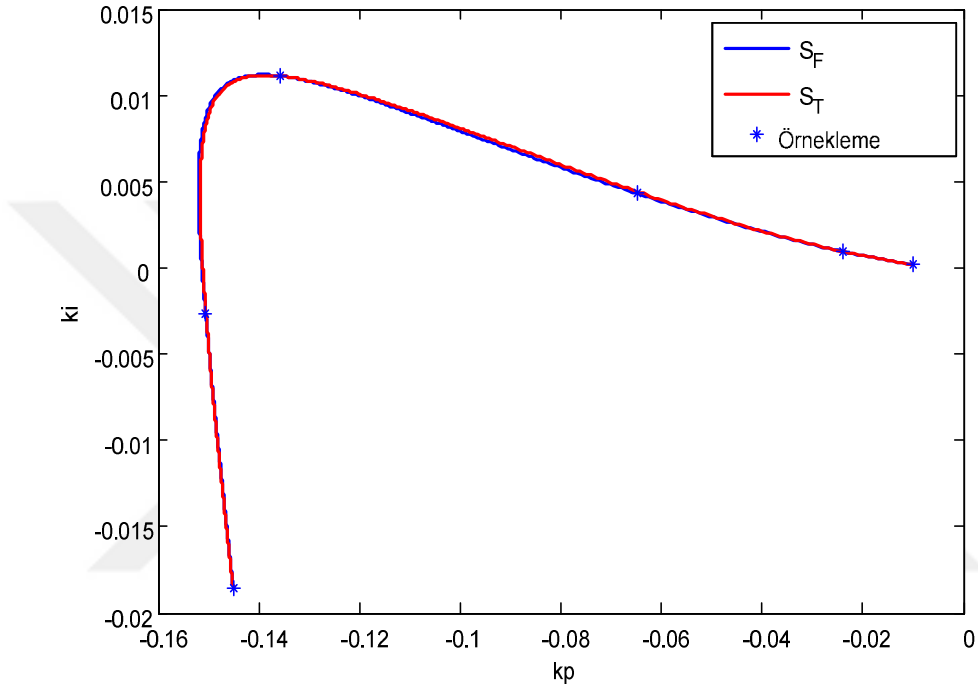
$C_s(s)$ ve $C_{TS}(s)$ 'in SBL eşleştirilmesi Şekil 2.12'de gösterilmiştir. SBL'lerin oldukça iyi bir şekilde eşleştirildiğini Şekil 2.12'de görebiliriz. Bileşik form uygulaması için önceki örneklerde $s^{0.5}$ ve $s^{-0.8}$ operatörleri için elde edilen 4. dereceden tamsayı yaklaşım modelleri $C_c(s) = 5 + 2s^{0.5} + \frac{1}{s^{0.8}}$ için kullanılmıştır. $C_c(s)$ kontrolör yapısı Şekil 2.13'te gösterildiği gibi paralel biçimde birleştirilerek istenilen bileşik forma uygun hale getirilebilir.

Şekil 2.14, analitik çözümün $5 + 2(j\omega)^{0.5} + 1/(j\omega)^{0.8}$ terimine göre elde edildiği iki farklı $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör uygulamasının genlik ve faz cevaplarını göstermektedir. Elde edilen frekans cevapları dikkate alındığında direkt ve bileşik formlar arasında, özellikle çok düşük frekanslarda, hafif farklar olduğu sonucu çıkarılabilir.

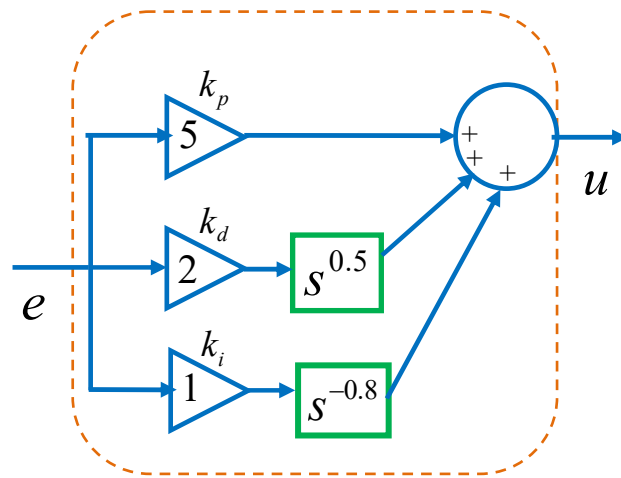
Bileşik form yaklaşımının tamsayı dereceli modeli Denklem 2.64'deki gibi elde edilmiştir.

$$C_{TC}(s) = \frac{1.143 \times 10^8 s^8 + 5.434 \times 10^8 s^7 + 7.04 \times 10^8 s^6 + 3.571 \times 10^8 s^5}{9.004 \times 10^6 s^8 + 6.83 \times 10^7 s^7 + 9.433 \times 10^7 s^6 + 4.524 \times 10^7 s^5 + 7.762 \times 10^7 s^4 + 7.556 \times 10^6 s^3 + 3.213 \times 10^5 s^2 + 5076s + 26.21} \quad (2.64)$$

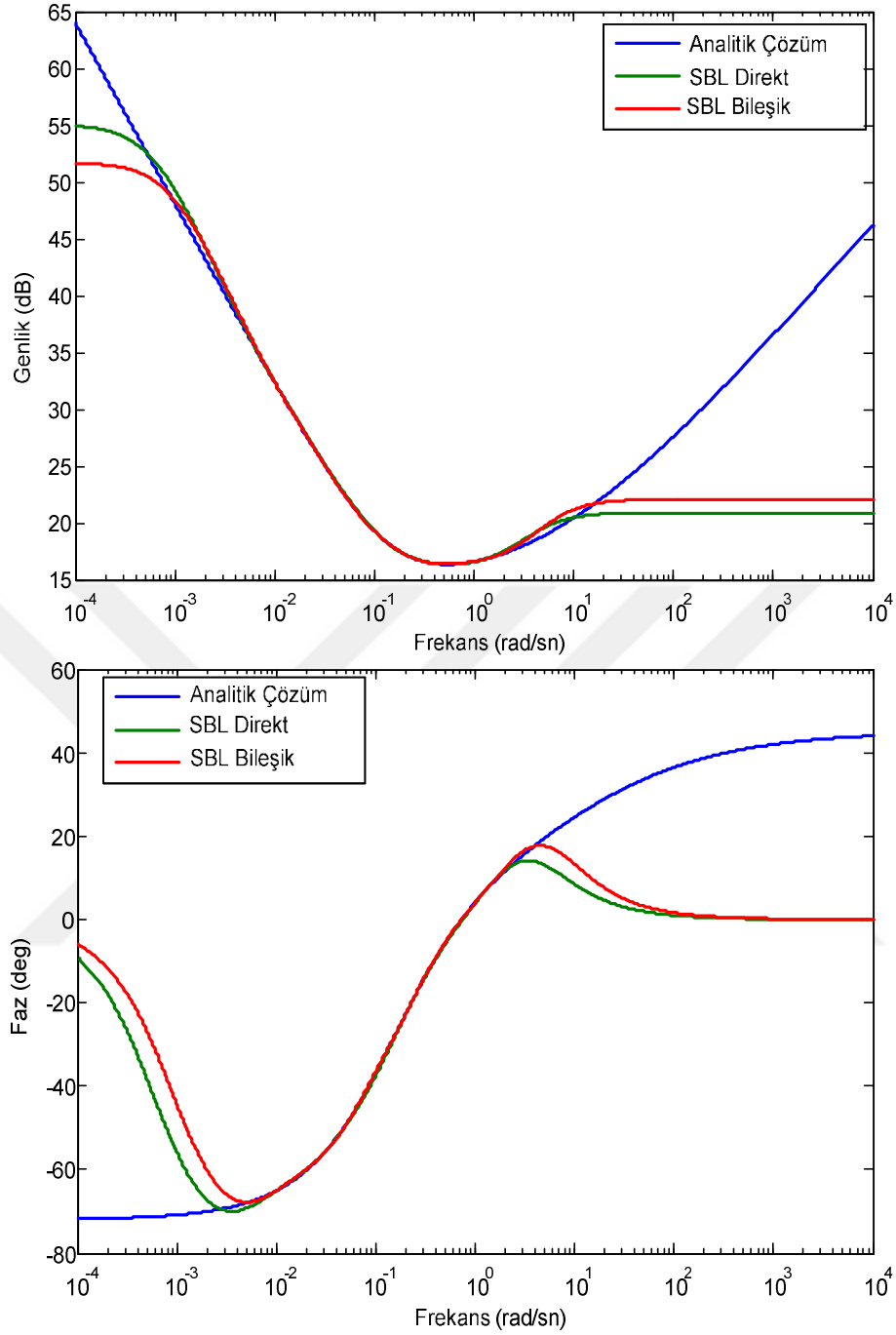
$$+ \frac{7.711 \times 10^6 s^4 + 5.113 \times 10^5 s^3 + 1.142 \times 10^4 s^2 + 83.12s + 0.06822}{9.004 \times 10^6 s^8 + 6.83 \times 10^7 s^7 + 9.433 \times 10^7 s^6 + 4.524 \times 10^7 s^5 + 7.762 \times 10^7 s^4 + 7.556 \times 10^6 s^3 + 3.213 \times 10^5 s^2 + 5076s + 26.21}$$



Şekil 2.12. $C_s(s)$, $C_{TS}(s)$ SBL'ler ve SBL örnekleme noktaları



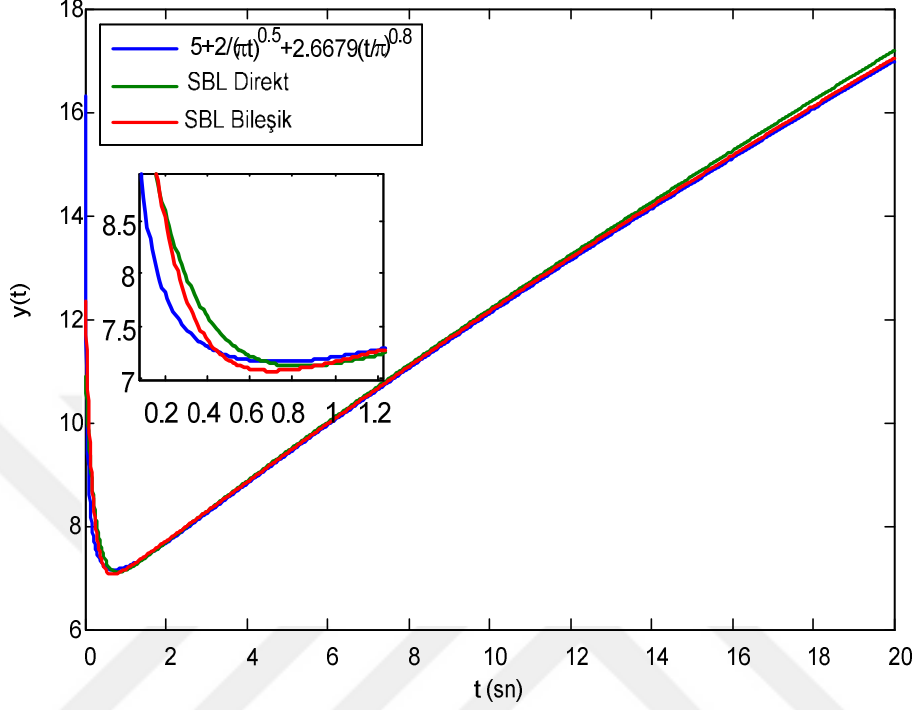
Şekil 2.13. $C_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = 5 + 2s^{0.5} + \frac{1}{s^{0.8}}$ için bileşik form uygulaması



Şekil 2.14. Analitik çözüm, $C_{TS}(s)$ (SBL Direkt) ve $C_{TC}(s)$ (SBL Bileşik) için genlik faz cevapları

$PI^\lambda D^\mu$ için iki farklı yaklaşım formunun zaman ve frekans cevaplarının MAE değerleri ise Tablo 2.3'te verilmiştir. Tablo 2.3'te görüldüğü gibi bileşik formun daha iyi zaman ve frekans cevapları sağladığı gözlemlenmiştir. Bunun sebebinin bileşik form uygulamasının iki kat daha yüksek dereceli bir transfer fonksiyon yapısı olduğu düşünülmektedir. $C_c(s)$ 'in birim basamak cevabını elde etmek için Denklem

2.60 uygulanırsa $5 + 2/(\pi t)^{0.5} + 2.6844(t/\pi)^{0.8}$ olacak şekilde analitik çözüm bulunmuş olur. Şekil 2.15, analitik çözüm ve iki farklı $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör uygulaması için hesaplanan birim basamak cevaplarını göstermektedir.



Şekil 2.15. Analitik sonuçların ve yaklaşık $PI^\lambda D^\mu$ uygulamalarının direkt ve bileşik formlarda SBL yaklaşımlarıyla birim basamak cevaplarının karşılaştırılması

Tablo 2.3. Şekil 2.14'te gösterilen genlik ve faz tepkileri için ve Şekil 2.15'te gösterilen birim basamak cevapların MAE değerlerinin karşılaştırılması

Yöntem	Tamsayı yaklaşım modelin derecesi	Genlik Cevabı (MAE)	Faz Cevabı (MAE)	Birim Basamak Cevabı (MAE)
SBL Direkt	4	0.0469	0.2352	0.1096
SBL Bileşik	8	0.0249	0.1660	0.0566

$\omega \in [0.01, 1.2]$ frekans aralığında $\alpha = 0.1$ 'den $\alpha = 0.9$ 'da kadar olan kesir dereceli türev operatörleri için SBL eşleştirme yöntemi ile elde edilen 4. dereceden tamsayı yaklaşım modelleri Tablo 2.4'te verilmiştir. Bu tablonun yaklaşım model kullanılması gereken birçok kesir dereceli uygulamalarda oldukça faydalı olacağı düşünülmektedir.

Tablo 2.4. $\omega \in [0.01, 1.2]$ frekans aralığında SBL eşleştirme yöntemi ile $0.1 \leq \alpha \leq 0.9$ aralığında kesir dereceli türev operatörü için elde edilen modeller

s^α	SBL eşleştirme yöntemi ile kesirli dereceli türev yaklaşımları
$s^{0.1}$	$\frac{5532s^4 + 1.338 \times 10^4 s^3 + 4147s^2 + 191.5s + 1}{4392s^4 + 1.353 \times 10^4 s^3 + 5063s^2 + 284.5s + 1.894}$
$s^{0.2}$	$\frac{7718s^4 + 1.714 \times 10^4 s^3 + 4974s^2 + 214.2s + 1}{4810s^4 + 1.743 \times 10^4 s^3 + 7372s^2 + 470.2s + 3.587}$
$s^{0.3}$	$\frac{1.087 \times 10^4 s^4 + 2.227 \times 10^4 s^3 + 6052s^2 + 242.6s + 1}{5224s^4 + 2.263 \times 10^4 s^3 + 1.083 \times 10^4 s^2 + 783.7s + 6.829}$
$s^{0.4}$	$\frac{1.553 \times 10^4 s^4 + 2.949 \times 10^4 s^3 + 7507s^2 + 279.8s + 1}{5622s^4 + 2.972 \times 10^4 s^3 + 1.615 \times 10^4 s^2 + 1324s + 13.16}$
$s^{0.5}$	$\frac{2.271 \times 10^4 s^4 + 4.012 \times 10^4 s^3 + 9566s^2 + 330.7s + 1}{5987s^4 + 3.978 \times 10^4 s^3 + 2.46 \times 10^4 s^2 + 2283s + 25.87}$
$s^{0.6}$	$\frac{3.447 \times 10^4 s^4 + 5.677 \times 10^4 s^3 + 1.268 \times 10^4 s^2 + 405.6s + 1}{6300s^4 + 5.493 \times 10^4 s^3 + 3.88 \times 10^4 s^2 + 4074s + 52.66}$
$s^{0.7}$	$\frac{5.564 \times 10^4 s^4 + 8.562 \times 10^4 s^3 + 1.791 \times 10^4 s^2 + 528.2s + 1}{6537s^4 + 8.007 \times 10^4 s^3 + 6.487 \times 10^4 s^2 + 7704s + 113.8}$
$s^{0.8}$	$\frac{1.008 \times 10^5 s^4 + 1.452 \times 10^5 s^3 + 2.844 \times 10^4 s^2 + 770.1s + 1}{6666s^4 + 1.298 \times 10^5 s^3 + 1.213 \times 10^5 s^2 + 1.628 \times 10^4 s + 275.5}$
$s^{0.9}$	$\frac{2.428 \times 10^5 s^4 + 3.28 \times 10^5 s^3 + 6.012 \times 10^4 s^2 + 1488s + 1}{6648s^4 + 2.773 \times 10^5 s^3 + 3.006 \times 10^5 s^2 + 4.561 \times 10^4 s + 887.3}$

2.3.6. SBL Eşleştirme Yönteminin Diğer Modellere Göre Avantajları

Bu bölümde SBL eşleştirme metodu kullanılarak farklı iki kesir dereceli sistem için 4. dereceden tamsayı yaklaşım modelleri elde edilmiş, Matsuda yöntemi [24] ve Oustaloup yöntemi [25] ile elde edilen tamsayı yaklaşım modelleri kullanılarak kararlılık bölgesi uyumu karşılaştırılmıştır. Uygulama yapılan örneklerin frekans

aralıkları ve seçilen örnekleme noktaları kesir dereceli transfer fonksiyonun kararlılık bölgesi baz alınarak seçilmiştir.

2.3.6.1. Örnek 1

$G_F(s)$ 2. dereceden kesir dereceli bir transfer fonksiyonu olacak şekilde Denklem 2.65'te verilmiş olsun.

$$G_F(s) = \frac{1}{s^{2.3} + 2s + 3} \quad (2.65)$$

Bu kesir dereceli transfer fonksiyonunun SBL'si $\omega \in [0.01, 3.14]$ frekans aralığında hesaplanmıştır. Buna göre $s^{0.3}$ operatörü için 4. dereceden tamsayı yaklaşım modelini bulmak için seçilen örnekleme frekansları $\{0.0100, 0.0590, 0.1090, 1.5090, 2.5090, 3.1400\}$ olacak şekilde bu noktalara tekabül eden kontrolör parametreleri, $\{(-3.5472, -0.0181), (-2.0827, -0.0626), (-1.7324, -0.0962), (-0.7875, -0.6055), (-0.6761, -0.8644), (-0.6321, -1.0113)\}$ şeklinde olacaktır.

Seçilen parametrelerin kullanılması ile SBL eşleştirme yöntemi ile elde edilen $s^{0.3}$ operatörüne ait model ile Matsuda yöntemi ve Oustaloup yöntemi ile elde edilen modeller $G_T(s)$ ile Tablo 2.5'te gösterilmiştir. Tablo 2.5'deki tamsayı yaklaşım modelleri için kararlılık bölgeleri Şekil 2.16'da gösterilmiştir. Kararlılık bölgeleri arasındaki farkın karşılaştırılabilmesi için, kesir dereceli transfer fonksiyonunun SBL'si üzerinde bulunan $(k_{pF}(\omega), k_{iF}(\omega))$ parametreleri ile tamsayı yaklaşım yöntemleri ile elde edilen SBL'ler üzerinde bulunan $(k_{pT}(\omega), k_{iT}(\omega))$ parametrelerinin genlikleri karşılaştırılmıştır.

Genlik farkı olarak tanımlanan hata fonksiyonu aşağıdaki denklemde verilmiştir.

$$\varepsilon(\omega) = \sqrt{k_{pF}(\omega)^2 + k_{iF}(\omega)^2} - \sqrt{k_{pT}(\omega)^2 + k_{iT}(\omega)^2} \quad (2.66)$$

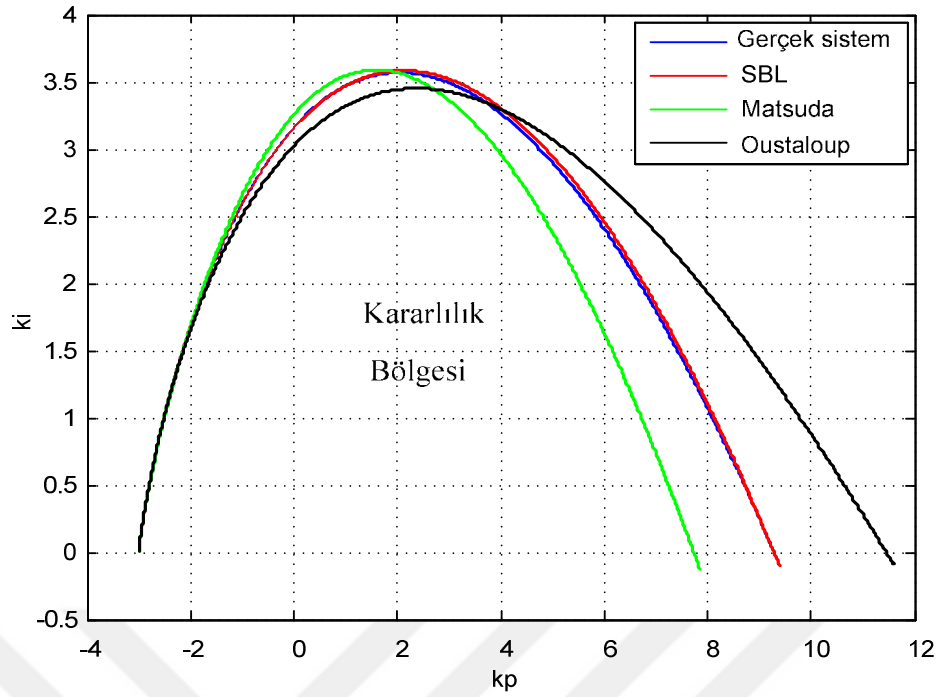
Şekil 2.16 ve Şekil 2.17'den görüldüğü üzere SBL eşleştirme yöntemi kullanılarak elde edilen tamsayı yaklaşım modelleri kararlılık bölgesi uyumu açısından oldukça başarılıdır.

Kesir dereceli sistemlerin realizasyonunda SBL eşleştirme yöntemi kullanırsa orijinal sistem ile tamsayı yaklaşım modeli arasında kararlılık uyumunun başarılı bir şekilde sağlanacağı düşünülmektedir. Böylece kararlılığın korunumu probleminin çözümü için katkıda bulunulmuş olacaktır.

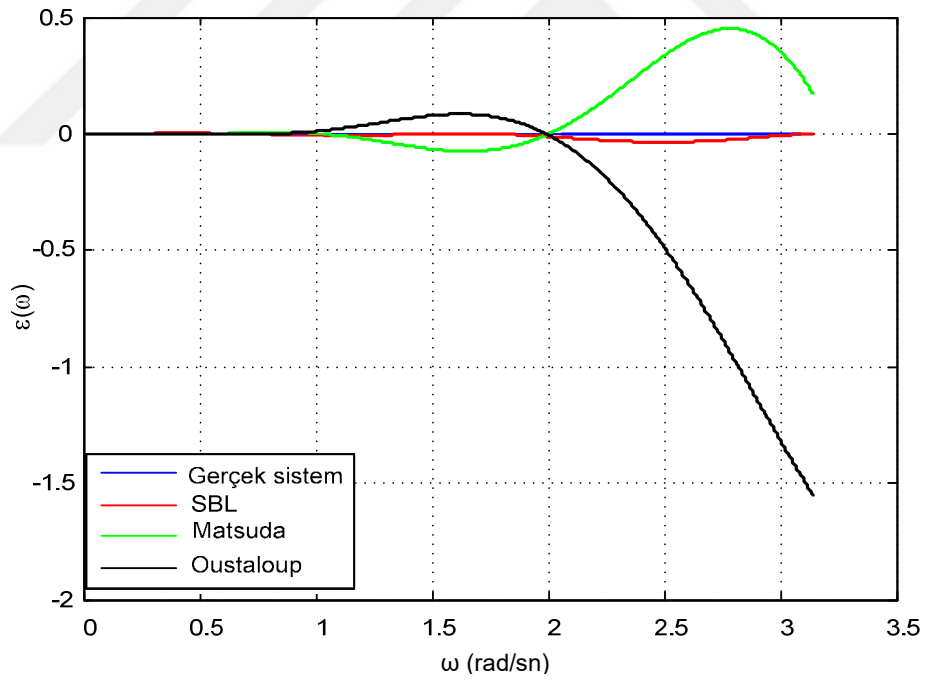
Tablo 2.5. Denklem 2.65 için SBL eşleştirme, Matsuda ve Oustaloup yöntemleri ile elde edilen tamsayı yaklaşım modelleri

Metot	$G_F(s) = \frac{1}{s^{2.3} + 2s + 3}$ için yaklaşık transfer fonksiyonu
SBL	$s^{0.3} = \frac{357.6s^4 + 2297s^3 + 1902s^2 + 161.9s + 1}{122.2s^4 + 1651s^3 + 2484s^2 + 427.3s + 6.043}$ $G_T(s) = \frac{122.2s^4 + 1651s^3 + 2484s^2 + 427.3s + 6.043}{357.6s^6 + s2541^5 + 5571s^4 + 1.009 \times 10^4 s^3 + 8309s^2 + 1294s + 18.13}$
Matsuda	$s^{0.3} = \frac{2.697s^4 + 9.38s^3 + 3.376s^2 + 0.1577s + 0.00057}{s^4 + 8.438s^3 + 5.674s^2 + 0.495s + 0.0045}$ $G_T(s) = \frac{s^4 + 8.438s^3 + 5.674s^2 + 0.495s + 0.004468}{2.697s^6 + 11.38s^5 + 23.25s^4 + 36.82s^3 + 18.01s^2 + 1.494s + 0.0134}$
Oustaloup*	$s^{0.3} = \frac{3.981s^5 + 142.9s^4 + 700.9s^3 + 531.7s^2 + 62.36s + 1}{s^5 + 62.36s^4 + 531.7s^3 + 700.9s^2 + 142.9s + 3.981}$ $G_T(s) = \frac{s^5 + 62.36s^4 + 531.7s^3 + 700.9s^2 + 142.9s + 3.981}{3.981s^7 + s^6 + 144.9s^6 + 828.6s^5 + 1782s^4 + 3059s^3 + 2389s^2 + 436.5s + 11.9}$

*Oustaloup yöntemi, $\omega \in [0.01, 100]$ frekans aralığında hesaplanmıştır.



Şekil 2.16. Denklem 2.65 için SBL eşleştirme, Matsuda ve Oustaloup yöntemleri ile elde edilen modellerin kararlılık bölgeleri



Şekil 2.17. Denklem 2.65 için SBL eşleştirme, Matsuda ve Oustaloup yöntemleri kullanılarak elde edilen tamsayı yaklaşım modellerinin $\omega \in [0.01, 3.14]$ frekans aralığındaki hata genlikleri

2.3.6.2. Örnek 2

Bu örnekte ise $G_F(s)$ 1. dereceden zaman gecikmeli bir kesir dereceli bir transfer fonksiyonu olacak şekilde aşağıda verildiği gibi ele alınmıştır.

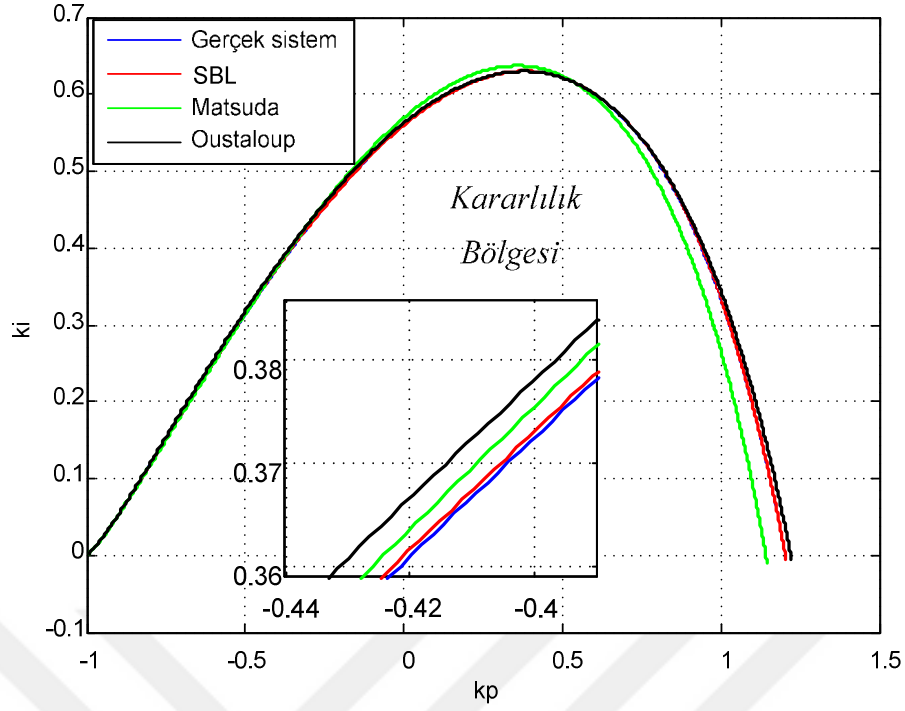
$$G_F(s) = \frac{1}{s^{1.5} + 1} e^{-s} \quad (2.67)$$

Denklem 2.67 ile verilen kesir dereceli transfer fonksiyonunun SBL hesaplaması $\omega \in [0.01, 1.42]$ frekans aralığında gerçekleştirilmiştir.

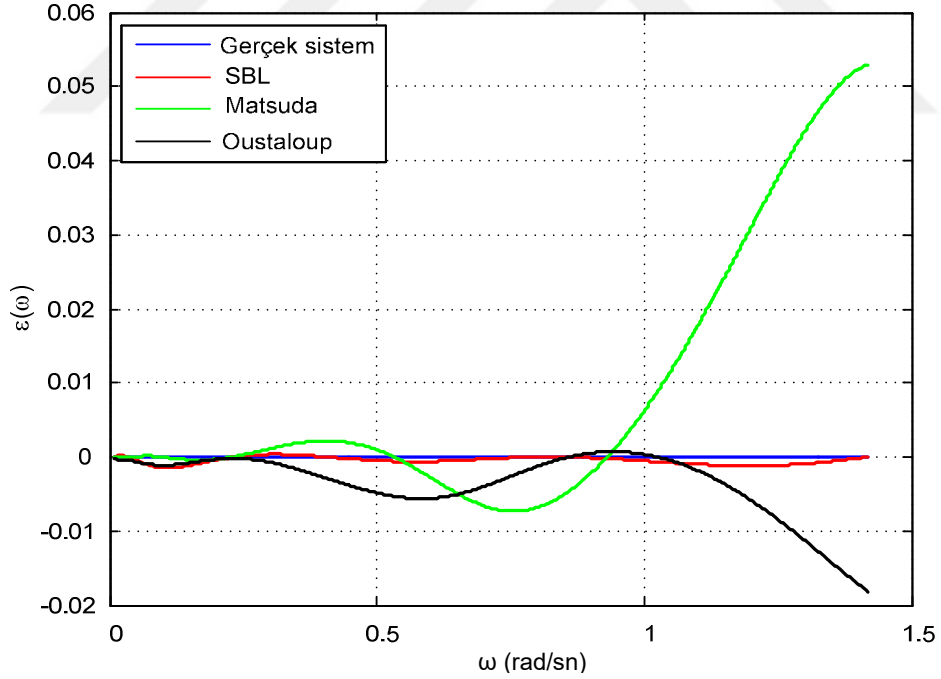
Tablo 2.6. Denklem 2.67 için SBL, Matsuda ve Oustaloup tamsayı yaklaşım metotları ile elde edilen transfer fonksiyonları

Metot	$G_F(s) = \frac{1}{s^{1.5} + 1} e^{-s}$ için yaklaşık transfer fonksiyonu
SBL	$s^{0.5} = \frac{1499s^4 + 4914s^3 + 2646s^2 + 213.9s + 1}{308s^4 + 3501s^3 + 4458s^2 + 989.3s + 20.74}$ $G_T(s) = \frac{308s^4 + 3501s^3 + 4458s^2 + 989.3s + 20.74}{1499s^5 + 5222s^4 + 6147s^3 + 4672s^2 + 990.3s + 20.7} e^{-s}$
Matsuda	$s^{0.5} = \frac{4.198s^4 + 6.834s^3 + 1.319s^2 + 0.036s + 6.96 \times 10^{-5}}{s^4 + 7.281s^3 + 3.821s^2 + 0.281s + 0.002}$ $G_T(s) = \frac{s^4 + 7.281s^3 + 3.821s^2 + 0.281s + 0.002}{4.198s^5 + 7.834s^4 + 8.6s^3 + 3.857s^2 + 0.281s + 0.002} e^{-s}$
Oustaloup*	$s^{0.5} = \frac{10s^5 + 298.5s^4 + 1218s^3 + 768.5s^2 + 74.97s + 1}{s^5 + 74.97s^4 + 768.5s^3 + 1218s^2 + 298.5s + 10}$ $G_T(s) = \frac{s^5 + 74.97s^4 + 768.5s^3 + 1218s^2 + 298.5s + 10}{10s^6 + 299.5s^5 + 1293s^4 + 1537s^3 + 1293s^2 + 299.5s + 10} e^{-s}$

*Oustaloup yöntemi, $\omega \in [0.01, 100]$ frekans aralığında hesaplanmıştır.



Şekil 2.18. Denklem 2.67 için SBL, Matsuda ve Oustaloup kullanılarak elde edilen tamsayı yaklaşım modellerinin kararlılık bölgeleri



Şekil 2.19. Denklem 2.67 için SBL eşleştirme, Matsuda ve Oustaloup yöntemleri kullanılarak elde edilen tamsayı yaklaşım modellerinin $\omega \in [0.01, 1.42]$ frekans aralığındaki hata genlikleri

Bu frekans aralığında $s^{0.5}$ operatörünün tamsayı yaklaşım modelini bulmak için örnekleme frekansları $\{0.0100, 0.0590, 0.3090, 0.8090, 1.2090, 1.4200\}$ olacak

şekilde seçilmiş ve frekanslara denk düşen kontrolör parametreleri ise $\{(-7.0711, -0.0707), (-2.9111, -0.1718), (-1.2721, -0.3931), (-0.7862, -0.6360), (-0.6431, -0.7775), (-0.5934, -0.8426)\}$ olacak şekilde $G_F(s)$ 'in SBL'sinden bulunmuştur. Tablo 2.6'da bu değerlerin kullanıldığı SBL eşleştirme yöntemi ve diğer yöntemler ile elde edilen tamsayı yaklaşım modelleri verilmiştir. Elde edilen modellere ait kararlılık bölgeleri ise Şekil 2.18'de gösterilmiştir.

Şekil 2.18 ve Şekil 2.19'da verilen sonuçlar dikkate alındığında SBL eşleştirme yöntemi kullanılarak elde edilen tamsayı yaklaşım modellerin kararlılık bölgelerindeki uyumun zaman gecikmeli bir sistem için de oldukça iyi sonuç verdiği görülmektedir.

Her iki örnek için elde edilen sonuçlar dikkate alındığında SBL eşleştirme yönteminin, Matsuda yöntemine göre kararlılık bölgesi uyumu açısından, Oustaloup yöntemine göre ise hem kararlılık bölgesi uyumu hem de daha düşük dereceli model elde edilmesine olanak sağlaması bakımından avantajlı olduğu düşünülmektedir. Tamsayı yaklaşım yöntemleri kullanılarak elde edilen her bir modele ait SBL'ler arasındaki hata, Denklem 2.66'nın kullanılmasıyla elde edilmiş ve Şekil 2.19'da gösterilmiştir.

2.4. Sonuçlar

Tezde yapılan bu çalışmada, SBL yönteminin kararlılık analizleri dışında kesir dereceli sistemler için tamsayı yaklaşım modellerinin elde edilmesinde de etkin bir şekilde kullanılabileceğini gösteren yeni bir yöntem sunulmuştur. Önerilen yöntem, (k_p, k_i) parametre düzleminde kararlılık sınır eğrilerinin eşleştirilmesine dayanmaktadır. Yapılan çalışmalar neticesinde, SBL eşleştirmesinin kararlılığın koruması hedefi ile model tanımlama işlemlerinde kullanılabileceği ve kesirli dereceli sistemler için kabul edilebilir zaman ve frekans cevabı elde edilebileceği gösterilmiştir. Önerilen yöntemin zaman cevabı, frekans cevabı ve MAE performanslarını göstermek için çeşitli örnekler verilmiş ve elde edilen sonuçlar, yaygın olarak kullanılan tamsayı dereceli yaklaşım yöntemleriyle karşılaştırılmıştır. SBL eşleştirme yönteminin zaman ve frekans cevabı performanslarının Matsuda ve Oustaloup yöntemleri ile yakın olduğu gözlemlenmiş ve buna ek olarak kararlılığın

korunma problemiyle daha iyi baş edebileceği kanaatine varılmıştır. Bu özelliğin kontrol sistemlerinin modelleme çalışmaları için oldukça faydalı olacağı düşünülmektedir.

Aslında, SBL model yaklaşımı kapalı çevrim kontrol sistemlerinin karakteristik polinomlarının eşleşmesine dayanmaktadır. Bu nedenle SBL modeli yaklaşımı orijinal sistem ile yaklaşık model arasındaki kararlılık bölgelerinin eşleştirilmesi bakımından kullanılabilir. Sonuç olarak, parametrik SBL eğrilerinin istenen frekans aralığında eşleştirilmesine olanak sağlamaktadır.

Önerilen yöntemin diğer bir avantajı, yalnızca kesir dereceli operatörlerinin tamsayı yaklaşım modelleri için değil aynı zamanda direkt olarak kesir dereceli transfer fonksiyonlarının yaklaşık modellerinin de elde edilmesi için kullanılabilmesidir. Bu durum daha düşük dereceli tamsayı yaklaşım modellerinin elde edilmesine imkan tanımaktadır. Bu bağlamda $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolörü için tamsayı dereceli transfer fonksiyonlarının hem bileşik formda hem de direkt formda nasıl elde edilebileceği hakkında bir örnek üzerinde de çalışılmıştır.

Bu çalışmalara ek olarak, biri zaman gecikmeli olmak üzere farklı iki kesir dereceli sistem için farklı frekans aralıklarında SBL eşleştirme yönteminin uygulamaları yapılmış ve kararlılık bölgeleri incelenmiştir. SBL eşleştirme ile elde edilen yaklaşık modellerin diğer yöntemler ile elde edilen modeller ile karşılaştırılması neticesinde kararlılık bölgelerinin uyumu açısından daha avantajlı modeller olduğu gösterilmiştir. Bu avantajın, kesir dereceli kapalı çevrim kontrol sistemi realizasyonunda kararlılığın korunması bakımından önemli bir rol oynayacağı öngörülmektedir. Önerilen yöntemin özellikle kontrol mühendisliği için model tanımlama alanında katkıda bulunacağını ve SBL analiz uygulamaları için de yeni bir bakış açısı getirebileceği düşünülmektedir.

3. SMITH ÖNGÖRÜCÜSÜ YAPILARI İÇİN KARARLILIK ANALİZİ VE SBL EŞLEŞTİRME YÖNTEMİ İLE MODEL TANIMLAMA

3.1. Giriş

Tezin bu bölümünde PI ve PID kontrolör kullanılan Smith öngörücü yapılarının kararlılık problemi incelenmiştir. Bu doğrultuda, Smith öngörücüsü şeması için elde edilen kararlılık bölgelerinin mükemmel model ve mükemmel olmayan FOPDT (birinci dereceden ölü zamanlı) ve SOPDT (ikinci dereceden ölü zamanlı) modellerin kullanıldığı durumlar için karşılaştırmaları yapılmıştır. Her iki durum için elde edilen kararlılık bölgelerinin gerçek sistemin kararlılık bölgesinden oldukça farklı ve daha geniş olduğu tespit edilmiştir. Bu sebeple, PI kontrolör için kararlılık bölgelerinden yola çıkarak gerçek sistemin farklı modellerini bulmak için bir yaklaşım yöntemi sunulmuş ve bu yöntem ile elde edilen modellerin kararlılık bölgesinin gerçek sistemlerin kararlılık bölgelerine daha uyumlu olduğu gösterilmiştir.

PI/PID kontrolörler endüstriyel uygulamalarda yaygın olarak kullanılmasına rağmen, geleneksel ayarlama yöntemleri büyük zaman gecikmesine sahip işlemler için yetersiz kalmaktadır. Gerçek kontrol uygulamalarında karşılaşılan dinamik sistemlerin kayda değer zaman gecikmesi (ölü zaman) sergilediği bilinmektedir [97,98]. Ölü zaman esas olarak seri bağlı sistem elemanlarının işlem süreleri veya zaman gecikmelerinden kaynaklanmaktadır. Kapalı çevrim kontrol sistemleri, ölü zamanın neden olduğu faz gecikmesinin artması nedeniyle kararsız hale gelebilir. Buna ek olarak, kapalı çevrim kontrol sistemlerinde ölü zamanlar, zaman gecikmeli sistemlerin tasarımını ve analizini zorlaştırmaktadır. Bu nedenle, zaman gecikmeli sistemlerde PI/PID kontrolör gibi klasik kontrolörlerin kapalı çevrim kontrol performansını iyileştirmek için ölü zaman kompanzatörleri kullanılmaktadır. O. J. M Smith tarafından sunulan Smith öngörücüsü yapısı en çok kullanılan ölü zaman kompanzatörlerinden birisi olarak kabul edilmektedir [99].

Klasik Smith öngörücüsü, zaman gecikmeli bir gerçek sistem, zaman gecikmeli bir model ve bir kontrolörden oluşmaktadır. Konfigürasyonda kullanılan kontrolör, parametreleri gerçek sistemin modeline göre belirlenen bir PI veya PID kontrolör olarak karşımıza çıkmaktadır. Smith öngörücüsü kontrolünün performansı, model ve gerçek sistem transfer fonksiyonları arasındaki eşleşmeye bağlıdır [100]. Bu

doğrultuda, konfigürasyonda kullanılacak modeli tahmin etmek ve uygun kontrolör parametrelerini ayarlamak için çeşitli yöntemler vardır. Örneğin, Kaya ve Atherton [101] asimetrik limit çevrim bilgileri ile tek bir röle geri besleme testi kullanarak bir model tanımlama yöntemi sunmuştur. Benouarets ve Atherton [102], Smith öngörücüsü kontrolörü için uygun parametrelerin elde edilmesi konusunda bir çalışma yapmıştır. Hang ve arkadaşları [103] uzun ölü zamanı olan süreçlerde Smith öngörücü için bir otomatik ayarlama yöntemi geliştirmişlerdir. Palmor ve Blau [104], Smith ölü zaman kompanzatörü için farklı bir otomatik ayarlama algoritması önermiştir.

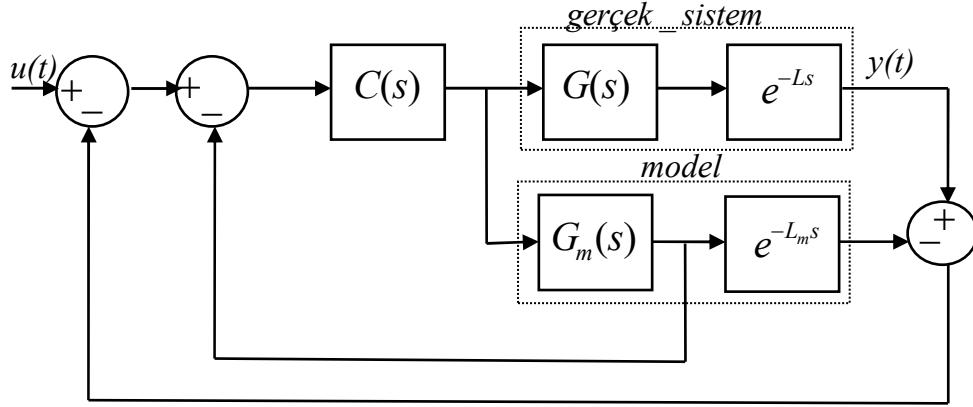
Tezin bu bölümünde ise, klasik Smith öngörücü yapılarında mükemmel ve mükemmel olmayan model transfer fonksiyonlarının kullanıldığı durumlarda kararlı tüm PI ve PID kontrolörleri veren kararlılık bölgeleri hesaplanmıştır. Ölü zamanın, kazanç ve faz paylarını azaltarak kararsızlığa neden olabileceği ve büyük ölü zamanlı süreçlerin kontrol edilmesinin zorluğu [105] bu çalışmada yapılan kararlılık analizlerinin önemini arttırmaktadır. Yapılan analizlerde, Smith yapısındaki kullanılan model gerçek sisteme eşit olmadığı durumlarda karakteristik denklemin iki farklı zaman gecikmesi terimi içerdiği ve bu tür sistemlerin kararlılık analizlerinin nötral ve rötarlı sistemlere benzediği gözlemlenmiştir [106]. PI kontrolör için kararlılık bölgesine dayalı model tanımlama prosedürü ise [72]'de verilen kontrolör parametrelerini hesaplayan formüller kullanılarak geliştirilmiştir. Bu yaklaşım, gerçek sistemin farklı FOPDT modellerini elde etmeyi mümkün kılmaktadır.

Buna ek olarak, Bölüm 2'de anlatılan SBL eşleştirme yöntemi kullanılarak bir model tanımlama yöntemi sunulmuş ve Smith öngörücüsü yapılarında kullanılan PID kontrolör için bir tasarım stratejisi önerilmiştir. Önerilen yaklaşımın kesir dereceli bir sistem transfer fonksiyonu için de uygulamaları yapılmıştır. Elde edilen sonuçların, Smith öngörücüsü için farklı model tanımlama ve kontrolör tasarımı çalışmalarına katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

3.2. Smith Öngörücüsü Yapısı

$C(s)$, $G(s)$ ve $G_m(s)$ 'in sırasıyla kontrolör, gerçek sistem ve model transfer fonksiyonları olarak ifade edildiği klasik Smith öngörücüsü konfigürasyonu Şekil

3.1’de gösterilmiştir. L ve L_m parametreleri ise gerçek sistem ve modele ait zaman gecikmelerini ifade etmektedir.



Şekil 3.1. Smith öngörücüsü konfigürasyonu

Şekil 3.1’de verilen sistemin kapalı çevrim fonksiyonu aşağıda verildiği şekilde elde edilmiştir.

$$T(s) = \frac{G(s)C(s)e^{-Ls}}{1 + [G(s)e^{-Ls} - G_m(s)e^{-L_ms} + G_m(s)]C(s)} \quad (3.1)$$

Model transfer fonksiyonunun gerçek sistem transfer fonksiyonuna mükemmel bir şekilde eşleştiği varsayılırsa o zaman $G(s)e^{-Ls} = G_m(s)e^{-L_ms}$ olacak şekilde bir eşitlik söz konusu olacaktır. Bu durumda Smith öngörücüsü yapısının kapalı çevrim transfer fonksiyonu ise Denklem 3.2’de verildiği gibi elde edilmiş olur.

$$T(s) = \frac{C(s)G_m(s)e^{-L_ms}}{1 + C(s)G_m(s)} \quad (3.2)$$

$C(s)$ kontrolörünün parametrelerini bulmak için farklı yaklaşımlar kullanılabilir. Bu çalışmada ise, PI veya PID kontrolörünün parametrelerini hesaplama olanağı sağlayan dahili model kontrol (IMC-Internal Model Control) formunda [107,108] yeniden oluşturulan eşdeğer bir Smith öngörücüsü yapısı kullanılmıştır. IMC sisteminin özelliklerinden biri, modelin tersini verecek şekilde tasarlandığında mükemmel kontrolör yapısına sahip olabilmesidir. Bu durum teorik olarak doğru olsa

da sabit durum kazancı bir olan alçak geçiren bir filtre kullanılmadan fiziksel olarak gerçekleştirilemez [72]. Alçak geçiren filtre genellikle $1/(\lambda s + 1)$ formunda olacak şekilde seçilir.

Smith öngörücüsünde, model transfer fonksiyonunun gerçek sistem transfer fonksiyonuna mükemmel şekilde uyduğu varsayılarak IMC prensiplerine dayalı bir şekilde tasarlandığında genellikle PI/PID kontrolör olarak seçilen $C(s)$ kontrolörünün parametreleri, filtre dinamikleri ve modelin parametreleri ile ayarlanabilir. Smith öngörücüsü şemasında, en çok kullanılan model bir FOPDT transfer fonksiyonu yapısındadır. Bu durumda Smith öngörücüsü şemasındaki kontrolör, aşağıdaki gibi bir PI kontrolör olarak bulunur:

$$C(s) = \frac{T_m s + 1}{K_m \lambda s} = k_p + \frac{k_i}{s} = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) \quad (3.3)$$

Bu denklem aşağıda verilen kontrolör parametrelerini tanımlayacak şekilde ideal bir PI kontrolör olarak yeniden düzenlenirse

$$k_p = \frac{T_m}{\alpha K_m \lambda} \quad (3.4)$$

$$T = T_m \quad (3.5)$$

elde edilmiş olur. Denklem 3.4'te, kapalı çevrim sistem cevap hızını ayarlamak için kullanılan α parametresi $0.2 < \alpha < 1$ aralığında sabit bir değer olacak şekilde seçilir, [72]. Hatanın karesinin integrali kriteri filtre parametresini $\lambda = L_m$ olacak şekilde bulmak için kullanılabilir.

Benzer şekilde, SOPDT model transfer fonksiyonu için, Smith öngörücü yapısındaki kontrolör, aşağıdaki kontrolör parametrelerine sahip bir PID kontrolörü olacak şekilde bulunabilir.

$$k_p = \frac{T_{1m} + T_{2m}}{\alpha K_m L_m} \quad (3.6)$$

$$T_i = T_{1m} + T_{2m} \quad (3.7)$$

$$T_d = \frac{T_{1m} T_{2m}}{T_{1m} + T_{2m}} \quad (3.8)$$

Kapalı çevrim sistem cevabının hızını ayarlamak için Denklem 3.6'da α parametresi kullanılmıştır. Bu çalışmada kullanılan yaklaşımın ayrıntıları için [72] çalışmasına bakılabilir.

3.3. PI ve PID Kontrolörlerin Tüm Kararlı Parametrelerinin Hesaplanması

Bu bölümde, SBL analiz yöntemi, zaman gecikmeli bir sistemde tüm kararlı PI ve PID kontrolör parametrelerini içeren kararlılık bölgesini elde etmek için kullanılmıştır [85]. Şekil 2.1'de gösterilen kapalı çevrim kontrol sisteminde $C(s)$ 'in bir PI kontrolör ve zaman gecikmeli sistem transfer fonksiyonunun ise aşağıda verildiği gibi olduğunu varsayalım.

$$G_p(s) = G(s)e^{-Ls} = \frac{N(s)}{D(s)}e^{-Ls} \quad (3.9)$$

Bölüm 2.3'te anlatılan kararlılık analizi bu bölümde de zaman gecikmeli sistem için uygulanırsa k_p , k_i parametreleri aşağıda verildiği gibi elde edilmiştir.

$$k_p(\omega) = \frac{X(\omega)U(\omega) - Y(\omega)R(\omega)}{Q(\omega)U(\omega) - R(\omega)S(\omega)} \quad (3.10)$$

$$k_i(\omega) = \frac{Y(\omega)Q(\omega) - X(\omega)S(\omega)}{Q(\omega)U(\omega) - R(\omega)S(\omega)} \quad (3.11)$$

Denklem 3.10 ve 3.11 çözüldüğü takdirde zaman gecikmeli sistem için kararlılık bölgesi elde edilmiş olacaktır. Bu denklemlerde kullanılan ifadelerin açık şekli aşağıda verilen denklemler ile ifade edilmiştir.

$$\begin{aligned}
Q(\omega) &= \omega N_e \sin(\omega L) - \omega^2 N_o \cos(\omega L) \\
R(\omega) &= N_e \cos(\omega L) + \omega N_o \sin(\omega L) \\
X(\omega) &= \omega^2 D_o \\
S(\omega) &= \omega N_e \cos(\omega L) + \omega^2 N_o \sin(\omega L) \\
U(\omega) &= \omega N_o \cos(\omega L) - N_e \sin(\omega L) \\
Y(\omega) &= -\omega D_e
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Şekil 2.1’de verilen kapalı çevrim kontrol sisteminde $C(s)$ bir PID kontrolör olduğunda ise kontrolör parametreleri aşağıda verilen denklemler kullanılarak hesaplanır.

$$k_p(\omega) = \frac{X(\omega)U(\omega) - Y(\omega)R(\omega) + k_d(B(\omega)R(\omega) - U(\omega)A(\omega))}{Q(\omega)U(\omega) - R(\omega)S(\omega)} \tag{3.13}$$

$$k_i(\omega) = \frac{Y(\omega)Q(\omega) - X(\omega)S(\omega) + k_d(B(\omega)Q(\omega) - S(\omega)A(\omega))}{Q(\omega)U(\omega) - R(\omega)S(\omega)} \tag{3.14}$$

Denklem 3.13 ve 3.14 çözüldüğü takdirde kararlılık bölgesi (k_p, k_i) düzleminde elde edilmiş olur. k_d ise Denklem 3.15 kullanılarak elde edilebilir.

$$k_d(\omega) = \frac{-Y(\omega)Q(\omega) + X(\omega)S(\omega) + k_i(Q(\omega)U(\omega) - R(\omega)S(\omega))}{B(\omega)Q(\omega) - S(\omega)A(\omega)} \tag{3.15}$$

Denklem 3.13 ve 3.15 çözüldüğü takdirde (k_p, k_d) düzleminde kararlılık bölgesi elde edilmiş olur. Denklem 3.13, 3.14 ve 3.15’de kullanılan ifadeler aşağıda verildiği şekilde olacaktır.

$$\begin{aligned}
Q(\omega) &= \omega N_e \sin(\omega L) - \omega^2 N_o \cos(\omega L) \\
R(\omega) &= N_e \cos(\omega L) + \omega N_o \sin(\omega L) \\
X(\omega) &= \omega^2 D_o \\
S(\omega) &= \omega N_e \cos(\omega L) + \omega^2 N_o \sin(\omega L) \\
U(\omega) &= \omega N_o \cos(\omega L) - N_e \sin(\omega L) \\
Y(\omega) &= -\omega D_e \\
A(\omega) &= -\omega^2 N_e \cos(\omega L) - \omega^3 N_o \sin(\omega L) \\
B(\omega) &= -\omega^3 N_o \cos(\omega L) + \omega^2 N_e \sin(\omega L)
\end{aligned} \tag{3.16}$$

3.3.1. Smith Öngörücüsü Yapısı için PI Kontrolörlerin Tüm Kararlı Parametrelerinin Hesaplanması

Bu bölümde, SBL analiz yöntemi kullanılarak Smith yapısı için kararlılık analizi yapılmış hem mükemmel hem de mükemmel olmayan model kullanıldığında oluşan yapı için tüm kararlı PI kontrolör parametrelerini gösteren kararlılık bölgeleri elde edilmiştir.

Gerçek sistemin modelini $G_m(s) = \frac{N_m(s)}{D_m(s)} e^{-L_m s}$ olarak ele alalım. Model transfer fonksiyonunun pay ve paydasını tek ve çift olarak ayrıştırıp yazacak olursak

$$G_m(j\omega) = \frac{N_{me}(-\omega^2) + j\omega N_{mo}(-\omega^2)}{D_{me}(-\omega^2) + j\omega D_{mo}(-\omega^2)} e^{-j\omega L_m} \tag{3.17}$$

elde edilmiş olur. Sistemde PI kontrolör kullanıldığı takdirde karakteristik denklem

$$\Delta(s) = sD(s)D_m(s) + (D_m(s)N(s)e^{-Ls} - D(s)N_m(s)e^{-L_m s} + D(s)N_m(s))(k_p s + k_i) \tag{3.18}$$

şeklinde olacaktır. Karakteristik denklemde $s = j\omega$ değişikliği yapıp Denklem 3.17'deki ifade yerine konulacak olursa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\begin{aligned}
\Delta(j\omega) = & j\omega(D_e + j\omega D_o)(D_{me} + j\omega D_{mo}) \\
& + ((D_{me} + j\omega D_{mo})(N_e + j\omega N_o)(\cos(\omega L) - j\sin(\omega L)) \\
& - (D_e + j\omega D_o)(N_{me} + j\omega N_{mo})(\cos(\omega L_m) - j\sin(\omega L_m)) \\
& + (D_e + j\omega D_o)(N_{me} + j\omega N_{mo}))(j\omega k_p + k_i)
\end{aligned} \tag{3.19}$$

$\Delta(j\omega)$ 'nın reel ve sanal kısımları sıfıra eşitlendiği takdirde Denklem 3.10 ve 3.11'de verilen k_p ve k_i parametreleri hesaplanmış olur. Aşağıda verilen denklemler Smith öngörücüsü yapısında PI kontrolörün bütün kararlı parametrelerini bulmak için Denklem 3.10 ve 3.11'de kullanılan ifadeler olarak hesaplanmıştır.

$$\begin{aligned}
Q(\omega) = & -\omega^2 D_{me} N_o \cos(L\omega) - \omega^2 D_{mo} N_e \cos(L\omega) + \omega^2 D_e N_{mo} \cos(L_m \omega) \\
& + \omega^2 D_o N_{me} \cos(L_m \omega) + \omega D_{me} N_e \sin(L\omega) - \omega^3 D_{mo} N_o \sin(L\omega) \\
& - \omega D_e N_{me} \sin(L_m \omega) + \omega^3 D_o N_{mo} \sin(L_m \omega) - \omega^2 D_e N_{mo} - \omega^2 D_o N_{me}
\end{aligned} \tag{3.20}$$

$$\begin{aligned}
R(\omega) = & D_{me} N_e \cos(L\omega) - \omega^2 D_{mo} N_o \cos(L\omega) - D_e N_{me} \cos(L_m \omega) \\
& + \omega^2 D_o N_{mo} \cos(L_m \omega) + \omega D_{me} N_o \sin(L\omega) + \omega D_{mo} N_e \sin(L\omega) \\
& - \omega D_e N_{mo} \sin(L_m \omega) - \omega D_o N_{me} \sin(L_m \omega) + D_e N_{me} - \omega^2 D_o N_{mo}
\end{aligned} \tag{3.21}$$

$$X(\omega) = \omega^2 D_e D_{mo} + \omega^2 D_o D_{me} \tag{3.22}$$

$$\begin{aligned}
S(\omega) = & \omega D_{me} N_e \cos(L\omega) - \omega^3 D_{mo} N_o \cos(L\omega) - \omega D_e N_{me} \cos(L_m \omega) \\
& + \omega^3 D_o N_{mo} \cos(L_m \omega) + \omega^2 D_{me} N_o \sin(L\omega) + \omega^2 D_{mo} N_e \sin(L\omega) \\
& - \omega^2 D_e N_{mo} \sin(L_m \omega) - \omega^2 D_o N_{me} \sin(L_m \omega) + \omega D_e N_{me} - \omega^3 D_o N_{mo}
\end{aligned} \tag{3.23}$$

$$\begin{aligned}
U(\omega) = & \omega D_{me} N_o \cos(L\omega) + \omega D_{mo} N_e \cos(L\omega) - \omega D_e N_{mo} \cos(L_m \omega) \\
& - \omega D_o N_{me} \cos(L_m \omega) - D_{me} N_e \sin(L\omega) + \omega^2 D_{mo} N_o \sin(L\omega) \\
& + D_e N_{me} \sin(L_m \omega) - \omega^2 D_o N_{mo} \sin(L_m \omega) + \omega D_e N_{mo} + \omega D_o N_{me}
\end{aligned} \tag{3.24}$$

$$Y(\omega) = -\omega D_e D_{me} + \omega^3 D_o D_{mo} \tag{3.25}$$

Gerçek sistemin modeli kendisine eşit olduğu durumda yani mükemmel model olduğu durum için karakteristik denklem aşağıda verildiği şekildedir.

$$\Delta(s) = sD(s) + N(s)(k_p s + k_i) \quad (3.26)$$

Denklem 3.26’da da görüldüğü üzere karakteristik denklem zaman gecikmesinden bağımsızdır ve $s = j\omega$ olacak şekilde yeniden düzenlendiği takdirde

$$\Delta(j\omega) = [(k_i N_e - k_p \omega^2 N_o) - \omega^2 D_o] + j[\omega(k_i N_o + k_p N_e) + \omega D_e] \quad (3.27)$$

elde edilmiş olur. Smith öngörücüsü yapısında mükemmel model durumunda PI kontrolörün bütün kararlı parametrelerini bulmak için Denklem 3.10 ve 3.11’de kullanılan ifadeler aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} Q(\omega) &= -\omega^2 N_o \\ R(\omega) &= N_e \\ X(\omega) &= \omega^2 D_o \\ S(\omega) &= \omega N_e \\ U(\omega) &= \omega N_o \\ Y(\omega) &= -\omega D_e \end{aligned} \quad (3.28)$$

3.3.2. Smith Öngörücüsü Yapısı için PID Kontrolörlerin Tüm Kararlı Parametrelerinin Hesaplanması

Smith öngörücüsünde mükemmel model olmayan transfer fonksiyonu ve PID kontrolör yapısı kullanıldığında karakteristik denklem aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$\Delta(s) = sD(s)D_m(s) + [D_m(s)N(s)e^{-Ls} - D(s)N_m(s)e^{-Lm_s} + D(s)N_m(s)](k_d s^2 + k_p s + k_i) \quad (3.29)$$

$s = j\omega$ dönüşümü yapılırsa karakteristik denklem aşağıda verildiği gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} \Delta(j\omega) &= j\omega(D_e + j\omega D_o)(D_{me} + j\omega D_{mo}) + ((D_{me} + j\omega D_{mo})((N_e + j\omega N_o)(\cos(L\omega) \\ &\quad - j\sin(L\omega)) - (D_e + j\omega D_o)(N_{me} + j\omega N_{mo})(\cos(L_m \omega) \\ &\quad - j\sin(L_m \omega)) + (D_e + j\omega D_o)(N_{me} + j\omega N_{mo}))(-\omega^2 k_d + j\omega k_p + k_i) \end{aligned} \quad (3.30)$$

Denklem 3.30 reel ve sanal kısımlarına ayrılıp sıfıra eşitlendiği takdirde k_p , k_i ve k_d değerleri Denklem 11-13'te verildiği gibi hesaplanabilir. Burada kullanılan ifadeler aşağıdaki denklemlerde verilmiştir.

$$\begin{aligned} Q(\omega) = & -\omega^2 D_{me} N_o \cos(L\omega) - \omega^2 D_{mo} N_e \cos(L\omega) + \omega^2 D_e N_{mo} \cos(L_m \omega) + \omega^2 D_o N_{me} \cos(L_m \omega) \\ & + \omega D_{me} N_e \sin(L\omega) - \omega^3 D_{mo} N_o \sin(L\omega) - \omega D_e N_{me} \sin(L_m \omega) + \omega^3 D_o N_{mo} \sin(L_m \omega) \\ & - \omega^2 D_e N_{mo} - \omega^2 D_o N_{me} \end{aligned} \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned} R(\omega) = & D_{me} N_e \cos(L\omega) - \omega^2 D_{mo} N_o \cos(L\omega) - D_e N_{me} \cos(L_m \omega) + \omega^2 D_o N_{mo} \cos(L_m \omega) \\ & + \omega D_{me} N_o \sin(L\omega) + \omega D_{mo} N_e \sin(L\omega) - \omega D_e N_{mo} \sin(L_m \omega) - \omega D_o N_{me} \sin(L_m \omega) \\ & + D_e N_{me} - \omega^2 D_o N_{mo} \end{aligned} \quad (3.32)$$

$$X(\omega) = \omega^2 D_e D_{mo} + \omega^2 D_o D_{me} \quad (3.33)$$

$$\begin{aligned} S(\omega) = & \omega D_{me} N_e \cos(L\omega) - \omega^3 D_{mo} N_o \cos(L\omega) - \omega D_e N_{me} \cos(L_m \omega) + \omega^3 D_o N_{mo} \cos(L_m \omega) \\ & + \omega^2 D_{me} N_o \sin(L\omega) + \omega^2 D_{mo} N_e \sin(L\omega) - \omega^2 D_e N_{mo} \sin(L_m \omega) - \omega^2 D_o N_{me} \sin(L_m \omega) \\ & + \omega D_e N_{me} - \omega^3 D_o N_{mo} \end{aligned} \quad (3.34)$$

$$\begin{aligned} U(\omega) = & \omega D_{me} N_o \cos(L\omega) + \omega D_{mo} N_e \cos(L\omega) - \omega D_e N_{mo} \cos(L_m \omega) - \omega D_o N_{me} \cos(L_m \omega) \\ & - D_{me} N_e \sin(L\omega) + \omega^2 D_{mo} N_o \sin(L\omega) + D_e N_{me} \sin(L_m \omega) - \omega^2 D_o N_{mo} \sin(L_m \omega) \\ & + \omega D_e N_{mo} + \omega D_o N_{me} \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$Y(\omega) = -\omega D_e D_{me} + \omega^3 D_o D_{mo} \quad (3.36)$$

$$\begin{aligned} A(\omega) = & \omega^2 D_{me} N_e \cos(\omega L) - \omega^4 D_{mo} N_o \cos(\omega L) - \omega^2 D_e N_{me} \cos(\omega L_m) + \omega^4 D_o N_{mo} \cos(\omega L_m) \\ & + \omega^3 D_{mo} N_e \sin(\omega L) + \omega^3 D_{me} N_o \sin(\omega L) - \omega^3 D_o N_{me} \sin(\omega L_m) - \omega^3 D_e N_{mo} \sin(\omega L_m) \\ & + \omega^2 D_e N_{me} - \omega^4 D_o N_{mo} \end{aligned} \quad (3.37)$$

$$\begin{aligned}
B(\omega) = & \omega^3 D_{mo} N_e \cos(\omega L) + \omega^3 D_{me} N_o \cos(\omega L) - \omega^3 D_o N_{me} \cos(\omega L_m) - \omega^3 D_e N_{mo} \cos(\omega L_m) \\
& - \omega^2 D_{me} N_e \sin(\omega L) + \omega^4 D_{mo} N_o \sin(\omega L) + \omega^2 D_e N_{me} \sin(\omega L_m) - \omega^4 D_o N_{mo} \sin(\omega L_m) \\
& + \omega^3 D_o N_{me} + \omega^3 D_e N_{mo}
\end{aligned} \tag{3.38}$$

Bulunan bu değerler Denklem 3.13-3.15'te yerine yazılırsa (k_p, k_i) ve (k_p, k_d) düzlemlerinde Smith öngörücüsü yapısı için bütün kararlı PID kontrolör parametrelerini veren kararlılık bölgeleri bulunmuş olur.

$G(s)e^{-Ls} = G_m(s)e^{-L_ms}$ mükemmel model durumunda ise karakteristik denklem aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\Delta(s) = sD(s) + N(s)(k_d s^2 + k_p s + k_i) \tag{3.39}$$

$s = j\omega$ dönüşümü yapılırsa karakteristik denklem, Denklem 3.40'daki gibi elde edilmiş olur.

$$\Delta(j\omega) = \left[(k_i N_e - k_p \omega^2 N_o - k_d \omega^2 N_e) - \omega^2 D_o \right] + j \left[\omega(k_i N_o + k_p N_e - \omega^2 N_o k_d) + \omega D_e \right] \tag{3.40}$$

Reel ve sanal kısımlar sıfıra eşitlenirse k_p , k_i ve k_d değerleri Denklem 3.13-3.15'te elde edildiği gibi olacaktır. Bu denklemlerde kullanılan $Q(\omega)$, $R(\omega)$, $X(\omega)$, $S(\omega)$ $U(\omega)$ ve $Y(\omega)$ ifadeleri Denklem 3.28'de verildiği gibidir. $A(\omega)$ ve $B(\omega)$ ifadeleri ise aşağıda verilmiştir.

$$A(\omega) = \omega^2 N_e \tag{3.41}$$

$$B(\omega) = \omega^3 N_o$$

3.13-3.15 Denklemleri kullanılarak mükemmel modelin uygulandığı Smith öngörücüsü yapısının kararlılık bölgeleri elde edilmiş olur.

3.4. Kararlılık Bölgesi Kullanılarak Alternatif Bir Model Tanımlama Yöntemi

Bu bölümde, kararlılık bölgesine dayalı alternatif bir model tanımlama yöntemi önerilmektedir. Model parametrelerini bulmak için model tanımlama prosedürü şu şekilde gerçekleştirilebilir: İlk olarak, mükemmel model için kararlılık bölgesi elde edilir. Daha sonra eşdeğer modelin $G_m(s) = \frac{K_m e^{-L_m s}}{(T_m s + 1)}$ olacak şekilde FOPDT model olduğu varsayımı ile k_p ve k_i değerleri kararlılık bölgesinden seçilerek modelin parametreleri tahmin edilmiş olur.

IMC tabanlı Smith öngörücüsü göz önüne alındığında, parametreleri belirlemek için aşağıdaki ifadeler kullanılabilir:

$$\begin{aligned} T_m &= \frac{k_p}{k_i} \\ L_m &= \lambda \\ K_m &= \frac{1}{\alpha k_i \lambda} \end{aligned} \tag{3.42}$$

λ filtre parametresi $\lambda \in [L - \%10, L + \%10]$ aralığında olacak şekilde hesaba katılabilir. Gerçek sistemin kazancının K olduğu düşünülürse α parametresi $K_m = K$ olacak şekilde $0.2 < \alpha < 1$ aralığında seçilebilir [72]. Bu yaklaşımla gerçek sistemler için birden fazla kararlı kontrolör bulunabileceğinden dolayı, sistemin FOPDT yaklaşık modellerinden oluşan bir parametre kümesi elde edilmiş olur. Bu durum, sistemin yaklaşık modelini seçmek için esneklik sağlar. Dahası, belirlenen kümeden gerçek sistemin kararlılık bölgesi ile eşleşen bir kararlılık bölgesine sahip FOPDT model bulunabilir. Bu bulgu, önerilen yaklaşım ile dayanıklı bir kontrol sağlanabildiğinden dolayı önemli bir bulgudur. Önerilen yöntemin bir örnek üzerinde uygulaması bir sonraki bölümde ayrıntıları ile verilmiştir.

3.5. Uygulama Örnekleri

Bu bölümde, bütün kararlı PI ve PID kontrolör parametrelerini içeren kararlılık bölgelerini bulmak için [72] çalışmasında verilen Smith öngörücüsü kontrol

şemasında kullanılan yüksek dereceli bir sistem transfer fonksiyonu üzerinde analizler yapılmıştır. FOPDT ve SOPDT modelleri için ise [101,109] çalışmalarında verilen model tanımlama yöntemi ile elde edilen modeller kullanılmıştır. Aynı zamanda PI kontrolör için elde edilen kararlılık bölgeleri için alternatif bir model tanımlama yaklaşımı da sunulmuştur.

3.5.1. Örnek 1

PI kontrolör kullanıldığı durumda kararlılık analizi için, yüksek dereceli bir sistem transfer fonksiyonunu aşağıdaki denklemde verildiği gibi ele alalım [72].

$$G(s) = \frac{e^{-20s}}{(3s+1)(2s+1)(s+1)(0.5s+1)} \quad (3.43)$$

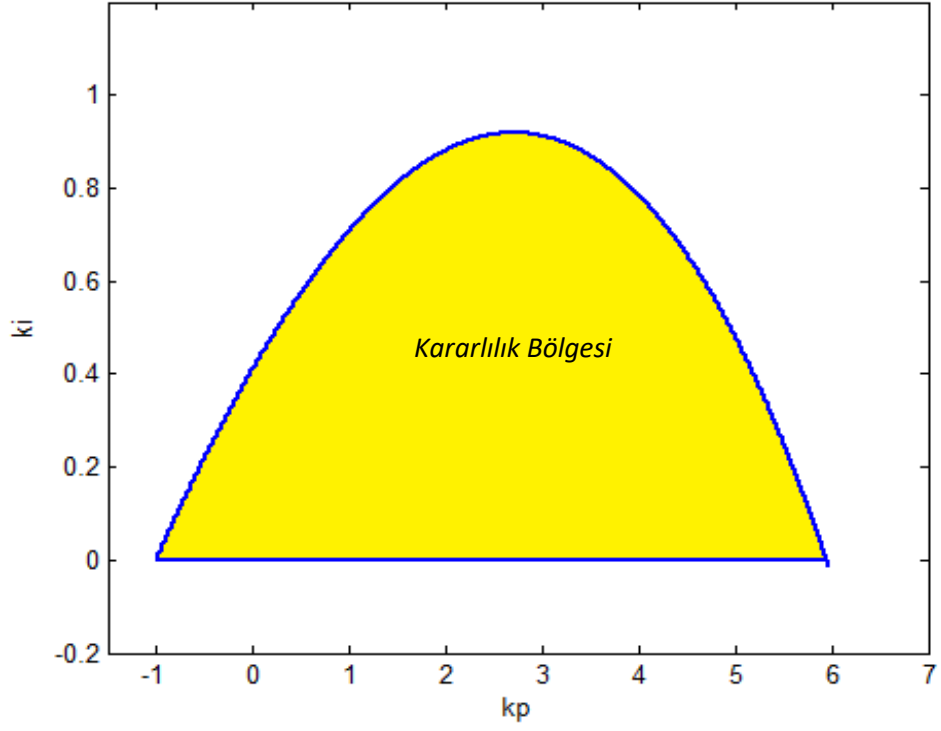
Smith yapısını $G(s)e^{-Ls} = G_m(s)e^{-L_ms}$ olacak şekilde mükemmel model yapısında olduğu varsayılırsa, kararlılık bölgesi Şekil 3.2’de verildiği gibi elde edilmiştir.

Mükemmel olmayan Smith öngörücüsü yapısında kararlılık bölgesini bulmak için kullanılan FOPDT modeli aşağıda verildiği gibi ele alınmıştır [72].

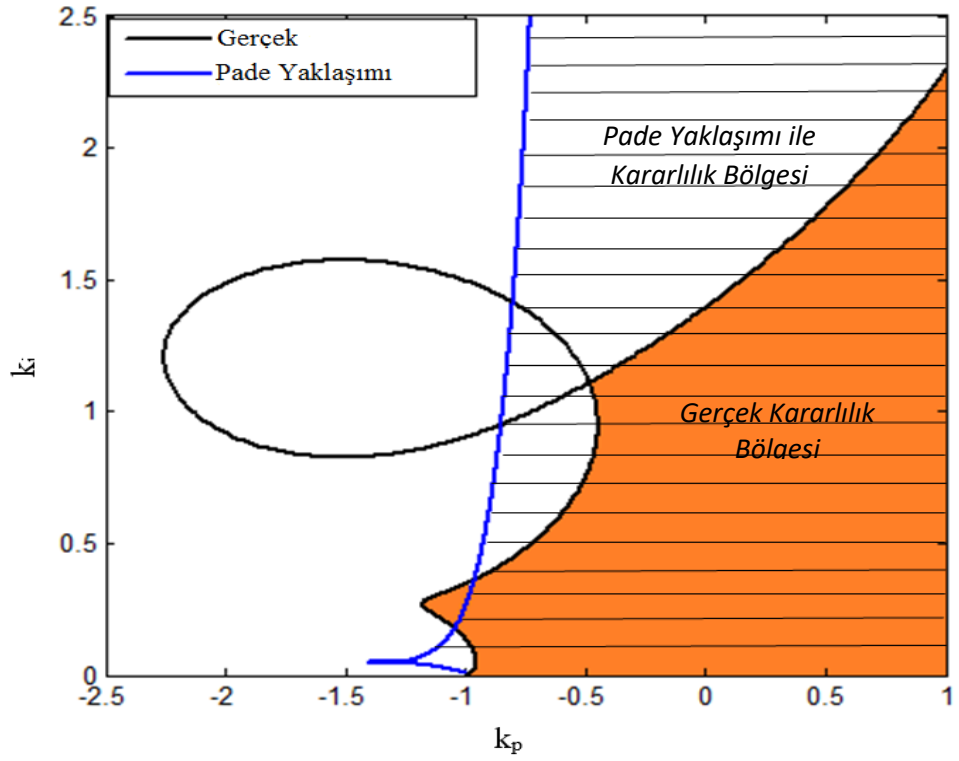
$$G_m(s) = \frac{e^{-23.28s}}{(3.67s+1)} \quad (3.44)$$

Denklem 3.44’te verilen FOPDT modelin kullanılması ile Smith öngörücü yapısı için elde edilen kararlılık bölgeleri 3.20-3.25 Denklemleri dikkate alınarak Denklem 3.10 ve 3.11 çözüldüğünde Şekil 3.3’te gösterildiği gibi elde edilmiştir. Aynı zamanda, Şekil 3.3’te zaman gecikmesi için 1. dereceden Pade yaklaşımı kullanılarak elde edilen kararlılık bölgesi de verilmiştir. Gerçek sistemin modeli aşağıdaki denklemde verilen SOPDT model [72] olarak kullanıldığında kararlılık bölgesi Şekil 3.4’te verildiği gibi elde edilmiş olur.

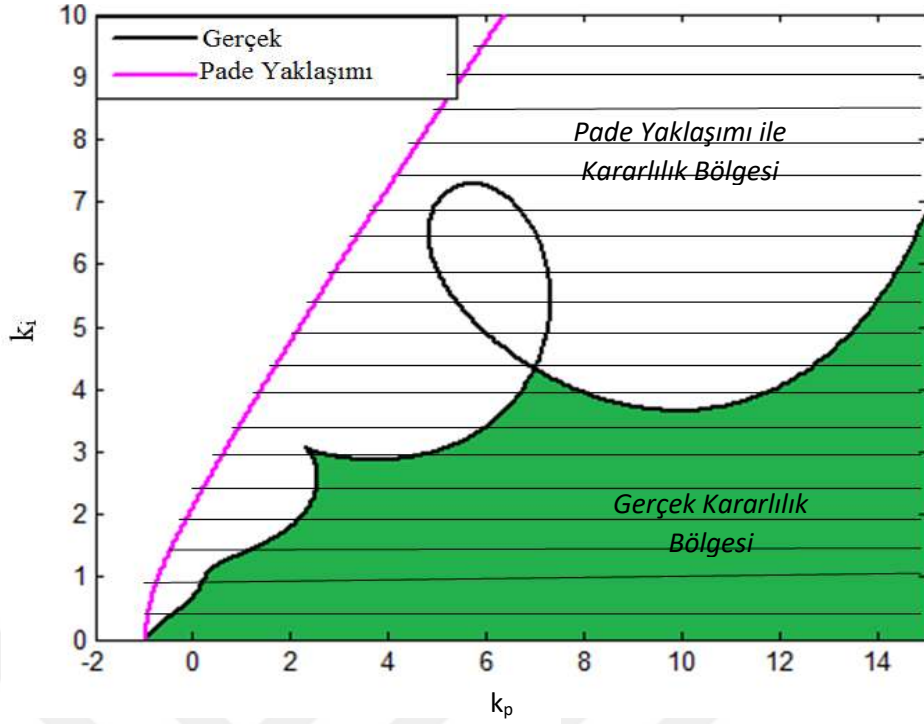
$$G_m(s) = \frac{e^{-21.01s}}{(2.77s+1)^2} \quad (3.45)$$



Şekil 3.2. $G(s)e^{-Ls} = G_m(s)e^{-L_ms}$ (mükemmel model) durumunda Smith yapısı için kararlılık bölgesi



Şekil 3.3. FOPDT model kullanıldığında Smith yapısı için kararlılık bölgesi



Şekil 3.4. SOPDT model kullanıldığında Smith yapısı için kararlılık bölgesi

1. dereceden Pade yaklaşımını kullanarak elde edilen kararlılık bölgesinin kesin analiz kullanılarak yapılan hesaplamalar göz önüne alındığında yanlış olduğu görülmektedir. Şekil 3.3 ve Şekil 3.4'te farklı k_p ve k_i değerleri için sistem cevabı değerlendirildiğinde, eğrinin sağ tarafında çizgili olarak gösterilen alan, Pade yaklaşımı kullanarak elde edilmiş kararlılık bölgesidir. Benzer şekilde, sarmalın sağ tarafında kalan renklendirilmiş alan ise, sarmalın iç kısmı haricinde mükemmel model kullanılmayan Smith öngörücüsü yapısının kararlılık bölgesi olarak tespit edilmiştir.

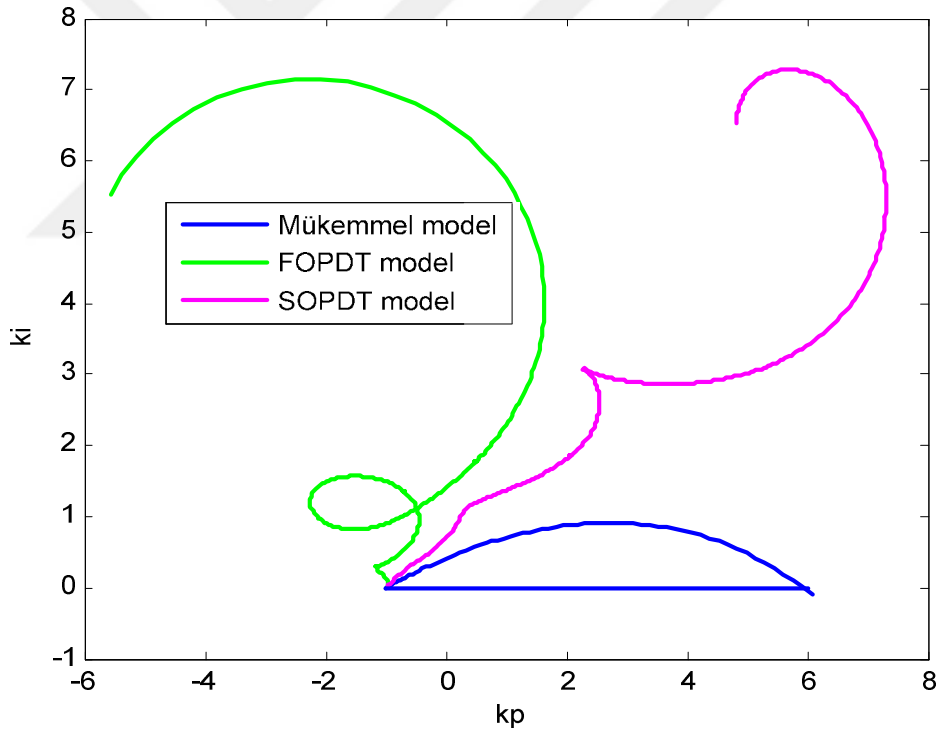
Smith konfigürasyonunda mükemmel model, FOPDT ve SOPDT modeller kullanıldığı durumlar için elde edilen kararlılık bölgeleri Şekil 3.5'te karşılaştırılmıştır. Şekil 3.5 incelendiği takdirde FOPDT ve SOPDT modellerin kullanıldığı durumlar için kararlılık bölgelerinin gerçek sistemlerin kararlılık bölgelerinden oldukça farklı ve büyük bir alanda olduğu görülmektedir.

Kullanılan FOPDT ve SOPDT modellerin sistem için kararlılık bölgesi bakımından uygun olmadığı sonucuna varılabilir. Ayrıca, sistemin kararsız olduğu durum anlamına gelen mükemmel modelin kararlılık bölgesinin dışındaki k_p ve k_i değerleri seçildiği takdirde FOPDT ve SOPDT modelleri için seçilen bu değerler

kararlı olduğu halde Smith öngörücüsü sisteminin kararlılığı hakkında yanlış bir sonuç verebilir.

Kontrolör tasarımı, kararlılığın sağlanmasının yanında arzu edilen bir performans sağlaması ve aynı zamanda iyi bir gürültü bastırma özelliğine sahip olması hedeflenir. Bir sistemin kararlılık bölgesi o sistemi kararlı halde tutan birçok kontrolör parametresini içerir ve istenen kontrolörü bulmak için bu parametreler arasından seçim yapılabilir. Bu örnekte, tüm durumlar için kararlılık bölgelerinden seçilen $k_p = 0.4$ ve $k_i = 0.1$ kontrolör parametrelerinin kullanılması ile $t = 150$ sn’de verilen birim basamak bir gürültü sinyaline sahip birim basamak cevapları elde edilmiş ve Şekil 3.6’da gösterilmiştir.

Şekil 3.6 incelendiği takdirde SOPDT model için seçilen kontrolör parametrelerinin kullanılması ile elde edilen birim basamak cevabının mükemmel modelin birim basamak cevabına yakın olduğu görülmektedir.



Şekil 3.5. Smith öngörücüsünde tüm modeller için kararlılık bölgeleri

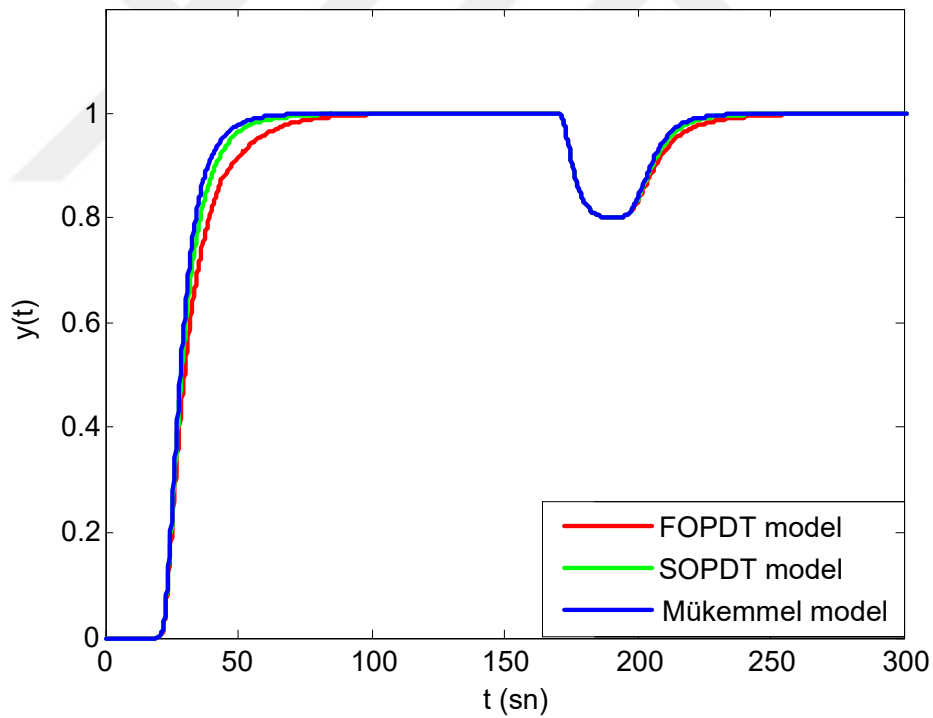
Bununla birlikte, Şekil 3.5’te gösterildiği gibi bir kontrolör FOPDT ve SOPDT modellerini kararlı hale getirirken gerçek sistemi kararsız hale getirebilmektedir. Bu problem, yukarıda açıklanan kararlılık bölgesi tabanlı tanımlama yöntemi ile ortadan kaldırılabilir. Önerilen yöntemle göre model parametrelerini tanımlayan formüllerin

yeniden düzenlenmesi ile gerçek sistemin ve FOPDT modelin kararlılık bölgelerini birbirine benzetmek mümkün olabilir.

Kontrolör parametrelerini $k_p = 0.4$ ve $k_i = 0.1$ olarak kabul edersek ve Denklem 3.42’de verilen tanım formüllerinin kullanılması ile $\lambda \in [18, 22]$ için farklı FOPDT modelleri elde edilebilir. FOPDT modellerinin parametreleri Tablo 3.1’de sunulmuştur. Smith öngörücüsü yapılandırmasının kararlılık bölgesini elde etmek için Denklem 3.46’da verilen FOPDT modeli Tablo 3.1’den seçilmiştir.

$$G_m(s) = \frac{e^{-20s}}{(4s+1)} \quad (3.46)$$

$\lambda = 20$, $K_m = 1$ ve $T_m = 4$ değerleri için tahmin edilen FOPDT modelin kullanıldığı Smith yapısının kararlılık bölgesi Şekil 3.7’de gösterilmiştir.



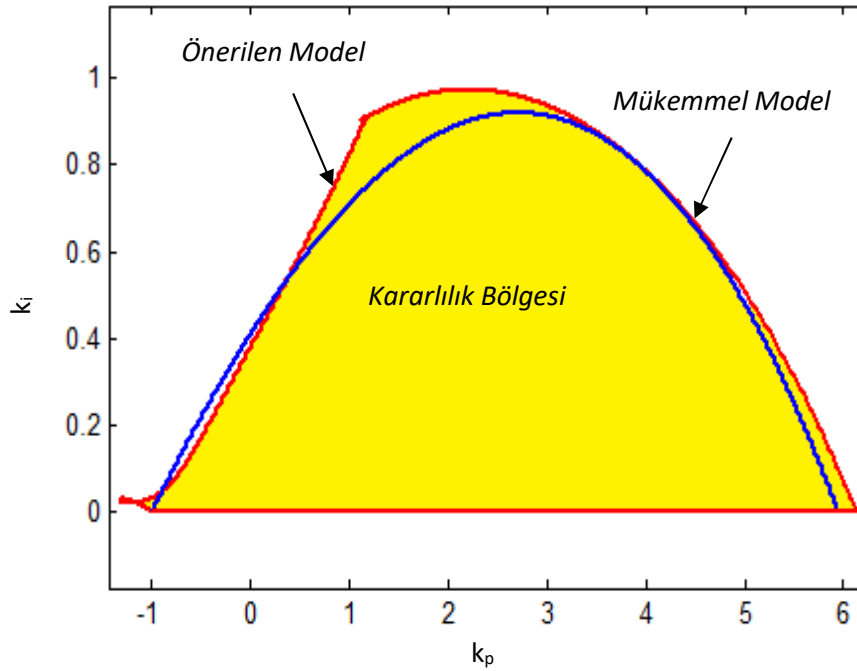
Şekil 3.6. $k_p = 0.4$ ve $k_i = 0.1$ için bütün modellerin birim basamak cevapları

Önerilen yöntem ile elde edilen modelin kullanılması ile elde edilen kararlılık bölgesinin, mükemmel modelin kullanıldığı Smith öngörücüsü yapısının kararlılık bölgesine benzediği Şekil 3.7’de görülmektedir. Kararlılık bölgesinden seçilen

$k_p = 0.5$ ve $k_i = 0.07$ kontrolör parametreleri için önerilen model, Kaya'nın modeli ve mükemmel modelin kullanıldığı Smith yapısı için elde edilen $t = 150$ sn'de birim basamak gürültüye sahip birim basamak cevabı Şekil 3.8'de verilmiştir. Gerçek sistemin, Kaya'nın modelinin ve önerilen modelin Nyquist çizimi, Şekil 3.9'da gösterilmektedir. Kaya'nın modelinin Nyquist eğrisi gerçek sisteme çok yakın olmasına rağmen kararlılık bölgesinin mükemmel modelden oldukça farklı olduğu unutulmamalıdır.

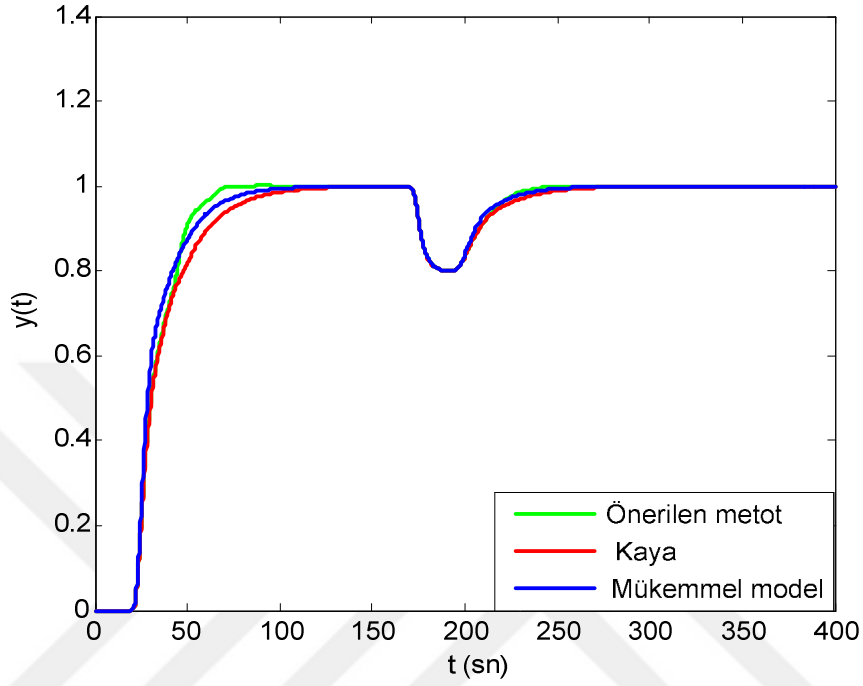
Tablo 3.1. $\lambda \in [18, 22]$ için önerilen yöntem ile model parametrelerinin tahmini

$k_p = 0.4$ ve $k_i = 0.1$			
λ	K_m	T_m	α
18	1	4	0.55
19	1	4	0.52
20	1	4	0.50
21	1	4	0.47
22	1	4	0.45



Şekil 3.7. Önerilen yöntem ile elde edilen FOPDT model için kararlılık bölgesi

Şekil 3.8 incelendiğinde, 3.46 Denkleminde verilen FOPDT modelin birim basamak cevabının mükemmel modelin kullanıldığı sistem cevabına yakın olduğu görülmektedir. Bu nedenle, zaman cevabı bakımından tanımlanan modelin dezavantajlarının olmadığını söyleyebiliriz.



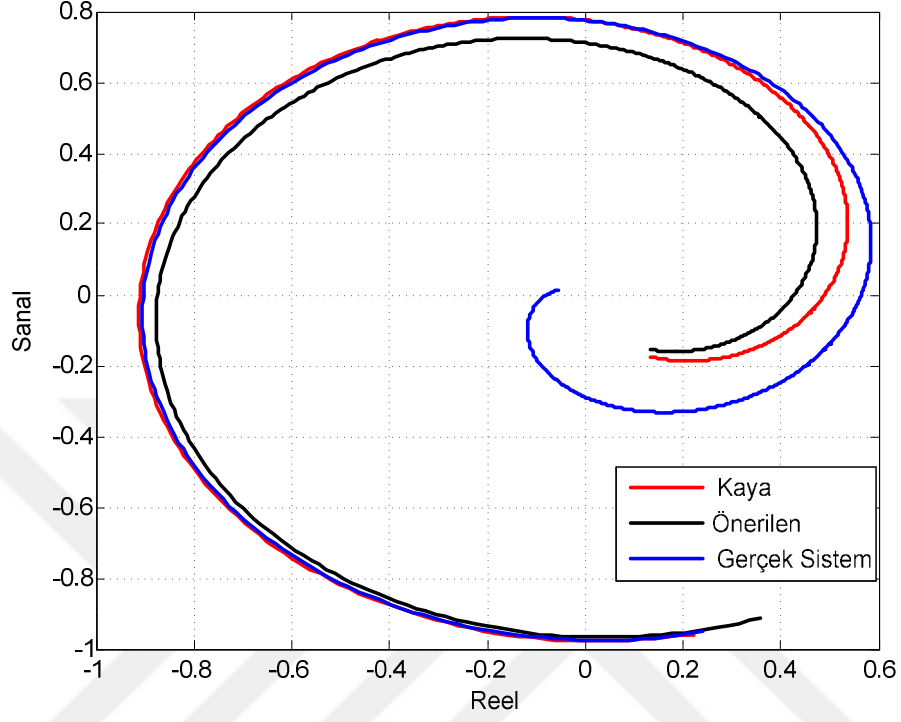
Şekil 3.8. $k_p = 0.5$ ve $k_i = 0.07$ için birim basamak cevapları

Bununla birlikte, kararlılık bölgesinden seçilen her PI kontrolörün iyi bir FOPDT modeli vermediğini belirtmek gerekir. Bu noktayı açıklığa kavuşturmak için, kararlılık bölgesinden seçilen farklı PI kontrolörleri için birim basamak cevapları Şekil 3.10'da verilmiştir.

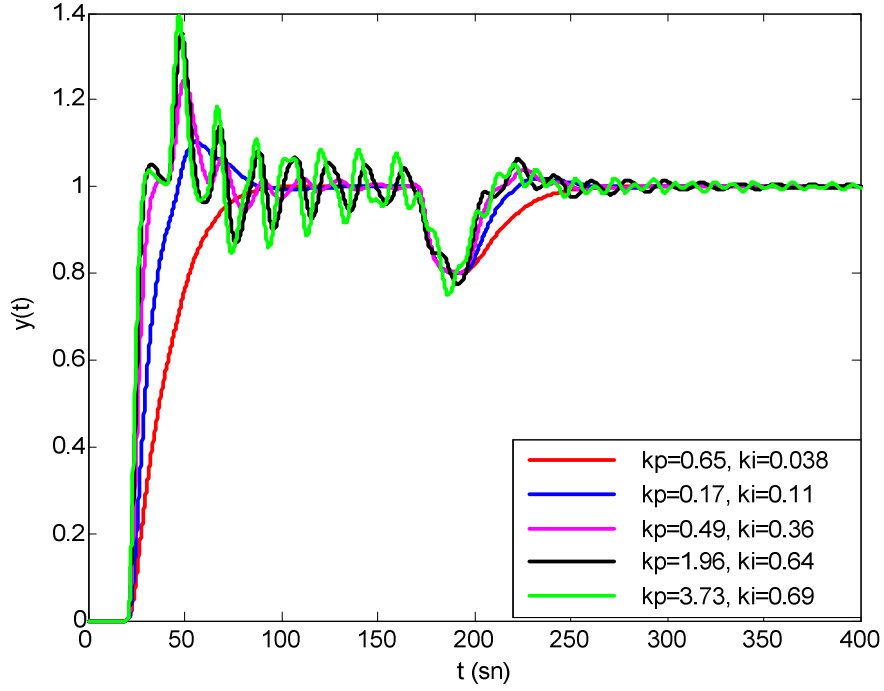
Parametre belirsizliği karşısında sistemin dayanıklılığını araştırmak için $G_m(s)$ modelinde %10'luk bir sapma ile belirsizlik olduğu varsayılırsa interval transfer fonksiyonu Denklem 3.47'deki gibi yeniden yazılabilir.

$$G_m(s) = \frac{[0.9, 1.1]e^{-[19, 21]s}}{[3.9, 4.1]s + 1} \quad (3.47)$$

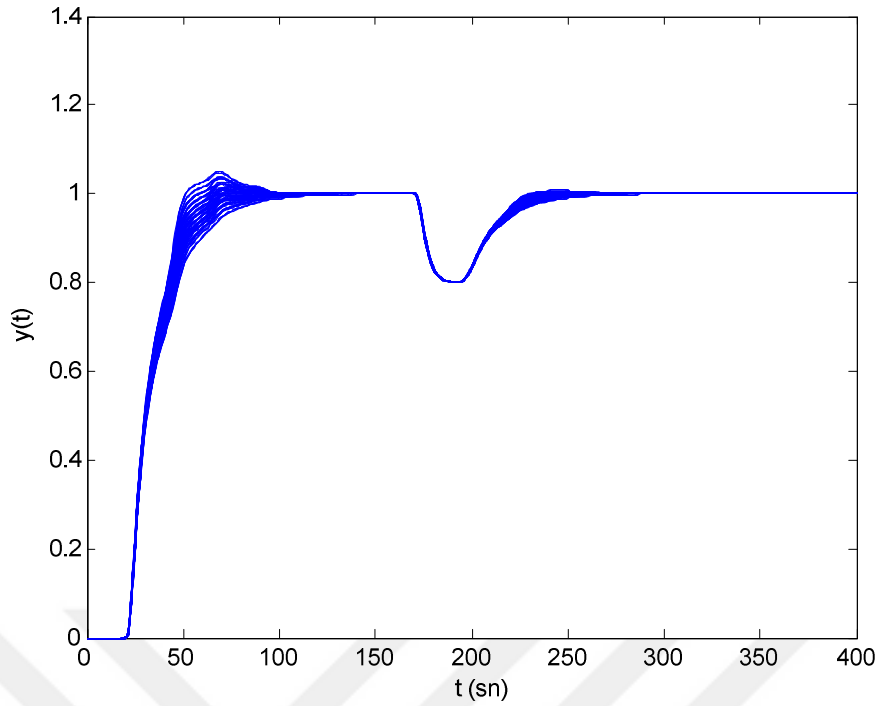
K_m , T_m ve L_m parametrelerinin her bir aralığında beş nokta seçerek toplam $5 \times 5 \times 5 = 125$ transfer fonksiyonu elde edilmiş ve 125 transfer fonksiyonunun birim basamak cevapları Şekil 3.11’de gösterilmiştir.



Şekil 3.9. Gerçek model, Kaya’nın modeli ve önerilen model için Nyquist çizgileri



Şekil 3.10. Farklı k_p ve k_i parametreleri için birim basamak cevapları



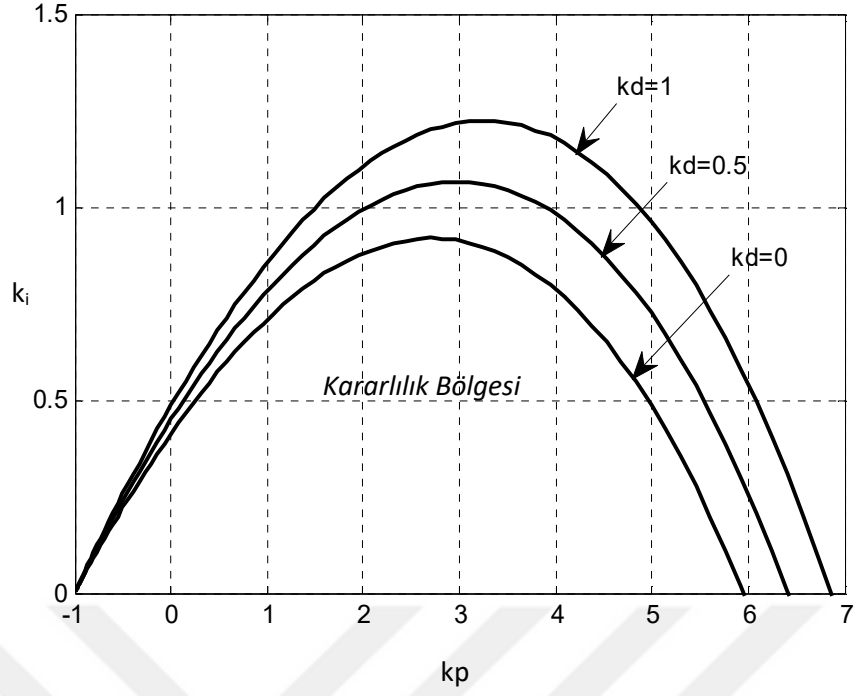
Şekil 3.11. $k_p = 0.5$ ve $k_i = 0.07$ değerlerinde model parametrelerindeki değişim için birim basamak cevapları

Şekil 3.11 dikkate alındığında sonuçların kabul edilebilir olduğu ve parametre belirsizlikleri olduğunda önerilen yöntemin dayanıklı olduğu sonucu çıkarılabilir.

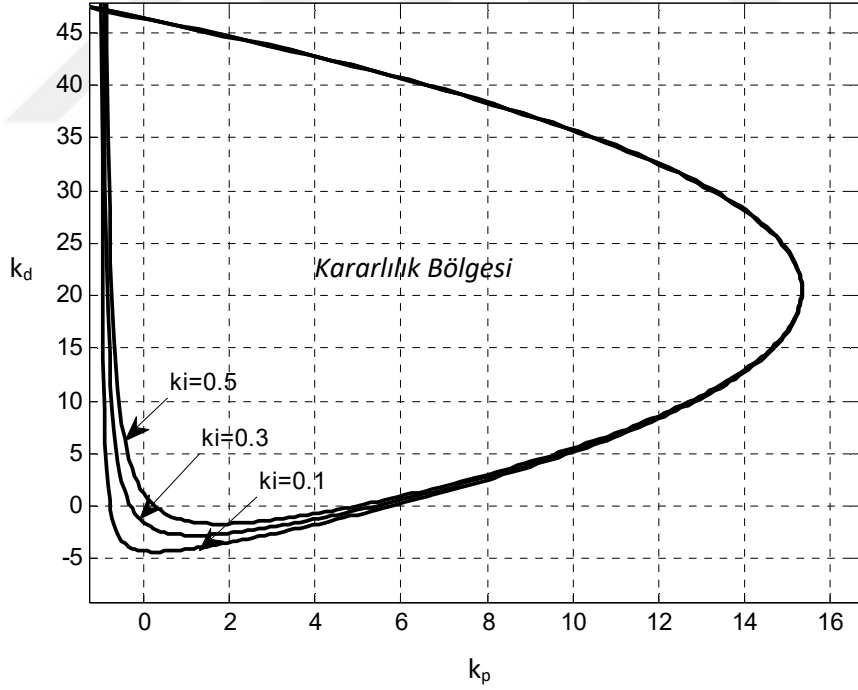
3.5.2. Örnek 2

Bu örnekte Denklem 3.43'te verilen yüksek dereceli transfer fonksiyonunun Smith yapısında PID kontrolör ile beraber kullanıldığı durum için kararlılık analizleri Denklem 3.45'te verilen SOPDT model kullanılarak yapılmıştır.

Smith yapısında mükemmel model kullanıldığı durumda (k_p, k_i) düzleminde farklı k_d değerleri için kararlılık bölgeleri Şekil 3.12'de gösterildiği gibi elde edilmiştir. k_d değerlerinin artması ile kararlılık bölgesinin genişlediği gözlemlenmiştir. Bu durum, kararlı PID kontrolör tasarım aralığının, (k_p, k_i) genişlemesi olarak değerlendirilebilir. Farklı k_i değerleri için (k_p, k_d) düzleminde kararlılık bölgeleri Şekil 3.13'te gösterildiği gibi elde edilmiştir.



Şekil 3.12. $G(s)e^{-Ls} = G_m(s)e^{-L_ms}$ durumunda (k_p, k_i) düzleminde $k_d = 0$, $k_d = 0.5$ ve $k_d = 1$ değerleri için kararlılık bölgeleri

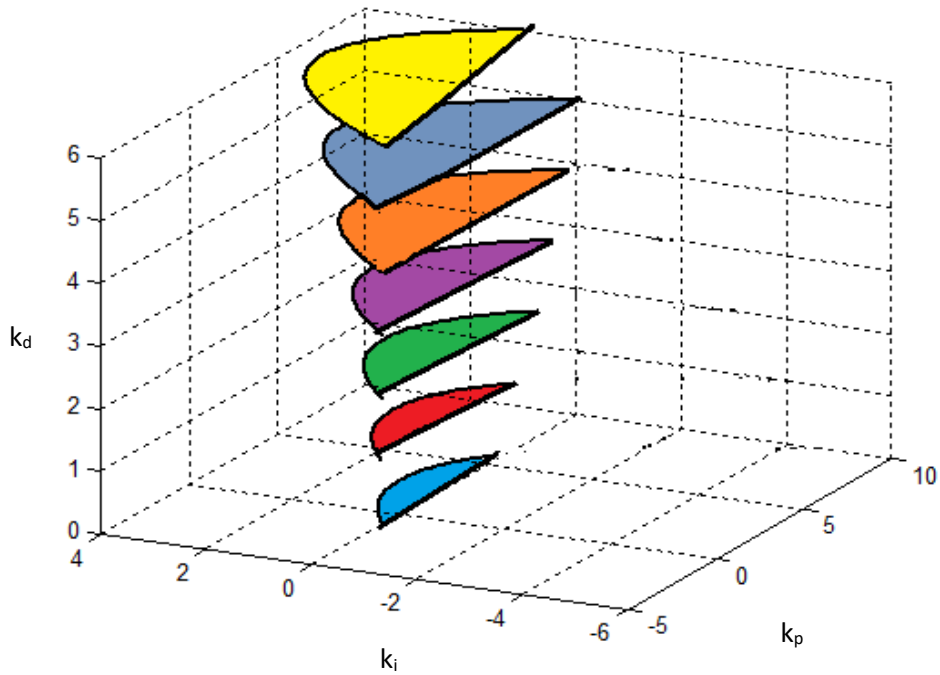


Şekil 3.13. $G(s)e^{-Ls} = G_m(s)e^{-L_ms}$ durumunda (k_p, k_d) düzleminde $k_i = 0.1$, $k_i = 0.3$ ve $k_i = 0.5$ değerleri için kararlılık bölgeleri

$k_d \in [0, 6]$ için elde edilen bütün kararlılık bölgeleri Şekil 3.14'te gösterilmiştir. k_d parametresi $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ olacak şekilde (k_p, k_i) düzleminde elde edilen

kararlılık bölgeleri üst üste farklı renkler olacak şekilde üç boyutlu olarak verilmiştir. Bu bölgelerden seçilecek parametreler ile bir kapalı döngü kontrol sisteminin kararlılığını garanti eden PID kontrolör tasarımı yapılabilir.

Smith yapısında mükemmel olmayan model durumunda kararlılık analizlerini gerçekleştirmek için Denklem 3.45'te verilen SOPDT modeli kullanılmıştır. SOPDT modelin kullanılması durumunda (k_p, k_i) düzleminde farklı k_d parametreleri için elde edilen kararlılık bölgeleri Şekil 3.15'te verilmiştir.

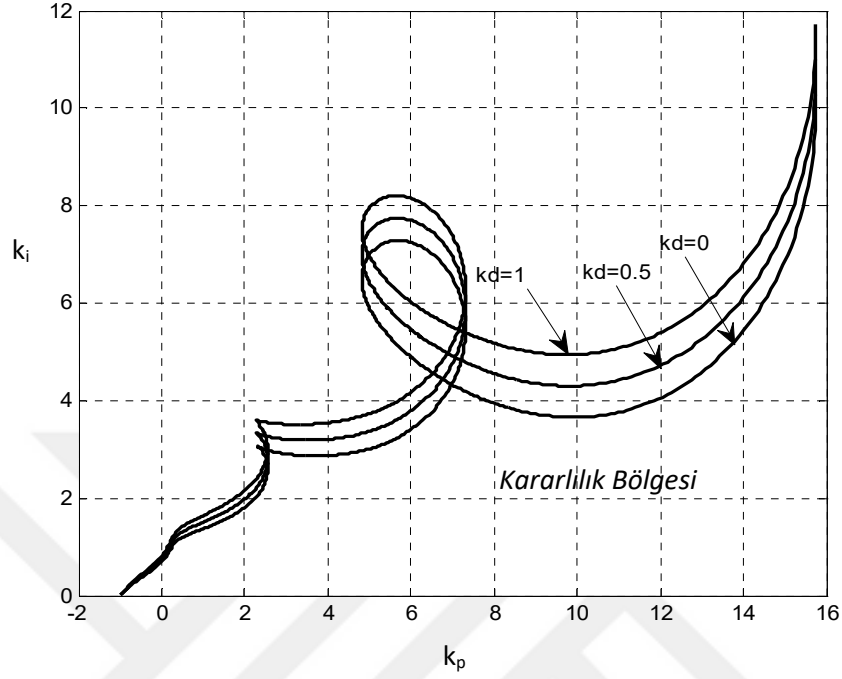


Şekil 3.14. $G(s)e^{-Ls} = G_m(s)e^{-L_ms}$ durumunda, $k_d \in [0, 6]$ değerleri için kararlılık bölgeleri

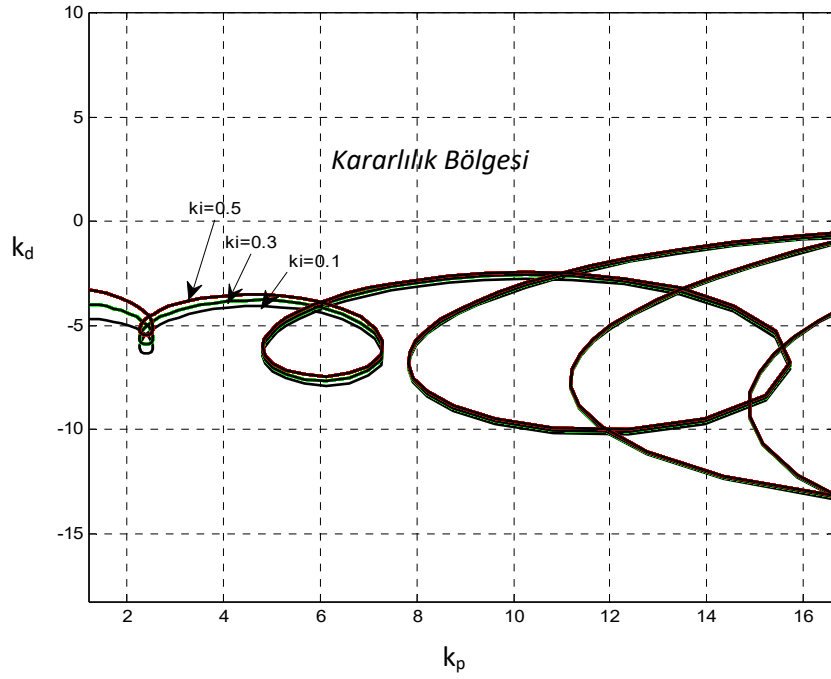
Şekil 3.15'deki kararlılık bölgelerinden seçilen farklı k_p , k_i ve k_d parametreleri Smith yapısında test edilmiştir. Elde edilen birim basamak cevapları neticesinde sarmal yapının sağ tarafında kalan bölge kararlı, sarmal yapı ve sol tarafında kalan bölgenin kararsız bölgeler olduğu tespit edilmiştir. Farklı k_i değerleri için elde edilen kararlılık bölgeleri (k_p, k_d) düzleminde ise Şekil 3.16'da gösterilmiştir. (k_p, k_d) düzleminde farklı k_i değerleri için elde edilen kararlılık bölgeleri, (k_p, k_i) düzleminde olduğu gibi sarmal eğriler olarak elde edilmiştir.

Burada seçilen farklı kontrol parametrelerinin test edilmesiyle sarmal eğrilerin üzerinde kalan bölgelerin kararlı, sarmal eğrilerin ve altında kalan bölgelerin kararsız

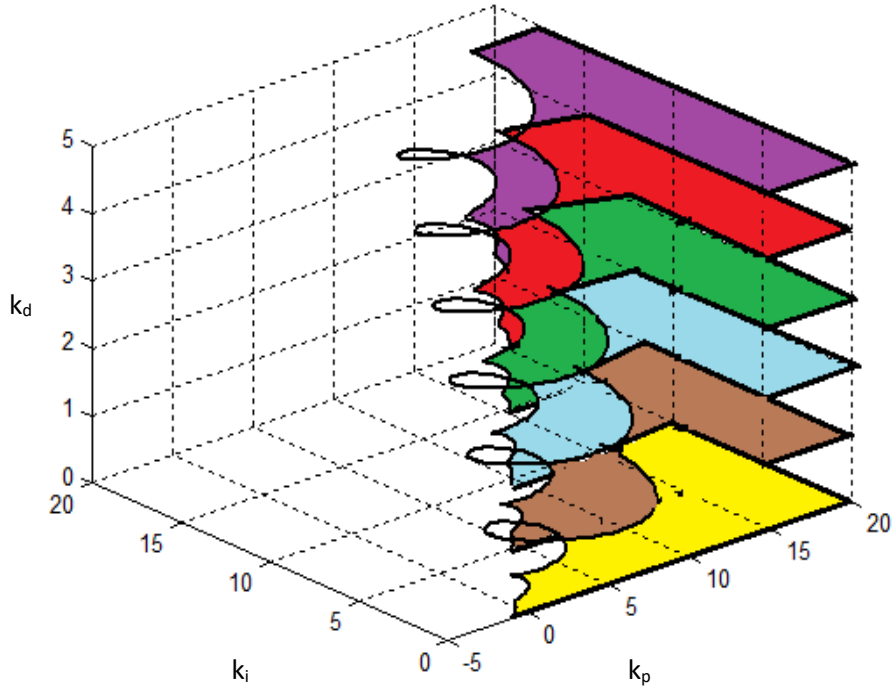
olduğu tespit edilmiştir. $k_d \in [0,5]$ için SOPDT model kullanılması ile elde edilen kararlılık bölgeleri Şekil 3.17’de verilmiştir.



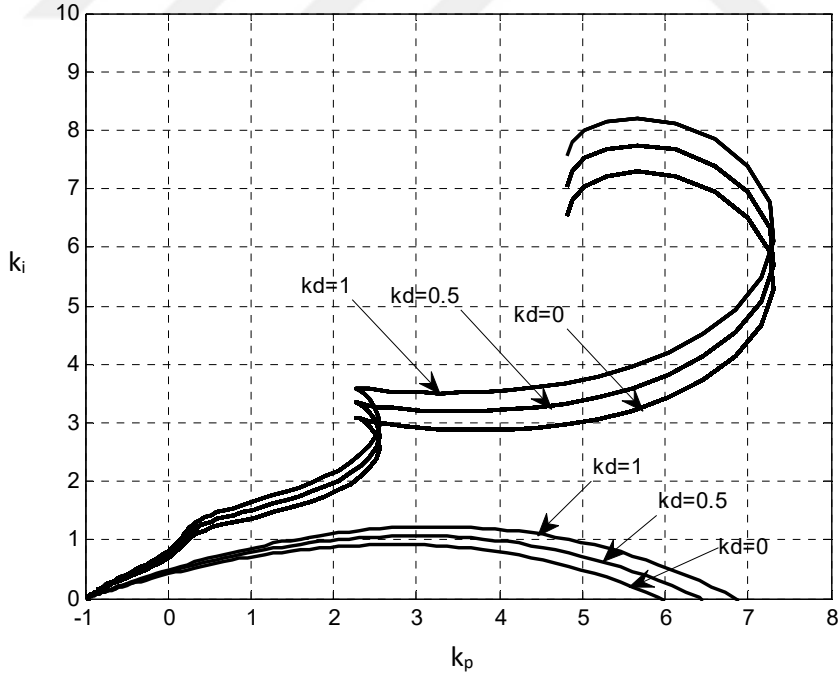
Şekil 3.15. SOPDT model durumunda (k_p, k_i) düzleminde $k_d = 0$, $k_d = 0.5$ ve $k_d = 1$ değerleri için kararlılık bölgeleri



Şekil 3.16. SOPDT model durumunda (k_p, k_d) düzleminde $k_i = 0.1$, $k_i = 0.3$ ve $k_i = 0.5$ değerleri için kararlılık bölgeleri

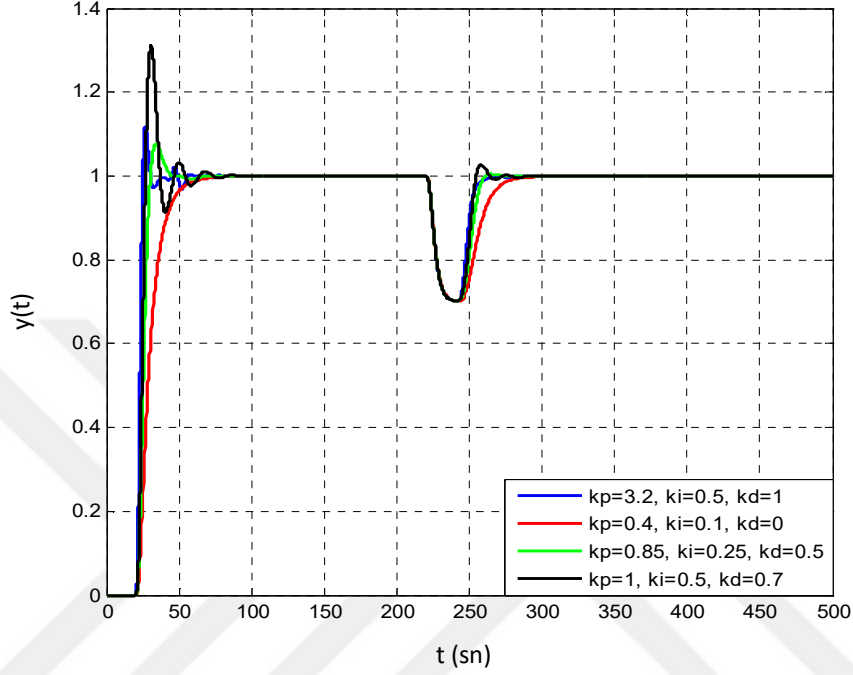


Şekil 3.17. SOPDT model için $k_d \in [0,5]$ aralığında kararlılık bölgeleri



Şekil 3.18. $G(s)e^{-Ls} = G_m(s)e^{-L_ms}$ ve SOPDT model durumunda (k_p, k_i) düzleminde $k_d = 0$, $k_d = 0.5$ ve $k_d = 1$ değerleri için kararlılık bölgeleri

Şekil 3.17’de k_d parametresinin $\{0,1,2,3,4,5\}$ değerleri için bulunan tüm kararlılık bölgeleri farklı renkler ile gösterilmiştir. Şekil 3.18’de farklı k_d değerleri için kararlılık bölgeleri (k_p, k_i) düzleminde mükemmel ve mükemmel olmayan modeller için kıyaslanmıştır.



Şekil 3.19. Çeşitli k_p , k_i ve k_d parametreleri için birim basamak cevapları

Elde edilen sonuçlardan yola çıkarak SOPDT model için elde edilen kararlılık bölgesi mükemmel model kullanılarak elde edilen kararlılık bölgesinden oldukça farklı olduğu söylenebilir. Şekil 3.19’da ise kararlılık bölgelerinden seçilen farklı k_p , k_i ve k_d değerleri için elde edilen birim basamak cevapları gösterilmiştir. Sisteme $t = 200$ sn’de birim basamak bir gürültü verilmiştir.

3.6. SBL Eşleştirme Yöntemi Kullanarak Smith Öngörücüsü Yapısı için Model Tanımlama

Bu bölümde, SBL eşleştirme yönteminin kullanılması ile gerçek sistemin SBL’sini bir FOPDT ve SOPDT modelin SBL’sine eşleştirilmesine dayalı bir PID kontrolör tasarımı tekniği sunulmuştur.

Bunun için gerçek sistemin SBL'si PI kontrolör kullanılan kapalı çevrim kontrol sisteminde hesaplandıktan sonra bilinmeyen katsayıları olan bir model transfer fonksiyonu ile yer değiştirilir. Bu bilinmeyen katsayıların kullanılması ile oluşturulan homojen lineer denklem sisteminin çözülmesi ile model parametreleri belirlenmiş olur. Çözüm için gerçek sistemin SBL'sinden seçilen örnekleme noktaları kullanılmıştır. Tahmin edilen modele ait zaman gecikmesi parametresi, gerçek sistem ve tahmin edilen model arasındaki SBL ve birim basamak cevapları arasındaki hatanın minimize edilmesi ile elde edilmiştir.

3.6.1. FOPDT ve SOPDT Modelleri için SBL Eşleştirme Yöntemi

Bölüm 3.3'de Denklem 3.10 ve Denklem 3.11 kullanılarak gerçek sistem olarak verilen $G(s)$ transfer fonksiyonunun PI kontrolör için SBL'si elde edildikten sonra $G(s)$ 'e ait bu SBL üzerinden çözüm için gerekli ve yeterli sayıda seçilen örnekleme noktalarının kullanılması ile FOPDT ve SOPDT modelleri elde edilebilir. Bunun için öncelikle FOPDT model transfer fonksiyonunu aşağıda verilen denklemdeki gibi genel bir formda ifade edelim.

$$G_m(s) = \frac{K_m}{T_m s + 1} e^{-L_m s} \quad (3.48)$$

FOPDT model transfer fonksiyonu $G_m(s) = \frac{a_0}{b_1 s + b_0} e^{-L_m s}$ olacak şekilde bilinmeyen

katsayılar cinsinden yeniden yazılırsa PI kontrolör kullanılan kapalı çevrim bir kontrol sisteminde karakteristik denklem aşağıda verildiği gibi elde edilmiştir.

$$\Delta(s) = 1 + G_m(s)C(s) = b_1 s^2 + b_0 s + (a_0 k_p s + a_0 k_i) e^{-L_m s} = 0 \quad (3.49)$$

$s = j\omega$ dönüşümü yapıp karakteristik denklemin reel ve sanal kısımları sıfıra eşitlenirse aşağıda verilen ifadeler elde edilmiş olur.

$$\omega a_0 k_p \sin(\omega L_m) + a_0 k_i \cos(\omega L_m) = \omega^2 b_1 \quad (3.50)$$

$$\omega a_0 k_p \cos(\omega L_m) - a_0 k_i \sin(\omega L_m) = -\omega b_0 \quad (3.51)$$

Denklem 3.50 ve 3.51’de $b_0 = 1$ olacak şekilde ele alınıp homojen denklem sistemi şeklinde çözülecek olursa ω , k_p , k_i ve L_m parametrelerine bağlı olacak şekilde FOPDT modelin parametreleri aşağıda verildiği gibi elde edilmiş olur.

$$a_0 = \omega b_0 / (-k_p \cos(\omega L_m) + k_i \sin(\omega L_m)) \quad (3.52)$$

$$b_1 = (\omega a_0 k_p \sin(\omega L_m) + a_0 k_i \cos(\omega L_m)) / \omega^2 \quad (3.53)$$

Denklem 3.52’de verilen a_0 ’ın değerini bulmak için, $G(s)$ ’nin SBL’sinden $S(k_{p1}(\omega_1), k_{i1}(\omega_1))$ olacak şekilde bir SBL örnekleme noktası seçmek ve uygun bir L_m zaman gecikmesi değeri belirlemek yeterli olacaktır.

Bu çalışma için, $G(s)$ ’in kararlılık bölgesinin bulunduğu $[\omega_{\min}, \omega_{\max}]$ frekans aralığındaki son frekans değeri örnekleme noktası olarak tercih edilmiştir. Eşleştirme için gerekli olan zaman gecikmesi parametresinin seçim stratejisi ise bir sonraki bölümde anlatılmıştır. Aynı SBL örnekleme noktası ve hesaplanan a_0 ’ın değerinin kullanılması ile Denklem 3.53 çözülerek b_1 ’in değeri de bulunmuş olur. Böylece, FOPDT modelinin parametreleri $K_m = a_0$ ve $T_m = b_1$ olarak belirlenmiş olacaktır. SOPDT modelinin parametrelerini hesaplamak için benzer bir prosedür izlenmiştir. Bunun için öncelikle SOPDT model transfer fonksiyonunu şu şekilde alalım:

$$G_m(s) = \frac{K_m}{(T_{1m}s + 1)(T_{2m}s + 1)} e^{-L_ms} \quad (3.54)$$

$$G_m(s) = \frac{a_0}{(b_2 s^2 + b_1 s + b_0)} e^{-L_ms} \text{ olacak şekilde yazılan SOPDT modelinin kullanılması}$$

ile karakteristik denklem aşağıda verildiği gibi elde edilmiş olur.

$$\Delta(s) = 1 + G_m(s)C(s) = b_2s^3 + b_1s^2 + b_0s + (a_0k_p s + a_0k_i)e^{-L_ms} = 0 \quad (3.55)$$

$s = j\omega$ olacak şekilde yeniden düzenlenip karakteristik denklemin reel ve sanal kısımları sıfıra eşitlenirse Bölüm 2.3.4'te verilen Denklem 2.50'daki sanal kısım denklemleri aşağıda verilen ifadelerle dönüşecektir.

$$A_i = \begin{bmatrix} -\omega_1^3 & \omega_1k_{p1}\cos(\omega_1L_m) - k_{i1}\sin(\omega_1L_m) \\ -\omega_2^3 & \omega_2k_{p2}\cos(\omega_2L_m) - k_{i2}\sin(\omega_2L_m) \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

$$B_i = \begin{bmatrix} b_2 \\ a_0 \end{bmatrix} \text{ ve } C_i = \begin{bmatrix} -\omega_1b_0 \\ -\omega_2b_0 \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

İki SBL örnekleme noktası $\{S(k_{p1}(\omega_1), k_{i1}(\omega_1)), S(k_{p2}(\omega_2), k_{i2}(\omega_2))\}$ olacak şekilde $G(s)$ 'in SBL'sinden seçilip Denklem 3.56'da kullanılacak olursa a_0 ve b_2 değerleri hesaplanmış olur. Bu çalışmada kararlılık bölgesinin yerleştiği $[\omega_{\min}, \omega_{\max}]$ frekans aralığında birinci ve sonuncu frekanslar örnekleme noktası olarak seçilmiştir. Burada, $b_0 = 1$ için Denklem 3.56 çözülürse a_0 ve b_2 parametreleri elde edilmiş olur. a_0 'ın değeri hesaplandıktan sonra aşağıda verilen Denklem 3.58 birinci SBL örnekleme noktası için çözülürse b_1 'in değeri de hesaplanmış olacaktır.

$$b_1 = (\omega a_0 k_p \sin(\omega L_m) + a_0 k_i \cos(\omega L_m)) / \omega^2 \quad (3.58)$$

Denklem 3.54'te verilen SOPDT modeli a_0 , b_1 ve b_2 parametreleri bakımından yazılacak olursa $K_m = a_0$, $T_{1m} + T_{2m} = b_1$ ve $T_{1m}T_{2m} = b_2$ olacak şekilde bulunmuş olur. Kısaca özetlemek gerekirse, FOPDT ve SOPDT modellerinin bilinmeyen katsayıları SBL eşleştirme yöntemine dayalı önerilen yeni bir model tanımlama yöntemi kullanılarak belirlenmiştir.

3.6.1.1. Modellerde Kullanılan Zaman Gecikmesi Parametresinin Seçimi

İyi bir SBL eşleşmesi elde etmek için zaman gecikmesi parametresini belirlemede Denklem 3.59’da tanımlanan SBL hatası ε_{SBL} ve Denklem 3.60’da tanımlanan birim basamak cevabı hatası ε_{TR} ifadeleri kullanılmıştır. Tanımlanan hata değerleri çeşitli zaman gecikmeleri için hesaplanıp Tablo 3.2 oluşturulmuş ve minimum hata değerleri için zaman gecikme parametresi bu tablodan seçilmiştir. Aynı zamanda, $G_m(s)$ ’nin SBL’sinin $G(s)$ ’in SBL’sine uyumu grafiksel olarak Şekil 3.20’de gösterildiği gibi gözlemlenmiştir.

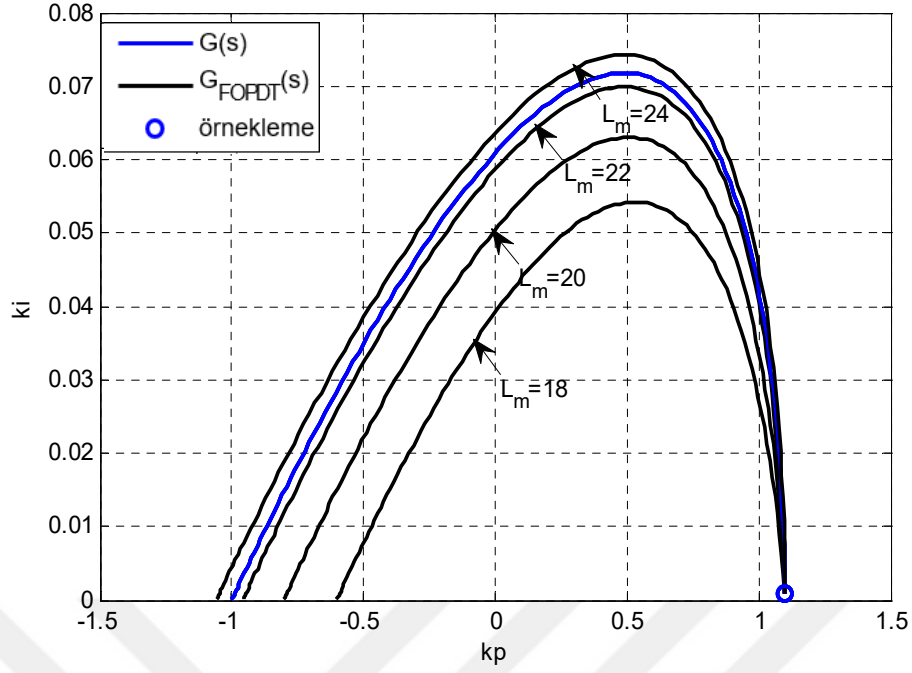
$$\varepsilon_{SBL} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sqrt{((k_{pplant}(i) - k_{pmodel}(i))^2 + (k_{iplant}(i) - k_{imodel}(i))^2)} \quad (3.59)$$

$$\varepsilon_{TR} = \frac{1}{t} \sum_{k=0}^t |y_{plant}(k) - y_{model}(k)| \quad (3.60)$$

Tablo 3.2. Zaman gecikmesi parametresi seçimi için hata tablosu

L_m	ε_{SBL}	ε_{TR}	$G_m(s)$
18	0.0198	0.4959	$\frac{1.661}{12.87s + 1}$
20	0.0097	0.1912	$\frac{1.246}{7.898s + 1}$
22	0.0021	0.0352	$\frac{1.044}{4.772s + 1}$
24	0.0028	0.0471	$\frac{0.9445}{2.402s + 1}$

Tablo 3.2’de bulunan değerler içerisinde en düşük değerlerin $\varepsilon_{SBL} = 0.0021$ ve $\varepsilon_{TR} = 0.0352$ olduğu dikkate alındığında, FOPDT model transfer fonksiyonu $\frac{1.044}{4.772s + 1} e^{-22s}$ olacak şekilde elde edilir. Daha iyi sonuçlar elde etmek için zaman gecikme değerleri daha küçük adımlarla değiştirilmelidir.



Şekil 3.20. Farklı L_m değerleri için $G_m(s)$ ve $G(s)$ için kararlılık bölgeleri

3.6.2. Smith Öngörücüsü Yapısı için PI/PID Kontrolör Tasarım Stratejisi

Smith öngörücüsü yapısında FOPDT modeli kullanılıyorsa, PI kontrolör parametreleri [72] Denklem 3.4 ve Denklem 3.5’de verildiği gibi olacaktır. Denklem 3.5 integral kazancı bakımından yeniden düzenlenirse

$$k_i = \frac{1}{K_m L_m} \quad (3.61)$$

elde edilir. Smith yapısında kullanılan model SOPDT ise PID kontrolör parametreleri 3.6-3.8 Denklemlerinde verildiği gibi olacaktır. İntegral kazancı bakımından Denklem 3.7’de verilen ifade Denklem 3.61’deki gibi, Denklem 3.8’deki ifade ise türevsel kazanç bakımından Denklem 3.62’deki gibi olacaktır. Ayrıca bu çalışmada $\alpha = 0.5$ olacak şekilde seçilmiştir [72].

$$k_d = \frac{T_{1m} T_{2m}}{K_m L_m} \quad (3.62)$$

3.6.3. Uygulama Örnekleri

Bu bölümde önerilen yöntemin performansını değerlendirmek için iki örnek üzerinde durulmuştur. Birinci örnekte tamsayı dereceli bir sistem transfer fonksiyonunun Smith şemasında kullanılması ile elde edilen yapı için PI ve PID kontrolör tasarımları yapılmıştır. Diğerinde ise kesir dereceli bir sistem transfer fonksiyonu kullanılarak PI ve PID kontrolör tasarımları yapılmış ve önerilen yöntemin performansı tartışılmıştır.

3.6.3.1. Örnek 1

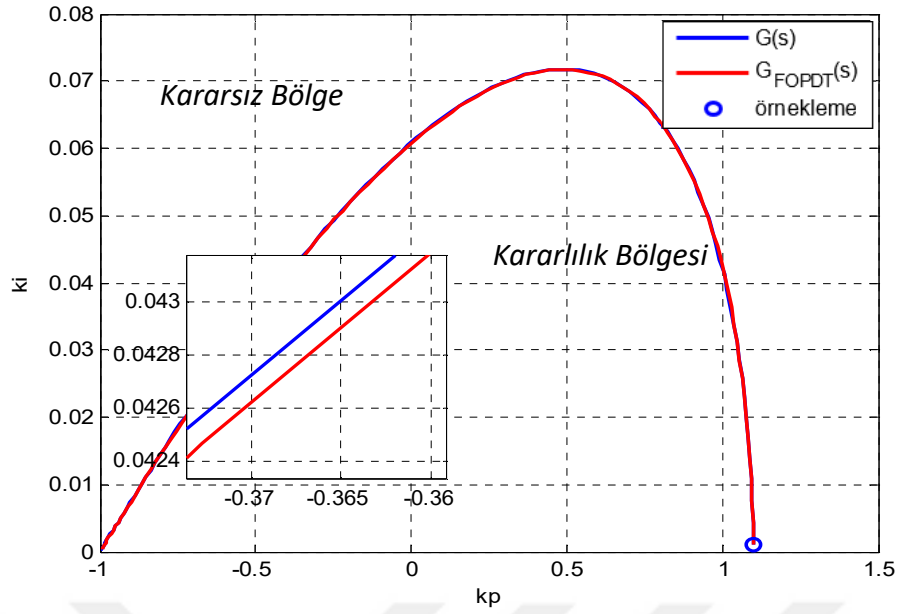
Denklem 3.43’de verilen yüksek dereceli zaman gecikmeli transfer fonksiyonu Smith konfigürasyonunda kullanıldığı düşünülürse bu tezde önerilen yöntemin kullanılması ile elde edilen FOPDT model aşağıda verildiği gibi elde edilmiştir.

$$G_m(s) = \frac{1.001}{3.886s + 1} e^{-22.7s} \quad (3.63)$$

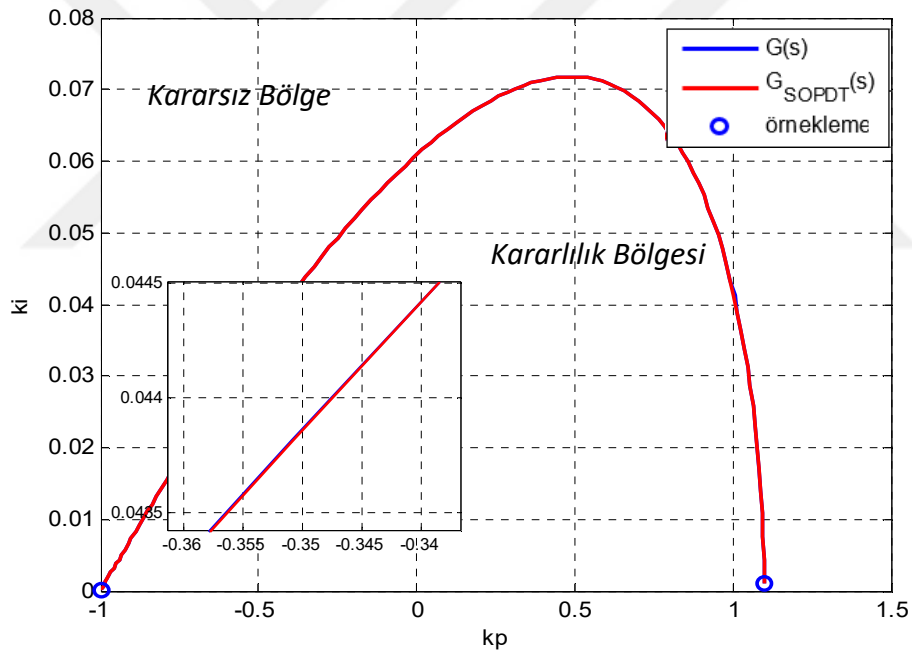
Zaman gecikmesi parametresini seçerken önerilen strateji uygulandığı takdirde $\varepsilon_{SBL} = 2.3204 \times 10^{-4}$ ve $\varepsilon_{TR} = 0.0029$ için zaman gecikmesi $L_m = 22.7$ olacak şekilde elde edilmiştir. FOPDT model’in SBL’si ve $G(s)$ ’in SBL’si Şekil 3.21’de gösterildiği üzere oldukça iyi eşleşmiştir. Buradan elde edilen FOPDT modelin gerçek sistem dinamikleri ile uyumlu olduğu sonucu çıkarılabilir. Denklem 3.63’deki FOPDT parametrelerinin kullanılması ile PI kontrolör parametreleri $k_p = 0.3422$ ve $k_i = 0.0881$ olacak şekilde elde edilir.

SOPDT model için hata değerleri $\varepsilon_{SBL} = 1.1182 \times 10^{-5}$ ve $\varepsilon_{TR} = 4.0407 \times 10^{-5}$ olacak şekilde elde edilmiştir. Bu hata değerleri için ise zaman gecikmesi değeri $L_m = 21.1$ olarak hesaplanmıştır. Bu sonuçlar neticesinde elde edilen SOPDT model aşağıda verildiği gibidir:

$$G_m(s) = \frac{1}{7.491s^2 + 5.4s + 1} e^{-21.1s} \quad (3.64)$$



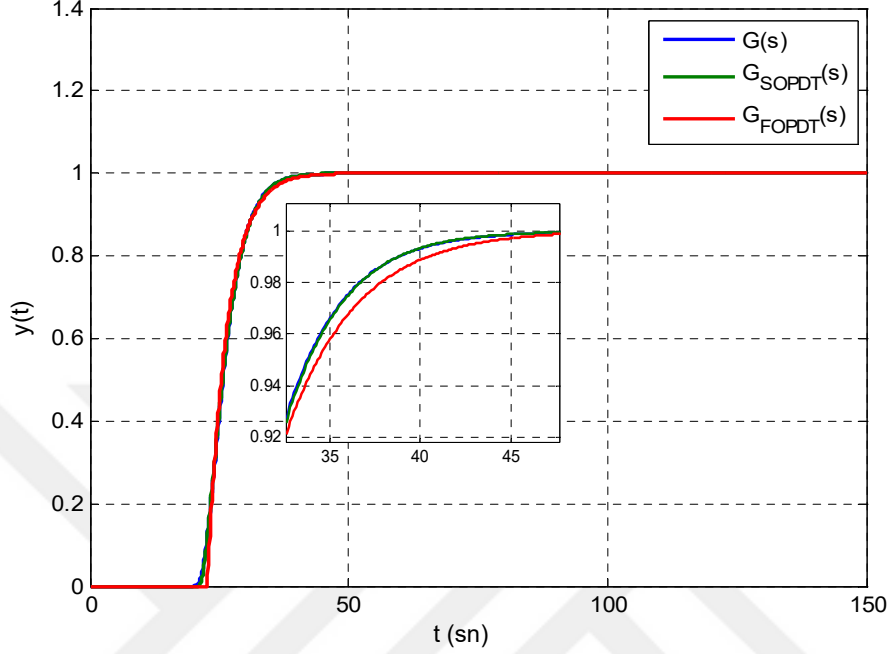
Şekil 3.21. FOPDT model ve $G(s)$ için kararlılık bölgeleri



Şekil 3.22. SOPDT model ve $G(s)$ için kararlılık bölgeleri

Elde edilen SOPDT model parametrelerinin kullanılması ile PID kontrolör parametreleri $k_p = 0.5118$, $k_i = 0.0948$ ve $k_d = 0.7101$ olacak şekilde elde edilmiştir. Şekil 3.22’de gösterilen SOPDT model ve $G(s)$ için kararlılık bölgeleri ve Şekil 3.23’de verilen $G(s)$, FOPDT ve SOPDT modelleri için birim basamak cevapları dikkate alındığında gerçek sistemi karakterize eden modellerin iyi sonuçlar

verdiği görülmektedir. ε_{SBL} ve ε_{TR} hataları ve birim basamak cevapları dikkate alındığında SOPDT modelin gerçek sisteme karakteristik bakımından oldukça yaklaştığı görülmektedir.

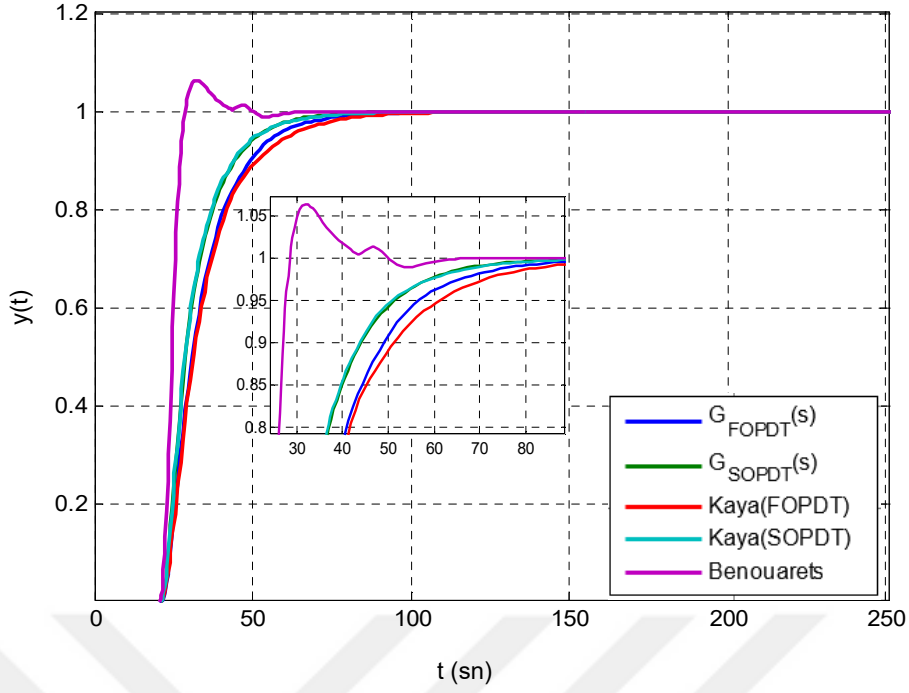


Şekil 3.23. FOPDT, SOPDT modelleri ve $G(s)$ için birim basamak cevapları

Şekil 3.24'te yukarıda hesaplanan değerlerin kullanılması ile elde edilen Smith öngörücüsü yapısının birim basamak cevapları, Kaya'nın hesaplamış olduğu

$$G_m(s) = \frac{1}{3.67s + 1} e^{-23.28s} \quad \text{FOPDT modeli} \quad \text{ve} \quad G_m(s) = \frac{1}{7.6729s^2 + 5.54s + 1} e^{-21.01s}$$

SOPDT modeli ve bu modellerin kullanılması ile elde edilen $k_p = 0.315$ ve $k_i = 0.0858$ PI parametreleri ve $k_p = 0.5270$, $k_i = 0.0951$ ve $k_d = 0.7299$ PID parametreleri için elde edilen birim basamak cevapları ile kıyaslanmıştır [72]. Aynı zamanda Benouarets'in önermiş olduğu $k_p = 1.8730$, $k_i = 0.3501$ ve $k_d = 2.5098$ parametrelerine sahip PID kontrolör için Kaya'nın vermiş olduğu SOPDT modelin kullanıldığı Smith yapısının birim basamak cevabı da Şekil 3.24'te verilmiştir [102]. Önerilen yöntemin kullanılması ile iyi sonuçlar elde edildiği görülmektedir.



Şekil 3.24. Önerilen yöntem, Kaya'nın yöntemi ve Benouarets'in yöntemi için Smith öngörücüsü yapısının birim basamak cevapları

3.6.3.2. Örnek 2

Smith öngörücüsü yapısında aşağıdaki denklemde verilen kesir dereceli bir transfer fonksiyonunun kullanıldığını varsayalım.

$$G(s) = \frac{1}{3s^{4.1} + 11.5s^3 + 14s^2 + 6.5s + 1} e^{-20s} \quad (3.65)$$

Kesir dereceli sistemin kullanıldığı Smith öngörücüsü yapısında PI ve PID kontrolör tasarımını gerçekleştirmek için tamsayı dereceli yaklaşım modeli olan $G_{Oust}(s)$ ve bu yaklaşım modele ait FOPDT ve SOPDT modelleri elde etmek gerekmektedir. Bu bağlamda, $s^{0.1}$ operatörü için Oustaloup yöntemi kullanılarak $\omega \in [0.01, 100]$ frekans aralığında 5. dereceden tamsayı modeli aşağıdaki gibi elde edilmiştir [25].

$$s^{0.1} \approx \frac{1.585s^5 + 68.37s^4 + 403.3s^3 + 367.9s^2 + 51.87s + 1}{s^5 + 51.87s^4 + 367.9s^3 + 403.3s^2 + 68.37s + 1.585} \quad (3.66)$$

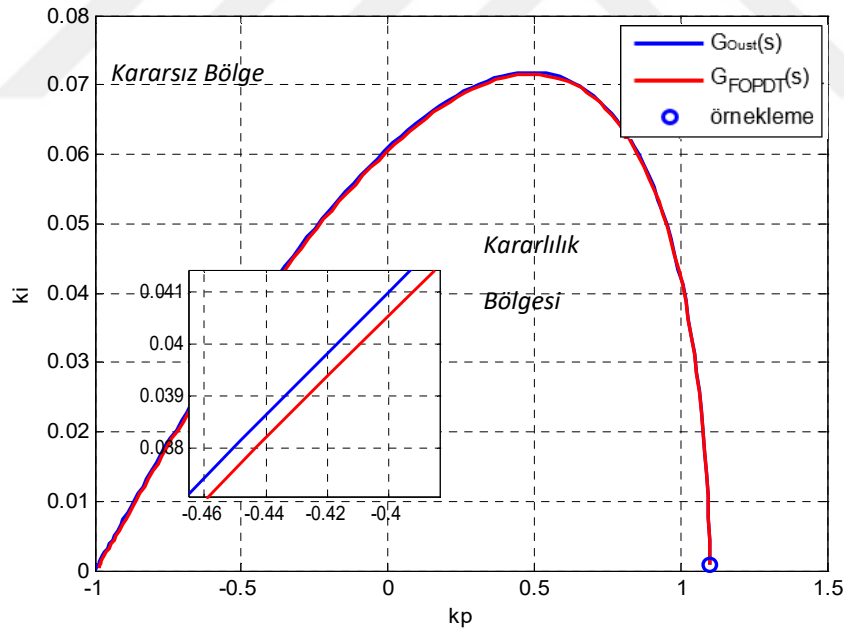
Denklem 3.66’da verilen operatörün tamsayı dereceli yaklaşımı Denklem 3.65’te kullanılırsa aşağıda verilen $G_{Oust}(s)$ tamsayı yaklaşım modeli elde edilmiş olur.

$$G_{Oust}(s) = \frac{s^5 + 51.87s^4 + 367.9s^3 + 403.3s^2 + 68.37s + 1.585}{4.755s^9 + 216.6s^8 + 1820s^7 + 6066s^6 + 1.03 \times 10^4 s^5 + 8879s^4 + 3965s^3 + 870s^2 + 78.68s + 1.585} \quad (3.67)$$

Önerilen yöntemin kullanılması ile $\varepsilon_{SBL} = 4.0411 \times 10^{-4}$ ve $\varepsilon_{TR} = 0.0066$ olacak şekilde hata değerlerine sahip FOPDT modeli aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$G_m(s) = \frac{1.006}{4.009s + 1} e^{-22.6s} \quad (3.68)$$

Bu modelin parametrelerinin kullanılması ile PI kontrolörün parametreleri $k_p = 0.3526$ ve $k_i = 0.0880$ olacak şekilde elde edilmiştir.

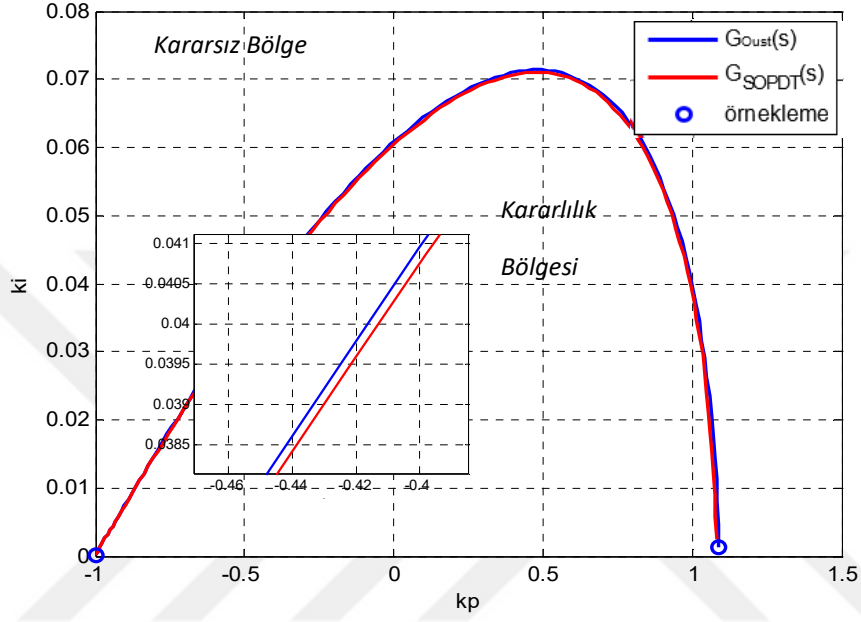


Şekil 3.25. FOPDT model ve $G_{Oust}(s)$ için kararlılık bölgeleri

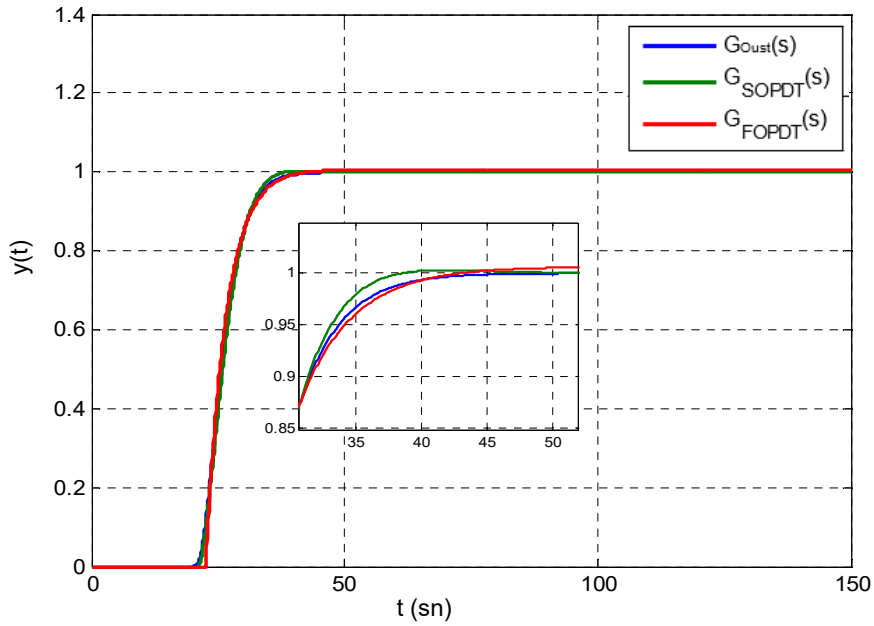
Aynı zamanda $\varepsilon_{SBL} = 3.2584 \times 10^{-4}$ ve $\varepsilon_{TR} = 0.0018$ hata fonksiyonlarına sahip SOPDT model ise aşağıda verildiği gibi hesaplanmıştır. Bu SOPDT modeline ait

parametrelerin kullanılması ile PID kontrolör parametreleri $k_p = 0.5243$, $k_i = 0.0952$ ve $k_d = 0.9293$ olacak şekilde hesaplanmıştır.

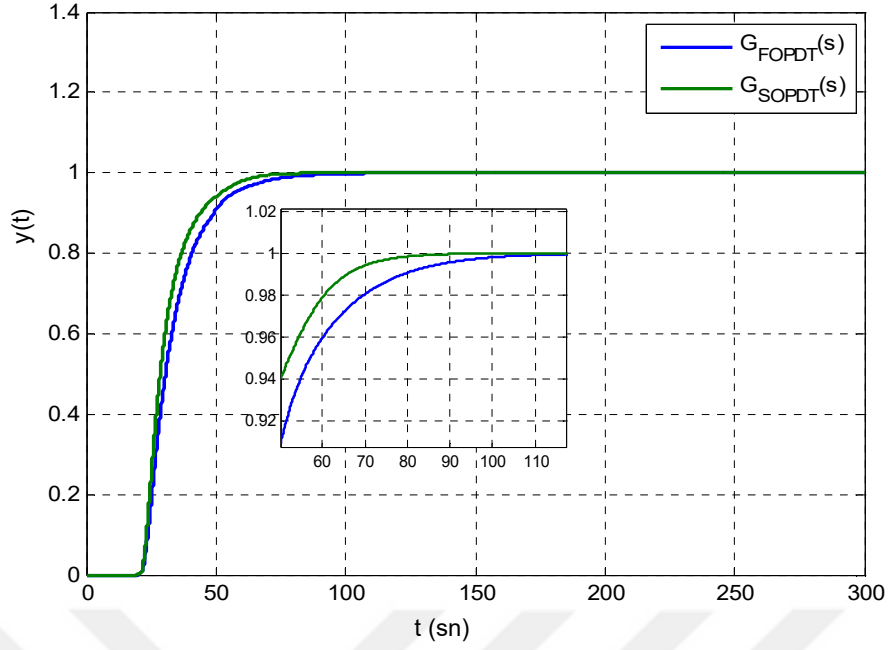
$$G_m(s) = \frac{1}{9.74s^2 + 5.505s + 1} e^{-21s} \quad (3.69)$$



Şekil 3.26. SOPDT model ve $G_{Oust}(s)$ için kararlılık bölgeleri



Şekil 3.27. FOPDT, SOPDT modelleri ve $G_{Oust}(s)$ için birim basamak cevapları



Şekil 3.28. Önerilen yöntem ile tasarlanan PI ve PID kontrolörler için $G_{Oust}(s)$ transfer fonksiyonunun Smith öngörücüsü yapısında kullanılması ile birim basamak cevapları

$G(s) = G_{Oust}(s)$ olarak ele aldığımızda $G_{Oust}(s)$ 'nin SBL'si ve FOPDT ve SOPDT modellerin SBL'leri Şekil 3.25 ve 3.26'da gösterildiği gibi elde edilmiştir. Aynı zamanda Şekil 3.27'de FOPDT, SOPDT modellerin ve $G_{Oust}(s)$ 'in birim basamak cevapları verilmiştir. Elde edilen birim basamak cevapları ile modeller ve sistem arasındaki SBL uyumu dikkate alındığında önerilen yöntemin iyi bir performans sergilediği sonucu çıkarılabilir.

Şekil 3.28'de ise önerilen yöntem ile bulunan FOPDT ve SOPDT modellerinin ve bu model parametreleri ile tasarlanan PI ve PID kontrolörlerinin kullanılması ile $G_{Oust}(s)$ 'nin Smith öngörücüsü yapısında birim basamak cevapları elde edilmiştir. Önerilen tasarım tekniğinin kesir dereceli ve tamsayı dereceli sistemler için FOPDT ve SOPDT model parametrelerine bağlı kontrolör tasarımı tekniklerine katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

3.7. Sonuçlar

Bu bölümde, mükemmel model, FOPDT ve SOPDT modellerin kullanıldığı Smith öngörücüsü yapısının kararlılığı araştırılmıştır. Smith öngörücüsü yapısında SBL

analiz yönteminin kullanılması ile bütün kararlı PI ve PID kontrolörleri içeren kararlılık bölgelerini bulmak için hesaplamalar yapılmıştır.

Smith öngörücüsünün mükemmel model olmayan durumda, modele ve gerçek sisteme ait iki farklı zaman gecikmesine sahip olmasından dolayı kararlılık bölgesi sarmal yapılara benzemiştir ve elde edilen kararlılık bölgesinin herhangi bir üst sınırı tespit edilememiştir. Nötral ve gecikmeli sistem olarak bilinen iki zaman gecikmesine sahip kapalı döngü kontrol sisteminin kararlılığı ile ilgili çeşitli çalışmalar yapılmış olmakla birlikte, bu konuda daha fazla çalışma yapılması gerekmektedir. Açıklayıcı örnekte, SOPDT modelinin kullanıldığı durumda elde edilen kararlılık bölgesinin, mükemmel model kullanıldığında elde edilen kararlılık bölgesine FOPDT modelinden daha yakın olduğu gözlemlenmiştir.

Dayanıklı PI kontrolör tasarımı için, FOPDT model kullanılarak elde edilen kararlılık bölgesinin gerçek sistemin kararlılık bölgesine benzeşmesi önemli bir husus olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu nedenle PI kontrolör kullanıldığı durumlar için sistemin kararlılık bölgesine benzer olan kararlılık bölgelerine sahip FOPDT modellerini bulmak için bir model tanımlama yöntemi önerilmiştir. Önerilen yöntemin yüksek dereceli bir transfer fonksiyonu için uygulamaları yapılmıştır. Simülasyon örneğinden de görüleceği üzere önerilen yöntem kullanılarak modelin ve gerçek sistemin kararlılık bölgelerinin benzerliği arttırılmıştır. Ayrıca PI ve PID kontrolör kullanılan Smith öngörücüsü yapısında yapılan kararlılık analizleri neticesinde, SOPDT ve FOPDT modeller için elde edilen kararlılık bölgelerinin mükemmel model için elde edilen kararlılık bölgelerine kıyasla oldukça farklı olduğu görülmüştür.

Aynı zamanda tezin bu bölümünde, Smith öngörücüsü yapısında kullanılan PI ve PID kontrolör parametrelerini bulmak için kullanılan FOPDT ve SOPDT modelleri için SBL eşleştirme yöntemine dayalı farklı bir model tanımlama yöntemi verilmiştir. Önerilen yöntem, Smith yapısında tamsayı dereceli bir sistem transfer fonksiyonu ve kesir dereceli bir sistem transfer fonksiyonu için test edilmiştir. Elde edilen sonuçlar, önerilen yöntemin her iki sistem için de iyi bir birim basamak cevabı performansı sağladığını göstermiştir. Buna ek olarak, homojen lineer denklem sistemi çözüm tekniğinin kolay olması nedeniyle SBL eşleştirme yönteminin, literatürde bulunan FOPDT veya SOPDT modellerine dayanan farklı PID tasarım yöntemleri için de katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

4. RDR KULLANARAK PID VE $PI^{\lambda}D^{\mu}$ KONTROLÖRLERİN ANALİZİ VE TASARIMI

4.1. Giriş

Tezin bu bölümünde, kapalı çevrim kontrol sistemlerinin gürültü bastırma kapasitesi, referansın gürültüye oranı (RDR-Reference to Disturbance Ratio) ölçütü kullanılarak araştırılmıştır. RDR analizi, sistem çıkışındaki referans sinyal enerjisinin sistem gürültü sinyalinin enerjisine oranını hesaplar ve haberleşme kanalı özelliklerinden yola çıkarak kontrol sistemlerinin gürültü bastırma performansını nicel bir şekilde değerlendirmek için kullanılır. Esasen RDR, kapalı çevrim kontrol sistemlerinin gürültü bastırma kapasitesinin karşılaştırılması ve geliştirilmesi için basit bir analitik yöntem sunmaktadır. Teorik analizler, kapalı çevrim kontrol sistemlerinin RDR değerlerinin, kontrolör transfer fonksiyonunun enerji spektrum yoğunluğu bakımından belirlendiğini göstermektedir. Buradan yola çıkarak bu bölümde, PID ve $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolör yapılarının gürültü bastırma performans özellikleri için tasarım kriterleri türetilmiştir. RDR spektrumları, gürültü bastırma kapasitesinin frekansa bağlı olarak incelenmesi için hesaplanmış ve spektral RDR analizleri, PID ve $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolörleri için gerçekleştirilmiştir. Teorik sonuçların doğruluğunu göstermek için simülasyon örnekleri üzerinde durulmuştur. Gerçek uygulamalarda, kontrol sistemleri çevresel gürültülere maruz kalabilmekte ve bu tahmin edilemeyen gürültüler kontrol performansını ciddi şekilde etkileyebilmektedir. Gerçek sistemler üzerinde, yeterli derecede gürültü bastırma sergilediğinde ise kontrol sistemleri için dayanıklı kontrol performansı mümkün olmaktadır.

Ayrıca kararlı bir kontrol sistemi için RDR performans sınırları, SBL analizleri kullanılarak araştırılmıştır. İyi bir gürültü bastırma performansı gösteren kontrolör tasarımı için grafiksel bir yöntem sunulmuş ve PID kontrolör için çeşitli simülasyon uygulamaları yapılmıştır. Simülasyon sonuçları, gürültü bastırma performansının, ön filtre kullanılarak tasarlanan yüksek kazançlı bir PID kontrolör ile elde edilebileceğini göstermektedir.

Bu çalışmalara ek olarak, PI^{λ} kontrolörün kullanıldığı kapalı çevrim bir kontrol sistemi için SBL analizi kullanarak sistem kararlılığı, RDR analizi kullanarak da gürültü bastırma özellikleri araştırılmıştır. Elde edilen kararlılık bölgelerinden seçilen

kontrolör parametrelerinin kullanılması ile RDR performansına dayalı bir PI^λ kontrolör tasarımı da gerçekleştirilmiştir.

Gürültü bastırma kontrolü, kontrol performansı üzerindeki gürültülerin olumsuz etkilerini azaltacak bir kontrolör tasarımı amaçlamaktadır. Bu sebeple, geri beslemeli kontrol sistemlerinin tasarımında en önemli meselelerinden biri haline gelmiştir [110]. Literatürde bozucu sinyallerin istenmeyen etkilerinin azaltılabilmesi için çeşitli çalışmalar yapılmıştır ve bu çalışmalar iki sınıfa ayrılabilir. Birincisi, gürültü bastırmayı sağlayacak ek fonksiyonlar ve bloklar kullanılan açık yaklaşımlardır. İkincisi ise, kontrol sistemlerinin yapısal gürültü bastırma kapasitesinin kullanımına dayanan kapalı yaklaşımlardır. Açık yöntemler, filtreler [111–113], gürültü ve durum gözlemcileri [110,114], gürültü tahmin edicisi [115], dayanıklı uyarlanabilir durum geri besleme kontrolörleri [116] gibi ek fonksiyon blokları içerir. Gürültünün bastırılması için geliştirilen ilave fonksiyon ve bloklar kontrol sistemlerinin yapısını zorlaştırabileceğinden, açık yöntemler kontrolör tasarımında ve operasyonlarında artan hesaplama karmaşıklığına neden olabilir.

Kapalı yaklaşımlar, herhangi bir ilave blok gerektirmeden kontrol sistemlerinin yapısal olarak gürültü bastırma kapasitesini geliştirmeye dayalı yaklaşımlardır. Literatürdeki birçok çalışmada kapalı yaklaşımlar ele alınmıştır. Örneğin, Szita ve arkadaşları [117] zaman gecikmeli sistemler için önceden tanımlanmış bir referans modeline göre kabul edilebilir gürültü bastırma elde etmek için frekans bölgesinde bir tasarım metodolojisi önermiştir. Koussiouris ve arkadaşları [118] gürültü bastırma, kararlılık ve kutup yerleştirme kullanarak ayrıştırma için çeşitli frekans bölgesi koşulları sunmuştur. Birçok çalışmada ise gürültü bastırma kontrolör tasarım problemi, duyarlılık fonksiyon genliğinin minimizasyonu bakımından ele alınmıştır [52,119,120]. Ayrıca, yüksek kazançlı kontrolöre dayalı gürültü bastırma kontrolü, genellikle ölçülemeyen gürültülerin bastırılması olarak önerilmiştir [110,121]. Birçok çalışmada yüksek kazançlı kontrol uygulamaları ele alınmıştır [122–125].

Yüksek kazançlı kontrol, bilinmeyen bozucu sinyalin sistem çıkışındaki etkilerini azaltabilir, ancak satürasyon ve yüksek tepe noktalarının kontrolü ile ilgili dezavantajlar gösterebilir. Bu nedenle, gerçek dünya uygulamaları için hassas ayarlamalara ve kısıtlamalı tasarımlara ihtiyaç duyulmaktadır. Yu ve arkadaşları [126] performans indeks tabanlı bir yöntem ile PI kontrolör kullanılan kontrol sistemleri için performans değerlendirmesini gerçekleştirerek, stokastik ve

deterministik gürültü performans endeksleri üzerine bir araştırma sunmuştur. Yapılan bu çalışmalar dikkate alındığında, kapalı döngü kontrol sistemlerinin gürültü bastırma kapasitesinin değerlendirilmesi için deterministik metotlara ihtiyaç olduğu söylenebilir.

Bu doğrultuda yapılan bu tez çalışmasında kapalı çevrim kontrol sistemlerinin gürültü bastırma kapasitesinin spektral bağımlılığını gösteren basit analitik ifadeler elde edilmiştir. Aynı zamanda, geri beslemeli sistemlerin gürültü bastırma kapasitesinin kapalı yaklaşımlar sınıfında bir haberleşme kanalı formunda düşünüp incelenmesi de amaçlanmaktadır. Haberleşme kanalları için tanımlanan sinyal/gürültü oranına (SNR-Signal to Noise Ratio) benzer şekilde kapalı çevrim kontrol sistemlerinin referans/gürültü oranı (RDR) analiz edilmiştir. Yapılan çalışmalar neticesinde, bir kontrol sistemi $RDR \gg 1$ durumunda tatmin edici bir gürültü bastırma performansı gösterir. Eğer $RDR \leq 1$ ise, kontrol sisteminin herhangi bir gürültü bastırma özelliği göstermediği söylenebilir.

Gürültü bastırma performansının iyileştirilmesi için önerilen yöntemde, sistem çıkışındaki gürültülere karşı referans sinyalinin baskınlığı için haberleşme kanalı modellemesi sınırlamaları kullanılmıştır. Kontrol döngülerinde haberleşme kanalı modellemesi kavramları ayrıntılı olarak [127] çalışmasında tartışılmıştır. Son yıllarda Rojas [128,129], kontrol döngüsünde bir haberleşme kanalı oluşturan teorik çalışmalar sunmuş ve kanal SNR üzerinde bir kısıtlamaya tabi tutulan geri beslemeli kararlılık problemini ele almıştır. Ayrıca, Rojas ve arkadaşları [130] iletişim kanallarının geri besleme kontrolüne sınırlamalar getirdiğini de göstermişlerdir. SNR performans sınırlamaları, kapalı çevrim kontrol sisteminin gürültü bastırma özelliği ve kararlılığı için de araştırılmıştır [129].

RDR yönteminin analitik formülasyonu için, negatif bir kapalı çevrim kontrol sistemi iki alçak geçiren iletişim kanalının süperpozisyonu şeklinde ele alınmıştır. Kapalı çevrim kontrol sistemi için RDR spektrumu türetilmiş ve PID kontrolör ailesi için ayrıntılı analizler yapılmıştır. Klasik PID ve $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörü içinde frekansa bağlı gürültü bastırma özellikleri araştırılmıştır. Ayrıca, PID ve $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör tasarımı için RDR performans özelliğine dayalı kriterler sunulmuştur. Matlab/Simulink programında yapılan simülasyonlar ile teorik bulguların doğruluğu gösterilmiştir. Buna ek olarak, PID ve $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör tasarımları için gürültü bastırma performansları da karşılaştırılmıştır.

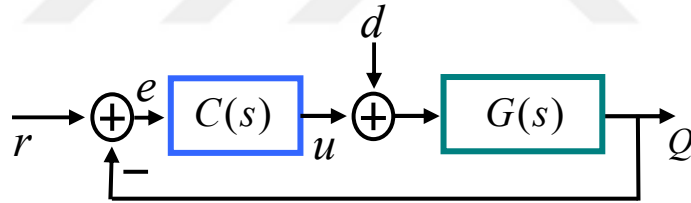
Bu çalışmanın amacı, kapalı çevrimli PID ve $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kullanılan kontrol sistemlerinin gürültü bastırma kapasitesinin basit ve pratik bir formülasyona dönüştürmektir. Önerilen RDR ölçütü, kontrol sistemlerinin gürültü bastırma performansını ölçülebilir ve karşılaştırılabilir bir forma getirmiştir.

4.2. Referans Gürültü Oranı (RDR) Metodolojisi

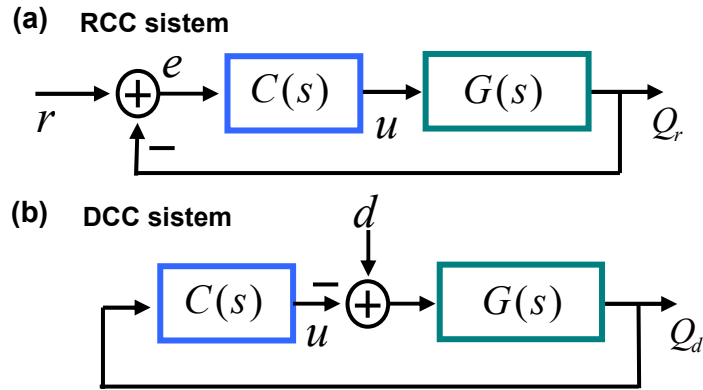
Kapalı çevrim bir kontrol sistemini iki alçak geçiren haberleşme kanalının süperpozisyonu formunda ele alalım.

Birinci kanal, referans sinyalden kontrol sisteminin çıkışına gidecek şekilde referans kanal kontrolü (RCC- Reference Channel Control) olarak, ikincisi ise sistem transfer fonksiyonun girişinden kontrol sisteminin çıkışına gidecek şekilde gürültü kanal kontrolü (DCC- Disturbance Channel Control) olarak adlandırılmıştır. Gürültü eklenmiş bir kapalı çevrim kontrol sistemi Şekil 4.1’de gösterilmiştir.

Kontrol sisteminin LTI bir sistem olduğu düşünülecek olursa Şekil 4.1’deki sistem, Şekil 4.2’de gösterildiği gibi iki sistemin yani RCC ve DCC modellerinin süperpozisyonu şeklinde yazılabilir.



Şekil 4.1. Gürültü eklenmiş bir kapalı çevrim kontrol sistemi



Şekil 4.2. (a) $d = 0$ için RCC sistem modeli; (b) $r = 0$ için DCC sistem modeli

Şekil 4.2 (a), gürültünün sıfır olduğu durumda ($d = 0$) elde edilen RCC sistemini ve Şekil 4.2 (b), referans sinyali sıfır olduğunda ($r = 0$) Şekil 4.1'deki DCC sistemini göstermektedir.

Şekil 4.2 (a)'da verilen RCC sistemi için kapalı çevrim transfer fonksiyonu $P_r(s)$ aşağıda verilmiştir:

$$P_r(s) = \frac{Q(s)|_{d=0}}{r(s)} = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} \quad (4.1)$$

Şekil 4.2 (b)'de verilen DCC sistemi için kapalı çevrim transfer fonksiyonu $P_d(s)$ ise Denklem 4.2'deki gibidir.

$$P_d(s) = \frac{Q(s)|_{r=0}}{d(s)} = \frac{G(s)}{1 + C(s)G(s)} \quad (4.2)$$

RCC sisteminin çıkışı $Q_r(s) = Q(s)|_{d=0}$ olacak şekilde ve DCC sisteminin çıkışı $Q_d(s) = Q(s)|_{r=0}$ olacak şekilde süperpozisyon uygulanırsa kapalı çevrim transfer fonksiyonu

$$Q(s) = Q_r(s) + Q_d(s) \quad (4.3)$$

olacak şekilde elde edilmiştir. Ogata [121], kontrol sistemi çıkışında gürültünün bastırılması için gerekli koşulları kontrolör, sistem ve kapalı çevrim transfer fonksiyonları bakımından $Q(s)$ için ifade etmiştir. Ogata, birim geri beslemeli bir kapalı çevrim kontrol sisteminin gürültü bastırma performansını iyileştirmek için $|C(s)G(s)| \gg 1$ durumunun olması gerektiğini önermiştir. Çünkü yüksek açık çevrim kazancı durumunda ($|C(s)G(s)| \gg 1$), gürültü girişli bir sistemin transfer fonksiyonu olan $P_d(s) = Q(s)/d(s)$ sıfır değerine yaklaşabilmektedir.

Kapalı döngü kontrol sisteminin çıkışındaki referans sinyalin spektral gücü şu şekilde ifade edilebilir:

$$|Q_r(j\omega)|^2 = |P_r(j\omega)|^2 |r(j\omega)|^2 \quad (4.4)$$

Kapalı döngü kontrol sisteminin çıkışındaki gürültü sinyalin spektral gücü ise aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$|Q_d(j\omega)|^2 = |P_d(j\omega)|^2 |d(j\omega)|^2 \quad (4.5)$$

Haberleşme kanallarının SNR değerinin hesaplanmasına benzer şekilde, RDR değerinin hesaplaması da şu şekilde tanımlanabilir:

$$RDR = \frac{|Q_r(j\omega)|^2}{|Q_d(j\omega)|^2} = \frac{|P_r(j\omega)|^2 |r(j\omega)|^2}{|P_d(j\omega)|^2 |d(j\omega)|^2} \quad (4.6)$$

Kapalı çevrim kontrol sisteminin referans sinyali ile gürültü zayıflatma etkisini karşılaştırılabilir bir şekilde değerlendirmek için, RCC ve DCC sistemlerinin girişleri, $|r(j\omega)|^2 = |d(j\omega)|^2$ olacak şekilde eşitlenir ve bu durumda kapalı çevrim sisteminin RDR değeri aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$RDR = \frac{|P_r(j\omega)|^2}{|P_d(j\omega)|^2} \quad (4.7)$$

RCC ve DCC sistemlerinin transfer fonksiyonları Denklem 4.7'de yerine yazıldığında, kapalı çevrim sistemi için RDR değerinin ifadesi aşağıdaki gibi elde edilmiş olur.

$$RDR = |C(j\omega)|^2 \quad (4.8)$$

Denklem 4.8, kapalı çevrim bir kontrol sisteminin gürültü bastırma gücünün, kontrolör transfer fonksiyonunun enerji spektrum yoğunluğuna bağlı olduğunu açıkça göstermektedir. Bu, negatif geri beslemeli kontrol sisteminin gürültü bastırma kapasitesinin sadece kontrolör yapısı ile belirlendiğini gösteren önemli bir sonuçtur.

Dolayısıyla, gürültü toleranslı bir kontrol sistemi tasarımı problemi, kontrolör tasarım problemine indirgenmiş olur.

RDR ifadesini desibel (dB) cinsinden ifade etmek gerekirse aşağıdaki eşitlik elde edilmiş olur.

$$RDR_{dB} = 20 \log |C(j\omega)| \quad (4.9)$$

4.2.1. RDR Spektrumunun Duyarlılık Fonksiyonuyla İlişkisi

Kontrol literatüründe, duyarlılık fonksiyonunun kapalı çevrim kontrol sistemlerinin gürültü bastırma performansını arttırdığı düşünülmektedir [52,119,120]. Gürültüsü bastırılmış iyi bir çıkış elde etmek için ($\forall \omega \leq \omega_s$, rad/s) olacak şekilde istenen bir frekans aralığında aşağıdaki gibi bir duyarlılık fonksiyonu tanımı [52]'de verilmiştir:

$$\left| S(j\omega) = \frac{1}{1 + C(j\omega)G(j\omega)} \right|_{dB} \leq B \quad (4.10)$$

Duyarlılık fonksiyonunun minimize edilmesi kapalı çevrim kontrol sisteminin gürültü bastırma performansını arttırmasına rağmen, gürültü bastırma kapasitesi için belirgin bir ölçüm sağlamayabilir. $S = E(s)/R(s)$ olarak tanımlanan duyarlılık fonksiyonu, referans girişinden izleme hatasına kadar olan bir transfer fonksiyonudur [119] ve doğrudan sistem çıkışındaki gürültü gücünü dikkate almaz. Dolayısıyla, RDR analizinin gürültü bastırma kapasitesinin değerlendirilmesi için daha uygun olduğu düşünülmektedir. Kontrolörün genliği $|C(j\omega)|$ 'nin arttırılmasıyla yüksek RDR değerlerini elde etmek mümkün olmaktadır. Bu durum ise hassasiyet fonksiyonunun değerini düşürmektedir. RDR ve hassasiyet fonksiyonu arasındaki ilişkiyi şu şekilde yazabiliriz.

$$RDR = |C(j\omega)|^2 = \frac{|1 - S(j\omega)|^2}{|S(j\omega)|^2 |G(j\omega)|^2} \quad (4.11)$$

Duyarlılık fonksiyonunun düşük değerleri için RDR yüksek değerler alır. Denklem 4.7 dikkate alındığında RDR değerinin, duyarlılık fonksiyonunun enerji spektral yoğunluğu $(|C(j\omega)G(j\omega)/(1+C(j\omega)G(j\omega))|^2)$ 'in gürültü duyarlılık fonksiyonunun enerji spektral yoğunluğu $(|G(j\omega)/(1+C(j\omega)G(j\omega))|^2)$ 'e oranı olarak ortaya çıktığı görülmektedir. Bu bağlamda yüksek bir RDR performansı, referans girişinden sistem çıkışına iletim kapasitesinin arttırılması ve gürültü girişinden sistem çıkışına iletim kapasitesinin düşürülmesi ile elde edilebilir.

4.3. PID Kontrolör Ailesi İçin RDR Analizi

Bu bölümde, PID kontrolör parametreleri k_p , k_i ve k_d 'nin kapalı çevrim kontrol sisteminin RDR performansı üzerindeki etkilerini araştırmak için klasik PID kontrolör yapısının RDR değerleri için çeşitli derivasyonlar yapılmıştır. Buna ek olarak λ ve μ kesir derecelerinin kapalı çevrim kontrol sisteminin RDR performansı üzerindeki etkilerini görmek için, $PI^\lambda D^\mu$ kesir dereceli kontrolör yapısının RDR özellikleri de bu bölümde incelenmiştir.

4.3.1. PID Kontrolörün RDR Performansı

PID kontrolörü $C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s$ için genlik cevabı aşağıda verildiği şekildedir.

$$|C(j\omega)| = \frac{((k_i - k_d \omega^2)^2 + (k_p \omega)^2)^{1/2}}{|\omega|} \quad (4.12)$$

PID kontrolör kullanılan kapalı çevrim kontrol sisteminin RDR değeri ise Denklem 4.13'te verildiği gibi ifade edilir.

$$RDR = \left(\frac{k_i}{\omega} - k_d \omega\right)^2 + k_p^2 \quad (4.13)$$

Denklem 4.13 PID kontrolör kullanılan kapalı çevrim bir kontrol sisteminin RDR değerinin açısal frekansa bağlı olduğunu göstermektedir. Buna göre, k_i parametresi ile ayarlanan integral kazanç bileşeni düşük frekanslarda RDR performansını artırır. k_d parametresi ile ayarlanan türevsel kazanç bileşeni yüksek frekanslarda RDR performansını artırır. k_p parametresi ile ayarlanan oransal kazanç bileşeni ise açısal frekanstan bağımsız RDR performansının artmasında katkıda bulunur.

RDR cevabı karakteristikleri PID parametreleri (k_p, k_i, k_d) bakımından aşağıda verilen koşullar altında değerlendirilebilir:

i) $k_p \neq 0$, $k_i \neq 0$ ve $k_d \neq 0$ durumunda RDR performansı Denklem 4.13'te verildiği gibi hesaplanır. RDR spektrumu, $\omega_m = \sqrt{k_i / k_d}$ frekansında minimum değerini verir.

PID kontrolörün minimum RDR performansı ω_m frekansında k_p^2 olarak belirlenir. Şekil 4.3 (a), $k_p = 1$, $k_i = 1$ ve $k_d = 1$ değerleri için PID kontrolörün RDR spektrumunu göstermektedir. Şekil 4.3 (a)'da RDR performansının minimum değeri, $\omega = 1$ frekans değerinde, $k_p = 1$ olduğundan dolayı 1 değeri olarak görülmektedir. RDR performansı minimum değer civarlarında düşük frekanslar için k_i 'ye, yüksek frekanslar için ise k_d 'ye bağlı olarak artar.

ii) $k_p \neq 0$, $k_i \neq 0$ ve $k_d = 0$ durumunda PID kontrolör yapısı, PI kontrolör gibi davranacaktır ve PI kontrolörün RDR ifadesi aşağıda verildiği gibidir:

$$RDR = \left(\frac{k_i}{\omega} \right)^2 + k_p^2 \quad (4.14)$$

Denklem 4.14 dikkate alındığında açısal frekansın artması ile bir PI kontrolörün RDR performansının düştüğü sonucu çıkarılabilir. Çok düşük frekanslarda RDR son derece yüksek değerlere erişebilir. DC sinyallerde PI kontrolörün RDR performansı teorik olarak sonsuza gidecektir. Bu nedenle, çok düşük frekanslar için çok güçlü gürültü bastırma özelliği gösterir.

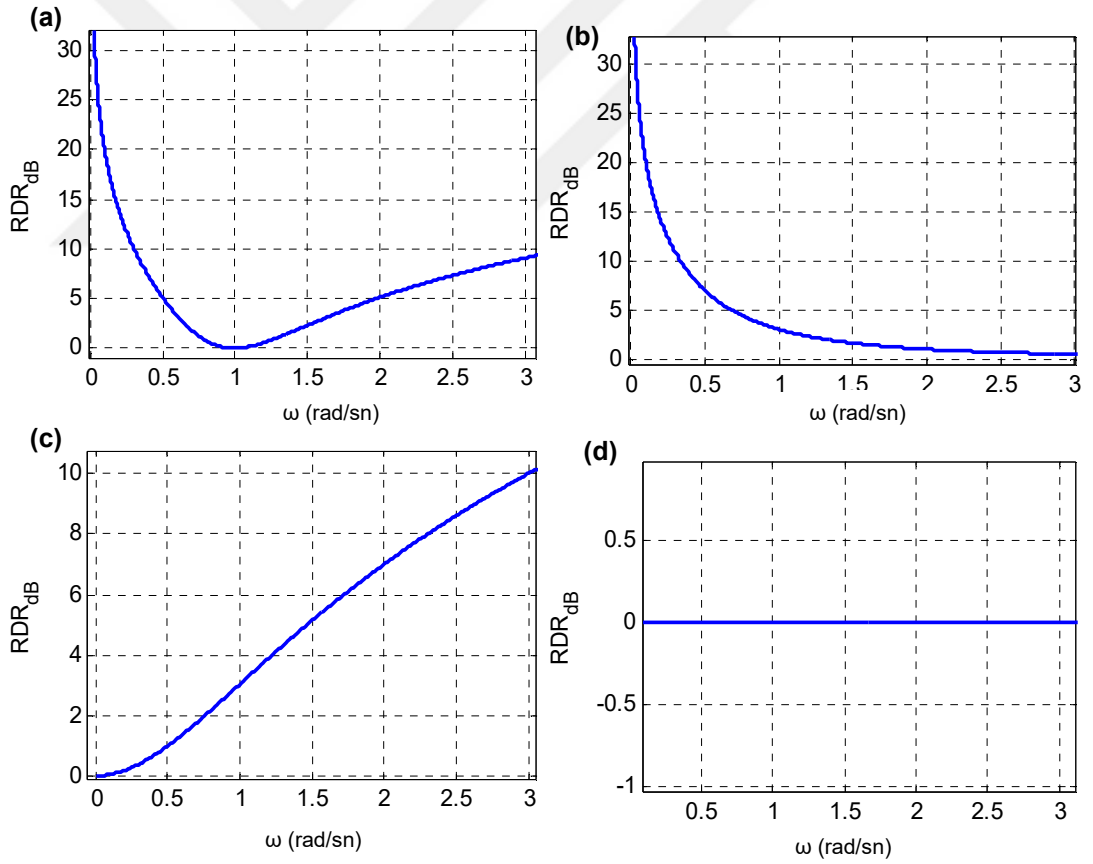
Artan k_p değeri ise düşük frekanslardaki gürültülerin bastırılma özelliğinin artmasına katkıda bulunur [23]. PI kontrolörün $k_p = 1$ ve $k_i = 1$ değerleri için RDR spektrumunu Şekil 4.3 (b)'de gösterilmiştir.

iii) $k_p \neq 0$, $k_i = 0$ ve $k_d \neq 0$ durumu için PID kontrolör PD kontrolör olarak davranacaktır ve RDR değeri Denklem 4.15'te verildiği gibi hesaplanır.

$$RDR = (k_d \omega)^2 + k_p^2 \quad (4.15)$$

Bu denklem, açısal frekans arttıkça, PD kontrolörünün RDR'si ikinci dereceden polinom karakteristiği gereği artacaktır. RDR, çok düşük frekanslarda k_p^2 değerine yaklaşır. Başka bir deyişle, PD kontrolörün en düşük RDR performansı, düşük frekans bölgesi için k_p ile ayarlanabilir.

Şekil 4.3 (c)'te PD kontrolörün RDR spektrumu $k_p = 1$ ve $k_d = 1$ değerleri için verilmiştir.



Şekil 4.3. RDR spektrumları: (a) PID kontrolör ($k_p = 1, k_i = 1, k_d = 1$); (b) PI kontrolör ($k_p = 1, k_i = 1$); (c) PD kontrolör ($k_p = 1, k_d = 1$); (d) P kontrolör ($k_p = 1$)

iv) $k_p \neq 0$, $k_i = 0$ ve $k_d = 0$ durumu için PID kontrolör P kontrolör gibi davranır. Bu durumda elde edilecek RDR ifadesi aşağıda verilmiştir.

$$RDR = k_p^2 \quad (4.16)$$

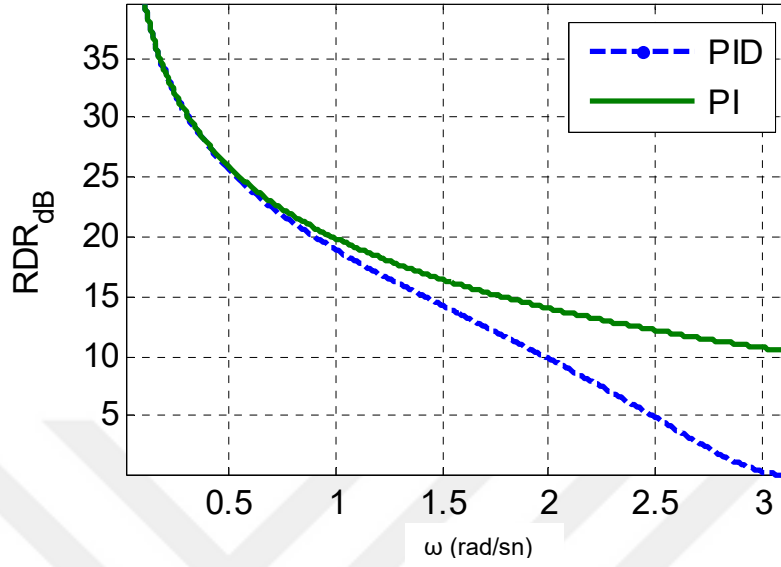
P kontrolör için RDR performansı, Şekil 4.3 (d)'de gösterildiği gibi açısıl frekanstan bağımsızdır. k_p parametresi ile ayarlanan RDR'sinin minimum ve frekanstan bağımsız değeri, tüm RDR spektrumuna eşit bir şekilde yayılmıştır.

PID tasarım problemlerinde RDR performansının bir tasarım kriteri olarak kullanılması, kapalı çevrim kontrol sistemlerinin gürültü bastırma yeteneklerinin artırılması hususunda yarar sağlayacağı düşünülmektedir. PID tasarım algoritmalarında kapalı çevrim kontrol sistemlerinin yapısal gürültü tolerans özelliğini geliştirebilmek için parametre optimizasyon işlemlerinde de RDR performans tasarım kısıtlaması kullanılabilir. Belirli bir minimum RDR performansını (α) garanti eden genel bir RDR tasarım kısıtlaması aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

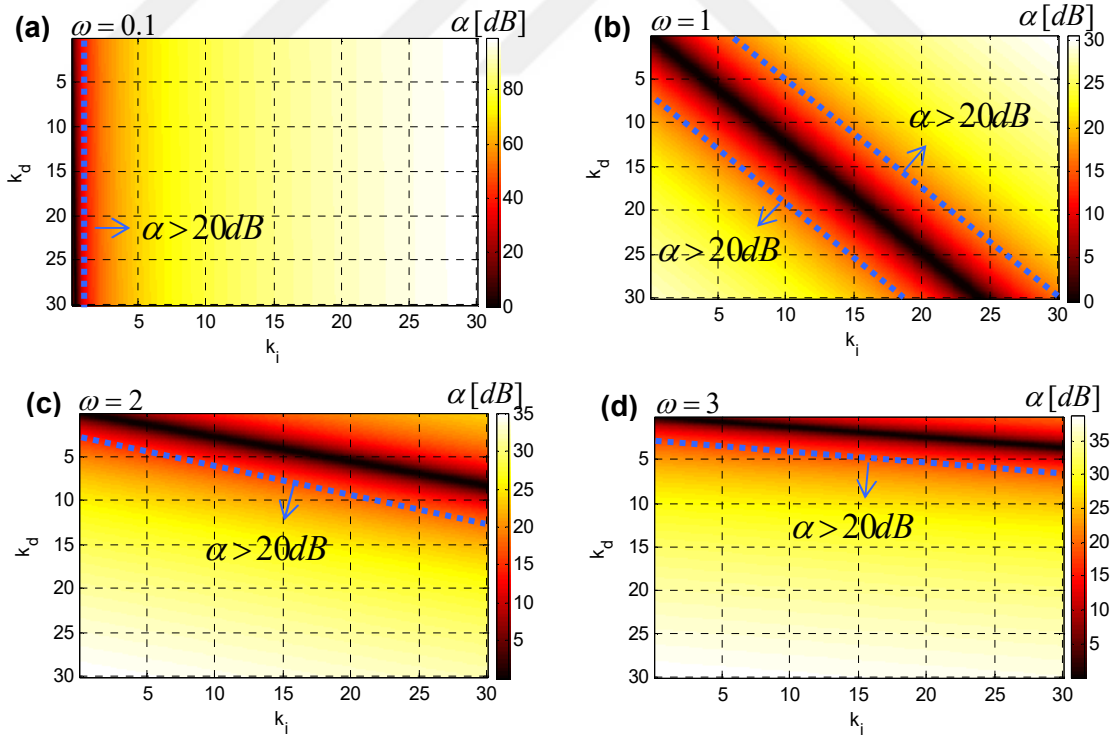
$$\alpha \leq \left(\frac{k_i}{\omega} - k_d \omega \right)^2 + k_p^2 \quad (4.17)$$

Oransal kazanç olan k_p parametresinin PID, PD, PI ve P kontrolörleri için minimum RDR performansını belirleyen temel bir terim olduğu Denklem 4.17'de açıkça görülebilmektedir. Kontrol uygulamalarında, referans sinyali ve gürültü sinyali çoğunlukla düşük frekans bileşenleri içerir. PI kontrolör, $\left(\frac{k_i}{\omega} - k_d \omega \right)$ terimi nedeniyle PID kontrolöre kıyasla daha yüksek RDR spektrumu elde etmek için daha avantajlı gözükmemektedir. PI ve PID kontrolörlerinin RDR spektrumları, ortak parametreler eşit olacak şekilde hesaplanarak Şekil 4.4'te gösterilmiştir. Şekil 4.4'te, (ω_m) minimum frekansını π 'nin açısıl frekansına doğru hareket ettirmek için PID kontrolünün k_i parametresi $\pi^2 k_d$ değerine ayarlanmıştır. Görüldüğü gibi PI kontrolörü, yüksek frekans bölgesinde PID kontrolörün RDR spektrumuna kıyasla daha iyi bir RDR değeri sağlamıştır. PID kontrolöründeki türev teriminden dolayı,

PID kontrol sistemi yüksek frekans gürültü sinyallerine daha duyarlı hale geldiği sonucuna varılmıştır. Pratikte de, yüksek frekans gürültüleri çevresel veya sistem gürültüsünden kaynaklanabilmektedir.



Şekil 4.4. PID kontrolör ($k_p = 1$, $k_i = 9.8$, ve $k_d = 1$) ve PI kontrolör ($k_p = 1$, $k_i = 9.8$) için RDR spektrum karşılaştırması



Şekil 4.5. $k_p = 1$ değeri için farklı açısal frekanslarda k_i ve k_d değerlerine karşılık gelen RDR değerleri

Açısal frekans değerleri $\omega = 0.1$, $\omega = 1$, $\omega = 2$ ve $\omega = 3$ olacak şekilde k_i ve k_d parametrelerine karşılık gelen RDR değerleri Şekil 4.5'te gösterilmiştir. Kontrolör tasarım algoritmalarında kullanılmak üzere (k_i, k_d) arama bölgeleri $\alpha > 20$ dB çizgileri ile sınırlandırılarak belirtilmiştir. Kontrolör parametrelerinin kararlılık aralıkları ve $\alpha > 20$ dB bölgesinin kesişim bölgesi, gürültüye dayanıklı ve kararlı bir PID kontrol tasarımı yapmak için kullanılabilir.

Sonuç olarak, RDR tasarım sınırlamasının kullanılması arama bölgelerini daraltması nedeniyle sezgisel optimizasyon algoritmalarının etkinliğini artırır. k_p 'nin artması, $\alpha > 20$ dB bölgelerinin genişlemesine ve k_p 'nin tüm spektrum için açısal frekanstan bağımsız olarak RDR'sinin iyileştirilmesine neden olur. Bunlara ek olarak, Şekil 4.5'te düşük frekanslarda ($\omega = 0.1$) RDR'nin k_i değerine bağlı olduğu, yüksek frekanslarda ($\omega = 3$) ise RDR'nin k_d değerlerine bağlı hale geldiği söylenebilir.

4.3.2. $PI^\lambda D^\mu$ Kontrolörün RDR Performansı

Transfer fonksiyonu $C_{fo}(s) = k_p + \frac{k_i}{s^\lambda} + k_d s^\mu$ olan $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör için genlik cevabı Denklem 4.18'de verildiği şekilde elde edilmiştir.

$$|C_{fo}(j\omega)| = \left((k_p + k_i \cos(\frac{\pi}{2}\lambda)\omega^{-\lambda} + k_d \cos(\frac{\pi}{2}\mu)\omega^\mu)^2 + (k_d \sin(\frac{\pi}{2}\mu)\omega^\mu - k_i \sin(\frac{\pi}{2}\lambda)\omega^{-\lambda})^2 \right)^{1/2} \quad (4.18)$$

Denklem 4.8'in kullanılması ile $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör için RDR ifadesi aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

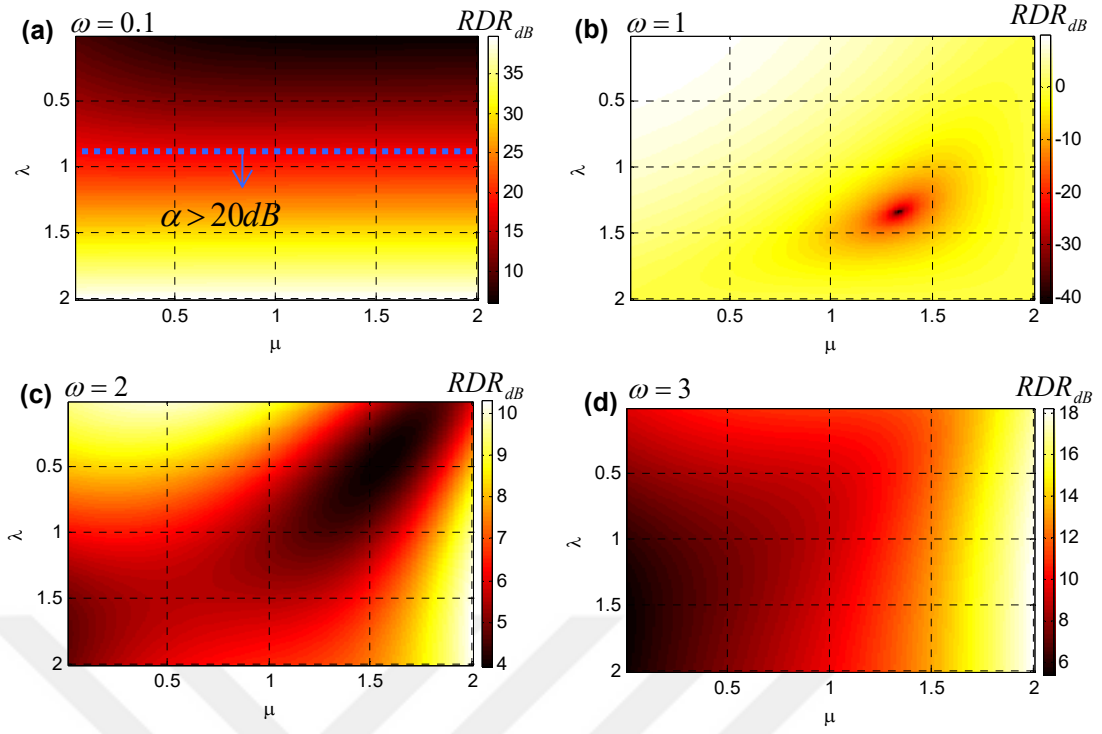
$$RDR_{fo} = (k_p + k_i \cos(\frac{\pi}{2}\lambda)\omega^{-\lambda} + k_d \cos(\frac{\pi}{2}\mu)\omega^\mu)^2 + (k_d \sin(\frac{\pi}{2}\mu)\omega^\mu - k_i \sin(\frac{\pi}{2}\lambda)\omega^{-\lambda})^2 \quad (4.19)$$

(k_i, k_d) kazanç katsayılarının $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörün RDR performansı üzerindeki etkisi $\cos(\frac{\pi}{2}\lambda)$, $\cos(\frac{\pi}{2}\mu)$, $\sin(\frac{\pi}{2}\lambda)$ ve $\sin(\frac{\pi}{2}\mu)$ faktörlerinden dolayı (λ, μ) kesir dereceli kuvvetlere bağımlı olarak ortaya çıkmaktadır. Ayrıca, operatörlerin (λ, μ) parametreleri, açısal frekansın kuvveti olarak $\omega^{-\lambda}$ ve ω^μ olacak şekilde etki göstermektedir. Bu durum önceki bölümde PID kontrolör için verilen analizleri karmaşık hale getirmiştir. Bununla birlikte $\lambda=1$ ve $\mu=1$ için $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörü klasik PID yapısı olarak çalışacaktır ve $PI^\lambda D^\mu$ 'in RDR formülasyonu Denklem 4.13'te verildiği gibi olacaktır. RDR_{to} spektrum karakteristiğinin minimum değerinin bulunduğu ω_m frekansı kontrolör parametreleri için verilen $k_i > 0$ ve $k_d > 0$ koşulları altında $0 = (k_d \sin(\frac{\pi}{2}\mu)\omega^\mu - k_i \sin(\frac{\pi}{2}\lambda)\omega^{-\lambda})^2$ eşitliğinin çözülmesi ile aşağıda verildiği gibi bulunabilir.

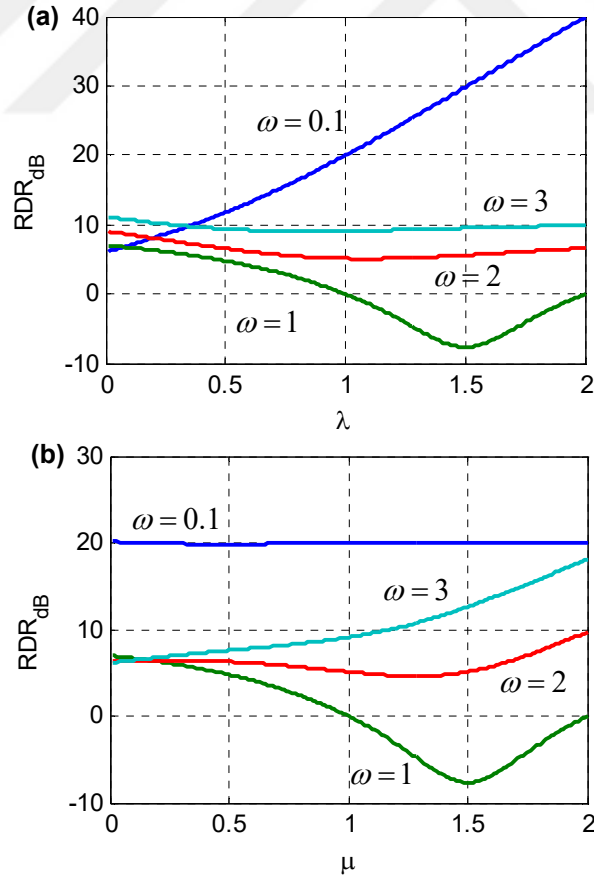
$$\omega_m = \left(\frac{k_i \sin(\frac{\pi}{2}\lambda)}{k_d \sin(\frac{\pi}{2}\mu)} \right)^{1/(\lambda+\mu)} \quad (4.20)$$

$PI^\lambda D^\mu$ kontrolörü için (λ, μ) parametrelerine bağlı RDR performansları çeşitli frekanslar için Şekil 4.6'da verilmiştir. Şekil 4.6 (a) ve 4.6 (d)'den görüleceği üzere RDR performansı düşük frekanslarda ($\omega = 0.1$) λ değerlerine, yüksek frekanslarda ($\omega = 3$) ise μ değerlerine bağımlıdır. Şekil 4.6 (b)'de görüldüğü üzere $\omega = 1$ değeri için RDR performansı oldukça bozulmaktadır.

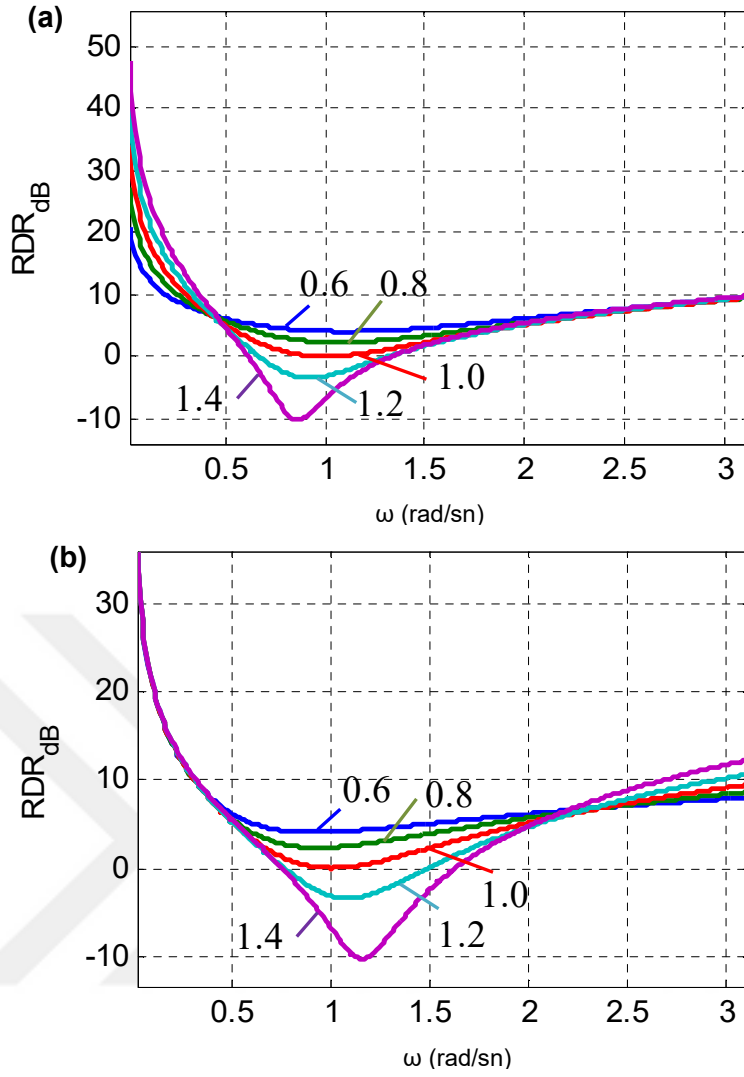
RDR değerinin $\omega = 1$ frekansında en düşük olduğu değer $k_i = 1$, $k_d = 1$ ve $k_p = 1$ kontrolör parametreleri için $\lambda = 1.5$ ve $\mu = 1.5$ parametre değerlerinde tespit edilmiştir. $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörleri için RDR'nin λ ve μ değerlerine bağımlılığı Şekil 4.7'de gösterilmiştir. Şekil 4.8 çeşitli λ ve μ değerleri için RDR spektrumunu göstermektedir. λ ve μ parametreleri, $\omega^{-\lambda}$ ve ω^μ terimlerinden dolayı RDR spektrumunda oldukça etkili olduğu görülmektedir. λ ve μ değerlerinin azalması RDR spektrumunu daha düzleştirir. λ ve μ değerleri arttıkça, RDR spektrumu açısal frekansa daha fazla bağımlılık sergilemektedir.



Şekil 4.6. Çeşitli açısal frekanslarda $k_i=1$, $k_d=1$ ve $k_p=1$ değerleri için λ ve μ 'ye karşılık gelen RDR değerleri



Şekil 4.7. $k_i=1$, $k_d=1$ ve $k_p=1$ için RDR'nin λ ve μ 'ye bağımlılığı



Şekil 4.8. $k_i = 1$, $k_d = 1$, $k_p = 1$ için RDR spektrumları: (a) $\lambda = \{0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4\}$; (b) $\mu = \{0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4\}$

Pİ^λD^μ kontrolörleri için belirli bir minimum RDR performansını (α) sağlayan genel bir RDR tasarım kısıtlaması aşağıda verildiği gibi tanımlanabilir.

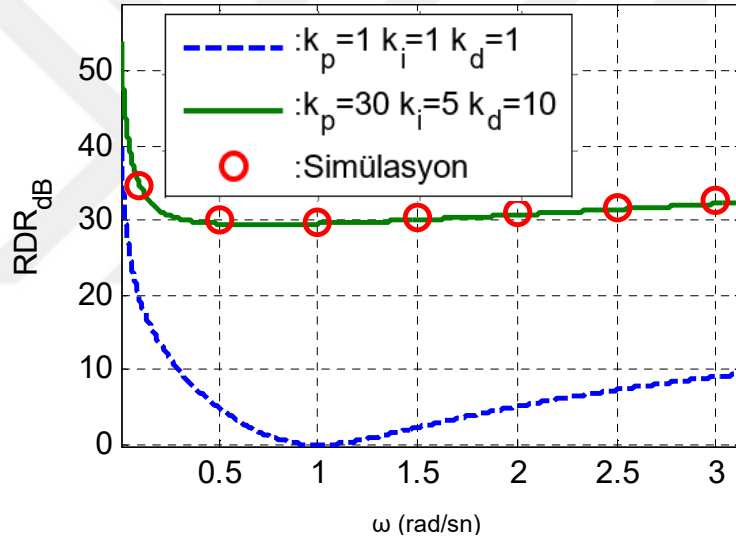
$$\alpha \leq (k_p + k_i \cos(\frac{\pi}{2} \lambda) \omega^{-\lambda} + k_d \cos(\frac{\pi}{2} \mu) \omega^{\mu})^2 + (k_d \sin(\frac{\pi}{2} \mu) \omega^{\mu} - k_i \sin(\frac{\pi}{2} \lambda) \omega^{-\lambda})^2 \quad (4.21)$$

4.4. Simülasyon örnekleri

Tezin bu bölümünde, teorik bulguları doğrulamak için gürültüye toleranslı PID ve $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolörlerin tasarımları için bazı örnekler üzerinde çalışılmıştır. Matlab/Simulink programı kullanılarak gerekli simülasyonlar gerçekleştirilmiştir.

4.4.1. Örnek 1

Bu örnekte, $G(s) = \frac{1}{s^2 + 4s + 3}$ olarak verilen kararlı bir ikinci dereceden sistem transfer fonksiyonu için iki PID kontrolör tasarımının gürültü bastırma performansı karşılaştırılmıştır.

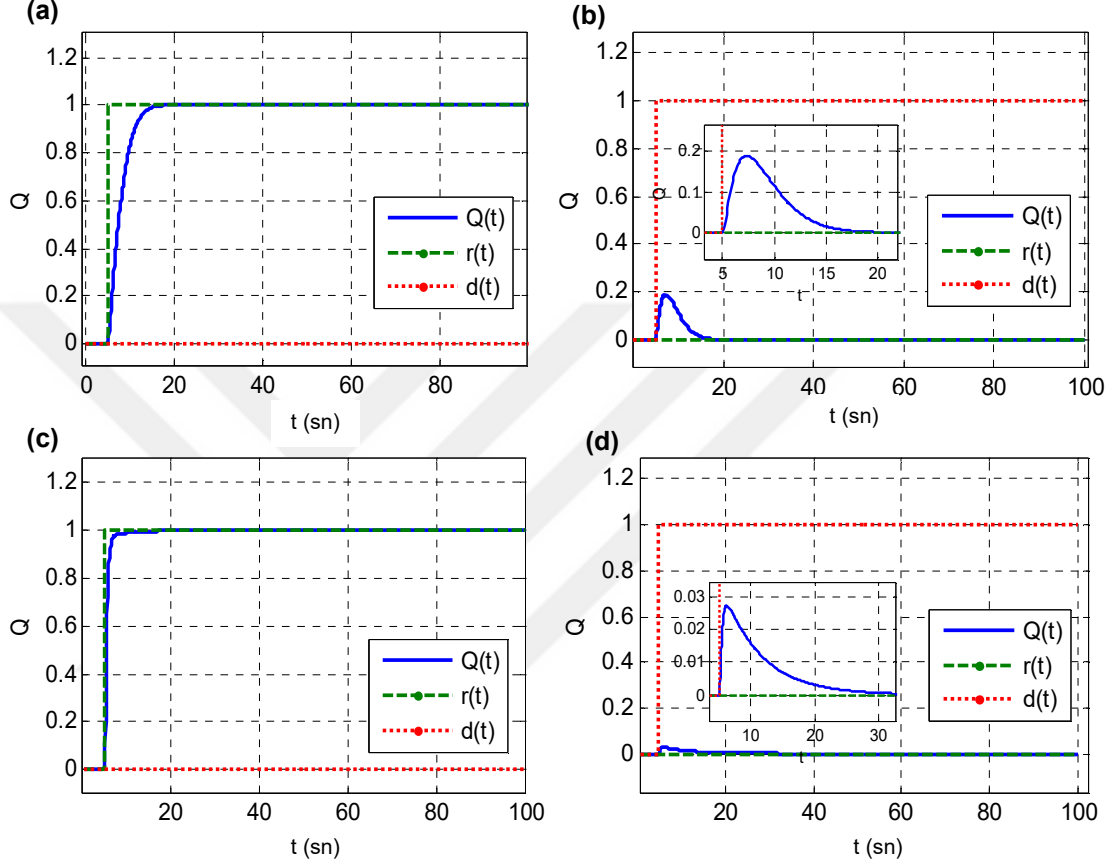


Şekil 4.9. ($k_p = 1$, $k_i = 1$, $k_d = 1$) ve ($k_p = 30$, $k_i = 5$, $k_d = 10$) değerleri için RDR spektrum karşılaştırılması

Şekil 4.9, iki PID tasarımı için RDR spektrumlarını göstermektedir. Kontrolör parametreleri $k_p = 1$, $k_i = 1$ ve $k_d = 1$ olacak şekilde düşük kazançlı PID katsayıları ile düşük bir gürültü bastırma performansı meydana gelmiştir. Kontrolör parametreleri $k_p = 30$, $k_i = 5$ ve $k_d = 10$ olacak şekilde yüksek kazançlı PID katsayıları ile de yüksek bir gürültü bastırma performansı oluşmuştur.

Simülasyonlardan hesaplanan RDR değerleri ile Denklem 4.13 kullanılarak hesaplanan analitik sonuçlar birbiri ile örtüşmektedir.

Şekil 4.10 (a) sıfır gürültü için $k_p = 1$, $k_i = 1$ ve $k_d = 1$ parametrelerine sahip bir PID kontrolör için RCC'nin birim basamak cevabını göstermektedir. Şekil 10 (b) ise sıfır referans girişi için DCC'nin birim basamak cevabını göstermektedir. Şekil 10 (b)'de gösterildiği üzere gürültü girişindeki birim basamak sinyali çıkışta 0.2 genlikli bir tepe değerine sahiptir.

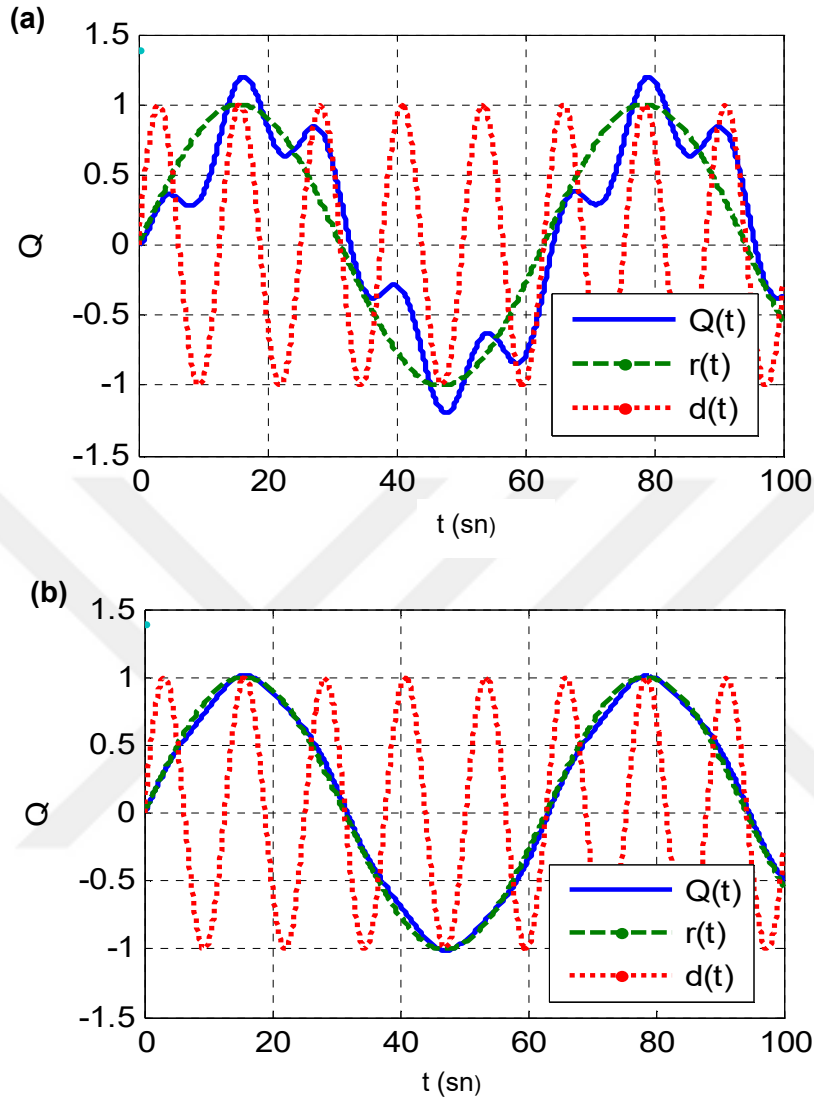


Şekil 4.10. Birim basamak cevapları; $k_p = 1$, $k_i = 1$ ve $k_d = 1$ için (a) RCC; (b) DCC ve $k_p = 30$, $k_i = 5$ ve $k_d = 10$ için (c) RCC; (d) DCC

Bu kontrol sisteminin gürültü toleransını arttırmak için PID katsayıları Şekil 4.9'da gösterildiği gibi RDR spektrumunu iyileştirmek için $k_p = 30$, $k_i = 5$ ve $k_d = 10$ olarak yeniden ayarlanmıştır. Sonuç olarak, Şekil 4.10 (c)'de olduğu gibi RCC için daha hızlı bir basamak cevabı elde edilmiştir ve Şekil 4.10 (d)'de verilen çıkış sinyali dikkate alındığında DCC'den elde edilen tepe genliğinin önemli ölçüde düştüğü gözlemlenebilir.

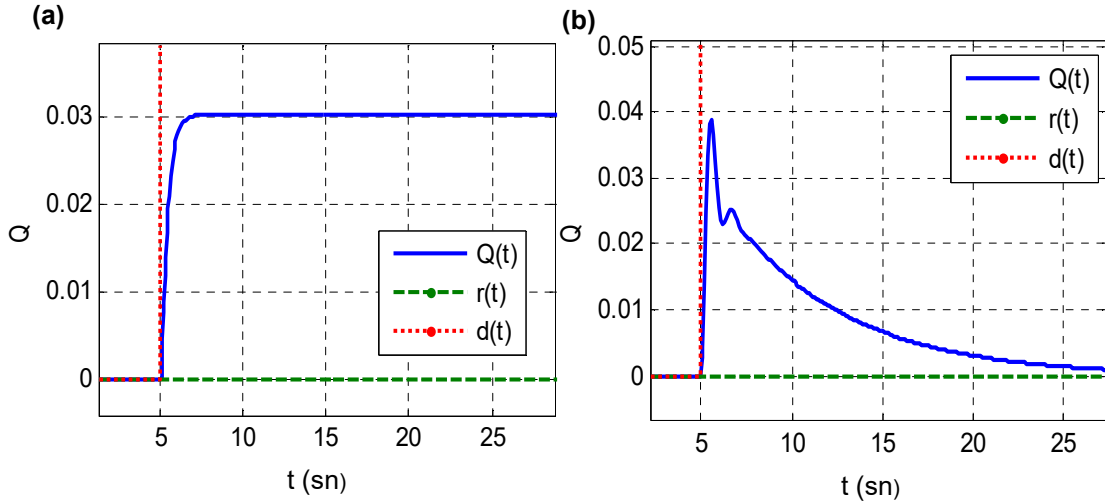
Şekil 4.10, yükselme süresinin kontrol sistemlerinin gürültü bastırma performansı üzerindeki etkilerini ortaya koymaktadır. Buna göre, daha hızlı kapalı çevrim kontrol sistemleri, gürültü sinyaline karşı yeterince hızlı tepki verebilecek ve böylece

çıkışlarını istenen noktada daha iyi tutabilmeleri için daha fazla gürültüye toleranslı olabilecektir.



Şekil 4.11. (a) $k_p = 1$, $k_i = 1$ ve $k_d = 1$ değerleri için sinüs cevabı (b) $k_p = 30$, $k_i = 5$ ve $k_d = 10$ değerleri için sinüs cevabı

Şekil 4.11’de ise sisteme verilen sinüzoidal giriş sinyali için farklı kontrolör parametrelerinde elde edilen sistem cevapları verilmiştir. Şekil 4.11 (a), bir sinüzoidal referans sinyali (genlik değeri 1 ve frekansı 0.1 rad/sn) ve bir sinüzoidal gürültü sinyali (genlik değeri 1 ve frekansı 0.5 rad/sn) için $k_p = 1$, $k_i = 1$ ve $k_d = 1$ parametrelerine sahip PID kontrolörün kullanıldığı kontrol sisteminin cevabını göstermektedir. Gürültü sinyalinin, çıkışta büyük dalgalanmalara neden olduğu görülmektedir.



Şekil 4.12. (a) $k_p = 30$, $k_i = 0$ ve $k_d = 10$ değerleri için PD kontrolör için gürültü bastırma (b) $k_p = 30$, $k_i = 5$, $k_d = 0$ değerleri için PI kontrolör için gürültü bastırma

Kontrol sisteminde RDR performansını artırmak için Şekil 4.9’da gösterildiği gibi PID kontrolörün parametreleri $k_p = 30$, $k_i = 5$, ve $k_d = 10$ olacak şekilde ayarlandığında, gürültüden kaynaklanan dalgalanmalar belirgin bir şekilde azalmıştır ve çıkış sinyali referans sinyalini iyi takip edebilmektedir.

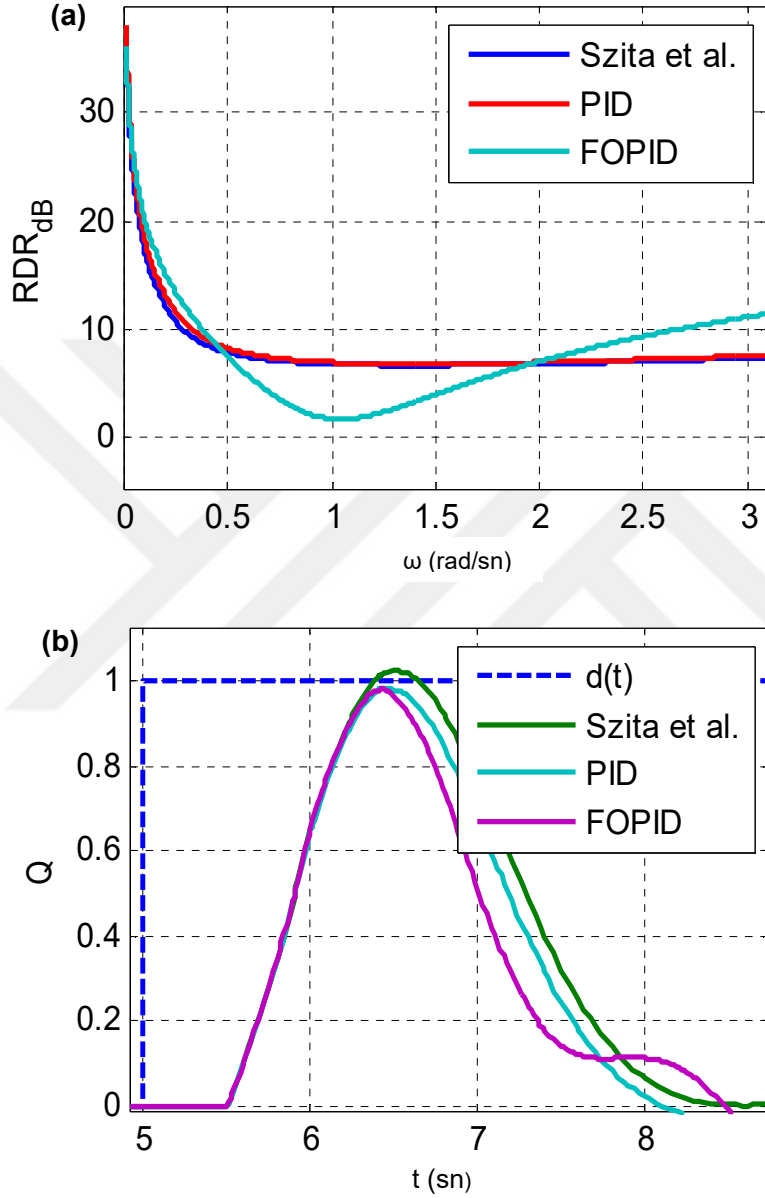
Şekil 4.12 (a) ve (b), sırasıyla PD ve PI kontrolör için DCC’nin birim basamak cevabını göstermektedir. PD kontrolör, yüksek frekanslarda daha iyi RDR performansı sergilediğinden, gürültünün çıkış sinyali üzerindeki etkileri Şekil 4.12 (a)’da gösterildiği gibi düşük frekanslı ve DC bileşenleri içerir. Bununla birlikte, bir PI kontrol sistemi düşük frekanslarda daha yüksek RDR değeri verir, PI kontrol sistemi Şekil 4.12 (b)’de gösterildiği gibi çıkışta oldukça yüksek frekans bileşenleri sergilemiştir. Bu sonuçlar önceki bölümlerde sunulan teorik analizin doğruluğunu teyit etmektedir.

4.4.2. Örnek 2

Bu örnekte, sistem transfer fonksiyonu $G(s) = \frac{1}{s-1} e^{-0.5s}$ olacak şekilde [117]

zaman gecikmeli ve kararsız bir sistem için iki PID kontrolör için RDR performansı karşılaştırılmıştır ve bir $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolör tasarımı gerçekleştirilmiştir. Sistemin kararsızlığı, kontrol sistemlerinin gürültü bastırma kapasitesini sınırlayan önemli faktörlerden biridir. Ayrıca, sistem transfer fonksiyonunda bulunan zaman

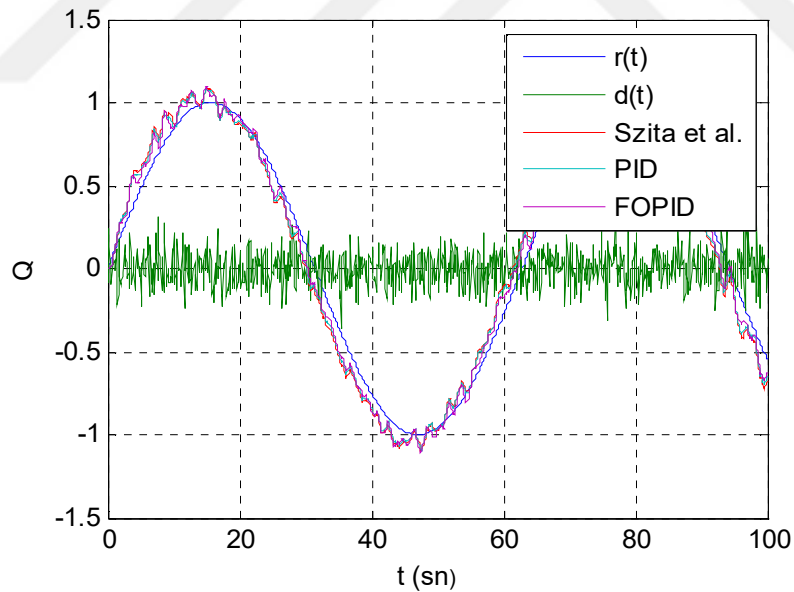
gecikmesi, kontrolör katsayılarının kararlılık aralığını ve dolayısıyla kontrolörlerin RDR performansını önemli ölçüde sınırlar. Sistem transfer fonksiyonu $G(s)$ kararsız ve zaman gecikmeli bir sistem olduğundan, bu örnekte de tasarım aralıkları belirgin derecede sınırlı kalmıştır.



Şekil 4.13. (a) Szita'nın PID kontrolörü, önerilen PID ve $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörleri için RDR spektrumlarının karşılaştırılması (b) Birim basamak gürültü cevaplarının karşılaştırılması

Bu örnekte, RDR performansları iyi olan bir PID ve bir $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör tasarımı gerçekleştirmek için deneme yanılma yöntemi kullanılmıştır. Ayrıca, Szita ve arkadaşları [117] tarafından önerilen gürültü bastırma özelliğine sahip bir PID

kontrolör ($k_p = 2.168$, $k_i = 0.693$, $k_d = 0.358$) ile karşılaştırmaları yapılmıştır. Szita'nın ve bizim tasarladığımız PID ($k_p = 2.5$, $k_i = 0.8$, $k_d = 0.4$) ve $PI^\lambda D^\mu$ ($k_p = 0.5$, $k_i = 1.6$, $k_d = 1.5$, $\lambda = 0.8$, $\mu = 0.9$) kontrolörlerinin RDR spektrumları ve gürültü cevapları Şekil 4.13'te gösterilmiştir. $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörün simülasyonlarının gerçekleştirilmesi için bir yaklaşım yönteminin kullanılması gerekmektedir ve bu örnekte Carlson yaklaşım yönteminin [23] kullanılması tercih edilmiştir. Yaklaşım metodunun getirmiş olduğu hatalar neticesinde $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörünün RDR performansı, teorik hesaplamalara göre 3-4 dB daha düşük olmuştur. Çevresel gürültünün rastgele olması nedeniyle normal dağılan rastgele sayılarla üretilen gürültülü bir sinyalle kontrolörlerin gürültü bastırma performansı Şekil 4.14'te karşılaştırılmıştır. Kontrol sistemine uygulanan beyaz gürültünün zayıflayıp düzgünleştiği Şekil 4.14'te görülmektedir. Bununla birlikte $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör tasarımı, uygulanan gürültü için biraz daha iyi bir yanıt vermiştir. Bunun sebebi Şekil 4.13 (b)'de görüldüğü gibi, $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörünün yüksek frekans bölgesinde daha yüksek RDR değerleri verebilmesi olarak açıklanabilir.



Şekil 4.14. Uygulanan beyaz gürültünün kontrolörlerin performansı üzerindeki etkisi

Farklı kontrolör tasarımlarının gürültü bastırma kapasitesinin RDR spektrum analizleri ile karşılaştırılabileceği bu çalışma için önemli bir bulgudur. Buradan yola çıkarak RDR performanslarının karşılaştırılması ile daha iyi bir kontrolör tasarımı gerçekleştirilebileceği söylenebilir.

4.5. SBL Yöntemi İle RDR Analizi Performans Sınırları

Bölüm 3'te Denklem 3.9 ile verilen zaman gecikmeli bir transfer fonksiyonu için pay ve payda polinomlarını genel bir formda yazılırsa aşağıda verilen ifadeler elde edilmiş olur.

$$N(s) = \sum_{i=0}^p a_i s^i e^{-Ls} \quad \text{ve} \quad D(s) = \sum_{i=0}^q b_i s^i \quad (4.22)$$

$s = j\omega$ ve $j^i = \cos(\frac{\pi}{2}i) + j\sin(\frac{\pi}{2}i)$ olacak şekilde Denklem 4.22'de yerine yazılacak olursa zaman gecikmesi içeren pay ve payda polinomların reel ve sanal kısımları genelleştirilmiş formda aşağıda verilen denklemlerdeki gibi olur.

$$\begin{aligned} N(s) &= \sum_{i=0}^p a_i \omega^i (\cos(\frac{\pi}{2}i) \cos(L\omega) + \sin(\frac{\pi}{2}i) \sin(L\omega)) \\ &+ j \sum_{i=0}^p a_i \omega^i (\sin(\frac{\pi}{2}i) \cos(L\omega) - \cos(\frac{\pi}{2}i) \sin(L\omega)) = N_R(\omega) + jN_I(\omega) \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$D(s) = \sum_{i=0}^q b_i \omega^i \cos(\frac{\pi}{2}i) + j \sum_{i=0}^q b_i \omega^i \sin(\frac{\pi}{2}i) = D_R(\omega) + jD_I(\omega) \quad (4.24)$$

Bu genel formda verilen polinomların kullanılması ile (k_i, k_p) düzleminde sabit k_d değerleri için $S(k_p(\omega), k_i(\omega))$ ile ifade edilen SBL eğrisi $\omega = [0, \omega_{\max}]$ frekans aralığında aşağıda verilen denklemlerin çözülmesi ile elde edilir.

$$k_p(\omega) = \frac{-D_I(\omega)N_I(\omega) - D_R(\omega)N_R(\omega)}{N_R(\omega)^2 + N_I(\omega)^2} \quad (4.25)$$

$$k_i(\omega) = \frac{\omega(D_I(\omega)N_R(\omega) - D_R(\omega)N_I(\omega))}{N_R(\omega)^2 + N_I(\omega)^2} + \omega^2 k_d \quad (4.26)$$

Buna göre, SBL üzerindeki tasarım noktaları, kararlı sistemlerin RDR performansı için bir sınır tanımlamaktadır. SBL üzerindeki RDR değerlerini bulmak için, Denklem 4.25 ve 4.26 kullanılarak RDR performansının sınırları şu şekilde ifade edilebilir:

$$RDR_{SBL}(\omega) = \frac{(D_I(\omega)N_R(\omega))^2 + (D_R(\omega)N_I(\omega))^2 + (D_I(\omega)N_I(\omega))^2 + (D_R(\omega)N_R(\omega))^2}{(N_R(\omega)^2 + N_I(\omega)^2)^2} \quad (4.27)$$

Denklem 4.27 yeniden düzenlenirse SBL üzerindeki RDR performansı daha genel bir formda aşağıdaki gibi yazılabilir.

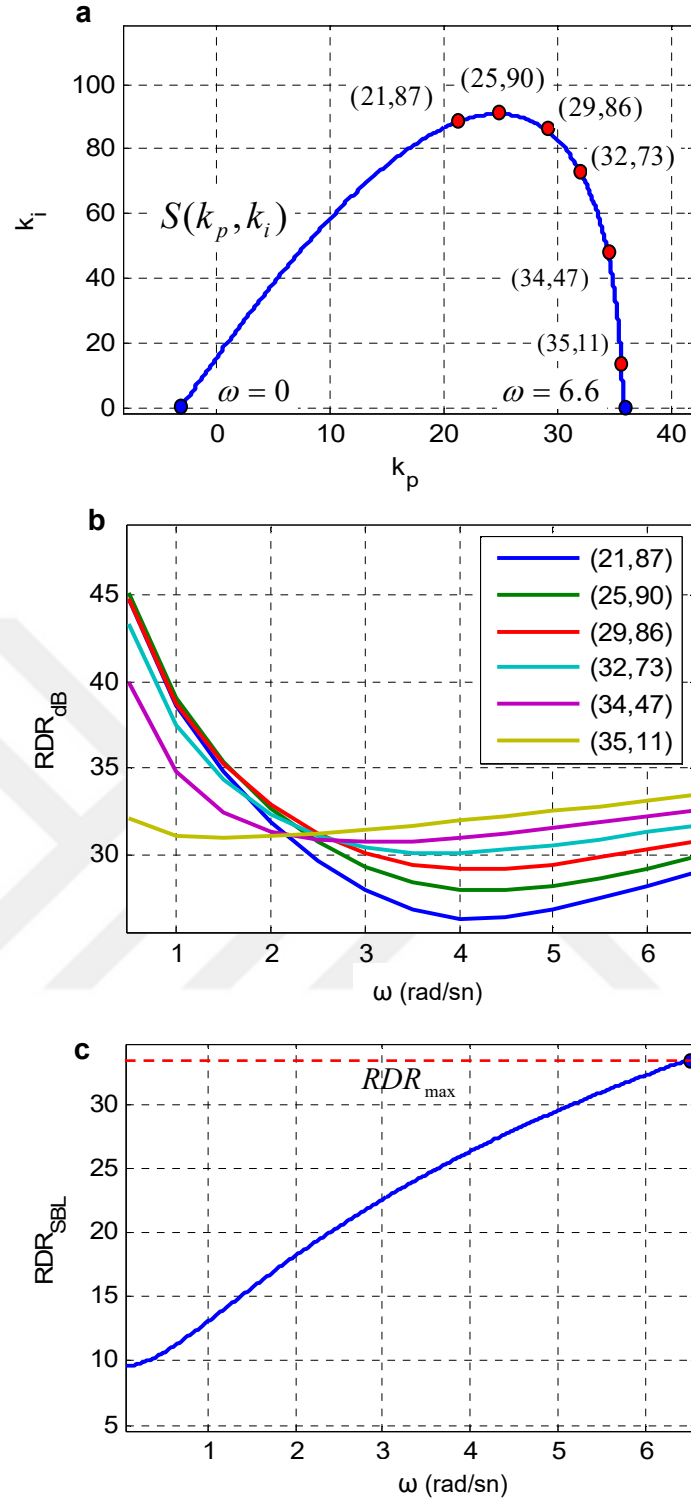
$$\begin{aligned} RDR_{SBL}(\omega) &= \frac{(D_R(\omega)^2 + D_I(\omega)^2)(N_R(\omega)^2 + N_I(\omega)^2)}{(N_R(\omega)^2 + N_I(\omega)^2)^2} = \frac{D_R(\omega)^2 + D_I(\omega)^2}{N_R(\omega)^2 + N_I(\omega)^2} \\ &= \frac{|D(j\omega)|^2}{|N(j\omega)|^2} = |G(j\omega)^{-1}|^2 \end{aligned} \quad (4.28)$$

Bu denklem, kararlı sistemlerin RDR performansının, sistem transfer fonksiyonunun $(|1/G(j\omega)|^2)$ güç spektrum yoğunluğu ile sınırlı olduğunu göstermektedir.

$RDR_{SBL}(\omega)$ fonksiyonu sınırlı bir fonksiyondur ve kararlı bir kapalı çevrim sistem için RDR'nin üst sınırı, $RDR_{SBL}(\omega)$ 'nin maksimum değeri ile ifade edilebilir;

$$RDR(\omega) \leq \max\{RDR_{SBL}(\omega)\} = \max\{|G(j\omega)^{-1}|^2\} \quad (4.29)$$

$RDR_{SBL}(\omega)$ sınırlı bir fonksiyon olarak seçilmez ise kararlı sistemlerin RDR performansı da sınırlı olmayacaktır. Şekil 4.15 (a)'da, zaman gecikmeli sistem transfer fonksiyonu $G(s) = \frac{1}{s^2 + 4s + 3} e^{-0.2s}$ için $k_d = 5$ olduğunda elde edilen SBL gösterilmiştir.



Şekil 4.15. (a) $k_d = 5$ için $G(s) = \frac{1}{s^2 + 4s + 3} e^{-0.2s}$ 'in SBL'si (b) SBL üzerinden seçilen (k_p, k_i) noktaları için hesaplanan RDR spektrumu (c) SBL üzerindeki RDR değeri

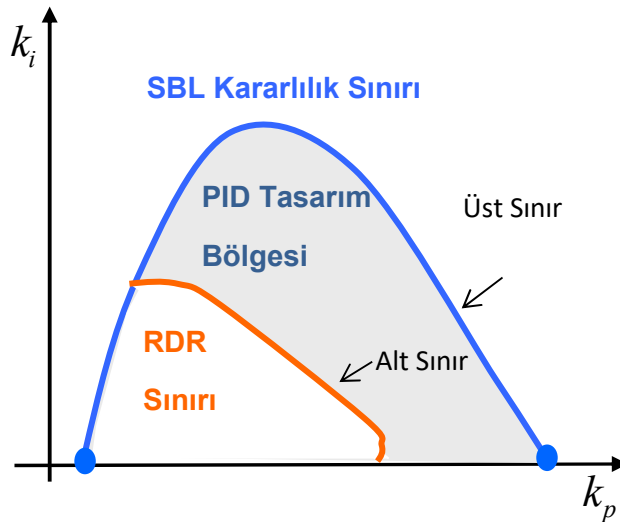
Belirli bir k_d parametresi ve $S \neq \emptyset$ olacak şekilde belirli bir ω frekansı için RDR performansının üst sınırları $RDR_{SBL}(\omega)$ 'yi maksimize eden $(k_p, k_i) \in S$ tasarım noktası ile aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$RDR_{\max}(k_d, \omega) = \max_{k_i, k_p \in S} \left\{ \left(\frac{k_i(\omega)}{\omega} - \omega k_d(\omega) \right)^2 + k_p^2 \right\} \quad (4.30)$$

(k_p, k_i) düzleminin SBL'si $k_d = 5$ için frekans $\omega \in [0, 6.6]$ aralığında Şekil 4.15 (a)'da gösterildiği gibi elde edilmiştir. Şekil 4.15 (c)'de gösterildiği üzere bu frekans aralığında maksimum RDR değeri $RDR_{\max} = 33.69$ dB olacak şekilde bulunmuştur. Şekil 4.15 (b), Şekil 4.15 (a)'da gösterilen SBL üzerinden örneklenen (k_p, k_i) tasarım noktaları için RDR spektrumlarını göstermektedir. Yüksek k_i değerleri için, RDR spektrumu, düşük frekans bölgesinde daha iyi gürültü bastırma performansı gösterir.

RDR için bir alt sınır belirlemek için minimum RDR_{dB} özelliğinden faydalanılabilir. Öyle ki $RDR_{dB} \leq 10 \log \left(\left(\frac{k_i(\omega)}{\omega} - \omega k_d \right)^2 + k_p^2 \right)$ için RDR alt sınırı aşağıdaki ifade ile belirlenebilir.

$$k_p(\omega) \geq \sqrt{10^{0.1 RDR_{dB}} - \left(\frac{k_i(\omega)}{\omega} - \omega k_d \right)^2} \quad (4.31)$$



Şekil 4.16. Minimum RDR değeri ve SBL kararlılık sınırı arasında kalan PID tasarım bölgesi

Denklem 4.31, önceden tanımlanmış bir RDR tasarım kriterine göre kritik bir gürültü frekansı ω için minimum bir RDR_{dB} değerinin hesaplanmasını sağlar. Elde edilen değer (k_p, k_i) düzlemindeki RDR alt sınırını ifade etmektedir. Kararlılık bölgesi ve Denklem 4.31’de hesaplanan minimum RDR değerinin arasında kalan bölge, Şekil 4.16’da gösterildiği gibi minimum bir RDR_{dB} performansı sağlayan kararlı PID kontrolör tasarım bölgesi olarak elde edilmiş olur.

SBL analizine dayanan grafiksel gürültü bastırma özelliği gösteren bir PID tasarımı şu şekilde özetlenebilir:

1. Herhangi bir k_d için, Denklem 4.25 ve 4.26 kullanarak SBL hesaplanır.
2. Verilen minimum RDR kriteri için, Denklem 4.31 kullanarak minimum RDR sınırı hesaplanır.
3. PID tasarım bölgesini elde etmek için kararlılık bölgesi ve Denklem 4.31 ile tanımlanan minimal RDR sınırının arasında kalan bölge görsel olarak belirlenir.
4. PID tasarım bölgesinden (k_p, k_i) tasarım noktaları seçilir ve uygun birim basamak cevabı ve gürültü bastırma performanslarını bulana kadar tasarım noktaları test edilir.

4.5.1. Nümerik Örnekler

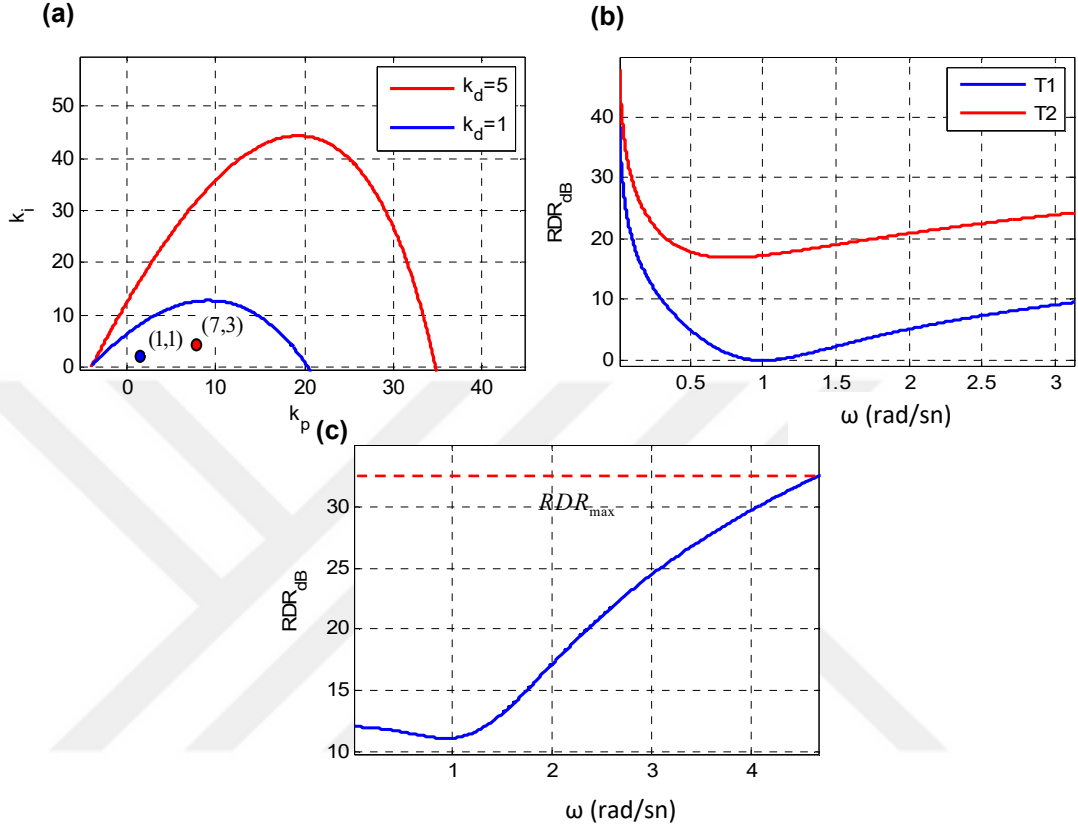
Bu bölümde önerilen yaklaşımın kullanılması ile gürültüye toleranslı kapalı çevrim kontrol sistemlerinde kullanılmak üzere tasarlanan PID kontrolör örnekleri üzerinde çalışılmıştır.

4.5.1.1. Örnek 1

$$G(s) = \frac{1}{2s^2 + 3s + 4} e^{-0.2s} \text{ olacak şekilde 2. dereceden zaman gecikmeli bir sistemi}$$

ele alalım. Şekil 4.17 (a), $k_d = 1$ ve $k_d = 5$ parametreleri için kararlılık bölgelerini göstermektedir. Şekil 4.17 (b)’de ise (k_i, k_p) parametre düzleminde elde edilen kararlılık bölgesinden seçilen parametrelerin kullanılması ile iki PID kontrolör tasarımı için RDR spektrumlarını verilmiştir. T1 ile gösterilen PID kontrolöründe $k_p = 1$, $k_i = 1$, $k_d = 1$ parametreleri, T2 ile gösterilen PID kontrolör için ise $k_p = 7$,

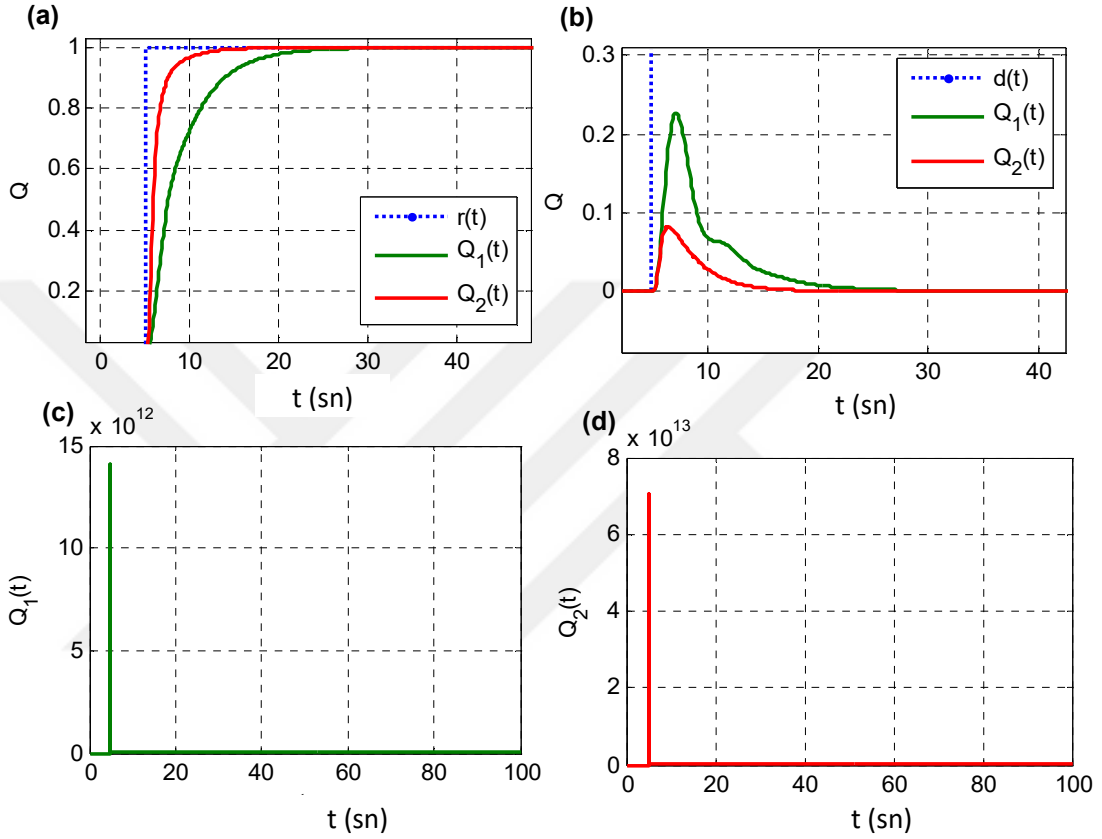
$k_i = 3$, $k_d = 5$ parametreleri kullanılmıştır. T1 kontrolörünün T2 kontrolörüne göre daha düşük bir gürültü bastırma performansı sergilediği Şekil 4.17 (b)'de görülmektedir.



Şekil 4.17. (a) $k_d = 5$ ve $k_d = 1$ için kararlılık bölgesi; (b) T1 ve T2 kontrolörleri için RDR spektrumları; (c) $\omega \in [0, 4.7]$ frekans aralığında SBL üzerindeki RDR

Şekil 4.17 (c)'de ise $\omega \in [0, 4.7]$ frekans aralığında $RDR_{SBL}(\omega) = 4\omega^4 - 7\omega^2 + 16$ olacak şekilde hesaplanan RDR'nin değişimi gösterilmiştir. Bu frekans aralığında maksimum RDR değeri 32.58 dB olarak elde edilmiştir. Şekil 4.18 (a) ve (b)'de, bu iki PID tasarımının birim basamak cevapları ve gürültü cevapları karşılaştırılmıştır. $Q_1(t)$ ve $Q_2(t)$, sırasıyla T1 ve T2 kontrolörlerinin çıkışını ifade etmektedir. Şekil 4.18 (c) ve (d)'de gösterilen sinyaller simülasyonlardan gelen kontrol sinyallerini ifade etmektedir. PID parametrelerinin $k_p = 1$, $k_i = 1$ ve $k_d = 1$ değerlerinden $k_p = 7$, $k_i = 3$ ve $k_d = 5$ değerlerine artmasının çıkıştaki gürültü sinyalini önemli ölçüde azalttığını açıkça göstermektedir. $k_d = 5$ olduğu durumda elde edilen kararlılık bölgesinden yüksek k_p ve k_i parametreleri seçilerek $Q_2(t)$ 'nin RDR

performansı arttırılabilir. Bununla birlikte, maksimum aşım ve daha uzun yerleşme süresi sorunları ortaya çıkabilir ve bu nedenle kontrol sisteminin birim basamak performansı düşebilir. İstenilen RDR değerine göre uygun olan kontrol parametrelerinin seçilmesi için literatürde bulunan optimum tasarım tekniklerinden faydalanılabilir.



Şekil 4.18. (a) Birim basamak cevaplarının karşılaştırılması; (b) gürültü cevaplarının karşılaştırılması; (c, d) kontrol sinyalleri

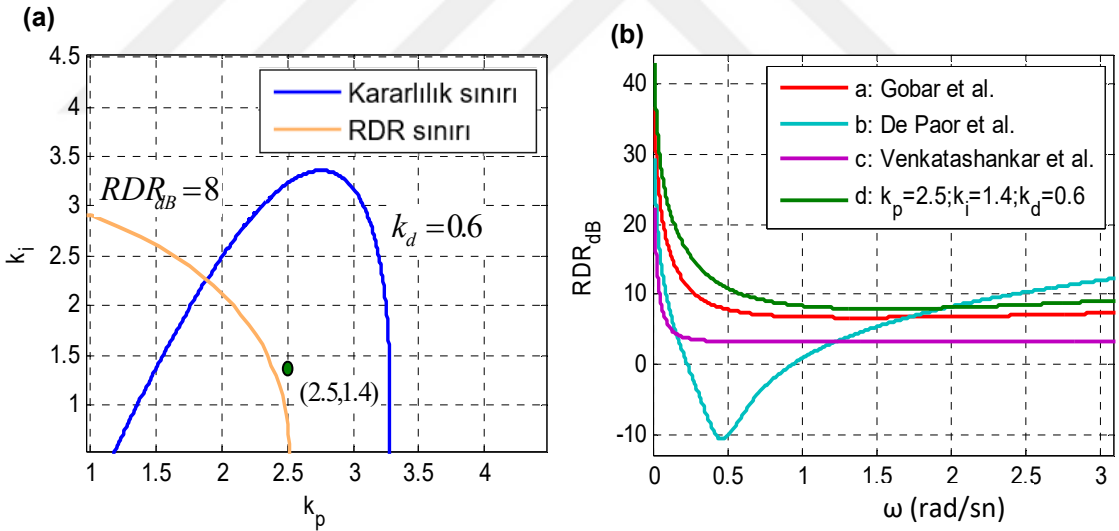
4.5.1.2. Örnek 2

Bu örnekte, önerilen yöntemin gürültü cevabı, [117] çalışmasında verilen diğer kontrolör tasarım yöntemleri kullanıldığında elde edilen gürültü cevapları ile karşılaştırılmıştır.

Bunun için, $G(s) = \frac{1}{s-1}e^{-0.5s}$ olarak verilen kararsız ve zaman gecikmeli sistem modelini ele alalım.

Kararlılık bölgesinden seçilen birçok nokta için yapılan simülasyonlar neticesinde $k_d = 0.6$ değeri için yeterli genişliğe sahip bir kararlılık bölgesi Şekil 4.19 (a)'da gösterildiği gibi elde edilmiştir. Yapılan numerik hesaplamalarda kararlılık sınırı, $\omega \in [0, 3.9]$ frekans aralığında RDR değeri 12.09 dB olacak şekilde bulunmuştur. Minimum RDR sınırı ise 8 dB olacak şekilde $\omega = 1$ frekans değerinde hesaplanmıştır.

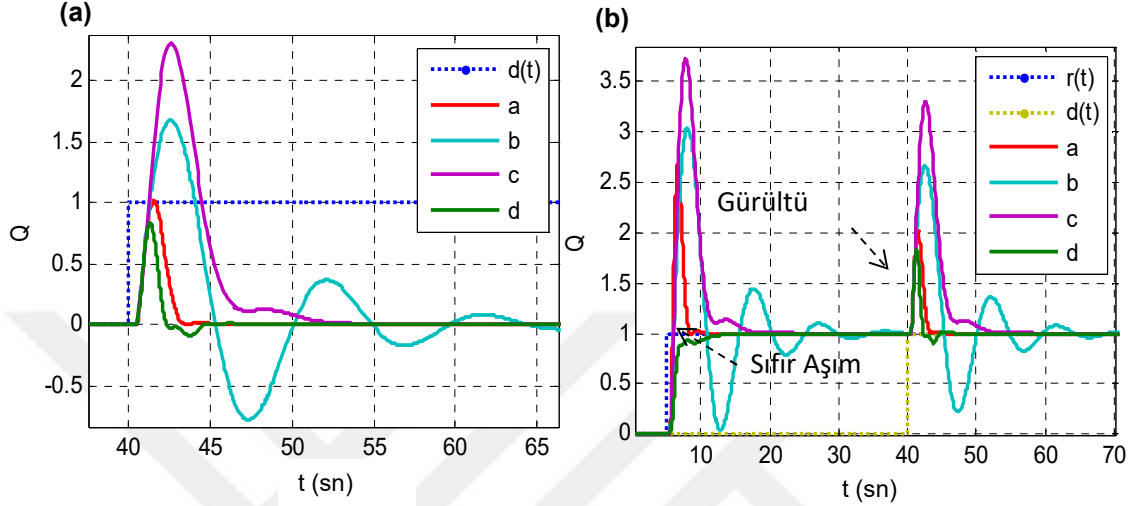
Kararlılık bölgesinden seçilen $k_p = 2.5$, $k_i = 1.4$ ve $k_d = 0.6$ parametre değerleri için RDR spektrumu Şekil 4.19 (b)'de gösterildiği üzere Gobar [117] tarafından verilen $k_p = 2.168$, $k_i = 0.693$ ve $k_d = 0.358$, De Paor [131] tarafından verilen $k_p = 1.357$, $k_i = 0.294$ ve $k_d = 0.294$ ve Venkatasankar [132] tarafından verilen $k_p = 1.448$ ve $k_i = 0.13$ kontrolör parametrelerinin RDR spektrumları ile karşılaştırılmıştır. Ayrıca önerilen yöntemde, maksimum aşımı ayarlayabilmek için $\tau = 2.38$ olacak şekilde 1. dereceden bir alçak geçiren ön filtre giriş sinyalinden hemen sonra kullanılarak tasarım gerçekleştirilmiştir.



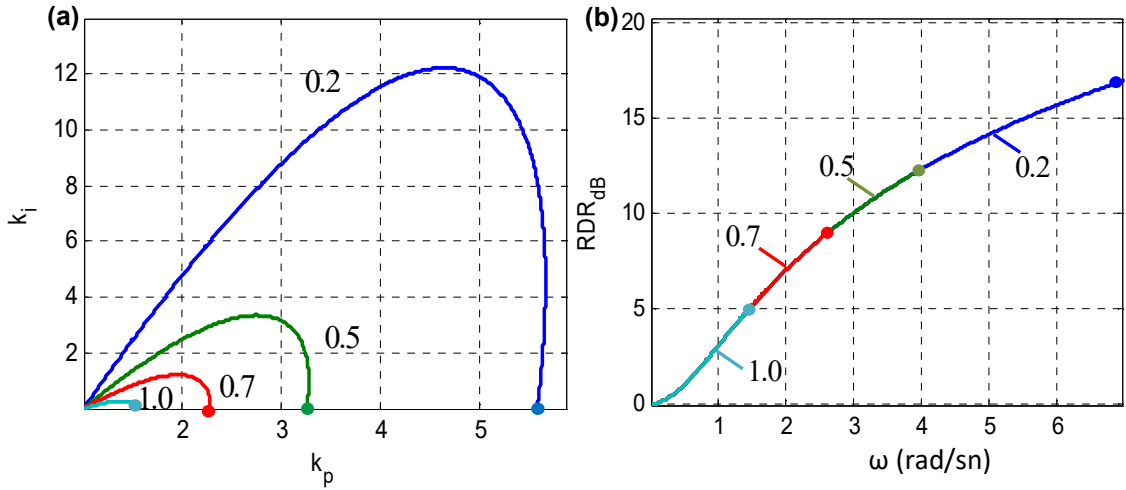
Şekil 4.19. (a) $k_d = 0.6$ için kararlılık sınırı ve $RDR_{dB} = 8$ için RDR sınırı; (b) Önerilen yöntem ve diğer yöntemler ile elde edilen RDR spektrumlarının karşılaştırılması

Şekil 4.20 (a)'de, referans girişi sıfır olduğu durum için tasarım yöntemlerinin birim basamak cevapları karşılaştırılmıştır. Şekil 4.20 (b)'de ise 40. sn'de birim basamak bir gürültü verildiği durumda elde edilen birim basamak cevapları karşılaştırılmıştır. Simülasyon sonuçları, önerilen PID kontrolör tasarımının daha yüksek gürültü

bastırma ile birim basamak cevabı verdiğini göstermektedir. Bu örnek ayrıca, farklı yöntemlerin gürültü reddetme kapasitesinin RDR spektrum analizleri ile karşılaştırılabileceğini ortaya koymaktadır. Bahsedilmesi gereken bir diğer husus ise daha iyi RDR performansı ortaya koyan bir PID kontrolör çeşitli arama teknikleri kullanarak kararlılık bölgesinden bulunabileceği hususudur.



Şekil 4.20. (a) Sıfır referans için gürültü cevapları; (b) 5. sn’de birim basamak referansı ve 40. sn’de birim basamak gürültü için cevaplar (a: Gobar’ın tasarımı, b: De Paor’ın tasarımı, c: Venkateshankar’ın tasarımı, d: Önerilen yöntemin tasarımı)



Şekil 4.21. (a) $L = 0.2$, $L = 0.5$, $L = 0.7$ ve $L = 1.0$ zaman gecikmeleri için SBL; (b) RDR_{SBL} (a)’da verilen zaman gecikmelerine denk düşen RDR_{SBL} çizimi

Şekil 4.21 gecikme elemanlarının SBL ve RDR_{SBL} fonksiyonu üzerindeki etkilerini göstermektedir. Şekil 4.21 (a)’da görüldüğü gibi kararlılık bölgesi ölü zaman gecikmesi arttıkça daralmaktadır. Bununla birlikte, SBL (RDR_{SBL}) üzerindeki

RDR değerleri, Şekil 4.21 (b)'de gösterildiği gibi gecikme elemanlarına bağlı olarak değişmez. Çünkü RDR_{SBL} değerinin $G(j\omega)^{-1}$ 'nin güç spektrum yoğunluğu tarafından belirlendiği verilen analitik derivasyonlar neticesinde gösterilmiştir. Yani gecikme elemanının, RDR_{SBL} spektrumu ve RDR performansının sınırları üzerinde $|e^{-jL\omega}| = 1$ olmasından dolayı doğrudan bir etkisi yoktur.

4.6. RDR Kullanarak PI^λ Kontrolör Tasarımı

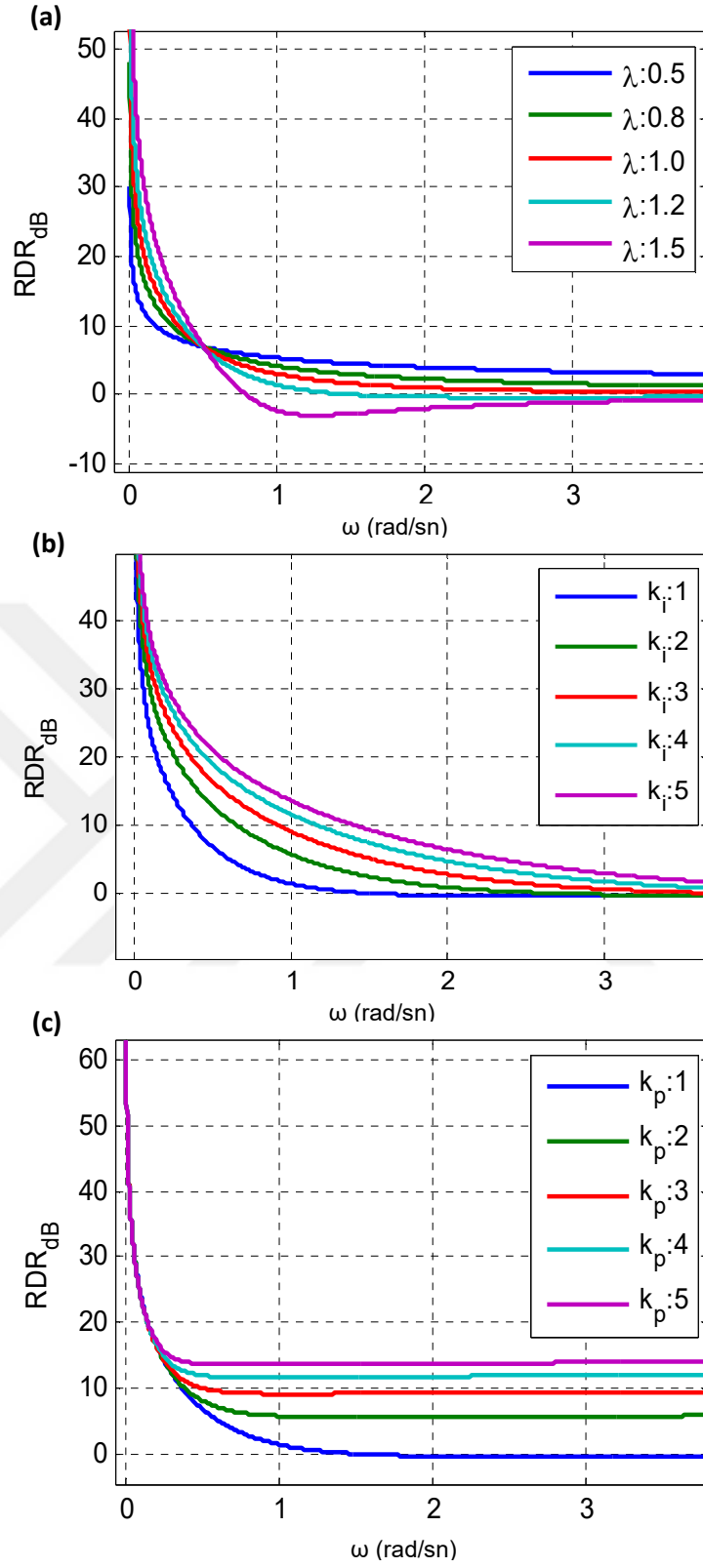
Tezin bu bölümünde, Bölüm 3'te Denklem 3.9 ile verilen zaman gecikmeli sistemin kontrolünü, PI^λ kontrolörü olan $C(s) = k_p + \frac{k_i}{s^\lambda}$ ile gerçekleştirebilmek için RDR performansına ve SBL analiz yöntemine dayalı bir tasarım stratejisi sunulmuştur. PI^λ kontrolörünün Matlab/Simulink programında simülasyonlarının yapılabilmesi için CFE tamsayı yaklaşım yönteminin [29] kullanılması tercih edilmiştir.

4.6.1. PI^λ Kontrolörü için RDR Analizi

Denklem 4.19'da verilen RDR_{f_0} ifadesinden yola çıkılacak olursa $k_d = 0$ için $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörü PI^λ kontrolörüne dönüşür ve RDR ifadesi aşağıda ifade edilen denklemdeki gibi olur.

$$RDR = \frac{(k_p \omega^\lambda \cos(\frac{\pi}{2} \lambda) + k_i)^2 + (k_p \omega^\lambda \sin(\frac{\pi}{2} \lambda))^2}{(\omega^\lambda \cos(\frac{\pi}{2} \lambda))^2 + (\omega^\lambda \sin(\frac{\pi}{2} \lambda))^2} \quad (4.32)$$

PI^λ kontrolörünün RDR spektrumu üzerindeki PI^λ parametrelerinin etkileri Şekil 4.22'de gösterilmiştir. Daha iyi gürültü bastırma becerilerine sahip olmak için, RDR değerleri mümkün olduğunca arttırılmalıdır. Şekil 4.22 (a)'da görüldüğü üzere düşük λ değerleri daha yüksek ve daha düzgün RDR spektrumu sağlamıştır. k_p ve k_i kontrolör parametrelerinin arttırılması, Şekil 4.22 (b) ve(c)'de gösterildiği gibi RDR performansını etkili bir şekilde arttırmıştır.



Şekil 4.22. RDR spektrumları: (a) $k_p = 1$, $k_i = 1$ ve farklı λ değerleri; (b) $\lambda = 1.2$, $k_p = 1$ ve farklı k_i değerleri; (c) $\lambda = 1.2$, $k_i = 1$ ve farklı k_p değerleri

Bu analizlere göre, sistemin RDR'sini arttırmak için düşük λ ve yüksek k_p ve k_i parametre değerlerinin tercih edilmesi gerekmektedir.

4.6.2. PI^λ Kontrolörü için Kararlılık Analizi

Bu bölümde, PI^λ kontrolörün kullanıldığı kapalı çevrim kontrol sisteminin kararlılık bölgesini elde etmek için SBL analizi uygulanmıştır. Elde edilen kararlılık bölgesi PI^λ kontrolörünün bütün kararlı k_p , k_i ve λ parametrelerini belirlemek için kullanılır. PI^λ için kararlılık analizinin ayrıntıları için [133] tez çalışması incelenebilir.

PI^λ kontrolörü ve $G_p(s)$ ile ifade edilen zaman gecikmeli bir transfer fonksiyonunun kullanıldığı kapalı çevrim bir kontrol sisteminin karakteristik denklemi $\Delta(s) = s^\lambda D(s) + (k_p s^\lambda + k_i)N(s)e^{-\tau s}$ ise, $(j\omega)^\lambda = \omega^\lambda (\cos \frac{\pi}{2} \lambda + j \sin \frac{\pi}{2} \lambda)$ dönüşümü yapılarak Denklem 4.33 elde edilmiş olur.

$$\begin{aligned}
 \Delta(j\omega) = & \omega^\lambda (\cos \frac{\pi}{2} \lambda) D_e + \omega^{(\lambda+1)} (\cos \frac{\pi}{2} (\lambda+1)) D_o \\
 & + [\omega^\lambda (\cos \frac{\pi}{2} \lambda) k_p N_e + \omega^{(\lambda+1)} (\cos \frac{\pi}{2} (\lambda+1)) k_p N_o + k_i N_e] \cos(\omega\tau) \\
 & + [\omega^\lambda (\sin \frac{\pi}{2} \lambda) k_p N_e + \omega^{(\lambda+1)} (\sin \frac{\pi}{2} (\lambda+1)) k_p N_o + \omega k_i N_o] \sin(\omega\tau) \\
 & + j [\omega^\lambda (\sin \frac{\pi}{2} \lambda) D_e + \omega^{(\lambda+1)} (\sin \frac{\pi}{2} (\lambda+1)) D_o \\
 & + [\omega^\lambda (\sin \frac{\pi}{2} \lambda) k_p N_e + \omega^{(\lambda+1)} (\sin \frac{\pi}{2} (\lambda+1)) k_p N_o + \omega k_i N_o] \cos(\omega\tau) \\
 & + [-\omega^\lambda (\cos \frac{\pi}{2} \lambda) k_p N_e - \omega^{(\lambda+1)} (\cos \frac{\pi}{2} (\lambda+1)) k_p N_o - k_i N_e] \sin(\omega\tau)
 \end{aligned} \tag{4.33}$$

$\Delta(j\omega)$ reel ve sanal kısımlarına ayrıştırılıp sıfıra eşitlenirse λ parametresine bağlı olarak k_p ve k_i kontrol parametrelerinin değerleri aşağıdaki denklemler ile elde edilmiş olur.

$$k_p(\omega) = \frac{A_3(\omega)B_2(\omega) - B_3(\omega)A_2(\omega)}{A_1(\omega)B_2(\omega) - B_1(\omega)A_2(\omega)} \quad (4.34)$$

$$k_i(\omega) = \frac{A_1(\omega)B_3(\omega) - B_1(\omega)A_3(\omega)}{A_1(\omega)B_2(\omega) - B_1(\omega)A_2(\omega)} \quad (4.35)$$

Denklem 4.34 ve 3.35’de kullanılan $A_1(\omega)$, $A_2(\omega)$, $A_3(\omega)$ ve $B_1(\omega)$, $B_2(\omega)$ ve $B_3(\omega)$ ifadelerinin açık şekli aşağıdaki denklemler ile ifade edilmiştir.

$$A_1(\omega) = \omega^\lambda \left(\cos \frac{\pi}{2} \lambda \right) N_e \cos(\omega\tau) + \omega^{(\lambda+1)} \left(\cos \frac{\pi}{2} (\lambda+1) \right) N_o \cos(\omega\tau) \\ + \omega^\lambda \left(\sin \frac{\pi}{2} \lambda \right) N_e \sin(\omega\tau) + \omega^{(\lambda+1)} \left(\sin \frac{\pi}{2} (\lambda+1) \right) N_o \sin(\omega\tau) \quad (4.36)$$

$$A_2(\omega) = N_e \cos(\omega\tau) + \omega N_o \sin(\omega\tau) \quad (4.37)$$

$$A_3(\omega) = -\omega^\lambda \left(\cos \frac{\pi}{2} \lambda \right) D_e - \omega^{(\lambda+1)} \left(\cos \frac{\pi}{2} (\lambda+1) \right) D_o \quad (4.38)$$

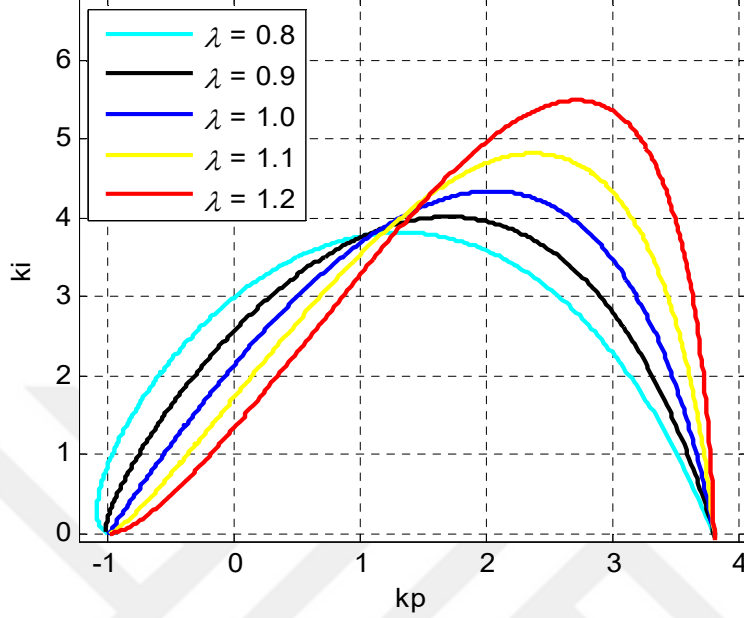
$$B_1(\omega) = \omega^\lambda \left(\sin \frac{\pi}{2} \lambda \right) N_e \cos(\omega\tau) + \omega^{(\lambda+1)} \left(\sin \frac{\pi}{2} (\lambda+1) \right) N_o \cos(\omega\tau) \\ - \omega^\lambda \left(\cos \frac{\pi}{2} \lambda \right) N_e \sin(\omega\tau) - \omega^{(\lambda+1)} \left(\cos \frac{\pi}{2} (\lambda+1) \right) N_o \sin(\omega\tau) \quad (4.39)$$

$$B_2(\omega) = -N_e \sin(\omega\tau) + \omega N_o \cos(\omega\tau) \quad (4.40)$$

$$B_3(\omega) = -\omega^\lambda \left(\sin \frac{\pi}{2} \lambda \right) D_e - \omega^{(\lambda+1)} \left(\sin \frac{\pi}{2} (\lambda+1) \right) D_o \quad (4.41)$$

Bu denklemlerin kullanılması ile (k_p, k_i) düzleminde SBL (k_p, k_i, ω) olarak ifade edilen kararlılık bölgeleri istenilen frekans aralığında ve istenilen λ parametresi için çizilebilir.

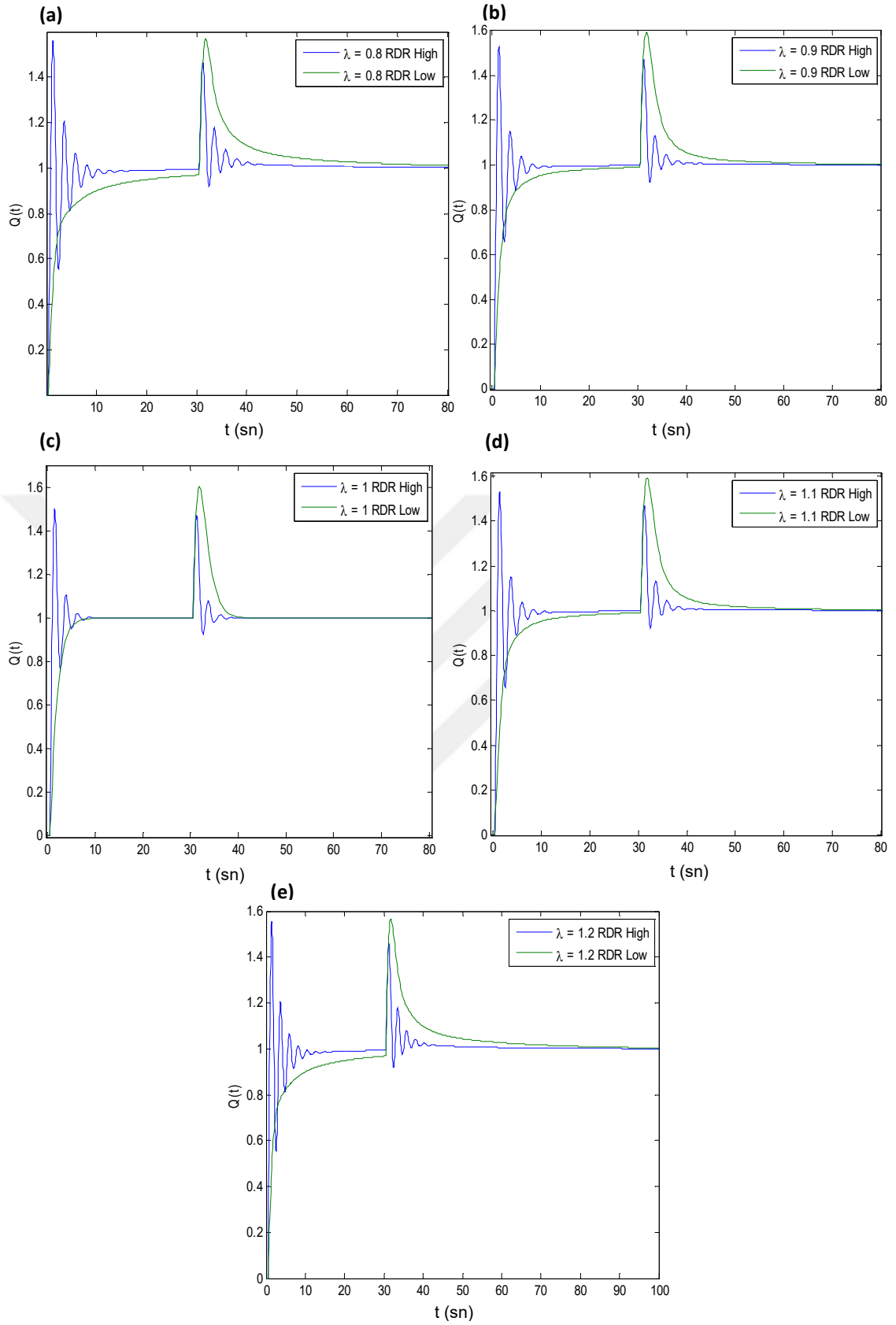
Örnek vermek gerekirse $G_p(s) = \frac{1}{s+1}e^{-0.5s}$ ile verilen transfer fonksiyonu için elde edilen kararlılık bölgesi Şekil 4.23'te farklı λ değerleri için çizilmiştir.



Şekil 4.23. Çeşitli λ değerleri için $G_p(s)$ 'nin kararlılık bölgeleri

4.6.3. Uygulama örneği

Şekil 4.23'te gösterilen kararlılık bölgesi kullanılarak düşük bir RDR performansı için $k_i = 0.5$ ve $k_p = 0.5$ parametreleri ve yüksek bir RDR performansı için $k_i = 2$, $k_p = 2$ parametreleri belirlenmiştir. Şekil 4.24'te, çeşitli λ değerlerinde 30. sn'de birim basamak gürültüye sahip birim basamak cevapları için simülasyon sonuçları karşılaştırılmıştır. Simülasyon sonuçları, yüksek RDR tasarımlarının ($k_i = 2$, $k_p = 2$) daha iyi gürültü bastırma performansı sergilediğini göstermektedir. Yüksek RDR tasarımı gürültü genliğini azaltmıştır ve düşük RDR tasarımına ($k_i = 0.5$, $k_p = 0.5$) kıyasla daha hızlı bir yeniden yerleşme olanağı sağlamıştır.



Şekil 4.24. Farklı λ değerleri için 30.sn'de verilen gürültüye sahip birim basamak cevapları: (a) $\lambda = 0.8$ (b) $\lambda = 0.9$ (c) $\lambda = 1.0$ (d) $\lambda = 1.1$ (e) $\lambda = 1.2$

4.7. Sonuçlar

Tezin bu bölümünde, kapalı çevrim kontrol sistemlerinin gürültü bastırma kapasitesinin değerlendirilmesi için RDR analiz yöntemini sunulmuştur. Bu yöntem, kontrol sistemlerinin gürültü bastırma performansını arttırmak için haberleşme kanalı sınırlamalarını kullanmaya dayanmaktadır. RDR spektrumu, kapalı çevrim kontrol sistemlerinin gürültü bastırma kapasitesinin yalnızca kontrolör transfer fonksiyonu tarafından belirlendiğini göstermektedir. Bu nedenle, bir kontrol sisteminin RDR performansı sadece kontrolör parametrelerini ayarlamakla değiştirilebilir. Bu bölümde gürültüye toleranslı PID ve $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör tasarım kısıtlamaları türetilmiş ve optimal kontrol tasarım tekniklerinde kullanılmak üzere bir kriter olarak literatüre kazandırılmıştır. Ayrıca uygulama örnekleri kullanılarak teorik bulguların simülasyon sonuçları ile uyum içerisinde olduğu doğrulanmıştır.

Bunlara ek olarak SBL analiz yöntemi kullanılarak grafiksel bir gürültü bastırma özelliği gösteren PID tasarım prosedürü de geliştirilmiştir. Minimum RDR performansını ve sistem kararlılığını sağlayan parametrik tasarım bölgesi görsel olarak elde edilmiş ve tasarım örneklerinde RDR spektrumları kullanılarak çeşitli tasarım yöntemlerinin RDR performansları karşılaştırılmıştır. Bununla birlikte sistem kararlılık sınırlarının kapalı çevrim kontrol sistemlerine ait RDR performansı için maksimum bir sınır oluşturabileceği yapılan matematiksel derivasyonlar ile sunulmuştur. Buna ek olarak, RDR performansının sınırlarının, $|G(j\omega)^{-1}|^2$ 'nin güç spektrum yoğunluğunun sınırlarını analiz ederek değerlendirilebileceği gösterilmiştir.

Tüm kararlı PI^λ kontrolörlerin RDR özelliklerini analiz etmek için de SBL analiz yöntemi uygulanmıştır. SBL yöntemi ile belirlenen k_p ve k_i parametrelerinin kullanılması ile PI^λ kontrolör tasarımı gerçekleştirilmiştir. Simülasyon sonuçları, tamsayı olmayan λ ve daha yüksek k_p ve k_i parametre değerleri için RDR performansının daha iyi olduğunu göstermiştir.

5. KESİR DERECELİ SİSTEMLER İÇİN OPTİMİZASYON UYGULAMALARI

5.1. Giriş

Bu bölümde, $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolörü için, integral performans kriterlerinin optimizasyonuna dayalı yeni bir tasarım yöntemi sunulmuştur. Önerilen yöntemde, integral performans kriterleri Fourier Serileri Metodu (FSM) kullanılarak yeniden tanımlanmıştır. FSM, kapalı çevrim kontrol sistemlerinin birim basamak cevaplarını daha doğru bir şekilde hesaplamak için kullanılır. Böylece performans kriterinin doğru değerini belirlemek için kullanılan hata fonksiyonu da daha doğru şekilde belirlenmiş olur. $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolör parametrelerini belirlemek için optimizasyonda kullanmak üzere gerekli olan başlangıç değerleri bir tamsayı PID kontrolörün hatanın karesinin integrali kriterinin (ISE) analitik çözümü kullanılarak tespit edilmiştir. Önerilen yöntem, iki test sistem transfer fonksiyonu üzerinde uygulanmış ve farklı optimal $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolörleri ile karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar, önerilen yöntem ile tasarlanan $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolörünün kullanıldığı kapalı çevrim kontrol sisteminin daha iyi birim basamak tepkisi verdiğini göstermiştir.

Ayrıca bu bölümde, kesir dereceli bir sistem transfer fonksiyonu için standart formlar kullanılarak geliştirilen bir PI-PD kontrolör tasarım stratejisi de sunulmuştur. Bunun için SBL eşleştirme metodunun doğrudan uygulaması ile standart form yapısına uygun olacak şekilde elde edilen tamsayı dereceli yaklaşım bir model kullanılmıştır. Kontrolör parametreleri ise zaman ağırlıklı hatanın karesinin integrali (ISTE) kullanılarak hesaplanmış ve elde edilen parametreler kullanılarak tasarlanan PI-PD kontrolörün kesir dereceli sistem transfer fonksiyonu için performansı test edilmiştir. Buna ek olarak, önerilen yöntem yüksek dereceli tamsayı yaklaşımlarından dolayı standart form yapısına uygun olmayan Oustaloup ve Matsuda'nın önermiş olduğu tamsayı yaklaşım metotları ile de karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar, önerilen tasarım stratejisinin kabul edilebilir ve uygulanabilir olduğunu göstermektedir.

5.2. Fourier Serisi Metodu Kullanılarak Elde Edilen İntegral Performans Kriterlerinin Optimizasyonuna Dayalı $PI^{\lambda}D^{\mu}$ Kontrolör Tasarımı

$PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolörleri için hem zaman bölgesinde hem de frekans bölgesinde çeşitli tasarım yöntemleri üzerinde birçok çalışma yapılmıştır [50,51,134,135]. Frekans bölgesinde tasarım yöntemleri üzerinde çalışmaların yapılması, bir kesir dereceli sistemin frekans cevabı; $s^{\pm\alpha}$ operatörü yerine $(j\omega)^{\pm\alpha} = \omega^{\pm\alpha} [\cos(\alpha\pi/2) \pm j\sin(\alpha\pi/2)]$ yazıp gerekli hesaplamalar yapıldığında doğru bir şekilde elde edildiğinden dolayı daha çok tercih edilmiştir. Ancak, yapılan birçok çalışmada, yüksek dereceli sistemler için model indirgeme yöntemlerinin kullanılması gerekliliği vurgulanmakta ve bu durumda sistemin gerçek sistemin frekans cevabını mümkün oldukça doğru karakterize eden doğru ve düşük dereceli indirgenmiş modeller üzerinde çalışmaların yapılması gerekmektedir [134].

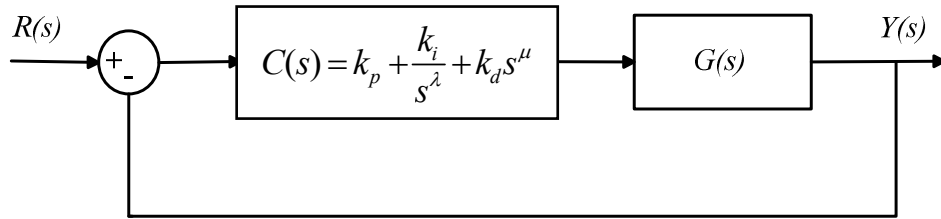
Zaman bölgesinde önerilen tasarım yöntemlerinde ise bir kesir dereceli sistemin tam ve doğru birim basamak cevabını bulmak oldukça zor olduğundan tamsayı dereceli yaklaşım yöntemleri kullanılarak elde edilen yaklaşık birim basamak cevapları kullanılmıştır [135–137]. Örnek vermek gerekirse, Maiti ve arkadaşları [138] mutlak hata kriteri için parçacık sürüsü optimizasyonu yöntemini kullanarak bir $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolör tasarım yöntemi önermiştir. Zamani ve arkadaşları [139] frekans ve zaman bölgesinde kullanılan yeni bir performans kriteri geliştirerek parçacık sürü optimizasyonu yöntemi uygulamasıyla yeni bir tasarım tekniği geliştirmiştir. Ayrıca, genetik algoritmaya dayalı optimal $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolörleri için bir optimizasyon yöntemi [137]'de çalışılmıştır. Das ve arkadaşları [134] zaman ve frekans ayarlama teknikleri üzerinde karşılaştırmalı bir çalışma yapmıştır ve aynı zamanda integral performans kriterlerine dayalı $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolör için bir optimum tasarım tekniği gerçekleştirmiştir. Rahiminian ve Tavazoei [135] ise üçüncü dereceden tamsayı yaklaşım filtre kullanarak ISE kriteri ile $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolör tasarımı için bir cebirsel kural önermiştir. Ancak, yapılan bu çalışmalarda, önerilen yöntemlerin geliştirilmesinde Oustaloup yöntemi, Tustin yöntemi veya sürekli kesir açılımı yöntemi (CFE) gibi bir tamsayı dereceli yaklaşım yöntemi kullanılarak birim basamak cevapları elde edilmiş ve kontrolör tasarımında da elde edilen bu yaklaşık birim basamak cevapları ile tanımlanan hata fonksiyonları kullanılmıştır.

Bu tez çalışmasında ise sistemin birim basamak tepkilerini tam ve doğru şekilde hesaplama olanağı sağlayan Fourier serileri metodu (FSM) kullanılarak hata fonksiyonları elde edilmiştir. FSM, girişe düşük frekanslı bir kare dalga uygulayıp sistemin frekans cevabı bilgisini kullanarak kesir dereceli bir sistemin birim basamak ve birim darbe cevaplarının elde edilmesini sağlayan bir hesaplama yöntemidir [73,140,141]. Bu yöntem kullanılarak elde edilen hata fonksiyonları, $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör kullanılan kesir dereceli bir sistem için integral performans kriterlerinin hesaplanmasında kullanılmıştır.

Bu çalışmada, Aström ve arkadaşları [142] tarafından verilen iki test transfer fonksiyonu üzerinde önerilen yöntem kullanılarak $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör tasarımı yapılmıştır. Öncelikle $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör yerine klasik PID kontrolörün sistemde kullanıldığı kabul edilmiştir. Atherton [143] tarafından önerilen analitik hesaplamalar kullanılarak elde edilen tamsayı dereceli sistemin ISE performans değeri optimize edilerek sistemin başlangıç parametre değerleri belirlenmiştir. İkinci aşamada ise bu başlangıç değerleri kullanılarak FSM ile elde edilen hata fonksiyonları integral performans kriterlerine göre optimize edilerek sistemde $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör tasarımı gerçekleştirilmiştir.

5.2.1. $PI^\lambda D^\mu$ Kontrolör Kullanılan Kapalı Çevrim Kontrol Sistemi

$PI^\lambda D^\mu$ kontrolörünün kullanıldığı kapalı çevrim kontrol sistemi Şekil 5.1’de verilmiştir.



Şekil 5.1. $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör kullanılan kapalı çevrim kontrol sistemi

Şekil 5.1’de verilen kapalı çevrim kontrol sisteminde kullanılan sistemin transfer fonksiyonu aşağıdaki denklemde verilmiştir.

$$G(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0} \quad (5.1)$$

PI^λD^μ kontrolör ve verilen sistem transfer fonksiyonu kullanarak kapalı çevrim kontrol sisteminin transfer fonksiyonu aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$P(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} = \frac{\left(k_p + \frac{k_i}{s^\lambda} + k_d s^\mu\right) G(s)}{1 + \left(k_p + \frac{k_i}{s^\lambda} + k_d s^\mu\right) G(s)} \quad (5.2)$$

Denklem 5.2’de $s = j\omega$ değişikliği yapıp yerine yazılırsa aşağıdaki ifade elde edilmiş olur.

$$P(j\omega) = \frac{\left(k_p + \frac{k_i}{(j\omega)^\lambda} + k_d (j\omega)^\mu\right) G(j\omega)}{1 + \left(k_p + \frac{k_i}{(j\omega)^\lambda} + k_d (j\omega)^\mu\right) G(j\omega)} \quad (5.3)$$

$P(j\omega)$ kapalı çevrim transfer fonksiyonunu, yeniden ifade edebilmek için aşağıda verilen $M(\omega)$, $N(\omega)$, $Q(\omega)$ ve $Z(\omega)$ fonksiyonları kullanılmıştır.

$$P(j\omega) = \frac{M(\omega) + jN(\omega)}{Q(\omega) + Z(\omega)} \quad (5.4)$$

Sistem transfer fonksiyonu ise reel ve sanal kısımlarına ayrılacak şekilde aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$G(j\omega) = \text{Re}[G(j\omega)] + j \text{Im}[G(j\omega)] \quad (5.5)$$

$C(s)$ ve $G(s)$ ’nin parametreleri kullanılarak elde edilen $M(\omega)$, $N(\omega)$, $Q(\omega)$ ve $Z(\omega)$ fonksiyonları $(j\omega)^\lambda = \omega^\lambda [\cos(\lambda\pi/2) + j \sin(\lambda\pi/2)]$ ve

$(j\omega)^\mu = \omega^\mu [\cos(\mu\pi/2) + j \sin(\mu\pi/2)]$ değişikliği yapılarak aşağıda verilen denklemler ile ifade edilmiştir:

$$\begin{aligned} M(\omega) = & \operatorname{Re}[G(j\omega)][k_p + k_i \cos(\lambda \frac{\pi}{2}) / \omega^\lambda + k_d \omega^\mu \cos(\mu \frac{\pi}{2})] \\ & + \operatorname{Im}[G(j\omega)][k_i \sin(\lambda \frac{\pi}{2}) / \omega^\lambda - k_d \omega^\mu \sin(\mu \frac{\pi}{2})] \end{aligned} \quad (5.6)$$

$$\begin{aligned} N(\omega) = & \operatorname{Im}[G(j\omega)][k_p + k_i \cos(\lambda \frac{\pi}{2}) / \omega^\lambda + k_d \omega^\mu \cos(\mu \frac{\pi}{2})] \\ & + \operatorname{Re}[G(j\omega)][-k_i \sin(\lambda \frac{\pi}{2}) / \omega^\lambda + k_d \omega^\mu \sin(\mu \frac{\pi}{2})] \end{aligned} \quad (5.7)$$

$$\begin{aligned} Q(\omega) = & 1 + \operatorname{Re}[G(j\omega)][k_p + k_i \cos(\lambda \frac{\pi}{2}) / \omega^\lambda + k_d \omega^\mu \cos(\mu \frac{\pi}{2})] \\ & + \operatorname{Im}[G(j\omega)][k_i \sin(\lambda \frac{\pi}{2}) / \omega^\lambda - k_d \omega^\mu \sin(\mu \frac{\pi}{2})] \end{aligned} \quad (5.8)$$

$$\begin{aligned} Z(\omega) = & \operatorname{Im}[G(j\omega)][k_p + k_i \cos(\lambda \frac{\pi}{2}) / \omega^\lambda + k_d \omega^\mu \cos(\mu \frac{\pi}{2})] \\ & + \operatorname{Re}[G(j\omega)][-k_i \sin(\lambda \frac{\pi}{2}) / \omega^\lambda + k_d \omega^\mu \sin(\mu \frac{\pi}{2})] \end{aligned} \quad (5.9)$$

$$P(j\omega) = \operatorname{Re}[P(j\omega)] + j \operatorname{Im}[P(j\omega)] \quad (5.10)$$

Yukarıda verilen fonksiyonlar kullanılarak kapalı çevrim transfer fonksiyonunun reel kısmı $\operatorname{Re}[P(j\omega)]$ ve sanal kısmı $\operatorname{Im}[P(j\omega)]$ aşağıdaki denklemler kullanılarak hesaplanabilir.

$$\operatorname{Re}[P(j\omega)] = \frac{[M(\omega)Q(\omega) + N(\omega)Z(\omega)]}{[Q(\omega)^2 + Z(\omega)^2]} \quad (5.11)$$

$$\operatorname{Im}[P(j\omega)] = \frac{[N(\omega)Q(\omega) - M(\omega)Z(\omega)]}{[Q(\omega)^2 + Z(\omega)^2]} \quad (5.12)$$

5.2.2. Fourier Serisi Metodu Kullanılarak Kesir Dereceli Kontrol Sistemlerinin Zaman Cevabının Elde Edilmesi

Genliği -1 ve 1 aralığında değişen ve frekansı $\omega_s = 2\pi / T$ ile ifade edilen bir kare dalganın Fourier serisi aşağıdaki denklem ile tanımlanır.

$$r(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{k=1(2)}^{\infty} \frac{1}{k} \sin(k\omega_s t) \quad (5.13)$$

T kare dalganın periyodunu ifade eder. Eğer T periyodu yeteri kadar büyük seçilip, $r(t)$ sinyali Şekil 5.1’de verilen kontrol sistemine giriş sinyali olarak uygulanırsa kapalı çevrim sistemin çıkış sinyali birim basamak cevap gibi davranır ve aşağıdaki şekilde yazılabilir;

$$y_s(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{k=1(2)}^{\infty} \left(\frac{1}{k} \operatorname{Re}[P(jk\omega_s)] \sin(k\omega_s t) + \frac{1}{k} \operatorname{Im}[P(jk\omega_s)] \cos(k\omega_s t) \right) \quad (5.14)$$

Eğer $T \rightarrow \infty$ ve $\omega_s \rightarrow 0$ olduğu takdirde $P(jk\omega_s)$ ’nin sanal kısmının payı ω_s ile çarpılır ve $\lim_{\omega_s \rightarrow 0} \operatorname{Im} P(jk\omega_s) = 0$ olur. Bu durumda Denklem 5.14’te verilen reel kısım kullanılarak Denklem 5.15’deki ifade elde edilir:

$$y_s(t) \cong \frac{4}{\pi} \sum_{k=1(2)}^{\infty} \frac{1}{k} \operatorname{Re}[P(jk\omega_s)] \sin(k\omega_s t) \quad (5.15)$$

Denklem 5.11, Denklem 5.15’de yerine yazılırsa kapalı çevrim kontrol sisteminin birim basamak cevabı aşağıdaki denklemde verildiği gibi elde edilmiş olur.

$$y_s(t) \cong \frac{4}{\pi} \sum_{k=1(2)}^{\infty} \frac{1}{k} \frac{[M(k\omega_s)Q(k\omega_s) + N(k\omega_s)Z(k\omega_s)]}{[Q(k\omega_s)^2 + Z(k\omega_s)^2]} \sin(k\omega_s t) \quad (5.16)$$

Yukarıda verilen hesaplamalar PI^λ kontrolör için yeniden yapılırsa kesir dereceli sistemin birim basamak cevabı elde edilmiş olur [140]. Fourier Serisi Metodu

kullanılarak kesir dereceli sistemlerde sistemin birim basamak cevabının elde edilmesi ile ilgili ayrıntılar ve metodun ispatı [73,141]'de verilmiştir.

Matlab programında kapalı çevrim transfer fonksiyonunun birim basamak cevabını elde etmek için [73] çalışmasında verilen kurallar uygulanmıştır.

Bu tez çalışmasında kullanılan test transfer fonksiyonları için Matlab programında kullanılan veriler şu şekilde sıralanabilir;

1. Kare dalga'nın frekansı $\omega_s = 0.01$ olacak şekilde alınmıştır.
2. Yüksek frekans değeri ise $\omega_h = 100$ olarak alınmıştır.
3. Hata fonksiyonunun hesaplanmasında simulasyon süresi $t = 0:0.2:20$ olarak seçilmiştir.
4. Denklem 5.16 kullanılarak hesaplanan birim basamak cevabında $k = 1, 2, 3, \dots, 10001$ olacak şekilde program çalıştırılmıştır.

Sonuç olarak, bu kurallar çerçevesinde frekans verilerini kullanarak sistemin birim basamak cevabı tam ve doğru bir şekilde hesaplanabilmektedir. Burada dikkat edilmesi gereken husus ise, yapılan hesaplamada nümerik toleransa bağlı olacak şekilde minimum hataların söz konusu olabileceğidir [73].

5.2.3. İntegral Performans Kriterlerinin Fourier Serisi Metodu Kullanılarak Yeniden Tanımlanması

Kapalı çevrim bir kontrol sisteminde herhangi bir kontrolörün kullanılmasının amacı hata sinyalini mümkün olduğu kadar minimize etmektir. Hata sinyali, sistemin birim basamak cevabı kullanılarak $0 \leq t$ olacak şekilde aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$e(t) = (1 - y(t)) \rightarrow 0 \quad (5.17)$$

Bunun için, Tablo 5.1’de gösterilen çeşitli integral performans kriterleri hesaplanabilir ve sistem performansını değerlendirmek için kullanılabilir [143,144]. Tablo 5.1’de, integral performans kriterleri sistemin birim basamak zaman cevabına bağlı olarak da verilmiştir.

Tablo 5.1. İntegral performans kriterleri

Performans kriteri	Sistem cevabı kullanılarak performans kriteri
$J_0 = \int_0^{\infty} e(t)^2 dt$	$J_0 = t - 2 \int_0^{\infty} y(t) dt + \int_0^{\infty} y(t)^2 dt$
$J_1 = \int_0^{\infty} [t e(t)]^2 dt$	$J_1 = \frac{t^3}{3} - 2 \int_0^{\infty} t^2 y(t) dt + \int_0^{\infty} t^2 y(t)^2 dt$
$J_2 = \int_0^{\infty} [t^2 e(t)]^2 dt$	$J_2 = \frac{t^5}{5} - 2 \int_0^{\infty} t^4 y(t) dt + \int_0^{\infty} t^4 y(t)^2 dt$

Optimum kontrol sistemi, integral performans kriterlerinin değerinin pozitif bir sayı olması şartı ile minimum bir değere ulaşması anlamına gelmektedir [144]. İntegral performans kriteri en genel formda aşağıda verildiği gibi tanımlanır;

$$J_n = \int_0^{\infty} [t^n e(t)]^2 dt \quad (5.18)$$

Burada $n=0$, $n=1$ ve $n=2$ için J_n sırasıyla ISE, ISTE ve IST²E olarak ifade edilir. İntegral performans kriterleri, FSM’nin uygulanması ile elde edilen sistemin birim basamak cevabına bağlı olacak şekilde aşağıdaki denklemlerde gösterildiği gibi yeniden tanımlanabilir;

$$J_0 = t - \frac{8}{\pi} \sum_{k=1(2)}^{\infty} \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{k} \operatorname{Re}[P(jk\omega_s)] \sin(k\omega_s t) \right) dt + \frac{16}{\pi^2} \int_0^{\infty} \left(\sum_{k=1(2)}^{\infty} \left(\frac{1}{k} \operatorname{Re}[P(jk\omega_s)] \sin(k\omega_s t) \right)^2 \right) dt \quad (5.19)$$

$$J_1 = \frac{t^3}{3} - \frac{8}{\pi} \sum_{k=1(2)}^{\infty} \int_0^{\infty} t^2 \left(\frac{1}{k} \operatorname{Re}[P(jk\omega_s)] \sin(k\omega_s t) \right) dt$$

$$+ \frac{16}{\pi^2} \int_0^{\infty} t^2 \left(\sum_{k=1(2)}^{\infty} \left(\frac{1}{k} \operatorname{Re}[P(jk\omega_s)] \sin(k\omega_s t) \right)^2 \right) dt \quad (5.20)$$

$$J_2 = \frac{t^5}{5} - \frac{8}{\pi} \sum_{k=1(2)}^{\infty} \int_0^{\infty} t^4 \left(\frac{1}{k} \operatorname{Re}[P(jk\omega_s)] \sin(k\omega_s t) \right) dt$$

$$+ \frac{16}{\pi^2} \int_0^{\infty} t^4 \left(\sum_{k=1(2)}^{\infty} \left(\frac{1}{k} \operatorname{Re}[P(jk\omega_s)] \sin(k\omega_s t) \right)^2 \right) dt \quad (5.21)$$

Fourier serileri yöntemi kullanılarak elde edilen bu denklemler, tam ve doğru hesaplanan birim basamak cevabının hata fonksiyonu hesaplamalarında da kullanılmasına olanak sağlar. Bu sebeple, kesir dereceli sistemlerde sistem cevabını elde etmek için FSM metodu kullanılırsa bu sistemler için performans kriterlerinin de tam ve doğru bir şekilde hesaplanabileceği sonucunu çıkarabiliriz.

5.2.4. $PI^\lambda D^\mu$ Kontrolör için Önerilen Tasarım Prosedürü

Tasarım sürecinin ilk adımı, optimizasyonda kullanmak üzere gerekli olan başlangıç kontrolör parametre değerlerini belirlemektir. Bunun için tercih edilen yol ise klasik bir tamsayı dereceli PID kontrolörünün Şekil 5.1’de verilen $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörü yerine kullanıldığı varsayımı ile tamsayı dereceli kapalı çevrim kontrol sistemine ait ISE performans kriterinin analitik çözümünün optimize edilmesidir.

ISE kriteri, hata sinyalinin Laplace dönüşümü ve Parseval teoremi kullanılarak s bölgesinde aşağıdaki şekilde ifade edilmiştir [143].

$$J_0 = \int_0^{\infty} e(t)^2 dt = \frac{1}{2j\pi} \int_{-j\infty}^{j\infty} E(s)E(-s)ds \quad (5.22)$$

Denklem 5.22’de verilen ISE performans kriteri, hata fonksiyonu $E(s) = c(s)/d(s)$ şeklinde rasyonel bir polinom olarak düşünüldüğü zaman $d(s)$ polinomunun düşük

değerleri için Tablo 5.2’de verildiği gibi hesaplanabilir [143]. $c(s)$ ve $d(s)$ polinomlarının genel formu Denklem 5.23 ve Denklem 5.24’te verilmiştir.

$$c(s) = c_{n-1}s^{n-1} + c_{n-2}s^{n-2} + \dots + c_1s + c_0 \quad (5.23)$$

$$d(s) = d_ns^n + d_{n-1}s^{n-1} + \dots + d_1s + d_0 \quad (5.24)$$

Tablo 5.2’de ISE ifadesi I_n ile gösterilmiştir. Burada n ise $d(s)$ polinomunun derecesini ifade etmektedir.

Tablo 5.2’de verilen denklemler kullanılarak, I_n ifadesinin kontrolör kazanç parametreleri k_p , k_i ve k_d ’ye göre kısmi türevlerinin alınması ile hatayı minimize edecek ve türev denklemlerinin değerlerini sıfıra eşitleyecek kontrolör kazanç parametreleri analitik bir şekilde hesaplanabilir. Buradan yola çıkarak, ISE’nin analitik çözümü $\min_x I_n(x)$ olacak şekilde bir optimizasyon problemi düşünülmüştür.

Burada $x = [k_p, k_i, k_d]$ olacak şekilde değişken kazanç parametrelerini, $I_n(x)$ ise optimize edilecek amaç fonksiyonu olarak tanımlanmış ve optimizasyon problemi bu doğrultuda oluşturulmuştur. Bu optimizasyon probleminin çözülmesi ile $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör tasarımı için uygulanacak optimizasyonun başlangıç parametre değerleri belirlenmiş olur.

Başlangıç değerlerinin belirlenmesinden sonra $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörünün optimum parametrelerini bulmak için FSM ile elde edilen integral performans kriterleri kullanılarak yeni bir optimizasyon problemi $\min_x J_n(x)$ şeklinde tanımlanır. Burada $x = [k_p, k_i, k_d, \lambda, \mu]$ optimizasyon parametrelerini $J_n(x)$ ise optimize edilecek olan amaç fonksiyonunu göstermektedir. Optimal $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör parametreleri 5.19-5.21 Denklemleri ile ifade edilen integral performans kriterlerini minimize etmek için oluşturulan bu optimizasyon probleminin çözülmesi ile tanımlanmış olur.

Tablo 5.2. ISE performans kriteri hesaplama tablosu [143]

$I_1 = \frac{c_0^2}{2d_0d_1}$
$I_2 = \frac{c_1^2d_0 + c_0^2d_2}{2d_0d_1d_2}$
$I_3 = \frac{c_2^2d_0d_1 + (c_1^2 - 2c_0c_2)d_0d_3 + c_0^2d_2d_3}{2d_0d_3(d_1d_2 - d_0d_3)}$
$I_4 = \frac{c_3^2(d_0d_1d_2 - d_3d_0^2) + (c_2^2 - 2c_1c_3)d_0d_1d_4 + (c_1^2 - 2c_0c_2)d_0d_3d_4 + c_0^2(d_2d_3d_4 - d_1d_4^2)}{2d_0d_4(d_1d_2d_3 - d_0d_3^2 - d_4d_1^2)}$

$I_n(x)$ ve $J_n(x)$ amaç fonksiyonlarını minimize etmek için oluşturulan optimizasyon problemlerinin çözümü için Matlab programında Nelder-Mead Simplex optimizasyon metodunun uygulanmasına olanak sağlayan *fminsearch* () fonksiyonu kullanılmıştır. Aynı zamanda $J_n(x)$ 'nin hesaplanmasında hata fonksiyonunun integralini nümerik olarak hesaplamak için trapezoidal metot kullanılması tercih edilmiştir.

Bu çalışmada, Tablo 5.2'de verilen ISE kriterinin analitik çözümünü kullanabilme imkanı veren, başka bir ifade ile $d(s)$ polinomunun derecesinin en fazla $n = 4$ olabileceği test transfer fonksiyonları üzerinde durulmuştur. Daha yüksek dereceden transfer fonksiyonların değerlendirilmesinde için Aström'un önerdiği özyinelemeli bir algoritmayı kullanarak hesaplamaların yapılması gerekmektedir [143].

5.2.5. $PI^{\lambda}D^{\mu}$ Kontrolör için Önerilen Tasarım Prosedürünün Test Transfer Fonksiyonları Üzerinde Uygulanması

Tezin bu bölümünde, Aström ve arkadaşları [142] tarafından verilen iki test transfer fonksiyonu üzerinde önerilen $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolör tasarım tekniğinin uygulamaları yapılmış ve önerilen tekniğin performansını göstermek için Das ve arkadaşları [134] tarafından tasarlanan başka optimal $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolörler ile kıyaslamaları yapılmıştır.

5.2.5.1. Örnek 1

Şekil 5.1’de verilen kapalı çevrim bir kontrol sisteminde test transfer fonksiyonu $G_1(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$ olarak ele alınırsa [142] ve $C(s)$ tamsayı dereceli bir PID kontrolör yapısı olduğu düşünüldüğünde, sistem girişi $R(s) = \frac{1}{s}$ için hata fonksiyonu

$$E(s) = \frac{R(s)}{1 + G_1(s)C(s)} \quad (5.25)$$

şeklindedir. Hata fonksiyonu kontrol parametreleri ve test transfer fonksiyonu kullanılarak ifade edilecek olursa

$$E(s) = \frac{s^3 + 3s^2 + 3s + 1}{s^4 + 3s^3 + (3 + k_d)s^2 + (1 + k_p)s + k_i} \quad (5.26)$$

şeklinde olur. $d(s)$ polinomunun derecesi $n = 4$ olduğu için Tablo 5.2’de ISE değerini hesaplamak için verilen I_4 ifadesi kullanılarak

$$I_4 = \frac{6k_p k_i + k_p k_i k_d + 15k_i + k_i k_d - 3k_i^2 + 3k_d - k_p + 8}{14k_p k_i + 6k_p k_i k_d + 16k_i + 6k_i k_d - 2k_i k_p^2 - 18k_i^2} \quad (5.27)$$

elde edilmiş olur. Bir önceki bölümde anlatılan tasarım prosedürünün uygulanması ile tamsayı PID kontrolörün parametreleri Denklem 5.27’deki ifadenin optimize edilmesi ile bulunur. Bu parametreler tamsayı PID kontrolör için $\lambda = 1$ ve $\mu = 1$ şeklinde olduğundan $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör tasarımında başlangıç değerleri olarak kabul edilmiştir. Elde edilen başlangıç değerleri Tablo 5.3’te verilmiştir. Aynı zamanda bu başlangıç değerlerinin kullanılması ile elde edilen sistem birim basamak cevabı da Şekil 5.2’de verilmiştir.

Das ve arkadaşlarının [134] kontrolör parametreleri ile elde edilen sistem birim basamak cevapları önerilen tasarım tekniği ile hesaplanan sistem birim basamak cevapları ile karşılaştırılmıştır ve Şekil 5.2’de gösterilmiştir. Aynı şartlar altında

kıyaslama yapabilmek için, Das ve arkadaşları [134] tarafından verilen optimum $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolör parametreleri doğru birim basamak cevabı elde edebilme olanağı sağlayan FSM programında simülasyon süresi $t = 0 : 0.1 : 20$ olacak şekilde yeniden elde edilmiştir. Ayrıca, elde edilen sistem cevapları için maksimum aşım ($\% Mp$), yükselme zamanı (t_r) ve yerleşme zamanı (t_s) hesaplanarak Tablo 5.4'te gösterildiği üzere sistem zaman cevabının performans karakteristiği Das ve arkadaşlarının [134] verdiği optimal kontrolör kullanılarak elde edilen sistem zaman cevabı ile karşılaştırılmıştır.

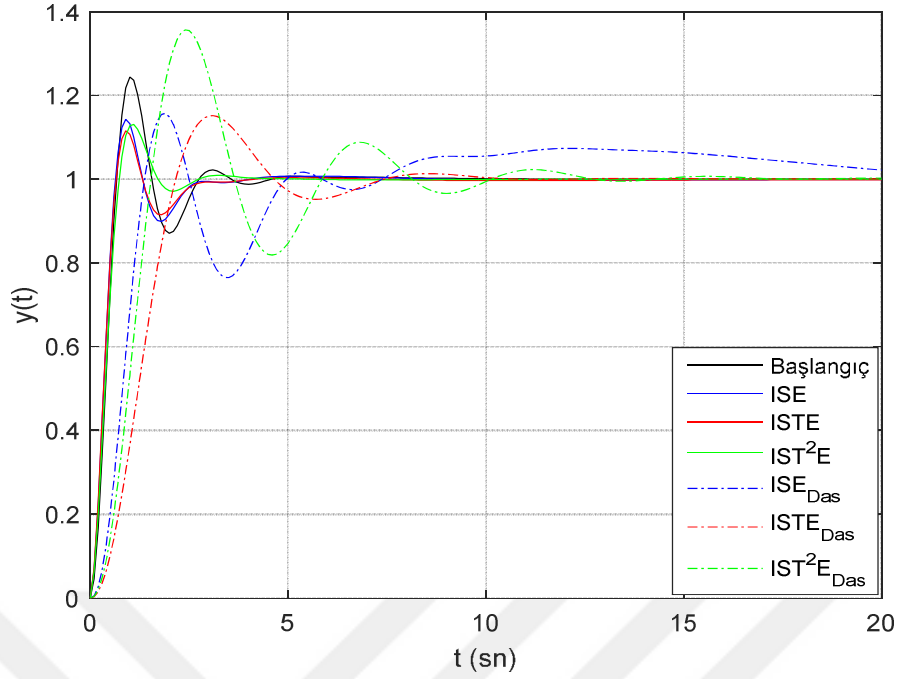
Tablo 5.3. $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolörün $G_1(s)$ transfer fonksiyonu için optimal ayarlama parametreleri

Performans Kriteri	Minimum Değer	k_p	k_i	k_d	λ	μ
ISE Başlangıç	0.320	8.49	3.25	9.94	1	1
ISE	0.263	7.92	3.18	10.87	0.96	1.09
ISTE	0.039	8.25	3.04	10.32	0.95	1.13
IST²E	0.056	9.47	3.14	8.075	1.01	1.16

Tablo 5.4'te verilen sistem birim basamak cevabı performans karakteristikleri göz önüne alındığında, $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolör tasarımında önerilen yöntem kullanılarak elde edilen sistem cevapları maksimum aşım bakımından ISTE ve IST²E kriterleri için iyi sonuçlar vermiştir.

Tablo 5.4. $G_1(s)$ için sistem birim basamak cevabı performans karakteristikleri

FSM				Das ve ark.'nın sonuçları		
Kriter	$\%M_p$	t_r	t_s	$\%M_p$	t_r	t_s
ISE	14.39	0.43	2.48	13.26	0.90	17.6
ISTE	11.71	0.45	2.48	15.11	1.42	6.83
IST²E	13.08	0.51	2.35	35.28	0.99	11.3



Şekil 5.2. $G_1(s)$ için önerilen yöntem ve Das ve arkadaşlarının kontrol parametrelerinin FSM kullanılması ile elde edilen birim basamak cevapları

ISE kriteri için ise maksimum aşım kabul edilebilir düzeyde olmasına rağmen Das ve arkadaşlarının sonucuna oranla biraz yüksek çıkmıştır. Önerilen yöntemin kullanılması ile elde edilen sistem cevapları Das ve arkadaşlarının sonuçları ile kıyaslandığında yükselme zamanı ve yerleşme zamanı açısından da başarılı olduğu görülmektedir.

5.2.5.2. Örnek 2

Bu örnekte, Şekil 5.1’de verilen kapalı çevrim bir kontrol sisteminde test transfer fonksiyonu $G_2(s) = \frac{9}{(s+1)(s^2+2s+9)}$ olarak ele alınırsa [142] ve $C(s)$ tamsayı dereceli bir PID kontrolör yapısı olduğu düşünüldüğünde, sistem hata fonksiyonu

$$E(s) = \frac{s^3 + 3s^2 + 11s + 9}{s^4 + 3s^3 + (11 + 9k_d)s^2 + (9 + 9k_p)s + 9k_i} \quad (5.28)$$

olacak şekilde elde edilir. Tablo 5.2 kullanılarak ISE kriteri aşağıdaki şekilde belirlenmiş olur.

$$I_4 = \frac{-162k_p k_i + 729k_p k_i k_d + 1647k_i + 729k_i k_d - 243k_i^2 + 2187k_d - 729k_p + 1944}{2430k_p k_i + 4374k_p k_i k_d + 3888k_i + 4374k_i k_d - 1458k_i k_p^2 - 1458k_i^2} \quad (5.29)$$

Önerilen tasarım prosedürünün uygulanması ile elde edilen başlangıç değerleri olarak kabul edilen tamsayı kontrolör parametreleri ve optimum $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör parametreleri Tablo 5.5'te verilmiştir. Bu optimum değerler kullanılarak, elde edilen sistem cevapları Şekil 5.3'te görülmektedir. Kapalı çevrim kontrol sisteminin birim basamak cevabına ait performans karakteristikleri ise Tablo 5.6'da sunulmaktadır.

Tablo 5.5. $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörün $G_2(s)$ transfer fonksiyonu için optimal ayarlama parametreleri

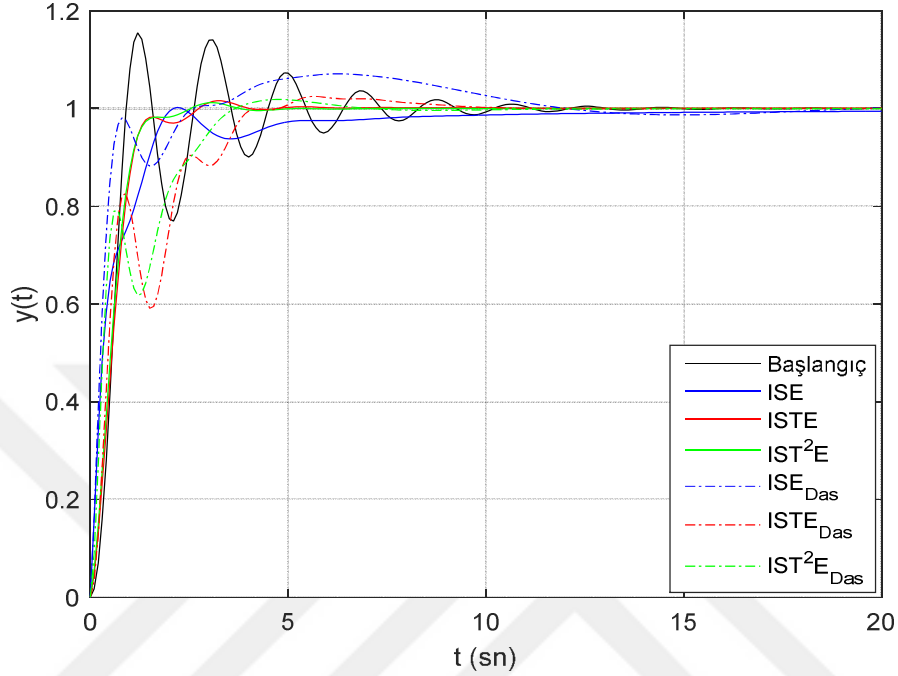
Performans Kriteri	Minimum Değer	k_p	k_i	k_d	λ	μ
ISE Başlangıç	0.471	1.91	1.75	0.35	1	1
ISE	0.285	2.55	1.64	0.63	0.89	1.61
ISTE	0.054	1.82	1.61	0.31	1.02	1.41
IST²E	0.035	1.89	1.72	0.35	1.00	1.42

Tablo 5.6. $G_2(s)$ için sistem birim basamak cevabı performans karakteristikleri

	FSM			Das ve ark.'nın sonuçları		
Kriter	%M_p	t_r	t_s	%M_p	t_r	t_s
ISE	0.77	1.39	5.18	6.97	0.50	10.3
ISTE	1.54	0.91	2.43	2.45	2.29	6.25
IST²E	1.17	0.91	1.53	1.90	2.42	3.29

Tablo 5.6'da verilen birim basamak cevabı performans karakteristikleri ve Şekil 5.3'te gösterilen birim basamak cevapları göz önüne alındığında, önerilen tekniğin Das ve arkadaşları [134] tarafından verilen $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör parametreleri kullanılarak elde edilen birim basamak cevaplarına kıyasla iyi performans sergilediği görülmektedir.

Her iki uygulama örneği için elde edilen sonuçlar, Das ve arkadaşları tarafından verilen parametrelerin kullanılması ile elde edilen sonuçlar ile kıyaslandığında önerilen tasarım tekniğinin iyi bir sistem birim basamak cevabı performansı verdiğini göstermektedir.



Şekil 5.3. $G_2(s)$ için önerilen yöntem ve Das ve arkadaşlarının kontrol parametrelerinin FSM kullanılması ile elde edilen birim basamak cevapları

5.3. Kesir Dereceli Sistemler için Standart Formlar Kullanarak PI-PD Kontrolör Tasarımı

Tezin bu bölümünde yapılan çalışmada kesir dereceli bir sistem için standart form yapısı kullanarak PI-PD kontrolör tasarım stratejisi sunulmuştur. Bunu yapmak için de 2. Bölümde anlatılan SBL eşleştirme metodu direkt uygulanarak standart form yapısına uygun bir tamsayı dereceli model elde edilmesi hedeflenmiştir.

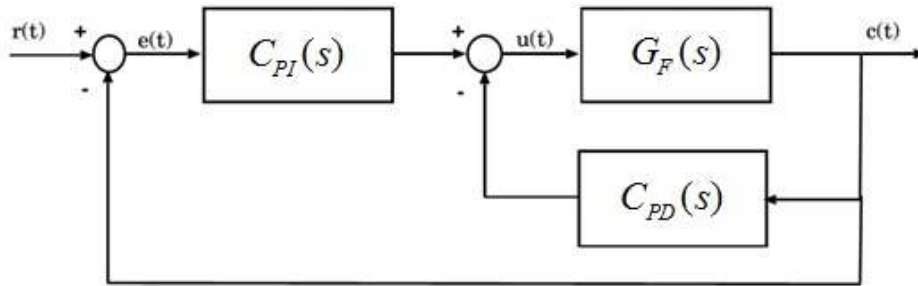
Bu tezin 2. Bölümünde daha önce bahsedildiği üzere kesir dereceli sistemlerin sonsuz bir boyutta fonksiyonlara sahip olmalarından kaynaklanan realizasyon ve simülasyon problemleri söz konusudur [35]. Bu sebeple de aynı karakteristiğe sahip tamsayı dereceli transfer fonksiyonlarını elde etmek oldukça önemlidir. Bu amaç ile yapılan çalışmalarda önerilen tamsayı yaklaşım yöntemlerinin hemen hemen hepsi kesir dereceli operatör s^α , $(-1 < \alpha < 1)$, için tamsayı dereceli transfer fonksiyonlarının elde edilmesini sağlamaktadır [24,25,145]. Bu neden ile birden

fazla kesir dereceli operatörün bulunduğu bir transfer fonksiyonunda tamsayı dereceli yaklaşım modelini elde etmeye kalktığımızda karşımıza oldukça yüksek dereceli tamsayı dereceli transfer fonksiyonları ortaya çıkmaktadır. Bu tarz yüksek dereceden sistemler için de kontrolör tasarımı yapmak oldukça güçtür ve model indirgeme metotları ile tamsayı dereceli yaklaşım modelin bir de indirgenmiş modelini elde etmek gerekmektedir. Bu durumda asıl transfer fonksiyonu ile aynı karakteristiğe sahip bir yaklaşım modelinin elde edilme olasılığı da zorlaşmaktadır.

Bu çalışmada ise, SBL eşleştirme metodunun direkt uygulanması ile standart form yapısına uygun olacak şekilde 3. dereceden ve sıfırı olmayan bir tamsayı dereceli yaklaşım modeli elde edilmiştir. Elde edilen tamsayı dereceli transfer fonksiyonu için ISTE performans kriteri kullanılarak PI-PD kontrolör parametreleri belirlenmiştir [146,147].

Yapılan çalışmalarda PID kontrolör yerine PI-PD kontrol yapısı kullanıldığında daha tatmin edici sonuçlar verdiği, özellikle iç döngüde bulunan PD kontrolörün geribesleme olarak kullanılması ile açık çevrim kontrol sürecinde kararlı bir kontrol süreci sağlayacağı belirtilmiştir [96].

PI-PD dört kontrol parametresine sahiptir ve bu parametreler basit matematiksel işlemler kullanılarak kabul edilebilir bir sistem cevabı sağlayan standart form yapısının kullanılması ile hesaplanabilmektedir [146]. Şekil 5.4'te, PI-PD kontrol yapısı verilmiştir.



Şekil 5.4. PI-PD kontrolör yapısı

5.3.1. Kesir Dereceli Bir Transfer Fonksiyonu için SBL Eşleştirme Metodu Kullanılarak Farklı Pay ve Payda Derecelerine Sahip Olan Tamsayı Dereceli Modelinin Direkt Yolla Elde Edilmesi

Kesir dereceli bir transfer fonksiyonun tamsayı dereceli bir yaklaşım modeli farklı pay ve payda derecelerine sahip olan bir formda aşağıdaki şekilde verilmiş olsun.

$$G_T(s) = \frac{N_T(s)}{D_T(s)} = \frac{\sum_{i=0}^n a_i s^i}{\sum_{i=0}^m b_i s^i} = \frac{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0} \quad (5.30)$$

Bölüm 2’de anlatılan SBL eşleştirme metodunun direkt olarak kullanılması ve pay ve payda polinomlarında farklı derecelere sahip tamsayı dereceli modelinin elde edilmesi için Denklem 5.30’da $m=4$ ve $n=1$ olacak şekilde ele alınan bir çözüm üzerinde çalışılmıştır. Böyle bir durumda, 3 adet örnekleme noktası lineer denklem sistemini çözmek için yeterli olacaktır. Örnekleme noktaları $\{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$ olacak şekilde kabul edilirse $G_F(s)$ transfer fonksiyonunun kararlılık eğrisi üzerinden seçilen örnekleme noktaları $\{(k_{p1}(\omega_1), k_{i1}(\omega_1)), (k_{p2}(\omega_2), k_{i2}(\omega_2)), (k_{p3}(\omega_3), k_{i3}(\omega_3))\}$ şeklinde olacaktır. Bu noktalar Bölüm 2’de verilen Denklem 2.42 ve Denklem 2.43 kullanılarak hesaplanabilir.

Bölüm 2’deki Denklem 2.48 kullanılarak reel kısmın matris formunda ifadesi aşağıdaki denklemde verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \omega_1^4 & -\omega_1^2 & -(\omega_1^2)k_{p1} \\ \omega_2^4 & -\omega_2^2 & -(\omega_2^2)k_{p2} \\ \omega_3^4 & -\omega_3^2 & -(\omega_3^2)k_{p3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_3 \\ b_1 \\ a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -a_0 k_{i1} \\ -a_0 k_{i2} \\ -a_0 k_{i3} \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

Denklem 5.31 ile ifade edilen homojen lineer denklem sisteminin çözümü herhangi bir bilinmeyene bağlı olarak çözülebilir. Burada b_3 , b_1 ve a_1 katsayılarının değerlerini a_0 katsayısına bağlı olacak şekilde ele alıp a_0 katsayısının herhangi bir değeri için çözüm yapılmıştır.

Bölüm 2'deki Denklem 2.50 kullanılarak sanal kısmın matris formunda ifadesi aşağıdaki denklemde verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \omega_1^5 & -\omega_1^3 & \omega_1 \\ \omega_2^5 & -\omega_2^3 & \omega_2 \\ \omega_3^5 & -\omega_3^3 & \omega_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_4 \\ b_2 \\ b_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega_1 a_0 k_{p_1} - \omega_1 a_1 k_{i_1} \\ -\omega_2 a_0 k_{p_2} - \omega_2 a_1 k_{i_2} \\ -\omega_3 a_0 k_{p_3} - \omega_3 a_1 k_{i_3} \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

Denklem 5.32'de ifade edilen matris formundaki homojen lineer denklem sisteminin çözülmesi ile b_4 , b_2 ve b_0 katsayıları elde edilmiş olur. Böylelikle $G_T(s)$ 'nin kararlılık sınır eğrisini $G_F(s)$ 'nin kararlılık sınır eğrisine eşleştiren tamsayı dereceli yaklaşım modelin bilinmeyen katsayıları da elde edilmiş olur.

Anlatılan çözüm yöntemini uygulamalı olarak göstermek için aşağıda verilen bir kesir dereceli sistem [41] ele alınmıştır.

$$G_F(s) = \frac{1}{0.8s^{2.2} + 0.5s^{0.9} + 1} \quad (5.33)$$

$G_F(s)$ transfer fonksiyonunun kararlılık bölgesi $\omega \in [0.01, 1.7]$ frekans aralığında hesaplanmıştır. Bu örnek için de kararlılık sınır eğrisi eşleştirmesi için de aynı frekans aralığı seçilmiştir. $G_F(s)$ 'nin kararlılık sınır eğrisi üzerinde olacak şekilde birinci frekans, sonuncu frekans ve eşleştirmeyi sağlayacak herhangi bir uygun örnekleme frekans değerlerinde bulunan $(k_p(\omega), k_i(\omega))$ örnekleme noktalarını seçmek yeterli olacaktır. $G_F(s)$ transfer fonksiyonu için $\{0.01, 1.19, 1.7\}$ örnekleme frekanslarında seçilen örnekleme noktaları $\{(-1.0012, 7.8171 \times 10^{-5}), (0.0241, 0.2559), (1.3189, 0.0029)\}$ şeklindedir. Denklem 5.31 ve Denklem 5.32'nin $a_0 = 1$ için çözülmesi ile elde edilen tamsayı dereceli yaklaşım modeli aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

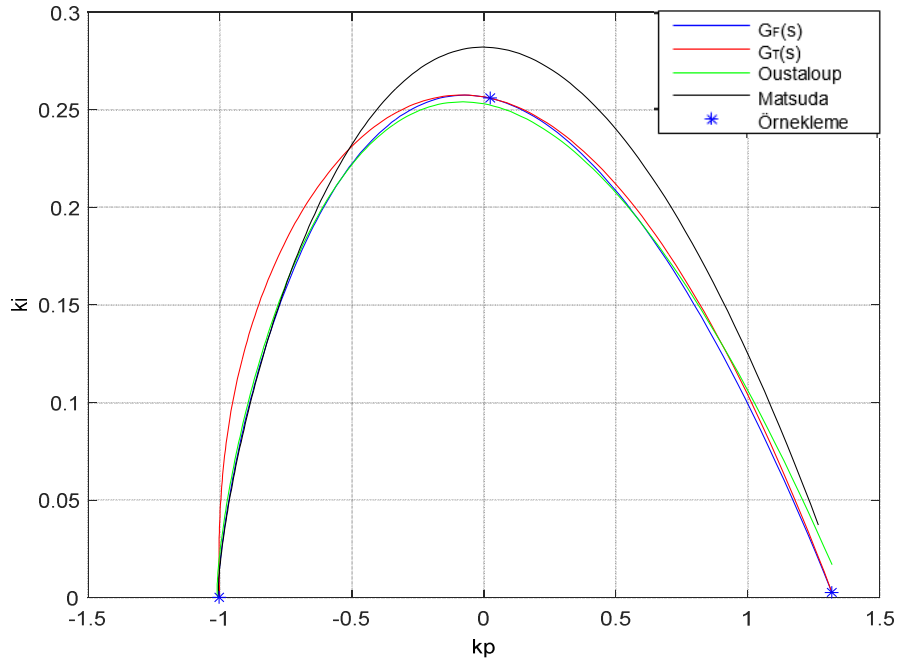
$$G_T(s) = \frac{1.959s + 1}{0.1854s^4 + 1.843s^3 + 1.341s^2 + 2.743s + 1.001} \quad (5.34)$$

$\omega \in [0.01, 100]$ frekans aralığı için Matsuda yaklaşım metodu kullanılarak elde edilen tamsayı dereceli yaklaşım modeli ise

$$G(s)_{Matsuda} = \frac{s^8 + 1277s^7 + 1.284 \times 10^5 s^6 + 2.034 \times 10^6 s^5 + 8.577 \times 10^6 s^4 + 8.805 \times 10^6 s^3 + 2.606 \times 10^6 s^2 + 1.699 \times 10^5 s + 2585}{2.686s^{10} + 3304s^9 + 1.95 \times 10^5 s^8 + 2.522 \times 10^6 s^7 + 8.485 \times 10^6 s^6 + 1.22 \times 10^7 s^5 + 1.461 \times 10^7 s^4 + 1.042 \times 10^7 s^3 + 2.729 \times 10^6 s^2 + 1.72 \times 10^5 s + 2587} \quad (5.35)$$

olacak şekilde elde edilmiştir. Oustaloup yaklaşım metodu ile $\omega \in [0.01, 100]$ frekans aralığı için elde edilen eşdeğer model ise aşağıdaki denklemde verilmiştir.

$$G(s)_{Oustaloup} = \frac{s^{10} + 165.2s^9 + 8211s^8 + 1.435 \times 10^5 s^7 + 9.784 \times 10^5 s^6 + 2.565 \times 10^6 s^5 + 2.695 \times 10^6 s^4 + 1.088 \times 10^6 s^3 + 1.716 \times 10^5 s^2 + 9508s + 158.5}{2.01s^{12} + 296.8s^{11} + 1.225 \times 10^4 s^{10} + 1.834 \times 10^5 s^9 + 1.076 \times 10^6 s^8 + 2.795 \times 10^6 s^7 + 4.121 \times 10^6 s^6 + 4.622 \times 10^6 s^5 + 3.413 \times 10^6 s^4 + 1.205 \times 10^6 s^3 + 1.792 \times 10^5 s^2 + 9694s + 159.7} \quad (5.36)$$



Şekil 5.5. $G_F(s)$, $G_T(s)$, $G_{Oustaloup}(s)$, $G_{Matsuda}(s)$ transfer fonksiyonlarının kararlılık bölgeleri ve seçilen örnekleme noktaları

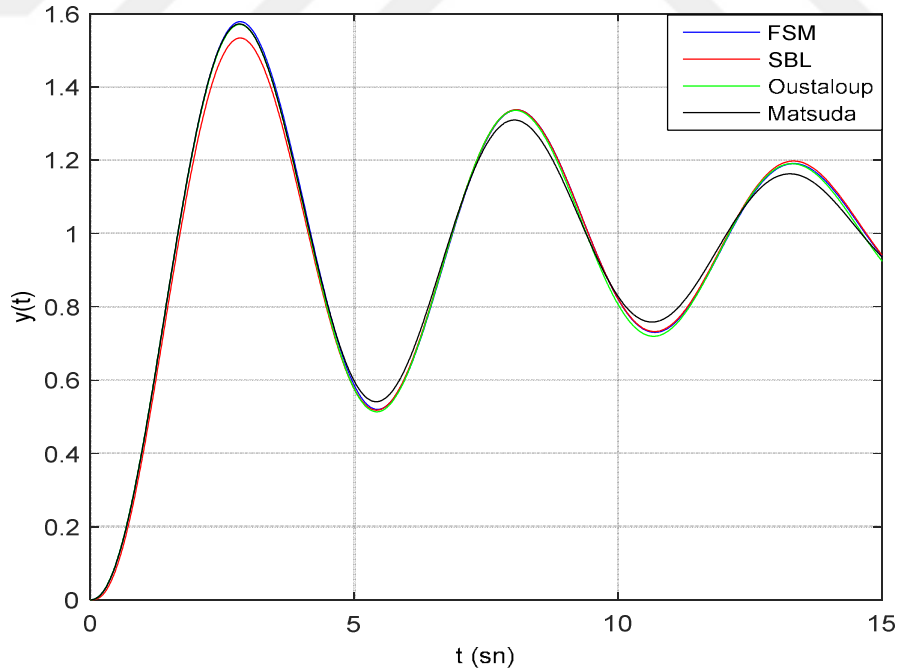
Şekil 5.5'te görüldüğü üzere önerilen yöntem uygun bir kararlılık sınır eğrisi eşleştirmesi vermektedir.

Bu örnekte $m = 4$ ve $n = 1$ olacak şekilde tamsayı dereceli bir model transfer fonksiyonunu elde etmek için kararlılık sınır eğrisi üzerinden yalnızca 3 örnekleme noktasının seçilmesi yeterli olmuştur.

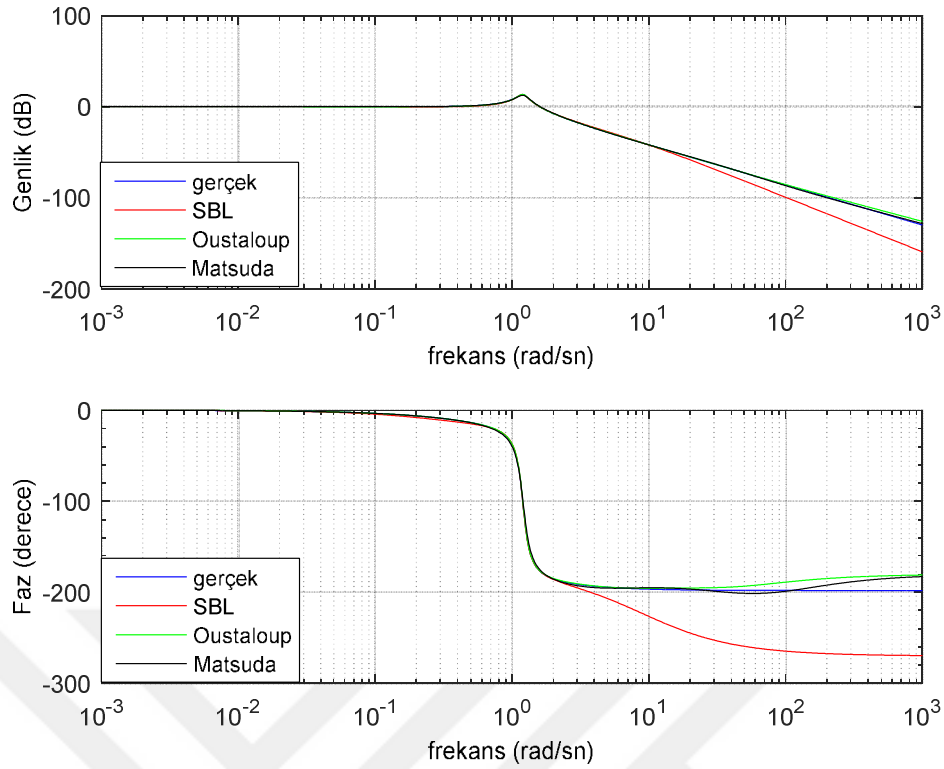
Eğer elde edilmesi istenen hedef modelin derecesi yüksek olursa homojen lineer denklem sisteminin çözümü için kararlılık sınır eğrisi üzerinden seçilmesi gereken örnek noktalar ihtiyaç olduğu kadar arttırılmalıdır.

Kesirli dereceli sistemlerin birim basamak cevapları, Grünwald-Letnikov yaklaşımı [148] veya Fourier serisi yöntemi [73] kullanılarak elde edilebilir. Bu örnekte, $G_F(s)$ kesir dereceli transfer fonksiyonunun birim basamak cevabı Bölüm 5.2'de anlatılan Fourier serileri metodu kullanılarak elde edilmiştir.

Şekil 5.6'da, FSM ile elde edilen $G_F(s)$ transfer fonksiyonunun açık çevrim birim basamak cevabı, SBL eşleştirme yöntemi, Matsuda yöntemi ve Oustaloup yöntemi ile elde edilen transfer fonksiyonlarının birim basamak cevapları ile karşılaştırılmıştır.



Şekil 5.6. $G_F(s)$ ve tamsayı yaklaşım yöntemleri kullanılarak elde edilen tamsayı dereceli modeller için açık çevrim birim basamak cevapları



Şekil 5.7. $G_F(s)$ ve tamsayı dereceli yaklaşım modeller için genlik ve faz cevapları (SBL eşleştirme yöntemi için frekans aralığı $\omega \in [0.01, 1.7]$, Matsuda ve Oustaloup yöntemleri için frekans aralığı $\omega \in [0.01, 100]$)

SBL eşleştirme yöntemi ile elde edilen 4. dereceden modelin birim basamak cevabının Matsuda yöntemi ile elde edilen 10. dereceden model ile Oustaloup yöntemi ile elde edilen 12. dereceden model ile kıyaslandığında düşük dereceden bir transfer fonksiyonu olarak oldukça iyi bir sonuç verdiği söylenebilir. Şekil 5.7’de ise $G_F(s)$ transfer fonksiyonu ve SBL eşleştirme yöntemi, Matsuda yöntemi ve Oustaloup yöntemi ile elde edilen modellerin genlik ve faz cevapları karşılaştırılmıştır. Kararlılık bölgesi çoğunlukla düşük frekans aralığında elde edildiğinden dolayı kararlılık sınır eğrileri için de düşük frekans aralığında eşleştirme yapılması tercih edilmiştir. Bu örnekte SBL eşleştirme yöntemi kararlılık bölgesinin bulunduğu düşük frekans aralığında, $\omega \in [0.01, 1.7]$ olacak şekilde uygulanmıştır. Bu nedenle, düşük frekanslar için frekans cevabı eşleşmesi daha iyi sonuç vermiştir.

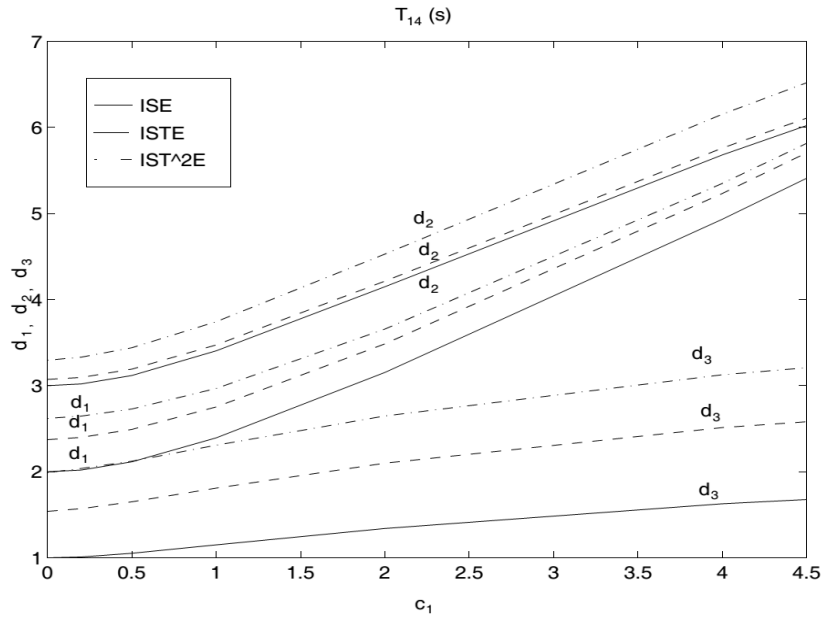
5.3.2. Standard Form Yapısı

Tezin bu bölümünde, PI-PD kontrolörün parametrelerini standart form yapısı kullanarak belirlemek için ISTE performans kriteri kullanılmıştır [146]. Bölüm 5.2.3'te verilen Denklem 5.18'de $n=2$ için J_2 performans kriteri ISTE kriterini ifade etmektedir. Kapalı çevrim bir kontrol sisteminde sıfırı olmayan bir sistem transfer fonksiyonu ve sıfırı olan bir kontrolör ele alındığında sistemin transfer fonksiyonu şu şekilde ifade edilir;

$$T_{1j} = \frac{c_1 s + 1}{s^j + d_{j-1} s^{j-1} + \dots + d_1 s + 1} \quad (5.37)$$

T_{1j} ifadesinde bulunan j indisi standart form yapısında bulunan transfer fonksiyonun paydasının derecesini, "1" değeri ise payındaki sıfırları ifade etmek için kullanılmıştır. Bu şartlar altında birim basamak giriş için hata fonksiyonu aşağıda verildiği gibidir.

$$E_{1j} = \frac{s^{j-1} + d_{j-1} s^{j-1} + \dots + (d_1 - c_1)}{s^j + d_{j-1} s^{j-1} + \dots + d_1 s + 1} \quad (5.38)$$



Şekil 5.8. $T_{14}(s)$ transfer fonksiyonu için c_1 değerlerine karşı gelen optimum d_1 , d_2 ve d_3 değerleri [146]

$T_{14}(s)$ transfer fonksiyonu için E_{1j} hata fonksiyonunu ISE, ISTE ve IST²E performans kriterlerine göre minimize edilmesi ile elde edilen c_I değerlerine karşılık gelen optimum d_1 , d_2 ve d_3 değerleri Şekil 5.8’de verilmiştir [146]. Bu optimum değerler bir sonraki bölümde anlatılacağı üzere kontrolörün parametrelerini belirlemede kullanılacaktır.

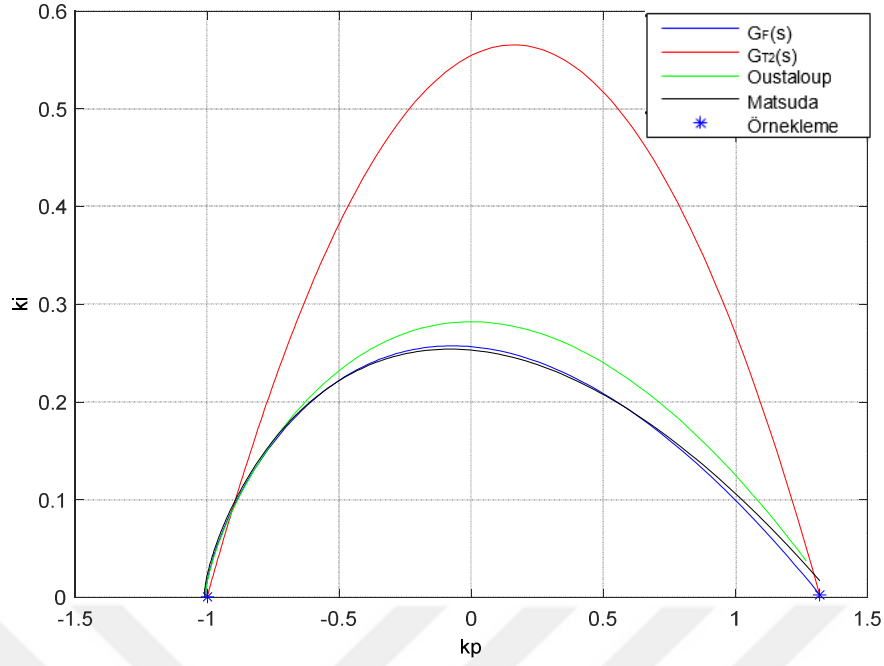
5.3.3. Standart Form Yapısına Uygun Tamsayı Dereceli Bir Yaklaşım Modelin Elde Edilmesi

$T_{14}(s)$ transfer fonksiyon yapısına uygun formda bir model elde etmek amacı ile Bölüm 5.3.1’de verilen Denklem 5.33 için SBL eşleştirme yöntemi sıfırı olmayan 3. dereceden tamsayı dereceli yaklaşım bir model ($m=3$ ve $n=0$) elde etmek için uygulanmıştır. Bunun için Bölüm 2’de verilen Denklem 2.48 ve Denklem 2.50, $b_3=1$ için yeniden düzenlenip çözümlerse standart forma uygun olacak bir şekilde tamsayı dereceli bir transfer fonksiyonu elde edilmiş olur. Homojen lineer denklem sisteminin çözümü için $\omega \in [0.01, 1.7]$ frekans aralığında birinci frekans noktasında ve sonuncu frekans noktasında olmak üzere iki tane örnekleme noktası seçmek yeterli olacaktır. Yani $\{0.01, 1.7\}$ örnekleme frekanslarında $G_F(s)$ kesir dereceli transfer fonksiyonunun kararlılık sınır eğrisi üzerinde örnekleme noktaları $\{(-1.0012, 7.8171 \times 10^{-5}), (1.3189, 0.0029)\}$ olacak şekilde seçilmiştir. Buna göre elde edilen tamsayı dereceli yaklaşım model aşağıdaki denklemde verildiği gibi olacaktır.

$$G_{T2}(s) = \frac{a_0}{b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0} = \frac{3.702}{s^3 + 2.972 s^2 + 2.894 s + 3.706} \quad (5.39)$$

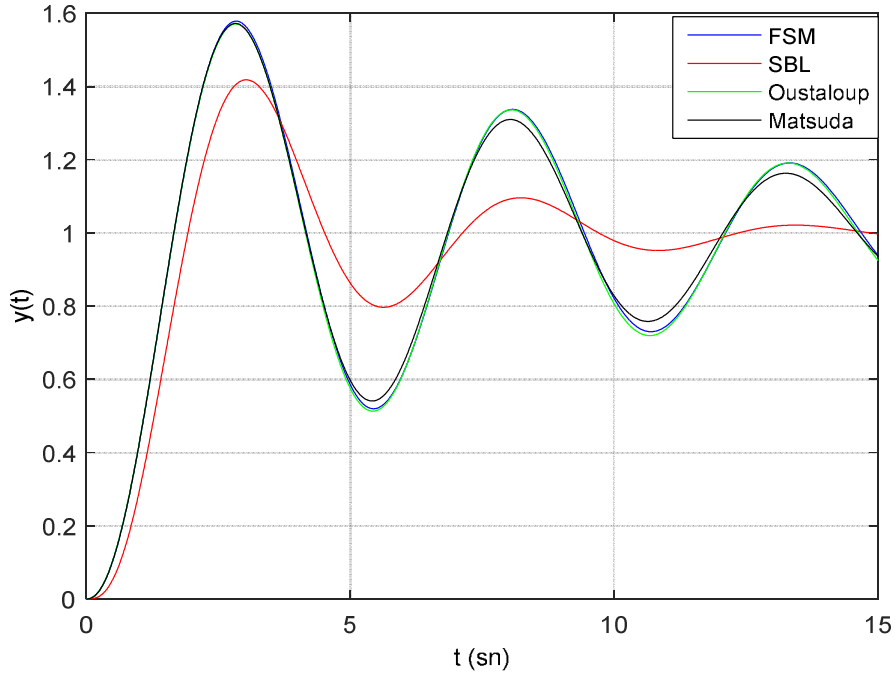
Şekil 5.9’da $G_{T2}(s)$ tamsayı dereceli yaklaşım modelin ve diğer metotlar ile elde edilen modellerin kararlılık bölgeleri gösterilmiştir. Aynı transfer fonksiyonlarına karşılık gelen açık çevrim birim basamak cevapları da Şekil 5.10’da gösterilmiştir.

Kararlılık sınır eğrisi ve açık çevrim birim basamak cevabı için çok iyi olmayan bir eşleşme ortaya çıkmasına rağmen PI-PD kontrolör parametrelerinin optimum değerlerinin, Şekil 5.8’deki grafiklerin kullanılarak tahmin edilebilmesi için yeterli olduğu gözlemlenmiştir.

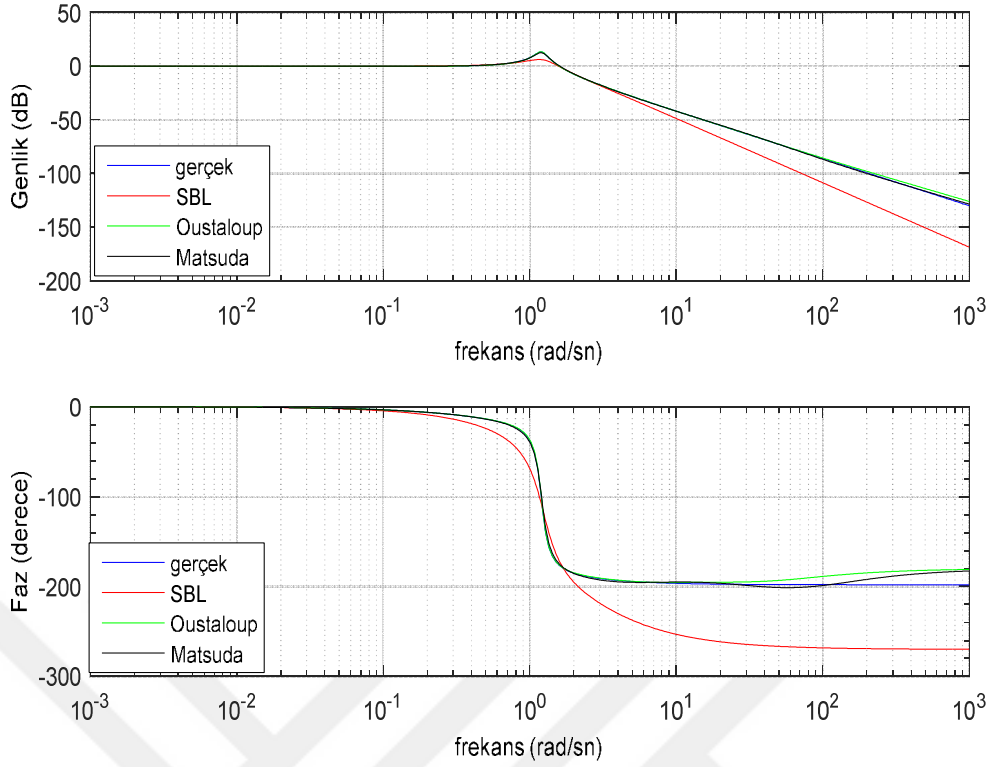


Şekil 5.9. $G_F(s)$, $G_{T2}(s)$, $G_{Oustaloup}(s)$, $G_{Matsuda}(s)$ transfer fonksiyonlarının kararlılık bölgeleri ve seçilen örnekleme noktaları

Şekil 5.11’de ise $G_F(s)$ transfer fonksiyonu ve SBL eşleştirme yöntemi ile elde edilen $G_{T2}(s)$ ’nin, Matsuda yöntemi ve Oustaloup yöntemi ile elde edilen modellerin genlik ve faz cevapları karşılaştırılmıştır.



Şekil 5.10. $G_F(s)$ ve tamsayı yaklaşım yöntemleri kullanılarak elde edilen tamsayı dereceli modeller için açık çevrim birim basamak cevapları



Şekil 5.11. $G_F(s)$ ve tamsayı dereceli yaklaşım modeller için genlik ve faz cevapları (SBL eşleştirme yöntemi için frekans aralığı $\omega \in [0.01, 1.7]$, Matsuda ve Oustaloup yöntemleri için frekans aralığı $\omega \in [0.01, 100]$)

5.3.4. Tamsayı Dereceli Yaklaşım Model Kullanılarak PI-PD Kontrolör Tasarımı

Şekil 5.4'te verilen PI-PD kontrolör yapında kesir dereceli bir sistem transfer fonksiyonu için $C_{PI}(s) = k_c(1 + \frac{1}{T_i s})$ ve $C_{PD}(s) = (k_f + T_d s)$ olacak şekilde ele alınmıştır.

Kesir dereceli sistem fonksiyonu yerine SBL eşleştirme yöntemi ile elde edilen tamsayı yaklaşım modeli $G_{T_2}(s)$ konulursa kapalı çevrim kontrol sisteminin transfer fonksiyonu aşağıdaki denklemde verildiği gibi ele edilir.

$$T_{14}(s) = \frac{kK_p(sT_i + 1)}{s^4T_i + s^3b_2T_i + s^2T_i(b_1 + kT_d) + sT_i(kK_f + kK_p + b_0) + kK_p} \quad (5.40)$$

Burada $k = a_0$ olacak şekilde ele alınmıştır. Zaman ölçeklendirmesini ifade eden $\alpha = (k_p k / T_i)^{1/4}$ parametresinin kullanılması ile ve transfer fonksiyonunun normalize edilmesi için $s_n = s / \alpha$ parametre değişikliğinin yapılması ile [146] elde edilen transfer fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

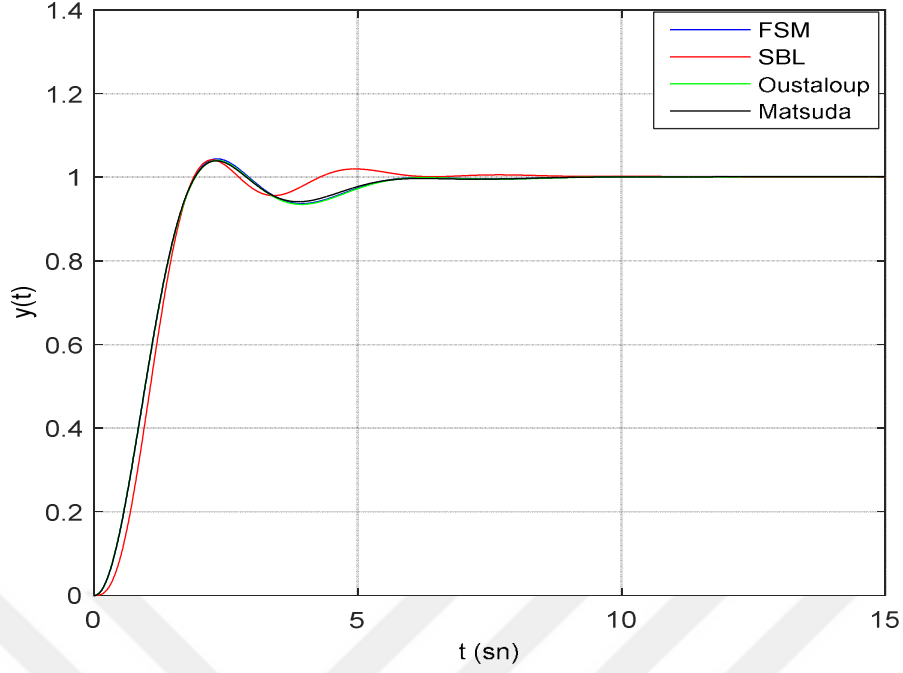
$$T_{14}(s_n) = \frac{(s_n \alpha T_i + 1)}{(s_n^4 + s_n^3 \alpha^{-1} b_2 + s_n^2 \alpha^{-2} (b_1 + k T_d) + s_n \alpha^{-3} (k K_f + k K_p + b_0) + 1)} \quad (5.41)$$

Zaman ölçeği α değerinin seçimi b_2 katsayısının değerine bağlıdır. Şekil 5.8’de verilen optimum değerlerin kullanılabilmesi için uygun bir d_3 değerinin bulunabilmesini sağlayan uygun bir α değeri seçilmelidir [146].

Bu uygulama örneğinde $\alpha = 1.19$ seçilmesi ile $d_3 = 2.5$ değeri elde edilmiş olur. Bu değere karşılık gelen optimum değerler $c_1 = 3.75$, $d_1 = 5$, ve $d_2 = 5.6$ olacak şekilde Şekil 5.8 kullanılarak kolayca bulunabilir. Elde edilen bu değerlerin kullanılması ile PI-PD kontrolörün parametreleri $T_i = 3.15$, $k_p = 1.7$, $k_f = -0.4340$ ve $T_d = 1.3561$ olacak şekilde hesaplanmıştır.

FSM kullanılarak elde edilen gerçek sistem $G_F(s)$ ’nin tasarlanan PI-PD kontrolör kullanılarak elde edilen kapalı çevrim birim basamak cevabı Şekil 5.12’de verilmiştir. Aynı zamanda SBL eşleştirme yöntemi ile elde edilen $G_{T_2}(s)$ ’nin ve Oustaloup ve Matsuda yöntemleri ile elde edilen $G_{Oustaloup}(s)$ ’in, $G_{Matsuda}(s)$ ’in aynı PI-PD parametrelerinin kullanılması ile elde edilen kapalı çevrim birim basamak sistem cevabı da Şekil 5.12’de verilmiştir.

Elde edilen tamsayı yaklaşım model transfer fonksiyonu $G_{T_2}(s)$ ’nin derecesinin $G_{Oustaloup}(s)$ ve $G_{Matsuda}(s)$ transfer fonksiyonlarının derecelerinden oldukça düşük olduğu düşünüldüğünde önerilen tasarım tekniği ile elde edilen birim basamak cevabının kabul edilebilir düzeyde olduğu sonucu çıkarılabilir. Ayrıca Oustaloup ve Matsuda transfer fonksiyonları standart form için uygun değildir ve bu fonksiyonları kullanarak tasarım yapılamaz.



Şekil 5.12. $G_F(s)$, $G_{T2}(s)$, $G_{Oustaloup}(s)$, $G_{Matsuda}(s)$ transfer fonksiyonları ile PI-PD kontrolör parametrelerinin kullanılması sonucu elde edilen kapalı çevrim kontrol sisteminin birim basamak cevapları

5.4. Sonuçlar

Bölüm 5.2’de FSM metodu ile elde edilen hata fonksiyonunun kullanılması ile yeniden tanımlanan integral performans kriterlerinin optimizasyonuna dayalı bir $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolör tasarımı sunulmuştur. Önerilen tasarım yönteminde 5 parametrenin optimizasyonunun yapıldığı göz önünde bulundurulduğunda, rastgele başlangıç değerleri kullanılarak yapılacak bir optimizasyonun hatalı sonuçlar verme olasılığının artacağı söylenebilir. Fakat önerilen tasarım tekniğinde başlangıç değerleri tamsayı bir PID kontrolörün optimizasyonuna dayalı seçildiğinden dolayı daha anlamlı ve fiziksel olarak daha kolay doğru sonucu bulmaya sebebiyet verecektir.

En önemli husus ise kesir dereceli sistemlerin birim basamak cevaplarını FSM ile elde ettikten sonra tanımlanan hata fonksiyonlarının en doğru değerler ile integral performans kriterlerinin hesaplamalarında kullanılacağı ve birçok yaklaşım metodu kullanan zaman bölgesi tasarım tekniklerinin yanında daha doğru sonuçlar vereceği düşünülmektedir.

Tezin bu bölümünde yapılan çalışmanın, literatürde zaman bölgesinde yapılacak olan tasarım teknikleri üzerine yapılan çalışmalara, doğru birim basamak cevabının kullanılması ile doğru hata fonksiyonunun elde edilmesi hususunda oldukça katkı sağlayacağı beklenmektedir.

Bölüm 5.3'te ise standart form yapısı kullanılarak kesir dereceli bir transfer fonksiyonu için bir PI-PD kontrolör tasarım tekniği sunulmuştur. Bunun için SBL eşleştirme yöntemini direkt uygulayarak standart form yapısını oluşturmaya uygun düşük dereceli tamsayı dereceli bir yaklaşım modeli elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlar, bir PI-PD kontrolör tasarımının SBL eşleştirme yöntemi ile oluşturulan tamsayı dereceli bir modelin kullanılması ile gerçekleştirilebileceğini göstermektedir. Önerilen yöntemin, kesir dereceli sistemler için tamsayı dereceli kontrolör tasarımında yararlı olabileceği düşünülmektedir.

6. TERS SARKAÇ KONTROL SİSTEMİ ÜZERİNDE SBL EŞLEŞTİRME YÖNTEMİ KULLANILARAK $PI^{\lambda}D^{\mu}$ KONTROLÖR TASARIMI

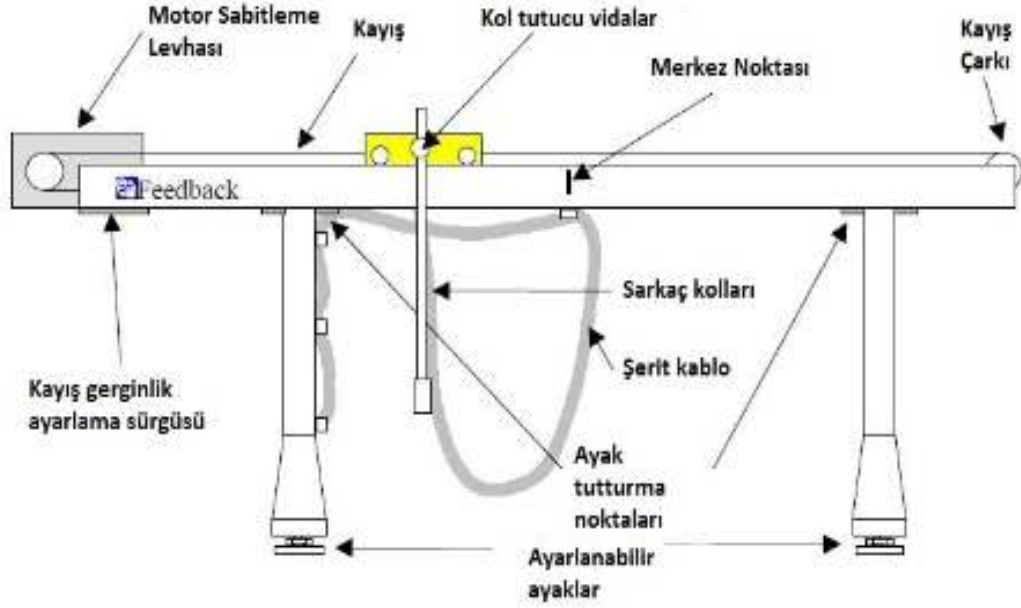
6.1. Giriş

Tezin bu bölümünde, Bölüm 2’de sunulan SBL eşleştirme yöntemi kullanılarak $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolör tasarımı gerçekleştirilmiş ve ters sarkaç sistemi üzerinde deneysel olarak uygulamaları yapılmıştır. SBL yöntemi, tamsayı yaklaşım modeli ile teorik $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolörün iyi bir kararlılık bölgesi uyumu sağlayabilmesi için kullanılmıştır. Buna ek olarak elde edilen sonuçlar, PID kontrolör kullanıldığında elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır.

Doğrusal olmayan ve kararsız sistemler sınıfına giren ters sarkaç sistemleri, robot kolu, uçak ve roket gibi sistemlere alt model olduğu için kontrol mühendisliği alanında yaygın bir şekilde kullanılmaktadır [149–151]. Özellikle kararsız tepe noktasında sarkacı yukarda tutup sistemi kararlı hale getirmek için yapılan çalışmalar çeşitli algoritmaların geliştirilmesine yol açmıştır [150]. Bu bağlamda örnek olarak yapay sinir ağlarının kullanıldığı kontrol algoritmaları, kural tabanlı algoritmalar, doğrusal quadratik kontrol ve kayma kipli kontrol algoritmalarından bahsedilebilir [152]. Kontrol mühendisliğinde birçok alanda olduğu gibi, basit kullanımı ve iyi performans sergilemesinden dolayı PID kontrolör ters sarkaç sistemlerinin kontrolünde de oldukça tercih edilmektedir [153,154]. $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolörün realizasyonu zor olduğundan dolayı tamsayı yaklaşım yöntemlerinin kullanılması gerekmektedir. Bu tez çalışmasında da SBL eşleştirme yöntemi kullanılarak tamsayı yaklaşım modeli elde edilmiştir. Elde edilen yaklaşım yöntemi bu bölümde ters sarkaç kontrolünde uygulanmıştır.

6.2. Ters Sarkaç Sistemi

Bir araba üzerinde monte edilmiş ters sarkaç sistemi, kararlı ve kararsız denge noktalarına sahiptir ve doğrusal olmayan kontrol uygulamalarında deneysel olarak kullanılan sistemlerden birisidir. Bu tez çalışmasında yapılan uygulamalar için Şekil 6.1’de gösterilen Feedback firmasının üretmiş olduğu 33-200 kodlu model olan ters sarkaç sistemi kullanılmıştır.

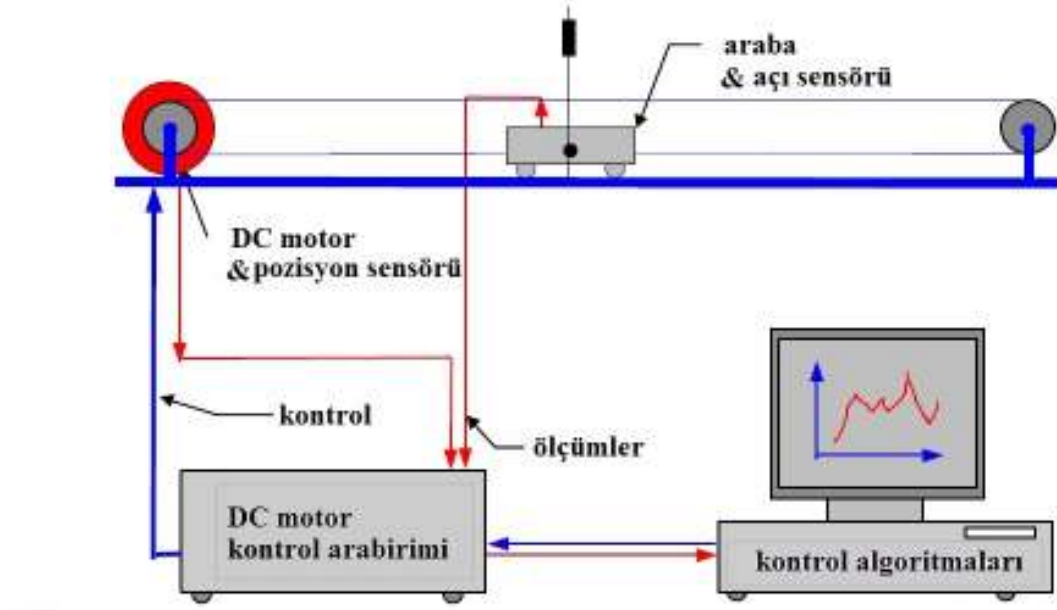


Şekil 6.1. Ters sarkaç sistemi [155]

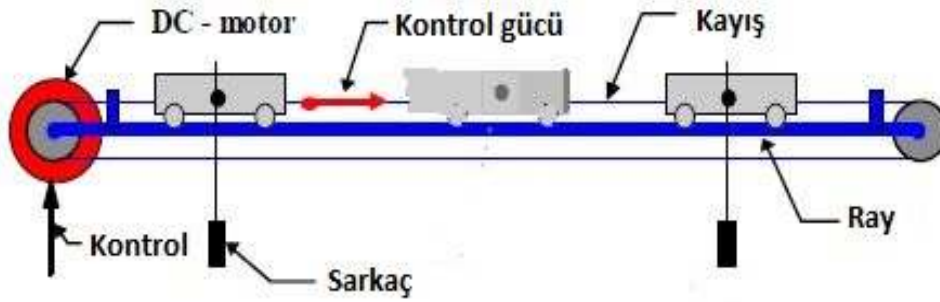
Şekil 6.1’de gösterilen ters sarkaç sistemi bir ray üzerinde DC motor kullanılması ile sağa ve sola hareket eden bir araba ve arabanın iki tarafına monte edilmiş aşağıya ve yukarıya serbest bir şekilde hareket eden iki tane sarkaç kolundan oluşmaktadır. Buna ek olarak, bir DC motor kontrol arabirimin kullanılması ile bilgisayar ve ters sarkaç sistemi arasındaki iletişim sağlanmaktadır. DC motora bağlı olan bir kayış yardımı ile araba hareket edebilmektedir.

Sistemde kullanılan arabanın DC motor yardımı ile ray üzerinde sağa ve sola hareket etmesi, sarkaç kollarının sağa ve sola salınımını ve dik bir pozisyonda dengede kalmasını sağlamaktadır. Ters sarkaç kontrol sistemine ait blok şeması Şekil 6.2’de, sistemdeki sarkaç-araba yerleşimi ise Şekil 6.3’te verilmiştir.

Şekil 6.2’de görüldüğü üzere iki tane sensörün kullanılması ile ters sarkaç sistemindeki araba konumu ve sarkaç açısı ölçülebilmektedir. Araba konumunu ölçmek için kullanılan sensör, motorun sürücü şaftında bulunan bir ışık kaynağı, ışık dedektörü ve optik kodlayıcıdan oluşmaktadır. Sarkaç açısını ölçmek için kullanılan sensör ise araç üzerindeki dönme noktasına bağlıdır ve açı bilgisi optik kodlayıcıların kullanılması ile ölçülmektedir.



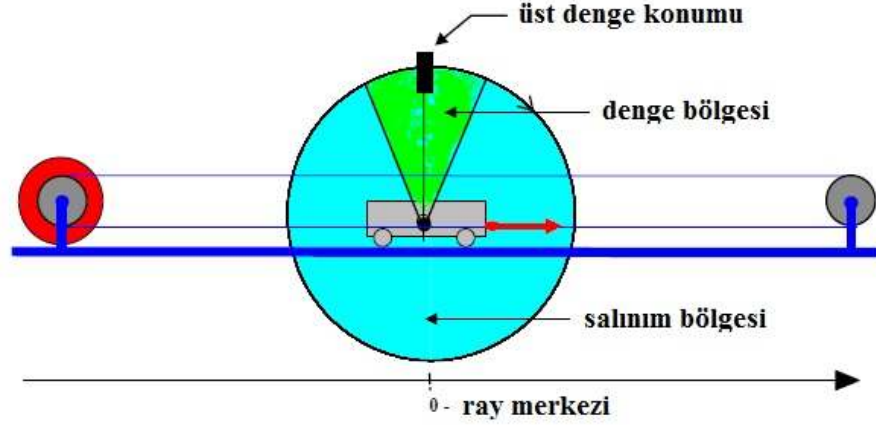
Şekil 6.2. Ters sarkaç kontrol sistemi blok şeması [156]



Şekil 6.3. Ters sarkaç-araba yerleşimi şeması [156]

Araba belirli bir konum aralığı içerisinde hareket edebilir ve hareket mesafesi sınır anahtarlarının ayarlanması ile belirlenmektedir. Araba sınır anahtarlarına çarptığı zaman belirlenen mesafenin dışına çıkmış olur ve sistem otomatik olarak devre dışı kalır.

DC motor ara birimi ve bilgisayar ise sistemin diğer bileşenlerini oluşturmaktadır. DC motor ara birimi, sistemin mekanik kısmı ile bilgisayar arasında bulunur. Sensör verilerinin bilgisayara aktarılmasını ve bilgisayarda ortamında oluşturulan kontrol algoritmalarının kullanılması ile hesaplanan kontrol sinyalinin sürücü motora uygulanmasını sağlar. Bilgisayar PCI kart bölümünde bulundurduğu bir veri işleme kartı sayesinde ara birime bağlanmaktadır. Sistemde kullanılan veri işleme kartı 16 bit çözünürlükte 33-936I serisi Advantech PCI 1711 model bir karttır [155].

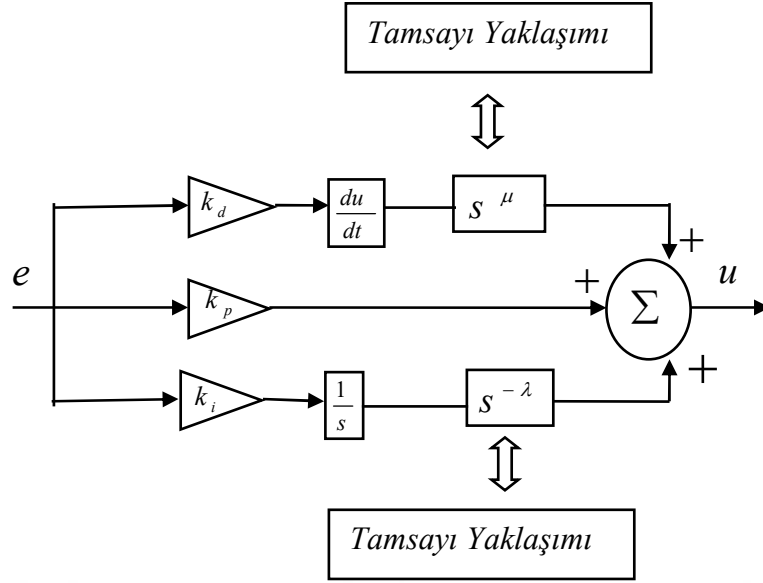


Şekil 6.4. İki kontrol algoritması için çalışma bölgesi [156]

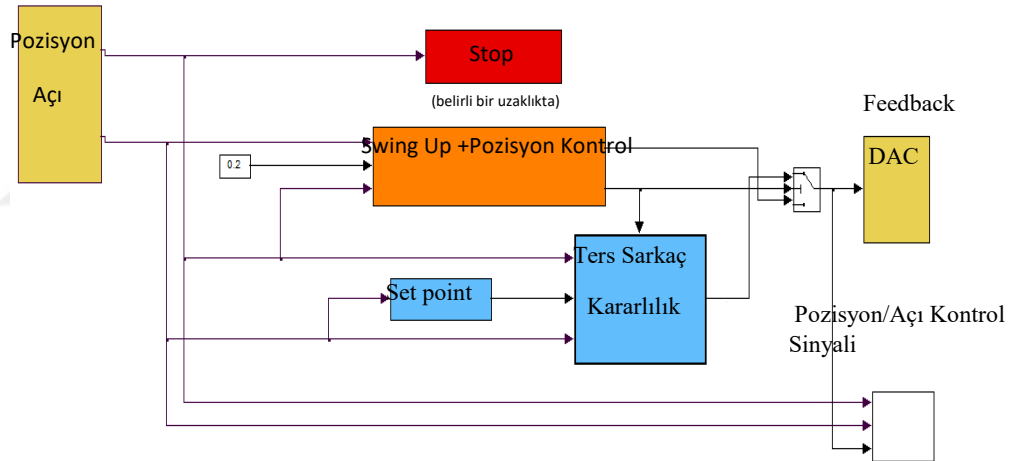
Sistem kontrolü belirli açı sınırları içinde doğrusallaştırılmış ters sarkaç sistem modeli kullanılarak yapılmaktadır. Sistemin kontrolü için kullanılan algoritmalar iki farklı görev üstlenmiştir. Bu algoritmalarından biri Şekil 6.4'te gösterilen salınım bölgesi algoritmasıdır. Bu aralık içerisinde kontrolör devreye girmez. Bu algoritmanın amacı sistemin doğrusal olduğu açı bölgesine sarkaçları getirebilmektir. Bu durum DC motor ile ileriye ve geriye hareket ettirilen araba ile sağlanmaktadır. İkinci algoritma ise denge bölgesi algoritması olarak tanımlanır. İlk algoritma ile denge bölgesine getirilen sarkaç kollarının kontrolü için tasarlanan kontrolörler devreye girer ve sarkaçların yukarıdaki denge noktasında dengede kalmasını sağlanmış olur.

6.3. Sayısal Ters Sarkaç Kontrol Sistemi Üzerinde Uygulama

Tezin bu bölümünde, Feedback firması tarafından üretilen sayısal ters sarkaç kontrol sistemi üzerinde SBL eşleştirme yöntemi kullanılarak pratik bir uygulama yapılmıştır. Daha öncede belirtildiği üzere s^μ ve $s^{-\lambda}$ operatörlerin direkt olarak Matlab programında simülasyonlarının yapılması veya donanımsal olarak realizasyonu oldukça zor olduğundan dolayı yerine SBL eşleştirme yöntemi ile elde edilen tamsayı yaklaşım modelleri kullanılmıştır. $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörün simülasyonda gerçekleştirilmesi için kullanılan yapı Şekil 6.5'te gösterilmiştir.



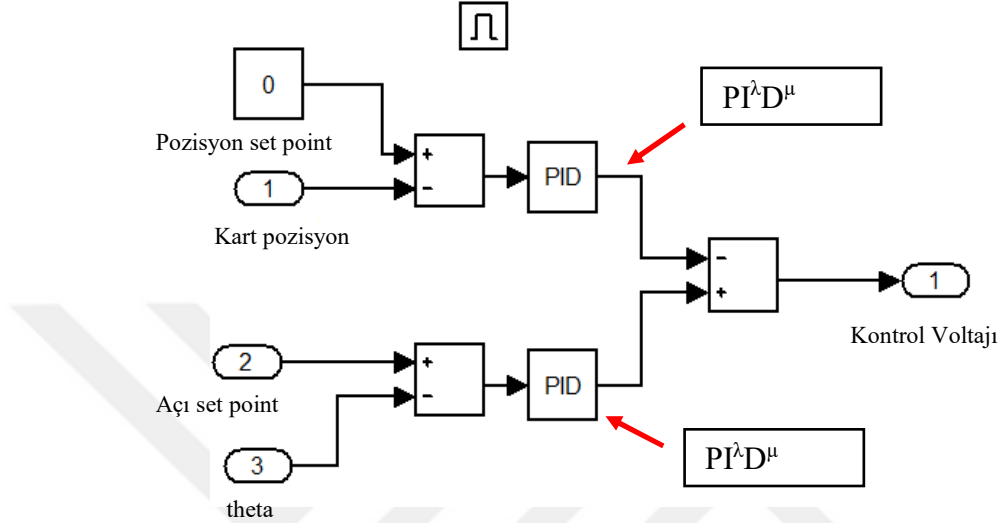
Şekil 6.5. Kesir dereceli kontrolör yapısı



Şekil 6.6. Feedback firmasının üretmiş olduğu ters sarkaç kontrol sisteminin gerçek zamanlı kontrolünün Simulink modeli [156]

Şekil 6.6’da sarkaç salınım kontrolünü yapacak olan blok ve sarkaç kollarının yukarı konumda dengede tutacak kontrolör blokları gösterilmiştir. Ters sarkaç sisteminde açı modeli doğrusal olmayan bir yapıya sahiptir. Bunun için sistemin doğrusal karakterde çalıştığı açı aralığında kontrol edilme işlemlerinin yapılması gerekmektedir. Bu aralık firma tarafından 0.2 radyan olarak tanımlanmıştır. Kontrol algoritmasının devreye girebilmesi için sarkaç salınımının kontrolünü gerçekleştiren blok sarkaç kollarının 0.2 radyan aralığına girmesi gerekmektedir. Sistemde DC motorun kullanılması ile sarkaç kollarının bu aralığa girmesi sağlanmış olur. Bu

şartların sağlanması neticesinde salınım kontrolü durmakta ve Şekil 6.7’de verilen pozisyon ve açı kontrolü için oluşturulmuş kontrol sistemi bloğu devreye girmektedir. Şekil 6.7’de gösterilen ters sarkaç kararlılık blok yapısına ait alt sistemlerde, pozisyon ve açı kontrolünü gerçekleştirmede kullanılan 2 adet türev filtreli PID kontrolör bloğu bulunmaktadır.



Şekil 6.7. Ters sarkaç kararlılık bloğu altında pozisyon ve açı kontrolünü gerçekleştirmek için kullanılan PID kontrolör blokları [156]

Feedback firması tarafından sistem kontrolü için tavsiye edilen PID kontrolörlerin parametreleri şu şekildedir;

- pozisyon kontrolü için $k_p = 7$, $k_i = 0.5$ ve $k_d = 4$
- açı kontrolü için $k_p = 25$, $k_i = 0.2$ ve $k_d = 1.5$

Şekil 6.7’de verilen simulink modelde gösterildiği üzere Feedback firması tarafından verilen k_p , k_i ve k_d parametre değerlerini değiştirmeden, PID kontrolörler yerine Denklem 6.1 ve 6.2’de verilen $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörü kullanılsın.

$$\text{Pozisyon kontrolü için; } C(s)_p = 7 + \frac{0.5}{s^{\lambda_p}} + 4s^{\mu_p} \quad (6.1)$$

$$\text{Açı kontrolü için; } C(s)_a = 25 + \frac{0.2}{s^{\lambda_a}} + 1.5s^{\mu_a} \quad (6.2)$$

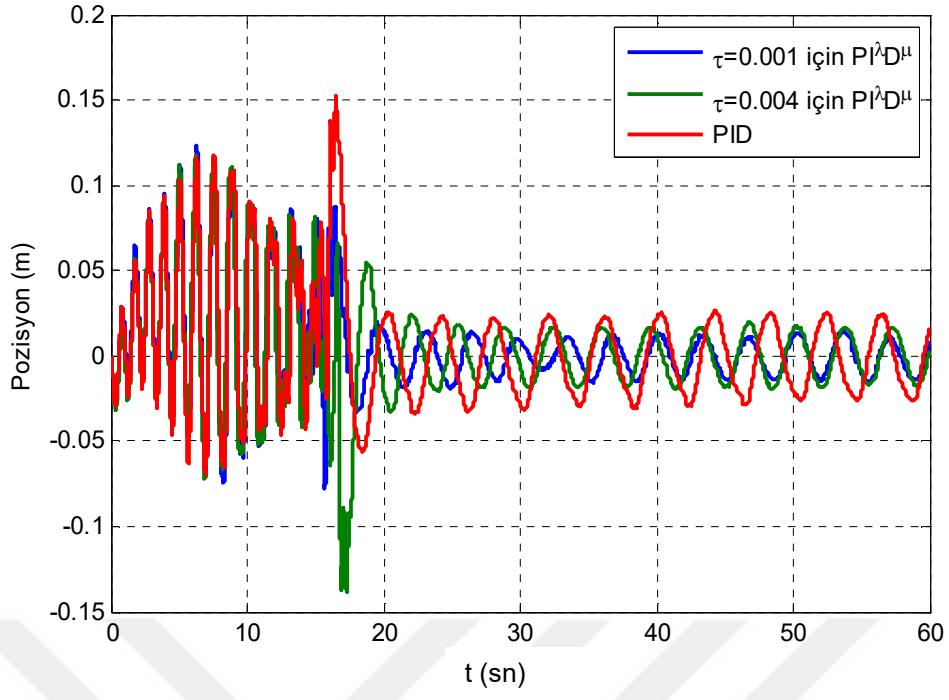
Şekil 6.5'te verilen $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör yapısını Şekil 6.7'de gösterilen bloklarda kullanabilmek için s'' ve $s^{-\lambda}$ kesir dereceli operatörlerin tamsayı yaklaşım modellerinin elde edilmesi gerekmektedir. Bölüm 2'de elde edilmiş olan Tablo 2.4'te verilen kesir dereceli operatörlerin tamsayı yaklaşımları kullanılarak istenilen $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörler Matlab Simulink programında gerçekleştirilmiş olur.

Şekil 6.7'de verilen kontrol şeması ve Tablo 2.4'te verilen tamsayı yaklaşım modelleri ters sarkaç kontrol sistemi üzerinde kullanılarak çeşitli testler yapılmış ve birçok pozisyon, açı ve kontrol sinyali cevapları elde edilerek değerlendirilmiştir. Yapılan deneylerde kontrol sinyalinin genliğinin büyük olduğu gözlemlendiği için pozisyon ve açı kontrolörlerinde bulunan türevsel kazanç elemanına $1/(\tau s + 1)$ olacak şekilde 1. dereceden alçak geçiren bir filtre eklenmiş ve yüksek genlik oluşturan sinyal kontrol altına alınmıştır.

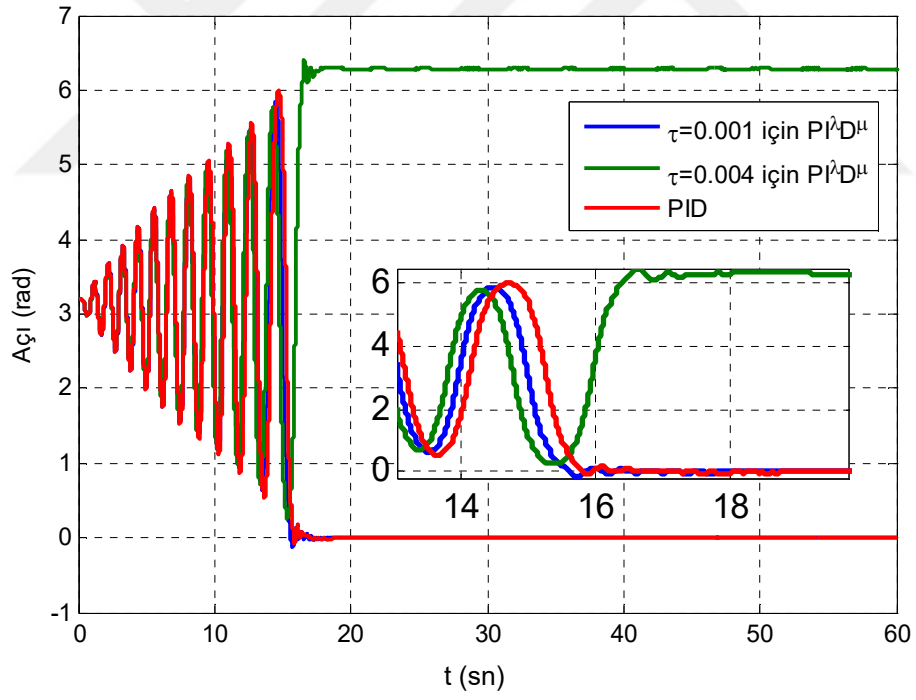
Yapılan deneylerin neticesinde pozisyon kontrolü için $\lambda p = 0.1$ ve $\mu p = 0.9$, açı kontrolü için $\lambda a = 0.1$ ve $\mu p = 0.9$ ve alçak geçiren filtre zaman sabiti $\tau = 0.001$ olarak ele alındığında iyi sonuçların gözlemlendiği tespit edilmiştir. Buna göre, önerilen SBL yaklaşım yönteminin kullanılması ile elde edilen tamsayı yaklaşım modellerinin kullanıldığı yaklaşık $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörün, firmanın önermiş olduğu PID kontrolöre göre kıyasla daha iyi bir kontrol performansı verdiği söylenebilir.

Şekil 6.8, 6.9 ve 6.10'da önerilen yöntemin kullanıldığı $PI^\lambda D^\mu$ ile firmanın önermiş olduğu PID kontrolörün pozisyon, açı ve kontrol sinyali cevapları $\tau = 0.001$ ve $\tau = 0.004$ filtre parametreleri kullanıldığı durum için gösterilmiştir. Filtre zaman sabiti değerinin artması neticesinde kontrol sinyalinin genliği düşmüştür fakat sistem performansı olumsuz yönde etkilenmiştir.

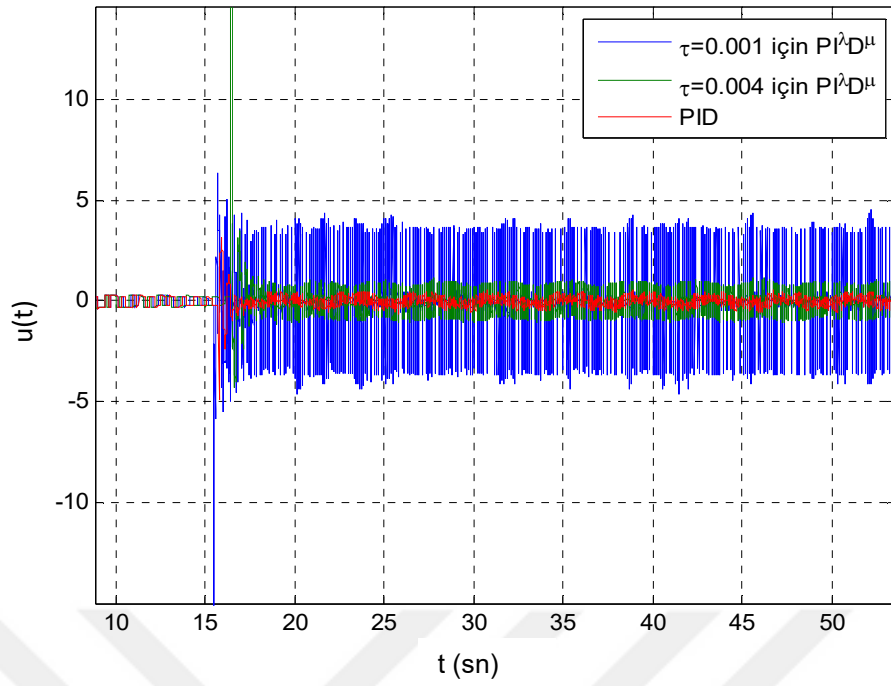
Yapılan deneylerin sayısal sonuçları Tablo 6.1'de verilmiştir. Bu tabloda açı kontrolü için yerleşme süresi açının 0.1 radyan sınırı için, pozisyon kontrolü için yerleşme süresi mesafenin 0.025 m sınırı için grafikler üzerinden hesaplanmıştır. Programın algoritması gereği kontrolörler açının 0.2 radyan değerinde devreye girdiğinden, açı maksimum hatası 0.2 radyan olmaktadır.



Şekil 6.8. Pozisyon Cevapları



Şekil 6.9. Açı Cevapları



Şekil 6.10. Kontrol Sinyali Cevapları

Tablo 6.1. $PI^\lambda D^\mu$ ve PID kontrolörlerinin performans karşılaştırmaları

	$\tau = 0.001$ için $PI^\lambda D^\mu$		$\tau = 0.004$ için $PI^\lambda D^\mu$		PID	
	Max. Hata	Yerleşme Süresi (sn)	Max. Hata	Yerleşme Süresi (sn)	Max. Hata	Yerleşme Süresi (sn)
Açı (rad)	0.2	16.04	0.2	16.97	0.2	16.18
Pozisyon (m)	0.014	16.69	0.020	19.36	0.026	20.49

Bu deneysel çalışmada, ters sarkaç sisteminin açı ve pozisyon kontrolünü gerçekleştirmek için PID kontrolör yerine $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör kullanılmıştır. $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörünün türev ve integral operatörleri için Bölüm 2’de geliştirilen SBL tamsayı yaklaşım yöntemi kullanılmasına rağmen k_p , k_i , k_d , λ ve μ parametrelerini tanımlamak için herhangi bir tasarım yöntemi kullanılmamıştır. λ ve μ parametrelerinin değerleri deneme yanılma yöntemi kullanılarak yapılan birçok test sonucunun değerlendirilmesi ile elde edilmiştir. Herhangi bir ayarlama algoritması

kullanılmasa da, $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolörün kullanılması ile elde edilen sonuçların klasik PID kontrolöre göre eşit ya da daha iyi performans sergilediği gözlemlenmiştir. Dolayısıyla önerilen tamsayı yaklaşım yönteminin uygulanabilirliği test edilmiştir. Eğer herhangi bir kontrolör tasarım veya ayarlama tekniği kullanılarak $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolörünün bütün parametreleri birlikte hesaplanabilirse daha başarılı sonuçlar elde edilebileceği söylenebilir.

6.4. Sonuçlar

Tezin bu bölümünde, kesir dereceli operatörler için geliştirilmiş olan SBL tamsayı yaklaşım yönteminin gerçek zamanlı bir ters sarkaç kontrol sistemi üzerinde $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolörü için uygulandığında oluşacak durumları incelemek için deneysel bir çalışma yapılmıştır.

$PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolörün SBL'sinin eşleştirilmesine bağlı yaklaşık bir eşdeğer modelin elde edilmesi ile kararlılık bakımından teorik $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolörün pratik anlamda daha iyi karakterize edilebilmesi hedeflenmiştir. Kesir dereceli operatörler için elde edilen yaklaşık tamsayı modellerinin kullanılması ile elde edilen PID kontrolör modelleri, Feedback firmasının üretmiş olduğu ters sarkaç sistemi üzerinde test edilmiş ve klasik PID kontrolör ile karşılaştırılarak kontrol performansı değerlendirilmiştir.

Yapılan testler sonucunda, $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolörün daha iyi performans sergileyebileceği görülmüştür. Aynı zamanda, sistem performansının kontrol sinyalinin genlik değerinin artması ile beraber iyileştiği de tespit edilmiştir. Ancak kontrol sinyalinin genliğinin büyük olması istenilen bir durum değildir ve bu durumu düzeltmek için $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolörüne türev filtresi eklenmiştir. Bunun neticesinde ise, kontrol sinyal genlik değeri düşmüş fakat sistemin kontrol performansının olumsuz bir şekilde etkilendiği açı ve pozisyon cevaplarında gözlemlenmiştir.

7. SONUÇ VE ÖNERİLER

7.1. Bu Tez Çalışmasında Elde Edilen Sonuçlar

Bu tez çalışmasında kesir dereceli kontrol sistemlerinde kullanılmak üzere yeni bir tamsayı yaklaşım yöntemi önerilmiş ve çeşitli tasarım teknikleri geliştirilerek kontrol uygulamaları yapılmıştır.

Bu tezde yapılan çalışmalar şu şekilde özetlenebilir;

- 1) Kesir dereceli kontrol sistemlerinin tarihçesi, matematiksel altyapısı ve kontrol mühendisliğinde yapılan çeşitli uygulamaları hakkında özet bir literatür bilgisi verilmiştir.
- 2) SBL yönteminin kullanılması ile kesir dereceli operatörler için tamsayı yaklaşım modellerinin elde edilmesini sağlayan ve “SBL eşleştirme yöntemi” adı verilen yeni bir yöntem literatüre kazandırılmıştır. Kesir dereceli sistemlerin kararlılık özelliklerinin tamsayı yaklaşım modellerinde benzer şekilde karakterize edilebilmesi için böyle bir yöntem üzerinde durulmuştur. Elde edilen sonuçlar neticesinde SBL eşleştirme yöntemi kullanılarak tanımlanan tamsayı yaklaşım modellerinin kararlılık, zaman ve frekans cevabı açısından iyi sonuçlar verdiği gösterilmiştir.
- 3) Zaman gecikmesinin büyük olduğu sistemlerde kullanılması tercih edilen Smith öngörücüsü konfigürasyonunun kararlılığı konusunda araştırmalar yapılmıştır. Smith yapı için, SBL analiz yönteminin kullanılması ile bütün kararlı PI ve PID kontrolörlerini içeren kararlılık bölgeleri elde edilmiştir. Sistemde PI kontrolör kullanıldığı zaman elde edilebilen FOPDT model için kararlılık bölgeleri kullanılarak farklı bir model tanımlama yöntemi sunulmuştur. Yapılan simülasyon örnekleri ile önerilen yöntemin kararlılık bölgelerinin benzeşmesi bakımından iyi sonuçlar verdiği gösterilmiştir.
- 4) SBL eşleştirme yöntemi, Smith yapısında kullanılan FOPDT ve SOPDT modellerinin elde edilmesine yönelik yeni bir model tanımlama tekniği olarak uygulanmış ve böylece SBL eşleştirme yönteminin tamsayı sistemler için de modellemede kullanılabileceği gösterilmiştir. Smith öngörücüsü yapısında gerçek sistemin kesir dereceli olduğu varsayılarak SBL eşleştirme yönteminin uygulanması ile tamsayı dereceli FOPDT ve SOPDT modelleri de elde edilmiştir. İyi performans

veren birim basamak cevaplarının elde edilmesi neticesinde önerilen yöntemin uygulanabilirliği test edilmiştir.

5) Haberleşme kanalı özelliklerinden yola çıkarak kapalı çevrim kontrol sistemlerinde gürültü bastırma performansını değerlendirmek için RDR olarak adlandırılan bir ölçüt geliştirilmiştir. Matematiksel derivasyonlar neticesinde RDR değerinin sadece kontrolör parametrelerine bağlı olduğu ortaya konmuştur.

6) RDR performansından yola çıkarak PID ve $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolör tasarım kriterleri oluşturulmuş ve yapılan simülasyon örnekleri ile teorik bulguların doğruluğu ispatlanmıştır. Ayrıca, SBL analiz ile RDR analizi yöntemlerinin beraber kullanılması ile bir PID kontrolör tasarım stratejisi geliştirilmiştir. Kararlılık bölgelerinden yola çıkarak RDR spektrumunun minimum ve maksimum sınırları belirlenmiş ve çeşitli kontrolörler için RDR analizleri yapılarak değerlendirilmiştir.

7) RDR ölçütünün kullanılması ile PI^{λ} kontrolörler için gürültü bastırma özellikleri analiz edilmiş ve SBL analiz yöntemi ile elde edilen kararlılık bölgelerinden yola çıkarak bir tasarım prosedürü sunulmuştur. Sonuç olarak, herhangi bir kontrolör tasarımı gerçekleştirirken gürültü bastırma performansı kapasitesini ölçen RDR ölçütü, bir kriter olarak kullanılmak üzere literatüre kazandırılmıştır.

8) Kesir dereceli kontrol sistemlerinde daha doğru birim basamak cevabı elde edilmesini sağlayan Fourier Serisi Metodu kullanılarak daha doğru hata fonksiyonları elde edilmiştir. Elde edilen hata fonksiyonlarının kullanılması ile de ISE, ISTE ve IST^2E performans kriterleri daha doğru formülize edilmiştir. Bu performans kriterlerinin kullanılması ile parametrik optimizasyona dayalı bir $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolör tasarım yöntemi sunulmuştur. Daha doğru birim basamak cevaplarının elde edilmesi neticesinde, FSM'ye dayalı hata fonksiyonu ve performans kriterlerinin, farklı optimizasyon tekniklerinde de kullanılabileceği ve bu bağlamda da literatüre oldukça katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

9) SBL eşleştirme yönteminin direkt kullanılması ile kesir dereceli bir sistem için standart form yapısına dayalı PI-PD kontrolör tasarımı gerçekleştirilmiştir. Model düşürme yöntemlerinin kullanılması zorunlu olan diğer tamsayı yaklaşım yöntemlerinin aksine SBL eşleştirme yöntemi operatör bazlı değil kesir dereceli transfer fonksiyonunun tamamına bir kere de uygulanarak standart form yapısı oluşturulmuştur. Literatürde, kesir dereceli kontrol sistemleri için standart forma

dayalı tasarım tekniklerinde kullanılmak üzere bir yaklaşım tekniği geliştirildiği düşünülmektedir.

10) Feedback firması tarafından üretilen ters sarkaç sistemi üzerinde gerçek zamanlı bir uygulama yapılarak SBL eşleştirme yönteminin kullanılması ile bir $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolör tasarımı gerçekleştirilmiş ve firmanın önermiş olduğu PID kontrolör ile karşılaştırmaları yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kontrolörün iyi performans sergilediğini göstermiştir.

7.2. Gelecekte Yapılabilecek Çalışmalar İçin Öneriler

1) Bu tez çalışmasında lineer denklem sistemine dayalı çözüm tekniği ile oluşturulan SBL eşleştirme yöntemi, farklı optimizasyon teknikleri ya da eğri uydurma teknikleri kullanılarak yeniden yorumlanabilir. Elde edilen yeni yöntemin kullanılması ile farklı modellemeler gerçekleştirilebilir.

2) SBL eşleştirme yöntemi geliştirilerek gerçek sistemler için kesir dereceli modellerin elde edilmesi üzerine çalışmalar yapılabilir. Elde edilen sistem modellerinin kararlılık analizinden yola çıkarak gerçek sistemlerin kararlılığı hakkında geniş çaplı araştırmalar yapılabilir.

3) Smith öngörücüsü yapısı için yapılan kararlılık analizleri kesir dereceli FOPDT ve SOPDT modellerin kullanılması ile yeniden analiz edilebilir. Konfigürasyonda kullanılmak üzere, kesir dereceli modellerin elde edilmesi için farklı yaklaşım teknikleri üzerinde çalışılabilir. PI ve PID kontrolörler dışında PI^{λ} ve $PI^{\lambda}D^{\mu}$ kullanıldığı durumlar için kararlılık analizleri yapılarak yeni tasarım tekniklerinin geliştirilmesi üzerine çalışmalar yapılabilir.

4) RDR analizi kullanılarak farklı kontrolör tasarımları gerçekleştirebilir. Optimizasyon tekniklerinden yola çıkarak RDR kriteri tabanlı bir hedef fonksiyonu oluşturularak gürültü bastırma özelliği hususunda minimizasyon problemleri geliştirilip çözülebilir. SBL analiz yöntemi ile elde edilen kararlılık bölgesinde en iyi kontrolörü arayan algoritmalar geliştirilerek RDR kriteri ile beraber farklı tasarım teknikleri geliştirilebilir.

5) FSM ile elde edilen ISE, ISTE ve IST^2E performans kriterlerinin kullanılması ile yapılan optimizasyon işlemleri farklı performans indeksleri için de yapılabilir. Hatta FSM ile elde edilen hata fonksiyonlarından yola çıkarak farklı performans kriterleri

geliştirilebilir. Farklı optimizasyon algoritmaları veya yapay sinir ağları gibi teknikler kullanılarak elde edilen performans kriterleri minimize edilerek daha iyi sonuçlar elde edilebilir. Literatürde bulunan farklı optimal PI^λ ve $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör tasarım teknikleri ile karşılaştırmaları yapılarak önerilen yöntemin performansı daha geniş bir ölçekte değerlendirilebilir. Ayrıca kesir dereceli sistem transfer fonksiyonları için de PI^λ ve $PI^\lambda D^\mu$ kontrolör tasarımları, önerilen yöntemler uygulanarak gerçekleştirilebilir.

6) SBL eşleştirme yöntemi kullanılarak standart forma dayalı PI, PD ve PID tasarımları gerçekleştirilebilir. Bunlara ek olarak kesir dereceli sistemlerde PI^λ ve $PI^\lambda D^\mu$ kontrolörler kullanıldığı durumda standart formlar geliştirilip performans kriterlerine dayalı optimizasyonlar ile farklı tasarımlar gerçekleştirilebilir.

7) Gerçek zamanlı çalışan ters sarkaç sistemi için geliştirilmiş SBL eşleştirme yöntemi kullanılarak kararlılık uyumu gösterecek kesir dereceli modeller elde edilebilir. Bu tez çalışmasında önerilen kesir derecelerinin ayarlanmasına yönelik tasarım tekniği literatürde bulunan kontrolör kazanç parametreleri ayarlama teknikleri ile birleştirilerek daha gelişmiş tasarım yöntemleri geliştirilebilir. Ters sarkaç sistemleri için SBL yöntemi ile RDR analiz yöntemi bir arada kullanılarak gürültüye dayanıklı ve kararlı kesir dereceli modellerinin yanında farklı tamsayı dereceli modellerinin de elde edilmesi sağlanabilir.

KAYNAKLAR

- [1] R. Caponetto, G. Dongola, L. Fortuna, I. Petras, *Fractional order systems: modeling and control applications*, World Scientific, Singapore, 2010.
- [2] Y.Q. Chen, I. Petras, D. Xue, Fractional order control-a tutorial, in: 2009 American Control Conference, Hyatt Regency Riverfront, St. Louis, MO, USA, (2009) pp. 1397–1411.
- [3] C.A. Monje, Y.Q. Chen, B.M. Vinagre, D. Xue, V. Feliu, *Fractional-order systems and controls-“fundamentals and applications,”* Springer-Verlag, London, 2010.
- [4] K.S. Miller, B. Ross, *An introduction to the fractional calculus and differential equations*, John Wiley&Sons, Inc., Newyork, 1993.
- [5] S.G. Samko, A.A. Kilbas, O.I. Marichev, *Fractional integrals and derivatives*, Yverdon: Gordon and Breach Science Publishers, 1993.
- [6] S. Das, *Functional fractional calculus for system identification and controls*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.
- [7] K.B. Oldham, J. Spanier, *Fractional calculus: theory and applications of differentiation and integration to arbitrary order*, New York-London: Academic Press, 1974.
- [8] R. Matusu, *Application of fractional order calculus to control theory*, **Intern. Journ. Math. Mod. Meth. Appl. Sci.**, 5:7 (2011) 1162–1169.
- [9] I. Petras, *Stability of fractional-order systems with rational orders: a survey*, **Fract. Calc. Appl. Anal.**, 12:3 (2009) 269–298.
- [10] I. Podlubny, *Fractional differential equations*, Academic Press, San Diego, 1999.
- [11] C. Ma, Y. Hori, *Fractional-order control: theory and applications in motion control*, **IEEE Ind. Electron. Mag.**, Winter (2007) 6–16.
- [12] M. Caputo, F. Mainardi, *A new dissipation model based on memory mechanism*, **Pure Appl. Geophys. Pageoph**, 91:1 (1971) 134–147.
- [13] C. Hwang, Y.C. Cheng, *A numerical algorithm for stability testing of fractional delay systems*, **Automatica**, 42:5 (2006) 825–831.
- [14] B.M. Vinagre, V. Feliu, J.J. Feliu, Frequency Domain Identification of a Flexible Structure with Piezoelectric Actuators Using Irrational Transfer Function Models, in: Proc. 37th IEEE Conf. Decis. Control, Tampa, Florida USA, (1998), pp. 1278–1280.
- [15] I. Petras, B.M. Vinagre, L. Dorčák, V. Feliu, Fractional digital control of a heat solid: experimental results, in: Int. Carpathian Control Conf. ICCC’ 2002, Malenovice, Czech Republic, (2002), pp. 365–370.
- [16] S. Westerlund, L. Ekstam, Capacitor theory, **IEEE Trans. Dielectr. Electron. Insul.**, 1:5 (1994) 826–839.
- [17] S. Manabe, Early Development of Fractional Order Control, in: Proc. ASME 2003 Des. Eng. Tech. Conf., Chicago, Illinois, USA, (2003), pp. 1–8.
- [18] H.W. Bode, *Network analysis and feedback amplifier design*, Princeton, N.J: Van Nostrand, 1945.
- [19] S. Manabe, *A suggestion of fractional-order controller for flexible spacecraft attitude control*, **Nonlinear Dyn.**, 29:1–4 (2002) 251–268.
- [20] A. Tustin, J.T. Allanson, J.M. Layton, R.J. Jakeways, The design of systems for automatic control of the position of massive objects, in: Proc. IEE, (1958) pp. 1–57.

- [21] B.M. Vinagre, I. Podlubny, A. Hernandez, V. Feliu, *Some approximations of fractional order operators used in control theory and applications*, **Fract. Calc. Appl. Anal.**, 3:3 January (2000) 231–248.
- [22] I. Petras, Y.Q. Chen, Fractional-order circuit elements with memory, *Proc. 13th Int. Carpathian Control Conf.*, (2012) 552–558.
- [23] G.E. Carlson, C.A. Halijak, Simulation of the fractional derivative operator and the fractional integral operator, in: *Proc. of the CSSCM*, Kansas State University Bulletin, (1961), pp. 1–22.
- [24] K. Matsuda, H. Fujii, *H(infinity) optimized wave-absorbing control-analytical and experimental results*, **J. Guid. Control. Dyn.**, 16:6 (1993) 1146–1153.
- [25] A. Oustaloup, F. Levron, B. Mathieu, F.M. Nanot, *Frequency-band complex noninteger differentiator: characterization and synthesis*, **IEEE Trans. Circuits Syst. I Fundam. Theory Appl.**, 47:1 (2000) 25–39.
- [26] B.M. Vinagre, I. Petras, P. Merchan, L. Dorcak, Two digital realisation of fractional controllers: application to temperature control of a solid, in: *Eur. Control Conf.*, Portugal, (2001), pp. 1764–1767.
- [27] W. Li, H.M. Zhao, *Rational function approximation for fractional order differential and integral operators*, **Acta Autom. Sin.**, 37:8 (2011) 999–1005.
- [28] J.W. Pan, C. Peng, Z. Wang, Y. Wang, *An optimal rational approximation algorithm for a fractional-order differential operator*, **Information and Control**, 43:5 (2014) 518–523.
- [29] S.C.D. Roy, *On the realization of a constant-argument immittance or fractional operator*, **IEEE Trans. Circuit Theory.**, 14:3 (1967) 264–274.
- [30] M. Nakagava, K. Sorimachi, *Basic characteristics of a fractance device*, **IEICE Trans. Fundam.**, E75–A(12) (1992) 1814–1818.
- [31] B.T. Krishna, K.V.V.S. Reddy, *Active and passive realization of fractance device of order 1/2*, **Act. Passiv. Electron. Components**, 2008:2 (2008) 2–6.
- [32] P. Yifei, Y. Xiao, J. Zhou, N. Zhang, Z. Yi, P. Xiaoxian, *Structuring Analog Fractance Circuit for 1/2 Order Fractional Calculus*, in: *6th Int. ASIC (ASICON '05)*, Shanghai, China, (2005), pp. 1039–1042.
- [33] A. Le Mehaute, G. Crepy, *Introduction to transfer and motion in fractal media: the geometry of kinetics*, **Solid State Ionics**, 9 (1983) 17–30.
- [34] K.B. Oldham, C.G. Zoski, *Analogue instrumentation for processing polarographic data*, **J. Electroanal. Chem. Interfacial Electrochem.**, 157:1 (1983) 27–51.
- [35] I. Podlubny, I. Petras, P. O’Leary, L. Dorcak, B.M. Vinagre, *Analogue realizations of fractional order controllers*, **Nonlinear Dyn.**, 29:1 (2002) 281–296.
- [36] J.A.T. Machado, *Analysis and design of fractional-order digital control systems*, **SAMS**, 22: August (1997) 107–122.
- [37] A. Oustaloup, *The CRONE control*, in: *European Control Conference*, Grenoble, France, (1991) pp. 275–283.
- [38] P. Lanusse, A. Oustaloup, B. Mathieu, *Third Generation CRONE Control*, in: *Proc. Int. Conf. Syst. Man Cybern.*, (1993), pp. 149–155.
- [39] D. Xue, Y. Chen, *A Comparative Introduction of Four Fractional Order Controllers*, in: *4th World Congr. Intell. Control Autom.*, Shanghai, China, (2002), pp. 3228–3235.
- [40] W. De-Jin, C. Xue, *Turning of fractional-order phase-lead compensators: a graphical approach*, in: *29th Chinese Control Conf. Beijing, China* (2010) pp. 1885–1890.

- [41] I. Podlubny, *Fractional-order systems and $PI^{\lambda}D^{\mu}$ -controllers*, **IEEE Trans. Automat. Contr.**, 44:1 (1999) 208–214.
- [42] D.S. Karanjkar, S. Chatterji, P.R. Venkateswaran, *Trends in fractional order controllers*, **Int. J. Emerg. Technol. Adv. Eng.**, 2:3 (2012) 383–389.
- [43] R. Caponetto, L. Fortuna, D. Porto, Parameter tuning of a noninteger order PID controller, in: Proc. 15th Int. Symp. Math. Theory Networks Syst., (2002).
- [44] C.A. Monje, A.J. Calderon, B.M. Vinagre, Y. Chen, V. Feliu, *On fractional PI^{λ} controllers: some tuning rules for robustness to plant uncertainties*, **Nonlinear Dyn.**, 38:1–4 (2004) 369–381.
- [45] R.S. Barbosa, J.A.T. Machado, I.M. Ferreira, A fractional calculus perspective of PID tuning, in: ASME 2003 Des. Eng. Tech. Conf. Comput. Inf. Eng. Conf., Chicago, Illinois, USA, (2003).
- [46] R.S. Barbosa, J. a. T. Machado, I.M. Ferreira, *Tuning of PID controllers based on Bode's ideal transfer function*, **Nonlinear Dyn.**, 2 (2004) 305–321.
- [47] R.S. Barbosa, J. a. T. Machado, I.M. Ferreira, *PID controller tuning using fractional calculus concepts*, **Fract. Calc. Appl. Anal.**, 7:2 (2004) 119–134.
- [48] Y.Q. Chen, K.L. Moore, B.M. Vinagre, I. Podlubny, Robust PID Controller Autotuning with a Phase Shaper, in: First IFAC Work. Fract. Differ. Its Appl., Bordeaux, (2004).
- [49] I. Petras, *The fractional-order controllers: methods for their synthesis and application*, **J. Elect. Eng.**, 50 (1999) 284–288.
- [50] D. Valerio, J.S. da Costa, *Tuning of fractional PID controllers with Ziegler–Nichols-type rules*, **Signal Processing.**, 86:10 (2006) 2771–2784.
- [51] T. Bhaskaran, Y.Q. Chen, D. Xue, Practical Tuning of Fractional Order Proportional and Integral Controller (I): Tuning Rule Development, in: Proc. ASME 2007 Int. Des. Eng. Tech. Conf. Comput. Inf. Eng. Conf., (2007), pp. 10–15.
- [52] C.A. Monje, B.M. Vinagre, V. Feliu, Y. Chen, *Tuning and auto-tuning of fractional order controllers for industry applications*, **Control Eng. Pract.**, 16:7 (2008) 798–812.
- [53] L. Meng, D. Xue, Design of an optimal fractional-order PID controller using multi-objective GA optimization, 2009 Chinese Control Decis. Conf. CCDC 2009. (2009), pp. 3849–3853.
- [54] H. Malek, Y. Luo, Y. Chen, *Identification and tuning fractional order proportional integral controllers for time delayed systems with a fractional pole*, **Mechatronics**, 23:7 (2013) 746–754.
- [55] D. V. Dev, S. Usha Kumari, Modified method of tuning for fractional PID controllers, 2014 Int. Conf. Power Signals Control Comput. EPSCICON 2014. January (2014), pp. 8–10.
- [56] A.A. Kesarkar, N. Selvaganesan, *Tuning of optimal fractional-order PID controller using an artificial bee colony algorithm*, **Syst. Scien.&Cont. Eng.**, 3 (2015) 99–105.
- [57] I. Petras, Y. Chen, B.M. Vinagre, I. Podlubny, Stability of linear time invariant systems with interval fractional orders and interval coefficients, in: Conf. Comput. Cybern., Viena, Austria, (2005), pp. 1–5.
- [58] D. Matignon, Stability results for fractional differential equations with applications to control processing, in: Comput. Eng. Syst. Appl., (1996), pp. 963–968.

- [59] D. Matignon, Stability properties for generalized fractional differential systems, in: ESAIM Proc. Fract. Differ. Syst. Model. Methods Apl., (1998), pp. 145–158.
- [60] C. Bonnet, J.R. Partington, *Coprime factorizations and stability of fractional differential systems*, **Syst. Control. Lett.**, 41: (2000) 167–174.
- [61] Y.Q. Chen, H. Ahn, I. Podlubny, Robust stability check of fractional order linear time invariant systems with interval uncertainties, in: Proc. of IEEE Conf. Mechatronics & Autom. July (2005), pp. 210–215.
- [62] S.E. Hamamci, *An algorithm for stabilization of fractional-order time delay systems using fractional-order PID controllers*, **IEEE Trans. Automat. Contr.**, 52:10 (2007) 1964–1969.
- [63] H.-S. Ahn, Y. Chen, I. Podlubny, *Robust stability test of a class of linear time-invariant interval fractional-order system using Lyapunov inequality*, **Appl. Math. Comput.**, 187:1 (2007) 27–34.
- [64] M.S. Tavazoei, M. Haeri, *A note on the stability of fractional order systems*, **Math. Comput. Simul.**, 79:5 (2009) 1566–1576.
- [65] J. Sabatier, M. Moze, C. Farges, *LMI stability conditions for fractional order systems*, **Comput. Math. with Appl.**, 59:5 (2010) 1594–1609.
- [66] J.G. Lu, Y.Q. Chen, *Robust stability and stabilization of fractional-order interval systems with the fractional order α : the $0 < \alpha < 1$ case*, **IEEE Trans. Automat. Contr.**, 55:1 (2010) 152–158.
- [67] M.A. Rahimian, M.S. Tavazoei, *Stabilizing fractional-order PI and PD controllers: an integer-order implemented system approach*, in: Proc. Inst. Mech. Eng. Part I J. Syst. Control Eng., (2010), pp. 893–903.
- [68] J.C. Trigeassou, N. Maamri, J. Sabatier, A. Oustaloup, *A Lyapunov approach to the stability of fractional differential equations*, **Signal Processing**, 91:3 (2011) 437–445.
- [69] H. Li, S.M. Zhong, Li, H. B., *Stability analysis of fractional order systems with time delay*, **Int. J. Math. Comput. Phys. Electr. Comput. Eng.**, 8: 4 (2014) 660–663.
- [70] D. Matignon, Generalized fractional differential and difference equations: stability properties and modelling issues, in: Proc. Math. Theory Networks Syst. Symp., Padova, Italy, (1998).
- [71] N. Tan, I. Kaya, C. Yeroğlu, D.P. Atherton, *Computation of stabilizing PI and PID controllers using the stability boundary locus*, **Energy Convers. Manag.**, 47:18–19 (2006) 3045–3058.
- [72] I. Kaya, *IMC based automatic tuning method for PID controllers in a Smith predictor configuration*, **Comput. Chem. Eng.**, 28:3 (2004) 281–290.
- [73] D.P. Atherton, N. Tan, A. Yüce, *Methods for computing the time response of fractional-order systems*, **IET Control Theory Appl.**, 9:6 (2015) 817–830.
- [74] D. Valério, *Fractional Robust System Control*, PhD Thesis, Universidade Técnica De Lisboa Instituto Superior Técnico, Portugal, 2005.
- [75] B.M. Vinagre, C.A. Monje, *Introducción al control fraccionario*, Madrid Universidad Nacional de Educacion a Distancia, 3:3 (2006), pp. 5-23.
- [76] D. Xue, C. Zhao, Y. Chen, *A modified approximation method of fractional order system*, 2006 IEEE Int. Conf. Mechatronics Autom. ICMA 2006, (2006), pp. 1043–1048.
- [77] L. Meng, D. Xue, *A new approximation algorithm of fractional order system models based optimization*, **J. Dyn. Syst. Meas. Control.**, 134:4 (2012) 44504-1-7.

- [78] Y. Wei, Q. Gao, C. Peng, Y. Wang, *A rational approximate method to fractional order systems*, **Int. J. Control. Autom. Syst.**, 12:6 (2014) 1180–1186.
- [79] Y.Q. Chen, K.L. Moore, *Discretization schemes for fractional-order differentiators and integrators*, **IEEE Trans. Circuits Syst. I Fundam. Theory Appl.**, 49:3 (2002) 363–367.
- [80] C.C. Tseng, S.C. Pei, S.C. Hsia, *Computation of fractional derivatives using Fourier transform and digital FIR differentiator*, **Signal Processing**, 80:1 (2000) 151–159.
- [81] T. Poinot, J.C. Trigeassou, *A method for modelling and simulation of fractional systems*, **Signal Processing**, 83: 11 (2003) 2319–2333.
- [82] T. Poinot, J.C. Trigeassou, *Modelling and Simulation of Fractional Systems Using a non-integer integrator*, in: ASME 2003 Int. Des. Eng. Tech. Conf. Comput. Inf. Eng. Conf., Chicago, USA, (2003), pp. 753–760.
- [83] R.S. Barbosa, J.A.T. Machado, M.F. Silva, *Discretization of Complex-Order Differintegrals*, in: 2nd IFAC Work. Fract. Differ. Its Appl., IFAC, Porto, Portugal, (2006), pp. 340–345.
- [84] D.D. Siljak, *Generalization of the parameter plane method*, **IEEE Trans. Automat. Contr.**, AC-11 (1966) 63–70.
- [85] N. Tan, *Computation of stabilizing PI and PID controllers for processes with time delay*, **ISA Trans.**, 44:2 (2005) 213–223.
- [86] Y. Luo, Y.Q. Chen, C.Y. Wang, Y.G. Pi, *Tuning fractional order proportional integral controllers for fractional order systems*, **J. Process Control.**, 20:7 (2010) 823–831.
- [87] M.S. Tavazoei, M. Siami, M. Haeri, S. Bolouki, *Stability Preservation Problem In The Methods That Find Rational Approximation Of Fractional order systems*, in: 6th EUROMECH Nonlinear Dyn. Conf., Saint Petersburg, Russia, (2008).
- [88] C. Lubich, *Discretized fractional calculus*, **SIAM J. Math. Anal.**, 17:3 (1986) 704–719.
- [89] D. Valerio, *Ninteger v.2.3 fractional control toolbox for Matlab*, 2005.
- [90] M.T. Ho, A. Datta, S.P. Bhattacharyya, *A new approach to feedback stabilization*, 35th Conf. Decis. Control, Kobe, Japan: (1996) pp. 4643–4648.
- [91] M.T. Ho, A. Datta, S.P. Bhattacharyya, *A linear programming characterization of all stabilizing PID controllers*, in: Proc. 1997 American Control Conf., New Mexico, (1997), pp. 3922–3928.
- [92] M.T. Söylemez, N. Munro, H. Baki, *Fast calculation of stabilizing PID controllers*, **Automatica**, 39: 1 (2003) 121–126.
- [93] D. Ackermann, D. Kaesbauer, *Stable polyhedra in parameter space*, **Automatica**, 39: 5 (2003) 937–943.
- [94] S.E. Hamamci, *Stabilization using fractional-order PI and PID controllers*, **Nonlinear Dyn.**, 51 (2008) 329–343.
- [95] J. Ackermann, D. Kaesbauer, *Design Of Robust Controller*, in: European Control Conf., (2001), pp. 522–527.
- [96] N. Tan, *Computation of stabilizing PI-PD controllers*, **Int. J. Control. Autom. Syst.**, 7:2 (2009) 175–184.
- [97] K.J. Aström, T. Hägglund, *The future of PID control*, **Control Eng. Pract.**, 9:11 (2001) 1163–1175.
- [98] I. Kaya, *Obtaining controller parameters for a new PI-PD Smith predictor using autotuning*, **J. Process Control**, 13:5 (2003) 465–472.

- [99] O.J.M. Smith, *A controller to overcome dead time*, **ISA J.**, 6 (1959) 28–33.
- [100] W. Zhang, X. Xu, *Analytical design and analysis of mismatched Smith predictor*, **ISA Trans.**, 40:2 (2001) 133–138.
- [101] I. Kaya, D.P. Atherton, *Parameter estimation from relay autotuning with asymmetric limit cycle data*, **J. Process Control**, 11:4 (2001) 429–439.
- [102] M. Benouarets, *Autotuning design methods for a Smith predictor control scheme*, in: *Int. Conf. Control '94*, IEE, (1994), pp. 795–800.
- [103] C.C. Hang, Q.G. Wang, L.S. Cao, *Self-tuning Smith predictors for processes with long dead time*, **Int. J. Adapt. Control Signal Processing**, 9:3 (1995) 255–270.
- [104] Z.J. Palmor, M. Blau, *An auto-tuner for smith dead time compensator*, **Int. J. Control.**, 60:1 (1994) 117–135.
- [105] A. Vodencarevic, *Design of PLC-based Smith Predictor for Controlling Processes with Long Dead Time*, in: *IMECS 2010*, Hong Kong, (2010).
- [106] S.E. Hamamci, *PI and PID stabilization of neutral and retarded systems with time delay*, **Turkish J. Electr. Eng. Comput. Sci.**, 20: SUPPL.1 (2012) 1189–1205.
- [107] M. Morari, E. Zafiriou, *Robust process control*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1989.
- [108] D.E. Rivera, M. Morari, S. Skogestad, *Internal model control: PID controller design*, **Ind. Chem. Process Des. Dev.**, 25:1 (1986) 252–265.
- [109] I. Kaya, D.P. Atherton, *A new PI-PD Smith predictor for control of processes with long dead time*, in: *14th IFAC World Congr. IFAC'99*, (1999), pp. 283–288.
- [110] J.L. Chang, *Robust output feedback disturbance rejection control by simultaneously estimating state and disturbance*, **J. Control Sci. Eng.**, (2011) 1–13.
- [111] Z. Vukic, O. Kuljaca, *Lectures on PID controllers*, 2002.
- [112] D. Vransic, S. Strmcnik, J. Kocijan, P.B. de Moura Oliveira, *Improving disturbance rejection of PID controllers by means of the magnitude optimum method*, **ISA Trans.**, 49:1 (2010) 47–56.
- [113] J.-M.E. Vandeursen, J.A. Peperstraete, *Model-based and PID controllers for disturbance rejection in processes with time delay: a comparison*, **ISA Trans.**, 35:3 (1996) 225–236.
- [114] K.K. Busawon, P. Kabore, *Disturbance attenuation using proportional integral observers*, **Int. J. Control.**, 74: 6 (2001) 618–627.
- [115] M. Shamsuzzoha, M. Lee, *Enhanced disturbance rejection for open-loop unstable process with time delay*, **ISA Trans.**, 48:2 (2009) 237–244.
- [116] X.Z. Jin, G.H. Yang, *Robust adaptive fault-tolerant compensation control with actuator failures and bounded disturbances*, **Acta Autom. Sin.**, 35:3 (2009) 305–309.
- [117] G. Szita, C.K. Sanathanan, *Robust design for disturbance rejection in time delay systems*, **J. Franklin Inst.**, 334:4 (1997) 611–629.
- [118] T.G. Koussiouris, K.G. Tzierakis, *Frequency-domain conditions for disturbance rejection and decoupling with stability or pole placement*, **Automatica**, 32:2 (1996) 229–234.
- [119] J. Doyle, B. Francis, A. Tannenbaum, *Feedback control theory*, Macmillan, New York, 1992.
- [120] K.J. Aström, R.M. Murray, *Feedback systems: an introduction for scientists and engineers*, Princeton, New Jersey, 2008.

- [121] K. Ogata, *Modern control engineering*, Prentice H, 2002.
- [122] J.C. Willems, *Almost invariant subspaces: an approach to high-gain feedback design part I: almost controlled invariant subspaces*, **IEEE Trans. Automat. Contr.**, 26:1 (1981) 235–252.
- [123] K.D. Young, *Disturbance decoupling by high gain feedback*, **IEEE Trans. Automat. Contr.**, 27:4 (1982) 970–971.
- [124] H.L. Trentelman, J.C. Willems, *Guaranteed roll-off in a class of high-gain feedback design problems*, **Syst. Control Lett.**, 3:6 (1983) 361–369.
- [125] J.C. Willems, *Almost invariant subspaces: an approach to high gain feedback design-part ii: almost controlled invariant subspaces*, **IEEE Trans. Automat. Contr.**, 27:5 (1982) 1071–1085.
- [126] Z. Yu, J. Wang, *Assessment of proportional-integral control loop performance for input load disturbance rejection*, **Ind. Eng. Chem. Res.**, 51:36 (2012) 11744–11752.
- [127] N. Elia, *When bode meets shannon: control-oriented feedback communication schemes*, **IEEE Trans. Automat. Contr.**, 49: 9 (2004) 1477–1488.
- [128] A.J. Rojas, *Signal-to-noise ratio fundamental limitations in the discrete-time domain*, **Syst. Control Lett.**, 61:1 (2012) 55–61.
- [129] A.J. Rojas, *Signal-to-noise ratio performance limitations for input disturbance rejection in output feedback control*, **Syst. Control Lett.**, 58:5 (2009) 353–358.
- [130] A.J. Rojas, R.H. Middleton, J.S. Freudenberg, J.H. Braslavsky, *Input disturbance rejection in channel signal-to-noise ratio constrained feedback control*, in: Proc. Am. Control Conf., (2008), pp. 3100–3105.
- [131] A.M. De Paor, M. O'Malley, *Controllers of Ziegler-Nichols type for unstable process with time delay*, **Int. J. Control.**, 49:4 (1989) 1273–1284.
- [132] V. Venkatasankar, M. Chidambaram, *Design of P and PI controllers for unstable first-order plus time delay systems*, **Int. J. Control.**, 60:1 (1994) 137–144.
- [133] M.M. Özyetkin, *Robust Analysis and Design of Fractional Order Control Systems*, PhD Thesis, Inonu University, Turkey, 2013.
- [134] S. Das, S. Saha, S. Das, A. Gupta, *On the selection of tuning methodology of FOPID controllers for the control of higher order processes*, **ISA Trans.**, 50:3 (2011) 376–388.
- [135] M. Rahimian, M. Tavazoei, *Improving integral square error performance with implementable fractional-order PI controllers*, **Optim. Control Appl. Methods**, 35 (2014) 303–323.
- [136] J. Cao, B. Cao, *Design of fractional order controller based on particle swarm optimization*, **Int. J. Control. Autom. Syst.**, 4:6 (2006) 775–781.
- [137] J.A.T. Machado, *Optimal tuning of fractional controllers using genetic algorithms*, **Nonlinear Dyn.**, 62:1–2 (2010) 447–452.
- [138] D. Maiti, M.C. A. Acharya, A. Konar, R. Janarthanan, *Tuning PID and fractional PID controllers using the integral time absolute error criterion*, 4th Int. Conf. Inf. Autom. Sustain., (2008) pp. 457–462.
- [139] M. Zamani, M. Karimi-Ghartemani, N. Sadati, M. Parniani, *Design of a fractional order PID controller for an AVR using particle swarm optimization*, **Control Eng. Pract.**, 17:12 (2009) 1380–1387.
- [140] N. Tan, A. Yüce, D.P. Atherton, *Estimating the Time Response of Control Systems with Fractional Order PI from Frequency Response*, in: 2015 4th Int. Conf. Electr. Eng., (2015).

- [141] A. Yüce, F.N. Deniz, N. Tan, D.P. Atherton, Obtaining the Time Response of Control Systems with Fractional Order PID from Frequency Responses, in: 2015 9th Int. Conf. Electr. Electron. Eng., (2015), pp. 832–836.
- [142] K.J. Aström, H. Panagopoulos, T. Hagglund, *Design of PI controllers based on non-convex optimization*, **Automatica**, 34:5 (1998) 585–601.
- [143] D.P. Atherton, *Control engineering an introduction with the use of Matlab*, bookboon.com, 2013.
- [144] R.C. Dorf, R.H. Bishop, *Modern control systems*, 11th ed., New Jersey, 2008.
- [145] D. Xue, Y.Q. Chen, *Sub-Optimum H2 Pseudo-Rational Approximations to Fractional Order Linear Time Invariant Systems*, in: Adv. Fract. Calc. Theor. Dev. Appl. Phys. Eng., Springer-Verlag, 2007, pp. 61–75.
- [146] D.P. Atherton, A.F. Boz, Using standard forms for controller design, in: UKACC Int. Conf. Control (CONTROL '98), IEE, (1998), pp. 1066–1071.
- [147] I. Kaya, PI-PD controllers for controlling stable processes with inverse response and dead time, **Electr. Eng.**, 98: 1 (2015) 55–65.
- [148] D. Xue, Y. Chen, D.P. Atherton, *Linear feedback control analysis and design with Matlab*, 1 edition, SIAM, 2008.
- [149] K.S. Yeung, Y.P. Chen, *Sliding-mode controller design of a single-link flexible manipulator under gravity*, **Int. J. Control.**, 52:1 (1990) 101–117.
- [150] A. Yazıcı, A. Karamancıoğlu, Ters sarkaç sisteminin kontrol eğitiminde test aracı olarak kullanılması, in: Elektr. Elektron. Bilgi. Biyomedikal Mühendislikleri Eğitimi IV. Ulus. Sempozyumu, Eskişehir; Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, 2009.
- [151] U. Seven, E. Taskiran, Ö. Koca, K. Erbatur, Ters sarkaç modeli ve salınan bacak telafisi ile oluşturulan yürüyen robot referans yörüngeleri, in: Otomatik Kontrol Ulus. Toplantısı, TOK'08, İstanbul: İstanbul Teknik Üniversitesi, 2008.
- [152] S.K. Mishra, D. Chandra, *Stabilization and tracking control of inverted pendulum using fractional order PID controllers*, **Hindawi Publ. Corp. J. Eng.**, (2014) 1-9.
- [153] C.E. Huang, D.H. Li, Y. Su, Simulation and robustness studies on an inverted pendulum, in: Proc. 30th Chinese Control Conf., (2011), pp. 615–619.
- [154] L.B. Prasad, B. Tyagi, H.O. Gupta, Modelling & simulation for optimal control of nonlinear inverted pendulum dynamical system using PID controller & LQR, in: Proc.6th Asia Int. Conf. Math. Model. Comput. Simulation, AMS 2012, (2012), pp. 138–143.
- [155] Feedback instruments limited, digital pendulum system, installation and commissioning, 33-005, Matlab 5 version, sistem el kitabı.
- [156] Feedback instruments limited, digital pendulum system, getting started, 33-005, Matlab 5 version.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı: Furkan Nur DENİZ

Doğum Yeri ve Tarihi: Eskişehir-1983

Adres: İnönü Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, 44280, Malatya

e-posta: furkan.deniz@inonu.edu.tr

Lisans: İnönü Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği

Yüksek Lisans: İnönü Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü

2008 yılında İnönü Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü'nden mezun oldu. 2011 yılında İnönü Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü'nde yüksek lisans eğitimini tamamladı.

2008-2009 yılları arasında Malatya Türk Telekom İl Müdürlüğü'nde santral mühendisi olarak çalışan Furkan Nur DENİZ, 2009 yılından itibaren İnönü Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü'nde araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.

Furkan Nur DENİZ evli ve bir çocuk annesidir. İyi derecede İngilizce bilmektedir.

YAYIN LİSTESİ

Uluslararası (SCI) hakemli dergilerde yayınlanan makaleler:

1. H.Z. Alisoy, B.B. Alagöz, S. Barlaz Us, F.N. Deniz, S. Alagöz, *Spatio-spectral analyses of electromagnetic wave energy absorption and heating effect*, **Optik - International Journal for Light and Electron Optics**, 125:15, (2014), 4124–4130.
2. F.N. Deniz, N. Tan, S.E. Hamamcı and I. Kaya, *Stability region analysis in Smith predictor configurations using a PI controller*, **Transactions of the Institute of Measurement and Control**, 37:5, (2015), 606–614.
3. B.B. Alagöz, F.N. Deniz, C. Keleş and N. Tan, *Disturbance rejection performance analysis of closed loop control systems by reference to disturbance ratio*, **ISA Transactions**, 55, (2015), 63–71.
4. B.B. Alagöz, N. Tan, F.N. Deniz, and C. Keleş, *Implicit disturbance rejection performance analysis of closed loop control systems according to communication channel limitations*, **IET Control Theory Appl.**, 9:17, (2015), 2522–2531.
5. F.N. Deniz, B.B. Alagöz, N. Tan and D.P. Atherton, *An integer order approximation method based on stability boundary locus for fractional order derivative/integrator operators*, **ISA Transactions**, 62, (2016), 154–163.

Uluslararası diğer hakemli dergilerde yayınlanan makaleler:

1. N. Tan, D.P. Atherton, A. Yüce, and F.N. Deniz, *Exact time response computation of control systems with fractional order lag and lead compensators*, **Int. J. Circuits, Syst. Signal Process.** 10, (2016), 260–268.
2. A. Yüce, F.N. Deniz, N. Tan and D.P. Atherton, *An interactive design strategy for fractional order PI controllers in Labview*, **International of Journal Modelling, Identification and Control**, (2017), (kabul edildi).

Ulusal dergilerde yayınlanan makaleler:

1. F.N. Deniz, C. Keleş, B.B. Alagöz, N. Tan, *Kapalı Çevrim PID Kontrolör Tasarımında Birim Basamak Cevabı Çoklu Ölçüt Performans Haritalaması*, **SAÜ. Fen Bilimleri Dergisi**, 18:3, (2014), 157-165.

Uluslararası bilimsel toplantılarda sunulan ve bildiri kitabında basılan bildiriler:

1. F.N. Deniz, B.B. Alagöz, C. Keleş, N. Tan, *Design of Fractional-Order PI Controllers for Disturbance Rejection Using RDR Measure*, International Conference on Fractional Differentiation and Its Applications, (ICFDA'14), Catania, İtalya, 2014.
2. N.Tan, A. Yüce, D.P. Atherton, F.N. Deniz, *Time Response Computation of Control systems with Fractional Order Lag or Lead Controller*, 2015 International Conference on Mathematics and Computers in Sciences and in Industry MCSI, Malta, 2015.
3. N. Tan, A. Yüce, D.P. Atherton, F.N. Deniz, *Estimating the Time Response of Control Systems with Fractional Order PI from Frequency Response*, The 4th International Conference on Electrical Engineering, Cezayir, 2015.

4. F.N. Deniz, B.B. Alagöz, N. Tan, PID Controller Design Based on Second Order Model Approximation by Using Stability Boundary Locus Fitting, 9th International Conference on Electrical and Electronic Engineering (ELECO'2015), Bursa, 2015.
5. A. Yüce, F.N. Deniz, N. Tan, Obtaining the Time Response of Control Systems with Fractional Order PID from Frequency Responses, 9th International Conference on Electrical and Electronic Engineering (ELECO'2015), Bursa, 2015.
6. F.N. Deniz, N. Tan, A Model Identification Method for Tuning of PID Controller in a Smith Predictor Structure, 13th IFAC Workshop on Time Delay Systems, İstanbul, 2016.
7. F.N. Deniz, A. Yüce, N. Tan, PI-PD controller Design for Fractional Order Plant Using Standard Forms, International Conference on Fractional Differentiation and Its Applications, (ICFDA'16), Novi Sad, Sırbistan, 2016.
8. A. Yüce, F.N. Deniz, N. Tan, PI Controller Design for Fractional Order Systems with LabVIEW, International Conference on Fractional Differentiation and Its Applications, (ICFDA'16), Novi Sad, Sırbistan, 2016.
9. N. Tan, A. Yüce, F.N. Deniz, Teaching Fractional Order Control Systems Using Interactive Tools, International Conference On Education In Mathematics, Science&Technology, Bodrum, 2016.
10. A. Yüce, F.N. Deniz, N. Tan, Kesir dereceli transfer fonksiyonları için tamsayı dereceli yaklaşık yöntemlerinin LabVIEW ortamında interaktif analizi, 1.st International Mediterranean Science and Engineering Congress, Adana, 2016.
11. F.N. Deniz, A. Yüce, N. Tan, D.P. Atherton, Tuning of Fractional Order PID Controllers Based on Integral Performance Criteria Using Fourier Series Method, 20th IFAC World Congress, Toulouse, Fransa, 2017 (kabul edildi).
12. A. Yüce, F.N. Deniz, N. Tan, A New Integer Order Approximation Table for Fractional Order Derivative Operators, 20th IFAC World Congress, Toulouse, Fransa, 2017 (kabul edildi).

Ulusal bilimsel toplantılarda sunulan ve bildiri kitabında basılan bildiriler:

1. F.N. Deniz, B.B. Alagöz, M.E. Tağluk, Medikal Görüntüler İçin Alternatif Bir Bölütlemeye Yaklaşımı, IEEE 18. Sinyal İşleme ve İletişim Uygulamaları Kurultayı, Diyarbakır, Türkiye, 2010.
2. F.N. Deniz, N. Tan, S.E. Hamamcı, İ. Kaya, Smith Öngörücüsü Yapıları için Kararlılık Bölgesi Analizi, Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı ve Sergisi, TOK'13, Malatya, Türkiye, 2013.
3. F.N. Deniz, C. Keleş, B.B. Alagöz, N. Tan, Görüntü İşleme ile PID Kararlılık Bölgesi Kontrolör Performansı Haritalaması, Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı ve Sergisi, TOK'13, Malatya, Türkiye, 2013.
4. H.Z. Alisoy, G.T. Alisoy, C. Keleş, F.N. Deniz, İ. Işık, Y. İçel, Darbe Generatörünün Maksimum Enerjisi Hakkında Varyasyonel Problem, Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı ve Sergisi, TOK'13, Malatya, Türkiye, 2013.
5. F.N. Deniz, N. Tan, B.B. Alagöz, PID kullanılan Smith öngörücüsü yapısının kararlılık analizi, Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, TOK'14, Kocaeli, Türkiye, 2014.
6. B.B. Alagöz, F.N. Deniz, N. Tan, Yüksek dereceli sistemlerin kararlılık sınır eğrileri ile ikinci derece yaklaşık modele indirgenmesi ve uygun PID kontrolör tasarımı, Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, TOK'14, Kocaeli, Türkiye, 2014.

7. N. Tan, A. Yüce, A. Özel, F.N. Deniz, Kesirli Dereceli Kontrol Sistemlerinde Tamsayı Dereceli Yaklaşım Metotlarının İncelenmesi, Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, TOK'14, Kocaeli, Türkiye, 2014.
8. F.N. Deniz, B.B. Alagöz, N. Tan, SBL Eşleştirme Yöntemi ile Kesir Dereceli Sistem Modellemesinin Avantajları, Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, TOK'15, Denizli, Türkiye, 2015.
9. F.N. Deniz, A. Yüce, B.B. Alagöz, N. Tan, SBL Eşleştirme Yöntemi ile Kesir Dereceli PID Kontrolörün Yaklaşık Modellenmesi ve Ters Sarkaç Kontrol Sisteminde Uygulaması, Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, TOK'15, Denizli, Türkiye, 2015.

