

T.C.
GÜMÜŞHANE ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK MÜHENDİSLİ ANABİLİM DALI

KOMPLEKS NEUTROSOPHİC KÜMELERDE GENİŞLETİLMİŞ VIKOR
METODU

YÜKSEK LİSANS

Fatma AKIN

ŞUBAT-2022
GÜMÜŞHANE



**T.C.
GÜMÜŞHANE ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ**

MATEMATİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**KOMPLEKS NEUTROSOPHİC KÜMELERDE GENİŞLETİLMİŞ VIKOR
METODU**

THE EXTENDED VIKOR METHOD in COMPLEX NEUTROSOPHIC SETS

YÜKSEK LİSANS

Fatma AKIN

**ŞUBAT-2022
GÜMÜŞHANE**



**T.C.
GÜMÜŞHANE ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ**

MATEMATİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**KOMPLEKS NEUTROSOPHIC KÜMELERDE GENİŞLETİLMİŞ VIKOR
METODU**

THE EXTENDED VIKOR METHOD in COMPLEX NEUTROSOPHIC SETS

YÜKSEK LİSANS

Fatma AKIN

Danışman: Doç. Dr. Rıdvan ŞAHİN

**ŞUBAT-2022
GÜMÜŞHANE**

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK BEYANI

Yüksek Lisans Tezi olarak hazırlamış olduğum “**Kompleks Neutrosophic Kümelerde Genişletilmiş VIKOR Metodu**” isimli bu tezimin, tamamen kendi çalışmam olduğunu, her alıntıya kaynak gösterdiğimi, alıntı yaptığım tüm çalışmaları kaynakçada belirttiğimi ve Gümüşhane Üniversitesi’nin lisanslı kullanıcısı olduğu intihal yazılım programı ile Lisansüstü Eğitim Enstitüsü’nün belirlediği kıstaslara uygun olarak raporladığımı taahhüt ederim. Tezimin kâğıt ve elektronik kopyalarının Gümüşhane Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü arşivinde saklanmasına izin verdiğimi onaylarım.

Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği’nin ilgili maddeleri uyarınca gereğinin yapılmasını arz ederim.

25/02/2022

.....
Fatma AKIN

TEŞEKKÜR

Bu çalışma, Gümüşhane Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Matematik Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans Tezi olarak hazırlanmıştır. Tez çalışmasının hazırlanma süreci boyunca fikirleri ve yönlendirmelerini esirgemeyen, her konuda bana rehberlik eden danışman hocam Doç. Dr. Rıdvan ŞAHİN'e teşekkürlerimi borç bilirim. Ayrıca yüksek lisans eğitimim süresince üzerimde emeği geçen Matematik Mühendisliği Bölümü hocalarıma teşekkür ederim.

Eğitim hayatımın her aşamasında maddi ve manevi desteklerini hep yanımda hissettiğim aileme teşekkür ederim.

Fatma AKIN
GÜMÜŞHANE – 2022

ÖZET

Kompleks bulanık kümeler, geleneksel bir bulanık kümeye üye olma durumunun aksine bir kümeye üye olma durumunu, kompleks düzlemdeki birim çembere genişletir. Bu durum üyelik ifadesine ikinci bir boyut sağlar ancak, bulanıklığın temel kavramını değiştirmez. Kompleks bulanık küme aynı periyotta gerçekleşen farklı iki durumun aynı anda değerlendirilmesine olanak sağlarken, belirsiz üye olma durumu içeren olgu ve durumlarda karar vermek zorlaştırır.

Bu çalışmada, belirsiz üye olma durumunu içeren karar verme problemlerinin çözümüne katkı sağlamak için kompleks neutrosophic kümelerde yeni kompleks neutrosophic mesafe ölçüleri tanıtilarak, kompleks neutrosophic VIKOR metodu geliştirilmiştir. Daha sonra önerilen metodun üstünlüğünü göstermek için sayısal örnek verilmiş ve literatürdeki farklı mesafe ölçüleri ile bir tartışma analizi ve karşılaştırma analizi yapılmıştır. Son olarak bütün sonuçlar yorumlanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Kompleks bulanık kümeler, Kompleks neutrosophic kümeler, Mesafe ölçüsü, VIKOR metodu

SUMMARY

Unlike the case of being a member of a traditional fuzzy set, a complex fuzzy set extends membership to a set to the unit circle in the complex plane. This provides a second dimension to the membership expression, but does not change the basic concept of fuzziness. While the complex fuzzy set allows the simultaneous evaluation of two different situations occurring in the same period, it becomes difficult to make a decision in cases and situations involving the inconsistent membership.

In this study, the complex neutrosophic VIKOR method was developed by introducing new complex neutrosophic distance measures in complex neutrosophic sets to contribute to the solution of decision making problems involving the inconsistent membership. Then, a numerical example was given to show the superiority of the proposed method and a discussion analysis and comparison analysis was made with different distance measures in the literature. Finally, all results are interpreted.

Keywords: Complex fuzzy sets, Complex neutrosophic sets, Distance measure, VIKOR method

İÇİNDEKİLER

KABUL VE ONAY	HATA! YER İŞARETİ TANIMLANMAMIŞ.
BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK BEYANI.....	IV
TEŞEKKÜR.....	V
ÖZET.....	VI
SUMMARY	VII
İÇİNDEKİLER	VIII
TABLolar DİZİNİ	IX
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	XI
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	XII
1. GENEL BİLGİLER.....	14
1.1. Giriş.....	14
1.2. Temel Kavramlar	17
1.3. VIKOR Metodu	28
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR	33
2.1. Kompleks Neutrosophic Kümeler.....	35
2.2. Neutrosophic VIKOR Metodu	36
3. BULGULAR VE TARTIŞMA	38
3.1. Önerilen Kompleks Neutrosophic Mesafe Ölçüleri.....	38
3.2. Kompleks Neutrosophic Ağırlıklı Ortalama Operatörleri	50
3.3. Önerilen VIKOR Metodu	54
3.4. Sayısal Örnek	58
3.5. Tartışma Analizi.....	66
3.6. Karşılaştırma Analizi	72
4. SONUÇ VE ÖNERİLER	82
KAYNAKÇA.....	83
ÖZGEÇMİŞ	96

TABLolar DİZİNİ

Tablo 1. Alternatif performans değeriendirilmesi	60
Tablo 2. Karar verme paneli tarafından her bir alternatifin değeriendirilmesi	61
Tablo 3. Uzman U_1 in kompleks neutrosophic karar matrisi	62
Tablo 4. Uzman U_2 nin kompleks neutrosophic karar matrisi	62
Tablo 5. Uzman U_3 ün kompleks neutrosophic karar matrisi	63
Tablo 6. Birleştirilmiş kompleks neutrosophic karar matrisi	64
Tablo 7. Her bir kritere göre en iyi ve en kötü değerieler	64
Tablo 8. D_5 mesafe ölçüsü ile bulunan mesafe değerieler	65
Tablo 9. D_5 ile en iyi ve en kötü değeri arasındaki mesafe değerieler	65
Tablo 10. Alternatifler için S, R ve Q değerieler	65
Tablo 11. Alternatiflerin sıralaması	66
Tablo 12. D_8 mesafe ölçüsü ile bulunan mesafe değerieler	67
Tablo 13. D_8 ile en iyi ve en kötü değeri arasındaki mesafe değerieler	67
Tablo 14. Alternatifler için S, R ve Q değerieler	67
Tablo 15. Alternatiflerin sıralaması	68
Tablo 16. D_{10} mesafe ölçüsü ile bulunan mesafe değerieler	68
Tablo 17. D_{10} ile en iyi ve en kötü değeri arasındaki mesafe değerieler	69
Tablo 18. Alternatifler için S, R ve Q değerieler	69
Tablo 19. Alternatiflerin sıralaması	70
Tablo 20. D_E ile en iyi ve en kötü değerieler arasındaki mesafe değerieler	70
Tablo 21. D_E mesafe ölçüsü ile bulunan mesafe değerieler	70
Tablo 22. Alternatifler için S, R ve Q değerieler	71
Tablo 23. Alternatiflerin sıralaması	71
Tablo 24. Her bir kritere göre en iyi ve en kötü değerieler	74
Tablo 25. D_5^S ile en iyi ve en kötü değerieler arasındaki mesafe değerieler	74
Tablo 26. D_5^S mesafe ölçüsü ile bulunan mesafe değerieler	74
Tablo 27. Alternatifler için S, R ve Q değerieler	75
Tablo 28. Alternatiflerin sıralaması	76
Tablo 29. D_8^S ile en iyi ve en kötü değerieler arasındaki mesafe değerieler	76
Tablo 30. D_8^S mesafe ölçüsü ile bulunan mesafe değerieler	76
Tablo 31. Alternatifler için S, R ve Q değerieler	77

Tablo 32. Alternatiflerin sıralaması	78
Tablo 33. D_{10}^S ile en iyi ve en kötü değerler arasındaki mesafe değerleri.....	78
Tablo 34. D_{10}^S mesafe ölçüsü ile bulunan mesafe değerleri	78
Tablo 35. Alternatifler için S, R ve Q değerleri	79
Tablo 36. Alternatiflerin sıralaması	80



ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1. İdeal ve uzlaşma çözüm (Opricovic ve Tzeng, 2004).	30
Şekil 2. Örnek bir uydu lokalizasyonu (Erkeç ve Hajiyev, 2021).	58
Şekil 3. Uydulardan alınan lokalizasyon bilgilerinin görsel bir temsidir. Teknopat.net'ten bulunmuştur. (https://www.technopat.net/sosyal/konu/kalman-filtresi-nedir-ve-nerelerde- kullanilir.1458674/ , 2021)	59
Şekil 4. Sayısal örnek değerlerinin tartışma analizi sonuçları	72
Şekil 5. Q sıralama ölçüsüne göre artan değerde alternatiflerin sıralaması	72
Şekil 6. D_5 ve D_5^S mesafe ölçüleri karşılaştırması.....	80
Şekil 7. D_8 ve D_8^S mesafe ölçüleri karşılaştırması.....	81
Şekil 8. D_{10} ve D_{10}^S mesafe ölçüleri karşılaştırması	81

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

BK	: Bulanık Küme
BS	: Bulanık Sayı
ÇKKV	: Çok Kriterli Karar Verme
D_t	: Mesafe Ölçüsü Fonksiyonu
F_A	: A 'nın Üye olmama (Yanlışlık) Fonksiyonu
$\tilde{F}_A$	: A 'nın Kompleks Değerli Üye olmama (Yanlışlık) Fonksiyonu
GPS	: Global Positioning System
H_A	: A 'nın Kesinlik Fonksiyonu
I_A	: A 'nın Belirsizlik Fonksiyonu
$\tilde{I}_A$	: A 'nın Kompleks Değerli Belirsizlik Fonksiyonu
KBK	: Kompleks Bulanık Küme
KNAAO	: Kompleks Neutrosophic Ağırlıklı Aritmetik Ortalama
KNAGO	: Kompleks Neutrosophic Ağırlıklı Geometrik Ortalama
KNK	: Kompleks Neutrosophic Küme
KNKM	: Kompleks Neutrosophic Karar Matrisi
KNS	: Kompleks Neutrosophic Sayı
KN-VIKOR	: Kompleks Neutrosophic VIKOR
KSBK	: Kompleks Sezgisel Bulanık Küme
$\mathcal{M}^{(c)}$	: U_c 'nin Karar Matrisi
$\mathcal{M}_{mn}$	: Birleştirilmiş Kompleks Neutrosophic Karar Verme Matrisi
NK	: Neutrosophic Küme
NS	: Neutrosophic Sayı
p_A	: Üyelik (Doğruluk) Fonksiyonu Genlik Terimi
r_A	: Belirsizlik Fonksiyonu Genlik Terimi
S_A	: A 'nın Skor Fonksiyonu
SBK	: Sezgisel Bulanık Küme
SBS	: Sezgisel Bulanık Sayı
S_m, R_m, Q_m	: Sıralama Ölçüleri
T_A	: A 'nın Üyelik (Doğruluk) Fonksiyonu
$\tilde{T}_A$	: A 'nın Kompleks Değerli Üyelik (Doğruluk) Fonksiyonu
U_c	: ÇKKV Probleminde Karar Verici Uzmanlar
V_b	: ÇKKV Probleminde Kritik Faktörler

VIKOR	: Vise Kriterijumska Optimizacija I Kompromisno Resenje
q_A	: Üye olmama (Yanlışlık) Fonksiyonu Genlik Terimi
W_α	: ÇKKV Probleminde Potansiyel Alternatifler
w_t	: A_t 'lerin Ağırlık Vektörü
μ_A	: Üyelik (Doğruluk) Fonksiyonu Faz Terimi
ϑ_A	: Üye olmama (Yanlışlık) Fonksiyonu Faz Terimi
ω_A	: Belirsizlik Fonksiyonu Faz Terimi



1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

Hayat boyunca birçok problem ile karşı karşıya kalan insanoğlu, bu problemlerin çözümüne ilişkin çok sayıda fikir ve yaklaşım geliştirmiştir. Gerçek hayat problemleri deterministik olmadığından içinde karmaşıklıkları ve belirsizlikleri barındırır. Buna benzer durumlarda hem alternatif sayısındaki artış hem de şartlardaki değişim problemlerin çözümüne ilişkin karar vermeyi güçleştirir. Araştırmacılar tarafından bu güçlüklerin aşılabilmesi için birçok teori ortaya atılmıştır. Bu teorilerden bazıları bulanık küme teorisi, olasılık teorisi ve esnek küme teorisidir.

Çoğu zaman gerçek dünyada karşılaşılan nesne sınıfları kesin olarak tanımlanmış üyelik kriterine sahip değildir. Örneğin hayvanlar sınıfı kedi, köpek, balık vb. nesneleri içerirken bitki, deniz vb. nesneleri açıkça hariç tutar. Ancak denizyıldızı, bakteri gibi nesneler, hayvanlar sınıfına göre belirsiz bir duruma sahiptir. Bu tür kesin olmayan bir şekilde tanımlanmış sınıfların oluşturduğu belirsizlikler klasik kümenin aksine bulanık küme teorisinin ifade alanını oluşturmuştur. İlk kez 1965 yılında Zadeh tarafından sunulan bulanık küme (BK) kavramı, tanımlanan bir evrensel kümedeki herhangi bir elemanın kümeye ait olmasını “1” ve ait olmamasını “0” kesinliğinden, $[0,1]$ kapalı aralığındaki sonsuz değerlere genişletir. BK teorisinde bir elemanın kümeye ait olma durumu üyelik derecesi kavramı ile belirtilir. Bu derecelendirmeyi ifade etmek için X boş olmayan bir küme olmak üzere, $T_A(x):X \rightarrow [0,1]$ ile tanımlanan üyelik fonksiyonu kullanılır. Bir X evrenindeki bulanık bir A kümesi; $A = \{ \langle x, T_A(x) \rangle : x \in X \}$ şeklinde ifade edilir.

Bulanık bir A kümesinde $T_A(x)$ üyelik derecesi olmak üzere $1 - T_A(x)$ üye olmama derecesi olarak tanımlanır. BK’lardaki bir elemanın bir kümeye ait olma durumu gözönüne alınırsa, aynı elemanın ilgili kümeye ait olmama durumunun da olması gerektiği Atanassov (1986) tarafından ortaya atılmıştır. Örnek olarak 10 aşamalı bir oylama yapıldığı varsayalım. Bu oylamada 6 kabul 4 red oyu çıkması durumu BK teorisi ile açıklanabilirken oylamada 4 kabul 3 red ve 3 çekimser oyun çıkması durumu BK’lar ile açıklanamaz. Atanassov $1 - T_A(x)$ üye olmama derecesini $F_A(x):X \rightarrow [0,1]$ üye olmama fonksiyonu ile ifade ederek, üyelik ve üye olmama derecelerinin toplamı $(0 \leq T_A(x) + F_A(x) \leq 1)$ $[0,1]$ kapalı aralığında bulunan sezgisel bulanık küme (SBK)’yi tanımlamıştır.

SBK tanımı dikkate alındığında yukarıdaki örnekte çekimser durumların açıkça ifade edilemediği görülür. Bu durum literatürdeki SBK uygulamalarında yer bulan belirsizlik (tereddüt) derecesi ile ifade edilir ve $I_A(x) = 1 - (T_A(x) + F_A(x))$ biçiminde tanımlanır. $I_A(x): X \rightarrow [0,1]$ fonksiyonu bir elemanın kümeye ait olup olmamasının belirsizliğini ifade eder. $I_A(x)$ belirsizlik fonksiyonunun üyelik ve üye olmama fonksiyonuna bağlı olması ve üyelik dereceleri toplamı $[0,1]$ kapalı aralığında kalması, çok daha fazla kararsızlık içeren durumları açıklamada yetersiz kalmaktadır.

Gerçek hayat problemlerinde farklı belirsizlik tipleri mevcuttur. Örneğin işletmesine makine almak isteyen bir yatırımcı %80 istekli, %30 isteksiz ve %40 kararsız kaldığını ifade edebilir. Bu durum BK ve SBK teorileriyle ifade edilemez. Bu durumunun üstesinden gelmek için Smarandache, 1998 yılında bir elemanın doğruluk (üye olma), belirsizlik (tereddüt) ve yanlışlık (üye olmama) fonksiyonlarını birbirlerinden bağımsız şekilde tanımlayarak neutrosophic küme (NK) teorisini sunmuştur. NK teorisinde SBK'nın aksine üyelik fonksiyonu yerine $T_A(x)$ doğruluk fonksiyonu, tereddüt fonksiyonu yerine $I_A(x)$ belirsizlik fonksiyonu ve üye olmama fonksiyonu yerine ise $F_A(x)$ yanlışlık fonksiyonu kullanılmaktadır. NK teorisinde her bir üyelik fonksiyonu, $]0^-, 1^+[$ aralığında birbirinden bağımsız olarak tanımlanması SBK ile yapılan modellemelere göre NK'ların daha esnek ve daha gerçekçi olmasını sağlar.

Bulanık küme kavramını geliştirmeye devam eden araştırmacılar, gerçel sayılar cebirinin aksine kompleks sayılar cebirinin kapalılık özelliğini kullanarak bir kümeye üyeliği kompleks sayı biçiminde tanımlamışlardır.

Buckley (1987, 1989, 1991, 1992), $z = x + yi$ klasik bir kompleks sayı olmak üzere $\hat{Z}$ bulanık kompleks sayılarını $\varphi(z|\hat{Z}): C \rightarrow [0,1]$ üyelik fonksiyonu ile tanımlar. Fakat bulanık kompleks kümeyi temsil eden $\hat{Z}$ kümesi $[0,1]$ kapalı aralığında reel değerli üyelik dereceleriyle klasik BK olarak kalır. Buna benzer birçok yayın BK teorisi ile klasik kompleks sayıları birleştirmenin yönlerini tartışır. Ramot vd. (2001, 2002, 2003) ise yeni bir kompleks bulanık küme (KBK) tanıtmışlardır. KBK'nın yeniliği, üyelik fonksiyonunun değerler aralığının değişimidir. Boş olmayan bir küme X olmak üzere $\tilde{T}_A : X \rightarrow \{\alpha_{\tilde{T}}: \alpha_{\tilde{T}} \in C, |\alpha_{\tilde{T}}| < 1\}$ ile tanımlanan üyelik fonksiyonu BK üyelik fonksiyonunun aksine $[0,1]$ kapalı aralığı ile sınırlı değildir. KBK üyelik fonksiyonunun değerini kompleks düzlemdeki birim çembere genişletir.

Kompleks değerli üyelik kavramı için sezgi edinmenin zor olması, tam potansiyelinin ortaya çıkarılmasının önünde engel teşkil eder. Kompleks üyelik biçimi,

üyelüğün iki boyutlu bir parametreye dönüştürüldüğü bir paradigma kaymasına izin verir. Ayrıca kompleks bulanık bir ilişkinin zaman çerçevesini (periyodikliğini) tanımlamaya olanak sağlaması avantaj olarak görülmüştür. Gerçek hayattaki bazı kompleks durumların dilsel terimlere ya da tam tersine dönüştürülmesindeki muamma “faz terimi” adı verilen ek bir terim ile sunulmuştur. $\tilde{T}_A(x) = p_A(x) e^{j\mu_A(x)}$ ($j = \sqrt{-1}$) şeklinde tanımlanan üyelik fonksiyonunda $p_A(x)$ genlik terimi (reel değerli), $\mu_A(x)$ (reel değerli) faz terimi olarak tanımlanmıştır.

Alkouri ve Salleh (2012) KBK tanımına üye olmama terimi ekleyerek geliştirilmiş yeni bir kompleks sezgisel bulanık küme (KSBK) kavramını sunmuşlardır. KSBK’nın yeniliği daha fazla değer aralığı elde etmesidir. Sırasıyla $\tilde{T}_A : X \rightarrow \{\alpha_{\tilde{T}} : \alpha_{\tilde{T}} \in C, |\alpha_{\tilde{T}}| < 1\}$, $\tilde{F}_A : X \rightarrow \{\alpha_{\tilde{F}} : \alpha_{\tilde{F}} \in C, |\alpha_{\tilde{F}}| < 1\}$ şeklinde verilen üyelik ve üye olmama fonksiyonlarının değer aralıkları $[0,1]$ kapalı aralığında birim çembere genişletilmiştir. $\tilde{T}_A(x) = p_A(x) e^{j\mu_A(x)}$ ve $\tilde{F}_A(x) = r_A(x) e^{j\omega_A(x)}$ ($j = \sqrt{-1}$) üyelik ve non üyelik fonksiyonlarında $p_A(x)$, $r_A(x)$ genlik terimleri (reel değerli) ve $\mu_A(x)$, $\omega_A(x)$ faz terimleri (reel değerli) olarak tanımlanır.

Periyodik durumlarda incelenen kompleks bulanık bir ilişkinin belirsizlik, kararsızlık, tutarsızlık vb. içermesi halinde KSBK tarafından karşılanamadığı göz önünde bulundurulmalıdır. Ali ve Smarandache (2016) belirsizliğin kümeye dahil edildiği, iki farklı periyot değerinin aynı anda doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık fonksiyonlarıyla ifade edildiği kompleks neutrosophic küme (KNK) kavramını literatüre kazandırmışlardır. Araştırmacılar öncelikle periyodik bir durum içerisinde aynı periyotta alınan bir A özeliğinin doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık değerlerini sırasıyla $(p_A(x), q_A(x), r_A(x))$ ve $(\mu_A(x), \vartheta_A(x), \omega_A(x))$ belirtmişlerdir. Bu farklı iki durum değerinin aynı anda doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık fonksiyonlarına dahil edildiği KNK’yı $A = \{ \langle x, \tilde{T}_A(x) = p_A(x) e^{j\mu_A(x)}, \tilde{I}_A(x) = q_A(x) e^{j\vartheta_A(x)}, \tilde{F}_A(x) = r_A(x) e^{j\omega_A(x)} \rangle \}$ şeklinde tanımlamışlardır. Burada birinci durum değerleri sırasıyla doğruluk genlik terimi, belirsizlik genlik terimi ve yanlışlık genlik terimi olarak tanımlanırken ikinci durumun değerleri sırasıyla doğruluk faz terimi, belirsizlik faz terimi ve yanlışlık faz terimi olarak küme içerisinde tanımlanmıştır.

Pratik yaşamın her yönü, özellikle eğitim, iş, alım-satım vb. alanlarda karar vermeyi içerir ve uygun kararlar yaşamda bol rahatlık, faydalı sonuçlar ve finansal kazançlar sağlar. Kritik faktörlerin, çelişen kriterlerin olduğu problemlerde ise karar vermek zorlaşır. Bu sebepten en uygun kararı verebilmek için birden fazla kriter altında en iyi

alternatifi seçmemize yardımcı olan çok kriterli karar verme (ÇKKV) metotları geliştirilmiştir. Bunlardan bazıları AHP (Saatty, 1980), COPRAS (Zavadskas vd., 1994), ELECTRE (Roy, 1968), MultiMOORA (Brauers ve Zavadskas, 2010), PROMETHEE (Brans ve Vincke, 1985), TOPSIS (Hwang ve Yoon, 1981), TODIM (Gomes ve Lima, 1992 ve VIKOR (Opricovic, 1998)'dur.

Gerçek hayat problemlerinde belirsizlik içeren ve kesin verilerle tamamen ele alınamayan durumlar olabilmektedir. Bu tür ÇKKV problemlerinde en iyi alternatifin seçimi mesafe ölçüsü kullanılarak belirlenebilir. Örneğin Opricovic (1998)'in VIKOR metodunun temel ilkesi ideal çözüme yakınlık derecesinin ölçümüne dayanan bir uzlaşık çözüm aramaktır.

Bu çalışmamızın birinci bölümünde genel bilgilerle birlikte BK, SBK, NK, neutrosophic ağırlıklı ortalama operatörleri, KBK, KSBK, KNK, VIKOR metoduna yer verilmiştir. İkinci bölümde BK, NK, KBK, KNK ve VIKOR metodu ile yapılan çalışmalara yer verilmiştir. Üçüncü bölümde yeni kompleks neutrosophic mesafe ölçüleri ve kompleks neutrosophic ağırlıklı ortalama operatörleri tanımlanmıştır. Daha sonra bu mesafe ölçüleri ile yeni VIKOR metodu inşa edilmiştir. Elde edilen tanımlar ile inşa edilen VIKOR metodu kullanılarak GPS (Global Positioning System) uyduları ile hedef uydu konumu tahmini problemi çözülmüş, bu sayısal uygulamanın sonuçları göz önüne alınarak tartışma ve karşılaştırma analizi yapılmıştır. Son olarak dördüncü bölümde ise yapılan sayısal çalışmadan çıkarılan sonuçlar değerlendirilerek bazı önerilere yer verilmiştir.

1.2. Temel Kavramlar

Tanım 1.2.1. (Zadeh, 1965) X boştan farklı bir küme ve $x \in X$ olsun. Her $x \in X$, $0 \leq T_A(x) \leq 1$ olmak üzere $T_A : X \rightarrow [0,1]$ fonksiyonu ile bir bulanık küme (BK) aşağıdaki Eşitlik 1 ile tanımlanır.

$$A = \{ \langle x, T_A(x) \rangle : x \in X \} \quad (\text{Eşitlik 1})$$

Burada:

$T_A(x)$: $x \in X$ 'in A kümesine ait üyelik derecesidir.

Bir elemanın üyelik derecesi $T_A(x) = 1$ ise elemanın kümeye tamamen üye olduğunu, $T_A(x) = 0$ ise elemanın kümeye üye olmadığını gösterir. Üyelik derecesi 0 ile 1 arasında

olan elemana ise BK'nın kısmi üyesi denir. X kümesi bir tek elemana sahip ise bulanık sayı (BS) olarak adlandırılır (Eşitlik 2).

$$A = \{ \langle x, T_A(x) \rangle : x \in X \} \quad (\text{Eşitlik 2})$$

Tanım 1.2.2. (Atanassov, 1986) X boştan farklı bir küme ve $x \in X$ olsun. Her $x \in X$, $0 \leq T_A(x) + F_A(x) \leq 1$ olmak üzere, $T_A : X \rightarrow [0,1]$ üyelik fonksiyonu ve $F_A : X \rightarrow [0,1]$ üye olmama fonksiyonu ile bir sezgisel bulanık küme (SBK) aşağıdaki Eşitlik 3 ile tanımlanır.

$$A = \{ \langle x, T_A(x), F_A(x) \rangle : x \in X \} \quad (\text{Eşitlik 3})$$

Burada:

$T_A(x)$: $x \in X$ 'in A kümesine ait üyelik derecesi,

$F_A(x)$: $x \in X$ 'in A kümesine ait üye olmama derecesidir.

Üyelik derecesi ile üye olmama derecesinin toplamı 1'den küçük olduğunda $I_A(x) = 1 - (T_A(x) + F_A(x))$ değeri ortaya çıkar ve bu durum belirsizlik derecesini ifade eder. $I_A(x) = 0$ olması halinde $F_A(x) = 1 - T_A(x)$ olur, bu da SBK'nın, Zadeh (1965) tarafından tanımlanan BK'ya indirgenmesi anlamına gelir. X kümesi bir tek elemana sahip ise sezgisel bulanık sayı (SBS) olarak adlandırılır (Eşitlik 4).

$$A = \{ \langle x, T_A(x), F_A(x) \rangle : x \in X \} \quad (\text{Eşitlik 4})$$

Sadelik için bir SBS $A = \langle T_A, F_A \rangle$ ile gösterilir.

Tanım 1.2.3. (Smarandache, 1998) X boştan farklı bir küme ve $x \in X$ olsun. Her $x \in X$, $0^- \leq T_A(x) + I_A(x) + F_A(x) \leq 3^+$ olmak üzere $T_A : X \rightarrow]0^-, 1^+[$ doğruluk fonksiyonu, $I_A : X \rightarrow]0^-, 1^+[$ belirsizlik fonksiyonu ve $F_A : X \rightarrow]0^-, 1^+[$ yanlışlık fonksiyonu ile bir neutrosophic küme (NK) aşağıdaki Eşitlik 5 ile tanımlanır.

$$A = \{ \langle x, T_A(x), I_A(x), F_A(x) \rangle : x \in X \} \quad (\text{Eşitlik 5})$$

Burada:

$T_A(x)$: $x \in X$ 'in A kümesine ait doğruluk derecesi,

$I_A(x)$: $x \in X$ 'in A kümesine ait belirsizlik derecesi,

$F_A(x)$: $x \in X$ 'in A kümesine ait yanlışlık derecesidir.

NK da, SBK'dan farklı olarak üyelik fonksiyonu yerine doğruluk fonksiyonunu $T_A(x)$, tereddüt fonksiyonu yerine belirsizlik fonksiyonunu $I_A(x)$ ve üye olmama fonksiyonu yerine yanlışlık fonksiyonunu $F_A(x)$ biçiminde tanımlanır. Ayrıca NK'larda belirsizlik derecesi doğruluk ve yanlışlık derecesinden bağımsızdır. $\forall x \in X$ için $I_A(x) = \emptyset$ ve $T_A(x) + F_A(x) \leq 1$ olması durumunda NK, SBK'ya indirgenir.

Burada $]0^-, 1^+[$ standart olmayan bir aralıktır. Gerçek hayat problemlerinde bu aralıkları kullanmak zor olduğundan Wang vd. (2010) NK'ları $[0,1]$ kapalı aralığı için yeniden tanımlamışlardır.

Tanım 1.2.4. (Wang vd., 2010) X boştan farklı bir küme ve $x \in X$ olsun. Her $x \in X$, $0 \leq T_A(x) + I_A(x) + F_A(x) \leq 3$ olmak üzere $T_A : X \rightarrow [0,1]$ doğruluk fonksiyonu, $I_A : X \rightarrow [0,1]$ belirsizlik fonksiyonu ve $F_A : X \rightarrow [0,1]$ yanlışlık fonksiyonu ile bir NK aşağıdaki Eşitlik 6 ile tanımlanır.

$$A = \{ \langle x, T_A(x), I_A(x), F_A(x) \rangle : x \in X \} \quad (\text{Eşitlik 6})$$

Burada:

$T_A(x)$: $x \in X$ 'in A kümesine ait doğruluk derecesi,

$I_A(x)$: $x \in X$ 'in A kümesine ait belirsizlik derecesi,

$F_A(x)$: $x \in X$ 'in A kümesine ait yanlışlık derecesidir.

X kümesi bir tek elemana sahip ise neutrosophic sayı (NS) olarak adlandırılır (Eşitlik 7).

$$A = \{ \langle x, T_A(x), I_A(x), F_A(x) \rangle : x \in X \} \quad (\text{Eşitlik 7})$$

Sadelik için bir neutrosophic sayı $A = \langle T_A, I_A, F_A \rangle$ ile gösterilir.

Tanım 1.2.5. (Ramot vd., 2002) X boştan farklı bir küme ve $x \in X$ olsun. Her $x \in X$ olmak üzere $\tilde{T}_A : X \rightarrow \{ \alpha_{\tilde{T}} : \alpha_{\tilde{T}} \in \mathbb{C}, |\alpha_{\tilde{T}}| < 1 \}$, $\tilde{T}_A(x) = p_A(x) e^{j\mu_A(x)}$ üyelik fonksiyonu ile bir kompleks bulanık küme (KBK) aşağıdaki Eşitlik 8 ile tanımlanır.

$$A = \{ \langle x, \tilde{T}_A(x) = \alpha_{\tilde{T}} \rangle : x \in X \} \quad (\text{Eşitlik 8})$$

Burada:

$\tilde{T}_A(x)$: $x \in X$ 'in A kümesine ait kompleks değerli üyelik derecesidir.

$\tilde{T}_A(x)$ kompleks düzlemdeki birim çemberin içinde yer alır. Dolayısıyla tüm $\tilde{T}_A(x) = p_A(x) e^{j\mu_A(x)}$ formlarındaki $p_A(x)$ ve $\mu_A(x)$ reel değerlidir ve $p_A(x) \in [0,1]$ ile $j = \sqrt{-1}$ dir. $p_A(x)$ değerleri genlik terimi, $\mu_A(x)$ değerleri faz terimidir. Dikkat edilirse $p_A(x)$ üyelik genlik terimi $|\tilde{T}_A(x)|$ 'e eşittir.

KBK'lar BK'ların genellemeleridir. Herhangi bir BK'yı KBK biçiminde temsil etmek mümkündür. Bir K BK'nın reel değerli $T_K(x)$ üyelik fonksiyonu, $\tilde{T}_K(x)$ üyelik fonksiyonunun $p_K(x)$ genlik terimine eşittir. Faz terimini tüm x 'ler için $\mu_K(x) = 0$ olacak şekilde alındığında BK'nın bir KBK biçimde temsil edilebileceği kolayca görülebilir. Bu gözlemden, genlik teriminin BK'nın reel değerli üyelik derecesine eşdeğer olduğu, faz teriminin ise BK ve KBK arasındaki ayırt edici faktör olduğu sonucuna varmak mümkündür. Başka bir deyişle bir faz terimi olmadan, KBK etkin bir şekilde bir BK'ya indirgenir. Bu yorum BK'nın reel değerli üyelik derecesinde olduğu gibi, $p_A(x)$ genlik terimi aralığının $[0, 1]$ olması gerçeğiyle desteklenmektedir.

Tanım 1.2.6. (Alkouri ve Salleh, 2012) X boştan farklı bir küme ve $x \in X$ olsun. Her $x \in X$ olmak üzere,

$\tilde{T}_A : X \rightarrow \{ \alpha_{\tilde{T}} : \alpha_{\tilde{T}} \in \mathbb{C}, |\alpha_{\tilde{T}}| < 1 \}$, $\tilde{T}_A(x) = p_A(x) e^{j\mu_A(x)}$, üyelik fonksiyonu ve

$\tilde{F}_A : X \rightarrow \{ \alpha_{\tilde{F}} : \alpha_{\tilde{F}} \in \mathbb{C}, |\alpha_{\tilde{F}}| < 1 \}$, $\tilde{F}_A(x) = r_A(x) e^{j\omega_A(x)}$, üye olmama fonksiyonu

$|\tilde{T}_A(x) + \tilde{F}_A(x)| \leq 1$ ile bir kompleks sezgisel bulanık küme (KSBK) aşağıdaki Eşitlik 9 ile tanımlanır.

$$A = \{ \langle x, \tilde{T}_A(x) = \alpha_{\tilde{T}}, \tilde{F}_A(x) = \alpha_{\tilde{F}} \rangle : x \in X \} \quad (\text{Eşitlik 9})$$

Burada:

$\tilde{T}_A(x)$: $x \in X$ 'in A kümesine ait kompleks değerli üyelik derecesi,

$\tilde{F}_A(x)$: $x \in X$ 'in A kümesine ait kompleks değerli üye olmama derecesidir.

Ayrıca bu değerler kompleks düzlemdeki birim çemberin içinde yer alırlar. Dolayısıyla tüm $\tilde{T}_A(x) = p_A(x) e^{j\mu_A(x)}$, $\tilde{F}_A(x) = r_A(x) e^{j\omega_A(x)}$ formlarındaki $p_A(x)$, $r_A(x)$, $\mu_A(x)$ ve $\omega_A(x)$ reel değerlidir ve $p_A(x), r_A(x) \in [0,1]$ için $0 \leq p_A(x) + r_A(x) \leq 1$ ile $j = \sqrt{-1}$ dir.

$p_A(x)$ ve $r_A(x)$ değerleri genlik terimleri, $\mu_A(x)$ ve $\omega_A(x)$ değerleri faz terimleridir. $p_A(x)$ üyelik genlik terimi $|\tilde{T}_A(x)|$ 'e benzer şekilde $r_A(x)$ üye olmama genlik terimi ise $|\tilde{F}_A(x)|$ 'e eşittir.

Herhangi bir SBK'yı KSBK biçiminde temsil etmek istenirse, bir K SBK'nın reel değerli $T_K(x)$ ve $F_K(x)$ üyelik fonksiyonları sırasıyla $\tilde{T}_K(x)$ ve $\tilde{F}_K(x)$ üyelik fonksiyonlarının $p_K(x)$ ve $r_K(x)$ genlik terimlerine eşittir. Faz terimleri tüm x 'ler için $\mu_K(x) = 0$ ve $\omega_K(x) = 0$ olacak şekilde alındığında SBK'nın KSBK biçiminde temsil edilebileceği görülebilir. SBK'nın reel değerli üyelik ve üye olmama derecesinde olduğu gibi $p_A(x)$, $r_A(x)$ genlik terimleri aralığının $[0, 1]$ olması gerçeğiyle desteklenmektedir.

Tanım 1.2.7. (Ali ve Smarandache, 2016) X boştan farklı bir küme ve $x \in X$ olsun.

Her $x \in X$ olmak üzere,

$\tilde{T}_A : X \rightarrow \{\alpha_{\tilde{T}} : \alpha_{\tilde{T}} \in \mathbb{C}, |\alpha_{\tilde{T}}| < 1\}$, $\tilde{T}_A(x) = p_A(x) e^{j\mu_A(x)}$ doğruluk fonksiyonu,
 $\tilde{I}_A : X \rightarrow \{\alpha_{\tilde{I}} : \alpha_{\tilde{I}} \in \mathbb{C}, |\alpha_{\tilde{I}}| < 1\}$, $\tilde{I}_A(x) = q_A(x) e^{j\vartheta_A(x)}$ belirsizlik fonksiyonu,
 $\tilde{F}_A : X \rightarrow \{\alpha_{\tilde{F}} : \alpha_{\tilde{F}} \in \mathbb{C}, |\alpha_{\tilde{F}}| < 1\}$, $\tilde{F}_A(x) = r_A(x) e^{j\omega_A(x)}$ yanlışlık fonksiyonu,
 $|\tilde{T}_A(x) + \tilde{I}_A(x) + \tilde{F}_A(x)| \leq 3$ ile bir kompleks neutrosophic küme (KNK) aşağıdaki Eşitlik 10 ile tanımlanır.

$$A = \{ \langle x, \tilde{T}_A(x) = \alpha_T, \tilde{I}_A(x) = \alpha_I, \tilde{F}_A(x) = \alpha_F \rangle : x \in X \} \quad (\text{Eşitlik 10})$$

Burada:

$\tilde{T}_A(x)$: $x \in X$ 'in A kümesine ait kompleks değerli doğruluk derecesi,

$\tilde{I}_A(x)$: $x \in X$ 'in A kümesine ait kompleks değerli belirsizlik derecesi,

$\tilde{F}_A(x)$: $x \in X$ 'in A kümesine ait kompleks değerli yanlışlık derecesidir.

X kümesi bir tek elemana sahip ise bir kompleks neutrosophic sayı (KNS) olarak adlandırılır (Eşitlik 11).

$$A = \{ \langle x, \tilde{T}_A(x), \tilde{I}_A(x), \tilde{F}_A(x) \rangle : x \in X \} \quad (\text{Eşitlik 11})$$

Sadelik için bir tek değerli KNS $A = \langle \tilde{T}_A, \tilde{I}_A, \tilde{F}_A \rangle$ ile gösterilir. Ayrıca bu değerler kompleks düzlemdeki birim çemberin içinde yer alırlar. Dolayısıyla tüm $\tilde{T}_A(x) = p_A(x) e^{j\mu_A(x)}$, $\tilde{I}_A(x) = q_A(x) e^{j\vartheta_A(x)}$, $\tilde{F}_A(x) = r_A(x) e^{j\omega_A(x)}$ fonksiyonlarında yer alan $p_A(x)$, $q_A(x)$, $r_A(x)$, $\mu_A(x)$, $\vartheta_A(x)$ ve $\omega_A(x)$ reel değerlidir. Ayrıca $p_A(x)$,

$q_A(x), r_A(x) \in [0,1]$ için $0 \leq p_A(x) + q_A(x) + r_A(x) \leq 3$ ile $j = \sqrt{-1}$ dir. $p_A(x), q_A(x), r_A(x)$ değerleri genlik terimleri ve $\mu_A(x), \vartheta_A(x), \omega_A(x)$ değerleri sırasıyla faz terimleridir.

Herhangi bir NK'yı KNK biçiminde temsil etmek istenirse, bir K NK'nın reel değerli $T_K(x)$ doğruluk fonksiyonu, $I_K(x)$ belirsizlik fonksiyonu ve $F_K(x)$ yanlışlık fonksiyonu sırasıyla $p_K(x), q_K(x)$ ve $r_K(x)$ genlik terimlerine eşit ve faz terimleri tüm x 'ler için $\mu_K(x) = 0, \vartheta_K(x) = 0, \omega_K(x) = 0$ alındığında NK'nın KNK'ya eşit olduğu görülebilir. NK'nın reel doğruluk, belirsizlik ve yanlışlık derecesinde olduğu gibi, $p_A(x), q_A(x), r_A(x)$ genlik terimleri aralığının $[0,1]$ olması gerçeğiyle desteklenmektedir.

Hesaplamalardaki karmaşıklığı azaltmak için bu tezde faz terimleri aralığı $[0,2\pi]$ olarak alınmıştır.

Tanım 1.2.8. (Ali ve Smarandache, 2016) X boştan farklı bir küme ve $x \in X$ olsun. Her $x \in X$ için $\tilde{T}_A(x) = p_A(x) e^{j\mu_A(x)}$ doğruluk fonksiyonu, $\tilde{I}_A(x) = q_A(x) e^{j\vartheta_A(x)}$ belirsizlik fonksiyonu ve $\tilde{F}_A(x) = r_A(x) e^{j\omega_A(x)}$ yanlışlık fonksiyonu olmak üzere KNK'nın bazı küme işlemleri aşağıda verilmiştir.

(1) $A = \{\langle x, \tilde{T}_A(x), \tilde{I}_A(x), \tilde{F}_A(x) \rangle : x \in X\}$, X 'de bir KNK olsun. A kümesinin tamamlayıcısı $c(A)$ ile gösterilmek üzere aşağıdaki Eşitlik 12 ile tanımlanır.

$$c(A) = \{\langle x, \tilde{T}_A^c(x), \tilde{I}_A^c(x), \tilde{F}_A^c(x) \rangle : x \in X\} \quad (\text{Eşitlik 12})$$

Burada:

$\tilde{T}_A^c(x)$: Doğruluk fonksiyonunun tamamlayıcısı,

$\tilde{I}_A^c(x)$: Belirsizlik fonksiyonunun tamamlayıcısı,

$\tilde{F}_A^c(x)$: Yanlışlık fonksiyonunun tamamlayıcısıdır.

$\tilde{T}_A^c(x) = c(p_A(x) e^{j\mu_A(x)})$, $\tilde{I}_A^c(x) = c(q_A(x) e^{j\vartheta_A(x)})$, $\tilde{F}_A^c(x) = c(r_A(x) e^{j\omega_A(x)})$ dir.

$c(p_A(x) e^{j\mu_A(x)}) = c(p_A(x)) e^{j\mu_A^c(x)}$, $c(p_A(x)) = r_A(x)$, $\mu_A^c(x) = \mu_A(x)$,

$2\pi - \mu_A(x)$ veya $\mu_A(x) + \pi$ şeklindedir.

Benzer şekilde

$c(q_A(x) e^{j\vartheta_A(x)}) = c(q_A(x)) e^{j\vartheta_A^c(x)}$, $c(q_A(x)) = 1 - q_A(x)$, $\vartheta_A^c(x) = \vartheta_A(x)$,

$2\pi - \vartheta_A(x)$ veya $\vartheta_A(x) + \pi$ dir.

Son olarak

$c(r_A(x)e^{j\omega_A(x)}) = c(r_A(x))e^{j\omega_A^c(x)}$, $c(r_A(x)) = p_A(x)$, $\omega_A^c(x) = \omega_A(x)$,
 $2\pi - \omega_A(x)$ veya $\omega_{,A}(x) + \pi$ şeklindedir.

$$(2) A_1 = \{ \langle x, \tilde{T}_{A_1}(x), \tilde{I}_{A_1}(x), \tilde{F}_{A_1}(x) \rangle : x \in X \}$$

$A_2 = \{ \langle x, \tilde{T}_{A_2}(x), \tilde{I}_{A_2}(x), \tilde{F}_{A_2}(x) \rangle : x \in X \}$, X üzerinde iki KNK olsun.

❖ A_1 ve A_2 'nin birleşimi $A_1 \cup A_2$ şeklinde belirtilir ve aşağıdaki Eşitlik 13 ile tanımlanır.

$$A_1 \cup A_2 = \{ \langle x, \tilde{T}_{A_1 \cup A_2}(x), \tilde{I}_{A_1 \cup A_2}(x), \tilde{F}_{A_1 \cup A_2}(x) \rangle : x \in X \} \quad (\text{Eşitlik 13})$$

Burada:

$\tilde{T}_{A_1 \cup A_2}(x)$: Doğruluk fonksiyonu,

$\tilde{I}_{A_1 \cup A_2}(x)$: Belirsizlik fonksiyonu,

$\tilde{F}_{A_1 \cup A_2}(x)$: Yanlışlık fonksiyonudur.

Doğruluk fonksiyonu, belirsizlik fonksiyonu ve yanlışlık fonksiyonu,

$$\tilde{T}_{A_1 \cup A_2}(x) = \left[\left(p_{A_1}(x) \vee p_{A_2}(x) \right) \right] e^{j(\mu_{A_1}(x) \vee \mu_{A_2}(x))}$$

$$\tilde{I}_{A_1 \cup A_2}(x) = \left[\left(q_{A_1}(x) \wedge q_{A_2}(x) \right) \right] e^{j(\vartheta_{A_1}(x) \wedge \vartheta_{A_2}(x))}$$

$$\tilde{F}_{A_1 \cup A_2}(x) = \left[\left(r_{A_1}(x) \wedge r_{A_2}(x) \right) \right] e^{j(\omega_{A_1}(x) \wedge \omega_{A_2}(x))}$$

şeklinde tanımlanır. Burada 'v' ve '∧' sırasıyla maksimum ve minimum operatörleridir.

❖ A_1 ve A_2 'nin kesişimi $A_1 \cap A_2$ şeklinde belirtilir ve aşağıdaki Eşitlik 14 ile tanımlanır.

$$A_1 \cap A_2 = \{ \langle x, \tilde{T}_{A_1 \cap A_2}(x), \tilde{I}_{A_1 \cap A_2}(x), \tilde{F}_{A_1 \cap A_2}(x) \rangle : x \in X \} \quad (\text{Eşitlik 14})$$

Burada:

$\tilde{T}_{A_1 \cap A_2}(x)$: Doğruluk fonksiyonu,

$\tilde{I}_{A_1 \cap A_2}(x)$: Belirsizlik fonksiyonu,

$\tilde{F}_{A_1 \cap A_2}(x)$: Yanlışlık fonksiyonudur.

Doğruluk fonksiyonu, belirsizlik fonksiyonu ve yanlışlık fonksiyonu,

$$\tilde{T}_{A_1 \cap A_2}(x) = \left[\left(p_{A_1}(x) \wedge p_{A_2}(x) \right) \right] e^{j(\mu_{A_1}(x) \wedge \mu_{A_2}(x))}$$

$$\tilde{I}_{A_1 \cap A_2}(x) = \left[\left(q_{A_1}(x) \vee q_{A_2}(x) \right) \right] e^{j(\vartheta_{A_1}(x) \vee \vartheta_{A_2}(x))}$$

$$\tilde{F}_{A_1 \cap A_2}(x) = \left[\left(r_{A_1}(x) \vee r_{A_2}(x) \right) \right] e^{j(\omega_{A_1}(x) \vee \omega_{A_2}(x))}$$

şeklinde tanımlanır. Burada ‘ $\vee$ ’ ve ‘ $\wedge$ ’ sırasıyla maksimum ve minimum operatörleridir.

$$(3) A_1 = \{ \langle x, \tilde{T}_{A_1}(x), \tilde{I}_{A_1}(x), \tilde{F}_{A_1}(x) \rangle : x \in X \}$$

$$A_2 = \{ \langle x, \tilde{T}_{A_2}(x), \tilde{I}_{A_2}(x), \tilde{F}_{A_2}(x) \rangle : x \in X \}, \quad X \text{ üzerinde iki KNK olsun. } A_1 \subseteq A_2$$

ancak ve ancak aşağıdaki koşullar yerine getirildiğinde söylenir:

$$\text{i) } \tilde{T}_{A_1}(x) \leq \tilde{T}_{A_2}(x) \text{ öyle ki } p_{A_1}(x) \leq p_{A_2}(x) \text{ ve } \mu_{A_1}(x) \leq \mu_{A_2}(x)$$

$$\text{ii) } \tilde{I}_{A_1}(x) \geq \tilde{I}_{A_2}(x) \text{ öyle ki } q_{A_1}(x) \geq q_{A_2}(x) \text{ ve } \vartheta_{A_1}(x) \geq \vartheta_{A_2}(x)$$

$$\text{iii) } \tilde{F}_{A_1}(x) \geq \tilde{F}_{A_2}(x) \text{ öyle ki } r_{A_1}(x) \geq r_{A_2}(x) \text{ ve } \omega_{A_1}(x) \geq \omega_{A_2}(x)$$

Tanım 1.2.9. (Manna vd., 2020) $A = \langle p_A(x) e^{j\mu_A(x)}, q_A(x) e^{j\vartheta_A(x)}, r_A(x) e^{j\omega_A(x)} \rangle$ bir KNS, $p_A(x), q_A(x), r_A(x) \in [0,1]$ genlik terimleri, $\mu_A(x), \vartheta_A(x), \omega_A(x) \in [0,2\pi]$ faz terimleri ve $0 \leq p_A(x) + q_A(x) + r_A(x) \leq 3$ olmak üzere A 'nın skor fonksiyonu aşağıdaki Eşitlik 15 ile tanımlanır.

$$S(A) = \frac{1}{6} \left(\left(2 + p_A(x) - q_A(x) - r_A(x) \right) + \frac{1}{2\pi} (4\pi + \mu_A(x) - \vartheta_A(x) - \omega_A(x)) \right) \quad (\text{Eşitlik 15})$$

Burada:

$p_A(x)$: Doğruluk genlik terimi,

$q_A(x)$: Belirsizlik genlik terimi,

$r_A(x)$: Yanlıklık genlik terimi,

$\mu_A(x)$: Doğruluk faz terimi,

$\vartheta_A(x)$: Belirsizlik faz terimi,

$\omega_A(x)$: Yanlıklık faz terimidir.

Tanım 1.2.10. (Xu vd., 2020a) $A = \langle p_A(x) e^{j\mu_A(x)}, q_A(x) e^{j\vartheta_A(x)}, r_A(x) e^{j\omega_A(x)} \rangle$ bir KNS, $p_A(x), q_A(x), r_A(x) \in [0,1]$ genlik terimleri, $\mu_A(x), \vartheta_A(x), \omega_A(x) \in [0,2\pi]$ faz

terimleri ve $0 \leq p_A(x) + q_A(x) + r_A(x) \leq 3$ olmak üzere A 'nin kesinlik fonksiyonu aşağıdaki Eşitlik 16 ile tanımlanır.

$$H(A) = \frac{1}{2} \left((p_A(x) - r_A(x)) + \frac{1}{2\pi} (\mu_A(x) - \omega_A(x)) \right) \quad (\text{Eşitlik 16})$$

Burada:

$p_A(x)$: Doğruluk genlik terimi,

$r_A(x)$: Yanlışlık genlik terimi,

$\mu_A(x)$: Doğruluk faz terimi,

$\omega_A(x)$: Yanlışlık faz terimidir.

Tanım 1.2.11. (Xu vd., 2020a) A_1 ve A_2 iki KNS, S skor fonksiyonu ve H kesinlik fonksiyonu olmak üzere,

- $S(A_1) < S(A_2)$ ise $A_1 < A_2$,
- $S(A_1) = S(A_2)$ ise
 - i. $H(A_1) < H(A_2)$ ise $A_1 < A_2$,
 - ii. $H(A_1) = H(A_2)$ ise $A_1 = A_2$ dir.

Tanım 1.2.12. (Ali ve Smarandache, 2016) X boştan farklı bir küme ve X üzerinde tanımlanan KNK'ların bir ailesi $\phi(X)$ olmak üzere $A_1, A_2, A_3 \in \phi(X)$ için $D: \phi(X) \times \phi(X) \rightarrow [0,1]$ fonksiyonu ile tanımlanan bir kompleks neutrosophic mesafe ölçüsü aşağıdaki şartları sağlar.

- 1) $0 \leq D(A_1, A_2) \leq 1$,
- 2) $D(A_1, A_2) = 0$ ise $A_1 = A_2$,
- 3) $D(A_1, A_2) = D(A_2, A_1)$,
- 4) $A_1 \subseteq A_2 \subseteq A_3$ ise $D(A_1, A_3) \geq D(A_1, A_2)$ ve $D(A_1, A_3) \geq D(A_2, A_3)$

Tanım 1.2.13. (Xu vd., 2020b) X boştan farklı bir küme ve X üzerinde

$$A_1 = \{ \langle x, \tilde{T}_{A_1}(x), \tilde{I}_{A_1}(x), \tilde{F}_{A_1}(x) \rangle : x \in X \}$$

$$A_2 = \{ \langle x, \tilde{T}_{A_2}(x), \tilde{I}_{A_2}(x), \tilde{F}_{A_2}(x) \rangle : x \in X \}$$

iki KNK olmak üzere doğruluk fonksiyonları, belirsizlik fonksiyonları ve yanlışlık fonksiyonları sırasıyla

$$\begin{aligned}\tilde{T}_{A_1}(x) &= p_{A_1}(x) e^{j\mu_{A_1}(x)}, & \tilde{I}_{A_1}(x) &= q_{A_1}(x) e^{j\vartheta_{A_1}(x)}, & \tilde{F}_{A_1}(x) &= r_{A_1}(x) e^{j\omega_{A_1}(x)} \\ \tilde{T}_{A_2}(x) &= p_{A_2}(x) e^{j\mu_{A_2}(x)}, & \tilde{I}_{A_2}(x) &= q_{A_2}(x) e^{j\vartheta_{A_2}(x)}, & \tilde{F}_{A_2}(x) &= r_{A_2}(x) e^{j\omega_{A_2}(x)}\end{aligned}$$

olsun. KNK' ların operasyonel kuralları aşağıdaki şekilde Eşitlik 17, Eşitlik 18, Eşitlik 19 ve Eşitlik 20 ile tanımlanmıştır.

$$\text{i. } A_1 \oplus A_2 = \{\langle x, \tilde{T}_{A_1 \oplus A_2}(x), \tilde{I}_{A_1 \oplus A_2}(x), \tilde{F}_{A_1 \oplus A_2}(x) \rangle : x \in X\} \quad (\text{Eşitlik 17})$$

Burada,

$$\begin{aligned}\tilde{T}_{A_1 \oplus A_2}(x) &= \left(p_{A_1}(x) + p_{A_2}(x) - p_{A_1}(x) \cdot p_{A_2}(x) \right) e^{j2\pi \left(\frac{\mu_{A_1}(x)}{2\pi} + \frac{\mu_{A_2}(x)}{2\pi} - \frac{\mu_{A_1}(x) \cdot \mu_{A_2}(x)}{(2\pi)^2} \right)} \\ \tilde{I}_{A_1 \oplus A_2}(x) &= \left(q_{A_1}(x) \cdot q_{A_2}(x) \right) e^{j2\pi \left(\frac{\vartheta_{A_1}(x)}{2\pi} \cdot \frac{\vartheta_{A_2}(x)}{2\pi} \right)} \\ \tilde{F}_{A_1 \oplus A_2}(x) &= \left(r_{A_1}(x) \cdot r_{A_2}(x) \right) e^{j2\pi \left(\frac{\omega_{A_1}(x)}{2\pi} \cdot \frac{\omega_{A_2}(x)}{2\pi} \right)}\end{aligned}$$

dir.

$$\text{ii. } A_1 \otimes A_2 = \{\langle x, \tilde{T}_{A_1 \otimes A_2}(x), \tilde{I}_{A_1 \otimes A_2}(x), \tilde{F}_{A_1 \otimes A_2}(x) \rangle : x \in X\} \quad (\text{Eşitlik 18})$$

Burada,

$$\begin{aligned}\tilde{T}_{A_1 \otimes A_2}(x) &= \left(p_{A_1}(x) \cdot p_{A_2}(x) \right) e^{j2\pi \left(\frac{\mu_{A_1}(x)}{2\pi} \cdot \frac{\mu_{A_2}(x)}{2\pi} \right)} \\ \tilde{I}_{A_1 \otimes A_2}(x) &= \left(q_{A_1}(x) + q_{A_2}(x) - q_{A_1}(x) \cdot q_{A_2}(x) \right) e^{j2\pi \left(\frac{\vartheta_{A_1}(x)}{2\pi} + \frac{\vartheta_{A_2}(x)}{2\pi} - \frac{\vartheta_{A_1}(x) \cdot \vartheta_{A_2}(x)}{(2\pi)^2} \right)} \\ \tilde{F}_{A_1 \otimes A_2}(x) &= \left(r_{A_1}(x) + r_{A_2}(x) - r_{A_1}(x) \cdot r_{A_2}(x) \right) e^{j2\pi \left(\frac{\omega_{A_1}(x)}{2\pi} + \frac{\omega_{A_2}(x)}{2\pi} - \frac{\omega_{A_1}(x) \cdot \omega_{A_2}(x)}{(2\pi)^2} \right)}\end{aligned}$$

dir.

iii. A_1 'in skaler ile çarpımı, herhangi bir $\lambda > 0$ olmak üzere;

$$\lambda A_1 = \{\langle x, \tilde{T}_{\lambda A_1}(x), \tilde{I}_{\lambda A_1}(x), \tilde{F}_{\lambda A_1}(x) \rangle : x \in X\} \quad (\text{Eşitlik 19})$$

Burada,

$$\begin{aligned}\tilde{T}_{\lambda A_1}(x) &= \left(1 - \left(1 - p_{A_1}(x) \right)^\lambda \right) e^{j2\pi \left(1 - \left(1 - \frac{\mu_{A_1}(x)}{2\pi} \right)^\lambda \right)} \\ \tilde{I}_{\lambda A_1}(x) &= \left(\left(q_{A_1}(x) \right)^\lambda \right) e^{j2\pi \left(\frac{\vartheta_{A_1}(x)}{2\pi} \right)^\lambda}\end{aligned}$$

$$\tilde{F}_{\lambda A_1}(x) = \left(\left(r_{A_1}(x) \right)^\lambda \right) e^{j2\pi \left(\frac{\omega_{A_1}(x)}{2\pi} \right)^\lambda}$$

dir.

iv. A_1 'in kuvveti, herhangi bir $\lambda > 0$ olmak üzere $(A_1)^\lambda = A_\lambda$ temsiliyle

$$A_\lambda = \{ \langle x, \tilde{T}_{A_\lambda}(x), \tilde{I}_{A_\lambda}(x), \tilde{F}_{A_\lambda}(x) \rangle : x \in X \} \quad (\text{Eşitlik 20})$$

Burada,

$$\tilde{T}_{A_\lambda}(x) = \left(\left(p_{A_\lambda}(x) \right)^\lambda \right) e^{j2\pi \left(\frac{\mu_{A_\lambda}(x)}{2\pi} \right)^\lambda}$$

$$\tilde{I}_{A_\lambda}(x) = \left(1 - \left(1 - q_{A_\lambda}(x) \right)^\lambda \right) e^{j2\pi \left(1 - \left(1 - \frac{\vartheta_{A_\lambda}(x)}{2\pi} \right)^\lambda \right)}$$

$$\tilde{F}_{A_\lambda}(x) = \left(1 - \left(1 - r_{A_\lambda}(x) \right)^\lambda \right) e^{j2\pi \left(1 - \left(1 - \frac{\omega_{A_\lambda}(x)}{2\pi} \right)^\lambda \right)}$$

dir.

Tanım 1.2.14. (Şahin, 2014) X boştan farklı bir küme ve X üzerindeki NK'ların bir kümesi $A_t = \{ \langle x, T_{A_t}(x), I_{A_t}(x), F_{A_t}(x) \rangle : x \in X \} (t = 1, 2, \dots, n)$ olmak üzere $T_{A_t}(x) = p_{A_t}(x)$ doğruluk fonksiyonu, $I_{A_t}(x) = q_{A_t}(x)$ belirsizlik fonksiyonu ve $F_{A_t}(x) = r_{A_t}(x)$ yanlışlık fonksiyonu olsun. Neutrosophic ağırlıklı aritmetik ortalama (NAAO) operatörü aşağıdaki Eşitlik 21 şeklinde tanımlanır.

$$NAAO(A_1, A_2, \dots, A_n) = \sum_{t=1}^n w_t A_t$$

$$= \left(1 - \prod_{t=1}^n \left(1 - p_{A_t}(x) \right)^{w_t}, \prod_{t=1}^n \left(q_{A_t}(x) \right)^{w_t}, \prod_{t=1}^n \left(r_{A_t}(x) \right)^{w_t} \right)$$

(Eşitlik 21)

Burada:

$w_t: A_t (t = 1, 2, \dots, n)$ 'lerin ağırlık vektörüdür.

Ayrıca $w_t \in [0, 1]$ ve $\sum_{t=1}^n w_t = 1$ dir.

Tanım 1.2.15. (Şahin, 2014) X boştan farklı bir küme ve X üzerindeki NK'ların bir kümesi $A_t = \{ \langle x, T_{A_t}(x), I_{A_t}(x), F_{A_t}(x) \rangle : x \in X \} (t = 1, 2, \dots, n)$ olmak üzere $T_{A_t}(x) = p_{A_t}(x)$ doğruluk fonksiyonu, $I_{A_t}(x) = q_{A_t}(x)$ belirsizlik fonksiyonu ve $F_{A_t}(x) = r_{A_t}(x)$ yanlışlık fonksiyonu olsun. Tek değerli neutrosophic ağırlıklı geometrik ortalama (NAGO) operatörü aşağıdaki Eşitlik 22 şeklinde tanımlanır.

$$\begin{aligned}
 NAGO(A_1, A_2, \dots, A_n) &= \prod_{t=1}^n (A_t)^{w_t} \\
 &= \left(\prod_{t=1}^n (p_{A_t}(x))^{w_t}, 1 - \prod_{t=1}^n (1 - q_{A_t}(x))^{w_t}, 1 - \prod_{t=1}^n (1 - r_{A_t}(x))^{w_t} \right)
 \end{aligned}
 \tag{Eşitlik 22}$$

Burada:

w_t : $A_t (t = 1, 2, \dots, n)$ 'lerin ağırlık vektörüdür.

Ayrıca $w_t \in [0, 1]$ ve $\sum_{t=1}^n w_t = 1$ dir.

1.3. VIKOR Metodu

Operasyonel araştırma (OA), karar vermeyi geliştirmek için ileri analitik tekniklerin kullanılmasını içerir. Çok kriterli karar verme (ÇKKV) operasyonel araştırmanın iyi bilinen bir alt disiplindir. ÇKKV çeşitli faktörler veya kriterler altında sınırlı sayıda karar alternatifini değerlendirmek için hesaplama araçları tasarlamaktadır (Lootsma, 1999).

Gerçek hayat problemleri genellikle ölçülemez ve çelişkili birçok kriter ile belirtilir. Aynı anda tüm kriterleri karşılayan çözüm ise bulunamayabilir. Bu durum karar vericilerin tercihlerine göre uzlaşma (uzlaşık) çözümü ile giderilmektedir (Opricovic ve Tzeng, 2004). Uzlaşma çözümünün temeli, Yu (1973) ve Zeleny (1982) tarafından oluşturulmuştur. Uzlaşma (uzlaş) karşılıklı ödün verilerek kurulan ortak karar anlamına gelmektedir (Opricovic, 1998).

VIKOR (Vise Kriterijumska Optimizacija I Kompromisno Resenje) metodu Opricovic (1998) tarafından çok kriterli karmaşık sistemlerin optimizasyonu için geliştirilmiştir. Metot çelişkili (rekabet eden ya da zıtlaşan) kriterler varlığında

alternatifleri sıralayarak en uygun alternatifin seçimine dayanmaktadır (Opricovic ve Tzeng, 2004). Metodun amacı sıralamada ve seçimde uzlaşma çözümü bulabilmektir.

ÇKKV problemlerinin VIKOR metodu ile ele alınabilmesi için aşağıdaki genel özellikleri taşımaları istenir (Ertuğrul ve Karakaşoğlu 2008).

- Muhalif görüşlerin bulunduğu bir durumda çözüme varılabilmesi için uzlaşma kabul edilebilir olmalıdır.
- Karar verici, ideal görülen çözüme en yakın çözümü kabul etmeye istekli olmalıdır.
- Her kriter fonksiyonu ile karar verici için yarar arasında doğrusal bir ilişki olmalıdır.
- Belirlenen tüm kriterler için alternatifler değerlendirilebilir olmalıdır.
- Karar vericinin tercihleri ağırlıklar ile ifade edilebilir olmalıdır.
- VIKOR metodu, karar vericinin katılımı olmadan başlayabilir fakat ortak alınmış çözümün onaylanması karar vericinin sorumluluğundadır.

VIKOR metodunun aşamaları aşağıdaki şekildedir.

VIKOR metodunda temel ilke ideal çözüme olana yakınlık olduğundan uzlaşma çözümü her bir alternatifin ideale olan yakınlıklarının karşılaştırılmasıyla sıralama oluşturulabilir. m tane alternatif $A_1, A_2, \dots, A_m$ olmak üzere A_j alternatifinin i . ($i = 1, 2, \dots, n$) kriter altındaki ölçümü f_{ij} olarak gösterilir yani f_{ij} , alternatif A_j için i . kriter işlevinin değeridir. VIKOR metodunun geliştirilmesi L_p -metrik formu (Eşitlik 23) ile başlamıştır (Opricovic ve Tzeng, 2004).

$$L_{pj} = \left\{ \sum_{i=1}^n \left[w_i \frac{(f_i^* - f_{ij})}{(f_i^* - f_i^-)} \right]^p \right\}^{1/p}, 1 \leq p \leq \infty; j = 1, 2, \dots, m$$

(Eşitlik 23)

Burada:

f_i^* : i . kriter işlevinin en iyi ölçüm değeri,

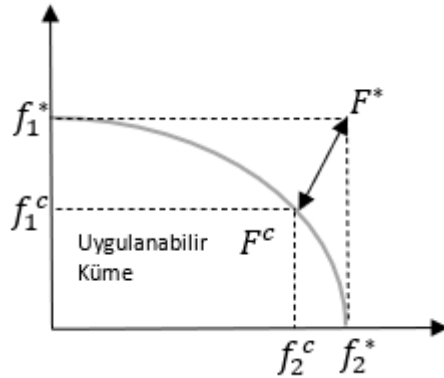
f_i^- : i . kriter işlevinin en kötü ölçüm değeri,

f_{ij} : Alternatif A_j için i . kriter işlevinin değeridir.

VIKOR metodunda sıralama ölçüsünü hesaplamak için L_{1j} (S_j olarak) ve $L_{\infty j}$ (R_j olarak) kullanılır. $\min_j S_j$ ile elde edilen çözüm, maksimum grup faydası, $\min_j R_j$ ile elde

edilen çözüm ise muhalifin minimum bireysel pişmanlığıdır. Kriterler maksimizasyon için “fayda” kriteri adı alınırken minimizasyon için ise “maliyet” kriteri adını alır.

Uzlaşma çözüm F^c ve ideal çözüm F^* 'ın grafiksel gösterimi Şekil 1'de verilmiştir.



Şekil 1. İdeal ve uzlaşma çözüm (Opricovic ve Tzeng, 2004).

F^c uzlaşma çözümü, F^* ideal çözüme en yakın olan uygulanabilir bir çözümdür. Uzlaşma Şekil 1 de $\Delta f_1 = f_1^* - f_1^c$ ve $\Delta f_2 = f_2^* - f_2^c$ gösterildiği gibi karşılıklı ödün vermelerle bir anlaşma anlamına gelir (Opricovic ve Tzeng, 2004).

VIKOR metodunun adımları aşağıda özetletmiştir (Opricovic ve Tzeng, 2004);

Adım 1: $i = 1, 2, \dots, n$ olmak üzere her kriter için en iyi f_i^* ve en kötü f_i^- ölçümü Eşitlik 24 ve Eşitlik 25 ile aşağıdaki şekilde belirlenir. Burada kriter i fayda kriteridir.

$$f_i^* = \begin{cases} \max_j f_{ij} & i \text{ fayda kriteri ise} \\ \min_j f_{ij} & i \text{ maliyet kriteri ise} \end{cases} \quad (\text{Eşitlik 24})$$

$$f_i^- = \begin{cases} \min_j f_{ij} & i \text{ fayda kriteri ise} \\ \max_j f_{ij} & i \text{ maliyet kriteri ise} \end{cases} \quad (\text{Eşitlik 25})$$

Adım 2: $j = 1, 2, \dots, m$ için S_j ve R_j değerleri Eşitlik 26 ve Eşitlik 27 ile aşağıdaki şekilde belirlenir.

$$S_j = \sum_{i=1}^n w_i (f_i^* - f_{ij}) / (f_i^* - f_i^-) \quad (\text{Eşitlik 26})$$

$$R_j = \max_i [w_i (f_i^* - f_{ij}) / (f_i^* - f_i^-)] \quad (\text{Eşitlik 27})$$

Burada:

w_i ($i = 1, 2, \dots, n$): Göreceli önemlerini ifade eden kriter ağırlıklarıdır.

Adım 3: $j = 1, 2, \dots, m$ için Q_j değeri Eşitlik 28 ile aşağıdaki şekilde belirlenir.

$$Q_j = v(S_j - S^*)/(S^- - S^*) + (1 - v)(R_j - R^*)/(R^- - R^*) \quad (\text{Eşitlik 28})$$

Burada:

$$S^* = \min_j S_j,$$

$$S^- = \max_j S_j,$$

$$R^* = \min_j R_j,$$

$$R^- = \max_j R_j,$$

v : “Maksimum grup faydası” stratejisinin ağırlığı olarak ifade edilir.

Adım 4: Alternatiflerin, S, R ve Q değerlerine göre artan düzende üç sıralama listesi oluşturulur.

Adım 5: Eşitlik 29 ve Eşitlik 30 sağlanıyorsa, Q (minimum) ölçüsüne göre en iyi sıralanan alternatif a' bir uzlaşma çözüm olarak önerir.

C_1 : “Kabul edilebilir avantaj”

$$Q(a'') - Q(a') \geq DQ \quad (\text{Eşitlik 29})$$

$$DQ = 1/m - 1 \quad (\text{Eşitlik 30})$$

Burada:

a'' : Q değerine göre sıralamada en iyi ikinci sırada yer alan alternatifi,

m : toplam alternatif sayısını göstermektedir.

C_2 : “Kabul edilebilir istikrar”

Alternatif a' , S veya R sıralamasında da en iyi sırada yer almalıdır. Bu durumda uzlaşma çözüm bu karar verme sürecinde istikrarlıdır.

Bu koşullardan yalnız biri veya her ikisi de geçerli değilse o zaman aşağıdaki gibi bir dizi uzlaşma çözümü oluşturulabilir:

- Yalnızca C_2 koşulunun geçerli olmaması durumunda uzlaşma çözümü seti hem a' hem a'' yi içerir.
- C_1 koşulunu sağlamıyorsa uzlaşma çözümü kümesi $a', a'', \dots, a^{(r)}$ içerir. Burada maksimum “ r ” için Eşitlik 31 ile değerlendirilir.

$$Q(a^{(r)}) - Q(a') < DQ \quad (\text{Eşitlik 31})$$

Operasyonel karar verme durumlarında, karar vericilerin görüşleri genellikle nitel içeriklidir ve kesin nicel değerlerle ifade edilemez. Bu durumda dilsel değerlendirme, nicel değerlendirmeden daha iyi bir seçenektir (Vahdani vd., 2010).

Klasik ÇKKV tekniklerinde olduğu gibi VIKOR yönteminde de kriter verilerinin kesin olarak bilindiği varsayılmaktadır. Ancak, gerçek yaşam problemlerinin birçoğunda kesin verilere ulaşmak güçtür. Seçimleri ve tercihleri içeren insan kararları genellikle anlaşılması zor, karışık ve kesin nicel değerlerle ifade edilmesini zorlaştırmaktadır. Bu tür problemlerde karar verici, kesin olmayan veya belirsiz bilgiyi de dikkate almalıdır. Bu bilgileri çözüme dâhil etmenin yöntemlerinden biri de dilsel değerlendirmeleri kullanmaktır (Ersoylu, 2011). Bulanık küme kavramı bu tür belirsizlik ve bulanıklık problemlerinde en etkili küme kavramı olarak kabul edilir.

Bulanık VIKOR metodu, bulanık çok kriterli problemlerin çözümü için geliştirilmiştir (Opricovic, 2011). Bu metodun temeli bulanık mantığın VIKOR metoduna uygulanmasıdır.

2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

Bu bölümde neutrosophic kümelerin bulanık kümelerin bir genişlemesi olmasından dolayı tez çalışmasına katkısı olacak çalışmalar verilecektir.

Karar vermede belirsiz ve kesin olmayan bilgileri ele almada, problemin üstesinden gelebilmek için Zadeh (1965), bulanık küme kavramını sunmuştur. Bulanık küme teorisi mühendislik, ekonomi, tıbbi teşhis, görüntü işleme, nesne tanıma gibi çok sayıda uygulama alanında kullanılmaktadır (Phuong vd., 2000; Shahzadi vd., 2017; Tobias ve Seara, 2002). Bulanık küme, Atanassov (1986) tarafından sezgisel bulanık kümeye (SBK) genişletilmiştir. SBK belirsiz veya tutarsız bilgileri değerlendirmede yeterli değildir ve gerçek hayattaki karar verme problemlerinde uygulanması genellikle zordur. Smarandache (1998) felsefi bir bakış açısından yola çıkarak, gerçek hayat problemlerinde sıklıkla var olan kesin olmayan, belirsiz ve tutarsız bilgilerle daha etkili bir şekilde ilgilenen neutrosophic kümeyi (NK) önermiştir. Bu yeniliğin ardından Wang vd. (2005; 2010) neutrosophic kümelerin özelleştirilmiş bir durumu olan tek değerli neutrosophic kümeler (TDNK) ve aralık değerli neutrosophic kümeleri (ADNK) önermişlerdir. Maji (2013) tarafından neutrosophic soft küme, Broumi vd. (2014) tarafından kaba neutrosophic küme, Wang ve Li (2015) tarafından çok değerli neutrosophic küme (ÇDNK), Ye (2015a) tarafından tek değerli neutrosophic dilsel küme, Peng vd. (2016) tarafından basitleştirilmiş neutrosophic küme (BNK), Jun vd. (2017) tarafından neutrosophic kübik küme kavramlarını literatüre kazandırılmıştır.

Geliştirilmiş küme teorileriyle birlikte çeşitli cebirsel yöntemler ortaya konmuştur. Yager (2001) güç ortalama operatörü, Yager (2008) öncelikli ortalama operatörü, Xu ve Yager (2010) belirsiz güç sıralı ağırlıklı geometrik operatörü, Zhou vd. (2012) genelleştirilmiş ağırlıklı bir ortalama operatörünü sunmuşlardır. Peng vd. (2015) çok değerli neutrosophic güç ağırlıklı ortalama ve geometrik operatörünü tanımlamışlardır. Ayrıca, yıllar içinde benzerlik ölçüleri, mesafe ölçüleri, entropi ölçüleri, kapsama ölçüleri ve korelasyon katsayıları gibi birçok bilgi ölçütü önerilmiştir. Broumi ve Smarandache (2013a) neutrosophic kümeler için çeşitli benzerlik ölçüleri, Ye (2014a, 2014b, 2014c, 2015b, 2017a, 2017b) BNK ve TDNK için benzerlik ve mesafe ölçüleri, Ye ve Zhang (2014) TDNK için benzerlik ölçüleri, Majumdar ve Samanta (2014) TDNK için benzerlik ve entropi ölçüleri bu çalışmalardan bazılarıdır. Şahin ve Küçük (2014, 2015) neutrosophic soft küme için mesafe ve entropi ölçüleri, TDNK için alt küme ölçüsü önermişler ve ÇKKV problemine uygulamışlardır. Liu ve Luo (2016a, 2016b) TDNK için

ağırlıklı mesafe ölçüsü ve BNK için aritmetik ve geometrik ortalama operatörleri önermişlerdir ve ÇKKV problemlerine uygulamışlardır. Garg ve Nancy (2016, 2017) TDNK için entropi ve biparametrik mesafe ölçüleri önermişlerdir ve örüntü tanıma ve tıbbi teşhis problemlerine uygulamışlardır. Şahin ve Liu (2016, 2017) TDNK için skor fonksiyonu, doğruluk fonksiyonu ve korelasyon katsayıları önermişlerdir. Şahin (2017) ADNK sırasıyla BK ve TDNK'ya dönüştürmek için iki pratik yöntem önermiştir ardından çapraz entropi ölçüsü sunmuştur. Bunların dışında (Hanafy vd., 2013; Broumi ve Smarandache, 2013b; Ye, 2013, 2014d, 2014e, 2015c, 2017c; Aydogdu, 2015; Qi vd., 2016; Fu ve Ye, 2017; Karaaslan, 2017; Bolturk ve Kahraman, 2018; Liu, 2018; Liu vd., 2018; Wu vd., 2018; Sinha ve Majumdar, 2018; Aydoğdu ve Şahin, 2019; Liu ve You, 2019; Ye ve Du, 2019; Ren vd., 2019; Sun vd., 2019; Peng ve Smarandache, 2020) diğer çalışmalardır.

Neutrosophic kümeler birçok ÇKKV metoduna da uygulanmıştır. Chi ve Liu (2013) aralık değerli neutrosophic TOPSIS metodunu, Peng vd. (2014) basitleştirilmiş neutrosophic ELECTRE metodunu, Bausys ve Zavadskas (2015) aralık değerli neutrosophic VIKOR metodunu, Bausys vd. (2015) tek değerli neutrosophic COPRAS metodunu, Wang ve Liu (2016) aralık değerli neutrosophic PROMETHEE metodunu, Wang ve Li (2015) ile Xu vd. (2017) neutrosophic TODIM metodunu, Stanujkic vd. (2017) tek değerli neutrosophic MultiMOORA metodunu, Karaşan ve Kahraman (2018) aralık değerli neutrosophic EDAS metodunu geliştirerek literatüre kazandırmışlardır.

Birçok bilim insanı neutrosophic küme modelinin çeşitli uzantıları ile ilgili bilimsel çalışmalar yapmışlardır. Akram vd. (2019), basitleştirilmiş neutrosophic tereddütlü bulanık ortam varsayımları altında ÇKKV problemlerini çözmek için sapmayı maksimize etme yöntemine ve TOPSIS'e dayalı bir yaklaşım geliştirmişlerdir. Zavadskas vd. (2015), atık yakma tesisleri için yer seçimi sorununu çözmek için WASPAS karar verme yönteminin yeni bir uzantısını sunmuştur. Broumi vd. (2018) TDNK'leri kullanarak bir wi-fi bağlantısının gücünün bir analizini yapmıştır. Abdel-Basset vd. (2020a) doğrusal zaman-maliyet değiş tokuşlarını varsayarak belirsiz çevresel koşullar altında proje çizelgeleme maliyetini en aza indirmek için neutrosophic bir yaklaşım kullanmıştır. Abdel-Basset vd. (2020b) proje çizelgeleme karar verme sürecini çevreleyen belirsizliğin üstesinden gelmek amacıyla neutrosophic kümeler kullanan inşaat projelerinde kaynak seviyelendirme problemini ele almıştır.

Ramot vd. (2002), Ramot vd. (2003) kompleks bulanık kümeyi kompleks birim çemberin vektör kümeleri olarak görmüşlerdir. Dick (2005) kompleks bulanık mantığı

bir vektörler mantığı olarak ele alarak ve karmaşık bulanık işlemler için rotasyonel değişmezlik adı verilen bir özelliği tanıtmıştır. Greenfield vd. (2016a, 2016b) aralık değerli kompleks bulanık kümelerin bazı ölçü ve işlemlerini incelemiştir. Bi vd. (2018) kompleks bulanık geometrik toplama operatörlerini açıklamışlardır. Bi vd. (2019) kompleks bulanık aritmetik toplama operatörlerini sunmuşlardır. Dai vd. (2019) aralık değerli kompleks bulanık kümeler arasında Hamming ve Öklid ölçümlerini kullanarak bir dizi mesafe ölçüsü geliştirmişlerdir. Dai (2020) kompleks bulanık sıralı ağırlıklı mesafe ölçülerini göstermiştir.

Ramot vd. (2002)'te bahsedildiği gibi, KBK'nin faz terimi, KBK'leri diğer bulanık küme uzantılarından ayıran anahtar unsurdur. Zhang vd. (2009) kompleks bulanık kümelerin δ -eşitliğine dayalı kompleks bulanık işlemlerin sağlamlığını incelemiştir. Ma vd. (2012) kompleks bulanık kümeler kullanan çoklu periyodik faktör tahmin problemleri için bazı modeller sunmuşlardır. Alkouri ve Salleh (2014) ve Hu vd. (2018) KBK'ler için çeşitli mesafe ölçümleri geliştirdiler. Guo vd. (2020) KBK'nin faz terimine dayanan KBK'ler için kosinüs benzerliği ölçüsünü önermişlerdir. Birçok araştırmacı sinyal işleme uygulamaları, zaman serileri, güneş aktivitesi ve tahmin problemlerinde kompleks bulanık kümelerin kapsamlı uygulamalarını araştırmıştır (Li ve Chiang, 2011; Li vd. 2012; Chunshien ve Chiang, 2012; Thirunavukarasu vd. 2013; Ma vd. 2019).

Alkouri ve Salleh (2012) kompleks sezgisel bulanık kümeyi (KSBK) tanıtmışlardır. Kumar ve Bajaj (2014) kompleks sezgisel bulanık soft kümeler için mesafe ve entropi ölçüleri sunmuşlardır. Rani ve Garg (2017) KSBK'ler için bir dizi mesafe ölçüsü önermişlerdir ve bunları örüntü tanıma ve tıbbi teşhis problemlerinde çözmüşlerdir. Rani ve Garg (2018) kompleks sezgisel bulanık güç toplama operatörlerini tanıtarak bunları karar verme süreçlerinde uygulamışlardır. Garg ve Rani (2019a) KSBK'lerin katsayı ölçüsünü ve karar vermedeki uygulamalarını sunmuşlardır. Garg ve Rani (2019b) kompleks sezgisel bulanık sayılar için logaritmik işlem yasalarının bazı yeni üstel, logaritmik ve telafi edici üstellerini göstermişlerdir. Ayrıca Ngan vd. (2020) kuaterniyon sayılarını kullanarak yeni bir KSBK gösterimi sunmuş ve bir mesafe ölçüsü geliştirmişlerdir. Garg ve Rani (2020) kompleks sezgisel bulanık koşullar altında kriterler ve tercihler arasındaki etkileşimi kapsayan toplama operatörlerini önermişlerdir. Rani ve Garg (2021) karmaşık sezgisel bulanık tercih ilişkilerine dayalı ÇKKV metotları tanıtmışlardır.

2.1. Kompleks Neutrosophic Kümeler

Ali ve Smarandache (2016) tarafından kompleks neutrosophic küme kavramı ortaya konmuştur. Gulistan vd. (2018) kompleks neutrosophic alt grupları tanıtmışlardır. Al-Quran ve Hassan (2018) kompleks neutrosophic kümenin bir karar verme uygulamasını sunmuşlardır. Singh (2018) kompleks neutrosophic kavramı hava kalitesi analizine uygulamıştır. Broumi vd. (2019) bipolar kompleks neutrosophic kümeler ile bir ÇKKV uygulaması çözmüşlerdir. Dat vd. (2019) kompleks neutrosophic kümeler aralığında dilsel yaklaşımlar geliştirmişlerdir. Ali ve Mahmood (2020) kompleks neutrosophic benzerlik ölçüsünü bir ÇKKV problemine uygulamışlardır. Xu vd. (2020a) aralıklı kompleks neutrosophic kümeler ve ÇKKV problemleri için mesafe ölçüsü tanıtmışlardır. Gulistan ve Khan (2020) tarafından kompleks neutrosophic kübik küme kavramını geliştirmişlerdir.

2.2. Neutrosophic VIKOR Metodu

Opricovic'in (1998) VIKOR metodunun temel amacı maksimum grup yararı ve minimum muhalif pişmanlığı olmak üzere iki önemli özelliğe sahip uzlaşıcı çözüm bulmaktır. Opricovic ve Tzeng (2004, 2007) VIKOR metodunu TOPSIS ve geçiş metotlarıyla karşılaştırmalı bir çalışmasını sunmuştur. Wang ve Chang (2005) ÇKKV problemlerini çözmek için bulanık VIKOR yöntemini önermiştir. Chang (2014) Tayvan'daki hastaneleri hizmetlerine göre sıralamak için bulanık VIKOR yöntemini kullanmıştır. Sanayei vd. (2010) ve Shemshadi vd. (2011) ÇKKV için yamuk bulanık sayıları kullanarak bulanık VIKOR metodunu tedarikçi seçim problemine uygulamıştır. Rostamzadeh vd. (2015) üçgen bulanık sayılar kullanan yeşil tedarikçi zinciri metodu için bulanık VIKOR metodunun bir uygulamasını sunmuşlardır. Wan vd. (2013) ve Gupta vd. (2016) sezgisel bulanık ortam altındaki VIKOR metodunu sırasıyla üçgensel sezgisel bulanık sayılar ve yamuk sezgisel bulanık sayılar kullanarak ÇKKV problemleriyle başa çıkmak için genişletmişlerdir. Zeng vd. (2019) sezgisel bulanık değerlerin yeni skor fonksiyonuna dayanan genişletilmiş bir VIKOR metodu tanıtmışlardır. Krishankumar vd. (2020) sezgisel bulanık ortam için VIKOR yönteminin genişletilmiş durumunu sağlamışlardır ve personel seçim problemine uygulamışlardır. Hu vd. (2020) sezgisel bulanık model için VIKOR yöntemini uygulayarak doktor sıralaması problemini çözmüşlerdir.

Zhang ve Wei (2013) tereddütlü ortam için VIKOR metodunu genişletmiştir. Huang vd. (2017) VIKOR metodunu aralık değerli neutrosophic sayılarla ÇKKV metoduna genişletmişlerdir ve teknoloji problemine uygulamışlardır. Wang vd. (2018)

üçgen bulanık neutrosophic VIKOR metodunu önermişlerdir. Abdel-Basset vd. (2018) e-devlet web sitesi değerlendirmesi için neutrosophic VIKOR yaklaşımına dayalı bir ÇKKV problemini çözmüşlerdir. Abdel-Based vd. (2019) sürdürülebilir tedarikçi seçimine ulaşmak için entegre bir neutrosophic ANP ve VIKOR yöntemini ithalat alanında bir vaka çalışmasına eksik bilgi ve yüksek dereceli belirsizlikle başa çıkmak için karşılaştırmışlardır. Son zamanlarda Eroğlu ve Şahin (2020) yenilenebilir enerji kaynakları için TDNK ile genişletilmiş bir VIKOR metodu ve yeni bir mesafe ölçüsü sunmuşlardır. Akram vd. (2021) kompleks küresel bulanık VIKOR metodunu tanıtmışlardır. Manna vd. (2020) kompleks neutrosophic ortamda yumuşak küme tabanlı VIKOR metodu önermişlerdir.



3. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde yeni kompleks neutrosophic mesafe ölçüleri tanımlanmış ve bazı özellikleri incelenmiştir. Daha sonra bu mesafe ölçülerinden bazıları kullanılarak yeni kompleks neutrosophic VIKOR metodu inşa edilmiştir.

3.1. Önerilen Kompleks Neurosophic Mesafe Ölçüleri

Garg ve Rani (2019c) KSBK'ler için bazı mesafe ölçüleri tanımlamıştır. Bu ölçüler neutrosophic evrene genişletilerek tek değerli kompleks neutrosophic mesafe ölçüleri tanımlanmıştır.

Tanım 3.1.1. $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ($j = 1, 2, \dots, n$) üzerinde tanımlanan iki KNK

$$A = \left\{ \langle x_j, (p_A(x_j), \mu_A(x_j)), (q_A(x_j), \vartheta_A(x_j)), (r_A(x_j), \omega_A(x_j)) : x_j \in X \rangle \right\} \text{ ve}$$

$$B = \left\{ \langle x_j, (p_B(x_j), \mu_B(x_j)), (q_B(x_j), \vartheta_B(x_j)), (r_B(x_j), \omega_B(x_j)) : x_j \in X \rangle \right\}$$

için bir dizi mesafe ölçüleri aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır (Eşitlik 32-38).

$$\bullet D_1(A, B) = 1 - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left(\frac{\left(\begin{aligned} &\min(p_A(x_j), p_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \min(\mu_A(x_j), \mu_B(x_j)) \\ &+ \min(q_A(x_j), q_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \min(\vartheta_A(x_j), \vartheta_B(x_j)) \\ &+ \min(r_A(x_j), r_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \min(\omega_A(x_j), \omega_B(x_j)) \end{aligned} \right)}{\left(\begin{aligned} &\max(p_A(x_j), p_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \max(\mu_A(x_j), \mu_B(x_j)) \\ &+ \max(q_A(x_j), q_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \max(\vartheta_A(x_j), \vartheta_B(x_j)) \\ &+ \max(r_A(x_j), r_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \max(\omega_A(x_j), \omega_B(x_j)) \end{aligned} \right)} \right) \quad (\text{Eşitlik 32})$$

$$\bullet D_2(A, B) = 1 - \frac{\sum_{j=1}^n \left(\begin{aligned} &\min(p_A(x_j), p_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \min(\mu_A(x_j), \mu_B(x_j)) \\ &+ \min(q_A(x_j), q_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \min(\vartheta_A(x_j), \vartheta_B(x_j)) \\ &+ \min(r_A(x_j), r_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \min(\omega_A(x_j), \omega_B(x_j)) \end{aligned} \right)}{\sum_{j=1}^n \left(\begin{aligned} &\max(p_A(x_j), p_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \max(\mu_A(x_j), \mu_B(x_j)) \\ &+ \max(q_A(x_j), q_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \max(\vartheta_A(x_j), \vartheta_B(x_j)) \\ &+ \max(r_A(x_j), r_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \max(\omega_A(x_j), \omega_B(x_j)) \end{aligned} \right)} \quad (\text{Eşitlik 33})$$

$$\bullet D_3(A, B) = 1 - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left(\frac{\left(\begin{aligned} &\min(p_A(x_j), p_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \min(\mu_A(x_j), \mu_B(x_j)) \\ &+ \min(1 - q_A(x_j), 1 - q_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \min(2\pi - \vartheta_A(x_j), 2\pi - \vartheta_B(x_j)) \\ &+ \min(1 - r_A(x_j), 1 - r_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \min(2\pi - \omega_A(x_j), 2\pi - \omega_B(x_j)) \end{aligned} \right)}{\left(\begin{aligned} &\max(p_A(x_j), p_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \max(\mu_A(x_j), \mu_B(x_j)) \\ &+ \max(1 - q_A(x_j), 1 - q_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \max(2\pi - \vartheta_A(x_j), 2\pi - \vartheta_B(x_j)) \\ &+ \max(1 - r_A(x_j), 1 - r_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \max(2\pi - \omega_A(x_j), 2\pi - \omega_B(x_j)) \end{aligned} \right)} \right) \quad (\text{Eşitlik 34})$$

$$\bullet D_4(A, B) = 1 - \frac{\sum_{j=1}^n \left(\begin{aligned} &\min(p_A(x_j), p_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \min(\mu_A(x_j), \mu_B(x_j)) \\ &+ \min(1 - q_A(x_j), 1 - q_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \min(2\pi - \vartheta_A(x_j), 2\pi - \vartheta_B(x_j)) \\ &+ \min(1 - r_A(x_j), 1 - r_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \min(2\pi - \omega_A(x_j), 2\pi - \omega_B(x_j)) \end{aligned} \right)}{\sum_{j=1}^n \left(\begin{aligned} &\max(p_A(x_j), p_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \max(\mu_A(x_j), \mu_B(x_j)) \\ &+ \max(1 - q_A(x_j), 1 - q_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \max(2\pi - \vartheta_A(x_j), 2\pi - \vartheta_B(x_j)) \\ &+ \max(1 - r_A(x_j), 1 - r_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \max(2\pi - \omega_A(x_j), 2\pi - \omega_B(x_j)) \end{aligned} \right)} \quad (\text{Eşitlik 35})$$

$$\bullet D_5(A, B) = \frac{1}{6n} \sum_{j=1}^n \left(\begin{aligned} &|p_A(x_j) - p_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\mu_A(x_j) - \mu_B(x_j)| \\ &+ |q_A(x_j) - q_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\vartheta_A(x_j) - \vartheta_B(x_j)| \\ &+ |r_A(x_j) - r_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\omega_A(x_j) - \omega_B(x_j)| \end{aligned} \right) \quad (\text{Eşitlik 36})$$

$$\bullet D_6(A, B) = \frac{1}{6} \left(\begin{aligned} &\max_j |p_A(x_j) - p_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} \max_j |\mu_A(x_j) - \mu_B(x_j)| \\ &+ \max_j |q_A(x_j) - q_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} \max_j |\vartheta_A(x_j) - \vartheta_B(x_j)| \\ &+ \max_j |r_A(x_j) - r_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} \max_j |\omega_A(x_j) - \omega_B(x_j)| \end{aligned} \right) \quad (\text{Eşitlik 37})$$

$$\bullet D_7(A, B) = \frac{\sum_{j=1}^n \left(\begin{aligned} &|p_A(x_j) - p_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\mu_A(x_j) - \mu_B(x_j)| \\ &+ |q_A(x_j) - q_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\vartheta_A(x_j) - \vartheta_B(x_j)| \\ &+ |r_A(x_j) - r_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\omega_A(x_j) - \omega_B(x_j)| \end{aligned} \right)}{\sum_{j=1}^n \left(\begin{aligned} &|p_A(x_j) + p_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\mu_A(x_j) + \mu_B(x_j)| \\ &+ |q_A(x_j) + q_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\vartheta_A(x_j) + \vartheta_B(x_j)| \\ &+ |r_A(x_j) + r_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\omega_A(x_j) + \omega_B(x_j)| \end{aligned} \right)} \quad (\text{Eşitlik 38})$$

Teorem 3.1.1. X evreninde tanımlanan KNK'ların kümesi $\phi(X)$ olmak üzere $A, B \in \phi(X)$ için $D_t: \phi(X) \times \phi(X) \rightarrow [0,1]$, şeklinde tanımlanan $D_t(A, B)$ ($t = 1, 2, \dots, 7$) mesafe ölçüleri aşağıdaki özellikleri sağlar.

(1) $0 \leq D_t(A, B) \leq 1$,

(2) $D_t(A, B) = 0$ ise $A = B$,

(3) $D_t(A, B) = D_t(B, A)$,

(4) $R \in \phi(X)$ için $A \subseteq B \subseteq R$ ise $D_t(A, R) \geq D_t(A, B)$ ve $D_t(A, R) \geq D_t(B, R)$ dir.

Kanıt: (1) ve (3) koşulları $D_t(t = 1, 2, 3, \dots, 7)$ mesafe ölçüsü bakımından açıktır. Bu nedenle sadece (4) koşulunu D_1, D_5 ve D_7 mesafe ölçüleri için gösterilmiştir. Diğer özellikler benzer durumlarda kanıtlanabilir.

$R = \{ \langle x_j, (p_R(x_j), \mu_R(x_j)), (q_R(x_j), \vartheta_R(x_j)), (r_R(x_j), \omega_R(x_j)) : x_j \in X \rangle \}$ ve

$A \subseteq B \subseteq R$ olsun. O halde

$$\begin{aligned} p_A(x_j) &\leq p_B(x_j) \leq p_R(x_j); & \mu_A(x_j) &\leq \mu_B(x_j) \leq \mu_R(x_j); \\ q_A(x_j) &\geq q_B(x_j) \geq q_R(x_j); & \vartheta_A(x_j) &\geq \vartheta_B(x_j) \geq \vartheta_R(x_j); \\ r_A(x_j) &\geq r_B(x_j) \geq r_R(x_j); & \omega_A(x_j) &\geq \omega_B(x_j) \geq \omega_R(x_j) \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i. } D_1(A, B) &= 1 - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left(\frac{\left(\min(p_A(x_j), p_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \min(\mu_A(x_j), \mu_B(x_j)) \right) + \min(q_A(x_j), q_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \min(\vartheta_A(x_j), \vartheta_B(x_j))}{\left(\max(p_A(x_j), p_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \max(\mu_A(x_j), \mu_B(x_j)) \right) + \max(q_A(x_j), q_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \max(\vartheta_A(x_j), \vartheta_B(x_j))} \right) \\ &= 1 - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left(\frac{p_A(x_j) + q_B(x_j) + r_B(x_j) + \frac{1}{2\pi} (\mu_A(x_j) + \vartheta_B(x_j) + \omega_B(x_j))}{p_B(x_j) + q_A(x_j) + r_A(x_j) + \frac{1}{2\pi} (\mu_B(x_j) + \vartheta_A(x_j) + \omega_A(x_j))} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_1(A, R) &= 1 - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left(\frac{\left(\min(p_A(x_j), p_R(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \min(\mu_A(x_j), \mu_R(x_j)) \right) + \min(q_A(x_j), q_R(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \min(\vartheta_A(x_j), \vartheta_R(x_j))}{\left(\max(p_A(x_j), p_R(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \max(\mu_A(x_j), \mu_R(x_j)) \right) + \max(q_A(x_j), q_R(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \max(\vartheta_A(x_j), \vartheta_R(x_j))} \right) \\ &= 1 - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left(\frac{p_A(x_j) + q_R(x_j) + r_R(x_j) + \frac{1}{2\pi} (\mu_A(x_j) + \vartheta_R(x_j) + \omega_R(x_j))}{p_R(x_j) + q_A(x_j) + r_A(x_j) + \frac{1}{2\pi} (\mu_R(x_j) + \vartheta_A(x_j) + \omega_A(x_j))} \right) \end{aligned}$$

$p_B(x_j) \leq p_R(x_j); q_R(x_j) \leq q_B(x_j); r_R(x_j) \leq r_B(x_j)$ ve $\mu_B(x_j) \leq \mu_R(x_j); \vartheta_R(x_j) \leq \vartheta_B(x_j); \omega_R(x_j) \leq \omega_B(x_j)$ olduğundan $D_1(A, R) \geq D_1(A, B)$ dir. Benzer şekilde $D_1(A, R) \geq D_1(B, R)$ olduğu gösterilebilir.

ii. $A \subseteq B \subseteq R$ olduğunda

$$\begin{aligned}
|p_A(x_j) - p_B(x_j)| &\leq |p_A(x_j) - p_R(x_j)|; & |\mu_A(x_j) - \mu_B(x_j)| &\leq |\mu_A(x_j) - \mu_R(x_j)| \\
|q_A(x_j) - q_B(x_j)| &\leq |q_A(x_j) - q_R(x_j)|; & |\vartheta_A(x_j) - \vartheta_B(x_j)| &\leq |\vartheta_A(x_j) - \vartheta_R(x_j)| \\
|r_A(x_j) - r_B(x_j)| &\leq |r_A(x_j) - r_R(x_j)|; & |\omega_A(x_j) - \omega_B(x_j)| &\leq |\omega_A(x_j) - \omega_R(x_j)|
\end{aligned}$$

eşitsizlikler vardır. O halde

$$\begin{aligned}
D_5(A, R) &= \frac{1}{6n} \sum_{j=1}^n \left(|p_A(x_j) - p_R(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\mu_A(x_j) - \mu_R(x_j)| \right. \\
&\quad \left. + |q_A(x_j) - q_R(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\vartheta_A(x_j) - \vartheta_R(x_j)| \right. \\
&\quad \left. + |r_A(x_j) - r_R(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\omega_A(x_j) - \omega_R(x_j)| \right) \\
&\geq \frac{1}{6n} \sum_{j=1}^n \left(|p_A(x_j) - p_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\mu_A(x_j) - \mu_B(x_j)| \right. \\
&\quad \left. + |q_A(x_j) - q_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\vartheta_A(x_j) - \vartheta_B(x_j)| \right. \\
&\quad \left. + |r_A(x_j) - r_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\omega_A(x_j) - \omega_B(x_j)| \right) = D_5(A, B)
\end{aligned}$$

Dolayısıyla $D_5(A, R) \geq D_5(A, B)$ dir. Benzer şekilde $D_5(A, R) \geq D_5(B, R)$ olduğunu da kanıtlanabilir.

iii. Yine $A \subseteq B \subseteq R$ olduğundan

$$\left(\begin{aligned} &|p_A(x_j) - p_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\mu_A(x_j) - \mu_B(x_j)| \\ &+ |q_A(x_j) - q_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\vartheta_A(x_j) - \vartheta_B(x_j)| \\ &+ |r_A(x_j) - r_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\omega_A(x_j) - \omega_B(x_j)| \end{aligned} \right) \leq \left(\begin{aligned} &|p_A(x_j) - p_R(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\mu_A(x_j) - \mu_R(x_j)| \\ &+ |q_A(x_j) - q_R(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\vartheta_A(x_j) - \vartheta_R(x_j)| \\ &+ |r_A(x_j) - r_R(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\omega_A(x_j) - \omega_R(x_j)| \end{aligned} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\left(\begin{aligned} &|p_A(x_j) - p_R(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\mu_A(x_j) - \mu_R(x_j)| \\ &+ |q_A(x_j) - q_R(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\vartheta_A(x_j) - \vartheta_R(x_j)| \\ &+ |r_A(x_j) - r_R(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\omega_A(x_j) - \omega_R(x_j)| \end{aligned} \right)} \leq \frac{1}{\left(\begin{aligned} &|p_A(x_j) - p_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\mu_A(x_j) - \mu_B(x_j)| \\ &+ |q_A(x_j) - q_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\vartheta_A(x_j) - \vartheta_B(x_j)| \\ &+ |r_A(x_j) - r_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\omega_A(x_j) - \omega_B(x_j)| \end{aligned} \right)}$$

$$\begin{aligned}
&2 \times \left(p_A(x_j) + q_R(x_j) + r_R(x_j) + \frac{1}{2\pi} (\mu_A(x_j) + q_R(x_j) + r_R(x_j)) \right) \\
\Rightarrow &\frac{2 \times \left(p_A(x_j) + q_R(x_j) + r_R(x_j) + \frac{1}{2\pi} (\mu_A(x_j) + q_R(x_j) + r_R(x_j)) \right)}{\left(\begin{aligned} &|p_A(x_j) - p_R(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\mu_A(x_j) - \mu_R(x_j)| \\ &+ |q_A(x_j) - q_R(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\vartheta_A(x_j) - \vartheta_R(x_j)| \\ &+ |r_A(x_j) - r_R(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\omega_A(x_j) - \omega_R(x_j)| \end{aligned} \right)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \leq \frac{2 \times \left(p_A(x_j) + q_B(x_j) + r_B(x_j) + \frac{1}{2\pi} (\mu_A(x_j) + q_B(x_j) + r_B(x_j)) \right)}{\left(|p_A(x_j) - p_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\mu_A(x_j) - \mu_B(x_j)| \right) \\
& \quad \left(+ |q_A(x_j) - q_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\vartheta_A(x_j) - \vartheta_B(x_j)| \right) \\
& \quad \left(+ |r_A(x_j) - r_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\omega_A(x_j) - \omega_B(x_j)| \right)} \\
& \Rightarrow 1 + \frac{2 \times \left(p_A(x_j) + q_R(x_j) + r_R(x_j) + \frac{1}{2\pi} (\mu_A(x_j) + q_R(x_j) + r_R(x_j)) \right)}{\left(|p_A(x_j) - p_R(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\mu_A(x_j) - \mu_R(x_j)| \right) \\
& \quad \left(+ |q_A(x_j) - q_R(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\vartheta_A(x_j) - \vartheta_R(x_j)| \right) \\
& \quad \left(+ |r_A(x_j) - r_R(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\omega_A(x_j) - \omega_R(x_j)| \right)} \\
& \leq 1 + \frac{2 \times \left(p_A(x_j) + q_B(x_j) + r_B(x_j) + \frac{1}{2\pi} (\mu_A(x_j) + q_B(x_j) + r_B(x_j)) \right)}{\left(|p_A(x_j) - p_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\mu_A(x_j) - \mu_B(x_j)| \right) \\
& \quad \left(+ |q_A(x_j) - q_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\vartheta_A(x_j) - \vartheta_B(x_j)| \right) \\
& \quad \left(+ |r_A(x_j) - r_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\omega_A(x_j) - \omega_B(x_j)| \right)} \\
& \Rightarrow \frac{\left(|p_A(x_j) + p_R(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\mu_A(x_j) + \mu_R(x_j)| \right) \\
& \quad \left(+ |q_A(x_j) + q_R(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\vartheta_A(x_j) + \vartheta_R(x_j)| \right) \\
& \quad \left(+ |r_A(x_j) + r_R(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\omega_A(x_j) + \omega_R(x_j)| \right)}{\left(|p_A(x_j) - p_R(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\mu_A(x_j) - \mu_R(x_j)| \right) \\
& \quad \left(+ |q_A(x_j) - q_R(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\vartheta_A(x_j) - \vartheta_R(x_j)| \right) \\
& \quad \left(+ |r_A(x_j) - r_R(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\omega_A(x_j) - \omega_R(x_j)| \right)} \leq \frac{\left(|p_A(x_j) + p_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\mu_A(x_j) + \mu_B(x_j)| \right) \\
& \quad \left(+ |q_A(x_j) + q_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\vartheta_A(x_j) + \vartheta_B(x_j)| \right) \\
& \quad \left(+ |r_A(x_j) + r_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\omega_A(x_j) + \omega_B(x_j)| \right)}{\left(|p_A(x_j) - p_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\mu_A(x_j) - \mu_B(x_j)| \right) \\
& \quad \left(+ |q_A(x_j) - q_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\vartheta_A(x_j) - \vartheta_B(x_j)| \right) \\
& \quad \left(+ |r_A(x_j) - r_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\omega_A(x_j) - \omega_B(x_j)| \right)} \\
& \Rightarrow \frac{\left(|p_A(x_j) - p_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\mu_A(x_j) - \mu_B(x_j)| \right) \\
& \quad \left(+ |q_A(x_j) - q_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\vartheta_A(x_j) - \vartheta_B(x_j)| \right) \\
& \quad \left(+ |r_A(x_j) - r_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\omega_A(x_j) - \omega_B(x_j)| \right)}{\left(|p_A(x_j) + p_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\mu_A(x_j) + \mu_B(x_j)| \right) \\
& \quad \left(+ |q_A(x_j) + q_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\vartheta_A(x_j) + \vartheta_B(x_j)| \right) \\
& \quad \left(+ |r_A(x_j) + r_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\omega_A(x_j) + \omega_B(x_j)| \right)} \leq \frac{\left(|p_A(x_j) - p_R(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\mu_A(x_j) - \mu_R(x_j)| \right) \\
& \quad \left(+ |q_A(x_j) - q_R(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\vartheta_A(x_j) - \vartheta_R(x_j)| \right) \\
& \quad \left(+ |r_A(x_j) - r_R(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\omega_A(x_j) - \omega_R(x_j)| \right)}{\left(|p_A(x_j) + p_R(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\mu_A(x_j) + \mu_R(x_j)| \right) \\
& \quad \left(+ |q_A(x_j) + q_R(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\vartheta_A(x_j) + \vartheta_R(x_j)| \right) \\
& \quad \left(+ |r_A(x_j) + r_R(x_j)| + \frac{1}{2\pi} |\omega_A(x_j) + \omega_R(x_j)| \right)}
\end{aligned}$$

Dolayısıyla $D_7(A, R) \geq D_7(A, B)$ dir. Benzer şekilde $D_7(A, R) \geq D_7(B, R)$ olduğunu kanıtlanabilir.

Özellik 3.1.1. $A, B \in \phi(X)$ ve $t = 1, 2, 3, \dots, 7$ için aşağıdaki özellik sağlanır.

$$D_t(A \cap B, A \cup B) = D_t(A, B)$$

Kanıt: $D_t(t = 1, 2, 3, \dots, 7)$ mesafe ölçüleri için Özellik 3.1.1. bakımından D_1 mesafe ölçüsü için kanıtlanmıştır. Diğerler mesafe ölçüleri içinde benzer şekilde kanıtlanabilir.

$$A = \{ \langle x_j, (p_A(x_j), \mu_A(x_j)), (q_A(x_j), \vartheta_A(x_j)), (r_A(x_j), \omega_A(x_j)) \rangle : x_j \in X \}$$
 ve

$$B = \{ \langle x_j, (p_B(x_j), \mu_B(x_j)), (q_B(x_j), \vartheta_B(x_j)), (r_B(x_j), \omega_B(x_j)) \rangle : x_j \in X \}$$
 kümeleri

için $A \subseteq B$ olsun. O halde

$$p_A(x_j) \leq p_B(x_j); \mu_A(x_j) \leq \mu_B(x_j); q_A(x_j) \geq q_B(x_j);$$

$$\vartheta_A(x_j) \geq \vartheta_B(x_j); r_A(x_j) \geq r_B(x_j); \omega_A(x_j) \geq \omega_B(x_j);$$

olur. Bu durumda Tanım 1.2.8. deki Eşitlik 13 ve Eşitlik 14'ten $A \cup B$ ve $A \cap B$ aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$A \cup B = \{ \langle x_j, (p_B(x_j), \mu_B(x_j)), (q_A(x_j), \vartheta_A(x_j)), (r_A(x_j), \omega_A(x_j)) \rangle : x_j \in X \}$$

$$A \cap B = \{ \langle x_j, (p_A(x_j), \mu_A(x_j)), (q_B(x_j), \vartheta_B(x_j)), (r_B(x_j), \omega_B(x_j)) \rangle : x_j \in X \}$$

O halde

$$D_1(A \cup B, A \cap B) = 1 - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left(\frac{\left(\min(p_A(x_j), p_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \min(\mu_A(x_j), \mu_B(x_j)) \right) + \left(\min(q_A(x_j), q_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \min(\vartheta_A(x_j), \vartheta_B(x_j)) \right) + \left(\min(r_A(x_j), r_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \min(\omega_A(x_j), \omega_B(x_j)) \right)}{\left(\max(p_A(x_j), p_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \max(\mu_A(x_j), \mu_B(x_j)) \right) + \left(\max(q_A(x_j), q_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \max(\vartheta_A(x_j), \vartheta_B(x_j)) \right) + \left(\max(r_A(x_j), r_B(x_j)) + \frac{1}{2\pi} \max(\omega_A(x_j), \omega_B(x_j)) \right)} \right)$$

$$= D_1(A, B)$$

Benzer şekilde $B \subseteq A$ olduğunda da eşitliğin geçerliliği kanıtlanabilir.

Özellik 3.1.2. $A, B \in \phi(X)$ ve $t = 5, 6$ için aşağıdaki özellikler sağlanır.

i. $D_t(A, A \cup B) = D_t(B, A \cap B)$

ii. $D_t(A, A \cap B) = D_t(B, A \cup B)$

iii. $D_t(A, A \oplus B) = D_t(B, A \otimes B)$

iv. $D_t(A, A \otimes B) = D_t(B, A \oplus B)$

v. $D_t(A^c, B^c) = D_t(A, B)$

Kanıt: (i) ve (ii) şıkları $D_t(t = 5,6)$ mesafe ölçüleri için Özellik 3.1.1. deki gibi, (iv) şikkı ise (iii) şikkı gibi gösterilebilir. Bu nedenle sadece (iii) ve (v) şıklarını sırasıyla D_5 ve D_6 mesafe ölçüsüne göre gösterilmiştir.

$$A = \left\{ \langle x_j, (p_A(x_j), \mu_A(x_j)), (q_A(x_j), \vartheta_A(x_j)), (r_A(x_j), \omega_A(x_j)) \rangle : x_j \in X \right\}$$

$$B = \left\{ \langle x_j, (p_B(x_j), \mu_B(x_j)), (q_B(x_j), \vartheta_B(x_j)), (r_B(x_j), \omega_B(x_j)) \rangle : x_j \in X \right\}$$

için Tanım 1.2.13. deki Eşitlik 17 ve Eşitlik 18'den $A \oplus B$ ve $A \otimes B$ aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$A \oplus B = \left\{ \left\langle x_j, \left(\left(p_A(x_j) + p_B(x_j) - p_A(x_j)p_B(x_j) \right), \left(2\pi \left(\frac{\mu_A(x_j)}{2\pi} + \frac{\mu_B(x_j)}{2\pi} - \frac{\mu_A(x_j)\mu_B(x_j)}{(2\pi)^2} \right) \right), \left(q_A(x_j) \cdot q_B(x_j) \right), \left(2\pi \left(\frac{\vartheta_A(x_j)}{2\pi} \cdot \frac{\vartheta_B(x_j)}{2\pi} \right) \right), \left(r_A(x_j) \cdot r_B(x_j) \right), \left(2\pi \left(\frac{\omega_A(x_j)}{2\pi} \cdot \frac{\omega_B(x_j)}{2\pi} \right) \right) \right\rangle : x_j \in X \right\}$$

$$A \otimes B = \left\{ \left\langle x_j, \left(\left(p_A(x_j)p_B(x_j) \right), \left(2\pi \left(\frac{\mu_A(x_j)}{2\pi} \cdot \frac{\mu_B(x_j)}{2\pi} \right) \right), \left(q_A(x_j) + q_B(x_j) - q_A(x_j) \cdot q_B(x_j) \right), \left(2\pi \left(\frac{\vartheta_A(x_j)}{2\pi} + \frac{\vartheta_B(x_j)}{2\pi} - \frac{\vartheta_A(x_j)\vartheta_B(x_j)}{(2\pi)^2} \right) \right), \left(r_A(x_j) + r_B(x_j) - r_A(x_j) \cdot r_B(x_j) \right), \left(2\pi \left(\frac{\omega_A(x_j)}{2\pi} + \frac{\omega_B(x_j)}{2\pi} - \frac{\omega_A(x_j)\omega_B(x_j)}{(2\pi)^2} \right) \right) \right\rangle : x_j \in X \right\}$$

O halde

$$D_5(A, A \oplus B) =$$

$$\frac{1}{6n} \sum_{j=1}^n \left(\begin{aligned} & \left| p_A(x_j) - (p_A(x_j) + p_B(x_j) - p_A(x_j)p_B(x_j)) \right| \\ & + \frac{1}{2\pi} \left| \mu_A(x_j) - \left(2\pi \left(\frac{\mu_A(x_j)}{2\pi} + \frac{\mu_B(x_j)}{2\pi} - \frac{\mu_A(x_j)\mu_B(x_j)}{(2\pi)^2} \right) \right) \right| \\ & + \left| q_A(x_j) - (q_A(x_j) \cdot q_B(x_j)) \right| + \frac{1}{2\pi} \left| \vartheta_A(x_j) - \left(2\pi \left(\frac{\vartheta_A(x_j)}{2\pi} \cdot \frac{\vartheta_B(x_j)}{2\pi} \right) \right) \right|, \\ & + \left| r_A(x_j) - (r_A(x_j) \cdot r_B(x_j)) \right| + \frac{1}{2\pi} \left| \omega_A(x_j) - \left(2\pi \left(\frac{\omega_A(x_j)}{2\pi} \cdot \frac{\omega_B(x_j)}{2\pi} \right) \right) \right| \end{aligned} \right)$$

olarak bulunur.

$$D_5(B, A \otimes B) =$$

$$\frac{1}{6n} \sum_{j=1}^n \left(\begin{aligned} & \left| p_B(x_j) - (p_A(x_j)p_B(x_j)) \right| + \frac{1}{2\pi} \left| \mu_B(x_j) - \left(2\pi \left(\frac{\mu_A(x_j)}{2\pi} \frac{\mu_B(x_j)}{2\pi} \right) \right) \right| \\ & + \left| q_B(x_j) - (q_A(x_j) + q_B(x_j) - q_A(x_j) \cdot q_B(x_j)) \right| \\ & + \frac{1}{2\pi} \left| \vartheta_B(x_j) - \left(2\pi \left(\frac{\vartheta_A(x_j)}{2\pi} + \frac{\vartheta_B(x_j)}{2\pi} - \frac{\vartheta_A(x_j)\vartheta_B(x_j)}{(2\pi)^2} \right) \right) \right|, \\ & + \left| r_B(x_j) - (r_A(x_j) + r_B(x_j) - r_A(x_j) \cdot r_B(x_j)) \right| \\ & + \frac{1}{2\pi} \left| \omega_B(x_j) - \left(2\pi \left(\frac{\omega_A(x_j)}{2\pi} + \frac{\omega_B(x_j)}{2\pi} - \frac{\omega_A(x_j)\omega_B(x_j)}{(2\pi)^2} \right) \right) \right| \end{aligned} \right)$$

olduğundan $D_5(A, A \oplus B) = D_5(B, A \otimes B)$ olarak bulunur.

Özellik (v) için A^c ve B^c kümeleri Tanım 1.2.8. deki Eşitlik 12'den A^c ve B^c aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$A^c = \left\{ \langle x_j, (r_A(x_j), \mu_A(x_j)), (1 - q_A(x_j), \vartheta_A(x_j)), (p_A(x_j), \omega_A(x_j)) \rangle : x_j \in X \right\}$$

$$B^c = \left\{ \langle x_j, (r_B(x_j), \mu_B(x_j)), (1 - q_B(x_j), \vartheta_B(x_j)), (p_B(x_j), \omega_B(x_j)) \rangle : x_j \in X \right\}$$

$$D_6(A^c, B^c)$$

$$= \frac{1}{6} \left(\begin{aligned} & \max_j |r_A(x_j) - r_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} \max_j |\mu_A(x_j) - \mu_B(x_j)| \\ & + \max_j |(1 - q_A(x_j)) - (1 - q_B(x_j))| + \frac{1}{2\pi} \max_j |\vartheta_A(x_j) - \vartheta_B(x_j)| \\ & + \max_j |p_A(x_j) - p_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} \max_j |\omega_A(x_j) - \omega_B(x_j)| \end{aligned} \right)$$

$$= \frac{1}{6} \left(\begin{aligned} & \max_j |p_A(x_j) - p_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} \max_j |\mu_A(x_j) - \mu_B(x_j)| \\ & + \max_j |q_B(x_j) - q_A(x_j)| + \frac{1}{2\pi} \max_j |\vartheta_A(x_j) - \vartheta_B(x_j)| \\ & + \max_j |r_A(x_j) - r_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} \max_j |\omega_A(x_j) - \omega_B(x_j)| \end{aligned} \right)$$

$$= \frac{1}{6} \left(\begin{aligned} & \max_j |p_A(x_j) - p_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} \max_j |\mu_A(x_j) - \mu_B(x_j)| \\ & + \max_j |q_A(x_j) - q_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} \max_j |\vartheta_A(x_j) - \vartheta_B(x_j)| \\ & + \max_j |r_A(x_j) - r_B(x_j)| + \frac{1}{2\pi} \max_j |\omega_A(x_j) - \omega_B(x_j)| \end{aligned} \right)$$

$$= D_6(A, B)$$

olur. O halde $D_6(A^c, B^c) = D_6(A, B)$ bulunur.

Tanım 3.1.2. $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ($j = 1, 2, \dots, n$) üzerinde tanımlanmış iki KNK

$$A = \left\{ \langle x_j, (p_A(x_j), \mu_A(x_j)), (q_A(x_j), \vartheta_A(x_j)), (r_A(x_j), \omega_A(x_j)) : x_j \in X \rangle \right\} \text{ ve}$$

$$B = \left\{ \langle x_j, (p_B(x_j), \mu_B(x_j)), (q_B(x_j), \vartheta_B(x_j)), (r_B(x_j), \omega_B(x_j)) : x_j \in X \rangle \right\}$$

için üstel mesafe ölçüsü aşağıdaki gibi tanımlanır (Eşitlik 39).

$$D_8(A, B) = \frac{1}{4n(1-e^{-1})} \sum_{j=1}^n \left(\begin{aligned} & 4 - (1 - t_j(A, B)) \exp(t_j(A, B)) \\ & - (1 + t_j(A, B)) \exp(-t_j(A, B)) \\ & - (1 - s_j(A, B)) \exp(s_j(A, B)) \\ & - (1 + s_j(A, B)) \exp(-s_j(A, B)) \end{aligned} \right) \quad (\text{Eşitlik 39})$$

Burada

$$t_j(A, B) = \left(\left((p_A(x_j) - p_B(x_j)) - (q_A(x_j) - q_B(x_j)) - (r_A(x_j) - r_B(x_j)) \right) / 3 \right) \text{ ve}$$

$$s_j(A, B) = \left(\left((\mu_A(x_j) - \mu_B(x_j)) - (\vartheta_A(x_j) - \vartheta_B(x_j)) - (\omega_A(x_j) - \omega_B(x_j)) \right) / 6\pi \right)$$

dir. Ayrıca t_j ve s_j tanımlarından $t_j(A, B) = -t_j(B, A)$ ve $s_j(A, B) = -s_j(B, A)$ olduğu açıktır.

Lemma 3.1.1. $y \in [-1, 1]$ için $g(y) = 2 - (1 - y)\exp(y) - (1 + y)\exp(-y)$ olsun. Bu durumda $0 \leq g(y) \leq 2 - 2\exp(-1)$ dir.

Kanıt: $g(y) = 2 - (1 - y)\exp(y) - (1 + y)\exp(-y)$ olmak üzere $g'(y) = y(\exp(y) + \exp(-y))$ dir. Bu durumda $g(y)$ fonksiyonu $[-1,0]$ aralığında azalan ve $[0,1]$ aralığında artandır. Dolayısıyla $g(-1) \geq g(y) \geq g(0)$ yani $2 - 2\exp(-1) \geq g(y) \geq 0$ ve $g(1) \geq g(y) \geq g(0)$ yani $2 - 2\exp(-1) \geq g(y) \geq 0$ dir. Buradan $0 \leq g(y) \leq 2 - 2\exp(-1)$ elde ederiz.

Lemma 3.1.2. $y \in [-1,0]$ olmak üzere $g_1(y) = 1 - (1 - y)\exp(y)$ ve $g_2(y) = 1 - (1 + y)\exp(-y)$ olsun. Bu durumda $g_1(y)$ ve $g_2(y)$ fonksiyonları $[-1,0]$ aralığında azalandır.

Kanıt: $g_1(y) = 1 - (1 - y)\exp(y)$ ise $g_1'(y) = y\exp(y) \leq 0$ ve $g_2(y) = 1 - (1 + y)\exp(-y)$ ise $g_2'(y) = -y\exp(-y) \leq 0$ dir. Dolayısıyla $g_1(y)$ ve $g_2(y)$ fonksiyonları $[-1,0]$ aralığında azalandır.

Teorem 3.1.2. $A, B \in \phi(X)$ için, mesafe ölçüsü $D : \phi(X) \times \phi(X) \rightarrow [0,1]$, aşağıdaki özellikleri sağlayan gerçek değerli bir fonksiyondur. $D_8(A, B)$ mesafe ölçüsü aşağıdaki özellikleri sağlar.

- (1) $0 \leq D_8(A, B) \leq 1$,
- (2) $D_8(A, B) = 0$ ise $A = B$,
- (3) $D_8(A, B) = D_8(B, A)$,
- (4) $R \in \phi(X)$ için $A \subseteq B \subseteq R$ ise $D_8(A, R) \geq D_8(A, B)$ ve $D_8(A, R) \geq D_8(B, R)$ dir.

Kanıt: $A = \{\langle x_j, (p_A(x_j), \mu_A(x_j)), (q_A(x_j), \vartheta_A(x_j)), (r_A(x_j), \omega_A(x_j)) \rangle : x_j \in X\}$ ve $B = \{\langle x_j, (p_B(x_j), \mu_B(x_j)), (q_B(x_j), \vartheta_B(x_j)), (r_B(x_j), \omega_B(x_j)) \rangle : x_j \in X\}$ olsun.

- (1) $0 \leq p_A(x_j), p_B(x_j), q_A(x_j), q_B(x_j), r_A(x_j), r_B(x_j) \leq 1$ ise $-1 \leq p_A(x_j) - p_B(x_j) \leq 1$, $-1 \leq q_A(x_j) - q_B(x_j) \leq 1$, $-1 \leq r_A(x_j) - r_B(x_j) \leq 1$ dir.

Buradan $-1 \leq t_j(A, B) \leq 1$ olur. Benzer şekilde $-1 \leq s_j(A, B) \leq 1$ bulunur.

Lemma 3.1.1. den $g(t_j(A, B))$ ve $g(s_j(A, B))$ fonksiyonları

$$0 \leq g(t_j(A, B)) \leq 2 - 2\exp(-1) \quad \text{ve} \quad 0 \leq g(s_j(A, B)) \leq 2 - 2\exp(-1) \quad \text{olur.}$$

Buradan

$$\Rightarrow 0 \leq g(t_j(A, B)) + g(s_j(A, B)) \leq 4 - 4\exp(-1)$$

$$\Rightarrow 0 \leq D_8(A, B) \leq 1 \text{ olduğu görülür.}$$

(2) $A = B$ için (tüm j ler için)

$$p_A(x_j) = p_B(x_j); \quad \mu_A(x_j) = \mu_B(x_j);$$

$$q_A(x_j) = q_B(x_j); \quad \vartheta_A(x_j) = \vartheta_B(x_j);$$

$$r_A(x_j) = r_B(x_j); \quad \omega_A(x_j) = \omega_B(x_j) \text{ olur.}$$

Bu durumda $t_j(A, B), s_j(A, B) = 0$ olur. Dolayısıyla $D_8(A, B) = 0$ olur.

$$\begin{aligned} \text{(3)} \quad g(t_j(A, B)) &= 2 - (1 - t_j(A, B)) \exp(t_j(A, B)) - (1 + t_j(A, B)) \exp(-t_j(A, B)) \\ &= 2 - (1 + t_j(B, A)) \exp(-t_j(B, A)) - (1 - t_j(B, A)) \exp(t_j(B, A)) \\ &= g(t_j(B, A)) \end{aligned}$$

Benzer şekilde $g(s_j(A, B)) = g(s_j(B, A))$ olduğu ve $D_8(A, B) = D_8(B, A)$ olduğu görülür.

(4) $R = \{(x, (p_R(x), \mu_R(x)), (q_R(x), \vartheta_R(x)), (r_R(x), \omega_R(x)): x \in X)\}$ olsun.

$A \subseteq B \subseteq R$ için

$$p_A(x_j) \leq p_B(x_j) \leq p_R(x_j); \quad \mu_A(x_j) \leq \mu_B(x_j) \leq \mu_R(x_j);$$

$$q_A(x_j) \geq q_B(x_j) \geq q_R(x_j); \quad \vartheta_A(x_j) \geq \vartheta_B(x_j) \geq \vartheta_R(x_j);$$

$$r_A(x_j) \geq r_B(x_j) \geq r_R(x_j); \quad \omega_A(x_j) \geq \omega_B(x_j) \geq \omega_R(x_j);$$

olur. O halde

$$p_A(x_j) - p_R(x_j) \leq p_A(x_j) - p_B(x_j) \leq 0,$$

$$q_A(x_j) - q_R(x_j) \geq q_A(x_j) - q_B(x_j) \geq 0,$$

$$r_A(x_j) - r_R(x_j) \geq r_A(x_j) - r_B(x_j) \geq 0$$

olacağından $t_j(A, R) \leq t_j(A, B) \leq 0$ dir. Ayrıca $-1 \leq t_j(A, B), t_j(A, R)$ olduğundan $-1 \leq t_j(A, R) \leq t_j(A, B) \leq 0$ dir.

Lemma 3.1.2. den

$$1 - \left(1 - t_j(A, R)\right) \exp\left(t_j(A, R)\right) \geq 1 - \left(1 - t_j(A, B)\right) \exp\left(t_j(A, B)\right)$$

$$1 - \left(1 + t_j(A, R)\right) \exp\left(-t_j(A, R)\right) \geq 1 - \left(1 + t_j(A, B)\right) \exp\left(-t_j(A, B)\right)$$

şeklindedir. Benzer şekilde

$$1 - \left(1 - s_j(A, R)\right) \exp\left(s_j(A, R)\right) \geq 1 - \left(1 - s_j(A, B)\right) \exp\left(s_j(A, B)\right)$$

$$1 - \left(1 + s_j(A, R)\right) \exp\left(-s_j(A, R)\right) \geq 1 - \left(1 + s_j(A, B)\right) \exp\left(-s_j(A, B)\right)$$

Dolayısıyla $D_8(A, R) \geq D_8(A, B)$ dir. Aynı şekilde $D_8(A, R) \geq D_8(B, R)$ olduğu gösterilebilir.

Tanım 3.1.3. $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ($j = 1, 2, \dots, n$) üzerinde tanımlanmış iki KNK $A = \left\{ \langle x_j, (p_A(x_j), \mu_A(x_j)), (q_A(x_j), \vartheta_A(x_j)), (r_A(x_j), \omega_A(x_j)) \rangle : x_j \in X \right\}$ ve $B = \left\{ \langle x_j, (p_B(x_j), \mu_B(x_j)), (q_B(x_j), \vartheta_B(x_j)), (r_B(x_j), \omega_B(x_j)) \rangle : x_j \in X \right\}$ için iki üstel mesafe ölçüsünü aşağıdaki şekilde tanımlanır (Eşitlik 40, Eşitlik 41).

$$D_9(A, B) = \frac{2D_8(A, B)}{1 + D_8(A, B)} \quad (\text{Eşitlik 40})$$

$$D_{10}(A, B) = \frac{1 - e^{-D_8(A, B)}}{1 - e^{-1}} \quad (\text{Eşitlik 41})$$

Teorem 3.1.3. $A, B \in \phi(X)$ için, $D: \phi(X) \times \phi(X) \rightarrow [0, 1]$, gerçek değerli bir fonksiyon olmak üzere $D_t(A, B)$ ($t = 9, 10$) mesafe ölçüleri aşağıdaki özellikleri sağlar.

- (1) $0 \leq D_t(A, B) \leq 1$,
- (2) $D_t(A, B) = 0$ ise $A = B$,
- (3) $D_t(A, B) = D_t(B, A)$,
- (4) $R \in \phi(X)$ için $A \subseteq B \subseteq R$ ise $D_t(A, R) \geq D_t(A, B)$ ve $D_t(A, R) \geq D_t(B, R)$ dir.

Kanıt: D_8 mesafe ölçüsünün kanıtına benzer yapılabilir.

Özellik 3.1.3. $A, B \in \phi(X)$ ve $t = 8, 9, 10$ için aşağıdaki özellikler sağlanır.

- i. $D_t(A, B^c) = D_t(A^c, B)$
- ii. $D_t(A^c, B^c) = D_t(A, B)$
- iii. $D_t(A, A \cup B) = D_t(B, A \cap B)$

- iv. $D_t(A, A \cap B) = D_t(B, A \cup B)$
- v. $D_t(A, A \cap B) = D_t(B, A \cup B)$
- vi. $D_t(A, A \oplus B) = D_t(B, A \oplus B)$
- vii. $D_t(A, A \otimes B) = D_t(B, A \otimes B)$

Kanıt: Özellik 3.1.2. ye benzer şekilde gösterilebilir.

3.2. Kompleks Neutrosophic Ağırlıklı Ortalama Operatörleri

Tanım 3.2.1. $A_s = \{ \langle p_{A_s}(x) e^{j\mu_{A_s}(x)}, q_{A_s}(x) e^{j\vartheta_{A_s}(x)}, r_{A_s}(x) e^{j\omega_{A_s}(x)} \rangle \}$

($s = 1, 2, \dots, m$) KNK'lerin bir kümesi olsun. Kompleks neutrosophic ağırlıklı aritmetik ortalama (KNAAO) operatörü aşağıdaki Eşitlik 42 şeklinde tanımlanır.

$$KNAAO_w(A_1, A_2, \dots, A_m) = \sum_{s=1}^m w_s A_s \quad (\text{Eşitlik 42})$$

Burada:

$w_s = (w_1, w_2, \dots, w_m)^T$: ağırlık vektörüdür.

Ayrıca $w_s \in [0, 1]$ ve $\sum_{s=1}^m w_s = 1$ ile temsil edilir.

Teorem 3.2.1. $A_s = \{ \langle p_{A_s}(x) e^{j\mu_{A_s}(x)}, q_{A_s}(x) e^{j\vartheta_{A_s}(x)}, r_{A_s}(x) e^{j\omega_{A_s}(x)} \rangle \}$,

($s = 1, 2, \dots, m$) KNK'ların bir kümesi olsun. Ağırlık vektörü $w_s = (w_1, w_2, \dots, w_m)^T$, $\sum_{s=1}^m w_s = 1$ için KNAAO operatörünün uygulanmasıyla elde edilen değer aşağıdaki Eşitlik 43 şeklindedir.

$$KNAAO_w(A_1, A_2, \dots, A_m) = \bigoplus_{s=1}^m w_s A_s$$

$$= \left(\begin{array}{c} \left(1 - \prod_{s=1}^m (1 - p_{A_s}(x))^{w_s} \right) e^{j2\pi \left(1 - \prod_{s=1}^m \left(1 - \frac{\mu_{A_s}(x)}{2\pi} \right)^{w_s} \right)} \\ \prod_{s=1}^m (q_{A_s}(x))^{w_s} e^{j2\pi \prod_{s=1}^m \left(\frac{\vartheta_{A_s}(x)}{2\pi} \right)^{w_s}}, \\ \prod_{s=1}^m (r_{A_s}(x))^{w_s} e^{j2\pi \prod_{s=1}^m \left(\frac{\omega_{A_s}(x)}{2\pi} \right)^{w_s}} \end{array} \right) \quad (\text{Eşitlik 43})$$

Kanıt: Teorem tümevarım yöntemiyle kanıtlanabilir.

Adım 1: $m = 2$ olduğunda KNAAO Eşitlik 43

$KNAAO_w(A_1, A_2) = \bigoplus_{s=1}^2 w_s A_s = w_1 A_1 \oplus w_2 A_2$ şeklindedir. Eşitlik 17 ve Eşitlik 19 kullanılarak aşağıdaki şekilde bulunur.

$$w_1 A_1 \oplus w_2 A_2$$

$$= \begin{pmatrix} \left(1 - \left(1 - p_{A_1}(x)\right)^{w_1}\right) e^{j2\pi\left(1 - \left(1 - \frac{\mu_{A_1}(x)}{2\pi}\right)^{w_1}\right)}, \left(q_{A_1}(x)\right)^{w_1} e^{j2\pi\left(\frac{\vartheta_{A_1}(x)}{2\pi}\right)^{w_1}} \\ \left(r_{A_1}(x)\right)^{w_1} e^{j2\pi\left(\frac{\omega_{A_1}(x)}{2\pi}\right)^{w_1}} \end{pmatrix}$$

$$\oplus \begin{pmatrix} \left(1 - \left(1 - p_{A_2}(x)\right)^{w_2}\right) e^{j2\pi\left(1 - \left(1 - \frac{\mu_{A_2}(x)}{2\pi}\right)^{w_2}\right)}, \left(q_{A_2}(x)\right)^{w_2} e^{j2\pi\left(\frac{\vartheta_{A_2}(x)}{2\pi}\right)^{w_2}} \\ \left(r_{A_2}(x)\right)^{w_2} e^{j2\pi\left(\frac{\omega_{A_2}(x)}{2\pi}\right)^{w_2}} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \left(1 - \prod_{s=1}^2 \left(1 - p_{A_s}(x)\right)^{w_s}\right), e^{j2\pi\left(1 - \prod_{s=1}^2 \left(1 - \frac{\mu_{A_s}(x)}{2\pi}\right)^{w_s}\right)} \\ \prod_{s=1}^2 \left(q_{A_s}(x)\right)^{w_s} e^{j2\pi \prod_{s=1}^2 \left(\frac{\vartheta_{A_s}(x)}{2\pi}\right)^{w_s}}, \prod_{s=1}^2 \left(r_{A_s}(x)\right)^{w_s} e^{j2\pi \prod_{s=1}^2 \left(\frac{\omega_{A_s}(x)}{2\pi}\right)^{w_s}} \end{pmatrix}$$

Bu nedenle ortalama değeri TDKNS'dir. Eşitlik 43, $m = 2$ için geçerlidir.

Adım 2: Burada Eşitlik 43'ü $m = r$ için doğru olsun. Bu durumda Eşitlik 43 aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$KNAAO_w(A_1, A_2, \dots, A_r) = \bigoplus_{s=1}^r w_s A_s$$

$$= \begin{pmatrix} \left(1 - \prod_{s=1}^r \left(1 - p_{A_s}(x)\right)^{w_s}\right), e^{j2\pi\left(1 - \prod_{s=1}^r \left(1 - \frac{\mu_{A_s}(x)}{2\pi}\right)^{w_s}\right)} \\ \prod_{s=1}^r \left(q_{A_s}(x)\right)^{w_s} e^{j2\pi \prod_{s=1}^r \left(\frac{\vartheta_{A_s}(x)}{2\pi}\right)^{w_s}}, \prod_{s=1}^r \left(r_{A_s}(x)\right)^{w_s} e^{j2\pi \prod_{s=1}^r \left(\frac{\omega_{A_s}(x)}{2\pi}\right)^{w_s}} \end{pmatrix}$$

Adım 3: Şimdi $m = r + 1$ için Eşitlik 17 ve Eşitlik 19 yardımıyla aşağıdaki şekilde bulunur.

$$\begin{aligned}
& KNAAO_w(A_1, A_2, \dots, A_r, A_{r+1}) = \\
& \left(\begin{array}{c} \left(1 - \prod_{s=1}^r (1 - p_{A_s}(x))^{w_s} \right) e^{j2\pi \left(1 - \prod_{s=1}^r \left(1 - \frac{\mu_{A_s}(x)}{2\pi} \right)^{w_s} \right)}, \\ \prod_{s=1}^r (q_{A_s}(x))^{w_s} e^{j2\pi \prod_{s=1}^r \left(\frac{\vartheta_{A_s}(x)}{2\pi} \right)^{w_s}}, \prod_{s=1}^r (r_{A_s}(x))^{w_s} e^{j2\pi \prod_{s=1}^r \left(\frac{\omega_{A_s}(x)}{2\pi} \right)^{w_s}} \end{array} \right) \oplus \\
& \left(\begin{array}{c} \left(1 - (1 - p_{A_{r+1}}(x))^{w_{r+1}} \right) e^{j2\pi \left(1 - \left(1 - \frac{\mu_{A_{r+1}}(x)}{2\pi} \right)^{w_{r+1}} \right)}, \\ (q_{A_{r+1}}(x))^{w_{r+1}} e^{j2\pi \left(\frac{\vartheta_{A_{r+1}}(x)}{2\pi} \right)^{w_{r+1}}}, (r_{A_{r+1}}(x))^{w_{r+1}} e^{j2\pi \left(\frac{\omega_{A_{r+1}}(x)}{2\pi} \right)^{w_{r+1}}} \end{array} \right) \\
& = \left(\begin{array}{c} \left(1 - \prod_{s=1}^{r+1} (1 - p_{A_s}(x))^{w_s} \right) e^{j2\pi \left(1 - \prod_{s=1}^{r+1} \left(1 - \frac{\mu_{A_s}(x)}{2\pi} \right)^{w_s} \right)}, \\ \prod_{s=1}^{r+1} (q_{A_s}(x))^{w_s} e^{j2\pi \prod_{s=1}^{r+1} \left(\frac{\vartheta_{A_s}(x)}{2\pi} \right)^{w_s}}, \prod_{s=1}^{r+1} (r_{A_s}(x))^{w_s} e^{j2\pi \prod_{s=1}^{r+1} \left(\frac{\omega_{A_s}(x)}{2\pi} \right)^{w_s}} \end{array} \right)
\end{aligned}$$

Böylece Eşitlik 43, $m = r + 1$ için geçerlidir. Dolayısıyla Eşitlik 43 tüm m doğal sayıları için doğrudur.

Teorem 3.2.2. (İdempotent özelliği) TDKNS'lerin bir koleksiyonu

$$A_s = \left\{ \begin{array}{c} p_{A_s}(x) e^{j\mu_{A_s}(x)}, q_{A_s}(x) e^{j\vartheta_{A_s}(x)} \\ r_{A_s}(x) e^{j\omega_{A_s}(x)} \end{array} \right\} (s = 1, 2, \dots, m) \text{ olsun. } \forall s \text{ için } A_s = A \text{ ise}$$

$KNAAO_w(A_1, A_2, \dots, A_s) = A$ dir.

Teorem 3.2.3. (Sınırlılık Özelliği) TDKNS'lerin bir koleksiyonu

$$A_s = \{ \langle p_{A_s}(x) e^{j\mu_{A_s}(x)}, q_{A_s}(x) e^{j\vartheta_{A_s}(x)}, r_{A_s}(x) e^{j\omega_{A_s}(x)} \rangle \} (s = 1, 2, \dots, m) \text{ olsun.}$$

$$A^+ = \langle \max_s p_{A_s}(x) e^{j\max_s \mu_{A_s}(x)}, \min_s q_{A_s}(x) e^{j\min_s \vartheta_{A_s}(x)}, \min_s r_{A_s}(x) e^{j\min_s \omega_{A_s}(x)} \rangle$$

$$A^- = \langle \min_s p_{A_s}(x) e^{j\min_s \mu_{A_s}(x)}, \max_s q_{A_s}(x) e^{j\max_s \vartheta_{A_s}(x)}, \max_s r_{A_s}(x) e^{j\max_s \omega_{A_s}(x)} \rangle$$

ise $A^- \leq KNAAO_w(A_1, A_2, \dots, A_s) \leq A^+$ olur.

Teorem 3.2.4. (Monotonluk Özelliği) $A_s = \left\langle \begin{matrix} p_{A_s}(x) e^{j\mu_{A_s}(x)}, q_{A_s}(x) e^{j\vartheta_{A_s}(x)} \\ r_{A_s}(x) e^{j\omega_{A_s}(x)} \end{matrix} \right\rangle$

ve $A_s' = \left\langle \begin{matrix} p_{A_s}'(x) e^{j\mu_{A_s}'(x)}, q_{A_s}'(x) e^{j\vartheta_{A_s}'(x)} \\ r_{A_s}'(x) e^{j\omega_{A_s}'(x)} \end{matrix} \right\rangle$ ($s = 1, 2, \dots, m$) iki TDKNS olsun.

$p_{A_s}(x) \leq p_{A_s}'(x)$, $\mu_{A_s}(x) \leq \mu_{A_s}'(x)$, $q_{A_s}(x) \geq q_{A_s}'(x)$, $\vartheta_{A_s}(x) \geq \vartheta_{A_s}'(x)$,
 $r_{A_s}(x) \geq r_{A_s}'(x)$, $\omega_{A_s}(x) \geq \omega_{A_s}'(x)$ ise

$$KNAAO_w(A_1, A_2, \dots, A_s) \leq KNAAO_w(A_1', A_2', \dots, A_s')$$

dir.

Tanım 3.2.2. $A_s = \{ \langle p_{A_s}(x) e^{j\mu_{A_s}(x)}, q_{A_s}(x) e^{j\vartheta_{A_s}(x)}, r_{A_s}(x) e^{j\omega_{A_s}(x)} \rangle \}$

($s = 1, 2, \dots, m$) TDKNK'lerin bir kümesi olsun. Kompleks neutrosophic ağırlıklı geometrik ortalama (KNAGO) operatörü aşağıdaki Eşitlik 44 ile tanımlanır.

$$KNAGO_w(A_1, A_2, \dots, A_m) = \prod_{s=1}^m A_s^{w_s} \quad (\text{Eşitlik 44})$$

Burada:

$w_s = (w_1, w_2, \dots, w_m)^T$: ağırlık vektörüdür.

Ayrıca $w_s \in [0, 1]$ ve $\sum_{s=1}^m w_s = 1$ ile temsil edilir.

Teorem 3.2.5. $A_s = \{ \langle p_{A_s}(x) e^{j\mu_{A_s}(x)}, q_{A_s}(x) e^{j\vartheta_{A_s}(x)}, r_{A_s}(x) e^{j\omega_{A_s}(x)} \rangle \}$,

($s = 1, 2, \dots, m$) KNK'ların bir kümesi olsun. Ağırlık vektörü $w_s = (w_1, w_2, \dots, w_m)^T$,

$\sum_{s=1}^m w_s = 1$ için KNAGO operatörünün uygulanmasıyla elde edilen değer aşağıdaki

Eşitlik 45 şeklindedir.

$$KNAGO_w(A_1, A_2, \dots, A_m) = \otimes_{s=1}^m A_s^{w_s}$$

$$= \left(\begin{matrix} \prod_{s=1}^m (p_{A_s}(x))^{w_s} e^{j2\pi \prod_{s=1}^m \left(\frac{\mu_{A_s}(x)}{2\pi} \right)^{w_s}}, \\ 1 - \prod_{s=1}^m \left(1 - q_{A_s}(x) \right)^{w_s} e^{j2\pi \left(1 - \prod_{s=1}^m \left(1 - \frac{\vartheta_{A_s}(x)}{2\pi} \right)^{w_s} \right)}, \\ 1 - \prod_{s=1}^m \left(1 - r_{A_s}(x) \right)^{w_s} e^{j2\pi \left(1 - \prod_{s=1}^m \left(1 - \frac{\omega_{A_s}(x)}{2\pi} \right)^{w_s} \right)} \end{matrix} \right) \quad (\text{Eşitlik 45})$$

3.3. Önerilen VIKOR Metodu

Bu bölümde KNK ortamı için VIKOR yöntemini ÇKKV problemlerinin çözmek için yeniden inşa edilmiştir.

Burada amaç, maksimum grup faydasına ve muhalifin minimum bireysel pişmanlığına sahip olan bir uzlaşma çözüme işaret etmektir. ÇKKV probleminde potansiyel alternatifler ($W_1, W_2, \dots, W_a$, a tane) belirlenir. Bu alternatiflerin verimliliğini ve potansiyelini kontrol etmek için uzmanlardan ($U_1, U_2, \dots, U_c$, c tane) oluşan karar verme paneli oluşturulur. Tüm uzmanların önem düzeyi farklılık gösterebileceği için uzmanların normalleştirilmiş ağırlık vektörleri $u = (u_1, u_2, \dots, u_c)^T$ belirlenir. Burada önceden belirlenmiş ağırlıklarda kullanılabilir. Ayrıca ($V_1, V_2, \dots, V_b$, b tane) kritik faktörler, alternatiflerin potansiyellerinin değerlendirildiği karar kriterleri olarak tanımlansın ve kriterlerin normalleştirilmiş ağırlık vektörü $v = (v_1, v_2, \dots, v_b)^T$ ile verilsin. Burada v_b , V_b kriterinin ağırlığına karşılık gelir (Akram vd., 2021).

Genişletilmiş kompleks neutrosophic VIKOR metodunun aşamaları aşağıdaki şekilde sunulmuştur.

Adım 1: Karar matrislerinin oluşturulması

Karar verme paneli, her bir kriterle göre alternatiflerin verimlilikleri ile çok kriterli karar vermeyi kapsamlı bir şekilde inceler. Karar verme uzmanlarının yargıları, uygun dilsel terimler yardımıyla sergilenebilir.

Her karar vericinin bireysel değerlendirmesi, kompleks neutrosophic karar verme (KNKV) adı verilen bir matriste açıkça özetlenir. c bağımsız uzmanın bireysel karar matrisleri $\mathcal{M}^{(1)}, \mathcal{M}^{(2)}, \dots, \mathcal{M}^{(c)}$ olarak gösterilir. U_c nin algılayışı $\mathcal{M}^{(c)} = [\mathcal{M}_{mn}^{(c)}]_{a \times b}$ şeklinde sistematik olarak aşağıdaki şekilde düzenlenir (Eşitlik 46).

$$\mathcal{M}^{(c)} = \begin{bmatrix} \mathcal{M}_{11}^{(c)} & \mathcal{M}_{12}^{(c)} & \dots & \mathcal{M}_{1b}^{(c)} \\ \mathcal{M}_{21}^{(c)} & \mathcal{M}_{22}^{(c)} & & \mathcal{M}_{2b}^{(c)} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \mathcal{M}_{a1}^{(c)} & \mathcal{M}_{a2}^{(c)} & \dots & \mathcal{M}_{ab}^{(c)} \end{bmatrix} \quad (\text{Eşitlik 46})$$

Burada:

m ($m = 1, 2, \dots, a$) alt indisi: W_a alternatifine karşılık gelir,
 n ($n = 1, 2, \dots, b$) alt indisi: V_b kriterlerine karşılık gelir,
 c üst indisi: Uzman U_c tarafından verilen karara karşılık gelir.

Adım 2: Birleştirilmiş (kolektif) karar matrisinin oluşturulması

Bağımsız bakış açısıyla, KNKV'lerin girişleri, karar verme panelindeki tüm uzmanların ortak görüşlerini gözlemlemek için Eşitlik 42'deki KNAAO operatörü kullanılarak düzenlenir. $\mathcal{M}_{mn}^{(1)}, \mathcal{M}_{mn}^{(2)}, \dots, \mathcal{M}_{mn}^{(c)}$ nin kolektif bir değeri olan KNKV matrisi $\mathcal{M}_{mn}$, tüm uzmanların V_n kriterleri ile ilgili alternatif W_m hakkında kolektif bir yansımaları tanımlar. Sonuçlar tablo şeklinde gösterilebilir.

Adım 3: En iyi ve en kötü değer seçimi

Birleştirilmiş $\mathcal{M}_{mn}$ deki değerler, her bir kritere ilişkin en iyi ve en kötü değeri seçmek için Eşitlik 15'teki skor derecesi ve Eşitlik 16'daki kesinlik derecesi temelinde karşılaştırılır. Skor ve kesinlik derecelerinin değerlendirilmesinden sonra V_n kriterlerine göre en iyi değer $\mathcal{M}_n^*$ ve en kötü değer $\mathcal{M}_n^-$ aşağıdaki Eşitlik 47 ve Eşitlik 48 gibi belirlenebilir.

$$\mathcal{M}_n^* = \begin{cases} \max_{1 \leq m \leq a} \mathcal{M}_{mn}, & V_n \in C_F \\ \min_{1 \leq m \leq a} \mathcal{M}_{mn}, & V_n \in C_M \end{cases} \quad (\text{Eşitlik 47})$$

$$\mathcal{M}_n^- = \begin{cases} \min_{1 \leq m \leq a} \mathcal{M}_{mn}, & V_n \in C_F \\ \max_{1 \leq m \leq a} \mathcal{M}_{mn}, & V_n \in C_M \end{cases} \quad (\text{Eşitlik 48})$$

Burada:

V_n : Karar kriteridir.

V_n kriterleri karar vermek için fayda özelliğine sahipse C_F ile, maliyet özelliğine sahipse C_M ile temsil edilmiştir. Seçilen her bir karar kriterine göre en iyi ve en kötü değerler yine tablo şeklinde düzenlenebilir.

Adım 4: Karar kriterine göre mesafelerin belirlenmesi

Birleştirilmiş KNKV matrisi $\mathcal{M}_{mn}$ nin her bir girişinin, en iyi değerden normalleştirilmiş mesafesi $D_t(\mathcal{M}_n^*, \mathcal{M}_{mn})$, ilgili karar kriterine göre belirlenir ve tablo ile

düzenlenebilir. Benzer şekilde, her bir kritere göre en iyi ve en kötü değerler arasındaki mesafeyi değerlendirmek için $D_t(\mathcal{M}_n^*, \mathcal{M}_n^-)$ belirlenir ve tablo şeklinde düzenlenebilir. Burada normalleştirilmiş mesafe ölçüleri, grup fayda ölçüsü S ve pişmanlık ölçüsü R 'yi hesaplamak için yararlı bir araç olarak hizmet eder.

Adım5: S, R ve Q 'nun belirlenmesi ve değerlendirilmesi

Alternatif W_m ($m = 1, 2, \dots, a$) için grup fayda ölçüsü S_m ve pişmanlık ölçüsü R_m ilgili mesafe ölçüsü ve kriter ağırlıkları ile aşağıdaki Eşitlik 49 ve Eşitlik 50 ile belirlenebilir.

$$S_m = \sum_{n=1}^b v_n \frac{D(\mathcal{M}_n^*, \mathcal{M}_{mn})}{D(\mathcal{M}_n^*, \mathcal{M}_n^-)} \quad (\text{Eşitlik 49})$$

$$R_m = \max_n v_n \frac{D(\mathcal{M}_n^*, \mathcal{M}_{mn})}{D(\mathcal{M}_n^*, \mathcal{M}_n^-)} \quad (\text{Eşitlik 50})$$

Şimdi S ve R 'nin maksimum ve minimum değerleri aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$S^* = \min_m S_m \quad S^- = \max_m S_m$$

$$R^* = \min_m R_m \quad R^- = \max_m R_m$$

S^* ve R^* tarafından elde edilen çözümler sırasıyla rakibin maksimum grup faydasına ve minimum bireysel pişmanlığına sahiptir. Son olarak alternatif W_m için Q_m sıralama ölçüsünü değerlendirmek için, grup faydası S_m ve bireysel pişmanlık R_m 'nin özellikleri Eşitlik 51'deki formül ile değerlendirilir.

$$Q_m = p \left(\frac{S_m - S^*}{S^- - S^*} \right) + (1 - p) \left(\frac{R_m - R^*}{R^- - R^*} \right) \quad (\text{Eşitlik 51})$$

Burada:

p parametresi: Maksimum grup faydasını (ya da kriterlerin çoğunluğunun ağırlığını) göstermektedir.

p parametresi değerini $[0,1]$ kapalı birim aralığında alır. $p = 0.5$ olduğunda uzlaşma çözümü her iki özelliğe sahiptir. Yani maksimum grup faydası ve muhalifin minimum bireysel pişmanlığına aynı anda sahip olur. $p = 1$ olduğunda uzlaşma çözümü grup faydasını maksimize etmeye odaklanırken $p = 0$ olduğunda uzlaşma çözümü bireysel

pişmanlığı en aza indirmeye odaklanır. Uzlaşma, $p > 0.5$ ile “çoğunluk oyu”, $p = 0.5$ ile “fikir birliği” ve $p < 0.5$ ile “veto” sağlanabilir.

Adım 6: Uzlaşıcı çözüm ve alternatiflerin sıralaması

Alternatifler grup fayda ölçüsü, bireysel pişmanlık ölçüsü ve sıralama ölçüsüne göre artan bir sırada sıralanır ve uzlaşıcı çözümünün değerlendirilmesinde yardımcı olan üç sıralama listesi elde edilir. Sonraki değerlendirmeler için Q 'ya göre birinci ve ikinci konumda sıralanan alternatifler sırasıyla $W^{(1)}$ ve $W^{(2)}$ ile gösterilir. Uzlaşıcı çözüm, aşağıdaki koşulları karşılıyorsa alternatif $W^{(1)}$ 'i içerir (Eşitlik 52);

C_1 : “Kabul edilebilir avantaj”

$$Q(W^{(2)}) - Q(W^{(1)}) \geq DQ \quad (\text{Eşitlik 52})$$

Burada:

$DQ = \frac{1}{a-1}$ ve a toplam alternatif sayısını gösterir.

C_2 : “Kabul edilebilir istikrar”

Alternatif $W^{(1)}$, S veya R ile ilgili olarak sıralama listesindeki ilk sırada yer almaktadır. Bu uzlaşık çözüm bir karar verme sürecinde istikrarlıdır.

Bu koşullardan yalnız biri veya her ikisi de geçerli değilse o zaman aşağıdaki gibi bir dizi uzlaşıcı çözüm oluşturulabilir:

- Yalnızca C_2 koşulunun geçerli olmaması durumunda uzlaşma çözümü seti hem $W^{(1)}$ hem $W^{(2)}$ 'yi içerir.
- C_1 koşulunu sağlamıyorsa uzlaşıcı çözüm kümesi $W^{(1)}, W^{(2)}, \dots, W^{(r)}$ içerir. Burada maksimum “ r ” için Eşitlik 53 ile değerlendirilir.

$$Q(W^{(r)}) - Q(W^{(1)}) < DQ \quad (\text{Eşitlik 53})$$

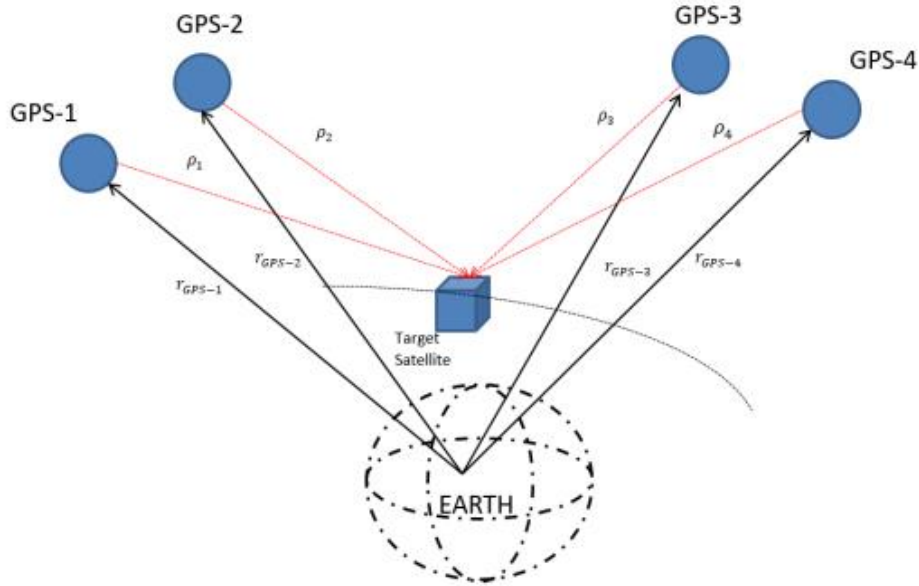
Böylelikle, maksimum grup faydasına ve muhalifin minimum bireysel pişmanlığı değerlendirilerek karar sürecinde en iyi alternatif ya da alternatifler belirlenir.

3.4. Sayısal Örnek

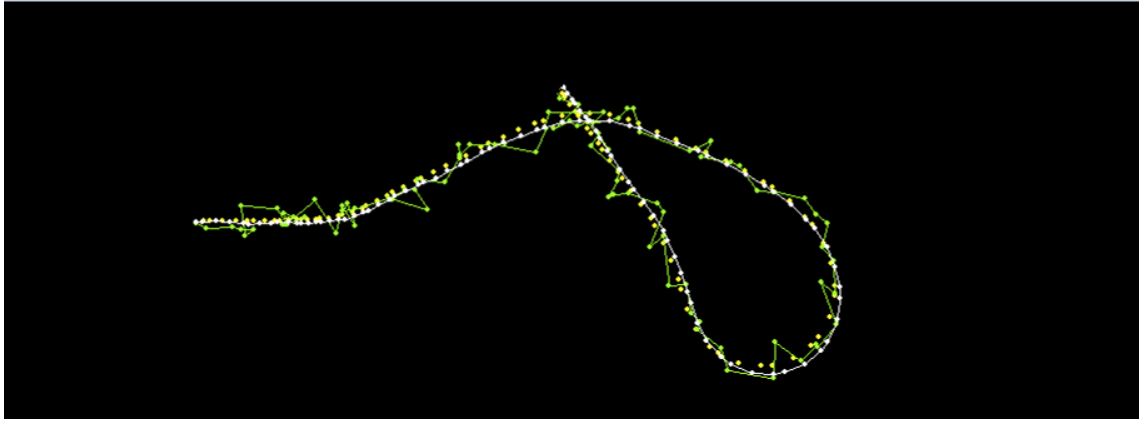
Uydular uzaktan algılama ve iletişim gibi farklı görev alanlarında önemli ölçüde kullanılmakta ve gün geçtikçe yaygınlaşmaktadır (Guelman ve Ortenberg, 2009).

GPS (Global Positioning System) tabanlı uydu navigasyonu ve konumlandırma, klasik bir uydu durum tahmini yöntemidir. Ayrıca daha doğru, kullanışlı ve uzay görevinde kendini kanıtlamıştır. Ancak doğruluğu GPS hatalarına karşı hassastır. GPS uydularından gelen ölçüm belirsizliği ve hatalar sebebiyle uydu navigasyon tahmininde yanlışlar olabilmektedir. Konumlandırma probleminin çözümü için Kalman filtresi ve parçacık filtresi gibi filtreler sayesinde durum vektör tahminleri yapılarak hedef uydu kontrol kısmı için çeşitli algılayıcıların uydulardaki konumları belirlenir. Doğrusal olmayan hareket karakteristiğinden, görelî uydu hareketini düzeltmek ve yörünge hareketini tanımlamak için bölünmüş bir periyotta doğrusala dönüştürülen durum vektörlerini tahmin etmek önemlidir (Erkeç ve Hajiye, 2021).

Şekil 2 bir uydu lokalizasyonunu gösterirken, Şekil 3'te uydulardan alınan lokalizasyon bilgilerinin bir temsilini göstermektedir. Burada yeşil renk ile belirtilen noktalar uydu lokalizasyon verileridir. Sarı renk ile belirtilen noktalar ise Kalman filtresinin verilere uygulanmasından sonraki lokalizasyon tahminleridir.



Şekil 2. Örnek bir uydu lokalizasyonu (Erkeç ve Hajiye, 2021).



Şekil 3. Uydulardan alınan lokalizasyon bilgilerinin görsel bir temsilidir.

Teknopat.net'ten bulunmuştur. (<https://www.technopat.net/sosyal/konu/kalman-filtresi-nedir-ve-nerelerde-kullanilir.1458674/>, 2021)

Bu örnekte uydu navigasyonu için yörüngesinde olduğu düşünülen bir hedef uydunun konumunu, GPS uyduları tarafından belirlenen konumların hangisinin en uygun olduğunu belirlemek amaçlanmıştır. Aşağıda belirtilen hedefler, sunulan ÇKKV probleminde potansiyel alternatifler olarak ele alınmaktadır.

t_0 anında L_0 konumunda olduğu kabul edilen bir hedef uydu için t_1 anına kadar geçen sürede 7 GPS uydusundan alınan konum bilgileri sırasıyla $L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, L_6$ ve L_7 olmak üzere her belirlenen uydu konumu için L_0 konumundan L_a , ($a = 1, 2, \dots, 7$) konumuna oluşan vektörler alternatif ($W_a, a = 1, 2, \dots, 7$) vektörlerdir.

W_a : GPS_a , ($a = 1, 2, \dots, 7$) uydusundan alınan bilgiler ile oluşan vektör

Vurgulanan alternatiflerin verimliliğini ve potansiyelini kontrol etmek için U_1, U_2 , ve U_3 olmak üzere üç uzmandan oluşan bir karar verme paneli oluşturulur. Uzmanların normleştirilmiş ağırlık vektörü $u = (0.32, 0.36, 0.32)^T$ ile verilir. Karar verme paneli, hedef uydunun yerinin belirlenmesini etkileyen aşağıdaki önemli faktörleri dikkate alır:

V_1 : Alıcı Hatası Azlığı

V_2 : Verici Hatası Azlığı

V_3 : GPS uydu işlemcisi hatası azlığı

V_4 : Saat yanlılığı (clock bias) (10m-25m arası durumlar için değerlendirme yapıldığı varsayılmıştır)

V_5 : Sinyal Bozulmaları

Kriterlerin normleştirilmiş ağırlık vektörü $v = (0.27, 0.16, 0.12, 0.29, 0.16)^T$ ile verilsin.

Adım 1: Karar matrislerinin oluşturulması

Karar verme paneli, her bir kritere ilişkin alternatiflerin etkinlikleriyle birlikte etraflıca inceler. Karar verici uzmanların yargıları, uygun dilsel terimler yardımıyla sergilenmektedir. Tablo 1 aday gösterilen alternatiflerin performansına ilişkin karar vericinin fikrini iletebilecek dilsel terimleri içermektedir.

Tablo 2 karar kriterlerine göre alternatiflerin potansiyeline ilişkin karar verme panelinin değerlendirmelerini içermektedir. Her bir karar vericinin bireysel değerlendirmesi, açıkça bir matriste yani kompleks neutrosophic karar matrisi (KNKM) ile özetlenmiştir.

Bağımsız KNKM'ler $\mathcal{M}^{(1)}$, $\mathcal{M}^{(2)}$ ve $\mathcal{M}^{(3)}$ sırasıyla Tablo 3-5'te gösterilmiştir.

Tablo 1. Alternatif performans değerlendirmesi

Dilsel İfadeler	KNS
Çok Yüksek (ÇY)	$(0.87e^{i2\pi(0.82)}, 0.24e^{i2\pi(0.32)}, 0.10e^{i2\pi(0.15)})$
Yüksek (Y)	$(0.75e^{i2\pi(0.73)}, 0.34e^{i2\pi(0.35)}, 0.23e^{i2\pi(0.25)})$
Orta (O)	$(0.56e^{i2\pi(0.54)}, 0.52e^{i2\pi(0.58)}, 0.42e^{i2\pi(0.44)})$
Düşük (D)	$(0.36e^{i2\pi(0.32)}, 0.33e^{i2\pi(0.36)}, 0.65e^{i2\pi(0.66)})$
Çok Düşük (ÇD)	$(0.22e^{i2\pi(0.19)}, 0.26e^{i2\pi(0.21)}, 0.76e^{i2\pi(0.80)})$

Tablo 2. Karar verme paneli tarafından her bir alternatifin değerlendirilmesi

Kriterler	Alternatifler	U_1	U_2	U_3
V_1	W_1	ÇY	ÇY	ÇY
	W_2	O	Y	Y
	W_3	D	D	O
	W_4	O	O	O
	W_5	D	O	D
	W_6	O	O	Y
	W_7	Y	Y	O
V_2	W_1	Y	ÇY	ÇY
	W_2	D	D	D
	W_3	D	D	D
	W_4	O	O	Y
	W_5	D	D	D
	W_6	O	Y	O
	W_7	D	D	O
V_3	W_1	ÇY	ÇY	ÇY
	W_2	D	D	D
	W_3	D	O	O
	W_4	O	Y	O
	W_5	O	D	O
	W_6	O	Y	O
	W_7	O	O	D
V_4	W_1	ÇY	Y	ÇY
	W_2	D	D	O
	W_3	D	D	O
	W_4	O	Y	Y
	W_5	Y	Y	O
	W_6	D	O	O
	W_7	D	O	O
V_5	W_1	ÇY	ÇY	Y
	W_2	D	D	D
	W_3	ÇD	ÇD	ÇD
	W_4	O	O	O
	W_5	O	O	D
	W_6	O	O	D
	W_7	O	O	O

Tablo 4. (Devamı)

$\mathcal{M}^{(2)}$	V_5
W_1	$(0.87e^{i2\pi(0.82)}, 0.24e^{i2\pi(0.32)}, 0.10e^{i2\pi(0.15)})$
W_2	$(0.36e^{i2\pi(0.32)}, 0.33e^{i2\pi(0.36)}, 0.65e^{i2\pi(0.66)})$
W_3	$(0.22e^{i2\pi(0.19)}, 0.26e^{i2\pi(0.21)}, 0.76e^{i2\pi(0.80)})$
W_4	$(0.56e^{i2\pi(0.54)}, 0.52e^{i2\pi(0.58)}, 0.42e^{i2\pi(0.44)})$
W_5	$(0.56e^{i2\pi(0.54)}, 0.52e^{i2\pi(0.58)}, 0.42e^{i2\pi(0.44)})$
W_6	$(0.56e^{i2\pi(0.54)}, 0.52e^{i2\pi(0.58)}, 0.42e^{i2\pi(0.44)})$
W_7	$(0.56e^{i2\pi(0.54)}, 0.52e^{i2\pi(0.58)}, 0.42e^{i2\pi(0.44)})$

Tablo 5. Uzman U_3 ün kompleks neutrosophic karar matrisi

$\mathcal{M}^{(3)}$	V_1	V_2
W_1	$(0.87e^{i2\pi(0.82)}, 0.24e^{i2\pi(0.32)}, 0.10e^{i2\pi(0.15)})$	$(0.87e^{i2\pi(0.82)}, 0.24e^{i2\pi(0.32)}, 0.10e^{i2\pi(0.15)})$
W_2	$(0.75e^{i2\pi(0.73)}, 0.34e^{i2\pi(0.35)}, 0.23e^{i2\pi(0.25)})$	$(0.36e^{i2\pi(0.32)}, 0.33e^{i2\pi(0.36)}, 0.65e^{i2\pi(0.66)})$
W_3	$(0.56e^{i2\pi(0.54)}, 0.52e^{i2\pi(0.58)}, 0.42e^{i2\pi(0.44)})$	$(0.36e^{i2\pi(0.32)}, 0.33e^{i2\pi(0.36)}, 0.65e^{i2\pi(0.66)})$
W_4	$(0.56e^{i2\pi(0.54)}, 0.52e^{i2\pi(0.58)}, 0.42e^{i2\pi(0.44)})$	$(0.75e^{i2\pi(0.73)}, 0.34e^{i2\pi(0.35)}, 0.23e^{i2\pi(0.25)})$
W_5	$(0.36e^{i2\pi(0.32)}, 0.33e^{i2\pi(0.36)}, 0.65e^{i2\pi(0.66)})$	$(0.36e^{i2\pi(0.32)}, 0.33e^{i2\pi(0.36)}, 0.65e^{i2\pi(0.66)})$
W_6	$(0.75e^{i2\pi(0.73)}, 0.34e^{i2\pi(0.35)}, 0.23e^{i2\pi(0.25)})$	$(0.56e^{i2\pi(0.54)}, 0.52e^{i2\pi(0.58)}, 0.42e^{i2\pi(0.44)})$
W_7	$(0.56e^{i2\pi(0.54)}, 0.52e^{i2\pi(0.58)}, 0.42e^{i2\pi(0.44)})$	$(0.56e^{i2\pi(0.54)}, 0.52e^{i2\pi(0.58)}, 0.42e^{i2\pi(0.44)})$
	V_3	V_4
W_1	$(0.87e^{i2\pi(0.82)}, 0.24e^{i2\pi(0.32)}, 0.10e^{i2\pi(0.15)})$	$(0.87e^{i2\pi(0.82)}, 0.24e^{i2\pi(0.32)}, 0.10e^{i2\pi(0.15)})$
W_2	$(0.36e^{i2\pi(0.32)}, 0.33e^{i2\pi(0.36)}, 0.65e^{i2\pi(0.66)})$	$(0.56e^{i2\pi(0.54)}, 0.52e^{i2\pi(0.58)}, 0.42e^{i2\pi(0.44)})$
W_3	$(0.56e^{i2\pi(0.54)}, 0.52e^{i2\pi(0.58)}, 0.42e^{i2\pi(0.44)})$	$(0.56e^{i2\pi(0.54)}, 0.52e^{i2\pi(0.58)}, 0.42e^{i2\pi(0.44)})$
W_4	$(0.56e^{i2\pi(0.54)}, 0.52e^{i2\pi(0.58)}, 0.42e^{i2\pi(0.44)})$	$(0.75e^{i2\pi(0.73)}, 0.34e^{i2\pi(0.35)}, 0.23e^{i2\pi(0.25)})$
W_5	$(0.56e^{i2\pi(0.54)}, 0.52e^{i2\pi(0.58)}, 0.42e^{i2\pi(0.44)})$	$(0.56e^{i2\pi(0.54)}, 0.52e^{i2\pi(0.58)}, 0.42e^{i2\pi(0.44)})$
W_6	$(0.56e^{i2\pi(0.54)}, 0.52e^{i2\pi(0.58)}, 0.42e^{i2\pi(0.44)})$	$(0.56e^{i2\pi(0.54)}, 0.52e^{i2\pi(0.58)}, 0.42e^{i2\pi(0.44)})$
W_7	$(0.36e^{i2\pi(0.32)}, 0.33e^{i2\pi(0.36)}, 0.65e^{i2\pi(0.66)})$	$(0.56e^{i2\pi(0.54)}, 0.52e^{i2\pi(0.58)}, 0.42e^{i2\pi(0.44)})$
	V_5	
W_1	$(0.75e^{i2\pi(0.73)}, 0.34e^{i2\pi(0.35)}, 0.23e^{i2\pi(0.25)})$	
W_2	$(0.36e^{i2\pi(0.32)}, 0.33e^{i2\pi(0.36)}, 0.65e^{i2\pi(0.66)})$	
W_3	$(0.22e^{i2\pi(0.19)}, 0.26e^{i2\pi(0.21)}, 0.76e^{i2\pi(0.80)})$	
W_4	$(0.56e^{i2\pi(0.54)}, 0.52e^{i2\pi(0.58)}, 0.42e^{i2\pi(0.44)})$	
W_5	$(0.36e^{i2\pi(0.32)}, 0.33e^{i2\pi(0.36)}, 0.65e^{i2\pi(0.66)})$	
W_6	$(0.36e^{i2\pi(0.32)}, 0.33e^{i2\pi(0.36)}, 0.65e^{i2\pi(0.66)})$	
W_7	$(0.56e^{i2\pi(0.54)}, 0.52e^{i2\pi(0.58)}, 0.42e^{i2\pi(0.44)})$	

Adım 2: Birleştirilmiş karar matrisinin oluşturulması

Karar verme panelindeki tüm uzmanların ortak görüşünü gözlemlemek için Eşitlik 42'deki KNAAO operatörü kullanılarak KNKM'lerinin ortalaması alınır ve sonuçlar Tablo 6'da gösterilen birleştirilmiş KNKM $\mathcal{M}_{mn}$ de gösterilir. Burada m ($m = 1, 2, \dots, 7$) alt indisi W_m alternatifi gösterirken n ($n = 1, 2, \dots, 5$) alt indisi V_n kriterini belirtmektedir.

Tablo 6. Birleştirilmiş kompleks neutrosophic karar matrisi

$\mathcal{M}_{mn}$	V_1	V_2
W_1	$(0.870e^{i2\pi(0.820)}, 0.240e^{i2\pi(0.320)}, 0.100e^{i2\pi(0.150)})$	$(0.840e^{i2\pi(0.795)}, 0.268e^{i2\pi(0.329)}, 0.131e^{i2\pi(0.177)})$
W_2	$(0.700e^{i2\pi(0.680)}, 0.390e^{i2\pi(0.411)}, 0.279e^{i2\pi(0.300)})$	$(0.360e^{i2\pi(0.320)}, 0.330e^{i2\pi(0.360)}, 0.650e^{i2\pi(0.660)})$
W_3	$(0.432e^{i2\pi(0.400)}, 0.382e^{i2\pi(0.419)}, 0.565e^{i2\pi(0.580)})$	$(0.360e^{i2\pi(0.320)}, 0.330e^{i2\pi(0.360)}, 0.650e^{i2\pi(0.660)})$
W_4	$(0.560e^{i2\pi(0.540)}, 0.520e^{i2\pi(0.580)}, 0.420e^{i2\pi(0.440)})$	$(0.633e^{i2\pi(0.612)}, 0.454e^{i2\pi(0.493)}, 0.346e^{i2\pi(0.367)})$
W_5	$(0.441e^{i2\pi(0.409)}, 0.389e^{i2\pi(0.427)}, 0.555e^{i2\pi(0.570)})$	$(0.360e^{i2\pi(0.320)}, 0.330e^{i2\pi(0.360)}, 0.650e^{i2\pi(0.660)})$
W_6	$(0.633e^{i2\pi(0.612)}, 0.454e^{i2\pi(0.493)}, 0.346e^{i2\pi(0.367)})$	$(0.641e^{i2\pi(0.620)}, 0.446e^{i2\pi(0.484)}, 0.338e^{i2\pi(0.359)})$
W_7	$(0.700e^{i2\pi(0.680)}, 0.390e^{i2\pi(0.411)}, 0.279e^{i2\pi(0.300)})$	$(0.432e^{i2\pi(0.400)}, 0.382e^{i2\pi(0.419)}, 0.565e^{i2\pi(0.580)})$
	V_3	V_4
W_1	$(0.870e^{i2\pi(0.820)}, 0.240e^{i2\pi(0.320)}, 0.100e^{i2\pi(0.150)})$	$(0.835e^{i2\pi(0.792)}, 0.272e^{i2\pi(0.330)}, 0.135e^{i2\pi(0.180)})$
W_2	$(0.360e^{i2\pi(0.320)}, 0.330e^{i2\pi(0.360)}, 0.650e^{i2\pi(0.660)})$	$(0.432e^{i2\pi(0.400)}, 0.382e^{i2\pi(0.419)}, 0.565e^{i2\pi(0.580)})$
W_3	$(0.504e^{i2\pi(0.479)}, 0.450e^{i2\pi(0.498)}, 0.483e^{i2\pi(0.501)})$	$(0.432e^{i2\pi(0.400)}, 0.382e^{i2\pi(0.419)}, 0.565e^{i2\pi(0.580)})$
W_4	$(0.641e^{i2\pi(0.620)}, 0.446e^{i2\pi(0.484)}, 0.338e^{i2\pi(0.359)})$	$(0.700e^{i2\pi(0.680)}, 0.390e^{i2\pi(0.411)}, 0.279e^{i2\pi(0.300)})$
W_5	$(0.496e^{i2\pi(0.470)}, 0.441e^{i2\pi(0.488)}, 0.492e^{i2\pi(0.509)})$	$(0.700e^{i2\pi(0.680)}, 0.390e^{i2\pi(0.411)}, 0.279e^{i2\pi(0.300)})$
W_6	$(0.641e^{i2\pi(0.620)}, 0.446e^{i2\pi(0.484)}, 0.338e^{i2\pi(0.359)})$	$(0.504e^{i2\pi(0.479)}, 0.450e^{i2\pi(0.498)}, 0.483e^{i2\pi(0.501)})$
W_7	$(0.504e^{i2\pi(0.479)}, 0.450e^{i2\pi(0.498)}, 0.483e^{i2\pi(0.501)})$	$(0.504e^{i2\pi(0.479)}, 0.450e^{i2\pi(0.498)}, 0.483e^{i2\pi(0.501)})$
	V_5	
W_1	$(0.840e^{i2\pi(0.795)}, 0.268e^{i2\pi(0.329)}, 0.131e^{i2\pi(0.177)})$	
W_2	$(0.360e^{i2\pi(0.320)}, 0.330e^{i2\pi(0.360)}, 0.650e^{i2\pi(0.660)})$	
W_3	$(0.220e^{i2\pi(0.190)}, 0.260e^{i2\pi(0.210)}, 0.760e^{i2\pi(0.800)})$	
W_4	$(0.560e^{i2\pi(0.540)}, 0.520e^{i2\pi(0.580)}, 0.420e^{i2\pi(0.440)})$	
W_5	$(0.504e^{i2\pi(0.479)}, 0.450e^{i2\pi(0.498)}, 0.483e^{i2\pi(0.501)})$	
W_6	$(0.504e^{i2\pi(0.479)}, 0.450e^{i2\pi(0.498)}, 0.483e^{i2\pi(0.501)})$	
W_7	$(0.560e^{i2\pi(0.540)}, 0.520e^{i2\pi(0.580)}, 0.420e^{i2\pi(0.440)})$	

Adım 3: En iyi ve en kötü değerin seçimi

V_5 kriteri dışındaki tüm kriterler, fayda türü kriterlerdir. Eşitlik 15 ve Eşitlik 16 ışığında seçilen her bir karar kriterine göre en iyi ve en kötü değerler hesaplanarak Tablo 7’de verilmiştir.

Tablo 7. Her bir kritere göre en iyi ve en kötü değerler

	En İyi Değer $\mathcal{M}_n^*$	En Kötü Değer $\mathcal{M}_n^-$
V_1	$(0.870e^{i2\pi(0.820)}, 0.240e^{i2\pi(0.320)}, 0.100e^{i2\pi(0.150)})$	$(0.432e^{i2\pi(0.400)}, 0.382e^{i2\pi(0.419)}, 0.565e^{i2\pi(0.580)})$
V_2	$(0.840e^{i2\pi(0.795)}, 0.268e^{i2\pi(0.329)}, 0.131e^{i2\pi(0.177)})$	$(0.360e^{i2\pi(0.320)}, 0.330e^{i2\pi(0.360)}, 0.650e^{i2\pi(0.660)})$
V_3	$(0.870e^{i2\pi(0.820)}, 0.240e^{i2\pi(0.320)}, 0.100e^{i2\pi(0.150)})$	$(0.360e^{i2\pi(0.320)}, 0.330e^{i2\pi(0.360)}, 0.650e^{i2\pi(0.660)})$
V_4	$(0.835e^{i2\pi(0.792)}, 0.272e^{i2\pi(0.330)}, 0.135e^{i2\pi(0.180)})$	$(0.432e^{i2\pi(0.400)}, 0.382e^{i2\pi(0.419)}, 0.565e^{i2\pi(0.580)})$
V_5	$(0.220e^{i2\pi(0.190)}, 0.260e^{i2\pi(0.210)}, 0.760e^{i2\pi(0.800)})$	$(0.840e^{i2\pi(0.795)}, 0.268e^{i2\pi(0.329)}, 0.131e^{i2\pi(0.177)})$

Adım 4: Karar kriterlerine göre mesafelerin belirlenmesi

Karar kriterlerine göre en iyi değerler ile birleştirilmiş KNKM’ nin her girişinin aralarındaki mesafe Eşitlik 36 ile verilen D_5 mesafe ölçüsüyle belirlenmiştir. Benzer

şekilde, en iyi ve en kötü değerler arasındaki mesafeler Eşitlik 36 ile belirlenerek, sırasıyla Tablo 8-9’da sunulmuştur.

Tablo 8. D_5 mesafe ölçüsü ile bulunan mesafe değerleri

$D_5(\mathcal{M}_n^*, \mathcal{M}_{mn})$	$D_5(\mathcal{M}_1^*, \mathcal{M}_{m1})$	$D_5(\mathcal{M}_2^*, \mathcal{M}_{m2})$	$D_5(\mathcal{M}_3^*, \mathcal{M}_{m3})$	$D_5(\mathcal{M}_4^*, \mathcal{M}_{m4})$	$D_5(\mathcal{M}_5^*, \mathcal{M}_{m5})$
$m = 1$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.434
$m = 2$	0.147	0.342	0.367	0.304	0.123
$m = 3$	0.332	0.342	0.305	0.304	0.000
$m = 4$	0.290	0.191	0.208	0.118	0.337
$m = 5$	0.329	0.342	0.307	0.118	0.271
$m = 6$	0.216	0.183	0.208	0.276	0.271
$m = 7$	0.147	0.307	0.305	0.276	0.337

Tablo 9. D_5 ile en iyi ve en kötü değer arasındaki mesafe değerleri

$D_5(\mathcal{M}_n^*, \mathcal{M}_n^-)$	$D_5(\mathcal{M}_n^*, \mathcal{M}_n^-)$
$n = 1$	0.332
$n = 2$	0.342
$n = 3$	0.367
$n = 4$	0.304
$n = 5$	0.434

Adım 5: S , R ve Q nun belirlenmesi ve değerlendirilmesi

Tablo 8-9 ile verilen D_5 mesafeleri, Eşitlik 49 ve Eşitlik 50 ile verilen S grup fayda ölçüsü ve R pişmanlık ölçüsünü hesaplamak için yardımcı bir araç olarak hizmet eder. Ayrıca Q sıralama ölçüsü, $p = 0.50$ parametresi ile Eşitlik 51 kullanılarak değerlendirilmiştir. Tablo 10 her bir alternatife karşılık gelen S , R ve Q değerlerinden oluşmaktadır.

Tablo 10. Alternatifler için S , R ve Q değerleri

İlgili alternatif sayısı	S_m	R_m	Q_m
$m = 1$	0.160	0.160	0.000
$m = 2$	0.735	0.290	0.935
$m = 3$	0.820	0.290	1.000
$m = 4$	0.630	0.236	0.647
$m = 5$	0.740	0.267	0.851
$m = 6$	0.693	0.264	0.803
$m = 7$	0.751	0.264	0.847

Adım 6: Uzlaşıcı çözümü ve alternatiflerin sıralanması

S grup fayda ölçüsü, R pişmanlık ölçüsü ve Q sıralama ölçüsüne karşılık gelen alternatiflerin artan sırada sıralaması Tablo 11 ile verilmiştir.

Tablo 11. Alternatiflerin sıralaması

Alternatifler	S ile sıralama konumu	R ile sıralama konumu	Q ile sıralama konumu
W_1	1	1	1
W_2	4	5	6
W_3	7	5	7
W_4	2	2	2
W_5	5	4	5
W_6	3	3	3
W_7	6	3	4

Q 'ya göre sıralama $W_1 > W_4 > W_6 > W_7 > W_5 > W_2 > W_3$ şeklinde oluşmaktadır. Burada en iyi birinci ve ikinci sırada olan alternatifler sırasıyla W_1 ve W_4 dır.

Sıralama ölçüsüne göre en iyi sıralanan alternatif W_1 , kompleks neutrosophic VIKOR (KN-VIKOR) metodunun her iki koşulunu da aşağıdaki gibi sağlar.

$$C_1: Q(W_4) - Q(W_1) = 0.647 - 0.000 = 0.647 \geq DQ = \frac{1}{7-1} = 0.167$$

$C_2: W_1$ hem S hem de R 'ye göre en iyi seçimdir.

Böylece, maksimum grup faydasına ve muhalifin minimum bireysel pişmanlığına sahip konum seçimi için GPS_1 'den alınan konum bilgisi L_1 ile oluşan alternatif vektörün en uygun olduğu sonucuna varılır.

3.5. Tartışma Analizi

Çalışmamızın bu kısmında sayısal örneğimiz sırasıyla Eşitlik 39 ile verilen D_8 , Eşitlik 41 ile verilen D_{10} ve kompleks neutrosophic aralık değerli Öklid mesafe ölçüsünden (Xu vd., 2020a) indirgenen kompleks neutrosophic Öklid mesafe ölçüleriyle çözülmektedir. Önerilen mesafe ölçüleri ile Öklid mesafe ölçüsü sonuçları değerlendirilmiştir. Sonuçlara göre önerilen metodun tutarlı ve üstel içerikli mesafe ölçülerinin daha fazla hassasiyet ile değerlendirme sağladığı ortaya çıkmıştır.

KN-VIKOR metodunun ilk üç adımının değişmemesinden dolayı çözümler Adım 4 ile devam etmektedir. İlk üç adımda oluşturulmuş Tablo1-7'deki değerler ışığında;

- D_8 mesafe ölçüsü ile çözüm

Adım 4: Karar kriterlerine göre mesafelerin belirlenmesi

Karar kriterlerine göre en iyi değerler ile birleştirilmiş KNKM'nin her girişinin aralarındaki mesafe Eşitlik 39 ile verilen D_8 mesafe ölçüsüyle belirlenmiştir. Benzer

şekilde, en iyi ve en kötü değerler arasındaki mesafeler Eşitlik 39 ile belirlenerek, sırasıyla Tablo 12-13 de sunulmuştur.

Tablo 12. D_8 mesafe ölçüsü ile bulunan mesafe değerleri

$D_8(\mathcal{M}_n^*, \mathcal{M}_{mn})$	$D_8(\mathcal{M}_1^*, \mathcal{M}_{m1})$	$D_8(\mathcal{M}_2^*, \mathcal{M}_{m2})$	$D_8(\mathcal{M}_3^*, \mathcal{M}_{m3})$	$D_8(\mathcal{M}_4^*, \mathcal{M}_{m4})$	$D_8(\mathcal{M}_5^*, \mathcal{M}_{m5})$
$m = 1$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.127
$m = 2$	0.017	0.095	0.110	0.075	0.002
$m = 3$	0.090	0.095	0.075	0.075	0.000
$m = 4$	0.068	0.029	0.035	0.011	0.013
$m = 5$	0.088	0.095	0.077	0.011	0.010
$m = 6$	0.038	0.027	0.035	0.062	0.010
$m = 7$	0.017	0.077	0.075	0.062	0.013

Tablo 13. D_8 ile en iyi ve en kötü değer arasındaki mesafe değerleri

$D_8(\mathcal{M}_n^*, \mathcal{M}_n^-)$	$D_8(\mathcal{M}_n^*, \mathcal{M}_n^-)$
$n = 1$	0.090
$n = 2$	0.095
$n = 3$	0.110
$n = 4$	0.075
$n = 5$	0.127

Adım 5: S , R ve Q nun belirlenmesi ve değerlendirilmesi

Tablo 12-13 ile verilen D_8 mesafeleri, Eşitlik 49 ve Eşitlik 50 ile verilen S grup fayda ölçüsü ve R pişmanlık ölçüsü hesaplamak için kullanılmıştır. Ayrıca Q sıralama ölçüsü ve $p = 0.50$ parametresi ile Eşitlik 51 kullanılarak değerlendirilmiştir. Sonuçlar Tablo 14 de listelenmiştir.

Tablo 14. Alternatifler için S , R ve Q değerleri

İlgili alternatif sayısı	S_m	R_m	Q_m
$m = 1$	0.160	0.160	0.000
$m = 2$	0.625	0.290	0.862
$m = 3$	0.802	0.290	1.000
$m = 4$	0.351	0.204	0.319
$m = 5$	0.564	0.264	0.714
$m = 6$	0.447	0.239	0.527
$m = 7$	0.518	0.239	0.583

Adım 6: Uzlaşıcı çözümü ve alternatiflerin sıralanması

S grup fayda ölçüsü, R pişmanlık ölçüsü ve Q sıralama ölçüsüne karşılık gelen alternatiflerin artan sırada sıralaması Tablo 15 ile verilmiştir. Tablo 15 de Q sıralama

ölçüsüne göre alternatiflerin sırası $W_1 > W_4 > W_6 > W_7 > W_5 > W_2 > W_3$ şeklindedir. Ayrıca en iyi birinci ve ikinci sırada olan alternatifler sırasıyla W_1 ve W_4 dür.

Sıralama ölçüsüne göre en iyi sıralanan alternatif W_1 'in KN-VIKOR metodunun her iki koşulunu da sağladığı aşağıda gösterilmiştir.

$$C_1: Q(W_4) - Q(W_1) = 0.319 - 0.000 = 0.319 \geq DQ = \frac{1}{7-1} = 0.167$$

C_2 : W_1 hem S hem de R 'ye göre en iyi seçimdir.

Böylece, D_8 mesafe ölçüsü ile maksimum grup faydasına ve muhalifin minimum bireysel pişmanlığına sahip konum seçimi için GPS_1 'den alınan konum bilgisi L_1 ile oluşan alternatif vektörün en uygun olduğu sonucuna varılmıştır.

Tablo 15. Alternatiflerin sıralaması

Alternatifler	S ile sıralama konumu	R ile sıralama konumu	Q ile sıralama konumu
W_1	1	1	1
W_2	6	5	6
W_3	7	5	7
W_4	2	2	2
W_5	5	4	5
W_6	3	3	3
W_7	4	3	4

• D_{10} mesafe ölçüsü ile çözüm

Adım 4: Karar kriterlerine göre mesafelerin belirlenmesi

Karar kriterlerine göre en iyi değerler ile birleştirilmiş KNKM'nin her girişinin aralarındaki mesafe Eşitlik 41 ile verilen D_{10} mesafe ölçüsüyle belirlenmiştir. Benzer şekilde, en iyi ve en kötü değerler arasındaki mesafeler Eşitlik 41 ile belirlenerek, sırasıyla Tablo 16-17 de sunulmuştur.

Tablo 16. D_{10} mesafe ölçüsü ile bulunan mesafe değerleri

$D_{10}(\mathcal{M}_n^*, \mathcal{M}_{mn})$	$D_{10}(\mathcal{M}_1^*, \mathcal{M}_{m1})$	$D_{10}(\mathcal{M}_2^*, \mathcal{M}_{m2})$	$D_{10}(\mathcal{M}_3^*, \mathcal{M}_{m3})$	$D_{10}(\mathcal{M}_4^*, \mathcal{M}_{m4})$	$D_{10}(\mathcal{M}_5^*, \mathcal{M}_{m5})$
$m = 1$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.188
$m = 2$	0.027	0.144	0.165	0.114	0.003
$m = 3$	0.136	0.144	0.115	0.114	0.000
$m = 4$	0.104	0.046	0.054	0.018	0.020
$m = 5$	0.133	0.144	0.117	0.018	0.016
$m = 6$	0.058	0.042	0.054	0.095	0.016
$m = 7$	0.027	0.117	0.115	0.095	0.020

Tablo 17. D_{10} ile en iyi ve en kötü değer arasındaki mesafe değerleri

$D_{10}(\mathcal{M}_n^*, \mathcal{M}_n^-)$	$D_{10}(\mathcal{M}_n^*, \mathcal{M}_n^-)$
$n = 1$	0.136
$n = 2$	0.144
$n = 3$	0.165
$n = 4$	0.114
$n = 5$	0.188

Adım 5: S , R ve Q nun belirlenmesi ve değerlendirilmesi

Tablo 16-17 ile verilen D_{10} mesafeleri, Eşitlik 49 ve Eşitlik 50 ile verilen S grup fayda ölçüsü ve R pişmanlık ölçüsü hesaplamak için kullanılmıştır. Ayrıca Q sıralama ölçüsü ve $p = 0.50$ parametresi ile Eşitlik 51 kullanılarak değerlendirilmiştir. Sonuçlar Tablo 18 de listelenmiştir.

Tablo 18. Alternatifler için S , R ve Q değerleri

İlgili alternatif sayısı	S_m	R_m	Q_m
$m = 1$	0.160	0.160	0.000
$m = 2$	0.627	0.290	0.863
$m = 3$	0.804	0.290	1.000
$m = 4$	0.359	0.206	0.333
$m = 5$	0.567	0.264	0.718
$m = 6$	0.455	0.241	0.539
$m = 7$	0.525	0.241	0.593

Adım 6: Uzlaşıcı çözümü ve alternatiflerin sıralanması

S grup fayda ölçüsü, R pişmanlık ölçüsü ve Q sıralama ölçüsüne karşılık gelen alternatiflerin artan sırada sıralaması Tablo 19 ile verilmiştir. Tablo 19 da Q sıralama ölçüsüne göre alternatiflerin sırası $W_1 > W_4 > W_6 > W_7 > W_5 > W_2 > W_3$ şeklindedir. Ayrıca en iyi birinci ve ikinci sırada olan alternatifler sırasıyla W_1 ve W_4 dür. Sıralama ölçüsüne göre en iyi sıralanan alternatif W_1 'in KN-VIKOR metodunun her iki koşulunu da sağladığı aşağıda gösterilmiştir.

$$C_1: Q(W_4) - Q(W_1) = 0.333 - 0.000 = 0.333 \geq DQ = \frac{1}{7-1} = 0.167$$

$C_2: W_1$ hem S hem de R 'ye göre en iyi seçimdir.

Böylece, D_{10} mesafe ölçüsü ile maksimum grup faydasına ve muhalifin minimum bireysel pişmanlığına sahip konum seçimi için GPS_1 'den alınan konum bilgisi L_1 ile oluşan alternatif vektörün en uygun olduğu sonucuna varılmıştır.

Tablo 19. Alternatiflerin sıralaması

Alternatifler	S ile sıralama konumu	R ile sıralama konumu	Q ile sıralama konumu
W_1	1	1	1
W_2	6	5	6
W_3	7	5	7
W_4	2	2	2
W_5	5	4	5
W_6	3	3	3
W_7	4	3	4

- Öklid mesafe ölçüsü ile çözüm

Adım 4: Karar kriterlerine göre mesafelerin belirlenmesi

Karar kriterlerine göre en iyi değerler ile birleştirilmiş KNKM'nin her girişinin aralarındaki mesafeler belirlenmiştir. Benzer şekilde, en iyi ve en kötü değerler arasındaki mesafeler belirlenerek, sırasıyla Tablo 20-21 de sunulmuştur.

Tablo 20. D_E mesafe ölçüsü ile bulunan mesafe değerleri

$D_E(\mathcal{M}_n^*, \mathcal{M}_{mn})$	$D_E(\mathcal{M}_1^*, \mathcal{M}_{m1})$	$D_E(\mathcal{M}_2^*, \mathcal{M}_{m2})$	$D_E(\mathcal{M}_3^*, \mathcal{M}_{m3})$	$D_E(\mathcal{M}_4^*, \mathcal{M}_{m4})$	$D_E(\mathcal{M}_5^*, \mathcal{M}_{m5})$
$m = 1$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.719
$m = 2$	0.211	0.567	0.601	0.476	0.179
$m = 3$	0.516	0.567	0.446	0.476	0.000
$m = 4$	0.411	0.271	0.296	0.169	0.479
$m = 5$	0.507	0.567	0.452	0.169	0.387
$m = 6$	0.307	0.259	0.296	0.405	0.387
$m = 7$	0.211	0.481	0.446	0.405	0.479

Tablo 21. D_E ile en iyi ve en kötü değerler arasındaki mesafe değerleri

$D_E(\mathcal{M}_n^*, \mathcal{M}_n^-)$	$D_E(\mathcal{M}_n^*, \mathcal{M}_n^-)$
$n = 1$	0.516
$n = 2$	0.567
$n = 3$	0.601
$n = 4$	0.476
$n = 5$	0.719

Adım 5: S , R ve Q nun belirlenmesi ve değerlendirilmesi

Tablo 20-21 ile verilen mesafeler, Eşitlik 49 ve Eşitlik 50 ile verilen S grup fayda ölçüsü ve R pişmanlık ölçüsü hesaplamak için kullanılmıştır. Ayrıca Q sıralama ölçüsü ve $p = 0.50$ parametresi ile Eşitlik 51 kullanılarak değerlendirilmiştir. Sonuçlar Tablo 22 de listelenmiştir.

Tablo 22. Alternatifler için S, R ve Q değerleri

İlgili alternatif sayısı	S_m	R_m	Q_m
$m = 1$	0.160	0.160	0.000
$m = 2$	0.720	0.290	0.931
$m = 3$	0.809	0.290	1.000
$m = 4$	0.560	0.215	0.520
$m = 5$	0.705	0.265	0.824
$m = 6$	0.626	0.246	0.691
$m = 7$	0.688	0.246	0.739

Adım 6: Uzlaşıcı çözümü ve alternatiflerin sıralanması

S grup fayda ölçüsü, R pişmanlık ölçüsü ve Q sıralama ölçüsüne karşılık gelen alternatiflerin artan sırada sıralaması Tablo 23 ile verilmiştir. Tablo 23 da Q sıralama ölçüsüne göre alternatiflerin sırası $W_1 > W_4 > W_6 > W_7 > W_5 > W_2 > W_3$ şeklindedir. Ayrıca en iyi birinci ve ikinci sırada olan alternatifler sırasıyla W_1 ve W_4 dür. Sıralama ölçüsüne göre en iyi sıralanan alternatif W_1 'in KN-VIKOR metodunun her iki koşulunu da sağladığı aşağıda gösterilmiştir.

$$C_1: Q(W_4) - Q(W_1) = 0.520 - 0.000 = 0.520 \geq DQ = \frac{1}{7-1} = 0.167$$

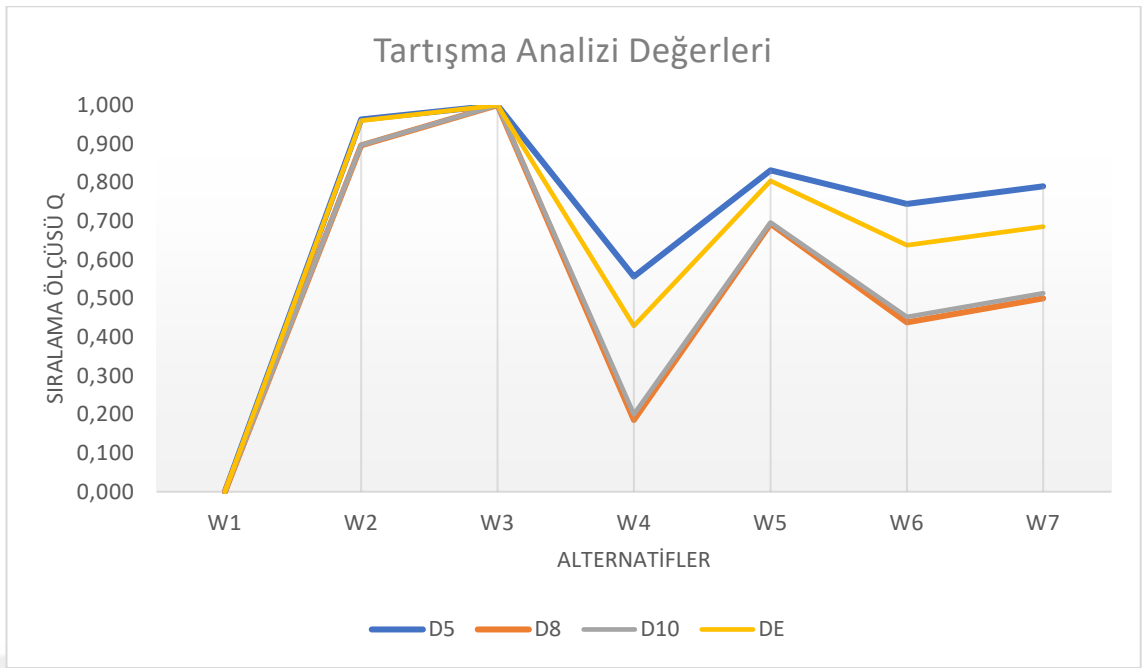
$C_2: W_1$ hem S hem de R 'ye göre en iyi seçimdir.

Böylece, D_E mesafe ölçüsü ile maksimum grup faydasına ve muhalifin minimum bireysel pişmanlığına sahip konum seçimi için GPS_1 'den alınan konum bilgisi L_1 ile oluşan alternatif vektörün en uygun olduğu sonucuna varılmıştır.

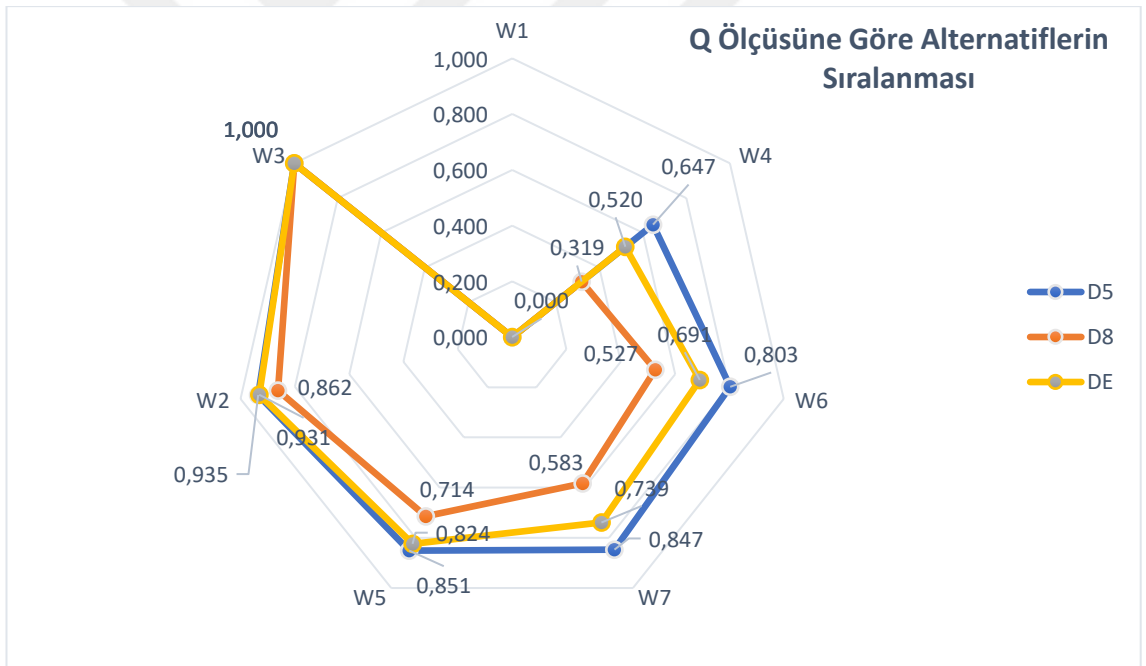
Tablo 23. Alternatiflerin sıralaması

Alternatifler	S ile sıralama konumu	R ile sıralama konumu	Q ile sıralama konumu
W_1	1	1	1
W_2	6	5	6
W_3	7	5	7
W_4	2	2	2
W_5	5	4	5
W_6	3	3	3
W_7	4	3	4

Sonuçların daha iyi anlaşılabilmesi için bulunan sıralama değerlerine ilişkin grafikler aşağıda sunulmuştur.



Şekil 4. Sayısal örnek değerlerinin tartışma analizi sonuçları



Şekil 5. Q sıralama ölçüsüne göre artan değerde alternatiflerin sıralaması

3.6. Karşılaştırma Analizi

Bu bölümde Garg ve Rani (2019c)'nin KSBK'lar için önermiş olduğu mesafe ölçüleri önerilen KN-VIKOR metodunda kullanılarak sonuçlar karşılaştırılmıştır. Garg ve Rani (2019c)'nin yayınındaki D_5 mesafe ölçüsü D_5^S , D_8 mesafe ölçüsü D_8^S ve D_{10} mesafe ölçüsü D_{10}^S şeklinde ifade edilmiştir.

D_5^S mesafe ölçüsünün kullanıldığı değerlendirmede en uygun alternatif ile Q sıralama ölçüsüne göre oluşturulan sıralama, çalışmadaki D_5 'in kullanıldığı KN-VIKOR metodu ile benzerlik göstermiştir. Açıkça bu iki mesafe ölçüsü ile yapılan değerlendirme aynı alternatif sıralamasına sahiptir: $W_1 > W_4 > W_6 > W_7 > W_5 > W_2 > W_3$

D_8^S ve D_{10}^S kullanıldığı değerlendirmede ise en uygun alternatif için nihai bir sıralama yerine $\{W_1, W_4\}$ şeklinde çözüm kümeleri ortaya çıkmıştır. Ayrıca Q 'ya karşılık gelen alternatiflerin sıralamasının değiştiği gözlemlenmiştir:

$$W_4 > W_1 > W_6 > W_7 > W_5 > W_2 > W_3$$

KNK için önerilen KN-VIKOR metodu sonuçları ile KSBK için önerilen mesafe ölçüleri kullanılarak yapılan çözüm sonuçları değerlendirildiğinde; KNK için önerilen metodun tutarlı ve daha kesin değerlendirmeler sağladığı görülmüştür. Öte yandan, kompleks neutrosophic bir durumda sunulan belirsizlik, doğruluk ve yanlışlık değerlerinden bağımsızdır, oysa dahil edilen belirsizlik, KSBK'ların üyelik ve üye olmama derecesine bağlıdır. Bu durum, KSBK'ların özel bir durumu olduğu teorisine yol açar. Böylece önerilen karar verme yöntemi, sadece eksik bilgileri değil, aynı zamanda gerçek durumlarda var olan tutarsız ve belirsiz bilgileri de işleyebilir. Bu nedenle, bu çalışmada önerilen yöntem gerçek bilimsel ve mühendislik uygulamaları için daha uygundur ve karar vericiler için yeni bir yol sağlar.

- D_5^S mesafe ölçüsü ile çözüm

Adım 1: Karar matrislerinin oluşturulması

Karar verme paneli, her bir kritere ilişkin alternatiflerin etkinlikleriyle birlikte etraflıca inceler. Karar verici uzmanların yargıları, uygun dilsel terimler yardımıyla sergilenmektedir. Tablo 1 aday gösterilen alternatiflerin performansına ilişkin karar vericinin fikrini iletebilecek dilsel terimleri içermektedir. Tablo 2 karar kriterlerine göre alternatiflerin potansiyeline ilişkin karar verme panelinin değerlendirmelerini içermektedir. KSBK için Tablo 2'deki dilsel verilerin belirsizlik değerleri dahil edilmeden doğruluk değerleri üyelik değeri, yanlışlık değerleri ise üye olmama değeri olarak alınmıştır. Tablo 3-5'deki karar vericilerin bireysel değerlendirilmeleri belirsizlik değerleri dahil edilmeden uygulanmıştır.

Adım 2: Birleştirilmiş karar matrisinin oluşturulması

Karar verme panelindeki tüm uzmanların ortak görüşünü gözlemlemek için Garg ve Rani (2020) tarafından tanıtılmış kompleks sezgisel ağırlıklı ortalama operatörü kullanılarak

birleştirilmiş karar matrisi oluşturulmuştur. Tablo 6'daki doğruluk ve yanlışlık değerleri sırasıyla üyelik ve üye olmama değerleri ile aynı olduğu gözlemlenmiştir. Bu sebepten tekrar tablolaştırılmamıştır.

Adım 3: En iyi ve en kötü değerlerin seçimi

V_5 kriteri dışındaki tüm kriterler, fayda türü kriterlerdir. Garg ve Rani (2018) tarafından sunulan skor değeri ve kesinlik değeri ışığında en iyi ve en kötü değerler Tablo 24 ile verilmiştir.

Tablo 24. Her bir kritere göre en iyi ve en kötü değerler

	En İyi Değer $\mathcal{M}_n^*$	En Kötü Değer $\mathcal{M}_n^-$
V_1	$(0.870e^{i2\pi(0.820)}, 0.100e^{i2\pi(0.150)})$	$(0.432e^{i2\pi(0.400)}, 0.565e^{i2\pi(0.580)})$
V_2	$(0.840e^{i2\pi(0.795)}, 0.131e^{i2\pi(0.177)})$	$(0.360e^{i2\pi(0.320)}, 0.650e^{i2\pi(0.660)})$
V_3	$(0.870e^{i2\pi(0.820)}, 0.100e^{i2\pi(0.150)})$	$(0.360e^{i2\pi(0.320)}, 0.650e^{i2\pi(0.660)})$
V_4	$(0.835e^{i2\pi(0.792)}, 0.135e^{i2\pi(0.180)})$	$(0.432e^{i2\pi(0.400)}, 0.565e^{i2\pi(0.580)})$
V_5	$(0.220e^{i2\pi(0.190)}, 0.760e^{i2\pi(0.800)})$	$(0.840e^{i2\pi(0.795)}, 0.131e^{i2\pi(0.177)})$

Adım 4: Karar kriterlerine göre mesafelerin belirlenmesi

Karar kriterlerine göre en iyi ve en kötü değerler arasındaki mesafe Garg ve Rani (2019c) yayınındaki D_5^S mesafe ölçüsüyle belirlenmiştir. Benzer şekilde, en iyi değerler ile birleştirilmiş karar matrisinin her girişinin aralarındaki mesafeler belirlenerek, sırasıyla Tablo 25-26 de sunulmuştur.

Tablo 25. D_5^S ile en iyi ve en kötü değerler arasındaki mesafe değerleri

$D_5^S(\mathcal{M}_n^*, \mathcal{M}_n^-)$	$D_5^S(\mathcal{M}_n^*, \mathcal{M}_n^-)$
$n = 1$	0.438
$n = 2$	0.489
$n = 3$	0.518
$n = 4$	0.406
$n = 5$	0.619

Tablo 26. D_5^S mesafe ölçüsü ile bulunan mesafe değerleri

$D_5^S(\mathcal{M}_n^*, \mathcal{M}_{mn})$	$D_5^S(\mathcal{M}_1^*, \mathcal{M}_{m1})$	$D_5^S(\mathcal{M}_2^*, \mathcal{M}_{m2})$	$D_5^S(\mathcal{M}_3^*, \mathcal{M}_{m3})$	$D_5^S(\mathcal{M}_4^*, \mathcal{M}_{m4})$	$D_5^S(\mathcal{M}_5^*, \mathcal{M}_{m5})$
$m = 1$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.619
$m = 2$	0.160	0.489	0.518	0.406	0.130
$m = 3$	0.438	0.489	0.360	0.406	0.000
$m = 4$	0.300	0.199	0.219	0.128	0.348
$m = 5$	0.429	0.489	0.368	0.128	0.287
$m = 6$	0.227	0.191	0.219	0.328	0.287
$m = 7$	0.160	0.410	0.360	0.328	0.348

Adım 5: S , R ve Q nun belirlenmesi ve değerlendirilmesi

Tablo 27-28 ile verilen D_5^S mesafeleri, Eşitlik 49 ve Eşitlik 50 ile verilen S grup fayda ölçüsü ve R pişmanlık ölçüsü hesaplamak için kullanılmıştır. Ayrıca Q sıralama ölçüsü ve $p = 0.50$ parametresi ile Eşitlik 51 kullanılarak değerlendirilmiştir. Sonuçlar Tablo 27 de listelenmiştir.

Tablo 27. Alternatifler için S , R ve Q değerleri

İlgili alternatif sayısı	S_m	R_m	Q_m
$m = 1$	0.160	0.160	0.000
$m = 2$	0.702	0.290	0.921
$m = 3$	0.804	0.290	1.000
$m = 4$	0.482	0.185	0.345
$m = 5$	0.675	0.264	0.801
$m = 6$	0.562	0.234	0.598
$m = 7$	0.640	0.234	0.659

Adım 6: Uzlaşıcı çözümü ve alternatiflerin sıralanması

S grup fayda ölçüsü, R pişmanlık ölçüsü ve Q sıralama ölçüsüne karşılık gelen alternatiflerin artan sırada sıralaması Tablo 28 ile verilmiştir. Tablo 28 de Q sıralama ölçüsüne göre alternatiflerin sırası $W_1 > W_4 > W_6 > W_7 > W_5 > W_2 > W_3$ şeklindedir. Ayrıca en iyi birinci ve ikinci sırada olan alternatifler sırasıyla W_1 ve W_4 dür. Sıralama ölçüsüne göre en iyi sıralanan alternatif W_1 'in VIKOR metodunun her iki koşulunu da sağladığı aşağıda gösterilmiştir.

$$C_1: Q(W_4) - Q(W_1) = 0.345 - 0.000 = 0.345 \geq DQ = \frac{1}{7-1} = 0.167$$

C_2 : W_1 hem S hem de R 'ye göre en iyi seçimdir.

Böylece, D_5^S mesafe ölçüsü ile maksimum grup faydasına ve muhalifin minimum bireysel pişmanlığına sahip konum seçimi için GPS_1 'den alınan konum bilgisi L_1 ile oluşan alternatif vektörün en uygun olduğu sonucuna varılmıştır.

Tablo 28. Alternatiflerin sıralaması

Alternatifler	S ile sıralama konumu	R ile sıralama konumu	Q ile sıralama konumu
W_1	1	1	1
W_2	6	5	6
W_3	7	5	7
W_4	2	2	2
W_5	5	4	5
W_6	3	3	3
W_7	4	3	4

Çalışmanın bu kısmında önceki adım işlemlerinin aynı olmasından dolayı D_8^S ve D_{10}^S mesafe ölçüleri ile çözümlere Adım 4 ile devam edilmiştir.

- D_8^S mesafe ölçüsü ile çözüm

Adım 4: Karar kriterlerine göre mesafelerin belirlenmesi

Karar kriterlerine göre en iyi ve en kötü değerler arasındaki mesafe Garg ve Rani (2019c) yayınındaki D_8^S mesafe ölçüsüyle belirlenmiştir. Benzer şekilde, en iyi değerler ile birleştirilmiş karar matrisinin her girişinin aralarındaki mesafeler belirlenerek, sırasıyla Tablo 29-30 de sunulmuştur.

Tablo 29. D_8^S ile en iyi ve en kötü değerler arasındaki mesafe değerleri

$D_8^S(\mathcal{M}_n^*, \mathcal{M}_n^-)$	$D_8^S(\mathcal{M}_n^*, \mathcal{M}_n^-)$
$n = 1$	0.159
$n = 2$	0.201
$n = 3$	0.226
$n = 4$	0.136
$n = 5$	0.333

Tablo 30. D_8^S mesafe ölçüsü ile bulunan mesafe değerleri

$D_8^S(\mathcal{M}_n^*, \mathcal{M}_{mn})$	$D_8^S(\mathcal{M}_1^*, \mathcal{M}_{m1})$	$D_8^S(\mathcal{M}_2^*, \mathcal{M}_{m2})$	$D_8^S(\mathcal{M}_3^*, \mathcal{M}_{m3})$	$D_8^S(\mathcal{M}_4^*, \mathcal{M}_{m4})$	$D_8^S(\mathcal{M}_5^*, \mathcal{M}_{m5})$
$m = 1$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.333
$m = 2$	0.020	0.201	0.226	0.136	0.013
$m = 3$	0.159	0.201	0.106	0.136	0.000
$m = 4$	0.073	0.032	0.039	0.013	0.098
$m = 5$	0.152	0.201	0.111	0.013	0.067
$m = 6$	0.042	0.029	0.039	0.088	0.067
$m = 7$	0.020	0.139	0.106	0.088	0.098

Adım 5: S , R ve Q nun belirlenmesi ve değerlendirilmesi

Tablo 29-30 ile verilen D_g^S mesafeleri, Eşitlik 49 ve Eşitlik 50 ile verilen S grup fayda ölçüsü ve R pişmanlık ölçüsü hesaplamak için kullanılmıştır. Ayrıca Q sıralama ölçüsü ve $p = 0.50$ parametresi ile Eşitlik 51 kullanılarak değerlendirilmiştir. Sonuçlar Tablo 31 de listelenmiştir.

Tablo 31. Alternatifler için S , R ve Q değerleri

İlgili alternatif sayısı	S_m	R_m	Q_m
$m = 1$	0.160	0.160	0.109
$m = 2$	0.611	0.290	0.866
$m = 3$	0.776	0.290	1.000
$m = 4$	0.244	0.124	0.069
$m = 5$	0.537	0.258	0.710
$m = 6$	0.333	0.187	0.331
$m = 7$	0.436	0.187	0.414

Adım 6: Uzlaşıcı çözümü ve alternatiflerin sıralanması

S grup fayda ölçüsü, R pişmanlık ölçüsü ve Q sıralama ölçüsüne karşılık gelen alternatiflerin artan sırada sıralaması Tablo 32 ile verilmiştir. Tablo 32 de Q sıralama ölçüsüne göre alternatiflerin sırası $W_4 > W_1 > W_6 > W_7 > W_5 > W_2 > W_3$ şeklindedir. Ayrıca en iyi birinci ve ikinci sırada olan alternatifler sırasıyla W_4 ve W_1 dir. Önerilen VIKOR metodunun iki koşulu da incelendiğinde her iki koşulunda sağlanmadığı görülmüştür.

$$C_1: Q(W_1) - Q(W_4) = 0.109 - 0.069 = 0.041 < DQ = \frac{1}{7-1} = 0.167$$

C_2 : W_4 alternatifi S sıralama ölçüsüne göre ikinci, R sıralama ölçüsüne göre birinci sıradadır

C_1 koşulu sağlanmadığı için Eşitlik 53'den bir uzlaşıcı çözüm kümesi aşağıdaki gibi olduğu görülmüştür.

$$Q(W_1) - Q(W_4) = 0.109 - 0.069 = 0.041 < DQ = \frac{1}{7-1} = 0.167$$

$$Q(W_4) - Q(W_4) = 0.069 - 0.069 = 0.000 < DQ = \frac{1}{7-1} = 0.167$$

Çözüm kümesi $\{W_1, W_4\}$ alternatiflerini içermektedir.

Böylece D_g^S mesafe ölçüsü ile maksimum grup faydasına ve muhalifin minimum bireysel pişmanlığına sahip konum seçimi için GPS_1 'den ve GPS_4 'den alınan konum bilgileri L_1, L_4 ile oluşan alternatif vektörlerinin en uygun olduğu sonucuna varılmıştır.

Tablo 32. Alternatiflerin sıralaması

Alternatifler	S ile sıralama konumu	R ile sıralama konumu	Q ile sıralama konumu
W_1	1	2	2
W_2	6	5	6
W_3	7	5	7
W_4	2	1	1
W_5	5	4	5
W_6	3	3	3
W_7	4	3	4

- D_{10}^S mesafe ölçüsü ile çözüm

Adım 4: Karar kriterlerine göre mesafelerin belirlenmesi

Karar kriterlerine göre en iyi ve en kötü değerler arasındaki mesafe Garg ve Rani (2019c) yayınındaki D_{10}^S mesafe ölçüsüyle belirlenmiştir. Benzer şekilde, en iyi değerler ile birleştirilmiş karar matrisinin her girişinin aralarındaki mesafeler belirlenerek, sırasıyla Tablo 33-34 de sunulmuştur.

Tablo 33. D_{10}^S ile en iyi ve en kötü değerler arasındaki mesafe değerleri

$D_{10}^S(\mathcal{M}_n^*, \mathcal{M}_n^-)$	$D_{10}^S(\mathcal{M}_n^*, \mathcal{M}_n^-)$
$n = 1$	0.233
$n = 2$	0.288
$n = 3$	0.321
$n = 4$	0.201
$n = 5$	0.448

Tablo 34. D_{10}^S mesafe ölçüsü ile bulunan mesafe değerleri

$D_{10}^S(\mathcal{M}_n^*, \mathcal{M}_{mn})$	$D_{10}^S(\mathcal{M}_1^*, \mathcal{M}_{m1})$	$D_{10}^S(\mathcal{M}_2^*, \mathcal{M}_{m2})$	$D_{10}^S(\mathcal{M}_3^*, \mathcal{M}_{m3})$	$D_{10}^S(\mathcal{M}_4^*, \mathcal{M}_{m4})$	$D_{10}^S(\mathcal{M}_5^*, \mathcal{M}_{m5})$
$m = 1$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.448
$m = 2$	0.032	0.288	0.321	0.201	0.021
$m = 3$	0.233	0.288	0.159	0.201	0.000
$m = 4$	0.111	0.049	0.060	0.020	0.148
$m = 5$	0.224	0.288	0.167	0.020	0.102
$m = 6$	0.064	0.046	0.060	0.133	0.102
$m = 7$	0.032	0.205	0.159	0.133	0.148

Adım 5: S , R ve Q nun belirlenmesi ve değerlendirilmesi

Tablo 33-34 ile verilen D_{10}^S mesafeleri, Eşitlik 49 ve Eşitlik 50 ile verilen S grup fayda ölçüsü ve R pişmanlık ölçüsü hesaplamak için kullanılmıştır. Ayrıca Q sıralama ölçüsü ve $p = 0.50$ parametresi ile Eşitlik 51 kullanılarak değerlendirilmiştir. Sonuçlar Tablo 35 de listelenmiştir.

Tablo 35. Alternatifler için S, R ve Q değerleri

İlgili alternatif sayısı	S_m	R_m	Q_m
$m = 1$	0.160	0.160	0.096
$m = 2$	0.615	0.290	0.867
$m = 3$	0.780	0.290	1.000
$m = 4$	0.261	0.129	0.082
$m = 5$	0.547	0.259	0.717
$m = 6$	0.350	0.191	0.347
$m = 7$	0.455	0.191	0.432

Adım 6: Uzlaşıcı çözümü ve alternatiflerin sıralanması

S grup fayda ölçüsü, R pişmanlık ölçüsü ve Q sıralama ölçüsüne karşılık gelen alternatiflerin artan sırada sıralaması Tablo 36 ile verilmiştir. Tablo 36 de Q sıralama ölçüsüne göre alternatiflerin sırası $W_4 > W_1 > W_6 > W_7 > W_5 > W_2 > W_3$ şeklindedir. Ayrıca en iyi birinci ve ikinci sırada olan alternatifler sırasıyla W_4 ve W_1 dir. Önerilen VIKOR metodunun iki koşulu da incelendiğinde her iki koşulunda sağlanmadığı görülmüştür.

$$C_1: Q(W_1) - Q(W_4) = 0.096 - 0.082 = 0.014 < DQ = \frac{1}{7-1} = 0.167$$

C_2 : W_4 alternatifi S sıralama ölçüsüne göre ikinci, R sıralama ölçüsüne göre birinci sıradadır

C_1 koşulu sağlanmadığı için Eşitlik 53'den bir uzlaşıcı çözüm kümesi aşağıdaki gibi olduğu görülmüştür.

$$Q(W_1) - Q(W_4) = 0.096 - 0.014 = 0.0 < DQ = \frac{1}{7-1} = 0.167$$

$$Q(W_4) - Q(W_4) = 0.014 - 0.014 = 0.000 < DQ = \frac{1}{7-1} = 0.167$$

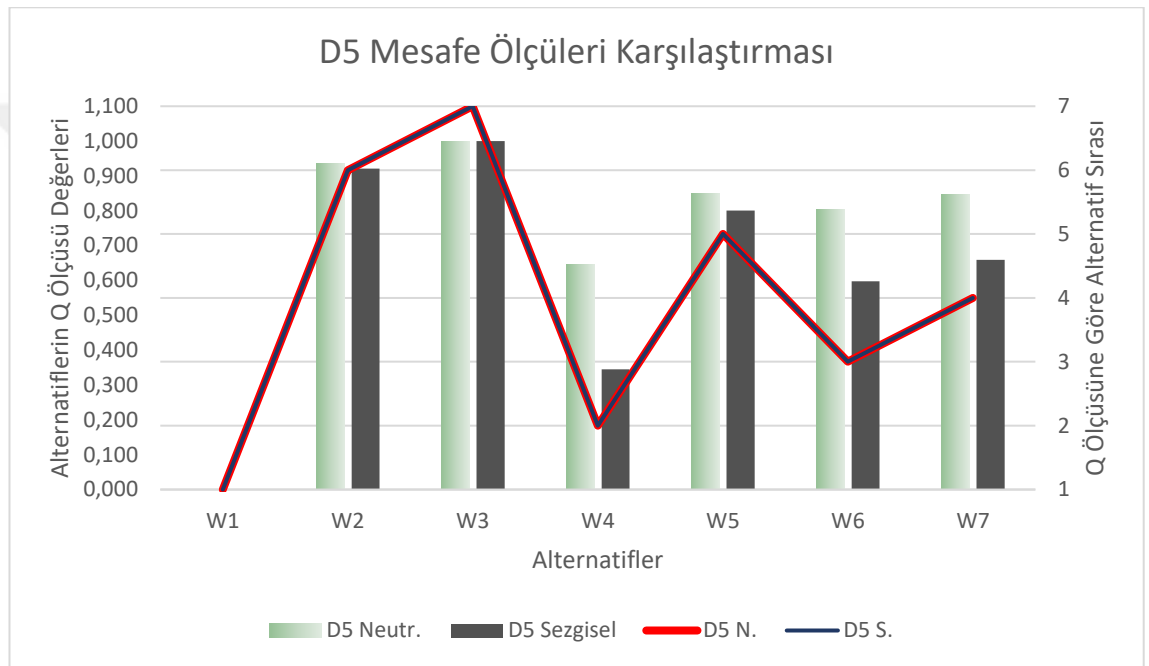
Çözüm kümesi $\{W_1, W_4\}$ alternatiflerini içermektedir.

Böylece D_{10}^S mesafe ölçüsü ile maksimum grup faydasına ve muhalifin minimum bireysel pişmanlığına sahip konum seçimi için GPS_1 'den ve GPS_4 'den alınan konum bilgileri L_1, L_4 ile oluşan alternatif vektörlerinin en uygun olduğu sonucuna varılmıştır.

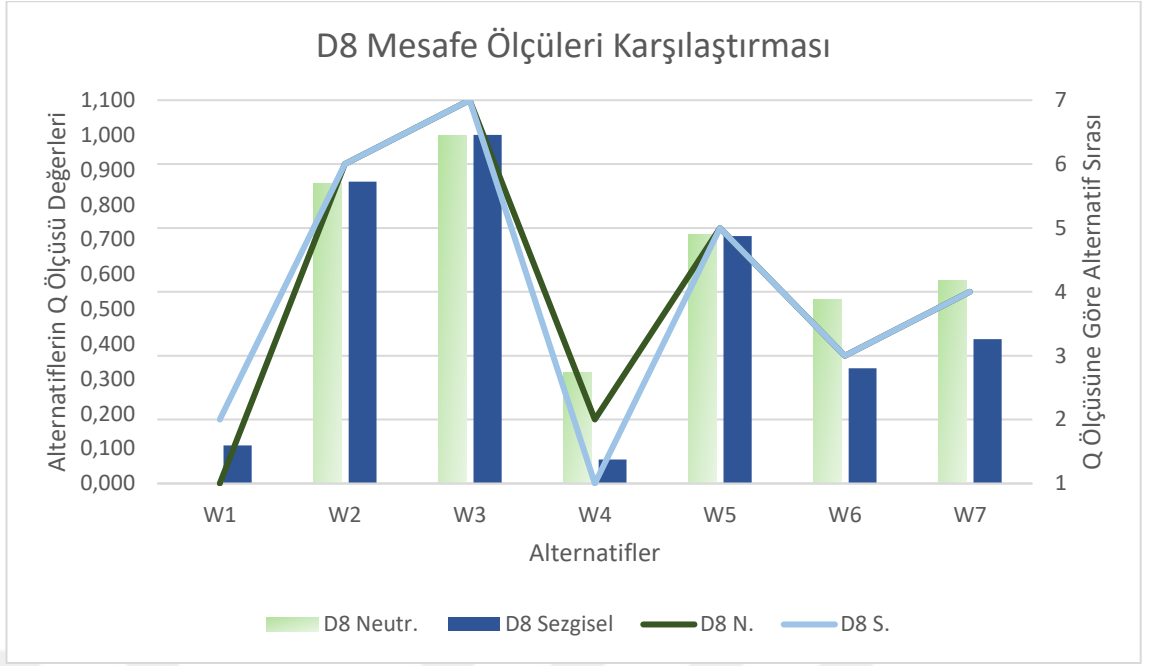
Tablo 36. Alternatiflerin sıralaması

Alternatifler	S ile sıralama konumu	R ile sıralama konumu	Q ile sıralama konumu
W_1	1	2	2
W_2	6	5	6
W_3	7	5	7
W_4	2	1	1
W_5	5	4	5
W_6	3	3	3
W_7	4	3	4

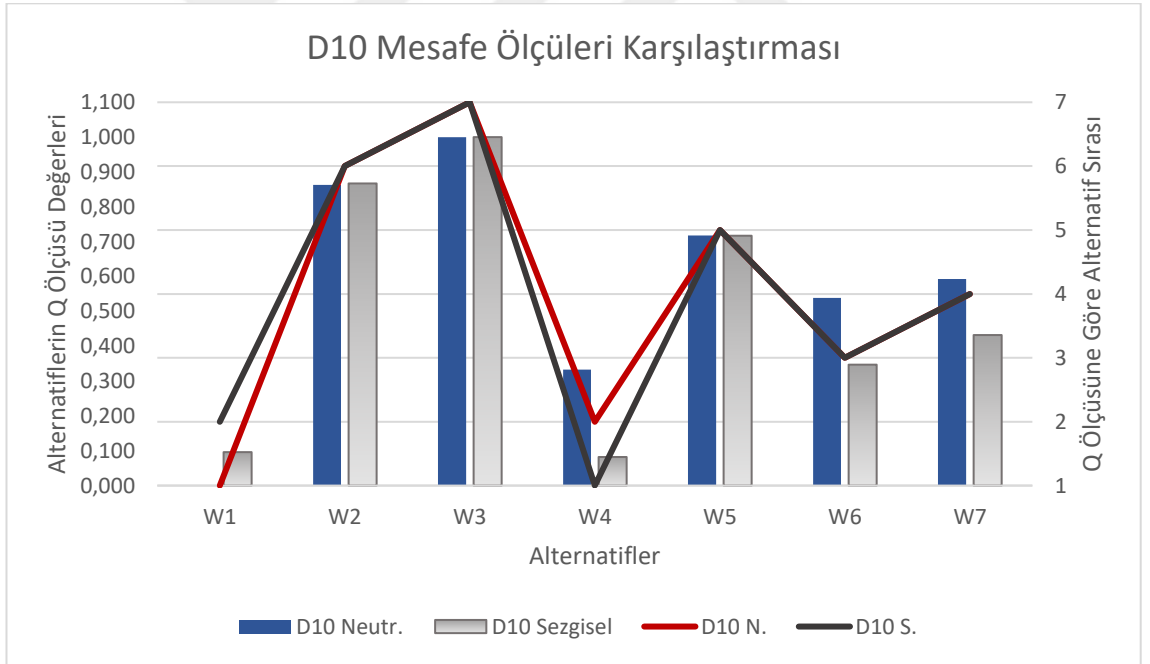
Karşılaştırmaların daha anlaşılabilir olması için aşağıda grafikler verilmiştir.



Şekil 6. D_5 ve D_5^S mesafe ölçüleri karşılaştırması



Şekil 7. D_8 ve D_8^S mesafe ölçüleri karşılaştırması



Şekil 8. D_{10} ve D_{10}^S mesafe ölçüleri karşılaştırması

4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada öncelikle bulanık küme, sezgisel bulanık küme, neutrosophic küme tanımları verilerek kompleks bulanık küme, kompleks sezgisel bulanık küme ve kompleks neutrosophic küme kavramlarından bahsedilmiştir. Klasik VIKOR metodu tanıtılmış ardından yeni bir VIKOR modeli önerilmiştir. Önerdiğimiz modelin gereksinimleri için neutrosophic ağırlıklı ortalama operatörleri, kompleks neutrosophic mesafe ölçüleri ve bu mesafe ölçülerinin bazı özellikleri tanımlanmıştır. Ardından önerilen modelin değerlendirilmesi için örnek sunulmuştur. Sayısal örnek çalışmasında 7 GPS uydusundan alınan 7 farklı hedef uydu navigasyon bilgisinden hangisinin en uygun olduğunun belirlenmesi amaçlanmıştır.

Gerçek hayatta karşılaşılan birçok problemin çözümünde bulanık kümelerden yararlanılmaktadır. Problemlerin belirsizlik içermesi ve bu durumların değerlendirilme zorlukları neutrosophic kümeler ile giderilmiş, daha fazla hassasiyet gerektiren durumlarda ise kompleks neutrosophic kümeler kullanılmaya başlanmıştır. Kompleks neutrosophic kümeler aynı periyot da gerçekleşen iki farklı durumun aynı anda değerlendirilmesine olanak sağlamaktadır. Ayrıca belirsiz üye olma durumu içeren karar verme problemlerinde karar vericilere daha tutarlı ve kesin değerlendirmeler sağladığı gözlemlenmiştir.

Bu çalışmanın gelecekteki kompleks neutrosophic küme araştırmalarına öncüllük etmesi amaçlanmıştır. Yeni çalışmalar için bazı öneriler aşağıda sunulmuştur.

- Önerilen metot içerisindeki mesafe ölçüleri çok kriterli karar verme yaklaşımı olan TOPSIS metodunda incelenebilir.
- Belirsiz neutrosophic ilişkilere sahip problem durumlarında kullanılabilir.
- Önerilen mesafe ölçüleri rehberinde benzerlik ve entropi ölçülerine genişletilebilir.
- Diğer çok kriterli karar verme yaklaşımları ile kıyaslaması yapılabilir.

KAYNAKÇA

- Abdel-Basset, M., Ali, M., Atef, A. (2020a). Uncertainty assessments of linear time-cost tradeoffs using neutrosophic set. *Computers Industrial Engineering*, 141, 106286-106301.
- Abdel-Basset, M., Ali, M., Atef, A. (2020b). Resource levelling problem in construction projects under neutrosophic environment. *The Journal of Supercomputing*, 76, 964-988.
- Abdel-Baset, M., Chang, V., Gamal, A., Smarandache, F., (2019). An integrated neutrosophic ANP and VIKOR method for achieving sustainable supplier selection: a case study in importing field. *Computers in Industry*, 106, 94-110.
- Abdel-Basset, M., Zhou, Y., Mohamed, M., Chang, V., (2018). A group decision making framework based on neutrosophic VIKOR approach for e-government website evaluation. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 34 (2018), 4213–4224.
- Akram, M., Kahraman, C., Zahid, K., (2021). Group decision-making based on complex spherical fuzzy VIKOR approach. *Knowledge-Based Systems*, 216, 106793.
- Akram, M., Naz, S., Smarandache, F., (2019). Generalization of maximizing deviation and TOPSIS method for MADM in simplified neutrosophic hesitant fuzzy environment. *Symmetry*, 11(8), 1058-1084.
- Ali, Z., Mahmood, T., (2020). Complex neutrosophic generalised dice similarity measures and their application to decision making. *CAAI Transactions on Intelligence Technology*, 5(2), 78–87.
- Ali, M., Smarandache, F., (2016). Complex neutrosophic set. *Neural Computing and Applications*, 28(7), 1817-1834.
- Alkouri, A. M. D. J. S., Salleh, A. R., (2012). Complex intuitionistic fuzzy sets, *In AIP Conference Proceedings*, American Institute of Physics, 1482 (1), 464-470.
- Alkouri, A. U. M., Salleh, A. R., (2014). Linguistic variables, hedges and several distances on complex fuzzy sets. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 26, 2527–2535.
- Al-Quran, A., Hassan, N., (2018). The complex neutrosophic soft expert set and its application in decision making. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 34(1), 569–582.
- Atanassov, K. T., (1986). Intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*, 20(1), 87-96.

- Aydoğdu, A., (2015). On similarity and entropy of single valued neutrosophic sets. *General Mathematics Notes*, 29(1), 67-74.
- Aydoğdu, A., Şahin, R., (2019). New entropy measures based on neutrosophic and their applications to multi-criteria decision making. *Journal of Natural and Applied Sciences*, 23(1), 40-45.
- Bausys, R., Zavadskas, E. K., (2015). Multicriteria decision making approach by Vikor under interval neutrosophic set environment, *Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research*, 49(4), 33–48.
- Bausys, R., Zavadskas, E. K., Kaklauskas, A., (2015). Application of neutrosophic set to multicriteria decision making by COPRAS. *Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research*, 49(2), 1–15.
- Bi, L., Dai, S., Hu, B., (2018). Complex fuzzy geometric aggregation operators. *Symmetry*, 10(7), 251.
- Bi, L., Dai, S., Hu, B., Li, S., (2019). Complex fuzzy arithmetic aggregation operators. *International Journal of Fuzzy System*, 36(3), 2765–2771.
- Bolturk, E., Kahraman, C., (2018). A novel interval-valued neutrosophic AHP with cosine similarity measure, *Soft Computing*, 22(15), 4941-4958.
- Brans, J.P., Vincke, P., (1985). Note-A Preference Ranking Organisation Method, *Management Science*, 31(6).
- Brauers, W. K. M., Zavadskas, E. K., (2010). Project management by multimooora as an instrument for transition economies. *Technological and Economic Development of Economy*, 16(1), 5-24.
- Broumi, S., Bakali, A., Talea, M., Smarandache, F., Singh, P. K., Uluçay, V., Khan, M., (2019). Bipolar complex neutrosophic sets and its application in decision making problem. *Fuzzy Multi-Criteria Decision-Making Using Neutrosophic Sets*, 677-710.
- Broumi, S., Smarandache, F., (2013a). Several similarity measures of neutrosophic sets. *Neutrosophic Sets and Systems*, 1(10), 54-62.
- Broumi, S., Smarandache, F., (2013b). Correlation coefficient of interval neutrosophic set *Applied Mechanics and Materials*, 436, 511–517.
- Broumi, S., Smarandache, F., Dhar, M., (2014). Rough neutrosophic set. *Italian Journal of Pure and Applied Mathematics*, 32(32), 493-502.

- Broumi, S., Singh, P. K., Talea, M., Bakali, A., Smarandache, F., Rao, V. V., (2018). Single-valued neutrosophic techniques for analysis of WIFI connection. *Advanced Intelligent Systems for Sustainable Development*, 915, 405-412.
- Buckley, J. J., (1987). Fuzzy complex numbers. *Proceeding of ISFK*, Guangzhou, China, 597-700.
- Buckley, J. J., (1989). Fuzzy complex numbers. *Fuzzy Sets and Systems*, 33(3), 333-345.
- Buckley, J. J., (1991). Fuzzy complex analysis I: definition. *Fuzzy Sets and Systems*, 41(2), 269-284.
- Buckley, J. J., (1992). Fuzzy complex analysis II: integraton. *Fuzzy Sets and Systems*, 49(2), 171-179.
- Chang, T. H., (2014). Fuzzy VIKOR method: a case study of the hospital service evaluation in Taiwan. *Information Sciences*, 271, 196-212.
- Chi, P., Liu, P., (2013). An extended TOPSIS method for the multiple attribute decision making problems based on interval neutrosophic set, *Neutrosophic Sets and Systems*, 1(1), 63-70.
- Chunshien L., Chiang, T. W., (2012). Complex neurofuzzy ARIMA forecasting a new approach using complex fuzzy sets. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 21(3), 567–584.
- Dai, S., (2020) Complex fuzzy ordered weighted distance measures. *Iranian Journal of Fuzzy Systems*, 17(6), 107-114.
- Dai, S., Bi, L., Hu, B., (2019). Distance measures between the interval-valued complex fuzzy sets. *Mathematics*, 7(6), 549.
- Dat, L. Q., Thong, N. T., Son, L. H., Son, L. H., Ali, M., Smarandache, F., Abdel-Baset, M., Long, H. V., (2019). Linguistic approaches to interval complex neutrosophic sets in decision making. *IEEE Access*, 7, 38902–38917.
- Dick, S., (2005). Toward complex fuzzy logic. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 13(3), 405–414.
- Erkeç, T. Y., Hajiyeve, C., (2021). Fault-tolerant estimation of satellite orbital states. *International Journal of Sustainable Aviation*, 7(3), 203-226.
- Eroğlu, H., Şahin, R., (2020). A neutrosophic VIKOR method-based decision- making with an improved distanse measure and scor function: case study of selection for renewable energy altenatives. *Cognitive Computation*, 12, 1338-1355.

- Ersoylu, İ. (2011). *Bulanık VIKOR ve bulanık AHP yöntemleri ile performans ölçümü: havacılık ve uzay enstitüsü'ne öğrenci seçimi*, Yüksek lisans tezi, Hava Harp Okulu Havacılık ve Uzay Teknolojileri Enstitüsü, İstanbul, 35-40.
- Ertuğrul, İ., Karakaşoğlu, N., (2008). Banka şube performanslarının VIKOR yöntemi ile değerlendirilmesi, *Dokuz Eylül Üniversitesi Endüstri Mühendisliği Dergisi*, YA/EM Özel Sayısı, 19-28.
- Fu, J., Ye, J., (2017). Simplified neutrosophic exponential similarity measures for the initial evaluation/diagnosis of benign prostatic hyperplasia symptoms. *Symmetry*, 9(8), 154-163.
- Garg, H., Nancy, A., (2016). On single-valued neutrosophic entropy of order α . *Neutrosophic Sets and Systems*, 14(1), 21-28.
- Garg, H., Nancy, A., (2017). Some new biparametric distance measures on single-valued neutrosophic sets with applications to pattern recognition and medical diagnosis. *Information*, 8(4), 162-181.
- Garg, H., Rani, D., (2019a). A robust correlation coefficient measure of complex intuitionistic fuzzy sets and their applications in decision-making. *Applied Intelligence*, 49(2), 496–512.
- Garg, H., Rani, D., (2019b). Exponential, logarithmic and compensative generalized aggregation operators under complex intuitionistic fuzzy environment. *Group Decision and Negotiation*, 28, 991-1050.
- Garg, H., Rani, D., (2019c). Some results on information measures for complex intuitionistic fuzzy sets. *International Journal of Intelligent Systems*, 34(10), 2319-2363.
- Garg, H., Rani, D., (2020). Robust averaging- geometric aggregation operators for complex intuitionistic fuzzy sets and their applications to MCDM process. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 45, 2017-2033.
- Gomes, L.F.A.M., Lima, M.M.P.P., (1992). Todim: Basic and application to multicriteria ranking of projects with environmental impacts. *Foundations of Computing and Decision Sciences*, 16(4), 113–127.
- Greenfield, S., Chiclana F., Dick, S., (2016a). Interval-valued complex fuzzy logic. *Proceedings of the 2016 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE)*, IEEE, Vancouver, Kanada, 2014-2019.

- Greenfield, S., Chiclana F., Dick, S., (2016b). Join and meet operations for interval-valued complex fuzzy logic. *Proceedings of the 2016 Annual Conference of the North American*, IEEE, Lafayette, Louisiana, USA, 1-5
- Guelman, M., Ortenberg, F. (2009), Small satellite's role in future hyper-spectral Earth observation missions. *Acta Astronautica*: 64(11-12), 1252–1263.
- Gulistan, M., Khan, S., (2020). Extensions of neutrosophic cubic sets via complex fuzzy sets. *Complex Intelligent Systems*, 6, 309-320.
- Gulistan, M., Khan, S., Abdullahc, A., Yaqoob, N., (2018). Complex neutrosophic subsemigroups and ideals. *International Journal of Analysis and Applications*, 16(1), 97–116.
- Gupta, P., Mehlawat, M. K., Grover, N., (2016). Intuitionisticfuzzy multi-attribute group decision-making with an application to plant location selection based on a new extended VIKOR method. *Information Sciences*, 370, 184-203.
- Guo, W., Bi, L., Hu, B., Dai, S., (2020). Cosine Similarity Measure of Complex Fuzzy Sets and Robustness of Complex Fuzzy Connectives. *Mathematical Problems in Engineering*, 2020. <https://doi.org/10.1155/2020/6716819>
- Hanafy, I. M., Salama, A. A., Mahfouz, K. M., (2013). Correlation coefficients of neutrosophic sets by centroid method. *International Journal of Probability and Statistics*, 2(1), 9-12.
- Hu, B., Bi, L., Dai, S., Li, S., (2018). Distances of complex fuzzy sets and continuity of complex fuzzy operations. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 35, 2247–2255.
- Hu, J., Zhang, X., Yang, Y., Liu, Y., Chen,X., (2020). New doctors ranking system based on VIKOR method. *International Transactions in Operational Research*, 27(2), 1236-1261.
- Huang, Y-H., Wei, G-W., Wei, C., (2017). VIKOR Method for interval neutrosophic multiple attribute group decision-making. *Information*, 8(4), 144.
- Hwang CL., Yoon K., (1981). Methods for Multiple Attribute Decision Making. In: Multiple Attribute Decision Making. *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, vol 186. Springer, Berlin, Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-48318-9_3
- Jun, Y. B., Smarandache, F., Kim, C. S., (2017). Neutrosophic cubic sets. *New Mathematics and Natural Computation*, 13(1), 41-54.

- Karaaslan, F. (2017). Correlation coefficients of single-valued neutrosophic refined soft sets and their applications in clustering analysis, *Neural Computing and Applications*, 28(9), 2781–2793.
- Karaşan, A., Kahraman, C., (2018). A novel interval-valued neutrosophic EDAS method: prioritization of the United Nations national sustainable development goals, *Soft Computing*, 22(15), 4891–4906.
- Krishankumar, R., Premaladha, J., Ravichandran, K. S., Sekar, K. R., Manikandan, R., Gao, X. Z., (2020). A novel extension to VIKOR method under intuitionistic fuzzy context for solving personnel selection problem. *Soft Computing*, 24(2), 1063–1081.
- Kumar, T., Bajaj, R. K., (2014). On complex intuitionistic fuzzy soft sets with distance measures and entropies. *Journal of Mathematics*, 2014. <http://dx.doi.org/10.1155/2014/972198>
- Liu, C., (2018). New similarity measures of simplified neutrosophic sets and their applications. *Journal of Information Processing Systems*, 14(3), 790-800.
- Li, C., Chiang, W., (2011). Complex fuzzy computing to time series prediction A multi-swarm PSO learning approach. *Asian Conference on Intelligent Information and Database Systems*, Springer, Berlin, Heidelberg, 242-251.
- Liu, D., Liu, G., Liu, Z., (2018). Some similarity measures of neutrosophic sets based on the Euclidean distance and their application in medical diagnosis. *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, 2018, 1-9.
- Liu, C., Luo, Y. S., (2016a). The weighted distance measure based method to neutrosophic multi attribute group decision making. *Mathematical Problems in Engineering*, 2016, 1-8.
- Liu, C., Luo, Y., (2016b). Correlated aggregation operators for simplified neutrosophic set and their application in multi-attribute group decision making, *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, 30(3), 1755–1761.
- Li, C., Wu, T., Chan, F. T., (2012). Self-learning complex neuro-fuzzy system with complex fuzzy sets and its application to adaptive image noise canceling. *Neurocomputing*, 94, 121–139.
- Liu, P., You, X., (2019). Bidirectional projection measure of linguistic neutrosophic numbers and their application to multi-criteria group decision making, *Computers & Industrial Engineering*, 128, 447-457.

- Lootsma, F. A., (1999). *Multi-criteria decision analysis via ratio and difference*. Kluwer Academic Publishers. Doi:10.1007/b102374
- Ma, J., Zhang, G., Lu, J., (2012). A method for multiple periodic factor prediction problems using complex fuzzy sets. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 20, 32–45.
- Ma, X., Zhan, J., Khan, M., Zeeshan, M., Anis, S., Awan, A. S., (2019). Complex fuzzy sets with applications in signals. *Computational and Applied Mathematics*, 38(4), 1–34.
- Maji, P. K., (2013). Neutrosophic soft set. *Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics*, 5(1), 157-168.
- Majumdar, P., Samanta, S. K., (2014). On similarity and entropy of neutrosophic sets. *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, 26(3), 1245–1252.
- Manna, S., Basu, T. M., Mondal, S. K., (2020). A soft set based VIKOR approach for some decision-making problems under complex neutrosophic environment. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 89, 103432.
- Ngan, R. T., Son, L. H., Ali, M., Tamir, D. E., Rishe, N. D., Kandel, A., (2020). Representing complex intuitionistic fuzzy set by quaternion numbers and applications to decision making. *Applied Soft Computing*, 87, 105961.
- Opricovic, S., (1998). Multicriteria optimization of civil engineering systems. *Faculty of Civil Engineering*, Belgrade, 2(12), 5-21.
- Opricovic, S., (2011). Fuzzy VIKOR with an application to water resources planning. *Expert Systems with Applications*, 38, 12983-12990.
- Opricovic, S., Tzeng, G-H., (2004). Compromise solution by MCDM methods: A comparative analysis of VIKOR and TOPSIS. *European Journal of Operational Research*, 156, 445-455.
- Opricovic, S., Tzeng, G. H., (2007). Extended VIKOR method in comparison with outranking methods. *European Journal of Operational Research*, 178(2), 514-529.
- Peng, X., Smarandache, F., (2020). New multiparametric similarity measure for neutrosophic set with big data industry evaluation. *Artificial Intelligence Review*, 53(3), 3089-3125.
- Peng, J. J., Wang, J. Q., Wu, X. H., Wang, J., Chen, X. H., (2015). Multi-valued neutrosophic sets and power aggregation operators with their applications in multi-criteria group decision-making problems. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 8(2), 345-363.

- Peng, J. J., Wang, J., Wang, J., Zhang, H., Chen, X., (2016). Simplified neutrosophic sets and their applications in multi-criteria group decision-making problems. *International Journal of Systems Sciences*, 47(10), 2342-2358.
- Peng, J. J., Wang, J. Q., Zhang, H. Y., Chen, X. H., (2014). An outranking approach for multi-criteria decision-making problems with simplified neutrosophic sets, *Applied Soft Computing*, 25, 336–346.
- Phuong, N. H., Thang, V. V., Hirota, K., (2000). Case based reasoning for medical diagnosis using fuzzy set teory. *International Journal of Biomed Soft Computing and Human Sciences*, 5(2), 1-8.
- Qi, X., Liu, B., Xu, J., (2016). A neutrosophic filter for high-density salt and pepper noise based on pixel-wise adaptive smoothing parameter. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 36, 1-10.
- Ramot, D., Friedman, M., Langholz, G., Kandel, A., (2001). On complex fuzzy sets. *The 10th IEEE International Fuzzy Systems Conference*, 3, 1160-1163.
- Ramot, D., Friedman, M., Langholz, G., Kandel, A., (2003). Complex fuzzy logic. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 11(4), 450–461.
- Ramot, D., Milo, R., Friedman, M., Kandel, A., (2002). Complex fuzzy sets. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 10(2), 171–186.
- Rani, D., Garg, H., (2017). Distance measures between the complex intuitionistic fuzzy sets and its applications to the decision-making process. *International Journal for Uncertainty Quantification*, 7, 423-439.
- Rani, D., Garg, H., (2018). Complex intuitionistic fuzzy power aggregation operators and their applications in multicriteria decision-making. *Expert Systems*, 35(6), e12325.
- Rani, D., Garg, H., (2021). Complex intuitionistic fuzzy preference relations and applications in individual and group decision-making problems. *International Journal of Intelligent Systems*, 36(4), 1800-1830.
- Ren, H. P., Xiao, S. X., Zhou, H., (2019). A chi-square distance-based similarity measure of single-valued neutrosophic set and applications. *International Journal of Computers, Communications & Control*, 14(1), 78-89.
- Rostamzadeh, R., Govindan, A., Esmaili, A., Sabaghi, M., (2015). Application of fuzzy VIKOR for evaluation of green supply chain management practices. *Ecological Indicators*, 49, 188-203.
- Roy, B., (1968). Classement et choix en présence de points de vue multiples. *RAIRO Operations Research - Recherche Opérationnelle*, 2(V1), 57–75.

- Saaty, T. L., (1980). The Analytic Hierarchy Process. *In Decision Analysis*.
- Sanayei, A., Mousavi, S. F., Yazdankhah, A., (2010). Group decision making process for supplier selection with VIKOR under fuzzy environment. *Expert System with Applications*, 37(1), 24-30.
- Shahzadi, G., Akram, M., Saeid, A. B., (2017). An application of single valued neutrosophic sets in medical diagnosis. *Neutrosophic Sets Systems*, 18(1), 80-88.
- Shemshadi, A., Shirazi, H., Toreihi, M., Tarokh, M. J., (2011). A fuzzy VIKOR method for supplier selection based on entropy measure for objective weighting. *Expert System with Applications*, 38(10), 12160-12167.
- Singh, P. K., (2018). Complex neutrosophic concept lattice and its applications to air quality analysis. *Chaos, Solitons & Fractals*, 109, 206–213.
- Sinha, K., Majumdar, P., (2018). On single valued neutrosophic signed digraph and its applications. *Neutrosophic Sets and Systems*, 22(1), 171-179.
- Smarandache, F., (1998). *Neutrosophy: Neutrosophic probability, set and logic*, American Research Press, Rehoboth, USA, 105, 118-123.
- Stanujkic, D., Zavadskas, E. K., Smarandache, F., Brauers, W. K. M., Karabasevic, D., (2017). A neutrosophic extension of the MULTIMOORA method. *Informatica*, 28(1), 181–192.
- Sun, R., Hu, J., Chen, X., (2019). Novel single-valued neutrosophic decision-making approaches based on prospect theory and their applications in physician selection. *Soft Computing*, 23(1), 211-225.
- Şahin, R., (2014). Multi-criteria neutrosophic decision making method based on score and accuracy functions under neutrosophic environment, arXiv:1412.5202 [cs.AI].
- Şahin, R., (2017). Cross-entropy measure on interval neutrosophic sets and its applications in multicriteria decision making. *Neural Computing and Applications*, 28(5), 1177–1187.
- Şahin, R., Küçük, A., (2014). On similarity and entropy of neutrosophic soft sets. *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, 27(5), 2417–2430.
- Şahin, R., Küçük, A., (2015). Subsethood measure for single valued neutrosophic sets. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 29(2), 525-530.
- Şahin, R., Liu, P., (2016). Maximizing deviation method for neutrosophic multiple attribute decision making with incomplete weight information. *Neural Computing and Applications*, 27(7), 2017–2029.

- Şahin, R., Liu, P., (2017). Correlation coefficient of single-valued neutrosophic hesitant fuzzy sets and its applications in decision making. *Neural Computing and Applications*, 28(6), 1387–1395.
- Thirunavukarasu, P., Suresh, R., Thamilmani, P., (2013). Applications of complex fuzzy sets. *JP Journal of Applied Mathematics*, 6(1), 5–22.
- Tobias, O. J., Seara, R., (2002). Image segmentation by histogram thresholding using fuzzy sets. *IEEE Transactions on Image Processing*, 11(12), 1457-1465.
- Vahdani, B., Hadipour, H., Sadaghiani, J. S., Amiri, M., (2010). Extension of VIKOR method based on interval-valued fuzzy sets. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 47, 1231-1239.
- Wan, S. P., Wang, Q. Y., Dong, J. Y., (2013). The extended VIKOR method for multi-attribute group decision making with triangular intuitionistic fuzzy numbers. *Knowledge-Based Systems*, 52, 65-77.
- Wang, T. C., Chang, T. H., (2005). Fuzzy VIKOR as a resolution for multicriteria group decision-making. *The 11th International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management*, Paris, 352-356.
- Wang, J. Q., Li, X. E., (2015). An application of the TODIM method with multi-valued neutrosophic set. *Control Decis*, 30(6), 1139-1142.
- Wang, Z., Liu, L., (2016). Optimized PROMETHEE based on interval neutrosophic sets for new energy storage alternative selection. *Revista Tecnica de La Facultad de Ingenieria Universidad Del Zulia*, 39(9), 69–77.
- Wang, H., Smarandache, F., Zhang, Y. Q., Sunderraman, R., (2005). *Interval neutrosophic sets and logic: theory and applications in computing*. Hexis, Phoenix, Arizona, USA.
- Wang, H., Smarandache, F., Zhang, Y. Q., Sunderraman, R., (2010). Single valued neutrosophic sets. *Multispace and Multistructure*, 4, 410-413.
- Wang, J., Wei, G., Lu, M., (2018). An extended VIKOR method for multiple criteria group decision making with triangular fuzzy neutrosophic numbers. *Symmetry*, 10(10), 497. <https://doi.org/10.3390/sym10100497>
- Wu, H., Yuan, Y., Wei, L., Pei, L., (2018). On entropy, similarity measure and cross-entropy of single-valued neutrosophic sets and their application in multi-attribute decision making. *Soft Computing*, 22(1), 7367-7376.

- Xu, D., Cui, X., Peng, L., Xian, H., (2020a). Distance measures between interval complex neutrosophic sets and their applications in multi-criteria group decision making. *AIMS Mathematics*, 5(6), 5700-5715.
- Xu, D., Cui, X., Xian, H., (2020b). An extended EDAS method with a single-valued complex neutrosophic set and its application in green supplier selection. *Mathematics*, 8, 282.
- Xu, D.S., Wei, C., Wei, G. W., (2017). TODIM method for single-valued neutrosophic multiple attribute decision making. *Information*, 8(4), 125.
- Xu, Z. S., Yager, R. R., (2010). Power-geometric operators and their use in group decision making. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 18(1), 94–105.
- Yager, R. R., (2001). The power average operator. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Part A: Systems and Humans*, 31(6), 724-731.
- Yager, R. R., (2008). Prioritized aggregation operators. *International Journal of Approximate Reasoning*, 48(1), 263-274.
- Ye, J., (2013). Multi criteria decisions-making method using the correlation coefficient under single-valued neutrosophic environment. *International Journal of General Systems*, 42(4), 386-394.
- Ye, J., (2014a). A multicriteria decision-making method using aggregation operators for simplified neutrosophic sets. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 26(5), 2459-2466.
- Ye, J., (2014b). Vector similarity measures of simplified neutrosophic sets and their application in multicriteria decision making. *International Journal of Fuzzy Systems*, 16, 204–211.
- Ye, J., (2014c). Clustering methods using distance-based similarity measures of single-valued neutrosophic sets. *Journal of Intelligent Systems*, 23(4), 379-389.
- Ye, J., (2014d). Improved correlation coefficient of single valued neutrosophic sets and interval neutrosophic sets for multiple attribute decision making. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 27(5), 2453-2462.
- Ye, J., (2014e). Single valued neutrosophic cross-entropy for multicriteria decision making problems. *Applied Mathematical Modelling*, 38(3), 1170–1175. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2013.07.020>
- Ye, J., (2015a). An extended TOPSIS method for multiple attribute group decision making based on single valued neutrosophic linguistic numbers. *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, 28(1), 247-255.

- Ye, J., (2015b). Improved cosine similarity measures of simplified neutrosophic sets for medical diagnoses. *Artificial Intelligence in Medicine*, 63(3), 171-179.
- Ye, J., (2015c). Improved cross entropy measures of single valued neutrosophic sets and interval neutrosophic sets and their multicriteria decision making methods. *Cybernetics and Information Technologies*, 15(4), 13-26.
- Ye, J., (2017a). Single-valued neutrosophic clustering algorithms based on similarity measures. *Journal of Classification*, 34(1), 148-162.
- Ye, J., (2017b). Single-valued neutrosophic similarity measures based on cotangent function and their application in the fault diagnosis of steam turbine. *Soft Computing* 21(3): 817-825.
- Ye, J., (2017c). Correlation coefficient between dynamic single valued neutrosophic multisets and multiple attribute decision-making method. *Information*, 8(2), 41-49.
- Ye, J., Du, S., (2019). Some distances, similarity and entropy measures for interval-valued neutrosophic sets and their relationship. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics* 10, 347–355.
- Ye, J., Zhang, Q. S., (2014). Single valued neutrosophic similarity measures for attribute decision making. *Neutrosophic Sets and Systems*, 2, 48-54.
- Yu, P. L., (1973). A class of solutions for group decision problems. *Management Science*, 19(8), 936-946.
- Zadeh, L.A., (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8, 338–353.
- Zavadskas, E. K., Bausys, R., Lazauskas, M., (2015). Sustainable assessment of alternative sites for the construction of a waste incineration plant by applying WASPAS method with single-valued neutrosophic set. *Sustainability*, 7(12), 15923-15936.
- Zavadskas, E., Kaklauskas, A., Sarka, V., (1994). The new method of multicriteria complex proportional assessment of projects. *Technological and Economic Development of Economy*, 1(3), 131–139.
- Zeleny, M., (1982). *Multiple criteria decision making*. McGraw-Hill, New York.
- Zeng, S., Chen, S. M., Kuo, L. W., (2019). Multiattribute decision making based on novel score function of intuitionistic fuzzy values and modified VIKOR method. *Information Sciences*, 488, 76-92.
- Zhang, G., Dillon, T. S., Cai, K.-Y., Ma, J., Lu, J., (2009). Operation properties and δ -equalities of complex fuzzy sets. *International Journal of Approximate Reasoning*, 50(8), 1227–1249.

- Zhang, N., Wei, G., (2013). Extension of VIKOR method for decision making problem based on hesitant fuzzy set. *Applied Mathematical Modelling*, 37(7), 4938-4947.
- Zhou, L. G., Chen, H. Y., Liu, J. P., (2012). Generalized power aggregation operators and their applications in group decision making. *Computers & Industrial Engineering*, 62(4), 989–999.



ÖZGEÇMİŞ

Fatma AKIN, 2006 yılında Eskişehir Yunusemre Lisesi'nden mezun olmuştur. 2014 yılında Pamukkale Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü'nü tamamlamıştır. 2018-2019 Eğitim-Öğretim Yılı Güz Yarıyılı'nda Gümüşhane Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Matematik Mühendisliği Anabilim Dalı'nda başlamış olduğu yüksek lisans eğitimine devam etmektedir.

Ortaöğretim ve lise düzeyinde çeşitli özel okullarda Matematik Öğretmeni olarak çalışmıştır ve özel matematik dersi vermektedir.

