

**KOVARYANS ANALİZİ
VE
BİR UYGULAMA**

Hilal ŞAHİN

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İSTATİSTİK**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**MART 2006
ANKARA**

Hilal ŞAHİN tarafından hazırlanan KOVARYANS ANALİZİ ve BİR UYGULAMA
adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

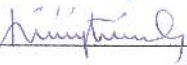
.....Soner GÖNEN.....

Tez Yöneticisi

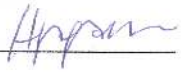
Prof. Dr. Soner GÖNEN

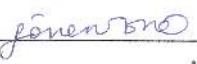
Bu çalışma, jürimiz tarafından İSTATİSTİK Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS
tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan: : Prof.Dr. Zehra MULUK 

Üye : Prof.Dr. Hüseyin TATLIDİL 

Üye : Prof.Dr. Semra ERBAŞ 

Üye : Prof.Dr. Hamza GAMGAM 

Üye : Prof.Dr. Soner GÖNEN 

Bu tez, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygundur.



KOVARYANS ANALİZİ VE BİR UYGULAMA**(Yüksek Lisans Tezi)****Hilal ŞAHİN****GAZİ ÜNİVERSİTESİ****FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ****Mart 2006****ÖZET**

Kovaryans analizi, ortak değişken(ler)in etkisi giderildikten sonra bağımlı değişken(ler) bakımından gruplar arasında fark olup olmadığının araştırılması için kullanılan bir istatistiksel yöntemdir. Bu çalışmada, kovaryans analizi ile ilgili bilgiler verilmiş, tek bağımlı değişkenli varyans ve kovaryans analizi ile çok bağımlı değişkenli varyans ve kovaryans analizi incelenmiştir. Uygulamada, Konya ilinin seçilen 5 ilçesine ait topraktaki kil (%), kum (%), mil (%), CaCO_3 (%) miktarlarının etkisi giderildikten sonra yetişen şekerpancarı bitkisinin yaprakları ayasındaki N (%), P (%), K (%), Ca (%) miktarları bakımından 5 ilçe arasında fark olup olmadığını araştırmak için çok bağımlı değişkenli kovaryans analizi yapılmıştır. Bunun yanı sıra veriye tek değişkenli, çok değişkenli varyans analizi ve Sceheffe testi uygulanmıştır.

Bilim Kodu :205.1.066**Anahtar Kelimeler :Tek değişkenli kovaryans analizi ve çok değişkenli kovaryans analizi, tek değişkenli varyans analizi ve çok değişkenli varyans analizi****Sayfa Adedi :55****Tez Yöneticisi :Prof. Dr. Soner GÖNEN**

ANALYSIS OF COVARIANCE AND AN APPLICATION**(M.Sc.Thesis)****Hilal ŞAHİN****GAZİ UNIVERSITY****INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY****March 2006****ABSTRACT**

The Analysis of Covariance is a statistical method used for exploring whether there is a difference between the groups, in terms of dependent variables after removing the effects of common variables. Within this study, information about the analysis of covariance is given and the analysis of single dependent- variable variance and co-variance and the analysis of multi dependent variable variance and co-variance is examined. In application part, after the effects of sand (%), stone (%) and clay (%) is removed from the soils of 5 districts of Konya, an analysis of multi dependent variable co-variance is made in order to explore if there is a difference between the 5 districts in terms of the quantity of N (%), P (%), K (%), and Ca (%) among the leaves of sugar beet grown in the area. Besides, the analysis of single variable and multi variable variance and the Sceheffe test is applied to the data.

Science Code :205.1.066**Key Words :Analysis of covariance, multivariate analysis of covariance , analysis of variance and multivariate analysis of variance****Page Number :55****Adviser :Prof. Dr. Soner GÖNEN**

TEŞEKKÜR

Tez konusuna beni yönlendiren ve çalışmam boyunca değerli katkı ve eleştirileri ile bana destek olan sevgili danışmanım Sayın Prof. Dr. Soner GÖNEN' e, şekerpancarı ile ilgili veriyi elde etmemi sağlayan aile dostumuz Sayın H. İhsan ARAL' a, verilerini çalışmamda kullanmam için veren Sayın Dr. Mustafa TURHAN' a ve çalışmam boyunca bana gösterdikleri sabır, anlayış ve destekten dolayı değerli aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET.....	iii
ABSTRACT	iv
TEŞEKKÜR.....	v
İÇİNDEKİLER.....	vi
ÇİZELGELERİN LİSTESİ	viii
ŞEKİLLERİN LİSTESİ.....	ix
1. GİRİŞ.....	1
2. KOVARYANS ANALİZİ.....	2
2.1. Kovaryans Analizine Giriş	2
2.2. Kovaryans Analizinin Tarihçesi.....	3
2.3. Kovaryans Analizinde Model Tanımlaması	4
2.3.1. Kare toplamalarının matris cebri yardımıyla hesaplanması.....	9
2.3.2. Matris cebrinden skaler dört işleme geçiş	12
2.4. Kayıp Veri.....	13
2.4.1. Kayıp veri için en küçük kareler tahmini (Yates yöntemi).....	14
2.4.2. Döngüsel Yates yöntemi ile daraltıcı (Shrinkage) tahmin.....	15
2.5. Kovaryans Analizi Hipotezleri.....	16
2.6. Sceheffe Testi.....	17
3. ÇOK BAĞIMLI DEĞİŞKENLİ KOVARYANS ANALİZİ.....	19
4. UYGULAMA.....	22
4.1. Şekerpancarı Verisinin Analizi	25
4.1.1. Normallik varsayımı	25

Sayfa

4.1.2. Her bağımlı değişken için ANOVA.....	30
4.1.3. Şekerpancarı verisi için MANOVA.....	32
4.1.4. Tek bağımlı değişkenli kovaryans analizi (ANCOVA)	34
4.1.5. Çok bağımlı değişkenli kovaryans analizi (MANOCOVA).....	37
4.1.6. Sceheffe testi ile çoklu karşılaştırmalar	42
4.1.7. Şekerpancarı verisinde kayıp veri olması durumu	45
5. SONUÇLAR	47
KAYNAKLAR.....	49
EKLER.....	51
EK-1.....	52
EK-2.....	53
EK-3.....	54
ÖZGEÇMİŞ.....	55

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 2.1. $Y_{ij} = \mu + \alpha_i + e_{ij}$ modeli için varyans analizi	10
Çizelge 2.2. $Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \gamma_i Z_{ij} + e_{ij}$ modeli için kovaryans analizi	11
Çizelge 4.1. Bazı ülkelerin pancar şekeri üretimi (Ham Değer 1.000 Ton)	23
Çizelge 4.2. Ekim alanları (1.000 ha)	23
Çizelge 4.3. Pancar üretimi (1.000 Ton).....	24
Çizelge 4.4. Y_1 bağımlı değişkeni azot için ANOVA sonuçları	30
Çizelge 4.5. Y_2 bağımlı değişkeni fosfor için ANOVA sonuçları.....	31
Çizelge 4.6. Y_3 bağımlı değişkeni potasyum için ANOVA sonuçları.....	31
Çizelge 4.7. Y_4 bağımlı değişkeni kalsiyum için ANOVA sonuçları	32
Çizelge 4.8. Birinci bağımlı değişken azot için kovaryans analizi.....	35
Çizelge 4.9. İkinci bağımlı değişken fosfor için kovaryans analizi	35
Çizelge 4.10. Üçüncü bağımlı değişken potasyum için kovaryans analizi.....	36
Çizelge 4.11. Dördüncü bağımlı değişken kalsiyum için kovaryans analizi.....	37
Çizelge 4.12. Şekerpancarı verisinin toplam T matrisi elemanları	38
Çizelge 4.13. Şekerpancarı verisinin grup içi W matrisi elemanları	38
Çizelge 4.14. Azot değişkeni için Scedgeffe testi sonuçları	43
Çizelge 4.15. P (fosfor) değişkeni için Scedgeffe testi sonuçları.....	43
Çizelge 4.16. K (potasyum) değişkeni için Scedgeffe testi sonuçları.....	44
Çizelge 4.17. Ca (kalsiyum) değişkeni için Scedgeffe testi sonuçları.....	44
Çizelge 4.18. Tamamlanmış veri ile yapılan kovaryans analizi	46

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 4.1. Y_1 bağımlı değişkeni azota ait normal olasılık diagramı.....	26
Şekil 4.2. Azot değişkenine ait artıkların normal olasılık diagramı.....	26
Şekil 4.3. Y_2 bağımlı değişkeni fosfora ait normal olasılık diagramı	27
Şekil 4.4. Fosfor değişkenine ait artıkların normal olasılık diagramı.....	27
Şekil 4.5. Y_3 bağımlı değişkeni potasyuma ait normal olasılık diagramı.....	28
Şekil 4.6. Potasyum değişkenine ait artıkların normal olasılık diagramı	28
Şekil 4.7. Y_4 bağımlı değişkeni kalsiyuma ait normal olasılık diagramı	29
Şekil 4.8. Kalsiyum değişkenine ait artıkların normal olasılık diagramı.....	29

1. GİRİŞ

Kovaryans analizi tıp, eğitim, ziraat vb. bir çok alanda kullanılan istatistiksel bir yöntemdir. Bu yöntem gruplar arasında fark olup olmadığı sorusuna cevap vermektedir. Bağımlı değişken sayısına göre tek veya çok değişkenli kovaryans analizi yapılmaktadır. Tek bağımlı değişkenli kovaryans analizi ANCOVA (analysis of covariance), çok (sayıda) bağımlı değişkenli kovaryans analizi ise MANOCOVA (multivariate analysis of covariance) olarak ifade edilmektedir. Varsayımlarının çok olması sebebiyle kullanılmaktan kaçınılan bir yöntem olmasına rağmen özellikle ziraat alanında çok kullanılmaktadır (1).

Çalışmanın temel amacı, çok sayıda grup, çok sayıda bağımlı değişken ve çok sayıda ortak değişken varken kovaryans analizinin nasıl işlediğini görebilmektir.

Bu tez çalışmasında Konya ilinde şekerpancarı ile ilgili olarak Dr. Mustafa Turhan tarafından yapılan bir araştırmanın verisi çok bağımlı değişkenli kovaryans analizi ile incelenmiştir. Toprağın yapısındaki kil, kum, mil, CaCO_3 (kireç) ortak değişkenlerinin etkisi giderildikten sonra yetişen şekerpancarı bitkisinin yaprakları ayasında bulunan azot (N), fosfor (P), potasyum (K), kalsiyum (Ca) bağımlı değişkenleri bakımından Konya ilinin 5 farklı ilçesi arasında fark olup olmadığı araştırılmıştır.

Bu tez 5 bölümden oluşmaktadır. Giriş bölümünden sonra ikinci bölümde kovaryans analizine değinilmiştir. Üçüncü bölümde çok bağımlı değişkenli kovaryans analizi ile ilgili bilgi verilmiştir. Dördüncü bölüm tezin uygulama bölümüdür. Bu bölümde şekerpancarı verisi ile çok bağımlı değişkenli kovaryans analizi yapılmış, analiz sonuçları verilmiştir. Son bölümde ise elde edilen analiz sonuçları ve yorumlar verilmiştir.

2. KOVARYANS ANALİZİ

2.1. Kovaryans Analizine Giriş

Deneysel çalışmalarda, deneysel hataya bağlı değişkenliği azaltmak ve deneme etkilerinin yansız tahminlerini elde etmek için deneysel kontrol yoluna gidilmektedir. Deneysel kontrol, birimlerin deneme düzeylerine rassal olarak atanması, deneklerin homojen gruplarda toplanması ve istatistiksel kontrol yapılması ile mümkündür. Kovaryans analizi bu amaçla kullanılan istatistiksel kontrol yöntemlerinden biridir.

Z ortak değişken(leri)inin Y bağımlı değişken(ler)i üzerindeki etkisinin giderildiği ve denemelerin bağımlı değişken(ler) üzerinde kalan miktarının etkisi için çözümlendiği yönteme *kovaryans analizi* denir (1). Z değişkeni Y değişkeni ile birlikte değiştiğinden bu değişkene *concomitant* yani ortak değişken adı verilir.

Kovaryans analizi ile ilgili çok sayıda yapılmış çalışma mevcuttur. Son yıllarda kovaryans analizin uygulandığı birkaç araştırmadan aşağıda özet olarak bahsedilmiştir.

Koçoğlu ve Köymen eğitim alanında yapmış oldukları çalışmalarında belirlenen 2 ilköğretim okulundaki 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin deney grubu olarak ön ve son teste katılan ve kontrol grubu olarak da son teste katılmayan grupların testten aldıkları son test puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını tek bağımlı değişkenli kovaryans analizi yöntemini kullanarak araştırmışlar ve deney grubu ile kontrol grubu arasında anlamlı fark olduğu sonucunu elde etmişlerdir (2).

Lakehead Üniversitesi psikoloji bölümünden Jamiesson, son testi bağımlı değişken olarak almayıp, son test - ilk test arasındaki farkı “ difference score” bağımlı değişken olarak kullanmış ve ilk testide ortak değişken olarak kabul ederek tek bağımlı değişkenli kovaryans analizi uygulamıştır (3).

Steven ve diğerkleri yapmış oldukları çalışmalarında, kovaryans analizinin güçlü bir analiz yöntemi olduğunu, diğerk yöntemlere göre varsayımlarının daha fazla olduğunu, regresyon eğimlerinin homojenliği varsayımının varyans analizi (ANOVA)’ ne kovaryans analizi (ANCOVA) modeli için eklendiğini, ANCOVA’ da bağımlı değışken(ler) ve ortak değışken(ler) arasındaki ilişkinin doğrusal olduğunu, ilişkinin lineer olmadığı durumda istatistiksel gücün azalmasına sebep olacağını savunmuşlar ve bazı istatistiksel paket programlarından söz etmişlerdir (4).

Eler, Özçelik ve diğerkleri kovaryans analizi ile ilgili ziraat alanında çalışma yapmışlardır. Göller yöresinde Bucak ve Gölhisar’ da yapılan bu çalışmada ağaçların periyot başındaki ve sonundaki göğüs çapı ve boy gelişimi değıerlerine göre yapılan kovaryans analizi sonucunda uygulanan işlemlerin göğüs çapı gelişimi üzerinde etkisinin bulunduğı sonucuna ve uygulanan işlemlerin boy gelişimi üzerine anlamlı bir etkisinin olmadığı sonucuna ulaşmışlardır (5).

2.2. Kovaryans Analizinin Tarihçesi

Kovaryans analizi ilk kez 1927 yılında Eden ve Fisher tarafından ortaya konulmuştur. Sander 1930’ da kovaryans analizinin kullanımıyla etkinliğin arttığından bahsetmiştir. 1932 yılında Fisher kovaryans analizini bir istatistiksel araştırma yöntemi olarak kullanmıştır. 1934’ te Wishard ve Wildson birer uygulamaya yapmışlardır. Pearson ise detaylı hesaplamaların nasıl yapıldığı konusunda önemli katkılarda bulunmuştur. Tekniğin yararları ve uygulama alanları 1957 yılında Cochran tarafından açıklanmıştır (6).

Kategorik verilerle kovaryans analizi ilk kez Quade tarafından 1967’ de incelenmiştir. Bu konuda ileri çalışmalar Amara ve Koch tarafından 1980’ de ve Koch ve arkadaşları tarafından 1982’ de yayınlanmıştır (6).

2.3. Kovaryans Analizinde Model Tanımlaması

Bu kısımda tek değişkenli varyans ve kovaryans analizi modelleri verilmiştir. Modeller dört işlemsel ifadelerle ve matris cebri ile gösterilmiştir.

Kovaryans analizi modeli regresyon ve varyans analizi modellerinin birleştirilmesi ile elde edilir. Aşağıda ilk olarak regresyon modeli, sonra varyans analizi modeli verilmiştir.

Y ve Z değişkenleri arasında bir korelasyondan şüphe edildiğinde regresyon modeli aşağıdaki gibi yazılır:

$$Y_{ij} = \mu + \gamma (Z_{ij} - \bar{z}_i) + e_{ij} \quad i = 1, \dots, g ; j = 1, \dots, n_i \quad [2.1]$$

Varyans analizi modeli ise

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + e'_{ij} \quad i = 1, \dots, g ; j = 1, \dots, n_i \quad [2.2]$$

şeklinde. γ , tüm veri üzerinden Z ve Y arasındaki gerçek doğrusal regresyon katsayısı ya da eğim, e_{ij} , hata terimi, $\bar{z}_i$, Z_{ij} gözlem değerlerinin ortalaması; g, grup sayısı, n_i , i. gruptaki birim sayısı olmak üzere, kovaryans analizi yapabilmek için regresyon modeli ile varyans analizi modeli birleştirilerek aşağıdaki gibi yeni bir model yazılır.

$$Y_{ij} = \mu + \gamma (Z_{ij} - \bar{z}_i) + \alpha_i + e_{ij}^* \quad i = 1, \dots, g ; j = 1, \dots, n_i \quad [2.3]$$

e_{ij}^* , hata terimi, Z ortak değişkeninin etkisinin giderilmesi nedeniyle tek etkenli modeldeki e_{ij} 'den daha küçüktür.

Kovaryans analizi modelinde, μ ve α_i , varyans analizini, γ , regresyon analizini temsil eder.

Kovaryans analizi modeli birime ait, gruba ait olarak yazılabilir.

i. grupta j. birime ait regresyon denkleminin genel ifadesi;

$$y_{ij} = \mu_i + \gamma_i Z_{ij} + e_{ij} \quad i = 1, \dots, g \quad ; \quad j = 1, \dots, n_i \quad [2.4]$$

şeklindedir. (e_{ij}) hatasının bağımsız çok değişkenli normal dağıldığı, $MN(\emptyset, \sigma_i^2 I)$ varsayılır.

Her bir grup için basit regresyon modeli aşağıdaki gibi yazılır:

i.grubun regresyon denklemi;

$$Y_i = \mu_i J_{n_i} + \gamma_i Z_i + e_i \quad i = 1, \dots, g \quad [2.5]$$

J_{n_i} , bütün ögeleri 1 olan $n_i \times 1$ boyutlu bir vektördür.

Hata varyanslarının her grupta aynı olması g grubun analizi için özel bir varsayımdır ve aşağıdaki gibi yazılır:

$$\sigma_i^2 = \sigma^2 \quad i = 1, \dots, g$$

Kovaryans analizi modelinin matris cebri yardımı ile yazımı

$$Y = W\mu + Z\gamma + e \quad [2.6]$$

şeklindedir. Buradaki Y ve e matrisleri $N \times g$ boyutludur. $N = \sum_{i=1}^g n_i$ ' dir.

$$Y = \begin{pmatrix} Y_1 & \emptyset & \dots & \emptyset \\ \emptyset & Y_2 & \dots & \emptyset \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \emptyset & \emptyset & \dots & Y_g \end{pmatrix} \quad \text{ve} \quad e = \begin{pmatrix} e_1 & \emptyset & \dots & \emptyset \\ \emptyset & e_2 & \dots & \emptyset \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \emptyset & \emptyset & \dots & e_g \end{pmatrix}$$

Ayrıca $Y_1, Y_2, \dots, Y_g$ ve $e_1, e_2, \dots, e_g$ 'lerden her biri $n_i \times 1$ boyutlu birer vektördür. $Z = \text{Diag}(Z_i)$, $N \times g$ boyutlu bir matristir. $Z_1, Z_2, \dots, Z_g$ ise her biri $n_i \times 1$ boyutlu vektörleri gösterir. $W = \text{Diag}(J_{n_i})$ matrisi ise, 0 ve 1 değerlerinden oluşan $N \times g$ boyutlu sınıflama matrisidir.

$\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_g)'$, $1 \times g$ boyutlu ortalama vektörü ve $\gamma = (\gamma_1, \dots, \gamma_g)'$, $1 \times g$ boyutlu regresyon katsayıları vektörüdür.

γ_i ve μ_i parametrelerinin tahminleri Eş. 2.6' da verilen genel modelden hesaplanır. Daha önce verilen Eş. 2.6' daki model denklemi diğer bir ifade ile aşağıdaki gibi yazılabilir,

$$Y = (W / Z) \begin{bmatrix} \mu \\ \gamma \end{bmatrix} + e \quad [2.7]$$

$$\begin{bmatrix} W'W & W'Z \\ Z'W & Z'Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W'Y \\ Z'Y \end{bmatrix} \quad [2.8]$$

γ ve μ parametreleri Eş. 2.8 kullanılarak tahmin edilir (7).

$$W'W \mu + W'Z \gamma = W'Y \quad [2.9]$$

$$Z'W \mu + Z'Z \gamma = Z'Y \quad [2.10]$$

Eş. 2.9' dan

$$W'Y - W'Z\gamma = W'W \mu$$

$$(W'W)^{-1}W'Y - (W'W)^{-1}W'Z\gamma = \mu$$

μ elde edildikten sonra Eş. 2.10' da yerine yazılır ve μ elimine edilerek γ elde edilir.

Kare toplamalarının hesaplanmasında kullanılacak olan H ve U matrisleri aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$H = W(W'W)^{-1}W' \quad [2.11]$$

$$U = I - H \quad [2.12]$$

H ve U matrisleri simetrik ve idempotent matrislerdir.

γ , aşağıda verilen eşitlikten elde edilir.

$$Z'UZ\gamma = Z'UY \quad [2.13]$$

Elde edilen γ tahmini en küçük varyanslı, doğrusal, yansız bir tahmindir.

$(W'W)^{-1}W'Y - (W'W)^{-1}W'Z\gamma = \mu$ denkleminde γ yerine $\hat{\gamma} = (Z'UZ)^{-1}(Z'UY)$ eşitliği yazılarak μ elde edilir. $Z'UZ\gamma = Z'UY$ eşitliğin çıkarımı EK-1' de verilmiştir.

Bağımlı değişken grup ortalamaları ise $\tilde{\mu} = (W'W)^{-1}W'Y$ eşitliğinden hesaplanır (7).

Birden fazla ortak değişken olduğu durumda her sınıf (grup) için ayrı regresyon katsayıları vardır.

$$\text{Model : } Y_i = \mu + \alpha_i + \gamma_i Z_i + e_i \quad i = 1, \dots, g$$

Z ortak değişken matrisinin ve Y bağımlı değişken matrisinin genel şekli

$$Z = \begin{pmatrix} Z_1 & & \\ & Z_2 & \\ & & \ddots \\ \emptyset & & & Z_g \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} Y_1 & & \\ & Y_2 & \\ & & \ddots \\ \emptyset & & & Y_g \end{pmatrix} \quad [2.14]$$

biçimindedir. $\text{Diag}\{Z_i\}$, her Z_i $n_i \times 1$ boyutludur. Z ise $N \times g$ boyutlu matristir.

Ortak değişken bir tane ise grup sayısına göre her bir grubun kare ortalamalarını hesaplamak için, her gruptaki bağımlı değişken vektörü ve ortak değişken vektörü ayrı ayrı yazılır.

Aşağıda verilen gösterimler her gruba ait kare toplamalarının hesaplama şeklini vermektedir ve uygulamada analizin nasıl yapıldığının anlaşılmasında kolaylık sağlaması amacıyla örnek olarak gösterilmiştir.

Aşağıda verilen Y ve Z matrisleri 2 grup, 2 ortak değişken, 2 bağımlı değişken ve ikişer gözlem olduğu duruma örnektir ;

$$Z = \begin{pmatrix} z_{111} & 0 & 0 & 0 \\ z_{112} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & z_{121} & 0 & 0 \\ 0 & z_{122} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & z_{211} & 0 \\ 0 & 0 & z_{212} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & z_{221} \\ 0 & 0 & 0 & z_{222} \end{pmatrix} ; Y = \begin{pmatrix} y_{111} & 0 & 0 & 0 \\ y_{112} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & y_{121} & 0 & 0 \\ 0 & y_{122} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y_{211} & 0 \\ 0 & 0 & y_{212} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & y_{221} \\ 0 & 0 & 0 & y_{222} \end{pmatrix}$$

Bir tane γ varken, $\hat{\gamma} = (Z'UZ)^{-1}(Z'UY)$ denklemi ile hesaplanır. Çok değişkenli durum söz konusu olduğunda $(Z'UZ)$ ve $(Z'UY)$ matrisleri $\text{diag}(Z'UZ)$ ve $\text{diag}(Z'UY)$ şeklinde yazılır.

2.3.1. Kare toplamlarının matris cebri yardımıyla hesaplanması

Aşağıdaki matris formülleri bir tane ortak değişken ile bir tane bağımlı değişken varken geçerli olduğu gibi ortak değişken ile bağımlı değişken sayısı arttığında da geçerlidir. Önemli olan verileri matrislere doğru bir şekilde yerleştirmektir.

N, toplam birim sayısı, M, ortalamadan ayrılışlar matrisi, I, birim matris ve J, N tane bir rakamından oluşan vektördür. T genel kare toplamlarını, B gruplar arası kare toplamlarını, E gruplar içi kare toplamlarını ifade etmektedir.

$$J' = [1 \dots 1]_{1 \times N} \quad [2.15]$$

$$M = I - JJ' \frac{1}{N} \quad [2.16]$$

$$N = \sum_{i=1}^g n_i \quad [2.17]$$

Genel kare toplamları ve çarpımlar toplamaları

$$T_{zz} = Z'MZ \quad [2.18]$$

$$T_{yy} = Y'MY \quad [2.19]$$

$$T_{zy} = Z'MY \quad [2.20]$$

Gruplar arası kare toplamaları

$$B_{zz} = \sum_{i=1}^g \frac{1}{n_i} Z_i' J_{n_i} J_{n_i}' Z_i - \frac{1}{N} Z' J J' Z \quad [2.21]$$

$$B_{yy} = \sum_{i=1}^g \frac{1}{n_i} Y_i' J_{n_i} J_{n_i}' Y_i - \frac{1}{N} Y' J J' Y \quad [2.22]$$

$$B_{zy} = \sum_{i=1}^g \frac{1}{n_i} Z_i' J_{n_i} J_{n_i}' Y_i - \frac{1}{N} Z' J J' Y \quad [2.23]$$

Gruplar içi kare toplamları

$$E_{zz} = T_{zz} - B_{zz} \quad \text{veya} \quad E_{zz} = Z'UZ \quad [2.24]$$

$$E_{yy} = T_{yy} - B_{yy} \quad \text{veya} \quad E_{yy} = Y'UY \quad [2.25]$$

$$E_{zy} = T_{zy} - B_{zy} \quad \text{veya} \quad E_{zy} = Z'UY \quad [2.26]$$

$$\text{Düzeltilmiş genel kare toplamı} = Y'MY - Y'MZ(Z'MZ)^{-1}Z'MY \quad [2.27]$$

$$\text{Düzeltilmiş gruplar içi kare toplamı} = Y'UY - Y'UZ(Z'UZ)^{-1}Z'UY \quad [2.28]$$

$$\text{Düzeltilmiş gruplar arası kare toplamı} = Y'MY - Y'MZ(Z'MZ)^{-1}Z'MY - (Y'UY - Y'UZ(Z'UZ)^{-1}Z'UY) \quad [2.29]$$

eşitliğiyle hesaplanır.

Buraya kadar elde edilen bulgularla tek yönlü model için aşağıdaki çizelgeler hazırlanır. $Y_{ij} = \mu + \alpha_i + e_{ij}$ modeli için varyans analizi sonuçları kuramsal olarak Çizelge 2.1' de verilmiştir.

Çizelge 2.1. $Y_{ij} = \mu + \alpha_i + e_{ij}$ modeli için varyans analizi

Kaynak	s.d.	Kare toplamları	Kare ortalaması	F
Gruplar arası	$g - 1$	$Y'MY - Y'UY$	$(Y'MY - Y'UY) / (g - 1)$	$(Y'MY - Y'UY) / (Y'UY \times (N - g) / (g - 1))$
Gruplar içi	$N - g$	$Y'UY$	$Y'UY / (N - g)$	
Genel	$N - 1$	$Y'MY$	$Y'MY / (N - 1)$	

Hesaplanan F değeri (F_h) ile $F_{(g-1),(N-g),\alpha}$ kritik değeri karşılaştırılarak karar verilir.

Kovaryans analizi sonuçları kuramsal olarak ise Çizelge 2.2'de verilmiştir. Bu çizelge Y bağımlı değişken matrisinin Nx1 boyutlu bir vektör olarak, Z ortak değişken matrisinin Nx1 boyutlu vektör olarak yazılmasıyla elde edilmiştir. Değişkenler aşağıdaki şekilde yerleştirilmiştir:

$$Y' = [Y_1 \ Y_2 \ \dots \ Y_g] ; Z' = [Z_1 \ Z_2 \ \dots \ Z_g]$$

Bu yerleşim şekli tek bağımlı değişkenli düşünülmesine rağmen çok değişkenlilik içermektedir. Tüm bağımlı değişkenler ve ortak değişkenler kullanılmaktadır. Analizde kullanılan sınıflama matrisinde gruplar aşıkarak belirtilmiştir. Hesaplanan kare toplamları çok değişkenli analizde hesaplanan p toplam değişken sayısı olmak üzere p x p boyutlu T (genel kareler ve çarpımlar toplamı matrisi) matrisinin köşegen elemanlarının toplanmasıyla elde edilen değerle yukarıda verilen yerleşim şekli ile hesaplanan genel kareler toplamı aynı değer çıkmaktadır. Aynı durum gruplar içi kare toplamları ve gruplar arası kare toplamları değerleri için de geçerli olmaktadır. Bu yüzden Çizelge 2.2' nin başlığına genel olarak kovaryans analizi yazılmıştır.

Çizelge 2.2. $Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \gamma_i Z_{ij} + e_{ij}$ modeli için kovaryans analizi

		Kare ve çarpımlar toplamı			Düzeltilmiş kare toplamları		
Kaynak	s.d.	$\sum y^2$	$\sum zy$	$\sum z^2$	$\sum y^2$	s.d.	Kare ortalamaları
Gruplar arası	g-1	$Y'MY - Y'UY$	$Y'MZ - Y'UZ$	$Z'MZ - Z'UZ$	-	-	-
Gruplar içi	N-g	$Y'UY$	$Y'UZ$	$Z'UZ$	C	N-g-1	$C/(N-g-1)$
Genel	N-1	$Y'MY$	$Y'MZ$	$Z'MZ$	A	N - 2	$A/(N-2)$
Düzeltilmiş Gruplar arası					$A - C$	g - 1	$(A - C)/(g-1)$

$$A = Y'MY - Y'MZ(Z'MZ)^{-1}Z'MY$$

$$C = Y'UY - Y'UZ(Z'UZ)^{-1}Z'UY$$

$$\text{Gruplar içi düzeltilmiş } \sum y^2 = C = Y'UY - Y'UZ(Z'UZ)^{-1}Z'UY$$

$$= E_{yy} - E_{yz} E_{zz}^{-1} E_{zy}$$

$$= Y'UY - \gamma' (Z'UZ) \gamma$$

[2.30]

$\gamma = E_{zy} / E_{zz}$ ortalama gruplar içi eğimin bir kestirimi.

$= Z'UY(Z'UZ)^{-1}$ genel eğitim ya da genel regresyon katsayısıdır.

Bağımlı değişken ve ortak değişken sayısı 4 tane ise $\sum Y_1^2, \sum Y_2^2, \sum Y_3^2, \sum Y_4^2$ ve $\sum Z_1^2, \sum Z_2^2, \sum Z_3^2, \sum Z_4^2$ ile $\sum Z_1Y_1, \sum Z_1Y_2, \sum Z_1Y_3, \sum Z_1Y_4, \dots, \sum Z_4Y_3, \sum Z_4Y_4$ toplamaları da çizelgede yer alacaktır. Bu toplam hesapları ayrı ayrı yapılacaktır. Matris işlemleri bu işlem kalabalığını ve karmaşasını ortadan kaldırmaktadır.

2.3.2. Matris cebrinden skaler dört işleme geçiş

Uygulamada çok değişkenli durum kullanılmış ve burada ön bilgi olması için aşağıda tek değişkenli durum ele alınarak geçiş işlemleri verilmiştir. Daha önce verilen Eş. 2.18 – Eş. 2.26 matris gösterimlerinin dört işlem karşılıkları aşağıda verildiği gibidir.

$$J' = [1 \dots 1]_{1 \times N}$$

$$M = I - JJ'/N$$

$$T_{yy} = Y'MY = \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}^2 - \left(\sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij} \right)^2 \times \frac{1}{N}$$

$$T_{zy} = Y'MZ = \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij} z_{ij} - \left(\sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij} \right) \left(\sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^{n_i} z_{ij} \right) \times \frac{1}{N}$$

$$T_{zz} = Z'MZ = \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^{n_i} z_{ij}^2 - \left(\sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^{n_i} z_{ij} \right)^2 \times \frac{1}{N}$$

$$B_{yy} = \sum_{i=1}^g y_i^2 \frac{1}{n_i} - \left(\sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij} \right)^2 \times \frac{1}{N} = \sum_{i=1}^g T_{i.}^2 \times \frac{1}{n_i} - T_{..}^2 \times \frac{1}{N}$$

$$B_{zy} = \left(\sum_{i=1}^g y_i z_i \frac{1}{n_i} \right) - \left(\sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij} \right) \left(\sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^{n_i} z_{ij} \right) \times \frac{1}{N}$$

$$B_{zz} = \sum_{i=1}^g z_i^2 \frac{1}{n_i} - \left(\sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^{n_i} z_{ij} \right)^2 \times \frac{1}{N}$$

$$\begin{aligned}
E_{yy} &= Y'UY = \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_{i.})(y_{ij}) = \sum_{i=1}^g \left(\sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}^2 - n_i \bar{y}_{i.}^2 \right) \\
&= \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}^2 - \sum_{j=1}^J T_{.j}^2 \frac{1}{n_j} \\
E_{zz} &= Z'UZ = \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^{n_i} (z_{ij} - \bar{z}_{i.})(z_{ij}) = \sum_{i=1}^g \left(\sum_{j=1}^{n_i} z_{ij}^2 - n_i \bar{z}_{i.}^2 \right) \\
E_{zy} &= Z'UY = \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^{n_i} (z_{ij} - \bar{z}_{i.})(y_{ij}) = \sum_{i=1}^g \left(\sum_{j=1}^{n_i} y_{ij} z_{ij} - n_i \bar{y}_{i.} \bar{z}_{i.} \right)
\end{aligned}$$

veya

$$E_{yy} = T_{yy} - B_{yy}$$

$$E_{zy} = T_{zy} - B_{zy}$$

$$E_{zz} = T_{zz} - B_{zz}$$

olarak elde edilir. Matris cebrinden dört işleme geçiş aşamasını açıklayan bir örnek EK-2' de verilmiştir.

2.4. Kayıp Veri

Kullanılan deney düzeninde bir ya da daha fazla gözlem kaybolabilir. Bu kayıp gözlem ya da gözlemler, üzerinde çalışılan bitkilerin ölmesi, deney tüplerinin kırılması vb. durumlarda ortaya çıkabilir. Kaybolan gözlem yalnızca Y bağımlı değişkeninde olabileceği gibi, yalnızca Z ortak değişkeninde ya da her iki değişkende de olabilir. Bu durumda simetrik ve düzgün düzen bozulur ve kalan veri üzerinden varyans analizi ile kovaryans analizi işlemleri zorlaşır. Bu durumda uygulanabilecek birkaç yöntem vardır. Bunlar:

- Çıkartma : Değişken ya da gözlem çıkarılır.
- Doldurma : Kayıp değer yerine ortalama değer veya yaklaşık bir keyfi değer konularak veri tamamlanır.

- Kayıp gözlem tahmin edilir. Olması istenen, Y gözlemleri ve onun karşılığında r tane ortak değişken ile tam bir veri setidir. Aşağıdaki yol izlenerek kovaryans analizi ile kayıp veri tahmin edilir.
- 1) Y değerleri kayıpsa onun karşılığı olan Z ortak değişken değerleri de çıkartılır, N gözlem sayısı kayıp m tane değer için N-m ' ye düşer.
 - 2) Geriye kalan Y setinden hiç ortak değişken olmadığı düşünülerek Y tahmin değerleri bulunur.
 - 3) Yukarıdakine paralel işlem yürütülerek yok sayılan kayıp ortak değişken değerleri tahmin edilir.
 - 4) Bulunan tahmin değerleri yerine konularak tamamlanmış veri ile kovaryans analizi yapılır (15).

EKK (en küçük kareler) normal denklem sistemi kurulup bilinen kovaryans çözümlemesi de uygulanabilir ancak bu yöntem oldukça zordur.

2.4.1. Kayıp veri için en küçük kareler tahmini (Yates Yöntemi)

Yates yöntemi kayıp veri için EKK tahminini kullanan bir yöntemdir. Bu yöntemde

$$\begin{bmatrix} y_{obs} \\ y_{mis} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_c \\ Z_x \end{bmatrix} \beta + \begin{bmatrix} e_c \\ e_x \end{bmatrix} \quad [2.31]$$

Eş. 2.31' de görüldüğü gibi bir ya da birden fazla Y gözlemi kayıp fakat bu kayıp değerlere karşılık gelen Z değerleri mevcuttur. y_{mis} , kayıp gözlemleri, y_{obs} , gözlenen gözlemleri ifade etmektedir. Öncelikle mevcut olan Y gözlemleri ve bunlara karşılık gelen Z gözlemleri ile β ' nın EKK tahmini b_c bulunur ve bulunan tahmin ile kayıp y değeri ya da değerleri tahmin edilir (8). β ' nın EKK tahmini b_c ' nin eşitliği aşağıda verilmiştir.

$$b_c = (Z_c' Z_c)^{-1} Z_c' y_{obs} \quad [2.32]$$

buradan y_{mis} tahmin değerleri ;

$$\hat{y}_{\text{mis}} = Z_x b_c \quad [2.33]$$

eşitliği kullanılarak hesaplanır.

Y tahmin değeri bulunduktan sonra kayıp gözlem yerine konarak veri tamamlanır ve kovaryans analizi yapılır. Fakat genel serbestlik derecesi ve gruplar arası serbestlik derecesi birer azalır.

2.4.2. Döngüsel Yates yöntemi ile daraltıcı (Shrinkage) tahmin

Daraltıcı tahmin yöntemi 3 adımda gerçekleşir ve döngüsel olarak devam eder. Bu adımlar:

- 1- Elde olan verilerle parametreler tahmin edilir. (β)
- 2- Bulunan tahminler yerine konulup kayıp Y gözlemleri bulunur.
- 3- Tahmin edilen Y gözlem değerleri yerine konulur ve tekrar β tahmini bulunur ve bu şekilde devam eder (8). Bu yöntem daraltıcı tahminler buldurur.

- 1) $\hat{y}_{\text{mis}} = Z_x b_c$
- 2) Stein Rule diye adlandırılan yöntemdir. Bu yöntemde Y tahminleri aşağıdaki bağlantılarla bulunur :

$$\begin{aligned} \hat{y}_{\text{mis}} &= \left(1 - \frac{kR_c}{(t_c - g + 2)b'_c Z'_c Z_c b_c} \right) Z_x b_c \\ &= \left(1 - \frac{k\hat{e}'_c \hat{e}_c}{(t_c - g + 2)\hat{y}'_c \hat{y}_c} \right) Z_x b_c \end{aligned} \quad [2.34]$$

Burada $\hat{y}_c = Z_c b_c$ ve

$$R_c = (y_c - Z_c b_c)' (y_c - Z_c b_c) = \hat{e}'_c \hat{e}_c \text{ artık kareler toplamıdır.} \quad [2.35]$$

Z_c , gözlenen Y değerlerinin karşılıkları olan Z değerleridir, k, pozitif (nonstochastic scalar) rasgele olmayan bir skaler sayıyı, g, grup sayısını ifade etmektedir. $\hat{e}$, rasgele hata tahminidir, t_c ise bilinen gözlem sayısıdır.

2.5. Kovaryans Analizi Hipotezleri

Problemin çözümünde varyans analizi yapıldığında $H_0 : \gamma_i = 0$ hipotezi kabul edilmiş ise kovaryans analizi yapmaya gerek kalmaz, çünkü bir ortak değişken yoktur. “Bağımlı değişken ile birlikte değişen bir değişken mevcut değildir” hipotezi reddedilememiş olur. Oysaki kovaryans analizi, bağımlı değişkeni etkileyen bir değişken olduğundan şüphe edildiği zaman bu değişkenin etkisini en aza indirmek için kullanılan bir yöntemdir. Fakat bu hipotez reddedilemese bile ortak değişkenlerin bağımlı değişkeni etkilediğinden şüphe edilebilir.

Test edilen bazı H_0 hipotezleri:

$$\begin{aligned} H_0 : \gamma_i &= \gamma_{i^*} & i, i^* &= 1, \dots, g \\ H_1 : \gamma_i &\neq \gamma_{i^*} & \text{en az bir } i \neq i^* \text{ çifti için} \end{aligned}$$

Bu hipotez, eğimlerin eşitliği hipotezidir, ortak değişkenlerin etkileri her grup için aynıdır anlamındadır.

$$\begin{aligned} H_0 : \gamma_i &= 0 & i &= 1, \dots, g \\ H_1 : \gamma_i &\neq 0 \end{aligned}$$

Burada ki H_0 hipotezi ise, ortak değişkenlerin bağımlı değişken üzerinde etkisi yoktur anlamındadır (8).

Kovaryans analizinde en önemli hipotez;

$$H_0 : \text{Ortak değişkenlerin etkisi giderildikten sonra gruplar arasında fark yoktur}$$

H_1 : Ortak değişkenlerin etkisi giderildikten sonra gruplar arasında fark vardır hipotezidir.

Hipotezler F istatistiği ile test edilir. Tek değişken söz konusu iken bilinen F testi uygulanır fakat ortak değişkenin, bağımlı değişkenin ve grup sayısının çok olması durumunda belirli dönüşümlerle F değeri hesaplanır. Bu çalışmada Wilks' Lambda kriteri yardımıyla F değeri hesaplanmış ve kritik F değeri ile karşılaştırılarak sonuçlar elde edilmiştir.

Z eksenine işlem öncesi veriler, Y eksenine işlem sonrası veriler girilerek oluşturulan serpilme diyagramı ile ortak değişken ile bağımlı değişken arasında ilişki olup olmadığı kabaca anlaşılır.

2.6. Sceheffe Testi

Sceheffe testi gruplar arasında çoklu karşılaştırmalar yapan istatistiksel bir yöntemdir. Bu test grup ortalamalarının tüm lineer kombinasyonlarını sınamak için kullanılır. Doğrusal bağıntıların dik olmasını gerektirmez. Sceheffe yöntemi sık kullanılan bir yöntemdir ve hatayı en küçük yapar. Bu testte örneklem boyutlarının eşit olma zorunluluğu yoktur. Normallik varsayımı ve varyansların homojenliği varsayımının sağlanmamasından az etkilenir. Test için aşağıdaki aşamalar izlenir.

Sceheffe çoklu karşılaştırmalar yöntemi ortalamaların bir doğrusal fonksiyonu olan φ parametresinin tahminine dayanır.

$$\sum_i^g c_i = 0$$

olmak koşuluyla;

$$\varphi = c_1\mu_1 + \dots + c_g\mu_g$$

olarak tanımlanır. Hipotezler

$$H_0 : \varphi = 0$$

$$H_1 : \varphi \neq 0$$

Test istatistiği, $\sum_i^g c_i = 0$ olmak üzere;

$$L = c_1 \bar{x}_{.1} + \dots + c_g \bar{x}_{.g} \quad [2.36]$$

olarak hesaplanır. S_L , L istatistiğinin standart hatası

$$S_L = \sqrt{GKO \sum_i^g \frac{c_i^2}{n_i}} \quad [2.37]$$

olmak üzere aşağıdaki eşitsizlikle karar verilir.

$$\frac{|L|}{S_L} > \sqrt{(g-1)F_{g-1, N-g, \alpha}} \quad [2.38]$$

Bu eşitsizlik doğru ise H_0 hipotezi reddedilir (13).

Student t testi ile 2 grup karşılaştırılırken Sceheffe testi ile ikiden çok grup karşılaştırabiliriz. t testi ile ilgili hipotezde ($H_0 : \mu_i = \mu_{i^*}$) μ_i ve μ_{i^*} 'ın katsayıları $c_i = \pm 1$ iken Sceheffe testinde katsayılar toplamı sıfır olacak şekilde yazılır. Student t testi yalnızca ikili karşılaştırma yaparken Sceheffe testi katsayılara verilen değerlere göre ikili karşılaştırma yapabileceği gibi yine katsayılara bağlı olarak çoklu karşılaştırmalar da yapmaktadır. Student t testinde ikiden fazla grup olduğu zaman hata payı artmaktadır. Sceheffe testi ile bu olumsuzluk ortadan kalkmaktadır.

3. ÇOK BAĞIMLI DEĞİŞKENLİ KOVARYANS ANALİZİ

Yapılan araştırmalarda bir tane bağımlı değişken olabileceği gibi birden fazla sayıda bağımlı değişken de olabilmektedir. Test edilen hipotez aşağıdaki gibidir.

H_0 : Ortak değişkenlerin etkisi giderildikten sonra gruplar arasında bağımlı değişkenler yönünden fark yoktur.

H_1 : Ortak değişkenlerin etkisi giderildikten sonra gruplar arasında bağımlı değişkenler yönünden fark vardır.

Yukarıdaki hipotezlerin test edilmesi için Wilks' in Λ kriteri kullanılır. Bu kriter F testinin bir fonksiyonu olduğundan, F tablosundan yararlanmak amacıyla çok bağımlı değişkenli kovaryans analizinde Λ istatistiği yardımıyla F test istatistiği hesaplanır ve ilgili hipotezlerin testinde kullanılır (9).

T : Genel çarpımlar ve toplamlar matrisi,

W : Grup içi veya birleştirilmiş grup içi çarpımlar ve kareler toplamaları matrisi,

β : Çoklu regresyon katsayı matrisi olmak üzere $p \times p$ boyutlu T, toplam kareler ve çarpımlar toplamı ve W, grup içi kareler ve çarpımlar toplamı matrisleri hesaplanır. T ve W matrisleri aşağıdaki gibi parça matrislere ayrılır. T_{11} ve W_{11} matrisleri $p_1 \times p_1$ boyutlu, T_{12} ve W_{12} matrisleri $p_1 \times p_2$ boyutlu, T_{22} ve W_{22} matrisleri ise $p_2 \times p_2$ boyutludur. Burada p toplam değişken sayısı, p_1 , ortak değişken sayısı, p_2 , bağımlı değişken sayısı, g, grup sayısıdır.

$$T = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \quad W = \begin{pmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{pmatrix}$$

T_{ii^*} ve W_{ii^*} parça matrislerinden faydalanarak aşağıdaki matrisler hesaplanır.

$$T_{2.1} = T_{22} - T_{21}T_{11}^{-1}T_{12} \quad [3.1]$$

$$W_{2.1} = W_{22} - W_{21}W_{11}^{-1}W_{12} \quad [3.2]$$

$$\beta = W_{11}^{-1}W_{12} \quad [3.3]$$

Wilks' in Lambda kriteri aşağıdaki bağıntı yardımıyla hesaplanır

$$\Lambda = \frac{|W_{2.1}|}{|T_{2.1}|} \quad [3.4]$$

T_{ii^*} ve W_{ii^*} parça matrisleri ayrıca matris cebri ile aşağıda verildiği gibi de hesaplanır.

T_{ii^*} matrisleri;

$$\begin{aligned} T_{11} &= Z'MZ \\ T_{12} &= Z'MY \\ T_{21} &= Y'MZ \\ T_{22} &= Y'MY \end{aligned} \quad [3.5]$$

W_{ii^*} matrisleri ise ;

$$\begin{aligned} W_{11} &= Z'UZ \\ W_{12} &= Z'UY \\ W_{21} &= Y'UZ \\ W_{22} &= Y'UY \end{aligned} \quad [3.6]$$

f_1 ve f_2 serbestlik dereceleri ile F değeri ;

$$f_1 = p(g - 1) \quad [3.7]$$

$$s = \sqrt{\frac{p^2(g-1)^2 - 4}{p^2 + (g-1)^2 - 5}} \quad [3.8]$$

$$f_2 = s[(N - p_1 - 1) - \frac{p_2 + g}{2}] - \frac{p_2(g-1)}{2} \quad [3.9]$$

$$F_{f_1, f_2} = \frac{1 - \Lambda^{1/s}}{\Lambda^{1/s}} \frac{f_2}{f_1} \quad [3.10]$$

şeklinde hesaplanır (9).

Bu eşitlikler kullanılarak hesaplanan F değeri (F_h) ile F tablosundaki ilgili kritik F değeri karşılaştırılarak çok bağımlı değişkenli kovaryans analizi yapılır.

4. UYGULAMA

Bu bölümde, şekerpancarı hakkında kısa bir bilgi verilmiş, önceki bölümlerde bahsedilen yöntemler şekerpancarı verisine uygulanmıştır.

Şekerpancarının insan beslenmesinde önemli yeri vardır. Değişik kullanma alanları olan bir bitkidir. Şeker elde etmek amacıyla üretilmekle birlikte, gerek tarımı esnasında yaprakları, gerekse işlenmesi esnasında ortaya çıkan yaş küspe, şilempe, melas gibi artıkları ile hayvan beslenmesine yardımcı olmaktadır. Ayrıca alkol, kolonya, şekerleme, çikolata ve diğer şeker türevleri gibi endüstrilerini de geliştirmektedir.

Türkiye’ deki şekerpancarı tarımı Kuzeydoğu Anadolu’nun kıyı şeridi ile Ege, Akdeniz kıyı şeridi ve Güneydoğu Anadolu bölgeleri dışında kalan bütün ülke üzerinde yapılmaktadır. İç Anadolu Bölgesi, Türkiye şekerpancarı üretim alanlarının yaklaşık %55’ ini sağlamaktadır ve bu bölgede 10 adet şeker fabrikası bulunmaktadır (14).

Tek çeşit tarımdan çok çeşitli tarıma geçişte büyük katkısı bulunan şekerpancarı; tarım ve tarıma dayalı sanayi alanında büyük bir nüfus kesimine iş olanağı ve çalışma alanı sağlamaktadır. Yetiştirildiği ve işlenerek şekere dönüştürüldüğü tüm bölgelerde yaşayan halkın ekonomik, sosyal, kültürel ve tarım tekniği yönünden kalkınmasını sağlamakta, ülkemizin ekonomisinde seçkin bir yere sahip bulunmaktadır (10).

Dünyada şeker üretimini etkileyen faktörlerin başında rekolte ve ekim alanları gelmekle beraber, ülkelerin siyasal yapısındaki değişmeler, siyasi ve ekonomik bloklaşmalar da üretimi etkileyen faktörler arasında yer almaktadır (10).

Çizelge 4.1, 4.2 ve 4.3’ te pancar şekerı üretimi, ekim alanları ve pancar üretimi konusunda ülkemizin dünya sıralamasındaki yeri verilmiştir.

Çizelge 4.1. Bazı ülkelerin pancar şekeri üretimi (Ham Değer 1000 M.Ton)

ÜLKELER	1999/00	2000/01	2001/02	2002/03	2003/04
1 - Fransa	4 915	4 601	3 962	5 104	4 313
2 - Almanya	4 783	4 764	4 066	4 394	4 079
3 - Rusya	1 715	1 667	1 737	1 755	2 098
4 - Polonya	1 963	2 188	1 674	2 193	2 126
5 - Türkiye	2 162	2 755	1 796	2 345	1 883
6 - Ukrayna	1 781	1 686	1 803	1 557	1 690
7 - İngiltere	1 680	1 440	1 329	1 554	1 484
8 - Hollanda	1 217	1 153	1 036	1 112	1 167
9 - İtalya	1 853	1 687	1 395	1 532	978

Çizelge 4.2. Ekim alanları (1000 ha)

ÜLKELER	2000	2001	2002	2003	2004
1 - Almanya	452	449	455	444	450
2 - Fransa	410	429	438	401	384
3 - İngiltere	173	177	169	167	154
4 - İtalya	249	223	245	252	217
5 - Türkiye	410	359	373	314	330
6 - Rusya	746	731	714	851	863
7 - Bulgaristan	3	1	2	1	1
8 - Yunanistan	50	43	41	39	33

Çizelge 4.3. Pancar üretimi (1000 Ton)

ÜLKELER	2000	2001	2002	2003	2004
1 - Almanya	27 870	24 730	26 794	23 756	25 486
2 - Fransa	31 121	26 844	33 450	29 238	29 419
3 - İngiltere	8 293	8 335	9 557	9 296	7 600
4 - İtalya	11 570	9 910	12 726	7 137	9 138
5 - Türkiye	18 821	12 632	16 523	13 090	13 965
6 - Bulgaristan	23	19	51	9	10
7 - Rusya	14 053	14 555	15 665	19 383	18 500
8 - Yunanistan	3 033	2 890	2 712	2 200	2 300

Çizelgeler incelendiğinde ülkemizin şeker pancarı ekim alanları, pancar üretimi, pancar şekeri üretiminde dünya sıralamasında üst sıralarda yer aldığı görülmektedir (10).

Ülkemizin en geniş tarım alanına sahip ancak tarımsal üretimde verimi istenilen düzeyde gerçekleşmeyen Konya ilimiz 4 772 059 hektarlık alanı ile yüzölçümümüzün % 6,12' sini ve 2 milyon hektarı geçen tarım alanı ile de toplam tarım alanlarımızın %7,5' ine yakın kısmını oluşturmaktadır. Ülkemizin şekerpancarı alanlarının %1,6' sını oluşturan Konya Ovası'nın ayrı bir yeri ve önemi vardır. Konya Türkiye'nin tahıl üretiminin %9' undan fazlasını üretmektedir. Ancak bu büyük olanaklara karşın verim düşük düzeyde gerçekleşmektedir.

En fazla şeker pancarı üretimi yapılan ve Konya, Ilgın, Ereğli şeker fabrikalarının şeker ihtiyacını karşılayan bu yöre, kurulacak diğer şeker fabrikalarını besleyebilecek potansiyele sahip bulunmaktadır.

Konya Ovası topraklarında yapılan değişik araştırmalarda kimi bitki besinleri yanında çinko düzeylerinin de düşük ve yetersiz olduğu bildirilmektedir (14).

Konya Ovası topraklarının ve yörede yetiştirilen şekerpancarı bitkisinin çinko kapsamı yapılan çalışmalar sonucunda belirlenmiş, yapılan uygun gübrelemelerle

verimlilik sağlanarak şekerpancarı bitkisinin verim ve kalitesi arttırılmaya çalışılmıştır.

Verimli ve kaliteli şekerpancarı üretmenin en önemli şartlarından birisi şekerpancarının yeterli ve dengeli beslenmesidir, bunun sağlanması da toprak ve bitki analiz sonuçlarına dayandırılarak gübreleme yapılmasını zorunlu kılmaktadır (10).

Bu çalışmada Konya ilinin 11 ilçesinden 5 ilçe rasgele seçilmiştir. Seçilen ilçeler, Cihanbeyli, Altınekin, Konya-Merkez, Yunak, Ilgın' dır. Bu ilçelerde araştırma yapılacak tarlalar belirlenmiş ve bu tarlalara ait toprak analizi sonuçlarına ulaşılmıştır. Her ilçedeki birim sayısı farklıdır. Topraklardaki kum (%), mil (%), kil (%), CaCO_3 (%) miktarlarının etkisi giderildikten sonra yetişen şekerpancarı bitkisinin yapraklarının ayasındaki bitki besin kapsamları olan (%) N, P, K, Ca miktarları bakımından seçilen 5 bölge arasında fark olup olmadığını araştırmak amaçlanmıştır. Birimlere ait sayısal değerler EK-3' te verilmiştir.

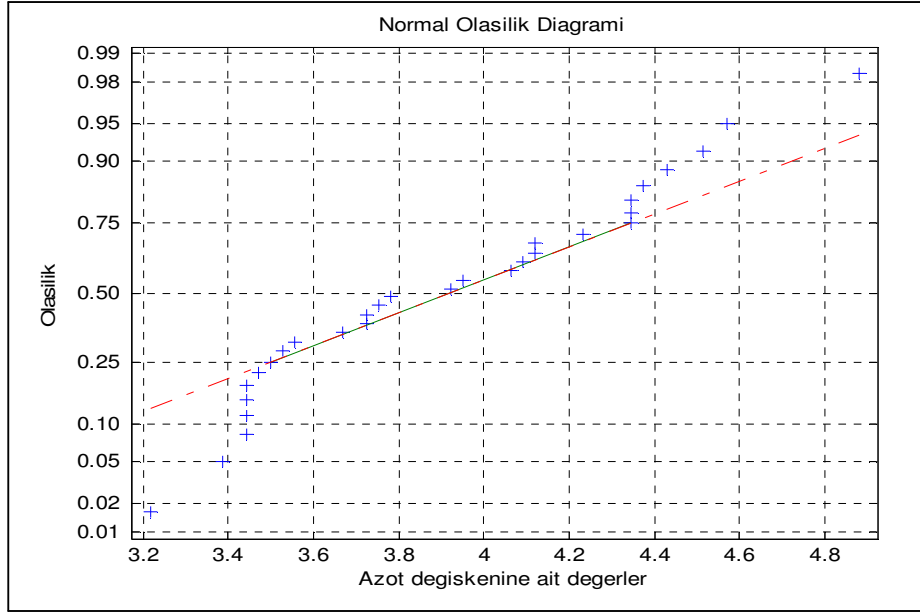
4.1. Şekerpancarı Verisinin Analizi

Kullanılan şekerpancarı verisi için öncelikle normallik varsayımı test edilmiş, daha sonra ANOVA ile MANOVA (çok değişkenli varyans analizi) ve ANCOVA ile MANOCOVA yapılmıştır. Daha sonra Sceheffe testi ile ilçeler arasında ikili karşılaştırmalar yapılmıştır.

4.1.1. Normallik varsayımı

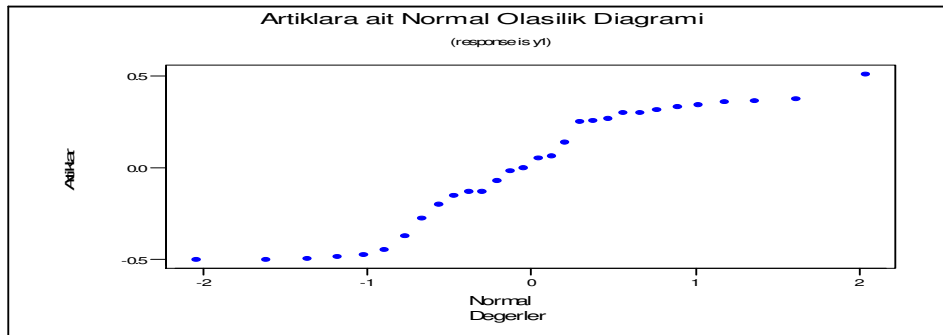
Parametrik tekniklerin varsayımlarından bazıları örnek birimlerin seçildiği yığınların dağılımı ile ilgilidir. Bunlardan biri normallik varsayımdır (16). Normallik varsayımı kovaryans analizinin yapılması için de gerekli olan bir varsayımdır. Bu varsayımın gerçekleştiğini görebilmek için şekerpancarı verisindeki bağımlı değişkenler olan azot, fosfor, potasyum ve kalsiyuma ait normal olasılık diagramları (normal probability plot) aşağıda verilmiştir. Bu diagramlarda verilerin bir köşeden

diğer köşeye bir doğru şeklinde dizilmeleri verinin normal dağılımdan geldiğinin göstergesidir.

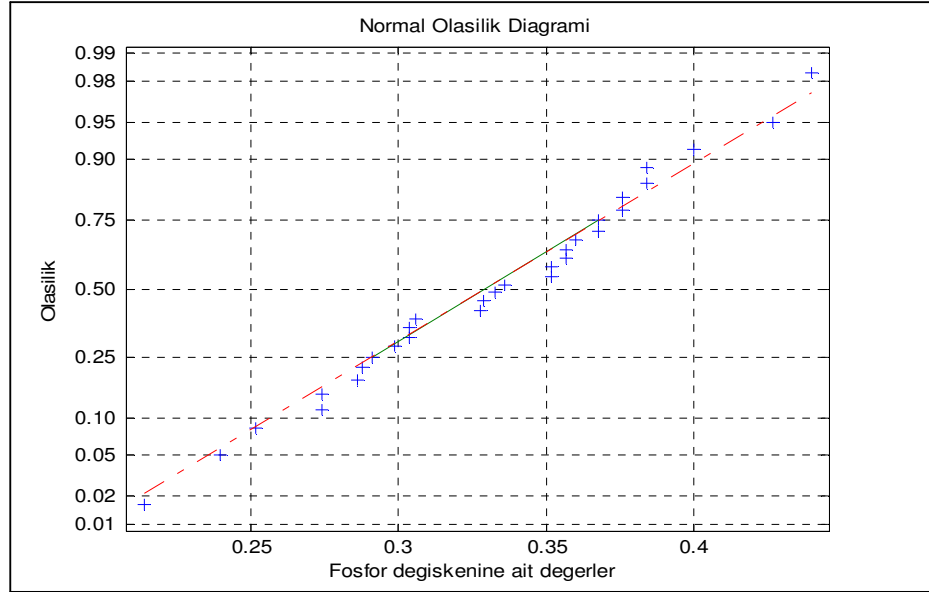


Şekil 4.1. Y_1 bağımlı değişkeni azota ait normal olasılık diagramı

Azot değişkenine ait 30 gözlem değeri ile çizilen diagramdan görüldüğü gibi normallik varsayımı sağlanmaktadır. İlçeler şekerpancarı yaprakları ayasındaki azot miktarı bakımından benzerdir. Şekil 4.1’ de verilen azot değişkeninde ait değerlerin birimleri (%)’ dir. Şekil 4.2’ de Y_1 bağımlı değişkenine ait artıkların diagramı verilmiştir. Verinin normal dağılımdan geldiğini desteklemektedir.

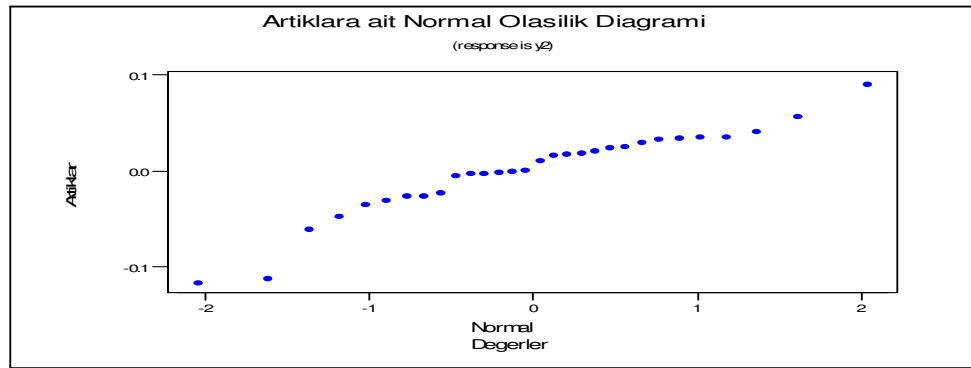


Şekil 4.2. Azot değişkenine ait artıkların normal olasılık diagramı

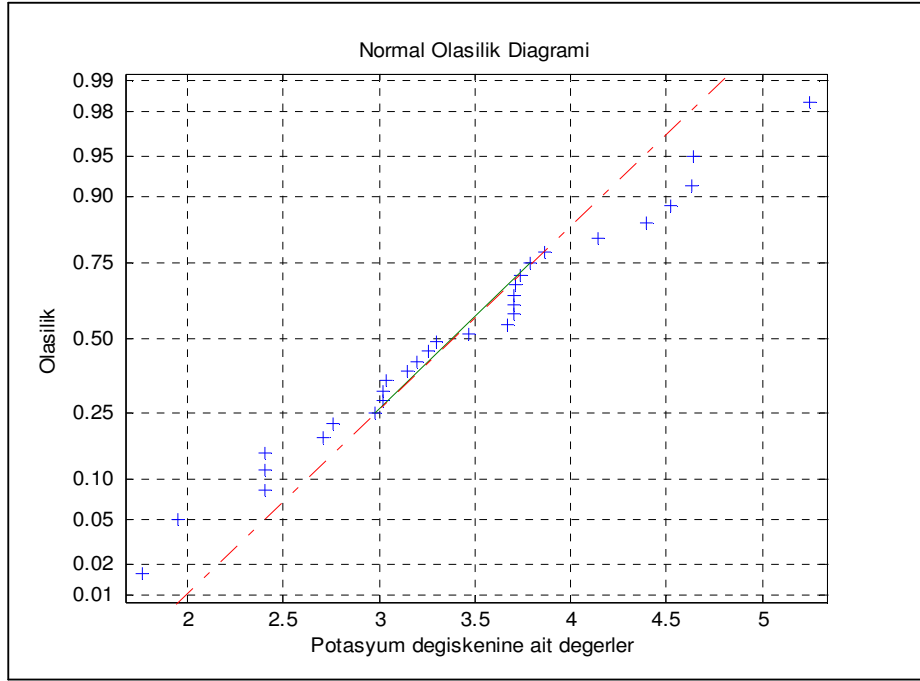


Şekil 4.3. Y_2 bağımlı değişkeni fosfora ait normal olasılık diagramı

İkinci bağımlı değişken olan fosfor verisi için çizilen diagramdan normallik varsayımının sağlandığı görülmektedir. Yine fosfor değişkenine ait değerlerin birimleri (%)’ dir. Aşağıda Y_2 değişkenine ait artıkların normal olasılık diagramı verilmiştir.

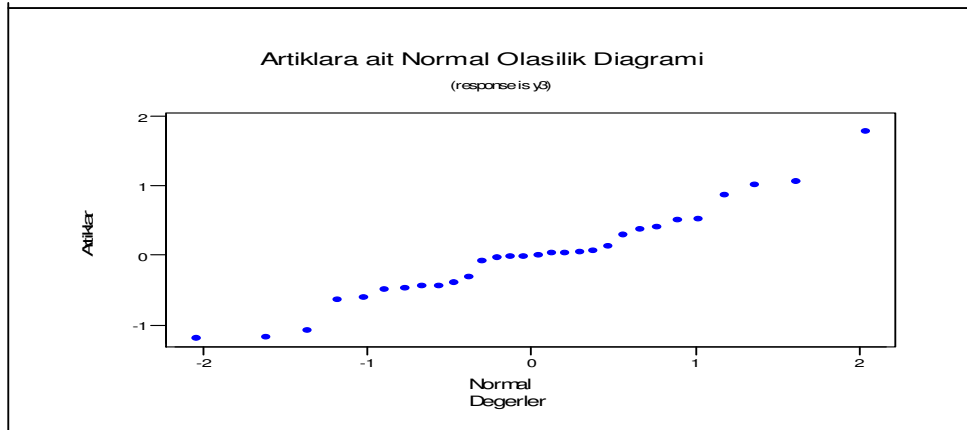


Şekil 4.4. Fosfor değişkenine ait artıkların normal olasılık diagramı

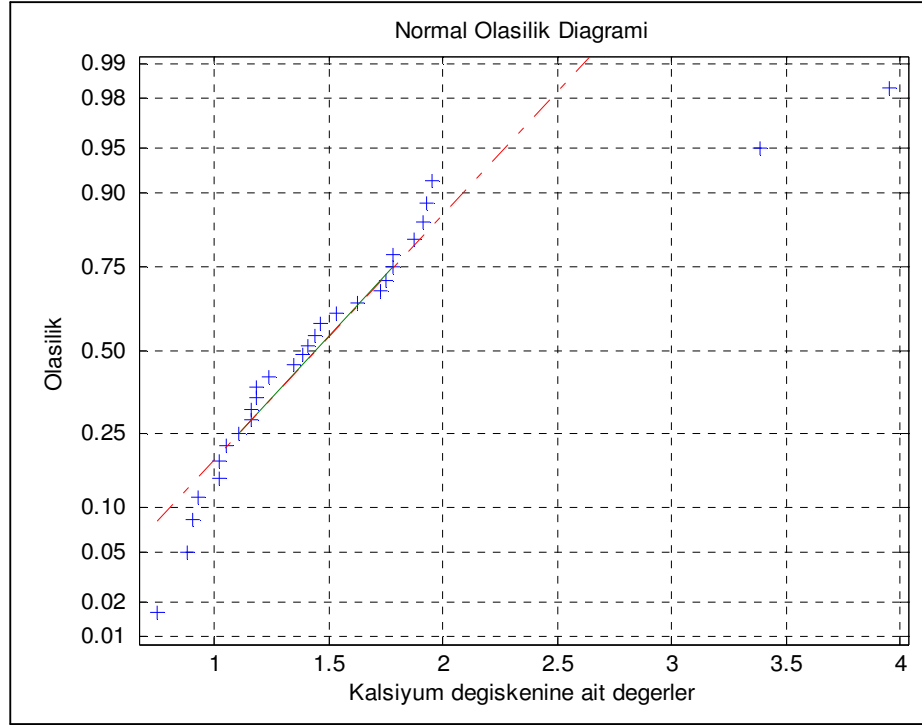


Şekil 4.5. Y_3 bağımlı değişkeni potasyuma ait normal olasılık diagramı

Verilere ait birimler (%)’ dir. Potasyum verilerine ait 30 gözlem ile çizilen normallik diagramından bu verilerin de normallik varsayımını sağladığı görülmektedir. Aşağıda Y_3 değişkenine ait artıkların normal olasılık diagramı verilmiştir. Bu diagram da verinin normal dağılımdan geldiğini göstermektedir.

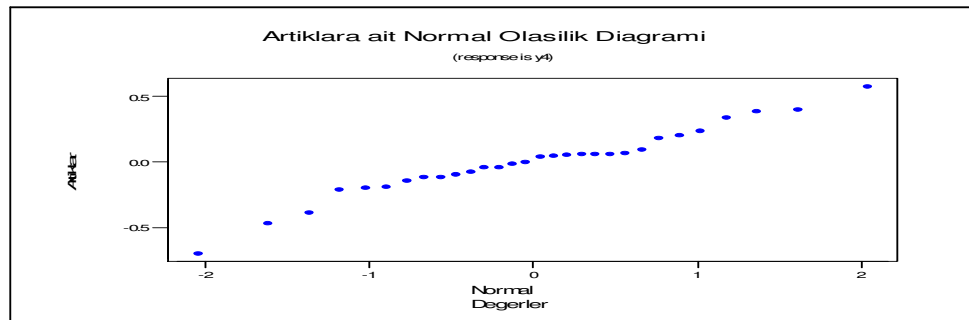


Şekil 4.6. Potasyum değişkenine ait artıkların normal olasılık diagramı



Şekil 4.7. Y_4 bağımlı değişkeni kalsiyuma ait normal olasılık diagramı

Kalsiyum değişkeninin normallik varsayımını sağladığı yukarıdaki diagramdan anlaşılmaktadır. Kalsiyum değişkenine ait değerler (%)’ dir. Bu diagramlara göre normallik varsayımı sağlanmaktadır. Aşağıda kalsiyum değişkenine ait artıkların normal olasılık diagramı verilmiştir.



Şekil 4.8. Kalsiyum değişkenine ait artıkların normal olasılık diagramı

Normallik varsayımının sağlanmasıyla N, P, K, Ca değişkenleri bakımından grupların bitki besin özellikleri genel olarak birbirine benzemektedir sonucuna da ulaşılır.

4.1.2. Her bağımlı değişken için ANOVA

Şekerpancarı verisinde her bağımlı değişken bakımından gruplar arasında fark yoktur hipotezini test etmek için tek değişkenli varyans analizi yapılmış ve azot, potasyum, kalsiyum ve fosfor için ANOVA sonuçları aşağıdaki çizelgelerde verilmiştir. Çizelgelerde 5 ilçeden (Cihanbeyli, Altınekin, Konya-Merkez, Yunak, Ilgın) gruplar olarak bahsedilmiştir.

Çizelge 4.4. Y_1 bağımlı değişkeni azot için ANOVA sonuçları

	Kareler toplamı	s.d.	Kare ortalaması	F_h	P değeri
Gruplar arası	0,54	4	0,14	0,68	0,61
Gruplar içi	4,94	25	0,20		
Genel	5,48	29			

H_0 : Azot değişkeni bakımından ilçeler arasında fark yoktur

H_1 : Azot değişkeni bakımından ilçeler arasında fark vardır.

H_0 hipotezinin testi için hesaplanan F değeri $F_h = 0,68$ ile $F_{4,25,0,05} = 2,60$ kritik değeri karşılaştırıldığında $0,68 < 2,60$ olduğu için H_0 hipotezi reddedilememiştir ve azot kapsamları bakımından 5 ilçe arasında 0,05 önem düzeyinde fark yoktur sonucuna ulaşılmıştır.

Çizelge 4.5. Y_2 bağımlı değişkeni fosfor için ANOVA sonuçları

	Kareler toplamı	s.d.	Kare ortalaması	F_h	P değeri
Gruplar arası	0,02	4	0,005	1,86	0,15
Gruplar içi	0,07	25	0,003		
Genel	0,08	29			

H_0 : Fosfor değişkeni bakımından ilçeler arasında fark yoktur.

H_1 : Fosfor değişkeni bakımından ilçeler arasında fark vardır.

H_0 hipotezinin testi için hesaplanan F değeri 1,86 ile $F_{4,25,0,05} = 2,60$ kritik değeri karşılaştırıldığında hipotez reddedilmemiş ve fosfor kapsamları bakımından 5 ilçe arasında 0,05 önem düzeyinde fark yoktur sonucu elde edilmiştir.

Çizelge 4.6. Y_3 bağımlı değişkeni potasyum için ANOVA sonuçları

	Kareler toplamı	s.d.	Kare ortalaması	F_h	P değeri
Gruplar arası	2,02	4	0,51	0,72	0,59
Gruplar içi	17,58	25	0,70		
Genel	19,60	29			

H_0 : Potasyum değişkeni bakımından ilçeler arasında fark yoktur.

H_1 : Potasyum değişkeni bakımından ilçeler arasında fark vardır.

H_0 hipotezinin testi için hesaplanan F değeri $F_h = 0,72$ ile F kritik değeri $F_{4,25,0,05} = 2,60$ karşılaştırıldığında H_0 hipotezi reddedilememiş ve potasyum bakımından ilçeler arasında 0,05 önem düzeyinde fark yoktur sonucuna ulaşılmıştır.

Çizelge 4.7. Y_4 bağımlı değişkeni kalsiyum için ANOVA sonuçları

	Kareler toplamı	s.d.	Kare ortalaması	F_h	P değeri
Gruplar arası	1,20	4	0,30	2,94	0,04
Gruplar içi	2,56	25	0,10		
Genel	3,77	29			

H_0 : Kalsiyum değişkeni bakımından ilçeler arasında fark yoktur.

H_1 : Kalsiyum değişkeni bakımından ilçeler arasında fark vardır.

hesaplanan F değeri $F_h = 2,94$ ile F kritik değeri $F_{4,25,0,05} = 2,60$ karşılaştırıldığında H_0 hipotezi reddedilmiş ve kalsiyum bakımından ilçeler arasında 0,05 önem düzeyinde fark vardır sonucuna ulaşılmıştır.

Yapılan tek bağımlı değişkenli varyans analizi sonuçlarına göre yalnız Ca yönünden ilçeler arasında farklılık olduğu görülmüştür. Sayfa 54’ de EK-3 nolu çizelge incelendiğinde Kalsiyum yönünden en zengin bölgenin Ilgın, en fakir bölgenin Konya-Merkez olduğu görülecektir.

4.1.3. Şekerpancarı verisi için MANOVA

Ele alınan “4 bağımlı değişken, azot, fosfor, potasyum ve kalsiyum bakımından ilçeler arasında fark önemsizdir” hipotezinin testi için çok bağımlı değişkenli varyans analizi yapılmıştır. 9 numaralı kaynaktan faydalanarak aşağıdaki işlemler yapılmıştır.

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5$$

$$H_1 : \mu_i \neq \mu_{i^*} \text{ en az bir } i \neq i^* \text{ çifti için}$$

MANOVA için gerekli olan gruplar arası kareler ve çarpımlar toplamı matrisi B ve gruplar içi kareler ve çarpımlar toplamı matrisini bulmak için aşağıdaki hesaplama formülleri kullanılmıştır.

$$B = \sum_{i=1}^g n_i (\bar{Y}_{i...} - \bar{Y}_{....})(\bar{Y}_{i...} - \bar{Y}_{....})'$$

$$W = \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \bar{Y}_{i.})(Y_{ij} - \bar{Y}_{i.})'$$

Yukarıdaki formüller yardımı ile aşağıdaki B ve W matrisleri hesaplanmıştır.

$$B = \begin{pmatrix} 0,54 & 0,07 & -0,15 & -0,09 \\ 0,07 & 0,02 & -0,03 & 0,02 \\ -0,15 & -0,03 & 2,02 & -0,73 \\ -0,09 & 0,02 & -0,73 & 1,20 \end{pmatrix}_{4 \times 4}, \quad W = \begin{pmatrix} 4,94 & 0,01 & -6,29 & 0,25 \\ 0,01 & 0,07 & 0,08 & -0,11 \\ -6,29 & 0,08 & 17,58 & 0,02 \\ 0,25 & -0,11 & 0,02 & 2,56 \end{pmatrix}_{4 \times 4}$$

Yukarıda verilen 4×4 boyutlu W ve B matrislerinden faydalanarak T genel kareler ve çarpımlar toplamaları matrisi aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$T = W + B$$

$$T = \begin{pmatrix} 5,48 & 0,08 & -6,44 & 0,16 \\ 0,08 & 0,09 & 0,05 & -0,09 \\ -6,44 & 0,05 & 19,6 & -0,71 \\ 0,16 & -0,09 & -0,71 & 3,76 \end{pmatrix}_{4 \times 4}$$

T matrisinin determinantı $|T| = 20,95$ ve W matrisinin determinantı $|W| = 7,67$ olarak hesaplanmıştır. Buradan T ve W matrisleri kullanılarak Wilks'in Λ kriteri aşağıdaki gibi hesaplanmıştır. p, değişken sayısı, g, grup sayısı, f_1 ve f_2 serbestlik dereceleri olmak üzere;

$$\Lambda = \frac{|W|}{|T|} = \frac{7,67}{20,95} = 0,37$$

$$f_1 = p(g-1) = 4(5-1) = 16$$

$$s = \sqrt{\frac{p^2(g-1)^2 - 4}{p^2 + (g-1)^2 - 5}} = \sqrt{\frac{4^2(5-1)^2 - 4}{4^2 + (5-1)^2 - 5}} = \sqrt{\frac{252}{27}} = 3,06$$

$$f_2 = s[n-1 - \frac{g+p}{2}] - \frac{p(g-1)-2}{2} = 3,06[30-1 - \frac{5+4}{2}] - \frac{4(5-1)-2}{2}$$

$$= 67,97$$

Hesaplanan bu değerler yardımıyla F değeri ;

$$F_h = \frac{1 - \Lambda^{1/s}}{\Lambda^{1/s}} \frac{f_2}{f_1} = \frac{1 - 0,37^{1/3,06}}{0,37^{1/3,06}} \frac{67,97}{16} = 1,61$$

olarak bulunmuştur.

Hesaplanan F değeri $F_h=1,61$ ile $F_{16,68,0,05} = 1,80$ kritik değeri karşılaştırıldığında $1,61 < 1,80$ olduğu görülmüştür. Buna göre “bağımlı değişkenler bakımından gruplar arası fark önemsizdir” hipotezi reddedilemez ve azot, fosfor, potasyum ve kalsiyum değişkenlerinin hepsi bakımından ele alınan 5 ilçe arası fark önemsizdir sonucuna ulaşılır. Tek değişkenli varyans analizinde Ca yönünden gruplar arası fark bulunmuşken tümel varyans analizinde gruplar arası fark bulunmamıştır.

4.1.4. Tek bağımlı değişkenli kovaryans analizi (ANCOVA)

Tek bağımlı değişken ve dört tane ortak değişken varken her bağımlı değişken için ayrı ayrı tek bağımlı değişkenli kovaryans analizi yapılmış ve aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

Çizelge 4.8. Birinci bağımlı değişken azot için kovaryans analizi

		Kare ve çarpımlar toplamı			Düzeltilmiş kare toplamları		
Kaynak	s.d.	$\sum y^2$	$\sum zy$	$\sum z^2$	$\sum y^2$	s.d.	Kare ortalamaları
Gruplar arası	4	0,0905	0,1603	65210000	-	-	-
Gruplar içi	115	21,8326	38,4334	255700000	21,8326	114	0,1915
Genel	119	21,9231	38,5937	320910000	21,9230	118	-
Düz.Gruplar arası					0,0904	3	0,0301

H_0 : Ortak değişkenlerin etkisi giderildikten sonra birinci bağımlı değişken olan azot değişkeni bakımından gruplar arası fark yoktur.

H_1 : Ortak değişkenlerin etkisi giderildikten sonra azot değişkeni bakımından gruplar arası fark vardır.

Burada H_0 hipotezi test edilmektedir. Çizelge incelendiğinde 0,05 önem düzeyinde hesaplanan F değeri $F_h = 0,0301/0,1915 = 0,1571$ ile $F_{3,114,0,05} = 2,70$ kritik değeri karşılaştırıldığında ortak değişkenlerin etkisi giderildikten sonra azot değişkeni bakımından ilçeler (gruplar) arasında fark yoktur sonucuna ulaşılmıştır.

Çizelge 4.9. İkinci bağımlı değişken fosfor için kovaryans analizi

		Kare ve çarpımlar toplamı			Düzeltilmiş kare toplamları		
Kaynak	s.d.	$\sum y^2$	$\sum zy$	$\sum z^2$	$\sum y^2$	s.d.	Kare ortalamaları
Gruplar arası	4	0,0067	2,7137	65210000	-	-	-
Gruplar içi	115	0,3319	-8,0041	255700000	0,3318	114	0,0029
Genel	119	0,3386	-5,2904	320910000	0,3385	118	
Düz.Gruplar arası					0,0067	3	0,0022

H_0 : Ortak değişkenlerin etkisi giderildikten sonra fosfor değişkeni bakımından gruplar arası fark yoktur.

H_1 : Ortak değişkenlerin etkisi giderildikten sonra fosfor değişkeni bakımından gruplar arası fark vardır.

H_0 hipotezi test edilmektedir. 0,05 önem düzeyinde hesaplanan F değeri $F_h = 0,7701$ ile $F_{3,114,0,05} = 2,70$ kritik değeri karşılaştırıldığında ortak değişkenlerin etkisi giderildikten sonra fosfor değişkeni bakımından ilçeler (gruplar) arasında fark yoktur sonucuna ulaşılmıştır.

Çizelge 4.10. Üçüncü bağımlı değişken potasyum için kovaryans analizi

		Kare ve çarpımlar toplamı			Düzeltilmiş kare toplamaları		
Kaynak	s.d.	$\sum y^2$	$\sum zy$	$\sum z^2$	$\sum y^2$	s.d.	Kare ortalamaları
Gruplar arası	4	0,6759	9,2853	65210000	-	-	-
Gruplar içi	115	77,7260	-175,7776	255700000	77,7258	114	0,6818
Genel	119	78,4019	-166,4923	320910000	78,4018	118	
Düz.Gruplar arası					0,6760	3	0,2253

H_0 : Ortak değişkenlerin etkisi giderildikten sonra potasyum değişkeni bakımından gruplar arası fark yoktur.

H_1 : Ortak değişkenlerin etkisi giderildikten sonra potasyum değişkeni bakımından gruplar arası fark vardır.

H_0 hipotezi test edilmektedir. 0,05 önem düzeyinde hesaplanan F değeri $F_h = 0,3349$ ile $F_{3,114,0,05} = 2,70$ kritik değeri karşılaştırıldığında ortak değişkenlerin etkisi giderildikten sonra potasyum değişkeni bakımından ilçeler (gruplar) arasında fark yoktur sonucuna ulaşılmıştır.

Çizelge 4.11. Dördüncü bağımlı değişken kalsiyum için kovaryans analizi

		Kare ve çarpımlar toplamı			Düzeltilmiş kare toplamları		
Kaynak	s.d.	$\sum y^2$	$\sum zy$	$\sum z^2$	$\sum y^2$	s.d.	Kare ortalamaları
Gruplar arası	4	0,2654	-2,0205	65210000	-	-	-
Gruplar içi	115	53,7487	184,5238	255700000	53,7485	114	0,4714
Genel	119	54,0141	182,5033	320910000	54,0139	118	-
Düz.Gruplar arası					0,2655	3	0,088

H_0 : Ortak değişkenlerin etkisi giderildikten sonra kalsiyum değişkeni bakımından gruplar arası fark yoktur.

H_1 : Ortak değişkenlerin etkisi giderildikten sonra kalsiyum değişkeni bakımından gruplar arası fark vardır.

H_0 hipotezi test edilmektedir. 0,05 önem düzeyinde hesaplanan F değeri $F_h = 0,1866$ ile $F_{3,114,0,05} = 2,70$ kritik değeri karşılaştırıldığında ortak değişkenlerin etkisi giderildikten sonra kalsiyum değişkeni bakımından ilçeler (gruplar) arasında fark yoktur sonucuna ulaşılmıştır.

4.1.5. Çok bağımlı değişkenli kovaryans analizi (MANOCOVA)

Çok değişkenli kovaryans analizinde aşağıdaki hipotez Wilks'in Lambda kriteri yardımı ile test edilir(9).

H_0 : Ortak değişkenlerin etkisi giderildikten sonra bağımlı değişkenler bakımından gruplar arasında fark yoktur.

H_1 : Ortak değişkenlerin etkisi giderildikten sonra bağımlı değişkenler bakımından gruplar arasında fark vardır.

H_0 hipotezini H_1 hipotezine göre test edebilmek için çok bağımlı değişkenli kovaryans analizi yapılmıştır. MANOCOVA yapabilmek için gerekli olan T ve W matrisleri aşağıda verilmiştir. T ve W matrislerinin hesaplanma şekli 3. bölümde açıklanmıştır.

Aşağıda verilen T ve W matrislerinin satırları ve sütunları kum, mil, kil, CaCO_3 ; N, K, P ve Ca ile belirtilen değişkenleri göstermektedir.

Çizelge 4.12. Şekerpancarı verisinin toplam T matrisi elemanları

5329,70	-572,60	-4628,60	5024,10	47,94	1,60	-131,53	78,80
-572,60	2081,80	-1026,40	-1956,90	-20,24	0,35	2,14	3,81
-4628,60	-1026,40	5430,70	-3277,60	-33,33	-1,28	131,44	-75,90
5024,10	-1956,90	-3277,60	14679,00	18,19	-5,96	-168,54	97,20
47,94	-20,24	-33,33	18,19	5,48	0,08	-6,44	0,16
1,60	0,35	-1,28	-5,96	0,08	0,09	0,05	-0,09
-131,53	2,14	131,44	-168,54	-6,44	0,05	19,60	-0,71
78,80	3,81	-75,90	97,20	0,160	-0,09	-0,71	3,77

Yukarıdaki çizelge, Bölüm 4.1.3' te verilen T matrisi ile farklılık göstermektedir. Çünkü Bölüm 4.1.3' te çok değişkenli varyans analizi yapılmış, dört tane bağımlı değişken ele alınmış ve ortak değişkenler kullanılmamıştır. T matrisi 4 değişkene sahip olduğu için 4x4 boyutlu olmuştur. Burada ise ortak değişkenler de işin içine girmiştir ve T matrisi dört tane bağımlı değişken ve dört tane bağımsız değişken olmak üzere toplam 8 değişkenli, 8x8 boyutlu bir matris olmuştur.

Çizelge 4.13. Şekerpancarı verisinin grup içi W matrisi elemanları

3120,60	-574,36	-2726,30	3369,20	64,44	-2,50	-103,91	34,69
-574,36	725,02	180,79	-525,97	-15,03	0,15	36,83	-1,41
-2726,30	180,79	2714,30	-3066,10	-53,10	2,32	74,49	-33,02
3369,20	-525,97	-3066,10	11232,00	8,28	-9,45	-163,49	74,88
64,44	-15,03	-53,10	8,28	4,94	0,01	-6,29	0,25
-2,50	0,15	2,32	-9,45	0,01	0,07	0,08	-0,11
-103,91	36,83	74,49	-163,49	-6,29	0,08	17,58	0,02
34,69	-1,41	-33,02	74,88	0,25	-0,11	0,02	2,56

Çizelge 4.12’ de verilen 8x8 boyutlu T matrisi aşağıdaki gibi T_{11} , T_{12} , T_{21} , T_{22} alt matrislerine bölünerek yazılır. Burada T_{11} , kum, mil, kil, CaCO_3 değişkenlerine ait kareler ve çarpımlar toplamı matrisini, T_{12} , kum, mil, kil bağımsız değişkenleri ile N, P, K, Ca bağımlı değişkenleri arasında çarpımlar toplamı matrisini, T_{22} , N, P, K, Ca değişkenlerine ait kareler ve çarpımlar toplamı matrisini göstermektedir.

$$T_{11} = \begin{pmatrix} 5329,70 & -572,60 & -4628,60 & 5024,10 \\ -572,60 & 2081,80 & -1026,40 & -1956,90 \\ -4628,60 & -1026,40 & 5430,70 & -3277,60 \\ 5024,10 & -1956,90 & -3277,60 & 14679,00 \end{pmatrix}_{4 \times 4}, \quad T_{12} = \begin{pmatrix} 47,94 & 1,60 & -131,53 & 78,80 \\ -20,24 & 0,35 & 2,14 & 3,81 \\ -33,33 & -1,28 & 131,44 & -75,90 \\ 18,19 & -5,96 & -168,54 & 97,20 \end{pmatrix}_{4 \times 4}$$

$$T_{21} = \begin{pmatrix} 47,94 & -20,24 & -33,33 & 18,19 \\ 1,60 & 0,35 & -1,28 & -5,96 \\ -131,53 & 2,14 & 131,44 & -168,54 \\ 78,80 & 3,81 & -75,90 & 97,20 \end{pmatrix}_{4 \times 4}, \quad T_{22} = \begin{pmatrix} 5,48 & 0,08 & -6,44 & 0,16 \\ 0,08 & 0,09 & 0,05 & -0,09 \\ -6,44 & 0,05 & 19,60 & -0,71 \\ 0,16 & -0,09 & -0,71 & 3,77 \end{pmatrix}_{4 \times 4}$$

Benzer şekilde Çizelge 4.13’ de verilen 8x8 boyutlu W matrisi 4x4 boyutlu W_{11} , W_{12} , W_{21} , W_{22} alt matrislerine bölünerek aşağıdaki gibi yazılmıştır. Burada W_{11} , kum, mil, kil, CaCO_3 değişkenlerine ait grup içi kareler ve çarpımlar toplamı matrisini, W_{12} , kum, mil, kil, CaCO_3 bağımsız değişkenleri ile N, P, K, Ca bağımlı değişkenleri arasında çarpımlar toplamı matrisini, W_{22} , N, P, K, Ca değişkenlerine ait grup içi kareler ve çarpımlar toplamı matrisini göstermektedir.

$$W_{11} = \begin{pmatrix} 3120,60 & -574,36 & -2726,30 & 3369,20 \\ -574,36 & 725,02 & 180,79 & -525,97 \\ -2726,30 & 180,79 & 2714,30 & -3066,10 \\ 3369,20 & -525,97 & -3066,10 & 11232,00 \end{pmatrix}_{4 \times 4}, W_{12} = \begin{pmatrix} 64,44 & -2,50 & -103,91 & 34,69 \\ -15,03 & 0,15 & 36,83 & -1,41 \\ -53,10 & 2,32 & 74,49 & -33,02 \\ 8,28 & -9,45 & -163,49 & 74,88 \end{pmatrix}_{4 \times 4}$$

$$W_{21} = \begin{pmatrix} 64,44 & -15,03 & -53,10 & 8,28 \\ -2,50 & 0,15 & 2,32 & -9,45 \\ -103,91 & 36,83 & 74,49 & -163,49 \\ 34,69 & -1,41 & -33,02 & 74,88 \end{pmatrix}_{4 \times 4}, W_{22} = \begin{pmatrix} 4,94 & 0,01 & -6,29 & 0,25 \\ 0,01 & 0,07 & 0,08 & -0,11 \\ -6,29 & 0,08 & 17,58 & 0,02 \\ 0,25 & -0,11 & 0,02 & 2,56 \end{pmatrix}_{4 \times 4}$$

Yukarıda verilen alt matrisler yardımıyla $T_{2,1} = T_{22} - T_{21}T_{11}^{-1}T_{12}$ ve $W_{2,1} = W_{22} - W_{21}W_{11}^{-1}W_{12}$ matrisleri hesaplanmış ve hesaplanan bu matrisler yardımı ile de Wilks' in Λ değerine ulaşılmıştır. Burada $T_{2,1}$, kum, mil, kil, CaCO_3 değişkenlerinin etkisi çıkarıldıktan sonra azot, fosfor, potasyum, kalsiyum değişkenlerine ait toplam kısmi kareler ve çarpımlar toplamı matrisi, $W_{2,1}$ ise kum, mil, kil, CaCO_3 değişkenlerinin etkisi çıkarıldıktan sonra azot, fosfor, potasyum, kalsiyum değişkenlerine ait grup içi kısmi kareler ve çarpımlar toplamı matrisi demektir.

$$T_{2,1} = \begin{pmatrix} 7,72 & -0,081 & -3,16 & 1,08 \\ -0,08 & 0,08 & 0,03 & -0,09 \\ -3,15 & 0,03 & 15,71 & 1,44 \\ 1,09 & -0,09 & 1,44 & 2,40 \end{pmatrix}_{4 \times 4}$$

$T_{2,1}$ matrisinin determinantı, $\det(T_{2,1}) = 6,5444$

olarak hesaplanmıştır. Benzer işlemler yapılarak $W_{2,1} = W_{22} - W_{21}W_{11}^{-1}W_{12}$ matrisi de aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$W_{2,1} = \begin{pmatrix} 3,62 & 0,01 & -6,66 & -0,31 \\ 0,30 & 0,08 & 0,80 & -0,02 \\ -5,17 & 0,07 & 17,33 & 0,52 \\ 1,50 & -0,13 & -6,38 & 2,42 \end{pmatrix}_{4 \times 4}$$

$$\det(W_{2,1}) = 4,5375$$

olarak hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlar kullanılarak

$$\Lambda = \frac{|W_{2,1}|}{|T_{2,1}|} = \frac{4,5375}{6,5444} = 0,6933$$

Lamda değeri 0,6933 elde edilmiştir. p, p₁, p₂, g üçüncü bölümde verildiği gibi olmak üzere gerekli istatistikler aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$f_1 = p(g-1) = 8(5-1) = 32$$

$$s = \sqrt{\frac{p^2(g-1)^2 - 4}{p^2 + (g-1)^2 - 5}} = \sqrt{\frac{8^2(5-1)^2 - 4}{8^2 + (5-1)^2 - 5}} = 3,69$$

$$\begin{aligned} f_2 &= s[(N - p_1 - 1) - \frac{p_2 + g}{2}] - \frac{p_2(g-1)}{2} \\ &= 3,69[(30 - 4 - 1) - \frac{4 + 5}{2}] - \frac{4(5-1)}{2} \\ &= 71,29 \end{aligned}$$

Bulunan değerlerden faydalanarak F değeri

$$F_{f_1, f_2} = \frac{1 - \Lambda^{1/s}}{\Lambda^{1/s}} \frac{f_2}{f_1} = \frac{1 - 0,6933^{1/3,69}}{0,6933^{1/3,29}} \frac{71,29}{32} = 0,23$$

olarak hesaplanmıştır.

Hesapla bulunan $F_h = 0,23$ değeri kritik F değeri olan 1,62' den küçük olduğu için H_0 hipotezi reddedilememiştir ve kum, mil, kil ve CaCO_3 (%) miktarlarının etkisi giderildikten sonra, yetişen şekerpancarı bitkisinin yaprakları ayasındaki (%) N, P, Ca, K miktarları bakımından Konya ilinin seçilen 5 ayrı ilçesi arasında fark yoktur sonucuna ulaşılmıştır. Böylece çalışmamızın birinci dereceden amacı olan çok bağımlı ve çok ortak değişkenli kovaryans analizi ile ilgili testi tamamlamış olduk.

4.1.6. Sceheffe testi ile çoklu karşılaştırmalar

Şekerpancarı bitkisi yaprakları ayasındaki besin maddeleri bakımından (her bir bağımlı değişken bakımından) ilçeler arasında fark olup olmadığının araştırılması için sırasıyla Cihanbeyli-Altınekin, Cihanbeyli-Konya, Cihanbeyli-Ilgın, Cihanbeyli-Yunak, Altınekin-Konya, Altınekin-Ilgın, Altınekin-Yunak, Konya-Ilgın, Konya-Yunak, Ilgın-Yunak ilçeleri olmak üzere Sceheffe testi ile karşılaştırmalar yapılmıştır. Yapılan test sonucunda ikili grupların ortalamaları arasında fark olmadığı görülmüştür. Sceheffe testi çoklu karşılaştırmalar yaptığı gibi özel olarak ikili karşılaştırmaları da yapmaktadır.

$$H_0 : \mu_i = \mu_{i^*}$$

$$H_1 : \mu_i \neq \mu_{i^*}$$

H_0 hipotezinin testi için Sceheffe testi sonucunda elde edilen P değerleri aşağıdaki çizelgelerde verilmiştir.

Çizelge 4.14. Azot değişkeni için Sceheffe testi sonuçları

Gruplar	1	2	3	4	5
1		0,972	1,000	1,000	0,896
2	0,972		0,992	0,960	0,625
3	1,000	0,992		0,999	0,898
4	1,000	0,960	0,999		0,970
5	0,896	0,625	0,898	0,970	

Çizelge 4.14 incelendiğinde 0,05 önem düzeyinde birinci bağımlı değişken olan azot bakımından yapılan karşılaştırmalar sonucunda ilçelerin ortalamaları arasında fark olmadığı görülmüştür.

Çizelge 4.15. P (fosfor) değişkeni için Sceheffe testi sonuçları

Gruplar	1	2	3	4	5
1		1,000	0,491	0,996	0,423
2	1,000		0,519	0,998	0,448
3	0,491	0,519		0,832	1,000
4	0,996	0,998	0,832		0,758
5	0,423	0,448	1,000	0,758	

0,05 önem düzeyinde fosfor değişkeni bakımından ilçelerin ortalamaları arasında fark yoktur sonucuna ulaşılmıştır

Çizelge 4.16. K (potasyum) değişkeni için Sceheffe testi sonuçları

Gruplar	1	2	3	4	5
1		0,782	1,000	0,824	0,972
2	0,782		0,884	1,000	0,998
3	1,000	0,884		0,890	0,986
4	0,824	1,000	0,890		0,995
5	0,972	0,998	0,986	0,995	

0,05 önem düzeyinde potasyum değişkeni bakımından ilçelerin ortalamaları arasında fark yoktur sonucuna ulaşılmıştır

Çizelge 4.17. Ca (kalsiyum) değişkeni için Sceheffe testi sonuçları

Gruplar	1	2	3	4	5
1		0,782	0,660	0,981	0,626
2	0,782		0,145	0,577	0,986
3	0,660	0,145		0,966	0,130
4	0,981	0,577	0,966		0,449
5	0,626	0,986	0,130	0,449	

0,05 önem düzeyinde kalsiyum değişkeni bakımından ilçelerin ortalamaları arasında fark yoktur sonucuna ulaşılmıştır

Çizelge 4.14, Çizelge 4.15, Çizelge 4.16 ve Çizelge 4.17 incelendiğinde ortaya çıkan sonuçlar MANOVA sonuçlarını desteklemektedir.

Azot kapsamı bakımından Cihanbeyli ve Altınekin ilçeleri arasında fark yoktur hipotezi reddedilememiştir. Fosfor kapsamı bakımından Cihanbeyli ve Altınekin ilçeleri arasında fark yoktur hipotezi de reddedilememiştir. Benzer şekilde diğer ilçelerde de bağımlı değişkenler bakımından farklılık görülmemiştir. Sonuç olarak

önemsizlik bulunan ilçelerde tavsiyelere uyulmuş ve önerilen miktarda gübreleme yapılmıştır denilebilir.

4.1.7. Şekerpancarı verisinde kayıp veri olması durumu

Kayıp veri durumunda neler yapılacağını görmek için şekerpancarı verilerinden birinci bağımlı değişken olan azotun ilk değerinin kaybolduğunu düşünülerek Yates yöntemi ile kayıp olan bağımlı değişken gözlem değeri tahmin edilmiş ve tamamlanmış veri ile kovaryans analizi yapılmıştır.

Birinci grupta birinci bağımlı değişken olan azot değerlerinin ilki olan 4,372 değerinin kaybolduğunu düşünelim. Bu değere karşılık gelen ortak değişken değeri 37,62 mevcut olsun.

Yates yönteminde kaybolan gözleme karşılık gelen ortak değişkenin de kayıp olduğu düşünülerek tahminler yapılmaktadır.

$$b_c = (Z'_c Z_c)^{-1} Z'_c y_{obs}$$

buradan y_{mis} tahmin değerleri ;

$$\hat{y}_{mis} = Z'_x b_c$$

Buna göre

$$b_c = 0,0553$$

$$\hat{y}_{mis} = 2,0818 \text{ bulunmuştur.}$$

Bu tahmin değeri yerine konularak tamamlanmış veri ile yapılan kovaryans analizi sonuçları Çizelge 4.18' de verilmiştir.

H_0 : Ortak değişkenlerin etkisi giderildikten sonra bağımlı değişkenler bakımından gruplar arası fark yoktur.

H_1 : Ortak değişkenlerin etkisi giderildikten sonra bağımlı değişkenler bakımından gruplar arası fark vardır.

Çizelge 4.18. Tamamlanmış veri ile yapılan kovaryans analizi

		Kare ve çarpımlar toplamı			Düzeltilmiş kare toplamları		
Kaynak	s.d.	Σy^2	Σzy	Σz^2	Σy^2	s.d.	Kare ortalamaları
Gruplar arası	4	0,30	14,06	884,8405	-	-	-
Gruplar içi	114	281,6029	266,7624	31205,9125	279,3225	113	2,47
Genel	118	281,8986	280,8190	32090,753	279,4412	117	-
Düz.Gruplar arası					0,12	3	0,04

Yapılan analiz neticesinde bulunan sonuçlar incelenmiş kum, mil, kil ve CaCO_3 (%) miktarlarının etkisi giderildikten sonra, yetişen şekerpancarı bitkisinin yaprakları ayasındaki (%) N, P, Ca, K miktarları bakımından, Konya ilinin incelenen 5 ayrı ilçesi arasında fark yoktur sonucuna ulaşılmıştır.

Tüm değişkenler 120x1 boyutlu vektör olarak yazılmış ve yapılan işlemler sonucunda yukarıda verilen çizelgedeki toplam sonuçlar hesaplanmıştır.

5. SONUÇLAR

Çalışmada öncelikle kovaryans analizinin temel yapısı üzerinde durulmuştur. İlk iki bölümde kovaryans analizi ilgili genel bilgi verilmiş, üçüncü bölümde çok bağımlı değişkenli kovaryans analizinden bahsedilmiş ve dördüncü bölümde ele alınan konular için bir uygulamaya yer verilmiştir.

Uygulamada ele alınan Konya iline ait şekerpancarı verisi kullanılarak önce tek değişkenli daha sonra çok değişkenli varyans analizi yapılmış, tek değişkenli varyans analizinde N, P, K bağımlı değişkenleri bakımından gruplar arasında fark olmadığı, Ca değişkeni bakımından gruplar arasında fark olduğu görülmüş fakat tümel olarak varyans analizi yapıldığında gruplar arasında bağımlı değişkenler bakımından fark yoktur sonucu elde edilmiştir. Daha sonra tek değişkenli kovaryans analizi ile çoklu ve çok değişkenli kovaryans analizi yapılmıştır. Analizde 5 ayrı grubun her biri için 4'er tane ortak değişken (kum, mil, kil, kireç), 4'er tane bağımlı değişken (azot, fosfor, potasyum, kalsiyum) kullanılmıştır. 5 değişik bölgeden alınan toprak analizlerinde topraktaki bazı maddelerin (ortak değişkenlerin) etkileri giderildikten sonra yaprakların bitki besin kapsamı bakımından (bağımlı değişkenler bakımından) Konya'nın Cihanbeyli, Altınekin, Konya-Merkez, Ilgın, Yunak ilçeleri arasında fark var mıdır sorusunun cevabı aranmış ve yapılan çok bağımlı değişkenli kovaryans analizi sonucunda kum, mil, kil, CaCO_3 (%) etkisi giderildikten sonra yetişen şekerpancarı bitkisinin yaprakları ayasında bulunan N, P, K, Ca (%) maddeleri bakımından ilçeler arasında fark olmadığı sonucu elde edilmiştir.

Seçilen ilçeler arasında 0,05 önem düzeyinde ikili karşılaştırmalar yapılmış ve bu ikili karşılaştırmalar neticesinde bağımlı değişkenler bakımından ilçelerin ortalamaları arasında fark olmadığı görülmüştür.

İkili karşılaştırmalar, varyans analizleri ve ayrı ayrı yapılan kovaryans analizi sonuçları MANOCOVA sonuçlarını desteklemektedir.

Birden çok sayıda bağımlı değişkenli kovaryans analizi ile elde edilen sonuçlarda toprak özelliklerinin etkisi giderildikten sonra bitki yaprağındaki besin maddeleri bakımından ilçeler arası fark çıkmamıştır. İkili karşılaştırmalarda da ilçeler arasında farklılıkların olmadığı görülmüştür.

Birden çok bağımlı değişkenli kovaryans analizi, bağımlı değişken sayısının çok olması durumunda her bağımlı değişkeni tek değişkenli olarak ele almadan tüm bağımlı değişkenleri birlikte ele alarak analiz yapmaktadır. Böylece değişkenler arası ilişkiler de işin içine girmekte, kısmi ilişkilerde kullanılmakta ve gerçeğe daha uygun sonuçlar elde edilmektedir.

KAYNAKLAR

1. Hicks, C.R., “Deney düzenlemede istatistiksel yöntemler”, Muluk, Z., Toktamış, Ö., Kurt, S., Karaağaoğlu, E., *Ege Üniversitesi Basımevi*, Bornova , İzmir, 227-235 (1994).
2. Köymen, Ü., Koçoğlu, Ç., “ Öğrencilerin hiperortam tasarımcısı olarak katıldığı öğrenme çevresinin yaratıcı düşünme etkisi ”, Çukurova Üniversitesi, *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 2(3), 1-10 (2003).
3. Jamiesson, J., “Analysis of covariance (ANCOVA) with difference scores”, *International Journal of Psychophysiology*, Canada, 52: 277-283 (2004).
4. Owen, S., V., Froman, R., D., “Uses and abuses of the analysis of covariance”, Bureau of Educational Research, *John Wiley & Sons.*, Connecticut, 21, 557-562, (1981).
5. Eler, Ü., Özçelik, R., Özdemir, İ., Çatal, Y., ”Göller yöresinde iki genç doğal Toros Sediri (Cedrus Libani A. Rich.) meşçeresinde gecikilmiş sıklık bakımının gelişme üzerine etkileri”, *Süleyman Demirel Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 8(1): 1-6 (2004)
6. Yazıcı, B., “Kategorik veri analizinde eş değişken bulunması durumunda genelleştirilmiş tahmin denklemleri yaklaşımı ve bir uygulama”, Doktora Tezi, *Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Ankara, 4-12 (2001).
7. Hocking, R.R., “The analysis of linear models”, *Brooks/Cule Publishing Company*, California, 218-226 (1985).
8. Rao, C., R., Tountenburg, H., “Linear models”, Least Squares and Alternatives, Second Edition, *Springer Series Statistics*, 246-249 (1999).
9. Cooley, W. W., Lohnes P. R., “ Multivariate data Analysis”, *John Wiley & Sons*, New York, 287-294 (1971).
10. İnternet : Ülkemizin şekerpancarı ekim alanları, pancar üretimi, pancar şekeri üretiminde dünya sıralamasındaki yeri <http://www.konyaseker.com.tr>
11. Samuels, Myra L., “Letter to the editor use of analysis of covariance in clinical trials: a clarification”, *Controlled Clinical Trials*, 7: 325-329 (1986).
12. Süral, T., Turhan, M., Erdal, M., “Şekerpancarı üretiminde verim ve kalitenin yükseltilmesi”, *İkinci Ulusal Şekerpancarı Üretimi Sempozyumu*, Ankara, 142-190 (2002).
13. Sceheffé, H., “The analysis of variance”, *John Wiley & Sons*, New York, 193-218 (1999).

14. Turhan, M., “ Konya Ovası’ nda yetiştirilen şekerpancarının verimliliğine çinkonun etkisi”, Doktora Tezi, *Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Ankara, 52-68 (1991).
15. Seber, G.A.F., “Analysis of covariance and missing observation”, Linear Regression Analysis, *John Willey & Sons*, New York, 279-300 (1977).
16. Gamgam, H., “Uyum iyiliği testleri”, Parametrik olmayan istatistiksel teknikler ikinci baskı, *T.C. Gazi Üniversitesi*, Ankara, 179-181 (1998).

EKLER

EK-1 $Z'UZ\gamma = Z'UY$ eşitliğinin çıkarımı

γ' yı tahmin etmemizi sağlayacak $Z'UZ\gamma = Z'UY$ eşitliğinin çıkarımı aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned}
 Z'[I - W(W'W)^{-1}W']Z\gamma &= Z'[I - W(W'W)^{-1}W']Y \\
 Z'IZ\gamma - Z' W(W'W)^{-1}W'Z\gamma &= Z'IY - Z'W(W'W)^{-1}W'Y \\
 Z'[W(W'W)^{-1}W'Y - W(W'W)^{-1}W'Z\gamma] + Z'Z\gamma &= Z'Y \\
 Z' W(W'W)^{-1}W'Y - Z' W(W'W)^{-1}W'Z\gamma + Z'Z\gamma &= Z'Y \\
 Z' W(W'W)^{-1}W'Y - Z' W(W'W)^{-1}W'Z\gamma &= Z'Y - Z'Z\gamma \\
 Z'W(W'W)^{-1}W' (Y - Z\gamma) &= Z' (Y - Z\gamma) \\
 Z'(Y - Z\gamma) - Z' W(W'W)^{-1}W' (Y - Z\gamma) &= 0 \\
 Z'[(Y - Z\gamma) - W(W'W)^{-1}W' (Y - Z\gamma)] &= 0 \\
 Z'[I - W(W'W)^{-1}W'](Y - Z\gamma) &= 0 \\
 Z'U(Y - Z\gamma) &= 0 \\
 Z'UY - Z'UZ\gamma &= 0 \\
 Z'UY &= Z'UZ\gamma \\
 (Z'UZ)^{-1}(Z'UY) &= (Z'UZ)^{-1} (Z'UZ) \gamma \\
 (Z'UZ)^{-1}(Z'UY) &= I \gamma \\
 \hat{\gamma} &= (Z'UZ)^{-1}(Z'UY)
 \end{aligned}$$

elde edilir.

EK-2 Matris işlemlerinden dört işleme geçiş aşamasını açıklayan bir örnek

Örneğin $T_{yy} = Y'MY$ matrisinden;

$$Y'MY = Y'Y - 1/N Y'JJ'Y$$

$$= (y_{11} \ y_{12} \ \dots y_{1n_1} \ \dots y_{g1} \ y_{g2} \ \dots y_{gn_g}) \begin{bmatrix} y_{11} \\ y_{12} \\ \vdots \\ y_{1n_1} \\ y_{g1} \\ y_{g2} \\ \vdots \\ y_{gn_g} \end{bmatrix} - \frac{1}{N} (y_{11} \ y_{12} \ \dots y_{1n_1} \ \dots y_{g1} \ y_{g2} \ \dots y_{gn_g}) \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} (1..1) \begin{bmatrix} y_{11} \\ \vdots \\ y_{1n_1} \\ \vdots \\ y_{g1} \\ y_{g2} \\ \vdots \\ y_{gn_g} \end{bmatrix}$$

$$= \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}^2 - \left(\sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij} \right)^2 \times \frac{1}{N}$$

sonucuna ulaşılır.

EK-3 Çalışmada kullanılan birimlere ait sayısal değerler

Değerlerin birimi (%)’ dir.

Z1	Z2	Z3	Z4	Y1	Y2	Y3	Y4	W
37,620	28,700	33,680	46,140	4,372	0,384	2,400	0,750	1,000
29,650	30,670	39,680	56,170	4,120	0,368	3,040	1,440	1,000
33,970	30,540	35,490	55,020	4,234	0,304	3,700	1,878	1,000
34,930	29,000	36,070	57,620	3,443	0,368	4,520	1,533	1,000
20,460	35,200	44,340	37,670	3,782	0,288	3,710	1,185	1,000
35,110	19,330	45,560	11,980	4,431	0,400	3,260	1,782	1,000
21,040	27,520	51,440	8,610	3,443	0,328	4,400	0,930	1,000
6,510	24,410	69,080	6,170	3,443	0,376	4,640	1,056	1,000
40,120	30,480	29,400	73,830	4,346	0,352	1,760	1,752	2,000
39,520	28,760	31,720	74,560	3,923	0,360	3,150	1,914	2,000
39,020	24,910	36,070	75,570	3,725	0,304	2,710	1,185	2,000
55,920	24,610	19,470	70,220	4,882	0,352	2,400	1,782	2,000
32,340	33,360	34,300	43,030	3,528	0,384	5,250	1,386	2,000
4,030	34,650	61,320	30,080	3,556	0,336	3,700	1,626	2,000
29,110	29,720	41,170	9,840	4,572	0,440	2,400	0,906	2,000
29,110	31,820	39,070	16,570	3,669	0,376	3,700	1,242	2,000
45,150	29,000	25,850	48,220	4,346	0,240	3,470	1,928	2,000
3,460	20,990	75,550	54,960	3,499	0,274	3,670	0,884	3,000
13,600	31,360	55,040	43,010	3,443	0,252	3,740	1,360	3,000
19,120	7,460	53,420	45,650	4,120	0,299	3,300	1,024	3,000
10,830	28,100	61,070	11,140	4,515	0,333	3,790	0,884	3,000
2,920	32,160	64,920	17,910	4,092	0,329	3,860	1,020	3,000
27,660	41,250	31,090	27,990	4,346	0,214	1,950	1,160	4,000
27,510	47,720	25,070	15,380	3,951	0,357	2,980	1,350	4,000
7,780	51,170	41,050	7,300	3,387	0,357	4,630	1,160	4,000
12,780	45,670	41,550	18,250	3,726	0,427	2,760	1,110	4,000
23,550	36,290	40,160	22,770	4,064	0,286	3,020	1,410	5,000
32,960	35,690	31,350	20,800	3,472	0,291	4,140	1,725	5,000
16,810	36,510	46,680	11,240	3,754	0,274	3,200	1,465	5,000
32,960	33,650	33,390	45,250	3,217	0,306	3,020	1,950	5,000

Z ortak değişkenlerinin ve Y bağımlı değişkenlerinin açıklaması aşağıda verilmiştir.

Z₁ : Topraktaki kum miktarı (%)

Z₂ : Topraktaki mil (%) miktarı

Z₃ : Topraktaki kil (%) miktarı

Z₄ : Topraktaki CaCO₃ (%) miktarı

Y₁ : Yaprığın kuru maddesinde yaprak ayasındaki N (%) miktarı

Y₂ : Yaprığın kuru maddesinde yaprak ayasındaki P (%) miktarı

Y₃ : Yaprığın kuru maddesinde yaprak ayasındaki K (%) miktarı

Y₄ : Yaprığın kuru maddesinde yaprak ayasındaki Ca (%) miktarı

W : Sınıflama değişkeni.

ÖZGEÇMİŞ

28/01/1981 tarihinde Ankara’da doğdu. İlkokul, ortaokul ve lise öğrenimini Ankara Keçiören’ de tamamladı.1998 yılında Gazi Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi İstatistik bölümünde başladığı lisans eğitimini 2002 yılında tamamladı. Yüksek lisans programına Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Ana bilim dalında 2003 yılında başladı.