



**LOKAL JEOİD BELİRLEMEDE
KULLANILAN ENTERPOLASYON
YÖNTEMLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Birol KURU

Danışman

Doç. Dr. Mustafa YILMAZ

HARİTA MÜHENDİSLİĞİ

Haziran 2018

AFYON KOCATEPE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

LOKAL JEOİD BELİRLEMEDE KULLANILAN
ENTERPOLASYON YÖNTEMLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

Birol KURU

Danışman
Doç. Dr. Mustafa YILMAZ

HARİTA MÜHENDİSLİĞİ

Haziran 2018

TEZ ONAY SAYFASI

Birol KURU tarafından hazırlanan “Lokal Jeoid Belirlemede Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması” adlı tez çalışması lisansüstü eğitim ve öğretim yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca 21/06/2018 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından **oy birliği** ile Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Harita Mühendisliği Anabilim Dalı’nda YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Danışman : Doç. Dr. Mustafa YILMAZ

Başkan : Prof. Dr. Bayram TURGUT
Afyon Kocatepe Üniversitesi
Mühendislik Fakültesi

Üye : Doç. Dr. Serkan DOĞANALP
Selçuk Üniversitesi
Mühendislik Fakültesi

Üye : Doç. Dr. Mustafa YILMAZ
Afyon Kocatepe Üniversitesi
Mühendislik Fakültesi

İmza

.....

.....

.....

Afyon Kocatepe Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu’nun
...../...../..... tarih ve
..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

.....

Prof. Dr. İbrahim EROL
Enstitü Müdürü

BİLİMSEL ETİK BİLDİRİM SAYFASI
Afyon Kocatepe Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- Atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- Ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

21/06/2018

Birol KURU

ÖZET
Yüksek Lisans Tezi

LOKAL JEOİD BELİRLEMEDE KULLANILAN
ENTERPOLASYON YÖNTEMLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

Birol KURU
Afyon Kocatepe Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Harita Mühendisliği Anabilim Dalı
Danışman: Doç. Dr. Mustafa YILMAZ

Bu araştırmada lokal jeoid hesaplama alanı olarak $36.5^{\circ} < \varphi < 40.5^{\circ}$ enlem ve $26.5^{\circ} < \lambda < 33^{\circ}$ boylam değerleri aralığındaki bölge seçilmiştir. Noktalar arasındaki mesafenin enterpole edilen jeoid yüksekliklerine olan etkisinin araştırılması için makro ve mikro ölçekte iki test ağı oluşturulmuştur. Makro ağ kapsamında 85 referans ve 35 enterpolasyon noktası olmak üzere toplam 120 nokta seçilmiş, mikro ağ kapsamında ise 8 referans ve 3 enterpolasyon noktası olmak üzere toplam 11 nokta kullanılacaktır. Bu tez çalışmasında elipsoidal yüksekliklerden ortometrik yüksekliklere geçiş için gerekli olan lokal jeoid modellerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Lokal jeoid modeli belirlenirken Ters Mesafe ile Ağırlıklı (TMA) enterpolasyon metodu, Kriging (KRG) enterpolasyon metodu, En Küçük Eğrilik (EKE) enterpolasyon metodu, Radyal Bazlı Fonksiyon (RBF) ile enterpolasyon metodu ve Geliştirilmiş Shepard (GSH) enterpolasyon metodları kullanılarak elde edilen Karesel Ortalama Hata (KOH) değerleri karşılaştırılarak en doğru sonucu veren enterpolasyon yönteminin belirlenmesi hedeflenmiştir.

2018, ix + 61 sayfa

Anahtar Kelimeler: Jeoid Yüksekliği, Jeoid, Elipsoid, Elipsoidal Yükseklik, Ortometrik Yükseklik, Enterpolasyon.

ABSTRACT
M.Sc. Thesis

**COMPARISON OF INTERPOLATION METHODS USED IN LOCAL GEOID
DETERMINATION**

BİROL KURU

Afyon Kocatepe University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Geomatics Engineering

Supervisor: Assoc. Prof. Mustafa YILMAZ

In this research, the region between $36.5^{\circ} < \varphi < 40.5^{\circ}$ latitude and $26.5^{\circ} < \lambda < 33^{\circ}$ longitude has been chosen as geoid calculation area. Two micro and macro-scaled testing webs have been generated in order to analyse the effects of distance between the points on interpolated geoid heights. Within the scope of macro web, 85 reference and 35 interpolation points, totally 120 points have been chosen and withing the scope of micro web 8 reference and 3 interpolation points, totally 11 points will be used. In this study, it's aimed to determine the local geoid models required for the transition from ellipsoidal heights to orthometric heights. It's aimed to identify the interpolation method that gives the most accurate result by comparing the Mean Squared Error (MSE) values of Inverse Distance Weighted (IDW) interpolation method, Kriging (KRG) interpolation method, Minimum Curvature (MC) interpolation method, Radial Basis Function (RBF) interpolation method and Modified Shepard (MSH) interpolation method used to determine the local geoid model.

2018, ix + 61 pages

Keywords: Geoid Height, Geoid, Ellipsoid, Ellipsoidal Height, Orthometric Height, Interpolation.

TEŞEKKÜR

Bu araştırmanın konusu, deneysel çalışmaların yönlendirilmesi, sonuçların değerlendirilmesi ve yazımı aşamasında yapmış olduğu büyük katkılarından dolayı tez danışmanım Sayın Doç. Dr. Mustafa YILMAZ'a, araştırma ve yazım süresince yardımlarını esirgemeyen her konuda öneri ve eleştirileriyle yardımlarını gördüğüm hocalarıma ve arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Bu araştırma boyunca maddi ve manevi desteklerinden dolayı aileme, tez arkadaşım Sayın Bürhan KOZLU'ya, çalışma arkadaşlarım ve sevdiklerime çok teşekkür ederim.

Birol KURU

AFYONKARAHİSAR, 2018

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

Sayfa

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	iv
SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ	vii
ÇİZELGELER DİZİNİ	ix
1. GİRİŞ	1
2. LİTERATÜR BİLGİLERİ	4
2.1 Jeodezide Yükseklik Kavramı	4
2.1.1 Jeopotansiyel Yükseklik	4
2.1.2 Dinamik Yükseklik	5
2.1.3 Normal Yükseklik	6
2.1.4 Ortometrik Yükseklik	8
2.1.5 Elipsoidal Yükseklik	9
2.2 Jeoid Kavramı ve Jeoid Belirleme Yöntemleri	11
2.2.1 Astrojeodezik Yöntem ile Jeoid Belirleme	14
2.2.2 Gravimetrik Yöntem ile Jeoid Belirleme	16
2.2.2.1 Stokes İntegrali ile Jeoid Belirleme	16
2.2.2.2 Hızlı Fourier Dönüşümü ile Jeoid Belirleme	18
2.2.3 Jeopotansiyel Model ile Jeoid Belirleme	20
2.2.4 Kombine Yöntem ile Jeoid Belirleme (Remove-Restore)	21
2.2.4.1 Kaldır-Hesapla-Yerine Koy Yöntemi ile Jeoid Belirleme	21
2.2.5 GNSS/Nivelman Yöntemi ile Jeoid Belirleme	22
2.3 Enterpolasyon Kavramı ve Jeoid Belirlemede Kullanılan Enterpolasyon Yöntemleri	23
2.3.1 Ağırlıklı Ortalama Metodu ile Enterpolasyon	25
2.3.1.1 Ters Mesafe ile Ağırlıklı Enterpolasyon Metodu	29
2.3.2 Kriging Enterpolasyon Metodu	30
2.3.2.1 Ordinary Kriging Metodu	32
2.3.3 En Küçük Eğrilik Enterpolasyon Metodu	35

2.3.4 Radyal Bazlı Fonksiyon ile Enterpolasyon Metodu	38
2.3.5 Geliştirilmiş Shepard Enterpolasyon Metodu	39
3. MATERYAL ve METOT	41
3.1 Uygulama Alanı.....	41
3.2 Uygulamanın Amacı	44
4. UYGULAMA ve BULGULAR	45
4.1 Makro Test Ağı Uygulama ve Bulguları.....	45
4.2 Mikro Test Ağı Uygulama ve Bulguları	47
5. SONUÇ	51
6. KAYNAKLAR.....	55
ÖZGEÇMİŞ.....	61

SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

Simgeler

Λ	Astronomik boylam
Φ	Astronomik enlem
T	Bozucu potansiyel
a	Büyük yarı eksen
ϵ	Çekül sapması
η	Doğu ve batı yönlü çekül sapması bileşeni
δ	Düzleştirme parametresi
R	Eğrilik yarıçapı
f	Elipsoidin basıklığı
F	Fourier dönüşümü
Δg	Gravite anomalisi
λ	Jeodezik boylam
φ	Jeodezik enlem
ξ	Kuzey ve güney yönlü çekül sapması bileşeni
b	Küçük yarı eksen
Λ	Lagrange çarpanı
∇^2	Laplace operatörü
C	Potansiyel
F^{-1}	Ters ayrık fourier dönüşümü
σ	Yeryuvarı yüzeyi
ζ	Yükseklik anomalisi
$D\sigma$	Yüzey elemanı

Kısaltmalar

1-DFFT	Bir boyutlu hızlı Fourier dönüşümü
BLUP	En iyi lineer yansız kestirici (Best Linear Unbiased Productor)
BLUE	En iyi lineer yansız tahminci (Best Linear Unbiased Estimator)
EKE	En küçük eğrilik
GSH	Geliştirilmiş Shepard
GPS	Global Konum Belirleme Sistemi (Global Positioning System)
GNSS	Global Navigasyon Uydu Sistemi (Global Navigation Satellite System)
HGK	Harita Genel Komutanlığı
2-DFFT	İki boyutlu hızlı Fourier dönüşümü
KOH	Karesel Ortalama Hata
KRG	Kriging
RBF	Radyal bazlı fonksiyon
TMA	Ters mesafe ile ağırlıklı
TUTGA	Türkiye Ulusal Temel GPS Ağı
TUYKA	Türkiye Ulusal Yatay Kontrol Ağı
ITRF	Uluslararası Yersel Referans Sistemi (International Terrestrial Reference Frame)

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 1.1 TUTGA noktalarının yeryüzüne coğrafi dağılımı (Ayhan vd. 2002)	3
Şekil 2.1 Jeopansiyel sayı ve dinamik yükseklikler (Yurt 2006)	5
Şekil 2.2 Normal yükseklik (Yurt 2006)	6
Şekil 2.3 Elipsoidal yükseklik (Güllü ve Taktak 2009)	10
Şekil 2.4 Astrojeodezik çekül sapması (Bolat 2013)	14
Şekil 2.5 Jeoid ondülasyonu ile çekül sapması arasındaki ilişki	15
Şekil 2.6 Kaldır-koy tekniği ile gravimetrik jeoid yüksekliği (Yurt 2006)	22
Şekil 2.7 Elipsidal, ortometrik ve jeoid yüksekliği arasındaki ilişki	23
Şekil 2.8 Ağırlıklı ortalama enterpolasyon ve dayanak noktaları (Yiğit 2003)	25
Şekil 2.9 Ters ağırlık fonksiyonunda k değerine göre ağırlık mesafe ilişkisi (Yiğit 2003).....	27
Şekil 2.10 Gauss fonksiyonunda k değerine göre ağırlık mesafe ilişkisi (Yiğit 2003) ..	27
Şekil 2.11 Ağırlıklı ortalama enterpolasyon ve dayanak noktaları ile kritik dikdörtgen ve kritik daire (Yiğit 2003)	28
Şekil 2.12 Delaunay üçgenlemesi (Yiğit 2003)	28
Şekil 3.1 Makro ağın topografyası	41
Şekil 3.2 Mikro ağın topografyası	42
Şekil 3.3 Makro ağdaki referans (mavi renkli) ve enterpolasyon (yeşil renkli) nokta dağılımı	43
Şekil 3.4 Mikro ağdaki referans (mavi renkli) ve enterpolasyon (yeşil renkli) nokta dağılımı.....	43
Şekil 4.1 Ters mesafe ile ağırlıklı enterpolasyon metoduyla elde edilen jeoid yüzey haritası	45
Şekil 4.2 Kriging enterpolasyon metodu ile elde edilen jeoid yüzey haritası	45
Şekil 4.3 En küçük eğrilik enterpolasyon metodu ile elde edilen jeoid yüzey haritası ..	46
Şekil 4.4 Radyal bazlı fonksiyon enterpolasyon metoduyla elde edilen jeoid yüzey haritası	46
Şekil 4.5 Geliştirilmiş Shepard enterpolasyon metodu ile elde edilen jeoid yüzey haritası	47
Şekil 4.6 Ters mesafe ile ağırlıklı enterpolasyon metoduyla elde edilen jeoid yüzey haritası	48
Şekil 4.7 Kriging enterpolasyon metodu ile elde edilen jeoid yüzey haritası	48
Şekil 4.8 En küçük eğrilik enterpolasyon metodu ile elde edilen jeoid yüzey haritası .	49

Şekil 4.9 Radyal bazlı fonksiyon enterpolasyon metoduyla elde edilen jeoid yüzey haritası	49
Şekil 4.10 Geliştirilmiş Shepard enterpolasyon metodu ile elde edilen jeoid yüzey haritası	50
Şekil 5.1 Geliştirilmiş Shepard enterpolasyon metodu ile elde edilen fark haritası.....	51
Şekil 5.2 En küçük eğrilik enterpolasyon metodu ile elde edilen fark haritası.....	52



ÇİZELGELER DİZİNİ

Sayfa

Çizelge 2.1 Jeoid belirlemede veri türleri ve gözlem büyüklükleri (Üstün 2001)	13
Çizelge 2.2 Jeoid yöntemlerinin doğruluk değerleri	14
Çizelge 3.1 Oluşturulan test ağı modelleri	42
Çizelge 5.1 Makro ağda elde edilen fark değerlerinin istatistikleri	51
Çizelge 5.2 Mikro ağda elde edilen fark değerlerinin istatistikleri	52



1. GİRİŞ

Yeryüzü, matematiksel olarak ifade edilemeyen üç boyutlu düzensiz bir şekil olarak tanımlanır. Yeryüzü ancak sonsuz sayıda noktalar elde edildiğinde tam olarak ifade edilebilir. Bununla imkansız olmasından dolayı belirli sayıda nokta grubu seçilir ve yüzey bu noktalardan faydalanarak ifade edilmeye çalışılır. Uygun bir şekilde yeryüzünün temsili, birçok mühendislik çalışmasında, yerbilimlerinde, askeri uygulamalarda ve daha birçok alanda büyük bir ihtiyaç olarak görünmektedir (Alkanalka 2005).

Yerin ve diğer gök cisimlerinin şekil ve boyutlarının bulunması ile üç boyutlu zaman değişkenli uzayda çekim alanları da içinde olmak koşulu ile jeodezi bilim dalı ilgilenir. Bu bilim dalının temel görevlerinden biri konum bilgisinin bulunması ile harita mesleğinin pratik kullanım alanlarına yardımcı olmasını sağlamaktır. Jeodezi bilimi küresel konum belirleme sistemlerinden faydalanarak uydu teknikleri ve uzay ile dünyanın her yerinde devamlı olarak güvenilir ve doğru konum bilgilerinin ekonomik olarak birçok sistem ve yöntemle uygun geliştirilmesini sağlamıştır.

Fiziksel yeryüzünde jeodezik ölçümler yapılır. Jeodezik ölçülerin değerlendirilmesi için geometrik ve matematiksel şekilde ifade edilen hesap yüzeylerine ihtiyaç vardır. Fiziksel yeryüzü matematiksel olarak tanımlanamadığı ve homojen dağılım göstermediği için yapılan ölçülerin denklem ve parametreleri matematiksel olarak bilinen hesap yüzeylerine aktarılmalıdır. Ülke ya da kıta düzeylerinde düzenlenen mühendislik projelerinde noktaların aynı referans sistemlerinde kullanılması gereklidir. Bu durum ülke yatay ve düşey ağlarının tesisinin olduğunu gösterir. Üç boyutlu konum belirleme yöntemleri, teknolojinin gelişimine bağlı olarak konum duyarlılığını arttırabilir. Bu durum beraberinde ölçme ve değerlendirme yöntemlerini değiştirmektedir.

Uydu bazlı konum belirleme sistemlerinde meydana gelen hızlı teknolojik gelişmeler harita mühendisliğinde de etkilerini göstermiş ve Global Konum Belirleme Sistemi (GPS) yaygın olarak kullanılabilir hale gelmiştir.

GPS'in temelleri 1960'lı yıllarda askeri amaçlı uygulamalarda kullanılan TRANSİT sistemine dayanır. Uçak veya diğer askeri araçların konumlarının belirlenmesi amacıyla geliştirilmiştir. Jeodezik konum belirleme amacıyla sistem daha sonra sivil kullanıma açılmış ve 1967 yılından bu yana yaygın olarak kullanılmaya başlamıştır. Hesaplama tekniği, elektronik ve uzay çalışmalarındaki hızlı gelişmelerden dolayı ülkemizde 1980'li yıllardan itibaren kullanılmaya başlanmış olup, günümüzde yaygın olarak kullanılmaktadır (Aşık 2013).

GPS, herhangi bir zamanda uygun donanımına sahip kullanıcılarına yeryüzünün her yerinde ve tüm meteorolojik koşullar altında yön, konum, hız ve zaman bilgisi sağlamaktadır. GPS ölçmeleri; büyük ölçekli harita üretimi, jeodezik uygulamalar ve coğrafi bilgi sistemi işlemlerinin temeli olan üç boyutlu koordinatların belirlenmesinde yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. GPS kullanımı, bilimsel ve teknolojik gelişmelere paralel olarak artan ve bütün Dünya'da ki gibi Türkiye'de de köklü değişimlere sebep olmuştur (Güllü *et al.* 2011).

1934 ve 1954 yılları arasında Harita Genel Komutanlığı (HGK) tarafından klasik yersel tekniklerle Türkiye'nin tektonik yapısı dikkate alınmadan kurulan Türkiye Ulusal Yatay Kontrol Ağı (TUYKA)'da meydana gelen depremlerin neden olduğu deformasyonlar sebebiyle oluşan yüzey kabuk hareketleri nedeniyle, GPS ölçmeleri ve jeodezik uygulamalar için uygun olmaması, yeni bir ulusal jeodezik ağ ihtiyacı olduğunu gündeme getirmiştir (Yılmaz 2012).

Ülkemizdeki depremlerden dolayı oluşan konum değişiklikleri ile GPS'in üç boyutlu konum belirleme özelliğini ülkenin her yerinde aktif bir şekilde kullanamaması nedeniyle güncel jeodezik ihtiyaçları karşılayamayan TUYKA yerine ihtiyaçları karşılamak üzere, 1997 ve 1999 yılları arasında HGK tarafından yapılan çalışmalarla Türkiye Ulusal Temel GPS Ağı (TUTGA) oluşturulmuştur. Fakat 1999 ve 2000 yılları arasında oluşan şiddetli depremler deprem bölgesindeki TUTGA noktalarının konumlarında değişikliğe neden olmuştur. Oluşan bu depremlerin TUTGA noktalarına olan etkisini tespit etmek amacıyla 2000 ve 2001 yıllarında geometrik nivelman ve GPS ölçüleri yapılarak güncellenmiştir (Aktuğ vd. 2011).

TUTGA'nın nokta konum duyarlılığı 1-3 cm düzeyinde, Uluslararası Yersel Referans Sistemi (ITRF) koordinat sisteminde oluşturulmuş, belirli bir referans epokunda üç boyutlu ve kartezyen koordinatlı, bu koordinatların zamana bağlı değişimleriyle uygun yöntemde, jeoid yüksekliği bilinen, nokta aralığı 25-50 km arasında değişen, jeoidin hızlı değiştiği yerlerde 15 km olan ve yeryüzüne homojen dağılmış 594 noktadan oluşan ağıdır (Ayhan vd. 2002).



Şekil 1.1 TUTGA noktalarının yeryüzüne coğrafi dağılımı (Ayhan vd. 2002).

Jeodezik üç boyutlu coğrafi koordinatlar elipsoidal enlem, boylam ve yükseklikler, GPS tekniği ile WGS84 referans elipsoidi sistemine dayalı olarak elde edilirler. Elde edilen üç boyutlu coğrafi koordinatlar, coğrafi bilgi sistemi ve büyük ölçekli harita üretimi amaçlı veri toplama uygulamalarında yaygın olarak kullanılmaktadır. Ancak mühendislik çalışmalarında ve harita projelerinde ortometrik yüksekliklere ihtiyaç duyulur. Ortometrik yükseklikler nivelman işlemi uygulanarak bulunur. GPS ile elde edilen yükseklikler ise elipsoidal yüksekliklerdir. Bu yüzden elipsoidal yüksekliklerin ortometrik yüksekliklere dönüşümü ihtiyacı ortaya çıkar. Bu tez çalışmasında elipsoidal yüksekliklerden ortometrik yüksekliklere geçiş için gerekli olan lokal jeoid modellerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Lokal jeoid modeli belirlenirken referans noktaları yardımıyla TMA, KRG, EKE, RBF ve GSH enterpolasyon metodları kullanılarak lokal jeoid modelleri oluşturulacaktır. Oluşturulan modellerden enterpolasyon noktalarının jeoid yükseklikleri belirlenerek bilinen jeoid yükseklikleri ile karşılaştırıp elde edilen jeoid yükseklik farklarına göre KOH değerleri karşılaştırılarak en doğru sonucu veren enterpolasyon yönteminin belirlenmesi hedeflenmiştir.

2. LİTERATÜR BİLGİLERİ

2.1 Jeodezide Yükseklik Kavramı

Koordinatın üçüncü boyutu yüksekliktir. Yükseklikler, fiziksel ve geometrik cisimlerin doğal boyutlarından olduğunda isteğe bağlı olarak tanımlanamazlar. Yeryüzündeki bir noktanın yüksekliğinden, bir nivo yüzeyi olan jeoid ile nokta arasındaki bağlantı anlaşılır. Bu şekilde ifade edilen yükseklik sistemleri çok yönlü olarak pratik ve teorik ihtiyaçlara cevap verebilmektedir. Bir noktadaki yüksekliğin sağlanabilmesi için ilk olarak başlangıç yüzeyinin ve buna dik doğruların belirlenmesi gerekir. Çekül doğrultuları, yeryüzü noktaları için en kolay belirlenebilen doğrultulardır. Fiziksel topografya üzerindeki bir noktadan sarkıtılan çekül eğrisinin jeoide değdiği nokta ile arasındaki çekül eğrisi boyu yüksekliklerin geometrik olarak ifade şeklidir (Turgut 1995).

Kütlelerin birbirine uyguladıkları merkezkaç kuvveti ile çekim kuvvetinin tesiri altında kalan jeoidin yeri, yeryüzü noktalarına göre tam olarak bulunamamaktadır. İstenilen yerin bulunabilmesi için çeşitli yükseklikler ifade edilmiştir. Farklı kabullere göre tanımlanan bu yükseklikler; jeopotansiyel yükseklik, dinamik yükseklik, normal yükseklik, ortometrik yükseklik ve elipsoidal yükseklik olarak tanımlanmıştır (Tuşat 2000).

2.1.1 Jeopotansiyel Yükseklik

Fiziksel yeryüzündeki bir P noktasından geçen nivo yüzeyi potansiyeli ile jeoidin potansiyeli arasında $kgal \cdot metre$ biriminde ifade edilen potansiyel fark oluşur, oluşan bu farka jeopotansiyel yükseklik denir. Şekil 2.1’de gösterildiği gibi jeoidin potansiyeli sıfıra eşit ve yeryüzünü 0 noktasında kestiği düşünülürse, P noktasındaki potansiyel C_p aşağıdaki gibi ifade edilebilir (Taktak 2005);

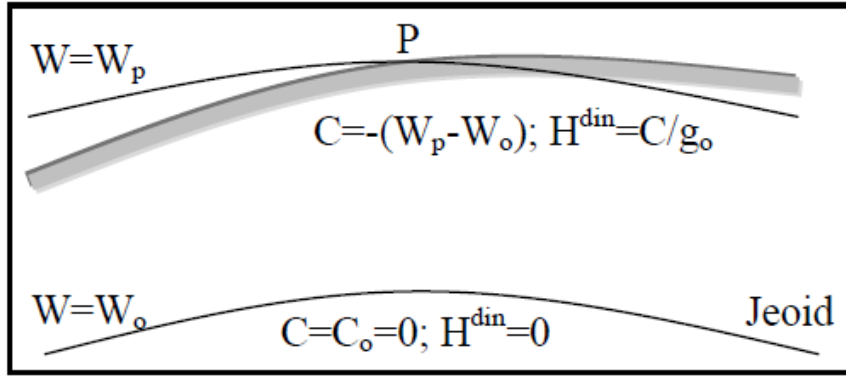
$$C_p = W_0 - W_p = - \int_0^p dw = \int_0^p g \cdot dh \quad (2.1)$$

Burada;

W_0 : Jeoid potansiyeli

W_p : P noktasından geçen nivo yüzeyi potansiyeli

dw : Birbirine diferansiyel anlamda yakın iki nivo yüzeyi arasındaki potansiyel fark
dh : Diferansiyel anlamda yükseklik farkı
g : Diferansiyel anlamda yükseklik farkına karşılık yeryüzünde ölçülebilen gravite değeri olarak tanımlanır.



Şekil 2.1 Jeopotansiyel sayı ve dinamik yükseklikler (Yurt 2006).

Birkaç farklı yoldan gidilse de iki noktanın arasındaki potansiyel fark değişmez bu yüzden jeopotansiyel kotlar nivelmana bağlı değildir. Jeopotansiyel kotlar diğer yükseklikler için temel büyüklüktür ve bütün yükseklik sistemleri bu şekilde türetilir. Fakat jeopotansiyel yükseklik metrik biçimde olmadığından dolayı pratikte kullanımı daha azdır (Vanicek and Krakiwsky 1982, Torge 1991).

2.1.2 Dinamik Yükseklik

Nivo yüzeyleri ile jeoid arasındaki jeopotansiyel değer, gravite ivmesine bölünmesi sonucu oluşan yüksekliktir. A ve P noktalarının dinamik yükseklik değerleri aşağıdaki gibi gösterilir (Taktak 2005);

$$H_A^{din} = \frac{C_A}{g_0}$$

$$H_P^{din} = \frac{C_P}{g_0}$$
(2.2)

Burada;

C_A, C_P : A ve P noktalarının jeopotansiyel yükseklikleri
 g_0 : 45°'lik standart topografik enlemdeki gravite değeri olarak ifade edilir.

A ve P noktalarının dinamik yükseklik değerleri arasındaki fark,

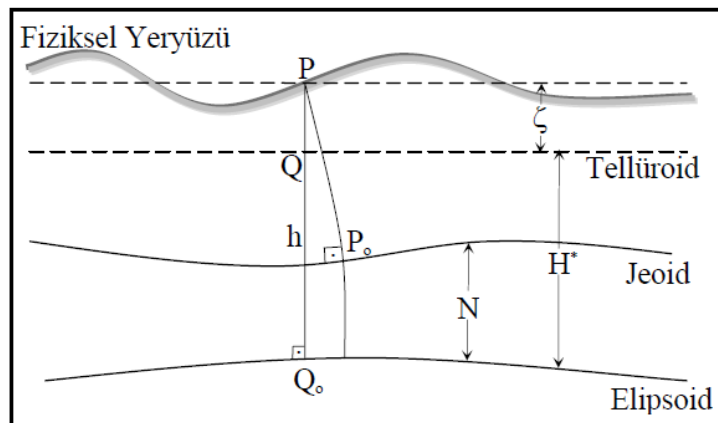
$$H_P^{din} - H_A^{din} = \Delta H_{A,P}^{din} = (C_P - C_A)/g_0 = \Delta C_{AP}/g_0 \quad (2.3)$$

şeklinde yazılabilir. Eşitlik 2.2 ve 2.3 yardımıyla dinamik yükseklikleri hesaplayabilmek için jeopotansiyel kotlar ve bunların kot farklarının daha önceden belirlenmesi gerekir. Yeryüzünde yapılan ölçmelerde çoğu kez nivelman sonuçları dinamik düzeltmeyle yükseklik farkına çevrilir (Tuşat 2000).

Dinamik yüksekliklerde ve jeopotansiyel kotta jeoidin dinamik yüksekliği sifıra eşit olmaktadır. Bütün nivo yüzeylerine karşı tek dinamik yükseklik değeri vardır. Nivo yüzeyi üzerinde bulunan noktalar arasındaki dinamik yükseklik farkları birbirine eşittir. Dinamik yükseklikler bilindiği sürece diğer yükseklikler rahatça hesaplanabilir. Fakat bu yükseklik sistemlerinde dinamik yol düzeltmesi değerinin büyük olması diğer yüksekliklerin önemini azaltır (Turgut 1995).

2.1.3 Normal Yükseklik (H^*)

Normal gravite potansiyelinin yeryüzünün gerçek gravite potansiyeline eşit olduğu ($U=W$), normal gravitenin yerin gerçek gravitesine eşit ($\gamma=g$) ve dolaylı bozucu potansiyelinin olmadığı ($T=0$), varsayım olarak hesaplanan yükseklik sistemleridir (Şekil 2.2) (Taktak 2005).



Şekil 2.2 Normal yükseklik (Yurt 2006).

$W(x, y, z)$ potansiyel fonksiyonunun bilinmesi halinde yeryuvarının gerçek gravite potansiyelinin matematiksel ifadesi kesin olarak yapılabilir. W 'nin bulunabilmesi için ise çok ölçü gerekir. Çok sayıda ölçünün yapılması mümkün olmadığı için gerçek bir gravite alanına yakın yaklaşımla ifade edilerek oluşturulan matematiksel alana normal gravite alanı denir. Dünyadaki gravite alanı, normal gravite alanı olduğu düşünülürse aşağıdaki ifadeler yazılabilir;

$$C_p = W_0 - W_P = \int_0^{H^*} \gamma dH^* \quad (2.4)$$

$$H^* = \frac{C_p}{\bar{\gamma}} \quad (2.5)$$

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{H^*} \int_0^{H^*} \gamma dH^* \quad (2.6)$$

$$\bar{\gamma} = \gamma_0 \left[1 - (1 + f + m - 2f \sin^2 \varphi) \frac{H^N}{a} + \frac{H^{N^2}}{a^2} \right] \quad (2.7)$$

$$m = \frac{\omega^2 ab}{kM} \quad \gamma_0 = \gamma_{ekv} * \frac{1 + k \sin^2 \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} \quad (2.8)$$

Normal yükseklik H^* , P noktasının jeopotansiyel yüksekliği C_p , jeoidin potansiyeli W_0 , basıklık f , yerin açısal dönme hızı ω , elipsin büyük ve küçük yarı eksenleri a ile b , Newton çekim sabiti ile yerin kitlesinin çarpımı kM , ekvator enlemindeki normal gravite değeri γ_{ekv} , referans elipsoidinin birinci dış merkezlik elemanı e^2 olarak adlandırılır. Şekil 2.2'de gösterildiği gibi normal yükseklik, yeryüzündeki bir P noktasından geçen çekül eğrisi boyunca nivo elipsoidi yüzeyinden Q noktasına kadar olan uzaklığa denir ve buradaki noktaların oluşturduğu yüzeye de tellüroid yüzey denir.

Yeryüzünün ilk yaklaşık yüzeyi olan tellüroid yüzey astronomik koordinatlar kullanılarak yaklaşık olarak bulunabilir. Yükseklik anomalisi, elipsoidten yeryüzüne olan düşey mesafe h ile elipsoidten tellüroid yüzeye olan düşey mesafe H^* ile arasındaki farka eşittir (Şekil 2.2).

$$\zeta = h - H^* \quad (2.9)$$

İki yükseklik arasındaki fark $N = h - H$ jeoid yüksekliğine karşılık gelir. Bu bağıntıdan

faydalanarak;

$$H + N = H^* + \zeta \quad (2.10)$$

$$H - H^* = \zeta - N \quad (2.11)$$

eşitlikleri yazılabilir. Bu durumda $(\zeta - N)$ aşağıdaki gibi gösterilebilir;

$$(\zeta - N) = \frac{-(\bar{g} - \bar{\gamma})}{\bar{\gamma}} H = \frac{-\Delta g}{\bar{\gamma}} H \cong \frac{-\Delta g_B}{\bar{\gamma}} H \quad (2.12)$$

$\bar{\gamma}$ çekül doğrultusu boyunca ortalama normal gravite, N jeoid yüksekliği, Δg_B yaklaşık olarak bouger anomalisi, ζ yükseklik anomalisidir.

Tellüroid nivo yüzeyi değildir. Fiziksel yeryüzündeki her P noktasına farklı bir $W = W_P$ jeopotansiyel yüzey karşılık gelir. Problemi çözmek için ise okyanuslar üzerinde $\zeta = N$ olarak jeoide çok yakın olan bir yüzey elde edilmiştir. Molodensky tarafından bu yüzeye kuasijeoid denilmiştir. Bununla birlikte kuasijeoid de bir nivo yüzeyi değildir ve fiziksel olarak hiçbir anlamı yoktur. Jeoide benzer bir yüzeye çağrışım yaptırıp geleneksel ifadeleri baz alarak düşünülmelidir. Bu yönden bakıldığında ortometrik yüksekliğin jeoidden olan yükseklik olması gibi, bir noktadaki normal yükseklikte kuasijeoidden olan yükseklik olarak ifade edilebilir (Heiskanen and Moritz 1984).

2.1.4 Ortometrik Yükseklik

Fiziksel yeryüzündeki bir noktadan geçen çekül eğrisi boyunca jeoide olan uzaklığa ortometrik yükseklik denir. Ortometrik yükseklik fiziksel anlam ifade eder ve coğrafi enleme yani gravite değerine bağlıdır. Farklı iki noktanın aynı nivo yüzeyi üstündeki ortometrik yükseklik değerleri farklıdır. Ortometrik yükseklikler, nivelman yüksekliklerine dinamik yüksekliklerine göre daha fazla yaklaşırlar. Bunun nedeni ise ortometrik düzeltmelerin küçük olmasıdır. Ortometrik yüksekliği bulabilmek için o noktadaki jeopotansiyel sayı değerinden yararlanılır. Buna göre,

$$C_p = W_o - W_p = \int_0^P g dh \quad (2.13)$$

$$C_p = \bar{g}H \quad (2.14)$$

eşitlikleri yazılabilir. Burada C_p , P noktasındaki jeopotansiyel sayı değeri $\bar{g}$, çekül eğrisi boyunca bulunan ortalama gravitedir. İntegrasyon içindeki sıfırın anlamı, referans yüzeyindeki ortometrik yüksekliğin sıfır olduğunu göstermektedir. Ortometrik yükseklik (H);

$$H = \frac{C}{\bar{g}} \quad (2.15)$$

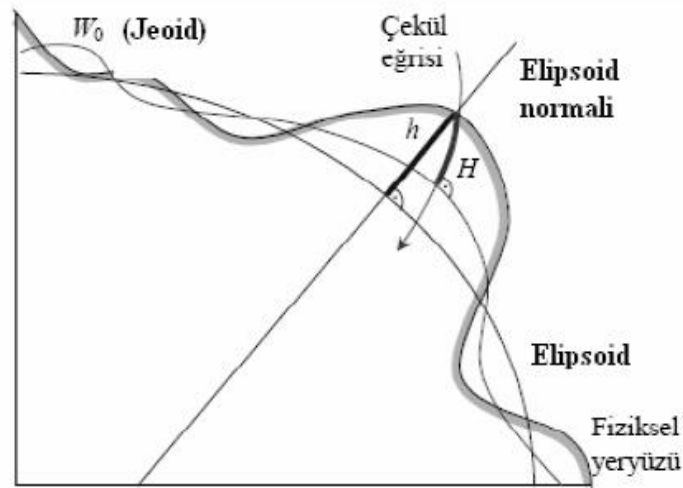
$$\bar{g} = g_p + 0.0424 \text{ (Gal/km)} H \quad H = \frac{C}{g_p + 0.0424 H} \quad (2.16)$$

formülleri yardımıyla hesaplanabilir (Vanicek and Krakiwsky 1982, Torge 1991).

2.1.5 Elipsoidal Yükseklik

Küçük yarı eksen (b) ve büyük yarı eksen (a) olan elipsin küçük yarı eksen etrafında döndürülmesi sonucu meydana gelen geometrik yüzeye elipsoid denir. Eğrilik yarıçapı (R), elipsoidin basıklığı (f), birinci eksentrisitesi (e^2), ikinci eksentrisitesi (e'^2) gibi diğer parametreler bu iki değerden elde edilir. Elipsoid, matematiksel uygulamalarda kolaylık sağlar ve yeryuvarına benzer olmasından dolayı jeodezik işlemlerde çoğu kez ölçüler indirgenerek elipsoid referans yüzey olarak değerlendirilir (Yurt 2006).

Yeryüzündeki bir noktadan elipsoid normali boyunca seçilen referans elipsoidine indirilen dikin uzunluğuna elipsoidal yükseklik (h) denir.



Şekil 2.3 Elipsoidal yükseklik (Güllü ve Taktak 2009).

Doğrusal enterpolasyon, gerçek gravite alanının normal gravite alanından doğrusal olarak küçük olduğunda yapılabilmektedir. Fiziksel yeryüzünde yapılan ölçüler elipsoid yüzeyi üzerinde matematiksel uygulamaları direk yapmaya imkan vermediği için izdüşüm yöntemine göre elipsoid yüzeyine indirgenir. Bu işlem için iki tane izdüşüm yöntemi vardır. Bu yöntemler Helmert ve Pizetti izdüşüm yöntemleridir (Yurt 2006). İlk olarak Pizetti izdüşüm yönteminde, fiziksel yeryüzü üzerindeki noktanın birinden çekül doğrultusu boyunca jeoid yüzeyine doğru izdüşümü yapılır. Bu aşamadan sonra ise jeoid yüzeyi üzerine izdüşümü yapılan değerler elipsoid yüzeyine doğru indirgenmeye başlayabilir (Bolat 2013). Diğer bir yöntem olan Helmert izdüşüm yönteminde ise fiziksel yeryüzü üzerindeki bir noktadan, elipsoidin normali boyunca hesap yüzeyi olan dön elipsoide doğru izdüşüm yapılır. Çoğu uygulama için Pizetti ve Helmert izdüşümü yöntemleri arasında olan fark dikkate alınmayabilir (Heiskanen and Moritz 1984). Helmert izdüşüm yöntemi özellikle elipsoidal koordinatların (ϕ , λ , h), dik koordinatlara (x , y , z) doğrudan dönüşüm işlemi yapılırken pratik üstünlüğü olduğu için daha çok yaygın olarak kullanılır. Pizetti izdüşüm yönteminde ise indirgeme birkaç aşamalı olduğu için daha fazla zamana ve uğraşmaya ihtiyaç vardır (Tuşat 2000).

GNSS gözlemleri sonucu oluşmuş Kartezyen dik koordinatlar, jeodezik enlem (ϕ), jeodezik boylam (λ) ve elipsoidal yüksekliğe (h) dönüştürülürken bazı referans elipsoidlerine ya da dön elipsoide (sferoide) bağlı olarak dönüştürülebilir. Dönüşüm esnasında aşağıdaki eşitliklerden yararlanılır (Akçın 1998).

$$h = \frac{P}{\cos \varphi} - N \quad (2.17)$$

$$P = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (2.18)$$

$$N = \frac{a}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 \varphi}} \quad (2.19)$$

$$\varphi = \arctan \frac{Z + e'^2 * b * \sin^3 \theta}{P - e^2 * a * \cos^3 \theta} \quad \lambda = \arctan \frac{Y}{X} \quad (2.20)$$

$$\theta = \arctan \left(\frac{a * Z}{b * P} \right) \quad (2.21)$$

Burada;

b : Elipsoidin küçük yarı eksen

a : Elipsoidin büyük yarı eksen

e^2 : Birinci eksentrisite

e'^2 : İkinci eksentrisite

N : Meridyene dik doğrultudaki eğrilik yarıçapı olarak ifade edilir.

2.2 Jeoid Kavramı ve Jeoid Belirleme Yöntemleri

Yeryüzünün gerçek şeklini ifade etmede kullanılan ve fiziksel olarak tanımlanmış yüzeye jeoid denir. Güncel uydu teknolojisini kullanan her kişinin yükseklik sistemlerinde referans yüzeyi olarak kullanabileceği jeoid ihtiyacı vardır. Yüksek presizyonlu jeodezik koordinatlar ve uydular yardımıyla elde edilen konumlar arasında doğal bir bağ mevcuttur. Bu yüzden uydu teknolojisinin rasyonel kullanılmasında jeoidin önemli bir yeri vardır (Aksoy vd. 1999).

Jeoid belirleme, jeodezideki gelişmeler sonucu uydu teknolojilerinin yaygınlaşması ile önem kazanmaya başlamıştır. Uydular kullanılarak yapılan jeodezik ölçmelerde, ölçme alanındaki yeryuvarının büyüklüğüne ve şekline bağlı olarak bir elipsoid üzerinde olduğu düşünülerek noktaların jeodezik koordinat hesapları yapılabilir. Ölçme aletleri kullanılarak yeryüzü üzerinde yapılacak ölçmeler jeoid ile alakalıdır. Elipsoid yüzeyi ile jeoid yüzeyinin çakışması söz konusu değildir ve çakışmayan iki yüzey arasında oluşan

fark jeoid ondölasyonu (N) olarak tanımlanır (Grafarend 1994). Jeoid yüksekliğinin analog ya da sayısal olarak ifade edilmesini sağlayan yatay konumu bilinen noktadaki verilerin modellenmesi jeoid belirleme olarak adlandırılır (Yılmaz 2005).

Uygulamalarda jeoidin belirlenmesi denince akla ilk gelen gerçek gravite alanını ifade eden bñyñklñklerdir. Bu bñyñklñkler, gerçek gravite potansiyeli (W), ortometrik yñkseklik (H), gerçek gravite (g), astronomik enlem ve boylam (Φ, λ) bñyñklñkleriyle referans elipsoidine ait, normal potansiyel (U), normal gravite (γ), elipsoidal yñkseklik (h), jeodezik enlem ve boylam (ϕ, λ) bñyñklñklerinin karşılıklı farkından dolayı oluşan T bozucu potansiyeli, jeoid ondölasyonu (N), gravite anomalisi (Δg) ve ekñl sapması bileşenleri (η, ξ) miktarlarının belirlenmesidir. Bu ifadenin miktarları, jeoid ve elipsoid arasında olan farklılaşmanın bñyñklñđñ ile şeklini ifade eder. Genel olarak jeoid yñksekliđi (N) yardımı ile jeoid belirlenebilir (Karaali 1985).

Jeoid profil uzunluğu boyunca veya devamlı bir yñzey halinde belirlenebilmektedir. Jeoid belirlemenin teknikleri izelge 2.1’de gñsterilen veri kaynakları ve gñzlem bñyñklñklerinin bazılarına dayanır.

Çizelge 2.1 Jeoid belirlemede veri türleri ve gözlem büyüklükleri (Üstün 2001).

Veri Türleri	Kaynak
Uydu yörünge analizleri	Dinamik Geometrik
Küresel harmonik katsayılar	Jeopotansiyel model
Gravite anomolileri	Yersel gravite ölçmelerinden(karalar için) Altimetre verilerinden (denizler için) Jeopotansiyel model katsayılarından(eksik bölgeler için)
Topoğrafik yükseklik bilgileri	Sayısal Arazi Modeli(SAM) ve Sayısal Yükseklik Modeli(SYM)
Topoğrafik kitlelerin yoğunluk değişimi, kabuk manto sınırında yoğunluk sıçraması (Mahoravicić süreksizliği)	Kitle yoğunluk modelleri Yer yuvarının gravite alanı bilgisine dayalı ters gravimetrik çözüm
Nokta kitle modeli	GPS/Nivelman jeoid yükseklikleri Gravite Anamolileri Global Jeopotansiyel model Sayısal Arazi Modeli
Yersel jeodezik ölçmeler	Astro jeodezik veriler Geometrik Nivelman Presizyonlu trigonometrik nivelman
Uydu konum belirleme teknikleriyle türetilen 3B konum bilgileri	SLR GPS DOPPLER

Jeoid belirleme yöntemleri, uygulanan modellere ve ulaşımı kolay elimizde bulunan verilere göre sınıflandırılabilir. Uygulanan modeller ve kullanılan verilere göre aşağıdaki gibi sınıflandırılabilir (Arslan ve Yılmaz 2005);

- Astro-jeodezik yöntem ile jeoid belirleme
- Gravimetrik değerlere göre jeoid belirleme
- Jeopotansiyel modeller ile jeoid belirleme
- Kombine yöntemle jeoid belirleme (remove - restore)
- GNSS/Nivelman yöntemine göre jeoid belirleme

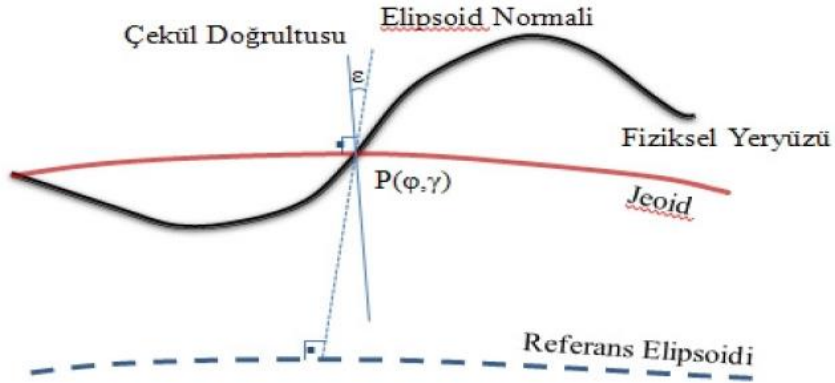
olmak üzere sınıflandırılabilir. Sınıflandırılması yapılmış söz konusu yöntemlerin bazılarının doğruluk değerleri Çizelge 2.2’de gösterilmiştir.

Çizelge 2.2 Jeoid yöntemlerinin doğruluk değerleri.

YÖNTEM	DOĞRULUK	
	Rölatif	Mutlak
Astrojeodezik	30 - 50 cm	70 - 100 cm
Gravimetrik	40 - 70 cm	1 – 1,5 m
Jeopotansiyel Model	-----	1 - 2 m
GNSS / Nivelman	10 - 20 mm	8-12 cm

2.2.1 Astrojeodezik Yöntem ile Jeoid Belirleme

Fiziksel topografya üzerinde bulunan bir P noktasından geçen çekül eğrisiyle yine o noktadan geçen elipsoid normali kesiştiklerinde ε kadar bir sapma oluşturlar, oluşan bu farka çekül sapması denir (Şekil 2.4). Fiziksel yeryüzündeki bir noktanın doğal koordinat değerleri (Φ , Λ) astronomik gözlemler sonucu belirlenebilir. Bu koordinat değerleri referans elipsoidinin jeodezik koordinat değerleriyle (φ , λ) karşılaştırılırsa çekül sapmasının bileşenleri oluşur (Yiğit 2003).



Şekil 2.4 Astrojeodezik çekül sapması (Bolat 2013).

Bir noktada oluşan çekül sapmasının bileşen değerleri biliniyorsa jeoidin şekli belirlenebilir. Düşeydeki sapmalardan oluşan jeoidin biçiminin belirlenmesi için eşitlik Heiskanen ve Moritz (1967) tarafından verilmiştir. ds uzunluğunda elde edilen jeoid yüksekliğindeki değişiklik;

$$dN = -\varepsilon ds \quad (2.22)$$

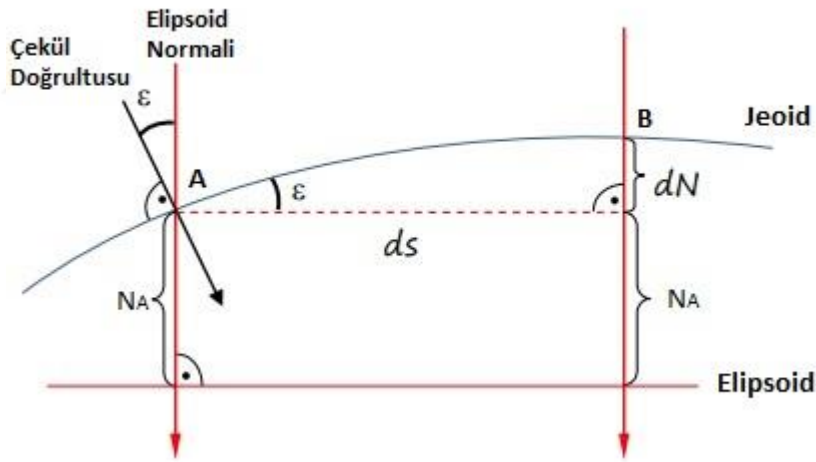
formülü ile hesaplanır. Burada ε , azimutu α olan doğrultudaki çekül sapmasını gösterir.

$$\varepsilon = \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha \quad (2.23)$$

eşitliği ile tanımlanır. ξ kuzey ve güney yönündeki çekül sapması bileşeni ve η doğu ve batı yönündeki çekül sapması bileşenidir. Aşağıdaki formül yardımıyla hesaplama işlemi yapılabilir.

$$\xi = \Phi - \varphi ; \eta = (\Lambda - \lambda) \cos \varphi \quad (2.24)$$

Burada Φ ve Λ ise noktanın astronomik enlem ve boylamları, φ ve λ noktanın jeodezik enlem ve boylamlarıdır. Başlangıç noktası A'daki jeoid ondülasyonu biliniyorsa, bir AB profili uzunluğunca N değeri aşağıdaki Stokes formülü yardımıyla hesaplanabilir.



Şekil 2.5 Jeoid ondülasyonu ile çekül sapması arasındaki ilişki.

$$N_B = N_A + dN \quad N_B = N_A + \int_A^B \varepsilon \cdot ds \quad (2.25)$$

Bu yöntemle oluşan jeoid belirlmesine astrojeodezik jeoid belirlmesi denir. Astrojeodezik yöntemle jeoid belirleme metodu günümüzde güvenilir bir yöntem olarak düşünülmektedir. Bunun sebebi φ ve λ 'nın değeri GPS yöntemi ile basit olarak yapılabilmektedir. Bununla birlikte Φ ile Λ değerlerinin hassasiyeti düşük olarak elde edilebilmesi için hassas bir değerlendirmeye ihtiyaç duyulur (Ollikainen 1997).

2.2.2 Gravimetrik Yöntem İle Jeoid Belirleme

Jeoid yüzeyi belirlenecek alandaki farklı yeryüzü şekline ve kütsel yoğunluğa sahip bölgelerdeki seçilen noktaların üstünde gravimetrik ölçümler yapılır. Yapılan bu ölçüm değeri gerekli indirgemeler uygulanarak jeoid yüzeyi üstündeki gravimetrik sonuçlar elde edilir. Fourier transformasyonu ile Stokes integrali kullanılarak gravimetrik ölçümü yapılan noktaların jeoid yükseklik değeri hesaplaması yapılır. Elde edilen sonuçlara göre en uygun jeoid yüzeyi geçirilir (Akçın 2001).

2.2.2.1 Stokes İntegrali ile Jeoid Belirleme

Jeoid, gravimetrik olarak Stokes'in sınır değeri problemi yardımıyla bulunabilmektedir. Jeoid yüzeyi üzerinde verilen bütün noktalar için Stokes problemi, gravite anomalilerinden kitlelerin dışında kalan harmonik bir potansiyelin belirlenmesi ile ilgilidir. Jeoid harici hiçbir kitleye izin verilmediği için, topografya matematiksel bir şekilde elimine edilmeye çalışılmalıdır (Sideris 1994).

W , yerin gerçek gravite potansiyeliyle dönüklüğü ve kütlesi, yerin kitle ve dönüklüğüyle aynı olan U elipsoidin potansiyeli arasındaki fark T bozucu potansiyel,

$$T = W - U \quad (2.26)$$

ifadesiyle tanımlanır. Laplace denklemini klasik sınır değeri problemiyle oluşturan T bozucu potansiyeli,

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad (2.27)$$

şeklinde bulunabilir. ∇^2 burada Laplace operatörüdür ve sınır koşulu altında,

$$\frac{\partial T}{\partial h} - \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial h} T + \Delta g = 0 \quad (2.28)$$

ifadesi sağlanır. Bu ifadede Δg gravite anomalilerini ve $\partial/\partial h$ düşey türevi göstermektedir. Küresel yaklaşımda sınır şartı,

$$\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{2}{r}T + \Delta g = 0 \quad (2.29)$$

eşitliği gibi olur. Burada $\partial/\partial r$ radyal düşey türevi ifade eder. Bu eşitlik r 'ye göre entegre edilebilen diferansiyel bir denklem olduğu için çözümü jeoid üzerindeki bozucu potansiyel T 'yi verir. Bozucu potansiyel,

$$T = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \Delta g S(\Psi) d\sigma \quad (2.30)$$

gibi yazılabilir. Bu eşitlikte;

$d\sigma$: Yüzey elemanı

σ : Yeryuvarı yüzeyi

Δg : Gravite anomalisi

R : Yerin ortalama yarıçapı

$S(\psi)$: ψ küresel uzaklıktaki Stokes ya da kernel fonksiyonunun değerini ifade etmektedir. $S(\psi)$ Stokes fonksiyonu;

$$S(\Psi) = \frac{1}{\sin(\frac{\Psi}{2})} - 6 \sin \frac{\Psi}{2} + 1 - 5 \cos \Psi - 3 \cos \Psi \ln(\sin \frac{\Psi}{2} + \sin^2 \frac{\Psi}{2}) \quad (2.31)$$

$$\sin^2 \frac{\Psi}{2} = \sin^2 \frac{\varphi_p - \varphi}{2} + \sin^2 \frac{\lambda_p - \lambda}{2} \cos \varphi_p \cos \varphi$$

eşitlikleri yardımıyla hesaplanmaktadır. Ψ , hesap noktası (φ_p, λ_p) ile sabit noktası (φ, λ) arasındaki küresel uzaklık olarak tanımlanır. Bruns teoremi $N = T/\gamma$ yararlanarak;

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \Delta g S(\Psi) d\sigma \quad (2.32)$$

jeoid yüksekliği elde edilir. Burada,

γ : Normal gravite

N : Jeoid yüksekliğidir.

Eşitlik 2.32 fiziksel jeodezinin en önemli formüllerinden birisi olarak ifade edilir ve Stokes integrali ya da Stokes formülü olarak adlandırılır. Bu eşitlik kullanılıp gravite bilgilerinden yararlanarak jeoid belirlenebilir (Heiskanen and Moritz 1967).

2.2.2.2 Hızlı Fourier Dönüşümü ile Jeoid Belirleme

Bir boyutlu hızlı Fourier dönüşümü (1-D FFT) ve iki boyutlu hızlı Fourier dönüşümü (2-D FFT) jeoid belirleme işlemlerinde kullanılmaktadır. Sabit nokta ile hesap noktası arasında oluşan bir boylam farkı için Stokes fonksiyon değerinin, aynı paralel üstündeki bütün hesap noktaları için benzer olması bir boyutlu hızlı fourier yönteminin temelidir. P hesap noktasını ve Q sabit noktasını göstermek üzere ayrık Stokes integrali;

$$N_{\varphi_P}(\lambda_P) = \frac{R}{4\pi\gamma} \sum_{\varphi_Q=\varphi_1}^{\varphi_n} \cos \varphi_Q \left\{ \sum_{\lambda_Q=\lambda_1}^{\lambda_m} S_{\varphi}(\Delta\lambda_{PQ}) \Delta g_{\varphi_Q}(\lambda_Q) \Delta\lambda \right\} \Delta\varphi \quad (2.33)$$

şeklinde ifade edilir. Burada;

n : Paralellerin sayısını

m : Meridyenlerin sayısını

$\Delta\varphi$ ile $\Delta\lambda$: Bir φ ve λ gridi için seçilen aralıkları

$N_{\varphi_P}(\lambda_P)$: Tek bir paralel φ_P boyunca bütün noktalar üzerindeki jeoid yüksekliklerini belirtmektedir.

$S_{\varphi}(\Delta\lambda_{PQ})$ stokes fonksiyonu, $\Delta g_{\varphi_Q}(\lambda_Q)$ ise φ_Q paraleli boyunca indirgenmiş gravite anomalisi değerini göstermektedir. Eşitlik 2.33’de bulunan parantez içindeki büyüklük değeri boylam yönünde tek boyutlu katlı toplam şeklindedir. Bu tanım 1-D FFT olarak değerlendirilebilir. Bu yöntemde $N_{\varphi_P}(\lambda_P)$ jeoid yüksekliği, aynı paralel φ_P üzerinde kullanılacak bütün jeoid hesap noktaları için ifade edilir. Bu ifadelerle göre Eşitlik 2.34 aşağıdaki gibi oluşur;

$$N_{\varphi_P}(\lambda_P) = \frac{R\Delta\varphi\Delta\lambda}{4\pi\gamma} \sum_{\varphi_Q=\varphi_1}^{\varphi_n} \cos \varphi_Q F_1^{-1} \left\{ F_1[S_{\varphi}(\Delta\lambda_{PQ})] F_1[\Delta g_{\varphi_Q}(\lambda_Q)] \right\} \quad (2.34)$$

Bu formülde F_1 tek boyutlu ayrık Fourier dönüşüm operatörünü, F_1^{-1} de tersini ifade etmektedir. Gridlenmiş gravite anomalisi Δg ’dir. 1-D FFT yöntemi nümerik entegrasyon ile ifade edilen sonuçların aynısını gösterir. Bu yöntem gridlenmiş anomalileri kullanıp, aynı anda bütün grid noktalarındaki jeoid ondülasyonlarını hesaplayabilir (Gachari and Olliver 1998, Ses and Gilliland 2000, Corchete *et al.* 2005).

1-D FFT tekniğinin en iyi avantajı, doğrudan nümerik integral tekniğiyle elde edilen sonuçlar ile eşit değerleri sağlamasıdır. Ayrıca hızlı Fourier dönüşümü nümerik integral tekniğine göre çok daha hızlı ve verimli olan bir tekniktir. 1-D FFT tekniği, 2-D FFT tekniğine göre daha az verimli olmasına rağmen direkt nümerik integrasyon tekniği gibi duyarlı hemde bu metodlardan daha hızlı bir tekniktir (Garcia and Alejo 2005).

2-D FFT tekniği bir E bölgesinde Δg gravite anomalileri yardımıyla hesaplanan $N_{\Delta g}$ jeoid ondülasyonu, düzlemsel yaklaşım ile 2 boyutlu katlı toplam olarak ifade edilebilirler. Fakat alan Δx ve Δy grid aralıkları şeklinde $M \times N$ aralıklarına bölündüğünde (x_k, y_l) noktasında gridlenmiş gravite anomalileri yardımıyla jeoid yüksekliği,

$$\begin{aligned} N^{\Delta g}(x_k, y_l) &= \frac{1}{2\pi\gamma} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} \Delta g(x_i, y_j) l_N(x_k - x_i, y_l - y_j) \Delta x \Delta y \\ &= \frac{\Delta x \Delta y}{2\pi\gamma} \Delta g(x_k, y_l) * l_N(x_k, y_l) \end{aligned} \quad (2.35)$$

$$l_N(x_k - x_i, y_l - y_j) = \begin{cases} [(x_k - x_i)^2 + (y_l - y_j)^2]^{-1/2}, & (x_k \neq x_i \text{ veya } y_l \neq y_j) \\ 0, & (x_k = x_i \text{ ve } y_l = y_j) \end{cases} \quad (2.36)$$

eşitlikleri ile gösterilebilir. Bu eşitliklerde,

l_N : Stokes kernel fonksiyonun düzlemsel biçimini

* : Konvolüsyonu ifade etmektedir.

$l_N(0, 0)$ orijin noktasında tekil olduğundan, hesap noktasındaki gravite anomalisinin etkisi ayrıca hesaplanmalıdır. Jeoid ondülasyonları 2-D FFT tekniğiyle,

$$\begin{aligned} N^{\Delta g}(x_k, y_l) &= \frac{\Delta x \Delta y}{2\pi\gamma} F^{-1} \{ F \{ \Delta g(x_k, y_l) \} F \{ l_N(x_k, y_l) \} \} \\ &= \frac{\Delta x \Delta y}{2\pi\gamma} F^{-1} \{ \Delta G(u_m, v_n) L_N(u_m, v_n) \} \end{aligned} \quad (2.37)$$

formülleri yardımıyla hesaplanabilir. Bu formüllerde, F Fourier dönüşümünü, F^{-1} ters ayırık Fourier dönüşümünü, u ile v sırasıyla x ve y 'ye denk gelen frekansları ifade etmektedir (Ayhan 1993, Sideris 1997, Omang and Forsberg 2002).

2.2.3 Jeopotansiyel Model ile Jeoid Belirleme

Jeopotansiyel model bütün yeryüzüne ait gravite bilgilerinden faydalanarak oluşturulmuş, jeoid ondülasyonu gibi yeryuvarının gerçek gravite alanıyla bağlantılı büyüklüklerin hesaplandığı modeldir. Bu model belirli bir açınım derecesine göre hesaba katılmış katsayıları içerir ve yeryüzünün çekim potansiyelini ifade eden küresel harmonik dizilerin katsayılarını içerir. Jeopotansiyel model oluşumunda gravite anomalileri kullanılan tek veri kümesi değildir. Bunun yanında denizlerdeki uydu altimetre verileri, sayısal yükseklik modelleri ve uydu izleme verileri de kullanılır. Global jeopotansiyel modeller içinde öne çıkanlar EGM96, EGM08 ve EIGEN bazılarıdır ve bu modeller geleneksel uydu izleme tekniklerine dayalı oluşturulmuştur (Pavlis *et al.* 2008).

Yeryuvarının gravite alanının küresel harmonik gösterimi (W) aşağıdaki gibidir;

$$W(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \theta) \right\} + \phi \quad (2.38)$$

Burada;

a : Referans elipsoidinin büyük yarı eksen

r, θ, λ : W'nin hesaplanacağı noktanın küresel kutupsal koordinatları

C_{nm}, S_{nm} : Yeryuvarı gravite alanının tam normalleştirilmiş küresel harmonik katsayıları

GM : Jeosentrik çekim sabiti

$P_{nm}(\cos \theta)$: Tam normalleştirilmiş Legendre fonksiyonu

Φ : Merkezkaç potansiyeli ($\Phi = \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \sin^2 \theta$, ω yeryuvarının açısal dönme hızı) olarak tanımlanır.

Jeopotansiyel modeller yardımıyla jeoid yükseklikleri aşağıdaki eşitlik kullanılarak hesaplanabilir;

$$N(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r^2} \left\{ \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta C_{nm} \cos m\lambda + \Delta S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \theta) \right\} \quad (2.39)$$

Burada $P(r, \theta, \lambda)$ noktasındaki normal gravite değeri γ 'dir (Bolat 2013).

2.2.4 Kombine Yöntem ile Jeoid Belirleme (Remove-Restore)

2.2.4.1 Kaldır-Hesapla-Yerine Koy Yöntemi ile Jeoid Belirleme

Gravimetrik jeoid, kaldır-hesapla-yerine koy yöntemi olarak bilinen Stokes integrali ile küresel harmonik açılımının bir kombinasyonu ile bulunabilir. Jeoid ondülasyonunun bir jeopotansiyel modelden elde edilen uzun dalga boyu parçası, topografik etkiler sonucu kısa dalga boyu parçası gözlemlenmiş gravite anomalilerinden matematiksel şekilde kaldırılır. Jeoid ondülasyonun orta dalga boyu parçası, Stokes integralinde gravite anomalilerinin kullanılmasıyla hesaplaması yapılabilir. Bu uygulamadan sonra ise noktaların jeoid ondülasyonları, kısa ve uzun dalga boyu parçalarının yerine tekrar bırakılmasıyla elde edilir (Zhan-ji 1998, Luo *et al.* 2005).

Kaldır-Hesapla-Yerine koy yöntemi ile gravimetrik jeoid yüksekliğinin hesabı, global jeopotansiyel model, topoğrafya ve lokal gravite anomalileri (Δg) olmak üzere üç kaynaktan oluşan kombine edilmiş çözüm ile yapılmaktadır (Şekil 2.6). Buna göre gravimetrik jeoid yüksekliği;

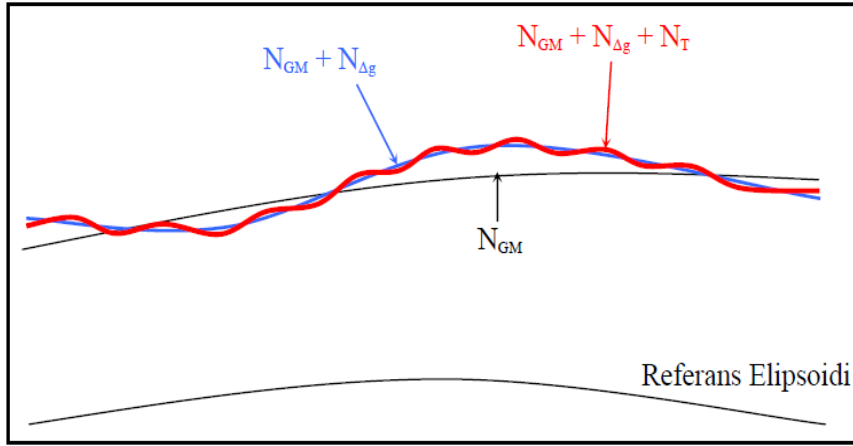
$$N = N_{GM} + N_{\Delta g} + N_T \quad (2.40)$$

eşitliği kullanılarak bulunur. (Sideris 1994, Esan 2000). Burada;

N_T : Jeoid ondülasyonun, sayısal yükseklik bazlı topografik yüksekliklerden oluşan kısa dalga boyu parçası

$N_{\Delta g}$: Jeoid ondülasyonun, yersel gravite gözlemlerinden elde edilmiş indirgenmiş gravite anomalilerinin Stokes integralinde kullanılmasıyla oluşan orta dalga boyu parçası

N_{GM} : Jeoid ondülasyonun, jeopotansiyel modelden oluşan uzun dalga boyu parçası



Şekil 2.6 Kaldır-koy tekniği ile gravimetrik jeoid yüksekliği (Yurt 2006).

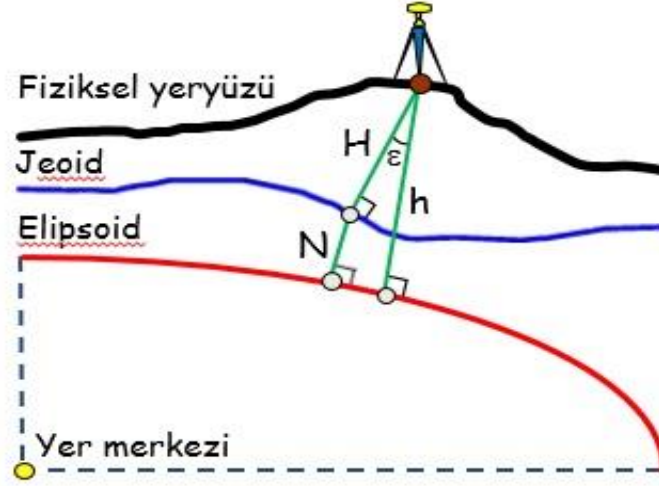
2.2.5 GNSS/Nivelman Yöntemi ile Jeoid Belirleme

Jeodezi alanındaki gelişmelerde GPS'in etkisi büyüktür. Yersel ölçme teknikleri kullanılarak kenar ve açıların ölçümü ile elde edilen konum belirlemeyi GPS sistemi ortadan kaldırmıştır (Yılmaz 2005). Geçmişte klasik yöntemler ile koordinat elde etmek için birbirini gören noktalara ihtiyaç vardı. Bu noktaları tespit etmek yorucu ve zaman alıcı bir haldeydi. Bu alandaki gelişmeler ile birlikte GPS kullanılarak koordinat elde edilmesi kolaylaştı ve noktaların birbirini görme zorunluluğu ortadan kalktı. Bu nedenle nirengi ağlarının kurulması daha kolay ve rahat bir hale geldi (Yurt 2006).

GPS kullanılarak ölçüm yapılan noktalarda elipsoidal yükseklik elde edilir. Bu yükseklik sistemi yeryuvarının basit bir elipsoid modeline göre tanımlanabilir ve h ile gösterilir. Klasik ölçme yöntemi olan nivelman ile yapılan ölçümler sonucu ise ortometrik yükseklikler elde edilir. Bu yükseklik türü nivelman işlemi ile jeoide göre belirlenir ve H ile gösterilir. Bu iki yükseklik sistemi arasındaki ilişki Eşitlik 2.41 ile gösterilir (Featherstone *et al.* 1998).

$$N = h - H \quad (2.41)$$

Burada N jeoid ondülasyonudur. Bir noktada elipsoidal yükseklik ile ortometrik yükseklik biliniyorsa jeoid ondülasyonu kolaylıkla bulunabilir.



Şekil 2.7 Elipsoidal, ortometrik ve jeoid yüksekliği arasındaki ilişki.

A noktasında elipsoid ile jeoid çakışık vaziyette düşünülürse;

$$\Delta h = \Delta N + \Delta H \quad (2.42)$$

denklemini yazılabilir. Elipsoidal yükseklik farkı olan Δh , A ve B noktası arasında rölatif GNSS ölçmeleri kullanılarak yeterli doğrulukla bulunabilir (Leick 1990, Hoffmann *et al.* 1997). Nivelman yöntemleri kullanılarak ortometrik yükseklik farkı olan ΔH belirlenebilir. Jeoid yükseklik farkı olan ΔN değeri Eşitlik 2.42'den basitçe bulunabilir. Şekil 2.7 ve Eşitlik 2.42 kullanılarak bulunan jeoid yükseklik farkının doğruluğu, ortometrik yükseklik ve elipsoidal yükseklik farklarının doğruluklarına bağlıdır (Schödlbauer vd. 1992).

2.3 Enterpolasyon Kavramı ve Jeoid Belirlemede Kullanılan Enterpolasyon Yöntemleri

Enterpolasyon ilk olarak, matematiğin bir alt grubu olan sayısal analiz metodlarında ifade edilen ve eldeki bilinen değer noktalarından başlayarak, değeri bilinmeyen bir sonraki noktanın olası değerini bulmaya çalışan yöntem olarak gösterilir. Genel olarak enterpolasyon, mühendislik veya benzeri diğer bilim dallarında elde edilen verilerin bir fonksiyon eğrisine çevrilmesi için kullanılmaktadır. Elde edilen verilerin heterojen ve dağınık halde olduğu durumlarda boş alanlardaki değerleri enterpolasyon ile belirlenebilir (Simith *et al.* 2007).

Jeoid yüksekliklerini belirleme yöntemleri arasında en çok kullanılan, bir alandaki ortometrik yükseklik ile elipsoid yükseklik değerlerinin bilindiği ve jeoidin en iyi şekilde ifade edildiği analitik bir yüzey modelinin geçirildiği yöntemidir. Ara noktaların jeoid yüksekliği değerlerinin hesaplanmasında yüzey geçirme işlemi ile elde edilen matematiksel model kullanılır. Geçirilen yüzey modeliyle yalnızca ara noktalardaki jeoid yüksekliği değerleri bulunabilmektedir. Ortometrik yükseklik değerlerini elde etmek için bulunan jeoid yüksekliği değerleri kullanılır. Bu teknik astrojeodezik yöntemle benzerdir ve her ikisinde de en yüksek hassasiyet, istasyonların birbirine yakın ve jeoidin düzgün olduğu bölgelerde elde edilir (King *et al.* 1985).

Enterpolasyon işlemi uygulanacak işlemlerde birbirinden farklı ve çeşitli olarak birden fazla metod kullanılır. Enterpolasyon genellikle n boyutlu P_i noktalarındaki m boyutlu vektörleri kullanarak, n boyutlu P_k hesap noktalarındaki m boyutlu vektörlerin bulunması şeklinde ifade edilebilir (Güler 1978). Bu yüzden enterpolasyon ile elde edilen sonuçların gerçek olan değerlerle aynı olması istenir fakat pratikte bu değerlerin aynı olması söz konusu değildir. Bir alandaki en uygun enterpolasyon, gerçek değere en fazla yaklaştırandır.

Enterpolasyon problemlerinin temelinde üç yaklaşım vardır. Bu yaklaşımlar;

- Tüm bölgeyi kapsayan tek bir fonksiyonla enterpolasyon
- Yerel olarak tanımlanmış parça parça fonksiyonlarla enterpolasyon
- Noktasal enterpolasyon

olmak üzere üç farklı kestirim metodu vardır (Güler 1978).

Tüm bölgeyi kapsayan tek bir fonksiyonla enterpolasyon metodunda, alanın tamamını kapsayan tek bir fonksiyonun bulunabilmesi için alanda bulunan tüm dayanak noktalarından yararlanılır.

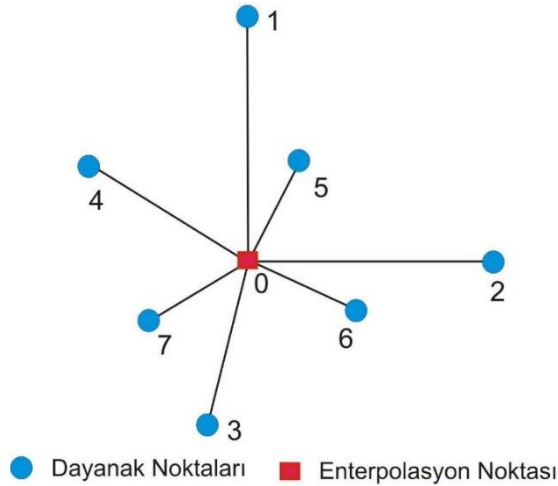
Noktasal enterpolasyon metodunda, yükseklik değeri hesaplanacak noktayı çevreleyen bir ölçüt dairesinin veya karenin iç tarafına denk gelen dayanak noktaları değerlendirilir. Her nokta kendisinin merkez olduğu kare veya daire içindeki dayanak noktalarından hesaplaması yapıldığı için enterpolasyon fonksiyonu katsayıları bir noktadan diğer

noktaya farklılık gösterir.

Yerel olarak tanımlanmış parça parça fonksiyonlarla enterpolasyon metodunda, alanın tamamı küçük parçalara ayrılır ve her bir küçük parça kendi içinde seçilen fonksiyon ile ifade edilir. Bu vaziyette parçaların içinde çatlaklar ve süreksizlikler görülebilir. Bu etkilerden kaçınmak için parçalardaki fonksiyonları sınır boyunca üst üste getirmek düşüncesiyle birleştirme fonksiyonları kullanılır (Yurt 2006).

2.3.1 Ağırlıklı Ortalama Metodu ile Enterpolasyon

Diğer enterpolasyon metodlarına göre kullanımının daha kolay olmasından dolayı yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Ağırlıklı ortalama metodu bir noktasal enterpolasyon metodudur. Çalışma bölgesi içindeki enterpolasyon noktasının değeri, noktanın etrafındaki dayanak noktalarının elde edilen değerlerinden yararlanarak ağırlıklı ortalamayla belirlenir. Yararlanılan dayanak noktalarındaki elde edilen değerlere verilecek ağırlık değerleri, enterpolasyon ile dayanak noktası arasındaki mesafenin fonksiyonuna bağlı olarak belirlenir ve ağırlık değerleri tüm enterpolasyon noktaları için farklı olabilir (Şekil 2.8) (Yurt 2006).



Şekil 2.8 Ağırlıklı ortalama enterpolasyon ve dayanak noktaları (Yiğit 2003).

Belirli bir alanda lokal jeoid yüzeyi modeli belirlemek için, gözlemler sonucu gerekli değerleri belirlenmiş n sayıda dayanak noktası olduğunu düşünelim. Alan içerisinde bu yöntemle göre yeni noktalardaki N_0 jeoid yüksekliği, o noktaların etrafında bulunan m

sayıdaki dayanak noktaları kullanılarak;

$$N_0 = \frac{\sum_{i=1}^m N_i \cdot P_i}{\sum_{i=1}^m P_i} \quad (2.43)$$

hesaplanabilir (Yiğit 2003). Burada,

N_0 : Enterpolasyonla belirlenecek jeoid yüksekliği

N_i : Enterpolasyon noktası etrafındaki dayanak noktalarının jeoid yüksekliği

P_i : Hesaplama da kullanılan noktalara atanacak ağırlık değeri

m : Enterpolasyonda N_0 değeri için kullanılacak dayanak nokta sayısıdır.

Aralarındaki yatay mesafeye bağlı olarak dayanak noktalarının enterpolasyon noktasına etki edecek ağırlıkları;

$$d_i = \sqrt{(x_i - x_e)^2 + (y_i - y_e)^2} \quad (2.44)$$

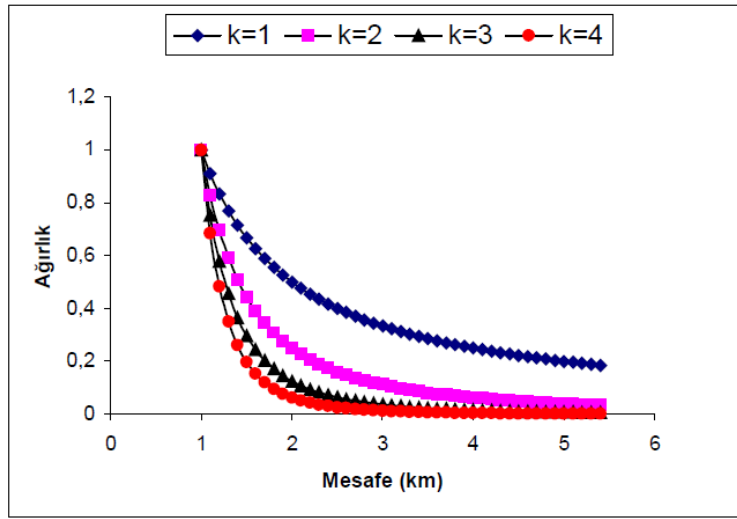
olmak üzere P_i ters ağırlık değerleri fonksiyonu,

$$P_i = \frac{1}{d_i^k} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad k = 1, 2, 3, 4 \quad (2.45)$$

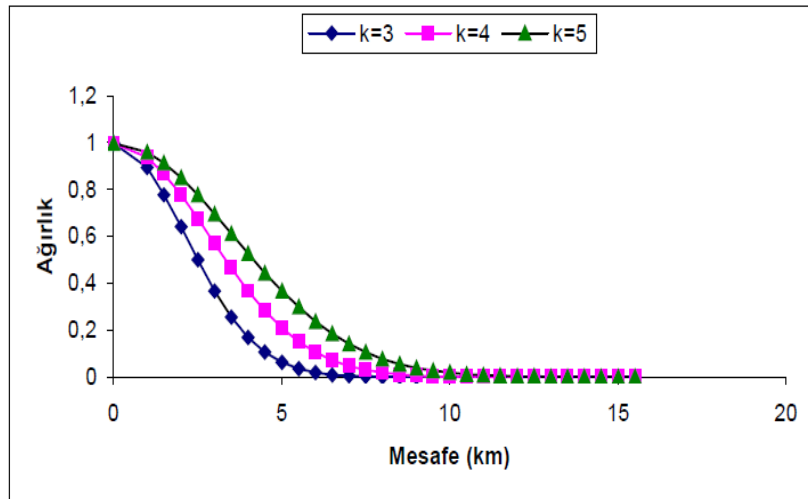
$$P_i = \frac{1}{(e^{(d_i/d_k)^2})} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad k = 3, 4, 5 \quad (2.46)$$

Eşitlik 2.45 ile hesaplanabileceği gibi, Eşitlik 2.46 biçimindeki Gauss fonksiyonundan da hesaplanabilir (Güler 1978, Li *et al.* 2004).

Ağırlık değeri olarak Eşitlik 2.45 kullanılırsa k değerinin seçimi daha çok önemli hale gelecektir. Birbiriyle ters orantılı olan ağırlık modeli ile uzaklık, k değerinin artmasıyla beraber uzaktaki noktaların enterpolasyon ile jeoid yüksekliği hesaplanacak olan noktaya etkisi azalır. Bu halde çok fazla dayanak noktası olan büyük alanlarda, uzaktaki noktaların etkisini aza indirmek için k değeri büyük seçilmelidir. k değeri dört ve dörtten büyük değerlerde yaklaşık olarak aynı sonuçları vermektedir ve bu enterpolasyon yöntemi en yakın komşulukla enterpolasyon metoduna dönüşmektedir (İnal vd. 2003). Şekil 2.9 ile Eşitlik 2.45 ve Şekil 2.10 ile Eşitlik 2.46 ağırlık fonksiyonlarının k değerinin farklı olmasından dolayı ağırlık ile mesafe arasındaki ilişki ifade edilmektedir.

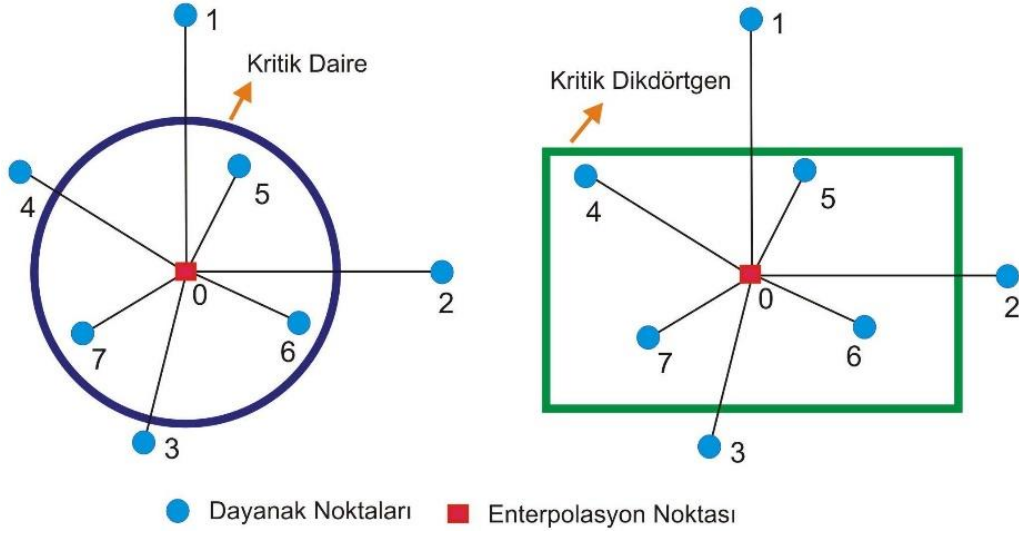


Şekil 2.9 Ters ağırlık fonksiyonunda k değerine göre ağırlık mesafe ilişkisi (Yiğit 2003).



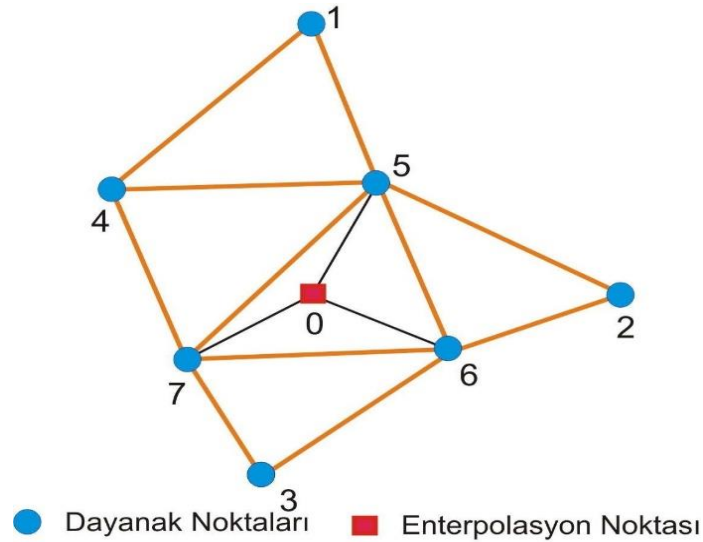
Şekil 2.10 Gauss fonksiyonunda k değerine göre ağırlık mesafe ilişkisi (Yiğit 2003).

Ağırlıklı ortalama metodunda kullanılacak enterpolasyon noktaları için çalışma bölgesinde n tane olan bütün dayanak noktalarının kullanılması yerine, kullanılacak enterpolasyon noktaları etrafındaki m tane olan dayanak noktalarının kullanılması tavsiye edilmektedir (İnal ve Yiğit 2003). Bu tavsiye edilen dayanak noktalarının seçimi için genellikle enterpolasyon noktası merkez seçilmek üzere belirlenen kritik dikdörtgen veya daire kullanılabilir (Şekil 2.11). Bunun üzerine kullanılan kritik daire veya dikdörtgenin boyutlarının belirlenmesi sorunu ile karşılaşılır. Dayanak noktalarının konumsal dağılımı kritik dikdörtgen veya dairenin boyutları ile doğrudan bağlantılıdır (Çakır ve Şen 2006).



Şekil 2.11 Ağırlıklı ortalamadaki enterpolasyon ve dayanak noktaları ile kritik dikdörtgen ve kritik daire (Yiğit 2003).

Düzlemde bulunan bir nokta grubu delaunay kriterine göre üçgenlenirse delaunay üçgenlemesi oluşur (Şekil 2.12). Dayanak noktaları ile enterpolasyon noktası bu kriter gereği üçgenlenirse bütün dayanak noktaları ile enterpolasyon noktası birleşerek üçgen kenarı oluşturur. Bundan dolayı tüm dayanak noktaları enterpolasyon noktasının doğal komşusu olurlar. Sadece bu dayanak noktaları kullanılarak ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon işlemi yapılabilir. Doğal komşuların kullanılmasıyla birlikte kritik dikdörtgen veya daire boyutunun hesaplanmasına gerek kalmayacaktır (Yanalak 2002).



Şekil 2.12 Delaunay üçgenlemesi (Yiğit 2003).

2.3.1.1 Ters Mesafe ile Ağırlıklı Enterpolasyon Metodu

Enterpolasyon uygulanacak yakındaki noktaların uzaktaki noktalara göre ağırlığı daha fazla olması ilkesine dayanmaktadır (Keçeci 2011). TMA enterpolasyon metodu, programlama tekniği bakımından uygun ve çok basit bir algoritmaya sahip olmasından dolayı yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu yöntem basit olarak adlandırılmasına rağmen birçok uygulamada kesin sonuç vermektedir. Enterpolasyon noktasındaki yüzey değeri, referans noktalarındaki yüzey değerlerinin ağırlıklandırılmış ortalaması hesaplanarak kullanılır. Enterpolasyon noktalarına uzak olan referans noktalarının etkisi daha az, yakın olan referans noktalarının etkisi daha fazladır. Ağırlıklandırma, referans noktasıyla enterpolasyon noktası arasındaki mesafeye bağlı bir fonksiyonla ifade edilir. Bu yüzden tüm ölçülere aynı ağırlık verilmez, enterpolasyon noktasına yakın olan noktalara daha büyük ağırlık verilir (Açıkgöz 2002).

TMA metodunda, herhangi bir k noktasına denk gelen N_k jeoid yüksekliği değeri, n (i=1, 2, ..., n) tane dayanak noktasına ait N_i jeoid yüksekliği değerlerinden faydalanarak;

$$\hat{N}_k = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{N_i}{h_{ik}^\beta}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{h_{ik}^\beta}} \quad (2.47)$$

$$N(X, Y) = N_{trent} + \hat{N}_k \quad (2.48)$$

$$h_{ik} = \sqrt{d_{ik}^2 + \delta^2} \quad (2.49)$$

eşitlikleri kullanılarak bulunur. Burada;

β : Ağırlık katsayısı

δ : Düzleştirme parametresi

h_{ik} : Mesafeye bağlı ağırlık değeri

d_{ik} : Dayanak ve kestirim noktası arasındaki mesafe

N_{trent} : Dayanak noktalarından belirlenen jeoid yükseklik değeridir.

Bu yöntemde dayanak noktalarının ağırlıkları mesafeye bağlı olarak ifade edilir. Mesafe büyüdükçe ağırlık azalacak ve bir yerden sonra sıfıra eşit hale gelecektir. Ağırlığı sıfıra eşit olan dayanak noktasının kestirim hesabında hiçbir etkisi olmayacaktır (Bolat 2013). TMA enterpolasyon metodunda, enterpolasyonda kullanılacak nokta adetini ve ağırlık katsayısını bulmak için, jeoid ondülasyonu bilinen noktalardan yararlanarak bu noktalarda kestirilecek jeoid yükseklikleriyle, bilinen jeoid yükseklikleri arasında karşılaştırma yapılır. Kestirilen jeoid yüksekliği ($\hat{N}_i$) ile dayanak noktalarının bilinen jeoid yüksekliği (N_i) farkları Eşitlik 2.50 kullanılarak elde edilir. Farklarının kareleri toplamını en küçük yapan katsayı, çalışılan alan için en ideal nokta sayısı ile katsayı seçilir (Alkanalka 2005).

$$dN = N_i - \hat{N}_i \quad (2.50)$$

2.3.2 Kriging Enterpolasyon Metodu

Bu yöntemi ilk geliştiren 1951 yılında Güney Afrikalı D. G. Krige isimli maden mühendisidir. Bu enterpolasyon yöntemi çevre, meteoroloji, maden, jeoloji, inşaat gibi birçok mühendislik dalına araştırma konusu olmuştur. Literatürde çok fazla çalışma olmamasına rağmen fotogrametrik ve kartografik çalışmalar ile uzaktan algılamada uygulanmıştır (Yiğit 2003). KRG metodu popülaritesi ile kullanılabilirliğini birçok alanda kanıtlamış geoistatistiksel bir enterpolasyon yöntemidir (Golden Software Surfer 2002).

Bu yöntem en iyi lineer yansız tahminci (BLUE) veya en iyi lineer yansız kestirici (BLUP) ile matematiksel jeodezide kollokasyon olarak tanımlanır (Boogaart *et al.* 2002). Dermanis (1984) kriging ile kollokasyon yöntemlerinin karşılaştırmasını yapmıştır (Martensson 2002).

KRG enterpolasyon metodu etrafındaki bilinen yakın dayanak noktalarındaki verileri alıp kullanarak bu noktalar dışındaki hesap noktalarındaki verilerin optimum değerlerini kestiren enterpolasyon metodudur (Barton *et al.* 1999). Bu yöntemde bir alanda enterpolasyon edilecek olan parametrelerin bölgesel bir değişken olduğu düşünülerek, birbirine yakın olan noktalardaki verilerin değerlerinin korelasyonlu olabilmesi için,

konumsal olarak bölgesel değişken devamlı bir çeşitlilik belirtir (Bolat 2013).

Bölgesel değişkenler teorisine KRG tekniğinin temeli dayanmaktadır. Konumsal değişim, yüzey uzunluğunca yükseklikler tarafından ifade edilen olaylarda istatistiksel olarak homojen haldedir. Bu teknikte ölçme noktaları arasındaki en uygun ağırlıkları tespit etmek için konumsal bağımlılığın bulunması gerekir. Bulunması gereken konumsal bağımlılık ya bir variogram fonksiyonu ya da kovaryans fonksiyonu kullanıldığı zaman tanımlanabilir (Deutsch and Journal 1992). Bu metod da ağırlıklı ortalama metoduna benzer, bilinmeyen alanlar için yapılan enterpolasyon değerlerinin yakındaki dayanak noktalarından daha çok etkilenmesini sağlayan bir ağırlık modeli kullanılmaktadır (İnal ve Yiğit 2003).

KRG enterpolasyon tekniği ile yapılan kestirim hesabının geçerliliği ya da doğruluğunu etkileyen bazı faktörler vardır. Bu faktörler;

- Dayanak noktalarının enterpolasyon uygulanacak alan içerisindeki konumları ile dayanak noktalarının yeryüzünü yansıtma yeteneği
- Kullanılacak dayanak noktalarının ölçü kalitesi ile nokta sayısı
- Dayanak noktalarıyla kestirimi yapılacak noktalar arasındaki mesafe ve bu noktaların birbirine yakın olması daha doğru sonuç almamızı sağlayacaktır (Mert 2005).

KRG enterpolasyon tekniğinin genel denklemi;

$$N_p = \sum_{i=1}^n W_i Z_i \quad (2.51)$$

şeklindedir. Burada;

n : N_p nin enterpolasyonunda kullanılacak dayanak nokta sayısı

N_p : P noktasının aranan yükseklik değeri

W_i : N_p nin hesabında kullanılan her bir Z_i ye karşılık ağırlık değeri

Z_i : N_p nin hesabında kullanılan dayanak noktalarının yükseklik değeri

Kullanılan bu temel denklem incelendiğinde en temel sorunun, W_i ağırlık değerlerinin en düzgün şekilde belirlenmesi gerektiği görülür. Burada W_i ağırlık değeri iki türlü seçilmelidir.

- Yansızlık koşulu için $E[N_p - Z_i] = 0$ denkleğinin sağlanabilmesi için kriging tekniğinin genel denklemindeki $\sum W_i = 1$ olmalıdır (Bu koşulda Z_i gerçek olan fakat bilinmeyen değeri, N_p kestirilen değeri tanımlamaktadır).

- Hata varyansının küçük olması koşulu için $\text{var } E[N_p - Z_i] = \text{minimum}$ olmalıdır (Bu koşulda belirtilen kriging varyansdır) (Yaprak 2007).

Söz edilen bu ağırlıklar variogram modellerinin doğrudan fonksiyonlarıdır. KRG ağırlıkları enterpolasyon değerini doğrudan etkiler ve enterpolasyon değerinin iyi olması için ağırlıkların yansız olması gerekmektedir. Bu durum KRG yöntemini diğer yöntemlerden ayıran özelliklerden birisidir (Isaaks and Srivastava 1989). Bir çalışma alanında KRG enterpolasyon metodu kullanılacaksa, çalışma alanında bulunan verilerden faydalanarak deneysel variogram modeli elde edilmeli ya da seçilen variogram modelinin parametre değerleri bilinmelidir. Elde edilen deneysel variogram modeli kullanılarak bilinmeyen teorik modele ait parametreler bulunmalıdır (İnal ve Yiğit 2003).

KRG yöntemleri bugün yaygın bir şekilde birçok farklı alanda kullanılmaktadır. Kullanılan bu KRG yöntemleri;

- Simple Kriging
- Ordinary (Punctual) Kriging
- Block Kriging
- Indicator Kriging
- Universal Kriging
- Cokringing
- Disjunctive Kriging

olarak sıralanabilir (Yaprak 2007).

2.3.2.1 Ordinary Kriging Metodu

Bu metod da alansal değişkenlerin ve ortalamanın sabit olduğu düşünülerek çözüm yoluna gidilir. Variogram fonksiyonundan ağırlıkların bulunmasına ilişkin bilgiler aşağıda verilmiştir. Bunlar;

oluşur. Lagrange çarpanı kararsız çarpan olarak tanımlanır ve aynı zamanda bilinmeyen sayısını denklem sayısına eş kılmak için lineer bir denklem sistemine bilinmeyen olarak katılan miktara denir (Yiğit 2003, Yaprak 2007).

Bu durumda bilinmeyen olarak lagrange çarpanı ekleneceğinden denklem sayısı ile bilinmeyen sayısı birbirine denk olur. Eşitlik 2.56 düzenlenirse;

$$\begin{aligned}
 W_1\gamma(R_{11}) + W_2\gamma(R_{12}) + \dots + W_n\gamma(R_{1n}) + \lambda &= \gamma(R_{1p}) \\
 W_1\gamma(R_{21}) + W_2\gamma(R_{22}) + \dots + W_n\gamma(R_{2n}) + \lambda &= \gamma(R_{2p}) \\
 &\vdots \\
 W_1\gamma(R_{n1}) + W_2\gamma(R_{n2}) + \dots + W_n\gamma(R_{nn}) + \lambda &= \gamma(R_{np}) \\
 W_1 + W_2 + \dots + W_n &= 1
 \end{aligned} \tag{2.57}$$

Eşitlik 2.57 oluşur. Matris sistemi arttırılmış daha genel bir ifadeyle

$$\underline{\gamma} * \underline{W} = \underline{\gamma_0} \tag{2.58}$$

eşitliği oluşur.

$$\underline{\gamma} = \begin{bmatrix} \gamma(R_{11}) & \gamma(R_{12}) & \vdots & \vdots & \gamma(R_{1n}) & 1 \\ \gamma(R_{21}) & \gamma(R_{22}) & \vdots & \vdots & \gamma(R_{2n}) & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \gamma(R_{n1}) & \gamma(R_{n2}) & \vdots & \vdots & \gamma(R_{nn}) & 1 \\ 1 & 1 & \vdots & \vdots & 0 & \vdots \end{bmatrix} \tag{2.59}$$

$$\underline{W} = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \vdots \\ W_n \\ \lambda \end{bmatrix} \quad \underline{\gamma_0} = \begin{bmatrix} \gamma(R_{1p}) \\ \gamma(R_{2p}) \\ \vdots \\ \gamma(R_{np}) \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2.60}$$

olmak üzere bilinmeyenler matrisi W;

$$\underline{W} = \underline{\gamma}^{-1} * \underline{\gamma_0} \tag{2.61}$$

denklem sistemine göre çözümlemesi yapılır ve enterpolasyon noktasının tahmin edilen varyansı,

$$\sigma_{OK}^2 = \underline{W^T} * \underline{\gamma_0} \quad (2.62)$$

denkleminde göre işlemler yapılarak bulunur.

Ağırlıkların belirlenmesi yapıldıktan sonra çalışma alanındaki herhangi bir noktanın interpolasyon değeri KRG genel denkleminde göre belirlenebilir. Ağırlıklar variogram veya kovaryans fonksiyonlarından faydalanarak bulunabilir. Çoğunlukla geoistatistikte ağırlıklar variogram parametrelerine ve yukarıdaki denklem kümelerine göre bulunur. Çalışma alanındaki herhangi bir yerdeki P noktasının interpolasyon değerini bulmak için kullanılan dayanak nokta sayısı hesap edilecek ağırlıkların sayısına etki etmektedir. Her dayanak noktasına bir ağırlık hesap etmektedir. Farklı yerlerde olan noktalar, çevresindeki aynı noktaları dayanak noktası olarak kullandığında, kullanılan noktalardaki ağırlık değerleri farklıdır. Buna göre her bir yeni noktada ağırlık hesabının kriging algoritmasında tekrar hesap edilmesi gerektiği anlaşılmaktadır (Yiğit 2003).

2.3.3 En Küçük Eğrilik Enterpolasyon Metodu

En küçük eğrilik yöntemi yer bilimlerinde yaygın olarak kullanılan enterpolasyon yöntemlerinden birisidir. Bu yöntem ile elde edilen yüzey modeli, dayanak noktalarından geçen minimum bir bükülmeye uğrayan ince bir plakaya benzer haldedir. Dolayısıyla bu yöntemle elde edilen yüzey mümkün mertebede ölçü noktalarına yakın bir yüzey olarak tanımlanır (Açıkgöz 2002).

EKE metodu algoritmasıyla elde edilen yüzeyde oluşan bükülme veya eğilmeleri kontrol edebilmek için, yüzeyin kenarlarında sınır gerilme katsayısı ile iç kesimlerinde iç gerilme katsayısı kullanılır. Sıfır ile bir arasında değişen değer, gerilme katsayılarını ifade eder ve sürekli değişim gösterirler. Bu değer arttıkça yüzeyde oluşan bükülme veya eğilmelerde azalma görülmektedir (Açıkgöz 2002).

Grid köşe noktalarındaki C_{ij} eğrilik değerlerinin kareleri toplamı küçük olacak şekilde grid köşe noktalarının yüksekliklerini enterpole etmek için geliştirilmiştir. Başlangıç olarak grid köşelerindeki gravite değerlerini enterpole ederek eş gravite eğrilerinin

oluşturulması amacıyla kullanılmıştır (Briggs 1974, Yanalak 2002).

Bu yöntemde ilk olarak yüzey tanımlamak için grid veri oluşturulacak ölçüler yardımıyla Eşitlik 2.63’de gösterilen düzlem denklemi kullanılarak artık değerler bulunur (Alkanalka 2005).

$$AX + BY + C = Z(X, Y) \quad (2.63)$$

$$C = \sum_{i=1}^i \sum_{j=1}^j (C_{ij})^2 \quad (2.64)$$

Bir yüzeydeki eğriliklerin kareleri toplamı;

$$C(z) = \int \int \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right) dx dy \quad (2.65)$$

Eşitlik (2.65) ile tanımlanır.

$$\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 z}{\partial y^2 \partial x^2} + \frac{\partial^4 z}{\partial y^4} = 0 \quad (2.66)$$

C değerini küçük yapan z fonksiyonun Eşitlik 2.66’da diferansiyel denklemini sağlaması gerekmektedir. Bu denklemin çözümü sınır koşulları alınarak yapılabilmektedir. Kullanılacak sınır koşulları yüzeyin sınır normali (n) boyunca;

$$\frac{\partial^2 z}{\partial n^2} = 0 \quad \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (2.67)$$

olması yüzeyin sınır köşelerinde;

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0 \quad (2.68)$$

olması halidir (Yanalak 2002, Keçeci 2011).

Bu işlemden sonraki basamaklarda, ölçü olarak bu noktalardaki artık değerler alınır ve bütün grid köşelerinde EKE yöntemi algoritması ile enterpole edilme işlemi yapılır. Bu yöntem ile enterpolasyon işleminde,

$$(1 - T_i) \nabla^2 (\nabla^2 Z) - (T_i) \nabla^2 Z = 0 \quad (2.69)$$

Biharmonik diferansiyel denkleminde yararlanılmaktadır (Smith and Wessel 1990,

Alkanalka 2005). Burada;

T_i : İç gerilme

∇^2 : Laplace operatörü olarak ifade edilir.

Çalışma alanında iteratif olarak 2.69 Eşitliği EKE yöntemiyle oluşturulan grid verinin düzgünlüğünü oluşturmak amacıyla kullanılır. Bu iterasyon işlemi belirtilmiş olan en büyük artık değerden en küçük değer oluncaya kadar veya en büyük iterasyon değerine gelinceye kadar işlem devam eder. Bu yöntemde yüzey oluşumundaki son aşama ise, enterpole edilen artık değer ile her noktada elde edilen grid köşesindeki trend değerinin toplanması olarak ifade edilebilir (Alkanalka 2005).

$$(1 - T_b) \frac{\partial^2 Z}{\partial n^2} + (T_b) \frac{\partial Z}{\partial n} = 0 \quad \frac{\partial(\nabla^2 Z)}{\partial n} = 0 \quad (2.70)$$

İteratif çözüm 4 adımda özetlenebilir;

- Multikvadrik enterpolasyona benzer bir halde trend yüzeyi geçirilir. Trend yüzeyinden arta kalan değerler her bir noktadaki Δz_i artık yükseklik değerini ifade etmektedir.
- Rastgele dağılmış konumdaki dayanak noktalarına ait noktadaki Δz_i artık yükseklik değerlerinden faydalanarak grid köşe noktalarındaki Δz_{ij} yaklaşık artık yükseklik değerleri ağırlıklı ortalama ile hesaplanır.
- İterasyona bir önceki adımda bulunan yaklaşık artık yükseklik değerleriyle girilir. Bir iterasyon aşamasında, her bir grid köşe noktasındaki artık yükseklik değeri için komşu grid köşe noktalarındaki artık yükseklik değerlerinden faydalanarak bir eşitlik yazılır. Yazılacak eşitlik normal bir grid köşesi için,

$$\Delta z_{i+2,j} + \Delta z_{i,j+2} + \Delta z_{i-2,j} + \Delta z_{i,j-2} + 2(\Delta z_{i+1,j+1} + \Delta z_{i-1,j+1} + \Delta z_{i+1,j-1} + \Delta z_{i-1,j-1}) - 8(\Delta z_{i+1,j} + \Delta z_{i-1,j} + \Delta z_{i,j+1} + \Delta z_{i,j-1}) + 20 \Delta z_{i,j} = 0 \quad (2.71)$$

şeklinde tanımlanır. Yüzey köşelerinde ve sınırında bulunan grid köşe noktaları için yazılacak eşitlik, normal bir nokta için yazılana göre farklıdır. Bütün noktalar için eşitliklerde geçen son terim olan Δz_{ij} değerleri hesaplandıktan sonra diğer iterasyon aşamasına geçilir. Ardışık iki iterasyondan elde edilecek Δz_{ij} değerleri arasındaki en büyük fark, seçilen ε değerinin altında kalana kadar iterasyona devam edilir.

- Son uygulamadan elde edilen artık yükseklik değerine trend yüzeyindeki değeri eklenerek grid köşe noktasının kesin yükseklik değeri bulunabilir (Yanalak 2002).

T_b sınır gerilme katsayısı olarak ifade edilir. EKE metodu kırılmaya az uğrayan veri değerlerinden elde edilen alanlar için daha uygun bir yöntemdir. Sonuç olarak yüzey, lineer olan bir elastik tabakayı andırmaktadır. Bu yöntem en düz olan yüzeyi, verilere mümkün olduğunca yakın olacak şekilde oluşturur. EKE metodu tam bir interpolatör olmadığı için veriler tam olarak ifade edilememektedir (Alkanalka 2005).

2.3.4 Radyal Bazlı Fonksiyon ile Enterpolasyon Metodu

RBF ile enterpolasyon metoduna bir merkezden her tarafa yayılan yöntem ya da yarıçapsal tabanlı fonksiyon yöntemi ile ifade edilebilir. Bu yöntem için kullanılan bazı temel fonksiyonlar vardır. Bunlar;

$$\text{İnce Tabakalı Spline : } B(h) = (h^2 + R^2) \log(h^2 + R^2) \quad (2.72)$$

$$\text{Doğal Kübik Spline : } B(h) = (\sqrt{h^2 + R^2})^{3/2} \quad (2.73)$$

$$\text{Multiküadratik : } B(h) = \sqrt{h^2 + R^2} \quad (2.74)$$

$$\text{Multilog : } B(h) = \log(h^2 + R^2) \quad (2.75)$$

$$\text{Multiküadratiğin tersi : } B(h) = \frac{1}{\sqrt{h^2 + R^2}} \quad (2.76)$$

Burada;

R^2 : Keyfi olarak ifade edilen düzleştirme katsayısı

h : Kestirim noktasıyla dayanak noktası arasındaki rölatif uzaklıktır (Alkanalka 2005).

KRG enterpolasyon metodunda ki variogramlarla, bu yöntemde tanımlanacak olan fonksiyonlar benzerlik göstermektedir. Tanımlanacak olan bu fonksiyonlar farklı bir veri enterpolasyon yöntemi grubudur. Verilere düz ve uyumlu bir yüzey üretme yeteneği

açısından arazi modelleme ve yer bilimlerinde multiküadratik fonksiyon yöntemi birçok kişi tarafından iyi bir yöntem olarak görülmektedir. Verileri temsil etmede RBF metodlarının tümü kesin yöntemlerdir. Daha düzgün bir yüzey elde etmek, bir düzleştirme faktörü olan bu fonksiyonlar yardımıyla olabilmektedir (Açıkgöz 2002).

2.3.5 Geliştirilmiş Shepard Enterpolasyon Metodu

TMA enterpolasyon metodu ile çok benzerlik göstermektedir. Bu şekilde yöntem bir güç interpolatöründe ters uzaklığa benzer fakat bölgesel en küçük kareler yönteminin kullanılmasıyla oluşturulan kontur haritalarının boğa gözü görünümünü ortadan kaldırması veya azaltması nedeniyle farklılık göstermektedir. Bu yöntem ya tam ara değerleyici ya da yumuşatıcı bir ara değerleyici olabilir.

Veri noktalarındaki değerlerin ağırlıklı ortalamasına bağlı olarak Shepard (1968) dayalı yüzey üreten bir enterpolasyon yöntemi ortaya çıkarmıştır. Bu yöntemin veri noktalarına ait ters mesafe fonksiyonu;

$$f(x,y) = \sum_{i=1}^n W_i f_i \quad (2.77)$$

eşitliği ile ifade edilir. Burada;

f_i : Dayanak noktalarındaki bilinen veri değerlerini

n : Yüzeydeki dağınık nokta sayısını

W_i : Ağırlık fonksiyon değerleridir. Bu fonksiyonun klasik ifadesi,

$$W_i = \frac{\frac{1}{d_{ij}^p}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{d_{ij}^p}} \quad (2.78)$$

eşitliği ile hesaplanabilir. Bu eşitlikte p , ağırlık parametresi olarak bilinen ve genelde bu yöntem için literatürde 2 olarak alınan keyfi reel sayı değeridir. d_{ij} , dayanak noktasından enterpolasyon noktasına olan uzaklıktır ve aşağıdaki formülle hesaplanır;

$$d_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \quad (2.79)$$

(x_i, y_i) her dağılım noktasının koordinatları, (x_j, y_j) enterpolasyon nokta koordinat değerleridir (Keçeci 2011). Orijinal Shepard metoduna karşılık olarak Franke ve Nielson (1980) tarafından geliştirilmiştir. Geliştirilmiş Shepard yönteminde ağırlıklar farklı olarak,

$$W_i = \frac{\left[\frac{R-d_{ij}}{Rd_{ij}} \right]^2}{\sum_{i=1}^n \left[\frac{R-d_{ij}}{Rd_{ij}} \right]^2} \quad (2.80)$$

eşitliği ile hesaplanabilir. Burada;

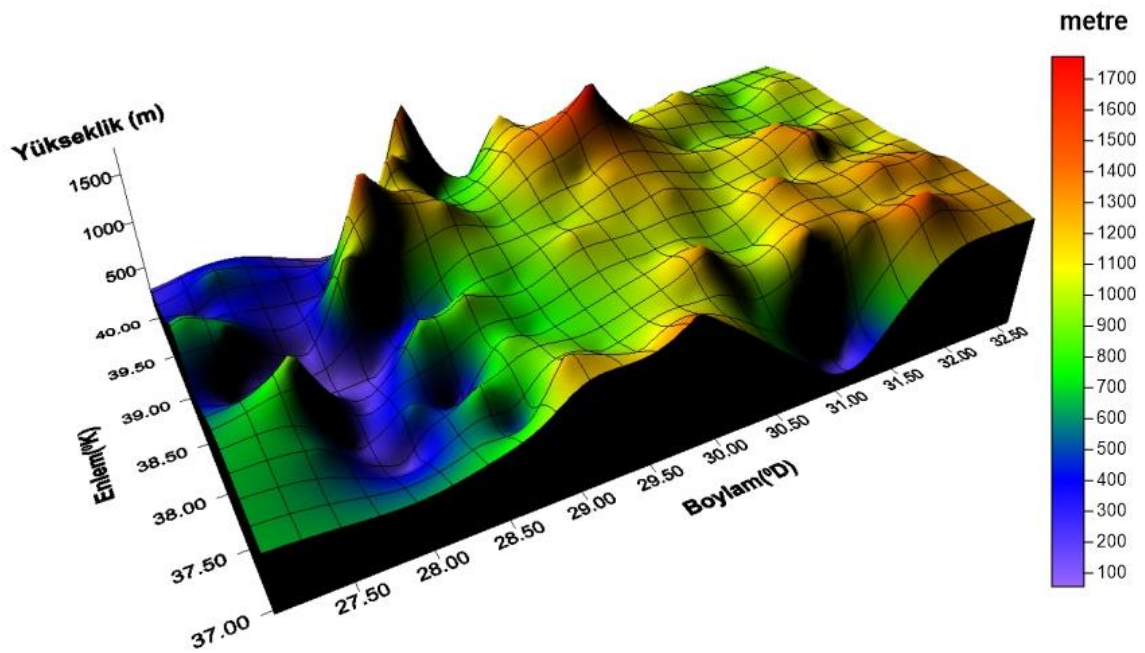
d_{ij} : Bilinen dayanak noktasından enterpolasyon noktasına olan uzaklık

R : Maksimum d_{ij} 'yi ifade etmektedir (Kazancı 2014).

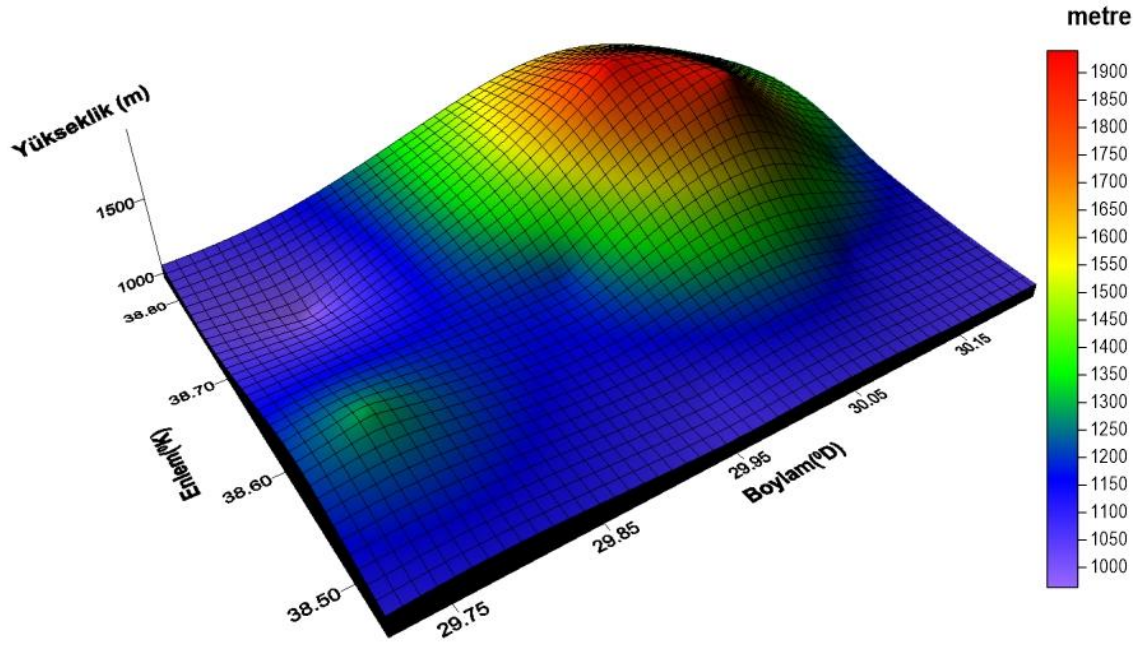
3. MATERYAL ve METOT

3.1 Uygulama Alanı

Planlanan tez çalışmasında lokal jeoid hesaplama alanı olarak, $36.5^{\circ} < \varphi < 40.5^{\circ}$ enlem ve $26.5^{\circ} < \lambda < 33^{\circ}$ boylam değerleri aralığını kuşatan bölge uygulama sahası olarak seçilmiştir. Noktalar arasındaki mesafenin enterpole edilen jeoid yüksekliklerine olan etkisinin irdelenebilmesi amacıyla makro ve mikro ölçekte 2 test ağı oluşturulmuştur.



Şekil 3.1 Makro ağın topografyası.



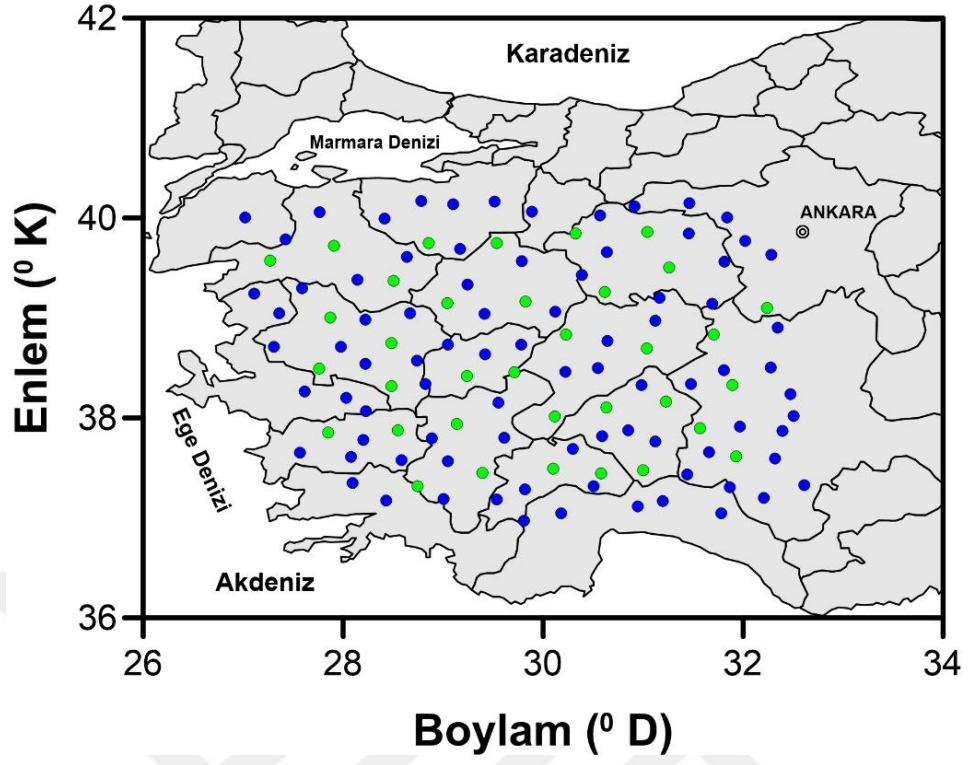
Şekil 3.2 Mikro ağın topografyası.

Çizelge 3.1 Oluşturulan test ağı modelleri.

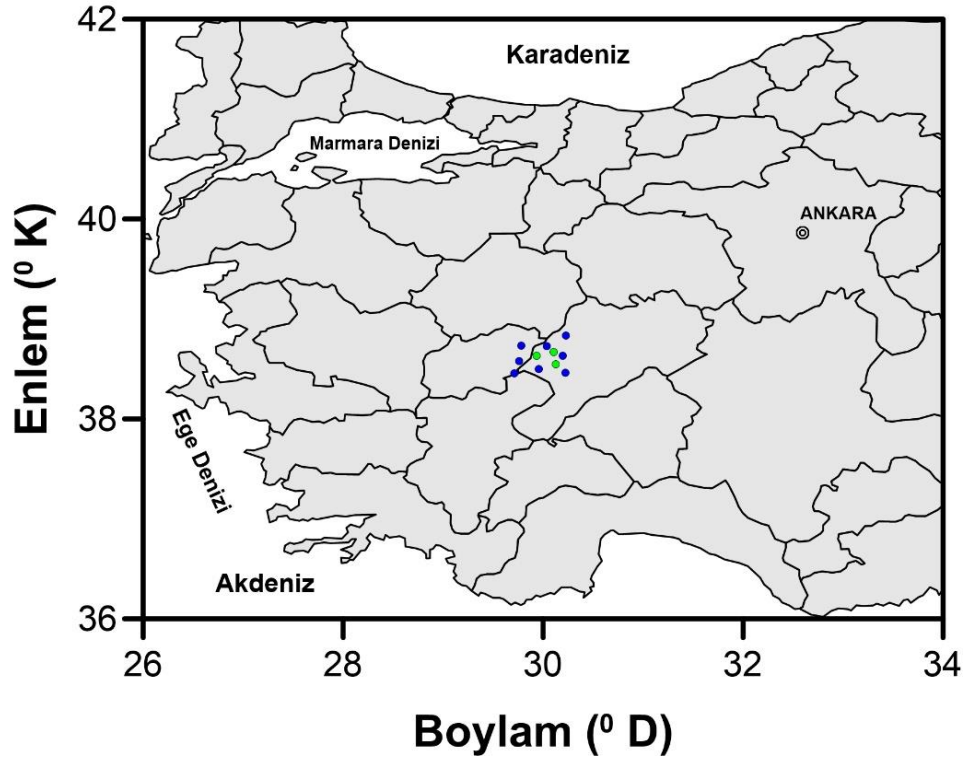
Model	Nokta Sayısı	
	Referans	Enterpolasyon
Makro	85	35
Mikro	8	3

Çizelge 3.1’de belirtilen modellerden makro ağda, enlem, boylam, ortometrik ve elipsoidal yüksekliği bilinen toplam 120 nokta kullanılacaktır. Şekil 3.3’de makro ağda kullanılacak 120 noktanın dağılımı gösterilmektedir. Bu noktaların bilinen ortometrik yükseklikleri kullanılarak Şekil 3.1’de gösterilen topografya haritası oluşturulmuştur.

Çizelge 3.1’de belirtilen modellerden mikro ağda ise enlem, boylam, ortometrik ve elipsoidal yüksekliği bilinen toplam 11 nokta kullanılacaktır. Şekil 3.4’de mikro ağda kullanılacak 11 noktanın dağılımı gösterilmektedir. Bu noktaların bilinen ortometrik yükseklikleri kullanılarak Şekil 3.2’de gösterilen topografya haritası oluşturulmuştur.



Şekil 3.3 Makro ağdaki referans (mavi renkli) ve enterpolasyon (yeşil renkli) nokta dağılımı.



Şekil 3.4 Mikro ağdaki referans (mavi renkli) ve enterpolasyon (yeşil renkli) nokta dağılımı.

3.2 Uygulamanın Amacı

Planlanan tez çalışmasında; enlem, boylam, elipsoidal ve ortometrik yükseklikleri bilinen noktalardan hareketle lokal jeoid modellerinin oluşturulması ve yine enlem, boylam ve elipsoidal yükseklikleri bilinen ara noktalardaki ortometrik yüksekliklerin belirlenmesini sağlayan en uygun enterpolasyon yönteminin araştırılmasıdır.

Elipsoidal yüksekliklerden ortometrik yüksekliklere geçiş yapılabilmesi için jeoid ondülasyonuna ihtiyaç vardır. GNSS/Nivelman yöntemiyle her iki yükseklik sisteminde belirlenen büyüklükler yardımıyla jeoid ondülasyonu hesaplanabilir. Hesaplanmış olan ondülasyonun doğruluğu, elipsoidal ve ortometrik yüksekliğinin belirlenme doğruluğuna bağlıdır.

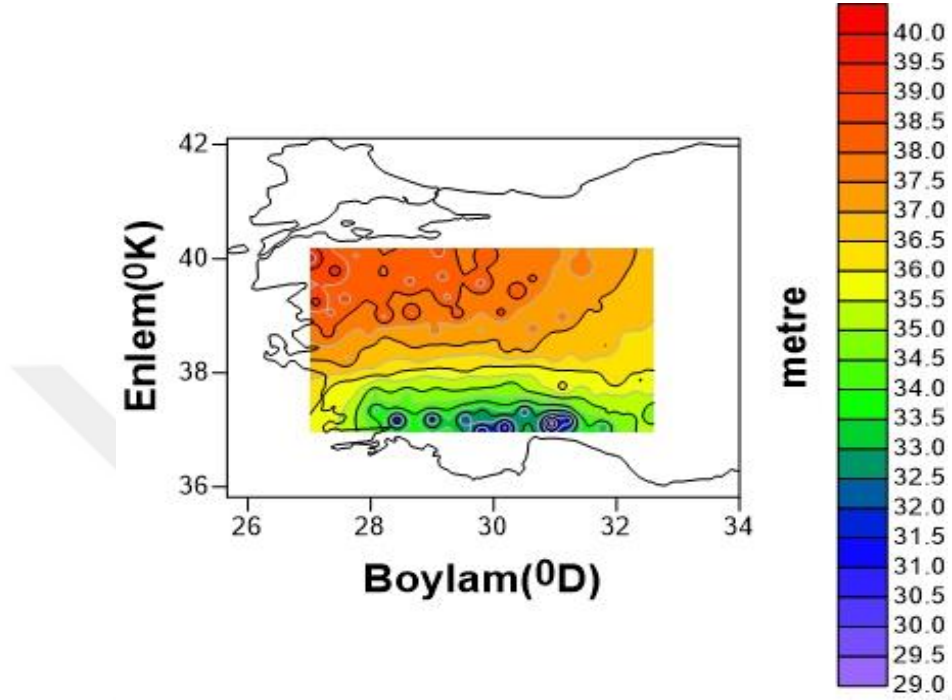
Bu çalışma ile amaçlanan; elipsoidal yüksekliklerden (h), ortometrik yüksekliklere (H) geçiş için gerekli olan lokal jeoid modellerinin belirlenmesi, TMA enterpolasyon metodu, KRG enterpolasyon metodunda linear fonksiyonu, EKE enterpolasyon metodu, RBF enterpolasyon metodunda multiküadratik fonksiyonu ve GSH enterpolasyon metodu Surfer 13 programında öngörülen katsayı ve ayarlar kullanılarak, KOH formülü olan Eşitlik 3.1 ve 3.2 kullanılarak elde edilen KOH değerleri karşılaştırılarak en doğru sonucu veren enterpolasyon yönteminin belirlenmesi hedeflenmiştir.

$$KOH = \sqrt{\frac{\sum \Delta N}{n}} \quad (3.1)$$

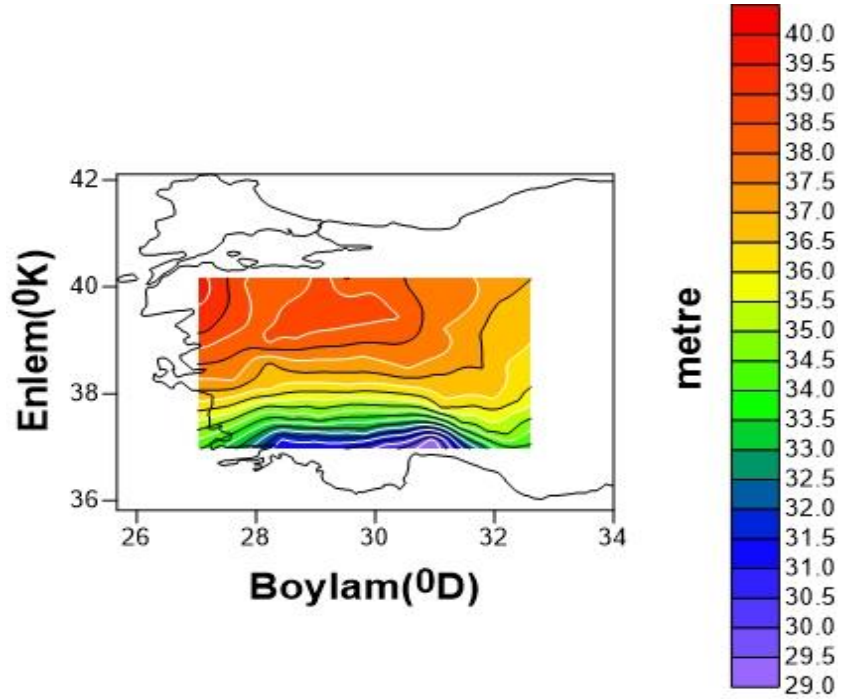
$$\Delta N = N_{GNSS/Niv.} - N_{Ent.} \quad (3.2)$$

4. UYGULAMA VE BULGULAR

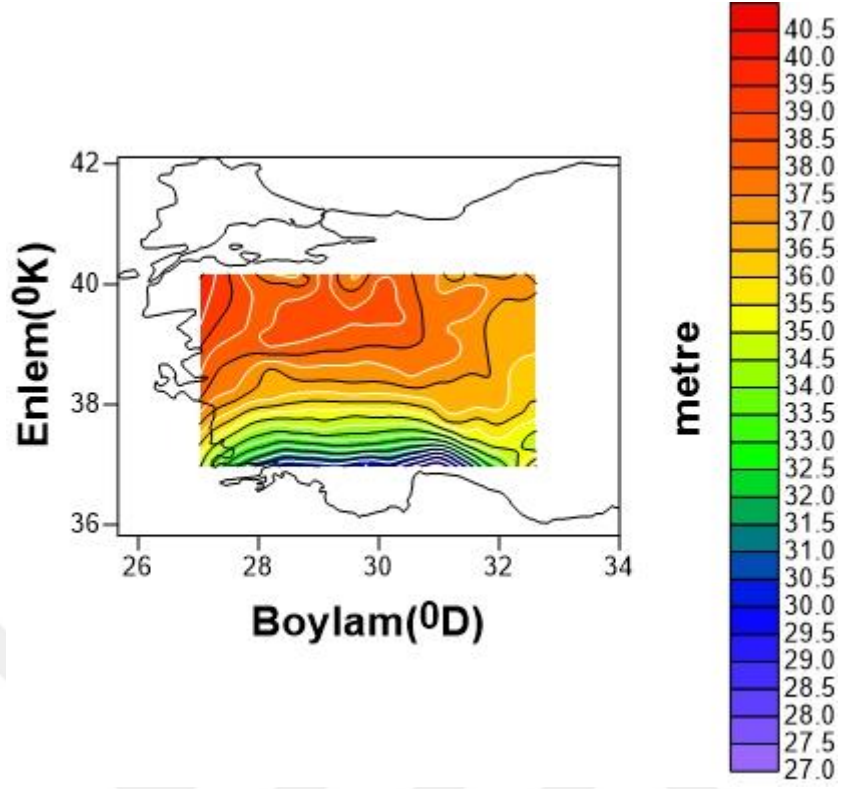
4.1 Makro Test Ağı Uygulama ve Bulguları



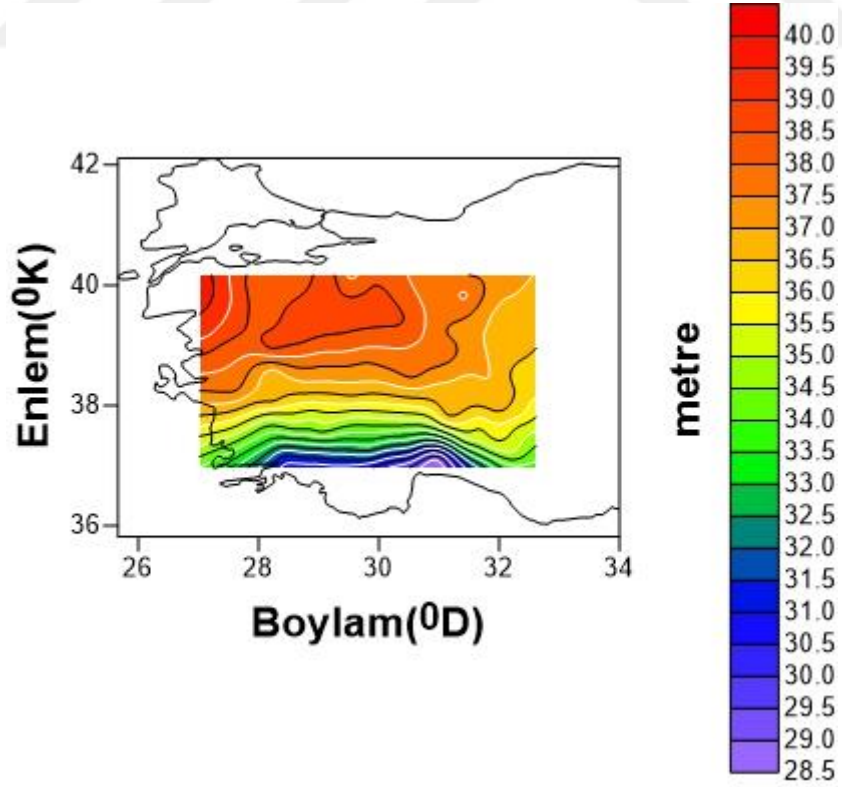
Şekil 4.1 Ters mesafe ile ağırlıklı enterpolasyon yöntemiyle elde edilen jeoid yüzey haritası.



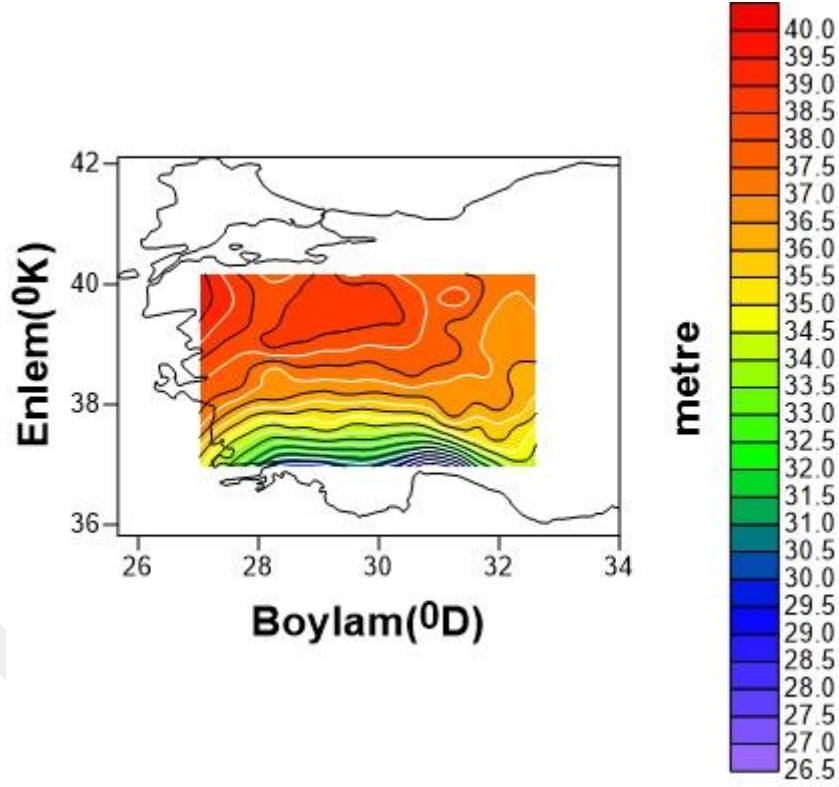
Şekil 4.2 Kriging enterpolasyon yöntemiyle elde edilen jeoid yüzey haritası.



Şekil 4.3 En küçük eğrilik enterpolasyon metodu ile elde edilen jeoid yüzey haritası.



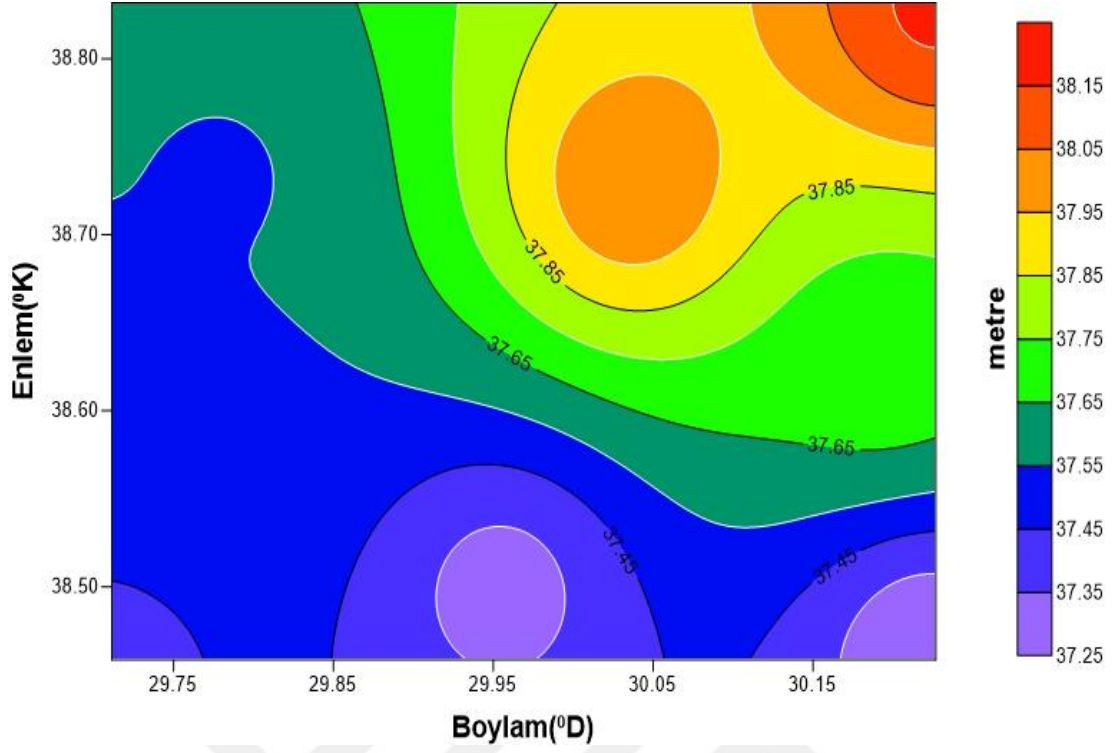
Şekil 4.4 Radyal bazlı fonksiyon enterpolasyon metoduyla elde edilen jeoid yüzey haritası.



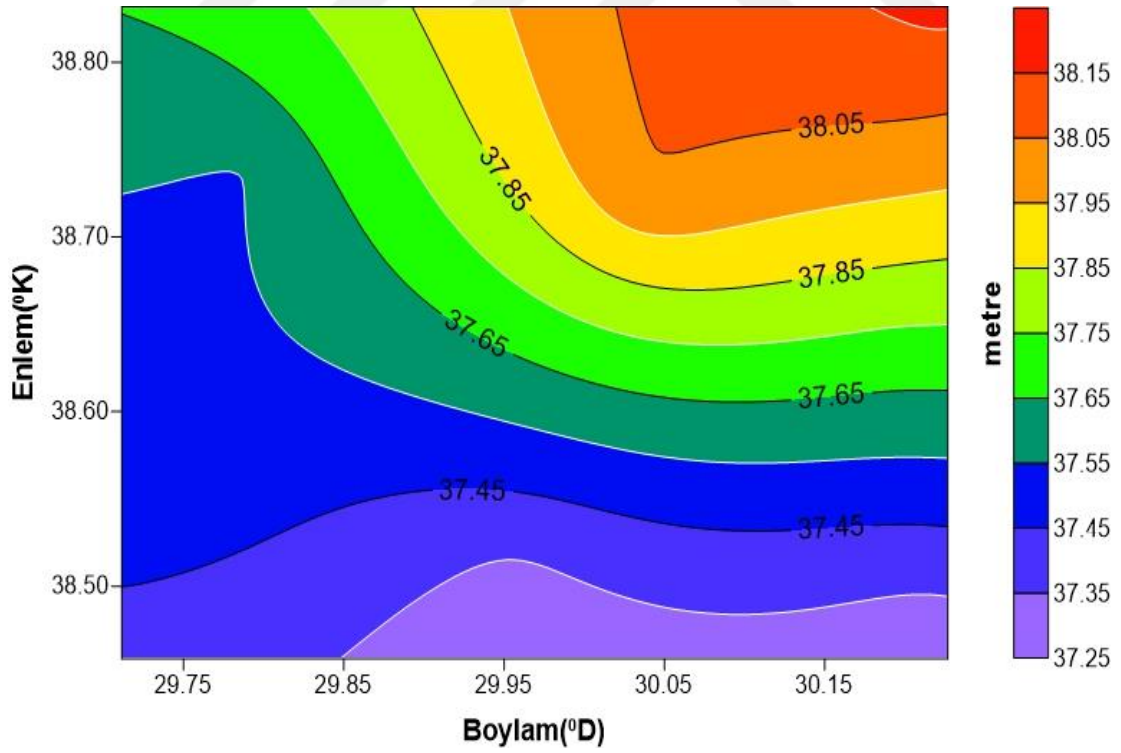
Şekil 4.5 Geliştirilmiş Shepard enterpolasyon metodu ile elde edilen jeoid yüzey haritası.

Makro ağdaki enlem, boylam, elipsoidal ve ortometrik yükseklik değerleri bilinen 85 referans noktasının jeoid ondülasyon değerleri alınarak, Surfer 13 programında öngörülen ayarlar ve katsayılar esas alınarak TMA enterpolasyon metodu, KRG enterpolasyon metodunda linear fonksiyonu, EKE enterpolasyon metodu, RBF enterpolasyon metodunda multiküadratik fonksiyonu ve GSH enterpolasyon metodu kullanılarak Şekil 4.1, Şekil 4.2, Şekil 4.3, Şekil 4.4 ve Şekil 4.5’de gösterilen jeoid yüzey haritaları elde edilmiştir.

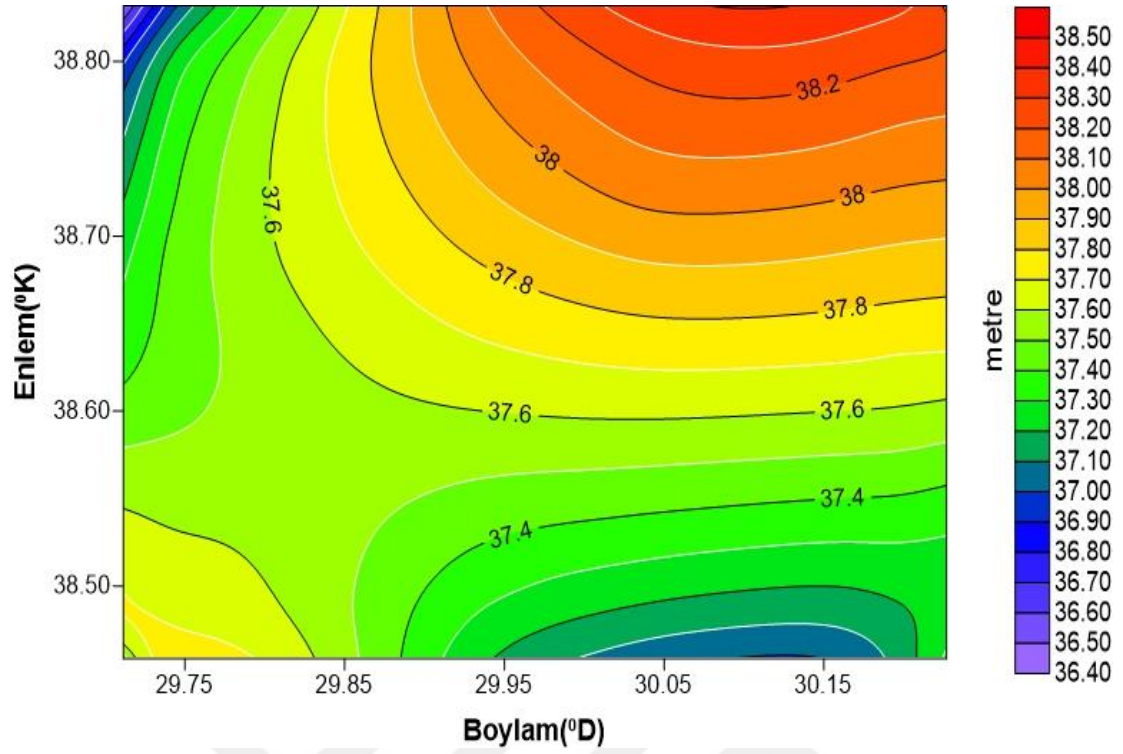
4.2 Mikro Test Ağı Uygulama ve Bulguları



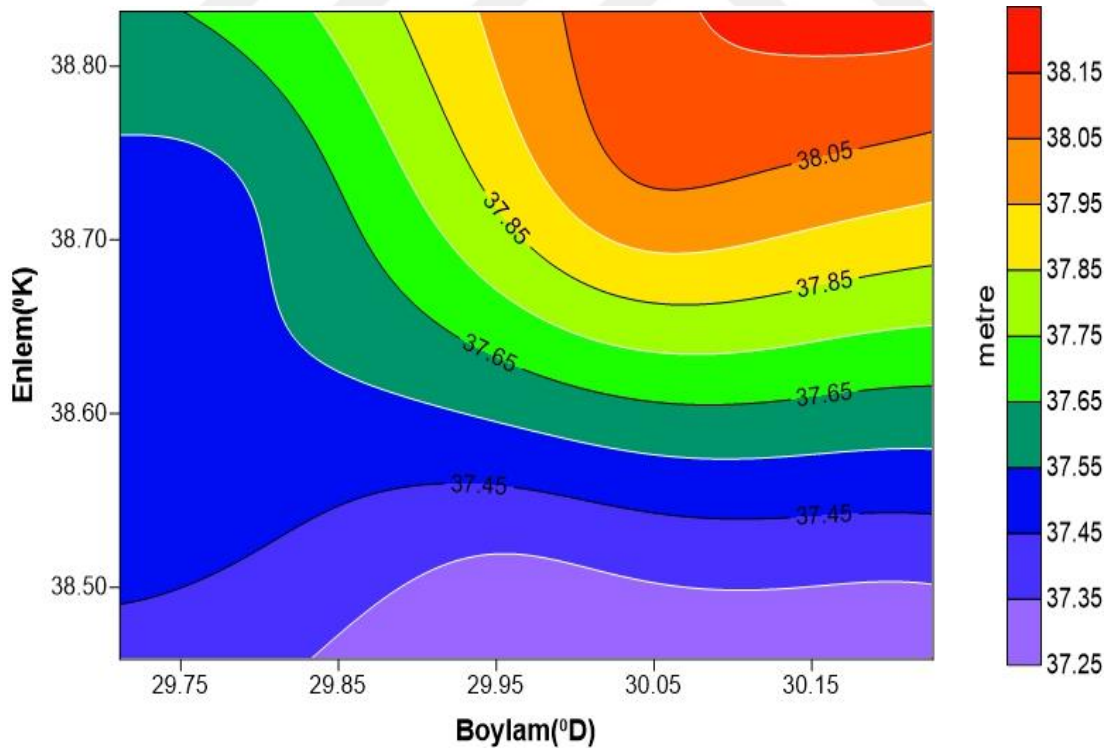
Şekil 4.6 Ters mesafe ile ağırlıklı enterpolasyon metoduyla elde edilen jeoid yüzey haritası.



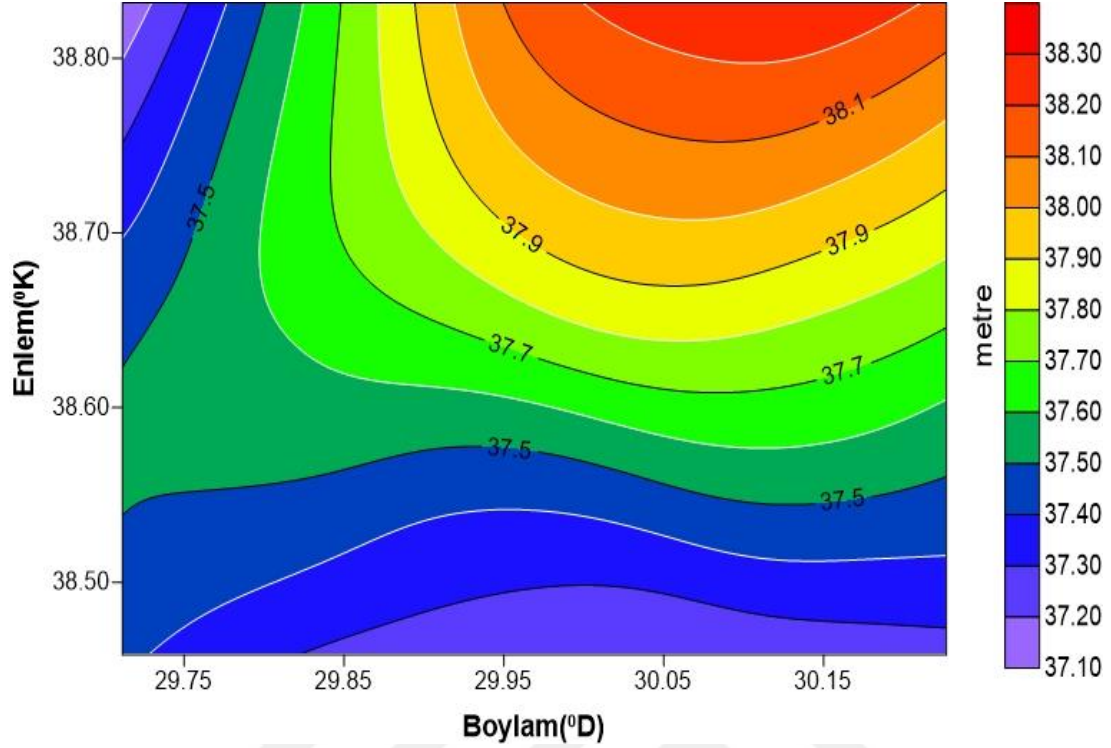
Şekil 4.7 Kriging enterpolasyon metodu ile elde edilen jeoid yüzey haritası.



Şekil 4.8 En küçük eğrilik enterpolasyon metodu ile elde edilen jeoid yüzey haritası.



Şekil 4.9 Radyal bazlı fonksiyon enterpolasyon metoduyla elde edilen jeoid yüzey haritası.



Şekil 4.10 Geliştirilmiş Shepard enterpolasyon metodu ile elde edilen jeoid yüzey haritası.

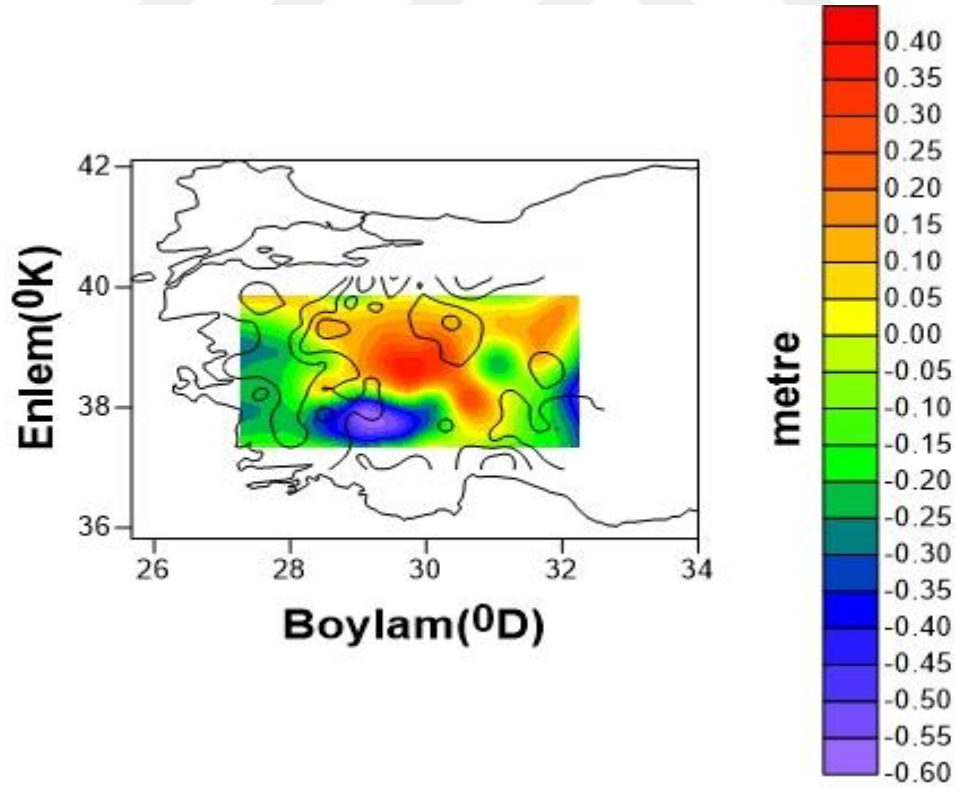
Mikro ağıdaki enlem, boylam, elipsoid ve ortometrik yükseklik değerleri bilinen 8 referans noktasının jeoid ondülasyon değerleri alınarak, Surfer 13 programında öngörülen ayarlar ve katsayılar esas alınarak TMA enterpolasyon metodu, KRG enterpolasyon metodunda linear fonksiyonu, EKE enterpolasyon metodu, RBF enterpolasyon metodunda multikvadratik fonksiyonu ve GSH enterpolasyon metodu kullanılarak Şekil 4.6, Şekil 4.7, Şekil 4.8, Şekil 4.9 ve Şekil 4.10'da gösterilen jeoid yüzey haritaları elde edilmiştir.

5. SONUÇ

Çizelge 5.1 Makro ağda elde edilen fark değerlerinin istatistikleri.

Metod	Minimum	Maksimum	Ortalama	Ranj	KOH
TMA	-1.4808	0.9147	0.2298	2.3956	0.5510
KRG	-0.5862	0.5668	0.0073	1.1531	0.2223
EKE	-0.5170	0.4647	-0.0215	0.9817	0.2218
GSH	-0.5579	0.3335	-0.0500	0.8914	0.2026
RBF	-0.5848	0.4972	-0.0100	1.0821	0.2237

* Çizelgedeki değerlerin birimleri m'dir.

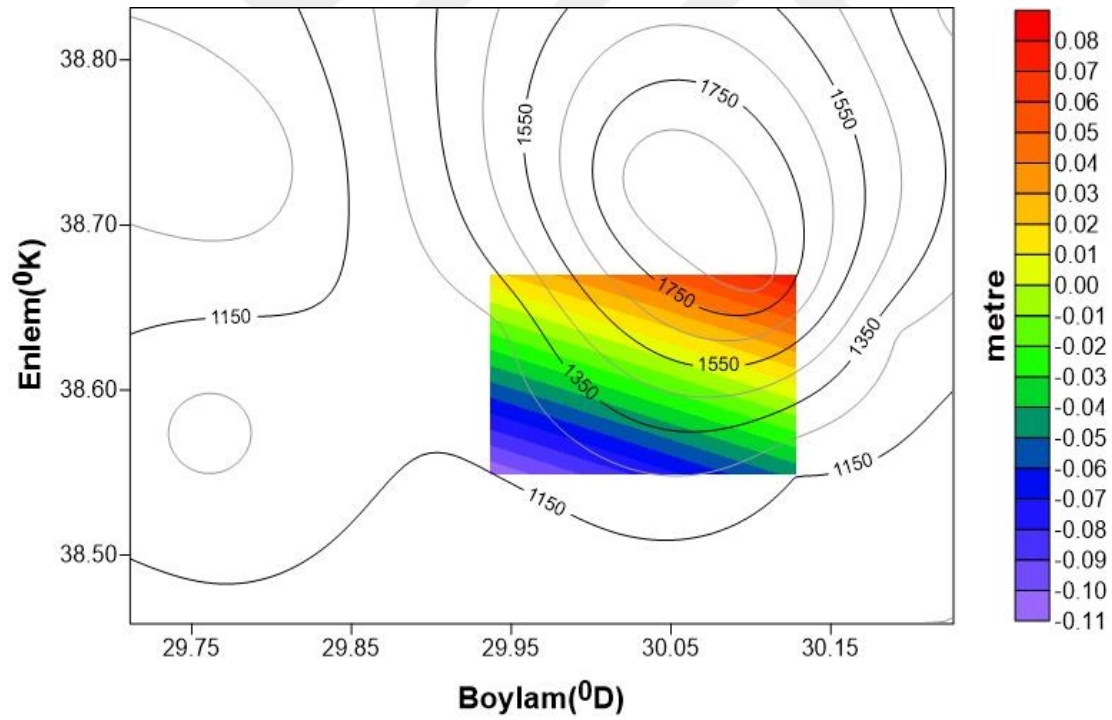


Şekil 5.1 Geliştirilmiş Shepard enterpolasyon metodu ile elde edilen fark haritası.

Çizelge 5.2 Mikro ağda elde edilen fark değerlerinin istatistikleri.

Metod	Minimum	Maksimum	Ortalama	Ranj	KOH
TMA	-0.2245	0.1126	-0.0240	0.3372	0.1774
KRG	-0.1367	0.0799	-0.0095	0.2166	0.1131
EKE	-0.0468	0.0708	0.0005	0.1176	0.0621
GSH	-0.1586	0.0420	-0.0457	0.2006	0.1026
RBF	-0.1197	0.0586	-0.0129	0.1783	0.0942

* Çizelgedeki değerlerin birimleri m'dir.



Şekil 5.2 En küçük eğrilik enterpolasyon metodu ile elde edilen fark haritası.

Makro test ağına göre 85 referans noktası ile 35 interpolasyon noktası kullanılarak yapılan uygulama sonucunda Çizelge 5.1’de gösterilen KOH değerleri karşılaştırıldığında, en doğru sonucu en küçük değere sahip GSH interpolasyon metodunun verdiği görülmektedir. 85 referans noktasının bilinen jeoid yükseklikleri kullanılarak 35 interpolasyon noktasının yaklaşık olarak jeoid yükseklik değerleri GSH interpolasyon metoduyla elde edilmiştir. Elde edilen bu değerler bilinen jeoid yükseklikleri ile karşılaştırıldığında jeoid yükseklikleri arasındaki farklar belirlenerek, makro ağ için en doğru sonucu veren GSH interpolasyon metodu kullanılarak fark haritası elde edilmiş ve fark haritası Şekil 5.1’de gösterilmektedir. GSH interpolasyon metodunu sırası ile EKE interpolasyon metodu, KRG interpolasyon metodu ve RBF interpolasyon metodu izlemektedir ve bu yöntemler arasındaki KOH farkları birbirine çok yakındır. Bu yöntemler arasında KOH değeri en yüksek olan TMA interpolasyon metodu en düşük doğruluk sonucunu vermektedir. Ayrıca Çizelge 5.1’de verilen ranj (min-max) değerleri karşılaştırıldığında, değeri en küçük olan sonucun GSH interpolasyon metodunun olduğu görülmüş ve bu değer küçük olması, interpolasyon yönteminin modelleme doğruluğunu gösterir.

Mikro test ağı yöntemine göre 8 referans noktası ile 3 interpolasyon noktası kullanılarak yapılan uygulama sonucunda Çizelge 5.2’de gösterilen KOH değerleri karşılaştırıldığında, en doğru sonucu en küçük değere sahip olan EKE interpolasyon metodunun verdiği görülmektedir. 8 referans noktasının bilinen jeoid yükseklikleri kullanılarak 3 interpolasyon noktasının yaklaşık olarak jeoid yükseklik değerleri EKE interpolasyon metoduyla elde edilmiştir. Elde edilen bu değerler bilinen jeoid yükseklikleri ile karşılaştırıldığında jeoid yükseklikleri arasındaki farklar belirlenerek, mikro ağ için en doğru sonucu veren EKE interpolasyon metodu kullanılarak fark haritası elde edilmiş ve fark haritası Şekil 5.2’de gösterilmektedir. Bu yöntemi sırası ile RBF interpolasyon metodu, GSH interpolasyon metodu ve KRG interpolasyon metodu izlemektedir. Bu yöntemler arasındaki KOH değeri en yüksek olan TMA interpolasyon metodu en düşük doğruluk sonucunu vermektedir. Ayrıca Çizelge 5.2’de verilen ranj (min-max) değerleri karşılaştırıldığında, değeri en küçük olan sonucun EKE interpolasyon metodunun olduğu görülmüş ve bu değer küçük olması, interpolasyon yönteminin modelleme doğruluğunu gösterir.

Her iki test ağı yöntemine göre TMA enterpolasyon metodunun en düşük doğruluk sonucuna ulaşması, ağırlıklandırma olayının referans noktası ile enterpolasyon noktası arasındaki mesafeye bağlı olması, dolayısıyla uzaktaki noktaların enterpolasyona etkilerinin az olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir.

Bu çalışma kapsamında ele alınan enterpolasyon yöntemlerine ait sonuçlar irdelenecek olursa; lokal jeoid belirleme çalışmaları için referans noktaları arasındaki mesafenin 15 km'den büyük olduğu alanlarda GSH metodunun, referans noktaları arasındaki mesafenin 5 km'den küçük olduğu alanlarda EKE metodunun, enterpolasyon yöntemi olarak kullanılabileceği öngörülmektedir. 5 km'den küçük alanlar için, mikro ağıdaki referans noktaları arasındaki mesafenin yakın olması ve noktaların bulunduğu fiziksel yeryüzünün düz bir yüzey varsayılması EKE enterpolasyon metodunu en doğru sonuca ulaştırdığı düşünülmektedir.

6. KAYNAKLAR

- Açıkgöz M. (2002). İzmit Deprem Anı Yer Değiştirmelerinin Modellenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Akçın H. (1998). GPS Ölçülerinden Pratik Yüksekliklerin Elde Edilmesi Üzerine Bir Çalışma. Doktora Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Akçın, H. (2001). Jeoid Kavramı ve Belirleme Teknikleri Üzerine Bir İnceleme. *Niğde Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, **4-1**: 37-50.
- Aksoy, A., Ayhan, T., Çelik, R.N., Demirel, H., Deniz, R. ve Gürkan O. (1999). Güncel Gelişmeler Işığında Mekansal Bilgi Sistemleri için Jeodezik Altyapı ve Problemleri. TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası İstanbul Şubesi Eğitim Dizisi, 28 Mayıs, İstanbul.
- Aktuğ, B., Sezer S., Özdemir, S., Lenk, O. ve Kılıçoğlu, A. (2011). Türkiye Ulusal Temel GPS Ağı güncel koordinat ve hızlarının hesaplanması. *Harita Dergisi*, **145**: 1-14.
- Alkanalka E. (2005). Kestirim Metodlarının Sayısal Yükseklik Modelleri Üzerindeki Uygulamaları. Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Arslan, E., Yılmaz, M. (2005). TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası 10. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, 28 Mart- 1 Nisan 2005, Ankara.
- Aşık E. (2013). Lokal Jeoit Belirlemede Yapay Sinir Ağları ve Kriging Yöntemlerinin Karşılaştırılması. Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Afyon.
- Ayhan, M.E. (1993). Fast Fourier Transform (FFT) Yöntemiyle Yerel Jeoid Belirleme. Türkiye Ulusal Jeodezi-Jeofizik Birliği Genel Kurulu, Bildiri Kitabı, Ankara.
- Ayhan, M.E., Demir, C., Lenk, O., Kılıçoğlu, A., Aktuğ, B., Açıkgöz, M., Fırat, O., Şengün, Y.S., Cingöz, A., Gürdal, M.A., Kurt, A.İ., Ocak, M., Türkezer, A., Yıldız, H., Bayazıt, N., Ata, M., Çağlar, Y. ve Özerkan, A. (2002). Türkiye Ulusal Temel GPS Ağı-1999A (TUTGA-99A). *Harita Dergisi Özel Sayı*, **16**: 1-73.

- Barton, J.M.H., Buchberger, S.G. and Lange, M.J. (1999). Estimation of error and compliance in surveys by kriging. *Journal of Surveying Engineering*, **125-2**: 87-108.
- Bolat S. (2013). Lokal Jeoid Belirleme Yöntemleri: Samsun İli Örneği. Yüksek Lisans Tezi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Samsun.
- Boogaart K.G. Van Den and Schaeben H. (2002). Kriging of regionalized axes and orientations and axes, *Mathematical Geology*, **34-5**: 479-503.
- Briggs, I. C. (1974). Machine contouring using minimum curvature. *Geophysics*, **39**: 39-48.
- Corchete, V., Chourak, M. and Khattach, D. (2005). The High-Resolution gravimetric Geoid of Iberia: IGG2005. *Geophysical Journal International*, **162-3**: 676-684.
- Çakır, L., Şen, K., (2006). Orthometric Height Determination from GPS/Levelling with Inverse Distance Weighted and Multiquadric Interpolation Methods, Fifth International Symposium, Turkish-German Joint Geodetic Days, Technical University, Berlin, Almanya.
- Dermanis A. (1984). Kriging and collocation-A comparison. *Aristotle university of Thessaloniki*, **9**: 159-167.
- Deutsch, C.V. and Journel, A.G. (1992). GSLIB: Geostatistical Software Library and User's Guide. Oxford University Press, Inc., New York, USA.
- Esan, O. (2000). Spectral Analysis of Gravity Field Data and Errors in View of Sub decimeter Geoid Determination in Canada. A Thesis, MSc University of Calgary, Department of Geomatics Engineering, Calgary, Alberta.
- Featherstone, W.E., Dentith, M.C., Kirbiy, J.F. (1998). Strategies for accurate determination of orthometric heights from GPS. *Survey Review*, **34**: 267, 278-296.
- Franke, R. and Neilson, G. (1980). Smooth interpolation of large sets of scattered data. *International journal of numerical methods in engineering*, **15**: 1691-1704.
- Gachari, M.K. and Olliver, J.G. (1998). A high resolution gravimetric Geoid of the eastern Africa region. *Survey Review*, **34**: 269, 421-436.

- Garcia, R.V. and Alejo, C.A. (2005). On The Inversion of Geodetic integrals defined over sphere using 1D FFT, *Journal of Geodesy*, **79**: 331-340.
- Golden Software Surfer 8.0 (2002). User's Guide Contouring and 3D Surface Mapping for Scientists and Engineering, Colorado, USA.
- Grafarend, E.W. (1994). What is geoid?, Geoid and its geophysical interpretations. Eds. Petr Vanicek and Nikolas T. Christou, Chapter 1, CRC press, Boca Raton, Ann Arbor, London, Tokyo, USA.
- Güler, A. (1978). Sayısal Arazi Modellerinde Enterpolasyon Yöntemleri. *Harita Dergisi*, **85**: 53-71.
- Güllü, M. ve Taktak, F. (2009). Afyonkarahisar'da GPS Gözlemleri ve Nivelman Ölçüleri Yardımıyla Yerel Jeoid Profilinin Çıkarılması. *Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, **7-2**: 165-180.
- Güllü, M., Yılmaz, İ., Yılmaz, M. and Turgut, B. (2011). An alternative method for estimating densification point velocity based on back propagation artificial neural networks. *Studia Geophysica et Geodaetica*, **55**: 73-86.
- Heiskanen, W.A. and Moritz, H. (1967). Physical Geodesy. W.H. Freeman and Company, 1. Edition, San Francisco and London.
- Heiskanen, W.A. and Moritz, H. (1984). Türkçe çeviri: Onur Gürkan, Fiziksel Jeodezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Hoffman-Wellenhof, B., Lichtenegger, H. and Collins, J. (1997). GPS Theory and Practice. Springer Company, 4.edition, New York, USA.
- Isaaks, E.H. and Srivastava, R.M. (1989). An Introduction to Applied Geostatistics. Oxford University Press, New York, NY.
- İnal C., Turgut B., Yiğit C.Ö. (2003). Lokal Alanlarda Jeoit Ondülasyonlarının Belirlenmesinde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması. Selçuk Üniversitesi Jeodezi ve Fotoğrametri Mühendisliğinde 30. yıl Sempozyumu Bildiriler Kitabı, Konya, 16-18 Ekim, 97-106.

- İnal, C. ve Yiğit, C.Ö. (2003). Jeodezik uygulamalarda kriging enterpolasyon yönteminin kullanılabilirliği TUJK 2003 Yılı Bilimsel Toplantısı. Coğrafi Bilgi Sistemleri ve Jeodezik Ağlar Çalıştayı, 24-26 Eylül 2003, Konya, 177-185.
- Karaali C. (1985). Türkiye'nin Bir Bölgesi İçin Astrojeodezik Jeoid Belirleme Denemesi. Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Kazancı S.Z. (2014). Konumsal Enterpolasyon Yöntemlerinin Uygulanması: Karadeniz Bölgesi Günlük Ortalama Sıcaklık Verileri Örneği. Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Keçeci S.B. (2011). Sayısal Yükseklik Modellerinin Oluşturulmasında Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması. Yüksek Lisans Tezi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Samsun.
- King, R., Master, E.G., Rızos, C., Stolzs, A., Coolins, J. (1985). Surveying with Global Positioning System, Bonn, Germany.
- Leick, A. (1990). GPS Satellite Surveying. John Wiley-Sons, Inc. Company, 1. edition, New York, USA.
- Li, Z., Zhu, Q. and Gold, C. (2004). Digital Terrain Modelling Principles and Methodology. Boca Raton Publishing Company, 1. edition, London, England.
- Luo, Z., Ning, J., Chen, Y. and Yang, Z. (2005). High precision Geoid models HKGEOID- 2000 for Hong Kong and SZGEOID-2000 for Shenzhen China. *Journal of Marine Geodesy*, **28**: 191-200.
- Martensson, S.G. (2002). Height determination by GPS accuracy with respect to different geoid models in Sweden, FIG XXII. International Congress, Washington DC, USA, April 19-26.
- Mert B.A. (2005). Jeoistatistiksel analiz için bir bilgisayar programının geliştirilmesi ve Antalya-Akseki-Kızılağ boksit yatağına uygulanması. Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana.
- Ollikainen, M. (1997). Determination of Orthometric Heights Using GPS Levelling. Publications of The Finish Geodetic Institute, Kirkkonummi, Finland.

- Omang, O.C.D. and Forsberg, R. (2002). The Northern European Geoid. *Journal of Geodesy*, **76**: 369-380.
- Pavlis, N., Holmes, S., Kenyon, S. and Factor, J. (2008). An earth gravitational model to degree 2160: Egm08. Presented at the EGU General Assembly, 13-18 April, Vienna, Austria.
- Schödlbauer, A., Krack, K., Scherer, B., Widman, R. (1992). GPS Leveling in High Precision Engineering Surveys. 6th International Geodetic Symposium on Satellite Positioning, Ohio, ABD.
- Ses, S. and Gilliland, J. (2000). Test Geoid Computations in Peninsular Malaysia, *Survey Review*, **35**: 178, 524-533.
- Shepard D. (1968). A two-dimensional interpolation function for irregularly-spaced data. Proceedings of the 1968 ACM National Conference, New York, 27-29 August, 517-524.
- Sideris, M.G. (1994). Regional Geoid Determination, Geoid and Its Geophysical Interpretations, P. Vanicek ve N.T. Christou, CRC Press, Florida, USA.
- Sideris, M.G. (1997). Geoid Determination by FFT Techniques Lecture Notes, International School for The Determination and Use of The Geoid, Milan, Italy, 213-271.
- Simith, M.J., Goodchild, M.F., Longley. P.A. (2007). Geospatial Analysis: A comprehensive guide to principles, techniques and software tools. 2. edition, USA.
- Taktak F. (2005). Afyonkarahisar’da GPS Gözlemleri ve Nivelman Ölçüleri Yardımıyla Jeoid Profilinin Çıkarılması. Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Afyon.
- Torge, W. (1991). Geodesy. Walter de Gruyter Company, 2. edition, Berlin-New York.
- Turgut, B. (1995). Fiziksel Jeodezi Ders Notları (Basılmadı). Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Tuşat E. (2000). GPS Gözlemleri ve Yersel Gözlemler Yardımıyla Jeoid Profilinin Çıkarılması. Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.

- Üstün A. (2001). GPS Nivelmanı Yardımıyla Ortometrik Yüksekliklerin Elde Edilmesine Yönelik Jeoid Belirleme Yöntemleri. *Yıldız Teknik Üniversitesi Dergisi*, **1**: 62-82.
- Vanicek, P. and Krakiwsky, E. (1982). Geodesy: The Concepts. North Holland Publishing Company, 2. edition, Amsterdam, New York, Oxford, Tokyo.
- W. H. F. Smith and P. Wessel (1990). Griding with continuous curvature splines in tension. *Geophysics*, **55**: 293-305.
- Yanalak, M. (2002). Yön ve Uzaklık Ağırlıklı Ortalama ile Enterpolasyon. *Harita Dergisi*, **127**: 2-9.
- Yanalak, M. (2002). Sayısal Arazi Modellerinde Yükseklik Enterpolasyonu. *Harita Dergisi*, **128**: 44-58.
- Yaprak S. (2007). Kriging Yönteminin Geoit Yüzeyi Modellemesinde Kullanılabilirliğinin Araştırılması ve Varolan Yöntemlerle Karşılaştırılması. Doktora Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Yılmaz M. (2005). İstanbul Metropolitan Alanında Geoit Araştırması. Doktora tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Yılmaz M. (2012). Jeodezik Nokta Hız Kestiriminde Yapay Sinir Ağlarının Kullanılabilirliği. Doktora Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Afyon.
- Yiğit C.Ö. (2003). Elipsoid al Yüksekliklerin Ortometrik Yüksekliklere Dönüşümünde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması. Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Yurt K. (2006). Geometrik ve Gravimetrik Metodlarla Lokal jeoid Belirleme ve Modelleme: Trabzon ili Örneği. Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Zhan-Ji Y. (1998). Precise Determination of Local Geoid and Its Geophysical Interpretation. Ph. D. Thesis, Hong Kong Polytechnical University, Institute of Science, Hong Kong.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Birol KURU
Doğum Yeri ve Tarihi : Çan 15.01.1994
Yabancı Dili : İngilizce
İletişim (Telefon/e-posta) : 0536 490 23 41 bkuru.213@gmail.com

Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)

Lise : Çan Anadolu Lisesi, (2008-2012)
Lisans : Afyon Kocatepe Üniversitesi, Harita Mühendisliği
Bölümü, (2012-2016)
Yüksek Lisans : Afyon Kocatepe Üniversitesi, Fen Bilimleri
Enstitüsü, Harita Mühendisliği Anabilim Dalı,
(2016-2018)