

T.C.
BOLU ABANT İZZET BAYSAL ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM
DALI



MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ
ARGÜMANTASYON SÜRECİNDEKİ ÖĞRETMEN
ROLÜNÜN İNCELENMESİ

MATEMATİK EĞİTİMİ YÜKSEK LİSANS TEZİ

ESRA YALÇIN

TEZ DANIŞMANI
Prof. Dr. RECAİ AKKUŞ

BOLU, HAZİRAN 2025

KABUL VE ONAY SAYFASI

Esra YALÇIN tarafından hazırlanan “**MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ ARGÜMANTASYON SÜRECİNDEKİ ÖĞRETMEN ROLÜNÜN İNCELENMESİ**” adlı tez çalışması jürimiz tarafından Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi Programında Yüksek Lisans Tezi olarak oybirliği ile kabul edilmiştir. 28/07/2025

Jüri Üyeleri

İmza

Danışman
Prof. Dr. Recai AKKUŞ

.....

Üye
Prof. Dr. Zülbiye TOLUK-UÇAR

.....

Üye
Prof. Dr. Burçak BOZ-YAMAN

.....

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Onayı

Prof. Dr. İbrahim KÜRTÜL
Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürü

ETİK BEYAN

Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Tez Yazım Kılavuzu ve Şablonuna uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
 - Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
 - Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
 - Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
 - Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu bildirir
- aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Teze ilişkin Turnitin adlı programında enstitü müdürlüğünce belirlenen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan benzerlik raporuna göre, tezin benzerlik oranı %30'u geçmemektedir.

Bu çalışma için Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimlerde İnsan Araştırmaları Etik Kurulu'ndan Protokol NO. 2023/278 sayısı ile etik izin alınmıştır.

.....

ESRA YALÇIN

ÖNSÖZ

Bilgi çağının gerektirdiği bireyleri yetiştirmek, yalnızca bilgiyi aktarmakla sınırlı kalmayıp, sorgulayan, düşünen ve üreten bir öğrenme ortamı oluşturmayı gerektirir. Bu bağlamda eğitim sistemlerinin temel amacı, öğrencilerin eleştirel düşünme, problem çözme ve gerekçelendirme süreçlerinde ilerleme kaydedebileceği ortamlar sunmaktır. Özellikle matematik eğitimi, bu süreçlerin yapılandırılmasında ve desteklenmesinde kritik bir rol oynamaktadır.

Bu çalışmada, Prof. Dr. Recai AKKUŞ tarafından yürütülen ders kapsamında, öğretmen adaylarının matematiksel tartışmalar ve problem çözme süreçlerinde geliştirdikleri argüman yapıları, Toulmin'in Argümantasyon Modeli çerçevesinde ele alınarak kapsamlı bir analiz sunulmuştur. Yürütülen süreç boyunca, öğretim üyesinin yönlendirici soruları ve öğretmen adaylarının söylemleri arasındaki etkileşim incelenerek argümantasyon sürecinde öğretmenin rolü ortaya konulmuştur.

ESRA YALÇIN

Tarih: 28.07.2025

ÖZET

**MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ ARGÜMANTASYON
SÜRECİNDEKİ ÖĞRETMEN ROLÜNÜN İNCELENMESİ
YÜKSEK LİSANS TEZİ
ESRA YALÇIN
BOLU ABANT İZZET BAYSAL ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI
(TEZ DANIŞMANI: PROF.DR. RECAİ AKKUŞ)**

**BOLU, HAZİRAN – 2025
XIII+ 147 sayfa**

Bu araştırmanın amacı, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının aldıkları ders kapsamında yürütülen dörtgenlerin sınıflandırılmasına yönelik etkinliklerde geliştirdikleri argüman yapılarını Toulmin'in Argümantasyon Modeli çerçevesinde incelemek ve bu süreçteki öğretim üyesinin rolünü ortaya koymaktır. Çalışma, 2021-2023 akademik yılları arasında Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi'nde "Matematik Sınıflarında İletişim" dersini alan öğretmen adaylarıyla yürütülmüştür. Araştırma nitel araştırma desenine göre tasarlanmış olup, veri toplama sürecinde sınıf içi tartışmaların video kayıtları, bu kayıtların transkriptleri ve öğrenci söylemleri kullanılmıştır. Yaklaşık 17 saatlik çevrim içi ders kayıtlarından elde edilen veriler içerik analizi ile çözümlenmiş; kodlama sürecinde iddia, veri, gerekçe, destek, çürütme ve niteleyici gibi Toulmin modelinin temel bileşenleri dikkate alınmıştır. Araştırma süreci iki aşamalı olarak yürütülmüştür: (1) Öğretim üyesi müdahalesi olmaksızın adayların kendi aralarındaki doğal tartışma süreci, (2) Öğretim üyesinin yönlendirici sorularla sürece aktif katılım sağladığı yapılandırılmış süreç. Bulgular, öğretim üyesinin yönlendirme niteliği taşıyan sorularının, tartışmalarda farklı argüman bileşenlerinin ortaya çıkmasına ve bileşenler arası geçişlerin güçlenmesine katkı sağladığını göstermektedir. Elde edilen sonuçlar, öğretmen yetiştirme sürecinde öğretim üyesinin sınıf içi etkileşimlerdeki konumunun ve kullandığı soru türlerinin önemine işaret etmektedir.

ANAHTAR KELİMELER: Dörtgenlerin sınıflandırılması, matematik öğretmen adayları, Toulmin'in argümantasyon modeli, öğretmen rolü, sosyomatematiksel normlar

ABSTRACT

**INVESTIGATION OF THE TEACHER'S ROLE IN THE
ARGUMENTATION PROCESS OF PRESERVICE MATHEMATICS
TEACHERS
MASTER THESIS
ESRA YALÇIN
BOLU ABANT IZZET BAYSAL UNIVERSITY
GRADUATE SCHOOL OF EDUCATION
DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND SCIENCE EDUCATION
(SUPERVISOR: PROF.DR. RECAİ AKKUŞ)**

**BOLU, JUNE 2025
XIII + 147 pages**

The aim of this study is to examine the argument structures developed by preservice elementary mathematics teachers during activities on the classification of quadrilaterals conducted as part of their coursework, within the framework of Toulmin's Argumentation Model, and to reveal the teacher's role in this process. The study was carried out with preservice teachers who took the "Communication in Mathematics Classrooms" course at Bolu Abant Izzet Baysal University during the 2021–2023 academic years. Designed as a qualitative study, data were collected through video recordings of classroom discussions, the transcripts of these recordings, and student discourse. Approximately 17 hours of online lesson recordings were analyzed using content analysis, and the coding process was based on the core components of Toulmin's model: claim, data, warrant, backing, rebuttal, and qualifier. The research process was conducted in two stages: (1) a natural discussion phase without instructor intervention, and (2) a structured phase in which the instructor actively participated by posing guiding questions. The findings indicate that the instructor's guiding questions contributed to the emergence of different argument components in the discussions and strengthened the transitions between these components. The results highlight the importance of the instructor's position in classroom interactions and the types of questions used in the teacher education process.

KEYWORDS: Classification of quadrilaterals, pre-service mathematics teacher, Toulmin's argumentation model, teacher's role, sociomathematical norms

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET.....	v
ABSTRACT	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ŞEKİL LİSTESİ.....	ix
TABLO LİSTESİ	x
FOTOĞRAF LİSTESİ	xi
KISALTMA VE SEMBOLLER LİSTESİ	xii
TEŞEKKÜR	xiii
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Problem Durumu	1
1.2 Araştırmanın Amacı.....	4
1.2.1 Araştırmanın Soruları	5
1.3 Araştırmanın Önemi	5
1.4 Araştırmanın Sınırlılıkları.....	6
1.5 Argümantasyon Nedir?.....	7
1.6 Toulmin'in Argümantasyon Şeması	8
1.6.1 Bu Çalışmada Toulmin Modelinin Seçilme Gerekçesi	11
1.7 Toulmin Modeli Üzerine Yapılan Çalışmalar	11
1.8 Toulmin Modeline Verilen Örnekler	14
1.9 Argümantasyonun Eğitimde Kullanılması	18
1.10 Matematiksel Muhakeme ve Argümantasyon	20
1.11 Argümantasyon Sürecinde Öğretmenin Rolü	26
1.11.1 Argümantasyon Sürecinde Öğretmenin Alan ve Kavramsal Bilgisi39	
1.11.2 Argümantasyon Sürecinde Öğretmenin Pedagojik Alan Bilgisi... 41	
1.11.3 Argümantasyon Sürecinde Öğretmenin Soru Sorması	43
1.12 İlgili Araştırmalar	46
1.12.1 Argümantasyon ile İlgili Matematik ve Fen Alanında Yapılan Çalışmalar	50
2. MATERYAL ve YÖNTEM.....	53
2.1 Araştırmanın Modeli.....	54
2.2 Araştırmanın Kapsamı	55
2.3 Veri Toplama Süreci.....	58
2.4 Verilerin Analizi	61
2.4.1 Aşama 1: Transkript ve Ön Kodlama Süreci.....	62
2.4.2 Aşama 2: Episode Belirleme ve Kesit Analizi	62

2.4.3 Aşama 3: Verilerin Derinlemesine Kodlanması ve Şematikleştirme .	64
3. BULGULAR	67
3.1 Argümantasyon Sürecinde Öğretmenin Rolü	68
3.1.1 2021-2022 Bahar Dönemi Argümantasyon Sürecinde Öğretmenin Rolü ve Sorduğu Soruların Argümantasyon Bileşenleri İle İlişkisine Ait Bulgular	69
3.1.2 2022-2023 Güz Dönemi Argümantasyon Sürecinde Öğretmenin Rolü ve Sorduğu Soruların Argümantasyon Bileşenleri İle İlişkisine Ait Bulgular .	86
3.1.3 2022-2023 Bahar Dönemi Argümantasyon Sürecinde Öğretmenin Rolü ve Sorduğu Soruların Argümantasyon Bileşenleri İle İlişkisine Ait Bulgular	91
3.2 Öğretmen Sorularının Argümantasyon Bileşenleri ile İlişkisi.....	99
3.2.1 Öğretmenin Pedagojik Bilgisinin Değerlendirilmesi ve Bulgular....	100
3.2.2 Öğretmenin Sorularının Gerekçeleştirme (Warrant) Bileşenine Rolü	102
3.2.3 Veri-İddia Geçişlerinde Öğretmenin Rolü	103
3.2.4 Çelişkili Durumlarda Çürütücü (Rebuttal) ve Destekleyici (Backing) Üretimi	104
3.2.5 Niteleyici (Qualifier) Bileşenlerine Öğretmenin Rolü	106
3.3 Öğretmenin Rolü ve Sosyomatematiksel Normlar	108
3.3.1 Etkinliğin Başlangıcı ve Grup Çalışmasına Yönlendirme:	109
3.3.2 Bireysel Görüşlerin Paylaşımı ve Topluluk Onayı:.....	110
3.3.3 İspat Süreci ve Açıklamaların Geliştirilmesi:.....	111
3.3.4 Dönemsel Farklılıklar ve Öğretim Ortamı	112
4. TARTIŞMA	114
4.1 Öğretmen Müdahalesinin Argüman Sürecindeki Rolü.....	116
4.2 Öğretmenin Öğrencilerin Matematiksel Düşüncelerini Ortaya Çıkarmaya Yönelik Sorgulamaları	122
4.3 Öğretmen Müdahalesinin Argüman Üretme Üzerindeki Rolü	130
4.3.1 Argümantasyon Yapılarının Bileşenlerine Dayalı Gelişimi.....	135
4.3.2 Çürütücü Stratejilerin Kullanımı ve Eleştirel Düşünme.....	135
4.3.3 Öğretmen Müdahalelerinin Şematik Yansımaları	135
4.3.4 Destekleyici Unsurların Etkin Kullanımı	136
4.3.5 Argümantasyonun Esnek Yapısı ve Bileşenler Arası Geçiş.....	136
5. SONUÇ ve ÖNERİLER.....	137
5.1.1 Öğretmen Adayı Söylemleri ve Argümantasyon Yapıları	137
5.1.2 Öğretmen Müdahalesinin Rolü.....	137
5.1.3 Kavram Yanılgıları ve Kavram Üretimi	138
5.1.4 Önce-Sonra Argüman Karşılaştırmaları	138
5.1.5 Öğretmen Bilgisi ve Pedagojik Rolün Önemi	138
6. KAYNAKLAR.....	141
7. EKLER.....	145

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1. Toulmin'ın argüman şeması	10
Şekil 1.2. Beş Tür Çürütme.....	14
Şekil 1.3. Soru sorma kavram haritası	37
Şekil 1.4. Öğretim Üçgeni	40
Şekil 1.5. Matematik Öğretim Bilgisi	41
Şekil 3.1. 2021-2022 Bahar Dönemi Argümantasyon Şeması-1	71
Şekil 3.2. 2021-2022 Bahar Dönemi Argümantasyon Şeması-2	78
Şekil 3.3. 2021-2022 Bahar Dönemi Argümantasyon Şeması-3	81
Şekil 3.4. Dörtgenlerin Hiyerarşisi	81
Şekil 3.5. 2022-2023 Güz Dönemi Argümantasyon Şeması-1	87
Şekil 3.6. 2022-2023 Güz Dönemi Argümantasyon Şeması-2	89
Şekil 3.7. 2022-2023 Bahar Dönemi Argümantasyon Şeması-1	92
Şekil 3.8. 2022-2023 Bahar Dönemi Argümantasyon Şeması-2	95
Şekil 3.9. 2022-2023 Bahar Dönemi Argümantasyon Şeması-3	97
Şekil 7.1. Gizemli Şekil-1	146
Şekil 7.2. Gizemli Şekil-7	146

TABLO LİSTESİ

Sayfa

Tablo 1.1. Keşif Temelli ve İkna Edici Argümantasyon karşılaştırması*	23
Tablo 1.2. Boaler ve Brodie (2004) Tarafından Geliştirilen Sorgulama Kategorileri	45
Tablo 2.1. Farklı Dönemlere Ait Bilgiler	57
Tablo 3.1. 2021-2022 Bahar Dönemi Öğretmen Sorularının Argümantasyon Bileşenlerine Etkisi	74
Tablo 3.2. 2021-2022 Bahar Dönemi Öğretmen Soruları ve Argüman Öğeleri75	
Tablo 3.3. 2021-2022 Bahar Dönemi Öğretmenin Soruları ve Argüman Öğeleri-2	82
Tablo 3.4. 2021-2022 Bahar Dönemi Tartışma Grubu-1 Argüman Öğeleri ve Öğretmenin Soruları	84
Tablo 3.5. 2021-2022 Bahar Dönemi Tartışma Grubu-2 Argüman Öğeleri ve Öğretmenin Soruları	85
Tablo 3.6. Toulmin Modeli Gerekçe Bileşeni	103
Tablo 3.7. Toulmin Modeline Göre Veri-İddia Geçişleri Bileşeni	104
Tablo 3.8. Toulmin Modeline Göre Çürütücü Bileşeni	105
Tablo 3.9. Toulmin Modeline Göre Niteleyici Bileşeni	106
Tablo 3.10. Öğretmen Sorularının Argümantasyon Bileşenleriyle İlişkisi	107
Tablo 4.1. Öğretmen Müdahalesi Öncesi – Sonrası Argüman Karşılaştırma Analizi	134

FOTOĞRAF LİSTESİ

Sayfa

Fotoğraf 3.1. Öğretmen adayı söylemi Destekleyici-1	78
Fotoğraf 3.2. Öğretmen adayı çizimi Destekleyici-2	81
Fotoğraf 3.3. 2022-2023 Bahar Dönemi Öğretmen Çizimi-1	93
Fotoğraf 3.4. 2022-2023 Bahar Dönemi Öğretmen adayının destekleyici çizimi	95
Fotoğraf 3.5. Üçgen eşitsizliği ispatı	110
Fotoğraf 3.6. Dikdörtgen olduğuna dair öğretmen adayının çizimi.....	111



KISALTMA VE SEMBOLLER LİSTESİ

BAİBÜ	: Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi
CCSSM	: Amerika Ortak Eyalet Matematik Standartları
MEB	: Millî Eğitim Bakanlığı
NCTM	: Matematik Öğretmenleri Ulusal Kongresi
nu.	: Numara
ÖA	: Öğretmen Adayı
PAB	: Pedagojik Alan Bilgisi
TC	: Türkiye Cumhuriyeti
Vd.	: Ve diğerleri



TEŞEKKÜR

“Eğer mutsuzsam, matematikle uğraşıp mutlanırım. Eğer mutlu isem; matematikle uğraşıp mutluluğumu muhafaza ederim” sözünden hareketle başladığım tez sürecimde zaman zaman zorluklarla karşılaşmış olsam da bir o kadar keyifli sürecimi bitirmiş olmaktan gurur ve mutluluk duyuyorum. Yüksek lisans eğitimim boyunca her zaman yanımda olan, bilgi ve deneyimleriyle beni aydınlatan, farklı araştırma kaynakları sunarak bilgi dünyamı genişleten kıymetli hocama teşekkürü borç bilirim.

Öğrencisi olmaktan mutluluk ve onur duyduğum, lisans sürecinden itibaren bilgi ve deneyimlerinden yararlanma imkânı bulduğum, rahatlıkla duygu ve düşüncelerimi paylaşabildiğim değerli tez danışmanım Prof. Dr. Recai AKKUŞ’a mesleki gelişimime sağladığı katkılardan ve her daim yanımda olup desteklerinden ötürü sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Lisans eğitimimden bu yana akademik gelişimime katkı sunan, değerli bilgi ve deneyimleriyle beni her zaman destekleyen ve yüksek lisans tez jürimde yer alarak kıymetli değerlendirmeleriyle çalışmama yön veren Saygıdeğer Hocam Prof. Dr. Zülbiye TOLUK-UÇAR’a en içten teşekkürlerimi sunarım. Yüksek lisans tez jürimde yer alarak yapıcı görüşleri ve katkılarıyla tezimin gelişimine değerli katkılarda bulunan Saygıdeğer Hocam Prof. Dr. Burçak BOZ-YAMAN’a teşekkür ederim.

Bugünlere gelmemi sağlayan, beni her koşulda destekleyen sevgili aileme gönülden teşekkürlerimi sunuyorum. Bana her zaman inanan, her günümde yanımda olan annem Hayriye YALÇIN’a , babam Salih YALÇIN’a ve kız kardeşlerim Çiğdem YALÇIN ZOR’a , mutluluk kaynağım oğlu Göktuğ ZOR’a ve Melek YALÇIN’a teşekkür ederim.

Karşılaştığım zorluklarda umut olan, desteğini hiçbir zaman esirgemeyen, bana her zaman inanan, bu çalışmayı yapabilmem için elinden gelenin fazlasını yapan değerli sevgilim Emre GÜNDOĞDU’ya sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

1. GİRİŞ

Bu bölümde araştırmanın problem durumu, amacı, alt amaçları, önemi, sınırlılıklar ve tanımlara yer verilmiştir.

1.1 Problem Durumu

Yeni yayımlanan matematik öğretim programında, öğrencilerin bilim ve teknolojiye yetkinliklerinin ve dijital yetkinliklerinin süreç içerisinde geliştirilmesine değinilmiştir (MEB, 2024). Eğitim ve öğretim ortamlarında ise öğretmenlerden, öğrencilerin kanıtlara dayalı argümanlar oluşturmaları, çeşitli muhakeme yoluyla düşüncelerini desteklemek ya da arkadaşlarının iddialarını çürütmek için karşıt argümanlar oluşturmalarına fırsat verecek ortamları düzenlenmeleri istenmektedir. Özellikle öğretmenlerden düzenledikleri sınıf ortamında argüman üretme ve tartışma noktasında öğrencilere rehberlik etmeleri, öğrencilerin akıl yürütme becerilerini kullanarak iddialarını kanıtlamak için çeşitli verilere dayandırmaya ve çoklu gösterimleri kullanarak düşüncelerini özgün bir şekilde ifade etmelerine imkân sağlamaları, öğrencileri desteklemeleri beklenmektedir (MEB, 2018). Tüm bu sebeplerden ötürü ilköğretim matematik öğretmen adaylarının sorgulamaya, düşünmeye ve araştırmaya dayalı bir ortamda eğitim görmeleri onlara katkı sağlayacaktır.

Günümüz toplumu, sürekli değişen ve gelişen dinamiklere sahip bir yapıda ilerlemektedir. Bu değişim, bireylerden yalnızca bilgiye sahip olmalarını değil, aynı zamanda bu bilgiyi üretebilmelerini, sorgulayabilmelerini ve eleştirel bir bakış açısıyla değerlendirebilmelerini gerektirmektedir. Bu bağlamda, çağın gerektirdiği temel nitelikler arasında üretkenlik, sorgulayıcılık, eleştirel düşünme becerisi, empati kurabilme, uzamsal düşünme yetisi, veri üretebilme ve üretilen verileri gerekçelerle destekleyebilme yer almaktadır. Ayrıca bireylerin, gerektiğinde hatalı düşünceleri mantıksal gerekçelerle çürütebilmesi, bilimsel ve toplumsal ilerlemenin önemli bileşenlerinden biri olarak görülmektedir. Bireylerin, akıl yürütme becerisine sahip, bilimsel tartışmalarda iddia ve gerekçeleri mantıksal bir çerçevede sorgulayabilen, düşünebilen ve bilim okuryazarı olarak yetiştirilmesi, çağdaş eğitimin temel hedeflerinden biridir" (Tümay, 2008). Bireylerin araştıran, her düşünceyi olduğu gibi kabul etmeyen, doğru karar verebilen ve problem çözebilen bireyler hâline gelmesi, bilim okuryazarlığı ile sağlanacaktır. Bilim okuryazarı ve

tartışmayı bilen bireylerden meydana gelen toplumların gelişmesi ve kalkınması daha hızlı olacaktır (Kaya, 2005). Burada en temel eğitim kurumlarına düşmektedir. Öğretmenler, bugünü ve yarını inşa eden mimarlardır. Bu cümlelerden hareketle öğretmenlerin verimli ve etkili bir eğitim öğretim süreci planlamaları için farklı yöntem ve stratejiler kullanmaktadır. Bu stratejilerden biri de argümantasyon yöntemidir. Argümantasyon tabanlı öğrenme yöntemi, sınıf içerisinde iş birliği, araştırma, sorgulama, keşfetmeyi sağlayan yaklaşımlardan birisidir (Koçak, 2019). Bu yaklaşım, öğrenciler arasındaki iletişimi sağlayan, sosyal ilişkilerin derinleşmesine imkân tanıyan, düşüncelerin rahatça ifade edilmesine, yaratıcı bir şekilde tartışılabilmesine ve iddia ve kanıtlarını eleştirel biçimde değerlendirilmesine olanak sağlar. Öğretim sürecinde, argüman kurma ve değerlendirme odaklı bir yaklaşımı benimseyen eğitimciler, bu niteliklere sahip öğrenciler yetiştirmeyi amaçlar (Güler, 2016). Bu yaklaşımda, öğrencilere soru sormaları, verilerini toplamaları, kanıtlara, teoremlere, kurallara dayandırarak iddiada bulunmaları ve yaptıkları iddiaları matematiksel bilgilerle karşılaştırmaları, bu bağlamda iddialarını desteklemeleri ya da çürütmeleri için fırsatlar sunulmaktadır (Hand vd., 2004; Hand vd., 2017a; Hand vd., 2017b). Öğrenciler bu yaklaşımda küçük grup ve sınıf tartışmalarıyla kendi düşüncelerini açıklamakta, iddialarını kanıtlamaya çalışmaktadır. Bu süre zarfında, öğrencilere konuyla ilgili kavramsal yapıların anlaşılması için çoklu olanaklar sunulmakta olup, öğrenciler hem matematiğin hem de dilin bilgi uygulamalarına temel olacak yazılı ve sözlü tartışmalar yapmaktadır (Chen vd., 2016; Hand vd., 2017a; Hand vd., 2018).

Toulmin, "**An Introduction to Reasoning**" (1984) adlı kitabında muhakemenin(reasoning) ne olduğuna, amacının ve kastının mahiyetine yer vermiştir (Toulmin, Rieke & Janik, 1984). Bunun yanı sıra argümanların mikro olarak nasıl analiz edilmesi gerektiğine, bunun için de hangi parçaların olması gerektiğine yönelik açıklamalarda bulunmuştur (Toulmin et al., 1984: 25-78). Toulmin, argümanın gücünü değerlendirmeye yönelik analizi, ikinci bir analiz türü olarak tanımlamış; bu bağlamda, bir iddianın gücünü, ona yöneltile çürütmeleri (rebuttals) etkili bir şekilde bertaraf edebilme yetisiyle ilişkilendirmiştir. Kitabın ilerleyen bölümlerinde ise argümanların yanlış kullanılma şekillerine, dil ve muhakeme arasındaki ilişkiye ve argümanların nasıl sınıflandırıldığına yer verilmiştir. Toulmin'in kitabını kaleme alırken sorguladığı dört soru vardır (Toulmin et al., 1984: 4):

1. "Herhangi bir kişinin düşüncesi, argümanı ya da tavsiyesi mantığa uygun mu, iyi sorgulanmış mı, mantıklı mı?" dediğimizde ne demek istiyoruz?
2. İnsanların söylediği ve yaptığı her şeyin makul ve mantıksal olmasını mı bekleriz?
3. Bu istekler ne anlama geliyor?
4. Bu uygunluğu neye göre, nasıl değerlendiriyoruz?

Toulmin'in şemasına göre argüman altı ögeden meydana gelir. Bu öğeler; iddia (claim), veri (data) , gerekçe (warrant), destekleyici (backing), çürütücü (rebuttals) ve niteleyici (qualifiers)'dir.

21. yüzyılın gerektirdiği yetkinlikler arasında yer alan eleştirel düşünme, akıl yürütme, problem çözme ve etkili iletişim kurma gibi özelliklerin bireylere kazandırılması, çağdaş eğitim sistemlerinin temel hedefleri arasında yer almaktadır. Bu hedeflerin gerçekleştirilmesinde matematik eğitimi, özellikle öğrencilerin akıl yürütme ve ispat yapma süreçlerini desteklemeye yönelik uygulamalar açısından merkezi bir konumda bulunmaktadır.

Türkiye’de matematik öğretiminin yasal ve felsefi temellerini oluşturan 1739 sayılı Millî Eğitim Temel Kanunu’nda yer alan Genel Amaçlar ve Temel İlkeler, bireylerin yapıcı, yaratıcı ve eleştirel düşünebilen bireyler olarak yetiştirilmesini öngörmekte; bu bağlamda öğretmenin eğitsel rolünü ve yönlendirici konumunu ön plana çıkarmaktadır. Matematik öğretiminde öğrencilerin bilgiyi sadece alıcı konumda değil, aynı zamanda sorgulayan, analiz eden ve gerekçelendiren bireyler olarak yapılandırılmaları, kalıcı öğrenmenin gerçekleşmesi açısından son derece önemlidir. Bu bağlamda, argüman oluşturma ve değerlendirmeye dayalı öğretim yaklaşımı, öğrencilerin matematiksel fikirlerini savunma, çürütme ve yeniden yapılandırma süreçlerini destekleyen güçlü bir yöntem olarak öne çıkmaktadır. Argümantasyonun matematik eğitimine entegrasyonu, öğrencilerin matematiksel kavramları daha derinlemesine anlamalarına, çözüm yollarını temellendirmelerine ve akranlarıyla anlamlı etkileşimlerde bulunmalarına imkân tanımaktadır.

Bu çalışmada, öğretmen adaylarının matematiksel tartışmalar ve problem çözme süreçlerinde geliştirdikleri argüman yapıları, Toulmin’in Argümantasyon Modeli (Toulmin, 1958) çerçevesinde ele alınmıştır. Modelin bileşenleri olan iddia, veri, gerekçe, destek, çürütme ve karşı iddia gibi unsurlar, öğretmen adaylarının düşünme süreçlerini derinlemesine inceleme olanağı sunmaktadır. Araştırmanın

odaklandığı "Gizemli Şekiller" etkinliği, öğretmen adaylarının sınıf içi tartışma ortamında çeşitli geometrik şekilleri analiz etmelerini, sınıflandırmalarını ve bu sınıflamalara dayalı olarak argümanlar geliştirmelerini amaçlamaktadır.

Araştırmanın önemli yönlerinden biri, sürecin iki aşamalı olarak ele alınmasıdır: (1) öğretim üyesinin yönlendirme yapmadığı, öğretmen adaylarının kendi aralarında tartıştıkları doğal süreç; (2) öğretim üyesinin sürece müdahil olarak argümantasyonu teşvik eden sorular sorduğu ve etkileşimleri yönlendirdiği yapılandırılmış süreç. Bu iki aşama boyunca öğretmen adaylarının geliştirdikleri argüman şemaları karşılaştırmalı olarak analiz edilmiştir.

Bu araştırma, yalnızca öğretmen adaylarının geliştirdikleri argümantasyon şemalarının incelenmesiyle sınırlı değildir. Aynı zamanda öğretim üyesinin öğretim sürecindeki yönlendirici rolünün, bu şemaların oluşumu ve dönüşümü üzerindeki etkisini ortaya koymayı da amaçlamaktadır. Sözlü, yazılı ve görsel temsillere dayalı çoklu veri kaynaklarıyla yürütülen süreç, öğretmen adaylarının düşünsel ilerlemelerini daha kapsamlı bir biçimde analiz etme olanağı sunmuştur.

Araştırma bulguları doğrultusunda, öğretmen adaylarının matematiksel tartışma ve akıl yürütme süreçleri, öğretim üyesinin rolü ve yönlendirmeleri açısından ayrıntılı olarak değerlendirilmiş ve öğretmen yetiştirme programlarında öğretim üyesi rehberliğinin nasıl daha etkili biçimde uygulanabileceğine dair öneriler geliştirilmiştir. Bu yönüyle çalışma, hem öğretim sürecine ilişkin nitelikli veriler sunmakta hem de öğretmen eğitimi alanında uygulamaya dönük katkılar sağlamayı hedeflemektedir.

1.2 Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı, Toulmin'in argümantasyon şeması çerçevesinde, Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi'nde 2021-2022 Bahar, 2022-2023 Güz ve 2023-2024 Bahar dönemlerinde "Matematik Sınıflarında İletişim" dersini alan ilköğretim matematik öğretmen adaylarının, geometrik tartışma ve problem çözme süreçlerinde oluşturdıkları argüman şemalarını analiz etmektir. Bu doğrultuda, öğretim üyesinin süreçte üstlendiği rollerin belirlenmesi ve yönlendirici sorular yoluyla öğretmen adaylarının argümantasyon yapılarını nasıl dönüştürdüklerinin ortaya konması amaçlanmaktadır. Araştırma kapsamında, öğretmen adaylarının Toulmin'in modelinde yer alan altı temel bileşen olan iddia, veri, gerekçe, destekleyici, niteleyici ve çürütücüyü nasıl yapılandırdıkları ve bu bileşenler

arasında nasıl ilişkilendirmeler kurdukları incelenmiştir. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki sorulara cevap aranmıştır.

1.2.1 Araştırmanın Soruları

Yukarıda sunulan amaç doğrultusunda araştırmanın ana sorusu şu şekilde belirlenmiştir: İlköğretim matematik öğretmen adaylarının geometrik problem çözme ve tartışma süreçlerinde geliştirdikleri argümantasyon yapıları nasıldır ve bu süreçte öğretmenin rolü nedir?

Temel araştırma sorusunu destekleyen alt araştırma soruları ise aşağıda verilmiştir:

- 1) Matematik öğretmen adaylarının geliştirdikleri argümantasyon yapılarında öğretmenin rolü nedir?
- 2) Matematik öğretmen adaylarının geliştirdikleri argümantasyon sürecinde argümantasyon bileşenleri ile öğretmenin soruları arasında nasıl bir ilişki vardır?
- 3) Matematik öğretmen adaylarının argümantasyon sürecinde oluşturdukları sosyomatematiksel normlar ile öğretmenin rolü arasında nasıl bir ilişki vardır?

1.3 Araştırmanın Önemi

Öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ifade etmelerine, mantıksal gerekçeler sunmalarına ve farklı bakış açılarını değerlendirmelerine imkân tanıyan öğretim yaklaşımları, etkili bir öğrenme ortamı oluşturma açısından önemli bir potansiyele sahiptir. Uluslararası literatürde bu tür yaklaşımlara ilişkin çok sayıda çalışma bulunmasına rağmen, Türkiye bağlamında, özellikle ilköğretim matematik öğretmeni adaylarıyla ve öğretim üyesinin rolünü merkeze alan araştırmaların sınırlı olduğu görülmektedir. Bu durum, söz konusu alanda yapılacak çalışmaların öğretmen yetiştirme programlarının niteliğini artırma açısından önemli katkılar sağlayabileceğini göstermektedir.

Bu araştırma, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının argümantasyon süreçlerini inceleyerek, öğretmen adaylarının sınıf içi tartışmalarda nasıl argümanlar geliştirdiklerini, bu argümanların yapısal özelliklerini ve öğretmenin rehberliği ile akran etkileşiminin bu süreçlere etkisini ortaya çıkarmayı amaçlamaktadır. Böylece çalışma hem matematik öğretmen yetiştirme

programlarına hem de matematik eğitimi alan yazınına kuramsal ve uygulamalı katkılar sunmayı hedeflemektedir.

Bu bağlamda gerçekleştirilen bu çalışma, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının ders sürecinde gerçekleştirdikleri tartışmaların sistematik bir biçimde kayıt altına alınarak, Toulmin'in Argümantasyon Modeli temelinde detaylı bir içerik analizi ile incelenmesi açısından alan yazındaki benzer çalışmalardan ayrılmaktadır. Çalışma kapsamında elde edilen bulgular, öğretmen adaylarının argümantasyon süreçlerinde geliştirdikleri bilişsel yapıları, düşünme biçimlerini ve öğretim üyesinin bu süreçte olan etkisini ortaya koymaktadır.

Bu çalışma her ne kadar üniversite düzeyinde matematik öğretmen adaylarıyla yürütülmüş olsa da geliştirilen yöntem ve kullanılan analiz yaklaşımı, farklı öğretim kademelerine uyarlanabilecek niteliktedir. Bu yönüyle araştırma, öğretmen yetiştirme süreçlerine kuramsal ve uygulamalı katkılar sunmanın yanı sıra, öğretim süreçlerinin nasıl planlanıp uygulanabileceğine ilişkin öğretmenlere ve eğitimcilere yol gösteren özgün bir örnek teşkil etmektedir. Ayrıca, elde edilen bulgular, argümantasyonun sınıf içi etkileşimlerde nasıl şekillendiğine ve öğretmen adaylarının düşünme, gerekçelendirme ile kanıt kullanma süreçlerinin nasıl desteklenebileceğine dair önemli veriler sağlamaktadır. Böylece çalışma hem matematik eğitimi alan yazınına hem de uygulamadaki öğretim stratejilerine katkı sunmaktadır.

Ayrıca, bu çalışmanın bulguları, matematik eğitimi alanındaki kuramsal tartışmalara katkı sağlamanın yanı sıra, öğretmen yetiştirme programlarında tartışma ve akıl yürütme odaklı etkinliklerin yer almasının gerekliliğine dair bir temel sunmaktadır. Bu yönüyle çalışma hem kuramsal hem de uygulamalı açıdan literatüre özgün katkılar sağlayarak, matematik eğitimi alanında bir boşluğu doldurmayı amaç edinmektedir.

1.4 Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu araştırma belirli ortam, zaman dilimi ve veri kaynakları çerçevesinde yürütülmüş olup aşağıdaki sınırlılıklar içerisinde değerlendirilmelidir:

1. Bu araştırma, Türkiye'nin Bolu ilinde bulunan BAİBÜ Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği, Matematik Sınıflarında İletişim dersini seçen öğretmen adayları ile sınırlıdır.

2. Araştırma verileri, yalnızca 2021-2022 Bahar Dönemi, 2022-2023 Güz Dönemi ve 2022-2023 Bahar Dönemi içinde yürütülen ders süreçlerine dayanmaktadır.
3. Çalışma süreci, her bir dönem için yürütülen 9 haftalık ders uygulamaları ile sınırlıdır. Bu süre zarfındaki öğretim etkinlikleri ve öğretmen aday etkileşimleri verileri oluşturmaktadır.
4. Araştırma sürecinde dersler çevrim içi (online) ortamda yürütülmüştür. Bu durum, zaman zaman internet bağlantısına ilişkin teknik sorunların yaşanmasına neden olmuştur.
5. Verilerin analizinde sadece çevrim içi derslerde gerçekleştirilen tartışma etkinliklerinden elde edilen, yaklaşık 17 saatlik video transkriptleri kullanılmıştır. Bu nedenle araştırma, bu süre içinde elde edilen söylem ve argümantatif yapı analizleri ile sınırlı kalmıştır.

1.5 Argümantasyon Nedir?

"Argümantasyon" terimi kökenini Latince "argumentum" sözcüğünden almaktadır. Bu kavram, İngilizce'de "argument" biçiminde yer almakta olup, "argue" (tartışmak, savunmak, ileri sürmek) fiilinden türetilmiştir. Latince 'de çoğu fiilden isim türetilmesinde kullanılan "-mentum" eki ile "argue" fiili birleşerek "argumentum" sözcüğünü meydana getirmiştir. Bu kavram tarihsel süreçte çeşitli biçimlerde tanımlanmış ve farklı bağlamlarda ele alınmıştır.

Miller (1987), argümantasyonu bir soru ya da iddia karşısında yürütülen mantıksal süreçlerin düzenlenmesi yoluyla kabul edilebilir bir yanıt veya çözüm önerisi geliştirme süreci olarak tanımlar. Veerman (2003) ise argümantasyonu, çoklu temsiller yoluyla fikir alışverişi ve etkileşimini içeren, iş birliğine dayalı ve oluşturmacı bir süreç olarak değerlendirir. Bazı araştırmacılar, argümanı en az bir nedene dayalı olarak elde edilen bir sonuç biçiminde tanımlarken, Toulmin (1958), argümanı bir iddia ve bu iddianın haklılığını temellendiren unsurlar bütünü olarak ele alır. Driver ve arkadaşları (2000) ise argümantasyonu, bireysel ya da grup içinde düşünerek ve yazarak gerçekleştirilen, sosyal yönü olan bir etkinlik olarak tanımlamaktadır.

Genel olarak argüman, bir sonucu desteklemek amacıyla ortaya konan kanıtlar, gerekçeler ve görüşler bütünüdür. Ancak bu kavram, sıradan bir tartışmayı ifade etmekten öte, mantıksal bir yapı içermektedir. Bir başka tanıma göre argüman,

aralarında çıkarım ilişkisi bulunan önermeler grubudur; yani, bir ya da birden çok öncülden hareketle ulaşılan sonuçtan oluşan bir akıl yürütme biçimidir. Bu bağlamda argümantasyon, ileri sürülen bir iddiayı kanıtlamak ya da çürütmek amacıyla yürütülen, gerekçelere dayalı bir tartışma süreci olarak tanımlanabilir. Bu süreçte, belirli bir veri temel alınarak bir iddia ortaya konur; ardından, bu iddianın desteklenmesi ya da reddedilmesi çeşitli kanıtlar, aksiyomlar ve mantıksal çıkarımlarla sağlanır.

Argümantasyon kavramı, tarihsel süreçte farklı disiplinlerde çeşitli biçimlerde karşımıza çıkmaktadır. Örneğin, matematikte çözülememiş problemler, Öklid dışı geometrilerin ortaya çıkışı, piramitlerin inşasına dair varsayımlar ya da din alanında skolastik düşüncenin etkisiyle yapılan teolojik tartışmalar bu bağlamda değerlendirilebilir. Bu örnekler, argümantasyonun hem bilimsel hem de düşünsel tartışmalarda temel bir araç olarak işlev gördüğünü göstermektedir.

Özünde argümantasyon, şu temel soruyu gündeme getirir: “Hangi bilgiye, hangi gerekçelere dayanarak inanmalı ya da inanmamalıyız?” Birey bu soruya yanıt aramaya başladığında, aslında bir argümantasyon sürecine girmiş olur.

1.6 Toulmin’in Argümantasyon Şeması

Toulmin tarafından 1958 yılında kaleme alınan Argümanın Kullanımları (The Uses of Argument) adlı eserde argümantasyon süreci doğal ortamında irdelenmiştir. Bu eserde, argümantasyonun temel unsurlarını belirleyen ve bu unsurlar aralarındaki bağlantıları gösteren bir modeli ortaya koymuştur (bkz. Şekil 1.1.). Toulmin’in sonuç, veri, gerekçe ve destek öğelerini içeren argümantasyon şemasını kullanarak argümantasyon analiz edilebilir. Bu şemaya göre, sonuç kesin olduğu varsayılan bir ifadedir. Bir iddiadır. Herhangi bir argümanda bir iddia, birtakım gerçekler, bilgiler veya diğer ifadeler gibi bir şeye dayanmalıdır. İddianın desteklenmesi veri ile sağlanır. Veri, birçok açıdan sorgulanabilir. Verinin geçerliliği sorgulanabilir. Bu durumda, farklı veriler sağlanmalı veya bu verilerin şimdi iddia edilecek bir iddia olarak ele alındığı ayrı bir argüman gereklidir. Verinin açıklayıcı bilgisi sorgulandığında farklı bir tür meydan okuma yapılır. Destekler, genel teoriler, inançlar ve temel stratejilerle ilgilidir (Krummheuer, 1995) ve tartışmaya dahil olanların ortak kabul ettiği ölçüde başarılıdır (Forman vd., 1998).

Toulmin’in (1958, 2003) argümantasyon modeli, Stephen Toulmin tarafından 1958’de geliştirilen ve argümanları yapılandırılmış bir çerçeve içinde

analiz etmeye yönelik bir modeldir. Bu model, bir argümanın temel unsurlarını belirleyerek, bireylerin nasıl mantıksal akıl yürüttüğünü anlamamıza yardımcı olmaktadır. Model altı ana bileşenden oluşmaktadır:

1. **İddia (Claim):** Tartışılan konuya dair öne sürülen temel önerme veya sonuç.
2. **Veri (Data/Grounds):** İddianın desteklenmesi için sunulan kanıtlar veya nedenler.
3. **Gerekçe (Warrant):** Verileri iddiaya bağlayan mantıksal köprü.
4. **Destekleyici Unsur (Backing):** Gerekçeyi daha da güçlendiren ek kanıt veya bilgiler.
5. **Niteleyici (Qualifier):** İddianın kesinliğini belirten ifade (örneğin, “muhtemelen”, “çoğu durumda” gibi).
6. **Çürütme (Rebuttal):** İddiaya karşı sunulabilecek karşı argümanlar veya istisnalar.

Toulmin’in modelinde her bir bileşen, argümanın inşa sürecine özgü işlevsel bir katkı sağlar. Bir iddia, genel kabul görmek amacıyla kamuya sunulan bir beyandır (Erduran vd., 2004). Veriler ve gerekçeler, belirli bir iddiayı desteklemek için dayanak olarak kullanılan somut olgulardır. Destekleyici unsurlar, belirli bir durumda uygulanan tartışma yöntemlerinin güvenilirliğini ortaya koymak için dayanan deneyimlerin açık hale getirildiği genellemelerdir (Verheij, 2005). Çürütmeler ise “destekleyici argümanların gücünü zayıflatabilecek olağanüstü veya istisnai durumlardır” ve genel olarak argüman yapısı içinde herhangi bir bileşeni hedef alabilir. Toulmin ayrıca, niteleyicilerin rolünü “belirli bir sonuca verilen desteğin derecesini, mevcut argümanlar doğrultusunda gösteren ifadeler” olarak ele almaktadır (Erduran vd., 2004).

Yu ve Zenker’e (2020, s. 476) göre “argüman şemaları [...], öncüller ya da gerekçeler ile bir görüş ya da iddia arasındaki ilişki türlerini” temsil etmektedir. Toulmin’in modeli, bir argümanın yapısal öğelerinin nasıl çalışması gerektiğini belirlediğinden, normatif açıdan tamamlanmış bir çerçeve sunduğu söylenebilir. Buna göre, bir argümanın iyi (ya da geçerli) sayılabilmesi için, modeldeki tüm öğelerin açık bir şekilde ortaya konmuş ve kendi işlevlerini tam olarak yerine getirmiş olması gerekir. Bu nedenle, bir argümanı eksiksiz şekilde değerlendirmek, onun tüm parçalarının doğru biçimde işleyip işlemediğini incelemek anlamına gelmektedir (Yu & Zenker, 2020). Öte yandan, Toulmin modeli bir argümanın

çerçevesini belirlemede yararlı bir araç olsa da özellikle argüman içindeki yapıları sınıflandırmanın çeşitli zorluklar barındırdığı belirtilmektedir (örn. Erduran vd., 2004; Yu & Zenker, 2020). Araştırmacılar veri, iddia, gerekçe ve destekleyicilerin belirlenmesi sürecinde dilin bağlam içerisindeki kullanımına dikkat edilmesi gerektiğini söylemektedirler. Kelly ve arkadaşlarına (1998) atıfta bulunarak Erduran vd. (2004) argüman şemasındaki yapıların zaman zaman başka amaçlar için hizmet edebileceğini vurgulamaktadırlar. Mesela, iddia ifadeleri kesinleştikten sonra başka bir iddia için gerekçe olarak kullanılabilir.

Şekil 1.1. Toulmin'ın argüman şeması

1.6.1 Bu Çalışmada Toulmin Modelinin Seçilme Gerekçesi

Toulmin'in Argümantasyon Modeli, eğitim araştırmalarında, özellikle de matematik ve fen eğitimi alanlarında, argüman yapılarının ayrıntılı biçimde analiz edilmesine olanak tanıyan en yaygın ve sistematik çerçevelerden biridir. Model, iddia (claim), veri (data), gerekçe (warrant), destekleyici (backing), niteleyici (qualifier) ve çürütücü (rebuttal) gibi bileşenleri net biçimde tanımlayarak, argümantasyon sürecinin hem yapısal hem de işlevsel boyutlarını ortaya koyar.

Bu modelin seçilmesinin temel gerekçeleri şunlardır:

1. *Analitik Derinlik ve Esneklik:* Toulmin modeli, yalnızca sonucun doğruluğunu değil, sonuca ulaşma sürecindeki mantıksal bağları da incelemeye imkân verir. Bu, öğretmen adaylarının düşünme biçimlerini değerlendirmede kritik bir avantaj sağlar.
2. *Eğitim Araştırmalarında Yaygın Kullanım:* Uluslararası literatürde (örn. Erduran vd., 2004; Krummheuer, 1995; Zohar & Nemet, 2002) modelin fen ve matematik sınıflarındaki argümantasyon süreçlerini analiz etmede etkili olduğu kanıtlanmıştır. Böylece, bulguların önceki çalışmalarla karşılaştırılması ve evrensel düzeyde tartışılması mümkün olur.
3. *Bileşenlerin Öğretim Uygulamalarına Yansıtılabilirliği:* Modelin her bir bileşeni, öğretim sürecinde doğrudan gözlemlenebilir ve öğretmen adaylarının hem bilişsel hem de pedagojik süreçlerinde ilerlemeyi desteklemeye yönelik müdahaleler için somut veri sağlar.
4. *Sosyo-matematiksel Normlarla Uyum:* Matematik eğitiminde önemli olan gerekçelendirme, ispat ve kanıt kullanma süreçleri, Toulmin'in bileşenleri aracılığıyla sistematik biçimde haritalanabilir ve sosyo-matematiksel normlarla ilişkilendirilebilir.

Dolayısıyla, Toulmin modeli bu çalışmada yalnızca teorik bir tercih değil, aynı zamanda araştırmanın amaçlarına, veri toplama biçimine ve analiz ihtiyaçlarına en uygun metodolojik araç olarak seçilmiştir.

1.7 Toulmin Modeli Üzerine Yapılan Çalışmalar

Birçok araştırmacı, modelin farklı yönlerini ele alarak çeşitli bağlamlara uyarlamıştır:

•Pedemonte ve Buchbinder (2011): İspat sürecinde argümantasyonun rolü üzerine çalışarak, öğrencilerin tümevarım ve tümdengelim kullanımı arasındaki bağlantıyı Toulmin modeli ile incelemiştir.

•Boero ve arkadaşları (2010): Modelin matematiksel düşünmede nasıl kullanıldığını araştırarak, öğrencilerin cebirsel ifadelerle nasıl argüman geliştirdiğini örneklerle göstermiştir.

•Knipping ve Reid (2010, 2013, 2015, 2019): Global argümantasyon yapıları üzerinde çalışarak, Toulmin modelinin yalnızca bireysel argümanları değil, aynı zamanda daha geniş tartışma yapılarındaki bağlantıları açıklamak için nasıl geliştirilebileceğini araştırmıştır.

•Verheij (2005): Çürütücü bileşeni üzerine detaylı çalışmalar yaparak, argümanlarda karşıt iddiaların nasıl geliştirildiğini analiz etmiş ve beş farklı çürütme türü önermiştir. Verheij, argümantasyon şemalarının genellikle belirli bağlamlar ve koşullar altında geçerli olabileceğini savunmaktadır. Bu nedenle, bir argümana yönelik çürütmeler (rebuttals), argümanın istisna koşullarını belirleyen işlevsel unsurlar olarak görülmelidir.

Tür 1. Veri Çürütmesi (Rebuttal Against the Data)

Bu tür çürütmeler, argümanda kullanılan verinin doğruluğunu sorgular.

Örnek:

Argüman: "Harry Bermuda'da doğdu, bu yüzden İngiliz vatandaşıdır."

Çürütme: "Hayır, Harry aslında Londra'da doğdu."

Bu tür bir çürütme, argümanın temel veri kaynağını geçersiz kılmaya çalışır. Eğer veri yanlışsa, argümanın geri kalanı çöker.

Tür 2. İddia Çürütmesi (Rebuttal Against the Claim)

Burada çürütme, argümanın sonucunu doğrudan hedef alır, ancak kullanılan veriye değil.

Örnek:

Argüman: "Harry Bermuda'da doğdu, bu yüzden İngiliz vatandaşıdır."

Çürütme: "Bermuda'da doğmuş olması, onun İngiliz vatandaşı olduğu anlamına gelmez."

Bu tür çürütmeler, veriye doğrudan karşı çıkmadan sonucu yanlışlamaya çalışır.

Tür 3. Gerekçe Çürütmesi (Rebuttal Against the Warrant)

Bu tür çürütmeler, veri ve sonuç arasındaki bağlantıyı sağlayan gerekçeyi sorgular.

Örnek:

Argüman: "Bermuda'da doğan herkes İngiliz vatandaşıdır, bu yüzden Harry de İngiliz vatandaşıdır."

Çürütme: "Bermuda'da doğan herkes İngiliz vatandaşı olmaz. Örneğin, bazıları Fransız vatandaşı olabilir."

Burada, argümanın mantıksal çerçevesi sarsılmaktadır. Eğer gerekçe yanlışsa, veri doğru olsa bile sonuç geçersiz hale gelir.

Tür 4. Şartlı Bağlantı Çürütmesi (Rebuttal Against the Conditional)

Bu çürütme, veri ile iddia arasındaki mantıksal geçişin doğruluğunu sorgular.

Örnek:

Argüman: "Eğer Harry Bermuda'da doğduysa, o zaman İngiliz vatandaşıdır."

Çürütme: "Ama Harry vatandaşlığını değiştirdi, yani doğum yerine bakılmaksızın İngiliz vatandaşı olmayabilir."

Burada, "Eğer X, o zaman Y" ilişkisi doğrudan hedef alınır ve sorgulanır.

Tür 5. Gerekçenin Uygulanabilirliği Üzerine Çürütme (Rebuttal Against the Applicability of the Warrant)

Bu çürütme, gerekçenin belirli bir bağlamda geçerli olup olmadığını sorgular.

Örnek:

Argüman: "Bermuda'da doğanlar genellikle İngiliz vatandaşıdır."

Çürütme: "Ancak Harry'nin ebeveynleri yabancı uyrukluysa, bu yüzden kural onun için geçerli olmayabilir."

Bu tür çürütmeler, bir gerekçenin belirli bir durumda uygulanabilir olup olmadığını değerlendiren "istisna durumları" ile ilgilenir.

Özetle;

Tip 1 ve Tip 2 çürütmeler: Veriye veya iddiaya doğrudan saldırır.

Tip 3, 4 ve 5 çürütmeler: Mantıksal bağlantıyı hedef alır.

Şematik olarak (bkz. Şekil 1.2.) :

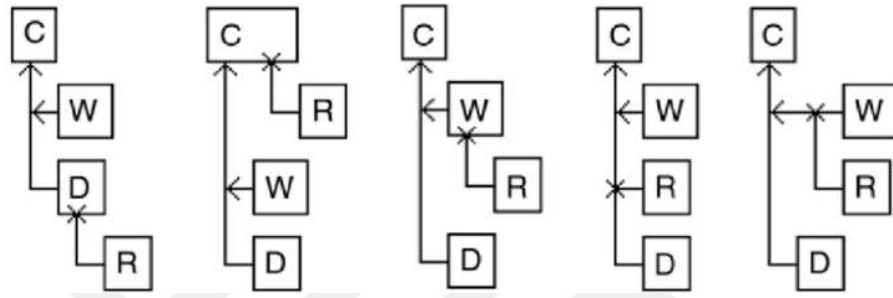
Tip 1 → D verisini yanlışlar.

Tip 2 → C sonucunu yanlışlar.

Tip 3 → W gerekçesini yanlışlar.

Tip 4 → "Eğer D, o zaman C" bağlantısını yanlışlar.

Tip 5 → "Eğer W, o zaman eğer D, o zaman C" bağlantısını yanlışlar.



Şekil 1.2. Beş Tür Çürütme

Bu yapılar, bir argümanın nasıl saldırıya uğrayabileceğini ve bu saldırıların mantıksal yapıyı nasıl etkileyebileceğini göstermektedir. Dolayısıyla, Verheij'in çürütme tipleri, argümanların nasıl analiz edilmesi gerektiğine dair güçlü bir sistem sunmaktadır. Argüman değerlendirme sürecinde, yalnızca argümanların doğruluğunu değil, aynı zamanda kullanılan mantıksal yapıları da sorgulamak gerekir.

1.8 Toulmin Modeline Verilen Örnekler

Boero ve arkadaşları (2010), bir öğrencinin negatif sayılar üzerine yaptığı bir argümantasyonu analiz etmiştir:

İddia: "-a² negatif bir sayıdır."

Gerekçe: "Bir sayının karesi pozitiftir, ancak negatif işareti eklenirse negatif olur."

Çürütücü: "Ancak, eğer tüm ifade kare alınırsa, sonuç pozitif olur."

Conner ve arkadaşları (2014), öğretmen ve öğrencilerin argümantasyondaki rolünü analiz eden bir model geliştirmiştir. Öğretmen ve

öğrenci tarafından yapılan katkıları farklı renklerle kodlayarak, hangi bileşenlerin kim tarafından oluşturulduğunu görselleştirmişlerdir. Conner ve arkadaşlarının bu çalışması, öğretmenlerin argümantasyon sürecinde yönlendirici rol oynayarak öğrencilerin iddialarını desteklemelerini teşvik ettiğini göstermiştir.

Toulmin modeli üzerine yapılan bu çalışmalar, matematik eğitimi ve argümantasyon arasındaki bağı güçlendirmekte ve öğretmenlerin öğrencilerin düşünme süreçlerini daha etkili bir şekilde yönlendirmesine olanak tanımaktadır. Krummheuer'un (1995) çalışması, Toulmin'in modelinin matematik eğitiminde uygulanmasına yönelik ilk örneklerden biriydi. Bazı araştırmacılar, öğrencilerin matematiksel argümanlarını analiz etmeye odaklanmış ve bu kapsamda genel olarak ispat kullanımını (Yackel, 2001), sayı becerilerini (Evens & Houssart, 2004), geometriyi (Pedemonte, 2007) ve cebiri (Pedemonte, 2008) incelemişlerdir.

Diğer araştırmacılar ise öğretmenlerin matematiksel argümantasyonlarını analiz etmek için Toulmin'in modelini kullanmıştır. Bu çalışmalar arasında matematiksel argümantasyonun modellenmesi (Inglis vd., 2007), öğretmenlerin anlamsal gerekçe üretimine katılımı (Walter & Johnson, 2007), öğretmenlerin öğrencilerin geçersiz iddialarını çürütmeye yönelik katılımı (Giannakoulis, Mastoridis, Potari & Zachariades, 2010) ve pedagoji ile matematiksel akıl yürütme yapılarının karşılaştırılması (Steele, 2005) yer almaktadır.

Nardi, Biza ve Zachariades (2012), Toulmin'in modelini Freeman'ın (2005) geliştirdiği versiyonuyla uyarlayarak öğretmenlerin argümanlarını analiz etmeyi amaçlayan bir yaklaşım önermiştir. Bu çalışma, gerekçeler (warrants) ve destekleyici unsurlar (backings) üzerinden öğretmenlerin argümanlarını oluştururken etkilendiği epistemolojik, pedagojik, müfredatla ilgili, mesleki ve kişisel faktörleri ele almaktadır (Nardi vd., 2012, s. 160).

Sonuç olarak, Toulmin'in argümantasyon modeli hem eğitim alanında hem de diğer disiplinlerde yaygın olarak uygulanmış ve zaman içinde çeşitli uyarlamalara uğramıştır. Araştırmalar, modelin öğrencilerin matematiksel ispat süreçlerini anlamalarını desteklediğini ve eleştirel düşünme süreçlerinde ilerleme sağladığını göstermektedir. Ayrıca farklı çalışmalar, çürütücüler, niteleyiciler ve bağlamsal değişkenler gibi ek bileşenlerin modelin uygulanabilirliğini artırdığını ortaya koymaktadır.

Yunan filozof Platon'dan (*Devlet*) bu yana argümantasyon, bilgi oluşturma'nın temel yolu olmuştur. Bilgi, Platon'un "gerekçelendirilmiş doğru

inanç” (justified true belief) diye nitelendirdiği kapsamda düşünüldüğünde (Ernest, 1998), argümantasyon bu gerekçelendirme sürecinin temel bileşenlerini içermektedir (Metaxas et al., 2016). Argümantasyon, genel anlamda, bilgi sistemlerinin genişletilmesi amacıyla öncüllerden sonuçlar çıkarma ve gerekçeleri destekleme sürecidir. Dolayısıyla, argümantasyonun matematiksel ve bilimsel bilginin oluşmasında önemli bir rolü vardır. Zohar ve Nemet (2002) ise argümanın çıkarımlar veya iddialar ile onların gerekçelerinden oluştuğunu öne sürmektedirler. Matematiksel bağlamda argümantasyon, yalnızca biçimsel-dedüktif ispatlarla sınırlı değildir; aynı zamanda tümevarımsal, abdüktif ve analogik akıl yürütmeyi de içerebilir (Reuter, 2023). Diğer taraftan matematiksel argümantasyon, daha basit olarak, öğrencilerin bir matematiksel iddiayı gerekçelendirmesi, dayanaklarını açıklaması ve sınıf içinde paylaşarak geliştirmesi sürecidir (Martino & Maher, 1999; Yackel, 2002). Matematiksel muhakeme ve argümantasyon, öğrencilerin matematiksel bilgiyi yapılandırmaları ve anlamlandırmaları açısından kritik öneme sahiptir. Buradan hareketle, matematiksel argümanın matematiksel akıl yürütme ve destekleyicilerinin bir bileşeni olduğunu söyleyebiliriz. Reuter (2023), bu süreci açıklarken "Explorative Mathematical Argumentation" (EMA) kavramını öne sürerek, argümantasyonun yalnızca biçimsel ispatlarla sınırlı olmadığını, aynı zamanda keşif ve anlam oluşturma süreçlerini içerdiğini vurgulamaktadır. Benzer düşünceler Cobb ve arkadaşları (örn., Cobb & Yackel, 1996; Cobb vd., 1989; Rasmussen vd., 2001 ; Yackel vd., 1990) tarafından öğrenmenin sosyal açıdan önemini dile getirdikleri çalışmalarında sıklıkla ifade edilmiştir. Matematikte açıklama (explanation), gerekçelendirme (justification) ve argümantasyon (argumentation) kavramlarıyla ilişkili iki yapı bulunmaktadır: sosyal normlar ve sosyo-matematiksel normlar (Cobb & Yackel, 1996; Cobb vd., 1989). Bu iki yapı matematik sınıflarında anlama ve anlam-oluşturma (meaning-making) süreçlerinde açıklama, gerekçelendirme ve argümantasyonun fonksiyonlarını açıklığa kavuşturmada kullanışlı yapılar olmuştur (Yackel vd., 2001). Yackel (1997) ayrıca, Krummheuer (1995) tarafından matematik eğitime uyarlanan Toulmin’in argüman şemasının, bu süreçlerde öğrencilerin öğrenme süreçlerini ve düşünsel yapılarını ortaya koymada metodolojik bir araç olduğunu belirtmektedir.

Dolayısıyla, argümantasyon sürecinde sıklıkla kullanılacak olan açıklama (explanation) ve gerekçelendirme (justification) kavramlarını detaylandırmakta fayda bulunmaktadır. Sınıf içi iletişimde ve söylemde önemli fonksiyonlara sahip

olan açıklama, öğretmen ve öğrencilerin matematiksel düşüncelerini başkaları için açıklığa kavuşturmak üzere kullandıkları araçlardır. Diğer taraftan gerekçelendirme ise, matematiksel bir aktiviteye karşı öne sürülen meydan okumaya yönelik verilen cevaplardır. Örneğin, “ $16 + 8 + 14 = ?$ ” problemini bir çocuğun şu şekilde cevapladığını düşünelim: “16’dan bir aldım ve 14’e ekledim ve 15 elde ettim. Sonra 15 ile 15’i topladım ve 30 elde ettim. En sonunda 30’a kalan 8’i ekledim ve 38 buldum.” Burada öğrencinin kendi çözüm sürecini bir başkasına açıkladığını görebiliriz. Diğer taraftan, “Problem senden önce 16 ve 8’i toplamanı ve sonra 14’ü bulduğun toplama eklemenı istiyor” şeklinde bir meydan okumaya öğrencinin bir gerekçelendirme sunması beklenmektedir. Nitekim, açıklama ve gerekçelendirme doğal olarak sosyal ve sosyo-matematiksel normların içerisinde yer almaktadır (Cobb & Yackel, 1996; Cobb, Yackel, & Wood, 1989; Yackel & Cobb, 1996).

Cobb ve arkadaşları, normların sosyolojik bir yapı olduğunu ve grup tarafından ortaklaşa kabul edilen (taken-as-shared) anlamalara veya yorumlamalara karşılık geldiğini ifade etmektedirler. Dolayısıyla, norm kolektif bir olgudur. Sınıf ortamında normları, ortaklaşa kararlaştırılan beklentiler ve sorumluluklar olarak düşünebiliriz. Bunlar, öğrencilerin problemlere anlamlı çözümler sunmaları, kendi çözümlerini ve düşüncelerini açıklamaları ve gerekçelendirmeleri, birbirini dinlemeleri ve anlamaya çalışmaları ve yanlış anlama veya karşı fikirde olma durumlarında soru sorma ve meydan okumaları şeklinde örneklendirilebilir. Yackel ve Cobb (1996) matematikle bağlantılı normların sosyo-matematiksel normlar olarak tanımlanabileceğini ifade etmişlerdir. Diğer bir deyişle, matematiksel olarak kabul edilen açıklama ve gerekçelendirme bir sosyo-matematiksel normdur. Sosyal ve sosyo-matematiksel normları kendi aralarında ayırt etmek kolay olsa da hangi davranışların norm olduğu tamamen katılımcıların birbiri ile olan etkileşimine ve beklentilerine bağlıdır. Yani, bir grupta kabul edilen bir norm başka bir grupta geçerli olmayabilir. Dahası, bazı normlar, grubun anlamlandırma sürecine bağlı olarak, açık veya üstü örtük uzlaşıların sonucu olabilir. Örneğin, bir öğretmen öğrencilerinden açıklamalarının ve gerekçelerinin öncelikle matematiksel temellerinin olması gerektiğini isteyebilir. Bir öğrenci, sınıftan aldığı tepkiye göre fikrini değiştiriyorsa (ben yanlış anlamışım) sosyal temelde yorumlamış olacaktır. Diğer taraftan, eğer fikir değiştirmesi kendi matematiksel muhakemesinin bir yansıması ise sosyo-matematiksel bir norma karşılık vermiş olacaktır. Benzer bir örneği, 23 ve 25’in toplamında görebiliriz. “İki 2 daha 4 eder ve 3 ve 5’in toplamı

8; sonuç 48'dir." Bu şekilde sunulan bir açıklama matematiksel bağlamda kabul edilmeyebilir (sınıftaki normlara bağlı olarak). Dolayısıyla, zaman zaman öğretmen, sosyo-matematiksel normların yerleşmesi ve yaygınlaşması için uyarılarda bulunabilir. "Yirmi artı 20, 40 eder, demek istiyorsun, değil mi? Başkası ne demek istediğini nasıl anlayacak? Neye atıfta bulunduğunu bilmiyor." Yackel ve Cobb (1996) sosyal normlar ve sosyo-matematiksel normlar arasındaki farkı netleştirmek için şöyle bir öneride bulunmuşlardır: öğrencilerin kendi çözümlerini ve düşüncelerini açıklamaları gerektiğini bilmeleri bir sosyal normdur; ama matematiksel olarak kabul edilebilir bir açıklamanın ne olduğunu anlamaları bir matematiksel normdur. Başka bir örnek şöyle verilebilir: bir öğrencinin arkadaşlarının düşüncelerine yorum yapmasının beklendiğini bilmesi bir sosyal norm iken çözümler arasındaki matematiksel farkın ne olduğunu anlaması bir sosyo-matematiksel normdur.

1.9 Argümantasyonun Eğitimde Kullanılması

21. yüzyılda toplumsal, teknolojik ve kültürel dönüşümlerin hızla artması, bireylerden yalnızca bilgiye sahip olmalarını değil, aynı zamanda bilgiyi sorgulama, analiz etme, problem çözme ve özgün biçimde kullanma yönünde yeterlik kazanmalarını da zorunlu kılmaktadır. Tüm bunları göz önünde bulundurarak toplumsal açıdan ilerleyebilmek ve gelişebilmek için matematiğin önemi yadsınamaz bir gerçektir. Bu yüzden çağdaş eğitim sistemlerinin temel amaçlarından biri, pasif bilgi alıcısı bireylerden ötürü; eleştirel düşünebilen, sorgulayan, farklı bakış açıları geliştirebilen, öğrendiklerini aktarıp transfer edebilen ve üretken bireyler yetiştirmektir. Özellikle matematik eğitimi, bireylerin hem analitik hem de sistematik düşünme süreçlerini güçlendirmede temel bir rol üstlenmektedir. Matematiksel düşünme; sadece sayılar ve sembollerle değil, aynı zamanda yaşamla ilgili problemleri anlama, kavrama, çözme ve bu çözümleri gerekçelendirme süreçlerini de içermektedir (Yıldırım, 2006; Özgen & Bindak, 2008). Bu bağlamda, matematik eğitimi sadece bilgi aktarmayı değil, öğrencilerin yaşamla ilişkili, anlamlı ve kalıcı öğrenmeler gerçekleştirmesini amaçlayan farklı öğretim stratejileri ile zenginleştirilmelidir. Bu stratejilerden biri de tartışma ve akıl yürütme odaklı öğretim yaklaşımıdır.

Argümantasyon yönteminde öğrencilerin iletişimlerini etkili bir şekilde kullanarak sorgulama, eleştiri yapmalarına ve yaratıcı düşüncelerine olanak

sağlayan eğitim ortamları oluşturulmaktadır (Küçük Demir, 2014). Argümantasyon tabanlı öğrenme yönteminde öğrenciler araştırır, sorgular, bilgiler arasında nedensellik kurarak analiz yaparlar, düşüncelerini ifade ederek ispatlamaya çalışırlar ve diğer arkadaşlarının onları desteklemesini sağlarlar ya da farklı görüşler üreterek çürütmelerini beklerler. Bu süreçte sınıf içinde olumlu bir sosyal bağlılık gözlemlenir. İletişimin yüksek düzeyde olduğu bu yöntem, bilimsel açıdan öğrencilerin bilgi üretme ve paylaşma süreçlerine katkı sağladığı gibi sosyal yönden de etkileşim ve iş birliğini artırmaktadır. Öğrencilerin derinlemesine düşünmelerini sağlayarak problem çözmelerine katkıda bulunup yaratıcı düşünmelerine katkı sağlayan bir yöntemdir argümantasyon yöntemi. Bu yöntem, öğrencilerin sadece doğru cevabı bulmaya odaklanmalarını değil, aynı zamanda çözüm süreçlerini, neye dayanarak görüş belirttiklerini ve gerekçelerini ortaya koymalarını teşvik eder. Bu yönüyle, argümantasyon öğrenme ortamlarını daha anlamlı ve derinlemesine düşünmeyi destekleyici hâle getirir.

Argümantasyon temelli öğrenmede öğrenciler;

- Bilgiyi arar ve elde etmeye çalışır,
- Elde edilen bilgileri analiz ederek gerekçelendirir,
- İddialar oluşturur,
- Kanıtlarla bu iddiaları destekler ya da çürütür,
- Karşı görüşleri değerlendirerek bilimsel tartışmalara katılırlar.

Bu süreçte öğrenciler sadece bilişsel açıdan değil, aynı zamanda sosyal açıdan da ilerleme fırsatı bulur. Sınıf içinde oluşturulan iletişim ve iş birliği ortamı, öğrencilerin empati kurma, fikir alışverişinde bulunma ve fikirlerini açık biçimde ifade etmelerine imkân sağlar.

Eğitimde Argümantasyonun Güçlü Yönleri

Argümantasyon yöntemi, eğitim ortamlarında şu olumlu katkıları sağlamaktadır:

- **Etkin katılımı teşvik eder:** Öğrencilerin derse aktif katılımını sağlayarak derse ve öğrenmeye yönelik motivasyonu artırır.
- **Eleştirel ve analitik düşünmeyi geliştirir:** Öğrenciler, bilgiyi sorgular, farklı bilgiler arasında ilişkiler kurarak çıkarımlar yapar.
- **Kalıcı öğrenmeyi destekler:** Bilginin yüzeysel değil, anlamlı öğrenilmesine katkı sağlar.

- **Kavram yanlışlarını giderir:** Tartışma sürecinde öğrenciler kavramlar hakkında yanlış bildikleri bilgileri fark edip düzeltme fırsatı bulurlar.
- **Sosyal iletişimi güçlendirir:** Sınıf içi etkileşim yoluyla öğrencilerin ifade yetileri ve sosyal ilişkileri gelişir.

Karşılaşılan Sınırlılıklar ve Uygulanırken Karşılaşılan Zorluklar

Argümantasyonun eğitim öğretim süreçlerine entegre edilmesi bazı sınırlılıkları doğurur. Bu sınırlılıklar aşağıdaki başlıklar altında özetlenebilir:

- **Öğrenci seviyeleri arasındaki farklılık:** Öğrencilerin hazırbulunuşluk düzeyleri arasındaki farklar, argümantasyon sürecinde tartışma yapmayı zorlaştırabilir.
- **Zaman yönetimi:** Verimli bir tartışma ortamının oluşturulması ve sürdürülmesi zaman alıcı olabilir. Ders saati yetersiz gelebilir.
- **Grup yapısı:** Grup içindeki dinamiklik, katılım düzeyi ve liderlik rolleri tartışmanın verimliliğini doğrudan etkileyebilir.
- **İletişim eksiklikleri:** İletişim kuramayan ya da çevrim içi derslerde yaşanan kopukluklardan dolayı öğrenciler süreç dışında kalabilir.
- **Tartışma dışına çıkma:** Tartışmaların odak noktasından saparak farklı konular üzerine tartışmalar yapılabilir.
- **Argüman öğelerini oluşturamama:** Bazı öğrenciler, iddia oluşturmakta, ortaya veri atmakta ya da bunları destekleyecek uygun kanıtları sunmakta zorlanabilir.

1.10 Matematiksel Muhakeme ve Argümantasyon

Matematik, mantıksal akıl yürütme (muhakeme) ve ispat temelli bir bilim dalıdır. Matematiksel muhakeme ise, bireylerin eldeki verilerden mantıklı sonuçlar çıkarma ve gerekçelendirme sürecidir. Easwaran (2009), matematiğin bireysel değil, kolektif bir etkinlik olduğunu ve matematiksel bilginin aktarılabilir olması gerektiğini vurgulamaktadır. Ancak, bu aktarım yalnızca biçimsel ispatlarla değil, farklı akıl yürütme biçimleriyle de gerçekleştirilebilir (Reuter, 2023).

- **Tümdengelimsel muhakeme:** Genel kabullerden yola çıkarak belirli sonuçlara ulaşma (örn. aksiyomlardan teoremlerin türetilmesi).

- Tümevarımsal muhakeme: Özel durumlardan yola çıkarak genel bir kural oluşturma (örn. örüntüleri gözlemleyerek genelleme yapma).
- Abdüktif muhakeme: Mevcut verilere dayanarak en olası açıklamayı oluşturma (örn. eksik verilerden hipotez geliştirme).

Argümantasyon ise bu muhakeme süreçlerinin sosyal ve iletişimsel yönünü içerir. Driver ve diğerleri (2000) argümantasyonu, farklı bakış açılarının analiz edildiği ve kabul edilebilir iddialar üzerinde fikir birliğine varıldığı bir süreç olarak ele almaktadırlar. Yackel'a (2002) göre matematiksel etkinliklerin özü, sınıf tartışmalarını başlatan ve tartışmaları güçlendiren, öğrencilerin argümanlar geliştirmeleri için birbirleriyle etkileşim kurmalarını teşvik eden destekler sağlamaktır. Buna bağlı olarak öğrenciler diyalojik argümantasyona teşvik edilmelidir. Diyalojik argümanlarda, farklı bakış açılarını değerlendirmek ve ortak bir iddiaya ulaşmak esastır (Driver vd., 2000). Dolayısıyla, karşılıklı (dialogic) argümantasyon, sosyal ve işbirlikçi bir süreç olup, problemleri çözmek ve bilgiyi geliştirmek amaçlı kullanılmaktadır (Duschl & Osborne, 2002). Argümantasyon kısaca, matematiksel fikirlerin paylaşılması, açıklanması ve gerekçelendirilmesi sürecidir. Bu süreçte bireyler, ortaya attıkları iddiaları desteklemek için veriler sunar, gerekçeler öne sürer ve karşı argümanları çürütmeye çalışır. Matematik eğitiminde argümantasyonun, öğrencilerin düşünme süreçlerini ilerletmede kritik bir rol oynadığı belirtilmektedir. Bu süreç, öğrencilerin sadece sonuçları öğrenmek yerine, neden-sonuç ilişkilerini anlamalarına yardımcı olur ve onları aktif düşünmeye teşvik eder (Demiray, 2019). Öğrencilerin problem çözme süreçlerinde etkin olmaları ve matematiksel ispat yapabilmeleri için argümantasyon süreçlerine dahil olmaları gerekmektedir. Reuter (2023), matematik eğitiminde argümantasyonun iki ana türünü ele alır: (1) Keşif Temelli (Explorative) Argümantasyon – Bilgiyi genişletmek ve yeni kavrayışlar geliştirmek amacıyla yapılan tartışmalar; (2) İkna Edici (Persuasive) Argümantasyon – Bir görüşü savunmak, desteklemek ve başkalarını bu görüşe ikna etmeye yönelik tartışmalar.

1. Keşif Temelli (Explorative) Argümantasyon

Keşif temelli argümantasyon, öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini derinleştirmek, yeni bilgi üretmek ve hipotezler geliştirmek amacıyla yürütülen bir tartışma biçimidir. Bu tür argümantasyon, öğrencilerin sadece var

olan bilgiyi doğrulamalarını değil, matematiksel yapılar arasındaki ilişkileri keşfetmelerini ve farklı çözüm yolları geliştirmelerini teşvik eder (Reuter, 2023).

Temel Özellikleri

Bilgi İnşası: Öğrenciler, önceden belirlenmiş doğruları tekrar etmek yerine, matematiksel kavramları keşfetme sürecine aktif olarak katılırlar (Krummheuer, 2007).

Hipotez Geliştirme ve Test Etme: Öğrenciler farklı matematiksel yaklaşımları dener ve elde ettikleri sonuçları tartışarak gerekçelendirirler (Mueller, 2009).

Etkileşim ve İş birliği: Tartışmalar bireysel olmaktan çok, kolektif argümantasyon sürecinin bir parçası olarak şekillenir. Öğrenciler birbirlerinin argümanlarını değerlendirerek eleştirel düşünme süreçlerini ilerletirler (Yackel & Cobb, 1996).

Keşif temelli argümantasyon, öğrencilerin matematiksel kavramları anlamlandırmalarına ve problem çözme süreçlerinde daha esnek düşünmelerine olanak sağlar. Bu süreç, sadece öğretmen yönlendirmesiyle değil, öğrencilerin kendi tartışma ve sorgulama süreçleriyle şekillenir (Reuter, 2023).

2. İkna Edici (Persuasive) Argümantasyon

İkna edici argümantasyon ise öğrencilerin belirli bir matematiksel iddiayı savunmak ve karşıt görüşleri çürütmek amacıyla geliştirdikleri bir tartışma biçimidir. Bu süreçte temel amaç, bir hipotezin veya çözüm yönteminin geçerliliğini ispatlamak ve diğerlerini bu görüşe ikna etmektir (Reuter, 2023).

Temel Özellikleri

İddia ve Gerekçelendirme: Öğrenciler bir matematiksel sonucun neden doğru olduğunu göstermek için kanıtlar sunar ve mantıklı gerekçeler oluşturur (Martino & Maher, 1999).

Karşı Argüman Geliştirme: Öğrenciler, kendi görüşlerini destekleyen kanıtları sunmanın yanı sıra, alternatif veya karşıt argümanları da çürütmeye yönelik stratejiler geliştirirler (Yackel, 2002).

Matematiksel İspatın Temelleri: Bu tür argümantasyon, tümdengelimsel düşünme ile ilişkilidir ve öğrencilerin biçimsel ispat süreçlerine daha kolay adapte olmalarına yardımcı olur (Mueller, 2009).

İkna edici argümantasyon, öğrencilerin bir matematiksel iddiayı nasıl etkili bir şekilde savunabileceklerini öğrenmelerini sağlar. Bu süreçte öğretmenin rolü, öğrencileri kanıtlarını güçlendirmeye teşvik etmek ve mantıklı akıl yürütme stratejileri geliştirmelerini sağlamaktır (Yackel & Cobb, 1996).

Tablo 1.1. Keşif Temelli ve İkna Edici Argümantasyon karşılaştırması*

Özellik	Keşif Temelli Argümantasyon	İkna Edici Argümantasyon
Amaç	Yeni bilgi üretmek ve Keşfetmek	Bir görüşü savunmak ve kanıtlamak
Yaklaşımı	Açık uçlu sorgulama ve hipotez oluşturma	Tümdengelsel akıl yürütme ve çürütme
Etkileşim Biçimi	İşbirlikçi, keşfetmeye dayalı tartışmalar	Karşıt görüşleri analiz ederek güçlü argüman oluşturma
Öğrenci Rolü	Soru soran, keşfeden, tartışan	İddia sunan gerekçelendiren, savunan
Öğretmen Rolü	Tartışmayı yönlendiren, öğrencileri sorgulamaya teşvik eden	Öğrencileri argümanlarını güçlendirmeye yönlendiren
Örnek Kullanım	Matematiksel kavramları keşfetmek ve problem çözme yollarını değerlendirmek	Bir teoremi veya iddiayı ispatlamak ve karşı argümanları çürütmek

*Reuter'den (2023) uyarlanmıştır (ss. 419, 425)

Matematik eğitiminde argümantasyon süreci, öğrencilerin bilgiyi nasıl yapılandırıldığını, nasıl gerekçelendirdiğini ve nasıl ispat ettiğini belirleyen temel unsurlardan biridir. Keşif temelli argümantasyon, öğrencilerin matematiksel ilişkileri keşfetmelerini ve yeni bilgiler üretmelerini teşvik eder. İkna edici argümantasyon ise öğrencilerin kanıt sunma ve savunma yeterliklerini geliştirerek matematiksel ispat süreçlerine katkıda bulunur. Bu iki süreç birlikte

kullanıldığında, öğrencilerin hem yaratıcı düşüncelerine hem de mantıklı akıl yürütmelerine olanak sağlar (Reuter, 2023). Bu nedenle öğretmenlerin, sınıfta bu iki argümantasyon biçimini bilinçli bir şekilde teşvik etmeleri büyük önem taşımaktadır (Reuter, 2023; Yackel, 2002). Matematik eğitimi bağlamında, keşif temelli argümantasyonun öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini geliştirdiği ve öğrenmeyi daha anlamlı hale getirdiği öne sürülmektedir. Matematik eğitiminde argümantasyon, öğrencilerin matematiksel kavramları anlamalarına ve eleştirel düşüncelerine yardımcı olur.

Matematiksel gerekçelendirme, öğrencilerin çözümlerini sadece doğru cevaba ulaşmak için değil, aynı zamanda neden-sonuç ilişkisi içinde açıklamaları sürecidir. Gerekçelendirme (warrant), matematiksel bir önermeye inanmayı haklı çıkaran şeydir. Bu, sadece doğru bir ifade olmanın ötesine geçerek, o bilginin matematiksel bilgi olarak kabul edilmesini sağlar (Rodd, 2000). İspat/ispatlama (proof/proving) genellikle en güçlü gerekçelendirme yöntemi ve matematiksel ifadelerin evrenselliğini göstermek ve doğrulamak için bir araç olarak görülse de (Hershkowitz et al., 2002), Rodd'a göre her ispat, her zaman bir önerme için tam anlamıyla gerekçelendirme sağlamaz. Örneğin, bir öğrenci bir ispatın adımlarını takip edebilir ancak sonucuna tam anlamıyla inanmayabilir veya anlamayabilir. Dolayısıyla, gerekçe ile kanıtlama arasındaki fark önemlidir. Bir ispat, matematiksel bir önermenin doğruluğunu kanıtlayabilir ancak, eğer öğrenci o ispatı anlamaz veya ona inanmazsa, bu ispat bir gerekçelendirme sağlamış olmaz (Rodd, 2000). Diğer taraftan, Hanna (1995) ispatla ilgili şu ayrımı yapmaktadır: bir teoremin doğru olduğunu gösteren ispat ve bir teoremin neden doğru olduğunu gösteren ispat. Bu ayrım, genellikle okul matematiğinde dikkati çekmektedir çünkü Hersh'e (1993) göre (pür) matematikteki ispat, ikna etmeyi hedeflerken (teoremin doğru olduğunu gösterme) okul matematiğindeki ispat, açıklamayı (teoremin neden doğru olduğunu gösterme) hedeflemektedir. Dolayısıyla, okul matematiğindeki ispatın temel fonksiyonu anlamayı güçlendirmektir (Hanna, 1995). Bu da argümantasyonun ispat bağlamında ele alınması durumunda gerekçelendirmenin karşı tarafı veya kendimizi ikna etmede önemli bir role sahip olduğunu göstermektedir. Yackel (2002), gerekçelendirmenin bireysel bir süreç olmaktan çok kolektif argümantasyon bağlamında ele alınması gerektiğini vurgular. Öğrenciler, birbirlerinin düşüncelerini değerlendirerek ve argümanlarını destekleyerek daha güçlü matematiksel açıklamalar oluştururlar (Yackel, 2002) ve akranlarıyla

tartışarak matematiksel kavramları daha derinlemesine anlarlar. Mueller (2009), ortaokul öğrencilerinin birlikte çalışarak argüman oluşturdıklarını ve gerekçelendirme sürecinde birbirlerinden destek aldıklarını göstermiştir. Krummheuer (2007), öğrencilerin matematiksel öğrenme sürecine aktif katılımının onların argümantasyon süreçlerini güçlendirdiğini belirtmektedir.

Matematikte argüman üretme ve ispat yapma kavramları yakından ilişkilidir ancak, farklı amaçlara hizmet ederler. Argüman üretme süreci, öğrencilerin belirli bir matematiksel durum hakkında akıl yürütmelerini ve çeşitli dayanaklarla desteklenen iddialar geliştirmelerini içerir. Öte yandan, matematiksel ispat, belirli bir iddianın kesin doğruluğunu göstermek için biçimsel bir süreçtir ve genellikle tündengelimsel akıl yürütmeye dayanır (Reuter, 2023). Matematiksel argümantasyon, genellikle keşif sürecine dayanırken, ispat yapma daha çok doğrulama süreci olarak görülür. Ancak, birçok durumda argümantasyon süreci bir ispatın temellerini oluşturabilir (Reuter, 2023). Rodd (2000), örneğin, görselleştirmenin (visualization) de bazen matematiksel bir önerme için gerekçelendirme sağlayabileceğini savunmaktadır. Bu durum, matematikte kanıtlama (proving) sürecinin sadece mantıksal çıkarımla yapılan ispatlarla sınırlı olmadığını, aynı zamanda sezgi, deneysel gözlem ve kavramsal içgörülerini de içerebileceğini gösterir.

Hadjidemetriou ve Williams (2003), matematiksel argümantasyonu, öğrencilerin matematiksel kavramları tartışarak, açıklamalar yaparak ve birbirlerinin düşüncelerine eleştirel bakış açıları getirerek anlamalarını sağlayan bir süreç olarak değerlendirmektedirler. Bu süreçte öğrencilerin, matematiksel hatalarının farkına vararak ve matematiksel düşüncelerini derinleştirerek doğru matematiksel kavramlara ulaşma fırsatları bulacaklarını iddia etmektedirler. Diğer taraftan, matematik eğitimi açısından, öğrencilerin ve öğretmenlerin bu türden sınıf söylemlerini geliştirmeleri zor olabilir. Nitekim, öğrenciler genellikle deneysel veriler, örüntüler veya öğretmen otoritesine dayanarak matematiksel doğrulara inanma eğilimi göstermektedirler (Rodd, 2000). Doğrulama yöntemleri sürecin bir parçası olarak kabul edilmekle birlikte, birçok araştırmacı (örn. Stylianides & Ball, 2008) öğrencilerin matematiksel bilgiye matematiksel yöntemlerle ulaşmasının ve bu sürecin desteklenmesinin önemini belirtmektedir. Bu durum, öğretmenin matematik öğretim bilgisiyle yakından ilişkilidir. Öğretmenin sahip olduğu matematik ve matematik öğretim bilgisi, öğrencilerin öğrenmelerini yönetme

sürecini doğrudan etkilemektedir. Stylianides ve Ball (2008), kanıtlama süreçlerinde öğretmenin matematiksel kavramlara hâkim olmasının öğrencilerin öğrenme sürecine aktif katılımını teşvik ettiğini savunmaktadırlar. Benzer olarak, Hadjimetriou ve Williams (2003), öğretmenin matematiksel bilgisinin ne kadar derin olursa, öğrencilerin hatalarından yola çıkarak tutarlı, eleştirel ve yapılandırılmış bir matematiksel tartışma ortamı oluşturma olasılığının da o kadar yüksek olduğunu belirtmişlerdir.

1.11 Argümantasyon Sürecinde Öğretmenin Rolü

Argümantasyon süreci, geleneksel öğretim yaklaşımlarından farklı olarak öğrencilerin aktif olarak katılımını gerektirir. Ancak araştırmalar, öğretmenlerin genellikle bilgi aktarıcı bir rol üstlendiklerini ve öğrencileri bağımsız argümantasyon yapmaya teşvik etmede yetersiz kaldıklarını göstermektedir (Zohar & Nemet, 2002). Öğretmenler, öğrencilerin argümantasyon süreçlerinde ilerlemelerine katkı sağlamada önemli bir rol oynamaktadır. Ayalon ve Even (2016), matematik sınıflarında öğrencilerin argümantasyona katılımını şekillendiren temel faktörleri inceleyerek bu sürecin öğretmen, sınıf ortamı ve matematiksel konu tarafından etkilendiğini vurgulamaktadırlar. Benzer şekilde Teuscher, Carlson ve Moore (2015), öğrencilerin argümantasyona katılımının, öğretmenlerin tartışmaları yönlendirme yeteneğine, etkili soru sorma tekniklerine ve akıl yürütmeyi ve eleştirel düşünmeyi teşvik eden bir sınıf ortamı oluşturmaya bağlı olduğunu öne sürmektedirler. Cobb ve arkadaşları (1997), öğretmenin rolünü, öğrencileri eleştirel düşünmeye yönlendiren, onların matematiksel argümantasyon sürecine aktif katılımı için ortam hazırlayan, düşüncelerini açıklamalarını teşvik eden ve sınıf içi söylemi zenginleştiren bir rehber olarak tanımlamaktadır. Dolayısıyla, matematiksel argümantasyon sürecinde öğretmenin rolü, öğrencilerin gerekçelendirme yetilerini güçlendirmek ve argümantasyon kültürünü sınıfta teşvik etmektir (Martino & Maher, 1999; Mueller, 2009; Reuter, 2023; Yackel, 2002). Dolayısıyla, öğretmenler, öğrencilerin argümanlarını geliştirebilmeleri için ortam yaratmakla kalmaz, aynı zamanda onların gerekçelendirme süreçlerine çeşitli yollarla destek olurlar (Martino & Maher, 1999; Yackel, 2002). Ayalon ve Even (2016) öğretmenlerin, öğrencileri iddia oluşturmaya, fikirlerini gerekçelendirmeye ve farklı bakış açılarını eleştirel bir şekilde değerlendirmeye yönlendirerek argümantasyonu teşvik edebileceklerini öne sürmektedir. Newton, Driver ve

Osborne (1999) çalışmalarında, öğretmenlerin sınıf içi tartışmalarda genellikle baskın rol oynadığını ve dolayısıyla öğrencilere fırsat verilmediğinde argümantasyonun gelişmediğini ortaya koymuştur. Kuhn (1991) ise argümantasyon yeterlikleri gelişmediğinde öğrencilerin genellikle yüzeysel argümanlarla yetindiklerini ve eleştirel düşünme sürecine tam olarak dahil olmadıklarını dile getirmektedir. Diğer taraftan, Mueller (2009), öğretmenlerin öğrencileri açık uçlu problemlere yönlendirerek, tartışmalar başlatarak ve matematiksel düşünmeyi teşvik eden sorular sorarak argümantasyonu destekleyebileceğini öne sürmektedir. Dolayısıyla, öğretmen, matematiksel söylemi yönlendiren ve öğrencilerin argümantasyon süreçlerine katılımını sağlayan en önemli faktörlerden biridir.

Öğretmenler, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini açıklamalarını ve birbirlerinin fikirlerine meydan okumalarını teşvik etmelidir. Walshaw ve Anthony'ye (2008) göre, öğrenciler kendi fikirlerini gerekçelendirerek tartıştıklarında, sınıfta fikir birliğine dayalı bir söylem kültürü oluşur. Ayalon ve Even (2016) ise eleştirel düşünme ve tartışmanın teşvik edildiği sınıf ortamlarında, öğrencilerin argümantasyon sürecine daha fazla katkı sunduklarını bulmuşlardır. Bu yaklaşım, öğrencilerin aktif öğrenmesini kolaylaştırırken, öğretmenlere geleneksel öğrenme ortamlarının ötesinde geniş bir öğretim yelpazesi sunar (Clark & Sampson, 2008).

Matematiksel anlam oluşturma süreci, yalnızca doğru cevaplar bulmakla sınırlı değildir; esas olarak, öğrencilerin çözümlerini gerekçelendirmesi ve akıl yürütme süreçlerine katılmasıyla derinleşir. Benzer bir şekilde, Zohar ve Nemet (2002) bilim eğitiminde, öğrencilerin bilimsel bilgileri ezberlemek yerine yorumlamalarını ve bilimsel argümantasyonun yalnızca doğru bilgiye değil aynı zamanda mantıksal çıkarımlara ve eleştirel değerlendirmelere de dayandığının farkına varmalarını önermektedir. Bu nedenle öğretmenler, öğrencileri sadece doğru yanıtları aramaktan ziyade, çözümlerini açıklamaya ve matematiksel tartışmalara katılmaya yönlendirmelidir. Mueller (2009), öğretmenlerin sınıf içindeki tartışmaları yöneterek öğrencilerin matematiksel açıklamalar yapmalarına rehberlik etmesinin önemini vurgulamaktadır. Çalışmalarında, uygun bir tartışma ortamı sağlandığında, öğrencilerin düşüncelerini daha net ifade ettiklerini ve daha derin matematiksel anlamlar geliştirdiklerini gözlemlemiştir.

Matematik eğitiminde argümantasyon ve muhakeme süreçleri, öğrencilerin matematiksel kavramları daha iyi anlamalarını ve eleştirel düşünme süreçlerinde

ilerlemelerini sağlamaktadır. Reuter (2023), matematik öğretiminde argümantasyonun bilgi inşa sürecindeki önemini vurgularken, Mueller (2009) ve Krummheuer (2007) gibi araştırmacılar da bu süreçlerin öğretmen müdahaleleri ve pedagojik stratejilerle nasıl desteklenebileceğini göstermektedir.

Mueller'in (2009) araştırmasında, öğrencilerin birbirlerinin fikirlerini geliştirerek ve gerekçeler sunarak matematiksel argümanlarını nasıl inşa ettikleri gözlemlenmiştir. Mueller, öğrencilerin küçük grup tartışmaları ve sınıf etkileşimleri yoluyla çözümlerini paylaştıklarında, bireysel düzeyde oluşturdukları argümanların diğer öğrencilerin eklemeleriyle genişleyip daha sağlam bir yapıya kavuştuğunu bulmuştur. Ayrıca, uygun bir ortam sağlandığında, öğrencilerin düşüncelerini açıklayıp gerekçelendirmelerinin daha derin matematiksel anlamlar geliştirmelerine katkı sağladığı ifade edilmiştir.

Öğrencilerin birbirlerinin düşüncelerine katkıda bulunması ve kolektif olarak argüman inşa etmesi, bireysel öğrenmenin ötesine geçerek, matematiksel topluluk içinde bilgi inşasını sağlar. Bu süreç, öğretmenin pedagojik yaklaşımı ve yönlendirmeleri ile doğrudan ilişkilidir. Kolektif argümantasyon, öğrencilerin bireysel argümanlarını inşa etmek yerine, tartışma ve iş birliği yoluyla ortak gerekçelendirme süreçlerine katılmalarını ifade eder (Mueller, 2009). Yackel ve Cobb (1996) matematiksel iddiaların gerekçelendirilmesi sürecinde sosyo-matematiksel normların önemli olduğuna dikkat çekerek, örneğin, bir çözümün "geçerli" olup olmadığının sadece öğretmen tarafından değil, sınıf topluluğu tarafından değerlendirilmesi gerektiğini vurgularlar. Diğer taraftan, Mueller (2009) öğrencilerin birlikte bilgi inşa etme süreçlerinde küçük grup tartışmalarının önemi üzerinde durarak, açık uçlu soruların matematiksel argümantasyonu teşvik ettiğini göstermiştir. Martino ve Maher (1999) ise öğretmenlerin, öğrencileri sadece cevabı söylemekle yetinmemeye, aynı zamanda çözümlerini savunmaya zorladıklarında, öğrencilerin kavramları daha derinlemesine anladıklarını bulmuşlardır.

NCTM (2000), etkili bir matematik öğretiminin öğrencilerin ne bildiklerini ve neyi öğrenmeye ihtiyaçları olduğunu anlamayı gerektirdiğini vurgulayarak, öğretmenin uygun öğrenme ortamının oluşturulmasında kritik bir role sahip olduğunu belirtmiştir. Dahası öğretmen, öğrencilerin matematiksel fikirlerini keşfedebilecekleri, birbirleri ile tartışabilecekleri, kendi fikirlerine gerekçe üretebilecekleri ve arkadaşlarının matematiksel düşüncelerini çürütebilecekleri entelektüel ortamın hazırlanmasından sorumludur. Bu çerçevede öğretmen, etkili

matematik öğretimi konusunda kendine özgü pedagojik anlayışlar geliştirmeli ve sınıfta uygulamalıdır. Matematik öğretimi yapabilmek için öğretmenlerin yalnızca konuya hâkim olmaları yeterli değildir; aynı zamanda konuyu öğrencilere etkili bir şekilde sunabilmeleri için pedagojik bilgiye de sahip olmaları gerekmektedir (Ball vd., 2008).

Shulman (1986), pedagojik bilgi ile konu alan bilgisini birleştiren pedagojik alan bilgisi kavramını literatüre kazandırmıştır. Shulman, öğretmenlerin sahip olması gereken bilgi türlerini üç başlık altında sınıflandırmıştır: konu alan bilgisi, pedagojik içerik (alan) bilgisi ve müfredat bilgisi. Bu teorik çerçevenin temelinde Shulman'ın özel bir önem atfettiği ve sonrasında Ball ve arkadaşlarının (Ball vd., 2008; Ball & Hill, 2004; Hill vd., 2008) matematik eğitimi alanına özgü düzenlemeler getirdiği pedagojik alan bilgisi bulunmaktadır.

Pedagojik alan bilgisi iki temel unsura dayanır: matematik konularını daha anlaşılır hale getirmek için kullanılan açıklama ve temsil yöntemleri bilgisi ile öğrenci düşüncesini anlama bilgisi. Açıklama ve temsil yöntemleri, öğretmenlerin deneyimleri sonucunda geliştirdikleri stratejileri içerirken, öğrenci düşüncesi bilgisi ise öğretmenlerin sınıf içinde farklı öğretim etkinlikleri düzenleyerek, sorular sorarak ve öğrencilerle etkileşimde bulunarak edindikleri bilgilerdir. Shulman'a (1987) göre, öğretmenler öğrencilerle aktif bir etkileşim kurarak, sorular sorup geri bildirimler vererek ve sınıfta çeşitli öğretim stratejileri uygulayarak öğrenci düşüncesini daha iyi anlayabilir ve onların alternatif bakış açıları geliştirmelerine yardımcı olabilir.

Öğrenci düşüncesi bilgisi, öğretmen pedagojisinin temel unsurlarından biridir. Greaber (1999), öğretmenlerin, öğrencilerin düşüncelerini özgürce ifade edebilecekleri ve paylaşabilecekleri güvenli bir sınıf ortamı oluşturması gerektiğini vurgulamaktadır. Bu doğrultuda, öğretmen sınıftaki rolünü öğrenen konumuna çekerek, öğrencilerin kendilerini daha rahat ifade etmelerini sağlayabilir. Öğrenciler, öğretmenleriyle birlikte bilgi üretme sürecine dahil olduklarında, daha istekli ve aktif bir şekilde derse katılım gösterirler (Akkus & Hand, 2011; Akkuş & Karakaya, 2020; Chen vd., 2017; Karakaya, 2016). Bu süreç aynı zamanda öğrencilere muhakeme yapma yetisi kazandırır. Öğrencilerin kendi fikirlerini gerekçelendirerek sunmaları, arkadaşlarının görüşlerini sorgulamak için karşı örnekler vermeleri ya da sorular sormaları, onların matematiksel kavramları daha derinlemesine anladıklarının bir göstergesidir (Yackel, 2002).

Öğrencilerin matematiksel muhakeme ve problem çözme süreçlerinde ilerleyebilmeleri için öğretmenin, öğrencilerin fikirlerini açığa çıkaracak sorular sorması ve tartışma ortamı oluşturması önemlidir. Öğrencilerin düşüncelerini savunmaları, gerekçelendirmeleri ve farklı bakış açılarını ortaya koymaları teşvik edilerek, sınıfta alternatif fikirlerin gelişmesi desteklenmelidir. Bu süreçte öğretmenin, öğrencilerin düşüncelerini dikkatle dinleyerek, sorular yoluyla onları konunun temel kavramlarına yönlendirmesi gereklidir.

Walshaw ve Anthony (2008), öğrencilerin matematik hakkında konuşarak fikirlerini savunmalarını ve gerekçelendirmeler yaparak akıl yürütmelerini vurgulamaktadır. Öğretmen, sınıfta matematiksel diyalog ortamı oluşturmak için bir problem sunmalı, öğrencilerin farklı çözüm yolları üretmelerini teşvik etmeli ve ardından bu çözümleri birleştirerek ortak bir anlamda uzlaşmalarını sağlamalıdır (Şahin & Kulm, 2008).

Anlam oluşturma süreci bireyseldir ve öğrencilerin kendi var olan düşünce şemaları ile yeni fikirler arasında bağ kurmaları sağlanmalıdır. Bu nedenle öğretmen, öğrencilerin fikirlerini aktif bir şekilde dinlemeli, doğrudan yönlendirmek yerine sorular sorarak düşüncelerini netleştirmelerine yardımcı olmalıdır. Cobb ve Yackel (1996), fikirler üzerine düşünmenin, alternatif bakış açılarını değerlendirmenin ve düşünceyi şekillendirerek öğrenmeyi ilerletmenin, anlamlı öğrenmenin temelini oluşturduğunu belirtmektedir.

O'Connor ve Michaels (1996), öğrencilerin diğer öğrencilerin iddialarına karşı belirli bir konum almasını ve bu konumu savunmasını teşvik etmenin, matematiksel argümantasyonun şekillendirilmesi açısından önemli olduğunu vurgulamıştır. Bu süreç, öğretmenin sınıf tartışmalarını nasıl düzenlediğine bağlıdır (Walshaw & Anthony, 2008). Öğretmen, öğrencilerin düşüncelerini daha ayrıntılı ifade edebilmeleri ve stratejilerini netleştirebilmeleri için takip soruları ve spesifik sorular kullanmalıdır. Carpenter vd. (2014) bunun hem öğretmenin hem de diğer öğrencilerin birbirlerinin düşünce süreçlerini anlamaları için fırsat sunacağı görüşünü paylaşmaktadırlar. Öğretmen, belirli stratejileri vurgulamak ve öğrencilerin konuya odaklanmasını sağlamak için de takip sorularını kullanabilir.

Öğrenciler, problem üzerinde düşünmeleri için yeterli zaman tanındığında, kendi fikirlerini üretme ve ilişkilendirme fırsatı bulurlar. Bu süreçte öğretmen, aktif dinleyici rolü üstlenerek öğrencilerin düşünce yapılarını anlamalı ve gerektiğinde yönlendirici sorular sorarak onları daha derinlemesine düşünmeye teşvik etmelidir.

Bu yaklaşım, sınıfta alternatif fikirlerin ortaya çıkmasını destekler ve öğrencilerin birbirlerinin görüşlerine meydan okuyarak matematiksel düşüncelerini geliştirdiği bir öğrenme ortamı oluşturur (Van De Walle, 2010; çev. Durmuş 2013).

Ayalon ve Even (2016), öğrencilerin argümantasyona katılımının sadece müfredata bağlı olmadığını, aynı zamanda öğretmenlerin yaklaşımları ve sınıf dinamikleri tarafından şekillendiğini ortaya koymaktadır. Pedemonte (2007), öğrencilerin öğretmen müdahalesi olmadan bir problemi çözerken ikili gruplar halinde matematiksel bir önermeyi üretme ve bir ispat metni oluşturma süreçlerini tanımlamak ve karşılaştırmak için Toulmin'in (1958) argüman düzenini kullanmaktadır. Pedemonte, bu bağlamda da "tartışma etkinliğinin ispatın inşasını destekleyebileceğini" (Pedemonte, 2007, s. 25) ve "bilişsel birlik fikrinin, öğrencilerin ispat oluştururken karşılaşılabilecekleri bazı zorlukları öngörmek ve analiz etmek için kullanılabileceğini" (s. 25) belirtmektedir. İçeriğe ve pedagojik bilgiye hâkim öğretmenler, soru sorma tekniklerini uyarlayarak, sınıf içi söylemi yönlendirerek ve tümdengelimsel akıl yürütmeyi teşvik ederek öğrencilerin anlamlı matematiksel argümantasyon geliştirmelerine yardımcı olabilir (Teuscher vd., 2015). Öğretmenlerin matematik pedagojik bilgisi (Mathematical Pedagogical Content Knowledge - MPCK) kolektif argümantasyon sürecinde kritik bir rol oynar. Mueller (2009) ve Yackel (2002), öğretmenlerin öğrencilerin argüman üretme sürecini nasıl desteklediğini şu faktörler üzerinden açıklamaktadırlar:

1.Sınıf İçi Destekleyici Ortamın Sağlanması

Zohar ve Nemet (2002) bir sınıfta argümantasyon kültürünün oluşturulmasının öğretmenin tutumuna ve öğrencilere sunduğu ortamın niteliğine bağlı olduğunu vurgulamaktadırlar. Öğrencilerin güvenli bir şekilde fikirlerini paylaşabileceği, hata yapmaktan korkmadıkları bir ortam yaratmak, kolektif argümantasyonu güçlendirir. Öğretmen, öğrencileri farklı düşünme biçimlerini paylaşmaya teşvik ederek, daha çeşitli gerekçelendirme yöntemlerinin ortaya çıkmasını sağlar. Böyle bir ortam, öğrencilerin ve öğretmenin nasıl iletişim kurduğunu, matematiksel bilgiyi nasıl paylaştığını ve eleştirel düşünme süreçlerini nasıl şekillendirdiğini ifade eden matematiksel söylemin bir yansımasıdır. Cobb ve arkadaşları (1997), matematik derslerindeki söylemin yalnızca bilginin aktarımı değil, aynı zamanda öğrencilerin aktif katılımıyla gelişen bir süreç olduğunu vurgulamaktadır. Buna ek olarak, Cobb ve Boufi (1997), öğrencilerin matematiksel tartışmalar sırasında yalnızca bilgiyi pasif bir şekilde almadığını, aynı zamanda

fikirlerini tartışarak ve karşı argümanları değerlendirerek bilgi inşa ettiklerini belirtmektedir. Yackel (2002) öğretmenlerin sadece tartışmayı yönlendiren değil, aynı zamanda öğrencilerin eksik kalan veri (data), gerekçe (warrant) ve destekleyici unsurları (backing) fark etmelerini sağlayarak kaliteli argüman üretmeleri konusunda rehberler olduğunu öne sürmektedir. Lampert (1990) ve Lakatos (1976), matematiksel söylemin "zig-zag" şeklinde ilerlediğini, yani öğrencilerin varsayımlar geliştirip bunları karşı örneklerle test ettiğini ve böylece kavramsal anlamalarını güçlendirdiğini ileri sürmektedirler. Bu süreç, argümantasyonun temel yapısını oluşturur ve öğrencilerin matematiksel düşünmeyi öğrenmelerini destekler. Diğer taraftan Ayalon ve Even (2016), öğrencilerin iş-birliğine ve argümantasyona dayalı öğrenme ortamlarına katılımlarının sınıf kültürünün bir parçası olduğunu ve buna bağlı olarak bazı öğrencilerin motivasyon eksikliği ve sınıf yönetimi gibi sorunlar nedeniyle bu süreçte zorlanabileceklerini ifade etmektedirler. Ayrıca Ayalon ve Even, aynı öğretmenin farklı sınıflarında argümantasyon düzeylerinin değişebildiğini ve bunun öğrenci dinamiklerine bağlı olduğunu bulmuştur.

2.Öğretmen Müdahaleleri ve Soru Sorma Stratejileri

Matematik sınıflarında argümantasyon sürecinin etkin işlemesi için öğretmenlerin nasıl soru sorduğu kritik bir faktördür. Öğretmenlerin düşünmeyi teşvik eden sorular sorması, öğrencilerin gerekçelendirme süreçlerini destekler. Yackel (2002), öğretmenin soru sormasının, bu sürecin hem bireysel hem de kolektif düzeyde nasıl geliştiğini belirleyen temel etmenlerden biri olduğunu ifade etmektedir. “Bu sonuca nasıl ulaştın?” “Bu çözümü başka bir şekilde açıklayabilir misin?” “Arkadaşının çözümü hakkında ne düşünüyorsun?” gibi sorular öğrencilerin hem kendi çözüm süreçlerini hem de arkadaşlarının matematiksel düşüncelerinin değerlendirildiği bir sınıf kültürünün oluşmasına yardımcı olacaktır.

Mueller (2009), çalışmasında, öğretmenlerin öğrencilerin argümanlarını genişletmek ve doğruluklarını test etmek için sorular yönelttiğini ve bunun kolektif argümantasyonu desteklediğini göstermiştir. Bu ise, Yackel ve Cobb’un (1996) vurguladığı sosyo-matematiksel normların oluşmasını sağlamaktadır. Matematik derslerinde argümantasyonun etkili olabilmesi için, öğretmenlerin sınıfta nasıl bir kültür oluşturduğu belirleyicidir. Yackel ve Cobb (1996), matematik sınıflarında sosyo-matematiksel normların öğrencilerin argümantasyonunu doğrudan etkilediğini ifade etmektedirler. Bu normlar, hangi tür açıklamaların geçerli kabul edildiğini ve öğrencilerin nasıl gerekçelendirme yapmaları gerektiğini

şekillendirmektedir. Bu çerçevede, öğretmenlerin yönlendirmesi, öğrencilerin bireysel düşüncelerini geliştirmesinin ötesinde, sınıf içinde bir kolektif bilgi inşa sürecini de teşvik etmektedir. Öğretmenin sorduğu soruların doğası, öğrencilerin ne tür bir argümantasyon geliştirdiğini belirler. Martino ve Maher (1999) tarafından yapılan çalışmada, öğretmenlerin öğrencilerin argümanlarını güçlendirmek için soru sorması gerektiği vurgulanmaktadır. Krummheuer (2007) ise, öğretmenlerin, öğrencilerin matematiksel tartışmalara etkin katılımını sağlamak için etkileşim ortamını bilinçli olarak düzenlemesi gerektiğini vurgulamaktadır. Ayrıca, öğretmenin soru yöneltme tarzının, öğrencilerin düşüncelerini daha derinlemesine incelemelerine yardımcı olmanın yanı sıra, farklı argüman türlerini keşfetmelerine de imkân tanıyabileceğini ileri sürmektedir. Eğer öğretmen yalnızca öğrencinin cevabını doğrulamaya odaklanırsa, öğrenciler gerekçelendirme yapmaya gerek duymazlar. Diğer taraftan, eğer öğretmen öğrencinin gerekçesini sorgulayan ve alternatif düşünceler sunmasını sağlayan sorular yöneltirse, öğrenciler matematiksel muhakeme süreçlerini daha güçlü temellere oturturlar. Bu bağlamda Mueller (2009), öğretmenlerin yalnızca doğrulama odaklı sorular yerine, öğrencileri tartışmaya, karşılaştırmaya ve analiz etmeye yönlendiren sorular sormaları gerektiği vurgusunu yapmaktadır. Böylece öğrenciler, kendi düşüncelerini geliştirirken başkalarının argümanlarını da değerlendirmeyi öğrenirler.

Literatür incelendiğinde, öğretmenlerin kullandıkları soru türlerinin yanı sıra özellikle takip (follow-up) sorularının, deneyimli ve acemi öğretmenler tarafından derslerde farklı sıklıkta ve farklı amaçlar için kullanıldığı görülmektedir (Moyer & Milewicz, 2002). Ayrıca, soruların kategorize edilmesi üzerine yapılan çalışmalar, sadece soruların amaçlarını değil, aynı zamanda hangi bilgileri açığa çıkarmaya yönelik olduklarını da ele almıştır (Martino & Maher, 1999; McAninch, 2016; Moyer & Milewicz, 2002; Şahin & Kulm, 2008). Soruların sınıflandırılması konusunda ortak bir görüş bulunmamakla birlikte, bu çalışmaların ortak noktası, soru sormanın sınıf ortamının ayrılmaz bir parçası olması gerektiğini vurgulamalarıdır (Akkuş & Hand, 2011; Franke vd., 2009; Şafak vd., 2011). Öğretmenin soru sorma süreci, sadece öğrencilerin mevcut bilgilerini test etmekle kalmaz, aynı zamanda yeni matematiksel kavramların oluşmasına da zemin hazırlar. Yackel (2002), öğretmenin argümantasyon sürecindeki rolünü pasif bir moderatör olarak değil, matematiksel düşüncenin şekillenmesini yönlendiren

proaktif bir rehber olarak tanımlar. Öğretmenlerin matematiksel argümantasyonu teşvik eden soru sorma stratejileri, uzun vadede öğrencilerin matematiksel düşünme ve problem çözme süreçlerini nasıl etkilediğini de belirler. Martino ve Maher (1999), on yıllık bir uzunlamasına çalışmada, öğretmenlerin zamanla gelişen soru sorma yaklaşımının öğrencilerin gerekçelendirme ve ispat yapma yetilerini güçlendirdiğini göstermiştir.

Martino ve Maher'in (1999) çalışmasına göre, öğretmenlerin zamanında ve anlamlı sorular sorması, öğrencilerin argümanlarını yeniden düzenlemelerini ve geliştirmelerini sağlamaktadır. Bu sorular sayesinde öğrenciler, sadece sonuçlarını sunmak yerine matematiksel iddialarını savunmayı ve gerekçelendirmeyi öğrenirler. Literatürde öğretmenin kullanabileceği etkili sorulara örnekler şu şekildedir: (1) Açıklayıcı Sorular, öğrencilerin düşüncelerini açığa çıkarmalarına yardımcı olur (Martino & Maher, 1999). “Bu sonuca nasıl ulaştın?” “Bunu başka bir şekilde açıklayabilir misin?” gibi sorular örnek olarak verilebilir. (2) Eleştirel Sorular, öğrencilerin argümanlarını sorgulamalarını ve daha sağlam hale getirmelerini teşvik eder (Yackel, 2002). Mesela, “Bu çözümün doğruluğunu nasıl kanıtlayabilirsin?” “Bu yöntemin her durumda geçerli olup olmadığını nasıl anlarsın?” şeklindeki sorular öğrencilerin ortaya koydukları düşünceleri derinlemesine savunmayı gerektirir. (3) Alternatif Çözüm Yolları Üzerine Sorular, öğrencilerin farklı bakış açılarını keşfetmelerine olanak tanır (Yackel & Cobb, 1996). “Bu problemi başka bir şekilde çözebilir miyiz?” ve “Başka bir öğrencinin yaklaşımını nasıl değerlendirirsin?” tarzında sorulan sorular öğrencilerin kendi çözümlerinin ötesine geçmesine ve probleme yeni yollar geliştirmelerine teşvik eder.

Özetle, öğretmenin soru sorma biçimi, matematiksel argümantasyon sürecinin temel belirleyicisidir. Etkin soru sorma stratejileri, öğrencilerin yalnızca sonuç odaklı değil, süreç odaklı düşünmelerini teşvik eder. Reuter (2023), matematiksel argümantasyonun sadece ispat yapmakla sınırlı olmadığını, aynı zamanda öğrencilerin matematiksel kavramları keşfetmelerine yardımcı olduğunu savunur. Dolayısıyla, öğretmenlerin soru sormaya yönelik tutumları ve hedefleri bu süreci desteklemektedir (Reuter, 2023; Yackel, 2002). Martino ve Maher (1999), öğretmenlerin soru sorma biçimlerinin öğrencilerin matematiksel gerekçelendirme yetilerini nasıl geliştirdiğini göstermiştir. Mueller (2009) ise, öğretmenlerin kolektif argümantasyonu teşvik eden bir sınıf ortamı oluşturmalarının önemini

vurgulamaktadır. Bu çalışmalar, öğretmenlerin sınıf içinde matematiksel argümantasyon süreçlerini bilinçli bir şekilde yönlendirmeleri gerektiğini ve öğrencilerin yalnızca matematik öğrenmekle kalmayıp, matematik yapmayı da öğrenmeleri gerektiğini göstermektedir.

Chen, Hand ve Norton-Meier (2017), öğretmenlerin sınıfta soru sorma biçimlerinin argümantasyonu nasıl şekillendirdiğini incelemiştir. Çalışmalarında öğretmenlerin, diyalojik etkileşimi teşvik etmek ve öğrencilerin bilişsel katılımını artırmak için dört temel rol üstlendiğini belirtmişlerdir: (1) Bilgi Dağıtıcı (Dispenser) – Öğretmenler, doğrudan bilgi aktarımı yaparak öğrencilere önceden belirlenmiş yanıtlar doğrultusunda sorular yöneltir; (2) Moderatör (Moderator) – Öğretmenler, tartışmaları yönlendirerek öğrencilerin fikirlerini tanır ve bütünleştirir; (3) Koç (Coach) – Öğretmenler, öğrencilerin akıl yürütme süreçlerini sorgulayarak onları iddialarını gerekçelendirmeye ve açıklamaya teşvik eder; (4) Katılımcı (Participant) – Öğretmenler, bir ortak öğrenen olarak sürece katılarak öğrencilerin fikirlerini değiş tokuş etmelerini ve geliştirmelerini destekler.

Araştırma, öğretmenlerin yalnızca bilgi aktarıcı rolünden çıkıp birden fazla rol üstlenmesi durumunda, öğrencilerin daha derin bilişsel yanıtlar verdiklerini ve argümantasyon becerilerinin geliştiğini ortaya koymaktadır (Hand vd., 2017). Çeşitli soru sorma stratejilerini kullanan öğretmenler, öğrencilerin eleştirel düşünmesini destekleyen bir sınıf ortamı oluşturur ve onların öğrenme süreçlerine daha fazla sahiplenme duygusuyla katılmalarını sağlar.

McAninch (2015), öğretmenlerin soru sorma biçimlerinin matematiksel argümantasyonu nasıl etkilediğini incelemiştir. "Yönlendiren (funneling)" soruların öğrencileri belirli bir cevaba yönlendirdiğini, "odaklayan (focusing)" soruların ise öğrenci merkezli keşifleri teşvik ettiğini vurgulamıştır. Benzer biçimde, Yenmez, Erbaş ve arkadaşları (2017), öğretmenlerin üst düzey düşünmeyi teşvik eden sorular sorma yetilerinin, mesleki öğrenme süreçleri aracılığıyla güçlendirilebileceğini ortaya koymuştur. Bu tür soruların, öğrencilerin akıl yürütme ve argümantasyon süreçlerinde ilerlemelerine katkı sağladığını vurgulamışlardır.

Etkili öğretmen soru sorma stratejileri, geleneksel otoriter söylemden uzaklaşıp diyalojik bir etkileşimi benimsemeyi gerektirir. Birden fazla soru türünü sorma rolünü benimseyen öğretmenler, öğrencilerin hem bilişsel olarak daha fazla katılım göstermesini hem de fikirlerini yapıcı bir şekilde tartışabilecekleri bir öğrenme kültürünü teşvik etmelerini sağlar.

3. Matematiksel Tartışmaları Teşvik Etme

Öğretmen, öğrencilerin birbirleriyle etkileşim kurmasını sağlamak için matematiksel tartışmaları teşvik eder. Öğrenciler, öğretmenin rehberliğinde birbirlerinin argümanlarını analiz etmeyi, geliştirmeyi ve eleştirmeyi öğrenirler. Mueller'e (2009) göre, bu süreç öğretmenin hem matematik bilgisini hem de öğrencilerin düşünme süreçlerini yönlendirebilme yetisini gerektirir.

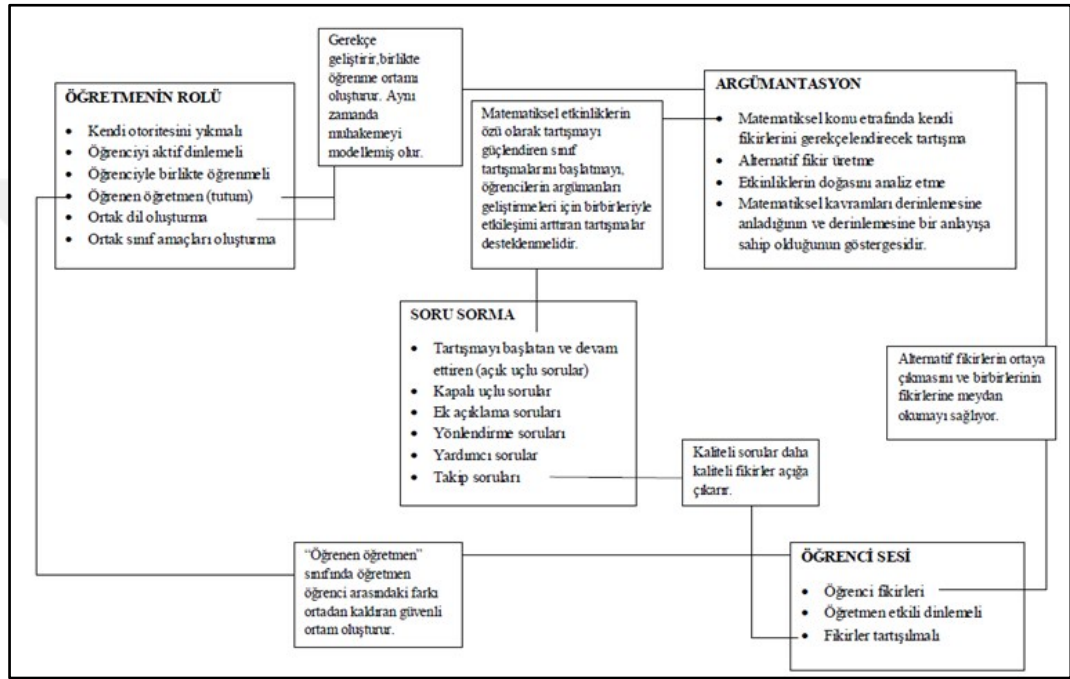
Mueller (2009), öğretmenlerin sadece bilgi aktaran değil, aynı zamanda öğrencileri aktif katılıma teşvik eden yönlendiriciler olarak görev yapması gerektiğini vurgular. Bu bağlamda, öğretmenin pedagojik bilgisi şu açılardan belirleyici olmaktadır:

- Öğrencilerin argümantasyon süreçlerine nasıl dahil edileceğini bilmek.
- Öğrencilere doğru zamanda ve doğru türde müdahalelerde bulunmak.
- Öğrencileri eleştirel düşünmeye yönlendirecek sorular sormak.
- Farklı matematiksel düşünme biçimlerini sınıf içinde görünür hale getirmek.

Sonuç olarak, matematik eğitiminde argümantasyon yalnızca öğrencilerin matematiksel kavramları anlamasını sağlamakla kalmaz, aynı zamanda onların eleştirel düşünme ve problem çözme süreçlerinde ilerlemelerine de katkıda bulunur. Öğretmenler, öğrencilere matematiksel tartışmalara katılmaları için fırsatlar sunduklarında, öğrenme süreci daha etkili ve anlamlı hale gelir. Dolayısıyla, Mueller'in (2009) çalışmasında da vurgulandığı gibi, öğretmenin pedagojik bilgi seviyesinin, öğrencilerin matematiksel argümantasyon süreçlerini doğrudan etkilediği söylenebilir. Güçlü pedagojik bilgiye sahip öğretmenler, öğrencilerin gerekçelendirme süreçlerini derinleştirebilir ve kolektif argümantasyonu teşvik edebilir. Karakaya'nın (2016) Sawada vd. (2000), Akkuş ve Hand (2011) ve Günel, Özer-Keskin ve Akkuş (2013) tarafından sırasıyla yayınlanan, düzenlenen ve Türkçe'ye uyarlanan Öğretmen Gözlem Formunu (Reformed Teaching Observation Protocol-RTOP) kullanarak oluşturduğu kavramsal ilişkiye göre öğrencilerin argüman üretme süreçleri öğretmenin pedagojik yaklaşımından etkilenmektedir (bkz. Şekil 1.3 ¹). Şöyle ki, öğretmenlerin sınıf içi tartışmaları nasıl yürütecekleri öncelikle kendilerine ve öğrencilerine biçtikleri role bağlıdır. Bu rol, düşünme ve problem çözme süreçlerinin kimin sorumluluğunda olduğunu

¹ Soru sorma kavram haritası - Karakaya'dan (2016, s. 33) revize edilmiştir

belirlemektedir. Diğer taraftan, öğretmenin argümantasyon sürecinde öğrencilere yönelttiği soruların kalitesi üretilen argümanın kalitesi ile yakından ilişkilidir. Öğretmenin iyi bir dinleyici rolünü üstlendiği sınıf ortamında öğrencilerin anlamlı matematiksel tartışmalar yürütmesi ve birbirlerinin fikirlerini çürütmeye çalışmaları beklenmektedir. Böylelikle, öğrenci sesinin yüksek olduğu ve bilgi otoritesinin bütün sınıf tarafından paylaşıldığı güvenli bir ortam oluşturulmuş olacaktır.



Şekil 1.3. Soru sorma kavram haritası

Argümantasyon yönteminin kullanıldığı eğitim öğretim ortamlarında öğrencilerin iddia, veri ortaya atmaları ortaya attıkları iddia ve verilere gerekçe üretmeleri, gerekçelerini destekleyecek ve çürütecek düşünceler ortaya koymaları gerekmektedir. Tüm bu süreçler gerçekleşirken öğretmene düşen en büyük sorumluluklardan biri de öğretim ortamının düzenlenmesidir. Argümantasyonun kullanıldığı eğitim ortamlarının sahip olması gereken şartları Maher (1998) şu şekilde sıralamaktadır:

1. Öğrencilerin birbiri ile iş birliği içinde çalışabilmeleri için güvenli ve rahat bir ortam sağlama,
2. Açık uçlu sorularla öğrencileri araştırma, sorgulama, eleştiri yaparak tartışma yapmaları ve düşüncelerini yeniden değerlendirebilmeleri için onlara yeterince zaman verme,

3. Öğrencilerin kendi düşüncelerini rahat ve doğru bir şekilde ifade etmelerine olanak sağlama,
4. Öğretmenin öğretim sürecini iyi planlaması ve matematiksel dili kullanmaya yönlendirmesidir.

Öğretmen ve öğrenci arasındaki iletişim argümantasyon yönteminde göze çarpan önemli bir etkidir. Öğretmen sorularıyla yeri geldiğinde düşündürür, yeri geldiğinde öğrencilerin kavram yanılgılarını, matematiksel olarak yanlışlarını öğrencilere fark ettirir. Bunu yaparken direkt olarak cevabı vermek yerine dolaylı olarak öğrencilere doğru ve yanlışlarını hissettirmeye çalışarak öğrencileri gerekçe üretmeye, fikirlerini savunmaya(destekleyici) ya da üretilen fikirlere zıt düşünceler üretmeye(çürütücü) sevk eder. Bu çalışmada Toulmin'in argümantasyon şeması ele alınarak öğretmenin rolü detaylı olarak ilerleyen sayfalarda karşınıza çıkacaktır. Argümantasyon yönteminin eğitim ortamlarında etkili bir şekilde kullanılabilmesi için öğretmene düşen sorumluluklar aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Argümantasyon sürecinde tartışmanın nasıl yapılacağına yönelik açıklamalar yapar.
- Öğrencilerin rahatça fikirlerini ifade edebilmeleri için sınıf ortamını düzenler.
- Argümantasyon içeren etkinlikler öncesinde ve etkinlikler sırasında öğrencileri gözlemler.
- Öğrencilerin fikirlerini yazı, sözel veya görsel temsil aracılığı ile ifade etmelerini gerektirecek sorular sorarak süreci verimli kılmaya çalışır.
- Argümantasyon sürecinde öğrenciler tartışmayı devam ettiremediklerinle öğretmen sorular sorarak argümantasyon sürecine katkı sağlar.
- Öğrenciler ve öğretmen arasındaki iletişim ağı sürekli olmalı ve öğrenciler akıllarına takılan soruları öğretmene sormalıdır.
- Öğretmen yol gösterici olmalı ve süreci yönetmelidir.
- Öğretmen sınıf ortamında birden çok argümantasyon şeması oluşturmaya çalışmalı ve öğrencilerin iddia, veri, gerekçe, destekleyici, çürütücü oluşturmalarına fırsat vermelidir.
- Öğretmen yargılayıcı değil her fikre saygılı olmalıdır.

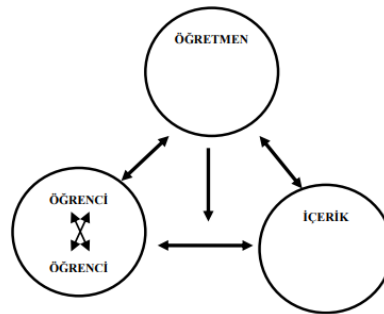
- Öğrenciler grup içi ve gruplar arası tartışırken öğretmen kavram yanlışlarına, matematiksel açıdan yanlış teoremlere, bilgilere ve ispatlara dikkat etmelidir.
- Öğretmen her bir öğrencinin fikirlerinin tartışılmasını sağlamalıdır. Ortaya atılan iddialara gerekçe sunmalarını ve öğrencilerin sunulan gerekçeler için destekleyen ve karşıt fikirli olan öğrencilerin neden aynı ya da farklı düşündüğünü sorgulamalıdır.

Argümantasyon yöntemini eğitim sürecinde kullanırken öğretmenlere sorumluluk düştüğü gibi öğrencilere de sorumluluklar düşmektedir. Bu sorumluluklar aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Öğrenciler grup içi ve gruplar arası tartışırken birbirlerinin fikirlerine saygılı olmalıdır.
- Öğrenciler ortaya bir veri ya da attıkları fikirlerin gerekçelerini sunmalı ve destekliyorlarsa neden desteklediklerini ya da karşıt fikirde iseler neden öyle olamayacağını açıklamalıdır.
- Yeri geldiğinde kavram yanlışlarını ve matematiksel olarak yanlış ya da eksik bilgilerini tespit edebilmeli ona göre argümantasyon şemalarını yeniden yapılandırmalıdır.
- Öğrenciler ileri sürdükleri iddia ve kanıtları grup içi ve gruplar arasında paylaşım tartışırlar.
- Öğrenciler argümantasyon sürecinde elde ettikleri bilgileri yazılı, sözlü ya da görsel olarak temsil ederler.

1.11.1 Argümantasyon Sürecinde Öğretmenin Alan ve Kavramsal Bilgisi

Matematik eğitiminin kalitesinin yükseltilmesinde etkili birçok faktör olmakla birlikte, bu faktörlerden en önemlisi öğretmenin eğitimidir. Öğretmen eğitimini bir "öğrenci olarak öğretmen" kavramı (Feiman-Nemser, 1983) hakkında daha fazla şey bilinmesi gerekir. Öğretmen öğretirken aynı zamanda da öğrenmelidir. Bu durumun sağlanması için de öğretmenin kendisini matematiksel açıdan ve kavramsal açıdan geliştirmesi gerekmektedir. Odaklanmış bir soru da şudur: Öğretmenlerin etkili bir şekilde öğretmek için bilmesi ve yapması gerekenler nedir? Ya da içerik anlayışı açısından etkili öğretim ne gerektirir? Bu, bilginin öğretmenlerin kendisinden ziyade öğretimde ve öğretimde kullanılmasına vurgu yapar. Bunlar, öğretmenlerin sorumlu olduğu müfredat ve standartları inceleyerek, matematik eğitimcilerinden temel matematiksel düşünceleri belirlemelerini isteyerek farklı şekillerde araştırılabilir merkezi öneme sahip sorulardır. Öğretmenlerin sahip olması gereken beceriler (CBMS, 2001) veya öğrencilerin matematikte zorluk çektiği yerleri belirlemeyi öğrenmeleri üzerine araştırmaları gözden geçirmek (Stylianides & Ball, 2004) öğretmenlere yol gösterecektir. Öğrenme öğretme olmadan informal yollar ile gerçekleşebilse de bu tür tesadüfi öğrenme istendik olmayabilir. Öğretme pratiği, bu şanssızlığı azaltma, yani olasılığı artırma amaçlı kasıtlı ve istendik olarak tasarlanmış etkinlikleri içermektedir. Feiman-Nemser ve Buchmann (1986) öğretimi, insanların açıkça ahlaki bir boyut katan “değerli şeyleri” öğrenmelerine yardımcı olma çalışması olarak tanımlarlar. Şekil 1.4’te görüldüğü üzere bazen “öğretim üçgeni” olarak adlandırılan (Ball vd., 2003), öğretme pratiği, bu etkileşimleri öğrencilerin öğrenmesinde en verimli hale getirmek için mesleki bilgiye dayanan çift yönlü oklarla temsil edilen çalışmadır. Bu şemadaki öğretim üçgeninde iletişimin ve eğitimdeki ilişkilerin önemi anlatılmaktadır.



Şekil 1.4. Öğretim Üçgeni

1.11.2 Argümantasyon Sürecinde Öğretmenin Pedagojik Alan Bilgisi

İyi bir matematik ve geometri öğretiminde programın niteliği kadar, programı sınıf ortamında gerçekleştirecek olan öğretmenin yeterliliği de çok önemlidir. Bu yeterliliklerden biri de Geometri Öğretim Bilgisidir. Ball, Thames ve Phelps'in (2008) geliştirmiş oldukları Matematik Öğretim Bilgisi şemasını baz alarak pedagojik alan bilgisini (Bkz. Şekil 1.5.) açıklamak doğru olacaktır (Toluk-Uçar vd., 2022, ss.5-6).



Şekil 1.5. Matematik Öğretim Bilgisi

Pedagojik Alan Bilgisi kısaca PAB öncelikle Shulman'ın (1986) ABD'de öğretim üzerine gerçekleştirilen reform hareketlerini, öğretimi olduğundan kolay ele alarak eğitim öğretim süreçlerinde ortaya çıkan zorlukları yeteri kadar ele alınmadığını dile getirip eleştirerek ortaya attığı bir kelimedir. Shulman (1986), öğretmenlerde bulunması gereken bilgileri farklı başlıklar altında ele almış olup Konu Alan Bilgisi (Content Knowledge), Müfredat Bilgisi (Curriculum Knowledge) ve Pedagojik Alan Bilgisi (Pedagogical Content Knowledge) olmak üzere üç ayrı başlık altında analiz etmiştir.

Konu Alan Bilgisi (Content Knowledge): Öğretmenin alanındaki kavram, olgular, alanın yapısı, içeriği hakkındaki bilgisi ile bu kavram ve olguların hangi durumlarda geçerliliğinin savunulabileceği bilgisini kapsamaktadır.

Müfredat Bilgisi (Curriculum Knowledge): Eğitim ve öğretim müfredatları ve bunlarla ilişkili kaynakların nasıl kullanılacağı, konu ve kavramların farklı

zamanlarda nasıl ele alındığı ve diğer ders ve öğrenme alanlarıyla ilişkisini içeren bilgi türü olarak belirtilebilir (Işıksal-Bostan ve Osmanoğlu, 2016).

Pedagojik Alan Bilgisi (Pedagogical Content Knowledge): Shulman (1987) PAB, konunun uzmanını (bir matematikçiyi) bir eğitimciden (matematik eğitimcisi) ayıran bilgi türü olarak tanımlamıştır. Bazı matematik ve geometri konularının veya kavramların öğretimini zorlaştıran ve kolaylaştıran etkenlerin bilgisi PAB içerisinde kabul edilir. Burada sözü edilen faktörler, farklı yaş grupları ve mevcut bilgi birikimi farklı öğrencilerin ilgili kavram veya konuya ilişkin hazır bulunan ön öğrenmeleridir. Fakat mevcut bilgiler kavram yanlışları içeriyorsa, bu yanlışları gidermek ve öğretim sürecini tekrar yapılandırmak için gerekli olan strateji bilgisi PAB içinde bulunmaktadır. Ball vd. (2008), Shulman tarafından ortaya atılan PAB modeli, matematik eğitimi çerçevesinden ele alınarak yorumlanmış ve bu bağlamda PAB'ni oluşturan üç tür bilgi açıklanmıştır. Bu bilgiler Alan ve Öğretim Bilgisi, Alan ve Öğrenci Bilgisi ile Öğretim Programı Bilgisi'dir.

Alan ve Öğretim Bilgisi: Bu bilgi türü öğretmenin öğretimsel fikirlerini etkileyen bir bilgi türüdür. Öğretmenin konular için uygun olan öğretim faaliyetlerini planlaması hakkındaki bilgisidir.

Alan ve Öğrenci Bilgisi: Öğrencilerin konular ve dersler üzerindeki bilgileridir. Matematik ve geometri için var olan düşüncelerinin bilgileridir. Öğretmen öğrenciler nerede zorlanır, neden zorlanır, kavram yanlışları ya da yanlışları neler olabilir, öğrenciler nasıl düşünebilir sorularına cevap aramalı ve cevap verebilmelidir.

Öğretim Programı Bilgisi: Öğretim programları içinde yer alan konuların, kazanımların nasıl sıralandığı, hangi boyutta ele alındığı, hangi düzeylerde nasıl derinleştiği ve etkileşim içinde farklı öğretim düzeyleri arasındaki ilişkinin nasıl olduğuna dair yer alan bilgi türüdür.

Argümantasyon tekniği pedagojik bir teknik olarak ele alınır (Osborne vd., 2004). Argümantasyon tekniği ile öğretmenler kavram yanlışlarını, kavram hakkındaki yanlış bilgileri ve öğrenme ilgi-istek ve ihtiyaçları daha iyi saptayabilir. Çelişen ve doğrulayıcı ispatlardan yararlanıp tartışarak, gözden geçirerek ve akıl yürüterek, ilişkilendirmeler yaparak öğrencilerin matematikteki düşüncelerini yapılandırıp var olan bilgilerinin çerçevesini etkili ve kalıcı bir şekilde geliştirip destekler. Derste çerçevesi genişleyen bilgilerin yaratıcı tartışma ortamında

düşüncelerini tartışan öğrencilerin teorileri yeni fikirler olarak gözden geçirilir ve aksi ispat edilmeye çalışılır (McNeill & Krajcik, 2012).

1.11.3 Argümantasyon Sürecinde Öğretmenin Soru Sorması

Soru, sorgulayıcı bir biçime veya işleve sahip herhangi bir cümledir (Cotton, 1988). Başka bir ifade ile bir yanıtı çağrıda bulunan bir sorgulama ifadesidir (Aizikovitsh-Udi vd., 2013). “Soru ya da soru sorma, fikir yürütmeye katkıda bulunarak yaratıcı fikirler üretilmesine olanak sağlar. Soru sorma, öğrenme işlevi için düşünme becerilerinin bir ögesi ve problem çözme sürecinde önemli bir mertebesidir (Ashmore vd., 1979; Shepardson, 1993). Düşünceler, fikirler sorularla genişler, genişledikçe yeni sorular doğurur” (Göçer, 2022, s. 68-69). Var olan mevcut bilgilerin ve yapılan davranışların etkinliği, sorulan soruların kalitesine bağlıdır. Kaliteli sorular, güçlü davranış değişikliği yaratma gücüne de sahiptir” (Kabaş & Baran Tecir, 2021, s. 7). Ornstein (1987, s. 71), “iyi öğretimin temelini iyi sorgulama ile ilgili olduğunu” belirtir. Sorgulama, etkili ve kalıcı öğrenmenin ve bilimsel araştırmanın vazgeçilmez bir parçasıdır. Kaliteli sorular sormak, öğretmen ve öğrenciler arasındaki etkileşimi güçlendirir. Ek olarak öğrenci ve öğretmen arasındaki etkileşim öğrenci başarısını olumlu yönde destekler. Bundan dolayı, kaliteli soruların öğrencileri geliştirdiği düşünülebilir (Rosenshine, 1971’den aktaran Brualdi, 1998, s. 1). Sorular, farklı bir yaştaki veya sınıf seviyesindeki öğrencilerin bir konu hakkında bildikleri üzerine fikir verir ve bu öğretim için bir başlangıç noktası oluşturur” (Allen & Tanner, 2002). Bu sebeple “sorular, eğitim öğretim sürecinin yapı taşlarıdır; bireyin var olan bilgisini, ne kadar anladığını ve nasıl yorumladığını öğrenmeye yardımcı olur” (Wasserman, 1991, s. 257). Kaliteli bir soru sormak bilişsel olarak zorludur ve pedagojik alan bilgisi gerektirir (Shulman, 1987).

Argümantasyon temelli öğrenme ortamlarında soru sorma, öğrencilerin yalnızca cevap vermelerini değil, aynı zamanda iddia üretmelerini, bu iddialarını desteklemelerini ve farklı fikirlere açık olmalarını sağlar. NCTM (2014) tarafından önerilen soru sorma yaklaşımları, öğretmenlerin öğrenci düşüncesini açığa çıkarma, kavramsal anlamayı teşvik etme, problem çözme sürecine yol gösterme gibi işlevlere sahip sorular üretmelerini önermektedir. Bu doğrultuda farklı kişiler farklı soru biçimlerini kategorize ederek ortaya farklı soru sorma tabloları çıkarmıştır.

Boaler ve Brodie (2004) tarafından geliştirilen sorgulama kategorileri matematik öğretiminde sorgulama derinliğini artırmak, öğrencinin aktif katılımını arttırmak ve argümantasyon sürecini desteklemek amacıyla kullanılabilir. Özellikle bu öğrenme modelinde, bu sorgulama kategorileri öğrencilerin iddia oluşturma, gerekçelendirme ve çürütme süreçleriyle doğrudan ilişki içerisindedir.

Şahin ve Kulm (2008) tarafından geliştirilen öğretmen sorgulaması çerçevesi doğrultusunda öğretmenlerin sınıf içi soru sorma davranışlarını analiz etmek ve öğretim sürecindeki etkili sorgulama uygulamalarını incelemek amacıyla geliştirilmiştir. Şahin ve Kulm 'un çerçevesi, yalnızca ne tür sorular sorulduğunu değil, bu soruların neden sorulduğunu ve nasıl yanıtlandığını da dikkate alarak sorgulama sürecine detaylı bir bakış açısı sağlar. Bu yönüyle, tartışma ve akıl yürütme odaklı öğretim yaklaşımlarını destekleyen bir modeldir.

Dong, Seah ve Clarke (2015) tarafından geliştirilen sorgulama kategorisi öğretmenlerin matematik sınıflarında kullandıkları soru türlerini inceleyerek farklı sorgulama biçimlerinin öğrencilerin düşünme süreçleri üzerindeki etkisini belirlemeyi hedeflemiştir.

Boaler ve Brodie, öğretmenlerin sınıf içinde yönelttikleri soruları, öğrencilerin kavramsal anlamalarını ve matematiksel düşünme biçimlerini destekleme düzeyine göre sekiz temel sorgulama kategorisinde sınıflandırmıştır. Bu kategoriler, öğretmenin sorular aracılığıyla öğrenciyi bilgiye ulaşma, farklı bakış açıları geliştirme, bağlantı kurma ve kanıt temelli düşünme yönünde nasıl yönlendirdiğini analiz etme imkânı sunmaktadır. Bu çalışmada öğretmenin soru sorması incelenirken Boaler ve Brodie (2004) nin çalışması temel alınmış olup, farklı yıllarda öğrenim gören öğrencilere göre öğretmenin soruları sorgulama kategorilerine entegre edilerek aşağıdaki tablolarda (bkz. Tablo 1.2.) verilmiştir.

Tablo 1.2. Boaler ve Brodie (2004) Tarafından Geliştirilen Sorgulama**Kategorileri**

Soru Türü	Tanım	Örnekler
Bilgi toplama, öğrencileri bir stratejiye yönlendirme (<i>Gathering information, leading students through a method</i>)	Hazır cevaplar gerektirir Bilinen gerçekleri tekrarlatır. Öğrencilere gerçek durum prosedür sağlar	x'in değeri nedir? O noktayı nasıl gösterirsin?
Terminoloji verme (<i>Inserting terminology</i>)	Görüşülen fikirler olduğu zaman, onlar hakkında doğru matematiksel fikirler kullanmayı sağlar	Bunun ismi nedir? Onu doğru şekilde nasıl yazarız?
Matematiksel anlamları ve ilişkileri keşfetme (<i>Exploring mathematical meanings and/or relationships</i>)	Matematiksel fikir veya semboller arasında bağlantı kurar	Diyagramda "x" nerede? Olasılığın anlamı nedir?
Öğrencileri sorgulama (<i>Probing, getting students to explain their thinking</i>)	Öğrencilere fikirlerini rahat bir şekilde söylemelerini, aydınlatmaları veya ayrıntıya girmelerini söyler	O değeri nasıl buldun? Fikrini açıklayabilir misin?
Tartışma üretme (<i>Generating Discussion</i>)	Sınıfın diğer üyelerinin katkıda bulunmasını ister	Başka fikri olan var mı? Sen ne söylersin bu konuda?
Bağlantı kurma ve uygulama (<i>Linking and applying</i>)	Matematik ve matematiksel fikirler ve yaşamın diğer alanları arasında ilişki kurmaya işaret eder	Diğer durumlarda sen bunu uygulayabilir misin? Bunu başka nerede kullanabiliriz?
Düşünceyi genişletme (<i>Extending thinking</i>)	Tartışılan konuyu kullanılan benzer fikirlerde diğer durumlara genişletir	Bu diğer sayılar için de geçerli midir?
Yönlendirme ve odaklama (<i>Orienting and focusing</i>)	Problem çözmeyi sağlamak için belli bir durumun bakış açılarını sunar	Bunun önemi nedir?
İçeriği kurma (<i>Establishing context</i>)	Anahtar noktalara odaklanmada öğrencilere yardım eder	Sizce bunun çözüm kümesi var mıdır?

Tablo 1.2, Boaler ve Brodie'nin (2004) geliştirdiği dokuz sorgulama kategorisini, bunların tanımlarını ve örneklerini sunarak öğretmenin sınıf içi etkileşimde öğrencilerin düşünme süreçlerini yönlendirme biçimlerini ortaya koymaktadır.

1.12 İlgili Araştırmalar

Bu bölümde, yukarıda kuramsal temelleri sunulan argümantasyon kavramına ilişkin literatür incelenmiş ve özellikle matematik ile fen bilimleri eğitiminde argümantasyon temelli yaklaşımların nasıl ele alındığına odaklanılmıştır. Argümantasyonun eğitim bağlamındaki yeri, öğretme-öğrenme süreçlerine katkısı ve öğrencilerin düşünme süreçlerine olan etkisi üzerine yapılan araştırmalar hem yurt içi hem de yurt dışı literatür çerçevesinde değerlendirilmiştir. Bu kapsamda, alan yazında yer alan çalışmalar analiz edilerek, mevcut araştırmaların bulguları, yaklaşımları ve sonuçları doğrultusunda bu çalışmanın dayandığı kuramsal zemin oluşturulmuştur. Aşağıda, söz konusu çalışmalara ilişkin ayrıntılı bilgilere yer verilmektedir.

Osborne, Erduran ve Simon (2001) tarafından yürütülen çalışmada, okul bilim eğitiminde argümantasyonun niteliğini artırmak amaçlanmıştır. Argümantasyon, bilimsel düşünme ve anlamamanın temel bileşenlerinden biri olarak kabul edilmekte; ancak geleneksel eğitim yaklaşımlarının çoğunlukla ezbere dayalı bilgi aktarımına odaklanması, öğrencilerin argümantatif düşünme süreçlerinde ilerlemelerini sınırlamaktadır. Bu bağlamda söz konusu çalışma, sınıf içi öğrenme ortamlarında argümantasyonun nasıl geliştirilebileceğini araştırmakta; kullanılan öğretim yöntemleri ile öğrenci katılımı arasındaki ilişkiyi incelemektedir.

Araştırma hem nitel hem de nicel yöntemlerin bir arada kullanıldığı karma yöntem desenine sahiptir. Deneyisel olarak yapılandırılan bu çalışmada çeşitli öğretim yöntemleri uygulanmış ve öğrencilerin argümantasyon süreçleri ders süresince gözlemlenerek kayıt altına alınmıştır. Elde edilen veriler, Toulmin'in Argüman Modeli (TAP) temel alınarak analiz edilmiş; öğrencilerin iddia, veri, gerekçelendirme ve çürütme bileşenlerini kullanma düzeyleri değerlendirilmiştir. Bu analiz süreci, argümantasyon süreçlerinin öğretim yoluyla nasıl ilerletilebileceğine yönelik önemli bulgular sunmuştur.

Çalışmanın sonuçları, öğretmenlerin sınıf ortamlarında tartışma ve akıl yürütmeye daha fazla yer vermesinin, öğrencilerin eleştirel düşünme ve akıl yürütme süreçlerinde kritik bir rol oynadığını ortaya koymuştur. Bununla birlikte, öğretmenlerin bu süreçte etkili bir rehberlik sunabilmeleri için bu tür öğretim yaklaşımlarına yönelik özel bir eğitim almaları gerektiği vurgulanmıştır. Ayrıca, özellikle fen bilimleri derslerinde açık uçlu soruların daha yaygın kullanılması,

öğrencilerin daha derinlemesine ve çok boyutlu düşünmelerini teşvik edeceği yönünde önerilerde bulunulmuştur.

Krummheuer'in (2007) çalışması, ilkokul düzeyindeki matematik sınıflarında argümantasyon (tartışma temelli akıl yürütme) ile öğrenci katılımı arasındaki ilişkiyi incelemeyi amaçlamaktadır. Araştırmada, sınıf içi matematiksel söylemler analiz edilerek öğrencilerin öğrenme süreçlerine nasıl katıldıkları ve öğretmenlerin bu süreci nasıl yönlendirdikleri ortaya konmaya çalışılmıştır. Çalışma, nitel araştırma yaklaşımı doğrultusunda tasarlanmış olup, sınıf içi matematik etkileşimleri mikro-etkileşim temelli bir yöntemle detaylı biçimde analiz edilmiştir. Bu yöntem, küçük ölçekli söylem birimlerini inceleyerek hem öğrencilerin hem de öğretmenlerin söylemsel katkılarını anlamayı hedeflemektedir.

Araştırmada, analiz sürecinde Toulmin'in Argüman Modeli ile sosyokültürel öğrenme kuramı temel alınmıştır. Veri toplama sürecinde ilkokul seviyesindeki iki farklı matematik dersi gözlemlenmiş; dersler video kaydına alınarak daha sonra yazıya dökülmüş ve ayrıntılı transkriptler oluşturulmuştur. Elde edilen veriler söylem analizi yöntemiyle değerlendirilmiş ve öğrencilerin oluşturdukları argümanlar argümantatif yapıları açısından incelenmiştir. Ayrıca öğretmenin yönlendirme biçimi ile öğrenciler arasındaki iletişim süreçleri analiz edilerek, sınıf içi argümantasyonun nasıl şekillendiği ve öğrencilerin öğrenmeye nasıl dâhil oldukları ortaya konmuştur.

Yackel ve Cobb'un (1996) çalışması, sosyomatematiksel normları inceleyerek matematik sınıflarında argümantasyon ile öğrencilerin matematiksel özerkliği arasındaki ilişkiyi araştırmaktadır. Sosyomatematiksel normlar; sınıf ortamında öğrenciler arasında paylaşılan, matematiksel açıklamaların, çözümlerin ve gerekçelendirmelerin ne ölçüde geçerli ve makul sayılacağına dair kolektif kabulleri ifade eder. Bu bağlamda araştırma, nitel bir yöntem çerçevesinde tasarlanmış ve sınıf içi etkileşimlerin doğal akışı içerisinde öğrencilerin argümantasyon süreçlerine nasıl katıldıkları ve kendi matematiksel seslerini nasıl geliştirdikleri gözlemlenmiştir. Veri toplama sürecinde sınıf gözlemleri, video kayıtları, öğretmen ve öğrenci söylemlerinin çözümlemesi ile durum çalışmaları kullanılmıştır. Elde edilen bulgular, öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerinde özerklik kazanmalarının, yapılandırılmış argümantasyon ortamlarında mümkün olabileceğini göstermiştir. Çalışma, öğretmenlerin bu tür normların oluşmasına rehberlik edici bir rol üstlenmesi gerektiğini vurgulamaktadır.

Benzer şekilde, Mueller'in (2009) çalışması, ortaokul düzeyindeki öğrencilerin iş birliği temelli ortamlarda argüman üretme süreçlerini incelemektedir. Çalışma, öğrencilerin bilimsel ve matematiksel argümanlar geliştirirken birbirlerinin fikirlerini nasıl desteklediklerini ya da çürüttüklerini analiz etmektedir. Nitel araştırma desenine sahip olan bu araştırma, durum çalışması yöntemiyle yürütülmüş ve öğrencilerin sınıf içi etkileşimleri ayrıntılı biçimde gözlemlenmiştir. Öğrencilerin birlikte oluşturdukları argümanlar, Toulmin'in Argüman Modeli temel alınarak analiz edilmiş; iddia, veri, gerekçelendirme ve çürütme bileşenlerinin kullanım düzeyleri değerlendirilmiştir. Araştırma bulguları, iş birliğine dayalı öğrenme ortamlarında yürütülen argümantasyon süreçlerinin, öğrencilerin eleştirel düşünme ve bilimsel akıl yürütme yetilerini anlamlı biçimde desteklediğini ortaya koymuştur.

Yackel ve Cobb (1996) ile Mueller (2009) tarafından yürütülen çalışmalar, argümantasyonun öğrenme ortamlarında nasıl yapılandığını ve öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerine nasıl etki ettiğini farklı düzeylerde ve bağlamlarda ele almaktadır. Yackel ve Cobb'un çalışması, sosyomatematiksel normların sınıf içi etkileşimler yoluyla nasıl inşa edildiğini ve bu normların öğrencilerin matematiksel özerkliğini nasıl desteklediğini göstermesi bakımından teorik bir derinlik sunmaktadır. Sosyomatematiksel normların oluşum süreci, öğretmen rehberliğinin öğrenciler üzerindeki etkisini vurgulayarak, öğrencilerin matematiksel düşünmede özgün seslerini bulmalarına olanak tanıyan bir ortamın gerekliliğini ortaya koymaktadır. Diğer yandan, Mueller'in (2009) çalışması daha çok öğrenciler arası etkileşimi merkezine alarak, iş birliğine dayalı öğrenme ortamlarında argüman üretme sürecini ayrıntılı bir biçimde analiz etmektedir. Bu çalışma, Toulmin'in Argüman Modeli üzerinden yapılan analizlerle öğrencilerin iddia üretme, gerekçelendirme ve çürütme gibi bilişsel süreçlerde nasıl ilerlediklerini somut biçimde ortaya koymaktadır.

Bu iki çalışmanın bulguları birlikte değerlendirildiğinde, sınıf içi argümantasyon süreçlerinin hem öğretmen rehberliğinde şekillenen normatif yapılarla hem de öğrenciler arası etkileşime dayalı yapılandırılmış öğrenme ortamlarıyla anlamlı biçimde desteklenebileceği anlaşılmaktadır. Literatür açısından bakıldığında, bu çalışmalar öğretim ortamlarında argümantasyonu destekleyen pedagojik yaklaşımların geliştirilmesine yönelik önemli çıkarımlar sunmakta; araştırmamızda ise öğretmen adaylarının argüman oluşturma

süreçlerinin analizi ve öğretmen yönlendirmelerinin bu sürece etkisinin anlaşılması açısından teorik bir temel oluşturmaktadır.

Öğretmenler, sınıf içi argümantasyon süreçlerinde belirleyici ve yönlendirici bir role sahiptir. Etkili öğretmenler, öğrencilerin kendi argümanlarını oluşturmalarını teşvik ederken aynı zamanda onları derinlemesine düşünmeye yönlendirir. Öğrencilerin aktif katılımını sağlayan, açık uçlu sorular soran ve rehberlik eden öğretmenler, sınıf içindeki tartışmaların niteliğini artırarak argümantasyon sürecini daha verimli hâle getirebilmektedir. Bu bağlamda, Yackel'in (2002) çalışması, öğretmenin argümantasyon sürecindeki rolünü incelemekte ve sınıf ortamında argümantasyonun nasıl yapılandığını analiz etmektedir. Nitel araştırma yöntemiyle yürütülen bu çalışmada, öğretmen-öğrenci etkileşimleri ayrıntılı biçimde analiz edilerek öğretmenin sürece olan katkısı değerlendirilmektedir. Araştırma bulguları, öğretmenin argümantasyon sürecini yönetme biçiminin, öğrencilerin eleştirel ve yaratıcı düşünme süreçleri üzerinde doğrudan etkili olduğunu ortaya koymuştur.

Matematik eğitimi bağlamında, öğretmen adaylarının tartışma ve akıl yürütme odaklı söylemleri, sınıf içi pedagojik uygulamaları ve bu süreçte karşılaştıkları güçlüklerin belirlenmesi, öğretim süreçlerinin niteliğini artırmak açısından önem arz etmektedir. Bu doğrultuda Marchant ve arkadaşlarının (2021) çalışması, matematik öğretmeni adaylarının kolektif argümantasyonla ilgili teorik bilgileri nasıl yeniden bağlamlaştırdıklarını (recontextualization) incelemektedir. “Çalışma, öğretmen adaylarının üniversite ortamında edindikleri akademik bilgi ve yetileri, sınıf içi öğretim etkinliklerinde nasıl dönüştürdüklerini ve uygulamaya nasıl aktardıklarını analiz etmektedir. Elde edilen veriler, öğretmen adaylarının argümantasyon süreçlerini sadece teorik düzeyde edinmelerinin yeterli olmadığını; bu süreçlerin sınıf içi bağlamlarda yeniden yapılandırılması gerektiğini göstermektedir. Bu bulgular, öğretmen yetiştirme programlarının tartışma ve akıl yürütme odaklı öğretim yaklaşımlarını nasıl bütünleştirmesi gerektiğine dair önemli ipuçları sunmaktadır.

Romano ve arkadaşları (2021), çalışmalarında, fen bilgisi öğretmenlerinin (hem hizmet öncesi hem de hizmet içi) bilimsel argümantasyonu dijital teknolojiler aracılığıyla nasıl geliştirebileceklerini incelemişlerdir. Araştırma, teorik temellendirme, ampirik bulgular ve yenilikçi öğretim uygulamalarının tanımlanmasını içeren nitel bir araştırma yaklaşımıyla yürütülmüştür. Çalışmada üç

farklı yenilikçi öğretim uygulaması ele alınmıştır: argümantasyon haritalarının kullanımı, web tabanlı sorgulama etkinlikleri ve dijital oyun uygulamaları. Araştırma bulguları, dijital teknolojilerin fen öğretiminde bilimsel argümantasyonun desteklenmesinde etkili bir araç olabileceğini ortaya koymaktadır. Özellikle, bu teknolojik uygulamaların öğrencilerin bilimsel düşünme, sorgulama ve tartışmaya katkı sağladığı sonucuna ulaşılmıştır.

Benzer şekilde, Lin (2025) tarafından gerçekleştirilen çalışma, bilim eğitiminde etkileşim ve argümantasyonun rolünü incelemektedir. Günümüz eğitim sistemlerinde öğrencilerin eleştirel düşünme, problem çözme ve bilimsel muhakeme süreçlerinin desteklenmesi öncelikli hedefler arasında yer almaktadır. Bu bağlamda Lin'in çalışması, bilimsel argümantasyonun bu süreçlerin kazandırılmasındaki kritik rolünü vurgulamakta ve eğitimcilere ile eğitim politikası geliştiricilerine yönelik önemli çıkarımlar sunmaktadır. Çalışmada, öğretmenlerin bilimsel argümantasyon süreçlerini dijital araçlarla destekleyerek sınıf içi uygulamalarda daha etkili bir öğrenme ortamı oluşturabileceklerine dikkat çekilmiştir. Ayrıca, bilimin doğası ve bilim felsefesine ilişkin kavramların öğretim programlarına entegre edilmesinin, öğrencilerin bilimsel düşünme süreçlerini güçlendirebileceği belirtilmiştir.

1.12.1 Argümantasyon ile İlgili Matematik ve Fen Alanında Yapılan Çalışmalar

Bu bölümün amacı, eğitim kurumlarında öğretmenler, öğretmen adayları ve öğrencilerin yer aldığı argümantasyon temelli öğrenme yönteminin ders süreçlerine entegrasyonunu konu alan tez çalışmalarını incelemektir. Araştırmada, nitel araştırma desenlerinden biri olan doküman analizi yöntemi kullanılmıştır.

Seçilen tezler, türü, yayımlandığı yıl, bağlı olduğu enstitü, araştırmanın amacı ve anahtar kelimeler dikkate alınarak incelenmiştir. İlgili tezlerin sonuç ve öneriler bölümleri dikkate alınarak, bu araştırmada da benzer eğilimler ve ihtiyaçlara vurgu yapılmıştır. Türkiye'de argümantasyon konusuna yönelik akademik çalışmaların son yıllarda artış gösterdiği gözlemlenmektedir. Bu çalışmaların büyük bir bölümü fen bilimleri eğitimi alanında gerçekleştirilmiş olup, özellikle ortaokul düzeyindeki öğrenci grupları ve öğretmenlerle yapılan uygulamalara odaklanılmıştır.

Yapılan araştırmalar sonucunda, 2015-2025 yılları arasında eēitim ve öğretim alanında argümantasyon temelli olarak gerçekleştirilen 10 tez çalışması incelenmiştir. Bu tezlerin bulgular, tartışma ve öneriler bölümleri karşılaştırılmalı olarak analiz edilmiş; ortak ve farklı yönler belirlenmiştir.

Erdem (2024), yüksek lisans tezinde Argümantasyon Tabanlı Bilim Öğrenme (ATBÖ) yaklaşımının öğrencilerin öğrenme süreçlerine ve argümantasyon süreçlerine olan katkılarını incelemiştir. Torun (2024) ise doktora tezinde, teknoloji destekli argümantasyon yaklaşımının öğrencilerin bilişsel ve duyuşsal süreçleri üzerindeki etkilerini araştırmıştır. Her iki çalışmada da argümantasyonun teknoloji ile entegrasyonunun, öğrencilerin konuları anlama düzeylerini ve bilişsel, psikomotor, duyuşsal ve argümantasyon süreçlerini olumlu yönde etkilediēi sonucuna ulaşılmıştır. Bu iki çalışma arasındaki temel fark, Torun'un (2024) araştırmasında, uygulama öncesinde öğretmenlere argümantasyon yaklaşımı hakkında eğitim verilmiş olmasıdır. Bu durum, öğretmenlerin süreci daha etkili bir şekilde yürütebilmesi açısından önemli bir katkı olarak değerlendirilmiştir.

Güner (2023), yüksek lisans tezinde ATBÖ yaklaşımının öğrencilerin 21. yüzyıl yeterlilikleri, yansıtıcı düşünme süreçleri ve argümantasyon algılarına etkisini incelemiştir. Araştırmasında farklı sınıf düzeylerinde uygulamalar yaparak karşılaştırma grupları oluşturmuş ve bu sayede daha kapsamlı bulgulara ulařılabileceēini belirtmiştir. Alınlı (2022) ise, sosyal bilgiler öğretiminde işbirlikli argümantasyon yönteminin öğrencilerin akademik başarısı, argümantasyon düzeyleri ve işbirlikli öğrenme süreçlerine etkisini araştırmıştır. Bu çalışmada, Güner'in (2023) tezine benzer sonuçlar elde edilmiş; ayrıca, süreç boyunca öğrencilerin görüşlerinin alınmasının ve mülakatlarla desteklenmesinin bulguların derinliēini artıracaēı vurgulanmıştır.

Güner (2023), farklı gruplarda argümantasyon uygulamalarının önemine dikkat çekerken, Akaydın (2022) doktora tezinde, sosyal bilgiler ve fen bilimleri derslerinde argümantasyon temelli öğretim yöntemini 4. sınıf düzeyinde iki farklı ders üzerinde uygulamıştır. Bu araştırmalar, argümantasyon temelli öğretim üzerine yapılan çalışmaların sayıca sınırlı olduēunu ortaya koymakla birlikte, farklı sınıf düzeyleri ve öğretim kademelerinde uygulama yapılmasının gerekliliēine dikkat çekmiştir.

Güven (2024) tarafından gerçekleştirilen araştırmada ise, öğretmen adaylarının karmaşık dünya problemleri ve teknolojik dönüşümlere uyum

sağlayabilmeleri için disiplinler arası bir bakış açısı kazanmalarının önemi vurgulanmıştır. Bu bağlamda, argümantasyon temelli FeTeMM (STEM) etkinliklerinin, öğretmen adaylarının hem argümantasyon süreçlerini hem de FeTeMM yeterliliklerini ilerlettiği belirlenmiştir.



2. MATERYAL ve YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, kapsamı, veri toplama araçları ile tartışma ve akıl yürütme süreçlerine ilişkin öğelerin ve episodeların belirlenme biçimi ile verilerin analizinde izlenen yöntemlere dair ayrıntılı açıklamalara yer verilmiştir. Araştırma, bu öğretim yaklaşımının sınıf içi uygulamalar üzerindeki etkisini incelemeye yönelik olarak tasarlanmıştır. Bu bağlamda, hem veri toplama sürecinde kullanılacak kaynaklar hem de öğretim sürecinin yönlendirilmesinde işlevsel olacak materyaller detaylı biçimde yapılandırılmıştır.

Araştırmada, argümantasyon yöntemi esas alınarak planlanan derslerde kullanılmak üzere geliştirilen "Gizemli Şekiller Listesi" temel araçlardan biri olarak yapılandırılmıştır. Bu liste, öğretim süreci boyunca hem öğretmen adaylarının düşünme süreçlerini tetiklemek hem de öğretim etkinliklerinin argümantatif niteliğini desteklemek amacıyla kullanılmıştır. Söz konusu liste, öğretmen adayları arasında bilişsel çatışma ve tartışma ortamı oluşturarak, argümanların inşasına ve değerlendirilmesine katkı sağlayacak şekilde tasarlanmıştır. Gizemli şekiller listesi Ekler kısmında verilmiştir.

Veri toplama sürecinde elde edilen tüm bulgular, argümantasyon kuramı çerçevesinde kodlanmış; argüman öğeleri (iddia, veri, gerekçe, destek, çürütme, karşı iddia vb.) ile kesitler belirli analiz kriterlerine göre ayrıştırılarak yorumlanmıştır. Ayrıca, her bir ders uygulaması sırasında ortaya çıkan söylem yapıları ve etkileşim biçimleri, nitel veri analiz teknikleriyle derinlemesine incelenmiştir.

Bu yapılandırma doğrultusunda hem öğretim etkinliklerinin tasarımı hem de verilerin çözümlenmesi süreci, argümantasyon kuramının ilkeleriyle tutarlı bir bütünlük içerisinde ele alınmıştır.

Bu şekiller ders sürecine veri sağlarken aynı zamanda ders sürecinin verimli hale getirilmesi için yönlendirmeler yapmaktadır. Özellikleri verilen şekiller için öğretmen adaylarının sınıflandırma yaparak en spesifik hangi geometrik şekle ait olduğunu bulmaları istenir. Bu süreçte öğretim görevlisinin de konuya ve yapılan tartışmalara hâkim olması son derece önemlidir. Elde var olan bilgiler ile öğretmen adayları geometrik tartışmalar yaparak problemleri çözmeye çalışırlar. Ortaya çıkan farklı eylemler, düşünceler, ispatlar Toulmin'in argümantasyon şeması çerçevesinde analiz edilmiştir.

2.1 Araştırmanın Modeli

Bu çalışmada üniversitede farklı dönemlerde öğretim gören matematik öğretmen adaylarının grup içerisindeki farklı yönleri, argüman şemalarının nasıl farklılaştığı ve süreç içerisindeki dersten sorumlu öğretim üyesinin sorularının ne düzeyde ve niçin farklılaştığı ya da benzer özelliklerinin neler olduğunu ortaya koymak için nitel araştırma modeli kullanılmıştır. Nitel araştırmayı, “gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama tekniklerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırma” olarak tanımlamak mümkündür (Yıldırım & Şimşek, 2008, s. 39). Nitel araştırma yöntemleri doğrultusunda ders süreçlerinde argümantasyon temelli öğrenme ortamı oluşturma öğretmen adaylarının argümantasyon seviyelerinin süreç içerisindeki değişimlerini; öğretmen adaylarına yollar gösteren ders işlenmesinden sorumlu öğretim görevlisinin süreç içerisinde öğretmen adaylarına yardımı ve onları destekleyecek ortam oluşturmaya derinlemesine incelemek için nitel araştırma yaklaşımlarından durum çalışması (case study) deseni tercih edilmiştir.

Durum çalışması, belirli bir bağlamda ortaya çıkan bir olgunun çok yönlü, ayrıntılı ve derinlemesine incelenmesini sağlar (Yin, 2018). Bu araştırmanın odak noktası, belirli dönemlerde belirli ders ortamlarında gelişen öğretmen aday etkileşimleri ve argümantasyon süreçlerinin detaylı bir şekilde analiz edilmesidir. Araştırmada, bağlamsal özellikler korunarak, her bir öğretim döneminde ortaya çıkan durumlar karşılaştırmalı biçimde ele alınmış, öğretmen adaylarının argümantasyon yapılarına dair betimleyici ve yorumlayıcı analizler yapılmıştır.

Araştırma, 2021-2022 Bahar Dönemi, 2022 Güz Dönemi ve 2023 Bahar Dönemi olmak üzere üç farklı öğretim döneminde, bir devlet üniversitesinin Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği programında yürütülen “Matematikte Sınıflarında İletişim” dersi kapsamında gerçekleştirilmiştir. Dersler, çevrim içi (online) platformlar aracılığıyla senkron şekilde yürütülmüş ve tüm oturumlar dersin sorumlu öğretim üyesi tarafından video kaydına alınmıştır. Her dönemde derse katılan öğrenci grupları farklıdır ve her bir grup araştırmanın birer "durumunu" temsil etmektedir.

Bu bağlamda, araştırmada hem tekil hem de çoklu durum çalışması yaklaşımı benimsenmiştir (Yin, 2018; Yıldırım & Şimşek, 2008). Her dönem kendi içinde bağımsız bir durumu temsil ederken, dönemler arasında ortaya çıkan

benzerlik ve farklılıklar da karşılaştırmalı olarak değerlendirilmiştir. Bu yapı sayesinde hem derinlemesine analiz yapılmış hem de bağlamsal çeşitlilik göz önünde bulundurulmuştur.

Araştırma soruları, öğretmen adaylarının bireysel düşünme süreçlerinden grup içi etkileşimlere, dış yönlendirmelerin etkisinden sosyal yapıya kadar çok boyutlu bir inceleme gerektirdiğinden, durum çalışması deseni bu karmaşık yapıyı anlamada güçlü bir yöntem sunmaktadır. Ayrıca, öğretmen adaylarının deneyimleri, söylemleri ve etkileşimleri, doğal bir ders ortamında gözlemlenmiş ve yorumlanmıştır. Bu da araştırmaya yüksek ekolojik geçerlik sağlamaktadır. Bu çalışmada öğretmen adaylarının doğal ders ortamında, çevrim içi etkileşimler aracılığıyla gözlemlenmiş olması, araştırmaya yüksek düzeyde ekolojik geçerlik kazandırmaktadır (Bronfenbrenner, 1977; Maxwell, 2013).

Krummheuer, sınıf içi matematik etkileşimlerini analiz etmek için mikro-etkileşim temelli bir yöntem kullanmıştır. Bu yöntem, küçük ölçekli sınıf içi konuşmaları detaylı bir şekilde inceleyerek, öğrencilerin ve öğretmenlerin söylemsel katkılarına anlamayı amaçlar. Öğrencilerin derse aktif katılımı, öğretmenin ılıman bir sınıf ortamı oluşturması ve öğrencilerle kurulan olumlu iletişim ile gerçekleşebilir (Allwright, 2005; Sert,2017). Bu çalışmada da öğretmenler arasındaki iletişimi, argümantasyon üzerine yapılan tartışmaları analiz etmek için mikro-etkileşim temelli teknik kullanılmıştır.

2.2 Araştırmanın Kapsamı

Bu araştırmanın çalışma grubunu, Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı'na kayıtlı öğretmen adayları oluşturmaktadır. Katılımcılar, 2021-2022 Bahar Dönemi, 2022 Güz Dönemi ve 2023 Bahar Dönemi olmak üzere üç farklı akademik dönemde “Matematik Sınıflarında İletişim” dersini alan öğretmen adaylarından seçilmiştir. Bu kapsamda her bir dönem, öğretim sürecindeki değişimlerin ve sürekliliklerin izlenebilmesi açısından ayrı ayrı ele alınmıştır.

Dersin yürütücüsü, aynı zamanda bu araştırmanın tez danışmanı olan Prof. Dr. Recai AKKUŞ'tur. Dersin yürütücüsünün tez danışmanı olması, araştırma sürecinde öğrenme ortamının planlanması, etkinliklerin tasarlanması ve uygulamanın yürütülmesinde hem akademik hem de pedagojik açıdan bütünlük sağlamıştır. Bu durum, araştırmanın amacına uygun olarak tartışma ve akıl yürütme

odaklı öğretim yaklaşımının doğal ders akışı içerisinde gözlemlenmesine imkân tanımıştır.

Araştırmanın amacı doğrultusunda, öğretmen adaylarının geometrik problemler ve tartışmalara dayalı öğrenme ortamlarında ortaya koydukları düşünceler incelenmiştir. Özellikle öğretmen adaylarının öne sürdükleri iddiaları hangi tür verilerle destekledikleri, bu verileri nasıl gerekçelendirdikleri ve karşıt düşünceleri nasıl çürütmeye çalıştıkları detaylı biçimde analiz edilmiştir. Bu bağlamda, öğrencilerin üretmiş olduğu argümanlar Toulmin'in Argümantasyon Modeli temelinde yapılandırılmıştır. İddia (claim), veri (data), gerekçe (warrant), destekleyici (backing), çürütme (rebuttal) ve sonuca ulaşım (qualifier) gibi öğeler dikkate alınarak her bir öğretmen adayının argümantasyon yapısı çözümlenmiştir.

Bu çalışmada ele alınan etkinlik, öğretmen adaylarının bildiklerini düşündükleri ve çoğunlukla kendilerinden emin oldukları bir konu olan dörtgenler ve özellikleri üzerine kurgulanmıştır. Dörtgenler konusu, öğretmen adaylarının hem ilköğretim hem de ortaöğretim düzeyinde tekrar tekrar karşılaştıkları temel bir geometri konusudur. Dolayısıyla katılımcılar, bu alanda yeterli bilgiye sahip olduklarını varsaymakta ve kavramlar arası ilişkiler konusunda çoğunlukla yüksek düzeyde özgüven sergilemektedir. Ancak alan yazın, bireylerin sıklıkla karşılaştıkları konularda dahi kavramsal yanlışlara sahip olabildiklerini ve bu yanlışların çoğu zaman fark edilmediğini ortaya koymaktadır (Burger & Shaughnessy, 1986; Fujita & Jones, 2007).

Dörtgenler konusunun bir diğer özelliği, kavramların hiyerarşik ilişkilerinin, kapsayan-kapsanan özelliklerinin ve özel-genel durumların belirlenmesi sürecinin güçlü bir muhakeme gerektirmesidir. Bu bağlamda, “hangi şeklin hangi sınıfa ait olduğu”, “özel bir şeklin daha genel bir sınıfın tüm özelliklerini taşıyıp taşımadığı” gibi sorgulamalar, öğretmen adaylarını iddia, gerekçe ve kanıt üretmeye zorlamaktadır. Bu yönüyle konu hem kavramsal bilginin sınanmasına hem de akıl yürütme süreçlerinin gözlemlenmesine imkân tanımaktadır.

Ayrıca, dörtgenlerin özelliklerini keşfetmeye yönelik olarak tasarlanan geometrik problem durumları, çoklu çözüm yollarına açık olması ve şekillerin çeşitli görsel-uzamsal temsillerini kullanmayı gerektirmesi bakımından tartışma ortamı yaratmaya son derece elverişlidir. Bu durum, katılımcıların sadece sonuç

odaklı değil, aynı zamanda süreç odaklı düşünmelerine; gerekçelerini açıkça ifade etmelerine ve gerektiğinde karşıt argümanlar geliştirmelerine fırsat sağlamaktadır.

Tüm bu nedenlerden dolayı, dörtgenler ve özellikleri konusunun seçilmesi, hem öğretmen adaylarının mevcut bilgi ve inançlarının sorgulanmasına hem de tartışma ve akıl yürütme odaklı öğretim bağlamında zengin ve çeşitli veriler elde edilmesine olanak tanımaktadır.

Bu araştırmanın özgün yönlerinden biri, dersi üç farklı dönemde alan öğretmen adaylarının düşünme biçimlerinin her dönem kendi içerisinde karşılaştırmalı olarak ele alınmasıdır. Her bir dönemde, öğretmen adaylarının argümantasyon süreçlerinde öne çıkan düşünme stratejileri, kavramsal yaklaşımlar ve muhakeme biçimleri belirlenmiş; aynı dönem içerisindeki benzerlikler ve farklılıklar ortaya konmuştur. Bu kapsamda, öğretim sürecinde görev alan öğretim üyesinin, öğrencileri yönlendirmek amacıyla kullandığı soru cümleleri de analiz edilmiştir. Söz konusu soruların zaman içinde sabit kalan, değişen veya gelişen yönleri dikkate alınarak, öğretim üyesinin öğretimsel söylemi üzerinden de dolaylı bir analiz gerçekleştirilmiştir.

Üç farklı dönemde gerçekleştirilen öğretim süreçlerindeki öğrenci argümanları, öğretim üyesinin müdahaleleri ve öğrenme dinamiklerine ilişkin benzerlikler ve farklılıklar, aşağıdaki tabloda karşılaştırmalı olarak sunulmuştur:

Tablo 2.1. Farklı Dönemlere Ait Bilgiler

	2021-2022 BAHAR DÖNEMİ	2022-2023 GÜZ DÖNEMİ	2022-2023 BAHAR DÖNEMİ
Öğrenim Süresi	05.05.2021 26.05.2021 31.05.2021	27.12.2022 29.12.2022 05.01.2023	18.05.2023 25.05.2023 01.06.2023
Öğrenci Sayısı	33	15	11
Ders Süresi	2 saat 1 dakika 2 saat 9 dakika 1 saat 10 dakika	1 saat 31 dakika 1 saat 47 dakika 1 saat 36 dakika	1 saat 34 dakika 1 saat 58 dakika 1 saat 45 dakika
Kullanılan Matematiksel Programlar	Sketchpad Geogebra	Sketchpad Geogebra	Sketchpad Geogebra

Araştırma, farklı öğretim dönemlerinde yürütülen Matematik Sınıflarında İletişim dersinde gerçekleştirilmiş ve üç farklı dönem temelinde karşılaştırmalı olarak incelenmiştir. Tablo 2.1’de görüldüğü üzere, ders farklı öğretim yıllarına ve dönemlerine göre hem süresel hem de içeriksel olarak benzer yapıda planlanmış olmakla birlikte, küçük farklılıklar göstermektedir.

2021-2022 Bahar Döneminde ders 05.05.2021 ile 26.05.2021 tarihleri arasında gerçekleştirilmiş olup, toplamda üç oturum yapılmıştır. Bu dönemde derse 33 öğretmen adayı katılmış ve her bir oturumun süresi ortalama 2 saat civarında olmuştur (örneğin: 2 saat 1 dakika, 2 saat 9 dakika, 1 saat 10 dakika). Derslerde Sketchpad ve GeoGebra yazılımları aktif olarak kullanılmıştır.

2022-2023 Güz Döneminde ise ders 27.12.2022’de başlamış ve 29.12.2022’de sona ermiştir. Daha kısa bir süreyi kapsayan bu dönemde derse 15 öğretmen adayı katılmış ve oturumlar yine yaklaşık 1,5 saat gerçekleşmiştir. Oturum süreleri 1 saat 31 dakika ile 1 saat 47 dakika arasında değişmektedir. Kullanılan teknolojik araçlar bu dönemde de değişmemiştir.

2022-2023 Bahar Döneminde ise ders 18.05.2023 tarihinde başlamış ve 25.05.2023 tarihinde tamamlanmıştır. Bu dönemde toplam 11 öğretmen adayı katılmıştır. Derslerin süresi yine önceki dönemlerle uyumlu biçimde 1 saat 34 dakika ile 1 saat 58 dakika arasında değişmiştir.

Her üç dönemde de öğretim süreci benzer dijital araçlarla desteklenmiş; Sketchpad programı şekil çizim ve görsel temsil süreçlerinde, GeoGebra ise daha çok şekilsel özelliklerin dinamik olarak incelenmesinde kullanılmıştır. Teknoloji destekli bu yapılandırmalar, öğretmen adaylarının argümantasyon süreçlerinde görsel ve matematiksel temsilleri etkili bir biçimde bir araya getirmelerini sağlamıştır.

Öğretim süreci boyunca, öğretim üyesinin müdahaleleri kontrollü biçimde gerçekleştirilmiş; her dönemde benzer yönlendirme stratejileri kullanılmıştır. Ancak öğrenci sayısındaki farklılıklar, grup dinamikleri ve tartışmaların derinliği üzerinde dönemsel etkiler yaratmıştır.

2.3 Veri Toplama Süreci

Argümantasyona dayalı öğrenme ortamları, sadece bilişsel değil, aynı zamanda duyuşsal süreçleri de harekete geçirerek öğrenciler için çok boyutlu öğrenme deneyimleri sunmaktadır. Bu tür ortamlarda bireyler, mevcut bilgi

birikimlerinden ve ellerindeki verilere dayalı olarak belirli iddialar ortaya koymakla birlikte bu iddialarını gerekçelerle destekleyerek argümanlarını yapılandırmaktadır. Öğretmen adayları sıklıkla “Bu durum böyledir, çünkü...” şeklinde ifadeler kurarak, bilinçli ya da sezgisel olarak Toulmin’in Argümantasyon Modeline uygun düşünsel şemalar geliştirmeye başlamaktadır. Sınıf ortamı, tıpkı toplumdaki tartışma alanları gibi, bu iddialara destek sunanların yanı sıra karşı çıkan bireylerin de bulunabildiği dinamik bir yapıya sahiptir. Bu ortamda, öğrenciler sadece düşüncelerini paylaşmakla kalmaz; aynı zamanda düşüncelerini savunmak, gerekçelendirmek ve karşı argümanlarla başa çıkmak durumunda kalır.

Bu dinamik ve etkileşimli süreçte, argümanlar çeşitlenmekte ve farklı niteleyiciler (qualifiers), destekleyiciler (backings), çürütücüler (rebuttals) ve gerekçeler (warrants) ile zenginleşmektedir. Bu durumdan dolayı, öğretmen adaylarının oluşturduğu argüman şemaları sürekli bir dönüşüm ve ilerleme içerisinde. Bu noktada, öğretim üyesinin rolü sadece bilgiyi aktarıcı değil; aynı zamanda iyi bir katılımcı, etkili bir soru sorucu, iyi bir yönlendirici ve dikkatli bir gözlemci olmaktır. Öğretim üyesinin, tartışmalara yön veren sorular ve müdahalelerle süreci derinleştirilmesi ve öğrencilerin düşünsel yetkinliklerini artırması bu süreçte beklenmektedir.

Bu çalışmada, veri toplama sürecinde dersleri yürüten kişi “öğretim üyesi” unvanına sahip olup, üniversite düzeyinde ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının öğrenme süreçlerini planlayan, yönlendiren ve değerlendiren kişidir. Ancak çalışmanın amacı, argümantasyon sürecinde öğretmenin üstlendiği rolleri ve etkilerini ortaya koymak olduğundan, analiz ve bulgular bölümlerinde “öğretmen” kavramı, bu kişinin sınıf içi etkileşimlerindeki pedagojik rolünü ifade etmek amacıyla tercih edilmiştir. Bu bağlamda “öğretim üyesi” ifadesi, araştırmanın yürütüldüğü akademik bağlamı vurgularken; “öğretmen” ifadesi ise ilgili kişinin öğretim sürecindeki rehberlik, yönlendirme ve soru sorma gibi öğretmenlik işlevlerini ön plana çıkaran bir kavramsal kullanımı temsil etmektedir.

Dolayısıyla, bu çalışmada her iki terim de aynı kişiyi tanımlamakta, ancak bağlama bağlı olarak farklı anlam boyutları kazanmaktadır. “Öğretim üyesi” kullanımı, araştırmanın yürütüldüğü yükseköğretim ortamını ve akademik sorumlulukları vurgularken; “öğretmen” kullanımı, argümantasyon sürecindeki pedagojik müdahalelerin ve öğretimsel stratejilerin niteliğini ön plana çıkarmaktadır. Bu ayrımın yapılması, araştırma kapsamında incelenen

etkileşimlerin hem akademik hem de öğretimsel boyutlarının anlaşılabilmesi açısından önem taşımaktadır.

Bu çalışmada, öğrenme ortamlarının analizini mümkün kılmak amacıyla nitel araştırma yöntemlerinden doküman analizi kullanılmıştır. Doküman analizi, mevcut yazılı, görsel veya dijital materyallerin sistematik biçimde incelenmesini içeren bir araştırma yöntemidir ve çoğu zaman nitel araştırmaların tamamlayıcı bir bileşeni olarak kullanılmaktadır (Denzin, 1970, akt. Bowen, 2009). Fakat, sadece doküman analizine dayanan nitel araştırma örnekleri de mevcuttur. Bu bağlamda, doküman analizi hem tamamlayıcı hem de başlı başına uygulanabilir bir yöntem niteliği taşımaktadır.

Bu araştırmada kullanılan veri toplama araçları aşağıdaki unsurlardan oluşmaktadır:

- **Video Kayıtları:** 2021-2022 Bahar Dönemi, 2022 Güz Dönemi ve 2023 Bahar Dönemi'nde gerçekleştirilen "Matematik Sınıflarında İletişim" derslerinin, tartışma ve akıl yürütme odaklı öğrenme ortamında "gizemli şekiller" kullanılarak yürütülen oturumlarının tamamı video ile kayıt altına alınmıştır.
- **Yazılı ve Sözlü Argümantasyon Ürünleri:** Öğrencilerin ders süresince oluşturdukları bireysel ya da grup temelli yazılı çalışmalar, ödevler ve sınıf içi sözlü etkileşimlerine dayalı olarak ürettikleri argümantasyon örnekleri toplanmış ve analiz edilmiştir.
- **Transkript Edilmiş Ders Kayıtları:** Kayda alınan her bir ders, haftalık bazda ayrıntılı şekilde transkript edilerek araştırma kapsamına alınmış; bu dokümanlar, “ders kayıtları” başlığı altında analiz için yapılandırılmıştır.

Bu kapsamlı veri kaynakları, öğretmen adaylarının argümantasyon süreçlerinin derinlemesine anlaşılmasına olanak sağlamakta; aynı zamanda farklı dönemlerdeki uygulamaların karşılaştırılmasını mümkün kılmaktadır.

Araştırma, çevrim içi ortamda Microsoft Teams platformu üzerinden yürütülmüştür. Dersler senkron olarak gerçekleştirilmiş ve tüm oturumlar platformun kayıt özelliği kullanılarak video ve ses formatında kaydedilmiştir.

2021 yılında, derse kayıtlı öğretmen adayı sayısının fazla olması nedeniyle, platform üzerinde ayrı “breakout room” (ayrı oturum odaları) oluşturulmuştur. Katılımcılar önceden belirlenen gruplar hâlinde bu odalara yönlendirilmiş, her grup

kendi odasında belirlenen etkinlikler üzerinde tartışmalarını yürütmüştür. Grup çalışmaları tamamlandıktan sonra, tüm katılımcılar ana derse (ana oturuma) geri dönerek bulgularını, gerekçelerini ve ulaştıkları sonuçları tüm sınıfla paylaşmış, ortak bir tartışma ortamı oluşturulmuştur.

Diğer dönemlerde ise, derse kayıtlı öğretmen adayı sayısının daha az olması nedeniyle, tüm tartışmalar doğrudan ana oturum üzerinde yürütülmüştür. Bu durumda katılımcılar hem grup içi hem de tüm sınıf düzeyinde tek bir ortak tartışma ortamında fikir alışverişinde bulunmuşlardır.

Her iki durumda da öğrenme ortamı, katılımcıların aktif olarak fikirlerini ifade edebilecekleri, gerekçeler sunabilecekleri, karşıt görüşler geliştirebilecekleri ve farklı düşünme yollarını keşfedebilecekleri şekilde tasarlanmıştır. Süreç boyunca, katılımcıların sözlü ifadeleri, karşılıklı etkileşimleri ve tartışma dinamikleri ayrıntılı olarak kayıt altına alınmış ve daha sonra transkriptler üzerinden analiz edilmiştir.

2.4 Verilerin Analizi

Bu bölümde, araştırmada elde edilen verilerin analiz sürecine ilişkin detaylı açıklamalara yer verilmiştir. Doküman analizi süreci temel alınarak yürütülen çalışmada, Forster'ın (1995; akt. Yıldırım & Şimşek, 2011) belirttiği beş aşamalı çerçeve esas alınmıştır: (1) dokümanlara erişim, (2) orijinalliğin kontrolü, (3) dokümanları anlama, (4) verileri analiz etme ve (5) veriyi kullanma. Bununla birlikte, Yıldırım ve Şimşek'in (2011) de vurguladığı üzere, her araştırmacı kendi çalışmasının amacına, kapsamına ve bağlamına uygun olarak bu aşamaları esnek biçimde yeniden yapılandırmalıdır.

Bu doğrultuda, araştırma kapsamında ilk olarak ders videoları, öğrenci ürünleri, araştırmacı notları ve transkriptler gibi tüm yazılı ve görsel materyallere erişilmiş ve bu belgelerin geçerlilik ve güvenilirlik açısından değerlendirmesi yapılmıştır. Verilerin içerikleri derinlemesine incelenmiş, ardından öğretim hedefleri, öğretmen rolleri, öğrenci-öğretmen yeterlikleri, ders süreleri, argümantasyon şemaları, kullanılan veriler, gerekçeler, destekleyiciler, çürütücüler ve karşıt iddialar gibi temel argümantatif öğelere göre kategorize edilmiştir. Elde edilen bulgular, mümkün olduğunca orijinal hâliyle, yorumdan uzak şekilde okuyucuya sunulmuştur.

Veri analiz süreci nitel araştırma yöntemlerinden içerik analizi doğrultusunda yürütülmüştür. Glesne (1999) ve Yin (1984) tarafından ifade edildiği üzere içerik analizi, benzer verilerin belirli kavram ve temalar çerçevesinde bir araya getirilip anlamlandırılmasını ve yorumlanmasını içermektedir. Bu bağlamda, 2021-2022 Bahar, 2022 Güz ve 2023 Bahar dönemlerine ait ders kayıtlarının transkriptleri oluşturulmuş, her transkript tek tek belgelenmiş ve bütün hâlinde değil, anlamlı parçalara ayrılarak analiz edilmiştir. Bu parçalama süreci, Toulmin'in Argümantasyon Modeli doğrultusunda daha sağlıklı analiz yapmayı mümkün kılmıştır.

Analizler üç aşamada gerçekleştirilmiştir:

2.4.1 Aşama 1: Transkript ve Ön Kodlama Süreci

Ders kayıtları zaman kodları ile birlikte ayrıntılı şekilde çözümlenmiş ve her ders kaydı tarihleriyle eşleştirilerek H1, H2, H3 gibi haftalık kodlarla adlandırılmıştır. Bu süreçte öğretim görevlisinin yardımıyla sınıf içi tartışmalar gözden geçirilmiş ve tematik bölümlere ayrılmıştır.

2.4.2 Aşama 2: Episode Belirleme ve Kesit Analizi

Clark ve Sampson'un (2008) tanımladığı çerçeveye uygun olarak her tartışma parçası bir "episode (kesit)" olarak ele alınmış ve şu yapıya göre analiz edilmiştir:

Giriş (G): Tartışmanın başladığı yer

Alt Giriş (AG): Girişi destekleyen alt tartışmalar

Sonda Giriş (SG): Alt girişleri destekleyen ileri tartışmalar

Çıkış (Ç): Tartışmanın sonlandığı yer

Bu bağlamda dikkat edilmesi gereken ve göz önünde bulundurulması gereken bazı hususlar süreç içerisinde belirlenmiştir. Örneğin,

- Kesitler bir Esas girişle (G) başlayıp, Çıkışla (Ç) bitmiştir. Diğer taraftan,

- Esas giriş olarak isimlendirilen durum, tartışmanın (öğretmen-öğrenci ya da sınıf) başladığı yerdir. Bunlara ek olarak,

- Esas girişler, içerisinde alt girişleri ve sonda girişleri barındırabilir. Alt giriş, esas girişi destekleyici soru ve tartışmaların başladığı, sonda giriş ise alt giriş destekleyen soru ve tartışmaların başladığı yer olarak isimlendirilmektedir. Son olarak,

•Her girişin bir çıkışı olmayabilir (tartışmaların yarım kaldığı veya teknik sorunlardan kaynaklı transkript eksikliğinin olduğu durumlar).

Ders süresi boyunca bu giriş ve çıkışlar birden fazla olacağı için bu aşamalar aşağıdaki gibi kodlanıp numaralandırılmıştır;

Kesit 1/ Episode 1 [G1, AG1, SG1, Ç1]

Kesit 2/Episode 2 [G2, AG2, SG2, Ç2] ... vb. şeklinde numaralandırma yaparak kodlanmıştır.

G1: Giriş 1, AG1: Alt Giriş 1, SG1: Sonda Giriş 1, Ç1: Çıkış 1

Yukarıda yer verilen aşamalar belirlendikten sonra kesitlere (giriş-çıkışlar) karar verilmiş ve danışman (dersten sorumlu öğretim üyesi) eşliğinde kesitlerin kontrolü yapılmıştır. Bu analizler sonucunda giriş, alt giriş, sonda giriş ve çıkışlara son halini vermişlerdir. Kesit belirlemedeki uyum yüzdesi en az %95 olana kadar karşılaştırmalara devam edilmiştir. Uyumsuzluğun olduğu kesit başlama ve bitiş yerleri aşağıda verilmiştir. Araştırmacı 26.18’de öğrencilerden gelen cevabı kesit sonu olarak belirlerken, danışman 26.12’te yaptığı tekrarı kesit bitiş yeri olarak karar vermiştir. Bu gibi uyumsuzluklar genellikle önemsiz kabul edilmiştir.

Buse (25:14): Ben bir şey söyleyeceğim bununla ilgili. Merve de burada değil mi? Biz geçen yıl geometri ölçme dersi almıştık. Orada dörtgenlerin bir hiyerarşisi vardı. Özelliklerine göre bir gruplandırma vardı. Yani isterseniz oradan da ilerleyebiliriz. Merve sen hatırladın mı?

Merve (25:30): Ben tam neyden bahsettiğini anlamadım. Biraz daha açıklar mısın?

Buse (25:34): Dörtgenleri işte yamuk deltoid olarak ikiye ayırmıştık. Sonra paralelkenar eşkenar dörtgen vs. hiyerarşi yapmıştık. Onu ben şu an bulurum tam net hatırlamıyorum. Ama belki o şekilde dörtgenlere bakarak eşkenar dörtgen, paralelkenar diye sınıflandırabiliriz, diye düşünüyorum.

Emrah (26:02): Mantıklı eğer siz işlediyseniz.

Emrah (26:12): Şimdi burada 7 tane şekil var. Hepsi aynı şekil mi yoksa birbirinin değişmiş hali mi? **[Danışman-1: Kesit Bitiş Yeri]**

Muhammed (26:18): Emrah altında yazıyor ya. Belirli özellikler vermiş. Sen ona göre yapacaksın. Mesela 2 de *A* ile *N* açısı diktir diyor.

[Araştırmacı-2: Kesit Bitiş Yeri]

Bütün kesitler belirlendikten sonra, kesitlerin birbiri ile olan ilişkisi incelenmiştir ve iç içe giren kesitlere (Giriş → Alt Giriş → Sonda Giriş) karar verilmiştir. Çalışmada ilk giriş, tartışmanın başladığı anı ifade ederken; alt giriş, ilk girişteki tartışmayı destekleyen süreç; sonda giriş ise alt girişteki tartışmayı destekleyen süreç olarak isimlendirilmiştir. Benzer şekilde, ana çıkış ilişkili olduğu ana giriş tartışmasının sonlandığı; alt çıkış, ilişkili olduğu alt giriş tartışmasının sonlandığı ve sonda çıkış da ilişkili olduğu sonda giriş tartışmasının sonlandığı süreç olarak adlandırılmıştır.

2.4.3 Aşama 3: Verilerin Derinlemesine Kodlanması ve Şematikleştirme

Giriş ve çıkışlara ilişkin kararlar netleştirildikten sonra, her kesit içindeki tartışmalar analiz edilerek iç içe geçmiş yapılar şematize edilmiştir. Tartışmalar sırasında kullanılan iddia, veri, gerekçe, çürütücü, destekleyici ve sınırlayıcı gibi argümantasyon öğeleri ayrı ayrı belirlenmiş ve Toulmin'in modeline göre sınıflandırılmıştır.

Bu çalışmada, araştırma kapsamında ilgili dokümanlara erişilmiş ve bu dokümanlar incelenmiştir. Elde edilen ders kayıtlarının güvenilirliği, videolara kesintisiz erişim olanakları ve kaynakların doğruluğu titizlikle değerlendirilmiştir. Bir sonraki aşamada, bu dokümanların içerikleri analiz edilerek; derslerin amaç ve hedefleri, öğretmenlerin görev ve sorumlulukları, öğrenci ve öğretmen yeterlikleri, ders süreleri, argümantasyon şemaları ile öğrencilerin tartışmalar sırasında kullandıkları destekleyici unsurlar, çürütücüler, iddialar, veriler ve gerekçeler kategorilere ayrılmış ve şematik olarak yapılandırılmıştır. Bulgular, özgünlükleri korunarak ve herhangi bir yorum katılmadan doğrudan okuyucuya aktarılmaya özen gösterilmiştir.

Çalışmanın güvenilirliğini artırmak amacıyla, veriler analiz süreci öncesinde temizlenmiş ve analiz için uygun hâle getirilmiştir. Örneğin, ders kayıtlarının dökümü (transkripsiyonu) yapılırken, bazı durumlarda konuşmacının kim olduğu net olarak belirlenememiştir. Bu tür belirsizlikler, ilgili bölümlere üç nokta (...) veya yıldız (*) gibi semboller eklenerek belirtilmiştir. Ayrıca, anlaşılmayan kısımlar parantez içine alınmış ve “anlaşılmadı” ifadesiyle açıklanarak metindeki belirsizliklerin giderilmesi hedeflenmiştir. Bu durum, verilerin toplanmasında bazı

teknik sınırlılıkların bulunduğuna işaret etmekle birlikte, bu sınırlılıkların etkisini en aza indirmek amacıyla ayrıntılı bir temizlik süreci uygulanmıştır.

Öğrenci konuşmaları sırasında oluşan bekleme süreleri ya da öğretmenin eş zamanlı olarak gerçekleştirdiği eylemler gibi bağlamsal unsurlar da transkripsiyon sürecinde not edilmiştir. Örneğin, “Öğrenci 1 konuşurken öğretmen bilgisayarda çizim yapmakta ve aynı anda öğrencilere göstermektedir” gibi açıklayıcı notlar, transkript belgelerinde yer almaktadır. Bu bağlamsal notlara ilişkin bazı örnekler aşağıda sunulmuştur:

- *Sesler karışır. Kısa süre sessizlik.*
- *Elif konuşur ama ses gelmez.*
- *Muhammed ve Buse “Elif ses anlaşılmıyor.” Elif bir şeyler söyler ancak anlaşılmaz.*
- *Kısa bir sessizlik (28:16- 28:38 arası sessizlik)*
- *Mert Word dosyasını yukarı doğru ilerledi ipuçlarını okuyarak arkadaşlarına yardımcı olur.*
- *Merve şekli gönderdi. Fotoğraf ekrana yansıtılır*
- *Merve Geogebra dan bir link atar. O arada sınıf konuşmaya devam eder. Merve uygulamayı açar. Uygulama üzerinden gösterimler yapılır.*

Tüm bu süreç, yukarıda belirtilen durumların bilinciyle yürütülmüştür. Verilere ilişkin her bir detayın dikkatle not edilmesi, çalışmanın güvenilirliği açısından kritik bir öneme sahiptir. Nitel araştırmalarda geçerlilik ve güvenilirlik, toplanan verilerin olgusal gerçekliği ne derece yansıttığı, bu yansımadan ne ölçüde emin olunabileceği ve verilerin uygun biçimde analiz edildiğinde gerçekliğe sadık kalındığının nasıl garanti altına alınabileceği sorularını içerir. Bu çerçevede, analiz sürecine başlanmadan önce geçerlilik ve güvenilirliğe yönelik gerekli önlemler belirlenmiştir.

Veri toplama ve analiz sürecinde, katılımcıların konuşmaları olduğu gibi, herhangi bir değiştirme ya da yorumlama yapılmaksızın yansıtılmıştır. Yorum yapılması gereken durumlarda ise, ilgili yorumun ardından orijinal ifadeye de yer verilmiş veya yorumla birlikte özgün konuşma metni sunulmuştur. Böylelikle araştırmacının yorumunun konuşma içeriğini gölgelemesinin önüne geçilmiştir.

Araştırmada yer alan iki araştırmacı, analiz sürecinde ortaya çıkabilecek olası yorum farklılıklarını en aza indirmek adına düzenli olarak birlikte çalışmıştır. Süreç boyunca haftalık toplantılar gerçekleştirilmiş; “Veri hangi durumlarda çürütücü olarak sınıflandırılmalıdır?”, “Bir ifadenin iddia olup olmadığına nasıl karar verilmeli?” gibi temel sorular üzerinde tartışmalar yürütülerek ortak kararlar alınmıştır. Araştırma sürecinin başında, örnek bir konuşma üzerinde çalışılarak kullanılan model doğrultusunda ön analizler gerçekleştirilmiş; bu ön analizlerde veri, iddia, gerekçe ve çürütücü gibi argümantasyon bileşenlerinin tanımlanması konusunda fikir birliğine ulaşılmıştır.

Devam eden süreçte, araştırmacılar haftalık olarak ders kayıtlarını ve konuşmaları analiz etmiş, ardından gerçekleştirilen toplantılarda analizler tekrar gözden geçirilmiştir. Herhangi bir görüş ayrılığı ya da yoruma açık durum söz konusu olduğunda, karşılıklı tartışmalar yoluyla uzlaşıya varılmış ve analizlerin tutarlılığı sağlanmıştır.

Video ders kayıtları, çalışma kâğıtları ve öğretmen adaylarının ders sürecinde oluşturdukları çizimler dijital ortama aktararak yazılı belgelere dönüştürülmüş ve bu belgeler, Toulmin’in Argümantasyon Modeli doğrultusunda analiz edilmiştir. Analiz sürecinde, modelin temel bileşenleri olan iddia, veri, karşıt iddia, gerekçe, destekleyici, sınırlayıcı ve çürütücü öğeleri esas alınarak, her öğrenciye ait veriler ayrı ayrı incelenmiş ve elde edilen bulgular "yedi gizemli şekil" bağlamında yapılandırılmıştır.

Araştırmanın yöntem bölümünde ayrıntılı biçimde açıklanan bu gizemli şekiller, yalnızca veri toplama sürecinde değil, aynı zamanda verilerin analizinde de temel bir rol oynamıştır. Bu şekiller, ders sürecine hem içerik hem yönlendirme açısından katkı sağlamış; öğrencilerin düşünme süreçlerini derinleştirmiş ve öğretim ortamını daha verimli hâle getirmiştir. Öğretmen adaylarından, özellikleri tanımlanan bu şekilleri sınıflandırmaları ve en özgün biçimde hangi geometrik şekle karşılık geldiğini belirlemeleri istenmiştir.

Bu süreçte, öğretim üyesinin hem konuya hem de sınıf içi tartışmalara hâkim olması, tartışmaların derinliği ve doğruluğu açısından büyük önem taşımaktadır. Öğretmen adayları, sahip oldukları mevcut bilgileri kullanarak geometrik problemler üzerine tartışmış ve çözüm üretmeye çalışmışlardır. Ortaya çıkan farklı düşünceler, çözüm yaklaşımları, ispatlar ve argümanlar, Toulmin’in argümantasyon modeli çerçevesinde sistematik olarak analiz edilmiştir.

3. BULGULAR

Bu bölümde, araştırmanın amaçları doğrultusunda yürütülen analizler sonucunda elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Bulgular; öğretim sürecinde öğretmenin üstlendiği roller, öğretim sürecine müdahale ederken kullandığı soru türleri, öğrencilerin geometrik şekilleri sınıflandırmada başvurdukları matematiksel dil ve kavramsal kurallar ile sınıf içi sosyal etkileşim dinamikleri dikkate alınarak yapılandırılmıştır. Bu yapılandırmada temel alınan ölçüt, matematiksel ve pedagojik hedeflerle sınıf içi uygulamalar arasındaki tutarlılığı ortaya koymaktır. Bu doğrultuda yapılan gözlemler, öğretmenin belirlediği hedefler çerçevesinde gelişen öğretimsel ve etkileşimsel değişimlere odaklanmıştır.

Araştırmanın kuramsal çerçevesi ve yöntem bölümünde ayrıntılı biçimde açıklanan Toulmin'in Argümantasyon Modeli temel alınarak; öğretmen ve öğrencilerin süreç boyunca oluşturdukları iddia (claim, C), veri (data, D), gerekçe (warrant, W), destekleyici (backing, B), niteleyici (qualifier, Q) ve çürütücü (rebuttal, R) gibi argümantasyon bileşenleri analiz edilmiştir. Özellikle "gizemli şekil" etkinlikleri aracılığıyla öğrencilerin sürece etkin katılımı teşvik edilmiş, böylece öğretim sürecinin doğal akışı içerisinde ortaya çıkan argümantatif yapılar, öğretmen ve öğrenci rollerinin zaman içerisindeki dönüşümünü analiz etmede bütüncül bir perspektif sağlamıştır.

Araştırma süreci boyunca öğrenciler tarafından geliştirilen matematiksel kurallar, ispat stratejileri ve söylemler, sınıf içindeki sosyal etkileşimler aracılığıyla şekillenmiştir. Bu etkileşim ortamında öğrenciler yalnızca bireysel düşüncelerini değil, aynı zamanda grup içerisindeki ortak akıl yürütme süreçlerini de yapılandırmışlardır.

Araştırma kapsamında; öğretim süresince tutulan öğretmen günlükleri, öğrenci ödevleri ve sınıf içi söylemlerin transkriptleri analiz edilerek öğretmenin pedagojik kararlarını ve söylem temelli yönlendirmelerini yansıtan veri kaynakları olarak kullanılmıştır. Her ders saatine ait transkriptlerden elde edilen argümantasyon şemaları, öğretim dönemlerine göre farklı öğretmen adaylarının ve öğretim üyesinin süreç içerisindeki değişimlerini ortaya koyacak şekilde çözümlenmiştir. Bu sayede, öğretim üyesinin pedagojik yaklaşımında zaman içinde gerçekleşen değişim, öğretmen adaylarının düşünme biçimlerindeki ilerleme ve sınıf içi etkileşim örüntüleri arasındaki ilişkiler daha görünür hâle getirilmiştir.

Bu bölümde, öğretmen adaylarının oluşturduğu argümantasyon şemalarının etkinlikler bağlamındaki değişimleri; bu şemaların bileşenleri olan veri, gerekçe, iddia, niteleyici, çürütücü ve destekleyici unsurların nasıl şekillendiği; farklı öğretim yıllarında öğrenim gören öğretmen adaylarının düşünsel yapılarına göre nasıl farklılaştığı ve tüm bu süreçte öğretim üyesinin pedagojik müdahaleleri ve yönlendirmeleri ayrıntılı olarak sunulmaktadır.

Bulgular 3 başlık altında yapılandırılmıştır:

1. Argümantasyon Sürecinde Öğretmenin Rolü
2. Öğretmen Sorularının Argümantasyon Bileşenleri ile ilişkisi
3. Öğretmenin Rolü ve Sosyomatematiksel Normlar

3.1 Argümantasyon Sürecinde Öğretmenin Rolü

Bu bölümde, öğretmenin sınıf içi tartışmalardaki etkileşimsel konumu ve yönlendirici söylemleri, argümantasyonun temel bileşenleri bağlamında ayrıntılı olarak analiz edilmiştir. Özellikle öğretim üyesinin yönelttiği soruların, öğrencilerin oluşturduğu argümantasyon yapıları içerisinde **veri (data, D)**, **gerekçe (warrant, W)**, **çürütücü (rebuttal, R)** ve **destekleyici (backing, B)** unsurları nasıl tetiklediği ve şekillendirdiği incelenmiştir. Bu bağlamda, öğretmenin pedagojik amaçları ile sınıf içindeki yönlendirici müdahaleleri arasındaki ilişki çözümlenmiş ve bu etkileşimin öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçlerine etkisi değerlendirilmiştir.

Analizler, araştırma sorularından biri olan “matematik öğretmen adaylarının geliştirdikleri argümantasyon yapılarında öğretmenin rolü nedir? sorusu doğrultusunda gerçekleştirilmiştir.

Bu kapsamda, öğretmen adaylarının dörtgenlerin en spesifik sınıflandırmasını ortaya koymaya yönelik olarak yürüttükleri yazılı, sözlü ve görsel üretimleri; **2021-2022 Bahar Dönemi**, **2022-2023 Güz Dönemi** ve **2022-2023 Bahar Dönemi** olmak üzere üç farklı döneme ait veriler üzerinden karşılaştırmalı olarak değerlendirilmiştir.

Araştırma sürecinde öğretim üyesi tarafından yürütülen derslerde, “gizemli şekiller” etkinlikleri bağlamında oluşturulan argümantasyon süreçleri, video kayıtları aracılığıyla kayıt altına alınmıştır. Bu video kayıtları daha sonra ayrıntılı biçimde transkript edilerek çözümlenmiş ve öğretim üyesi ile öğretmen adayları arasındaki etkileşimler, argümantasyon bileşenleri açısından kodlanarak analiz

edilmiştir. Veriler, her bir gizemli şekle yönelik tartışma bağlamında ayrı ayrı ele alınmış; bu tartışmalardan türetilen argümantasyon şemaları sınıflandırma sürecindeki matematiksel gerekçelendirmelerle ilişkilendirilmiştir.

Gizemli şekil etkinlikleri kapsamında geliştirilen argümantasyon şemaları, sadece öğretmen adaylarının bireysel düşünme biçimlerini değil, aynı zamanda öğretmenin pedagojik yönlendirmeleriyle şekillenen kolektif düşünme süreçlerini de yansıtmaktadır. Öğretim üyesinin soruları, öğretmen adaylarının düşüncelerini derinleştirmede ve matematiksel ispat yapılarının temellendirilmesinde önemli bir rol üstlenmiştir. Bu bağlamda, öğretmenin yönelttiği soruların niteliği, öğrencilerin argümantasyon süreçlerinde hangi bileşenleri kullandıklarını doğrudan etkilemiştir.

Her bir gizemli şekle ait tartışma süreci, ilgili öğretim dönemindeki öğretmen adaylarının oluşturduğu argümantasyon şemalarıyla desteklenerek sunulmuştur. Bulgular, öğretmen adaylarının belirli bir geometrik şekli sınıflandırırken ortaya koydukları düşünme süreçlerini ve bu süreçlerin hangi argümantatif yapıların etkisiyle nasıl evrildiğini kapsamlı şekilde ortaya koymaktadır.

Sonuç olarak, bu bölümde sunulan bulgular; öğretim üyesinin sınıf içi pedagojik etkileşimlerinin, öğretmen adaylarının argümantasyon üretiminde oynadığı yönlendirici rolü, bu rolün çeşitli argümantasyon bileşenleriyle nasıl ilişkilendiğini ve farklı öğretim dönemlerinde bu yapıların nasıl dönüşüm geçirdiğini sistematik biçimde ortaya koymaktadır.

Bu başlık altında, öğretim üyesinin sınıf içi tartışmalardaki etkileşimsel rolü ve yönlendirici söylemleri argümantasyon bileşenleri bağlamında çözümlenmiştir. Öğretim üyesinin yönelttiği soruların, öğrencilerin argümantasyon yapılarındaki veri, gerekçe, çürütücü ya da destekleyici gibi öğeleri tetikleme biçimi analiz edilmiştir. Bu analiz sürecinde, öğretim üyesinin pedagojik hedefleri ile sınıf içi yönlendirmeleri arasındaki ilişki temel alınmıştır.

3.1.1 2021-2022 Bahar Dönemi Argümantasyon Sürecinde Öğretmenin Rolü ve Sorduğu Soruların Argümantasyon Bileşenleri İle İlişisine Ait Bulgular

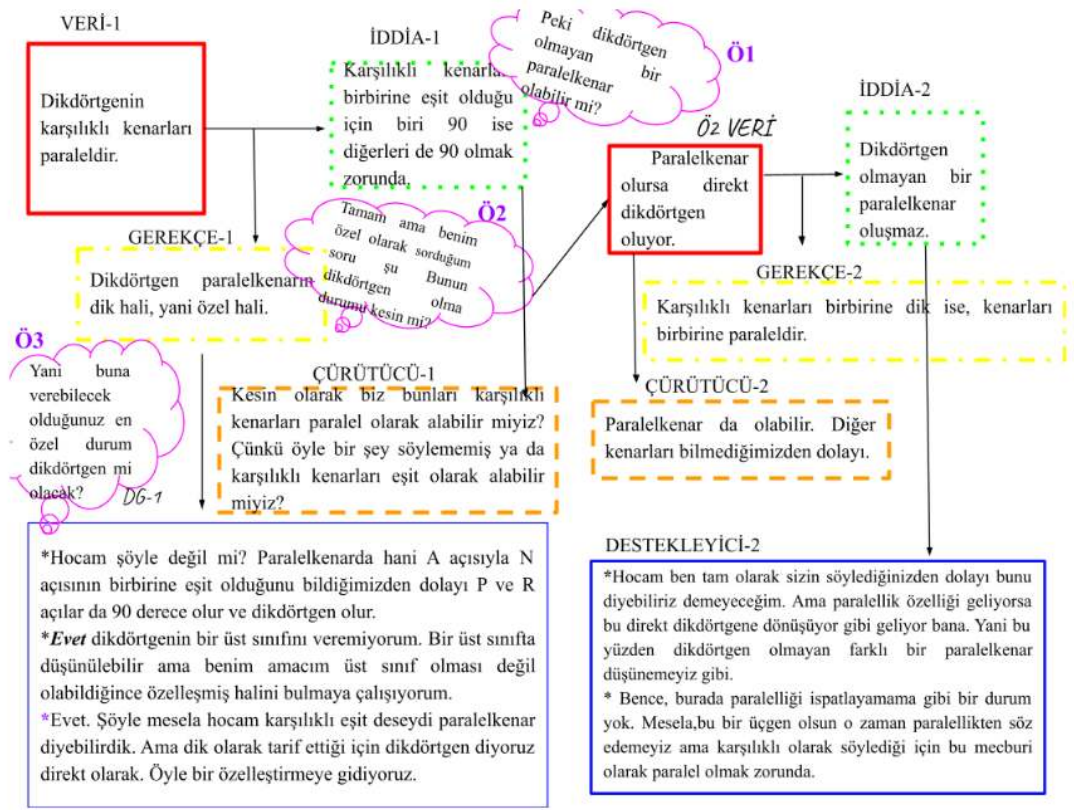
2021-2022 Bahar Dönemi'nde Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği programında yürütülen bu çalışmada, “Matematik Sınıflarında İletişim” dersi kapsamında gerçekleştirilen gizemli

şekiller etkinliği, öğretmen adaylarının argümantasyon yapılarının incelenmesi açısından temel veri kaynağını oluşturmuştur. Bu etkinlikte kullanılan çalışma kâğıdı, geometri öğrenme alanında yer alan dörtgenlerin sınıflandırılması konusuna yönelik olarak, öğrencilerin farklı geometrik özellikleri ayırt etmelerini ve sınıflandırma ölçütleri üzerine tartışmalar yürütmelerini desteklemek amacıyla tasarlanmıştır.

Etkinliğin yürütüldüğü sınıf ortamı, öğretmen adaylarının düşüncelerini özgürce ifade edebilecekleri, hata yapma konusunda kaygı duymayacakları ve farklı bakış açlarına açık olacak şekilde yapılandırılmıştır. Bu bağlamda öğretim üyesinin pedagojik yaklaşımı, kolektif argümantasyonun gelişimini destekleyecek biçimde yönlendirici ve kolaylaştırıcı bir rol üstlenmiştir. Öğretim üyesi, öğretmen adaylarının çeşitli düşünme stratejilerini paylaşmaya teşvik etmiş; böylece farklı türde gerekçelendirme biçimlerinin ve çok yönlü matematiksel bakış açılarının sınıf içinde ortaya çıkmasına zemin hazırlamıştır.

Sınıf içi etkileşimler, Cobb ve arkadaşlarının (1997) matematiksel söylem tanımı çerçevesinde ele alınmıştır. Bu tanıma göre, matematik derslerindeki söylem sadece bilgi aktarımına değil, aynı zamanda öğrencilerin etkin katılımıyla şekillenen anlamlandırma süreçlerine dayalıdır. Söz konusu etkileşimler, öğretmenin sorular yoluyla süreci nasıl yapılandırıldığını, öğrencilerin düşünme biçimlerini nasıl provoke ettiğini ve matematiksel söylemin sınıf içindeki yapısını nasıl yönlendirdiğini anlamada önemli ipuçları sunmaktadır.

Bu döneme ait bulgular, öğretmen adaylarının dörtgenlerin sınıflandırılması sürecinde geliştirdikleri yazılı, sözlü ve görsel argümanların Toulmin'in argümantasyon modeli çerçevesinde çözümlenmesiyle elde edilmiştir. Elde edilen argüman şemaları, özellikle öğretim üyesinin yönelttiği soruların öğretmen adaylarının veri (data, D), gerekçe (warrant, W), iddia (claim, C), destekleyici (backing, B), çürütücü (rebuttal, R) ve niteleyici (qualifier, Q) gibi bileşenleri üretme biçimlerini nasıl etkilediğini göstermektedir.



Şekil 3.1. 2021-2022 Bahar Dönemi Argümantasyon Şeması-1

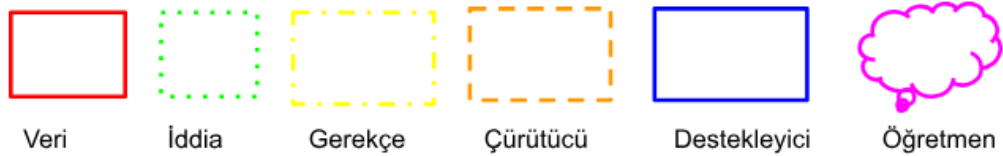
Ö1: Öğretim üyesinin rehber olması 1.söylemi

Ö2: Öğretim üyesinin rehber olması 2.söylemi

Ö3: Öğretim üyesinin rehber olması 3.söylemi

ÖZ VERİ: Öğretim üyesinin 2.söyleminin verisi

DG-1= Gerekçe 1'in Destekleyicisi



Analizler sonucunda, öğretim üyesinin sorularının çoğunlukla öğretmen adaylarını gerekçelendirme yapmaya yönlendirdiği, özellikle farklı düşünceleri çelişen görüşlerle yüzleştirdiğinde öğretmen adaylarının çürütücü ve destekleyici öğeleri üretmeye başladığı gözlemlenmiştir. Ayrıca öğretim üyesini kullandığı yönlendirici ifadelerin, öğretmen adaylarının veri ve iddia arasındaki geçişleri kurmasında belirleyici rol oynadığı bulgulanmıştır. Bu durum, öğretim üyesinin

sınıf içi argümantasyon süreçlerinde pasif bir bilgi verici değil; aktif bir öğrenme ortamı tasarlayıcısı ve yönlendiricisi olarak konumlandığını ortaya koymaktadır.

Bulgular, gizemli şekiller etkinliğine ait her bir geometrik şeklin tartışma süreci özelinde yapılandırılmış argümantasyon şemaları ile desteklenerek aşağıda detaylandırılmıştır. Bu kapsamda öğretmen adaylarının süreç içinde kullandıkları matematiksel dil, ortaya koydukları sınıflandırma stratejileri ve bu stratejilere ilişkin argüman yapıları ayrıntılı şekilde analiz edilmiştir.

2021-2022 Bahar Dönemi'nde gerçekleştirilen ders uygulamasında, öğretmen adaylarının gizemli şekiller etkinliği kapsamında gerçekleştirdikleri argümantasyon süreçleri, öğretim üyesinin söylemleri ile birlikte analiz edilmiştir. Aşağıda sunulan bulgu, öğretmen adaylarının Şekil-2 üzerinde gerçekleştirdiği sınıflandırma tartışmasına odaklanmaktadır. Tartışma sürecinde öğretim üyesi R.A.'nın yönelttiği soruların, öğretmen adaylarının argümantasyon bileşenlerini (veri, iddia, gerekçe, destekleyici, çürütücü) yapılandırmasına nasıl katkı sağladığı gözlemlenmiştir.

Öğretmen adayları, Şekil-2'nin sınıflandırılması sırasında “karşılıklı kenarların paralellliği” ve “açı ölçüleri” gibi geometrik özelliklerden yola çıkarak şekli dikdörtgen olarak tanımlamışlardır. Bu tanımlamada kullanılan veri, “karşılıklı kenarların paralel ve eşit olması”; iddia, “şeklin dikdörtgen olduğu”; gerekçe ise “bu özelliklere sahip bir dörtgenin dikdörtgen olacağı” biçimindedir. Tartışmanın ilerleyen aşamalarında bazı öğretmen adayları bu iddiayı desteklerken, bazıları şeklin farklı sınıflandırmalarla da değerlendirilebileceği yönünde karşı argümanlar üretmiştir.

Öğretim üyesinin yönelttiği soruların biçimsel özellikleri incelendiğinde, sürece doğrudan müdahil olduğu ve öğretmen adaylarının gerekçelendirme kapasitelerini genişletmeye çalıştığı anlaşılmaktadır. Özellikle “Şekil 2 bir paralelkenar olabilir mi?” ve “Dikdörtgen olmayan bir paralelkenar olabilir mi?” gibi sorular, öğrencileri alternatif olasılıkları değerlendirmeye ve düşüncelerini daha net yapılandırmaya zorlamıştır. Bu sorular, sadece mevcut iddiayı sorgulamakla kalmamış; aynı zamanda öğrencilerin bilgi temelli gerekçeler üretmesine, şemalar oluşturmaya ve sınıflandırma süreçlerini ispat temelli düşünmeye taşımıştır.

Tartışma sırasında geçen söylemlerden elde edilen kısa bir kesit aşağıda sunulmuştur:

Ders Kesitinden Transkript (05.05.2021):

R.A. (44:27) Tamam o zaman buraya baktığımız zaman mesela Şekil 2 kesinlikle bir dikdörtgendir o zaman, ama kare olma ihtimali de var?

Buse (44:40) Aynen biz aslında görsele değil de daha çok özellikleri okuyarak hareket etmeye başladık. Daha çok özelliklerden yola çıktık.

R.A. (44:50) O zaman peki şurada size şunu sorayım o zaman, 2 için. Şekil 2 bir paralelkenar olabilir mi?

Buse (45:04) Dikdörtgen zaten bir paralelkenardır, aslında.

R.A. (45:06) Peki dikdörtgen olmayan bir paralelkenar olabilir mi?

Buse (45:13) Bilmiyorum.

Emrah (45:18) Karşılıklı kenarları birbirine eşit olduğu için biri 90 ise diğerleri de 90 olmak zorunda.

R.A. (45:25) Yani dikdörtgen olmayan bir paralelkenar olamaz mı?

Buse (45:28) Olamaz ya, çünkü, zaten dikdörtgen paralelkenarın dik hali, yani özel hali değil mi?

Emrah (46:37) Hocam şöyle değil mi? Paralelkenarda hani A açısıyla N açısının birbirine eşit olduğunu bildiğimizden dolayı P ve R açılar da 90 derece olur ve dikdörtgen olur.

Buse (47:12) Evet. Şöyle mesela hocam karşılıklı eşit deseydi paralelkenar diyebilirdik. Ama dik olarak tarif ettiği için dikdörtgen diyoruz direkt olarak. Öyle bir özelleştirmeye gidiyoruz.

Merve (47:26) Hocam, peki, kesin olarak biz bunları karşılıklı kenarları paralel olarak alabilir miyiz? Çünkü öyle bir şey söylememiş ya da karşılıklı kenarları eşit olarak alabilir miyiz?

Buse (49:29) Biz aslında şöyle düşünmüştük hocam. Mesela, her şekil için mesela bu özellikler paralelkenar oluyor, deltoid olabilir. Sonra kare için şekil 1 ve şekil 2'deki özellikleri karşılar. Aynı zamanda, dikdörtgen için de böyle. Altına böyle özellikleri yazarız diye düşünmüştük. Biraz ona göre hareket etmiştik, yani.

Bu söylemler, öğretmen adaylarının şekil özelliklerini kullanarak yaptıkları sınıflandırmalarda veri, iddia ve gerekçe bileşenlerini yapılandırdıklarını göstermektedir. Ayrıca öğretim üyesinin yönlendirmeleriyle birlikte bazı öğretmen adaylarının bu iddiayı desteklediği, bazılarının ise çürütmeye yönelik karşı argümanlar sunduğu dikkat çekmektedir. Bu bağlamda “biz” ifadesinin kullanımı,

öğretmen adayları arasında grup içi fikir birliği olduğunu ve argümantasyonun sosyal yönünü ortaya koymaktadır.

Öğretmen adaylarının, süreç boyunca doğrudan ispatlama yapmaksızın şekil özelliklerini temel alarak sınıflandırma yapmaları ve öğretim üyesinin bu süreçte aktif biçimde müdahil olması, argümantasyonun kolektif bir öğrenme süreci olarak işlediğini göstermektedir.

Tablo 3.1. 2021-2022 Bahar Dönemi Öğretmen Sorularının Argümantasyon Bileşenlerine Etkisi

Zaman Damgası	Öğretmenin Söylemi	Hedeflenen Argümantasyon Bileşeni	Açıklama
44:50	“Şekil 2 bir paralelkenar olabilir mi?”	Veri / İddia	Öğrencinin mevcut sınıflandırma kararını sorgulamaya teşvik eder.
45:06	“Dikdörtgen olmayan bir paralelkenar olabilir mi?”	Çürütücü (Rebuttal)	Alternatif görüşlerin ortaya çıkmasına ve iddianın test edilmesine olanak sağlar.
45:25	“Yani dikdörtgen olmayan bir paralelkenar olamaz mı?”	Gerekçe / Çürütücü	Öğrencinin önceki yanıtını daha derinlemesine sorgular.
47:26 sonrası	“Kesin olarak ... kabul edebilir miyiz?” (öğrenci söylemiyle destekli)	Qualifier (Niteleyici)	Bilginin kesinliği üzerine düşünmeye teşvik eder.

Bu tablo, öğretim üyesinin söylemlerinin öğretmen adaylarının argümantasyon şeması içinde hangi bileşenleri üretmelerine neden olduğunu açık biçimde göstermektedir. İlgili kesit, öğretim üyesinin rolünün yalnızca bilgi aktarıcısı değil, aynı zamanda öğrencinin düşünce süreçlerini derinleştiren bir öğrenme tasarımcısı olduğunu ortaya koymaktadır.

Öğretmen adayları sürecin belirli dakikasına kadar ispat yapmadan şekillerin özelliklerini kullanarak sınıflandırma yapmaya çalışmışlardır. Bu süreçte transkriptlerin kesitlerinde de görüldüğü gibi öğretim üyesi süreçte aktif rol

almaktadır. Öğretim üyesinin sorularını ve argümantasyon şemasında nerelere değindiğini tablo şeklinde verecek olursak:

Tablo 3.2. 2021-2022 Bahar Dönemi Öğretmen Soruları ve Argüman Öğeleri

Doğrudan Katkılar	Öğretmenin Soruları	Öğretmenin Hedefi
İddia-1	Peki dikdörtgen olmayan bir paralelkenar olabilir mi?	Öğretmen adaylarının görüşlerini (argümanlarını) yönlendirmelerini sağlayacak eylemler
Gerekçe-1	Tamam ama benim özel olarak sorduğum soru şu Bunun dikdörtgen olma durumu kesin mi?	Matematiksel olarak doğruluk sağlayacak eylemler
Destekleyici-1	Yani buna verebilecek olduğunuz en özel durum dikdörtgen mi olacak?	İfade edilen görüşlerin tekrarını sağlayan eylemler

Bu çalışmada, öğretmen adaylarının yürüttükleri matematiksel tartışmalarda oluşturdıkları argümantatif yapı, veri, iddia, gerekçe, destekleyici ve çürütücü bileşenleri temel alınarak şematik biçimde analiz edilmiştir. Bu analizler, öğretmen adaylarının arasındaki söylem etkileşimleri kadar, öğretim sürecine doğrudan müdahil olan öğretim üyesinin yönlendirici rolünü de içermektedir. Krummheuer (2007), matematiksel anlam oluşturma süreçlerinde öğretmenin pedagojik etkileşim ortamını şekillendirmesinin, öğrencilerin argümantatif katılım düzeyini artırmak açısından kritik olduğunu vurgulamaktadır. Bu bağlamda, öğretim üyesinin soru sorma biçimi, öğretmen adaylarının bilişsel derinleşmesine, alternatif argüman yapılarını keşfetmelerine ve gerekçelendirmelerinin gelişmesine doğrudan etki etmektedir.

Yapılan transkript analizlerinde, öğretim üyesinin yönelttiği soruların, yalnızca bilgi sorgulama değil, aynı zamanda öğretmen adaylarını düşünmeye ve düşüncelerini yapısal bir biçimde ifade etmeye zorlayan nitelikte olduğu gözlemlenmiştir. İlgili tartışma örnekleri incelendiğinde, Şekil 1.2'de sunulan beş tür çürütme şeması temel alınarak öğretmen adaylarının argümantasyon süreçlerinde özellikle iki tür çürütme gerçekleştirdikleri belirlenmiştir. Bu

kapsamda, analiz edilen veriler doğrultusunda *Tür 1: Veri Çürütmesi* ve *Tür 2: İddia Çürütmesi* türlerine ait örüntüler açık biçimde gözlemlenmiştir. Veri çürütmesinde, karşı argüman sunan birey ya da grup, diğer bireylerin sunduğu verinin geçerliliğini sorgulamakta ve verinin dayandığı gerekçeleri çürütmeye çalışmaktadır. İddia çürütmesinde ise doğrudan karşı tarafın ortaya koyduğu sonucun ya da iddianın geçersiz olduğu savunulmaktadır. Bulgular, öğretmen adaylarının kendi aralarında tartışarak ya da öğretim üyesinin sorularıyla yönlendirmesi ile bu iki çürütme türünü aktif biçimde kullanarak karşılıklı fikir çatışmalarında gerekçelendirilmiş karşı iddialar oluşturmuşlardır.

Aşağıda, öğretim üyesinin ilgili ders kesitinde yönelttiği sorular yer almaktadır:

(44:50) Şekil 2 bir paralelkenar olabilir mi?

(45:06) Peki dikdörtgen olmayan bir paralelkenar olabilir mi?

(45:25) Yani dikdörtgen olmayan bir paralelkenar olamaz mı?

(45:50) Tamam ama ben özel olarak sorduğum soru şu: Bunun dikdörtgen olma durumu kesin mi?

(49:51) Anladım. Ama bunun şekillerin bu özellikleri karşılıyor olması kesin kes dikdörtgen olacağı ya da kare olacağı anlamına mı gelir?

Bu soruların analizine bakıldığında, öğretim üyesinin soruları yalnızca bilgi sorgulama amacı taşımamakta, aynı zamanda öğrencilerin düşünme biçimlerini yeniden yapılandırmalarına ve matematiksel kavramlar arasında ilişkiler kurmalarına zemin hazırlamaktadır. Bu tür sorular, argümantasyonun sosyal boyutunu da ön plana çıkararak, tartışma ortamının dinamik yapısına katkı sağlamaktadır.

Öğretim üyesi, argümantatif sürecin yapısal bileşenlerine (veri, iddia, gerekçe vb.) doğrudan katkı sunacak şekilde farklı düzeylerde sorular yönelterek öğretmen adaylarının düşüncelerini inşa etmelerine yardımcı olmuştur. Transkriptlerde de açıkça görüldüğü üzere öğretmen adayları, genellikle gözlemledikleri şekil özelliklerinden yola çıkarak bir veri ortaya koymuş, bu veriye dayalı olarak bir iddia oluşturmuş ve sonrasında bu iddiayı çeşitli gerekçeler ile desteklemişlerdir. Bununla birlikte, öğretim üyesi bazen sürece aktif müdahale ederek yönlendirme yapmış, bazen de geri planda kalarak öğretmen adaylarının kendi aralarındaki tartışmaları sürdürmelerine olanak tanımıştır. Bu yöntem,

öğretmen adaylarının kendi argümantasyonlarını bağımsız bir biçimde geliştirmelerine fırsat sunmuştur.

Bu süreçte öğretmen adayları, yalnızca kendi düşüncelerini ifade etmekle yetinmemiş; aynı zamanda arkadaşlarının sunduğu argümanları dikkatle dinleyerek, bu argümanları ya destekleyici ek kanıtlar ve açıklamalarla güçlendirmiş ya da mantıksal tutarsızlıkları ortaya koyarak ve karşı örnekler sunarak çürütmeye çalışmışlardır. Böylelikle tartışma, bireysel fikirlerin karşılıklı etkileşim yoluyla yeniden şekillendiği, çok katmanlı bir akıl yürütme sürecine dönüşmüştür. Bu bağlamda, Mueller'in (2009) çalışması söz konusu duruma ışık tutan önemli bir referans noktası olarak değerlendirilebilir. Mueller, öğrencilerin küçük grup tartışmaları ve sınıf içi etkileşimler aracılığıyla geliştirdikleri bireysel argümanların, grup üyelerinin sunduğu katkılarla daha kapsamlı, tutarlı ve güçlü bir yapıya ulaştığını ortaya koymuştur.

Mueller'in bulguları, sosyal etkileşimin yalnızca fikir paylaşımıyla sınırlı kalmadığını, aynı zamanda argümanların yapısal olarak olgunlaşmasına ve derinleşmesine katkı sağladığını vurgulamaktadır. Nitekim uygun biçimde yapılandırılmış bir sosyal öğrenme ortamında, öğrencilerin düşüncelerini açıklama, savlarını gerekçelendirme ve bu gerekçeleri mantıksal temellere oturtma süreçlerinin daha etkili bir biçimde gerçekleştiği görülmüştür. Bu tür ortamlar, bireylerin mevcut matematiksel bilgilerini yeniden organize etmelerine, yeni kavramsal bağlantılar kurmalarına ve problem durumlarını farklı açılardan değerlendirmelerine imkân tanımaktadır. Ayrıca, etkileşim sürecinde ortaya çıkan karşıt görüşler, katılımcıların yalnızca kendi fikirlerini savunmakla kalmayıp, aynı zamanda eleştirel düşünme becerilerini kullanarak alternatif çözüm yolları geliştirmelerine de zemin hazırlamaktadır. Dolayısıyla, söz konusu tartışma ortamı, hem bireysel bilişsel gelişimi hem de topluluk içinde ortak anlam üretimini teşvik eden dinamik bir öğrenme süreci olarak nitelendirilebilir.

söylem topluluğunun oluşmasına katkı sağlamış ve argümantasyon süreçlerinin yapılandırılmasına fırsat tanımıştır.

Argümantasyon süreci içerisinde yapılan söylem analizleri, öğretmen adayları arasında şekillenen düşünsel etkileşimlerin sadece bilgi aktarımı değil, aynı zamanda bilişsel çatışma ve ortak anlam inşasını içerdiğini göstermektedir. İncelenen argümantasyon şeması, bu dinamik süreci somut olarak ortaya koymakta; görüş birlikleri ile görüş ayrılıklarının, sürece etkili bir şekilde yansıdığını göstermektedir. Öğretmen adayları, ilgili geometrik problem bağlamında şekil-5'in sınıflandırılmasına yönelik olarak tartışma yürütmüş, dörtgenlerin tanım ve özelliklerine dayalı olarak çeşitli veri ve iddialar ortaya koymuşlardır. Bu iddialar, tartışma sürecinde kimi zaman diğer öğretmen adayları tarafından destekleyici nitelikte gerekçelerle onaylanmış, kimi zaman ise çürütücü nitelikte karşı iddialarla sorgulanmıştır.

Tartışma sürecinde dikkat çeken önemli bir unsur, sadece iddianın değil, zaman zaman gerekçenin, hatta destekleyici öğelerin de çürütülmesidir. Bu durum, Toulmin'in argümantasyon modelinde öngörülen sabit bir yapıdan ziyade, esnek ve çok katmanlı bir argümantatif yapının geliştiğini göstermektedir. Başlangıçta ortaya konan bir iddianın geçerliliği sorgulandığında, bu iddiayı destekleyen gerekçeler de tartışmaya açılmakta; bu gerekçelerin zayıflığı ya da çelişkili oluşu üzerinden yeni karşı veriler ortaya konulmaktadır. Bu noktada, analiz edilen argümantasyon şemasında, çürütücü tarafından sunulan bu yeni veriye "Çürütücünün Verisi (ÇV)" adı verilmiş ve süreçteki rolü ayrı bir bileşen olarak tanımlanmıştır.

İlgili argümantasyon süreçleri incelendiğinde, öğretmen adaylarının çürütme stratejilerinde çoğunlukla belirli bir tür çürütmeye başvurdukları gözlemlenmiştir. Yapılan analizler doğrultusunda, elde edilen verilerde yer alan çürütmelerin *Tür 2: İddia Çürütmesi* kapsamında sınıflandırılabileceği belirlenmiştir. Bu türde, öğretmen adayları doğrudan karşı grubun veya bireyin sunduğu iddianın geçersiz olduğunu savunmakta ve kendi argümanlarını bu doğrultuda inşa etmektedirler. Bu bulgu, öğretmen adaylarının özellikle sonuç ya da iddia düzeyine odaklandıklarını, verileri veya gerekçeleri çürütmekten ziyade, doğrudan iddiaları sorgulayarak alternatif açıklamalar üretmeye yöneldiklerini göstermektedir. Söz konusu durum, öğretmen adaylarının çürütme sürecinde

iddialara yönelik eleştirel düşünme süreçlerini daha aktif kullandıklarını ortaya koymaktadır.

Öğretmen adayları, geçmiş öğrenme deneyimlerine ve sahip oldukları kavramsal bilgilere referansla matematiksel tanımları ve ilişkilendirmeleri kullanarak hem bireysel hem de kolektif düzeyde argümantasyon geliştirmişlerdir. İddiaların doğruluğunu savunmak için sıkça dörtgenlerin sınıflandırılması, paralelkenar-dikdörtgen ilişkisi ve açılarla ilgili tanımlar gündeme getirilmiştir. Bu durum, adayların matematiksel bilgi temelli bir söylem içerisinde hareket ettiklerini ve argümanlarını sadece sezgiye dayalı değil, kavramsal temellere dayandırdıklarını göstermektedir.

Dikkat çeken bir diğer unsur ise öğretim sürecinde öğretim üyesinin sergilediği rol farklılaşmasıdır. Dersin belirli anlarında öğretim üyesi sürece doğrudan müdahil olmamakta, tartışmaları aktif olarak yönlendirmemektedir. Ancak bu durum, öğretim üyesinin sürece duyarsız kaldığı anlamına gelmemektedir. Aksine, öğretim üyesi, tartışmaları yakından ve dikkatle takip ederek, öğretmen adaylarının bilişsel yapılarını ve söylemlerini izlemektedir. Tartışmaların belirli bir düzeye ulaşmasının ardından öğretim üyesi, sürece eleştirel ve yönlendirici sorularla müdahale etmekte, böylece öğrencilerin var olan düşüncelerini yeniden yapılandırmalarına ya da alternatif bakış açıları geliştirmelerine katkı sunmaktadır.

Bu yapı, öğretim üyesinin süreci doğrudan kontrol eden değil, süreci izleyerek gerektiğinde müdahale eden rehber konumunda olduğunu göstermektedir. Öğretmen adaylarının bağımsız tartışma yürütmelerine olanak tanıyan bu yaklaşım, argümantatif özerklik kazanmaları açısından önemlidir. Ayrıca, süreç içerisinde öğretmen adaylarının yalnızca kendi fikirlerini savunmakla kalmayıp, başkalarının fikirlerine eleştirel bakabildikleri ve kendi düşüncelerini bu doğrultuda yeniden inşa ettikleri görülmüştür.

Bu bağlamda oluşturulan argümantasyon şemaları, öğretmen adaylarının:

- Kavramsal bilgiye dayalı düşünce ürettiklerini,
- Geometrik tanım ve ilişkileri etkin biçimde kullanabildiklerini,
- Eleştirel ve yansıtıcı düşünme süreçlerine girdiklerini,
- Fikirlerini gerekçelendirme ve başkalarının gerekçelerini değerlendirme de

ilerleme kaydettiklerini ortaya koymaktadır.

Bu bulgular, öğretmen adaylarının matematiksel argümantasyon sürecinde aktif katılım gösterdiklerini ve bu süreçte öğretim üyesinin yapılandırıcı bir rol üstlenmesinin, öğrenme ortamının niteliğini artırdığını göstermektedir. Ayrıca, bu süreçte gelişen bilişsel farklılıkların ve tartışma çeşitliliğinin, öğretmen adaylarının daha derinlemesine anlam üretimine katkı sağladığı sonucuna ulaşılmıştır.

Tablo 3.3. 2021-2022 Bahar Dönemi Öğretmenin Soruları ve Argüman Öğeleri-2

Doğrudan Katkıları	Öğretmenin Yönlendirmesi	Öğretmenin Hedefi
Çürütücü	Tabloyu kullanarak mümkün olduğunca o şeklin hangi şekil olduğuna karar vermeniz gerekiyor.	Öğretmen adaylarının görüş bildirmelerine yol gösterecek eylemler
Destekleyici-2	Peki bunu ispatlayabilir misiniz acaba? Neden dik olmak zorunda? Neden paralel olmak zorunda?	Matematiksel olarak doğrudan katkı sağlayacak eylemler

Yukarıda analiz edilen argümantasyon süreci, öğretmen adayları arasında gelişen tartışmaların yalnızca düşünce alışverişi ile sınırlı kalmadığını, aynı zamanda mantıklı bir gerekçelendirme süreci içinde fikirlerin test edildiği ve yeniden yapılandırıldığı bir öğrenme deneyimi sunduğunu göstermektedir. Bu süreç, öğretmen adaylarının fikirlerini ifade etme, savunma ve başkalarının düşüncelerine eleştirel bir tutumla yaklaşma süreçlerinde ilerleme sağlarken, aynı zamanda eleştirel düşünmenin pekişmesine de katkı sağlamaktadır. Argümantasyon, bu bağlamda sözel bir etkinlik olmanın ilerisine geçerek matematiksel bilgi üretiminin ve paylaşımının aktif bir parçası olmaktadır.

Argümantasyon sürecinin pedagojik bağlamda etkili biçimde işlemesi, büyük ölçüde öğretim üyesinin sürece nasıl müdahil olduğuyla yakından ilişkilidir.

Sürece ilişkin analizler, öğretim sürecinden sorumlu öğretim üyesinin sadece bilgi aktarıcı bir konumda olmadığını; öğretmen adaylarının düşünsel süreçlerini yönlendiren, sorgulatan ve derinleştiren bir rehberlik rolü üstlendiğini ortaya koymaktadır. Öğretim üyesinin kilit noktalarda yönelttiği sorular, öğretmen adaylarının kendi fikirlerini yeniden gözden geçirmelerine ve karşı argümanlar geliştirmelerine olanak tanımaktadır.

Örneğin, tartışma sürecinde öğretim üyesinin şu yönlendirmesi dikkat çekicidir:

“Tabloyu kullanarak mümkün olduğunca o şeklin hangi şekil olduğuna karar vermeniz gerekiyor.” Bu ifade, özellikle çürütücü bir argüman sonrasında, öğrencilerin sadece sezgisel değil, sistematik ve bilgi temelli bir sınıflandırma yapmalarını teşvik etmeye yöneliktir. Bu yönlendirme, öğretim üyesinin yalnızca bir fikre destek vermekten ziyade, öğrencilerin tüm argüman öğelerini göz önünde bulundurarak bir sonuca varmaları gerektiğini vurgulamaktadır. Sınıf içinde fikir ayrılıklarının yaşandığı bir anda söylenmiş olması, öğretim üyesinin farklı bakış açılarını dikkate alan bir ortam oluşturma hedefini göstermektedir.

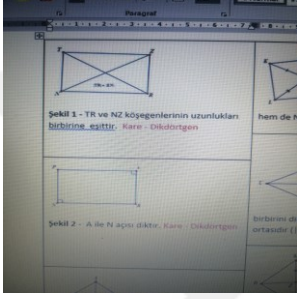
Bir diğer dikkat çeken yönlendirme ise öğretim üyesinin şu şekilde ifade ettiği sorularla gerçekleşmiştir: “Peki bunu ispatlayabilir misiniz acaba? Neden dik olmak zorunda? Neden paralel olmak zorunda?” Bu sorular, doğrudan “Destekleyici-2” olarak adlandırılan argüman ögesine yönelik olup, öğretmen adaylarının ileri sürdükleri gerekçeleri matematiksel ispat yoluyla temellendirmeye yönlendirmektedir. Bu tür yönlendirmeler, öğretim üyesinin sadece öğretici değil, aynı zamanda epistemolojik bir rehber olarak konumlandığını göstermektedir. Öğretmen adaylarının gerekçelerini yalnızca açıklamakla yetinmeyip, bu gerekçeleri mantıksal ve matematiksel temellere dayandırmalarını sağlamak, argümantasyon sürecinin bilimsel geçerliliğini artırmaktadır.

Bu noktada önemli bir bulgu da şudur: Argümantasyon yalnızca sözlü düzlemde ilerlememekte, öğretmen adayları zaman zaman düşüncelerini ifade etmek için çizimler, şekiller ve matematiksel temsiller kullanmaktadır. İlgili tartışma şemasında (bkz. Şekil 3.3) da görüldüğü üzere, öğretmen adaylarından biri ortaya attığı gerekçeyi daha açık ve ikna edici hâle getirmek için bir çizim yapmıştır. Bu çizim, yalnızca görsel bir destek değil, aynı zamanda matematiksel ispat sürecinin bir parçası olarak değerlendirilmiştir.

Bu bağlamda öğretmen adayının yaptığı çizim, şu açılardan önemlidir:

- İleri sürülen gerekçeyi somutlaştırmak ve görünür kılmak,
- Arkadaşlarını ikna etmek için matematiksel temsil biçimlerini kullanmak,
- Görsel destekle kavramsal düşünme arasında ilişki kurmak.

Tablo 3.4. 2021-2022 Bahar Dönemi Tartışma Grubu-1 Argüman Öğeleri ve Öğretmenin Soruları

Doğrudan Katkılar	Öğretmenin Soruları	Öğretmenin Hedefi
 İddia	R.A. : 1 ve 2'ye bakabilir miyiz, tekrar. Kare ve dikdörtgen olarak karar vermişsiniz, her ikisine de. Doğru değil mi, kare ve dikdörtgen? Buse: Evet kare ve dikdörtgen özelliğe bakarak o özelliklere sahip kare ve dikdörtgen de olabilir sadece sınıflandırma yaptık.	Doğrudan doğruya akıl yürütmeyi destekleyecek eylemler
Çürütücü	R.A. : O zaman peki şurada size şunu sorayım o zaman, 2 için. Şekil 2 bir paralelkenar olabilir mi? Buse: Dikdörtgen zaten bir paralelkenardır, aslında. R.A. : Peki dikdörtgen olmayan bir paralelkenar olabilir mi? Emrah:Karşılıklı kenarları birbirine eşit olduğu için biri 90 ise diğerleri de 90 olmak zorunda.	Farklı düşünmeyi destekleyecek eylemler Karşıt fikir üretmeyi destekleyecek eylemler

Tablo 3.5. 2021-2022 Bahar Dönemi Tartışma Grubu-2 Argüman Öğeleri ve Öğretmenin Soruları

Doğrudan Katkıları	Öğretmenin Soruları	Öğretmenin Hedefi
Destekleyici	Mert: İki açı dik olduğu için paralel olmak zorundadır. Paralel olduğu için de P açısı ve R açısı dik olmak zorundadır. R.A. : Senin söylediğin hakkında diğer arkadaşlar ne düşünüyor? Muzaffer: Bence Mert haklı hocam. Gülnihal: Hocam ben de Mert'in söylediklerini mantıklı buldum.	Öğretim üyesi öğretmen adaylarının tartışma zemini oluşturmalarına, matematiksel yöntem belirlemelerine ortam hazırlıyor.
Destekleyici	R.A. : Peki bunu ispatlayabilir misiniz acaba? Neden dik olmak zorunda? Neden paralel olmak zorunda?	Doğrudan doğruya ispat yapmayı gerektirecek eylemler
Veri/İddia/Gerekçe/ Destekleyici/Çürütücü	Muzaffer: İspat yapıp tanımını yapacağız? R.A. : İstedığınız birisini verebilirsiniz ama o şeklin tanımını yaptığınızda bütün aynı isimde olan tüm şekilleri bir araya getirebilmelisiniz.	Öğretmen adaylarının farklı argümanlar geliştirmelerine katkı sağlayacak eylemler

Sürece dair bu tür çizimlerin, öğretmen adaylarının düşüncelerini açıkça ortaya koymalarını kolaylaştırdığı ve diğer öğrencilerin de bu düşüncelerle daha anlamlı bir şekilde ilişki kurmalarını sağladığı görülmüştür. Bu durum, argümantasyonun yalnızca sözel değil, aynı zamanda görsel, kavramsal ve mantıksal boyutları da kapsadığını ortaya koymaktadır.

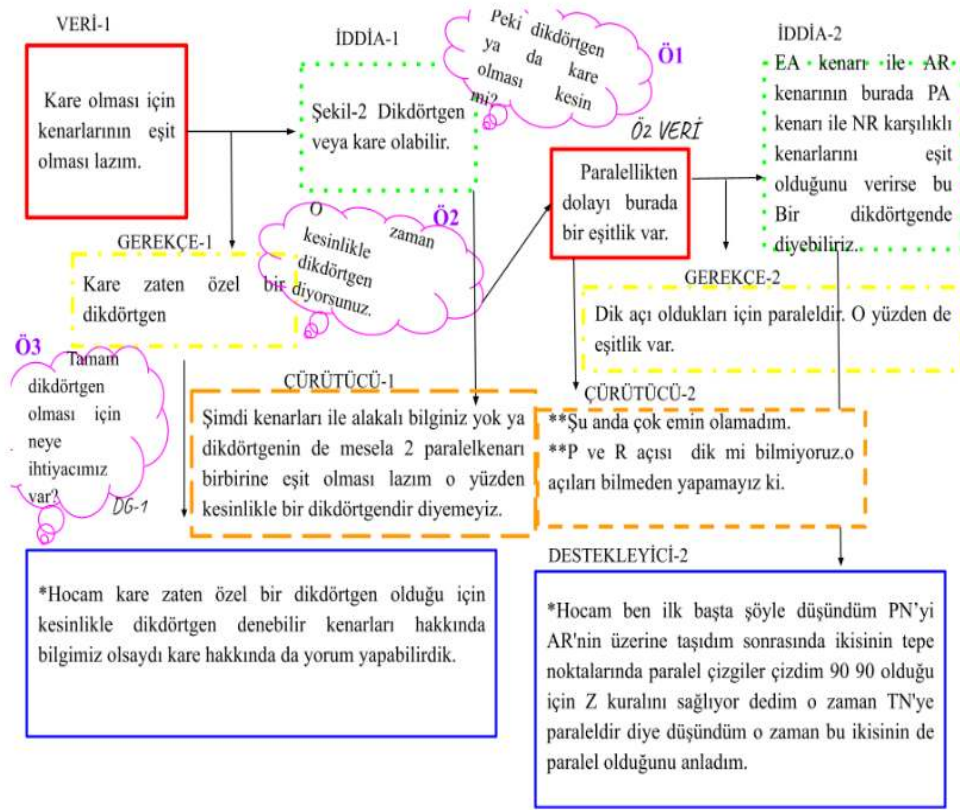
Sonuç olarak, incelenen bu şemada öğretim üyesi, farklı argüman öğelerine temas ederek süreci dinamik bir şekilde yönetmiş, öğretmen adaylarının hem bireysel hem de kolektif düzeyde matematiksel düşünmelerine katkı sağlamıştır. Öğretmen adayları fikirlerini sadece ifade etmekle kalmayıp bu fikirleri ispatlamaya çalışmaları, matematiksel düşünme süreçlerinin derinliğini ve argümantasyonun öğrenme üzerindeki dönüştürücü etkisini ortaya koymaktadır.

Şekil 3.3 ile Tablo 3.4 ve Tablo 3.5 birlikte incelendiğinde, sınıf içi tartışmalar sırasında ortaya çıkan çürütme biçimlerinin niteliğine ilişkin önemli bulgulara ulaşılmıştır. Öğretim üyesinin yönlendirmeleriyle şekillenen sınıf içi etkileşimlerde öğrenciler tarafından geliştirilen karşı argümanların, büyük ölçüde *Tür 2: İddia Çürütmesi* biçiminde ortaya çıktığı belirlenmiştir. Bu durum, öğrencilerin daha çok karşı tarafın ileri sürdüğü iddiayı doğrudan hedef alan, iddianın doğruluğunu ya da geçerliliğini sorgulayan çürütme stratejileri geliştirdiklerini göstermektedir.

3.1.2 2022-2023 Güz Dönemi Argümantasyon Sürecinde Öğretmenin Rolü ve Sorduğu Soruların Argümantasyon Bileşenleri İle İlişkisine Ait Bulgular

Ders sürecinin analizine dayalı olarak, öğretim üyesinin, öğretmen adaylarının matematiksel argümanlar oluşturabilmelerine imkân tanıyan zengin bir öğrenme ortamı kurguladığı gözlemlenmiştir. Bu ortam, yalnızca bilgi aktarımının gerçekleştiği geleneksel bir sınıf yapısının ötesine geçerek, öğrenci merkezli ve tartışma temelli bir öğrenme anlayışına dayanmaktadır. Öğretim üyesi, argümantasyon sürecini teşvik edebilmek amacıyla, öğretmen adaylarını destekleyici, iddia ve gerekçe gibi argüman bileşenlerini yapılandırmaya yönlendiren sorularla sürece aktif biçimde müdahil olmuştur.

Söz konusu müdahaleler yalnızca tartışmanın yüzeysel seyrine katkı sağlamakla sınırlı kalmamakta, aynı zamanda öğretmen adaylarının sundukları argümanları yeniden gözden geçirmelerini, bu argümanların dayandığı verileri sorgulamalarını ve gerekçelerini yeniden yapılandırmalarını sağlamaktadır. Bu bağlamda öğretim görevlisinin pedagojik yaklaşımı, düşüncenin derinleştirilmesi ve sorgulamanın teşvik edilmesine yönelik stratejik müdahaleleri içermektedir.



Şekil 3.5. 2022-2023 Güz Dönemi Argümantasyon Şeması-1



Ö1: Öğretim üyesinin rehber olması 1.söylemi
 Ö2: Öğretim üyesinin rehber olması 2.söylemi
 Ö3: Öğretim üyesinin rehber olması 3.söylemi
 Ö2 VERİ: Öğretim üyesinin 2.söyleminin verisi
 DG-1= Gerekçe 1'in Destekleyicisi

Dersin yapısal olarak planlanmasında “gizemli şekiller” bağlamı kullanılmış olup, bu bağlam öğretmen adaylarının dikkatini çekmek ve kavramsal sınıflandırmaları tartışmaya açmak için işlevsel bir rol üstlenmiştir. Öğretim üyesi, şekillerle ilgili doğrudan açıklamalar vermek yerine, bu şekillere dair sınırlı ama yönlendirici bilgiler paylaşarak öğretmen adaylarının bu bilgilerden yola çıkarak argümantasyon sürecini devam ettirmelerini sağlamıştır. Bu yaklaşım, öğretmen adaylarının hazır bilgiye ulaşmalarındansa, bilgiyi sorgulama ve üretme sürecine aktif katılımlarını teşvik etmektedir.

Bu sürecin etkili bir şekilde yürütülebilmesi için öğretim üyesi sadece o anda ortaya çıkan fikirleri değil, öğretmen adaylarının sahip oldukları önceki bilgileri de harekete geçirmeyi hedef edinmiştir. Öğretmen adaylarının dörtgenlerin sınıflandırılması, paralellik, açı özellikleri gibi daha önce öğrenmiş oldukları matematiksel bilgileri anımsamaları ve bu bilgileri tartışma ortamına taşıyarak yeni bilgileri bu bağlamda inşa etmeleri, öğrenme sürecinin sürekliliği açısından son derece önemlidir. Dolayısıyla, öğretim üyesinin amacı sadece mevcut tartışmayı yönetmek değil, aynı zamanda öğretmen adaylarının geçmiş öğrenmelerini güncel problem durumlarına entegre etmelerini sağlamaktır.

Tartışmanın başlangıcında bir öğrenci tarafından “Kare olması için kenarlarının eşit olması lazım” şeklinde bir **VERİ-1** sunulmuş, bu veri üzerine “Şekil-2 dikdörtgen veya kare olabilir” şeklinde **İDDİA-1** ortaya atılmıştır. Bu iddiaya karşılık öğretim üyesi “O zaman kesinlikle dikdörtgen diyorsunuz” ifadesiyle sürece müdahil olmuş ve gerekçeyi sorgulatmayı amaçlamıştır. Başka öğrenci “Paralellikten dolayı burada bir eşitlik var” diyerek yeni bir **VERİ (ÖA. 2)** ortaya koymuştur.

Bu veri doğrultusunda yapılan açıklamada, “Dik aç oldukları için paraleldir. O yüzden de eşitlik var” şeklindeki ifade **GEREKÇE-2** olarak değerlendirilmiştir. Bu gerekçeye dayanılarak “Bir dikdörtgendir diyebiliriz” şeklinde **İDDİA-2** üretilmiştir. Bu süreçte öğretim üyesinin yönlendirmesiyle farklı öğrenciler tarafından argümanlar sorgulanmış ve özellikle çürütmelerle tartışma derinleştirilmiştir.

İlk çürütme örneğinde (**ÇÜRÜTÜCÜ-1**), “Şimdi kenarları ile alakalı bilginiz yok ya, dikdörtgenin de mesela 2 paralel kenarı birbirine eşit olması lazım, o yüzden kesinlikle bir dikdörtgendir diyemeyiz” ifadesiyle **İDDİA-1** sorgulanmakta ve ileri sürülen yargının dayanağının yetersiz olduğu vurgulanmaktadır. Bu çürütme, *Tür 2: İddia Çürütmesi* kapsamında değerlendirilmiştir.

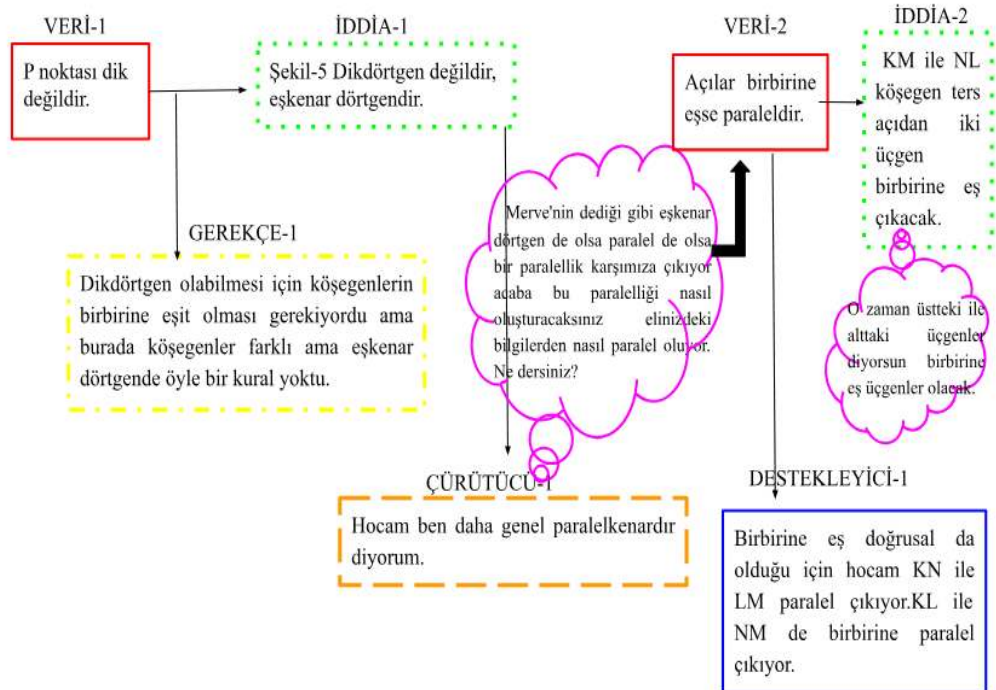
İkinci çürütme örneğinde (**ÇÜRÜTÜCÜ-2**) ise, “Şu anda çok emin olamadım” ve “P ve R açısı dik mi bilmiyoruz. O açıları bilmeden yapamayız ki” gibi ifadelerle gerekçeye yönelik kuşku dile getirilmiştir. Bu durum, *Tür 3: Gerekçe Çürütmesi* olarak sınıflandırılabilir.

Tartışma sürecinde aynı zamanda **DESTEKLEYİCİ-2** örneği üzerinden öğrenciler, paralel çizgiler ve Z kuralı gibi bilgileri kullanarak varılan yargıyı güçlendirmişlerdir:

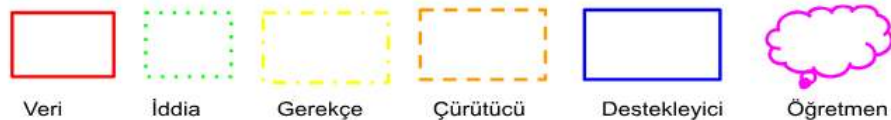
“Hocam ben ilk başta şöyle düşündüm... Z kuralını sağlıyor dedim, o zaman TN'ye paraleldir diye düşündüm, o zaman bu ikisinin de paralel olduğunu anladım.”

Bu söylem, gerekçeyi somutlaştırmakta ve çıkarımı daha sağlam bir zemine oturtmaktadır. Ayrıca tartışmanın sonunda bir başka öğretmen adayı tarafından getirilen “Kare zaten özel bir dikdörtgen olduğu için kesinlikle dikdörtgen denebilir...” gibi ifadeler, öğretmen adaylarının tanımlar arası ilişkiyi anlamaya başladıklarını ve geometrik kavramlar üzerine düşünsel bir derinleşme yaşandığını göstermektedir.

Bu durum, öğretmen adaylarının yalnızca sunulan verilerin geçerliliğini sorgulamakla kalmayıp, aynı zamanda karşı grubun veya bireyin ileri sürdüğü temel iddiaları da sorguladıklarını göstermektedir.



Şekil 3.6. 2022-2023 Güz Dönemi Argümantasyon Şeması-2



Bu bölümde, öğretmen adaylarının “Şekil-5” üzerine gerçekleştirdikleri tartışma süreci incelenmiştir. Tartışmalar sırasında ortaya çıkan argümanlar, Toulmin’in Argümantasyon Modeli temel alınarak veri, iddia, gerekçe, destekleyici ve çürütücü öğeleri doğrultusunda analiz edilmiştir. Şemada öğretim üyesinin yönlendirici müdahalelerine de yer verilmiştir.

Tartışmanın başlangıç aşamasında öğretmen adaylarından biri, “P noktası dik değildir.” ifadesini veri olarak sunarak bu geometrik özellik üzerinden bir sonuca ulaşmaya çalışmıştır (**Veri-1**). Bu veriye dayalı olarak sunulan iddia, “Şekil-5 dikdörtgen değildir, eşkenar dörtgendir.” biçimindedir (**İddia-1**). Bu iddia, “Dikdörtgen olabilmesi için köşegenlerin birbirine eşit olması gerekiyordu ama burada köşegenler farklı; eşkenar dörtgende ise öyle bir kural yok.” biçimindeki gerekçe ile desteklenmiştir (**Gerekçe-1**). Bu aşama, öğretmen adaylarının daha önce edindikleri bilgi ve kuralları problem durumu bağlamında yeniden yapılandırdıklarını göstermektedir.

Tartışma süreci içerisinde, öğretmen adaylarının ileri sürdükleri iddialar karşısında bazı öğretmen adayları karşı görüş geliştirmiştir. Bu kapsamda bir öğretmen adayı, “Hocam, ben daha genel paralelkenardır diyorum.” diyerek ileri sürülen eşkenar dörtgen iddiasını çürütmüştür (*Tür 2: İddia Çürütmesi*). Bu ifade, farklı geometrik sınıflamaların yapılabileceği, yani şekil üzerindeki bilgilerin farklı biçimlerde yorumlanabileceği üzerine anlamlı bir tartışma başlatmıştır.

Tartışma sürecinde yeni bir veri olarak “Açılar birbirine eşse paraleldir.” ifadesi sunulmuş (**Veri-2**), bu veriden hareketle “KM ile NL köşegen ters açıdan iki üçgen birbirine eş çıkacak.” biçiminde yeni bir iddia geliştirilmiştir (**İddia-2**). Bu iddiayı desteklemek amacıyla, “Birbirine eş doğrusal da olduğu için hocam KN ile LM paralel çıkıyor. KL ile NM de birbirine paralel çıkıyor.” açıklaması yapılmıştır (**Destekleyici-1**). Bu aşamada öğretmen adayları, şeklin özelliklerini daha fazla analiz ederek, farklı doğrular ve açılar arasında kurulan ilişkileri tartışmaya dahil etmişlerdir.

Tartışma sürecinde öğretim üyesinin rolü oldukça belirgindir. Öğretmen adayları argümanlarını ifade ettikçe öğretim üyesi, kritik noktalarda müdahale ederek adayların düşünce süreçlerini derinleştirmeye çalışmıştır. Örneğin, öğretmen “Merve’nin dediği gibi eşkenar dörtgen de olsa paralel de olsa bir paralellik karşımıza çıkıyor. Acaba bu paralelliği nasıl oluşturacaksınız, elinizdeki

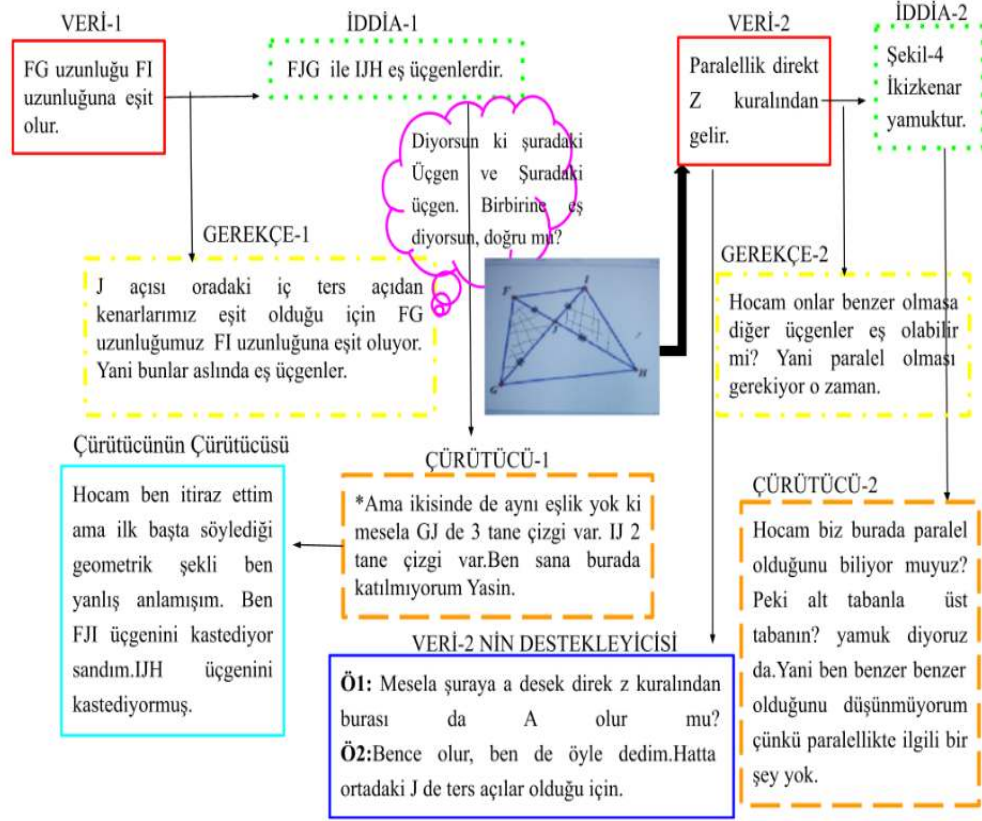
bilgilerden nasıl paralel oluyor? Ne dersiniz?” gibi sorularla öğretmen adaylarının düşüncelerini yeniden gözden geçirmelerine olanak tanımıştır. Bu tür yönlendirmeler, öğrencilerin sadece yüzeysel bilgiyle değil, geçerli ve gerekçelendirilmiş argümanlarla tartışmaya katılmalarını sağlamıştır.

Bu şema, öğretmen adaylarının yalnızca sonuca odaklanmak yerine, çeşitli veriler, iddialar, gerekçeler ve karşıt görüşler üzerinden derinlemesine bir tartışma yürüttüklerini göstermektedir. Tartışma sürecinde bazı iddialar gerekçeler üzerinden çürütülmüş, yeni verilerle alternatif açıklamalar geliştirilmiş ve öğretim üyesinin rehberliğiyle daha yapılandırılmış bir akıl yürütme süreci ortaya çıkmıştır. Bu durum, tartışma ve akıl yürütme odaklı öğretim ortamlarının öğretmen adaylarının eleştirel düşünme, mantıksal çıkarım yapma ve matematiksel kavramları anlamlandırmalarına olumlu katkı sağladığını göstermektedir.

3.1.3 2022-2023 Bahar Dönemi Argümantasyon Sürecinde Öğretmenin Rolü ve Sorduğu Soruların Argümantasyon Bulguları ile İlişkisine Ait Bulgular

Bu bölümde, öğretmen adaylarının “Şekil-4” olarak adlandırılan geometrik şeklin çeşitli özelliklerini tartıştıkları ders sürecinden elde edilen veriler üzerinden argümantasyon yapısının ayrıntılı bir analizi sunulmaktadır. İncelenen tartışma süreci, adayların şekil üzerinde yer alan matematiksel bilgileri değerlendirme, mevcut bilgi ve deneyimlerini kullanma, alternatif çözüm yollarını karşılaştırma ve bu süreçte eleştirel düşünme becerilerini ortaya koyma biçimlerini kapsamlı bir şekilde yansıtmaktadır. Ayrıca, söz konusu etkileşimler, adayların bireysel ve grup düzeyinde nasıl yapılandırılmış argümanlar geliştirdiklerini, bu argümanları savunmak veya çürütmek için hangi gerekçeleri kullandıklarını ve karşıt görüşler karşısında argümanlarını nasıl yeniden yapılandırdıklarını gözler önüne sermektedir.

Analiz bulguları, tartışmanın yalnızca doğru cevaba ulaşma amacı taşımadığını, aynı zamanda adayların matematiksel düşünme süreçlerini görünür kıldığını göstermektedir. Bu bağlamda adaylar, şeklin tanımına ilişkin ön bilgilerini harekete geçirerek, sahip oldukları kavramları yeniden yorumlamış ve gerekçelendirmiştir.

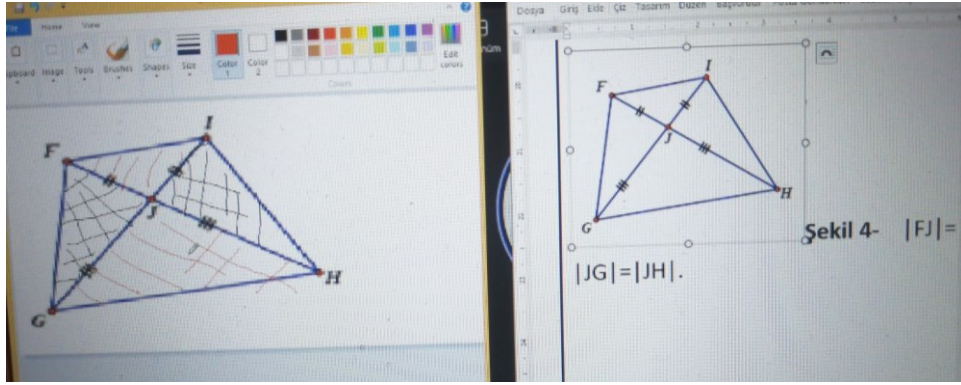


Şekil 3.7. 2022-2023 Bahar Dönemi Argümantasyon Şeması-1

İlk Argüman Dizisi: Üçgenlerin Eşliği Üzerine

Tartışma süreci FG uzunluğu ile FI uzunluğunun eşit olduğu bilgisiyle başlar (**Veri-1**). Bu veriye dayalı olarak “FJG ile IJH eş üçgenlerdir.” biçiminde bir iddia ileri sürülür (**İddia-1**). İddianın gerekçesi olarak, “J açısı oradaki iç ters açıdan, kenarlarımız eşit olduğu için FG uzunluğumuz FI uzunluğuna eşit oluyor. Yani bunlar aslında eş üçgenler.” açıklaması yapılır (**Gerekçe-1**). Bu aşamada öğretim üyesinin müdahalesi, öğretmen adayının düşünceyi netleştirmesine yöneliktir: “Diyorsun ki şuradaki üçgen ve şuradaki üçgen. Birbirine eş diyorsun, doğru mu?”

Bu argümana karşı olarak bir başka öğretmen adayı, “Ama ikisinde de aynı eşlik yok ki. Mesela GJ’de üç tane çizgi var, IJ’de iki tane var. Ben sana burada katılmıyorum Yasin.” diyerek karşı görüş ileri sürer (**Çürütücü-1**).



Fotoğraf 3.3. 2022-2023 Bahar Dönemi Öğretmen Çizimi-1

Bu görüş, geometrik şeklin temsiline yönelik farklı okumalara dayandığı için şeklin anlaşılmasında bireysel farklılıkların etkisini yansıtır. Sonrasında, ilgili öğretmen adayı daha önceki şekli yanlış anladığını ve aslında farklı üçgenleri kastettiğini açıklayarak sürece çürütücünün çürütücüsü olarak müdahale eder: “Hocam ben itiraz ettim ama ilk başta söylediği geometrik şekli yanlış anlamışım. FJI üçgenini sanmıştım, IJH üçgenini kastediyormuş.”

İkinci Argüman Dizisi: Yamukluk ve Paralellik Üzerine

İkinci tartışma dizisi, “Paralellik direkt Z kuralından gelir.” biçimindeki bir veriyle başlamaktadır (**Veri-2**). Bu veriden hareketle geliştirilen iddia, “Şekil-4 ikizkenar yamuktur.” şeklindedir (**İddia-2**). Bu iddiaya öğretim üyesinin yönlendirmesiyle gerekçe oluşturulmaya çalışılır: “Hocam, onlar benzer olmasa diğer üçgenler eş olabilir mi? Yani paralel olması gerekiyor o zaman.” (**Gerekçe-2**).

Ancak bu argüman, bir başka öğretmen adayı tarafından sorgulanır: “Hocam biz burada paralel olduğunu biliyor muyuz? Peki alt tabanla üst tabanın? Yamuk diyoruz ya. Yani ben benzer benzer olduğunu düşünmüyorum çünkü paralellikle ilgili bir şey yok.” (**Çürütücü-2**). Bu çürütme, iddianın doğruluğunu ve dayandığı geometrik önermeyi sorgulayan bir niteliğe sahiptir (*Tür 2: İddia Çürütmesi*).

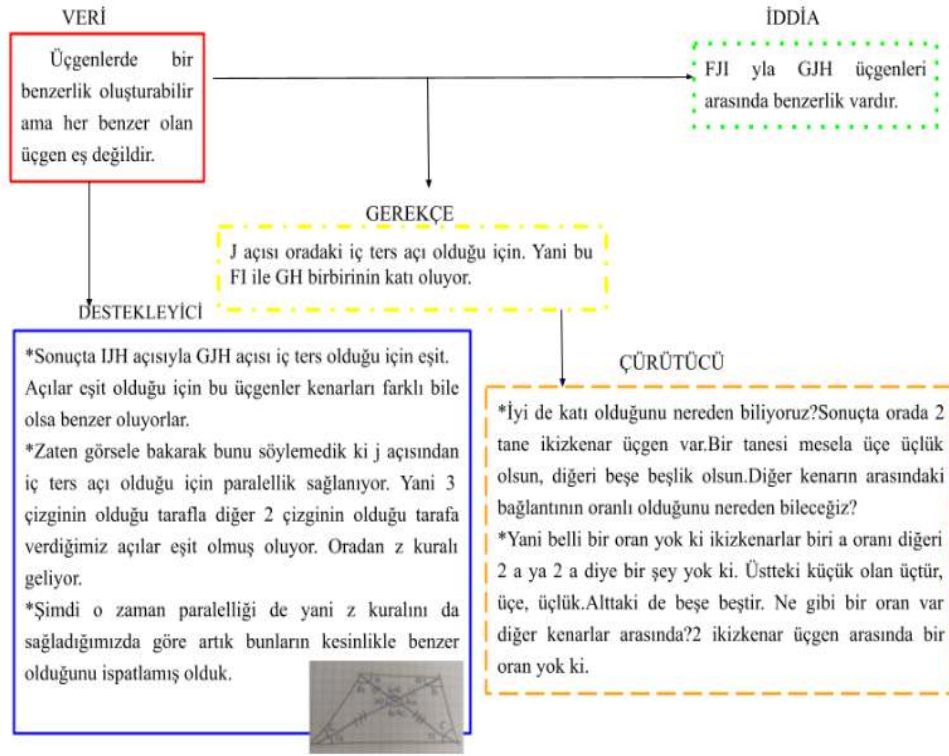
Bu noktada Veri-2’nin destekleyicisi devreye girer ve “Mesela şuraya Z kuralından burası da A olur mu?” ve “Bence olur, ben de öyle dedim. Hatta ortadaki J de ters açılar olduğu için.” açıklamaları yapılır (**Destekleyici-2**). Bu argümanlar, öğretmen adaylarının geometrik kuralları (Z kuralı, iç ters açı, eşlik gibi) birbirine bağlayarak şekil üzerine soyutlamalar geliştirmeye çalıştıklarını göstermektedir.

Bu şemada ortaya çıkan çok katmanlı argümantasyon yapısı, öğretmen adaylarının yalnızca sonuca ulaşmayı değil, süreç içinde farklı açıklamaları tartışarak daha geçerli gerekçeler oluşturmayı hedeflediklerini göstermektedir. Özellikle çürütücünün çürütülmesi gibi üst düzey bir bilişsel tepkinin yer alması, öğrencilerin sadece düşüncelerini savunmakla kalmayıp süreci dinamik şekilde değerlendirdiklerini ve argümanlarını tekrar yapılandırabildiklerini ortaya koymaktadır. Bu da adayların düşüncelerini yalnızca bildirme değil, aynı zamanda açıklama ve gerekçelendirme üreterek kendi içinde tutarlı bir argüman oluşturmalarını sağlamaktadır.

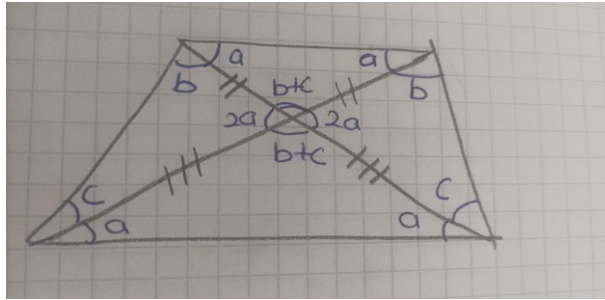
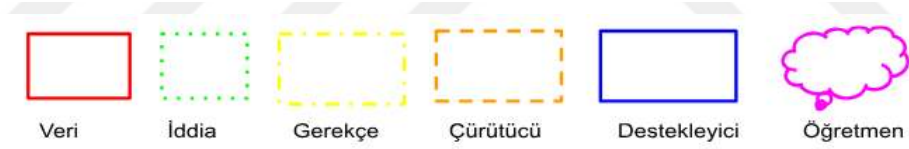
Öğretim üyesi bu süreçte hem netleştirme hem de yönlendirme işlevi görmektedir. Öğrencinin ifade ettiği şekli ve argümanı yeniden ifade ederek netlik kazandırmaya çalışmakta ve argümantasyonun odağını açıkça ortaya koymaktadır.

Bu tartışma süreci, öğretmen adaylarının geometrik şekiller üzerine kuramsal bilgilerini nasıl uyguladıkları, farklı düşüncelere nasıl karşılık verdikleri ve argümantasyon yoluyla öğrenmeyi nasıl gerçekleştirdiklerine dair önemli ipuçları sunmaktadır. Süreç boyunca öğretmen adayları; eşlik, benzerlik, paralellik, Z kuralı, iç ters açılar gibi temel kavramlara dayalı olarak iddialar üretmiş, gerekçeler sunmuş, karşı argümanlarla süreci zenginleştirmiştir. Bu bağlamda, öğretmen adayları, matematiksel muhakeme ve eleştirel düşünme çerçevesinde matematiksel argümantasyonun bir bütün olarak ele alınması gerektiğini ve bir argümanın çürütücüleri ile birlikte sağlamlaştığını deneyimleme imkânı bulmuşlardır.

Şekil 3.7 incelendiğinde, öğretmen adaylarının yürüttüğü tartışmalarda ön plana çıkan çürütme türlerinin *Tür 2: İddia Çürütmesi* ve *Tür 3: Gerekçe Çürütmesi* olduğu belirlenmiştir. Bu bulgu, adayların yalnızca karşı grubun sunduğu iddiaları doğrudan reddetmekle kalmayıp, aynı zamanda bu iddiaları desteklemek amacıyla sunulan gerekçeleri de eleştirel biçimde değerlendirdiklerini ortaya koymaktadır.



Şekil 3.8. 2022-2023 Bahar Dönemi Argümantasyon Şeması-2



Fotoğraf 3.4. 2022-2023 Bahar Dönemi

Öğretmen adayının destekleyici çizimi

Süreçte öğretmen adayları benzerlik ilişkisini tartışırken veri, gerekçe, iddia, destekleyici ve çürütücü ifadeler kullanmışlardır. Aşağıdaki kesit, FJI ile GJH üçgenleri arasında benzerlik olup olmadığını tartıştıkları bir etkinliğe aittir.

İddia (İD-1):

- “FJI ile GJH üçgenleri arasında benzerlik vardır.”

Bu iddia, öğretmen adayları tarafından şekil üzerindeki açıların eşliği ve orantılı kenarlar üzerinden oluşturulmuştur.

Veri (V-1):

- “Üçgenlerde bir benzerlik oluşturulabilir ama her benzer olan üçgen eş değildir.”

Öğretmen adayları, benzerlik ve eşlik kavramlarını birbirinden ayırarak argümanlarını temellendirmeye çalışmışlardır.

Gerekçe (G-1):

- “J açısı oradaki iç ters açı olduğu için. Yani bu FI ile GH birbirinin katı oluyor.”

İç ters açıların eş olması nedeniyle, açı-açı benzerlik kriteri (AA) üzerinden üçgenlerin benzerliğine gerekçe sunulmuştur.

Destekleyici (D-1):

Öğretmen adayları gerekçelerini detaylandırarak aşağıdaki açıklamalarla pekiştirmiştir:

- “Sonuçta IJH açısıyla GJH açısı iç ters olduğu için eşit. Açılar eşit olduğu için bu üçgenler kenarları farklı bile olsa benzer oluyorlar.”
- “Zaten görsele bakarak bunu söylemedik ki, J açısından iç ters açı olduğu için paralellik sağlanıyor. Oradan Z kuralı geliyor.”
- “Şimdi o zaman paralelliği de yani Z kuralını da sağladığımıza göre artık bunların kesinlikle benzer olduğunu ispatlamış olduk.”

Bu ifadeler, öğretmen adaylarının sadece görsel gözlemle değil aynı zamanda geometrik kurallar (Z kuralı, açı eşitliği) üzerinden benzerlik ilişkisini oluşturduklarını göstermektedir.

Çürütücü (Ç-1):

Sürece aktif katılan başka bir öğretmen adayı, benzerlik bağıntısını sorgulamıştır:

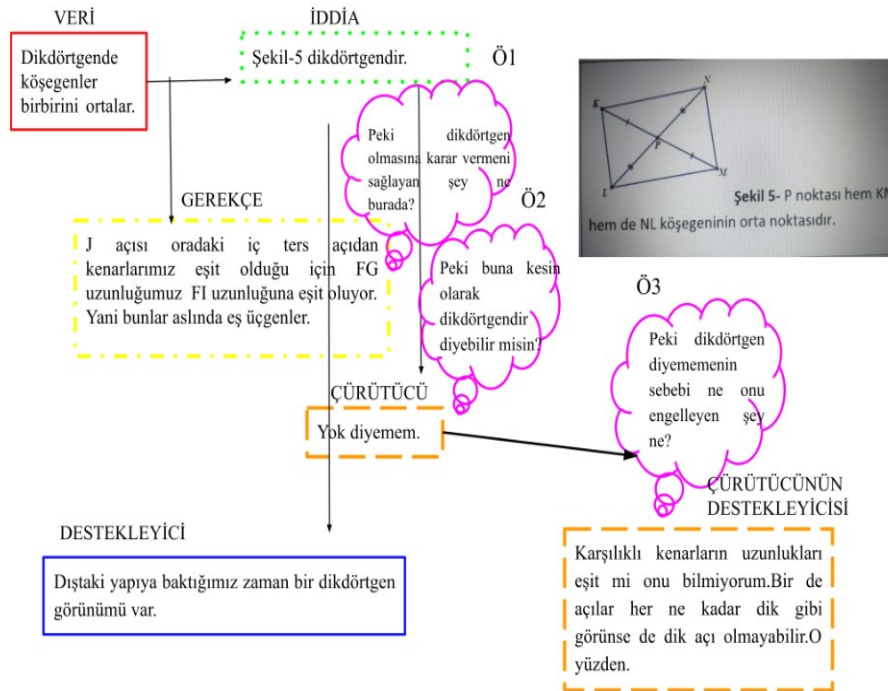
- “İyi de katı olduğunu nereden biliyoruz? Sonuçta orada 2 tane ikizkenar üçgen var. Bir tanesi mesela üçe üçlük olsun, diğeri beşe beşlik olsun. Diğer kenarın arasındaki bağlantının oranlı olduğunu nereden bileceğiz?”

- “Yani belli bir oran yok ki ikizkenarlar biri a oranı diğeri 2a ya 2a diye bir şey yok ki.”

Bu çürütme, öğretmen adayının orantılı kenarlar üzerinden benzerlik koşulunun sağlanmadığını savunduğunu ve kanıta dayalı gerekçelendirme beklediğini göstermektedir. Şekil 3.8 incelendiğinde, öğretmen adaylarının yürüttükleri tartışmalarda ağırlıklı olarak *Tür 3: Gerekçe Çürütmesi* gerçekleştirdikleri belirlenmiştir.

Bu bulguya ilişkin süreç, öğretmen adaylarının geometri bilgisini kullanarak sistematik bir biçimde argümanlar oluşturduğunu göstermektedir. Öğretmen adayları, açı eşitliği ve paralellik ilişkileri üzerinden iddialarını gerekçelendirirken, karşıt fikirler de benzerlik koşullarının sınırlarını tartışmaya açmıştır. Tartışmalar, özellikle “kat oranı” ve “benzerlik koşullarının kanıtı” üzerinden yoğunlaşmıştır. Bu durum, öğretmen adaylarının kavramsal bilgi ile süreçteki uygulama bilgisi arasındaki ilişkiyi kurma çabasını ortaya koymaktadır.

Öğretim üyesinin doğrudan yönlendirmesi olmaksızın bu seviyede gerekçeli düşünme geliştirilmesi, öğretmen adaylarının matematiksel argümantasyonlarının ilerleme kaydettiğini ortaya koymaktadır.



Şekil 3.9. 2022-2023 Bahar Dönemi Argümantasyon Şeması-3



Bu bulguda öğretmen adaylarının, Şekil-5'in dikdörtgen olup olmadığına ilişkin geliştirdikleri argümantasyon süreçleri incelenmiştir. Tartışmada öğretmen adayları hem görsel kanıtlar hem de geometrik özelliklere dair bilgileri kullanarak iddia üretmiş, bu iddiaya karşıt fikirler ortaya koymuş ve gerekçelendirme yoluna gitmişlerdir.

İddia (İD-1):

- “Şekil-5 dikdörtgendir.”

Bu iddia, şekil üzerindeki köşegenlerin orta noktada kesişmesi ve dıştaki şeklin görünümüne dayalı olarak ileri sürülmüştür.

Veri (V-1):

- “Dikdörtgende köşegenler birbirini ortalar.”

Öğretmen adayları, Şekil-5'te verilen bilgiye dayanarak P noktasının hem KM hem de NL köşegenlerinin orta noktası olduğunu belirtmiş ve bunu dikdörtgen olmanın bir koşulu olarak sunmuşlardır.

Gerekçe (G-1):

- “J açısı oradaki iç ters açıdan kenarlarımız eşit olduğu için FG uzunluğumuz FI uzunluğuna eşit oluyor. Yani bunlar aslında eş üçgenler.”

Bu açıklamayla öğretmen adayı, şekil üzerinde üçgen eşliğinden yola çıkarak kenarların eşliğini ve paralelliği sağlamaya çalışmıştır. Ancak bu gerekçede kullanılan kavramlar doğrudan dikdörtgen tanımına değil, daha çok üçgen eşliği ve açıların eşliğine dayanmaktadır.

Destekleyici (D-1):

- “Dıştaki yapıya baktığımız zaman bir dikdörtgen görünümü var.”

Bu açıklama, öğrencinin şekli görsel olarak dikdörtgene benzetmesine dayalı sezgisel bir destekleyicidir.

Çürütücü (Ç-1):

- “Yok diyemem.”

Bu ifade, öğretmenin “Peki buna kesin olarak dikdörtgendir diyebilir misin?” sorusuna verilen cevaptır. Öğrenci, dikdörtgenliği doğrulayacak kadar güçlü gerekçeye sahip olmadığını dolaylı biçimde ifade etmektedir.

Çürütücünün Destekleyicisi (ÇD-1):

- “Karşılıklı kenarların uzunlukları eşit mi onu bilmiyorum. Bir de açılar her ne kadar dik gibi görünse de dik açı olmayabilir. O yüzden.”

Bu açıklama, öğrencinin neden dikdörtgenliğe kesin karar veremediğini ortaya koymaktadır. Görsel benzerlik yeterli bulunmamış, matematiksel koşulların (karşılıklı kenar eşitliği ve dik açı varlığı) ispatlanmamış olması gerekçe olarak sunulmuştur.

Şekil 3.9 incelendiğinde, öğretmen adaylarının tartışmaları kapsamında *Tür 2: İddia Çürütmesi* örneklerinin ön plana çıktığı görülmektedir.

Öğretim Üyesinin Müdahaleleri (Ö1, Ö2, Ö3):

Öğretim üyesi sürece üç farklı soruyla müdahil olmuştur:

- Ö1: “Peki dikdörtgen karar vermeni sağlayan şey ne?”
- Ö2: “Peki buna kesin olarak dikdörtgendir diyebilir misin?”
- Ö3: “Peki dikdörtgen diyememenin sebebi ne, onu engelleyen şey ne?”

Bu sorular, öğretmen adaylarının kararlarını gerekçelendirmelerini sağlamak amacıyla yöneltilmiş, aynı zamanda öğretmen adaylarının kendi düşüncelerini tekrar gözden geçirmelerine olanak tanımıştır.

Bu argümantasyon süreci, öğretmen adaylarının bir geometrik şeklin tanımlanmasına dair kavramları (köşegen, eş üçgen, paralellik, diklik) nasıl kullandıklarını ve bunları nasıl gerekçelendirdiklerini ortaya koymaktadır. Öğretmen adayları, şeklin görünümünü, eşlik ilişkilerini ve açı bilgilerini dikkate alarak çıkarımda bulunmuş, ancak matematiksel kesinliğe ulaşmakta tereddüt yaşamışlardır.

Özellikle öğretim üyesinin yönelttiği sorular, öğretmen adaylarının iddialarını derinlemesine sorgulamalarına yol açmış ve çürütme-destekleme ekseninde eleştirel düşüncelerine katkı sağlamıştır. Bu durum, öğretmen adaylarının sadece kavramsal bilgiye değil, aynı zamanda bu bilgiyi argümantatif bir yapıda kullanabilme yeteneği kazandıklarını da ortaya koymaktadır.

3.2 Öğretmen Sorularının Argümantasyon Bileşenleri ile İlişkisi

Bu araştırma kapsamında 2021-2022 Bahar Dönemi, 2022-2023 Güz Dönemi ve 2022-2023 Bahar Dönemi’nde Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi

İlköğretim Matematik Öğretmenliği programında yürütülen ‘Matematik Sınıflarında İletişim’ dersi içerisinde gerçekleştirilen gizemli şekiller etkinliği, öğretmen adaylarının düşünme süreçlerinin analiz edilmesine olanak tanımıştır. Etkinlik süresince toplanan video kayıtları, yazılı belgeler ve öğrenci ürünleri, Toulmin’in Argümantasyon Modeli çerçevesinde çözümlenmiş ve öğretim üyesinin sorularının argümantasyon süreci üzerindeki etkisi sistematik olarak incelenmiştir.

Etkinlikte kullanılan materyaller, geometri öğrenme alanında yer alan dörtgenlerin sınıflandırılması konusuna odaklanmakta olup, öğretmen adaylarının geometrik özellikleri tartışmaları, karşılaştırmaları ve gerekçelendirmeleri hedeflenmiştir. Sınıf ortamı, öğretmen adaylarının farklı düşünce yapılarını rahatça paylaşabildikleri, hata yapma korkusunun en aza indirildiği ve sesli düşünmenin teşvik edildiği bir şekilde yapılandırılmıştır. Bu durumda, öğretim üyesinin pedagojik yaklaşımı yalnızca içerik aktarıcı değil, aynı zamanda tartışma ortamını besleyici ve argümantasyonun gelişimini kolaylaştırıcı bir rol üstlenmiştir.

Yapılan analizler, öğretim üyesinin (öğretmen) sorularının öğretmen adaylarının ürettiği argümantasyon bileşenleri üzerinde belirleyici bir etkiye sahip olduğunu göstermektedir. Aşağıdaki bulgular bu ilişkiyi detaylı biçimde ortaya koymaktadır:

3.2.1 Öğretmenin Pedagojik Bilgisinin Değerlendirilmesi ve Bulgular

Bu çalışmada öğretmen bilgisi, öğretim üyesinin matematiksel argümantasyon sürecindeki yönlendirme yetisi, sorgulama stratejileri ve öğrenci tartışmalarını yapılandırmadaki rolü üzerinden değerlendirilmiştir. Veri toplama sürecinde, öğretim üyesinin sınıf içi etkileşimleri ve özellikle kullandığı açık uçlu ve yönlendirici soru cümleleri video kayıtlarından kodlanarak incelenmiştir. Öğretim üyesinin soruları, Toulmin’in Argüman Şeması bileşenlerine göre sınıflandırılmış; soruların hangi argümantasyon bileşenlerini hedeflediği ve öğretmen adaylarının argüman öğelerine dair düşünce yapılarını nasıl etkilediği analiz edilmiştir.

Bulgular, öğretim üyesinin sahip olduğu içerik bilgisi ve pedagojik argümantasyon bilgisiyle geliştirdiği sorgulama biçimlerinin, öğretmen adaylarının argüman şemalarında belirgin gelişmelere yol açtığını göstermiştir. Özellikle

öğretim üyesinin "kanıt sunma" ve "dayanak belirtme" gibi argümantasyon bileşenlerini tetikleyen soruları, öğrencilerin matematiksel gerekçelendirme süreçlerinin zenginleşmesine ve çok bileşenli argümanlar üretmelerine katkı sağlamıştır. Ayrıca, öğretim üyesinin problem durumlarına ilişkin yorumlama ve modelleme yetileri, öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçlerine yansımış; bu durum, öğretmen adayı söylem dökümlerinde daha tutarlı ve mantıksal argümanların oluşmasına olanak vermiştir.

Örneğin, aşağıda sunulan kısa ders kesitinde Recai hocanın paralelkenar ve dikdörtgen kavramlarına ilişkin yönlendirici soruları, öğrencilerin yüzeysel ifadelerinden daha derinlemesine ve matematiksel gerekçelendirmeye dayalı argümanlar üretmelerini sağlamıştır:

Araştırma kapsamında sunulan kesitlerde, ÖA kısaltması öğretmen adayını, R.A. kısaltması ise öğretim üyesini temsil etmektedir.

R.A. : Size şunu sorayım o zaman, 2 için. Şekil 2 bir paralelkenar olabilir mi?

ÖA. 1: Dikdörtgen zaten bir paralelkenardır, aslında.

R.A. : Peki dikdörtgen olmayan bir paralelkenar olabilir mi?

ÖA. 1: Bilmiyorum.

ÖA. 2: Karşılıklı kenarları birbirine eşit olduğu için biri 90 ise diğerleri de 90 olmak zorunda.

R.A. : Yani dikdörtgen olmayan bir paralelkenar olamaz mı?

ÖA. 1: Olamaz ya, çünkü, zaten dikdörtgen paralelkenarın dik hali, yani özel hali değil mi?

R.A. : Tamam dikdörtgen paralelkenarın özel bir hali (Buse: Evet). Ama siz burada şunu söylüyorsunuz: Diyorsunuz ki bu kesinlikle bir dikdörtgendir. Yani dikdörtgen olması sebebiyle de bir paralelkenardır. Tamam ama ben özel olarak sorduğum soru şu: Bunun dikdörtgen olma durumu kesin mi?

ÖA. 2: Siz diyorsunuz ki hocam paralelkenar da olabilir. Diğer kenarları bilmediğimizden dolayı.

R.A. : Yani mesela dikdörtgen olmayan bir paralel kenardan bahsediyorum. Eğer paralelkenar olduğuna karar veriyorsanız veya atıyorum deltoid olamaz mı? Ya da buna benzer başka bir şekil.

Bu etkileşim, öğrencilerin argümanlarını basit tanımlardan çıkarak kavramsal dayanaklara ve alternatif düşüncelere yöneltmelerine olanak tanımıştır.

Recai hocanın soru sorma biçimi, öğrencilerin iddia ve dayanak bileşenlerini fark etmelerini sağlayarak argümantasyon üretiminde ilerleme sağlamıştır.

Bulgular, öğretmen bilgisinin yalnızca konu hâkimiyetinden ibaret olmayıp, aynı zamanda öğrencilerin düşüncelerini zenginleştiren ve yapılandıran pedagojik argümantasyon stratejilerini de kapsadığını göstermektedir. Recai hocanın öğretim sürecindeki soruları, öğrencilerin argüman şemalarını zenginleştirmiş; böylece argümanların çok bileşenli, mantıksal tutarlılık ve matematiksel gerekçeye dayalı yapılar haline gelmesini mümkün kılmıştır.

Sonuç olarak, öğretim üyesinin bilgisinin niteliği, öğretim sürecindeki müdahale biçimleriyle doğrudan ilişkilendirilmiş ve bu bilgi, öğretmen adaylarının argümantasyon yapılarının karmaşıklığını artıran ve matematiksel argümanların çeşitlenmesine katkı sağlayan temel faktörlerden biri olarak bulgulara yansımıştır.

3.2.2 Öğretmenin Sorularının Gerekçelendirme (Warrant) Bileşenine Rolü

Etkinlik sürecinde öğretim üyesinin yönelttiği “*Neden bu şekli seçtiniz?*”, “*Bu sonuca nasıl ulaştınız?*”, “*Bu özelliği nasıl ispatlayabilirsiniz?*” gibi soruların öğretmen adayları doğrudan gerekçe üretmeye yönlendirdiği gözlemlenmiştir. Öğretmen adayları bu sorulara yanıt verirken, sadece sonuca ulaşmakla kalmayıp, geometrik kavramları, şekil özelliklerini ve ispat temelli açıklamaları sürece dahil etmişlerdir. Bu durum, özellikle warrant (gerekçe) bileşeninin derinleştiği örüntülerin oluşmasına neden olmuştur.

Transkript Kesiti - 2021-2022 Bahar Dönemi

R.A. : Neden bu şekli seçtiniz?

ÖA. 1: Çünkü bu şeklin karşılıklı kenarları birbirine paralel görünüyor.

R.A. : Bu sonuca nasıl ulaştınız?

ÖA. 1: Köşegenleri çizdiğimde birbirlerini ortaladıklarını fark ettim.

R.A. : Bu özelliği nasıl ispatlayabilirsiniz?

ÖA. 1: Paralelkenarlarda köşegenler birbirini ortalar. Burada da köşegenler eşit iki parçaya ayrılıyor.

ÖA. 2: Ben de kenar uzunluklarını ölçtüm, karşılıklı kenarlar eşit çıktı. Bu da paralelkenar olduğunu gösterir.

Tablo 3.6. Toulmin Modeli Gerekçe Bileşeni

İddia (Claim)	Veri (Data)	Gerekçe (Warrant)	Destekleyici (Backing)
Şekil paralelkenardır.	Karşılıklı kenarlar paralel görünüyor.	Paralel kenar olması paralelkenar tanımının bir parçasıdır.	Geometri tanımları
Şekil paralelkenardır.	Köşegenler birbirini ortalıyor.	Paralelkenarlarda köşegenler birbirini ortalıyor.	Geometrik özellik teoremleri
Şekil paralelkenardır.	Karşılıklı kenarlar eşit uzunlukta.	Paralelkenarlarda karşılıklı kenarlar eşit uzunluktadır.	Geometrik özellik teoremleri

Bu düzenleme hem öğretim üyesinin yönlendirici sorularının gerekçeyi (warrant) derinleştirmeye nasıl hizmet ettiğini hem de öğretmen adaylarının sadece sonuç değil, sürece dayalı ispat temelli açıklamalar yaptığını açık biçimde gösterir.

3.2.3 Veri-İddia Geçişlerinde Öğretmenin Rolü

Öğretmen adaylarının başlangıçta şekillerin bazı görsel ya da sayısal özelliklerine dikkat çekerek veri (data) sundukları, ancak bu verileri iddia (claim) düzeyine taşıyabilmek için öğretmenin müdahalesine ihtiyaç duydukları belirlenmiştir. Öğretim üyesinin “*Bunu hangi özelliğe dayanarak söylüyorsun?*”, “*Bu şeklin dikdörtgen olduğunu nasıl kanıtlarsın?*” gibi soruları, öğretmen adaylarının veri ile iddia arasında geçiş kurmalarını ve argümantif bağlamı güçlendirmelerini sağlamıştır. Bu da öğretim üyesinin sınıf içi tartışmalarda anlamı yapılandırmaya yönelik yönlendirici bir pozisyonda yer aldığını göstermektedir.

Transkript Kesiti - 2022-2023 Güz Dönemi

ÖA. 1: Bu şeklin karşılıklı kenar uzunlukları eşit.

R.A. : Bunu hangi özelliğe dayanarak söylüyorsun?

ÖA. 1: Karşılıklı kenarların eşit olması dikdörtgenlerin özelliklerinden biridir.

R.A. : Peki bu şeklin dikdörtgen olduğunu nasıl kanıtlarsın?

ÖA. 1: Tüm açıların 90 derece olduğunu gösterebilirim. Bunun için köşegenlerin eşitliğini ve dik kesişmediğini kontrol ettim, ayrıca kenar uzunluklarını ölçtüm.

Tablo 3.7. Toulmin Modeline Göre Veri-İddia Geçişleri Bileşeni

Veri (Data)	İddia (Claim)	Gerekçe (Warrant)	Destekleyici (Backing)
Karşılıklı kenar uzunlukları eşit.	Şekil dikdörtgendir.	Dikdörtgenlerde karşılıklı kenarlar eşittir.	Geometrik tanım ve özellikler
Karşılıklı kenar uzunlukları eşit + açıların 90° olduğu bilgisi.	Şekil dikdörtgendir.	Tüm açıların dik olması dikdörtgen tanımının temelidir.	Geometri teoremleri

Bu kesit, öğretim üyesinin sorularının veriden iddiaya geçiş sürecini tetiklediğini, adayın başlangıçta yalnızca bir gözlem (veri) sunduğunu, ancak sorularla gerekçe ve iddiayı kurarak argümantif yapıyı tamamladığını açıkça gösteriyor.

3.2.4 Çelişkili Durumlarda Çürütücü (Rebuttal) ve Destekleyici (Backing) Üretimi

Etkinlik boyunca farklı öğretmen adaylarının çelişkili iddialar ortaya koyduğu anlarda, öğretim üyesinin bu karşıt düşünceleri görünür kılması ve “*Sizce hangi düşünce daha geçerli? Neden?*” şeklindeki sorularla tartışmayı derinleştirmesi, öğretmen adaylarının çürütücü (rebuttal) ve destekleyici (backing) bileşenleri üretmelerini sağlamıştır. Bu etkileşimlerde öğretmen adayları, sadece kendi çözüm yollarını savunmakla kalmamış, aynı zamanda diğer öğretmen adaylarının düşüncelerini sorgulamış ve alternatif argümanları eleştirel biçimde değerlendirme olanağı bulmuşlardır.

Transkript Kesiti - 2021-2022 Bahar Dönemi

ÖA. 1: Bu şekil yamuktur çünkü yalnızca bir çift kenar paralel.

ÖA. 2: Hayır, bu şekil paralelkenar çünkü hem üst hem alt kenar birbirine paralel.

R.A. : Sizce hangi düşünce daha geçerli? Neden?

ÖA. 1: Çünkü yan kenarların uzunlukları farklı, bu yüzden paralelkenar olamaz.

ÖA. 2: Ama yan kenar uzunlukları paralelkenar tanımında önemli değil, önemli olan karşılıklı kenarların paralel olması.

ÖA. 3: Eğer yan kenarlar farklı uzunluktaysa bu paralelkenar olamaz diyen arkadaşımıza katılmıyorum, çünkü tanım sadece paralellikten bahseder, uzunluk eşitliği şart değildir.

Tablo 3.8. Toulmin Modeline Göre Çürütücü Bileşeni

Söylem	İddia (Claim)	Veri (Data)	Gerekçe (Warrant)	Destekleyici (Backing)	Çürütücü (Rebuttal)
1	Şekil yamuktur.	Sadece bir çift kenar paralel.	Yamuğun tanımı bir çift paralel kenardır.	Geometri tanımları	
2	Şekil paralelkenardır	Hem üst hem alt kenar paralel.	Paralelkenar da iki çift kenar paraleldir.	Geometri tanımları	
4	Şekil yamuktur.	Yan kenar uzunlukları farklı.	Paralelkenarlar arda yan kenarlar eşit olmalı.		5 ve 6'daki açıklamalar
5	Şekil paralelkenardır	Yan kenar uzunluğu önemli değil, önemli olan karşılıklı kenarların paralel olması.	Paralelkenar tanımı sadece paralellik içerir.	Geometri tanımları	4'teki iddia
6	5. söylemi destekliyor.	Tanımda uzunluk şartı yok.	Tanımlar üzerinden kavram açıklaması.	Geometri kaynakları	4'teki iddia

Bu örnek, öğretim üyesinin müdahalesiyle karşıt görüşlerin hem çürütücü (rebuttal) hem de destekleyici (backing) bileşenler üreterek tartışmaya dönüştüğünü, adayların kendi argümanlarının yanı sıra başkalarının argümanlarını da eleştirel biçimde değerlendirdiğini net biçimde gösteriyor.

3.2.5 Niteleyici (Qualifier) Bileşenlerine Öğretmenin Rolü

Analizlerde, öğretim üyesinin müdahalesinin yoğun olduğu bazı durumlarda öğretmen adaylarının açıklamalarında kesinlik derecelerini belirtme (*örneğin “her zaman”, “bazen”, “sadece bu durumda geçerli olur”*) gibi niteleyici ifadelere yer verdikleri belirlenmiştir.

Transkript Kesiti- 2022-2023 Bahar Dönemi

R.A. : Bu özellik tüm paralelkenarlar için geçerli midir?

ÖA. 1: Hayır, sadece dikdörtgen olan paralelkenarlar için her zaman geçerlidir.

R.A. : Peki karelerde de bu durum geçerli olur mu?

ÖA. 1: Evet, karelerde de her zaman geçerli olur çünkü kare dikdörtgenin özel bir halidir.

ÖA. 2: Ama bu özellik bazı yamuklarda da bazen geçerli olabilir, kenar uzunlukları eşitse.

Tablo 3.9. Toulmin Modeline Göre Niteleyici Bileşeni

İddia (Claim)	Veri (Data)	Gerekçe (Warrant)	Niteleyici (Qualifier)	Destekleyici (Backing)
Özellik yalnızca dikdörtgen paralelkenarlarda geçerlidir.	Paralelkenar türleri arasındaki farklılıklar.	Dikdörtgenlerde belirli özellikler her zaman sağlanır.	“Sadece...”, “her zaman”	Geometri tanımları
Karelerde de geçerlidir.	Kare dikdörtgenin özel halidir.	Özel durumlar, genel tanımdan özellik devralır.	“Her zaman”	Geometri sınıflandırması
Özellik bazı yamuklarda geçerli olabilir.	Kenar uzunluklarının eşit olduğu yamuklar.	Benzer özellikler koşullu olarak sağlanabilir.	“Bazen”	Geometrik örnekler

Bu kesit, öğretim üyesinin sürece yönlendirici nitelikte dâhil olarak sorduğu soruların, öğretmen adaylarının söylemlerinde belirgin bir değişim meydana

getirdiğini açık bir biçimde göstermektedir. Özellikle, öğretim üyesinin sorularının niteliği, adayların ifadelerinde kesinlik derecelerini belirten niteleyici (qualifier) unsurların kullanımını teşvik etmiş ve bu yolla üretilen argümanların kapsamının daha bilinçli bir şekilde sınırlandırılmasına katkı sağlamıştır. Söz konusu durum, öğretim üyesi müdahalelerinin yalnızca içeriğe yönelik açıklama getirmekten öte, öğrencilerin epistemik farkındalıklarını artırarak iddialarını destekleyen veriler ile bu verilerden ulaşılan sonuçlar arasındaki ilişkinin gücünü sorgulamalarına imkân tanıdığını ortaya koymaktadır.

Tablo 3.10. Öğretmen Sorularının Argümantasyon Bileşenleriyle İlişkisi

Süre	Öğretmenin Sorusu	Argümantasyon Bileşeni	Öğrenci Tepkisi	Açıklama
17.50	“Peki bunu ispatlayabilir misiniz acaba? Neden dik olmak zorunda?”	W (Gerekçe)	Gülnehal aç-kenar-açı, açı toplamı vb. kullanıyor.	Öğretmen adayı gerekçe sunmaya yönlendirilmiş
20.58	“Bunu paralellik açısından nasıl açıklarsınız?”	B (Destekleyici)	Merve: “Z kuralı kullanılabilir.”	Kavramsal destekleyici sunum tetiklenmiş
22.03	“O görüş sizinkine göre farklı, neden böyle düşünüyor olabilir?”	R (Çürütücü)	Feride karşı görüşü çürütmeye çalışıyor	Çelişen düşünceler görünür kılınarak çürütme tetikleniyor
24.12	“Bu her zaman böyle midir?”	Q (Niteleyici)	Merve: “Sadece özel dörtgenlerde geçerli olabilir.”	Niteleyici bileşen öğretmenin sorusuyla ortaya çıkıyor
25.45	“Bu veriye göre ne diyebilirsin?”	$D \rightarrow C$ (Veri $\rightarrow$ İddia)	Muzaffer şekil özelliklerine bakarak sonuca ulaşıyor	Öğretmen adayı veri ile iddia arasında geçiş yapmaya yönlendirilmiş

Tablo, öğretim üyesinin müdahalelerinin öğretmen adaylarının düşünme süreçlerine nasıl yön verdiğini, hangi soruların hangi bilişsel düzeyde yanıtlar

doğurduğunu ve özellikle argümantatif bileşenlerin çeşitliliğini nasıl etkilediğini ortaya koymaktadır.

Örneğin, öğretim üyesinin “Bunu neden böyle düşündün?”, “Bu özellik nasıl ispatlanabilir?” gibi gerekçelendirme odaklı soruları, öğretmen adaylarının gerekçe (warrant) bileşenini üretmesini sağlamıştır. Benzer biçimde, “Bu bilgiye göre ne sonuç çıkarırsın?” şeklindeki sorular, öğretmen adaylarının veri (data) ve iddia (claim) arasındaki geçişi kurmasına neden olmuştur. Öğretim üyesinin “Sence bu her durumda geçerli mi?” gibi yönlendirmeleri ise, daha az sıklıkla rastlanan niteleyici (qualifier) bileşenlerin öğretmen adaylarınca üretilmesine zemin hazırlamıştır.

Ayrıca öğretim üyesi, öğretmen adayları grubunda ortaya çıkan fikir ayrılıklarını bilerek görünür kıldığında veya bir öğretmen adayı sunduğu açıklamaya doğrudan alternatifler geliştirmelerini istediğinde, öğretmen adaylarının çürütücü (rebuttal) ve destekleyici (backing) bileşenleri geliştirme eğilimi gösterdikleri belirlenmiştir. Bu durum, öğretim üyesinin sadece bilişsel bir rehber değil, aynı zamanda sınıf içi tartışmaların yönünü şekillendiren bir tartışma kurgulayıcısı olduğunu göstermektedir.

3.3 Öğretmenin Rolü ve Sosyomatematiksel Normlar

Bu bölümde öğretim süreci boyunca öğretim üyesinin rolü ve sosyomatematiksel normların sınıf içi argümantasyon sürecine etkisi incelenmiştir. Bulgular, sınıf içi etkileşimler, öğretim üyesinin yönlendirici tutumları ve öğretmen adaylarının argümantatif düşünme süreçlerine odaklanarak yapılandırılmıştır.

Araştırma kapsamında elde edilen veriler, öğretim üyesinin sınıf içindeki yönlendirici tutumunun, öğretmen adaylarının açıklama (explanation), gerekçelendirme (justification) ve argümantasyon (argumentation) süreçlerinde ilerlemesinde belirleyici bir rol oynadığını ortaya koymuştur. Öğretim üyesi, öğretmen adaylarının fikir üretimini ve tartışmalarını teşvik eden açık uçlu sorular yönelterek (örneğin, “*Matematiksel açıdan ispat süreçlerinde neler yapabiliriz?*”, “*Arkadaşlar siz ne düşünüyorsunuz?*”, “*Burada matematiksel kuralları tartışabiliriz mi?*” gibi) sınıf içerisinde sosyal ve sosyomatematiksel normların oluşmasına katkı sağlamıştır.

Söz konusu normlar, öğretmen adaylarının hem bireysel düşünce üretme süreçlerini hem de başkalarının düşüncelerine karşı yansıtıcı tutumlar geliştirmesini

kolaylaştırmıştır. Özellikle öğrencilerin farklı düşüncelerini ifade edebilmeleri ve birbirlerinin düşüncelerini tartışarak değerlendirebilmeleri, öğretim üyesinin bu süreci yönlendiren tutumuyla mümkün hale gelmiştir.

Öğretmen adaylarının kendi düşüncelerini yapılandırmalarında ve birbirleriyle paylaşımlarında, öğretim üyesinin teşvik edici soruları önemli rol oynamıştır. Aşağıda verilen sınıf içi etkileşim kesitleri, bu sürecin nasıl geliştiğine dair örnekler sunmaktadır:

3.3.1 Etkinliğin Başlangıcı ve Grup Çalışmasına Yönlendirme:

Bu bölümde öğretim üyesinin derse başlangıçta yaptığı yönlendirme ve öğretmen adaylarının grup çalışması sürecindeki etkileşimleri incelenmiştir. Öğretim üyesi R.A. , saat 5:01’de yaptığı “Grup olarak tartışacaksınız ve karar vereceksiniz ama aynı zamanda da notlarınızı alabilirsiniz, tamam mı?” yönlendirmesiyle öğretmen adaylarına hem birlikte tartışmaları hem de bireysel olarak süreci takip etmeleri gerektiğini ifade etmiştir. Bu yönlendirme, argümantatif düşünmeye teşvik edildiğini ve ortak karar alma süreçlerine aktif biçimde katılmalarının beklendiğini göstermektedir.

Öğretim üyesinin bu yönlendirmesinin ardından öğretmen adayları çözüm sürecine geçerek, problemi çözmek için strateji belirleme ve matematiksel akıl yürütme girişimlerinde bulunmuşlardır. Öğretmen adayları arasında geçen etkileşimler incelendiğinde, özellikle Feride, Muzaffer, Merve Y. ve Mert’in sürece aktif katıldığı görülmektedir.

R. A. (5:01): "Grup olarak tartışacaksınız ve karar vereceksiniz ama aynı zamanda da notlarınızı alabilirsiniz, tamam mı?"

Bu ifadeyle öğretim üyesi, öğretmen adaylarını birlikte düşünmeye ve kendi argümanlarını oluşturma sürecine yönlendirmiştir. Ardından öğretmen adaylarının kendi çözüm yollarını tartışmaya başladıkları görülmektedir:

Feride (11:57): “Dikdörtgen vermesi için illa dik vermesine gerek yok ki. Kendimiz bulup ispat edeceğiz. İspat edersek oradan ilerleyebiliriz.”

Muzaffer (12:04): “İspatlayalım o zaman.”

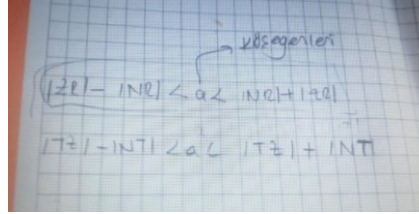
Merve Y (12:07): “Feride Pisagor dedi ya acaba diklik verilmediği için üçgen eşitsizliğinden mi gitsek?”

Feride (12:18): “Nasıl yapacağız onu?”

Merve çözümlü atmak için bir süre grup arkadaşları bekler.

Muzaffer (14:03) Merve atana kadar o zaman biz de şekil ikiye bakalım şekil 1'e tekrar döneriz.

Mert Merve'nin atmış olduğu çizimi açar.



Fotoğraf 3.5. Üçgen eşitsizliği ispatı

Bu etkileşimlerde öğretmen adaylarının çözüm için strateji belirleme çabası ve matematiksel düşünme süreçlerini kullanma eğilimleri görülmektedir. Öğretmen adayları aktif biçimde alternatif çözüm yolları tartışmakta, bilimsel bilgiye dayalı açıklamalar üretmeye çalışmaktadırlar.

3.3.2 Bireysel Görüşlerin Paylaşımı ve Topluluk Onayı:

Bu bölümde yer verilen etkileşimler, öğretim üyesinin öğretmen adayları ile düşünmeye ve kendi çözüm yollarını üretmeye teşvik eden yönlendirmeleri ile başlayan grup çalışmasının dinamiklerini ortaya koymayı amaçlamaktadır. Etkinliğin başlangıcında öğretim üyesinin yaptığı yönlendirme ile öğretmen adaylarından yalnızca sonuca ulaşmaları değil, aynı zamanda süreci birlikte tartışarak inşa etmeleri beklenmiştir. Bu bağlamda öğretmen adaylarının, probleme yönelik çözüm stratejileri geliştirme, farklı matematiksel yaklaşımlar önerme ve bu yaklaşımları grup içerisinde tartışarak değerlendirme eğiliminde oldukları gözlemlenmiştir.

R. A. (17:34): “Senin söylediğin hakkında diğer arkadaşlar ne düşünüyor?”

Muzaffer (17:39): “Bence Mert haklı hocam.”

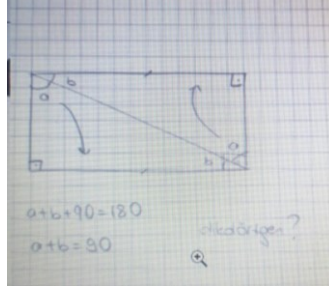
R. A. (17:40): “Tamam. Gülnihal?”

Gülnihal (17:44): “Hocam ben de Mert’in söylediklerini mantıklı buldum.”

Gülnihal (17:58): Hocam ben chate bir şey atacağım. Açıklamak isteyen açıklar tartışabiliriz de.

R. A. (18:06): Tamam o zaman grup olarak onu bir netleştirin istersiniz ispatları yapmanızda fayda var.

Gülnihal'in çizimi açılır



Fotoğraf 3.6. Dikdörtgen olduğuna

dair öğretmen adayının çizimi

Bu noktada öğretim üyesi, öğretmen adaylarının birbirlerinin düşüncelerine tepki vermelerini sağlamakta, böylece argümantasyon süreci kolektif hale gelmektedir. Bu tür ifadeler, sınıf içinde fikirlerin sadece bireysel değil, sosyal onayla geliştiğini göstermektedir.

3.3.3 İspat Süreci ve Açıklamaların Geliştirilmesi:

Bu bölümde, öğretmen adaylarının geometrik bir durumu ispatlama sürecinde yürüttükleri tartışmalar ve geliştirdikleri açıklamalar analiz edilmiştir. Öğretim üyesinin yönlendirici soruları ile öğrencilerin matematiksel akıl yürütme ve gerekçelendirme süreçlerini aktif biçimde kullandıkları görülmüştür.

R. A. (17:50): “Peki bunu ispatlayabilir misiniz acaba? Neden dik olmak zorunda? Neden paralel olmak zorunda?”

Gülnihal (19:52): “Ben orada köşegen çizdim... Karşılıklı kenarları eşit, dik olduğu için o açıya karşılıklı kenarda aynı uzunlukta olduğu için o kenara bakan açıya da a dedim... $a + b = 90$ geliyor, böylece de dik olmuş oluyor dedim.”

Merve Y (20:35): “Aslında benzerlik kullanıldı ya da tamamlama 90'a tamamlama.”

Gülnihal (20:45): “Aslında açı-kenar-açı yaptım diyebilirim... Size de danışayım.”

Merve Y (20:58): “Mantıklı bence, birbirlerine paralel olduğunu Z kuralı ile de söyleyebiliriz.”

Muzaffer (21:24): “Doğrudur doğru. Bence de doğru. Direkt bunu geçelim zaman kaybetmeden. 1. şekle ne demiştik?”

— “Dikdörtgen.” (Topluca)

Bu etkileşimlerin analizine göre öğretmen adaylarının yalnızca sonuca ulaşma çabasında olmadıkları, aynı zamanda çözüm sürecini matematiksel gerekçelere dayandırarak anlamlı hale getirdikleri anlaşılmaktadır. Öğretmen adayları, bireysel açıklamaları grup içinde paylaşarak kolektif bir argümantasyon süreci oluşturmuş; geometrik kurallar, teoremler ve çizim destekli akıl yürütmeler ile argümanlarını geliştirmişlerdir. Bu süreçte hem bireysel akıl yürütme hem de grup içi onay ve doğrulama öne çıkmıştır.

Bu etkileşimde, öğretmen adaylarının açıklama yapma, matematiksel teorem ve kuralları kullanarak gerekçelendirme ve karşılıklı onay yoluyla argümantasyon geliştirme süreçleri gözlemlenmiştir. Öğretmen adayları, sadece kendi fikirlerini savunmakla kalmamış, aynı zamanda grup içinde matematiksel geçerliliği olan argümanlar oluşturarak birlikte anlam oluşturmuşlardır.

Bulgular, öğretmen adaylarının matematiksel argümantasyon sürecinde sadece fikir üretmekle kalmadıklarını; fikirlerini temellendirme, alternatif açıklamaları değerlendirme ve grup içinde anlam birliği oluşturduklarını göstermektedir.

3.3.4 Dönemsel Farklılıklar ve Öğretim Ortamı

Üç farklı öğretim döneminde yapılan uygulamalarda her dönem dersi alan öğrenci sayısı farklı olduğundan grubun yapısına göre küçük grup veya tüm sınıf katılımıyla gerçekleştirilen tartışmalar yürütülmüştür. Buna bağlı olarak, öğretmen adaylarının birbiri ile etkileşimi değişmektedir. Diğer bir ifadeyle, sınıf mevcudunun az olduğu dönemlerde öğretmen adayları öğretim üyesinin gözetimi altında tartışmalar yürütürken, mevcudun fazla olduğu dönemlerde küçük gruplara ayrılarak kendi içlerinde oluşturdukları dinamiklerle tartışmalarını yapılandırmışlardır. Böylesi durumlarda, küçük gruptaki bazı öğrencilerin tartışmanın yürütülebilmesi için lider rolünü üstlendikleri gözlemlenmiştir. 2021-2022 Bahar Dönemi'nde öğrenci sayısının fazla olması nedeniyle küçük gruplar hâlinde tartışma yapılmış ve ardından tüm sınıfla ortak argüman paylaşımı gerçekleştirilmiştir. Diğer dönemlerde ise sınıfın tamamı ile eş zamanlı tartışma yürütülmüştür. 2021-2022 bahar döneminde tartışma grubu-1'de Emrah ve Buse, tartışma grubu-2'de Gülnihal ve Mert, tartışma grubu-3'te Yunus Emre tartışmanın yürütülebilmesi için arkadaşlarını teşvik etmektedir. Mevcudun az olduğu 2022-

2023 göz ve 2022-2023 bahar dönemlerinde bu rolü ğretim yesi yürütmek durumunda kalmıştır.

Her üç dönemde de dinamik geometri yazılımları (Sketchpad, Geogebra) kullanılmıştır. Ancak ğretmen adaylarının oğ ispatlarını geleneksel yöntemlerle, kâğıt üzerinde çizimler yaparak ve matematiksel teoremleri kullanarak gerçekleştirmiştir. Öğretim yesi her dönemde farklı müdahalelerde bulunmakla birlikte temel amacı, ğretmen adaylarının iddia, gerekçe, rtc ve destekleyici bileşenleri kullanarak argüman üretmelerini desteklemektir. Bu kapsamda ğretim yesi, süreci canlı tutmak amacıyla yapılandırılmış sorularla yaratıcı düşünme ortamı oluşturmuştur.

Araştırma bulguları, ğretim üyesinin sınıf içi etkileşimlerde stlendiğ yönlendirici rolün ve ders ortamında şekillenen sosyomatematiksel normların, ğretmen adaylarının anlam oluşturma süreçlerine doğrudan katkı sağladığını ortaya koymuştur. Öğretmen adayları, ğretim üyesinin stratejik müdahaleleri aracılığıyla hem bireysel hem de kolektif düzeyde matematiksel düşünme süreçlerini yapılandırma fırsat bulmuşlardır. Bu süreçte ğretmen adayları, yalnızca doğru cevaba ulaşmayı hedeflemekten öte, sahip oldukları düşünceleri bilimsel temellere dayandırarak savunabilir hâle gelmişlerdir.

Elde edilen veriler, ğretim yesi tarafından yöneltilen sorgulayıcı ve açıklama talep eden soruların, adayların gerekçe üretme, kanıt sunma ve farklı çözüm yollarını değerlendirme yönünde bilişsel olarak tetiklendiğnı göstermektedir. Bu etkileşimler, ğretmen adaylarının kavramsal anlayışlarını paylaşmalarına, alternatif yaklaşımları tartışmalarına ve argümanlarını matematiksel doğruluk ltleri çerçevesinde yeniden inşa etmelerine olanak tanımıştır.

Sonuç olarak, argümantasyon süreci, ğretmen adaylarının öğrenme deneyimlerini daha bütüncül bir şekilde yapılandırmalarına, matematiksel bilgiyi sadece bireysel bir ürün olarak değil, ortak akıl yürütmenin ürünü olarak inşa etmelerine katkı sağlamıştır. Bu durum, ğretim yesi rehberliğinde şekillenen tartışma ortamlarının, matematiksel anlam oluşturma ve bilimsel temelli akıl yürütme süreçlerinde belirleyici bir rol oynadığını göstermektedir.

4. TARTIŞMA

Bu araştırmanın amacı, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının argümantasyon yapılarını Toulmin'in modeli ışığında çözümlemek ve öğretim üyesinin yönlendirmelerinin bu yapılar üzerindeki etkisini ortaya koymaktır. Bulgular, öğretmen adaylarının başlangıçta sınırlı yapıdaki argümanlar kurarken zamanla daha bütünlüklü ve çok bileşenli yapılar geliştirdiğini; bu gelişimin özellikle öğretim üyesinin pedagojik müdahaleleriyle yakından ilişkili olduğunu göstermektedir.

Bu çalışmada, Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi'nde farklı öğretim dönemlerinde öğrenim gören ilköğretim matematik öğretmen adaylarının, matematik sınıflarında yürütülen tartışmalarda öğretim görevlisinin rolünü nasıl deneyimledikleri ve bu rolün argümantasyon süreçlerine nasıl etki ettiği incelenmiştir. İnceleme, Toulmin'in Argümantasyon Modeli temel alınarak gerçekleştirilmiş ve öğretim görevlisinin pedagojik müdahalelerinin argüman yapılarının oluşumuna katkısı değerlendirilmiştir.

Araştırma kapsamında üç farklı öğretim döneminde “Matematik Sınıflarında İletişim” seçmeli dersini alan öğretmen adaylarının ders uygulamaları video yoluyla kayıt altına alınmış, bu kayıtlar detaylı söylem analizine olanak verecek şekilde transkript haline getirilmiştir. Ardından içerik analizi ile bu etkileşimler, öğretim görevlisinin sınıf içi tartışmalarda oynadığı rolü anlamaya yönelik olarak sistematik biçimde çözümlenmiştir.

Başlangıçta öğretmen adayları veri, gerekçe, destekleyici gibi bileşenleri sınırlı biçimde kullanmış; çoğu zaman iddia oluşturmakta ve bu iddiayı destekleyecek uygun kanıtlar sunmakta zorlanmıştır. Örneğin bazı öğretmen adaylarının “iddia oluşturmakta, ortaya veri atmakta ya da bunları destekleyecek uygun kanıtları sunmakta zorlandıkları” gözlemlenmiştir.

Ancak süreç ilerledikçe öğretmen adayları, matematiksel tanımlar ve teoremlerle desteklenmiş argümanlar üretmiş, özellikle dörtgenlerin sınıflandırılmasına ilişkin olarak iddialarını kavramsal bilgiye dayandırarak savunmuşlardır. “Paralelkenar-dikdörtgen ilişkisi” veya “açılarla ilgili tanımlar” gibi kavramlar sıklıkla referans gösterilmiştir.

Analiz sonuçları, öğretim üyesinin sınıf içinde sadece bilgi aktarıcı bir figür olmaktan öte, öğretmen adaylarının düşüncelerini yapılandırmalarına, argümanlarını gerekçelendirmelerine ve alternatif düşünme yollarını değerlendirmelerine imkân sağlayan bir kolaylaştırıcı (facilitator) rolü üstlendiğini göstermektedir. Bu bağlamda öğretim üyesinin, öğrenciler arası etkileşimi desteklemekle kalmayıp, aynı zamanda söylemin yönünü belirleyerek öğrencilerin **veri, gerekçe, iddia, destekleyici, çürütücü** gibi argümantasyon bileşenlerini üretme düzeylerini doğrudan etkilediği gözlemlenmiştir.

Bu bulgu, Erduran, Simon ve Osborne (2004) tarafından vurgulanan argümantasyonun öğretim ortamlarında gelişebilmesi için öğretmenin (ya da öğretim üyesinin) sadece soruları yönelten değil, aynı zamanda tartışmayı yönlendiren, derinleştiren ve çok sesliliği teşvik eden bir pozisyonda olması gerektiği yönündeki tespitlerle uyumaktadır. Öğretim üyesinin öğrencilerin farklı bakış açılarını karşılaştırmasına ve çelişkili düşünceleri görünür kılmasına olanak tanıyan soruları, özellikle çürütücü (rebuttal) ve destekleyici (backing) bileşenlerin ortaya çıkmasını sağlamıştır. Bu durum, öğrenen merkezli ve anlam kurmaya dayalı bir sınıf ortamının geliştiğine işaret etmektedir. Başlangıçta daha yüzeysel ve sonuç odaklı ifadeler kullanan öğretmen adayları, süreç içinde öğretim üyesinin yönlendirmeleriyle birlikte gerekçelendirme düzeyinde daha derin ve yapısal argümanlar üretmeye başlamıştır. Bu durum, öğretim üyesinin sistematik ve bilinçli müdahalelerinin, öğrencilerin söylemde daha aktif ve düşünsel olarak daha eleştirel bir konuma gelmelerine katkı sunduğunu göstermektedir.

Özellikle “Gizemli Şekiller Etkinliği” sırasında öğretim üyesinin stratejik olarak kullandığı açık uçlu soruların, öğretmen adaylarının şekil özelliklerini sadece tanımlamakla kalmayıp, bu özellikler üzerinden gerekçelendirme, ispat ve karşılaştırma yapmalarına zemin hazırladığı görülmüştür. Bu bulgu, bölüm 3.2.3’te detaylandırılan ispat süreci analizleriyle paralellik göstermektedir.

Bu araştırmada dikkat çeken bulgulardan biri, Geogebra ve Sketchpad gibi dinamik geometri yazılımlarına erişim ve kullanım imkânı olmasına rağmen, öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun ispat süreçlerinde kâğıt üzerinde şekil çizerek çalışmayı tercih etmeleridir. Bu tercih, adayların görsel-uzamsal temsilleri zihinsel olarak inşa etme ve bu temsilleri sembolik matematik diliyle bütünleştirme süreçlerinin, teknolojik ortamlar yerine geleneksel temsil araçlarıyla daha rahat gerçekleştiğine işaret etmektedir. Literatürde, teknolojik araçların matematiksel

argümantasyon sürecine katkı sağladığı (Jones, 2000; Hollebrands, 2007) belirtilse de bazı çalışmalarda (Mariotti, 2002; Laborde, 2005) teknolojinin, özellikle alışkanlıkları yerleşmiş öğrenenlerde, kâğıt-kalem temelli stratejilerin yerini almakta sınırlı kaldığı vurgulanmaktadır.

Bu çalışma kapsamında gözlemlenen diğer bir bulgu, özellikle öğretim üyesinin müdahaleci değil, yönlendirici bir yaklaşım benimsemesi ile desteklenmiştir. Açık uçlu ve sorgulayıcı öğretim üyesinin soruları (örneğin, “Neden paralel olmak zorunda?”, “Bu fikre katılıyor musunuz?”, “Bu ispatı başka nasıl yapabiliriz?”) öğretmen adaylarında merak uyandırarak hem bireysel düşünmeyi hem de grup içi tartışmayı teşvik etmiştir. Bu durum, araştırmalarda (Yackel & Cobb, 1996; Krummheuer, 2007; Erdoğan & Akkus, 2020) da vurgulandığı üzere, anlam oluşturma süreçlerinin gelişiminde sosyo-kültürel etkileşimlerin önemine işaret etmektedir.

Literatürde belirtildiği gibi (NCTM, 2000; Purdum-Cassidy , 2015), öğrencilerin kendi düşüncelerini açıklayabildikleri, arkadaşlarının fikirlerine eleştirel yaklaşabildikleri ve alternatif çözüm yolları sunabildikleri sınıf ortamları, matematiksel okuryazarlığın gelişmesinde merkezi bir rol oynamaktadır. Bu çalışmada gözlemlenen sınıf içi etkileşimler, bu yaklaşımın uygulamada nasıl işlediğine dair somut örnekler sunmaktadır. Öğretmen adayları, sadece problemi çözmekle kalmamış, aynı zamanda çözümlerini savunmak, tartışmak ve yeniden değerlendirmek durumunda kalmışlardır.

Elde edilen bulgular, mevcut literatürle büyük ölçüde örtüşmekte ve argümantasyonun, matematik eğitiminin temel bileşenlerinden biri olarak daha geniş ölçekte kullanılmasının gerekliliğini desteklemektedir.

4.1 Öğretmen Müdahalesinin Argüman Sürecindeki Rolü

Bu çalışmada, üç farklı öğretim döneminde öğrenim gören ilköğretim matematik öğretmen adaylarının “gizemli şekiller” etkinliği sırasında ürettikleri argümanlar, öğretim üyesinin müdahalesinden önce ve sonra nasıl bir değişim gösterdiği bağlamında analiz edilmiştir. Bu bağlamda özellikle “Hangi öğrencinin fikri değişti?”, “Fikrini neden değiştirdi?”, “Fikrini neden savunmaya devam etti?” ve “Öğretim üyesi argümanın hangi bileşenine yönelik müdahalede bulundu?” gibi temel sorular üzerinden yapılan analizler, öğretmen müdahalesinin argümantasyon sürecini nasıl dönüştürdüğünü anlamaya yönelik önemli bulgular sunmuştur.

Araştırma iki aşamalı yapı üzerine kurulmuştur: öğretim üyesinin müdahil olmadığı ve müdahil olduğu süreçler. Müdahil olunan süreçte adayların daha fazla çürütücü (rebuttal), gerekçe ve destekleyici kullandıkları, dolayısıyla daha kompleks argümanlar geliştirdikleri gözlemlenmiştir. Bu sonuç, Martino ve Maher (1999) ile Mueller'in (2009) bulgularıyla örtüşmektedir; bu çalışmalarda da öğretmenin açık uçlu sorularla öğrencilerin argümantasyon düzeylerini yükselttiği ifade edilmiştir.

Öğretim üyesinin yönlendirmeleri, sadece teknik anlamda argüman yapılarını zenginleştirmemiş, aynı zamanda tartışma kültürünü de dönüştürmüştür. Bu da Ayalon ve Even'in (2016) öğretmenlerin sınıf içi argümantasyon kültürünü şekillendirmedeki rolünü vurguladığı bulgularla örtüşmektedir.

Ders sürecinde öğretim üyesinin müdahalesi öncesi ve sonrasındaki öğretmen adaylarının söylemleri karşılaştırıldığında, tüm dönemlerde öğretim üyesinin yönelttiği soruların öğretmen adaylarının fikirlerini yeniden yapılandırılmalarına ve argümanlarını gerekçelendirerek savunmalarına olanak sağladığı gözlemlenmiştir. Bu durum, öğretim üyesinin sınıf içi rolünün yalnızca bilgiyi aktaran bir konumdan öteye geçerek, öğretmen adaylarının düşünme süreçlerini yönlendiren, sorgulama ortamını teşvik eden bir rehberlik fonksiyonu üstlendiğini göstermektedir. Özellikle öğretmen adaylarının önce kendi aralarında veri sunup bu verilerden iddialara ulaştıkları ve süreci kendi gerekçeleriyle temellendirdikleri gözlemlenmiştir.

Bu süreçte, öğretmen adaylarının ortaya koyduğu argümanlarda gerekçelendirme düzeyinin derinliği, kavramların bilimsel doğruluğu ve argüman bileşenlerinin bütünlüğü her zaman istenilen düzeyde olmamıştır. Bazı durumlarda gerekçeler yüzeysel kalmış, kanıtlar yeterince temellendirilmemiş ya da kavramların kullanımı hatalı olmuştur. Bu durum, literatürde de vurgulandığı üzere (örn. Toulmin, 2003; Osborne, Erduran ve Simon, 2004), argümantasyonun sadece iddia ve kanıt sunmaktan ibaret olmadığı, aynı zamanda bu unsurların tutarlı, doğru ve mantıksal bir yapı içinde bütünleştirilmesinin gerekli olduğunu ortaya koymaktadır. Dolayısıyla, öğretmen adaylarının argümanlarındaki bu sınırlılıklar, kavramsal bilgileri ile argümantatif düşünme arasındaki ilişkinin güçlendirilmesine yönelik hedeflenmiş öğretimsel müdahalelerin önemini bir kez daha göstermektedir.

Bu tür durumlarda öğretim üyesinin pedagojik duyarlılığı büyük önem arz etmektedir. Van Es ve Sherin (2002), öğretmenin sınıf içindeki öğrenci düşüncelerini “fark edebilme, yorumlayabilme ve değerlendirebilme” becerilerinin, pedagojik yeterlik kapsamında ele alınması gerektiğini belirtmektedir. Öğretmen adaylarının oluşturduğu argümanlarda kavramsal eksiklikler ya da yanlış anlamalar bulunduğu, öğretim üyesinin bu fikirleri doğrudan düzeltmeye çalışmak yerine, öğrencinin matematiksel düşüncesini anlamaya çalışması ve bu düşüncüyü yeniden yapılandırmasına olanak tanınması, öğrenmenin kalıcılığı açısından önemli bir etkidir.

Öğretim üyesinin öğretim sürecinde öğretmen adaylarının fikirlerini dinlediği anlarda neyin doğru neyin yanlış olduğunu anlayabilmesi, öğretmen adaylarının kavram yanlışlarını tespit edebilmesi ve bu tüm bu durumları muhakeme ederek gözlemlerini anlamlandırıp, değerlendirebilmesi için pedagojik yeterlik (Van Es ve Sherin, 2002) önemli olmakla birlikte öğretmen adayı tarafından ortaya konan bir fikir ya da teoremin işe yarayıp yaramayacağını bilmesi de alan bilgisi yeterliliği (Ball vd., 2008) ile ilişkilendirilir. Bu yüzden bu çalışma Shulman’ın (1986) ortaya attığı ve öğretmenlerde bulunması gereken bilgi türlerinin (konu alan bilgisi, pedagojik alan bilgisi, müfredat bilgisi) öğretmenin fark etme, yorumlayabilme, değerlendirebilme, yaratıcı ortamda üretilen fikirlerin doğruluğunu ya da yanlışlığını analiz etme yetilerini etkileyen önemli bir faktör olduğunu ortaya koymuştur.

Öğretmen adaylarının öğretim üyesinin müdahalesi olmadan yürüttükleri tartışmalarda, genellikle şekillerin belirli özelliklerine dayalı olarak veri (D) ortaya koydukları, bu veriler üzerinden iddia (C) geliştirdikleri ve gerekçelendirme (W) yoluyla bu iddiaları desteklemeye çalıştıkları gözlemlenmiştir. Süreç içerisinde bazı öğretmen adayları bu iddia-gerekçe ilişkisini desteklemiş (backing - B), bazıları ise alternatif görüşlerle bu yapıdaki eksiklikleri ele alarak çürütücü (rebuttal - R) ifadeler geliştirmiştir. Ancak öğretim üyesinin müdahalesi olmaksızın gelişen bu tartışmalarda, öğretmen adaylarının kavramları hatalı biçimde kullandıkları, geçerli gerekçelerle tutarlı argümanlar oluşturamadıkları veya argüman bileşenlerini eksik yapılandırdıkları bazı durumlar tespit edilmiştir. Bu noktada öğretim üyesinin pasif bir gözlemci olarak değil, aktif bir fark edici ve yönlendirici olarak sürece katılması gerektiği açıkça ortaya çıkmaktadır. Öğretmen adaylarının kavram yanlışlarıyla şekillenen argüman öğeleri, öğretim üyesinin dikkatli bir

gözlem ve pedagojik müdahalesiyle yeniden düzenlenebilir. Öğretim üyesinin, öğretmen adayının ifade ettiği düşünceyi doğrudan düzeltmek yerine, bu düşüncenin matematiksel temellerini açığa çıkarmaya çalışması ve gerekli yönlendirmelerle argüman şemasının yeniden yapılandırılmasını sağlaması, etkili bir öğrenme ortamının olmazsa olmazıdır.

Ders sürecinde öğretim üyesinin sürece aktif olarak müdahil olmadığı, yalnızca dinleyici rolünde bulunduğu durumlarda öğretmen adaylarının kendi aralarında yürüttükleri tartışmaların niteliği önemli bulgular sunmaktadır. Transkriptte görüldüğü üzere (EK-2) , öğretmen adayları dörtgenler hiyerarşisi, özel ve genel durumlar arasındaki ilişki ve şekillerin tanımlayıcı özellikleri gibi kavramsal temalarda yoğunlaşmış; ancak temel geometrik sınıflandırmaların bazı noktalarında kavramsal yanlışlar ortaya çıkmıştır. Örneğin, “kare-dikdörtgen” ilişkisine dair görüş ayrılıkları, bazı öğretmen adaylarının kavramları doğru biçimde içselleştirmekte zorlandığını göstermektedir. Bu durum, kavramsal netliğin eksikliği ve yanlış anlamaların tartışmaya yansıdığını ortaya koymaktadır.

Bununla birlikte, gruptaki bazı öğretmen adaylarının yanlış anlamaları düzeltme girişimleri ve tartışmayı sürdürmeleri, akran etkileşiminin öğrenme ortamlarında anlam yapılandırma sürecine katkı sağlayabileceğini desteklemektedir. Ancak, bu tür akran temelli tartışmalar genellikle iddia ve sınırlı gerekçe düzeyinde kalmakta, kanıtların çoğunlukla şekil gözlemlerine veya hatırlanan kurallara dayandığı görülmektedir.

Bu durum, literatürde öğretmen rehberliğinin önemine işaret eden önceki çalışmaları desteklemektedir (Osborne, Erduran ve Simon, 2004; Sampson ve Clark, 2008). Öğretim üyesinin sürece stratejik müdahalelerle katılmadığı ortamlarda akran tartışmaları kavramsal etkileşimi mümkün kılmakla birlikte, gerekçelendirme derinliği ve bilimsel doğruluk bakımından sınırlı kalmaktadır. Bu bağlamda, öğretmen bilgisinin ve öğretim üyesinin aktif rolünün, öğrencilerin argümantasyon süreçlerinde kavramsal doğruluk, bütünlük ve tutarlılık sağlamada kritik bir işlev gördüğü bir kez daha doğrulanmaktadır.

Dolayısıyla, öğretim üyesinin etkili soru sorma ve yönlendirme biçimi, öğrencilerin yalnızca fikirlerini paylaşmalarını değil; aynı zamanda düşüncelerini bilimsel argümanlar temelinde yapılandırmalarını destekleyen belirleyici bir faktör olarak ortaya çıkmaktadır. Bu bulgu, öğretmen rehberliğinin argümantasyon temelli matematik öğretiminde vazgeçilmez olduğunu vurgulamaktadır.

Leatham, Peterson, Stockero ve Van Zoest (2015, s.93) kanıt sunmanın önemini, “öğrenciler heyecanla parmak kaldırdıklarında bu düşündüklerinin bir kanıtıdır, ancak; bu, matematiksel düşüncelerinin içeriği hakkında bir bilgi vermez” sözünden yola çıkarak öğretmen öğrencilerinin fikirlerini iyi bir şekilde dinleyerek matematiksel açıdan fikirlerini savunmaları için ispat yapmalarını teşvik eder. Ancak süreç analiz edildiğinde öğrencilerin ispat yapma ya da matematiksel olarak kurallardan, ispatlardan yararlanmalarının eksik olduğu görülmüştür. Bu durumlarda öğretmen aktif olarak sürece dahil olmuş ve öğrencilerini argümanlarının devamlılığını sağlamaları için müdahalede bulunmuştur. Öğretmenin süreçte soruları ile yönlendirmeler yapması sonucunda argüman üretmede gelişme sağlanmıştır.

Bu araştırmada öğretim üyesinin, öğretmen adaylarının argümantasyon üretim sürecine nasıl katkı sağladığı, sürece ne tür sorularla müdahil olduğu ve bu müdahalelerin öğretmen adaylarının söylemlerini nasıl dönüştürdüğü ayrıntılı biçimde incelenmiştir. Öğretmen adaylarının argümantasyon süreçlerinde zamanla karşılıklı tartışma kültürü geliştirdikleri, arkadaşlarının argümanlarına destek sundukları veya çürütücü stratejiler geliştirdikleri gözlenmiştir. Bu, Cobb ve Yackel’in (1996) sosyal ve sosyo-matematiksel normlar bağlamında ortaya koyduğu iş birliği ve kolektif anlam inşası sürecini desteklemektedir. Özellikle, öğretim üyesinin müdahil olduğu süreçlerde sosyo-matematiksel normların daha belirgin hâle geldiği görülmüştür. Özellikle “Gizemli Şekiller” etkinliği sırasında öğretim üyesi müdahalesi öncesinde ve sonrasında öğretmen adaylarının üretmiş oldukları argüman yapıları karşılaştırmalı olarak analiz edilmiştir. Tartışmalar boyunca öğretmen adaylarının kavramsal sınıflandırma, şekil özellikleri, hiyerarşik ilişki kurma ve ispat temelli düşünme düzeylerinde gözle görülür bir farklılık olduğu tespit edilmiştir.

Öğretim üyesi müdahalesi öncesi yapılan tartışmalarda öğretmen adaylarının büyük ölçüde sezgisel ve gündelik bilgiye dayalı açıklamalar yaptığı, şekillerin isimlendirilmesinde ise genellikle görsel benzerlik veya hatırlanan formül parçaları üzerinden sınıflandırmaya çalıştıkları görülmüştür. Örneğin Emrah, şekillerin görünümleri üzerinden genelleme yapmaya çalışırken, Buse şekillerin üst düzeyden alt düzeye doğru hiyerarşik olarak incelenmesi gerektiğini ifade etmiştir. Bu tür açıklamalar, öğrencilerin şekillerin özellikleri arasında ilişkiler kurmaya

çalıştığını göstermekle birlikte, ispat temelli düşünmenin henüz gelişmediğine işaret etmektedir.

Sürece öğretim üyesi müdahil olduğunda ise öğretmen adaylarına yalnızca doğru cevabı sunmak yerine, onların düşüncelerini daha derinlemesine sorgulamalarını teşvik eden stratejik sorular yönelmiştir: “Bu şekil mutlaka dikdörtgen midir?”, “Deltoid olamaz mı?”, “Paralelkenar olması neye bağlıdır?”, “Neden dik olmak zorunda?”. Bu tür sorular, öğretmen adaylarının varsayımlarını sorgulamalarını sağlamış, öne sürdükleri iddiaları matematiksel ilkelerle gerekçelendirme ihtiyacını doğurmuştur.

Nitekim öğretim üyesi müdahalesiyle birlikte öğretmen adaylarının söylemleri de farklılaşmıştır. Başlangıçta sadece “şekle benzeme” ya da “kenar eşitliği” üzerinden sınıflandırma yapan öğrenciler, daha sonra açı-kenar-açı kriteri, üçgen eşitsizliği, paralellik, köşegen uzunluğu gibi kavramları kullanarak fikirlerini gerekçelendirmiştir. Örneğin, öğretim üyesinin sorusu sonrasında bir öğretmen adayı, “dikdörtgen değilse paralelkenar olabilir mi?” sorusuyla argümanın sınırlarını yeniden tanımlamış; bir diğeri ise “karenin aynı zamanda dikdörtgen olması” bağlamında matematiksel kapsayıcılık üzerine açıklama yapmıştır.

Bu süreçte Leatham vd., (2015) belirttiği gibi, öğretmen adaylarının ispat yapmaları yalnızca heyecanla katılmalarına değil, aynı zamanda matematiksel düşüncelerinin geçerliliğini sorgulamalarına da bağlı hale gelmiştir. Öğretim üyesinin bu noktadaki temel katkısı, öğretmen adaylarının “fikir beyanı” düzeyinden “kanıta dayalı savunma” düzeyine geçiş yapmalarını mümkün kılan öğrenme fırsatlarını yaratması olmuştur.

Bulgulara göre, öğretim üyesinin sınıf içi söyleme müdahalesi;

- Öğretmen adaylarının kavramsal netliklerini artırmış,
- Kavram yanılgılarının fark edilmesini sağlamış,
- Farklı argümanların üretimini teşvik etmiş,
- Argüman öğeleri (veri, gerekçe, iddia, destekleyici, çürütücü) arasındaki bağların güçlenmesine katkıda bulunmuştur.

Bu noktada Shulman’ın (1986) öğretmen bilgi türleri kuramı önemli bir referans noktası sumaktadır. Öğretim üyesinin sahip olduğu alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisi, yalnızca doğruyu göstermekten öte, öğretmen adayının fikrini fark etmek, yapılandırmak ve yeniden inşa etmesini desteklemek açısından

belirleyici olmuştur. Aynı şekilde, Ball, Thames ve Phelps'in (2008) vurguladığı “matematiksel öğretim bilgisi”, öğretmenin öğrencinin bilgisini yorumlayarak müdahale etmesini sağlayan temel bir bilgi biçimi olarak bu araştırma bağlamında da doğrulanmıştır.

Bu süreçte tespit edilen bir diğer önemli bulgu; Öğretim üyesi öğretmen adaylarına sorular sorarak “Senin söylediğin hakkında diğer arkadaşlar ne düşünüyor?”, “Peki bunu ispatlayabilir misiniz acaba? Neden dik olmak zorunda? Neden paralel olmak zorunda?” tarzında sorular sorarak öğretmen adaylarının tartışma zemini oluşturmalarına, matematiksel yöntem belirlemelerine ortam hazırlamayı amaç ediniyor. Öğretmen adaylarından gelen dönütleri incelediğimizde de “Açıklamak isteyen açıklar tartışabiliriz de.” Öğretim üyesinin amacına ulaştığını kanıtlamaktadır. Tartışma grubu-2'nin üyelerin öğretim üyesinin açıklamalarından sonra ispatla birlikte tanımlara da artık yer vermektedir. Bu süreç incelendiğinde diklik, aç-kenar-açı, paralellik, yamuk kavramı, üçgen eşitsizliği kavramlarının tanımlarına dayanarak açıklamalarda bulunuyorlar.

ÖA. 1: Dörtgen diyelim Bence ona çünkü sınıflandırın gruplandırın dedi ya. Ben başta hepsine dörtgen deyip geçelim dedim ama.

ÖA. 2: Ben kenardaş dedim ama değiştirilebilir tabii ki.

ÖA. 3: Zaten hepsine dörtgen diyeceksek bu kadar ispat yapmamızın anlamı yok isimlendiriyorsak özele girmemiz lazım yüzden dörtgen demek Bence çok mantıklı bir hareket olmaz.

Şeklinde yürütülen tartışmalara baktığımızda öğretim üyesinin her öğretmen adayının fikirlerini söyleyip, tartışabilecekleri zemini oluşturmayı başardığı söylenebilir. Ayrıca süreç içerisinde Feride-Muzaffer-Mert ve birçok öğretmen adayının da birbirlerini sorguladıkları da görülmektedir.

4.2 Öğretmenin Öğrencilerin Matematiksel Düşüncelerini Ortaya Çıkarmaya Yönelik Sorgulamaları

Bu çalışmada elde edilen bulgular, öğretim üyesinin öğretim süreci boyunca öğretmen adaylarının matematiksel düşüncelerini ve özellikle uzamsal düşünmeyi açığa çıkarmaya yönelik çeşitli sorgulama stratejilerini etkin biçimde kullandığını ortaya koymuştur.

Araştırmada öğretim üyesinin kullandığı sorgulamalar; öğretmen adaylarının yalnızca doğru cevaba ulaşmalarını değil, aynı zamanda çözüm

süreçlerini mantıksal temellerle açıklamalarını, farklı çözüm yolları geliştirmelerini ve argüman üretmelerini teşvik edecek biçimde yapılandırılmıştır. Bu yönüyle öğretmenin soru sorma biçiminin, Toulmin'in argümantasyon modeli açısından özellikle "kanıt (data)", "gerekçe (warrant)" ve "destekleyici (backing)" bileşenlerine odaklandığı ve bu öğeleri öğretmen adayı cevaplarında görünür kılmaya çalıştığı dikkat çekmektedir.

Bulgular, öğretim üyesinin kullandığı sorgulama türlerinin *açıklama isteme, neden-sonuç ilişkisi kurdurma, genelleme yapmaya yöneltme, ilişki kurdurma ve tahmin/hipotez geliştirme* gibi üst düzey düşünceleri desteklemeye yönelik olduğunu göstermektedir. Özellikle öğretim üyesinin, öğretmen adaylarının eksik, hatalı ya da yüzeysel açıklamaları üzerine ısrarla sorular yöneltmesi, öğrencinin düşünce sürecini yeniden yapılandırmasına olanak tanımıştır. Örneğin, "Bu yöntemi kullanmanın nedeni nedir?" ya da "Dikdörtgen olma durumu kesin mi?" gibi sorular, öğretmen adayının mevcut bilgiyle yetinmeyip daha derin açıklamalar üretmesini sağlamaktadır. Bu bağlamda öğretim üyesinin soru sorma stratejilerinin, Davis'in (2005) önerdiği yaratıcı tartışma ortamını teşvik eden öğretim yaklaşımlarıyla uyumlu olduğu söylenebilir.

Araştırma sürecinde elde edilen sınıf içi etkileşim kesitleri, öğretim üyesinin öğretmen adaylarının fikirlerini doğrudan kabullenmek yerine bu fikirleri sorgulamaya ve gerekçelendirmeye yönelik sorgulamalar yaptığını göstermektedir. Örneğin, bir öğretmen adayının "dikdörtgen zaten bir paralelkenardır" şeklindeki yanıtı üzerine öğretim üyesinin "Peki dikdörtgen olmayan bir paralelkenar olabilir mi?" sorusunu yöneltmesi, öğretmen adayının kavramsal bilgisini derinleştirmeye ve olası genellemeleri sınamaya yönelik bir strateji olarak değerlendirilebilir. Bu tür müdahaleler, öğretmen adayı argümanının hem yapısal hem içeriksel boyutunun yeniden gözden geçirilmesine katkı sağlamaktadır.

Araştırmada hem keşif temelli hem de ikna edici argümantasyon biçimlerine rastlanmıştır. Müdahalesiz oturumlarda öğretmen adaylarının "hipotez kurma ve alternatif çözümler geliştirme" gibi keşif temelli stratejileri benimsediği; yapılandırılmış süreçlerde ise özellikle "iddia çürütme" (Type 2 rebuttal) stratejileri kullanarak ikna edici argümantasyon geliştirdikleri tespit edilmiştir.

Bu bulgu, Reuter'in (2023) argümantasyon türlerine dair sınıflandırmasıyla örtüşmektedir: Keşif temelli yapıların bilgi üretmeye; ikna edici yapıların ise görüş savunmaya odaklandığı belirtilmiştir.

Öğretmen adaylarının, “gizemli şekil” gibi etkinlikler sırasında yalnızca tanım yapmakla kalmayıp, şekil çizme, özellikleri belirleme ve bu özellikleri gerekçelendirme gibi çoklu temsil stratejilerini kullandıkları gözlemlenmiştir. Bu süreçte öğretim üyesinin sorularının bu temsilleri destekleyecek şekilde yapılandırıldığı belirtilmiştir.

Öğretmen adaylarının çizim yaparak ve matematiksel teoremlere başvurarak fikirlerini savundukları durumlar, kavramsal öğrenmenin argümantasyon yoluyla nasıl derinleştiğini göstermektedir.

Bulgular, öğretim üyesinin özellikle öğretmen adaylarının kavramları kendi deneyim ve düşünceleriyle yeniden yapılandırmalarına da imkân tanıdığını göstermektedir. “Gizemli şekiller” etkinliğinde öğretmen adaylarının tanıdık olmayan şekillere kendi isimlerini vermesi gibi örnekler, öğretmen adayının kavramı henüz tanımlayamasa bile onu anlamlandırma çabası içinde olduğunu göstermektedir. Bu durum Ball (2001) ve Schifter (2001) in de ifade ettiği gibi, öğretmenlerin öğrenci düşüncesini anlamakta yaşadığı güçlüklerin temel kaynaklarından biridir. Ancak bu güçlükler, öğretmen açısından bir engel değil, aksine öğretim sürecini şekillendiren bir fırsat olarak değerlendirilmiştir.

Ayrıca öğretim üyesinin sorgulamalarının öğretmen adayları arasında etkileşimi teşvik ettiği ve sınıf ortamında kolektif düşünmeyi desteklediği gözlemlenmiştir. Öğretmen adaylarının birbirlerinin gerekçelerini değerlendirmesi, ikna süreçlerine katılması ve ispat yapmaya yönlendirilmesi, sınıf ortamında sosyal işbirliğine dayalı bir öğrenme kültürü oluşmasına katkı sunmuştur (Wu & Hsieh, 2006). Bu süreçte öğretim üyesinin "Sen ikna oldun mu?", "Neden ikna olmadın?" gibi soruları, öğrencinin yalnızca kendi düşüncesine değil, arkadaşlarının fikirlerine karşı da eleştirel bir bakış geliştirmesine neden olmuştur.

Sonuç olarak, öğretim üyesinin etkili sorgulama stratejileri sayesinde öğretmen adaylarının matematiksel düşünceleri, argüman üretmeleri ve kavramsal anlamaları derinleşmiş; öğretim ortamı daha etkileşimli ve anlamlı hale gelmiştir. Bu bulgular, öğretim üyesinin soru sorma yetisinin yalnızca bilgi aktarmaya değil, aynı zamanda öğrenme sürecini yapılandırmaya ve öğretmen adaylarının düşüncesini görünür kılmaya hizmet ettiğini göstermektedir.

Literatürde vurgulanan (Akkuş vd., 2018; Jacobs & Philipp, 2010) öğretmen sorgulamasının öğrencilerin düşünce süreçlerini anlamada kritik bir araç olduğu yönündeki bulgular, bu araştırma ile de desteklenmiştir. Öğrencilerin

öğrenmelerini kendi bilgi ve deneyimleri üzerine inşa edebilmeleri için öğretmenin yönlendirici ve derinlemesine sorgulamalar yapması büyük önem taşımaktadır. Bu bağlamda, öğretmenlerin etkili sorgulama stratejilerini bilinçli bir şekilde geliştirmeleri hem pedagojik etkililiği artırmakta hem de öğrencilerin matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmelerine katkı sağlamaktadır.

Araştırmadan elde edilen sonuçlar doğrultusunda süreç boyunca öğretim üyesinin verdiği soru türlerinin Tablo 1.2. Boaler ve Brodie'nin (2004) soruları ile uyumlu olduğu ve sıklıkla sorgulamalar yaptığı dikkat çekmiştir. Öğretim üyesi bu sorgulamaları, öğretmen adaylarının fikirlerini tam olarak ortaya çıkaramadıkları, bilgilerini açıklayamadıkları ya da öğrencilerin eksik ve hatalı yanıtlar verdiklerinde öğretmen adayının düşüncesini sorgulamak, içeriği/kuralı/argümanı tekrar etme ya da açıklama gereği duyduğunda kullanmaktadır. Öğrencilerin neyi nasıl düşündüğünü bilmek ve sözlerini dikkate almak, öğretmene öğrencilerin neyi anladıklarını, nerelerde zorlandıklarını ve neyi öğrendiklerini daha iyi fark edebilme becerisi kazandırır (Jacobs & Phillip, 2010). Öğrencinin fikirlerinin ortaya çıkarılması ve öğretimde işlevsel hale getirilmesi zor bir süreçtir. Bu konu üzerine yapılan araştırmalar, öğrenci düşüncesinin bazı sebeplerden ötürü öğretmeni zorlayabileceğini belirtmektedir (Ball, 2001; Schifter, 2001). Bu sebeplerden biri, öğrencilerin her zaman söylediklerini anlaşılabilir ve açık yollarla ifade etmemesinden kaynaklanmaktadır. Diğer bir zorluk ise, öğrenciler bazı matematiksel kavramları, konuları, kuralları, teoremleri anlayamayabilir fakat kendi düşünceleriyle kavramı anlamlandırabilir ya da isimlendirebilir. Bu durumlar bu çalışmada da göze çarpmaktadır. Örneğin gizemli şekiller etkinliğinde şekillerin en spesifik sınıflandırılmasının yapılması istenmiştir. Öğretmen adayları şekillerin özelliklerine göre sınıflandırmayı yaparken matematik ve geometride bilinen geometrik şekiller dışında kendileri bir sözcük türetip ona göre isimlendirmeler yapmıştır. Bu durum da argüman üretirken argümanın eksik ya da devamlı olmamasına neden olmuştur.

Araştırmadan elde edilen bulgulara göre matematik öğretiminde süreç içerisinde öğretim üyesi farklı türlerde sorgulamalar yapmaktadır. Ders kayıtlarının transkript edilmesiyle elde edilen sorgulama ile alakalı kesitler aşağıda verilmiştir.

KESİT-1 (05.05.2021)

R.A. : O zaman peki şurada size şunu sorayım o zaman, 2 için. Şekil 2 bir paralelkenar olabilir mi?

Buse: Dikdörtgen zaten bir paralelkenardır, aslında.

R.A. : Peki dikdörtgen olmayan bir paralelkenar olabilir mi?

Emrah: Karşılıklı kenarları birbirine eşit olduğu için biri 90 ise diğerleri de 90 olmak zorunda.

R.A. : Yani dikdörtgen olmayan bir paralelkenar olamaz mı?

Buse: Olamaz ya, çünkü, zaten dikdörtgen paralelkenarın dik hali, yani özel hali değil mi?

R.A. : Tamam dikdörtgen paralelkenarın özel bir hali (Buse: Evet). Ama siz burada şunu söylüyorsunuz: Diyorsunuz ki bu kesinlikle bir dikdörtgendir. Yani dikdörtgen olması sebebiyle de bir paralelkenardır.

Emrah- Buse: Evet.

R.A. : Tamam ama ben özel olarak sorduğum soru şu: Bunun dikdörtgen olma durumu kesin mi?

KESİT-1 kapsamında gerçekleşen sınıf içi etkileşimde, öğretim üyesinin stratejik bir biçimde yönelttiği sorular, öğretmen adaylarının “paralelkenar”, “dikdörtgen” ve “özel durum” gibi kavramlar arasında ayırım yapmalarını teşvik eden bir yapıdadır. Özellikle öğretim üyesinin "Şekil 2 bir paralelkenar olabilir mi?" sorusuyla başlattığı sorgulama, öğretmen adaylarının sahip oldukları ön bilgiyi harekete geçirerek, mevcut kavramsal çerçevelerinin sorgulanmasını sağlamıştır.

İlk etapta Buse ve Emrah'ın paralelkenar kavramını dikdörtgen üzerinden tanımladıkları ve dikdörtgenin bir paralelkenar olduğunu ifade ettikleri görülmektedir. Bu söylem, öğretmen adaylarının hiyerarşik sınıflandırma konusunda belirli bir bilgiye sahip olduğunu, ancak bu bilginin matematiksel genellik ve gereklilik düzeyinde henüz netleşmemiş olabileceğini göstermektedir. Öğretmen adayları, paralelkenar ve dikdörtgen ilişkisini “iç içe geçmiş” fakat yönsüz bir sınıflama mantığıyla açıklamakta; örneğin Emrah, “Karşılıklı kenarları eşit olduğu için biri 90° ise diğerleri de 90° olmak zorunda” diyerek paralelkenarın dik olma zorunluluğunu ifade etmektedir. Bu, öğretmen adayının paralelkenarların her zaman dik açılı olduğunu varsaydığını ve kavramsal genellemede hata yaptığını ortaya koymaktadır.

Bu noktada öğretim üyesinin müdahalesi belirleyici rol oynamaktadır. Öğretim üyesi, öğretmen adaylarının sunduğu açıklamaları doğrudan düzeltmek yerine, "Peki dikdörtgen olmayan bir paralelkenar olabilir mi?" sorusuyla ters örnek oluşturmayı devreye sokarak öğrencileri düşünsel olarak zorlamıştır. Bu tür sorular, öğretmen adaylarının mevcut kavramları yeniden gözden geçirmelerine ve alternatif durumları analiz etmelerine fırsat sunmaktadır. Bu strateji, matematiksel düşünmenin temelini oluşturan "gerekliklik ve yeterlilik koşulları"nı tartışmaya açarak, öğrencilerin kavramları daha net ve tanımsal olarak işlemelerini teşvik eder (Sfard, 2008; Stylianides, 2007).

Öğretmen adaylarından gelen "dikdörtgen zaten paralelkenarın dik hali", "dikdörtgen olmazsa paralelkenar da olamaz" gibi ifadeler, kavram yanlışlarını açıkça ortaya koymaktadır. Bu yanlış, geometri öğretiminde sıkça rastlanan, özel ve genel durumlar arasındaki ilişkinin tersine çevrilmesiyle oluşan bir problem olarak literatürde de belirtilmektedir (Usiskin, 1982). Bu bağlamda öğretim üyesinin "Bunun dikdörtgen olma durumu kesin mi?" sorusu, öğretmen adaylarının varsayımlarını gerekçelendirmeye ve sorgulamaya zorlamaktadır. Bu tür soruların Toulmin'in argümantasyon modelinde özellikle gerekçe (W) ve çürütücü (R) bileşenlerin devreye girmesini tetiklediği söylenebilir.

KESİT-1 örneği, öğretim üyesinin müdahalesiyle birlikte öğretmen adaylarının söylemlerinin veri temelli tanımlamadan, matematiksel akıl yürütmeye doğru evrildiğini göstermektedir. Bu bağlamda öğretim üyesinin yönlendirmesi, öğretmen adaylarında sadece doğru kavram bilgisinin gelişmesini değil; aynı zamanda kavramlar arası ilişki kurabilme, soyutlama ve sınıflandırma süreçlerinin de desteklenmesini sağlamıştır.

Bu bulgu, Shulman'ın (1986) öğretmen bilgi türlerinden pedagojik alan bilgisi ve alan bilgisinin sınıf içi argümantatif etkileşimlerde nasıl etkili biçimde birleştiğini ortaya koyar. Öğretim üyesinin hem içerik bilgisi hem de bu bilgiyi öğretmen adayının düşüncesine göre yapılandırma yetisi, öğretmen adaylarının kavramsal yanlışlarını fark etmelerini kolaylaştırmakta ve anlamlı öğrenmeye hizmet eden bir tartışma ortamı yaratmaktadır.

KESİT-2 (05.05.2021)

Emrah: Hocam hemen ben bir şey sorabilir miyim şimdi Muzaffer dedi ya hocam dikdörtgen demek zorunda mıyız ya da farklı bir isim verebilir miyiz diye?

R.A. : Evet.

Emrah: Bizim elimizde dikdörtgenler var. Biz bu özelliği hangi dörtgenin ya da farklı bir isim vermek olur mu yani?

Muzaffer: Biz şöyle düşündük. Baktık olmuyor yapamıyoruz dedik. Bari kendimiz isim verelim.

KESİT-2'de yer alan öğretmen adayları söylemleri, öğretmen adaylarının bazı matematiksel kavramları tanıma, sınıflandırma ve isimlendirme süreçlerinde yaşadıkları güçlükleri açık bir biçimde ortaya koymaktadır. Emrah ve Muzaffer'in söylemleri, özellikle “dörtgenlerin hiyerarşik sınıflandırması” bağlamında resmi terimlerin kullanımında yaşanan kavramsal belirsizliklere dikkat çekmektedir. Emrah'ın “Bizim elimizde dikdörtgenler var. Biz bu özelliği hangi dörtgenin... ya da farklı bir isim vermek olur mu?” ifadesi ile Muzaffer'in “Yapamıyoruz dedik, bari kendimiz isim verelim” çıkışı, öğretmen adaylarının soyut geometrik kavramları içselleştirmekte zorlandıklarında alternatif stratejilere yönelme eğiliminde olduklarını göstermektedir.

Bu durum, öğretmen adaylarının kavramları sadece tanımsal bilgiler aracılığıyla değil; aynı zamanda bilişsel olarak anlamlı hale getirerek, kendi düşünme süreçleriyle bütünleştirmeye çalıştıklarını göz önüne sermektedir. Öğretmen adaylarının resmi matematiksel terimler yerine kendi kavramsal üretimlerini önerme davranışı, kimi zaman yüzeysel öğrenme biçimi olarak değerlendirilse de yapılandırmacı öğrenme teorisi açısından incelendiğinde bu durum aktif anlamlandırma çabasının bir göstergesi olabilir (Steinbring, 2005).

Literatürde de bu tür kavramsal üretimler, öğrencinin öğrenme sürecinde “geçici kavram etiketleri” üretmesi olarak tanımlanır (Sfard, 1991). Sfard'a göre, öğrenciler yeni kavramları içselleştirmeden önce, zihinsel olarak bu kavramı anlamlandırabilecekleri sembolik temsiller üretirler. Bu semboller, bazen resmi terimlerle birebir örtüşmese de öğrenmenin inşa sürecinde işlevsel birer araçtır. Muzaffer'in “kendi isimlerini verme” önerisi bu bağlamda, öğrencilerin hem epistemolojik bir boşluğu fark ettiklerini hem de bu boşluğu doldurma niyetinde olduklarını gösterir.

KESİT-3 (27.12.2022)

R.A. : Peki şu an elimizdeki bilgiler bunun dikdörtgen olma ihtimali güçlendirmiyor mu?

Sıla: Evet dikdörtgen olma ihtimali güçlendiriyor ama kesinlikle dikdörtgen diyemeyiz.

R.A. : Tamam dikdörtgen olması için neye ihtiyacımız var?

Sıla: EA kenarı ile AR kenarının burada PA kenarı ile NR karşılıklı kenarlarını eşit olduğunu verirse bu Bir dikdörtgende diyebiliriz.

Elif: Paralellikten dolayı burada bir eşitlik yok mu?

Sıla: Evet dik açı oldukları için paraleldir. O yüzden de eşitlik var.

R.A. : O zaman şu an paralel olma durumu ve eşit olma durumuna ikna oldun mu?

Sıla: Evet şu an oldum.

R.A. : Peki bana o zaman şunun tartışmasını yapın paralellik üzerinden gitmek istiyorsanız PA'nın nereye paralel olduğunu nasıl ispatlayabilirsiniz?

KESİT-3'te öğretim üyesi, öğretmen adaylarının dikdörtgen olma iddialarını destekleyen mevcut bilgileri tartışmalarını sağlarken, aynı zamanda “dikdörtgen olmak için neye ihtiyaç duyulduğu” üzerine odaklanarak ispat süreçlerine katılımı teşvik etmektedir. Sıla'nın, “dikdörtgende karşılıklı kenarların eşit olması gerektiği” şeklindeki gerekçelendirmesi ve Elif'in paralellik ilişkisinin ispatına dair sorusu, matematiksel düşünmenin temeli olan gerekçe üretme ve mantıksal bağ kurma süreçlerini yansıtmaktadır.

Öğretim üyesinin “paralellik üzerinden gitmek istiyorsanız PA'nın nereye paralel olduğunu nasıl ispatlayabilirsiniz?” sorusu, öğretmen adaylarını yüzeysel ifadelerden derinlemesine açıklamalara geçmeye zorlayarak, matematiksel argümantasyonun gelişimini desteklemektedir. Bu yaklaşım, öğretim üyesinin sınıf içi rolünü sadece bilgi aktarıcısı olarak değil; öğrenme sürecini yapılandıran ve öğretmen adaylarının eleştirel düşünme süreçlerini geliştiren bir kolaylaştırıcı olarak tanımlar (Van Es & Sherin, 2002).

Literatürde de vurgulandığı üzere, öğretmenlerin etkili soru sorma teknikleri öğrencilerin düşüncelerini derinleştirmekte, varsayımları sorgulamalarına ve argümanlarını daha sağlam temellere dayandırmalarına imkân tanımaktadır (Chin, 2006; Zohar & Nemet, 2002). Bu durum da öğretmenin müdahalesi, öğrencilerin

matematiksel ispat süreçlerine aktif katılımını artırarak, öğrenme ortamında ortak bir anlam üretimi ve iş birliği kültürünün gelişmesine zemin hazırlamaktadır.

Öğretim üyesinin süreç içerisinde bazı sorgulamaları aşağıda maddeler halinde verilmiştir:

- Tamam diğer arkadaşlar ne diyecekler? Yani ikna edici bir gerekçe mi sundu arkadaşımız?
- Eşkenar yamukta köşegenler birbirine eşit midir?
- Peki Buse sen ikna oldun mu bu durumdan?
- Neden ikna olmadım? Paralelliği burada bana gösteremediniz. Yani dik olması paralel olmasını. Neden gerektirdiğinin cevabını veremediniz.
- Buradaki yapılan tartışmayı göz önünde bulundurduğumuzda sizce bu süreç nasıl işliyor? yapılan şey nedir? Ne yapmaya çalışıyoruz?

Sınıf içerisinde yapılan tartışmaların öğrencilerin düşünceleri üzerine inşa edilebilmesi için öğretim üyelerinin (öğretmenlerin) öğretmen adaylarının (öğrencilerin) söyledikleri, ortaya attıkları düşünceleri matematiksel yapıları birleştirmesi ve öğrencilerin de bu durumları fark edebilecekleri öğrenme ortamını sağlamaları gereklidir (Akkuş vd. 2018). Çünkü öğrenciler, öğrenme süreçlerini kendi bilgi ve tecrübeleri üzerine kurduklarında daha güçlü matematiksel yöntemler, kurallar ve düşünceler ortaya koyar (Lesh ve Harel, 2003). Öğretmen sorgulaması sayesinde öğrencilerin düşünme, problem çözme ve tartışma süreçleri ilerlemektedir. Öğrenciler kendi öğrenmelerini oluşturarak fikirlerini sınıf ortamında paylaşır ve böylece sosyal işbirlikçi bir öğrenme ortamı sağlanmış olur. Bunlardan dolayı da öğrencilerin matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmeleri sağlanmış olur. Öğretmenin etkili sorgulama stratejisine ders sürecinde yer vermesi, öğrencilerin yüzeysel öğrenme yerine derinlemesine anlamalarına katkı sağlar. Bu yüzden, öğretmenlerin yerinde ve etkili soru sorma yöntemlerini geliştirmesi öğrencilerin aktif katılımını sağlayan yaratıcı bir öğrenme ortamı oluşturması için son derece önem taşır.

4.3 Öğretmen Müdahalesinin Argüman Üretme Üzerindeki Rolü

Bu araştırmada, Toulmin'in argümantasyon şeması çerçevesinde analiz edilen video ders kayıtları ve transkriptler, öğretmen bilgisinin ve müdahalesinin öğrencilerin matematiksel durumları fark etmelerini desteklediğini ve bunun, öğrencilerin düşüncelerinin görünür hâle gelmesinde belirleyici bir rol oynadığını

göstermektedir. Bulgular, öğretim üyesinin ders süreci boyunca yönelttiği sorular ve yaptığı yönlendirmeler sayesinde öğretmen adaylarının dikkatlerini kritik matematiksel ilişkilere odakladığını, karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçlerini daha tutarlı ve sistematik biçimde yürüttüklerini ortaya koymaktadır.

Bu durum, sınıf içi sorgulamanın öğrencilerin düşüncelerini açığa çıkarma ve tartışma ortamında yeniden yapılandırma sürecinde temel bir unsur olduğunu öne süren önceki çalışmalarla uyumludur (Cengiz vd., 2011; Di Teodoro vd., 2012; Franke vd., 2009; Moyer & Milewicz, 2002). Ancak mevcut bulgular, literatürdeki bazı çalışmalardan farklı olarak, öğretim üyesinin müdahalesinin yalnızca bireysel öğrenci yanıtlarını şekillendirmekle kalmayıp, aynı zamanda grup düzeyinde tartışmanın yönünü belirleyerek argüman yapısının bütünsel olarak güçlenmesine de katkı sunduğunu göstermektedir. Örneğin, Franke vd. (2009) sınıf içi sorgulamanın bireysel katılımı artırdığını vurgularken, bu çalışmanın verileri, sorgulamanın aynı zamanda öğrenciler arası etkileşimde mantıksal bağların kurulmasını kolaylaştırdığını da ortaya koymaktadır.

Ayrıca, öğretim üyesinin stratejik müdahaleleri, öğretmen adaylarının yalnızca mevcut çözüm yollarını ifade etmelerini değil, alternatif açıklamaları değerlendirmelerini ve farklı bakış açılarını dikkate almalarını da teşvik etmiştir. Bu sonuç, Cengiz vd. (2011) tarafından vurgulanan, “öğretmenin sorularının öğrencilerin düşünme sürecini yeniden yönlendirme kapasitesi” ile örtüşmektedir. Bununla birlikte, mevcut çalışmada gözlemlenen etki, önceki araştırmalarda belirtilen bireysel düzeydeki yönlendirme etkisinin ötesine geçerek, kolektif argümantasyon yapılarının güçlenmesine yönelik daha geniş bir işlev taşımaktadır.

Dolayısıyla, öğretim üyesinin müdahalesi yalnızca anlık cevapları yönlendiren bir unsur olarak değil, aynı zamanda tartışmanın seyrini belirleyen, argüman yapısının derinleşmesine zemin hazırlayan ve sınıf içi etkileşimin niteliğini artıran bir araç olarak değerlendirilmelidir. Bu bağlamda, elde edilen sonuçlar, öğretmen etkileşimlerinin argümantasyon sürecinde bilişsel yükün düzenlenmesi, mantıksal tutarlılığın güçlendirilmesi ve sosyo-matematiksel normların inşası açısından kritik bir işlev gördüğünü ortaya koymaktadır. Bu bölümde; öğretim üyesinin müdahalesinin öğretmen adayları üzerindeki fark etme ve argüman geliştirme sürecine ilişkin elde edilen bulguların değerlendirilmesine yer verilmiştir.

Araştırmadan elde edilen bulgular öğretim üyesinin mevcut bilgi seviyesi ve sınıf ortamındaki müdahaleleri, öğretmen adaylarının matematiksel açıdan farkındalık kazanmaları ve argümanlar geliştirmelerine katkı sağlar. Etkili bir öğretmen, öğrencilerin düşünme süreçlerini analiz eden ve değerlendiren, eleştirel düşüncelerine katkıda bulunan ve matematiksel kavramları derinlemesine anlamalarını sağlayan öğretim yöntem ve teknikleri kullanır. Araştırmanın sorularından biri olan öğretmen adayları argüman üretirken neyi nasıl fark ettiğinin araştırılması olduğundan öğretmen adaylarının sınıf içindeki tartışmalarına, söylemlerinde ve ders sürecindeki matematiksel olarak kuralları, ispatları fark etme yaklaşımlarına dair bir gelişimin gözlemlendiği söylenebilir. Öğretmenin bilgisi, algıları ve öğrenciler hakkındaki inancı bu gelişime olumlu katkıda bulunduğu söylenebilir. Sherin ve Van Es (2009), fark etme becerilerini “Öğretmenler ne fark eder?” ve “Öğretmenler nasıl fark eder?” olmak üzere iki soru üzerinden açıklamaya çalışmışlardır. Bu çalışmada da bu iki soru baz alınarak, öğretim üyesinin bilgisinin ve müdahalesinin öğretmen adayları üzerindeki fark etme yetisi ve argüman geliştirme yaklaşımları öğretim süreci boyunca ele alınıp incelenmiştir. Yapılan çalışmalar süreç içinde öğretmen adaylarının düzenli tekrar eden ve çeşitli yazılı argümantasyon deneyimlerinin sağlanması gerektiğini vurgulamaktadır (Hand vd., 2017a, 2017b; Yaman, 2020; Reznitskaya vd., 2001; Firetto vd., 2019). Bu yüzden bu çalışmada tek bir hafta ile sınırlı kalmamış olup her dönem için en az 3 haftalık süreci içermektedir. Dolayısıyla bu araştırma bu sözü destekler niteliktedir. Öğretmen adayları gizemli şekiller tablosunu kullanarak topladıkları verileri yorumlamış, iddia ve kanıtlar arasında bir ilişki kurmuş ve argümanlar üretmişlerdir (Choi vd., 2013). Ayrıca iddialarını desteklemek için kanıtlarda farklı gösterimlere yer vermişlerdir (Hand ve Choi, 2010). Matematik öğretmen adaylarına yani çalışmada yer alan öğrencilere, aynı zamanda yazma, geometrik şekilleri çizme ve konuşma fırsatı sağlanmıştır. Öğretim süreci boyunca sınıf ortamında öğretmen adaylarına bu imkanların sunulması, onların argüman, farklı matematiksel gösterimler, uzamsal düşünme ve akıl yürütme yönündeki ilerlemelerine katkıda bulunmuş olabilir. Bu durum öğrenmek için yazmanın, öğretmen adaylarının argüman üretmelerine imkân sağlamanın yanında muhakeme ve çoklu gösterimleri ilişkilendirmek için araç olarak hizmet ettiğini gösterir (Applebee, 1984). Literatürde yapılan çalışmalar matematik öğretmen adaylarının sınıf ortamında argüman yöntemini içeren stratejilerin kullanılmasının

olumlu düzeyde öğrenmeye katkıda bulunduğu bulguları desteklemektedir. Ancak argümantasyona katılımın verimli olmamasının bir açıklamasını da Clark ve Sampson (2006) ileri sürmüştür. Argümantasyon içeren etkinlikler sırasında diğer katılımcıların daha fazla söz amasına bağlı olarak bazı katılımcıların sözel argümantasyonda düşüncelerini dile getiremeyeceklerini öne sürmüşlerdir. Bu durumlarda da en önemli görev öğretmene düşmektedir. Öğretmen sınıftaki hakimiyeti ile öğrenciler arasındaki iletişimin olumlu olmasına katkı sağlarken bir yandan da öğrencileri iyi gözlemleyip değerlendirebilmelidir. Matematiksel konular, kavramlar, şekiller üzerine öğrenciler düşüncelerini ileri sürerlerken hata yaparlarsa öğretmen sürece dahil olup öğrencilerinin hatalarını fark etmelerini sağlamalı ve argüman üretmelerinin devamlılığını sağlamalıdır.

Elde edilen bulgular doğrultusunda, matematik öğretmen adaylarının argümantasyon içeren öğrenme ortamlarında, farklı konular ve çeşitli matematiksel etkinliklere katılımlarına imkân verilmesi gerekmektedir. Aynı zamanda, sınıf ortamında iddia ve gerekçelerini oluşturmalarına fırsat verecek sınıf içi tartışmalarını, argümanlarını desteklerken ya da çürütürken farklı matematiksel kuralları, formülleri ve geometrik şekilleri kullanmaları hususunda özgüvenlerinin artması gerektiği ve kanıtlarını bilimsel akıl yürütme süreçlerini kullanarak desteklemeleri ve çürütmeleri gerekir. Ayrıca Geogebra, Sketchpad gibi teknoloji destekli dinamik geometri yazılımlarının ders sürecinde kullanılması, öğretmen adaylarının argüman üretme, farklı gösterimlerle açıklayabilme ve muhakeme süreçlerini olumlu yönde etkileyeceği düşünülerek, teknolojinin derslere entegre edildiği öğrenme ortamlarının farklı derslerde, farklı konularda ve farklı sınıf seviyelerindeki öğrencilere uygulanması gerekir. Tüm bu durumlar öğrenme ortamı içerisinde yer verildiğinde öğretmen ve öğrenci arasında olumlu iletişim sağlanacak olup öğrenciler kendi bilgilerini fark ederek yeni bilgileri anlamlandıracaktır. Böylece de argüman üretmelerinin giderek artacağı elde edilen bulgular arasındadır.

Sonuç olarak, bu araştırmada öğretim üyesinin müdahalesinin yalnızca bilgi aktarımı olarak değil, öğretmen adayının düşüncesini görünür kılan, yapılandıran ve yeniden inşa ettiren bir süreç olduğu görülmüştür. Öğretmen adaylarının fark etme ve argüman oluşturma süreçlerinde ortaya çıkan değişim, öğretim üyesinin içerik bilgisi kadar pedagojik duyarlılığına ve sınıf içi etkileşimdeki etkinliğine de bağlıdır. Bu bağlamda, öğretmenlerin etkili sorgulama stratejileri, matematiksel

düşünmenin teşviki ve tartışma ve akıl yürütme odaklı öğrenme ortamlarının inşası için temel bir unsur olarak değerlendirilmelidir. Bu doğrultuda, öğretmen adaylarına yönelik öğretim süreçlerinin, çoklu temsil biçimlerinin kullanıldığı, sorgulamaya dayalı ve teknoloji destekli ortamlarda gerçekleştirilmesi; fark etme, argüman üretme ve matematiksel düşünme süreçlerinin ilerlemesi açısından önem arz etmektedir.

Tablo 4.1. Öğretmen Müdahalesi Öncesi – Sonrası Argüman Karşılaştırma Analizi

Aşama	Öğretmen Adayı Söylemi	Argüman Yapısı	Analiz
Öncesi	“Karşılıklı kenarlar eşitse bu dikdörtgendir.”	$D \rightarrow C$ (zayıf W, B eksik)	Kavramlar arası geçiş net değil, genelleme hatası var.
Öncesi	“Dikdörtgen zaten paralelkenarın dik hali.”	W (yüzeysel)	Gerekçelendirme sezgisel ve tanımsal derinlikten yoksun.
Sonrası	“Ama paralelkenar da olabilir, çünkü diklik şart değil.”	$C + D + W + R$ (daha dengeli yapı)	Öğretmenin soruları ile birlikte alternatif düşünce gelişmeye başlıyor.
Sonrası	“Bilmiyoruz, belki deltoid olabilir çünkü diğer kenarlar belli değil.”	$R + D + \text{yeni } C$	Alternatif iddialar geliştiriliyor, daha çok kavram kullanılmaya başlanıyor.

Tablo 4.1, öğretim üyesinin yönlendirici sorularının, öğretmen adaylarının argüman yapılarında veri, gerekçe ve çürütme gibi bileşenlerin daha dengeli kullanılmasını sağlayarak söylemlerini kavramsal açıdan çeşitlendirdiğini ve niteleyici dil kullanımını teşvik ettiğini göstermektedir.

4.3.1 Argümantasyon Yapılarının Bileşenlerine Dayalı Gelişimi

Öğretmen adayları, başlangıçta yalnızca iddia ve veri düzeyinde sınırlı argümanlar üretirken; öğretim üyesinin yönlendirmeleriyle birlikte gerekçe, destekleyici ve çürütücü unsurları kullanarak daha gelişkin argümanlar oluşturmuşlardır. Bu süreç Şekil-5 üzerine yapılan tartışma bağlamında açıkça gözlenmiştir:

Veri (V1): “P noktası dik değildir.”

İddia (İ1): “Şekil-5 dikdörtgen değildir, eşkenar dörtgendir.”

Gerekçe (G1): “Dikdörtgen olabilmesi için köşegenlerin birbirine eşit olması gerekiyordu ama burada köşegenler farklı.”

Çürütücü (Ç1): “Hocam, ben daha genel paralelkenardır diyorum.”

Bu örnek, öğretmen adayının şekil özelliklerine ilişkin bilgisini yapılandırarak argümanını oluşturduğunu ve karşıt görüşün iddiayı doğrudan hedef alan bir çürütme sunduğunu göstermektedir (Type 2 rebuttal).

4.3.2 Çürütücü Stratejilerin Kullanımı ve Eleştirel Düşünme

Argümantasyon sürecinde çürütücü bileşenlerin, öğretmen adayları arası tartışmayı derinleştirdiği ve eleştirel düşünmeyi tetiklediği belirlenmiştir. Verheij’in sınıflandırmasına göre çoğu çürütmenin "iddia çürütmesi" (Type 2) türünde olduğu tespit edilmiştir:

Öğrenci: “Bu şekil bence eşkenar dörtgen değil çünkü köşegenler eşit değil.”

Diğer öğrenci: “Ama köşegenlerin eşit olması dikdörtgen için geçerli. Eşkenar dörtgende böyle bir kural yok.”

Çürütme: “Ben yine de paralelkenar olduğunu düşünüyorum çünkü açıları eşit değil.”

Bu yapı, argümanın bir bileşenine (iddia) yöneltilmiş karşı bir iddia üzerinden kurulan eleştirel söylemi göstermektedir.

4.3.3 Öğretmen Müdahalelerinin Şematik Yansımaları

Öğretim üyesinin yönelttiği soruların, doğrudan belirli argümantasyon bileşenlerini tetiklediği bir diğer örnek aşağıdaki gibidir:

Soru: “Dikdörtgen olmayan bir paralelkenar olabilir mi?”

Hedeflenen Bileşen: Çürütücü

Sonuç: Öğrenciler önceki iddialarını sorgulayarak alternatif görüşler geliştirmiştir.

Aynı şekilde, öğretim üyesinin “Kesin olarak kabul edebilir miyiz?” şeklindeki sorusu, öğrencilerde niteleyici kullanımını teşvik etmiş ve argümanların geçerliliği üzerine yeniden düşüncelerini sağlamıştır.

4.3.4 Destekleyici Unsurların Etkin Kullanımı

Destekleyici unsurlar, gerekçelerin geçerliliğini güçlendirme amacıyla kullanılmıştır. Örneğin:

Gerekçe: “Dörtgenin karşılıklı kenarları eşit.”

Destekleyici: “Çünkü bu, paralelkenarın tanımıdır ve bu şekil o tanıma uyuyor.”

Bu örnekte, öğretmen adayının genel matematiksel bilgiye dayanan bir tanımı destekleyici olarak sunduğu ve argümanını sağlamlaştırdığı görülmektedir.

4.3.5 Argümantasyonun Esnek Yapısı ve Bileşenler Arası Geçiş

Bazı durumlarda öğretmen adayı, bir bileşeni (örneğin gerekçeyi) çürütmek için yeni veriler sunmuş ve argümantasyona dinamiklik kazandırmışlardır. Bu durum şemalarda “Çürütücünün Verisi (ÇV)” olarak tanımlanmış ve Toulmin modelinin katmanlı biçimde uygulanabileceğini göstermiştir:

Gerekçe: “Çünkü tüm köşeleri dik.”

Çürütücü: “Ama çizdiğim şekle bakarsak bir açı 90 değil, o zaman tüm köşeler dik olamaz.” → (ÇV)

Bu analiz, öğretmen adaylarının yalnızca bilgiyi uygulamakla kalmayıp, eleştirel biçimde yeniden yapılandırma süreçlerinde ilerleme kaydettiklerini ortaya koymaktadır.

5. SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu araştırma da Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği programında farklı öğretim dönemlerinde "Matematik Sınıflarında İletişim" dersi kapsamında gerçekleştirilen gizemli şekiller etkinliği bağlamında öğretmen adaylarının argümantasyon yapıları ve bu süreçte öğretim üyesinin rolü incelenmiştir. Bu süreç, Toulmin'in Argümantasyon Modeli çerçevesinde çözümlenmiş ve öğretim üyesinin müdahalelerinin öğretmen adaylarının argüman yapıları üzerindeki etkisi analiz edilmiştir.

5.1.1 Öğretmen Adayı Söylemleri ve Argümantasyon Yapıları

Araştırmada öğretmen adaylarının başlangıçta yüzeysel ve sezgisel düzeyde yürüttükleri tartışmalar, öğretmenin etkili sorgulamaları sayesinde daha yapılandırılmış, matematiksel gerekçelerle desteklenmiş ve çok bileşenli argümanlara dönüşmüştür. Başta "Bu şekil kareye benzemiyor", "Dikdörtgen olabilir" gibi gözleme dayalı ifadelerle başlayan söylemler; öğretim üyesinin "Bu şeklin dikdörtgen olduğundan kesin emin miyiz?" ya da "Paralellik nerede ispatlandı?" türündeki sorgulamalarıyla veri (D), iddia (C), gerekçe (W), çürütücü (R), destekleyici (B) bileşenlerin ortaya çıktığı çok boyutlu argümanlara evrilmiştir.

Örneğin Sıla'nın "Evet dikdörtgen olma ihtimali güçlendiriyor ama kesinlikle diyemeyiz" ifadesi, kavramlara karşı ihtiyatlı ve sorgulayıcı yaklaşım geliştirdiğini göstermekte; öğretim üyesinin "Peki o zaman ispat yapabilir misiniz?" şeklindeki müdahalesi ise öğretmen adaylarını kanıt temelli tartışmalara yönlendirmektedir. Bu bulgular, öğretmen adaylarının matematiksel doğrulama, gerekçelendirme ve kavramsal tanım temelli argümantasyon süreçlerini öğretim üyesinin yönlendirmesiyle birlikte daha güçlü biçimde yapılandırabildiklerini ortaya koymuştur.

5.1.2 Öğretmen Müdahalesinin Rolü

Etkinlik süresince öğretim üyesinin müdahaleleri, öğretmen adaylarının argüman üretme davranışlarını belirgin şekilde dönüştürmüştür. Öğretim üyesi, sadece bilgi aktarıcı değil; fikirleri ortaya çıkarmaya çalışan, çelişen düşünceleri görünür kılan, tartışma ortamı inşa eden ve argümantatif düşünmeyi teşvik eden bir rol üstlenmiştir. "Peki neden dik olmak zorunda?", "Diğer arkadaşlarının fikirlerini duymak ister misin?", "İspatlayabilir misin?" gibi sorgulayıcı sorular, öğretmen

adaylarının matematiksel ifadelerini gerekçelendirmelerine ve tartışma ortamında fikirlerini açık biçimde savunmalarına olanak tanımıştır.

5.1.3 Kavram Yanılgıları ve Kavram Üretimi

Bulgular, öğretmen adaylarının bazı durumlarda dörtgen kavramlarını tam olarak ayırt edemediklerini, ancak bu kavramlara ilişkin kendi yorumlarını oluşturmaya çalıştıklarını göstermektedir. "Deltoid olabilir çünkü üç kenar eşit" ya da "Ben kenardaş dedim ama değiştirilebilir" gibi ifadeler, öğretmen adaylarının kavram üretme eğiliminde olduğunu göstermiştir. Bu tür girişimler, öğrencilerin anlamaya çalıştıkları konularda yaratıcı bilişsel yapılar kurduklarına işaret eder. Dolayısıyla, öğretim üyesinin bu tür özgün düşünceleri baskılamadan yönlendirmesi, öğrenmenin kalitesini olumlu yönde etkilemiştir.

5.1.4 Önce-Sonra Argüman Karşılaştırmaları

Üç farklı öğretim döneminden elde edilen veriler, öğretim üyesinin müdahalesi öncesinde öğretmen adaylarının genellikle sadece veri ve iddia düzeyinde argümanlar sunduklarını, ancak müdahale sonrasında gerekçeler, çürütücüler ve destekleyici ifadelerin artış gösterdiğini ortaya koymuştur. Özellikle 2021-2022 Bahar döneminde yer alan Tartışma-2 grubu, öğretim üyesinin sorgulayıcı açıklamalarıyla birlikte daha erken ispat sürecine girmiş ve daha nitelikli argümanlar geliştirmiştir.

5.1.5 Öğretmen Bilgisi ve Pedagojik Rolün Önemi

Çalışma, öğretmenin alan bilgisi (Ball vd., 2008), pedagojik alan bilgisi (Shulman, 1986) ve öğrenci düşüncesini fark etme yeterliği (Van Es & Sherin, 2002) gibi bilgi türlerinin öğrencilerin argümanlarını geliştirmeleri açısından belirleyici olduğunu göstermektedir. Öğretim üyesi, öğretmen adaylarının düşüncelerini analiz ederek kavram yanılgılarını fark etmiş; sürece uygun sorularla öğrencilerin kavramlar üzerinde düşünmelerine ve doğru matematiksel yapılara ulaşmalarına imkân sağlamıştır.

Araştırmanın sonucuna göre öneriler aşağıda verilmiştir.

- Öğretmen eğitim programlarında, argüman oluşturma ve değerlendirme odaklı öğretim yaklaşımlarına daha fazla yer verilmeli; öğretmen adaylarının sorgulama, ispat ve gerekçelendirme süreçleri sistematik olarak desteklenmelidir.

- Öğretmen adaylarının matematiksel kavramları tartışabilme, karşıt fikirlerle yüzleşebilme ve çürütücü gerekçeler üretebilmeleri için, öğrenme ortamlarında disiplinler arası yaklaşımlar (örneğin, argümantasyon + kavram haritaları + görselleştirme) kullanılmalıdır.
- Öğretmenlerin “Bu neden böyle olmalı?”, “Diğer arkadaşlar ne düşünüyor?”, “İspatlayabilir misin?”, “İkna edici mi?” gibi derinlemesine sorgulama stratejileri ile sürece müdahil olmaları, öğrencilerin yalnızca iddia değil, gerekçe, veri ve karşıt argümanlar üretmelerine katkı sağlamaktadır. Bu nedenle öğretmenlerin etkili soru sorma uygulamaları sistematik olarak desteklenmelidir.
- Öğretmenlerin soru sorma yöntemleri, öğrencilerin düşünme ve konuşma süreçlerini tetiklediğinden, bu yöntemleri geliştirecek hizmet içi eğitim programları düzenlenmelidir.
- Öğrencilere sınıf ortamında özgürce düşüncelerini ifade edebilecekleri, hata yapmaktan çekinmeyecekleri ve farklı bakış açılarına açık olabilecekleri öğrenme ortamları sağlanmalıdır.
- Kavram yanlışlarının ortaya çıkarılması ve düzeltilmesi, öğretmenlerin hem alan bilgisine hem de pedagojik alan bilgisine hâkim olmasını gerektirmektedir. Bu nedenle öğretmen eğitimi süreçlerinde Shulman’ın bilgi türleri (alan bilgisi, pedagojik alan bilgisi, müfredat bilgisi) temel alınarak öğretmenlerin bu tür durumları fark edebilme ve yapılandırabilme yetileri güçlendirilmelidir.
- Matematik derslerinde sadece doğru cevaba ulaşmak değil, doğru cevaba nasıl ve neden ulaşıldığının sorgulandığı tartışma odaklı etkinliklere daha fazla yer verilmelidir.
- Öğretmen adaylarının kavram oluşturma, tanım üretme ve ispat yapma davranışları teşvik edilmeli; bu davranışlar yapılandırılmış argümantasyon şemaları ile izlenmelidir.
- Toulmin Argümantasyon Modeli öğretim süreçlerinde hem öğretmen hem de öğrenci performansını değerlendirmede kullanılmalı, özellikle iddia-gerekçe-veri ilişkileri sistematik olarak izlenmelidir.

- Video analizleri, gözlem formları, öğrenci çizimleri, kavram haritaları ve dijital ortam verileri ile çoklu veri kaynaklarının kullanılması, öğretmen müdahalesi ve öğrenci argümantasyon süreçlerinin çok boyutlu biçimde incelenmesini mümkün kılabilir.



6. KAYNAKLAR

- Aberdein, A. (2005). The uses of argument in mathematics. *Argumentation*, 19(3), 287–301.
- Akkuş, R. & Hand, B. (2011). Examining teachers' struggles as they attempt to implement dialogical interaction as part of promoting mathematical reasoning within their classrooms. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 9(4), 975-998.
- Akkuş, R., Akkaş, E. N., & Yıldırım, A. (2018). Öğrencilerin matematiksel düşüncelerine ilişkin öğretmen farkındalıklarının incelenmesi. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, 6(2), 62-90. <https://doi.org/10.14689/issn.2148-2624.1.6c2s4m>
- Akkuş, R., & Karakaya, M. (2020). The effects of the professional development program supported by on-the-job visits on the pedagogies of mathematics teachers. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(3), em0608. <https://doi.org/10.29333/iejme/8481>
- Ayalon, M., & Even, R. (2016). Factors shaping students' opportunities to engage in argumentative activity. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14(3), 575-601. <https://doi.org/10.1007/s10763-014-9584-7>
- Akyüz, D. (2014). Çember özelliklerini öğretmeyi amaçlayan teknoloji ve sorgulama tabanlı bir sınıfta oluşan sosyomatematiksel normların incelenmesi. *Eğitim ve Bilim*, 39(175), 58-72.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Baynazoğlu, L. (2019). Kavram karikatürü kullanılan öğrenme ortamında öğrencileri argümantasyon düzeylerinin incelenmesi (Yüksek Lisans Tezi), Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, Rize.
- Carpenter, T.P., Fennema, E., Franke, M.L., Levi, L., & Empson, S.B. (2014). *Children's Mathematics: Cognitively Guided Instruction* (Second Edition). Heinemann.
- Chen, Y., Hand, B., & Norton-Meier, L. (2017). Teacher roles of questioning in early elementary science classrooms: A framework promoting student cognitive complexities in argumentation. *Research in Science Education*, 47(3), 373–405. <https://doi.org/10.1007/s11165-015-9506-6>
- Clark, D. B., & Sampson, V. (2008). Assessing dialogic argumentation in online environments to relate structure, grounds, and conceptual quality. *Journal Of Research in Science Teaching* 45(3), 293–321. <https://doi.org/10.1002/tea>
- Cobb, P., Boufi, A., McClain, K., & Whitenack, J. (1997). Reflective discourse and collective reflection. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(3), 258–277. <https://doi.org/10.2307/749781>
- Cobb, P., & Yackel, E. (1996). Constructivist, emergent, and sociocultural perspectives in the context of developmental research. *Educational Psychologist*, 31, 175-190.
- Cobb, P., Yackel, E., & Wood, T. (1989). Young children's emotional acts while doing mathematical problem solving. In D. B. McLeod & V. M. Adams (Eds.), *Affect and mathematical problem solving: A new perspective* (pp. 117-148). New York: Springer-Verlag.
- Dinçer, S. (2011). Matematik Lisans Derslerindeki Tartışmaların Toulmin Modeline Göre Analizi (Doktora Tezi), Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Doğru, S. (2016). Argümantasyon temelli sınıf içi etkinliklerin ortaokul beşinci sınıf öğrencilerinin akademik başarılarına, mantıksal düşünme becerilerine ve tartışmaya istekliliklerine olan etkisi (Yüksek Lisans Tezi), Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Hatay.

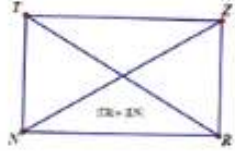
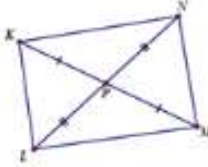
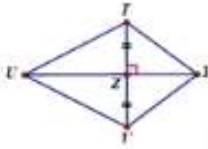
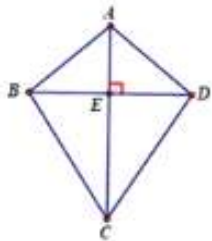
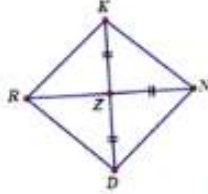
- Driver, R., Newton, P., & Osborne, J. (2000). Establishing the norms of scientific argumentation in classrooms. *Science Education*, 84(3), 287–312.
- Duschl, R. A., & Osborne, J. (2002). Supporting and promoting argumentation discourse in science education. *Studies in Science Education*, 38(1), 39–72. <https://doi.org/10.1080/03057260208560187>
- Duyar Ç. (2024) Argümantasyon tabanlı etkinliklerin özel yetenekli öğrencilerin bilimsel argümantasyon becerilerine, sorgulayıcı öğrenme becerileri algılarına ve eleştirel düşünme becerilerine etkisi / The impact of argumentation-centered tasks on the scientific argumentation skills, inquiry-based learning skill perceptions, and critical thinking skills of gifted students [Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Pamukkale Üniversitesi, Balıkesir
- Easwaran, K. (2009). Probabilistic proofs and transferability. *Philosophia Mathematica*, 17(3), 341–362
- Erduran, S., Simon, S. & Osborne, J., (2004). TAPping into argumentation: developments in the application of Toulmin's argument pattern for studying science discourse. *Science Education*, 88(6), 915-933.
- Franke, M. L., Webb, N. M., Chan, A. G., Ing, M., Freund, D., & Battey, D. (2009). Mathematical thinking in elementary school classrooms.
- Hadjidemetriou, C., & Williams, J. (2003). Teachers' theories and strategies in practice of classroom argumentation. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 23(1), 25-30.
- Karakaya, M. (2016). İşbaşıdestekli Hizmetiçi Eğitimin İlköğretim Matematik Öğretmenlerinin Pedagojik Değişimlerine Etkisi. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, BOLU.
- Krummheuer, G. (1995). The ethnology of argumentation. In P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp. 229-269). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Krummheuer, G. (2007). Argumentation and participation in the primary mathematics classroom. *Journal of Mathematical Behavior*, 26(1), 60–82. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2007.02.001>
- Krummheuer, G. (2013). The Relationship Between Diagrammatic Argumentation and Narrative Argumentation in the Context of the Development of Mathematical Thinking in the Early Years. *Educational Studies in Mathematics* 84, 249–265.
- Kuhn, D. (1991). *The skills of argument*. Cambridge, England: Cambridge University Press.
- Leatham, K. R., Peterson, B. E., Stockero, S. L., & Van Zoest, L. R. (2015). Conceptualizing mathematically significant pedagogical opportunities to build on student thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46(1), 88–124. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.46.1.0088>
- Lesh, R., & Harel, G. (2003). Problem solving, modeling, and local conceptual development. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(2–3), 157–189. <https://doi.org/10.1080/10986065.2003.9679999>
- Martino, A. M., & Maher, C. A. (1999). Teacher questioning to promote justification. *Journal of Mathematical Behavior*, 18(1), 53-78.
- McAninch, M. J. (2015). A qualitative study of secondary mathematics teachers' questioning, responses, and perceived influences (Doctoral dissertation, University of Iowa). <https://ir.uiowa.edu/etd/1691>

- Moyer, P. S., & Milewicz, E. (2002). Learning to question: Categories of questioning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5, 293–315.
- Mueller, M. F. (2009). The co-construction of arguments by middle-school students. *Journal of Mathematical Behavior*, 28(2-3), 138–149. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2009.06.003>
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*, Reston, VA: Author.
- Namdar, B. ve Tuskan, İ. B. (2018). Fen bilgisi öğretmenlerinin argümantasyona yönelik görüşleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 33(1):1-22.
- Newton, P., Driver, R., & Osborne, J. (1999). The place of argument in the pedagogy of school science. *International Journal of Science Education*, 21, 553–576.
- Reuter, F. (2023). Explorative mathematical argumentation: A theoretical framework for identifying and analysing argumentation processes in early mathematics learning. *Educational Studies in Mathematics*, 112(3), 415–435. <https://doi.org/10.1007/s10649-022-10199-5>
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Stylianides, A. J., & Ball, D. L. (2008). Understanding and describing mathematical knowledge for teaching: Knowledge about proof for engaging students in the activity of proving. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(4), 307-332.
- Safak, E., Hertel, J., Langrall, C. W., & Morey, M. (2011). Teacher questioning as an indicator of change. In B. Ubuz (Ed.), *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, p. 380). Ankara, Turkey.
- Şahin, A., & Kulm, G. (2008). Sixth grade mathematics teachers' intentions and use of probing, guiding, and factual questions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(4), 221–241. <https://doi.org/10.1007/s10857-008-9071-2>
- Tekin Dede, A . (2018). Matematik eğitimi alanındaki ortaklaşa argümantasyon çalışmalarının incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 1-1. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.386722>
- Teuscher, D., Carlson, M., & Moore, K. C. (2015). Decentering: A construct to analyze and explain teacher actions as they relate to student thinking. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18(2), 1-27. <https://doi.org/10.1007/s10857-015-9304-0>
- Torun, F. & Şahin, S. (2016). Argümantasyon temelli sosyal bilgiler dersinde öğrencilerin argüman düzeylerinin belirlenmesi. *Eğitim ve Bilim Dergisi*, 41(186), 233-251
- Uluay, G. & Aydın, A. (2018). Yedinci sınıf öğrencilerine kuvvet ve hareket ünitesinin öğretilmesinde argümantasyon odaklı öğrenme sürecinin akademik başarıya etkisi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18 (3), 1779-1799
- Uran, S. & Bülbül, A. (2016). Argümantasyon ve matematiksel kanıt süreçleri arasındaki ilişkiler. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)*, 10(1), 351-373
- Van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2002). Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, 10(4), 571–596.
- Verheij, B. (2005). Evaluating arguments based on Toulmin's scheme. *Argumentation*, 19, 347-371. <https://doi.org/10.1007/s10503-005-4421-z>

- Wachira, P., Pourdavood, R. G., & Skitzki, R. (2015). Mathematics teacher's role in promoting classroom discourse. *Journal of Mathematics Education*, 8(1), 1-20.
- Wagner, P.A., Smith, R. C., Conner, A. M., Singletary, L. M., & Francisco, R. T. (2014). Using Toulmin's model to develop prospective secondary mathematics teachers' conceptions of collective argumentation. *Mathematics Teacher Educator*, 3(1), 8–26. <https://doi.org/10.5951/mathteaceduc.3.1.0008>
- Walshaw, M., & Anthony, G. (2008). The teacher's role in classroom discourse: A review of recent research into mathematics classrooms. *Review of Educational Research*, 78(3), 516–551.
- Wu, H.-K., & Hsieh, C.-E. (2006). Developing sixth graders' inquiry skills to construct explanations in inquiry-based learning environments. *International Journal of Science Education*, 28(11), 1289–1313. <https://doi.org/10.1080/09500690600621035>
- Yackel, E. (1997, April). Explanation as an interactive accomplishment: A case study of one second-grade mathematics classroom. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Chicago.
- Yackel, E. (2002). What we can learn from analyzing the teacher's role in collective argumentation. *Journal of Mathematical Behavior*, 21(4), 423–440.
- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477.
- Yackel, E., Cobb, P., Wood, T., Wheatley, G., & Merkel, G. (1990). The importance of social interactions in children's construction of mathematical knowledge. In T. Cooney (Ed.), *Teaching and learning mathematics in the 1990s*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Yackel, E., Rasmussen, C., & King, K. (2001). Social and sociomathematical norms in an advanced undergraduate mathematics course. *Journal of Mathematical Behavior*, 19, 1-13.
- Yenmez, A. A., Erbas, A. K., Cakiroglu, E., Cetinkaya, B., & Alacaci, C. (2017). Mathematics teachers' knowledge and skills about questioning in the context of modeling activities. *Teacher Development*. <https://doi.org/10.1080/13664530.2017.1338198>
- Yeşiloğlu, S. N. (2007). Gazlar konusunun lise öğrencilerine bilimsel tartışma (argümantasyon) odaklı yöntemle öğretimi (Yüksek Lisans Tezi). Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Yu, S., & Zenker, F. (2020). Schemes, critical questions, and complete argument evaluation. *Argumentation*, 34, 469–498. <https://doi.org/10.1007/s10503-020-09512-4>
- Zohar, A. and Nemet, F. (2002), Fostering students' knowledge and argumentation skills through dilemmas in human genetics. *Journal of Research in Science Teaching*, 39(1), 35-62. <https://doi.org/10.1002/tea.10008>

7. EKLER

EK 1. Gizemli Şekiller Tablosu

 Şekil 1 - TR ve NZ köşegenlerinin uzunlukları birbirine eşittir.	 Şekil 5- P noktası hem KM hem de NL köşegeninin orta noktasıdır.
 Şekil 2 - A ile N açısı diktir.	 Şekil 6- Köşegenler birbirini dik keser ve Z noktası TV köşegeninin ortasıdır ($TZ = ZV$).
 Şekil 3- Köşegenler birbirini dik kesmektedir.	 Şekil 7- $ZK = ZN = ZD$
 Şekil 4- $FJ = IJ$ ve $JG = JH$.	

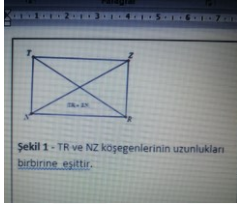
EK 2. 2021-2022 Bahar Dönemi Transkriptlerinden Bir Kesit

Aşağıda ders sürecinde meydana gelen tartışmalarda öğretim üyesi sürece aktif olarak değil dinleyici olarak katıldığında ortaya atılan argümanlara ders transkriptlerinden bir kesit verilmiştir.

Emrah: Şimdi burada 7 tane şekil var. Hepsi aynı şekil mi yoksa birbirinin değişmiş hali mi?

Muhammed: Emrah altında yazıyor ya. Belirli özellikler vermiş. Sen ona göre yapacaksın.

Buse: Şöyle açıklayayım: Mesela biz kare diyoruz dikdörtgen diyoruz. Bunlar aslında bazı özelliklerle paralelkenar, mesela dikdörtgen dediğimizde aynı zamanda paralelkenar diyoruz ya da kare dediğimizde bir eşkenar dörtgen. Yani hiyerarşik olarak üstten aşağı doğru sıraladığımızda kare daha özel bir dörtgendir. Şimdi burada şekil 1'de anladığım kadarıyla dikdörtgene benziyor. Ama aynı zamanda bunun bir paralelkenar olduğunu da belirtmemiz gerekiyor.



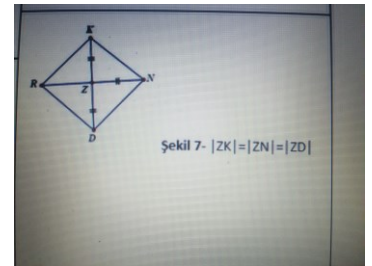
Emrah: Şimdi 1 şekil değil mi? Dikdörtgen olur, kare olur ama paralelkenar da bir dikdörtgendir.

Buse: Yani bence şöyle şekil 1'e baktığımızda, şekil olarak çok kareye benzemiyor. Kenar uzunluklarından daha çok dikdörtgene benziyor.

Emrah: Şekle göre bakmamız gerekmiyor ki. Özelliklerine göre bakmamız gerekiyor.

Emrah: Mesela şu 7 şekil birbirini ortalamış ve köşegenlerin bölünen kenarları bölündüğü yerlerden eşit. Yani kare oluyor bu durumda.

Buse: Ben de şeyden biliyorum ya, mesela 3 parçaya bölmüş ya. Sanki diğer tarafta onun iki katı gibi bir formül hatırlıyorum. Yani 3 tarafı eşit olması bana deltoidi hatırlattı, çünkü 4'üncüyü vermemiş.



Şekil 7.2. Gizemli Şekil-7

Emrah: Mesela birinci şekil en genel hali. Paralelkenarda köşegenler eşit uzunlukta mı?

Muhammed: Hayır değil sadece kare ve dikdörtgende.

Emrah: Kare de bir dikdörtgen değil mi?

Buse: Değil.

Emrah: Kare de bir dikdörtgendir.

Merve: Doğru, Kare bir dikdörtgen

Buse: Evet sadece karedir de demeyeceğiz, zaten. Dikdörtgen de gösteriyor karede gösteriyor diyeceğiz.

