

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİMDALI
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİMDALI

MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ MATEMATİKSEL
MUHAKEME BAĞLAMINDA MATEMATİK ZİHİN
ALİŞKANLIKLARININ BELİRLENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Hazırlayan

Nazlı Begüm TIRAŞOĞLU

Ankara

Eylül, 2013

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİMDALI
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ BİLİMDALI

MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ MATEMATİKSEL
MUHAKEME BAĞLAMINDA MATEMATİK ZİHİN
ALİŞKANLIKLARININ BELİRLENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Nazlı Begüm TIRAŞOĞLU

Danışman: Doç. Dr. Mehmet BULUT

Ankara
Eylül, 2013

JÜRİ ONAY VE İMZA SAYFASI

Nazlı Begüm Tıraşoğlu'nun “MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ MATEMATİKSEL MUHAKEME BAĞLAMINDA MATEMATİK ZİHİN ALIŞKANLIKLARININ BELİRLENMESİ” başlıklı tezi .../.../2013 tarihinde jürimiz tarafından İlköğretim Anabilim Dalı Matematik Öğretmenliği Bilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak kabul ...

Adı Soyadı

İmza

Doç. Dr. Mehmet BULUT(Danışman)

.....

Doç. Dr. Nihat BOZ

.....

Yrd. Doç. Dr. Dursun SOYLU

.....

ÖNSÖZ

Bu çalışmanın amacı, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel muhakeme konu alanı içerisinde matematik yönünden zihin alışkanlıklarının belirlenmesine yönelik olarak tasarlanan ders ile ölçülmesi ve değerlendirilmesini sağlamaktır.

Sadece yüksek lisansta değil, lisans eğitimim boyunca da her zaman bana yardımcı olan, sorularımı bıkmadan usanmadan cevaplayan ve tez çalışmam boyunca da benden hiçbir yardımı esirgemeyen değerli danışmanım Doç. Dr. Mehmet BULUT'a teşekkürü bir borç bilirim. Ayrıca lisans ve yüksek lisans süresince destek ve yardımlarını esirgemeyen bütün Gazi Üniversitesi İlköğretim Bölümü'ndeki hocalarıma teşekkür ederim.

Sadece bu çalışmada değil, hayatımın her safhasında yanımda olan, beni destekleyen, bana güvenen, tecrübelerini, fikirlerini benimle paylaşarak bugünlere gelmeme katkı sağlayan aileme çok teşekkür ederim.

Nazlı Begüm TIRAŞOĞLU

Eylül-2013

ÖZET

MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ MATEMATİKSEL MUHAKEME BAĞLAMINDA MATEMATİK ZİHİN ALİŞKANLIKLARININ BELİRLENMESİ

TIRAŞOĞLU, Nazlı Begüm

Yüksek Lisans, İlköğretim Bölümü, Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Mehmet BULUT

Eylül-2013, ... Sayfa

Bu araştırmanın genel amacı, İlköğretim Matematik öğretmenliğinde öğrenim gören öğretmen adaylarının matematiksel muhakeme bağlamında matematik zihin alışkanlıklarının, sorularda Polya'nın (1957) problem çözme basamaklarından faydalanarak işlenen ders kapsamında nicel ve nitel olarak değerlendirilmesi yapılmıştır.

Araştırma, 2012-2013 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde Gazi Üniversitesi, Gazi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği bölümü 2. Sınıf öğrencilerinin “Problem Çözme” seçmeli dersinde gerçekleştirilmiştir. Araştırmada nicel veri toplama aracı olarak, araştırmacı tarafından hazırlanan akademik başarı sınavı, nitel veri toplama aracı olarak da yine araştırmacı tarafından geliştirilen 15 sorudan oluşan görüş formu kullanılmıştır.

Araştırma içerisindeki sorularda Polya'nın (1957) problem çözme basamaklarından faydalanarak yapılan öğretim 14 hafta sürmüştür. Bu süreçte öğrencilere Polya'nın (1957) problem çözme basamakları tanıtılmış ve buna uygun problemler çözülmüştür. Uygulama öncesi ve sonrası araştırmacı tarafından geliştirilen akademik başarı sınavı ile yine araştırmacı tarafından geliştirilen görüşme formu uygulama sonrasında öğrencilere verilmiştir. Veri toplama araçları olarak nicel ve nitel yöntemlerden yararlanılmıştır.

Elde edilen sonuçlar incelendiğinde, öğretmen adaylarının uygulama sonucunda akademik başarılarının arttığı belirlenmiştir. Ayrıca, öğrencilerin problem

özme basamakları üzerinde kendilerini geliştirdikleri ve bunu kullanacaklarını belirtmişlerdir.

Anahtar Kelimeler: *Matematik Eğitimi, Zihin Alışkanlıkları, Problem Çözme*

ABSTRACT

DETERMINATION OF MATHEMATICS TEACHER CANDIDATES' MATHEMATICS COGNITIVE PRACTICES IN THE CONTEXT OF MATHEMATICAL JUDGMENT

September-2013, ... Pages

The main purpose of this study is the quantitative and qualitative evaluation of mathematics cognitive practices of teacher candidates in primary mathematics teacher department in the context of mathematical judgment within the lesson that is done by using problem solution steps of Polya (1957).

The study is carried out in Gazi University Education Faculty Primary Mathematics Teacher Department 2nd Class Students' "Problem Solution" lesson at 2012-2013 Spring Semester. In the study, the academic success exam prepared by researcher is used as quantitative data collection tool; the assessment form as 15 questions prepared by researcher as well is used as qualitative data collection tool.

Education done by problem solution steps of Polya (1957) has been completed in 14 weeks at the study. In this process, problem solution steps of Polya (1957) was introduced to students and related problems was solved. Before exercise and after exercise the academic success exam prepared by researcher and after exercise the assessment form prepared by researcher as well were presented to student. Quantitative and qualitative methods were used as data collection tools.

According to the solutions, teacher candidates' academic successes has increased after exercises. Moreover, students declared that they have improved themselves in problem solution steps and use these steps in future.

Keywords: Mathematics Education, Cognitive Practices, Problem Solution

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
JÜRİ ONAY VE İMZA SAYFASI	1
ÖNSÖZ.....	2
ÖZET.....	3
ABSTRACT	5
İÇİNDEKİLER	6
TABLolar LİSTESİ.....	8
BÖLÜM I.....	10
GİRİŞ	10
1.1. Problem Durumu	10
1.2. Araştırmanın Amacı	13
1.3. Araştırmanın Önemi	13
1.4. Varsayımlar	14
1.5. Sınırlılıklar.....	15
1.6. Tanımlar	15
BÖLÜM II	16
KAVRAMSAL ÇERÇEVE	16
2.1. Matematik Nedir?	16
2.2. Matematik Öğretimi	18
2.3. Matematik Öğretiminin Genel Amaçları.....	20
2.4. Zihin Alışkanlıkları	21
2.5. Problem ve Problem Çözme Kavramları.....	27
2.5.1 Problem Türleri	28
2.5.2 Problem Çözme	29
2.5.3 Problem Çözme Öğretiminin Önemi.....	30
2.5.4 Problem Çözme Sürecinde Problemin Anlaşılması	31
2.5.5 Problem Çözme Stratejileri	32
2.5.6 Polya'nın Problem Çözme Adımları	35

2.6. Matematiksel Muhakeme	39
İLGİLİ ARAŞTIRMALAR.....	43
BÖLÜM III.....	46
YÖNTEM.....	46
3.1. Araştırmanın Modeli	46
3.2. Çalışma Grubu.....	46
3.3. Veri Toplama Araçları.....	48
3.4. Uygulama Süreci	48
3.5. Verilerin Çözümlemesi ve Yorumlanması	49
BÖLÜM IV	50
BULGULAR VE YORUM	50
4.1. “İlköğretim Matematik Bölümü 2. Sınıf Problem Çözme dersinde zihin alışkanlıklarına dayalı etkinlikler ile öğrenim gören deney grubu öğrencileri arasında öntest ile son test puanları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?” sorusuna ait bulgular.	50
4.2. “İlköğretim Matematik Bölümü 2. Sınıf Problem Çözme dersinde zihin alışkanlıklarına dayalı etkinlikler ile öğrenim gören deney grubu öğrencilerinin uygulama ile ilgili görüşleri nelerdir?” sorusuna ait bulgular.....	51
BÖLÜM V.....	103
SONUÇ VE ÖNERİLER	103
5.1. Sonuçlar.....	103
5.2. Öneriler.....	104
KAYNAKÇA	106
EKLER.....	113

TABLOLAR LİSTESİ

<u>Tablo Adı</u>	<u>Sayfa No</u>
Tablo 1 Problem Çözme Sürecinde Bireylerin Sergiledikleri Davranışlar.....	31
Tablo 2 Polya'nın Problem Çözme Adımları.....	35
Tablo 3 Yapılan Uygulamanın Deneysel Desen Modeli.....	46
Tablo 4 Çalışma Grubundaki Deneklerin Cinsiyete Göre Sayıları.....	47
Tablo 5 Uygulamaya Katılan Öğretmen Adaylarının Öntest ile Sontest Puanları Arasındaki İlişki Gösteren T-Testi Sonuçları	50
Tablo 6. “Bu problemi çözerken neden bu yöntemi kullandın?” sorusuna öğrencilerin vermiş oldukları cevapların incelenmesi.....	51
Tablo 7 “Problemin çözümünde kullandığın yöntemi okul, dersane ya da daha önceki derslerinde mi öğrendin?” sorusuna öğrencilerin vermiş oldukları cevapların incelenmesi.....	51
Tablo 8 “Bu problemi çözerken bu tür sorulardan daha önce elde ettiğin bir deneyimle mi çözdün?” sorusuna öğrencilerin vermiş oldukları cevapların incelenmesi.....	52
Tablo 9 “Problemin çözümünün doğru olduğunu nerden biliyorsun?” sorusuna öğrencilerin vermiş oldukları cevapların incelenmesi.	53
Tablo 10 “Eğer çözümün yanlış ise bunu nasıl anladın, nasıl öğrendin?” sorusuna öğrencilerin vermiş oldukları cevapların incelenmesi.....	44
Tablo 11 “Matematiğin gün geçtikçe sana daha kolay geldiğini hissediyor musun?” sorusuna öğrencilerin vermiş oldukları cevapların incelenmesi.	53
Tablo 12 “Matematiksel muhakeme becerisi problemlerine ne kadar zaman harcıyorsun?” sorusuna öğrencilerin vermiş oldukları cevapların incelenmesi.....	54
Tablo 13 “Matematiksel muhakeme becerisi problemlerini çözmek senin ne kadar zamanını alıyor?” sorusuna öğrencilerin vermiş oldukları cevapların incelenmesi.....	54
Tablo 14 “Matematiksel muhakeme becerisi problemleri üzerindeki hangi alışkanlıklar seni daha başarılı yapıyor?” sorusuna öğrencilerin vermiş oldukları cevapların incelenmesi	55
Tablo 15 “Matematiksel muhakeme becerisi problemleri üzerindeki hangi alışkanlıklar seni daha başarısız yapıyor?” sorusuna öğrencilerin vermiş oldukları cevapların incelenmesi.....	55

Tablo 16 “Matematiksel muhakeme becerisi problemlerinde farklı yöntemler uyguluyor musun? Öğretmenin farklı yöntemler uyguluyor mu?” sorusuna öğrencilerin vermiş oldukları cevapların incelenmesi 56

Tablo 17 “Matematiksel muhakeme becerisi probleminin konseptini anlamadığın zaman kime başvuruyorsun ya da nasıl bir çözüm yolu buluyorsun?” sorusuna öğrencilerin vermiş oldukları cevapların incelenmesi 56

Tablo 18 “Bazı öğrenciler öğretmen tarafından anlatılmaktansa öğrenciden anlattığı zaman daha iyi anlıyorlar. Bu konu hakkında ne düşünüyorsun?” sorusuna öğrencilerin vermiş oldukları cevapların incelenmesi 57

Tablo 19 “Problem çözümünde anlayabileceğin en iyi yöntemi anlatır mısın?” sorusuna öğrencilerin vermiş oldukları cevapların incelenmesi. 57

BÖLÜM I

GİRİŞ

Bu bölümde araştırmanın problemi, amacı, önemi ve sınırlılıkları yanı sıra ilgili tanımlara yer verilmiştir.

1.1. Problem Durumu

Günümüz toplumları, hızla değişen ve gelişen dünya normlarını yakalayacak ve çağın gereklerini yerine getirecek, bilimsel ve teknolojik gelişmelere uyum sağlayacak biçimde donanımlı, üretken, sorgulayan ve araştıran bireylere gereksinim duymaktadırlar. Toplumların ihtiyaçlarını karşılaması gereken bireyleri yetiştirmek de tartışmasız eğitim yoluyla mümkün olacaktır. Bir sistem olarak eğitimin içerisinde bulunan ve bireyin hayatı boyunca faydalanacağı, ondan yarar sağlayacağı bilgi, beceri, değer, tutum ve alışkanlıkların kazandırıldığı eğitim basamaklarından biri de ilköğretimdir (Kılıç, 2009).

Değişen dünya kendisinin ve çevresinin farkında olan, nasıl ve ne şekilde düşündüğünü bilen bireylere ihtiyacı vardır. Matematik, düşünme biçimini geliştirdiği bilinen en önemli araçlardan biridir. Bu nedenledir ki matematik eğitimi temel eğitimin önemli yapı taşlarından birini, belki de en önemlisini oluşturur (Umay, 2003). Bundan dolayıdır ki son zamanlarda gerek eğitime gerekse matematiğe ve matematik eğitime bakış açılarında önemli değişiklikler olmuştur. Matematik eğitimi sadece matematiği teorik olarak bilen değil, bildiklerini gerçek hayatta uygulayan, matematik yapan, problem çözen, iletişim kuran ve bunları yapmaktan çekinmeyen ve istek duyan bireyler yetiştirmeyi amaçlamaktadır. Böyle bir hedef ise değişimi kaçınılmaz kılmaktadır (Olkun ve Toluk, 2003).

Bilimsel çalışmaların ilerlemesinde matematiğin getirdiği yenilikler, sağladığı katkılar ve bireyin hayatındaki önemi ve değeri, matematik öğretimine eğitimin her kademesinde ayrı bir önem katmakta ve eğitim programlarında, olması gerektiği gibi matematik öğretimine geniş bir yer ayrılmaktadır. Matematik öğretiminin amacı bireye günlük hayatın gerektirdiği matematik bilgi ve becerileri kazandırmak, ona

problem çözmeyi öğretmek ve olayları problem çözme yaklaşımı içinde ele alan bir düşünme biçimi kazandırmaktır (Altun, 2005).

Matematiğin bireyin hayatındaki yeri, önemi ve bilimin gelişmesine olan katkısı nedeniyle matematik eğitimi, Dünya’da ve Türkiye’de giderek daha fazla önem kazandığı görülmektedir. Matematik eğitimi, bireyleri çeşitli bilgilerle donatmaktan çok, onlara karşılaştıkları problemleri çözmede yardımcı olacak yöntem ve becerilerin kazandırılmasını amaçlamaktadır (Özdaş, 1996). Ayrıca, matematik eğitimi, bireylere fiziksel dünyayı ve sosyal etkileşimleri anlamaya yardımcı olacak geniş bir bilgi ve beceri donanımı sağlamakta; çeşitli deneyimlerini analiz edebilecekleri, tahminde bulunacakları ve problem çözebilecekleri bir dil ve sistematik kazandırmaktadır (MEB, 2005). Matematik eğitimi, sadece matematiği teorik olarak, kitap üstünde bilen değil, sahip olduğu bilgiyi uygulayan, matematik yapan, problem çözen bireyler yetiştirmeyi hedeflemektedir. Yirmi birinci yüzyıl bilgi toplumları, bireylerin temel becerilerin ötesine geçerek, “yeni yeterlilikler” kazanmalarına gereksinim duymaktadır (Gür ve Korkmaz, 2003). İlköğretim matematik dersinin genel amaçlarına bakıldığında da, matematikte yer alan beceriler arasında problem çözme becerisinin geliştirilmesinin önemli bir yeri olduğu görülmektedir. Bu bağlamda problem çözme, matematik eğitiminin önemli bir ögesidir.

Öğretmenler kimi problemlerin nasıl çözüleceğini öğretirken, öğrenciler de problemlerin nasıl çözüleceğini öğrenirken zorluklar yaşamaktadırlar. Problem çözme sürecinde öğrencilerin çoğu, problemde sorulanı ya da matematikle ilgili kelimeleri anlamama, problemi okuma ve anlatma ile ilgili yetersiz beceri, önemli bilgiye odaklanmada zorlanma, problem durumunu resmetme ve sonucun doğruluğunu kontrol etme ile ilgili sınırlı beceri ve yetersiz zaman gibi nedenlerden dolayı sıkıntılar yaşamaktadırlar (Sherman, Richardson ve Yard, 2005). Bir süreç olarak bilinen problem çözme hem olumlu hem de olumsuz yöndeki tutumların, inançların oluşmasını sağlar.

Morgan’a (1999) göre problem, temelde bireyin bir hedefe ulaşmada engelleme ile karşılaştığı bir çatışma durumu olarak tanımlanmaktadır. Olkun ve Toluk’a (2003) göre ise, problem “bireyde çözme arzusunu tetikleyen ve çözüm süreci hazırda olmayan, ancak bireyin kendi bilgi ve deneyimlerini kullanarak çözebileceği durumlar” olarak ifade etmektedirler. Problem çözme süreci, aynı

zamanda bilimsel bir yöntem olduğundan, eleştirel düşünmeyi, yaratıcı ve yansıtıcı düşünmeyi, analiz ve sentezleme becerilerinin de kullanımını gerektirmektedir (Çakmak, 2003).

Problem çözme; sadece matematik dersinde değil, diğer tüm derslerin de amaçları arasında yer aldığı görülmektedir. Dolayısıyla matematiğin yanında eğitim sistemi içerisinde bireye verilen mevcut tüm derslerde başarılı olmanın yolu; iyi bir problem çözücü olmakla yakından ilişkilidir. Bireyin problem çözmede kendini ispatlaması için, problem çözme yeteneğinin geliştirilmesine bağlıdır. Bu açıdan bakıldığında, ilkokuldan başlayarak, eğitimin her kademesinde matematik dersinin amaçları arasında problem çözme yeteneğinin geliştirilmesi önemli bir yere sahiptir.

Problem çözme; sadece matematik disiplininin bir parçası değil aynı zamanda bireyin eğitim, sosyal ve özel yaşamında etkili bir araç niteliğindedir. Ancak eğitim hayatının başlangıcından itibaren, problem çözme konusunda önyargı oluşturan birey; ne yazık ki bunu tüm hayatına yansıtmaktadır. Bu açıdan değerlendirildiğinde, problemin öğrencinin algılayabileceği ve önyargı oluşturmayacağı şekilde sunulması oldukça önemlidir (Özdemir, 2012).

Problem çözmeye dayalı becerilerin öğrencilere kazandırılması aşamasında ilk olarak, bu becerileri kazandıracak öğretmenlerin eğitimi sırasında bilgi birikimi ve kazanacağı deneyimin büyük önem taşıdığı bilinmelidir. Öğretmen her şeyden önce bir bireydir. Bir birey olarak toplumda ve kendi yaşantısı içinde bu becerileri nasıl ve ne şekilde uygulayacağını bilmek durumundadır.

Öğretmen adaylarının öğretmenlik mesleği içerisinde karşılaşacakları bir çok problemler olacaktır. Bunların çözümüne yardımcı olacak bilgi ve becerileri hizmet öncesinde yani lisans dönemindeki öğrenim hayatlarında kazanmaları onların daha etkili ve verimli olmasını sağlayacaktır (Semerci, 2005). Problem çözme becerisine sahip bireyler; özgüven duygusuna ve nesnel bir bakış açısı ile yaratıcı düşünebilme yetisine sahiptirler. Bu tür özelliklerin iyi bir öğretmen olmak için eğitim alan her öğretmen adayında olması gerekmektedir (Otacıoğlu, 2007). Bu nedenle, öğretmen adaylarının günlük hayatta karşılaştıkları problemleri çözmede kendilerini nasıl algıladıkları, problem çözmede hangi yaklaşım biçimlerini kullandıkları, eğitimsel ilerleme bakımından oldukça önemlidir. Ayrıca Milli Eğitim Bakanlığı, öğretmen adaylarının mesleki ve özel alan yeterliliklerini belirleyerek, öğretmen adaylarının, matematiksel muhakeme becerisi ve problem çözme becerilerini geliştiren,

öğrencilerin problem çözme becerilerinin nasıl geliştirilebileceğini bilen bireyler olmaları gerektiğini dile getirmiştir (Ekinci ve Öter, 2009). Bu nedenle problem yaratan değil, problem çözebilen bir nesil yetiştirebilmek için problem çözme becerilerinin öğretmen adaylarınca bilinmesi ve etkili bir şekilde kullanılması gerekir.

Yeni düzenlenen eğitim programlarına baktığımızda öğrenci merkezli metot ve yöntemler seçilmektedir. Öğrencinin kendisini geliştirmesi ve yetiştirmesi adına karşılaşmış oldukları zorlukların üstesinden akılcı bir biçimde gelmeleri beklenmektedir. Bunun yanında diğer düşünme becerilerini de barındırmaları istenmekte ve amaçlanmaktadır. Bunları yapmak adına ve ne yaptığını bilmek adına zihin alışkanlıklarına dayalı etkinliklerle bunları gerçekleştirme durumları söz konusudur. Bu etkinliklerle öğrencilerde oluşması beklenen akademik başarının yanında ne yaptıklarının farkında olarak konu hakkındaki görüşlerinin de manidar şekilde değişmesi beklenmektedir.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu çalışmanın amacı, zihin alışkanlıklarına dayalı etkinliklerle düzenlenerek yapılan problem çözme dersini alan öğrencilerin akademik başarıları ve etkinlik hakkındaki görüşlerini ortaya koymaktır. Bu amaç çerçevesinde aşağıdaki sorulara cevap aranmıştır:

1. İlköğretim Matematik Bölümü 2. Sınıf Problem Çözme dersinde zihin alışkanlıklarına dayalı etkinlikler ile öğrenim gören deney grubu öğrencileri arasında ön test ile son test puanları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?
2. İlköğretim Matematik Bölümü 2. Sınıf Problem Çözme dersinde zihin alışkanlıklarına dayalı etkinlikler ile öğrenim gören deney grubu öğrencilerinin uygulama ile ilgili görüşleri nelerdir?

1.3. Araştırmanın Önemi

Matematik öğretimi ve matematik dersinde kazandırılmak istenen davranışların öğrencilere kazandırılması maalesef yalnızca ülkemizde değil tüm dünyada en güç işlerden biridir. Bunun en önemli sebeplerinden biri kullanılan metotlardır. Yani matematiğin çok soyut olması ve de ders anlatımının da buna bağlı

olarak çocukların seviyesine uygun olarak anlatılmaması, gerçek dünya ile ilişkilendirilmemesi, yeni metotlar kullanılmaması ve klasik yöntemlere devam edilmesi gösterilebilir.

Son yıllarda öğretim programlarında değişiklikler yapılmaktadır. Yapılan değişiklikler sonucu matematik öğretim programının temelini öğrenci merkezli yaklaşımlar oluşturmaktadır, ancak geleneksel yaklaşım olarak tabir edilen öğretmen merkezli yaklaşımların etkisi de halen devam etmektedir. Matematik öğretiminde zihin alışkanlıklarına dayalı etkinlikler ile ilgili yapılacak çalışmalar bu noktada önem taşımaktadır. Öğretim programlarında yapılan değişiklikleri öğrencilere yaptıracak olan öğretmenlerin mezun olacakları okullardan yetişmiş olarak mezun olmaları gerekmektedir. Yani okullarda öğrencilerine programı uygulaması gereken öğretmenlerin bu düşünce ve bilgi birikimi ile mezun olmaları gerekliliği göz ardı edilmemelidir. Öğretmen adaylarımızın eğitimi bu noktada büyük önem arz etmektedir.

Zihin alışkanlıklarına dayalı yaklaşımla ilgili yapılan çalışmaların sayısı sınırlıdır. Ülkemizde de bu konu ile ilgili yapılan araştırma sayısı azdır. Bu nedenden dolayı eleştirel düşünme, yaratıcı düşünme, yansıtıcı düşünme gibi düşünme biçimlerine temel olan zihinsel alışkanlıklara dayalı problem çözme yaklaşımının çalışmaların artması gerekmektedir. Bu tür çalışmalara ön ayak olması amacıyla zihin alışkanlıklarına dayalı etkinliklerle işlenen derste öğrencilerin başarısı ve bu alışkanlıklar hakkındaki görüşleri incelenmiştir.

Yapılan bu çalışmada Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği bölümünde okuyan 2. Sınıf Problem Çözme seçmeli dersi kapsamında elde edilen bulguların matematikteki diğer konularda da yol gösterici olacağı düşünülmektedir. Bu çalışma, araştırmacılara zihin alışkanlıklarına dayalı etkinliklerle yapılan öğretme yaklaşımı ile ilgili fikir verme ve gelecekte yapılacak diğer çalışmalara yol göstermesi açısından önemlidir.

1.4. Varsayımlar

1. Zihin alışkanlıklarına dayalı etkinlikler ile anlatılan Problem Çözme seçmeli dersine ait öğrenme alanları ders programında belirlenen sınırlılıklar içinde kaldığı,

2. Araştırmada kullanılan başarı testini ve görüşme anketini öğrencilerin tüm ciddiyet ve samimiyetle cevapladıkları,
 3. Testi geliştirmek için görüşlerine başvurulmuş uzmanların alanlarında yeterli oldukları,
- varsayılacaktır.

1.5. Sınırlılıklar

Bu araştırma,

1. G.Ü. Gazi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği bölümü 2. Sınıfta öğrenim gören öğrenciler ile,
2. İlköğretim Matematik Öğretmenliği bölümü 2. Sınıf Problem Çözme seçmeli dersi öğrenme alanları hedef ve davranışları ile,
3. Araştırmada uygulanacak etkinlik ve kullanılan soru sayısı ile,
4. Deney grubundaki öğrencilerin sorulara verecekleri cevaplar ile,
5. Araştırma süresi bir dönem yani 14 hafta ile

sınırlı olacaktır.

1.6. Tanımlar

Muhakeme: Düşünmenin ileri basamaklarında ortaya çıkan bir beceridir (Umay, 2003).

Problem: Bireyi karmaşaya sürükleyen ve cevap bulma isteği ya da kaçınma gibi içsel tepkiler oluşturan durumlardır (Baykul, 2001).

Zihin Alışkanlığı: Bireylerin pek çok farklı durumlarda uygulanabilen bir genel buluşsal yöntemler ve yaklaşımlar repertuarı geliştirmelerini mümkün kılmasıdır.

BÖLÜM II

KAVRAMSAL ÇERÇEVE

2.1. Matematik Nedir?

Eğitim, bir bilim dalı olarak çeşitli ve farklı bilimlerden hem beslenir hem de faydalanır. Bu bilim dalları içerisinde matematiğin ayrı bir yeri vardır, çünkü matematik, uygarlıktan uygarlığa zaman içerisinde zenginleşerek ve kendini geliştirerek gelen sağlam, kullanışlı ve evrensel bir dil olmuştur (Karaçay, 1985).

Matematiği açıklayan tek bir tanım olmamakla birlikte, içinde bulunduğumuz bilgi çağında sürekli olarak matematik ile ilgili yapılan tanımlara rastlamaktayız. Matematikle ilgilenenler, onun farklı boyutlarını ele alarak farklı tanımlamalar yaptıkları görülmektedir.

Aksu'ya (1985) göre matematiğin ne olduğu sorusuna, matematiğin özelliklerine bakarak cevap vermiştir. Buna göre matematik; bir disiplin, bilgi alanı, iletişim aracı, bir düşünce biçimi, mantıksal bir sistemdir. Bunun yanında, “matematik ardışık ve yığılmalıdır, birbiri üzerine kurulur. Matematik, bir düşünme, kültürel yaşamın her alanında etkinliği bilinen bir problem çözme yöntemi” olarak tanımlanmıştır (Yıldırım, 1996).

Matematik soyut düşüncelerimizi sistematik biçimde ifade edebilmemizi sağlayan evrensel bir dil, kültür ve yazılım teknolojisidir (Hacısalıhoğlu, Mirasyedioğlu ve Akpınar, 2004).

Matematik; örüntülerin ve düzenlerin bilimidir. Bir başka deyişle matematik sayı, şekil, uzay, büyüklük ve bunlar arasındaki ilişkilerin bilimidir. Matematik, aynı zamanda sembol ve şekiller üzerine kurulmuş evrensel bir dildir. Matematik; bilgiyi işlemeyi (düzenleme, analiz etme, yorumlama ve paylaşma), üretmeyi, tahminlerde bulunmayı ve bu dili kullanarak problem çözmeyi içerir (MEB, 2005).

Altun (2008), matematik tanımı için birkaç ifadeye yer vermiştir:

- Matematik sayı ve uzay bilimidir.
- Matematik tüm olası örüntülerin incelenmesidir.
- Matematik; aritmetik, cebir, geometri gibi sayı ve ölçü temeline dayanan niceliklerin özelliklerini inceleyen bilimlerin ortak adıdır.

Matematik, düşüncenin tündengelimli bir işletim yolu ile sayılar, geometrik şekiller, fonksiyonlar, uzaylar v.b soyut varlıkların özelliklerini ve bunların arasında kurulan ilişkileri inceleyen bilimler grubuna verilen genel addır.

Baykul'a (2002) göre ise matematik, fiziksel yapılardan farklı olarak; zihinsel bir yapıdır; kokusu, sertliği, rengi yoktur; duyu organlarıyla gözlenmez; tamamen akıl yoluyla oluşturulur. Matematiğin bazı insanlara zor görünmesinin sebebi belki bu özelliğinden gelir.

Busbridge ve Özçelik (1997) göre ise matematik, çevremizde bulunan ve deneyimlerimize girmiş olan olguları organize etme ve açıklama girişimlerinin bir ürünü olarak tanımlamıştır.

Matematiğe ilişkin tanımlar, insanların matematiğe başvurma ve matematiği kullanma amaçlarına, matematik konularına, matematik tecrübelerine ve matematiğe olan ilgilerine göre farklılık göstermektedir. Bu anlamda matematik tanımları, “günlük hayattaki problemleri çözmede başvuru sayma, hesaplama, ölçme ve çizme”, “bazı sembolleri kullanan dil”, “insanda mantıklı düşünmeyi geliştiren bir sistem”, “dünyayı anlamamızda başvurduğumuz bir yardımcı” olarak sıralanabilir. Matematik bunlardan sadece herhangi biri değil, bunların hepsini kapsar (Baykul, 2002).

Matematik, kimilerine göre soyutlama ve modelleme bilimi, kimilerine göre bilimin ortak dili ve aracıdır. Burada önemli olan şudur: Matematik, evrensel ve soyut iletişim ve tüm bilimlerin ortak dilidir. Galileo, yıllar önce “bilim gözlerimiz önünde açık duran evren dediğimiz o görkemli kitapta yazılıdır. Ancak yazıldığı dili ve alfabesini öğrenmeden bu kitabı okuyamayız. Bu dil matematiktir; bu dil olmadan kitabın bir tek sözcüğünü anlamaya olanak yoktur” demişti (Ersoy, 2003).

Matematik için bu kadar çok tanımlamanın yapılabilmesi matematiğin soyut olmasından kaynaklanmaktadır. Öğrenciler zihinlerinde kavramları somutlaştırıp algılayamadıkları için matematikten uzaklaşmaktadırlar. Belli bir zaman sonra bu

matematik korkusuna dönüşmekte ve öğrenci matematiği öğrenmeye karşı negatif bir istek duymaya başlamaktadır. Bu konuda Sertöz, şu sözleri söylemiştir:

“Birçok insan için matematik, hayatını zehir eden derslerden, içine korku salan sınavlardan ve okulu bitirir bitirmez kurtulacağı bir kâbustan ibarettir. Bazıları içinse matematik, hayatı anlamının ve sevmenin bir yolu olabilmıştır. Çünkü sevmenin yolu, her şeyde olduğu gibi, burada da anlamaktan geçer. Ancak anlayabildiğimiz şeyleri severiz” (Sertöz, 2008).

Matematiği sevmenin yolu matematiği anlamaktan veya matematiği anlamının yolu matematiği sevmekten geçmektedir diyebiliriz. Bu iki kavram arasında doğrusal bir ilişki vardır. İkisi bir arada olmadan matematiğin doğasını algılayabilmek çok zordur. Bunu başarabilmek için ise iyi bir matematik eğitimine ihtiyaç duyulmaktadır.

2.2. Matematik Öğretimi

Matematik, modern insanın problem oluşturmaya ve çözmesine, nesnel düşünmesine, kendine olan güveninin artmasına, karşı karşıya kaldığı problemlerdeki sebep-sonuç ilişkilerini açıklamasına yardımcı olan bir bilim dalıdır (Çağlar ve Ersoy, 1997; akt. Arslan, 2008). Bu öneminden dolayı matematik dersi, çocuk ve gençlere günlük hayatın gerektirdiği bilgi ve becerileri kazandırmak, onlara problem çözme öğretmek, olaylarda problem çözme yaklaşımı içinde yer alan düşünme biçimlerini kazandırmak ve geleceğe hazırlamak için gerekli olan araçlardan birisidir (Yıldırım, Tarım, İflazoğlu, 2006).

Matematik öğretimi öğrencinin öğrenme işine aktif katılımını gerektirdiğinden öğretme-öğrenme sürecinde öğrenci merkezli öğretim yöntemlerinin kullanılması kaçınılmazdır (Tanışlı ve Sağlam, 2006). Matematiğin yapısına uygun bir öğretim şu üç amaca yönelik olmalıdır (Van de Wella, 2004; akt. Baykul, 2005):

1. Öğrencilerin matematikle ilgili kavramları anlamalarına,
2. Matematikle ilgili işlemleri anlamalarına,
3. Kavramların ve işlemlerin arasındaki bağları kurmalarına yardımcı olmak.

İlişkisel anlama olarak adlandırılan bu üç amaç, matematikteki yapıları anlama, sembollerle ifade etme ve bunun kolaylıklarından yararlanma; matematikteki işlemlerin tekniklerini anlama ve bunları sembollerle ifade etme; metotlar, semboller ve kavramlar arasındaki bağıntılar ya da ilişkileri kurma olarak açıklanabilir (Baykul, 2005).

Matematikteki kavramlar bireylerin kendi zihinlerinde oluşturdukları kavramlardır, dolayısıyla öğrencilerin de kavramları oluşturmaları için öğretmenlere görev düşmektedir. Bu sebeple öğrenci merkezli öğretimin önemi bir kat daha artmaktadır.

Alakoç'un (2003) Shoenfeld'den (1989) aktardığına göre matematik öğretiminin aşağıdaki yetenekleri geliştirebileceğini savunmuştur:

1. Öğrencinin matematiksel kavramları ve yöntemleri anlayabilmesi
2. Matematiksel ilişkilerin farkında olabilme
3. Mantıklı sonuçlara ulaşabilme yetenekleri
4. Alışılmamış değişik problemlerin çözümü için matematiksel kavram, yöntem ve ilişkilerin uygulanabilmesi

En soyut bilim olmasına rağmen günlük hayatımıza ikinci elden ve kapsamlı bir şekilde tesir eden matematiğin, gerçek hayattan uzak, ezber kümeleri halinde verilmesi öğrencilerde olumsuz tutum ve korkunun gelişmesine sebep olabilir (Yenilmez ve Uysal, 2007). Daha da kötüsü çocuk yakın çevresiyle, somut örneklerle ilişkilendiremediği bu kavramlara ilgisiz ve sevgisiz kalmakta matematiğin kendisine göre bir iş olmadığını, başaramayacağını ve işine yaramayacağını düşünüp matematikten soğumaktadır (Yenilmez ve Uysal, 2007).

Gelişen ve değişen dünyamızda, öğrenmeye yönelik isteklilik yaratmada, uygun, etkin ve etkileşimli öğrenme ortamlarının önemi yadsınamaz bir gerçektir. Öğrenmeye yönelik isteklilik yaratarak, öğrencilerin bu yönde aktivitesi ve enerji seviyesini artırabilecek, onları motive edebilecek bazı faktörler bulunmaktadır. Öğrencilerin parmak kaldırması, soru sorması, gözlem, deney ya da araştırma yapması ve dinlemesi öğrenci katılımlarını gösteren en somut davranışlardır (Anlıak, 2007).

2.3. Matematik Öğretiminin Genel Amaçları

“İnsanın içinde yaşadığı topluma ekonomik, sosyal, kültürel, bilimsel bakımdan uyum sağlayabilen ve kendisine de yararlı olabilen bir fert olarak yetişebilmesi için gerekli olan bir takım hedefler vardır” (Pesen, 2003)

İlköğretim matematik programında, matematik eğitiminin genel amaçları aşağıdaki maddeler halinde verilmiştir. (MEB, 2009)

1. Matematiksel kavramları ve sistemleri anlayabilecek, bunlar arasında ilişkiler kurabilecek, bu kavram ve sistemleri günlük hayatta ve diğer öğrenme alanlarında kullanabileceklerdir.
2. Matematikte veya diğer alanlarda ileri bir eğitim alabilmek için gerekli matematiksel bilgi ve becerileri kazanabilecektir.
3. Mantıksal tüme varım ve tümden gelimle ilgili çıkarımlar yapabilecektir.
4. Matematiksel problemleri çözme süreci içinde kendi matematiksel düşünce ve matematiksel muhakeme becerisilerini ifade edebilecektir.
5. Matematiksel düşüncelerini mantıklı bir şekilde açıklamak ve paylaşmak için matematiksel terminoloji ve dili doğru kullanabilecektir.
6. Tahmin etme ve zihinden işlem yapma becerilerini etkin kullanabilecektir.
7. Problem çözme stratejileri geliştirebilecek ve bunları günlük hayattaki problemlerin çözümünde kullanabilecektir.
8. Model kurabilecek, modelleri sözel ve matematiksel ifadelerle ilişkilendirebilecektir.
9. Matematiğe yönelik olumlu tutum geliştirebilecek, öz güven duyabilecektir.
10. Matematiğin gücünü ve ilişkiler ağı içeren yapısını takdir edebilecektir.
11. Entelektüel merakı ilerletecek ve geliştirebilecektir.
12. Matematiğin tarihî gelişimi ve buna paralel olarak insan düşüncesinin gelişmesindeki rolünü ve değerini, diğer alanlardaki kullanımının önemini kavrayabilecektir.
13. Sistemli, dikkatli, sabırlı ve sorumlu olma özelliklerini geliştirebilecektir.
14. Araştırma yapma, bilgi üretme ve kullanma gücünü geliştirebilecektir.
15. Matematik ve sanat ilişkisini kurabilecek, estetik duygular geliştirebilecektir.

2.4. Zihin Alışkanlıkları

Düşünmeyi geliştirmeye yönelik olarak, alandaki çoğu uzman, tüm konu alanlarına genel olarak uygulanabilecek az sayıda düşünme becerisinin olduğu konusunda hemfikirdir (Wegerif, 2002). Bir şiiri analiz etmek, istatistiki verileri analiz etmekten farklıdır ve zehirli atıkların imhasıyla ilgili bir problemi çözmek, odadan odaya rahat bir geçiş oluşturmak için mobilyaları nereye koyacağını düşünüp bulmaktan çok farklıdır. Yine de, belli tutum ve inançlar, tüm bilim dallarında düşünmeyi desteklemez. Costa ve Kallick (2000), bu tutumları Zihin Alışkanlıkları olarak adlandırır ve bunlar tüm geleneksel konu alanlarına üstündür ve tüm yaşlarda eşit derecede etkili olur.

Costa, insanları iyi düşünürler yapan Zihin Alışkanlıklarını sergileyen insanların beş özelliğini tanımlar:

Eğilim

Eğilim, insanların genelde yaşamda karşılaştıkları problemler hakkında dikkatlice düşünmek isteme eğiliminde olmaları anlamına gelir. Tabii ki bazen anlık ya da içgüdüsel kararlar alabilirler, ancak genellikle iyi düşünme stratejileri kullanmak için, kullanabilecekleri kaynakların hepsini kullanmaları olasıdır.

Değer

Bu özellik eğilime benzer, ama bir düşünürün duygularıyla daha fazla ilgilidir. Eleştirel düşünmeye değer veren düşünürler, farklı alternatifleri düşünüp tartmak, kanıtların güvenilirliğini incelemek, karşıt bakış açılarını dinlemek gibi uygulamaların zahmete değer olduğuna inanırlar. Bu tür düşünmenin önemli, hatta etik ve harcanacak kayda değer çabaya değer olduğuna inanırlar. Örneğin, göçle ilgili bir sunu oluşturan bir beşinci sınıf öğrencisi, yöredeki göçmenlerle röportaj yaparak zaman geçirir, çünkü onların deneyimleriyle ilgili doğru şeyler söylemek ister. Düşünmeye değer veren insanlar, dikkatli düşünmelerine yardımcı olan araçlara zaman ve para yatırır. Bilgilendirici kitaplar satın alırlar ve düşünmelerine geliştiren yazılımları nasıl kullanacaklarını öğrenirler. Veriler ve uzmanlar arayıp bulmak için zaman yaratırlar. Düşünerek problem çözmeye yönelik saygılarını, günlük yaşamlarının hem büyük hem de küçük kararlarında gösterirler.

Duyarlılık

Bir düşünme stratejileri ve becerileri repertuarına sahip olmak, hatta bunları kullanmada çok başarılı olmak; kişi belli bir düşünme türünün belli bir iş için uygun olduğunu fark etmezse, çok da değerli değildir. Örneğin, bir araştırma raporu üzerinde çalışan bir öğrenci, notlarını kategorilere ayırmanın, ödevine yönelik bir plana ulaşmasına yardımcı olacağının farkına varmalıdır. İşe uygun zihinsel aracı belirlemek, verimli ve etkin düşünme için önemlidir ve bu, duyarlılık gerektirir.

Yetenek

Öğrencilerinin uygun düşünme becerilerini kullanma yetenekleri üzerinde en fazla kontrole öğretmenler sahiptir. Öğrenciler sahip oldukları düşünme becerilerini kullanmamayı seçebilirken, problemlerin gerektirdiği düşünme türlerini kullanma yeteneğine sahip olmayan birisine; eğilim, değer ve duyarlılık, miktarı ne olursa olsun, yardımcı olmayacaktır. Her yaştaki öğrenci; nesne ve fikirleri karşılaştırma ve farklılıkları bulma, bilgileri düzenlemek için kategoriler oluşturma ve başkalarını ikna etmek için mantıklı iddialar kullanma yeteneklerini geliştirebilir. Bu alan öğretmenin sorumluluğudur ve bazı öğrenciler ihtiyaç duydukları düşünme becerilerini kendi başlarına geliştirebilirken, çoğu öğrenci bu becerileri öğretim olmadan geliştirmeyecektir.

Bağlılık

Düşünme, zor bir iştir. Bazen, uzun zamandır benimsenen inanış ve uygulamaları gözden çıkarmak anlamına gelir. Bazen, bir hatayı kabul etmek ve baştan başlamak anlamına gelir. Derin ve dikkatli düşünmeye bağlılık, bir kişinin sürekli yeni beceriler ve bilgiler öğrendiği anlamına gelir. Örneğin, yeterli düzeydeki ortaokul öğrencileri matematiksel becerilerini sadece not için değil, matematikte daha iyi olmak istedikleri için de geliştirirler. Bağlılık, sadece öğrenmeyi istemek anlamına gelmez, öğrenmenin gerçekleşmesi için gerekli işleri yapmak anlamına da gelir. Düşünmeye bağlılığı olan insanlar, zihinsel amaçlarını gerçekleştirmenin gerektirdiği şeyleri yapma konusunda isteklidirler.

Zihin Alışkanlıkları

Costa ve Kallick (2000), etkin düşünme için önemli olan on altı zihin alışkanlığını tanımlamışlardır. Bu alışkanlıkları olan öğrenciler, sadece derin düşünmez aynı zamanda bunu yapmayı seçerler de. Bu zihin alışkanlıkları; zekamız, kişiliğimiz ve deneyimlerimizle şekillenir ve ihtiyaç duyduğumuzda, problem çözmeye yönelik zihinsel yeteneklere ulaşmamıza yardımcı olur.

Israrcılık

Öğrenciler zor bir problemle karşılaştıklarında hemen bu sorunun cevabını bilmiyorum diyerek vazgeçme eğilimi gösterirler. Bazen bu durumu hareket ve tavırlarıyla sert bir dille ortaya koyarlar. Vazgeçme eğiliminde olan öğrencilerin bir kısmında da dikkat eksikliği olabilir. Problemi çözmeye kalkıştığında kolayca dikkati dağınık ya da problemi analiz edemez ve çözmek için bir stratejisi geliştiremezler. Bu tip öğrencilerde uzun süreli odaklanma problemi yaşandığından çabuk vazgeçme görülür. Başarılı öğrenciler, karşılaştıkları problemler zor olduğunda vazgeçmezler. Bu problemi çözmek için kendilerinde var olan yani bildikleri farklı yollar ve stratejiler deneyerek ya da çeşitli biçimlerde kendilerini motive ederek, kendi tarzlarını problemi çözmek için uygularlar.

Düşünmeden Hareket Etmeyi Yönetme

Etkili bir şekilde problem çözen öğrenciler farkında olarak problemi çözmeye başlamadan önce düşünürler. Problemi çözmeye başlamadan önce, olayları tekrar tekrar düşünürler. Düşünme esnasında kendilerine bir hedef koyarlar, bu hedef doğrultusunda bir eylem planı oluştururlar ve bu eylem planına uygun ürün elde etmeye çalışırlar. Problem hakkında düşünürken çözüm için strateji geliştirme, değişik açılardan değerlendirme ve anlamaya yönelik tüm yöntemleri askıya alarak problemin çözümü için objektif bir yaklaşım sergilerler. Problemi çözmeden önce olası bazı çözüm yolu alternatifleri hakkında ve bu alternatif çözüm yollarından elde edilebilecek sonuçları göz önünde bulundurarak yansıtıcı düşünmeye çalışırlar.

Anlama ve Empatiyle Dinleme

Zihin alışkanlığı gösteren öğrenciler, iyi birer dinleyicilerdir. Akranlarının söyleyeceklerine karşı ilgilidirler ve onları, doğru anladıklarından emin olmak için

dikkatle dinlerler. Akranlarının da onların problem çözmelerine ve kararlar almalarına yardımcı olacak fikirleri olabileceğinin farkında olarak, herkesi sonuna kadar dinleyene kadar, fikirlerini hazır tutarlar.

Dinleme için hayatımızın yüzde 55'ini harcarız, ancak okullarda en az üzerinde durulan ve öğretilen yetenektir. Sık sık dinliyoruz, ama dinlediklerimizi zihnimizde bir prova şeklinde tekrarladığımızdan dolayı fikirlerimizi karmaşık hale getirebiliyoruz. Bazı öğrenciler diğer akranlarının fikirlerini dinlediklerinde alay etme, gülme gibi davranışlarda bulunabiliyorlar. Böyle durumlarda ise asıl yapılmak istenen görevlere engel çıkartılmış oluyor.

Esnek Düşünme

Esnek düşünürler; yeni, doğru ve önemli bir bilgiye maruz kaldıkları zaman, bu bilgi kökleşmiş inançlarıyla çelişse bile fikirlerini değiştirirler. Büyük resmi ve önemli ayrıntıları görebilirler. Çeşitli kaynaklardan bilgileri, güvenilirliklerini değerlendirirken, aynı anda sentezleyebilirler. Farklı birçok stratejiyi kullanabilirler ve belli görevleri başarmak için, gerektiğinde bu stratejileri uyarlayabilir ve değişiklikler yapabilirler.

Metabilişsellik

Metabilişsel düşünürler düşünceleri üzerinde kontrol sahibidir, çünkü nasıl düşündüklerinin farkındadırlar. Bir problemi nasıl çözeceklerini planlarlar ve bununla ne kadar iyi başa çıktıklarını izlerler. Bir projeyi bitirdikleri zaman, geriye döner ve bu deneyimden ne öğrenebileceklerini düşünürler.

Doğruluk ve Kesinlik için Çabalama

Uсталık hissi; iyi düşünme, nitelik ve doğruluğa saygı ve işleri mümkün olduğunca etkili, güzel ve açık yapma isteği için önemlidir. İyi düşünürler, çalıştıkları alanda kaliteye yönelik hakim kriterlerin farkındadır ve kriterlere uygun çalışmalar üretmek için mümkün olduğu kadar çok çalışır.

Soru Sorma ve Problemler Ortaya Atma

Gerçek meraklılık, bir olgu ya da klişeyle cevaplanan yüzeysel bir tür merakı değil, düşünen kişinin karmaşık bir probleme ilgisini çeken merak etme türü olan

derin düşünmeyi yönlendiren şeydir. Yetenekli düşünürler başkalarının mevcut durum ile tatmin oldukları problemler bulurlar ve bilgilerindeki eksikliklerin farkındadırlar.

Önceki Bilgileri Yeni Durumlara Uygulama

Etkin düşünürler; benzerliklerin farkına vararak ve bağlantılar kurarak yeni kavramları anlamalarına yardımcı olmaları için, önceden sahip oldukları deneyimler ve bilgilerini kullanırlar. ‘Bu bana... zamanı hatırlatır’ ya da ‘Bu model çok benziyor’ gibi şeyler söylerler. Fikirleri, çoğunlukla alışılmadık fikirlere yönelik yapılar oluşturmalarına yardımcı olan benzetme ve analogilerle açıklarlar.

Netlik ve Kesinlik ile Düşünme ve İletişim Kurma

Costa, düşünme ve dili bir madeni paranın iki yüzü olarak tanımlar. Belirsiz dilin belirsiz düşünmeyi yansıttığı konusunda uyarır. Öğrencilerin iyi fikirlerinin olması yeterli değildir, bu fikirleri başkalarına aktarmada da iyi olmalıdırlar ve bu, açıklama ve tanımlamaların yapı ve diline dikkat gerektirir.

Tüm Duyular Aracılığıyla Veri Toplama

Esnek bir düşünür olmanın bir parçası, doğruya ulaşmak için çeşitli metodlar kullanmaktır. İyi düşünürler, fikirlerini geliştirmek ve çevrelerindeki dünya hakkında düşünme yollarını genişletmek için; görme, duyma, tatma, dokunma ve koklamayı kullanırlar.

Yaratma, Hayal Etme ve Yenilik Getirme

Yaratıcı insanlar, olayları farklı açılardan görürler. Beklenenin sınırlarını zorlar ve risk alırlar. Ancak; yaratıcılık, uzak fikirler bulmaktan daha fazlasıdır. Kişinin kendi çalışmasına karşı eleştirel olmasını, başkalarını eleştiriye davet etmesini ve teknik uzmanlığı arılaştırmak ve daha iyi ürünler ortaya çıkarmak için sürekli çalışmayı da içerir.

Merak ve Korkuyla Karışık Şaşkınlık ile Yanıt Verme

İyi düşünürler, dünyada etraflarında gördükleri gizemlerden hoşlanırlar. Çözülecek problemler arar ve yapbozları kendi başlarına oluşturmaktan zevk duyarlar. Kırk yılda bir olan olayların yanı sıra günlük olaylarda da şaşılacak kadar iyi ve insanı huşu içinde bırakan bir şey bulurlar.

Sorumlu Riskler Alma

Uzman düşünür olan insanların, rahat bölgelerinin dışında hareket etmeye yönelik neredeyse kontrol edilemez bir tepkileri vardır. Sorumlu risk alıcılar; deneyim ve bilgilerini, belli bir eylemin riske değer olup olmadığına dair bir his edinmek için kullanırlar. Yeni sorumlulukları istekli bir biçimde üstlenirler ve yeni oyun ve becerileri hevesli bir biçimde öğrenirler.

Mizah Bulma

Yaratıcı düşünürler, Costa'nın 'tuhaf zihin çerçevesi' olarak adlandırdığı şeye sahiptir. Çevrelerindeki dünyadaki saçma ve alaylı şeylerin farkına varırlar ve çoğunlukla günlük durumlara yönelik eşsiz bir perspektifleri vardır. Dille oynamayı severler ve orijinal analogiler ve benzetmeler yapmak onlara iyi gelir. Kendilerini çok ciddiye almazlar ve çalışmadaki eğlenceyi ortaya çıkarırlar.

Birbirine Bağlı Düşünme

21'inci yüzyılda problemler o kadar karmaşık hale geldi ki hiç kimse bunları kendi başına çözemez. Costa ve Kallick (2000)'in açıkladığı gibi, "Kendi başına hiç kimsenin önemli kararlar almak için gerekli olan verilere erişimi yoktur, hiç kimse tek başına bazı insanların düşünebileceği kadar çok alternatif düşünemez".

Başkalarıyla başarılı bir biçimde çalışmak, öğrencilerin geribildirim vermede – hem övgü hem yapıcı eleştiri usta olmalarını gerektirir. Grubun çabalarına kendi katkıları hakkında geribildirim istemelerini ve kabul etmelerini de gerektirir.

Sürekli Öğrenme

Daha iyi bir düşünür ve insan olmaya yönelik içsel motivasyon, yaşam boyu öğrenmenin anahtarıdır. Bu zihin alışkanlığı olan insanlar daima yeni projeler alırlar ve yeni beceriler edinirler. Bir konuya yönelik bakış açılarından emin olabilirlerken,

yeni bilgiler alamayacaklarından ve fikirlerini değiştiremeyeceklerinden asla o kadar emin değillerdir. Problemleri öğrenme fırsatları olarak görürler ve yaşamları boyunca zihin alışkanlıklarını uygulamaya devam ederler.

Zihin alışkanlıklarını öğretmek, günün konusunun ötesinde öğretmek anlamına gelir. Her öğrenme etkinliğine yaklaşmanın; bağımsız, yaşam boyu öğrenmeye yönelik bir adım olduğu anlamına gelir. Öğrenciler, etkinlikleri tamamlamaya çoğunlukla ceza ve dışsal ödüller yoluyla ikna edilebilirken, bu tür dürtüler öğrenme ödevlerinde gerçek motivasyonu düşürür ve öğrenmeyi sınıf dışında sürdürme arzusunu da yok edebilir.

Eleştirel ve yaratıcı düşünmeyi destekleyen tavırlar modelleyerek ve öğrenme sevgisini ödüllendiren bir sınıf kültürü oluşturarak, öğrenciler okulda öğrendikleriyle sınırlandırılmayacaklardır. Herhangi bir deneyimi, bir öğrenme deneyimi haline getirebilirler.

2.5. Problem ve Problem Çözme Kavramları

Problem kavramı ele alındığında, bir disiplin olarak kabul edilen matematiğin temel konuları arasında yer almaktadır. Ancak problem ve problem çözme sadece matematik alanında değil pek çok farklı disiplin içerisinde ve bireyin gerçek hayatında karşılaştığı bir kavramdır.

Problem; genellikle gündelik hayatta karşılaşılabilen, ancak kendi yapısı içerisinde önemli bir teorik ya da pratik yapının tanımını bulunduran bazı olgu ya da olaylar olarak tanımlanmaktadır (Schmidt, 1983). Morgan (1999)'a göre problem, temelde bireyin bir hedefe ulaşmada engellenme ile karşılaştığı bir çatışma durumudur. D'zurilla ve Golfried (1971)'e göre ise problem; bir kişinin kendi ortamındaki işlevselliğini etkin bir biçimde sürdürebilmesi için yanıt vermesi gereken, belirli bir durum ya da ilişkili durumlar kümesini anlatmaktadır. Schmidt (1983); ise problemin; öğrenme sürecinin başlangıç noktaları olduğunu belirtmektedir.

Hem eğitim sistemi içerisinde hem de insan, davranış ve psikolojisini inceleyen bilimlerde problem ve problem çözme kavramı ayrıntılarıyla ifade edilmeye çalışılmıştır. Bu nedenle tek bir disipline ait olmayan problem kavramı ve problem çözme eylemi, yeri geldiğinde öğrenmeye, soru sormaya, keşfetmeye,

karmaşaya, korkuya, endişeye sürükleyen ayrı bir olgu olarak kullanılmıştır. Matematik eğitimi içerisinde problemi çözme becerisinin kazandırılması, sağlamlaştırılması ve gerçek hayat içerisinde kullanılabilir hale getirilmesi oldukça önemli olsa gerektir (Özdemir, 2012).

2.5.1 Problem Türleri

Matematiksel düşüncenin gelişiminde önemli bir yere sahip olan problem kavramının; alan yazın incelendiğinde çeşitli sınıflara ayrıldığı görülmektedir. Bu sınıflamalardan en sıklıkla karşılaşılanları alışlagelmiş olan yani dört işlem gerektirenler ve alışık olmayan problemler olarak isimlendirilmiştir (Billstein, Libeskind, ve Lott, 1993; Orton ve Frobisher, 2004). Dört işlem gerektiren problemler daha önce benzerleri çözülmüş olan ya da öğrenilen bir formülün yeni bir durumda uygulanmasını gösteren problemler olmuştur (Polya, 1962). Yabancı kaynaklarda dört işlem problemleri “word problem” ya da “story problem” olarak adlandırıldıkları görülmektedir. Dört işlem problemlerinin öğretiminin amacı, çocukların günlük hayatta çok gerekli olan işlem becerilerini geliştirmeleri, problem olarak sunulan hikayede verilen bilgileri matematik biçimindeki eşitliklere aktarmayı öğrenmeleri, düşüncelerinde oluşan durumu şekillerle anlatmaları, yazılı ve görsel olarak sunulan yayınları anlamaları ve problem çözmenin gerektirdiği temel becerileri kazanmalarıdır (Özdemir, 2012).

Alışık olmayan problemlerin çözümü esnasında, işlem becerisinin yanında daha üst becerileri gerektiren problem türlerini ifade etmektedirler. Alışık olmayan problemler, dört işlem gerektiren problemlere göre daha fazla düşünme gerektiren, çözüm yönteminin açık ve belirgin olmadığı problemlerdir (Altun, 2005). Souviney’e (1989) göre alışık olmayan bir problemi çözmeye çalışan bireyin, problemde yer alan verileri organize edebilmesi, tasniflemesi, ilişkiler kurabilmesi gibi becerilere sahip olması ve bir takım sıra gerektiren işlem basamaklarını arka arkaya yapabilmesi gerekmektedir. Polya (1957) problem çözme yeteneğinin gelişmesinde alışık olmayan problemlerin önemli olduğunu vurgulamış ve dört işlem gerektiren problemlerin çözümünün öğretilmesinin önemine dikkat çekmiş ancak kritik ve yaratıcı düşünmenin gelişebilmesi için alışık olmayan problemlere yer verilmesi gerektiğini vurgulamıştır.

2.5.2 Problem Çözme

Problem çözme öğrencilerin sadece öğrenim döneminde yapılan bir iş olmayıp, aksine bütün hayatı boyunca ihtiyaç duyacağı bir yetenektir (Özsoy, 2007). Eğitim kavramı içerisinde bahsi geçen “topluma faydalı bireyler yetiştirilmesi” hedefi altında problemi çözme niteliğine sahip bireylere işaret edilmektedir. Problem çözme; bireyin karşılaştığı güçlüklerin üstesinden gelmeyi hedefleyen, belirli bir amaç doğrultusunda gerçekleştiren, içerisinde bilişsel ve psikolojik süreçleri barındıran ve bir dizi zihinsel çabayı gerektiren süreç olarak tanımlanmaktadır (Oğuzkan, 1989). Zihinsel bir çabayı gerektiren bu süreçte problemlili durumun üstesinden gelebilmek için etkili olacak çözüme yönelik karşı seçenekleri oluşturma, bu seçenekler arasından en etkili olanını belirleme eylemlerini de içermektedir (D'zurilla & Goldfried, 1971). Cai ve Lester'e (2005) göre ise problem çözme; belirli bir sıra dahilinde zihinsel etkinliğin gerçekleşebilmesi için bireysel bir çaba gerektiren ve her zihinsel etkinlik içerisinde bir kısmı alışık olmayan bilgi ve beceri isteyen bir eylemdir.

Matematiğin temel araçlarından birisi olan problem çözme aynı zamanda matematik öğretiminin merkezinde yer alan bir unsurdur (Kayan ve Çakıroğlu, 2008; Jitendra, Griffin, Buchman, ve Sczesniak, 2007; MEB, 2005; Schoenfeld, 1989; Polya, 1957). Altun ve Alkan (1999) matematik öğretiminin temel amacını; en genel şekilde kişiye günlük hayatta karşılaşılabilecekleri matematiksel bilgi ve becerilere ait temelini kazandırmak, ona problem çözme becerisini ve yetisini öğretmek ve olayları problem çözme içinde ele alan bir düşünme biçimi kazandırmak olarak ifade etmişlerdir.

Matematik öğretimine göre problem çözme kavramı, problemin zihinsel süreçlerde ele alınarak bireyin sahip olduğu gerekli bilgileri kullanıp ve ilgili işlemleri yaparak problemin çözüme ulaştırılarak ortadan kaldırılması olarak tanımlanmaktadır (Altun, 1995). Problemlle karşılaşan bireyin problemin çözümüne ulaşma yolunda, arzulanan matematik dilini kullanabilmesi ve matematiksel düşünme yeteneğini kazanmış olması beklenmektedir. Ancak bireylerin bahsedilen bu kazanımlara sahip olması problemi çözmede her zaman yeterli olmayabilir. Öyle ki birey problemi çözmeye başlamadan önce problemi zihninde şekillendirmesi, ardından probleme ait öğeleri kendi düşünce yapısına uygun olarak yeniden organize etmesi gerekebilir. Polya (1962), problem çözmeyi anında istenilen sonuca

ulaşılamayan ama açık bir şekilde şekillendirilmiş amaca ulaşmak için gösterilen çabalarla diyerek, zorluğun olmadığı durumlarda probleminde var olamayacağını belirtmiştir.

Sıralanan bu açıklamalara bakıldığında problem çözme; bir amacın olması gerektiğine ve bu amaca ulaşırken karşı karşıya kalınan engellerle başa çıkmaya çalışılan bir süreç olduğuna işaret etmektedir. Bireyin hayal gücü, hazır bulunuşluk düzeyi, öğrenmiş olduğu bilgileri organize edebilme becerisi, problemi algılama biçimi ve çözüm yöntemi bu süreci etkileyen faktörler olarak sıralayabiliriz (Özdemir, 2012).

2.5.3 Problem Çözme Öğretiminin Önemi

Kavram olarak problem çözme; tek başına ele alındığında kapsamlı bir konu veya sonuç olmanın yanında daha çok bir süreçtir. Matematik eğitimi sürecinde problem çözme yeteneğinin teorik olarak öğrenilmesi ve bunun pratik yapılar kullanılması, sağlam temellere oturtulmasının gerekliliği aşikardır (Özgen ve Pesen, 2010). Problem çözme becerisinin sağlam temellere oturtulup, daha sonra da geliştirilmesinin kritik bir öneme sahip belirli nedenleri bulunmaktadır. Bunlar;

- Matematiğin öğrenilmesinin yanında, anlaşılması ve içselleştirilmesi sürecinde, matematiksel düşünmenin olumlu yönde etkilenmesi (Polya 1957).
- Problem çözme stratejileri edinme ve bu stratejileri gerektiğinde bir başka alana transfer edebilme yeteneğini geliştirme (Sezgin, Çalışkan, Çallıca, Ellez, ve Kavcar, 1998) olarak açıklayabiliriz.

Bireyin, problem çözme sürecinde tek bir yol ya da çözüm biçiminin olmadığını bilmesi gerekmektedir (Baykul, 2001). Her problemin değişik çözüm yollarının olmasının yanında, bireyden bireye problemin çözüm yolunda farklılıklar olabileceği göz ardı edilmemelidir. Bireyin problem çözmede sahip olduğu farklılıklar, bilgi birikimi ile birlikte bireyde daha önceden var olan deneyimlerden de kaynaklanabilmektedir. Tablo 1’de problem çözme sürecinde bireylerin sergiledikleri davranışlar sunulmuştur.

Tablo 1 Problem Çözme Sürecinde Bireylerin Sergiledikleri Davranışlar

Davranışlar	Acemi Olma	Alışkanlık	Tecrübeli Olma
	Baş etme stratejilerini Benimseme	Stratejiyi sistematik bir şekilde uygulama	Kendi stratejilerini üretme
	Bir ya da iki stratejiye güvenme	Çalışmayan stratejiyi uyarlamaya ya da değiştirmeye çalışmama	Çeşitli stratejiler ve bunların kombinasyonu şeklindeki stratejileri kullanmaya eğilim
	Yazılı ya da sözlü iletişimde Üst bilişsel düşüncenin Gösterilmemesi	Sözlü iletişimde üst bilişsel düşüncenin varlığı	Yazılı ya da sözlü yanıtlarda belirgin üst bilişsel düşünce
	Problem çözmenin dört aşamasının hepsinde ya da herhangi birinde hatalar yapma	Çözümü doğrulamak için herhangi bir girişimde bulunmama	Polya'nın problem çözüm adımlarının her birinde oldukça başarılı olma ve çözümü doğrulama
	Daha önce çözülmüş benzer bir problemi düşünememe	Daha önce çözülmüş benzeri bir problemi basit matematiksel yapısıyla tanımlama	Benzer problemleri matematiksel yapılarına göre tanımlama
	Yazılı ifadelerde eksiklik/yetersizlik	Yazılı ya da sözlü ifadelerde açıklık	Yazılı ve sözlü ifadelerin hepsinde net ifade başarısı
	Sıklıkla aynı metodu tüm problemlere uygulama	Problem çözümünde tek bir yol/yönteme odaklanma	Problem çözümü için alternatif yollar bulma
	Hızlı cevap vermek = kendine güven	Sıklıkla problem çözme becerisindeki güven eksikliğini ifade etme	Problem çözme becerisiyle kendine güvenini gösterme

2.5.4 Problem Çözme Sürecinde Problemin Anlaşılması

Problem çözme sürecinde bireylerin seçmiş oldukları stratejiler, bireyin iç dünyası, yaşı, hazır bulunuşluğu, matematiksel düşünme becerisi, problemin sunulmuş biçimi gibi pek çok unsurdan etkilenmektedir. Ancak belirtilen bu unsurlar incelendiğinde matematiksel problem çözme yönünden irdelenecek olursa birinci sırada problemi anlamamanın yer aldığı görülmektedir (Jitendra ve diğ., 2007; Stoyanova, 2005; Karataş ve Güven , 2004; Cai, 2003; Garderen ve Montague, 2003; Mayer, 1982; Polya, 1957). Belirtilen bu unsurlarla birlikte Mayer (1982) ve Karataş ve Güven (2004)'e göre matematik problemi çözümü sürecinde karşılaşılan zorlukların ilk başında problemin anlaşılması ve probleme ait denklemin kurulması aşamalarından kaynaklandığı ifade edilmektedir. Problemi anlayamayan bir birey için problem ifadesinde sunulan herhangi bir veri, bilinmeyendir ve anlamsızdır. Böyle bir durumda uygun bir strateji seçiminden de bahsedilmesi mümkün değildir. Birey anlamadığı ya da anlayabileceği bir forma dönüştüremediği problem ifadesini çözülebilir olarak görmemektedir. Böyle bir durumda yaptığı

işlemleri/uygulamaları/denemeleri ve bunlara başvurma nedenlerini açıklayamaz (Özdemir, 2012).

2.5.5 Problem Çözme Stratejileri

Problem ve problem çözme kavramlarına genel olarak baktığımızda, birey için zorluk taşıyan bir durumun olması, bu durumun tanımlanması, olası çözüm yollarının belirlenmesi ve belirlenen yollara göre sonuçlandırılmasını içeren bir süreci tanımlamaktadır. Belirlenen süreç içerisinde bireyin problem çözme anlayışını alternatif yollar ya da stratejiler kullanarak geliştirmesi oldukça önemlidir (Baykul, Sulak, Doğan, Doğan, ve Yazıcı, 2009). Alan yazın incelendiğinde problem çözmede kullanılan stratejiler ve çözüm yollarına ilişkin pek çok adımlar ve tanımlamalar yapıldığı görülmektedir.

Problem çözümünü dört basamakta toplayan Polya (1957), ikinci basamak olan “plan yapma” altında çözüm için kullanılabilecek stratejilere yer vermiştir. Bunlar;

- tahmin ve kontrol
- düzenli bir liste yada tablo yapma
- simetri kullanma
- hali hazırda çözülen benzer bir problemi düşünme
- doğrudan muhakeme yapma
- cebir kullanma
- eş değer bir problemin çözülmesi
- daha basit bir problem çözme
- model/materyal kullanma
- geriye doğru çalışma
- formül kullanma
- yaratıcı olma
- doğrudan mantık kullanma

şeklindedir.

Aşkar ve Baykul (1987) problemi çözme ve araştırma stratejileri olarak;

- Deneme ve yanılma,
- Bilgi toplama ve toplanan bilgileri tablo haline getirme,

- Problemin basitleştirilmiş örnekleri üzerinde durma,
- Problemi genel şekli ile ifade etme,
- Problemin genel halini cebirsel formül ile ifade etme,
- Simülasyon,
- Matematiksel muhakeme becerisi,
- Benzerlik ve örüntüleri ortaya koyma,
- Şemalardan (diyagram) yararlanma,
- Denence kurma, test etme, gözden geçirme,
- Geriye doğru düşünme şeklindeki stratejileri

sunmuşlardır.

Problem çözme sürecinde problemle öğrenci arasındaki yabancılığı kaldırmak için çeşitli stratejiler sunulur ve bunların etkisi yadsınamaz seviyededir. Diğer bir ifade ile birey başkası tarafından ortaya konulmuş “problem ifadesi”ni, kendi düşünce dünyasına, alışkanlıklarına, algılama ve öğrenme biçimine göre yeniden organize edebilme imkanı kazanır. Ancak herhangi bir problem çözme stratejisinin kullanımıyla çözüme ulaşamayabilir. Çünkü stratejinin seçilmesinden önce problemin tanımlanması ve çözüm için nasıl bir yol izleneceğinin belirlenmesi gerekmektedir (Özdemir, 2012).

Problem çözme sürecinde öğrencilerin izleyecekleri yol ile ilgili olarak Dewey (1933); beş ayrı adım belirtmiştir. Bu adımlar;

- problemle yüzleşme (confront problem),
- problemi tespit etme veya tanımlama (diagnose or define problem),
- çeşitli çözümleri derleme (inventory several solutions),
- çözümün sonuçlarına ilişkin kestirimde bulunma (conjecture consequences of solutions),
- sonuçları test etme (test consequences)

olarak tanımlanmıştır (Carson, 2007).

Aşkar ve Baykul’a (1987) göre bir problemin çözümü sırasında yapılması gereken hedefler şu şekilde sıralanmıştır;

1. Verilen problem ifadesini, görülebilecek belirsizlik veya tutarsızlıkları ortaya

- koyarak yorumlayabilmek,
2. Uygun durumlarla karşılaşıldığında, mevcut problem çözme ve araştırma stratejilerinden yararlanabilmek,
 3. Çözüm ve vargılarını,
 - a. yazılı olarak ifade etmek,
 - b. genelleme ve yordamak (tahminde bulunma),
 - c. sembollerle ya da formüllerle ifade etmek,
 - d. grafik veya şema (diyagram) ile göstermek,
 - e. ispattan yararlanarak anlamlı bir bütün halinde sunabilmek.
 4. Çeşitli öğrenme-öğretme durumlarında kullanmak üzere zengin bir problem,bulmaca ve araştırma dağarcığına sahip olmak.

Polya (1957) ve Aşkar ve Baykul (1987) tarafından sunulan öneriler incelendiğinde; problem ifadesine ilk yaklaşımın tahmine dayalı olması gerektiği noktasında birleştikleri görülmektedir. Problemin çözümündeki ilk durum bireyle problemin karşı karşıya kaldığı anda zihnin verdiği ilk tepkidir. Verilen bu tepkinin; problem durumundan hızlıca kurtulma, benzer problemle mukayese ederek öneri sunma ya da zihinde hızlıca oluşturulan bir modelin olduğuna işaret ettiği söylenebilir. Oluşturulan modelin ardından gelen kontrol etme isteği aslında düzensiz ve plansız bir hareketin sonuçlarıyla karşı karşıya kalma durumudur. Arkasından gelen adımlar incelendiğinde; bireyin sahip olduğu eski deneyimleri ile bağ kurmasının beklentisi vardır. O halde eski deneyimlerde ki başarı ya da başarısızlık olması halinde, problemin benzerlerinin hatırlanması ve benzer çözüm yollarının oluşturulmasında etken olduğu söylenebilmektedir. Ancak bu durumda problemin çözümünde orijinallikten söz etmek mümkün değildir, daha çok esinlenmeye bağlı öneri sıralamasının göstergesidir. Daha sonra gelen adımlarda belirtilen bilgileri belli bir düzene sokma, listeleme bireyin problemi sadece kendine has biçimde yorumlamasına doğru yönlendirmeler içermektedir. Polya'nın (1957); model oluşturma, resim çizme, grafik/şema oluşturma önerilerinden sonra matematiksel muhakeme becerisiye geçiş yapması; bireyin zihninin matematiksel matematiksel muhakeme becerisiye hazırlanmasının araçları olarak yorumlanabilir. Aşkar ve Baykul (1987) tarafından ise önce matematiksel muhakeme becerisinin öne çıkarılması ve bireyin daha sonra sembolik, şekilsel araçlardan yardım alması sıralanmaktadır.

Yurt içinde ve yurt dışında konu ile ilgili yapılmış çalışmalar incelendiğinde problem çözme sürecinde bireyin yararlanabileceği ve kullanabileceği çeşitli yol ve stratejilerin ortaya konulduğu görülmektedir. Sunulan bu yol ve stratejilerde temel çıkış noktası bireyin problemi anlamasını değişik araçlar yoluyla sağlayabilmektir. Diğer bir ifadeyle bireyin zihninde problemi canlandırmasına yardımcı olmakta, çözüm için harekete geçirecek fikir ya da fikirler çağrıştırmaktadır. Ancak problemin çözümünde kullanılacak bu yol ve stratejiler, sadece bunların bireye öğretilmesine/gösterilmesine değil, bireyin öğrenme alışkanlıklarına ve içinde bulunduğu toplumda mensubu olduğu neslin özelliklerine de bağlıdır (Özdemir, 2012).

2.5.6 Polya'nın Problem Çözme Adımları

Polya (1957), problem çözümünde yapılması gerekenleri adımlar halinde basamak basamak sunmuş ve belirlenen her basamakta ne olması gerektiği, nasıl bir yol izlenmesine yönelik bilgiler vermiştir. Bu basamaklar; problemi anlama (understanding the problem), plan yapma (devising a plan), planı uygulama (carrying out the plan), kontrol/geri bakış (looking back) şeklindedir. Tablo 2'de Polya (1957) tarafından ifade edilen adımlar ve adımlara ait sorulara yer verilmektedir.

Tablo 2 Polya'nın Problem Çözme Adımları

Polya'nın Problem Çözüm Adımları	Adımlarda Sorulması Gerekenler
Problemi Anlama	• Bilinmeyenler nelerdir? • Verilenler nelerdir? • Problem koşulları nelerdir? • Koşulları sağlamak mümkün müdür? • Eldeki veriler ve koşullar bilinmeyeni belirlemekte yeterli midir? • Veya yetersiz midir /kısıtlı mıdır/tutarsız mıdır?
Plan Yapma	• Bu problem ile daha önce karşılaşıldı mı? • Bu problemin farklı formdaki haliyle daha önce karşılaşıldı mı? • Bu problemle ilişkili başka bir problem var mı? • Bu problemin çözümünde yardımcı olabilecek bir teorem var mı?

	• Aynı ya da benzer bilinmeyenleri içeren bir problem var mı? • Benzer problemde kullanılan çözüm metodu mevcut problemde de kullanılabilir mi? • Problem yeniden ifade edilebilir mi? • Problem daha küçük problemlere ayrılabilir mi? • Bu problemlere benzer problemlerle daha önce karşılaşıldı mı?
Planı Uygulama	• Uygulanacak plan doğru mu? • Doğruluğu nasıl gösterilebilir?
Kontrol (Geri Bakış)	• Sonuçlar kontrol edildi mi? • Mevcut çözüm farklı şekillerde elde dileyebilir mi? • Bu problemde kullanılan sonuçlar, yöntemler başka problemlerde de kullanılabilir mi?

Problem çözümüne ilişkin sıralanan bu adımlar eylemler şeklinde de ifade edilebilmektedir. Bu eylemler; anla (see), planla (plan), yap (do), kontrol et (check) şeklindedir. Anla eyleminde; problemin dikkatli bir biçimde okunması, neyin sınanacağına karar verilmesi, önemli bilgilerin tanımlanması yer almaktadır.

Planla eyleminde; mevcut tüm bilgilerin bir araya getirilmesi, yapılması mümkün olan eylem/işlem/uygulamaların gözden geçirilmesi bulunmaktadır. Yap eyleminde; tasarlanan planın kısım kısım uygulamaya geçirilmesi, duruma göre uygulanan planın gözden geçirilmesi ya da modifiye edilmesi, gerekiyorsa yeni bir plan üretilmesi eylemleri ifade edilmektedir.

Kontrol eyleminin altında ise; önemli tüm bilgilerin kullanıldığına emin olunması, cevabın mantıklı olup olmadığına karar verilmesi, problem koşullarının verilen cevapla uyumsuzluk gösterip göstermediğinin kontrol edilmesi ve cevabın bir cümle formunda ifade edilmesi bulunmaktadır (Özdemir, 2012).

Problemi Anlama

Problemi anlama aşamasında temel amaç bireyin problemi anlamasına yönelik rehberlik edilmesi fikri yer almaktadır. Bu rehberlik sürecinde problemde yer alan

değişkenler, değişkenler ve problemdeki belirsiz durumlar arasındaki bağlantılar ile araştırılması veya cevaplanması gereken değişkenlerin belirlenmesinden oluşmaktadır. Diğer bir ifadeyle problemi anlama aşamasında;

- Problemin birey tarafından yeniden ifade edilmesi,
- Bulunmaya çalışılan şeyin ya da yapılabileceklerin ne olduğunun belirlenmesi,
- Bilinmeyenlerin tespiti,
- Problem ifadesinden elde edilen bilgilerin belirlenmesi,
- Varsa eksik olan ya da gereksiz olan bilgilerin tespiti yapılmalıdır.

Problemi anlama basamağında bireyin ifadelerde öne çıkan durumları tanımlayabilmesi ve problemi açıklayarak anlatabilmesi bu basamağı başarıyla tamamlamış sayılır. Polya (1957) problemin anlaşılması basamağında resim çizmenin, hatta problemi görselleştirecek öğelerin kullanılmasını önermektedir. Aynı zamanda bireyin problemi anlayıp anlamadığını ölçmek maksadıyla bazı sorular sorulmasının iyi olabileceğini belirtmiştir. Bu sorular;

- Problem ifadesine kullanılan tüm kelimelerin anlamı, görevi anlaşılabilir mi?
- Problemle ilgili bir şeyler bulabilmek için neler gereklidir?
- Problem bireyin kendi kelimeleriyle yeniden ifade ediliyor mu?
- Problemin anlaşılmasında resim çizmek ya da şema kullanmak yardımcı oluyor mu?
- Çözümün elde edilebilmesi için yeterli veri mevcut mu?

şeklindedir.

Plan Yapma

Plan yapma basamağında bireyin problemi nasıl çözebileceğine ilişkin bir yol bulması ya da belirlemesi hedeflenmektedir. Polya (1957); bir problemi çözmek için pek çok uygun yol olabileceğini belirtmiştir. Genel olarak bu yollar içinde en uygun olanın hangisi olduğunu bulabilmek, problem çözme konusunda deneyim kazanmaya yani pek çok problem çözmeye bağlıdır.

Problemin çözümü için plan yapma aşamasında, bireyin mevcut problemine benzer nitelikteki daha önce çözmüş olduğu problemleri hatırlamaya çalışması, problemi daha basite indirgemesi ya da daha farklı şekilde ifade etmesi şeklinde eylemleri gerçekleştirmesi beklenir.

Hatırlamaya çalışma eylemi kapsamına; benzer bilinmezlikleri içeren, ilişkili olduğunda inanılan ya da daha farklı şekilde ifade edilmiş benzer problemlerin hatırlanması bulunmaktadır. Bireyin hangi hesaplamaları, işlemleri ya da uygulamaları gerçekleştireceğine karar vermesi yani taslak halinde bir plan oluşturması oldukça önemlidir. Ancak mevcut verilerin ve probleme ilişkin koşulların bu taslak plan içinde uygulanabilirliği/geçerliliği kontrol edilmelidir (Özdemir, 2012).

Plan yapma aşamasında kullanılabilecek pek çok çözüm stratejisi mevcuttur. Bireyin bu aşamada çözüm için bir strateji geliştirememesi ya da kullanamaması durumunda problem tanımına geri dönmesi gerekmektedir (Polya, 1957).

Planı Uygulama

Planı uygulama aşaması; bir önceki adımla belirlenen stratejinin gerçekleştirilmesini içermektedir. Bu uygulama evresinin problem çözüm süreci içerisinde en kolay kısım olduğu ifade edilebilir. Bireylerde pek çok kez bu adıma çok hızlı şekilde geçiş yapma isteği oluşabilmekte (Polya, 1957) ve ilk iki adım yeterli derecede uygulanmada çözüm yapılmaya çalışılabilmektedir. Ancak ne ifade ettiği anlaşılmamış bir problem, uygunluğu tam olarak kontrol edilmemiş bir çözüm planı; problem çözme sürecinin sonuçlanamamasına neden olmaktadır.

Polya (1957) gerekli matematiksel beceriye sahip bireyin; problem çözüm sürecinde sonuca ulaşması için tek ihtiyacının sabırlı ve dikkatli bir şekilde ilerlemek olduğunu belirtmiştir.

Problem anlaşılıp en uygun çözüm yolu bulunduktan sonra uygulama aşamasındaki en önemli işler; kullanılacak yolu dikkatlice takip etmek ve işlemlerde dikkatli olup hata yapmamaktır. Eğer seçilen yolun çözüme götürmeyeceği fark edilirse, zaman kaybetmeden geriye dönüp hatayı düzeltmek gerekir (Özdemir, 2012).

Geriye Bakma

Geriye bakma basamağı problem çözme sürecinin kritik basamaklarından biridir. Ancak istenilen sonuca ulaşıldığına inanıldığında pek çok kez gözden kaçırılmaktadır (Polya, 1957). Bu aşamanın temel amacı; bireyin kendini geliştirebilmesi için geçmiş deneyimlerini değerlendirmesi, neden başarılı ya da neden başarısız olduğunu anlamasını sağlamaktır. O halde iyi problem çözücü nitelik kazanmak isteyen bireyin; tüm problem çözüm sürecinde yaptıklarını gözden geçirmesi, hatta incelemesi gerekmektedir.

Polya (1957); tüm problem çözme sürecine geri bakış ve değerlendirme ile yapılanları, işe yarayanları, yaramayanların tespit edilmesinin bireye oldukça büyük katkılar sağlayacağını belirtmiştir. Geri bakış adımını gerçekleştiren bireyler; uğraştıkları problemi ve uyguladıkları planı daha iyi irdeleyebilir ve bu sayede çözüm sürecini içselleştirme imkanı kazanabilirler.

Geri bakış aşamasının uygulanmasıyla sadece çözüm sürecinin içselleştirilmesi değil, aynı zamanda elde edilen sonuçlara başka hangi yollarla ulaşılacağı, bu yolların başka problemlerde de geçerli olup olmayacağına ilişkin sorgulamalar gerçekleştirebilir. Böylelikle bireyde “bu yol her zaman işe yarar” şeklindeki saplanmanın, kullanılan yöntemi ezberlemeye çalışmanın önüne geçilebilir. Benzer şekilde sonuca ulaşmanın verdiği güven ve rahatlama hissi ile yeni yollar daha rahat ifade edilebilir. Geri bakış adımı ile problem çözümünün pek çok yolu olduğu fikri sadece bir ifade olmaktan çıkarılmış, bireyin kendi kendine deneyimleyebileceği bir uygulama haline dönüşmüş olmaktadır (Özdemir, 2012).

2.6. Matematiksel Muhakeme

Matematiksel muhakeme kavramının iyi tanımlanabilmek için muhakeme kavramını açıklamak faydalı olacaktır.

Muhakeme, çeşitli düşünme tarzlarını içeren bir etkinliktir (Peresini ve Webb, 1999). Bir başka deyişle muhakeme, ancak düşünmenin ileri basamaklarında ortaya çıkan bir beceridir (Umay, 2003). Muhakeme yapabilen bireylerin ileri düzey düşünme becerisine sahip olduğu ve düşüncelerini bilgi temeline oturttukça, mantıklı şekilde akıl yürüterek oluşturdukları söylenebilir. Eğer ileri düzeylerde de olsa bir

düşünce bilgi temeline dayanmıyorsa, gerekçelendirilemiyorsa, mantıklı yaklaşımlar içermiyorsa muhakeme olarak kabul edilemez (Umay, 2003).

Matematik öğretiminin en önemli amaçlarından biri “Neden?” sorusuna karşılık düşünce süzgecinden geçirip mantıklı cevaplar bulabilmektir, yani muhakeme yapabilmektir. Muhakeme etraflica düşünüp akıllıca bir sonuca ulaşma sürecidir. Muhakeme sonuçlardan, yargılardan, gerçeklerden ya da önermelerden bir sonuç çıkarma işlemi; önermeleri, yargıları bir kalıba bağlamak ve bunlardan emin olmaktır (Altıparmak ve Öziş, 2005). Muhakeme ederek, matematiksel muhakeme becerisinin temel kavramlarını kullanan bireyler muhakeme süreci sonundaki değerlendirmelerine bakarak mevcut bilgilerini yeniden yapılandırırlar. Farklı muhakemeler, bilgilerin farklı açılarla inşa edilmesini sağlar (Altıparmak ve Öziş, 2005).

Son yıllarda matematik eğitimi üzerinde yapılan çalışmalar öğrencilerin matematiksel muhakeme yapmaları ve matematiği anlamlı kılmaları üzerine vurgu yapmaktadır (NCTM, 2000). Matematiği anlamlı kılma ve matematiksel muhakeme yapma matematiği açıklama ile yakından ilgilidir (Ev-Çimen, 2008). Neyi, nasıl ve niçin yaptığını açıklayabilen bireylerin açıkladıkları konuya ait anlayışı ve algılayışının da geliştiği herkesçe bilinmektedir.

1. Matematiksel Muhakemenin Geliştirilmesi

Matematiksel muhakemenin nasıl geliştirilebileceğinin bilinmesi özellikle öğretmenler tarafından bilinmesi son derece önem taşımaktadır. Çünkü sadece, matematiksel muhakemenin nasıl geliştirilebileceğini bilen öğretmenler öğrencilerine bu konuda yardımcı olabilirler.

Öğretmenler, hipotezlerden mantıksal sonuçlar çıkarma yoluyla meydana gelen tartışmaları için öğrencileri desteklemelidir (NTCM, 2000). Yapılan tartışmalarda öğrencilerin neden o şekilde düşündüklerini açıklamalarına, ispat yapmalarına fırsat tanınmalı veya ispat yoluyla düşüncelerinin yanlış olduğu kanıtlanmalıdır.

Math-CATs (The Mathematical Thinking Classroom Assesment Techniques) (2007) matematiksel düşünme becerileri geliştirmek ve değerlendirmek için

oluşturulmuş bir çalışma grubudur. Matematiksel düşünmenin ve muhakeme becerilerinin şu şekilde geliştirilebileceğini belirtilmiştir:

1) Yanlış bulma ve doğrulama becerisi tipindeki sorular, öğrencilere bulmaları ve açıklamaları gereken yanlışlıklar sunarlar. Bu öğrencileri, matematiksel durumları analiz etmeleri, en çok hata içeren kısmı çıkarmalarını, hata nedenini açıklamalarını ve düzeltmelerini gerektirir. Örnek olarak “İki parayı atacağım, ikisi de yazı gelirse Jane kazanacak, ikisi de tura gelirse Rob kazanacak, biri yazı diğeri tura gelirse ben kazanacağım. Bunun neden adil bir oyun olmadığını açıklayınız.” sorusu verilebilir.

2) Mantıksal tahminler; bu sorulardaki temel beceri ilk bakışta materyalsiz cevaplanması imkansız gözükten sorular için nicel kestirimler yaratmaktır. Öğrencilerin ayrıca varsayımlarını aktarmaları ve cevaplarının mantıklı olup olmadıklarını kontrol etmeleri ve sonuçlandırmalarını gerektirmektedir. Bu duruma örnek olarak “Amerika’da her dakikada kaç bebek doğuyor?” sorusu verilebilir.

3) Ölçümler yaratmak; bu tip sorular, öğrencileri zihinlerinde var olan ölçülerini değerlendirmeye ve bu kavramdaki kendi ölçümlerini yaratıp değerlendirmelerine yönlendirir. Bu duruma örnek olarak “Farklı şekillerde verilen merdivenlere bakarak ve hiçbir ölçüm yapmadan merdivenlerin dikliğine göre sıraya koyunuz” sorusu verilebilir.

İkna ve ispat; bu sorular, öğrencilerin mantıksal tartışmalarda, örnekleri kullanmada ve yargılarını destekleyecek örnekler bulmada ne kadar iyi olduklarını değerlendirmek içindir. İki tipte sorulabilir. Verilen durumların doğruluklarını “her zaman, bazen ve hiçbir zaman” olarak değerlendirmek. Burada ayrıca öğrencilerin kararlarına ilişkin sayısal örnekler ve nedenler sunmaları beklenmektedir.

İspatları değerlendirerek doğruları eksik olanlardan ayırmak. Bu duruma örnek olarak “Eğer iki dikdörtgen aynı çevreye sahipse, aynı alana sahiptir. Her zaman, bazen ya da hiçbir zaman? Neden?” sorusu verilebilir.

5) Kanıtlardan yargı; sıralanmış verileri analiz etmeleri gerekir. Bu tür sorular, öğrencilerin bilgileri organize etme, yorumlama ve hassas sonuçlar çıkarma becerilerini değerlendirir. Bu verileri analiz etmek, yorumlamak ve eleştirel tartışmalar yapmak, yargıya dayalı bilgilendirici kararlar vermek açısından önemli

bir beceridir. Bu duruma örnek olarak “Siz bir yol güvenliği uzmanısınız. Göreviniz bir şehrin güvenliğini artırma. Size yardımcı olmak için şehrin bir haritası ve geçen sene boyunca olan trafik kazalarının veri tabanı veriliyor bu figürler, zamanı, kazanın yerini, kazanın detaylarını ve kazaya sebep olan araç tipini gösteriyor. Göreviniz; ilk olarak şehrin problemli noktasını bulunuz, nedenlerini belirtiniz ve ardından yol güvenliğini artırmak üzere 100.000 dolarınız var. Ne yaparsınız?” soruları verilebilir.

İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Kaptan ve Korkmaz (2001) probleme dayalı öğrenme yaklaşımının hizmet öncesi öğretmenlerin problem çözme becerilerine ve öz yeterlik inanç düzeylerine etkisini, incelenmesi amaçlanmıştır. Çalışma 2000-2001 öğretim yılında 102 (deney grubu=51, kontrol grubu=51) hizmet öncesi öğretmen üzerinde yürütülmüştür. Çalışmada Öz Yeterlik İnanç Ölçeği ve Mantıksal Düşünme Grup Testi öğrencilere uygulanmıştır. Çalışmanın sonuçlarında; gruplar arasında öz yeterlik inanç düzeyi ve problem çözme becerileri açısından deney grubu lehine anlamlı bir farklılık görülmüştür.

Katkat ve Mızrak (2003) öğretmen adaylarının problem çözme becerilerini ölçmek, bu konuda yeterli olup olmadıklarını göstermek ve problem çözme becerisinin cinsiyetler arasında farklı olup olmadığını araştırarak bir çalışma yapmışlardır. Heppner ve Peterson tarafından geliştirilen Problem Çözme Envanteri uygulanmıştır. Araştırmaya toplam 2967 öğrenci katılmıştır. Araştırma sonuçlarına bakıldığında; sınıflar yükseldikçe puanlar arasındaki farklılıklar artmaktadır. Aralarında fark çıkan sınıflardan alt sınıfların problem çözme becerilerinin üst sınıflara oranla daha düşük olduğu görülmüştür. Aralarında fark çıkan sınıflardan üst sınıf olanların problem çözme becerileri daha iyi çıkmıştır.

Kayan (2007) yılında gerçekleştirmiş olduğu araştırmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarının problem çözme ile ilgili inanışlarını incelenmiş ve cinsiyet ile üniversitenin öğretmen adaylarının problem çözme inanışları üzerinde etkisi olup olmadığını incelemiştir. Araştırma, Ankara, Bolu ve Samsun illerindeki 5 üniversitenin ilköğretim matematik öğretmenliği bölümlerinde okuyan 244 öğretmen adayı üzerinde gerçekleştirilmiştir. Araştırma sonucunda elde edilen bulgulara göre genel olarak ilköğretim matematik öğretmen adaylarının problem çözme ile ilgili pozitif görüşlere sahip oldukları ancak hâlâ hesaplama becerilerinin önemi ve problem çözerken önceden belirlenmiş adımları takip etmenin gerekliliği gibi bazı gelenekçi görüşlere sahip oldukları saptamıştır. Bunun yanında Ayrıca bazı öğretmen adaylarının çok zaman harcamayı gerektirmeyen ve direkt matematik müfredatı ile ilgili olan problemlere oldukça değer verdikleri belirlenmiş, öğretmen adaylarının

problem çözerken teknoloji kullanmanın önemi ve değeri hakkındaki inanışlarının ise sadece teorik olduklarını bulmuştur.

Kertil (2008) 4. sınıf matematik öğretmen adaylarının katılımıyla gerçekleştirdiği özel durum çalışmasında öğretmen adaylarının problem çözme becerilerini matematiksel modelleme süreci açısından incelemiştir. Öğretmen adayları modelleme etkinlikleri üzerinde önce bireysel, daha sonra grup olarak çalışmıştır. Çalışma sonucunda elde edilen bulgular öğretmen adaylarının modelleme etkinlikleri sürecinde problem çözme becerilerinin yeteri kadar iyi olmadığını göstermiştir. Öğretmen adaylarının problemin çözümü için hedefi belirginleştirme, bir matematiksel model seçme ve uygulama, grafiksel gösterimlerden yararlanma gibi modelleme sürecinin bazı aşamalarında zorlandıklarını belirlemiştir.

Çoban (2010) öğretmen adaylarının matematiksel muhakeme becerileri ile biliş ötesi öğrenme stratejilerini kullanma düzeyleri arasındaki ilişkiyi incelediği araştırmayı Gaziosmanpaşa Üniversitesi Eğitim Fakültesinin değişik branşlarında öğrenim gören 348 1. Sınıf öğrencisi üzerinde gerçekleştirmiştir. Araştırma bulgularına göre öğrencilerin biliş ötesi öğrenme stratejileri ile matematiksel muhakeme becerileri arasında pozitif yönde anlamlı bir ilişki olduğunu, öğrencilerin biliş ötesi öğrenme stratejilerini kullanma düzeyleri arttıkça matematiksel muhakeme becerilerinin de arttığını, biliş ötesi öğrenme stratejilerini kullanma düzeylerinin cinsiyete, öğrenim görülen bölüme göre farklılaştığını ancak ÖSS puan türüne göre farklılaşmadığını, matematiksel muhakeme becerilerinin cinsiyete, öğrenim görülen bölüme ve ÖSS puan türüne göre farklılaştığını ortaya koymuştur.

Peterson ve Sharon (2010) yılında Batı Michigan Üniversitesi'nde öğretmen adayları üzerinde yapmış oldukları araştırmada teknolojiyi öğrenim programlarına entegre etmedeki güven ve yetenekleri ile problem çözme stratejilerinin online ve yüz yüze dersler arasındaki farklılıkları üzerine olmuştur. Araştırmacılar çalışmasında problem çözmede deneme ve hata metotlarını önermektedir. Öğrenciler problem çözme yeteneklerini özellikle deneme ve hata metotlarıyla kullandıklarında, öğrenim programlarıyla teknolojiyi bütünleştirmede ya da öğretmede kendilerini yetenekli ve güvenli hissettikleri yönünde bulgulara ulaşmıştır.

Özgün (2012), yapmış olduğu araştırmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde ürettiği matematik modelleri bilişsel ve

kavramsal boyutları itibariyle incelemiş ve bu modellerin uygunluk ve yeterliliğine yönelik tespitlerde bulunmuştur. Araştırmaya katılan 188 öğretmen adayına alan yazını taraması sonucu geliştirmiş olduğu açık uçlu problemlerden oluşan yazılı sınav uygulamış, daha sonra seçilen 5 öğretmen adayıyla yarı-yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirmiştir. Elde edilen bulgulara göre bilişsel modellerin tek başına yeterli olmadığını, bunların uygun kavramsal modellerle desteklenmesi gerektiğine vurgu yapmıştır. Ayrıca bilişsel ve kavramsal modeller arasındaki ilişki ve etkileşimin sağlıklı bir şekilde kurulup yürütülmesinin üretilen matematik modelin uygunluk ve yeterliliği noktasında belirleyici olduğu tespit edilmiştir.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, evren ve örneklem, verilerin toplanması ve verilerin analizi üzerinde durulmuştur.

3.1. Araştırmanın Modeli

Araştırma deneysel desenlerden birisi olan tek grup ön-test ve son-test desen modeline göre tasarlanmıştır. Tek grup ön test-son test desen, işlemin etkisi tek bir grup üzerinde yapılan çalışmayla test edilir. Deneklerin bağımlı değişkene ilişkin ölçümleri uygulama öncesinde ön test, sonrasında son test olarak aynı denekler ve aynı ölçme araçları kullanılarak elde edilir. Seçkisizlik ve eşleştirme yoktur. Desen aynı zamanda tek faktörlü gruplar içi ya da tekrarlı ölçümler deseni olarak da tanımlanabilir (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz, Demirel, 2012).

Tablo 3 Yapılan Uygulamanın Deneysel Desen Modeli

	Ön-Test		Son-test
Deney Grubu	O ₁	X	O ₂
	Ön Test	Zihin	Son Test
		Alışkanlıklarına	
		Dayalı Etkinliklerle	
		İşlenen Ders	

3.2. Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu, 2012-2013 eğitim öğretim yılı bahar dönemi G.Ü. Gazi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliğinde öğrenim gören 33 2. Sınıf öğrencisi oluşturmuştur.

Gözlemden gözleme değişik ve farklı değerler alabilen objelere, özelliklere ya da durumlara değişken denir (Kaptan, 1998)

Tablo 4 Çalışma Grubundaki Deneklerin Cinsiyete Göre Sayıları

Cinsiyet	Çalışma Grubu
Kız	30
Erkek	3
Toplam	33

Değişkenler bazı özellikleri ve istatistik işlemlerine olan uygunlukları yönünden gruplara ayrılırlar. Böylece, değişken ya da veriler nicel ve nitel; sürekli ve süreksiz; bağımlı ve bağımsız olarak sınıflanabilir. Bağımsız değişkenler bir sebep-sonuç ilişkisinde, sebep durumunda olan değişkenlerdir. Bağımlı değişken ise bir sebep-sonuç ilişkisinde, sonuç olan özellik ya da davranıştır (Kaptan, 1998).

Araştırmanın bağımlı değişkeni Matematik Başarı Testi ile ölçülen öğrenci başarısı ve uygulanan yöntem hakkındaki öğrencilerin görüşleri olarak gösterilebilir. Araştırmanın bağımsız değişkeni ise düşünme (zihinsel) alışkanlıklar metoduna göre verilen bilişsel destektir.

3.3. Veri Toplama Araçları

Araştırmanın verileri, problem çözme seçmeli dersi ile ilgili kazanımları yoklamaya dönük olarak hazırlanmış başarı testi ile toplanmıştır. Uygulanan başarı testi araştırmacı tarafından geliştirilmiştir.

3.4.1. Matematik Başarı Testi

Ölçme aracının geliştirilmesinde ilk aşamada ulaşılabilen literatür taranmıştır. İlköğretim matematik öğretmenliği bölüm programı ve problem çözme ders notları temin edilmiştir. Problem çözme dersine ait öğrenme alanı ile ilgili açık uçlu sorusu tipinde 5 soru maddesi araştırmacı tarafından soru geliştirme ilkelerine göre hazırlanmıştır (EK-1, EK-2).

Açık uçlu soru biçiminde sorular oluşturulmuştur. Sorular yazıldıktan sonra uygulama öncesinde her bir maddenin ölçülmek istenen davranışı ölçecek nitelikte olup olmadığı, bilimsel yönden bir yanlının bulunup bulunmadığı, dil yönünden anlaşılır olup olmadığı ve dilbilgisi hatasının bulunup bulunmadığı farklı alan uzmanlarınca kontrol edilmiş ve ilgili düzeltmeler uzman görüşlerine göre yapılmıştır. Böylece alan uzmanların görüşleri alınarak uygulama öncesinde akademik başarı sınavının geçerliliğine ilişkin öngörude bulunulmuştur. Sınavın cevap anahtarı hazırlanarak doğru cevabın tüm seçeneklere eşit dağılıp dağılmadığı kontrol edilmiştir.

3.4. Uygulama Süreci

Ön-testten sonra, ders öğretmeni olarak araştırmacı, önceden hazırladığı ders planları doğrultusunda çalışma grubuna yönelik uygulama aşamasına geçmiştir. Uygulama öncesi deney grubuna zihin alışkanlıkları hakkında bilgi verilmiş ve kullanımına ait örnekler gösterilmiştir.

Uygulama esnasında deney grubuna düşünme alışkanlıkları, düz anlatım ve soru-cevap tekniği uygulanmıştır.

Zihin alışkanlıkları metodunun uygulandığı çalışma grubu, öğrenci merkezli bir eğitim almıştır.

3.5. Verilerin Çözümlemesi ve Yorumlanması

Elde edilen veriler SPSS (The Statistical Package for The Social Sciences) istatistik programı kullanılarak çözümlenmiş ve araştırmanın alt amaçları 0.95 güven düzeyinde ($p=0.05$) test edilmiştir.

Bu kapsamda yüzde, frekans, bağımsız t-testi, bağımlı t-testi kullanılmıştır. Ön test ve son test olarak uygulanan konu başarı sınavı değerlendirilerek bir sonuca varılmış ve yorumlanmıştır. Öğrenci görüşleri formundan elde edilen öğrenci görüşleri de değerlendirilerek bulgular ve yorum bölümünde açıklanmıştır.

BÖLÜM IV

BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde Polya'nın problem çözme basamakları faydalanılarak yapılan "Problem Çözme" seçmeli dersini alan öğrencilerin başarılarına ve görüşlerine ilişkin araştırma bulgularına yer verilmiştir.

4.1. "İlköğretim Matematik Bölümü 2. Sınıf Problem Çözme dersinde zihin alışkanlıklarına dayalı etkinlikler ile öğrenim gören deney grubu öğrencileri arasında ön test ile son test puanları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?" sorusuna ait bulgular.

Uygulamaya katılan öğrencilerin akademik başarı puanlarına göre t-testi sonuçları Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 5 Uygulamaya Katılan Öğretmen Adaylarının Ön test ile Son test Puanları Arasındaki İlişki Gösteren T-Testi Sonuçları

Ölçüm	N	$\bar{X}$	S	Sd	T	p
Öntest	33	44.18	19.30	32	8.09	.000
Sontest	33	71.36	15.61			

Tablo 5'te uygulamaya katılan öğretmen adaylarının uygulama sorularında, Polya'nın Problem Çözme basamakları kullanılarak yapılan araştırmaya yönelik çalışmada, deneklerin çalışma öncesi durumları ile çalışma sonrası durumları arasında anlamlı bir farklılık olduğu bulunmuştur $t_{(32)} = 8.09$, $p < .05$. Deneklerin uygulama öncesi akademik başarı puanları ortalamaları $\bar{X} = 44.18$ iken, uygulama sonrası akademik başarı puanları ortalamaları $\bar{X} = 71.36$ 'ya yükselmiştir. Bu bulgulara göre Polya'nın Problem Çözme basamaklarından faydalanılarak yapılan uygulama sorularının kullanıldığı derste öğrencilerin akademik başarılarında önemli bir etkiye sahip olduğunu göstermektedir.

4.2. “İlköğretim Matematik Bölümü 2. Sınıf Problem Çözme dersinde zihin alışkanlıklarına dayalı etkinlikler ile öğrenim gören deney grubu öğrencilerinin uygulama ile ilgili görüşleri nelerdir?” sorusuna ait bulgular.

Tablo 6. “Bu problemi çözerken neden bu yöntemi kullandın?” sorusuna öğrencilerin vermiş oldukları cevapların incelenmesi.

Değerlendirmeler	f	%
Aklıma ilk gelen yöntemdi	10	66
Deneme yanılma yöntemini kullanarak uygun olanı seçtim	3	20
Diğer	2	14

Tablo 6’da uygulamaya katılan öğretmen adaylarının matematiksel bir problemi çözerken hangi yöntemi kullandığına yönelik verdikleri cevaplar incelenmiştir. “Akıllarına gelen ilk yöntemdi” en sık verilen cevap (% 66) olmuştur. İkinci olarak, (% 20) ile “deneme yanılma yöntemini kullanarak uygun olan çözüm yolunu seçtim” ifadesi olmuştur. Uygulamaya katılan öğretmen adayları problemi çözerken daha önceden aşına olduğu çözüm yolunu kullanıyor. Farklı yöntemlerle ya da farklı stratejilerle problemin çözüleceğini bildiği halde bunu kullanmak istememiş, yani kolay yolu seçmiş olabilirler.

Tablo 7 “Problemin çözümünde kullandığın yöntemi okul, dersane ya da daha önceki derslerinde mi öğrendin?” sorusuna öğrencilerin vermiş oldukları cevapların incelenmesi

Değerlendirmeler	f	%
Kullandığım yöntemi okul ve/veya dershanede öğrendim	8	53
Herhangi bir yerde öğrenmedim, kendi bilgilerimi kullandım	5	33
Diğer	2	14

Tablo 7’de uygulamaya katılan öğretmen adaylarının “Problemin çözümünde kullandığın yöntemi okul, dersane ya da daha önceki derslerinde mi öğrendin?” sorusuna verdikleri cevapların incelemesi sonucunda öğrencilerin (% 53)’ü kullandıkları yöntemi okul ve/veya dershanede öğrendiklerini, ikinci olarak da (% 33)’ü de herhangi bir yerde öğrenmeden, kendi bilgilerini kullanıp deneme yanılma yöntemini kullandıklarını belirtmişlerdir. Buradan elde edilen bulgulara göre ise öğrenciler daha önceden aşina oldukları ya da ilk öğrendikleri yöntemi çözüm için kullandıkları, farklı yöntem veya stratejileri bilseler dahi kullanmadıklarını göstermiştir.

Tablo 8 “Bu problemi çözerken bu tür sorulardan daha önce elde ettiğin bir deneyimle mi çözdün?” sorusuna öğrencilerin vermiş oldukları cevapların incelenmesi.

Değerlendirmeler	f	%
Daha önceden elde ettiğim deneyimleri kullandım	9	60
Hayır, akıl yürüterek yaptım	6	40

Tablo 8’de uygulamaya katılan öğretmen adayları “Bu problemi çözerken bu tür sorulardan daha önce elde ettiğin bir deneyimle mi çözdün?” sorusuna daha önceden elde ettikleri deneyimleri kullandıklarını belirtmiştir (% 60), ikinci olarak da öğrencilerin (%40)’ı da akıl yürüterek yaptıklarını belirtmişlerdir. Yukarıdaki sorulara verilen cevaplarla örtüşmekte olup, öğrenciler problem çözerken alışkanlık haline gelmiş yöntem ve/veya stratejilerden kurtulamadıklarını göstermektedir.

Tablo 9 “Problemin çözümünün doğru olduğunu nerden biliyorsun?” sorusuna öğrencilerin vermiş oldukları cevapların incelenmesi.

Değerlendirmeler	f	%
Daha önceden öğrendiğim yöntemlerin kurallarını kullanarak çözdüğüm için	8	53
Akıl yürüterek farklı yolları kullanarak doğru çözdüm	5	33
Diğer	2	14

Tablo 9’da uygulamaya katılan öğretmen adayları “Problemin çözümünün doğru olduğunu nerden biliyorsun?” sorusuna ise, öğrencilerin (% 53)’ü önceden öğrendikleri yöntem kurallarını kullandıkları, ikinci olarak da öğrencilerin (% 33)’ü de akıl yürüterek çözdükleri için çözümün doğruluğundan emin olduklarını belirtmişlerdir. Yine bu soruda verdikleri cevaplar yukarıdaki cevaplarla uyuşmakta olup, kullandıkları yöntem ve/veya stratejinin doğruluğundan emin olduklarının göstergesidir.

Tablo 10“Eğer çözümün yanlış ise bunu nasıl anladın, nasıl öğrendin?” sorusuna öğrencilerin vermiş oldukları cevapların incelenmesi.

Değerlendirmeler	f	%
Çözümümün yanlış olmadığına eminim	15	100

Tablo 11 “Matematiğin gün geçtikçe sana daha kolay geldiğini hissediyor musun?” sorusuna öğrencilerin vermiş oldukları cevapların incelenmesi.

Değerlendirmeler	f	%
Yeni yöntemler öğrendikçe, bakış açılarımız geliştikçe kolay geliyor	10	66
Lisans seviyesinde daha çok zorlanmaya başladım	2	14
Diğer	3	20

Tablo11’de uygulamaya katılan öğretmen adayları “Matematiğin gün geçtikçe sana daha kolay geldiğini hissediyor musun?” sorusuna verdikleri cevaplarda öğrencilerin (% 66)’sı yeni yöntemler öğrendikçe, bakış açıları geliştirdikçe matematiğin kolaylaştığını, İkinci olarak da öğrencilerin (%14)’ü lisans seviyesinde daha çok zorlanmaya başladıklarını belirtmişlerdir. Bilgi düzeyleri ve farkındalıkları artmaya başlayan öğretmen adayları matematiği daha çok benimsemiş ve kullanmaya başlamış olduğunu anlayabiliriz.

Tablo 12 “Matematiksel muhakeme becerisi problemlerine ne kadar zaman harcıyorsun?” sorusuna öğrencilerin vermiş oldukları cevapların incelenmesi.

Değerlendirmeler	f	%
Sorunun zorluğuna ve aşinalık durumuna göre değişmekte	8	53
Bu tür sorularla uğraşmak hoşuma gittiği için çözene kadar uğraşırım	4	27
Diğer	3	20

Tablo12’de uygulamaya katılan öğretmen adayları “Matematiksel muhakeme becerisi problemlerine ne kadar zaman harcıyorsun?” sorusuna öğrencilerin (% 53)’ü sorunun zorluğuna ve aşinalık durumuna göre değiştiğini, öğrencilerin (%27)’si de matematiksel muhakeme becerisi sorularından hoşlandıkları için çözene kadar zaman harcadıklarını belirtmişlerdir.

Tablo 13 “Matematiksel muhakeme becerisi problemlerini çözmek senin ne kadar zamanını alıyor?” sorusuna öğrencilerin vermiş oldukları cevapların incelenmesi.

Değerlendirmeler	f	%
10-15 dk	4	27
Çözene kadar uğraşırım	8	53
Diğer	3	20

Tablo13’de uygulamaya katılan öğretmen adayları “Matematiksel muhakeme becerisi problemlerini çözmek senin ne kadar zamanını alıyor?” sorusuna

öğrencilerin (%27)'si çözene kadar uğraştığını, ikinci kısmı da (%53)'ü de 10-15 dakika kadar zaman harcadıklarını belirtmişlerdir.

Tablo 14 “Matematiksel muhakeme becerisi problemleri üzerindeki hangi alışkanlıklar seni daha başarılı yapıyor?” sorusuna öğrencilerin vermiş oldukları cevapların incelenmesi

Değerlendirmeler	f	%
Belli bir alışkanlığım yok	8	53
Farklı açılardan değerlendiririm	4	27
Diğer	3	20

Tablo14’de uygulamaya katılan öğretmen adayları “Matematiksel muhakeme becerisi problemleri üzerindeki hangi alışkanlıklar seni daha başarılı yapıyor?” sorusuna öğrencilerin (% 53)’ünün soruyu çözerken belirli bir alışkanlıklarının olmadığını, ikinci kısım öğrencilerin (% 4)’ü farklı açılardan değerlendirmelerde bulunarak çözüme gittiklerini belirtmişlerdir.

Tablo 15 “Matematiksel muhakeme becerisi problemleri üzerindeki hangi alışkanlıklar seni daha başarısız yapıyor?” sorusuna öğrencilerin vermiş oldukları cevapların incelenmesi

Değerlendirmeler	f	%
Hızlı cevap vermeye çalıştığımda	2	14
Dikkatli okumadığımda	3	20
Aşırı derecede ayrıntılı düşündüğümde	3	20
Bildiklerimin dışında yeni yöntemler denediğimde	1	6
Diğer	6	40

Tablo15’de uygulamaya katılan öğretmen adayları “Matematiksel muhakeme becerisi problemleri üzerindeki hangi alışkanlıklar seni daha başarısız yapıyor?” sorusuna öğrencilerin (%20)’si dikkatli okumadığında, (%20)’si aşırı derecede ayrıntılı düşündüklerinde, (%14)’ü hızlı cevap vermeye çalıştığında, (%6)’sı bildiğim yöntemlerin dışında yeni yöntemler denediğimde çözüme giderken yanıldıklarını belirtmişlerdir.

Tablo 16 “Matematiksel muhakeme becerisi problemlerinde farklı yöntemler uyguluyor musun? Öğretmenin farklı yöntemler uyguluyor mu?” sorusuna öğrencilerin vermiş oldukları cevapların incelenmesi

Değerlendirmeler	f	%
Soru tipine göre farklı yöntemler uyguladım, öğretmenim uygulamıyor	3	20
Soru tipine göre farklı yöntemler uyguladım, öğretmenim uyguluyor	8	54
Farklı yöntemler uygulamıyorum, fikrim yok	1	6
Diğer	3	20

Tablo16’da uygulamaya katılan öğretmen adayları “Matematiksel muhakeme becerisi problemlerinde farklı yöntemler uyguluyor musun? Öğretmenin farklı yöntemler uyguluyor mu?” sorusuna öğrencilerin (% 54)’ü soru tipine göre farklı yöntemler uyguladım, öğretmenimde uygular, (%20)’si soru tipine göre farklı yöntemler uyguladım, öğretmenim uygulamıyor, (%6)’sı da farklı yöntemler uygulamıyorum, fikrim yok şeklinde görüş belirtmişlerdir.

Tablo 17 “Matematiksel muhakeme becerisi probleminin konseptini anlamadığın zaman kime başvuruyorsun ya da nasıl bir çözüm yolu buluyorsun?” sorusuna öğrencilerin vermiş oldukları cevapların incelenmesi

Değerlendirmeler	f	%
Önce arkadaşlarıma olmazsa öğretmenime	9	60
Kendim çözmeye çalışırım	3	20
Diğer	3	20

Tablo17’de uygulamaya katılan öğretmen adayları “Matematiksel muhakeme becerisi probleminin konseptini anlamadığın zaman kime başvuruyorsun ya da nasıl bir çözüm yolu buluyorsun?” sorusuna öğrencilerin (%60)’ı önce arkadaşlarına olmazsa öğretmenlerine, (%20)’si de kendilerinin çözmeye çalışacaklarını belirtmişlerdir.

Tablo 18 “Bazı öğrenciler öğretmen tarafından anlatılmaktansa öğrenciden anlatıldığı zaman daha iyi anlıyorlar. Bu konu hakkında ne düşünüyorsun?” sorusuna öğrencilerin vermiş oldukları cevapların incelenmesi

Değerlendirmeler	f	%
Aynı seviyede olduğumuzdan birbirimiz anlamak daha kolay olmakta, anlaşılmayan noktaları daha rahat sorabilmekteyiz	10	67
Öğretmenden öğrenilmeli, arkadaşla pekiştirilmeli	2	13
Diğer	3	20

Tablo18’de uygulamaya katılan öğretmen adayları “Bazı öğrenciler öğretmen tarafından anlatılmaktansa öğrenciden anlattığı zaman daha iyi anlıyorlar. Bu konu hakkında ne düşünüyorsun?” sorusuna öğrencilerin (%67)’si aynı seviyede olduklarından birbirlerini anlamalarını daha kolay olduğunu ve anlaşılmayan noktaları rahatlıkla sorabildiklerini, (%13)’ü de öğretmenden öğrenilmeli arkadaşla pekiştirilmeli şeklinde görüş belirtmişlerdir.

Tablo 19 “Problem çözümünde anlayabileceğin en iyi yöntemi anlatır mısın?” sorusuna öğrencilerin vermiş oldukları cevapların incelenmesi.

Değerlendirmeler	f	%
Farklı tipte çok sayıda soru çözmek	2	13
Gerçek hayattan örneklerin kullanılması	4	27
Tümevarım yöntemi ile	2	13
Kişinin kendinin keşfetmesi sağlanarak	2	13
Diğer	5	34

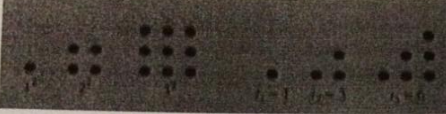
Tablo19’da uygulamaya katılan öğretmen adayları “Problem çözümünde anlayabileceğin en iyi yöntemi anlatır mısın?” öğrencilerin (%27)’si gerçek hayattan örneklerin kullanılması olacağını, (%13)’ü farklı tipte çok sayıda sorunun çözülmesi gerektiğini, (%13)’ü tümevarım yöntemini kullanılması gerektiğini ve (%13)’ü de kişinin kendisinin keşfetmesi sağlanarak olması gerektiği şeklinde görüş belirtmişlerdir.

Öğrencilerin Sınav Belgelerinden Doğru ve Yanlış Örnekler

Matematiksel muhakeme becerisi

Resim-1 Matematiksel muhakeme becerisi Yöntemine Doğru Örnek-1

1-) Üçgensel ve kare sayıların burada gösterildiği şekilde nokta modelleri olarak temsil edilebildiğini unutmayın.



(a) $t_3 + t_3 = 3 \cdot 4$ ve $t_4 + t_4 = 4 \cdot 5$ olduğunu gösterecek şekilde nokta şekiller çiziniz. Tümevarımlı akıl yürütme ile neden

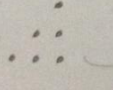
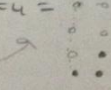
$t_n = \frac{n(n+1)}{2}$ olduğu sonucuna varabilirsiniz?

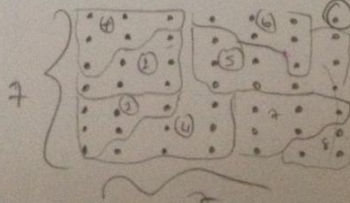
(b) $t_3 + t_4 = 4^2$ ve $t_4 + t_5 = 5^2$ olduğunu gösterecek şekilde nokta şekiller çiziniz. Hangi genellemeyi yapabilirsiniz?

(c) $7^2 = 1 + 8t_3$ ve $9^2 = 1 + 8t_4$ gösterecek şekilde nokta şekiller çiziniz. (İpucu: 1 karenizdeki ortadaki çizgidir.) Tümevarımlı akıl yürütme ile, $1 + 8t_{50}$ ile $1 + 8t_n$ 'nin değerleri sizce nedir?

a - $t_3 + t_3 = 2t_3 = 3 \cdot 4$
 $t_3 = \frac{3 \cdot 4}{2} = \frac{3 \cdot (3+1)}{2}$
 $t_n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$

$t_4 + t_4 = 2t_4 = 4 \cdot 5$
 $t_4 = \frac{4 \cdot 5}{2}$

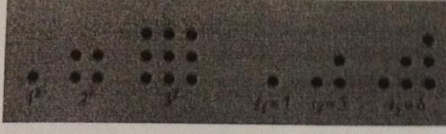
b - $t_3 =$  $t_4 =$  $4 \cdot 4 = 16$
 $t_3 = 6$

c - $7^2 = 1 + 8 \cdot t_3$

 $1 + 8t_{50} = 101^2$
 $t_{50} = \frac{50 \cdot 51}{2}$
 $101^2 = 25 \cdot 51 \cdot 8 + 1$
 $1 + 8t_n = (2n+1)^2$

Uygulamayı yapan öğretmen adayı örnekte verilen nokta modellerini kullanarak soruyu doğru çözmüştür. Sorunun çözümünde tümevarım yöntemini de kullanmıştır.

Resim-2 Matematiksel muhakeme becerisi Yöntemine Doğru Örnek-2

1-)Üçgensel ve kare sayıların burada gösterildiği şekilde nokta modelleri olarak temsil edilebildiğini unutmayın.



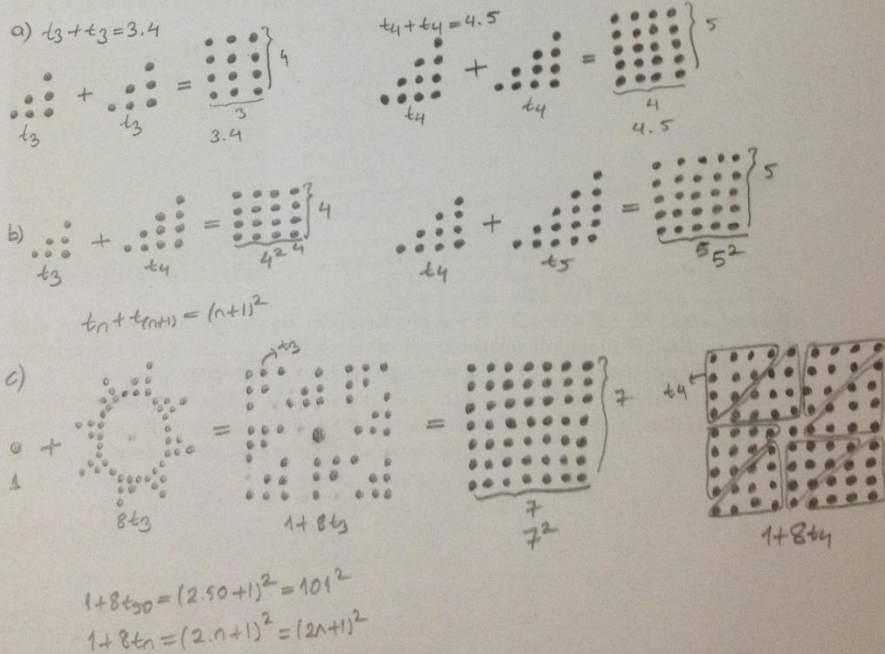
- (a) $t_3 + t_3 = 3 \cdot 4$ ve $t_4 + t_4 = 4 \cdot 5$ olduğunu gösterecek şekilde nokta şekiller çiziniz. Tümevarımlı akıl yürütme ile neden

$$t_n = \frac{n(n+1)}{2} ?$$

olduğu sonucuna varabilirsiniz?

- (b) $t_3 + t_4 = 4^2$ ve $t_4 + t_5 = 5^2$ olduğunu gösterecek şekilde nokta şekiller çiziniz. Hangi genellemeyi yapabilirsiniz?

- (c) $7^2 = 1 + 8t_3$ ve $9^2 = 1 + 8t_4$ gösterecek şekilde nokta şekiller çiziniz. (İpucu: 1 karenizdeki ortadaki ~~çizgi~~ nokta) Tümevarımlı akıl yürütme ile, $1 + 8t_{50}$ ile $1 + 8t_n$ 'nin değerleri sizce nedir?



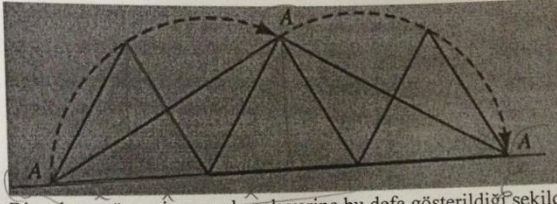
Uygulamayı yapan öğrenci nokta modellerinde akıl yürüterek (a), (b) ve (c) seçeneklerindeki soruları doğru çözmüştür.

Resim-3 Matematiksel muhakeme becerisi Yöntemine Doğru Örnek-3

3-)Aşağıdaki yönergelerde istenilenleri yapınız.

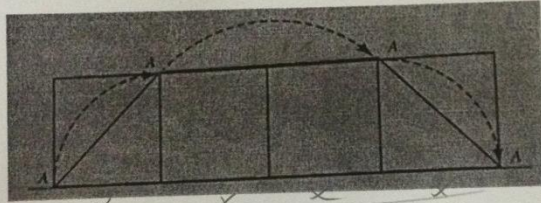
(a) Bir tekerleği düz bir çizgi boyunca yuvarlamak yerine, aşağıda gösterildiği gibi eşkenar bir üçgeni "yuvarladığınızı" hayal edin. Üçgen soldan sağa doğru "yuvarlandıkça", A noktası kesikli çizgi üzerinde hareketine başlar, üçgenin orta pozisyonunda yukarıya doğru hareket eder, ve şeklin sonundaki çizginin üzerinde tekrardan son bulur. Gösterilen şekli metrik cinsten bir cetvel ile çok dikkatli bir şekilde ölçün (ölçümlerinizi en yakın milimetreye yuvarlayarak tahmin edin), ve ardından eşkenar üçgenin ve A noktasının üç lokasyonunun oluşturduğu AAA üçgeninin alanını santimetre kare cinsinden belirleyin. Daha sonra AAA üçgeninin alanının eşkenar üçgenin alanına olan oranını hesaplayın.

Handwritten notes for (a):
 eşkenar üçgenin alanı
 $\frac{4x \cdot x\sqrt{3}}{2} = x^2\sqrt{3}$
 $AAA = \frac{6x \cdot x\sqrt{3}}{2}$
 $= 3x^2\sqrt{3}$
 oran 3

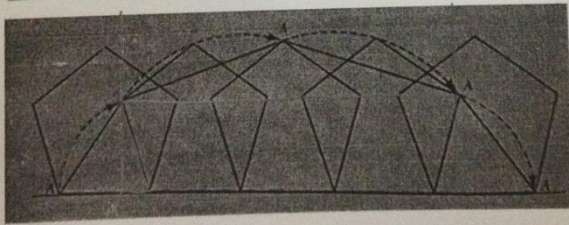


(b) Bir eşkenar üçgenin yuvarlamak yerine bu defa gösterildiği şekilde bir kareyi "yuvarlayın". Tekrardan, bu şekli bir metrik cetvel ile ölçün ve karenin alanını ve AAA ile gösterilen çokgensel yay altındaki alanı belirleyin. Daha önceki gibi, ayrıca çokgensel yay alanı ile karenin alanının oranını belirleyin.

Handwritten notes for (b):
 Karenin alanı
 x^2
 Yığın alanı
 $\frac{6x \cdot x}{2} = 3x^2$
 (3)



(c) (a) ve (b) numaralı kısımları tekrar edin, ancak bu defa gösterildiği şekilde düzgün bir beşgeni yuvarlayın.



(d) (a), (b), ve (c) numaralı kısımları tekrar edin, ancak düzenli bir altıgen için yapın.

(e) (a) ile (d) arasındaki parçaları kullanarak bir genelleme oluşturun.

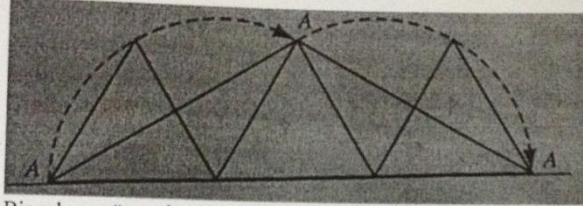
Handwritten note for (e):
 Büyük şekil küçük şeklin 3 katıdır.

Uygulamayı yapan öğrenci geometri bilgilerini kullanarak (a) ve (b) seçeneğini çözmüştür. Diğer seçeneklerde ise matematiksel muhakeme becerisi yöntemini kullanarak doğru cevaplara ulaşmıştır.

Resim-4 Matematiksel muhakeme becerisi Yöntemine Doğru Örnek-4

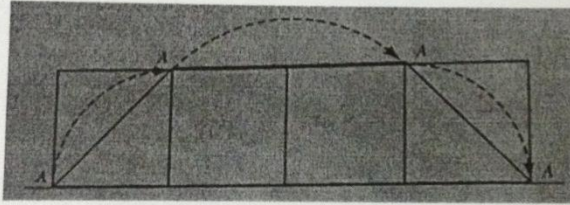
3-)Aşağıdaki yönergelerde istenilenleri yapınız.

- (a) Bir tekerleği düz bir çizgi boyunca yuvarlamak yerine, aşağıda gösterildiği gibi eşkenar bir üçgeni "yuvarladığınızı" hayal edin. Üçgen soldan sağa doğru "yuvarlandıkça", A noktası kesikli çizgi üzerinde hareketine başlar, üçgenin orta pozisyonunda yukarıya doğru hareket eder, ve şeklin sonundaki çizginin üzerinde tekrardan son bulur. Gösterilen şekli metrik cinsten bir cetvel ile çok dikkatli bir şekilde ölçün (ölçümlerinizi en yakın milimetreye yuvarlayarak tahmin edin), ve ardından eşkenar üçgenin ve A noktasının üç lokasyonunun oluşturduğu AAA üçgeninin alanını santimetre kare cinsinden belirleyin. Daha sonra AAA üçgeninin alanının eşkenar üçgenin alanına olan oranını hesaplayın.



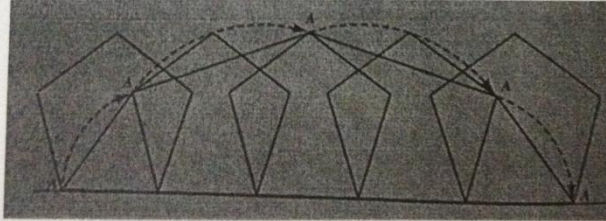
$$\begin{aligned} AAA &= 6S \\ \text{Eşkenar Üçgen} &= 2S \\ \frac{AAA}{\text{Eş. Üç.}} &= \frac{6S}{2S} = 3 \end{aligned}$$

- (b) Bir eşkenar üçgenin yuvarlamak yerine bu defa gösterildiği şekilde bir kareyi "yuvarlayın". Tekrardan, bu şekli bir metrik cetvel ile ölçün ve karenin alanını ve AAAA ile gösterilen çokgensel yay altındaki alanı belirleyin. Daha önceki gibi, ayrıca çokgensel yay alanı ile karenin alanının oranını belirleyin.



$$\begin{aligned} AAAA &= 6S \\ \text{Kare} &= 2S \\ \frac{AAAA}{\text{Kare}} &= \frac{6S}{2S} = 3 \end{aligned}$$

- (c) (a) ve (b) numaralı kısımları tekrar edin, ancak bu defa gösterildiği şekilde düzgün bir beşgeni yuvarlayın.



$$\begin{aligned} AAAAA &= 12S \\ \text{Beşgen} &= 4S \\ \frac{AAAAA}{\text{Beşgen}} &= \frac{12S}{4S} = 3 \end{aligned}$$

- (d) (a), (b), ve (c) numaralı kısımları tekrar edin, ancak düzenli bir altıgen için yapın.

- (e) (a) ile (d) arasındaki parçaları kullanarak bir genelleme oluşturun.

Oran hep 3.

Uygulamayı yapan öğrenci geometri dersinde alanları bulmada kullanılan yöntemi kullandıktan sonra matematiksel muhakeme becerisi yöntemini kullanarak diğer soruları da doğru çözmüştür.

Resim-5 Matematiksel muhakeme becerisi Yöntemine Doğru Örnek-5

1-) Aşağıdaki yönergelerde istenilenleri yapınız.

(a) Bir tekerleği düz bir çizgi boyunca yuvarlamak yerine, aşağıda gösterildiği gibi eşkenar bir üçgeni "yuvarladığımızı" hayal edin. Üçgen soldan sağa doğru "yuvarlandıkça", A noktası kesikli çizgi üzerinde hareketine başlar, üçgenin orta pozisyonunda yukarıya doğru hareket eder, ve şeklin sonundaki çizginin üzerinde tekrardan son bulur. Gösterilen şekli metrik cinsten bir cetvel ile çok dikkatli bir şekilde ölçün (ölçümlerinizi en yakın milimetreye yuvarlayarak tahmin edin), ve ardından eşkenar üçgenin ve A noktasının üç lokasyonunun oluşturduğu AAA üçgeninin alanını santimetre kare cinsinden belirleyin. Daha sonra AAA üçgeninin alanının eşkenar üçgenin alanına olan oranını hesaplayın.

$$A(\triangle AAA) = 3(A+B)$$

$$A(\triangle \text{Eşkenar}) = A+B$$

$$\frac{3(A+B)}{A+B} = \underline{\underline{3}}$$

(b) Bir eşkenar üçgenin yuvarlamak yerine bu defa gösterildiği şekilde bir kareyi "yuvarlayın". Tekrardan, bu şekli bir metrik cetvel ile ölçün ve karenin alanını ve AAA ile gösterilen çokgensel yay altındaki alanı belirleyin. Daha önceki gibi, ayrıca çokgensel yay alanı ile karenin alanının oranını belirleyin.

$$A(\triangle AAA) = 6A$$

$$A(\text{Kare}) = 2A$$

$$\frac{6A}{2A} = \underline{\underline{3}}$$

(c) (a) ve (b) numaralı kısımları tekrar edin, ancak bu defa gösterildiği şekilde düzgün bir beşgeni yuvarlayın.

$$\frac{A(\triangle AAAA)}{A(\text{beşgen})} = \underline{\underline{3}}$$

(d) (a), (b), ve (c) numaralı kısımları tekrar edin, ancak düzenli bir altıgen için yapın.

$$\frac{A(\triangle AAAA)}{A(\text{altıgen})} = \underline{\underline{3}}$$

(e) (a) ile (d) arasındaki parçaları kullanarak bir genelleme oluşturun.

Üzgün çokgenleri yuvarlamakla elde edilen çokgensel yay alanının büyüklüğü düzgün çokgenin alanının 3 katına eşittir. Ve çokgenler beşgenliyse çokgensel yay alanları da aynı kareye sahiptir.

Uygulamayı yapan öğrenci (a) ve (b) seçeneklerinde geometri bilgilerini kullanarak alanlar arasındaki ilişkiyi bulmuştur. Diğer seçeneklerin cevaplarını ise akıl yürüterek doğru bulmuştur.

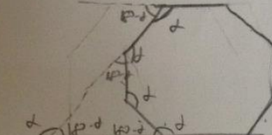
Genelleme

Resim-6 Genelleme Yöntemine Doğru Örnek-1

7-

a) Dışbükey bir çokgenin dış açılarının toplamının 360° olduğunu gösteriniz.
 b) Dışbükey bir n-genin iç açılarının ölçüleri toplamının $(n-2) \cdot 180^\circ$ olduğunu gösteriniz.

a)



→ Düzgün sekizgeni ele alalım.
 Bir tane kenarları a uzunluğunda

$$3 \cdot (180 - d) = 2$$

$$540 - 3d = 2$$

$$540 = 4d$$

$$135 = d$$

$$180 - d = 45 \text{ bir dış açı olduğu göre ve } 8 \text{ adet dış açı olduğunda } 8 \times 45 = 360^\circ \text{ elde edilir.}$$

b) Yukarıdaki şekile dikkat edilirse $d = 135$ olarak elde etmiştir. O halde 8 kenarlı olduğu halde $135 \times 8 = 1080$ ve $1080 = (8-2) \cdot 180$ denklemini sağladığından n-genin iç açıların ölçüler toplamı $(n-2) \cdot 180$ 'dir.

Uygulamayı yapan öğrenci düzgün sekizgende kuralları göstermiştir. Daha sonra bu kuralı çokgenlere genelleyerek soruyu doğru çözmüştür.

Resim-7 Genelleme Yöntemine Doğru Örnek-2

7-

a) Dışbükey bir çokgenin dış açılarının toplamının 360° olduğunu gösteriniz.
 b) Dışbükey bir n-genin iç açılarının ölçüleri toplamının $(n-2) \cdot 180^\circ$ olduğunu gösteriniz.

a)

$$180-d+b+c+d+a+b-c-a+180 = 360$$

b)

Triangle: $a+b+c = 180$
 $(3-2) \cdot 180 = 180$

Square: $x+y+z+t = 360$
 $(4-2) \cdot 180 = 360$

Pentagon: $k+l+m+n+p = 540$
 $(5-2) \cdot 180 = 540$

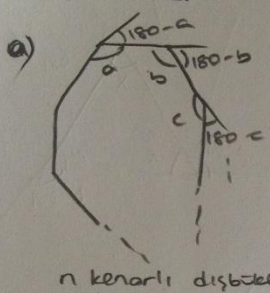
o halde tümünün yoluyla
 bir n-genin
 iç açıları
 topl. $(n-2) \cdot 180$

Uygulamayı yapan öğrenci (a) seçeneğinde herhangi bir dörtgenin dış açılarını bulmuştur ve bunu tüm çokgenlere genellemiştir. (b) seçeneğinde de aynı şekilde iç açılarını bildiği üçgen ve dörtgende kuralı gösterdikten sonra tüm çokgenlere genelleterek soruyu doğru çözmüştür.

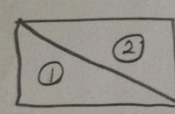
Resim-8 Genelleme Yöntemine Doğru Örnek-3

7-

a) Dışbükey bir çokgenin dış açılarının toplamının 360° olduğunu gösteriniz.
 b) Dışbükey bir n-genin iç açılarının ölçüleri toplamının $(n-2) \cdot 180^\circ$ olduğunu gösteriniz.

a)  n kenarlı dışbükey çokgen

İç Açılar Toplamı:
 $a + b + c + \dots + n = (n-2) \cdot 180$
 Dış Açılar Toplamı:
 $180 - a + 180 - b + \dots + 180 - n = n \cdot 180 - (a + b + c + \dots + n)$
 $= 180n - [(n-2) \cdot 180]$
 $= 180n - [180n - 360]$
 $= 180n - 180n + 360$
 $= 360$

b)  İç Açılar Toplamı: $2 \cdot 180 = 360$
 $(4-2)$

 İç Açılar Toplamı: $3 \cdot 180 = 540$
 $(5-2)$

İç Açılar Toplamı = $\frac{\text{Bir köşeden diğer köşelere çizilen köşegenlerin oluşturduğu üçgen sayısı} \cdot 180^\circ}{(n-2)}$

İç Açılar Toplamı = $(n-2) \cdot 180$

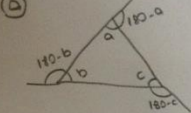
Uygulamayı yapan öğrenci (a) seçeneğinde (b) deki kuralı kullanarak ifadenin doğruluğunu göstermiştir. (b) seçeneğinin doğruluğunu ise çokgenleri üçgenlere ayırarak göstermiş daha sonrada bu kuralı genelleyerek soruyu doğru çözmüştür.

Resim-9 Genelleme Yöntemine Doğru Örnek-4

7-

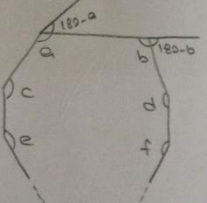
a) Dışbükey bir çokgenin dış açılarının toplamının 360° olduğunu gösteriniz.
 b) Dışbükey bir n-genin iç açılarının ölçüleri toplamının $(n-2) \cdot 180^\circ$ olduğunu gösteriniz.

①



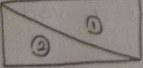
$a + b + c = 180^\circ$ dir.
 Dış açıların ölçüleri toplamı;
 $180 - a + 180 - b + 180 - c = 540 - (a + b + c)$
 $= 540 - 180$
 $= 360^\circ //$

Üçgenden yola çıkarak;



Yandaki şekil bir n-gen olsun.
 n-gen in n tane iç açısı vardır.
 İç açıların ölçüleri toplamı;
 $a + b + \dots + n$ olur.
 $(n-2) \cdot 180^\circ$ dir.
 Dış açıların ölçüleri toplamı;
 $180 - a + 180 - b + \dots + 180 - n$ olur.
 $n \cdot 180 - (a + b + \dots + n)$
 $n \cdot 180 - (n-2) \cdot 180$
 $n \cdot 180 - 180n + 360$
 $\frac{360^\circ}{?}$

②



İç açılar toplamı;
 $2 \cdot 180 = 360$
 $(4-2)$



İç açılar toplamı;
 $3 \cdot 180 = 540$
 $(5-2)$

Görüldüğü gibi;
 İç açılar toplamı = Bir köşeden çizilen köşegenlerle oluşan maksimum üçgen sayısı $\cdot 180^\circ$
 $(n-2)$ olur.
 İç açılar toplamı = $(n-2) \cdot 180^\circ$

Uygulamayı yapan öğrenci (a) seçeneğinde üçgende ve herhangi bir çokgende kuralı gösterdikten sonra genellemiştir. (b) seçeneğinde de iki çokgeni üçgenlere ayırarak kuralın doğruluğunu gösterdikten sonra tüm çokgenlere genelleyerek soruyu doğru çözmüştür.

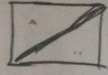
Resim-10 Genelleme Yöntemine Doğru Örnek-5

7-

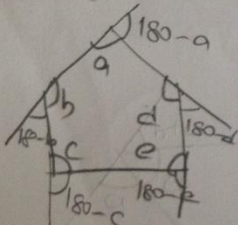
a) Dışbükey bir çokgenin dış açılarının toplamının 360° olduğunu gösteriniz.
 b) Dışbükey bir n-genin iç açılarının ölçüleri toplamının $(n-2) \cdot 180^\circ$ olduğunu gösteriniz.

b) Bir çokgende köşegen sayısından hareketle bu soruları çözebiliriz. Köşegenlerle oluşan üçgenlerin iç açılar toplamlarından iç açılar toplamını geliştirebiliriz. Dış açılar da gösterip isimlendirerek bulunur.

5-3=2 Bir beşgende bir köşeden 2 tane köşegen çizebiliriz.

4-3=1  bir dörtgende bir köşeden 1 tane köşegen çizebiliriz.

Bu durumu geliştirelim. n kenarlı bir çokgende $(n-2)$ tane üçgenel bölge oluşuyor. Bir üçgenin iç açılar toplamı 180° old. dan $(n-2) \cdot 180^\circ$ bu çokgenlerin iç açılar toplamı olur.

a)  Dış açılar toplamı

$$180-a + 180-d + 180-b + 180-e + 180-c = 5 \cdot 180 - (a+d+b+e+c)$$

$$= 5 \cdot 180 - (a+d+b+e+c)$$

$$= 900 - 540$$

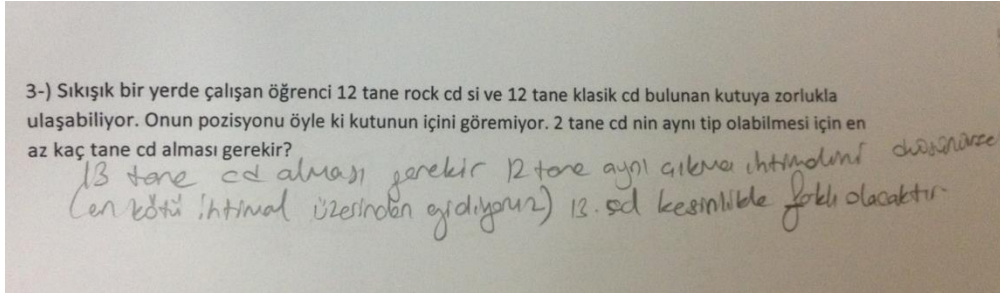
$$= 360^\circ \text{ olur.}$$

$(n-2) \cdot 180$
 $3 \cdot 180$
 $= 540$

Uygulamayı yapan öğrenci ilk önce (b) seçeneğini çokgenleri üçgenlere ayırarak doğruluğunu göstermiştir. Daha sonra (a) seçeneğini yapmak için (b) seçeneğindeki kullanarak göstermiştir. Sonra bu kuralları tüm çokgenlere genelleyerek soruyu doğru çözmüştür.

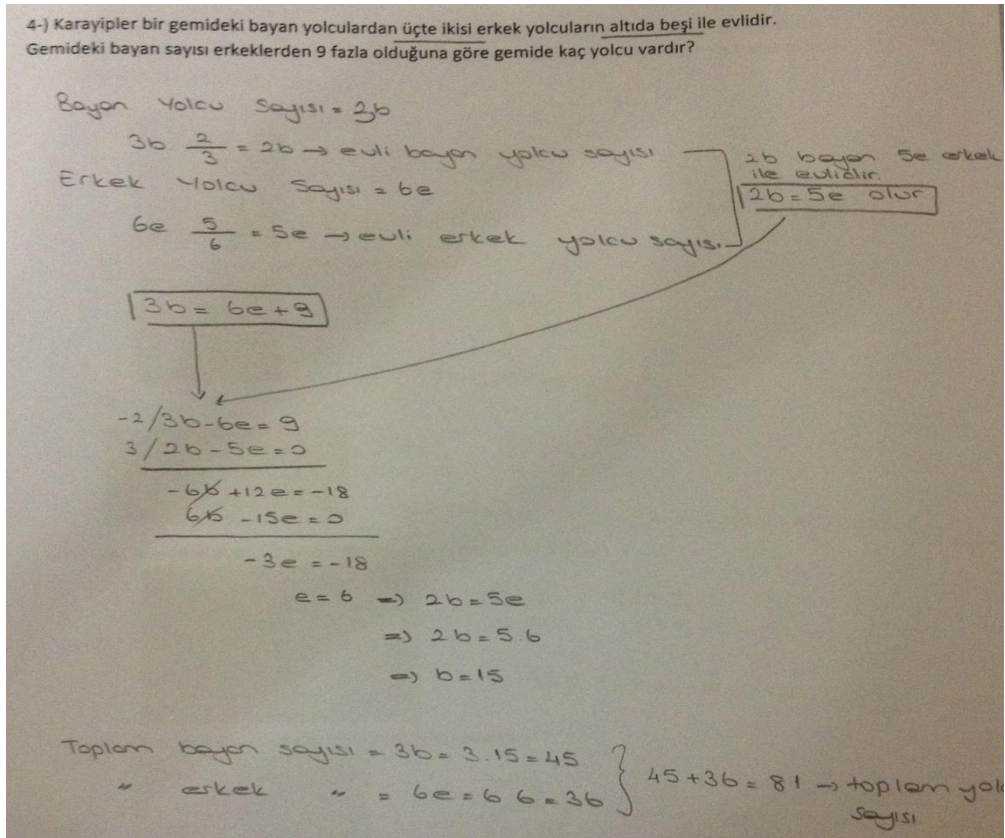
Geriye Doğru Çalışma

Resim-11 Geriye Doğru Çalışma Yöntemine Doğru Örnek-1



Uygulamayı yapan öğrenci geriye doğru çalışma yöntemini kullanarak soruyu doğru çözmüştür.

Resim-12 Geriye Doğru Çalışma Yöntemine Doğru Örnek-2



Uygulamayı yapan öğrenci iki bilinmeyenli denklem çözme bilgilerini kullanarak soruyu doğru çözmüştür.

Resim-13 Geriye Doğru Çalışma Yöntemine Doğru Örnek-3

4-) Karayipler bir gemideki bayan yolculardan üçte ikisi erkek yolcuların altıda beşi ile evlidir. Gemideki bayan sayısı erkeklerden 9 fazla olduğuna göre gemide kaç yolcu vardır?

$$\begin{array}{c} B \\ \hline x+9 \end{array} \quad \begin{array}{c} E \\ \hline x \end{array} \quad \longrightarrow \quad 2x+9 = 2 \cdot 36 + 9 = \boxed{81}$$

$$\frac{(x+9) \cdot 2}{3} \neq \frac{5x}{6} \quad \begin{array}{l} 4(x+9) = 5x \\ 4x+36 = 5x \\ x = 36 \end{array}$$

Uygulamayı yapan öğrenci soruya tersten başlayarak bir bilinmeyenli denklem bilgileri ile soruyu doğru çözmüştür.

Resim-14 Geriye Doğru Çalışma Yönteminde Doğru Örnek-4

4-) Karayipler bir gemideki bayan yolculardan üçte ikisi erkek yolcuların altıda beşi ile evlidir. Gemideki bayan sayısı erkeklerden 9 fazla olduğuna göre gemide kaç yolcu vardır?

$$\begin{array}{c} Bay \\ \hline b \end{array} \quad \begin{array}{c} Erkek \\ \hline a \end{array} \quad \frac{2a}{3} = \frac{5b}{6} \Rightarrow 4a = 5b$$

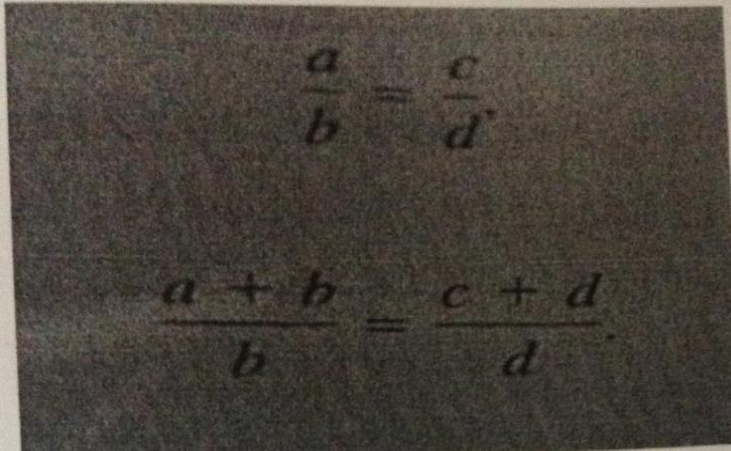
$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ 5k \quad 4k \end{array}$$

$$5k - 4k = k = 9 \quad 5k + 4k = 9k = 9 \cdot 9 = 81 \text{ yolcu vardır.}$$

Uygulamayı yapan öğrenci iki bilinmeyenli denklem bilgileri ile soruyu doğru çözmüştür.

Resim-15 Geriye Doğru Çalışma Yöntemine Doğru Örnek-5

6-)



Birinci ifade verildiğinde ikincisinin doğru olduğunu ispatlayınız.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\frac{a}{b} + 1 = \frac{c}{d} + 1$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{b} = \frac{c}{d} + \frac{d}{d}$$

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

Uygulamayı yapan öğrenci her tarafa 1 ekleyerek ikinci ifadeyi elde ederek soruyu doğru çözmüştür.

Resim-16 Geriye Doğru Çalışma Yöntemine Doğru Örnek-6

6-)

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

Birinci ifade verildiğinde ikincisinin doğru olduğunu ispatlayınız.

İlk ifadede i'aler dışlar çarpımı yapılırsa;

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \boxed{ad=bc}$$

İkinci ifadede i'aler dışlar çarpımı yapılırsa

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

$$ad+bd=bc+bd$$

$$ad=bc \quad (bc \text{ yerine } ad \text{ yazılırsa})$$

$$ad=ad \quad \text{Eşitlik sağlanır.}$$

Uygulamayı yapan öğrenci iki eşitliği de çözerek iki ifadenin birbirine eşit olduğunu göstererek soruyu doğru çözmüştür.

Resim-17 Geriye Doğru Çalışma Yöntemine Doğru Örnek-7

6-)

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

Birinci ifade verildiğinde ikincisinin doğru olduğunu ispatlayınız.

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{b} = \frac{c}{d} + \frac{d}{d} \quad \text{şeklinde yazarsak.}$$

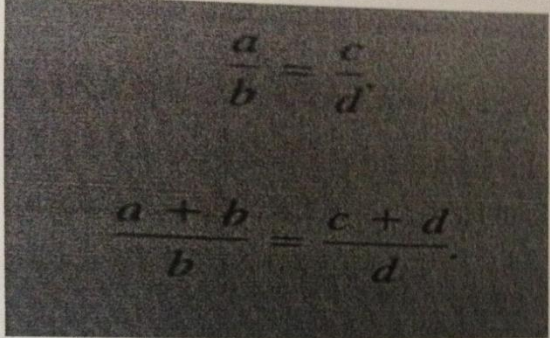
$$\frac{a}{b} + 1 = \frac{c}{d} + 1 \quad \text{olur}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{olur.}$$

Uygulamayı yapan öğrenci geriye doğru çalışarak yani ikinci eşitlikten birinci eşitliği elde ederek soruyu doğru çözmüştür.

Resim-18 Geriye Doğru Çalışma Yöntemine Doğru Örnek-8

6-)



Birinci ifade verildiğinde ikincisinin doğru olduğunu ispatlayınız.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c, \quad a = \frac{b \cdot c}{d}, \quad b = \frac{a \cdot d}{c}$$

$$\frac{a+b}{b} = \frac{\frac{b \cdot c}{d} + b}{b}$$

$$= \frac{\frac{bc + bd}{d}}{b}$$

$$= \frac{\frac{b(c+d)}{d}}{b}$$

$$= \frac{\cancel{b} \cdot (c+d)}{d} \cdot \frac{1}{\cancel{b}}$$

$$= \frac{c+d}{d}$$

Uygulamayı yapan öğrenci birinci eşitlikten farklı eşitlikler elde edip ikinci eşitlikte yazarak ikinci eşitliğin doğru olduğunu göstermiştir.

Örüntü Arama

Resim-19 Örüntü Arama Yöntemine Doğru Örnek-1

2-) Takip eden her bir sayı modelini, her bir mavi daire içindeki sayı hemen yanındaki kırmızı dairelerin içindeki iki sayının toplamı olacak şekilde doldurunuz. Her bir model ile ilgili tek çözümün olup olmadığını gösteriniz.

(a) (b) (c)

(d) Genel sayı örüntüsünde, A, B, C, D, ve E'nin bilinen tam sayılar olduğunu ve sizin aşağıda yer alan koşullar altında, bilinmeyen tam sayılar u, v, w, x, y, ve z'yi çözmek istediğinizi farz edin:

$$u + v = A, v + w = B, w + x = C, x + y = D, y + u = E. (*)$$

A = u + v
B = v + w
C = w + x
D = x + y
E = y + u

$$A + B + C + D + E = 2 \cdot (x + y + u + v + w) = 2S$$

Eğer verilen sayıların toplamı çift ise, diyelim ki $A + B + C + D + E = 2S$ olsun, problemi sağlayan tek şekilde w, v, x, y, ve z tam sayıları olduğunu gösteriniz. Bilhassa, $u = S - B - D$ olduğunu gösterin, ve daha sonra v, w, x, y, ve z için benzer eşitlikler bulun. [eşitlikler üzerinde çalışırken akılda tutulması fayda sağlayacak bir uygulama, örneğin toplayarak ya da çıkartarak gibi, eşitliklerin kombine edilmesi ile ne öğrenilebileceğini görmektedir. Öneri: (*)'deki beş eşitliğin tamamını toplayın.]

$$u = (u + v + w + x + y) - (v + w) - (x + y)$$

$$u = 4$$

$$w = S - A - D$$

$$x = S - B - E$$

$$y = S - A - C$$

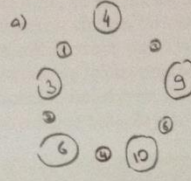
Bunları bulurken yollarındaki ilk büyük u=varlığı atlıyoruz. Sonra gelen ilk u=varlığı ve on sonra gelen 2. büyük y=varlığı S'den çıkartıyoruz.

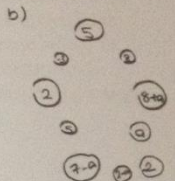
Uygulamayı yapan öğrenci örnekteki örüntüyü bularak soruyu çözmüştür. Aynı zamanda (d) seçeneğinde geriye doğru çalışarak soruyu doğru çözmüştür.

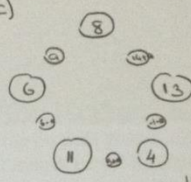
Resim-20 Örüntü Arama Yöntemine Doğru Örnek-2

2-) Takip eden her bir sayı modelini, her bir mavi daire içindeki sayı hemen yanındaki kırmızı dairelerin içindeki iki sayının toplamı olacak şekilde doldurunuz. Her bir model ile ilgili tek çözümün olup olmadığını gösteriniz.

boyuk *küçük*

a) 

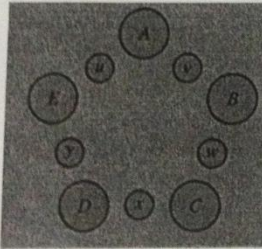
b) 

c) 

a farklı değerler alabileceğinden 8'a ve 7-a da farklı değerler olur. Bu yüzden tek çözüm yoktur.

(d) Genel sayı örüntüsünde, A, B, C, D, ve E'nin bilinen tam sayılar olduğunu ve sizin, aşağıda yer alan koşullar altında, bilinmeyen tam sayılar u, v, w, x, y, ve z'yi çözmek istediğinizi farz edin:

$u + v = A, v + w = B, w + x = C,$
 $x + y = D, y + u = E. (*)$



$u + v = A$
 $v + w = B$
 $w + x = C$
 $x + y = D$
 $y + u = E$

$u = S - v - w - x - y$
 $u = S - (v + w) - (x + y)$
 $u = S - B - D$

$2(u + v + w + x + y) = A + B + C + D + E$
 $2(u + v + w + x + y) = 2S$
 $u + v + w + x + y = S$

Eğer verilen sayıların toplamı çift ise, diyelim ki $A + B + C + D + E = 2S$ olsun, problemi sağlayan tek şekilde w, v, x, y, ve z tam sayıları olduğunu gösteriniz. Bilhassa, $u = S - B - D$ olduğunu gösterin, ve daha sonra v, w, x, y, ve z için benzer eşitlikler bulun.

[Eşitlikler üzerinde çalışırken akıld tutulması fayda sağlayacak bir uygulama, örneğin toplayarak ya da çıkartarak gibi, eşitliklerin kombine edilmesi ile ne öğrenilebileceğini görmektir. Öneri: (*)'deki beş eşitliğin tamamını oynayın.]

$u + v + w + x + y = S$
 $v = S - u - y - w - x$
 $v = S - (u + y) - (w + x)$
 $v = S - E - C$

$w = S - u - v - x - y$
 $w = S - (u + v) - (x + y)$
 $w = S - A - D$

$x = S - u - v - w - y$
 $x = S - (u + v) - (w + y)$
 $x = S - B - E$

$y = S - u - v - w - x$
 $y = S - (u + v) - (w + x)$
 $y = S - A - C$

Uygulamayı yapan öğrenci sorudaki örüntüyü kullanarak soruyu doğru çözmüştür. Aynı zamanda bilinmeyen ifadeler olduğu bazı durumlarda birden fazla durumun geleceğini göstermiştir.

Resim-21 Örüntü Arama Yöntemine Doğru Örnek-3

2-) Takip eden her bir sayı modelini, her bir ^{büyük} mavi daire içindeki sayı hemen yanındaki ^{küçük} kırmızı dairelerin içindeki iki sayının toplamı olacak şekilde doldurunuz. Her bir model ile ilgili tek çözümün olup olmadığını gösteriniz.

a farklı değerler alabilir.
a farklı değerler aldıkça farklı sonuçlar çıkar.

$$12 + 2a = 6$$

$$2a = -6$$

$$a = -3$$

(d) Genel sayı örüntüsünde, A, B, C, D, ve E'nin bilinen tam sayılar olduğunu ve sizin, aşağıda yer alan koşullar altında, bilinmeyen tam sayılar u, v, w, x, y, ve z'yi çözmek istediğinizi farz edin:

$$u + v = A, v + w = B, w + x = C, x + y = D, y + u = E. (*)$$

$$u + v = A$$

$$v + w = B$$

$$w + x = C$$

$$x + y = D$$

$$y + u = E$$

$$2(u + v + w + x + y) = A + B + C + D + E$$

$$2(u + v + w + x + y) = 2S$$

$$u + v + w + x + y = S$$

$$u = S - v - w - x - y$$

$$u = S - (v + w) - (x + y) \quad \boxed{u = S - B - D}$$

Eğer verilen sayıların toplamı çift ise, diyelim ki $A + B + C + D + E = 2S$ olsun, problemi sağlayan tek şekilde w, v, x, y, ve z tam sayıları olduğunu gösteriniz. Bilhassa, $u = S - B - D$ olduğunu gösterin, ve daha sonra v, w, x, y, ve z için benzer eşitlikler bulun. [eşitlikler üzerinde çalışırken akılda tutulması fayda sağlayacak bir uygulama, örneğin toplayarak ya da çıkartarak gibi, eşitliklerin kombine edilmesi ile ne öğrenilebileceğini görmektir. Öneri: (*)'deki beş eşitliğin tamamını toplayın.]

$$v = S - u - w - x - y$$

$$v = S - (u + y) - (w + x)$$

$$\boxed{v = S - E - C}$$

$$w = S - u - v - x - y$$

$$w = S - (u + v) - (x + y)$$

$$\boxed{w = S - A - D}$$

$$x = S - u - v - w - y$$

$$x = S - (y + u) - (w + v)$$

$$\boxed{x = S - E - B}$$

$$y = S - u - v - w - x$$

$$y = S - (u + v) - (w + x)$$

$$\boxed{y = S - A - C}$$

Uygulamayı yapan öğrenci sorudaki örüntüyü kullanarak soruyu doğru çözmüştür.

Resim-22 Örüntü Arama Yöntemine Doğru Örnek-4

2-) Takip eden her bir sayı modelini, her bir mavi daire içindeki sayı hemen yanındaki kırmızı dairelerin içindeki iki sayının toplamı olacak şekilde doldurunuz. Her bir model ile ilgili tek çözümün olup olmadığını gösteriniz.

(d) Genel sayı örüntüsünde, A, B, C, D, ve E'nin bilinen tam sayılar olduğunu ve sizin, aşağıda yer alan koşullar altında, bilinmeyen tam sayılar u, v, w, x, y, ve z'yi çözmek istediğinizi farz edin:

$$u + v = A, v + w = B, w + x = C, x + y = D, y + u = E. (*)$$

$$A + B + C + D + E \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u + v + v + w + w + x + x + y + y + u$$

$$\Rightarrow 2 \cdot (u + v + w + x + y) = \boxed{2S}$$

$$S = u + v + w + x + y$$

Eğer verilen sayıların toplamı çift ise, diyelim ki $A + B + C + D + E = 2S$ olsun, problemi sağlayan tek şekilde w, v, x, y, ve z tam sayıları olduğunu gösteriniz. Bilhassa, $u = S - B - D$ olduğunu gösterin, ve daha sonra v, w, x, y, ve z için benzer eşitlikler bulun. [eşitlikler üzerinde çalışırken akılda tutulması fayda sağlayacak bir uygulama, örneğin toplayarak ya da çıkartarak gibi, eşitliklerin kombine edilmesi ile ne öğrenilebileceğini görmektir. Öneri: (*)'deki beş eşitliğin tamamını toplayın.]

$$u = S - B - D$$

$$v = u + v + w + x + y - v - w - x - y$$

$$\boxed{v = v}$$

Uygulamayı yapan öğrenci sorudaki örüntüyü kullanarak soruyu doğru çözmüştür.

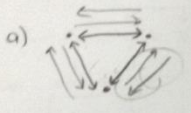
Problem Çözme

Resim-23 Problem Çözme Yöntemine Doğru Örnek-1

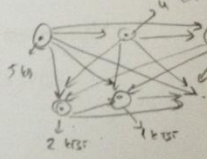
1-) Bir odada n kişi vardır ve bunların her biri diğerleriyle bir kez tokalaşacaktır. Kaç tokalaşmanın meydana geldiğine dair genel soru en iyi deneyimle kazanılan kavrayışlarla oluşur.

a) Eğer odada 3 kişi olursa kaç tokalaşma olur?
b) Eğer odada 6 kişi olursa kaç tokalaşma olur?
c) Eğer odada 200 kişi olursa kaç tokalaşma olur?
d) Eğer odada n kişi olursa kaç tokalaşma olur?

Tokalaşma sorularının birçok çeşidi üretilebilir. Bu egzersiz matematikte zihinsel alışkanlıkların kullanımıyla ilgili diğer bir takım problemlere neden olur.

a)  3 tokalaşma olur.

$$\frac{3 \cdot 2}{2} \rightarrow \frac{n \cdot (n-1)}{2} = 3$$

b)  5 kişi, 4 kişi, 3 kişi, 2 kişi, 1 kişi

$$5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$$

$$\frac{6 \cdot 5}{2} \rightarrow \frac{n \cdot (n-1)}{2} = 15$$

15 tokalaşma olur.

c) 200 kişi olursa

$$\frac{200 \cdot 199}{2} = 19900 \text{ tokalaşma olur.}$$

d)
$$\frac{n \cdot (n-1)}{2}$$

Uygulamayı yapan öğrenci (a) ve (b) seçeneğinde şema çizerek formülü bulmuş daha sonra bunu genelleyerek (c) ve (d) seçeneklerini doğru çözmüştür.

Resim-25 Problem Çözme Yöntemine Doğru Örnek-3

1-) Bir odada n kişi vardır ve bunların her biri diğerleriyle bir kez tokalaşacaktır. Kaç tokalaşmanın meydana geldiğine dair genel soru en iyi deneyimle kazanılan kavrayışlarla oluşur.

- a) Eğer odada 3 kişi olursa kaç tokalaşma olur?
- b) Eğer odada 6 kişi olursa kaç tokalaşma olur?
- c) Eğer odada 200 kişi olursa kaç tokalaşma olur?
- d) Eğer odada n kişi olursa kaç tokalaşma olur?

Tokalaşma sorularının birçok çeşidi üretilebilir. Bu egzersiz matematikte zihinsel alışkanlıkların kullanımıyla ilgili diğer bir takım problemlere neden olur.

$$a) \binom{3}{2} = 3$$

$$b) \binom{6}{2} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4!}{4! \cdot 2} = 15$$

$$c) \binom{200}{2} = \frac{200 \cdot 199 \cdot 198!}{198! \cdot 2} = 19900$$

$$d) \binom{n}{2} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)!}{(n-2)! \cdot 2} = \frac{n \cdot (n-1)}{2}$$

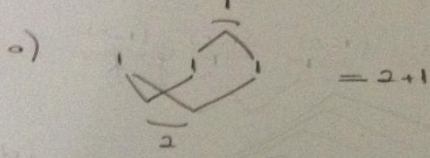
Uygulamayı yapan öğrenci kombinasyon bilgisini kullanarak soruyu doğru çözmüştür.

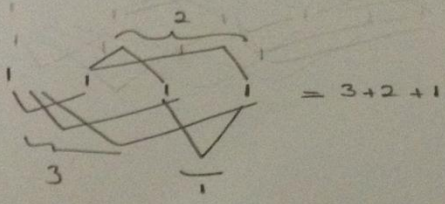
Resim-25 Problem Çözme Yöntemine Doğru Örnek-4

1-) Bir odada n kişi vardır ve bunların her biri diğerleriyle bir kez tokalaşacaktır. Kaç tokalaşmanın meydana geldiğine dair genel soru en iyi deneyimle kazanılan kavrayışlarla oluşur.

a) Eğer odada 3 kişi olursa kaç tokalaşma olur?
b) Eğer odada 6 kişi olursa kaç tokalaşma olur?
c) Eğer odada 200 kişi olursa kaç tokalaşma olur?
d) Eğer odada n kişi olursa kaç tokalaşma olur?

Tokalaşma sorularının birçok çeşidi üretilebilir. Bu egzersiz matematikte zihinsel alışkanlıkların kullanımıyla ilgili diğer bir takım problemlere neden olur.

a)  $= 2 + 1$

b)  $= 3 + 2 + 1$

$$\sum_{i=1}^{n-1} i = \left(\frac{(n-1)-1}{1} + 1 \right) \cdot \left(\frac{(n-1)+1}{2} \right) = (n-1) \cdot \frac{n}{2}$$

a)
$$\sum_{i=1}^{n-1} i = \frac{(3-1) \cdot 3}{2} = 3$$

b)
$$\sum_{i=1}^{n-1} i = \frac{(6-1) \cdot 6}{2} = 15$$

c)
$$\sum_{i=1}^{n-1} i = \frac{(200-1) \cdot 200}{2} = 19900$$

d)
$$\sum_{i=1}^{n-1} i = \frac{(n-1) \cdot n}{2}$$

Uygulamayı yapan öğrenci (a) ve (b) seçeneğinde şemayla kuralı bularak toplam sembolüyle ifade etmiştir. (c) ve (d) seçeneğini de bulduğu toplam sembolünü kullanarak doğru çözmüştür.

Resim-27 Problem Çözme Yöntemine Doğru Örnek-5

2-) İki kişilik bir oyun vardır. Bu oyunda masa üstünde 15 tane para vardır. Oyuncular sırayla oynar ve her bir oyunda bir, iki veya üç parayı masaüstünden alabilir. Son parayı alan oyunu kazanır. Oyunculardan herhangi biri oyunu kazanmayı garanti edebilecek stratejiyi üretebilir mi? (Burada daha basit durumları tekrarlayarak çözüme ulaşmanız beklenmektedir.) Eğer masa üstünde 21 tane para olsaydı ne olur?

Eğer oyunun sonuna doğru 4 para kalırsa ve sıradaki oyuncu 1 para alırsa, diğer oyuncu 3 para alır ve kazanır. Eğer 2 para alırsa, diğer oyuncu 2 para alır ve kazanır. Eğer 3 para alırsa, diğer oyuncu 1 para alır ve yine oyunu kazanır. Dolayısıyla oyunun amacı, rotip oyuncuya sıra geldiğinde 4 para kalmasını sağlamaktır. Yani bir strateji üretelebiliriz.

Paranın sayısı fark etmez. Oyunun sonunda 4 para kalması önemlidir.

a) Eğer 5 paraya kadar alınabilirse, bu kez oyunun amacı, oyun sonunda 6 para kalmasını sağlamaya çalışmak olur.

→ 15 para olan paraları 4'leri oyuncu gerektirir. İlk amaç para sayısını 12'ye düşürmektir. Daha sonra her sıra kendine geldiğinde bir dörtlüğü oyundan çıkarır.

a) 21 para olan yine ilk amaç 4'ün katı olan bir sayıya düşürmektir. Diğer rakamlar içinde aynı sayı gereklidir. 4'ün katı olduktan sonra her sıra kendine geldiğinde bir dörtlüğü oyundan çıkarır.

Uygulamayı yapan öğrenci soruyu farklı durumlarda düşünerek soruyu doğru çözmüştür.

Resim-28 Problem Çözme Yöntemine Doğru Örnek-6

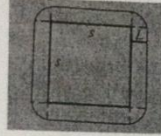
5-) Erin köpeği Nerd'e L uzunluğunda bir ip ile bağlayarak yürütüyor. Erin her zaman farklı yollarda yürüyüş yapıyor ve kendi yürüyüşünü Nerd'in yürüyüşüyle kıyaslıyor. Nerd Erinden ne kadar fazla yürür aşağıdaki durumlarda?

a) R yarıçaplı çember etrafında



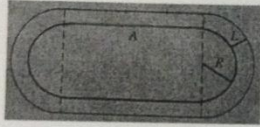
$$\begin{aligned} \text{Nerd} &\Rightarrow 2\pi(R+L) \\ \text{Erin} &\Rightarrow 2\pi R \\ &\Rightarrow 2\pi(R+L) - 2\pi R = 2\pi L \text{ fazla yürür} \end{aligned}$$

b) S kenar uzunluğuna sahip kare etrafında



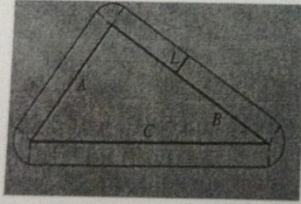
$$\begin{aligned} \text{Nerd} &\Rightarrow 4S + 2\pi L \\ \text{Erin} &\Rightarrow 4S \\ &\Rightarrow 4S + 2\pi L - 4S = 2\pi L \text{ fazla yürür} \end{aligned}$$

c)



$$\begin{aligned} \text{Nerd} &\Rightarrow 2A + 2\pi(R+L) \\ \text{Erin} &\Rightarrow 2A + 2\pi R \\ &\Rightarrow 2A + 2\pi(R+L) - 2A - 2\pi R = 2\pi L \text{ fazla yürür} \end{aligned}$$

d) Kenarları A, B ve C uzunluğunda olan üçgenin etrafında



$$\begin{aligned} \text{Nerd} &\Rightarrow A+B+C+2\pi L \\ \text{Erin} &\Rightarrow A+B+C \\ &\Rightarrow A+B+C+2\pi L - (A+B+C) = 2\pi L \text{ fazla yürür} \end{aligned}$$

e) Basit bir kapalı eğri etrafında (çokgene yaklaştır)



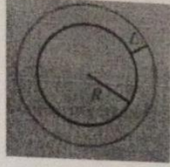
$$(2\pi L) \text{ fazla yürür}$$

Uygulamayı yapan öğrenci geometri bilgilerini kullanarak (a) , (b) ve (c) seçeneklerindeki soruları doğru çözmüştür. (d) seçeneğinde ise diğer seçenekleri genelleyerek çözüme ulaşmıştır.

Resim-29 Problem Çözme Yöntemine Doğru Örnek-7

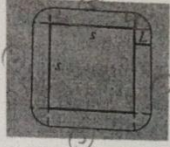
5-) Erin köpeği Nerd'e L uzunluğunda bir ipe bağlayarak yürütüyor. Erin her zaman farklı yollarda yürüyüş yapıyor ve kendi yürüyüşünü Nerd'in yürüyüşüyle kıyaslıyor. Nerd Erinden ne kadar fazla yürür aşağıdaki durumlarda?

a) R yarıçaplı çember etrafında



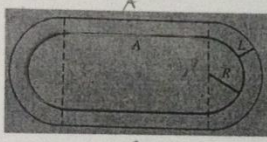
N) Dış çemberin çevresi = $2\pi(R+L)$ $- 2\pi R + 2\pi L$
 E) İç çemberin çevresi = $2\pi R$
 $2\pi R + 2\pi L - 2\pi R = \underline{2\pi L}$ fazla yürür.

b) S kenar uzunluğuna sahip kare etrafında



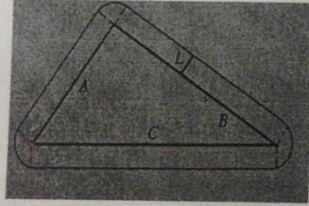
N) $4S + 2\pi L$
 E) $4S$
 $4S + 2\pi L - 4S = \underline{2\pi L}$ fazla yürür.

c)



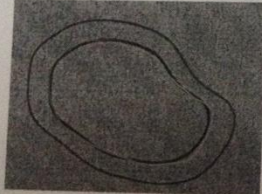
N) $2A + 2\pi(R+L) = 2A + 2\pi R + 2\pi L$
 E) $2A + 2\pi R$
 $2A + 2\pi R + 2\pi L - 2A - 2\pi R = \underline{2\pi L}$ fazla

d) Kenarları A, B ve C uzunluğunda olan üçgenin etrafında



N) $A+B+C + 2\pi L$
 E) $A+B+C$
 $(A+B+C + 2\pi L) - (A+B+C) = \underline{2\pi L}$

e) Basit bir kapalı eğri etrafında (çokgene yaklaştır)



$2\pi L$ kadar fazla yürür

Uygulamayı yapan öğrenci geometri bilgilerini kullanarak soruyu doğru çözmüştür.

(e) seçeneğinde ise önceki seçeneklerde bulunduğu sonucu genelleyerek bulmuştur.

Resim-30 Problem Çözme Yöntemine Doğru Örnek-8

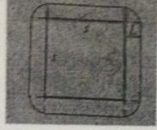
5-) Erin köpeği Nerd'e L uzunluğunda bir ip ile bağlayarak yürütüyor. Erin her zaman farklı yollarda yürüyüş yapıyor ve kendi yürüyüşünü Nerd'in yürüyüşüyle kıyaslıyor. Nerd Erinden ne kadar fazla yürür aşağıdaki durumlarda?

a) R yarıçaplı çember etrafında



$$2\pi(R+L) - 2\pi R =$$

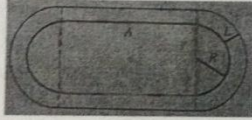
b) S kenar uzunluğuna sahip kare etrafında



$$\frac{\text{NERD}}{4S}$$

$$\frac{\text{ERİN}}{4S + 2\pi L}$$

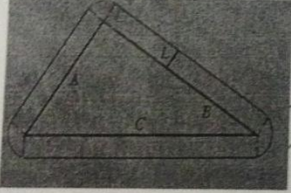
c)



$$\frac{\text{NERD}}{2A + 2L + 2\pi R}$$

$$\frac{\text{ERİN}}{2A + 2R + 2L + 2L + 2\pi(R+L)}$$

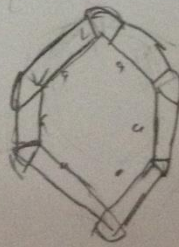
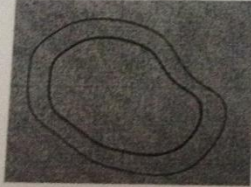
d) Kenarları A, B ve C uzunluğunda olan üçgenin etrafında



$$\frac{\text{NERD}}{A+B+C}$$

$$\frac{\text{ERİN}}{A+B+C + 2\pi L}$$

e) Basit bir kapalı eğri etrafında (çokgene yaklaştır)



$$\frac{\text{NERD}}{6a}$$

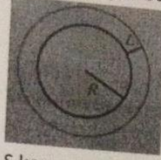
$$\frac{\text{ERİN}}{6a + (2\pi L)^2}$$

Uygulamayı yapan öğrenci geometri bilgilerini kullanarak kenarlarda oluşan çember dilimlerinin tam bir çember olduğunu fark ederek soruyu doğru çözmüştür.

Resim-31 Problem Çözme Yöntemine Doğru Örnek-9

5-) Erin köpeği Nerd'e L uzunluğunda bir ip ile bağlayarak yürütüyor. Erin her zaman farklı yollarda yürüyüş yapıyor ve kendi yürüyüşünü Nerd'in yürüyüşüyle kıyaslıyor. Nerd Erinden ne kadar fazla yürür aşağıdaki durumlarda?

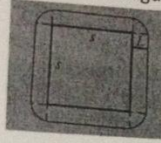
a) R yarıçaplı çember etrafında



$$\frac{\text{Nerd}}{2\pi(R+L)} \quad \frac{\text{Erin}}{2\pi R}$$

$$2\pi(R+L) - 2\pi R = 2\pi R + 2\pi L - 2\pi R = \underline{2\pi L}$$

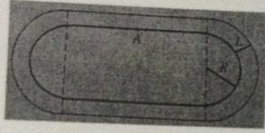
b) S kenar uzunluğuna sahip kare etrafında



$$\frac{\text{Erin}}{4S} \quad \frac{\text{Nerd}}{4S + 2\pi L}$$

$$4S + 2\pi L - 4S = \underline{2\pi L}$$

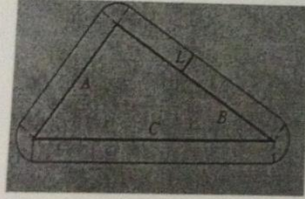
c)



$$\frac{\text{Erin}}{2A + 2\pi R} \quad \frac{\text{Nerd}}{2\pi(R+L) + 2A}$$

$$2\pi(R+L) + 2A - 2A - 2\pi R = 2\pi R + 2\pi L - 2\pi R = \underline{2\pi L}$$

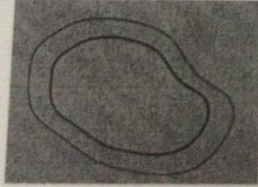
d) Kenarları A, B ve C uzunluğunda olan üçgenin etrafında



$$\frac{\text{Erin}}{A+B+C} \quad \frac{\text{Nerd}}{A+B+C + 2\pi L}$$

$$A+B+C + 2\pi L - A - B - C = \underline{2\pi L}$$

e) Basit bir kapalı eğri etrafında (çokgenele yaklaştır)



$$\frac{\text{Erin}}{A+B+C+D+E} \quad \frac{\text{Nerd}}{A+B+C+D+E + 2\pi L}$$

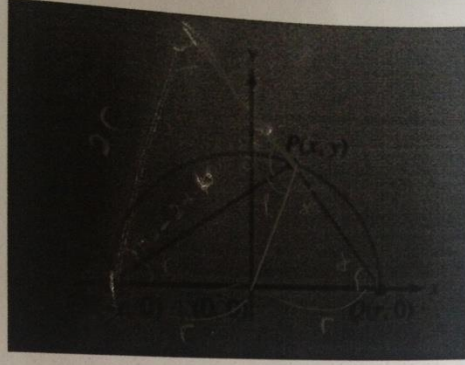
$$A+B+C+D+E + 2\pi L - A - B - C - D - E = \underline{2\pi L}$$

Uygulamayı yapan öğrenci geometri bilgilerini kullanarak soruyu doğru çözmüştür.

İspat

Resim-32 İspat Yöntemine Doğru Örnek-1

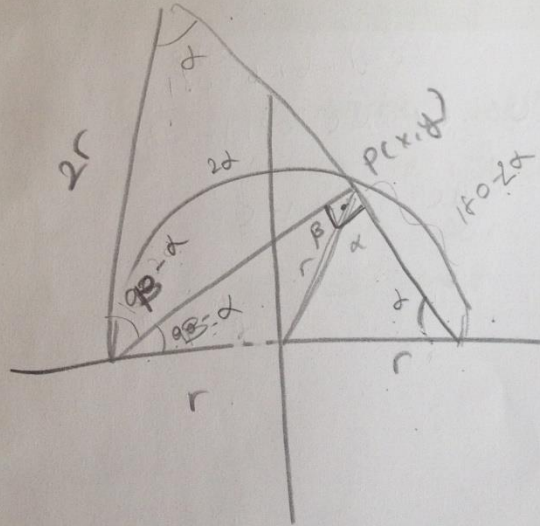
4- Şekilde görüldüğü gibi yarım çember içine çizilmiş SPQ üçgeni çizilmiştir. Thales teoremini yani PQ doğru parçasının PS doğru parçasına dik olduğunu ispatlamak için koordinat düzlemini kullanınız.



$$2\alpha + 2\alpha = 180^\circ$$

$$4\alpha = 180^\circ$$

$$\alpha = 45^\circ$$



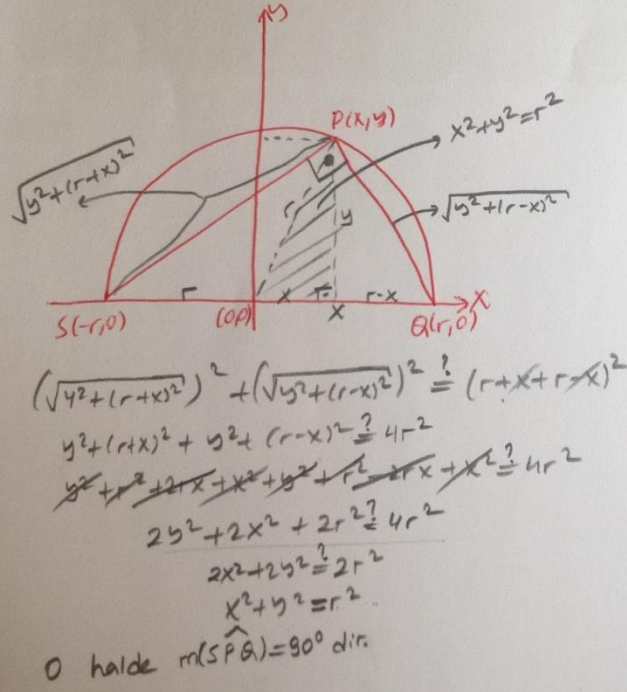
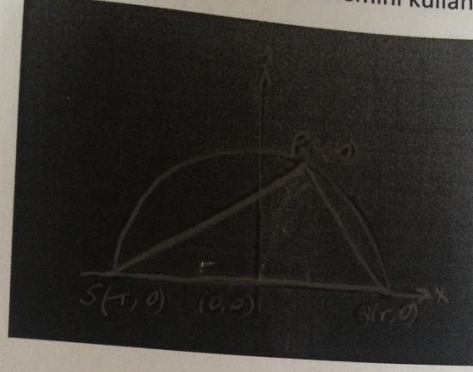
$$90^\circ + \frac{\alpha}{2} = 180^\circ - \alpha$$

$$90^\circ = \frac{3\alpha}{2}$$

Uygulamayı yapan öğrenci geometri bilgilerini kullanarak ifadeyi doğru ispatlamıştır.

Resim-33 İspat Yöntemine Doğru Örnek-2

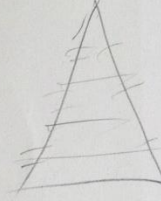
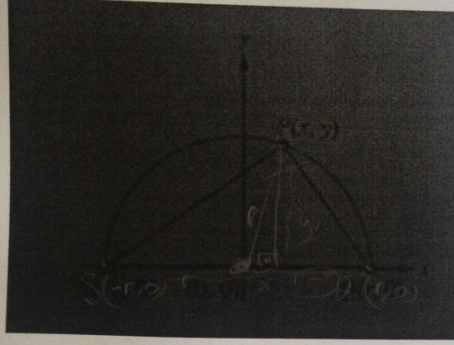
4- Şekilde görüldüğü gibi yarım çember içine çizilmiş SPQ üçgeni çizilmiştir. Thales teoremini yani PQ doğru parçasının PS doğru parçasına dik olduğunu ispatlamak için koordinat düzlemini kullanınız.



Uygulamayı yapan öğrenci geometride ki Pisagor bağıntısını kullanarak ifadeyi doğru ispatlamıştır.

Resim-34 İspat Yöntemine Doğru Örnek-3

4- Şekilde görüldüğü gibi yarım çember içine çizilmiş SPQ üçgeni çizilmiştir. Thales teoremini yani PQ doğru parçasının PS doğru parçasına dik olduğunu ispatlamak için koordinat düzlemini kullanınız.



$$y^2 = (r+x)(r-x)$$

$$x \cdot y^2 = r^2 - x^2$$

$$y^2 + x^2 = r^2$$

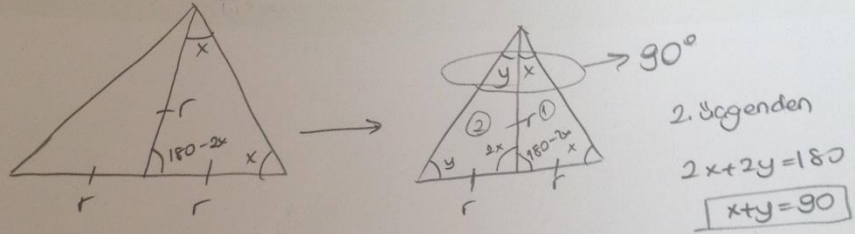
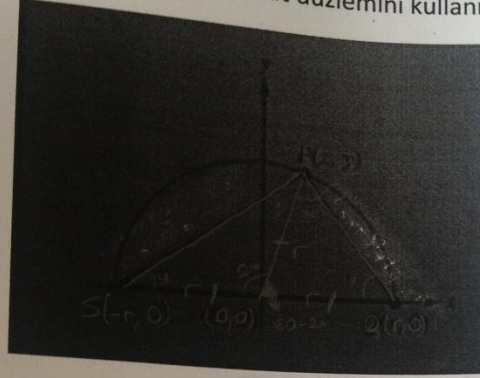
$$((r-x)^2 + y^2)^2 + ((r+x)^2 + y^2)^2 = (2r)^2$$

$$(r^2 - 2rx + x^2 + y^2)^2 + (r^2 + 2rx + x^2 + y^2)^2 = 4r^2 \dots \dots \text{den dolayı}$$

Uygulamayı yapan öğrenci geometride ki Öklid bağıntısını ve Pisagor bağıntısını kullanarak ifadeyi doğru ispatlamıştır.

Resim-35 İspat Yöntemine Doğru Örnek-4

4- Şekilde görüldüğü gibi yarım çember içine çizilmiş SPQ üçgeni çizilmiştir. Thales teoremini yani PQ doğru parçasının PS doğru parçasına dik olduğunu ispatlamak için koordinat düzlemini kullanınız.



Uygulamayı yapan öğrenci ikizkenar üçgenin özelliklerini kullanarak ifadeyi doğru ispatlamıştır.

Yanlış Cevaplar

Matematiksel muhakeme becerisi

Resim-35 Matematiksel muhakeme becerisi Yöntemine Yanlış Örnek-1

3-)Aşağıdaki yönergelerde istenilenleri yapınız.

(a) Bir tekerleği düz bir çizgi boyunca yuvarlamak yerine, aşağıda gösterildiği gibi eşkenar bir üçgeni "yuvarladığınızı" hayal edin. Üçgen soldan sağa doğru "yuvarlandıkça", A noktası kesikli çizgi üzerinde hareketine başlar, üçgenin orta pozisyonunda yukarıya doğru hareket eder, ve şeklin sonundaki çizginin üzerinde tekrardan son bulur. Gösterilen şekli metrik cinsten bir cetvel ile çok dikkatli bir şekilde ölçün (ölçümlerinizi en yakın milimetreye yuvarlayarak tahmin edin), ve ardından eşkenar üçgenin ve A noktasının üç lokasyonunun oluşturduğu AAA üçgeninin alanını santimetre kare cinsinden belirleyin. Daha sonra AAA üçgeninin alanının eşkenar üçgenin alanına olan oranını hesaplayın.

AAA alanı = $\frac{3\sqrt{3}}{4}$
Eşkenar = $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
 $\frac{3\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{4}{a^2\sqrt{3}} = \frac{3}{a^2}$
 $a + \frac{a}{2} = \frac{3a}{2}$
 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
AAA = $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
 $a^2 + a^2 + a^2 = \frac{3a^2}{2} = 3$
 $a^2 = 2$

(b) Bir eşkenar üçgenin yuvarlamak yerine bu defa gösterildiği şekilde bir kareyi "yuvarlayın". Tekrardan, bu şekli bir metrik cetvel ile ölçün ve karenin alanını ve AAAA ile gösterilen çokgensel yay altındaki alanı belirleyin. Daha önceki gibi, ayrıca çokgensel yay alanı ile karenin alanının oranını belirleyin.

(c) (a) ve (b) numaralı kısımları tekrar edin, ancak bu defa gösterildiği şekilde düzgün bir beşgeni yuvarlayın.

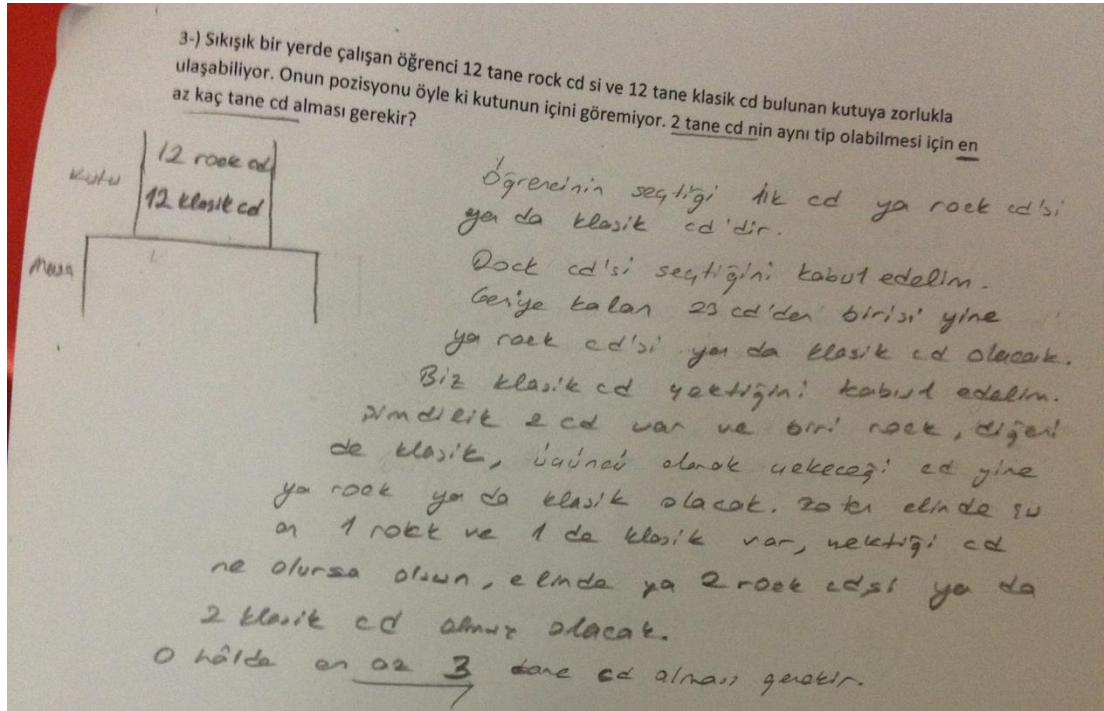
(d) (a), (b), ve (c) numaralı kısımları tekrar edin, ancak düzenli bir altıgen için yapın.

(e) (a) ile (d) arasındaki parçaları kullanarak bir genelleme oluşturun.

Uygulamayı yapan öğrencinin geometrik bilgileri eksik olduğundan AAA üçgenini eşkenar üçgen olarak düşünerek hata yapmıştır. (b) seçeneğini doğru yaptığı halde (a) seçeneğini yanlış yaptığından matematiksel muhakeme becerisi yöntemini kullanamadığından (c) seçeneğini de yapamamıştır.

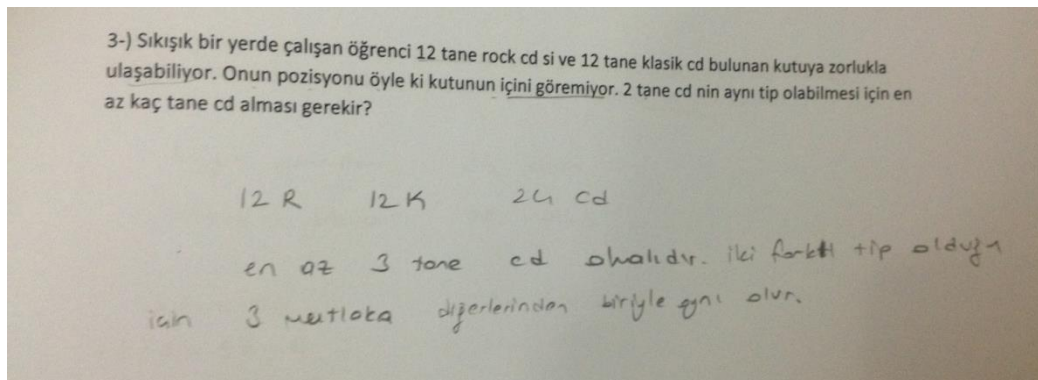
Geriye Doğru Çalışma

Resim-36 Geriye Doğru Çalışma Yöntemine Yanlış Örnek-1



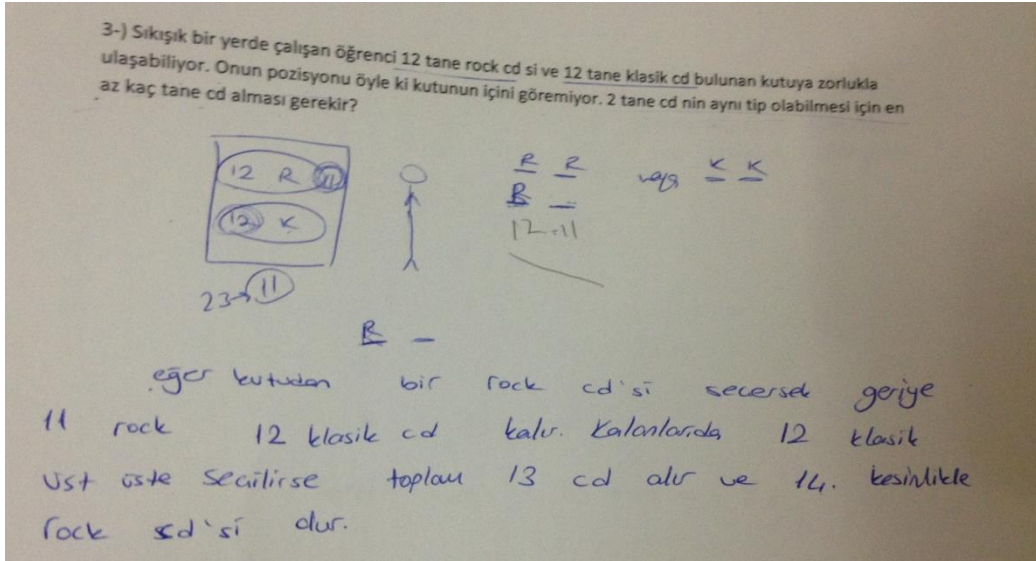
Uygulamayı yapan öğrenci kesinlik durumunu dikkate almamıştır. Tüm durumları düşünemediğinden soruyu yanlış yapmıştır.

Resim-37 Geriye Doğru Çalışma Yöntemine Yanlış Örnek-2



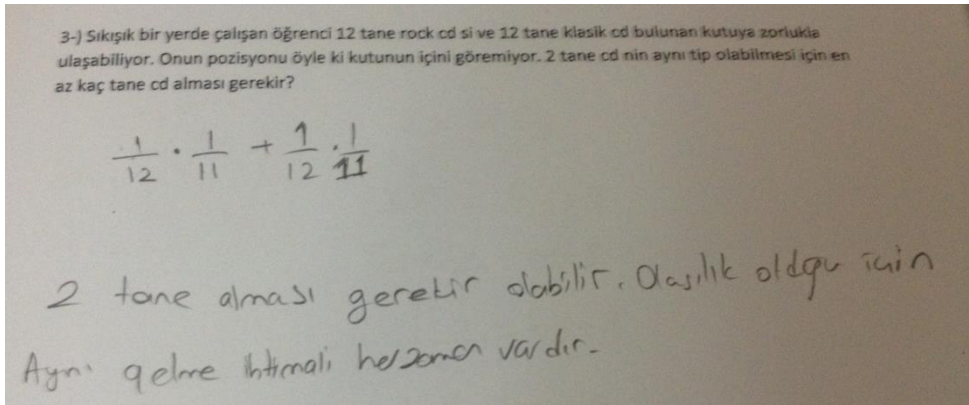
Uygulamayı yapan öğrenci iki cd çektiğinde ikisinin de aynı gelebilme olasılığını düşünmediğinden soruyu yanlış yapmıştır.

Resim-38 Geriye Doğru Çalışma Yöntemine Yanlış Örnek-3



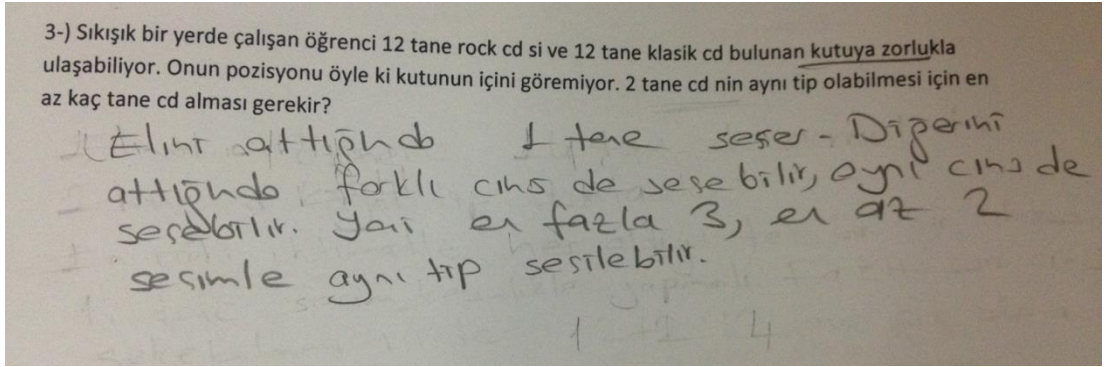
Uygulamayı yapan öğrenci ilk seçtiği rock cd sini saymayı unuttuğu için soruyu yanlış çözmüştür.

Resim-39 Geriye Doğru Çalışma Yöntemine Yanlış Örnek-4



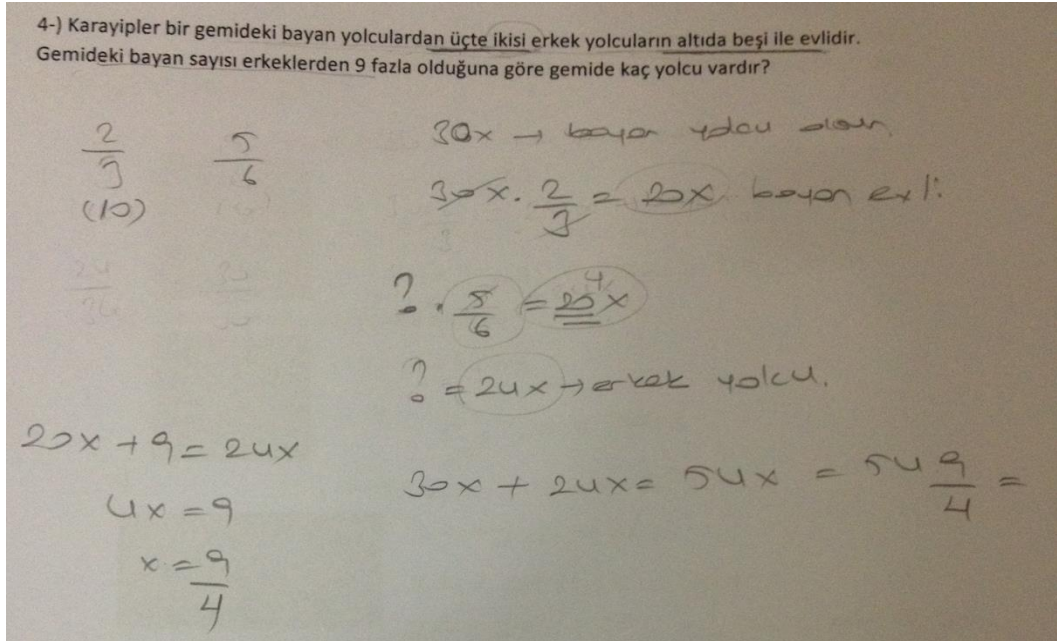
Uygulamayı yapan öğrenci soruyu olasılık sorusu zannederek yanlış çözmüştür.

Resim-40 Geriye Doğru Çalışma Yöntemine Yanlış Örnek-5



Uygulamayı yapan öğrenci kesinlik durumunu düşünmediğinden en iyi ihtimalle durumu düşünerek cevabı 2 bularak soruyu yanlış çözmüştür.

Resim-41 Geriye Doğru Çalışma Yöntemine Yanlış Örnek-6



Uygulamayı yapan öğrenci ilk denklemi doğru kurmuş ancak sonraki denklemde bayan yolcu sayısını yanlış yazdığı için soruyu yanlış çözmüştür. Öğrencilerin de sık yaptığı bir hatadır. Bu yüzden bulduğumuz verilerin kine ait olduğunu yanlarına not almak gerekmektedir.

Resim-42 Geriye Doğru Çalışma Yöntemine Yanlış Örnek-7

4-) Karayipler bir gemideki bayan yolculardan üçte ikisi erkek yolcuların altıda beşi ile evlidir. Gemideki bayan sayısı erkeklerden 9 fazla olduğuna göre gemide kaç yolcu vardır?

180 x bayan yolcu
 120 x bayan yolcu erkeklerden evli
 yani $\frac{5}{6} \times 120 x$
 180 x - 144 x = 9
 36 x = 9
 4×21 45 bayan
 36 erkek
 75 yolcu

Uygulamayı yapan öğrenci bulduğu verilerin yanına not almadığı için yanlış bilgiyi bulup soruyu yanlış çözmüştür.

Resim-44 Geriye Doğru Çalışma Yöntemine Yanlış Örnek-8

4-) Karayipler bir gemideki bayan yolculardan üçte ikisi erkek yolcuların altıda beşi ile evlidir. Gemideki bayan sayısı erkeklerden 9 fazla olduğuna göre gemide kaç yolcu vardır?

$\begin{cases} 4x - 5a \\ 2x - 3a \end{cases}$ $\begin{cases} 5a - 6b \\ a - 3b \end{cases}$ $\begin{cases} 4x = 5a \\ x = 5k \\ a = 4k \end{cases}$
 Bayan = $6x$ Erkek = $6a$
 $6x = 6a + 9$
 $30k = 24k + 9$
 $2k = 9$
 $30k + 24k = 54k$
 $24k = 9 \cdot 27 = 243$ $\frac{2x}{243}$

Uygulamayı yapan öğrenci çarpma işlemini yanlış yaptığından soruyu yanlış çözmüştür.

Resim-45 Geriye Doğru Çalışma Yöntemine Yanlış Örnek-9

6-)

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

Birinci ifade verildiğinde ikincisinin doğru olduğunu ispatlayınız.

$\frac{3}{2} = \frac{6}{4}$

$a.k = c.y$
 $b.t = d.m$

$$\frac{\frac{cy}{k} + \frac{du}{t}}{\frac{du}{t}} = \frac{\frac{ak}{e} + \frac{b.t}{m}}{\frac{b.t}{m}}$$

$$\frac{cy.t + d.m.k}{k.t} \cdot \frac{t}{du} = \frac{\frac{akm + btc}{cm}}{\frac{bt}{bt}}$$

$$\frac{cyt}{duk} + \frac{duk}{duk} = \frac{akm}{btc} + \frac{btc}{btc}$$

$$\frac{cyt}{duk} = \frac{akm}{btc} \quad \left\{ \begin{array}{l} akduk = cyt.btc \\ mk = c.t \end{array} \right.$$

$ak = cy$
 $b.t = du$ } *rules dışına taşı* $akdu = cybt$

Uygulamayı yapan öğrenci değişkenleri çok fazla kullandığı için soruyu yanlış çözmüştür.

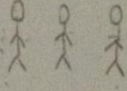
Problem Çözme

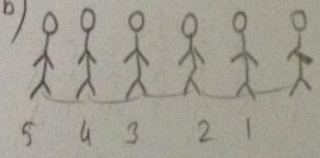
Resim-46 Problem Çözme Yöntemine Yanlış Örnek-1

1-) Bir odada n kişi vardır ve bunların her biri diğerleriyle bir kez tokalaşacaktır. Kaç tokalaşmanın meydana geldiğine dair genel soru en iyi deneyimle kazanılan kavrayışlarla oluşur.

a) Eğer odada 3 kişi olursa kaç tokalaşma olur?
 b) Eğer odada 6 kişi olursa kaç tokalaşma olur?
 c) Eğer odada 200 kişi olursa kaç tokalaşma olur?
 d) Eğer odada n kişi olursa kaç tokalaşma olur?

Tokalaşma sorularının birçok çeşidi üretilebilir. Bu egzersiz matematikte zihinsel alışkanlıkların kullanımıyla ilgili diğer bir takım problemlere neden olur.

a) 3 tane tokalaşma 

b)  $5+4+3+2+1 = 15$ tokalaşma

c) $1+2+3+4 \dots 200 = \frac{(200) 201}{2} = 20100$

d) $\frac{n(n-1)}{2}$

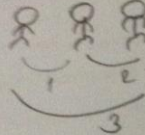
Uygulamayı yapan öğrenci (a) ve (b) seçeneklerini doğru yapmıştır. Ancak formülü yanlış ürettiği için diğer seçenekleri yanlış çözmüştür.

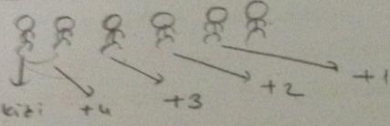
Resim-47 Problem Çözme Yöntemine Yanlış Örnek-2

1-) Bir odada n kişi vardır ve bunların her biri diğerleriyle bir kez tokalaşacaktır. Kaç tokalaşmanın meydana geldiğine dair genel soru en iyi deneyimle kazanılan kavrayışlarla oluşur.

a) Eğer odada 3 kişi olursa kaç tokalaşma olur?
b) Eğer odada 6 kişi olursa kaç tokalaşma olur?
c) Eğer odada 200 kişi olursa kaç tokalaşma olur?
d) Eğer odada n kişi olursa kaç tokalaşma olur?

Tokalaşma sorularının birçok çeşidi üretilebilir. Bu egzersiz matematikte zihinsel alışkanlıkların kullanımıyla ilgili diğer bir takım problemlere neden olur.

a) 3 kişi

3 tokalaşma olur.

b) 6 kişi

5 kişi ile tokalaşır +4 +3 +2 +1
 $1+2+3+4+5 = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15$

c) 200 kişi
 $1+2+\dots+200 = \frac{200 \cdot 201}{2} = 20100$

d) $1+2+\dots+n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$

Uygulamayı yapan öğrenci yanlış formül ürettiği için (c) ve (d) seçeneğini yanlış yapmıştır.

Resim-48 Problem Çözme Yöntemine Yanlış Örnek-3

1-) Bir odada n kişi vardır ve bunların her biri diğerleriyle bir kez tokalaşacaktır. Kaç tokalaşmanın meydana geldiğine dair genel soru en iyi deneyimle kazanılan kavrayışlarla oluşur.

a) Eğer odada 3 kişi olursa kaç tokalaşma olur? → Her kişi 1 kez tokalaşır ve 3 kişi olduğundan $1 \cdot 3 = 3$
b) Eğer odada 6 kişi olursa kaç tokalaşma olur?
c) Eğer odada 200 kişi olursa kaç tokalaşma olur?
d) Eğer odada n kişi olursa kaç tokalaşma olur?

Tokalaşma sorularının birçok çeşidi üretilebilir. Bu egzersiz matematikte zihinsel alışkanlıkların kullanımıyla ilgili diğer bir takım problemlere neden olur.

b) Her kişi 3 kez tokalaşır ve 5 kişi olduğundan $3 \cdot 5 = 15$ tokalaşma olur.

c) Her kişi 199 kez tokalaşır ve 200 kişi olduğundan $199 \cdot 200 = 39800$ tokalaşma olur.

d) Herkes kendi dışındaki herkesle tokalaşacağından $\frac{n \cdot (n-1)}{2}$ tokalaşma olur.

Uygulamayı yapan öğrenci doğru formül ürettiği halde (c) seçeneğini yanlış yapmıştır.

Resim-49 Problem Çözme Yöntemine Yanlış Örnek-4

2-) İki kişilik bir oyun vardır. Bu oyunda masa üstünde 15 tane para vardır. Oyuncular sırayla oynar ve her bir oyunda bir, iki veya üç parayı masaüstünden alabilir. Son parayı alan oyunu kazanır. Oyunculardan herhangi biri oyunu kazanmayı garanti edebilecek stratejiyi üretebilir mi? (Burada daha basit durumları tekrarlayarak çözüme ulaşmanız beklenmektedir.)

a) Eğer masaüstünde 21 para olursa ne olur
 b) " " " 37 " " " "
 c) Eğer " " " 70 " " " "
 d) 5 para kadar masaüstünden alabilirse ne olur?

Ali Ahmet 5 para olsun
 Ali alır Ali kazanır Ya da

Ali Ahmet Ali
 Ali kazanır Ya da

Ali Ahmet Ali
 Ali kazanır Ya da

Ali Ahmet
 Ahmet kazanır Ya da

Ali Ahmet Ali
 Ali kazanır

Ali Ahmet Ali
 Ali kazanır

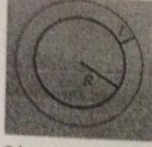
Ali Ahmet Ali
 Ali kazanır

Uygulamayı yapan öğrenci yanlış bir metot geliştirdiğinden soruyu yanlış yapmıştır.

Resim-50 Problem Çözme Yöntemine Yanlış Örnek-5

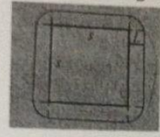
5-) Erin köpeği Nerd'e L uzunluğunda bir ip ile bağlayarak yürütüyor. Erin her zaman farklı yollarda yürüyüş yapıyor ve kendi yürüyüşünü Nerd'in yürüyüşüyle kıyaslıyor. Nerd Erinden ne kadar fazla yürür aşağıdaki durumlarda?

a) R yarıçaplı çember etrafında



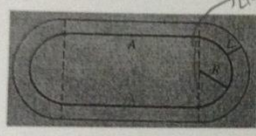
$$\begin{aligned} 2\pi(R+L) - 2\pi R &= \\ 2\pi R + 2\pi L - 2\pi R &= \boxed{2\pi L} \text{ fark ymn} \end{aligned}$$

b) S kenar uzunluğuna sahip kare etrafında



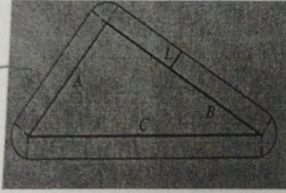
$$4(S+L) - 4S = 4S + 4L - 4S = \boxed{4L}$$

c)



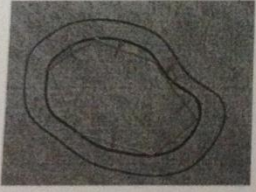
$$\begin{aligned} 2(A+2R) + 2\pi R &= \cancel{2A+4R} + \cancel{2\pi R} \rightarrow \text{Erin} \\ 2(A+2R+2L) + 2\pi(R+L) &= \\ \cancel{2A+4L} + 4L + \cancel{2\pi R} + 2\pi L &= \boxed{4L + 2\pi L} \end{aligned}$$

d) Kenarları A, B ve C uzunluğunda olan üçgenin etrafında



$$\begin{aligned} A+2L+B+2L+C+2L - (A+B+C) &= \\ \boxed{6L} \end{aligned}$$

e) Basit bir kapalı eğri etrafında (çokgene yaklaştır)



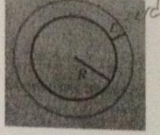
Ayrıca 6L yazılmıştır.

Uygulamayı yapan öğrenci köşelerde oluşan çember yaylarının tam bir çember oluşturduğunu göremediğinden soruyu yanlış yapmıştır.

Resim-51 Problem Çözme Yöntemine Yanlış Örnek-6

5-) Erin köpeği Nerd'e L uzunluğunda bir ip ile bağlayarak yürütüyor. Erin her zaman farklı yollarda yürüyüş yapıyor ve kendi yürüyüşünü Nerd'in yürüyüşüyle kıyaslıyor. Nerd Erinden ne kadar fazla yürür aşağıdaki durumlarda?

a) R yarıçaplı çember etrafında



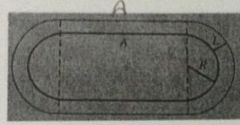
$$\begin{aligned} \text{Erin} &: 2\pi R \\ \text{Nerd} &: 2\pi (L+R) = 2\pi L + 2\pi R \\ \text{Nerd Erinden} & \quad 2\pi L \text{ fazla yürür.} \end{aligned}$$

b) S kenar uzunluğuna sahip kare etrafında



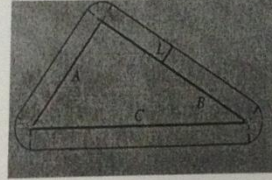
$$\begin{aligned} \text{Erin} &: 4S \\ \text{Nerd} &: 4(S+2L) = 4S + 8L \\ \text{Nerd Erinden} & \quad 8L \text{ fazla yürür.} \end{aligned}$$

c)



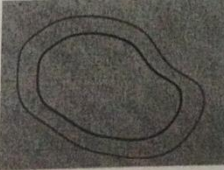
$$\begin{aligned} \text{Erin} &: 2A + 2\pi R \\ \text{Nerd} &: 2A + 2\pi (R+L) = 2A + 2\pi R + 2\pi L \\ \text{Nerd Erinden} & \quad 2\pi L \text{ fazla yürür.} \end{aligned}$$

d) Kenarları A, B ve C uzunluğunda olan üçgenin etrafında



$$\begin{aligned} \text{Erin} &: A+B+C \\ \text{Nerd} &: A+2L+B+2L+C+2L = A+B+C+6L \\ \text{Nerd Erinden} & \quad 6L \text{ fazla yürür.} \end{aligned}$$

e) Basit bir kapalı eğri etrafında (çokgene yaklaştır)



Uygulamayı yapan öğrenci çember yaylarının uzunluğunu da L olarak düşündüğünden soruyu yanlış yapmıştır.

Resim-52 Problem Çözme Yöntemine Yanlış Örnek-7

5-) Erin köpeği Nerd'e L uzunluğunda bir ip ile bağlayarak yürütüyor. Erin her zaman farklı yollarda yürüyüş yapıyor ve kendi yürüyüşünü Nerd'in yürüyüşüyle kıyaslıyor. Nerd Erinden ne kadar fazla yürür aşağıdaki durumlarda?

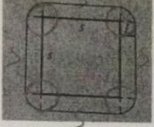
a) R yarıçaplı çember etrafında



$$2\pi(R+L) - 2\pi R = 2\pi L$$

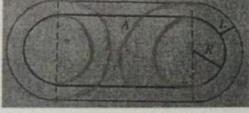
Gevreler farkı

b) S kenar uzunluğuna sahip kare etrafında



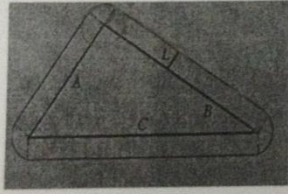
$$2\pi L \cdot \frac{1}{4} \cdot 4 + 4S - 4S = 2\pi L$$

c)



$$\begin{aligned} \text{Erin} & 2\pi R + 4A \\ \text{Köpeği} & 4A + 2\pi(R+L) \\ 4A + 2\pi R + 2\pi L - 2\pi R - 4A & = 2\pi L \end{aligned}$$

d) Kenarları A, B ve C uzunluğunda olan üçgenin etrafında



$$\begin{aligned} \text{Sahip} & A+B+C \\ \text{Nerd} & A+B+C + 2\pi L \cdot \frac{1}{4} \cdot 3 \\ \Rightarrow & 1,5\pi L \end{aligned}$$

e) Basit bir kapalı eğri etrafında (çokgene yaklaştır)



$$2\pi(R+L) - 2\pi R = 2\pi L$$

Uygulamayı yapan öğrenci (d) seçeneğinde oluşan daire dilimlerinin çeyrek daire dilimini oluşturduğunu düşündüğü için soruyu yanlış çözmüştür.

Resim-53 Problem Çözme Yöntemine Yanlış Örnek-8

5-) Erin köpeği Nerd'e L uzunluğunda bir ip ile bağlayarak yürütüyor. Erin her zaman farklı yollarda yürüyüş yapıyor ve kendi yürüyüşünü Nerd'in yürüyüşüyle kıyaslıyor. Nerd Erinden ne kadar fazla yürür aşağıdaki durumlarda?

a) R yarıçaplı çember etrafında

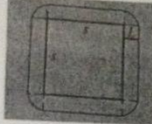


Erin'in aldığı yol $2\pi R$

Köpeğin aldığı yol $2\pi(R+L)$ olur

Sonuçta $2\pi R + 2\pi L - 2\pi R = 2\pi L$ daha fazla yürür Nerd

b) S kenar uzunluğuna sahip kare etrafında

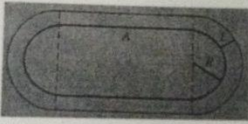


Erin $4S$

Nerd $4(S+L)$

$4S + 4L - 4S = 4L$ (Tahmini dir bundan daha az yürümüşdür)

c)

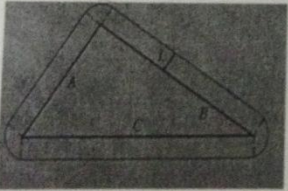


Erin $2A + 2B$

Nerd $2A + 2B + 2L$

$2A + 2B + 2L - 2A - 2B = 2L$ olur

d) Kenarları A, B ve C uzunluğunda olan üçgenin etrafında

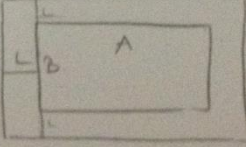


Erin $A+B+C$

Nerd $A+B+C+L$

$A+B+C+L - A-B-C = L$ kadar (dizten kalan küçük parçaları x edelim)

e) Basit bir kapalı eğri etrafında (çokgene yaklaştır)

Erin $2A+2B$

Nerd $2A+2B+2L$

$2A+2B+2L - 2A-2B = 2L$ kadar fazla yürümüşdür

Uygulamayı yapan öğrenci şekillerde fazla yürünen parçaların çember oluşturduğunu anlayamadığı için soruyu yanlış çözmüştür.

BÖLÜM V

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde araştırma bulguları sonucunda ortaya çıkan sonuçlar özetlenmiş, uygulamaya ve aynı konu ile ilgili gelecek araştırmalara ilişkin öneriler sıralanmıştır.

İlköğretim matematik öğretmenliği bölümünde öğrenim gören öğretmen adaylarının Polya'nın (1957) problem çözme basamaklarına dayalı olarak problem çözme seçmeli dersinde uygulanarak öğrencilerin zihinsel alışkanlıklarına etkisinin incelendiği araştırma, 2012-2013 eğitim öğretim yılının bahar döneminde Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Matematik Öğretmenliği 3. Sınıf 33 öğrenci üzerinde yürütülmüştür. Araştırmada öğrencilere ön test ve son test olmak üzere bir başarı sınavı uygulanmıştır. Ardından süreç hakkında bilgi toplamak için görüşme formu uygulanmış, elde edilen sonuçlar değerlendirilmiştir. Başarı sınavından elde edilen verilerin çözümlenmesinde t testi, görüşme formundan elde edilen sonuçlar nitel analiz yöntemleri kullanılarak yüzde ve frekans biçiminde oluşturulmuş ve yorumlanmıştır.

5.1. Sonuçlar

İlkokuldan itibaren matematik eğitiminin amacı ve matematiksel düşünmeyi geliştirdiği bilinen problem çözme faaliyetleri, öğretimin her aşamasında temel hedef olarak öğrencilerin karşısına çıkmaktadır. Alan yazın incelendiğinde problem çözme faaliyetlerinin öğrenci tarafından gerçekleştirilebilmesine ilişkin pek çok basamak ve problem adımlarına ilişkin öneriler bulunduğu görülmektedir (Polya, 1957; Van de Walle, 2004).

Araştırmanın akademik başarı düzeyine ilişkin sonuç aşağıda verilmiştir. Zihinsel alışkanlıkları temel alarak gerçekleştirilen problem çözme yaklaşımının ilköğretim matematik öğretmen adaylarının son testten elde edilen başarı düzeylerinin ön testteki başarı düzeylerine göre anlamlı düzeyde farklılık gösterdiği, buna göre yapılan deneysel uygulamanın problem çözme yaklaşımlarını olumlu yönde geliştirdiği sonucuna varılabilir.

Araştırmanın zihinsel alışkanlıklar temel alınarak yapılan problem çözme yaklaşımının öğretmen adaylarına göre değerlendirilmesine ilişkin sonuçlar aşağıda verilmiştir.

Polya'nın (1957) problem çözme basamaklarına bağlı olarak yapılan değerlendirmede, öğretmen adaylarının sadece verilen problemi çözmesi ve çözümü kontrol etmesinin yanında verilen problemi anlamaları ve ilişkiler ağını nasıl ortaya çıkardıklarına dair inceleme yapılmıştır.

Genel olarak ilköğretim matematik öğretmen adaylarının problem çözme ile ilgili görüşlerine baktığımızda hesaplama becerilerinin önemi ve problem çözerken önceden belirlenmiş adımları takip etmenin gerekliliği gibi bazı gelenekçi görüşlere sahip oldukları saptanmıştır.

Akıl yürüterek çözülmesi gereken problemlerin çözümünde öğrenciler farklı yöntem ve/veya strateji kullanımına yönelik açık olduklarını belirtmişler ama elde edilen sonuçlara göre bunun sadece bir görüş yani teoride olduğu anlaşılmaktadır.

Akıl yürüterek çözülmesi gereken problemlerin çözümünde sonuca ulaşamadığı zaman izledikleri yol olarak önceliği kendi akranlarına vermekte olup eğer sonuç alamazlarsa öğretmenlerine sorduklarını belirtmişlerdir. Buna sebep olarak da kendilerini daha rahat hissettikleri için bu yolu kullandıklarını açıklamışlardır.

Akıl yürüterek çözülmesi gereken problemlerin çözümünde kullanılacak yöntemler arasında en çok gerçek hayatla ilişkilendirilerek sunulması gerektiğini paylaşmışlardır. Yani, gerçek hayatla ilişkilendirilerek sunulan problem çözme yöntemlerini kullandıklarında, bilişsel öğrenme açısından bakıldığında kısa süreli bellekten uzun süreli belleğe aktarmada kolaylık sağladığı, yapısalcı öğrenme açısından bakıldığında da bireylerin kendi bilgilerini yapılandırması açısından etkili olduğunun göstergesidir.

5.2. Öneriler

Araştırma deneysel desenle tasarlanıp öğrencilere biliş ötesi öğrenme stratejilerinden haberdar edilerek Polya'nın (1957) problem çözme becerilerine etkisi araştırılabilir.

Zihinsel alışkanlıkları temel alarak gerçekleştirilen problem çözme yaklaşımının 3. sınıfta öğrenim gören ilköğretim matematik öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilmiştir. Benzer çalışma öğrenime başlayan 1. sınıf öğrencileri ile yapılarak, aynı öğrencilerin 4. sınıfta tekrar uygulamaya tabi tutularak Polya'nın (1957) Problem çözme basamaklarının öğrencilere ne kazandırdığı incelenebilir.

Zihinsel alışkanlıkları temel alarak gerçekleştirilen problem çözme yaklaşımının ilköğretim matematik öğretmen adaylarının yanı sıra ortaöğretim matematik öğretmen adayları ile yapılarak aralarındaki ilişki incelenebilir.

Zihinsel alışkanlıkları temel alarak gerçekleştirilen problem çözme yaklaşımı araştırması ilköğretim ve ortaöğretimde görev yapan öğretmenler ile de gerçekleştirilebilir.

Zihinsel alışkanlıkları temel alarak gerçekleştirilen problem çözme yaklaşımı farklı konu alanlarındaki etkililiği üzerine araştırmalar yapılabilir.

Matematiksel bakış açısının derinleştirilmesinin, matematiksel zihinsel alışkanlıklar yetisi ve öğrenme sürecine katkıları incelenebilir.

KAYNAKÇA

- Aksu, M. (1985). “Matematik Öğretiminde Bilgisayar Kullanımı”. Eğitim ve Bilim, (9),54.
- Alakoç, Z. (2003). “Matematik Öğretiminde Teknolojik Modern Öğretim Yaklaşımları”. The Turkish Online Journal of Educational Technology, 2(1): 7.
- Anlıak, Ş. (2007). “Öğrenmeyi Çekici Kılan Öğrenme Ortamlarının Hazırlanması”. Sırrı Akbaba, Şakire Anlıak (Editörler). Eğitim Psikolojisi. İstanbul: Lisans Yayıncılık, 204-241.
- Altıparmak K. ve Öziş T. (2005). Matematiksel İspat ve Matematiksel Muhakemenin Gelişimi Üzerine Bir İnceleme. *Ege Eğitim Dergisi*, 6, 25-37.
- Altun, M. (1995). “İlkokul 3. , 4. ve 5. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Davranışları Üzerin Bir Çalışma”. Yayımlanmış Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara:
- Altun, M. (2005). “Matematik Öğretimi: Eğitim Fakülteleri ve İlköğretim Öğretmenleri için”, Bursa, Erkam Matbaacılık.
- Altun, M. (2008). “Matematik Öğretimi”. (Altıncı Baskı). Aktüel Yayınları, Bursa.
- Altun, M. ve Alkan, H. (1999). “Anadolu Üniversitesi Açık Öğretim Fakültesi İlköğretim Öğretmenliği Lisans Tamamlama Programı Matematik Eğitimi, (1,2,3,4,7,8,9,10. Bölümler)”, Eskişehir: Açık Öğretim Fakültesi Yayınları, Yayın no:591, ISBN 975-492-825-8.
- Arslan, A. (2008). “Web Destekli Öğretimin ve Öğretimsel Materyal Kullanımının Öğrencilerin Matematik Kaygısına, Tutumuna ve Başarısına Etkisi”. Doktora Tezi. Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Bölümü, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı. İstanbul.
- Baykul, Y. (2001). “İlköğretimde Matematik Öğretimi”. Ankara: Pegem Yayıncılık.

Baykul, Y. (2002). “İlköğretimde Matematik Öğretimi 6. ve 8. Sınıflar İçin”. Ankara: Pegem A Yayıncılık.

Baykul, Y. (2005). “İlköğretimde Matematik Öğretimi (1-5. Sınıflar)”. Ankara: Pegem A Yayıncılık.

Baykul, Y. ve Aşkar P. (1987). “Problem ve Problem Çözme. Matematik Öğretimi”. Anadolu Üniversitesi Yayınları No: 193. Açıköğretim Fakültesi Yayınları No: 94.

Baykul, Y., Sulak, H., Doğan, M., Doğan, A. ve Yazıcı, E. (2009). “Problem Solving in Mathematics at Primary Education Level”. The First International Congress Of Educational Research. May 1-3, Çanakkale, Turkey.

Billstein, R., Libeskind, S ve Lott, J. W. (1993). “A Problem Solving Approach to Mathematics For Elementary School Teachers (Fifth edition)”. USA: Addison Wesley Publishing Company.

Busbridge J. ve Özçelik, D.A. (1997). “İlköğretimde Matematik Öğretimi”. Ankara: Yüksek Öğretim Kurumu/Dünya Bankası. Milli Eğitim Geliştirme Projesi. Hizmet Öncesi Öğretmen El Kitabı. Ankara: Ajans-Türk Basın ve Basım A.Ş.

Costa, A. L. ve Kallick, B. (2000). Describing 16 habits of mind. Alexandria, VA: ASCD.

Cai, J. (2003). “Singaporean students’ mathematical thinking in problem solving and problem posing: an exploratory study. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34(5), 719-737.

Cai, J. ve Lester, F. (2005). “Solution Representations and Pedagogical Representations in Chinese and U.S. Classrooms”. *Journal of Mathematical Behavior*, 1(24), 221-237.

Carson, J. (2007). “A Problem With Problem Solving: Teaching Thinking Without Teaching Knowledge”. *The Mathematics Educator*, 17(2), 7-14.

Costa. A. L. ve Kallick, B. (2000-2001). Habits of mind. Highlands Ranch, CO: Search Models Unlimited

Çakmak, M., (2003). “Matematik Derslerinde Problem Çözme Yaklaşımının Değerlendirilmesi”, Matematikçiler Derneği Bilim Köşesi, <http://www.matder.org.tr> [Erişim tarihi: 23.11.2012]

Çoban, H. (2010). “Öğretmen Adaylarının Matematiksel Muhakeme Becerileri İle Bilişötesi Öğrenme Stratejilerini Kullanma Düzeyleri Arasındaki İlişki”. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Tokat. Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.

D’Zurilla, T. J. ve Goldfried, R. M. (1971). “Problem Solving And Behavior Modification”. *Journal of Abnormal Psychology*, 78(1), 107-126.

Ekinci, A. ve Öter, M.Ö. (2009). “İlköğretim Öğretmen Adaylarının Mesleki ve Özel Alan Yeterlilikleri”, Eğitim Fakültelerinin Öğretmen Yetiştirme Kapasitesinin Güçlendirilmesi Projesi.

Ersoy, Y. (2003). “Teknoloji Destekli Matematik Eğitimi–1; Gelişmeler, Politikalar ve Stratejiler”. *İlköğretim Online*, 2(1), 18–27.

Ev-Çimen, E. (2008). “Matematik Öğretiminde, Bireye “Matematiksel Güç” Kazandırmaya Yönelik Ortam Tasarımı Ve Buna Uygun Öğretmen Etkinlikleri Geliştirilmesi”. Yayımlanmamış Doktora Tezi. İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Anabilim Dalı.

Garderen, D. V. ve Montague, M. (2003). “Visuaspatial representation, mathematical problem solving, and students of varying abilities”. *Learning Disabilities Research & Practice*, 18(4), 246-254

Gür, H. ve Korkmaz, E. (2003). “İlköğretim 7.Sınıf Öğrencilerinin Problem Ortaya Atma Becerilerinin Belirlenmesi”, Matematikçiler Derneği Bilim Köşesi, www.matder.org.tr, [Erişim tarihi: 27.11.2012]

Hacısalıhoğlu, H. H., Mirasyedioğlu Ş., Akpınar, A. (2004). “Matematik Öğretimi İlköğretim 6–8”. (Birinci Baskı). Ankara: Asil Yayın Dağıtım.

Jitendra, A. K., Griffin, C. C., Buchman, A. D. ve Sczesniak, E. (2007). "Mathematical problem solving in third-grade classrooms". *The Journal of Educational Research*, 100(5), 282-302.

Kaptan, F. ve Korkmaz, H. (2001). "İlköğretim Okullarında Fen Bilgisi Dersinin Uygulanmasında Karşılaşılan Güçlükler", *Çağdaş Eğitim*, 281, 19–26.

Karaçay, T. (1985). "Matematik Öğretiminin Bugünkü Durumu ve Değerlendirilmesi: Matematik Öğretimi ve Sorunları". Ankara: Türk Eğitim Derneği Yayınları.

Karataş, İ. ve Güven, B. (2004). "8. sınıf öğrencilerinin problem çözme becerilerinin belirlenmesi: Bir özel durum çalışması". *Milli Eğitim Dergisi*, 163.

Katkat, D. ve Mızrak, O. (2003). "Öğretmen Adaylarının Pedagojik Eğitimlerinin Problem Çözme Becerilerine Etkisi". *MEB Dergisi*, 158.

Kayan, F. (2007). "İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Problem Çözmeye Yönelik İnanışları", Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Ankara. Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Kertil, M. (2008). "Matematik Öğretmen Adaylarının Problem Çözme Becerilerinin Modelleme Sürecinde İncelenmesi". Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Ana Bilim Dalı. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. İstanbul.

Kılıç, Ç. (2009). "İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Problemlerin Çözümlerinde Kullandıkları Temsiller", Yayınlanmamış Doktora Tezi, Eskişehir: Anadolu Üniversitesi.

Math-CATs (The Mathematical Thinking Classroom Assesment Techniques) (2007). <http://www.flaguide.org/cat/math/math/math7.php> Nisan 2013 tarihinde ulaşılmıştır.

Mayer, R. E. (1982). "The Psychology of Mathematical Problem Solving. In F. K. Lester & Garofalo (Eds)", *Mathematical Problem Solving: Issues in Research* (1-13). Philadelphia: Franklin Institute Press.

Milli Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı (MEB), (2005). Ortaöğretim Matematik (9,10,11 ve 12) Sınıflar Dersi Öğretim Programı, Ankara.

MEB. (2009), Matematik 6-8. Sınıflar Öğretim Programı, Ankara

Morgan, C. T., (1999). “Psikolojiye Giriş”. Ankara: Netekson A.Ş.

NCTM, (2000). “Principles and Standarts for School Mathematics”. National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA.

Oğuzkan, F. (1989). “Orta Dereceli Okullarda Öğretim (Amaç ilke, Yöntem ve Teknikler)”. Ankara: Emel Matbaacılık.

Olkun, S. ve Toluk, Z. (2003), “İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi, Ankara, Anı Yayıncılık

Orton, A. ve Frobisher, L. (2004). “Insights into Teaching Mathematics”. New York: Continuum International Publishing. 0-8264-7748-8.

Otacıoğlu, G.S. (2007). “Eğitim Fakültelerinin Farklı Branşlarda Eğitim Alan Öğrencilerin Problem Çözme Beceri Düzeylerinin Karşılaştırılması”, Eurasian Journal of Educational Research, 29, 73-83.

Özdaş, A. (1996). “Ülkemizdeki Genel Eğitim Sorunları İçerisinde Matematik Eğitimi ve Sorunları”. *Eskişehir Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 6(2), 55-69.

Özdemir, Ş. (2012). “İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Çoklu Temsiller Kullanılarak Problem Çözme Algılarının Açımsanması”. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Özgen, K. ve Pesen, C. (2010). “Probleme Dayalı Öğrenme (PDÖ) Yaklaşımı İle İşlenen Matematik Dersinde Öğrencilerin Problem Çözme Becerilerinin Analizi”. *Milli Eğitim Dergisi*, 186, 27-37.

Özgün, D. (2012). “İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Problem Çözme Sürecinde Ürettiği Matematiksel Modellerinin Nitel Bir Yaklaşımla İncelenmesi”. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Kayseri, Erciyes Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Özsoy, G. (2007). “İlköğretim Beşinci Sınıfta Üstbiliş Stratejileri Öğretiminin Problem Çözme Başarısına Etkisi”. Yayımlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi

Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı Sınıf Öğretmenliği Bilim Dalı, Ankara.

Peresini, D. ve Webb, N. (1999). “Analyzing mathematical reasoning in students’ responses across multiple performance assessment tasks”. Developing mathematical reasoning in grades K-12 / Lee V. Stiff, 1999 yearbook editor, National Council of Teachers of Mathematics, Reston, Virginia.

Pesen, C. (2003). “Eğitim Fakülteleri ve Sınıf Öğretmenleri İçin Matematik Öğretimi” (Birinci Baskı) Ankara: Nobel Yayın Dağıtım

Polya, G. (1957). “How to solve it”. Second Edition dü. New Jersey: NJ: Princeton University Pres. 0-691-08097-6.

Polya, G. (1962). “Mathematical Discovery”. Combined Edition dü. s.l.:Wiley. 978-0471693338.

Schmidt, H., (1983). “Problem-Based Learning: Rationale And Description”. Medical Education Journal, 1(17), 11-16.

Schoenfeld, A. H. (1989). “Explorations of students’ mathematical beliefs and behavior”. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(4), 338-355

Semerci, N. (2005). “Problem Temelli Öğrenme ve Öğretmen Yetiştirme”, Milli Eğitim Dergisi. Sayı: 166.

Sertöz, S. (2008). “Matematiğin Aydınlik Dünyası”. Ankara: TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları.

Sezgin, G., Çalışkan, S., Çallica, H., Ellez, M. ve Kavcar, N., (1998). “Fen Öğretiminde Problem Çözme Stratejilerinin Kullanımına Yönelik Bir Çalışma”. Ankara, M. E. Basımevi.

Sherman, H. J., Richardson L. I. ve Yard, G. J. (2005). “Teaching children who struggle with mathematics: A systematic approach to analysis and correction”. New Jersey: Pearson Education Ltd.

Souviney, R. J. (1989). “Learning To Teach Mathematics”. s.l.:Merrill Pub. Co.

Stoyanova, E. (2005). "Problem solving strategies used by years 8 and 9 students". *Australian Mathematics Teacher*, 61(3), 6-11

Tanışlı, D. ve Sağlam, M. (2006). "Matematik öğretiminde işbirlikli öğrenmede bilgi değişme tekniğinin etkililiği". *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, 2 (2).

Umay, A. (2003). "Matematiksel Muhakeme Yeteneği", *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234-243.

Wegerif, R. (2002). "Literature review in thinking skills, technology, and learning". Bristol, England: NESTA.

Yenilmez, K. ve Uysal, E. (2007). "İlköğretim Öğrencilerinin Matematiksel Kavram ve Sembollerini Günlük Hayatla İlişkilendirebilme Düzeyi". *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 89-98.

Yıldırım, C. (1996). "Matematiksel Düşünme". İstanbul: Remzi Kitabevi.

Yıldırım, K., Tarım, K., ve İflazoğlu, A. (2006). "Çoklu Zekâ Kuramı Destekli Kubaşık Öğrenme Yönteminin Matematik Dersindeki Akademik Başarı ve Kalıcılığa Etkisi". *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, 2 (2), 81-96.

EKLER

Ek-1 Problem Çözme Seçmeli Dersine Ait Ön Test Uygulama Soruları

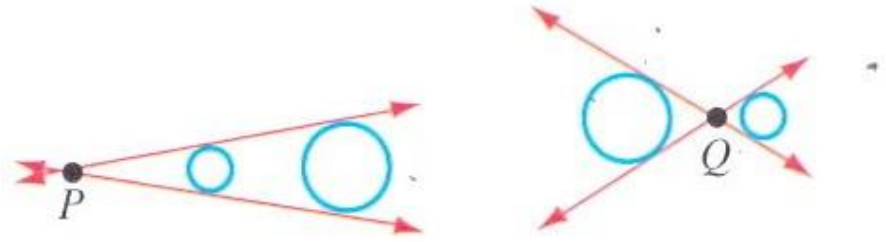
1-) Bir odada 50 evli çiftten oluşan 100 kişi bulunmaktadır. Farz edelim ki hiçbir evli çift kendi arasında tokalaşmayacaktır. Ama herkes kesinlikle birbiriyle bir kez tokalaşacaktır. Buna göre kaç tokalaşma gerçekleşir?

2-) Güvercinlerin dörtte üçü güvercin yuvalarının üçte ikisini işgal etmektedir ve güvercinlerin diğer dörtte biride etrafta uçmaktadır. Eğer bütün güvercinler yuvalarındaysa sadece 5 yuva boş kalmaktadır. Buna göre kaç güvercin ve kaç güvercin yuvası vardır? Aşağıdaki şemaya dayalı bir cevap veriniz, diyagrama etiketler ekleyiniz ve dikkatlice açıklayınız:

3-) p asal sayı, b ve c doğal sayı ve p bölür bc ise bu durumda p bölür b ve ya p bölür c yi olmak zorundadır. İspatlayınız.

4-) P noktası aşağıdaki şemada bir çift çember ile bunlara dıştan teğet iki çift doğrunun kesişimini gösteriyor. Q noktası iki çemberin içten teğet iki doğrunun kesişimini göstermektedir.

Hepsi farklı yarıçapta olan ve hiçbir çember diğeriyle kesişmemek ve hiçbir çember diğeri kapsamak üzere C_1, C_2 ve C_3 olmak üzere üç çember çizin. C_1 ve C_2 nin dıştan teğet iki doğrunun kesişimi P ve sırasıyla Q ve R bir çift çember C_2C_3 ve C_1C_3 ün içten teğet iki doğrunun kesişimidir. Çiziminiz tarafından ne sonuç önerirsiniz? Diğerleri ile karşılaştırın.



5-)34 ve 54ün çarpımının sonucunu bulmak için örneğin 34 ü art arda 2 ye bölün(oluşan kalanları yok sayın) ve 54ü art arda 2 ile çarpın. Bu aşağıdaki listeyi verir:

34	54
17	108
8	216
4	432
2	864
1	1728
	1836

Şimdi sol taraftaki sütunda çift sayıları ve sağ taraftaki sütunda eşlik eden numaraların üzerini çiziceğiz. İstenen sonucu bulmak için sağ sütunda kalan sayıları toplayacağız. Programın nasıl çalıştığını görmek için $34 \cdot 54 = 1836$ ve $17 \cdot 108 = 1836$ sonuçlarını inceleyin. Ayrıca $8 \cdot 216$, $4 \cdot 432$ ve $2 \cdot 864$ çarpımlarının sonuçlarını inceleyin.

- 34.54 ve 17.108 çarpımlarının sonucu niçin aynıdır?
- 17.108 ve 8.216 çarpımlarının sonuçları niçin farklıdır? Ne kadar farklıdır?
- 8.216 , 4.432 , 2.864 ve 1.1728 niçin tümünün sonuçları aynıdır?
- russian peasant algorithm çalışmasının açıklayan kısa bir paragraf yazın.
- 29.81 ve 11.243 işlemlerini russian peasant algorithm kullanarak açıklayınız.

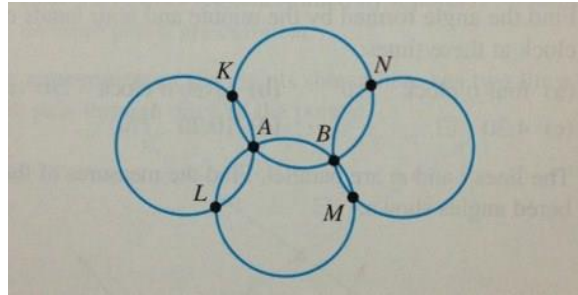
Ek-2 Problem Çözme Seçmeli Dersine Ait Son Test Uygulama Soruları

1-) Bir sınıfta 50 kız 50 erkek öğrenci vardır. Herkes en az bir kez tokalaşacak ama kızlar kendi arasında tokalaşmayacaklardır. Buna göre kaç tokalaşma gerçekleşir?

2-) Arabaların beşte dördü otoparktaki yerlerin dörtte birini işgal etmektedir ve arabaların beşte biri trafikte dolaşmaktadır. Eğer bütün arabalar otoparkta park halindeyse, otoparkta sadece 55 park yeri boş kalmaktadır. Buna göre kaç araba ve otoparkta kaç park yeri vardır? Bu soruya uygun bir şema çizerek soruyu çözünüz.

3-) Pozitif iki asal sayıdan biri ötekini bölerse bu asal sayıların birbirine eşit olduğunu gösteriniz.

4-) A noktasından geçen aynı boyutta üç çember çizilmiştir. B, K ve L çember çiftlerinin kesim noktasıdır. Şimdi B noktasından geçen ve diğer üç çember ile aynı boyutta bir çember çizelim ve bu çember çiftlerinin diğer kesişim noktaları M ve N olsun. Yani

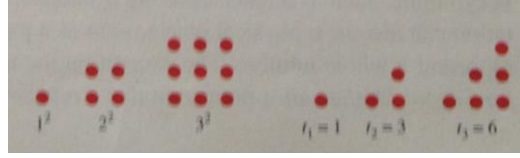


a-) KL ve MN doğrularını çiziniz. Bu iki doğru hakkında ne söylenebilir.

b-) LM ve KN doğrularını çiziniz. Bu iki doğru hakkında ne söylenebilir.

c-) AB doğrusunu çiziniz. Daha önceki çizdiğiniz doğrular ile arasında nasıl bir ilişki vardır.

5-) Üçgensel ve kare sayıların burada gösterildiği şekilde nokta modelleri olarak temsil edilebildiğini unutmayın.



(a) $t_3 + t_3 = 3 \cdot 4$ ve $t_4 + t_4 = 4 \cdot 5$ olduğunu gösterecek şekilde nokta şekiller çiziniz. Tümevarımlı matematiksel muhakeme becerisi ile neden

$$t_n = \frac{n(n+1)}{2} ?$$

olduğu sonucuna varabilirsiniz?

(b) $t_3 + t_4 = 4^2$ ve $t_4 + t_5 = 5^2$ olduğunu gösterecek şekilde nokta şekiller çiziniz. Hangi genellemeyi yapabilirsiniz?

(c) $7^2 = 1 + 8t_3$ ve $9^2 = 1 + 8t_4$ gösterecek şekilde nokta şekiller çiziniz. (İpucu: 1 karenizdeki ortadaki çizgidir.) Tümevarımlı matematiksel muhakeme becerisi ile, $1 + 8t_{50}$ ile $1 + 8t_n$ 'nin değerleri sizce nedir?

Ek-3 Problem Çözme Seçmeli Dersinde Uygulama-1

1-) Bir odada n kişi vardır ve bunların her biri diğerleriyle bir kez tokalaşacaktır. Kaç tokalaşmanın meydana geldiğine dair genel soru en iyi deneyimle kazanılan kavrayışlarla oluşur.

- a) Eğer odada 3 kişi olursa kaç tokalaşma olur?
- b) Eğer odada 6 kişi olursa kaç tokalaşma olur?
- c) Eğer odada 200 kişi olursa kaç tokalaşma olur?
- d) Eğer odada n kişi olursa kaç tokalaşma olur?

Tokalaşma sorularının birçok çeşidi üretilebilir. Bu egzersiz matematikte zihinsel alışkanlıkların kullanımıyla ilgili diğer bir takım problemlere neden olur.

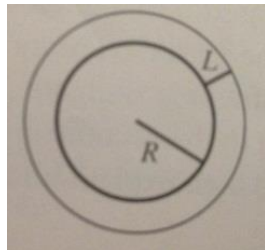
2-) İki kişilik bir oyun vardır. Bu oyunda masa üstünde 15 tane para vardır. Oyuncular sırayla oynar ve her bir oyunda bir, iki veya üç parayı masaüstünden alabilir. Son parayı alan oyunu kazanır. Oyunculardan herhangi biri oyunu kazanmayı garanti edebilecek stratejiyi üretebilir mi?(Burada daha basit durumları tekrarlayarak çözüme ulaşmanız beklenmektedir.)

3-) Sıkışık bir yerde çalışan öğrenci 12 tane rock cd si ve 12 tane klasik cd bulunan kutuya zorlukla ulaşabiliyor. Onun pozisyonu öyle ki kutunun içini göremiyor. 2 tane cd nin aynı tip olabilmesi için en az kaç tane cd alması gerekir?

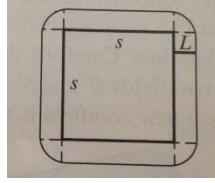
4-) Karayipler bir gemideki bayan yolculardan üçte ikisi erkek yolcuların altıda beşi ile evlidir. Gemideki bayan sayısı erkeklerden 9 fazla olduğuna göre gemide kaç yolcu vardır?

5-) Erin köpeği Nerd'e L uzunluğunda bir iple bağlayarak yürütüyor. Erin her zaman farklı yollarda yürüyüş yapıyor ve kendi yürüyüşünü Nerd'in yürüyüşüyle kıyaslıyor. Nerd Erinden ne kadar fazla yürür aşağıdaki durumlarda?

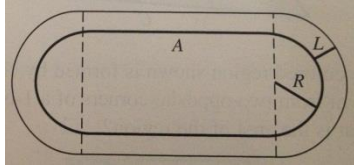
- a) R yarıçaplı çember etrafında



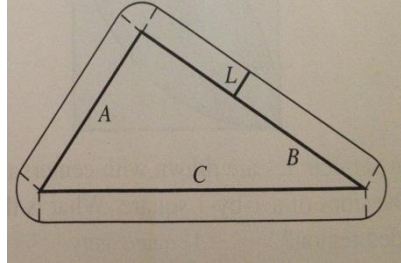
b) S kenar uzunluğuna sahip kare etrafında



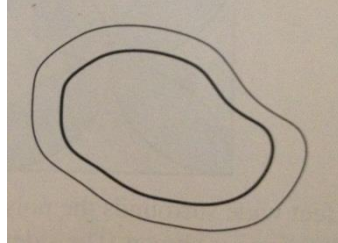
c)



d) Kenarları A, B ve C uzunluğunda olan üçgenin etrafında



e) Basit bir kapalı eğri etrafında (çokgene yaklaştır)



6-)

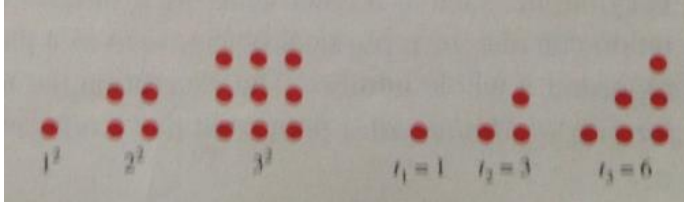
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\frac{a + b}{b} = \frac{c + d}{d}$$

Birinci ifade verildiğinde ikincisinin doğru olduğunu ispatlayınız.

Ek-4 Problem Çözme Seçmeli Dersinde Uygulama-2

1-)Üçgensel ve kare sayıların burada gösterildiği şekilde nokta modelleri olarak temsil edilebildiğini unutmayın.



- (a) $t_3 + t_3 = 3 \cdot 4$ ve $t_4 + t_4 = 4 \cdot 5$ olduğunu gösterecek şekilde nokta şekiller çiziniz. Tümevarımlı matematiksel muhakeme becerisi ile neden

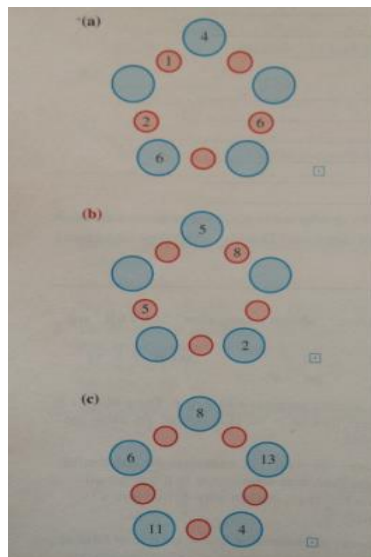
$$t_n = \frac{n(n+1)}{2} ?$$

olduğu sonucuna varabilirsiniz?

- (b) $t_3 + t_4 = 4^2$ ve $t_4 + t_5 = 5^2$ olduğunu gösterecek şekilde nokta şekiller çiziniz. Hangi genellemeyi yapabilirsiniz?

- (c) $7^2 = 1 + 8t_3$ ve $9^2 = 1 + 8t_4$ gösterecek şekilde nokta şekiller çiziniz. (İpucu: 1 karenizdeki ortadaki çizgidir.) Tümevarımlı matematiksel muhakeme becerisi ile, $1 + 8t_{50}$ ile $1 + 8t_n$ 'nin değerleri sizce nedir?

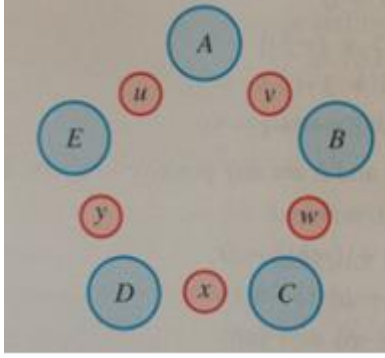
2-) Takip eden her bir sayı modelini, her bir mavi daire içindeki sayı hemen yanındaki kırmızı dairelerin içindeki iki sayının toplamı olacak şekilde doldurunuz. Her bir model ile ilgili çözümün benzersiz olup olmadığını gösteriniz.



(d) Genel sayı modelinde, A, B, C, D, ve E'nin bilinen tam sayılar olduğunu ve sizin, aşağıda yer alan koşullar altında, bilinmeyen tam sayılar u, v, w, x, y, ve z'yi çözmek istediğinizi farz edin:

$$u + v = A, v + w = B, w + x = C,$$

$$x + y = D, y + u = E. (*)$$

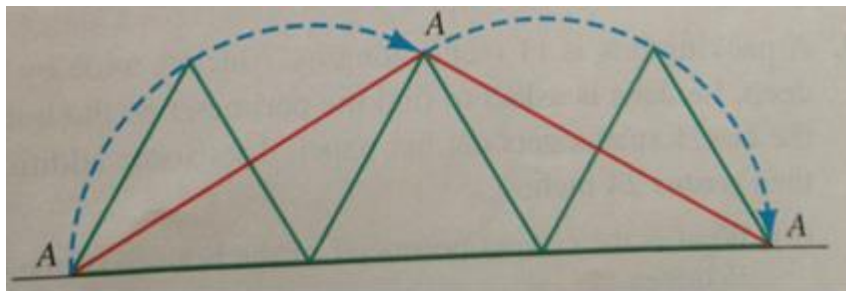


Eğer verilen sayıların toplamı çift ise, diyelim ki $A + B + C + D + E = 2S$ olsun, problemi eşsiz bir şekilde çözen w, v, w, x, y, ve z tam sayıları olduğunu gösteriniz. Bilhassa,

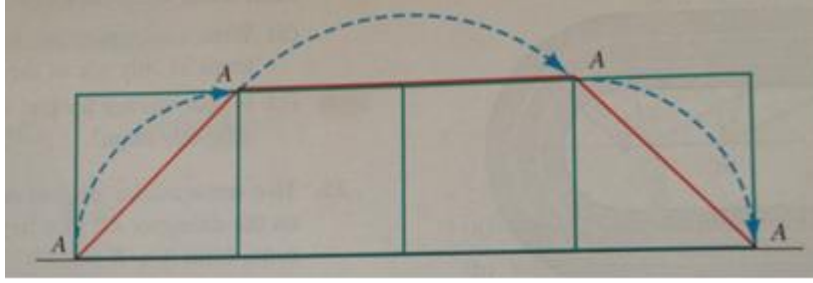
$u = S - B - D$ olduğunu gösterin, ve daha sonra v, w, x, y, ve z için benzer eşitlikler bulun. [eşitlikler üzerinde çalışırken akılda tutulması fayda sağlayacak bir uygulama, örneğin toplayarak ya da çıkartarak gibi, eşitliklerin kombine edilmesi ile ne öğrenilebileceğini görmektir. Öneri: (*)'deki beş eşitliğin tamamını toplayın.]

3-)Herhangi bir konunun öğretilmesi aşamasında, eğer şaşırtıcı ilginç sonuçlar konuya dâhil edilebilirse bu son derece yardımcı olacaktır. Örnek 10.8'in sonucu bu duruma bir örnek olup aşağıda yer alan problemlerin sonuçlarıdır:

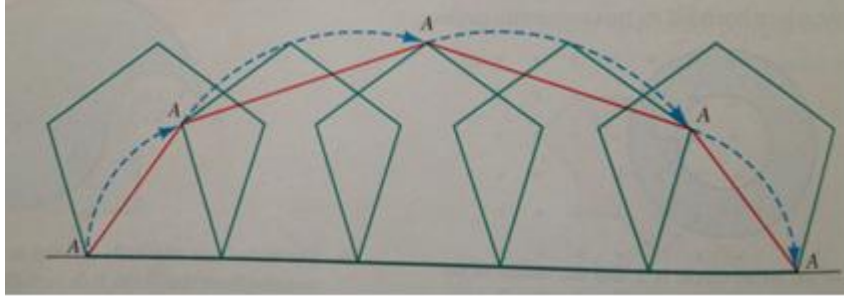
- (a) Bir tekerleği düz bir çizgi boyunca yuvarlamak yerine, aşağıda gösterildiği gibi eşkenar bir üçgeni “yuvarladığınızı” hayal edin. Üçgen soldan sağa doğru “yuvarlandıkça”, A noktası çizgi üzerinde başlar, üçgenin orta pozisyonunda yukarıya doğru hareket eder, ve şeklin sonundaki çizginin üzerinde tekrardan son bulur. Gösterilen şekli metrik cinsten bir cetvel ile çok dikkatli bir şekilde ölçün (ölçümlerinizi en yakın milimetreye yuvarlayarak tahmin edin), ve ardından eşkenar üçgenin ve A noktasının üç lokasyonunun oluşturduğu AAA üçgeninin alanını santimetre kare cinsinden belirleyin. Daha sonra AAA üçgeninin alanının eşkenar üçgenin alanına olan oranını hesaplayın.



- (b) Bir eşkenar üçgenin yuvarlamak yerine bu defa gösterildiği şekilde bir kareyi "yuvarlayın". Tekrardan, bu şekli bir metrik cetvel ile ölçün ve karenin alanını ve AAAA poligonal kavisinin altındaki alanı belirleyin. Daha önceki gibi, ayrıca poligonal kavisin alanı ile karenin alanının oranını belirleyin. (Bakınız Örnek 10.6, bölüm (a).)



- (c) (a) ve (b) numaralı kısımları tekrar edin, ancak bu defa gösterildiği şekilde düzgün bir beşgeni yuvarlayın.



- (d) (a), (b), ve (c) numaralı kısımları tekrar edin, ancak düzenli bir altıgen için yapın. (bakınız Örnek 10.6, bölüm (b).) Tam olarak 3
- (e) (a) ile (d) arasındaki parçaları kullanarak bir konjunktör oluşturun. □