



**T. C.
DİCLE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

**MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ ÜÇGENLERDE
EŞLİK VE BENZERLİK İLE İLGİLİ ALAN BİLGİLERİNİN
İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MERVE ÖTELEŞ

DİYARBAKIR-2025

**T. C.
DİCLE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

**MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ ÜÇGENLERDE
EŞLİK VE BENZERLİK İLE İLGİLİ ALAN BİLGİLERİNİN
İNCELENMESİ**

HAZIRLAYAN

Merve ÖTELEŞ

Tez Danışmanı

Dr. Öğr. Üyesi Ali İhsan MUT

DİYARBAKIR-2025

T.C
DİCLE UNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ
DİYARBAKIR

Merve ÖTELEŞ tarafından yapılan “Matematik Öğretmen Adaylarının Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik ile İlgili Alan Bilgilerinin İncelenmesi” konulu bu çalışma, jürimiz tarafından Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir

Jüri Üyesinin

Ünvanı Adı Soyadı

Başkan: Dr. Öğr. Üyesi Himmet KORKMAZ

Üye : Dr. Öğr. Üyesi Ali İhsan MUT (Danışmanı)

Üye : Dr. Öğr. Üyesi Tuğba ÖRNEK

Tez Savunma Sınavı Tarihi: 10/10/2025

Yukarıdaki bilgilerin doğruluğunu onaylarım.

.../...../20

Doç. Dr. Sadreddin TUSUN

ENSTİTÜ MÜDÜRÜ

(MÜHÜR)

BİLDİRİM

Tezimin içerdığı yenilik ve sonuçları başka bir yerden almadığımı ve bu tezi DÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsünden başka bir bilim kuruluşuna akademik gaye ve unvan almak amacıyla vermediğimi; tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ediyorum.

İmza:

Merve ÖTELEŞ

10/10/2025

ÖNSÖZ

Yüksek lisans eğitimim boyunca bilgi, birikim ve deneyimleriyle sürekli yanımda olan ve bu süreci olabildiğince verimli geçirmem için sürekli bana vakit ayıran, araştırma yapabilmem için bana yol gösteren değerli tez danışmanım Dr. Öğretim Üyesi Ali İhsan MUT hocama teşekkürlerimi sunarım.

Tez savunma sürecinde çok kıymetli katkılarıyla beni yalnız bırakmayan muhterem hocalarım Dr. Öğretim Üyesi Tuğba ÖRNEK ve Dr. Öğretim Üyesi Himmet KORKMAZ'a teşekkür ederim.

Hayatım boyunca bana güvenip, destekleyerek yanımda olan Annem ve Babama ve bütün aileme sevgi ve hürmetlerimi sunarım.

Merve ÖTELEŞ

ÖZET

Matematik Öğretmen Adaylarının Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik ile İlgili Alan Bilgilerinin İncelenmesi

ÖTELEŞ, Merve

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Ali İhsan MUT

Temmuz-2025, 12 + 78 sayfa

Bu çalışmada üçgenlerde eşlik ve benzerlik bağlamında matematik öğretmen adaylarının alan bilgilerinin incelenmesi amaçlanmaktadır. Nitel yönelimli betimsel araştırma yönteminin benimsendiği bu araştırmanın katılımcılarını, 2023-2024 eğitim-öğretim yılında bir devlet üniversitesinin matematik ve ilköğretim matematik öğretmenliği programlarının 1., 2., 3. ve 4. sınıflarında öğrenim gören 188 matematik öğretmen adayı oluşturmaktadır. Araştırmanın katılımcıları kolay ulaşılabilir durum örnekleme yöntemiyle belirlenmiştir. Veri toplama aracı olarak, eşlik teoremi, eşlik aksiyomu (postulatı), benzerlik teoremi ve benzerlik aksiyomu (postulatı) kullanılmasını gerektiren toplamda altı etkinlikten oluşan etkinlik yaprağı kullanılmıştır. Katılımcıların etkinliklere yönelik olarak ürettikleri çözümler içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir.

Elde edilen bulgular, matematik öğretmen adaylarının üçgenlerde eşlik ve benzerlik ile ilgili alan bilgilerinde ciddi eksikliklerinin olduğunu ortaya koymuştur. Bulgular özel olarak; matematik öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun üçgenler arasındaki eşlik ve benzerlik etkinliklerini, ilgili eşlik ve benzerlik aksiyomlarını

(postulatlarını) veya teoremlerini belirtmeden yalnızca iki üçgen arasında sembolik eşlik veya benzerlik kurarak çözdüklerini, çözüm süreçlerinde yeterli açıklama yapmadıklarını, çözümlerinin kavramsal bilgidен daha ziyade işlemsel bir nitelikte olduğunu, çözümlerinin matematiksel terminolojiyi kapsamadığını ve matematiğin formel yapısını yansıtmadığını göstermektedir. Bu çalışmada elde edilen bulgular ışığında uygulamaya ve gelecekteki araştırmalara yönelik çeşitli önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Alan bilgisi, geometri öğretimi, matematik eğitimi, matematik öğretmen adayları, üçgenlerde benzerlik, üçgenlerde eşlik.

ABSTRACT

Investigation of Preservice Mathematics Teachers' Content Knowledge on Congruence and Similarity of Triangles

This study investigates the content knowledge of prospective mathematics teachers concerning the concepts of congruence and similarity in triangles. The research was conducted during the 2023–2024 academic year with first-, second-, third-, and fourth-year students enrolled in the Mathematics Education and Elementary Mathematics Education departments at a public university. An activity sheet comprising six questions was developed for the study. This sheet included two congruence theorems, one congruence postulate, two similarity theorems, and one similarity postulate. The data were collected from a total of 188 prospective teachers and analyzed accordingly.

The results of the content analysis revealed that prospective teachers had significant deficiencies in their understanding of triangle congruence and similarity. Although a majority of the participants were able to solve problems using congruence and similarity rules between triangles, they often did so without explicitly stating which congruence or similarity postulate/theorem they were applying. Furthermore, it was observed that they generally did not provide adequate explanations and failed to use mathematical language effectively. Based on these findings, it is recommended that similar research be conducted with in-service elementary and secondary mathematics teachers.

Keywords: Content knowledge, similarity, congruence, mathematics education, triangle similarity, triangle congruence.

İÇİNDEKİLER

Sayfa no

ÖNSÖZ	i
ÖZET	ii
ABSTRACT	iv
İÇİNDEKİLER.....	v
TABLolar LİSTESİ	viii
ŞEKİLLER LİSTESİ	ix
EKLER LİSTESİ.....	xi
KISALTMALAR LİSTESİ	xii
1. GİRİŞ	1
1.1. PROBLEM DURUMU	1
1.2. ARAŞTIRMANIN AMACI	3
1.3. PROBLEM CÜMLESİ.....	4
1.4. ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ	4
1.5. SINIRLILIKLAR	5
1.6. VARSAYIMLAR.....	5
1.7. TANIMLAR	6
2. KAVRAMSAL ÇERÇEVE	7
2.1. GEOMETRİ VE GEOMETRİ ÖĞRETİMİ	7
2.2. EŞLİK VE BENZERLİK	8
2.3. ALAN BİLGİSİ.....	10
2.4. MATEMATİKSEL TERMİNOLOJİ VE AKSİYOMATİK YAPI	11

2.5.	İLGİLİ ARAŞTIRMALAR.....	13
3.	YÖNTEM.....	18
3.1.	ARAŞTIRMANIN MODELİ.....	18
3.2.	PİLOT ÇALIŞMA.....	19
3.3.	KATILIMCILAR	19
3.4.	VERİ TOPLAMA ARAÇLARI ve VERİ TOPLAMA SÜRECİ	20
3.5.	VERİ ANALİZİ.....	22
3.6.	GEÇERLİK VE GÜVENİLEBİLİRLİK.....	25
3.7.	ETİK KONULAR	30
4.	BULGULAR.....	31
4.1.	BİRİNCİ ARAŞTIRMA PROBLEMİNE AİT BULGULAR.....	31
4.1.1.	<i>Birinci Etkinliğe Ait Bulgular.....</i>	<i>31</i>
4.1.2.	<i>İkinci Etkinliğe Ait Bulgular.....</i>	<i>32</i>
4.1.3.	<i>Üçüncü Etkinliğe Ait Bulgular</i>	<i>33</i>
4.1.4.	<i>Dördüncü Etkinliğe Ait Bulgular.....</i>	<i>34</i>
4.1.5.	<i>Beşinci Etkinliğe Ait Bulgular</i>	<i>35</i>
4.1.6.	<i>Altıncı Etkinliğe Ait Bulgular</i>	<i>36</i>
4.2.	İKİNCİ ARAŞTIRMA SORUSUNA AİT BULGULAR	38
4.2.1.	<i>Matematik Öğretmen Adaylarının Eşlik ve Benzerlik Etkinliklerinde Gerekçe ve Aracı Gösteren Çözümlerin Dağılımı</i>	<i>40</i>
4.2.2.	<i>Matematik Öğretmen Adaylarının Eşlik ve Benzerlik Etkinliklerinde Gerekçeyi Gösterip Aracı Göstermeyen Çözümlerin Dağılımı</i>	<i>41</i>
4.2.3.	<i>Matematik Öğretmen Adaylarının Eşlik ve Benzerlik Etkinliklerinde Gerekçeyi ve Aracı Göstermeyen Çözümlerin Dağılımı</i>	<i>45</i>

4.2.4.	<i>Matematik Öğretmen Adaylarının Eşlik ve Benzerlik Etkinliklerinde Gerekçeyi Doğru Gösterip Aracı Yanlış Gösteren Çözümlerin Dağılımı</i>	49
4.2.5.	<i>Matematik Öğretmen Adaylarının Eşlik ve Benzerlik Etkinliklerinde Amacına Uygun Olmayan Çözümleri</i>	55
5.	TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER	62
5.1.	TARTIŞMA VE SONUÇ	62
5.2.	ÖNERİLER	66
6.	KAYNAKÇA	68
7.	EKLER	82

TABLÖLAR LİSTESİ

<u>Tablo No</u>	<u>Tablo Adı</u>	<u>Sayfa No</u>
Tablo 3.1.	Etkinlik yaprağında bulunan etkinliklerin eşlik ve benzerlik kriterlerine göre dağılımı.....	21
Tablo 3.2.	Çalışmada Kullanılan Temalar ve Alt Temalar.....	23
Tablo 4.1.	Matematik öğretmen adaylarının üçgenlerde eşlik ve benzerlik ile ilgili terminolojiyi kullanma durumları.....	31
Tablo 4.2.	Matematik öğretmen adaylarının eşlik ve benzerlik etkinliklerini çözme becerilerini kullanma durumları	39
Tablo 4.3.	Gerekçe ve aracı gösteren çözümlerin dağılımı	40
Tablo 4.4.	Gerekçeyi gösterip aracı göstermeyen çözümlerin etkinliklere göre dağılımı.....	41
Tablo 4.5.	Gerekçeyi ve aracı göstermeyen çözümlerin etkinliklere göre dağılımı.....	45
Tablo 4.6.	Gerekçeyi doğru gösterip aracı yanlış gösteren çözümlerin dağılımı	50
Tablo 4.7.	Matematik öğretmen adaylarının eşlik ve benzerlik etkinliklerine yönelik amacına uygun olmayan çözümlerinin dağılımı	55
Tablo 4.8.	Matematik öğretmen adaylarının eşlik ve benzerlik etkinliklerine yönelik amacına uygun olmayan çözümlerinin yöntemlerinin dağılımı	56
Tablo 4.9.	Çalışmada Kullanılan Temalar ve Alt Temalara Ait Katılımcı Sayıları	61

ŞEKİLLER LİSTESİ

<u>Şekil No</u>	<u>Şekil Adı</u>	<u>Sayfa No</u>
Şekil 3.1.	Etkinlik yaprağında altıncı etkinliğin gerekçe ve aracı gösterilen örnek çözümü	24
Şekil 4.1.	İM3.10. kodlu katılımcının 1. etkinliğe ait çözümü.....	32
Şekil 4.2.	İM2.32. kodlu katılımcının 2. etkinliğe ait çözümü.....	33
Şekil 4.3.	İM3.10. kodlu katılımcının 3. etkinliğe ait çözümü.....	34
Şekil 4.4.	İM4.2. kodlu katılımcının 4. etkinliğe ait çözümü.....	35
Şekil 4.5.	İM2.17. kodlu katılımcının 5. etkinliğe ait çözümü.....	36
Şekil 4.6.	İM2.5. kodlu katılımcının 6. etkinliğe ait çözümü.....	37
Şekil 4.7.	İM2.7. kodlu katılımcının 6. etkinliğe ait çözümü.....	38
Şekil 4.8.	İM2.5. kodlu katılımcının 6. etkinliğe ait çözümü.....	41
Şekil 4.9.	M1.12. kodlu katılımcının 1. etkinliğe ait çözümü	42
Şekil 4.10.	İM1.11. kodlu katılımcının 2. etkinliğe ait çözümü.....	42
Şekil 4.11.	M2.17. kodlu katılımcının 3. etkinliğe ait çözümü	43
Şekil 4.12.	İM2.1. kodlu katılımcının 4. etkinliği ait çözümü	43
Şekil 4.13.	İM2.4. kodlu katılımcının 5. etkinliğe ait çözümü.....	44
Şekil 4.14.	İM4.23. kodlu katılımcının 6. etkinliğe ait çözümü.....	45
Şekil 4.15.	İM1.1. kodlu katılımcının 1. etkinliğe ait çözümü.....	46
Şekil 4.16.	M1.11. kodlu katılımcının 2. etkinliğe ait çözümü	46
Şekil 4.17.	İM3.11. kodlu katılımcının 3. etkinliğe ait çözümü.....	47
Şekil 4.18.	İM4.18. kodlu katılımcının 4. etkinliğe ait çözümü.....	48
Şekil 4.19.	İM4.1. kodlu katılımcının 5. etkinliğe ait çözümü.....	48
Şekil 4.20.	İM1.27. kodlu katılımcının 6. etkinliğe ait çözümü.....	49

Şekil 4.21. İM2.25. kodlu katılımcının 1. etkinliğe ait çözümü.....	50
Şekil 4.22. İM3.19. kodlu katılımcının 2. etkinliğe ait çözümü.....	51
Şekil 4.23. M1.15. kodlu katılımcının 3. etkinliğe ait çözümü	52
Şekil 4.24. İM4.21. kodlu katılımcının 4. etkinliğe ait çözümü.....	53
Şekil 4.25. İM2.13. kodlu katılımcının 5. etkinliğe ait çözümü.....	54
Şekil 4.26. M2.12. kodlu katılımcının 6. etkinliğe ait çözümü	54
Şekil 4.27. M1.10. kodlu katılımcının 1. etkinliğe ait çözümü	57
Şekil 4.28. M1.13. kodlu katılımcının 2. etkinliğe ait çözümü	57
Şekil 4.29. M2.6. kodlu katılımcının 3. etkinliğe ait çözümü	58
Şekil 4.30. İM3.1. kodlu katılımcının 4. etkinliğe ait çözümü.....	58
Şekil 4.31. İM4.27. kodlu katılımcının 5. etkinliğe ait çözümü.....	59
Şekil 4.32. İM1.34. kodlu katılımcının 6. etkinliğe ait çözümü.....	60

EKLER LİSTESİ

EK 1: Eşlik ve Benzerlik Etkinlik Yapağı

EK 2: Etik Kurul İzni



KISALTMALAR LİSTESİ

AAA : Aç1-Aç1

AKA : Aç1-Kenar-Aç1

KAK : Kenar-Aç1-Kenar

KKK : Kenar-Kenar-Kenar



1. GİRİŞ

Bu bölümde; problem durumu, araştırmanın amacı, problem cümlesi, alt problemler, araştırmanın önemi, sınırlılıklar, varsayımlar ve tanımlar üzerinde durulmuştur.

1.1. PROBLEM DURUMU

Matematik, sınırsız bir kapsam ve derinliğe sahip çok yönlü bir bilimdir (İlgar ve Gülten, 2013). Matematiğin en eski dallarından biri olan geometri, düzlemsel ve uzamsal şekil kavramlarını içeren matematikteki önemli öğrenme alanlarından biri olarak bilinir (Fidan ve Türnüklü, 2010). Dolayısıyla, geometri öğretimi dikkatli bir şekilde planlanması gereken bir alandır. Geometrinin; öğrencilerin görselleştirme, eleştirel düşünme, sezgi, bakış açısı, problem çözme, hipotez üretme, akıl yürütme, mantıksal argüman ve ispat becerilerinin geliştirilmesine katkıda bulunduğu belirtilmektedir (Faggiano, 2012; Jones, 2002). Bireyler, günlük yaşamlarında veya meslek hayatlarında geometrideki şekiller ve kavramlarla sadece karşılaşmakla kalmayıp söz konusu şekilleri ve kavramları birçok problemin çözümlerinde de kullanırlar (Turgut ve Yılmaz, 2007).

Geometrinin temellerini; nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve düzlem gibi çoğunlukla soyut kavramlar oluşturduğu için geometri öğrencilerin zorluk çektiği öğrenme alanlarından biridir. Geometri öğrenme alanındaki diğer kavramlar bu kavramların üzerine kurulmuştur. Bu kavramlardan bir tanesi de üçgendir (Fey, 1982). Üçgenler geometrideki en temel düzlemsel şekillerden biri olup günlük hayatta, özellikle mimari yapılarda sıkça karşılaşılmaktadır. Geometri öğretiminin temeli olarak kabul edilebilecek kavramlardan biri olan üçgen kavramı, daha karmaşık geometrik kavramların öğretiminde sıklıkla kullanılmaktadır (Kaplan ve Hızarcı, 2005). Ayrıca, üçgenlerin özelliklerinden hareketle diğer geometrik şekillerin ve yapıların oluşturulmasında, onların alan hesaplamalarında ve özelliklerinin incelenmesinde üçgenlerden faydalanılmaktadır (Fey, 1982). Üçgen kavramı, çokgenlerin özel bir biçimi olarak ifade edilmekte olup birçok önemli özelliğe sahiptir. Üçgenleri inceleyerek diğer çokgenler hakkında da bilgi edinmek mümkündür (Argün vd.,

2014). Üçgenlerin sahip oldukları özelliklerin önemli bir kısmının ispatında eşlik ve benzerlik kavramlarından yararlanılır (Güven, 2016).

Üçgenlerde eşlik ve benzerlik, geometrinin başlangıcından itibaren üzerinde çalışılan konuların arasında yer almakta ve tarihi en az geometri kadar eskiye dayanmaktadır (Baykul, 2009). Geometrinin temel öğelerinden biri olma konumundaki eşlik ve benzerlik, öğrencilerin matematiksel bağlantı ve matematiksel kanıtlama becerilerini geliştirme potansiyelindedir. Ayrıca, eşlik ve benzerlik kavramlarının bireylerin uzamsal yeteneklerini geliştirmelerine katkı sağlamanın yanı sıra birçok geometri probleminin çözümü için gerekli bir konu olduğu anlaşılmaktadır (Wijaya vd., 2021). Üçgenlerin eşliği ve benzerliği geometri tarihi içinde de ortaya çıkışından itibaren günlük hayatta karşılığı olan bir bağlam olarak belirlemektedir (Baykul, 2009). Örneğin, bir geminin karaya olan uzaklığını Thales'in üçgenlerde açı-kenar-açı eşlik teoremi yardımıyla hesapladığı tahmin edilmektedir (Burton, 1985). Mühendislik tasarımlarında ağırlıktan kaynaklanan basıncın eşit şekilde taşıyıcılara dağıtılması için eş üçgenler şeklinde destek elemanları kullanmıştır (Güven, 2016).

Günümüzde, okullarda geometri öğrenme alanında Euclid'in Elemanlar (Elements) adlı kitabından da yararlanılmaktadır (Morrow, 1970). Öğrenciler Türkiye'de ilkokulda "benzerlik" kavramıyla tanışır. Ancak "benzer üçgenler" kavramı özellikle 8. ve 9. sınıf matematik dersi öğretim programlarında yer almaktadır ([MEB], 2018). Söz konusu programda, iki üçgenin benzer olabilmesi için sağlanması gereken asgari koşullar, Kenar-Açı-Kenar (K.A.K.), Kenar-Kenar-Kenar (K.K.K.) ve Açı-Açı (A.A.) benzerlik kuralları ve benzerlik oranı vurgulanır. CCSSM'ye (2011) göre, sekizinci sınıfta öğrenciler eşliği ve geometrik modellerin benzerliğini öğrenmeye başlar. Öğrencilere lise eğitimlerinde ise daha karmaşık ve detaylı beceriler öğretilir. Örneğin, öğrencilerin iki üçgenin eş olup olmadığını teoremler ve postulatlar kullanarak belirlemeleri beklenir.

Öklid geometrisi geçmiş yıllar boyunca ünlü matematikçilerin üzerine tartıştığı bir konu olmasına rağmen literatürde yapılan çalışmaların özellikle de öğretmen adayları ve öğretmenler ile yapılmış çalışmaların sayısı ve çeşitlilik bakımından yetersiz olduğu görülmüştür. Alanyazın incelendiğinde üçgenler ile ilgili yapılmış çalışmalar (Uygun ve Akyüz, 2016; Kaplan ve Hızarcı, 2005), Öklid geometrisi ile ilgili yapılmış çalışmalar (Altun, 2020; Çevik, 2006), üçgenlerde eşlik ve benzerlik konusu ile ilgili yapılmış çalışmalar (Dündar ve Gündüz, 2017;

Ubah ve Bansilal, 2019; Karğı ve Kurtuluş, 2024) olduğu görülse de öğretmen ve öğretmen adaylarının eşlik ve benzerlik konu alan bilgisini inceleyen çalışmalara rastlanılmamıştır.

1.2. ARAŞTIRMANIN AMACI

Geometri, birçok öğrenci tarafından öğrenilmesi güç bir disiplin olarak görülmekte olup, bu durum öğretmenlerin sahip olduğu konu alan bilgisinin niteliğini daha da önemli hale getirmektedir. Literatürde, öğretmen adaylarının alan bilgisine ilişkin yetersizliklerinin büyük ölçüde konu alan bilgisi eksikliklerinden kaynaklandığı vurgulanmaktadır (Brown ve Borko, 1982; aktaran Çakmak vd., 2014). Geometrik kavramların hem öğrenilmesi hem de öğrencilere etkili bir şekilde aktarılabilmesi için öğretmenlerin yeterli düzeyde konu alan bilgisine sahip olmaları gerekmektedir. Nitekim öğretmenlerin sahip oldukları alan bilgisi, öğrencilerin mevcut bilişsel yapılarını harekete geçirerek yeni öğrenmelerin inşa edilmesinde belirleyici bir rol oynamaktadır (Champagne vd., 1983).

Geometri üzerine yapılan çalışmalar günümüzde giderek önem kazanmaktadır. Matematiğin temel alt alanlarından biri olan geometrinin yapı taşlarından biri sayılan eşlik ve benzerlik konuları, Öklid geometrisinin merkezi kavramları arasında yer almaktadır. Bu kavramlara yönelik alan bilgisinin öğretmen adayları tarafından yeterli düzeyde kazanılması, öğrencilerin geometri öğreniminde karşılaştıkları kavramsal ve uygulamaya dönük güçlüklerin giderilmesine katkı sağlayacaktır (Konyalıoğlu vd., 2012).

Tüm bunların ışığında bu araştırmanın temel amacı, matematik öğretmen adaylarının Öklid geometrisinin temel konularından biri olan üçgenlerde eşlik ve benzerlik konusuna ilişkin alan bilgilerini incelemektir. Bu doğrultuda, matematik öğretmenliği ve ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programlarında öğrenim görmekte olan öğretmen adaylarına, her biri eşlik ve benzerlik konularını içeren üçer problemten oluşan etkinlik yaprağı uygulanmıştır. Uygulanan bu etkinlik aracılığıyla, öğretmen adaylarının söz konusu kavramlara ilişkin alan bilgilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda bu araştırmanın problem cümleleri aşağıda belirtilmiştir.

1.3. PROBLEM CÜMLESİ

1. Matematik öğretmen adaylarının üçgenlerde eşlik ve benzerlik ile ilgili terminolojiyi kullanma durumları nasıldır?
2. Matematik öğretmen adaylarının eşlik ve benzerlik ile ilgili alan bilgileri nasıldır?

1.4. ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ

Üçgenlerde eşlik ve benzerlik kavramları, Öklid geometrisinin temel yapı taşlarından biri olarak kabul edilmekte ve okul matematiği kapsamında geometri öğretiminin merkezinde yer almaktadır. Bu nedenle, bu kavramların öğrenciler tarafından doğru biçimde kavranması ve öğretmenler aracılığıyla etkili bir şekilde aktarılması, geometri öğretiminin niteliği açısından kritik öneme sahiptir. Özellikle eşlik ve benzerlik kavramları, öğrencilerin geometrik ilişkileri anlama, ispat yapabilme, problem çözme ve mantıksal çıkarım geliştirme becerilerini destekleyen temel yapıtaşlarıdır.

Alanyazında, matematik öğretmen adaylarının üçgen kavramına yönelik bilgi düzeyleri ve kavramsal anlayışları üzerine çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Örneğin; öğretmen adaylarının üçgenlerle ilgili tanımlamalarını ve kavram algılarını inceleyen çalışmalar (Burger ve Shaughnessy, 1986; Tsamir vd., 2015; Ulusoy, 2021; Uygun ve Akyüz, 2016), üçgen kavramına yönelik bilgi düzeylerini değerlendiren araştırmalar (Kaplan ve Hızarcı, 2005), ikizkenar ve eşkenar üçgenlerin özelliklerine odaklanan çalışmalar (Altıparmak ve Gürçan, 2021; Chinnappan vd., 2012; Gutiérrez ve Jaime, 1998; Jin ve Wong, 2021; Senk, 1989; Serow, 2006; Ubuz, 2017; Ubuz ve Aydın, 2018; Usiskin, 1982), ve öğrencilerin eş ve/veya benzer üçgenlere ilişkin teoremleri nasıl algıladıklarını analiz eden araştırmalar (Hadas vd., 2000; Hoyles, 1998; Jones vd., 2013) bu alanda dikkat çekmektedir. Ayrıca, konuya ilişkin hatalı soru ve yanıtların analiz edilerek öğretmenlerin alan bilgilerinin değerlendirildiği çalışmalar da bulunmaktadır (Altun, 2020).

Bu çalışmalar genel olarak geometri öğretiminin çeşitli bileşenlerini incelemiş olmakla birlikte, öğretmen adaylarının eşlik ve benzerlik kavramlarına ilişkin kavramsal bilgi düzeyleri ve bu bilgiyi günlük yaşamla ilişkilendirme becerilerini ele alan çalışmaların sınırlı olduğu belirtilmektedir (Dündar ve Gündüz, 2017). Ayrıca, öğretmen adaylarının benzerlik ilişkilerini ifade etme sürecinde kullandıkları semiyotik temsillerin etkilerini analiz eden çalışmalar da

bulunmaktadır (Ubah ve Bansilal, 2019). Ancak bu çalışmaların kapsam bakımından sınırlı oluşu, literatürde bu konuya yönelik önemli bir boşluk bulunduğunu ortaya koymaktadır.

Bu bağlamda, matematik öğretmen adaylarının eşlik ve benzerlik kavramlarına ilişkin alan bilgilerinin düzeylerini ortaya koymayı amaçlayan bu çalışma, literatürdeki söz konusu boşluğu doldurmaya yönelik özgün bir katkı sunmayı hedeflemektedir. Elde edilecek bulguların, öğretmen adaylarının üçgenlerde eşlik ve benzerlik bağlamında geometrik kavramları ne ölçüde kavradıklarını göstermesi ve öğretmen eğitimi programlarının içeriksel düzenlenmesine veri sağlaması bakımından önem taşıdığı düşünülmektedir. Ayrıca, matematiğin aksiyomatik yapısına dayanan bu temel kavramların öğretmen adayları tarafından nasıl anlamlandırıldığını ortaya koymak, hem geometri öğretimi hem de öğretmen yetiştirme sürecine katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1.5. SINIRLILIKLAR

1. Araştırma 2023-2024 eğitim-öğretim yılı, bir devlet üniversitesinde matematik öğretmenliği ve ilköğretim matematik öğretmenliği programlarında öğrenim gören 1., 2., 3. ve 4. sınıf matematik öğretmen adayları ile sınırlıdır.
2. Araştırmada toplanan veriler, matematik öğretmenliği ve ilköğretim matematik öğretmenliği programında öğrenim gören 1., 2., 3. ve 4. sınıf öğrencilerine sorulan eşlik ve benzerlik konusuna yönelik açık uçlu sorulardan oluşan etkinlik yaprağı ile sınırlıdır.

1.6. VARSAYIMLAR

1. Araştırmada kullanılan, üniversite öğrencilerinin eşlik ve benzerlik konuları hakkındaki alan bilgilerini ölçmeyi amaçlayan etkinlik soruları için alınan uzman görüşlerinin yerinde ve yeterli olduğu kabul edilmektedir.
2. Araştırmada kullanılan veri toplama aracının veri toplamada ve verileri yorumlamada yeterli olduğu kabul edilmektedir.
3. Üniversite öğrencilerinin veri toplama aracında yer alan soruları içtenlikle yanıtlamış oldukları kabul edilmiştir.

1.7. TANIMLAR

Geometri: Nokta, doğru, düzlemsel şekiller, uzay, uzaysal şekiller ve bunlar arasındaki ilişkilerle geometrik şekillerin uzunluk, açıklık, alan ve hacim gibi ölçülerini konu edinen matematiğin alt dalı (Baykul ve Aşkar, 1987).

Aksiyom (axiom): İspatlanmasına gerek duyulmayan; doğru olduğu kabul edilen önermelerdir. Aksiyomlar, matematiksel sistemlerin üzerine inşa edildiği başlangıç noktalarıdır. Ayrıca, aksiyomlar genellikle sezgisel olarak açık ve kabul edilebilir doğrular olarak tanımlanır ve bu doğrular, daha karmaşık yapılar (teoremler) için temel oluşturur (Smith ve Mikami, 2007)

Postulat (postulate): Aksiyomla benzer biçimde, doğruluğu ispat gerektirmeyen, sezgisel olarak kabul edilen önermelerdir. Genellikle belirli bir matematiksel sistemin (örneğin Öklid geometrisinin) yapısını tanımlamak için kullanılır. Özel olarak, Öklid'in beş postulatı, klasik geometri anlayışının temel yapı taşlarını oluşturur (Greenberg, 1993; Smart, 1988).

Teorem: Doğruluğu hemen anlaşılmayan (aşıkâr olmayan), ispat gerektiren önermelere denir. Dolayısıyla, ispatlanmış matematiksel bir önermedir. Aksiyomlar ve daha önceden ispatlanmış teoremler yardımıyla ve mantıksal çıkarımlarla doğruluğu ortaya konulan ifadelerdir. Teoremler genellikle “eğer ... ise ...” biçiminde koşullu yapılar içerir (Burton, 2011).

İspat: Bir matematiksel önermenin doğruluğunu ortaya koymak için kullanılan mantıksal süreçtir. Aksiyomlardan ve önceki teoremlerden yola çıkarak yapılan geçerli çıkarımlarla gerçekleştirilir. İspat, bir teoremin matematiksel geçerliliğini garanti altına alır (Velleman, 2006). Bir diğer ifadeyle, bir teoremin hipotezi doğru iken hükmünün de doğru olduğunun gösterilmesidir.

2. KAVRAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde, geometri ve geometri öğretimine, eşlik ve benzerliğe, alan bilgisine, matematiksel terminoloji ve aksiyomatik yapısına ve alanda yapılmış olan ilgili çalışmalara yer verilmiştir.

2.1. GEOMETRİ VE GEOMETRİ ÖĞRETİMİ

Geometri, uzay bilgisi ve şekilsel kavramları kapsayan matematik öğrenme alanının önemli bileşenlerinden biri olarak belirtilmektedir (Fidan ve Türnüklü, 2010). Geometri, matematik öğrenme alanının en köklü branşlarından biri olup doğru, nokta, düzlem, düzlemsel şekil, uzay, uzaysal şekil ve bu kavramlar arasındaki ilişkiler ile ilgilenen bir bilim dalı olarak tanımlanmıştır (Baykul, 2004). Bir başka ifadeyle geometri, içerdiği kavramlar, problem çözme durumları ve uygulamaları açısından matematiğin zengin bir dalı olarak ifade edilmiştir (Musser ve Burger, 1997). Dolayısıyla, geometri günlük hayatta, mühendislikte ve birçok bilim alanında, matematiksel model oluşturmada ve problemlerin çözümünde yaygın olarak kullanılan bir disiplin olarak belirmektedir (Aksu, 2005). Yaşamımızda sık kullandığımız nesnelerin ve doğada bulunan her bir varlığın geometrik bir şeklinin olması, farklı bilim alanlarında geometrik şekillerin ve cisimlerin var olması, matematiksel modeller oluştururken ve problem çözme süreçlerinde geometrik düşünceden faydalanılması, geometrinin eğitim-öğretim alanındaki yerini oldukça önemli kılmaktadır (Altun, 2004).

Geometri öğrenme alanındaki konular, öğrencilerin nesnel ve eleştirel düşünme, neden sonuç ilişkilerini kurabilme, soyut kavramları şekiller ve cisimler aracılığıyla somutlaştırma ve sayısal düşünme becerilerini geliştirmede önemli rol oynamaktadır. Geometri, şekiller ve cisimleri içerdiğinden dolayı öğrencilerin içinde yaşadığı dünyayı daha yakından tanımları noktasında yardımcı olmaktadır (Hacısalıhoğlu vd., 2004; Pesen, 2003). Geometriyi doğru bir şekilde anlayan kişi doğada bulunan gerçekleri ve bu gerçekler arasında bulunan ilişkileri kolay bir şekilde görebilir, farklı tanımlar yaparak içinde yaşadığı dünyayı daha iyi tanıyabilir (Gürefe ve Kan, 2013). Böylelikle, öğrenciler, etraflarındaki dünyayı ifade etmeye ve anlamlandırmaya

başlar, problem durumlarını çözer ve soyut kavramları daha iyi anlamak için şekilsel olarak ifade ederler (Gülten ve Gülten, 2004).

Clements vd., (1997), geometri ve sayısal düşünme arasında pozitif bir ilişkinin olduğunu belirtmiştir. Matematiğin tarihteki gelişimi incelendiğinde, geometrinin matematik disiplinine önemli ölçüde katkı sunduğu görülmektedir. Ayrıca, günümüzde matematiğin karmaşık ve soyut alana geçişinde görsel materyallerin ve modellerin kullanıldığı belirtilmektedir (Bishop, 1989). Matematiğin; sayılar ve işlemler, cebir, veri işleme gibi alt öğrenme alanlarına ait konularını görsel temsillerle birleştirerek matematiğin diğer alt dallarında uygulama alanına sahip olması geometriyi matematik öğretim programında önemli bir yere taşımaktadır (Sherard, 1981). Bu anlamda geometri, matematik ve alt dallarında, öğrenmeyi etkileyen, soyut kavramları şekil ve modellerle somutlaştıran yapısıyla matematikte önemli bir yere sahiptir.

2.2. EŞLİK VE BENZERLİK

Eş üçgenler, düzlem geometrisini öğretmek için gereken temel bilginin önemli bir parçasıdır (Patkin ve Plaksin, 2011). Eş üçgen, benzerlikle bağlantılı olduğu için önemli bir konuma sahiptir; çünkü iki üçgen eş ise, aynı zamanda 1:1 oranında kenarlara karşılık gelen bir oranda benzerdirler. Ayrıca, üçgen eşliğinin üç koşulu, diğer önermeleri kanıtlamak için de temel oluşturur (Jones vd., 2013). Baykul'a (2009) göre, düzlemsel iki şekil, boyutları ve formları aynıysa eştir ve eşlik, benzerliğin özel bir durumudur.

İki üçgen arasında yapılan birebir eşlemede, karşılıklı açıları eş veya uzunlukları karşılıklı kenarlarıyla orantılı olan üçgenlere “benzer üçgenler” denir. Benzerlik durumu “~” sembolüyle gösterilir (Üstündağ ve Pektaş, 2016). Genel olarak benzerlik, aynı boyutta olması gerekmeyen aynı şekil olarak da tanımlanır. Matematiksel anlamda benzerliğin kavramsallaştırılması, benzer şekillerdeki veya bir şekil içindeki ilgili uzunluklar karşılaştırıldığında orantılı bir ilişkinin gözlemlenmesini içerir (Seago vd., 2013). Baykul (2009), üst üste yerleştirilebilen şekillerin eş, aynı formlara sahip şekillerin ise benzer şekiller olduğunu belirtmiştir.

Bu kavramlar yalnızca geometri alanında değil, aynı zamanda analitik düşünme, modelleme ve problem çözme becerilerinin gelişiminde de önemli bir rol oynar. Özellikle

üçgenlerde eşlik ve benzerlik, birçok matematiksel ispatın ve uygulamanın temelini oluşturur. Eşlik ve benzerlik, matematik tarihinin ilk dönemlerinden itibaren önemini koruyan kavramlardır. Öklid'in Elemanlar adlı eserinde bu kavramlara geniş yer verilmiş ve birçok geometrik ispatın temelini oluşturmuştur. Özellikle benzerlik ilkeleri, Pisagor teoreminin kanıtlanmasında ve antik dönemdeki ölçme problemlerinin çözümünde yaygın olarak kullanılmıştır (Freudenthal, 1973). Eşlik ve benzerlik, öğrencilerin uzamsal ilişkileri kavrama, şekiller arasındaki yapısal benzerlikleri tanıma ve soyut düşünme becerilerini geliştirme açısından temel bir öğrenme alanıdır. Bu kavramlar, öğrencilerin geometri konularına ilişkin temel kavrayışlarını oluşturur ve ilerleyen matematiksel konulara zemin hazırlar (Battista, 2007). Ayrıca, öğrencilerin günlük yaşamda karşılaştıkları harita okuma, mimari tasarım, grafik okuma gibi birçok problem durumunu çözebilmesi açısından da eşlik ve benzerlik bilgisi önem taşımaktadır.

Üçgenlerde eşlik ve benzerlik kavramları, gerek matematiğin tarihsel süreçteki gelişimine olan katkıları gerekse günlük yaşamda karşılaşılan problem durumlarına çözüm üretmedeki işlevselliikleri nedeniyle, ilkökul düzeyinden itibaren ortaokul ve lise matematik öğretim programlarında yer aldığı görülmektedir. MEB (2023) tarafından yayımlanan Ortaokul ve Lise Matematik Dersi Öğretim Programı'nda eşlik ve benzerlik kavramlarına 8. ve 9. sınıf düzeylerinde yer verilmektedir. Ortaokul 8.sınıfta bu kavramlar, "Eşlik ve Benzerlik" alt öğrenme alanı kapsamında ele alınmış olup, söz konusu kavramların iki temel kazanım aracılığıyla öğrencilerin hem kavramsal düzeyde eşlik ve benzerlik ilişkilerini anlamaları hem de bu ilişkileri işlem basamağında uygulayabilmeleri amaçlanmıştır (MEB, 2023). Lise 9.sınıf düzeyinde ise üçgenlerde eşlik ve benzerliğin oluşması için gerekli asgari koşullar incelenmekte; böylece öğrencilerin verilen bir üçgenden yola çıkarak ona eş veya ona benzer yeni üçgenler oluşturma becerilerini geliştirmeleri hedeflenmektedir (MEB, 2023).

Araştırmalar, öğrencilerin eşlik ve benzerlik kavramlarını sıklıkla karıştırdıklarını ve bu kavramlara ilişkin doğru anlamlandırma yapmada zorlandıklarını ortaya koymuştur. Özellikle, benzerlikteki orantı ilişkisini kavramada ve bu ilişkileri problem çözme süreçlerine aktarmada öğrencilerin güçlük yaşadıkları belirtilmektedir (Clements ve Battista, 1992; Olkun ve Toluk Uçar, 2017). Bahsedilen bu kavramların somut örneklerle yeterince desteklenmemesinin ve

öğretim sürecinde görselleştirmeye yeterince yer verilmemesinin söz konusu zorlukların belirmesine kaynaklık ettiği söylenebilir.

Eşlik ve benzerlik kavramları hem tarihsel önemi hem de günümüz matematik eğitim-öğretim sürecinde taşıdığı değer nedeniyle vazgeçilmez bir yere sahiptir. Bu kavramların etkili bir şekilde öğretilmesi, öğrencilerin temel geometri bilgisini oluşturmalarının yanı sıra, ileri düzey matematiksel düşünme becerilerini kazanmalarına da katkı sağlaması düşünülmektedir.

2.3. ALAN BİLGİSİ

İyi bir öğretim, öğretmenin öğrenciler ve bulunduğu kültürel, politik ve sosyal ortam hakkında bilgi sahibi olmasını gerektirir (Ball ve McDiarmid, 1990). Öğrencilerini faydalı ve zengin bir tartışma ortamına dahil etmek isteyen bir öğretmenin öncelikle kendisinin tartışılacak konuda derin bilgiye sahip olması beklenir (Fernandez, 2005). Öğreteceği konuya yeterince hâkim olamayan bir öğretmenin, öğrencilerin öğrenmesine yardımcı olma konusunda yeterli olması beklenemez (Ball vd., 2008). Bu sebepten, öğretmen bilgisinin etkili öğretim ve öğrenmede ana faktör olduğu düşünülmektedir (Fennema ve Franke, 1992; Hill vd., 2008).

Etkili bir öğretim sürecinin temelini, öğretmenin sahip olduğu mesleki bilgi oluşturur. Bu bilginin en önemli bileşenlerinden biri ise alan bilgisidir (Shulman, 1986). Alan bilgisi, öğretmenin öğreteceği konuya ilişkin temel kavramları, yapıları, kuralları, ilişkileri ve ispatları derinlemesine bilmesini ve bu bilgileri bir bütünlük içinde anlamasını ifade eder (Ball vd., 2008). Bu bağlamda alan bilgisi, sadece bir içeriğin tanımlarına hâkim olmayı değil, aynı zamanda bu içerikle ilgili farklı temsilleri kullanabilmeyi, öğrencilerin olası hata ve yanlış anlamalarını öngörebilmeyi ve kavramlar arasındaki ilişkileri açıklayabilmeyi kapsar (Hill vd., 2008).

Öğretmenlerin sahip olduğu alan bilgisi, öğrencilerin matematiksel kavramları doğru ve anlamlı biçimde öğrenmelerini doğrudan etkiler (Fennema ve Franke, 1992). Öğretmenin alan bilgisinin yetersiz veya yüzeysel olduğu durumlarda, öğrencilerin kavramsal gelişimini etkili biçimde desteklemesi önemli ölçüde güçleşmektedir. Bu nedenle birçok araştırmacı, öğretmenlerin matematiksel bilgilerini derinleştirmeye yönelik öğretmen eğitimi programlarının önemini vurgulamaktadır (Ball vd., 2005).

Shulman (1986), etkili bir öğretmenin konu bilgisinin yanı sıra öğretimde kullanılacak belirli stratejilerin bilgisini içeren diğer bilgi türlerine de sahip olması gerektiğini savunmuştur. Öğrencilerin matematiksel yeterliliğinin gelişiminin öğretmenin matematiksel bilgisiyle bağlantılı olduğu birçok çalışma vardır (Ball vd., 2005). Dolayısıyla, öğretmenlerin matematik bilgilerinin öğrencilerin matematik başarıları üzerinde olumlu etkileri ifade edildiğinden, öğretmenlerin alan bilgisinin iyileştirilmesi öğrencilerin geometrideki başarılarını artırma potansiyelindedir. Öğretmenlerin geometri bilgisi; alan bilgisi ve ilgili bilgilerin bütününden oluşur. Geometrideki alan bilgisi, gerçekleri, geometri müfredatındaki bilgileri ve geometrik kavramları ifade eder. Öte yandan, ilgili bilgi, belirli konu alanlarının geometri ve matematikle veya diğer derslerin konularıyla ilişkisi olarak tanımlanabilir. Ayrıca, teknolojinin matematik öğretimine entegrasyonu da öğretmenin alan bilgisiyle doğrudan ilişkilidir. Dinamik geometri yazılımlarının (örneğin GeoGebra) kullanımı, öğretmenin geometrik yapıları hem görsel hem de işlevsel olarak sunabilmesini sağlar ve bu tür dijital araçların pedagojik amaçla nasıl kullanılacağına ilişkin bilgi de alan bilgisinin bir uzantısı olarak değerlendirilir (Zbiek vd., 2007).

2.4. MATEMATİKSEL TERMİNOLOJİ VE AKSİYOMATİK YAPI

Matematik, temeli sağlam bir aksiyomatik sisteme dayalı olarak yapılandırılmış bilimsel bir disiplindir. Aksiyomatik sistemler; ispatlanmadan doğru kabul edilen önermeler olan aksiyomlar, bu aksiyomlardan türetilen teoremler, kavramları tanımlamak için kullanılan tanımlar ve mantık kuralları ile şekillenir (Suppes, 1957). Matematiksel bilgi bu sistem üzerinden tündengelimsel olarak inşa edilir.

Geometri, bu yapının en klasik örneklerinden biridir. Öklid, M.Ö. 300 yıllarında kaleme aldığı Elemanlar adlı eseriyle, düzlem geometrisinin aksiyomatik temelini atmıştır. Beş postulat ve çeşitli tanımlar üzerine inşa edilen bu yapı, yüzyıllar boyunca geometrik düşünmenin temelini oluşturmuştur (Heath, 1956). Üçgenlerde eşlik ve benzerlik gibi kavramlar da bu aksiyomatik sistemin içinde yer alan ve teoremlerle tanımlanabilen yapılardır. Bu teoremler, doğrular, açı ölçüleri, paralellik ve oran kavramlarına dayalı olarak mantıksal çıkarımlarla ispatlanmaktadır (Hilbert, 1899; Moise ve Downs, 1991).

Geometri öğretiminin temel bileşenleri arasında yer alan eşlik ve benzerlik kavramları, öğrencilerin şekiller arasındaki ilişkileri anlamaları, genelleme yapabilmeleri ve ispat becerisi geliştirmeleri açısından kritik bir öneme sahiptir. Eşlik ($\cong$), iki üçgenin tüm açı ve kenarlarının birebir aynı (özdeş) olması durumudur. Benzerlik ($\sim$) ise, açılar eş (özdeş) iken, kenar uzunluklarının orantılı olduğu durumları ifade eder (Altun, 2021). Bu kavramlar öğrencilerin mantıksal düşünme, orantı kavrayışı, ölçek kullanımı gibi becerilerinin gelişimini doğrudan etkiler (Olkun ve Toluk Uçar, 2017).

Aksiomatik geometri sistemi içinde yer alan eşlik ve benzerlik kriterleri, üçgenler arası ilişkileri mantıksal şekilde tanımlamak için kullanılır. Bu kriterler aşağıda sunulmaktadır.

Eşlik Kriterleri:

- KAK (Kenar–Açı–Kenar) Eşlik Aksiyomu
- KKK (Kenar– Kenar – Kenar) Eşlik Teoremi
- AKA (Açı–Kenar–Açı) Eşlik Teoremi

Benzerlik Kriterleri:

- KAK (Kenar–Açı–Kenar) Benzerlik Aksiyomu
- AAA (Açı–Açı–Açı) Benzerlik Teoremi
- KKK (Kenar–Kenar–Kenar) Benzerlik Teoremi

Battista (2007), bu kriterlerin, öğrencilerin geometrik ilişkileri kavramsallaştırmaları bağlamında çok önemli olduğunu, eşlik ve benzerlik kavramlarının öğreniminin, öğrencilerin üç boyutlu düşünme ve orantı-anlam ilişkisi kurma gibi becerilerine katkı sağladığını belirtmektedir.

Araştırmalar, öğrencilerin benzerlik ve eşlik kavramlarını sıklıkla birbirine karıştırdığını ve genellikle yüzeysel özelliklere (örneğin şekil benzerliği) dayanarak çıkarım yaptıklarını göstermektedir (Duval, 1998). Bu da, kavramların öğretiminde doğru terminolojinin ve görsel destekli öğretim materyallerinin önemini ortaya koymaktadır (Ubuz, 1999). Ayrıca, bazı öğrencilerin benzerlikteki orantı ilişkisini anlamakta zorlandıkları ve bunu ezber temelli öğrendikleri de vurgulanmaktadır (Yigit ve Aksoy, 2021).

2.5. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Çalışmanın bu bölümünde geometri öğretimi, üçgenler, eşlik ve benzerlik ve alan bilgisi bağlamında yapılmış çalışmalar bağlamında bir alan yazın taraması sunulmuştur.

Geometri öğretimi alanında yapılmış bazı çalışmalar

Koparan (2019) öğretmen adaylarının Öklid-dışı geometrilere yönelik algılarının ortaya çıkarılması ve Öklid-dışı geometrilerin öğretimine yönelik oluşturulan öğrenme ortamının etkililiğinin incelenmesi amacıyla 66 matematik öğretmen adayıyla çalışmıştır. Çalışmanın sonucunda öğretmen adaylarının uygulama öncesinde soruları cevaplayamadıkları veya yanlış cevapladığını, uygulama sonrasında ise soruları rahatlıkla cevaplayabildikleri ayrıca Öklid-dışı geometrilerin öğretimine yönelik oluşturulan öğrenme ortamının etkili olduğu sonucuna varılmıştır. Ayrıca, Hızarcı ve arkadaşları (2006) matematik öğretmen adaylarının geometrideki temel kavramların öğretilmesindeki hataları incelemişlerdir. Çalışmanın sonucunda matematik öğretmen adaylarının geometrik kavramlarla ilgili bilgi eksikliklerinin olduğu tespit edilmiştir. İlaveten, Ersoy (2014) geometri öğretiminde yaratıcı drama yönteminin uygulanabilirliğini belirlemek amacıyla 42 ortaokul öğrencisine geometri öğrenme alanı, eşlik ve benzerlik alt öğrenme alanına ait iki kazanıma yönelik yaratıcı drama uygulamaları yapılmıştır. Çalışmanın sonucunda yaratıcı drama grubunda bulunan öğrencilerin eş ve benzer çokgenlerin arasındaki ilişkiyi açıklayabildikleri, çokgenleri karşılaştırarak eş veya benzer olduklarını söyleyebildikleri tespit edilmiştir. Bununla birlikte, Kartal ve Çınar (2017) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının çokgenlere dair geometri bilgilerini incelemişlerdir. Söz konusu çalışmanın sonucunda öğretmen adaylarının matematiksel tanım bilmeyi gerektiren sorularda başarılı oldukları fakat doğru cevabı bulsalar bile cevaplarını açıklamak için yeterli ve matematiksel düşünceye uygun gerekçelerde bulunamadıkları gözlemlenmiştir.

Üçgenler alt öğrenme alanında öğretmen adayları ile yapılmış bazı çalışmalar

Matematik öğretmen adaylarına üçgen kavramı odaklı olarak yürütülen çalışmada, Uygun ve Akyüz (2016) ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının üçgenlerle ilgili yaptıkları tanımları ve doğru üçgen tanımını oluşturmak için yaptıkları tartışmaları incelemek amacıyla 22 matematik öğretmen adayı ile çalışmışlardır. Çalışmanın sonucunda katılımcıların oluşturdukları tanımların kritik özelliklerin tamamını içermediği ve bazen de bu özelliklerin

doğru bir şekilde ilişkilendirilemediği görülmüştür. Fakat, tartışma sürecindeki bu eksiklik ve hataların fark edildiği ve istenilen doğru üçgen tanımının süreç içerisinde oluşturulabildiği gözlemlenmiştir. Yıldız (2020) “*Tabanın mı yoksa yüksekliğin mi yarısı?*” geometri probleminin çözüm sürecindeki modelleme yeterlilikleri incelenmesi amacıyla ilköğretim matematik öğretmen adayı olan 37 katılımcı ile çalışmıştır. Çalışmanın sonucunda öğretmen adaylarının çoğunun geometri modelleme problemini doğru bir şekilde çözdüklerini ve işlevsel modeller oluşturdukları tespit edilmiştir. Ayrıca, öğretmen adayları somut geometrik-matematiksel modelleri oluştururken önceki matematiksel bilgilerini göz önünde bulundurmuşlar ve uzamsal yeteneklerini işe koşmuşlardır. Altun (2020), matematik öğretmen adaylarının Öklid geometrisine ilişkin konu alan bilgilerini incelemek amacıyla 43 öğretmen adayıyla bir çalışma yürütmüştür. Bu kapsamda adayların, verilen hatalı soru ve çözümleri tespit edebilme, bu hataları anlamlı biçimde açıklayabilme ve doğru çözümlerin nasıl olması gerektiğini ifade edebilme yeterlikleri değerlendirilmiştir. Çalışmanın sonucunda öğretmen adaylarının verilen soruları ve çözümleri değerlendirirken doğru ya da hatalı soru ve çözümü ayırt etmede zorlandıkları tespit edilmiştir. Bazı öğretmen adaylarının hatalı soruları ya da hatalı çözümleri doğru olarak kabul ettikleri görülmüştür. Bununla birlikte, matematik öğretmen adaylarının doğru ya da hatalı olduğunu düşündükleri soru ve çözümlerin gerekçeleri üzerine yeterli açıklama yapamadıkları fark edilmiştir. Ayrıca, Kaplan ve Hızarcı (2005) matematik öğretmen adaylarının üçgen kavramı tanımlamalarından hareketle bu kavramla ilgili bilgi düzeylerini belirlemek amacıyla 45 matematik öğretmen adayı ile bir çalışma yürütmüşlerdir. Bu çalışmanın bulgularına göre matematik öğretmen adayları üçgen kavramının tanımını için istenilen ifadeyi çoğunlukla doğru bir şekilde ifade etmişlerdir. Ayrıca, matematik öğretmen adaylarının üçgen kavramı ile ilgili tanım, aksiyom ve teorem gibi geometrinin temel elemanları arasındaki farklılıkları kavramada bazı zorluklar yaşadıkları tespit edilmiştir.

Eşlik ve benzerlik alanında yapılmış bazı çalışmalar

Dündar ve Gündüz (2017) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının üçgenlerde eşlik ve benzerlik konusundaki kavramsal bilgi düzeylerini ve bilgiyi temsil etme, bilgiyi günlük yaşamla ilişkilendirme ve bu konudaki geometri problemlerini gerekçelendirme ve çözme yeteneklerini incelemek amacıyla 46 ilköğretim matematik öğretmen adayı ile çalışmışlardır. Bahsedilen çalışmanın bulguları, matematik öğretmen adaylarının geometri kavramsal bilgi

sorularında başarılı olduklarını gösterirken, katılımcıların gerekçelendirme problemlerinde ve üçgenlerde eşlik ve benzerlik konusunun günlük yaşam örneklerinde zorluk çektikleri tespit edilmiştir. Ayrıca, Ubah ve Bansilal (2019) matematik öğretmen adaylarının üçgenler arasındaki benzerlik ilişkisine ilişkin muhakemelerinde semiyotik temsillerin rolünü incelemek amacıyla 65 öğretmen adayıyla çalışmışlardır. Çalışmanın sonucunda birçok öğretmen adayının geometrik nesnelerin çeşitli konfigürasyonlarında görünen üçgenler arasındaki benzerlik ilişkisini belirlemede zorluk çektikleri tespit edilmiştir. Bununla birlikte, Leung ve arkadaşları (2014) öğretmen adaylarının üçgen kavramlarını öğretme yeterliliğini incelemek için bir üniversitenin matematik programında kayıtlı üçüncü ve dördüncü sınıf öğrencileri ile aynı üniversitede yüksek lisans yapan öğrenciler ile çalışmışlardır. Bu çalışmada elde edilen bulgular, matematik öğretmen adaylarının eş üçgen çiftlerinin özel durumlarını belirtmedikleri tespit edilmiştir. Karğı ve Kurtuluş (2024) ilköğretim ve ortaöğretim matematik dersi öğretim programındaki eşlik ve benzerlik ile ilgili kazanımlarını van Hiele geometrik düşünme düzeylerini dikkate alarak incelemişlerdir. Bu araştırmanın bulguları, matematik dersi öğretim programında eşlik kavramının öğretimi ile ilgili kazanımların van Hiele geometrik düşünme düzeyleri arasındaki geçişlere uygun olmadığını ve bu kazanımların hiyerarşik bir sırada ilerlemediğini göstermiştir. Biber (2020) öğrencilerin hangi soru tiplerinde daha fazla zorluk çektiğini belirlemek ve bu zorlukların nedenlerini incelemek amacıyla 9.sınıfta öğrenim gören 55 öğrenciyle çalışmıştır. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin en çok örtüşen üçgenler ve Açık-Açık benzerliği içeren sorularda zorlandığı, diğer yandan benzer üçgenlerin ayrı ayrı verildiği sorularda öğrencilerin oldukça başarılı olduğu tespit edilmiştir. Uyen ve arkadaşları (2021) sekizinci sınıf öğrencilerine eş üçgenler konusunda matematiksel iletişim ve dil becerilerini artırmaya yönelik eğitim vermek amacıyla 8.sınıfta öğrenim gören 40 öğrenciyle çalışmışlardır. Araştırmacılar, katılımcı öğrencilerin çoğunun eş üçgenlerle ilişkili matematiksel iletişim becerilerinde önemli gelişmeler gösterdiklerini raporlamışlardır. Göçmen (2022) ortaokul öğrencilerinin eşlik ve benzerlik konularındaki alan bilgilerini incelemek amacıyla 50 öğrenci ile çalışmıştır. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin eşlik ve benzerlik konularını öğrenme düzeylerinin düşük olduğu görülmüştür. Ayrıca, Winer ve Battista, (2022) öğrencilerin üçgen eşliği postulatlarını kullanan kanıtları hangi şekilde anlayıp akıl yürüttüklerini ve nasıl ispat yaptıklarını gözlemlemeyi amaçlamışlardır. Çalışmanın sonucunda, öğrencilerin yazılı ispatlarının büyük çoğunluğunun aksiyomatik açıdan doğru olmamasına karşın, öğrencilerin

sözlü ispat açıklamalarında genellikle tutarlı ve sağlam bir akıl yürütme kullandıkları belirlenmiştir. Ubah ve Bansilal (2019a, 2019b) öğretmen adaylarının üçgenler arasındaki benzerlik ilişkisine ilişkin akıl yürütmelerinde semiyotik temsillerin rolünü araştırmışlardır. Çalışmanın sonucunda, araştırmacılar birçok öğretmen adayının çeşitli geometrik nesne konfigürasyonlarında görünen üçgenler arasındaki benzerlik ilişkisini belirlemede zorlandığını tespit etmişlerdir. Haj-Yahya'nın (2022) çalışmasında, lise öğrencilerinin eş ve benzer üçgenlerin matematiksel tanımlarına ilişkin kavramları üzerinde durulmuştur. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin geometrik kavramların matematiksel tanımlarının özelliklerini ve rollerini anlamadaki zorluklarının, matematiksel ve geometrik tanımları anlamalarını etkilediği raporlanmıştır. Gonzalez ve Herbst (2009) çalışmalarında oluşturdukları 4 yeni eşlik kavramına göre öğrencilerin eşlik konusundaki algı düzeylerini dinamik geometri yazılımını kullanarak değerlendirmiştir. Çalışmanın sonucunda, matematik sınıflarına teknolojinin entegre edilmesinin, öğrencilerin dikkatlerini şekillerden özelliklere kaydırmalarına ve ölçüyü koruyan bir uyum anlayışı geliştirmelerine imkân sağladığı vurgulanmıştır. Şahintepe (2022), sekizinci sınıf matematik ders kitaplarını, üçgenler, eşlik ve benzerlik, dönüşüm geometrisi ve geometrik cisimler alt öğrenme alanlarındaki matematiksel etkinliklerin “Zihnin Geometrik Alışkanlıkları” kazanımlarına katkısını belirlemek amacıyla incelemiştir. Çalışmanın sonucunda, incelenen tüm matematik ders kitaplarında eşlik ve benzerlik alt öğrenme alanındaki matematiksel etkinliklerin, öğrencilerde ilişkilendirme, genelleme ve değişmezleri araştırma alışkanlıklarını kazandırma potansiyeline sahip olduğu belirlenmiştir. Ayrıca, Bircan (2025) yüksek lisans tezinin kapsamını oluşturan ulusal ve uluslararası matematik ders kitaplarında, bilimsel makalelerde, yüksek lisans ve doktora tezlerinde ve lisans düzeyinde okutulan referans kitaplarda, üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterleriyle ilgili kullanılan terminolojinin ortak ve tutarlı olmadığını, söz konusu kriterlerin matematik ders kitaplarındaki kullanımının matematiğin aksiyomatik yapısını yansıtmadığını, aynı kavramlar için farklı farklı ifadelerin kullanıldığını belirtmiştir.

Alan bilgisi alanında yapılmış bazı çalışmalar

Bütüner (2017), 42 matematik öğretmeni adayıyla gerçekleştirdiği araştırmada, adayların büyük çoğunluğunun aç, yükseklik ve köşegen tanımlarını yanlış veya eksik biçimde bildiklerini ortaya koymuştur. Öztürk ve Demirel (2023) öğretmen adaylarının geometri ve

ölçme öğrenme alanına yönelik alan bilgisini öğrenci hataları bağlamında incelemek amacıyla 86 öğretmen adayıyla çalışmışlardır. Çalışmanın sonucunda öğretmen adaylarının hatayı belirleme ve hatayı düzeltme temalarında yüksek başarı gösterdikleri, öğrenci hatalarına yönelik gerekçe sunma noktasında ise istenen başarıyı gösteremedikleri görülmüştür. Konyalıoğlu (2013), 34 matematik öğretmeni adayıyla gerçekleştirdiği çalışmada, öğretmen adaylarının geometrik alan bilgilerini hatalara yaklaşımlarıyla birlikte değerlendirmiş ve adayların hataları tespit etme ve sebeplerini doğru biçimde açıklamada güçlük çektiklerini ortaya koymuştur. Yurtyapan ve Karataş (2020), 12 ilköğretim matematik öğretmeni ile yürüttükleri çalışmada, öğretmenlerin üçgenler ve dörtgenler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerini; konu alanı ve öğrenciyi tanıma bağlamında değerlendirmiştir. Söz konusu araştırmada, katılımcıların çoğunun konu alanı bileşeni açısından yeterli düzeyde bilgiye sahip olmadığı, katılımcıların ortaokul öğrencilerinde görülen benzer kavram yanılgılarını gösterdikleri raporlanmıştır.

3. YÖNTEM

Matematik öğretmen adaylarının, Öklid geometrisinin en temel öğelerinden olan üçgenlerde eşlik ve benzerlik kavramları ile ilgili alan bilgilerinin incelenmesinin amaçlandığı araştırmanın bu bölümünde araştırmanın modeli, pilot çalışma, katılımcılar, veri toplama araçları, veri analizi, geçerlik ve güvenirlik ve etik konulara yönelik açıklamalara yer verilmiştir.

3.1. ARAŞTIRMANIN MODELİ

Bu araştırmada nitel yönelimli betimsel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Nitel araştırmalar, bireylerin ya da grupların bir olguya dair anlamalarını ortaya çıkarmayı ve bu anlamaları ait oldukları bağlamları içinde değerlendirmeyi hedefler (Creswell, 2013; Merriam, 2009). Bu bağlamda, öğretmen adaylarının kavramlara dair sahip oldukları bilgi düzeylerinin betimlenmesi, nitel desenin uygunluğunu ortaya koymaktadır.

Nitel betimsel araştırma, özellikle yeterince çalışılmamış ya da daha önce derinlemesine incelenmemiş konuların anlaşılmasına katkı sunmak amacıyla kullanılan bir yaklaşımdır (Sandelowski, 2000). Bu tür çalışmaların temel amacı, belirli bir kuramı test etmek ya da kuramsal bir model geliştirmek değil, ele alınan durumu veya olguyu detaylı ve açık bir biçimde betimlemektir. Nitel betimleyici çalışmaların deseni, diğer nitel araştırma desenlerinin unsurlarını içermesine rağmen, bugüne kadar nitel araştırma desenlerine benzemeyen nitel araştırma yönlerini tanımlamanın bir yolu olarak gelişmiştir (Lambert ve Lambert, 2012). Nitel betimsel çalışma, belirli bir olguya odaklanmak yerine, yeterince anlaşılmamış bir araştırma alanı hakkında bilgi edinmeye odaklanan araştırma soruları için önemli ve uygun bir tasarımıdır. Nitel betimsel çalışma tasarımı açıklamaktan ziyade betimlemeyi amaçladığından, bir çalışmayı ve sonuçlarını açıklamak veya temellendirmek için açıklayıcı çerçevelere ve teorilere ihtiyaç duyulmaz (Kim vd., 2017). Bu perspektiflerden bakıldığında, mevcut araştırmanın nitel betimsel araştırma deseniyle yürütülmesi kararlaştırılmıştır.

3.2. PİLOT ÇALIŞMA

Araştırmanın amacına yönelik olarak tasarlanan etkinlik yaprağı, araştırmanın gerçekleştirildiği üniversitenin ortaöğretim matematik öğretmenliği programına kayıtlı olan dördüncü sınıf matematik öğretmeni adaylarına 2023-2024 eğitim öğretim yılının ikinci döneminde pilot çalışma olarak uygulanmıştır. Pilot çalışma için on matematik öğretmeni adayı belirlenmiştir. Pilot çalışmada hazırlanan etkinlik yaprağı bu araştırmanın bir simülasyonu olarak süre, ortam, içerik ve uygulama biçimleri standart olacak şekilde yürütülmüştür. Katılımcı matematik öğretmeni adaylarının cevaplandıkları etkinlik yaprakları detaylı bir şekilde incelenmiş ve uzman iki matematik eğitimcisi, iki yüksek lisans öğrencisi ile analizleri yapılarak makro analizler gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışmanın analizleri sonucu elde edilen veriler ışığında etkinlik yaprağında bulunan etkinliklerde iyileştirmeler yapılmıştır. Örneğin, öğretmen adaylarından bazıları etkinlikleri çözerken eşlik ve benzerlik kullanmadan çözdükleri tespit edildiği için etkinlik yapraklarına “eşlik ve benzerlik kullanarak çözünüz” hatırlatma cümlesi eklenmiştir. Ayrıca, etkinliklerin daha anlaşılır olması için etkinliklerin metin gövdelerinde güncellemeler yapılmıştır. Mevcut araştırmanın amacına hizmet etmesi bakımından etkinlik yaprağında bulunan etkinliklerden üç tanesi üçgenlerde eşlik, üç tanesi ise üçgenlerde benzerlik ile ilgili olması gerektiği kararlaştırılmıştır.

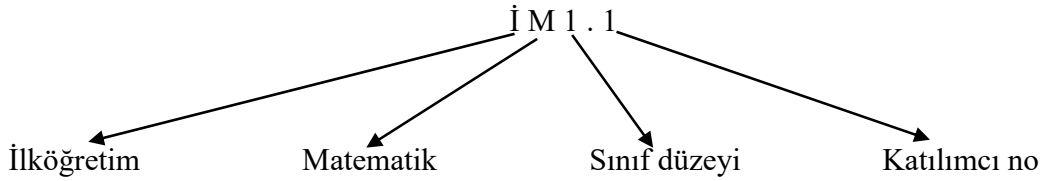
3.3. KATILIMCILAR

Bu araştırmanın katılımcılarını belirlemek amacıyla başlıca amaçlı örnekleme yöntemlerinden kolay ulaşılabilir durum örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Kolay ulaşılabilir durum örneklemesinde araştırmacı yakın ve erişilmesi kolay olan bir durumu seçerek araştırmaya hız ve pratiklik kazandırmış olur (Yıldırım ve Şimşek, 2021).

Araştırma, 2023-2024 eğitim öğretim yılının ikinci döneminde Güneydoğu Anadolu Bölgesi'nde bulunan bir devlet üniversitesinde ilköğretim matematik öğretmenliği ve ortaöğretim matematik öğretmenliği programlarının 1., 2., 3. ve 4. sınıflarında öğrenim gören 188 matematik öğretmen adayı ile yürütülmüştür.

Katılımcılar; ilköğretim matematik öğretmenliği programında öğrenim görenler; İM1.1, İM1.2, İM1.3..., İM2.1, İM2.2, İM2.3..., İM3.1, İM3.2, İM3.3..., İM4.1, İM4.2, İM4.3..., matematik öğretmenliği programında öğrenim görenler; M1.1, M1.2, M1.3..., M2.1, M2.2,

M2.3,..., M3.1, M3.2, M3.3,... şeklinde kodlandırılmıştır. Söz konusu bu kodlamada sembollerin temsil ettiği anlamlar İM1.1 örneği üzerinden aşağıda belirtilmiştir;



Ayrıca, çalışmanın pilot uygulaması matematik öğretmenliği programına kayıtlı olan dördüncü sınıf öğretmen adayları ile yürütüldüğünden dolayı, söz konusu matematik öğretmen adayları araştırmanın esas uygulamasına katılımcı olarak dahil edilmemiştir.

3.4. VERİ TOPLAMA ARAÇLARI ve VERİ TOPLAMA SÜRECİ

Araştırmada Güneydoğu Anadolu Bölgesi'nde bulunan bir devlet üniversitesinde öğrenim görmekte olan matematik ve ilköğretim matematik öğretmenliği programlarına kayıtlı olan 1., 2., 3. ve 4. sınıf öğretmen adaylarının eşlik ve benzerlik konusundaki alan bilgilerinin ölçülmesi amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilen veri toplama aracı kullanılmıştır. Söz konusu araç, 'Eşlik ve Benzerlik Konu Alan Bilgisi Etkinlik Yapağı' (Ek 1) adı altında yapılandırılmış olup, katılımcıların bu iki temel geometrik kavrama ilişkin kavramsal bilgi düzeylerini ortaya koymaya yönelik açık uçlu sorulardan oluşmaktadır.

Etkinlik yapağı, ilgili literatür ve ortaöğretim matematik öğretim programı (MEB, 2023) göz önünde bulundurularak hazırlanmış; ardından alanında üç uzman akademisyen görüşleri alınarak kapsam geçerliliği sağlanmıştır. Söz konusu uzmanlar; ölçme ve değerlendirme, matematik eğitimi ve matematik alanlarında sırasıyla Profesör, Dr. Öğretim üyesi ve Doçent ünvanlarında tecrübeli akademisyenlerdir. Uzman görüşleri doğrultusunda gerekli düzenlemeler yapılarak etkinlik formu son hâline getirilmiştir. Bu türden uzman değerlendirmeleri, veri toplama araçlarının geçerliliğini artırmak açısından nitel araştırmalarda önemli bir uygulama olarak belirtilmektedir (Fraenkel vd., 2012).

Açık uçlu soru formatında hazırlanan bu etkinlik yapağı, katılımcılara yalnızca tanımsal düzeyde bilgi ölçümü yapma imkânı tanımamakta; aynı zamanda matematik öğretmen adaylarının eşlik ve benzerlik kavramlarını nasıl anlamlandırdıklarını, ilgili konu özelinde hangi

terimleri kullandıklarını ve etkinliklerin çözümlerinde hangi stratejileri tercih ettiklerini tespit etmeye yönelik olarak yapılandırılmıştır. Açık uçlu sorular, bireylerin düşünme süreçlerini ortaya çıkarmaya olanak tanıdığı için nitel araştırmaların önemli veri toplama araçlarından biri olarak belirtilmektedir (Creswell ve Poth, 2018; Patton, 2014).

Uygulama sürecinde, etkinlik yaprağında yer alan tüm sorular aynı gün içerisinde ve tek seansta uygulanmıştır. Bu yöntem, uygulama koşullarında tutarlılığı sağlamak ve katılımcılar arasında dışsal değişkenlerin etkisini azaltmak açısından önemlidir. Uygulama öncesinde öğretmen adayları sınıflarda toplanıp; uygulamanın gönüllülük esasına dayandığını ve özel bilgilerinin herhangi bir yerde kullanılmayacağı, uygulama sürecinde kayıt alınmayacağı söylenerek uygulama ortamının rahat ve güvenilir olması sağlanmıştır. Etkinlik yaprağında belirtilmesine rağmen katılımcıların etkinliklerin çözümlerinde üçgenlerde eşlik ve benzerlik şartlarını kullanmalarının beklendiği hatırlatılmıştır. Uygulama süresi boyunca katılımcılara soruları bireysel olarak yanıtlamaları için yeterli zaman (60 dakika - 90 dakika) tanınmıştır. Etkinlik yaprağı ve ilgili sorular, çalışmanın Ek-1 bölümünde detaylı biçimde sunulmuştur. Etkinlik yaprağında bulunan soruların eşlik ve benzerlik kriterlerine göre dağılımı Tablo 3.1’de verilmiştir. Ayrıca, katılımcı öğretmen adaylarının çözümlerini daha detaylı bir şekilde analiz edebilmek için matematik öğretmen adaylarının çalışma öncesinde geometri odaklı hangi dersleri aldıklarını öğrenmeye yönelik bazı ek bilgiler de talep edilmiştir.

Tablo 3.1. Etkinlik yaprağında bulunan etkinliklerin eşlik ve benzerlik kriterlerine göre dağılımı

Kapsam	Kriterler	Etkinlik
Üçgenlerde Eşlik	AKA Eşlik Teoremi	3. soru
	KAK Eşlik Aksiyomu (Postulatı)	5. soru
	KKK Eşlik Teoremi	6. soru
Üçgenlerde Benzerlik	AAA Benzerlik Teoremi	1. soru
	KAK Benzerlik Aksiyomu (Postulatı)	2. soru
	KKK Benzerlik Teoremi	4. soru

3.5. VERİ ANALİZİ

İlköğretim ve matematik öğretmenliği programlarında öğrenim gören öğretmen adaylarına uygulanan etkinlik yaprağında 3 tanesi üçgenlerde eşlik ve 3 tanesi üçgenlerde benzerlik olmak üzere toplam 6 adet etkinlik bulunmaktadır. Çalışma kapsamında incelenen çözümler içerik analizi tekniği ile analiz edilmiştir. İçerik analizi çoğunlukla yazılı ve görsel yöntemlerle toplanan verilerin analizinde kullanılan bir yöntemdir. İçerik analizi yöntemi ile görüşmelerde, alınan alan notlarında ve dokümanlarda bulunan içerikler sistematik ve bütünsel bir amaca uygun olarak kapsamlı bir incelemeye tabi tutulur (Bal, 2016, s.258).

Analiz sürecinde araştırmacı, verileri baştan sona okuyarak incelemeye başlar. Bu aşamada, anlaşılır olmayan ifadeler göz ardı edilir ve araştırma sorusuna yanıt olabilecek ifadelerle odaklanılır (Sağlam ve Kanadlı, 2019). Ardından, benzer anlam taşıyan kelimeler, kelime grupları veya görseller belirlenerek bunlara dayalı ilgili kategoriler oluşturulur. Daha sonra benzer eğilimdeki veriler uygun kategorilere yerleştirilir (Silverman, 2003). Böylelikle, Downe-Wamboldt'ın (1992) da ifade ettiği üzere içerik analizi ile incelenen olgunun daha iyi anlaşılması amaçlanır.

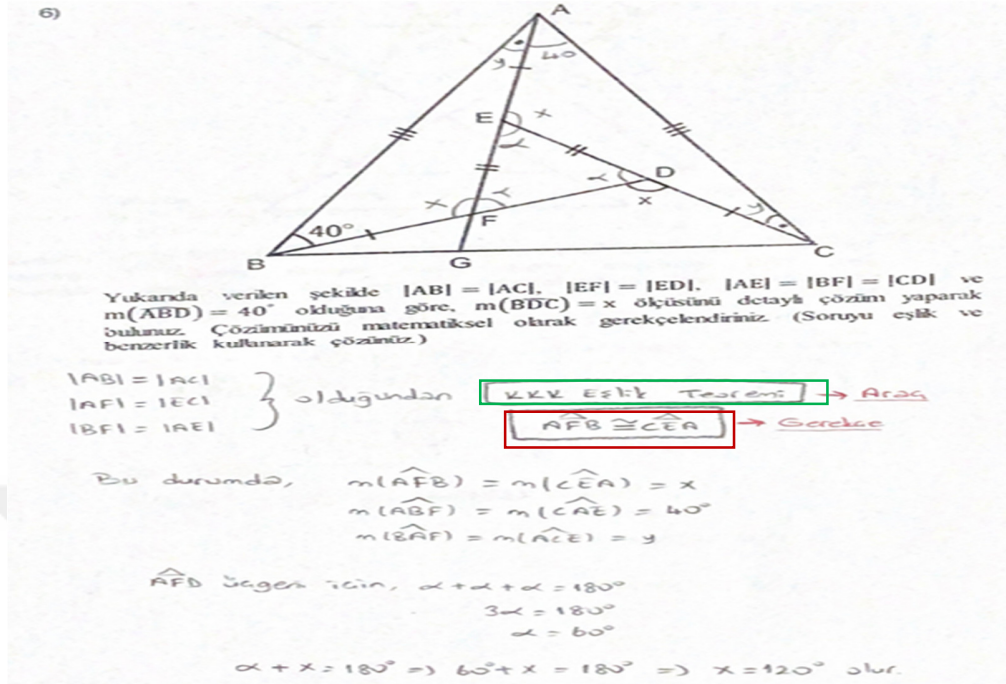
Eşlik ve benzerlik konularına yönelik olarak hazırlanan etkinlik yaprağında, soruların eşlik ve benzerlik kullanılarak çözülmesi gerektiği ifadesine yer verilmiş ve bu durum, etkinliğin 188 öğretmen adayına uygulanması sırasında ayrıca sözel olarak da belirtilmiştir. Bu doğrultuda, öğretmen adaylarının çözümleri analiz edilmiştir. Çalışmanın analiz sürecinde; matematik öğretmen adaylarının eşlik ve benzerlik kriterlerini kullanma durumları, üçgenler arasındaki eşlik ve benzerliği gösterme durumları, teorem, aksiyom ve postulat terimlerini kullanma durumları ile eşlik ve benzerlik kriterlerini yazma durumları incelenmiştir. Özellikle, üçgenler arasındaki eşlik ve benzerlik ilişkilerinin oluşturulmasında kavramsal veya işlemsel olarak kullanılan her türlü ifade bir gösterge olarak değerlendirilmiştir. Yapılan incelemeler sonucunda, elde edilen bulgular doğrultusunda temalar ve alt temalar oluşturulmuştur. Analiz sürecinde “üçgenler arasında kurulan eşlik veya benzerlik” gerekçe olarak, kullanılan “benzerlik/eşlik teoremleri ve benzerlik/eşlik aksiyomları (postulatları)” araç olarak kabul edilmiştir. Oluşturulan bu analiz yapısı, katılımcıların etkinlik yaprağında bulunan sorular için ürettikleri çözümlerin analizinde standart bir yapı olarak kullanılmıştır. Analizlerin daha iyi anlaşılabilmesi bakımından her soru için öğretmen adaylarının çözümlerinden birer örnek

verilmiştir. Bunlara ek olarak, öğretmen adaylarının çözümlerinde üçgenler arasındaki eşlik ve benzerliğin gösterildiği kısım (gerekçe) kırmızı kutucuk, eşlik ve benzerlik teoremlerin ya da aksiyomların gösterildiği kısım (araç) yeşil kutucuk, yanlış eşlik ve benzerlik teoremlerin ya da aksiyomların gösterildiği kısım mavi kutucuk, eşlik ve benzerlik dışında tercih edilen yöntemler turuncu kutucuk içerisine alınmıştır. Tablo 3.2’de matematik öğretmen adaylarının çözümlerinin analizinde oluşturulan temalar ve alt temalar sunulmuştur.

Tablo 3.2. Çalışmada Kullanılan Temalar ve Alt Temalar

Temalar	Alt temalar
Matematik öğretmen adaylarının üçgenlerde eşlik ve benzerlik ile ilgili terminolojiyi kullanılma durumları	a) Üçgenlerde eşlik veya benzerlik şartlarını aksiyom, postulat veya teorem terimleri olmadan kullanma durumları b) Üçgenlerde eşlik ve benzerlik şartlarını aksiyom, postulat veya teorem terimleriyle birlikte kullanma durumları
Matematik öğretmen adaylarının eşlik ve benzerlik ile ilgili alan bilgileri	a) Gerekçe ve aracı gösteren çözümler b) Gerekçeyi gösterip aracı göstermeyen çözümler c) Gerekçeyi ve aracı göstermeyen çözümler d) Gerekçeyi gösterip yanlış aracı gösteren çözümler e) Amacına uygun olmayan çözümler

Daha önceden de ifade edildiği üzere bu çalışmada öğretmen adaylarının çözümlerinin analizinde “*eşlik - benzerlik aksiyom, postulat ve teoremleri*” araç, “*iki üçgen arasında kurulan eşlik veya benzerlik ilişkisi*” ise gerekçe olarak kabul edilmiştir. Bu analiz yapısının daha açık bir şekilde anlaşılması bakımından çalışma kapsamındaki 6. etkinliğin doğru çözümü, gerekçe ve araç olarak kabul edilen ifadeler Şekil 3.1’ de verilmiştir. Bu çözümde iki üçgenin eş olabilmesi için kullanılan “KKK eşlik teoremi” araç iken, bu araca binaen kurulan “ $\triangle AFB \cong \triangle CEA$ ” ilişkisi ise etkinliğin çözümü için bir gerekçedir.



Şekil 3.1. Etkinlik yaprağında altıncı etkinliğin gerekçe ve aracı gösterilen örnek çözümü

Bu çalışmada ölçme aracı tez danışmanı ile iş birliği içerisinde gerekli düzeltmeler yapılarak hazırlanmıştır. Katılımcıların çözümlerini değerlendirmek için geliştirilen bir sınıflandırma rubriği kullanılmıştır. Katılımcıların çözümlerinin değerlendirilmesinde kullanılan sınıflandırma rubriği Tablo 3.4'te verilmiştir.

Tablo 3.4. Sınıflandırma Rubriği

Çözüm kategorileri	Kod
Etkinliği yanlış çözenler veya boş bırakanlar	K0
Üçgenler arasındaki “eşliği (veya benzerliği)” ve “eşlik (veya benzerlik) teorem / aksiyom/ postulat” bilgisini içeren çözümler	K1
Üçgenler arasındaki “eşliği (veya benzerliği)” bilgisini içerip, “eşlik (veya benzerlik) teorem/ aksiyom/ postulat” bilgisi içermeyen çözümler	K2
Üçgenler arasındaki “eşliği (veya benzerliği)” bilgisini içerip, yanlış “eşlik (veya benzerlik) teorem/ aksiyom/ postulat” bilgisi içeren çözümler	K3
Üçgenler arasındaki “eşliği (veya benzerliği)” ve “eşlik (veya benzerlik) teorem/ aksiyom/ postulat” bilgisi içermeyen çözümler	K4
Eşlik ve benzerlik kullanmak yerine alternatif yöntemler kullanan çözüm	K5

Ölçme araçlarının puanlayıcı güvenirliği ile ilgili olarak, matematik eğitimi alanında biri yüksek lisans eğitimini tamamlayan diğeri tez yazım sürecinde olan ve hali hazırda ortaokul ve lise kademelerinde görev yapan iki matematik öğretmeni, katılımcı matematik öğretmen adaylarının Eşlik ve Benzerlik Etkinlik Yaprığındaki çözümlerini değerlendirmek için hazırlanan Sınıflandırma Rubriğine göre değerlendirmiştir. Söz konusu matematik öğretmenleri matematik ve geometri derslerinin öğretiminde 7 ve 6 yıllık öğretmenlik deneyimine sahiptirler. Araştırmacının ve diğer puanlayıcıların katılımcı çözümlerini değerlendirme puanları arasındaki korelasyon katsayısı değerleri sırasıyla $r_1=1$ ile $r_2=0,92$ olarak bulunmuştur.

3.6. GEÇERLİK VE GÜVENİLEBİLİRLİK

Bilimsel araştırmaların en önemli özelliklerinden biri bireylerin başarı durumlarını tespit ederken uygulanan veri toplama araçlarından elde edilen puanların geçerli ve güvenilir olmasıdır (Büyüköztürk, 2019). Nitel araştırma yöntemlerin doğasının nicel araştırmalardan farklı olmasından dolayı, bir araştırmada geçerlik ve güvenirliği sağlamak için farklı düşünsel geleneklere göre farklı ölçütler söz konusudur (Yıldırım ve Şimşek, 2021). Nitel bir araştırma kapsamında geçerlik ve güvenilirlik ile ilgili ölçütlerin bir kısmı Tablo 3.3’te gösterilmiştir.

Tablo 3.3. Nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenilebilirlik yöntemleri

Ölçüt	Geçerlik ve Güvenirlik	Kullanılan Yöntemler
Araştırma sonuçları yoluyla gerçeğin doğru temsili	İnandırıcılık (ne derece doğru)	•Uzun süreli etkileşim •Derin odaklı veri toplama •Uzman incelemesi •eşitleme •Katılımcı teyidi
Sonuçların uygulanması	Aktarılabilirlik (transfer edilebilirlik-genellenebilirlik)	•Ayrıntılı betimleme •Amaçlı rnekleme
Tutarlığı sağlama	Tutarlık	•Tutarlık incelenmesi
Nesnel, yansız olma	Teyit edilebilirlik	•Teyit incelenmesi

Yıldırım ve şimşek'ten (2021, s.289) alınmıştır.

Lincoln ve Guba (1985) (a) inandırıcılık, (b) aktarılabilirlik, (c) tutarlık ve (d) teyit edilebilirlik kriterlerini sağlamanın nitel bir araştırmayı güvenilir kılmanın yolları olarak belirtmektedir.

(a) İnandırıcılık

Bir araştırmanın bilimsel olarak kabul edilmesi, yürütülen araştırmada takip edilen aşamaların ve ulaşılan nihai sonuçların net ve tutarlı olmasını ve farklı araştırmacılar tarafından da onaylanmasını gerektirir. Dolayısıyla bir araştırmacının yürütülen araştırmanın güvenilir olduğuna ilişkin yeterli kanıtlar sunmaları beklenir. Bu gereklilikten hareketle, Lincoln ve Guba (1985) nitel bir çalışmanın inandırıcılığına hizmet eden uzun süreli etkileşim, derinlik odaklı veri toplama, çeşitleme, uzman incelemesi ve katılımcı teyidi gibi bazı tekniklerden bahsetmektedir. Mevcut çalışmada, bu tekniklerden dört tanesinden faydalanılmıştır. Söz konusu teknikler aşağıda belirtilmiştir.

Uzun süreli etkileşim

Araştırmacının veri kaynakları ile hatırı sayılır bir zaman dilimi içerisinde etkileşimde bulunması gerekir ki bu zaman dilimi “uzun süreli etkileşim” olarak isimlendirilir. Araştırmanın verileri toplandıktan sonra ilk önce matematik öğretmen adayları kodlandı. Verilerin analizleri etkinlik verileri toplandıktan sonra tüm katılımcıların öncelikle 1. etkinliğinin analizi bitirilip sonrasında 2., 3., 4., 5. ve 6. etkinlikleri analiz edilerek tamamlanmıştır. Tema ve alt temaların oluşturulması için araştırma boyunca veri kaynakları tekrar tekrar gözden geçirilip analiz edilmiştir.

Derinlik odaklı veri toplama

Araştırmacının veri kaynakları ile yeterince etkileşimde bulunması araştırmaya genel hatları ile bir çerçeve çizme imkânı sunarken, derin odaklı veri toplama ise odaklanılan araştırma bağlamında en çok ilişkili olan özellikleri, unsurları ayrıntılı olarak analiz etmeyi gerektirir. Araştırmanın güvenilirliğini artırmak amacıyla Lincoln ve Guba’nın (1985) önerdiği derinlik odaklı veri toplama tekniğiyle araştırmacı veri kaynaklarını farklı farklı zamanlarda ve eleştirel bir yaklaşımla analiz edilmiştir. Böylece planlanan araştırma sorularına elde edilen veriler ile bir yanıt verilip verilemeyeceğinden emin olmuştur.

Çeşitleme

Araştırmacılar nitel bir araştırmanın inandırıcılığını sağlamak için çeşitleme tekniğinden faydalanabilirler. Çeşitleme tekniği; veri kaynağı çeşitlemesi, araştırmacı çeşitlemesi, yöntem çeşitlemesi ve teori çeşitlemesi türlerinde gerçekleştirilebilir (İlhan, 2021). Bu araştırma da veri kaynağı olarak sadece Eşlik ve Benzerlik Konu Alan Bilgisi Etkinlik Yaprağı kullanılmıştır. Dolayısıyla veri kaynağı bakımından bir çeşitleme yapılmamıştır. Bu yüksek lisans tez çalışmasının tüm sürecinde yazar, tez danışmanı ile iş birliği içinde hareket etmiştir. Deneyimleri ve uzmanlık düzeyleri farklı olan birden fazla araştırmacının ortak bir hedef doğrultusunda birlikte çalışması anlamına gelen araştırmacı çeşitlemesinin süreç içerisinde araştırmacının yanlılığını en aza indirmeye fırsatı tanımıştır. Ayrıca, araştırma çeşitlemesi bağlamında, veri toplama aracılığıyla elde edilen veriler yazar ve danışmanı tarafından hem

analiz edilmiş hem de yorumlanmıştır. Böylelikle, kişisel özelliklerden kaynaklı ön yargıların önüne geçilmesi planlanmıştır.

Uzman incelemesi

Yazar hem nitel araştırma yöntemi hem de çalışmanın içeriği odağında deneyimli ve uzman olan tez danışmanından çalışmaya yönelik olarak sürekli geri bildirim almıştır. Böylelikle, inandırıcılık kriterinden uzman incelemesi tekniği işe koşulmuştur. Çeşitleme bağlamında da izah edildiği üzere yazar, çalışmanın inandırıcılığını sağlamak bakımından danışmanın kontrolünde araştırmasını tamamlamıştır.

Katılımcı teyidi

Bu çalışmanın veri toplama aracı olan etkinlik yaprağındaki katılımcı matematik öğretmenlerinin yapmış oldukları çözümlere dayalı olarak ulaşılan sonuçlar ve değerlendirmeler için katılımcılardan herhangi bir teyit alınmamıştır. Dolayısıyla katılımcı teyidi sağlanmamıştır.

(b) Aktarılabilirlik

Nitel araştırmalarda kullanılan genelleme kavramının, nitel araştırmalarda aktarılabilirlik olarak kullanıldığı anlaşılmaktadır (Lincoln ve Guba, 1985). Nitel araştırmaların doğası gereği bir genelleme yapma mümkün olamamaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2021). Her ne kadar nitel araştırmalarda genelleme hedefi kovalanmasa da aktarılabilirlik kavramı ile elde edilen sonuçların benzer ortamlara aktarılabilme değeri söz konusu olabilmektedir. Böylelikle, tamamlanmış bir nitel araştırmanın benzer koşullarda tekrarlanması durumunda, sonraki araştırmacıların daha deneyimli olmalarına olanak sağlanmış olabilir. Yıldırım ve Şimşek (2021) bir araştırmaya dair sonuçların aktarılabilirlik derecesinin ayrıntılı betimleme ve amaçlı örnekleme teknikleriyle artırılabilceğini tavsiye etmektedir.

Ayrıntılı betimleme

Nitel araştırmalarda verilerin ayrıntılı olarak rapor edilmesi ve araştırmacının bulgulara nasıl ulaştığını ayrıntılı bir şekilde açıklaması geçerliğin önemli ölçütleri arasında yer almaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2021). Yöntem kısmında veri toplama araçları, veri toplama süreci ve

verilerin analiz kısmında bu çalışma kapsamında elde edilen veriler ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır. Bir sınıflandırmaya tabi tutulan örnek çözümler, gerekçeleriyle ve açıklamalarıyla birlikte doğrudan katılımcı çözümlerinden ekran görüntüleri alınarak paylaşılmıştır. Böylelikle, okuyuculara kendi değerlendirmelerini yapabilme ve mevcut araştırmanın sonuçlarıyla karşılaştırma yapabilme imkanını sunmaktadır.

Amaçlı örnekleme

Yıldırım ve Şimşek (2021) nitel araştırmalarda katılımcıları belirlerken amaçlı örneklem yönteminin tercih edilmesinin aktarılabilirliği artırmanın yöntemlerinden biri olduğunu belirtmektedir. Zira, amaçlı örnek yöntemiyle araştırmacı kendinden sonra benzer bağlamda çalışmak isteyen araştırmacılara kendi uygulamalarında oluşabilecek farklılıkları anlama ve araştırma sonuçlarını karşılaştırma fırsatı tanır. Bu araştırmada da amaçlı örnek yöntemlerinden kolay ulaşılabilir durum örneklem yönteminin işe koşulması mevcut çalışmaya aktarılabilirlik niteliğini kazandırmıştır.

(c) Tutarlık

Nitel araştırmalar doğası gereği tekrarlanabilirlik özelliği mümkün değildir. Bu durum, olayların ve olguların stabil bir yapıda olmamasının doğal bir sonucudur. Farklılık niteliği olsa dahi nitel araştırmalarda değişkenliği dikkate alan ve araştırmaya bu değişkenliği tutarlı bir şekilde yansıtan bir anlayış arzu edilir. Bu araştırmada veri kaynağının oluşturulması, verilerin toplanması, verilerin analizi ve kavramsallaştırılması sürecinde tutarlı bir yöntem takip edilmeye çalışılmıştır. Örneğin, elde edilen veriler kodlanırken ortaya çıkabilecek sorunları engelleyebilmek için veriler detaylıca analiz edilmiştir. Daha sonra tez danışmanı, alan uzmanı olan matematik eğitimi alanından bir doçent ve ölçme değerlendirme alanında bir doçent ile incelenmiş ve tartışılmıştır. Böylelikle, bu araştırma sonucunda elde edilen veriler ışığında ulaşılan sonuçların kazara olmadığı düşünülebilir.

(d) Teyit edilebilirlik

Nitel araştırmalarda nesnellik kavramına tekabül eden teyit edilebilirlik nitel araştırmalarda ulaşılan sonuçların sürekli olarak toplanan verilerle teyit edilebilmesi anlamında kullanılır. Teyit

incelemesi stratejisi ile değerlendirilen “teyit edilebilirlik”, nitel bir araştırmanın güvenilir olmasının en son kriteridir. Bu çalışmanın verileri hem fiziksel hem de dijital olarak saklanmaktadır. Herhangi bir okur bu çalışmada ulaşılan sonuçları teyit etme amacına yönelik olarak çalışmanın ham verilerine, veri toplama araçlarına, veri analizi sürecini yansıtan arşive gerekli izinler dahilinde ulaşabilme imkanına sahiptir.

3.7. ETİK KONULAR

İlköğretim matematik ğretmen adayları ve matematik ğretmen adayları ile eşlik ve benzerlik ile ilgili alan bilgilerinin incelenmesinin hedeflendiği bu araştırmanın pilot uygulama, veri toplama ve verilerin analizi aşamalarında bilimsel etik ilkelere ve kurallara uygun davranılmıştır. Araştırma ncesinde Dicle Üniversitesi Sosyal ve Beşerİ Bilimler Etik Kurulu’ndan gerekli izin ve onay alınmıştır. Araştırmaya katılacak olan ğretmen adayları araştırma konusunda kapsamlı olarak bilgilendirilmiş ve katılımcılara çalışmanın herhangi bir noktasında çalışmadan çıkabileceklerine yönelik bir bilgilendirme yapılmış çalışmanın tamamen gönüllülük esasına yönelik olduğu belirtilmiştir. EK-2’de etik kurul onay formu sunulmuştur.

4. BULGULAR

Bu bölümde belirlenen araştırma problemlerine göre elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Araştırma problemleri ayrı ayrı ve detaylı bir şekilde incelenmiştir.

4.1. BİRİNCİ ARAŞTIRMA PROBLEMİNE AİT BULGULAR

Çalışmanın birinci araştırma probleminde “*Matematik öğretmen adaylarının üçgenlerde eşlik ve benzerlik ile ilgili terminolojiyi kullanma durumları nasıldır?*” sorusu cevaplanmıştır. Tablo 4.1’de 1. araştırma problemine yönelik olarak veri toplama aracındaki etkinliklere katılımcı öğretmen adaylarının çözümlerinde eşlik veya benzerlik şartlarının aksiyom, postulat veya teorem terimleriyle birlikte kullanılma durumlarına ait frekans değerleri verilmiştir.

Tablo 4.1. Matematik öğretmen adaylarının üçgenlerde eşlik ve benzerlik ile ilgili terminolojiyi kullanma durumları

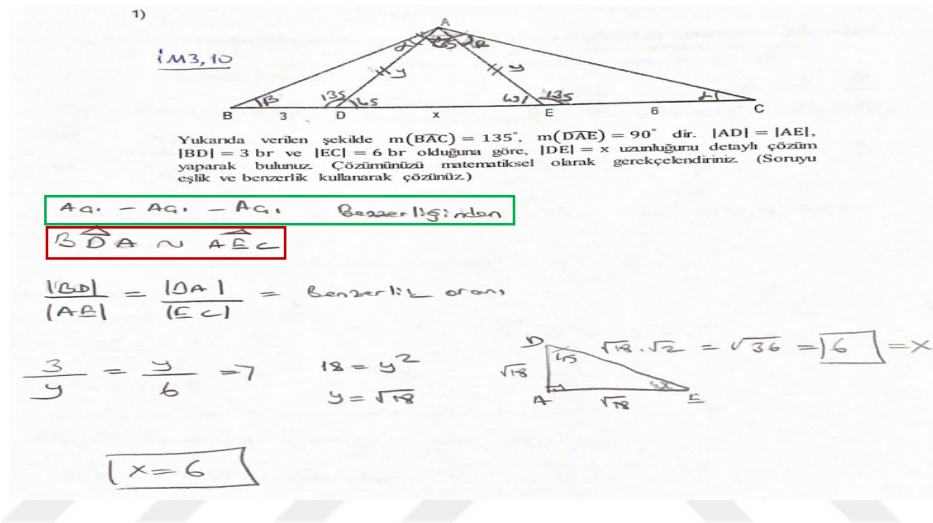
Alt Temalar	1. Etkinlik	2. Etkinlik	3. Etkinlik	4. Etkinlik	5. Etkinlik	6. Etkinlik
Üçgenlerde eşlik veya benzerlik şartlarını <i>aksiyom, postulat veya teorem</i> terimleri olmadan kullanma durumları	8	46	6	33	39	21
Üçgenlerde eşlik ve benzerlik şartlarını <i>aksiyom, postulat veya teorem</i> terimleriyle birlikte kullanma durumları	0	0	0	0	0	1

Katılımcıların her bir etkinliğe yönelik olarak üretmiş oldukları çözümlerin analizleri etkinlik bağlamında sırayla sunulmuştur.

4.1.1. Birinci Etkinliğe Ait Bulgular

Etkinlik yaprağında bulunan 1. etkinlik AAA benzerlik teoreminin kullanılmasını gerektirmektedir. Analiz sürecinde katılımcı öğretmen adaylarının çözüm basamaklarının AAA

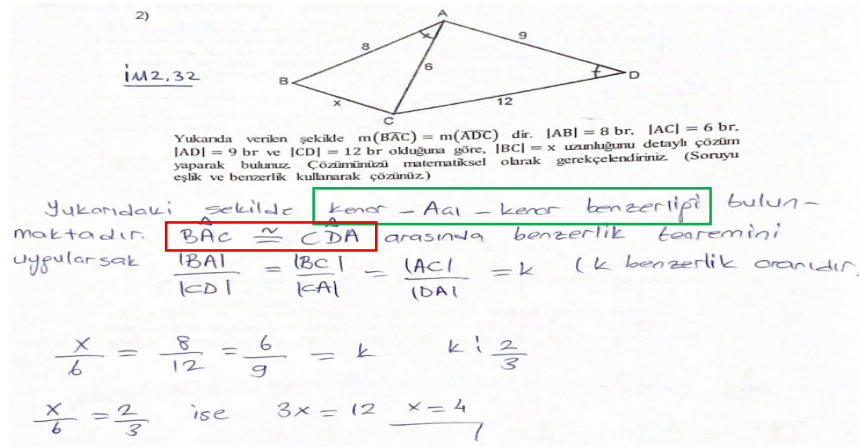
benzerlik teoremi ifadesini kapsayıp kapsamadığına dikkat edilmiştir. Toplamda 8 öğretmen adayı 1. etkinliği çözerken sadece “AAA benzerliği” şeklinde yazıp soruyu doğru olarak çözmüşlerdir. Diğer bir ifadeyle, 1. etkinlik için matematiksel yapıya uygun olan “AAA Benzerlik Teoremi” ifadesini kullanan hiçbir katılımcıya rastlanılmamıştır. 1. etkinliği bu şekilde çözen katılımcılardan İM3.10. kodlu katılımcının çözümünün görseli Şekil 4.1’de verilmiştir.



Şekil 4.1. İM3.10. kodlu katılımcının 1. etkinliğe ait çözümü

4.1.2. İkinci Etkinliğe Ait Bulgular

Etkinlik yaprağında bulunan 2. etkinlik KAK benzerlik aksiyomunun (postulatının) kullanılmasını gerektirmektedir. Analiz sürecinde katılımcı öğretmen adaylarının çözüm basamaklarının KAK benzerlik aksiyomu veya KAK benzerlik postulatını ifadesini kapsayıp kapsamadığına dikkat edilmiştir. Toplamda 46 öğretmen adayı 2. etkinliği çözerken sadece “KAK benzerliği” şeklinde yazıp soruyu doğru olarak çözmüşlerdir. Diğer bir ifadeyle, 2. etkinlik için matematiksel yapıya uygun olan “KAK Benzerlik aksiyomu veya postulatı” ifadesini kullanan hiçbir katılımcıya rastlanılmamıştır. 2. etkinliği bu şekilde çözen katılımcılardan İM2.32. kodlu katılımcının çözümünün görseli Şekil 4.2’de verilmiştir.



Şekil 4.2. İM2.32. kodlu katılımcının 2. etkinliğe ait çözümü

4.1.3. Üçüncü Etkinliğe Ait Bulgular

Etkinlik yaprağında bulunan 3. etkinlik AKA eşlik teoremini kullanılmasını gerektirmektedir. Analiz sürecinde katılımcı öğretmen adaylarının çözüm basamaklarının AKA eşlik teoremi ifadesini kapsayıp kapsamadığına dikkat edilmiştir. Toplamda 6 öğretmen adayının 3. etkinliği çözerken sadece “AKA benzerliği” şeklinde yazıp soruyu doğru çözmüşlerdir. 3. etkinlik “AKA eşlik teoreminin” kullanılmasını gerektirse de katılımcılar “AKA benzerliği” ifadesini kullanmışlardır. Diğer bir ifadeyle, 3. etkinlik için matematiksel yapıya uygun olan “AKA Eşlik teoremi” ifadesini kullanan katılımcıya rastlanılmamıştır. 3. etkinliği bu şekilde çözen katılımcılardan İM3.10. kodlu katılımcının çözümünün görseli Şekil 4.3’te verilmiştir.

3)

Yukarıda verilen şekilde ABCD bir karedir. $[AE] \perp [EF]$, $[CF] \perp [EF]$, $|EB| = 5$ br ve $|BF| = 12$ br olduğuna göre, ABCD karesinin çevresini detaylı çözüm yaparak bulunuz. Çözümünüzü matematiksel olarak gerekçelendiriniz. (Soruyu eşlik ve benzerlik kullanarak çözünüz.)

Aç. - Kenar - Aç. benzerliğinden yararlanarak çözülebilir

$\frac{x}{x} = \frac{x(\text{hipotenüs})}{x(\text{hipotenüs})}$

$\frac{x}{x} = 1$ Benzerlik oranı 1 olduğu için iki üçgen eşittir.

$\triangle AEB$ ve $\triangle BFC$ üçgeni eşittir

$|AE| = |BF|$
 $|EB| = |FC|$
 $|AB| = |BC|$

$|BF| = 12 = |AE|$

$5^2 + 12^2 = 13^2 = x^2$
 $|x| = 13$

ABCD karesinin çevresi? 4x dir.

$4x = 4 \cdot 13 = 52$ olur.

Şekil 4.3. İM3.10. kodlu katılımcının 3. etkinliğe ait çözümü

4.1.4. Dördüncü Etkinliğe Ait Bulgular

Etkinlik yaprağında bulunan 4. etkinlik KKK benzerlik teoreminin kullanılmasını gerektirmektedir. Analiz sürecinde katılımcı öğretmen adaylarının çözüm basamaklarının KKK benzerlik teoremi ifadesini kapsayıp kapsamadığına dikkat edilmiştir. Toplamda 33 öğretmen adayı 4. etkinliği çözerken sadece “KKK benzerliği” şeklinde yazıp soruyu doğru çözmüşlerdir. Diğer bir ifadeyle, 4. etkinlik için matematiksel yapıya uygun olan “KKK benzerlik teoremi” ifadesini kullanan hiçbir katılımcıya rastlanılmamıştır. 4. etkinliği bu şekilde çözen katılımcılardan İM4.2. kodlu katılımcıya ait çözümün görseli Şekil 4.4’te verilmiştir.

4)

İM4.2

Yukarıda verilen şekilde $\triangle ABC$ ve $\triangle CDE$ birer üçgendir. $|AB| = 2|CE|$, $|BC| = 2|DE|$, $|AD| = |DC|$, $m(\angle BAC) = 60^\circ$ ve $m(\angle CED) = 50^\circ$ olduğuna göre, $m(\angle ADE) = \alpha$ ölçüsünü detaylı çözüm yaparak bulunuz. Çözümünüzü matematiksel olarak gerekçelendiriniz. (Soruyu eşlik ve benzerlik kullanarak çözünüz.)

Kenar - Kenar - Kenar benzerliği var.

$$\frac{|DE|}{|BC|} = \frac{|EC|}{|AB|} = \frac{|DC|}{|AC|} = \frac{1}{2}$$

Herhangi bir ugen benzerlikte olduğunda açılar değişmiyor.

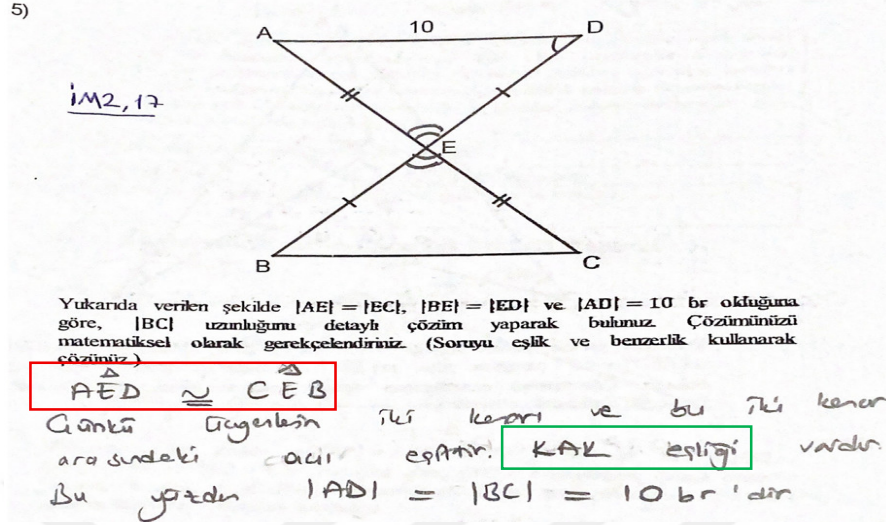
$\triangle ABC$ ile $\triangle CED$ ugeni benzerdir. o zaman $\angle C$ açısı 60° dir.

$$\alpha = 50 + 60 = 110 //$$

Şekil 4.4. İM4.2. kodlu katılımcının 4. etkinliğe ait çözümü

4.1.5. Beşinci Etkinliğe Ait Bulgular

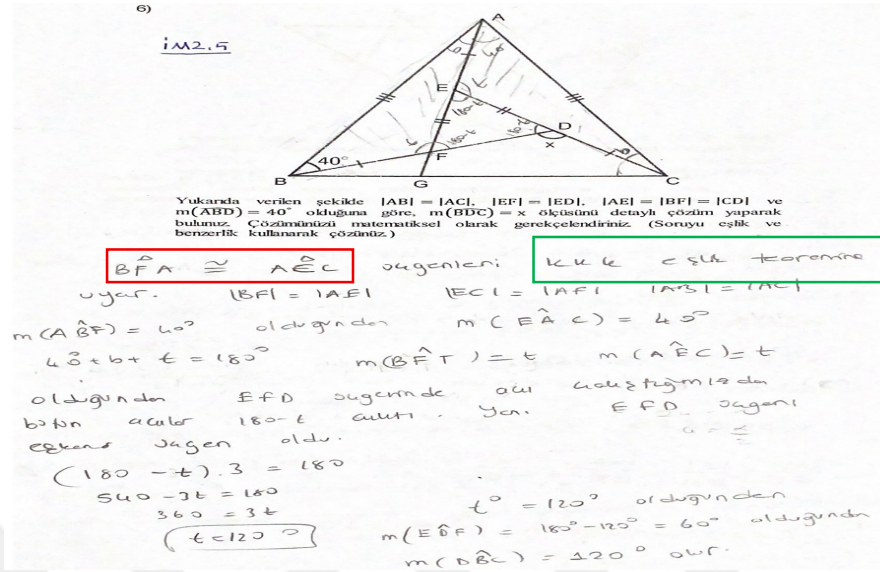
Etkinlik yaprağında bulunan 5. etkinlik KAK eşlik aksiyomunun (postulatının) kullanılmasını gerektirmektedir. Analiz sürecinde katılımcı öğretmen adaylarının çözüm basamaklarının KAK eşlik aksiyomu veya KAK eşlik postulatı ifadesini kapsayıp kapsamadığına dikkat edilmiştir. Toplamda 39 öğretmen adayı 5. etkinliği çözerken sadece “KAK eşliği” şeklinde yazıp soruyu doğru çözmüşlerdir. Diğer bir ifadeyle, 5. etkinlik için matematiksel yapıya uygun olan “KAK Eşlik aksiyomu veya postulatı” ifadesini kullanan hiçbir katılımcıya rastlanılmamıştır. 5. etkinliği bu şekilde çözen katılımcılardan İM2.17. kodlu katılımcının çözümünün görseli Şekil 4.5.’de verilmiştir.



Şekil 4.5. İM2.17. kodlu katılımcının 5. etkinliğe ait çözümü

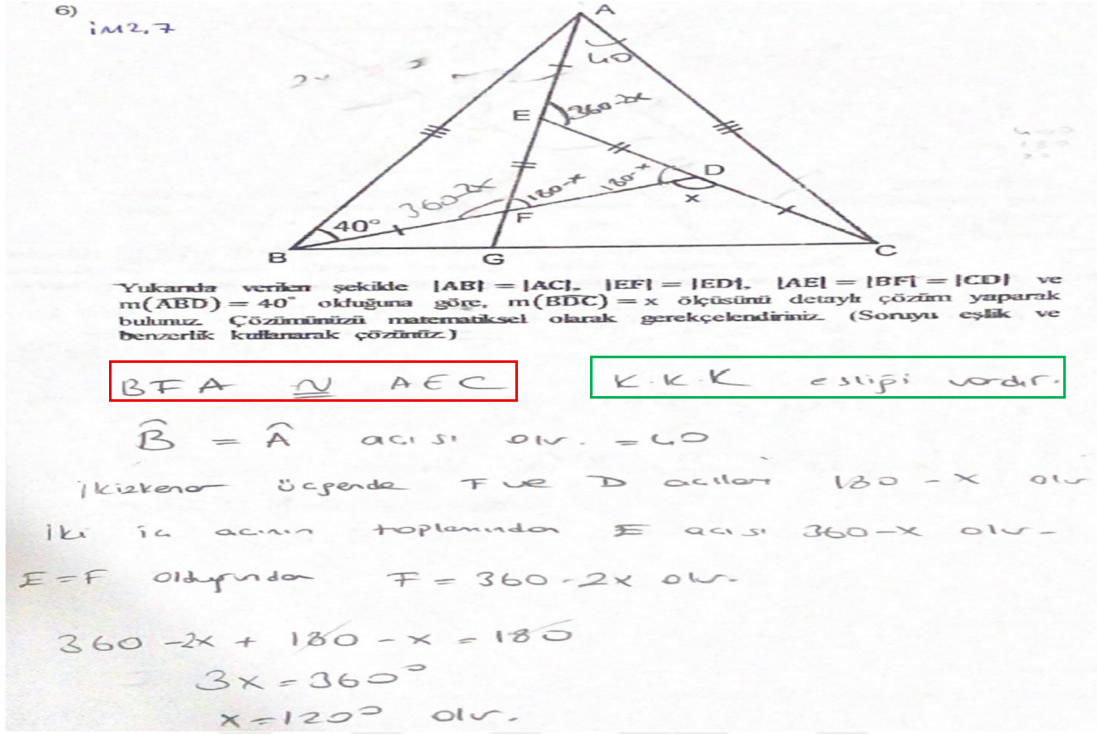
4.1.6. Altıncı Etkinliğe Ait Bulgular

Etkinlik yaprağında bulunan 6. etkinlik KKK eşlik teoreminin kullanılmasını gerektirmektedir. Analiz sürecinde katılımcı öğretmen adaylarının çözüm basamaklarının KKK eşlik teoremi ifadesini kapsayıp kapsamadığına dikkat edilmiştir. Toplamda 6. etkinliği doğru bir şekilde çözüm üreten 22 öğretmen adayından sadece 1 tanesi “KKK eşlik teoremi” ifadesini kullanmıştır. 1 tanesi de “KKK teoremi” şeklinde yazıp soruyu doğru çözmüştür. Diğer bir ifadeyle, 6. etkinlik için matematiksel yapıya uygun olan “KKK Eşlik teoremi” ifadesini kullanan 1 katılımcıya rastlanılmıştır. 6. etkinliği bu şekilde çözen İM2.5. kodlu katılımcının çözümünün görseli Şekil 4.6’da verilmiştir.



Şekil 4.6. İM2.5. kodlu katılımcının 6. etkinliğe ait çözümü

6. etkinliğe doğru çözüm üreten 22 katılımcıdan 21'i ise sadece “KKK benzerliği” ya da “KKK eşliği” şeklinde ifadeler yazıp soruyu doğru çözmüşlerdir. 6. etkinliği bu şekilde çözen katılımcılardan İM2.7. kodlu katılımcının çözümünün görseli Şekil 4.7’de verilmiştir.



Şekil 4.7. İM2.7. kodlu katılımcının 6. etkinliğe ait çözümü

4.2. İKİNCİ ARAŞTIRMA SORUSUNA AİT BULGULAR

Bu kısımda “Matematik öğretmen adaylarının eşlik ve benzerlik ile ilgili alan bilgileri nasıldır?” şeklinde ifade edilen çalışmanın ikinci araştırma problemine yönelik olarak elde edilen bulgular aktarılmaktadır. Tablo 4.2’de 2. araştırma problemine yönelik olarak veri toplama aracındaki etkinliklere katılımcı matematik öğretmen adaylarının çözümlerinde eşlik ve benzerlik etkinliklerini çözme becerilerini kullanma durumlarına ait frekans değerleri verilmiştir. Tablo 4.2’de sunulan çözüm çeşitlerinden elde edilen temalar ve alt temalar, çalışmanın 3.5. Verilerin Analizi kısmında detaylı olarak tanımlanmıştır.

Tablo 4.2. Matematik öğretmen adaylarının eşlik ve benzerlik etkinliklerini çözme becerilerini kullanma durumları

Alt Temalar	1. Etkinlik	2. Etkinlik	3. Etkinlik	4. Etkinlik	5. Etkinlik	6. Etkinlik
Gerekçe ve aracı gösteren çözümler	0	0	0	0	0	1
Gerekçeyi gösterip aracı göstermeyen çözümler	104	64	132	105	99	108
Gerekçeyi ve aracı göstermeyen çözümler	32	30	33	31	24	20
Gerekçeyi doğru gösterip aracı yanlış gösteren çözümler	7	9	13	13	19	4
Amacına uygun olmayan çözümler	6	16	4	4	4	15

Matematik öğretmen adaylarının eşlik ve benzerlik ile ilgili alan bilgilerinin incelenmesine yönelik olarak katılımcıların çözümlerinin analiz edilmesi sonucunda aşağıdaki alt temalar elde edilmiştir. Katılımcı öğretmen adaylarının çözümleri bu alt temalara göre sınıflandırılarak sunulmuştur.

1. Matematik öğretmen adaylarının eşlik ve benzerlik etkinliklerinde gerekçe ve aracı gösteren çözümleri
2. Matematik öğretmen adaylarının eşlik ve benzerlik etkinliklerinde gerekçeyi gösterip aracı göstermeyen çözümleri
3. Matematik öğretmen adaylarının eşlik ve benzerlik etkinliklerinde gerekçeyi ve aracı göstermeyen çözümleri
4. Matematik öğretmen adaylarının eşlik ve benzerlik etkinliklerinde gerekçeyi doğru gösterip aracı yanlış gösteren çözümleri
5. Matematik öğretmen adaylarının eşlik ve benzerlik etkinliklerinde amacına uygun olmayan çözümleri

4.2.1. Matematik Öğretmen Adaylarının Eşlik ve Benzerlik Etkinliklerinde Gerekçe ve Aracı Gösteren Çözümlerin Dağılımı

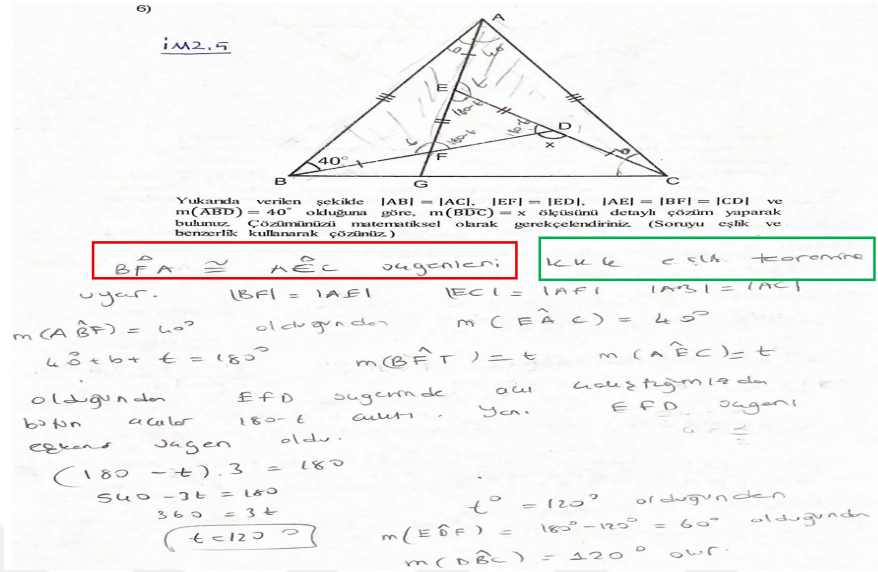
İlköğretim matematik öğretmenliği ve ortaöğretim matematik öğretmenliği bölümünde öğrenim gören öğretmen adaylarına uygulanan altı etkinlikli etkinlik yaprağındaki 1. etkinlikte AAA benzerlik teoremini, 2. etkinlikte KAK benzerlik aksiyomunu (veya postulatını), 3. etkinlikte AKA eşlik teoremini, 4. etkinlikte KKK benzerlik teoremini, 5. etkinlikte KAK eşlik aksiyomunu (postulatını) ve 6. etkinlikte KKK eşlik teoremini “araç” olarak, bunlardan dolayı üçgenler arasında kurulan benzerlik ya da eşlikleri ise “gerekçe” olarak belirtip soruları çözmeleri beklenmiştir.

Gerekçe ve aracı gösteren çözümler olarak sınıflandırılan bu çözümlerin ilgili problemlere göre dağılımı Tablo 4.3’ te sunulmuştur.

Tablo 4.3. Gerekçe ve aracı gösteren çözümlerin dağılımı

	1. Etkinlik	2. Etkinlik	3. Etkinlik	4. Etkinlik	5. Etkinlik	6. Etkinlik
Gerekçe ve aracı gösteren çözümler	0	0	0	0	0	1

Uygulamaya katılan 188 matematik öğretmen adayından sadece 1 katılımcı çözümünde hem araç hem de gerekçe yapısını belirttiği görülmüştür. İM2.5. kodlu katılımcı 6. etkinlikte üçgenler arasındaki benzerliği gösterip (gerekçe) “KKK Eşlik Teoremi” şeklinde aracı da yazdığı tespit edilmiştir. 6. etkinlikte İM2.5. kodlu katılımcı dışında üçgenler arasındaki eşliği ya da benzerliği gösterip matematiksel yapıya uygun olan ifadeleri gösteren hiçbir katılımcıya rastlanılmamıştır. Ayrıca, aynı katılımcının (İM2.5. kodlu) dahi 6. etkinlik dışındaki diğer etkinlikler için matematiksel yapıya uygun çözüm üretmediği tespit edilmiştir. Buna ek olarak, etkinlik yaprağında bulunan diğer etkinliklerde üçgenler arasındaki eşliği ya da benzerliği gösterip (gerekçe) matematiksel yapıya uygun olan ifadeleri (araç) gösteren hiçbir katılımcıya rastlanılmamıştır. İM2.5. kodlu katılımcının 6. etkinlik için ürettiği çözüm Şekil 4.8’de paylaşılmıştır. Katılımcının çözümünde kırmızı renkli çerçeve içinde kullanmış olduğu gerekçesi, yeşil renkli çerçeve içinde ise faydalanmış olduğu aracı görülmektedir.



Şekil 4.8. İM2.5. kodlu katılımcının 6. etkinliğe ait çözümü

4.2.2. Matematik Öğretmen Adaylarının Eşlik ve Benzerlik Etkinliklerinde Gerekçeyi Gösterip Aracı Göstermeyen Çözümlerin Dağılımı

Katılımcıların etkinlik yaprağındaki eşlik ve benzerlik etkinliklerinde üçgenler arasındaki eşlik ve benzerliği gösterip (gerekçe) hangi benzerlik/eşlik aksiyomu (postulatu) / teoremi (araç) olduğunu göstermeyen çözümlerin dağılımı verilmiştir. Etkinlik yaprağında bulunan altı etkinliğin çözümlerinden her biri için birer örnek verilmiştir. Gerekçeyi gösterip aracı göstermeyen çözümler olarak sınıflandırılan bu çözümlerin ilgili etkinliklere göre frekans dağılımı Tablo 4.4' te sunulmuştur.

Tablo 4.4. Gerekçeyi gösterip aracı göstermeyen çözümlerin etkinliklere göre dağılımı

	1. Etkinlik	2. Etkinlik	3. Etkinlik	4. Etkinlik	5. Etkinlik	6. Etkinlik
Gerekçeyi gösterip aracı göstermeyen çözümler	104	64	132	105	99	108

Öğretmen adaylarından 104 kişinin etkinlik yaprağında bulunan 1. etkinliği benzer olan üçgenleri gösterip hangi benzerlik teoremi olduğunu belirtmeden sonucu doğru buldukları görülmüştür. 1. etkinliği bu şekilde benzer olan üçgenleri belirtip hangi benzerlik teoremi

olduğunu belirtmeyen katılımcılardan M1.12. kodlu katılımcının çözümünün görseli Şekil 4.9'da verilmiştir.

1)

M1,12

Yukarıda verilen şekilde $m(\widehat{BAC}) = 135^\circ$, $m(\widehat{DAE}) = 90^\circ$ dir. $|AD| = |AE|$, $|BD| = 3$ br ve $|EC| = 6$ br olduğuna göre, $|DE| = x$ uzunluğunu detaylı çözüm yaparak bulunuz. Çözümünüzü matematiksel olarak gerekçelendiriniz. (Soruyu eşlik ve benzerlik kullanarak çözünüz.)

$\frac{6}{m} = \frac{m}{3} \Rightarrow \triangle BDA \sim \triangle AEC$

$m^2 = 18$
 $m = 3\sqrt{2}$
 $x = \sqrt{2} \cdot m$
 $x = \sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} = 6$ br //

Şekil 4.9. M1.12. kodlu katılımcının 1. etkinliğe ait çözümü

Öğretmen adaylarından 64 kişinin etkinlik yaprağında bulunan 2. etkinliğe benzer olan üçgenleri gösterip hangi benzerlik aksiyomu (postulatu) olduğunu belirtmeden sonucu doğru buldukları görülmüştür. 2. etkinliği bu şekilde benzer olan üçgenleri belirtip hangi benzerlik aksiyomu (postulatu) olduğunu belirtmeyen katılımcılardan İM1.11. kodlu katılımcının çözümünün görseli Şekil 4.10'da verilmiştir.

2)

İM1,11

Yukarıda verilen şekilde $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{ADC})$ dir. $|AB| = 8$ br, $|AC| = 6$ br, $|AD| = 9$ br ve $|CD| = 12$ br olduğuna göre, $|BC| = x$ uzunluğunu detaylı çözüm yaparak bulunuz. Çözümünüzü matematiksel olarak gerekçelendiriniz. (Soruyu eşlik ve benzerlik kullanarak çözünüz.)

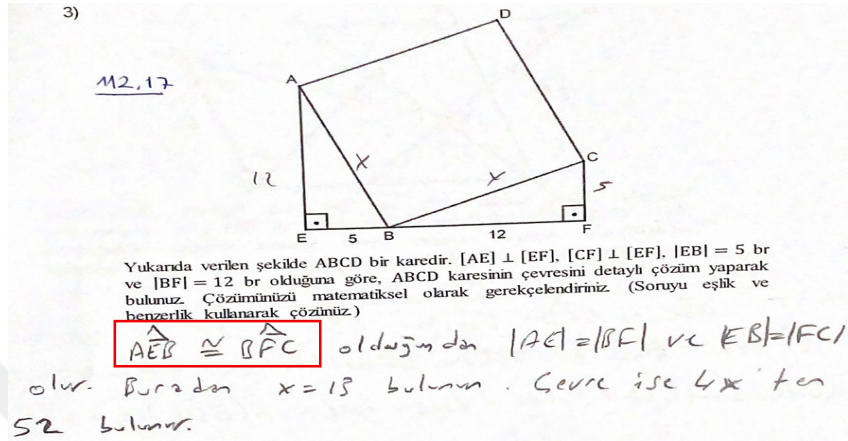
$\frac{x}{6} = \frac{6}{9} \Rightarrow (\widehat{BAC}) \sim (\widehat{CDA})$

$36 = 9x$
 $x = 4$

Şekil 4.10. İM1.11. kodlu katılımcının 2. etkinliğe ait çözümü

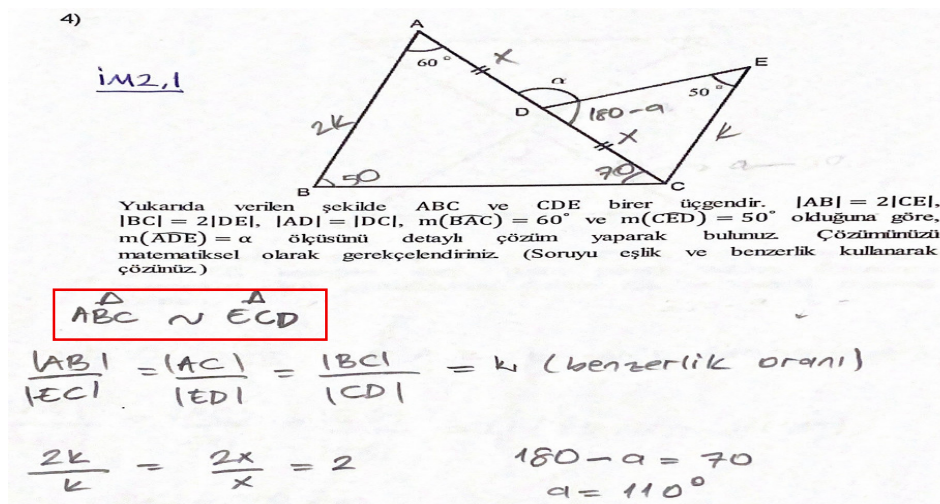
Öğretmen adaylarından 132 kişinin etkinlik yaprağında bulunan 3. etkinliği eş olan üçgenleri gösterip hangi eşlik teoremi olduğunu belirtmeden sonucu doğru buldukları

görülmüştür. 3. etkinliği bu şekilde eş olan üçgenleri belirtip hangi eşlik teoremi olduğunu belirtmeyen katılımcılardan M2.17. kodlu katılımcının çözümünün görseli Şekil 4.11'de verilmiştir.



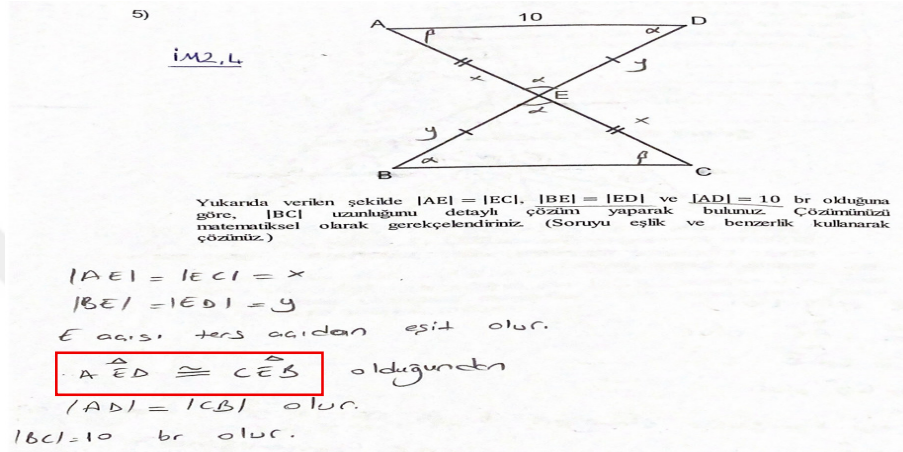
Şekil 4.11. M2.17. kodlu katılımcının 3. etkinliğe ait çözümü

Öğretmen adaylarından 105 kişinin etkinlik yaprağında bulunan 4. etkinliği benzer olan üçgenleri gösterip hangi benzerlik teoremi olduğunu belirtmeden sonucu doğru buldukları görülmüştür. 4. etkinliği bu şekilde benzer olan üçgenleri belirtip hangi benzerlik teoremi olduğunu belirtmeyen katılımcılardan İM2.1. kodlu katılımcının çözümünün görseli Şekil 4.12'de verilmiştir.



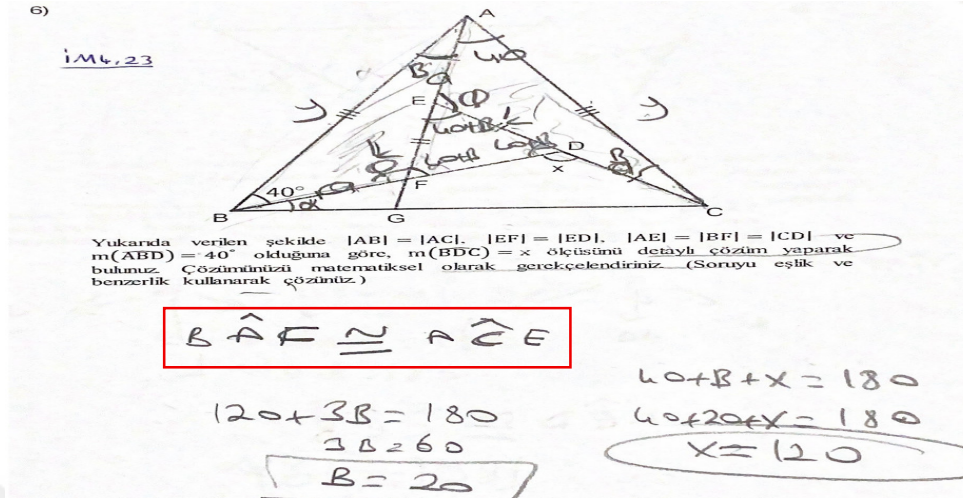
Şekil 4.12. İM2.1. kodlu katılımcının 4. etkinliği ait çözümü

Öğretmen adaylarından 99 kişinin etkinlik yaprağında bulunan 5. etkinliği eş olan üçgenleri gösterip hangi eşlik aksiyomu (postulatı) olduğunu belirtmeden sonucu doğru buldukları görülmüştür. 5. etkinliği bu şekilde eş olan üçgenleri belirtip hangi eşlik aksiyomu (postulatı) olduğunu belirtmeyen katılımcılardan İM2.4. kodlu katılımcının çözümünün görseli Şekil 4.13'te verilmiştir.



Şekil 4.13. İM2.4. kodlu katılımcının 5. etkinliğe ait çözümü

Öğretmen adaylarından 108 kişinin etkinlik yaprağında bulunan 6. etkinliği eş olan üçgenleri gösterip hangi eşlik teoremi olduğunu belirtmeden sonucu doğru buldukları görülmüştür. 6. etkinliği bu şekilde eş olan üçgenleri belirtip hangi eşlik teoremi olduğunu belirtmeyen katılımcılardan İM4.23. kodlu katılımcının çözümünün görseli Şekil 4.14'te verilmiştir.



Şekil 4.14. İM4.23. kodlu katılımcının 6. etkinliğe ait çözümü

4.2.3. Matematik Öğretmen Adaylarının Eşlik ve Benzerlik Etkinliklerinde Gerekçeyi ve Aracı Göstermeyen Çözümlerin Dağılımı

Katılımcıların etkinlik yaprağındaki eşlik ve benzerlik etkinliklerinde üçgenler arasındaki eşlik ve benzerliği (gerekçe) ve hangi benzerlik ya da eşlik teoremi/aksiyomu (postulatu) (araç) olduğunu göstermeyen çözümlerin frekans dağılımı verilmiştir. Etkinlik yaprağında bulunan altı etkinliğin çözümlerinden her biri için birer örnek verilmiştir.

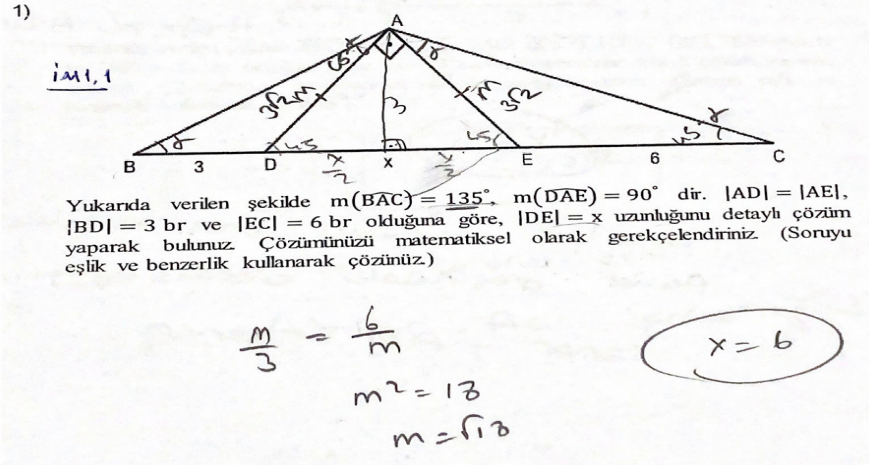
Gerekçeyi ve aracı göstermeyen çözümler olarak sınıflandırılan bu çözümlerin ilgili etkinliklere göre frekans dağılımı Tablo 4.5'te sunulmuştur.

Tablo 4.5. Gerekçeyi ve aracı göstermeyen çözümlerin etkinliklere göre dağılımı

	1. Etkinlik	2. Etkinlik	3. Etkinlik	4. Etkinlik	5. Etkinlik	6. Etkinlik
Gerekçeyi ve aracı göstermeyen çözümler	32	30	33	31	24	20

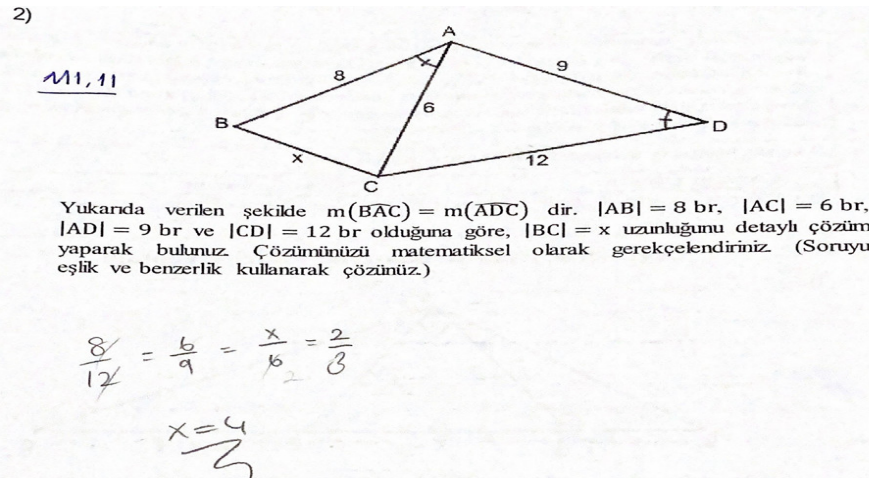
Öğretmen adaylarından 32'si etkinliği benzer olan üçgenleri ve hangi benzerlik teoremi olduğunu belirtmeden sonucu doğru bulmuşlardır. 1. etkinliği bu şekilde benzer olan üçgenleri

ve hangi benzerlik teoremi olduğunu belirtmeyen katılımcılardan İM1.1. kodlu katılımcının çözümünün görseli Şekil 4.15'te verilmiştir.



Şekil 4.15. İM1.1. kodlu katılımcının 1. etkinliğe ait çözümü

Öğretmen adaylarından 30 kişinin etkinlik yaprağında bulunan 2. etkinliği benzer olan üçgenleri ve hangi benzerlik aksiyomu (postulatı) olduğunu belirtmeden sonucu doğru bulmuşlardır. 2. etkinliği bu şekilde benzer olan üçgenleri ve hangi benzerlik aksiyomu (postulatı) olduğunu belirtmeyen katılımcılardan M1.11. kodlu katılımcının çözümünün görseli Şekil 4.16'da verilmiştir.



Şekil 4.16. M1.11. kodlu katılımcının 2. etkinliğe ait çözümü

Öğretmen adaylarından 33 kişi etkinlik yaprağında bulunan 3. etkinliği eş olan üçgenleri ve hangi eşlik teoremi olduğunu belirtmeden sonucu doğru bulmuştur. 3. etkinliği bu şekilde eş olan üçgenleri ve hangi eşlik teoremi olduğunu belirtmeyen katılımcılardan İM3.11. kodlu katılımcının çözümünün görseli Şekil 4.17’de verilmiştir.

3)

İM3,11

Yukarıda verilen şekilde ABCD bir karedir. $[AE] \perp [EF]$, $[CF] \perp [EF]$, $|EB| = 5$ br ve $|BF| = 12$ br olduğuna göre, $\triangle ABCD$ karesinin çevresini detaylı çözüm yaparak bulunuz. Çözümünüzü matematiksel olarak gerektelendiriniz. (Soruyu eşlik ve benzerlik kullanarak çözünüz.)

$$\frac{a}{5} = \frac{5}{m} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{5}{m} = 1 \Rightarrow m = 5$$

$$\frac{1}{12} = 1 \Rightarrow n = 12$$

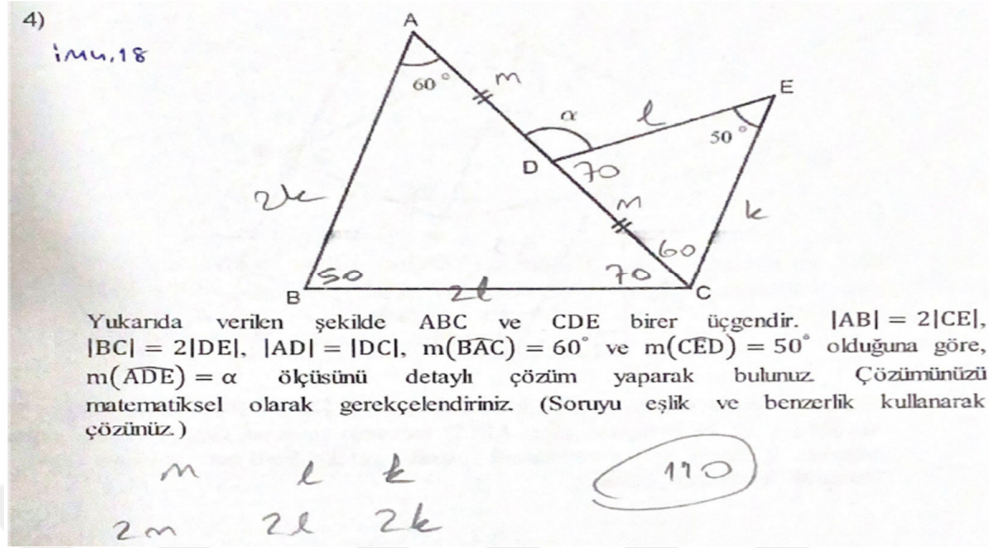
$$a = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$$

$$4a = 4 \cdot 13 = 52$$

90° 'nin karşısı eşit ve $\alpha + \beta = 90$ olduğundan bu işlen yapılabilir

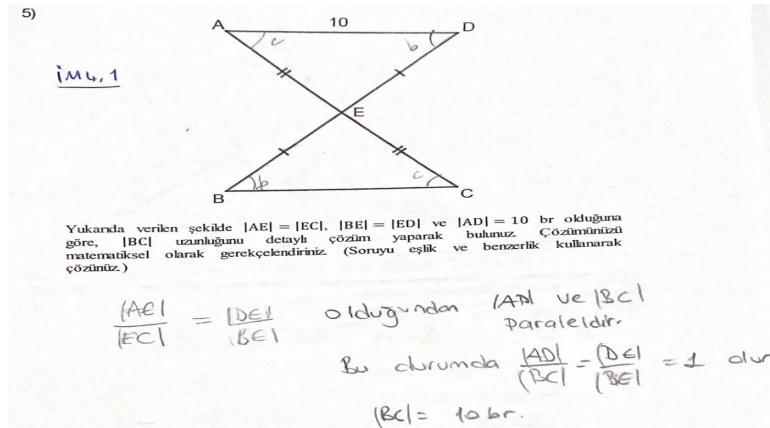
Şekil 4.17. İM3.11. kodlu katılımcının 3. etkinliğe ait çözümü

Öğretmen adaylarından 31’i 4. etkinliği benzer olan üçgenleri ve hangi benzerlik teoremi olduğunu belirtmeden sonucu doğru bulmuştur. 4. etkinliği bu şekilde benzer olan üçgenleri ve hangi benzerlik teoremi olduğunu belirtmeyen katılımcılardan İM4.18. kodlu katılımcının çözümünün görseli Şekil 4.18’de verilmiştir.



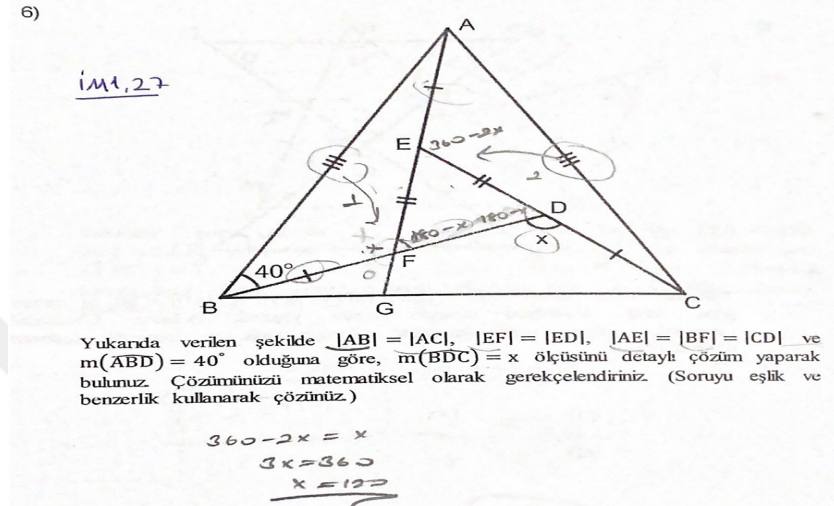
Şekil 4.18. İM4.18. kodlu katılımcının 4. etkinliğe ait çözümü

Öğretmen adaylarından 24'ü 5. etkinliği eş olan üçgenleri ve hangi eşlik aksiyomu (postulatı) olduğunu belirtmeden sonucu doğru bulmuştur. 5. etkinliği bu şekilde eş olan üçgenleri ve hangi eşlik aksiyomu (postulatı) olduğunu belirtmeyen katılımcılardan İM4.1. kodlu katılımcının çözümünün görseli Şekil 4.19'da verilmiştir.



Şekil 4.19. İM4.1. kodlu katılımcının 5. etkinliğe ait çözümü

Katılımcı öğretmen adaylarından 20'si 6. etkinliği eş olan üçgenleri ve hangi eşlik teoremi olduğunu belirtmeden sonucu doğru bulmuştur. 6. etkinliği bu şekilde eş olan üçgenleri ve hangi eşlik teoremi olduğunu belirtmeyen katılımcılardan İM1.27. kodlu katılımcının çözümünün görseli Şekil 4.20'de verilmiştir.



Şekil 4.20. İM1.27. kodlu katılımcının 6. etkinliğe ait çözümü

4.2.4. Matematik Öğretmen Adaylarının Eşlik ve Benzerlik Etkinliklerinde Gerekçeyi Doğru Gösterip Aracı Yanlış Gösteren Çözümlerin Dağılımı

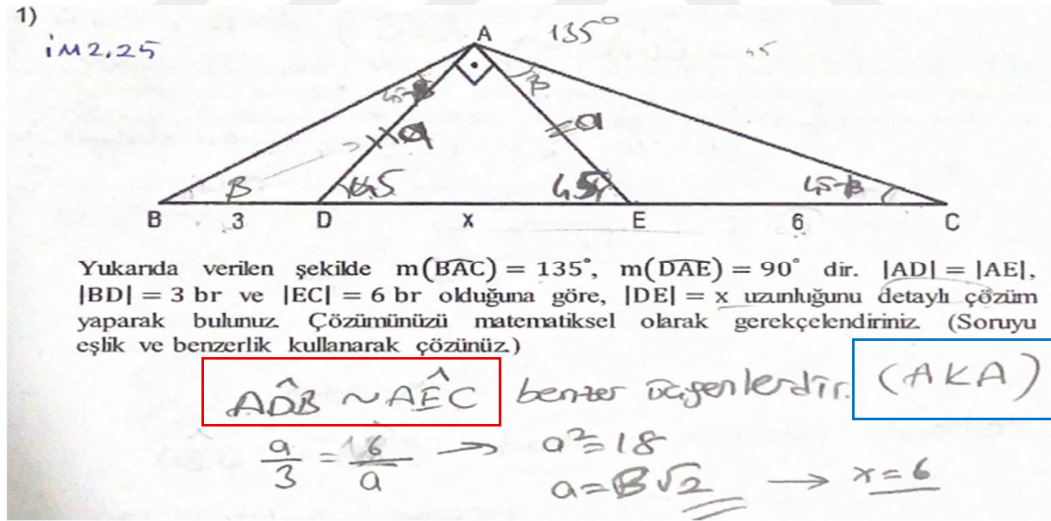
Katılımcıların etkinlik yaprağındaki eşlik ve benzerlik problemlerinde üçgenler arasındaki eşliği veya benzerliği gösterip (gerekçe) yanlış benzerlik ya da eşlik teoremi/aksiyomunu (postulatını) gösteren (araç) çözümlerin frekans dağılımı verilmiştir. Etkinlik yaprağında bulunan altı etkinliğin çözümlerinden bu kategoride olduğu değerlendirilen her bir çözüm için birer örnek verilmiştir.

Gerekçeyi doğru gösterip aracı yanlış gösteren çözümler olarak sınıflandırılan bu çözümlerin ilgili etkinliklere göre dağılımı Tablo 4.6'da sunulmuştur.

Tablo 4.6. Gerekçeyi doğru gösterip aracı yanlış gösteren çözümlerin dağılımı

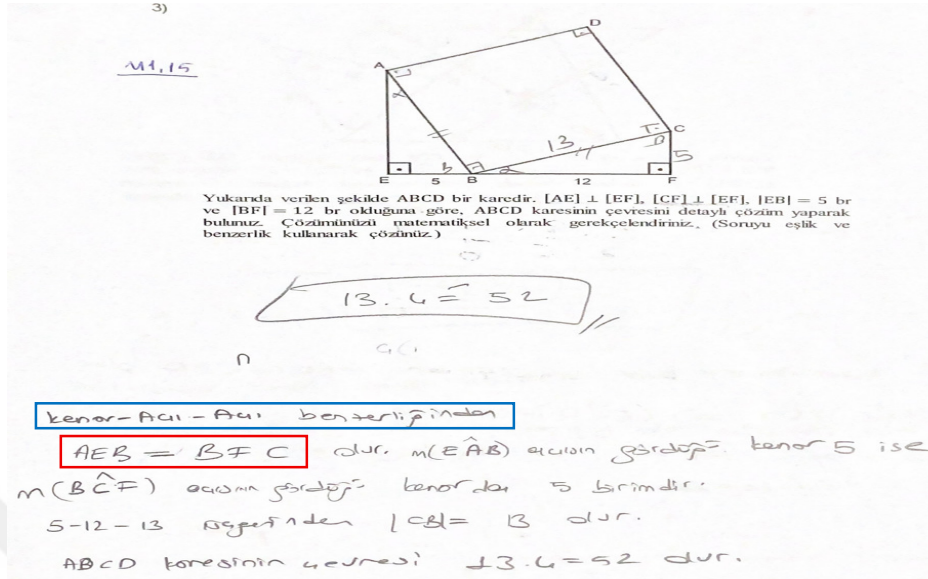
	1. Etkinlik	2. Etkinlik	3. Etkinlik	4. Etkinlik	5. Etkinlik	6. Etkinlik
Gerekçeyi doğru gösterip aracı yanlış gösteren çözümler	7	9	13	13	19	4

Etkinlik yaprağında bulunan 1. etkinlik AAA benzerlik teoremini kullanılmasını gerektirmektedir. Analiz sürecinde 1. etkinlik için katılımcı öğretmen adaylarının çözüm basamaklarının AAA benzerlik teoremi ifadesini kapsayıp kapsamadığına dikkat edilmiştir. Öğretmen adaylarından 7 kişinin benzer üçgenleri gösterip “AAA benzerlik teoremi” yerine “KAK” ya da “AKA” benzerliği yazdıkları görülmüştür. 1. etkinlikte AKA benzerliğini yanlış araç olarak belirten fakat etkinliği doğru olarak çözen katılımcılardan İM2.25. kodlu katılımcının çözümünün görseli Şekil 4.21’de verilmiştir.



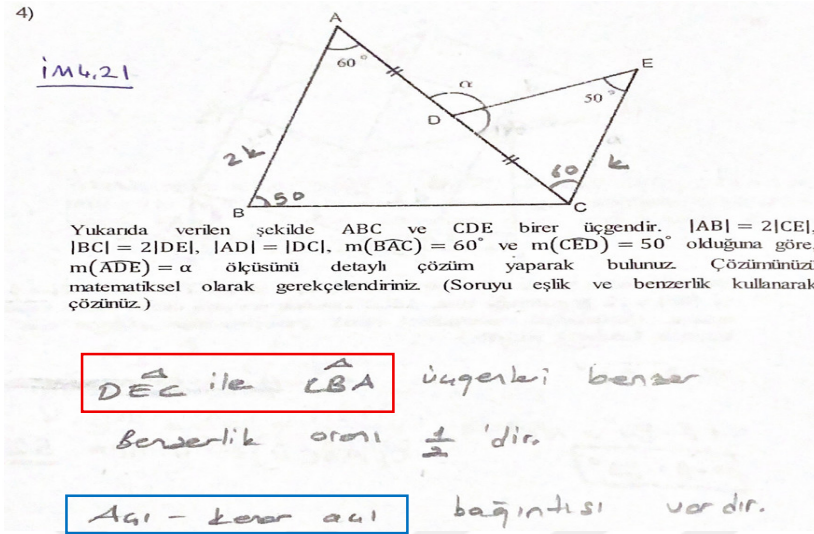
Şekil 4.21. İM2.25. kodlu katılımcının 1. etkinliğe ait çözümü

Etkinlik yaprağında bulunan 2. etkinlik KAK benzerlik aksiyomunun (postulatının) kullanılmasını gerektirmektedir. Analiz sürecinde katılımcı öğretmen adaylarının çözüm basamaklarının KAK benzerlik aksiyomu veya KAK benzerlik postulatı ifadesini kapsayıp kapsamadığına dikkat edilmiştir. Öğretmen adaylarından 9 kişinin benzer üçgenleri gösterip



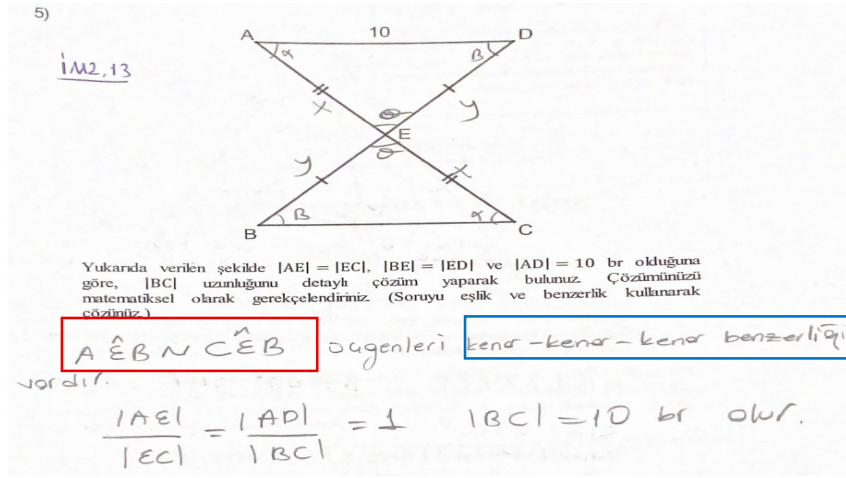
Şekil 4.23. M1.15. kodlu katılımcının 3. etkinliğe ait çözümü

Etkinlik yaprağında bulunan 4. etkinlik KKK benzerlik teoreminin kullanılmasını gerektirmektedir. Analiz sürecinde katılımcı öğretmen adaylarının çözüm basamaklarının KKK benzerlik teoremini kapsayıp kapsamadığına dikkat edilmiştir. Öğretmen adaylarından 13 kişinin benzer üçgenleri gösterip “KKK benzerlik teoremi” yerine “AKA” ya da “KAK” benzerliği ifadelerini yazdıkları görülmüştür. 4. etkinliğin çözümünde KKK benzerlik teorem aracı yerine AKA benzerliği yanlış aracını belirtip etkinliği çözmeye çalışan İM4.21. kodlu katılımcının çözümünün görseli Şekil 4.24’te verilmiştir.



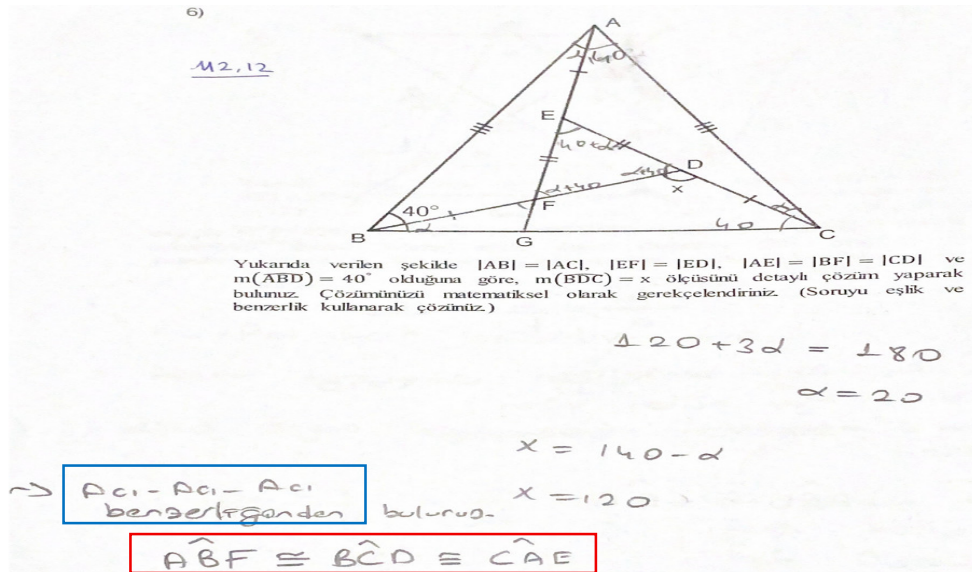
Şekil 4.24. İM4.21. kodlu katılımcının 4. etkinliğe ait çözümü

Etkinlik yaprağında bulunan 5. etkinlik KAK eşlik aksiyomunun (postulatının) kullanılmasını gerektirmektedir. Analiz sürecinde katılımcı öğretmen adaylarının çözüm basamaklarının KAK eşlik aksiyomu veya KAK eşlik postulatı ifadesini kapsayıp kapsamadığına dikkat edilmiştir. Öğretmen adaylarından 19'unun benzer/eş üçgenleri gösterip “KAK eşlik aksiyomu (postulatı)” aracı yerine “KKK”, “AKK”, “AAA”, “AKA” ya da “KKA” benzerliği yanlış araç ifadelerini yazdıkları görülmüştür. 5. etkinliği KKK benzerliği yazıp etkinliği doğru olarak çözen katılımcılardan İM2.13. kodlu katılımcının çözümünün görseli Şekil 4.25'te verilmiştir.



Şekil 4.25. İM2.13. kodlu katılımcının 5. etkinliğe ait çözümü

Etkinlik yaprağında bulunan 6. etkinlik KKK eşlik teoreminin kullanılmasını gerektirmektedir. Analiz sürecinde katılımcı öğretmen adaylarının çözüm basamaklarının KKK eşlik teoremi aracını kapsayıp kapsamadığına dikkat edilmiştir. Öğretmen adaylarından 4'ü gerekçe olarak benzer/eş üçgenleri gösterip doğru araç olan “KKK eşlik teoremi” yerine “AAA” ya da “KAK” benzerliği yanlış araçlarını yazdıkları görülmüştür. 6. etkinliği AAA benzerliği yanlış aracını yazıp etkinliği doğru olarak çözen katılımcılardan M2.12 kodlu katılımcının çözümünün görseli Şekil 4.26.’da verilmiştir.



Şekil 4.26. M2.12. kodlu katılımcının 6. etkinliğe ait çözümü

4.2.5. Matematik Öğretmen Adaylarının Eşlik ve Benzerlik Etkinliklerinde Amacına Uygun Olmayan Çözümleri

Etkinlik yaprağında, katılımcıların etkinlikleri eşlik ve benzerlik kullanarak çözmeleri özellikle belirtilmiştir. Ayrıca, etkinlik yaprağının uygulanması aşamasında da uygulayıcı tarafından söz konusu etkinlikleri katılımcıların eşlik ve benzerlik kullanarak çözmeleri gerektiği vurgulanmıştır. Bu hatırlatmalara rağmen katılımcıların çözümleri analiz edildiğinde bu uyarıların bazı katılımcılar tarafından dikkate alınmadığı tespit edilmiştir. Diğer bir ifadeyle, etkinlik yaprağındaki etkinlikler bazı katılımcılar tarafından eşlik ve benzerliğe alternatif yöntemlerle çözülmüştür. “Amacına uygun olmayan çözümler” olarak sınıflandırılan bu çözümlerin ilgili etkinlikler bağlamında frekans dağılımı Tablo 4.7’de sunulmuştur.

Tablo 4.7. Matematik öğretmen adaylarının eşlik ve benzerlik etkinliklerine yönelik amacına uygun olmayan çözümlerinin dağılımı

	1. Etkinlik	2. Etkinlik	3. Etkinlik	4. Etkinlik	5. Etkinlik	6. Etkinlik	Toplam
Amacına uygun olmayan çözümler	6	16	4	4	4	15	49

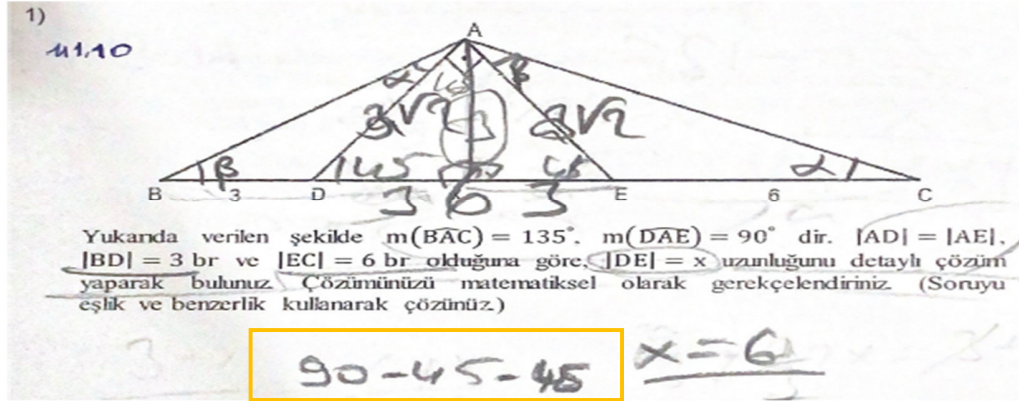
Tablo 4.7’de görüleceği üzere, katılımcıların üçgenlerde eşlik ve benzerliği kullanmak yerine alternatif matematiksel çözüm yöntemlerini en fazla 2. etkinlikte ve 6. etkinlikte uyguladıkları anlaşılmaktadır. Özel olarak, çözümlerinde KAK eşlik aksiyomunun (2. etkinlik) ve KKK eşlik teoreminin (6. etkinlik) kullanılmasını gerektiren etkinlikler, bu yöntemlere alternatif olarak eşlik-benzerlik kapsamı dışında stratejiler uygulanarak çözülmüştür. Tüm etkinlikler genelinde bu bağlamdaki çözümlerde eşlik ve benzerlik yöntemleri yerine diğer yöntemlerin kullanıldığı 49 farklı durumun olduğu tespit edilmiştir. Bu durumların konulara göre dağılımı Tablo 4.8’de verilmiştir.

Tablo 4.8. Matematik öğretmen adaylarının eşlik ve benzerlik etkinliklerine yönelik amacına uygun olmayan çözümlerinin yöntemlerinin dağılımı

Kullanılan yöntem	1. Etkinlik	2. Etkinlik	3. Etkinlik	4. Etkinlik	5. Etkinlik	6. Etkinlik	Toplam
Pisagor Teoremi	0	0	1	0	0	0	1
Özel Üçgenler	6	0	1	0	0	0	7
Trigonometrik Yaklaşım	0	16	2	1	3	0	22
Açı Kavramı	0	0	0	3	1	15	19
Toplam	6	16	4	4	4	15	49

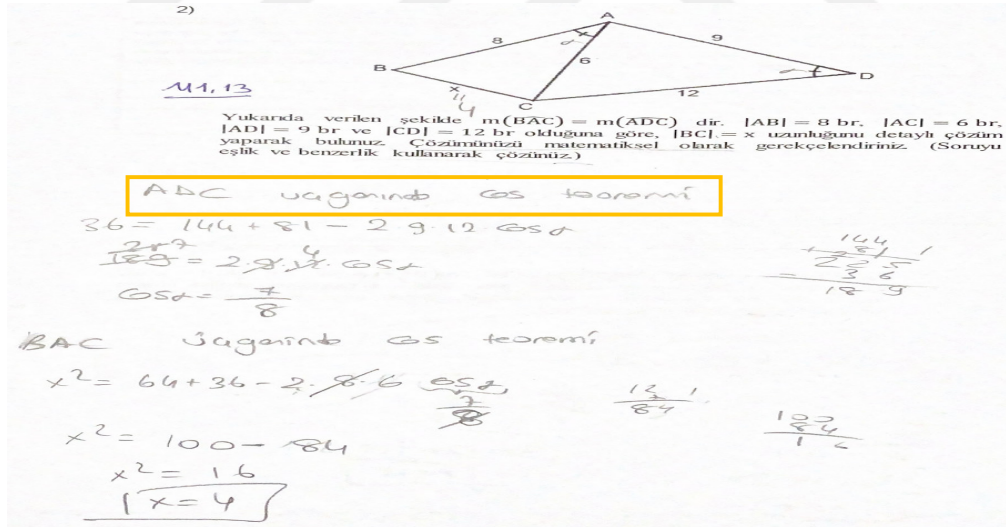
Üçgenlerde eşlik veya benzerlik kullanmak yerine alternatif çözüm yöntemlerini gösteren Tablo 4.8 incelendiğinde eşlik ve benzerliğe alternatif olarak katılımcıların en fazla trigonometrik yaklaşımdan faydalanmayı tercih ettikleri tespit edilmiştir. Bundan sonraki aşamada, eşlik ve benzerliğe alternatif olarak sunulan katılımcı çözümleri etkinlik bağlamında sunulacaktır. Etkinlik yaprağında bulunan etkinlikler üçgenlerde eşlik ve benzerliği kullanılmasını gerektirmektedir. Analiz sürecinde katılımcı öğretmen adaylarının çözüm basamaklarında üçgenlerde eşlik ve benzerliği kapsayıp kapsamadığına dikkat edilmiştir.

Toplamda 6 öğretmen adayının 1. etkinliği eşlik ve benzerlik kullanmak yerine alternatif olarak özel üçgenleri kullanarak çözmüş oldukları görülmüştür. 1. etkinliği bu şekilde çözen katılımcılardan M1.10. kodlu katılımcının çözümünün görseli Şekil 4.27’de verilmiştir.



Şekil 4.27. M1.10. kodlu katılımcının 1. etkinliğe ait çözümü

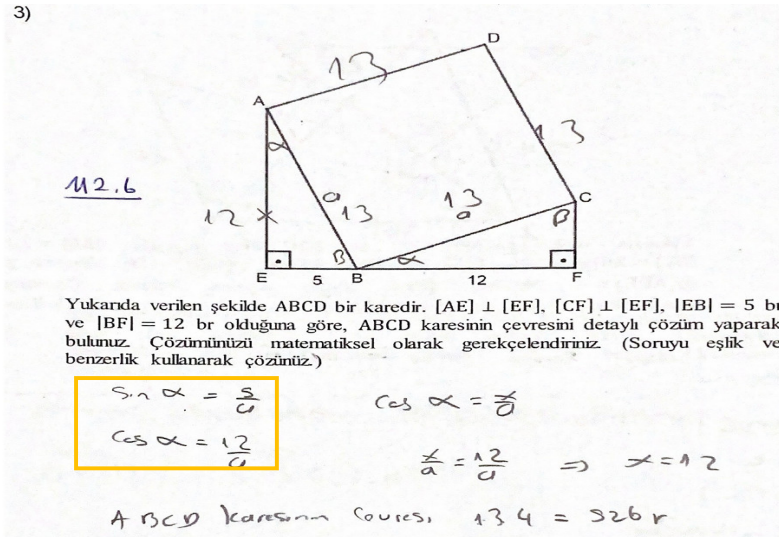
2. etkinliğin çözümünde alternatif yöntem kullanmayı tercih eden 16 öğretmen adayının tümünün 2. etkinliği eşlik ve benzerlik kullanmak yerine trigonometrik yaklaşım kullanarak çözmüş oldukları görülmüştür. 2. etkinliği bu şekilde (trigonometrik yaklaşım) çözen katılımcılardan M1.13. kodlu katılımcının çözümünün görseli Şekil 4.28’de verilmiştir.



Şekil 4.28. M1.13. kodlu katılımcının 2. etkinliğe ait çözümü

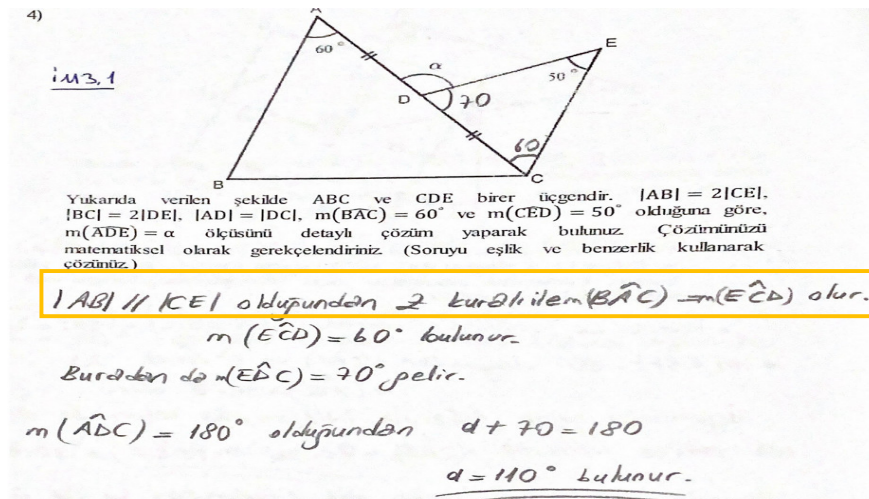
Toplamda 4 öğretmen adayının 3. etkinliği eşlik ve benzerlik kullanmak yerine alternatif olarak Pisagor teoremi, özel üçgenler ve trigonometrik yaklaşım kullanarak çözmüş oldukları

görülmüştür. 3. etkinliği bu şekilde trigonometrik yaklaşımla (trigonometrik fonksiyonlar) çözen katılımcılardan M2.6. kodlu katılımcının çözümünün görseli Şekil 4.29'da verilmiştir.



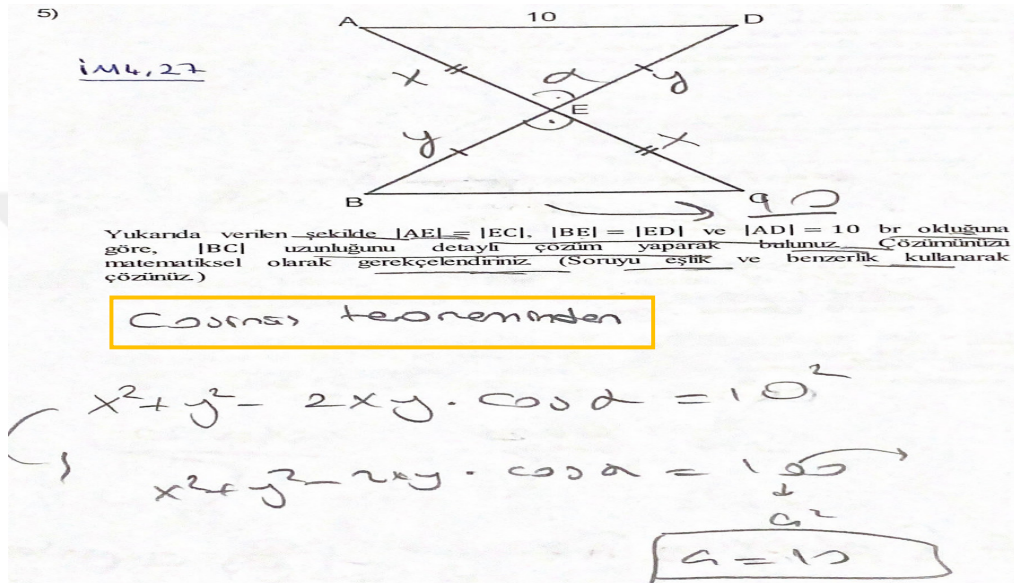
Şekil 4.29. M2.6. kodlu katılımcının 3. etkinliğe ait çözümü

Toplamda 4 öğretmen adayının 4. etkinliği eşlik ve benzerlik kullanmak yerine alternatif olarak trigonometrik yaklaşımı veya açı kavramını kullanarak çözmüş oldukları görülmüştür. 4. etkinliği bu şekilde çözen katılımcılardan İM3.1. kodlu katılımcının çözümünün görseli Şekil 4.30'da verilmiştir.



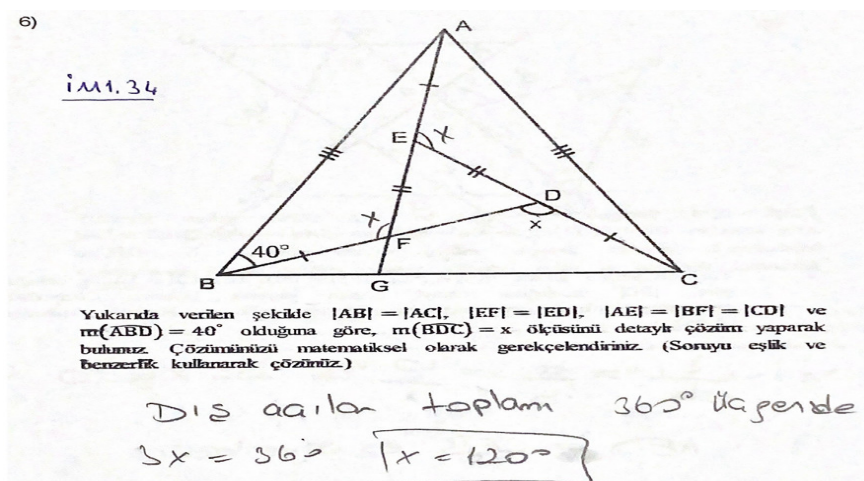
Şekil 4.30. İM3.1. kodlu katılımcının 4. etkinliğe ait çözümü

Toplamda 4 öğretmen adayının 5. etkinliği eşlik ve benzerlik kullanmak yerine alternatif olarak trigonometrik yaklaşım ve açı kavramını kullanarak çözmüş oldukları görülmüştür. 5. etkinliği bu şekilde çözen katılımcılardan İM4.27. kodlu katılımcının çözümünün görseli Şekil 4.31’de verilmiştir.



Şekil 4.31. İM4.27. kodlu katılımcının 5. etkinliğe ait çözümü

Toplamda 15 öğretmen adayının 6. etkinliği eşlik ve benzerlik kullanmak yerine alternatif olarak açı kurallarını kullanarak çözmüş oldukları görülmüştür. 6. etkinliği bu şekilde çözen katılımcılardan İM1.34. kodlu katılımcının çözümünün görseli Şekil 4.32’de verilmiştir.



Tablo 4.9. Çalışmada Kullanılan Temalar ve Alt Temalara Ait Katılımcı Sayıları

Alt Temalar	1. Etkinlik	2. Etkinlik	3. Etkinlik	4. Etkinlik	5. Etkinlik	6. Etkinlik
Matematik öğretmen adaylarının üçgenlerde eşlik ve benzerlik ile ilgili terminolojiyi kullanma durumları	8	46	6	33	39	21
Gerekçe ve aracı gösteren çözümler	0	0	0	0	0	1
Gerekçeyi gösterip aracı göstermeyen çözümler	104	64	132	105	99	108
Gerekçeyi ve aracı göstermeyen çözümler	32	30	33	31	24	20
Gerekçeyi doğru gösterip aracı yanlış gösteren çözümler	7	9	13	13	19	4
Amacına uygun olmayan çözümler	6	16	4	4	4	15
Yanlış çözümler	19	15	0	1	0	11
Boş çözümler	12	8	0	1	3	9
Toplam	188	188	188	188	188	189

5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Araştırmanın bu bölümünde elde edilen bulgular ilgili alan yazına dayalı olarak tartışılmış ve bu tartışma ışığında ulaşılan sonuçlar paylaşılmıştır. Bu çalışma da elde edilen bulgular, ulaşılan sonuçlar doğrultusunda bazı önerilere yer verilmiştir.

5.1. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu çalışmada matematik öğretmen adaylarının üçgenlerde eşlik ve benzerlik kavramları ile ilgili alan bilgileri incelenmiştir. Etkinlik yaprağındaki etkinlikler ile matematik öğretmen adaylarının üçgenlerde eşlik ve benzerlik ile ilgili alan bilgileri analiz edilmiştir.

Etkinlik yaprağındaki 1.etkinliği 19 kişi yanlış çözüp, 12 kişi boş bırakmıştır. Öğretmen adaylarından 8'i aksiyom, postulat ve teorem gibi matematiğin formel diline uygun terimler kullanmasa da benzerlik kriterlere temas ederek çözmüştür. 2.etkinliği 15 kişi yanlış çözüp, 8 kişi boş bırakmıştır. Öğretmen adaylarından 46'sı aksiyom, postulat ve teorem gibi matematiğin formel diline uygun terimler kullanmasa da benzerlik kriterlerine temas ederek çözmüştür. 3.etkinliği boş bırakan ya da yanlış çözen olmamakla birlikte öğretmen adaylarından 6'sı aksiyom, postulat ve teorem gibi matematiğin formel diline uygun terimler kullanmasa da benzerlik kriterlere temas ederek çözmüştür. 4.etkinliği 1 kişi yanlış çözüp, 1 kişi boş bırakmıştır. Öğretmen adaylarından 33' ü aksiyom, postulat ve teorem gibi matematiğin formel diline uygun terimler kullanmasa da benzerlik kriterlere temas ederek çözmüştür. 5.etkinliği yanlış cevaplayan olmamakla birlikte 3 kişi boş bırakmıştır. Öğretmen adaylarından 39'u aksiyom, postulat ve teorem gibi matematiğin formel diline uygun terimler kullanmasa da benzerlik kriterlere temas ederek çözmüştür. 6.etkinliği 11 kişi yanlış çözüp 9 kişi boş bırakmıştır. Öğretmen adaylarından 1 tanesi matematiğin formel diline uygun terimleri kullanmış olup 20'si aksiyom, postulat ve teorem gibi matematiğin formel diline uygun terimler kullanmasa da benzerlik kriterlere temas ederek çözmüştür. Toplamda 1.etkinlikte 157 öğretmen aday, 2.etkinlikte 165 öğretmen aday, 3.etkinlikte 188 öğretmen aday, 4.etkinlikte 186 öğretmen aday, 5.etkinlikte 185 öğretmen aday, 6.etkinlikte 168 öğretmen aday eşlik ve benzerliğe uygun terminolojiyi kullanmadan söz konusu etkinlikleri doğru olarak çözebilmiştir.

Bu durumun öğrencilerin eşlik ve benzerlik ile ilgili bilgilerinin kavramsal düzeyde değil işlemsel düzeyde kaldığından kaynaklandığı düşünülmektedir. Alan yazındaki çalışmaların büyük bölümü, öğrencilerin üçgenlerde eşlik ve benzerlik konularına çoğunlukla işlemsel bir bakış açısıyla yaklaştığını göstermektedir. Öğrenciler genellikle oran hesaplamaları yapmakta veya ilgili kuralları kullanmaktadır; ancak karşılık gelen kenarları belirleme ya da üçgenler arasındaki ilişkileri gerekçelendirme gibi kavramsal gerekliliklerde zorlanmaktadır. Bu bulgu, birçok araştırma tarafından ortaya konmuştur (Biber, 2020; Casanova vd., 2021; Haj-Yahya, 2021). Ayrıca Güneş (2022), bu güçlüklerin temelinde okul geometrisinde işlemsel bilginin, kavramsal bilgiye göre daha fazla önemsenmesi nedeniyle ortaya çıkan kalıcı bir dengesizlik olduğunu vurgulayarak bu durumu desteklemektedir. Söz konusu bu durum matematiksel diğer konular içinde geçerli olduğu ilgili literatürden anlaşılmaktadır. Özel olarak, Özpınar ve Arslan (2021) küme kavramında, Usiskin (1982) çokgenler, Svensson ve Holmqvist (2021) ise fonksiyonlar odağında öğretmen adayları veya öğrencilerle yaptıkları çalışmalarda katılımcıların bilgilerinin daha çok işlemsel düzeyde kaldığını ve kavramsal bilgilerin ise her bileşende eksik olduğunu raporlamaktadır. Sınav sisteminin getirdiği acelecilik ve öğrencilere pratik yöntemler öğretme eğilimi (Kilpatrick vd., 2001), matematik öğretmenlerinin alan bilgilerindeki eksiklik (Özpınar ve Arslan, 2021), matematik ders kitaplarında eşlik ve benzerlik odaklı tutarsızlıklar (Bircan, 2025; Mut ve Bircan, 2025), gibi durumların olması matematik öğretmen adaylarının eşlik ve benzerlik ile ilgili kavramsal bilgilerinin eksikliğine kaynaklık ettiği düşünülebilir. Ayrıca, eşlik ve benzerlik konusu özelinde matematik öğretmeni adaylarının matematiğin formel yapısına uygun bir terminoloji veya matematiksel bir dil kullanmamaları eşlik ve benzerlik odağındaki tarihsel gelişimle ilgili olduğu da düşünülebilir. Nitekim, Sfard (1995), bilginin tarihsel gelişim süreci ile bireyler tarafından öğrenilme süreci arasında yapısal benzerlikler bulunduğunu ve her iki süreçte de tekrar eden örüntülerin gözlemlendiğini ifade etmektedir. Bu doğrultuda, bireylerin bilgi inşa sürecinde karşılaştıkları güçlüklerin, söz konusu bilginin tarihsel gelişimi sürecinde geçmişteki birçok matematikçi tarafından da benzer biçimde deneyimlenmiş olduğu, dolayısıyla bireysel öğrenme süreçlerinin tarihsel bağlamla paralellik gösterdiği ileri sürülebilir. Dolayısıyla matematik tarihi içerisinde eşlik ve benzerlik ile ilgili görünen bu problemli yapının matematik öğretmen adaylarının çözümlerine yansması da doğal olarak düşünülebilir.

Her ne kadar mevcut durum matematik öğretmen adaylarının bilgilerinin işlemsel düzeyde kaldığını gösterse de burada işlemsel bilginin kıymetsiz olduğu düşünülmemelidir. 188 öğretmen adayından 1.etkinlikte 157 sinin, 2.etkinlikte 165 inin, 3.etkinlikte 188 inin, 4.etkinlikte 186 sinin, 5.etkinlikte 185 inin ve 6.etkinlikte 168 inin söz konusu etkinlikleri işlemsel olarak doğru bir şekilde çözmeleri de azımsanacak bir durum değildir. Kavramsal bilginin yanında işlemsel bilginin de değerli olduğunu ve matematiksel olarak önemli kapılar araladığını belirten çalışmalar da bulunmaktadır (Star, 2005).

Araştırmanın bulguları, matematik öğretmen adaylarının geometride eşlik ve benzerlik terminolojisini doğru kullanmada ciddi eksiklikler taşıdığını göstermiştir. Katılımcıların çoğu yalnızca “AAA benzerliği” veya “KAK eşliği” gibi yüzeysel ifadelerle yetinirken, yalnızca bir katılımcının “KKK Eşlik Teoremi”ni doğru terim ile kullandığı tespit edilmiştir. Bu bulgu, Yeşildere (2007) ve Güreffe (2018) çalışmalarındaki sonuçlarla örtüşmektedir. Yeşildere (2007) matematik öğretmen adaylarının matematiksel alan dilini formel düzeyde yeterince kullanmadığını bildirmiştir. Güreffe (2018) ise geometride temel kavramların tanımlanmasında adayların sembolik ve terimsel anlatımda eksiklikler yaşadığını ortaya koymuştur. Ayrıca, öğretmen adaylarının eşlik ve benzerlik sorularını doğru olarak çözebilmelerine rağmen çözümlerini gerekçelendirmede sorun yaşamaları Dünder ve Gündüz’ün (2017) çalışmalarında ulaştıkları bulgularla paralellik göstermektedir.

Mevcut araştırmada, katılımcı matematik öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu etkinlik yaprağındaki etkinlikleri ilgili gerekçeyi ve aracı belirtmeden ve işlemsel olarak eşlik/benzerlik kurallarını kullanarak çözmüşlerdir. Fakat söz konusu çözümlerde katılımcılar yeterli açıklama yapmamışlar ve matematiksel dili etkili bir şekilde kullanamamışlardır. Knight (2006) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının geometrik şekillerin özellikleri arasında ilişkileri fark etmelerinin ve bu ilişkiler üzerine muhakeme yapmalarının, bir geometrik ispatın gerçekleştirilmesinde bilimsel gerekçeler sunmalarının beklendiğini fakat çalışmasına katılan öğretmen adaylarının bu seviyede olmadığını belirtmiştir. Benzer şekilde bu çalışmada da öğretmen adaylarının üçgenlerde eşlik ve benzerliği kullanarak etkinlik yaprağında verilen üçgenler arasındaki eşlik ve benzerlik ilişkisini gösterirken hangi eşlik aksiyomu/teoremi ve hangi benzerlik aksiyomu/teoremi kullandığını bilimsel gerekçeler ile muhakeme etmede kendilerinden beklenen başarıyı gösterememişlerdir. Mayberry (1983) ve Athanasopoulou

(2008) da benzer şekilde öğretmen adaylarının eşlik ve benzerlik kavramları ile ilgili sorulan sorularda fazla hata yaptığına dair bulguları da bu çalışmanın bulgularını desteklemektedir.

Genel olarak çalışmaya dahil edilen 188 matematik öğretmen adayından hiçbiri aksiyom (postulat) terimini kullanmamış olup teorem terimini ise kullanan katılımcı sayısının az olduğu görülmüştür. Bu bulgulardan yola çıkarak matematik öğretmen adaylarının üçgenlerde eşlik ve benzerlik özelinde ve özellikle kavramsal bağlamda alan bilgilerinin yeterli olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Alan bilgisi eksikliği, gerekçelendirme, gerekli olan aracı belirtmede ve etkinlikleri çözmede kavramsal odaklı hata oranını artırmaktadır. Araç ve gerekçeyi sadece bir matematik öğretmen adayının doğru olarak yazması, ortaöğretim ve matematik öğretmen eğitimi programlarının bu boyutu yeterince desteklemediğini gösterir. Öğretmen adaylarının benzer çalışmalarda olduğu gibi (Cunningham ve Roberts, 2010; Fujita ve Jones, 2006; 2007; Günhan, 2014) geometri bilgilerinin eksik olduğu görülmüştür. Fuys ve arkadaşları (1988) öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının geometri bilgisinin kural ve ezberlere dayalı olduğu sonucuna ulaşmıştır. Ulaşılan bu sonuçlar birbiriyle yakından ilişkili olup elde edilen bulguların paralellik gösterdiği anlaşılmaktadır.

Hem etkinlik yaprağında hem de etkinlik yaprağının sınıf ortamında uygulanması sırasında uygulayıcılar tarafından eşlik ve benzerlik etkinliklerinin çözümünde eşlik ve benzerlik yöntemlerinin kullanılmasının gerekliliği özellikle vurgulanmıştır. Kaldı ki, Nissen'de (2000) sentetik yaklaşımla geometri öğretiminde kullanılan en temel öğelerden biri olan üçgenlerde benzerliğin, öğrencilerin problem çözerken veya teorem ispatlarken en iyi bildikleri araç olduğunu belirtmektedir. Buna rağmen mevcut araştırmanın ölçüm aracındaki söz konusu etkinlikleri eşlik ve benzerlik kullanmadan çözen katılımcıların sayısının azımsanmayacak çoklukta olduğu tespit edilmiştir. Söz konusu durum özellikle, KAK benzerlik aksiyomunun ve KKK eşlik teoreminin kullanılmasının gerektiği etkinliklerde olduğu görülmüştür. Matematik öğretmen adaylarının eşlik ve benzerlik yöntemlerine alternatif olarak trigonometrik yaklaşımı (kosinüs teoremi, trigonometrik fonksiyonlar), açı kavramını ve Pisagor Teoremini kullandıkları anlaşılmıştır. Eşlik ve benzerliğe alternatif olarak başka yöntemlerin kullanılabileceği ilgili literatürde de belirtilmektedir. Örneğin, Mut (2015) vektörel yaklaşımın ve trigonometrinin belirli çeşitten geometri problemlerin çözümünde eşlik ve benzerliğe alternatif olduğunu belirtmektedir. İlgili literatürde, özellikle çoklu çözüm etkinlikleri bağlamında, öğrencilerin

üçgenlere ilişkin geometri problemlerini yalnızca benzerlik ve eşlik üzerinden değil, trigonometrik, analitik ya da vektörel yöntemlerle de çözdüklerini ortaya koyan çalışmalar bulunmaktadır (ör., Levav-Waynberg & Leikin, 2009; Stupel & Ben-Chaim, 2017; Stupel & Oxman, 2018).

Alternatif çözüm yöntemlerine (Pisagor, trigonometri, açı kuralları) başvurma yaygınlığı, kavramsal bilgi yetersizliğiyle açıklanabilir. Even'in (1990) çalışması da bu tür durumların kavramsal anlayışı zayıf bırakabileceğini ifade etmektedir. Katılımcıların büyük çoğunluğunun gerekçeyi belirtip aracı göstermemesi, ya da gerekçeyi doğru verip yanlış aracı (örneğin AAA yerine KAK yazma) kullanmaları, Seago ve arkadaşları (2014) gibi araştırmacıların vurguladığı gibi, kavramsal içeriği pedagojik uygulamaya dönüştürmede yaşanan güçlükleri desteklemektedir.

5.2. ÖNERİLER

Araştırmanın bu bölümünde elde edilen bulgular ve sonuçlar doğrultusunda uygulamaya ve gelecekteki araştırmalara yönelik bazı önerilere yer verilmiştir.

Uygulamaya yönelik öneriler

Bu çalışmadan elde edilen bulgular ve sonuçlar doğrultusunda üçgenlerde eşlik ve benzerlik konusunun öğretilmesi sürecinde öğretmen adaylarının işlemsel becerilerine ilaveten kavramsal becerilerinin de gelişmesine yönelik olarak üçgenlerde eşlik ve benzerlik kriterlerinin matematiksel aksiyomatik yapısını yansıtacak, eşlik ve benzerlik kriterlerini özel olarak aksiyom, postulat ve teorem ayırımına dikkat edecek yapıda hazırlanması önerilmektedir. Bu durumun sadece matematik öğretmenlerinin ders planlarıyla sınırlı kalmaması, matematik ders kitaplarının da bu yapıyı ihmal etmemesi yönünde hazırlanması tavsiye edilmektedir. Ayrıca, bu çalışma özelinde ulaşılan bulgular ve sonuçlar bağlamında üniversitelerin eğitim fakültelerinde matematik öğretmeni yetiştiren öğretim programlarında öğrenim gören matematik öğretmen adaylarına Öklid Geometri'si, Geometri ve Ölçme Öğretimi vb. derslerde bahsedilen hususların kapsamlı olarak verilmesi, matematik öğretmen adaylarının bu yönde alan bilgilerinin geliştirilmesine yönelik önlemlerin alınması önerilmektedir.

Araştırmaya yönelik öneriler

Üçgenlerde eşlik ve benzerlik alan bilgisi çalışmalarında örneklem grubu ilköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmenleri olan herhangi bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Bu nedenle örneklem grubu ilköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmenleri olan üçgenlerde eşlik ve benzerliğe ilişkin araştırmalar yürütülmesi tavsiye edilmektedir. Eşlik ve benzerlikle ilgili matematik öğretmen adaylarının kavramsal bilgilerinin gelişimine engel olan durumların tespit edilmesi, bu engellerin giderilmesine yönelik konuya özgü çözüm önerilerinin üretilmesine yönelik araştırmaların yürütülmesi önerilmektedir.



6. KAYNAKÇA

- Aksu, H. H. (2005). İlköğretimde Aktif Öğrenme Modeli ile Geometri Öğretiminin Başarıya, Kalıcılığa, Tutuma ve Geometrik Düşünme Düzeyine Etkisi. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Altıparmak, K., & Gürcan, M. (2021). Geometri öğretiminde eşkenar üçgen kavramının öğretmen adayları tarafından anlaşılması. *Eğitim ve Bilim Dergisi*, 46(207), 153–168.
- Altun, M. (2004). *Matematik öğretimi*. İstanbul: Alfa Yayıncılık.
- Altun, M. (2020). Matematik öğretmen adaylarının geometri sorularındaki hata türlerinin analizi. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, 16(1), 45–60.
- Altun, M. (2021). *İlköğretim matematik öğretimi*. Alfa Akademi.
- Altun, S. D. G. (2020). Öğretmen adaylarının öklid geometride hatalara yaklaşımlarının incelenmesi. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, (41), 44–66.
- Argün, Z., Arıkan, A., Bulut, S., & Halıcıoğlu, S. (2014). *Temel matematik kavramların künyesi (Identification of basic mathematical concepts)*. Ankara: Gazi Kitabevi.
- Athanasopoulou, A. (2008). An inquiry approach to the study of quadrilaterals using Geometer's Sketchpad: A study with pre-service and in-service teachers. Unpublished doctoral dissertation, The University of North Carolina, Charlotte.
- Ball, D. L., Hill, H. C., & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 29(1), 14–22.
- Ball, D. L., & McDiarmid, G. W. (1990). The subject matter preparation of teachers. In W. R. Houston, M. Haberman, & J. Sikula (Eds.), *Handbook of research on teacher education* (pp. 437–449). New York: Macmillan.

- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.
- Bal, H. (2016). *Nitel araştırma yöntem ve teknikleri (Uygulamalı-Örnekle)*. (1. Basım). İstanbul: Sentez Yayıncılık.
- Baykul, Y. (2004). 6.-8. Sınıflar için ilköğretimde matematik öğretimi. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Baykul, Y. (2009). *İlköğretimde matematik öğretimi 6-8. sınıflar*. Ankara: Pegem Akademi.
- Baykul, Y. ve Aşkar, P. (1987). *Matematik Öğretimi*. Eskişehir, Anadolu Üniversitesi Yayınları.
- Bansilal, S., & Ubah, I. (2019). The use of semiotic representations in reasoning about similar triangles in Euclidean geometry. *Pythagoras*, 40(1), 1-10.
- Battista, M. T. (2007). *The development of geometric and spatial thinking*. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 843–908). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Biber A. Ç (2020). Students' difficulties in similar triangle questions. *Cypriot Journal of Educational Science*. 15(5), 1146 - 1159. <https://doi.org/10.18844/cjes.v15i5.5161>
- Bircan, Ş. (2025). Üçgenlerin eşliği ve benzerliği üzerine bir doküman analizi (Tez No. 975306) [Yüksek lisans tezi, Dicle Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.
- Bishop, A. (1989). Review of research on visualization in mathematics education. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11(1), 7–16.
- Burger, W. F., & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17(1), 31–48.
- Burton, D. M., & Burton, D. M. (1985). *The history of mathematics: An introduction*. Allyn and Bacon.
- Burton, D. M. (2011). *The history of mathematics: An introduction* (7th ed.). McGraw-Hill.
- Bütüner, S. Ö. (2017). Matematik öğretmen adaylarının geometri alan bilgilerinin belirlenmesi: aç, köşegen, yükseklik, dörtgen. *Amasya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 6(2), 501-530.

- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2023). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (34. baskı). Ankara: Pegem Akademi.
- Büyüköztürk, Ş. (2019). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı*. Ankara: Pegem Akademi.
- Casanova, J. R., Cantoria, C. C. C., & Lapinid, M. R. C. (2021). Students' geometric thinking on triangles: Much improvement is needed. *Infinity Journal*, 10(2), 217–234. <https://doi.org/10.22460/infinity.v10i2.p217-234>
- Champagne, A. B., Gunstone, R. F., & Klopfer, L. E. (1983). Naive knowledge and science learning. *Research in Science & Technological Education*, 1(2), 173–183.
- Chinnappan, M., Thomas, M. O. J., & McTigue, A. (2012). Structuring pre-service teachers' knowledge for teaching geometry. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 43(6), 747–762.
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 420–464). New York: Macmillan.
- Clements, D. H., Battista, M. T., Sarama, J. & Swaminathan, S. (1997). Development of students' spatial thinking in a unit on geometric motions and area. *The Elementary School Journal*, 98(2), 171-186.
- Common Core States Standards (2011). Common Core States Standards Initiative. Retrieved
- Creswell, J. W. (2013). *Nitel araştırma yöntemleri: Beş yaklaşıma göre nitel araştırma ve araştırma deseni* (M. Bütün & S. B. Demir, Çev.). Siyasal Kitabevi.
- Creswell, J. W., & Poth, C. N. (2018). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (4th ed.). SAGE Publications.
- Cunningham, R. F., & Roberts, A. (2010). Reducing the Mismatch of Geometry Concept Definitions and Concept Images Held by Pre-Service Teachers. *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers*, 1.

- Çakmak, Z., Konyalıoğlu, A. C., & Işık, A. (2014). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Üç Boyutlu Cisimlere İlişkin Konu Alan Bilgilerinin İncelenmesi. *Middle Eastern & African Journal of Educational Research*, 8, 28-44.
- Çevik, G. (2006). *Öklid geometride üçgenler ve temel teoremler üzerine* (Master's thesis, Fen Bilimleri Enstitüsü).
- Downe-Wamboldt, B. (1992). Content analysis: method, applications, and issues. *Health care for women international*, 13(3), 313-321.
- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. In C. Mammana & V. Villani (Eds.), *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century* (pp. 37–52). Springer.
- Dündar, S., & Gündüz, N. (2017). Justification for the Subject of Congruence and Similarity in the Context of Daily Life and Conceptual Knowledge. *Journal on Mathematics Education*, 8(1), 35-54.
- Dündar, S., & Gündüz, N. (2017). Üçgenlerde eşlik ve benzerlik konularına ilişkin kavram öğretimi: Öğretmen adaylarının görüşleri. *İlköğretim Online*, 16(1), 151–167.
- Ersoy, E. (2014). Geometri Öğretiminde Yaratıcı Dramanın Etkisi. *Electronic Turkish Studies*, 9(5).
- Even, R. (1990). Structure and constraints in prospective elementary teachers' knowledge of geometry. *Journal of Mathematics Teacher Education*, XX(X), xx–xx.
- Faggiano, E. (2012). About physical and technological manipulation in primary and lower secondary school geometry education. Paper presented in 12th International Congress on Mathematical Education, COEX, Seoul, Korea.
- Fennema, E., & Franke, M. L. (1992). *Teachers' knowledge and its impact*. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 147–164). New York: Macmillan.
- Fernandez, C. (2005). Lesson study: A means for elementary teachers to develop the knowledge of mathematics needed for reform-minded teaching. *Mathematical Thinking and Learning*, 7(4), 265–289.

- Fey, J. (1982). *Mathematics education*. In Mitzel (Ed.), *Encyclopedia of educational research* (5th ed., Vol. 3, pp. 1166-1182). NY: The Free Press.
- Fidan, Y., & Türnüklü, E. (2010). Examination of 5th grade students' levels of geometric thinking in terms of some variables. *Pamukkale University Journal of Education*, 27, 185-197.
- Fraenkel, J. R., Wallen, N. E., & Hyun, H. H. (2012). *How to design and evaluate research in education* (8th ed.). McGraw-Hill.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Reidel Publishing Company.
- Fujita, T., & Jones, K. (2006, July). Primary trainee teachers' understanding of basic geometrical figures in Scotland. Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Czech Republic.
- Fuys, D., Geddes, D., & Tischler, R. (1988). The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph*, 3, 1-196.
- González, G., & Herbst, P. G. (2009). Students' conceptions of congruency through the use of dynamic geometry software. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 14(2), 153-182.
- Göçmen, B. (2022). *Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin eşlik ve benzerlik konularına ilişkin bilgilerinin incelenmesi* (Yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Greenberg, M. J. (1993). *Euclidean and non-Euclidean geometries: Development and history* (4th ed.). W. H. Freeman and Company.
- Gutiérrez, A., & Jaime, A. (1998). On the assessment of the Van Hiele levels of reasoning. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 20, 27-46.
- Gülten, D. Ç., & Gülten, İ. (2004). Lise 2. sınıf öğrencilerinin geometri dersi notları ile öğrenme stilleri arasındaki ilişki üzerine bir araştırma. *Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 16(1), 74-87.

- Güneş, M. (2022). *Development and validation of selected-response test to measure students' declarative knowledge of triangles* (Yüksek lisans tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi). METU Open Institutional Repository. <https://hdl.handle.net/11511/101877>
- Günhan, B. C. (2014). An Investigation of Pre-Service Elementary School Teachers' Knowledge Concerning Quadrilaterals. *Çukurova University. Faculty of Education Journal*, 43(2), 137-154.
- Gürefe, N. (2018). Mathematical language skills of mathematics prospective teachers. *Universal Journal of Educational Research*, 6(4), 661–671.
- Gürefe, N., & Kan, A. (2013). Öğretmen adayları için geometrik cisimler konusuna yönelik tutum ölçeği geliştirme geçerlik ve güvenirlik çalışması. *İlköğretim Online*, 12(2), 356-366.
- Güven, B. (2016). Üçgen II. A. N. Elçi, E.Bukova-Güzel, B. Cantürk-Günhan, E. ev-Çimen (Editörler) içinde, *Temel matematiksel kavramlar ve uygulamaları* (ss. 393-411). Pegem Akademi Yayıncılık.
- Hacısalıhoğlu, H. H., Mirasyedioğlu, Ş., Akpınar, A. (2004). *İlköğretim 6-8 Matematik Öğretimi: Matematikte İşbirliğine Dayalı Yapılandırıcı Öğrenme ve Öğretme*. Ankara: Asil Yayın Dağıtım.
- Hadas, N., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. B. (2000). The role of contradiction and uncertainty in promoting the need to prove in dynamic geometry environments. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 127–150.
- Haj-Yahya, A. (2022). Students' conceptions of the definitions of congruent and similar triangles. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 53(10), 2703–2727.
- Heath, T. L. (1956). *The thirteen books of Euclid's Elements* (Vol. 1–3). Dover Publications.
- Hızarcı, S., Ada, Ş., & Elmas, S. (2006). Geometride Temel Kavramların Öğretilmesi ve Öğrenilmesindeki Hatalar. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, (13), 337-342.
- Hilbert, D. (1899). *Grundlagen der Geometrie [Foundations of Geometry]*. Leipzig: Teubner.

- Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372–400.
- Hill, H. C., Blunk, M. L., Charalambous, C. Y., Lewis, J. M., Phelps, G. C., Sleep, L., & Ball, D. L. (2008). Mathematical knowledge for teaching and the mathematical quality of instruction: An exploratory study. *Cognition and Instruction*, 26(4), 430–511.
- Hoyles, C. (1998). Informal reasoning in the formal curriculum: Exploring students' conceptions in secondary geometry. *British Educational Research Journal*, 24(1), 57–69.
- İlgar, L., & Gülten, D. Ç. (2013). Matematik konularının günlük yaşamda kullanımının öğrencilere öğretilmesinin gerekliliği ve önemi. *İstanbul Zaim Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, Güz.
- İlhan, M. (2021). Araştırmalarda iç ve dış geçerlik. In B. Çetin, M. İlhan, & M.G. Şahin (Eds.), *Eğitimde araştırma yöntemleri* (ss. 229-256). Pegem.
- Jin, H., & Wong, N. Y. (2021). Understanding pre-service teachers' conceptions of triangle properties: A case study. *The Mathematics Educator*, 31(1), 5–25.
- Jones, K., Fujita, T., & Miyazaki, M. (2013). Geometrical reasoning in problem solving: A comparison of Japanese and English secondary school students. *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 8)*, 173–182.
- Jones, K., Fujita, T., & Miyazaki, M. (2013). Learning congruency-based proofs in geometry via a web-based learning system. *Proceedings of the British Society for Research Into Learning Mathematics*, 33(1), 31–36.
- Jones, K. (2002). Issues in the teaching and learning of geometry. In Linda Haggarty (Ed), *Aspects of teaching Secondary Mathematics: Perspectives on practice*. London: Routledge Falmer. Chapter 8, pp 121-139. ISBN: 0-415-26641-6.
- Kaplan, A., & Hızarcı, S. (2005). Matematik öğretmen adaylarının üçgen kavramı ile ilgili bilgi düzeyleri. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, (11), 472-478.

- Kaplan, H., & Hızarcı, S. (2005). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının üçgen konusundaki bilgi düzeyleri. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(2), 65–76.
- Karğı, S., & Kurtuluş, A. (2024). Eşlik ve Benzerlik ile İlgili Kazanımların Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerine Göre İncelenmesi. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 12(1), 23-48.
- Kartal, B., & Çınar, C. (2017). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının çokgenlere dair geometri bilgilerinin incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(2), 375-399.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academy Press.
- Kim, H., Sefcik, J. S., & Bradway, C. (2017). Characteristics of qualitative descriptive studies: A systematic review. *Research in Nursing & Health*, 40(1), 23–42.
- Knight, K. C. (2006). An investigation into the change in the Van Hiele levels of understanding geometry of pre-service elementary and secondary mathematics teachers Unpublished doctoral dissertation, The University of Maine, Orono.
- Konyalıoğlu, A. C. (2013). Matematik Öğretmen Adaylarının Geometri Alan Bilgilerinin Hata Yaklaşımı İle İncelenmesi. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27, 45-62.
- Konyalıoğlu, A. C., Özkaya, M., & Gedik, S. D. (2012). Matematik öğretmen adaylarının konu alan bilgilerinin hataya yaklaşımları açısından incelenmesi. *Journal of the Institute of Science and Technology*, 2(2 Sp: A), 27-32.
- Koparan, T. (2019). Üniversite Öğrencilerinin Öklid-Dışı Geometrilere Yönelik Algılarının ve Tasarlanan Öğrenme Ortamlarından Yansımaların İncelenmesi. *Yükseköğretim ve Bilim Dergisi*, (1), 180-191.
- Lambert, V. A., & Lambert, C. E. (2012). Nitel betimleyici araştırma: Kabul edilebilir bir tasarım. *Pacific Rim International Journal of Nursing Research*, 16(4), 255–256.

- Leung, K. C., Ding, L., Leung, A. Y. L., & Wong, N. Y. (2014). Prospective teachers' competency in teaching how to compare geometric figures: The concept of congruent triangles as an example. *Research in Mathematical Education*, 18(3), 171-185.
- Levav-Waynberg, A., & Leikin, R. (2010). Multiple solutions for a problem: A tool for evaluation of mathematical thinking in geometry. In *Proceedings of CERME* (Vol. 6, No. 2010, pp. 776-785).
- Lincoln, Y. S. & Guba, E. G. (1985). *Naturalistic Inquiry*. Newbury Park, CA: Sage Publications.
- Mayberry, J. (1983). The van Hiele levels of geometric thought in undergraduate preservice teachers. *Journal for research in mathematics education*, 14(1), 58-69.
- MEB [Milli Eğitim Bakanlığı]. (2023). Ortaokul matematik dersi öğretim programı (5-8. sınıflar). Ankara: T.C. Milli Eğitim Bakanlığı.
- Merriam, S. B. (2009). *Qualitative research: A guide to design and implementation*. Jossey-Bass.
- Miles, M., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Milli Eğitim Bakanlığı (Ministry of Education) [MoE] (2018). Matematik dersi (İlkokul ve Ortaokul 1,2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı ve kılavuzu (Mathematics course (Primary and Secondary School 1,2, 3, 4, 5, 6, 7 and 8th grades) curriculum and guide). Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Moise, E. E., & Downs, R. R. (1991). *Geometry* (2nd ed.). W. H. Freeman and Company.
- Morrow, G. R. (Proclus, ca.) (1970). *A commentary on the first book of Euclid's Elements*. Translated with introduction and notes by Glenn R. Morrow. Princeton, N.J, Princeton University Press.
- Moshe Stupel & David Ben-Chaim (2017) Using multiple solutions to mathematical problems to develop pedagogical and mathematical thinking: A case study in a teacher education program, *Investigations in Mathematics Learning*, 9:2, 86-108, DOI: 10.1080/19477503.2017.1283179

- Musser, G. L., & Burger, W. L. (1997). *Mathematics for elementary teachers a contemporary approaches* (4 th edition). NJ: Prentice Hall.
- Mut, A. İ. (2015). An Integrated Use Of Vectorial Approach With Analytical and Synthetic Approaches: A Teaching Experiment With Eleventh Grade Studentson Quadrilaterals (Doctoral Dissertation, Middle East Technical University).
- Mut, A. İ., & Bircan, Ş. (2025, May 17-19). An analysis of 9th grade mathematics textbook prepared in accordance with Türkiye Century Maarif Model curriculum in the context of congruence and similarity (ss. 117). The Nineth International Conference on Computational Mathematics and Engineering Sciences (CMES2025), Diyarbakır, Türkiye.
- Nissen, P. (2000). A Geometry Solution from Multiple Perspectives. *Mathematics Teacher*, 93(4), 324-327.
- Olkun, S., & Toluk Uçar, Z. (2017). *İlkokulda ve ortaokulda matematik öğretimi* (9. baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Olkun, S., & Toluk Uçar, Z. (2017). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Anı Yayıncılık.
- Özpınar, Z., & Arslan, S. (2021). Investigation of basic mathematical knowledge of preservice maths teachers: procedural or conceptual? *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 53(8), 2115–2132.
- Öztürk, T., & Demirel, D. (2023). Öğretmen Adaylarının Alan Bilgisinin Öğrenci Hataları Bağlamında Değerlendirilmesi: Geometri ve Ölçme. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 12(2), 462-476.
- Patkin, D., & Plaksin, O. (2011). Congruent triangles sufficient and insufficient conditions suggested milestones for inquiry and discussion. *Korean Society of Mathematical Education*, 15(4), 327–340.
- Patton, M. Q. (2014). *Qualitative research & evaluation methods: Integrating theory and practice* (4th ed.). SAGE Publications.
- Pesen, C. (2003). *Matematik öğretimi*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

- Sağlam, Y., & Kanadlı, S. (2019). *Nitel veri analizinde kodlama*. Ankara: Pegem Akademi.
- Sandelowski, M. (2000). Whatever happened to qualitative description? *Research in Nursing & Health*, 23(4), 334–340.
- Seago, N., Jacobs, J., Heck, D., Nelson, G., & Malzahn, K. (2013). Developing essential understandings of geometry for teaching mathematics in grades 6–8. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).
- Seago, N. M., Jacobs, J. K., Heck, D. J., Nelson, C. L., & Malzahn, K. A. (2014). Impacting teachers' understanding of geometric similarity: results from field testing of the Learning and Teaching Geometry professional development materials. *Professional Development in Education*, 40(4), 627-653.
- Senk, S. L. (1989). Van Hiele levels and achievement in writing geometry proofs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(3), 309–321.
- Serow, P. A. (2006). Examining geometric thinking in preservice elementary teachers. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 11(4), 16–21.
- Sfard, A. (1995). The development of algebra: Confronting historical and psychological perspectives. *Journal of mathematical behavior*, 14(1), 15-39.
- Sherard, W. H. (1981). Math anxiety in the classroom. *The Clearing House: A journal of educational strategies, Issues and Ideas*, 55(3), 106-110.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.
- Silverman, D. (2013). *Doing qualitative research: A practical handbook* (4th ed.). Sage.
- Smart, J. R. (1988). *Modern geometries* (4th ed.). Pacific Grove , CA : Brooks/Cole.
- Smith, D. E., & Mikami, Y. (2007). *A history of Japanese mathematics*. Cosimo, Inc.
- Star, J. R. (2005). Reconceptualizing procedural knowledge. *Journal for research in mathematics education*, 36(5), 404-411.

- Stupel, M., & Oxman, V. (2018). Integrating various fields of mathematics in the process of developing multiple solutions to the same problems in geometry. *Australian Senior Mathematics Journal*, 32(1), 26-41.
- Suppes, P. (1957). *Introduction to Logic*. Van Nostrand.
- Svensson, C., & Holmqvist, M. (2021). Pre-service teachers' procedural and conceptual understanding of pupils' mean value knowledge in grade 6. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 16(3).
- Şahintepe, E. N. (2022). *İlköğretim 8. sınıf matematik ders kitaplarının zihnin geometrik alışkanlıkları açısından incelenmesi* (Yüksek lisans tezi). Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Tsamir, P., Tirosh, D., Levenson, E., & Tabach, M. (2015). What is a triangle? Kindergarten students' responses and their implications for teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 89(3), 395–412.
- Turgut, U.M., & Yılmaz, S. (2007). Geometri derslerine nasıl giriş yapardık? İlköğretim matematik öğretmen adaylarının görüşleri. *Bilim Eğitim ve Düşünce Dergisi*, 7(4).
- Ubah, I., & Bansilal, S. (2019a). Exploring semiotic representations used by pre-service teachers in identifying similarity of triangles. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(2), 345–365.
- Ubah, I., & Bansilal, S. (2019b). The use of semiotic representations in reasoning about similar triangles in Euclidean geometry. *Pythagoras*, 40(1).
- Ubuz, B., & Aydın, U. (2018). Öğretmen adaylarının eşkenar üçgen kavramını anlamlandırma düzeyleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 33(2), 321–340.
- Ubuz, B. (1999). Students' conceptions of geometry: A study on the understanding of similar triangles. *Journal of Educational Research*, 92(6), 338–347.
- Ubuz, B. (2017). Teacher candidates' knowledge of geometry and misconceptions: A review study. *Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 63, 143–160.

- Ulusoy, F. (2021). Matematik öğretmen adaylarının üçgen kavramına ilişkin düşüncelerinin incelenmesi. *Matematik Eğitimi Dergisi*, 4(1), 12–25.
- Usiskin, Z. (1982). *Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry*. CDASSG Project, University of Chicago.
- Uyen, B. P., Tong, D. H., & Tram, N. T. B. (2021). Developing Mathematical Communication Skills for Students in Grade 8 in Teaching Congruent Triangle Topics. *European Journal of Educational Research*, 10(3), 1287-1302.
- Uygun, T., & Akyüz, D. (2016). Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının üçgenler konusunda tanım oluşturma sürecindeki öğrenmeleri. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16(4), 2002-2022.
- Uygun, T., & Akyüz, D. (2016). Öğretmen adaylarının üçgen kavramı ile ilgili tanımlamaları ve kavramsal farkındalıkları. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, 12(3), 621–646.
- Üstündağ, T., & Pektaş, M. (2016). Benzerlik kavramı ile ilgili kavram yanılgıları ve çözüm önerileri. *Milli Eğitim Dergisi*, 45(210), 47–63.
- Velleman, D. J. (2006). *How to prove it: A structured approach* (2nd ed.). Cambridge University Press.
- Wijaya, T. T., Mutmainah, I. I., Suryani, N., Azizah, D., Fitri, A., Hermita, N., & Tohir, M. (2021, October). Ninth grade students mistakes when solving congruence and similarity problem. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 2049, No. 1, p. 012066). IOP Publishing.
- Winer, M. L., & Battista, M. T. (2022). Investigating Students' Proof Reasoning: Analyzing Students' Oral Proof Explanations and Their Written Proofs in High School Geometry. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 17(2).
- Yeşildere, S. (2007). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel alan dilini kullanma yeterlikleri. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 24(2), 61–70.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2021). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri* (12. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

- Yıldız, S. G. (2020). Öğretmen adaylarının geometrik modelleme tasarımı sürecinden yansımalar: Tabanın mı yoksa yüksekliğin mi yarısı?. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 7(4), 250-270.
- Yurtyapan, M. İ., & Karataş, İ. (2020). Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Üçgenler ve Dörtgenler Konusuna İlişkin Pedagojik Alan Bilgilerinin İncelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 11(1), 53-90.
- Zbiek, R. M., Heid, M. K., Blume, G. W., & Dick, T. P. (2007). Research on technology in mathematics education. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 1169–1207). Information Age Publishing.



7. EKLER

EK 1: EŞLİK VE BENZERLİK ETKİNLİK YAPRAĞI

Adı Soyadı :
Öğrenci Numarası :
Bölümü/Sınıfı :

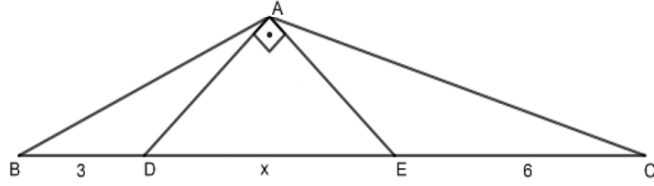
Bu çalışmada, matematik öğretmen adaylarının Öklid geometrisinin en temel öğelerinden "üçgenlerde eşlik ve benzerlik" kavramları ile ilgili alan bilgilerinin incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu çalışmada sizlere dağıtılan kâğıtlarda bulunan açık uçlu soruları çözmeniz istenecektir. Çalışmaya katılımanız tamamen gönüllülük esasına dayanmaktadır. Cevaplarınızı gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecektir. Elde edilen bilgiler bilimsel yayımlarda kullanılacaktır.

Aşağıda belirtilen derslerden aldıklarınızı işaretleyiniz.

☐ Geometri Öğretimi ☐ Öklid Geometrisi
☐ Diğer (Geometri ile ilgili aklınız başka bir ders varsa belirtiniz.)

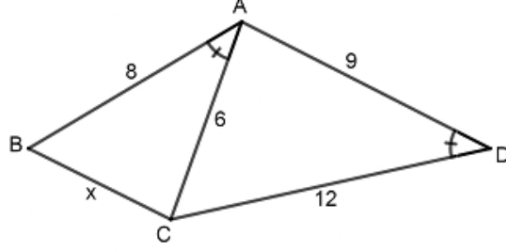
Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Etkinlik Yaprağı

1)



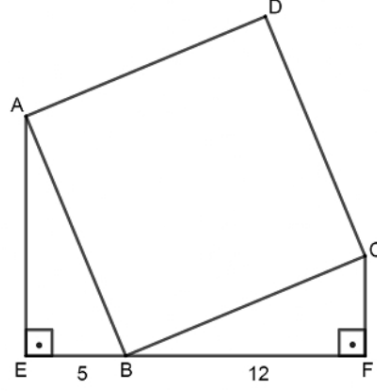
Yukarıda verilen şekilde $m(\widehat{BAC}) = 135^\circ$, $m(\widehat{DAE}) = 90^\circ$ dir. $|AD| = |AE|$, $|BD| = 3$ br ve $|EC| = 6$ br olduğuna göre, $|DE| = x$ uzunluğunu detaylı çözüm yaparak bulunuz. Çözümünüzü matematiksel olarak gerekçelendiriniz. (Soruyu eşlik ve benzerlik kullanarak çözünüz.)

2)



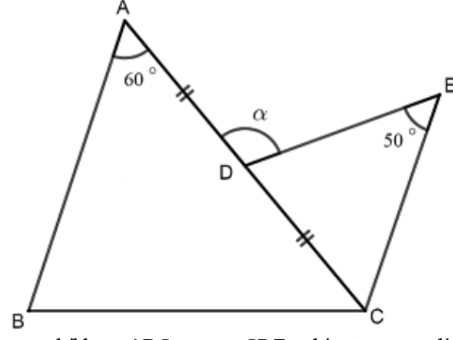
Yukarıda verilen şekilde $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{ADC})$ dir. $|AB| = 8$ br, $|AC| = 6$ br, $|AD| = 9$ br ve $|CD| = 12$ br okluğuna göre, $|BC| = x$ uzunluğunu detaylı çözüm yaparak bulunuz. Çözümünüzü matematiksel olarak gerekçelendiriniz. (Soruyu eşlik ve benzerlik kullanarak çözünüz)

3)



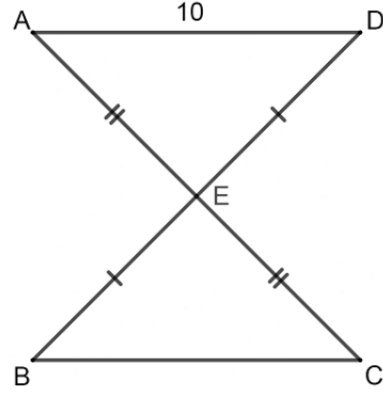
Yukarıda verilen şekilde ABCD bir karedir. $[AE] \perp [EF]$, $[CF] \perp [EF]$, $|EB| = 5$ br ve $|BF| = 12$ br olduğuna göre, ABCD karesinin çevresini detaylı çözüm yaparak bulunuz. Çözümünüzü matematiksel olarak gerekçelendiriniz (Soruyu eşlik ve benzerlik kullanarak çözünüz.)

4)



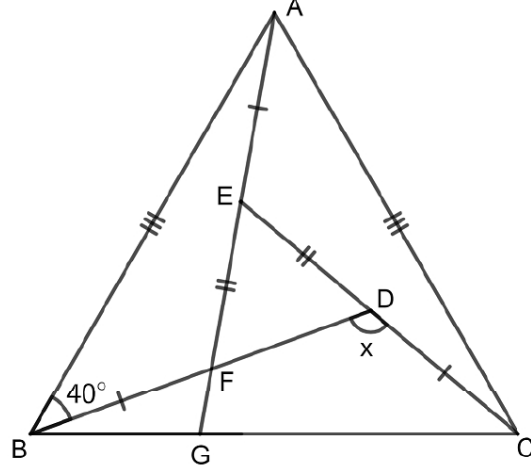
Yukarıda verilen şekilde ABC ve CDE birer üçgendir. $|AB| = 2|CE|$, $|BC| = 2|DE|$, $|AD| = |DC|$, $m(\widehat{BAC}) = 60^\circ$ ve $m(\widehat{CED}) = 50^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{ADE}) = \alpha$ ölçüsünü detaylı çözüm yaparak bulunuz. Çözümünüzü matematiksel olarak gerekçelendiriniz. (Soruyu eşlik ve benzerlik kullanarak çözünüz.)

5)



Yukarıda verilen şekilde $|AE| = |EC|$, $|BE| = |ED|$ ve $|AD| = 10$ br olduğuna göre, $|BC|$ uzunluğunu detaylı çözüm yaparak bulunuz. Çözümünüzü matematiksel olarak gerekçelendiriniz. (Soruyu eşlik ve benzerlik kullanarak çözünüz.)

6)



Yukarıda verilen şekilde $|AB| = |AC|$, $|EF| = |ED|$, $|AE| = |BF| = |CD|$ ve $m(\widehat{ABD}) = 40^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{BDC}) = x$ ölçüsünü detaylı çözüm yaparak bulunuz. Çözümlünüzü matematiksel olarak gerekçelendiriniz. (Soruyu eşlik ve benzerlik kullanarak çözünüz.)

EK 2: ETİK KURUL İZİNİ

Evrak Tarih ve Sayısı: 21/02/2024-661431



T.C.
DİCLE ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Hukuk Müşavirliği



Sayı : E-14679147-663.05-661431
Konu : İnceleme (Projenin Değerlendirilmesi)

21/02/2024

Sayın MERVE ÖTELEŞ

"Matematik Öğretmenlerinin ve Öğretmen Adaylarının Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik ile İlgili Alan Bilgilerinin İncelenmesi" başlıklı çalışmanız Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Çalışma ve Yayın Etiği Yönergesi uyarınca Üniversitemiz Sosyal ve Beşeri Bilimler Etik Kurulu Başkanlığı tarafından değerlendirilmiş olup söz konusu çalışmanın bilimsel etik açısından uygun olduğuna ilişkin Üniversitemiz Sosyal ve Beşeri Bilimler Etik Kurulu Başkanlığı kararı Üniversitemiz Rektörlük Makamının 20.02.2024 tarih ve 659826 sayılı Olur'u ile uygun görülmüştür.

Bilgilerini rica ederim.

Av. Rengin AVCI
Hukuk Müşaviri

Ek: İlgili Belgeler(1 sayfa)

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Kodu :BSR0Y1E9N3 Pin Kodu :20152 Belge Takip Adresi : <https://turkiye.gov.tr/ebd?eK=5539&eD=BSR0Y1E9N3&eS=661431>
Adres:Dicle Üniversitesi Rektörlüğü, 21280-Diyarbakır Bilgi için: Erkan Seyrek
Telefon:+90 412 241 10 00 Faks:+90 412 241 10 56 Unvanı: Büro Personeli
e-Posta: gensek@dicle.edu.tr Elektronik Ağ: <http://www.dicle.edu.tr>
Kep Adresi: dicleuniversitesi@hs01.kep.tr

Tel No: 2237

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Evrak Tarih ve Sayısı: 21/02/2024-661431

Evrak Tarih ve Sayısı: 17/02/2024-659100

	DİCLE ÜNİVERSİTESİ SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KURULU PROJE ONAY BELGESİ FORMU (EK 4)
---	---

Üniversitemiz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Öğrencisi olan Merve ÖTELEŞ'in Dr. Öğr. Üyesi Ali İhsan MUT danışmanlığında "Matematik Öğretmenlerinin ve Öğretmen Adaylarının Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik ile İlgili Alan Bilgilerinin İncelenmesi" başlıklı çalışması, Dicle Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Etik Kurulu Yönergesi uyarınca değerlendirilmiştir.

SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KURULU KARARI (Etik Kurul tarafından doldurulacaktır)	
Başvuru formunun Etik Kurula ulaştığı tarih	14/02/2024
Etik Kurul Karar toplantı tarihi ve karar sayısı	15/02/2024-4
☒ Proje etik açısından uygun bulunmuştur.	
☐ Proje etik açısından geliştirilmesi gerekmektedir.	
Açıklama:	
☐ Proje etik açısından uygun bulunmamıştır.	
Açıklama:	

Prof.Dr.Şengül KOCAMAN
BAŞKAN

Prof.Dr.Hasan TANRIVERDİ
ÜYE

Prof.Dr.Mehmet Mesut ERGİN
ÜYE

Prof.Dr.Kemal ÖZGEN
ÜYE

Prof.Dr.Mehmet Halis ÖZER
ÜYE

Prof.Dr.Bahar BURTAN DOĞAN
ÜYE

Prof.Dr. Oktay BOZAN
ÜYE

HKM-FRM-499/02

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.