



T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
DOKTORA TEZİ

MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN DENKLEM
KAVRAMINA İLİŞKİN ÖĞRETME BİLGİLERİNİN
İNCELENMESİ

FERİHA HANDE İDİL

İzmir
2020

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
DOKTORA TEZİ

MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN DENKLEM
KAVRAMINA İLİŞKİN ÖĞRETME BİLGİLERİNİN
İNCELENMESİ

FERİHA HANDE İDİL

DANIŞMAN
Prof. Dr. Serkan NARLI

İzmir
2020

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Doktora tezi olarak sunduğum “Matematik Öğretmenlerinin Denklem Kavramına İlişkin Öğretme Bilgilerinin İncelenmesi” adlı çalışmanın içerdđđi fikri izinsiz başka bir yerden almadđđımı; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında ve bölümlerinin yazımında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandđđımı, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yaptđđımı ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi, ayrıca bu çalışmanın Dokuz Eylül Üniversitesi tarafından kullanılan bilimsel intihal tespit programıyla tarandđđını ve *intihal içermediđđini* beyan ederim. Herhangi bir zamanda aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonuca razı olduđđumu bildiririm.

12/03/2020



Feriha Harde İDİL

TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU



DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS/DOKTORA TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU



Tarih: 26/03/2020

Tez Başlığı:

"Matematik Öğretmenlerinin Denklem Kavramına İlişkin Öğretme Bilgilerinin İncelenmesi"

Yukarıda başlığı belirtilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler ve d) Sonuç kısımlarından oluşan toplam 319 sayfalık kısmına ilişkin, 26/03/2020 tarihinde **tez danışmanım tarafından** Dokuz Eylül Üniversitesi Kütüphane ve Dokümantasyon Daire Başkanlığı'nın sağladığı İntihal Tespit Programından (Turnitin-Tez İntihal Analiz Programı) aşağıda belirtilen filtreleme tiplerinden biri (uygun olanı işaretleyiniz) uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin **benzerlik oranı % 12** dir.

- <http://www.kutuphane.deu.edu.tr/turnitin-tez-intihal-analiz-programi/> adresindeki Tez İntihal Analiz Programı Kullanım Kılavuzunu okudum ☒

Filtreleme Tipi 1(Maksimum %15) ☐

- ☐ Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç,
- ☐ Kaynakça hariç,
- ☐ Alıntılar dâhil,
- ☐ Altı (6) kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç.

Filtreleme Tipi 2(Maksimum %30) ☒

- ☐ Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç,
- ☐ Kaynakça dâhil,
- ☐ Alıntılar dâhil.

EK 1- İntihal Tespit Programı Raporu İLK SAYFA Çıktısı. ☒

EK 2- İntihal Tespit Programı Raporu (Tümü) Cd İçinde. ☒

Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orijinallik Raporu Uygulama Esasları'nı inceledim ve yukarıda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

Adı Soyadı : Feriha Hande idil
Öğrenci No : 2015950002
Anabilim Dalı : İlköğretim Anabilim Dalı
Programı : İlköğretim Matematik Öğretmenliği Doktora
Statüsü : Yüksek Lisans ☐ Doktora ☒

ÖĞRENCİ

Feriha Hande idil

26/03/2020

DANIŞMAN

Prof. Dr. Serkan NARLI

26/03/2020

Açıklamalar

1: Bu formu teslim etmeden önce sizden istenen bilgileri uygun kutucuğu (☐) işaretleyerek doldurunuz.

Kullanıcı şifre vb. konusunda sorun yaşanması durumunda Üniversitemiz Merkez Kütüphanesinde bulunan Turnitin yetkilisine (Ali Taş Tel: +90 (232) 3018026 veya ali.tas@deu.edu.tr) başvurunuz.

2: Yüksek Lisans/Doktora Tez Çalışması Orijinallik Raporu* formu tezin ciltlenmiş ve elektronik nüshalarının içerisinde ekler kısmında yer alır.

3: Tez savunmasında düzeltme alınması durumunda bu form güncellenerek yeniden hazırlanır.

4: Turnitin-Tez İntihal Analiz Programına yükleme yapılırken Dosya Başlığı (document title) olarak **tez başlığının tamamı**, Yazar Adı (author's first name) olarak **öğrencinin adı**, Yazar Soyadı (author's last name) olarak **öğrencinin soyadı** bilgisini yazınız.

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans ve doktora eğitim sürecimin her aşamasında katkı, yardım ve yönlendirmelerini esirgemeyen, matematik eğitimi konularında derin bilgilerinden istifade ettiğim, değerli hocam, danışmanım Sayın Prof. Dr. Serkan NARLI'ya teşekkür, minnet ve şükranlarımı sunarım.

Doktora tez sürecimi yakından takip eden, değerli bilgilerini benden esirgemeyen kıymetli hocalarım Sayın Prof. Dr. Elif TÜRNUKLÜ'ye ve Sayın Dr. Öğr. Üyesi Burak KARABEY'e; doktora tez jürimde olmayı kabul edip kıymetli görüşlerini benimle paylaşan değerli hocalarım Sayın Dr. Öğr. Üyesi Emre EV ÇİMEN'e ve Sayın Dr. Öğr. Üyesi Bülent Nuri ÖZCAN'a teşekkürlerimi sunarım.

Lisans eğitimimden bu yana bana pek çok anlamda değer katan, her ihtiyaç duyduğum anda desteğini esirgemeyen, onu tanıdığım için ne kadar şanslı biri olduğumu her zaman bana hissettiren, sevgili hocam Sayın Prof. Dr. Sibel YEŞİLDERE İMRE'ye en içten teşekkürlerimi sunarım.

Doktora eğitimimde burs desteği sağlayıp maddi olarak destek sağlayan TÜBİTAK Bilim İnsanı Destekleme Dairesi Başkanlığı'na (BİDEB) teşekkür ederim.

Araştırmanın uygulama sürecindeki destekleri ve sağladıkları olanak, gülüryüzden dolayı başta okul müdürüm Sayın Mevlüt AYDIN'a ve çalışmaya katılan matematik öğretmenlerine teşekkürlerimi sunarım.

Bu günlere gelmemde üzerimde büyük emekleri olan, yaşamım boyunca maddi ve manevi her zaman desteklerini hissettiğim çok sevgili anneme, babama ve canım kardeşime sonsuz teşekkür ederim.

Bu uzun süreçte, beni hiçbir zaman yalnız bırakmayan, her zaman başarabileceğime inanan, çalışmam için her türlü koşulu sağlayan sevgili eşim Hasan İDİL'e sonsuz teşekkür ederim.

Ve son olarak en özel teşekkürlerimi, verdikleri güzel enerji sayesinde büyük bir azimle çalışmamı sağlayan, kısa bir süre sonra aramıza katılacak olan canım oğullarım, küçük mucizelerim Egehan İDİL ve Emirhan İDİL'e sunarım. Birlikte başardık.

Mart 2020

İÇİNDEKİLER

ÖZET	xiv
ABSTRACT	xvi
BÖLÜM I	1
GİRİŞ	1
1.1. Problem Durumu	1
1.2. Amaç ve Önem	4
1.3. Problem Cümlesi	6
1.4. Varsayımlar	7
1.5. Sınırlılıklar	7
1.6. Tanımlar	7
1.7. Kısaltmalar	8
BÖLÜM II	9
KURAMSAL ÇERÇEVE İLE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR	9
2.1. Pedagojik Alan Bilgisi	9
2.2. Öğretmek İçin Matematik Bilgisi (ÖMB) Modeli	10
2.2.1. Uzmanlık Alan Bilgisi (UAB)	15
2.2.1.1 Açıklama	18
2.2.1.2 Gerekçelendirme	19
2.2.1.3. Temsiller	22
2.3. Denklem Kavramı	24
2.4. Uzmanlık Alan Bilgisi (UAB) Üzerine Yapılan Çalışmalar	26
BÖLÜM III	32
YÖNTEM	32
3.1. Araştırmanın Modeli	32
3.2. Çalışma Grubu	35
3.3. Veri Toplama Araçları	36

3.3.1.	Öğretim için Denklem Bilgi Testi (ÖDBT)	37
3.3.1.1.	ÖDBT'nin Geliştirilmesi	37
3.3.1.2.	Pilot Çalışma	39
3.3.1.3.	Uzmanlık Alan Bilgisini Değerlendirmek için Hazırlanan ÖDBT'nin İçeriği	40
3.3.1.4.	ÖDBT'nin Geçerlik ve Güvenirlik Çalışmaları	40
3.3.2.	Ders Gözlem Formu (DGF)	41
3.3.2.1.	Ders Gözlem Formunun Geliştirilme Süreci	41
3.3.2.2.	DGF'nin Geçerlik ve Güvenirlik Çalışmaları	42
3.3.3.	Görüşmeler	42
3.4.	Veri Toplama Süreci	43
3.5.	Verilerin Analizi	45
3.5.1.	ÖDBT'nin Veri Analizi Süreci	48
3.5.2.	DGF'nin Veri Analizi Süreci	52
3.6.	Görüşmelerin Veri Analizi Süreci	57
3.7.	Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği	57
3.8.	Araştırmacının Rolü	58
BÖLÜM IV		60
BULGULAR		61
4.1.	ÖDBT'den Elde Edilen Bulgular	60
4.1.1.	Öğretmenlerin Gerekçeleştirme Boyutuna Yönelik Bulguları	61
4.1.2.	Öğretmenlerin Açıklama Boyutuna Yönelik Bulguları	74
4.1.3.	Öğretmenlerin Temsil Boyutuna Yönelik Bulguları.....	84
4.2.	UAB Boyutlarına İlişkin Gözlem Verilerinden Elde Edilen Bulgular	97
4.2.1.	Gerekçeleştirme Boyutuna Yönelik Gözlem Bulguları	97
4.2.1.1.	Ö1 Kodlu Öğretmenin Gerekçeleştirme Boyutuna Yönelik Gözlem Bulguları	98
4.2.1.1.1.	Ö1 Kodlu Öğretmenin Gerekçeleştirme Boyutuna Yönelik 1. ve 2. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları	98

4.2.1.1.2.	Ö1 Kodlu Öğretmenin Gerekçelendirme Boyutuna Yönelik 3. ve 4. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları	103
4.2.1.1.3.	Ö1 Kodlu Öğretmenin Gerekçelendirme Boyutuna Yönelik 5. ve 6. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları	119
4.2.1.1.4.	Ö1 Kodlu Öğretmenin Gerekçelendirme Boyutuna Yönelik 7. ve 8. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları	114
4.2.1.1.5.	Ö1 Kodlu Öğretmenin Gerekçelendirme Boyutuna Yönelik 9. ve 10. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları	118
4.2.1.1.6	Ö1'in Gerekçelendirme Boyutuna İlişkin Tüm Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulgularının Değerlendirmesi	123
4.2.1.2.	Ö2 Kodlu Öğretmenin Gerekçelendirme Boyutuna Yönelik Gözlem Bulguları	124
4.2.1.2.1.	Ö2 Kodlu Öğretmenin Gerekçelendirme Boyutuna Yönelik 1. ve 2. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları	125
4.2.1.2.2.	Ö2 Kodlu Öğretmenin Gerekçelendirme Boyutuna Yönelik 3. ve 4. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları	129
4.2.1.2.3.	Ö2 Kodlu Öğretmenin Gerekçelendirme Boyutuna Yönelik 5. ve 6. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları	132
4.2.1.2.4.	Ö2 Kodlu Öğretmenin Gerekçelendirme Boyutuna Yönelik 7. ve 8. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları	135
4.2.1.2.5.	Ö2 Kodlu Öğretmenin Gerekçelendirme Boyutuna Yönelik 9. ve 10. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları	137
4.2.1.2.6.	Ö2'nin Gerekçelendirme Boyutuna İlişkin Tüm Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulgularının Değerlendirmesi	140
4.2.1.3.	Ö3 Kodlu Öğretmenin Gerekçelendirme Boyutuna Yönelik Gözlem Bulguları	141
4.2.1.3.1.	Ö3 Kodlu Öğretmenin Gerekçelendirme Boyutuna Yönelik 1. ve 2. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları	142
4.2.1.3.2.	Ö3 Kodlu Öğretmenin Gerekçelendirme Boyutuna Yönelik 3. ve 4. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları	144
4.2.1.3.3.	Ö3 Kodlu Öğretmenin Gerekçelendirme Boyutuna Yönelik 5. ve 6. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları	146
4.2.1.3.4.	Ö3 Kodlu Öğretmenin Gerekçelendirme Boyutuna Yönelik 7. ve 8. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları	149

4.2.1.3.5.	Ö3 Kodlu Öğretmenin Gerekçelendirme Boyutuna Yönelik 9. ve 10. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları	153
4.2.1.3.6.	Ö3'in Gerekçelendirme Boyutuna İlişkin Tüm Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulgularının Değerlendirmesi	157
4.2.2.	Açıklama Boyutuna Yönelik Gözlem Bulguları	158
4.2.2.1.	Ö1 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik Gözlem Bulguları	159
4.2.2.1.1.	Ö1 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik 1. ve 2. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları	159
4.2.2.1.2.	Ö1 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik 3. ve 4. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları	163
4.2.2.1.3.	Ö1 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik 5. ve 6. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları	166
4.2.2.1.4.	Ö1 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik 7. ve 8. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları	169
4.2.2.1.5.	Ö1 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik 9. ve 10. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları	172
4.2.2.1.6.	Ö1'in Açıklama Boyutuna İlişkin Tüm Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulgularının Değerlendirmesi	175
4.2.2.2.	Ö2 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik Gözlem Bulguları	177
4.2.2.2.1.	Ö2 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik 1. ve 2. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları	177
4.2.2.2.2.	Ö2 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik 3. ve 4. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları	180
4.2.2.2.3.	Ö2 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik 5. ve 6. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları	183
4.2.2.2.4.	Ö2 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik 7. ve 8. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları	186
4.2.2.2.5.	Ö2 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik 9. ve 10. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları	189
4.2.2.2.6.	Ö2'nin Açıklama Boyutuna İlişkin Tüm Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulgularının Değerlendirmesi	193
4.2.2.3.	Ö3 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik Gözlem Bulguları	195

4.2.2.3.1.	Ö3 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik 1. ve 2. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları	195
4.2.2.3.2.	Ö3 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik 3. ve 4. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları	197
4.2.2.3.3.	Ö3 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik 5. ve 6. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları	200
4.2.2.3.4.	Ö3 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik 7. ve 8. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları	203
4.2.2.3.5.	Ö3 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik 9. ve 10. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları	206
4.2.2.3.6.	Ö3'ün Açıklama Boyutuna İlişkin Tüm Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulgularının Değerlendirmesi	210
4.2.3.	Temsil Boyutuna Yönelik Gözlem Bulguları	211
4.2.3.1.	Ö1 Kodlu Öğretmenin Temsil Boyutuna Yönelik Gözlem Bulguları	212
4.2.3.2.	Ö2 Kodlu Öğretmenin Temsil Boyutuna Yönelik Gözlem Bulguları	216
4.2.3.3.	Ö3 Kodlu Öğretmenin Temsil Boyutuna Yönelik Gözlem Bulguları	220
4.3.	UAB Boyutlarının Türlerine İlişkin Bulgular	224
4.3.1.	ÖDBT'den Elde Edilen Bulgular	224
4.3.2.	Gözlem Verilerinden Elde Edilen Bulgular	232
BÖLÜM V		242
SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER		242
5.1.	Sonuç ve Tartışma	242
5.1.1.	Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin ÖDBT'den Elde Edilen Bulgularına İlişkin Tartışma	242
5.1.2.	Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Gözlem Verilerinden Elde Edilen Bulgularına İlişkin Tartışma	244
5.1.3.	Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin ÖDBT'de ve Öğretim Süreçlerinde Kullandıkları UAB Boyutlarının Türlerine İlişkin Tartışma	257
5.2.	Sonuç ve Öneriler	262

KAYNAKÇA	265
EKLER	277
EK 1. Öğrencinin Akademik Özgeçmişi	277
EK 2. Öğretim İçin Denklem Bilgi Testi (ÖDBT)	278
EK 3. Derslere İlişkin Görüşme Formu	290
EK 4. Ders Gözlem Formu	291
EK 5. Resmi İzin Belgeleri	292



TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 1 .	<i>Öğretme İşinin Matematik ile İlişkili Görevleri ve Sorumlulukları</i>	15
Tablo 2.	<i>ÖMB Ölçeğinde Yer Alan Bir Uzmanlık Alan Bilgisi Sorusu</i>	16
Tablo 3.	<i>Ortaokul Matematik Öğretmenlerine İlişkin Demografik Bilgiler</i>	36
Tablo 4.	<i>7.Sınıf Cebir Öğrenme Alanı Eşitlik ve Denklem Alt Öğrenme Alanı İncelenen 4 Kazanım</i>	38
Tablo 5.	<i>Pilot Çalışmaya Katılan Öğretmenlere İlişkin Demografik Bilgiler</i>	39
Tablo 6.	<i>Ders Gözlem Verilerinin Düzenlenmesine İlişkin Format</i>	46
Tablo 7.	<i>Öğretim İçin Denklem Bilgi Testini Puanlamada Kullanılan Analitik Rubrik, Rubriğin Boyutları ile Düzeyleri ve Açıklamaları</i>	49
Tablo 8.	<i>Öğretim İçin Denklem Bilgi Testini Puanlamada Kullanılan Analitik Rubrik, Rubriğin Boyutları ile Düzeyleri ve Açıklamaları</i>	50
Tablo 9.	<i>Öğretim İçin Denklem Bilgi Testini Puanlamada Kullanılan Analitik Rubrik, Rubriğin Boyutları ile Düzeyleri ve Açıklamaları</i>	51
Tablo 10.	<i>Gözlem Bulgularını Puanlamada Kullanılan Analitik Rubrik, Rubriğin Boyutları ile Düzeyleri ve Açıklamaları</i>	54
Tablo 11.	<i>Gözlem Bulgularını Puanlamada Kullanılan Analitik Rubrik, Rubriğin Boyutları ile Düzeyleri ve Açıklamaları</i>	55
Tablo 12.	<i>Gözlem Bulgularını Puanlamada Kullanılan Analitik Rubrik, Rubriğin Boyutları ile Düzeyleri ve Açıklamaları</i>	56
Tablo 13.	<i>Öğretmenlerin Gerekçelendirme Boyutuna Ait Sorulara Verdiği Cevapların Uygunlukları Açısından Değerlendirilmesi</i>	61
Tabla 14.	<i>Gerekçelendirme Boyutunun 1. Sorusuna Verilen Yanıtlar</i>	63
Tabla 15.	<i>Gerekçelendirme Boyutunun 2. Sorusuna Verilen Yanıtlar</i>	65
Tabla 16.	<i>Gerekçelendirme Boyutunun 3. Sorusuna Verilen Yanıtlar</i>	66
Tablo 17.	<i>Gerekçelendirme Boyutunun 4. Sorusuna Verilen Yanıtlar</i>	72
Tablo 18.	<i>Öğretmenlerin Açıklama Boyutuna Ait Sorulara Verdiği Cevapların Uygunlukları Açısından Değerlendirilmesi</i>	75
Tablo 19.	<i>Açıklama Boyutunun 1. Sorusuna Verilen Yanıtlar</i>	77
Tablo 20.	<i>Açıklama Boyutunun 2. Sorusuna Verilen Yanıtlar</i>	79
Tablo 21.	<i>Açıklama Boyutunun 3. Sorusuna Verilen Yanıtlar</i>	81
Tablo 22.	<i>Açıklama Boyutunun 4. Sorusuna Verilen Yanıtlar</i>	83
Tablo 23.	<i>Öğretmenlerin Temsil Boyutuna Ait Sorulara Verdiği Cevapların Uygunlukları Açısından Değerlendirilmesi</i>	86

Tablo 24.	<i>Temsil Boyutunun 1. Sorusuna Verilen Yanıtlar</i>	87
Tablo 25.	<i>Temsil Boyutunun 2. Sorusuna Verilen Yanıtlar</i>	89
Tablo 26.	<i>Temsil Boyutunun 18. Sorusuna Verilen Yanıtlar</i>	92
Tablo 27.	<i>Temsil Boyutunun 4. Sorusuna Verilen Yanıtlar</i>	95
Tablo 28.	<i>Ö1'in Eşitlik Kavramına Yönelik Öğretim Süreci</i>	99
Tablo 29.	<i>Ö1'in Eşitlik Kavramına Yönelik Öğretim Süreci</i>	100
Tablo 30.	<i>Ö1'in Denklem Kavramına Yönelik Öğretim Süreci</i>	102
Tablo 31.	<i>Ö1'in Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	103
Tablo 32.	<i>Ö1'in Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	106
Tablo 33.	<i>Ö1'in Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	107
Tablo 34.	<i>Ö1'in Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	110
Tablo 35.	<i>Ö1'in Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	112
Tablo 36.	<i>Ö1'in Terazi Modeli Üzerinde Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	105
Tablo 37.	<i>Ö1'in Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	117
Tablo 38.	<i>Ö1'in Denklem Kurmayı Gerektiren Problemlerin Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	119
Tablo 39.	<i>Ö1'in Denklem Kurmayı Gerektiren Problemlerin Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	120
Tablo 40.	<i>Ö1'in Denklem Kurmayı Gerektiren Problemlerin Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	122
Tablo 41.	<i>Ö1'in Öğretim Süreci Boyunca Yapmış Olduğu Gerekçeli Açıklamaların Uygunlukları Açısından Değerlendirilmesi</i>	123
Tablo 42.	<i>Ö2'nin Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	126
Tablo 43.	<i>Ö2'nin Denklem Kurmaya İlişkin Öğretim Süreci</i>	127
Tablo 44.	<i>Ö2'nin Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	130
Tablo 45.	<i>Ö2'nin Denklem Kurma Çalışmalarına İlişkin Öğretim Süreci</i>	131
Tablo 46.	<i>Ö2'nin Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	133
Tablo 47.	<i>Ö2'nin Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	134
Tablo 48.	<i>Ö2'nin Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	135
Tablo 49.	<i>Ö2'nin Problem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	136
Tablo 50.	<i>Ö2'nin Terazi Yöntemine İlişkin Öğretim Süreci</i>	138
Tablo 51.	<i>Ö2'nin Problem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	139

Tablo 52.	<i>Ö2'nin Öğretim Süreci Boyunca Yapmış Olduğu Gerekçeli Açıklamaların Uygunlukları Açısından Değerlendirilmesi</i>	142
Tablo 53.	<i>Ö3'ün Denklem Kurmaya İlişkin Öğretim Süreci</i>	143
Tablo 54.	<i>Ö3'ün Denklem Kurmaya İlişkin Öğretim Süreci</i>	144
Tablo 55.	<i>Ö3'ün Denklem Çözmeye İlişkin Öğretim Süreci</i>	145
Tablo 56.	<i>Ö3'ün Değişken Kavramına İlişkin Öğretim Süreci</i>	146
Tablo 57.	<i>Ö3'ün Denklem Çözümüne İlişkin Öğreti Süreci</i>	147
Tablo 58.	<i>Ö3'ün Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	148
Tablo 59.	<i>Ö3'ün Terazi Yöntemi ile Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci ..</i>	120
Tablo 60.	<i>Ö3'ün Terazi Yöntemi ile Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci ..</i>	152
Tablo 61.	<i>Ö3'ün Probleme Yönelik Denklem Kurmaya İlişkin Öğretim Süreci</i>	153
Tablo 62.	<i>Ö3'ün Probleme Yönelik Denklem Çözmeye İlişkin Öğretim Süreci</i>	155
Tablo 63.	<i>Ö3'in Öğretim Süreci Boyunca Yapmış Olduğu Gerekçeli Açıklamaların Uygunlukları Açısından Değerlendirilmesi</i>	157
Tablo 64.	<i>Ö1'in Eşitlik Ve Denklik Kavramlarına Yönelik Öğretim Süreci</i>	160
Tablo 65.	<i>Ö1'in Denklem Kavramına İlişkin Öğretim Süreci</i>	162
Tablo 66.	<i>Ö1'in Terazi Yöntemine İlişkin Öğretim Süreci</i>	164
Tablo 67.	<i>Ö1'in Terazi Yöntemine İlişkin Öğretim Süreci</i>	165
Tablo 68.	<i>Ö1'in Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	167
Tablo 69.	<i>Ö1'in Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	168
Tablo 70.	<i>Ö1'in Sayma Pulları Yardımıyla Denklem Çözümüne Yönelik Öğretim Süreci</i>	170
Tablo 71.	<i>Ö1'in Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	172
Tablo 72.	<i>Ö1'in Problem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	173
Tablo 73.	<i>Ö1'in Problem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	174
Tablo 74.	<i>Ö1'in Öğretim Süreci Boyunca Yapmış Olduğu Açıklamaların Uygunlukları Açısından Değerlendirilmesi</i>	175
Tablo 75.	<i>Ö2'nin Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	178
Tablo 76.	<i>Ö2'nin Denklem Kurmaya İlişkin Öğretim Süreci</i>	179
Tablo 77.	<i>Ö2'nin Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	181
Tablo 78.	<i>Ö2'nin Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	182
Tablo 79.	<i>Ö2'nin Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	184
Tablo 80.	<i>Ö2'nin Terazi Yöntemine İlişkin Öğretim Süreci</i>	185
Tablo 81.	<i>Ö2'nin Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	187

Tablo 82.	<i>Ö2'nin Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	188
Tablo 83.	<i>Ö2'nin Terazi Yöntemine İlişkin Öğretim Süreci</i>	190
Tablo 84.	<i>Ö2'nin Problem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	192
Tablo 85.	<i>Ö2'nin Öğretim Süreci Boyunca Yapmış Olduğu Açıklamaların Uygunlukları Açısından Değerlendirilmesi</i>	193
Tablo 86.	<i>Ö3'ün Değişken Kavramına İlişkin Öğretim Süreci</i>	196
Tablo 87.	<i>Ö3'ün Eşitlik ve Denklem Kavramlarına İlişkin Öğretim Süreci</i>	197
Tablo 88.	<i>Ö3'ün Denklem Çözmeye İlişkin Öğretim Süreci</i>	198
Tablo 89.	<i>Ö3'ün Denklem Çözmeye İlişkin Öğretim Süreci</i>	199
Tablo 90.	<i>Ö3'ün Denklem Çözmeye İlişkin Öğretim Süreci</i>	200
Tablo 91.	<i>Ö3'ün Terazi Yöntemine İlişkin Öğretim Süreci</i>	202
Tablo 92.	<i>Ö3'ün Terazi Yöntemine İlişkin Öğretim Süreci</i>	203
Tablo 93.	<i>Ö3'ün Problem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	204
Tablo 94.	<i>Ö3'ün Problem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	207
Tablo 95.	<i>Ö3'ün Problem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	208
Tablo 96.	<i>Ö3'ün Öğretim Süreci Boyunca Yapmış Olduğu Açıklamaların Uygunlukları Açısından Değerlendirilmesi</i>	210
Tablo 97.	<i>Ö1'in Denklem Kurmaya İlişkin Öğretim Süreci</i>	213
Tablo 98.	<i>Ö1'in Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	214
Tablo 99.	<i>Ö1'in Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci</i>	215
Tablo 100.	<i>Ö2'nin Denklem Kurmaya İlişkin Öğretim Süreci</i>	217
Tablo 101.	<i>Ö2'nin Problem Kurmaya İlişkin Öğretim Süreci</i>	218
Tablo 102.	<i>Ö2'nin Denklem Çözmeye İlişkin Öğretim Süreci</i>	219
Tablo 103.	<i>Ö3'ün Denklem Kurmaya İlişkin Öğretim Süreci</i>	221
Tablo 104.	<i>Ö3'ün Denklem Kurmaya İlişkin Öğretim Süreci</i>	222
Tablo 105.	<i>Ö3'ün Denklem Çözmeye İlişkin Öğretim Süreci</i>	223
Tablo 106.	<i>Öğretmenlerin Gerekçeleştirme Boyutuna Ait Sorulara Verdiği Cevapların Gerekçeleştirme Türleri Açısından Değerlendirilmesi</i>	225
Tablo 107.	<i>Öğretmenlerin Kullandığı Gerekçeleştirme Türleri ve Örnek Yanıtlar</i>	226
Tablo 108.	<i>Öğretmenlerin Açıklama Boyutuna Ait Sorulara Verdiği Cevapların Açıklama Türleri Açısından Değerlendirilmesi</i>	228
Tablo 109.	<i>Öğretmenlerin Kullandığı Açıklama Türleri ve Örnek Yanıtlar</i>	229
Tablo 110.	<i>Öğretmenlerin Temsil Boyutuna Ait Sorulara Verdiği Cevapların Temsil Türleri Açısından Değerlendirilmesi</i>	230

Tablo 111.	<i>Öğretmenlerin Kullandığı Temsil Türleri ve Örnek Yanıtlar</i>	231
Tablo 112.	<i>Ö1'in Öğretim Süreci Boyunca Yapmış Olduğu Gerekçeli Açıklamaların Türleri Açısından Değerlendirilmesi</i>	232
Tablo 113.	<i>Ö2'nin Öğretim Süreci Boyunca Yapmış Olduğu Gerekçeli Açıklamaların Türleri Açısından Değerlendirilmesi</i>	234
Tablo 114.	<i>Ö3'ün Öğretim Süreci Boyunca Yapmış Olduğu Gerekçeli Açıklamaların Türleri Açısından Değerlendirilmesi</i>	235
Tablo 115.	<i>Ö1'in Öğretim Süreci Boyunca Yapmış Olduğu Açıklamaların Türleri Açısından Değerlendirilmesi</i>	236
Tablo 116.	<i>Ö2'nin Öğretim Süreci Boyunca Yapmış Olduğu Açıklamaların Türleri Açısından Değerlendirilmesi</i>	238
Tablo 117.	<i>Ö3'ün Öğretim Süreci Boyunca Yapmış Olduğu Açıklamaların Türleri Açısından Değerlendirilmesi</i>	240
Tablo 118.	<i>Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler Konusunun Öğretiminde Öğretmenlerden Uzmanlık Alan Bilgisinin Gerekçelendirme Boyutuna İlişkin Beklenen Davranışlar.....</i>	259
Tablo 119.	<i>Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler Konusunun Öğretiminde Öğretmenlerden Uzmanlık Alan Bilgisinin Açıklama Boyutuna İlişkin Beklenen Davranışlar.....</i>	261
Tablo 120.	<i>Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler Konusunun Öğretiminde Öğretmenlerden Uzmanlık Alan Bilgisinin Temsil Boyutuna İlişkin Beklenen Davranışlar.....</i>	262

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1.	ÖMB Modeli Bileşenleri	12
Şekil 2.	UAB'nin Alt Boyutlarını	17
Şekil 3.	Açıklamanın Hiyerarşik Yapısı	19
Şekil 4.	Çalışmada Kullanılan Gerekçelendirme Türleri	21
Şekil 5.	Çalışmada Kullanılan Cebirsel İfadelere Ait Çoklu Temsil Uygulamaları	23
Şekil 6.	Kullanılan Bazı Temsil Türleri (İlköğretim Matematik Dersi 6-8.Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu MEB, 2009)	24
Şekil 7.	Yapılan Araştırmanın Aşamaları	34
Şekil 8.	Gerekçelendirme Boyutuna İlişkin 1. Soru	63
Şekil 9.	Gerekçelendirme Boyutuna İlişkin 2. Soru	64
Şekil 10.	Gerekçelendirme Boyutuna İlişkin 3. Soru	66
Şekil 11.	Gerekçelendirme Boyutuna İlişkin 4. Soru	71
Şekil 12.	Açıklama Boyutuna İlişkin 1. Soru	76
Şekil 13.	Açıklama Boyutuna İlişkin 2. Soru	78
Şekil 14.	Açıklama Boyutuna İlişkin 3. Soru	80
Şekil 15.	Açıklama Boyutuna İlişkin 4. Soru	82
Şekil 16.	Temsil Boyutuna İlişkin 1. Soru	86
Şekil 17.	Temsil Boyutuna İlişkin 2. Soru	89
Şekil 18.	Temsil Boyutuna İlişkin 3. Soru	91
Şekil 19.	Temsil Boyutuna İlişkin 4. Soru	94
Şekil 20.	Ö1'in Terazi Modeli Üzerinde Örnek Çözümü	105
Şekil 21.	Ö1'in Denklem Çözme Çalışmaları	105
Şekil 22.	Ö1'in 4. Derse ilişkin tekrar çalışmaları	109
Şekil 23.	Ö1'in Terazi Modeli Üzerinde Denklem Çözümü	114
Şekil 24.	Ö2'nin Terazi Modeli Üzerinde Yapmış Olduğu Çalışmalar	125
Şekil 25.	Terazi Modeli	137
Şekil 26.	Ö3'ün Terazi Modeli Üzerinde Denklem Çözümü	150
Şekil 27.	Ö1'in Eşitlik Kavramının Sayısal Aynılık Kullanımına Yönelik Yaptığı Çalışmalar	159
Şekil 28.	Ö1'in Simetrik Çözüm Yöntemini Kullanarak Yaptığı Çalışmalar	166
Şekil 29.	Ö2'nin Terazi Modeli Üzerinde Yapmış Olduğu Çalışmalar	177

ÖZET

MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN DENKLEM KAVRAMINA İLİŞKİN ÖĞRETME BİLGİLERİNİN İNCELENMESİ

Araştırmanın amacı, ortaokul matematik öğretmenlerinin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna ilişkin uzmanlık alan bilgilerini, Ball, Thames ve Phelps (2008) tarafından geliştirilen Öğretmek İçin Matematik Bilgisi (ÖMB) modeli ile incelemektir. Araştırma nitel araştırma yöntemlerinden biri olan özel durum çalışması deseninden yararlanılarak yürütülmüştür. Araştırmanın katılımcılarını çalışmaya gönüllü olarak katılan üç ortaokul matematik öğretmeni oluşturmaktadır.

Çalışmada yer alan ortaokul matematik öğretmenlerinin uzmanlık alan bilgilerine ilişkin bilgi edinebilmek amacıyla öncelikle her bir öğretmene, Öğretmek İçin Denklem Bilgi Testi uygulanmıştır. Test uygulamasının hemen sonrasında öğretmenlerle görüşmeler yapılarak, teste vermiş oldukları cevaplara açıklık kazandırılmıştır. Bilgi testinin uygulanması ve görüşme süreçlerinin tamamlanmasının ardından öğretmenlerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna ilişkin 10'ar ders saatlik öğretim süreçleri gözlenmiştir. Ayrıca, öğretim süreçleri boyunca derslere paralel olarak öğretmenlerle görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Derslere ilişkin gerçekleştirilen görüşmelerde öğretim sürecinde meydana gelen olaylar ve bu olayların sebepleri, öğretmenlerin yaşananlar hakkındaki gerçek düşünceleri, kendileri ve dersleri hakkındaki öz eleştirileri ele alınmıştır.

Öğretmenlerin bilgi testi, gözlem verileri ve ses kayıtlarından elde edilen veriler, uzmanlık alan bilgisinin alt boyutlarına göre hazırlanan analitik rubrikler aracılığıyla değerlendirilmiştir. Uzmanlık alan bilgisinin üç alt boyutu (gerekleştirme, açıklama ve temsil) araştırmanın temelini oluşturmaktadır. Araştırma verileri öncelikle her bir alt boyutun uygunluğu açısından değerlendirilmiştir. Hemen ardından, öğretmenlere ait veriler her bir alt boyutun türleri açısından incelenip gerekli sınıflandırmalar yapılmıştır.

Araştırma neticesinde, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusunun öğretiminde, öğretmenlerin uzmanlık alan bilgilerinin alt boyutlarının her birine ilişkin sahip olmaları beklenen davranışların neler olduğu tespit edilmiştir. Öğretmenlerin söz konusu davranışları göz önünde bulundurarak öğretim uygulamalarını gerçekleştirmelerinin öğretimin kalitesini olumlu yönde etkileyeceği düşünülmektedir. Araştırmanın bir diğer sonucu da, öğretmenlerin öğretim süreçlerinde gerekli matematiksel değerlendirmeyi yapabilmeleri için öğrenci bilgisine dolayısıyla da pedagojik bilgiye ihtiyaç duymalarıdır.

Öğretmenlerin sahip oldukları yetersiz alan ve öğrenci bilgisinin, öğretmenlerin uzmanlık alan bilgileri hakkında bilgi edinilmesi sürecini olumsuz yönde etkilediği belirlenmiştir.

Araştırmada ayrıca, öğretmenlerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna ilişkin uzmanlık alan bilgilerinde bazı eksikliklerin olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmenler denklemlere ilişkin soruları doğru cevaplamakta zorlanmazken soruların altında yatan anlamı öğrencilere açıklamakta sorun yaşamışlardır. Ayrıca, öğrencilerin alternatif çözüm yöntemlerini değerlendirirken işlem adımlarının doğruluğuna değinip kural odaklı yaklaşımlarda bulundukları gözlenmiştir. Elde edilen bir diğer sonuç ise uzmanlık alan bilgisi yetersiz olan öğretmenlerin öğretim süreçlerinde görsel temsil kullanımından kaçınmalarıdır. Uzmanlık alan bilgilerinin yetersiz oluşu materyal seçimlerinde de etkili olmuştur.

Anahtar Kelimeler: Öğretmek için matematik bilgisi, Uzmanlık alan bilgisi, Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler, Ortaokul matematik öğretmeni.

ABSTRACT

INVESTIGATING MATHEMATICS TEACHERS' KNOWLEDGE FOR TEACHING ABOUT EQUATION CONCEPT

The aim of the study is to examine the knowledge of secondary school mathematics teachers on the subject of in the linear equations with one unknown with the Mathematics Knowledge for Teaching (MKT) model developed by Ball, Thames and Phelps (2008). The research was conducted by making use of the special case study pattern, which is one of the qualitative research methods. The participants of the research are three secondary school mathematics teachers who voluntarily participated in the study.

In order to obtain information about the specialized content knowledge of secondary school mathematics teachers in the study, the Equation Knowledge Test for Teaching was applied to each teacher. The answers given to the test were clarified by interviewing the teachers immediately after the test application. After the application of the knowledge test and the completion of the interview processes, ten-hour teaching processes of teachers related to the linear equations with one unknown were observed. In addition, during these teaching processes, discussions were held with teachers about the lessons. During the interviews about the lessons, the events that occurred during the teaching process and the reasons of these events, the real thoughts of the teachers about the events in the lessons, and their self-criticism about the lessons were questioned.

The data obtained from teachers' knowledge test, observation data and voice recordings were evaluated through analytical rubrics prepared according to the sub-dimensions of specialized content knowledge. The three sub-dimensions of specialized content knowledge (justification, explanation and representation) form the basis of the research. The research data were primarily evaluated for the suitability of each sub-dimension. Subsequently, the data of the teachers were examined in terms of the types of each sub-dimension and the necessary classifications were made.

As a result of the research, it was determined what the behaviors that teachers are expected to have in relation to each of the sub-dimensions of their specialized content knowledge in teaching the subject of the linear equations with one unknown. It is thought that teachers' performing the teaching practices considering the aforementioned behaviors will affect the quality of the teaching positively. Another result of the research is that

teachers need student knowledge and pedagogical knowledge in order to make the necessary mathematical evaluation in the teaching processes. It has been determined that teachers' insufficient content and student knowledge negatively affect the process of obtaining information about teachers' specialized content knowledge.

In the research, it was also concluded that the teachers' specialized content knowledge about the linear equations with one unknown is insufficient. While teachers did not find it difficult to answer questions about the equations, they had problems explaining the meaning of the questions to the students. In addition, while evaluating alternative solution methods, it was observed that the students mentioned the correctness of the transaction steps and made rule-oriented approaches. Another result obtained is that teachers who have insufficient specialized content knowledge, avoid using visual representation in their teaching processes. The insufficient specialized content knowledge has also been effective in material selection.

Keywords: Mathematical knowledge for teaching, specialized content knowledge, linear equations with one unknown, secondary school mathematics teacher.

BÖLÜM I

GİRİŞ

1.1.Problem Durumu

Değişen dünya koşullarıyla birlikte, bireylerin sahip olmaları beklenen özellikler de hızla değişim göstermektedir. Bilgiyi üreten, hayatta işlevsel olarak kullanabilen, problem çözebilen, eleştirel düşünen, girişimci, kararlı, iletişim becerilerine sahip, empati yapabilen, topluma ve kültüre katkı sağlayan niteliklerdeki bireylerin yetiştirilmesi hedeflenmektedir (Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), 2018). Eğitimin en önemli amaçlarından biri toplumun gereksinimleri doğrultusunda bireyler yetiştirmek olduğundan özellikle eğitimcilere bu konuda oldukça önemli görevler düşmektedir. Özden'e (2011) göre, eğitim sisteminin istenilen düzeyde bireyler yetiştirebilmesi; iyi bir şekilde yetişmiş ve mesleğinde söz sahibi kaliteli öğretmenlere bağlıdır. Öğretmenler, öğretim programlarının amaçlarına uygun bir şekilde hayata geçirilmesinden sorumludur. Genel anlamda bu durum, öğretmenlerin kimi niteliklere sahip olması gerçeğine yönlendirmekte ve öğretmen yetiştirme politikalarının gözden geçirilmesine götürmektedir. Öğretmenin niteliği hakkında geçmişten günümüze birçok araştırma yapılmıştır. Araştırmacılar, öğretmenlerin etkili bir şekilde eğitim verebilmeleri için ne tür matematiksel bilgileri kullanmaları ya da öğrenmiş olmaları gerektiğini değerlendirmeye yönelik büyük bir ilgi ve çaba göstermişlerdir (Adler ve Davis, 2006; An, Kulm ve Wu, 2004; Ball ve Bass, 2000; Ball, Thames ve Phelps, 2008; Ma, 1999; Leinhardt ve Smith, 1985; Shulman, 1987). Öğretmenlerin öğrenme ve öğretme sürecini şekillendirmedeki rolü, araştırmacıların öğretmenin sahip olması gereken bilgi çeşitlerinin neler olduğunu belirlemeye ve geniş perspektifli bilgi modellerini tanımlamalarına yol açmıştır (Ball, Thames ve Phelps, 2008; Shulman, 1986). Öğretmenlerin mesleki yeterliliklerini daha özel olarak öğretmenin bilgisini tanımlamaya yönelik yürütülen ilk çalışmalardan biri Shulman'a (1986) aittir. 1987 yılında Shulman, "öğretmenliğin bilgi temeli" olarak isimlendirdiği modelinde, öğretmenin sahip olması gereken bilgi türlerini şu şekilde belirtmiştir: İçerik bilgisi, genel pedagojik bilgi, öğretim programları bilgisi, öğrenenlerin bilgisi ve özellikleri, eğitim sistemi bilgisi, eğitim hedefleri, değerleri, tarihi ve felsefi temelleri bilgisi ve pedagojik alan bilgisi. Shulman'ın öğretmen bilgisinin kategorilerini belirleme ve tanımlama hakkındaki çalışması ve daha özelde öğretmen alan bilgisi (alan bilgisi, pedagojik alan bilgisi ve müfredat bilgisi) hakkındaki çalışması çok etkili olmuş ve öğretim için gerekli olan bilgi hakkında çokça tartışmaya yol açmıştır. Bu durumu Ball ve ekibi çalışmalarında (2008, s.392) şu şekilde aktarmaktadırlar:

“Bu ilgi 1990’dan itibaren her yıl 50’den az olmamak üzere yapılan atıfla sürdürüldü. Belki de en dikkat çekici olanı bu çalışmaların ulaştığı alanlardı. Hukuktan, hemşireliğe, iş dünyasına kadar çeşitlilik gösteren ve okul öncesinden doktora çalışmalarına kadar öğretme bilgisine ilişkin 125 dergide yer alan atıflar. Bir fikir nadiren bu kadar tutulur...”

Shulman’ın fikirlerinin birçok eğitimci tarafından bu kadar yoğun ilgi görmesi öğretime özel alan bilgisinin var olması fikriydi; yani bir çeşit alana özgü profesyonel bilgi. Bu da ‘Pedagojik Alan Bilgisi’ olarak tanımlanmıştır. Pedagojik alan bilgisi; bir alanda devamlı olarak öğretilen konular için, fikirlerin en kullanışlı gösterimi, en etkili benzetmeler, örnekler ve açıklamalar- daha öz bir ifadeyle konuyu başkalarının anlaması için en kullanışlı şekillerde gösterebilme ve açıklayabilme bilgisi- (Shulman, 1986) olarak tanımlanmaktadır. Shulman’ın (1987) çalışması, sonraki yıllarda öğretme bilgisi üzerine yürütülmüş birçok araştırmaya ilham kaynağı olmuştur (Fennema ve Franke, 1992; Magnusson vd. 1999; Ball, Thames ve Phelps, 2008). Ancak yapılan çalışmaların çoğu pedagojik alan bilgisi terimini - belirli bir alanı göz önüne almaksızın- öğretmen bilgisi ve eğitimi hakkında genel düşünceler üretmek amaçlı kullanmışlardır. Eisehart vd. (1993) öğretmenin alan bilgisinin öğretmene has bir şekilde yapılandırılması gerektiğini ve bununla öğretmen adaylarının üniversite düzeyinde aldıkları derslerle, alan çalışmaları arasında bağlar kurarak sağlanabileceğini ifade etmişlerdir. Bu durum öğretmenlik bilgisi üzerinde çalışan araştırmacıları; mühendislik, doktorluk gibi mesleklere benzer şekilde öğretmenlik mesleğinin de kendine özgü bilgi alanlarının olduğu ve bu bilgi alanlarının her disiplin için farklı özellikler taşıması gerektiği sonucuna götürmüştür (Ball, Hill ve Bass, 2005; Ball, Lubienski ve Newborn, 2001; Shulman, 1986). Ball ve meslektaşları Shulman’ın fikirlerinin daha da geliştirilmesine katkıda bulunmak amacıyla Öğretmek İçin Matematik Bilgisi modelini geliştirmişler ve matematik öğretimi için gerekli olan bilgiyi konu alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisi olarak iki başlık altında toplamışlardır (Ball, Thames ve Phelps, 2008; Hill, Ball & Schilling, 2008). Konu alan bilgisi; genel alan bilgisi, uzmanlık alan bilgisi ve kapsamlı alan bilgisini bileşenlerinden oluşurken pedagojik alan bilgisi; alan ve öğrenci bilgisi, alan ve öğretme bilgisi ile alan ve müfredat bilgisi bileşenlerinden oluşmaktadır. Modele göre, etkili bir öğretim için söz konusu bilgi türlerinin hepsinin etkili ve uyumlu bir şekilde işe koşulması gerekse de bu çalışmada özel olarak uzmanlık alan bilgisi bileşenine odaklanılmıştır. Ball ve meslektaşları (2008), “sürpriz” (s. 390) niteliğinde olan, pedagojik bilgi içermeyen ancak öğretmenliğe özgü olup sınıf içerisinde sıklıkla kullanılan matematik bilgisini uzmanlık alan bilgisi olarak tanımlamışlardır. Uzmanlık alan bilgisi, etkin bir öğretimin

gerçekleştirilebilmesi için öğretmende var olan kavramsal bilginin öğretim esnasında kullanılabilmesini ihtiva eder. Ball ve meslektaşları (2008) uzmanlık alan bilgisi bileşeninin, çalışmalarının en önemli odak noktası olduğunu ve üzerine derinlemesine çalışmaların yapılması gerektiğini belirtmişlerdir.

Söz konusu bilgiler göz önünde bulundurularak, bu araştırmada ortaokul matematik öğretmenlerinin uzmanlık alan bilgileri, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusu özelinde incelenmiştir.

Tez beş bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde, araştırmanın konusunun belirlenmesinden ve araştırmanın genel hatlarından bahsedilmektedir. Araştırmanın problem durumu, amacı ve önemi, problem cümlesi ve alt problemler, sayıtlar, sınırlılıklar ve tezde adı geçen tanımlamalar ile yapılan kısaltmalar, bu bölümde sunulmuştur.

İkinci bölümde, ilk olarak öğretim için gerekli olan bilginin tasnif edildiği literatür, özellikle de araştırmanın kuramsal çerçevesini oluşturan “Öğretmek İçin Matematik Bilgisi (ÖMB)” modeli ile ilgili literatür incelenmiştir. Daha sonra ise ÖMB modelinin alt boyutlarından biri olan ve tez çalışmasının da temelini oluşturan “Uzmanlık Alan Bilgisi (UAB)” boyutu hakkında genel bir bilgilendirme yapılarak, UAB’ye ilişkin yapılan yayın ve araştırmalar incelenmiştir.

Üçüncü bölümde, araştırmada kullanılan yöntemler ele alınmaktadır. Araştırma modeli, çalışma grubu, veri toplama araçları, araştırmacının rolü, araştırmanın geçerlik ve güvenirliği ve veri çözümleme teknikleri açıklanmaktadır.

Dördüncü bölümde, araştırmanın bulgular bölümü yer almaktadır. Araştırmanın bulguları, Öğretim İçin Denklem Bilgi Testi’nden (ÖDBT) elde edilen bulgular, gözlem verilerinden elde edilen bulgular ve UAB boyutlarının türlerine ilişkin elde edilen bulgular olmak üzere üç ana başlıkta sunulmaktadır. Öğretmenlerin görüşmelerdeki diyalogları ile gözlem sırasında kaydedilen diyaloglar ve fotoğraflar yine bu bölümde sunulmaktadır.

Beşinci bölümde, dördüncü bölümde sunulan araştırma bulguları toplu olarak değerlendirilmektedir. Öğretmenlerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusunun öğretimlerine ilişkin derslerinde ortaya çıkan uzmanlık alan bilgisi bulguları yeniden incelenmektedir. Bulgular, literatürle ilişkilendirilerek, alana katkı sağlayacak öneriler de bulunulmuştur.

1.2. Amaç ve Önem

Çalışmanın amacı, Öğretmek İçin Matematik Bilgisi kuramsal çerçevesi kullanılarak ortaokul matematik öğretmenlerinin 7. sınıf birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna ilişkin uzmanlık alan bilgilerini incelemektir.

Çalışmada cebir öğrenme alanının seçilmesinin nedeni, bir öğrencinin hayatı boyunca karşısına çıkan ve temelleri ilkokuldan itibaren atılmaya başlanan, matematiğin temel konularından biri olmasıdır (Sert Çelik ve Masal, 2018). Özellikle cebirin alt dallarından biri olan denklemler konusu, ortaokul matematik dersi öğretim programlarında oldukça geniş bir yer tutmaktadır. Denklemler, grafik çiziminden oran orantıya, polinomdan özdeşliğe kadar birçok matematik konusunda yapı taşı niteliği taşımaktadır ve yapısında öğrencilerin oldukça zorlandığı kavramları - örneğin; fonksiyon, eşitlik, değişken...- barındırması sebebiyle geçmişten günümüze kadar birçok araştırmanın konusu olmuştur. Söz konusu kavramlar ve genel cebir terimleri, öğrencilerin aritmetikten soyutlamaya geçiş evresinde kazanması gereken kavramlardır (Çıkla, 2008). Bu kavramların öğrenciler tarafından doğru öğrenilmesi, matematik dilini iyi anlamalarına da olanak sağlar. Böylelikle, öğrencilerin sözel problemleri çözebilme başarıları artar. Cebirsel kavramların cebir öğretimi için temel teşkil etmesi sebebiyle, kavramların öğretimi üzerine çeşitli çalışmalar yapılmıştır (Akkan, Çakıroğlu ve Güven, 2009; Soylu, 2006; Yenilmez ve Avcu, 2009; Kutluca ve Birgin, 2007; Johnson ve Alibali, 1999). Cebir ve cebirsel düşünce, günümüz eğitim anlayışı, amaç ve beklentileri bakımından matematik okuryazarlığının vazgeçilmez ve ayrılmaz bir parçasıdır. (Erbaş ve Ersoy, 2002; Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009). Cebirin matematik dersi için bu denli önemli oluşu, cebir öğretimini üzerine eğilmeyi gerekli kılmaktadır ve bu konuda matematik öğretmenlerinin rolü oldukça önemlidir. Dede & Argün (2003), yaptıkları çalışmalarında birçok konuda olduğu gibi cebir öğretiminde de öğrenci başarısını belirleyen en önemli unsurun, yenilenen öğretim programlarını hayata geçiren öğretmenler olduğunu belirtmişlerdir. Öğretmenin dersin etkinliğini artırmadaki rolü üzerine yoğunlaşan çalışmaların çoğu öğretmenin ilgili alandaki bilgisinin önemine vurgu yapmıştır (Ball, 1990a; Fennema ve Franke, 1992; Hill, Schilling ve Ball, 2004; Tirosh, 2000).

Öğretmenlerin cebir öğretimine ilişkin alan bilgileri öğretim uygulamalarının etkililiğini ve bu durumla paralel olarak da öğrenci öğrenmelerini önemli ölçüde etkilemektedir. Dolayısıyla matematik öğretmenlerinin öğretim esnasında sıklıkla kullandıkları, konuya özgü matematiksel bilgilerin incelenmesi oldukça önemlidir. Bu alanda yapılan çalışmalar, öğretmen bilgisinin sınıf içi öğretim uygulamalarının esas alındığı ve bu sayede öğretmen bilgisinin öğretim faaliyetleri kapsamında daha detaylı ve bütüncül olarak

incelendiği çalışmaların önemini ve gerekliliğini ortaya koymaktadır (Ball, Thames ve Phelps, 2008; Hill, Ball ve Schilling, 2008). Tez çalışması da bu bilgiler doğrultusunda tasarlanmıştır. Matematik öğretmenlerinin konuya özgü matematiksel bilgileri hem bir test yardımıyla hem de öğretim süreçlerinin gözlemlenmesiyle incelenmiştir. Ball ve meslektaşları (2008) oluşturdukları ÖMB modelinde öğretmenlerin sahip olmaları gereken matematiksel bilgi türünü UAB şeklinde ifade etmişlerdir. UAB, öğretmenlerin ders esnasında yapmak durumunda oldukları bazı temel faaliyetleri yürütebilmek için gereklidir (Hill, Schilling ve Ball, 2004). Öğretmenlerin matematiksel ifadelerin neden doğru olduğunu, matematiksel fikirlerin birden çok yolla nasıl ifade edileceğini, bir terimin veya olgunun uygun tanımında neyin yer aldığını ve matematiksel metotların değerlendirilmesi metotlarını bilmeleri gerekir (Hill, Schilling, & Ball, 2004).

Ball vd. (2005), UAB'nin özellikle üç alt boyuttan oluştuğunu belirtmişlerdir. Söz konusu alt boyutlar şunlardır: açıklama, gerekçelendirme ve temsiller. UAB boyutu ve bu bilginin alt boyutları (açıklama, gerekçelendirme ve temsiller), bu tez çalışmasının çatısını oluşturmaktadır. Çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna ilişkin UAB boyutunun incelenmesinin nedenleri şu şekilde sıralanabilir: İlgili literatüre göre cebirin dolayısıyla denklem kavramının birçok matematik konusunun yapı taşı olması (Sert Çelik ve Masal, 2018; Kutluca ve Birgin, 2007; Johnson ve Alibali, 1999), UAB'nin öğretme işine özgü bir bilgi boyutu olması (Ball vd., 2008) ve yenilenen öğretim programlarında anlamlı öğrenmenin oldukça vurgulanması (NTCM, 2000; MEB, 2013). Söz konusu anlamlandırma; öğretim süreçlerinde temsillerin kullanımıyla, genel kurallar veya algoritmaların altında yatan anlamı açıklamayla ve öğrencilerin alternatif strateji ve çözümlerinin matematiksel olarak uygun olup olmadığının anında ve hızlı bir şekilde analiz edilip değerlendirilmesiyle sağlanabilir (Ball vd., 2005; Ball vd., 2008).

Yukarıdaki bilgiler doğrultusunda tez çalışmasında, ortaokul matematik öğretmenlerinin 7. sınıf birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna ilişkin UAB'leri incelenmiştir. Öğretmenlerin UAB'leri hakkında bilgi testi ve öğretim süreçlerinin gözlemlenmesiyle gerekli bilgiler edinilmiştir. Her bir öğretmenin UAB alt boyutları, gerek uygunlukları gerekse türleri açısından detaylı olarak ele alınmıştır.

Araştırma neticesinde, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusunun öğretiminde, öğretmenlerin UAB alt boyutlarının her birine ilişkin sahip olmaları beklenen davranışlarının belirlenmesi amaçlanmıştır.

Bu şekilde, öğretmenlerin uzmanlık alan bilgilerinin denklem kavramı özelinde bir incelemesi gerçekleştirilmiş olup genişletilmesi durumunda matematik öğretmenlerinin yetiştirilmesi sürecinde ilgili konuya ilişkin nelere önem verilmesi gerektiği ortaya çıkarılabilecektir.

1.3. Problem Cümlesi

“Öğretmek İçin Matematik Bilgisi” kuramsal çerçevesiyle incelendiğinde ortaokul matematik öğretmenlerinin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna ilişkin uzmanlık alan bilgileri nasıldır?

Alt Problemler

1. Ortaokul matematik öğretmenlerinin UAB’lerinin alt boyutlarından,

1.1. Gerekçelendirme alt boyutu için,

1.2. Açıklama alt boyutu için,

1.3. Temsil alt boyutu için,

UAB’leri nasıldır?

2. Ortaokul matematik öğretmenlerinin UAB’lerinin sınıf içerisinde gözlenmesine imkân sağlayan,

2.1. Matematiksel fikirleri sunma ve öğrencilerin iddaa/varsayım/çözüm önerilerinin akla yatkınlığını seri bir şekilde değerlendirme (Gerekçelendirme),

2.2. Öğrencilerden gelen “neden” sorularına cevap verme ve matematiksel açıklamalar yapma ve değerlendirme (Açıklama),

2.3. Belirli amaçlar için temsiller seçme ve temsillerle altında yatan fikirleri ve diğer temsilleri ilişkilendirme (Temsil),

görev ve sorumlulukları açısından UAB’leri nasıldır?

3. Ortaokul matematik öğretmenlerinin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusunun öğretiminde kullanmaya ihtiyaç duydukları açıklamaların, matematiksel gerekçelendirmelerin ve temsillerin türleri nelerdir?

1.4. Varsayımlar

Çalışma sürecinde aşağıdaki varsayımların geçerli olduğu düşünülmüştür.

1. Araştırma sürecinde, gönüllü katılımcı olan üç ortaokul matematik öğretmenin uzmanlık alan bilgilerini öğretim süreçlerine yansıtılabildikleri varsayılmıştır.
2. Ortaokul matematik öğretmenlerinin, veri toplama süresince içten ve samimi davrandıkları varsayılmıştır.
3. Araştırma sürecinde, ortaokul matematik öğretmenlerinin kontrol altına alınamayan etkenlerden eşit derecede etkilendikleri varsayılmıştır.

1.5.Sınırlılıklar

1. Araştırma süresi 2018-2019 eğitim-öğretim yılı birinci dönemi ile sınırlıdır.
2. Araştırma yalnızca 7. sınıf ortaokul matematik öğretmenleri ile sınırlıdır.
3. Araştırma İzmir İli'nde bir devlet ortaokulunda görev yapmakta olan 3 ortaokul matematik öğretmeni ile sınırlıdır.
4. Araştırmada toplanan veriler, ortaokul matematik öğretmenlerinin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusundaki öğretimlerine yönelik bilgi testi, görüşmeler, gözlemler ve yazılı dokümanlar ile sınırlıdır.

1.6. Tanımlar

Uzmanlık Alan Bilgisi: Öğretim işine özgü matematiksel bilgi ve becerilerdir (Ball, Thames ve Phelps, 2008).

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem: İçinde, bir bilinmeyen bulunan ve bilinmeyenlin üssü bir olan denklemlere, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem denir (Erenkuş ve Eren Savaşkan, 2018).

Açıklama:Açıklama alt boyutu, genel kurallar veya algoritmaların altında yatan anlama ilişkin matematiksel açıklamalar yapabilmeyi gerektirir (Hill vd., 2008).

Gerekçeleştirme:Gerekçeleştirme boyutu, öğrencilerin alternatif strateji ve çözümlerinin matematiksel olarak uygun olup olmadığını anında ve hızlı bir şekilde analiz edebilmeyi ve değerlendirebilmeyi, ayrıca bunların neden doğru veya neden yanlış olduğuna dair gerekçeleştirmelerde bulunabilmeyi gerektirir (Ball vd., 2005).

Temsil:Sayıları ve işlemleri anlamlı bir şekilde resimler veya manipulatifler kullanarak gösterebilmeyi veya temsil edebilmeyi gerektirir (Ball vd., 2005).

1.7. Kısaltmalar

ÖMB: Öğretmek İçin Matematik Bilgisi

UAB: Uzmanlık Alan Bilgisi

ÖDBT: Öğretmek İçin Denklem Bilgi Testi

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı



BÖLÜM II

KURAMSAL ÇERÇEVE İLE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde, tez konusu ile ilgili yapılan yayın ve araştırmalara ilişkin literatür taraması belli bir düzen içerisinde sunulmuştur. İlk olarak, “Öğretmek İçin Matematik Bilgisi (ÖMB)” modelinin oluşturulmasında etkili olan, Shulman’ın pedagojik alan bilgisi kavramına ilişkin genel bir bilgilendirmede bulunulmuştur. Hemen ardından araştırmanın kuramsal çerçevesi olan ÖMB modeli ile ÖMB’nin bir boyutu olan ve çalışmada temel alınan “Uzmanlık Alan Bilgisi (UAB)” hakkında genel bir bilgilendirme yapılmıştır. Son olarak, UAB boyutu temel alınarak yapılan yayın ve araştırmalara yer verilmiştir.

2.1. Pedagojik Alan Bilgisi

Nitelikli bir öğretmenin sahip olması gereken bilgi türleri, uzun yıllar boyunca önemli bir araştırma konusu olmuştur. Bu bilgi türlerine ilişkin ilk çalışmalar Shulman (1986) tarafından yapılmıştır. Shulman (1987), öğretmenin profesyonel bilgisini oluşturan kategorileri yedi başlık altında toplamıştır. Bunlar; alan bilgisi, müfredat bilgisi, pedagojik alan bilgisi, genel pedagojik bilgisi, öğrenenler ve özellikleri hakkında bilgi, eğitim ortamı ve şartları bilgisi, eğitimsel amaçlar ve içerikler bilgisi şeklindedir. Shulman’ın çalışmalarında, önemle üzerinde durduğu kategoriler ilk üç kategoridir. Bu kategoriler, öğretmen bilgisiyle ilgili araştırmalardaki eksik paradigmayı oluşturmaktadır. Shulman’ın öğretmenin profesyonel bilgisinin kategorilerini belirleme ve tanımlama hakkındaki çalışması daha özde öğretmen alan bilgisi (alan bilgisi, pedagojik alan bilgisi ve müfredat bilgisi) hakkındaki çalışması oldukça dikkat çekmiş ve öğretmenin öğretim sürecinde kullandığı bilgilerin neler olduğuna ilişkin çokça tartışmaya yol açmıştır. Çünkü Shulman’ın çalışmaları öncesinde, hem akademik hem de eğitim politikalarını belirleyen kesimin ortak düşüncesi; “bir öğretmen ne kadar çok alan bilgisine sahipse o kadar iyi öğretmen olur” şeklindedir. Shulman, “Pedagojik Alan Bilgisi (PAB)” kavramını literatüre kazandırarak, alan bilgisi ile öğretim bilgisinin farklı kavramlar olduklarını ilk defa savunan kişi olmuştur. Shulman, PAB’ı “bir alanda devamlı olarak öğretilen konular için, fikirlerin en kullanışlı gösterimi, en etkili benzetmeler, örnekler ve açıklamalar daha öz bir ifadeyle konuyu başkalarının anlaması için en kullanışlı şekillerde gösterebilme ve açıklayabilme bilgisi” (1986) olarak tanımlamaktadır. Shulman (1986)’a göre, öğretmen sadece anlatacağı konuya has bilgiyi bilmek zorunda değildir. Aynı zamanda, bu bilgiyi öğrencilerine nasıl etkili bir şekilde anlatabileceğini de bilmesi gerekir. Shulman’ın PAB kavramını literatüre

kazandırmasıyla beraber, öğretmenin rolü bir öğretim programı uygulayıcısı olmaktan öğrenme ortamının organizatörü ve öğrenci öğrenmesinin yapı kurucusu olmaya doğru bir kayma göstermiştir (Even & Tirosh, 1995). Öğretmenin profesyonel bilgi yapısı üzerinde yaşanan söz konusu değişiklikler birçok araştırmacıyı etkilemiştir.

2.2. Öğretmek İçin Matematik Bilgisi (ÖMB) Modeli

Shulman'ın geliştirmiş olduğu öğretmen bilgi modeli, birçok alanda olduğu gibi matematik eğitimi alanında da yapılan çalışmalara öncülük etmiştir (Leinhardt ve Smith, 1985; Shulman, 1986; Fennema ve Franke, 1992; Even ve Tirosh, 1995; Ma, 1999; Ball, Thames ve Phelps, 2008). Shulman'ın modeli temel alınarak oluşturulan ve uluslararası alanda geniş uygulama alanları bulan Öğretmek İçin Matematik Bilgi Modeli (ÖMB), matematiğe özgü bir model olarak geliştirilmiştir. Bir öğretmenin sahip olduğu öğretime yönelik matematik bilgisi, çok genel anlamı ile öğretmenlerin konu hakkında bilgi sahibi diğer yetişkinlerden farklı olarak, sahip olmaları gereken bilgi alanları ile tanımlanmaya ve sınıflandırılmaya çalışılmıştır. Daha özelden ÖMB ile kastedilen, matematik öğretim işini yürütebilmek için gerekli matematiksel bilgidir. Öğretmenlerin matematik öğretimi sürecinde, öğrencilerinin öğrenmelerini desteklemek adına yaptıkları her şey öğretim işi kapsamında değerlendirilmektedir. Örneğin, öğrencilere problemlerin nasıl çözüleceğinin açıklanması, öğrencilerin çalışmalarını kontrol etmek, ev ödevi hazırlama, ölçme soruları hazırlama ve bunları puanlama, öğrenci düzeyine uygun örnekleri ve etkinlikleri belirleyebilmek öğretim işinin kapsamına girmektedir. Bu doğrultuda, modelin ana fikri, matematik bilgisinin öğretimde kullanımının sadece matematik bilmekten daha önemli olduğudur (Ball, Bass ve Hill, 2004).

ÖMB modeli, Shulman'ın ortaya koyduğu öğretmen bilgi modelinden tamamen bağımsız ve ayrı bir model değildir. Ball ve ekibi, amaçlarının Shulman'ın modelini başka bir modelle değiştirmek değil, onun üzerine ek çalışmalar yaparak öğretmenin matematik öğretme bilgisi hakkında daha derin bir anlayış oluşturmak olduğunu ifade etmektedirler (Ball, 2008). Ekip ayrıca, “öğretmen bilgisi” üzerine gerçekleştirilen çalışmaları henüz tamamlanmamış bir periyodik tabloya benzeterek, ÖMB modelinin de bu periyodik tablodaki boşlukları doldurmayı amaçladığını vurgulamaktadır (Ball, Thames ve Phelps, 2008). Bu amaçla, Ball ve ekibi, 1980'lerin sonundan başlayarak “Matematik Öğretme ve Öğretmeyi Öğrenme” ve “Öğretmek İçin Matematik Öğrenme” projeleriyle matematik öğretimi ve öğretimde kullanılan matematik bilgisi üzerine kapsamlı çalışmalar yürütmektedir. Ekip, söz konusu projelerde, matematik öğretim işinin kendi bünyesinde

neyi bilmeyi gerektirdiğini incelemeyi amaçlamıştır (Ball, Thames ve Phelps, 2008) ve bu amaçla, çalışmalarını iki temel soru çerçevesinde geliştirmiştir.

- Matematik öğretimi esnasında öğretmenlerin sınıftaki görevleri ve uygulamaları nelerdir?
- Matematik öğretmenlerinin söz konusu görevler ve uygulamalar için sahip olmaları gereken matematiksel bilgi, beceri ve yeterlilikler nelerdir?

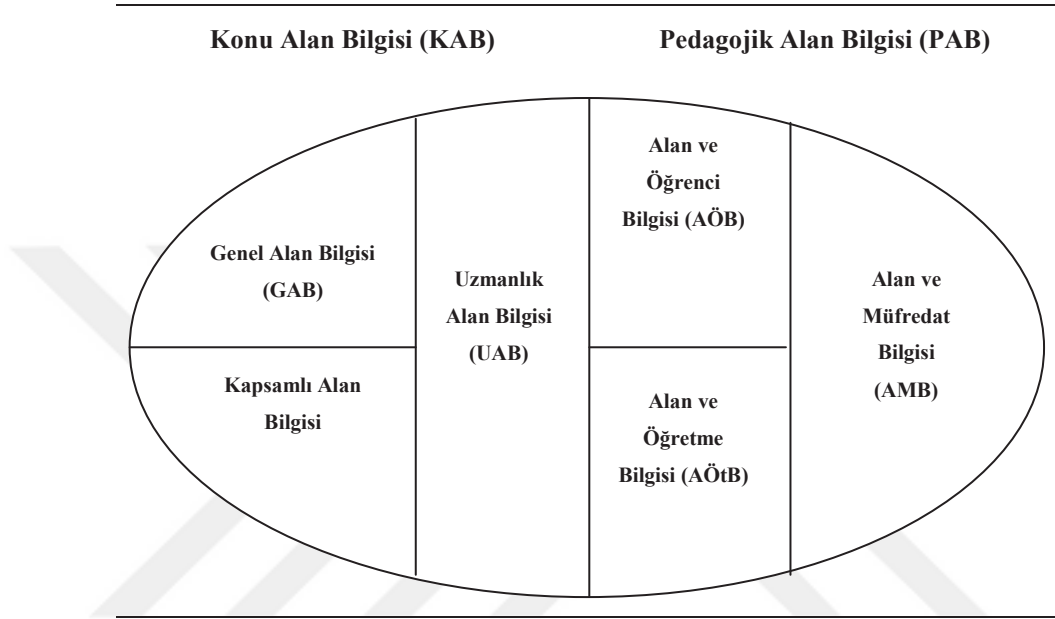
Ball vd. (2008), yukarıda belirtilen araştırma soruları kapsamında, Shulman'ın çalışmalarına işlevsellik kazandırarak uygulama tabanlı bir kuramsal çerçeve oluşturmayı amaçlamıştır (İdil ve Narlı, 2019). Bu doğrultuda, matematik öğretmenleri sınıf içerisinde gözlemlenerek matematik öğretiminin gereklilikleri belirlenmeye çalışılmıştır (Öner, 2010). Sınıf içi incelemeleri dâhilinde, öğretim süreçlerinde elde edilen video ve ses kayıtlarından; öğrencilerin yazılı çalışmaları, ödevleri ve sınavlarından aynı zamanda öğretmenlerin ders planları ve notlarından faydalanılmıştır (Ball, 2000). Ball (2000), yaptıkları sınıf içi çalışmalarında, iş tahlili yaklaşımını kullandıklarını ifade etmiş ve iş tahlili yaklaşımının matematik öğretmenlerinin öğretim süreçlerinde kullandıkları bilgiye ışık tuttuğunu vurgulamıştır. Yapılan iş tahlili çalışmaları, öğretmenlerin bilgi ve muhakemelerine yönelik diğer çalışmalarla birlikte değerlendirilerek “Öğretmek İçin Matematik Bilgisi (ÖMB)” modeli geliştirilmiştir.

ÖMB modeli geliştirilirken eş zamanlı olarak ÖMB'yi temel alan ölçekler de geliştirilmiştir. ÖMB modeli sınıf içi verilerden elde edildiği için ÖMB'yi ölçmek üzere geliştirilen ölçekteki maddeler de sınıf içi senaryolardan oluşmaktadır. Bu ölçek sayesinde ÖMB modeli, matematik öğretmenlerinin sahip olmaları gereken yeterliliklerin değerlendirilmesinde hem teorik hem de uygulamaya dönük pratik ölçütler ortaya koymaktadır (Aslan-tutak ve Köklü, 2016). ÖMB modeliyle birlikte geçerli ve güvenilir bir ölçek ortaya konulması ÖMB modelini güçlü kılmaktadır (Hill vd., 2008).

Ball ve ekibi, Shulman tarafından literatüre kazandırılan “Alan Bilgisi” ve “Pedagojik Alan Bilgisi” kavramlarını, matematik öğretimi yönünde detaylandırmıştır. ÖMB modeline göre, öğretmenlerin matematik öğretme bilgileri Shulman'ın iki bilgi tipi altında kategorize edilebilen altı bölgeden oluşmaktadır. Bu bağlamda konu alan bilgisini; genel alan bilgisi, uzmanlık alan bilgisi ve kapsamlı alan bilgisi olmak üzere üç bölüme ayıran Ball ve ekibi (2008), pedagojik alan bilgisini de alan ve öğrenci bilgisi, alan ve öğretme bilgisi ve alan ve müfredat bilgisi olmak üzere yine üç bölüme ayırmıştır. Shulman'ın bilgi modelinde,

pedagojik alan bilgisinden ayrı tuttuğu müfredat bilgisi, ÖMB modelinde pedagojik alan bilgisi kapsamında değerlendirilmiştir.

Şekil 1’de, ÖMB modelinin (*egg shape model*) bileşenleri görülmektedir (Ball, Thames ve Phelps, 2008).



Şekil 1.ÖMB Modeli Bileşenleri (Ball, Thames ve Phelps, 2008: s. 403)

ÖMB modelinin bileşenlerine ilişkin detaylı açıklamalar aşağıda verilmiştir.

Konu Alan Bilgisi (KAB):

ÖMB modelinin KAB bileşeni, bir matematik öğretmenin öğretimini yaptığı alan ve öğretim programlarındaki konular hakkındaki bilgisidir. KAB bileşeni de, kendi içerisinde üç alt bileşene ayrılmaktadır. Söz konusu bileşenlere ilişkin detaylar aşağıda verilmiştir.

Genel Alan Bilgisi (GAB) bileşeni, bir matematik öğretmenin fazla ayrıntıya girmeden, öğrencilerin öğrenmesi gereken matematik bilgisine sahip olmasıdır. Öğretmenin bu bilgisi, matematik problemlerini doğru bir şekilde çözebilmeyi, öğrencilerin yanlış cevaplarını fark edebilmeyi, matematikteki terim ve notasyonları doğru kullanabilmeyi ve bir problemi çözebilmeyi gerektirir (Ball, Thames ve Phelps, 2008). Bu bilgi, sadece öğretim işine özgü değildir. Matematik öğretimi dışında, matematiğin yoğun olarak kullanıldığı

çeşitli alanlarda da kullanılabilmektedir. Yani, belirli bir matematik bilgisi olan herhangi bir fizik öğretmeni, doktor, mühendis veya başka bir mesleğe sahip kişilerin de yapabileceği matematik, GAB bileşeni altında değerlendirilmektedir. Örneğin; Bir matematik öğretmenin, öğrencilerden doğru olarak cevaplaması beklenen “1,1 ile 1,11 sayıları arasında bir sayı bulunuz” sorusunu cevaplayabilmesi için gerekli olan bilgi GAB’dır. Bu soruyu belirli bir matematik bilgisine sahip herhangi bir kişi de zorlanmadan cevaplayabilir (Aslan-Tutak ve Köklü, 2016).

Uzmanlık Alan Bilgisi (UAB) bileşeni, sadece öğretim işine özgü matematiksel bilgi ve becerilerdir (Ball, Thames ve Phelps, 2008). UAB, sadece matematik öğretmenlerinin bilmesi gereken bilgi türüdür. Bu yönüyle GAB’dan ayrılmaktadır. Örneğin; matematiksel kurallar için açıklamalar sunabilme, öğrencilerin hatalarını ve alternatif çözüm stratejilerini değerlendirebilme ve işlemler için temsiller oluşturabilme gibi öğretime özgü faaliyetler, UAB gerektirmektedir.

Kapsamlı Alan Bilgisi (KAB) bileşenine göre, bir matematik öğretmeni alanıyla ilgili geniş bir bakış açısına sahip olmalıdır. Dolayısıyla, konuların birbiri ile ilişkisini hem yatay hem de dikey anlamda kurabilmelidir (Ball, Thames ve Phelps, 2008). Burada yatay müfredat bilgisi, öğretmenin öğretim yaptığı sınıf düzeyindeki matematiği diğer alanlarla ilişkilendirebilmesini ifade ederken; dikey müfredat bilgisi ise öğretmenin sadece öğretimini gerçekleştirdiği sınıf düzeyindeki matematikle sınırlı kalmayıp, matematiği kendisinden önceki ve sonraki düzeylerle ilişkilendirip, matematiği bir bütün olarak görebilmesini ifade etmektedir.

Pedagojik Alan Bilgisi (PAB):

Shulman (1986) PAB’ın alan bilgisi ile pedagojik bilginin özel bir karışımı olduğunu belirtmiş ve PAB’ı öğretim için gerekli olan bir bilgi türü olarak tanımlamıştır. Bu tanıma istinaden, PAB’ın herhangi bir konuyu öğrencilere en anlaşılır biçimde öğretmek ve formülleştirmek için kullanılabilen tüm yolları içerdiği söylenebilir. Bir alana ilişkin öğretilen her türlü kavramın anlaşılmasını sağlamak için kullanılan temsiller, benzetimler, en güçlü gösterimler, açıklamalar ve örnekler PAB’ın kapsamına girmektedir. Ball ve ekibi (2008), bir matematik öğretmenin matematik öğretimi sürecinde kullandığı bilgilere yoğunlaşarak, Shulman’ın PAB tanımını daha da geliştirmiş ve PAB kavramını üç alt bileşenden oluşacak şekilde ifade etmişlerdir. Bu bileşenler şunlardır:

Alan ve Öğrenci Bilgisi (AÖB) bileşeni ile konu alan bilgisi ve öğrenci bilgisinin bileşimi kastedilmektedir. Daha açık bir ifadeyle bir öğretmen öğretimini gerçekleştireceği konuya ilişkin bilgilerin yanında, öğrencileri hakkında da bazı bilgilere sahip olmalıdır. Öğrencilerin konuyu nasıl öğrendiği, konuya ilişkin var olan bilgileri, konuya ilişkin sık yaşanan öğrenci kavram yanılgıları, öğrenme sürecinde öğrencilerin sık yaptıkları hatalar, öğrencilerin yaşlarının getirdiği ve gerektirdiği öğrenme olanaklarının seçimi gibi bilgiler öğrenci bilgisinin içeriğini oluşturmaktadır. Örneğin; bir matematik öğretmenin kesrin farklı anlamları hakkında bilgi sahibi olması alan bilgisine ilişkin bir husustur. Ancak öğretmenin, öğrencilerin sınıf düzeyine uygun olarak kullanabileceği yönteme karar verip kesrin hangi anlamını anlatabileceği hakkındaki bilgisi AÖB kapsamında değerlendirilmektedir (Aslan-Tutak ve Köklü, 2016).

Alan ve Öğretme Bilgisi (AÖtB) bileşeni, bir öğretmenin öğretimini gerçekleştireceği konuya ilişkin ders tasarlayabilme bilgisidir. Başka bir deyişle, matematik konu alan bilgisi ile bu konunun öğretimi için gerekli pedagojik prensiplerin oluşturduğu bilgilerin bileşimidir. Ball ve ekibi (2008), etkili bir ders tasarımı yapabilmek için gerekli olan her türlü matematiksel görevin AÖtB kapsamında değerlendirilebileceğini ifade etmişlerdir. Örneğin; bir matematiksel kavramın farklı temsillerle gösteriminin avantaj ve dezavantajlarını bilmek, dersin amacına uygun olarak örnekler seçebilmek, öğretimsel yönü güçlü olan metot ve işlemler hakkında bilgi sahibi olmak AÖtB kapsamında yer alan matematiksel görevlerdir.

Alan ve Müfredat Bilgisi (AMB) bileşeni, konu alan bilgisi ile öğretim programları bilgisinin bileşimi niteliğindedir. Ball ve ekibi (2008) yapmış oldukları araştırmalar neticesinde, Shulman'ın ifade ettiği yatay müfredat bilgisini ve müfredatta yer alan konuya ilişkin öğretim materyali kullanımını AMB kapsamında ele almışlardır. Öğretmenin sorumlu olduğu müfredata yeterince hâkim olması, müfredatın kendisinden neler beklediğinin farkında olması, müfredatın diğer alanlarla ilişkisi hakkında fikir sahibi olması ve müfredata uygun ders materyallerini belirleyebilmesi AMB kapsamında yer alan görevlerdir.

Yukarıda detayları verilen ÖMB modelinin, bir öğretmenin sahip olması gereken bilgileri iki ana başlıkta ele aldığı görülmektedir. Bunlar; konu alan bilgisine dair matematiksel bilgiler ile öğrenci ve öğretime dayalı pedagojik bilgilerdir. Bu tez çalışmasında, konu alan bilgisinin uzmanlık alan bilgisi (UAB) bileşenine odaklanılmıştır. Takip eden kısımda öncelikle UAB'nin ne olduğuna ilişkin detaylı açıklamalar yapılmış olup hemen ardından UAB'ye dair ilgili literatür ele alınmıştır.

2.2.1. Uzmanlık Alan Bilgisi (UAB)

Uzmanlık Alan Bilgisi, konu alan bilgisinin bileşenlerinden biridir. Öğretimden başka amaçlar için kullanımının gerekli olmadığı bilgi türüdür. Ball ve ekibi (2008), UAB'yi pedagojik bilgi içermeyen ancak öğretmenliğe özgü olup, öğretim sürecinde oldukça fazla kullanılan matematiksel bilgi olarak tanımlamaktadır. Örneğin, $\frac{1}{4} : \frac{1}{3}$ işlemini “birinci kesir sabit kalmak üzere ikinci kesir ters çevrilip birinci kesirle çarpılır.” ifadesine göre cevaplayan bir doktorun veya mühendisin, söz konusu kuralın neden işe yaradığını bilmesine gerek yoktur. Ancak, bir matematik öğretmeni kuralın işe yarama sebebinin bilincinde olarak öğrencilerinin neden sorusuna gereken cevabı verebilmelidir. Daha açık bir ifadeyle, öğretmenler matematiksel işlemleri yapabilmelerinin ötesinde bu işlemlerdeki kuralların matematiksel olarak ne anlama geldiğini bilmelidirler.

ÖMB modelinin gelişim aşamasında, Ball ve ekibi, bir matematik öğretmenin sınıf içerisinde matematikle ilişkili görevlerini ve sorumluluklarını listelemişlerdir. Söz konusu görev ve sorumlulukların gerektirdiği bilgi UAB kapsamındadır. Tablo 1’de, bu görev ve sorumluluklar listelenmiştir.

Tablo 1

Öğretme İşinin Matematik ile İlişkili Görevleri ve Sorumlulukları (Ball vd., 2008, s.400)

-
- Matematiksel fikirleri sunma
 - Öğrencilerden gelen “neden” sorularına cevap verme
 - Belirli bir matematiksel noktaya dikkat çekmek için bir örnek bulma
 - Belirli bir gösterim kullanırken ne ile uğraştığının farkında olma
 - Temsillerle, altında yatan fikirleri ve diğer temsilleri ilişkilendirme
 - Öğretilen bir konu ile daha önceki veya sonraki yılların konuları arasında bağlantı kurma
 - Matematiksel hedef ve amaçları velilere açıklama
 - Ders kitaplarındaki matematiksel içeriği değerlendirme ve uyarlama
 - Etkinlikleri hem daha kolay hem daha zor olacak şekilde düzenleme
 - Öğrencilerin iddia/varsayım/çözüm önerilerinin akla yatkınlığını seri bir şekilde değerlendirme
 - Matematiksel açıklamalar yapma ve değerlendirme
 - Kullanılabilir tanımlar seçme ve geliştirme
 - Matematiksel simge ve dili kullanma ve kullanımını irdeleme
 - Üretken matematiksel sorular sorma
 - Belirli amaçlar için temsiller seçme
 - Matematiksel denklikleri inceleme
-

(Aslan-Tutak ve Kökli, 2016: s: 706’den alınmıştır.)

Ball ve ekibi, etkin öğretim için UAB'nin salt olarak bulunmasını değil, UAB'nin Tablo 1'de verilen öğretmenlik görev ve sorumlulukları esnasında kullanımının önemli olduğunu vurgulamışlardır (Aslan-Tutak ve Köklü, 2016). UAB için önemli olan bir diğer önemli husus da, nitelikli bir öğretim sürecinde gerekli olan bu bilgi türünün içerisinde pedagojik bilginin yer almamasıdır. Ball vd. (2008) bu durumu şu şekilde ifade etmektedir: “etkili bir öğretim için gerekli, pedagojik alan bilgisi kapsamında yer almayan, konu alan bilgisinin bileşenlerinden biri olup ancak genel alan bilgisinden farklı olan bu bilgi türünü uzmanlık alan bilgisi olarak adlandırdık” (s.390). ÖMB modeli kapsamında Ball ve ekibinin geliştirmiş olduğu öğretmen bilgi ölçeğinin yayınlanmış sorularından, bir UAB sorusu Tablo 2’de verilmiştir. Söz konusu soru, UAB’nin hem pedagojik bilgiden hem de GAB’den nasıl ayrıldığını örneklemektedir.

Tablo 2

ÖMB Ölçeğinde Yer Alan Bir Uzmanlık Alan Bilgisi Sorusu (Ball ve Hill, 2008, s.5)

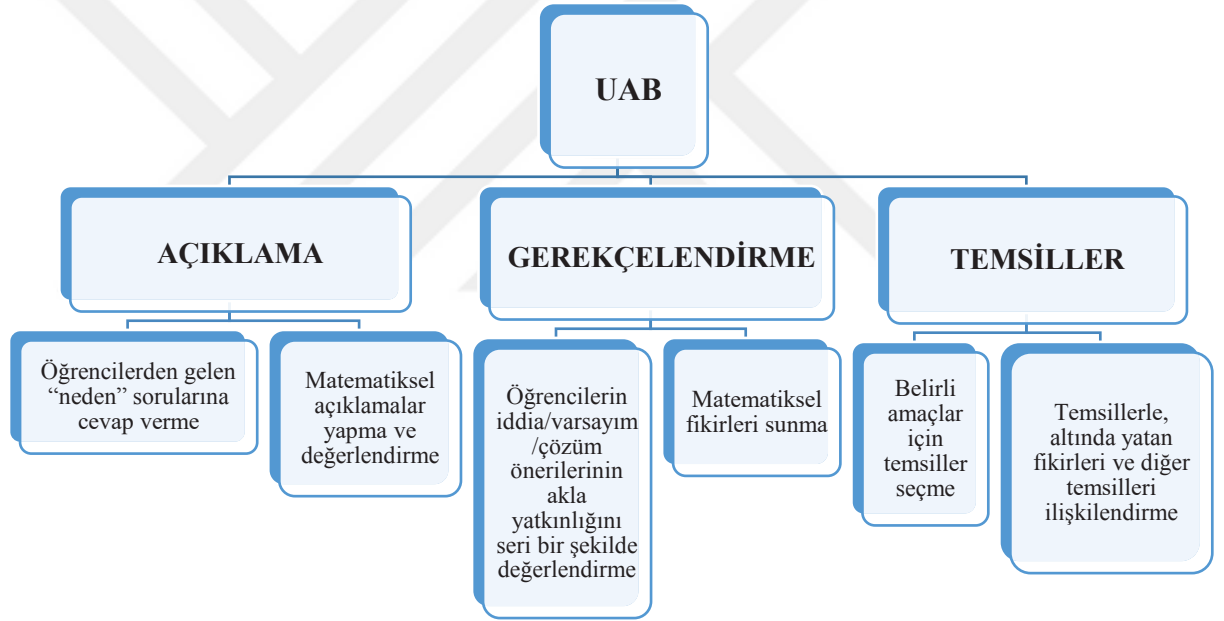
Elif öğretmen, sınıfıyla birlikte bölünebilme kuralları üzerine çalışmaktadır. Öğretmen, 4 ile bölünebilen bir sayının ancak ve ancak son iki basamağının 4 ile bölünebildiğini söyler. Öğrencilerinden biri ona bu kuralın neden işlediğini sorar. Öğretmen diğer öğrencilere mantıklı bir gerekçelerinin olup olmadığını sorar ve öğrenciler çeşitli olası yanıtlar öne sürerler. Aşağıdakilerden hangisi 4 ile bölünebilme kuralının gerekçesini açıklamaya en yakın durumdur? (Cevaplardan birini işaretleyiniz.)

- a) 4 bir çift sayıdır, çift sayılar tek sayılar tarafından bölünemezler.
- b) 100 sayısı 4 ile bölünebilir (ve bununla birlikte 1000, 10.000, vb. gibi)
- c) Bütün diğer çift sayılar 4 ile bölünebilir, örneğin 24, 28 gibi fakat 26 bölünemez.
- d) Bu kural sadece bir sayının son iki basamağındaki rakamların toplamı çift ise işler.

Öğrencilerin dört ile bölünebilme kuralına ilişkin vermiş oldukları yanıtların incelenmesini gerektiren yukarıdaki soruda, pedagojik bilginin kullanılmadığı görülmektedir. Çünkü öğretmen öğrencilerine herhangi bir açıklama yapmadan önce, kendisi öğrenci cevaplarını matematiksel olarak değerlendirmesi gerekmektedir. Ball, Hill ve Bass’ a (2005) göre 4 ile bölünebilme kuralına ilişkin öğrencilerden gelen neden sorularına açıklamalar yapabilmek, kuralın içerdiği matematiksel düşüncüyü ifade edebilmek UAB görevlerindendir. Çünkü öğretmenlik mesleği dışında başka çalışma alanlarında bu kuralı matematiksel işlemlerinde rutin olarak kullanan kişilerin 4 ile bölünebilme kuralına açıklamalar getirmek gibi bir zorunlulukları yoktur. Ancak etkili bir öğretim amacıyla

başkası için anlamlı olmayan bir bilgiyi (bu soruda dört ile bölünebilme kuralının gerekçesini) açıklayabilmek ve onu anlaşılır hale getirmek uzmanlık alan bilgisidir.

Ball ve ekibi, öğretmenlerin UAB'lerini ölçmek amacıyla geliştirdikleri ölçeklerde Tablo 1'de verilen "öğretme işinin matematik ile ilişkili görevleri ve sorumlulukları" içerisinde özellikle altı tanesine odaklandıklarını belirtmişlerdir (Ball, Hill ve Bass, 2005). Bu bilgiler doğrultusunda; Lin, Chin and Chiu (2011), yapmış oldukları araştırmada, Ball ve ekibinin belirtmiş oldukları bu görev ve sorumlulukları üç ana başlık altında ifade ederek, UAB'nin özellikle üç alt boyuttan oluştuğunu vurgulamışlardır. UAB'nin alt boyutlarını oluşturan matematiksel görevler Şekil 2'de görülmektedir.



Şekil 2. UAB'nin Alt Boyutlarını

UAB boyutu ve bu bilginin alt boyutları (açıklama, gerekçelendirme ve temsiller), bu tez çalışmasının çatısını oluşturmaktadır. Öğretmenlerin UAB'leri hakkında bilgi edinmek amacıyla oluşturulan Öğretim İçin Denklem Bilgi Testi (ÖDBT) söz konusu üç alt boyuta ilişkin sorulardan oluşmaktadır. Ayrıca, öğretmenlerin sınıf içerisinde gözlemlenerek UAB'leri hakkında bilgi edinilmesi sürecinde de yine UAB'nin alt boyutlarından dolayısıyla alt boyutların kapsadığı matematiksel görev ve sorumluluklardan yararlanılmıştır.

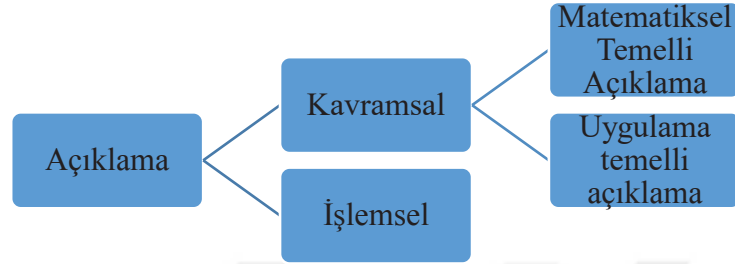
2.2.1.1. Açıklama

Açıklama alt boyutu, genel kurallar veya algoritmaların altında yatan anlama ilişkin matematiksel açıklamalar yapabilmeyi gerektirir (Hill vd., 2008). Nitelikli bir matematik öğretimi için öğretmenlerin sınıf içerisinde yapmış oldukları açıklamalar oldukça önemlidir. Öğretmen açıklamaları, öğrencilerin matematiksel kural ve kavramları derinlemesine anlayıp, bilgilerini aktarma ve genelleştirme sürecinde kullanmalarında rol oynamaktadır (Richland, Stigler ve Holyaak, 2012). Ball'a (1990a) göre, öğretmenlerin sahip olduğu kavram ve işlem bilgisinin doğru olması gerektiği gibi; bu bilgilerin altında yatan ilkeleri de anlayıp, öğretim süreçlerinde kullanmaları oldukça önemlidir. Bu doğrultuda Ball ve ekibi, öğretmenlerin UAB'lerinin değerlendirilmesinde sınıf içerisinde yapmış oldukları matematiksel açıklamaların oldukça önemli olduğunu vurgulamışlar ve Tablo 1'de verilen öğretme işinin matematik ile ilişkili görevleri ve sorumlulukları içerisinde, açıklama boyutuna dair öğretmen görevlerinden bahsetmişlerdir. Açıklamaya ilişkin UAB'nin içerdiği matematiksel görev ve sorumluluklar; "öğrencilerden gelen "neden" sorularına cevap verme" ve "matematiksel açıklamalar yapma ve değerlendirme" şeklindedir (Ball vd., 2008).

Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin açıklama boyutuna ilişkin UAB'leri, hem açık uçlu sorulara hem de öğretim süreçlerinde öğrencilerinin "neden" sorularına ilişkin vermiş oldukları yanıtlar üzerinden değerlendirilmiştir. Öğretmenlerin, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna ilişkin işlemleri, bu işlemlere ilişkin algoritmaları, kuralları veya özellikleri altında yatan fikirlere dayalı olarak açıklamaları beklenmiştir. Öğretmenlerin yapmış oldukları açıklamalar, hem uygunlukları hem de türleri bakımından incelenmiştir.

Öğretmenlerin öğretim süreçlerinde kullandıkları açıklama türlerinin sahip oldukları alan bilgilerine göre değişkenlik gösterdiğini belirten çeşitli çalışmalar mevcuttur (Ball 1990b; Ma, 1999). Ma, (1999)'un çalışmasında öğretmenlerin yapmış oldukları öğretimsel açıklamalar, öğretmenlerin işlemsel ve kavramsal bilgiye sahip olmalarına göre değişkenlik göstermiştir. Bunun sonucunda, çeşitli araştırmacılar (Bower ve Doerr, 2001; Cobb, McClain ve Gravemeijer, 2003) öğretmenlerin yapmış oldukları açıklamaları, işlemsel (problemlerin çözümünde işlemlerin ve işlem adımlarının belirtilmesi) ve kavramsal (işlem ve işlem adımlarının nedenlerinin açıklanmasıyla işlemsel bilgi ile kavramsal bilginin ilişkilendirilmesi) açıklamalar olmak üzere ikiye ayırmışlardır. Levenson vd., (2010) ise, kullanılan açıklama türlerinin matematiksel içeriğe (cebir, aritmetik, geometri, vs.), gerçekleşen öğretim faaliyetinin türüne (işlem yapma, tahmin etme, vs.), açıklamanın

amacına ve öğrencinin yaş düzeyine göre değişebileceğini belirtmişler ve öğretmenlerin kavramsal açıklamalarını, kavramsal-matematiksel temelli ve kavramsal-uygulama temelli açıklamalar olmak üzere ikiye ayırarak incelemişlerdir. Levenson vd., (2010)'un açıklama türlerine ilişkin geliştirmiş oldukları hiyerarşik yapı şekil 3'de verilmiştir.



Şekil 3. Açıklamanın Hiyerarşik Yapısı

Kavramsal-matematiksel temelli açıklama; matematiksel tanımlar veya daha önce öğrenilen matematiksel özelliklere dayalı açıklamalardır ve çoğunlukla matematiksel muhakemeyi kullanır. (Levenson vd., 2010). Örneğin; bir matematik öğretmenin denklemin çözümünü, simetrik çözüm metodunu kullanarak açıklaması kavramsal-matematiksel temelli açıklamaya örnektir. Kavramsal-uygulama temelli açıklama ise, matematiksel ifadelerle anlam verecek günlük/gerçek yaşam bağlamına dayalı ve/veya manipülatifler kullanan açıklamalardır (Levenson vd., 2010). Örneğin, bir matematik öğretmenin denklemin çözümünde simetrik çözüm metodunu, pazarlarda kullanılan eşit kollu terazi modeli ile günlük hayatta karşılaşılabilecek örnekler üzerinden açıklaması kavramsal-uygulama temelli açıklamaya örnek olarak verilebilir.

Çalışmada öğretmenlerin yapmış oldukları açıklamalar Şekil 3'de verilen *açıklamanın hiyerarşik yapısına* göre değerlendirilmiştir. Buna göre açıklama türleri; işlemsel açıklama, kavramsal-matematiksel temelli açıklama ve kavramsal-uygulama temelli açıklamalar olmak üzere üç başlık altında değerlendirilmiştir.

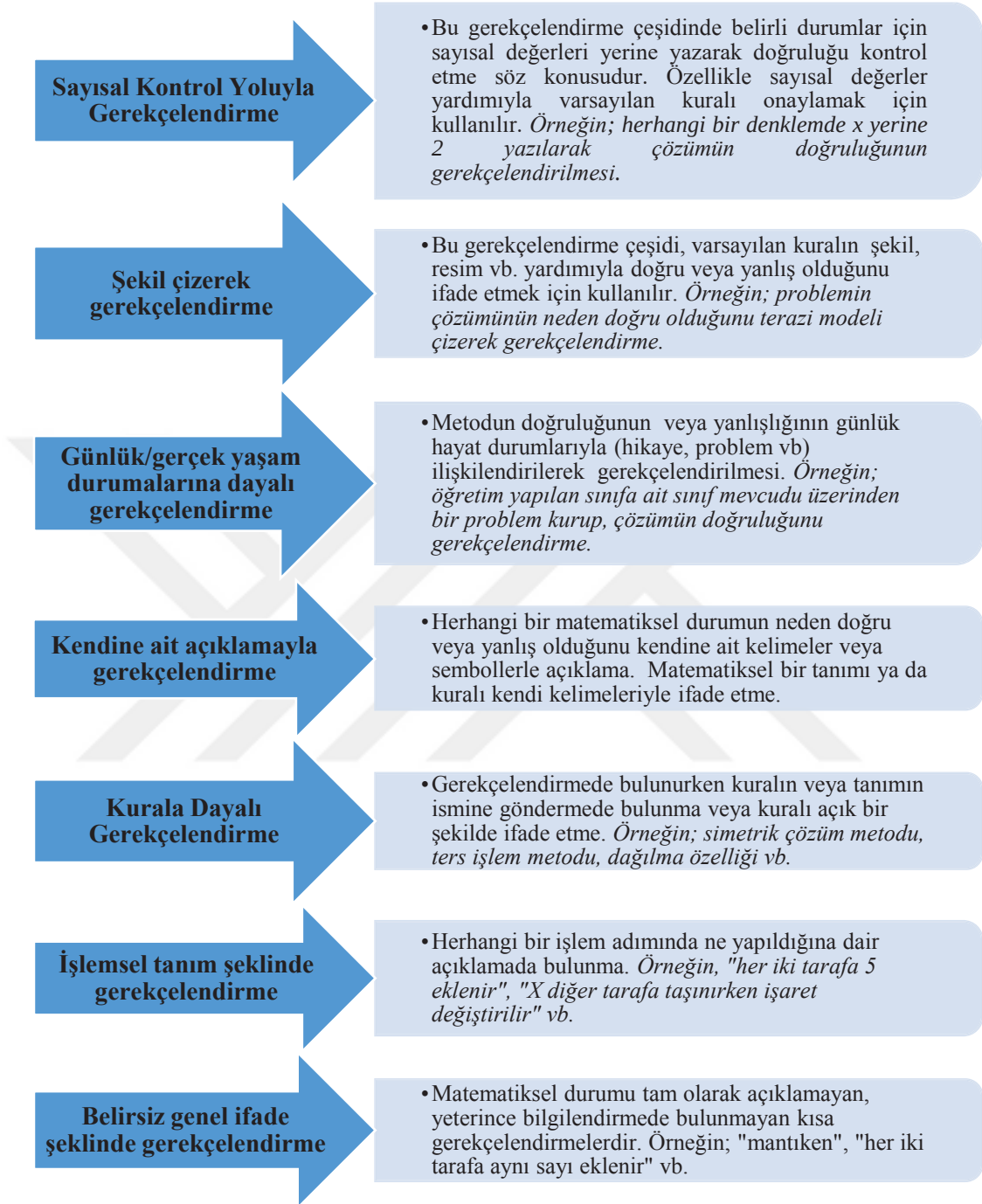
2.2.1.2. Gerekçelendirme

UAB'nin diğer bir alt boyutu gerekçelendirmedir. Gerekçelendirme boyutu, öğrencilerin alternatif strateji ve çözümlerinin matematiksel olarak uygun olup olmadığını anında ve hızlı bir şekilde analiz edebilmeyi ve değerlendirebilmeyi, ayrıca bunların neden doğru veya neden yanlış olduğuna dair gerekçelendirmelerde bulunabilmeyi gerektirir (Ball vd., 2005).

Son yıllarda matematik derslerinde akıl yürütme, gerekçelendirme ve muhakeme gibi becerilerin kazandırılması önem kazanmıştır. Öğrencilerin, söz konusu becerileri kazanmasında öğretmenlerin rolü yadsınamaz (Nathan, 2003). Öğrencilerin, matematiksel olarak düşünmeye teşvik edilmeleri için iddia ve çözüm önerilerinin neden doğru ya da yanlış olduğuna dair bilgilendirilmeleri gereklidir (Back, Manilla ve Wallin, 2009). Bu doğrultuda nitelikli bir öğretmenin, öğrencilerin iddialarını ve çözüm önerilerini doğrulayabilecek yeterlilikte alan bilgisine sahip olması beklenmektedir. Öğretmenlerin alan bilgi düzeyleri, öğrencilerin düşüncelerini yorumlamaya ve anlamaya yeterli olmalıdır (Lannin, 2005). Ball ve ekibi, öğrencilerin iddia ve çözüm önerilerinin öğretmenler tarafından doğru bir şekilde değerlendirilmesinin oldukça önemli olduğunu vurgulamışlar ve Tablo 1’de verilen öğretme işinin matematik ile ilişkili görevleri ve sorumlulukları içerisinde, gerekçelendirme boyutuna dair öğretmen görevlerinden bahsetmişlerdir. Açıklamaya ilişkin UAB’nin içerdiği matematiksel görev ve sorumluluklar; “öğrencilerin iddia/varsayım/çözüm önerilerinin akla yatkınlığını seri bir şekilde değerlendirme” ve “matematiksel fikirleri sunma” şeklindedir (Ball vd., 2008).

Çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin gerekçelendirme boyutuna yönelik UAB’leri, hem açık uçlu sorulara hem de öğretim süreçlerinde öğrencilerin iddia ve çözüm önerilerine ilişkin vermiş oldukları yanıtlar üzerinden değerlendirilmiştir. Bu doğrultuda öğretmenlerden, verilen problemin veya modelin niçin o işlemi ifade ettiği veya öğrencilerin çözüm önerilerinin neden doğru ya da yanlış olduğunu gerekçelendirmeleri beklenmiştir. Öğretmenlerin gerekçelendirmeleri hem uygunlukları hem de türleri bakımından incelenmiştir.

Gerekçelendirme çeşitleri birçok araştırmacı tarafından farklı şekillerde ele alınmıştır (Back vd., 2009; Bell, 1976; Harel ve Sowder, 1998; Hunter ve Anthony, 2008; Kirwan, 2015; Marrades ve Gutiérrez, 2000). Araştırmaya katılan öğretmenlerin yapmış oldukları gerekçelendirmeler, ilgili literatür dikkate alınarak oluşturulan özet bir çerçeveye değerlendirilmiştir. Öğretmenlere ait gerekçelendirmelerin türleri bu çerçeveye (Şekil 4) göre sınıflandırılmış ve analiz edilmiştir.



Şekil 4. Çalışmada Kullanılan Gerekçelendirme Türleri

2.2.1.3. Temsiller

UAB'nin bir diğer alt boyutu temsillerdir. Sayıları ve işlemleri anlamlı bir şekilde resimler veya manipulatifler kullanarak gösterebilmeyi veya temsil edebilmeyi gerektirir (Ball vd., 2005). Schneider (1995)'e göre temsil; öğrencilere matematiğe yönelik kavramları kelimelerde sözel, tablolarda sayısal, grafiklerde görsel ve sembollerde cebirsel olarak göstermeye yarayan bir araçtır.

Çoklu temsillerle ilgili araştırmalar, matematik öğretim süreçlerinde çoklu temsillerin kullanılmasının öğrencilerin konuyu daha iyi anlamalarında ve problem çözme performanslarının artmasında etkili olduğunu ortaya koymaktadır (Moseley ve Brenner, 1997; Sert, 2007). Ainsworth, Bibby ve Wood (2002), çoklu temsillerle öğrenmede anahtar noktanın öğrencilerin temsiller arasındaki dönüşümü başarılı bir şekilde yapabilmelerinin sağlanması olduğunu vurgulamışlardır. Bu noktada, matematik öğretmenlerinin rolü oldukça önemlidir. Çünkü öğrencilerin gerek temsilleri kullanmalarında gerekse temsiller arası dönüşüm yapmalarında öğretmenin rolünün önemli olduğu belirlenmiştir (Gürbüz ve Şahin, 2015).

Ball ve ekibi'de (2008), öğretmenlerin çoklu temsiller hakkında yeterli alan bilgisine sahip olmalarının önemli olduğunu vurgulamaktadır. Bu doğrultuda, Tablo 1'de verilen öğretme işinin matematik ile ilişkili görevleri ve sorumlulukları içerisinde, temsiller boyutuna dair öğretmen görevlerinden bahsetmişlerdir. Temsiller boyutuna ilişkin UAB'nin içerdiği matematiksel görev ve sorumluluklar; “belirli amaçlar için temsiller seçebilme” ve “temsillerle, altında yatan fikirleri ve diğer temsilleri ilişkilendirebilme” şeklindedir (Ball vd., 2008).

Çoklu temsil kavramını farklı bakış açısı ile sınıflandıran çeşitli araştırmacılar vardır (Clements, 1999; Kaput, 1987; Lesh, Post ve Behr, 1987; Lesser ve Tchoshanov, 2005). Örneğin, Lesh, Post ve Behr (1987) tarafından yapılmış olan çalışmada temsiller; resimler veya diyagramlar, somut nesneler, yazılı semboller, gerçek hayat durumları ve sözlü semboller olarak sınıflanmıştır. Ball'da (1990) öğretmenlerin konuyu uygun bir şekilde sözel problemler, resimler, sayısal durumlar ve somut materyaller gibi birçok farklı yolla temsil edebileceklerini vurgulamıştır.

Lesh vd., (1987) ve Ball (1990)'un çalışmaları göz önünde bulundurularak araştırmada kullanılan temsil türleri belirlenmiştir. Çalışmada, öğretmenlerin gerek bilgi

testinde yer alan açık uçlu sorularda gerekse öğretim süreçleri esnasında kullandıkları temsil türleri; sayısal, sözel ve görsel temsil olarak ele alınmıştır.

Öğretmenlerin öğretim sürecinde yararlandıkları matematiksel ifadeler (yazılı semboller) sayısal temsil, sözel (durum) temsili (gerçek yaşam durumları) ve görsel temsillerdir. Öğretmenlerin öğretim süreçlerinde yararlandıkları görsel temsiller; resimsel temsiller (şekil, çizim, tablo) ve somut temsiller (dokunulabilen, taşınabilen nesneler) olmak üzere iki başlık altında incelenmiştir.

Sayısal temsiller; matematiksel notasyonlarda kullanılan sayı, harf veya sembollerdir (Örneğin; x , $a+5=8$). Sözel temsiller; çeşitli problem durumlarını yorumlama ve çözmeye yarayan bilginin gerçek yaşam olayları etrafında düzenlendiği deneyime dayalı araçlardır. (Örneğin; gerçek yaşam durumuna uygun olması amacıyla verilen bir denklemin sözel temsili, “Bir kutudaki tokaların sayısının 5 katına 3 eklenince 123 olmaktadır. Bu kutuda kaç toka vardır?” şeklinde olabilir.) Görsel temsil; bilginin görsel halini ön plana çıkaran yapılar görsel temsil başlığı altında incelenmektedir. Bunlar; resimsel temsiller (şekil, çizim, tablo, diyagram) ve somut temsiller (sayma pulları, terazi, örüntü blokları vb.) şeklindedir.

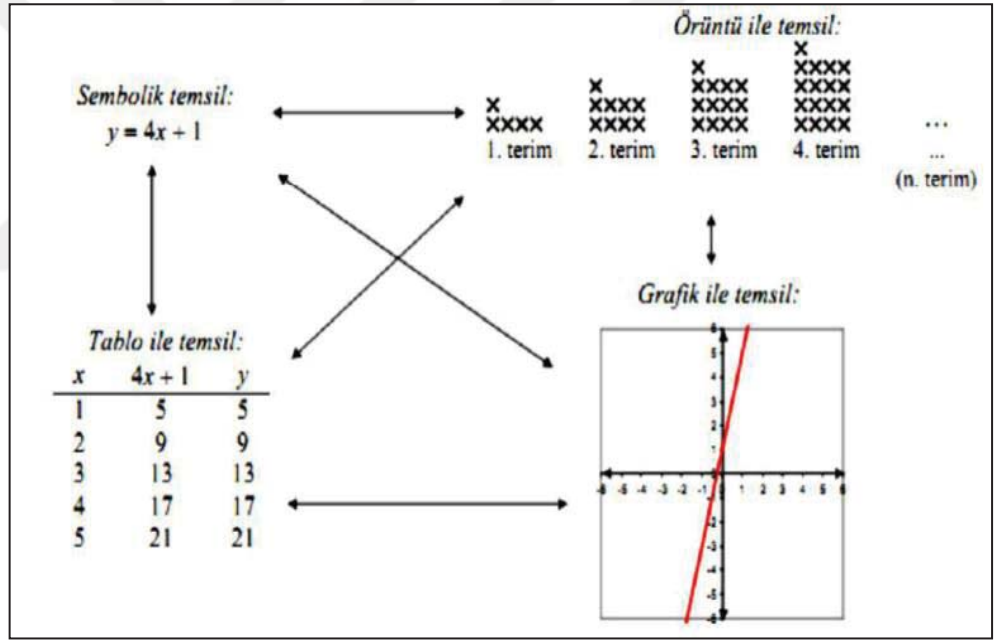
Şekil 5’de birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna ait çoklu temsil uygulamaları gösterilmektedir.

Sözel (Durum) Temsili		Sayısal Temsil (matematiksel ifade yazma)		
İki karenin birer kenarlarının uzunlukları farkı 8 cm’dir. Bu karelerin çevrelerinin uzunlukları toplamı 128 cm olduğuna göre her birinin bir kenar uzunluğunu bulunuz.		Büyük karenin bir kenar uzunluğu x olsun. Küçük karenin bir kenar uzunluğu: x-8, Büyük karenin çevre uzunluğu: 4.x, Küçük karenin çevre uzunluğu: 4.(x-8), Denklem 4x+4.(x-8)=128		
Görsel Temsil (resimsel-somut temsiller)				
Büyük karenin bir kenar uzunluğu	Küçük karenin bir kenar uzunluğu	Büyük karenin çevresi	Küçük karenin çevresi	İki karenin çevre uzunlukları toplamı
9	1	36	4	40

10	2	40	8	48
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
20	12	80	48	<u>128</u>

Şekil 5.Çalışmada Kullanılan Cebirsel İfadelere Ait Çoklu Temsil Uygulamaları

Ülkemiz matematik dersi öğretim programında da matematik öğretim sürecinde çoklu temsillerden yararlanılmasının öğrenme alanı cebir, alt öğrenme alanları cebirsel ifadeler ve denklemlere ait kazanımlar ele alınırken anlamlı öğrenmeye katkı sağlayacağı vurgulanmaktadır (MEB, 2009; 2013). Öğretim programında $y=4x+1$ denklemine ait farklı temsillerin kullanımına ilişkin bir örnek Şekil 5’ de gösterilmiştir.



Şekil 6. Kullanılan Bazı Temsil Türleri (İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu MEB, 2009)

Denklemlerin öğretiminde, öğretmen rehberliğinde yukarıda bahsi geçen temsil türleri (tablo, grafik, denklem, şekil, somut modeller, semboller, gerçek yaşam durumları, vb.) kullanılarak öğrencilerin temsiller arasında ilişkilendirme yapabilecekleri ortamların hazırlanmasının önemine vurgu yapılmıştır (MEB, 2009; 2013).

2.3. Öğretmenlerin Cebir Öğretimine İlişkin Alan Bilgisi

Cebir, reel sayıların sembolik dilidir (Sharma, 1987). Sayı ve sembolleri kullanarak eldeki incelenen ilişki veya ilişkileri genelleştirilmiş denklemlere dönüştüren bir matematik dalıdır. Cebir sistematik düşünme yoluyla genellemeler sağlama, problem çözme de aracı olarak kullanılma, nicelikler arasındaki ilişkileri incelemeye katkı sunma ve soyutlama yapabilme olanağı tanıma gibi özellikleri sebebiyle matematik alanının da oldukça önemli bir yer edinmiştir.

Cebirin böylesine önemli bir alan olması, anlamlı ve kalıcı olarak öğrenimini gerekli kılmaktadır. Fakat yapılan birçok çalışma öğrencilerin cebir öğrenme konusunda oldukça sıkıntı yaşadıkları sonucunu ortaya koymaktadır (Kieran, 2007; English ve Warren, 1998; Dede ve Argün, 2003; Davidenko, 1997; Ersoy ve Erbaş, 2002). Bu noktada öğretmenlerin sahip oldukları bilgi, beceri ve donanımlar öğrenci öğrenmesinde son derece önemlidir. Bu durum, öğretmenlerin cebir öğretimine yönelik alan bilgilerinin güçlü olmasını gerektirmektedir (McCrory vd., 2012; Stephens 2004; Welder ve Simonsen, 2011).

Öğretmenlerin, cebir konularındaki alan bilgilerinin incelendiği araştırmaların bulguları, cebiri bir kurallar bütünü olarak gören öğretmenlerin cebirsel ifadeler, denklem, eşitlik ve bilinmeyen gibi cebir konularındaki kavram ve süreçlere ilişkin cebirsel ilişkileri kullanmadıklarını belirtmektedir. Dolayısıyla, çoğunlukla işlemsel bilgilere odaklanmakta ve bu işlemsel süreçlere ilişkin kavramsal açıklamalar yapamamaktadırlar (Black, 2007; Caswell, 2009; Welder ve Simonsen, 2011).

Örneğin, eşitlik işaretinin farklı anlamları üzerine yeterli bilgiye sahip olmayan öğretmenler, öğrencilerin eşitlik sembolünü eksik yorumlamasına sebep olacaktırlar. Araştırmaların gösterdiği genel sonuç, eşitlik sembolünün sağ ve sol taraftaki ifadeler arasında bir denklik göstergesi olarak değil, “işlem yap ve sonuç elde et” şeklinde yorumlandığıdır (Oktaç, 2010). Bu alanda Stephens (2006) tarafından yapılan araştırmada matematik öğretmen adaylarının eşitlik kavramı ve ilişkisel düşünmeye yönelik bilgileri incelenmiştir. Araştırma sonucunda, eşitlik kavramını sembol kullanımını esas alarak açıklayan ve ilişkisel düşünmeden bahsetmeyen öğretmen adaylarının sayısının az olmadığı görülmüştür.

Aynı şekilde öğretmenlerin değişken kavramları hakkındaki bilgisinin de oldukça önemli olduğu çeşitli araştırmacılar tarafından belirtilmiştir. Öğretmenlerin öğretim süreçlerinde bilinmeyen ve değişken kavramları arasındaki farkı bilmeleri, değişken kavramının sadece bilinmeyen olarak algılanıp kesinlik niteliğinin göz ardı edilmesini engelleyecektir. Dolayısıyla bir denklem özelinde değişkenlerin aynı değeri alması gerektiği belirtilebilecektir.

Boz (2007) çalışmasında üç farklı üniversitede okuyan 184 matematik öğretmen adayının değişkenlerin kullanımı ile ilgili bilgilerini incelenmiştir. Çalışmanın sonucunda, öğretmen adaylarının değişkenin bilinmeyen olarak kullanıldığı durumlarda zorlanmadıkları ancak değişkenlerin genelleştirilmiş sayı ve değişen nicelikler olarak kullanımında zorlandıkları belirlenmiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının değişken kavramının kullanımını gerektiren işlemleri kolaylıkla yapabildikleri, ancak değişken kavramının anlamına ilişkin bilgi eksiklikleri bulunduğu görülmüştür.

Araştırmacılar denklem kavramının matematiksel anlamına yönelik öğretmen bilgilerinin de sınırlı olduğunu ortaya koymaktadır (Attorps, 2003; Clement, Narode & Rosnick; 1981; Stephens, 2004). Bu bağlamda Işık ve arkadaşları (2005) yürüttükleri çalışma ile matematik öğretiminde belirleyici rol oynayan kavramların anlamına uygun bir şekilde kullanımı açısından matematik öğretmen adaylarının durumunu incelemişlerdir. Araştırma sonucunda öğretmenlerin açık uçlu sorulara verdikleri yanıtlardan denklemi “bilinmeyenler üzerinde kurulan bağıntı, eşitlik, ifade, ilişki” olarak algıladıkları görülmüştür. Çoktan seçmeli sorularda ise denklem için “problemin matematiksel yazılımı” olarak cevap verilmiştir. Bu anlamda öğretmen adaylarının denklem kavramını tanımlayamadıkları ancak çoktan seçmeli sorularda hatırlayabildikleri görülmüştür.

Denklem çözümüne ilişkin öğretmen bilgisinin incelendiği araştırmalar ise öğretmenlerin denklem çözümündeki işlem adımlarının matematiksel anlamına ilişkin bilgilerinin sınırlı düzeyde olduğunu ortaya koymaktadır (Chazan, Larriva ve Sandow, 1999; Li, 2007; Stephens, 2004). Öğretmenler genellikle işlemlerin ve işlem adımlarının matematiksel anlamına dikkat etmeksizin denklem çözümlerini yapmaktadırlar. Ters işlem metodunun nereden geldiği ya da denklem işlem adımlarının gerek terazi gerekse sayma pulları ile ilişkilendirilerek modellenmesi süreçlerinde sınırlı alan bilgilerine sahiptirler.

2.4 Uzmanlık Alan Bilgisi (UAB) Üzerine Yapılan Çalışmalar

Araştırmanın kavramsal alt yapısını oluşturan UAB, ÖMB modelinin konu alan bilgisinin bir bileşenidir. UAB, daha önceki bölümlerde de belirtildiği üzere kısaca öğretmenlerin öğretime özgü olan bilgi ve becerileridir (Ball vd., 2008). Bir öğretmenin UAB'si öğretmenden başka bir kişinin sahip olması gerekmediği öğretime has matematik bilgilerini temsil eder.

UAB'nin kavramsal yapısı bölüm 2.2.1'de detaylı olarak ele alınmış olup bu bölümde, Ball vd.'nin (2008) ortaya koymuş olduğu ÖMB modeli dikkate alınarak UAB ile ilgili literatürde yapılan çalışmalar üzerinde durulacaktır.

UAB ile ilgili yapılan araştırmalar genel olarak incelendiğinde; yapılan araştırmaların genellikle öğretmen ve öğretmen adaylarının herhangi bir öğrenme alanı kapsamında yer alan konular ile ilgili UAB'lerinin incelenmesi üzerine yoğunlaştığı görülmektedir (Contreras, Batanero, Díaz ve Fernandes, 2011; Pino-Fan, Godino, Font ve Castro, 2013; Tekin-Sitrava ve Işıksal-Bostan, 2013). Söz konusu çalışmalar, öğretmenlerin UAB'lerinin yeterli düzeyde olmadığını tespit edildiği, öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının aldıkları matematik veya özel öğretim yöntemleri tarzında derslerin, hizmet-içi eğitim programlarının UAB'lerinin gelişimine nasıl etki ettiği ve öğretmenlerin UAB'lerinin öğrencilerinin ders başarılarına ve öğretim sürecine nasıl yansıdığını incelemek üzere yapılmışlardır.

Matematik öğretmenlerinin veya öğretmen adaylarının UAB'lerinin yeterli düzeyde olmadığını ortaya koyan araştırmalardan biri Ball (1990a) tarafından yapılmıştır. Ball, çalışmada matematik öğretmen adaylarının alan bilgilerini gerçekleştirmiş olduğu görüşmeler aracılığıyla incelemiş ve öğretmen adaylarının bölme işlemine yönelik alan bilgileri hakkında bilgi edinmiştir. Öğretmen adaylarının büyük bir kısmının soruları doğru bir şekilde yanıtlamakta zorlanmadıkları ancak çözümlerinin nedenine ilişkin açıklamalar yaparken problem yaşadıkları sonucuna ulaşmıştır. Bu yönde yapılan çalışmalardan biri de Hill'e (2007) aittir. Hill, ortaokul matematik öğretmenlerinin alan bilgilerini Öğretmek İçin Matematik Öğrenme projesi kapsamında Michigan Üniversitesi'nde geliştirilen ölçekler ile değerlendirmeyi amaçlamıştır. Ölçekler iki bölümden oluşmaktadır. Birinci bölüm, öğretmenlerin genel alan bilgilerini (GAB), ikinci bölüm ise UAB'lerini değerlendirmek üzere hazırlanmıştır. Çalışmanın sonuçlarına göre öğretmenler GAB sorularını çok rahat bir şekilde yanıtlayabilmelerine rağmen UAB kategorisinde yer alan soruları yanıtlamakta

zorlanmışlardır. Hill, söz konusu araştırma sonuçlarını göz önünde bulundurarak öğretmenlerin kurallar ve algoritmalar hakkında yeterli bilgiye sahip olduklarını ancak kural ve algoritmaların altında yatan anlama dair bilgilerinin oldukça kısıtlı olduğunu belirtmiştir. Ball (1990a) ve Hill (2007)'nin çalışmalarında bulmuş oldukları sonuçlara yakın sonuçlar bulan bir diğer çalışmada Contreras vd. (2011) tarafından yapılmıştır. Araştırmacılar aday öğretmenlerin olasılık konusuna ilişkin GAB ve UAB'lerini hazırlamış oldukları iki soru üzerinden incelemişlerdir. Sorulardan birincisi, öğretmen adaylarının olasılık hesaplamaları yapmalarını ikincisi ise ilk soruda yaptıkları olasılık hesaplarının içeriğini tanımlayıp sınıflandırmalarını gerektirmektedir. Ancak bu çalışmada da Ball (1990a) ve Hill'in (2007) bulmuş olduğu benzer sonuçlara ulaşılmış ve öğretmen adaylarının olasılık soruları üzerine genel ve uzmanlık alan bilgilerinin beklenen düzeyde olmadığı tespit edilmiştir. Bu bağlamda yapılan çalışmalardan biri de Jóhannsdóttir'e (2013) aittir. Jóhannsdóttir (2013), öğretmen ve öğretmen adaylarıyla gerçekleştirdiği çalışmasında katılımcıların algoritmalar ve prosedürlerle ilgili işlemsel bilgilere sahip olduklarını, ancak bir problemi çözmek için kullandıkları yöntemi veya bir çözüm yolunda attıkları adımın sebeplerini açıklamakta yetersiz kaldıklarını belirtmiştir. Öğretmen ve öğretmen adaylarının çeşitli konularda yetersiz UAB'lere sahip olduklarını belirleyen araştırmalardan sonra çeşitli araştırmacılar öğretmenlerin UAB'lerin hangi çalışmalarla geliştirilebileceğine yönelik araştırmalar yapmışlardır. Söz konusu çalışmalar, özellikle öğretmen adaylarının özel öğretim yöntemleri tarzındaki derslerin ve bu doğrultuda verilen hizmet-içi eğitim programlarının öğretmen adaylarının UAB'lerine nasıl etki ettiğini incelemeyi amaçlamıştır (Hill, 2007; Hill ve Ball, 2004; Matthews, Rech ve Grandgenett, 2010; Aslan-Tutak ve Ertaş, 2013; Aslan-Tutak ve Adams, 2015; Seviş, 2008). Hill (2007) çalışmasında, matematik öğretim yöntemleri dersini alan öğretmenlerin UAB testinde daha başarılı olduklarını belirtmiştir. Matematik öğretim yöntemleri dersine ilişkin alınan ders sayısı arttıkça öğretmenlerin alan bilgi testinden daha iyi sonuçlar elde ettiklerini tespit etmiştir. Benzer bir sonuca Hill ve Ball (2004), öğretmenlerin matematik alan bilgilerini araştırdıkları çalışmalarında ulaşmışlardır. Yapılan çalışmada Hill'in de (2007) çalışmasında daha önce yararlanmış olduğu öğretmenlerin alan bilgilerini ölçmek üzere hazırlanmış testlerden yararlanılmıştır. Öğretmenlere öncelikle bir yaz seminerinde matematik öğretimine yönelik bazı dersler verilmiştir. Öğretmenler, yaz seminerinin öncesinde ve sonrasında alan bilgi testini cevaplamışlardır. Çalışmanın sonuçları, matematik öğretmenlerinin matematik öğretimine ilişkin almış oldukları yaz seminerinin alan bilgilerini olumlu yönde etkilediğini göstermiştir. Öğretmenlerin aldıkları derslerin alan bilgilerini nasıl etkilediğini araştırmak üzere gerçekleştirilen çalışmalardan biri

de Seviş (2008) tarafından yapılmıştır. Seviş (2008), çalışmasında matematiğe yönelik özel öğretim yöntemleri dersinin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematik öğretimine yönelik alan bilgilerini incelemiştir. Öğretmen adaylarına özel öğretim yöntemleri dersinin başında ve sonunda alan bilgilerini ölçen 83 soruluk bir test uygulanmıştır. Söz konusu test Öğretmek İçin Matematik Öğrenme projesi kapsamında geliştirilen testlerden biridir. Çalışmanın sonuçları, özel öğretim yöntemleri dersinin ilköğretim matematik öğretmenlerinin matematik öğretimine yönelik alan bilgileri üzerinde (UAB) anlamlı bir etkiye sahip olduğunu göstermiştir. Özel öğretim yöntemleri dersinin yanı sıra öğretmenlere belirli konu alanlarına yönelik derslerin verilmesiyle de öğretmenlerin UAB'lerinin arttırılabileceği yönünde bazı çalışmalar yapılmıştır. Söz konusu çalışmalardan biri Aslan-Tutak ve Ertaş (2013) tarafından gerçekleştirilmiştir. Çalışmada reel sayılar, karmaşık sayılar, denklemler ve fonksiyonlar konuları üzerinde çalışılmış olup öğretmen adayları ile birlikte söz konusu konulara ilişkin kavram analizi uygulamaları yapılmıştır. Öğretmen adaylarının almış oldukları derslerde öğrenme etkinlikleri aracılığıyla kavram analizi yapma çalışmalarının öğretmen adaylarının uzmanlık alan bilgisini arttırdığı sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmen adaylarının UAB'lerinin gelişimini inceleyen bir diğer çalışmanın da Seçir (2017) tarafından yapıldığı belirlenmiştir. Seçir (2017) yapmış olduğu çalışmada, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerine ilişkin UAB'lerinin gelişimini incelemiştir. Öğretim boyunca öğretmen adaylarına kesirlerle çarpma ve bölmenin anlamları verilmiştir, öğretmen adayları bunlara ilişkin model çizme, problem kurma, verilen model veya problem için matematiksel ifade yazma, verilen durum için gerekçelendirme ve açıklama yapma olanakları bulmuşlardır. Bu şekilde deneyim yaşayarak öğretmen adaylarının kesirlerle çarpma ve bölmeye ilişkin kavramsal anlamalarının dolayısıyla UAB'lerinin gelişmesi planlanmıştır. Öğretmen adaylarının UAB'lerinin gelişimi UAB'nin üç alt boyutu olan gerekçelendirme, açıklama ve temsiller bağlamında incelenmiştir. Araştırma sonucunda, öğretmen adaylarının UAB'lerinin model çizme, problem kurma, matematiksel ifade yazma, gerekçelendirme ve açıklama yapma deneyimleri yoluyla geliştiği sonucuna ulaşılmıştır. Literatürde UAB üzerine yapılan çalışmaların bir diğer kısmı da öğretmenin alan bilgisinin matematik öğretim süreci ve öğrenci başarısı üzerine etkilerini inceleyen çalışmalardır (Wagner vd., 2007; Li, 2011; Hill, Blunk vd. 2008, Hill vd., 2005; Çopur-Gençtürk, 2012; Çopur-Gençtürk; 2015). Örneğin; Wagner, Speer ve Rossa (2007) çalışmalarında, öğretmenlerin alan bilgisinin (GAB ve UAB) öğretim süreçlerine olan etkisini incelemişlerdir. Öğretmenliğe yeni başlayan ve yeterli alan bilgisine sahip olmayan öğretmenlerin belirli öğretim hedefleri dâhilinde

materyal seçme, farklı temsillerle konuyu detaylandırma vb. konularda problem yaşadıkları tespit edilmiştir. Daha açık bir ifadeyle, öğretimi gerçekleştiren kişinin konuya özgü alan bilgilerindeki eksiklikler, üzerinde çalıştığı ve öğretim esnasında uygulamaya koyduğu öğretim hedeflerini gerçekleştirme sürecini olumsuz etkilemiştir. Li'de (2011) çalışmasında, Wagner vd.'nin (2007) çalışmalarında bulmuş oldukları sonuçlara benzer sonuçlar bulmuştur. Li (2011), bir lise matematik öğretmeninin öğretime yönelik matematiksel alan bilgisinin (GAB ve UAB), öğretim süreci üzerindeki etkilerini incelemiştir. Araştırma sonucunda, matematik öğretmenin konuya ilişkin alan bilgisinin öğretim sürecini üzerinde oldukça etkili olduğu sonucuna ulaşmıştır. Matematik öğretmenin öğrettiği konuya ilişkin yeterli UAB'ye sahip oluşu, öğretim esnasında öğretilen konuyu daha detaylı bir şekilde ele almasını sağlamıştır. Ayrıca, öğretmenin alan bilgisinin yeterliliği sayesinde öğretim sürecinde tüm sınıfın katıldığı etkili bir tartışma ortamı meydana getirdiği gözlenmiştir. Öğretmenlerin alan bilgileri ile öğretim sürecinde hangi kalitede ders işlediklerini araştıran bir diğer çalışma da Hill, Blunk vd. (2008) tarafından yapılmıştır. Araştırmacılar, matematik öğretmenlerinin konu alan bilgileri ile (GAB ve UAB), hangi kalitede matematik dersi işledikleri arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. Söz konusu ilişki; matematiksel hatalar, öğrencilere uygun bir şekilde karşılık vermeme, sınıf pratiğini matematikle ilişkilendirme, kullanılan matematiğin zenginliği (çoklu temsiller kullanma, matematiksel açıklamalar ve gerekçelendirmeler, temsiller arasında ilişki kurma vb.) kullanılan matematiksel dil ve öğrencilere uygun bir şekilde karşılık verme bağlamında incelenmiştir. Araştırma sonucunda öğretmenlerin, alan bilgi düzeyleri ile derste yapmış oldukları matematiksel hatalar arasında anlamlı yönde negatif bir ilişki tespit edilirken, öğretmenlerin konu alan bilgi düzeyleri ile öğrencilere uygun bir şekilde yanıt verebilme becerileri arasında pozitif yönde anlamlı bir ilişki tespit edilmiştir. Bu bağlamda, öğretmenlerin konu alan bilgi düzeylerinin ders işleyiş nitelikleri üzerinde oldukça etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmenlerin alan bilgilerinin öğrencilerin öğrenmesi üzerinde etkili olduğunu ortaya koyan bir diğer çalışmanın da Kar (2014) tarafından yapıldığı görülmüştür. Kar (2014) çalışmasında, ortaokul matematik öğretmenlerinin alan bilgilerini problem kurma bağlamında incelemiştir. Çalışma sonucunda, öğretmenlerin problem kurmaya yönelik uzmanlık alan bilgilerinin yetersiz olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuçla beraber, öğretmenlerin öğretim sürecinde yapmış oldukları kavramsal hataları öğrencilerinde yapmış olduğu tespit edilmiştir. Dolayısıyla öğretmenlerin UAB'lerinin öğrenci öğrenmesi üzerinde etkili olduğu tespit edilmiştir. Öğretmenlerin matematiksel bilgisi ile öğrenci başarısı arasındaki ilişkiyi inceleyen bir diğer çalışma da Hill, Rowan ve Ball (2005) tarafından yapılmıştır.

Araştırmacılar, öğretmenlerin matematiksel alan bilgilerinin (GAB ve UAB), öğrenci başarısıyla anlamlı düzeyde ilişkili olduğunu tespit etmişlerdir. Elde edilen bu sonuç, öğretmenlerin alan bilgilerinin geliştirilerek öğrencilerin matematik başarısının arttırılabileceği şeklinde yorumlanmıştır. Araştırmacılar bu amaçla, öğretmenlerin alan bilgilerinin geliştirilebilmesi için eğitim programlarının hassas bir şekilde hazırlanmasını ve dikkatle uygulanmasını önermişlerdir. Literatürde UAB'ye ilişkin yapılan çalışmalar genel olarak değerlendirildiğinde, öğretmenlerin UAB'lerinin hangi düzeyde olduğunu, öğretmen ve öğretmen adaylarının UAB'lerinin nasıl geliştirilebileceğini ve öğretmenlerin UAB'lerinin öğrencilerinin ders başarılarına ve öğretim sürecine nasıl yansıdığını araştıran çalışmaların sayıca fazla olduğu görülmektedir. Yapılan çalışmaların neredeyse tamamında öğretmenlerin UAB'lerinin yeterliliği çeşitli testler ve açık uçlu sorular yardımıyla tespit edilmiştir. Öğretmenlerin herhangi bir konu çerçevesinde sahip oldukları UAB'lerin neler olduğunu sınıf içi uygulamalarla araştıran çalışmalar oldukça azdır. Bu duruma neden olarak, öğretim süreçlerinin incelenmesinin çok yönlü ve karmaşık olması ve hangi bilgilerin UAB kapsamında değerlendirilebileceğinin tespit edilmesinin oldukça zor bir süreç olması gösterilebilir. Ancak Ball vd., (2001), öğretimin bilgiye dayanmasına rağmen, bilmenin öğretim ile eş olmadığını dolayısıyla öğretim süreçlerine odaklanmayan çalışmaların, matematiksel ihtiyaçların belirlenmesini önleyeceğini ifade etmişlerdir. Söz konusu bilgiler göz önünde bulundurularak, öğretmenlerin UAB'lerinin öğretim süreçleri bağlamında incelenmesinin önemli olduğu sonucuna varılmıştır. ÖMB modeli, öğretmenin profesyonel bilgisinin yani UAB'sinin sınıf içerisinde hangi görev ve sorumluluklara bakılarak incelenebileceğini ortaya koyması açısından önemlidir. Modelin öğretmenlerin UAB'lerini hem nicel hem de nitel süreçlerle incelemeye izin vermesi çalışmada ÖMB modelinden yararlanılması üzerinde etkili olmuştur. UAB'nin farklı yöntemlerle incelenmesi öğretmenlerin UAB'lerine ilişkin detaylı bilgilerin edinilmesine fırsat vermiştir. ÖMB modeli öğretmenlerin kaliteli bir matematik öğretimi gerçekleştirebilmeleri için “neyi” bilemeleri gerektiğine odaklanarak özellikle herhangi bir matematiksel konu dahilinde sahip olmaları gereken bilgi türlerinin incelenmesini önemsemektedir (Ball vd., 2008). Bu bilgiler doğrultusunda araştırmada ÖMB kuramsal çerçevesinin kullanılmasına ve öğretmenlerin UAB'lerinin konu bazında incelenmesine karar verilmiştir. Söz konusu araştırma konusu olarak öğrencilerin akademik hayatı için oldukça önemli olan, anlamakta zorlandıkları, sahip olunan kavram yanlışları ve yapılan hataların yoğun bir şekilde yaşandığı denklemler konusu seçilmiştir (Kieran, 2007; English ve Warren, 1998; Philipp, 1992; Wagner, 1983; Küchemann, 1978; Dede ve Argün, 2003; Erbaş, Çetinkaya, Ersoy, 2009).

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde araştırma yönteminden bahsedilmektedir. Araştırmanın modeli, çalışma grubu, araştırmacının rolü, araştırmada kullanılan veri toplama araçları, araştırmanın geçerlik ve güvenilirliği ve veri çözümleme teknikleri açıklanmaktadır.

3.1. Araştırma Modeli

Bu araştırmada, nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Yıldırım ve Şimşek (2005) nitel araştırmayı, “gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırma” olarak tanımlamaktadırlar. Çokluk, Yılmaz ve Oğuz (2011) ise nitel araştırmayı, “tümevarımcı bir yaklaşımla, olayları ve olguları doğal ortamları içinde betimleme, katılımcıların bakış açılarını anlama ve yansıtma üzerine odaklanan araştırma yaklaşımı” şeklinde ifade etmektedir.

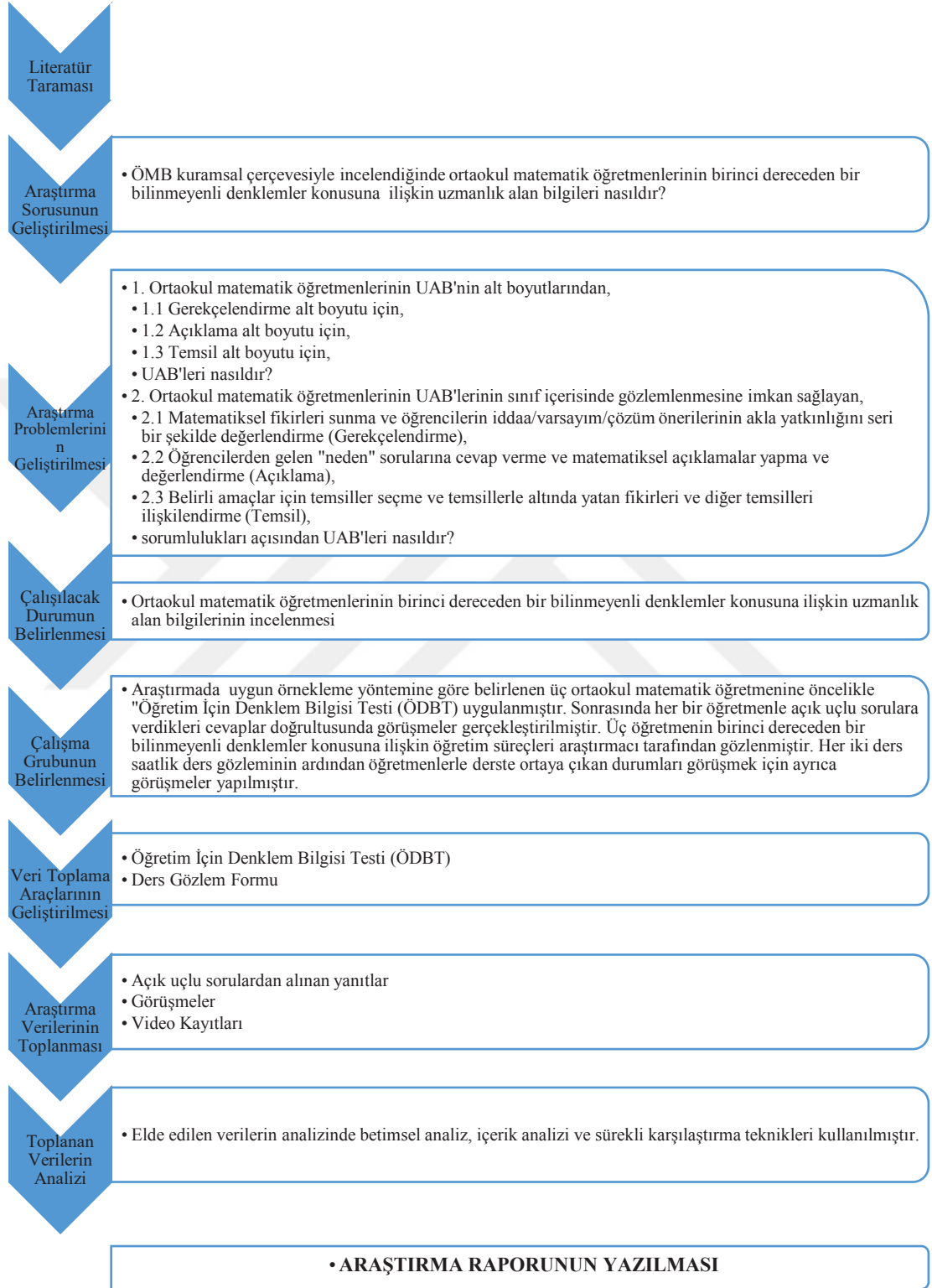
Nitel araştırmalarda ne tür soruların sorulacağı, neyin gözlemleneceği ve hangi dokümanın ilgili olduğu araştırmanın teorik çerçevesi ve ilgili disipline bağlıdır (Merriam, 2013). Teorik çerçeve kapsamında toplanan bilgilerden yola çıkarak daha önceden bilinmeyen birtakım sonuçları birbiri ile ilişkilendirilerek veriler değerlendirilmeye çalışılır. Nitel araştırmanın en büyük avantajı, araştırma problemi hakkında ayrıntılı değerlendirmeler yapılabilmesine olanak sağlamasıdır. Patton’un (1990) belirttiği gibi nitel araştırmalar araştırmacıya küçük grupla çalışmasına rağmen ayrıntılı ve zengin bir bilgi sağlar. Ancak nitel araştırmalarda, nicel araştırmalarda olduğu gibi bir genelleme yapmak söz konusu değildir. Var olan olgunun ortaya çıkarılması amaçlanır.

Araştırmada, araştırma deseni olarak, nitel araştırma desenlerinden özel durum çalışması kullanılmıştır. Creswell’e (2007) göre durum çalışması; araştırmacının zaman içerisinde sınırlandırılmış bir veya birkaç durumu çoklu kaynakları içeren veri toplama araçları (gözlemler, görüşmeler, görsel-işitseller, dokümanlar, raporlar) ile derinlemesine incelediği, durumların ve duruma bağlı temaların tanımlandığı nitel bir araştırma yaklaşımıdır. “Nasıl” ve “Niçin” sorularını temel alarak, araştırmacının kontrol edemediği durumları derinlemesine araştırmaya izin verir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Ayrıca elde edilen sonuçlarla olayın neden o şekilde oluştuğu ve gelecek çalışmalarda nelere odaklanılması gerektiğini ortaya koyar (Davey, 2009). Durum çalışmasında genelleştirme

yerine durumdan en mükemmel şekilde ne anlaşıldığının çalışılmasının tasarısı üzerinde vurgu yapılmaktadır (Denzin ve Lincoln, 1985).

Araştırma için bu yöntemin seçilmesinin nedeni, söz konusu yöntemin bir olayı derinlemesine incelemek amaçlı geliştirilmiş olmasıdır. Araştırmada ortaokul matematik öğretmenlerinin sahip olduğu UAB'lerinin analizi, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuyla sınırlandırılmıştır. Ayrıca, yarı-yapılandırılmış görüşme formatında açık-uçlu sorulardan oluşan test uygulanması ve gözlem yapılması ile farklı veri toplama araçları kullanılarak öğretmenlerin uzmanlık alan bilgilerinin derinlemesine analizinin yapılması amaçlanmıştır. Bu doğrultuda çalışmada; ayrıntılı ve derinlemesine veri toplama, katılımcıların bireysel algılarını, deneyimlerini ve bakış açılarını doğrudan öğrenme, mevcut durumları anlama ve açıklama amacıyla nitel araştırma yöntemlerinden özel durum çalışması kullanılmıştır (Büyüköztürk, vd., 2009; akt.: Altun, Ekiz ve Odabaşı, 2011).

Bu çalışmaya ilişkin takip edilen süreç, Yıldırım ve Şimşek (2008) tarafından belirtilen araştırma süreci bağlamında Şekil 7'de sunulmuştur.



•Şekil 7 Yapılan Araştırmanın Aşamaları

3.2. Çalışma Grubu

Araştırmanın katılımcılarını, 2018-2019 güz döneminde, İzmir ili Karabağlar ilçesinde bir devlet ortaokulunda görev yapmakta olan, 7. sınıf matematik derslerinde de eğitim veren üç ortaokul matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Katılımcıların 1'i kadın, 2'si erkek öğretmenlerdir. Araştırmanın çalışma grubu, araştırmacının görev yaptığı ortaokuldan seçilmiştir. Bu doğrultuda, araştırmanın katılımcılarının uygun örnekleme yöntemiyle belirlendiği söylenebilir. Uygun örnekleme, yakın çevrede bulunan, ulaşılması kolay ve araştırmaya gönüllü olarak katılmaya istekli bireyler üzerinde yapılan örnekleme olarak tanımlanmaktadır (Erkuş, 2013). 7.sınıf matematik derslerinde eğitim veren altı matematik öğretmeni ile görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Yapılan bu görüşmelerde öğretmenlere araştırma süreci hakkında detaylı bilgi verilmiştir. Belirlenen altı öğretmenden araştırmaya dâhil edilecek öğretmenlerin belirlenmesinde öncelikle çalışma katılmaya gönüllü olmaları esas alınmıştır. Görüşmeler sonucunda bir öğretmen ders gözlemleri esnasında rahat olamayacağını belirterek çalışmaya katılmayı reddetmiştir. Bir öğretmen ise iş yoğunluğu sebebiyle çalışmaya katılmak istemediğini belirtmiştir. Bununla birlikte, öğretmenler belirlenirken, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusunun anlatıldığı yedinci sınıfta meslek hayatları boyunca derse girme sürelerinin en az beş yıl olması kriter olarak tercih edilmiştir. Bu sebeple bir matematik öğretmenin bu konudaki tecrübe süresi üç yıl olduğu için çalışmaya alınmamıştır. Böylelikle, çalışmanın üç matematik öğretmeniyle gerçekleştirilmesine karar verilmiştir. Öğretmenlerin, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusunun öğretimine ilişkin matematiksel bilgilerinin detaylı olarak incelenecek olması sebebiyle, üç kişi ile sınırlı tutulmasının yeterli olacağına karar verilmiştir. Öğretmenler belirlendikten sonra onlara ÖDBT uygulanmıştır ve gerekli görüşmeler yapılmıştır. Hemen ardından öğretmenlerle gerekli planlamalar yapılarak birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusunu ele aldıkları öğretim süreçleri video ve ses kaydı alınarak takip edilmiştir. Her dersin bitiminde öğretim sürecinde ortaya çıkan durumları açığa kavuşturmak amacıyla görüşmeler yapılmıştır.

Araştırmaya katılan ortaokul matematik öğretmenleri, eğitim fakültelerinin 4 yıllık ilköğretim matematik öğretmenliği programını tamamlamışlardır. Öğretmenler söz konusu programdan hem alan hem de pedagojik alan derslerini alarak mezun olmuşlardır.

Araştırmaya katılan öğretmenlerin isimleri gizli tutulmuş ve öğretmenlerin isimleri yerine Ö1, Ö2, Ö3 şeklinde kodlar kullanılmıştır.

Ö1 olarak kodlanan öğretmen, bir devlet üniversitesinin 4 yıllık ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünden mezundur. 17 yıllık mesleki tecrübeye sahiptir. Lise öğrenimini bir meslek lisesinin elektrik ve elektronik bölümünden mezun olarak tamamlamıştır. Mesleğe başladığından bu yana öğrencilere özel ders vermeye devam ederek matematik öğretiminde deneyim kazandığını ifade etmiştir. Bir diğer öğretmen Ö2 ise, bir devlet üniversitesinin 4 yıllık ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünden mezundur. 12 yıllık mesleki tecrübeye sahiptir. Lise öğrenimini bir anadolu lisesinde tamamlamıştır. Mesleğe başladığından bu yana hiç özel ders vermediğini belirtmiştir. Ö3 kodlu öğretmen de diğer iki öğretmen gibi, bir devlet üniversitesinin 4 yıllık ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünden mezundur. 13 yıllık mesleki tecrübeye sahiptir. Lise öğrenimini bir anadolu öğretmen lisesinde tamamlamıştır. Üniversiteyi bitirmesinin hemen ardından bir özel okulda üç yıl boyunca görev yapmıştır.

Araştırmaya katılan ortaokul matematik öğretmenlerinin demografik bilgileri, Tablo 3’de özetlenmiştir.

Tablo 3

Ortaokul Matematik Öğretmenlerine İlişkin Demografik Bilgiler

Öğretmenin Kodu	Cinsiyet	Eğitim Durumu	Öğretmenlik Meslek Tecrübesi	Denklemler Konusu Tecrübesi
Ö1	Erkek	Lisans	17 yıl	13 yıl
Ö2	Kadın	Lisans	12 yıl	11 yıl
Ö3	Erkek	Lisans	13 yıl	7 yıl

3.3. Veri Toplama Araçları

Nitel araştırmalarda geçerliliğin ve güvenirliğin sağlanmasında “çeşitleme” (triangulation) olarak isimlendirilen ve birden fazla veri toplama yöntem ve tekniğinin bir arada kullanıldığı bir yaklaşım benimsenmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Farklı veri kaynaklarına dayalı olarak veri toplamanın amacı, araştırmacıların “sistemik hata” yapma riskini ortadan kaldırmaktır (Maxwell, 1996). Nitel araştırmalarda en çok kullanılan veri toplama yöntemleri görüşme, gözlem ve yazılı doküman incelemesidir (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Bu bilgiler ışığında bu araştırmanın verilerini de, yazılı dokümanlar, görüşmeler gözlem notları ve video kayıtları oluşturmaktadır.

Araştırma problemlerinin analizinde gerekli olan verileri toplamak için şunlar yapılmıştır:

1. *Öğretim için Denklem Bilgi Testi (ÖDBT)*: Ortaokul matematik öğretmenlerinin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna ilişkin UAB'lerini belirlemek amacıyla açık uçlu sorulardan oluşan, yarı-yapılandırılmış görüşme formatına uygun olarak hazırlanmıştır.

2. *Ders Gözlem Formu*: Derslerin video-ses kaydı esnasında, öğretmenlerin UAB'lerinin sınıf içerisinde gözlemlenmesine imkân sağlayan görev ve sorumluluklara göre değerlendirilmesine yönelik hazırlanmıştır.

3. *Görüşmeler*: ÖDBT'nin uygulanmasının ardından, dersler başlamadan önce ortaokul matematik öğretmenleriyle ÖDBT'ye ilişkin görüşme (G1) yapılmıştır. Bu görüşmede, öğretmenlerin testteki çözümlerinin açık olmayan kısımları açık hale getirilmek istenmiştir. Öğretmenlere bu görüşmede, “Burada tam olarak ne demek istedin?”, “Problemi nasıl kurdun?”, “Modeli nasıl çizdin?”, “Yapmış olduğun işlem tam olarak ne ifade ediyor?” gibi sorular yöneltilmiştir. Daha sonra, öğretmenler birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusunu anlattıkları 10 ders saati boyunca gözlemlenmiş ve bu süreçte her iki ders sonunda kendileriyle görüşmeler (G2) yapılmıştır. Bu görüşmelerin amacı, dersler esnasında ortaya çıkan durumları detaylı olarak ele almaktır. Öğretmenlerle dersler sonrası gerçekleştirilen görüşmelerde “Derslere İlişkin Görüşme Formu” kullanılmıştır. Araştırmacı, formda yer alan sorulara ek olarak, derslerde ortaya çıkan durumları daha detaylı olarak öğretmenlere sorup anlayabilmek için notlar hazırlamıştır.

ÖDBT, Derslere İlişkin Görüşme Formu ve Ders Gözlem Formu hazırlandıktan sonra pilot çalışma gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışma sonunda gerekli düzeltmeler yapılarak veri toplama araçları son haline getirilmiştir.

Araştırma kapsamında kullanılan her bir veri toplama aracına ilişkin detaylı açıklamalara aşağıdaki kısımda yer verilmiştir.

3.3.1. Öğretim için Denklem Bilgi Testi (ÖDBT)

Bu bölümde, ÖDBT'nin geliştirilmesi, gerçekleştirilen pilot çalışma, ÖDBT'de yer alan soruların içerikleri ve geçerlik-güvenirlik çalışmalarına dair bilgilere değinilmiştir.

3.1.1.1. ÖDBT'nin Geliştirilmesi

ÖDBT, öğretmenlerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna ilişkin UAB'lerini incelemek amacıyla açık uçlu sorulardan oluşacak şekilde yarı-

yapılandırılmış görüşme formuna uygun olarak hazırlanmıştır. Araştırmada, 2017-2018 öğretim yılı 7.sınıf Cebir Öğretme Alanının Eşitlik ve Denklem alt öğrenme alanına ilişkin kazanımlara odaklanılmıştır. Söz konusu kazanımlar Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4

7.Sınıf Cebir Öğrenme Alanı Eşitlik ve Denklem Alt Öğrenme Alanı İncelenen 4 Kazanım

Eşitliğin korunumu ilkesini anlar.
Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi tanır ve verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi kurar.
Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.
Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer.

MEB (2018).

ÖDBT'nin hazırlanması için ilk olarak ÖMB modeli alanında uzman iki öğretim üyesi ile UAB'nin bileşenleri üzerinde incelemeler yapılmıştır. Ball vd. (2005) UAB'nin özellikle şu 3 matematiksel bileşenden oluştuğunu belirtmişlerdir ve çalışmalarında UAB'yi ölçmek için bunlara ilişkin sorular hazırlamışlardır. Bunlar; açıklama, gerekçelendirme ve temsil bileşenleridir. Bu açıklamaya istinaden, bu tez çalışmasında da UAB'nin söz konusu üç bileşenine odaklanılmıştır. Buna göre, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna ilişkin verilen denklem ve problem için model çizmeyi, verilen denklem ve model için problem kurmayı, verilen model ve problem için matematiksel ifade yazmayı, verilen bir durum için gerekçelendirme ve açıklama yapmayı gerektiren açık uçlu sorular hazırlanmıştır ve soru havuzu oluşturulmuştur. Sonra iki öğretim üyesi ile birlikte görüşmeler yapılarak bu sorulardan, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusunun 4 kazanımının her birine eşit sayıda karşılık gelecek şekilde testte yer alacak açık uçlu sorular belirlenmiştir. Böylece 12 sorunun yer aldığı testin taslak hali hazırlanmıştır. Testin taslak halinin değerlendirilmesi için alanında uzman iki öğretim üyesi ile matematik eğitimi alanında doktora yapmakta olan ve devlet okullarında çalışan iki matematik öğretmenine danışılmıştır. Alınan uzman görüşleriyle üç sorunun içeriğinde bazı değişiklikler yapılarak, soruların öğretmenler tarafından daha iyi anlaşılması sağlanmaya çalışılmıştır. Bir sorunun da UAB'nin gerekçelendirme bileşenini tam olarak yansıtmadığı düşünüldükçe değiştirilmesine karar verilmiştir. Böylece, 12 sorunun yer aldığı testin yeni hali hazırlanmıştır. Ayrıca hazırlanan sorular, öğretmenlerin daha içtenlikle ve sınanma havasından uzak bir şekilde rahat cevap verebilmesi amacıyla öğrenciler ve öğretmenler üzerinden dolaylı olarak ifade edilmiştir.

3.3.1.2 Pilot Çalışma

12 açık uçlu sorunun yer aldığı testin taslak hali pilot çalışmaya katılan, İzmir ili'nde görev yapan beş ortaokul matematik öğretmenine uygulanmıştır. Çalışmada öğretmenlerin isimleri yerine P1, P2, P3, P4, P5 şeklinde kodlar kullanılmıştır. Pilot çalışmaya katılan öğretmenlere ilişkin bilgiler Tablo 5'de verilmiştir.

Tablo 5

Pilot Çalışmaya Katılan Öğretmenlere İlişkin Demografik Bilgiler

Öğretmenin Kodu	Cinsiyet	Eğitim Durumu	Öğretmenlik Meslek Tecrübesi	Denklemler Konusu Tecrübesi
P1	Erkek	Lisans	10 yıl	5 yıl
P2	Erkek	Yüksek Lisans	4 yıl	2 yıl
P3	Kadın	Doktora	6 yıl	3 yıl
P4	Kadın	Lisans	8 yıl	3 yıl
P5	Kadın	Doktora	11 yıl	7 yıl

Öğretmenlerin testteki sorulara vermiş oldukları cevaplar, test hakkındaki düşünceleri ve araştırmacının izlenimleri neticesinde sorular düzeltilmiştir. Bir sorunun yeterince anlaşılmadığı görülmüş ve başka bir soruyla değiştirilmesi kararlaştırılmıştır. Böylece ÖDBT son halini almıştır (EK 2). Testin pilot çalışmada uygulanması 1,5 saat sürmüştür. Uygulama sonrasında öğretmenler testin uzun zaman almasından dolayı şikâyetle bulunmuşlardır. Bu sebeple esas uygulamada ÖDBT, iki oturumda uygulanacak şekilde ayrılmıştır. Her bir oturumun süresi 45 dakika olarak belirlenmiştir. İki oturum arasında 20 dakikalık dinlenme arası verilmiştir. Buna göre pilot çalışmada tek oturumda gerçekleştirilen uygulama, esas çalışmada iki oturumda gerçekleştirilmiştir. Böylece son hali verilen testin, esas çalışmada uygulanma süresi 90 dakika sürmüştür.

3.3.1.3. Uzmanlık Alan Bilgisini Değerlendirmek için Hazırlanan ÖDBT'nin İçeriği

UAB, öğretmenlerin sınıf içerisinde sıklıkla kullandığı ve özünde pedagojik bilgi içermeyen bilgi türüdür. Bir öğretmenin UAB'si, öğretmenden başka bir kişinin sahip olması gerekmeyen, öğretime has matematik bilgisini temsil eder (Aslan Tutak, 2009). Ball vd. (2005) çalışmalarında da, UAB'nin özellikle açıklama, gerekçelendirme ve temsil bileşenlerinden oluştuğunu belirtmişlerdir. Bu yüzden çalışmada, UAB'nin bu üç bileşenine odaklanılmıştır. Dolayısıyla çalışmada bu bileşenleri oluşturan;

- “belirli amaçlar için temsiller seçme” ve “temsillerle altında yatan fikirleri ve diğer temsilleri ilişkilendirme” (Temsil),
- “öğrencilerden gelen neden sorularına cevap verme” ve “matematiksel açıklamalar yapma ve değerlendirme” (Açıklama),
- “matematiksel fikirleri sunma ve “öğrencilerin iddia/varsayım/çözüm önerilerinin akla yatkınlığını seri bir şekilde değerlendirme” (Gerekçelendirme),

görev ve sorumlulukları araştırmaya dâhil edilmiştir. ÖDBT'de bulunan 12 soru, UAB'nin üç bileşenine ilişkin bilgi edinmek amacıyla hazırlanmıştır. Testteki ilk dört soru UAB'nin gerekçelendirme bileşenine ilişkindir. Bu bölümde öğretmenlerden, öğrencilerin alternatif strateji ve çözüm yöntemlerinin matematiksel olarak uygun olup olmadığının değerlendirilmesi beklenmektedir. Testteki diğer dört soru UAB'nin açıklama bileşenine ilişkindir. Bu bölümde öğretmenlerden, genel kurallar veya algoritmaların altında yatan anlamı açıklayabilmeleri beklenmektedir. Testteki son dört soru ise UAB'nin temsil bileşenine ilişkindir. Bu bölümde öğretmenlerden, verilen durumları uygun temsillerle (görsel temsil, sözel temsil, sayısal temsil) ifade etmeleri istenmektedir.

3.3.1.4. ÖDBT'nin Geçerlik ve Güvenirlik Çalışmaları

Araştırmada kullanılan, ÖDBT'nin hazırlanmasında ve değerlendirilmesinde uzman görüşlerine başvurulmuştur. Uzman görüşü alınan öğretim üyeleri ÖMB kuramsal çerçevesi ve matematik eğitiminde çalışmaları bulunan kişilerdir. Uzman görüşleri doğrultusunda öncelikle, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna ilişkin verilen bir durum için, temsiller (görsel, sözel, sayısal) kullanmayı, gerekçelendirme ve açıklama yapmayı gerektiren açık uçlu sorular hazırlanmıştır ve soru havuzu oluşturulmuştur. Hemen ardından iki öğretim üyesi ile birlikte görüşmeler yapılarak bu sorulardan, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusunun dört kazanımının her birine eşit sayıda karşılık gelecek şekilde testte yer alacak açık uçlu sorular belirlenmiştir. Yine uzman görüşleri

doğrultusunda, ÖMB'nin önemli bir bileşeni olan UAB'nin, hangi görev ve sorumluluklardan oluştuğu ve bunlardan hangilerinin çalışma kapsamında değerlendirilebileceği Ball, Thames ve Phelp'in (2008) yazdığı "Content Knowledge for Teaching-What makes it special?" makale doğrultusunda belirlenmiştir. UAB'nin sınıf içerisinde incelenmesine olanak sağlayan öğretmen görev ve sorumluluklarına ilişkin dil geçerliliği için Aslan-Tutak ve Köklü'nün (2016) çalışmalarından yararlanılmıştır. Böylelikle alandaki dil birliği muhafaza edilmeye çalışılarak çalışmada yararlanılacak UAB görev ve sorumluluklarına son hali verilmiştir. İki öğretim üyesi ve iki ortaokul matematik öğretmenin görüşleri doğrultusunda testteki sorularda gerekli düzeltmeler yapılmıştır. Hemen ardından taslak halde bulunan testin pilot çalışmasının yapılmasına karar verilmiştir. Yapılan pilot çalışma sonrasında, ÖDBT'nin gerek içerik gerekse uygulamada karşılaşılan problemleri giderilerek teste son hali verilmiştir.

3.3.2.Ders Gözlem Formu (DGF)

Bu bölümde DGF'nin geliştirilme süreci ve geçerlilik güvenirlik çalışmalarına yer verilmiştir.

3.3.2.1. Ders Gözlem Formunun Geliştirilme Süreci

Araştırmacı tarafından hazırlanan ders gözlem formunun amacı, ortaokul matematik öğretmenlerinin öğretim süreçlerini, UAB görev ve sorumlulukları açısından incelemektir. Form yardımıyla, öğretmenlerin öğretim süreçlerine ilişkin izlenimler kayıt altına alınmıştır. Araştırmacı tarafından not edilen durumlar, öğretmenlerin derslerini tamamlamalarının hemen ardından gerçekleştirilen görüşmelerde, kendilerine soru olarak yöneltilmiştir. Formun oluşturulmasında Ball, Thames ve Phelps'in (2008) yazdıkları "Content Knowledge for Teaching-What makes it special?" adlı makaleden ve Aslan-Tutak ve Köklü'nün (2016) ÖMB kuramsal çerçevesine ilişkin yazdıkları kitap bölümünden yararlanılmıştır. Ders gözlem formu, UAB'nin üç bileşenine ilişkin toplam altı görev ve sorumluluktan oluşmaktadır. Söz konusu görev ve sorumluklar aracılığıyla, öğretmenlerin öğretim süreçlerinde kullandıkları UAB'leri incelenmiştir. Çalışmanın veri analizi gerçekleştirilirken hem DGF'den hem de ÖDBT'den elde edilen veriler karşılaştırılarak sunulacağı için DGF, ÖDBT'ye tutarlı olacak şekilde hazırlanmıştır.

3.3.2.2. DGF'nin Geçerlik ve Güvenirlik Çalışmaları

DGF'nin geçerlik ve güvenirlik çalışması uzman incelemesi ile sağlanmıştır. ÖMB ve matematik eğitimi alanında uzman iki öğretim üyesinin görüşleri neticesinde, UAB'ye ait bileşenler ve görev ve sorumluluklar belirlenmiştir. Ayrıca, alan uzmanlarının görüş ve önerileri doğrultusunda formda yer alan ifadeler düzenlenerek DGF'ye son hali verilmiştir (EK 4). DGF'de yer alan bileşenler ve görev ve sorumluluklar doğrultusunda sınıf içi video kayıtları ve gözlem notları analiz edilmiştir.

3.3.3. Görüşmeler

Görüşme, nitel araştırmalarda en yaygın olarak kullanılan veri toplama araçlarından biridir. Görüşme aracılığıyla, bireylerin düşünceleri, deneyimleri, tutumları ve zihinsel algıları gibi gözlenemeyen durumlar anlaşılmaya çalışılır. Cohen ve Manion'a (1994) göre araştırma tekniği olarak görüşme, araştırmacı ile araştırmanın öznesi konumunda yer alan kişi arasında geçen kontrollü ve amaçlı sözel bir iletişim biçimidir. Genel olarak görüşmenin üç temel amacı vardır. Bu amaçlar şu şekilde sıralanabilir:

1. İşbirliği sağlamak ya da sürdürmek
2. Sağaltım (Tedavi, kendine güveni arttırmak)
3. Araştırma verisi toplamaktır.

Bu çalışmada, görüşme tekniğinin kullanılmasındaki temel amaç, araştırma için detaylı veri toplamaktır. Görüşmeler üçe ayrılır; yapılandırılmış, yarı yapılandırılmış ve yapılandırılmamış görüşme. Yapılandırılmış görüşmelerde görüşme soruları araştırmacı tarafından önceden hazırlanmıştır. Bu görüşme, ne tür soruların ne şekilde sorulup, hangi verilerin toplanacağını en ayrıntılı biçimde saptayan, görüşme planının aynen uygulandığı bir görüşmedir (Karasar, 2005). Yapılandırılmamış görüşmeler; esnek, kişisel görüş ve yargıların kökenlerine inmeyi sağlayan bir görüşme şeklidir. Bu görüşme türünde sorular önceden hazırlanmamıştır ve araştırmacılar görüşme esnasında verilen duruma göre ekstra sorular geliştirebilirler. Yarı yapılandırılmış görüşmelerde ise, araştırmacı sormayı planladığı soruları içeren bir form hazırlar. Ancak, görüşme esnasında alt sorular ekleyebilir. Kişinin yanıtlarını açmasını ve ayrıntılandırmasını sağlayabilir (Türnüklü, 2000). Bu çalışmada da yarı yapılandırılmış görüşme tekniği kullanılmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşme formuna uygun olarak hazırlanmış ÖDBT ile ortaokul matematik öğretmenlerinin UAB'lerine ilişkin bilgilere ulaşılmıştır. Dersler başlamadan önce ortaokul matematik öğretmenleriyle ÖDBT'ye ilişkin görüşme (G1) yapılmıştır. Bu görüşmede, öğretmenlerin testteki

çözümlerinin açık olmayan kısımları açık hale getirilmek istenmiştir. Öğretmenlere bu görüşmede, “Burada tam olarak ne demek istedin?”, “Problemi nasıl kurdun?”, “Modeli nasıl çizdin?”, “Yapmış olduğun işlem tam olarak ne ifade ediyor?” gibi sorular yöneltilmiştir. Ayrıca, öğretmenlerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna ait gerçekleştirmiş oldukları her iki ders sonunda kendileriyle görüşmeler yapılmıştır. Bir öğretmenin öğretim sürecini inceleyebilmek için toplam 10 ders saatlik video kaydı yapılmıştır. Her iki dersin ardından öğretmenlerle yapılan görüşmeler neticesinde bir öğretmen ile beş kez görüşme yapılmış olup, üç öğretmen ile toplam 15 görüşme gerçekleştirilmiştir. Öğretmenlerle gerçekleştirilen her görüşme yaklaşık 30 dakika sürmüştür. Bu görüşmelerin amacı, dersler esnasında ortaya çıkan durumları detaylı olarak ele almaktır. Öğretmenlerle dersler sonrası gerçekleştirilen söz konusu görüşmelerde “Derslere İlişkin Görüşme Formu” (EK 3) kullanılmıştır. Formdaki sorular, iki alan uzmanının görüş ve önerileri ile belirlenmiştir. Uzmanların incelemesine tabi tutularak eklenmesi ve çıkarılması gereken sorular belirlenmiştir ve forma son hali verilmiştir. Derslere ilişkin gerçekleştirilen görüşmelerde öğretim sürecinde meydana gelen olaylar ve bu olayların sebepleri, öğretmenlerin yaşananlar hakkındaki gerçek düşünceleri, kendileri ve dersleri hakkındaki öz eleştirileri anlaşılmasına çalışılmıştır. Araştırmacı, formda yer alan sorulara ek olarak, derslerde ortaya çıkan durumları daha detaylı olarak öğretmenlere sorup anlayabilmek için notlar hazırlamıştır. Öğretmenlerle gerçekleştirilen görüşmeler kamera ile kaydedilmiştir. Görüşme öncesinde kendilerinden gerekli izinler alınmıştır.

3.4. Veri Toplama Süreci

Araştırmanın katılımcılarının belirlenmesinin ardından kendilerine araştırma süreci ile ilgili bilgilendirmeler yapılmıştır. Bu süreçte kendilerine araştırmanın amacı, önemi ve uygulama süreci detaylı olarak anlatılmıştır.

Üç öğretmene öncelikle ÖDBT’nin uygulanacağı belirtilmiştir. Testi cevaplamaya başlamadan önce öğretmenlere bu testin bilgilerini ölçmek amaçlı olmadığı özellikle vurgulanmıştır ve öğretmenlerin gerçekten fikirlerinin olmadığı soruları boş bırakabilecekleri ifade edilmiştir. Uzman görüşleri ve pilot çalışmanın ardından gerçekleştirilen düzeltmeler sonrası son hali verilen ÖDBT, öğretmenlere uygulanmıştır. Testin uygulanması 45’er dakikalık iki oturumda gerçekleştirilmiştir.

ÖDBT’nin uygulanmasının hemen ardından, öğretmenlerin açık uçlu sorulara vermiş oldukları yanıtlar iki uzman eşliğinde, hazırlanan rubriğe göre değerlendirilmeye alınmıştır. Değerlendirme esnasında tam olarak açık olmadığı düşünülen öğretmen cevapları not

edilmiş olup sonrasında gerçekleştirilen görüşmede kendilerine soru olarak yöneltilmiştir. Yapılan yarı yapılandırılmış görüşmede, öğretmenlerin testteki çözümlerinin açık olmayan kısımları açık hale getirilmek istenmiştir.

ÖDBT'ye ilişkin gerçekleştirilen görüşmelerin ardından, öğretmenlerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusunu ele alacakları derslere ilişkin planlamalar yapılmıştır. Üç öğretmene ait haftalık ders programları incelenerek derslerin çakışmamasına özen gösterilmiştir. Aynı ders saatine denk gelen öğretim süreçleri için okul idaresinden gerekli izinler alınarak derslerin yerleri değiştirilmiştir. Bu şekilde uygulama süreci boyunca hiçbir ders kaybı yaşanmamıştır. Araştırmada gözlem yöntemi, öğretmenlerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna ilişkin öğretim süreçlerini kayıt altına alarak değerlendirmek amacıyla doğal ve yapılandırılmamış bir şekilde ünite süresince kullanılmıştır. Öğretmenlerin öğretim süreçlerinin gözlemlenmesiyle, UAB'lerini derslerde nasıl kullandıkları incelenmiştir. ÖDBT'ye ek olarak derslerin gözlemlenmesi, öğretmenlerin test sorularına yazdıkları cevaplar ile sınıf içi uygulamaları arasında tutarlılığın belirlenmesi amaçlıdır. Çalışmada öğretmenlerden gerekli izinler alınarak öğretim süreçleri boyunca kamera ile kayıt yapılmıştır. Öğretmenlerin öğretim süreçlerinin video kamera ile kayıt altına alınması araştırmacının nadir ya da sık gerçekleşen olaylar hakkında olayların devamına veya öncesine bakarak yorum yapmasını kolaylaştırıp anahtar özellikleri yakalamasını kolaylaştırmıştır. Uygulama esnasında tedbir amaçlı iki adet kamera kullanılmıştır. Araştırmacı bir kamerayla kendisi kayıt yaparken, diğer kamerayı tüm sınıfı görecektir şekilde sabitleyip görüntü almasını sağlayarak, çekimlerin aksamadan tamamlanmasını sağlamıştır. Kamera çekimlerinin rahat yapılabilmesi için tripot kullanılmıştır ve ders öncesinde kameralar bunun üzerine kurularak sabitlenmiştir. Bu şekilde kayıt esnasında gerekli olduğunda kamera daha rahat bir şekilde hareket ettirilerek kayıt gerçekleştirilmiştir. Böylece, her öğretmen için 10 ders saati olmak üzere toplamda 30 ders saatlik çekim yapılmıştır. Araştırmacı, öğretmenlerin derslerine gözlem notları tutmak ve çalışmayı kaydetmek amacıyla katılmıştır. Video kayıtlarına ek olarak dersler esnasında sınıf ortamında gerçekleşen durumlar gözlem formu kullanılarak not edilmiştir. Ardından bu üç öğretmenin ders kayıtları ayrıntılı olarak transkript edilmiştir. Ders kayıtları transkript edilmeden önce, iki alan uzmanı tarafından video kayıtları izlenmiş ve ardından bir kişinin kayıtları yazıya dökmesiyle güvenilirlik sağlanmaya çalışılmıştır.

Öğretim süreçleri boyunca derslere paralel olarak öğretmenlerle görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Öğretmenlerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna

ait gerçekleştirmiş oldukları her iki ders sonunda, kendileriyle birebir görüşmeler yapılmıştır. Öğretmenlerle dersler sonrası gerçekleştirilen söz konusu görüşmelerde “Derslere İlişkin Görüşme Formu” (EK 3) kullanılmıştır. Araştırmacı, formda yer alan sorulara ek olarak, derslerde ortaya çıkan durumları daha detaylı olarak öğretmenlere sorup anlayabilmek için gözlem süreci esnasındaki notlarından faydalanmıştır. Bu görüşmelerin amacı, dersler esnasında ortaya çıkan durumları detaylı olarak ele almaktır. Öğretmenlerle gerçekleştirilen her görüşme yaklaşık 30 dakika sürmüştür. Öğretmenlerle gerçekleştirilen görüşmeler kamera ile kaydedilmiştir.

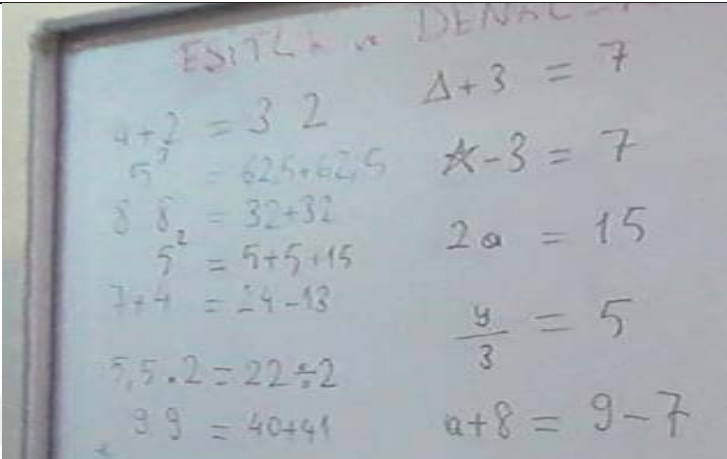
3.5. Verilerin Analizi

Çalışmanın veri kaynakları ÖDBT, gözlem ve görüşmelerden oluşmaktadır. Her bir veri kaynağının analizi sonucu ortaya çıkan öğeler sürekli olarak birbirleriyle karşılaştırılarak araştırma problemleri ile ilgili genel sonuçlara ulaşılmaya çalışılmıştır. Araştırmanın veri analizine ilk olarak ÖDBT’den elde edilen bilgilerin değerlendirilmesiyle başlamıştır. Öğretmenlerin testteki açık uçlu sorulara yazmış oldukları cevapların yeterince açık olmayan noktaları hakkında bilgi edinmek için, öğretmenlerle ÖDBT’ye ilişkin gerçekleştirilen görüşmelerden yararlanılmıştır. Söz konusu görüşmeler, ÖDBT’nin analizini ikilemde kalmadan açık bir şekilde kodlayabilmek için kullanılmıştır.

Çalışmanın bir diğer önemli veri kaynağı olan öğretmenlerin öğretim süreçlerine ilişkin video kayıtları öncelikle yazıya dökülmüştür. Öğretmenlerin toplam 30 ders saatlik ders kayıtlarının yazıya dökülmesiyle elde edilen dokümanlar, araştırmacı tarafından iki kez izlenerek herhangi bir hata olup olmadığı kontrol edilmiştir. Öğretmenlerin ifadelerinin ve öğrencilerle yaşadıkları diyalogların yazıya aktarılmasının ardından, öğretim süreçlerinin ekran alıntıları alınarak ilgili dersler doğrultusunda düzenlenmiştir. Verilerin düzenlenmesi sürecinde, özetlenen ve dönüştürülen verilerin belirli sonuçlar çıkartmaya dönük bir biçimde ifade edilmesi amaçlanmaktadır. Böylece henüz belirli bir anlam taşımayan veri seti, verilerin örülmesiyle birlikte daha bir görsel hale gelmekte ve daha anlaşılır bir biçime sokulmaktadır (Özdemir, 2010). Söz konusu dokümanların bir araya getirilip düzenlenmesindeki amaç, verilerin okuyucu tarafından daha rahat anlaşılıp, yorumlanmasını sağlamaktır. Verilerin bir araya getirilip değerlendirilmesinde Tablo 6’da belirtilen formattan yararlanılmıştır.

Tablo 6

Ders Gözlem Verilerinin Düzenlenmesine İlişkin Format

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö1	Bir de böyle bir örnek yazalım. Peki, okuyun bakalım ne anlatıyor bize bu denklem?
Öğrenci	Hocam, bence biz bunu örüntü gibi düşünebiliriz. Şimdi, sağ tarafta aradaki fark 2. Örüntüdeki gibi aradaki sayı sabit. O zaman, yine aradaki fark eşitlikten dolayı sabit olmalı deriz. 6 olur.
Ö1	Örüntü gibi düşünemezsin burada. Bak a'ya 8 eklenmiş, sonuç kaç, 2 değil mi? Bu kadar işte, bunu anlatıyor.

Araştırmanın bir diğer önemli veri kaynağını öğretmenlerle birebir olarak gerçekleştirilen görüşmeler oluşturmaktadır. Öğretmenlerle dersler sonrası gerçekleştirilen söz konusu görüşmelerde “Derslere İlişkin Görüşme Formu” kullanılmıştır. Görüşmelerden elde edilen verilerin araştırmacı tarafından birebir yazıya dökülmesiyle 25 sayfalık doküman elde edilmiştir.

Araştırmada, veri analiz tekniği olarak içerik analizinden yararlanılmıştır. Şimşek ve Yıldırım’a (2006) göre, içerik analizinde temelde yapılan işlem, birbirine benzeyen verileri belirli kavramlar ve temalar çerçevesinde bir araya getirmek ve bunları okuyucunun anlayabileceği bir biçimde düzenleyerek yorumlamaktır. Cohen, Manion ve Morrison’a (2007) göre içerik analizi, eldeki yazılı bilgilerin temel içeriklerinin ve içerdikleri mesajların özetlenmesi ve belirtilmesi işlemi olarak da tanımlanmaktadır. İçerik analizinin ilk

aşamasında veriler kodlanır. Fraenkel ve Wallen (2006), üç tür kodlama biçiminden söz etmektedir:

1. *Daha önceden belirlenmiş kavramlara göre yapılan kodlama:* Araştırmanın temelini oluşturan bir kuram ya da kuramsal çerçevenin olduğu durumlarda, veriler toplanmadan önce bir kod listesi çıkarmak mümkündür.
2. *Verilerden çıkarılan kavramlara göre yapılan kodlama:* Belirli bir kuramsal temeli olmayan konularda yapılan araştırmalar için geçerlidir. Toplanan verilerin analizine rehberlik edebilecek bir kavramsal yapı olmadığı için bu yapı, toplanan verilerin tümevarımcı bir analize tabi tutulması sonucu araştırmacı tarafından ortaya çıkarılır. Tümevarımcı analizde kodlar doğrudan verilerden üretilir.
3. *Genel bir çerçeve içinde yapılan kodlama:* Verilerin analizinden önce genel bir kavramsal yapı oluşturmak mümkündür. Bu kavramsal yapıya göre kodlama yapılır. Ancak ortaya çıkan yeni kodlar listeye dâhil edilir.

Bu çalışmanın veri analizinde “genel bir çerçeve içinde yapılan kodlama” kullanılmıştır. Bu kodlama türü ile hem araştırmanın temelini oluşturan kuramsal çerçeveden çıkarılan kodlarla bir kodlama tablosu oluşturulmuştur hem de verilerden elde edilen kodlar kodlama tablosuna eklenmiştir.

Araştırmada veri analiz süreci kapsamlı ve sistematik olarak gerçekleştirilmiştir. Bu bağlamda, bu tez çalışması için her bir veri toplama aracına ilişkin gerçekleştirilen veri analizi aşamaları aşağıda sırayla açıklanmıştır.

3.5.1.ÖDBT’nin Veri Analizi Süreci

ÖDBT’de yer alan sorulara verilen öğretmen yanıtları, üç boyut yani açıklama, değerlendirme ve temsil için ayrı ayrı kodlanmıştır. Bu kodlama sürecinde bu boyutlar uygunlukları ve türleri bakımından değerlendirilmiştir. Yanıtlar ilk olarak uygunluklarına göre kodlanmıştır. Söz konusu boyutların uygunluğu, ÖDBT’nin değerlendirilmesi için iki alan uzmanı tarafından geliştirilen rubriklerdeki düzeyler kullanılarak kodlanmıştır. Ancak nicel olarak puanlanmamıştır. Rubrikler, öğrenciden beklenen performansın tanımlarını farklı parçalara bölünmesiyle oluşturulan ölçeklerdir (Sezer, 2006). Aynı zamanda, öğrencilerin yaptıkları çalışmaların hangi ölçütlere göre değerlendirileceğini ve performanslarının hangi düzeydeki puana denk geleceğini gösteren puanlama araçlarıdır (Kutlu vd., 2009). Rubrikler, kriterlerden oluşmuştur ve bu kriterler performans, davranış veya bir niteliğin ölçülmesinde kullanılırlar (Campbell, 2005). Böylece, değerlendirmelerde

rubriklerin kullanımıyla daha objektif ve tutarlı ölçmeler yapılabilir. Rubrik; puanlama yönergesi, derecelendirme ölçeği, puanlama yönergesi veya dereceli puanlama anahtarı gibi farklı isimlerle ifade edilebilmektedir. Hazırlanış amaçlarına göre ikiye ayrılmaktadır: Analitik ve bütüncül rubrik. Analitik rubrikler daha çok süreç değerlendirmesi üzerinde dururken bütüncül rubrikler genel olarak sonuç değerlendirmesi üzerinde dururlar. Bütüncül rubriklerde daha çok sonuçta gerçekleşmesi istenen performansın gerçekleşme durumuna bakılmaktadır. Analitik rubriklerde sürecin değerlendirilmesi önemli olduğundan performansı oluşturan özellikler alt boyutlara ayrılarak ve farklı performans düzeyleri için tanımlar belirtilerek yapılan ölçümlerin her aşaması ayrı ayrı puanlanmaktadır.

Bu tez çalışmasında, öğretmenlerin UAB'leri hakkında bilgi edinebilmek amacıyla hazırlanan ÖDBT'nin değerlendirilmesinde analitik rubriklerden yararlanılmıştır. Testte yer alan 12 soru üç boyuta ilişkindir. Bunlar açıklama, gerekçelendirme ve temsillerdir. Hazırlanan rubrik, söz konusu üç boyutun ayrı ayrı değerlendirilebileceği şekilde düzenlenmiştir. Testteki temsiller boyuna ait sorular; sayısal temsil (matematiksel ifade yazma), görsel temsil (model çizme) ve sözel temsil (problem kurma) olmak üzere alt boyutlara ayrılarak incelenmiştir. Hazırlanan rubriğin dört düzeyi bulunmaktadır. “yok=0 puan”, “uygun değil=1 puan”, “uygun, eksik= 2 puan” ve “uygun, tam=3 puan”. Rubriğin gerek içerik gerekse düzeylerini gösteren isimler, iki alan uzmanına danışılarak hazırlanmıştır. Alan uzmanları, rubriğin boyutlarını ve düzeylerinin uygunluğunu değerlendirerek gerekli önerilerde bulunmuşlardır. Söz konusu görüş ve öneriler neticesinde rubriğe son hali verilmiştir. Ayrıca, boyutların uygunluklarına ilişkin rubriklerde yer alan örnekler, üç öğretmenin ÖDBT'ye verdikleri cevaplardan alınmıştır. ÖDBT'de yer alan boyutların uygunlukları açısından değerlendirilmesinde kullanılan rubrikler aşağıda verilmiştir.

Tablo 7-Öğretim İçin Denklem Bilgi Testini Puanlamada Kullanılan Analitik Rubrik, Rubriğin Boyutları ile Düzeyleri ve Açıklamaları

Boyutlar	Düzeyler			
	0	1	2	3
	Yok	Uygun Değil	Uygun, Eksik	Uygun, Tam
AÇIKLAMALAR	- Yanıt yok. Boş bırakılmış. - Bir işlem, sayı yazıp ya da şekil çizip bırakılmış.	- Uygun olmayan matematiksel işlem, model ya da problem var. - Verilen durumu başka bir şekil veya durumla açıklama ama istenen duruma açıklık getirememe. Örneğin; $107=4x-13$ denkleminde 13'ün eşitliğin diğer tarafına geçirildiğinde dengeyi bozulmadığını şu şekilde açıklama: “4x-13 olan tarafta değişkeni olmayan yani sabit sayı fazlalıktır. Onu diğer taraftaki sayı ile toplayıp 4x'i fazlalıktan kurtarırsak eşitlik bozulmaz.” Burada, bilinen ve bilinmeyen ifadelerin eşitliğin farklı taraflarında olması gerektiğine vurgu yapılmıştır. Öğrencinin sorduğu durumun nedenini açıklanmamaktadır.	- Eksik ifadeler olmasına rağmen verilen durumu uygun bir şekilde açıklama. - İstenilen durumu açık bir şekilde ifade edememe. Örneğin; $107=4x-13$ denkleminde 13'ün eşitliğin diğer tarafına geçirildiğinde dengeyi bozulmadığını şu şekilde açıklama: “-13'ü karşıya geçiriyoruz. Çünkü 4x'den 13 çıkarılınca 107'ye eşitmiş. O zaman tam tersini düşünc 107'ye 13 eklessek, sence değişen bir şey olur mu?” Burada, yapılan ters işlem yönteminin dengeyi bozulmadığına vurgu yapılmış. Ama -13'ün neden eşitliğin diğer tarafına geçirilmesi gerektiği açık olarak belirtilmemiş.	- Verilen durumu ifadelerde eksiklik olmadan açıklama. - İstenilen durumun net olarak ifade edilmesi. Örneğin; $107=4x-13$ denkleminde 13'ün eşitliğin diğer tarafına geçirildiğinde dengeyi bozulmadığını şu şekilde açıklama: “Hatırlarsanız terazi modelinde kefelerin her iki tarafına aynı miktarı eklediğimizde ya da çıkardığımızda denge bozulmamıştı. Bu soruda da şu an denge korunuyor. O zaman ben bilinmeyi yalnız bırakmak için her iki tarafa +13 eklessem bakın sağ tarafta da 4x yalnız kaldı. $107+13=4x$ oldu. Yani aslında her iki tarafa aynı şeyi ekleyip, çıkarıyoruz denge bozulmuyor. Ama ben size her seferinde bunu yapmak yerine kısaca -13'ü diğer tarafa geçirin yani ters işlem metodunu uygulayın diyorum. Burada verilen durum, uygun terazi modeli örnek gösterilerek açıklanmış ve denklem çözümünün özelliklerine dayanılarak net olarak ifade edilmiştir. Denklem dengesinin bozulmadığı simetrik çözüm yönteminden yararlanılarak açıklanmıştır. Ayrıca simetrik çözüm yönteminin terazi modeli üzerinde yapılan işlemle bağlantısı vurgulanmıştır. Soru çözümünde kullanılan ters işlem metodunun simetrik çözüm yönteminin kısa yolu olarak düşünülebileceği ifade edilmiştir.

Tablo 8-Öğretim İçin Denklem Bilgi Testini Puanlamada Kullanılan Analitik Rubrik, Rubriğin Boyutları ile Düzeyleri ve Açıklamaları

Boyutlar	Düzeyler			
	0	1	2	3
	Yok	Uygun Değil	Uygun, Eksik	Uygun, Tam
GEREKÇELENDİRME	- Cevap verilmeden boş bırakılmış. “Emin değilim” veya “bilemiyorum” gibi tek bir ifade yazılıp bırakılmış.	- Durumu açıklamıyor. - Yanlış işlemi yazdığı ya da Doğrudur ya da yanlıştır bırakılmış.	- Verilen durumu açıklıyor ama eksik ifade var. Örneğin; $34+5n=9+6n$ işlemine ilişkin verilen çözüm stratejisinin her zaman kullanılabilir bir strateji olup olmadığını ifade ederken “$9+6n$” eşitliğinin diğer tarafına geçirilmiş. İşlem doğru, sonuç da doğru. Her zaman kullanılabilir.” Burada, stratejinin neden her zaman doğru olduğunu tam olarak açıklanmamış. - Verilen duruma ilişkin sadece işlemi yazıp bırakmak. Örneğin; verilen 2 farklı problem durumu için yazılması gereken denklemlerin aynı olması gerektiğini belirtmiş ($6x+x+2x=198$) ve “Bu soruda, verilen sayılar farklıdır. Bu da öğrenciyi farklı iki denklem oluşturmam lazım gibi bir yanılgıya götürmektedir” şeklinde açıklamada bulunmak. Burada, öğrencinin 2 farklı denklem olması gerektiği yönündeki cevabının nedeni tam olarak açıklanmamıştır.	Verilen durumun nedenini tam olarak yansıtan ifadeler mevcut. Örneğin; “Burada, Mert’in parası, Elif’in parasının 6 katı ve Sema’nın parasının 3 katı kadardır söylemi, öğrencinin Sema’nın parası için 3 kat yazmasına sebep olmuş olabilir. Öğrenci mevcut kat ilişkisini göremiyor. Sayıların farklı olması farklı denklemlerin yazılması gerektiği gibi bir yanılgıya götürüyor.” Şeklinde gerekçe sunmak. Burada, verilen 2 farklı problem durumu için yazılması gereken denklemlerin aynı olması gerektiği belirtilmiş ve öğrencinin neden söz konusu problemlere ilişkin farklı denklemler kurduğunu net olarak açıklamıştır.

Tablo 9-Öğretim İçin Denklem Bilgi Testini Puanlamada Kullanılan Analitik Rubrik, Rubriğin Boyutları ile Düzeyleri ve Açıklamaları

Boyutlar		Düzeyler			
		0	1	2	3
		Yok	Uygun Değil	Uygun, Eksik	Uygun, Tam
TEMSİLLER	Matematiksel İfade Yazma	- Cevap yok, boş bırakılmış. - Bir cebirsel gösterim veya bir sayı yazıp bırakılmış.	- Verilen modeli, ifadeyi veya problemi yansıtmıyor. - Yapılan açıklama uygun değil.	- Verilen modeli, ifadeyi veya problemi yansıtmıyor ama sayı veya işlem eksik. - Açıklama yetersiz.	- Verilen modeli, ifadeyi veya problemi tam olarak yansıtmıyor. - Eksik sayı veya işlem yok. - Açıklama yeterli.
	Model Çizme	- Cevap yok, boş bırakılmış. - Eşit kollu bir terazi veya boş bir tablo çizip bırakılmış.	- Verilen denklemi, işlemi ve anlamını yansıtmıyor. - Modele ilişkin yapılan açıklama uygun değil.	Verilen denklemi, işlemi yansıtmıyor ama yapılan açıklama anlamı karıştırmada yetersiz.	- Verilen denklemi, işlemi ve anlamı tam olarak yansıtmıyor. - Modele ilişkin yapılan açıklama tam olarak uygun.
	Problem Kurma	- Cevap yok, boş bırakılmış. - Birkaç kelime vb. Yazıp bırakılmış.	Verilen durumu yansıtmıyor.	Verilen durumu yansıtmıyor ancak problemde verilen ya da istenen açık değil, eksik ifadeler söz konusu.	Verilen durumu tam olarak yansıtmıyor, problemde verilen ya da istenen gayet açık. Eksik ifadeler söz konusu değil.
Not: Öğretmenlerin; ÖDBT’de kullanmış oldukları temsillerin düzeylerine ilişkin örnekler detaylı olarak bulgular kısmında verilmiştir.					

Üç öğretmenin ÖDBT'ye verdikleri cevapların uygunları iki araştırmacı tarafından, rubriklerde bulunan düzeylere göre kodlanmıştır. Kodlamalar sırasında verilerle, rubriklerdeki düzeyler ve düzeylere ilişkin tanımlar sürekli karşılaştırılarak kodlamaların güvenilirliği arttırılmaya çalışılmıştır (Creswell, 2016). Araştırmacıların bağımsız olarak yaptıkları kodlamalar, sonrasında karşılaştırılmıştır. Söz konusu karşılaştırma sonucu araştırmacıların kodlamaları arasında % 89 uyum tespit edilmiştir. Bu şekilde kodlayıcılar arası güvenilirlik düzeyi saptanmıştır. Bu güvenilirlik yüzdesinin en az %80 olması yeterli görülmektedir. Araştırmacılar, kodlama sürecinde çelişkiye düştükleri durumlarda, kodlar üzerinde birlikte çalışarak fikir birliğine ulaşmışlardır. Kodlama sürecinin tüm aşamaları her öğretmen için ayrı ayrı gerçekleştirilmiştir.

3.5.2.DGF'nin Veri Analizi Süreci

Bu bölümde, çalışmaya katılan üç öğretmenin, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna ilişkin ders içi aktivitelerinin DGF ile takip edilmesi sürecinde, yararlanılan veri analizi yöntemleri açıklanmıştır.

ÖDBT'den elde edilen verilerin analizinde olduğu gibi, gözlem verilerinin analizinde de analitik rubriklerden yararlanılmıştır. Hazırlanan rubrikler, üç boyutun (açıklama, gerekçelendirme ve temsil) ayrı ayrı değerlendirilebileceği şekilde düzenlenmiştir. Testteki temsiller boyuna ait sorular; sayısal temsil (matematiksel ifade yazma), görsel temsil (model çizme) ve sözel temsil (problem kurma) olmak üzere alt boyutlara ayrılarak incelenmiştir. Hazırlanan rubriğin dört düzeyi bulunmaktadır. “yok=0 puan”, “uygun değil=1 puan”, “uygun, eksik= 2 puan” ve “uygun, tam=3 puan”. Rubriğin gerek içerik gerekse düzeylerini gösteren isimler, iki alan uzmanına danışılarak hazırlanmıştır. Alan uzmanları, rubriğin boyutlarını ve düzeylerinin uygunluğunu değerlendirerek gerekli önerilerde bulunmuşlardır. Söz konusu görüş ve öneriler neticesinde rubriğe son hali verilmiştir. Ayrıca, boyutların uygunluklarına ilişkin rubriklerde yer alan örnekler, üç öğretmenin öğretim süreçlerinde karşılaşılan durumlardan alıntılar yapılarak elde edilmiştir. ÖDBT'den elde edilen verilerde olduğu gibi, gözlem verilerinin analizinde de içerik analizi tekniği kullanılmıştır. Öğretmenlerin öğretim süreçlerine ilişkin video kayıtları öncelikle yazıya dökülmüştür. Öğretmenlerin toplam 30 ders saatlik ders kayıtlarının yazıya dökülmesiyle elde edilen dokümanlar, araştırmacı tarafından iki kez izlenerek herhangi bir hata olup olmadığı kontrol edilmiştir. Öğretmenlerin ifadelerinin ve öğrencilerle yaşadıkları diyalogların yazıya aktarılmasının ardından, iki araştırmacı bağımsız olarak her bir öğretmene ait gözlem dökümlerini analiz etmiştir. Araştırmacılar, her bir

öğretmene ait gözlem dökümlerini, iki ders şeklinde (40+40 dakika) düzenleyerek analiz işlemlerini gerçekleştirmişlerdir. Öğretmenlerin ders kayıtları ikişer ders şeklinde gerçekleştirildiği için bu iki dersin birbirinin devamı niteliğinde olduğu düşünülerek bir arada değerlendirilmesi uygun görülmüştür. Her öğretmenin 10 ders saatlik öğretim süreci için 5 kez kodlama işlemi yapılmıştır. Böylelikle, verilerin daha detaylı bir şekilde ele alınıp, kodlama işleminin güvenilirliğinin artırılması amaçlanmıştır. Söz konusu analiz işlemlerinde araştırmacılar tarafından hazırlanan rubrikler kullanılmıştır. Rubriklerdeki boyutlar ve düzeyler doğrultusunda kodlamalar gerçekleştirilmiştir. Kodlamalar sırasında verilerle, rubriklerdeki düzeyler ve düzeylere ilişkin tanımlar sürekli karşılaştırılarak kodlamaların güvenilirliği arttırmaya çalışılmıştır (Creswell, 2016a). Kodlamaların tamamlanmasının ardından araştırmacıların kodlamaları karşılaştırılmış ve kodlama güvenilirliği %90 olarak tespit edilmiştir. Araştırmacılar çelişkiye düştükleri öğretmen uygulamalarında, söz konusu davranışının neden ilgili koda atanması gerektiğine ilişkin görüşmeler yapmışlardır. Tartışmalı verilerin hepsinde bu süreç takip edilmiş ve uzlaşmaya varılmıştır. Kodlama sürecinin tüm aşamaları her öğretmen için ayrı ayrı gerçekleştirilmiştir.

Öğretmenlerin öğretim süreçleri boyunca elde edilen verilerin, uygunlukları açısından değerlendirilmesinde kullanılan rubrikler aşağıda verilmiştir.

Tablo 10-Gözlem Bulgularını Puanlamada Kullanılan Analitik Rubrik, Rubriğin Boyutları ile Düzeyleri ve Açıklamaları

Boyutlar	Düzeyler			
	0	1	2	3
	Yok	Uygun Değil	Uygun, Eksik	Uygun, Tam
AÇIKLAMALAR (40+40 dk)	Herhangi bir açıklama yapılmamıştır.	- Yapılan açıklamalar sadece işlem adımlarının tarif edilmesi şeklindedir. Örneğin; “Denklemde önce X’i eşitliğin diğer tarafına geçirdim, sonrada -5’i diğer tarafa aldım.” - İstenilen durumu ifade ederken, amaca uygun olmayan matematiksel işlem, model ya da problem kullanma. Örneğin; <i>cevabı negatif bir tam sayı olan denklemi; terazi modeli üzerinde açıklamaya çalışmak.</i>	- İstenilen durum-eksik ifadeler olmasına rağmen-uygun bir şekilde açıklanmıştır. - Durum, açık bir şekilde ifade edilememiştir. Örneğin; <i>denklem çözümü yaparken, her bir çözüm adımının nedenlerine ilişkin açıklamalar yapma. Ancak, söz konusu açıklamaların ters işlem metodunun doğru uygulanmasına yönelik olması.</i> Burada istenen, denklem çözüm adımlarının öncelikle simetrik çözüm yöntemiyle açıklanmasıdır.	- İstenilen durum, ifadelere eksiklik olmaksızın açıklanmaktadır. - Durum, açık bir şekilde ifade edilmektedir. Örneğin; <i>denklem çözümü yaparken her bir çözüm adımının nedenlerine ilişkin açıklamalar yapma. Denklem çözümü için ters işlem metodunu bir kısa yol olarak kullanmadan önce simetrik çözüm yöntemini açıklama. Terazi modeliyle ilişkilendirme.</i>

Tablo 11-Gözlem Bulgularını Puanlamada Kullanılan Analitik Rubrik, Rubriğin Boyutları ile Düzeyleri ve Açıklamaları

Boyutlar	Düzeyler			
	0	1	2	3
	Yok	Uygun Değil	Uygun, Eksik	Uygun, Tam
GEREKÇELENDİRME (40+40 dk)	- Herhangi bir değerlendirmeye yapılmamış. - Yapılan değerlendirme veya değerlendirmeler hatalıdır.	- Öğrencilerin doğru/yanlış şeklinde değerlendirilmiş olup “neden doğru” ya da “neden yanlış” olduğuna dair herhangi bir açıklamada bulunulmamıştır. - Öğrencilerin alternatif stratejileri sonucunda buldukları sonuçlar, doğru/yanlış değerlendirilmiş olup stratejinin her zaman kullanılabilir bir strateji olup olmadığı belirtilmemiştir. Örneğin, denklem çözümünü deneme-yanılma metoduyla yapan bir öğrenciye, bu metodu; bilinmeyenin büyük olduğu sayılar ve ondalık sayılar olduğu sorularda başarılı olamayacağı ya da çokça zaman alacağına açıklaması. Bu şekilde bir açıklamanın yapılmaması öğrencinin denklem çözüm metodlarını öğrenmesini engelleyebilir. Ayrıca bu durumda, işlemlerin üzerinde gerçekleştirildiği objeler cebirsel ifadeler değil, onların sayısal örnekleridir (Kieran, 1992)	- Öğrenci yanıtları/çözümleri –eksik açıklamaların olmasına rağmen- uygun bir şekilde değerlendirilmiştir. - Yanıtlar/çözümler açık bir şekilde ifade edilememiştir. Örneğin; karenin bir kenar uzunluğunu denklem kurarak bulmayı gerektiren bir soruda; bir öğrencinin “kenar uzunluğu farklı değerler alamaz mı? Mesela $a+a+a+a=16$, ilk a 10 olsa, diğerlerini 2,2,2 şeklinde alamaz mıyız?” şeklinde sorusuna öğretmenin “tabii ki olmaz. Karenin 4 kenarının da eşit olması lazım. O yüzden ilk a'ya 10 diyemeyiz.” şeklinde cevap vermesi. Burada, öğretmen soruya uygun olarak karenin 4 kenarının da eşit olması gerektiği şeklinde doğru bir açıklama yapmıştır. Ancak soruda asıl amaçlanan öğrencilerin soruya uygun bir şekilde denklemi kurup sonuca ulaşmalarıdır. Dolayısıyla, bir denklem özelinde aynı harflerin aynı değerleri alması gerektiği öğretmen tarafından vurgulanmalıdır. - Öğrencilerin alternatif stratejileri/çözüm yöntemleri sonucunda buldukları yanıtlar, sadece doğru-yanlış olarak değerlendirilmemiş olup stratejinin hangi durumlarda kullanılabileceğine ilişkin sınırlı değerlendirmeler yapılmıştır. Örneğin; $3x-1=23$ denklemdeki bilinmeyi bulmayı gerektiren bir soruda öğrencinin “3’ü öyle bir sayıyla çarpıp 1 çıkarmalıyım ki 23 olsun. Sonra 23’le 1’i topla ne ile 3’ü çarpınca 24 çıkacağım düşünürüm. Aslında bunu daha önceden biliyoruz. Denklemi bu şekilde çözemey miyiz? sorusuna, öğretmenin “evet, yaptığın doğru. Her iki tarafa aynı işlemi yapmadan dediğin gibi ters işlem metodunu kullanarak bilinmeyi bulabiliriz.” şeklinde cevap vermesi. Buradaki öğretmen değerlendirmesi doğrudur. Ancak, bu çözüm yönteminin $ax+b=cx+d$ tipindeki denklemelerde işe yaramayacağını belirtmelidir.	- Öğrenci yanıtları/çözümleri doğru bir şekilde değerlendirilip gerekli açıklamalar yapılmıştır. - Öğrencilerin alternatif stratejilerinin her zaman kullanılabilir bir strateji olup olmadığı detaylı olarak ifade edilmiştir. Örneğin: $3x-1=23$ denkleminin çözümünü işlemsel bir bakış açısıyla “23’ü 1’le topla sonra hangi sayıyla 3’ü çarparsam 24 olur? Şeklinde düşünerek çözebilirim” şeklinde açıklayan bir öğrenciye, çözüm yönteminin bilinmeyen tek bir tarafa bulunduğu durumlarda geçerli olduğu söylenmelidir. $ax+b=cx+d$ gibi bilinmeyen her iki tarafa da olduğu denklemlerde katsayılar üzerindeki işlemleri geri çevirerek çözümleneceği açıklanmalıdır. Bu tip denklemlerin çözümlenmesi için cebir yöntemlerinin kullanılması gerektiği vurgulanmalıdır.

Tablo 12-Gözlem Bulgularını Puanlamada Kullanılan Analitik Rubrik, Rubriğin Boyutları ile Düzeyleri ve Açıklamaları

Boyutlar	Düzeyler			
	0	1	2	3
	Yok	Uygun Değil	Uygun, Eksik	Uygun, Tam
TEMSİLLER	Herhangi bir ilişki kurulmamıştır. (Gösterimler mevcut olabilir ancak aktif bir bağlantı yapılmamıştır.)	- İlişki kurulmuştur. Ancak altında yatan fikir ya da fikirler yanlıştır. <i>Örneğin, terazi modeli ile çıkarma işlemi gerektiren ve bilinmeyenlerin negatif değer aldığı denklemlerin ilişkilendirilmesi.</i> - İlişki kurulmuştur. Ancak temsil amaca uygun olarak seçilmemiştir. <i>Örneğin; denklemin çözümünü ters işlem metoduyla yaparken sayma pullarından yararlanma. (Sayma pulları simetrik çözüm yönteminin uygulanması için uygundur.)</i> - İlişki kurulmuştur. Ancak, her ikisi de aynı bilgi yapısını gösteren farklı gösterimlerden yararlanılmamıştır. <i>Örneğin; $3x=15$ denklemiyle $x+x+x=15$ denkleminin arasında kurulan ilişki.</i> Burada, kurulması istenen ilişki bir denklem ile bir tablo gibi farklı temsillerden yararlanarak yapılan ilişkilendirilmez.	- Amaca uygun olarak seçilen temsillerle- eksik bilgilendirmeler olmasına rağmen doğru bir ilişkilendirme yapılmıştır. - Her gösterim/temsil görsel olarak mevcut olmasına rağmen, ilişkilendirme açık bir şekilde ifade edilememiştir. <i>Örneğin; $3x+12=18$ denkleminin çözümünde terazi modelini kullanırken, her iki gösterim arasındaki eşlemeyi anlama odaklı bir biçimde belirgin olarak ifade edilememek. Terazi modeli üzerinde yapılan her bir işlem adımını denklem üzerinde açıklamadan sonuca ulaşım bırakmak.</i> Burada, terazi modeli üzerinde yapılan simetrik çözüm yönteminin aynı şekilde denklem üzerinde de tek tek yapılması beklenmektedir. Aksi halde terazi modeli, denklem çözümünün yapısal olarak kavranmasında aktif bir rol oynayacaktır.	- Amaca uygun olarak seçilen temsillerle doğru ve detaylı bir ilişkilendirme yapılmıştır. - İki ya da daha çok gösterimin birbirleriyle nasıl ilişkili olduğu belirgin olarak ifade edilmiştir. <i>Örneğin, denklem çözüm adınının terazi modeli üzerinde birebir açıklanması. Simetrik çözüm yönteminin hem denklem hem de terazi modeli üzerinde uygulanabileceğinin belirtilmesi. Ancak, çıkarma işlemi gerektiren ve bilinmeyenlerin negatif değer aldığı denklemlerin terazi modeli üzerinde çalışılmayacağını ifade edilmesi. Böyle bir durumda sayma pullarıyla denklem çözümünün ilişkilendirilmesinin daha uygun olacağını belirtilmesi.</i> - Gösterimler arasındaki ilişki hakkında detaylandırma ve açıklamalar (<i>örneğin, ortak özelliklerin belirtilmesi, hangi durumlarda ilişkinin kurulabileceği hakkında bilgilerin verilmesi</i>) yapılmıştır.

3.6. Görüşmelerin Veri Analizi Süreci

Araştırma sürecinde ders gözlemleri öncesi ÖDBT'ye ilişkin görüşme (G1) ve ders gözlemleri sürecinde, öğretmenlerin öğretim süreçlerine ilişkin görüşme (G2) olmak üzere iki çeşit görüşme gerçekleştirilmiştir. Söz konusu görüşmelerin analizinde içerik analizi tekniği kullanılmıştır. İlk olarak görüşmelerde ses kaydı olarak elde edilen verilerin çözümlenmesi yapılmıştır. Toplanan görüşme verilerinin çözümlenme işleminin ardından bir araya getirilen veriler iki gruba ayrılarak değerlendirilmiştir. ÖDBT'den elde edilen verilere açıklık kazandırmak amaçlı yapılan görüşmeden elde edilen veriler, ÖDBT'nin rubrikler aracılığıyla değerlendirilme sürecinde kullanılmıştır. Öğretmenlerin öğretim süreçlerinde yaşanan durumlara açıklık kazandırmak amacıyla yapılan görüşmelerden ise derslerin rubrikler aracılığıyla değerlendirilme sürecinde yararlanılmıştır.

3.7. Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği

Geçerlik ve güvenirlilik bilimsel araştırmalardan yaygın olarak kullanılan iki temel ölçüttür. Söz konusu ölçütlerin ilki olan geçerlilik; araştırma sonuçlarının doğruluğunu konu edinmektedir. Araştırmacının araştırdığı olguyu, olduğu biçimiyle ve olabildiğince yansız gözlemesi anlamına gelmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Geçerlik, iç ve dış geçerlik olarak iki başlık altında incelenmektedir. İç geçerlilik, bir araştırmadan elde edilen bulguların, sonuçların ve bunlara dayalı olarak yapılan yorumlamaların çalışılan gerçekliği ne kadar doğru yansıttığı ile ilgilidir. Araştırmacının, gerek veri toplama süreçlerinde gerekse verilerin analizi ve yorumlanması süreçlerinde, kontrollerin nasıl yapıldığını açıklaması ve yaptığı açıklamaların okuyucuyu tatmin edecek şekilde açık ve net olması beklenmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Araştırmada iç geçerliliğini arttırmak amacıyla bazı çalışmalar yapılmıştır. Bu amaçla öncelikle, araştırma öncesinde öğretmenlere çalışmanın amacı, içeriği ve süreci hakkında genel bilgilendirmeler yapılmış olup kendilerini denetim altında hissetmelerinin önüne geçilmeye çalışılmıştır. Böylece öğretmenlerin, görüşme sorularını rahat bir şekilde cevaplamaları ve öğretim süreçlerinde olağan davranabilmeleri teşvik edilmiştir. ÖDBT'nin hazırlanmasında alanyazın göz önünde bulundurulmuştur. Öğretmenlerin gerek görüşme kayıtlarının gerekse gözlem sonucu elde edilen verilerinin yazıya dökümleri yapılarak araştırmacı tarafından gerekli kontrolleri yapılmıştır. Kontroller sonrası var olan hatalar giderilerek olası bir veri kaybının önüne geçilmeye çalışılmıştır. Öğretmenlerin ÖDBT ve gözlem verilerinin değerlendirilmesi amacıyla hazırlanan rubriklerdeki boyutlara ilişkin araştırmanın verilerinden elde edilen temalar ve örnekler sürekli olarak birbirleriyle karşılaştırılarak bütünlük sağlanmıştır.

Ayrıca, çalışmada test, görüşme ve gözlem gibi farklı veri toplama araçları kullanılarak veri çeşitlemesi gerçekleştirilmiştir. Yapılan bu çalışmalarla araştırmanın, çalışılan gerçekliği doğru bir şekilde yansıtması amaçlanmıştır. Diğer bir geçerlik türü olan dış geçerlik ise; araştırma sonuçlarının genellenebilirliğine ilişkindir. Araştırma sonuçlarının benzer ortamlara genellenebilmesi için araştırmacının okuyucuyu yaptığı çalışmanın tüm aşamaları hakkında ayrıntılı bir şekilde bilgilendirmesi gerekmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu doğrultuda çalışmada, araştırmanın tüm aşamaları detaylı olarak belirtilmiştir. Çalışmanın araştırma deseni, çalışma grubu, veri toplama araçları, veri toplama süreci, verilerin analizi ve verilere ilişkin yorumlar ayrıntılı olarak ele alınmıştır.

Bilimsel araştırmaların bir diğer önemli ölçütü olan güvenirlik, araştırma sonuçlarının tekrar edilebilirliği ile ilgilidir. İç güvenirlik ve dış güvenirlik olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. İç güvenirlik, başka araştırmacıların aynı veriyi kullanarak aynı sonuçlara ulaşip ulaşamayacağına ilişkindir. Çalışmada iç güvenirliğin artırılmasına yönelik olarak, gerek ÖDBT'den gerekse gözlem sürecinden elde edilen veriler, öğretmenlerle gerçekleştirilen görüşmeler aracılığıyla teyit edilmiştir. Veriler iki araştırmacı tarafından analiz edilmiştir. Kodlamalar gerçekleştirilirken verilerle, rubriklerdeki boyutlar, temalar ve temalara ilişkin tanımlar sürekli olarak karşılaştırılarak kodlamaların güvenirliği artırılmaya çalışılmıştır. Araştırmacıların yaptıkları iki kodlama arasındaki benzerlikler ve farklılıklar tespit edilmiştir ve toplam kodlamadan uyumsuz kodlar çıkarılıp toplam kodlamalara bölünerek kodlayıcılar arası güvenirlik hesap edilmiştir. Bu kodlama güvenirliğinin %80 olması yeterli görülmektedir (Miles ve Huberman, 1994). Araştırmacıların yapmış olduğu kodlamaların uyum yüzdeleri söz konusu değer üzerinde bulunmuştur. Bu da araştırmanın kodlama sürecinin güvenilir bir şekilde gerçekleştiğini göstermektedir. Dış güvenirlik ise, araştırma sonuçlarının benzer ortamlarda aynı şekilde elde edilip edilemeyeceğine ilişkindir. Çalışmada dış güvenirliği arttırmak için, araştırma sürecinde yapılanlar (veri toplama süreci ve analiz yöntemleri) detaylı olarak belirtilmiştir. Elde edilen verilerin analizinde kullanılan ÖMB kuramsal çerçevesi ayrıntılarıyla açıklanmıştır.

3.8. Araştırmacının Rolü

Araştırma sürecinde araştırmacının kendi rolünü açık bir şekilde belirlemesi ve kendi varsayım ve önyargılarının farkında olması önemlidir. Nitel araştırmacı bizzat araştırma sürecinde zaman harcayan, katılımcılarla doğrudan görüşen ve gerektiğinde katılımcıların tecrübelerini yaşayan, alanda kazandığı perspektifi ve tecrübeleri toplanan bilgilerin analizinde kullanan kişidir. Bilgi kaynaklarına yakın olma, ilgili kişilerle konuşma,

gözlemler yapma, ilgili dokümanları analiz etme ve araştırılan konuyu yakından tanıma ve anlama nitel araştırmada oldukça önemli bir yer tutar (Yıldırım, 1999).

Ortaokul matematik öğretmenlerinin 7. sınıf birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna ilişkin UAB'lerinin incelenmesi amacıyla gerçekleştirilen çalışma sürecinde (araştırma öncesi ilgili kurumlardan gerekli izinlerin alınması, öğretmenlere uygulanacak test için uygun soruların belirlenmesi, görüşme süreçlerinde kullanılacak soruların tespit edilmesi, pilot çalışmanın gerçekleştirilmesi, gözlem süreci ve verilerin analizi ve yorumlanması), araştırmacı aktif bir rol oynamıştır.

Araştırmacı, çalışma öncesinde öğretmenlere çalışmanın amacı ve süreci hakkında genel bilgilendirmeler yaparak, araştırmanın öğretmenleri değerlendirme niteliği taşımadığını ifade etmiştir. Böylelikle öğretmenlerin, araştırma sürecine daha rahat bir şekilde adapte olmaları sağlanmıştır. Çalışma boyunca gerçekleştirilen görüşmeler, öğretmenlerin uygun olduğu ders saatlerinde gerçekleştirilmiştir. Görüşmeler esnasında öğretmenlerin dinlenmek istedikleri durumlarda görüşme sürecine ara verilmiş sonrasında kalınan sorudan devam edilmiştir. Görüşme sürecinde öğretmenlerin soruyu tam olarak anlamadıkları noktalarda araştırmacı tarafından gerekli açıklamalar yapılmıştır. Ancak öğretmenlerin yönlendirilmemesine özen gösterilmiştir. Çalışmanın gözlem süreci için öncelikle araştırmacının görev yaptığı okul idaresinden ve öğretmenlerden gerekli izinler alınmıştır. Öğretmenlerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna ilişkin öğretim süreçleri araştırmacının bizzat katılımıyla takip edilmiştir. Araştırmacı kullandığı gözlem formu aracılığıyla derslerde ortaya çıkan durumlara ilişkin gerekli notlar almıştır. Alınan notlar öğretim süreçlerinin ardından öğretmenlerle yapılan görüşmelerde kullanılmıştır. Araştırmanın gerek görüşme gerekse gözlem süreçleri hakkında, araştırmacının daha önceden tecrübeli olmasının sürece olumlu katkı sağladığı düşünülmektedir. Araştırmacı, verilerin analizi sırasında kendi görüşlerini ve ön yargılarını uzak tutmaya özen göstermiştir. Görüş ve düşüncelerini, veri analizi sonrası elde edilen bulguları yorumlama kısmında ele almıştır.

BÖLÜM IV

BULGULAR

Üç ortaokul matematik öğretmenin, 7. sınıf birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna ilişkin UAB'lerinin incelenmesine yönelik yürütülen çalışmalar neticesinde araştırmanın bulguları elde edilmiştir. Araştırmanın bulguları, ÖDBT'den elde edilen bulgular, gözlem verilerinden elde edilen bulgular ve UAB boyutlarının türlerine ilişkin elde edilen bulgular olmak üzere üç bölümden oluşmaktadır.

ÖDBT'den elde edilen bulgular, UAB boyutlarının uygunluklarına göre kendi içinde açıklama, gerekçelendirme ve temsil boyutlarının her biri için üç alt başlıkta incelenmiştir.

Araştırmanın gözlem bulguları ise, UAB boyutlarının uygunluklarına göre kendi içinde açıklama, gerekçelendirme ve temsil boyutlarının her biri için yine üç alt başlıkta ele alınmıştır. Ayrıca, öğretmenlerin her bir boyuta ilişkin gözlem bulguları ayrı başlıklar halinde sunulurken okuyucuların bulguları daha iyi yorumlayabilmeleri sağlanmaya çalışılmıştır.

Öğretmenlerin UAB boyutlarının uygunluklarına ilişkin gerek ÖDBT'den gerekse gözlem verilerinden elde edilen bulgular ise türlerine göre tek bir başlık altında incelenmiştir.

4.1. ÖDBT'den Elde Edilen Bulgular

ÖDBT'de yer alan sorular araştırmanın veri setini oluşturmaktadır. ÖDBT, üç öğretmenin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna yönelik UAB boyutlarına ilişkin var olan bilgilerini incelemek amacıyla geliştirilmiştir. ÖDBT'de bulunan sorulara yönelik öğretmen cevaplarından elde edilen bulgular bu başlık altında sunulmaktadır.

Öğretmen yanıtlarının, uygunluklarına ilişkin ÖDBT bulguları, hazırlanan rubrikler aracılığıyla değerlendirilmiştir. Değerlendirmeler; UAB'nin üç alt boyutu-açıklamalar, gerekçelendirmeler ve temsiller- için ayrı ayrı yapılmıştır. ÖDBT'de söz konusu üç boyuta ilişkin dörder soru bulunmaktadır. Boyutların her birine ilişkin elde edilen bulgular sırayla sunulmuştur.

4.1.1. Öğretmenlerin Gerekçelendirme Boyutuna Yönelik Bulguları

ÖDBT'nin gerekçelendirme boyutunda yer alan sorular öğretmenlerden, alternatif strateji ve çözümlerin matematiksel olarak uygun olup olmadığını analiz edebilmeyi ve bunların neden doğru veya neden yanlış olduğunu gerekçelendirebilmeyi beklemektedir.

Öğretmenlerin, gerekçelendirme boyutuna ait sorulara verdikleri cevaplar uygunlukları açısından, hazırlanan rubrik aracılığıyla değerlendirilmiştir. Gerekçelendirme boyutuna ilişkin, üç öğretmenden elde edilen bulgular Tablo 13'de görülmektedir.

Tablo 13

Öğretmenlerin Gerekçelendirme Boyutuna Ait Sorulara Verdiği Cevapların Uygunlukları Açısından Değerlendirilmesi

Öğretmen Kodları	Gerekçelendirme Boyutuna Ait Sorular	Düzeyler			
		0	1	2	3
		Yok	Uygun Değil	Uygun, Eksik	Uygun, Tam
Ö1	1. Soru			✓	
	2. Soru			✓	
	3. Soru			✓	
	4.soru 1.problem			✓	
	4.Soru 2.problem				✓
	4.Soru 3.problem		✓		
Ö2	1. Soru			✓	
	2. Soru			✓	
	3. Soru				✓
	4.soru 1.problem				✓

	4.Soru 2.problem				✓
	4.Soru 3.problem				✓
Ö3	1. Soru			✓	
	2. Soru				✓
	3. Soru			✓	
	4.soru 1.problem			✓	
	4.Soru 2.problem			✓	
	4.Soru 3.problem		✓		

Öğretmenlerin gerekçelendirme sorularına verdiği cevaplar incelendiğinde; Ö1'in ilk üç soruya doğru cevap verdiği görülmüştür. Ancak cevaplarının neden doğru olduğuna ilişkin net bir açıklamada bulunamamıştır. Son soruda yer alan üç problemde ilk soruyu doğru yanıtlamasına rağmen, yanıtının gerekçesini açıklamakta yetersiz kalmıştır. İkinci problemi doğru olarak yanıtladığı ve gerekli açıklamaları yapabilmektedir. Son problemi ise yanlış cevaplandırmıştır. Ö2, dört soruyu da doğru cevaplandırmıştır. Ancak, birinci ve ikinci soruda, cevaplarının neden doğru olduğuna dair gerekli açıklamalarda bulunamamıştır. Ö3 ise, sadece ikinci soruyu uygun ve eksiksiz bir şekilde cevaplandırabilmiştir. Soruların çoğunu doğru cevaplandırmasına rağmen gerekçelerini yeterince yazamamıştır. Dördüncü sorunun son problemini ise hatalı yanıtlamıştır.

Öğretmenlerin gerekçelendirme sorularına verdikleri yanıtlar genel olarak değerlendirildiğinde, soruları doğru cevaplayabildikleri ancak yanıtlarının gerekçelerini açıklamakta yetersiz kaldıkları görülmektedir.

Gerekçelendirme boyutuna ait dört soru için öğretmenlerin vermiş oldukları yanıtlar ve yanıtların derinlemesine analizini yapabilmek için öğretmenlerle gerçekleştirilen görüşmelere ilişkin alıntılar detaylı olarak ele alınmıştır.

Gerekçelendirme sorularının ilki, "Eşitliğin korunumu ilkesini anlar." kazanımına yöneliktir. Soru şekil 8'de verilmiştir.

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözme üzerine bir ders esnasında Burcu Öğretmen, öğrencilerinden $34+5n = 9+6n$ denklemini çözmelerini ister. Öğrencilerin yazdıklarına bakarken Elif ve Eylül isimli iki öğrencinin denklemin çözümü üzerine tartıştıklarını fark eder. Yanlarına gidince Elif kendisine dönerek, “Öğretmenim, ikimizin de cevapları aynı ama Eylül farklı çözmüş. Benim yaptığım gibi olmayacak mı?” diye sorar.

Elif’in Çözümü

$$\begin{aligned} 34+5n &= 9+6n \\ 25+5n &= 6n \\ 25 &= n \end{aligned}$$

Eylül’ün Çözümü

$$\begin{aligned} 35+5n &= 9+6n \\ 34+5n & \\ - 9+6n & \\ \hline 25-n &= 0 \\ n &= 25 \end{aligned}$$

Elif’in savunduğu duruma göre, Eylül’ün denklem çözme stratejisinin her zaman kullanılabilir bir strateji olup olmadığını belirtiniz. (Uygun seçeneği işaretleyiniz ve gerekçenizi yazınız.)

Şekil 8. Gerekçelendirme Boyutuna İlişkin 1. Soru

Öğretmenlerin yukarıda görülen gerekçelendirme boyutunun ilk sorusuna ilişkin yanıtları Tablo 14’de görülmektedir.

Tablo 14

Gerekçelendirme Boyutunun 1. Sorusuna Verilen Yanıtlar

Öğretmen Kodları	Verilen Yanıtlar
Ö1	Birbirine eşit iki ifadenin farkı 0’a eşittir. Dolayısıyla her zaman kullanılabilir.
Ö2	Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerde, eşitliğin bir tarafını karşı tarafa geçirerek bir tarafı sıfırlayıp denklemin kökünü bulmak her zaman doğru cevabı veren bir stratejidir.
Ö3	Burada amaç bilinmeyi bulmaktır. Bilinmeyi bulmak için de X yalnız bırakılmalıdır. Bilinenler ve bilinmeyenler ayrı taraflara çekildiğinde x yalnız kalacak. Yalnız kalan X’in değeri aranan cevaptır. Strateji kullanılabilir.

Öğretmenlerin 1. Soruya ilişkin yanıtları değerlendirildiğinde cevaplarının gerekli yeterlilikte olmadığı görülmektedir. Üç öğretmende stratejinin her zaman kullanılabileceğini ifade etmiştir. Ancak stratejinin neden doğru olduğuna ilişkin verilen yanıtlar söz konusu problem durumunu tam olarak karşılamamaktadır. Ö1, “Birbirine eşit iki ifadenin farkı 0’a eşittir.” şeklinde genel bir açıklamada bulunmuştur. Ancak stratejinin denklem özelinde herhangi bir açıklamasını yapmamıştır. Ö2, problemdeki Eylül isimli öğrencinin denklem

çözüm adımlarını aynen tarif etmektedir. Yapılan işlem adımlarının doğru olduğunu bilmekte fakat neden doğru olduğuna bir açıklama sunamamaktadır. Ö3 kodlu öğretmen ise, denklem çözümünü yaparken sıkça kullanılan ters işlem metoduna yönelik bir açıklamada bulunmuştur. Açıklaması doğrudur ancak sorudaki durumu tam olarak açıklayamamaktadır. Sorudaki öğrencinin denklem çözüm adımları incelendiğinde, Ö3'ün açıkladığı gibi ilk olarak bilinenleri ve bilinmeyenleri ayrı tarafa çekmediği bunu son işlem adımında uyguladığı görülmektedir.

Problem durumunda verilen söz konusu stratejiye ilişkin öğretmenlerden beklenen, denklem çözümünde simetrik çözüm yönteminden yararlanıldığının açıklanmasıdır. Denklemin her iki tarafından $9+6n$ çıkarılarak $25-n=0$ denklemine ulaşılmıştır. Son adımda ise ters işlem metodundan yararlanılmıştır.

Gerekçelendirme sorularının ikincisi, “Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri tanırlar ve verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurar.” kazanımına yöneliktir. Soru şekil 9’da verilmiştir.

Ayşe Öğretmen öğrencilerinden ders kitabında bulunan 2 adet problemin her biri için karşısına uygun denklemi yazmalarını ister. Bir süre bekledikten sonra, Ömer isimli öğrencisi “İki soru birbirine benziyor ama denklemleri bence farklı” demiştir.

Problem 1: Oya, Okan ve Aslı’nın toplam 198 tane misketi vardır. Oya, Okan’ın misketlerinin 6 katı miskete sahipken, Aslı’da Okan’ın 2 katı miskete sahiptir. Her birinin kaç tane misketi olduğunu hesaplayınız.

Problem 2: Mert, Elif ve Sema’nın toplam 198 kuruşları vardır. Mert’in parası, Elif’in parasının 6 katı ve Sema’nın parasının 3 katı kadardır. Her birinin ne kadar parası olduğunu bulunuz.

Ömer’in açıklamasına ilişkin uygun seçeneği işaretleyiniz ve yapmış olduğu açıklamanın nedenine ilişkin gerekçenizi yazınız.

Şekil 9. Gerekçelendirme Boyutuna İlişkin 2. Soru

Öğretmenlerin yukarıda görülen gerekçelendirme boyutunun ikinci sorusuna ilişkin yanıtları Tablo 15’de görülmektedir.

Tablo 15

Gerekçelendirme Boyutunun 2. Sorusuna Verilen Yanıtlar

Öğretmen Kodları	Verilen Yanıtlar
Ö1	İkisinde de $6x$, x ve $2x$ arasında denklem kurulabilir. Öğrencinin açıklaması yanlıştır. Sayıların farklı olması öğrenciyi yanılgıya düşürmüştür.
Ö2	Oya: x , Okan: y , Aslı: z dersek $x=6y$ $z=2y$ yani $y=k$ dersek $x=6k$ ve $z=2k$ buradan $x=3z$ oluyor. Aynı şekilde; Mert: x , Elif: y , Sema: z dersek $x=6y$ ve $x=3z$ oluyor. Bu durumda, iki denklemde aynı çıkıyor. Öğrenci yanlış söylemiş. Bunun sebebi, sorularda verilen sayıların farklı olması olabilir. Bu da öğrenciyi iki denklem oluşturmaları gibi bir yanılgıya götürmüştür.
Ö3	Öğrencinin düşüncesi yanlıştır. İki sorunun denklemi aynı. Problemden, Mert'in parası, Elif'in parasının 6 katı ve Sema'nın parasının 3 katı kadardır söylemiş, öğrencinin Sema'nın parası için 3 kat yazmasına sebep olmuş olabilir. Öğrenci burada katlar arasındaki ilişkiyi göremiyor. Sayılar farklı olunca problemlerde farklı olacak gibi bir düşünce oluşuyor.

Öğretmenlerin 2. Soruya ilişkin yanıtları değerlendirildiğinde, Ö3 kodlu öğretmenin cevabı hariç diğer öğretmenlerin cevaplarının gerekli yeterlilikte olmadığı görülmektedir. Ö1, verilen problemler için yazılması gereken denklemlerin aynı olması gerektiğini belirtmiştir. Problemden sayıların farklı olması sebebiyle öğrencinin yanılgısını düşünmektedir. Ö2 kodlu öğretmen yine Ö1 gibi problemlerin aynı denklemlere sahip olması gerektiğinin dolayısıyla öğrencinin açıklamasının hatalı olduğunu farkındadır. Öğrencinin hatalı cevabına problemlerde verilen sayıların farklı olmasını sebep göstermiştir. Yaptığı açıklama kısmen doğrudur ancak yeterli değildir. Öğrencinin hatalı düşünmesinin sebebine ilişkin en net açıklama Ö3 kodlu öğretmen tarafından verilmiştir. Ö3 asıl problemin öğrencinin kat ilişkisini görememesinden kaynaklandığının farkındadır.

Gerekçelendirme sorularının üçüncüsü, “Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.” kazanımına yöneliktir. Soru şekil 10’da verilmiştir.

Doğa Öğretmen, tahtaya $-5x + 8 = 13x - 10$ denklemini yazmış ve öğrencilerinden bilinmeyi bulmalarını istemiştir. Öğrencilerinin yazdıklarına bakarken çeşitli stratejilerden yararlandıklarını fark etti. Aşağıdaki öğrenci çözümlerinin her biri için uygun seçeneği belirleyiniz ve gerekçenizi yazınız.

Melih'in Çözümü	$-5x + 8 - 13x + 10 = 13x - 10 - 13x + 10$ $-5x - 13x + 8 + 10 = 0$ $-18x + 18 - 18 = 0 - 18$ $\frac{x}{-18} \cdot \frac{-18x}{-18} = \frac{-18}{-18} \cdot \frac{x}{-18}$ $x = 1$
Ezgi'nin Çözümü	$-5x + 8 = 13x - 10$ $\begin{array}{r} -5x + 8 = 13x - 10 \\ +5x \quad +5x \\ \hline 8 = 18x - 10 \end{array}$ $\frac{8}{8} = \frac{18x}{8}$ $1 = x$
Ege'nin Çözümü	$\begin{array}{r} -5x + 8 = 13x - 10 \\ -13x \quad -13x \\ \hline -18x + 8 = -10 \end{array}$ $\frac{-18x}{-18} = \frac{-18}{-18}$ $x = 1$

Şekil 10. Gerekçelendirme Boyutuna İlişkin 3. Soru

Öğretmenlerin yukarıda görülen gerekçelendirme boyutunun üçüncü sorusuna ilişkin yanıtları Tablo 9'da görülmektedir.

Tablo 16

Gerekçelendirme Boyutunun 3. Sorusuna Verilen Yanıtlar

Öğretmen Kodları	Öğrenci Çözümleri	Öğrencilerin Denklem Çözüm Stratejileri	Öğretmenlerin Verdiği Yanıtlar
Ö1	Melih'in Çözümü	$-5x + 8 - 13x + 10 = 13x - 10 - 13x + 10$ $-5x - 13x + 8 + 10 = 0$ $-18x + 18 - 18 = 0 - 18$ $\frac{x}{-18} \cdot \frac{-18x}{-18} = \frac{-18}{-18} \cdot \frac{x}{-18}$ $x = 1$	Çözüm doğrudur. İşlem adımlarında herhangi bir hata bulunmamakta.
	Ezgi'nin Çözümü	$-5x + 8 = 13x - 10$ $\begin{array}{r} -5x + 8 = 13x - 10 \\ +5x \quad +5x \\ \hline 8 = 18x - 10 \end{array}$ $\frac{8}{8} = \frac{18x}{8}$ $1 = x$	Öğrencinin çözümü hatalı. Çünkü 13x den 10 u çıkarmış.

	Ege'nin Çözümü	$\begin{array}{r} -5x + 8 = 13x - 10 \\ -13x + 8 - 13x - 8 \\ \hline -18x = -18 \\ \frac{-18x}{-18} = \frac{-18}{-18} \\ x = 1 \end{array}$	Çözüm doğru. Ters işlemlerden yararlanılmış.
Ö2	Melih'in Çözümü	$\begin{array}{l} -5x + 8 - 13x + 10 = 13x - 10 - 13x + 10 \\ -5x - 13x + 8 + 10 = 0 \\ -18x + 18 - 18 = 0 - 18 \\ \frac{x}{-18} \cdot \frac{-18x}{-18} = \frac{-18}{-18} \cdot \frac{x}{-18} \\ x = 1 \end{array}$	İşlem doğru. Eşitliğin her iki tarafına aynı sayıyı ekleyip çıkarmak eşitliği bozmaz. Denge bozulmaz.
	Ezgi'nin Çözümü	$\begin{array}{l} -5x + 8 = 13x - 10 \\ -5x + 8 = 3x \\ + 5x \quad + 5x \\ \hline \frac{8}{8} = \frac{8x}{8} \\ 1 = x \end{array}$	Çözüm yanlış yapılmış. Eşitlikteki $13x - 10$ işlemini $3x$ olarak yazmış. Bir sonraki adımda eşitliğin her iki tarafına aynı işlemi doğru olarak yapabilmiş.
	Ege'nin Çözümü	$\begin{array}{r} -5x + 8 = 13x - 10 \\ -13x + 8 - 13x - 8 \\ \hline -18x = -18 \\ \frac{-18x}{-18} = \frac{-18}{-18} \\ x = 1 \end{array}$	Çözüm doğru. Eşitliğin her iki tarafına değişken ve sabit sayının zıt işaretlisi eklendiğinde eşitlik bozulmaz. Aslında bilinenler bir tarafa bilinmeyenler diğer tarafa alınmış.
Ö3	Melih'in Çözümü	$\begin{array}{l} -5x + 8 - 13x + 10 = 13x - 10 - 13x + 10 \\ -5x - 13x + 8 + 10 = 0 \\ -18x + 18 - 18 = 0 - 18 \\ \frac{x}{-18} \cdot \frac{-18x}{-18} = \frac{-18}{-18} \cdot \frac{x}{-18} \\ x = 1 \end{array}$	Çözüm doğru. Bilinenler bir tarafa bilinmeyenler diğer tarafa kuralına göre X değişkeni yalnız bırakılmış. Ve olması gereken değere ulaşılmıştır.
	Ezgi'nin Çözümü	$\begin{array}{l} -5x + 8 = 13x - 10 \\ -5x + 8 = 3x \\ + 5x \quad + 5x \\ \hline \frac{8}{8} = \frac{8x}{8} \\ 1 = x \end{array}$	Çözüm yanlış.
	Ege'nin Çözümü	$\begin{array}{r} -5x + 8 = 13x - 10 \\ -13x + 8 - 13x - 8 \\ \hline -18x = -18 \\ \frac{-18x}{-18} = \frac{-18}{-18} \\ x = 1 \end{array}$	Çözüm doğrudur.

Öğretmenlerin 3. Soruya ilişkin yanıtları genel olarak değerlendirildiğinde, Ö1'in açıklamalarının yeterli olmadığı, Ö2'nin açıklamalarının çözümleri tam olarak karşıladığı ve son olarak Ö3'ün açıklamalarının da eksik olduğu görülmüştür.

Ö1 kodlu öğretmen, Melih'in çözümünün doğru olduğunu belirtmiştir. Ancak neden doğru olduğuna ilişkin yeterli bir açıklama yapmamıştır. Çözümün doğru olduğunu işlem adımlarında hata olmamasıyla açıklamıştır. Öğretmenin söz konusu soruya ilişkin vermiş olduğu yanıtın yeterince açık olmadığı düşünülerek, kendisiyle gerçekleştirilen görüşmede yanıtını detaylı olarak açıklaması istenmiştir.

A:3. Soruya tekrar bakalım.

Ö1: Tekrar okuyayım. Tamam, evet hatırladım.

A: Melih'in çözümü için işlem adımları doğru demişsiniz.

Ö1: Evet. Tek tek inceledim. Herhangi bir hata yapmamış. Cevap 1 çıkmalıydı. Yani doğru çözmüş. Mesela Ezgi'de hata var.

A:Peki, öğrencinin kullandığı yöntem nedir?

Ö1: Ters işlem yapmış hocam. İşlem adımlarında da hata yok.

Ö1 kodlu öğretmenle yapılan görüşme incelendiğinde, çözümün kontrolü için denklem çözüm adımlarının doğru olmasına odaklandığı görülmüştür. Öğrencinin kullandığı yöntemin doğru bir yöntem olması sebebiyle sonucun doğru olduğuna dair herhangi bir açıklamada bulunmamıştır. Öğrencinin kullandığı yöntemin ne olduğu kendisine sorulduğunda, ters işlem metodu olduğunu belirtmiştir. Ancak, öğrencinin çözüm aşamasında nasıl bir yol izlediği uygun bir şekilde açıklanamamıştır. Burada öğretmenden beklenen, eşitliğin her iki tarafına aynı işlemlerin uygulanması sebebiyle dengenin bozulmadığından, bu sebeple de öğrencinin çözümünün doğru olduğundan bahsetmesidir. Ö1, Ezgi'nin çözümünün neden hatalı olduğunu ifade etmiştir. Ege'nin çözümünün ise doğru olduğunu ve ters işlem metodu kullanılarak çözümü gerçekleştirdiğini belirtmiştir. Ancak yine simetrik çözüm yönteminden bahsedilmemiştir.

Ö2 kodlu öğretmen, Melih'in denklem çözüm yöntemi için uygun açıklamayı yapabilmiştir. Eşitliğin her iki tarafına aynı işlemlerin yapılmasıyla dengenin bozulmadığını ifade etmiştir. Dolayısıyla öğrencinin simetrik çözüm yöntemini kullanması sebebiyle doğru bir çözüm yaptığının farkındadır. Açıklaması, öğrencinin çözüm metodunu karşılamaktadır.

Ö2, Ezgi'nin denklem çözüm adımlarını detaylı olarak ifade ederek, hangi adımda hata yapıldığını uygun bir şekilde açıklayabilmiştir. Benzer şekilde Ege'nin denklem çözümünü de doğru bir şekilde açıklayabilmiştir. Ege'nin eşitliğin her iki tarafına aynı işlemleri yapmasıyla doğru sonuca ulaştığını belirtmiştir. Görüşme sırasında Ö2 ve araştırmacı arasında aşağıdaki diyalog yaşanmıştır.

A: 3. Soruda Ege'nin çözümü için yaptığınız açıklamaya tekrar bakalım.

Ö2: Tamam hocam. Yazdığımı bakabilir miyim?

A: Tabii ki.

Ö2: Evet tamam hocam. Aslında ilk bakışta anlamamıştım yaptığı şeyi. İkinci kez bakınca bildiğimiz bilinenler bir tarafa bilinmeyenler bir tarafa uygun olarak alınıp yapılmış.

A: Bir de “Eşitliğin her iki tarafına değişken ve sabit sayının zıt işaretlisi eklendiğinde eşitlik bozulmaz.” demişsiniz.

Ö2: Aynen hocam. Öğrenci eşitliğin iki yanına da aslında aynı işlemi yapmış, denge korunmuş. Yani doğru bir şey yapmış. İşlem de hata da yok. İşte ikinci kez bakınca aslında burada hep anlattığımız bilinenler bir tarafa bilinmeyenler bir tarafa kuralını uyguladığını fark ettim. Zaten bu kuralda, eşitliğin bozulmaması için yaptığımız işte iki tarafa aynı işlemi yapmakla aynı. Tabi, ters çevirip hemen yapmak biraz daha hızlı oluyor.

Yukarıdaki diyalog da görüldüğü üzere, öğretmen ters işlem metodunun simetrik çözüm yönteminden geldiğinin farkındadır. Dolayısıyla, ters işlem metodunun simetrik çözüm yönteminin kısa bir yolu olduğunun bilincindedir.

Ö3 kodlu öğretmen ise, Melih'in çözümünün doğru olduğunun farkındadır. Ancak, Melih'in denklemi çözerken kullandığı yöntemi uygun bir şekilde açıklayamamıştır. Gerekçe olarak yazdığı, “Bilinenler bir tarafa bilinmeyenler diğer tarafa kuralına göre X değişkeni yalnız bırakılmış.” şeklindeki açıklaması öğrencinin çözüm sırasında yaptıklarını tam olarak karşılamamaktadır. Öğrenci eşitliğin her iki tarafına aynı işlemleri yaparak, işlem adımlarını tamamlamıştır. Görüşme sırasında Ö3 ve araştırmacı arasında aşağıdaki diyalog yaşanmıştır.

A: 3 soruda yazmış olduğunuz açıklamalara bakalım. Siz de verdiğim boş teste bakın isterseniz.

Ö3: Evet düşündürdü baya.

A: Melih'in çözümü için "Bilenler bir tarafa bilinmeyenler diğer tarafa kuralına göre X değişkeni yalnız bırakılmış." şeklinde açıklama yapmışsınız.

Ö3: Hocam bir dakika. Tamam hatırladım. $13x$ ve -10 'u diğer tarafa almış. Hum, devamında $+18$ diğer tarafa -18 olarak alınmış. İki tarafı aynı sayıya bölmüş evet sonuç doğru.

A: Peki, Melih'in ilk işlem adımına bakalım. $13x$ ve -10 eşitliğin diğer tarafına alınmış demiştiniz.

Ö3: Yani evet. Aslında şöyle de söylenebilir. $13x$ ve -10 eşitliğin diğer tarafına işaret değiştirerek geçiriliyor ama diğer tarafta da aynı şey yapılıyor.

A: Nasıl yani? Tam anlayamadım.

Ö3: Yani. İki tarafa da aynı işlem yapılıyor. Zaten ikinci adım da o yüzden sıfır çıkıyor. Ama bunları alıp karşıya geçirince de sıfır kalacak. O yüzden ters işlem kullandığını söyleyebiliriz.

A: İki tarafa aynı işlemi yapmak bir nevi ters işlem yöntemimi yani?

Ö3: Evet. Zaten denge bozulmuyor. Eşitliğin iki tarafına aynı şeyi yapmak yerine alıp ters işaretli olarak geçiriyoruz.

Yukarıdaki diyalog incelendiği zaman öğretmenin, Melih'in iki tarafa aynı işlemleri yaparak sonuca ulaştığının farkında olduğu görülmektedir. Ters işlem yöntemiyle eşitliğin her iki tarafına aynı işlemleri yapma yöntemlerinin her ikisinin de aynı sonuca götüreceğinin farkındadır. Öğretmenin, "Eşitliğin iki tarafına aynı şeyi yapmak yerine alıp ters işaretli olarak geçiriyoruz." söyleminden ters işlem metodunu kısa yol olarak gördüğü anlaşılmaktadır. Ö3, her ne kadar testte yeterli açıklamayı yapmamış olsa da görüşme sonucunda yeterli bilgiye sahip olduğu görülmüştür. Ancak, öğrencinin işlem adımlarını birebir açıklamakta eksik kalmıştır. Ezgi ve Ege'nin çözümleri için ise sadece "yanlış" ve "doğru" yazmış olup, cevabının gerekçesine ilişkin herhangi bir açıklamada bulunmamıştır. Kendisiyle gerçekleştirilen görüşme esnasında, Ezgi'nin hangi adımda hata yaptığını uygun

bir şekilde açıklayabilmiştir. Ancak, Ege'nin çözümünü ilk bakışta anlayamadığını bir süre düşündükten sonra bilinenleri bir tarafa bilinmeyenleri diğer tarafa alıp çözüme gitmiş olduğunu fark ettiğini belirtmiştir. Ö3 kodlu öğretmenle gerçekleştirilen görüşmeler sonucu öğretmenin cevapları hakkındaki düşüncelerine ulaşılabilmiştir. Bu sebeple cevapları uygun, eksik kategorisinde değerlendirilmiştir.

Gerekçelendirme sorularının dördüncüsü, “Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer.” kazanımına yöneliktir. Soru şekil 11’de verilmiştir.

Mehmet Öğretmen, öğrencilerinden $2x+3=768$ denklemiyle ifade edilebilecek birer problem yazmalarını ister. Öğrencilerin yazdıkları problemlerin her biri için uygun seçeneği belirleyiniz ve gerekçenizi yazınız.

<u>Problem 1</u>	Hakan sattığı her bir dergi için 2 lira kazanmaktadır. Ayrıca her satıştan 3 lira da bahşiş almaktadır. Hakan satışlardan 768 lira kazandığına göre, kaç dergi sattığını bulunuz.
<u>Problem 2</u>	Ayşe ve arkadaşlarının başlangıçta 3 tane doğum günü kartı vardır. Kartlarının sayısını arttırmak için yeni kartlar yapmaya karar verirler. Her ay, bir önceki ay yaptıklarının iki katı kadar kart yaparlar. X. ayın sonunda 768 tane kart yaptıklarına göre X kaçtır?
<u>Problem 3</u>	Samet, denklem çözmeyi öğrendiği ilk gün 3 tane problem çözmüştür. Her gün 2 tane problem daha çözmektedir. Samet X günün sonunda 768 problem çözmüş olacağına göre X kaçtır?

Şekil 11. Gerekçelendirme Boyutuna İlişkin 4. Soru

Öğretmenlerin yukarıda görülen gerekçelendirme boyutunun dördüncü sorusuna ilişkin yanıtları Tablo 17’de görülmektedir.

Tablo 17

Gerekçelendirme Boyutunun 4. Sorusuna Verilen Yanıtlar

Öğretmen Kodları	Problemler	Öğretmenlerin Verdiği Yanıtlar
Ö1	Hakan sattığı her bir dergi için 2 lira kazanmaktadır. Ayrıca her satıştan 3 lira da bahşiş almaktadır. Hakan satışlardan 765 lira kazandığına göre, kaç dergi sattığını bulunuz.	$2X+3=765$ denklemiyle ifade edilemez. $5X=765$ olmalıdır.
	Ayşe'nin başlangıçta 3 tane doğum günü kartı vardır. Her hafta 2 kart daha ekleyerek koleksiyon yapmaktadır. Ayşe'nin X haftanın sonunda 765 kartı olacağına göre X kaçtır?	$3+2+2+2+2+2+...+2=765$ olduğundan X tane 2 dersek; $3+2x=765$ denklemi kullanılır.
	Samet, denklem çözmeyi öğrendiği ilk gün 3 tane problem çözmüştür. Her gün 2 tane problem daha çözmektedir. Samet X günün sonunda 765 problem çözmüş olacağına göre X kaçtır?	X gün sayısı olmak üzere ilk gün 3 tane çözmüşse 3'ü ekleriz. Her gün 2 tane daha çözüyorsa $2x$ alırsak $2X+3=765$ denklemi kurulur.
Ö2	Hakan sattığı her bir dergi için 2 lira kazanmaktadır. Ayrıca her satıştan 3 lira da bahşiş almaktadır. Hakan satışlardan 765 lira kazandığına göre, kaç dergi sattığını bulunuz.	$2X+3X=765$ olmalı. Eğer $2X+3$ demek, her satıştan 3 TL bahşiş almak değil, toplamda sadece bir defa 3TL almaktır.
	Ayşe'nin başlangıçta 3 tane doğum günü kartı vardır. Her hafta 2 kart daha ekleyerek koleksiyon yapmaktadır. Ayşe'nin X haftanın sonunda 765 kartı olacağına göre X kaçtır?	Her hafta sabit olarak 2 kart eklediği için $2X$ ile gösterebiliriz. En başta 3 tane olduğunu da düşünürsek $2X+3=765$ denklemi ile ifade ederiz.
	Samet, denklem çözmeyi öğrendiği ilk gün 3 tane problem çözmüştür. Her gün 2 tane problem daha çözmektedir. Samet X günün sonunda 765 problem çözmüş olacağına göre X kaçtır?	1. Gün 3 2. Gün 2 3. Gün 2 Bu şekilde devam eder. O zaman denklem, $3+2.(X-1)=765$ olmalı. İlk gün demeseydi $2X+3=765$ şeklinde olurdu.
Ö3	Hakan sattığı her bir dergi için 2 lira kazanmaktadır. Ayrıca her satıştan 3 lira da bahşiş almaktadır. Hakan satışlardan 765 lira kazandığına göre, kaç dergi sattığını bulunuz.	$5X=765$ olur. $2X+3=765$ denklemiyle ifade edilmez.
	Ayşe'nin başlangıçta 3 tane doğum günü kartı vardır. Her hafta 2 kart daha ekleyerek koleksiyon yapmaktadır. Ayşe'nin X haftanın sonunda 765 kartı olacağına göre X kaçtır?	Başlangıçta 3 tane olduğu için $2X+3=765$ denklemiyle ifade edilebilir.
	Samet, denklem çözmeyi öğrendiği ilk gün 3 tane problem çözmüştür. Her gün 2 tane problem daha çözmektedir. Samet X günün sonunda 765 problem çözmüş olacağına göre X kaçtır?	$3+2X=765$ denklemiyle ifade edilir.

Tablo 17 genel olarak değerlendirildiğinde, öğretmenlerin 1. ve 2. problemleri doğru yanıtlayabildikleri ancak Ö2 kodlu öğretmen hariç diğer öğretmenlerin 3. problemi doğru cevaplayamadıkları görülmüştür.

Ö1 kodlu öğretmen, 1. problem için her ne kadar doğru denklemi yazmış olsa da problemin niçin yazmış olduğu denklemle ifade edilebileceğine dair herhangi bir açıklamada bulunmamıştır. İkinci problemi uygun denklemle ifade edebilmiş ve yeterli bir şekilde gerekçelendirmiştir. Üçüncü problemde ise $2X+3=765$ denkleminin problemi karşıladığını belirtmiştir. Ancak, söz konusu problem durumu verilen denklemle ifade edilememektedir. Dolayısıyla hem cevap hem de cevaba ilişkin açıklamalar hatalıdır.

Ö2, üç problemi doğru bir şekilde yanıtlayabilmiştir. Ayrıca vermiş olduğu yanıtları uygun ve yeterli bir şekilde gerekçelendirebilmiştir.

Ö3 kodlu öğretmen ise, birinci probleme ilişkin doğru denklemi yazmış olmasına rağmen, cevabının gerekçesini açıklamamıştır. Aynı durum ikinci problem için de geçerlidir. Probleme ilişkin denkleminin $2X+3=765$ olduğunu belirtmiş olmasına rağmen yeterli açıklamada bulunmamıştır. Üçüncü problemde ise problemin $2X+3=765$ denklemiyle ifade edilebileceğini belirtmiştir. Ancak, söz konusu denklem verilen problemi ifade etmemektedir. Dolayısıyla yanıt hatalıdır.

1.ve 2. problemlere ilişkin denklemler – gerekçeleri eksik ya da hiç yazılmamış olsa da- Ö1 ve Ö3 kodlu öğretmenler tarafından doğru yanıtlanmıştır. Ancak, her iki öğretmen de üçüncü problemin denklemini uygun bir şekilde ifade edememiştir. $2X+3=765$ denkleminin problemi karşıladığı belirtilmiştir. Dolayısıyla söz konusu problem için öğretmenlerle görüşme yapılmıştır. Ö3 kodlu öğretmen ve araştırmacı arasında gerçekleşen diyalog aşağıda verilmiştir.

A: 4. Soruya verdiğin yanıtlara bakabilir miyiz?

Ö3: Bakalım hocam. Soruyu inceleyeyim.

A: Cevaplarına buradan bakabilirsin. Açıklama yapmamışsın. İlk problemden başlayalım istersen.

Ö3: Sattığı her dergi için 2 lira kazanıyormuş o zaman bunu $2x$ ile gösteririz. Bir de her dergiden 3 TL bahşiş durumu var. O da $3x$ ile ifade edilir. Bir kerelik olsaydı $2x+3=765$ derdik ama bu şekilde $5x=765$ olur.

A: *Tamam. Diğer problemi inceleyelim.*

Ö3: *Ayşe'nin başlangıçta 3 kartı varmış zaten. Sonra sürekli iki kart ekliyor. O zaman $2x+3=765$ denklemiyle ifade edilebilir.*

A: *Son olarak üçüncü problemi konuşalım.*

Ö3: *3 problem çözerek başlamış. Sonraki günlerde her gün 2 problem çözüyorsa $2x+3=765$ denkleminde uygun oluyor hocam.*

Ö3 kodlu öğretmenin son problem için yapmış olduğu açıklama değerlendirildiğinde, 3 değerini problemin sabit sayısı olarak düşündüğü söylenebilir. Çözülen 3 problemi, günlere göre değişkenlik gösteren $2x$ değeri ile toplamıştır. Burada, problemde yer alan x günün sonunda ifadesini göz önünde bulundurmadağı söylenebilir. İlk günün sonunda zaten öğrenci 3 problemi çözmüştür. Dolayısıyla 1 gün tamamlanmıştır. Toplam gün sayısı X olduğuna göre, öğrencinin 2 problem çözerek geçirdiği gün sayısı $X-1$ olur. Bu durumda problemin denklemi $3+2.(X-1)=765$ şeklinde olmalıdır.

4.1.2. Öğretmenlerin Açıklama Boyutuna Yönelik Bulguları

ÖDBT'nin açıklama boyutunda yer alan sorular öğretmenlerden, genel kurallar veya algoritmaların altında yatan anlamı açıklamayı ve sorulara uygun matematiksel açıklamalar yapabilmeyi beklemektedir.

Öğretmenlerin, açıklama boyutuna ait sorulara verdikleri cevaplar uygunlukları açısından, hazırlanan rubrik aracılığıyla değerlendirilmiştir. Açıklama boyutuna ilişkin, üç öğretmenden elde edilen bulgular Tablo 18'de görülmektedir.

Tablo 18

Öğretmenlerin Açıklama Boyutuna Ait Sorulara Verdiği Cevapların Uygunlukları Açısından Değerlendirilmesi

Öğretmen Kodları	Açıklama Boyutuna Ait Sorular	Düzeyler			
		0	1	2	3
		Yok	Uygun Değil	Uygun, Eksik	Uygun, Tam
Ö1	1. Soru			✓	
	2. Soru			✓	
	3. Soru			✓	
	4. Soru		✓		
Ö2	1. Soru				✓
	2. Soru				✓
	3. Soru		✓		
	4. Soru				✓
Ö3	1. Soru		✓		
	2. Soru			✓	
	3. Soru			✓	
	4. Soru			✓	

Öğretmenlerin açıklama boyutuna ait sorulara verdiği cevaplar genel olarak incelendiğinde; Ö1'in cevaplarının uygun olduğu ancak verilen durumu tam olarak açıklayamadığı görülmüştür. Açıklamalarında eksik ifadeler bulunmaktadır. Ö2, üçüncü soru hariç diğer soruların tamamını uygun ve eksiksiz bir şekilde açıklayabilmiştir. Ö3 ise, birinci

soruyu uygun bir şekilde cevaplandıramamıştır. Yapmış olduğu açıklama, verilen durumu açıklayamamaktadır. Diğer üç soruda ise açıklamaları yeterli değildir. Eksik ifadeler bulunmaktadır.

Açıklama boyutuna ait dört soru için öğretmenlerin vermiş oldukları yanıtların her biri detaylı olarak incelenmiştir. Ayrıca, yanıtların derinlemesine analizini yapabilmek için öğretmenlerle gerçekleştirilen görüşmelere ilişkin alıntılardan da yararlanılmıştır.

Açıklama sorularının ilki, “Eşitliğin korunumu ilkesini anlar.” kazanımına yöneliktir. Soru şekil 12’de verilmiştir.

Reyhan Öğretmen, tahtaya yazdığı $107=4x-13$ denkleminin çözümünü aşağıdaki gibi yapmıştır.

$$107+13=4x$$

$$120=4x$$

$$30=x$$

Çözümü tamamlamasının ardından Ayaz isimli öğrenci parmak kaldırır ve “ Öğretmenim, ben -13’ü neden karşıya geçirdiğimizi anlamadım. -13 diğer tarafa geçirilince eşitlik bozulmuyor mu? şeklinde soru sorar.

Ayaz’ın böyle bir soru sormasının sebebi sizce ne olabilir? Sizce Reyhan Öğretmen, öğrencisi Ayaz’a eşitliğin bozulup bozulmadığını nasıl açıklamalıdır?

Şekil 12. Açıklama Boyutuna İlişkin 1. Soru

Öğretmenlerin yukarıda görülen açıklama boyutunun birinci sorusuna ilişkin yanıtları Tablo 19’da görülmektedir.

Tablo 19

Açıklama Boyutunun 1. Sorusuna Verilen Yanıtlar

Öğretmen Kodları	Verilen Yanıtlar
Ö1	Bir tarafta – olan bir sayının diğer tarafta + olması soyut bir mantıktır. Bu yüzden öğrencinin sorması normal. Öğretmenin, -13’ü karşıya geçiriyoruz. Çünkü $4x$ ’den 13 çıkarınca 107’ye eşitmiş. O zaman tam tersini düşünsek 107’ye 13 ekleysek, sence değişen bir şey olur mu? eşitlik aynen korunuyor.” Şeklinde açıklama yapması daha anlaşılır olacaktır.
Ö2	Aslında Ayaz denklem çözümünü çok iyi anlamamış bence. Öğretmenin denklemleri dersinde nasıl anlattığı çok önemli aslında. Bence öğretmen şu şekilde bir açıklama yapmalıdır: “Hatırlarsanız terazide kefelerin her iki tarafına aynı miktarı eklediğimizde ya da çıkardığımızda denge bozulmamıştı. Aynı manavlardaki teraziler gibi bir kefeye 1 kilo mandalina koyarsak eşitliğin bozulmaması için diğer kefeye de bir kilo mandalina koymalıyız. Buradan yola çıksak, her iki tarafa +13 ekleyelim bakın $4x$ yalnız kaldı. Yani aslında her iki tarafa aynı şeyi ekleyip çıkarıyoruz denge bozulmuyor. Ama ben size her seferinde bunu yapmak yerine kısaca -13’ü diğer tarafa geçirin yani ters işlem yöntemini uygulayın diyorum. Bu yüzden bir tarafı bildiğimiz rakamlardan oluşturmalıyız. Böylelikle bilinmeyen taraf bilinen tarafa eşit olsun.”
Ö3	Konuyu anlamamış olabilir. Öğretmen “ $4x-13$ olan tarafta değişkeni olmayan yani sabit sayı fazlalıktır. Onu diğer taraftaki sayı ile toplayıp $4x$ ’i fazlalıktan kurtarırsak eşitlik bozulmaz.” açıklamasını yapabilir.

Öğretmenlerin Tablo 19’da verilen açıklamaları değerlendirildiğinde, Ö1’in yapmış olduğu açıklamanın gerekli yeterlilikte olmadığı, soruda verilen durumu tam olarak karşılamadığı görülmektedir. Ö1, ters işlem yönteminin dengeyi bozmadığına vurgu yapmaktadır. Ancak, -13’ün niçin eşitliğin diğer tarafına geçirildiğini açıkça ifade edememiştir. Ö2 ise soruda verilen duruma ilişkin detaylı bir açıklama yapmıştır. Açıklaması uygun ve gerekli yeterliliktedir. Verilen durum, terazi modeli örnek gösterilerek açıklanmış ve denklem çözümünün özelliklerine dayanılarak net olarak ifade edilmiştir. Denklemin dengesinin bozulmadığı simetrik çözüm yönteminden yararlanılarak açıklanmıştır. Ayrıca simetrik çözüm yönteminin terazi modeli üzerinde yapılan işlemle bağlantısı vurgulanmıştır.

Soru çözümünde kullanılan ters işlem metodunun simetrik çözüm yönteminin kısa yolu olarak düşünülebileceği ifade edilmiştir. Ö3'ün yapmış olduğu açıklama soruda istenen duruma açıklık getirememektedir. Bilinen ve bilinmeyen ifadelerin eşitliğin farklı taraflarında olması gerektiğine vurgu yapmaktadır. Ancak, öğrencinin sorduğu durumun nedenini açıklanmamaktadır. Dolayısıyla, yapılan açıklama soruya uygun değildir.

Açıklama sorularının ikincisi, “Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri tanırlar ve verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurar.” kazanımına yöneliktir. Soru şekil 13’de verilmiştir.

Aysen Öğretmen tahtaya aşağıdaki soruyu yazar.

Bir sınıftaki kızların sayısı, erkeklerin sayısının 3 katıdır. Sınıftaki kızların sayısı “K” ve erkeklerin sayısı “E” ile temsil edildiğine göre, sınıftaki kız öğrenci sayısı ile erkek öğrenci sayısının ilişkisini gösteren denklemi yazınız.

Aysen Öğretmen bir süre bekledikten sonra öğrencisi Mert’in açıklama yapmasına izin verir.

Mert: Cevap $E=3K$ öğretmenim. Çünkü kızlar 3 kat ise K harfinin başına 3 getirilir. Erkekler zaten 1 kat olduğu için sadece E yazılır.

Mert’in cevabı hakkında ne düşünüyorsunuz? Sizce, Aysen Öğretmen, Mert’e nasıl bir açıklama yapmalıdır?

Şekil 13. Açıklama Boyutuna İlişkin 2. Soru

Öğretmenlerin yukarıda verilen açıklama boyutunun ikinci sorusuna ilişkin yanıtları Tablo 20’de görülmektedir.

Tablo 20

Açıklama Boyutunun 2. Sorusuna Verilen Yanıtlar

Öğretmen Kodları	Verilen Yanıtlar
Ö1	Açıklama yanlıştır. Çünkü kızların sayısı erkeklerin sayısının 3 katıdır. $K=3E$ yazılmalıdır. Öğretmen, öğrencinin yanlış düşündüğünü harflere değer vererek gösterebilir.
Ö2	Mert'in düşüncesi yanlıştır. $K=3E$ olmalıdır. Kızlar erkeklerin 3 katı diye, Mert K'nın önüne 3 getirmiş olabilir. Öğretmen önce değer vererek anlatıp sonra bilinmeyen kullanabilir. Kızlar, erkeklerin 3 katıdır. Erkekler 10 kişi dersek, kızlar 30 oluyor. Yani kızlar 3 katı çıkıyor. Öğrenciye buradaki kat ilişkisini açıklamak lazım. Mesela $E=x$ ve $K=3x$ diye yazıp öncelikle aradaki ilişkiyi fark ettirmek gerekli. Sonra bu iki denklemin yani E ve K harflerini aradaki ilişkiyi belirtecek şekilde bir araya getirmeleri istenir. $E=x$ olduğuna göre, $K=3E$ şeklinde yazabileceği söylenir ve ilişki tekrarlanır.
Ö3	Yanlış düşündüğü söylenmeli. Çünkü $E=3K$ ifadesinde erkeklerin kızların 3 katına eşit olması söz konusudur. Ama kızların sayısının erkeklerin sayısının 3 katı yani $K=3E$ olduğu, değer verilerek anlatılabilir. 5 erkek varsa, $K=3 \cdot 5 = 15$ şeklinde örnek verilebilir.

Açıklama boyutunun ikinci sorusu için, öğretmenlerin vermiş oldukları yanıtlar Tablo 20'de görülmektedir. Ö1 ve Ö3 kodlu öğretmenlerin yapmış oldukları açıklamalar oldukça yakındır. Söz konusu açıklamalar, soruda verilen duruma uygundur. Ancak, gerekli yeterlilikte değildirler. Her iki öğretmende verilen durumun, denklemdeki “E” ve “K” bilinmeyenlerine değer verilerek açıklanabileceğini belirtmiştir. Ancak, öğrencinin hatalı cevap vermesine neden olan düşüncesine ilişkin herhangi bir açıklamada bulunmamışlardır. Ö2 kodlu öğretmenin yapmış olduğu açıklama verilen duruma uygun olup aynı zamanda gerekli yeterliliktedir. Öğrencinin yapmış olduğu hatanın sebebine ilişkin açıklamalar mevcuttur. Ö2'nin, “Kızlar erkeklerin 3 katı diye, Mert K'nın önüne 3 getirmiş olabilir. Öğrenciye buradaki kat ilişkisini açıklamak lazım. Mesela $E=x$ ve $K=3x$ diye yazıp öncelikle aradaki ilişkiyi fark ettirmek gerekli.” şeklindeki açıklamaları, öğrencinin bilinmeyenleri tanımlamada problem yaşadığının farkında olduğunu göstermektedir. Yapılan hata basit bir işlem hatasından ziyade değişkenleri tanımlama ile ilgili bir kavram yanlışlığından kaynaklanıyor olabilir.

Yapılan hatanın bir diğer sebebi olarak, eşitlik işaretinin göz ardı edilmesi gösterilebilir. Öğrencinin eşitlik işaretine ilişkin var olan yanlış anlamaları ve kavrayışları hatalı denklem kurmasında etkili olabilir. Ancak, öğretmenlerin hiçbiri bu yönde bir açıklamada bulunmamıştır.

Açıklama sorularının üçüncüsü, “Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.” kazanımına yöneliktir. Soru şekil 14’de verilmiştir.

Yusuf Öğretmen’in öğrencileri aşağıdaki denklemi çözmeye çalışıyordu.

$$4.(x-3)=2.(x-3)$$

Kağan, her iki tarafı 2’ye bölerek şunu elde etmeyi önerdi:

$$2.(x-3)=x-3$$

Sonra her iki tarafı $x-3$ ’e bölmeyi önerdi ama Seda cevap olarak “Her iki tarafı $x-3$ ’e bölemezsin” dedi. Buna cevap olarak Kağan sordu: “Eğer her iki tarafı 2’ye bölebiliyorsan neden $x-3$ ’e bölemiyorsun?”

Sizce Yusuf Öğretmen, Kağan’ın savunduğu duruma ilişkin nasıl bir açıklama yapmalıdır?

Şekil 14. Açıklama Boyutuna İlişkin 3. Soru

Öğretmenlerin yukarıda görülen açıklama boyutunun üçüncü sorusuna ilişkin yanıtları Tablo 21’de verilmiştir.

Tablo 21

Açıklama Boyutunun 3. Sorusuna Verilen Yanıtlar

Öğretmen Kodları	Verilen Yanıtlar
Ö1	Her iki tarafı $x-3$ 'e bölmek matematiksel olarak yanlış değildir. Yapılabilir. Ancak, $x-3$ 'e bölündüğünde bilinmeyen ortadan kalkacağı için denklem tanımını ortadan kalkar.
Ö2	Denklem çözerken eşitliğin her iki tarafına aynı sayıyı ekleyip çıkarmak eşitliği değiştirmediği gibi eşitliğin her iki tarafını aynı sayı ile çarpıp bölmekte eşitliği bozmaz.
Ö3	Her iki tarafı $x-3$ 'e bölersek $2=1$ ifadesi olur. Bu da eşitliğe aykırıdır. Yani denklemde bilinmeyen yani değişken yok olmuştur. Hâlbuki biz bilinmeyen arıyoruz.

Üç öğretmenin Tablo 21'de verilen yanıtları genel olarak değerlendirildiğinde, Ö1 ve Ö3 kodlu öğretmenlerin açıklamalarının uygun ancak gerekli yeterlilikte olmadığı görülmektedir. Ö2'nin açıklaması ise verilen duruma uygun değildir.

Ö1 ve Ö3'ün açıklamaları incelendiğinde, eşitliğin her iki tarafının $x-3$ 'e bölünmesinin matematiksel olarak yanlış olmadığını ancak verilen denklem özelinde bu şekilde bir işlem yapmanın eşitliği bozacağının farkında oldukları görülmektedir. Fakat her iki öğretmende, eşitliği $x-3$ 'e bölünce paydayı 0 yapan 3 değerinin çözüm kümesine alınamayacağından bahsetmemiştir. X yerine 3 yazıldığında ise $0=0$ olacağından denklem sağlanır. Dolayısıyla, $x-3$ 'e bölmek uygun olmayacaktır. Öğretmenlerden beklenen bu duruma da açıklamalarında yer vermeleriydi. Söz konusu sebepten dolayı, yanıtları uygun, tam kategorisi altında değerlendirilmemiştir.

Ö2'nin yapmış olduğu açıklama matematiksel olarak doğru olmakla birlikte söz konusu problem özelinde değerlendirildiğinde hatalı bir açıklamadır. Ö2, eşitliğin her iki tarafının aynı sayı ile bölünmesiyle eşitlik durumunun bozulmayacağından bahsetmiştir. Ancak problem durumunda, her iki tarafın $x-3$ 'e bölünmesi eşitliğin korunumunu sağlamayacaktır. Bu duruma ilişkin Ö2 ve araştırmacı arasında gerçekleşen diyalog aşağıda verilmiştir.

A: 7. Soruya tekrar bakabilir misin?

Ö2: Tamam. Evet, pek bir şey yazamadım. Aslında $x-3$ 'e de bölünebilir diye düşündüm.

A: Peki, $x-3$ 'e böldüğümüzde nasıl bir sonuç çıkıyor?

Ö2: Her iki taraftan $x-3$ 'ü gönderirsek $2=1$ olur. Bu durumda denklem olmaz zaten. Aslında öğrencilere her iki tarafı aynı sayıyla bölmek eşitliği bozmaz diyoruz ama deneyip bozulup bozulmadığını incelemeleri gerektiği söylenmeli.

Yukarıda verilen diyalog incelendiğinde, Ö2'nin eşitliğin her iki tarafını aynı sayıya bölmekle içerisinde bilinmeyen bulunan bir ifadeye bölmeyi aynı durumlar olarak değerlendirdiği anlaşılmaktadır. Oysaki içerisinde bilinmeyen bulunan bir ifadenin, paydayı sıfır yapan değerinin denklem özelinde değerlendirilmesi gerektiğini gözden kaçırmaktadır. Öğretmenin kurala son derece bağlı olması, soruyu detaylı olarak değerlendirmesini engellemektedir.

Açıklama sorularının dördüncüsü, “birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer.” kazanımına yöneliktir. Soru şekil 15’de verilmiştir.

Onur Öğretmen, tahtaya 2 tane 1. Dereceden 1 bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problem yazar.

Problem 1: Ceren'in X TL'si vardır. Parasının 3 TL fazlasının 5 katı 50 TL'ye eşittir. Buna göre “ X ” kaçtır?

Problem 2: Yeliz “ Y ” yaşındadır. Yaşının 3 fazlasının 5 katı babasının yaşına eşittir. Babası 50 yaşında olduğuna göre “ Y ” kaçtır?

Soruları çözdükten sonra, öğrencisi Batu şu soruyu sorar: “ Her iki probleminde cevapları aynı, farklı çıkması gerekmiyor muydu?

Batu neden böyle bir soru sormuş olabilir? Sizce Onur Öğretmen, Batu'ya nasıl bir açıklama yapmalıdır?

Şekil 15. Açıklama Boyutuna İlişkin 4. Soru

Öğretmenlerin yukarıda görülen açıklama boyutunun dördüncü sorusuna ilişkin yanıtları Tablo 22’de verilmiştir.

Tablo 22

Açıklama Boyutunun 4. Sorusuna Verilen Yanıtlar

Öğretmen Kodları	Verilen Yanıtlar
Ö1	Batu'nun ikinci problemde "5 katı babasının yaşına eşittir." ile bitip ardından "babası 50 yaşındadır." dediği için kafası karışmış olabilir. Yoksa iki problemde denklemleri yazıldığında sonuçların aynı çıkacağı söylenmelidir.
Ö2	Problem 1: $5.(X+3)=50$ ise $x=7$ Problem 2: $5.(Y+3)=50$ ise $y=7$ X ve Y değişkenleri farklı verildiği için öğrenci farklı olması gerektiğini düşünmüş olabilir. Denklemlerde harfler farklı olsa da, denklemlerin aynı olabileceğini yani aynı sonuçların çıkabileceğini göremiyor. Öğretmen değişkenleri tekrar ele alabilir.
Ö3	1. soru: $5.(X+3)=50$ 2. soru: $5.(Y+3)=50$ } 1. ve 2. Sorunun denklemleri aynı denklemlerdir. Çözüm kümeleri de aynı olacaktır. Batu, denklemlerin farklı denklemler olduğunu düşündüğü için sonuçlarında farklı olacağını düşünmüş olabilir.

Açıklama boyutuna ait dördüncü soruya verilen öğretmen yanıtları değerlendirildiğinde, Ö1'in ilişkisiz bir yanıtla soruyu cevaplandığı görülmektedir. Ö1, kurulacak denklemlerden ve değişkenlerden bahsetmek yerine problemlerdeki ifade farklılıklarına odaklanmıştır. Söz konusu ifadelerden, dolayı öğrencinin hatalı düşünebileceğini belirtmiştir. Dolayısıyla Ö1'in vermiş olduğu yanıt uygun değil kategorisi altında değerlendirilmiştir.

Ö2'nin açıklaması uygun ve gerekli yeterlilikte bir açıklamadır. Öğrencinin hatalı düşüncesinin sebebini olarak problemlerdeki değişken farklılığını sebep göstermiştir. Batu'nun, bir denklemdeki harf değişikliğinin onu yepyeni bir denkleme çevireceği gibi yanlış bir düşüncesi olduğunu farkındadır. Düşüncesi verilen duruma uygundur. Değişken kavramının öğrenci tarafından tam olarak anlaşılamaması denklemin korunup korunmaması üzerinde etki göstermiştir.

Ö3'ün yapmış olduğu açıklama ise uygun ancak gerekli yeterlilikte bir açıklama değildir. Ö3, aynı denklemlerin çözüm kümelerinin de aynı olacağını belirtmiştir. Açıklaması doğrudur. Ancak, daha önce de ifade edildiği gibi bu soruda beklenen, öğretmenlerin değişken kavramına vurgu yapmalarıdır. Dolayısıyla Ö3'ün vermiş olduğu yanıt, uygun eksik kategorisi altında değerlendirilmiştir.

4.1.3. Öğretmenlerin Temsil Boyutuna Yönelik Bulguları

ÖDBT'nin temsil boyutunda yer alan sorular öğretmenlerden, sayıları ve işlemleri anlamlı bir şekilde resimler veya manipülatifler kullanarak göstermeyi ve temsil etmeyi beklemektedir.

Araştırmada temsil çeşitleri sayısal, sözel ve görsel temsil olarak ele alınmıştır. Buna göre sayısal temsil olarak matematiksel ifade yazma (yazılı semboller-cebirsal ifadeler), sözel temsil olarak problem kurma (gerçek hayat durumları) ve görsel temsil olarak model çizme ele alınmıştır.

Öğretmenlerin, temsil boyutuna ait sorulara verdikleri cevaplar uygunlukları açısından, hazırlanan rubrik aracılığıyla değerlendirilmiştir. Temsil boyuna ilişkin, üç öğretmenden elde edilen bulgular Tablo 23'de görülmektedir.

Tablo 23

ÖğretmenlerinTemsil Boyutuna Ait Sorulara Verdiği Cevapların Uygunlukları Açısından Değerlendirilmesi

Öğretmen Kodları	Temsil Boyutuna Ait Sorular	Düzeyler			
		0	1	2	3
		Yok	Uygun Değil	Uygun, Eksik	Uygun, Tam
Ö1	1. Soru				✓
	2. Soru				✓
	3. Soru				✓
	4. Soru			✓	
Ö2	1. Soru			✓	
	2. Soru		✓		
	3. Soru				✓
	4. Soru				✓
Ö3	1. Soru				✓
	2. Soru		✓		
	3. Soru				✓
	4. Soru			✓	

Öğretmenlerin temsil boyutuna ilişkin sorulara verdiği cevaplar incelendiğinde; Ö1'in dördüncü soru hariç vermiş olduğu yanıtların uygun ve gerekli yeterlilikte olduğu görülmektedir. Ö2, bir soruyu hatalı cevaplandırırken bir soruyu ise uygun ve eksik bir şekilde ifade etmiştir. Geri kalan iki soruya ilişkin yapmış olduğu açıklamalar uygun ve

yeterlidir. Ö3 ise, iki soruyu uygun ve açık bir şekilde ifade ederken, bir soruyu gerekli yeterlilikte açıklayamamış, bir soruda ise hatalı yanıt vermiştir.

Temsil boyutuna ait dört soru için öğretmenlerin vermiş oldukları yanıtların her biri detaylı olarak incelenmiştir. Yanıtların derinlemesine analizini yapabilmek için öğretmenlerle gerçekleştirilen görüşmelere ilişkin alıntılardan da yararlanılmıştır. Öğretmenlerin model çizerek yanıtladığı sorular, birebir ekran alıntıları alınarak sunulmuştur.

Temsil sorularının ilki, “Eşitliğin korunumu ilkesini anlar.” kazanımına yöneliktir. Soru Şekil 16’da verilmiştir.

Selim; öğretmeni Ömer Bey’e çalışma kitabındaki soruyu göstererek yardımcı olmasını istemiştir.

SORU: $3X+1=5X+9$ denklemini eşit kollu bir terazi çizerek görselleştirmek ve bir çözüme ulaşmak mümkün müdür? Eğer cevabınız “evet” ise çizerek gösteriniz. Hayır, ise neden mümkün olmadığını açıklayınız.

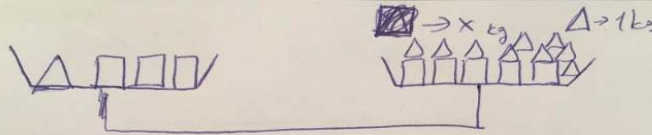
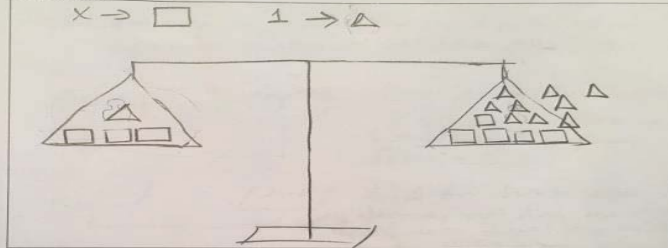
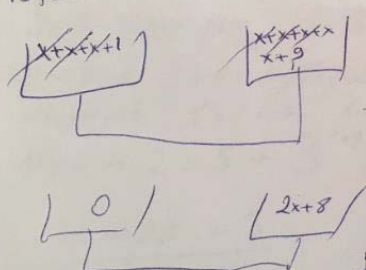
Sizce, Ömer Bey Selim’in sorusu için nasıl bir çözümde bulunmalıdır? Açıklayınız.

Şekil 16. Temsil Boyutuna İlişkin 1. Soru

Öğretmenlerin yukarıda görülen temsil boyutunun birinci sorusuna ilişkin yanıtları Tablo 24’de verilmiştir.

Tablo 24

Temsil Boyutunun 1. Sorusuna Verilen Yanıtlar

Öğretmen Kodları	Verilen Yanıtlar
Ö1	Açıklamanız:  Sağdaki kefemin hem bilinmeyen kütlesi hem de bilinen 9 kg'ını fazla olduğundan terazinin dengede olması mümkün değildir. Bu yüzden bu denklemin terazi de çözümü mümkün değildir. Bilinmeyenin değeri - olduğundan ve - kütlesi olamayacağından işlem teraziye olamaz.
Ö2	Açıklamanız:  Mümkün değildir. Çünkü hem bilinmeyen değişken herde 1 birim sağ tarafta daha fazladır. Bu yüzden eşit değildir.
Ö3	Açıklamanız: Besit bir çözüm yaparak her iki kefeden sırayla aynı defere eşit olan x'leri çıkararak işlem yapılır.  Daha sonra her keften 1 gr. olarak ~~her~~ eşit $\rightarrow$ sayılarda her parça silinir. Böyle bir terazi ~~denge~~ durmayacağı için bu denklemin ~~denge~~ sağlanamayacağı ~~denge~~ açılır.

Temsil boyutuna ait birinci soruya verilen öğretmen yanıtları genel olarak değerlendirildiğinde, Ö1 ve Ö3'ün verdikleri yanıtların uygun ve gerekli yeterlilikte oldukları görülmektedir. Ö2'nin vermiş olduğu yanıt uygun olmasına rağmen yeterli açıklıkta değildir.

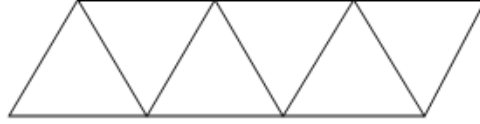
Ö1 kodlu öğretmenin soruya verdiği yanıt incelendiğinde öncelikle bilinmeyen x kg için bir şekil atadığı ve birim kilogramlar için de farklı bir şekil atadığı görülmektedir. Terazı modeli üzerinde kefelerin her birine şekilleri yerleştirdikten sonra, terazinin dengede kalmasının mümkün olamayacağını belirtmiştir. Buna sebep olarak, sağ taraftaki kefenin hem bilinmeyen hem de kilogram olarak fazlalığını göstermiştir. Ayrıca, bilinmeyen alacağı değerin negatif olacağını ancak kütlenin negatif olamayacağını ifade ederek soruyu uygun ve açık bir şekilde açıklayabilmiştir.

Ö2 kodlu öğretmenin de, diğer öğretmen gibi öncelikle değişkenler ve sabit kütle için eşit kollu terazı üzerine kütleleri temsil eden şekiller çizdiği görülmüştür. Sonrasında, terazı modeli üzerinde kefelerin her birine kütleleri yerleştirmiştir. Sağ kefedeki bilinmeyen ve birim kütlelerin daha fazla olması sebebiyle dengenin sağlanamayacağını belirtmiştir. Dolayısıyla verilen denklemin eşit kollu terazı üzerinde gösteriminin mümkün olmadığı ifade edilmiştir. Ö2'nin açıklaması uygun olmakla birlikte yeterli değildir. Denklemin sonucunun negatif çıkacağını ve kütlenin negatif bir sayı ile temsil edilemeyeceğinden ötürü bu gösterimin uygun olmayacağını açık bir şekilde ifade etmemiştir.

Ö3 kodlu öğretmen, değişkenler ve sabit kütle için eşit kollu terazı üzerine kütleleri temsil eden şekiller çizmek yerine kefelerin her birine bilinmeyenleri ve sayıları yazarak dengenin kurulup kurulamayacağını göstermeye çalışmıştır. Denge durumunu incelemek için eşit kollu terazinin her iki kefesinden aynı olan bilinmeyenleri silen öğretmen, son durumda bir kefedeki 0 sayısının diğer kefedeki ise $2x+8$ cebirsel ifadesinin kaldığını çizerek göstermiştir. Dolayısıyla terazinin dengede kalmasının mümkün olmayacağını ifade etmiştir. Ayrıca bu durumda değişkenin alacağı değerin doğal sayı olamayacağını belirterek, söz konusu denklemin eşit kollu terazı üzerinde modellenemeyeceği açıklanmıştır.

Temsil sorularının ikincisi, “birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri tanır ve verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurar.” kazanımına yöneliktir. Soru şekil 17’de verilmiştir.

Nazlı, elindeki kibrit çöpleriyle geometrik şekiller oluşturmaktadır. 6 üçgenden oluşan aşağıdaki şeklin çevresinin “Her üçgen için 3 tane kibrit çöpü kullanıyorum. Son üçgen hariç, her üçgenin sağ kenarını iki kez sayıyorum. O yüzden bunları çıkarmalıyım.” şeklinde hesaplanabileceğini ifade ediyor.



“n” kullanılan toplam kibrit çöpü sayısını temsil etmek üzere “t” üçgen için Nazlı’nın açıklamasını en iyi temsil eden cebirsel gösterim ne olabilir? Açıklayınız.

Şekil 17. Temsil Boyutuna İlişkin 2. Soru

Öğretmenlerin temsil boyutunun ikinci sorusuna ilişkin yanıtları Tablo 25’de verilmiştir.

Tablo 25

Temsil Boyutunun 2. Sorusuna Verilen Yanıtlar

Öğretmen Kodları	Verilen Yanıtlar
Ö1	Şekilden yola çıkarsak 13 tane kibrit çöpü ve 6 tane üçgen var. Yani $n=13$ $t=6$ olacak şekilde bir ifade yazılmalı. 1 üçgen için 3 kibrit çöpü kullanılıyorsa 6 üçgene, 6.3 kibrit çöpü kullanılır. Bunu $3.t$ ile gösteririz. Sonuncu yaptığım üçgen hariç ise geriye 5 üçgen kalıyor. Bu üçgenlerde iki kez sayılan 5 kibrit çöpü var. Bunları çıkarırsak $3t-(t-1)=n$ şeklinde bir ifade olur. t yerine 6, n yerine 13 yazarsak denklemin sağlandığını görürüz.
Ö2	$n=3t-3$ olmalı. Toplam kibrit çöpü sayısından son üçgendeki kibrit çöpleri sayısını olan 3’ü çıkarırız. (Hariç dediği için)
Ö3	13 tane kibrit çöpü varsa $n=13$, $t=6$ üçgen sayısı Her üçgen için 3 tane kibrit çöpü kullanılıyorsa $3.t$ yazabiliriz. Denklem $3t-t+1=13$ şeklinde yazılırsa sağlanır.

Tablo 25’te verilen öğretmen yanıtları sırasıyla değerlendirildiğinde, Ö1’in soruda verilen duruma uygun olarak matematiksel ifadeyi yazabildiği görülmüştür. Ö2 ise hatalı bir cevap vermiştir. Soruda geçen “sonuncu yaptığım üçgen hariç” ifadesini yanlış yorumlayıp toplam kibrit çöpü sayısından son üçgende kibrit çöpü sayısını çıkarmıştır. Dolayısıyla verilen yanıt uygun değildir. Ö3, matematiksel bir ifade yazmış olmasına rağmen, yazmış olduğu ifadenin gerekçesine ilişkin herhangi bir açıklamada bulunmamıştır. Gerçekleştirilen görüşmede, kendisinden söz konusu soruya ilişkin açıklamada bulunması istenmiştir. Ö3 ve araştırmacı arasında gerçekleşen diyalog aşağıda verilmiştir.

A: 10. Soruyu tekrar incelemenizi istiyorum.

Ö3: Evet. Bu soru son derece zorlandığım soruydu.

A: Peki. Bir ifade yazmışsınız. Bunu nasıl yazdığınızı açıklayabilir misiniz?

Ö3: Tekrar hatırlamaya çalışayım. Çok emin olmadan yazdığım için. Bir dakika. Tamam. Söyleyebilirim. Kâğıtta yazmışım. Bir üçgen için üç kibrit çöpü dediği için 3t yazdım. Bu toplam kibrit çöpüydü.

A: Sonra t çıkarmışsın. Bu neyi ifade ediyor?

Ö3: Açıkçası son üçgen hariç dediği için bunu çıkardım. Ama 1’i neden çıkardığımı hatırlayamadım. Biraz düşünüyüm. A, tamam. Şimdi $n=13$ $t=6$ diye başlamıştık. Denklemden bunları yazınca sağlaması lazım. O yüzden en son 1 ekledim. Denklemi sağladı.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde, Ö3’ün yazmış olduğu toplam kürdan sayısından, son üçgenin kaçınıcı sırada olduğunu temsil etmek için kullanılan t değişkenini çıkarmış olduğu görülmektedir. Dolayısıyla değişkenlerde hata yaptığı söylenebilir. Ayrıca, denklemi sağlaması için bir sayısını eklediğini belirtmiştir. Bu durum, soruda yer alan öğrenci düşüncesinin göz ardı edildiğini ve problem durumuna odaklanılarak sorunun kendisinin çözülmeye çalışıldığını göstermektedir. Her ne kadar yazılan matematiksel ifade, şekli karşılıyor olsa da, problem durumunda verilen öğrenci açıklamalarıyla uyumadığı için uygun değil kategorisi altında değerlendirilmiştir.

Temsil sorularının üçüncüsü, “birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.” kazanımına yöneliktir. Soru şekil 18’de verilmiştir.

Hakan Öğretmen, öğrencilerinin problem kurma becerilerini geliştirmek istemektedir. Bu amaçla, aşağıda verilen duruma uygun olarak öğrencilerinden problemler yazmalarını istemiştir.

Bir uçak firması; A, B, C ve D şehirleri arasındaki uçuşların bilet fiyatlarını aşağıdaki gibi A ile B şehirleri arasındaki uçuşun bilet fiyatına göre belirlemektedir.

			A
		B	x
	C	$x+10$	$x-10$
D	$x+30$	$x+20$	$x+25$

Yukarıdaki bilgileri kullanarak 2 problem kurunuz ve çözümünü yapınız.

Hakan Öğretmen'in öğrencilerinin kurabileceği problemler neler olabilir? Örnek problemlerinizi aşağıdaki boş bırakılan bölümlere yazınız.

Şekil 18. Temsil Boyutuna İlişkin 3. Soru

Öğretmenlerin temsil boyutunun üçüncü sorusuna ilişkin yanıtları Tablo 26'da verilmiştir.

Tablo 26

Temsil Boyutunun 3. Sorusuna Verilen Yanıtlar

Öğretmen Kodları	Öğretmenlerin Kurdukları Problemler ve Çözümleri
Ö1	PROBLEM 1: B sehrinden önce C sehrine, başka bir gün de A sehrine giden Mehmet'in ödeyeceği ücret parkı kaç ₺ olur? PROBLEM 2: Hande'nin A sehrinden B sehrine gidişinde ödediği ücret 120₺ olduğuna göre, Aynı doğrultuda olan B sehrinden D sehrine gittiğinde ödeyeceği ücret ne olur?
Ö2	PROBLEM 1: A sehrinden B sehrine oradan da C şehri geçen birinin uakısları arasındaki fiyat farklı kaç liradır - $A \rightarrow B \quad x$ $B \rightarrow C \quad x+10$ $x+10 - x = 10$ lira

	PROBLEM 2: En ucuz uçuş ile en pahalı uçuşu gerçekleştiren Aslı ne kadar ödeme yapmıştır. (A ile B arası bilet fiyatı 40 TL) En ucuz $\rightarrow x-10$ En pahalı $\rightarrow x+30$ $x-10+x+30$ $2x+20$ $2 \cdot 40+20 \rightarrow 100$
Ö3	PROBLEM 1: A, B, C, ve D şehirleri Japonya / Bangkok arasında bulunan iki şehir arasında mesafeyi gösteren bir grup $AC = x-10$ veya $AD = x+20$ olarak $AD = 30$ km olduğunu göre. B'den C'ye ^{oradan} C'den B'ye giden bir kişi her iki yol seçmiş olur. PROBLEM 2: A ile B arasındaki uçuş fiyatı x TL olarak göre C ile D arasındaki uçuş fiyatı B ile D arasındaki uçuş fiyatından fazla TL farkla olur. CD uçuş $\rightarrow x+30$ BD uçuş $\rightarrow x+20$ $x+30 - (x+20)$ $x+30 - x - 20$ $= 10$ TL.

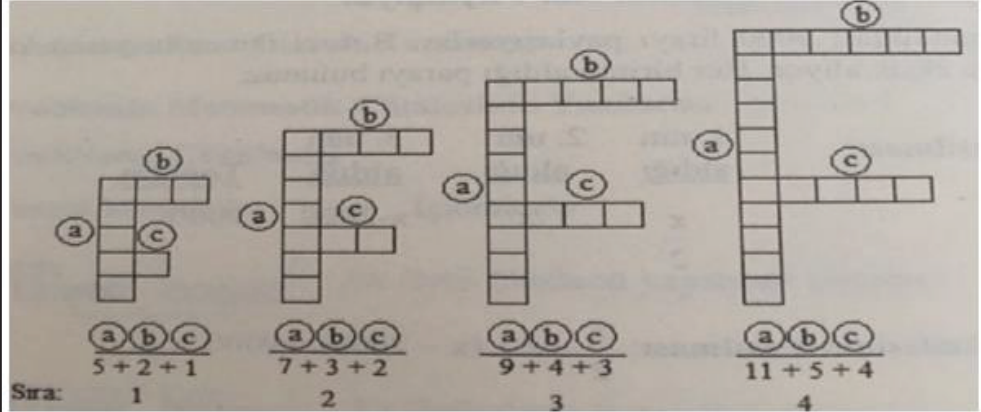
Öğretmenlerin kurmuş oldukları problemler incelendiğinde, her üç öğretmenin de Şekil 18'de verilen soruya ilişkin uygun ve gerekli yeterlilikte problemler kurabildikleri görülmüştür. Bu soruda öğretmenlerden beklenen, verilen şekle uygun olarak iki farklı problem kurabilmeleridir. Kurulabilecek problemlerden biri, problemin en başında "x" bilinmeyeni için bir değer belirleyip buna bağlı olarak çözülebilenidir. Her üç öğretmende bu duruma uygun olarak birer problem yazmışlardır. Ö1 ve Ö2'nin yazmış oldukları ikinci problemler ve Ö3'ün yazmış olduğu birinci problem söz konusu duruma uygundur. Ö3'ün yazmış olduğu problem incelendiğinde, şehirlerarası uçuş fiyatları yerine şehirlerarası

mesafeleri kullanarak bir problem yazdığı görülmektedir. Yazmış olduğu problem her ne kadar soruda verilen durumu karşılamasa da çözüm yöntemi açısından uygun bir örnek olması sebebiyle doğru kabul edilmiştir ve uygun, tam kategorisi altında değerlendirilmiştir.

Şekle uygun olarak kurulabilecek problemlerden bir tanesi de, “x” bilinmeyeni için bir değer belirlemeden cebirsel ifadelerin kullanımı sonrası sonucun tam sayı olarak bulunduğu problemlerdir. Yine üç öğretmenin de söz konusu duruma uygun olarak birer problem yazdığı görülmüştür. Ö1 ve Ö2 kodlu öğretmenlerin yazmış oldukları ilk problemler ve Ö3’ün yazmış olduğu ikinci problem bu duruma örnektir.

Temsil sorularının dördüncüsü, “Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer.” kazanımına yöneliktir. Soru şekil 19’da verilmiştir.

Handan Öğretmen, matematik bilgi yarışması için test kitabından soru seçmektedir. Soru seçimi sırasında aşağıdaki problemle karşılaşmıştır.



Şekildeki F harfleri kendilerini oluşturan karelerin sayılarına göre büyümektedir. Kaçırıncı sıradaki “F” harfinde 204 kare vardır?

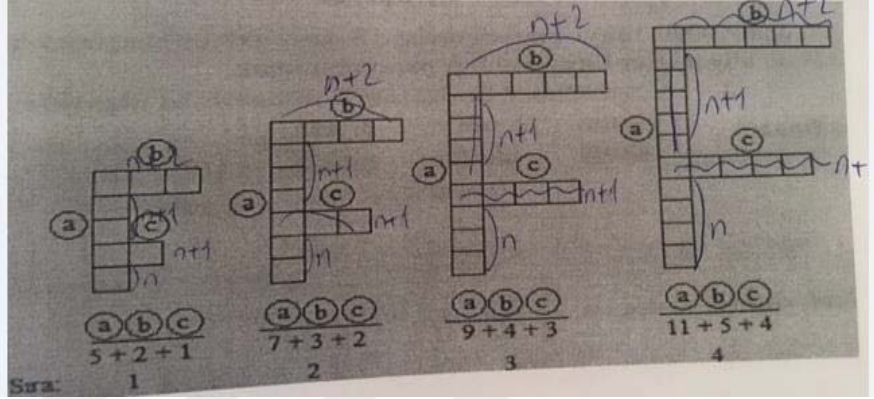
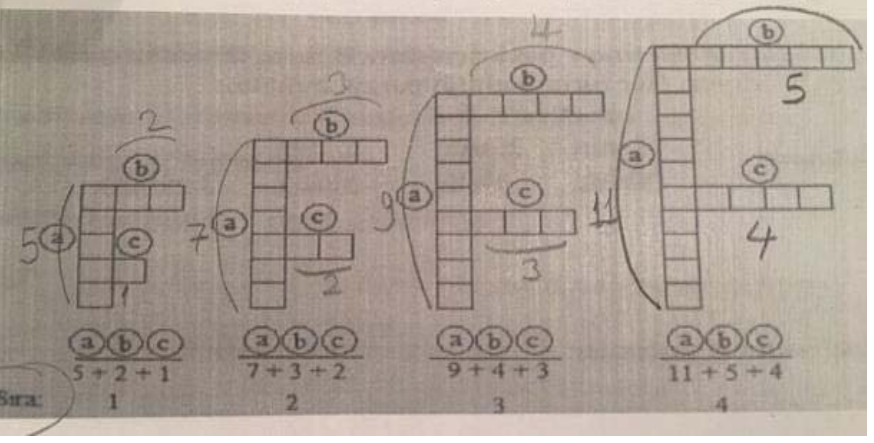
Handan Öğretmen, problemin çözümünde kararsız kalmış ve meslektaş Aysel Öğretmen’den yardım istemiştir. Sizce Aysel Öğretmen problemi nasıl çözmelidir? Açıklayınız.

Şekil 19. Temsil Boyutuna İlişkin 4. Soru

Öğretmenlerin temsil boyutunun dördüncü sorusuna ilişkin yanıtları Tablo 27’de verilmiştir.

Tablo 27

Temsil Boyutunun 4. Sorusuna Verilen Yanıtlar

Öğretmen Kodları	Verilen Yanıtlar
Ö1	 Sıra: 1 Çözümünüz: Sıra numarası n olarak üzere her şekilde yukarıda belirtildiği gibi aşağıdan yukarıya doğru harf parçalarına ayrıldığında $n, n+1, n+1$ ve $n+2$ gibi 4 parçaya ayrılabilir. Bu durumda her hangi bir sıradaki kare sayısı $n+(n+1)+(n+1)+(n+2) = 4n+4$ olur. Son durumda $4n+4 = 204$ $4n = 200$ $n = 50$ bulunur.
Ö2	 Sıra: 1

	Harflerin Sıra ile Kare Sayıları arasında ilişki kurulabilir: <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>a</th> <th>b</th> <th>c</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>5</td> <td>2</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>7</td> <td>3</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>9</td> <td>4</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>11</td> <td>5</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td></td> <td>$(n-1) \cdot 2$</td> <td>$n+1$</td> <td>n</td> </tr> <tr> <td></td> <td>$5+2(n-1)$</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> $5+2n-2+n+1 = 4n+4 = 204$ $4n = 200$ $n = 50$		a	b	c	1	5	2	1	2	7	3	2	3	9	4	3	4	11	5	4		$(n-1) \cdot 2$	$n+1$	n		$5+2(n-1)$		
	a	b	c																										
1	5	2	1																										
2	7	3	2																										
3	9	4	3																										
4	11	5	4																										
	$(n-1) \cdot 2$	$n+1$	n																										
	$5+2(n-1)$																												
Ö3	Çözümünüz: Örneğin kuralı $4n+4$'dir. $4n+4 = 204$ $4n = 200$ $n = 50$ 50. sıradaki F harfinin 204 kare vardır																												

Öğretmenlerin temsil boyutuna ait dördüncü soruya vermiş oldukları yanıtlar genel olarak değerlendirildiğinde, Ö2'nin soruya uygun ve yeterli bir yanıt verdiği görülmektedir. Ö1 ve Ö3'ün vermiş oldukları yanıtlar ise uygun, eksik kategorisi altında değerlendirilmiştir.

Problem durumunda öğretmenlerden beklenen, "F" harflerinin sırası ile kare sayıları arasında bir ilişki bulup, bu ilişkiden yararlanarak soruda istenen sıra sayısına ulaşmalarıdır. Soruda verilen "F" harfleri, kendilerini oluşturan karelerin sayılarına göre büyümektedir. Dolayısıyla, karelerin büyüklükleri değişmediğinden "F" harflerini oluşturan karelerin sayısı arasında bir ilişki olmalıdır.

Bu açıklamaya istinaden öğretmenlerin vermiş oldukları yanıtlar değerlendirildiğinde, Ö2'nin vermiş olduğu yanıtın yeterli olduğu söylenebilir. Ö2, "F" harflerini oluşturan kareleri, şekildeki gibi üç parçaya ayırıp (a,b,c) ilk dört sırada bulunan harflerdeki kare sayılarını bu parçalara uygun olarak yazmıştır. "F" harflerinin "a parçası", beşten itibaren tek sayıların; "b parçası" 2'den itibaren ve "c parçası" 1'den itibaren doğal

sayılardan oluşmaktadır. Bu doğrultuda, yapmış olduğu tablo ile a,b ve c parçalarında yer alan kare sayıları arasındaki ilişkiyi yazabilmiştir. Her bir parçaya ilişkin genel terimlerin toplamlarını alıp 204'e eşitleyerek soruda istenen sıra sayısına ulaşabilmiştir.

Ö1 ve Ö3 ise soruyu doğru çözmelerine rağmen, problem durumunda istenen yanıtı verememişlerdir. Ö1, her bir "F" harfini oluşturan kare sayılarını dört parçaya ayırıp, bu dört parçada bulunan kare sayılarının artış miktarlarına ilişkin genel ifadeler yazmıştır. Topladığı genel ifadeleri 204'e eşitleyerek sorunun cevabı olan sıra sayısına ulaşmıştır. Ö3 ise, "F" harflerini oluşturan parçalardaki kare sayıları arasındaki ilişkiyi dikkate almaksızın, her bir "F" harfini oluşturan toplam kare sayıları arasındaki örüntüden yola çıkarak genel ifadeye ulaşmıştır. Genel ifadeyi 204'e eşitleyip sorunun doğru cevabına ulaşabilmiştir.

4.2. UAB Boyutlarına İlişkin Gözlem Verilerinden Elde Edilen Bulgular

ÖDBT'den elde edilen sonuçları daha detaylı incelemek üzere, üç ortaokul matematik öğretmenin, "birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler" konusunu anlattıkları derslerin tamamı gözlemlenmiştir.

Her bir öğretmenin 10 ders saatlik öğretim süreci, uygunluklarına göre hazırlanan rubrikler aracılığıyla değerlendirilmiştir. Değerlendirmeler; UAB'nin üç alt boyutu- açıklamalar, gerekçelendirmeler ve temsiller- için ayrı ayrı yapılmıştır. Boyutların her birine ilişkin elde edilen bulgular, bu üç başlık altında sunulmuştur.

4.2.1 Gerekçelendirme Boyutuna Yönelik Gözlem Bulguları

ÖMB, modeli geliştirilirken, Ball ve meslektaşları bir öğretmenin matematik öğretimi sırasında sınıftaki matematik ile ilgili görevlerini listelemişlerdir (Ball vd., 2008). Sınıf içerisinde gözlemlenebilecek olan bu görevlerin gerektirdiği bilgi bir öğretmenin uzmanlık alan bilgisini oluşturmaktadır. Söz konusu görevlerden olan "matematiksel fikirleri sunma" ve "öğrencilerin iddia/ varsayım/çözüm önerilerinin akla yatkınlığını seri bir şekilde değerlendirme" görevleri UAB'nin "gerekçelendirme" boyutunu oluşturmaktadır.

UAB'nin alt boyutlarından biri olan gerekçelendirme öğretmenlerden, öğrencilerin alternatif strateji ve çözümlerinin matematiksel olarak uygun olup olmadığını anında ve hızlı bir şekilde analiz etmeyi ve değerlendirmeyi, bunların neden doğru veya yanlış olduğunu ifade edebilmeyi gerektirir.

Öğretmenlerin, gerekçelendirme boyutuna ait gözlem verilerinden elde edilen bulgular, hazırlanan rubrik aracılığıyla değerlendirilmiştir.

Her öğretmenin 10 ders saatlik öğretim süreci, iki ders şeklinde (40+40 dakika) düzenlenerek sunulmuştur. Öğretmenlerin ders kayıtları ikişer ders şeklinde gerçekleştirildiği için bu iki dersin birbirinin devamı niteliğinde olduğu düşünülerek bir arada okuyucuya sunulması uygun görülmüştür.

4.2.1.1. Ö1 Kodlu Öğretmenin Gerekçelendirme Boyutuna Yönelik Gözlem Bulguları

Ö1, 17 yıllık mesleki tecrübeye sahip bir ortaokul matematik öğretmenidir. Sınıf mevcudu 28 olan bir sınıfta konu anlatımını gerçekleştirmiştir.

Öğretmenin, ders gözlemlerinin analizi sonucunda gerekçelendirme boyutuna yönelik elde edilen bulguları, video kayıtlarının ekran alıntıları ve birebir gözlem notları ışığında aşağıda sunulmuştur. Ayrıca gözlem verilerinin sunumu esnasında, öğretmenin her iki ders saatlik öğretim sürecinin ardından kendisiyle gerçekleştirilen görüşmelerden de alıntılara yer verilmiştir. Ö1'in 10 ders saatlik gözlem verileri ikişer ders saatlik bölümler halinde aşağıda detaylı olarak sunulmuştur.

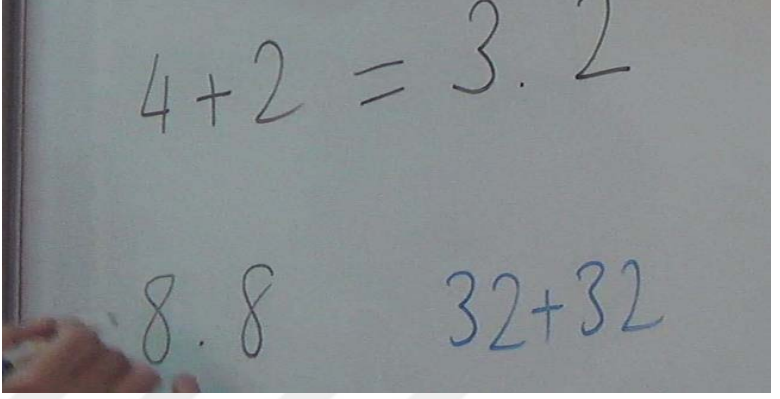
4.2.1.1.1. Ö1 Kodlu Öğretmenin Gerekçelendirme Boyutuna Yönelik 1. ve 2. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları

Ö1'in 1. ve 2. derslerinden elde edilen gözlem verileri, analitik rubrik aracılığıyla değerlendirilmiştir. Öğretmenin, öğrencilerin fikirleri ve çözüm önerilerinin neden doğru ya da yanlış olduğuna dair yapmış olduğu gerekçelendirmeleri aşağıda sunulmuştur.

Ö1, ilk dersinde eşitlik kavramının önemine değinmiş ve eşitlik işaretinin farklı durumlarda nasıl kullanılabileceğine dair açıklamalar yapmıştır. Yapmış olduğu açıklamalarda, eşitlik işaretinin sağ ve sol tarafta bulunan işlemler arasında bir denklik göstergesi olduğunu vurgulamıştır. Bu süreçte, bazı öğrencilerin eşitlik işaretini bir denklik göstergesi olarak anlamakta zorlandıkları ve “işlem yap ve sonuç elde et” şeklinde yorumladıkları görülmüştür. Söz konusu duruma ilişkin bir öğrencinin sormuş olduğu soru ve Ö1'in soruya ilişkin yapmış olduğu açıklamalar Tablo 28'de verilmiştir.

Tablo 28

Ö1'in Eşitlik Kavramına Yönelik Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö1	Mesela, ben herhangi bir işlemde bu ikisini topladığımda başka bir işlemde bulduğum bu sonucun ikisinde aynı olduğunu bilirim. Başka bana söyleyebilecek olan var mı devamını getirin.
Öğrenci 1	Hocam 8 kere 8
Ö1	Sağ tarafına aynı sonucu veren başka bir görüntü getir.
Öğrenci 1	32+32
Öğrenci 2	Hocam 64'de yazabiliriz değil mi? Eşitliği arıyoruz ya. Sonucu 64 zaten.
Ö1	64 yazamayız. Eşit oluyor tamam ama şu an biz başka bir şey yapmaya çalışıyoruz. Diğer tarafta da aynı sonucu veren işlem arıyoruz. İşlemi yapınca bulduğun sonuç, bak bu tarafta bulduğun sonuç ile eşit. İkisi de 64. Eşitliği, sonuç yazmada kullanmak zorunda değiliz yani.

Tablo 28'de verilen diyalog incelendiğinde, öğrencinin eşitlik işaretini, “sağ tarafına sonucun yazıldığı işaret” şeklinde yorumladığı ve $8.8=32+32$ şeklinde verilen eşitlikleri anlamsız bulduğu görülmektedir. Öğretmen, söz konusu durumun farkında olarak denklem kavramına geçmeden önce eşitliğin “sayısal aynılık” durumunda kullanımı hakkında bilgilendirme yapmıştır. İlk iki dersin ardından gerçekleştirilen görüşmede, bu duruma ilişkin olarak, Ö1 ve araştırmacı arasında aşağıdaki diyalog yaşanmıştır.

A: İlk dersinize eşitlik kavramı hakkında bilgi vererek başlamayı tercih ettiniz. Özel bir sebebi var mı?

Ö1: Evet, kitap başlığımız da “eşitlik ve denklem”. Dolayısıyla eşitlik durumu çok iyi anlaşılmadan denklemlerinde iyi anlaşılamayacağını düşünüyorum.

A: Sınıfta eşitlik hakkında verdiğiniz bilgilerin denklem konusunu anlatırken nasıl faydalı olacağını düşünüyorsunuz?

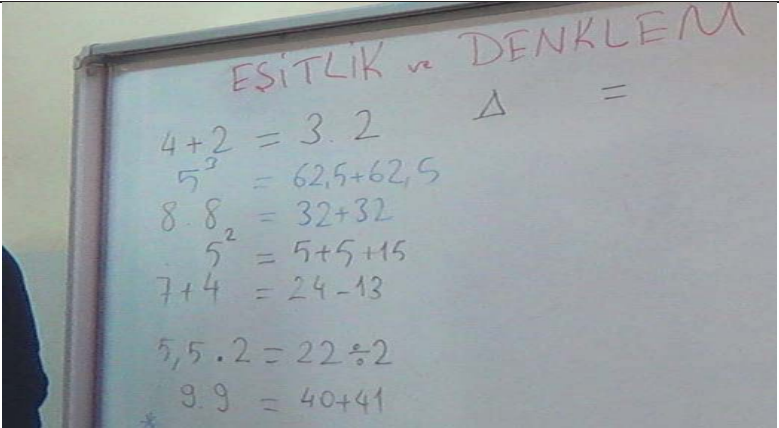
Ö1: Yani, eşitlikten sonra sonuç yazmaları bildikleri bir şey. Ben olaya farklı bir yerden baktırdığımı düşünüyorum. İşlem sonucunda buldukları şeylerin eşitliğini gördüler. Anladıklarını düşünüyorum. Göreceğiz, denklemleri anlatırken.

Ö1’in gerek öğretim sürecinde öğrenciye verdiği yanıt, gerekse görüşme sürecince ifade ettiği açıklamalar uygun ve gerekli yeterliliktedir. Öğrencinin yapmış olduğu çözümü yanlış olarak değerlendirip bırakmamış, öğrenciye cevabının “niçin yanlış” olduğunu gerekçesiyle açıklayabilmiştir. Dolayısıyla Ö1’in açıklamaları “uygun, tam” kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö1, eşitlik hakkında gerekli açıklamaları yaptıktan ve birkaç örnek çözdükten sonra, eşitlik kavramının ne olduğuna dair öğrencilerinden bir tanım yapmalarını istemiştir. Bir öğrencinin verdiği yanıt ve bu yanıtla ilişkin Ö1’in gerekçeli açıklaması tablo 29’da verilmiştir.

Tablo 29

Ö1’in Eşitlik Kavramına Yönelik Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	

Ö1	7. Sınıfta asıl konum bu değil aslında biz buraya (denklem başlığını kastediyor) geçiş yapacağız ama şu an yaptıklarımız bize yardımcı olacak tamam mı? Kavram olarak eşitlik kavramı aklımızda oluştu mu?
Öğrenciler	Evet.
Ö1	Peki, kim tanım yapabilir. Neye eşitlik diyoruz biz?
Öğrenci	Hocam, iki işlem var. Bu iki işleminde aynı sonucu çıkarması gerekiyor.
Ö1	Biz daha önce de eşittir deyip sonucu yazıyorduk. Bugün farklı bir kullanımını da gördük. O zaman her zaman iki işlem gerekli değil. Eşittir'in sağına ve soluna bakın iki tane ne görüyorsunuz?
Öğrenciler	Yol
Öğrenciler	İşlem
Öğrenciler	Arka Plan
Öğrenciler	Taraf
Ö1	Evet, taraf. Tanıma devam edelim o zaman. Sonuçları aynı olan iki tarafın oluşturduğu matematiksel duruma eşitlik denir. Bu olaya zaten matematiksel baktığımız için o sembolü kullanıyoruz. Şimdi bu iki taraf durumu, benim denklemlerde zaten kullanacağım en temel şey. O zaman olaya işlemler, sayılar gibi bakmıyoruz. Şu iki taraf birbirine eşit mi, işte eşitlik bize bunu sağlıyor.

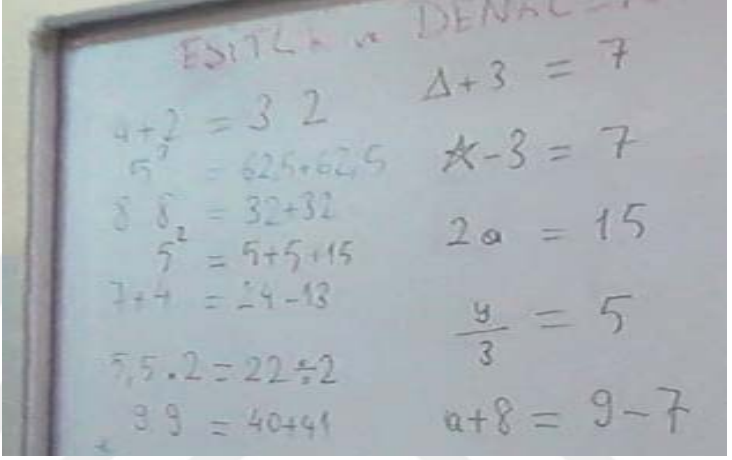
Yukarıda verilen öğretim süreci incelendiğinde, öğrencinin derste yapılan örneklere odaklanarak eşittir işaretinin anlamına yönelik eksik bir tanım yaptığı görülmektedir. Öğretmen söz konusu durumun farkında olarak öğrencinin tanımını uygun ve yeterli bir şekilde tamamlayabilmiştir. Böylece, öğrencinin yapmış olduğu tanımın “niçin eksik” olduğunu gerekçesiyle açıklanmıştır. Ö1’in söz konusu açıklamaları “uygun, tam” kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö1, eşitlik kavramının ardından denklem kavramının da tanımını yapabilmek için tahtaya bazı örnekler yazmıştır. Söz konusu örnekler üzerinden öğrencilerin, denklem kavramı hakkında fikir sahibi olmalarını amaçlamıştır. Öğrencilerinden, verilen her bir denklemin ifade ettiği durumu, açıklamalarını istemiştir. Öğrenciler, eşitliğin sağ tarafında sonucun yazılı olduğu örneklerde zorlanmadan açıklama yapabilirken; eşitliğin sağ tarafında

işlemin olduğu örneği açıklarken oldukça zorlanmışlardır. Bir öğrencinin vermiş olduğu yanıt ve Ö1'in bu yanıtı istinaden yaptığı açıklama Tablo 30'da verilmiştir.

Tablo 30

Ö1'in Denklem Kavramına Yönelik Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö1	Bir de böyle bir örnek yazalım. Peki, okuyun bakalım ne anlatıyor bize bu denklem?
Öğrenci	Hocam, bence biz bunu örüntü gibi düşünebiliriz. Şimdi, sağ tarafta aradaki fark 2. Örüntüdeki gibi aradaki sayı sabit. O zaman, yine aradaki fark eşitlikten dolayı sabit olmalı deriz. 6 olur.
Ö1	Örüntü gibi düşünemezsin burada. Bak a'ya 8 eklenmiş, sonuç kaç, 2 değil mi? Bu kadar işte, bunu anlatıyor.

Yukarıda verilen ders içi öğretim süreci incelendiğinde, Ö1'in öğrenciye vermiş olduğu yanıtın yeterli olmadığı görülmektedir. Yanıtın doğru olmadığını belirtmiş olmasına rağmen "neden yanlış" olduğuna dair detaylı açıklamada bulunmamıştır. Dolayısıyla verdiği yanıt "uygun, eksik" kategorisi altında değerlendirilmiştir. Ö1, öğrencinin ifade ettiği aradaki farkın 2 olması durumunun doğru olduğunu, ancak sol tarafta toplama işlemi verildiği için bu işlemin sonucunun 2 olması gerektiğini, yani 8'den 2'nin çıkarılmasının uygun olmadığını da vurgulamalıdır.

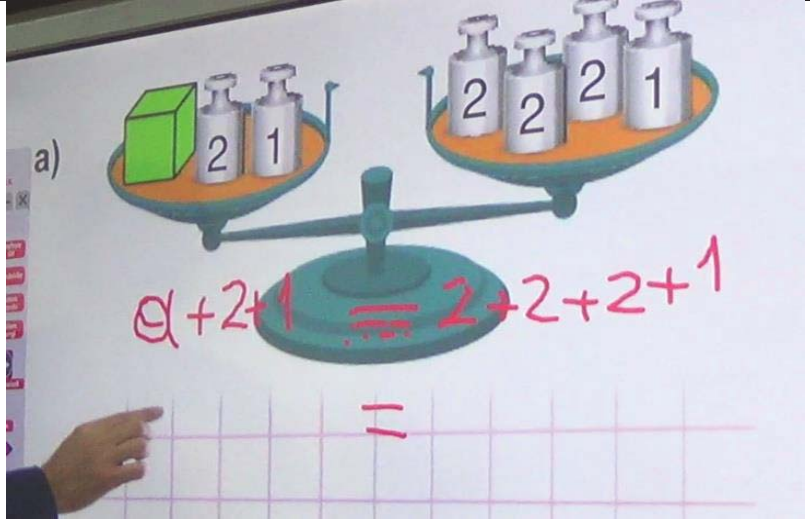
4.2.1.1.2. Ö1 Kodlu Öğretmenin Gerekçelendirme Boyutuna Yönelik 3. ve 4. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları

Öğretmenin, öğrencilerin fikirleri ve çözüm önerilerinin neden doğru ya da yanlış olduğuna dair yapmış olduğu gerekçelendirmeleri aşağıda sunulmuştur.

Ö1, denklem kavramının tanımını öğrencilerine açıkladıktan sonra denklem çözümünün nasıl yapılması gerektiğini anlatmaya başlamıştır. Bunun için akıllı tahtadan bir terazi modeli görseli açmış ve üzerinde örnekler çözmüştür. Bu esnada, bir öğrenci ağırlığı bilinmeyen bir kalemin terazi üzerinde ağırlığının nasıl hesap edilebileceği sorusunu sormuştur. Bu soruya istinaden, diğer öğrencilerinin yanıtları ve öğretmenin öğrenci yanıtlarını değerlendirme süreci Tablo 31’de verilmiştir.

Tablo 31

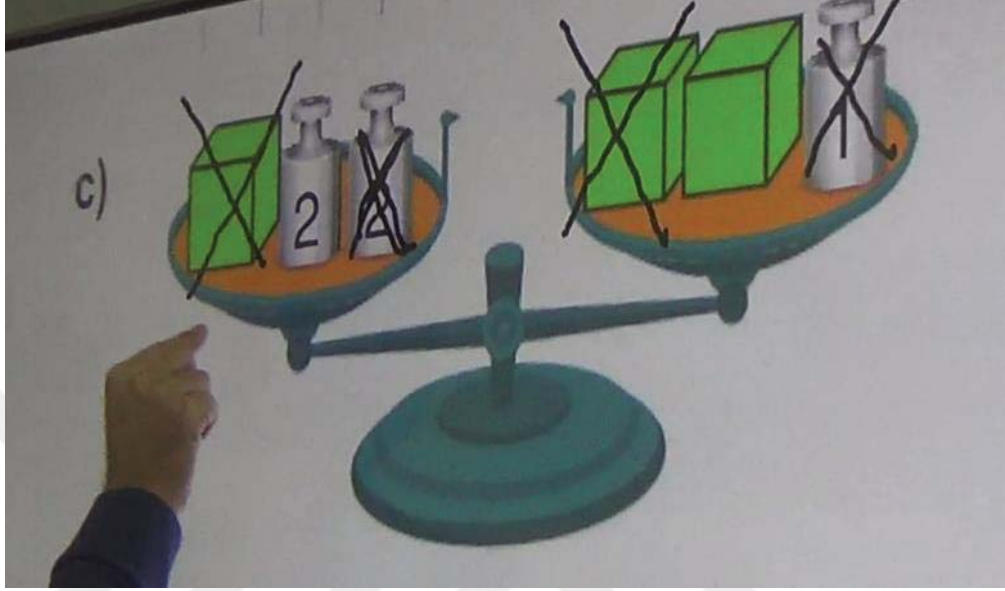
Ö1’in Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö1	Evet, buradan $a+3=7$ sonucuna ulaşıyoruz. a'ya 4 diyebiliriz artık.
Öğrenci	Hocam, ben bir soru sormak istiyorum, aklıma geldi de. Hocam elinizi terazi yapabilir misiniz? Şimdi, bunu buraya koyduğumuzda kilosunu biliyorsak eğer, bunun da ağırlığını bulabilir miyiz? Tam anlatamamış olabilirim de. Yani, bunun kilogramını biliyoruz. Bunun bilmiyoruz. Mesela bunu diğer tarafa koyalım. Bu birazcık daha yukarıda kalıyor. Bilmediğimiz ağırlık hesap edilebilir mi? Mesela yanına başka ağırlıklar koysak?

Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö1	Peki, arkadaşlarına soralım. Siz ne dersiniz bulabilir miyiz?
Öğrenci	Hocam, mesela karşı tarafı biliyoruz diyelim. 2 kg olsun. O zaman diğer taraftaki pembe kalemi bulabilmek için yanına başka kalemlerde ekleyelim dengeye gelince buluruz.
Ö1	Ekleyin. Eklediğiniz kalemlerin ağırlığı ne peki? Bunları da bilmiyoruz. Ki dengeye gelseler bile kalemlerde birbirinden farklı toplayıp 3'e de bölemezsiniz. Başka fikri olan?
Öğrenci	Hocam şöyle olur mu? Şimdi tahta kalemi 100 gr olsun. Karşısındaki pembeyi bulmaya çalışıyoruz. Oynadığı mesafeyi cm olarak ölçelim. Pembeyi koyunca kaç cm oynadığına bakalım.
Ö1	Arkadaşlar, terazideki ölçüm mesafeye göre yapılmaz mesafe ile hiçbir alakası yoktur. Çünkü rüzgârlı bir havada mesafeyi oynatacak bir şey olabilir. Burada odaklanmanız gereken şey tamamen denge. Pembeyi koyduğunuz zaman denge varsa, ikisi eşittir dersiniz ve ağırlığı bulursunuz.

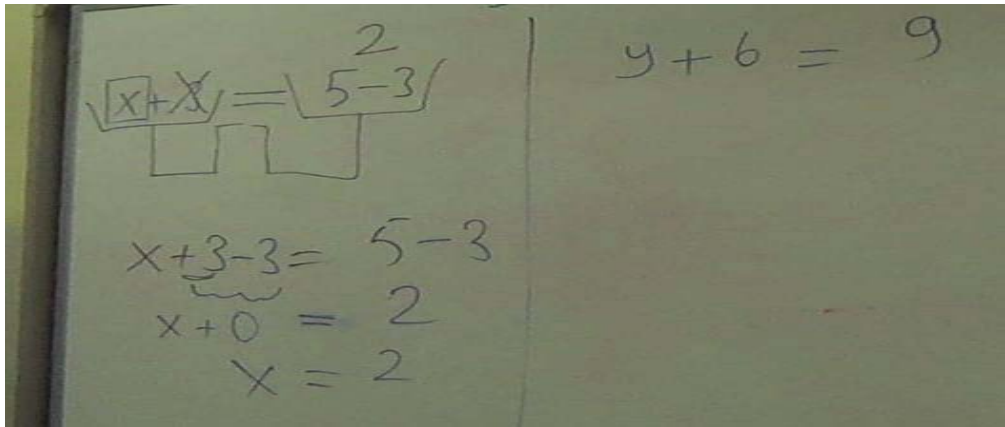
Tablo 31'de verilen öğretim süreci incelendiğinde, öğretmenin söz konusu açıklamalarının uygun ancak yeterli olmadığı çıkarımı yapılabilir. Öğrencinin sormuş olduğu soruyu eksik açıklamalarının olmasına rağmen doğru bir şekilde değerlendirmiştir. Dolayısıyla yapmış olduğu açıklamalar “uygun, eksik” kategorisi altında değerlendirilmiştir. Ö1, pembe renkli kalemin ağırlığının bulunabilmesi için diğer kefedeki bulunan ağırlığı bilinen kalemle dengenin sağlanması gerektiğinden bahsetmiştir. Söz konusu durum doğrudur. Ancak, öğrenci soruyu sorarken, pembe kalemin konulmasıyla, kefedelerden birinin yukarıda kaldığını belirtmiştir. Bu duruma istinaden, öğretmenden beklenen, pembe kalemin yanına bilinen bir kütlenin konulmasıyla terazinin dengeye gelebileceğinin belirtilmesidir. Söz konusu ek açıklamayla, öğrencinin sormuş olduğu soru “uygun ve tam” bir şekilde yanıtlanabilirdi.

Ö1, denklem çözümüne geçmeden önce terazi modeli üzerinde bilinmeyeni bulma çalışmalarına bir süre devam etti. Bu süreçte, ağırlıklardan kurtulmak için onları teraziden kaldırmayı gerektiren örneklere yer verdiği gözlemlendi.



Şekil 20. Ö1'in Terazi Modeli Üzerinde Örnek Çözümü

Terazi modeli üzerinde bilinmeyeni bulma çalışmalarının ardından, Ö1 tahtaya denklemler yazarak öğrencilerden aynı metotla söz konusu denklemleri çözmelerini istemiştir. Öğrenciler, terazi modeli üzerinde de yapıldığı gibi bilinmeyen yanında bulunan sayıların kaldırılması gerektiği örneklerde zorlanmadan işlem adımlarını ifade edebilmişlerdir.

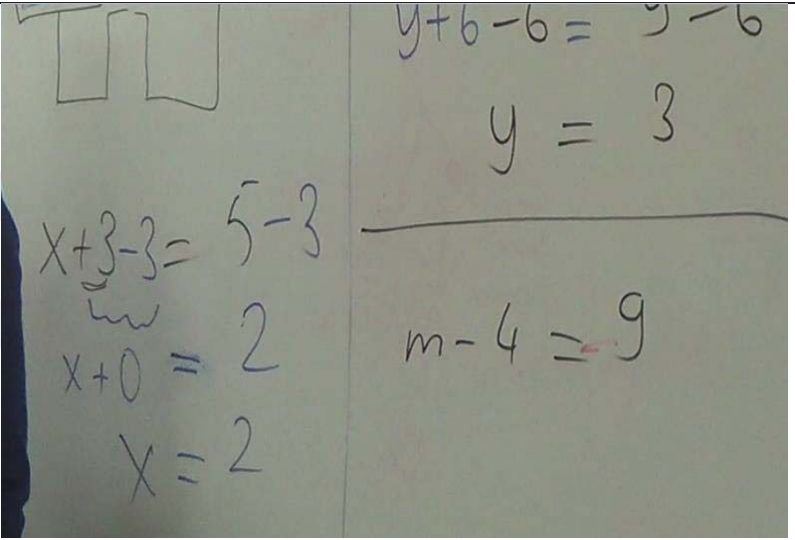


Şekil 21. Ö1'in Denklem Çözme Çalışmaları

Şekil 21’de görülen örneklerin ardından, öğretmen tahtaya bir örnek daha yazmıştır. Söz konusu denklemde bilinmeyen bulunabilmesi için eşitliğin her iki tarafına aynı sayının eklenmesi gerekmektedir. Soruya ilişkin bir öğrencinin çözümü ve Ö1’in yapmış olduğu açıklamalar Tablo 32’de verilmiştir.

Tablo 32

Ö1’in Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

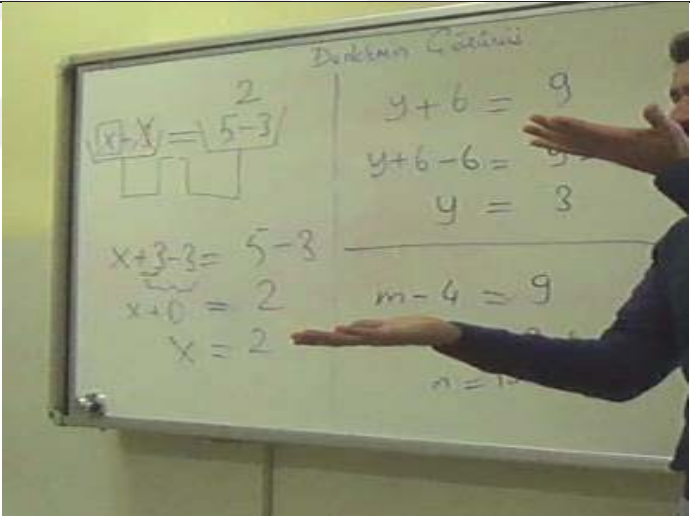
Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö1	Yeni soruya bakalım. Evet, siz söyleyin nasıl yapacağız? (Bir süre sessizlik olur)
Öğrenci	Hocam, m’ den eksi 4 yani 4’ü atıyoruz 4’ü kaldırıyoruz. 9’dan da 4’ü çıkaracağız yani atacağız. M=5 olur.
Ö1	Öyle kaldırma yok. Bir şey söylediğimde kaldırabiliyorum ben onu. 4’ü yok etmek için 4’le toplaman gerekir. Şimdi bunu 9 için de yap. m yalnız kalır değil mi?

Tablo 32’de verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö1’in öğrenciye uygun ancak eksik bir açıklama yaptığı görülmektedir. Öğrencinin yapmış olduğu hatanın sebebi tam olarak ifade edilememiştir. Dolayısıyla Ö1’in açıklaması “uygun, eksik” kategorisinde değerlendirilmiştir. Öğrencinin yaptığı hataya sebep olarak daha önce öğrendiği terazi yöntemi gösterilebilir. Bu durumu, öğrencinin “4’ü atıyoruz 4’ü kaldırıyoruz” şeklindeki

ifadelerinden anlıyoruz. Terazi yönteminde, ağırlıklardan kurtulmak için onları teraziden kaldıran öğrenci, yanlış bir genelleme yaparak çıkarma işlemini kullanmaya yönelmiştir. Ö1'in denklem çözümüne giriş yaparken kullanmış olduğu gerek terazi modeli üzerindeki gerekse tahtaya yazmış olduğu sorular bu türdendir. Söz konusu sorunun öğrenciler tarafından iyi anlaşılmadığını gösteren bir diğer öğretmen ve öğrenci diyalogu Tablo 33'de verilmiştir.

Tablo 33

Ö1'in Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Öğrenci	Hocam bir şey soracağım. Hocam şimdi biz m yi yalnız başına bıraktık ya öbür tarafa 4ekledik, 9 daha ağır olmadı mı?
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö1	Hayır, tam tersi 4 koyduk ya sola 4 koyduğumuz taraf şöyle düşünelim. Şu şekilde dengedeydi. (elleriyle gösterir) m-4 tarafına 4 kilo koyarsam ne olur burası aşağı düşer 9 havadaydı.
Öğrenci	Hocam 0 yaptık ya burayı.
Öğretmen	O sayılara takılma çünkü sayı nereden geliyor eksiden geliyor. Eksiden gelen sayıyı biz kurtarıp sıfırlanmış olduk. Bir daha söyleyeyim bu tarafa ağırlık koyarsan orası aşağı düştü yani 9 yukarıya kalktı. Tamam, mı orada bir mantık hatası vardı evet.

Tablo 33'de verilen öğrenci sorusu incelendiğinde, öğrencinin terazi modeli üzerinde yapılan ağırlık kaldırma işlemine odaklandığı görülmektedir. “m” yi yalnız bırakınca “m”

nin bulunduğu kefedden 4 sayısının kaldırıldığını ancak 9'un bulunduğu kefedden 4'ün kaldırılmadığını, aksine 9'un daha da ağırlaştığını düşünmektedir. Ö1'in, "eksiden gelen sayıyı biz kurtarıp sıfırlanmış olduk" şeklindeki açıklaması doğru bir açıklama olmakla beraber, yeterli bir açıklama değildir. Gerek eşitliğin gerekse terazi kefelerinin her iki tarafına aynı sayıların eklenmesiyle de dengenin korunacağından bahsedilmelidir. Ayrıca, çıkarma işlemi gerektiren bu tip sorular sayma pullarıyla açıklanıp, öğrencinin "neden yanlış" düşündüğü kendisine ifade edilebilir. Derslerin tamamlanmasının ardından gerçekleştirilen görüşmede, söz konusu duruma ilişkin Ö1 ve araştırmacı arasında aşağıdaki diyalog yaşanmıştır.

A:Ders esnasından öğrenciler, eşitliğin her iki tarafına çıkarma işleminin uygulanması gerektiği denklemlerde fazla zorlanmadılar.

Ö1: Kesinlikle. Terazi üzerinde anlatmamın etkisinin olduğunu düşünüyorum.

A: Peki, eşitliğin her iki tarafına toplama işlemi yapılması gerektiğinde durum nasıldı?

Ö1: Dersin sonunda gördüğümüz aslında, çok soru geldi. Aslında ben daha önce hiç teraziye girmeden doğrudan ters işlemin uygulanmasıyla soruları anlatıyordum. Ama terazideki mantıkla daha iyi anlaşıldığını gördüm önceki yıllarımda. Kefelerin her ikisinden yapılan kaldırma işlemini denklem üzerinde de birebir yapabiliyoruz. Ama işte negatif durumları tam olarak terazi de örnekleyemiyoruz. O yüzden soru üzerinden anlatmaya çalıştım. Soru çözdükçe mantığın oturacağını düşünüyorum.

Ö1'in açıklamalarından, çıkarma işlemi gerektiren denklemlerin anlatımında, terazi modeli kullanımının uygun olmadığını bildiği görülmektedir. Bu nedenle derslerinde, terazi modeli üzerinde ağırlıkların kaldırılmasının gerektiği örneklere yer vermiştir. Dolayısıyla öğrenciler, "her iki taraftan aynı sayının çıkarılması dengeyi bozmaz" anlayışıyla denklemleri çözmeye odaklanmışlardır. Öğretim sürecinde, farklı soru tiplerinin kullanılmaması daha açık bir ifadeyle eşitliğin her iki tarafına aynı sayıların eklenmesinin gerektiği sorulara yer verilmemesi öğrencilerin hatalı düşünmelerine neden olmuştur.

4.2.1.1.3. Ö1 Kodlu Öğretmenin Gerekçelendirme Boyutuna Yönelik 5. ve 6. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları

Öğretmenin, öğrencilerin fikirlerinin ve çözüm önerilerinin neden doğru ya da yanlış olduğuna dair yapmış olduğu gerekçelendirmeleri aşağıda sunulmuştur.

Ö1, 5. dersinde ilk olarak bir önceki derste anlattıklarını kısaca özetledi. Tahtaya, 4. derste çözmüş olduğu örneklere benzer örnekler yazdı. Bu şekilde, öğrencilerin denklem çözüm adımlarını hatırlamalarına yardımcı oldu.

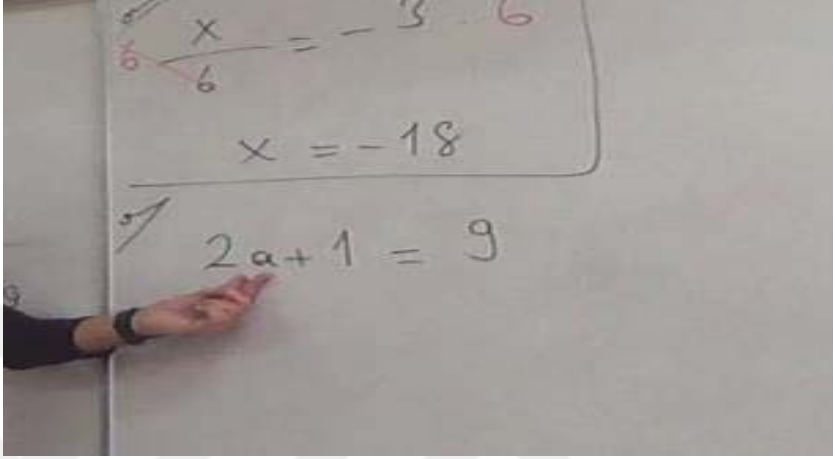
The image shows a chalkboard with handwritten mathematical equations. On the left side, the equations are: $m+8=10$, $m+8-8=10-8$, and $m=2$. On the right side, the equations are: $d-3=-1$, $d-3+3=-1+3$, $d=2$, and $5y=9$. A horizontal line is drawn between the two columns of equations.

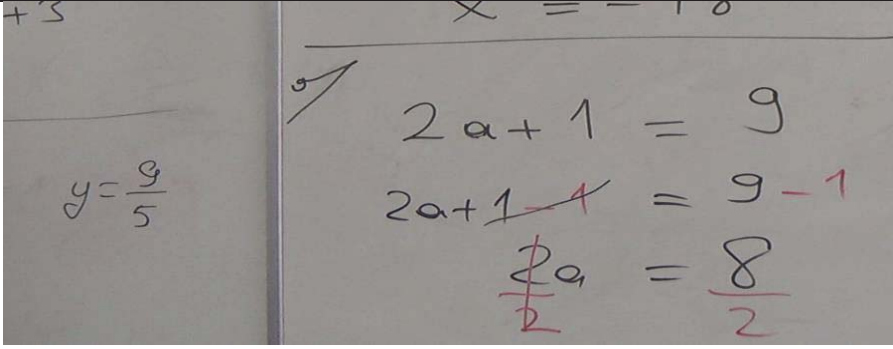
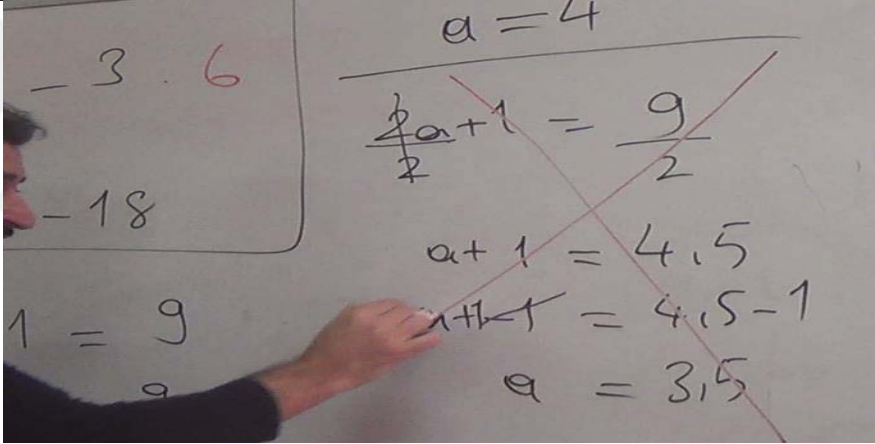
Şekil 22. Ö1'in 4. Derse ilişkin tekrar çalışmaları

Şekil 22'de görülen örneklerin ardından, bilinmeyen iki adımda bulunabileceği denklem sorularına dersinde yer verdi. Bu esnada, öğrencilerin soruya ilişkin çözümleri ve Ö1'in öğrenci çözümlerini değerlendirme süreci Tablo 34'de verilmiştir.

Tablo 34

Ö1'in Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö1	Hadi, şimdi bilinmeyenin etrafını biraz kalabalıklaştıralım. Çözümü sizden bekliyorum. Düşünün bakalım. (Bir süre bekler.)
Öğrenci 1	3 buldum hocam. Hocam, şöyle başlarız. 2 tane a, artı 1 3 ediyor 3 tane a oluyor.
Ö1	Hayır. Bunları anlattık. Oldu mu sence? Cebirsel ifadeler yazmıştık ya. Bize anlattığı şey ne bunun 9'u hiç görme. a'nın 2 katının 1 fazlası değil mi? Burası bana bunu açıklıyor. Şu an bunu yapamayız ki, a'yı bilmiyoruz. Bilmediğin şeyle 1'i toplayamazsın yani. Ha, dediğinin olması için 1, a olsa olurdu o başka. İşte bu işlemlerin neticesinde 9 çıkıyormuş sonuç. Peki, nasıl yapalım o zaman? (Sessizlik) Tavsiyem, a'nın yanındakilerden ilk uzakta olandan kurtulmaya çalışın. Kurtulmaya çalışın derken daha önce yaptıklarımı uygulayacağım. a'nın yanında bulunanlardan daha uzak olan kim varsa daha kolaydır şey gibi düşünün: koyun sürüsü var kurt geldi kapacak. İlk önce sürüden ayrılanı kapar değil mi? Hadi şimdi söyleyebilirsiniz.
Öğrenci 2	-1 yapıp 1'den kurtuluruz.
Ö1	-1 dir evet. Hemen gerçekleştiriyorum. 2a artı bir, -1'i kırmızı yazayım. Evet, çözümü yapalım.

Ders İçi Öğretim Süreci	
Öğrenci 3	Hocam siz dediniz ya en sonrakini ilk önce bitirelim diye en uzaktakini işte. Ben, siz anlatırken ilk önce $2a$ 'yı yaptım olmadı.
Ö1	Anlat nasıl yaptığını, hatta dur tahtada yapalım. Arkadaşlarında olmayacağını görsün.
Öğrenci 3	Önce, her iki tarafı 2'ye böldüm. $a+1$ çıktı bu taraf, diğer taraf 4,5. Sonra da 1'i çıkardım 3,5 buldum.
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö1	Gördüğünüz gibi sonuç yanlış. 3 buçuk yakın çıktı ama aynı değil birisi 4 birisi üç buçuk. Bu seni sakın aldatmasın ha üç buçuk olmuş ha 4 olmuş sakın deme. Ben çünkü buradaki sayıları büyüttüğümde şuradaki 1ler ve 9'lar büyüdüğünde, o aradaki makasta iyice açılacak çok büyük olacak yani yanlışın küçüğü büyüğü olmaz. Eğer burada 3.9 bile çıkmış olsaydı yanlış olurdu tamam mı? Bu yanlış. Sakın 2 gün sonra böyle gelmeyin, çizdim üstünü.

Tablo 34'de verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö1'in öğrenci çözümlerini doğru bir şekilde değerlendirip, çözümlerin "neden yanlış" ya da "neden doğru" olduğuna ilişkin gerekli açıklamaları yapabildiği görülmüştür. Dolayısıyla gerekçelendirmeleri "uygun, tam" kategorisinde değerlendirilmiştir.

İlk öğrenci, $2a$ ile 1 'i toplamış ve $3a$ 'yı 9 'a eşitleyip sonucu 3 olarak bulmuştur. Öğrencinin aritmetikte yapılan işlemleri yanlış bir şekilde cebirde de yaptığı görülmektedir. Ö1, “ a 'nın 2 katının 1 fazlası değil mi? Burası bana bunu açıklıyor. Şu an bunu yapamayız ki, a 'yı bilmiyoruz. Bilmediğin şeyle 1 'i toplayamazsın yani.” şeklindeki açıklamasıyla denklemdaki bilinmeyen kavramına vurgu yaparak, $2a+1$ 'in bitirilmesi gereken bir işlemsel süreç olmadığını ifade etmiştir. Ayrıca Ö1, öğrencinin vermiş olduğu yanıtın hangi durumda doğru olabileceğini kendisine ifade etmiştir (1 'in a olması durumu).

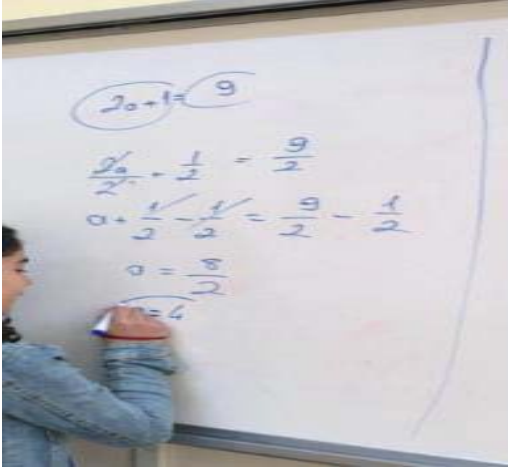
Bir diğer öğrenci ise, söz konusu denklemi hatalı çözdüğünü belirtip hatasına sebep olan durumu ifade etmiştir. Öğrenci hatasının nedeninin farkında olduğunu ifade etmesine rağmen, Ö1; öğrencinin çözümünü tahtada tekrar incelemiş ve “niçin” uygun bir yöntem olmadığını diğer öğrencilerin de görmesini istemiştir. Bu süreçte yapmış olduğu açıklamalar uygun ve yeterlidir.

Ö1, bir süre daha bilinmeyenin iki adımda bulunabileceği denklem sorularınadersinde yer vermiştir. Bu esnada, Tablo 26'da “Öğrenci 3” olarak kodlanan öğrenci, öğretmene bir soru daha yöneltmiştir. Soruya ilişkin öğrencinin çözümü ve Ö1'in bu çözümü değerlendirme süreci Tablo 35'de verilmiştir.

Tablo 35

Ö1'in Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Öğrenci 3	Hocam, hani ben daha önce denklemi çözerken endişten değil de, a 'nın hemen yanından başlamıştım ya farklı bir şey buldum. Orda sadece $2a$ 'yı bölmüştüm. Ama onu bütün düşününce yani hem $2a$ 'yı hem de 1 'i bölssek gene mi yanlış olur?
Ö1	$2a+1=9$ için yaptığımızı mı kastediyorsun? Güzel, çok güzel bir şey söyledin aslında. Aslında doğru mantık zaten bu. İki tarafı da ayrı düşünüyoruz aynı terazideki gibi. Bir kefeye ne yaptıysak diğerine de onu yapıyoruz. Dediğin doğru ama bu sene denklemlerle işlem yaparken hani çok da açıkçası kesirlerle işlem yapmak istemiyoruz. Bunları önümüzdeki yıl daha detaylı göreceğiz. Ama söylediğin şey doğru. Bu yöntemi kullanabilirsin. Hatta tahtada çözelim, ben başlayayım sen kesirlerle işlem yap bakalım nasılsa öğrendik.

Ders İçi Öğretim Süreci	

Tablo 35’de, öğrencinin denklem çözümüne ilişkin farklı bir yöntemle doğru cevaba ulaşıp ulaşamayacağını merak ettiği görülmektedir. Ö1, söz konusu alternatif çözüm yönteminin doğru ve her zaman kullanılabilir bir yöntem olduğunu öğrenciye ifade etmiştir. Hatta doğru olduğunu belirtmekle kalmamış, yöntemin doğru sonucu verdiğini tahtada çözerek göstermiştir. Dolayısıyla, Ö1’in yapmış olduğu gerekçeli açıklamaları “uygun, tam” kategorisi altında değerlendirilmiştir. Ders sonunda gerçekleştirilen görüşmede, Ö1 ve araştırmacı arasında gerçekleşen diyalog aşağıda verilmiştir.

A: *Derste, öğrenciler denklem çözümünün farklı yollarıyla ilgili de sorular sordular? Bekliyor muydunuz?*

Ö1: *Aslında beklediğim öğrenciler vardı diyelim, öyle de oldu. Ama bazı öğrenciler çok da öyle soru sormazlar, ama beni şaşırtanlar oldu. Çok da beklemiyordum diyelim.*

A: *Öğrencilerde denklem çözümü merak uyandırdı sanki.*

Ö1: *Kesinlikle. Ama bunda benim konuya verdiğim önemin ve öğrencilere sürekli “neden” öyle düşündüklerini sormamın da etkisi olduğunu düşünüyorum. Ben sürekli sordukça onlarda kendilerini düşünmek zorunda hissettiler. Zaten bir soruda ne kadar oyalandık gördünüz.*

A: *Konuya verdiğim önem derken, genel olarak mı yoksa bunda yapmış olduğumuz çalışmanın etkisi var mı?*

Ö1: *Genel olarak denklemlerin önemli olduğunu hepimiz biliyoruz. Çokça sorgulamamın sebebi bu diyebiliriz.*

Yukarıda verilen diyalog incelendiğinde, Ö1'in farklı öğrenci düşüncelerini ortaya çıkarmak amacıyla dersinde “neden” sorularını sormaya önem verdiğini anlıyoruz. Ö1, konuya verdiği önemden dolayı, öğrencilere düşüncelerini sorgulatmak amaçlı sorduğu soruların, öğrencilerin farklı fikirlerini, çözüm yollarını açıklamalarında etkili olduğunu düşünmektedir.

4.2.1.1.4. Ö1 Kodlu Öğretmenin Gerekçelendirme Boyutuna Yönelik 7. ve 8. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları

Öğretmenin, öğrencilerin fikirlerinin ve çözüm önerilerinin neden doğru ya da yanlış olduğuna dair yapmış olduğu gerekçelendirmeleri aşağıda sunulmuştur.

Ö1, öğrencilerin, terazi modelinde verilen ağırlıklardan yararlanarak, modele uygun denklem yazmalarını sağlamak amaçlı örnek çözümleriyle 7. derse başlamıştır.

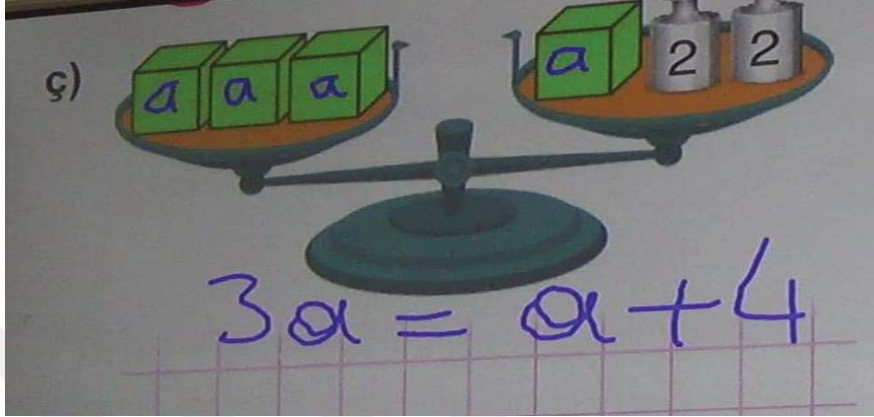


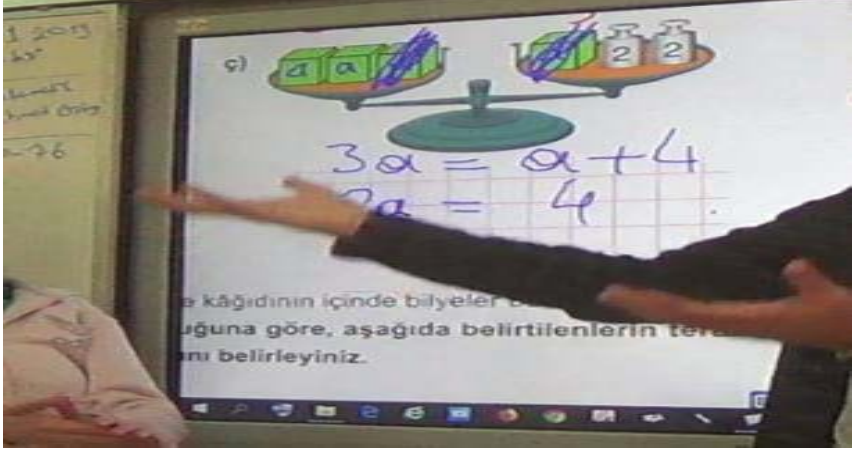
Şekil 23.Ö1'in Terazi Modeli Üzerinde Denklem Çözümü

Şekil 23'de verilen örneklerin çözümü sırasında bazı öğrencilerin, terazi ile denklem çözümü arasındaki ilişkiden çok, terazinin kendisine odaklandıkları görülmüştür. Bu doğrultuda, öğrencilerin sormuş olduğu sorular ve öğretmenin vermiş olduğu yanıt Tablo 36'da görülmektedir.

Tablo 36

Ö1'in Terazi Modeli Üzerinde Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö1	Burada verilen a'lerden birini bulmak için ne yapılmalı, doğru hamle ne olmalı?
Öğrenci 1	Hocam, bu taraftan iki yeşili alalım, diğer taraftan da ağırlıkları alalım. Eşitlik sağlansın.
Ö1	Ee, a kaç oldu şimdi? Sen buradan 2a'yı kaldırdın, denge bozuldu. Daha diğer kefeye gitmeden denge diye bir şey kalmadı. Başka fikri olan?
Öğrenci 2	Hocam, her iki kefedenden birer tane yeşil kefeyi atarız.
Ö1	Aynen, aferin. Birine ne yapıyorsak diğerine de onu yapmıyor muyduk? Ne çabuk unutuyorsunuz arkadaşlar?
Öğrenci 3	Hocam, biz geçen gün parkta bunu denedik. 3 kişi karşımdaydı. Neredeyse eşitlenecektik. Biraz havada kaldım sonra 1 arkadaş yanıma geldi eşitlendik neredeyse. O yüzden ikinci yol olarak şöyle yapsak olur mu? Bir tane yeşili karşıya gönderelim. 2 kiloları atalım. Eşitlik sağlansın. Yani 4 olmadan da aynı sonuç çıkar mı?

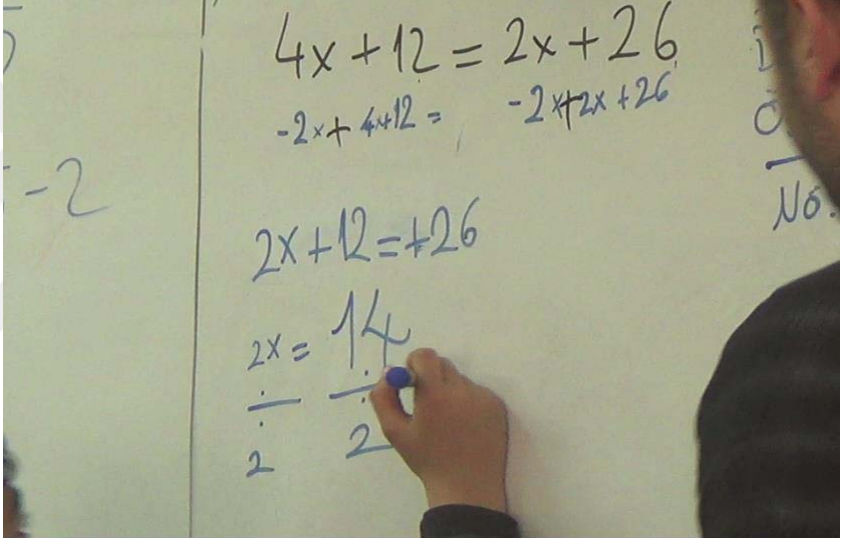
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö1	O zaman sadece şunu yapmış oluruz. Onu aldın, kalktığın an dengeyi bozdun.
Öğrenci 3	Ama hocam, ikileri attık. Bunlar yok. Eşit oldu ki.
Ö1	Niye atalım, nereden biliyorsun ağırlıklarının bilmeden nasıl attın ki?

Öğrenci 1 ve Öğrenci 3'ün Tablo 36'da verilen soruya ilişkin açıklamaları incelendiğinde, terazi ile denklem çözümü arasındaki ilişkiden çok, terazinin kefeleri arasında bir denklik kurmaya odaklandıkları görülmektedir. Öğrencilerin kurdukları denklikler, bilinmeyenin bulunmasına hizmet etmemektedir. Dolayısıyla, denklemin çözümü için uygun değildir. Söz konusu öğrenci açıklamaları için Ö1'in yapmış olduğu gerekçeli açıklamalar ise "uygun, eksik" kategorisinde değerlendirilmiştir. Ö1'in, "Sen buradan $2a$ 'yı kaldırdın, denge bozuldu. Daha diğer kefeye gitmeden denge diye bir şey kalmadı." ve "Onu aldın, kalktığın an dengeyi bozdun." şeklindeki açıklamalarından, her iki kefeye aynı anda aynı hamlelerin yapılması gerektiğini vurgulamaya çalıştığını söyleyebiliriz. Ancak bunu açık bir şekilde ifade edememiştir. Dolayısıyla benzer bir soruyu Öğrenci 1'den sonra Öğrenci 3'de sormuştur. Burada öğretmenden beklenen, öğrencilerin terazide kurmaya çalıştıkları denkliklerin denklemin çözümü için gerekli olmadığını belirtmesidir. Ayrıca, öğrencilerin terazi üzerinde uygulamaya çalıştıkları işlemlerin, denklem üzerinde uygulaması gerçekleştirilerek yapılmaya çalışılan işlemlerin anlamsız olduğu daha net ifade edilebilir.

Ö1, denklem çözümüne ilişkin terazi modeli üzerinde çeşitli örnekler çözdükten sonra, dersine tahtaya yazdığı sorularla devam etmiştir. Bu sorulardan birinin çözümü esnasında, bir öğrenci alternatif çözüm yöntemini ifade etmiştir. Öğrencinin alternatif çözüm yöntemine ilişkin açıklamaları ve Ö1'in söz konusu yöntemle ilişkin yapmış olduğu değerlendirme Tablo 37'de verilmiştir.

Tablo 37

Ö1'in Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö1	Evet, doğru gidiyorsun. Gerçi yeni bir bölme stili geliştirdin ama neyse biz anladık. Sen devam et. (Bir öğrenci parmak kaldırır) Söyle bakalım ne oldu?
Öğrenci	Hocam, ben işlemi bu kadar aşağılara indirmedim. Daha hızlı yaptım. Onun (Tahtada çözüm yapan arkadaşını belirtiyor), en son da bulduğunu hemen buldum. Her iki taraftan 2x çıkarmak yerine, her ikisinden de 2x+26'yı çıkardım.
Ö1	Yok. Arkadaşının yaptığı gibi aşağılara inmелisin. Terazide yaptığımız gibi sırayla gidelim. Şimdi doğru buldun ama başka sorularda hatalı yapmana neden olabilir bu durum. Arkadaşınızın söylediğini anladınız değil mi? Bu ikisi zaten eşit, 2x+26 çıkarılınca da 0 kalır ve 2x=14'e ulaşabiliriz.

Tablo 37 incelendiğinde, Ö1'in öğrencinin alternatif çözümü için yapmış olduğu açıklamaların uygun, ancak yeterli olmadığı görülmektedir. Ö1, öğrencinin yönteminin doğru olduğunu belirtmesine rağmen yöntemin tam olarak nasıl yapıldığını ifade etmemiştir. Sadece iki ifadenin eşit olmasından dolayı farklarının 0 olacağını belirtmiş, denklem özelinde bir değerlendirmede bulunmamıştır. Söz konusu durum öğretmenin ÖDBT'nin birinci sorusuna vermiş olduğu yanıtla da uyumaktadır. Ö1, ÖDBT'de yer alan benzer bir soruya da “birbirine eşit iki ifadenin farkı 0’ a eşittir. Dolayısıyla her zaman kullanılabilir.” şeklinde yanıt vermiştir. Söz konusu öğrenci çözüm yöntemi için öğretmenden beklenen, yöntemin, simetrik çözüm yöntemi olduğunu belirtmesi ve her zaman kullanılabilir bir yöntem olduğunu vurgulamasıdır. Ö1'in “Şimdi doğru buldum ama başka sorularda hatalı yapmana neden olabilir bu durum.” şeklindeki ifadesi, öğrencinin yapmış olduğu işlemin sadece söz konusu denklemin çözümü için geçerli olduğu gibi bir algıya sebep olabilir.

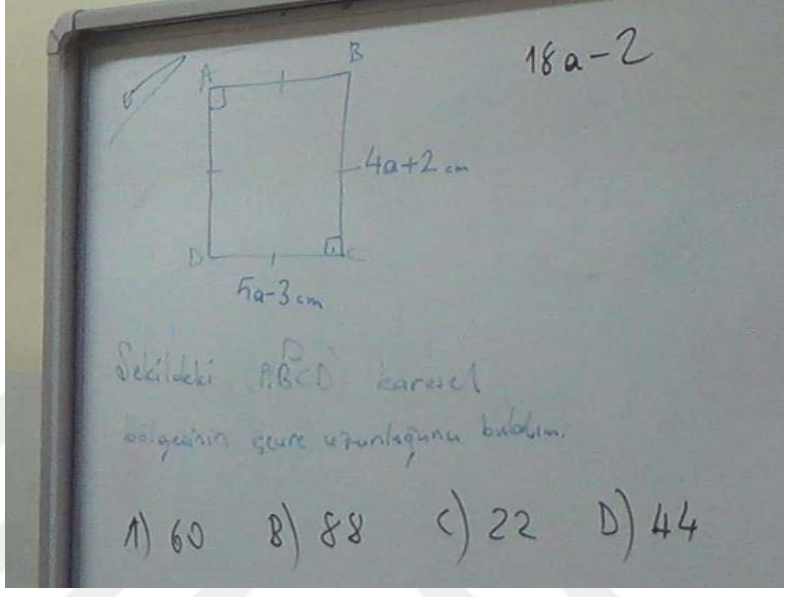
4.2.1.1.5. Ö1 Kodlu Öğretmenin Gerekçeleştirme Boyutuna Yönelik 9. ve 10. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları

Öğretmenin, öğrencilerin fikirlerinin ve çözüm önerilerinin neden doğru ya da yanlış olduğuna dair yapmış olduğu gerekçeleştirmeleri aşağıda sunulmuştur.

Ö1, 9. derse bir önceki derste yapılanları kısaca özetleyerek başladı. Öğrencilerden, geçen derste deftere yazdıkları soruları açmalarını isteyerek, bu sorularda yapılan işlem adımlarının neler olduğunu açıklamalarını istedi. Söz konusu ders tekrarının ardından Ö1, geçen derste çözmüş oldukları denklem örneklerini bu sefer problemler aracılığıyla çözeceklerini belirtti. Hemen ardından tahtaya, karenin çevresinin bulunmasını gerektiren bir problem yazarak derse başladı.

Tablo 38

Ö1'in Denklem Kurmayı Gerektiren Problemlerin Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö1	Evet, hadi bakalım. Şimdi soruyu okuyun ve ne yapacağız düşünün. En az 10 kişiden doğru cevap bekliyorum ona göre. (Bir süre geçtikten sonra) Hadi artık söyleyin bakalım.
Öğrenci	Hocam ben 88 buldum. Karşılıklı kenarlarda eşit olduğu için hepsini topladım. $18a-2$ buldum. Sonra bu çevreyi verecek diye düşünüp a'ya değer verdim. 5 verince 88 çıktı.
Ö1	Evet, doğru bulmuşsun ama benim istediğim bu değil. Sen şimdi bildiğin cebirsel ifadelerle işlem yaptın ki haklısın cebirsel ifadelerde böyle işlemler yaptık. Ama burada denklem çözmenizi istiyorum. Yöntemin doğru. Ama biraz daha düşün bakalım.

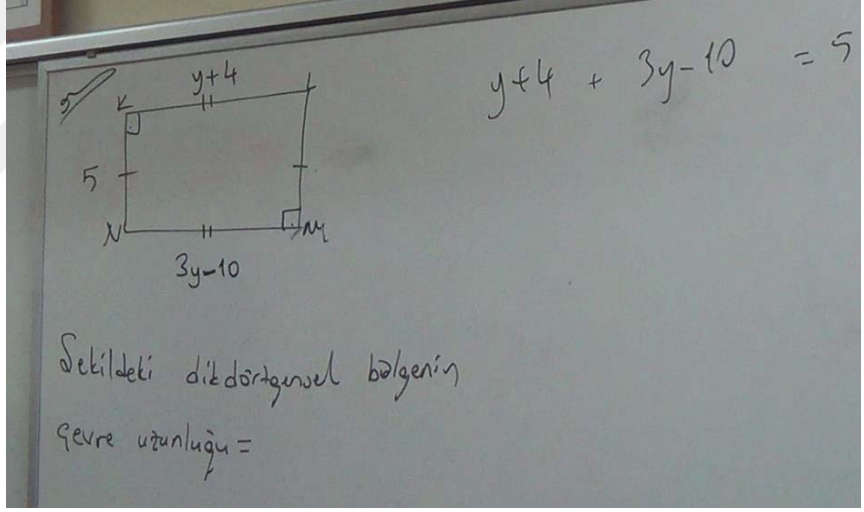
Tablo 38'de verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö1'in öğrencinin alternatif çözüm yöntemi için uygun ancak yeterli olmayan bir açıklama yaptığı görülmektedir. Ö1, öğrencinin yönteminin doğru ve kullanılabilir bir yöntem olduğunu belirtmiş olmasına rağmen öğrencinin niçin denklem çözümü yaparak sonuca ulaşması gerektiğini tam olarak ifade edememiştir. Öğrenci, 5 değeri için şıklardan 88 cevabına ulaştığını belirtmiştir. Burada öğretmen, şıklardan en az birinin daha 5'den küçük bir sayı için sağlanması

durumunda yöntemin işe yaramayacağını dolayısıyla her zaman kullanılabilir bir yöntem olmadığını belirtmelidir. Öğrenci, cevaba deneme-yanılma yöntemiyle ulaşmıştır. Burada öğretmenden beklenen bir diğer açıklamada, deneme-yanılma yönteminin bilinmeyenin büyük sayılar ve ondalıklı sayılar olduğu durumlarda başarılı olamayabileceğidir.

Denklem kurmayı gerektiren bir diğer problem durumunda da bir öğrenci alternatif çözüm yönteminden bahsetmiş ve söz konusu yöntemi seçme sebebini açıklamıştır. Bu duruma ilişkin öğrenci açıklaması ve Ö1'in yapmış olduğu değerlendirmeler Tablo 39'da verilmiştir.

Tablo 39

Ö1'in Denklem Kurmayı Gerektiren Problemlerin Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö1	Hadi bakalım. Dikdörtgenin özelliklerinden yararlanarak çevreyi hesaplayalım. Karşılıklı kenarların eşitliğini unutmuyoruz. (Bir süre geçtikten sonra) Söyle bakalım. Dinleyin arkadaşınızı.
Öğrenci	Hocam ben $y+9$ ile $3y-5$ 'i eşitledim. Y'yi 7 buldum.
Ö1	Bir dakika nasıl yaptın tekrarla bakalım. Anlamadım.
Öğrenci	Hocam, şimdi karşılıklı kenarlar eşit ya o yüzden bir uzun ve kısa kenarı topladım. Karşısındakiler de buna eşit olacağı için ikisini eşitledim.
Ö1	Hım, anladım. Ama niye bu kadar zorladın şimdi. Buradan yapın desem yapar olmaz. Güzel olmuş. Yaptığın şey kesinlikle doğru. Ama daha

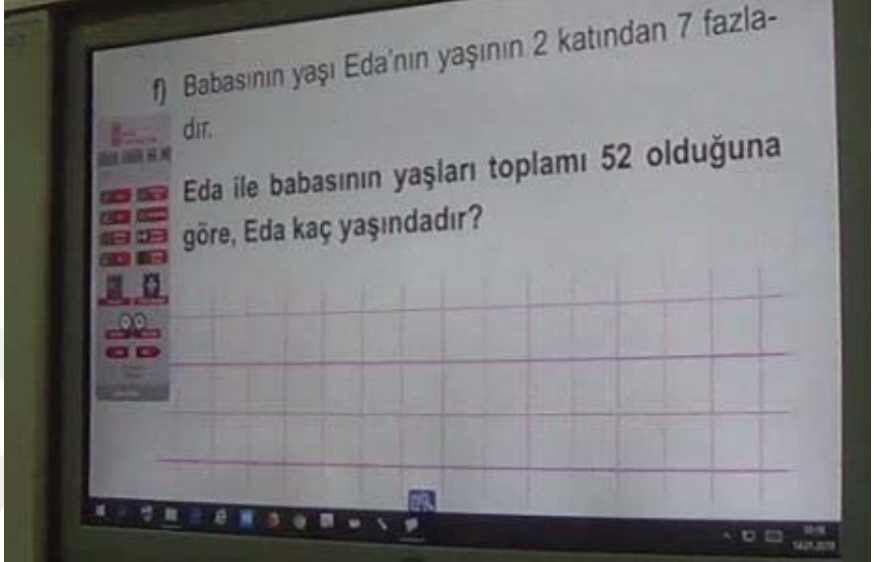
	basiti var. Göremedin mi onu?
Öğrenci	Başka eşitlik bulamadım.
Ö1	Dikdörtgende karşılıklı kenarlar eşit değil mi? Uzun kenarlar eşit olmayacak mı, iyi bak bakalım?
Öğrenci	Şu an eşit değil ki. Sonucu bulunca eşit çıkar tabi ki. Ama bilmiyoruz.
Ö1	Hayır. Niye eşit olmasın. Burada $y+4$ diye burası da $y+4$ ya da işte tam tersi olmak zorunda değil. Bunları görsel olarak değil, sonuç olarak düşüneceğiz. Y'yi bulup yerine yaz bakalım ifadeler eşit mi değil mi?

Tablo 39'da verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö1'in söz konusu öğrenci çözümüne ilişkin uygun ve yeterli bir değerlendirmede bulunduğu söylenebilir. Öğrenci, dikdörtgenin karşılıklı kenarlarının eşit olduğunu bilmesine rağmen cebirsel ifadelerdeki farklılıktan dolayı denklemi yazamamıştır. Cebirsel ifadeleri bir sonuç olarak değerlendirememektedir. Ö1, öğrencinin söz konusu yanılgısının farkında olarak, ifadeleri görsel olarak değil sonuç olarak değerlendirmesi gerektiğini belirtmiştir. Dolayısıyla, yapmış olduğu açıklama “uygun, tam” kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö1, bir diğer denklem kurmayı gerektiren problem durumunda da bir öğrencisinin hatalı cevabıyla karşılaşmış, ancak öğrencisinin cevabının neden hatalı olduğunu uygun ve yeterli bir şekilde değerlendirebilmiştir. Söz konusu duruma ilişkin öğrenci açıklamaları ve öğretmen değerlendirmesi Tablo 40'da verilmiştir.

Tablo 40

Ö1'in Denklem Kurmayı Gerektiren Problemlerin Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö1	Evet. Yine uygun denklemini yazıp çözmeniz gereken bir soru. Hadi bakalım. <i>(Bir süre bekler.)</i>
Öğrenci	Hocam, aslında biz bu soruları daha öncede çözüyorduk. İlkokulda falan. Öğretmenimiz, sorunun altına bir ok çiziyordu. Önce fazlalıktan kurtulup sonra 2 katı dediği için tersini yani bölmeyi yapıyorduk. Öyle de yapsak olur değil mi?
Ö1	Sen bize ters işlemlerden yararlanarak doğru sonuca gitmeyi anlattın. Anlattığın şey doğru. Fakat bu soruda bunu kullanamazsın. Bak orda baba ile kızının yaşının toplamını vermiş. Babanın yaşı 52 değil. Öyle olsa dediğin doğru olurdu. Önce 52'den 7'yi çıkarıp sonra ikiye bölerdin. Ki bak burada sonuç tam da çıkmıyor. Hatalı olduğu bariz.

Tablo 40 incelendiğinde, öğrencinin problemin çözümünü yapabilmek için geriye doğru gitme stratejisinden bahsettiği görülmektedir. Ancak, stratejinin öğrencinin bahsettiği şekilde kullanımı doğru cevaba ulaştırmamaktadır. Ö1, bu durumun nedenini hızlı bir şekilde tespit edip gerekli açıklamayı yapabirmiştir. Dolayısıyla yapmış olduğu açıklama “uygun, tam” kategorisinde değerlendirilmiştir.

4.2.1.1.6. Ö1'in Gerekçelendirme Boyutuna İlişkin Tüm Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulgularının Değerlendirmesi

Ö1'in 10 ders saatlik öğretim süreci sonunda, öğrencilerin iddia/varsayım/çözüm önerilerine ilişkin yapmış olduğu gerekçeli açıklamaların uygunlukları açısından değerlendirilmesi Tablo 41'de toplu halde sunulmuştur.

Tablo 41

Ö1'in Öğretim Süreci Boyunca Yapmış Olduğu Gerekçeli Açıklamaların Uygunlukları Açısından Değerlendirilmesi

Ö1'in Gerekçeli Açıklamaları	Düzeyler			
	0	1	2	3
	Yok	Uygun Değil	Uygun, Eksik	Uygun, Tam
1.Eşitlik işaretinin anlamına ilişkin (eşitlik işaretinin “işlem yap ve sonuç elde et” şeklinde değil, sağ ve sol taraftaki ifadeler arasında bir denklik göstergesi olarak yorumlanmasına yönelik)				✓
2.Eşitlik kavramının tanımına ilişkin				✓
3.Öğrencinin, $a+8=9-7$ denkleminin belirttiği sözel durumu niçin hatalı yorumladığına ilişkin			✓	
4.Ağırlığı bilinmeyen bir cismin terazi üzerinde ağırlığının hesaplanmasına ilişkin			✓	
5.Terazi yönteminin yanlış bir şekilde genellenerek çıkarma işleminin yapılmasına ilişkin			✓	
6. Simetrik çözüm yöntemine ilişkin			✓	
7.Verilen cebirsel ifadenin bitirilmesi gereken işlemsel bir süreç olmadığına ilişkin				✓
8.Öğrencinin simetrik çözüm yöntemini niçin hatalı uyguladığına ilişkin				✓
9.Bir denklemin alternatif çözüm yöntemine ilişkin (simetrik çözüm yönteminin doğru uygulanmasına ilişkin)				✓

10.Terazi yönteminin uygulanmasına ilişkin			✓	
11.Terazi yönteminin uygulanmasına ilişkin			✓	
12.Bir denklemin alternatif çözüm yöntemine ilişkin (simetrik çözüm yönteminin doğru uygulanmasına ilişkin)			✓	
13.Problemin alternatif çözüm yöntemine ilişkin (denklemin çözümünde deneme-yanılma yönteminin kullanılmasının her zaman sonuca ulaşmada etkili olamayacağına ilişkin)			✓	
14.Problemin alternatif çözüm yöntemine ilişkin (Cebirsel ifadelerin bir sonuç olarak düşünülmesi gerektiğine ilişkin)				✓
15.Geriye doğru çalışma stratejisine ilişkin				✓

Tablo 41'e göre, Ö1'in öğrencilerin iddia/varsayım/çözüm önerilerine ilişkin yapmış olduğu gerekçeli açıklamaların çoğunlukla "uygun, eksik" kategorisi altında değerlendirildiği görülmektedir. Öğretmenin gözlem verilerinden elde edilen bu durum, öğretmenin ÖDBT'den elde edilen verileriyle de uyumludur. Ö1, ÖDBT'de yer alan gerekçelendirme sorularının çoğunu uygun ancak eksik bir şekilde yanıtlamıştır.

Ö1'in "uygun, eksik" kategorisi altında değerlendirilen gerekçeli açıklamaları incelendiğinde, çoğunlukla terazi modeli üzerinde gerçekleştirilen örneklerle ilişkin eksik değerlendirmelerinin olduğu görülmüştür. Terazi modeline ilişkin yapmış olduğu eksik açıklamalar sebebiyle, öğrencilerin bazı denklemlerin işlem adımlarını anlamakta zorlandıkları belirlenmiştir.

4.2.1.2. Ö2 Kodlu Öğretmenin Gerekçelendirme Boyutuna Yönelik Gözlem Bulguları

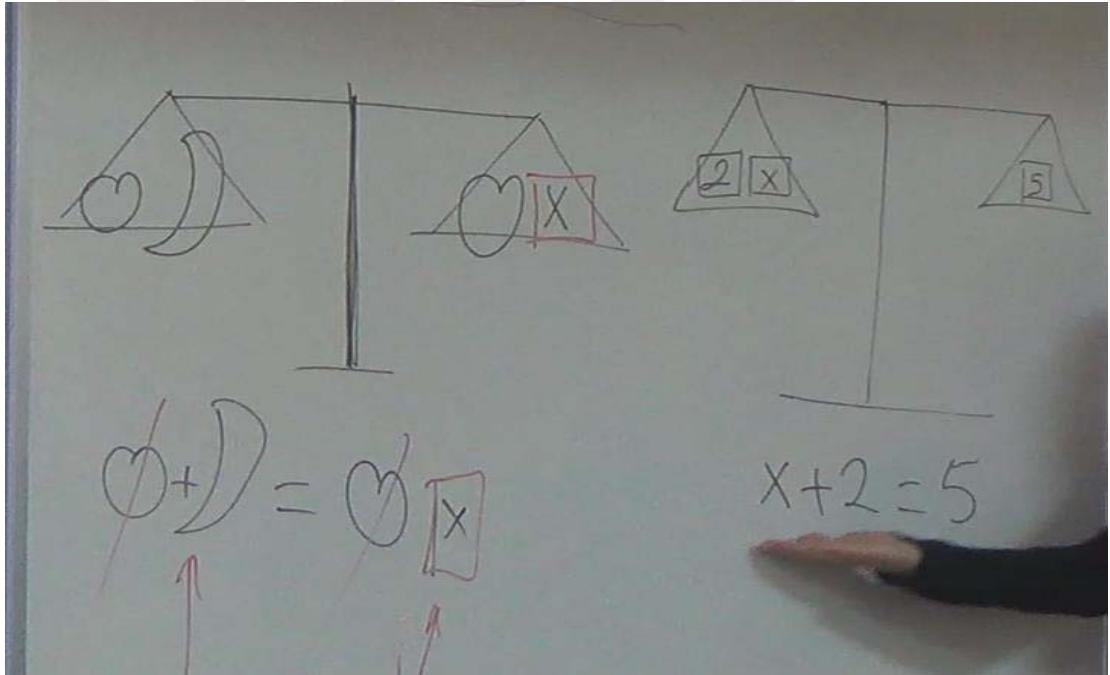
Ö2, 12 yıllık mesleki tecrübeye sahip bir ortaokul matematik öğretmenidir. Sınıf mevcudu 30 olan bir sınıfta konu anlatımını gerçekleştirmiştir.

Öğretmenin, ders gözlemlerinin analizi sonucunda gerekçelendirme boyutuna yönelik elde edilen bulguları, video kayıtlarının ekran alıntıları ve birebir gözlem notları ışığında aşağıda sunulmuştur. Ayrıca gözlem verilerinin sunumu esnasında, öğretmenin her iki ders saatlik öğretim sürecinin ardından kendisiyle gerçekleştirilen görüşmelerden de alıntılara yer verilmiştir. Ö2'nin 10 ders saatlik gözlem verileri ikişer ders saatlik bölümler halinde aşağıda detaylı olarak sunulmuştur.

4.2.1.2.1. Ö2 Kodlu Öğretmenin Gerekçelendirme Boyutuna Yönelik 1. ve 2. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları

Ö2'nin 1. ve 2. derslerinden elde edilen gözlem verileri, analitik rubrik aracılığıyla değerlendirilmiştir. Öğretmenin, öğrencilerin fikirleri ve çözüm önerilerinin neden doğru ya da yanlış olduğuna dair yapmış olduğu gerekçelendirmeleri aşağıda sunulmuştur.

Ö2 kodlu öğretmen, dersine eşitlik işaretinin önemine ilişkin bilgi vererek başladı. Terazinin günlük hayattaki kullanımından bahsetti. Terazide her iki kefe arasında denge nasıl sağlanıyorsa, matematikte de eşitlik işaretinin her iki yanında bulunan ifadeler arasında aynı şekilde dengenin sağlanması gerektiğini vurguladı. Tahtaya bir terazi modeli çizerek dengenin sağlanması için eklenmesi gereken ağırlığı öğrencilere sordu.

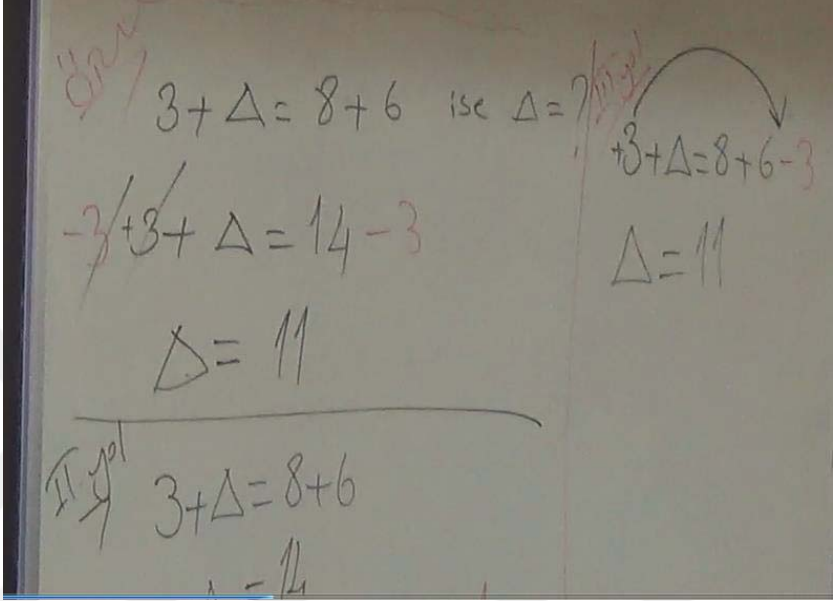
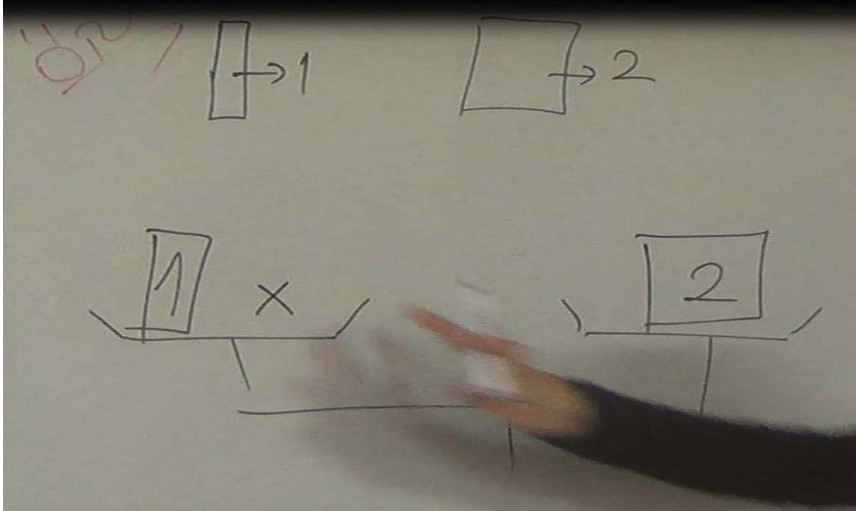


Şekil 24. Ö2'nin Terazi Modeli Üzerinde Yapmış Olduğu Çalışmalar

Söz konusu örneklerin ardından öğretmen tahtaya bir denklem yazdı. Denklem üç farklı çözüm yöntemini bu örnek üzerinden öğrencilere açıkladı. Denklem çözümü sırasında bir öğrencinin sorduğu soru ve öğretmenin bu soruyu değerlendirme ve açıklama süreci Tablo 42'de verilmiştir.

Tablo 42

Ö2'nin Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö2	Evet, toparlayalım şimdi. Birinci örnekte kefelere her ikisine de -3 ekledik. Kefelere aynı miktarda eklesem denge bozulmuyordu ya zaten terazi üzerinde yaptığımız muzlu soruyu hatırlayın. İkinci yolda da 14'ü 3+11 olarak açtık. Son örnekte eşitliği dere gibi düşündük. Diğer tarafa geçirince ıslandı değil mi bakın işareti değişti. Yine 11 bulduk. Peki şimdi kitapta sayfa 116'daki örneğe bakalım.
Ders İçi Öğretim Süreci	
Öğrenci	Hocam şöyle de yapabiliriz değil mi? Birinci kefe yerine ikinci kefeye -1 ekleyebiliriz. Yine denge sağlanır.

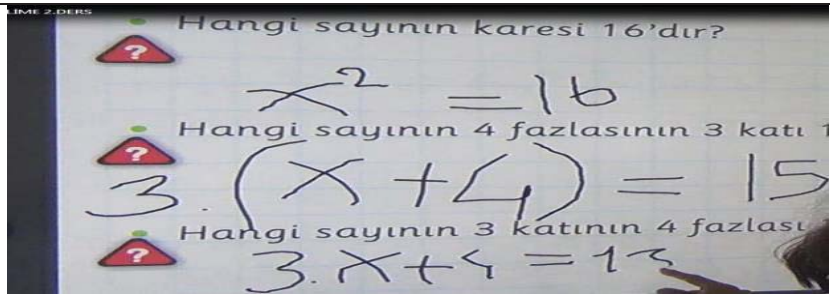
Ö2	İyi de oğlum, bize soruda -1 diye bir şey vermiş mi? İnce olan 1 kalın olan 2 kg bunları kullanıp denge kuracağız. Hem -1 koymak diye bir şey olmaz. 1 kg mı çıkarabilirsin. Ama buradaki 2kg lık kütleyi parçalayamayacağımıza göre diğer tarafa 1 kg eklemek mantıklı olur.

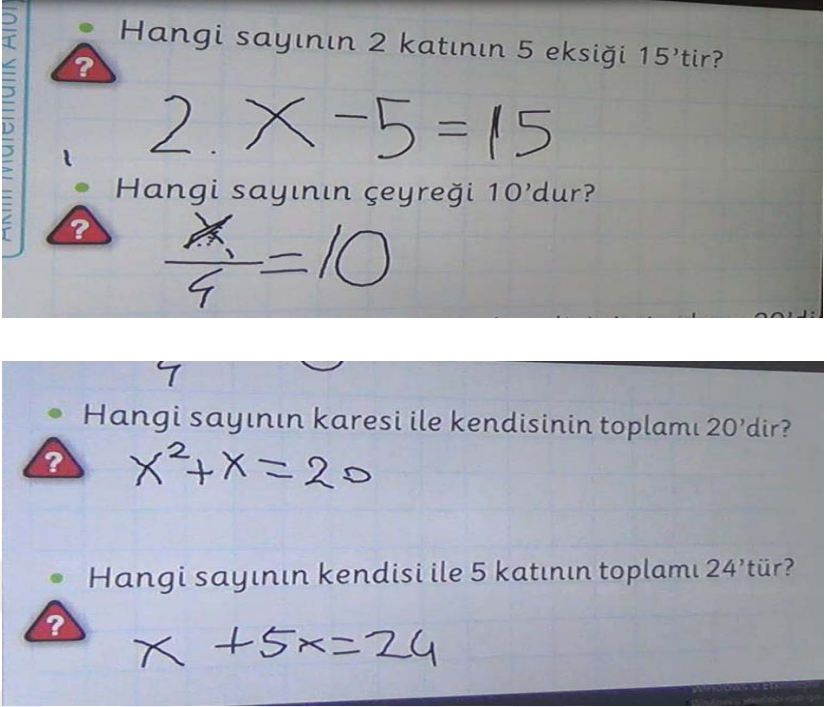
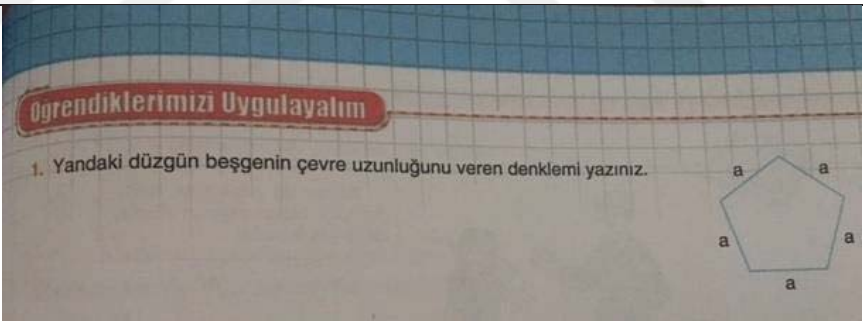
Tablo 42’de verilen öğretim süreci incelendiğinde, öğretmenin terazi modeli ve denklem işlem adımları arasında ilişki kurmaksızın denklem çözümünü anlattığı görülmektedir. Ö2, terazi modelini denge kavramını vurgulamak amaçlı, denklem işlem adımlarından bağımsız olarak ele almıştır. Söz konusu durum öğretmenin çözmüş olduğu ilk örnekte görülmüştür. Öğretmen soruyu çözerken “Birinci örnekte kefelere her ikisine de -3 ekledik. Kefelere aynı miktarda eklesem denge bozulmuyordu” şeklinde hatalı bir ifade de bulunmuştur. Söz konusu açıklamanın, öğrencinin “Birinci kefe yerine ikinci kefeye -1 ekleyebiliriz. Yine denge sağlanır.” şeklinde bir çözüm önerisinde bulunmasında etkili olduğu söylenebilir. Ö2, öğrencinin sorusunu, uygun ve yeterli bir şekilde yanıtlayabilmiştir. Terazinin kefelere negatif kütlelerin konulamayacağını belirtmiştir. Dolayısıyla, ders anlatımında hatalı ifadelerin olmasına rağmen, öğrenci sorusuna vermiş olduğu yanıt, “uygun, tam” kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö2, dersine denklem tanımını yaparak devam etmiştir. Denklem olan ve olmayan ifadeleri örnek olarak sunmasının ardından, öğrencilerin verilen sözel ifadeye ilişkin denklem kurmalarını sağlamak amaçlı örneklere dersinde yer vermiştir. Bu esnada, bir öğrencinin sormuş olduğu soru ve Ö2’nin öğrenciye vermiş olduğu yanıt Tablo 43’de verilmiştir.

Tablo 43

Ö2’nin Denklem Kurmaya İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
	

Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö2	Evet, şimdi sayfa 119'u açın bakalım. Birinci soru çok kolay biri açıklasın. Söyle bakalım.
Ders Kitabında Yer Alan Soru	
Öğrenci	$x+x+x+x+x$ yani hepsini toplamalıyız. Ama çevre kaç bilmiyoruz hocam.
Ö2	Aa, evet haklısın çevre belli değil. O zaman eşitliği kuramayız doğru. Hadi ben söyleyeyim 35 olsun o zaman. Şimdi tekrar söyle bakalım.
Öğrenci	$x+x+x+x+x=35$ olur.
Ö2	Tamam, yanıtın doğru ama soruda bir kenar uzunluğunu "a" vermiş. Onu kullanman gerekir. Bir de daha kısa yapabiliriz.
Öğrenci	Hocam bilmediğimiz için x koydum.
Ö2	Tamam, bilmiyoruz ama bilinmeyene "a" demiş zaten. Değiştirmene gerek yok.

Tablo 43’de verilen öğretim süreci incelendiğinde Ö2’nin derste çözmüş olduğu örneklerde çoğunlukla “x” bilinmeyenini kullandığı görülmüştür. Bu durumun, öğrencinin bilinmeyen kavramını, “x” ile özdeşleştirmesine sebep olduğu söylenebilir. Ö2, öğrencinin vermiş olduğu yanıtı uygun bir şekilde değerlendirmiştir. Ancak, açıklaması yeterli değildir. Bir soruda bilinmeyen/değişken olarak farklı harf ve sembollerin kullanılabileceğinden bahsetmelidir. Dolayısıyla yapmış olduğu değerlendirme “uygun, eksik” kategorisinde değerlendirilmiştir.

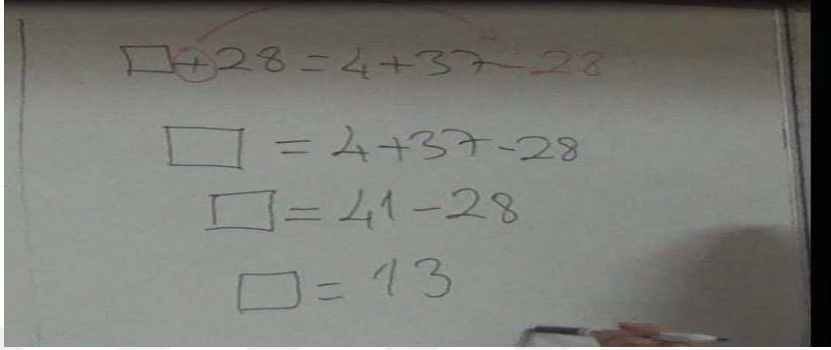
4.2.1.2.2. Ö2 Kodlu Öğretmenin Gerekçeleştirme Boyutuna Yönelik 3. ve 4. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları

Öğretmenin, öğrencilerin fikirleri ve çözüm önerilerinin neden doğru ya da yanlış olduğuna dair yapmış olduğu gerekçeleştirmeleri aşağıda sunulmuştur.

Ö2, ders kitabında yer alan ve eşitliklerde bilinmeyen yerine gelecek sayıyı bulmayı gerektiren soruları tahtaya yazarak derse başladı. Yazmış olduğu soruların bir kısmını kendisi çözerek öğrencilerine anlattı. Ö2’nin, soruların çözümü esnasında ters işlem metodundan yararlandığı görülmüştür. Ancak, söz konusu sorular terazi modeliyle ilişkilendirilerek eşitliğin her iki tarafına aynı işlemlerin yapılmasını gerektiren sorulardır. Öğretmenin, denklem çözüm adımlarını detaylı bir şekilde anlatmadan ters işlem metodu ile çözüm yapması, öğrencilerin işlem adımlarını tam olarak anlamamalarına dolayısıyla hatalı çözümler yapmalarına sebep olmuştur. Söz konusu duruma ilişkin bir öğrencinin hatalı çözüm metodu ve öğretmenin bu metoda ilişkin yapmış olduğu değerlendirmeler Tablo 44’de verilmiştir.

Tablo 44

Ö2'nin Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö2	Daha öncede bu şekilde yapmıştık. En çok kullanacağımız yöntem bu. Hemen bilinmeyeni yalnız bırakmak için işaret değiştirerek karşıya alıyoruz. Amaç hep bilinmeyeni yalnız bırakmak tamam mı?
Öğrenci	Hocam, o zaman şöyle de yapabiliriz değil mi? Oraya -28 eklese, diğer tarafa da +28 eklese.
Ö2	Tamam. Sen şimdi -28'i ekledin. Burası sıfırlandı. Diğer tarafa neden +28 ekliyoruz?
Öğrenci	O tarafa ters işaretlisini ekliyoruz ya.
Ö2	Hayır. Ben öyle mi anlattım? Terazide yaptığımız her iki kefeye aynı şeyi eklemektir. Dengeyi bozmuyorduk. Öyle yapacaksın bu tarafa da aynısını yapman gerekir. Sen şimdi ters işlem yöntemiyle iyice karıştırdın. Ama şunu söyleyelim, bunlar aynı şeyler aslında. Ters işlem yaparken buraya -28 yazmak yerine, karşıya -28 yazdık. Zaten burası sıfır olacak diye yazmıyoruz. Eşitliği bozmuyoruz yani.

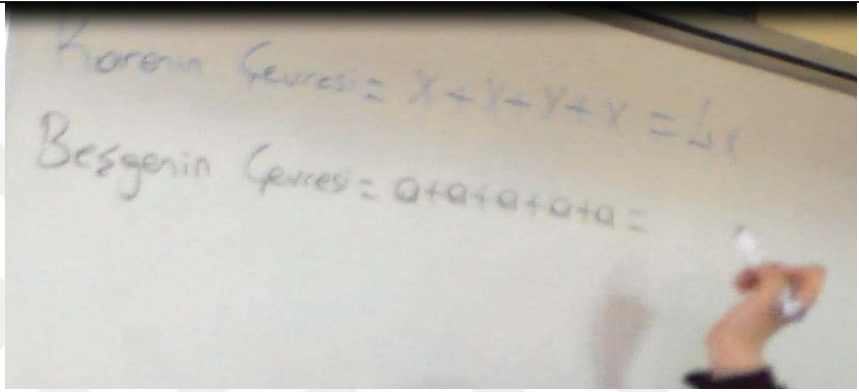
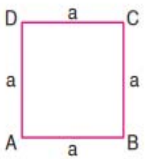
Tablo 44'de verilen öğretim süreci incelendiğinde, öğrencinin simetrik çözüm yöntemiyle ters işlem yöntemini karıştırdığı ve dolayısıyla denklem çözümünü tam olarak anlayamadığı görülmektedir. Ö2, söz konusu durumun farkında olarak öğrencinin neden hata yaptığını açıklayabilmiştir. Ters işlem metodunun simetrik çözüm yönteminden farklı olmadığını, her ikisinde de eşitliğin korunduğunu belirtmiştir. Dolayısıyla açıklaması “uygun, tam” kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö2, geometrik şekillerin çevre uzunluklarının bilinmeyenler yardımıyla nasıl ifade edilebileceğine ilişkin örneklerle dersine devam etti. Bu esnada, öğrencilerinin ders kitabında

yer alan bir soruyu yanıtlamalarını istedi. Söz konusu sorunun çözümü için öğrencinin yapmış olduğu açıklama ve Ö2'nin bu açıklamayı değerlendirme süreci Tablo 45'de verilmiştir.

Tablo 45

Ö2'nin Denklem Kurma Çalışmalarına İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö2	Bir kenarı 2 br olan karenin çevresini nasıl hesaplıyorduk? Hepsini toplayarak ya da 4 ile çarparak değil mi? Aynı mantıkla kenarları eşit olan bütün geometrik şekillerin çevre uzunluklarını hesaplayabiliriz. Beşgende o zaman 5a olur. Şimdi, ders kitabından sayfa 129, 10. Soruya bakın bakalım. Bulan beklesin.
Ders Kitabında Yer Alan Soru	10. Yandaki karenin çevre uzunluğu 16 cm'dir. Bu uzunluğu veren eşitlik aşağıdakilerden hangisidir? A. $a + a + a = 16$ cm B. $4 \cdot a = 16$ cm C. $3 \cdot a = 16$ cm D. $a \cdot a = 16$ cm 
Öğrenci 1	Hocam 4 kenarı olduğu için tahtada da yazılı zaten "B" şıkkı doğru cevap.
Ö2	Aferin. Ama şıklarda $a + a + a + a = 16$ olsa da doğru olurdu. O zaman bir tane a kaç olur? Evet, 4 değil mi?
Öğrenci 2	Hocam bütün şekillerde böyle olmak zorunda değil ama değil mi? $10 + 2 + 2 + 2$ de 16 olur.
Ö2	Hiç dinlememişsin beni. Kenarları eşit olan şekillerden bahsediyoruz. Hepsi eşitse nasıl biri 10, diğerleri 2 olsun. Karenin 4 kenarı da eşit zaten. Bak tahtaya da yazdık.

Tablo 45’de verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö2’nin öğrencinin hatalı çözümünü uygun ancak eksik bir şekilde değerlendirdiğini söylenebilir. Öğretmen, soruya uygun olarak karenin 4 kenarının da eşit olması gerektiğini belirtmiştir. Ancak soruda asıl amaçlanan, öğrencilerin verilen ifadelerle uygun bir şekilde denklem kurmalarıdır. Dolayısıyla, bir denklem özelinde aynı harflerin aynı değerleri alması gerektiği öğretmen tarafından vurgulanmalıdır. Bu şekilde bir açıklamayla, öğrenci de var olması muhtemel olan, değişken kavramının sadece bilinmeyen olarak algılanıp kesinlik niteliğinin göz ardı edilmesi yanlışlığının da önüne geçilebilir.

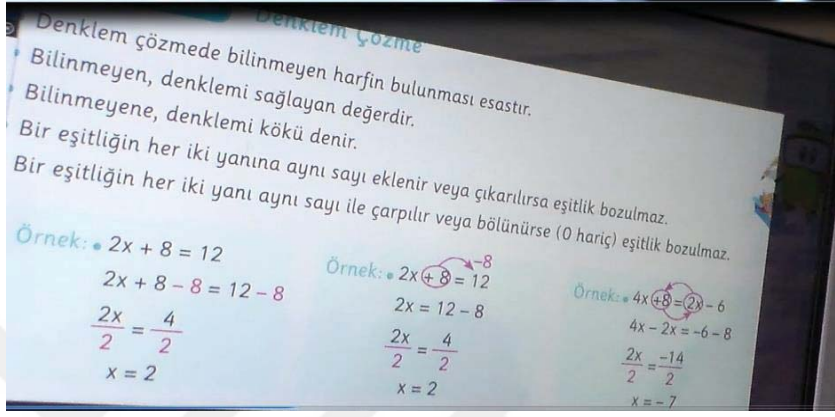
4.2.1.2.3. Ö2 Kodlu Öğretmenin Gerekçeleştirme Boyutuna Yönelik 5. ve 6. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları

Öğretmenin, öğrencilerin fikirleri ve çözüm önerilerinin neden doğru ya da yanlış olduğuna dair yapmış olduğu gerekçeleştirmeleri aşağıda sunulmuştur.

Ö2, beşinci derse başlarken öğrencilerinden ders kitaplarını açmalarını ve “öğrendiklerimizi uygulayalım” bölümünde yer alan soruları yanıtlamalarını istedi. Söz konusu sorular denklem kurmayı gerektiren sözel ifadelerden oluşmaktadır. Ö2, bir süre öğrencilerin soruları çözmelerini bekledi. Hemen ardından, gönüllü öğrencileri tahtaya kaldırıp çözümlerini sınıfa açıklamalarını istedi. Tüm soruların tamamlanmasının ardından birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözümüne ilişkin konu anlatımını gerçekleştirdi. Bu esnada bir öğrencinin öğretmene sormuş olduğu soru ve öğretmenin soruyu değerlendirme süreci Tablo 46’da verilmiştir.

Tablo 46

Ö2'nin Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

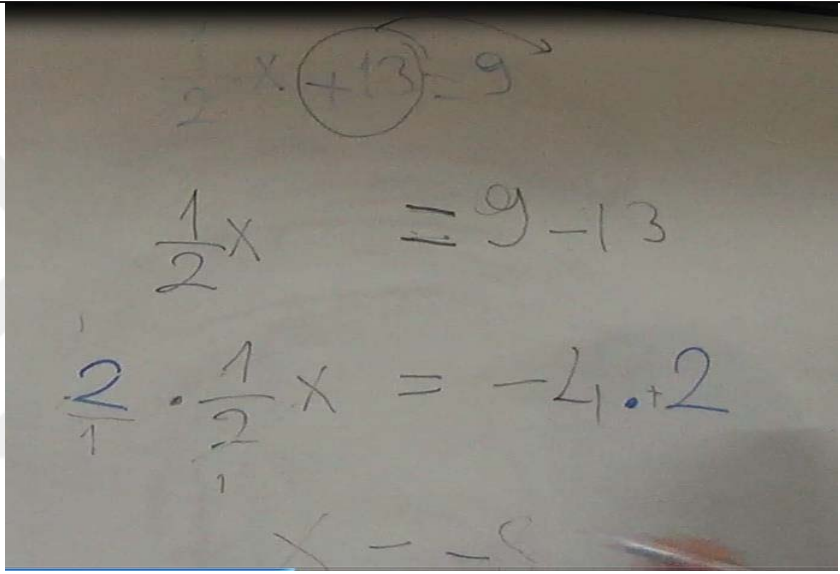
Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	 Denklem çözmede bilinmeyen harfin bulunması esastır. Bilinmeyen, denklemin sağlayan değeridir. Bilinmeyene, denklemin kökü denir. Bir eşitliğin her iki yanına aynı sayı eklenir veya çıkarılırsa eşitlik bozulmaz. Bir eşitliğin her iki yanı aynı sayı ile çarpılır veya bölünürse (0 hariç) eşitlik bozulmaz. Örnek: $2x + 8 = 12$ $2x + 8 - 8 = 12 - 8$ $\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$ $x = 2$ Örnek: $2x + 8 = 12$ $2x = 12 - 8$ $\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$ $x = 2$ Örnek: $4x + 8 = 2x - 6$ $4x - 2x = -6 - 8$ $\frac{2x}{2} = \frac{-14}{2}$ $x = -7$
Ö2	Biz daha önceki derslerimizde de bunlardan bahsetmiştik. Şimdi daha detaylı ele almış olduk. Hem de tekrar oldu.
Öğrenci	Hocam, bir şey sormak istiyorum. Hangi sayının 2 katının 8 fazlası 12 olur? diye okuyoruz ya, 8 fazlası 12 ya ondan kurtulup, x'i ne ile çarparsam 4 olur? diye düşünüp bulsam sınavda kabul eder misiniz? İşlemleri yapınca karıştırıyorum.
Ö2	İyi de, şimdi senin anlattığın şey zaten bak ortada görüyorsun. Ters işlem yöntemi. Biz de öyle yaptık. Akıldan yapıp sonucu buluyorsan tamam ama bu basit bir denklem en sondaki soruya bak. Onu nasıl akıldan yapacaksın? O zaman söylediğin gibi yapamazsın. İşlemleri yapman gerekir. Soru çözdükçe bu tür sorularda işlemleri yapman gerektiğini daha iyi anlayacaksın.

Tablo 46'da verilen öğrenci çözüm metodu incelendiğinde, öğrencinin işlemsel bir bakış açısıyla soruyu yanıtlamaya çalıştığı söylenebilir. Ö2, öğrencinin çözüm yönteminin bilinmeyenin tek bir tarafta bulunduğu durumlarda geçerli olduğunu belirtmiştir. Aynı zamanda, $ax+b=cx+d$ gibi bilinmeyenin her iki tarafta da olduğu denklemlerde öğrencinin ifade ettiği gibi katsayılar üzerindeki işlemleri geri çevirerek çözümün yapılamayacağını ifade etmiştir. Bu tip denklemlerin çözülebilmesi için cebir yöntemlerinin kullanılması gerektiğini vurgulamıştır. Dolayısıyla Ö2'nin öğrencinin yöntemine ilişkin yapmış olduğu değerlendirmeler “uygun, tam” kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö2, derse denklem çözüm çalışmalarıyla devam etti. Tahtaya yazmış olduğu bir sorunun çözümü esnasında, bir öğrencinin farklı çözüm önerisi ve Ö2'nin bu çözüm önerisini değerlendirme süreci Tablo 47'de verilmiştir.

Tablo 47

Ö2'nin Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö2	-13'ü karşıya aldık -4 bulduk. Şimdi burası çok önemli. Bakın 2'nin yok edilmesi için her iki tarafı 2 ile çarparsak bunlar sadeleşir ve x yalnız kalır...
Öğrenci	Hocam şöyle de yapsak olur muydu? Önce, 2'yi karşıya geçiririz. Bölmenin tersi çarpma yaptık ya az önce. O zaman $x+13=18$ olur. Sonra yine ters işlem yaparız.
Ö2	Dediğin olmaz. $x+13=18$ 'den x, 5 çıkar. Biz kaç bulduk -8. Hep ne diyorum, bilinenler bir tarafa bilinmeyenler bir tarafa. Önce bilinenleri bir yan yana getiriyoruz. X'e en uzak olandan başlıyoruz.

Tablo 47 incelendiğinde, Ö2'nin öğrencinin çözüm yöntemine ilişkin uygun ancak eksik değerlendirmede bulunduğu görülmektedir. Öğretmen, öğrencinin yönteminin hatalı olduğunu belirtmiştir. Ayrıca, öğrencinin ters işlem yöntemini hangi sırayla uygularsa doğru cevaba ulaşabileceğini açıklamıştır. Ancak, öğrencinin çözüm yönteminin “neden yanlış” olduğuna dair tam bir açıklamada bulunamamıştır. Öğretmen, öğrencinin belirttiği, “Önce,

2'yi karşıya geçiririz.” ifadesinin de yapılabileceğini ancak bunun için simetrik çözüm yönteminin doğru uygulanması gerektiğini açıklamalıdır.

4.2.1.2.4. Ö2 Kodlu Öğretmenin Gerekçelendirme Boyutuna Yönelik 7. ve 8. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları

Öğretmenin, öğrencilerin fikirleri ve çözüm önerilerinin neden doğru ya da yanlış olduğuna dair yapmış olduğu gerekçelendirmeleri aşağıda sunulmuştur.

Ö2, derse denklem çözümüne ilişkin tekrar çalışmasıyla başladı. Ters işlem yönteminin nasıl yapıldığını kısaca tekrar ettikten sonra, öğrencilerinden ders kitaplarını açmalarını ve kitapta yer alan test sorularından üç tanesini çözmelerini istedi. Bu esnada bir öğrencinin öğretmene sorduğu soru ve öğretmenin bu soruyu değerlendirme süreci Tablo 48’de görülmektedir.

Tablo 48

Ö2'nin Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	17. $-4x + 6 = +2x + 12$ denklemindeki x'in değeri aşağıdakilerden hangisidir? A. +1 B. 0 C. -1 D. -2 18. $x = -4$ değeri aşağıdaki denklemlerden hangisini sağlamaktadır? A. $2x - 5 = 8$ B. $3x + 5 = 7$ C. $-3x - 5 = 7$ D. $2x + 5 = 8$ 19. $3 \cdot (a + 5) = 6 \cdot (a + 5)$ denklemindeki a'nın değeri aşağıdakilerden hangisidir? A. -6 B. -5 C. +2 D. +5
Öğrenci	Hocam, ben işlem yapmadım. Şıkları deneyerek cevabı buldum. Sınavda böyle yapsam kabul edersiniz değil mi?
Ö2	Hayır, kabul etmem. İşlem olacak kesinlikle. Hadi burada denemek kolay. Ya geçen ders yaptığımız gibi kesirli olsa, ondalıklı verilse bir de sayılar büyük olursa çok zorlanırsın. Her soruda olmaz. Denklemi çözmek, şıkları denemenden çok daha az zaman alır. Zaten öyle olsa işlemleri anlatmazdık değil mi?

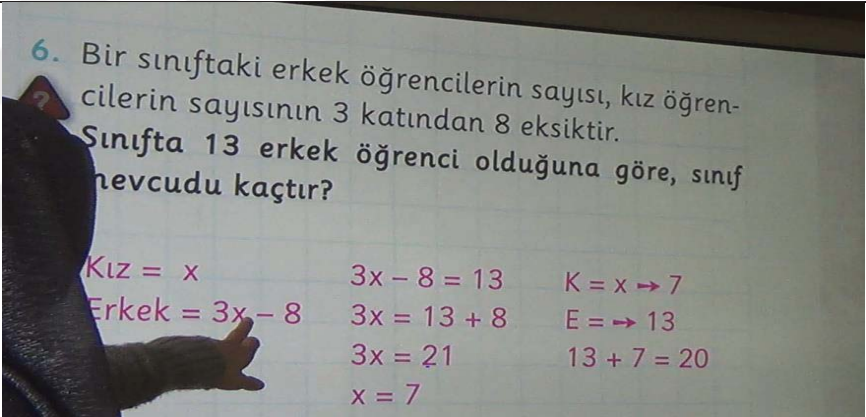
Tablo 48’de verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö2’nin öğrencinin çözüm yöntemine ilişkin yapmış olduğu açıklamanın uygun ve tam bir açıklama olduğunu söylenebilir. Ö2, öğrencinin denklem çözümlerini deneme-yanılma metoduyla yapmasının

her zaman işe yaramayacağını, hatta bilinmeyen büyük sayılar ve ondalıklı sayılar olduğu sorularda çok fazla zaman alabileceğini belirtmiştir. Böylelikle, öğrencinin denklem çözüm metotlarını kullanmasını teşvik etmiştir.

Ö2, denklem çözümüne ilişkin çalışmaların ardından derse denklem kurmayı gerektiren problem durumlarıyla devam etti. Bu sırada, bir öğrencinin kurmuş olduğu problem ve probleme ilişkin yazmış olduğu denklem ile öğretmenin söz konusu problem ve denklemi değerlendirme süreci Tablo 49’da verilmiştir.

Tablo 49

Ö2’nin Problem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	 6. Bir sınıftaki erkek öğrencilerin sayısı, kız öğrencilerin sayısının 3 katından 8 eksiktir. Sınıfta 13 erkek öğrenci olduğuna göre, sınıfta kaç öğrenci mevcuttur? Kız = x $3x - 8 = 13$ $K = x \rightarrow 7$ Erkek = $3x - 8$ $3x = 13 + 8$ $E = \rightarrow 13$ $3x = 21$ $13 + 7 = 20$ $x = 7$
Ö2	Evet, tamam bu soru çözüldü. Şimdi buna benzer siz bir problem kurun bakalım. Bizim sınıfımızda evet yoklama listesine göre 12 erkek, 18 kız var. Siz de bunları kullanarak kız sayısını bulacak şekilde bir problem yazıp çözün bakalım. (Bir süre geçtikten sonra) Evet, kim okuyacak yazdığı problemi? Hadi oku bakalım.
Öğrenci	Bir sınıftaki kızların sayısı, erkeklerin sayısının 6 fazlasıdır. Sınıfta 12 erkek varsa, kaç kız öğrenci vardır?
Ö2	Denklemini ne bunun?
Öğrenci	Kızların sayısı 18 çıkacağı için $X+6=18$.
Ö2	Oldu mu sizce? Herkes dinlesin bakalım. Ben soruda kızların sayısını bulun dedim. O zaman bilinmeyen kim? Evet, kızlar. O zaman kızların sayısına x demeliyiz. Arkadaşınızın yazdığı denklemde kimi buluyoruz?

	Erkekleri değil mi? Sonuç 18 çıkacak diye eşittir 18 yazarsak, zaten biliyoruz. Denklem kurmaya gerek var mı?

Tablo 49’da verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö2’nin öğrencinin kurmuş olduğu problem ve probleme ilişkin yazdığı denklem için yapmış olduğu açıklamaların uygun ve yeterli olduğu görülmektedir. Öğrencinin kurmuş olduğu denklemden, çözüm kavramını “eşitliğin sağ tarafındaki sayı” ile eşleştirdiği görülmektedir. Öğrenci çözüm kavramını, X’e değer verildiğinde denklemi doğru kılacak olan bir değer olarak düşünmemektedir. Ö2’nin yapmış olduğu açıklamalar da bu yöndedir. Bilinmeyene x denilmesi gerektiğini ve sonuç 18 olduğu için eşitliğin karşısına 18 yazmanın doğru olmadığını ifade etmiştir. Dolayısıyla öğretmenin yapmış olduğu açıklamalar “uygun, tam” kategorisinde değerlendirilmiştir.

4.2.1.2.5. Ö2 Kodlu Öğretmenin Gerekçeleştirme Boyutuna Yönelik 9. ve 10. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları

Öğretmenin, öğrencilerin fikirleri ve çözüm önerilerinin neden doğru ya da yanlış olduğuna dair yapmış olduğu gerekçeleştirmeleri aşağıda sunulmuştur.

Ö2, öğrencisinin getirdiği bir terazi modeli üzerinde bazı uygulamalar yaparak derse başladı.



Şekil 25. Terazi Modeli

Bu uygulamalar esnasında bir öğrencinin yanıtı ve Ö3’ün bu yanıtı değerlendirme süreci Tablo 50’de verilmiştir.

Tablo 50

Ö2'nin Terazi Yöntemine İlişkin Öğretim Süreci

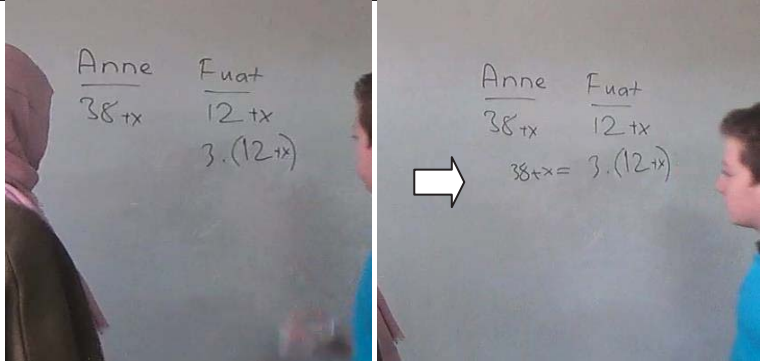
Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ö2	Evet, buraya bakıyoruz. Farklı markalarda suları kefelere yerleştirelim. Bu x kg bu da y kg olsun. Ağırlıklarını bilmiyoruz. Bakalım terazinin dengesi nasıl değişecek? Bakın ikisi de eşit. Terazi dengeye geldi. O zaman ne diyoruz? Bunlara x ve y kg demiştik. O zaman bunlar birbirine eşitmiş.
Ders İçi Öğretim Süreci	
Öğrenci	Hocam ağırlıkları eşit ama x ve y dedik. İkisine de aynı harf kullanmayacak mıyız?
Ö2	Evet olabilir. X'de Y'de aynı sayıya eşit olamaz mı? X'de Y'de 1 kg olabilir mesela. Hem zaten tartmadan önce bilemezdik ki. O yüzden biri x diğeri y kg dedim. Ama neymiş x ve y birbirine eşitmiş bunu görmüş olduk. Şimdi ikisine de aynı harfi kullanabilirsin. İster ikisine de x dersin, istersen y.

Yukarıda verilen öğretim süreci incelendiğinde, öğrencinin farklı değişkenlerin aldığı değerlerin birbirlerinden farklı olması gerektiği gibi bir yanılgıya sahip olduğu görülmektedir. Ö2, söz konusu durumun farkında olarak farklı değişkenlerin aynı değerler alabileceği yönünde açıklamalarda bulunmuştur. Dolayısıyla öğrenciye yapmış olduğu açıklama “uygun, tam” kategorisi altında değerlendirilmiştir.

Ö2, derse denklem kurmayı gerektiren problem durumlarına örnekler vererek devam etti. Bir problemin çözümü esnasında bir öğrencinin hatalı yanıtı ve Ö2'nin bu yanıtı değerlendirme süreci Tablo 51'de verilmiştir.

Tablo 51

Ö2'nin Problem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ö2	Evet. Kitaptaki soruyu yazın bakalım. Fuat 12, annesi 38 yaşındadır. Kaç yıl sonra annenin yaşı, Fuat'ın yaşının 3 katı olur? (Bir süre beklenir.) Hadi bakalım kalkmayan birine soralım. Evet, nasıl yaptın? Denklemi istiyorum.
Öğrenci 1	Hocam, kaç yıl olduğunu bilmediğimiz için $x+12$ dedim. 3 kat olacağı için bunu 3 ile çarpacağız 38'e eşit olacak.
Ö2	Peki, ama yıl geçtikçe sadece Fuat büyümüş olmaz ama değil mi? Annenin de yaşı artacak ona da ekleme yaparsak nasıl bir denklem ortaya çıkar?
Öğrenci 2	Hocam, annenin yaşına da x eklemeliyiz.
Ö2	Aferin. Aynen öyle. Her ikisinin de x yıl sonra yaşları artacak.
Öğrenci 1	Hocam sonuç 38'e eşit ama. Denklemi yazıp sonucu yazmıyor muyuz?
Ö2	Sonuç 38'e eşit değil ama annenin x yıl sonraki yaşına eşit. Gel tahtada yapalım.
Ders İçi Öğretim Süreci	
Öğrenci 1	Hocam soruyu anladım ama ben her iki tarafta da x olamaz sanıyordum.
Ö2	Soruyu anladıysan sıkıntı yok. Bak neye eşit olduğunu anladın değil mi?

Yukarıda verilen öğretim süreci incelendiğinde, öğrenci 1'in "hocam sonuç 38'e eşit ama" söyleminden eşitlik işaretini "işlem yap ve sonuç bul" şeklinde yorumladığı

anlaşılmaktadır. Ayrıca, “hocam soruyu anladım ama ben her iki tarafta da x olamaz sanıyordum.” açıklaması “bir problem için yazılan denklemin sadece bir tarafında bilinmeyen bulunmalı” şeklinde bir yanılgıya sahip olduğunu da göstermektedir. Ö2, söz konusu problem özelinde öğrencinin hatalı yanıtını değerlendirmesine rağmen, öğrencinin var olan kavram yanılgılarına ilişkin gerekli değerlendirmelerde bulunmamıştır. Dolayısıyla yapmış olduğu açıklamalar “uygun, eksik” kategorisi altında değerlendirilmiştir.

4.2.1.2.6. Ö2’nin Gerekçeleştirme Boyutuna İlişkin Tüm Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulgularının Değerlendirmesi

Ö2’nin 10 ders saatlik öğretim süreci sonunda, öğrencilerin iddia/varsayım/çözüm önerilerine ilişkin yapmış olduğu gerekçeli açıklamaların uygunlukları açısından değerlendirilmesi Tablo 52’de toplu halde sunulmuştur.

Tablo 52

Ö2’nin Öğretim Süreci Boyunca Yapmış Olduğu Gerekçeli Açıklamaların Uygunlukları Açısından Değerlendirilmesi

Ö2’nin Gerekçeli Açıklamaları	Düzeyler			
	0	1	2	3
	Yok	Uygun Değil	Uygun, Eksik	Uygun, Tam
1.Ağırlıkların negatif olamaması sebebiyle terazi üzerinde negatif sayıların kullanılamayacağına ilişkin				✓
2.Bilinmeyen/değişken kavramlarının “x” ile özdeşleştirilmesine ilişkin			✓	
3.Eşitliğin bir tarafında yapılan işlemin tersinin diğer tarafta yapılması kavram yanılgısına ilişkin				✓
4. Bir denklem özelinde aynı harflerin aynı değerleri alması gerektiğine ilişkin			✓	
5.Katsayılar üzerindeki işlemlerin geri çevrilerek $ax+b=cx+d$ tipindeki denklemlerin çözülemeyeceğine ilişkin				✓
6.Bilinmeyen katsayısından başlanarak denklem çözümlerinin yapılmasına ilişkin			✓	

7.Denklem çözümlerinin deneme-yanılma metoduyla yapılmasının her zaman sonuca ulaşmada etkili olmayacağına ilişkin				✓
8.Eşitlik işaretinin anlamına ilişkin				✓
9.Farklı değişkenlerin aldığı değerlerin birbirinden farklı olması gerektiği yanlışlığına ilişkin				✓
10.Bilinmeyen denklemin sadece bir tarafında bulunmadığına ilişkin			✓	

Tablo 52'ye göre, Ö2'nin öğrencilerin iddia/varsayım/çözüm önerilerine ilişkin yapmış olduğu gerekçeli açıklamaların çoğunlukla “uygun, tam” kategorisi altında değerlendirildiği görülmektedir. Öğretmenin gözlem verilerinden elde edilen bu durum, öğretmenin ÖDBT'den elde edilen verileriyle de uyumludur. Ö2, ÖDBT'de yer alan gerekçelendirme sorularının çoğunu uygun ve tam bir şekilde yanıtlamıştır.

Ö2'nin “uygun, eksik” kategorisi altında değerlendirilen gerekçeli açıklamaları incelendiğinde, çoğunlukla bilinmeyen ve değişken kavramlarına ilişkin yapmış olduğu açıklamalarda eksik bilgilendirmelerin olduğu görülmüştür. Ö2'nin öğretim süreci boyunca yoğun bir otorite ile derslerini gerçekleştirmiş olması sebebiyle öğrencilerin kendisine oldukça az soru sordukları ve fikirlerini belirtmekte çekimser kaldıkları gözlemlenmiştir.

4.2.1.3. Ö3 Kodlu Öğretmenin Gerekçelendirme Boyutuna Yönelik Gözlem Bulguları

Ö3, 13 yıllık mesleki tecrübeye sahip bir ortaokul matematik öğretmenidir. Sınıf mevcudu 27 olan bir sınıfta konu anlatımını gerçekleştirmiştir.

Öğretmenin, ders gözlemlerinin analizi sonucunda gerekçelendirme boyutuna yönelik elde edilen bulguları, video kayıtlarının ekran alıntıları ve birebir gözlem notları ışığında aşağıda sunulmuştur. Ayrıca gözlem verilerinin sunumu esnasında, öğretmenin her iki ders saatlik öğretim sürecinin ardından kendisiyle gerçekleştirilen görüşmelerden de alıntılara yer verilmiştir. Ö2'nin 10 ders saatlik gözlem verileri ikişer ders saatlik bölümler halinde aşağıda detaylı olarak sunulmuştur.

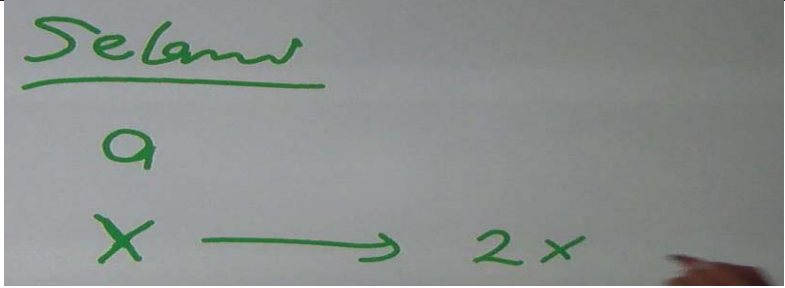
4.2.1.3.1. Ö3 Kodlu Öğretmenin Gerekçelendirme Boyutuna Yönelik 1. ve 2. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları

Ö3'ün 1. ve 2. derslerinden elde edilen gözlem verileri, analitik rubrik aracılığıyla değerlendirilmiştir. Öğretmenin, öğrencilerin fikirleri ve çözüm önerilerinin neden doğru ya da yanlış olduğuna dair yapmış olduğu gerekçelendirmeleri aşağıda sunulmuştur.

Ö3, derse denklem kurma ve denklem çözmenin önemi hakkında bilgi vererek başladı. Denklem çözümünde başarılı olabilmek için denklemin nasıl kurulduğu hakkında doğru bilgiye sahip olmanın önemini vurguladı. Hemen ardından tahtaya basit sözel ifadeler yazıp öğrencilerinden sözel ifadelerin karşılığı olan denklemleri bulmalarını istedi. Bu esnada bir öğrencinin sormuş olduğu soru ve öğretmenin bu soruyu yanıtlama süreci Tablo 53'de verilmiştir.

Tablo 53

Ö3'ün Denklem Kurmaya İlişkin Öğretim Süreci

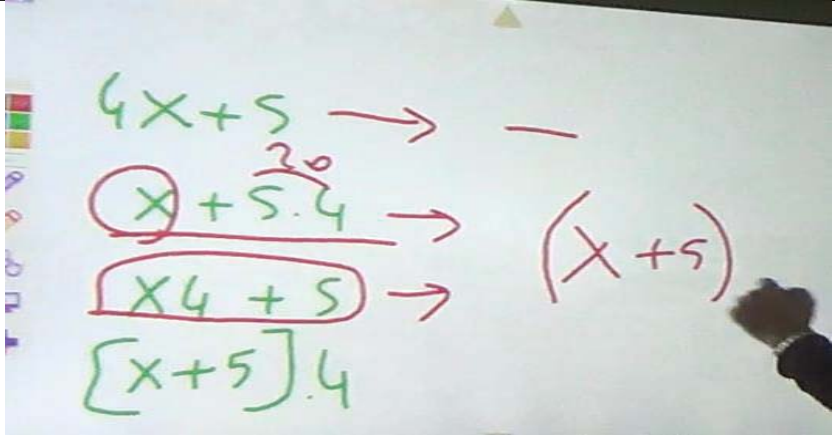
Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ö3	Peki, yazın bakalım. Bir baba oğlu Selami'ye verdiği paranın iki katını Selami'nin abisine vermiştir. İkisinin paraları toplamı 90 TL'dir.
Öğrenci 1	Hocam Selami'ye x verirse abisine $2x$ verir. İkisini toplarsınız 90 'a eşit olur.
Ö3	Evet güzel. $2x$ doğru.
Öğrenci 2	Hocam, a deseydik yine sonuç doğru olurdu değil mi? Ben abisi $2a$ alır dedim. a ile $2a$ 'yı toplayınca 90 eder yazdım.
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö3	Evet a desen de aynı. Biz x dedik iki katını $2x$ olarak ifade ettik. Önemli olan en başta nasıl tanımladığın. Yani bilinmeyen yerine harf kullandığımız için istediğini seçmekte özgürsün. Sonucu etkilemez.

Tablo 53’de verilen öğretmen açıklaması değerlendirildiğinde, açıklamanın uygun ancak yeterli olmadığı görülmektedir. Ö3, bilinmeyen yerine harflerin kullanıldığını ve seçilen harfin sonucu değiştirmedğini uygun bir şekilde belirtmiştir. Ancak, bilinmeyen ve değişken kavramlarının ne olduğuna ilişkin detaylı bir açıklamada bulunmadığı görülmektedir. Öğrenci, bir denklemdeki harf değişikliğinin onu yepyeni bir denkleme çevireceği gibi bir yanılgıya sahiptir. Bu duruma sebep olarak öğretmenin dersin başında bilinmeyen ve değişken kavramları ile ilgili yeterince bilgilendirici açıklama yapmaması gösterilebilir. Dolayısıyla öğretmenin öğrencinin sorusu için yapmış olduğu değerlendirme “uygun, eksik” kategorisinde değerlendirilmiştir.

Denklem kurma çalışmaları esnasında, öğrencilerin işlem önceliğini dikkate almaları gereken soruları yanıtlamakta oldukça zorlandıkları görülmüştür. Bu süreçte öğrencilerin vermiş oldukları yanıtlar ve Ö3’ün bu yanıtları değerlendirme süreci Tablo 54’de verilmiştir.

Tablo 54

Ö3’ün Denklem Kurmaya İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ö3	Hadi başka bir ifade yazalım. Ali’nin cevizlerinin 5 fazlasının 4 katı 28’dir. (Bir süre bekledikten sonra, öğrencilerin defterlerini kontrol eder ve bazı yanıtları tahtaya yazarak değerlendirir.)
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö3	1 tane doğru cevap var. Ama çoğunluk hatalı yaptığı için neden hatalı yaptığınızı bir inceleyelim bakalım. Biz önceki derslerimizde işlem önceliği denen birşey öğrenmiştik değil mi? Onu burada kullanmalıyız. Mesela, ilk yazdığınıza bakalım. Önce çarpma yapılır öyle değil mi? O zaman soruda istenen durumla uyuşmuyor. Önce fazlasının kelimesi var dikkat edin. İkincisi de öyle. Önce 5’in 4 katı yapılır. O da uymuyor.

	Zaten üçüncü yazdığımızı açıklamaya gerek yok birinciyle aynı. Ama kat sayıları başa yazıyoruz ona dikkat edelim. X4 iki basamaklı bir sayıyı çağrıştırıyor. Ve evet doğru cevap olarak bunu kabul ediyoruz. Önce toplamının yapılabilmesi için ona bir öncelik vermemiz lazım. Bunu da parantezle yapıyorduk değil mi?

Tablo 54’de verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö3’ün öğrencilerin soruya ilişkin hatalı yanıtlarını da değerlendirmeye aldığı ve neden hatalı olduklarına dair yeterli açıklamalar yaptığı görülmektedir. Dolayısıyla Ö3’ün yapmış olduğu açıklamalar “uygun, tam” kategorisinde değerlendirilmiştir.

4.2.1.3.2. Ö3 Kodlu Öğretmenin Gerekçeleştirme Boyutuna Yönelik 3. ve 4. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları

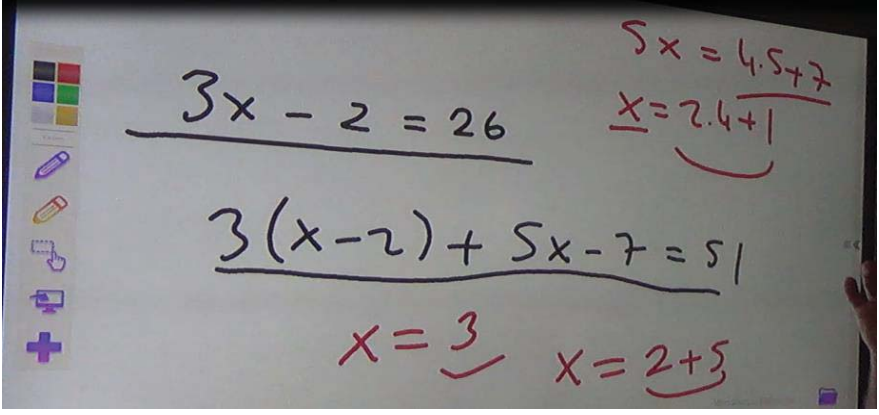
Öğretmenin, öğrencilerin fikirleri ve çözüm önerilerinin neden doğru ya da yanlış olduğuna dair yapmış olduğu gerekçeleştirmeleri aşağıda sunulmuştur.

Ö3, derse denklem çözmenin ne olduğuna daire açıklamalar yaparak başladı. Hemen ardından tahtaya basit bir denklem yazarak, bu denklemin üzerinden bilinmeyen nasıl bulunacağını anlatacağını belirtti. Bu esnada bir öğrenci söz alarak çözüm metodunu açıklamak istediğini belirtti. Söz konusu denkleme ilişkin öğrencinin çözüm metodu ve Ö3’ün bu metodu değerlendirme süreci Tablo 55’de verilmiştir.

Tablo 55

Ö3’ün Denklem Çözmeye İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ö3	Mesela, $3x-2=26$ denklemini nasıl çözebiliriz. Bilinmeyen nasıl bulunabilir acaba? Bugün bilinmeyeni bulmaya çalışacağız. Daha önceki derslerimizde denklemin nasıl kurulduğunu görmüştük.
Öğrenci	Hocam, ben söyleyebilir miyim? Burada daha önce yaptığımız gibi işlemleri tersinden yaparak bulabiliriz. Önce 2 ile 26’yı toplarız, sonra çarpmanın tersi bölme olduğu için 3’e böleriz x’i buluruz.
Ö3	Doğru yanlış değil. Ama biz bu yöntemi basit sorularda uyguluyoruz. İlkokulda da işlemleri tersine çevirerek yapıyordunuz. Bu örnekte sonucu bulursun sorun olmaz. Ama şimdi şöyle uzun bir denklem yazsam kolay olmaz öyle değil mi? Bizim amacımız birazdan detaylı olarak anlatacağım x’i yalnız bırakmak olacak. $X=2+5$ yazsam x 7 demektir öyle değil mi?

	X=4.5+7 yazsam yine kolayca x'i hesaplarım.
Ders İçi Öğretim Süreci	

Tablo 55’de verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö3’ün öğrencinin çözüm metodu için uygun ancak yeterli olmayan bir açıklama yaptığı görülmektedir. Ö3, öğrencinin çözüm metodunun doğru olduğunu belirtmiş ancak her denklem çözümü için kullanışlı olmayacağını vurgulamıştır. Bu duruma örnek olarak da tahtaya uzun bir denklem yazmıştır. Yazmış olduğu denklem her ne kadar görüntü itibarıyla uzun bir denklem olsa da bilinmeyen denklemin sadece tek bir tarafında bulunduğu bir denklemdir. Bu denklemde gerekli düzenlemeler yapıldığında öğrencinin ifade ettiği çözüm metodu x’in bulunmasında işe yarayacaktır. Burada öğretmenden beklenen, $ax+b=cx+d$ şeklindeki yani bilinmeyen denklemin her iki tarafında olduğu durumlarda katsayılar üzerindeki işlemleri geri çevirerek bilinmeyen bulunamayacağını vurgulanmasıdır. Dolayısıyla cebirsel yöntemlerin kullanımıyla denklem çözümlerinin yapılmasının daha kullanışlı olacağını belirtilmesi gereklidir.

Ö3, öğrencilerine değişken kavramının ne olduğunu açıkladığı esnada, öğrenciler kendisine bazı sorular yöneltmiştir. Öğrencilerin soruları ve Ö3’ün bu soruları değerlendirme süreci Tablo 56’da verilmiştir.

Tablo 56

Ö3'ün Değişken Kavramına İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ö3	Denklem çözümünde amaç bilinmeyi diğer adıyla değişkeni bulmak çocuklar. Sorularda değişken diye de söylenebilir. Aynı şey olduklarını unutmayın.
Öğrenci 1	Hocam, x farklı sorularda farklı olabildiği için değişken deniyor değil mi?
Ö3	Evet, x farklı değerler alabilir. Değeri değişebildiği için değişken olarak da adlandırılıyor.
Öğrenci 2	Ama x'i bulduğumuzda sonucu bulmuş oluyoruz. Farklı değerler almıyor ki.
Ö3	Hayır, zaten aynı soru için değil farklı sorular için x'in aldığı değer değişiyor. Aynı denklemde x hep aynı sonucu alır.

Yukarıda verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö3'ün uygun ancak yeterli olmayan açıklamalarda bulunduğu söylenebilir. Ö3, farklı denklemlerde x'in değerinin değişebildiğini ancak bir denklem özelinde x'in aynı değerler alabileceğini uygun bir şekilde ifade etmiştir. Ancak, öğrencilerin sormuş oldukları sorulardan bilinmeyenleri değişken olarak algılamakta zorlandıkları görülmektedir. Özellikle ikinci öğrenci, bilinmeyenlerin aldıkları değer değişmediği şeklinde bir yanılgıya sahiptir. Burada öğretmenden beklenen, verilen bir denklem çözülmeden, o denklemdeki bilinmeyen değerinin olup olmayacağı ya da kaç farklı değer alabildiği hakkında fikir yürütmenin doğru olmadığını belirtmesidir. Örneğin; $x+5=12$ denkleminde x bilinmeyen sayıyı ifade etmektedir, yani x değişkendir. Denklem çözüldükten sonra $x=7$ bulunur. Bu tarz örnekler nedeniyle öğrenci, x'in tek değeri olmasından dolayı x'in değişmediğini düşünmektedir. Ancak, denklem çözülene kadar x'in herhangi bir sayı değerini alabileceği düşünüldüğü için x aynı zamanda bir değişkendir. Dolayısıyla Ö3'ün açıklamaları “uygun, eksik” kategorisinde değerlendirilmiştir.

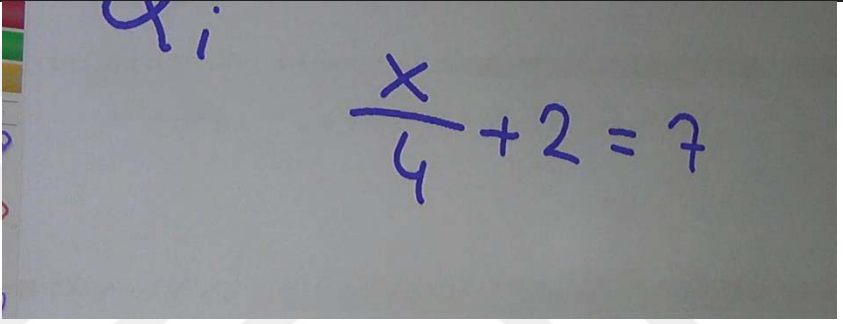
4.2.1.3.3. Ö3 Kodlu Öğretmenin Gerekçeleştirme Boyutuna Yönelik 5. ve 6. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları

Öğretmenin, öğrencilerin fikirleri ve çözüm önerilerinin neden doğru ya da yanlış olduğuna dair yapmış olduğu gerekçeleştirmeleri aşağıda sunulmuştur.

Ö3, derse denklem çözüm çalışmalarıyla devam etti. 4. derste olduğu gibi 5. derste de ters işlem metodunu kullanarak denklem çözümlerini anlatmayı tercih etti. Bu süreçte, bir öğrenci Ö3'ün sormuş olduğu bir soruyu hatalı cevaplandırmıştır. Söz konusu öğrenci yanıtı ve Ö3'ün bu yanıtı değerlendirme süreci Tablo 57'de verilmiştir.

Tablo 57

Ö3'ün Denklem Çözümüne İlişkin Öğreti Süreci

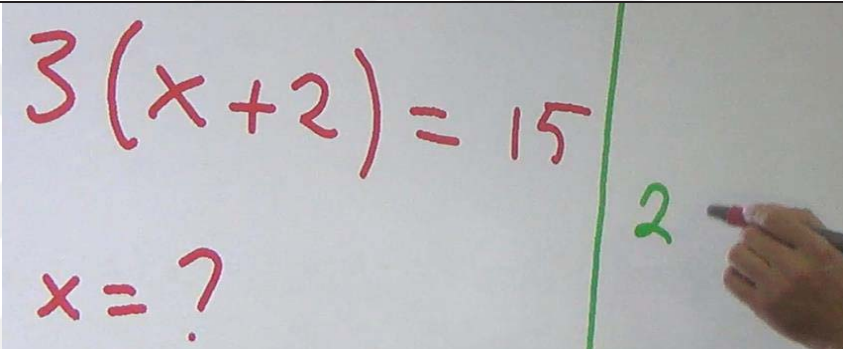
Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ö3	Evet, yeni soruya bakıyoruz. Herkes defterine çözsün.
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö3	Peki, biri söylesin bakalım nereden başlıyoruz, kaç buldunuz?
Öğrenci	Hocam, ben 26 buldum. Çarpmanın tersi bölme olduğu için 4 kere 7 28. Sonra da toplamının tersi çıkarma olduğu için 2 çıkardım 26 buldum.
Ö3	Olmadı. Önce nereden başlıyorduk, X'e en uzak olandan değil mi? O zaman 2'den başlaman gerekir. 2'den başlayıp yaparsan sonucun farklı çıktığını göreceksin. Anlattıklarını 2'den başlayarak yap bakalım.

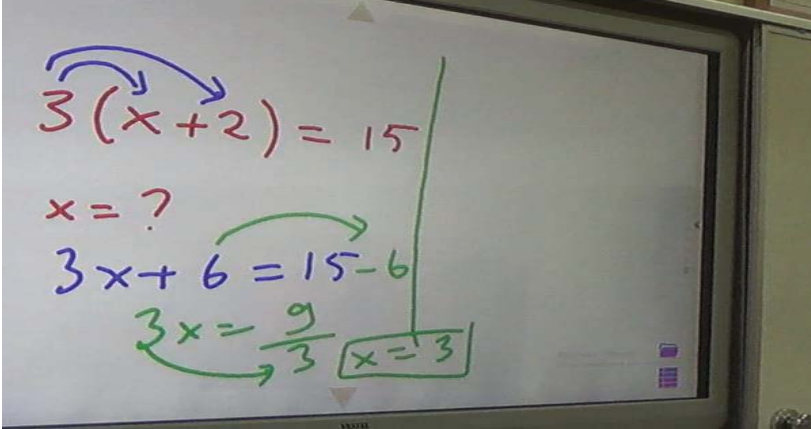
Yukarıda verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö3'ün uygun ancak yeterli olmayan bir açıklamada bulunduğu görülmektedir. Ö3, denklemin doğru bir şekilde çözülebilmesi için 2'den başlanması gerektiğini belirtmiştir. Oysaki 4'den başlanarak da doğru sonuca ulaşılabilir. Bunun için öğretmenin simetrik çözüm metodundan bahsetmesi ve her iki tarafın 4 ile çarpılarak da doğru sonuca ulaşılabilirliğini ifade etmesi gereklidir. Ancak, öğretmen ters işlem metodunu kullandığı için ve ters işlem metodunda da denklemin simetrisine vurgu yapılmadığı için söz konusu açıklaması yetersiz kalmıştır. Bu nedenle öğrencinin tam olarak ters işlem metodunun mantığına hâkim olmadan “taraf değiştir- işaret değiştir” kuralını uyguladığı görülmektedir.

Denklem çözümüne ilişkin bir diğer soruda öğrenciler soruyu farklı yöntemlerle çözmüşlerdir. Öğrencilerin alternatif çözüm yöntemleri ve Ö3'ün bu yöntemleri değerlendirme süreci Tablo 58'de verilmiştir.

Tablo 58

Ö3'ün Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ö3	Bir de şöyle bir soruyu çözmeye çalışalım bakalım. Biraz bekleyelim cevapları sizden alacağım.
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö3	Hadi, biri anlatsın bakalım neler yaptınız?
Öğrenci 1	Hocam, ben 3 buldum. 3 ile neyi çarparsam 15 eder oradan 5 dedim. Parantezin içinin 5 olması için x'in 3 olması gerekir.
Ö3	Tamam, sonucun doğru ama sen hiç denklem çözümüne yönelik bir şey yapmamışsın ki. Daha önce de söylemiştim. Bu tarz çözümler her soruda işe yaramaz. Sayılar biraz daha büyüse, ya da kesirli olsa yapamazsın. Bu konuda neler öğrendiysek uygulayacağız arkadaşlar. Böyle bir soru testte gelse tamam deneyerek yapabilirsin. Ama her zaman böyle sayılar denk gelmez. Evet, var mı başka bulan?
Öğrenci 2	Ben parantezi açarak yaptım ama kesirli çıktı. $3x+2=15$ dedim.
Ö3	Dur orda. Doğru başladın aynen istediğim gibi ama dağılma özelliğinde hata yaptın. 3 ile 2'yi de çarparsan kesirli çıkmaz. Hadi izleyin bakalım yapalım tahtada.

Ders İçi Öğretim Süreci	
Öğrenci 2	Hocam şöyle de olur mu? Çarpmanın tersi bölme olduğu için 3'e böldüm 5 çıktı. Sonra da toplamının tersi çıkarma olduğu için 2'yi çıkardım 3 buldum. Akıldan yaptım.
Ö3	Güzel doğru bir çözüm olmuş. Farklı farklı çözmüşsünüz iyi oldu bunları da değerlendirmiş olacağız. Yalnız şöyle bir durum var. Bazen dediğin gibi hızlı bir şekilde akıldan yapılamasın diye 15 gibi bir sayı vermek yerine 3 ile tam bölünemeyen bir sayı verirler. O zaman akıldan yapamazsın. İşlem hatası yapabilirsin. O yüzden daha önce de arkadaşına söyledim o da deneyerek yapmıştı. Denklem çözüm adımlarını bilmemiz gerekiyor ki her soruyu zorlanmadan çözebilelim.

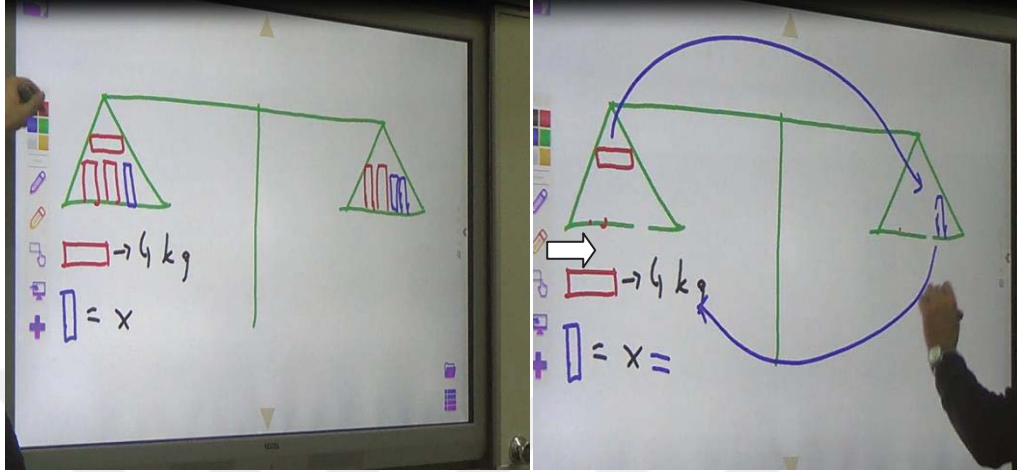
Tablo 58'de verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö3'ün öğrencilerin alternatif çözüm yöntemlerini uygun bir şekilde değerlendirebildiği görülmektedir. Ö3, öğrencilerin çözüm yöntemlerini doğru ya da yanlış şeklinde değerlendirmekle kalmamış neden doğru ya da yanlış olduğuna dair açıklamalarda bulunmuştur. Aynı zamanda yöntemin her zaman kullanılıp kullanılamayacağını da ifade etmiştir. Dolayısıyla yapmış olduğu açıklamalar “uygun, tam” kategorisinde değerlendirilmiştir.

4.2.1.3.4. Ö3 Kodlu Öğretmenin Gerekçeleştirme Boyutuna Yönelik 7. ve 8. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları

Öğretmenin, öğrencilerin fikirleri ve çözüm önerilerinin neden doğru ya da yanlış olduğuna dair yapmış olduğu gerekçeleştirmeleri aşağıda sunulmuştur.

Ö3, eşitlik ve denklemler konusunun günlük hayatta nerelerde kullanılabileceği hakkında açıklamalar yaparak derse başladı. Derste, terazi modeli üzerinde bazı alıştırmalar yapacaklarını öğrencileriyle paylaştı. Ö3'ün terazi modeli üzerinde çözümünü yaptığı

soruların, genellikle ağırlıklardan kurtulmak için onları teraziden kaldırmayı gerektiren ve böylelikle x 'in yalnız bırakılmasıyla sonuca ulaşılabilen sorular olduğu gözlemlenmiştir.



Şekil 26. Ö3'ün Terazi Modeli Üzerinde Denklem Çözümü

Terazi modeli üzerinde denklem kurmayı ve bilinmeyenin bulunmasını gerektiren bir soruda, Ö3'ün öğrencisine yapmış olduğu açıklamalar Tablo 59'da verilmiştir.

Tablo 59

Ö3'ün Terazi Yöntemi ile Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ö3	Hadi bir de bu soruda x 'i bulalım. Yine aynı şekilde sırayla ağırlıklardan kurtulup x 'i bulun bakalım. Biraz bekleyelim.
Öğrenci 1	Hocam 3 çıkıyor. Önce bir yeşil, sonra 2 kırmızıyı atınca yeşil 3 kg olduğu için x 3 olur.
Ö3	Aferin. Arkadaşınızın yaptığı gibi bende tahtada yapayım.
Ders İçi Öğretim Süreci	

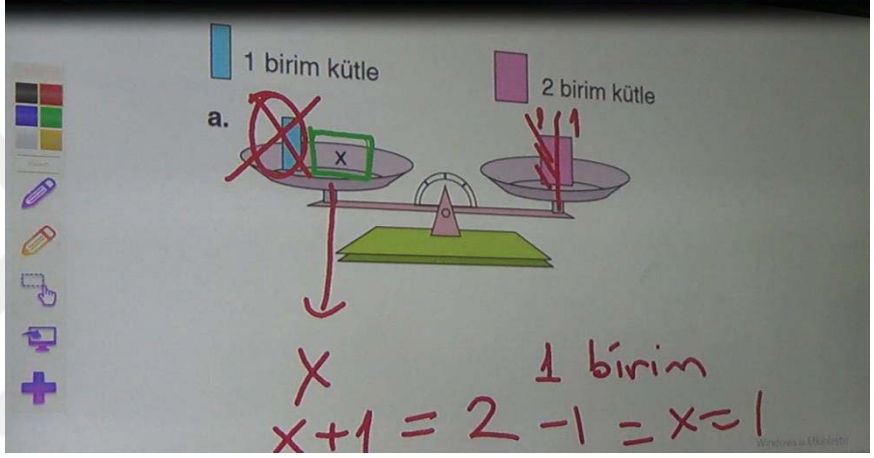
Ö3	Denklemini kuran var mı peki?
Öğrenci 2	Hocam bu tarafı toplayınca 10 yapıyor. Diğer taraf 7.
Ö3	Ama öyle bırakmıyoruz. Bir de x var sağ kefedeki. $X+7=10$ diyoruz tamam mı?
Öğrenci 3	Hocam, denklemde x'i bulmak için yalnız bırakıyoruz ya o yüzden terazide de aynı şeyi yapıyoruz değil mi?
Ö3	Evet, aynı mantık. X'i her zaman yalnız bırakıyoruz. Etrafındakileri terazi de olduğu gibi çıkarıyoruz. Denklem çözerken de aynı kuralı uyguluyoruz.

Yukarıda verilen öğretim süreci incelendiğinde Ö3'ün uygun ancak eksik açıklamalar yaptığı görülmektedir. Ö3'ün, "X'i her zaman yalnız bırakıyoruz. Etrafındakileri terazi de olduğu gibi çıkarıyoruz. Denklem çözerken de aynı kuralı uyguluyoruz." şeklindeki ifadesi bazı denklemler için doğru olmakla birlikte her denklemin çözümü için uygun bir yöntem değildir. Bu duruma örnek olarak, $5x-4=2x+8$ denklemi verilebilir. Terazi yönteminde ağırlıklardan kurtulmak için onları teraziden kaldıran öğrenciler, yanlış bir genelleme yaparak denklem çözümlerinde çıkarma işlemini kullanmaya yönelebilirler. Yapmış oldukları yanlış genelleme sebebiyle, $5x-4=2x+8$ denkleminin çözümü esnasında $5x-4-4=2x+8-4$ şeklinde hatalı bir çözüm yapabilirler. Söz konusu açıklamalara istinaden, Ö3'ün yapmış olduğu açıklamalar "uygun, eksik" kategorisinde değerlendirilmiştir.

Terazi modeliyle denklem çözümü esnasında bir öğrenci ve Ö3 arasında gerçekleşen bir diğer diyalog da Tablo 60'da verilmiştir.

Tablo 60

Ö3'ün Terazi Yöntemi ile Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ö3	Daha önce yaptığımızı uygulayalım. Her iki taraftan aynı miktarı çıkaralım. Pembeyi iki parçaya bölmüş gibi kabul edersek, iki taraftan 1'er kg çıkardığımız zaman x'i 1 kg olarak buluyoruz. Hatta denklemi de yazalım. $X+1=2$. +1 diğer tarafa -1 olarak geçer. Cevap yine buradan da 1 olarak bulunur.
Ders İçi Öğretim Süreci	
Öğrenci	Hocam ama denklemi çözerken sadece sağ taraftan 1 çıkardık. Sol taraftan da çıkaracaktık.
Ö3	Zaten öyle yaptık. Bak x yalnız kaldı. +1'i -1 olarak bu tarafa geçirmek demek sol taraftan da 1'i çıkarmak demek. +1, -1 sonuç 0 yaptığı için yazmaya gerek duymuyoruz.

Yukarıda verilen öğretim süreci incelendiğinde, öğrencinin terazi modeli üzerinde yapılan işlemler ile denklem çözümü sırasında yapılan işlem adımlarını ilişkilendirmekte zorlandığı görülmektedir. Bu duruma sebep olarak Ö3'ün terazi yöntemiyle denklem çözüm aşamalarını ilişkilendirmemiş olması gösterilebilir. Terazi yönteminde her iki tarafa aynı işlem uygulandığı için denklem çözümünde de bu duruma dikkat edilerek simetrik çözüm yönteminden bahsedilmesi uygun olacaktır. Ö3'ün denklem çözümünü ters işlem yöntemiyle gerçekleştirmesi ve ters işlem yönteminde de odak noktanın dengeleme üzerine olmaması sebebiyle öğrenci denklem çözümünü anlamakta problem yaşamaktadır. Bu duruma istinaden Ö3'ün öğrenciye yapmış olduğu açıklamalar uygun olmakla birlikte yeterli

değildir. Dolayısıyla söz konusu öğretmen açıklaması “uygun, eksik” kategorisi altında değerlendirilmiştir.

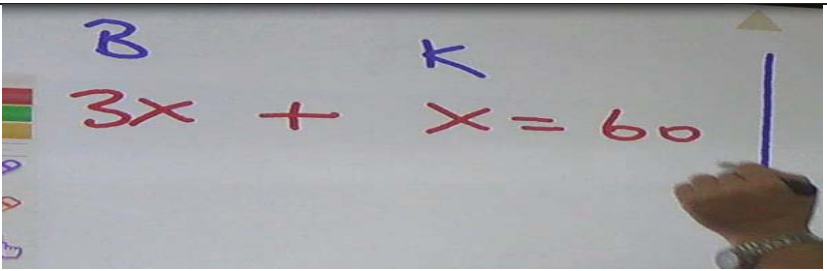
4.2.1.3.5. Ö3 Kodlu Öğretmenin Gerekçelendirme Boyutuna Yönelik 9. ve 10. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları

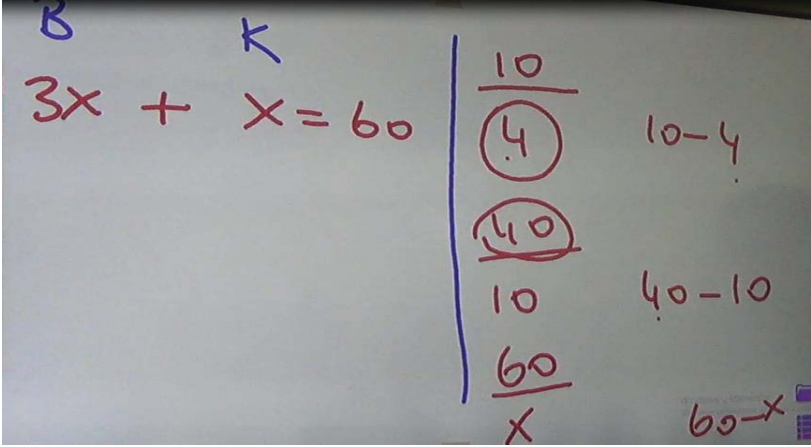
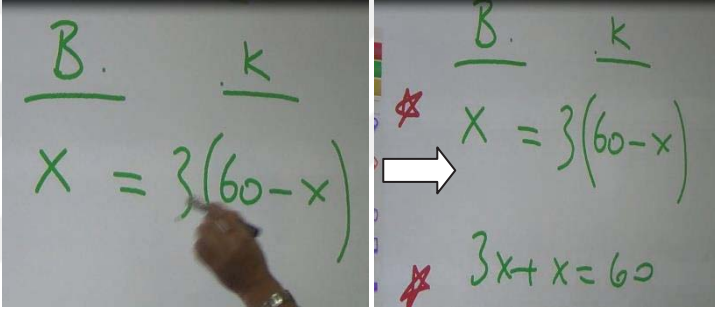
Öğretmenin, öğrencilerin fikirleri ve çözüm önerilerinin neden doğru ya da yanlış olduğuna dair yapmış olduğu gerekçelendirmeleri aşağıda sunulmuştur.

Ö3, denklem kurmayı ve çözmeyi gerektiren problem durumlarından örnekler vererek derse başladı. Örnek çözümü esnasında bir öğrenci alternatif çözüm yöntemini ifade etmiştir. Öğrencinin çözüm yöntemi ve Ö3’ün söz konusu çözüm yöntemini değerlendirme süreci Tablo 61’de verilmiştir.

Tablo 61

Ö3’ün Probleme Yönelik Denklem Kurmaya İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ö3	Topamları 60 olan sayılardan biri diğerinin 3 katına eşittir. Bu sayıları bulunuz. Evet dinleyin bakalım tahtada çözelim. Küçük sayı x olsun. 3 katı dediği için diğeri de $3x$ olur. Toplamı da 60’a eşittir. Denklemini nasıl kurduğumuz anlaşıldı değil mi?
Ders İçi Öğretim Süreci	
Öğrenci	Hocam ben farklı düşündüm. Büyük sayıya x dersek geri kalan küçük sayı olur. Yani $60-x$. Ama devamını getiremedim. Buradan da olur mu?
Ö3	Güzel düşünmüşsün. Dediğin gibi de yapılabilir. Arkadaşınızın dediği anlaşılmadı. Örneklerle açıklayalım. Samet ile benim 10 cevizimiz var. Benim 4 cevizim varsa geriye kalan Samet’in cevizleri olmaz mı? Bir diğeri toplamı 40 olan iki sayıdan biri 10 ise diğeri geriye kalandır değil mi?

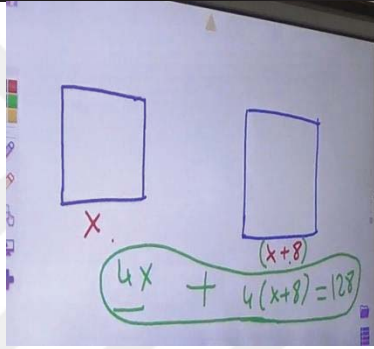
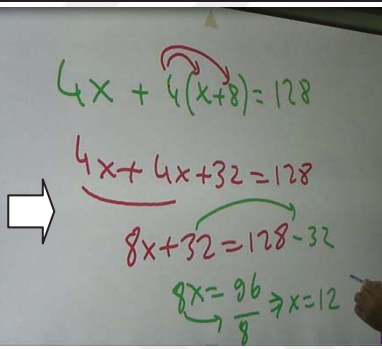
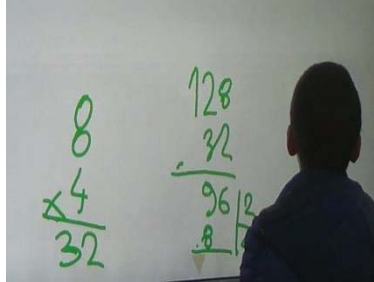
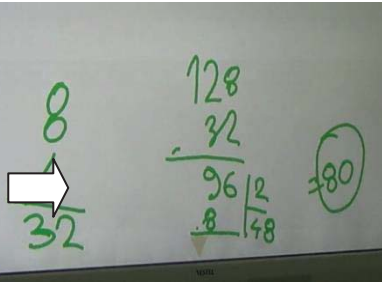
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö3	İşte aynı mantıkla. Bu soruda da büyük sayı x ise geriye kalan küçük sayıyı verir. Denklemi kuralım artık. Bu yöntemi de kullanabilirsiniz. Ama çözerken daha çok dikkat etmeniz gerekir.
Ders İçi Öğretim Süreci	

Yukarıda verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö3'ün uygun bir şekilde öğrencinin alternatif çözüm yöntemini değerlendirdiği ve gerekli açıklamaları yaptığı görülmektedir. Ayrıca yöntemin her zaman kullanılabilir bir yöntem olduğunu da ifade etmiştir. Dolayısıyla söz konusu öğretmen açıklamaları “uygun, tam” kategorisinde değerlendirilmiştir.

Bir diğer problem durumunda da Ö3, bir öğrencinin alternatif çözüm yöntemini değerlendirmiştir. Öğrencinin çözüm yöntemi ve Ö2'ün söz konusu çözümü değerlendirme süreci Tablo 62'de verilmiştir.

Tablo 62

Ö3'ün Probleme Yönelik Denklem Çözmeye İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ö3	İki karenin birer kenarlarının uzunlukları farkı 8 cm'dir. Bu karelerin çevrelerinin uzunlukları toplamı 128 cm olduğuna göre her birinin bir kenar uzunluğu kaç cm'dir? Biraz bekleyip tahtada çözelim. Peki, yapanlar var ama eksikler de var. Bakın tahtaya çözmeye başlıyoruz.
Ders İçi Öğretim Süreci	 
Öğrenci	Hocam, ben başka bir mantıkla yaptım.
Ö3	Gel bakalım görelim farklı mantığı da.
Öğrenci	 
Ö3	80 bulduğun ne peki?
Öğrenci	Bu bir karenin diğeri öteki karenin çevresi.
Ö3	Fark 7 olsa ne olacaktı?
Öğrenci	Yine aynı işlemleri yapacaktım hocam.
Ö3	Doğru ama bu sefer de buçuklu çıkacaktı. O bu soruda tutmuş olabilir ama denklem çözmeden yapamayız. Böyle zor sorularda zihinden olmuyor. Neyse yaptığımı yaz bakalım defterine.

Tablo 62’de verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö3’ün öğrencinin alternatif çözüm yöntemini eksik bir şekilde değerlendirdiği görülmektedir. Öğrencinin alternatif çözüm yöntemi doğrudur ve diğer sorularda da kullanılabilir. Ancak, Ö3 yöntemin doğru olduğunu belirtmesine rağmen, sadece bu soruda geçerli olduğunu ve sonucun şans eseri bulunduğunu ifade etmiştir. Çözümün neden doğru ya da neden her zaman kullanılamayacağına ilişkin herhangi bir açıklamada bulunmadığı gözlemlenmiştir. Dolayısıyla Ö3’ün öğrencinin çözüm yöntemini değerlendirirken yapmış olduğu açıklamalar “uygun, değil” kategorisi altında değerlendirilmiştir. Ders sonunda Ö3 ile gerçekleştirilen görüşmede, kendisine söz konusu çözüm yöntemi tekrar hatırlatılmıştır. Ö3 ile araştırmacı arasında gerçekleşen diyalog aşağıda verilmiştir.

A: Son dersinizde bir öğrenci karelerin çevreleriyle ilgili bir soruda farklı bir çözüm yaptı.

Ö3: Evet. Soru tam olarak neydi bir dakika?

A: Ben not aldım buradan inceleyin. Altında da öğrencinin çözüm yöntemi var.

Ö3: Evet. Denklem kurmadan yaptığı için bir de malum zamanımın dar çok da üzerinde durmadım. Ama sonucu bu soru için doğrudu.

A: Başka bir soru için geçerli olabilir mi?

Ö3: Olamaz sanıyorum ama derste denklem görmeyince üzerinde durmadım. Bir de ders bitmeden yeni sorular çözmek istedim. Zamanım varsa çözümü tekrar inceleyeyim.

A: Tabi ki.

Ö3:(Bir süre sonra) Öğrencinin çözümü doğru.

A: Nasıl anladınız?

Ö3: Aralarındaki fark 7 olsa diye denedim. Kenar uzunlukları tam çıkmadı ama doğru. Hatta 9 için de denedim çözüm sağlıyor. Hatta aradaki fark 10 olsa kenarlar 11’e 21 gelir. Evet, yani öğrencinin çözümü doğru. Ben atlamışım aceleden.

Yukarıda verilen diyalog incelendiğinde Ö3’ün öğrencinin alternatif çözüm yönteminin her zaman kullanılabilir bir yöntem olduğunu fark ettiği görülmektedir. Ancak söz konusu yöntemin geçerliliğini deneme-yanılma yoluyla yaptığı ve yöntemin mantığına

odaklanmadığı belirlenmiştir. Ayrıca, sınıf içerisinde söz konusu çözüm yöntemini detaylı olarak ele almamasına zaman problemini ve denklem kurulmamasını sebep olarak göstermiştir.

4.2.1.3.6. Ö3'in Gerekçeleştirme Boyutuna İlişkin Tüm Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulgularının Değerlendirmesi

Ö3'in 10 ders saatlik öğretim süreci sonunda, öğrencilerin iddia/varsayım/çözüm önerilerine ilişkin yapmış olduğu gerekçeli açıklamaların uygunlukları açısından değerlendirilmesi Tablo 63'de toplu halde sunulmuştur.

Tablo 63

Ö3'in Öğretim Süreci Boyunca Yapmış Olduğu Gerekçeli Açıklamaların Uygunlukları Açısından Değerlendirilmesi

Ö3'in Gerekçeli Açıklamaları	Düzeyler			
	0	1	2	3
	Yok	Uygun Değil	Uygun, Eksik	Uygun, Tam
1. Değişken ve bilinmeyen kavramlarının tanımlarına ilişkin			✓	
2. Hatalı çözümlerin değerlendirilmesine ilişkin (denklem çözümünde işlem önceliği gerektiren sorular)				✓
3. Öğrencilerin alternatif çözüm yöntemlerinin değerlendirilmesine ilişkin ($ax+b=cx+d$ tipindeki denklemlerin çözülebilmesi için cebirsel yöntemlerin kullanımının gerekliliğine ilişkin)			✓	
4. Bilinmeyenlerin aynı zamanda değişken olduğuna ilişkin			✓	
5. Simetrik çözüm yöntemine ilişkin			✓	
6. Öğrencilerin alternatif çözüm yöntemlerine ilişkin (Ters işlem yöntemine ilişkin)				✓
7. Terazî yönteminin yanlış genellenmesinden dolayı denklem çözümlerinde çıkarma işleminin kullanılmasına ilişkin			✓	

8.Terazi yöntemi ile denklem çözüm adımlarının ilişkilendirilmesine ilişkin			✓	
9.Öğrencilerin alternatif çözüm yöntemlerine ilişkin (probleme yönelik denklem kurmaya yönelik)				✓
10.Öğrencilerin alternatif çözüm yöntemlerine ilişkin (denklem kurmayı gerektiren problemleri çözmeye yönelik)				✓

Tablo 63'e göre, Ö3'ün öğrencilerin iddia/varsayım/çözüm önerilerine ilişkin yapmış olduğu gerekçeli açıklamaların çoğunlukla “uygun, eksik” kategorisi altında değerlendirildiği görülmektedir. Öğretmenin gözlem verilerinden elde edilen bu durum, öğretmenin ÖDBT'den elde edilen verileriyle de uyumludur. Ö3, ÖDBT'de yer alan gerekçelendirme sorularının çoğunu uygun ancak eksik bir şekilde yanıtlamıştır.

Ö3'ün “uygun, eksik” kategorisi altında değerlendirilen gerekçeli açıklamaları incelendiğinde, çoğunlukla bilinmeyen ve değişken kavramlarının tanımlarına ve terazi yönteminin kullanımına ilişkin yapmış olduğu açıklamalarda eksik bilgilendirmelerin olduğu görülmüştür. Özellikle terazi yöntemiyle denklem işlem adımlarını ilişkilendirmemesi ve simetrik çözüm yönteminden bahsetmemesi sebebiyle öğrencilerin gerek denklem çözümlerinde gerekse terazi modeli üzerinde gerçekleştirilen işlemlerde hatalar yaptıkları görülmüştür.

4.2.2. Açıklama Boyutuna Yönelik Gözlem Bulguları

ÖMB, modeli geliştirilirken, Ball ve meslektaşları bir öğretmenin matematik öğretimi sırasında sınıftaki matematik ile ilgili görevlerini listelemişlerdir (Ball vd., 2008). Sınıf içerisinde gözlemlenebilecek olan bu görevleringerektirdiği bilgi bir öğretmenin uzmanlık alan bilgisini oluşturmaktadır. Söz konusu görevlerden olan “öğrencilerden gelen “neden” sorularına cevap verme” ve “matematiksel açıklamalar yapma ve değerlendirme” görevleri UAB'nin “açıklama” boyutunu oluşturmaktadır.

UAB'nin alt boyutlarından biri olan açıklama, genel kuralların veya algoritmaların altında yatan anlamın doğru bir şekilde ifade edilebilmesini ve matematiksel açıklamaların yapılabilmesini gerektirir. Öğretmen ifadelerinin “nasıl” ve “neden” soruları üzerine ne ölçüde odaklandıklarını saptar.

Öğretmenlerin, açıklama boyutuna ait gözlem verilerinden elde edilen bulgular, hazırlanan rubrik aracılığıyla değerlendirilmiştir.

Her öğretmenin 10 ders saatlik öğretim süreci, iki ders şeklinde (40+40 dakika) düzenlenerek sunulmuştur. Öğretmenlerin ders kayıtları ikişer ders şeklinde gerçekleştirildiği için bu iki dersin birbirinin devamı niteliğinde olduğu düşünülerek bir arada okuyucuya sunulması uygun görülmüştür.

4.2.2.1. Ö1 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik Gözlem Bulguları

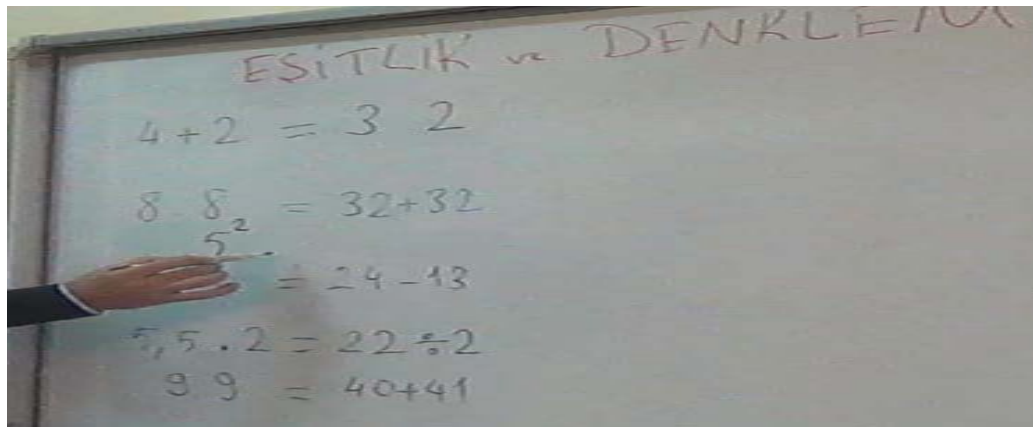
Ö1, 17 yıllık mesleki tecrübeye sahip bir ortaokul matematik öğretmenidir. Sınıf mevcudu 28 olan bir sınıfta konu anlatımını gerçekleştirmiştir.

Öğretmenin, ders gözlemlerinin analizi sonucunda açıklama boyutuna yönelik elde edilen bulguları, video kayıtlarının ekran alıntıları ve birebir gözlem notları ışığında aşağıda sunulmuştur. Ayrıca gözlem verilerinin sunumu esnasında, öğretmenin her iki ders saatlik öğretim sürecinin ardından kendisiyle gerçekleştirilen görüşmelerden de alıntılara yer verilmiştir. Ö1'in 10 ders saatlik gözlem verileri ikişer ders saatlik bölümler halinde aşağıda detaylı olarak sunulmuştur.

4.2.2.1.1. Ö1 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik 1. ve 2. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları

Öğretmenin, öğrencilerden gelen “neden” ve “nasıl” sorularına ilişkin yapmış olduğu matematiksel açıklamalar aşağıda verilmiştir.

Ö1, eşitlik kavramının sayısal aynılık (örneğin $1+4=2+3$) şeklinde kullanımına örnekler vererek derse başladı.



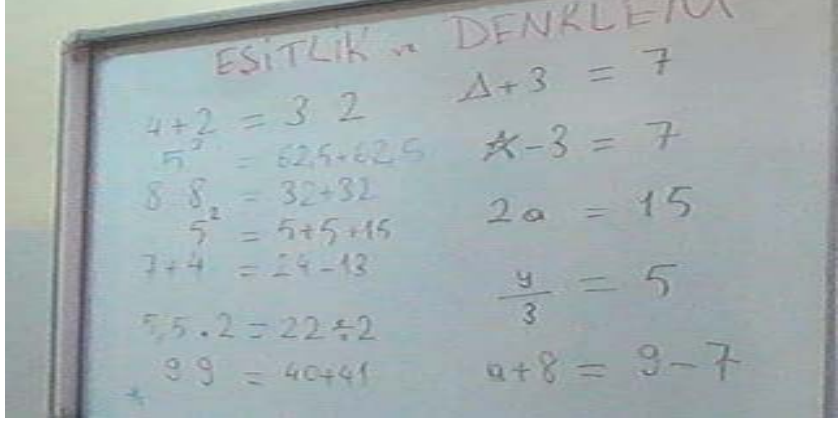
Şekil 27. Ö1'in Eşitlik Kavramının Sayısal Aynılık Kullanımına Yönelik Yaptığı Çalışmalar

Sınıf içerisinde eşitlik ve denklik kavramlarının tanımlarına yönelik tartışma esnasında bir öğrencisinin kendisine yönelttiği soru ve Ö1'in soruyu ilişkin yapmış olduğu açıklamalar Tablo 64'de verilmiştir.

Tablo 64

Ö1'in Eşitlik Ve Denklik Kavramlarına Yönelik Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ö1	Örnekleri gördünüz. Peki, eşitlik ne o zaman nasıl bir tanım yaparız.
Öğrenci 1	Hocam iki işlem var. Bu iki işlemde aynı sonucu çıkarması gerekiyor.
Ö1	Doğru, yaptığın yorum kesinlikle doğru aslında. Ama kitaba yazacak olursam yazmam bunu. Cümleyi biraz daha toparlamam gerekiyor.
Öğrenci 2	İki işlemin sonucu eğer eşitse eşittir ve denklem işlemi olur.
Ö1	Peki, işlem 2 tane olmak zorunda mı?
Öğrenci 3	Hocam şöyle söyleriz. Sonuçları aynı olan iki şeyin oluşturduğu eşitlik.
Ö1	Çok iyi oldu. Ben bunu biraz toparlayayım. Sonuçları aynı olan iki şey yerine iki taraf desek oluyor. O zaman yazalım, Sonuçları aynı olan iki tarafın oluşturduğu matematiksel duruma eşitlik denir. Peki, gelelim diğer başlığa denklem değil de denk ne demek onu düşünün bakalım.
Öğrenci 4	Hocam mesela iki insan aynı kilodaysa bunlar denktir.
Öğrenci 5	İki işlem var sonuçları aynı çıktı o zaman denk olurlar.
Ö1	Dedikleriniz doğru. Evet, sen ne söyleyecektin?
Öğrenci 3	Hocam, neden denklem ve eşitlik diye iki başlığa ayrılmış? İkisi de eşit sonuçta. Aynı çıkıyor.
Ö1	Şimdi denk olma durumunu öğrendik ama denklem nedir öğrenmedik. Erken bir soru geldi. Denkleme ilişkin şu sağ tarafı da bir doldurayım. Sonra tekrar düşünelim.

Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö1	Hadi bakalım denkleme ilişkin de örnekler verdik. İkisini kıyaslayınca nasıl bir fark var? Şimdi neden iki başlık olduğunu söyleyebilirsiniz bence. Beklemediğim yerden geldi soru. Bu soruyu cevaplamadan ilerlemiyoruz.
Öğrenci 6	Matematiksel duruma eşitlik dedik ya hocam. Bunlar sayılarla olan ayrılmış bir bütün. Buradaki denklemler ise harflerle ayrılmış bir bütün olduğu için o yüzden ayırmışlar.
Ö1	Toparlamaya ihtiyaç var.
Öğrenci 7	Hocam, denklemde eşitlik bilinmeyen bulmamıza yardımcı oluyor.
Ö1	Çokiyi aferin. Hadi yine toparlıyoruz. O zaman denklemde bilinmeyenleri bilinenler yardımıyla ve en önemlisi eşitlik yardımıyla buluyoruz. Eşitliğin bugün farklı bir kullanımını gördük. Normalde bu bizim bugünkü konumuz değil. Ama hep işlem yaparken işlem yazıp eşittir diyoruz ve sonucu yazıyoruz. Bakın burada her iki tarafta da işlemler var ve sonuçları aynı. Bu kullanım denklemleri çözerken işimize yarayacak. Şimdi anlaşılmıştır herhalde neden iki başlık olduğu.

Yukarıda verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö1'in öğrencinin sormuş olduğu "neden eşitlik ve denklem kavramları farklı başlıklar altında incelenmiş, ikisi de aynı değil mi?" şeklindeki sorusuna uygun ve yeterli açıklamalar getirdiği görülmektedir. Eşitliğin bilinmeyenlerin bulunmasında önemli bir rolü olduğunu ve bu konuda yeterli bilgiye sahip olmanın denklem çözümlerinde kolaylaştırıcı bir etkisi olacağını ifade etmiştir. Denklem kavramına geçmeden önce eşitlik kavramının "sayısal aynılık" kullanımına ilişkin yapmış olduğu açıklamalar ve kullanmış olduğu örnekler de uygundur ve öğrencilerin eşitlik kavramının tanımına ilişkin fikir yürütebilmelerinde etkili olduğu görülmüştür. Dolayısıyla söz konusu öğretim sürecinde Ö1'in yapmış olduğu öğretimsel açıklamalar "uygun, tam" kategorisi altında değerlendirilmiştir.

Ö1, eşitlik ve denklik kavramları üzerine gerekli açıklamaları yapmasının hemen ardından denklem kavramına ilişkin öğrencilerin fikirleri almış ve yaptıkları tanımlamalar üzerine eklemeler yaparak denklem kavramını açıklamıştır. Denklem kavramına ilişkin yapmış olduğu açıklamalar ve bir öğrencisinin bu konuda kendisine sorduğu soruyu açıklama süreci Tablo 65’de verilmiştir.

Tablo 65

Ö1’in Denklem Kavramına İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Öğrenci 1	Hocam merak ettim de denklemleri neden öğreniyoruz? Yani harf yerine üçgen, yıldız falan yaptık ya bunları daha öncede yapmıştık.
Ö1	Güzel soru. Ama önce sınıfa soralım denklem ne? Bir denklem tanımı yapalım ki neden öğrendiğimizi daha rahat söyleyebilelim.
Öğrenci 2	Bilinmeyen bir ifade eşitlik sayesinde bulunursa denklem denir.
Ö1	Güzel aslında. Olmazsa olmaz iki şeyi söyledin. Bilinmeyen ve eşitlik. Biraz daha toparlarsak. Evet, söyle sende.
Öğrenci 3	Hocam, sonuçları eşit olan bir tarafın bilinip bir tarafın bilinmediği ve eşitliğin yardımıyla iki eşit sonucun elde edilmesine denklem denir.
Ö1	Biraz karıştı ama olsun anladık ne demek istediğini. Ama denklemde her zaman tek bir tarafta bilinmeyen olacak diye bir şart yok. Onunda örneğini yapacağız birazdan. Bu tanımları düzenleyelim şimdi. İçerisinde bilinmeyen bulunan ve bilinmeyenin bazı değerleri için sağlanabilen eşitliklere denklem denir. Neden bazı dedim. Çünkü bilinmeyen sayısına göre denklemler isimlendirilir. Burada yazdığımız gibi bir bilinmeyenli de olabilir iki ya da daha fazlası da. Şimdi gelelim en baştaki soruya. Haklısın daha önce de bu tarz sorular gördünüz. Ama bu tahtaya yazdıklarım birincisi baya basit denklemler. Yani sizin daha önceden gördüklerinize benziyor. Hep böyle basit olmayacak zaten. Biz bunları problem çözümlerinde kullanacağız. İşlem adımlarını anlatacağım. Şekilsel olarak sorduysan cevap bu. Ama denklemlerin günlük hayatta da kullanımı önemli. Bilinmeyen dediğim şey matematik öğretmeninin tahtaya yazdığı x değil. Bilinmeyen günlük hayatta bulmaya çalıştığım şey. Mesela, 8 kilogram zayıfladığımda hedeflediğim 55 kilografa ulaşmış olacağım. Şu an kaç kiloyum? Bakın bunun için denklemden yararlanarak sonuca ulaşırız. Burada bilinmeyen şu anki kilom. Şöyle toparlarsak, hayatımızda belli sayısal değerlere bağlı fakat bilmediğimiz çoklukları bulmak için denklem öğreniriz.

Yukarıda verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö1'in gerek denklem kavramına gerekse öğrencisinin sormuş olduğu “denklemleri neden öğreniyoruz?” sorusuna ilişkin yapmış olduğu açıklamalar uygun ve gerekli yeterliliktedir. Ö1, denklem kavramına niçin ihtiyaç duyulduğunu günlük hayattan örnekler vererek açıklamıştır. Bilinmeyen kavramının günlük hayatta bir karşılığı olduğunu ve bunun bulunması için denklemlerin öğrenildiğini ifade etmiştir. Dolayısıyla Ö1'in söz konusu öğretim sürecinde denklem tanımına ve öğrencisinin sormuş olduğu “neden” sorusuna yönelik yapmış olduğu açıklamalar “uygun, tam” kategorisinde değerlendirilmiştir.

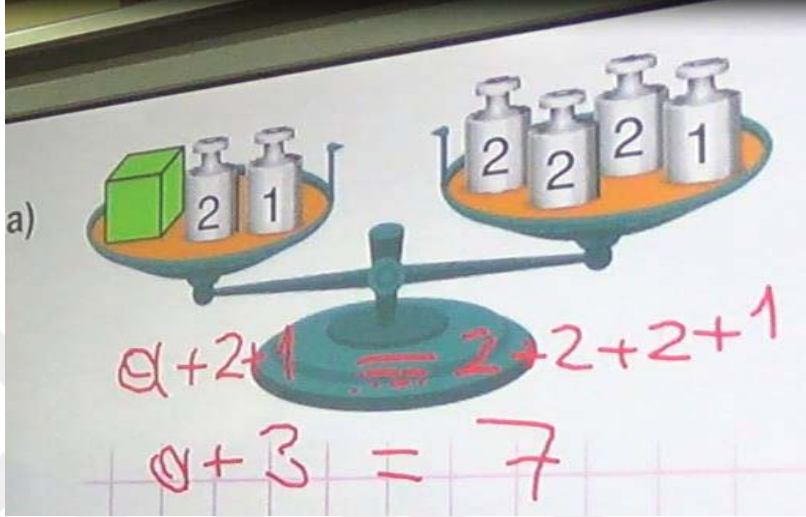
4.2.2.1.2. Ö1 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik 3. ve 4. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları

Öğretmenin, öğrencilerden gelen “neden” ve “nasıl” sorularına ilişkin yapmış olduğu matematiksel açıklamalar aşağıda verilmiştir.

Ö1, denklem çözümüne giriş yapmadan önce terazi modeli üzerinde bazı alıştırmalar yaparak derse başladı. Terazi modeli üzerinde örnek çözümü esnasında bir öğrencinin terazi yöntemine ilişkin sormuş olduğu soru ve Ö1'in bu soruya ilişkin yapmış olduğu öğretimsel açıklamalar Tablo 66'da verilmiştir.

Tablo 66

Ö1'in Terazi Yöntemine İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö1	Gördüğünüz gibi terazi denge durumunda. Yeşil olan ağırlığı bulmak için terazinin kefeleri üzerinde verilen ağırlıklardan yararlanarak denklem oluşturalım. Yeşili bilmiyoruz ona a diyelim. Bu tarafta toplarsak $a+3=7$ oldu gördünüz mü? Peki, a kaç artık, nasıl bulacağız?
Öğrenci 1	Hocam, 7'den 3'ü çıkartırız. 4 ile 3 toplanınca 7 olur zaten.
Ö1	Aynen 7'den 3 çıkınca a yalnız kalır. Sonuç buradan 4 kg olarak bulunur.
Öğrenci 2	Hocam, denklem yazmadan neden yapmıyoruz? Sonuçta 4 çıkacağı belli.
Ö1	Güzel soru. Bende bu konuya değinecektim. Zaten burada amaç 4'ü bulmak değil. Amaç, terazide nasıl buluyorsak bunu denklem çözümünde de uygulamak. Yani nasıl ki terazi de dengeyi bozmamaya çalışıyorsak denklemi çözerken de bozmamaya özen göstereceğiz. Terazinin her iki kefesinden 3'er kg alsam denge bozulmaz değil mi? Yeşil kutu da böylece 4'e eşit oluyor. Şimdi denkleme bakın. Eşitliğin her iki tarafından 3'ü çıkarsam yine a 4'e eşit olur. Gördüğünüz gibi amacımız bu. O yüzden terazi mantığını denklemde de uyguluyoruz.

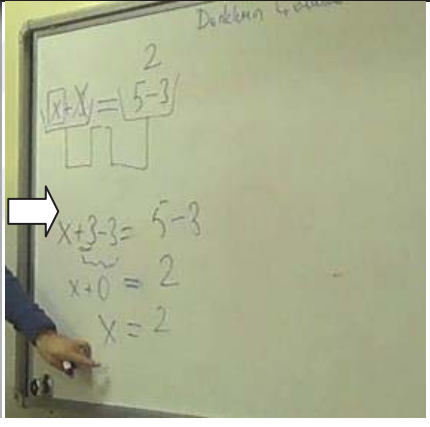
Yukarıda verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö1'in öğrencinin sormuş olduğu soruyu uygun ve yeterli bir şekilde açıklayabildiği görülmektedir. Ö1, denklem çözüm yöntemi olarak simetrik çözüm yönteminden bahsetmiş olmakla kalmayıp, yöntemin terazi modeli üzerinde nasıl uygulandığından da bahsederek gerekli ilişkilendirmeyi yapmıştır. Söz konusu ilişkilendirme denklem çözüm adımlarının açıklanabilmesi açısından önemlidir.

Dolayısıyla Ö1'in yapmış olduğu öğretimsel açıklamalar “uygun, tam” kategorisi altında değerlendirilmiştir.

Terazi yönteminden yararlanılarak çözülmesi gereken bir diğer soruda da, Ö1 bir öğrencisinin sorusuyla karşılaşmıştır. Öğrencinin sormuş olduğu soru ve Ö1'in soruya ilişkin yapmış olduğu açıklamalar Tablo 67'de verilmiştir.

Tablo 67

Ö1'in Terazi Yöntemine İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	 
Ö1	Terazi üzerinde kullanmış olduğumuz mantığı tahtada $X+3=5$ denklemini üzerinde de yapalım. Nasıl ki bakın orda her iki taraftan eşit miktarda kaldırdım x'i yalnız bıraktım burada da aynı şeyi yapmaya çalışalım. X'in yalnız kalması için 3'ü her iki taraftan da çıkardığımızda sonucu 2 bulmuş oluyoruz.
Öğrenci 1	Hocam, neden daha önce öğrendiğimiz gibi yapmıyoruz?
Ö1	Öğrendiğin şey ne?
Öğrenci 1	Yani x'i ne ile toptasak 5 olur. Toplamanın tersi çıkarma olduğu için 5'den 3'ü çıkarırsın 2 kalır.
Ö1	Aslında senin anlattığının benim yaptığımdan bir farkı yok. Size farklı gibi gelen durum şu: sol tarafta x'in yalnız kalması için her zaman buradaki sayıdan kurtulmalı mıyım? Yani 3'den 3'ü çıkarırım. Aynı şeyi sağ taraf için de yapıyorum. Ama sol tarafta zaten hep 0 kalacağı için alsında yazmaya gerek duymuyorum. İşte o zamanda senin yaptığın şey oluyor. $X=5-3$. Yani senin söylediğin bir nevi kısa yol. Ama oraya gelmeden mantığımız bir otursun zaten öyle de çözeceğiz.

Yukarıdaki tabloda verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö1'in öğrencinin sormuş olduğu soruyu uygun ve yeterli bir şekilde açıklayabildiği görülmektedir. Ö1, ters işlem metodunun simetrik çözüm yönteminin kısa yolu olduğunu farkındadır. Ancak kısa yolu kullanmaya geçmeden önce öğrencilerin denklem çözüm adımlarını daha iyi anlayabilmeleri için simetrik çözüm yönteminden bahsetmesi gerektiğinin bilincindedir. Dolayısıyla Ö1'in söz konusu öğrenci sorusuna yapmış olduğu öğretimsel açıklamalar “uygun, tam” kategorisi altında değerlendirilmiştir.

4.2.2.1.3. Ö1 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik 5. ve 6. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları

Öğretmenin, öğrencilerden gelen “neden” ve “nasıl” sorularına ilişkin yapmış olduğu matematiksel açıklamalar aşağıda verilmiştir.

Ö1, denklem çözmeyi gerektiren örnek sorularla derse başladı. Denklem çözümlerini bir önceki dersinde anlattığı terazi yöntemine uygun bir şekilde simetrik çözüm yönteminden yararlanarak yaptığı gözlemlendi.

$$\begin{array}{l}
 m + 8 = 10 \\
 m + 8 - 8 = 10 - 8 \\
 m = 2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 d - 3 = -1 \\
 d - 3 + 3 = -1 + 3 \\
 d = 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 5y = 9 \quad y = \frac{9}{5} \\
 \cancel{4y = \frac{9}{5}}
 \end{array}$$

Şekil 28. Ö1'in Simetrik Çözüm Yöntemini Kullanarak Yaptığı Çalışmalar

Örnek çözümleri esnasında bir öğrencisinin kendisine yöneltmiş olduğu soru ve Ö1'in bu soruya ilişkin yapmış olduğu öğretimsel açıklamalar Tablo 68'de verilmiştir.

Tablo 68

Ö1'in Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

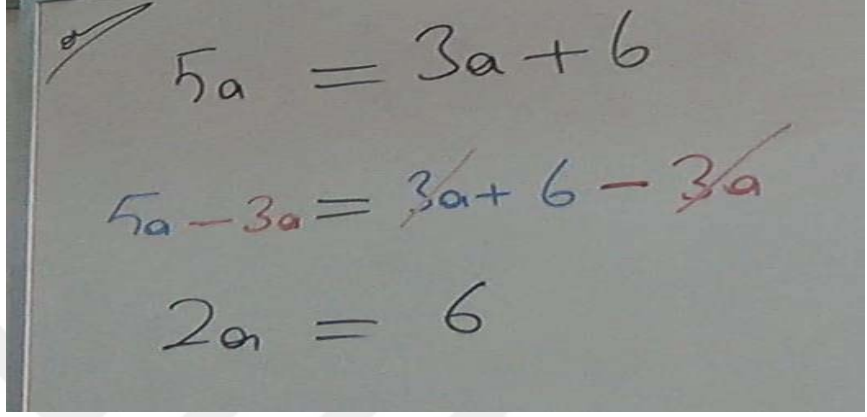
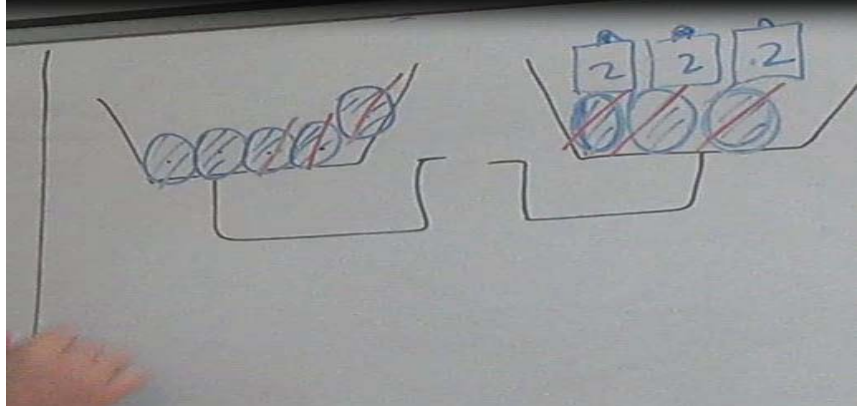
Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö1	Evet, bu örneğe bakalım bir de. En dıştan başlayıp çözüyoruz. Hadi bakalım.
Öğrenci 1	Hocam neden öyle yani neden 3'den başlayamıyoruz?
Ö1	Aslında başlasan da hiçbir sıkıntı olmaz. Her iki tarafı 3'e bölersen sol taraf ne olur cebirsel ifadelerden hatırlayalım. $n-2$. Sağ taraf -2 bölü 3. Bak sonra her iki tarafa $+2$ eklemen gerekir ki o zaman bir de kesirlerde toplama işlemi yapacaksın. Bunların hepsi işlem hatası olasılığını artırır. Ama doğru mu doğru.

Tablo 68'de verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö1'in öğrencinin sorusuna ilişkin yapmış olduğu açıklamaların uygun olduğu görülmektedir. Ö1, denklem çözümü esnasında bilinmeyene en yakın sayıdan başlanarak çözüm yapılmasının da doğru sonuca ulaştıracağını ancak işlem hatası yapılması olasılığını arttırdığını doğru bir şekilde açıklamıştır. Dolayısıyla Ö1'in açıklamaları "uygun, tam" kategorisi altında değerlendirilmiştir.

Ö1, derse denklem çözmeyi gerektiren örnek sorularla devam etti. Söz konusu örneklerden birinin çözümü sırasında bir öğrencinin Ö1'e yöneltmiş olduğu soru ve Ö1'in soruya ilişkin yapmış olduğu açıklamalar Tablo 69'da verilmiştir.

Tablo 69

Öl'in Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Öl	Amaç bilinmeyen bir tarafta yalnız kalmasıydı. Bu şekilde her iki tarafta olan 3a'yı çıkardık. 2a=6 oldu.
Öğrenci 1	Hocam benim aklıma bir şey takıldı. Bilinmeyen sadece bir tarafta olsun diyoruz ya, neden her iki taraftan 5a'yı çıkarmadık?
Öl	Güzel soru ne diyeyim beklemediğim yerden geldi. Dur bir bakalım bende nasıl bir yorumda bulunacağımı düşüneyim. Evet, 5a'yı çıkarsan da olurdu ama biz teraziyle ilişkilendirdiğimiz için uygun olmaz. Ne demek istediğimi şekil üzerinde göstereyim.
Ders İçi Öğretim Süreci	
Öl	Burada verilen soruyu teraziye uyarladık. Şimdi daha iyi anlaşılacak anlatmaya çalıştığım şey. Sen her iki taraftan neden 5a atmıyoruz demiştin değil mi? Bak sağ kefedeki 5 tane yuvarlağımız var mı? Olmayan şeyi atamam değil mi? O yüzden, her iki tarafta olan miktarları attık ki dengeyi bozmayalım. Gördüğün gibi 2 tane yuvarlak kaldı burda orda da 6. Aynı şeye ulaştık.

Tablo 69’da verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö1’in öğrencinin sorusuna ilişkin yapmış olduğu açıklamaların uygun olduğu görülmektedir. Ö1, daha önceki derslerinde denklem çözümlerini yaparken simetrik çözüm yönteminden faydalanmış ve terazi yöntemiyle ilişkilendirmiştir. Daha sonraki örnek çözümlerinde bu metoda bağlı kaldığı gözlemlenmiştir. Öğrencinin sormuş olduğu soruda da her iki taraftan niçin 5a’yı çıkarmadığını terazi modeli üzerinde ifade etmiştir. Ancak, 5a’nın eşitliğin her iki tarafından çıkarılmasının da hatalı olmadığını bu şekilde de doğru cevaba ulaşılabilceğini açıklamıştır. Dolayısıyla Ö1’in öğrenci sorusuna yönelik yapmış olduğu öğretimsel açıklamalar “uygun, tam” kategorisi altında değerlendirilmiştir.

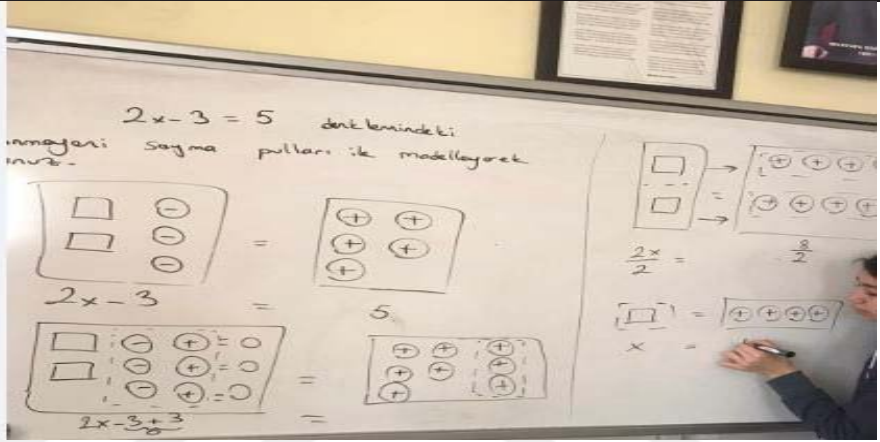
4.2.2.1.4. Ö1 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik 7. ve 8. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları

Öğretmenin, öğrencilerden gelen “neden” ve “nasıl” sorularına ilişkin yapmış olduğu matematiksel açıklamalar aşağıda verilmiştir.

Ö1, denklem işlem adımlarını terazi görseli üzerinde modellemesinin hemen ardından, öğrencisinin bir sorusu üzerine denklemdeki bilinmeyeni sayma pulları ile modelleyerek bulma sürecine ilişkin açıklamalarda bulunmuştur. Söz konusu öğrenci sorusu ve Ö1’in bu soruya ilişkin yapmış olduğu açıklamalar Tablo 70’de verilmiştir.

Tablo 70

Ö1'in Sayma Pulları Yardımıyla Denklem Çözümüne Yönelik Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ö1	Arkadaşınız zil çalınca bana bir sorunun nasıl yapılacağını sordu. Sizlerin test kitaplarında da vardır. Aslında terazi yönteminde yaptığımız şeye de benziyor. Her iki tarafa aynı işlemleri yaparak ilerleyeceğiz. Madem soruyu sordun gel tahtada beraber yapalım.
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö1	Bizden $2x-3=5$ bilinmeyeni sayma pullarıyla bulmamız isteniyor. Tam sayılardan sayma pullarını hatırlıyorsunuz negatif ve pozitif pullar vardı. Bunları kullanarak bilinmeyene ulaşacağız. Ama mantık aynı bilinmeyeni yalnız bırakmak için her iki tarafa aynı işlemleri uygulamak. X'leri karelerle gösterelim. Bu tarafta 3 tane negatif, diğer tarafta 5 tane pozitif pul var. Kareleri yalnız bırakmak için her iki tarafa ne yapmalıyım evet söyle?
Öğrenci 1	Hocam her iki tarafa 3 ekleriz.
Ö1	Çok güzel her iki tarafa üç tane pozitif pul ekleyelim. Bakın bunlar birbirini sıfırladı. Burada kaç tane pozitif pul var? Toplam sekiz tane. $2x=8$ haline getirdik. 2 tane kare 8 tane pozitif pula eşitse her bir kare kaç pula eşit olur? 4 değil mi?
Öğrenci 2	Hocam neden terazide yaptığımız gibi her iki taraftan 3'er tane pul almadık?
Ö1	Alamam ki. Burada negatif diğer tarafta pozitif pullar var. Her iki tarafa aynı şeyi yapmalıyım ki denge bozulmasın. Kafanızı karıştırmak istemiyorum ama şunu da söyleyelim. Bu soru terazi için uygun değil. Ağırlığı negatifle gösteremeyiz. O yüzden -3'ü göstermek sıkıntı olur. Sayma pulları burada daha kullanılır.

Tablo 70’de verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö1’in gerek denklemdeki bilinmeyen sayma pulları ile bulunmasına yönelik gerekse söz konusu denklemin terazi modeli üzerinde gösterimine ilişkin yapmış olduğu öğretimsel açıklamalar uygun ve gerekli yeterliliktedir. Ö1’in, bilinmeyen sayma pulları yardımıyla modellenerek bulunması sürecinde işlem adımlarının her birinin niçin yapıldığına ilişkin gerekli açıklamalarda bulunduğu gözlemlenmiştir. Ayrıca öğrenci 1, terazi yönteminde ağırlıklardan kurtulmak için onların teraziden kaldırılması işlemini yanlış bir şekilde genelleyerek çıkarma işlemini kullanmaya yönelmiştir. Ö1, öğrencinin söz konusu çözüm önerisinin uygun olmadığını belirtmiş olmasına rağmen niçin uygun olmadığını da detaylı olarak açıklayabilmiştir. Ağırlıkların negatif değer alamayacağını vurgulayarak söz konusu denklemin terazi modeli üzerinde gösteriminin uygun olmayacağını ifade etmiştir. Dolayısıyla Ö1’in tabloda verilen öğretimsel açıklamaları “uygun, tam” kategorisi altında değerlendirilmiştir.

Ö1, ders kitabında yer alan ve denklem çözmeyi gerektiren örnek soruların sınıfta çözümü esnasında bir öğrencisinin sorusuyla karşılaştı. Söz konusu soru ders kitabında yer alan çözümlü sorulardan bir tanesidir. Öğrencinin sorusu ve Ö1’in bu soruyu değerlendirme süreci Tablo 71’de verilmiştir.

Tablo 71

Ö1'in Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ö1	Sayfa 123'de yer alan soruları çözmeye devam ediyoruz.
Öğrenci	Hocam birşey soracağım. Sayfa 122'de çözümlü bir soru var. Orada neden her iki taraftan büyük olanı çıkarmış? Siz en küçüğü çıkarın demiştiniz.
Ders İçi Öğretim Süreci	7. $4 \cdot (x - 5) + 11 = 8x - 1$ denklemini çözelim: $4 \cdot (x - 5) + 11 = 8x - 1$ $(4 \cdot x) - (4 \cdot 5) + 11 = 8x - 1 \text{ (Çarpma işleminin çıkarma işlemi üzerine dağılıma özelliği)}$ $4x - 20 + 11 = 8x - 1$ $4x - 9 = 8x - 1$ $-8x + 4x - 9 = 8x - 8x - 1 \text{ (Eşitliğin her iki yanına } -8x \text{ eklendi.)}$ $-4x - 9 = -1$ $-4x - 9 + 9 = -1 + 9 \text{ (Eşitliğin her iki yanına } +9 \text{ eklendi.)}$ $-4x = +8$ $\frac{-4x}{-4} = \frac{+8}{-4}$ $x = -2 \text{ bulunur. Bilinmeyen } -2\text{'dir.}$ Denklemden x yerine -2 yazarak çözümün doğruluğunu kontrol ediniz.
Ö1	Bakalım soruya evet herkes sayfa 122'de ki soruya baksın. Biz olsak $4x$'i çıkarırdık değil mi? Evet size anlatırken öyle söyledim doğru. Hatta terazi üzerinde de her iki taraftan olan miktarların çıkarılması gerektiğinden bahsetmişim. Ama şunu da söylediğimi hatırlıyorum. Her iki taraftan büyük olanı da çıkarsak problem olmaz. Sonuçta eşitliği bozmuyoruz, aynı şey her iki tarafa da yapılıyor.
Öğrenci	O zaman terazide nasıl göstereceğiz?
Ö1	Zaten bu soru terazide gösterim için uygun değil. O yüzden ne yaptık geçen derste, sayma pullarını öğrendik. Terazi de ağırlıklar negatif olamaz değil mi? Ayrıca sonuca bak. Sonuç da negatif. İşte bu tür negatif sayıların olduğu sorularda sayma pullarından yararlanabiliriz. Yani şöyle düşünme. Ben bunu terazi üzerinde yapamam o zaman işlemsel olarak da olmaz. İşlem doğru dengeyi bozmadan her iki tarafa aynı işlemi yapmış. Ama ne ile modelleriz dersin terazi olmaz. Anlaşıldı mı?

Tablo 71'de verilen öğretim sürecine göre, öğrencinin, herhangi bir denklem çözümünün yapılabilmesi için terazi modeli üzerinde modellenenebilir olması gerektiğine ilişkin bir yanılgısının olduğu söylenebilir. Ö1'in söz konusu yanılgının farkında olarak açıklamalar yaptığı gözlemlenmiştir. Denklem terazi modeli üzerinde gösterimi uygun

olmasa da eşitliğin her iki tarafına aynı işlemlerin yapılmasıyla çözümün yapılabileceğini ifade etmiştir. Bu tür bir durumda terazi modeli yerine sayma pulları kullanımının uygun olacağını vurgulamıştır. Dolayısıyla Ö1'in öğrencinin sorusuna ilişkin yapmış olduğu öğretimsel açıklamalar “uygun, tam” kategorisinde değerlendirilmiştir.

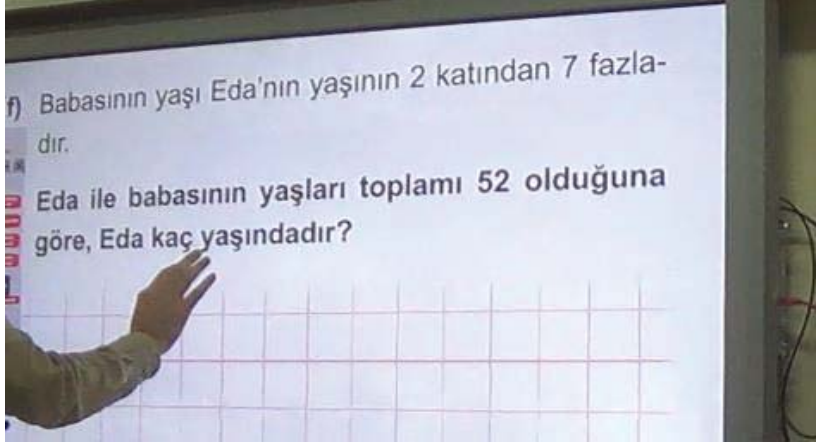
4.2.2.1.5. Ö1 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik 9. ve 10. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları

Öğretmenin, öğrencilerden gelen “neden” ve “nasıl” sorularına ilişkin yapmış olduğu matematiksel açıklamalar aşağıda verilmiştir.

Ö1, denklem kurmayı ve çözmeyi gerektiren problem durumlarına ilişkin örnek soru çözümleri yaparak derse başladı. Bir problemin çözümü esnasında öğrencilerin çözüm adımlarına ilişkin sormuş olduğu sorular ve Ö1'in bu sorulara ilişkin açıklamaları Tablo 72'de verilmiştir.

Tablo 72

Ö1'in Problem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö1	Açtığım soruya bakalım. Önce denklemleri kurun üzerine konuşalım.
Öğrenci 1	Eda x yaşındaysa babası $2x+7$ yaşında olur hocam.
Ö1	Aynen. Aferin. Son bir şey daha lazım.
Öğrenci 2	Hocam, neden parantez yapmadık? $X+7$ parantez içinde çarpı 2 şeklinde.
Ö1	Eksiklikten kastım bu değildi. Arkadaşının söylediği zaten doğru. Bakın

	paranteze ihtiyaç var mı sizce?
Öğrenci 4	Hocam, ben de öyle yapmıştım. Hem toplama hem de çarpma olduğu için.
Ö1	Hem çarpma hem de toplama var diye parantez kullanmanıza gerek yok arkadaşlar. Önemli olan önceliğin kimde olduğu. Önce çarpma mı yapılır evet. Zaten soruda önce 2 katı demiş. İşlem önceliği çarpmada olduğuna göre önce çarpıp sonra toplama yapıyoruz. O zaman niye parantez kullanalım. Şöyle dese olurdu. 7 fazlasının 2 katı. O zaman dediğiniz gibi yazardınız parantezi.

Tablo 72’de verilen öğretim sürecine göre, öğrencilerin denklem kurma aşamasında işlem önceliğine ilişkin yanılgılarının olduğu görülmektedir. Öğrenciler toplama ve çarpma işlemlerinin olduğu durumlarda parantez kullanılması gerektiğine ilişkin bir düşünceye sahiptirler. Ö1, öğrencilerin söz konusu yanılgılarının farkında olarak gerekli açıklamalarda bulunmuştur. Dolayısıyla yapmış olduğu açıklamalar “uygun, tam” kategorisi altında değerlendirilmiştir. Problem çözümleri esnasında Ö1 ve bir öğrencisi arasında yaşanan bir diğer diyalog da Tablo 73’de verilmiştir.

Tablo 73

Ö1’in Problem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ö1	Evet, soruyu yazıyoruz. Bir sayının 3 katının 16 eksiği, aynı sayının 8 fazlasına eşit olduğuna göre, bu sayı kaçtır? Hadi bunu beraber yapalım. Sayıya x dersek üç katı $3x$ olur. 16 eksiği için $3x-16$ yazarız. Peki, geçelim diğer tarafa aynı sayının 8 fazlası dediği için sayı x, 8 fazlası $x+8$ olur. $3x-16=x+8$ yazabiliriz.
Öğrenci 1	Hocam, neden karşıya da x eklediniz sonuç 8’e eşit olmayacak mı?
Ö1	Nasıl yani sonuç derken?
Öğrenci 1	Yani hocam, ben $3x-16=8$ yazdım. Önce denklemi kurdum. Sonuç 8’e eşit olduğu için 8’e eşitledim.
Ö1	Ama sonuç 8 değil ki. Sonuç benim yazdığım gibi $x+8$ ’de değil. Sonucu bulmak için yazdığımız denklemi çözmemiz lazım. Diğer tarafa neden x yazdığımıza gelince de bak soruda aynı sayının 8 fazlasına diyor. Sayıya x demiştik. O yüzden x’in 8 fazlasına eşit olur.

Tablo 73’de verilen öğretim süreci incelendiğinde, öğrencinin bazı kavram yanılgılarının olduğu görülmektedir. Bunlardan ilki, öğrencinin çözüm kavramını “eşitliğin sağ tarafındaki sayı” ile eşleştirmesidir. Öğrenci, sonucun 8’e eşit olması gerektiğini düşünmektedir. Öğrencinin bir diğer yanılgısı ise, denklemin sadece bir tarafında bilinmeyen bulunması gerektiğine ilişkindir. Öğrenci, denklemi oluştururken eşitliğin sağ tarafında x değişkenini yazmayıp sadece 8 sayısını yazmıştır. Bir problem için yazılan denklemin, eşitliğin her iki tarafında bilinmeyen bulundurabileceğini düşünememiştir. Öğrencinin söz konusu yanılgılarına ilişkin Ö1’in yapmış olduğu açıklamalar incelendiğinde, açıklamaların “uygun, tam” kategorisi altında değerlendirilebileceğine karar verilmiştir. Ö1, 8 sayısının denklemin sonucunu ifade etmediğini ve denklemin sadece bir tarafında bilinmeyen bulunmasının gerekmediğini, bu durumun soruya göre düzenlenebileceğini açıklayabilmiştir.

4.2.2.1.6. Ö1’in Açıklama Boyutuna İlişkin Tüm Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulgularının Değerlendirmesi

Ö1’in 10 ders saatlik öğretim süreci sonunda, öğrencilerden gelen “neden” ve “nasıl” sorularına ilişkin yapmış olduğu matematiksel açıklamalarının uygunlukları açısından değerlendirilmesi Tablo 74’de toplu halde sunulmuştur.

Tablo 74

Ö1’in Öğretim Süreci Boyunca Yapmış Olduğu Açıklamaların Uygunlukları Açısından Değerlendirilmesi

Ö1’in Açıklamaları	Düzeyler			
	0	1	2	3
	Yok	Uygun Değil	Uygun, Eksik	Uygun, Tam
1.Eşitlik kavramının tanımına ilişkin				✓
2.Eşitlik ve denklem kavramlarının aralarındaki farka ilişkin				✓
3.Eşitlik kavramının sayısal aynılık kullanımına ilişkin				✓

4.Denklem tanımına ilişkin				✓
5.Denklem çözümünün “niçin” öğrenildiğine ilişkin				✓
6.Terazi yönteminin uygulanmasına ilişkin				✓
7.Simetrik çözüm yöntemine ilişkin				✓
8.Ters işlem yönteminin simetrik çözüm yönteminin kısa yolu olduğuna ilişkin				✓
9.Denklem çözümünün bilinmeyen katsayısından başlanarak yapılmasına ilişkin				✓
10.Terazi yöntemiyle denklem işlem adımlarının ilişkilendirilmesine ilişkin				✓
11.Denklemde bilinmeyen sayma pulları ile modellenerek bulunmasına ilişkin				✓
12.Terazi yönteminin çıkarma işlemi gerektiren denklemlerin çözümünde kullanımının uygun olmadığına ilişkin				✓
13.Denklem çözülmesi için terazi modeli üzerinde gösterilebilir olmasının gerekli olmadığına ilişkin				✓
14.Terazi yönteminin bilinmeyen negatif değerler aldığı denklemlerin çözümünde kullanımının uygun olmadığına ilişkin				✓
15.Denklem çözümünde işlem önceliğine ilişkin				✓
16.Eşitlik işaretinin anlamına ilişkin (eşitlik işaretinin “işlem yap ve sonuç elde et” şeklinde değil, sağ ve sol taraftaki ifadeler arasında bir denklik göstergesi olarak yorumlanmasına yönelik)				✓
17.Bilinmeyen denklemin sadece bir tarafında bulunmadığına ilişkin				✓

Tablo 74’e göre, Ö1’in öğrencilerden gelen “neden” ve “nasıl” sorularına ilişkin yapmış olduğu matematiksel açıklamaların tamamının “uygun, tam” kategorisi altında değerlendirildiği görülmektedir. Öğretmenin gözlem verilerinden elde edilen bu durum,

öğretmenin ÖDBT’den elde edilen verileriyle uyumlu değildir. Ö1, ÖDBT’de yer alan açıklama sorularının çoğunu uygun ancak eksik bir şekilde yanıtlamıştır. Bu durum öğretmenin gözlem verileri ile uyuşmamaktadır. Ö1, bilgi testinde yer alan sorulara kısa ve fazla açıklayıcı olmayan yanıtlar vermeyi tercih etmesine rağmen öğretim süreci boyunca öğrencilerin sormuş olduğu “neden” ve “nasıl” sorularına ayrıntılı yanıtlar vermeye özen göstermiştir.

4.2.2.2. Ö2 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik Gözlem Bulguları

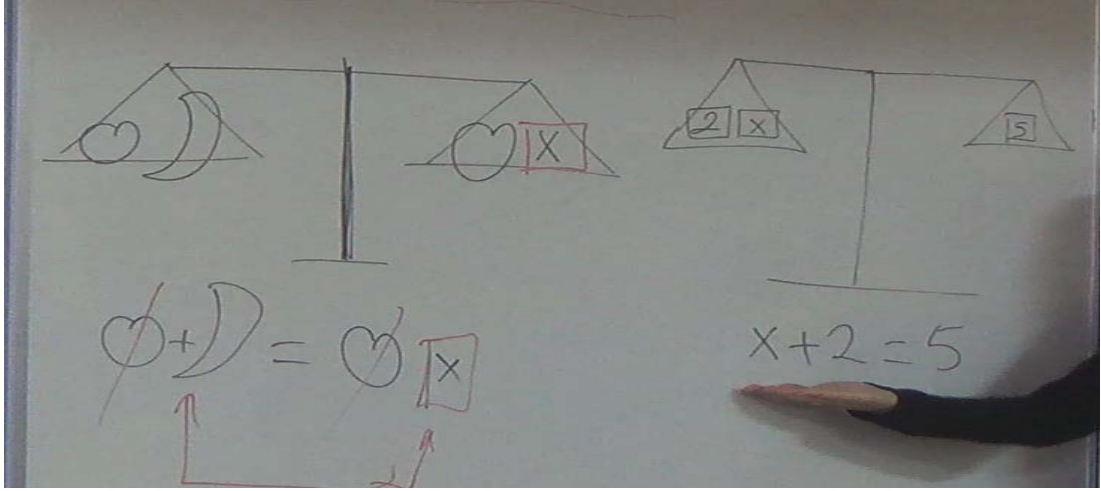
Ö2, 12 yıllık mesleki tecrübeye sahip bir ortaokul matematik öğretmenidir. Sınıf mevcudu 30 olan bir sınıfta konu anlatımını gerçekleştirmiştir.

Öğretmenin, ders gözlemlerinin analizi sonucunda açıklama boyutuna yönelik elde edilen bulguları, video kayıtlarının ekran alıntıları ve birebir gözlem notları ışığında aşağıda sunulmuştur. Ayrıca gözlem verilerinin sunumu esnasında, öğretmenin her iki ders saatlik öğretim sürecinin ardından kendisiyle gerçekleştirilen görüşmelerden de alıntılara yer verilmiştir. Ö2’nin 10 ders saatlik gözlem verileri ikişer ders saatlik bölümler halinde aşağıda detaylı olarak sunulmuştur.

4.2.2.2.1. Ö2 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik 1. Ve 2. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları

Öğretmenin, öğrencilerden gelen “neden” ve “nasıl” sorularına ilişkin yapmış olduğu matematiksel açıklamalar aşağıda verilmiştir.

Ö2, tahtaya çizdiği terazi modeli üzerinde eşitlik kavramına ilişkin açıklamalar yaparak derse başladı. Terazi modelinin günlük hayattaki kullanımına yönelik çeşitli örnekler verdi.



Şekil 29. Ö2'nin Terazi Modeli Üzerinde Yapmış Olduğu Çalışmalar

Ö2, şekil 29'da verilen örnek çözümlerinin ardından derse bilinmeyen bulunmasına yönelik sorularla devam etti. Söz konusu soruların çözümü esnasında bir öğrencinin yapılan işlemlerin nedenine ilişkin sormuş olduğu soru ve Ö2'nin soruya yönelik yapmış olduğu açıklamalar Tablo 75'de verilmiştir.

Tablo 75

Ö2'nin Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö2	İkinci yaptığım yolu soru çözümlerimizde kullanacağız.
Öğrenci	Hocam hani dediniz ya ilk örnekte dengeyi bozmamak için her iki tarafa da yapıyoruz diye. Burada neden tek tarafa yaptık. Denge bozulmuş oldu.

Ö2	Ters işlem yaptık. Hatırlarsan toplamanın tersi neydi, çıkarma değil mi? İşte buradaki toplama işlemi diğer tarafa çıkarma işlemi olarak geçti. Zaten üçgene 3 ekleyince 14 yapıyorsa, tam tersi 14'den 3 çıkarsak değişen bir şey olur mu?

Yukarıda verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö2'nin öğrencinin sorusunu yeterli olarak açıklayamadığı görülmektedir. Ö2, ters işlem yönteminin bir önceki örnekte kullanmış olduğu simetrik çözüm yönteminin kısa yolu olduğundan dolayısıyla da dengein korunduğundan bahsetmemiştir. Ayrıca denklem işlem adımlarının terazi modeli üzerinde de ilişkilendirilmesine yönelik herhangi bir açıklamada da bulunmadığı görülmüştür. Ö2'nin açıklamaları ters işlem yönteminin doğru bir şekilde uygulanmasına yöneliktir. Ancak, $+3$ 'ün eşitliğin diğer tarafına geçirilince “neden” dengein bozulmadığı açık bir şekilde ifade edilememiştir. Söz konusu açıklamalara istinaden, Ö2'nin öğrenci sorusuna ilişkin yapmış olduğu açıklamalar “uygun, eksik” kategorisinde değerlendirilmiştir. Dersler sonunda Ö2 ile yapılan görüşme esnasında Ö2 ve araştırmacı arasında gerçekleşen diyalog aşağıda verilmiştir.

A: Denklem çözümlerinde ters işlem yöntemini kullandınız. Tercihinizin sebebi neydi?

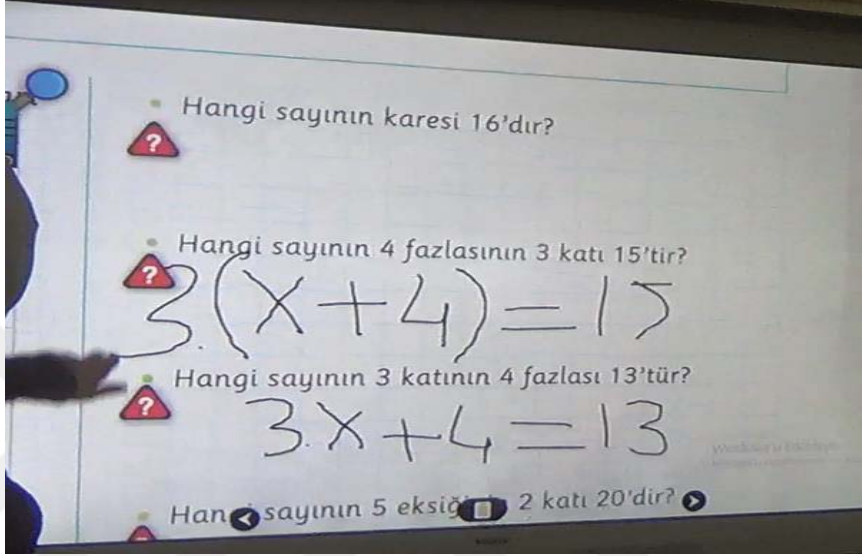
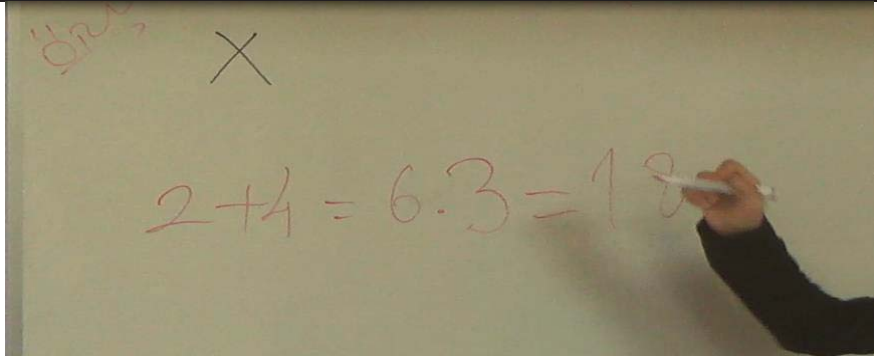
Ö2: Ben diğer yöntemleri pek kullanmıyorum. Öğrencilerin daha çok kafası karışıyor. Ters işlem yöntemini anladıkları zaman sonuca kolayca ulaşabiliyorlar.

Ö2'nin söz konusu açıklamalarından, denklem çözümlerinde ters işlem yöntemini kullanmanın sonuca ulaşmada daha etkili olduğuna dair bir düşüncesi olduğunu görülmektedir. Ö2, diğer yöntemlerin öğrenciler tarafından çok iyi anlaşılmadığını belirtmektedir.

Ö2, derse sözel ifadelere ilişkin denklem kurma çalışmalarıyla devam etti. Örnek çözümleri esnasında öğrencilerin işlem önceliği gerektiren soruların denklemlerini yazarken oldukça zorlandıkları gözlemlendi. Bu esnada bir öğrencinin sormuş olduğu soru ve Ö2'nin söz konusu soruyu açıklama süreci Tablo 76'da verilmiştir.

Tablo 76

Ö2'nin Denklem Kurmaya İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	 Hangi sayının karesi 16'dır? Hangi sayının 4 fazlasının 3 katı 15'tir? $3(x+4)=15$ Hangi sayının 3 katının 4 fazlası 13'tür? $3x+4=13$ Hangi sayının 5 eksiği 2 katı 20'dir?
Öğrenci 1	Hocam ben ikinciye anlamadım. Sırayla dediniz ama neden 4 fazlası demesine rağmen siz önce 3 katı yaptınız.
Ö2	Tamam açıklayalım. Bak değer vererek yapalım. Söyle bir sayı. Tamam, 2 olsun. 2'nin 4 fazlası 6 yapar. 3 katı ise 18. Ama önce 4'ü 3 ile çarpsaydık 12 olurdu. Sonra 2 ekle 14 yapar. Bakın eşit çıkmıyor. O yüzden oraya parantez koyduk.
Ders İçi Öğretim Süreci	
Öğrenci 2	Hocam ama 15'e eşit diyor soruda.
Öğrenci 3	Bir de 6 nereden geldi?
Ö2	Çocuklar arkadaşınız anlamadığı için bir değer verdik. Onun üzerinden yaptık. Neyse soru çözdükçe daha iyi anlaşılacak.

Yukarıda verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö2'in işlem önceliğine ilişkin yeterli açıklamada bulunmadığı gözlemlenmiştir. Yapılan açıklama her ne kadar doğru olsa da öğrencilerin işlem önceliğine ilişkin kafa karışıklığını giderici açıklıkta değildir. Ö2'nin özellikle denklemi sağlayan değer üzerinden örnek vermemesi öğrencilerin yapılan işlemi anlamalarını zorlaştırmıştır ve bu değere ilişkin öğrencilerin çeşitli sorular sormalarına sebep olmuştur. Dolayısıyla Ö2'nin işlem önceliğine ilişkin yapmış olduğu açıklamaların “uygun, eksik” kategorisi altında değerlendirilmesine karar verilmiştir.

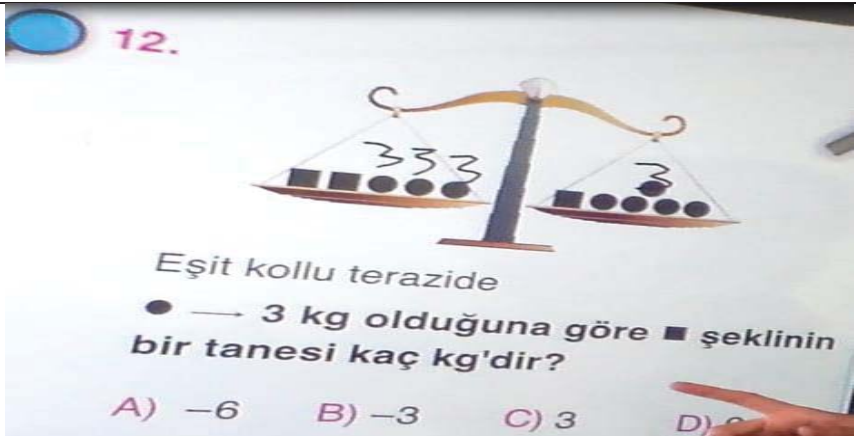
4.2.2.2.2. Ö2 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik 3. ve 4. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları

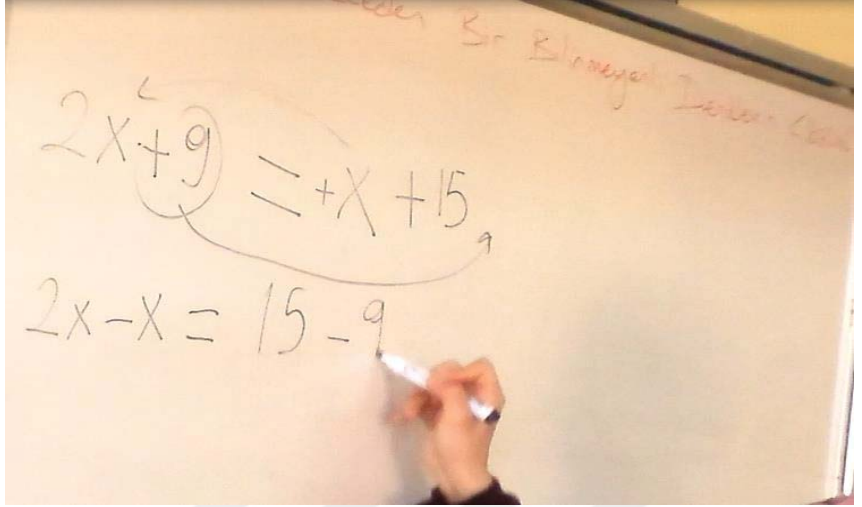
Öğretmenin, öğrencilerden gelen “neden” ve “nasıl” sorularına ilişkin yapmış olduğu matematiksel açıklamalar aşağıda verilmiştir.

Ö2 denklem çözüm çalışmalarına, terazi modeli üzerinde verilen bir örnek soruyla başladı. Söz konusu sorunun çözümü esnasında bir öğrenci ve Ö2 arasında yaşanan diyalog Tablo 77'de verilmiştir.

Tablo 77

Ö2'nin Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö2	Evet, açtığım soruyla başlıyoruz. Terazide dengede değil mi? O zaman bu dengeyi bozmadan bilinmeyene ulaşmaya çalışacağız. Aslında buradan da bulunabilir. Kareyi yalnız bırakarak da bulabiliriz. Ama biz denklemler yapalım. Denklemi kuralım tahtada.

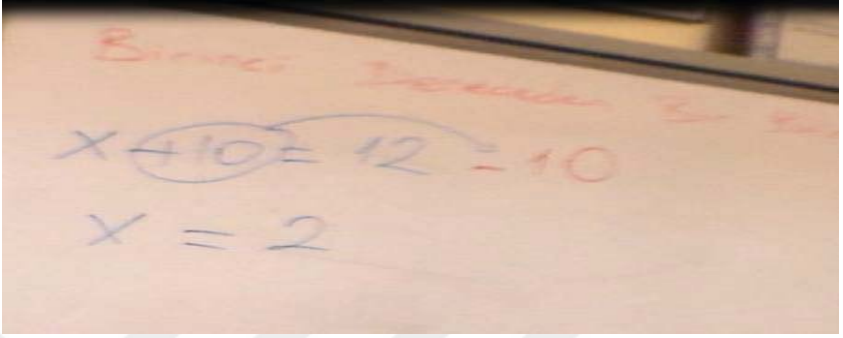
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö2	Nasıl çözdüğüme dikkatle bakın şimdi. Bilinenleri bir tarafa bilinmeyenleri diğer tarafa alıyoruz. Eşitliğin diğer tarafına geçerken işaret değiştiriyorduk.
Öğrenci 1	Hocam ama neden bu şekilde oldu? Onlar yine nasıl eşit oluyor?
Ö2	Çünkü ters işlem yaptık. Orada pozitif olan buraya negatif olarak geçti. Ya da şöyle de söyleyebiliriz. Her iki taraftan önce x çıkarsak, sonra da 9 çıkarsak bakın yine aynı şey oluyor. Bu yol hızlı yapmamızı sağlıyor sadece.

Tablo 77’de verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö2’nin öğrenci sorusuna ilişkin yapmış olduğu açıklamaların yeterli olmadığı görülmektedir. Söz konusu duruma ilişkin Ö2’den beklenen, denklem çözümünü simetrik çözüm metoduyla açıklaması ve bu metodu terazi üzerinde ifade etmesidir. Ö2, “her iki taraftan önce x çıkarsak, sonra da 9 çıkarsak bakın yine aynı şey oluyor.” söylemiyle simetrik çözüm yöntemine ilişkin kısa ve çok açık olmayan bir açıklamada bulunmuştur. Ancak yapmış olduğu açıklamayı terazi modeli üzerinde ifade etmemesi ve terazi yönteminden açık bir şekilde bahsetmemiş olması önemli eksikliklerdir. Terazi yönteminin uygulanmasının beklendiği bir soruda ters işlem metodundan yararlanılması ve terazi yöntemiyle denklem işlem adımları arasında ilişkilendirmenin yapılmaması sebebiyle Ö2’nin yapmış olduğu açıklamalar “uygun, eksik” kategorisi altında değerlendirilmiştir.

Denklem çözmeyi gerektiren bir diğer soruda da öğrencilerin denklem çözüm adımlarına ilişkin yanılgılarının olduğu görülmüştür. Söz konusu duruma ilişkin bir öğrenci ve Ö2 arasında gerçekleşen diyalog Tablo 78’de verilmiştir.

Tablo 78

Ö2'nin Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö2	Gördüğünüz gibi eşitliği bozmadan diğer tarafa geçirdik.
Öğrenci	Hocam neden -10 oldu? Sol taraftan -10 çıkarınca diğer tarafa ters işlemde 10 eklemeyecek miyiz?
Ö2	Ama eşitliği bozmayacağımızı söylemiştik. Eğer dediğin gibi yaparsak sol taraftan 10 çıkarınca sağdan da 10 çıkarmalıyız ki eşitlik korunsun o zaman. Biz de aynı şeyi yaptık zaten. +10, diğer tarafa -10 olarak geçti.

Tablo 78’de verilen öğretim süreci incelendiğinde, öğrencinin, eşitliğin bir tarafında yapılan işlemin tersinin diğer tarafta yapılması gerektiğine ilişkin bir yanlışlığının olduğu görülmektedir. Söz konusu duruma ilişkin Ö2’nin yapmış olduğu açıklamalar her ne kadar doğru olsa da yeterince açık değildir. Ö2’nin konunun en başından beri denklem işlem adımlarını terazi yöntemiyle ilişkilendirmemesi ve ters işlem metodunun simetrik çözüm yönteminin kısa yolu olduğunu açık bir şekilde ifade etmemesi sebebiyle öğrencilerin çeşitli yanlışlar yaşadıkları gözlemlenmiştir. Bu açıklamalara istinaden, öğrencinin bu tür bir kavram yanlışlığına sebep olmasının nedeninin, eşitliğin diğer tarafına terimi geçirirken işaret değiştirmesi gerektiği yargısı ile eşitliğin her iki tarafında da aynı işlem yapılır yargısının karıştırılmasından kaynaklı olduğu düşünülebilir. Dolayısıyla Ö2’nin söz konusu öğrenci sorusuna ilişkin yapmış olduğu açıklamalar “uygun, eksik” kategorisi altında değerlendirilmiştir.

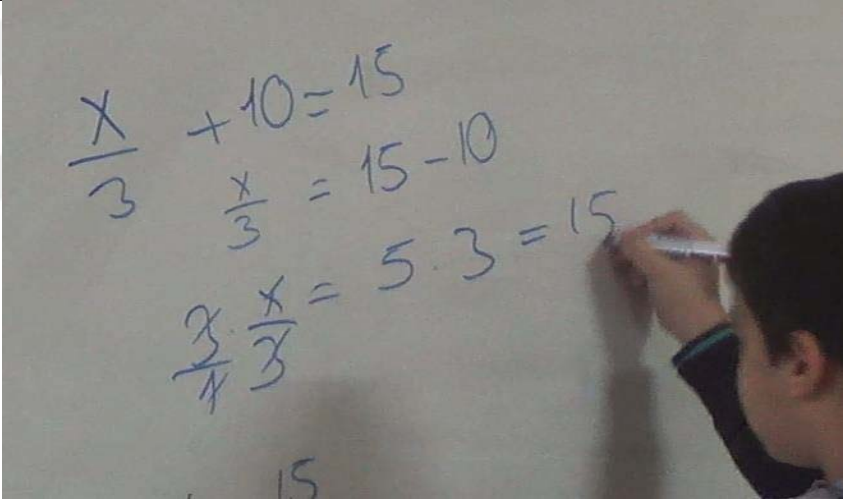
4.2.2.2.3. Ö2 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik 5. ve 6. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları

Öğretmenin, öğrencilerden gelen “neden” ve “nasıl” sorularına ilişkin yapmış olduğu matematiksel açıklamalar aşağıda verilmiştir.

Ö2, derse denklem çözmeyi gerektiren örnek bir soruyla devam etti. Soru çözümünü esnasında bir öğrencinin Ö2’ye sormuş olduğu soru ve Ö2’nin bu soruyu açıklama süreci Tablo 79’da verilmiştir.

Tablo 79

Ö2’nin Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö2	Evet, sonucu doğru buldu arkadaşınız.
Öğrenci	Hocam, daha önce de soruldu ama ben tam olarak anlamadım. Neden 3 den başlayıp çarpma yaparak yapamıyoruz?
Ö2	Arkadaşın sormuştu evet. Kuralımız ne? Bilinenleri bir tarafa bilinmeyenleri diğer tarafa almak. Yani bir araya getirmeye çalışıyoruz, X’e en uzaktan başlayarak. Hatta örnek de vermiştik. Bak arkadaşın sonucu burada 15 buldu. Dediğin gibi yapsak 45’den 10 çıkınca 35 kalır. Yani sonuç yanlış çıkar. O yüzden x’e uzak olandan başlayıp ters işlem yapıyoruz.

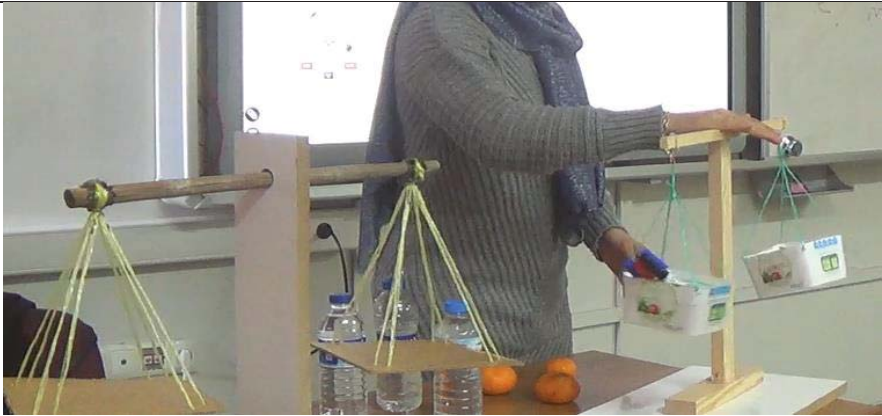
Tablo 79’da verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö2’nin öğrenci sorusuna ilişkin yapmış olduğu açıklamaların uygun ancak yeterli olmadığı görülmektedir. Ö2, ters işlemin

doğru uygulanmasına yönelik öğrenciye doğru bir açıklamada bulunmuştur. Ancak, 3'den başlanarak da yapılabileceğini ifade etmemiştir. Simetrik çözüm yönteminin kullanılıp her iki tarafın 3 ile çarpılmasıyla da doğru sonuca ulaşılabilir. Ö2'nin denklem çözüm yöntemi olarak ters işlem yöntemine odaklandığı ve bu yöntemin doğru kullanımına ilişkin açıklamalarda bulunmayı tercih ettiği görülmektedir. Ancak, ters işlem yöntemi, simetrik çözüm yöntemi gibi denklemin simetrisini tam olarak vurgulamadığı için, öğrenciler, “taraf değiştir-işaret değiştir” kuralını düşünmeden uygulayabilmektedirler. Söz konusu açıklamalara istinaden Ö2'nin yapmış olduğu açıklamalar “uygun, eksik” kategorisinde değerlendirilmiştir.

Bir süre sonra Ö2'nin, denklem çözüm çalışmalarına ara vererek öğrencilerin yapıp sınıfa getirdiği terazi modelleri üzerinde bazı uygulamalara yer verdiği gözlemlendi. Söz konusu uygulamalara yönelik bir öğrencinin Ö2'ye sormuş olduğu soru ve Ö2'nin soruya ilişkin yapmış olduğu açıklamalar Tablo 80'de verilmiştir.

Tablo 80

Ö2'nin Terazi Yöntemine İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö2	Evet, iyi bakın. Denklemlerde kullanacağız. Kalem sayılarını değiştirip mandalinalarla dengenin kurulup kurulmadığını ayarlayabiliyoruz. Bir mandalina 5 kalem 1 mandalinaya eşit olmadı. 2 kalemi alalım neredeyse dengede. Az önce bunu su şişeleriyle de yapmıştık.
Öğrenci	Hocam, hani başta dediniz ya denklemde de kullanacağız diye. Denklemde nasıl yapacağız?
Ö2	Burada oluşturmaya çalıştığım şey ne? Denge değil mi? Dengeyi bozmayacak şekilde uygulamalar yapıyoruz. Denklemdeki eşitliği günlük hayatta terazi üzerinde görebiliyoruz. Aynı şekilde denklemde de dengeyi

	bozmamaya çalıştık. Az önce yaptığımız örneklere bakın. Bilinenleri bir tarafa bilinmeyenleri bir tarafa almıştık. Diğer tarafa tersini aldığımızda eşitlik bozulmuyordu. Daha önce anlatmıştım. Hatta bir örnek de demiştim ki iki tarafa aynı şeyi yaparsanız denge bozulmaz. Ama bunun yerine daha hızlı yapmamızı sağlayan ters işlemi kullandık.

Yukarıda verilen öğretim sürecine göre, Ö2'nin açıklamaları “uygun, eksik” kategorisinde değerlendirilebilir. Ö2'nin öğretim sürecinde yapmış olduğu açıklamalar incelendiğinde terazi üzerinde dengenin kurulmasına odaklandığı ancak bunu denklem işlem adımlarıyla ilişkilendirmeksizin yaptığı gözlemlenmiştir. Denklem işlem adımları ile terazi yönteminin ilişkilendirilebilmesi için terazi üzerinde her iki kefeye aynı işlemler yapılarak dengenin kurulması gerekmektedir. Ancak, Ö2'nin yapmış olduğu uygulamalar incelendiğinde terazinin bir kefesini üzerinde ekleme çıkarma yapılarak dengenin kurulmasının sağlanmaya çalışıldığı görülmektedir. Bu uygulamalardan sonra, Ö2'nin öğrenci sorusuna yönelik yapmış olduğu açıklamalarında yetersiz olduğu görülmüştür. Ö2 açıklamalarında, denklem çözümlerinde de dengenin korunmasının önemine vurgu yapmış ve ters işlem metodundan bahsederek söz konusu yöntemle ilişkin yapılan işlem adımlarının dengeyi koruduğunu vurgulamıştır. Hatta “Bir örnek de demiştim ki iki tarafa aynı şeyi yaparsanız denge bozulmaz.” şeklindeki ifadeyle simetrik çözüm metodundan da üstü kapalı bir şekilde bahsettiği de gözlemlenmiştir. Ancak, terazi modeli üzerinde simetrik çözüm yönteminden bahsetmeyip, gerekli ilişkilendirmeyi yapmaması sebepleriyle Ö2'nin öğrenci sorusuna ilişkin yapmış olduğu açıklamalar eksik olarak değerlendirilmiştir.

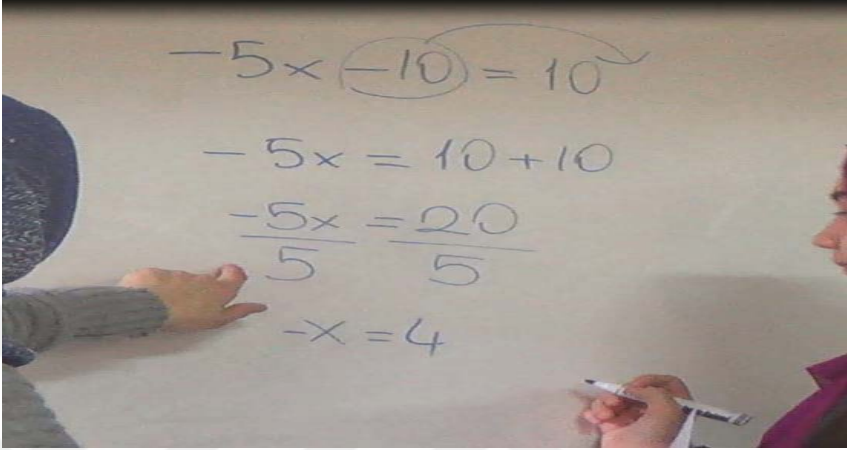
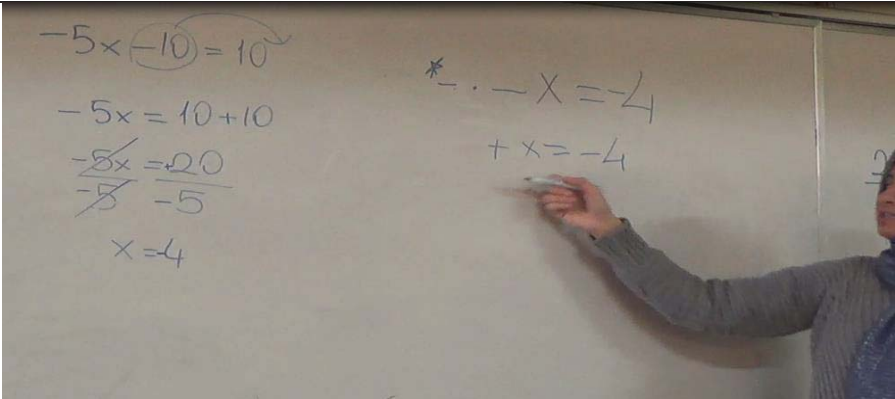
4.2.2.2.4. Ö2 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik 7. ve 8. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları

Öğretmenin, öğrencilerden gelen “neden” ve “nasıl” sorularına ilişkin yapmış olduğu matematiksel açıklamalar aşağıda verilmiştir.

Ö2, dersinde denklem çözümüne yönelik örnek sorulara bir süre daha yer verdiği esnada, bir öğrencisinin sorusuyla karşılaştı. Öğrencinin sahip olduğu kavram yanılgısı ve Ö2'nin öğrencinin sorusuna ilişkin yapmış olduğu açıklamalar Tablo 81'de verilmiştir.

Tablo 81

Ö2'nin Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

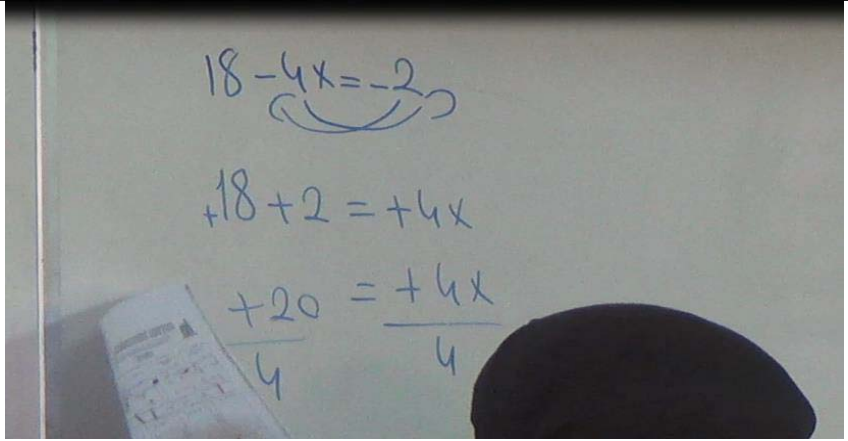
Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö2	Evet, son durumda x'i ne buluyoruz?
Öğrenci	Hocam, cevap 4 olur.
Ö2	Neden 4, bak orada eksi var.
Öğrenci	Eksi verildiği için x'in 4 olması gerekmez mi?
Ö2	Hayır. X'de negatif olabilir. X'i bilmiyoruz ki. Hatırla, amacımız x'i yalnız bırakmaktı. Burada x yalnız değil. O zaman yukarıya bakalım. Burada 5 yerine -5'e bölersen x yalnız kalır. Daha kolay cevabı bulursun. Buradan cevap -4 gelir.
Öğrenci	Neden -4 oldu hocam?
Ö2	Çünkü x'i yalnız bıraktık. Sen yerine geç ben devam edeyim. Şimdi yerine koyarsak $x = -4$ bir de yanında eksi var eksi eksi çarpınca artı yapar.
Ders İçi Öğretim Süreci	

Tablo 81’de verilen öğretim sürecine göre, öğrencinin “eksi verildiği için x’in 4 olması gerekmez mi?” şeklindeki sorusundan eksi işaretini negatif sayılarla özdeşleştirdiği görülmektedir. Öğrenci, x’in önünde yer alan eksi işaretini bir doğal sayısının önünde yer alan eksi işareti gibi düşünerek, x’in pozitif olması gerektiği şeklinde bir düşünceye sahiptir. Söz konusu duruma ilişkin Ö2’nin öğrenciye yapmış olduğu açıklamaların uygun ve yeterli olduğu görülmektedir. Ö2, -x’in değil x’in bilinmeyen olduğunu belirterek x’in bulunması gerektiğine vurgu yapmıştır. Ayrıca, x’in negatif bir sayı olabileceğini de ifade ettiği görülmektedir. Dolayısıyla, Ö2’nin açıklamaları “uygun, tam” kategorisinde değerlendirilmiştir.

Denklem çözmeyi gerektiren bir diğer soruda da bir öğrencinin eşitlik sembolünün anlamına ilişkin kavram yanılığına sahip olduğu görülmüştür. Öğrencinin sahip olduğu yanılığ sebebiyle sormuş olduğu soru ve Ö2’nin bu soruyu açıklama süreci Tablo 82’de verilmiştir.

Tablo 82

Ö2’nin Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Öğrenci	Hocam arkadaş -4x’i neden diğer tarafa aldı. 18’i diğer tarafa almayacak mıydık?
Ö2	Neden? -4x’i diğer tarafa aldı, işte pozitif oldu. Daha rahat çözeriz bu şekilde.
Öğrenci	Sonucu bulmak için 18’i diğer tarafa atmamız gerekir diye düşündüm.
Ö2	Bu şekilde de bulabiliriz. Bak arkadaşın her iki tarafı 4’e bölünce 5

	bulmuş olacak.
Öğrenci	Yok, hocam, sonuç derken -18 ve -2'yi biraraya getirip orada denklemin sonucunu bulmayı demiştim.
Ö2	Öyle de yapabilirsin ama pozitif sayılarla uğraşmak daha rahat olur. Hata riskin azalır. Eğer bilinmeyenin önünde eksi varsa onu diğer tarafa alıp, bilinenleri diğer tarafa alarak da x'i bulabilirsin.

Tablo 82'de verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö2'nin öğrencinin sorusuna yönelik yapmış olduğu açıklamaların uygun ancak yeterli olmadığı görülmektedir. Öğrencinin “sonuç derken -18 ve -2'yi biraraya getirip orada denklemin sonucunu bulmayı demiştim.” şeklindeki söyleminden eşitlik işaretini sağ tarafına sonucun yazıldığı işaret şeklinde algıladığı görülmektedir. Öğrenci ayrıca, bilinmeyen eşitliğin sol tarafında kalması gerektiğine ilişkin de bir yanlışlığa sahiptir. Söz konusu öğrenci yanılgılarına ilişkin Ö2'nin yapmış olduğu açıklamalar incelendiğinde, yeterli açıklamalarda bulunmadığı gözlemlenmiştir. Ö2, öğrencinin ifade ettiği şekilde de bilinmeyen bulunabileceğini ve bilinen ya da bilinmeyenlerin negatiflik durumlarına göre taraf değiştirilerek düzenlenmesinin işlem hatası riskini azaltacağını belirtmiştir. Ancak, eşitlik sembolünün sağ tarafının sonuç belirtmediğini ve sağ ve sol taraftaki ifadeler arasında bir denklik göstergesi olduğunu da vurgulamalıdır. Dolayısıyla Ö2'nin yapmış olduğu açıklamalar “uygun, eksik” kategorisinde değerlendirilmiştir.

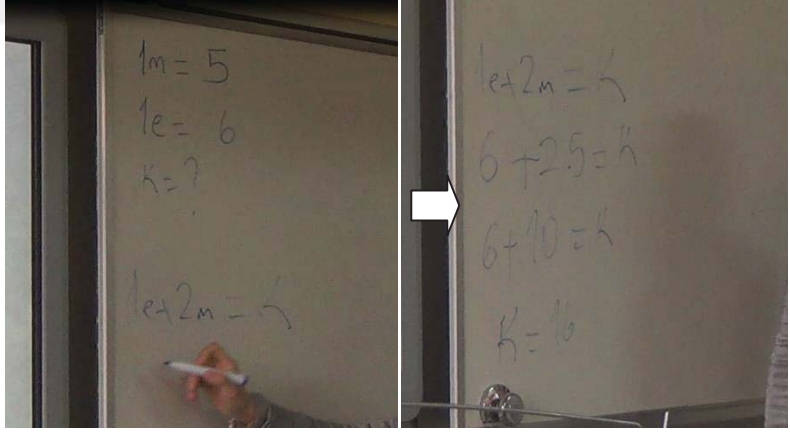
4.2.2.2.5. Ö2 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik 9. ve 10. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları

Öğretmenin, öğrencilerden gelen “neden” ve “nasıl” sorularına ilişkin yapmış olduğu matematiksel açıklamalar aşağıda verilmiştir.

Ö2, öğrencisinin yapıp getirmiş olduğu terazi modeli üzerinde bazı uygulamalar yaparak derse başladı. Söz konusu uygulamalar esnasında öğrencilerin bazı işlem adımlarını anlamakta zorlandıkları ve Ö2'ye çeşitli sorular sordukları gözlemlenmiştir. Öğrencilerin soruları ve Ö2'nin bu soruları yanıtlama süreci Tablo 83'de verilmiştir.

Tablo 83

Ö2'nin Terazi Yöntemine İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö2	Hadi bu terazi üzerinde bir uygulama yapalım. Şuradaki mandalina ve elmaları alalım. Meyve suyuyla dengede durmadı. Kalem kutusunu koyalım. Evet, gördüğünüz gibi dengeyi sağladık. Tahtada bunu özetleyelim.
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö2	M ve E için değerlerimiz bu şekilde olsun. K'yı bulalım bakalım. Denge nasıl kuruldu? Bir e ve 2m toplarsak bir tane K'ya eşit oluyormuş. O zaman bilinenleri yerine koyup bilinmeyeni bulalım artık. Cevap ne çıktı 16. Denklemleri de böyle çözmedik mi?
Öğrenci 1	Hocam ama bize m'yi ve e'yi verecek değil mi? Siz o ağırlıkları kendiniz mi yazdınız?
Ö2	Çocuklar m ve e değil olay. Önemli olan bunların bilinmesi. Ben onlara öylesine değer verdim. Bu sayede K'yı buldum. Terazi dengede olduğu için birbirine eşitledik.
Öğrenci 2	Biz denklem çözerken nasıl yapacağız? O zaman hep onları verirler değil

	mi hocam?
Ö2	Çocuklar biz zaten buraya kadar hep öyle yapmadık mı? Dersin başından beri bilinenler bir tarafa bilinmeyenler bir tarafa niye diyoruz? Bakın bunlar bilinenler ben bunların yardımıyla bilinmeyene ulaştım. Denklemi çözerken de bilinenleri bir tarafa bilinmeyenleri diğer tarafa alıp soruyu çözüyoruz.

Tablo 83’de verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö2’nin öğrenci sorularına yapmış olduğu açıklamalar “uygun, eksik” kategorisinde değerlendirilmiştir. Ö2’nin terazi modeli üzerinde yaptığı uygulamalar, eşitlik sembolünün sağ ve sol taraftaki ifadeler arasında bir denklik göstergesi olduğunu vurgulamaya yöneliktir. Bilinenler yardımıyla bilinmeyen değerlerin bulunmasına yönelik uygulamalar yapılmıştır. Bu doğrultuda, m ve e bilinmeyenlerine değerler atanmış ve k değeri bulunmuştur. Ancak, bu süreçte k bilinmeyeninin yanı sıra m ve n bilinmeyenlerine yer verilmesi öğrencilerin denklem çözüm sürecini anlamalarını zorlaştırmıştır. Ö2, terazi modeli üzerinde yaptığı uygulamaları ters işlem metoduna göre doğru bir şekilde öğrencilerine ifade etmiştir. Ancak, söz konusu uygulamalar esnasında öğretmenden beklenen her iki kefeye aynı miktarda ekleme çıkarma yaparak dengenin kurulmasını sağlamaya çalışması yani simetrik çözüm metodundan bahsetmesidir. Dolayısıyla Ö2’nin açıklamaları uygun olmakla beraber yetersiz olarak değerlendirilmiştir.

Ö2 dersine denklem çözmeyi gerektiren problem durumlarıyla devam ettiği esnada bir öğrencisinin sorusuyla karşılaştı. Ö2, bu soruyu sınıfa yöneltince, birçok öğrencinin de soruyu soran öğrenci gibi aynı kavram yanılgısına sahip olduğunu gördü. Söz konusu öğrenci sorusu ve Ö2’nin bu soruya ilişkin yapmış olduğu açıklamalar Tablo 84’te verilmiştir.

Tablo 84

Ö2'nin Problem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ö2	Arkadaşınız bana bir soru sordu. Ben de problemi size yazdırmak istiyorum. Siz cevaplayın bakalım. Bir sayının 2 fazlasının 3 katı 17 sayısından çıkarılınca 14'e eşit oluyor. Bu sayı kaçtır? Evet, siz çözünce fikirleri alacağım. Peki, nereden başlayacağız kim söyler?
Öğrenci 1	Hocam, $3x+2-17=14$ şeklinde yazdım.
Ö2	Olmadı. Bir kere senin yazdığını okuyalım. Bir sayının 3 katının 2 fazlasından 17 çıkarılınca 14'e eşit oluyor. Sanki olmadı. Evet, söyle bakalım.
Öğrenci 2	Hocam, 17'den çıkarılırsa doğru olur.
Ö2	Yine olmadı.
Öğrenci 2	İşlem önceliği var hocam. 2 fazlasının dediği için $x+2$ parantez içerisinde olur. Sonra 3 ile çarpılır. Bunları 17'den çıkaracağız.
Ö2	Evet, işte bu kadar. Anladınız mı? İşlem önceliği sırasına göre gidiyoruz. Önce parantez içinde toplama. Sonra çarpma. Bunları 17'den çıkarıyoruz. Peki, denklemi kurduk ama bitmedi. Soruyu çözmeye nereden başlayacağız? Biraz bekleyelim deftere çözün.
Öğrenci 3	Hocam, 17'yi karşıya geçiririz. Diğer tarafta -3 yapar. X, -1'e eşit olur.
Ö2	Aferin güzel çözüm olmuş bende buradan düşünmemiştim.
Öğrenci3	Hocam neden önce 17'den 3'ü çıkarmıyoruz. Baştan başlayıp sırayla gideceğiz. Bende -1 buldum ama önce 17'den 3'ü çıkardım. Sonra 14'ü 14'e böldüm. Düzenledim. X, -1 çıktı. (Çoğunluk ben de böyle yaptım diye seslenir.)
Ö2	Çocuklar soru çeldirmeye müsait. Cevap -1 çıkıyor ama çoğunuz hatalı yöntemle yapmış. Siz de hemen atladınız. Dediğiniz gibi 17'den 3'ü çıkararak yapamayız ki. Bir kere sırayla yapılır diye bir kural yok. İşlem önceliğine hiç dikkat etmemişsiniz. Bir kere önce çarpma yapılır. Siz çıkarmadan başlamışsınız. 3'ü paranteze dağıttıktan sonra düzenlemeleri yapmanız gerekirdi. Ama arkadaşınızın çözümü de güzel olmuş. Tabi bu çözüm eğer karşı tarafta tam bölünmeyen bir sayı varsa zora girebilir. Önemli olan işlem önceliğine göre yapmanız. Evet, bakın tahtaya işlem önceliğine göre bir de ben yapayım.

Tablo 84’te verilen öğretim süreci incelendiğinde, öğrencilerin çoğunun işlem önceliğini dikkate almaksızın, işlemleri soldan sağa doğru yaptığı görülmektedir. Söz konusu yanılığa ilişkin Ö2’nin yapmış olduğu açıklamalar uygun ve yeterlidir. Ö2, “dediğiniz gibi 17’den 3’ü çıkararak yapamayız ki. Bir kere sırayla yapılır diye bir kural yok. İşlem önceliğine hiç dikkat etmemişsiniz.” şeklindeki söylemiyle öğrencilerin işlem önceliğine dikkat etmeden, işlemleri soldan sağa doğru yaptıklarının farkında olduğunu belirtmiştir. Sorunun işlem önceliğine göre nasıl yapılabileceğini açık bir şekilde ifade etmiştir. Dolayısıyla söz konusu öğrenci sorusu için Ö2’nin yapmış olduğu açıklamalar, “uygun, tam” kategorisinde değerlendirilmiştir.

4.2.2.2.6. Ö2’nin Açıklama Boyutuna İlişkin Tüm Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulgularının Değerlendirmesi

Ö2’nin 10 ders saatlik öğretim süreci sonunda, öğrencilerden gelen “neden” ve “nasıl” sorularına ilişkin yapmış olduğu matematiksel açıklamaların uygunlukları açısından değerlendirilmesi Tablo 85’te toplu halde sunulmuştur.

Tablo 85

Ö2’nin Öğretim Süreci Boyunca Yapmış Olduğu Açıklamaların Uygunlukları Açısından Değerlendirilmesi

Ö2’nin Açıklamaları	Düzeyler			
	0	1	2	3
	Yok	Uygun Değil	Uygun, Eksik	Uygun, Tam
1. Ters işlem yönteminin simetrik çözüm yönteminin kısa yolu olduğuna ilişkin			✓	
2. Denklem çözümünde işlem önceliğine ilişkin			✓	
3. Terazi yöntemiyle denklem işlem adımlarının ilişkilendirilmesine ilişkin/ Simetrik çözüm yöntemine ilişkin			✓	
4. Eşitliğin bir tarafında yapılan işlemin tersinin diğer tarafta yapılması gerektiği kavram yanılığına ilişkin			✓	

5.Bilinmeyen katsayısından başlanarak denklem çözümünün yapılmasına ilişkin			✓	
6.Terazi yöntemiyle denklem işlem adımlarının ilişkilendirilmesine ilişkin			✓	
7.Eksi işaretinin negatif sayılarla özdeşleştirilmesi kavram yanlışlığına ilişkin				✓
8. Eşitlik işaretinin anlamına ilişkin (eşitlik işaretinin “işlem yap ve sonuç elde et” şeklinde değil, sağ ve sol taraftaki ifadeler arasında bir denklik göstergesi olarak yorumlanmasına yönelik)			✓	
9.Bilinmeyen denklemin sadece bir tarafında bulunmadığına ilişkin			✓	
10.Terazi yönteminin uygulanmasına ilişkin			✓	
11.Denklem çözümünde işlem önceliğinin dikkate alınmaması, işlemlerin soldan sağa doğru yapılması kavram yanlışlığına ilişkin				✓

Tablo 85’e göre, Ö2’nin öğrencilerden gelen “neden” ve “nasıl” sorularına ilişkin yapmış olduğu matematiksel açıklamaların büyük bir kısmının “uygun, eksik” kategorisi altında değerlendirildiği görülmektedir. Öğretmenin gözlem verilerinden elde edilen bu durum, öğretmenin ÖDBT’den elde edilen verileriyle uyumlu değildir. Ö2, ÖDBT’de yer alan açıklama sorularının çoğunu uygun ve tam bir şekilde yanıtlamış ve sorulara uzun ve açıklayıcı yanıtlar vermeyi tercih etmiştir. Derslerin tamamlanmasının ardından gerçekleştirilen görüşmede, söz konusu duruma ilişkin Ö2 ve araştırmacı arasında aşağıdaki diyalog yaşanmıştır.

A: Bilgi testinde yer alan sorulara doğru ve açıklayıcı cevaplar vermişsiniz. Ama burada belirttiğiniz bazı yöntemleri dersiniz de kullanmadığınızı gördüm. Örneğin, simetrik çözüm yöntemi. Daha çok ters işlem yöntemini kullandınız.

Ö2:Evet, tabi bu yöntemleri biliyorum. Ama öğrencilerin ters işlem yöntemiyle daha çabuk anlayıp soruları cevaplayabildiklerini düşünüyorum. O yüzden fazla detaya girmedim.

A: Peki, öğrencileriniz denklem çözümlerinde istediğiniz başarıyı yakalayabildi mi sizce?

Ö2: Anladıklarını düşünüyorum. Fazla detaya girmedim. Sınavlarda işe yarayacak şekilde sonuca hızlıca ulaştıracak ters işlem yöntemini kullandım. Denklemlerin her iki tarafına sürekli aynı işlemlerin yapılması yöntemini uzun ve gereksiz buluyorum açıkçası. Öğrenciler zaten bu şekilde fazla anlamıyor. Zaten öğretsek bile bir süre sonra ters işlem yöntemiyle devam ediyoruz.

Yukarıda verilen diyalog incelendiğinde, Ö2'nin bilgi sahibi olmasına rağmen simetrik çözüm yönteminden dolayıyla terazi yönteminden öğrencilerine bahsetmeyi tercih etmediği görülmektedir. Öğrencilerin ters işlem metodu ile daha iyi öğrendiklerini ve sonuca daha hızlı ulaşabildiklerini düşünmektedir. Ö2'nin bilgi sahibi olmasına rağmen tercihlerinden dolayı öğrencilerine gereken açıklamaları yapmamış olması öğretim süreci boyunca değerlendirmeye alınan açıklamalarının çoğunun “uygun, eksik” kategorisi altında değerlendirilmesine sebep olmuştur. Derslerde gözlemlenen bir diğer durumda Ö2'nin otoritesi sebebiyle öğrencilerin sınırlı sayıda soru sormalarıdır. Bu nedenle öğretmenin açıklama boyutuna ilişkin sınırlı sayıda bilgi elde edilmiştir.

4.2.2.3. Ö3 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik Gözlem Bulguları

Ö3, 13 yıllık mesleki tecrübeye sahip bir ortaokul matematik öğretmenidir. Sınıf mevcudu 27 olan bir sınıfta konu anlatımını gerçekleştirmiştir.

Öğretmenin, ders gözlemlerinin analizi sonucunda açıklama boyutuna yönelik elde edilen bulguları, video kayıtlarının ekran alıntıları ve birebir gözlem notları ışığında aşağıda sunulmuştur. Ayrıca gözlem verilerinin sunumu esnasında, öğretmenin her iki ders saatlik öğretim sürecinin ardından kendisiyle gerçekleştirilen görüşmelerden de alıntılara yer verilmiştir. Ö1'in 10 ders saatlik gözlem verileri ikişer ders saatlik bölümler halinde aşağıda detaylı olarak sunulmuştur.

4.2.2.3.1. Ö3 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik 1. ve 2. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları

Öğretmenin, öğrencilerden gelen “neden” ve “nasıl” sorularına ilişkin yapmış olduğu matematiksel açıklamalar aşağıda verilmiştir.

Ö3, ilk dersine denklemlerin nasıl kurulması gerektiğine ilişkin bilgi vererek başladı. Bu esnada öğrencilerine bilinmeyen ve değişken kavramları hakkında açıklamalar yaptı. Söz konusu açıklamalarına devam ederken bir öğrencisi kendisine değişken kavramına ilişkin bir soru yöneltti. Tablo 86’da öğrencinin sorusu ve Ö3’ün bu soruya yönelik yapmış olduğu açıklamalar verilmiştir.

Tablo 86

Ö3’ün Değişken Kavramına İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ö3	Peki, cebirsel ifadelerde de görmüştük. Biz bilinmeyene ne diyorduk?
Öğrenci 1	X diyorduk.
Ö3	Sadece X mi?
Öğrenci 2	Değişken diyorduk hocam.
Ö3	Evet, doğru bütün harfler olabilir. Bir de bilinmeyene ne diyorduk arkadaşınız söyledi değişken değil mi?
Öğrenci 3	Hocam neden değişken deniyor?
Ö3	Çünkü bilinmeyen dediğimiz şey, örneğin x farklı değerler alabilir öyle değil mi? Yani duruma göre farklı değerler aldığı için bilinmeyene değişken de diyoruz.

Tablo 86’da verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö3’ün değişken kavramına ilişkin yapmış olduğu açıklamaların uygun ancak yetersiz olduğu görülmektedir. Ö3, bilinmeyen duruma göre farklı değerler alması sebebiyle değişken olarak da isimlendirildiğini belirtmiştir. Yapılan tanım doğru olmakla birlikte, bir denklem özelinde değişken kavramının kesinlik niteliğine ilişkin herhangi bir bilgi içermemesi nedeniyle eksiktir. Burada öğretmenden beklenen, bilinmeyen bazı durumlarda farklı değerler alması nedeniyle değişken olarak ifade edildiği ancak bir denklem bağlamında değişkenin alacağı değerlerin denklem koşullarıyla belirlendiğini açıklamasıdır. Böylece, bir denklemde kullanılan aynı harflerin aynı değerleri alacağı belirtilebilir. Dolayısıyla Ö3’ün yapmış olduğu açıklama “uygun, eksik” kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö3, derse eşitlik ve denklem kavramlarının tanımlarını vererek devam ettiği esnada bir öğrencisinin eşitlik ve denklem kavramlarının neden farklı olduğuna dair bir soruyla

karşılaşmıştır. Söz konusu duruma ilişkin Ö3'ün yapmış olduğu açıklamalar Tablo 87'de verilmiştir.

Tablo 87

Ö3'ün Eşitlik ve Denklem Kavramlarına İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ö3	Eşitlik kavramını anladık değil mi çocuklar? İki tarafta verilen işlemlerin, sayıların sonuç olarak aynı olması durumunda bunlara eşittir diyebiliyoruz. Denklemden de durum aynı. İki tarafta verilen durumlar birbirine daima eşit olacak.
Öğrenci 1	Hocam ikisi de aynı şeyi ifade ediyor. Neden eşitlik ve denklem diye ayrılmış?
Ö3	Eşit dediğimizde iki şey var ve bunlar birbirine eşit olmalı değil mi? Mesela $3=3$ diyebiliyoruz. Ama denklemde bu şekilde değil. Daima bir bilinmeyen var. Örneğin, $x+5=8$ burada bilinmeyen var. Denklemde amacımız bilinmeyeni bulmak.

Tablo 87'de verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö3'ün denklem ve eşitlik arasındaki farka ilişkin yapmış olduğu açıklamaların uygun ancak eksik olduğu görülmektedir. Ö3, eşitlik ve denklem kavramlarının arasındaki farkı denklemde bilinmeyenin bulunmasıyla açıklamaktadır. Ancak, denklemde yer alan bilinmeyenin eşitlik sembolü aracılığıyla bulunduğu dair herhangi bir açıklamada bulunmamıştır. Söz konusu öğrenci sorusuna ilişkin Ö3'den beklenen, eşitlik sembolünün bir ilişki göstergesi olduğunun ve bu gösterge yardımıyla denklemler üzerinde çeşitli işlemlerin gerçekleştirilip bilinmeyen değere ulaşılabildiğinin ifade edilmesidir. Dolayısıyla Ö3'ün açıklamaları “uygun, eksik” kategorisinde değerlendirilmiştir.

4.2.2.3.2. Ö3 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik 3. Ve 4. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları

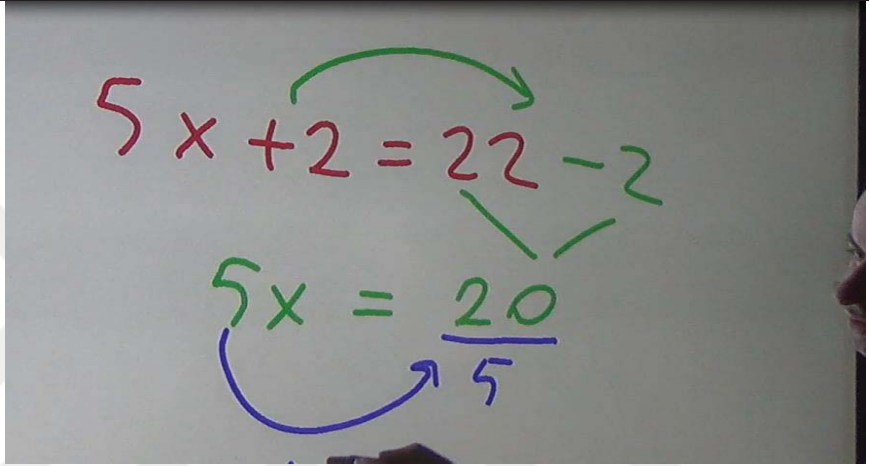
Öğretmenin, öğrencilerden gelen “neden” ve “nasıl” sorularına ilişkin yapmış olduğu matematiksel açıklamalar aşağıda verilmiştir.

Ö3, derse denklem çözme çalışmalarıyla devam etti. Denklem çözme yöntemi olarak ters işlem metodunu tercih ettiği gözlemlendi. Ters işlem yöntemi ile soru çözümüne başladığı esnada bir öğrencisinin işlem adımlarına ilişkin sorusuyla karşılaştı. Söz konusu

öğrenci sorusu ve Ö3'ün bu soruya ilişkin yapmış olduğu açıklamalar Tablo 88'de verilmiştir.

Tablo 88

Ö3'ün Denklem Çözmeye İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Öğrenci	Hocam, hani dediniz ya x'e en uzak olandan başlamalıyız diye. Neden öyle yapıyoruz?
Ö3	Şimdi burada amaç bilinmeyeni bulmak değil mi? Günlük hayattan bir örnekle açıklayalım. Mesela, masanın üzerinde anahtarın var. Rastgele attığın için masanın üzerindeki dağınıklıktan bulamıyorsun. Ne yaparsın? Önce masadaki dağınıklığı şöyle bir açmaya çalışırsın değil mi? Dağınıklığı topladıkça, bir şeyleri aldıkça anahtarı bulmaya yaklaşırsın. İşte burada da aynı şeyi yapıyoruz. Uzaktan başlayıp düzenleyerek x'i yalnız bırakıp bulmaya çalışıyoruz. Ama matematiksel olarak da şöyle söyleyebiliriz. Burada ters işlem yöntemini kullanıyoruz. Ters işlem yönteminde de kural en dıştan içe doğru hareket etmek. 5 katının 2 fazlası 22 ise, 5 katı ne olur 20 değil mi? Sonra 5 katı 20 ise x kaçtır? Buradan da 4'e ulaşırız.

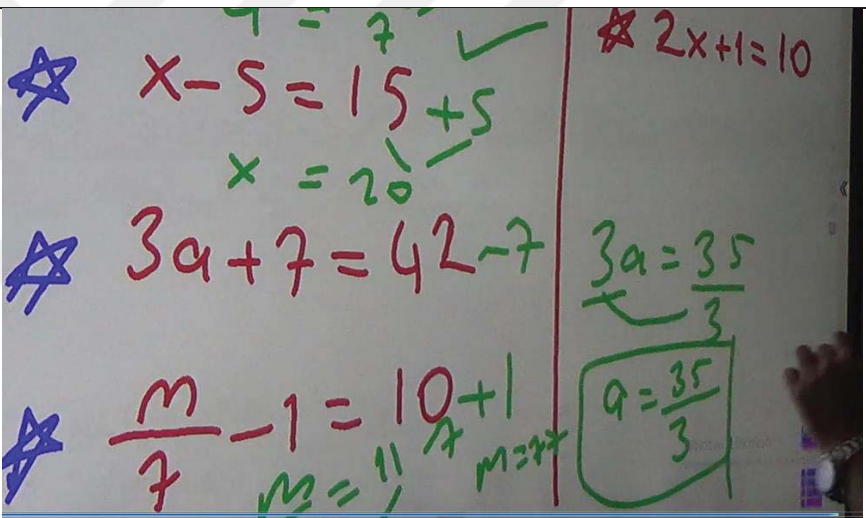
Tablo 88'de verilen öğretim sürecine göre, Ö3'ün öğrenci sorusuna ilişkin yapmış olduğu açıklamalar uygun ve yeterlidir. Ö3, denklem çözümünün x'e en uzak sayıdan başlanarak yapılmasına sebep olarak kullanılan çözüm yöntemini göstermiştir. Ters işlem yönteminde kural gereği işlemlerin en dıştan başladığını belirtmiş ve söz konusu durumu bir örnekle ifade etmiştir. Ö3'ün ters işlem yöntemine ilişkin yapmış olduğu açıklamaların

yeterince açık ve doğru olması sebebiyle, “uygun, tam” kategorisinde değerlendirilmesine karar verilmiştir.

Ö3, dersine denklem çözümüne ilişkin örnek sorularla devam ettiği esnada bir öğrencisinin, bilinmeyen katsayısından başlanarak denklem çözümünün yapıp yapılamayacağına dair sorusuyla karşılaşmıştır. Söz konusu öğrenci sorusuna ilişkin Ö3’ün yapmış olduğu açıklamalar Tablo 89’da verilmiştir.

Tablo 89

Ö3’ün Denklem Çözmeye İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Öğrenci	Hocam, neden hiç 7’den başlamıyoruz? En son onu yaptığımız için sordum aslında. Yani en baştan da başlayıp yapılamaz mı?
Ö3	Daha önce buna benzer bir soru sorulmuştu. Çünkü ters işlem yapıyoruz. Kural bize en dıştan başlamamızı söylüyor. O yüzden ne yaptım. -1’i karşıya geçirip önce topladım. En son bölmenin tersi çarpma olduğu için 7 ile 11’i çarpınca 77 bulduk.

Tablo 89’da öğretim süreci incelendiğinde, Ö3’ün öğrenci sorusuna ilişkin yapmış olduğu açıklamaların uygun ancak yeterli olmadığı görülmektedir. Ö3, ters işlem yönteminin gereği olarak en dıştan başlayıp çözüme gidildiğini belirtmiştir. Ancak, öğrencinin bir diğer sorusu olan “en baştan da başlayıp yapılamaz mı?” şeklindeki sorusunu yanıtsız bırakmıştır. Denklem 7 sayısından başlanarak da çözülebileceğini ve bunun içinde simetrik çözüm

yönteminden yararlanılabileceğini ifade etmemiştir. Dolayısıyla Ö3'ün açıklamaları “uygun, eksik” kategorisinde değerlendirilmiştir.

4.2.2.3.3. Ö3 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik 5. ve 6. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları

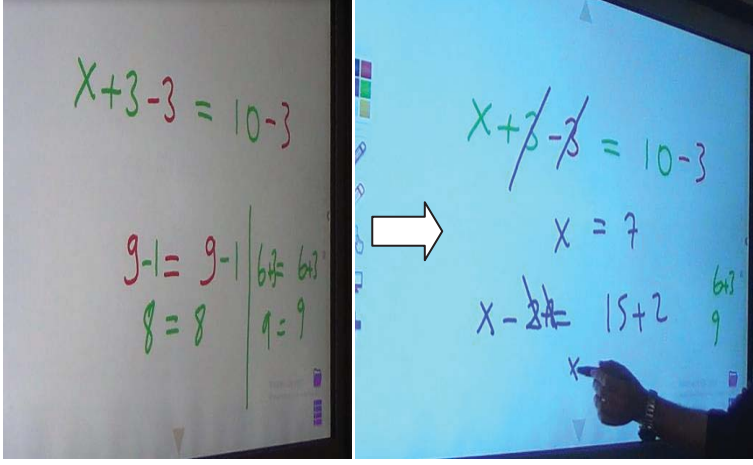
Öğretmenin, öğrencilerden gelen “neden” ve “nasıl” sorularına ilişkin yapmış olduğu matematiksel açıklamalar aşağıda verilmiştir.

Ö3, denklem çözmeyi gerektiren örnek sorularla derse devam etti. Bir denklemin çözümü esnasında öğrencisi denklem işlem adımlarına ilişkin kendisine bir soru yöneltti. Öğrencinin sorusu ve Ö3'ün soruya ilişkin yapmış olduğu açıklamalar Tablo 90'da verilmiştir.

Tablo 90

Ö3'ün Denklem Çözmeye İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö3	Derse basit bir soruyla başlayalım. Nasıl yapıyorduk? X'i yalnız bırakmak için +3, diğer tarafa geçirilecekti değil mi? Tekrar yapmış olalım.
Öğrenci	Hocam, neden +3 diğer tarafa geçiriliyor? 10 buraya x diğer tarafa geçirilince de yalnız kalabilir.
Ö3	Şimdi çocuklar biz +3'ü kafamıza göre diğer tarafa atmıyoruz. Aslında onunda bir sebebi var. Ters işlem daha iyi, daha kolay diye kullanıyoruz ama bundan da bahsetmiş olalım madem.

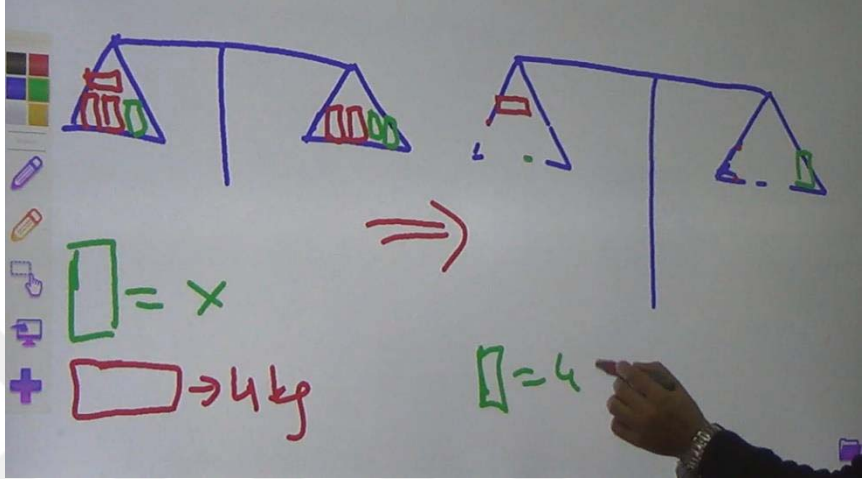
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö3	Ben denklemin her iki tarafından aynı sayıyı çıkarsam eşitlik bozulmaz değil mi? Hatta daha açıklayıcı olsun. $9=9$ diyoruz. Her iki taraftan 1 çıkarsam yine eşit olurlar değil mi? $8=8$ oldu. İşte aynı mantıkla her iki taraftan 3 çıkardığımda x'i 7 buluyorum. Bir örnek daha yapalım. $X-2=15$. Burada ne yapacağız? X'in yanındaki -2'yi yok etmek için her iki tarafa $+2$ ekleyeceğiz. Buradan da x'i 17 buluyoruz. Ben bu yöntemi anlatmamıştım. Ters işlem metodu bence daha iyi. Ama bunu da bilmiş olun. Kitaplarda görebilirsiniz.

Tablo 90'da verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö3'ün öğrenci sorusuna ilişkin yapmış olduğu açıklamaların uygun ve yeterli olduğu söylenebilir. Ters işlem metodunun odak noktası dengeleme üzerine olmadığı için öğrencilerin denklem işlem adımlarını anlamakta zorlandıkları ve çeşitli sorularla işlem adımlarının nasıl yapıldığına ilişkin bilgi sahibi olmaya çalıştıkları gözlemlenmiştir. Ö3, daha önce çözmüş olduğu örneklerde ters işlem metodundan yararlanmış olmasına rağmen, öğrencilerinin soruları üzerine simetrik çözüm yönteminden de bahsetmenin uygun olacağına karar vermiştir. Simetrik çözüm yöntemine ilişkin yapmış olduğu açıklamaların yeterince açık ve doğru olduğu görülmektedir. Dolayısıyla Ö3'ün öğrencisinin sorusu üzerine yapmış olduğu açıklamalar “uygun, tam” kategorisi altında değerlendirilmiştir.

Ö3, dersine bir denklemde yer alan bilinmeyen terazi yöntemi ile bulunmasına yönelik soru çözümleriyle devam etti. Bilinmeyen terazi modeli üzerinde bulunmasına yönelik işlemlerin yapıldığı esnada bir öğrencisi kendisine bir soru yöneltti. Söz konusu öğrenci sorusu ve Ö3'ün bu soruya ilişkin yapmış olduğu açıklamaları Tablo 91'de verilmiştir.

Tablo 91

Ö3'ün Terazi Yöntemine İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö3	Terazinin her iki kefesinden aynı ağırlıkları alarak bilinmeyeni yani yeşil kutuyu yalnız bıraktık. Böylece yeşil kutu kırmızıya eşit oldu. O zaman ağırlığı 4 olur değil mi?
Öğrenci	Hocam, şöyle de denge sağlanır. Soldan 1 kırmızıyı kaldırırız. Sağdan da 1 yeşili.
Ö3	Sen dengeyi kurarken denge bozuldu ama.
Öğrenci	Hocam ama neden bozulsun ki? İki tarafta eşit sayıda oldu.
Ö3	Bak şimdi sen bir taraftan yeşili alalım dedin. Zaten aldığın an denge bozulmuş oldu mu? Oldu değil mi? İşte biz ne yapıyoruz. Bu duruma izin vermeden aynı anda her ikisinden de kaldırıyoruz ki kefeler hiç oynamasın. Bir de hadi diyelim senin yaptığın gibi yaptık. Bu bize hiç bir şey kazandırmaz. Amaç sadece denge bozulmasın değil. Hem denge bozulmasın hem de yaptığımız işlemler x'in yalnız kalmasını sağlasın. X yalnız kalacak ki kaç olduğunu bulalım.

Tablo 91'de verilen öğretim süreci incelendiğinde, öğrencinin bilinmeyenin bulunması yerine terazinin kefelerini dengeye getirmeye odaklandığı görülmektedir. Ö3, durumun farkında olarak, amacın sadece dengelemek olmadığını aynı zamanda bilinmeyenin yalnız bırakılması gerektiğini ve bunun içinde her iki kefeye aynı işlemlerin yapılmasının önemli olduğunu ifade etmiştir. Ö3'ün bilinmeyenin terazi modeli üzerinde terazi yöntemiyle

bulunmasına yönelik yapmış olduğu açıklamalar uygun olmakla birlikte yeterlidir. Dolayısıyla söz konusu açıklamaları “uygun, tam” kategorisinde değerlendirilmiştir.

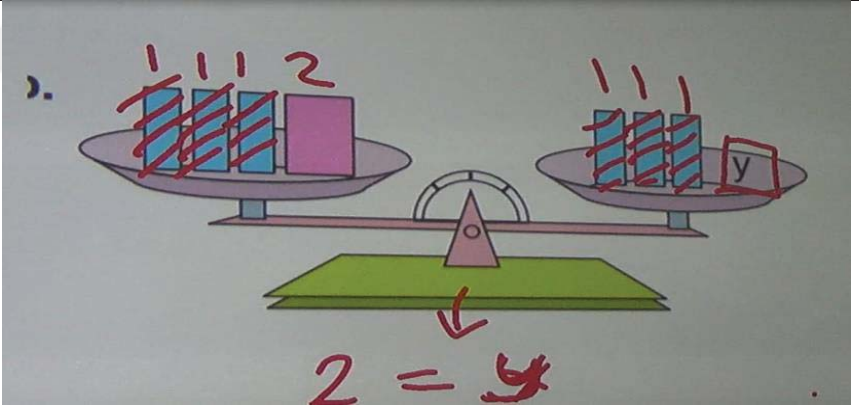
4.2.2.3.4. Ö3 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik 7. ve 8. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları

Öğretmenin, öğrencilerden gelen “neden” ve “nasıl” sorularına ilişkin yapmış olduğu matematiksel açıklamalar aşağıda verilmiştir.

Ö3, dersine terazi modeli üzerinde gerçekleştirilen örnek sorularla devam etti. Soru çözümü esnasında bir öğrencisinin kendisine yöneltmiş olduğu soru ve Ö3’ün soruya ilişkin yapmış olduğu açıklamaları Tablo 92’de verilmiştir.

Tablo 92

Ö3’ün Terazi Yöntemine İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö3	Evet, y’yi yalnız bırakıp cevabı bulmuş olduk. Peki, birisi de denklemi söylesin bakalım.
Öğrenci 1	Hocam $5=3+y$
Ö3	Aferin. $Y+3=5$ de diyebiliriz değil mi? Aynı şeyler. Peki, nasıl çözeceğimizi de biri söylesin. Diğer örneğe geçelim.
Öğrenci 2	Hocam, $+3$ karşıya -3 olarak geçer. Oradan da yine 2 buluruz.
Ö3	Aynen istediğim cevap buydu aferin.
Öğrenci 3	Hocam hani $+3$ karşıya -3 olarak geçer dedik ya oradaki 3 tane maviyi mi diğer tarafa geçirdik? Nasıl olduğunu anlamadım.

Ö3	Hayır, iyi dinlemiyorsunuz. Arkadaşın denklemin çözümünden bahsediyor. Denkleme bakıyoruz. Terazi üzerinde verilenlerden yararlanıp denklemi yazdık. Denklemi çözerken nasıl yapıyorduk? X'i yalnız bırakmak için en uzak olandan başlayıp sonuca ulaşıyorduk. Ters işlem yapıyoruz.

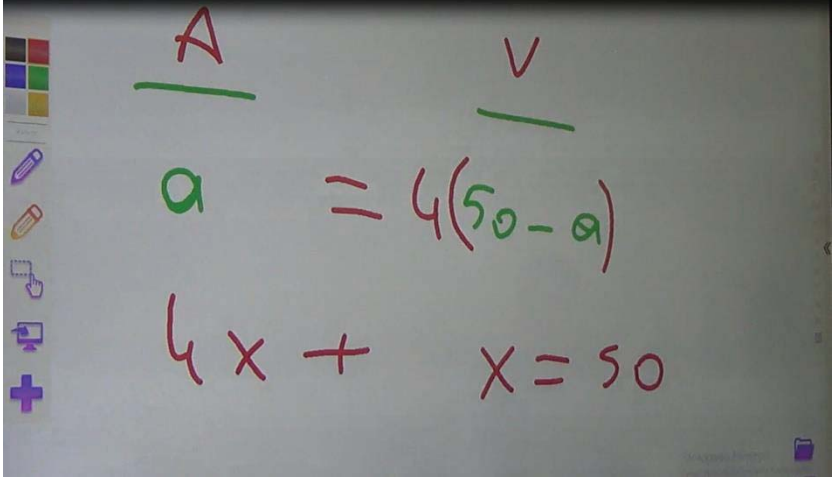
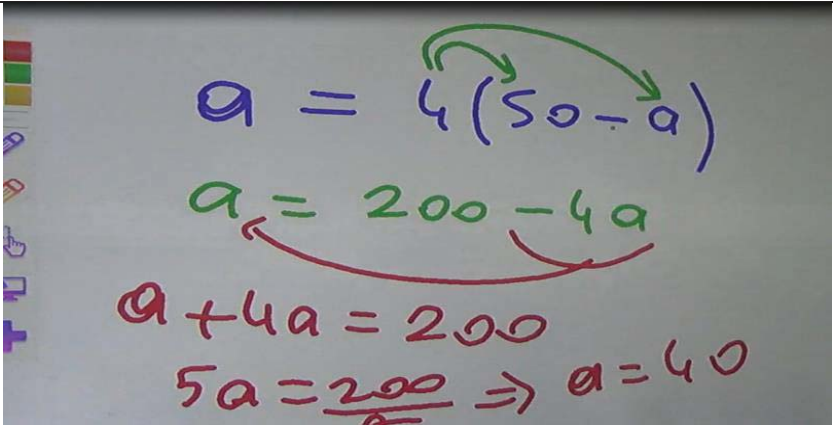
Tablo 92’de verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö3’ün öğrencinin sorusuna ilişkin yapmış olduğu açıklamaların uygun ancak yeterli olmadığı görülmektedir. Ö3, model üzerinde terazi yöntemini doğru bir şekilde kullanarak bilinmeyen nasıl bulunması gerektiğini açıklayabilmiştir. Ancak, terazi yöntemi ile denklem işlem adımlarının nasıl ilişkilendirileceğini ifade etmemiştir. Söz konusu duruma ilişkin öğretmenden beklenen, denklemin çözümünü gerçekleştirirken terazi yöntemine en uygun olan simetrik çözüm yönteminden faydalanmasıdır. Ancak, Ö3 denklemin nasıl çözülmesi gerektiğini açıklarken ters işlem metodundan yararlanmış ve ters işlem metodunu uygun bir şekilde açıklamıştır. Dolayısıyla Ö3’ün açıklamaları “uygun, eksik” kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö3, denklem kurmayı gerektiren problem durumlarına ilişkin örnekler çözdüğü sırada bir öğrencisi sahip olduğu kavram yanılgıları nedeniyle kendisine bazı sorular yöneltmiştir. Öğrencinin sorusu ve öğretmenin bu soruyu açıklama süreci Tablo 93’te verilmiştir.

Tablo 93

Ö3’ün Problem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ö3	Evet, problemi yazıyoruz. Ali’nin yaşı Veli’nin yaşının 4 katıdır. İkisinin yaşları toplamı 50 olduğuna göre, Ali’nin yaşını bulunuz. Önce siz denklemi düşünün. Sonra beraber yapalım.
Öğrenci 1	Hocam Veli’ye x deriz. Ali 4x olur. $x+4x=50$ olur.
Ö3	Güzel. Çoğunluk böyle yapmış. Şimdi bir şekilde daha yazabiliriz denklemi. Herkes tahtaya baksın.

Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö3	Ali'ye a dersek. Toplamları 50 olduğu için Veli'nin yaşı 50-a şeklinde ifade edilebilir. Ali'nin yaşı Veli'nin yaşının 4 katı diyordu soruda. O zaman 50-a'nın 4 katı a'ya eşit olur. Daha açık olması için şöyle söyleyelim. Ben ve arkadaşınızın toplam 10 cevizi olsun. Benim 4 cevzim varsa arkadaşınızinkini 10'dan 4'ü çıkararak buluruz. Ama bu soruda Ali'nin yaşı belli olmadığı için ona a dedik. O yüzden Veli'nin yaşını 50-a olarak yazdık.
Öğrenci 2	Hocam, ama ilk yazdığınız denklemi nasıl çözeceğiz? Orada sonuç yok.
Ö3	Nasıl yani, anlamadım. Bir daha söyle bakalım.
Öğrenci 3	Hocam yani sağ tarafta da bilinmeyen var ya orada sonuç yazmıyor. O zaman nasıl çözeceğiz anlamadım?
Ö3	Bak şimdi. Önemli olan problemin bize ne anlattığı. Problemde verilen duruma göre denklemi yazıyoruz. Orada bir sayı olmalı diye bir kural yok. Çözümünü yapalım hatta.
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö3	Bak gördüğün gibi burada çıkan -4a'yı eşitliğin diğer tarafına alıyoruz. Bilinenler bir tarafta bilinmeyenler bir tarafta yer alıyor. Yani gerekli düzenlemeleri yapınca bu da ikinci denkleme dönüştü.

Tablo 93’te verilen öğretim süreci incelendiğinde, öğrencinin Ö3’e sormuş olduğu “Hocam yani sağ tarafta da bilinmeyen var ya orada sonuç yazmıyor. O zaman nasıl çözeceğiz anlamadım?” şeklindeki sorudan bazı kavram yanlışlarının olduğu görülmektedir. Söz konusu kavram yanlışları; “bir problem için yazılan denklemin sadece bir tarafında bilinmeyen bulunur” ve “eşitlik sembolünün sağ tarafına sonuç yazılır” şeklindedir. Ö3; eşitliğin sağ tarafında her zaman bir sayının olması gerektiğini “Orada bir sayı olmalı diye bir kural yok.” şeklindeki söylemiyle çok açık olmasa da ifade etmiştir. Ayrıca, yazdığı denklemin çözümünü yaparak bilinenler ve bilinmeyenlerin ayrı ayrı yazılabileceğini ve buradan da bilinmeyene ulaşılabilceğini açıklamıştır. Ancak, denklemin her iki tarafında da bilinmeyen bulunabileceğini ve eşitlik sembolünün sağ tarafının sonuç belirtmediğini, iki taraf arasında bir denklik göstergesi olduğunu yeterince açık bir şekilde ifade etmemiştir. Dolayısıyla Ö3’ün açıklamaları “uygun, eksik” kategorisinde değerlendirilmiştir.

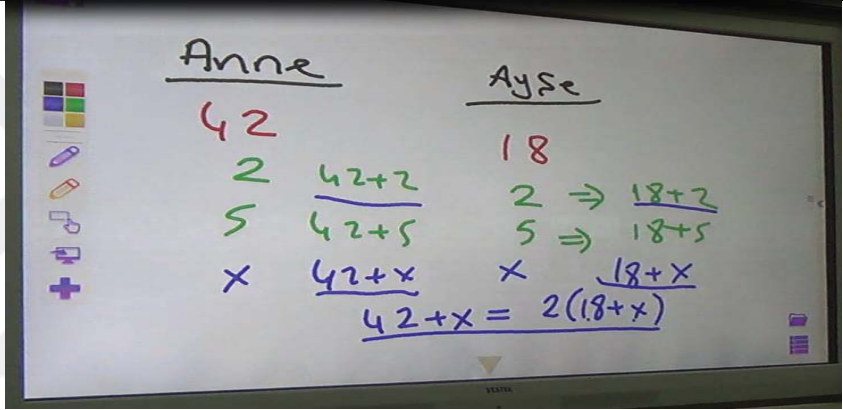
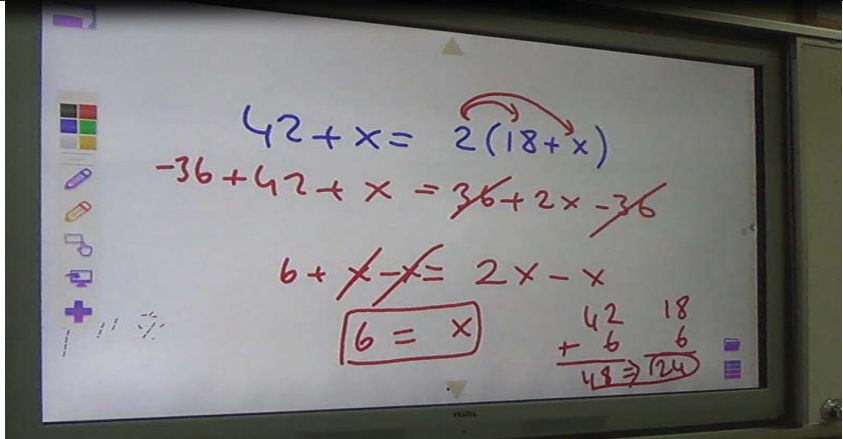
4.2.2.3.5. Ö3 Kodlu Öğretmenin Açıklama Boyutuna Yönelik 9. ve 10. Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulguları

Öğretmenin, öğrencilerden gelen “neden” ve “nasıl” sorularına ilişkin yapmış olduğu matematiksel açıklamalar aşağıda verilmiştir.

Ö3, derse denklem çözmeyi gerektiren problem durumlarına ilişkin örnekler çözerek devam etti. Bir probleme ilişkin kurulan denklemin çözümü esnasında bir öğrencinin Ö3’e sormuş olduğu soru ve Ö3’ün bu soruya ilişkin yapmış olduğu açıklamalar Tablo 94’te verilmiştir.

Tablo 94

Ö3'ün Problem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ö3	Problemi yazalım. Anne 42, kızı Ayşe ise 18 yaşındadır. Kaç yıl sonra annenin yaşı kızının yaşının 2 katına eşit olur? Tahtada beraber çözelim. Önce x yıl sonra derken ne kastediyor onu konuşalım. 2 yıl sonra derse her ikisine de 2 yaş ekleriz değil mi? Ya da 5 yıl deseydi, 5'er yıl eklerdik. O yüzden, x yıl dediğinde de her ikisine x ekliyoruz.
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö3	Şimdi denklemi bulduk ama daha önce buna benzer bir denklem çözmedik. O yüzden iyi dinleyin. Terazı üzerinde yaptığımız gibi her iki tarafa aynı işlemi yaparak sonuca gidelim. Önce her iki taraftan 36'yı çıkarıyoruz. Tek bir tarafta bilinen sayımız kaldı. Şimdi de bilinmeyeni tek tarafta bırakmak için her iki taraftan x'i çıkarıyoruz. X, 6 çıktı.
Ders İçi Öğretim Süreci	
Öğrenci 1	Hocam, oradan 36 çıkardınız ama diğer tarafa neden tersini yapmadınız? Diğer tarafa işaret değiştirerek geçiriyorduk.
Ö3	Evet, ama senin anlattığın ters işlem yöntemi. Biz burada terazı de

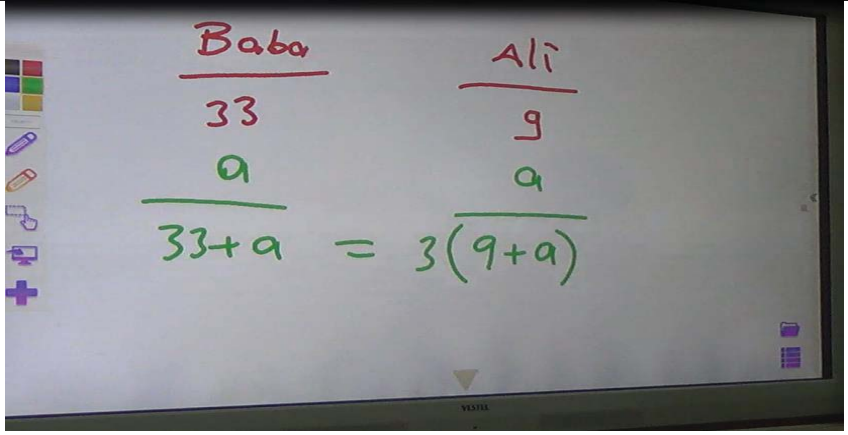
	yaptığımız gibi her iki tarafa aynı işlemi yaparak sonuca ulaştık. Hatırlarsanız öyle bir denklem de çözmüştük. Terazide bilinmeyeni bulmak için bilinmeyen yalnız kalana kadar her iki taraftan aynı ağırlıkları çıkarmıştık. Burada da aynı şeyi yaptık. Dengeyi koruduk.

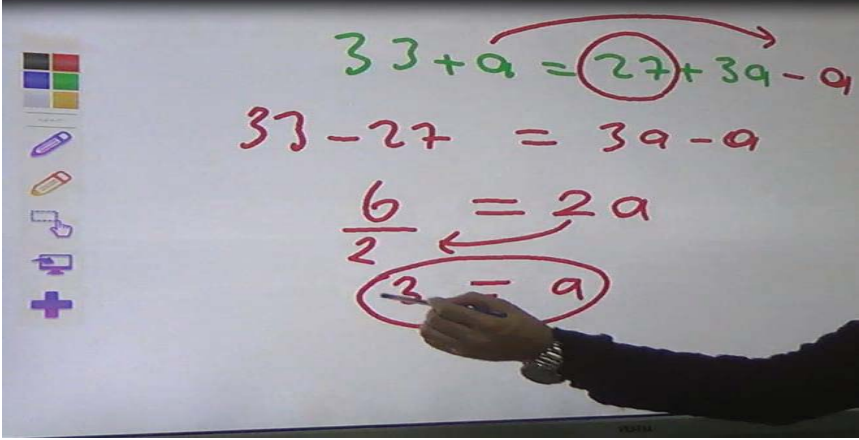
Tablo 94’te verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö3’ün yapmış olduğu açıklamalar “uygun, tam” kategorisinde değerlendirilmiştir. Ö3, öğrencinin ters işlem metodu ile simetrik çözüm yöntemini karıştırdığının ve bu sebeple eşitliğin bir tarafına yapılan işlemin tersini diğer tarafa yaptığının farkındadır. Ancak öğrencinin söz konusu hatayı yapmasına sebep olarak, Ö3’ün çözmüş olduğu tüm örnek sorularda ters işlem metodunu kullanması gösterilebilir.

Denklem çözmeyi gerektiren bir diğer problem durumunda ise bir öğrencinin, ters işlem metoduna ilişkin Ö3’e bir soru yönelttiği gözlemlenmiştir. Öğrencinin sorusu ve Ö3’ün bu soruya ilişkin yapmış olduğu açıklamalar Tablo 95’te verilmiştir.

Tablo 95

Ö3’ün Problem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ö3	Evet, bir soru daha yazalım. Baba 33, oğlu Ali 9 yaşındadır. Kaç yıl sonra babanın yaşı oğlunun yaşının 3 katına eşit olur? Yine ilk olarak denklemi kuralım.
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö3	Evet, a yıl sonra dediği için denklemi bu şekilde kurduk. Sıra geldi çözmeye.

Ders İçi Öğretim Süreci	
Öğrenci	Hocam, hani demiştiniz ya terazideki gibi dengeyi korumak için her ikisine de yapmalıyız diye. Burada neden iki taraftan da önce a çıkarmadık? Diğer tarafa geçirilince eşitlik de bozulmuş oldu.
Ö3	Hayır diğer tarafa geçirilince eşitlik bozulmuyor. Sadece fazladan işlem yapmamış oluyoruz. Daha önce yaptığımız örnek çözümünü eğer bir kitapta karşılaşırsanız diye çözmüştük. Bir örnek yaptık. Ama ters çevirerek yapmanın daha pratik olduğunu belirtmiştim. a karşıya -a olarak geçebiliyordu değil mi? 27'yi de diğer tarafa eksi olarak geçirdik. Böylece bilinenler ve bilinmeyenler ayrılmış oldu. Bu tip denklem sorularında da ters çevirmeyi kullanacağız.

Tablo 95'te verilen öğretim süreci incelendiğinde, öğrencinin ters işlem yöntemine ilişkin bir yanılgısının olduğu görülmektedir. Söz konusu yanılgı, denklem çözümünde ters işlem yönteminin kullanılması durumunda eşitliğin korunmadığı şeklindedir. Ters çevirme yöntemi denklemin simetrisine vurgu yapmadığı için öğrenci eşitliğin korunumunun farkında değildir. Dolayısıyla bu durumda Ö3'den beklenen ters çevirme metodunun simetrik çözüm yönteminin bir kısa yolu olduğunun ve tıpkı simetrik çözüm yöntemindeki gibi ters çevirme yönteminde de eşitliğin korunduğunun vurgulanmasıdır. Ancak, Ö3'ün öğrenci sorusuna ilişkin yapmış olduğu açıklamalar yeterince açık olmamakla birlikte ters işlemin yönteminin doğru uygulanmasına yöneliktir. Söz konusu açıklamalara istinaden Ö3'ün tabloda verilen açıklamaları “uygun, eksik” kategorisinde değerlendirilmiştir.

4.2.2.3.6. Ö3'ün Açıklama Boyutuna İlişkin Tüm Derslerinden Elde Edilen Gözlem Bulgularının Değerlendirmesi

Ö3'nin 10 ders saatlik öğretim süreci sonunda, öğrencilerden gelen “neden” ve “nasıl” sorularına ilişkin yapmış olduğu matematiksel açıklamalarının uygunlukları açısından değerlendirilmesi Tablo 96’da toplu halde sunulmuştur.

Tablo 96

Ö3'ün Öğretim Süreci Boyunca Yapmış Olduğu Açıklamaların Uygunlukları Açısından Değerlendirilmesi

Ö3'ün Açıklamaları	Düzeyler			
	0	1	2	3
	Yok	Uygun Değil	Uygun, Eksik	Uygun, Tam
1. Değişken kavramının tanımına ilişkin			✓	
2. Eşitlik ve denklem kavramlarının arasındaki farka ilişkin			✓	
3. Ters işlem yöntemine ilişkin				✓
4. Bilinmeyen kat sayısından başlanarak denklem çözümünün yapılmasına ilişkin			✓	
5. Simetrik çözüm yöntemine ilişkin				✓
6. Terazi yönteminin uygulanmasına ilişkin				✓
7. Terazi yöntemiyle denklem işlem adımlarının ilişkilendirilmesine ilişkin			✓	
8. Bilinmeyen denklemin sadece tek bir tarafında bulunmadığına ilişkin			✓	
9. Eşitlik işaretinin anlamına ilişkin (eşitlik işaretinin “işlem yap ve sonuç elde et” şeklinde değil, sağ ve sol taraftaki ifadeler arasında bir denklik göstergesi olarak yorumlanmasına yönelik)			✓	

10. Eşitliğin bir tarafında yapılan işlemin tersinin diğer tarafta yapılması gerektiği kavram yanlışlığına ilişkin				✓
11. Ters işlem yönteminin simetrik çözüm yönteminin kısa yolu olduğuna ilişkin			✓	

Tablo 96'ya göre, Ö3'ün öğrencilerden gelen “neden” ve “nasıl” sorularına ilişkin yapmış olduğu matematiksel açıklamaların büyük bir kısmının “uygun, eksik” kategorisi altında değerlendirildiği görülmektedir. Öğretmenin gözlem verilerinden elde edilen bu durum, öğretmenin ÖDBT'den elde edilen verileriyle de uyumludur.

Tabloya göre, Ö3'ün bilgi sahibi olmasına rağmen simetrik çözüm yöntemini dolayısıyla terazi yöntemini öğretim sürecinde kullanmayı çok tercih etmediği görülmektedir. Soru çözümü esnasında öğrencilerine yaptığı birçok açıklamada, ters işlem metodunun daha pratik olduğunu ve sonuca daha hızlı ulaşmada etkili olduğunu belirtmiştir. Ancak, ters işlem yönteminin simetrik çözüm yönteminin kısa yolu olduğunun vurgulanmaması sebebiyle öğrencilerin denklem işlem adımlarını tam olarak kavramakta zorlandıkları gözlemlenmiştir. Ö3'ün bilgi sahibi olmasına rağmen tercihlerinden dolayı öğrencilerine gereken açıklamaları yapmamış olması öğretim süreci boyunca değerlendirmeye alınan açıklamalarının bazılarının (Ters işlem yönteminin simetrik çözüm yönteminin kısa yolu olduğuna ilişkin, terazi yöntemiyle denklem işlem adımlarının ilişkilendirilmesine ilişkin) “uygun, eksik” kategorisi altında değerlendirilmesine sebep olmuştur.

4.2.3. Temsil Boyutuna Yönelik Gözlem Bulguları

ÖMB, modeli geliştirilirken, Ball ve meslektaşları bir öğretmenin matematik öğretimi sırasında sınıftaki matematik ile ilgili görevlerini listelemişlerdir (Ball vd., 2008). Sınıf içerisinde gözlemlenebilecek olan bu görevlerin gerektirdiği bilgi bir öğretmenin uzmanlık alan bilgisini oluşturmaktadır. Temsiller boyutuna ilişkin UAB'nin içerdiği matematiksel görev ve sorumluluklar; “belirli amaçlar için temsiller seçebilme” ve “temsillerle, altında yatan fikirleri ve diğer temsilleri ilişkilendirebilme” şeklindedir (Ball vd., 2008).

UAB'nin alt boyutlarından biri olan temsiller öğretmenlerin; temsilleri amaçlarına uygun bir şekilde seçerek, bir matematiksel fikrin veya prosedürün farklı gösterimleri (sayısal, sözel, görsel) arasında belirgin bağlantılar ve ilişkiler kurmalarına atıfta bulunur.

Öğretmenlerin, temsil boyutuna ait gözlem verilerinden elde edilen bulgular, hazırlanan rubrik aracılığıyla değerlendirilmiştir. Yapılan değerlendirmeler neticesinde söz konusu bulgular dört kategori altında (yok, uygun değil, uygun eksik, uygun tam) kodlanmıştır. Bulgular sunulurken, öncelikle her bir öğretmenin temsil boyutuna ait gözlem verilerinin en çok hangi kategori içerisinde değerlendirildiği belirtilmiştir. Söz konusu kategoriler altında değerlendirilen gözlem bulgularından her bir temsil türüne (sayısal, sözel, görsel) ilişkin elde edilen veriler içerisinde birer tane olmak üzere örnekler sunulmuştur. Ayrıca, öğretmenlerin 10 ders saatlik öğretim süreçleri boyunca kullanmayı en çok tercih ettikleri temsil türleri belirtilmiştir. Her bir öğretmene ilişkin, temsil boyutuna ait gözlem bulgularının gerek uygunlukları gerekse türleri bakımından toplu halde okuyucuya sunulmasının bulguların yorumlanmasını kolaylaştıracağı düşünülmüştür.

Öğretmenlerin temsil boyutuna ait gözlem verilerinin değerlendirilmesi sonucu her üç öğretmenin de derslerinde kullanmayı en çok tercih ettikleri temsil türünün sayısal temsiller (matematiksel ifade yazma) olduğu görülmüştür. Ö2 ve Ö3 kodlu öğretmenlerin derslerinde sayısal temsillerden sonra en çok sözel temsillere en az ise görsel temsillere yer verdikleri belirlenmiştir. Ö1 kodlu öğretmen ise derslerinde sayısal temsillerden sonra en çok görsel temsilleri kullanmayı tercih etmiştir.

Öğretmenlerin temsil boyutuna ilişkin gözlem bulguları aşağıda sırasıyla sunulmuştur.

4.2.3.1. Ö1 Kodlu Öğretmenin Temsil Boyutuna Yönelik Gözlem Bulguları

Ö1, 17 yıllık mesleki tecrübeye sahip bir ortaokul matematik öğretmenidir. Sınıf mevcudu 28 olan bir sınıfta konu anlatımını gerçekleştirmiştir.

Öğretmenin, ders gözlemlerinin analizi sonucunda temsil boyutuna yönelik elde edilen bulguları, video kayıtlarının ekran alıntıları ve birebir gözlem notları ışığında aşağıda sunulmuştur. Gerekli görülen bölümlerde kendisiyle gerçekleştirilen görüşmelerden de alıntılara yer verilmiştir.

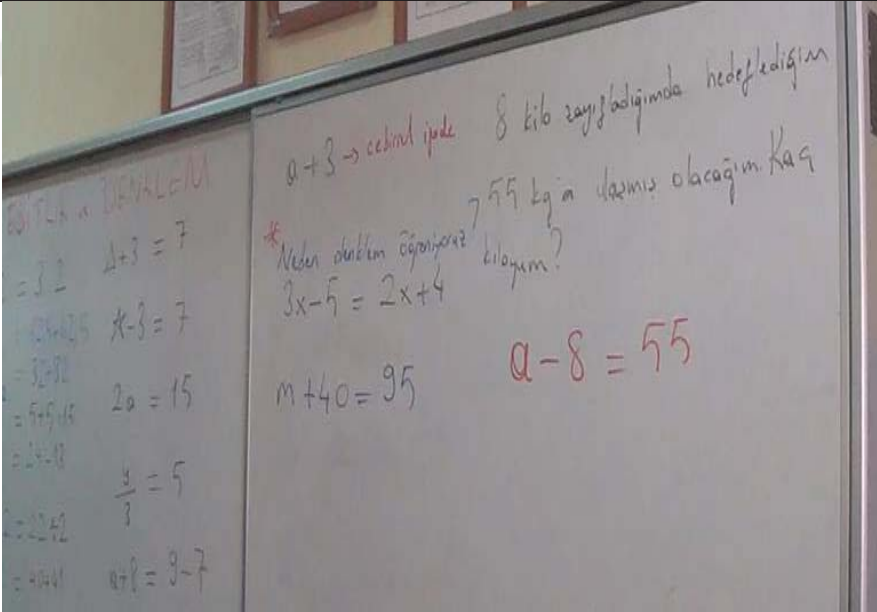
Ö1'in 10 ders saatlik öğretim süreci, “belirli amaçlar için temsiller seçebilme” ve “temsillerle, altında yatan fikirleri ve diğer temsilleri ilişkilendirebilme” görevleri açısından

incelendiğinde elde edilen gözlem verileri “uygun, tam” kategorisi altında değerlendirilmiştir. Temsil boyutuna ait herhangi bir gözlem verisinin “Uygun, tam” kategorisi altında değerlendirilebilmesi için, temsilin öncelikle amacına uygun bir şekilde seçilmiş olması ve temsiller arası ilişkilendirmenin doğru olarak ifade edilmesi gerekmektedir. Ö1’in “uygun, tam” kategorisi altında değerlendirilen gözlem verileri her bir temsil türünden birer örnek verilerek aşağıda sunulmuştur.

Ö1’in öğretim süreci boyunca en çok kullandığı temsil türünün sayısal temsiller (matematiksel ifade yazma) olduğu gözlemlenmiştir. Ö1, derslerinde özellikle sözel olarak ifade edilen durumların sayısal olarak temsil edilmesi çalışmalarına oldukça önem vermiştir. Söz konusu ilişkilendirme çalışmalarına ilişkin bir örnek Tablo 97’de verilmiştir.

Tablo 97

Ö1’in Denklem Kurmaya İlişkin Öğretim Süreci

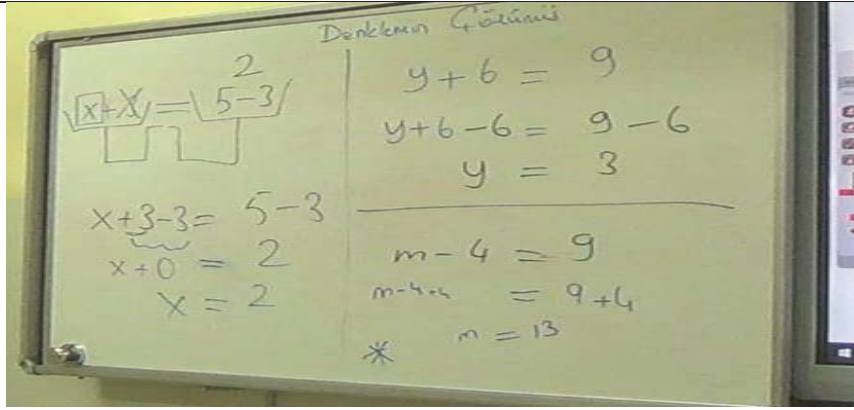
Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö1	Siz günlük hayattan birşeyler söylediniz, denklemleri yazmış olduk gördünüz mü? Yani neden denklem öğrendiğimizi şimdi daha iyi anladığınızı düşünüyorum. Yazdığımız her denklemle günlük hayatta bilmediğimiz bir şeyi bulma çabasına giriyoruz. Son bir örnek de ben vereyim. 8 kilo zayıfladığımda hedeflediğim 55 kg’a ulaşmış olacağım. Kaç kiloyum? denklemi söyleyin bakalım.

Yukarıda verilen tabloda, Ö1'in sözel olarak verilen durumların sayısal olarak temsil edilmesine ilişkin dersinde yapmış olduğu çalışmalar görülmektedir. Denklem kavramının niçin öğrenildiğini, gerçek yaşam durumlarına ilişkin yazmış olduğu denklemler üzerinden öğrencilerine açıklamıştır. Ö1'in sözel olarak verilen durumlara ilişkin yazmış olduğu matematiksel ifadeler (sayısal temsiller) doğrudur. Ayrıca sözel durumlar ve matematiksel ifadeler arasında yapmış olduğu ilişkilendirmelerde yeterince açık ve yeterlidir. Dolayısıyla söz konusu ilişkilendirmeler “uygun, tam” kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö1'in derslerinde kullanmış olduğu bir diğer temsil türü de sözel (durum) temsilleridir. Ö1'in sözel temsilleri en çok verilen denkleme ilişkin gerçek hayat problemleri kurma sürecinde kullandığı gözlemlenmiştir. Verilen sayısal temsillerin sözel olarak ifade edilmesine ilişkin Ö1'in öğretim sürecinden bir kesit Tablo 98'de verilmiştir.

Tablo 98

Ö1'in Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ö1	Terazi üzerinde verilen denklemlerin çözümünü yaptık. Ama ben sizden birşey daha istiyorum. Bana bu üç denkleme problem şeklinde ifade edin. Daha sonra bu yaptığımız çalışmalar işimize yarayacak. Ama bir sayının diye söylemeyin artık. Günlük hayattan düşünün.
Ders İçi Öğretim Süreci	
Öğrenci 1	Cevizlerimin 6 fazlası 9 ise cevizlerim kaç tanedir?
Ö1	Evet, güzel. Sen ikinciden başladın neyse. Cevizlerimin sayısının dersek daha şık olur. Peki diğeri.
Öğrenci 2	Kutudaki şekerlerin sayısının 3 fazlası 5'e eşit olduğuna göre kutuda kaç şeker vardır?

Ö1	Gayet güzel. Sonuncuyu da söyleyelim.
Öğrenci 3	Ayşe'nin yaşının 4 eksiği 9 ise Ayşe kaç yaşındadır?
Ö1	Tamamdır. Hepsi de normalde karşılaşılabileceğimiz durumlar oldu.

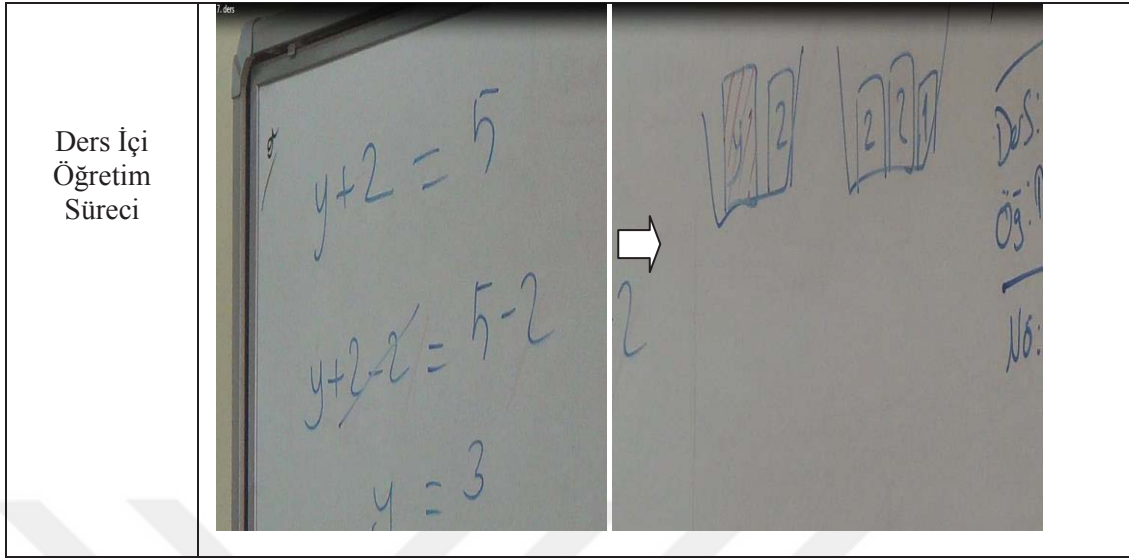
Yukarıda verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö1'in yazmış olduğu denklemlerin gerçek hayat problemleri ile ifade edilmesine dolayısıyla sayısal temsil ve sözel temsil ilişkisinin kurulmasına önem verdiği görülmektedir. Denklemlere ilişkin kurulan problemlerin dolayısıyla da temsiller arası ilişkilendirmenin uygun olduğu görülmektedir. Bu açıklamalara istinaden, söz konusu ilişkilendirmeler “uygun, tam” kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö1'in derslerinde sayısal temsillerden sonra en çok kullandığı temsil türünün görsel temsil olduğu gözlemlenmiştir. Görsel temsil çeşitlerinden ise resimsel temsilleri yoğun olarak kullanmıştır. Verilen bir denklemin terazi modeli üzerinde ya da sayma pulları ile görselleştirilmesini sağlamıştır. Özellikle terazi modeli ve sayma pulları kullanarak denklem işlem adımlarının ilişkilendirilmesine önem verdiği görülmüştür. Ö1'in sayısal temsilleri görsel temsillerle ilişkilendirme sürecine ilişkin örnek bir durum Tablo 99'da verilmiştir.

Tablo 99

Ö1'in Denklem Çözümüne İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ö1	Denklemin her iki tarafına aynı işlemleri yaparak sonuca ulaştık. Ama bunu bu şekilde bırakmıyoruz. Terazı üzerinde de gösterelim. Buradaki y'yi terazı mantığıyla nasıl bulurum?
Öğrenci	Hocam, y'yi yalnız bırakmak için her ikisinden de 2'yi alırsız. Y'de 3'e eşit olur.
Ö1	Değil mi? Bakın hem denklemde hem de terazı yaptığım şey aynı. Aynı mantıkla sonuca ulaşıyorum.



Tablo 99’da verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö1’in denklem işlem adımları ile terazi yöntemini doğru bir şekilde ilişkilendirebildiği görülmektedir. Denklem çözümünde kullanmış olduğu simetrik çözüm yöntemini, terazi modeli üzerinde de ifade ederek yöntemin her ikisi üzerinde de uygulanabileceğini belirtmiştir. Dolayısıyla Ö1’in sayısal temsili (denklem durumunu) görsel temsille (terazi modeli) ilişkilendirme durumu “uygun, tam” kategorisi altında değerlendirilmiştir.

4.2.3.2. Ö2 Kodlu Öğretmenin Temsil Boyutuna Yönelik Gözlem Bulguları

Ö2, 12 yıllık mesleki tecrübeye sahip bir ortaokul matematik öğretmenidir. Sınıf mevcudu 30 olan bir sınıfta konu anlatımını gerçekleştirmiştir.

Öğretmenin, ders gözlemlerinin analizi sonucunda temsil boyutuna yönelik elde edilen bulguları, video kayıtlarının ekran alıntıları ve birebir gözlem notları ışığında aşağıda sunulmuştur. Gerekli görülen bölümlerde kendisiyle gerçekleştirilen görüşmelerden de alıntılara yer verilmiştir.

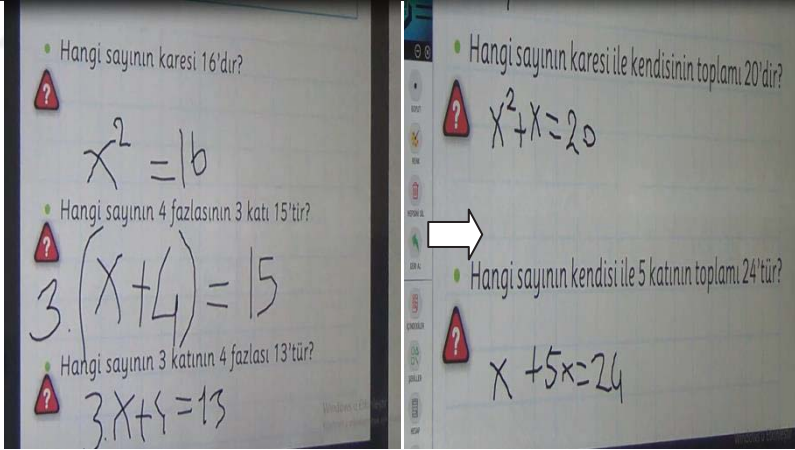
Ö2’nin 10 ders saatlik öğretim süreci, “belirli amaçlar için temsiller seçebilme” ve “temsillerle, altında yatan fikirleri ve diğer temsilleri ilişkilendirebilme” görevleri açısından incelendiğinde elde edilen gözlem verileri iki kategori altında değerlendirilmiştir. Bunlar; “uygun değil” ve “uygun, tam” kategorileri şeklindedir. Bu iki kategori içerisinde Ö2’ye ait gözlem verileri daha çok “uygun, tam” kategorisi altında değerlendirilmiştir. Temsil boyutuna ait herhangi bir gözlem verisinin “uygun değil” kategorisi altında değerlendirilebilmesi için, temsilin amacına uygun bir şekilde seçilmemiş olması veya yapılan ilişkilendirmenin hatalı olması gerekmektedir. Temsil boyutuna ait herhangi bir

gözlem verisinin “Uygun, tam” kategorisi altında değerlendirilebilmesi için ise, temsilin öncelikle amacına uygun bir şekilde seçilmiş olması ve temsiller arası ilişkilendirmenin doğru olarak ifade edilmesi gerekmektedir. Ö2’nin “uygun değil” ve “uygun, tam” kategorisi altında değerlendirilen gözlem verileri her bir temsil türünden birer örnek verilerek aşağıda sunulmuştur.

Ö2’nin öğretim süreci boyunca en çok kullandığı temsil türünün sayısal temsiller (matematiksel ifade yazma) olduğu gözlemlenmiştir. Ö2, derslerinde özellikle sözel olarak ifade edilen durumların sayısal olarak temsil edilmesi çalışmalarına oldukça önem vermiştir. Söz konusu ilişkilendirme çalışmalarına ilişkin bir örnek Tablo 100’de verilmiştir.

Tablo 100

Ö2’nin Denklem Kurmaya İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö2	Problemlerin her birine ilişkin denklemleri yazdık. Denklemi doğru kurmak denklemi çözmek kadar önemli çocuklar. Problemi iyi anladığınızı gösterir. Zaten denklemi kuramazsak cevabı da bulamayız. Bu çalışmalara kitaptan devam edeceğiz.

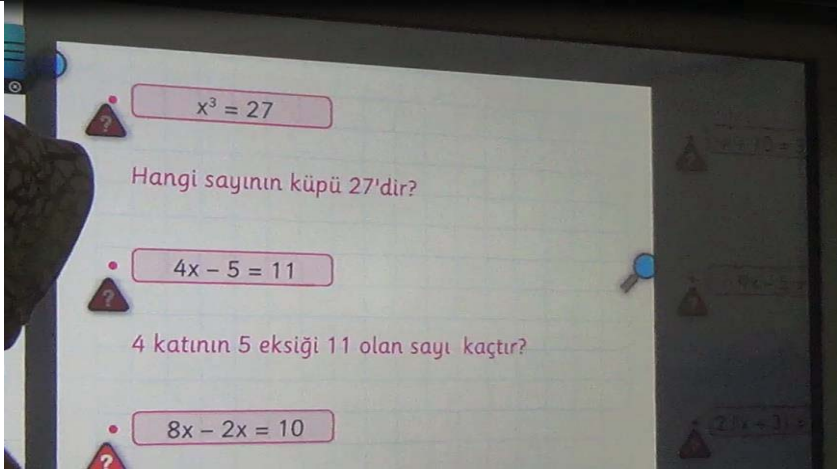
Tablo 100’de verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö2’nin verilen sözel durumların sayısal olarak temsil edilmesine yönelik çalışmalara önem verdiği görülmektedir. Verilen sözel durumlara uygun bir şekilde matematiksel ifadelerin (denklemlerin) yazıldığı

görülmektedir. Dolayısıyla söz konusu ilişkilendirme çalışmaları “uygun, tam” kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö2'nin sayısal temsillerden sonra derslerinde oldukça yoğun bir şekilde kullandığı diğer bir temsil türü de sözel (durum) temsilleridir. Ö2'nin sözel temsilleri en çok verilen denkleme ilişkin gerçek hayat problemleri kurma sürecinde kullandığı gözlemlenmiştir. Verilen sayısal temsillerin sözel olarak ifade edilmesine ilişkin Ö2'nin öğretim sürecinden bir kesit Tablo 101'de verilmiştir.

Tablo 101

Ö2'nin Problem Kurmaya İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö2	Evet devam ediyoruz. Bunlardan baya yapacağız. İlla ki hangi sayı demenize gerek yok sizin. İstedığınız şeyi kullanabilirsiniz. Mesela alttaki örneği ben söyleyeyim. Kalemlerimin sayısının 8 katı ile 2 katının arasındaki fark 10 olduğuna göre kaç kalemim vardır? ya da bir sayının 8 katı ile aynı sayının 2 katının arasındaki fark 10 ise bu sayı kaçtır?

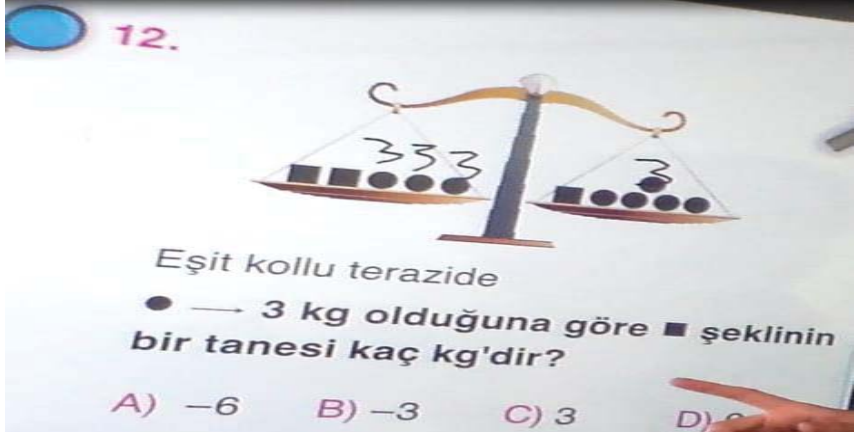
Tablo 101'de verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö2'nin verilen problem durumlarına uygun bir şekilde matematiksel ifadeler yazabilme çalışmalarına yer verdiği

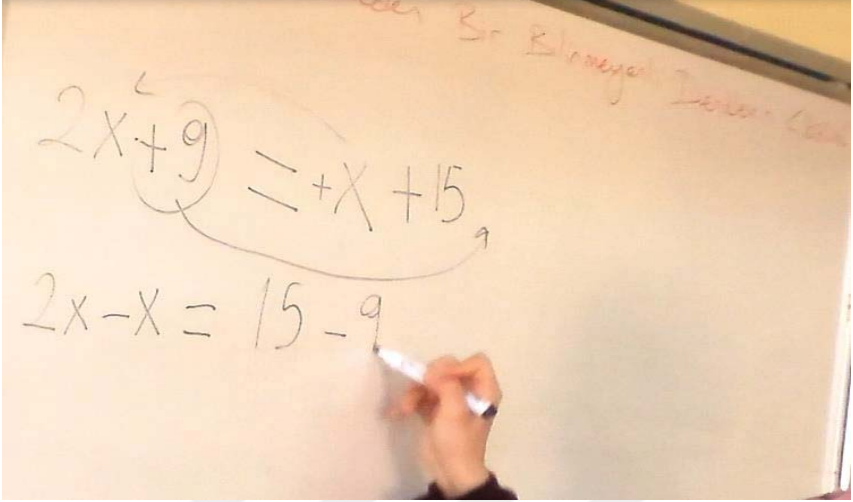
görülmektedir. Verilen sözel durumlar uygun bir şekilde sayısal temsillerle ilişkilendirilmiştir. Dolayısıyla söz konusu ilişkilendirmeler “uygun, tam” kategorisi altında değerlendirilmiştir.

Ö2'nin öğretim süreci boyunca en az kullanmış olduğu temsil türü görsel temsillerdir. Verilen denklemlerin görsel olarak ifade edilmesi sürecinde kullanılan temsiller amacına uygun bir şekilde seçilmiş olmasına rağmen yapılan ilişkilendirmelerin uygun olmadığı görülmüştür. Söz konusu durum özellikle denklem işlem adımlarının terazi modeli üzerinde ilişkilendirilmesi durumunda görülmüştür. Bu durumu örnekleyen Ö2'nin öğretim sürecine ait gözlem verileri Tablo 102'de sunulmuştur.

Tablo 102

Ö2'nin Denklem Çözmeye İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö2	Evet, açtığım soruyla başlıyoruz. Terazide dengede değil mi? O zaman bu dengeyi bozmadan bilinmeyene ulaşmaya çalışacağız. Aslında buradan da bulunabilir. Kareyi yalnız bırakarak da bulabiliriz. Ama biz denklemlerle yapalım. Denklemi kuralım tahtada.

Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö2	Nasıl çözdüğüme dikkatle bakın şimdi. Bilinenleri bir tarafa bilinmeyenleri diğer tarafa alıyoruz. Eşitliğin diğer tarafına geçerken işaret değiştiriyorduk.

Tablo 102’de verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö2’nin terazi yöntemi ile denklem işlem adımlarını ilişkilendirmediği görülmektedir. Söz konusu duruma ilişkin öğretmenden beklenen denklem çözümünü simetrik çözüm metodu ile yapıp aynı yöntemi terazi üzerinde de ifade etmesidir. Terazi modelinin (görsel temsilin) amacına uygun bir şekilde matematiksel ifade (sayısal temsil) ile ilişkilendirilmeksizin kullanımı, görsel temsili öğretim sürecinde işlevsiz kılmıştır. Temsillerin amacına uygun bir şekilde seçilmesine rağmen gerekli ilişkilendirmenin uygun bir şekilde yapılmamış olması sebebiyle, söz konusu ilişkilendirme “uygun değil” kategorisi altında değerlendirilmiştir.

4.2.3.3. Ö3 Kodlu Öğretmenin Temsil Boyutuna Yönelik Gözlem Bulguları

Ö3, 13 yıllık mesleki tecrübeye sahip bir ortaokul matematik öğretmenidir. Sınıf mevcudu 27 olan bir sınıfta konu anlatımını gerçekleştirmiştir.

Öğretmenin, ders gözlemlerinin analizi sonucunda temsil boyutuna yönelik elde edilen bulguları, video kayıtlarının ekran alıntıları ve birebir gözlem notları ışığında aşağıda sunulmuştur. Gerekli görülen bölümlerde kendisiyle gerçekleştirilen görüşmelerden de alıntılara yer verilmiştir.

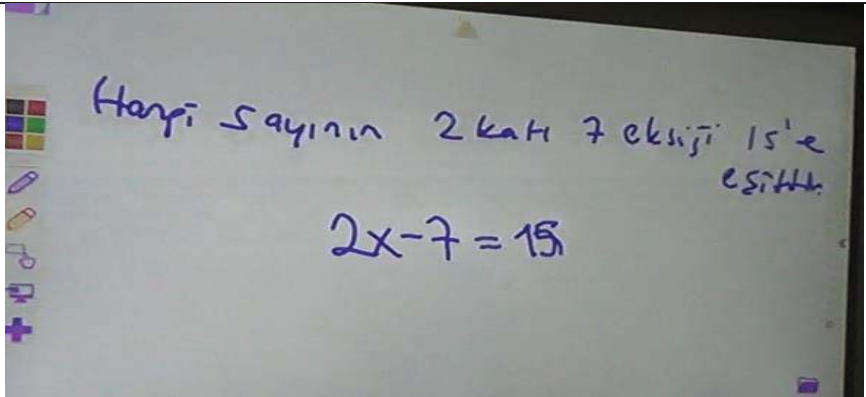
Ö3’ün 10 ders saatlik öğretim süreci, “belirli amaçlar için temsiller seçebilme” ve “temsillerle, altında yatan fikirleri ve diğer temsilleri ilişkilendirebilme” görevleri açısından incelendiğinde elde edilen gözlem verileri iki kategori altında değerlendirilmiştir. Bunlar;

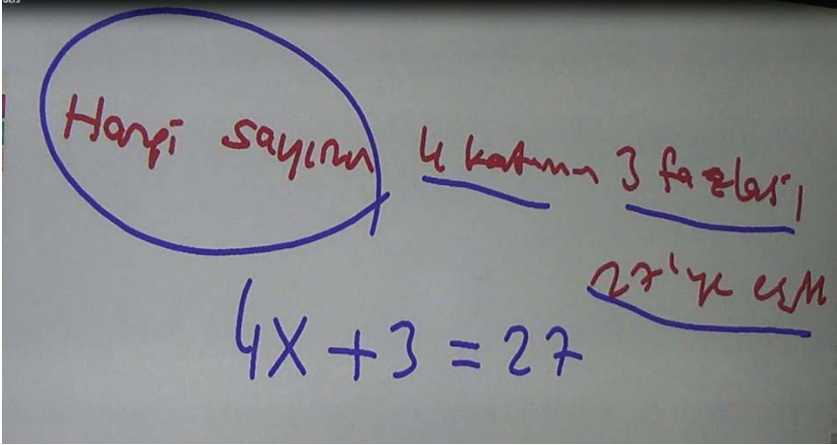
“uygun değil” ve “uygun, tam” kategorileri şeklindedir. Bu iki kategori içerisinde Ö3’e ait gözlem verileri daha çok “uygun, tam” kategorisi altında değerlendirilmiştir. Temsil boyutuna ait herhangi bir gözlem verisinin “uygun değil” kategorisi altında değerlendirilebilmesi için, temsilin amacına uygun bir şekilde seçilmemiş olması veya yapılan ilişkilendirmenin hatalı olması gerekmektedir. Temsil boyutuna ait herhangi bir gözlem verisinin “Uygun, tam” kategorisi altında değerlendirilebilmesi için ise, temsilin öncelikle amacına uygun bir şekilde seçilmiş olması ve temsiller arası ilişkilendirmenin doğru olarak ifade edilmesi gerekmektedir. Ö3’ün “uygun değil” ve “uygun, tam” kategorisi altında değerlendirilen gözlem verileri her bir temsil türünden birer örnek verilerek aşağıda sunulmuştur.

Ö3’ün öğretim süreci boyunca en çok kullandığı temsil türünün sayısal temsiller (matematiksel ifade yazma) olduğu gözlemlenmiştir. Ö3, derslerinde özellikle sözel olarak ifade edilen durumların sayısal olarak temsil edilmesi çalışmalarına oldukça önem vermiştir. Söz konusu ilişkilendirme çalışmalarına ilişkin bir örnek Tablo 103’de verilmiştir.

Tablo 103

Ö3’ün Denklem Kurmaya İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö2	Probleme uygun denklemi arkadaşınız doğru bir şekilde yazdı. Örnekleri Biraz daha çoğaltalım.

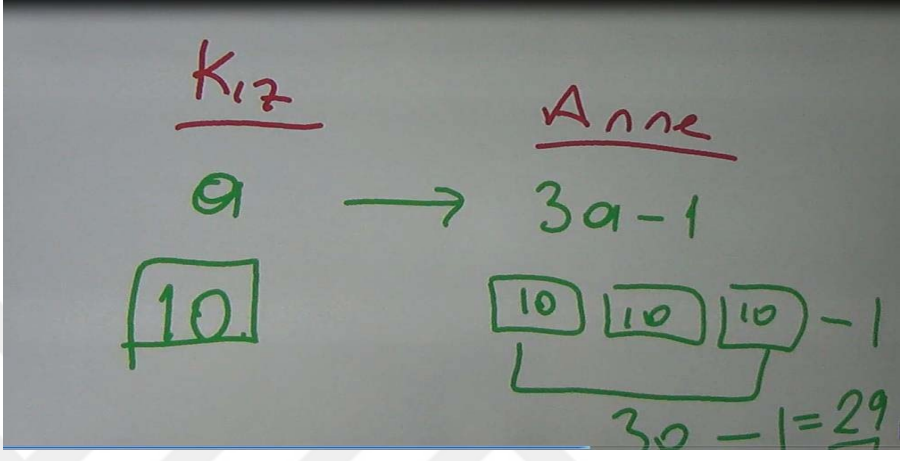
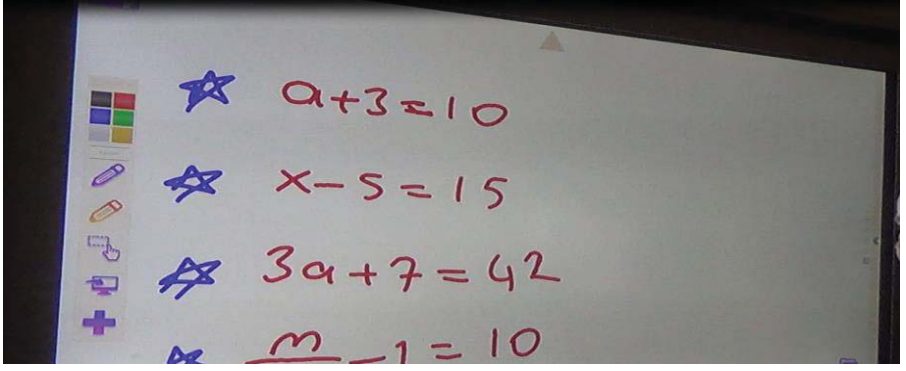
Ders İçi Öğretim Süreci	

Tablo 103’de verilen öğretim sürecinde, Ö3’ün sözel olarak verilen durumların (problemlerin) matematiksel olarak ifade edilmesi çalışmalarına yer verdiği görülmektedir. Ö3, genel olarak derslerinde gerçek hayat problemlerine ilişkin matematiksel ifadelerin yazımına oldukça önem vermiştir. Söz konusu ilişkilendirmelerin amacına uygun bir şekilde yapıldığı gözlemlenmiş dolayısıyla da “uygun, tam” kategorisi altında değerlendirilmelerinin uygun olduğu sonucuna varılmıştır.

Ö3’ün sayısal temsillerden sonra dersinde yoğun olarak kullandığı bir diğer temsil türü de sözel temsillerdir. Verilen cebirsel ifade ve denklemlerin sözel olarak ifade edilebilmesi çalışmalarına dersinde yer vermiştir. Sayısal temsillerin sözel temsillerle ilişkilendirilmesine ilişkin örnek bir öğretim süreci kesiti Tablo 104’de verilmiştir.

Tablo 104

Ö3'ün Denklem Kurmaya İlişkin Öğretim Süreci

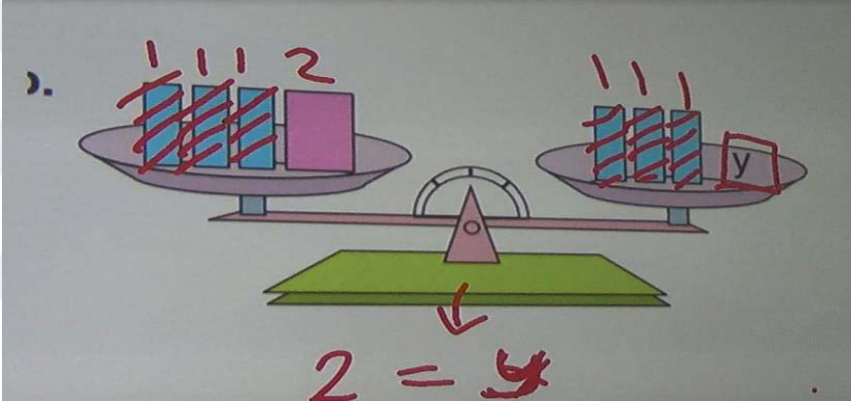
Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö3	Bir annenin yaşının kızının yaşının 3 katının 1 eksiğine eşit olduğu durumu belirttik. Mesela kız 10 yaşında ise anne kaç yaşında olur? 3 tane a, 30 ise 1 eksiği 29 olarak bulunur. Şimdi bu yaptıklarımızı basit denklemler üzerinde yapalım. Önce problem haline getirelim çözümleri beraber yapacağız.
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö3	Birinci sorudan başlayalım. a bilinmiyor değil mi? Kalemлерimin sayısını göstereyim. Kalemлерimin sayısının 3 fazlası 10 olduğuna göre kaç kalemim vardır?

Tablo 104’de verilen matematiksel ifadelerin sözel olarak ifade edilmesi çalışmalarına Ö3’ün dersinde sık sık yer verdiği gözlemlenmiştir. Gerçekleştirilen ilişkilendirme çalışmalarının amacına uygun bir şekilde gerçekleştirilmiş olması sebebiyle söz konusu ilişkilendirmeler “uygun, tam” kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö3'ün dersinde kullanmayı en az tercih ettiği temsil türünün görsel temsiller olduğu gözlemlenmiştir. Matematiksel ifadelerin görsel olarak ifade edilmesi sürecinde kullanılan temsiller amacına uygun bir şekilde seçilmiş olmalarına rağmen bunlar arasında yapılan ilişkilendirmelerin uygun olmadığı görülmüştür. Söz konusu durum özellikle denklem işlem adımlarının terazi modeli üzerinde ilişkilendirilmesi durumunda ortaya çıkmıştır. Bu durumu örnekleyen Ö3'ün öğretim sürecine ait gözlem verileri Tablo 105'de sunulmuştur.

Tablo 105

Ö3'ün Denklem Çözmeye İlişkin Öğretim Süreci

Öğretim Süreci ve İfadeler	
Ders İçi Öğretim Süreci	
Ö3	Evet, y'yi yalnız bırakıp cevabı bulmuş olduk. Peki, birisi de denklemi söylesin bakalım.
Öğrenci 1	Hocam $5=3+y$
Ö3	Aferin. $Y+3=5$ de diyebiliriz değil mi? Aynı şeyler. Peki, denklemi nasıl çözeceğimizi de biri söylesin. Diğer örneğe geçelim.
Öğrenci 2	Hocam, +3 karşıya -3 olarak geçer. Oradan da yine 2 buluruz.
Ö3	Aynen istediğim cevap buydu aferin.

Yukarıda verilen öğretim süreci incelendiğinde, Ö3'ün denklem işlem adımlarıyla terazi yöntemi arasında doğru bir ilişkilendirmede bulunmadığı görülmektedir. Ö3'ün, terazi modeli üzerinde simetrik çözüm yöntemini doğru bir şekilde ifade etmesine rağmen denklem çözümünü ters işlem metodundan yararlanarak yapması görsel temsil kullanımını işlevsiz kılmıştır. Dolayısıyla Ö3'ün ilişkilendirme çalışması “uygun değil” kategorisi altında değerlendirilmiştir.

4.3. UAB Boyutlarının Türlerine İlişkin Bulgular

UAB boyutlarının türlerine ilişkin bulgular; sırasıyla ÖDBT’den elde edilen bulgular ve gözlem verilerinden elde edilen bulgular olmak üzere iki başlık altında sunulmuştur.

4.3.1. ÖDBT’den Elde Edilen Bulgular

Her bir öğretmenin ÖDBT’de yer alan sorulara vermiş oldukları yanıtları, UAB’nin üç alt boyutunun (gerekçelendirme, açıklama, temsil) türleri açısından değerlendirilmiştir. Öğretmenlerin uygun değil kategorisinde değerlendirilmiş olan yanıtları boyutların türleri açısından değerlendirmeye alınmamıştır. Aşağıda ilk olarak gerekçelendirme boyutuna ilişkin öğretmen yanıtlarından elde edilen bulgular sunulmuştur.

Öğretmenlerin, ÖDBT’de yer alan gerekçelendirme sorularına vermiş olduğu yanıtların gerekçelendirme türleri açısından değerlendirilmesi Tablo 106’da verilmiştir.

Tablo 106

Öğretmenlerin Gerekçelendirme Boyutuna Ait Sorulara Verdiği Cevapların Gerekçelendirme Türleri Açısından Değerlendirilmesi

Öğretmen Kodları	Gerekçelendirme Boyutuna Ait Sorular	Gerekçelendirme Türleri
Ö1	1. Soru	Belirsiz genel ifade şeklinde gerekçelendirme
	2. Soru	Belirsiz genel ifade şeklinde gerekçelendirme
	3.Soru 1. Çözüm	İşlemsel tanım şeklinde gerekçelendirme
	3. Soru 2. Çözüm	İşlemsel tanım şeklinde gerekçelendirme
	3. Soru 3. Çözüm	Kurala dayalı gerekçelendirme
	4.soru 1.problem	İşlemsel tanım şeklinde gerekçelendirme
	4.Soru 2.problem	İşlemsel tanım şeklinde gerekçelendirme
Ö2	4.Soru 3.problem	Cevap uygun değil kategorisinde olduğu için gerekçelendirme türü belirlenmemiştir.
	1. Soru	İşlemsel tanım şeklinde gerekçelendirme
	2. Soru	İşlemsel tanım şeklinde gerekçelendirme
	3.Soru 1. Çözüm	Kendine ait açıklamayla gerekçelendirme
	3. Soru 2. Çözüm	İşlemsel tanım şeklinde gerekçelendirme
	3. Soru 3. Çözüm	Kendine ait açıklamayla gerekçelendirme
	4.soru 1.problem	İşlemsel tanım şeklinde gerekçelendirme
Ö3	4.Soru 2.problem	İşlemsel tanım şeklinde gerekçelendirme
	4.Soru 3.problem	İşlemsel tanım şeklinde gerekçelendirme
	1. Soru	Kendine ait açıklamayla gerekçelendirme
	2. Soru	İşlemsel tanım şeklinde gerekçelendirme
	3.Soru 1. Çözüm	Kendine ait açıklamayla gerekçelendirme
	3. Soru 2. Çözüm	Belirsiz genel ifade şeklinde gerekçelendirme
	3. Soru 3. Çözüm	Belirsiz genel ifade şeklinde gerekçelendirme
	4.soru 1.problem	İşlemsel tanım şeklinde gerekçelendirme
	4.Soru 2.problem	İşlemsel tanım şeklinde gerekçelendirme
	4.Soru 3.problem	Cevap uygun değil kategorisinde olduğu için gerekçelendirme türü belirlenmemiştir.

Öğretmenlerin ÖDBT’de yer alan gerekçelendirme boyutuna ilişkin sorulara verdikleri yanıtlar gerekçelendirme türleri açısından değerlendirilmiştir. Söz konusu değerlendirmeler neticesinde en çok tercih edilen gerekçelendirme türünün “işlemsel tanım şeklinde gerekçelendirme” olduğu görülmüştür. İşlemsel tanım şeklinde gerekçelendirme; herhangi bir işlem adımında ne yapıldığına dair açıklamalarda bulunmayı gerektirir. Tablo 107’de öğretmenlerin kullanmayı tercih ettikleri gerekçelendirme türleri örnek yanıtlar eşliğinde sunulmuştur.

Tablo 107

Öğretmenlerin Kullandığı Gerekçelendirme Türleri ve Örnek Yanıtlar

Gerekçelendirme Türleri	Ö1	Ö2	Ö3	Örnek Yanıt
İşlemsel tanım şeklinde gerekçelendirme	4 kez	6 kez	2 kez	1. Gün 3 2. Gün 2 3. Gün 2 Bu şekilde devam eder. O zaman denklem, $3+2.(X-1)=765$ olmalı. İlk gün demeseydi $2X+3=765$ şeklinde olurdu. <i>(Ö2’nin 3. Soruda yer alan 2. Problem durumuna verdiği yanıt)</i>
Belirsiz genel ifade şeklinde gerekçelendirme	2 kez	-	2 kez	Birbirine eşit iki ifadenin farkı 0’ a eşittir. Dolayısıyla her zaman kullanılabilir. <i>(Ö1’in 1. Soruya verdiği yanıt)</i>
Kendine ait açıklamayla gerekçelendirme	-	2 kez	2 kez	Çözüm doğru. Bilinenler bir tarafa bilinmeyenler diğer tarafa kuralına göre X değişkeni yalnız bırakılmış. Ve olması gereken değere ulaşılmıştır. <i>(Ö3’ün 3. Soru 1. Problem durumuna verdiği yanıt)</i>
Kurala dayalı gerekçelendirme	1 kez	-	-	Çözüm doğru. Ters işlemlerden yararlanılmış. <i>(Ö1’in 3. Soru 1. Problem durumuna verdiği yanıt)</i>

Ö1'in gerekçelendirme boyutuna ait sorulara verdiği yanıtlarından, işlemsel tanım şeklinde gerekçelendirme, belirsiz genel ifade şeklinde gerekçelendirme ve kurala dayalı gerekçelendirme türlerini kullandığı görülmektedir. Ö1, çoğunlukla sorularda verilen işlem adımlarını açıklayarak doğru veya yanlış olduğunadair gerekçelendirmelerde bulunmuştur. 1 soru da ise soruda verilen durumun doğruluğunu kuralı belirterek ifade etmiştir. 2 soruyu ise çok açık ifadeler kullanmadan kısa bir şekilde yanıtladığı görülmüştür. Söz konusu yanıtlarının soruda istenen durum hakkında yeterince bilgilendirmede bulunmaması sebebiyle vermiş olduğu yanıtların türü belirsiz genel ifade şeklinde gerekçelendirme olarak belirlenmiştir.

Ö2'nin gerekçelendirme boyutuna ait sorulara verdiği yanıtlarından, işlemsel tanım şeklinde gerekçelendirme ve kendine ait açıklamayla gerekçelendirme türlerini kullandığı görülmektedir. Ö2 sorularda verilen durumların nedenine ilişkin açıklamalarda bulunurken çoğunlukla soruları matematiksel olarak ifade edip işlem adımlarını detaylı olarak ifade etmeyi tercih etmiştir. Sadece 2 soruyu ise matematiksel kuralı kendi kelimeleriyle ifade ederek gerekçelendirmeyi tercih etmiştir.

Ö3'ün gerekçelendirme boyutuna ait sorulara verdiği yanıtlarından, işlemsel tanım şeklinde gerekçelendirme, belirsiz genel ifade şeklinde gerekçelendirme ve kendine ait açıklamayla gerekçelendirme türlerini kullandığı görülmektedir. Ö3 diğer öğretmenlerden farklı olarak söz konusu üç gerekçelendirme türünü eşit sayıda kullanmıştır. Sorularda verilen durumların doğruluğunu ya da yanlışlığını işlem adımları üzerinden veya kuralı kendi cümleleriyle açıklayarak ifade ettiği belirlenmiştir. Sorularda verilen durumların nedenine ilişkin emin olmadığı durumlarda ise doğrudur, yanlıştır şeklinde kısa yanıtlar vermiştir. Söz konusu yanıtları belirsiz genel ifade şeklinde gerekçelendirme türü başlığı altında değerlendirilmiştir.

ÖDBT'de yer alan bir diğer UAB boyutu da açıklama alt boyutudur. Öğretmenlerin, ÖDBT'de yer alan açıklama sorularına vermiş olduğu yanıtların açıklama türleri açısından değerlendirilmesi Tablo 108'de verilmiştir.

Tablo 108

Öğretmenlerin Açıklama Boyutuna Ait Sorulara Verdiği Cevapların Açıklama Türleri Açısından Değerlendirilmesi

Öğretmen Kodları	Açıklama Boyutuna Ait Sorular	Açıklama Türleri
Ö1	1. Soru	İşlemsel Açıklama
	2. Soru	İşlemsel Açıklama
	3. Soru	İşlemsel Açıklama
	4. Soru	Cevap uygun değil kategorisinde olduğu için gerekçelendirme türü belirlenmemiştir.
Ö2	1. Soru	Kavramsal/Matematiksel Temelli Açıklama
	2. Soru	Kavramsal/Matematiksel Temelli Açıklama
	3. Soru	Cevap uygun değil kategorisinde olduğu için gerekçelendirme türü belirlenmemiştir.
	4. Soru	Kavramsal/Matematiksel Temelli Açıklama
Ö3	1. Soru	Cevap uygun değil kategorisinde olduğu için gerekçelendirme türü belirlenmemiştir.
	2. Soru	İşlemsel Açıklama
	3. Soru	İşlemsel Açıklama
	4. Soru	İşlemsel Açıklama

Öğretmenlerin açıklama boyutuna ait sorulara verdikleri yanıtları incelendiğinde en çok kullanılan açıklama türünün işlemsel açıklama olduğu görülmüştür. Ö1 ve Ö3 kodlu öğretmenlerin birer soru hariç (bu sorulara verdikleri yanıtlar uygun değil kategorisinde değerlendirildiği için açıklama türü belirlenmemiştir.) tüm sorulara yaptıkları açıklamaların işlemsel açıklamalar olduğu sonucuna varılmıştır. İşlemsel açıklamalar; problemlerin çözümünde işlem ve işlem adımlarının belirtilmesi şeklinde yapılan açıklamalardır. Ö2 kodlu öğretmenin bir soru hariç (yanıt uygun değil kategorisindedir.) diğer tüm sorulara kavramsal matematiksel temelli açıklamalar yaptığı belirlenmiştir. Kavramsal/matematiksel temelli açıklamalar; matematiksel tanımlar veya daha önce öğrenilen matematiksel özelliklere dayalı

açıklamalardır ve çoğunlukla matematiksel muhakemeyi gerektirirler. Söz konusu açıklama türlerine ilişkin öğretmen yanıtlarından örnekler Tablo 109’da verilmiştir.

Tablo 109

Öğretmenlerin Kullandığı Açıklama Türleri ve Örnek Yanıtlar

Açıklama Türleri	Ö1	Ö2	Ö3	Örnek Yanıt
İşlemsel Açıklama	3 kez	-	3 kez	Bir tarafta – olan bir sayının diğer tarafta + olması soyut bir mantıktır. Bu yüzden öğrencinin sorması normal. Öğretmenin, -13’ü karşıya geçiriyoruz. Çünkü $4x$’den 13 çıkarınca 107’ye eşitmiş. O zaman tam tersini düşünsek 107’ye 13 ekleysek, sence değişen bir şey olur mu? eşitlik aynen korunuyor.” Şeklinde açıklama yapması daha anlaşılır olacaktır. (Ö1’in 1. Soruya verdiği yanıt)
Kavramsal/Matematiksel Temelli Açıklama	-	3 kez	-	Aslında Ayaz denklem çözümünü çok iyi anlamamış bence. Öğretmenin denklemleri dersinde nasıl anlattığı çok önemli aslında. Bence öğretmen şu şekilde bir açıklama yapmalıdır: “Hatırlarsanız terazide kefelerin her iki tarafına aynı miktarı eklediğimizde ya da çıkardığımızda denge bozulmamıştı. Aynı manavrlardaki teraziler gibi bir kefeye 1 kilo mandalina koyarsak eşitliğin bozulmaması için diğer kefeye de bir kilo mandalina koymalıyız. Buradan yola çıksak, her iki tarafa +13 ekleyelim bakın $4x$ yalnız kaldı. Yani aslında her iki tarafa aynı şeyi ekleyip çıkarıyoruz denge bozulmuyor. Ama ben size her seferinde bunu yapmak yerine kısaca -13’ü diğer tarafa geçirin yani ters işlem yöntemini uygulayın diyorum. Bu yüzden bir tarafı bildiğimiz rakamlardan oluşturmalıyız. Böylelikle bilinmeyen taraf bilinen tarafa eşit olsun.” (Ö2’nin 1. Soruya verdiği yanıt)

ÖDBT’de yer alan bir diğer UAB boyutu da temsil alt boyutudur. Öğretmenlerin, ÖDBT’de yer alan temsil sorularına vermiş olduğu yanıtların temsil türleri açısından değerlendirilmesi Tablo 110’da verilmiştir.

Tablo 110

ÖğretmenlerinTemsil Boyutuna Ait Sorulara Verdiği Cevapların Temsil Türleri Açısından Değerlendirilmesi

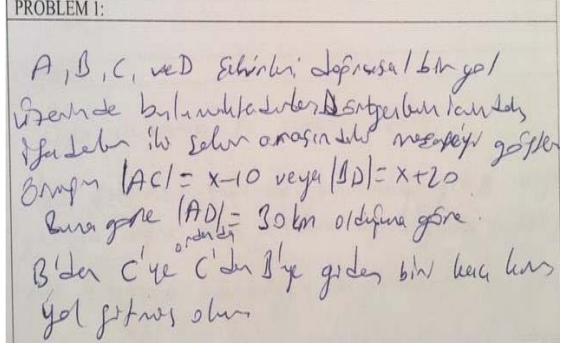
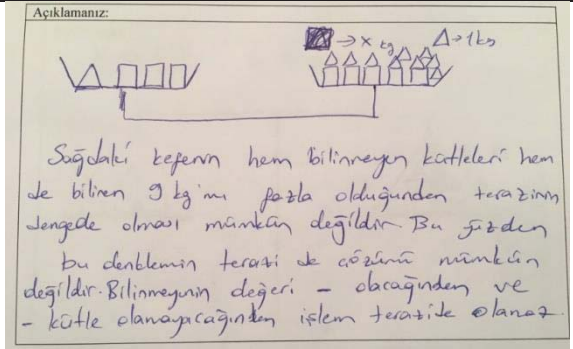
Öğretmen Kodları	Temsil Boyutuna Ait Sorular	Temsil Türleri
Ö1	1. Soru	Görsel Temsil
	2. Soru	Sayısal Temsil
	3. Soru	Sözel Temsil
	4. Soru	Sayısal Temsil
Ö2	1. Soru	Görsel Temsil
	2. Soru	Cevap uygun değil kategorisinde olduğu için gerekçelendirme türü belirlenmemiştir.
	3. Soru	Sözel Temsil
	4. Soru	Görsel Temsil/Sayısal Temsil
Ö3	1. Soru	Sayısal Temsil
	2. Soru	Cevap uygun değil kategorisinde olduğu için gerekçelendirme türü belirlenmemiştir.
	3. Soru	Sözel Temsil
	4. Soru	Sayısal Temsil

Öğretmenlerin temsil boyutuna ait sorulara verdikleri yanıtları incelendiğinde en çok kullanılan temsil türünün sayısal temsil (matematiksel ifade yazma) olduğu görülmüştür. Söz konusu durum öğretmenlerin temsil boyutuna ait gözlem verileriyle de uyumludur. Öğretmenlerin öğretim süreçleri boyunca en çok sayısal temsilleri kullandıkları görülmüştür. Ö2 ve Ö3 kodlu öğretmenlerin ikinci soruya verdikleri yanıtlar uygun değil kategorisinde değerlendirildiği için temsil türleri belirtilmemiştir. Ayrıca, Ö2 kodlu öğretmen 4. Soruya hem görsel temsilleri (tablo) hem de sayısal temsilleri (matematiksel ifade yazma) kullanarak

cevap vermiştir. Söz konusu temsil türlerine ilişkin öğretmen yanıtlarından örnekler Tablo 111’de verilmiştir.

Tablo 111

Öğretmenlerin Kullandığı Temsil Türleri ve Örnek Yanıtlar

Temsil Türleri	Ö1	Ö2	Ö3	Örnek Yanıt
Sayısal Temsil (Matematiksel İfade yazma)	2 kez	1 kez	2 kez	Şekilden yola çıkarsak 13 tane kürdan ve 6 tane üçgen var. Yani $n=13$ $t=6$ olacak şekilde bir ifade yazılmalı. 1 üçgen için 3 kibrit çöpü kullanılıyorsa 6 üçgene, 6.3 kibrit çöpü kullanılır. Bunu $3.t$ ile gösteririz. Sonuncu yaptığım üçgen hariç ise geriye 5 üçgen kalıyor. Bu üçgenlerde iki kez sayılan 5 kibrit çöpü var. Bunları çıkarırsak $3t - (t-1) = n$ şeklinde bir ifade olur. t yerine 6, n yerine 13 yazarsak denklemin sağlandığını görürüz. (Ö1’in 2. Soruya verdiği yanıt)
Sözel (Durum) Temsili	1 kez	1 kez	1 kez	PROBLEM 1:  (Ö3’ün 3. Soruya verdiği yanıt)
Görsel Temsil	1 kez	2 kez	-	Açıklamanız:  (Ö1’in 1. soruya verdiği yanıt)

4.3.2. Gözlem Verilerinden Elde Edilen Bulgular

Her bir öğretmenin öğretim süreçleri, UAB'nin iki alt boyutunun (gerekçelendirme, açıklama) türleri açısından değerlendirilmiştir. UAB'nin bir diğer alt boyunu oluşturan temsillere ilişkin bulgular “öğretmenlerin temsillere ilişkin gözlem bulguları” başlığı altında detaylı olarak verilmiştir. Dolayısıyla bu bölümde öğretmenlerin öğretim süreçleri boyunca kullanmış oldukları temsil türlerine ayrıca yer verilmemiştir. Öğretmenlerin uygun değil kategorisinde değerlendirilmiş olan öğretim süreçleri, boyutların türleri açısından değerlendirmeye alınmamıştır. Aşağıda ilk olarak gerekçelendirme boyutuna ilişkin gözlem verilerinden elde edilen bulgular sunulmuştur.

Ö1 kodlu öğretmenin 10 ders saatlik öğretim süreci boyunca kullandığı gerekçelendirme türleri Tablo 112’de verilmiştir.

Tablo 112

Ö1’in Öğretim Süreci Boyunca Yapmış Olduğu Gerekçeli Açıklamaların Türleri Açısından Değerlendirilmesi

Ö1’in Gerekçeli Açıklamaları	Gerekçelendirme Türleri
1.Eşitlik işaretinin anlamına ilişkin (eşitlik işaretinin “işlem yap ve sonuç elde et” şeklinde değil, sağ ve sol taraftaki ifadeler arasında bir denklik göstergesi olarak yorumlanmasına yönelik)	İşlemsel Tanım Şeklinde Gerekçelendirme
2.Eşitlik kavramının tanımına ilişkin	Kendine Ait Açıklamayla Gerekçelendirme
3.Öğrencinin, $a+8=9-7$ denkleminin belirttiği sözel durumu niçin hatalı yorumladığına ilişkin	Belirsiz genel ifade şeklinde Gerekçelendirme
4.Ağırlığı bilinmeyen bir cismin terazi üzerinde ağırlığının hesaplanmasına ilişkin	Kendine Ait Açıklamayla Gerekçelendirme
5.Terazi yönteminin yanlış bir şekilde genellenerek çıkarma işleminin yapılmasına ilişkin	İşlemsel Tanım Şeklinde Gerekçelendirme
6. Simetrik çözüm yöntemine ilişkin	İşlemsel Tanım Şeklinde Gerekçelendirme
7.Verilen cebirsel ifadenin bitirilmesi gereken işlemsel bir süreç olmadığına ilişkin	Kendine Ait Açıklamayla Gerekçelendirme
8.Öğrencinin simetrik çözüm yöntemini niçin hatalı uyguladığına ilişkin	İşlemsel Tanım Şeklinde Gerekçelendirme

9.Bir denklemin alternatif çözüm yöntemine ilişkin (simetrik çözüm yönteminin doğru uygulanmasına ilişkin)	İşlemsel Tanım ŞeklindeGerekçelendirme
10.Terazi yönteminin uygulanmasına ilişkin	Belirsiz genel ifade şeklindeGerekçelendirme
11.Terazi yönteminin uygulanmasına ilişkin	Belirsiz genel ifade şeklindeGerekçelendirme
12.Bir denklemin alternatif çözüm yöntemine ilişkin (simetrik çözüm yönteminin doğru uygulanmasına ilişkin)	İşlemsel Tanım ŞeklindeGerekçelendirme
13.Problemin alternatif çözüm yöntemine ilişkin (denklemler çözümünde deneme-yanılma yönteminin kullanılmasının her zaman sonuca ulaşmada etkili olamayacağına ilişkin)	Belirsiz genel ifade şeklindeGerekçelendirme
14.Problemin alternatif çözüm yöntemine ilişkin (Cebirsel ifadelerin bir sonuç olarak düşünülmesi gerektiğine ilişkin)	Kendine Ait Açıklamayla Gerekçelendirme
15.Geriye doğru çalışma stratejisine ilişkin	İşlemsel Tanım ŞeklindeGerekçelendirme

Ö1'in öğretim süreci boyunca yapmış olduğu gerekçeli açıklamalar türlerine göre incelendiğinde en çok kullanılan gerekçelendirme türünün işlemsel tanım şeklinde gerekçelendirme olduğu görülmüştür. Ö1'in gözlem verilerinden elde edilen bu sonuç ÖDBT'den elde edilen verilerle de uyumludur. Ö1, ÖDBT'de yer alan gerekçelendirme sorularının çoğunda işlemsel tanım şeklinde gerekçelendirme türünü kullanmıştır. Öğrencilerin alternatif çözüm önerilerini, iddia ve varsayımlarını değerlendirip açıklamalarda bulunurken genellikle çözüme ilişkin işlem adımlarında neler yapıldığına dair açıklamalarda bulunduğu gözlemlenmiştir. Ö1'in öğretim sürecinde kullandığı diğer gerekçelendirme türlerinin ise kendine ait açıklamayla gerekçelendirme ve belirsiz genel ifade şeklinde gerekçelendirme olduğu belirlenmiştir. Ö1'in, öğrencilere herhangi bir matematiksel durum için açıklamalarda bulunurken matematiksel bir kuralı veya tanımı kendi kelimeleriyle ifade etmeyi tercih ettiği gözlemlenmiştir. Ö1'in kullanmış olduğu bu gerekçelendirme türü kendine ait açıklamayla gerekçelendirmedi. Öğretim sürecinde kullanılan bir diğer gerekçelendirme türü olan belirsiz genel ifade şeklinde gerekçelendirme ise Ö1'in soruyu genellikle yeterli bir şekilde açıklayamadığı durumlarda kullanılmıştır. Ö1'in matematiksel durumu tam olarak açıklamayan ve yeterince bilgilendirmede bulunmayan açıklamaları bu gerekçelendirme türü altında değerlendirilmiştir.

Ö2 kodlu öğretmenin 10 ders saatlik öğretim süreci boyunca kullandığı gerekçelendirme türleri Tablo 113’de verilmiştir.

Tablo 113

Ö2’nin Öğretim Süreci Boyunca Yapmış Olduğu Gerekçeli Açıklamaların Türleri Açısından Değerlendirilmesi

Ö2’nin Gerekçeli Açıklamaları	Gerekçelendirme Türleri
1.Ağırlıkların negatif olamaması sebebiyle terazi üzerinde negatif sayıların kullanılamayacağına ilişkin	İşlemsel Tanım Şeklinde Gerekçelendirme
2.Bilinmeyen/değişken kavramlarının “x” ile özdeşleştirilmesine ilişkin	Belirsiz Genel İfade Şeklinde Gerekçelendirme
3.Eşitliğin bir tarafında yapılan işlemin tersinin diğer tarafta yapılması kavram yanlışlığına ilişkin	İşlemsel Tanım Şeklinde Gerekçelendirme
4. Bir denklem özelinde aynı harflerin aynı değerleri alması gerektiğine ilişkin	Kurala Dayalı Gerekçelendirme
5.Katsayılar üzerindeki işlemlerin geri çevrilerek $ax+b=cx+d$ tipindeki denklemlerin çözülemeyeceğine ilişkin	Kendine Ait Açıklamayla Gerekçelendirme
6.Bilinmeyen katsayısından başlanarak denklem çözümlerinin yapılmasına ilişkin	İşlemsel Tanım Şeklinde Gerekçelendirme
7.Denklem çözümlerinin deneme-yanılma metoduyla yapılmasının her zaman sonuca ulaşmada etkili olmayacağına ilişkin	Kendine Ait Açıklamayla Gerekçelendirme
8.Eşitlik işaretinin anlamına ilişkin	İşlemsel Tanım Şeklinde Gerekçelendirme
9.Farklı değişkenlerin aldığı değerlerin birbirinden farklı olması gerektiği yanlışlığına ilişkin	Kendine Ait Açıklamayla Gerekçelendirme
10.Bilinmeyen denklemin sadece bir tarafında bulunmadığına ilişkin	Belirsiz Genel İfade Şeklinde Gerekçelendirme

Ö2’nin öğretim süreci boyunca yapmış olduğu gerekçeli açıklamalar türlerine göre incelendiğinde en çok kullanılan gerekçelendirme türünün işlemsel tanım şeklinde gerekçelendirme olduğu görülmüştür. Ö2’nin gözlem verilerinden elde edilen bu sonuç ÖDBT’den elde edilen verilerle de uyumludur. Ö2, ÖDBT’de yer alan gerekçelendirme

sorularının çoğunda işlemsel tanım şeklinde gerekçelendirme türünü kullanmıştır. Ö2'nin öğretim sürecinde kullandığı diğer gerekçelendirme türlerinin ise kendine ait açıklamayla gerekçelendirme, belirsiz genel ifade şeklinde gerekçelendirme ve kurala dayalı gerekçelendirme olduğu görülmüştür.

Ö3 kodlu öğretmenin 10 ders saatlik öğretim süreci boyunca kullandığı gerekçelendirme türleri Tablo 114'de verilmiştir.

Tablo 114

Ö3'ün Öğretim Süreci Boyunca Yapmış Olduğu Gerekçeli Açıklamaların Türleri Açısından Değerlendirilmesi

Ö3'in Gerekçeli Açıklamaları	Gerekçelendirme Türleri
1. Değişken ve bilinmeyen kavramlarının tanımlarına ilişkin	Kendine Ait Açıklamayla Gerekçelendirme
2. Hatalı çözümlerin değerlendirilmesine ilişkin (denklem çözümünde işlem önceliği gerektiren sorular)	İşlemsel Tanım Şeklinde Gerekçelendirme
3. Öğrencilerin alternatif çözüm yöntemlerinin değerlendirilmesine ilişkin ($ax+b=cx+d$ tipindeki denklemlerin çözülebilmesi için cebirsel yöntemlerin kullanımının gerekliliğine ilişkin)	Kendine Ait Açıklamayla Gerekçelendirme
4. Bilinmeyenlerin aynı zamanda değişken olduğuna ilişkin	Kendine Ait Açıklamayla Gerekçelendirme
5. Simetrik çözüm yöntemine ilişkin	İşlemsel Tanım Şeklinde Gerekçelendirme
6. Öğrencilerin alternatif çözüm yöntemlerine ilişkin (Ters işlem yöntemine ilişkin)	İşlemsel Tanım Şeklinde Gerekçelendirme
7. Terazi yönteminin yanlış genellenmesinden dolayı denklem çözümlerinde çıkarma işleminin kullanılmasına ilişkin	Kendine Ait Açıklamayla Gerekçelendirme
8. Terazi yöntemi ile denklem çözüm adımlarının ilişkilendirilmesine ilişkin	İşlemsel Tanım Şeklinde Gerekçelendirme
9. Öğrencilerin alternatif çözüm yöntemlerine ilişkin (probleme yönelik denklem kurmaya yönelik)	Günlük/Gerçek Yaşam Durumlarına Dayalı Gerekçelendirme-İşlemsel Tanım Şeklinde Gerekçelendirme
10. Öğrencilerin alternatif çözüm yöntemlerine ilişkin (denklem kurmayı gerektiren problemleri çözmeye yönelik)	Öğretim süreci uygun değil kategorisinde değerlendirildiği için gerekçelendirme türü belirlenmemiştir.

Ö3'ün öğretim süreci boyunca yapmış olduğu gerekçeli açıklamalar türlerine göre incelendiğinde en çok kullanılan gerekçelendirme türünün işlemsel tanım şeklinde gerekçelendirme olduğu görülmüştür. Ö3, öğrencilerin alternatif çözüm yöntemlerini, iddia ve varsayımlarını verilen matematiksel durumun işlem adımlarına göre detaylı olarak açıklamıştır. Ö3'ün öğretim sürecinde kullandığı diğer gerekçelendirme türlerinin ise kendine ait açıklamayla gerekçelendirme ve günlük/gerçek yaşam durumlarına dayalı gerekçelendirme olduğu belirlenmiştir. Ö3, soruların bir kısmını matematiksel bir tanımla ya da kuralı kendi kelimeleriyle açıklayarak öğrencilere ifade etmiştir (kendine ait açıklamayla gerekçelendirme). Bir soruda ise problem durumu üzerinden örnek vererek günlük/gerçek yaşam durumlarına dayalı gerekçelendirme türünü kullandığı görülmüştür.

Öğretmenlerin açıklama boyutuna ilişkin gözlem verilerinden elde edilen bulgular aşağıda sunulmuştur.

Ö1 kodlu öğretmenin 10 ders saatlik öğretim süreci boyunca kullandığı açıklama türleri Tablo 115'te verilmiştir.

Tablo 115

Ö1'in Öğretim Süreci Boyunca Yapmış Olduğu Açıklamaların Türleri Açısından Değerlendirilmesi

Ö1'in Açıklamaları	Açıklama Türleri
1.Eşitlik kavramının tanımına ilişkin	Kavramsal/Matematiksel Temelli Açıklama
2.Eşitlik ve denklem kavramlarının aralarındaki farka ilişkin	Kavramsal/Matematiksel Temelli Açıklama
3.Eşitlik kavramının sayısal aynılık kullanımına ilişkin	Kavramsal/Matematiksel Temelli Açıklama
4. Denklemin tanımına ilişkin	Kavramsal/Matematiksel Temelli Açıklama
5.Denklem çözümünün "niçin" öğrenildiğine ilişkin	Kavramsal/Uygulama Temelli Açıklama
6.Terazi yönteminin uygulanmasına ilişkin	Kavramsal/Uygulama Temelli Açıklama
7.Simetrik çözüm yöntemine ilişkin	Kavramsal/Matematiksel Temelli Açıklama

8.Ters işlem yönteminin simetrik çözüm yönteminin kısa yolu olduğuna ilişkin	Kavramsal/Matematiksel Temelli Açıklama
9.Denklem çözümünün bilinmeyen katsayısından başlanarak yapılmasına ilişkin	İşlemsel Açıklama
10.Terazi yöntemiyle denklem işlem adımlarının ilişkilendirilmesine ilişkin	Kavramsal/Uygulama Temelli Açıklama
11.Denklemde bilinmeyen sayma pulları ile modellenerek bulunmasına ilişkin	Kavramsal/Uygulama Temelli Açıklama
12.Terazi yönteminin çıkarma işlemi gerektiren denklemlerin çözümünde kullanımının uygun olmadığına ilişkin	Kavramsal/Matematiksel Temelli Açıklama
13.Denklem çözülebilmesi için terazi modeli üzerinde gösterilebilir olmasının gerekli olmadığına ilişkin	Kavramsal/Matematiksel Temelli Açıklama
14.Terazi yönteminin bilinmeyen negatif değerler aldığı denklemlerin çözümünde kullanımının uygun olmadığına ilişkin	Kavramsal/Matematiksel Temelli Açıklama
15.Denklem çözümünde işlem önceliğine ilişkin	Kavramsal/Matematiksel Temelli Açıklama
16.Eşitlik işaretinin anlamına ilişkin (eşitlik işaretinin “işlem yap ve sonuç elde et” şeklinde değil, sağ ve sol taraftaki ifadeler arasında bir denklik göstergesi olarak yorumlanmasına yönelik)	İşlemsel Açıklama
17.Bilinmeyen denklemin sadece bir tarafında bulunmadığına ilişkin	İşlemsel Açıklama

Ö1'in 10 ders saatlik öğretim süreci boyunca öğrencilerinin “neden” ve “nasıl” sorularına ilişkin yapmış olduğu açıklamalar türlerine göre incelendiğinde en çok kullandığı açıklama türünün kavramsal/matematiksel açıklamalar olduğu görülmüştür. Kavramsal/matematiksel açıklamalar matematiksel tanımlar veya daha önce öğrenilen matematiksel özelliklere dayalı açıklamalardır. Ö1'in de öğrencilerin birçok sorusunu matematiksel tanımlar ve matematiksel özelliklere dayalı olarak açıkladığı belirlenmiştir. Ö1'in kavramsal/matematiksel açıklamalardan sonra en çok kullandığı açıklama türü ise kavramsal/uygulama temelli açıklamalardır. Ö1'in söz konusu açıklama türünü genellikle denklem işlem adımlarının sayma pulları ve terazi modeli ile ilişkilendirilmesi sürecinde

kullandığı görülmüştür. Ö1'in öğrenci sorularını yanıtlarken en az kullandığı açıklama türünün ise işlemsel açıklamalar olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ö1, işlem adımlarının açıklanmasının gerektiği soru çözümlerinde bu açıklama türünden faydalanmıştır. Ö1'in öğretim süreci boyunca öğrencilerine yapmış olduğu açıklamaların tümü “uygun, tam” kategorisinde değerlendirilmiş olmakla birlikte aynı zamanda yapılan açıklamaların tamamına yakınının da kavramsal açıklamalar olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Ö2 kodlu öğretmenin 10 ders saatlik öğretim süreci boyunca kullandığı açıklama türleri Tablo 116'da verilmiştir.

Tablo 116

Ö2'nin Öğretim Süreci Boyunca Yapmış Olduğu Açıklamaların Türleri Açısından Değerlendirilmesi

Ö2'nin Açıklamaları	Açıklama Türleri
1. Ters işlem yönteminin simetrik çözüm yönteminin kısa yolu olduğuna ilişkin	İşlemsel Açıklama
2. Denklem çözümünde işlem önceliğine ilişkin	İşlemsel Açıklama
3. Terazi yöntemiyle denklem işlem adımlarının ilişkilendirilmesine ilişkin/ Simetrik çözüm yöntemine ilişkin	İşlemsel Açıklama
4. Eşitliğin bir tarafında yapılan işlemin tersinin diğer tarafta yapılması gerektiği kavram yanlışlığına ilişkin	İşlemsel Açıklama
5. Bilinmeyen katsayısından başlanarak denklem çözümünün yapılmasına ilişkin	İşlemsel Açıklama
6. Terazi yöntemiyle denklem işlem adımlarının ilişkilendirilmesine ilişkin	İşlemsel Açıklama
7. Eksi işaretinin negatif sayılarla özdeşleştirilmesi kavram yanlışlığına ilişkin	Kavramsal/Matematiksel Temelli
8. Eşitlik işaretinin anlamına ilişkin (eşitlik işaretinin “işlem yap ve sonuç elde et” şeklinde değil, sağ ve sol taraftaki ifadeler arasında bir denklik göstergesi olarak yorumlanmasına)	İşlemsel Açıklama

yönelik)	
9.Bilinmeyen denklemin sadece bir tarafında bulunmadığına ilişkin	İşlemsel Açıklama
10.Terazi yönteminin uygulanmasına ilişkin	İşlemsel Açıklama
11.Denklem çözümünde işlem önceliğini dikkate almaksızın, işlemlerin soldan sağa doğru yapılması kavram yanlışlığına ilişkin	Kavramsal/Matematiksel Temelli

Ö2'nin 10 ders saatlik öğretim süreci boyunca öğrencilerinin “neden” ve “nasıl” sorularına ilişkin yapmış olduğu açıklamalar türlerine göre incelendiğinde en çok kullandığı açıklama türünün işlemsel açıklamalar olduğu görülmüştür. İşlemsel açıklamalar, matematiksel durumların ifade edilmesinde işlemlerin ve işlem adımlarının belirtilmesinin gerektiği açıklamalardır. Ö2'nin öğrencilerine yapmış olduğu açıklamalarının da genellikle işlem ve işlem adımlarının ifade edilmesiyle gerçekleştiği görülmüştür. Ö2'nin derslerinde özellikle ters işlem metodunu kullanması, simetrik çözüm yönteminden bahsetmemesi ve ters işlem metodunun simetrik çözüm metodunun kısa yolu olduğunu belirtmemesi ayrıca denklem işlem adımlarını terazi modeli üzerinde göstermeden terazi modelini sadece dengeyi sağlayan araç olarak öğrencilerine açıklaması yapmış olduğu açıklamaların “uygun, eksik” kategorisi altında değerlendirilmesine sebep olmuştur. Bu durum Ö1'in açıklamalarının türlerini de etkilemiştir. Öğrencilerin sormuş oldukları sorularının birçoğunun nedenine ilişkin istenilen açıklamaların yapılmaması açıklamanın kavramsal bir açıklama olmasının önüne geçmiştir. Öğretim sürecinde her ne kadar terazi modeli üzerinde çalışmalar yapmış olsa da terazi modelini denklem işlem adımlarıyla gereken şekilde ilişkilendirmediği için açıklamaları kavramsal/uygulama temelli açıklama türü altında değerlendirilememiştir. Ö2 ayrıca her ne kadar ÖDBT'de yer alan soruları “uygun, tam” bir şekilde açıklayabilmesine rağmen öğretim sürecinde aynı durum gözlemlenememiştir. Ö2 ile gerçekleştirilen görüşmeler ve Ö2'nin öğretim sürecinde öğrencilerine kullanmış olduğu ifadeler incelendiğinde, öğrencilerin ters işlem metodu ile konuyu daha iyi anlayacaklarını düşündüğü dolayısıyla da gerekli görmediği bilgilere dersinde yer vermediğini belirttiği görülmüştür.

Ö3 kodlu öğretmenin 10 ders saatlik öğretim süreci boyunca kullandığı açıklama türleri Tablo 117’de verilmiştir.

Tablo 117

Ö3’ün Öğretim Süreci Boyunca Yapmış Olduğu Açıklamaların Türleri Açısından Değerlendirilmesi

Ö3’ün Açıklamaları	Düzeyler
1.Değişken kavramının tanımına ilişkin	Kavramsal/Matematiksel Temelli Açıklama
2.Eşitlik ve denklem kavramlarının arasındaki farka ilişkin	İşlemsel Açıklama
3.Ters işlem yöntemine ilişkin	Kavramsal/Matematiksel ve Uygulama Temelli Açıklama
4.Bilinmeyen kat sayısından başlanarak denklem çözümünün yapılmasına ilişkin	İşlemsel Açıklama
5.Simetrik çözüm yöntemine ilişkin	Kavramsal/Matematiksel Temelli Açıklama
6.Terazi yönteminin uygulanmasına ilişkin	Kavramsal/ Uygulama Temelli Açıklama
7.Terazi yöntemiyle denklem işlem adımlarının ilişkilendirilmesine ilişkin	İşlemsel Açıklama
8.Bilinmeyen denklemin sadece tek bir tarafında bulunmadığına ilişkin	İşlemsel Açıklama
9. Eşitlik işaretinin anlamına ilişkin (eşitlik işaretinin “işlem yap ve sonuç elde et” şeklinde değil, sağ ve sol taraftaki ifadeler arasında bir denklik göstergesi olarak yorumlanmasına yönelik)	İşlemsel Açıklama
10. Eşitliğin bir tarafında yapılan işlemin tersinin diğer tarafta yapılması gerektiği kavram yanlışlığına ilişkin	Kavramsal/Matematiksel Temelli Açıklama
11. Ters işlem yönteminin simetrik çözüm yönteminin kısa yolu olduğuna ilişkin	İşlemsel Açıklama

Ö3'ün 10 ders saatlik öğretim süreci boyunca öğrencilerinin “neden” ve “nasıl” sorularına ilişkin yapmış olduğu açıklamalar türlerine göre incelendiğinde en çok kullandığı açıklama türünün işlemsel açıklamalar olduğu görülmüştür. İşlemsel açıklamalar, matematiksel durumların ifade edilmesinde işlemlerin ve işlem adımlarının belirtilmesinin gerektiği açıklamalardır. Ö3'ün öğretim süreci boyunca ters işlem metodu ile denklem çözümlerini yapması, simetrik çözüm yönteminden sadece bir soruda bahsetmiş olması ve kullanmış olduğu terazi modelini denklem işlem adımlarıyla ilişkilendirmeksizin ele alması tıpkı Ö2'de olduğu gibi Ö3'ün de açıklamalarının çoğunlukla “uygun, eksik” kategorisinde değerlendirilmesine sebep olmuştur. Elde edilen bu sonuç Ö3'ün ÖDBT'den elde edilen verileriyle de uyumludur. Ö3, ÖDBT'de yer alan açıklama sorularının çoğunu “uygun ancak eksik bir şekilde yanıtladığıdır. Ö3'ün simetrik çözüm yönteminden bahsetmek konusunda çekimser kalması ve öğrenci sorularının nedenlerini detaylı olarak ele almaması yapılan açıklamaların türlerini de etkilemiş olup, açıklamaların genellikle işlemsel açıklamalar kategorisinde değerlendirilmesinde etkili olmuştur. Ö3'ün de Ö2 gibi öğretim sürecinde öğrencilerine ters işlem metodunun daha kolay ve daha hızlı çözüme ulaştırdığı yönünde açıklamalarda bulunduğu gözlemlenmiştir. Ö3, öğrencilerinin yoğun soruları üzerine simetrik çözüm yöntemine ve terazi yöntemine ilişkin “uygun, tam” açıklamalar yapmıştır. Söz konusu açıklamaları kavramsal/matematiksel açıklamalardır.

BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

5.1. Sonuç ve Tartışma

Bu bölümde, araştırmanın problemi ve alt problemleriyle ilgili elde edilen bulgular ile bulgulara ilişkin yapılan yorumlar tartışılmıştır. Tartışma bölümünde, bu alanda yapılmış önceki çalışmalar ile bu çalışmadaki bulguların ilişkilendirilmesi ve aralarındaki fark ya da benzerlikler ortaya konulmuştur. Sonuçlar, elde edilen bulgulara göre sıraya konulmuş ve tartışılmıştır. Araştırmanın üçüncü alt problemini oluşturan UAB boyutlarının türlerine ilişkin bulgular, ÖDBT’den elde edilen bulguların ve gözlem verilerinden elde edilen bulguların içerisinde ilişkilendirilerek tartışılmıştır. Son olarak daha sonra yapılacak çalışmalar için önerilerde bulunulmuştur.

5.1.1. Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin ÖDBT’den Elde Edilen Bulgularına İlişkin Tartışma

UAB’nin alt boyutlarına ilişkin bilgi edinmek amacıyla, araştırmaya katılan ortaokul matematik öğretmenlerinden ilk olarak 7. Sınıf birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna ait 12 açık uçlu sorudan oluşan ÖDBT’yi cevaplamaları istenmişti. ÖDBT, gerekçelendirme, açıklama ve temsil alt boyutlarından oluşmaktadır. Ayrıca her bir alt boyut birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusunun 4 kazanımına ait sorular içermektedir.

ÖDBT’nin gerekçelendirme boyutunda yer alan sorular öğretmenlerden, alternatif strateji ve çözümlerin matematiksel olarak uygun olup olmadığını analiz edebilmeyi ve bunların neden doğru veya neden yanlış olduğunu gerekçelendirebilmeyi beklemektedir. Bu doğrultuda, öğretmenlerin gerekçelendirme boyutunda yer alan açık uçlu sorulara ilişkin vermiş oldukları yanıtlar incelendiğinde, soruları doğru cevaplayabildikleri ancak yanıtlarının gerekçelerini tam olarak açıklamakta yetersiz kaldıkları sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmenlerin özellikle farklı denklem çözüm stratejilerinin “neden doğru” ya da “neden yanlış” olduğunu incelemelerinin gerektiği sorularda işlem basamaklarına odaklandıkları ve kullanılan yönteme ilişkin sınırlı açıklamalarda bulundukları belirlenmiştir.

Benzer sonuç, Li (2007) tarafından matematik öğretmenlerinin denklem çözümüne ilişkin alan bilgilerini incelemek amacıyla yapılan çalışmada da ortaya çıkmıştır. Çalışmanın bulguları, öğretmenlerin denklem çözüm aşamalarını değerlendirirken işlemsel süreçlere

odaklandıklarını ve işlem basamaklarının açıklanması şeklinde değerlendirmelerde bulunduklarını göstermiştir.

Öğretmenlerin ayrıca, senaryo tipi sorularda yer verilen öğrenci hatalarının, öğrencilerin sahip oldukları kavram yanlışlarından kaynaklandığını yorumlamakta yetersiz kaldıkları sonucuna ulaşılmıştır. Örneğin, bir öğrencinin hatalı yanıtının nedeninin sorgulandığı bir soruda öğretmenlerden sadece birinin tam olarak uygun yanıtı verebildiği ve “değişkenler arası kat ilişkisini oluşturmama” kavram yanlışından bahsettiği tespit edilmiştir.

Öğretmenlerin öğrencilerin sahip olabileceği kavram yanlışlarına ilişkin eksik bilgilerinin olması, öğrencilerin alternatif çözüm yöntemlerinin değerlendirilme sürecini dolayısıyla yöntemin neden yanlış olduğuna dair yapılan gerekçelendirmeleri etkilediği sonucuna ulaşılmıştır. Erbaş ve Ersoy (2002) yapmış oldukları çalışmalarında, öğretmenlerin öğrencilerin kavram yanlışlarına ilişkin farkındalıklarının olmasının öğretimin kalitesi üzerinde etkili olduğunu belirtmişlerdir.

ÖDBT’nin açıklama boyutunda yer alan sorular öğretmenlerden, genel kurallar veya algoritmaların altında yatan anlamı açıklamayı ve sorulara uygun matematiksel açıklamalar yapabilmeyi beklemektedir. Öğretmenlerin açıklama boyutunda yer alan sorulara vermiş oldukları yanıtlar incelendiğinde genel olarak kural ve yöntemlerin ne olduğunu ve nasıl uygulanacağını bilmelerine rağmen, verilen durumların altında yatan anlama uygun matematiksel açıklamalar oluşturmamaları sonucuna ulaşılmıştır.

Örneğin, ters işlem metodunun uygulandığı, sayının eşitliğin diğer tarafına geçirilmesiyle dengenin bozulup bozulmadığının açıklanmasının istenildiği bir soruda, Ö2 kodlu öğretmen hariç uygun ve yeterli bir yanıt alınamamıştır. Öğretmenler soruda yapılan işlemlerin doğru olduğunu belirterek dengenin bozulması gibi bir durumun olmadığını ifade etmişlerdir. Bir öğretmen ters işlem yönteminin simetrik çözüm yönteminin kısa yolu olduğunu belirterek dengenin bozulmama sebebini tam olarak açıklayabilmiştir.

Benzer bir sonuca Toluk-Uçar (2011) öğretmen adaylarıyla yaptığı çalışmada ulaşmıştır. Öğretmen adaylarının matematiksel durumlara ilişkin öğretimsel açıklamalarının incelendiği çalışmada, adayların çoğunlukla kural ve yöntemler hakkında bilgi sahibi oldukları fakat açıklamalarının nedenlerini ifade edemedikleri belirlenmiştir.

ÖDBT'nin temsil boyutunda yer alan sorular ise öğretmenlerden, sayıları ve işlemleri anlamlı bir şekilde sayısal, sözel ve görsel temsiller kullanarak göstermeyi, ilişkilendirmeyi ve temsil etmeyi beklemektedir. Öğretmenlerin temsil boyutunda yer alan sorulara vermiş oldukları yanıtlar değerlendirildiğinde, sayısal temsillerin sözel olarak ifade edilmesine ilişkin soruları uygun bir şekilde yanıtlayabildikleri sonucuna ulaşılmıştır. Ancak, söz konusu durum diğer temsiller arası ilişkilendirme süreçleri için geçerli değildir.

Öğretmenlerin verilen sorularda genel olarak doğru sonuca ulaşabildikleri ancak temsiller arası ilişkilendirmeyi altında yatan anlama bağlı olarak açıklayabilmekte problem yaşadıkları görülmüştür. Örneğin, öğretmenlerin sayısal temsillerle görsel temsilleri ilişkilendirerek sorunun çözümüne ilişkin açıklama yapmalarının beklenildiği bir soruda öğretmenlerin görsel temsilleri genel olarak kullanmayı tercih etmedikleri belirlenmiştir. Tablo yapılarak değişkenler arasındaki ilişkilerin ortaya konulmasının beklenildiği soru da bir öğretmen dışında diğer öğretmenlerin aradaki ilişkiden çok doğru sonucu bulmaya odaklandıkları ve işlem adımları üzerinden sorunun çözümünü açıkladıkları görülmüştür. Mitchell, Charalambous ve Hill (2013) yaptıkları çalışmalarında, öğretmenlerin temsiller arası ilişkiyi altında yatan anlama uygun bir şekilde ifade edebilmelerinin öğretim sürecinin kalitesi üzerinde etkili olduğunu belirtmişlerdir.

Öğretmenlerin ÖDBT'den elde edilen bulguları genel olarak değerlendirildiğinde soruların çözümlerine ilişkin bilgi sahibi oldukları ve doğru yanıt verebildikleri ancak matematiksel durumların altında yatan anlama ilişkin sınırlı ifadelerde bulundukları görülmüştür. Ball'a (1990a) göre, öğretmenlerin sahip olduğu kavram ve işlem bilgisinin doğru olması gerektiği gibi; bu bilgilerin altında yatan ilkeleri de anlamaları gerekmektedir. Dolayısıyla, öğretmenlerin bilgi testine ilişkin vermiş oldukları yanıtlarından, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusunun öğretimine ilişkin sınırlı UAB'lere sahip oldukları çıkarımı yapılabilir.

5.1.2. Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Gözlem Verilerinden Elde Edilen Bulgularına İlişkin Tartışma

ÖDBT'den elde edilen sonuçları daha detaylı incelemek üzere, üç ortaokul matematik öğretmenin, "birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler" konusunu anlattıkları derslerin tamamı gözlemlenmiş ve her bir öğretmenin 10 ders saatlik öğretim süreci, UAB boyutlarının uygunluklarına göre, hazırlanan rubrikler aracılığıyla

değerlendirilmiştir. Boyutların her birine ilişkin elde edilen bulgular aşağıda sırasıyla tartışılmıştır.

Ball ve meslektaşları (2008), UAB boyutlarından biri olan gerekçelendirmenin sınıf içerisinde gözlemlenerek değerlendirilebilmesi amacıyla öğretmen görevlerini belirlemişlerdir. Gerekçelendirme boyutuna ilişkin bu görevler, “matematiksel fikirleri sunma” ve “öğrencilerin iddia/ varsayım/çözüm önerilerinin akla yatkınlığını seri bir şekilde değerlendirme” şeklindedir. Gerekçelendirme boyutunda öğretmenlerden, öğrencilerin alternatif strateji ve çözümlerinin matematiksel olarak uygun olup olmadığını anında ve hızlı bir şekilde analiz etmeleri ve değerlendirmeleri, bunların neden doğru veya yanlış olduğunu ifade edebilmeleri beklenmektedir.

Öğretmenlerin ders gözlemlerinden elde edilen gerekçelendirme bulguları genel olarak değerlendirildiğinde, öğrencilerin alternatif strateji ve çözümlerini, iddia ve varsayımlarını değerlendirirken genel olarak uygun ancak eksik bilgilendirmelerde bulundukları gözlemlenmiştir. Öğretmenler, öğrencilerin kendilerine yönelttiği matematiksel fikirlerin doğruluğunu ya da yanlışlığını, her zaman kullanılabilir bir fikir ya da yöntem olup olmadığını açıklamakta problem yaşamamışlardır. Ancak, söz konusu yöntem ve fikirlerin “neden yanlış” ya da “neden doğru” olduğunu belirtirlerken genellikle yeterince açıklamada bulunmadıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Öğretmenlerin özellikle öğrenci fikirlerinin “neden yanlış” olduğunu ifade ederlerken yetersiz açıklamalarda bulundukları belirlenmiştir. Araştırma neticesinde söz konusu durumun sebeplerinden birinin öğretmenlerin, öğrencilerin sahip oldukları kavram yanlışları bilgisine ilişkin sınırlı bilgileri olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Öğrencilerin öğretim sürecinde belirttikleri hatalı yanıtları ve çözüm önerilerinin altında bazı kavram yanlışlarının olduğu ve öğretmenlerin bu kavram yanlışlarını gerek tespit etmekte gerekse kavram yanlışlarının oluşmasına neden olan sebeplerin tespit edilmesinde zorlandıkları görülmüştür. Öğretmenlerin cebir konu ve kavramları hakkındaki bilgilerini inceleyen çeşitli çalışmalar da, öğretmenlerin olası öğrenci zorlukları ve kavram yanlışları hakkındaki bilgilerinin sınırlı düzeyde olduğunu göstermektedir (Asquith vd., 2007; Baş, Erbaş ve Çetinkaya, 2011; Falkner, Levi ve Carpenter, 1999; Kutluk, 2011).

Örneğin; Ö1 ve Ö3 terazi modeli üzerinde çalışmalar yaptıkları esnada, bilinmeyen bulunması için bilinmeyen yanında bulunan ağırlıklardan kurtulmak gerektiğini belirterek bu durumu denklem çözüm sürecinde x 'in yalnız bırakılması durumuna benzetmişlerdir.

Ancak, terazi yönteminde ağırlıklardan kurtulmak için onları teraziden kaldıran öğrenciler, yanlış bir genelleme yaparak denklem çözüm sürecinde çıkarma işlemini kullanmaya yönelmişlerdir. Söz konusu yanlış sebebiyle öğrenciler denklem sorularını hatalı yanıtladıklarında öğretmenlerin öğrencilere yapmış oldukları açıklamaların yeterli olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmenler yapılan hataları basit bir işlem hatası şeklinde değerlendirmişler ve çıkarma işlemi gerektiren soruların çözümünde terazi yönteminin uygun olmadığını ifade etmemişlerdir. Oysaki öğretmenlerin çıkarma işlemi gerektiren sorularda terazi yönteminin uygun olmadığına ilişkin bilgi sahibi oldukları ÖDBT’de yer alan bir soruya vermiş oldukları yanıtlar ile belirlenmiştir.

Söz konusu durumun tersi olarak öğretmenlerin öğrencilerin yanıtlarının altında yatan kavram yanlışlığının farkında oldukları durumlarda, öğrenci yanıtlarına ilişkin yeterli değerlendirmelerde bulunabildikleri tespit edilmiştir. Söz konusu sonuç, Dede ve Argün’ün (2003) belirttiği, öğretmenlerin öğretim esnasında öğrencilerin yaşayabilecekleri kavram yanlışlıkları ve zorlukları hakkında bilgi sahibi olmalarının, bunların üstesinden gelmek için geliştirdikleri çözüm önerileri üzerinde etkili olacağı sonucuyla uyum göstermektedir.

Örneğin; Ö2, öğrencisinin vermiş olduğu yanıtta “eşitliğin bir tarafında yapılan işlemin tersinin diğer tarafta da yapılması gerektiği” şeklinde bir kavram yanlışlığı olduğunu fark etmiş ve bu yanlışlığı giderici açıklamalarda bulunmuştur. Dolayısıyla öğrencinin yanıtının neden hatalı olduğunu tam olarak gerekçelendirebilmiştir. Söz konusu açıklamalar neticesinde, öğretmenlerin öğrencilerin kavram yanlışlıklarına ilişkin sahip oldukları bilgilerin öğrencilerin alternatif strateji ve çözümlerine ilişkin yaptıkları gerekçelendirmelerin içeriklerini dolayısıyla da UAB’lerini etkilediği sonucuna ulaşılmıştır. Çünkü Ball ve meslektaşlarının (2008) UAB’de vurguladıkları, etkin öğretim için kavramsal bilgisinin salt olarak bulunması değil, bu bilgileri gerekli öğretmenlik görevlerinde kullanılabilmesidir. Dolayısıyla öğretmenlerin öğretim süreçlerinde, sahip oldukları UAB’lerini tam olarak ifade edebilmeleri için öğrenciler hakkında sahip oldukları bilgiler önemlidir.

ÖMB kuramsal çerçevesini geliştiren araştırmacılar, öğretmen bilgisinin tanımlanması ve ölçek geliştirme çalışmalarını birlikte yürütmüşlerdir. Öğretmenlerin alan bilgileri hakkında detaylı bilgi sahibi olmak için de sınıf içi süreçlerden çok sınıf içi süreçlere uygun olarak hazırlanan senaryo tipi sorulardan faydalanmışlardır. Ölçekte yer alan ve öğrencilerin alternatif çözüm yöntemlerinin değerlendirilmesine ilişkin sorularda öğretmenlerin pedagojik bilgi kullanmalarının gerekli olmadığını çünkü öğrencilere geri bildirimde bulunmadan önce öğretmenlerin cevapları sadece matematiksel olarak

değerlendirmeleri gerektiği vurgulanmıştır. Ancak, araştırma sonuçlarına göre öğretmenlerin öğretim süreçlerinde gerekli matematiksel değerlendirmeyi yapabilmeleri için öğrenci bilgisine dolayısıyla da pedagojik bilgiye ihtiyaç vardır.

Bu sonuç, Tüknüklü'nün (2005) belirttiği, matematik öğretmenlerinin konu öğretimini gerçekleştirebilmeleri için güçlü bir matematiksel bilgiye sahip olmaları gerektiği, fakat bu öğretimin pedagojik alan bilgisi kullanılmadan yeterli seviyeye ulaşmayacağı sonucuyla ve Falkner, Levi ve Carpenter'ın (1999), cebir konularındaki öğrenci bilgisini inceledikleri çalışmalarında öğretmenlerin öğrencilerin düşünme süreçleri ve olası hataları hakkında bilgi sahibi olmasının öğrenci ihtiyaçlarını dikkate alarak matematiksel anlamalarını destekleyecek öğrenme ortamlarını oluşturmalarında önemli olduğu sonucuyla uyum göstermektedir.

Öğretmenlerin öğretim süreçlerinde yapmış oldukları değerlendirmelerden “uygun eksik” kategorisi altında değerlendirilenler genel olarak incelendiğinde, yapılan değerlendirmelerin en çok “bilinmeyen ve değişken kavramları”, “simetrik çözüm yöntemi”, “terazi yönteminin uygulanması” ve “terazi yöntemi ile denklem işlem adımlarının ilişkilendirilmesi” üzerine olduğu tespit edilmiştir. Öğretmenler söz konusu cebirsel durumlara ilişkin bilgi sahibi olmalarına rağmen öğrencilerinin kendilerine yönelttikleri soruları yeterince açık bir şekilde ifade etmemişlerdir.

Araştırma bulguları, öğretmenlerin zihninde değişken kavramına ait net bir tanımın olmadığını göstermektedir. Öğretmenler değişkenin farklı anlamları hakkında bilgi sahibi olmalarına rağmen, bu farklı anlamları birbiri yerine kullanabilmişlerdir. Dolayısıyla birbiri ile çelişen tanımlar yapmışlardır. Örneğin, öğretmenlerden Ö2 ve Ö3 öğrencilerin değişken kavramı hakkında çeşitli sorular sormaları ve fikirlerini belirtmeleri üzerine, değişkeni değişen değerler alabilen harf sembolleri olarak ifade etmiş, ancak denklemlerde değişkenlerin “sınırlı sayıda” değer alabileceğine özellikle bir denklem özelinde aynı harf sembollerinin aynı değerler alabileceğine ilişkin açıklamalarda bulunmamışlardır. Aynı zamanda, cebirsel ifade ve denklemde değişkeni temsil etmek için kullanılan harf sembollerin farklı anlamları arasında bir ayırmadan bahsetmeyip cebirsel ifade ve denklemlerde kullanılan harf sembollerinin hepsi için değişken ifadesini kullanmışlardır.

Söz konusu eksik açıklamalar sebebiyle Ö2 ve Ö3'ün derslerinde öğrencilerin değişken ve bilinmeyen kavramlarına ilişkin bazı hatalı çözümlerde bulundukları görülmüştür. Örneğin, Ö2'nin dersinde bir öğrenci x 'in sabit bir rakam olmadığını

dolayısıyla değişik değerler alabileceğini düşünerek bir denklemde yer alan bilinmeyenlere farklı değerler vermiştir. Öğretmenlerin öğrenci çözümlerine ilişkin yeterli gerekçelendirmelerde bulunamamaları, öğrencilerin değişken kavramını sadece bilinmeyen olarak algılayıp kesinlik niteliğinin göz ardı edilmesinde etkili olmuştur. Ö3’ün dersinde de değişken kavramının tam olarak anlaşılmamasından kaynaklı bazı öğrenci yanılgılarıyla karşılaşmıştır. Örneğin, öğrencilerin bir denklemdeki harf değişikliğinin onu yepyeni bir denkleme çevireceği şeklinde bir yanılgıya sahip oldukları belirlenmiştir. Öğrenciler, soruda verilen denklemlerin çözüm kümelerinin aynı olabileceğini düşünememişlerdir. Ö2 gibi Ö3’ün de öğrencilerin söz konusu çözüm önerilerine ilişkin yeterli değerlendirmelerde bulunamadığı tespit edilmiştir. Asquith vd., (2007) ve Kieran, (1992); yapmış oldukları çalışmalarında da benzer sonuçlara ulaşarak öğretmenlerin değişken kavramının anlamı hakkındaki bilgi eksikliklerinin, öğrencilerin fikirleri üzerine yapılan değerlendirmeleri dolayısıyla da öğretim uygulamalarını önemli ölçüde etkilediğini belirtmişlerdir.

Literatürde yer alan araştırmalarda, öğretmenlerin değişken kavramının kullanımını gerektiren işlemleri kolaylıklayabildiklerini, ancak değişken kavramına ilişkin bilgi eksiklikleri bulunduğunugöstermektedir (Huang & Kulm, 2012; Welder & Simonsen; 2011). Bu sebeple öğretmenler, değişkenin farklı anlamlarını içeren kullanımlarını yorumlamada zorluk yaşamakta ve hata yapmaktadırlar.

Ö1 ise öğrencilerinin değişken kavramının anlamı üzerine belirtmiş oldukları fikirleri değerlendirerek değişkenleri belirtmek için kullanılan harf sembollerin denklemlerde “sınırlı sayıda” değer alabileceğindenve cebirsel ifadelerde ise “herhangi bir değeri” alabileceğinden bahsetmiştir. Dolayısıyla Ö1’in derslerinde öğrencilerin bilinmeyen ve değişken kavramlarının iyi anlaşılmamasından kaynaklı hatalar yapmadıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Öğretmenlerin öğretim süreçlerinde yapmış oldukları gerekçelendirmelerden genellikle “uygun eksik” kategorisi altında değerlendirilen diğer cebirsel durumlar; “simetrik çözüm yöntemi”, “terazi yönteminin uygulanması” ve “terazi yöntemi ile denklem işlem adımlarının ilişkilendirilmesi” şeklindedir. Bir öğretmen hariç diğer iki öğretmen öğrencilerin denklem çözümlerine ilişkin fikirlerini değerlendirirken ters işlem metodundan faydalanmayı tercih etmiştir. Ters işlem metodunda odak nokta dengeleme üzerine olmadığı için öğrencilerin bu konuda kafa karışıklıkları yaşadıkları ve öğretmenlere çeşitli sorular sordukları gözlemlenmiştir.

Öğretmenler her ne kadar söz konusu cebirsel durumlara ilişkin bilgi sahibi olsalar da (bilgi sahibi oldukları ÖDBT ve konu anlatımları sırasındaki açıklamalarından tespit edilmiştir.) öğrencilerinin kendilerine sormuş oldukları soruları derslerinde kullanmayı seçtikleri yöntem üzerinden anlatmayı tercih etmişlerdir. Öğretmenler ters işlem metodunun daha anlaşılır ve sonuca ulaşmada daha etkili olduğunu derslerinde sık sık belirtmişlerdir. Ayrıca ders gözlemleri sonrası öğretmenlerle gerçekleştirilen görüşmelerde, öğretmenlerin denklem çözümünde ters işlem metodunu sonuca ulaşmada daha etkili gördükleri ve öğrencilerin bu yöntem ile anlatıldığında denklem çözümlerini daha iyi kavradıkları yönünde düşünceleri olduğu tespit edilmiştir. Ancak, denklemin öbür tarafına geçirme (ters işlem metodu) ile denklemin her iki tarafına aynı işlemi uygulama metodunun (simetrik çözüm metodu) öğrenciler tarafından denk olduğunun anlaşılması onların denklem çözümünü yapısal olarak kavramalarında etkili olacaktır (Oktaç, 2010). Fakat öğretmenler denklem kavramını işlemsel olarak ele almakta ve öğrencilerin denklem çözümlerini hızlı bir şekilde yaparak doğru sonuca ulaşılmasını önemli görmektedirler. Dolayısıyla, denklem işlem adımlarının altında yatan anlamın kavranması ihmal edilmektedir.

Söz konusu açıklamalar neticesinde öğretmenlerin sahip oldukları yetersiz alan ve öğrenci bilgisinin, gözlem sürecinde öğretmenlerin UAB'leri hakkında bilgi edinilmesi sürecini etkilediği sonucuna varılmıştır. Öğretmenler matematiksel olarak simetrik çözüm metodu ve bu metot ile terazi yönteminin ilişkilendirilmesi süreçleri hakkında her ne kadar UAB'ye sahip olsalar da yetersiz alan ve öğrenci bilgilerinden dolayı öğrencilerinin hatalı yanıtlarını değerlendirmede yetersiz UAB'ler kullanmışlardır.

Öğretmenlerden Ö1 ise, öğrencilerin denklem çözümlerine ilişkin fikirlerini değerlendirirken simetrik çözüm yönteminden faydalanmayı tercih etmiştir. Öğrencilerin gerek simetrik çözüm yöntemi gerekse terazi yöntemiyle denklem işlem adımlarının ilişkilendirilmesine yönelik sormuş soruları uygun bir şekilde yanıtlayabilmiştir. Her ne kadar öğrenci sorularından bazılarını eksik bir şekilde değerlendirmiş olsa da öğrenciler ters işlem metodunun simetrik çözüm yönteminin bir kısa yolu olduğunu ve eşitliğin dengesinin korunduğunun farkında olmaları sebebiyle Ö2 ve Ö3'ün derslerinde olduğu gibi çok fazla hatalı çözümde bulunmamışlardır.

Derslerin ardından gerçekleştirilen görüşmelerde Ö1, önceden ters işlem metoduyla denklem çözümlerini yaptığını ancak öğrencilerin simetrik çözüm yöntemiyle denklem işlem adımlarını daha iyi anladıklarını ve özellikle denklem çözümlerinin terazi yöntemiyle ilişkilendirilmesinin öğrencilerde kalıcı öğrenmeyi sağladığını belirtmiştir. Bu açıklamaya

istinaden Ö1'in daha önceki deneyimlerine dayanarak, öğrencilerin nasıl daha iyi öğrenebileceklerine yönelik farkındalığının olduğu görülmektedir. Söz konusu farkındalık durumu öğrencilerin hatalı çözümlerinin değerlendirilmesinde yeterli gerekçelendirmelerin yapılmasını sağlamıştır. Dolayısıyla Ö1'in yeterli alan ve öğrenci bilgisinin olması öğretim süreci içerisinde Ö1'in yeterli UAB'ye sahip olduğuna dair kanıt sunmuştur.

Tutak ve Köklü'de (2016), öğretmenlerin sınıf deneyimleri arttıkça alan ve öğrenci bilgilerinin geliştiğini ve öğrencilerin hatalarını deneyimleri doğrultusunda daha doğru değerlendirebildiklerini belirtmiştir.

Ball ve meslektaşları (2008), hatalı öğrenci yanıtlarının değerlendirilmesinde salt matematiksel bilginin kullanılmasının öğretmenin UAB'sini gösterdiğini fakat öğrencilerin matematiksel düşünceleri hakkında bilgi sahibi olan, deneyimli öğretmenlerin öğrencilerin hatalı yanıtlarını değerlendirirken sadece alan ve öğrenci bilgisinden faydalandıklarını belirtmişlerdir.

Ancak, araştırma neticesinde görülmüştür ki öğretmenlerin alan ve öğrenci bilgisinin yeterli olması, UAB'lerinin sınıf içerisinde gözlemlenmesinde etkilidir. Ayrıca, ÖMB, öğretmenlerin kavramsal bilgilerinin (UAB) salt olarak bulunmasını değil, bu bilgilerin gerekli öğretmenlik görevlerinde kullanılmasını vurgulamaktadır. Dolayısıyla öğretmenlerin sınıf içerisinde UAB'lerini gerekli öğretmenlik görevlerinde kullanabilmeleri için, öğrencilerin konuyu nasıl öğrendiği, konuya ilişkin var olan bilgileri, konuya ilişkin sık yaşanan öğrenci kavram yanılgıları, öğrenme sürecinde öğrencilerin sık yaptıkları hatalar hakkında yeterli bilgiye sahip olmalıdırlar. Söz konusu pedagojik bilgiye sahip olunması öğretmenlerin sahip oldukları UAB'lerin öğretim sürecinde gözlemlenmesini kolaylaştıracaktır. Tutak ve Köklü'de (2016), öğretmen bilgisinin, ÖMB modelinde olduğu gibi parçalara ayırarak incelenmesinin öğretmenin kullandığı bilginin bütünü görmeyi engelleyebileceğini belirtmişlerdir.

Ball ve meslektaşları (2008), UAB boyutlarından biri olan açıklamanın sınıf içerisinde gözlemlenerek değerlendirilebilmesi amacıyla öğretmen görevlerini belirlemişlerdir. Açıklama boyutuna ilişkin bu görevler, “öğrencilerden gelen “neden” sorularına cevap verme” ve “matematiksel açıklamalar yapma ve değerlendirme” şeklindedir. Açıklama boyutunda öğretmenlerden, genel kuralların veya algoritmaların altında yatan anlamı doğru bir şekilde ifade edilebilmeleri ve matematiksel açıklamalar yapabilmeleri beklenmektedir.

Öğretmenlerin ders gözlemlerinden elde edilen açıklama bulguları değerlendirildiğinde, Ö1'in öğrencilerin “neden” ve “nasıl” sorularının tamamını yeterli bir şekilde açıklayabildiği, Ö2 ve Ö3'ün ise öğrencilerine yapmış oldukları açıklamaların büyük bir kısmının eksik olduğu tespit edilmiştir. Ö1'in açıklama boyutuna ilişkin öğretim süreçlerinden elde edilen söz konusu bulgular, ÖDBT'den elde edilen bulgularla uyumlu değildir. Ö1, ÖDBT'de yer alan açıklama sorularının çoğuna kısa ve fazla açıklayıcı olmayan (uygun, eksik) yanıtlar vermeyi tercih etmesine rağmen öğretim süreci boyunca öğrencilerin sormuş olduğu “neden” ve “nasıl” sorularına ayrıntılı yanıtlar vermeye (uygun, tam) özen göstermiştir. Dolayısıyla Ö1'in öğretim süreçlerinden elde edilen bulgular, UAB'nin açıklama boyutuna ilişkin yeterli bilgiye sahip olduğunu ortaya koymaktadır. Söz konusu durum öğretmenlerin UAB'lerinin tespit edilmesinde ders gözlemlerinin yapılmasının önemli olduğu sonucuna ulaştırmaktadır.

Li (2007) tarafından yapılan araştırmada da, öğretmen bilgisinin daha iyi anlaşılması için bilgi ölçeklerinin yanı sıra sınıf içi gözlemlerin temel alındığı ve bu gözlemler sonrasında sınıf içi durumlardan yola çıkarak öğretmenlerle yapılacak görüşmeleri içeren araştırmaların önemli olduğunu belirtmiştir. ÖMB modelinde öğretmen bilgi yapılarını değerlendirmek üzere ağırlıklı olarak bilgi testlerinin kullanıldığı göz önünde bulundurulduğunda bu durumun nitel süreçlerle desteklenmesinin önemli olduğu sonucuna varılmıştır.

Ayrıca, yine öğretmenlerden Ö2'nin de UAB'nin açıklama boyutuna ilişkin ÖDBT'den edilen bulguları öğretim süreçlerinden elde edilen bulgularıyla uyum göstermemektedir. Ö2, ÖDBT'de yer alan açıklama sorularını detaylı bir şekilde (uygun, tam) cevaplamasına rağmen öğretim sürecinde öğrencilerinin sormuş olduğu “neden” ve “nasıl” sorularına eksik yanıtlar vermiştir. Söz konusu durumun sebeplerinden biri, öğretmenin yeterli alan ve öğrenci bilgisine sahip olmamasından dolayı sınıf içerisinde verdiği öğretimsel kararlardır. Ö2'nin öğrencilerin nasıl daha iyi öğrendiklerine ilişkin var olan düşüncesi yaptığı açıklamaları dolayısıyla UAB'sine ilişkin elde edilen bilgileri etkilemiştir.

Örneğin, Ö2 öğretim sürecinde ters işlem metodunu kullanmayı tercih etmiş ve gerek simetrik çözüm yönteminden gerekse terazi yöntemiyle denklem işlem adımlarının ilişkilendirilmesi süreçlerinden herhangi bir şekilde bahsetmemiştir. Yapılan görüşmelerde Ö2 söz konusu duruma sebep olarak, öğrencilerin denklem çözümlerini ters işlem metodu ile

daha iyi anladığını önceki tecrübelerinden örnekler vererek açıklamıştır. Ayrıca bu metot ile öğrencilerin sonuca daha rahat ulaştıklarını belirtmiştir.

Oysaki yapılan araştırmalarda (Kieran, 1992; Oktaç, 2010), öğrencilerin simetrik çözüm metoduyla denklem çözümlerini gerçekleştirmelerinin denklem çözümünün yapısal olarak kavranmasında ve öğrenmenin kalıcılığı üzerinde daha etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca, Ö2'nin gerek ters işlem metodu ile sonuca daha rahat ulaşıldığına dair var olan düşüncesinden gerekse denklem çözümünde yapılan işlemlerin matematiksel açıklamaları hakkında bilgi sahibi olmasına rağmen öğretim sürecinde bu duruma sınırlı düzeyde yer vermiş olmasından, Ö2'nin denklem çözümünde yapılan işlemlerin altında yatan anlamaları ve nedenleri keşfetmeye yönelik değil, sonuç bulma odaklı bir yaklaşım sergilediği ve işlemsel süreci daha fazla önemseydiği sonucuna ulaşılmaktadır.

Dolayısıyla Ö2'nin öğretim süreci içerisinde UAB'sine yönelik kısıtlı bilgilerin elde edilmesinde Ö2'nin var olan inançlarının da etkili olduğu tespit edilmiştir. Bu araştırmada, öğretmenlerin öğretim süreçlerinden UAB'leri hakkında bilgi edinilmesinde, öğretmenlerin konuyailişkin alan ve pedagojik alan bilgilerinin yanı sıra matematik öğrenme ve öğretimine yönelik inançlarının da etkili olduğu görülmüştür.

Bu sonuç, Yıldız (2016)'nın ortaokul matematik öğretmenlerinin cebir öğretimine ilişkin bilgilerinin incelenmesi amacıyla yapmış olduğu çalışmada bulduğu sonuç ile uyum göstermektedir. Yıldız (2016) çalışmasında, öğretim sürecinin yapılandırılmasında öğretmenlerin konuya ilişkin alan ve pedagojik alan bilgilerinin yanı sıra matematik öğrenme ve öğretimine yönelik inançlarının da etkili sonucuna ulaşmıştır. Çalışmada bir öğretmen, denklem çözümünde yapılan işlemlerin matematiksel açıklamaları hakkında bilgi sahibi olmasına rağmen öğretim sürecinde bu duruma sınırlı düzeyde yer vermiştir. Bu yaklaşımın, öğretmenin bazı kavram ve konulara yönelik işlemsel sürecin öğrenilmesinin daha önemli olduğu yönündeki inançları ile ilişkili olduğu görülmüştür.

Ö2'nin bilgi testinde UAB'nin açıklama boyutuna ilişkin yeterli yanıtları vermesine rağmen aynı durum öğretim sürecinden elde edilememiştir. Söz konusu durumun sebeplerinin, Ö2'nin yetersiz alan ve öğrenci bilgisi ile matematik öğrenme ve öğretme sürecine ilişkin var olan inançları olduğu belirlenmiştir. Her ne kadar bilgi testinde yer alan soruları var olan kavramsal bilgisiyle yanıtlamış olmasına rağmen, bu bilgileri etkin öğretim için kullanamamıştır. Dolayısıyla Ö2'nin bilgi testinde verdiği yanıtlara göre yeterli UAB'ye

sahip olduğu ancak öğretim sürecine ilişkin tespit edilen UAB'sinin yetersiz olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Öğretmenlerden Ö3'ün ise UAB'nin açıklama boyutuna ilişkin hem ÖDBT'den hem de ders gözlem verilerinden elde edilen bulgularının birbirleriyle uyumlu olduğu ve her ikisinden de elde edilen bulguların daha çok “uygun eksik” kategorisi altında değerlendirildiği görülmüştür. Dolayısıyla Ö3'ün hem bilgi testi hem de gözlem verilerinin birbiriyle uyumlu olması sebebiyle birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna ilişkin yeterli UAB'ye sahip olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Öğretmenlerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna yönelik “uygun, eksik” kategorisi altında değerlendirilen öğretimsel açıklamalarının en çok “eşitlik sembolünün anlamına ilişkin”, “terazi yöntemiyle denklem işlem adımlarının ilişkilendirilmesine ilişkin”, “bilinmeyen katsayısından başlanarak denklem çözümünün yapılmasına ilişkin”, “bilinmeyen denklemin sadece bir tarafında bulunduğu yanlışına ilişkin” ve “eşitlik sembolünün bir tarafında yapılan işlemin tersinin diğer tarafta yapılması yanlışına ilişkin” başlıklarından oluştuğu tespit edilmiştir.

Öğretmenlerin, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna yönelik öğretim süreçlerinde en sık karşılaştıkları sorulardan biri eşitlik sembolünün anlamına ilişkindir. Öğretmenlerin söz konusu duruma ilişkin yapmış oldukları açıklamalar incelendiğinde, sadece bir öğretmenin eşitlik sembolünün farklı anlamlarına ilişkin bilgi verdiği görülmüştür. Ö1, eşitlik sembolünün hem bir işlemin sonucunu belirttiğini hem de sağ ve sol taraftaki ifadeler arasında bir denklik göstergesi olduğunu (sayısal aynılık. Örneğin $1+6=2+5$) ifade etmiştir. Ö2 ve Ö3 ise, eşitlik ve eşitliğin korunumunu açıklayan matematiksel bir gösterim (örneğin, $2=2$, $4+6=5+5$) kullanmamışlardır. Ayrıca, eşitlik kavramını terazinin denge durumu ve eşitliğin korunumunu terazi kefelerinin dengelenmesi ile ilişkilendirmişler, ancak bu ilişkiyi sadece sözel olarak açıklamışlardır. Söz konusu durum, Ö2 ve Ö3'ün eşitlik kavramının ilişkisel anlamına yönelik UAB'lerinin derin olmadığı göstermektedir.

Öğretmenlerin eşitlik kavramına ilişkin UAB'leri, öğrencilerinin sormuş oldukları “neden” ve “nasıl” soruları üzerine daha açıklayıcı olması açısından yaptıkları örnek çözümleri üzerinden de görülmüştür. Örneğin, öğrencilerin eşitlik ve denklem kavramlarının neden birbirinden farklı olduğunu sormaları üzerine; Ö1, sayı cümleleri üzerinden açıklamada bulunmuştur ($2+7=\Delta+5$). Sayı cümleleri üzerinde bilinmeyi bulma

çalışmalarıyla eşitlik durumunun ilişkisel anlamını açıkladığı tespit edilmiştir. Sayı cümleleri kullanılarak eşitlik kavramı hakkında bilgi verilmesinin, öğrencilerin denklem kavramına geçişte anlamalarını kolaylaştıracağı literatürdeki birçok çalışmada belirtilmiştir (Falkner, Levi ve Carpenter, 1999; Kieran, 1981; Knuth vd. 2008; Stephens vd. 2013; Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2012).

Ö2 ve Ö3 ise öğrencilerinin sorularını yanıtlarken eşitlik sembolünün ilişkisel anlamına dair herhangi bir açıklamada bulunmamışlardır. Ö2 ve Ö3'ün eşitlik sembolünün anlamına ilişkin sınırlı UAB'lerle açıklamalarda bulunmaları öğrencilerin eşitlik işaretini "işlem yap ve sonuç elde et" şeklinde yorumlamalarına sebep olmuştur. Bu durumun bir sonucu olarak hem Ö2'nin hem de Ö3'ün derslerinde öğrencilerin "bilinmeyen denklemin sadece bir tarafında bulunması" gerektiği şeklinde bir yanlışlarının olduğu ve öğretmenlere "eşitlik sembolünün karşısında neden x var?" gibi bir sorunun sorulmasına neden olmuştur.

Söz konusu öğretmen açıklamalarından öğretim sürecinde eşitlik sembolünün ilişkisel anlamına ilişkin Ö1'in yeterli UAB'ye sahip olduğu ancak Ö2 ve Ö3'ün yeterli UAB'ye sahip olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu açıklamalara istinaden araştırmada, öğretmenlerin eksik UAB'lere sahip olmalarının ve eksik UAB'lerle soruları yanıtlamalarının, öğrencilerde bazı kavram yanlışlarının oluşmasına neden olduğu ayrıca daha sonra çözülecek olan sorularda öğrencilerin hatalı çözümlerde bulunmaları olasılığını arttırdığı sonucuna ulaşılmıştır.

Öğretim süreçlerinde öğrencilerin en çok "neden ve "nasıl" sorularını sormalarına sebep olan bir diğer durumda bir öğretmen hariç diğer iki öğretmenin terazi yöntemiyle denklem işlem adımlarını ilişkilendirmemesinden kaynaklanmıştır. Ö2 ve Ö3, denklemde bulunan her iki tarafın eşit olması durumunu terazi kefelerinin dengelenmesi ile ilişkilendirmişler ancak bu ilişkiyi sözel olarak ifade edip denklem çözümlerini ters işlem metodu ile yapmayı tercih etmişlerdir. Ters işlem yönteminde odak nokta dengeleme üzerine olmadığı için öğrencilerin sık sık "sayı eşitliğin diğer tarafına geçirilince neden denge bozulmuyor?" şeklinde soru sormalarına sebep olmuştur. Ö2 ve Ö3'ün bu soruyu ters işlem metodunun doğru uygulanması üzerinden anlatmaları ve ters işlem metodunun simetrik çözüm yönteminin kısa yolu olduğunu belirtmemeleri sebebiyle öğretim süreçlerindeki UAB'leri yetersiz olarak belirlenmiştir. Atorps (2003) tarafından gerçekleştirilen araştırmada da öğretmenlerin denklem çözümlerini daha çok işlemsel süreçler üzerinden açıkladıkları,

denklem işlem adımlarının altında yatan anlama yönelik kavramsal açıklamalarda bulunamadıkları belirlenmiştir.

Ö2 ve Ö3'ün derslerinde, denklem çözümüne yönelik işlem adımlarının altında yatan anlama önem vermeden sonuç odaklı olarak soru çözmeleri, öğrencilerinin çeşitli sorular sormalarına neden olmuştur. Bunlardan biri olan “neden bilinmeyenin katsayısından başlayarak denklem çözümü yapmıyoruz?” sorusu öğretmenler tarafından ters işlem metodunun doğru uygulanmasına yönelik ele alınıp açıklanmıştır. Yapılan açıklamalar, kuralların tekrarı şeklinde olmuştur. Ancak, bilinmeyenin katsayısından başlanarak da denklem çözümünün yapılabileceği ve bunun için de simetrik çözüm metodunun kullanılması gerektiği şeklinde bir kavramsal açıklamada bulunulmamıştır.

Ö3 öğretim süreci boyunca ters işlem metodu ile denklem çözümlerini yaptıktan sonra öğrencilerinin çeşitli soruları üzerine metodun tam olarak anlaşılmadığının farkına varmış ve simetrik çözüm yönteminden bir soru üzerinde bahsetmiştir. Ancak, simetrik çözüm yöntemini ters işlem yöntemiyle ilişkilendirmemiş olup sanki yeni bir çözüm yolunu tarif ediyormuş gibi ifadelerde bulunmuştur. Denklem çözümünde yapılan işlemlerin altında yatan anlamaları ve nedenleri keşfetmeye yönelik değil, sonuç bulma odaklı bir yaklaşım sergilemiştir. Literatürde de benzer sonuçlara ulaşan birçok çalışma vardır (Ball, 1990a, 1990; Even, 1993; Ma, 1999; Tirosh, 2000; Toluk Uçar, 2009). Söz konusu çalışmalarda araştırmacılar, matematik öğretmenlerinin sorulardaki işlemlerin kurallarını bilmelerine rağmen bu kuralların altında yatan matematiksel ilişkileri ve nasıl elde edildiğini bilmedikleri sonucuna ulaşmışlardır.

Ö3'ün söz konusu yöntemleri bilmesine rağmen öğretim sürecinde yeterli ilişkilendirmeyi yapamayıp, kavramsal açıklamalarda bulunamaması yeterli UAB'ye sahip olmadığını göstermektedir. Ö3'ün yetersiz UAB'si dolayısıyla gerekli ilişkilendirmede bulunamaması sebebiyle öğrencilerin söz konusu iki metodu karıştırdığı ve “eşitliğin bir tarafında yapılan işlemin tersinin diğer tarafta da yapılması ($x+36-36=50+36$)” gerektiği gibi bir kavram yanlışlarının oluştuğu gözlemlenmiştir.

Ball ve meslektaşları (2008), UAB boyutlarından biri olan temsillerin sınıf içerisinde gözlemlenerek değerlendirilebilmesi amacıyla öğretmen görevlerini belirlemişlerdir. Temsil boyutuna ilişkin bu görevler, “belirli amaçlar için temsiller seçebilme” ve “temsillerle, altında yatan fikirleri ve diğer temsilleri ilişkilendirebilme” şeklindedir. Temsil boyutunda öğretmenlerden, temsilleri amaçlarına uygun bir şekilde seçerek, bir matematiksel fikrin

veya prosedürün farklı gösterimleri (sayısal, sözel, görsel) arasında belirgin bağlantılar ve ilişkiler kurabilmeleri beklenmektedir.

Öğretmenlerin ders gözlemlerinden elde edilen temsil bulguları genel olarak değerlendirildiğinde, Ö1'in temsilleri amacına uygun bir şekilde seçebildiği ve seçtiği temsiller arasında uygun ilişkilendirmeleri yapabildiği belirlenmiştir. Temsil boyutuna ilişkin UAB'si gerekli yeterliliktedir. Ö2 ve Ö3 ise, sayısal ve sözel temsiller arasında uygun ilişkilendirmelerde bulunabilirken sayısal temsillerle görsel temsilleri uygun bir şekilde ilişkilendirememişlerdir. Dolayısıyla sayısal temsillerin görsel olarak ifade edilebilmesine ilişkin yetersiz UAB'lere sahip oldukları sonucuna ulaşılmıştır.

Araştırma sonuçlarına göre öğretmenlerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusunu ele alırken en çok kullandıkları temsil türünün sayısal temsiller (matematiksel ifade yazma) olduğu tespit edilmiştir. Öğretmenlerin denklem kavramını işlemsel açıdan ele almaları ve denklem çözümüne ilişkin çalışmalara oldukça önem vermeleri söz konusu durumun sebebi olarak gösterilebilir. Araştırmanın bu sonucu, Lesh, Post ve Behr'in (1987) belirttiği, öğretmenlerin denklemler konusunda yoğun olarak işlemsel bilgiye önem verdikleri ve eşitliklerde işlem yapma ve yazmanın oldukça önemsendiği sonucuyla uyum göstermektedir.

UAB'nin temsil boyutuna ilişkin dikkat çeken bir diğer araştırma sonucu da, UAB'si yeterli olan öğretmenlerin denklemler konusunun öğretiminde görsel temsil türünü daha çok kullanmayı tercih etmeleridir. Araştırma sonucunda temsil boyutuna ilişkin yeterli UAB'ye sahip olduğu görülen Ö1'in derslerinde en çok sayısal temsil türünü hemen arkasından da görsel temsil türünü kullanmayı tercih ettiği görülmüştür. Diğer iki öğretmen Ö2 ve Ö3 ise en çok sayısal temsil türünü en az ise görsel temsil türünü kullanmayı tercih etmişlerdir.

Her üç öğretmen de sayısal ve sözel temsilleri amacına uygun bir şekilde seçip kendi aralarında uygun ilişkilendirmelerde bulunabilmişlerdir. Ancak öğretim sürecinde görsel temsil türünün kullanımının en az tercih edilen temsil türü olduğu belirlenmiştir. Söz konusu durumun sebebinin öğretmenlerin temsiller arası ilişkilendirme bilgilerinin yani UAB'lerinin yetersiz olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Ö1, terazi modeli ve sayma pulları kullanarak denklem işlem adımları ile doğru bir şekilde ilişkilendirmede bulunabilmiştir. Denklem çözümünde kullanmış olduğu simetrik çözüm yöntemini, terazi modeli üzerinde de ifade ederek yöntemin her ikisi üzerinde de uygulanabileceğini belirtmiştir. Ayrıca, terazi yöntemin uygulanmasının mümkün olmadığı

sonucun negatif değeri aldığı veya çıkarma işlemi gerektiren denklemleri sayma pulları ile görselleştirip gerekli ilişkilendirmeyi yapabilmektedir.

Ö2 ve Ö3 ise, terazi modelini kullanarak bilinmeyi bulmayı sadece sözel olarak açıklamışlar ve bu süreçte model kullanımını sembolik gösterimle ilişkilendirmemişlerdir. Terazi modelinin amacına uygun bir şekilde matematiksel ifade ile ilişkilendirilmeksizin kullanımı, görsel temsili öğretim sürecinde işlevsiz kalmıştır.

Bu açıklamalar doğrultusunda araştırmada, temsil boyutuna ilişkin UAB'si yeterli olan öğretmenlerin denklem öğretim sürecinde görsel temsilleri kullanmaya ve denklem işlem adımları ile görsel temsilleri ilişkilendirmeye oldukça önem verdikleri ancak UAB'si yetersiz olan öğretmenlerin ise söz konusu ilişkilendirmelere ilişkin yeterli bilgileri olmaması sebebiyle görsel temsil kullanımına derslerinde daha az yer verdikleri sonucuna ulaşılmıştır.

5.1.3. Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin ÖDBT'de ve Öğretim Süreçlerinde Kullandıkları UAB Boyutlarının Türlerine İlişkin Tartışma

Öğretmenlerin denklem çözüm stratejilerinin “neden doğru” ya da “neden yanlış” olduğunu incelemelerinin gerektiği sorularda genellikle işlem basamaklarına odaklanmaları yaptıkları gerekçelendirmelerin türleri üzerinde de etkili olmuştur. Her üç öğretilerde gerekçelendirme sorularını işlemsel tanım şeklinde gerekçelendirme türünü kullanarak cevaplandırmışlardır. İşlemsel tanım şeklinde gerekçelendirme; herhangi bir işlem adımında ne yapıldığına dair açıklamalarda bulunmayı gerektirir. Öğretmenler, ÖDBT'de yer alan gerekçelendirme sorularını çoğunlukla yapılan işlem adımlarının kontrolüyle sağlayıp işlem adımlarında yapılanları açıklamışlardır. Öğretmenler, ayrıca sorulara gerekli yeterlilikte olmayan gerekçelendirmeler de bulunduklarında belirsiz genel ifade şeklinde gerekçelendirme türünü kullanmışlardır. Belirsiz genel ifade şeklinde gerekçelendirme, herhangi bir matematiksel durumu tam olarak açıklamayan, yeterince bilgilendirme bulunmayan gerekçelendirme türüdür.

Öğretmenlerin gözlem verilerinden elde edilen bulgulara göre, yine en çok tercih edilen gerekçelendirme türünün işlemsel tanım şeklinde gerekçelendirme olduğu belirlenmiştir. Söz konusu durum ÖDBT'den elde edilen sonuçlarla uyumludur. Öğretmenler, öğrencilerin alternatif çözüm önerilerini değerlendirirken soruların işlemsel olarak doğru yapıp yapılmadığı üzerine odaklanmışlardır. Öğretmenlerin çoğunlukla işlemsel tanım şeklinde gerekçelendirme türünü kullanmayı tercih etmeleri Akkan vd.'nin

(2017) çalışmalarında buldukları sonuçlarla uyum göstermektedir. Söz konusu çalışmada öğretmen adaylarının çoğu gerekçelendirmelerini işlemlerin doğru yapılıp yapılmadığını kontrol ederek açıklamışlardır.

Öğretmenlerin ÖDBT’de yer alan soruları yanıtlarken en sık kullandıkları açıklama türlerinin ise işlemsel açıklamalar olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmenlerden Ö1 ve Ö3 soruların neredeyse tamamını işlemsel açıklamalar kullanarak ifade etmişlerdir. İşlemsel açıklamalar, soruların çözülmesinde işlemlerin ve işlem adımlarının belirtilmesi şeklinde yapılan açıklamalardır. Öğretmenlerden Ö1 ve Ö3, ÖDBT’de yer alan açıklama sorularının büyük bir kısmına işlemsel açıklamalar getirerek soruların altında yatan matematiksel anlamı ihmal etmişlerdir. Dolayısıyla kavramsal açıklamalarda bulunamamışlardır. Söz konusu durum sebebiyle yaptıkları açıklamalar “uygun, eksik” kategorisi altında değerlendirilmiştir. Öğretmenlerden Ö2’nin ise bir soru hariç tüm sorulara kavramsal/matematiksel temelli açıklamalar getirebilmiştir. Kavramsal/matematiksel temelli açıklama, matematiksel tanımlar veya daha önce öğrenilen matematiksel özelliklere dayalı açıklamalardır ve çoğunlukla matematiksel muhakemeyi gerektirirler. Ö2’nin sorulara ilişkin kavramsal açıklamalarda bulunabilmesi sebebiyle yanıtları “uygun, tam” kategorisi altında değerlendirilmiştir. ÖDBT’den elde edilen sonuçlara göre, öğretmenlerin yetersiz UAB’lere sahip olmalarının kullandıkları açıklama türü üzerinde etkili olduğu tespit edilmiştir.

Öğretmenlerin gözlem verilerinden elde edilen bulgulara göre, öğretim sürecinde en çok tercih edilen açıklama türünün işlemsel açıklamalar olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmenlerden Ö2 ve Ö3’ün yapmış oldukları açıklamalar bu türdendir. Öğretim sürecinde öğrencilerin “neden” ve “nasıl” sorularının uygun ancak eksik yanıtladığı durumlarda öğretmenlerin genellikle soruların işlem ve işlem adımlarını ifade ettikleri gözlenmiştir. Çeşitli araştırmacılar da öğretmenlerin genellikle yetersiz açıklamalarda bulunduklarında durumlarda en çok tercih ettikleri açıklama türünün kural ve işlem odaklı açıklamalar olduğunu belirtmişlerdir (Henningesen ve Stein, 1997; Kinach, 2002a, Kılcan, 2006). Öğretmenlerden Ö1’in ise öğretim süreci boyunca öğrencilerinin sorularına ilişkin yapmış olduğu açıklamaların çoğu kavramsal açıklamalardır. Ö1’in öğretim süreci boyunca kavramsal/matematiksel temelli ve kavramsal/uygulama temelli açıklamaları oldukça sık kullandığı tespit edilmiştir. Dolayısıyla Ö1’in açıklamaları uygunlukları açısından da “uygun, tam” kategorisinde değerlendirilmiştir. Öğretmenlerden sadece Ö1’in kavramsal/uygulama temelli açıklamalar yapması kullandığı görsel temsillerle sayısal temsiller arasında doğru ilişkiyi kurabilmesinden kaynaklanmaktadır. Dolayısıyla

öğretmenin yeterli UAB'ye sahip olmasının öğretim sürecinde kullandığı materyal kullanımı üzerinde de etkili olduğu belirlenmiştir. Araştırma sonucunda yeterli UAB'ye sahip olmanın kullanılan açıklama türünü etkilediği sonucuna ulaşılmıştır. Ball'da (1990a), etkili bir matematik öğretimi için öğretimsel açıklama yapabilmenin birinci koşulunun öğretmenin matematik bilgisinin niteliği olduğu vurgulanmıştır. Literatürde birçok araştırmacın benzer sonuçlara ulaştığı görülmektedir (McDiarmid, Ball, and Anderson, 1989; Borko et al., 1992; Ma, 1999)

Bu araştırmada, ortaokul matematik öğretmenlerinin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna yönelik uzmanlık alan bilgileri, uzmanlık alan bilgisinin gerekçelendirme, açıklama ve temsiller boyutları bağlamında incelenmiştir. Araştırma sonucunda öğretmenlerin gözlem verilerinden elde edilen, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusunun öğretiminde öğretmenlerin uzmanlık alan bilgisinin gerekçelendirme, açıklama ve temsil alt boyutlarına ilişkin beklenen davranışları Tablo 118, Tablo 119 ve Tablo 120'de özetlenmiştir.

İlk olarak Tablo 118'de, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusunun öğretiminde öğretmenlerden uzmanlık alan bilgisinin gerekçelendirme boyutuna ilişkin beklenen davranışlar sunulmuştur. Söz konusu beklenen davranışların oluşturulmasında öğrencilerin bu boyut dâhilinde öğretmenlere sormuş oldukları sorulardan yararlanılmıştır. Öğretmenlerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna ilişkin öğrencilerin soru sorabilecekleri bilgi alanları hakkında yeterli UAB'lere sahip olmaları öğretimin kalitesini etkileyecektir.

Tablo 118

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler Konusunun Öğretiminde Öğretmenlerden Uzmanlık Alan Bilgisinin Gerekçelendirme Boyutuna İlişkin Beklenen Davranışlar

-
- Eşitlik işaretinin anlamına ilişkin (eşitlik işaretinin “işlem yap ve sonuç elde et” şeklinde değil, sağ ve sol taraftaki ifadeler arasında bir denklik göstergesi olarak yorumlanmasına yönelik) gerekçelendirmelerde bulunabilme
 - Terazi yönteminin yanlış bir şekilde genellenmesini önleyici gerekçelendirmelerde bulunabilme
 - Simetrik çözüm yöntemine ilişkin gerekçelendirmelerde bulunabilme
 - Verilen cebirsel ifadenin bitirilmesi gereken işlemsel bir süreç olmadığına ilişkin gerekçelendirmelerde bulunabilme
-

-
- Denklemlerin alternatif çözüm yöntemine ilişkin gerekçelendirmelerde bulunabilme
 - Terazi yönteminin uygulanmasına ilişkin gerekçelendirmelerde bulunabilme
 - Problemlerin alternatif çözüm yöntemine ilişkin gerekçelendirmelerde bulunabilme
 - Ağırlıkların negatif olamaması sebebiyle terazi üzerinde negatif sayıların kullanılamayacağına ilişkin gerekçelendirmelerde bulunabilme
 - Bilinmeyen/değişken kavramlarının “x” ile özdeşleştirilmesine ilişkin gerekçelendirmelerde bulunabilme
 - Eşitliğin bir tarafında yapılan işlemin tersinin diğer tarafta yapılması kavram yanılışına ilişkin gerekçelendirmelerde bulunabilme
 - Bir denklem özelinde aynı harflerin aynı değerleri alması gerektiğine ilişkin gerekçelendirmelerde bulunabilme
 - Katsayılar üzerindeki işlemlerin geri çevrilerek $ax+b=cx+d$ tipindeki denklemlerin çözülemeyeceğine ilişkin gerekçelendirmelerde bulunabilme
 - Bilinmeyen katsayısından başlanarak denklem çözümlerinin yapılmasına ilişkin gerekçelendirmelerde bulunabilme
 - Denklem çözümlerinin deneme-yanılma metoduyla yapılmasının her zaman sonuca ulaşmada etkili olmayacağına ilişkin gerekçelendirmelerde bulunabilme
 - Farklı değişkenlerin aldığı değerlerin birbirinden farklı olması gerektiği yanılışına ilişkin gerekçelendirmelerde bulunabilme
 - Bilinmeyen denklemin sadece bir tarafında bulunmadığına ilişkin gerekçelendirmelerde bulunabilme
 - Bilinmeyenlerin aynı zamanda değişken olduğuna ilişkin gerekçelendirmelerde bulunabilme
-

İkinci olarak Tablo 119’da, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusunun öğretiminde öğretmenlerden uzmanlık alan bilgisinin açıklama boyutuna ilişkin beklenen davranışlar sunulmuştur. Söz konusu beklenen davranışların oluşturulmasında öğrencilerin bu boyut dâhilinde öğretmenlere sormuş oldukları sorulardan yararlanılmıştır. Öğretmenlerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna yönelik öğrencilerin “neden” ve “nasıl” sorularına ilişkin bilgi alanları hakkında yeterli UAB’lere sahip olmaları öğretimin kalitesini etkileyecektir.

Tablo 119

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler Konusunun Öğretiminde Öğretmenlerden Uzmanlık Alan Bilgisinin Açıklama Boyutuna İlişkin Beklenen Davranışlar

-
- Eşitlik kavramının tanımına ilişkin açıklamalar yapabilme
 - Eşitlik ve denklem kavramlarının aralarındaki farka ilişkin açıklamalar yapabilme
 - Eşitlik kavramının sayısal aynılık kullanımına ilişkin açıklamalar yapabilme
 - Denklemin tanımına ilişkin açıklamalar yapabilme
 - Denklem çözümünün “niçin” öğrenildiğine ilişkin açıklamalar yapabilme
 - Terazî yönteminin uygulanmasına ilişkin açıklamalar yapabilme
 - Simetrik çözüm yöntemine ilişkin açıklamalar yapabilme
 - Ters işlem yönteminin simetrik çözüm yönteminin kısa yolu olduğuna ilişkin açıklamalar yapabilme
 - Terazî yöntemiyle denklem işlem adımlarının ilişkilendirilmesine ilişkin açıklamalar yapabilme
 - Denklemden bilinmeyenin sayma pulları ile modellenerek bulunmasına ilişkin açıklamalar yapabilme
 - Denklem çözümünde işlem önceliğine ilişkin açıklamalar yapabilme
 - Eşitlik işaretinin anlamına ilişkin (eşitlik işaretinin “işlem yap ve sonuç elde et” şeklinde değil, sağ ve sol taraftaki ifadeler arasında bir denklik göstergesi olarak yorumlanmasına yönelik) açıklamalar yapabilme
 - Değişken kavramının tanımına ilişkin açıklamalar yapabilme
 - Ters işlem yöntemine ilişkin açıklamalar yapabilme
 - Simetrik çözüm yöntemine ilişkin açıklamalar yapabilme
-

Üçüncü olarak Tablo 120’de, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusunun öğretiminde öğretmenlerden uzmanlık alan bilgisinin temsil boyutuna ilişkin beklenen davranışlar sunulmuştur. Öğretmenlerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusunun hangi temsil türleri ile temsil edilebileceğini ve temsiller arasında nasıl bir ilişkilendirmede bulunabileceklerini bilmeleri başka bir deyişle temsil boyutuna ilişkin yeterli UAB’lere sahip olmaları öğretimin kalitesini etkileyecektir.

Tablo 120

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler Konusunun Öğretiminde Öğretmenlerden Uzmanlık Alan Bilgisinin Temsil Boyutuna İlişkin Beklenen Davranışlar

-
- Sayısal temsillerle sözel temsilleri ilişkilendirebilme (Örneğin; denklemi temsil eden gerçek hayat problemlerinin kurulabilmesi ya da gerçek hayat problemlerini temsil eden denklemlerin kurulabilmesi)
 - Sayısal temsillerle görsel temsilleri ilişkilendirebilme (Örneğin; denklem işlem adımlarının terazi modeli, sayma pulları vb. üzerinde gösterilebilmesi ya da terazi modeli, sayma pulları vb. ile temsil edilen denklemlerin ifade edilebilmesi)
 - Sözel temsillerle görsel temsilleri ilişkilendirebilme (Örneğin; problem durumlarını temsil eden tablo ya da grafik yapabilme ya da verilen tablo ya da grafiğe ilişkin problem kurabilme)
-

5.2. Öneriler

Öğretmenlerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna ilişkin uzmanlık alan bilgilerini inceleyen bu çalışmada, öğretmenler ve öğretmen eğitimi için pek çok önerilerde bulunulabilir.

Araştırma sonucunda, öğretmenlerin öğrencilerin kavram yanılgılarına ilişkin bilgi sahibi olmaları, öğrencilerin alternatif strateji ve çözümlerine ilişkin yaptıkları gerekçelendirmelerin içeriklerini dolayısıyla da UAB'lerini etkilediği sonucuna ulaşılmıştır. Dolayısıyla öğretmenlerin öğretim süreçlerinde, sahip oldukları UAB'lerini tam olarak ifade edebilmeleri için kavram yanılgıları hakkında sahip oldukları bilgiler önemlidir. Bunun için gerek hizmet içi kurslar yapılmalı gerekse üniversitede öğretmen adaylarına verilen eğitimin içeriği derinleştirilmelidir.

Araştırma sonuçlarına göre öğretmenlerin öğretim süreçlerinde gerekli matematiksel değerlendirmeyi yapabilmeleri için öğrenci bilgisine dolayısıyla da pedagojik bilgiye ihtiyaç vardır. Öğretmenlerin sahip oldukları yetersiz alan ve öğrenci bilgisinin, gözlem sürecinde öğretmenlerin UAB'leri hakkında bilgi edinilmesi sürecini olumsuz yönde etkilediği sonucuna varılmıştır. Ancak ÖMB modelinde uzmanlık alan bilgisi ile alan ve öğrenci bilgisi iki ayrı kategoride incelenmektedir. Bu sebeple, öğretim süreci bağlamında alan ve pedagojik alan bilgisi alt boyutlarının birbirleri ile ilişkili olarak tanımlandığı cebir öğrenme alanına yönelik bir kuramsal çerçevenin geliştirilmesi önerilmektedir. Bu kapsamda

yapılacak araştırmalar, öğretmenlerin cebir öğretimbilgisinin bağlamsal olarak anlaşılması açısından gerekli görülmektedir.

Araştırma sonucunda iki öğretmenin bilgi testinden elde edilen UAB'leriyle ders gözlemlerinden elde edilen UAB'lerinin birbiriyle uyumlu olmadığı tespit edilmiştir. Dolayısıyla öğretmenlerin UAB'lerinin sadece ölçekler aracılığı ile tespit edilmesinin uygun olmadığı gibi sadece ders gözlem süreçleriyle de tespit edilmesi uygun değildir. Her iki araştırma yöntemi ile elde edilen sonuçlar birbiriyle karşılaştırılarak her ikisinde de yeterli olan öğretmenlerin UAB'lerinin söz konusu matematiksel konunun öğretimi için uygun olduğu söylenebilir.

Araştırmada, öğretmenlerin UAB'leri hakkında bilgi edinilmesi sürecinde, öğretmenlerin konuya ilişkin alan ve pedagojik alan bilgilerinin yanı sıra matematik öğrenme ve öğretimine yönelik inançlarının da etkili olduğu görülmüştür. Örneğin, bir öğretmen simetrik çözüm yöntemine ilişkin bilgi sahibi olmasına rağmen öğretim sürecinde bu yöntemi kullanmamıştır. Bu yaklaşımın, öğretmenin denklem öğretimine yönelik işlemsel sürecin öğrenilmesinin daha önemli olduğu yönündeki inançları ile ilişkili olduğu görülmüştür. Bu sebeple, öğretmenlerin ders gözlemleri ile UAB'lerinin tespit edilmesi sürecinde ders gözlemlerinin hemen ardından kendileriyle gerçekleştirilen görüşmeler yapılmalıdır. Bu şekilde öğretmenlerin söz konusu yöntemi öğretim sürecinde kullanmama nedeninin UAB'sinin yetersiz olup olmamasıyla ilişkili olup olmadığı tespit edilebilir. Ayrıca öğretmenlerin gözlem yoluyla UAB'lerinin inceleneceği bir araştırmada, araştırmaya başlamadan önce öğretmenlerin matematik öğrenme ve öğretme sürecine ilişkin inançları tespit edilebilir.

Araştırma sonuçları göz önünde bulundurulduğunda, öğretmenlerin temel cebir kavramları (değişken, bilinmeyen, eşitlik ve denklem) hakkında sınırlı UAB'lere sahip oldukları görülmüştür. Kavramlar arasında anlamlı ilişkilendirmelerin yapılmasında bazı öğretmenler problem yaşamıştır. Bu sebeple, ilköğretim matematik öğretmenliği programında yer alan derslerde, öğretmen adaylarının temel cebir kavramlarının anlamlarını derinlemesine sorgulama yapmalarını sağlayacak fırsatlar sağlanmalıdır.

Araştırmada, temsil boyutuna ilişkin UAB'si yeterli olan öğretmenlerin denklem öğretim sürecinde görsel temsilleri kullanmaya ve denklem işlem adımları ile görsel temsilleri ilişkilendirmeye oldukça önem verdikleri ancak UAB'si yetersiz olan öğretmenlerin ise söz konusu ilişkilendirmelere ilişkin yeterli bilgileri olmaması sebebiyle

görsel temsil kullanımına derslerinde daha az yer verdikleri sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmenlerin üniversite öğrenimlerinde aldıkları ders içeriklerinin, temsiller arası ilişkilendirmeye önem verecek şekilde düzenlenmesi öğretmenlerin UAB'leri üzerine anlamlı katkılarda bulunacaktır.

ÖMB modelini geliştiren araştırmacılar modelin gelişim aşamasında iki temel soru üzerinde çalışmalarını yürütmüşlerdir. Soruların ilki, herhangi bir matematiksel konunun öğretimi esnasında öğretmenlerin sınıftaki görevleri ve uygulamaları nelerdir? diğeri ise, söz konusu uygulamalar için gerekli olan matematiksel bilgi ve beceriler nelerdir? (Ball vd., 2008) şeklindedir. Bu doğrultuda araştırmada, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusunun öğretimde öğretmenlerden uzmanlık alan bilgisinin boyutlarına ilişkin sınıf içerisinde beklenen davranışlar tespit edilmiştir (bkz Tablo 118, 119 ve 120). Öğretmenlerin söz konusu bilgi alanları hakkında yeterli UAB'lere sahip olmaları öğretimin kalitesini etkileyecektir. Dolayısıyla çalışmada belirlenen söz konusu görevler, MEB'de görev yapan öğretmenler tarafından 7. sınıf birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusunun öğretiminde sahip olmaları gereken bilgi türleri açısından yol gösterici olabilir.

Bu araştırmada ortaokul matematik öğretmenlerinin 7. sınıf birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna ilişkin uzmanlık alan bilgileri incelenmiştir. Farklı konu alanları üzerinde öğretmenlerin neyi bilmeleri gerektiği sorusundan hareketle, öğretmenlerin konuya ilişkin uzmanlık alan bilgileri ve uzmanlık alan bilgisi görev ve sorumlulukları tespit edilebilir. Ayrıca farklı çalışmalarla, farklı uzmanlık alan bilgisi boyutlarına ilişkin incelemeler yapılabilir.

KAYNAKÇA

- Adler, J. & Davis, Z. (2006). Opening another black box: Researching mathematics for teaching in mathematics teacher education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37(4), 270-296.
- Ainsworth, S. E., Bibby, P. A., & Wood, D. J. (1997). Information technology and multiple representations: New opportunities – new problems. *Journal of Information Technology for Teacher Education*, 6(1), 93-105.
- Akkan, Y., Çakıroğlu, Ü., Güven, B. (2009). İlköğretim 6. ve 7. Sınıf Öğrencilerinin Denklem Oluşturma ve Problem Kurma Yeterlilikleri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(17), 41-55.
- Akkan, Y., Öztürk, M., & Akkan, P. (2017). Pre-Service Elementary Mathematics Teachers' Generalization Processes of Patterns: Strategies and Justifications. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 8(3), 513-550.
- Altun, T., Ekiz, D., Odabaşı, M. (2011). Sınıf öğretmenlerinin karşılaştıkları okuma güçlüklerine ilişkin nitel bir araştırma. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17, 80-101.
- An, S., Kulm, G., Wu, Z. (2004). The pedagogical content knowledge of middle school, mathematics teachers in China and the U.S. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7(2), 145-172.
- Aslan-Tutak, F. & Adams, T. L. (2015). A Study of Geometry Content Knowledge of Elementary Preservice Teachers. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 7(3), 301-318.
- Aslan-Tutak, F. (2009). *A study of geometry content knowledge of elementary preservice teachers: the case of quadrilaterals*. Unpublished doctoral dissertation, University of Florida.
- Aslan-Tutak, F. ve Köklü, O. (2016). *Öğretmek için matematik bilgisi*. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat (Editörler), Matematik eğitiminde teoriler (s.701-719). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Aslan-Tutak, F., & Ertaş, F. G. (2013). Practices to enhance preservice secondary teachers' specialized content knowledge, In: B. Ubuz, Ç. Haser, & M. A. Mariotti (Eds.), *The proceeding of 8th conference of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2917-2926). Antalya, Turkey: Middle East Technical University.
- Asquith, P., Stephens, A. C., Knuth, E. J., & Alibali, M. W. (2007). Middle school mathematics teachers' knowledge of students' understanding of core algebraic

- concepts: Equal sign and variable. *Mathematical Thinking and Learning*, 9(3), 249-272.
- Attorps, I. (2003). Teachers' images of the 'equation' concept. *European Research in Mathematics Education*, 3, 1-8.
- Back, R.J., Manilla, L. & Wallin, S. (2009). Student justifications in high school mathematics. *Proceedings of the Sixth Conference of European Research in Mathematics Education*, 291-300.
- Ball, D. L. (1990a). The mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education. *The Elementary School Journal*, 90(4), 449-446.
- Ball, D. L. (1990). Prospective elementary and secondary teachers' understanding of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21 (2), 132-144.
- Ball, D. L. (2000). Bridging practices: Intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. *Journal of Teacher Education*, 51(3), 241-247.
- Ball, D.L., & Bass, H. (2000). *Interweaving content and pedagogy in teaching and learning to teach: Knowing and using mathematics*. In: J. Boaler (Ed.), *Multiple perspectives on the teaching and learning of mathematics* (pp. 83-104). Westport, CT: Ablex.
- Ball, D., Bass, H. and Hill, H. (2004). Knowing and using mathematical knowledge in teaching: Learning what matters. In *Proceedings for the 12th Annual Conference of the South African Association for Research in Mathematics, Science and Technology Education*. Durban. SAARMSTE
- Ball, D.L., Hill, H.C., & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade and how can we decide? *American Educator*, 29(1), 14-26.
- Ball, D. L., Lubienski, S. T., & Mevborn, D.S. (2001). *Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge*. In V. Richardson (Eds.). *Handbook of research on teaching* (4th ed.)(pp: 433-456). New York: Macmillan.
- Ball, D.L., Thames, M.H., Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Baş, S., Erbaş, A. K., & Çetinkaya, B. (2011). Öğretmenlerin dokuzuncu sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme yapılarıyla ilgili bilgileri. *Eğitim ve Bilim*, 36 (159), 41-55.
- Bell, A. W. (1976). A study of pupils' proof-explanations in mathematical situations. *Educational Studies in Mathematics*, 23-40.

- Black, D. J. W. (2007). *The relationship of teachers' content knowledge and pedagogical content knowledge in algebra, and changes in both types of knowledge as a professional development*. Unpublished Doctoral Dissertation. Auburn University, Auburn.
- Borko, H., Eisenhart, M., Brown, C., Underhill, R., Jones, D. & Agard, P. C. (1992). Learning to teach hard mathematics: Do novices and their instructors give up too easily? *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(3), 194–222.
- Bowers, J., & Doerr, H. M. (2001). An analysis of prospective teachers' dual roles in understanding the mathematics of change: Eliciting growth with technology. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4(2), 115-137.
- Boz. N. (2007). Öğretmen adaylarının değişkenlerin kullanımı ile ilgili bilgileri. *Sosyal Bilimler Araştırmaları Dergisi*, 1-18.
- Campbell, A. (2005). *Assessment and Evaluation in higher Education*, 30(5), 529-537
- Caswell, L. M. (2009). *The algebra content knowledge of beginning teachers in California*. Unpublished Doctoral Dissertation. Capella University, United States.
- Chazan, D. Larriva, C., & D. Sandow. (1999). What kind of mathematical knowledge supports teaching for 'conceptual understanding'? Preservice teachers and the solving of equations. *Twenty-third Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)*, Haifa, Israel.
- Clement, J., Narode, R., & Rosnick, P. (1981). Intuitive misconceptions in algebra as a source of math anxiety. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 3(4), 36-45.
- Clements, D. H. (1999). Concrete manipulatives, concrete ideas. *Contemporary Issues in Early Childhood*, 1(1), 45-60.
- Cobb, P., McClain, K., & Gravemeijer, K. P. E. (2003). Learning about statistical covariation. *Cognition and Instruction*, 21, 1-78
- Cohen, L. & Manion, L. (1994). *Research Methods in dergisi* yıl: 6, Sayı: 24, 543-559,(2000). Education (271). London: Routledge.
- Cohen, L., Manion, L., Morrison, K. (2007). *Research methods in education (6th ed.)*. New York, NY: Routledge.
- Contreras, J. M., Batanero, C., Díaz, C., & Fernandes, J. A. (2011, February). Prospective teachers' common and specialized knowledge in a probability task. *The Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Poland.
- Copur-Gençtürk, Y. (2012). *Teachers' mathematical knowledge for teaching, instructional practices, and student outcomes*. Urbana, ILL: University of Illinois.

- Copur-Gençtürk, Y. (2015). The Effects of Changes in Mathematical Knowledge on Teaching: A Longitudinal Study of Teachers' Knowledge and Instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46(3), 280–330.
- Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry & research design: Choosing among five approaches (2nd Edition)*. USA: SAGE Publications.
- Creswell, J. W. (2016). *Araştırma deseni: Nitel, nicel ve karma yöntem yaklaşımları* (Çev: Selçuk Beşir Demir). Ankara: Eğiten Kitap Yayıncılık.
- Çıkla, O.A. (2008). *İki Kare Farkı* (Slavit, D. (1998) çalışmasından derleme. <http://mategt.web.ibu.edu.tr/makaleler/IstatistikAtesi.htm>
- Çokluk, Ö, Yılmaz, K, Oğuz, E . (2011). Nitel Bir Görüşme Yöntemi: Odak Grup Görüşmesi. *Kuramsal Eğitimbilim Dergisi*, 4 (1), 95-107.
- Davey, L. (2009). The application of case study evaluations.(Çev: Tuba Gökçek). *Elementary Education Online*, 8(2), 1-3
- Davidenko, S. (1997). Building the concept of function from students' everyday activities. *The Mathematics Teacher*, 90(2), 144-149.
- Dede, Y. & Argün, Z. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 180-18.
- Denzin, N.K. & Lincoln, Y.S. (Eds) (1994). *Handbook of Qualitative Research*. Thousand Oas, CA: Sage Publications
- Eisenhart, M. ve Borko, H. (1993). *Designing Classroom Research: Themes, Issues and Struggles*. Boston, MA: Allyn and Bacon.
- English, L. D., & Warren, E. A. (1998). Introducing the variable through pattern exploration. *Mathematics Teacher*, 91(2), 166–170.
- Erbaş, A.K., Çetinkaya, B., Ersoy, Y. (2009). Öğrencilerin Basit Doğrusal Denklemlerin Çözümünde Karşılaştıkları Güçlükler ve Kavram Yanılgıları. *Eğitim ve Bilim*, 34(152), 45-59.
- Erbaş, A. K. ve Ersoy, Y. (2002). *Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Eşitliklerin Çözümündeki Başarıları ve Olası Kavram Yanılgıları*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Bildiri Özetleri Kitabı (s: 988). Ankara: ODTÜ.
- Erenkuş, M.A., & Eren Savaşkan, D. (2018). *Eşitlik ve Denklem*. Ortaokul Matematik Ders Kitabı. Ankara: Koza Yayıncılık.
- Erkuş, A. (2013). *Davranış bilimleri için bilimsel araştırma süreci* (4. Basım). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

- Ersoy, Y. ve Erbaş, K. (1998). İlköğretim Okullarında Cebir Öğretimi: Öğrenmede Güçlükler ve Öğrenci Başarıları. *Cumhuriyetin 75. Yılında İlköğretim, I. Ulusal Sempozyumu*, 27-28 Kasım. Anka.
- Even, R. (1993). Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge: Prospective secondary teachers and the function concept. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(2), 94–116.
- Even, R., & Tirosh, D. (1995). Subject-matter knowledge and knowledge about students as sources of teacher presentations of the subject-matter. *Educational studies in mathematics*, 29(1), 1-20.
- Falkner, K. P., Levi, L., & Carpenter, T. P. (1999). Children's understanding of equality: A foundation for algebra. *Teaching children mathematics*, 6(4), 232-236.
- Fennema, E., & Franke, M. (1992). *Teachers' knowledge and its impact*. In: D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics*(pp. 147-164). New York, NY, England: Macmillan Publishing.
- Fraenkel, J. R. & Wallen, N. E. (2006). *How to design and evaluate research in education*. New York, NY: The McGraw-Hill.
- Gürbüz, R., & Şahin, S. (2015). 8. sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arasındaki geçiş becerileri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(4), 1869-1888.
- Harel, G., & Sowder, L. (1998). *Students' proof schemes: Results from exploratory studies*. In A. Schoenfeld, J. Kaput & E. Dubinsky (Eds.), *Research in collegiate mathematics education III* (pp. 234–283). Providence, RI: American Mathematical Society.
- Henningsen, M., & Stein, M. K., (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, 524–549.
- Hill, H. C., & Ball, D. L. (2004). Learning mathematics for teaching: Results from California's Mathematics Professional Development Institutes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35(5), 330-351.
- Hill, H., Ball, D. L., & Schilling, S. (2008). Unpacking “pedagogical content knowledge”: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400.

- Hill, H. C., Blunk, M., Charalambous, C., Lewis, J., Phelps, G., Sleep, L., & Ball, D. L. (2008). Mathematical knowledge for teaching and the mathematical quality of instruction: An exploratory study. *Cognition and Instruction*, 26(4), 430-511.
- Hill, H. C., Rowan, B., & Ball, D.L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371-406.
- Huang, R., & Kulm, G. (2012). Prospective middle grade mathematics teachers' knowledge of algebra teaching. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31, 417- 430.
- Hunter, J. & Anthony, G. (2008). The development of students' use of justification strategies. *Proceedings of the 31. Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, 265-272.
- Işık, C., Albayrak, M. & İpek, S. (2005). Matematik Öğretiminde Kendini Gerçekleştirme, *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 13(1), 129-138.
- İdil, F.H., & Narlı, S.(2019). Ortaokul matematik öğretmenlerinin uzmanlık alan bilgilerinin matematiksel hatalar bağlamında incelenmesi. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education (IJTASE)*, 8(3), 67-84.
- Jóhannsdóttir, B. (2013). *The Mathematical Content Knowledge of Prospective Teachers in Iceland* (Doctoral dissertation, Columbia University).
- Johnson, B.&Alibali, M. W. (1999). Conceptual and procedural knowledge of mathematics: Does one lead you the other? *Journal of Educational Psychology*, 91(1), 175-189.
- Kaput, J. J. (1987). *Representation systems and mathematics*. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp. 19–26). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kar, T. (2014). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin öğretim için matematiksel bilgisinin problem kurma bağlamında incelenmesi: Kesirlerle toplama işlemi örneği*. Yayınlanmamış doktora tezi. Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Karasar N. (2005) Bilimsel Araştırma Yöntemi (15. baskı) Ankara Nobel yayıncılık.
- Kılcan, S., (2006). *İlköğretim matematik öğretmenlerinin kavramsal bilgileri: Kesirlerle bölme*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi.
- Kieran, C. (1981). Concepts associated with the equality symbol. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 317-326.
- Kieran, C. (1992). The Learning and Teaching of School Algebra. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 706-762.

- Kieran, C. (2007). *Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation*. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 707–762). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Kinach, B. M., (2002a). Understanding and learning-to-explain by representing mathematics: Epistemological dilemmas facing teacher educators in the Secondary mathematics “methods” course. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5, 153–186.
- Kirwan, J.V. (2015). *Preservice secondary mathematics teachers’ knowledge of generalization and justification on geometric numerical patterning tasks*(Unpublished doctoral dissertation), Illinois State University, USA.
- Knuth, E. J., Alibali, M. W., Hattikudur, S., McNeil, N.M., Weinberg, A., & Stephens, A.C. (2008). The importance of equal sign understanding in the middle grades. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 13(9), 514-519.
- Kutlu, Ö., Doğan, C.D., Karakaya, İ. (2009). *Öğrenci Başarısının Belirlenmesi: Performansa ve Portfolyaya Dayalı Durum Belirleme*(2. Baskı), Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Kutluca, T.&Birgin, O. (2007). Doğru denklemi konusunda geliştirilen bilgisayar destekli öğretim materyali hakkında matematik öğretmen adaylarının görüşlerinin değerlendirilmesi. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27(2), 81-97.
- Kutluk, B. (2011). İlköğretim Matematik Öğretmenlerinin Örüntü Kavramına İlişkin Öğrenci Güçlükleri Bilgilerinin İncelenmesi. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Küchemann, D. (1978). Children’s Understanding of Numerical Variables. *Mathematics in Scholl*, 7(4), 23-26
- Lai, M.Y., & Ho, S.Y. (2012). *Preservice teachers’ specialized content knowledge on multiplication of decimals*. In 12th International Congress on Mathematics Education (p. 4616-4625). Seoul, South Korea: ICME.
- Lannin, J. K. (2005). Generalization and justification: The challenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical Thinking and Learning*, 73(7), 231-258.
- Leinhardt, G., & Smith, D. A. (1985). Expertise in mathematics instruction: Subject matter knowledge. *Journal of Educational Psychology*, 77(3), 247-271.
- Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). *Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving*. In C. Janvier (Ed.),

- Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics (pp. 33–40). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lesser, L. M. & Tchoshanov, M. A. (2005). The effect of representation and representational sequence on students' understanding. *Proceedings of the 27. Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 1-7.
- Levenson, E. (2010). Fifth-grade students' use and preferences for mathematically and practically based explanations. *Educational Studies in Mathematics*, 73(2), 121- 142.
- Li, X. (2007). *An investigation of secondary school algebra teachers' mathematical knowledge for teaching algebraic equation solving*. Unpublished Doctoral Dissertation. The University of Texas, Austin, United States.
- Li, X. (2011). Mathematical knowledge for teaching algebraic routines: A case study of solving quadratic equations. *Journal of Mathematics Education*, 4(2), 1-16.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Magnusson, S., Krajcik, J. & Borko, H. (1999). Nature, sources and development of pedagogical content knowledge for science teaching. In J. Gess-Newsome and N.G. Lederman (Eds.), *Examining pedagogical content knowledge*. (95–132). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Marrades, R., & Gutierrez, A. (2000). Proofs produced by secondary school students learning geometry in a dynamic computer environment. *Educational Studies in Mathematics* 44(1/2), 87-125.
- Matthews, M., Rech, J., & Grandgenett, N. (2010). The impact of content courses on pre-service elementary teachers' mathematical content knowledge. *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers, The Journal*, 1, 1-11
- Maxwell, J. A. (1996). *Qualitative Research Design: An Interactive Approach*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- McCrory, R., Floden, R., Ferrini-Mundy, J., Reckase, M. D., & Senk, L. (2012). Knowledge of algebra for teaching: A framework of knowledge and practices. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(5), 584-615.
- McDiarmid, G. W., Ball, D. L., & Anderson, C. (1989). *Why Staying One Chapter Ahead Doesn't Really Work: Subject-Specific Pedagogy*. In M. C. Reynolds (Ed.), *Knowledge Base for the Beginning Teacher* (pp. 193-205). Elmsford, NY: Pergamon Press.

- Merriam, S. B. (2013). *Nitel araştırma: Desen ve uygulama için bir rehber* (Çev: Selahattin Turan). Ankara: Nobel Yayıncılık.
- Miles, M.B. & Huberman, A.M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. Thousand Oaks, California: Sage.
- Milli Eğitim Bakanlığı (2018). *Ortaokul Matematik (5, 6, 7, 8. Sınıflar) Dersi Öğretim Programı*, Ankara. <http://mufredat.meb.gov.tr> (Erişim tarihi 9 Eylül 2019)
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) (2009). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı*. <http://ttkb.meb.gov.tr/program2.aspx> sayfasından erişilmiştir.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. <http://ttkb.meb.gov.tr/program2.aspx> sayfasından erişilmiştir.
- Mitchell, R., Charalambous, C. Y., & Hill, H. C. (2014). Examining the task and knowledge demands needed to teach with representations. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 17(1), 37-60.
- Moseley, B. ve Brenner, M. E. (1997). Using multiple representations for conceptual change in pre-algebra: A comparison of variable usage with graphic and text based problems. (ERIC Document Reproduction Service: ED413184).
- Nathan, M. J. (2003). *Confronting teachers' beliefs about algebra development: Investigating an approach for professional development* (Technical Report No. 03-04). Boulder, CO: University of Colorado, Institute of Cognitive Science.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Oktaç, A. (2010). Birinci Dereceden Tek Bilinmeyenli Denklemler ile İlgili Kavram Yanılgıları. *Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri*. E. Bingölbalı ve M. F. Özmentar (Editörler) . (İkinci Baskı), s. 241-262. Ankara: Pegem Akademi Yayınevi.
- Öner, D. (2010). Öğretmenin bilgisi özel bir bilgi midir? Öğretmek için gereken bilgiye kuramsal bir bakış. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 27 (2), 23-32.
- Özdemir, M. (2010). Nitel veri analizi: Sosyal bilimlerde yöntem-bilim sorunsalı üzerine bir çalışma. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 11(1), 323-343.
- Özden, Y. (2011). *Öğrenme ve öğretme* (10. Baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Patton, M. Q. (1990). *Qualitative evaluation and research methods*. SAGE Publications.
- Philipp, R. (1992). The many uses of algebraic variable. *The Mathematics Teacher*, 85 (7), 557-561.

- Pino-Fan, L. R., Godino, J. D., Font, V., & Castro, W. F. (2013). *Prospective teacher's specialized content knowledge on derivative*. Paper presented at The Eight Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Turkey.
- Richland, L. E., Stigler, J. W., & Holyoak, K. J. (2012). Teaching the Conceptual Structure of Mathematics. *Educational Psychologist*, 47(3), 189–203.
- Schneider, G. (1995). Validity and limitation of the Newell-Whitehead equation. *Mathematische Nachrichten*, 176(1), 249-263.
- Seçir, S., (2017). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Kesirlerle Çarpma ve Bölme İşlemlerine İlişkin Özelleştirilmiş Alan Bilgilerinin Gelişiminin İncelenmesi. Doktora Tezi. Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Sert Çelik, H. & Masal, E. (2018). 7. Sınıf Öğrencilerinin Denklem ve Eşitlik Konusundaki Öğrenmelerine Öğrenci Bileşeni Açısından Bir Bakış. *Sakarya University Journal of Education*, 8 (2), 168-186.
- Sert, Ö. (2007). Eighth grade students' skills in translating among different representations of algebraic concepts. Yüksek Lisans Tezi. Middle East Technical University, Ankara.
- Seviş, Ş., (2008). The Effects of a Mathematics Teaching Methods Course On Pre-Service Elementary Mathematics Teachers' Content Knowledge for Teaching Mathematics, Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Sezer, S. (2006). Öğrencinin Akademik Başarısının Belirlenmesinde Tamamlayıcı Değerlendirme Aracı Olarak Rubrik kullanımı Üzerinde Bir Araştırma. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(18), 61-69
- Sharma M. C. (1987). "Math notebook (From theory to practice). Information for teachers and parents of children with learning problems in mathematics". Vol. 5&6 (Parts 2&3) *ERIC Document Reproduction Service*. No. ED 342 600
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-23.
- Shulman, L.S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Soylu, Y. (2006). Öğrencilerin değişken kavramına vermiş oldukları anlamlar ve yapılan hatalar, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 211-219.

- Stephens, A. C. (2004). *Preservice elementary teachers conceptions of algebra and algebraic equivalence*. Unpublished Doctoral Dissertation. University of Wisconsin, Madison.
- Stephens, A. C. (2006.) Equivalence and relational thinking: Preservice elementary teachers' awareness of opportunities and misconceptions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(3), 249-278.
- Stephens, A. C., Knuth, E. J., Blanton, M. L., Isler, I., Gardiner, A. M. ve Marum, T. (2013). Equation structure and the meaning of the equal sign: The impact of task selection in eliciting elementary students' understandings. *Journal of Mathematical Behavior*, 32, 173-182.
- Tekin-Sitrava, R. & Işıksal-Bostan, M. (2013). *In-Service Mathematics Teacher's Mathematical Knowledge For Teaching: A Case Of Volume Of Prism*. Paper presented at 8th Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8), Antalya, Turkey.
- Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conceptions: The case of division of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 5-25.
- Toluk Uçar, Z. (2009). Developing pre-service teachers' understanding of fractions through problem solving. *Teaching and Teacher Education*, 25(1), 166-175.
- Toluk Uçar, Z. (2011). Öğretmen adaylarının pedagojik içerik bilgisi: Öğretimsel açıklamalar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 2(2), 87-102.
- Türnüklü, A. (2000). Eğitimbilim Araştırmalarında Etkin Olarak Kullanılabilecek Nitel Bir Araştırma Tekniği: Görüşme. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi*, 6(4), 543-559.
- Türnüklü, B. E. (2005). Matematik Öğretmen Adaylarının Pedagojik Alan Bilgileri ile Matematiksel Alan Bilgileri Arasındaki İlişki. *Eurasian Journal of Educational Research*, 21, 234- 247.
- Uçar, Z. T. (2011). Öğretmen adaylarının pedagojik içerik bilgisi: öğretimsel açıklamalar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 2(2), 87-102.
- Van De Walle, J.V., Karp, K.S. & Bay-Williams, J.M. (2012). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim* (Çev: S. Durmuş). Ankara: Nobel.
- Wagner, J. F., Speer, N. M. and Rossa, B. (2007). Beyond mathematical content knowledge: A mathematician's knowledge needed for teaching an inquiry-oriented differential equations course. *The Journal of Mathematical Behavior*, 26(3), 247-266.

- Wagner, S. (1983). What are these things called variables. *Mathematics Teacher*, 76(7), 474–479.
- Welder, R. M. & Simonsen, L. M. (2011). Elementary teachers' mathematical knowledge for teaching prerequisite algebra concepts. *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers (IUMPST): The Journal*, 1, 1-16
- Yenilmez, K., & Avcu, T. (2009). Altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki başarı düzeyleri. *Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(2), 37-45.
- Yıldırım, A. (1999). Nitel araştırma yöntemlerinin temel özellikleri ve eğitim araştırmalarındaki yeri ve önemi. *Eğitim ve Bilim*, 23, 7-12.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2005). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. (2. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2006). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, A & Şimşek, H. (2008). *Nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri (9.Baskı)*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldız, P. (2016). *Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Cebir Öğretimine İlişkin Bilgileri: Çoklu Durum Çalışması*. (Doktora Tezi). Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

EKLER

EK 1.

ÖĞRENCİNİN AKADEMİK ÖZGEÇMİŞİ

Kişisel Bilgiler			
Adı ve Soyadı	Feriha Hande İDİL		
E-postası/Web Sayfası	deuhande@gmail.com		
Bildiği Yabancı Diller	İngilizce		
Uzmanlık Alanı	Matematik Eğitimi		
Öğrenim Bilgileri			
	Üniversite	Bölüm/ ABD	Yıl
Lisans	Dokuz Eylül Üniversitesi	İlköğretim Matematik Öğretmenliği	2012
Yüksek Lisans	Dokuz Eylül Üniversitesi	İlköğretim Matematik Eğitimi	2015
YL Tez Başlığı	Ortaokul Matematik Öğretmen Adaylarının Cebir Öğrenme Alanına İlişkin Alan ve Pedagojik Alan Bilgilerinin İncelenmesi		
YL Tez Danışmanı	Prof. Dr. Serkan NARLI		
Akademik Eserler			
(Makale, kitap, kitap bölümü, bildiri, poster, sergi, konser vb. eserlerden kaynakça yazım kurallarına göre en fazla 10 eser yazılmalıdır.) Tezden üretilen yayınlar * ile işaretlenmelidir.			
1. İdil, F. H., Narli, S., & Aksoy, E. (2015). Using Data Mining Techniques Examination of the Middle School Students' Attitude towards Mathematics in the Context of Some Variables.			
2. İDİL, F. H., & NARLI, S. (2019). Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Uzmanlık Alan Bilgilerinin Matematiksel Hatalar Bağlamında İncelenmesi.* <i>International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education (IJTASE)</i> , 8(3), 67-84.			
Alanıyla İlgili Bilimsel Kuruluşlara Üyelikler			
Alanıyla İlgili Aldığı Ödüller			

EK 2.

Öğretim İçin Denklem Bilgi Testi (ÖDBT)

1. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözme üzerine bir ders esnasında Burcu Öğretmen, öğrencilerinden $34+5n = 9+6n$ denklemini çözmelerini ister. Öğrencilerin yazdıklarına bakarken Elif ve Eylül isimli iki öğrencinin denklemin çözümü üzerine tartıştıklarını fark eder. Yanlarına gidince Elif kendisine dönerek, “Öğretmenim, ikimizin de cevapları aynı ama Eylül farklı çözmüş. Benim yaptığım gibi olmayacak mı?” diye sorar.

Elif’in Çözümü Eylül’ün Çözümü

$$\begin{array}{rcl}
 34+5n=9+6n & & 35+5n=9+6n \\
 25+5n=6n & & 34+5n \\
 25=n & & \underline{- 9+6n} \\
 & & 25-n=0 \\
 & & n=25
 \end{array}$$

Elif’in savunduğu duruma göre, Eylül’ün denklem çözme stratejisinin her zaman kullanılabilir bir strateji olup olmadığını belirtiniz. (Uygun seçeneği işaretleyiniz ve gerekçenizi yazınız.)

<u>Eylül’ün Stratejisi</u>		
A. Doğrudur ()	B. Yanlıştır ()	C. Emin Değilim ()
GEREKÇENİZ:	GEREKÇENİZ:	GEREKÇENİZ:

2. Ayşe Öğretmen öğrencilerinden ders kitabında bulunan 2 adet problemin her biri için karşısına uygun denklemi yazmalarını ister. Bir süre bekledikten sonra, Ömer isimli öğrencisi “İki soru birbirine benziyor ama denklemleri bence farklı” demiştir.

Problem 1: Oya, Okan ve Aslı’nın toplam 198 tane misketi vardır. Oya, Okan’ın misketlerinin 6 katı miskete sahipken, Aslı’da Okan’ın 2 katı miskete sahiptir. Her birinin kaç tane misketi olduğunu hesaplayınız.

Problem 2: Mert, Elif ve Sema’nın toplam 198 kuruşları vardır. Mert’in parası, Elif’in parasının 6 katı ve Sema’nın parasının 3 katı kadardır. Her birinin ne kadar parası olduğunu bulunuz.

Ömer’in açıklamasına ilişkin uygun seçeneği işaretleyiniz ve yapmış olduğu açıklamanın nedenine ilişkin gerekçenizi yazınız.

<u>Ömer’in Açıklaması</u>		
A. Doğrudur ()	B. Yanlıştır ()	C. Emin Değilim ()
GEREKÇENİZ:	GEREKÇENİZ:	GEREKÇENİZ:

3. Doğa Öğretmen, tahtaya $-5x + 8 = 13x - 10$ denklemini yazmış ve öğrencilerinden bilinmeyeni bulmalarını istemiştir. Öğrencilerinin yazdıklarına bakarken çeşitli stratejilerden yararlandıklarını fark etti. Aşağıdaki öğrenci çözümlerinin her biri için uygun seçeneği belirleyiniz ve gerekçenizi yazınız.

		Doğruysa Gerekçeniz	Yanlışsa Gerekçeniz	Emin Değilseniz muallâkta kaldığınız durumu belirtiniz.
Melih'in Çözümü	$ \begin{aligned} -5x + 8 - 13x + 10 &= 13x - 10 - 13x + 10 \\ -5x - 13x + 8 + 10 &= 0 \\ -18x + 18 - 18 &= 0 - 18 \\ \frac{-18x}{-18} &= \frac{-18}{-18} \cdot \frac{x}{-18} \\ x &= 1 \end{aligned} $			
Ezgi'nin Çözümü	$ \begin{aligned} -5x + 8 &= 13x - 10 \\ -5x + 8 &= 3x \\ +x &+ 5x \\ \frac{8}{8} &= \frac{8x}{8} \\ 1 &= x \end{aligned} $			
Ege'nin Çözümü	$ \begin{aligned} -5x + 8 &= 13x - 10 \\ -13x + 8 &- 13x - 8 \\ -18x &= -18 \\ \frac{-18x}{-18} &= \frac{-18}{-18} \\ x &= 1 \end{aligned} $			

4. Mehmet Öğretmen, öğrencilerinden $2x+3= 765$ denklemiyle ifade edilebilecek birer problem yazmalarını ister. Öğrencilerin yazdıkları problemlerin her biri için uygun seçeneği belirleyiniz ve gerekçenizi yazınız.

		Doğruysa Gerekçeniz	Yanlışsa Gerekçeniz	Emin Değilseniz muallâkta kaldığınız durumu belirtiniz.
<u>Problem 1</u>	Hakan sattığı her bir dergi için 2 lira kazanmaktadır. Ayrıca her satıştan 3 lira da bahşiş almaktadır. Hakan satışlardan 765 lira kazandığına göre, kaç dergi sattığını bulunuz.			
<u>Problem 2</u>	Ayşe'nin başlangıçta 3 tane doğum günü kartı vardır. Her hafta 2 kart daha ekleyerek koleksiyonunu zenginleştirmektedir. Ayşe'nin X haftanın sonunda 765 kartı olacağına göre X kaçtır?			
<u>Problem 3</u>	Samet, denklem çözmeyi öğrendiği ilk gün 3 tane problem çözmüştür. Her gün 2 tane problem daha çözmektedir. Samet X günün sonunda 765 problem çözmüş olacağına göre X kaçtır?			

5. Reyhan Öğretmen, tahtaya yazdığı $107=4x-13$ denkleminin çözümünü aşağıdaki gibi yapmıştır.

$$107+13=4x$$

$$120=4x$$

$$30=x$$

Çözümü tamamlamasının ardından Ayaz isimli öğrenci parmak kaldırır ve “ Öğretmenim, ben -13’ü neden karşıya geçirdiğimizi anlamadım. -13 diğer tarafa geçirilince eşitlik bozulmuyor mu? şeklinde soru sorar.

Ayaz’ın böyle bir soru sormasının sebebi sizce ne olabilir? Sizce Reyhan Öğretmen, öğrencisi Ayaz’a eşitliğin bozulup bozulmadığını nasıl açıklamalıdır?

Açıklamanız:

6. Aysen Öğretmen tahtaya aşağıdaki soruyu yazar.

Bir sınıftaki kızların sayısı, erkeklerin sayısının 3 katıdır. Sınıftaki kızların sayısı “K” ve erkeklerin sayısı “E” ile temsil edildiğine göre, sınıftaki kız öğrenci sayısı ile erkek öğrenci sayısının ilişkisini gösteren denklemi yazınız.

Aysen Öğretmen bir süre bekledikten sonra öğrencisi Mert’in açıklama yapmasına izin verir.

Mert: Cevap $E=3K$ öğretmenim. Çünkü kızlar 3 kat ise K harfinin başına 3 getirilir. Erkekler zaten 1 kat olduğu için sadece E yazılır.

Mert’in cevabı hakkında ne düşünüyorsunuz? Sizce, Aysen Öğretmen, Mert’e nasıl bir açıklama yapmalıdır?

Açıklamanız:

7. Yusuf Öğretmen'in öğrencileri aşağıdaki denklemi çözmeye çalışıyorlardı.

$$4.(x-3)=2.(x-3)$$

Kağan, her iki tarafı 2'ye bölerek şunu elde etmeyi önerdi:

$$2.(x-3)=x-3$$

Sonra her iki tarafı $x-3$ 'e bölmeyi önerdi ama Seda cevap olarak “Her iki tarafı $x-3$ 'e bölemezsin” dedi. Buna cevap olarak Ali sordu: “Eğer her iki tarafı 2'ye bölebiliyorsan neden $x-3$ 'e böleliyorsun?”

Sizce Yusuf Öğretmen, Kağan'ın savunduğu duruma ilişkin nasıl bir açıklama yapmalıdır?

Açıklamanız:

9. Selim; öğretmeni Ömer Bey'e çalışma kitabındaki soruyu göstererek yardımcı olmasını istemiştir.

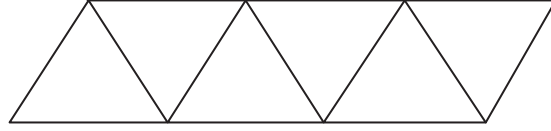
SORU: $3X+1=5X+9$ denklemini eşit kollu bir terazi çizerek görselleştirmek ve bir çözüme ulaşmak mümkün müdür? Eğer cevabınız “evet” ise çizerek gösteriniz. Hayır, ise neden mümkün olmadığını açıklayınız.

Sizce, Ömer Bey Selim'in sorusu için nasıl bir çözümde bulunmalıdır? Açıklayınız.

Açıklamanız:



10. Nazlı, elindeki kibrit çöpleriyle geometrik şekiller oluşturmaktadır. 6 üçgenden oluşan aşağıdaki şeklin çevresinin “Her üçgen için 3 tane kibrit çöpü kullanıyorum. Son üçgen hariç, her üçgenin sağ kenarını iki kez sayıyorum. O yüzden bunları çıkarmalıyım.” şeklinde hesaplanabileceğini ifade ediyor.



“n” kullanılan toplam kibrit çöpü sayısını temsil etmek üzere “t” üçgen için Nazlı’nın açıklamasını en iyi temsil eden cebirsel gösterim ne olabilir? Açıklayınız.

Açıklamanız:

11. Hakan Öğretmen, öğrencilerinin problem kurma becerilerini geliştirmek istemektedir. Bu amaçla, aşağıda verilen duruma uygun olarak öğrencilerinden problemler yazmalarını istemiştir.

Bir uçak firması; A, B, C ve D şehirleri arasındaki uçuşların bilet fiyatlarını aşağıdaki gibi A ile B şehirleri arasındaki uçuşun bilet fiyatına göre belirlemektedir.

				A
			B	x
		C	x+10	x-10
D	x+30	x+20	x+25	

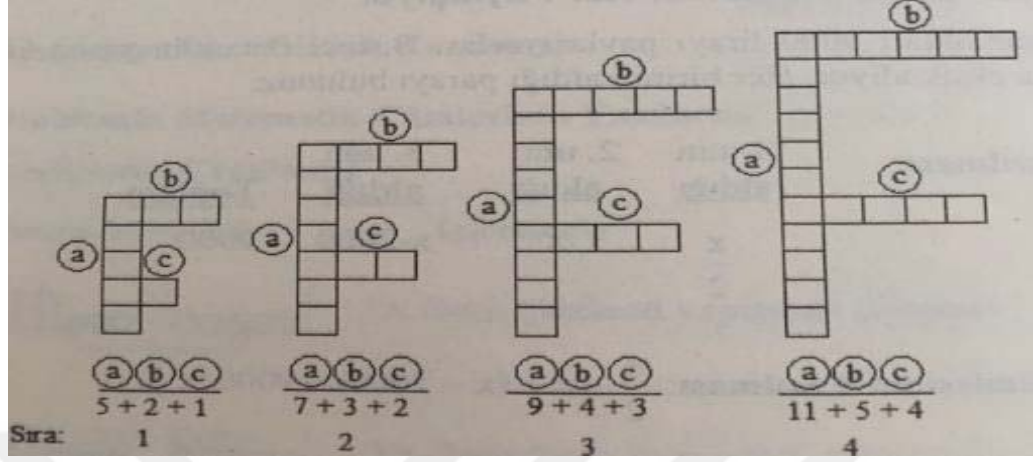
Yukarıdaki bilgileri kullanarak 2 problem kurunuz ve çözümünü yapınız.

Hakan Öğretmen'in öğrencilerinin kurabileceği problemler neler olabilir? Örnek problemlerinizi aşağıdaki boş bırakılan bölümlere yazınız.

PROBLEM 1:

PROBLEM 2:

12. Handan Öğretmen, matematik bilgi yarışması için test kitabından soru seçmektedir. Soru seçimi sırasında aşağıdaki problemle karşılaşmıştır.



Şekildeki F harfleri kendilerini oluşturan karelerin sayılarına göre büyümektedir. Kaçırıncı sıradaki “F” harfinde 204 kare vardır?

Handan Öğretmen, problemin çözümünde kararsız kalmış ve meslektaşısı Aysel Öğretmen’den yardım istemiştir. Sizce Aysel Öğretmen problemi nasıl çözmelidir? Açıklayınız.

Çözümünüz:

EK 3.

Derslere İlişkin Görüşme Formu

EK-3

DERSLERE YÖNELİK GENEL GÖRÜŞME FORMU

Merhaba, bugün gerçekleştireceğimiz görüşmede, 7.sınıf denklem kavramına ilişkin işlediğiniz ders üzerine size bazı sorular yönelteceğim. Bu görüşmede amacım, ders süreciniz ile ilgili genel düşüncelerinizi öğrenmektir. Bu görüşmeyle birlikte işlediğiniz derse ilişkin daha detaylı bilgilere ulaşacağımı düşünüyorum.

Görüşme sürecinde söylediklerinizi kaydedeceğim. Kayıtların tümü gizlidir. Araştırma sonuçlarını yazarken, görüştüğüm bireylerin isimlerini kesinlikle rapora yansıtmayacağım.

Katılımınız için şimdiden teşekkür ederim.

- 1-) Ders işleme sürecinizde izlenmek size nasıl hissettirdi?
- 2-) İzleniyor olmanız, öğretim sürecinizde herhangi bir değişiklik yapmanıza neden oldu mu? Eğer olduysa açıkla mısınız?
- 3-) Dersinizden önce yapmayı planladıklarınızla öğretim sürecinde gerçekleşen durumları karşılaştırır mısınız?
- 4-) Sizi özellikle memnun eden durumlar oldu mu? Niçin?
- 5-) Sizi hayal kırıklığına uğratan herhangi bir olay yaşandı mı? Niçin?
- 6-) Kendi öğretim sürecinizi (videonuzu) izlerken nasıl hissettiniz?
- 7-) Anlattığınız konu öğrencilerinizin ilgisini çekebildi mi? Siz bu konuda neler yaptınız?
- 8-) Öğretim sürecinizde kullandığınız örnekler ve açıklamalar için nerelerden yararlandınız?
- 9-) Kullandığınız etkinliği seçme sebebiniz neydi?
- 10-) Kullandığınız etkinliğin avantajları ve dezavantajları var mıydı? Açıkla mısınız?
- 11-)Matematik dersinizi planlarken ders programından yararlandınız mı? Eğer yararlandıysanız, nasıl yararlandığınızı açıkla mısınız?
- 12-)Öğrencilerinizin bireysel farklılıklarından, günlük yaşam deneyimlerinden öğretim sürecinizde yararlandınız mı? Açıkla mısınız?



EK 4.

Ders Gözlem Formu

EK-4

Ders Gözlem Formu

Öğretmen :
 Gözlemci :
 Konu :

Okulu :
 Sınıfı :
 Öğrenci Sayısı :
 Tarih :

Bu değerlendirme formundaki maddelerin karşısında bulunan kısaltmaların anlamı:

(E) = Eksikliği var (K) = Kabul edilebilir (İ) = İyi yetişmiş Uygun olan seçeneği (+) ile işaretleyiniz.

			E	K	İ	AÇIKLAMA VE YORUMLAR
1.	UZMANLIK ALAN BİLGİSİ					
	1.1	Öğrencilerden gelen "neden" sorularına cevap verme				
	1.2	Matematiksel açıklamalar yapma ve değerlendirme				
	1.3	Matematiksel fikirleri sunma				
	1.4	Öğrencilerin iddia/varsayım/çözüm önerilerinin akla yatkınlığını seri bir şekilde değerlendirme				
	1.5	Belirli amaçları için temsiller seçme				
	1.6	Temsillerle, altında yatan fikirleri ve diğer temsilleri ilişkilendirme				

EK 5.

Resmi İzin Belgeleri



T.C.
İZMİR VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 12018877-604.01.02-E.24112999
Konu :Feriha Hande İDİL'in
Araştırma İzni

14.12.2018

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİNE
(Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü)

İlgi : a) MEB Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 22/08/2017 tarihli ve 12607291 sayılı yazısı (Genelge 2017/25)
b)27/11/2018 tarihli 2672 sayılı yazınız.
c) 13/12/2018 tarihli ve 24068770 sayılı Valilik Onayı.

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı Matematik Öğretmenliği doktora programı öğrencisi Feriha Hande İDİL'in "Matematik Öğretmenlerinin Denklem Kavramına İlişkin Öğretme Bilgilerinin İncelenmesi" konulu tez çalışması için kullanacağı ölçekleri, Müdürlüğümüz Karabağlar Bozyaka Mevlana İmam Hatip Ortaokulu 'nda uygulama isteği ilgi (c) Valilik Onayı ile uygun görülmüştür.

Araştırmacı tarafından yapılan araştırmanın tamamlanmasından itibaren en geç iki hafta içinde Araştırmanın Teslimine İlişkin Taahhütname Tutanağı doldurulup, araştırmanın CD'ye aktarılması sağlanarak Müdürlüğümüze gönderilmesi gerekmektedir.

Bilgilerinize ve gereğini arz ederim.

İlker ERARSLAN
Müdür a.
Müdür Yardımcısı

(Signature)
Elektronik imzalanmıştır.
14 Aralık 2018

Ek:

- 1- Valilik Onayı (1 sayfa)
- 2- Araştırma Değerlendirme Formu
- 3- Anket Formları (7 sayfa)
- 4- Taahhüt Formu (1 sayfa)



T.C.
İZMİR VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 12018877-604.01.02-E.24068770
Konu :Feriha Hande İDİL'in
Araştırma İzni

13/12/2018

VALİLİK MAKAMINA

İlgi : a) MEB Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 22/08/2017 tarihli ve 355862610.06-E.12607291 sayılı yazısı (Genelge 2017/25)
b)Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğünün 27/11/2018 tarihli 2672 sayılı yazısı.

Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı Matematik Öğretmenliği doktora programı öğrencisi Feriha Hande İDİL'in "Matematik Öğretmenlerinin Denklem Kavramına İlişkin Öğretme Bilgilerinin İncelenmesi" konulu tez çalışması için kullanacağı ölçekleri, Müdürlüğümüz Karabağlar Bozyaka Mevlana İmam Hatip Ortaokulu'nda uygulama isteği ilgi (b) yazı ile belirtilmektedir.

Söz konusu ölçeklerin uygulanmasının, yukarıda adı geçen okulda 2018-2019 Eğitim öğretim yılında eğitim öğretimi aksatmayacak ve eğitim kurumu yöneticilerinin uygun gördüğü şekilde yapılması Müdürlüğümüzce uygun görülmüştür.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınıza arz ederim.

Ömer YAHŞİ
Milli Eğitim Müdürü

Ek :
1-Araştırma Değerlendirme Formu
2-Anket Formları (7 sayfa)

OLUR
13/12/2018
Ahmet Ali BARIŞ
Vali a.
Vali Yardımcısı

Fevzi Paşa Mh. 452 Sk.No:15 Strateji Geliştirme Hizmetleri 1 Bölümü Konak/İZMİR Ayrıntılı bilgi için: N.GÜR
Elektronik Ağ: izmir.meb.gov.tr Tel: (0232) 2803631
e-posta: strateji35_1@meb.gov.tr

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 9b1d-3619-3770-9f0c-4af6 kodu ile teyit edilebilir.

T.C.
İZMİR VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

ARAŞTIRMA DEĞERLENDİRME FORMU

ARAŞTIRMA SAHİBİNİN	
Adı Soyadı	Feriha HANDEİDİL
Kurumu / Üniversitesi	Dokuz Eylül Üniversitesi
Araştırma yapılacak iller	İzmir
Araştırma yapılacak eğitim kurumu ve kademesi	Bozyaka Mevlana İmam Hatip Ortaokulu
Araştırmanın konusu	Matematik Öğretmenlerinin Denklem Kavramına İlişkin Öğretme Bilgilerinin İncelenmesi
Üniversite / Kurum onayı	---
Araştırma/proje/ödev/tez önerisi	Matematik Öğretmenlerinin Denklem Kavramına İlişkin Öğretme Bilgilerinin İncelenmesi (Doktora Tezi)
Veri toplama araçları	Ön Görüşme Formu,Uzmanlık Alan Bilgisi Görüşme Formu,Derslere Yönelik Genel Görüşme Formu, Ders Gözlem Formu,Bilgilendirilmiş Onam Formu
Görüş istenilecek Birim/Birimler	-----
KOMİSYON GÖRÜŞÜ	
İlgi: Milli Eğitim Bakanlığı'nın 22/08/2017 tarihli ve 3558626-10.06-e.12607291 sayılı Araştırma, yarışma ve Sosyal Etkinlik İzinleri Konulu, 2017/25 Sayılı Genelgesi. Genelge gereğince; araştırma başvurusu olması gereken nitelikler açısından incelenmiş olup, araştırmanın 2018-2019 öğretim yılında eğitim öğretimi aksatmayacak ve eğitim kurumları yöneticilerinin uygun gördüğü şekli ile yapılmasına oybirliği ile karar verilmiştir.	
Komisyon Kararı	Oybirliği ile alınmıştır.
Muhalef üyenin Adı ve Soyadı: ----	Gerekçesi; -----

KOMİSYON

11.11.2018

(Başkan)
Selim ŞENTÜRK
BÖĞRAMACI
Şube Müdürü

Üye
Nurdan MARAL
Öğretmen

Üye
Sefahattin ANIK
Öğretmen

Üye
Özlem GÖRÜR
Öğretmen

Üye
Aslı DEMİREL
Öğretmen

