



**MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN ÖĞRETİM
İÇİN MATEMATİK BİLGİSİ: KÜMELERDE
TEMEL KAVRAMLARIN ANALİZİ**

Nurullah YAZICI

Doktora Tezi

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı

Yrd. Doç. Dr. Mustafa ALBAYRAK

2017

(Her Hakkı Saklıdır)

T.C.
ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

**MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN ÖĞRETİM İÇİN MATEMATİK
BİLGİSİ: KÜMELERDE TEMEL KAVRAMLARIN ANALİZİ**

(Mathematical Knowledge for Teaching of the Math Teachers: Analysis of the
Basic Concepts in the Sets)

DOKTORA TEZİ

Nurullah YAZICI

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Mustafa ALBAYRAK

**ERZURUM
Ekim, 2017**

KABUL VE ONAY TUTANAĞI

Yrd. Doç. Dr. Mustafa ALBAYRAK danışmanlığında, Nurullah YAZICI tarafından hazırlanan “Matematik Öğretmenlerinin Öğretim İçin Matematik Bilgisi: Kümelerde Temel Kavramların Analizi” başlıklı çalışma 27/10/2017 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda başarılı bulunarak jürimiz tarafından Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalında doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof. Dr. Yılmaz ALTUN

İmza:

Danışman : Yrd. Doç. Dr. Mustafa ALBAYRAK

İmza:

Jüri Üyesi : Prof. Dr. Alper Cihan KONYALIOĞLU

İmza:

Jüri Üyesi : Doç. Dr. Yaşar AKKAN

İmza:

Jüri Üyesi : Yrd. Doç. Dr. Ömer ARPACIK

İmza:

Yukarıdaki imzaların adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

30 Ekim 2017
.../.../2017



Prof. Dr. Mustafa SÖZBİLİR

Enstitü Müdürü

TEZ ETİK VE BİLDİRİM SAYFASI

Doktora Tezi olarak sunduğum “Matematik Öğretmenlerinin Öğretim İçin Matematik Bilgisi: Kümelerde Temel Kavramların Analizi” başlıklı çalışmanın, tarafımdan, bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın yazıldığını ve yararlandığım eserlerin kaynakçada gösterilenlerden olduğunu, bunlara atıf yapılarak yararlanılmış olduğunu belirtir ve onurumla doğrularım.

Lisansüstü Eğitim-Öğretim yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca gereğinin yapılmasını arz ederim.

27/10/2017



Nurullah YAZICI

ÖZET

DOKTORA TEZİ

MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN ÖĞRETİM İÇİN MATEMATİK BİLGİSİ: KÜMELERDE TEMEL KAVRAMLARIN ANALİZİ

Nurullah YAZICI

2017, 287 sayfa

Bu araştırmada matematik öğretmenlerinin Kümelerde Temel Kavramlar konusuna ilişkin öğretim için matematik bilgileri ÖMB modelinin dört alt bileşeni bağlamında incelenmiştir. Araştırma nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması ile gerçekleştirilmiştir.

Araştırmanın çalışma grubunu 18 matematik öğretmeni ve 210 öğrenci oluşturmaktadır. Veri toplama araçları olarak Öğretim için Küme Bilgisi Testi, Öğrenci Başarı Testi, Ders Gözlem Formu, öğrenci ders notları ile ses ve video kayıtları kullanılmıştır. Araştırmada 18 matematik öğretmenine, Öğretim için Küme Bilgisi Testi uygulanmıştır. 18 öğretmen arasından amaçlı örnekleme yöntemine göre belirlenen üç öğretmenin ders içi öğretim süreçleri takip edilerek video ve ses kaydı alınmıştır. Ders içi öğretim sürecinde Ders Gözlem Formu kullanılmıştır. Ders içi öğretim süreçleri takip edilen üç öğretmenin sınıflarındaki toplam 210 öğrenciye de Öğrenci Başarı Testi uygulanmış ve video kaydı yapılan sınıflardan altı öğrenci belirlenerek ders notları alınmıştır.

Elde edilen nitel verilerin analizinde betimsel analiz, içerik analizi ve sürekli karşılaştırma teknikleri birlikte kullanılmıştır. Nicel verilerin analizinde yüzde frekans teknikleri kullanılmıştır.

Araştırma bulguları öğretmenlerin “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin ÖMB modelinin düzeylerine göre konu alan bilgileri ve pedagojik alan bilgilerinde eksikliklerin olduğunu göstermektedir. Bu eksiklikler ÖMB modelinin “Uzmanlık Alan Bilgisi” ile “Alan ve Öğretme Bilgisi” bileşenlerinde yoğunlaşmıştır. Öğretmenlerin öğretim için matematiksel bilgilerindeki bu eksikliklerin öğrenci başarısına da olumsuz olarak yansıdığı bulunmuştur. Öğretmenlerin konu alan bilgileri ve pedagojik alan bilgileri

zenginleştirilerek matematikteki kavramlara farklı bakış açısıyla yaklaşabilmeleri, farklı gösterimler kullanabilmeleri ve de farklı temsillerle kavramları açıklayabilmeleri sağlanmalıdır.

Anahtar Kelimeler: Öğretim için matematik bilgisi, konu alan bilgisi, pedagojik alan bilgisi, kümelerde temel kavramlar.



ABSTRACT
DOCTORAL DISSERTATION
MATHEMATICAL KNOWLEDGE FOR TEACHING OF THE MATH
TEACHERS: ANALYSIS OF THE BASIC CONCEPTS IN THE SETS

Nurullah YAZICI

2017, 287 pages

In this study, mathematics teachers' mathematical knowledge for teaching basic concepts in sets was examined in the context of four subcomponents of the Mathematical Knowledge for Teaching (MKT) model. The research was carried out with case study from qualitative research methods.

The working group of the study is composed of 18 mathematics teachers and 210 students. Data collection tools were Set Knowledge Test for Teaching, Student Achievement Test, Classroom Observation Form, student's lecture notes and audio-video records. 18 mathematics teachers were administered Set Knowledge Test for Teaching in the study. Among these 18 teachers, the lessons of the three teachers determined according to the purposeful sampling method were recorded as video and audio. The Classroom Observation Form was used by the researcher during the course. The Student Achievement Test was applied on a total of 210 students in the classrooms in which the courses were recorded and where three teachers were enrolled, and six students were selected from the video recording classes and their lecture notes were taken.

Descriptive analysis, content analysis and continuous comparison techniques were used in the analysis of the qualitative data obtained. Percentage and frequency techniques were used in the analysis of quantitative data.

The findings of the research show that there is a lack of knowledge on the subject field and pedagogical content according to the levels of the MKT model of the teachers related to "Basic Concepts in the Sets." These are centered upon the "Specialized Content Knowledge" and "Knowledge of Content and Teaching" components of the MKT model. It is seen that this lack of knowledge in teachers' mathematical knowledge for teaching negatively affected the student achievement. By enriching their subject matter knowledge and pedagogical content knowledge, they should be provided to be able to approach the

concepts in mathematics with different perspectives, use different notations and explain the concepts with different representations.

Key Words: Mathematical knowledge for teaching, subject matter knowledge, pedagogical content knowledge, basic concepts in sets.



TEŞEKKÜR

Bu araştırmanın her aşamasında bana rehberlik eden ve yapıcı eleştirileri ile ufkumu açıp önemli katkılarda bulunan değerli danışman hocalarım Sayın Yrd. Doç. Dr. Mehmet Nuri KÜLTÜR ve Sayın Yrd. Doç. Dr. Mustafa ALBAYRAK’a teşekkürlerimi sunarım.

Araştırmanın çalışma grubunu oluşturmamda bana yardımcı olan Kahramanmaraş ilindeki, Çukurova Elektrik Anadolu Lisesi, İbrahim Çalık Lisesi, Erdem Beyazıt Anadolu Lisesi ve özellikle de Kahramanmaraş Lisesi idareci ve öğretmenlerine teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca veri toplama araçlarına içtenlikle cevap veren tüm öğretmenlere teşekkür ediyorum.

Ayrıca eğitimimin her aşamasında maddi ve manevi desteklerini her zaman gördüğüm anneme, babama, kardeşlerime, çalışma arkadaşlarıma, üzerimde emeği olanlara, beni sevenlere ve benim sevdiklerime en içten dileklerle teşekkür ediyorum.

Erzurum-2017

Nurullah YAZICI

İÇİNDEKİLER

KABUL VE ONAY TUTANAĞI	ii
TEZ ETİK VE BİLDİRİM SAYFASI	iii
ÖZET.....	iv
ABSTRACT.....	vi
TEŞEKKÜR.....	viii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xiii
TABLolar DİZİNİ	xiv
KISALTMALAR DİZİNİ.....	xx

BİRİNCİ BÖLÜM

1. GİRİŞ.....	1
1.1. Araştırmanın Konusu ve Problem Durumu	2
1.2. Araştırmanın Amacı.....	4
1.3. Araştırmanın Önemi.....	6
1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları	7
1.5. Araştırmanın Sayıtları.....	8
1.6. Tanımlar	8

İKİNCİ BÖLÜM

2. KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR	10
2.1. Kuramsal Çerçeve	10
2.1.1. Kümeler Konusunun Matematikteki Yeri ve Önemi	10
2.1.2. Öğretim İçin Matematik Bilgisi (ÖMB) Modeli	12
2.2. İlgili Araştırmalar.....	20
2.2.1. Küme Kavramına Yönelik Yapılan Araştırmalar.....	20
2.2.1.1. Küme kavramına yönelik öğretmen ve öğretmen adaylarıyla yapılmış araştırmalar	21
2.2.1.2. Küme kavramına yönelik öğrencilerle yapılmış araştırmalar	22
2.2.2. ÖMB Modeline Yönelik Yapılan Araştırmalar.....	25
2.2.2.1. ÖMB modeline yönelik öğretmenlerle yapılmış araştırmalar	25
2.2.2.2. ÖMB modeline yönelik öğretmen adaylarıyla yapılmış araştırmalar	31

2.2.2.3.ÖMB modeline yönelik öğretmen ve öğrencilerle yapılmış araştırmalar .32

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3. YÖNTEM.....	35
3.1. Araştırmanın Deseni	35
3.2. Çalışma Grubu	37
3.3. Veri Toplama Araçları	38
3.3.1. Öğretim için Küme Bilgisi Testi (ÖKBT).....	39
3.3.1.1. ÖKBT'nin amacı	39
3.3.1.2. ÖKBT'nin geliştirilme aşamasında yapılan çalışmalar	39
3.3.1.3. Pilot çalışma	40
3.3.1.4. ÖKBT'nin soru temelli olarak içeriğinin incelenmesi	41
3.3.1.5. ÖKBT'nin geçerlik ve güvenirlik çalışmaları	47
3.3.2. Öğrenci Başarı Testi (ÖBT)	47
3.3.2.1. ÖBT'nin amacı ve geliştirilme süreci.....	47
3.3.2.2. Pilot çalışma ile geçerlik ve güvenirlik çalışmaları.....	48
3.3.3. Ders Gözlem Formu (DGF)	50
3.3.3.1. DGF'nin amacı, geliştirilme süreci ve içeriği	50
3.3.3.2. Geçerlik ve güvenirlik çalışmaları.....	50
3.3.4. Öğrenci Ders Notları	50
3.3.4.1. Öğrenci ders notlarının alınmasının amacı.....	51
3.3.4.2. Geçerlik ve güvenirlik çalışmaları	51
3.4. Verilerin Toplanması	51
3.5. Verilerin Analizi	52
3.5.1. ÖKBT'nin Veri Analizi Aşamaları	54
3.5.1.1. GAB'a ilişkin verilerin analizi	54
3.5.1.2. UAB'ye ilişkin verilerin analizi	57
3.5.1.3. AÖB'ye ilişkin verilerin analizi	60
3.5.1.4. AÖtB'ye ilişkin verilerin analizi	63
3.5.2. DGF'nin Veri Analizi Aşamaları.....	64
3.5.3. ÖBT'nin Veri Analizi Aşamaları	65
3.5.4. Öğrenci Ders Notlarının Analiz Aşamaları	65

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

4. BULGULAR VE YORUMLAR.....	66
4.1. Konu Alan Bilgisine İlişkin Elde Edilen Bulgular ve Yorumlar	66
4.1.1. Genel Alan Bilgisine İlişkin Elde Edilen Bulgular ve Yorumlar	66
4.1.1.1. Matematiksel tanımları doğru olarak kullanabilme.....	67
4.1.1.2. Matematiksel terimleri ve notasyonları doğru olarak kullanabilme	96
4.1.2. Uzmanlık Alan Bilgisine İlişkin Elde Edilen Bulgular ve Yorumlar.....	100
4.1.2.1. Matematiksel ifadelerin, işlemlerin ve kavramların “Neden” ve “Niçin”ini ortaya koyabilme	100
4.1.2.2. Matematiksel açıklamalar yapma ve değerlendirme	114
4.1.2.3. Belirli amaçlar için temsiller seçme	116
4.1.2.4. Ders Gözlem Formu ile takip edilen öğretmenlerin ders içi aktivitelerinde UAB’lerini kullanma düzeyi.....	118
4.2. Pedagojik Alan Bilgisine İlişkin Elde Edilen Bulgular ve Yorumlar	135
4.2.1. Alan ve Öğrenci Bilgisine İlişkin Elde Edilen Bulgular ve Yorumlar	135
4.2.1.1. Öğrenci ve konuya uygun öğretim yöntem ve tekniklerini seçme	135
4.2.1.2. Sık yaşanan öğrenci güçlüklerini bilme	148
4.2.1.3. Ders Gözlem Formu ile takip edilen öğretmenlerin ders içi aktivitelerinde AÖB’lerini kullanma düzeyi.....	155
4.2.2. Alan ve öğretme bilgisine ilişkin elde edilen bulgular ve yorumlar	168
4.2.2.1. Etkin öğretim için konuya özel ders planlayabilme	169
4.2.2.2. Ders Gözlem Formu ile takip edilen öğretmenlerin ders içi aktivitelerinde AÖtB’lerini kullanma düzeyi.....	191
4.3. Ders Gözlem Formuyla Takip Edilen Öğretmen ve Öğrencilerin Küme Bilgilerine Yönelik Elde Edilen Bulgular ve Yorumlar.....	201

BEŞİNCİ BÖLÜM

5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER.....	212
5.1. Tartışma	212
5.1.1. Matematik Öğretmenlerinin Genel Alan Bilgilerine İlişkin Tartışma	212
5.1.2. Matematik Öğretmenlerinin Uzmanlık Alan Bilgilerine İlişkin Tartışma	214
5.1.3. Matematik Öğretmenlerinin Alan ve Öğrenci Bilgilerine İlişkin Tartışma.....	218

5.1.4. Matematik Öğretmenlerinin Alan ve Öğretme Bilgilerine İlişkin Tartışma.....	220
5.1.5. Öğretmenlerin Öğretim için Küme Bilgileri ile Öğrencilerin Küme Bilgileri Arasındaki İlişkiye Dair Tartışma.....	224
5.2. Sonuçlar	225
5.2.1. Matematik Öğretmenlerinin Genel Alan Bilgilerine İlişkin Ulaşılan Sonuçlar.....	225
5.2.2. Matematik Öğretmenlerinin Uzmanlık Alan Bilgilerine İlişkin Ulaşılan Sonuçlar	226
5.2.3. Matematik Öğretmenlerinin Alan ve Öğrenci Bilgilerine İlişkin Ulaşılan Sonuçlar	227
5.2.4. Matematik Öğretmenlerinin Alan ve Öğretme Bilgilerine İlişkin Ulaşılan Sonuçlar	228
5.2.5. Öğretmenlerin Öğretim için Küme Bilgileri ile Öğrencilerin Küme Bilgileri Arasındaki İlişkiye Dair Ulaşılan Sonuçlar	229
5.3. Öneriler	229
KAYNAKÇA	231
EKLER.....	242
EK 1. VALİLİK OLURU	242
EK 2. ÖMB MODELİ ÖĞRETMEN KÜME BİLGİSİ TESTİ 1. OTURUM....	243
EK 3. ÖMB MODELİ ÖĞRETMEN KÜME BİLGİSİ TESTİ 2. OTURUM....	248
EK 4. ÖMB MODELİ ÖĞRETMEN KÜME BİLGİSİ TESTİ 3. OTURUM....	254
EK 5. KÜMELERDE TEMEL KAVRAMLARA İLİŞKİN ÖĞRENCİ BAŞARI TESTİ.....	261
EK 6. DERS GÖZLEM FORMU	263
ÖZGEÇMİŞ.....	265

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. ÖMB modeli bileşenleri	13
Şekil 2.2. Yayınlanmış ÖMB ölçeğinde yer alan bir GAB sorusu.....	15
Şekil 2.3. Yayınlanmış ÖMB ölçeğinde bölünebilme kurallarına ilişkin UAB sorusu	16
Şekil 2.4. Yayınlanmış ÖMB ölçeğinde yer alan bir AÖB sorusu.....	18
Şekil 2.5. Yayınlanmış ÖMB ölçeğinde yer alan bir AÖtB sorusu.....	19
Şekil 3.1. Yapılan araştırmanın aşamaları.....	36
Şekil 3.2. GAB'a yönelik hazırlanan soruların bir bölümü.....	42
Şekil 3.3. UAB'ye yönelik hazırlanan sorulardan birisi.....	44
Şekil 3.4. AÖtB'ye yönelik hazırlanan sorulardan biri.....	46
Şekil 4.1. Kümelerde temel kavramlara ilişkin öğretmenlerin matematiksel terim ve notasyonlardan bazılarının kısmen doğru kullanımına ilişkin örnekleri.....	97
Şekil 4.2. Kümelerde temel kavramlara ilişkin öğretmenlerin matematiksel terim ve notasyonların doğru kullanımına ilişkin örnekleri.....	97
Şekil 4.3. Kümelerde Temel Kavramlara İlişkin ÖV1 ve ÖV2'nin Matematiksel Terim ve Notasyonları Doğru Kullanımına İlişkin Örnekleri.....	98
Şekil 4.4. Kümelerde Temel Kavramlara İlişkin ÖV3'ün Matematiksel Terim ve Notasyonları Kısmen Doğru Kullanımına İlişkin Örnekleri.....	99

TABLÖLAR DİZİNİ

Tablo 1.1.	Öğretim İçin Matematik Bilgisi (ÖMB) Modeli.....	4
Tablo 2.1.	Öğretime İlişkin Öğretmenin Görev ve Sorumlulukları.....	16
Tablo 2.2.	Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Küme Bilgilerine Yönelik Belirlenen Eksiklikler.....	22
Tablo 2.3.	Öğrencilerin Kümelerde Temel Kavramlar Konusuna İlişkin Yaşadıkları Güçlükler ve Sahip Oldukları Kavram Yanılgıları.....	24
Tablo 2.4.	Öğretmenlerin ÖMB Modelinin Bileşenlerine İlişkin Yetersiz Oldukları Durumlar ve ÖMB'ye Yönelik Yapılan Çalışmalarda Ulaşılan Sonuçlar.....	30
Tablo 2.5.	Öğretmen Adaylarının ÖMB Düzeylerindeki Eksiklikler.....	32
Tablo 2.6.	Araştırmanın Bölümleri Doğrultusunda İlgili Literatürle Yapılan Araştırmanın Karşılaştırılması.....	33
Tablo 3.1.	ÖKBT Doğrultusunda Görüşme Yapılan Öğretmenlere İlişkin Demografik Bilgiler.....	38
Tablo 3.2.	Pilot Çalışmaya Katılan Öğretmenlere İlişkin Demografik Bilgiler.....	41
Tablo 3.3.	AÖB'ye Yönelik Hazırlanan Sorulardan Biri.....	45
Tablo 3.4.	Pilot Uygulama Sonucu Testin Madde-Toplam İstatistik Sonuçları.....	49
Tablo 3.5.	GAB Bileşenlerinden Matematiksel Tanımları Doğru Olarak Kullanabilme Göstergesine İlişkin Verilerin Analizi.....	56
Tablo 3.6.	GAB Bileşenlerinden Matematiksel Terimleri ve Notasyonları Doğru Olarak Kullanabilme Göstergesine İlişkin Verilerin Analizi...	57
Tablo 3.7.	UAB Bileşenlerinden Matematiksel İfadelerin, İşlemlerin ve Kavramların Neden ve Niçinini Ortaya Koyabilme Göstergesine İlişkin Verilerin Analizi.....	58
Tablo 3.8.	Matematiksel Açıklamalar Yapma ve Değerlendirme İle Belirli Amaçlar İçin Temsiller Seçme Bileşenlerine İlişkin Veri Analiz Süreci.....	60

Tablo 3.9.	Öğrenciye ve Konuya Uygun Öğretim Yöntem ve Tekniklerini Seçme Bileşenine İlişkin Veri Analiz Süreci.....	62
Tablo 3.10.	Sık Yaşanan Öğrenci Güçlüklerini Bilme Bileşenine İlişkin Veri Analiz Süreci.....	63
Tablo 3.11.	AÖtB'nin Etkin Öğretim İçin Konuya Özel Ders Planlayabilme Bileşenine İlişkin Veri Analiz Süreci.....	64
Tablo 4.1.	Genel Alan Bilgisine İlişkin Hazırlanan Tema ve Kod Listesi.....	67
Tablo 4.2.	Öğretmenlerin Küme Kavramını Tanımlamalarına İlişkin Ulaşılan Sonuçlar.....	68
Tablo 4.3.	ÖV1'in Küme Kavramının Tanımına Yönelik Öğretim Süreci.....	69
Tablo 4.4.	ÖV2'nin Küme Kavramının Tanımına Yönelik Öğretim Süreci.....	70
Tablo 4.5.	ÖV3'ün Küme Kavramının Tanımına Yönelik Öğretim Süreci.....	71
Tablo 4.6.	Öğretmenlerin Evrensel Küme Kavramını Tanımlamalarına İlişkin Ulaşılan Sonuçlar.....	72
Tablo 4.7.	ÖV1, ÖV2 ve ÖV3'ün Evrensel Küme Kavramının Tanımına Yönelik Öğretim Süreci.....	74
Tablo 4.8.	Öğretmenlerin Boş Küme Kavramını Tanımlamalarına İlişkin Ulaşılan Sonuçlar.....	76
Tablo 4.9.	ÖV1, ÖV2 ve ÖV3'ün Boş Küme Kavramının Tanımına Yönelik Öğretim Süreci.....	77
Tablo 4.10.	Öğretmenlerin Sonlu Küme Kavramını Tanımlamalarına İlişkin Ulaşılan Sonuçlar.....	78
Tablo 4.11.	ÖV1, ÖV2 ve ÖV3'ün Sonlu Küme Kavramının Tanımına Yönelik Öğretim Süreci.....	80
Tablo 4.12.	Öğretmenlerin Sonsuz Küme Kavramını Tanımlamalarına İlişkin Ulaşılan Sonuçlar.....	82
Tablo 4.13.	ÖV1'in Sonsuz Küme Kavramının Tanımına Yönelik Öğretim Süreci.....	84
Tablo 4.14.	ÖV2 ve ÖV3'ün Sonsuz Küme Kavramının Tanımına Yönelik Öğretim Süreci.....	85

Tablo 4.15. Öğretmenlerin Alt Küme Kavramını Tanımlamalarına İlişkin Ulaşılan Sonuçlar.....	87
Tablo 4.16. ÖV1, ÖV2 ve ÖV3'ün Alt Küme Kavramının Tanımına Yönelik Öğretim Süreci.....	88
Tablo 4.17. Öğretmenlerin Eşit Küme Kavramını Tanımlamalarına İlişkin Ulaşılan Sonuçlar.....	90
Tablo 4.18. ÖV1 ve ÖV3'ün Eşit Küme Kavramının Tanımına Yönelik Öğretim Süreci.....	92
Tablo 4.19. ÖV2'nin Eşit Küme Kavramının Tanımına Yönelik Öğretim Süreci.	93
Tablo 4.20. Kümelerde Temel Kavramlara İlişkin Öğretmenlerin Matematiksel Tanımlamalarının Durumu.....	94
Tablo 4.21. Öğretmenlerin Kümelerde Temel Kavramlara İlişkin Yaptıkları Tanımlamaların Genel Sonuçları.....	95
Tablo 4.22. Uzmanlık Alan Bilgisine İlişkin Hazırlanan Tema ve Kod Listesi....	100
Tablo 4.23. Bora'nın İddiasına Yönelik Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar Doğrultusunda Ulaşılan Sonuçlar.....	101
Tablo 4.24. Esin'in İddiasına Yönelik Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar Doğrultusunda Ulaşılan Sonuçlar.....	103
Tablo 4.25. Ali'nin İddiasına Yönelik Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar Doğrultusunda Ulaşılan Sonuçlar.....	106
Tablo 4.26. Elif'in İddiasına Yönelik Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar Doğrultusunda Ulaşılan Sonuçlar.....	109
Tablo 4.27. Serra'nın İddiasına Yönelik Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar Doğrultusunda Ulaşılan Sonuçlar.....	111
Tablo 4.28. Matematiksel İfadelerin, İşlemlerin ve Kavramların Neden ve Niçinini Ortaya Koyabilmelerine İlişkin Verilerin Dağılımı.....	113
Tablo 4.29. Matematiksel Açıklama ve Değerlendirme Yazabilen Öğretmenlere Ait Ulaşılan Sonuçlar.....	114
Tablo 4.30. Matematiksel Açıklama ve Değerlendirme Yazabilme.....	115
Tablo 4.31. Öğretmenlerin Belirli Amaçlar İçin Temsiller Seçebilmesine Yönelik Ulaşılan Sonuçlar.....	116

Tablo 4.32	Belirli Bir Amaca Yönelik Temsil ve Örnek Kullanabilme.....	117
Tablo 4.33	ÖV1'in UAB'yi Kullanma Düzeyine İlişkin Bulgular.....	119
Tablo 4.34	ÖV2'nin UAB'yi Kullanma Düzeyine İlişkin Bulgular.....	124
Tablo 4.35	ÖV3'ün UAB'yi Kullanma Düzeyine İlişkin Bulgular.....	128
Tablo 4.36	Öğretmenlerin ÖMB'nin Bileşenlerinden UAB'ye İlişkin Küme Düzeyleri.....	134
Tablo 4.37	Alan ve Öğrenci Bilgisine İlişkin Hazırlanan Tema ve Kod Listesi.....	135
Tablo 4.38	Rasyonel Sayılar Kümesinin Gösterim Yöntemlerine İlişkin Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar.....	136
Tablo 4.39	Evrensel Küme Kavramına İlişkin Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar.....	139
Tablo 4.40	Sonlu ve Sonsuz Küme Kavramlarına İlişkin Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar.....	141
Tablo 4.41	Alt Küme Sayısını Bulmaya İlişkin Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar.....	144
Tablo 4.42	İki Kümenin Eşitliğine İlişkin Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar...	146
Tablo 4.43	Küme Kavramına İlişkin Öğrencilerin Öğrenme Güçlükleri.....	149
Tablo 4.44	Evrensel Küme Kavramına İlişkin Öğrencilerin Öğrenme Güçlükleri.....	150
Tablo 4.45	Boş Küme Kavramına İlişkin Öğrencilerin Öğrenme Güçlükleri.....	151
Tablo 4.46	Sonlu/Sonsuz Küme Kavramlarına İlişkin Öğrencilerin Yaşayabileceği Zorluklar.....	152
Tablo 4.47	Alt Küme Kavramına İlişkin Öğrencilerin Öğrenme Güçlükleri.....	153
Tablo 4.48	Eşit Küme Kavramına İlişkin Öğrencilerin Öğrenme Güçlükleri.....	154
Tablo 4.49	ÖV1'in AÖB'yi Kullanma Düzeyine İlişkin Bulgular.....	155
Tablo 4.50	ÖV2'nin AÖB'yi Kullanma Düzeyine İlişkin Bulgular.....	160
Tablo 4.51	ÖV3'ün AÖB'yi Kullanma Düzeyine İlişkin Bulgular.....	164

Tablo 4.52	Öğretmenlerin ÖMB'nin Bileşenlerinden AÖB'ye İlişkin Küme Düzeyleri.....	168
Tablo 4.53	Alan ve Öğretme Bilgisine İlişkin Hazırlanan Tema ve Kod Listesi.	168
Tablo 4.54	Küme Kavramının Öğretim Yöntemlerine İlişkin Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar.....	170
Tablo 4.55	Öğretmenlerin Küme Kavramına İlişkin Daha Önceki Ders Deneyimlerinde Kullandığı Yöntemler.....	172
Tablo 4.56	Evrensel Küme Kavramının Öğretim Yöntemlerine İlişkin Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar.....	173
Tablo 4.57	Öğretmenlerin evrensel küme kavramına ilişkin daha önceki ders deneyimlerinde kullandığı yöntemler.....	175
Tablo 4.58	Boş Küme Kavramının Öğretim Yöntemlerine İlişkin Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar.....	176
Tablo 4.59	Öğretmenlerin Boş Küme Kavramına İlişkin Daha Önceki Ders Deneyimlerinde Kullandığı Yöntemler.....	179
Tablo 4.60	Sonlu ve Sonsuz Küme Kavramının Öğretim Yöntemlerine İlişkin Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar.....	180
Tablo 4.61	Öğretmenlerin Sonlu ve Sonsuz Küme Kavramlarına İlişkin Daha Önceki Ders Deneyimlerinde Kullandığı Yöntemler.....	182
Tablo 4.62	Alt Küme Kavramının Öğretim Yöntemlerine İlişkin Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar.....	184
Tablo 4.63	Öğretmenlerin Alt Küme Kavramına İlişkin Daha Önceki Ders Deneyimlerinde Kullandığı Yöntemler.....	186
Tablo 4.64	Eşit Küme Kavramının Öğretim Yöntemlerine İlişkin Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar.....	187
Tablo 4.65	Öğretmenlerin Eşit Küme Kavramına İlişkin Daha Önceki Ders Deneyimlerinde Kullandığı Yöntemler.....	190
Tablo 4.66	ÖV1'in AÖtB'yi Kullanma Düzeyine İlişkin Bulgular.....	191
Tablo 4.67	ÖV2'nin AÖtB'yi Kullanma Düzeyine İlişkin Bulgular.....	195
Tablo 4.68	ÖV3'ün AÖtB'yi Kullanma Düzeyine İlişkin Bulgular.....	198

Tablo 4.69	Öğretmenlerin ÖMB'nin Bileşenlerinden UAB'ye İlişkin Küme Düzeyleri.....	200
Tablo 4.70	ÖMB Modeline Göre ÖV1, ÖV2 ve ÖV3'ün Kümelerde Temel Kavramlara İlişkin Konu ve Pedagojik Alan Bilgi Düzeyleri.....	202
Tablo 4.71	ÖV1'in Öğretim Yaptığı Sınıflardaki Öğrencilerin ÖBT Sonuçları...	204
Tablo 4.72	ÖV1'in Öğretim Yaptığı Sınıflardaki Öğrencilerin ÖBT'de Çoğunlukla Yanlış Yazdığı Soru Maddeleri.....	204
Tablo 4.73	ÖV2'nin Öğretim Yaptığı Sınıflardaki Öğrencilerin ÖBT Sonuçları.	207
Tablo 4.74	ÖV2'nin Öğretim Yaptığı Sınıflardaki Öğrencilerin ÖBT'de Çoğunlukla Yanlış Yazdığı Soru Maddeleri.....	207
Tablo 4.75	ÖV3'ün Öğretim Yaptığı Sınıflardaki Öğrencilerin ÖBT Sonuçları...	210
Tablo 4.76	ÖV3'ün Öğretim Yaptığı Sınıflardaki Öğrencilerin ÖBT'de Çoğunlukla Yanlış Yazdığı Soru Maddeleri.....	210

KISALTMALAR DİZİNİ

AÖB	: Alan ve Öğrenci Bilgisi
AÖtB	: Alan ve Öğretme Bilgisi
D	: Doğru
DGF	: Ders Gözlem Formu
DS	: Ders Saati
GAB	: Genel Alan Bilgisi
İ	: İfade
KAB	: Konu Alan Bilgisi
KY	: Kısmen Yeterli
MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı
Ö	: Öğretmen
ÖBT	: Öğrenci Başarı Testi
ÖKB	: Öğretim için Küme Bilgisi
ÖKBT	: Öğretim için Küme Bilgisi Testi
ÖMB	: Öğretim için Matematik Bilgisi
ÖV	: Video ve Ses Kaydı Yapılan Öğretmen
ÖY	: Öğretim Yöntemi
PAB	: Pedagojik Alan Bilgisi
PISA	: Programme for International Student Assessment (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı)
TEDS-M	: Teacher Education and Development Study in Mathematics (Matematikte Öğretmen Eğitimi ve Geliştirme Çalışmaları)
TIMMS	: Trends in International Mathematics and Science Study (Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması)
UAB	: Uzmanlık Alan Bilgisi
Y	: Yanlış
Yİ	: Yeterli
YZ	: Yetersiz

BİRİNCİ BÖLÜM

1. GİRİŞ

Önceden belirlenen eğitim hedeflerine ulaşmada öğretmenler önemli faktörlerden biridir. Bu düşünce doğrultusunda, bir ülkedeki eğitim sisteminin niteliğinin, öğretmenlerin sahip olduğu niteliklerle doğrudan ilişkili olarak değişebileceği düşünülebilir. Zira eğitim sisteminin asli ögesi olan ve eğitimi şekillendiren öğretmen, eğitim-öğretim sürecinde öğretim yapılan yerin fiziksel yapısı, teknolojik imkânları ve de öğretimi yapılan konuya özgü öğrencilerin hazır bulunuşluğu gibi birçok değişkenin merkezinde yer alarak aktif bir rol oynamaktadır (Hacıoğlu ve Alkan, 1997; Kavcar, 2002; Aksoy, 2013). Bu nedenle öğretmenlerin niteliklerinin artırılması önemlidir.

Öğrenci başarılarını uluslararası boyutta karşılaştırabilme olanağı tanıyan PISA (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı) ve TIMMS (Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması) sınavlarının olumsuz sonuçları ülkelerin eğitim sistemlerindeki eksiklikleri öğretmenlerin sahip oldukları nitelikler ile ilişkilendirmelerine yol açmıştır. Bu ilişkilendirmenin bir sonucu olarak 2000’li yılların başından itibaren gelecek merkezli olarak düşünülen öğretmenlerimizin niteliğinin arttırılmasına yönelik birçok çalışma yapılmıştır (Başkan, 2001; Connel, 2009; Flores, Hilton, Klonari, Nilsen, ve Snoek, 2008; Toluk Uçar, 2009; Şişman, 2009; Azar, 2011; Uygun, Ergen ve Öztürk, 2011; Şişman, 2011; Schmidt, W. H., Houang, R., ve Cogan, L. S., 2011; Cole, 2011; Mete, 2013; Kim, 2013; Hoover, Mosvold, Ball, ve Lai, 2016). Bu çalışmalar da genel olarak, öğretmenlerin alan bilgileri, eğitim-öğretime yönelik tutumları, duyarlılıkları ve alanına özgü pedagojik yeterlikleri incelenmiştir. Bu çalışmaların tamamında ulaşmak istenilen nihai hedef, öğretmenin sahip olması gereken yeterlilikleri ile ilgilidir.

Bu düşünceler doğrultusunda, öğretmenlerin sahip olması gereken öğretime ilişkin yeterliliklerin (alan ve pedagojik bilgi, beceri, tutum, değer, davranış) sürekli şekilde sorgulanması ve geliştirilmesinin zorunlu hale geldiği düşünülmektedir (Baştürk, 2009; Şişman, 2009; Appleton, 2003; Davis, 2003; Karal Eyüboğlu, 2011; Kim, 2016;

Ball, Thames ve Phelps, 2008). Bu bağlamda alan bilgisi kavramı Shulman'a (1987) göre, öğretmenin öğretimini yapacağı konuya özgü başlıklar, tanımlar, semboller, öğretim yöntemleri ve konuyu tüm yönleriyle kapsayacak örneklerin seçimini ihtiva etmektedir. Davis'e (2003) göre ise; öğretmenin öğretimini yaptığı konuya özgü alan bilgisi; konuya ilişkin tanımları, notasyonları, algoritmaları, örnekleri, temel kavramları, temsilleri, teoremleri ve konunun diğer alanlarla ilişkilerini içeren yetkinliklerdir. Bu sebeple öğretimi yapılacak konuya ait bilgi olarak tanımlanan konu alan bilgisi, başkasının anlatılacak konuyu öğrenmesine rehberlik etmede temel gerekliliktir (Karal Eyüboğlu, 2011). Zira öğrenme etkinliklerinin seçimi, öğrenciye düşündürücü sorular sorma, öğrencinin öğrenmesini değerlendirme gibi birçok öğretim etkinliği, öğretmenin öğretmesi gereken konulara ilişkin bilgisine bağlıdır (Ball ve McDiarmid, 1990). Konu alan bilgisi bağlamında öğrencilerin anlama güçlüğü yaşadığı konuya özgü yeterince bilgi sahibi olmayan öğretmenler, öğretim esnasında konuya özgü kavramları yanlış ifade etmekte ve konuya uygun öğretim tekniklerini yeterince kullanamamaktadırlar (Suh, 2005). O halde alan yazına göre; konu alan bilgisine yeterince sahip olmayan öğretmenlerin pedagojik bilgilerini de yeterli düzeyde kullanamadıkları söylenebilir.

1.1. Araştırmanın Konusu ve Problem Durumu

Kavram öğretiminde, öğretilecek kavramın ayrıntılarının bilinmesi gereklidir. Bu doğrultuda öğretmenin öğreteceği konu ile ilgili kavramların ayrıntılarını bilememesi, öğretmenin konuyu öğretmede sıkıntılar yaşayabileceğine işaretler. Bununla birlikte yalnızca öğretilecek kavramı bilmenin de öğretmek için yeterli olmayacağı aşîkârdır (Öner, 2010). Yapılan araştırmalar gösteriyor ki; alan bilgisi, öğretmenin yetkinlik kazanması gereken önemli alanlardan birisidir. Bununla birlikte öğretmenin alan bilgisi, öğrencileri merkeze alarak öğrencilerin öğrenmelerini arttıracak nitelikte bir bilgi olması yönüyle alan uzmanının bilgisinden ayrı bir bilgi ve birikimdir.

Shulman (1986), pedagojik alan bilgisi (PAB) kavramıyla, bir eğitimcinin bilgisinin (örneğin matematik eğitimcisi), alan uzmanının bilgisinden (örneğin bir matematikçi) ayrı bir bilgi ve birikim olduğunu ortaya koymuştur (Akkoç vd., 2011). Pedagojik alan bilgisi; öğretmenin öğretimini yapacağı konuya özel strateji, yöntem ve aktiviteleri uygulamaya dönüştürebilmesinin yanı sıra, öğrencilerin belirli kavramları anlamasında kolaylık sağlayacak olan problem, simülasyon, analogi ve sunumları etkin

şekilde kullanımını da gerektiren bilgi türüdür (Shulman, 1986). Daha farklı bir ifadeyle; Shulman (1986), öğretmenlerin sahip oldukları konu alan bilgilerini öğrencilerin kolayca anlayabileceği şekle dönüştürme işlemini “Nasıl?” yaptıklarının öneminden yola çıkarak pedagojik alan bilgisi kavramını literatüre kazandırmış ve bu kavramla birlikte öğretmen eğitimi çalışmaları farklı bir boyut kazanmıştır (Işıksal Bostan ve Osmanoğlu, 2016).

Shulman’ın geliştirmiş olduğu öğretmen bilgisi modeli, öğretime ilişkin öğretmenlerin sahip olması gereken bilgi türleri ve bu bilgilerin birbirleri ile ilişkilerini inceleyen birçok araştırmaya konu olmuştur (Ball, Thames ve Phelps, 2008; Tamir, 1988; Grossman, 1990; Marks, 1990; Magnusson, Krajcik ve Borko, 1999). Bu araştırmalar neticesinde farklı bilgi modelleri (Dörtlü bilgi, Fennema ve Franke, Grosman, Tamir vb...) ortaya çıkmıştır. Bu anlamda matematik eğitimi alanında yapılan çalışmalardan biri de Shulman’ın (1986) PAB modelini temel alarak geliştirilen ve Shulman’ın (1986) kavramlarını ve tanımlamalarını daha detaylı olarak açıklayan Ball, Thames ve Phelps (2008) tarafından ortaya konulan “Öğretim için Matematik Bilgisi (ÖMB)” modelidir. Ball vd.’e (2008) göre “*Öğretim*”, bir öğretmenin öğrencilerinin öğrenmelerini arttıracak şekilde yapacağı tüm faaliyetleri içine alan bir kavramdır. Öğretim kavramının içerisine, ders planı hazırlama, konuya uygun materyal belirleme, öğrencilere problemlerin nasıl çözülebileceğini gösterme, öğrencilerin neden-niçin sorularına cevap verebilme, öğrencilere ev ödevi verme ve ödevleri kontrol etme, öğrencileri değerlendirme ve puanlamanın yanı sıra öğrenci çalışmalarını velilere bildirme gibi tüm matematiksel faaliyetler dâhildir. “Öğretim için matematiksel bilgi” kavramı ise, yukarıda örneklendirilen matematiğe ilişkin öğretim faaliyetlerini yerine getirebilmesi için öğretmenin sahip olması gereken matematiksel bilgi, beceri ve hassasiyetlerin bütünü olarak düşünülebilir (Ball vd., 2008). Öğretim için Matematik Bilgisi (ÖMB) modeli, “Konu Alan Bilgisi” ve “Pedagojik Alan Bilgisi” olmak üzere iki bileşenden oluşan bir modeldir. Her bir bileşen de kendi içerisinde üç alt bileşene ayrılmaktadır (Ball vd. 2008). Bu bileşenler Tablo 1.1’de gösterilmiştir.

Tablo 1.1.

Öğretim İçin Matematik Bilgisi (ÖMB) Modeli

KONU ALAN BİLGİSİ			PEDAGOJİK ALAN BİLGİSİ		
Genel Alan Bilgisi	Uzmanlık Alan Bilgisi	Kapsamlı Alan Bilgisi	Alan ve Öğrenci Bilgisi	Alan ve Öğretme Bilgisi	Alan ve Müfredat Bilgisi

Ball vd.'e (2008) göre, ÖMB modelinin bileşenlerinden olan “Konu Alan Bilgisi”, öğretmenin, etkin bir eğitim yapabilmesi için öğreteceği konuya özgü gerekli olan konu bilgisi iken; “Pedagojik Alan Bilgisi”, matematik öğretmenin matematik öğretimi sırasında öğretilen konuların anlaşılması için kullandığı etkili gösterimler, benzetmeler, örnekler ve açıklamaların bilgisi olarak düşünülebilir.

Kümeler konusu, mantık ve cebirin kurulmasında ve öğretilmesinde önemli yere sahip olması ve matematiğin aksiyomatik yapısının ve ispat mantığının ortaya konmasında etkili olmasından dolayı bu konuya yönelik kavramların öğretimi matematik eğitimi açısından önemlidir (Uğurel ve Moralı, 2010; O'Connor ve Robertson, 1992). Bununla birlikte matematik dersinin temel konularından olan ve diğer konularla da doğrudan ilişkisi bulunan “Küme” kavramı ile ilgili öğretmenlerin öğretime ilişkin matematiksel bilgilerinin araştırılması, matematik öğretimi açısından gereklilik arz ettiği düşünülmektedir.

Bu doğrultuda araştırmanın problemi “Kümelerde Temel Kavramlar konusunun öğretiminde matematik öğretmenlerinin alan ve pedagojik bilgileri nasıldır?” şeklinde belirlenmiştir.

1.2. Araştırmanın Amacı

Konu alan bilgisi yeterli düzeyde olan ve kavramlar arasında ilişkiler kurabilen öğretmenler, öğretim sürecinde değişik yöntem ve etkinlikleri derslerinde kullanabilmekte; öğrencilerin güçlük çektiği durumlarda farklı öğretim yaklaşımları bulabilmektedir. Konu alan bilgisi yeterli olmayan öğretmenlerin ise pedagojik bilgilerini tam olarak kullanamadıkları, öğretim sürecinde öğrencilerin sorabilecekleri sorulara

sınırlı ölçüde cevap verdikleri aşikârdır (Küçükahmet, 2008; Davis, 2003; Cohen, McLaughlin ve Talbert, 1993; Canbazoğlu, Demirelli ve Kavak, 2010).

Matematiğin aksiyomatik yapısının ve ispat mantığının ortaya konmasında etkili olmasından dolayı, kümeler konusuna yönelik kavramların öğretimi matematik eğitimi açısından önemlidir (Uğurel ve Moralı, 2010; O'Connor ve Robertson, 1992). Örneğin sayılar konusunun öğretimi (N, Z, Q, R) bunun en bariz örneğidir. Bu sayı kümeleri arasındaki ilişkiler, kümelerin birbirini kapsaması veya birbirinin alt kümesi olması, ancak kümeler konusunun öğretiminden sonra öğrencilere kazandırılacak kavramlardır (Özdemir, 2015). Bununla birlikte mantık ve önermelerde kullanılan “ve, veya, ya da” kavramları ile olasılıkla ilgili temel kavramlardan olan “deney, örnek uzay, olay” ve “olayın çıktısı” kavramları ve geometrinin temel konularından sayılan “nokta, doğru, düzlem” konusu ve “fonksiyon” konusu gibi birçok konu küme kavramlarıyla ilişkilidir (Bayazıt ve Aksoy, 2010).

Yapılan araştırmalar, öğrencilerin kümeler ünitesindeki kavramları yüzeysel anladıkları ve bu üniteye ilişkin kavram yanılgılarına sahip olduklarını göstermektedir (Zehir, Işık ve Zehir, 2008; Uğurel ve Moralı 2010; Gür, 2009). Kümeler konusu, matematikteki soyut kavramlardan biridir (Baki, 2001; Baki ve Şahin, 2004). Soyut kavramların öğreniminde, öğrencilerin öğrenme güçlükleri yaşayabildikleri bilinmektedir (Senemoğlu, 2000). Matematikteki soyut kavramların öğretimi sırasında, öğrencinin zihninde yer edecek somut ifadeler veya örnekler kullanılarak, öğrencinin öğrenmede yaşayabileceği güçlükler azaltılabilir veya giderilebilir (Baykul, 1999). Kümelerdeki soyut kavramların öğretiminde öğrencilerin yaşayabilecekleri güçlüklerin giderilmesinde, öğretmenlerin pedagojik alan bilgisi ve konu alan bilgisini bir arada bulunduran “Öğretim için Küme Bilgisine” (ÖKB) sahip olmasının etkili olabileceği düşünülmektedir.

Bu araştırmada, matematik öğretmenlerinin, “Kümeler” ünitesinde yer alan temel kavramlara ilişkin, “Öğretim için Küme Bilgilerinin” belirlenmesi amaçlanmıştır. Bunun için aşağıdaki sorulara yanıt aranmıştır:

1. Matematik öğretmenlerinin, Kümelerde Temel Kavramların öğretimi için konu alan bilgileri nasıldır?

- 1.1. Matematik öğretmenlerinin, Kümelerde Temel Kavramlara ilişkin genel alan bilgileri nasıldır?
- 1.2. Matematik öğretmenlerinin, Kümelerde Temel Kavramlara ilişkin uzmanlık alan bilgileri nasıldır?
2. Matematik öğretmenlerinin, Kümelerde Temel Kavramların öğretimi için pedagojik alan bilgileri nasıldır?
 - 2.1. Matematik öğretmenlerinin, Kümelerde Temel Kavramlara ilişkin alan ve öğrenci bilgileri nasıldır?
 - 2.2. Matematik öğretmenlerinin, Kümelerde Temel Kavramlara ilişkin alan ve öğretme bilgileri nasıldır?
3. Matematik öğretmenlerinin “Öğretim için Küme Bilgi (ÖKB)” eksiklikleri öğrencilere nasıl yansımaktadır?

1.3. Araştırmanın Önemi

Küme kavramı matematiğin temel kavramlarından biri olması ve diğer konuların öğretimine zemin oluşturması nedeniyle, bu konunun öğretiminde yaşanabilecek güçlükler diğer konuların öğretimini de etkileyebilecektir (Zehir, Işık ve Zehir, 2008; Uğurel ve Moralı, 2010). Yapılan bu araştırma ile matematiğin en temel konusu olan ve diğer konularla da ilişkili olmasının yanı sıra, ÖMB modeli bağlamında daha önce çalışılmamış olan “Kümeler” konusuna ilişkin öğretmenlerin matematik bilgileri tanımlanacak, farklı ÖKB’ye sahip öğretmenler için bu bilginin sınıf içi uygulamaları nasıl etkileyebileceği belirlenecektir.

Matematiksel bir bilginin öğrenciler tarafından anlaşılır hale getirilmesi matematik öğretmenlerinin öğretim vasıflarındandır (Ball vd., 2008). Bu araştırma sonucunda, matematik öğretmenlerinin “Kümelerde Temel Kavramlar” konusuna ilişkin matematik öğretim bilgilerinde ne gibi eksikliklerin/zenginliklerin olduğu tespit edilmiş olması önem arz etmektedir. Ayrıca tespit edilen bu eksikliklerin/zenginliklerin ÖMB modeline göre hangi basamaklarda yoğunlaştığının belirlenmesi de araştırmayı önemli kılmaktadır. Araştırmamızı önemli kılan diğer bir husus da, ÖMB Modelinin bileşenleri sayesinde öğretmenin “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin tecrübesi ve yeterliliğinin yanı sıra, matematik alanına ve matematik eğitime karşı sahip olduğu felsefi bilgilerine ilişkin fikir sahibi olunabilmesidir.

İlgili literatür incelendiğinde yapılan araştırmaların öğretmen adayı ve öğrenciler üzerinden yapıldığı tespit edilmiştir (Baki ve Şahin, 2004; Zehir, Işık ve Zehir, 2008; İpek, Albayrak ve Işık, 2009; Uğurel ve Morali 2010; Gür, 2009; Biber ve Ulaş, 2013; Özdemir, 2015). Araştırmamızın diğer araştırmalardan farkı ise öğretmen ve öğrencilerin birlikte değerlendirilmeye alınmasıdır. Bu doğrultuda, “Kümelerde Temel Kavramlar” konusuna yönelik matematik öğretmenlerinin ve bu öğretmenlerin öğrencilerinin sahip olduğu bilgi ve becerilerin birlikte değerlendirilmeye alınması bağlamında yapılan bu araştırma önemlidir.

1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu araştırmada elde edilen veriler, 2016–2017 eğitim-öğretim yılında Kahramanmaraş il merkezindeki resmi öğretim kurumlarında görev yapmakta olan,

1. Üç ortaöğretim matematik öğretmeninden elde edilen, ders esnasındaki video ve ses kayıtları ile bu öğretmenlerin öğretim yaptığı sınıflardaki öğrencilerden elde edilen başarı testi sonuçları ve araştırmacının ders esnasında dersleri gözlemlerken kullandığı ders gözlem formuyla,

2. Video ve ses kaydı yapılan öğretmenlerin de yer aldığı, ÖMB Modeline göre hazırlanan görüşme formları doğrultusunda yazılı mülakat yapılan toplam 18 ortaöğretim matematik öğretmeninden elde edilen yazılı dökümanlarla,

3. Üç matematik öğretmenin, öğretim esnasında video ve ses kaydının yapıldığı sınıflardaki toplam 18 öğrenciden -her bir sınıf için altı öğrenci- elde edilen ders notları ile sınırlıdır. Bununla birlikte araştırmadan elde edilen veriler, ortaöğretim 9. Sınıf müfredatında yer alan “Kümeler” ünitesi içerisindeki “Kümelerde Temel Kavramlar” konusu ile sınırlıdır.

4. Araştırma, “Öğretim için Matematik Bilgisi” modelinin bileşenlerinden;

4.1. Konu alan bilgisi içerisinde yer alan;

- Genel alan bilgisi,
- Uzmanlık alan bilgisi bileşenleri ile

4.2. Pedagojik alan bilgisi içerisinde yer alan;

- Alan ve öğrenci bilgisi,
- Alan ve öğretme bilgisi bileşenleri ile sınırlıdır.

1.5. Araştırmanın Sayıtları

1. Matematik öğretmenlerinin, video ve ses kaydı esnasında alana özgü öğretim bilgilerini süreç içerisinde kullanabildikleri, olası etkenlerden (heyecan, sıcaklık, ışık, sınıfın durumu vs.) eşit düzeyde etkilendikleri ve öğretmenlerin ÖMB Modeli bileşenleri doğrultusunda hazırlanan görüşme formundaki soruları önemseyerek, sorulara doğru ve içtenlikle cevap yazdıkları varsayılmıştır.

2. Araştırmanın uygulama ve veri toplama sürecinde, araştırmacının ön yargısız hareket ettiği varsayılmıştır.

3. Araştırmada kullanılan veri toplama araçlarının, araştırmacının amacı doğrultusunda elde edilmek istenilen görüşleri ortaya çıkaracak nitelikte olduğu ve başarı testleri ve görüşmeler için hazırlanan soruların uygunluğuna yönelik uzman düşüncelerinden yeterince faydalandığı varsayılmıştır.

1.6. Tanımlar

Öğretim İçin Matematik Bilgisi Modeli: “Konu Alan Bilgisi” ve “Pedagojik Alan Bilgisi” olmak üzere iki bileşenden oluşan, bir matematik öğretmenin mesleğine ilişkin görevleri yerine getirebilmesi için gerekli olan bilgiyi tanımlayan modeldir (Ball, Thames ve Phelps, 2008).

Konu Alan Bilgisi: Öğretmenin etkin bir eğitim yapabilmesi için, öğretimini yaptığı konuya ilişkin bilgisidir (Ball, Thames ve Phelps, 2008).

Genel Alan Bilgisi: Öğretimi yapılacak olan konuya hâkim olan, ister öğretmen ister başka biri olsun herkesin, çok fazla derine inmeden yapabileceği matematik bilgisi olarak görülebilir (Ball, Thames ve Phelps, 2008).

Uzmanlık Alan Bilgisi: Öğretmenin matematiksel ifadeler, işlemler veya kavramların “Neden?” ve “Niçin?” ini ortaya koyabildiği ve içerisinde pedagojik bilginin olmadığı matematiksel bilgidir (Ball, Thames ve Phelps, 2008).

Pedagojik Alan Bilgisi: Matematik öğretimi sırasında öğretilen konuların öğrenciler tarafından anlaşılmasına yönelik matematik öğretmenin kullandığı etkili gösterimler, benzetmeler, örnekler ve açıklamaların bilgisidir (Ball, Thames ve Phelps, 2008).

Alan ve Öğrenci Bilgisi: Öğrencinin anlamlı öğrenmesine yönelik, öğretmenin konuya ve öğrenciye özgü etkili öğretim yöntem ve tekniklerini seçmesi, yani öğrenci bilgisi ile matematik bilgisinin bileşimi olarak tanımlanan bilgidir (Ball, Thames ve Phelps, 2008).

Alan ve Öğretme Bilgisi: Öğretim esnasında kullanılacak modellerin ve temsillerin belirlenebilmesi ve öğretmenin konuya özgü ders tasarlayabilme bilgisidir (Ball, Thames ve Phelps, 2008).



İKİNCİ BÖLÜM

2. KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde, çalışılan konuya ilişkin kuramsal altyapı ortaya konularak, ilgili literatürde ÖMB modeli doğrultusunda yapılmış olan ulusal ve uluslararası çalışmalar hakkında bilgiler yer almaktadır.

2.1. Kuramsal Çerçeve

2.1.1. Kümeler Konusunun Matematikteki Yeri ve Önemi

“Kümeler” kuramının matematik ve matematik öğretiminin özünü oluşturduğu kabul edilen bir gerçektir (Gavalas, 2005). Matematikteki önemli kavramlardan biri olan “Küme” kavramının matematiğe formal olarak 19. yy da dâhil olduğu ve ilk olarak da George Cantor tarafından belirgin bir biçimde ifade edilerek, sınırlarının belirlendiği kabul edilir (Fischbein ve Baltsan, 1999). Ancak Cantor'dan önce de bazı matematikçiler, adına “Küme” dememiş olsalar dahi “Küme” kavramını yüzeysel olarak zaman zaman kullandıkları bilinmektedir.

George Cantor, küme teorisinin temellerine ilişkin kapsamlı çalışmalar ortaya koymuş ve karşılaşılan birçok çıkmaza açıklık getirmiştir. Misal olarak, “sonsuzluk” kavramına yönelik öncelikle “Sonsuz Küme” kavramını matematiksel tanımlarıyla ifade ederek, “sonsuzluk” kavramının sadece sonlunun karşıtı bir kavram olmadığını ispat etmiş ve “sonsuzluk” kavramına gerçek bir boyut kazandırmıştır. Cantor, sayı kümelerindeki sonsuzluk kavramını alt küme kavramı ile eşleştirerek ($N \subset Z \subset Q \subset R$), R^n kümesinin sonsuzluğunun R kümesinin sonsuzluğuna eşit olduğunu ispat etmiş böylece sonsuzlukları derecelendirmiş ve de onların bir çeşit sayı olarak düşünülmesini sağlamıştır (Nesin, 2008).

Cantor'un “Küme kuramı” ile birlikte 19. yüzyılda başlayan gelişmeler, 20. yüzyılda da devam etmiştir. Ortak bir matematik dil oluşturma çabaları bunun bir sonucu olarak söylenebilir. Bununla birlikte modern matematik düşüncesinin belirginleşmesinde,

mantık ve bilgisayar bilimlerinin gelişmesinde “Küme” kuramının etkisi yadsınamayacak kadar büyüktür. Bu durumun bir sonucu olarak ülkemizde “Modern Matematik” konularından olan “Kümeler” ortaöğretim matematik müfredatı kapsamına alınmıştır (Yücesan, 2011).

“Küme” kavramı, matematiğin temel kavramlarından biri olmasına rağmen üzerinde hemfikir olunan tek bir tanımı yoktur. “Küme” kavramı için otoritelerce sıklıkla kullanılan tanımlamalar şu şekildedir:

“Küme, iyi tanımlanmış nesneler koleksiyonudur. Verilen nesnenin bu koleksiyona ait olup olmadığı konusunda herkesin hemfikir olması gerekir (Skemp, 1993)”

“Belirgin/kesin ve net ayırt edilebilen a nesnelerinden oluşan (bu a nesnelere A’nın elemanları denir), düşüncemizde veya algımızda bir bütün oluşturan A topluluğu küme oluşturur (Kleene, 2002).

“Küme, iyi tanımlanmış tekrarsız nesnelerin bir topluluğudur (Cengiz, 2005).”

“Bir cümle nesnelerin iyi tanımlanmış bir listesidir (Hacısalıhoğlu, 1998).”

“Kümeyi, iyi tanımlanmış, birbirinden farklı nesneler topluluğu olarak açıklayabiliriz (MEB, 2016).”

Yukarıda yazılan tanımlara ek olarak bazı kaynaklarda küme kavramı “iyi tanımlanmış nesneler topluluğu” olarak ifade edilmekte (Gür, 2009), bazı kaynaklarda ise küme “belirli özelliğe sahip olan nesnelerin topluluğu” (Biber ve Ulaş, 2013) olarak tanımlanmaktadır. Bununla birlikte kullanılan bazı kaynaklarda kümenin tanımsız bir kavram olduğuna vurgu yapılmıştır (Yücesan, 2011).

“Küme” kavramı, matematikte ele alınan diğer kavramlar gibi matematiksel olarak tanımı yapılabilecek bir kavram değildir. “Küme” kavramı bütün tanımlamalarda sezgisel olarak tanımlanabilen bir kavram olarak algılanabilmektedir. Güven’e (2000) göre, “sezgi” denilince, herhangi bir bilgi, tanım ya da kuralın detaylandırılmadan mantıksal tartışma ile ilişkilendirilmeden, dolaylı yoldan kavranması düşünülmelidir. Bir kavramın sezgisel olması aynı zamanda temel matematik ile uğraşanlarca (örneğin çocuklar, öğrenciler vs.) anlaşılabilir olması, var olan birikimleri ile kavramı algılayabilmeleri, gelişim düzeylerini karşılaması ile doğrudan ilişkilidir (Çakıroğlu, 2016).

“Küme” kavramının sezgisel yaklaşımla tanımlanabilmesinin bir sonucu olarak “Küme” kavramı otoritelerce farklı biçimlerde tanımlanarak farklı küme tanımlamaları oluşmuştur. Bununla birlikte, kümedeki her bir elemanın yalnızca bir defa yazılması gerekliliği ve kümenin elemanları arasında ortak bir özellik olmasının gerekli olmadığı düşüncesinin bir sonucu olarak, “*iyi tanımlanmış birbirinden farklı nesneler topluluğu*” (MEB, 2016; Cengiz, 2005; Usiskin ve Griffin, 2008) tanımı, “Küme” kavramı için kapsayıcı bir tanım olması yönüyle kullanılabilir.

2.1.2. Öğretim İçin Matematik Bilgisi (ÖMB) Modeli

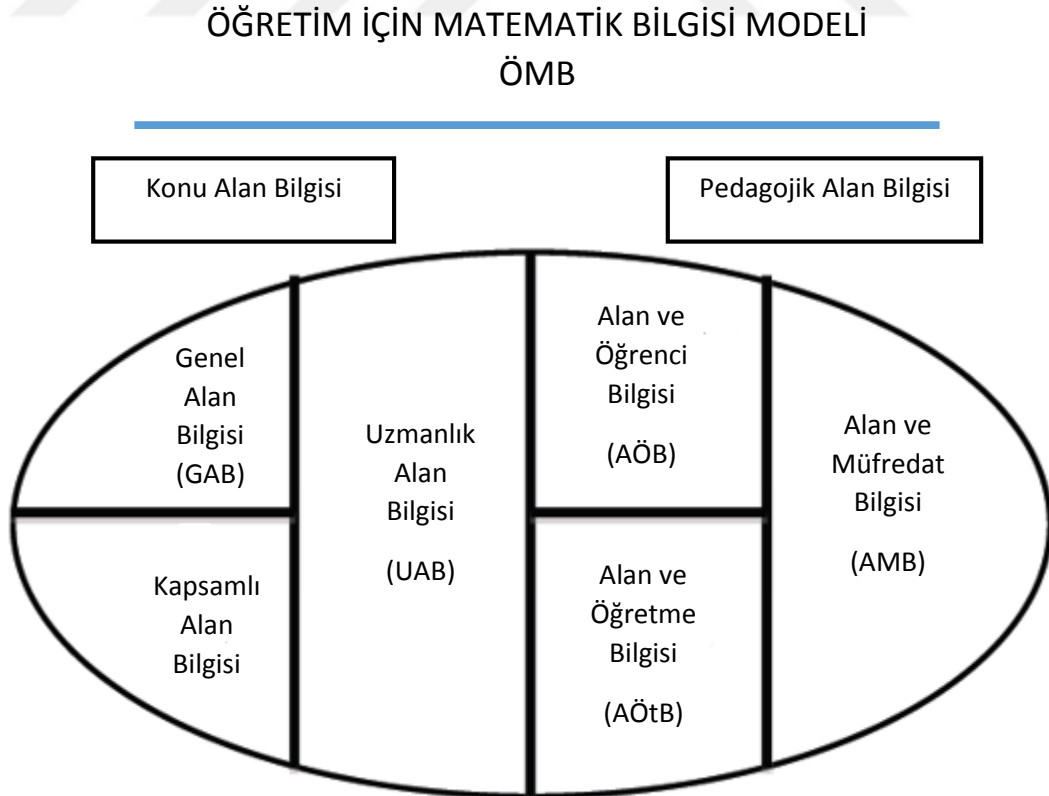
Shulman’ın (1986) ortaya koymuş olduğu “*öğretmen bilgisi modeli*”, birçok alanda olduğu gibi matematik eğitimi alanında yapılan çalışmalara da öncülük etmiştir. Uluslararası alanda geniş uygulama alanları bulan ve Shulman’ın (1986) modeli esas alınarak içeriği ve kapsamı oluşturulan bir model olan “*Öğretim için Matematik Bilgisi*” (ÖMB) modeli de Ball, Thames ve Phelps (2008) tarafından matematiğe özgü bir model olarak geliştirilmiştir. Shulman’ın (1986) literatüre kazandırdığı “Alan Bilgisi” ve “Pedagojik Alan Bilgisi” tanımlarını matematik öğretimine göre sınıflandırma, birbirinden ayrıldığı durumları belirleme ve bu tanımları geliştirme çabasının bir sonucu olarak öğretmen yeterliliğinin matematiğe özgü daha detaylı bir sınıflandırması olan ÖMB modelinin kuramsal çerçevesi oluşmuştur (Ball, Thames ve Phelps, 2008). ÖMB kuramsal çerçevesinin ana teması, yalnızca matematik bilmekten daha önemli olan matematik alan bilgisini öğretimde kullanabilmektir (Ball, Bass ve Hill, 2004).

ÖMB, öğretmenlerin matematik öğretiminin tüm aşamalarında “öğretimi” yapabilmek için kullandıkları matematiksel bilginin tümüdür. ÖMB modeli içerisinde yer alan “öğretim” kavramı ile bir matematik öğretmenin öğrencilerinin öğrenmelerini destekler nitelikte yapması gereken her şey kastedilmeye çalışılmıştır (Ball, Thames ve Phelps, 2008). Öğrencilere matematiksel tanımları, terimleri ve olguları açıklayabilmek, öğrencilerden gelen “Neden?” ve “Niçin?” sorularına matematiksel açıklamalar yapabilmek, öğrenci çözümlerine yorum getirebilmek, konuya ve öğrenciye özgü öğretim yöntem ve tekniklerini farkedebilmek, etkin öğretim için uygun model ve temsilleri belirleyebilmek vb. bilgiler öğretim için gereken bilgilerdir (Ball ve Bass, 2003; Ball, Bass ve Hill, 2004). ÖMB modeli ile öğretmenin öğretime dayalı sahip olması gereken matematik bilgisi, uygulamaya ve pratiğe dönük, işlevsel bir kuram haline gelmiştir.

ÖMB modeli, Shulman’ın modelinden tamamen bağımsız ve ayrı bir model olmaktan ziyade, Shulman’ın çalışmalarını daha da detaylandırarak öğretmenlerin sahip olması gereken bilgi üzerinde detaylı olarak çalışılmasının bir sonucudur. Ball ve ekibi, “öğretmen bilgisi” çalışmalarını henüz tamamlanmamış periyodik tabloya benzeterek, kendi çalışmalarının da “bu periyodik tablodaki boşlukları doldurmayı amaçladığını” ifade etmişlerdir (Ball, Thames ve Phelps, 2008). Bu amaçla, Ball ve ekibi (2008), çalışmalarını iki temel soru çerçevesinde geliştirmişlerdir:

- ✓ Matematik öğretmenlerinin öğretime yönelik sınıf içerisindeki görevleri ve uygulamaları nelerdir?
- ✓ Matematik öğretmenlerinin yukarıda bahsedilen görev ve uygulamalar için sahip olmaları gereken matematiksel bilgi, yeterlilik ve beceriler nelerdir?

Yukarıda yazılan iki araştırma sorusu kapsamında matematik öğretmenleri gözlemlenerek bir matematik öğretmenin sahip olması gereken yeterlilikler “Öğretim için Matematik Bilgisi” modeli çatısı altında birleştirilmiştir. Aşağıda Şekil 2.1’de, ÖMB modelinin (egg shape model) bileşenleri görülmektedir (Ball, Thames ve Phelps, 2008).



Şekil 2.1. ÖMB modeli bileşenleri (Ball, Thames ve Phelps, 2008)

Ball ve ekibi ÖMB modelini yukarıda gösterilen bileşenler doğrultusunda geliştirirken, her bir bileşene ait öğretmen bilgisi ölçekleri de geliştirmişlerdir. ÖMB modelinin detaylı ve kapsamlı olarak ele alınan altı bileşeni ve model ile birlikte bu bileşenlere özgü geçerli ve güvenilir bir ölçek ortaya konulması ÖMB modelini güçlü kılan etkenlerdendir (Hill vd., 2008). Geliştirilen bu ölçek sayesinde ÖMB modeli, matematik öğretmenlerinin sahip olması gereken yeterliklerinin değerlendirilmesinde hem teorik hem de uygulamaya dönük pratik ölçütler ortaya koymaktadır (Aslan-tutak ve Köklü, 2016). Bu bağlamda uluslararası arenada öğretmen adaylarının öğretime yönelik bilgilerini ölçerek, karşılaştırma imkânı tanıyan TEDS-M (Matematikte Öğretmen Eğitimi ve Geliştirme Çalışmaları) projesinin teorik çerçevesini ÖMB modeli oluşturmuştur (Ertaş, 2014).

ÖMB Modeli, “Konu Alan Bilgisi” ve “Pedagojik Alan Bilgisi” bileşenleri olmak üzere önce iki ana bileşene ve her bir bileşen de kendi içerisinde üç alt bileşene ayrılmaktadır. Bu bileşenlere ait detaylar aşağıda açıklanmıştır:

Konu Alan Bilgisi:

ÖMB modelinin “Konu Alan Bilgisi (KAB)” bileşeni, matematik öğretmenin etkin öğretim için öğretimini yaptığı konuya ilişkin bilgisidir. KAB bileşeni de kendi içerisinde üç alt bileşene ayrılmaktadır. Bu bileşenlere ait detaylar aşağıda sunulmuştur.

Genel Alan Bilgisi (GAB) bileşeni, matematik öğretmenin çok fazla detaya girmeden, bir ölçüde öğretim dışı başka alanlarda matematik bilen herkesin sahip olabileceği matematik bilgisini gösterir. Bu bilgiyi “genel” yapan, herkesin bilmesinden ziyade matematiğin yoğun olarak kullanıldığı alanlarda da kullanım sahası bulmasıdır. Yani, o andaki konuya hâkim, az çok matematik bilgisine sahip olan herhangi bir fizik, kimya vs. öğretmeni, mühendis, doktor veya başka bir meslek erbabı kişilerin de yapabileceği matematik, GAB bileşeni altında ele alınmaktadır. Örnekle açıklarsak, bir matematik öğretmenin öğrencilerden gelen “*1,1 ile 1,11 sayıları arasında bir sayı bulunuz?*” ifadesini cevaplaması matematik bilgisine sahip her bireyin cevap verebileceği bir soru olması hasebiyle, bu soruya cevap verebilmek için gerekli olan bilgi de GAB’dır (Aslan-Tutak ve Köklü, 2016).

Bir matematik öğretmenin sınıf içi uygulamalarda, matematiksel tanımları, terimleri ve notasyonları doğru olarak ifade edebilmesi ve kullanması, öğrencilerin yanlış

tanımlarını fark edebilmesi ve genel matematiksel işlemler yapabilmesi GAB bileşeni kapsamında değerlendirilmektedir (Ball, Thames ve Phelps, 2008). ÖMB modeli kapsamında Ball ve ekibinin geliştirmiş olduğu öğretmen bilgisi ölçeğinde yer alan bir GAB sorusu Şekil 2.2’de belirtilmiştir (Aslan-Tutak ve Köklü, 2016).

Şekil 2.2’de yer alan üç alt soruya dikkat edilirse, “0” sayısına yönelik temel matematik bilgisi istenmektedir.

Deniz öğretmen yeni bir ders kitabını inceliyor. Bu yeni ders kitabının eski kitabına göre 0 sayısına daha çok dikkat çektiğini fark ediyor. Bir sayfada öğrencilerden 0 ile ilgili bazı ifadelerin doğru mu yanlış mı olduklarını tespit etmelerinin istendiğini görüyor. Deniz öğretmen şaşırıyor ve kendisi gibi öğretmen olan kardeşine aşağıdaki soruyu göstererek onun ne düşündüğünü soruyor.			
Deniz’in kardeşi aşağıdaki ifadelerden hangisini/hangilerini doğru olarak seçmelidir? (Aşağıdaki her bir şık için EVET, HAYIR ya da EMİN DEĞİLİM’i işaretleyin.)			
	Evet	Hayır	Emin Değilim
a) 0 bir çift sayıdır.	1	2	3
b) 0 gerçekten bir sayı değildir. Büyük sayıları yazmak için bir yer tutucudur.	1	2	3
c) 8 sayısı 008 olarak da yazılabilir.	1	2	3

Şekil 2.2. Yayınlanmış ÖMB ölçeğinde yer alan bir GAB sorusu

Uzmanlık Alan Bilgisi (UAB) bileşeni, matematik öğretmeni dışında kimselerin sahip olmasının beklenmediği, özünde pedagojik bilgi olmayan ama öğretime has olup öğretmenlerin sınıf içerisinde çok sık olarak kullandıkları matematik bilgisini içerir. ÖMB modelini geliştirme aşamasında Ball ve ekibi, bir matematik öğretmenin sınıf ortamında matematik ile ilişkili görevlerini ve sorumluluklarını listeledikleri tabloda, aslında öğretmenin uzmanlık alan bilgisinin kapsamını oluşturan görev ve sorumlulukları belirtmişlerdir. Aşağıda Tablo 2.1’de, bu görev ve sorumluluklar listelenmiştir (Ball, Thames ve Phelps, 2008).

Tablo 2.1.

Öğretime İlişkin Öğretmenin Görev ve Sorumlulukları

✓	Matematiksel fikirler ortaya koyma
✓	Öğrencilerin “Neden?” ve “Niçin?” sorularına tatminkâr cevap verebilme
✓	Öğrencilerin zihnini belirli bir matematiksel noktaya çekebilmeye yönelik örnek bulma
✓	Belirli bir gösterim kullanırken uğraştığı şeyin ne olduğunun farkında olma
✓	Sunulan temsillerle, temsilin altında yatan düşünceyi ve diğer temsilleri ilişkilendirme
✓	Önceki ve sonraki konular arasında ilişki kurabilme
✓	Kullanılan ders kitabındaki içeriği değerlendirme ve o anki şartlara göre uyarlama
✓	Ders içi etkinlikleri seçerken daha kolay ve daha zor olacak biçimde düzenleme
✓	Öğrencilerden gelen çözüme yönelik önerilere/iddialara anlık değerlendirmelerde bulunma
✓	Matematiksel açıklamalar yapabilme
✓	Belirli amaçlara yönelik temsil/örnek seçebilme
✓	Matematiksel denklilikleri ve aralarındaki ilişkileri inceleme
✓	Matematiksel dili ve terminolojiyi yerinde ve uygun biçimde kullanma

UAB, içerisinde pedagojik bilginin bulunmadığı GAB’ni tamamlayıcı nitelikte (Bayram, 2016) ama GAB’nden farklı bir bilgidir. GAB iyi yetişmiş, eğitilmiş herhangi bir bireyin sahip olması gereken bir bilgi iken, UAB öğretime yönelik sadece öğretmenlerin bilmesi gereken özelleşmiş matematiksel bilgilerdir (Ball, Hill ve Bass, 2005). Aşağıda Şekil 2.3’de ÖMB ölçeğinden yayınlanmış bölünebilme kurallarına ilişkin UAB sorusu üzerinden UAB ile GAB arasındaki farkı irdeleyelim (Ball ve Hill, 2008).

Merve öğretmen, sınıfıyla birlikte bölünebilme kuralları üzerine çalışmaktadır. Öğretmen, 4 ile bölünebilen bir sayının ancak ve ancak son iki basamağının 4 ile bölünebildiğini söyler. Öğrencilerinden biri ona bu kuralın neden işlediğini sorar. Öğretmen diğer öğrencilere mantıklı bir gerekçelerinin olup olmadığını sorar ve öğrenciler çeşitli olası yanıtlar öne sürerler. Aşağıdakilerden hangisi 4 ile bölünebilme kuralının gerekçesini açıklamaya en yakın durumdur? (Cevaplardan yalnızca birini işaretleyiniz.)

- a) 4 bir çift sayıdır, çift sayılar tek sayılar tarafından bölünemezler.
- b) 100 sayısı 4 ile bölünebilir (ve bununla birlikte 1000, 10.000, vb. gibi)
- c) Bütün diğer çift sayılar 4 ile bölünebilir, örneğin 24, 28 gibi fakat 26 bölünemez.
- d) Bu kural sadece bir sayının son iki basamağındaki rakamların toplamı çift ise işler.

Şekil 2.3. Yayınlanmış ÖMB ölçeğinde bölünebilme kurallarına ilişkin UAB sorusu (Ball, Thames ve Phelps, 2008).

Yukarıda Şekil 2.3’de yazılan örneğe göre, dört ile bölünebilme kuralına ilişkin öğrencilerden gelen neden sorularına ilişkin açıklamalar yazabilmek; yani kuralın bu şekilde olmasına imkân tanıyan matematiksel düşünceye açıklık getirerek, kuralın neden işe yaradığını belirlemek UAB’dir. Fakat öğretmenlik mesleğinin dışında başka alanlarda bu kuralı matematiksel işlemlerinde rutin olarak kullanan kişilerin dört ile bölünebilme kuralına ilişkin açıklama yapma zorunlulukları yoktur (Ball, Hill ve Bass, 2005).

Kapsamlı Alan Bilgisi bileşeninde ise, bir matematik öğretmenin konuları birbirleri ile hem yatay hem de dikey müfredat bilgisiyle geniş bir perspektiften ilişkilendirebilmesi beklenmektedir (Ball, Thames ve Phelps, 2008). Burada yatay müfredat bilgisi matematik öğretmenin öğretimini yaptığı sınıf seviyesindeki matematiği diğer alanlarla ilişkilendirebilmesini gerektirirken; dikey müfredat bilgisi öğretimini yaptığı sınıf düzeyi ile sınırlı kalmayıp matematiği tüm düzeylerle ilişkilendirip, matematiği bir bütün halde görmesini gerektiren bilgidir (Shulman, 1986).

Pedagojik Alan Bilgisi:

Shulman’a (1986) göre, “Pedagojik Alan Bilgisi” (PAB) bir öğretmen ile bilim adamı arasındaki ayrımı ortaya çıkaran yani “konunun öğretilebilirliğine” ilişkin bilgidir. Ball vd. (2008), bir matematik öğretmenin, öğretimini yaptığı konuya ilişkin sınıfta kullandığı bilgiye yoğunlaşarak, Shulman’ın (1986) PAB tanımını daha da genişletmiş ve PAB kavramını üç alt bileşenden oluşacak şekilde belirtmişlerdir. Bu bileşenler;

Alan ve Öğrenci Bilgisi (AÖB) bileşeni, öğretmenlik için gerekli matematik bilgisi ile öğrenci bilgisinin terkihi olarak düşünülebilir (Ball, Thames ve Phelps, 2008). Bununla birlikte, bir öğretmenin öğrenciler hakkında genel bilgilere sahip olması, sık yaşanan öğrenci öğrenme güçlüklerini bilmesi, öğrencilerin yaş, hazırbulunuşluk, başarı düzeyi vs. etkenlerin getirdiği sınırlılıklara göre sınıf içi uygulamalarını seçmesi de AÖB kapsamında değerlendirilmektedir. AÖB bilgisi gelişmiş bir matematik öğretmeni, öğretimini yaptığı konuya ilişkin “öğrencilere ve konuya uygun” öğretim yöntem ve tekniklerini seçme konusunda daha zengin birikime sahip olmaktadır (Aslan-Tutak ve Köklü, 2016). Bu durumu “kesir” kavramı üzerinden irdelenecek olursak: “Kesir” kavramı için literatüre bakıldığında, “bölüm, oran, bütün-parça, işlemci ve oran” (Alacacı, 2009) gibi değişik anlamlar taşıdığı görülmektedir. Bu doğrultuda, bir matematik öğretmenin “kesir” kavramının değişik anlamlarını bilmesi öğretmenliğe

özgü konu alan bilgisi kapsamında düşünülürken, öğrencilerin durumuna göre “*kesir*” kavramını hangi düzeyde ve hangi yöntemle öğretim yapacağı ve “*kesir*” kavramına ilişkin öğrencilerin öğrenme güçlüklerinin neler olabileceğinin kestirilmesi AÖB kapsamında düşünülmektedir. Aynı şekilde, ortaöğretim düzeyinde bir matematik öğretmenin “*limit*” konusunu öğretirken lise öğrencilerinin “*sonsuzluk*” kavramına ilişkin öğrenme güçlüklerini bilmesi ve “*limit*” konusuna “*sonsuzluk*” kavramından yola çıkarak değil de “yaklaşma” fikrini esas alarak başlaması öğretmenin yeterli AÖB’ye sahip olmasıyla mümkün olacaktır (Aslan-Tutak ve Köklü, 2016).

ÖMB modeli kapsamında Ball ve ekibinin geliştirmiş olduğu öğretmen bilgisi ölçeğinde yer alan bir AÖB sorusu Şekil 2.4’de belirtilmiştir (Aslan-Tutak ve Köklü, 2016). Çarpma işleminin sonucunu bulmaya yönelik hazırlanan soruda, ilkökul öğrencilerinin matematiksel olarak hangi seviyede olduklarını bilen bir öğretmenin, öğrencilerin sergileyeceği olası cevapların farkında olması beklenmektedir.

Gürkan öğretmenin öğrencileri, problem durumlarında verilen çarpma sonuçlarını bulmaya yönelik stratejiler üzerine çalışıyorlar. Aşağıdakilerden hangilerini bir ilkökul öğrencisinin 8×8 ’ in sonucunu bulmak için kullanabileceği bir strateji olarak görmeyi beklerdiniz?			
(Aşağıdaki her bir strateji için EVET, HAYIR, ya da EMİN DEĞİLİM’i işaretleyin.)	Evet	Hayır	Emin Değilim
Önce $8 \times 4 = 32$ işlemini yapıp sonra bu sonucun iki katını ($32 \times 2 = 64$) bulma.	1	2	3
$10 \times 10 = 100$ çarpma işleminin sonucundan 36’yı çıkarıp, 64’ü bulma	1	2	3
Önce $8 \times 10 = 80$ işlemini yapıp, sonra 80’den 8×2 ’yi çıkarıp: $80 - 16 = 64$ ’ü bulma.	1	2	3
$8 \times 5 = 40$ işleminden sonra 8’er 8’er sayıp 48, 56, 64 şeklinde 64’e ulaşma.	1	2	3

Şekil 2.4. Yayınlanmış ÖMB ölçeğinde yer alan bir AÖB sorusu

AÖB kapsamında, “bilgi ve deneyim” ifadeleri AÖB açısından ayırt edici kavramlar olarak düşünülebilir. Yani, bir lise matematik öğretmeni “*üstel fonksiyon*” kavramını öğrencilere anlatırken, verilen bir problem durumuna göre öğrencilerin “ $y=2^x$ ” ifadesi yerine “ $y=2x$ ” yazabileceğini bilmesi gerekir. Bu durumda öğretmenin yapması gereken, yapılan yanlışın üzerinde durup öğrencilerin çarpımsal artış kavramını anlamalarını sağlamaktır. Bu duruma öğretmenler iki farklı yaklaşım sergileyebilirler. İlk

olarak öğretmenin, “*üstel fonksiyon*” kavramı içerisinde öğretilen doğrusal ve çarpımsal artış kavramları arasındaki farkı bilmesi ve bu bilgisi doğrultusunda öğrencilerin yanlış cevabını anlamlandırması UAB’yi kullandığının bir göstergesi olarak düşünülebilir. Bununla birlikte öğretmenin, önceki sınıf içi deneyimleri dâhilinde, öğrencilerin bu tarz hatalara düşeceklerini bilmesi ve bu bilgisiyle de öğrenci hatalarını yorumlaması AÖB’yi kullandığını göstermektedir. Sonuç olarak, öğretmenlerin sınıf içi deneyimleri arttıkça AÖB’leri de gelişmekte ve gelişen AÖB’de öğrencilerin nasıl öğrendikleri hakkında öğretmende farkındalık oluşturmaktadır (Aslan-Tutak ve Köklü, 2016).

Alan ve Öğretme Bilgisi (AÖtB) bileşeni, matematik öğretmenlerinin konu alan bilgileri ile öğretim bilgilerinin birbirleriyle olan ilişkisi olarak görülebilir. Daha sade bir yaklaşımla AÖtB’yi, öğretmenlerin öğretilcek konuya ilişkin, etkili bir ders tasarımı yapabilme bilgisi olarak düşünülebilir (Ball, Thames ve Phelps, 2008). Öğretmenin öğretimini yapacağı konuya ilişkin örnek seçimi ve hangi örneklerle öğrencilere konuyu daha detaylı kavratılabileceğinin farkında olmasının yanı sıra öğretimi nerede durdurması gerektiği ve konuya ilişkin nerelere daha çok vurgu yapılması gerektiğini bilmesi AÖtB gerektiren etkinliklerdendir. ÖMB modeli kapsamında Ball ve ekibinin geliştirmiş olduğu öğretmen bilgisi ölçeğinde yer alan bir AÖtB sorusu (Aslan-Tutak ve Köklü, 2016) aşağıda Şekil 2.5’de belirtilmiştir.

Küçük öğrencilere 10’ar 10’ar ve birer birer gruplama fikrini tanıtmak için aşağıdaki malzeme ve araçlardan hangisini kullanmak en uygundur?

- a) Sayı doğrusu
- b) Plastik sayma çubukları
- c) Bozuk paralar
- d) Pipetler ve paket lastikleri
- e) Yukarıdakilerin hepsi 10’ar 10’ar ve birer birer gruplama yapma fikrini tanıtmak için eşit derecede uygundur.

Şekil 2.5. Yayınlanmış ÖMB ölçeğinde yer alan bir AÖtB sorusu

Yukarıda Şekil 2.5’de yazılan soruda Ball ve ekibi, öğrencilere gruplama fikrini tanıtmak için hangi materyal kullanımının daha uygun olacağını öğretmenlerden belirlemelerini istemektedir. Bunun için öğretmenlerin öğrenci seviyesine ve konunun doğasına uygun bir şekilde konuyu somut hale getirebilecek ve sınıf içi etkinliklerde kullanılabilecek bir materyal seçmesi gerekmektedir. Örneğin sayı doğrusunu seçen bir

öğretmen hem öğrenci seviyesini dikkate almamış, hem de soyut bir gösterim kullanmış olacaktır. Bunun gibi bozuk paralar da gruplama fikrini tanıtmak için iyi bir örnek olmayacaktır. Çünkü gruplanmış olan kâğıt 10 TL, her biri bozuk 1 TL olan toplamda 10 tane 1 TL'yi somut olarak belirtmemektedir. Öğretmenin burada kullanacağı en uygun materyal pipetler ve paket lastikleridir. Çünkü pipetlerin paket lastikleri ile onarlı şekilde gruplandırılması hem pipetler birbirlerine bağlı oldukları için bir grup oluşturacak hem de gerektiğinde pipetler birbirinden ayrılarak parça parça görülebilecektir (Aslan-Tutak ve Köklü, 2016). Bununla birlikte, dersin amacına uygun şekilde öğretim dili kullanmak ve gelişen eğitim teknolojilerinden faydalanarak dinamik yazılımlar kullanmak da AÖtB kapsamında değerlendirilmektedir.

Alan ve Müfredat Bilgisi (AMB) bileşeni, matematiğe ilişkin içerik bilgisi ile müfredat bilgisini bir arada barındıran ve de Shulman'ın (1986) yatay müfredat bilgisi ile konuya özgü öğretim materyali kullanılmasına yönelik açıklamalarıyla ortak özellikler taşıması yönüyle öne çıkan bir bileşendir. En yalın haliyle AMB, öğretmenin yükümlü olduğu müfredata yeterince hâkim olması, müfredatın içeriğinde kendisinden nelerin istenildiğinin farkında olması, müfredata uygun materyal belirlemesi ve müfredatın diğer alanlarla olan ilişkisini bilmesidir.

Ball ve ekibi, “*kapsamlı alan bilgisi*” ve “*alan ve müfredat bilgisi*” bileşenlerinin ÖMB modeli üzerindeki yeri noktasında şüpheler taşıdıklarını ve bu iki bileşeni analiz etmeye yönelik teorik ve deneysel çalışmaların yapılması gerektiğini önermişlerdir (Ball, Thames ve Phelps, 2008). Bu doğrultuda yaptığımız bu çalışmada, “*Kapsamlı Alan Bilgisi*” ve “*Alan ve Müfredat Bilgisi*” bileşenlerinin içeriğine dair belirsizlikler nedeniyle bu iki bileşen araştırma sorularından çıkartılmıştır. Dolayısıyla bu çalışma “*Genel Alan Bilgisi, Uzmanlık Alan Bilgisi, Alan ve Öğrenci Bilgisi*” ile “*Alan ve Öğretme Bilgisi*” bileşenlerine yönelik araştırma soruları üzerinden yapılmıştır.

2.2. İlgili Araştırmalar

2.2.1. Küme Kavramına Yönelik Yapılan Araştırmalar

Bu bölümde “Küme” kavramına yönelik yapılan araştırmalar iki başlık altında incelenmiştir.

2.2.1.1. Küme kavramına yönelik öğretmen ve öğretmen adaylarıyla yapılmış araştırmalar

Linchevski ve Vinner (1988), küme kavramına ilişkin yaptıkları araştırmada, öğretmenlerin belli başlı zorluklar yaşadıklarını gözlemlemişlerdir. Çalışma kapsamında öğretmenlerde gözlemlenen güçlükler;

- Bir kümenin en az bir elemana sahip olması gerektiği,
- Kümenin elemanları arasında belirli bir özellik olması gerektiği,
- Bir kümede tekrar eden eleman olabileceği ve bu tekrar eden elemanların kümenin bir elemanı olarak farklı elemanlar olarak görülmesi gerekliliği,
- Bir kümede bulunan herhangi bir elemanın başka bir kümede eleman olarak yer alamayacağı şeklindedir.

Fiscbein ve Baltsan, (1999) “küme” kavramının tanımına yönelik öğretmenlerle yürüttükleri çalışmada, kavramın tanımında geçen “topluluk” ifadesinin bir sonucu olarak, öğretmenlerin *“tek elemanlı ifadelerin küme belirtmeyeceği”* ve *“boş kümenin elemanı olmamasından dolayı küme oluşturmayacağı”* şeklinde öğrenme güçlükleri yaşadıklarını belirtmişlerdir.

Baki ve Şahin (2004), “küme” kavramına ilişkin kavram yanılgılarını belirlemeye çalıştıkları araştırmada, bazı öğretmen adaylarının kavram haritalarında “Küme” kavramını tanımlamak yerine boş küme, eşit/denk küme özelliklerini kullandıklarını belirlemişlerdir. Bazı öğretmen adaylarının ise öğrencilik yıllarında kendilerine öğretilen “küme” kavramından edindikleri bilgilerle, benzer özellikte elemanları bir araya getirmeye çalıştıkları tespit edilmiştir.

Zehir, Işık ve Zehir (2008), öğretmen adaylarının “Küme” kavramına ilişkin kavramsal bilgi düzeylerini incelemek amacıyla yaptıkları araştırmanın sonucunda, öğretmen adaylarının özellikle tümleyen kavramı olmak üzere “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin kavramsal öğrenmeleri gerçekleştiremediklerini tespit etmişlerdir. Ayrıca öğretmen adaylarının Venn şeması bağlamında kümelerle işlem yaparken evrensel kümeyi dikkate almadıkları ya da ihmal ettikleri belirlenmiştir.

İpek, Albayrak ve Işık (2009), günlük yaşam ile matematiksel dünya arasında farklı yansımalarının algı durumlarını inceledikleri araştırmada, öğretmen adaylarının

öğrencilere “Küme” kavramını tanımlayarak özelliklerini açıklamak yerine, öğrencilerin içinde bulundukları çevreden yola çıkarak, kavramlara ilişkin örnek vermeleri gerektiği sonucuna ulaşılmıştır. Aksi takdirde, küme kavramını yalnızca belli bir kalıba koymaya (günlük yaşam ya da matematiksel dünya) çalışarak öğretimini yapmak, öğrencilerde yanlış algılamalara sebebiyet vereceğine dikkat çekmişlerdir. Bu durumu araştırmacılar, kümeler konusunun anlamlı bir şekilde öğrenilemediği için matematikteki diğer kavramların öğrenilmesinde yaşanacak sıkıntılara ilişkin yansıtıcı işlevi göreceği şeklinde yorumlamışlardır.

Literatürde konumuza yakın olarak belirlenmiş olan araştırmaların incelenmesi sonucu öğretmen ve öğretmen adaylarının alan bilgilerinde eksikliklerin olduğu tespit edilmiştir. Aşağıda Tablo 2.2’de öğretmen adaylarının küme bilgilerindeki eksiklikler detaylı olarak belirtilmiştir.

Tablo 2.2.

Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Küme Bilgilerine Yönelik Belirlenen Eksiklikler

İlgili literatürün incelenmesi sonucu ulaşılan eksiklikler
• Küme kavramının tanımlanmasına yönelik kavramsal eksiklikler. • Kümede en az bir eleman olmalıdır. Tek elemanlı ifadelerin küme belirtmeyeceğine ilişkin eksiklikler • Kümenin elemanları arasında ortak bir özellik olması gerektiği şeklinde küme kavramının tanımına ilişkin eksiklikler • Kümede tekrar eden eleman olabileceği ve bu elemanların farklı elemanlar olarak görülmesi gerektiğine ilişkin eksiklikler • Boş kümenin, küme olarak kabul edilmemesi gerektiğine ilişkin eksiklik • Kümenin tanımlamasında geçen “topluluk” ifadesinin kavram yanılgısı oluşturmaya ilişkin eksiklikler • Venn şeması ile işlem yaparken evrensel kümeyi dikkate almada yaşanan eksiklikler

2.2.1.2. Küme kavramına yönelik öğrencilerle yapılmış araştırmalar

Gür (2009) öğrencilerin “Kümeler” konusunda yaşadıkları güçlükleri ve yaptıkları hataları incelediği araştırmada öğrencilerin özellikle “*sonsuz küme, boş küme, eleman, alt küme*” kavramlarında çeşitli kavram yanılgılarına sahip olduklarını ve bazı temel hatalar yaptıklarını belirlemiştir. Öğrencilerin “sonsuz küme” kavramı için “*elemanları sayamayacağımız kadar çoktur*” ifadesine sıklıkla başvurdukları fakat

“*sonsuz elemanlıdır*” ifadesini kullanmadıkları; hatta öğrencilerin bir kısmının “*sonsuz elemanlı kümenin*” varlığını bilmedikleri tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğrencilerin, “küme” kavramının tanımında yaşadıkları güçlüklerin bir sonucu olarak, “kümenin eleman sayısı kişiden kişiye değişebileceği” ve “boş kümeyi” öğrencilerin bir kısmının küme olarak kabul etmediği yani “*ortada bir eleman olmadığı için kümenin de olmayacağı*” yanılgısı taşıdıkları belirlenmiştir.

Uğurel ve Moralı (2010), öğrencilerin küme kavramına yönelik öğrenmelerini analiz ettikleri araştırma kapsamında, Bloom Taksonomisi ve 2005 yılında uygulanmaya başlanan öğretim programı temel alınarak geliştirilen ve toplamda 49 maddeden oluşan bir ölçekten faydalanmışlardır. Araştırma bulgularına göre, öğrencilerde karşılaşılan hata ve yanılgıların, Bloom Taksonomisinin analiz, sentez ve değerlendirme basamaklarında yoğunlaştığı ortaya çıkmıştır. Araştırmacılar bu durumu, matematik öğretiminin ağırlıklı olarak öğretmenin merkezde olduğu tanım, alıştırma, uygulama ve ardından test çözme şeklinde bir öğretim metodu uygulanmasından kaynaklandığı şeklinde yorumlamışlardır.

Biber ve Ulaş (2013), öğrencilerin modelleme becerilerini ne düzeyde kullandıkları ve modellemenin öğrencilerin problem çözümüne olan katkısını inceledikleri araştırmada öğrencilerin kendilerinden istenilen problemi çözmek için yeterli düzeyde matematiksel bilgiye sahip olmadıkları ama modellemeleri öğrencilerin çoğunun doğru yaptığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğrencilerin modelleme yaparken öğretmenlerin ders esnasında kullandığı modellere benzer ya da birebir aynı modelleri kullandıkları belirlenmiştir. Bu durum öğrencilerin problem çözümünde gerekli modelleri kullanırken önceden ders esnasında öğretmeninden gördüğünü taklit ederek, bilinçli olarak değil de ezbere kullanmasından kaynaklandığı şeklinde yorumlanmıştır.

Özdemir (2015), kümeler konusunun öğretiminde öğrenci başarısına gerçekçi matematik eğitiminin etkisini incelediği tez çalışmasında, gerçekçi matematik eğitimi yönteminin kümeler konusuna yönelik öğrencilerin akademik başarılarını yüksek oranda arttırdığını belirlemiştir. Öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış görüşme sonucuna göre, gerçekçi matematik eğitimi yöntemi ile öğrenciler, derse daha etkin katılım sağladıklarını, daha iyi motive olduklarını ve matematiğe karşı önceden oluşan önyargılarının kırıldığını belirtmişlerdir. Bununla birlikte öğrenciler, gerçekçi hayat

durumları ile matematiksel soruların sunulmasının derse olan ilgiyi ve öğrenilen bilgilerin kalıcılığını arttırdığını ifade etmişlerdir.

Demir (2012), küme kavramının ders kitaplarındaki ele alınış biçimi ve küme kavramına yönelik öğrenci-öğretmen algısını incelediği araştırma sonucunda, hem öğrencilerin hem de öğretmenlerin küme kavramını anlamada güçlükler yaşadıklarını tespit etmişlerdir. Yaşanan güçlüklerin çoğunun küme kavramına ilişkin öğrenci ve öğretmenlerin verdikleri ortak özellik ve topluluktan meydana gelen küme örneklerinden yola çıkarak yanıltıcı algılar sonucu oluştuğu görülmüştür. Bu algıların meydana gelmesinde ders kitaplarında küme kavramına yönelik verilen tanım ve örneklerin belirleyici bir rol üstlendiği araştırma bulguları kapsamında ifade edilmiştir. Literatürde konumuza yakın olarak belirlenmiş olan araştırmaların incelenmesi sonucu öğrencilerin “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin kavram yanılgıları ve öğrenme güçlüklerinin olduğu tespit edilmiştir. Aşağıda Tablo 2.3’de öğrencilerin “Kümelerde Temel Kavramlar” konusuna ilişkin yaşadıkları öğrenme güçlükleri ve sahip oldukları kavram yanılgıları detaylı olarak belirtilmiştir.

Tablo 2.3.

Öğrencilerin Kümelerde Temel Kavramlar Konusuna İlişkin Yaşadıkları Güçlükler ve Sahip Oldukları Kavram Yanılgıları

İlgili literatürün incelenmesi sonucu ulaşılan öğrenci eksiklikleri		
Öğrencilerin öğrenme güçlükleri yaşadıkları kavramlar		Küme kavramının tanımı
		Sonsuz Küme kavramının tanımı
		Boş Kümenin elemanının olmaması
		Alt Kümenin tanımı
Öğrencilerin sahip oldukları kavram yanılgıları	Küme	Kümenin eleman sayısının kişiden kişiye değişebileceği
		Kümenin elemanları arasında ortak özellik olması gerektiği
	Sonsuz	Elemanlarının sayılamayacak kadar çok olması
	Küme	Sonsuz elemanlı kümenin varlığı
	Boş Küme	Elemanı olmadığı için boş kümenin de olmaması gerektiği

2.2.2. ÖMB Modeline Yönelik Yapılan Araştırmalar

Bu bölümde ÖMB modeline yönelik yapılan araştırmalar üç başlık altında incelenmiştir.

2.2.2.1. ÖMB modeline yönelik öğretmenlerle yapılmış araştırmalar

Hill (2007), öğretmenlerin öğretim için matematik bilgilerinin incelenmesine yönelik yaptığı araştırmada, öğretmenlerin öğretim için matematik bilgileri ve bu bilgi ile öğretmenlerin konu hazırlığı, yeterliliği ve öğretim deneyimi arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Araştırma sonucunda, daha fazla matematiksel konu çalışması olanlar, konuya özgü bir sertifika ve ileri seviyede lise öğretim deneyimine sahip olanlar ÖMB modeli bağlamında öğretime özgü matematiksel bilgilerinin daha yüksek seviyelerine sahip olma eğiliminde oldukları tespit edilmiştir.

Padinjarekkara (2007), yaptığı araştırmada öğretmenlerin öğretim için matematik bilgileri ile öğretim deneyimleri arasında düşük ilişki olmasına karşın, öğretmenlerin aldıkları eğitim, mesleki yaşantıları ve derse hazırlıkları arasında pozitif yönde yüksek ilişki olduğunu tespit etmiştir. Ayrıca öğretmenlerin öğretim için matematiksel bilgilerinin yeterli düzeyde olmadığı bulunmuştur. Bununla birlikte, öğretmenlerin alana yönelik bilgi birikiminin, sosyal ve eğitsel geçmişleri ile ilişkili olduğu ve yeterli bilgiye sahip öğretmenlerin daha donanımlı öğrenci yetiştirdikleri tespit edilmiştir. Araştırmada konu alan bilgisinin, öğretim için matematiksel bilgiye sahip olmanın ön şartı olduğu, fakat yeterli olmadığı ve öğretmenlerin çalıştıkları okulların sosyal bağamları ve kullandıkları ders kitaplarının öğretmenlerin performansını yüksek düzeyde etkilediği de belirlenmiştir.

Wagner, Speer ve Rossa (2007), öğretmenlerin konu alan bilgisinin öğretime etkisini inceledikleri araştırmada öğretmenliğe yeni başlayan kişilerin, belirli öğretim hedeflerini formüle edip, bu hedefler doğrultusunda materyal seçme, farklı temsillerle konuyu detaylandırma vb. konularda güçlüklerle karşılaştıklarını tespit etmişlerdir. Yani, öğretimi yapan kişinin konuya özgü alan bilgisi eksikliğinin, planladığı, üzerinde çalıştığı ve öğretim esnasında uygulamaya koyduğu öğretim hedeflerini belirleme ve gerçekleştirme yeteneğini olumsuz yönde etkilediği tespit edilmiştir. Ayrıca, öğretimi yapılacak konuya ilişkin konu alan bilgisinin dışında, öğretime ilişkin geleneksel öğretim

anlayışından ziyade öğrenci merkezli ve araştırmaya dayalı öğretim bilgisinin profesyonel bir matematik eğitimcisi için gerekli olduğu belirlenmiştir.

Schmidt vd. (2007), yürüttükleri araştırmada iki matematik öğretmenin PAB gelişimini incelemişlerdir. Araştırma sonucunda öğretmenlerden birinin öğrenciyi değerlendirme ve öğrenci anlayışına odaklanmasına göre pedagojik olarak gelişim gösterdiği bulunmuşken, diğer öğretmenin yalnızca müfredat bilgisine odaklanmasına bağlı bir gelişim gösterdiği belirlenmiştir. Ayrıca araştırmada PAB'ın yalnızca etkin temsil biçimleri, analogiler olarak değil, aynı zamanda niteliklerine bakılmaksızın eğitim programının, öğrencilerin, değerlendirme sürecinin ve öğretim stratejilerinin bir bütünü olan konuya özel bilgi olarak görülmesi gerektiği tespit edilmiştir.

Li (2007), yaptığı çalışmada öğretmenlerin cebirsel denklem çözme bilgileri ile akademik geçmişi ve öğretim deneyimleri arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Araştırma sonucunda cebirsel denklem çözme konu alan bilgisi bağlamında, öğretmenlerin eşitleme yöntemi, eşdeğer denklemler ve doğrusal denklemlerin genel özellikleri olmak üzere üç temel kavrama yönelik bilgi seviyelerinin yeterli düzeyde olması gerektiği tespit edilmiştir. Ayrıca öğretmenlerin, öğrencilerin sahip oldukları kavram yanılgılarını, yaşadıkları öğrenme güçlüklerini fark etmede yetersiz kaldıkları ve bunun için KAB'ni geliştirmeleri gerektiği belirlenmiştir. Araştırmada öğretmenin öğreteceği konuya özgü mesleki deneyiminin fazla olmasına bağlı olarak sergilediği performansın arttığı, fakat öğretmenlik deneyiminin fazla olmasının konuya özgü performansına etkisinin olmadığı da tespit edilmiştir.

Hill vd. (2008) öğretim için matematik bilgisi ve öğretimin matematiksel niteliğinin belirlenmesine yönelik öğretmenlerin konu alan bilgilerinin öğretecekleri konunun öğretimindeki etkisi araştırılmıştır. Araştırma sonuçlarına göre, öğretmenlerin ÖMB seviyeleri ile öğretimin matematiksel kalitesi arasında anlamlı, güçlü ve pozitif bir ilişki olmasına rağmen, öğretmenlerin uygulamada bilgi kullanımını destekleyen veya engelleyen ve bu ilişkiye aracılık eden müfredat materyalleri kullanımı, matematik hakkındaki inançlar ve tutumlar gibi birtakım önemli faktörlerin de olduğu belirlenmiştir.

Ball, Thames ve Phelps (2008), “Öğretim için konu alan bilgisini özel kılan nedir?” sorusu kapsamında yaptıkları araştırmada, matematik öğretiminde profesyonel yönü olan konu alan bilgisinin yapısı, gerçek matematik öğretimi incelenmesi ve öğretim

esnasında ortaya çıkan matematik problemlerinin analizi ile öğretim için matematik bilgisinin tanımını belirlemeye çalışmışlardır. Araştırmada, öğretim için matematiksel bilgiyi tanımlayan ve belirleyen ölçütler geliştirilmiştir. Araştırma bulgularına göre, öğretim için pedagojik alan bilgisini, alan ve öğrenci bilgisi ile alan ve öğretme bilgisi olmak üzere birbirinden ayırt edilebilir şekilde kıstasları olan en az iki alt alana ayrılmasının gerekli olduğu belirlenmiştir. Bununla birlikte, konu alan bilgisi alanı içerisinde yer alan uzmanlık alan bilgisinin sadece öğretmenlik mesleğine özgü olması yönüyle genel alan bilgisinden ayrılabilmesi ve genel alan bilgisinin öğretmenlere özgü bir bilgi türü olmadığı da tespit edilmiştir.

Silverman ve Thompson (2008), ÖMB'yi tanımak ve öğretmenlerin zihninde nasıl gelişebileceğini belirlemek amacıyla yaptıkları araştırmada, matematik müfredatını içeren çeşitli matematiksel içeriği göz önünde bulundurarak belirli bir matematiksel içeriği öğretmek için gerekli olan bilgileri tanımlamanın üzerinde durulması gereken bir husus olması gerektiğini belirlemişlerdir. Ayrıca araştırma sonuçlarında, öğretmenlerin ÖMB'yi geliştirmelerinin ve öğretmenlerin kariyerlerinde sürekli olarak ÖMB gelişimi sağlayacak mesleki uygulamalara katılımlarının gerekliliği tespit edilmiştir.

Li (2011), bir lise matematik öğretmenin öğretime yönelik matematiksel bilgisini ‘Öğretim İçin Matematiksel Bilgi’ modeli bağlamında incelemiştir. Araştırma sonucunda, matematik öğretmenin konuya ilişkin alan bilgisinin (GAB ve UAB) ders işleme süreçleri üzerinde etkili olduğu görülmüştür. Bununla birlikte, öğretmenin öğrettiği konuya olan hâkimiyeti ve konuya yönelik ispatların yapımında uzmanlık alan bilgisine sahip oluşu öğretim esnasında ispat çalışmaları üzerine daha fazla eğilmesini sağlamıştır. Öğretmenin alan bilgisi yeterliliği sayesinde sınıf içerisinde konunun öğretimi esnasında tüm sınıfın katıldığı etkili bir tartışma ortamı meydana getirdiği gözlenmiştir.

Coddington (2014), öğretmenlerin öğretim için matematiksel bilgileri, bilişsel istekleri ve farkındalık durumları üzerine nicel bir çalışma yürütmüştür. Araştırma sonucunda, öğretmenlerin yürüttükleri görevlere ilişkin bilişsel isteklerinde, farkındalık düzeylerinde ve öğretime katılma taleplerinde ÖMB düzeylerine göre olumlu yönde farklılıklar olduğu ve bu farklılıkların mesleki gelişimleri arttıkça daha da devam ettiği bulunmuştur. Ayrıca araştırma da öğretmenlerin mesleki deneyimlerinin ve

performanslarının artmasına bağlı olarak mesleki gelişim programlarından daha fazla istifade ettikleri tespit edilmiştir.

Kar (2014), öğretmenlerin öğretim için matematiksel bilgilerini incelediğı araştırma sonucunda, öğretmenlerin öğretim için matematiksel bilgilerinin özellikle uzmanlık alan bilgisi ile alan ve öğretim bilgisi bileşenlerinde eksikliklerin olduğunu belirlemiştir. Bununla birlikte öğretmenlerin yapmış oldukları kavramsal hataları öğrencilerinde yapmış olduğu tespit edilmiştir.

Wilkie (2014), öğretmenlerin fonksiyon, bağıntı ve ortak değişkenlere ait öğretim bilgilerinin incelenmesine yönelik yaptığı çalışmada, öğretmenlerin üçte ikisinin cebir alanındaki temel kavramlara ilişkin öğrencilerin seviyelerine uygun konu alan bilgisine sahip oldukları tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğretmenlerin sadece yarısının uygun öğretim yöntemleri seçme ve uygulama konusunda yeterli pedagojik alan bilgisine sahip oldukları belirlenmiştir. Araştırma sonucunda, öğrencilerin fonksiyonel düşünme noktasında gelişim gösterebilmeleri için öğretmenlerin profesyonel öğretim noktasında ÖMB modeli bağlamında ele alınan KAB ve PAB'lerini geliştirmeleri gerektiğı önerilmiştir.

Speer, King ve Howell (2015), ÖMB modelinin KAB ve UAB bileşenlerinin geliştirilmesi amacıyla öğretmenlerin matematiksel bilgilerinin ÖMB modeli bağlamında incelenmesine yönelik yaptıkları çalışmada, ÖMB Modeli bileşenlerinden KAB bileşeninin, ortalama bir matematik bilgisine sahip herkesin sahip olduğu bilgi türü olduğu, fakat UAB bileşenin daha farklı olduğu, üst seviyede bir matematik bilgisi gerektirdiğı tespit edilmiştir. Ayrıca UAB bileşeninin lisansüstü seviyede bir matematik bilgisi gerektirdiğı ve matematik bilen herkesin sahip olmadığı bir bilgi türü olduğu belirlenmiştir.

Khakasa ve Berger (2016) tarafından yürütölen çalışmada öğretmenlerin öğrendiğı ve öğrenmesi gereken bilgilerin neler olması gerektiğı ÖMB'nin bileşenleri doğrultusunda incelenmiştir. Araştırma sonucunda, öğretmenlerin matematiksel olarak bilgi seviyelerinin ÖMB modelinin bileşenleri bağlamında değerlendirildiğinde yetersiz olduğu tespit edilmiştir.

Kim (2016), öğretmenlerin ÖMB'lerini belirlemek için yaptığı çalışmada daha geniş ve kapsamlı bir şekilde ÖMB'yi ortaya koyabilmek amacıyla mülakat tekniğinden

faaydalanmıştır. Araştırma sonunda öğretime ait görevlerin neler olduğu, pedagojik bağlam unsurları ve ÖMB'nin etki alanlarına yönelik kavramsal bir model geliştirmiştir. Bu model, öğretim uygulamalarında ÖMB'ye bağlı olarak daha iyi ve hızlı karar verme becerisinin karakteriştiğini belirlemiş ve ÖMB'nin yapısal olarak temel özelliklerini açıklamıştır.

Bayram (2016), öğretmenlerin ölçme öğrenme alanı bağlamında UAB'lerinin durumunu belirlemek amacıyla yaptığı araştırma sonucunda, UAB bileşeni içerisinde öğretmenlerin “Neden?” sorularını cevaplarken, öğrencinin “neden” sorusunu sormasının altında yatan matematiksel anlayışın öğretmen tarafından tespit edilip, bu anlayış doğrultusunda öğrencinin soru sorarken kullandığı argümanlar üzerinden cevap geliştirebilmesi olarak belirlenmiştir. Bu bulgu doğrultusunda, matematik bilen bir kişinin matematiğe ilişkin sorulmuş herhangi bir soruyu cevaplarken, matematiksel bir zemin arayışı içerisine girmeyerek soruyu çözmeyinin öğretime has bir unsur olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Koponen, Asikainen, Viholainen ve Hirvonen (2016), matematik öğretmeni eğitiminde alan bilgisi ve içeriğinin geliştirilmesi ihtiyaına yönelik yapılan araştırmanın sonucunda matematik öğretmenliği eğitiminin ÖMB modelinin Konu Alan Bilgisi bileşeninde yer alan matematiksel içeriği (GAB) ve yalnızca öğretmenlerin sahip olması gereken ve öğretime özgü olan (UAB) matematiksel içeriği kapsaması gerektiğini tespit etmişlerdir. Etkili öğretmenlik için, yalnızca matematiksel içeriği (GAB ve UAB) bilmenin yeterli olmadığı; bununla birlikte ÖMB modelinin pedagojik alan bilgisi boyutunda yer alan AÖB ve AÖtB bileşenleri doğrultusunda da öğretmenlerin gelişim göstermelerinin gerekli olduğu belirlenmiştir. Yapılan çalışmada, matematik öğretmenliği eğitime yönelik öneriler, ÖMB modelinin çoğunlukla dört alanı (GAB, UAB, AÖB, AÖtB) üzerinde durulması şeklindeyir.

Literatürde konumuza yakın olarak belirlenmiş olan araştırmaların incelenmesi sonucu öğretmenlerin ÖMB modelinin özellikle UAB ve AÖtB bileşenlerine yönelik düzeylerinin yetersiz olduğu söylenebilir. Aşağıda Tablo 2.4'de öğretmenlerin ÖMB modelinin bileşenlerine ilişkin yetersiz oldukları durumlar ve ÖMB'ye yönelik yapılan çalışmalarda ÖMB modeline ilişkin ulaşılan sonuçlar detaylı olarak belirtilmiştir.

Tablo 2.4.

Öğretmenlerin ÖMB Modelinin Bileşenlerine İlişkin Yetersiz Oldukları Durumlar ve ÖMB'ye Yönelik Yapılan Çalışmalarda Ulaşılan Sonuçlar

ÖMB'ye ilişkin incelenen araştırmalardan elde edilen sonuçlar		
ÖMB'ye ilişkin ulaşılan sonuçlar		Öğretim için matematiksel bilgiyi tanımlayan ve belirleyen ölçütlerin belirlenmesi
		Alan bilgisi yetersiz olan öğretmenlerin pedagojik bilgilerini kullanmada yeterli performans sergileyememesi
		Öğretim deneyimi yetersiz olan öğretmenlerin ÖMB'lerinin de düşük seviyede olduğu
		ÖMB seviyesi yüksek olan öğretmenlerin daha donanımlı öğrenci yetiştirebildikleri
		Öğretmenlerin yapmış oldukları kavramsal hataları öğrencilerinde yapmış olduğu
ÖMB'nin bileşenlerine ilişkin ulaşılan sonuçlar		Öğretmenlerin ÖMB seviyeleri ile öğretimin matematiksel kalitesi arasında anlamlı bir ilişki olduğu
	GAB	Ortalama matematik bilgisine sahip herkesin yapabileceği bilgi türü
		Sadece öğretmenlik mesleğine özgü olmasıyla GAB'den ayrılabilceği
	UAB	Kavramlara yönelik ispatların yapılmasında ileri derece UAB gerekliliği ve öğretmenlerin yetersiz kalması
	AÖB	Öğrencilerin sahip oldukları kavram yanılgıları ve öğrenme güçlüklerini fark etmede yetersiz kalma
	AÖtB	Öğrenciyi merkeze alan ve araştırmaya dayalı öğretim bilgisinin profesyonel öğretim noktasında gerekli olduğu ve öğretmenlerin bu noktada yetersiz kaldığı

2.2.2.2. ÖMB modeline yönelik öğretmen adaylarıyla yapılmış araştırmalar

Kloosterman ve Lester'in (2007), yaptıkları araştırmalar sonucunda öğretmen adaylarının eğitiminde, geleneksel yolla öğretimden ziyade zengin içeriğe sahip öğretim yöntemlerini kullanarak öğretim yapma anlayışının geliştirilmesinin gerekliliği tespit edilmiştir.

Provasnik, Gonzales ve Miller (2009), öğretmen adaylarının zengin içeriğe sahip değerlendirme araçları tasarımı ve kullanımıyla öğretim için matematik bilgilerinin incelenmesine yönelik bir çalışma yürütmüşlerdir. Araştırma sonuçlarına göre, öğretmen adaylarının ÖMB modeline göre hazırlanan soru maddelerine önce genel alan bilgisi ile yaklaşım sergiledikleri tespit edilmiştir. Bununla birlikte, öğretmen adaylarının genel alan bilgisi dâhilinde bilinen kavramlardan akıl yürütme ile uzmanlık alan bilgisi içerisindeki kavramlara ulaşabildiği de bulunmuştur.

Zazkis, R. ve Zazkis, D. (2011), öğretmen adaylarının bakış açısıyla temel kavramların öğretiminde matematiksel bilgilerin önemine yönelik yürüttükleri araştırma sonuçlarına göre, katılımcıların tümü öğretim için gerekli olan matematik bilgisinin okulda öğretimi yapılacak olan matematik bilgisinden daha ileri bir bilgi olduğunu; bununla birlikte matematiksel arka planının öğretim için gerekli ancak yeterli bir koşul olmadığını belirtmiştir. Bu nedenle öğretmen adayları, matematiksel arka plana ek olarak matematik öğretiminin başarıyla yürütülebilmesi için öğretmenin, ÖMB modelinin, UAB, AÖB ve AÖtB bileşenlerinde yer alan, öğrenci güçlüklerini fark edebilme, öğrencilerin dikkatini çekebilecek gösterim, benzetme ve açıklamalar yapabilme noktasında bilgi ve deneyim sahibi olması gerektiğini belirtmişlerdir.

Ertaş (2014), öğretmen adaylarının öğretim için matematiksel bilgilerini araştırdığı çalışmada, öğretmen adaylarının üniversite eğitimine başladıkları ve eğitimi bitirdikleri zamanki öğretim için matematiksel bilgilerindeki değişim incelenmiş ve her üç bölümde de son sınıfta olan öğretmen adaylarının, birinci sınıfta okuyan öğretmen adaylarına göre daha yüksek puan aldıkları tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğretmen adaylarının öğretim için matematik bilgileri, okudukları bölümlere göre kendi aralarında karşılaştırılmış ve son sınıfta okuyan öğretmen adaylarından matematik öğretmenliği öğrencilerinin, matematik bölümü öğrencilerine göre daha yüksek puan aldıkları bulunmuştur.

Çıkrıkçı (2015) tarafından öğretmen adaylarının cebir öğrenme alanına ilişkin alan ve pedagojik alan bilgilerinin incelenmesine yönelik yapılan araştırmanın sonuçlarına göre, öğretmen adaylarının matematik öğretim bilgilerinde özellikle UAB ile AÖB basamaklarında eksikliklerin olduğu tespit edilmiştir.

Literatürde konumuza yakın olarak belirlenmiş olan araştırmaların incelenmesi sonucu öğretmen adaylarının ÖMB modelinin UAB ve AÖB bileşenlerine yönelik düzeylerinin yetersiz olduğu söylenebilir. Aşağıda Tablo 2.5’de öğretmen adaylarının ÖMB düzeylerindeki eksiklikler belirtilmiştir.

Tablo 2.5.

Öğretmen Adaylarının ÖMB Düzeylerindeki Eksiklikler

İlgili literatürün incelenmesi sonucu ulaşılan eksiklikler
• Zengin içeriğe sahip öğretim yöntemlerini kullanmada yaşanan eksiklikler • GAB’den hareketle UAB’ne yönelik kavramlara ulaşmaya çalışma • UAB, AÖB ve AÖtB bileşenlerinde yer alan öğrenci güçlüklerini fark edebilme ve etkin gösterim, benzetme ve açıklama yapabilmeye ilişkin yaşanan eksiklikler

2.2.2.3. ÖMB modeline yönelik öğretmen ve öğrencilerle yapılmış araştırmalar

Araştırma konusuna yakın olduğu düşünülen aşağıdaki araştırmalar incelenmiştir:

Hill, Rowan ve Ball (2005), öğretmenlerin öğretim için matematiksel bilgilerinin, öğrencilerin matematik başarısına etkisini araştırdıkları çalışmanın sonucunda öğretmenlerin matematiksel bilgilerinin, öğrenci başarısıyla anlamlı düzeyde ilişkili olduğu tespit edilmiştir. Elde edilen bu sonuç, öğretmenlerin öğretim için matematik bilgilerinin geliştirilerek, öğrencilerin matematik başarısını artırmak için tasarlanan eğitim programlarına dâhil edilmesi şeklinde yorumlanmıştır.

Brink (2007), işbirlikçi eğitimin mesleki gelişime olan etkilerini öğretmenlerin görüşleri ile belirlediği araştırma da öğretim esnasında matematiksel tartışmalara aktif olarak katılan ve bu katılımı yoluyla öğrenen öğrencilere, öğretmenin farklı sorularla yaklaşarak öğrenmeyi kalıcı hale getirmesi gerektiği bulunmuştur.

Araştırma sonuçlarından anlaşılacağı üzere öğretmenlerin ÖMB düzeyleri sınıf içi performanslarını etkilediği ve bu durumun öğrencilere yansıdığı söylenebilir.

Tablo 2.6’da araştırma kapsamında incelen literatür doğrultusunda yapılan çalışmalar ile yaptığımız araştırmanın genel bir çerçeve üzerinden karşılaştırılması verilmiştir.

Tablo 2.6.

Araştırmanın Bölümleri Doğrultusunda İlgili Literatürle Yapılan Araştırmanın Karşılaştırılması

Araştırmanın Bölümü	İlgili Literatür	Yapılan Araştırma
Yöntem	Literatürde küme kavramıyla ilgili yapılan çalışmalar genellikle nicel çalışmalar olduğu belirlenmiştir. Bununla birlikte çok az yapılan nitel çalışmaların sadece kavrama ilişkin görüşleri belirlemek için yapıldığı tespit edilmiştir.	Araştırmamızda nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması yöntemi kullanılarak, incelenen duruma ilişkin betimsel analiz, içerik analizi ve sürekli karşılaştırma teknikleri üçgenleme yapılarak derinlemesine analiz edilmiştir. Bununla birlikte araştırmamızda “Kümeler” ünitesi içerisinde yer alan “Kümelerde Temel Kavramlar” konusu çalışılarak incelenen duruma ilişkin daha detaylı bilgilere ulaşılmıştır.
Çalışma Grubu	ÖMB modeline yönelik yapılan çalışmaların sadece öğretmen adayları veya öğrenciler üzerinden yapıldığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğretmen adaylarıyla yapılan çalışmalarda genellikle üç öğretmen adayıyla çalışıldığı belirlenmiştir. Ayrıca öğretmen ve öğrencilerin birlikte yer aldığı çalışmalar olmadığı da tespit edilmiştir. Kümelerle ilgili yapılan çalışmalarda öğrenciler üzerinden araştırmaların yürütüldüğü belirlenmiştir.	Araştırmamızda matematik öğretmenleri ve bu öğretmenlerin öğrencilerinin birlikte çalışmaya dâhil edilmesi, araştırmayı diğer çalışmalardan ayrı kılmaktadır. Bununla birlikte araştırmada katılımcı sayısının fazla olması da çalışmayı diğer çalışmalardan ayırmaktadır.

Tablo 2.6. (Devamı)

Çalışılan Matematiksel Konular	ÖMB modeli ile ilgili literatürde genellikle matematik konu alanları (Cebir, Ölçme, Kesir vb.) üzerinde çalışıldığı belirlenmiştir.	ÖMB modeli bağlamında daha önce “Kümelerde Temel Kavramlar” konusunun çalışılmamış olması yapılan araştırmayı diğer araştırmalardan ayırmaktadır. Bununla birlikte literatürde, matematikte herhangi bir konuya özgü (Kümeler, Bağlantı, Fonksiyon, Mantık vb.) kazanımlar doğrultusunda yapılan çalışma görülmediğinden hareketle yapılan araştırmanın bu doğrultuda ilk olduğu düşünülmektedir.
Veri Toplama Araçları	İlgili literatürde ÖMB modeline yönelik yapılan çalışmalarda gözlem formlarının kullanıldığı belirlenmiştir.	Yapılan araştırmada ÖMB modeli doğrultusunda açık uçlu sorulardan oluşan ÖKBT, Ders Gözlem Formu, öğrencilere yönelik ÖBT ve öğrenci ders notları birlikte kullanılmıştır.
Verilerin Analizi	İlgili literatürde yapılan çalışmalara bakıldığında yalnızca betimsel istatistik ve betimsel analiz yapıldığı belirlenmiştir.	Yapılan araştırmada, betimsel istatistik ve betimsel analiz yöntemleri kullanılmasının yanı sıra diğer araştırmalardan farklı olarak içerik analizi ve sürekli karşılaştırma teknikleri birlikte kullanılmıştır. Ayrıca öğrencilerden elde edilen veriler öğretmenlerin ÖMB düzeyleri ile ilişkilendirilmiştir.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırma deseni, çalışma grubu, kullanılan veri toplama araçları, verilerin toplanması ve toplanan verilerin analizine ilişkin kullanılan çözümleme tekniklerine yer verilmiştir. Bununla birlikte araştırma kapsamında yapılan pilot çalışmalar ve geçerlik-güvenirlik çalışmaları da bu bölümde açıklanmıştır.

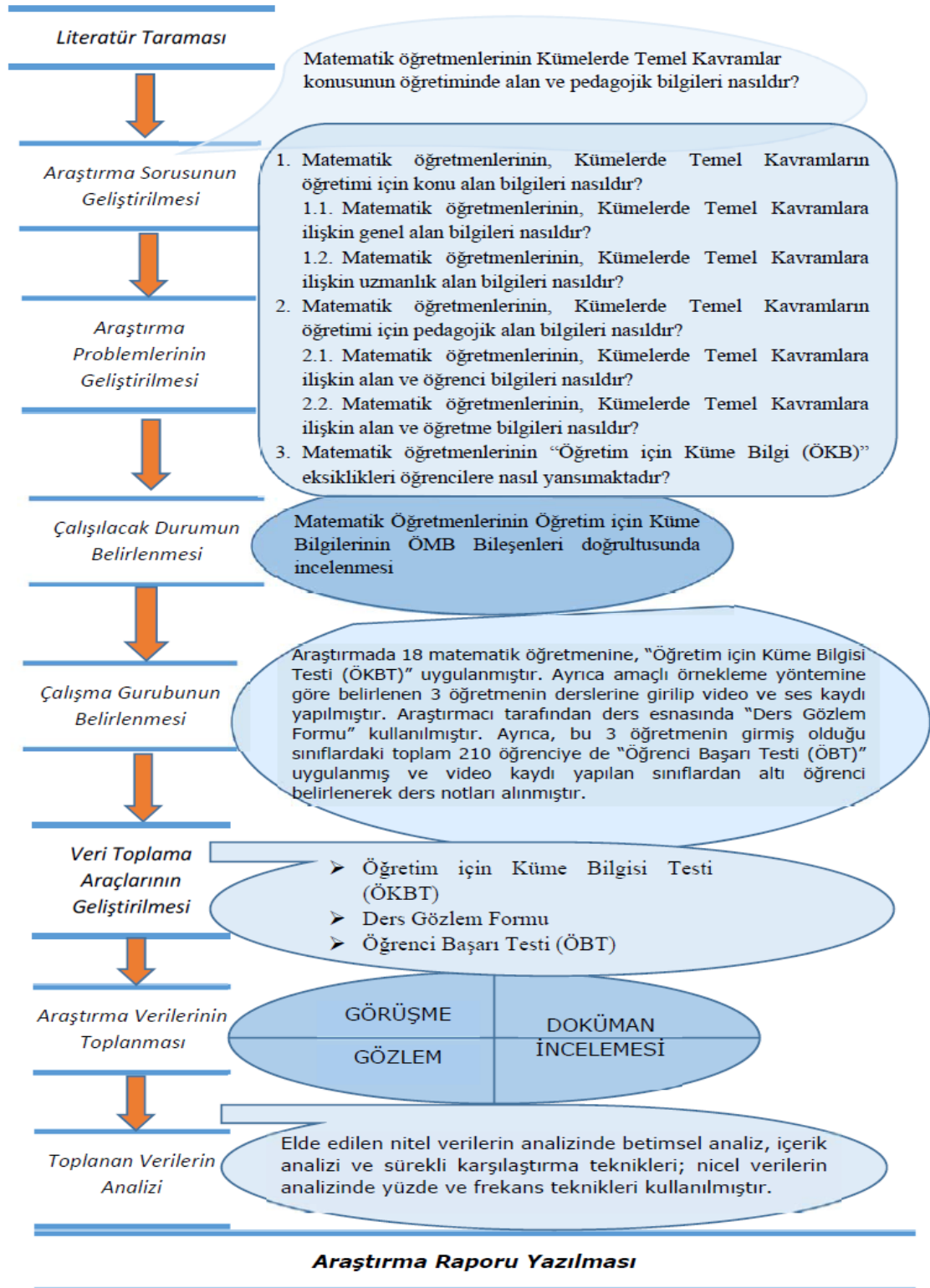
3.1. Araştırmanın Deseni

Araştırmada ayrıntılı veri toplama ve araştırmaya dâhil edilen kişilerin bireysel algılarını, deneyimlerini ve bakış açılarını doğrudan öğrenme ve mevcut durumları belirleme amacıyla nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseni kullanılmıştır.

Nitel araştırmalarda sürece odaklanmak sonuca odaklanmaktan daha ön planda olduğu için, nitel araştırma yöntemleri ile algı, olay veya durumlara ilişkin derinlemesine inceleme imkânı bulunmaktadır (Patton, 2002). Bununla birlikte nitel araştırmalar; doğal ortamı içerisinde yürütülen ve incelenen algı, olay ya da durumun gerçekçi ve bütüncül resmini belirlemeyi amaçlayan araştırma yöntemleridir. Nitel araştırmalarda veriler, gözlem, görüşme ve doküman incelemesi gibi nitel veri toplama yöntemleri kullanılarak toplanmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Nitel araştırma desenlerinden durum çalışması, araştırmacının zaman içerisinde sınırlandırılmış bir veya birkaç durumu gözlem, görüşme, görsel-işitsel kayıt, doküman ve raporlar ile detaylandırarak analiz edilmesini sağlayan bir yöntemdir (Creswell, 2007). Bu araştırmada öğretmenlerin sahip olduğu ÖMB'lerin analizi, "Kümelerde Temel Kavramlar" konusuyla sınırlandırılmıştır. Ayrıca, yarı-yapılandırılmış görüşme formatında açık-uçlu sorulardan oluşan test uygulanması, gözlem yapılması ve dokümanların incelemesi ile farklı veri toplama araçları kullanılarak öğretmenlerin ÖMB'lerinin derinlemesine analizinin yapılması amaçlandığından araştırma durum çalışması deseniyle yürütülmüştür.

Bu araştırmaya ilişkin takip edilen süreç, Yıldırım ve Şimşek (2008) tarafından belirtilen araştırma süreci bağlamında Şekil 3.1’de sunulmuştur.



Şekil 3.1. Yapılan araştırmanın aşamaları

3.2. Çalışma Grubu

Araştırma iki farklı çalışma grubu ile yürütülmüştür. İlk grup, 2016-2017 eğitim-öğretim yılında Kahramanmaraş ilinde aynı lisede görev yapan üç matematik öğretmeni ve bu öğretmenlerin öğretim yaptığı sınıflardaki öğrencilerden (toplam 210 öğrenci) oluşmaktadır. Bu üç öğretmenle birlikte belirlenen üç sınıfın ders içi öğretim süreçleri takip edilip video kaydı yapılacağından, video kaydı sırasında oluşabilecek heyecanlanma gibi etkenler düşünülerek, öğretmenler belirlenirken öncelikli olarak öğretmenlik meslek deneyimlerinin on yıl ve üzeri olması tercih edilmiştir. Bununla birlikte bu öğretmenler belirlenirken, “Kümeler” kavramının anlatıldığı dokuzuncu sınıfta meslek hayatları boyunca derse girme sürelerinin en az beş yıl olması esas kriter olarak tercih edilmiştir. Ayrıca öğrenme-öğretme ortamına uygun ve akıllı tahtanın bulunduğu sınıflar tercih edilmiştir. Öğretmenlerin ders içi öğretim süreçlerinin video ve ses kaydı yapıldıktan sonra, bu üç öğretmenin öğretim yaptığı sınıflardaki 210 öğrencinin tamamına “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin öğrencilerin bilgilerini incelemek ve öğretmenlerin ÖKB’lerinin öğrenci başarıları üzerindeki yansımalarını belirlemek amacıyla “Öğrenci Başarı Testi (ÖBT)” uygulanmıştır. Çalışmada, öğretmenlerin isimleri yerine ÖV1, ÖV2 ve ÖV3 şeklinde kodlar kullanılmıştır. Araştırma sürecine katılan öğretmenlere ait bilgiler Tablo 3.1’de yazılmıştır.

İkinci grup ise; 2016-2017 yılında Kahramanmaraş ilinde farklı liselerde görev yapmakta olan, gönüllülük esası kıstas olarak alınarak maksimum çeşitlilik örneklemesi yoluyla seçilen farklı bilgi düzeylerindeki (video kaydı yapılan öğretmenlerin de dâhil edildiği) toplam 18 matematik öğretmeninden oluşmaktadır. Bu şekilde seçilen 18 matematik öğretmenin araştırma katılmasıyla problemin farklı boyutlarının ortaya çıkarılması hedeflenmiştir. Öğretmenlere ÖKBT, üç oturumdan oluşacak biçimde (her bir oturum 40 dakika), yarı-yapılandırılmış görüşme formatında, çalıştıkları okullarda, müsait oldukları bir zaman gözetilerek, her bir oturum arası bir haftayı geçmeyecek şekilde uygulanmıştır. Çalışmada, öğretmenlerin isimleri yerine Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14 ve Ö15 şeklinde kodlar kullanılmıştır. Öğretmenlere ait bilgiler Tablo 3.1’de yazılmıştır.

Tablo 3.1.

ÖKBT Doğrultusunda Görüşme Yapılan Öğretmenlere İlişkin Demografik Bilgiler

Öğretmen Adayının Kodu	Cinsiyeti	Öğretmenlik Meslek Tecrübesi	Eğitim Durumu	Kümeler Konusu Tecrübesi
ÖV1	Erkek	15 yıl	Lisans	7 yıl
ÖV2	Kadın	12 yıl	Lisans	8 yıl
ÖV3	Kadın	15 yıl	Lisans	7 yıl
Ö1	Erkek	10 yıl	Lisans	4 yıl
Ö2	Erkek	2 yıl	Lisans	Hiç anlatmadı
Ö3	Erkek	10 yıl	Lisans	1 yıl
Ö4	Kadın	8 yıl	Yüksek Lisans	3 yıl
Ö5	Kadın	5 yıl	Yüksek Lisans	2 yıl
Ö6	Erkek	6 yıl	Doktora	5 yıl
Ö7	Kadın	2 yıl	Doktora	Hiç anlatmadı
Ö8	Erkek	5 yıl	Lisans	Hiç anlatmadı
Ö9	Kadın	12 yıl	Doktora	5 yıl
Ö10	Kadın	15 yıl	Lisans	1 yıl
Ö11	Kadın	15 yıl	Lisans	6 yıl
Ö12	Erkek	20 yıl	Lisans	2 yıl
Ö13	Erkek	15 yıl	Lisans	5 yıl
Ö14	Kadın	12 yıl	Yüksek Lisans	6 yıl
Ö15	Kadın	6 yıl	Lisans	3 yıl

3.3. Veri Toplama Araçları

Araştırma problemlerinin analizinde gerekli olan verileri toplamak için;

1. *Öğretim için Küme Bilgisi Testi (ÖKBT)*: Öğretmenlerin “Kümeler” konusundaki konu alan bilgileri ve pedagojik alan bilgilerini belirlemek amacıyla açık uçlu sorulardan oluşan, yarı-yapılandırılmış görüşme formatına uygun olarak hazırlanmıştır.

2. *Öğrenci Başarı Testi (ÖBT)*: Öğrencilerin kümeler konusuna ilişkin başarı düzeylerini ve eksikliklerini belirlemek amacıyla hazırlanmıştır.

3. *Ders Gözlem Formu*: Derslerin video-ses kaydı esnasında, öğretmenlerin ÖMB bileşenlerine göre değerlendirilmesine yönelik hazırlanmıştır.

4. *Öğrenci Ders Notları*: ÖBT uygulanan sınıflardaki rastgele seçilen altı öğrencinin ders notları öğretmenlerin ders içi öğretim süreçleri ile karşılaştırmak için alınmıştır.

Araştırma kapsamında kullanılan veri toplama araçları için yukarıda belirtilen sıra takip edilerek, her bir veri toplama aracına ilişkin detaylı açıklamalara aşağıdaki kısımlarda yer verilmiştir.

3.3.1. Öğretim için Küme Bilgisi Testi (ÖKBT)

Bu kısımda ÖKBT'nin hazırlanma amacı, yapılan pilot çalışma, ÖKBT'de yer alan soruların içerikleri ve geçerlik-güvenirlik çalışmalarına ilişkin bilgilere yer verilmiştir.

3.3.1.1. ÖKBT'nin amacı

Öğretim için Küme Bilgisi Testi (ÖKBT), öğretmenlerin “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin bilgilerini ÖMB modelinin bileşenleri (GAB, UAB, AÖB, AÖtB) doğrultusunda belirlemek amacıyla açık uçlu sorulardan oluşacak şekilde yarı-yapılandırılmış görüşme formuna uygun olarak hazırlanmıştır. Testin hazırlanması aşamasında esas ölçüt olarak 2016-2017 eğitim-öğretim yılı dokuzuncu sınıf matematik müfredatındaki “Kümelerde Temel Kavramlar” konusuna ait aşağıda belirtilen kazanımlar dikkate alınmıştır.

1. *Küme kavramını açıklar; liste, Venn şeması ve ortak özellik yöntemleri ile gösterir.*
2. *Sonlu, sonsuz ve boş kümeyi örneklerle açıklar.*
3. *Alt ve öz alt kümeyi açıklar, alt kümenin özelliklerini belirtir, bir kümenin tüm alt kümelerinin sayısını ve belirli sayıda eleman içeren alt kümelerinin sayısını hesaplar.*
4. *İki kümenin denkliğini ve eşitliğini belirtir (MEB, 2016).*

3.3.1.2. ÖKBT'nin geliştirilme aşamasında yapılan çalışmalar

ÖKBT'nin hazırlanma aşamalarında, ÖMB Modeli ve “Küme” kavramı alanında uzman beş öğretim üyesi ve altı matematik öğretmeni ile çalışılmıştır. İlk olarak, ÖMB modeli alanında uzman iki öğretim üyesi ile ÖMB Modelinin bileşenleri detaylı

incelenerek, her bir bileşenin sahip olması gereken bilgi türü belirlenmiştir. Ayrıca, altı matematik öğretmeni ve üç öğretim üyesiyle bir arada öğrencilerin “Küme” kavramlarına yönelik anlayışları, algıları, kavram yanılgıları, öğrenme stratejileri, kalıcı öğrenmeleri için seçilmesi gereken temsiller, materyal seçimi vb. konularda beyin fırtınası tekniğiyle görüşmeler yapılarak soru havuzu oluşturulmuştur. Devamında “Küme” kavramı alanında uzman öğretim üyeleri ile sorular üzerinde fikir birlikteliği sağlanmıştır. Son olarak ÖMB Modelinin bileşenlerine uygun olacak şekilde ÖKBT hazırlanmıştır.

ÖKBT’nin geliştirilmesi aşamasında, bileşenlerin tam olarak birbirlerinden ayrıldığı noktaları belirlemede karşılaşılan güçlükleri en aza indirmek amacıyla “Öğretim için Matematik Bilgisi Ölçeği” (URL-1)’den faydalanılmıştır. Araştırmada, Ball vd.’nin (2008) belirttiği gibi “Kapsamlı Alan Bilgisi” ve “Alan ve Müfredat Bilgisi” bileşenlerinin içeriği tam olarak anlaşılamadığı için araştırma kapsamına dâhil edilmemiştir. Ayrıca sorular hazırlanırken, öğretmenlerin daha içtenlikle ve sınanma havasından uzak bir şekilde rahat cevap yazabilmesi amacıyla hazırlanan sorular öğrenciler üzerinden dolaylı olarak ifade edilmiştir.

3.3.1.3. Pilot çalışma

Esas uygulama yapılmadan önce hazırlanan ÖKBT Kahramanmaraş ilinde görev yapan 10 matematik öğretmenine pilot uygulama amacıyla uygulanmıştır. Bunun için, öğretmenlerin öğretmenlik mesleki deneyimleri, eğitim durumu, eğitim kademeleri ve “Küme” kavramının anlatıldığı altıncı sınıf (önceki müfredat) ve dokuzuncu sınıf eğitim kademelerinde dersleri okutma yılları dikkate alınarak, farklı eğitim kademelerinde ve farklı bilgi düzeylerindeki öğretmenlerin araştırmaya dâhil edilmesi sağlanmıştır. Pilot uygulamaya katılan öğretmenlerden yalnızca beş tanesinin tüm sorulara cevap yazdığı tespit edilmiştir. Çalışmada, öğretmenlerin isimleri yerine P1, P2, P3, P4 ve P5 şeklinde kodlar kullanılmıştır. Araştırma sürecine dâhil olan öğretmenlere ilişkin bilgiler Tablo 3.2’de belirtilmiştir.

Tablo 3.2.

Pilot Çalışmaya Katılan Öğretmenlere İlişkin Demografik Bilgiler

Öğretmen Adayının Kodu	Cinsiyeti	Öğretmenlik Meslek Tecrübesi	Eğitim Durumu	Kümeler Konusu Tecrübesi
P1	Erkek	9 yıl	Doktora	2 yıl
P2	Erkek	7 yıl	Doktora	Hiç anlatmadı
P3	Erkek	2 yıl	Lisans	Hiç anlatmadı
P4	Kadın	12 yıl	Yüksek Lisans	3 yıl
P5	Kadın	6 yıl	Lisans	1 yıl

Pilot çalışmaya dâhil edilmiş olan öğretmenlere, “Kümeler” ünitesine ait kazanımlarla ilgili “Öğretim için Küme Bilgisi Testi (ÖKBT)”nin esas çalışmaya başlamadan önceki hali uygulanmıştır. Ardından bu öğretmenlerin teste yazmış oldukları cevaplar ve test hakkındaki düşünceleri ve araştırmacı izlenimleri sonucunda ÖKBT’nin son hali oluşturulmuştur. Ayrıca öğretmenlerin cevapları doğrultusunda testteki eksiklikler belirlenerek gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Yapılan düzenlemeler neticesinde ÖKBT, üç oturumda uygulanacak şekilde ayrılmıştır. Her bir oturumun süresi 40 dakika olarak araştırmacı tarafından belirlenmiştir. Ayrıca, teste katılacak öğretmenlerle önceden görüşülüp, her hafta bir oturum uygulanacak şekilde yapılacağı öğretmenlere ifade edilmiştir.

3.3.1.4. ÖKBT’nin soru temelli olarak içeriğinin incelenmesi

Genel alan bilgisini belirlemek için hazırlanan sorular

Genel Alan Bilgisi (GAB), matematik öğretmenlerine özgü olmayan, o an için değerlendirilecek konuya hâkim olacak şekilde matematik bilgisi olan her bireyin yapabileceği bilgidir (Ball vd., 2008). GAB bileşeni, öğretmenlerin tanımları doğru olarak kullanabilmesi ve matematiksel notasyonları doğru şekilde ifade edebilmesi ve kullanabilmesiyle gözlemlenebilir. Bu anlamda, öğretmenlerin GAB’ni belirlemek için araştırmacı tarafından hazırlanan ÖKBT testinde, “*Kümelerde Temel Kavramlar*” konusu içerisinde yer alan “*Küme, Evrensel Küme, Boş Küme, Sonlu Küme, Sonsuz Küme, Alt Küme, Eşit Küme*” kavramlarını öğretmenlerin tanımlamaları ve bu kavramlara ilişkin örnek yazmaları istenmiştir. Öğretmenlerin matematiksel terminolojiyi ve notasyonları doğru olarak kullanıp-kullanmadığının belirlenmesi için ÖKBT testinin diğer bileşenleri de dâhil edilerek, testin bütünündeki notasyon kullanımı incelenmiştir.

Aşağıda Şekil 3.2’de GAB bileşenine yönelik hazırlanan sorulara ilişkin bir örnek yazılmıştır.¹

BÖLÜM A

Soru 1: Küme kavramını açıklayınız ve bir örnek veriniz.

Şekil 3.2. GAB’a yönelik hazırlanan soruların bir bölümü

Uzmanlık alan bilgisini belirlemek için hazırlanan sorular

UAB, öğretmenlerin sınıf içerisinde sıklıkla kullandığı, öğretmenliğe özgü olan ve özünde pedagojik bilgi içermeyen bilgi türüdür. Bu doğrultuda UAB, farklı meslek grupları için fazlaca bir önem arz etmeyen fakat öğretmenlik mesleğine özgü etkin öğretim için öğretmenin uzmanlığını gerektiren bilgi türü olarak düşünülebilir (Ball vd., 2008). Sınıf içerisinde öğretmenin uzmanlık alan bilgisini kullandığını gösteren birçok görev vardır.² ÖKBT’de bu görevlerden sadece “*matematiksel ifadelerin, işlemlerin ve kavramların “Neden” ve “Niçin”ini ortaya koyabilme, matematiksel açıklamalar yapma ve değerlendirme ve belirli amaçlar için temsiller seçme*” kısmı araştırma kapsamına dâhil edilmiştir. Çünkü GAB ile UAB arasındaki ayrımı belirleyecek bilginin özünde matematiksel ifadelerin, işlemlerin ve kavramların “Neden” ve “Niçin” sorularını cevaplayabilmek vardır (Ball ve Hill, 2008). Bu durum Aslan-Tutak ve Köklü’nün (2016) UAB ve GAB’nin birbirlerinden nasıl ayrıldıklarını belirledikleri bölme örneği $\frac{1}{5} \div \frac{3}{10}$ ile açıklanabilir. Örnekteki işlemin yapılmasında matematik bilen herhangi bir bireyin ikinci kesri ters çevirerek birinci kesirle çarpma şeklinde yapması o bireyin GAB’ne sahip olduğunun göstergesidir. Fakat ikinci kesri ters çevirerek birinci kesirle çarpma şeklinde kullanılan kuralın, “Neden ve Niçin” bu şekilde yapıldığını bilmek öğretmenin GAB’dan ileri seviyede uzmanlık gerektiren UAB’ye sahip olduğunun bir göstergesidir.

Yukarıda yazılan bilgiler doğrultusunda, ÖKBT’nin B Bölümü’nde UAB’ye yönelik hazırlanan sorulardan,

¹ Genel Alan Bilgisini belirlemek amacıyla hazırlanan soruların tamamı Ek 2 Bölüm A’da vardır.

² Bu görevler Tablo 2.1’de belirtilmiştir.

1. Soru için: “*I, a, Ankara, Japonya, Mayıs, Salı*” elemanları arasında ortak bir özellik bulunmadığı ve bu yüzden bu elemanların bir küme oluşturup-oluşturmayacağı sorusu için öğretmenlerin, “Kümelerde Birleşim” kavramı bilgileri kullanılarak açıklama yazması istenmektedir.

2. Soru için: “*Tek elemanlı bir kümenin evrensel küme*” oluşturup-oluşturmayacağı sorusu için öğretmenlerin, “evrensel kümenin üzerinde çalışılan duruma göre değişebileceği ve bu nedenle de çok büyük bir küme olmasının gerekmediği” şeklinde açıklama yazarak kavramı belirtmesi gerekmektedir.

3. Soru için: “*Yeryüzündeki tüm ağaçların yaprak sayısının sonsuz bir küme*” belirtip-belirtmediği sorusu için öğretmenlerin, öncelikle “Sonlu Küme” kavramını ortaya koyup, daha sonrada “*Saymakla bitmez şeklinde nitelendirdiğimiz şeylere sonsuz diyemeyiz.*” (MEB, 2015) ifadesi doğrultusunda sorulan soruya açıklama yazması beklenmektedir.

4. Soru için: “*Boş kümenin her kümenin alt kümesi*” olup-olmadığı” şeklinde ifade edilen soru ile öğretmenlerin, “*Herhangi bir kümeden elemanlarını çıkartırsak boş kümeyi elde ederiz (MEB, 2015).*” tanımından hareketle öğrencilere, boş kümenin her kümenin “Neden ve Niçin?” alt kümesi olabileceğini açıklayabilmesi beklenmektedir.

5. Soru için: “*Negatif doğal sayılar kümesi ile negatif asal sayılar kümesinin birbirlerine eşit olup-olmadığı*” sorusu için öğretmenlerin, boş kümenin tek olduğuna yönelik açıklamalar yazması beklenmektedir.

UAB’yi analiz etmek için hazırlanan yukarıdaki sorularda, öğretmenlerden verilen ifadelere yönelik, “Neden” ve “Niçin” ifadelerin doğru veya yanlış olduğuna dair açıklamalar yazmaları beklenmektedir. Aşağıda Şekil 3.3’de, öğretmenlerin “Uzmanlık Alan Bilgisini” analiz etmek amacıyla hazırlanan sorulardan birine yer verilmiştir.³

³ Uzmanlık Alan Bilgisini analiz etmek amacıyla hazırlanan soruların tamamı Ek 2’de vardır.

Soru 4: Elif isimli bir öğrenci, “Boş kümenin her kümenin alt kümesi olmadığını iddia etmektedir”. Elif’in iddiası için aşağıda verilen uygun seçeneği işaretleyiniz ve gerekçesini açıklayınız.

Elif’in iddiası;		
A. Doğrudur ()	B. Yanlıştır ()	C. Emin Değilim ()
Gerekçeniz:	Gerekçeniz:	Sizi tam olarak neyin muallakta bıraktığını açıklayınız.

Şekil 3.3. UAB’ye yönelik hazırlanan sorulardan birisi

Alan ve öğrenci bilgisini belirlemek için hazırlanan sorular

Matematik öğretmenin, öğrencilerin durumuna ve özelliklerine göre (yaş, hazırbulunuşluk vs.) öğrenme yeteneklerini ve sınırlılıklarını bilmesi ve bu durumlara göre sınıf içi uygulamalarını seçmesinin yanı sıra öğrencilerin öğrenme güçlüklerini de dikkate alarak ders işleyişini düzenlemesi AÖB kapsamındadır (Ball vd., 2008). Bu bölüm için hazırlanan beş sorunun her biri üç aşamadan oluşmaktadır. İlk aşama, öğretmenlerin, öğrencilere ve konuya uygun öğretim yöntem ve tekniklerini seçme bilgisi belirlenme amaçlıdır. İkinci aşamada, öğretmenlere daha önceki öğretmenlik deneyimleri esas alınarak ilk aşamada sunulan öğretim yöntem ve teknikleri ile karşılaşp-karşılaşmadıkları sorularak ders esnasında kullandıkları yöntemler ve bu yöntemleri kullanırken öğrenciler için belirlenen öğrenme güçlükleri incelenmiştir. Üçüncü aşamada ise, “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin kavramların anlatımında ilk iki aşamadan bağımsız olarak genel olarak öğrencilerin yaşayabileceği güçlüklerin neler olabileceği sorulmuştur. Aşağıda Tablo 3.3’de AÖB’ye yönelik hazırlanan sorulardan biri örnek teşkil etmesi amacıyla yazılmıştır.⁴

⁴ Alan ve Öğrenci Bilgisini analiz etmek amacıyla hazırlanan soruların tamamı Ek 3’te vardır.

Tablo 3.3.

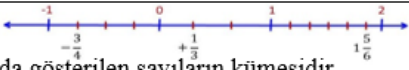
AÖB'ye Yönelik Hazırlanan Sorulardan Biri

AÖB'ye yönelik hazırlanan sorulardan birinin aşamaları

Esin Öğretmenin öğrencileri, “Rasyonel Sayılar Kümesini” ifade etmek amacıyla rasyonel sayıların gösterim yöntemleri üzerinde değişik stratejiler belirlemeye çalışmaktadırlar.

Aşağıdakilerden hangilerini, 9.sınıfta öğrenim gören bir öğrencinin “Rasyonel Sayılar Kümesini” ifade etmek için kullanabileceği bir strateji olarak görmeyi beklersiniz?

Birinci Aşama

	Evet	Hayır	Emin Değilim
1. Rasyonel sayılar kümesi= $\{\dots -1/2, -1/3, ..0, ..1/4, 1/3, 1/2, \dots 1, \dots\}$			
2. Rasyonel sayılar  şeklinde sayı doğrusunda gösterilen sayıların kümesidir.			
3. Rasyonel sayılar kümesi = $Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z} \wedge b \neq 0 \right\}$			
4. Denk kesirlerin oluşturduğu her kümeye bir rasyonel sayı denir. Bu sayıların oluşturduğu kümeye de rasyonel sayılar kümesi denir.			

Daha önceki öğretmenlik deneyimleriniz doğrultusunda öğrencilerin verdiği yukarıdaki ifadelerden herhangi biri ile karşılaştınız mı?

İkinci Aşama

Cevabınız <u>EVET</u> ise;	Cevabınız <u>HAYIR</u> ise;
Yukarıdaki ifadelerden hangisi ya da hangileri ile karşılaştınız?	“Rasyonel Sayılar Kümesini” kavramını 9.sınıf öğrencisine ifade etmek için nasıl bir strateji kullandınız?
Yukarıdaki ifadelerden herhangi biri <u>yanlışsa</u> veya <u>eksikse</u> sizce öğrenciler ne tür güçlükler yaşamaktadırlar?	

Üçüncü Aşama

Sizce, “Küme kavramını” öğrencilerinize anlatırken, öğrencilerinizin yaşayabileceği güçlükler neler olabilir?

A)

B)

C)

Alan ve öğretme bilgisini belirlemek için hazırlanan sorular

Alan ve Öğretme Bilgisi (AÖtB), matematik öğretmenin herhangi bir matematiksel kavramı anlatırken etkin öğretim için, konunun giriş-gelişme ve sonuç bölümlerinde konuya özgü birçok öğretim tekniğine hazırlıklı olması, konuya özgü modelleri ve temsilleri seçebilmesidir (Ball vd., 2008). Örneğin bir matematik öğretmeni “Küme” kavramının öğretiminde bazı güçlükler yaşanabileceğini düşünerek, kavramın öğretimine özgü model, temsil veya uygun olan örnekleri belirlemesi AÖtB kapsamında değerlendirilmektedir. Yukarıda yazılı olan bileşene ilişkin göstergeler ve “Kümelerde Temel Kavramlara” yönelik müfredat kapsamında altı soru hazırlanmıştır.

Aşağıda Şekil 3.4’de AÖtB’ye yönelik hazırlanan sorulardan biri örnek teşkil etmesi için yazılmıştır.⁵

Necla Öğretmen, 9.sınıf öğrencilerine “Sonlu ve sonsuz küme” arasındaki farkı ilk defa anlatırken, konuya özgü, öğrencilerde anlamlı öğrenme sağlayabilecek örneklerle konuya giriş yapmak istemekte; fakat bu konuda kararsız kalmaktadır.

Sizce, Necla öğretmenin aşağıdaki örneklerden hangisini kullanması etkin öğretim için en uygun örnek olabilir? Neden?

- a) Yeryüzündeki ağaçların yapraklarının sayısı
 - b) Doğal sayılar kümesi
 - c) Herhangi iki doğal sayı arasındaki doğal sayıların oluşturduğu küme
 - d) Herhangi iki rasyonel sayı arasındaki rasyonel sayıların oluşturduğu küme
 - e) Yukarıdakilerin hepsi, “Sonlu ve sonsuz küme” kavramlarını anlatmak için etkili örneklerdir.
-

Nedenini açıklayınız.

Yukarıdaki örneklerden herhangi birini daha önceki ders deneyimlerinizde kullandınız mı? Hangisi?

Sizce, yukarıdaki örneklerden başka “Sonlu ve sonsuz küme kavramlarının” etkin öğretimi için başka örnekler olabilir mi? Açıklayınız.

Şekil 3.4. AÖtB’ye yönelik hazırlanan sorulardan biri

⁵ Alan ve Öğretme Bilgisini analiz etmek amacıyla hazırlanan soruların tamamı Ek 4’te vardır.

3.3.1.5. ÖKBT'nin geçerlik ve güvenirlik çalışmaları

Araştırmada kullanılan ve yarı-yapılandırılmış görüşme formatına uygun biçimde hazırlanmış olan ÖKBT'nin geçerlilik çalışmaları kapsamında ÖMB ve Matematik Eğitimi alanında uzman beş öğretim üyesi ile ilköğretim/ortaöğretim seviyesinde matematik ders deneyimleri bulunan altı matematik öğretmenin görüşleri doğrultusunda uzman incelemesi yöntemine başvurulmuştur. Öncelikle altı matematik öğretmeni ile 9. Sınıf Matematik Müfredatı kazanımları doğrultusunda “Kümelerde Temel Kavramlar” konusuna ilişkin beyin fırtınası yöntemi ile uzman öğretim üyeleri eşliğinde soru havuzu oluşturulmuştur. ÖMB Modelinin bileşenlerinin birbirinden ayrıldığı ve her bir bileşenin sahip olması gereken göstergeler, Ball, Thames ve Phelps'in (2008) yazdığı “Content Knowledge for Teaching – What makes it special?” adlı çalışma doğrultusunda oluşturulmuştur. Bileşenlere ait göstergelere ilişkin dil geçerliliği için ÖMB modeline yönelik yapılan önceki çalışmalardan yararlanılmış ve dil birliği üzerindeki hassasiyet muhafaza edilmeye çalışılarak bileşenlere son hali verilmiştir. Daha sonra uzman görüşleri doğrultusunda, görüşme formunda yer alan sorulara ekleme-çıkarma yapılmış ve uygulamadan önce pilot uygulama yapılmasına karar verilmiştir. Pilot uygulama için beş matematik öğretmeni ile çalışılmıştır. Pilot uygulamanın ardından görüşme formu ile ilgili gerek içerik gerekse uygulamada karşılaşılan eksiklikler giderilerek ÖKBT'nin son hali ortaya konulmuştur.

3.3.2. Öğrenci Başarı Testi (ÖBT)

Bu kısımda ÖBT'nin hazırlanma amacı, geliştirilme süreci, yapılan pilot çalışma, ÖBT'de yer alan soruların genel olarak içerikleri ve geçerlik-güvenirlik çalışmalarına ilişkin bilgilere yer verilmiştir.

3.3.2.1. ÖBT'nin amacı ve geliştirilme süreci

ÖBT⁶, öğrencilerin kümeler konusuna ilişkin bilgi ve becerilerini belirleyebilmek ve öğretmenlerin “Öğretim için Küme Bilgisi Testi (ÖKBT)” sonuçları ile ilişkilendirmek amacıyla hazırlanmıştır. ÖBT hazırlanırken, “Kümelerde Temel Kavramlar” konusu kazanımları doğrultusunda MEB tarafından dokuzuncu sınıf öğretmen ve öğrencileri için hazırlanmış olan matematik ders kitaplarından, literatürde mevcut olan öğrencilerin

⁶ Öğrenci Başarı Testi soruları Ek 5'de vardır.

sıklıkla hata yaptığı kavramlardan ve “Küme” kavramına yönelik yazılmış olan kitap ve tezlerden faydalanılarak soru havuzu oluşturulmuştur. Bununla birlikte soru havuzu içerisinde sorular seçilirken, özellikle öğretmenlerin ÖKBT bağlamında genellikle eksiklikler yaşadıkları veya öğretime ilişkin yeterli performans sergileyemedikleri kavramlara öncelik verilmiştir.

3.3.2.2. Pilot çalışma ile geçerlik ve güvenirlik çalışmaları

ÖBT için “Küme” kavramına yönelik daha önceki yapılan çalışmalar ÖMB ile ilişkilendirilerek test soru havuzu oluşturulmuştur. Oluşturulan soru havuzu bağlamında, kapsam geçerliği sağlaması için tüm kazanımlara göre eşit sayıda olmak koşuluyla testin ilk hali olan ve 15 maddeden oluşan “Doğru-Yanlış” cevap formatında başarı testi hazırlanmıştır. Daha sonra farklı okullarda pilot uygulama yapılarak çıkarılması ve kalması gereken maddeler madde-toplam istatistik sonuçlarına göre belirlenerek teste son hali verilmiştir. Bunun için hazırlanan test, 2015-2016 eğitim-öğretim yılında “Küme” kavramının öğretimi yapıldıktan iki hafta sonra, Kahramanmaraş il merkezinde bir lisedeki 53 öğrenciye pilot uygulama olarak uygulanmıştır. Pilot uygulama sonucunda güvenirlik katsayısı 0.557 bulunmuştur. Güvenirlik katsayısının düşük olmasında, hazırlanan testin madde sayısının az olmasının etkili olduğu düşünülerek testin madde sayısı 32’ye çıkartılarak tekrar 55 kişiden oluşan başka bir gruba pilot uygulama yapılmıştır. Pilot uygulama sonucunda sekiz maddenin testten çıkartılması gerektiği sonucuna varılmıştır. Bu sekiz maddede testten çıkartıldıktan sonra kalan 24 maddelik başarı testi 41 kişiden oluşan diğer bir gruba daha uygulanarak güvenirlik katsayısı 0.714 olarak bulunmuştur. Pilot uygulamalar esnasında test için ideal cevaplama süresi 25 dakika olarak belirlenmiştir.

Aşağıda Tablo 3.4’de pilot uygulamaya yönelik SPSS 20.0 programı sonucu bulunan madde-toplam istatistik sonuçları gösterilmiştir.

Tablo 3.4.

Pilot Uygulama Sonucu Testin Madde-Toplam İstatistik Sonuçları

	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
m1	13,7317	12,501	,354	,696
m6	13,3659	13,238	,367	,701
m7	13,4390	13,502	,145	,713
m8	13,5610	13,402	,124	,716
m9	14,0000	12,800	,303	,701
m11	13,9756	13,274	,150	,714
m12	14,0244	13,124	,211	,709
m15	13,5610	12,702	,347	,698
m17	13,6585	12,980	,226	,708
m22	14,0732	12,920	,304	,701
m23	14,1463	13,378	,193	,709
m25	13,9024	13,440	,091	,720
m26	13,3415	13,730	,145	,712
m28	13,4878	13,306	,186	,710
m29	13,7805	12,826	,257	,705
m30	13,7073	12,812	,266	,704
m31	13,3902	13,244	,310	,703
m32	13,6341	13,288	,141	,715
m34	13,9268	12,170	,472	,685
m35	13,9268	12,170	,472	,685
m36	13,5122	12,956	,292	,702
m37	13,4634	13,155	,258	,705
m38	13,7561	12,489	,355	,696
m39	13,3659	13,288	,341	,703

ÖBT, ders öğretim süreçleri video kaydı ile takip edilen üç öğretmenin girmiş olduğu tüm sınıflardaki toplam 210 öğrenciye uygulanmıştır. Test yapılmadan önce, öğrencilerin teste doğru yanıtlar yazmaları ve içtenlikle katılımının sağlanması amacıyla, bu testin sözlü sınavı olarak değerlendirileceği öğrencilere duyurulmuştur.

3.3.3. Ders Gözlem Formu (DGF)

Bu kısımda DGF'nin hazırlanma amacı, geliştirilme süreci, DGF'de yer alan bileşenlere ilişkin göstergelerin genel olarak içerikleri ve geçerlik-güvenirlik çalışmalarına ilişkin bilgilere yer verilmiştir.

3.3.3.1. DGF'nin amacı, geliştirilme süreci ve içeriği

ÖMB Modelinin bileşenlerinin içeriği doğrultusunda, araştırmacının öğretim sürecinde ders işlenişi ile ilgili izlenimlerini kayıt altına almak amacıyla “Ders Gözlem Formu” hazırlanmıştır. DGF'de araştırmacının gerektiğinde açıklamalar yazması amacıyla forma açıklama kısımları eklenmiştir.⁷ DGF'nin oluşturulmasında Ball, Thames ve Phelps'in (2008) yaptıkları “Content Knowledge for Teaching – What makes it special?” adlı çalışmadan ve Aslan-Tutak ve Köklü'nün (2016) yazdıkları ÖMB'ye yönelik kitap bölümünden yararlanılmıştır. Ders Gözlem Formu, “Öğretim için Matematik Bilgisi” modelinin GAB (4 gösterge), UAB (6 gösterge), AÖB (4 gösterge) ve AÖtB (4 gösterge) bileşenleri doğrultusunda, bu bileşenlere ilişkin toplam 18 göstergeden oluşmaktadır. DGF hazırlanırken ÖKBT ile karşılaştırma yapılacağı için ÖKBT'yle tutarlı olacak şekilde oluşturulmaya çalışılmıştır.

3.3.3.2. Geçerlik ve güvenirlik çalışmaları

DGF'nin geçerlik ve güvenirlik çalışmaları uzman incelemesi ile sağlanmıştır. Bunun için ÖMB'nin bileşenlerine ilişkin göstergeler iki alan uzmanının incelenmesine tabi tutularak eklenmesi ve çıkarılması gereken bileşenler belirlenmiştir. Ders gözlem formunda bulunan ifadelerde, uzmanların eksik buldukları yönler tamamlanarak gözlem formuna son hali verilmiştir.

3.3.4. Öğrenci Ders Notları

Bu kısımda öğrenci ders notlarının neden alındığı ve geçerlik-güvenilirlik çalışmalarına ilişkin bilgilere yer verilmiştir.

⁷ Ders Gözlem Formu örneği Ek 6'da vardır.

3.3.4.1. Öğrenci ders notlarının alınmasının amacı

Video kayıt için derslerine girilen üç öğretmenin girmiş olduğu sınıflardaki yazısı okunaklı altı öğrenci belirlenerek toplamda 18 öğrenciden ders esnasında tutmuş oldukları ders notları alınmıştır. Öğrenci ders notlarının alınmasındaki amaç, öğretmenlerin ders içi öğretim sürecinde “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin yazdıkları eksik veya hatalı tanımlamaları, yanlış notasyon kullanımlarını veya kavramların açıklanmasına yönelik eksikliklerin öğrencilere yansımalarını gerek ÖKBT gerekse ÖBT ile karşılaştırarak belirleyebilmektir.

3.3.4.2. Geçerlik ve güvenirlik çalışmaları

Araştırmada ders kaydı yapılan tüm sınıflardaki öğrenciler arasından erkek ve kız öğrencilerin sayısı eşit olacak şekilde, yazısı okunaklı ve tüm ders içeriğini defterlerine yazan öğrenciler belirlenerek elde edilen ders notlarının geçerli ve güvenilir olmasına çalışılmıştır.

3.4. Verilerin Toplanması

Bu araştırmanın verileri gözlem, görüşme ve doküman incelemesi yöntemleriyle veri çeşitlemesi (triangulation) yöntemi kullanılarak toplanmıştır. Veri çeşitlemesi yöntemi ya da üçgenleme, aynı araştırmada en az iki ya da daha fazla veri toplama aracının veya araştırma yöntemlerinin birlikte kullanılmasıdır (Denzin, 1970; Thurmond, 2001). Ölçüm üçgenlemesi (data triangulation) ise; farklı zamanlarda aynı olguya ilişkin verilerin elde edilmesidir (Kimchi, Polivka ve Stevenson, 1991). Ölçüm üçgenlemesi, araştırılan konuya ilişkin birden fazla veri toplama araçlarıyla ölçümün yapılmasına ve konuya ilişkin birden fazla boyutun belirlenmesine imkân sağlamaktadır (Neuman ve Özge, 2008). Araştırmada ÖKBT, Ders Gözlem Formu, ÖBT ve öğrenci ders notları ile veri çeşitlemesi yapılmıştır. Bununla birlikte nitel araştırmada güvenirlik, araştırmacının yaptığı gözlemin güvenirliği ve araştırmanın her aşamasının detaylı bir biçimde ortaya konulmasıyla doğrudan ilişkilidir. Veri toplama araçlarının çeşitliliği, verilerin gözleminin yapılarak kayıt altına alınma aşamasında çok sayıda veri kaynağının ve bu veri kaynaklarını inceleyen araştırmacının kullanılması araştırma sonuçlarının güvenirliğini arttırıcı etkenlerdir (McMillan ve Schumacher, 2010). Bu nedenlerden ötürü çok sayıda veri toplama yöntem ve tekniğinin birbirlerini takviye ve telafi edici biçimde

kullanıldığı “triangölasyon” (veri çeşitlemesi) yaklaşımı, araştırmacının “sistematiik hata” yapma olasılığını en aza indirmek amacıyla bu araştırma kapsamında benimsenmiştir (Maxwell, 1996; Yıldırım ve Şimşek, 2005). Yapılan bu araştırmada görüşme, gözlem ve doküman incelemesi olmak üzere üç çeşit veri toplama yöntemi kullanılarak araştırmanın geçerlilik ve güvenilirliği arttırılmaya çalışılmıştır.

Araştırmada gözlem yöntemi, öğretmenlerin ders anlatımlarını kayıt altına alarak değerlendirmek amacıyla doğal ve yapılandırılmamış bir biçimde ünite süresince kullanılmıştır. Araştırmada görüşme tekniğine ilave olarak gözlem tekniğinin kullanılması, öğretmenlerin görüşme sorularına yazdıkları cevaplar ile sınıf içi davranışları arasında tutarlılığının belirlenmesi amaçlıdır. Yani AÖB ve AÖtB bileşenlerinin öğretime dönük bilgi türü olmasından dolayı öğretmenlerin ÖMB düzeylerini yalnızca ÖKBT üzerinden sınırlandırmamak amacıyla üç öğretmenin ders içi öğretim süreçleri takip edilmiştir. Ders kaydı yapılmadan önce, ders esnasında heyecanlanma vb. durumların söz konusu olmaması için öğretmenlerin gönüllü olarak katılması ve 10 yıl ve üzeri mesleki deneyimine sahip öğretmenler tercih edilmiştir. Bununla birlikte, araştırmanın farklı boyutları için öğretmenlerin mesleki deneyimleri içerisinde en az beş öğretim yılında “Kümeler” konusunu anlatmış olması esas alınmıştır. Daha sonra belirlenen üç öğretmenin iki hafta boyunca tüm ders işlenişleri takip edilip “Kümelerde Temel Kavramlar” konusu kamera ile kayıt altına alınmıştır. Ardından bu üç öğretmenin ders kayıtları ayrıntılı olarak transkript edilmiştir. Ders kayıtları transkript edilmeden önce, iki uzman tarafından öncelikle video kayıtları izlenmiş ve ardından bir kişi süreci yazıya dökerek güvenilirlik sağlanmaya çalışılmıştır.

Doküman incelemesi, “araştırılması hedeflenen olgu veya olgular hakkında bilgi içeren yazılı materyallerin analizini kapsar.” (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Bu araştırmada veri kaynağı olarak kullanılan dokümanlar, dokuzuncu sınıf matematik ders kitapları, öğretim programı, öğretmen kılavuz kitapları ve öğrencilerin ders notlarından oluşmaktadır.

3.5. Verilerin Analizi

Öğretmenlerle gerçekleştirilen yarı yapılandırılmış görüşme, ses ve video kaydı ile gözlem ve yazılı dokümanlar sonucunda elde edilen nitel verilerin analizinde betimsel analiz, içerik analizi, sürekli karşılaştırma teknikleri ile her bir veri toplama aracına özel

veri analiz yöntemleri birlikte kullanılmıştır. Betimsel analiz yapılırken, Yıldırım ve Şimşek'e (2005) göre, araştırmacı tarafından önceden belirlenen temalara ve kodlara göre elde edilen veriler yorumlanır ve görüşme yapılan kişilerin görüşleri doğrudan alıntılarla verilir.

Bu araştırmada ilk olarak, öğretmenlerin ÖKBT testi doğrultusunda açık uçlu sorulara yazmış oldukları cevapların hangi temalar altında sunulması gerektiği belirlenmeye çalışılmıştır. Bunun için, elde edilen veriler ayrıntılı olarak incelenmiş ve çalışmanın amacı doğrultusunda hazırlanan görüşme sorularına ve ÖMB modelinin bileşenlerine yönelik olarak araştırmacı tarafından temalar ve kodlar belirlenmiştir. Araştırmaya katılan öğretmenlerin açık uçlu sorulara vermiş oldukları cevaplar öncelikle bu temalara göre yerleştirilmiş, ardından bulgular tanımlanmış ve son olarak bulgular yorumlanmıştır. Çalışmaya katılan öğretmenlere yönelik alıntılarının tamamının verilmesi yerine çalışılan durumu ortaya koyacak şekilde alıntılarla iktifa edilmiştir. Fakat ders kaydı yapılarak çalışmaya katılan öğretmenlere yönelik kavramları tanımlama, gerekçe belirtme, matematiksel açıklamalar yapma, öğretim yöntem ve teknikleri belirleyebilme gibi ÖMB modelinin bileşenlerine ilişkin göstergelerde alıntılarının tamamı verilmiştir. Bununla birlikte bu öğretmenlerin ders içi öğretim aktivitelerinde ÖMB kullanım süreçlerine ilişkin DGF'den elde edilen verilerin analizinde sadece çalışılan durumu ortaya koyacak şekilde alıntılara yer verilmiştir.

İçerik analizi veri toplama araçları ile elde edilen yazılı verilerin özetlenmesi, anlamlı ve geçerli sonuçlara ulaşılması ve bu sonuçların okuyucuya aktarılması süreci olarak tanımlanabilir (Krippendorff 2004; Cohen, Manion ve Morrisson, 2007). İçerik analizinin özünde, benzer verileri belirli kodlar ve temalar çerçevesinde bir araya getirerek anlaşılır biçimde yorumlamak vardır. İçerik analizinden amaç, verileri derinlemesine inceleyerek verileri özetlemek ve belli temalar altında okuyucuya aktarmaktır (Cohen, Manion ve Morrisson, 2007). İçerik analizindeki süreçleri kendi içerisinde dört aşamada inceleyebiliriz. Bu aşamalar sırayla verilerin kodlanması, temaların belirlenmesi, kodların ve temaların düzenlenmesi ve bulguların yorumlanması şeklindedir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu çalışmada verilerin analizi yapılırken bu aşamalar dikkate alınmıştır. Çalışmada içerik analizi ÖMB modelinin pedagojik alan bilgisi boyutunda öğretmenlerin sık yaşanan öğrenci güçlüklerini açıklamaya ilişkin ham verinin kodlanması ve temaların oluşturulmasını kapsamıştır. Araştırmanın güvenilirliğini

belirlemek için, öğretmenlerin sorulara yazdıkları cevaplardan elde edilen veriler kodlandıktan sonra, kodların tutarlılığı “Görüş Birliği” ya da “Görüş Ayrılığı” olan maddeler belirlenmiştir. Öğretmenlerin cevaplarına göre, araştırmacıların aynı kodu kullandığı durumlar “Görüş Birliği”; araştırmacıların farklı kodu kullandığı durumlar “Görüş Ayrılığı” olarak değerlendirilmiştir. Araştırmanın güvenilirliği için, Miles ve Huberman’ın (1994) “Güvenirlik = Görüş Birliği / (Görüş Birliği + Görüş Ayrılığı)” formülü kullanılmıştır. Miles ve Huberman (1994) araştırmanın güvenilir olarak kabul edilebilmesi için, güvenilirlik hesaplarının %70’in üzerinde çıkması gerektiğini belirtmiştir. Tarafımızdan yapılan araştırmanın güvenilirlik sonucu %78 olarak bulunduğu için güvenilir kabul edilmiştir.

Araştırmada nicel verilerin analizinde yüzde, frekans teknikleri kullanılmıştır. Ayrıca video ve ses kaydı yapılan öğretmenlerin ders içi öğretim süreçleri transkript edilerek DGF ile sürekli olarak karşılaştırılmıştır. Öğretmenlerin ÖKBT ile elde edilen ÖMB düzeyleri “*Yetersiz, Kısmen Yeterli*” ve “*Yeterli*” olmak üzere üç kategoride derecelendirilmiş ve herhangi bir puanlama yapılmamıştır.

Coffey ve Atkinson’a (1996) göre veri analiz sürecinin kapsamlı ve sistematik bir şekilde yürütülmesi gerekmektedir. Bununla birlikte, analiz sürecini yapılan her araştırma için geçerliliğini koruyacak standart bir süreç haline getirmenin de mümkün olamayacağını belirtmektedirler.

Bu bağlamda, bu araştırma için her bir veri toplama aracına ilişkin kullanılan veri analiz yöntemleri aşağıda açıklanmıştır.

3.5.1. ÖKBT’nin Veri Analizi Aşamaları

Bu kısımda ÖKBT’nin bileşenlerine yönelik analizlerde kullanılan tema ve kod listesi ve kullanılan veri analiz yöntemlerine ilişkin verilere yer verilmiştir.

3.5.1.1. GAB’a ilişkin verilerin analizi

Araştırmada GAB’a ilişkin veriler, araştırmacı tarafından önceden belirlenen GAB içeriğinde bulunan “*Matematiksel tanımları doğru olarak kullanabilme*” ve “*Matematiksel terimleri ve notasyonları doğru olarak kullanabilme*” göstergeleri doğrultusunda analiz edilmiştir.

“*Matematiksel tanımları doğru olarak kullanabilme*” göstergesine ilişkin veriler iki aşamada analiz edilmiştir. İlk aşamada, “Kümelerde Temel Kavramlara” konusu bağlamında ele alınan her bir kavrama yönelik çalışmaya katılan tüm öğretmenlerin tanımlamaları, yüzde-frekans teknikleri ile analiz edilmiştir. Bu aşamada öğretmenlerin tanımlamaları, “*Fikrim Yok, Kısmen doğru açıklama, Doğru açıklama*” ve “*Yanlış açıklama*” şeklinde kategorilendirilerek herhangi bir puanlama yapılmadan değerlendirilmiştir. Daha sonra öğretmenlerin tanımlarına yönelik yukarıda verilen kategoriler doğrultusunda, “*Kısmen doğru tanımlama, Doğru tanımlama*” ve “*Yanlış tanımlama*” şeklinde alıntılara yer verilmiştir. Alıntıların analizinde MEB (2016) 9.Sınıf Matematik Ders kitabı referans olarak alınmıştır. Öğretmenlerin alıntılarına yer verilirken, çalışmaya sadece ÖKBT uygulanarak katılan öğretmenlerden her bir kategoriye ilişkin sadece iki öğretmenin alıntıları ile iktifa edilmiş ve sonuçlar yorumlanmıştır. Araştırmaya hem ÖKBT hem de ders içi öğretim süreçleri video ve ses kaydı yapılarak katılan öğretmenlere yönelik alıntılara ayrı olarak yer verilmiş ve de alıntılarının tamamı ifade edilmiştir. İkinci aşamada, ders içi öğretim süreçleri takip edilen öğretmenlere ilişkin verilerin ÖKBT verileri ile karşılaştırılması amacıyla bu öğretmenlerin öğretim süreçlerine ilişkin veriler transkript edilmiştir. Bu şekilde hem veri çeşitlemesi hem de ÖKBT ile ders içi öğretim süreçlerinin birbirleriyle tutarlı olup-olmadığı belirlenmeye çalışılmıştır.

Aşağıda Tablo 3.5’de veri toplama sürecine ilişkin bilgilere yer verilmiştir.

Tablo 3.5.

GAB Bileşenlerinden Matematiksel Tanımları Doğru Olarak Kullanabilme Göstergesine İlişkin Verilerin Analizi

Temalar	Kodlar	Kategoriler	Veri Analiz Süreci
Matematiksel tanımları doğru olarak kullanabilme	Küme		İlk aşamada, belirlenen her bir koda yönelik çalışmaya katılan tüm öğretmenlerin tanımlamaları (kodlar), yüzde-frekans teknikleri ile belirlenen kategoriler altında analiz edilmiştir.
	Evrensel Küme	Fikrim yok	
	Boş Küme	Doğru açıklama	
	Sonlu Küme	Kısmen doğru açıklama	
	Sonsuz Küme		İkinci aşamada, ders içi öğretim süreçleri takip edilen öğretmenlere ilişkin verilerin ÖKBT verileri ile karşılaştırılması amacıyla bu öğretmenlerin öğretim süreçlerine ilişkin veriler transkript edilmiştir.
	Alt Küme	Yanlış açıklama	
	Eşit Küme		
Verilerin analizine örnek olarak			
“...canlı veya cansız varlıkların iyi tanımlanarak oluşturduğu topluluk.” (Kısmen doğru açıklama)			
Küme, MEB’e (2015) göre; “iyi tanımlanmış birbirinden farklı nesnelerden oluşan topluluktur.” (Doğru açıklama)			

“*Matematiksel terimleri ve notasyonları doğru olarak kullanabilme*” göstergesine ilişkin verilerin analizi yapılırken ilk olarak “Kümelerde Temel Kavramlar” konusu kapsamında kullanılacak notasyonlar belirlenmiştir. Bu aşamadan sonra elde edilen veriler “*Doğru kullanım, Kısmen doğru kullanım*” ve “*Yanlış kullanım*” şeklinde kategorilendirilerek herhangi bir puanlama yapılmadan değerlendirilmiştir. Öğretmenlerin alıntılarına yer verilirken, elde edilen veriler iki grup şeklinde analiz edilmiştir. Birinci grupta yalnızca ÖKBT uygulanan öğretmenler yer alırken; ikinci grupta hem ÖKBT uygulanan hem de ders içi öğretim süreçleri “Ders Gözlem Formu” ile takip edilen öğretmenler yer almıştır. Birinci gruptaki öğretmenlerden elde edilen verilere yönelik alıntılar yazılırken matematiksel terim ve notasyonları her yerde aynı şekilde doğru olarak kullanan öğretmenlerle iktifa edilmiştir. İkinci gruptaki öğretmenlere yönelik alıntılar verilirken öğretmenlerin notasyon kullanımı “Yeterli” ve Kısmen yeterli” olarak kategorilendirilmiştir. Bu şekilde elde edilen verilerden öğretmenlerin hem ÖMB düzeyleri belirlenecek hem de “ÖBT” sonuçları ile kıyaslama imkânı elde edilmiş olacaktır. Aşağıda Tablo 3.6’da veri toplama sürecine ilişkin bilgilere yer verilmiştir.

Tablo 3.6.

GAB Bileşenlerinden Matematiksel Terimleri ve Notasyonları Doğru Olarak Kullanabilme Göstergesine İlişkin Verilerin Analizi

Temalar	Kodlar	Kategoriler	Veri Analiz Süreci
Matematiksel terimleri ve notasyonları doğru olarak kullanabilme	“{ }”	“ $\emptyset$ ”	İlk olarak “Kümelerde Temel Kavramlar” konusu kapsamında notasyonlar (kodlar) belirlenmiştir. Bu aşamadan sonra elde edilen veriler “Doğru kullanım, Kısmen doğru kullanım” ve “Yanlış kullanım” kategorileri altında analiz edilmiştir.
	“ $\subset$ ”	“ $\supset$ ”	
	“=”	“ $\in$ ”	
	“ $x $ ”	“ $x:$ ”	
		Doğru kullanım	
		Kısmen doğru kullanım	
		Yanlış kullanım	Hem ÖKBT uygulanan hem de ders içi öğretim süreçleri “Ders Gözlem Formu” ile takip edilen öğretmenlerin notasyon kullanımı “Yeterli” ve Kısmen yeterli” şeklinde derecelendirilmiştir.

3.5.1.2. UAB’ye ilişkin verilerin analizi

Araştırmada UAB’ye ilişkin veriler, araştırmacı tarafından önceden belirlenen UAB içeriğinde bulunan “*Matematiksel ifadelerin, işlemlerin ve kavramların neden ve niçinini ortaya koyabilme, Matematiksel açıklamalar yapma ve değerlendirme*” ve “*Belirli amaçlar için temsiller seçme*” göstergeleri doğrultusunda analiz edilmiştir. Bu amaçla öğretmenlere, kazanımlar doğrultusunda UAB’nin içeriğini belirtecek şekilde hazırlanmış beş soru yöneltilmiş ve bu soruları gerekçeleriyle birlikte açıklamaları istenmiştir. Daha sonra ders içi öğretim süreçleri video-ses kayıt ve DGF ile takip edilen öğretmenlerin ders içi aktivitelerinde, öğrencilerden gelen “Neden” ve “Niçin” sorularına verdikleri cevaplar da ayrı bir başlık halinde tablolar halinde yorumlanmıştır.

“*Matematiksel ifadelerin, işlemlerin ve kavramların neden ve niçinini ortaya koyabilme*” göstergesine ilişkin veriler iki aşamada analiz edilmiştir. İlk aşamada öğretmenlere yöneltilen beş soruya ilişkin temalar hazırlanmıştır. Hazırlanan bu temalar altında öğretmenlerin cevapları analiz edilmiştir. Araştırma bulguları, hazırlanan temalar altında başlıklar yazılarak sunulmuştur. Bunun için öğretmenlerin, kendilerine yöneltilen beş sorunun her birine verdikleri cevaplar öncelikle “*Doğrudur, Yanlıştır*” ve “*Emin değilim*” şeklinde kategorilendirilmiş ve bu veriler yüzde-frekans teknikleri ile analiz edilmiştir. İkinci aşamada ise, öğretmenlerden verdikleri cevaplara ilişkin, “*Neden doğru?, Neden yanlış?*” veya “*Neden emin değilim?*” şeklinde gerekçeler yazmaları istenmiştir. Öğretmenlerin yazdıkları gerekçeler, “*Yanlış açıklama, Kısmen doğru*

açıklama, Doğru açıklama” ve “Fikrim Yok” şeklinde kategorilendirilerek herhangi bir puanlama yapılmadan değerlendirilmiştir. Bu şekilde veri analizi yapılmasındaki amaç, ÖKBT’de yer alan sorulara ilişkin doğru cevap veren öğretmenlerin gerekçelerinin de doğru olarak yazılıp-yazılmadığını tespit edebilmektir. Öğretmenlerin alıntılarına yer verilirken, çalışmaya sadece ÖKBT uygulanarak katılan öğretmenlerden her bir kategoriye ilişkin sadece iki öğretmenin alıntıları ile iktifa edilmiş ve sonuçlar yorumlanmıştır. Araştırmaya hem ÖKBT hem de ders içi öğretim süreçleri video ve ses kaydı yapılarak katılan öğretmenlere yönelik alıntılarının tamamına ayrı olarak yer verilmiştir. Aşağıda Tablo 3.7’de veri toplama sürecine ilişkin bilgilere yer verilmiştir.

Tablo 3.7.

UAB Bileşenlerinden Matematiksel İfadelerin, İşlemlerin ve Kavramların Neden ve Niçinini Ortaya Koyabilme Göstergesine İlişkin Verilerin Analizi

Temalar	Kodlar	Kategoriler	Veri Analiz Süreci
Matematiksel ifadelerin, işlemlerin ve kavramların “Neden” ve “Niçin”ini ortaya koyabilme	Kümenin elemanları arasında ortak bir özellik olmasına gerek yoktur.	Doğrudur	İlk aşama Bu aşamada öğretmenlere yöneltilen beş sorunun (kodlar) her birine verilen cevaplar öncelikle “Doğrudur, Yanlıştır” ve “Emin değilim” şeklinde yüzde-frekans teknikleri ile analiz edilmiştir.
	Tek elemanlı bir küme evrensel küme oluşturabilir.	Yanlıştır	
		Emin değilim	
	Yeryüzündeki tüm ağaçların yaprak sayısı sonlu bir küme belirtir.		İkinci aşama
	Boş küme, her kümenin alt kümesidir.	Fikrim yok	Bu aşamada öğretmenlerin sorulara ilişkin yazdıkları gerekçeler, “Yanlış açıklama, Kısmen doğru açıklama, Doğru açıklama” ve “Fikrim Yok” şeklinde kategorilendirilerek herhangi bir puanlama yapılmadan analiz edilmiştir.
	A ve B kümelerinin eşit küme olabilmesi için $A \subset B$ ve $B \subset A$ olmalıdır.	Doğru açıklama Kısmen doğru açıklama Yanlış açıklama	

Veri analiz sürecine örnek olarak;

Ali isimli bir öğrenci, “Yeryüzündeki tüm ağaçların yaprak sayısının sonsuz küme” belirttiğini iddia etmektedir. Ali’nin iddiası için aşağıda yazılan uygun seçeneği işaretleyiniz ve gerekçesini açıklayınız. Öncelikle belirlenen tema altında, “Yeryüzündeki tüm ağaçların yaprak sayısı sonlu bir küme belirtir.” ifadesine ilişkin öğretmenlerin cevapları “Doğrudur, Yanlıştır” ve “Emin değilim” şeklinde analiz edilmiştir.

Daha sonra aşağıdaki şekilde herhangi bir puanlama yapılmadan gerekçeler analiz edilmiştir.

- Ağaçların yaprak sayısı yeryüzü ile sınırlandığı için sonlu kümedir. (Doğru açıklama)
- İnsanın ömrü yaprak sayılarının saymaya kifayet edemeyeceği için sonsuz küme olarak kabul edilir. (Yanlış açıklama)

“*Matematiksel açıklamalar yapma ve değerlendirme*” göstergesine ilişkin verilerin analizinde, ilk olarak UAB’yi analiz etmek için hazırlanan sorular kapsamında öğretmenlerin bir önceki göstergede yazdıkları gerekçelerden yararlanılmıştır. Bunun için öğretmenlerin gerekçeleri, “*Matematiksel açıklama ve değerlendirme yapma, Matematiksel açıklama ve değerlendirme yapmama*” ve “*Herhangi bir açıklama yapamama*” şeklinde kategorilendirilerek yüzde-frekans teknikleri ile analiz edilmiştir. Daha sonra yalnızca “*Matematiksel açıklama ve değerlendirme yapabilen*” öğretmenlere ilişkin alıntılar analiz edilmiştir.

“*Belirli amaçlar için temsiller seçme*” göstergesine ilişkin verilerin analizinde, ilk olarak UAB’yi analiz etmek için hazırlanan sorular kapsamında öğretmenlerin “*Matematiksel ifadelerin, işlemlerin ve kavramların neden ve niçinini ortaya koyabilme*” göstergesine yönelik yazdıkları gerekçelerden yararlanılmıştır. Bunun için öğretmenlerin gerekçeleri, “*Belirli bir amaca yönelik temsiller seçme, Belirli bir amaca yönelik herhangi bir temsil belirtememe*” ve “*Herhangi bir açıklama yapamama*” şeklinde kategorilendirilerek yüzde-frekans teknikleri ile analiz edilmiştir. Daha sonra yalnızca “*Belirli amaçlar için temsiller seçebilen*” öğretmenlere ilişkin alıntılar analiz edilmiştir.

Aşağıda Tablo 3.8’de veri toplama sürecine ilişkin bilgilere yer verilmiştir.

Tablo 3.8.

Matematiksel Açıklamalar Yapma ve Değerlendirme İle Belirli Amaçlar İçin Temsiller Seçme Bileşenlerine İlişkin Veri Analiz Süreci

Kodlar	Temalar	Kategoriler	Veri Analiz Süreci
Kümenin elemanları arasında ortak bir özellik olmasına gerek yoktur.	Matematiksel açıklamalar yapma ve değerlendirme	➤ Matematiksel açıklama ve değerlendirme yapma	Yüzde-frekans teknikleri
Tek elemanlı bir küme evrensel küme oluşturabilir.		➤ Matematiksel açıklama ve değerlendirme yapmama	“Matematiksel açıklama ve değerlendirme yapabilen” öğretmenlere ilişkin alıntılar
Yeryüzündeki tüm ağaçların yaprak sayısı sonlu bir küme belirtir.		➤ Herhangi bir açıklama yapamama	
Boş küme, her kümenin alt kümesidir.	Belirli amaçlar için temsiller seçme	➤ Belirli bir amaca yönelik temsiller seçme	Yüzde-frekans teknikleri
A ve B kümelerinin eşit küme olabilmesi için $A \subset B$ ve $B \subset A$ olmalıdır.		➤ Belirli bir amaca yönelik herhangi bir temsil belirtememe	“Belirli amaçlar için temsiller seçebilen” öğretmenlere ilişkin alıntılar
		➤ Herhangi bir açıklama yapamama	
<i>Matematiksel açıklamalar yapma ve değerlendirmeye ilişkin örnek:</i>			
➤ Evrensel kümenin eleman sayısı 1’den büyük olmak zorunda değildir. Boş küme her kümenin alt kümesi olacağından tek elemanlı bir kümenin de alt kümesi olur. Dolayısıyla $\emptyset \subset E$ olur. Örnek: $E = \{1\}$ ise $\emptyset \subset E$ olur. (Matematiksel açıklama ve değerlendirme yapma)			
<i>Belirli amaçlar için temsiller seçmeye ilişkin örnek:</i>			
➤ X bir küme olsun. Boş kümenin X’in alt kümesi olmadığını varsayalım. O halde boş küme X’de olmayan bir eleman içeriyor demektir. Bu da boş küme tanımıyla çelişir. O halde boş küme X’in alt kümesidir. (Belirli bir amaca yönelik temsiller seçme)			
➤ Tam olarak bilmiyorum. Ama kümenin elemanları arasında ortak bir özellik bulunması gerekmez. (Belirli bir amaca yönelik herhangi bir temsil belirtememe)			

3.5.1.3. AÖB’ye ilişkin verilerin analizi

Araştırmada AÖB’ye ilişkin veriler, araştırmacı tarafından önceden belirlenen ve AÖB içeriğinde bulunan “*Öğrenciye ve konuya uygun öğretim yöntem ve tekniklerini seçme*” ve “*Sık yaşanan öğrenci güçlüklerini bilme*” göstergeleri doğrultusunda analiz edilmiştir. Bu amaçla öğretmenlere, kazanımlar doğrultusunda AÖB’nin içeriğini belirtecek şekilde hazırlanmış beş soru yöneltilmiş ve bu sorulara yönelik cevaplar istenmiştir.

“Öğrenciye ve konuya uygun öğretim yöntem ve tekniklerini seçme” göstergesine ilişkin veriler iki aşamada analiz edilmiştir. İlk aşamada ÖKBT doğrultusunda öğretmenlerle yapılan görüşmelerde, “Kümelerde Temel Kavramlar” konusu kapsamında “*Rasyonel sayılar kümesini ifade edebilme, evrensel küme kavramını ifade edebilme, sonlu ve sonsuz küme kavramları arasındaki ilişkiyi ifade edebilme, alt küme sayısını bulma*” ve “*iki kümenin eşitliğini ifade edebilme*” konularına ilişkin öğrenciye ve konuya uygun öğretim yöntem ve teknikleri (ifadeler) kapsamında beş soruya ilişkin temalar hazırlanmıştır. İkinci aşamada, öğretmenlerin bu temalar altında verilen ifadelerden “9. *Sınıfta öğrenim gören bir öğrenciye göre*” uygun olan öğretim yöntem ve tekniklerinden birini seçmeleri istenmiştir. Bu kısımda öğretmenlerin cevapları yüzde-frekans analizi yapılmadan her bir ifadenin içerisinde, tablolar halinde belirtilmiştir. Daha sonra öğretmenlerin cevapları “*Yetersiz düzey, Kısmen yeterli düzey*” ve “*Yeterli düzey*” olarak belirlenmiştir. Ardından öğretmenlere her bir temanın altında verilen ifadelerle daha önceki ders deneyimlerinde karşılaşıp-karşılaşmadıkları analiz edilmiştir. Daha sonra uygun ifadeleri seçen öğretmenler üzerinden diğer ifadelerdeki eksikliklerin neden kaynaklandığı öğretmenlerden elde edilen alıntılar üzerinden incelenmiştir.

Aşağıda Tablo 3.9’da veri toplama sürecine ilişkin bilgilere yer verilmiştir.

Tablo 3.9.

Öğrenciye ve Konuya Uygun Öğretim Yöntem ve Tekniklerini Seçme Bileşenine İlişkin Veri Analiz Süreci

Temalar	Kodlar	Veri Analiz Süreci
Öğrenci ve konuya uygun öğretim yöntem ve tekniklerini seçme	Rasyonel sayılar kümesini ifade edebilme	İlk olarak öğretmenlerin tema ve kodlar altında verilen ifadelerden “9. Sınıfta öğrenim gören bir öğrenciye göre” uygun olan öğretim yöntem ve tekniklerinden (ifadeler) birini seçmeleri istenmiştir. Daha sonra öğretmenlerin cevapları “Yetersiz düzey, Kısmen yeterli düzey” ve “Yeterli düzey” olarak belirlenmiştir.
	Evrensel küme kavramını ifade edebilme	
	Sonlu ve sonsuz küme kavramları arasındaki ilişkiyi ifade edebilme	Ardından öğretmenlere her bir temanın altında verilen ifadelerle daha önceki ders deneyimlerinde karşılaşıp karşılaşmadıkları analiz edilmiştir.
	Alt küme sayısını bulma	
	İki kümenin eşitliğini ifade edebilme	Daha sonra uygun ifadeleri seçen öğretmenler üzerinden diğer ifadelerdeki eksikliklerin neden kaynaklandığı öğretmenlerden elde edilen alıntılar üzerinden incelenmiştir.

Öğrenciye ve konuya uygun öğretim yöntem ve tekniklerini seçmeye ilişkin analiz sürecine örnek:

- Evrensel küme kavramını ifade edebilmeye ilişkin;

Üzerinde çalışılan konu ile ilgili tüm elemanları içeren kümedir. Örneğin, sayılar kümesi üzerinde çalışıyorsak, Reel sayılar kümesi evrensel küme olabilir. (Uygun öğretim yöntem ve teknikleri belirleyebilme)

“Sık yaşanan öğrenci güçlüklerini bilme” göstergesine ilişkin veriler “Kümelerde Temel Kavramlar” kapsamında analiz edilmiştir. Her bir kavrama ilişkin öğretmenlerden toplanan veriler içerik analizine tabi tutularak, verilerin hangi temalar altında sunulması gerektiği belirlenmiştir. Ardından her bir kavrama ilişkin ulaşılan veriler tablolar halinde sunulmuştur. Daha sonra tablolardaki veriler, öğrenci öğrenme güçlükleri sırasına göre her güçlük için yalnızca bir öğretmenden alıntı yapılarak yazılmıştır.

Aşağıda Tablo 3.10’da veri toplama sürecine ilişkin bilgilere yer verilmiştir.

Tablo 3.10.

Sık Yaşanan Öğrenci Güçlüklerini Bilme Bileşenine İlişkin Veri Analiz Süreci

Temalar	Kodlar	Veri Analiz Süreci
Sık yaşanan öğrenci güçlüklerini bilme	Küme	
	Evrensel Küme	
	Boş Küme	İçerik analizi sonucu temaların belirlenmesi
	Sonlu Küme	Tablolar halinde verilerin sunulması
	Sonsuz Küme	Öğrenci öğrenme güçlükleri sırasına göre her güçlük için yalnızca bir öğretmenden alıntı yapılması
	Alt Küme	
	Eşit Küme	
Sık yaşanan öğrenci güçlüklerini bilmeye ilişkin analiz sürecine örnek:		
“Küme” kavramına ilişkin öğrenci öğrenme güçlükleri		
➤ Küme kavramının tanımı		
➤ Ortak özellikle gösterim yöntemi		
➤ Soyut örnekler		
➤ Küme kavramının matematikteki diğer kavramlarla olan ilişkisi		
<i>ÖVI: Öğrenciler kesin ifade belirtmeyen küme örnekleri verebiliyorlar. Kümenin iyi tanımlanmış ve net elemanlardan oluşması gerektiğini göz ardı edebiliyorlar.</i>		

3.5.1.4. AÖtB’ye ilişkin verilerin analizi

Araştırmada AÖtB’ye ilişkin veriler, araştırmacı tarafından önceden belirlenen ve AÖtB içeriğinde bulunan “Etkin öğretim için konuya özel ders planlayabilme” göstergesi doğrultusunda analiz edilmiştir. Bunun için “Kümelerde Temel Kavramlar” konusu kapsamında “Küme, Evrensel Küme, Boş Küme, Sonlu-Sonsuz Küme, Alt Küme, Eşit Küme” kavramlarına ilişkin etkin öğretim için konuya özel ders planlayabilme bilgileri öğretmenlere yöneltilen altı soru ile incelenmiştir. Daha sonra öğretmenlerden bu altı sorunun içerisinde yer alan dört öğretim tekniklerinden doğru olanı seçmesi ve seçtikleri öğretim tekniğini “Neden?” seçtiğine dair açıklama yapmaları istenmiştir. Bunun için belirtilen kavramlara ilişkin elde edilen veriler tablolar halinde sunulmuştur. Ardından öğretmenlerin cevapları “Yetersiz düzey, Kısmen yeterli düzey” ve “Yeterli düzey” şeklinde kategorilendirilerek herhangi bir puanlama yapılmadan analiz edilmiştir. Devamında ise öğretmenlere öğretim tekniklerinden herhangi birini daha önceki ders deneyimleri doğrultusunda kullanıp kullanmadıklarını ve bu öğretim yöntem ve tekniklerinden başka ne tür yöntem ve teknikler olabileceğini belirtmeleri istenmiştir. Bu kısımda uygun öğretim yöntemlerine ilişkin farklı düzeyde olan öğretmenlerin alıntıları

incelenerek ulaşılan sonuçlar yorumlanmıştır. Öğretmenlerin seçtikleri öğretim yöntem ve teknikleri tablolar halinde sunulmuştur.

Aşağıda Tablo 3.11’de veri toplama sürecine ilişkin bilgilere yer verilmiştir.

Tablo 3.11.

AÖtB’nin Etkin Öğretim İçin Konuya Özel Ders Planlayabilme Bileşenine İlişkin Veri Analiz Süreci

Temalar	Kodlar	Kategoriler	Veri Analiz Süreci
Etkin öğretim için konuya özel ders planlayabilme	Küme kavramı		Belirlenen kodlar kapsamında öğretmenlerden elde edilen veriler altı soru üzerinden incelenmiştir.
	Evrensel Küme		
	Boş küme	Yetersiz düzey	Daha sonra öğretmenlerden bu altı sorunun içerisinde yer alan dört öğretim tekniklerinden doğru olanı seçmesi ve seçtikleri öğretim tekniğini “Neden?” seçtiğine dair açıklama yapmaları istenmiştir.
	Sonlu ve sonsuz küme	Kısmen yeterli düzey	
		Yeterli düzey	
	Alt Küme		
	Eşit Küme		Öğretmenlerin seçtikleri öğretim yöntem ve teknikleri tablolar halinde sunulmuştur.
Etkin öğretim için konuya özel ders planlayabilmeye ilişkin analiz sürecine örnek:			
Sizce en az elemana sahip küme nedir? şeklinde giriş yaparım. Soru-cevap şeklinde, öğrencilere sınıfımızı bir küme olarak görelim derim. Bu sınıftaki her şeyi tek tek dışarıya çıkaralım. Eleman çıkarma işlemi nereye kadar devam eder diye sorarım. Öğrencilerden boş sınıf cevabı almaya çalışırım. Daha sonra “Boş küme” kavramına ilişkin örnekler vererek, tanım yaparım. Birkaç örnek daha vererek kavramı pekiştiririm. (Yeterli düzey)			
Ö4: ÖY1’in uygun olduğunu düşünüyorum.			
Elimizdeki imkânlar tanım yapıp örnek vermeye elverişlidir. Bununla birlikte zor bir kavram olmadığı için öğrenciler zaten anlıyorlar.			

3.5.2. DGF’nin Veri Analizi Aşamaları

Bu kısımda, ders içi öğretim süreçleri video ve ses kayıtları alınarak araştırmaya katılan üç öğretmenin, “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin ders içi aktivitelerinin DGF ile takip edilmesi sürecinde kullanılan veri analiz yöntemleri yazılmıştır. İlk olarak üç öğretmenin “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin altı ders saati (DS) takip edilerek, her iki ders saati (40+40) “Yeterli, Kısmen yeterli, Yetersiz” başlıkları altında işaretlenerek ÖMB modelinin GAB, UAB, AÖB ve AÖtB bileşenlerine ilişkin “Küme” bilgilerini ders içi öğretim sürecinde kullanma düzeyleri belirlenmiştir. Daha sonra

“*Yeterli, Kısmen yeterli, Yetersiz*” düzeyde performans gösteren öğretmenlere ilişkin alıntılara yazılmıştır. Bununla birlikte, her ders için DGF’nin açıklama kısmına ders içi öğretim sürecine yönelik araştırmacı tarafından notlar yazılmıştır. DGF ve ÖKBT verileri birbirleriyle karşılaştırılarak tutarlı sonuçlara ulaşılmaya çalışılmıştır.

DGF sonucu elde edilen veriler, ÖKBT verilerinin sunulmasının hemen ardından her bir bileşenin olduğu kısımda yazılmıştır. Bununla birlikte GAB bileşenine ilişkin DGF sonucu ulaşılan verilere, ÖKBT’nin GAB bileşeni ve öğretmenlerin öğretim süreçlerinin transkript edilmesinin yeterli olduğu düşünüldüğü için yer verilmemiştir.

3.5.3. ÖBT’nin Veri Analizi Aşamaları

Bu kısımda ders içi öğretim süreçleri video ve ses kayıtları alınarak araştırmaya katılan üç öğretmenin öğretim faaliyetlerini yürüttüğü sınıflardaki toplam 210 öğrenciye uygulanan ÖBT’nin veri analiz yöntemleri yazılmıştır. ÖBT’nin sonuçlarına ilişkin elde edilen veriler SPSS 20.0 programı yardımıyla analiz edilerek, her bir öğretmene ilişkin öğrencilerinin ÖBT sonucu aritmetik ortalama (100 tam puan üzerinden) ve standart sapma değerleri tablolar halinde sunulmuştur. Bu tabloların analizi sonucunda öğrencilerin “Küme” bilgileri “*Yetersiz, Kısmen yeterli*” ve “*Yeterli*” şeklinde herhangi bir puanlama yapmadan değerlendirilmiştir. Ardından her bir öğretmenin öğretim yaptığı sınıflardaki öğrencilerin ÖBT sonucunda en çok zorlandıkları ya da yanlış yaptıkları soru maddelerinin frekansları belirlenerek, bu soru maddeleri öğretmenlerin ÖKB ile kıyaslanmıştır. Bununla birlikte ÖBT içeriğinde bulunan bazı soru maddeleri de öğrenci ders notları ile birlikte analiz edilmiştir. Bu şekilde elde edilen verilerin güvenilirlikleri artırılmaya çalışılmıştır.

3.5.4. Öğrenci Ders Notlarının Analiz Aşamaları

Bu kısımda ÖBT uygulanan sınıflardaki öğrenciler arasından, belirlenen altı öğrenciden alınan ders notlarının analizi incelenmiştir. İlk olarak, öğretmenlerin GAB bileşeni altında kavramlara ilişkin tanımlamaları ve notasyon kullanımları öğrenci ders notları ile birlikte analize tabi tutulmuştur. Ders notları incelenen öğrencilerde özellikle kavramlara ilişkin tanımlamalar, notasyon kullanımları ve temsillerin yazımı üzerinde yoğunlaşmıştır. Burada amaç öğretmenlerin ÖMB modelinin bileşenlerine ilişkin eksikliklerin öğrenci ders notlarına yansımalarını belirlemektir.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

4. BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölümde verilerin analizi sonucunda belirlenen verilere ilişkin bulgular yazılmıştır. Bulgular sunulurken araştırma problemi, ÖMB Modelinin bileşenleri ve bu bileşenlerin göstergeleri doğrultusunda hazırlanan tema ve kod listesine uygun bir sıra takip edilmiştir. Bununla birlikte, çalışmaya katılan üç ortaöğretim matematik öğretmenin her biri için altı ders saati süresince ders içi öğretimlerini içeren video ve ses kayıtları ile araştırmacı tarafından hazırlanan ve video kayıtları süresince kullanılan “Ders Gözlem Formu” kayıtlarından elde edilen veriler sürekli karşılaştırılarak araştırma problemlerine ilişkin genel sonuçlara ulaşılmaya çalışılmıştır.

4.1. Konu Alan Bilgisine İlişkin Elde Edilen Bulgular ve Yorumlar

Bu bölümde, araştırmanın ilk alt problemi olan “Matematik öğretmenlerinin, Kümelerde Temel Kavramlar konusunun öğretimi için konu alan bilgileri yeterli midir?” sorusu kapsamında, ÖMB modelinin Konu Alan Bilgisi bileşeni içerisinde yer alan “Genel Alan Bilgisi” ve “Uzmanlık Alan Bilgisi” bileşenlerine ilişkin ulaşılan bulgu ve yorumlar yer almaktadır.

4.1.1. Genel Alan Bilgisine İlişkin Elde Edilen Bulgular ve Yorumlar

ÖMB modelinin Konu Alan Bilgisi bileşeninin ilk bileşeni olan ve “Matematik öğretmenlerinin, Kümelerde Temel Kavramlar konusuna ilişkin genel alan bilgileri yeterli midir?” şeklinde sorulan araştırmanın birinci alt problemine yönelik bulgu ve yorumlar Tablo 4.1’de yazıldığı üzere araştırmacı tarafından GAB’in bileşenleri doğrultusunda hazırlanan tema ve kod listesine sırasına göre sunulmuştur.

Tablo 4.1.

Genel Alan Bilgisine İlişkin Hazırlanan Tema ve Kod Listesi

TEMALAR		KODLAR
GENEL ALAN BİLGİSİ	Matematiksel tanımları doğru olarak kullanabilme	Küme: Evrensel Küme: Boş Küme: Sonlu Küme: Sonsuz Küme: Alt Küme: Eşit Küme:
	Matematiksel terimleri ve notasyonları doğru olarak kullanabilme	Fikrim yok Doğru açıklama Kısmen doğru açıklama Yanlış açıklama Doğru kullanım Kısmen doğru kullanım Yanlış kullanım

4.1.1.1. Matematiksel tanımları doğru olarak kullanabilme

ÖKBT doğrultusunda öğretmenlerle yapılan görüşmelerde, “Kümelerde Temel Kavramlara” yönelik, “*Küme, Evrensel Küme, Boş Küme, Sonlu Küme, Sonsuz Küme, Alt Küme, Eşit Küme*” kavramları sorularak, öğretmenlerden bu kavramları tanımlamaları ve her bir tanıma uygun örnek vermeleri istenmiştir. Öğretmenlerin, “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin tanımlamaları analiz edilirken MEB’in (2016) Ortaöğretim 9. Sınıf Matematik Ders Kitabı’nın tanımlamaları referans olarak alınmıştır. Bununla birlikte ders içi öğretim süreçleri video-ses kayıt ile takip edilen öğretmenlerin, ders içerisinde yaptıkları tanımlamalar da ayrıca tablolar halinde yorumlanmıştır. Bu bağlamda;

“Küme” kavramına yönelik öğretmenlerin tanımlamaları ve örnekler

Küme kavramı, “*iyi tanımlanmış birbirinden farklı nesnelerden oluşan topluluk*” (MEB, 2016) olarak tanımlanmıştır. Bu tanım doğrultusunda Tablo 4.2’de, öğretmenlerin küme tanımlarına ilişkin ulaşılan sonuçlar yazılmıştır.

Tablo 4.2.

Öğretmenlerin Küme Kavramını Tanımlamalarına İlişkin Ulaşılan Sonuçlar

	f	%
Fikrim yok	0	0
Kısmen doğru açıklama	17	94
Doğru açıklama	1	6
Yanlış açıklama	0	0

Tablo 4.2'ye göre, öğretmenlerin çoğunun küme kavramının tanımını yaparken kısmen doğru açıklama yazdığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğretmenlerin yalnızca bir tanesi küme kavramının tanımına ilişkin doğru açıklama yazabilmiştir. Buna karşın yine Tablo 4.2'de görüldüğü üzere yanlış açıklama yapan veya herhangi bir tanım yapamayan öğretmen yoktur.

Yazılan kısmen doğru tanımlardan bazıları;

- Ö6: Aynı özelliğe sahip nesneler topluluğuna küme denir. İki basamaklı pozitif tam sayıların oluşturduğu küme.
- Ö7: Bazı özelliklere sahip, iyi tanımlanmış nesneler topluluğu. Nesneler bir sınıf ya da koleksiyon olarak düşünülebilir. E harfi ile başlayan aylar.
- Ö11: Benzer özellikteki nesnelerin bir araya gelerek oluşturduğu topluluğa küme diyebiliriz. Yaşayan tüm insanların oluşturduğu küme.
- Ö15: Belirli nesnelerin oluşturduğu topluluğa küme denir. Okulumuz 9-C sınıfının öğrencileri.

Yukarıdaki tanımlar incelendiğinde, öğretmenlerin “Küme” kavramı için “iyi tanımlanma” veya “elemanlarının birbirinden farklı nesneler olması” şartlarına tanımlarında yazmadığı ya da eksik olarak yazdıkları tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğretmenlerin hepsi kümeyi birer “topluluk” olarak ifade etmişlerdir. Yazılan doğru tanım;

- Ö13: İyi tanımlanmış birbirinden farklı nesneler topluluğudur. Yani herkes tarafından aynı şekilde bilinen belirli varlıklardır. Bazı, kimi, bir kısım... gibi netlik ifade etmiyorsa küme belirtmez. Kahramanmaraş ilinin ilçeleri.

Yukarıdaki tanım incelendiğinde Ö13'ün, “Küme” kavramına ilişkin tanım yazarken diğer öğretmenlerin eksik olarak yazdıkları “iyi tanımlanmış” ve “birbirinden farklı” olma ifadelerini uygun şekilde yazdığı tespit edilmiştir.

Araştırmaya ders içi öğretim süreçlerini içeren video ve ses kayıtları alınarak katılan üç öğretmenin hepsi de küme kavramının tanımını yazarken kısmen doğru açıklama getirmiştir. Yazılan tanımlamalar şu şekildedir;

ÖV1: İyi tanımlanmış nesneler topluluğuna küme denir. $A = \{\text{Sınıfımızdaki öğrenciler}\}$

ÖV2: Küme için iyi tanımlanmış nesneler topluluğu denilebilir. Küme matematikteki tanımsız terimlerden biridir. Küme oluşturulabilmesi için verilen ifadenin net ve anlaşılır olması gerekir. 7'den küçük doğal sayılar kümesi.

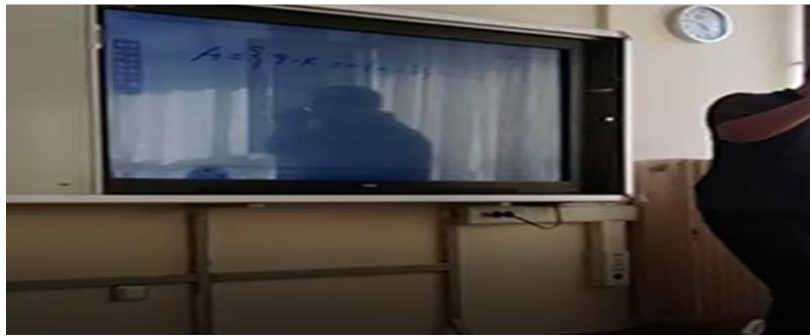
ÖV3: İçeriği iyi şekilde tanımlanmış nesneler topluluğudur. Buradaki nesne kelimesi, sadece somut nesneler değildir. Soyut kavramlardan da oluşturulabilir. İyi tanımlı ve belirgin olmalı. Akdeniz bölgesindeki iller.

Yukarıdaki tanımlar incelendiğinde, öğretmenlerin “Küme” kavramı için “elemanlarının birbirinden farklı nesneler olması” ifadesini eksik olarak yazdıkları tespit edilmiştir. Aynı durumu, bu öğretmenlerin ders içi öğretim süreçlerinde de görmek mümkündür. Aşağıda bu öğretmenlere ait ders içi öğretim süreçleri yazılmıştır.

Tablo 4.3.

ÖV1'in Küme Kavramının Tanımına Yönelik Öğretim Süreci

**DERS İÇİ
ÖĞRETİM
SÜRECİ**



ÖV1 *Küme ne demek?*

Grup demek...

ÖĞRENCİ

Belli nesnelerin bir arada bulunması demek...

Hocam sayıların veya başka şeylerin oluşturduğu bir isim... Nesne çokluğu...

ÖV1

Arkadaşlar mesela kitaplar bu da bir nesne çokluğudur. Matematik kitapları bu da bir nesne çokluğudur. O zaman ne diyeceğiz?

İyi tanımlanmış nesneler çokluğuna küme deriz.

Tablo 4.3’de görüldüğü üzere, ÖV1 ders içi öğretim sürecinde yazdığı küme tanımlamasını, ders içi öğretim sürecinden üç hafta sonra uygulanan ÖKBT’de de aynı şekilde yazmıştır. Bu durumda ÖV1’in küme tanımlamasını gerek ders esnasında gerekse görüşme formunda belirttiği ifadelerden kısmen doğru açıklama olarak sınıflandırıp, ÖV1’in küme tanımlamalarında eksikliklerin olduğunu söyleyebiliriz.

Tablo 4.4.

ÖV2’nin Küme Kavramının Tanımına Yönelik Öğretim Süreci

**DERS İÇİ
ÖĞRETİM
SÜRECİ**



ÖV2

*Küme: İyi tanımlanmış nesneler topluluğuna küme denir.
Sınıftaki gözlüklü öğrenciler küme belirtir.
9-A sınıfındaki güzel öğrenciler küme belirtmez.
Çünkü kesin ifade yoktur. İyi tanımlanmış değildir.
Sizin sınıfı bir küme olarak kabul edebilir miyiz?*

ÖĞRENCİ

Evet...

ÖV2

*Sizin sınıfta her kişiden iki tane var mı? Yok.
O halde kümelerde her eleman yalnızca bir kere yazılır.*

Tablo 4.4’de görüldüğü üzere, ÖV2 ders içi öğretim sürecinde yazdığı küme tanımlamasını, ders içi öğretim sürecinden üç hafta sonra gerçekleştirilen görüşmede de aynı şekilde yazmıştır. Fakat ÖV2, derse kümenin tanımıyla başladıktan sonra, küme kavramını biraz daha genişletip daha sonraki aşamalarda “*her eleman yalnızca bir kere yazılır*” ifadesi ile tanıma açıklık getirmiştir. Bu durumda ÖV2’nin küme tanımlamasını, gerek derse başlarken yaptığı küme tanımlaması gerekse görüşme formunda belirttiği ifadelerden kısmen doğru açıklama olarak sınıflandırıp, ÖV2’nin küme kavramını tanımlarken eksik ifadeler yazdığını söyleyebiliriz.

Tablo 4.5.

ÖV3'ün Küme Kavramının Tanımına Yönelik Öğretim Süreci

DERS İÇİ ÖĞRETİM SÜRECİ	
ÖV3	<i>Kümenin tanımını hatırlayan var mı?</i>
ÖĞRENCİ	<i>Nesneler topluluğu... Belirli nesneler... Birbirinden farklı nesneler... Birbirinden farklı demeyelim de. Belirli olmak zorunda. Yani, iyi tanımlı belirli nesneler topluluğuna küme denir.</i>

Tablo 4.5’de görüldüğü üzere, ÖV3 ders içi öğretim sürecinde yaptığı küme tanımlamasını ders içi öğretim sürecinden üç hafta sonra gerçekleştirilen görüşmede de aynı şekilde yazmıştır. Hatta ders içi öğretim sürecinde kümenin tanımında geçen “birbirinden farklı olma” ifadesini öğrencilerden gelen dönütlerde “birbirinden farklı demeyelim de...” şeklinde belirterek, öğrencilerde küme kavramına ilişkin yanlış tanım oluşturacak biçimde ifade etmiştir. Bu durumda ÖV3’ün küme tanımlamasını gerek ders esnasında gerekse görüşme formunda belirttiği ifadelerden kısmen doğru açıklama olarak sınıflandırıp, ÖV3’ün küme tanımlamalarında eksikliklerin olduğunu söyleyebiliriz.

Çalışmaya katılan tüm öğretmenlerin tanımlarında eksiklikler olmasına rağmen, öğretmenlerin “Küme” kavramına yönelik verdikleri örneklerin hepsinin birer “Küme” belirten örnekler olduğu tespit edilmiştir.

“Evrensel Küme” kavramına yönelik öğretmenlerin tanımlamaları ve örnekleri

Evrensel küme kavramı, “Üzerinde işlem yapılan tüm kümelere ait elemanları içine alan küme” (MEB, 2016) olarak tanımlanmıştır. Bu tanım doğrultusunda Tablo 4.6’da, öğretmenlerin evrensel küme tanımlarına ilişkin ulaşılan sonuçlar yazılmıştır.

Tablo 4.6.

Öğretmenlerin Evrensel Küme Kavramını Tanımlamalarına İlişkin Ulaşılan Sonuçlar

	f	%
Fikrim yok	0	0
Kısmen doğru açıklama	6	33
Doğru açıklama	9	50
Yanlış açıklama	3	17

Tablo 4.6'ya göre, çalışmaya katılan öğretmenlerin yarısının evrensel küme kavramının tanımına doğru açıklama yazdığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğretmenlerin altısı evrensel küme kavramının tanımına ilişkin kısmen doğru açıklama yazmışken; öğretmenlerin üçü kavrama ilişkin yanlış açıklama yazmıştır. Ayrıca yine Tablo 4.6'da görüldüğü üzere herhangi bir tanım yapamayan öğretmen yoktur.

Yazılan doğru tanımlardan bazıları;

- Ö3: Üzerinde işlem yapılan bütün küme ve elemanları içine alan en geniş kümedir. Okuldaki sınıfları küme kabul edersek, okulumuz evrensel küme olabilir.*
- Ö4: Üzerinde işlem yapılan tüm kümeleri kapsayan kümeye evrensel küme denir "E" ile gösterilir. Doğal sayılar kümesi üzerinde çalışıyorsak reel sayılar kümesi evrensel küme olabilir.*

Yukarıda yazılan tanımlar incelendiğinde öğretmenler evrensel küme tanımını MEB'de (2016) ifade edilen şekliyle açıklamışlardır.

Yazılan kısmen doğru tanımlardan bazıları;

- Ö2: Tüm kümelerin en geniş kümesidir. Sınıfımız bir küme ise okul evrensel küme olabilir.*
- Ö5: Tüm kümeler kümesidir. Doğal sayılar kümesi üzerinde çalışırsak, Reel sayılar kümesi evrenseldir.*
- Ö15: Tüm kümeleri kapsayan, içine alan en geniş kümeye denir. Türkiye'nin illeri. İlleri bir küme olarak düşünürsek Türkiye evrensel küme olur.*

Yazılan tanımlar incelendiğinde, öğretmenlerin tanımlamalarında, evrensel küme tanımında yer alan "üzerinde işlem yapılan" ifadesini yazmadıkları tespit edilmiştir. Ancak bu ifadeye, öğretmenlerin evrensel küme tanımlamalarından sonra yazdıkları

örneklerde dolaylı olarak rastlamak mümkündür. Dolayısıyla öğretmenlerin kavrama ilişkin tanımlamaları kısmen doğru açıklama olarak kabul edilmiştir.

Yazılan yanlış tanımlamalar şunlardır:

Ö10: Evrende var olan bütün elemanları içinde barındıran en büyük kümeye evrensel küme denir. Sayıları içine alan reel sayılar kümesi evrensel küme olabilir.

Ö11: Tanımlayabileceğimiz tüm kümeleri içine alabilecek, kapsayabilecek yapıda bir küme belirtebiliyorsak bu küme evrensel kümedir. A kümesi rakamlardan oluşan küme ise doğal sayılar kümesi evrensel küme olabilir.

Ö14: Tüm kümelerin elemanlarını içinde barındıran en geniş kümeyi evrensel küme olarak düşünebiliriz. Sınıflar birer küme belirtiyorsa okulumuz evrensel küme belirtebilir.

Yazılan tanımlar incelendiğinde, öğretmenlerin “Evrensel Küme” kavramının tanımlanmasına yönelik yanlış açıklama yazdıkları tespit edilmiştir. Çünkü evrensel kümenin, var olan bütün kümeleri ya da elemanları içine alması veya tüm kümeleri kapsayan bir küme olması gerekmez. Bu tanımlamalar, evrensel kümenin çok büyük bir küme olması gerekliliği ile sadece tek bir evrensel küme olması gerekliliği yanılgısına düşürebilir.

Araştırmaya ders içi öğretim süreçlerini içeren video ve ses kayıtları alınarak katılan üç matematik öğretmenin hepsi de evrensel küme kavramının tanımını yaparken doğru açıklama yazmıştır. Yazılan tanımlamalar şu şekildedir;

ÖV1: Üzerinde çalışılan tüm kümeleri kapsayan kümeye evrensel küme denir. $E=\{\text{Doğal sayılar}\}$ kümesi rakamlar üzerinde çalışırsak evrensel küme belirtir.

ÖV2: Elemanları incelenen kümeye göre, yapılması gereken bütün işlemleri içine alabilecek şekilde belirlenen en geniş kümeye evrensel küme denir. Evrensel küme incelenen duruma göre değişir. Okulumuzdaki her odayı bir küme olarak kabul edersek, okulumuz evrensel küme olabilir.

ÖV3: Üzerinde işlem yapılan tüm kümelere ait elemanları içeren kümeye denir. Tek değildir. İncelenen duruma göre değişir. $A=\{1,2,3,4,5\}$ ve $B=\{6,7,8\}$ için evrensel küme $E=\{1,2,3,4,5, 6,7,8\}$ olabilir.

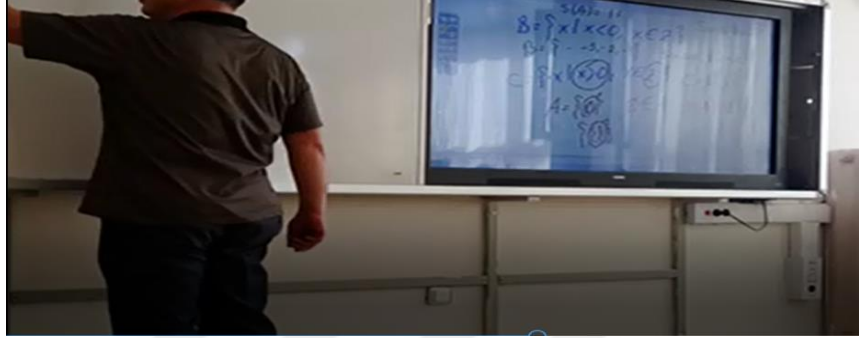
Yukarıda yazılan tanımlar incelendiğinde öğretmenler evrensel küme tanımını MEB’de (2016) ifade edilen şekliyle açıklamışlardır. Aynı durumu, bu öğretmenlerin ders

İçerik öğretimi süreçlerinde de görmek mümkündür. Aşağıda bu öğretmenlere ait ders içerik öğretimi süreçleri yazılmıştır.

Tablo 4.7.

ÖV1, ÖV2 ve ÖV3'ün Evrensel Küme Kavramının Tanımına Yönelik Öğretim Süreci

**DERS İÇİ
ÖĞRETİM
SÜRECİ**



**ÖV1
ÖĞRENCİ**

Evrensel küme ne demek, bilen var mı?

Hocam bütün elemanları kapsayan küme...

Doğru ama biraz eksik.

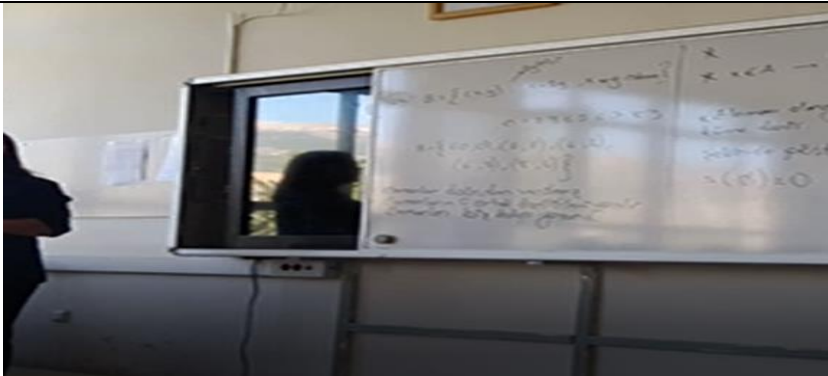
O halde evrensel küme ne demek?

ÖV1

Evrensel küme üzerinde işlem yapılan en geniş kümeye denir.

Okulumuzun sınıfları, odaları bir küme olarak düşüncemize okulumuz evrensel küme olur.

**DERS İÇİ
ÖĞRETİM
SÜRECİ**



ÖV2

Evrensel kümeyi tanımlayarak derse başlayalım.

Evrensel küme, incelenen kümeye göre, tüm kümeleri ve elemanları içine alabilecek şekilde belirlenen en geniş kümeye denir. Sınıfımız evrensel küme olabilir mi? Niye ?

ÖĞRENCİ

Evet... Sınıfımızdaki erkek ve kız öğrencilerin kümelerine göre olur.

ÖV2

Doğru. Yani evrensel küme üzerinde çalışılan kümeye göre değişir.

Tablo 4.7. (Devamı)

DERS İÇİ ÖĞRETİM SÜRECİ	
ÖV3	<i>Evrensel kümeden ne anlıyorsunuz?</i>
ÖĞRENCİ	<i>Her şeyi kapsayan küme. Büyük bir kümedir. Dünya olabilir.</i>
ÖV3	<i>Evet ifadeleriniz doğru ama eksikler var. Mesela evrensel kümenin her şeyi kapsamı veya çok büyük olması gerekmez.</i> <i>Peki bu durumda evrensel küme nedir?</i> <i>Evrensel küme üzerinde işlem yapılan tüm kümelere ait elemanları içeren kümedir. E ile gösterilir. Ve evrensel küme incelenen duruma göre değişir.</i>

Tablo 4.7’de görüldüğü üzere, ÖV1, ÖV2 ve ÖV3 ders içi öğretim sürecinde yaptıkları evrensel küme tanımlamasını, ders içi öğretim sürecinden üç hafta sonra gerçekleştirilen ÖKBT’de de aynı şekilde yazmıştır. Bu durumda öğretmenlerin evrensel küme tanımlamasını gerek ders esnasında gerekse görüşme formunda yazdıkları doğrultusunda iki zamanda da birbiriyle tutarlı doğru açıklama olarak sınıflandırabiliriz.

Öğretmenlerin tanımlarında eksiklikler ya da yanlışlıklar olmasına rağmen, öğretmenlerin “Evrensel Küme” kavramına yönelik yazdıkları örneklerin hepsinin birer “Evrensel Küme” belirten örnekler olduğu tespit edilmiştir.

“Boş Küme” kavramına yönelik öğretmenlerin tanımlamaları ve örnekleri

Boş küme kavramı, “Herhangi bir kümeden elemanlarını çıkartırsak boş kümeyi elde ederiz” (MEB, 2016) olarak tanımlanmıştır. Bu tanım doğrultusunda Tablo 4.8’de, öğretmenlerin boş küme tanımlarına ilişkin ulaşılan sonuçlar yazılmıştır.

Tablo 4.8.

Öğretmenlerin Boş Küme Kavramını Tanımlamalarına İlişkin Ulaşılan Sonuçlar

	f	%
Fikrim yok	0	0
Kısmen doğru açıklama	0	0
Doğru açıklama	18	100
Yanlış açıklama	0	0

Tablo 4.8'e göre, öğretmenlerin hepsi boş küme kavramının tanımına doğru açıklama yazdığı bulunmuştur. Ayrıca yine Tablo 4.8'de görüldüğü üzere kısmen doğru açıklama veya yanlış açıklama yazan ya da herhangi bir açıklama yazamayan öğretmen yoktur.

Yazılan doğru tanımlardan bazıları;

Ö2: Hiçbir elemanı olmayan kümeye denir. Haftanın G ile başlayan günleri boş küme belirtir.

Ö6: Hiçbir ögesi olmayan kümeye denir. $A=\{x: x^2+4=0, x \in \mathbb{N}\}$ kümesi boş küme belirtir.

Ö8: Bir kümenin hiçbir elemanı olmayabilir. Böyle kümelere boş küme denilir. Sınıfımızda boyu 5 metre olan öğrencilerin kümesi boş kümedir.

Yukarıda yazılan tanımlar incelendiğinde öğretmenlerin hepsi boş küme tanımını MEB'de (2016) ifade edilen şekliyle açıklamışlardır.

Araştırmaya ders içi öğretim süreçleri video ve ses kayıtları alınarak katılan üç matematik öğretmenin hepsi de boş küme kavramının tanımını yaparken doğru açıklama yazmıştır.

ÖV1: Elemanı olmayan kümeye boş küme denir. $A=\{x: x < 0, x \in \mathbb{N}\}$ kümesi boş küme belirtir.

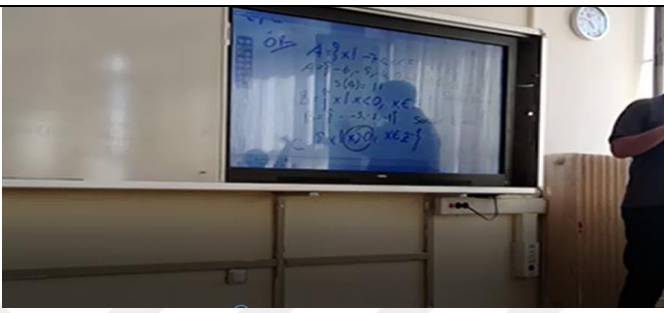
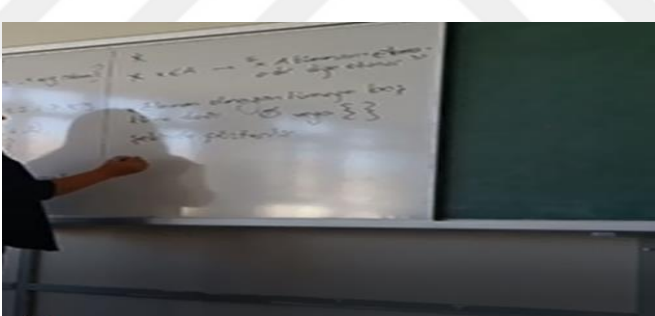
ÖV2: Elemanı olmayan kümeye boş küme denir. $A=\{x: x^2=-10, x \in \mathbb{N}\}$ kümesi boş küme belirtir.

ÖV3: Hiç elemanı olmayan kümeye denir. Herhangi bir kümeden elemanlarını çıkartırsak boş kümeyi elde ederiz. Boş kümede eleman olmadığı için eleman çıkarma işlemini daha fazla devam ettiremeyiz. Üç elemanlı herhangi bir küme düşünelim. Bu kümenin tüm elemanları kümeden çıkartılırsa boş küme elde edilir.

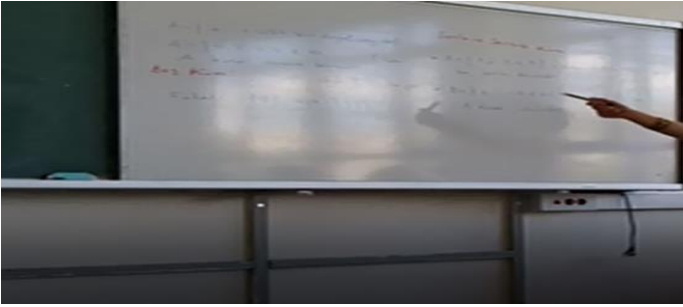
Yukarıda yazılan tanımlar incelendiğinde öğretmenler boş küme tanımını MEB’de (2016) ifade edilen şekliyle yazmışlardır. Aynı durumu, bu öğretmenlerin ders içi öğretim süreçlerinde de görmek mümkündür. Aşağıda bu öğretmenlere ait ders içi öğretim süreçleri yazılmıştır.

Tablo 4.9.

ÖV1, ÖV2 ve ÖV3’ün Boş Küme Kavramının Tanımına Yönelik Öğretim Süreci

DERS İÇİ ÖĞRETİM SÜRECİ	
ÖV1 ÖĞRENCİ	<i>Tahtada verilen C kümesini yorumlayalım. x öyle ki x hem negatif tam sayı olacak hem de sıfırdan büyük olacak. Bu küme ne oldu o zaman?</i> <i>Boş küme.</i>
ÖV1	<i>İşte boş kümenin tanımını vermişi olduk o zaman. Yani, elemanı olmayan kümeye boş küme denir.</i>
DERS İÇİ ÖĞRETİM SÜRECİ	
ÖV2 ÖĞRENCİ	<i>...şimdi de boş kümeyi tanımlayalım.</i> <i>Elemanı olmayan kümeye boş küme denir. $\emptyset$ veya $\{ \}$ ile gösterilir. Sıfırdan küçük doğal sayılar kümesi boş küme belirtir mi?</i> <i>Evet...</i>
ÖV2	<i>Bu şekilde başka örneklerde yazabiliriz.</i>

Tablo 4.9. (Devamı)

DERS İÇİ ÖĞRETİM SÜRECİ	
ÖV3	<i>Boş küme kavramı size neyi çağrıştırıyor? Mesela, sınıfımızdaki boyu 3 metre olan öğrenciler kümesi nasıl bir kümedir?</i>
ÖĞRENCİ	<i>Elemanı olmayacak. Boş küme olur.</i>
ÖV3	<i>Evet. O halde elemanı olmayan kümeye boş küme denir. $\emptyset$ veya $\{ \}$ ile gösterilir.</i>

Tablo 4.9’da görüldüğü üzere, ÖV1, ÖV2 ve ÖV3 ders içi öğretim sürecinde yaptıkları boş küme tanımlamasını, ders içi öğretim sürecinden üç hafta sonra uygulanan ÖKBT’de de aynı şekilde yazmıştır. Bu durumda öğretmenlerin boş küme tanımlamasını gerek ders esnasında gerekse görüşme formunda belirttiği ifadeler doğrultusunda iki zamanda da birbiriyle tutarlı doğru açıklama olarak sınıflandırabiliriz. Öğretmenlerin “Boş Küme” kavramına yönelik yazdıkları örneklerin hepsinin birer “Boş Küme” belirten örnekler olduğu tespit edilmiştir.

“Sonlu Küme” kavramına yönelik öğretmenlerin tanımlamaları ve örnekleri

Sonlu küme kavramı, “Bir A kümesinin eleman sayısı bir doğal sayı ile ifade edilebiliyorsa A ya sonlu küme denir. Sonlu kümelerin sınırları vardır” (MEB, 2016) olarak tanımlanmıştır. Bu tanım doğrultusunda Tablo 4.10’da, öğretmenlerin sonlu küme tanımlarına ilişkin ulaşılan sonuçlar yazılmıştır.

Tablo 4.10.

Öğretmenlerin Sonlu Küme Kavramını Tanımlamalarına İlişkin Ulaşılan Sonuçlar

	f	%
Fikrim yok	0	0
Kısmen doğru açıklama	2	13
Doğru açıklama	16	87
Yanlış açıklama	0	0

Tablo 4.10'a göre, öğretmenlerin çoğunun sonlu küme kavramının tanımına doğru açıklama yazdığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğretmenlerden yalnızca ikisi kısmen doğru açıklama yazmıştır. Ayrıca yine Tablo 4.10'da görüldüğü üzere yanlış açıklama yazan ya da herhangi bir açıklama yazamayan öğretmen yoktur.

Yazılan doğru tanımlardan bazıları;

Ö2: Kümenin elemanları sayılabilir özellikte ve sınırlı bir alanda ise bu kümeye sonlu küme denir. $A = 10$ 'luk sayma sistemindeki rakamlar

Ö4: Elemanları sayılabilir çoklukta olan (eleman sayısı kesin olarak belirlenebilen) kümelere "sonlu küme" denir. $B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ise $s(B) = 9$ olduğundan B kümesi sonludur.

Yukarıda yazılan tanımlar incelendiğinde öğretmenlerin sonlu küme tanımını MEB'de (2016) ifade edilen şekliyle yazdıkları tespit edilmiştir.

Yazılan kısmen doğru tanımlar şunlardır;

Ö1: Eleman sayısı sınırlı olan kümelerdir. 100'den küçük doğal sayılar.

Ö3: Elemanları numaralandırılabilen kümelerdir. $A = \{x: -1 < x < 3, x \in \mathbb{Z}\}$

Yazılan tanımlar incelendiğinde, öğretmenlerin tanımlamalarında, sonlu küme tanımında yer alan "eleman sayılarını bir doğal sayı ile ifade edebilme" veya "sınırlı olma" ifadelerini yazmadıkları tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğretmenlerin sonlu küme kavramına ilişkin yazdıkları örnekler, öğretmenlerin tanımlamalarında eksik olarak yazdıkları ifadeleri tamamlayıcı nitelikte olduğu yani sonlu küme kavramını tanımlayabilecek örnekler olduğu söylenebilir. Dolayısıyla öğretmenlerin kavrama ilişkin tanımlamaları kısmen doğru açıklama olarak kabul edilmiştir.

Araştırmaya ders içi öğretim süreçlerini içeren video ve ses kayıtları alınarak katılan üç matematik öğretmenin hepsi de sonlu küme kavramının tanımına ilişkin doğru açıklama yazmıştır.

ÖV1: Sayılabilir çoklukta kümelere sonlu küme denir. $A = \{\text{Ailemizdeki insanlar}\}$

ÖV2: Elemanı sayısı sayılabilir nitelikte olan küme sonlu kümedir. Örneğin, $C = \{x: x < 100, x \in \mathbb{N}\}$ ise C kümesi sonlu bir kümedir.

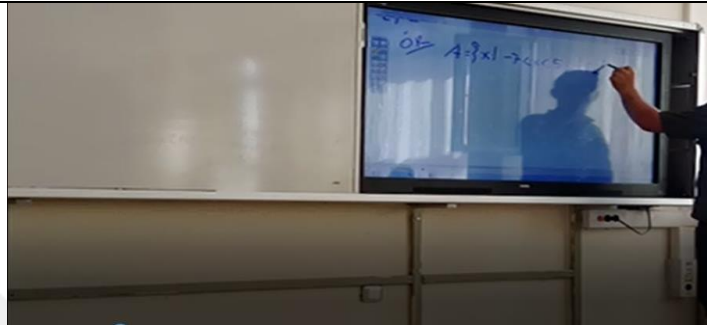
ÖV3: Bir kümenin elemanlarının sayısı bir doğal sayıya eşit ise bu kümeler sonlu küme denir. Başlangıcı ve sonu vardır. $A = \{x: x < 10, x \text{ bir çift sayı}, x \in \mathbb{N}\}$

Yazılan tanımlar incelendiğinde öğretmenler sonlu küme tanımını MEB’de (2016) ifade edilen şekliyle açıklamışlardır. Aynı durumu öğretmenlerin ders içi öğretim süreçlerinde de görmek mümkündür. Aşağıda bu öğretmenlere ait ders içi öğretim süreçleri yazılmıştır.

Tablo 4.11.

ÖV1, ÖV2 ve ÖV3’ün Sonlu Küme Kavramının Tanımına Yönelik Öğretim Süreci

**DERS İÇİ
ÖĞRETİM
SÜRECİ**

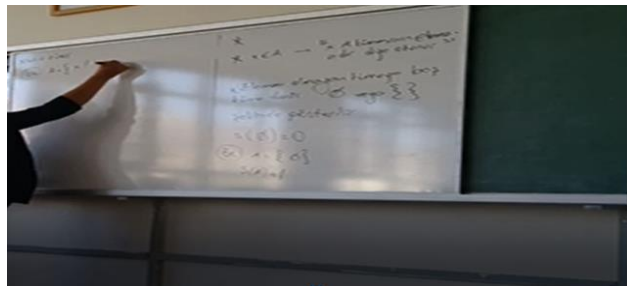


ÖV1 ...şimdi sonlu küme ne demek?

ÖĞRENCİ Sınırlı olan. Belli bir süre sonra biten. Belli bir yere kadar olan.

ÖV1 ...o zaman ne diyoruz? Sayılabilir çokluktaki kümelere sonlu kümeler denir. Mesela rakamların kümesi sınırlı ve sayılabilir olduğu için sonlu kümedir. $A = \{x: -7 < x < 5, x \in \mathbb{N}\}$ kümesi...

**DERS İÇİ
ÖĞRETİM
SÜRECİ**

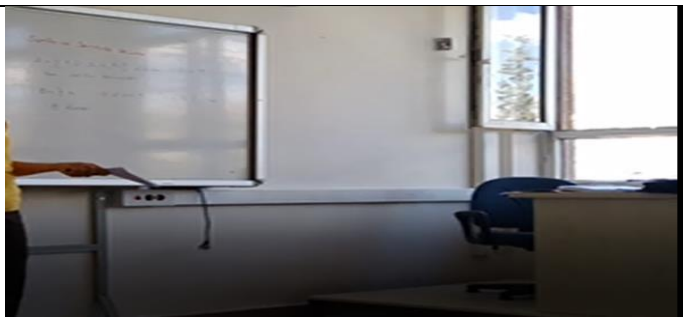


ÖV2 Sonlu küme neye denir?

ÖĞRENCİ Elemanları belirli olan. Belli olan demek.

ÖV2 Doğru ama şu şekilde daha güzel tanımlanır. Yazın bakalım.
Sonlu Küme: Eleman sayısı sayılabilir ve sınırlı olan kümedir. Örneğin, $A = \{0\}$ ise $s(A) = 1$ kümesi sonludur. Ya da $A = \{x: x < 100, x \in \mathbb{N}\}$ sonlu kümedir.

Tablo 4.11. (Devamı)

DERS İÇİ ÖĞRETİM SÜRECİ		
ÖV3	... şimdi sonlu ve sonsuz küme kavramlarını inceleyelim. Sizce sonlu küme ne olabilir?	
ÖĞRENCİ	Sayılacak kadar elemanı olması gerekir. Belli bir yere kadar olan demek.	
ÖV3	Doğru. O halde sonlu kümeyi tanımlayalım. Sonlu Küme: Bir kümenin elemanlarının sayısı bir doğal sayıya eşitse yani sayılabilir çoklukta ise bu kümeye sonlu küme denir. $A=\{1,2,3,4,5\}$ ise $s(A)=5$ olduğundan A kümesi sonludur.	

Tablo 4.11’de görüldüğü üzere, ÖV1, ÖV2 ve ÖV3 ders içi öğretim sürecinde yaptıkları sonlu küme tanımlamasını, ders içi öğretim sürecinden üç hafta sonra uygulanan ÖKBT’de de de aynı şekilde yazmıştır. Bu durumda öğretmenlerin sonlu küme tanımlaması gerek ders esnasında gerekse görüşme formunda belirttiği ifadeler doğrultusunda iki zamanda da birbiriyle tutarlı doğru açıklama olarak kabul edilmiştir.

Öğretmenlerin “Sonlu Küme” kavramına yönelik yazdıkları örneklerin hepsi birer “Sonlu Küme” belirten örnekler olduğu tespit edilmiştir.

“Sonsuz Küme” kavramına yönelik öğretmenlerin tanımlamaları ve örnekleri

Sonsuz küme kavramı, “Sonlu olmayan kümelere sonsuz küme denir. Sonsuz bir kümenin eleman sayısı belirlenemez. Yani bir doğal sayı ile ifade edilemez.” (MEB, 2016) şeklinde tanımlanmıştır. Bununla birlikte, MEB’in (2016) Ortaöğretim 9. Sınıf Matematik Ders Kitabı’nda “...saymaya kalktığımızda bitkin düşüp yorulacağımız, sayacak kadar zamanımızın olmayacağı gibi nedenlerle saymakla bitmez şeklinde nitelendirdiğimiz şeylere sonsuz diyemeyiz.” ifadesi de sonsuz küme kavramı için bu çalışmada bir kıstas olmuştur. Bu açıklamalar doğrultusunda Tablo 4.12’de, öğretmenlerin sonsuz küme tanımlarına ilişkin ulaşılan sonuçlar yazılmıştır.

Tablo 4.12.

Öğretmenlerin Sonsuz Küme Kavramını Tanımlamalarına İlişkin Ulaşılan Sonuçlar

	f	%
Fikrim yok	0	0
Kısmen doğru açıklama	6	33
Doğru açıklama	2	11
Yanlış açıklama	10	56

Tablo 4.12’ye göre, öğretmenlerin yarısından fazlasının sonsuz küme kavramının tanımına yanlış açıklama yazdığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğretmenlerin altısı sonsuz küme kavramının tanımına ilişkin kısmen doğru açıklama yazmışken; öğretmenlerin sadece ikisi kavrama ilişkin doğru açıklama yazmıştır. Ayrıca yine Tablo 4.12’de görüldüğü üzere herhangi bir tanım yazamayan öğretmen yoktur.

Yazılan doğru tanımlar şu şekildedir;

Ö2: Kümenin elemanları sayılamaz özellikte veya sayılabilir özellikte olmasına rağmen sonlu değil ise bu kümeye sonsuz küme diyoruz. $A=\{x: x<2 \text{ ve } x \in \mathbb{R}\}$ sayılamaz yani sonsuz kümedir. $B=\{0,1,2,3...\}$ kümesi sayılabilir sonsuz kümedir.

Ö12: Eleman sayısını bir doğal sayı ile ifade edemiyorsak sonsuz kümedir. $A=\{x: 3<x<9 \text{ ve } x \in \mathbb{R}\}$

Yazılan tanımlar incelendiğinde öğretmenler sonsuz küme tanımını MEB’de (2016) ifade edilen şekliyle açıklamışlardır.

Yazılan kısmen doğru tanımlardan bazıları;

Ö1: Eleman sayısı sayılamayan çoklukta olan kümeye denir.

$A=\{x: x \in \mathbb{R}, 1<x<12\}$ sonsuz kümedir.

Ö5: Elemanları sayılamayan ve belli aralıkta gösterilmeyen kümelerdir. Örneğin Reel sayılar kümesi sonsuzdur.

Yazılan tanımlar incelendiğinde, öğretmenlerin tanımlamalarında, sonsuz küme kavramını sonlu küme kavramı ile ilişkilendirmedikleri tespit edilmiştir. Ayrıca sonsuz kümenin eleman sayısı için “herhangi bir doğal sayı ile belirtmeme” ifadesini tanımlamalarında yazmadıkları bulunmuştur. Bununla birlikte, öğretmenlerin sonsuz küme kavramına ilişkin yazdıkları örneklerin hepsi doğru örneklerdir. Dolayısıyla yazılan

tanımlamalarda eksiklikler olmasına rağmen örnekler ve tanımlamalar doğrultusunda, öğretmenlerin kavrama ilişkin tanımlamaları kısmen doğru açıklama olarak kabul edilmiştir.

Yazılan yanlış tanımlamalar şunlardır:

Ö6: *Eleman sayısı sayılamayacak kadar çok olan kümelere sonsuz küme denir.*

Örneğin, $A = \{x: x < 0, x \in \mathbb{Z}\}$

Ö8: *Elemanlarını sayamadığımız kümelere sonsuz küme denir. Tam sayılar kümesi, reel sayılar kümesi sonsuz kümedir.*

Ö10: *Elemanları sayılamayan kümeye sonsuz küme denir. Tam sayılar kümesi sonsuz kümedir.*

Ö15: *Elemanları sayılamayacak kadar çok olan kümelere denir. Rasyonel sayılar kümesi, tam sayılar kümesi.*

Yazılan tanımlar incelendiğinde, öğretmenlerin “Sonsuz Küme” kavramının tanımlanmasına yönelik yanlış açıklama yazdıkları tespit edilmiştir. Öğretmenlerin sonsuz küme kavramını tanımlaması, “Saymakla bitmez şeklinde nitelendirdiğimiz şeylere sonsuz diyemeyiz.” (MEB, 2016) ifadesi ile çelişki oluşturmaktadır. Bununla birlikte öğretmenlerin hiçbirinin sonsuz küme kavramını sonlu küme kavramı ile ilişkilendirmediği de bulunmuştur.

Araştırmaya ders içi öğretim süreçlerini içeren video ve ses kayıtları alınarak katılan üç matematik öğretmeninden ikisi sonsuz küme kavramının tanımına ilişkin kısmen doğru açıklama yazmışken; öğretmenlerin biri sonsuz küme kavramına ilişkin yanlış açıklama yazmıştır.

Yazılan kısmen doğru tanımlamalar şu şekildedir;

ÖV2: *Eleman sayısı sayılamayacak çoklukta olan ve sonlu olmayan kümelere denir. Tam sayılar kümesi, doğal sayılar kümesi sonsuz kümelere örnektir.*

$D = \{x: x < 100, x \in \mathbb{Z}\}$ ise D kümesi sonsuz kümedir.

ÖV3: *Sonlu olmayan, sayılamayan kümelere denir. Doğal sayılar sonsuz kümedir. Çünkü herhangi bir doğal sayıdan büyük bir doğal sayı her zaman vardır.*

$N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ sonsuz kümedir.

Yazılan tanımlar incelendiğinde, öğretmenlerin tanımlamalarında, sonsuz küme kavramı ile sonlu küme kavramını ilişkilendirdikleri tespit edilmiştir. Fakat öğretmenlerin hiçbirisi daha önceki öğretmenlerin tanımlamalarında da görüleceği üzere, sonsuz kümenin

eleman sayısını “*herhangi bir doğal sayı ile belirtmem*” ifadesine tanımlamalarında yazmadığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğretmenlerin sonsuz küme kavramına ilişkin örnekleri doğru şekilde yazdıkları tespit edilmiştir.

Yapılan yanlış tanımlama şu şekildedir;

ÖV1: Sayılamaz çokluktaki kümelere sonsuz küme denir.

Rasyonel sayılar kümesi.

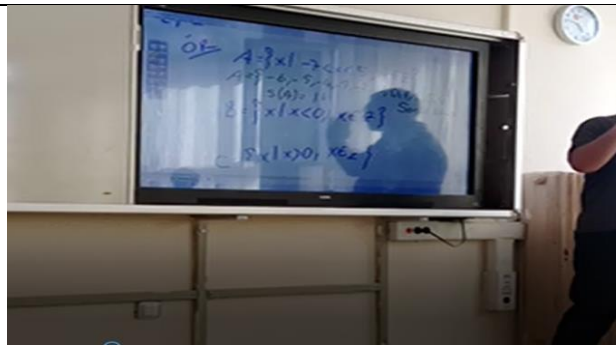
ÖV1’in sonsuz küme tanımlaması incelendiğinde, diğer öğretmenlerde olduğu gibi, “*Saymakla bitmez şeklinde nitelendirdiğimiz şeylere sonsuz diyemeyiz.*” (MEB, 2016) ifadesi ile çelişki oluşturduğu bulunmuştur. Bununla birlikte, ÖV1’in sonlu küme kavramı ile sonsuz küme kavramını ilişkilendirmediği de tespit edilmiştir.

Yukarıdaki tanımlamalar incelendiğinde, öğretmenlerin “Sonsuz Küme” kavramı için “*Sonlu olmayan küme*”, “*kümenin eleman sayısının bir doğal sayı ile belirtilememe*” ifadelerini yazmadıkları ya da eksik olarak yazdıkları bulunmuştur. Aynı durumu, bu öğretmenlerin ders içi öğretim süreçlerinde de görmek mümkündür. Aşağıda bu öğretmenlere ait ders içi öğretim süreçleri yazılmıştır.

Tablo 4.13.

ÖV1’in Sonsuz Küme Kavramının Tanımına Yönelik Öğretim Süreci

**DERS İÇİ
ÖĞRETİM
SÜRECİ**



ÖV1 *Sonsuz küme deyince ne anlıyorsunuz arkadaşlar?*

ÖĞRENCİ *Sayılamaz hocam...*

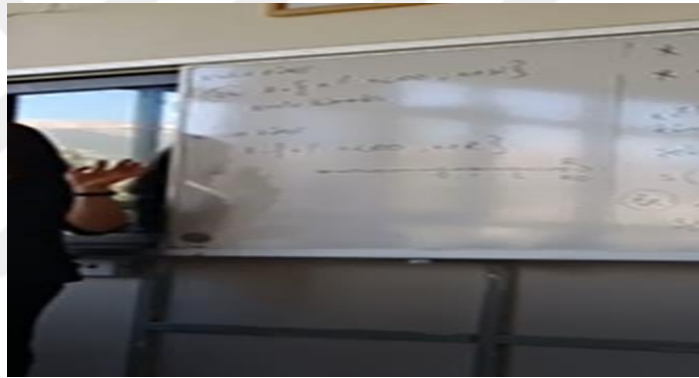
ÖV1 *Doğru. O halde sayılamaz çokluktaki kümelere sonsuz küme diyoruz. Mesela doğal sayılar kümesi sonsuz kümedir. Sonsuz kümeye günlük hayatımızdan örnek verecek olursak saçımızın telleri, sayın bakalım hadi.*

Tablo 4.13’de görüldüğü üzere, ÖV1 ders içi öğretim sürecinde yaptığı sonsuz küme tanımlamasını, ders içi öğretim sürecinden üç hafta sonra uygulanan ÖKBT’de de aynı şekilde yazmıştır. Bu durumda ÖV1’in sonsuz küme tanımlamasını gerek ders esnasında gerekse görüşme formunda yazdığı ifadelerden yanlış açıklama olduğu tespit edilmiştir. Bununla birlikte, ÖV1 ders esnasında sonsuz küme kavramına ilişkin yazdığı günlük yaşantı örneklemede, “saçımızın telleri sonsuz kümedir, sayın bakalım hadi, sayılamaz olduğundan sonsuz kümedir” diyerek “Saymakla bitmez şeklinde nitelendirdiğimiz şeylere sonsuz diyemeyiz.” (MEB, 2016) ifadesi ile çelişki oluşturan yanlış örnek yazdığı tespit edilmiştir.

Tablo 4.14.

ÖV2 ve ÖV3 ’ün Sonsuz Küme Kavramının Tanımına Yönelik Öğretim Süreci

**DERS İÇİ
ÖĞRETİM
SÜRECİ**

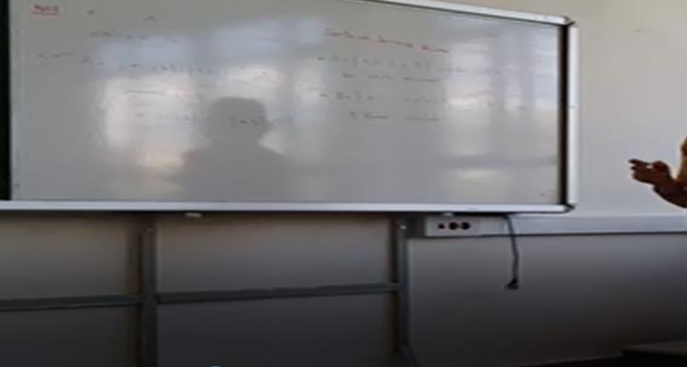


ÖV2 ...sonlu kümeyi anlattık. Şimdi sıra sonsuz küme de. Sonsuz küme sizce ne olabilir arkadaşlar?

ÖĞRENCİ Sayılamayacak kadar çok büyük küme hocam...

ÖV2 Evet. Sonsuz küme: Eleman sayısı sonsuz olan kümelerdir. Reel sayılar kümesi sonsuz kümedir.

Tablo 4.14. (Devamı)

DERS İÇİ ÖĞRETİM SÜRECİ	
ÖV3	<i>Sonsuz küme diyelim şimdi. Daha önce sayılamayacak kadar dedik. O halde yazalım.</i> <i>Sonsuz küme: Eleman sayısı sayılamayacak kadar çok olan kümelerdir.</i> <i>$A = \{x: x \text{ bir çift doğal sayı}\}$ kümesi $A = \{0, 2, 4, \dots\}$ şeklindedir.</i> <i>Bu kümeyi sayabilir miyim?</i>
ÖĞRENCİ	<i>Hayır sayamayız.</i>
ÖV3	<i>O halde sayamayacağımız kümeler sonsuz kümelerdir.</i>

Tablo 4.14’de görüldüğü üzere, ÖV2 ve ÖV3 ders içi öğretim sürecinde yaptıkları küme tanımlamasını, ders içi öğretim sürecinden üç hafta sonra uygulanan ÖKBT’de de aynı şekilde yazmıştır. Öğretmenlerin, diğer öğretmenlerin yanlış veya kısmen doğru tanımlamalarında yazıldığı gibi, “*Sonlu olmayan küme*”, “*kümenin eleman sayısının bir doğal sayı ile belirtilememe*” ifadelerini ders esnasında kullanmadıkları tespit edilmiştir. Bununla birlikte ÖV2’nin, ders esnasında yaptığı tanımlamada sonsuz küme kavramını anlatırken yine “sonsuz” ifadesini kullanarak öğretim yaptığı belirlenmiştir. Öğretmenlerin tanımlamalarında yanlış açıklamalar ya da eksiklikler olmasına rağmen, “Sonsuz Küme” kavramına yönelik yazdıkları örneklerin, ÖV1’in ders esnasında yazdığı saç teli örneği dışında, hepsinin birer “Sonsuz Küme” belirten örnekler olduğu tespit edilmiştir.

“Alt Küme” kavramına yönelik öğretmenlerin tanımlamaları ve örnekleri

Alt küme kavramı, “*A ve B herhangi iki küme olsun. A kümesinin her elemanı aynı zamanda B kümesinin de elemanı ise A kümesi B kümesinin alt kümesi denir.*” (MEB, 2016) şeklinde tanımlanmıştır. Bu tanım doğrultusunda Tablo 4.15’de, öğretmenlerin alt küme tanımlarına ilişkin ulaşılan sonuçlar yazılmıştır.

Tablo 4.15.

Öğretmenlerin Alt Küme Kavramını Tanımlamalarına İlişkin Ulaşılan Sonuçlar

	f	%
Fikrim yok	0	0
Kısmen doğru açıklama	2	13
Doğru açıklama	16	87
Yanlış açıklama	0	0

Tablo 4.15'e göre, çalışmaya katılan öğretmenlerin çoğunun alt küme kavramının tanımına doğru açıklama yazdığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğretmenlerden yalnızca ikisi kısmen doğru açıklama yazmıştır. Ayrıca yine Tablo 4.15'de görüldüğü üzere yanlış açıklama yazan ya da herhangi bir açıklama yazamayan öğretmen yoktur.

Yazılan doğru tanımlardan bazıları;

Ö2: *A ve B iki küme olmak üzere; A'nın her elemanı B'nin de elemanı ise A'ya B'nin alt kümesi denir. $A=\{1,2,3\}$, $B=\{1,2,3,4\}$ ise $A \subseteq B$ 'dir.*

Ö3: *Bir A kümesinin her elemanı, bir B kümesinin de elemanı ise A, B'nin alt kümesidir. $A=\{1,2,3\}$, $B=\{1,2,3,4,5\}$ ise $A \subseteq B$ 'dir.*

Yazılan tanımlar incelendiğinde öğretmenlerin alt küme tanımını MEB'de (2016) ifade edilen şekliyle açıkladıkları belirlenmiştir.

Yazılan kısmen doğru tanımlar şu şekildedir;

Ö1: *Bir kümenin elemanları ile oluşturulan yeni kümeler.*

$A=\{a,b,c,d\}$ $B=\{a\}$ ise $B \subseteq A$ dır.

Ö10: *Bir kümenin elemanlarından oluşan diğer kümelere bu kümenin alt kümeleri denir. $A=\{0,1,2,3\}$ kümesinin alt kümeleri $\{0\}$, $\{0,1\}$, $\{0,1,2\}$ gibi yazılabilir.*

Yazılan tanımlar incelendiğinde, öğretmenlerin tanımlamalarında, alt küme tanımında yer alan “A kümesinin her elemanı aynı zamanda B kümesinin de elemanı olması” ifadelerini yazmadıkları tespit edilmiştir. Ö1 ve Ö10'un tanımlamaları için, herhangi bir A kümesi $A=\{a,b,c,d\}$ olsun. Bu kümenin elemanlarını da kapsayacak şekilde bu kümenin elemanlarından oluşturulan B kümesi $B=\{a,b,c,d,e,f,g\}$ olsun. Bu durumda $A \subseteq B$ olmaz. Yani verilen tanımlamalara göre, yeni tanımladığımız küme $B=\{a\}$ veya $C=\{a,b\}$ olmak zorunda değildir. Bununla birlikte, öğretmenlerin yazdıkları örnekler eksik yazılan bu ifadeleri tamamlar nitelikte olduğu verilen örneklerin doğru

yazılmasından bulunmuştur. Dolayısıyla öğretmenlerin kavrama ilişkin tanımlamaları kısmen doğru açıklama olarak kabul edilmiştir.

Araştırmaya ders içi öğretim süreçlerini içeren video ve ses kayıtları alınarak katılan üç öğretmenin hepsi de alt küme kavramının tanımına doğru açıklama yazmıştır.

ÖV1: Bir A kümesinin bütün elemanları B kümesinde de bulunuyorsa A kümesi B kümesinin alt kümesidir denir.

$A=\{\text{Sınıfımızdaki öğrenciler}\}$, $B=\{\text{Okulumuzdaki öğrenciler}\}$ ise $A\subseteq B$ 'dir.

ÖV2: A kümesine ait her eleman B kümesinin de elemanı ise A kümesi B kümesinin alt kümesidir. $E=\{3,4,5\}$ $B=\{1,2,3,4,5,6\}$ ise E kümesi B kümesinin alt kümesidir.

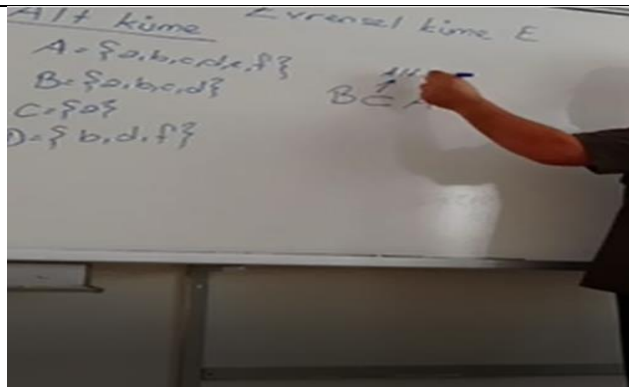
ÖV3: A ve B gibi herhangi iki kümeden A kümesindeki her eleman aynı zamanda B kümesinde de var ise, bu durumda a kümesi B kümesinin alt kümesidir. $A\subseteq B$ ile gösterilir. En önemli şart, alt küme olan kümenin her elemanı, kapsayan kümenin de elemanı olmalı. $B=\{\square, \nabla, \chi\}$ ve $A=\{1, 2, \square, \nabla, \chi\}$ ise $B\subseteq A$ 'dır.

Yazılan tanımlar incelendiğinde, öğretmenlerin alt küme tanımını MEB'de (2016) ifade edilen şekliyle yazdıkları tespit edilmiştir. Aynı durumu, öğretmenlerin ders içi öğretim süreçlerinde de görmek mümkündür. Aşağıda bu öğretmenlere ait ders içi öğretim süreçleri yazılmıştır.

Tablo 4.16.

ÖV1, ÖV2 ve ÖV3'ün Alt Küme Kavramının Tanımına Yönelik Öğretim Süreci

**DERS İÇİ
ÖĞRETİM
SÜRECİ**

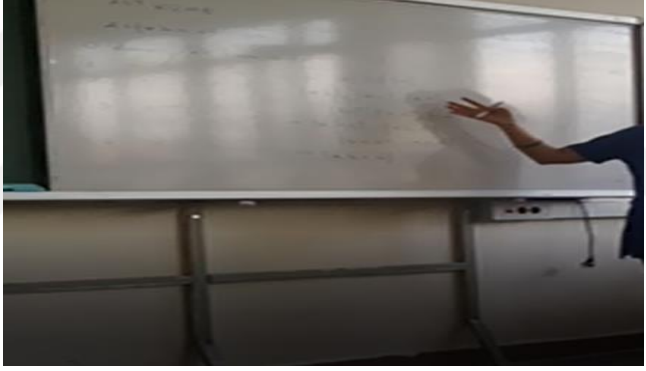


ÖV1 ...peki. Geldik alt kümeye. Alt küme ne demek?

ÖĞRENCİ ...bir kümenin diğer kümede olması.

ÖV1 *Alt Küme: Bir A kümesinin bütün elemanları B kümesinde de mevcutsa A kümesi B kümesinin alt kümesidir. $A=\{a,b,c,d,e,f\}$ olsun. $B=\{a,b,c,d\}$, $C=\{a\}$, $D=\{b,d,f\}$ ise $B\subseteq A$ diyebiliriz.*

Tablo 4.16. (Devamı)

DERS İÇİ ÖĞRETİM SÜRECİ		
ÖV2	<i>Alt Küme: Bir A kümesine ait her eleman B kümesinin de elemanı ise A kümesi B kümesinin de elemanıdır. Bu durumu örnek üzerinde görelim. $A=\{a,b,c\}$ ve $B=\{a,b,c,d,e\}$ ise A kümesine ait her eleman B kümesinin de elemanı mıdır?</i>	
ÖĞRENCİ ÖV2	<i>Evet.</i> <i>O halde A kümesi B kümesinin alt kümesidir. Ya da B kümesi A kümesini kapsar denir.</i>	
DERS İÇİ ÖĞRETİM SÜRECİ		
ÖV3	<i>...alt kümeyi yazalım. Alt küme: A ve B gibi herhangi iki kümeden A kümesindeki her eleman aynı zamanda B kümesinde de var ise A kümesi B kümesinin alt kümesidir. Ya da B kümesi A kümesini kapsar. Peki A, B kümesinin alt kümesi ise Venn şeması ile gösterirken hangisi içte hangisi dışta olacak?</i>	
ÖĞRENCİ ÖV3	<i>A kümesi içte, B kümesi dışta. B kümesi içte, A kümesi dışta.</i> <i>Tabi ki de A kümesi içte, B kümesi dışta olacak şekilde...</i>	

Tablo 4.16’da görüldüğü üzere, ÖV1, ÖV2 ve ÖV3 ders içi öğretim sürecinde yaptıkları alt küme tanımlamasını, ders içi öğretim sürecinden üç hafta sonra uygulanan ÖKBT’de de aynı şekilde yazmıştır. Bu durumda, öğretmenlerin alt küme tanımlaması gerek ders esnasında gerekse görüşme formunda belirttiği ifadeler doğrultusunda farklı

iki durumda birbiriyle tutarlı doğru açıklama olarak belirlenmiştir. Öğretmenlerin yazdıkları örneklerin hepsinin birer “Alt Küme” belirten örnekler olduğu tespit edilmiştir.

“Eşit Küme” kavramına yönelik öğretmenlerin tanımlamaları ve örnekleri

Eşit küme kavramı, “Aynı elemanlara sahip kümelere eşit kümeler denir ve bu durum $A = B$ ile gösterilir. $A = B$ ise $A \subset B$ ve $B \subset A$ ’dır.” (MEB, 2016) şeklinde tanımlanmıştır. Bu tanım doğrultusunda Tablo 4.17’de, öğretmenlerin eşit küme tanımlarına ilişkin ulaşılan sonuçlar yazılmıştır.

Tablo 4.17.

Öğretmenlerin Eşit Küme Kavramını Tanımlamalarına İlişkin Ulaşılan Sonuçlar

	f	%
Fikrim yok	0	0
Kısmen doğru açıklama	5	28
Doğru açıklama	13	72
Yanlış açıklama	0	0

Tablo 4.17’ye göre, öğretmenlerin çoğunun eşit küme kavramının tanımına doğru açıklama yazdığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğretmenlerden yalnızca beşi kavrama ilişkin kısmen doğru açıklama yazmıştır. Ayrıca yine Tablo 4.17’de görüldüğü üzere yanlış açıklama yazan ya da herhangi bir açıklama yazamayan öğretmen yoktur.

Yazılan doğru tanımlardan bazıları;

Ö6: Aynı elemanlardan oluşan ve eleman sayıları birbirine eşit olan kümelere denir. $A=\{a,b,c\}$, $B=\{a,b,c\}$ ise $A = B$ ’dir.

Ö9: $A \subseteq B$ ve $B \subseteq A$ ise $A=B$ ’dir. Yani, A ’nın her elemanı aynı zamanda B ’nin, B ’nin de her elemanı aynı zamanda A ’nın elemanı ise $A=B$ ’dir.

$A=\{x: x^2-9=0, x \in \mathbb{Z}\}$ ve $B=\{-3,3\}$ ise $A= B$ ’dir.

Ö14: $A \subseteq B$ ve $B \subseteq A$ ise A ve B eşit kümelerdir.

$A=\{\text{tek rakamlar}\}$, $B=\{1, 3, 5, 7, 9\}$

Yazılan tanımlar incelendiğinde öğretmenlerin eşit küme tanımını MEB’de (2016) ifade edilen şekliyle yazdıkları tespit edilmiştir. Öğretmenlerin tanımlamaları doğru olmasına rağmen, yalnızca Ö9 ve Ö14 eşit küme kavramını alt küme kavramı ile ilişkilendirerek açıklama yazmıştır.

Yazılan kısmen doğru tanımlar şu şekildedir;

Ö1: Tüm elemanları aynı olan kümeler.

$A = \{1,3,5,7\}$ $B = \{x: x \in \mathbb{Z}^+, x < 9\}$ ise $A=B$ 'dir.

Ö5: Elemanları aynı olan kümelere.

$A = \{0,2,4,6,8\}$ ve $B = \{9\text{'dan küçük çift rakamlar}\}$ kümeleri eşit kümelere.

Yazılan tanımlar incelendiğinde, öğretmenlerin tanımlamalarında, eşit küme tanımında yer alan “*aynı elemanlara sahip kümeler*” ifadesinin kullanımından kaynaklanan eksikliklerin olduğu tespit edilmiştir. Ö1 ve Ö5’in tanımlamaları için, herhangi iki küme için elemanlarının aynı, fakat eleman sayılarının farklı olma durumu söz konusu olabilir. Bununla birlikte öğretmenlerin yazdıkları örneklerin eksik yazılan ifadeleri tamamlayıcı nitelikte olduğu, yazılan örneklerin doğru olmasından tespit edilmiştir. Dolayısıyla öğretmenlerin eşit küme kavramına ilişkin tanımlamaları kısmen doğru açıklama olarak kabul edilmiştir.

Araştırmaya ders içi öğretim süreçlerini içeren video ve ses kayıtları alınarak katılan üç öğretmenden ikisi eşit küme kavramının tanımına ilişkin doğru açıklama biri kısmen doğru açıklama yazmıştır.

Yapılan doğru tanımlamalar;

ÖV1: Aynı elemanlardan oluşan kümelere eşit kümelere denir.

$A = \{0,1,2,3,4\}$, $B = \{x: x < 5, x \in \mathbb{N}\}$ ise $A=B$ 'dir.

ÖV3: Aynı elemanlara sahip kümelere denir. $A=B$ ile gösterilir. $A=B$ ise $A \subseteq B$ ve $B \subseteq A$ 'dır. Ya da $A \subseteq B$ ve $B \subseteq A$ ise $A=B$ 'dir. $A = \{7,8,9,10\}$ $B = \{7,8,9,10\}$ ise $A=B$ 'dir.

Yapılan kısmen doğru açıklama şu şekildedir;

ÖV2: Eşit kümeler elemanları aynı olan kümelere.

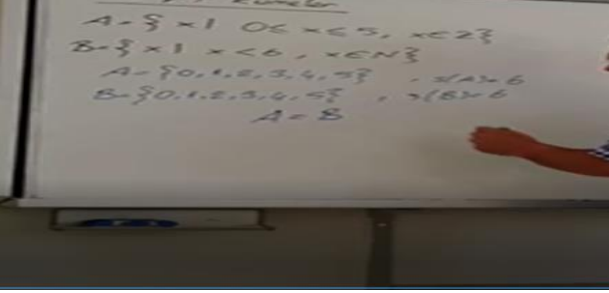
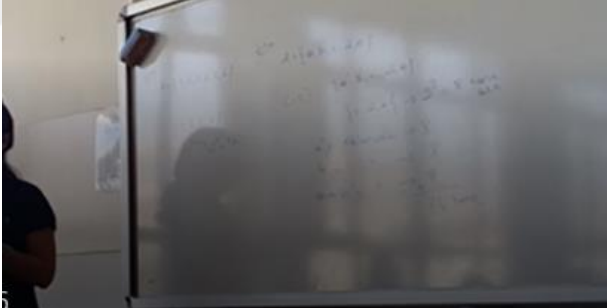
$M = \{2,3,5,7\}$, $N = \{x: x < 10 \text{ ve } x \text{ asal sayı}\}$ ise M ve N eşit kümelere.

Yazılan tanımlar incelendiğinde, öğretmenlerden ÖV1 ve ÖV3'ün eşit küme tanımını MEB'de (2016) ifade edilen şekliyle yazdıkları tespit edilmiştir. Bununla birlikte yalnızca ÖV3 alt küme kavramı ile eşit küme kavramını ilişkilendirerek açıklama yazdığı tespit edilmiştir. Ayrıca ÖV2'nin tanımlaması, yukarıda da bahsi geçen “*aynı elemanlara sahip kümeler*” ifadesinin kullanımından kaynaklanan eksikliklerden dolayı, kısmen doğru açıklama olarak sınıflandırılmıştır. Öğretmenlerin tanımlamaları ile ilişkili ifade

edilen durumları, öğretmenlerin ders içi öğretim süreçlerinde de görmek mümkündür. Aşağıda bu öğretmenlere ait ders içi öğretim süreçleri yazılmıştır.

Tablo 4.18.

ÖV1 ve ÖV3'ün Eşit Küme Kavramının Tanımına Yönelik Öğretim Süreci

DERS İÇİ ÖĞRETİM SÜRECİ	
ÖV1	Şimdi iki tane küme yazalım ve kümeleri inceleyelim. $A = \{x: 0 \leq x \leq 5, x \text{ doğal sayı}\}$, $B = \{x: x < 6, x \text{ doğal sayı}\}$ olsun. Bu iki kümeyi beraber yazalım. $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ olur. Ne oldu şimdi bu kümeler?
ÖĞRENCİ	Birbirinin aynı hocam. Eşit hocam.
ÖV1	Eleman sayıları eşit ve elemanları aynı değil mi? O halde eşit küme; elemanları ve eleman sayıları aynı olan kümelerdir. Bu kümeler $A=B$ şeklinde gösterilir..
DERS İÇİ ÖĞRETİM SÜRECİ	
ÖV3	...alt küme kavramı ile ilgili örnekler bu kadar. Şimdi eşit küme tanımını yapalım. Eşit Küme: Bir A kümesinin bütün elemanları aynı zamanda B kümesinin de elemanı, B kümesinin bütün elemanları aynı zamanda A kümesinin de elemanı ise A ve B kümeleri eşit kümelerdir. $A=B$ ile gösterilir. Bu tanım size neyi hatırlattı?
ÖĞRENCİ	Hocam alt küme tanımına benziyor.
ÖV3	Doğru. O halde eşit kümeler birbirinin alt kümesi olan kümelerdir. Yani, A ve B kümesi için $A \subseteq B$ ve $B \subseteq A$ ise $A=B$'dir.

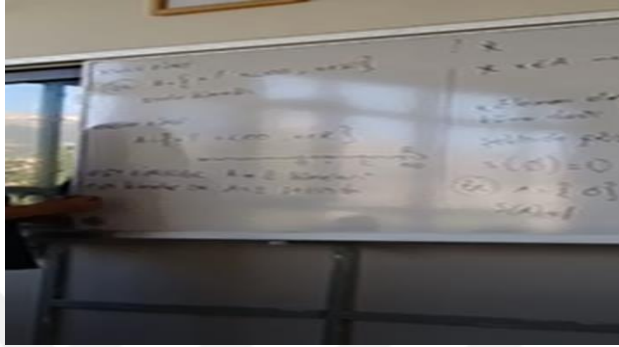
Tablo 4.18'de görüldüğü üzere, ÖV1 ve ÖV3 ders içi öğretim sürecinde yaptıkları eşit küme tanımlamasını, ders içi öğretim sürecinden üç hafta sonra uygulanan ÖKBT'de de aynı şekilde yazmıştır. ÖV1, eşit küme kavramını alt küme kavramı

ilişkilendirmezken; ÖV3 alt küme kavramı ile ilişkilendirerek eşit küme kavramını açıklamıştır. Bu durumda öğretmenlerin alt küme tanımlaması gerek ders esnasında gerekse görüşme formunda belirttiği ifadeler doğrultusunda iki zamanda da birbiriyle tutarlı doğru açıklama olarak kabul edilmiştir.

Tablo 4.19.

ÖV2'nin Eşit Küme Kavramının Tanımına Yönelik Öğretim Süreci

**DERS İÇİ
ÖĞRETİM
SÜRECİ**



ÖV2 ...şimdi sizin sınıf mevcudu 35 kişi, 9-C sınıfının mevcudu da 35 kişi. O halde 9-C sınıfı ile eşit misiniz?

ÖĞRENCİ Evet. Hayır.

ÖV2 Eşit değilsiniz. Niye elemanlar aynı değil. O halde elemanları aynı olan kümelere eşit küme denir.

Tablo 4.19'da görüldüğü üzere, ÖV2 ders içi öğretim sürecinde yaptığı eşit küme tanımlamasını, ders içi öğretim sürecinden üç hafta sonra uygulanan ÖKBT'de de aynı şekilde yazmıştır. ÖV2 eşit küme kavramını alt küme kavramı ile ilişkilendirerek öğretim yapmamıştır. Bu durumun nedeni olarak, ÖV2'nin "Kümelerde Temel Kavramlara" ilişkin müfredattaki sırayı takip ederek öğretim yapmaması söylenebilir. Çünkü ÖV2, eşit küme kavramının öğretimini sonlu ve sonsuz küme kavramlarının hemen ardından yapmış; en son kavram olarak alt kümenin öğretimini yapmıştır. Fakat ÖV2, alt küme kavramının öğretiminden sonra yine eşit küme kavramı ile alt küme kavramını ilişkilendirmemiştir.

Öğretmenlerin yazdıkları örneklerin hepsinin "Eşit Küme" belirten örnekler olduğu tespit edilmiştir.

“Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin öğretmenlerin tanımlamalarına bakıldığında aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır.

Tablo 4.20.

Kümelerde Temel Kavramlara İlişkin Öğretmenlerin Matematiksel Tanımlamalarının Durumu

	Yanlış Açıklama	Kısmen Doğru Açıklama	Doğru Açıklama	Fikrim Yok
Küme		Ö1, Ö2, Ö3, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö14, Ö15 ÖV1, ÖV2, ÖV3	Ö13	
Evrensel Küme	Ö10, Ö11, Ö14	Ö1, Ö2, Ö5, Ö8, Ö13, Ö15	Ö3, Ö4, Ö6, Ö7, Ö9, Ö12 ÖV1, ÖV2, ÖV3	
Boş Küme			Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, ÖV1, ÖV2, ÖV3	
Sonlu Küme		Ö1, Ö3	Ö2, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, ÖV1, ÖV2, ÖV3	
Sonsuz Küme	Ö3, Ö4, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö13, Ö15, ÖV1	Ö1, Ö5, Ö11, Ö14 ÖV2, ÖV3	Ö2, Ö12	
Alt Küme		Ö1, Ö10	Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, ÖV1, ÖV2, ÖV3	
Eşit Küme		Ö1, Ö3, Ö5, Ö7 ÖV2	Ö2, Ö4, Ö6, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, ÖV1, ÖV3	

Tablo 4.20’de öğretmenlerin “Kümelerde Temel Kavramlar” konusu kapsamında matematiksel tanımları doğru, kısmen doğru veya yanlış tanımlamalarına ilişkin dağılımlar görülmektedir. Tablo 4.21’de ise öğretmenlerin “Kümelerde Temel Kavramlar” konusu kapsamında incelenen kavramların tamamına ilişkin tanımlamalarına yer verilmiştir.

Tablo 4.21.

Öğretmenlerin Kümelerde Temel Kavramlara İlişkin Yaptıkları Tanımlamaların Genel Sonuçları

	f	%
Fikrim yok	0	0
Kısmen doğru açıklama	37	29
Doğru açıklama	75	60
Yanlış açıklama	14	11
Toplam	126	100

Tablo 4.20 ve 4.21’de görüldüğü üzere öğretmenler, “evrensel küme ve sonsuz küme” kavramlarının dışındaki diğer kavramlara ilişkin matematiksel tanımları doğru ya da kısmen doğru olarak açıklamıştır. Başka bir ifadeyle öğretmenler, “küme, boş küme, sonlu küme, alt küme ve eşit küme” kavramlarına ilişkin matematiksel tanımlarında yanlış açıklama yapmamıştır. Bununla birlikte öğretmenlerin çoğunun “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin yazdıkları tanımlamaların doğru ve kısmen doğru (112) açıklamalar olduğu tespit edilmiştir. Buna karşın öğretmenlerin az bir kısmının (14) yazdığı tanımlamaların yanlış olduğu bulunmuştur. Öğretmenlerin kısmen doğru tanımlama yazdığı fakat tanımlamada eksikliklerin olduğu kavramlar “Küme” ve “Eşit Küme” kavramları olmuştur. Bununla birlikte öğretmenlerin tanımlamada en çok hataya düştükleri kavramlar sırayla “Sonsuz Küme” ve “Evrensel Küme” kavramları olmuştur. Bulgular genel olarak yorumlandığında, öğretmenlerin “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin tanımlamalarında yukarıda açıklandığı haliyle eksik, hatalı ve yanlış açıklamalar bulunmuş olmasına rağmen genel olarak matematiksel tanımları ve ifadeleri doğru yazdıkları tespit edilmiştir.

4.1.1.2. Matematiksel terimleri ve notasyonları doğru olarak kullanabilme

ÖKBT doğrultusunda öğretmenlerle yapılan görüşmelerde ve ders içi öğretim süreçleri esnasında kullanılan “Ders Gözlem Formunda” öğretmenlerin “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin matematiksel terim ve notasyonları doğru şekilde kullanıp-kullanmadıkları incelenmiştir. Öğretmenlerin, “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin matematiksel terim ve notasyonları analiz edilirken MEB’in (2016) Ortaöğretim 9. Sınıf Matematik Ders Kitabı’nın notasyon kullanımı referans olarak alınmıştır. Ayrıca bu aşamada öğretmenler iki gruptan oluşacak şekilde kategorilere ayrılmıştır. Birinci grupta yalnızca ÖKBT uygulanan öğretmenler yer alırken; ikinci grupta hem ÖKBT uygulanan hem de ders içi öğretim süreçleri “Ders Gözlem Formu” takip edilen öğretmenler yer almıştır.

İlk grupta bulunan öğretmenlerden ulaşılan bulgulara göre, öğretmenlerin, açan ve kapatan küme parantezleri olarak bilinen “{ }” notasyonu hariç, diğer notasyonları ve terimleri genel olarak doğru kullandıkları belirlenmiştir. Öğretmenlerin ÖKBT formunda yazdıkları notasyonlar incelendiğinde, “{ }” notasyonunu Ö1, Ö2, Ö3, Ö5, Ö8, Ö10, Ö11, Ö13, Ö14 ve Ö15 öğretmenlerinin formun her yerinde aynı şekilde doğru olarak kullanmadığı tespit edilmiştir. Bu öğretmenlerin “{ }” notasyonu kullanımı kısmen doğru kullanım olarak sınıflandırılmıştır. Çünkü öğretmenlerin “{ }” notasyonunu kullanırken doğru olarak kullandıkları durumlar da olmuştur. Bu durumun nedeni olarak, öğretmenlerin ÖKBT formundaki sorulara cevap yazarken yalnızca kendilerinden istenilen kavramlara odaklanmış olması veya yazma hızlarından dolayı bazı yerlerde notasyonu değişik şekillerde kullanmış olabilecekleri düşünülmektedir.

Aşağıda Şekil 4.1’de öğretmenlerin Kümelerde Temel Kavramlara ilişkin notasyonlardan bazılarını kısmen doğru olarak kullandığı örnekler yazılmıştır.

İkinci gruptaki öğretmenlerden ulaşılan bulgulara göre ÖV1 ve ÖV2'nin matematiksel terim ve notasyonların tamamını doğru şekilde kullandığı belirlenmiştir. Buna karşın ÖV3'ün açan ve kapatan küme parantezleri olarak bilinen “{ }” notasyonu hariç, diğer kullanılan notasyonları ve terimleri doğru kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda Şekil 4.3'de ÖV1 ve ÖV3'ün matematiksel terim ve notasyonları doğru olarak kullandığını gösteren bazı örnekler yazılmıştır.

$$\begin{array}{ll}
 A = \{x \mid x < 0, x \in \mathbb{N}\} & A = \{x \mid x^2 = -10, x \in \mathbb{N}\} \\
 A = \{0, 1, 2, 3, 4\} & A = B \\
 B = \{x \mid x < 5, x \in \mathbb{N}\} & C = \{x : x < 100, x \in \mathbb{N}\} \\
 A = \{\text{Sınıftaki öğrenciler}\} & M = \{2, 3, 5, 7\} \\
 & N = \{x \mid x < 10 \text{ ve } x \text{ asal sayı}\}
 \end{array}$$

Şekil 4.3. Kümelerde Temel Kavramlara ilişkin ÖV1 ve ÖV2'nin matematiksel terim ve notasyonları doğru kullanımına ilişkin örnekleri

“Ders Gözlem Formuna” yazılan cevaplar bağlamında Şekil 4.3'de görüldüğü üzere, ÖV1'in matematiksel terimleri ve notasyonları kullanımı sadece bir ders saatlik öğretim süresi boyunca yeterli olarak bulunmuşken; beş ders saatlik öğretim süresi boyunca kısmen yeterli olarak bulunmuştur. Bununla birlikte ÖV1'in öğretim yaptığı sınıflardaki öğrencilerden rastgele seçilen altı öğrencinin hepsinin ders notlarında, matematiksel terim ve notasyonların kullanımına ilişkin özellikle “{ }” notasyonunda hatalar olduğu tespit edilmiştir. Bu durum, ÖV1'in “{ }” notasyonunu ders içi öğretim sürecinde her zaman olduğu şekliyle kullanmamasından kaynaklanmış olabileceği şeklinde yorumlanabilir. Buna karşın ÖV2'nin matematiksel terimleri ve notasyonları ders içi öğretim süresi boyunca kullanımı sadece iki ders saatlik öğretim süresi boyunca kısmen yeterli olarak bulunmuşken; dört ders saatlik öğretim süresi boyunca yeterli olarak bulunmuştur. ÖV2'nin öğretim yaptığı sınıflardaki öğrencilerden rastgele seçilen altı öğrencinin ders notları incelendiğinde, matematiksel terim ve notasyonların kullanımına ilişkin hataların ÖV1'in girmiş olduğu sınıflara göre daha az olduğu belirlenmiş olmasına rağmen özellikle “{ }” notasyonuna ilişkin ÖV2'nin öğretim yaptığı sınıflarda da hatalar olduğu tespit edilmiştir. Bu durum, öğretmenlerin öğretim sürecinde matematiksel terim ve notasyonları dikkatli ve düzgün biçimde kullanmalarının bir

sonucu olarak, öğrencilerin de notasyon kullanımına özen gösterecekleri şeklinde yorumlanabilir. Şekil 4.4’de ÖV3’ün matematiksel terim ve notasyonları kısmen doğru kullanımına ilişkin örnekler yazılmıştır.

$$\begin{aligned}
 &A=B \text{ ise } A \subset B \text{ ve } B \subset A \text{ olur} \\
 &A \subset B \text{ ve } B \subset A \text{ ise } A=B \text{ olur.} \\
 &A = \{7,8,9,10\} \text{ ve } B = \{x! : 7 \leq x \leq 11, x \in \mathbb{N}\} \\
 &B = \{7,8,9,10\} \text{ olduğundan } A=B \text{ dir.} \\
 &E = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}, s(E)=8
 \end{aligned}$$

Şekil 4.4. Kümelerde Temel Kavramlara ilişkin ÖV3’ün matematiksel terim ve notasyonları kısmen doğru kullanımına ilişkin örnekleri

Şekil 4.4’de görüldüğü üzere, ÖV3 “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin matematiksel terim ve notasyonları, özellikle “{ }” notasyonunu, her yerde aynı şekilde kullanmadığından, ÖV3’ün notasyon kullanımı kısmen doğru kullanım olarak sınıflandırılmıştır. Buna karşın, “Ders Gözlem Formuna” göre ÖV3’in matematiksel terimleri ve notasyonları ders içi öğretim süresi boyunca kullanımı altı ders saatlik öğretim süresi boyunca yeterli olarak bulunmuştur. Bununla birlikte ÖV3’ün öğretim yaptığı sınıflardaki öğrencilerden rastgele seçilen altı öğrencinin hepsinin ders notlarında, matematiksel terim ve notasyonların kullanımına ilişkin özellikle “{ }” notasyonunda diğer sınıflardaki öğrencilere nazaran hata oranının minimum seviyede olduğu tespit edilmiştir. Bu durum, ÖV3’ün ÖKBT formundaki sorulara cevap yazarken notasyon kullanımını göz ardı etmesine rağmen; sınıf içi öğretim sürecinde matematiksel terim ve notasyonların kullanımına önem verdiği şeklinde yorumlanabilir.

4.1.2. Uzmanlık Alan Bilgisine İlişkin Elde Edilen Bulgular ve Yorumlar

ÖMB modelinin “Konu Alan Bilgisi” bileşeninin ikinci bileşeni olan ve “Matematik öğretmenlerinin, Kümelerde Temel Kavramlar konusuna ilişkin uzmanlık alan bilgileri yeterli midir?” şeklinde sorulan araştırmanın ikinci alt problemine yönelik bulgu ve yorumlar UAB bileşenleri doğrultusunda Tablo 4.22’de görüldüğü üzere hazırlanan tema ve kod listesine göre sırayla ifade edilmiştir. Bu doğrultuda öğretmenlere, kazanımlar doğrultusunda UAB’nin içeriğini belirtecek şekilde hazırlanmış beş soru yöneltilmiş ve bu soruları gerekçeleriyle birlikte açıklamaları istenmiştir. Devamında ders içi öğretim süreçleri video-ses kayıt ve DGF ile takip edilen öğretmenlerin ders içi aktivitelerinde, öğrencilerden gelen “Neden” ve “Niçin” sorularına yazdıkları cevaplar da ayrı bir başlık halinde tablolar halinde yorumlanmıştır.

Tablo 4.22.

Uzmanlık Alan Bilgisine İlişkin Hazırlanan Tema ve Kod Listesi

	TEMALAR	KODLAR
UZMANLIK ALAN BİLGİSİ	Matematiksel ifadelerin, işlemlerin ve kavramların “Neden” ve “Niçin”ini ortaya koyabilme	Kümenin elemanları arasında ortak bir özellik olmasına gerek yoktur.
		Tek elemanlı bir küme evrensel küme oluşturabilir.
		Yeryüzündeki tüm ağaçların yaprak sayısı sonlu bir küme belirtir.
	Matematiksel açıklamalar yapma ve değerlendirme	Boş küme, her kümenin alt kümesidir.
	Belirli amaçlar için temsiller seçme	A ve B kümelerinin eşit küme olabilmesi için $A \subset B$ ve $B \subset A$ olmalıdır.

4.1.2.1. Matematiksel ifadelerin, işlemlerin ve kavramların “Neden” ve “Niçin”ini ortaya koyabilme

ÖKBT doğrultusunda, öğretmenlerle yapılan görüşmelerde “Kümelerde Temel Kavramlara” yönelik “Konu Alan Bilgilerini” biraz daha detaylı incelemek amacıyla öğretmenlere Tablo 4.22’de belirtilen ifadeler (kodlar) kapsamında beş soru sorulmuştur. Öğretmenlerden sorulara, “Neden” ve “Niçini” belirtecek şekilde detaylı olarak cevap yazmaları istenmiştir. Bu bağlamda;

Kümenin elemanları arasında ortak bir özellik olmasına gerek yoktur.

“Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin yukarıda belirtilen ifade doğrultusunda öğretmenlere;

“Bora isimli bir öğrenci, “*1, a, Ankara, Japonya, Mayıs, Salı*” elemanları arasında ortak bir özellik bulunmadığını ve bu yüzden bu elemanların bir küme oluşturmayacağını iddia etmiştir. Bora’nın iddiası için aşağıda yazılan uygun seçeneği işaretleyiniz ve gerekçesini açıklayınız.” şeklinde soru sorulmuştur (Bknz. Ek 3). Bu soru için, öğretmenlerin yazmış olduğu cevaplara yönelik ulaşılan sonuçlar Tablo 4.23’de belirtilmiştir.

Tablo 4.23.

Bora’nın İddiasına Yönelik Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar Doğrultusunda Ulaşılan Sonuçlar

	f	%
Doğrudur	6	33
Yanlıştır	11	61
Emin değilim	1	6

Tablo 4.23’de görüldüğü üzere, öğretmenlerin yarısından fazlası iddianın yanlış olduğunu ifade etmişken; öğretmenlerin altısı iddianın doğru olduğunu belirtmiştir. Bununla birlikte öğretmenlerin biri, iddianın doğru ya da yanlışlığına yönelik herhangi bir cevap yazmayarak “emin değilim” seçeneğini işaretlemiştir. Hâlbuki öğretmenlerin Bora’nın iddiası için “yanlıştır” seçeneğini işaretleyerek, “Neden?” ve “Niçin?” yanlış olduğunu gerekçesiyle birlikte açıklamaları beklenmekteydi.

Bora’nın iddiası için “doğrudur” seçeneğini işaretleyen öğretmenlerin gerekçeleri şu şekildedir;

Ö5: Elemanlar arasında ortak bir özellik bulunmadığından bu elemanlarla bir küme oluşturamayız.

Ö6: Aynı özelliğe sahip nesneler topluluğu bir küme belirtir.

Ö8: Çünkü bu elemanlarla bir topluluk oluşturacak şekilde belirli ve ortak ayırt edici bir özellik yoktur.

Ö11: Genel olarak yerleşmiş küme tanımına göre benzer özellik taşıyan elemanlar küme olabilir.

Öğretmenlerin yazdığı gerekçeler incelendiğinde, öğretmenlerin “Küme” kavramına yönelik tanımlamalarından kaynaklanan yanlış açıklamalar oldukları belirlenmiştir. Nitekim bu durumu, Ö6, Ö8 ve Ö11’in “Küme” kavramına yönelik yapmış oldukları tanımlamalarda da görmek mümkündür. Bununla birlikte öğretmenler, Bora’nın iddiasına yönelik yazdıklarında “Neden” ve “Niçin” ifadelerine yönelik gerekçe belirten yanıtlar yazmamışlardır.

Bora’nın iddiası için “yanlıştır” seçeneğini işaretleyen öğretmenlerden bazılarının gerekçeleri şu şekildedir;

Ö2: Ortak bir özellik görülüyor, fakat küme oluşturmaz demek yanlıştır. Küme tanımında geçen iyi tanımlanmış olmanın neye göre yapıldığı önemlidir.

Ö3: Kümenin bütün elemanları arasında ortak bir özellik olma zorunluluğu yoktur.

Ö4: Belirtilen nesnelerin, bir küme oluşturabilmeleri için, ortak özelliklerinin olması şartı yoktur. Ortak özellik şartı, kümenin ortak özellik yöntemiyle gösterilebilmesi için vardır.

Ö13: Kümenin elemanları arasında ortak bir özellik bulunması gerekmez. Elemanların net olarak ifade edilmesi yeterlidir.

Öğretmenlerin yazdığı gerekçeler incelendiğinde, öğretmenlerin iddianın yanlış olduğunu fark ettikleri belirlenmiştir. Bununla birlikte, öğretmenlerden yalnızca Ö2 ve Ö13’ün, Bora’nın iddiasının “Neden” ve “Niçin” yanlış olduğuna dair kısmen doğru açıklama yazdığı tespit edilmiştir. Ö3 ve Ö4’ün açıklamaları incelendiğinde gerekçeden ziyade, bir kavrama yönelik özellikleri ifade ettikleri belirlenmiştir.

Ders içi öğretim süreçlerini içeren video ve ses kayıtları alınarak katılan üç öğretmenin her biri Bora’nın iddiasına yönelik farklı cevaplar yazmışlardır. Bora’nın iddiası için;

ÖV1: Yanlıştır. Kümenin elemanları farklı varlıklardan olabilir. Sadece kümenin gösteriminde ortak özellik yöntemi kullanılamaz.

ÖV2: Doğrudur. Elemanlar arasında ortak özellik yok. En azından ilk bakışta yok. Ama uzun cümleler yazılarak ortak bir özellik bulunup küme oluşturulabilir.

ÖV3: Emin değilim. 1, a ve Ankara elemanları arasında ortak özellik bulunur ama diğer üç elemandan emin değilim. Bu nedenle küme oluştura bilir de, oluşturamayabilir de.

Yazılan ifadeler incelendiğinde, yalnızca ÖV1’in Bora’nın iddiasının yanlış olduğunu fark ettiği, fakat iddianın “Neden” ve “Niçin” yanlış olduğuna dair açıklama yazmadığı belirlenmiştir. ÖV2 ve ÖV3 ise Bora’nın iddiasına yönelik hem doğru cevap hem de doğru açıklama yazamamıştır.

Tek elemanlı bir küme evrensel küme oluşturabilir.

“Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin yukarıda belirtilen ifade doğrultusunda öğretmenlere;

“Esin isimli bir öğrenci, *“Tek elemanlı bir kümenin evrensel küme oluşturmayacağını”* iddia etmektedir. Esin’in iddiası için aşağıda yazılan uygun seçeneği işaretleyiniz ve gerekçesini açıklayınız.” şeklinde bir soru sorulmuştur (Bknz. Ek 3). Bu soru için, öğretmenlerin yazmış olduğu cevaplara yönelik ulaşılan sonuçlar Tablo 4.35’de belirtilmiştir.

Tablo 4.24.

Esin’in İddiasına Yönelik Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar Doğrultusunda Ulaşılan Sonuçlar

	f	%
Doğrudur	2	11
Yanlıştır	16	89
Emin değilim	0	0

Tablo 4.24’de görüldüğü üzere, Esin’in iddiası için öğretmenlerin çoğu iddianın yanlış olduğunu ifade etmişken; öğretmenlerin yalnızca ikisi iddianın doğru olduğunu belirtmiştir. Bununla birlikte öğretmenlerin hiçbiri, iddianın doğru ya da yanlışlığına yönelik herhangi bir cevap yazmayarak “emin değilim” seçeneğini işaretlemiştir. Hâlbuki öğretmenlerin Esin’in iddiası için “yanlıştır” seçeneğini işaretleyerek, “Neden?” ve “Niçin?” yanlış olduğunu gerekçesiyle birlikte açıklamaları beklenmekteydi.

Esin'in iddiası için “doğrudur” seçeneğini işaretleyen öğretmenlerin gerekçeleri şu şekildedir;

Ö8: İçerisinden eleman seçtiğimiz en geniş küme evrensel küme olduğu için tek elemanlı bir küme evrensel küme olamaz.

Ö10: Evrensel küme bulunabilecek en büyük kümeyi içine alan kümedir. Tüm kümeleri kapsayacak şekilde büyük olması gerektiği için tek elemanlı evrensel küme olamaz.

Öğretmenlerin yazmış olduğu gerekçeler incelendiğinde, öğretmenlerin “Evrensel Küme” kavramına yönelik tanımlamalarındaki eksikliklerden kaynaklanan yanlış açıklamalar yazdıkları tespit edilmiştir. Nitekim Ö8 ve Ö10, evrensel küme kavramını açıklarken, evrensel kümenin evrende bulunan her şeyi kapsayan büyük bir küme olması gerektiği şeklinde evrensel kümenin tanımıyla örtüşmeyen yanlış açıklama yazmışlardır. Dolayısıyla Ö8 ve Ö10, Esin'in iddiasına yönelik açıklamalarında, “Neden” ve “Niçin” ifadelerine yönelik yanlış gerekçe belirten cevaplar yazmışlardır.

Esin'in iddiası için “yanlıştır” seçeneğini işaretleyen öğretmenlerin gerekçeleri şu şekildedir;

Ö3: Evrensel küme için elemanlarının 1'den çok olma zorunluluğu yoktur. İşleme giren başka küme ya da eleman yoksa tek eleman da evrensel küme oluşturabilir.

Ö4: Evrensel kümenin eleman sayısı 1'den büyük olmak zorunda değildir. Boş küme her kümenin alt kümesi olacağından tek elemanlı bir kümenin de alt kümesi olur. Dolayısıyla $\emptyset \subseteq E$ olur. Örnek: $E=\{1\}$ ise $\emptyset \subseteq E$ olur.

Ö7: Çünkü boş küme tüm yazacağımız kümelerin altında kalır ki; her küme kendisinin de alt kümesi olduğundan dolayı olabilecek tüm kümelerin alt kümesidir.

Ö9: Çünkü üzerinde çalıştığımız küme $\emptyset$ ise ve mesela herhangi tek elemanlı kümeye $\{a\}$ dersek, $\{a\}$ kümesi üzerinde çalıştığımız $\emptyset$ kümeyi içine alır.

Ö11: Tanımladığımız herhangi bir kümeyi kapsayabilecek bir küme evrensel küme olabilir. Kapsama eşit olma halini de ifade edeceğinden, boş kümeyi kapsayan tek elemanlı küme onun evrensel kümesi olabilir.

Öğretmenlerin yazdığı gerekçeler incelendiğinde, öğretmenlerin iddianın yanlış olduğunu fark ettikleri belirlenmiştir. Öğretmenlerden Ö3 ve Ö7'nin ifadeleri incelendiğinde, Esin'in iddiasının “Neden” ve “Niçin” yanlış olduğuna dair kısmen doğru açıklama yazdığı tespit edilmiştir. Ö7'nin ifadesine dikkat edildiğinde gerekçeden ziyade

bir kavrama yönelik özellikleri ifade ettiği görülmektedir. Bununla birlikte Ö4, Ö9 ve Ö11'in açıklamaları incelendiğinde, Esin'in iddiasının “Neden” ve “Niçin” yanlış olduğuna dair gerekçe bildiren ifadelerinden dolayı doğru açıklama yaptıkları tespit edilmiştir.

Ders içi öğretim süreçleri video ve ses kayıtları alınan üç öğretmeninin tümü Esin'in iddiasına yönelik “yanlıştır” seçeneğini işaretledikleri tespit edilmiştir. Esin'in iddiası için;

ÖV1: Yanlıştır. Evrensel küme oluşturabilir. Üzerinde işlem yapılan kümeler yalnızca tek elemanlı olabilir.

ÖV2: Yanlıştır. Tek elemanlı bir küme evrensel küme olabilir. Örneğin Demir soyadlı bir ailenin tek bir çocuğu olduğunu düşünelim.

$E = \{x: x \text{ demir ailesinin çocukları}\}$,

$A = \{x: x \text{ demir ailesinin sarışın çocukları}\}$,

$B = \{y: y \text{ demir ailesinin esmer çocukları}\}$

ÖV3: Yanlıştır. Çünkü incelenen duruma göre değiştiğinden tek elemanlı küme de evrensel küme olabilir.

Yazılan ifadeler incelendiğinde, öğretmenlerin Esin'in iddiasının yanlış olduğunu fark ettiği, fakat iddianın “Neden” ve “Niçin” yanlış olduğuna dair tatmin edici açıklama yazamadıkları tespit edilmiştir. Öğretmenlerin hiçbirinin, “Ø” ve “evrensel küme” kavramını birlikte irdeleyerek açıklama yazmadıkları belirlenmiştir. ÖV2'nin yazdığı örnekte, E, A ve B kümeleri farklı şekilde ifade edilmiş olsalar dahi “tek çocuklu bir ailenin hem esmer hem sarışın çocuğu olamayacağı için” E kümesi A kümesiyle ya da E kümesi B kümesi ile eşit kümedir. Yani Esin'in iddiası için örnek olmayacağı dolayısıyla ÖV2'nin açıklamasının yanlış olduğu tespit edilmiştir.

Yeryüzündeki tüm ağaçların yaprak sayısı sonlu bir küme belirtir.

“Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin yukarıda belirtilen ifade doğrultusunda öğretmenlere;

“Ali isimli bir öğrenci, “Yeryüzündeki tüm ağaçların yaprak sayısının sonsuz küme” belirttiğini iddia etmektedir. Ali'nin iddiası için aşağıda yazılan uygun seçeneği işaretleyiniz ve gerekçesini açıklayınız.” şeklinde bir soru sorulmuştur (Bknz. Ek 3). Bu soru için, öğretmenlerin yazmış olduğu cevaplara yönelik ulaşılan sonuçlar Tablo 4.25'de belirtilmiştir.

Tablo 4.25.

Ali'nin İddiasına Yönelik Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar Doğrultusunda Ulaşılan Sonuçlar

	f	%
Doğrudur	3	17
Yanlıştır	13	72
Emin değilim	2	11

Tablo 4.25’de görüldüğü üzere, Ali’nin iddiası için öğretmenlerin çoğu iddianın yanlış olduğunu ifade etmişken; öğretmenlerin üçü iddianın doğru olduğunu belirtmiştir. Bununla birlikte öğretmenlerin ikisi iddianın doğru ya da yanlışlığına yönelik “emin değilim” seçeneğini işaretlemiştir. Hâlbuki öğretmenlerden Ali’nin iddiası için “yanlıştır” seçeneğini işaretleyerek, “Neden?” ve “Niçin?” yanlış olduğunu gerekçesiyle birlikte açıklamaları beklenmekteydi.

Ali’nin iddiası için “doğrudur” seçeneğini işaretleyen öğretmenlerin gerekçeleri şu şekildedir;

- Ö1: Bir an için zamanı durdursak ve yaprakları saymaya başlasak sonlu sayıda farklı yaprak sayabileceğimizi düşünebiliriz. Fakat doğada her an yapraklar yenilenmektedir. Yüzlercesi düşüp binlercesi yeşermektedir. Dolayısıyla sayamayız.*
- Ö3: Bütün elemanları numaralandırabilme şansımız yoktur. Son yaprak sayılsa bile yeni yapraklar çıkacaktır.*
- Ö11: Küme tanımına göre doğru kabul edilir. Sonlu kümedir. Ama gerçekte insanın ömrü yaprak sayıların saymaya kifayet edemeyeceği için sonsuz küme olarak kabul eder.*

Öğretmenlerin yazdığı gerekçeler incelendiğinde, “Sonsuz Küme” kavramına yönelik tanımlamalarındaki eksikliklerden kaynaklanan yanlış açıklamalar oldukları tespit edilmiştir. Bununla birlikte Ö1 ve Ö3’ün ifadeleri kendi içinde çelişkili ifadeler barındırmaktadır. Çünkü Ö3’ün “son yaprak sayılsa bile” açıklamasında geçen “son yaprak” ifadesi tek başına iddianın sonlu küme olduğunu belirtmektedir. Aynı durumu Ö1’in açıklamasındaki “sonlu sayıda farklı yaprak” ifadesinde de görmek mümkündür. Bununla birlikte, “...saymakla bitmez şeklinde nitelendirdiğimiz şeylere sonsuz diyemeyiz” (MEB, 2016) açıklaması bağlamında, Ö11’in açıklamasının sonsuz kümenin

tanımıyla örtüşmeyen yanlış açıklama olduğu tespit edilmiştir. Dolayısıyla Ö1, Ö3 ve Ö11, Ali'nin iddiasına yönelik açıklamalarında, “Neden” ve “Niçin” ifadelerine yönelik yanlış gerekçe belirten cevaplar yazmışlardır.

Ali'nin iddiası için “yanlıştır” seçeneğini işaretleyen öğretmenlerden bazılarının gerekçeleri şu şekildedir;

Ö2: Yaprak sayısı sayılabilir bir özelliktir. Çok büyük bir sayı olabilir ama sonsuz değildir.

Ö8: Sonsuz bir sayı değil, bir kavramdır. Bu nedenle yeryüzündeki tüm ağaçların sayısı yine bir sayıdır ve sonsuz küme değildir.

Ö9: Yaprak sayısı her ne kadar sonsuz gibi görünse de nihayetinde sonludur. Belki bunu ifade edecek rakam olmasa da yine de sonludur.

Ö12: Sonuçta bu yaprak sayısı sonludur. Saymak çok zor ama bir doğal sayı ile ifade edilebilir.

Ö14: Ağaçların yaprak sayısı yeryüzü ile sınırlandığı için sonlu kümedir.

Öğretmenlerin yazdığı gerekçeler incelendiğinde, öğretmenlerin iddianın yanlış olduğunu fark ettikleri tespit edilmiştir. Bununla birlikte Ali'nin iddiasının “Neden” ve “Niçin” yanlış olduğuna dair öğretmenlerden sadece Ö12 ve Ö14'ün doğru açıklama yazdığı sonucu belirlenmiştir. Ö12 ve Ö14, sonlu küme kavramının tanımında yer alan “bir doğal sayı ile ifade edilme” ve “sınırlı olma” ifadeleri doğrultusunda Ali'nin iddiasının yanlış olduğunu gerekçesiyle açıklamıştır. Buna karşın, Ö2, Ö8 ve Ö9 iddianın yanlış olduğunu fark etmelerine rağmen açıklamalarını yanlış gerekçelere dayandırmışlardır.

Ali'nin iddiası için “emin değilim” seçeneğini işaretleyen öğretmenlerin kendilerini neyin muallakta bıraktığına dair gerekçeleri şu şekildedir;

Ö13: Emin değilim. Sayılamayacak çoklukta elemanı olan kümeye sonsuz küme denir. Ağaç yaprakları sayamayacağımız kadar çoklukta. Ama bir kümenin var olması için illa ki elemanlarını bilmemiz gerekmiyor. Yani bu sayıyı hiç birimiz bilmiyoruz diye o sayının olmadığını kabul etmek yanlış olur. Hem doğru hem yanlış gibi oldu.

Ö15: Matematiksel olarak dünyadaki tüm yaprakları oturup sayamayacağımız için sonsuz bir küme olur. Aslında bakış açımıza göre değişir. Biz öğrencilere sonsuz küme diye belirtiyoruz. Çünkü tüm yeryüzündeki yaprakları oturup sayabilirsek sonuçta dünya kadar bir sınırimız var. O yüzden emin değilim.

Yazılan ifadeler incelendiğinde, öğretmenlerin iddianın yanlış olduğuna dair kendi içinde tutarlı olmayan cevaplar verdikleri tespit edilmiştir. Ö13'ün "...*bu sayıyı hiç birimiz bilmiyoruz diye o sayının olmadığını kabul etmek yanlış olur.*" ifadesiyle, Ö15'in "...*sonuçta dünya kadar bir sınırimız var.*" ifadesi bu durumu açıklar niteliktedir. Öğretmenlerin tutarlı olmayan cevap yazmalarının nedeni, "*Sonlu ve sonsuz küme*" kavramlarını tanımlamalarındaki hatalar ve bu iki kavramı birbirleriyle ilişkilendirerek tanımlama yapmamaları olduğu düşünülebilir. Nitekim her iki öğretmenin de "*sonsuz küme*" kavramına ilişkin tanımlamalarının yanlış olduğu belirlenmiştir.

Ders içi öğretim süreçleri video ve ses kaydına alınan üç öğretmenin hepsinin Ali'nin iddiasına yönelik "*yanlıştır*" seçeneğini işaretledikleri tespit edilmiştir.

ÖV1: Yanlıştır. Yeryüzünde bulunan ağaçlar ve bu ağaçların yapraklarının bir sonu vardır. Çünkü sadece yeryüzünde olması bir sınırının olduğunu ve çok büyük bir sayı olmasına rağmen bir sonu olduğunu gösterir.

ÖV2: Yanlıştır. Ağaç yaprakları sayılabilir çokluktadır. Bu yüzden sonlu kümedir.

ÖV3: Yanlıştır. Sonludur, sayabiliriz çünkü. Ömrümüz belki de yetmese de. Çünkü dünya bellidir ve içinde yaşayan canlı ve cansız varlıklar, saymak istesek sayabiliriz.

Yazılan cevaplar incelendiğinde, öğretmenlerin Ali'nin iddiasının yanlış olduğunu fark ettikleri ve iddianın "Neden" ve "Niçin" yanlış olduğuna dair tatmin edici açıklama yazdıkları tespit edilmiştir. ÖV1 ve ÖV3, "*sonlu küme*" kavramının tanımı dâhilinde "*Sonlu kümelerin sınırları vardır ve bellidir.*" ifadesi doğrultusunda iddiaya açıklama yazmıştır. ÖV2'nin ise, sonlu kümelerin sayılabilir kümeler olması doğrultusunda iddiaya açıklama yazdığı tespit edilmiştir.

Boş küme, her kümenin alt kümesidir.

"Kümelerde Temel Kavramlara" ilişkin yukarıda yazılan ifade doğrultusunda öğretmenlere;

"Elif isimli bir öğrenci, "*Boş kümenin her kümenin alt kümesi olmadığını iddia etmektedir*". Elif'in iddiası için aşağıda yazılan uygun seçeneği işaretleyiniz ve gerekçesini açıklayınız." şeklinde bir soru sorulmuştur (Bknz. Ek 3). Bu soru için, öğretmenlerin yazmış olduğu cevaplara yönelik ulaşılan sonuçlar Tablo 4.26'da belirtilmiştir.

Tablo 4.26.

Elif'in İddiasına Yönelik Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar Doğrultusunda Ulaşılan Sonuçlar

	f	%
Doğrudur	0	0
Yanlıştır	18	100
Emin değilim	0	0

Tablo 4.26’da görüldüğü üzere, Elif’in iddiası için öğretmenlerin tamamı iddianın yanlış olduğunu ifade etmiştir. Bununla birlikte öğretmenlerin hiçbiri, iddianın doğru ya da yanlışlığına yönelik herhangi bir cevap vermeyerek “emin değilim” seçeneğini işaretlememiştir. Hâlbuki öğretmenlerden Elif’in iddiası için “yanlıştır” seçeneğini işaretleyerek, “Neden?” ve “Niçin?” yanlış olduğunu gerekçesiyle birlikte açıklamaları beklenmekteydi.

Elif’in iddiası için “yanlıştır” seçeneğini işaretleyen öğretmenlerin gerekçeleri şu şekildedir;

- Ö2: *X bir küme olsun. Boş kümenin X’in alt kümesi olmadığını varsayalım. O halde boş küme X’de olmayan bir eleman içeriyor demektir. Bu da boş küme tanımıyla çelişir. O halde boş küme X’in alt kümesidir.*
- Ö4: *Boş kümenin elemanı olmadığından, $\emptyset$ her kümenin sıfır elemanlı alt kümesi olarak kabul edilir.*
- Ö9: *Boş kümenin tanımı.*
- Ö10: *Boş küme, hiçbir elemanı olmayan kümedir. Bu nedenle her kümenin alt kümesidir.*
- Ö13: *Diyelim ki herhangi bir A kümesi olsun. Ve boş küme A’nın alt kümesi olmasın. Yani A’da olmayan bir eleman boş kümede bulunmalı ki A’nın alt kümesi olmasın. Ancak boş kümede hiç eleman olmadığı için böyle bir şey olmaz. Demek ki boş küme her kümenin alt kümesidir.*
- Ö14: *Boş kümenin dahi alt kümesi yine kendisi olacağı için boş küme her kümenin alt kümesidir.*
- Ö15: *Boş küme her kümenin alt kümesidir. Çünkü $\emptyset = \{x: x \neq x\}$ olsun. A’da herhangi bir küme olsun. $\emptyset \not\subset A$ kabul edelim. O halde $\emptyset$ de A’ya ait olmayan en az bir eleman olması gerekir ki bu boş küme tanımı ile çelişir. O halde $\emptyset \subseteq A$ ifadesi her zaman doğrudur.*

Öğretmenlerin yazdığı gerekçeler incelendiğinde, öğretmenlerden Ö4, Ö9 ve Ö10 gerekçeden ziyade “boş küme” ve “alt küme” kavramlarına ait bir özelliği ifade ettikleri; bu nedenle Elif’in iddiasının “Neden” ve “Niçin” yanlış olduğuna dair kısmen doğru açıklama yazdıkları tespit edilmiştir. Bununla birlikte Ö2, Ö13, Ö14 ve Ö15’in açıklamaları incelendiğinde, Elif’in iddiasının “Neden” ve “Niçin” yanlış olduğuna dair gerekçe bildiren ifadelerinden dolayı doğru açıklama yazdıkları belirlenmiştir. Çünkü öğretmenlerin, boş küme ve alt küme kavramlarının tanımları doğrultusunda iddiayı açıkladıkları tespit edilmiştir.

Ders içi öğretim süreçleri video ve ses kaydı ile takip edilen üç öğretmenin tümü Elif’in iddiasına yönelik “yanlıştır” seçeneğini işaretledikleri tespit edilmiştir.

ÖV1: Yanlıştır. Her kümenin bir boş küme olan alt kümesi vardır.

ÖV2: Yanlıştır. A kümesinde bulunan her eleman B kümesinin de elemanı ise A kümesi B kümesinin alt kümesidir. Alt kümenin bu tanımına göre boş kümede olup da B kümesinde olmayan eleman yoktur. Yani boş küme herhangi bir kümenin alt kümesi değildir denilebilecek elemana sahip değil. Bu yüzden boş küme her kümenin alt kümesidir.

ÖV3: Yanlıştır. $\emptyset$ her kümenin alt kümesidir. Çünkü 1 tane alt kümesi vardır. ($2^0=1$)

Yazılan açıklamalar incelendiğinde, öğretmenlerin Elif’in iddiasının yanlış olduğunu fark ettiği, fakat iddianın “Neden” ve “Niçin” yanlış olduğuna dair tatmin edici açıklama yapamadıkları tespit edilmiştir. Öğretmenlerin hiçbirinin boş küme ve alt küme kavramlarının tanımlarını birlikte irdeleyerek açıklama yazmadıkları belirlenmiştir. Bununla birlikte, ÖV1, ÖV2 ve ÖV3’ün gerekçeden ziyade “boş küme” ve “alt küme” kavramlarına ait bir özelliği ifade ettikleri bu nedenle Elif’in iddiasının “Neden” ve “Niçin” yanlış olduğuna dair kısmen doğru açıklama yazdıkları tespit edilmiştir.

A ve B kümelerinin eşit küme olabilmesi için $A \subset B$ ve $B \subset A$ olmalıdır.

“Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin yukarıda yazılan ifade doğrultusunda öğretmenlere;

“Serra isimli bir öğrenci, “Negatif doğal sayılar kümesi ile negatif asal sayılar kümesinin birbirlerine eşit olmadığını” iddia etmektedir. Serra’nın iddiası için aşağıda yazılan uygun seçeneği işaretleyiniz ve gerekçesini açıklayınız.” şeklinde bir soru

sorulmuştur (Bknz. Ek 3). Bu soru için, öğretmenlerin yazmış olduğu cevaplara yönelik ulaşılan sonuçlar Tablo 4.27’de belirtilmiştir.

Tablo 4.27.

Serra’nın İddiasına Yönelik Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar Doğrultusunda Ulaşılan Sonuçlar

	f	%
Doğrudur	4	22
Yanlıştır	13	72
Emin değilim	1	6

Tablo 4.27’de görüldüğü üzere, Serra’nın iddiası için öğretmenlerin çoğu iddianın yanlış olduğunu ifade etmişken; öğretmenlerin dördü iddianın doğru olduğunu belirtmiştir. Bununla birlikte öğretmenlerin yalnızca biri iddianın doğru ya da yanlışlığına yönelik “emin değilim” seçeneğini işaretlemiştir. Hâlbuki öğretmenlerden Serra’nın iddiası için “yanlıştır” seçeneğini işaretleyerek, “Neden?” ve “Niçin?” yanlış olduğunu gerekçesiyle birlikte açıklamaları beklenmekteydi.

Serra’nın iddiası için “doğrudur” seçeneğini işaretleyen öğretmenlerin gerekçeleri şu şekildedir;

Ö4: Her iki küme de boş kümedir. Dolayısıyla elemanları yoktur. Eşit kümeler aynı elemanlardan oluşan kümelerdir. Verilen iki küme denk olabilir. Çünkü eleman sayıları birbirine eşittir. (Her ikisinin de eleman sayıları sıfırdır.)

Ö11: Negatif doğal sayılar kümesi= $\{ \}$, Negatif asal sayılar kümesi= $\{ \}$ ise, kümelerin ikisi de boş kümedir. Yokluk gibidir yani. Mevcut olmayan elemanları neye göre kıyaslayıp eşit diyebiliriz. Yani var olan mevcut varlıklar arasında eşitlik aranır.

Ö14: Negatif doğal sayılar ve negatif asal sayılar kümesi olmadığından bu iki olmayan kümenin eşit olması da mümkün değildir.

Öğretmenlerin yazdığı gerekçeler incelendiğinde, Ö4, Ö11 ve Ö14’ün açıklamaları “boş kümenin elemanları olmadığı için kıyaslanamayacak kümeler oldukları” şeklindedir. Fakat eşit küme tanımında geçen “ $A \subseteq B$ ve $B \subseteq A$ ise $A=B$ ” (MEB, 2016) ifadesi ve “Boş kümenin her kümenin alt kümesi” olduğu doğrultusunda “ $\emptyset \not\subseteq \emptyset$ ” denilebilir ki, bu da herhangi iki boş kümenin eşit olduğu şeklinde yorumlanır. Hatta “sadece bir tane boş küme olduğu” (Nesin, 2008) teoreminden hareketle dahi, negatif

doğal sayılar ve negatif asal sayılar kümesinin eşit kümeler olduğu ifade edilebilirdi. Dolayısıyla Ö4, Ö11 ve Ö14, Serra'nın iddiasına yönelik açıklamalarında, “Neden” ve “Niçin” ifadelerine yönelik yanlış gerekçe belirten cevaplar yazmışlardır.

Serra'nın iddiası için “yanlıştır” seçeneğini işaretleyen öğretmenlerden bazılarının gerekçeleri şu şekildedir;

Ö2: Bu iki küme de boş küme olup birbirine eşittir.

Ö7: Negatif doğal sayı yoktur, bu yüzden böyle bir kümeye X dersek $X = \emptyset$ olur. Negatif asal sayı da yoktur. Böyle bir kümeye de Y dersek $Y = \emptyset$ olur. O halde $X = Y$ olur.

Ö9: Negatif doğal sayı olmadığı gibi negatif asal sayı da yoktur. Dolayısıyla her iki boş kümedir. Birbirlerine eşittir.

Ö12: Aynı elemanlardan oluşan kümeler eşittir. Burada iki küme de boş olduğundan eşittir.

Ö13: Her ikisi de boş kümedir. Ve birbirine eşittir.

Öğretmenlerin yazdığı gerekçeler incelendiğinde, öğretmenlerin iddianın yanlış olduğunu fark ettikleri tespit edilmiştir. Bununla birlikte Serra'nın iddiasının “Neden” ve “Niçin” yanlış olduğuna dair öğretmenlerden sadece Ö7 ve Ö12'nin doğru açıklama yazdığı bulunmuştur. Ö7 ve Ö12 eşit küme tanımından yola çıkarak Serra'nın iddiasının yanlış olduğunu gerekçesiyle açıklamıştır. Dolayısıyla Ö7 ve Ö12'nin gerekçeleri doğru açıklama olarak sınıflandırılmıştır. Ö2, Ö9 ve Ö13'ün ise gerekçeden ziyade “boş küme” ve “eşit küme” kavramlarına ait bir özelliği ifade ettikleri bu nedenle Serra'nın iddiasının “Neden” ve “Niçin” yanlış olduğuna dair kısmen doğru açıklama yazdıkları tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğretmenlerin hiçbiri “negatif doğal sayılar kümesi ile negatif asal sayılar” kümesinin birbirlerinin alt kümesi oldukları doğrultusunda bu kümelerin eşit küme olacakları şeklinde açıklama yazmadıkları belirlenmiştir. Serra'nın iddiası için “emin değilim” seçeneğini işaretleyen Ö3 kendisini neyin muallakta bıraktığına dair herhangi bir gerekçe belirtmemiştir.

Ders içi öğretim süreçleri video ve ses kaydına alınan üç öğretmenin ikisi Serra'nın iddiasına yönelik “yanlıştır” seçeneğini işaretlerken; yalnızca birinin iddianın doğru olduğu şeklinde işaretleme yaptığı tespit edilmiştir. Serra'nın iddiası için;

ÖV1: Doğrudur. İkisi de boş kümedir ama boş kümeler birbirine eşittir diyemeyiz.

ÖV2: Yanlıştır. Her iki küme de boş kümedir. Birbirine eşittir.

ÖV3: Yanlıştır. Çünkü her iki kümenin de elemanı yoktur. Boş kümedir ve eşittir.

Yazılan açıklamalar incelendiğinde, ÖV2 ve ÖV3'ün Serra'nın iddiasının yanlış olduğunu fark ettikleri fakat iddianın “Neden” ve “Niçin” yanlış olduğuna dair tatmin edici açıklama yazamadıkları sonucuna ulaşılmıştır. ÖV2 ve ÖV3'ün gerekçeden ziyade “boş küme” ve “eşit küme” kavramlarına ait bir özelliği ifade ettikleri bu nedenle Serra'nın iddiasının “Neden” ve “Niçin” yanlış olduğuna dair kısmen doğru açıklama yazdıkları tespit edilmiştir. ÖV1'in ise Serra'nın iddiasını doğru olarak işaretlediği bulunmuştur. ÖV1'in “...boş kümeler birbirine eşittir diyemeyiz” ifadesi “sadece bir tane boş küme olduğu” (Nesin, 2008) teoremiyle çeliştiği, dolayısıyla ÖV1'in gerekçesinin yanlış açıklama olduğu belirlenmiştir.

Tablo 4.28.

Matematiksel İfadelerin, İşlemlerin ve Kavramların “Neden” ve “Niçin”ini Ortaya Koyabilmelerine İlişkin Verilerin Dağılımı

	Yanlış Açıklama	Kısmen Doğru Açıklama	Doğru Açıklama	Fikrim Yok
Kümenin elemanları arasında ortak bir özellik olmasına gerek yoktur.	Ö5, Ö6, Ö8, Ö11, ÖV1, ÖV2, ÖV3	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö7, Ö9, Ö10, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15		
Tek elemanlı bir küme evrensel küme oluşturabilir.	Ö8, Ö10, ÖV2	Ö1, Ö2, Ö3, Ö5, Ö6, Ö7, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, ÖV1, ÖV3	Ö4, Ö9, Ö11	
Yeryüzündeki tüm ağaçların yaprak sayısı sonlu bir küme belirtir.	Ö1, Ö2, Ö3, Ö8, Ö9, Ö11, Ö13, Ö15	Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö10	Ö12, Ö14, ÖV1, ÖV2, ÖV3	
Boş küme, her kümenin alt kümesidir.		Ö1, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, ÖV1, ÖV2, ÖV3	Ö2, Ö13, Ö14, Ö15,	
A ve B kümelerinin eşit küme olabilmesi için $A \subset B$ ve $B \subset A$ olmalıdır.	Ö3, Ö4, Ö11, Ö14, ÖV1	Ö1, Ö2, Ö5, Ö6, Ö8, Ö9, Ö10, Ö13, Ö15, ÖV2, ÖV3	Ö7, Ö12	

Tablo 4.28’de görüldüğü üzere, öğretmenlerin “*matematiksel ifadelerin, işlemlerin ve kavramların “Neden” ve “Niçin”ini ortaya koyabilmelerine ilişkin*” sorulan beş soruya yazdıkları gerekçeler daha çok kısmen doğru açıklama ve yanlış açıklama şeklinde sınıflandırılmıştır. Bulgular genel olarak yorumlandığında, öğretmenlerin genel olarak sorulan sorulara doğru cevaplar yazdıkları, fakat ifadelerin “Neden” ve “Niçin” bu şekilde olduğunu açıklamada yetersiz kaldıkları tespit edilmiştir.

4.1.2.2. Matematiksel açıklamalar yapma ve değerlendirme

ÖKBT doğrultusunda, bir önceki kısımda öğretmenlerin kendilerine yöneltilen soruları, “Neden” ve “Niçin”ni belirtecek şekilde detaylı cevap yazmaları istenmişti. Bu bölümde ise öğretmenlere sorulan beş sorunun cevapları, hazırlanan tema ve kod listesi bağlamında UAB’nin diğer bir göstergesi olan “*Matematiksel açıklamalar yapma ve değerlendirme*” başlığı altında değerlendirilmiştir.

Tablo 4.29.

Matematiksel Açıklama ve Değerlendirme Yazabilen Öğretmenlere Ait Ulaşılan Sonuçlar

	f	%
Matematiksel açıklama ve değerlendirme yapma	11	12
Matematiksel açıklama ve değerlendirme yapmama	78	86
Herhangi bir açıklama yapamama	1	2
Toplam açıklama ve değerlendirme sayısı	90	100

Tablo 4.29’da görüldüğü üzere, öğretmenlerin çoğunun matematiksel açıklama ve değerlendirme yazamadığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğretmenlerin ifadelerinden sadece 11 tanesi matematiksel açıklama ve değerlendirme olarak değerlendirilmiştir. Ayrıca öğretmenlerin birinin herhangi bir açıklama ve değerlendirme yazamamıştır.

Tablo 4.30’da matematiksel ifadelerin, işlemlerin ve kavramların “Neden” ve “Niçin”ini açıklayabilmeye ilişkin matematiksel açıklama ve değerlendirme yazabilen öğretmenlerin açıklamaları yazılmıştır.

Tablo 4.30.

Matematiksel Açıklama ve Değerlendirme Yazabilme

Matematiksel açıklama ve değerlendirme yazabilen öğretmenlerin ifadeleri	
Ö2	<i>Ortak bir özellik görülüyor, fakat küme oluşturmaz demek yanlıştır. Küme tanımında geçen iyi tanımlanmış olmanın neye göre yapıldığı önemlidir.</i>
Ö4	<i>Evrensel kümenin eleman sayısı 1'den büyük olmak zorunda değildir. Boş küme her kümenin alt kümesi olacağından tek elemanlı bir kümenin de alt kümesi olur. Dolayısıyla $\emptyset \subseteq E$ olur. Örnek: $E=\{1\}$ ise $\emptyset \subseteq E$ olur.</i>
Ö9	<i>Çünkü üzerinde çalıştığımız küme $\emptyset$ ise ve mesela herhangi tek elemanlı kümeye $\{a\}$ dersek, $\{a\}$ kümesi üzerinde çalıştığımız $\emptyset$ kümeyi içine alır.</i>
Ö11	<i>Tanımladığımız herhangi bir kümeyi kapsayabilecek bir küme evrensel küme olabilir. Kapsama eşit olma halini de ifade edeceğinden, boş kümeyi kapsayan tek elemanlı küme onun evrensel kümesi olabilir.</i>
Ö12	<i>Sonuçta bu yaprak sayısı sonludur. Saymak çok zor ama bir doğal sayı ile ifade edilebilir.</i>
Ö14	<i>Ağaçların yaprak sayısı yeryüzü ile sınırlandığı için sonlu kümedir.</i>
ÖV1	<i>Yeryüzünde bulunan ağaçlar ve bu ağaçların yapraklarının bir sonu vardır. Çünkü sadece yeryüzünde olması bir sınırının olduğunu ve çok büyük bir sayı olmasına rağmen bir sonu olduğunu gösterir.</i>
Ö2	<i>X bir küme olsun. Boş kümenin X'in alt kümesi olmadığını varsayalım. O halde boş küme X'de olmayan bir eleman içeriyor demektir. Bu da boş küme tanımıyla çelişir. O halde boş küme X'in alt kümesidir.</i>
Ö13	<i>Diyelim ki herhangi bir A kümesi olsun. Ve boş küme A'nın alt kümesi olmasın. Yani A'da olmayan bir eleman boş kümede bulunmalı ki A'nın alt kümesi olmasın. Ancak boş kümede hiç eleman olmadığı için böyle bir şey olmaz. Demek ki boş küme her kümenin alt kümesidir.</i>
Ö15	<i>Boş küme her kümenin alt kümesidir. Çünkü $\emptyset=\{x: x \neq x\}$ olsun. A'da herhangi bir küme olsun. $\emptyset \not\subset A$ kabul edelim. O halde $\emptyset$ de A'ya ait olmayan en az bir eleman olması gerekir ki bu boş küme tanımı ile çelişir. O halde $\emptyset \subseteq A$ ifadesi her zaman doğrudur.</i>
Ö7	<i>Negatif doğal sayı yoktur, bu yüzden böyle bir kümeye X dersek $X=\emptyset$ olur. Negatif asal sayı da yoktur. Böyle bir kümeye de Y dersek $Y=\emptyset$ olur. O halde $X=Y$ olur.</i>

Tablo 4.30 incelendiğinde, öğretmenlerin “küme, evrensel küme, sonlu küme, boş küme, alt küme ve eşit küme” kavramlarını birbirleriyle ilişkilendirerek matematiksel açıklama ve değerlendirme yazdıkları tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğretmenlerin “sonsuz küme” kavramını, matematiksel açıklamalarında yazmadığı belirlenmiştir. Ayrıca öğretmenlerden Ö1, Ö3, Ö5, Ö6, Ö8, Ö10, ÖV2 ve ÖV3’ün “Kümelerde Temel Kavramlar” konusu kapsamında matematiksel ifadelerin, işlemlerin ve kavramların

“Neden” ve “Niçin”ini belirlemeye ilişkin matematiksel açıklama ve değerlendirme yazmadıkları tespit edilmiştir.

Tablo 4.29 ve Tablo 4.30’den ulaşılan bulgular yorumlandığında, öğretmenlerden hiçbirinin soruların tamamına yönelik matematiksel açıklama ve değerlendirme yazamadıkları söylenebilir. Bu bulgular doğrultusunda, öğretmenlerin UAB kapsamında değerlendirilen matematiksel açıklama ve değerlendirme yapmalarına ilişkin UAB’lerinin kısmen yeterli düzeyde olduğu söylenebilir.

4.1.2.3. Belirli amaçlar için temsiller seçme

ÖKBT doğrultusunda, öğretmenlerin UAB’leri “belirli amaçlar için temsiller seçme” göstergesi bağlamında incelenmiştir. Bunun için öğretmenlerin daha önceki kısımda detaylı olarak incelenen beş soruya yazdıkları cevaplardan faydalanılmıştır. Bu kapsamda öğretmenlerin soruların, “Neden” ve “Niçin”ni belirtecek şekilde detaylı cevaplamaları incelenerek, öğretmenlerin herhangi bir kavram ya da özelliğe ilişkin belirli amaçlara yönelik örneklemeleri değerlendirilmiştir.

Tablo 4.31.

Öğretmenlerin Belirli Amaçlar İçin Temsiller Seçebilmesine Yönelik Ulaşılan Sonuçlar

	f	%
Belirli bir amaca yönelik temsiller seçme	9	10
Belirli bir amaca yönelik herhangi bir temsil belirtmeme	81	90
Herhangi bir açıklama yapamama	0	2
Toplam açıklama sayısı	90	100

Tablo 4.31’de görüldüğü üzere, öğretmenlerin çoğu matematiksel açıklama ve değerlendirme yazarken belirli bir amaca yönelik temsil ve örnek içeren açıklamalar yazmadığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte, öğretmenlerin yazmış olduğu sadece dokuz açıklamanın belirli bir amaca yönelik temsil ve örnek içeren matematiksel açıklama ve değerlendirme olduğu sonucu bulunmuştur.

Aşağıda Tablo 4.32’de matematiksel ifadelerin, işlemlerin ve kavramların “Neden” ve “Niçin”ini belirleyebilmeye ilişkin matematiksel açıklama ve değerlendirme

yazarken belirli bir amaca yönelik temsil ve örnek kullanan öğretmenlerin ifadeleri yazılmıştır.

Tablo 4.32.

Belirli Bir Amaca Yönelik Temsil ve Örnek Kullanabilme

Belirli bir amaca yönelik temsil ve örnek kullanan öğretmenlerin ifadeleri	
Ö2	<i>X bir küme olsun. Boş kümenin X'in alt kümesi olmadığını varsayalım. O halde boş küme X'de olmayan bir eleman içeriyor demektir. Bu da boş küme tanımıyla çelişir. O halde boş küme X'in alt kümesidir.</i>
Ö4	<i>Evensel kümenin eleman sayısı 1'den büyük olmak zorunda değildir. Boş küme her kümenin alt kümesi olacağından tek elemanlı bir kümenin de alt kümesi olur. Dolayısıyla $\emptyset \subseteq E$ olur. Örnek $E=\{1\}$ ise $\emptyset \subseteq E$ olur.</i>
Ö7	<i>Çünkü boş küme tüm yazacağımız kümelerin altında kalır ki; her küme kendisinin de alt kümesi olduğundan dolayı olabilecek tüm kümelerin alt kümesidir.</i>
Ö9	<i>Çünkü üzerinde çalıştığımız küme $\emptyset$ ise ve mesela herhangi tek elemanlı kümeye $\{a\}$ dersek, $\{a\}$ kümesi üzerinde çalıştığımız $\emptyset$ kümeyi içine alır.</i>
Ö11	<i>Tanımladığımız herhangi bir kümeyi kapsayabilecek bir küme evrensel küme olabilir. Kapsama eşit olma halini de ifade edeceğinden, boş kümeyi kapsayan tek elemanlı küme onun evrensel kümesi olabilir.</i>
Ö13	<i>Diyeim ki herhangi bir A kümesi olsun. Ve boş küme A'nın alt kümesi olmasın. Yani A'da olmayan bir eleman boş kümede bulunmalı ki A'nın alt kümesi olmasın. Ancak boş kümede hiç eleman olmadığı için böyle bir şey olmaz. Demek ki boş küme her kümenin alt kümesidir.</i>
Ö11	<i>Negatif doğal sayılar kümesi=$\{ \}$, Negatif asal sayılar kümesi=$\{ \}$ ise, kümelerin ikisi de boş kümedir. Yokluk gibidir yani. Mevcut olmayan elemanları neye göre kıyaslayıp eşit diyebiliriz. Yani var olan mevcut varlıklar arasında eşitlik aranır.</i>
ÖV1	<i>Yanlıştır. Yeryüzünde bulunan ağaçlar ve bu ağaçların yapraklarının bir sonu vardır. Çünkü sadece yeryüzünde olması bir sınırının olduğunu ve çok büyük bir sayı olmasına rağmen bir sonu olduğunu gösterir.</i>
ÖV2	<i>Yanlıştır. Tek elemanlı bir küme evrensel küme olabilir. Örneğin Demir soyadlı bir ailenin tek bir çocuğu olduğunu düşünelim. $E=\{x: x \text{ demir ailesinin çocukları}\}$, $A=\{x: x \text{ demir ailesinin sarışın çocukları}\}$, $B=\{y: y \text{ demir ailesinin esmer çocukları}\}$</i>

Tablo 4.32 incelendiğinde Ö2, Ö4, Ö7, Ö9, Ö11, Ö13, ÖV1 ve ÖV2'nin matematiksel açıklama ve değerlendirme yazarken belli bir amaca yönelik temsil ve örnek kullandığı tespit edilmiştir. Diğer 10 öğretmenin ise, matematiksel açıklama ve değerlendirme yazarken herhangi bir temsil ya da örnek kullanmadığı belirlenmiştir. Yine Tablo 4.32 incelendiğinde, öğretmenlerin sadece “boş küme, evrensel küme ve alt küme” kavramlarına ilişkin matematiksel açıklama ve değerlendirme yazarken temsil ve örnek kullandığı tespit edilmiştir. “Küme, sonlu küme, sonsuz küme ve eşit küme” kavramlarına

yönelik öğretmenlerin hiçbirinin matematiksel açıklama ve değerlendirme yazarken herhangi bir temsil ya da örnek kullanmadığı belirlenmiştir. Bu durumun nedeni, öğretmenlerin “küme, sonlu küme, sonsuz küme” kavramlarının tanımlarında yazdıkları eksiklikler olarak söylenebilir.

Tablo 4.31 ve Tablo 4.32’den elde edilen bulgular yorumlandığında, öğretmenlerden hiçbirinin soruların tamamı hakkında matematiksel açıklama ve değerlendirme yazarken belirli bir amaca yönelik temsil ya da örnek kullanmadıkları belirlenmiştir. Ayrıca belirli bir amaca yönelik temsil ya da örnek kullanan öğretmenlerin ise sadece “boş küme, evrensel küme ve alt küme” kavramlarına ilişkin açıklama yazdıkları belirlenmiştir. Bu bulgular doğrultusunda, öğretmenlerin UAB kapsamında değerlendirilen matematiksel açıklama ve değerlendirme yaparken belirli bir amaca yönelik temsil ya da örnek kullanımı UAB bağlamında kısmen yeterli düzeyde bulunmuştur.

4.1.2.4. Ders Gözlem Formu ile takip edilen öğretmenlerin ders içi aktivitelerinde UAB’lerini kullanma düzeyi

Araştırmanın bu aşamasında, ders içi öğretim süreçleri video ve ses kayıtları alınarak araştırmaya katılan üç öğretmenin, “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin ders içi aktivitelerinin DGF ile takip edilmesi sonucu ulaşılan bulgular yazılmıştır. Bunun için, üç öğretmenin “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin altı ders saati (DS) takip edilerek, her iki ders saati (40+40) “yeterli, kısmen yeterli, yetersiz” başlıkları altında işaretlenerek UAB kullanma düzeyleri belirlenmiştir. Son olarak öğretmenlerin ÖMB düzeyleri tablo halinde sunulmuştur. Bununla birlikte, her ders için DGF’nin açıklama kısmına ders içi öğretim sürecine yönelik notlar yazılmıştır.

ÖV1'in Ders İçi Öğretim Sürecinde UAB'yi kullanma düzeyine ilişkin bulgular

Tablo 4.33.

ÖV1'in UAB'yi Kullanma Düzeyine İlişkin Bulgular

		Yeterli	Kısmen Yeterli	Yetersiz
1.	Matematiksel ifadelerin, işlemlerin ve kavramların “Neden” ve “Niçin”ini ortaya koyabilme	2	4	0
2.	Belirli bir matematiksel noktaya dikkat çekmek için örnekler/temsiller bulma	6	0	0
3.	Etkinlikleri hem kolay hem de zor olacak biçimde düzenleyebilme	6	0	0
4.	Konuya özgü üretken matematiksel sorular sorabilme	6	0	0
5.	Ders kitaplarındaki matematiksel içeriği derse uyarlayabilme	4	2	0
6.	Öğrencilerin öneri veya çözümlerini hızlı bir şekilde değerlendirebilme	6	0	0
	Toplam	30	6	0

Tablo 4.33’de ÖV1’in UAB’yi kullanma düzeyine ilişkin ulaşılan bulgular yazılmıştır. Tablo 4.33’e göre, ÖV1’in kısmen yeterli düzeyde olduğu ders saati de olmasına rağmen genel olarak yeterli düzeyde ders saatinin daha fazla olduğu bulunmuştur. Bununla birlikte ÖV1’in, UAB’yi kullanma düzeyine ilişkin yetersiz olduğu ders saatinin olmadığı da tespit edilmiştir.

ÖV1’in UAB’nin bileşenlerinden “*Matematiksel ifadelerin, işlemlerin ve kavramların “Neden” ve “Niçin”ini ortaya koyabilmeye*” yönelik 4 DS için kısmen yeterli düzeyde kullanım, 2 DS için ise yeterli düzeyde UAB kullanımı tespit edilmiştir. Aşağıda ÖV1’in ders içi öğretim aktivitelerinde yeterli ve kısmen yeterli düzeyde kullanım süreçlerine yönelik alıntılar yazılmıştır.

ÖV1’in kısmen yeterli düzeyde kullanımına ilişkin ders içi öğretim süreci;

ÖV1: mesela A kümesi ne olsun? A kümesini 9/K sınıfının öğrencileri diyelim. Peki bu kümeden ne anlıyoruz. 9/K sınıfındaki tüm öğrenciler değil mi?

ÖĞR: Evet.

ÖV1: Ne yaptık burda. 9/K sınıfındaki tüm öğrencilerin isimlerini yazmak yerine ortak özellik yöntemiyle kümeyi belirttik. Peki her kümeyi ortak özelliklerle yazabilir miyim? Mesela “Pazar, pazartesi, ocak, 1,2” elemanlarının kümesini nasıl yazarım?

ÖĞR: ...hocam yazamayız., ...bunlardan küme olmaz hocam., ...küme değil hocam.

ÖV1: Niye yazamayalım. Ortak özellik yöntemiyle yazamayız ama liste yöntemiyle bu kümeyi yazabiliriz. Bir de bu elemanlar bir küme oluşturur. Niye? Çünkü kümenin elemanları birbirinden farklı türde elemanlar olabilir. Ortak özellik yöntemi sadece gösterimdir.

ÖV1'in ders içi öğretim süreci incelendiğinde, herhangi bir kümenin elemanları arasında "Neden?" ortak özellik olmasına gerek olmadığına dair kısmen yeterli düzeyde UAB kullandığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte ÖV1 "sonlu/sonsuz küme" kavramlarına ilişkin ders içi öğretim sürecinde de kısmen yeterli düzeyde UAB kullandığı tespit edilmiştir. ÖV1'in "sonlu/sonsuz küme" kavramlarının kısmen yeterli düzeyde kullanımına ilişkin ders içi öğretim süreci şu şekildedir;

ÖV1: ...sayılamaz çoklukta kümeler günlük hayattan örnek verebilir misiniz?

ÖĞR: Doğal sayılar, sayılar...

ÖV1: Yok, günlük hayatta karşılaştığımız şeylerden olsun.

ÖĞR: 1 ton şeker hocam.

ÖV1: Şeker bir nevi sayılabilir. 20 gramını alıp sayarsın. Daha sonra tahmini olarak 1 tonun yaklaşık değeri bulunur.

ÖĞR: Hocam mikropolar... Atom parçaları... Dünyadaki arabalar hocam.

ÖV1: Arabalar sayılabilir. Dünya nüfusu sayılabildiğine göre. Esas şeyi düşünmüyor sunuz? Uzay! Uzay! Sayın bakalım uzayı, yıldızları. Sayamazsınız. Başka ne olur? Saçımızdaki teller, sayın bakalım hadi.

ÖĞR: Hocam ama az önce şeker saydık. Şeker sayarsak saçımızın tellerini de sayabiliriz.

ÖV1: Şeker ağırlıkla sayacan. Peki saç nasıl sayacaksın? Hımm.. Gerçi şimdi bir nevi sayılabilir dedik şeker. Tamam saçta bir nevi sayılabilir.

Burada ÖV1, ilk olarak bir ton şekerin ağırlıkla sayılabileceğini dolayısıyla sonlu küme olduğunu belirtmişken, daha sonraki süreçte ise saç tellerinin sayılamaz çoklukta olduğu için sonsuz küme olacağını belirtmiştir. Fakat öğrencilerden gelen "şeker" örneği dönütünden sonra, ÖV1 saç tellerinin de sayılabileceğini, dolayısıyla sonlu küme olduğunu ifade etmiştir.

ÖV1'in yeterli düzeyde UAB kullanımına ilişkin ders içi öğretim süreci;

ÖV1: ..boş kümeden sonra, peki evrensel küme ne demek?

ÖĞR: Hocam bütün elemanları kapsayan küme... Büyük bir küme...

ÖV1: Peki şöyle örnek verelim. Bir önceki derste örnek vermiştik. 9/K sınıfı öğrencilerinin kümesi. 9/K sınıfının öğrencileri hangi okulun öğrencisi. Tabi ki de K.A.L'nin öğrencileri. Peki aynı şekilde 9/D, 9/A, 9/F öğrencileri de K.A.L'nin öğrencileri mi. Evet. O halde K.A.L evrensel küme olur mu?

ÖĞR: Evet., Olur.

ÖV1: Peki, devam edelim. Türkiye'nin ırmakları, dağları vs. bizim kümelerimiz olursa Türkiye ne olur?

ÖĞR: Evrensel küme olur hocam.

ÖV1: Evrensel küme ne o zaman? Evrensel küme üzerinde işlem yapılan kümeleri içine alan en geniş kümedir. Yani ilk başta söylediğiniz gibi bütün elemanları kapsayan bir küme değildir.

ÖV1'in yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, evrensel küme için öğrencilerin çok büyük bir küme olması gerektiği şeklindeki yanlış algısına, “Neden?” böyle olmadığına dair yeterli düzeyde UAB kullanarak açıklama yaptığı tespit edilmiştir.

Tablo 4.33 incelendiğinde, ÖV1'in UAB'nin bileşenlerinden “*Belirli bir matematiksel noktaya dikkat çekmek için örnekler/temsiller bulmaya*” yönelik 6 DS sürecinin tümünde yeterli düzeyde UAB kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda ÖV1'in ders içi öğretim süreçlerden birine yönelik alıntılar yazılmıştır.

ÖV1: ...mesela 9/K sınıfının öğrencileri küme belirtir mi? Belirtir. Ben bu kümeyi tek tek sizin isimlerinizi yazarak da oluşturabilirdim. Sizin resimlerinizin olduğu bir küme de oluşturabilirdim. Ama o zaman uzun uzun yazmak zorunda kalırdım. Hangisi daha kolay?

ÖĞR: Tek tek yazmakla bitmez hocam, 9/K öğrencileri demek daha kolay olur.

ÖV1: Aynen. Tek tek yazabildiğimiz gibi 9/K sınıfı öğrencileri şeklinde daha kolay yazarız. Buna ne diyoruz peki? Ortak özellik yöntemi. Mesela Türkiye'nin illerini tek tek yazarak da kümeyi belirtebilirim. Ya da sadece ortak özellik yöntemiyle “Türkiye'nin illeri kümesi” diyerek ortak özelliklerle de yazabilirim. O halde kümelerin kaç çeşit gösterim yöntemi vardır?...

ÖV1'in yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, “*Kümelerin Gösterim Yöntemlerine*” ilişkin belirli bir matematiksel noktaya dikkat çekmek için belirli örneklerden yararlandığı için ÖV1'in UAB'sini yeterli düzeyde kullandığı tespit edilmiştir.

Tablo 4.33 incelendiğinde, ÖV1'in UAB'nin “*Ders içi etkinlikleri konuya göre hem kolay hem de zor olacak biçimde düzenleyebilme*” bileşenine yönelik 6 DS sürecinin

tümünde yeterli düzeyde UAB kullanmıştır. Aşağıda ÖV1'in ders içi öğretim süreçlerinden birine yönelik alıntılar yazılmıştır.

ÖV1: Şimdi bugün alt küme sayısının kümenin içindeki elemanlara göre olan durumu üzerinde biraz duralım. Bunun için $A=\{ a, b, c, d, e\}$ kümesi verilsin. A kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde,

- a) a elemanı bulunur?*
- b) b elemanı bulunmaz?*
- c) a bulunur, b bulunmaz?*
- d) a ve b bulunur?*
- e) a veya b bulunur?*

ifadelerini beraber inceleyelim. İlk olarak A kümesinin tüm alt kümelerini yazarak soruyu bulalım. Daha sonra pratik olarak verilen ifadeleri bulacağız...

...

Peki e) 'ye gelelim. e şıkkı için ne yapıyoruz.

(Tüm alt küme sayısı) - (a ve b bulunmayan alt küme sayısı) ile cevaba ulaşıyoruz...

ÖV1'in yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, kümelerin alt küme sayısını bulmaya ilişkin ders içi etkinlikleri ve örnekleri kolaydan zora doğru kullandığı için ÖV1'in UAB'sini yeterli düzeyde kullandığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte ÖV1, yukarıdaki ders içi öğretim süreci içerisinde alt küme kavramına yönelik soruyu çözerken “*bulunur, bulunmaz*” ifadelerine yönelik soruların nasıl çözülmesi gerektiğini ve “*hangi durumlarda, niçin bazı elemanları yok sayarak*” sorunun çözümüne gidilmesini açıkladığı da tespit edilmiştir.

Tablo 4.43 incelendiğinde, ÖV1'in UAB'nin bileşenlerinden “*Öğretim sürecinde konuya özgü ve matematiksel olarak üretken sorular sorabilmeye*” yönelik 6 DS sürecinin tümünde yeterli düzeyde UAB kullanmıştır. Aşağıda ÖV1'in ders içi öğretim süreçlerinden birine yönelik alıntılar yazılmıştır.

ÖV1: ...şimdi size bir il ismi yazayım ve bu ilin harflerinden oluşan kümeyi bulalım. Başka il olmasın. Gelin kendi ilimizi yazalım. KAHRAMANMARAŞ. kümeyi isimlendirelim, A kümesi diyelim. Şimdi bu kümenin elemanlarını yazalım.

$A=\{K, A, H, R, A, M, A...\}$

ÖĞR: Hocam olmaz. Bu şekilde yazmıyoruz. Bir harfi tek bir defa yazmalıyız.

ÖV1: Doğru. Her eleman kümede bir defa gösterilir. O halde A kümesi...

...

... Bir örnekle konuyu biraz daha pekiştirelim. Sorumuz şu: Bir kümenin eleman sayısı 2 arttırıldığında kümenin alt küme sayısı 48 arttığına göre bu küme kaç elemanlıdır? Bu soruda kümenin eleman sayısına n diyelim...

ÖV1'in yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, öğrencilere öğretimini yaptığı konuyla ilgili farklı ve de özgün sorular sorduğu tespit edilmiştir. Fakat burada öğrencilerin “Kümeler” konusunu daha önceki eğitim dönemlerinden (ilköğretim) biliyor olmaları nedeniyle, konuya ilişkin öğretmenin sorduğu soruları öğrenciler cevaplarken, öğrencilerin çok da zorlanmadıkları tespit edilmiştir.

Tablo 4.33 incelendiğinde, ÖV1'in UAB'nin bileşenlerinden “*Öğretim sürecinde ders kitaplarındaki matematiksel içeriği derse uyarlayabilmeye*” yönelik 2 DS için kısmen yeterli düzeyde kullanım, 4 DS için ise yeterli düzeyde UAB kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda ÖV1'in ders içi öğretim süreçlerine yönelik alıntılar yazılmıştır.

ÖV1: ...şimdi $A=\{a, b\}$ kümesinin alt küme sayısını bulalım. A kümesinin alt kümelerini yazalım. $\{\}, \{a\}, \{b\}$ ve $\{a, b\}$ olur. Kaç tane alt kümesi oldu?

ÖĞR: 4 tane hocam.

ÖV1: Şimdi $B=\{a, b, c\}$ kümesini ele alalım. Ve alt kümelerini yazalım... Kaç tane alt kümesi oldu?

ÖĞR: 8 tane hocam.

ÖV1: O halde en baştan buraya kadar bulduğunuz sonuçları karşılaştırın. Alt küme sayıları nasıl gidiyor?

ÖĞR: 1, 2, 4, 8 şeklinde hocam.

ÖV1: Bu sayılar arasında bir ilişki bulun. Üslü sayıları düşünün.

ÖĞR: Hocam 2'nin katları şeklinde artıyor.

ÖV1: Evet, doğrudur. O halde bir kümenin alt küme sayısı...

ÖV1'in yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, öğrencilere öğretim yaptığı alt küme kavramıyla ilgili ders kitabındaki matematiksel içerikten faydalanmıştır. Hatta ÖV1, aynı kavramla ilgili ders kitabında geçen alt küme kavramına ilişkin oluşturulan tabloyu doğrudan ders içi öğretim sürecinde kullanmıştır. Bununla birlikte ÖV1, ders içi öğretim sürecinde öğrencilere soracağı soruları ders kitabından seçerek “*...Kitapta 17. sayfadaki örneği çözüyoruz.*” şeklinde ders içi aktivitelerini ders kitabı yardımıyla belirlediği tespit edilmiştir.

Tablo 4.33 incelendiğinde, ÖV1'in UAB'nin bileşenlerinden “*Ders içi öğretim sürecinde öğrencilerden gelen öneri veya çözümleri seri bir şekilde*

değerlendirebilmeye” ilişkin 6 DS için yeterli düzeyde UAB kullanmıştır. Bu durum ÖV1’in, öğrencilerden gelen her türlü öneri, soru ve çözümü dikkate alarak ders içi faaliyetlerini yürüttüğü şeklinde yorumlanabilir.

ÖV2’nin Ders İçi Öğretim Sürecinde UAB’yi kullanma düzeyine ilişkin bulgular

Tablo 4.34.

ÖV2’nin UAB’yi Kullanma Düzeyine İlişkin Bulgular

		Yeterli	Kısmen Yeterli	Yetersiz
1.	Matematiksel ifadelerin, işlemlerin ve kavramların “Neden” ve “Niçin”ini ortaya koyabilme	4	2	0
2.	Belirli bir matematiksel noktaya dikkat çekmek için örnekler/temsiller bulma	4	2	0
3.	Etkinlikleri hem kolay hem de zor olacak biçimde düzenleyebilme	6	0	0
4.	Konuya özgü üretken matematiksel sorular sorabilme	0	6	0
5.	Ders kitaplarındaki matematiksel içeriği derse uyarlayabilme	6	0	0
6.	Öğrencilerin öneri veya çözümlerini hızlı bir şekilde değerlendirebilme	6	0	0
	Toplam	26	10	0

Tablo 4.34’de ÖV2’nin UAB’yi kullanma düzeyine ilişkin ulaşılan bulgular yazılmıştır. Tablo 4.34’e göre, ÖV2’nin kısmen yeterli düzeyde olduğu ders saati de olmasına rağmen genel olarak yeterli düzeyde ders saatinin daha fazla olduğu tespit edilmiştir. Bununla birlikte ÖV2’nin, UAB’yi kullanma düzeyine ilişkin yetersiz olduğu ders saatinin olmadığı da belirlenmiştir.

ÖV2’nin UAB’nin bileşenlerinden “*Matematiksel ifadelerin, işlemlerin ve kavramların “Neden” ve “Niçin”ini ortaya koyabilmeye*” ilişkin 2 DS için kısmen yeterli düzeyde kullanım, 4 DS için ise yeterli düzeyde UAB kullanmıştır. Aşağıda ÖV2’nin ders içi öğretim sürecine yönelik alıntılar yazılmıştır.

ÖV2’nin kısmen yeterli düzeyde kullanımına ilişkin ders içi öğretim süreci;

ÖV2: ...sonlu kümedir dedik. Şimdi sonsuz kümeye bakalım. Şu kümeyi yazın bakalım. $A=\{x: x>100, x \in N\}$ kümesi için ne dersiniz?

ÖĞR: Hocam 100’den büyük doğal sayılar. Sonu yok yani. Sonsuza kadar gider...

ÖV2: Doğru. Bu kümede sonsuz sayıda çokluk var değil mi? O halde sonsuz kümeyi tanımlayalım. Sonsuz küme: Eleman sayısı sonsuz olan kümedir....

ÖV2'nin yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, “sonlu/sonsuz küme” kavramlarına ilişkin yazdığı örnekte, “Neden sonlu küme? ve Neden sonsuz küme?” olduğuna dair kısmen yeterli düzeyde UAB kullandığı tespit edilmiştir. ÖV2 sonsuz küme kavramını sonlu küme kavramı ile ilişkilendirmeden, sonsuz küme kavramını “sonsuz” ifadesi kullanarak açıklamıştır. ÖV2'nin yeterli düzeyde UAB kullanımına ilişkin ders içi öğretim süreci;

ÖV2: ...reel sayı nedir? Hatırlayan var mı? Reel sayılar kümesi nasıl bir kümedir?

ÖĞR: Sayı doğrusu üzerindeki tüm sayılar hocam. Sonsuz sayıda vardır hocam.

ÖV2: Tüm sayılar derken? Mesela sayı doğrusu üzerinde 1 ve 2 sayıları arasında kaç tane reel sayı vardır? Peki biraz daha kolay sorayım. Sayı doğrusu üzerinde 1 ve 2 sayıları arasında kaç tane rasyonel sayı vardır kim bulacak?...

...

... herhangi iki tamsayı arasında sonsuz sayıda reel sayı bulunur...

ÖV2'nin ders içi öğretim süreci incelendiğinde, herhangi iki tamsayı arasında sonsuz sayıda reel sayı olduğu, rasyonel sayı ve sonsuz küme kavramı ile ilişkilendirilerek, “Neden?” böyle olduğuna dair yeterli düzeyde UAB kullanmıştır.

Tablo 4.34 incelendiğinde, ÖV2'nin UAB'nin bileşenlerinden “Belirli bir matematiksel noktaya dikkat çekmek için örnekler/temsiller bulmaya” yönelik 4 DS sürecinde yeterli düzeyde kullanım, 2 DS sürecinde ise kısmen yeterli düzeyde UAB kullanmıştır. Aşağıda ÖV2'nin ders içi öğretim süreçlerinden birine yönelik alıntılar yazılmıştır.

ÖV2: ...kümeler A, B, C gibi büyük harflerle gösterilir. Peki sizin sınıfı bir küme olarak kabul edebilir miyiz?

ÖĞR: Evet...

ÖV2: Peki sizin sınıfta her kişiden iki tane var mı?

ÖĞR: Yok hocam...

ÖV2: Doğru. Kümelerde her eleman yalnız bir kere yazılır...

ÖV2'nin yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, “küme içerisinde her eleman sadece bir kez yazılır” (MEB, 2016) ifadesine dikkat çekmek için yazdığı örnekler doğrultusunda ÖV2 yeterli düzeyde UAB kullanmıştır.

ÖV2'nin kısmen yeterli düzeyde UAB kullanımına ilişkin ders içi öğretim süreci;

ÖV2: *...elemanı olmayan kümeye boş küme denir. $\emptyset$ ya da $\{ \}$ ile gösterilir. Boş kümenin eleman sayısı kaç olur peki? Yani $s(\emptyset)=?$*

ÖĞR: *Sıfır elemanlıdır hocam.*

ÖV2: *Peki bu küme kaç elemanlıdır? $A=\{\emptyset\}$...*

ÖĞR: *Bir elemanlı...Sıfır elemanlı...*

ÖV2'nin ders içi öğretim süreci incelendiğinde yalnızca “Küme, Evrensel Küme, Sonlu Küme, Sonsuz Küme, Eşit Küme” kavramlarına ilişkin belirli noktalara dikkat çekmek için örnekler yazdığı tespit edilmiştir. Bu kavramların haricinde, “Alt Küme ve Boş Küme” kavramlarını öğrencilere belirli örneklerin dışına çıkmadan açıklamıştır. Bu bağlamda, ÖV2'nin “Alt Küme ve Boş Küme” kavramlarına yönelik öğretim sürecinde “belirli bir matematiksel noktaya dikkat çekmek için örnekler/temsiller bulma” noktasında kısmen yeterli düzeyde UAB kullandığı tespit edilmiştir.

Tablo 4.34 incelendiğinde, ÖV2'nin UAB'nin bileşenlerinden “Ders içi etkinlikleri konuya göre hem kolay hem de zor olacak biçimde düzenleyebilmeye” yönelik 6 DS sürecinin tümünde yeterli düzeyde UAB kullanmıştır. Aşağıda ÖV2'nin ders içi öğretim süreçlerinden birine yönelik alıntılar yazılmıştır.

ÖV2: *...Sizin sınıf 35 kişi 9/B sınıfı da 35 kişi. O halde eşit misiniz?*

ÖĞR: *Evet...*

ÖV2: *Hayır değilsiniz. Elemanlar aynı değil...şu örneğe bakalım. $A=\{2, 3, 5, 7\}$ elemanlarından oluşan küme olsun. $B=\{2, 3, 5, 7\}$ kümesi olsun. A ile B kümesi ne olur o zaman?*

ÖĞR: *Eşit kümeler hocam.*

ÖV2: *Doğru. Peki $C=\{x : 1 < x < 8, x \in \mathbb{N}\}$ kümesi verilsin. $D=\{x : x < 10, x \text{ asal sayı}\}$ kümesi olsun. Bu durumda C ve D kümeleri nasıl kümeler olur? Önce kümeleri yazın bakalım...*

ÖV2'nin yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, eşit küme kavramına yönelik etkinlikleri hem kolay hem de zor olacak şekilde düzenleyerek ders içi öğretim sürecinde yeterli düzeyde UAB kullandığı tespit edilmiştir.

Tablo 4.34 incelendiğinde, ÖV2'nin UAB'nin bileşenlerinden “Öğretim sürecinde konuya özgü ve matematiksel olarak üretken sorular sorabilmeye” yönelik 6 DS sürecinin tümünde kısmen yeterli düzeyde UAB kullanmıştır. Aşağıda ÖV2'nin ders içi öğretim süreçlerinden birine yönelik alıntılar yazılmıştır.

ÖV2: ... A kümesinin alt küme sayısı $2^{s(A)}$ ile bulunur. Örnek: $A=\{a, b, c\}$ kümesinin alt kümelerinin sayısını bulalım. Önce kümenin eleman sayısını kaç ona bakıyoruz. 3 elemanlı bir küme. O halde yukarıda verdiğimiz $2^{s(A)}$ formül yardımıyla $2^3=2.2.2=8$ bulunur. Anladık mı?

ÖĞR: Evet...

ÖV2: Bir de yukarıdaki A kümesinin tek tek elemanlarını yazarak da bulabilirdik. Ama kümenin eleman sayısı fazla olursa zor olur.

Örnek: 4 elemanlı bir kümenin kaç tane alt kümesi vardır?...

...

ÖV2: 7 elemanlı bir kümenin kaç tane alt kümesi vardır?...

ÖV2'nin yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, alt küme kavramına yönelik öğrencilere üretken matematiksel sorulardan ziyade alıştırmaya türünden sorular sorduğu tespit edilmiştir. Bununla birlikte, ÖV2'nin 6 DS öğretim sürecinin tamamında öğrencilere alıştırmaya türünden sorular sorduğu belirlenmiştir. Ayrıca, DGF'nin açıklama kısmında ÖV2'nin öğretim sürecinde “derslerde farklı çeşit örneklerle yer verilmediği” şeklinde not yazılmıştır.

Tablo 4.34 incelendiğinde, ÖV2'nin UAB'nin bileşenlerinden “Öğretim sürecinde ders kitaplarındaki matematiksel içeriği derse uyarlayabilmeye” yönelik 6 DS için yeterli düzeyde UAB kullanmıştır. Aşağıda ÖV2'nin ders içi öğretim süreçlerine yönelik alıntılar yazılmıştır.

ÖV2: Elemanı olmayan kümeye boş küme denir. Boş küme $\emptyset$ ya da $\{ \}$ sembollerinden biri ile gösterilir. $A = \{\emptyset\}$ veya $A = \{\{ \}$ kümeleri boş küme değildir.

...

ÖV2: ...şimdi $A=\{a, b, c, d\}$, $B=\{a, b, d\}$, $C=\{a, b, c, d, e\}$ kümeleri arasındaki alt küme ilişkisini Venn şeması yardımıyla inceleyelim.

...

Yandaki şekle göre $B \subseteq A$ ve $A \subseteq C$ 'dir. Aynı zamanda $B \subseteq C$ 'de yazılabilir...

...

Alt Kümenin Özellikleri

1. Her küme kendisinin alt kümesidir.
2. Boş küme her kümenin alt kümesidir.
3. ...

Örnek: Şimdi $B=\{a, b, c\}$ kümesini ele alalım. Ve alt kümelerini yazalım... Kaç tane alt kümesi oldu?...

ÖV2'nin yukarıdaki ders içi öğretim süreçleri incelendiğinde, ÖV2'nin öğretimini yaptığı “alt küme ve eşit küme” kavramlarıyla ilgili ders kitabındaki matematiksel içerikten faydalandığı tespit edilmiştir. Hatta ÖV2, (ÖV1’de de aynı şekilde bulunmuştur) alt küme kavramıyla ilgili ders kitabında yazılan “tablo oluşturmayı” ders içi öğretim sürecinde kullanmıştır. Bununla birlikte ÖV2, ders içi öğretim sürecinde ders kitabındaki alıştırmaları sorularını seçerek ders içi aktivitelerini ders kitabı yardımıyla belirlemektedir.

Tablo 4.34 incelendiğinde, ÖV2'nin UAB'nin bileşenlerinden “Ders içi öğretim sürecinde öğrencilerden gelen öneri veya çözümleri seri bir şekilde değerlendirebilmeye” ilişkin 6 DS için yeterli düzeyde UAB kullanmıştır. DGF'nin açıklama kısmında “öğrencilerin anlamadıkları noktada öğretmenlerine rahatlıkla soru sorabiliyorlar” şeklinde not yazılmıştır. Bu durum ÖV2'nin, öğrencilerin her türlü öneri, soru ve çözümü dikkate alarak ders içi faaliyetlerini yürüttüğü şeklinde yorumlanabilir.

ÖV3'ün Ders İçi Öğretim Sürecinde UAB'yi kullanma düzeyine ilişkin bulgular

Tablo 4.35.

ÖV3'ün UAB'yi Kullanma Düzeyine İlişkin Bulgular

		Yeterli	Kısmen Yeterli	Yetersiz
1.	Matematiksel ifadelerin, işlemlerin ve kavramların “Neden” ve “Niçin”ini ortaya koyabilme	4	2	0
2.	Belirli bir matematiksel noktaya dikkat çekmek için örnekler/temsiller bulma	4	2	0
3.	Etkinlikleri hem kolay hem de zor olacak biçimde düzenleyebilme	6	0	0
4.	Konuya özgü üretken matematiksel sorular sorabilme	4	2	0
5.	Ders kitaplarındaki matematiksel içeriği derse uyarlayabilme	6	0	0
6.	Öğrencilerin öneri veya çözümlerini hızlı bir şekilde değerlendirebilme	6	0	0
	Toplam	30	6	0

Tablo 4.35’de ÖV3’ün UAB’yi kullanma düzeyine ilişkin ulaşılan bulgular yazılmıştır. Tablo 4.35’e göre, ÖV3’ün kısmen yeterli düzeyde olduğu ders saati de olmasına rağmen genel olarak yeterli düzeyde ders saatinin daha fazla olduğu tespit edilmiştir. Bununla birlikte ÖV3’ün, UAB’yi kullanma düzeyine ilişkin yetersiz olduğu ders saatinin olmadığı da bulunmuştur.

ÖV3'ün UAB'nin bileşenlerinden “*Matematiksel ifadelerin, işlemlerin ve kavramların “Neden” ve “Niçin”ini ortaya koyabilmeye*” yönelik 2 DS için kısmen yeterli düzeyde kullanım, 4 DS için ise yeterli düzeyde UAB kullanmıştır. Aşağıda ÖV3'ün ders içi öğretim süreçlerine yönelik alıntılar yazılmıştır. ÖV3'ün kısmen yeterli düzeyde kullanımına ilişkin ders içi öğretim süreci;

ÖV3: ...alt kümenin özelliklerini yazalım.

...

5. Bir A kümesinin eleman sayısı n ise alt küme sayısı 2^n ile bulunur.

...bu formül bize ne yapıyor, kolaylık sağlıyor. Eleman sayısı fazla olan kümelerin alt küme sayısını hemen bulabiliyoruz.

ÖĞR1: Hocam peki neden 2^n şeklinde yazmışlar?

ÖĞR2: Arayıp bulmuşlar işte. Kullanalım biz...

ÖV3: Hı hı... Arayıp bulmuşlar... Arkadaşlar niye mi 2 ? Olasılıktan geliyor. 2 durum söz konusu olduğu için. Var ya da yok... Ya alt kümesidir, ya da alt kümesi değildir...

ÖV3'ün yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, “*n elemanlı bir kümenin alt küme sayısını bulmak için kullanılan 2^n formülüne*” ilişkin öğrencilerin “*Neden 2^n ?*” sorusu için kısmen yeterli düzeyde UAB kullandığı tespit edilmiştir. ÖV3'ün burada tümevarım yöntemiyle ya da önce sıfır elemanlı kümenin alt küme sayısı, sonra bir elemanlı kümenin, sonra iki elemanlı, sonra üç elemanlı ve en son dört elemanlı bir kümenin alt kümelerini yazarak, alt küme sayılarının “*ikinin kuvvetleri şeklinde bir artış*” gösterdiği doğrultusunda öğrencilerin “*Neden?*” sorusuna cevap vermesi UAB için yeterli düzeyde olurdu.

ÖV3'ün yeterli düzeyde kullanımına ilişkin ders içi öğretim süreci;

ÖV3: ...şimdi $A=\{a, b, c, d, e\}$ kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde;

A) a elemanı bulunur?

B) a ve b elemanı bulunur?

C) a veya b elemanı bulunur?

Şimdi ilk şık için a elemanı bulunur diyor. Ben ne yapayım. Kümeden “ a ” elemanını çıkarayım ve ona göre işlem yapıp alt küme sayısını bulayım. “ a ” elemanı çıkarsa $A=\{b, c, d, e\}$ kümesi kalır. Bu kümenin alt küme sayısını bulalım. $2^4 = 16$ olur. O halde alt kümelerinin 16 tanesinde “ a ” elemanı bulunur.

ÖĞR1: Hocam ama “ a ” elemanını çıkardık biz. Nasıl oluyor da “ a ” elemanının bulunduğu alt küme sayısını bulduk?

ÖĞR2: Hocam anlamadım ben. Neden “a” elemanını çıkardık?

ÖV3: Şimdi biz “a” elemanını çıkardığımız zaman, geriye kalan alt kümelerinin hiç birinde “a” elemanı var mı? Yok. Ben diyorum ki “a” elemanı olmayan yani geriye kalan alt kümelerinin her birine ben “a” elemanını eklersem yine 16 tane alt küme sayısı olur mu? Olur. Bu durumda “a” elemanı bulunan alt küme sayısı 16 olmuş olur...

ÖV3’ün yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, “herhangi bir kümenin alt kümelerinin kaç tanesinde kümedeki elemanlardan bulunur/bulunmaz” şeklindeki (a elemanı bulunur ya da a ve b bulunur vs...) soruların çözümünü açıklarken “Neden bulunur dediği halde “a” elemanını çıkarıyoruz?” sorusuna yönelik öğrencilere “Neden?” böyle olduğuna dair yeterli düzeyde UAB kullandığı tespit edilmiştir.

Tablo 4.35 incelendiğinde, ÖV3’ün UAB’nin bileşenlerinden “Belirli bir matematiksel noktaya dikkat çekmek için örnekler/temsiller bulmaya” yönelik 4 DS sürecinde yeterli düzeyde kullanım, 2 DS sürecinde ise kısmen yeterli düzeyde UAB kullanmıştır. Aşağıda ÖV3’ün ders içi öğretim süreçlerinden birine yönelik alıntılar yazılmıştır.

ÖV3: ...Genelde en kolay örnek olarak verilen, insanları, ağaçları, hayvanları, bitkileri küme olarak alırsak dünyada yaşayan canlılar kümesi bu kümelerin evrensel kümesi olur.

Peki şu kümeleri inceleyelim. $A=\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ kümesi olsun. B kümesi ise doğal sayılar kümesi olsun. Peki bu iki kümeyi göz önüne alarak evrensel küme yazabilir misiniz?

ÖĞR: Yok hocam... Doğal sayılar kümesi olabilir hocam... Hocam reel sayılar kümesi...

ÖV3: Doğru. Reel sayılar kümesi bu iki kümenin evrensel kümesi olabilir. Rasyonel sayılar ile doğal sayılar kümesi de olabilir. O halde şunu diyebilir miyiz: Evrensel küme tek değildir. İncelenen duruma göre değişir. Yani tek bir evrensel küme yoktur. Bir önceki örnekte “dünyada yaşayan canlılar” benim evrensel kümemdi. Şimdiki örnekte ise doğal sayılar kümesi veya reel sayılar kümesi benim evrensel kümem oldu...

ÖV3’ün yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, “tek bir evrensel küme yoktur” ifadesine dikkat çekmek için yazdığı örnekler ÖV3’ün yeterli düzeyde UAB kullandığı şeklinde değerlendirilmiştir.

ÖV3'ün kısmen yeterli düzeyde UAB kullanımına ilişkin ders içi öğretim süreci;

ÖV3: *...elemanı olmayan küme boştur. $\emptyset$ ya da $\{ \}$ ile gösterilir. Boş kümenin eleman sayısı hiç elemanı olmadığı için sıfırdır.*

Peki $\{\emptyset\}$ ifadesi boş küme midir?

ÖĞR: *Değildir hocam.*

ÖV3: *Doğru. $\{\emptyset\}$, $\{ \{ \} \}$ kümeleri boş küme değildir. Bu kümelerin eleman sayısı birdir.*

ÖV3'ün gerek yukarıdaki gerekse ders içi öğretim sürecinin tümü incelendiğinde yalnızca “Küme, Evrensel Küme, Sonlu Küme, Sonsuz Küme, Alt Küme” kavramlarına ilişkin belirli noktalara dikkat çekmek için örnekler yazdığı tespit edilmiştir. “Eşit Küme ve Boş Küme” kavramlarını öğrencilere belirli örneklerin dışına çıkmadan açıklamıştır. Bu bağlamda, ÖV3'ün “Eşit Küme ve Boş Küme” kavramlarına yönelik öğretim sürecinde “belirli bir matematiksel noktaya dikkat çekmek için örnekler/temsiller bulmaya” ilişkin kısmen yeterli düzeyde UAB kullandığı tespit edilmiştir.

Tablo 4.35 incelendiğinde, ÖV3'ün UAB'nin bileşenlerinden “Ders içi etkinlikleri konuya göre hem kolay hem de zor olacak biçimde düzenleyebilmeye” yönelik 6 DS sürecinin tümünde yeterli düzeyde UAB kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda ÖV3'ün ders içi öğretim süreçlerinden birine yönelik alıntılar yazılmıştır.

ÖV3: *...Ortak Özellik Yöntemi*

Nesnelerin ortak özelliklerini belirterek kümenin elemanlarını belirttiğimiz zaman ortak özellik yöntemini kullanmış oluruz.

$A=\{x: x, 9/C \text{ sınıfının erkek öğrencileri}\}$ yani A kümesi burda $A=\{\text{Ali, Ahmet, Faruk, Mehmet, Hüseyin, Kazım}\}$ olur.

Biraz daha örneğimizi değiştirelim.

$B=\{x: 0 \leq x < 5, x \in N\}$ kümesi bize ne diyor?

ÖĞR: *Sıfır ile beş arasındaki sayılar hocam...*

ÖV3: *Doğru ama tam olarak öyle değil de. Şöyle diyelim. Sıfır dahil, sıfır ile beş arasındaki doğal sayıların kümesi. O halde B kümesi ne olur?*

ÖĞR: *0, 1, 2, 3, 4, 5 olur hocam.*

...

ÖV3: *$A=\{x: x < 10, x \in N\}$ kümesinin eleman sayısı bulunuz.*

ÖĞR: *10 elemanlı... 9 elemanlı hocam...*

ÖV3: *Kümeyi yazalım arkadaşlar. Doğal sayı dediği için sıfırdan başlıyoruz, 10'a kadar yazacağız. 10 dahil değil...*

Şimdi $E=\{2, \{3,4\}, 5, \emptyset, \{Ankara, Kimya\}\}$ kümesinin elemanlarını ve eleman sayısını bulalım...

ÖV3'ün yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, “*Kümelerin Gösterim Yöntemleri*” ve “*Kümenin Eleman Sayısına*” ilişkin etkinlikleri hem kolay hem de zor olacak şekilde düzenleyerek ders içi öğretim sürecinde yeterli düzeyde UAB kullandığı tespit edilmiştir.

Tablo 4.35 incelendiğinde, ÖV3'ün UAB'nin bileşenlerinden “*Öğretim sürecinde konuya özgü ve matematiksel olarak üretken sorular sorabilmeye*” yönelik 4 DS sürecinde yeterli düzeyde kullanım, 2 DS sürecinde ise kısmen yeterli düzeyde UAB kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda ÖV3'ün ders içi öğretim süreçlerine yönelik alıntı yazılmıştır.

ÖV3: ...şimdi bir örnekle devam edelim.

N, Z, Q ve R kümelerinin alt küme durumlarını inceleyelim.

ÖĞR: Hocam tam hatırlamıyoruz ama...

ÖV3: Tamam o zaman. Hatırlamayan arkadaşlar için bu sayı kümelerini yazalım.

$N=\{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

$Z=\{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

Q, rasyonel sayıların kümesi. $Q=\{a, b \in \mathbb{Z} : \frac{a}{b} \text{ ve } b \neq 0\}$ şeklinde ifade ediyoruz.

R, reel sayılar kümesi diyoruz.

Yukarıdaki kümelere göre $N \subset Z \subset Q \subset R$ kümesi diyoruz. Bu durumu Venn şeması ile de gösterebiliriz. Nasıl yapıyoruz. Birbiri içinde daireler çizeceğiz. Beraber çizelim...

ÖV3'ün yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, “*küme, sayılar kümesi, alt küme, evrensel küme, sonlu küme ve sonsuz küme*” kavramlarına ilişkin öğrencilere anlattığı konuyla ilgili farklı ve de özgün sorular sorduğu bulunmuştur. Bununla birlikte ÖV3, “*eşit küme ve boş küme*” kavramlarına yönelik öğrencilere üretken matematiksel sorulardan ziyade alıştırma türünden sorular sorduğu tespit edilmiştir. Bu durum araştırmacı notlarında “*eşit küme ve boş küme kavramları alıştırma türünden iki örnekle anlatıldı.*” şeklinde açıklanmıştır. Aşağıda ÖV3'ün ders içi öğretim süreçlerinden birine yönelik alıntı yazılmıştır.

ÖV3: Eşit kümeler

Bir A kümesinin bütün elemanları aynı zamanda B kümesinde elemanı, B kümesinin bütün elemanları aynı zamanda A kümesinin de elemanı ise A ve B kümeleri eşit kümelerdir. $A=B$ ile gösterilir.

Yani kümeler birbirinin aynı olacak.

$A=\{1, 2, 3\}$, $B=\{1, 2, 3\}$ kümeleri eşit kümelerdir. Evet bir sonraki derste kümelerde işlemler konusunu öğreneceğiz...

ÖV3'ün yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, “eşit küme” kavramına yönelik öğrencilere üretken matematiksel sorulardan ziyade alıştırma türünden sorular sorduğu tespit edilmiştir.

Tablo 4.35 incelendiğinde, ÖV3'ün UAB'nin bileşenlerinden “Öğretim sürecinde ders kitaplarındaki matematiksel içeriği derse uyarlayabilmeye” yönelik 6 DS için yeterli düzeyde UAB kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda ÖV3'ün ders içi öğretim süreçlerine yönelik alıntılar yazılmıştır.

ÖV3: ...elemanı olmayan küme boştur. $\emptyset$ ya da $\{ \}$ ile gösterilir. Boş kümenin eleman sayısı hiç elemanı olmadığı için sıfırdır.

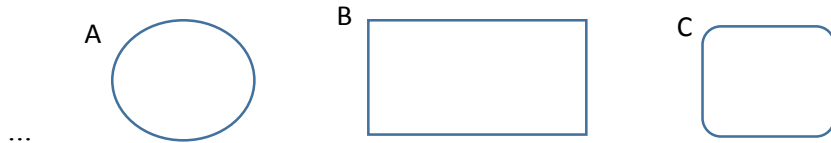
Peki $\{\emptyset\}$ ifadesi boş küme midir?

...

ÖV3: ...Venn şemasını inceleyelim. Kümenin elemanlarının kapalı bir eğri içerisinde her bir elemanın başına “•” konularak yazılmasına “Venn şeması yöntemi” adı verilir.

...

Kapalı eğri olması yeterlidir. Aşağıda gösterildiği gibi çember, kare ya da dikdörtgen olabilir.



ÖV3: $A=\{a, b, c, d\}$, $B=\{a, b, d\}$, $C=\{a, b, c, d, e\}$ kümeleri arasındaki alt küme ilişkisini Venn şeması yardımıyla inceleyelim...

ÖV3'ün yukarıdaki ders içi öğretim süreçleri incelendiğinde, ÖV3'ün öğretimini yaptığı “Venn şeması ve boş küme” kavramlarıyla ilgili ders kitabındaki matematiksel içerikten yararlandığı belirlenmiştir. Hatta ÖV3, “Venn şeması gösteriminde” özellikle ÖV1 ve ÖV2'nin vurgulamadığı “kapalı eğri olması” ifadesini ders kitabında yazıldığı şekliyle farklı eğriler çizerek öğretim sürecinde kullandığı bulunmuştur. Bununla birlikte

ÖV2’de olduğu gibi ÖV3’de, ders içi öğretim sürecinde öğrencilere ders kitabındaki alıştırmalarından sorular yazarak ders içi aktivitelerini ders kitabı yardımıyla belirlediği tespit edilmiştir.

Tablo 4.35 incelendiğinde, ÖV3’ün UAB’nin bileşenlerinden “*Ders içi öğretim sürecinde öğrencilerden gelen öneri veya çözümleri seri bir şekilde değerlendirebilmeye*” ilişkin 6 DS için yeterli düzeyde UAB kullandığı tespit edilmiştir. DGF’nin açıklama kısmında ÖV3’ün ders içi öğretim süreci için;

*“Konu anlatılırken, öğrencilerle birlikte sorular üzerinde çözüme gidiliyor...
...öğrencilerin anlayamadıkları veya eksik kaldıkları yerler tamamlanıyor...
...öğrenciler rahat olarak soru sorabiliyordu. Hocamız öğrencilerin çözümlerini hızlı bir şekilde cevaplıyordu...”*

şeklinde not yazılmıştır. Bu durum ÖV3’ün, öğrencilerin her türlü öneri, soru ve çözümünü dikkate alarak ders içi faaliyetlerini yürüttüğü şeklinde yorumlanabilir.

Aşağıda Tablo 4.36’da ders içi öğretim süreçleri DGF ile takip edilen öğretmenlerin ÖMB’nin bileşenlerinden UAB’ye ilişkin Küme düzeyleri sunulmuştur. Tabloya göre öğretmenlerin UAB bileşenine ilişkin genel olarak yeterli düzeyde Küme bilgisine sahip olduğu görülmektedir.

Tablo 4.36

Öğretmenlerin ÖMB’nin Bileşenlerinden UAB’ye İlişkin Küme Düzeyleri

Uzmanlık Alan Bilgisi	ÖV1	ÖV2	ÖV3
1. Matematiksel ifadelerin, işlemlerin ve kavramların “Neden” ve “Niçin”ini ortaya koyabilme	KY	Yİ	Yİ
2. Belirli bir matematiksel noktaya dikkat çekmek için örnekler/temsiller bulma	Yİ	Yİ	Yİ
3. Etkinlikleri hem kolay hem de zor olacak biçimde düzenleyebilme	Yİ	Yİ	Yİ
4. Konuya özgü üretken matematiksel sorular sorabilme	Yİ	KY	Yİ
5. Ders kitaplarındaki matematiksel içeriği derse uyarlayabilme	Yİ	Yİ	Yİ
6. Öğrencilerin öneri veya çözümlerini hızlı bir şekilde değerlendirebilme	Yİ	Yİ	Yİ
Yİ: Yeterli, KY: Kısmen Yeterli			

4.2. Pedagojik Alan Bilgisine İlişkin Elde Edilen Bulgular ve Yorumlar

Bu bölümde, araştırmanın ikinci alt problemi olan “Matematik öğretmenlerinin, Kümelerde Temel Kavramlar konusunun öğretimi için pedagojik alan bilgileri yeterli midir?” sorusu kapsamında, ÖMB modelinin “Pedagojik Alan Bilgisi” bileşeni içerisinde yer alan “Alan ve Öğrenci Bilgisi” ile “Alan ve Öğretme Bilgisi” bileşenlerine ait ulaşılan bulgu ve yorumlar yazılmıştır.

4.2.1. Alan ve Öğrenci Bilgisine İlişkin Elde Edilen Bulgular ve Yorumlar

ÖMB modelinin “Pedagojik Alan Bilgisi” bileşeninin ilk bileşeni olan ve “Matematik öğretmenlerinin, Kümelerde Temel Kavramlar konusuna ilişkin alan ve öğrenci bilgileri yeterli midir?” şeklinde sorulan araştırmanın üçüncü problemine yönelik bulgu ve yorumlar Tablo 4.37’de yazıldığı üzere AÖB’nin bileşenleri doğrultusunda hazırlanan tema ve kod listesine göre sırayla ifade edilmiştir. Bunun için;

Tablo 4.37.

Alan ve Öğrenci Bilgisine İlişkin Hazırlanan Tema ve Kod Listesi

TEMALAR	KODLAR
Öğrenciye ve konuya uygun öğretim yöntem ve tekniklerini seçme	Rasyonel sayılar kümesini ifade edebilme
	Evrensel küme kavramını ifade edebilme
	Sonlu ve sonsuz küme kavramları arasındaki ilişkiyi ifade edebilme
	Alt küme sayısını bulma
	İki kümenin eşitliğini ifade edebilme
Sık yaşanan öğrenci güçlüklerini bilme	Kümelerde Temel Kavramlar

4.2.1.1. Öğrenci ve konuya uygun öğretim yöntem ve tekniklerini seçme

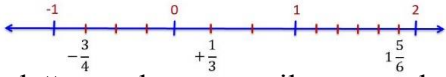
ÖKBT doğrultusunda öğretmenlerle yapılan görüşmelerde, “Kümelerde Temel Kavramlar” konusu kapsamında “Rasyonel sayılar kümesini ifade edebilme, evrensel küme kavramını ifade edebilme, sonlu ve sonsuz küme kavramları arasındaki ilişkiyi ifade edebilme, alt küme sayısını bulma ve iki kümenin eşitliğini ifade edebilme”

konularına ilişkin öğrenci ve konuya uygun öğretim yöntem ve tekniklerini incelemek amacıyla beş soru sorulmuştur. Öğretmenlerden bu soruları öncelikle “*Evet, Hayır, Emin Değilim*” şeklinde cevap yazmaları istenmiştir. Bu aşamada “*9. Sınıfta öğrenim gören bir öğrenciye göre*” verilen öğretim yöntem ve tekniklerinden uygun olanı seçmeleri öğretmenlerden beklenmektedir. Devamında öğretmenlere sorulardaki ifadelerle daha önceki ders içi deneyimleri doğrultusunda karşılaşıp-karşılaşmadıkları şeklinde açıklama yazmaları ve bu ifadelerdeki eksikliklerin neler olabileceğini belirtmeleri istenmiştir.

Soru 1: “Aşağıdakilerden hangisini, 9.sınıfta öğrenim gören bir öğrencinin “Rasyonel Sayılar Kümesini” ifade etmek için kullanabileceği bir strateji olarak görmeyi beklerdiniz?” sorusu kapsamında öğretmenlere, “Rasyonel Sayılar Kümesinin” gösterimi için kullanılabilir dört ifade verilmiştir. Bu ifadelere yönelik çalışmaya katılan öğretmenlerin yazmış oldukları cevaplar aşağıdadır:

Tablo 4.38.

Rasyonel Sayılar Kümesinin Gösterim Yöntemlerine İlişkin Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar

İFADELER	ÖĞRETMENLER
İ1. Rasyonel sayılar kümesi={..., -1/2, -1/3, ..0, ..1/4, 1/3, 1/2,...1, ...}	Ö11, Ö14, ÖV1
İ2. Rasyonel sayılar  şeklinde sayı doğrusunda gösterilen sayıların kümesidir.	Ö2, Ö4, Ö5, Ö6, Ö10
İ3. Rasyonel sayılar kümesi = $\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b} a, b \in \mathbb{Z} \wedge b \neq 0\}$	Ö1, Ö7, Ö8, Ö9, Ö12, Ö13, ÖV2 ,ÖV3
İ4. Denk kesirlerin oluşturduğu her kümeye bir rasyonel sayı denir. Bu sayıların oluşturduğu kümeye de rasyonel sayılar kümesi denir.	Ö3, Ö15
İ = İfade	

Tablo 4.38’de görüldüğü üzere, öğretmenler “Rasyonel Sayılar Kümesinin” gösterimi için kullanılabilecek dört ifade arasından daha çok İ3 ifadesinin 9.sınıfta öğrenim gören öğrenciye uygun olduğunu belirtmiştir. Bununla birlikte, Tablo 4.38’de İ1 ifadesini uygun olarak belirten üç, İ2 ifadesini uygun olarak belirten beş ve İ4 ifadesini uygun olarak belirten iki öğretmen olduğu tespit edilmiştir.

Tablo 4.38’deki ifadeler incelendiğinde, İ1 ve İ2 ifadeleri ilköğretim seviyesinde, İ4 ifadesi ise daha çok 9. Sınıf üstü ya da yükseköğretim seviyesinde rasyonel sayıların gösterimine yönelik ifadelerdir. Dolayısıyla Tablo 4.38’deki ifadelerden İ3 ifadesi 9.sınıfta öğrenim gören bir öğrencinin “Rasyonel Sayılar Kümesini” ifade etmek için kullanabileceği bir yöntemdir. Bu bağlamda 1.soru için Ö1, Ö7, Ö8, Ö9, Ö12, Ö13, ÖV2 ve ÖV3’ün öğrenci ve konuya uygun öğretim yöntem ve tekniklerinin seçimi noktasında yeterli düzeyde oldukları söylenebilir.

Öğrenci ve konuya uygun öğretim yöntem ve tekniklerinin seçimi noktasında yeterli düzeyde olan öğretmenlerin, 1.sorudaki ifadelerle daha önceki ders içi deneyimleri doğrultusunda karşılaşıp-karşılaşmadıklarını açıklamaları istenmiştir. Ayrıca öğretmenlerden, öğrencilerin İ1, İ2, İ3 ve İ4 ifadelerinden herhangi birini kullanmalarının öğrencideki hangi eksiklik sonucu olduğunu belirtmeleri de istenmiştir. Bu bağlamda Ö1, Ö7, Ö8, Ö9, Ö12, Ö13, ÖV2 ve ÖV3’ün ifadeleri aşağıda belirtilmiştir.

Ö1: Öğrenciler genellikle İ1 ve İ2 ifadelerini kullanmaktadırlar.

İ1 ve İ2 ifadelerini kullanan öğrenciler, rasyonel sayıların sadece kesirli ifadeler olması gerekir şeklinde düşünüyorlar.

Ö7: Öğrenciler genellikle İ2 ifadesini kullanmaktadırlar.

Öğrencilerin İ2 ifadesini kullanmaları farklı gösterimlere açık olmamasından ve somut ifadeler görmeye alışık olmasından kaynaklanıyor.

Ö8: Öğrenciler genellikle İ1 ve İ2 ifadelerini kullanmaktadırlar.

İ1 ve İ2 ifadelerini kullanan öğrenciler özellikle herhangi iki tamsayı arasında sonsuz sayı olabileceği noktasında eksik kalıyorlar.

Ö9: Öğrenciler genellikle İ1, İ2 ve İ3 ifadelerini kullanmaktadır.

İ3 ifadesinde a ile b’nin aralarında asal olması ve bunların içinde irrasyonel sayıların da olduğu örnek verilmeli. Mesela $\frac{22}{7}$ gibi. Öğrenciler irrasyonel sayıları farkedemiyorlar.

Ö12: Öğrenciler genellikle İ1, İ2 ve İ3 ifadelerini kullanmaktadırlar.

İ1 ve İ2 ifadelerini kullanan öğrenciler, iki rasyonel sayı arasında sonsuz sayıda rasyonel sayı yazılabileceğini farkedemiyorlar.

Ö13: Öğrenciler genellikle İ2 ve İ3 ifadelerini kullanmaktadırlar.

Daha önce İ2 ifadesini öğrenci söylemişti. Ben de 1 ile 2 sayıları arasında $\sqrt{3}$ sayısını yerleştirdim. “Rasyonel midir?” diye sordum. Sonra da Rasyonel kümelerin tanımı İ3’deki gibi yaptım. Ayrıca şimdiye kadar öğrendiğimiz bütün sayılara rasyonel sayı denir. Ancak kök dışına çıkamayan sayılarla almayız diye belirttim.

ÖV2: Öğrenciler genellikle İ1 ifadesini kullanmaktadırlar.

Soyut düşünme olarak çok iyi olmadıklarından İ1 ifadesini kullanıyorlar.

ÖV3: Öğrenciler genellikle İ1, İ2 ve İ3 ifadelerini kullanmaktadır.

Bana göre, İ1 ve İ2 ifadelerini kullanan öğrenciler, iki tam sayı arasında sonsuz sayıda Q sayı olduğunu, soyut ifadeler olmasından dolayı kavrayamıyor.

Öğrenci ve konuya uygun öğretim yöntem ve tekniklerinin seçimine ilişkin yeterli düzeyde cevap veren öğretmenlerin yukarıdaki açıklamaları incelendiğinde, öğretmenlerin ders içi deneyimleri doğrultusunda daha çok İ1, İ2 ve İ3 ifadeleri ile karşılaştıklarını belirttikleri tespit edilmiştir. İ4 ifadesi ile karşılaştığını belirten öğretmen yoktur. Bununla birlikte öğretmenler, İ1 ve İ2 ifadesini kullanan öğrenciler için, “rasyonel sayıları sadece kesirli ifadeler olarak düşündükleri ve soyut düşünme yeteneklerinin zayıf olduğunu” belirtmiştir. Ayrıca bu durumun sonucu olarak öğrencilerin “iki sayı arasında sonsuz sayıda rasyonel sayı olabileceğini” anlamakta güçlüklerin olduğunu belirtmişlerdir.

Soru 2: Aşağıdakilerden hangisini, 9.sınıfta öğrenim gören bir öğrencinin, “Evrensel Küme” kavramını ifade etmek için kullanabileceği bir strateji olarak görmeyi beklerdiniz? sorusu kapsamında öğretmenlere, “Evrensel Küme” kavramına yönelik dört ifade verilmiştir. Bu ifadelere yönelik öğretmenlerin yazmış oldukları cevaplar aşağıdadır:

Tablo 4.39.

Evrensel Küme Kavramına İlişkin Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar

İFADELER	ÖĞRETMENLER
İ1. Üzerinde çalışılan konu ile ilgili tüm elemanları içeren kümedir. Örneğin, sayılar kümesi üzerinde çalışıyorsak, Reel sayılar kümesi evrensel küme olabilir.	Ö3, Ö5, Ö7, Ö8, Ö10, ÖV2
İ2. Evrensel küme, tüm kümeleri kapsayan bir küme olduğundan büyük bir küme olmalıdır.	Ö4, Ö6, Ö15
İ3. Evrensel küme, üzerinde çalışılan duruma göre değişir. Bu sebeple, boş küme de olabilir, 1 elemanlı da olabilir, sonsuz küme de olabilir vb.	Ö9, Ö11, Ö13, Ö14, ÖV1, ÖV3
İ4. Evrensel küme, tüm kümeleri içine alan ve eleman sayısı çok fazla olan kümedir.	Ö2, Ö12

Tablo 4.39’da görüldüğü üzere, öğretmenler “Evrensel Küme” kavramı için kullanılabilecek dört ifade arasından daha çok İ1 ve İ3 ifadelerinin 9.sınıfta öğrenim gören öğrenciye uygun olduğunu belirtmiştir. Bununla birlikte, Tablo 4.39’dan İ2 ifadesini uygun olarak belirten üç ve İ4 ifadesini uygun olarak belirten iki öğretmen olduğu tespit edilmiştir.

Tablo 4.39’daki ifadeler incelendiğinde, İ2 ve İ4 ifadeleri “Evrensel Küme” kavramının tanımıyla örtüşmeyen ifadelerdir ve evrensel kümenin çok büyük bir küme olması gerekliliği şeklinde bir kavram yanılgısının neticesidir. Ayrıca İ3 ifadesi, “Evrensel küme” kavramının tanımı kapsamında doğru olmakla birlikte İ3 ifadesi öğrenci ve konuya uygun öğretim yöntemi dahilinde belirlenmemiştir. Dolayısıyla Tablo 4.39’daki ifadelerden İ1 ifadesi, 9.sınıfta öğrenim gören bir öğrencinin “Evrensel Küme” kavramı için kullanabileceği açıklamalardır. Bu bağlamda 2.soru için Ö3, Ö5, Ö7, Ö8, Ö10 ve ÖV2’nin öğrenci ve konuya uygun öğretim yöntem ve tekniklerinin seçimine ilişkin yeterli düzeyde oldukları söylenebilir.

Öğrenci ve konuya uygun öğretim yöntem ve tekniklerinin seçimine ilişkin yeterli düzeyde olan öğretmenlerin, 2.sorudaki ifadelerle daha önceki ders içi deneyimleri doğrultusunda karşılaşıp-karşılaşmadıklarını açıklamaları istenmiştir. Ayrıca öğretmenlerden, öğrencilerin İ1, İ2, İ3 ve İ4 ifadelerinden herhangi birini kullanmalarının öğrencideki hangi eksikliğin sonucu olduğunu belirtmeleri de istenmiştir. Bu bağlamda Ö3, Ö5, Ö7, Ö8, Ö10 ve ÖV2'nin ifadeleri aşağıdadır:

Ö3: Öğrenciler genellikle İ1, İ2 ve İ3 ifadelerini kullanmaktadırlar.

İ2 ve İ3 ifadelerini kullanan öğrenciler için evrensel kümenin çok az elemana sahip olması öğrencilere anlaşılır gelmiyor.

Ö5: Öğrenciler genellikle İ2 ifadesini kullanmaktadır.

Öğrencilerin İ2 ifadesini kullanmaları evrensel kümenin tüm kümeleri kapsamı gerektiği şeklinde düşüncelerinden kaynaklanıyor.

Ö7: Öğrenciler genellikle İ2 ifadesini kullanmaktadır.

İ2 ifadesini kullanan öğrenciler özellikle evrensel kümeyi büyük bir küme olarak düşünüyor ve bu öğrencilere az elemandan oluşan bir kümenin evrensel küme olabileceğini anlatmak zor oluyor.

Ö8: Öğrenciler genellikle İ2 ifadesini kullanmaktadır.

İ2 ifadesi için öğrencilere evrensel kümenin eleman sayısının çok fazla olmak zorunda olmadığını anlatmak zor oluyor. Belki de tüm kümeleri kapsayan küme dediğimiz için olabilir.

Ö10: Öğrenciler genellikle İ2 ve İ4 ifadelerini kullanmaktadır.

Bence İ2 ve İ4 ifadelerini kullanan öğrenciler, evrensel küme denilince büyük bir küme olması gerektiğini düşündükleri için kullanıyorlar. Üzerinde çalışılan duruma göre değiştiği unutuluyor.

ÖV2: Öğrenciler genellikle İ2 ve İ4 ifadelerini kullanmaktadır.

Öğrencilere evrensel kümeyi tanımlarken, üzerinde çalışılan kümeleri kapsayan ifadesi üzerinde çok durmak gerekiyor. Yoksa ardından gelen en geniş küme ifadesine bakarak öğrenciler evrensel kümeyi çok büyük bir küme olması gerekmiş gibi algılıyorlar.

Öğrenci ve konuya uygun öğretim yöntem ve tekniklerinin seçimine ilişkin yeterli düzeyde olan öğretmenlerin yukarıdaki açıklamaları incelendiğinde, öğretmenlerin ders içi deneyimleri doğrultusunda daha çok İ2 ve İ4 ifadeleri ile karşılaştıklarını belirtmişlerdir. Herhangi bir ifadeyle karşılaşmadığını belirten öğretmen yoktur. Bununla

birlikte öğretmenler, İ2 ve İ4 ifadesini kullanan öğrenciler için, “evrensel kümeyi ya çok büyük bir küme olarak ya da tüm kümeleri kapsayan bir küme olarak algıladıklarını” belirtmiştir. Ayrıca bu durumun sonucu olarak öğrencilerin “az elemanlı veya bir tek elemandan oluşan kümenin evrensel küme olabileceğini” anlamakta güçlüklerin olduğunu belirtmişlerdir.

Soru 3: Aşağıdakilerden hangilerini, 9.sınıfta öğrenim gören bir öğrencinin, “Sonlu ve sonsuz küme” kavramlarını ifade etmek için kullanabileceği bir strateji olarak görmeyi beklerdiniz? sorusu kapsamında öğretmenlere, “Sonlu ve Sonsuz Küme” kavramı için kullanılabilecek dört ifade yazılmıştır. Bu ifadelere yönelik öğretmenlerin yazdıkları cevaplar aşağıdadır:

Tablo 4.40.

Sonlu ve Sonsuz Küme Kavramlarına İlişkin Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar

İFADELER	ÖĞRETMENLER
İ1. Elemanlarını sayabildiğimiz kümelere sonlu küme denirken; aksine elemanları saymakla bitmez şeklinde nitelendirdiğimiz kümelere sonsuz küme denir.	Ö4, Ö10
İ2. Doğal sayılar kümesi $= \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ sonsuz küme olarak düşünülebilir. Burada “...” elemanların daha devam ettiğini ifade etmektedir. Ama $A = \{0, 1, 2, 3\}$ kümesi ise sonlu kümedir.	Ö3, Ö5, Ö9, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, ÖV1, ÖV3
İ3. Elemanlarını tek tek sayabildiğimiz kümelere sonlu küme denir. Elemanlarını tek tek sayamadığımız kümelere ise sonsuz küme denir.	Ö15, ÖV2
İ4. Elemanlarını bildiğimiz, fakat elemanlarını sayamadığımız kümelere ya da bir sayı ile ifade edemediğimiz kümelere sonsuz küme denir. Elemanları sayılabilen kümeler ve boş küme sonlu kümelerdir.	Ö1, Ö2, Ö7, Ö6, Ö8

Tablo 4.40’da görüldüğü üzere, öğretmenler “Sonlu ve sonsuz küme” kavramlarına ilişkin kullanılabilecek dört ifade arasından daha çok İ2 ifadesinin 9.sınıfta öğrenim gören öğrenciye uygun olduğunu belirtmiştir. Bununla birlikte, Tablo 4.39’da İ1 ifadesini uygun olarak belirten iki, İ3 ifadesini uygun olarak belirten iki ve İ4 ifadesini uygun olarak belirten beş öğretmen olduğu tespit edilmiştir.

Tablo 4.40'daki ifadeler incelendiğinde, İ1 ve İ3 ifadeleri “sonlu küme” kavramına yönelik uygun ifadeler olmasına rağmen “sonsuz küme” kavramına yönelik kavramın tanımıyla örtüşmeyen ifadelerdir. Ayrıca İ4 ifadesi 9. Sınıf üstü (10, 11, 12. Sınıf) ya da yükseköğretim seviyesinde “sonsuz küme” kavramına yönelik kullanılan ifadelerdir. Dolayısıyla Tablo 4.40'daki ifadelerden İ2 ifadesi, 9.sınıfta öğrenim gören bir öğrencinin “Sonlu ve Sonsuz Küme” kavramları için kullanabileceği açıklamalardır. Bu bağlamda 3.soru için Ö3, Ö5, Ö9, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, ÖV1, ÖV3'ün öğrenci ve konuya uygun öğretim yöntem ve tekniklerinin seçimine ilişkin yeterli düzeyde oldukları söylenebilir.

Öğrenci ve konuya uygun öğretim yöntem ve tekniklerinin seçimine ilişkin yeterli düzeyde olan öğretmenlerin, 3.sorudaki ifadelerle daha önceki ders içi deneyimleri doğrultusunda karşılaşıp-karşılaşmadıklarını açıklamaları istenmiştir. Ayrıca öğretmenlerden, öğrencilerin İ1, İ2, İ3 ve İ4 ifadelerinden herhangi birini kullanmalarının öğrencideki hangi eksikliğin sonucu olduğunu belirtmeleri de istenmiştir. Bu bağlamda Ö3, Ö5, Ö9, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, ÖV1, ÖV3'ün ifadeleri aşağıda verilmiştir:

Ö3: Öğrenciler genellikle İ1, İ2 ve İ3 ifadelerini kullanmaktadırlar.

İ3 ifadesini kullanan öğrenciler, saymaya gücümüzün yetmediği çoklukta elemanı olan kümeleri geniş düşünemediğinden sonsuz küme olarak görüyor.

Ö5: Öğrenciler genellikle İ2 ifadesini kullanmaktadır.

Öğrenciler somut olarak düşünemedikleri için İ2 ifadesini kullanmak sonsuz kümeyi anlatmak için daha yerinde olur.

Ö9: Öğrenciler genellikle İ1, İ2 ve İ3 ifadelerini kullanmaktadır.

Doğal sayılar kümesinin sayılabilir ancak sonsuz olduğunu öğrencilere anlatmak zordur. Yani elemanları elemanları sayılabilen fakat sonlu olmayan kümelerin olduğunu anlatmak.

Ö11: Öğrenciler genellikle İ1, İ2 ve İ3 ifadelerini kullanmaktadır.

Öğrenciler sonlu küme ve sonsuz küme kavramlarını birbirinden ayrı olarak görüyorlar. Yani sonlu olmayan kümelere sonsuz kümeler denir ifadesini anlıyorlar fakat uygulamada sıkıntı yaşıyorlar.

Ö12: Öğrenciler genellikle İ1 ifadesini kullanmaktadır.

Sonsuz küme kavramı 9. Sınıf öğrencisine uygun değil.

Ö13: Öğrenciler genellikle İ2 ve İ4 ifadelerini kullanmaktadır.

İ2 ve İ4 ifadelerini birlikte vermek öğrenci açısından daha iyi olur. İ2 ifadesi her ne kadar tam manasıyla somut olmasa da öğrenci açısından somut ifadeymiş gibi anlaşıyor.

Ö14: Öğrenciler genellikle İ1, İ2 ve İ3 ifadelerini kullanmaktadır.

Öğrenciler sonlu-sonsuz küme kavramlarını sadece sayabilme durumuna indirgedikleri görülmektedir. Sonlu küme kavramının sınırlama ile de yapılacağını düşünmemektedirler.

ÖV1: Öğrenciler genellikle İ1, İ2 ve İ3 ifadelerini kullanmaktadır.

Öğrenciler elemanlarını sayamadığımız kümelerin de sonlu küme olabileceğini anlamakta sıkıntı yaşıyorlar. Örneğin saçımızdaki kılların sayısı çok olduğu için sonsuz küme olarak görüyorlar.

ÖV3: Öğrenciler genellikle İ2 ve İ3 ifadelerini kullanmaktadır.

Öğrenciler soyut kavramları anlamakta zorluk çekiyorlar.

Öğrenci ve konuya uygun öğretim yöntem ve tekniklerinin seçimine ilişkin yeterli düzeyde olan öğretmenlerin yukarıdaki açıklamaları incelendiğinde, öğretmenlerin ders içi deneyimleri doğrultusunda daha çok İ1, İ2 ve İ3 ifadeleri ile karşılaştıklarını belirttikleri bulunmuştur. Öğretmenlerin hiç biri İ4 ifadesi ile karşılaştığını belirtmemiştir. Bununla birlikte öğretmenler, İ1 ve İ3 ifadesini kullanan öğrenciler için, “sayamadıkları her kümeyi sonsuz küme olarak gördüklerini” belirtmiştir. Öğretmenlerden bazıları ise sonsuz küme kavramının soyut bir kavram olduğu için öğrencilerin anlamakta güçlüklerinin olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca Ö14, öğrencilerin sonlu ve sonsuz küme kavramlarını daha çok “sayılabilme ve sayılamama” kavramlarıyla öğrendiklerini dolayısıyla sınırlı olma ya da olmama durumlarını düşünmediklerini belirtmiştir.

Soru 4: Aşağıdaki çözüm yöntemlerinden hangilerini, 9.sınıfta öğrenim gören bir öğrencinin, “Alt küme sayısını bulmaya” yönelik kullanabileceği bir yöntem olarak görmeyi beklerdiniz? sorusu kapsamında öğretmenlere, “5 elemanlı bir kümenin alt küme sayısının bulunmasına” yönelik kullanılabilecek üç ifade yazılmıştır. Bu ifadelere yönelik öğretmenlerin yazdığı cevaplar aşağıdadır:

Tablo 4.41.

Alt Küme Sayısını Bulmaya İlişkin Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar

İFADELER	ÖĞRETMENLER
İ1. A kümesinin alt kümelerini teker teker yazalım: 0 elemanlı: $\emptyset$, 1 elemanlı: $\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{e\}$ 2 elemanlı: $\{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{b, e\}, \{c, d\}, \{c, e\}, \{d, e\}$ 3 elemanlı: $\{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, b, e\}, \{a, c, d\}, \{a, c, e\}, \{a, d, e\}, \{b, c, d\}, \{b, c, e\}, \{c, d, e\}, \{b, d, e\}$ 4 elemanlı: $\{a, b, c, d\}, \{a, b, c, e\}, \{b, c, d, e\}, \{a, b, d, e\}, \{a, c, d, e\}$ 5 elemanlı: $\{a, b, c, d, e\}$ olur ki, içinde “c” elemanı bulunanları toplarsak 16 alt küme de “c” vardır.	Ö1, Ö2, Ö4, Ö5, Ö15, ÖV1
İ2. A kümesinin tüm alt kümelerinden c elemanı bulunmayan alt kümeleri çıkartılırsa geriye c elemanının bulunduğu alt kümeleri kalır. Yani; $2^5 - 2^4 = 32 - 16 = 16$ alt kümede “c” elemanı bulunur.	Ö6, Ö7, Ö10, Ö11, Ö14, ÖV2, ÖV3
İ3. $B = \{a, b, d, e\}$ kümesinin alt kümelerinin her birine c elemanını eklersek, c elemanı olan alt kümeleri oluşturmuş oluruz. $2^4 = 16$ alt kümede c elemanı yoktur. Bunların her birine c elemanı eklediğimizde c elemanı olan alt kümeler oluşmuş olur. Yani 16 alt kümede c elemanı bulunur.	Ö3, Ö8, Ö9, Ö12, Ö13,

Tablo 4.41’de görüldüğü üzere, öğretmenler “Alt küme sayısını bulmaya” ilişkin kullanılabilecek dört ifade arasından daha çok İ2 ifadesinin 9.sınıfta öğrenim gören öğrenciye uygun olduğunu belirtmiştir. Bununla birlikte, Tablo 4.41’den İ1 ifadesini uygun olarak belirten altı ve İ3 ifadesini uygun olarak belirten beş öğretmen olduğu tespit edilmiştir.

Tablo 4.41’deki ifadeler incelendiğinde, İ1, İ2 ve İ3 ifadelerinin hepsinin “Alt küme sayısını bulmaya” ilişkin kullanılabilecek uygun ifadelerdir. Ancak İ1 ifadesi alt küme kavramıyla birlikte ele alınan ve özellikle eleman sayısı az olan kümeler için kullanılabilecek bir yöntemdir. İ2 ifadesi bu haliyle kullanıldığında öğrenciyi ezberle yöneltebilecek bir yöntem olduğu söylenebilir. Dolayısıyla Tablo 4.41’deki ifadelerden İ3 ifadesi, 9.sınıfta öğrenim gören bir öğrencinin “Alt küme sayısını bulmaya” ilişkin kullanabileceği yöntemdir. Bu bağlamda 4.soru için Ö3, Ö8, Ö9, Ö12 ve Ö13’ün öğrenci ve konuya uygun öğretim yöntem ve tekniklerinin seçimine ilişkin yeterli düzeyde oldukları söylenebilir.

Öğrenci ve konuya uygun öğretim yöntem ve tekniklerinin seçimine ilişkin yeterli düzeyde olan öğretmenlerin, 4.sorudaki ifadelerle daha önceki ders içi deneyimleri doğrultusunda karşılaşıp-karşılaşmadıklarını açıklamaları istenmiştir. Ayrıca öğretmenlerden, öğrencilerin İ1, İ2 ve İ3 ifadelerinden herhangi birini kullanmalarının öğrencideki hangi eksikliğin sonucu olduğunu belirtmeleri de istenmiştir. Bu bağlamda Ö3, Ö8, Ö9, Ö12 ve Ö13'ün ifadeleri aşağıdadır:

Ö3: Öğrenciler genellikle İ1 ve İ2 ifadelerini kullanmaktadır.

İ1 ifadesini kullanan öğrenciler için, eleman sayısı arttıkça alt kümeleri yazmak zor ve uzun sürüyor.

Ö8: Öğrenciler genellikle İ2 ifadesini kullanmaktadır.

İ3 ifadesi için öğrenciler nasıl bulacağım yorumunu yapamadıkları için tek tek saymaya gidiyor ve çoğu zaman alt küme sayısını eksik buluyor.

Ö9: Öğrenciler genellikle İ1 ifadesini kullanmaktadır.

İ2 ifadesi öğrencilerin sınavlara yönelik düşünmekten uzak pratiğe yönelik kullandığı ifadedir. Karşılığı yeterince açıklanmadığından ezber bilgi olarak öğrencilerin zihninde kalmaktadır.

Ö12: Öğrenciler genellikle İ2 ifadesini kullanmaktadır.

İ1 ifadesini eleman sayıları fazla olan kümeler için kullanmak zordur. İ3 ifadesi biraz daha matematiksel düşünmeyi gerektiren bir ifadedir.

Ö13: Öğrenciler genellikle İ1 ve İ2 ifadelerini kullanmaktadır.

İ1 ifadesi alt küme sayısını bulmaya yönelik kullanılacak bir yöntem değildir. İ1 ifadesini kullanan öğrenciler hem alt küme kavramını hem de düşünerek işlem yapamadıkları söylenebilir.

Öğrenci ve konuya uygun öğretim yöntem ve tekniklerinin seçimine ilişkin yeterli düzeyde olan öğretmenlerin yukarıdaki açıklamaları incelendiğinde, öğretmenlerin ders içi deneyimleri doğrultusunda daha çok İ1 ve İ2 ifadeleri ile karşılaştıklarını belirtmişlerdir. Öğretmenlerin hiç biri İ3 ifadesi ile karşılaştığını belirtmemiştir. Bununla birlikte öğretmenler, İ1 ve İ2 ifadesini kullanan öğrencilerin, “alt küme kavramını tam olarak kavrayamadığı için matematiksel olarak düşünemediklerini” belirtmiştir. Ayrıca bu durumun sonucu olarak öğrencilerin “ezbere dayalı ve sınavlara hazırlık için pratiğe dönük öğrenmelerin” olduğunu belirtmişlerdir.

Soru 5: Aşağıdakilerden hangilerini, 9.sınıfta öğrenim gören bir öğrencinin, “İki kümenin eşitliği” kavramını ifade etmek için kullanabileceği bir strateji olarak görmeyi beklerdiniz? sorusu kapsamında öğretmenlere, “İki kümenin eşitliğine” ilişkin kullanılabilecek dört ifade sorulmuştur. Bu ifadelere yönelik çalışmaya katılan öğretmenlerin vermiş oldukları cevaplar aşağıdadır:

Tablo 4.42.

İki Kümenin Eşitliğine İlişkin Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar

İFADELER	ÖĞRETMENLER
İ1. Birbirinin kopyası, yani tıpatıp aynısı olan iki küme eşit kümedir.	Ö6, Ö13, Ö14
İ2. Aynı elemanlara sahip olan kümelere eşit kümeler denir.	Ö5, Ö11, Ö15
İ3. İki küme ele alalım. Ele aldığımız bu iki kümede, birbiri ile aynı elemanlar var ise, bu iki kümeye eşit kümeler deriz.	Ö1, Ö4
İ4. $A \subset B$ ve $B \subset A$ ise A ve B kümeleri eşit kümelerdir.	Ö2, Ö3, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö12, ÖV1, ÖV2, ÖV3

Tablo 4.42’de görüldüğü üzere, öğretmenler “İki kümenin eşitliğine” ilişkin kullanılabilecek dört ifade arasından daha çok İ4 ifadesinin 9.sınıfta öğrenim gören öğrenciye uygun olduğunu belirtmiştir. Bununla birlikte, İ1 ifadesini uygun olarak belirten üç, İ2 ifadesini uygun olarak belirten üç ve İ3 ifadesini uygun olarak belirten iki öğretmen olduğu tespit edilmiştir.

Tablo 4.42’deki ifadeler incelendiğinde, İ1 ifadesi ilköğretim seviyesinde eşit küme kavramını açıklayan ifadedir. İ2 ve İ3 ifadeleri ise “eşit küme” kavramına yönelik uygun ifadeler olmasına rağmen 9. Sınıf Matematik Müfredatında (MEB, 2016) eşit küme kavramı alt küme kavramı ile ilişkilendirilerek, alt küme kavramından sonra öğretimi yapıldığı için Tablo 4.42’deki İ4 ifadesi, 9.sınıfta öğrenim gören bir öğrencinin “eşit küme” kavramı için kullanabileceği bir gösterimdir. Bu bağlamda 5.soru için Ö2, Ö3, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö12, ÖV1, ÖV2, ÖV3’ün öğrenci ve konuya uygun öğretim yöntem ve tekniklerinin seçimine ilişkin yeterli düzeyde oldukları söylenebilir.

Öğrenci ve konuya uygun öğretim yöntem ve tekniklerinin seçimine ilişkin yeterli düzeyde olan öğretmenlerin, 5.sorudaki ifadelerle daha önceki ders içi deneyimleri doğrultusunda karşılaşıp-karşılaşmadıklarını açıklamaları istenmiştir. Ayrıca öğretmenlerden, öğrencilerin İ1, İ2, İ3 ve İ4 ifadelerinden herhangi birini kullanmalarının öğrencideki hangi eksikliğin sonucu olduğunu belirtmeleri de istenmiştir. Bu bağlamda Ö2, Ö3, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö12, ÖV1, ÖV2, ÖV3'ün ifadeleri aşağıdadır:

Ö2: Öğrenciler genellikle İ1, İ2 ve İ3 ifadelerini kullanmaktadırlar.

İ2 ve İ3 ifadelerini kullanan öğrenciler genelde eleman sayıları aynı olan kümelerde eşit küme olur şeklinde yanlış algıya düşüyorlar.

Ö3: Öğrenciler genellikle İ2 ifadesini kullanmaktadır.

Denk küme kavramı ile eşit küme kavramını karıştırıyorlar. Bununla birlikte müfredatta denk küme kavramı 9. Sınıfta anlatılmıyor. Bu yüzden aynı eleman sayısına sahip kümelerin eşit küme olmadığı şeklinde açıklamalar yapmak durumunda kalıyoruz.

Ö7: Öğrenciler genellikle İ1, İ2 ve İ4 ifadelerini kullanmaktadır.

Eşit küme kavramı öğrenciler açısından anlaşılır bir kavram olduğunu düşünüyorum. Ancak İ4 ifadesini öğrencilerin matematiksel açıdan düşünmelerinin gelişimiyle orantılı olarak kavrayabileceklerini sanıyorum.

Ö8: Öğrenciler genellikle İ1, İ2 ve İ4 ifadelerini kullanmaktadır.

Öğrenci günlük yaşantısına daha yakın ifadeler kullanmak istediği için İ4 ifadesini kolay kavrayamıyor. Veya kullanmadığı için, günlük hayatla ilişkilendiremediği için unutuluyor.

Ö9: Öğrenciler genellikle İ2 ve İ4 ifadelerini kullanmaktadır.

Öğrenciler alt küme tanımını tam olarak kavrayamadıkları için İ4 ifadesine çok sıcak bakmıyorlar.

Ö10: Öğrenciler genellikle İ2 ve İ4 ifadelerini kullanmaktadır.

İ2 ve İ4 ifadelerini birlikte kullanarak eşit küme kavramını anlatmak daha somut olur. İ2 ifadesi öğrenciye daha çok hitap eden bir ifade olarak görülüyor. Öğrenci için daha basit denilebilir.

Ö12: Öğrenciler genellikle İ2, İ3 ve İ4 ifadelerini kullanmaktadır.

İ4 ifadesi diğer ifadeler göre daha matematiksel duruyor. Öğrenciler bu şekilde görünce sanki çok karmaşık bir yapıyla karşı karşıya kalmışçasına çekinerek kavrama yaşıyorlar. Daha doğrusu matematiksel dili kullanmak öğrenciler açısından zor oluyor.

ÖV1: Öğrenciler genellikle İ1, İ3 ve İ4 ifadelerini kullanmaktadır.

Öğrencilere eşit kümeleri alt küme kavramı ile ilişkilendirerek anlatmak zor oluyor. Öğrenciler İ4 ifadesini soyut olarak görüyor.

ÖV2: Öğrenciler genellikle İ1, İ2 ve İ3 ifadelerini kullanmaktadır.

İ2 ve İ3 ifadelerini kullanan öğrenciler soyut kavramları ve matematiksel dili anlamakta zorluk çekiyorlar.

ÖV3: Öğrenciler genellikle İ2 ve İ3 ifadelerini kullanmaktadır.

Öğrenciler önceki öğrenmelerinde İ1, İ2 ve İ3'deki gibi öğrendiklerinden İ4 ifadesi öğrenciler açısından bakıldığında çok da gerekli olmayan karmaşık bir yapı gibi görünüyor. Biz öğretmenler sadece anlatıp, geçiyoruz.

Öğrenci ve konuya uygun öğretim yöntem ve tekniklerinin seçimine ilişkin yeterli düzeyde olan öğretmenlerin yukarıdaki açıklamaları incelendiğinde, öğretmenlerin ders içi deneyimleri doğrultusunda daha çok İ1, İ2 ve İ3 ifadeleri ile karşılaştıklarını belirtmişlerdir. Öğretmenlerin hiç biri İ4 ifadesi ile karşılaştığını belirtmemiştir. Bununla birlikte öğretmenler “öğrencilerin alt küme kavramına yönelik eksik öğrenmeleri ve öğrencilerin matematiksel dile yeterince uyum sağlayamamış olmaları” eşit küme kavramını alt küme kavramıyla ilişkilendirerek öğrenmede güçlüklerinin olduğunu belirtmişlerdir. Bununla birlikte öğretmenlerden bazısı, öğrencilerin önceki öğrenmeleri ve matematiksel dili soyut olarak görmelerinin bir sonucu olarak kavrama yönelik öğrenmelerde öğrencilerin güçlüklerinin olduğunu belirtmişlerdir. Bu bağlamda öğretmenlerin az bir kısmı, İ2 ve İ3 ifadelerinin günlük hayatta kullanılabilecek ifadeler olmasının da bir sonucu olarak bu ifadeleri kullanarak eşit küme kavramını anlatmanın daha etkili olacağını belirttikleri tespit edilmiştir.

4.2.1.2. Sık yaşanan öğrenci güçlüklerini bilme

Bu bölümde öğretmenlere “Küme, Evrensel Küme, Boş Küme, Sonlu Küme, Sonsuz Küme, Alt Küme ve Eşit Küme” kavramlarına ilişkin öğrencilerin öğrenme güçlüklerinin neler olabileceği sorulmuştur. Devamında öğretmenlerin yazdıkları cevaplar kodlanarak içerik analizi yapılmıştır. İçerik analizi sonucu her bir kavrama ilişkin ulaşılan veriler tablolar halinde sunulmuştur. Ardından tablolardaki veriler öğrenci öğrenme güçlükleri sırasına göre her güçlük için yalnızca bir öğretmenden alıntı yapılarak yazılmıştır.

İlk olarak, Tablo 4.43’de “Küme” kavramına ilişkin öğrencilerin öğrenme güçlüklerinin neler olabileceğine yönelik ulaşılan bulgular yazılmıştır.

Tablo 4.43.

Küme Kavramına İlişkin Öğrencilerin Öğrenme Güçlükleri

Sık Yaşanan Öğrenci Güçlükleri	Öğretmenler
Küme kavramının tanımı	Ö2, Ö4, Ö8, Ö12, Ö13, ÖV1
Ortak özelliklerle gösterim yöntemi	Ö1, Ö14
Soyut örnekler	Ö6, Ö9, Ö11, Ö15, ÖV3
Küme kavramının matematikteki diğer kavramlarla olan ilişkisi	Ö3, Ö5, Ö7, Ö10, ÖV2

Tablo 4.43’e göre öğretmenler, öğrencilerin “Küme” kavramının tanımı, ortak özelliklerle gösterim yöntemi, “Küme” kavramına ilişkin soyut örnekleri anlamlandırma ve “Küme” kavramını matematikteki diğer kavramlarla ilişkilendirmeye ilişkin öğrenme güçlüklerinin olduğunu belirtmişlerdir. Bu bağlamda öğretmenlerden bazılarının açıklamaları yazılmıştır:

- ÖV1: Öğrenciler kesin ifade belirtmeyen küme örnekleri verebiliyorlar. Kümenin iyi tanımlanmış ve net elemanlardan oluşması gerektiğini göz ardı edebiliyorlar.*
- Ö1: Kümeler liste biçiminde verildiğinde küme işlemlerini çok kolay yapabiliyorlar. Fakat ortak özellik yöntemiyle küme örneği verildiğinde öğrenciler verilen ifadeleri anlamlandıramıyorlar. Yani kümeyi oluşturamıyorlar.*
- Ö11: Öğrencilerde soyut düşünme yeteneği gelişmediği zaman Küme kavramına ilişkin verilen soyut örnekleri anlamakta zorlanıyorlar. Özellikle sayı kümeleri.*
- Ö7: Mesela çift asal sayılar kümesi dediğimde öğrenci asal sayı kavramını öğrenememişse bu kümeyi yazamıyor. Bunun gibi matematik bilgisi gerektiren temelde alması gereken şeyleri öğrenemediği için zorlanıyor.*

“Evrensel Küme” kavramına ilişkin Tablo 4.44’de öğrencilerin öğrenme güçlüklerinin neler olabileceğine yönelik ulaşılan bulgular yazılmıştır.

Tablo 4.44.

Evrensel Küme Kavramına İlişkin Öğrencilerin Öğrenme Güçlükleri

Sık Yaşanan Öğrenci Güçlükleri	Öğretmenler
Evrensel küme kavramının tanımı	Ö1, Ö2, Ö5, Ö6, Ö10, Ö13, ÖV2,
En geniş küme algısı	Ö8, Ö9, Ö11, Ö12, Ö15
Evrensel kümenin eleman sayısı	Ö3, Ö4, Ö7, Ö14, ÖV1, ÖV3

Tablo 4.44’e göre öğretmenler, öğrencilerin “Evrensel Küme” kavramının tanımı ve tanımda geçen “*üzerinde çalışılan en geniş küme*” ifadesine ilişkin öğrenme güçlüklerinin olduğunu belirtmiştir. Ayrıca öğretmenler evrensel kümenin eleman sayısının fazla olması gerektiğine ilişkin öğrencilerin yanlış öğrenmelerinin olduğunu belirtmektedirler. Bu bağlamda öğretmenlerden bazılarının açıklamaları yazılmıştır:

- Ö10: *Evrensel küme tanımının üzerinde çok durulmalı. Öğrenciler üzerinde çalışılan küme ve en geniş küme ifadesini birbirlerinden ayrı düşünüyorlar.*
- Ö8: *Evrensel kümenin içerisinden eleman seçtiğimiz en geniş küme olması gerektiğini evrensel kümenin eleman sayısının çok fazla olması gerektiği şeklinde anlıyorlar.*
- ÖV3: *Evrensel kümenin eleman sayısının illaki çok fazla olması gerektiğini düşünüyorlar. Mesela tek elemanlı veya birkaç elemandan oluşan kümenin evrensel küme oluşturmayacağını düşünüyorlar.*

“Boş Küme” kavramına ilişkin Tablo 4.45’de öğrencilerin öğrenme güçlüklerinin neler olabileceğine yönelik ulaşılan bulgular yazılmıştır.

Tablo 4.45.

Boş Küme Kavramına İlişkin Öğrencilerin Öğrenme Güçlükleri

Sık Yaşanan Öğrenci Güçlükleri	Öğretmenler
Boş kümenin gösterimi	Ö4, Ö5, Ö9, Ö10, Ö11, Ö13, Ö14, ÖV1, ÖV2,
Boş kümenin ne olduğu	Ö1, Ö3, Ö7, Ö12
Boş kümenin her kümenin alt kümesi olduğu	Ö2, Ö6, Ö8, Ö15, ÖV3

Tablo 4.45’e göre öğretmenler, öğrencilerin “Boş Küme” kavramının gösterimi, boş kümenin ne olduğu ve boş kümenin her kümenin neden alt kümesi olduğuna ilişkin öğrenme güçlüklerinin olduğunu belirtmiştir. Bu bağlamda öğretmenlerden bazılarının açıklamaları yazılmıştır:

- Ö5: Boş küme “{ }” veya $\emptyset$ sembolleriyle gösteriliyor. Öğrenciler “{ $\emptyset$ }” kümesini de boş küme zannediyor. Bu kümenin boş küme olmadığı anlatılmalı.
- Ö3: Öğrenciler küme boş ise yani elemanı yoksa neden küme olarak değerlendirildiğini anlayamıyor. Ayrıca öğrenciler boş kümeyi gereksiz bir küme olarak görüyorlar.

“Sonlu/Sonsuz Küme” kavramlarına ilişkin Tablo 4.46’da öğrencilerin öğrenme güçlüklerinin neler olabileceğine yönelik ulaşılan bulgular yazılmıştır.

Tablo 4.46.

Sonlu/Sonsuz Küme Kavramlarına İlişkin Öğrencilerin Yaşayabileceği Zorluklar

Sık Yaşanan Öğrenci Zorlukları	Öğretmenler
Sonsuz küme kavramının tanımı	Ö2, Ö5, Ö6, Ö7, Ö10, Ö14, ÖV2, ÖV3
Sayılabilir sonsuzluk	Ö1, Ö8, Ö9, Ö15
Elemanları sayılamayan her kümeyi sonsuz küme olarak görme	Ö3, Ö4, Ö11, Ö12, Ö13, ÖV1

Tablo 4.46’ya göre öğretmenler, öğrencilerin “Sonsuz Küme” kavramının tanımı ve sayılabilir sonsuzluk ifadesine ilişkin öğrenme güçlüklerinin olduğunu belirtmektedirler. Ayrıca öğretmenler öğrencilerin elemanlarını sayamadıkları her kümeyi sonsuz olarak kabul ettiklerini de belirtmektedirler. Bu bağlamda öğretmenlerden bazılarının açıklamaları yazılmıştır:

Ö10: Sonsuzluk kavramı sonlu küme ile ilişkilendirilmeden anlatılınca öğrenciler zorluk yaşıyabiliyor. Diğer türlü elemanlarını sayamadığımız her kümeyi sonsuz küme gibi algılıyorlar.

Ö9: Doğal sayılar kümesinin sayılabilir ancak sonsuz bir küme olduğunun anlatılmasında zorluk yaşıyoruz. Bunun nedeni olarak da öğrencilerin düşüncelerinin hep bildikleri veya etrafındaki şeyler ile ilgili olmasıdır.

ÖV1: Elemanlarını sayamayacağımız her kümeyi sonsuz küme olarak görüyorlar. Saçımızdaki kılları sonsuz küme olarak görüyorlar. Ayrıca sonsuz küme de sadece sayamayacağımız elemanları olan küme olarak düşünülüyor.

“Alt Küme” kavramına ilişkin Tablo 4.47’de öğrencilerin öğrenme güçlüklerinin neler olabileceğine yönelik ulaşılan bulgular yazılmıştır.

Tablo 4.47.

Alt Küme Kavramına İlişkin Öğrencilerin Öğrenme Güçlükleri

Sık Yaşanan Öğrenci Güçlükleri	Öğretmenler
“Ø” neden her kümenin alt kümesidir	Ö1, Ö4, Ö8, Ö9, Ö12, Ö13, Ö15, ÖV1, ÖV2
Bulunur-bulunmaz sorularını anlayamama	Ö3, Ö6, Ö11, Ö14, ÖV3
2 ⁿ formülünü yanlış olarak kavrama ve yazma	Ö2, Ö5, Ö7, Ö10

Tablo 4.47’ye göre öğretmenler, öğrencilerin “Ø”nin her kümenin neden alt kümesi olduğu ve alt küme sayısını bulmaya yönelik “bulunur-bulunmaz” şeklinde ifade edilen problemlerde öğrenme güçlükleri olduğunu belirtmektedirler. Ayrıca öğretmenler öğrencilerin “2ⁿ” formülünü de sıklıkla “2n” şeklinde yazarak çarpımsal artışla toplamsal artışı birbiriyle karıştırdıklarını da belirtmektedirler. Bu bağlamda öğretmenlerden bazılarının açıklamaları yazılmıştır:

- Ö13: Boş küme her kümenin alt kümesidir. Öğrenci bu ifadeyi algılamakta zorlanıyor. Bence bu zorluk boş küme kavramının hiç elemanı olmayan küme şeklindeki tanımı yapılmasından kaynaklanıyor. Halbuki kümenin içerisinde elemanlarını çıkardığımızda boş kümeyi elde ederiz şeklinde tanımlansa zorluk yaşanmayacağı kanaatindeyim.
- Ö6: Bulunur-bulunmaz tarzı sorularda yorumlama yapamadıklarından zorlanıyorlar. Ayrıca ve/veya kavramlarında yaşadıkları eksiklikler de bu tarz sorularda zorluk yaşamalarına neden olabiliyor.
- Ö7: Öğrenciler alt küme sayısını yazarken 2ⁿ formülü yoluyla işlem yapmakta zorlanıyorlar. Bu zorluk daha çok üslü sayılar konusundaki eksikliklerden geliyor.

“Eşit Küme” kavramına ilişkin Tablo 4.48’de öğrencilerin öğrenme güçlüklerinin neler olabileceğine yönelik ulaşılan bulgular yazılmıştır.

Tablo 4.48.

Eşit Küme Kavramına İlişkin Öğrencilerin Öğrenme Güçlükleri

Sık Yaşanan Öğrenci Güçlükleri	Öğretmenler
Farklı gösterim yöntemlerinde eşit kümeleri görememe	Ö2, Ö4, Ö5, Ö11, Ö12,
Eşit ve denk küme kavramlarını birbirini yerine kullanma	Ö3, Ö7, Ö9, Ö10, Ö14, Ö15, ÖV1
Eşit küme kavramıyla alt küme kavramını ilişkilendirememe	Ö1, Ö6, Ö8, Ö13, ÖV2, ÖV3

Tablo 4.48’e göre öğretmenler, öğrencilerin farklı gösterim yöntemleriyle verilen eşit kümeleri kavrayamadıklarını ve eleman sayısı aynı olan kümeleri eşit küme olarak anladıklarını belirtmektedirler. Ayrıca öğretmenler, öğrencilerin matematiksel dili kullanmada yetersiz olduklarından, eşit küme kavramını alt küme kavramı ile ilişkilendirme güçlüklerinin olduğunu da belirtmektedirler. Bu bağlamda öğretmenlerden bazılarının açıklamaları yazılmıştır:

Ö7: Genelde karşılaşılan zorluk eleman sayıları eşit olan kümelerin eşit kümeler olduğunu düşünüyorlar. Eşit küme ve denk küme kavramlarını iyi anlatmak gerekiyor.

Ö8: Eşit küme tanımını aynı elemanlara sahip kümeler diye yazdığımız zaman çok bir zorluk yaşıyorlar. Ama alt küme ile ilişkilendirdiğimiz zaman matematiksel dili kullanmayı çok istemediklerinden $A \subset B$ ve $B \subset A$ ise A ve B kümeleri de eşittir ifadesini anlamakta zorlanıyorlar.

Bulgular genel olarak yorumlandığında, öğretmenler “Kümelerde Temel Kavramlar” konusu kapsamında ele alınan kavramlara ilişkin öğrencilerin sık yaşayacağı güçlüklerin neler olabileceğini belirttikleri dolayısıyla sık yaşanan öğrenci güçlüklerini bilme noktasında öğretmenlerin yeterli düzeyde oldukları söylenebilir.

4.2.1.3. Ders Gözlem Formu ile takip edilen öğretmenlerin ders içi aktivitelerinde AÖB'lerini kullanma düzeyi

Araştırmanın bu bölümünde, hem ÖKBT uygulanan hem de ders içi öğretim süreçleri video ve ses kayıtları alınan üç öğretmenin, “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin ders içi aktivitelerinin DGF ile takip edilmesi sonucu ulaşılan bulgular yazılmıştır. Bunun için, üç öğretmenin “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin altı ders saati izlenerek, her iki ders saati (40+40) “*yeterli, kısmen yeterli, yetersiz*” başlıkları kapsamında işaretlenerek AÖB kullanma düzeyleri belirlenmiştir. Bununla birlikte, her derse yönelik DGF'nin açıklama kısmına notlar yazılmıştır.

ÖV1'in Ders İçi Öğretim Sürecinde AÖB'yi kullanma düzeyine ilişkin bulgular

Tablo 4.49.

ÖV1'in AÖB'yi Kullanma Düzeyine İlişkin Bulgular

		Yeterli	Kısmen Yeterli	Yetersiz
1.	Konuya ve öğrenciye özgü, etkili öğretim için yöntem ve teknikleri belirleyebilme	4	2	0
2.	Öğrencilerin sıklıkla yapabileceği kavram yanılgılarının bilinmesi	6	0	0
3.	Öğrencilerin özelliklerine uygun uygulama/örnek kullanabilme	6	0	0
4.	Öğrenci güçlüklerini dikkate alma ve düzeltmeler yapma	4	2	0
	Toplam	20	4	0

Tablo 4.49'da ÖV1'in AÖB'yi kullanma düzeyine ilişkin ulaşılan bulgular yazılmıştır. Tablo 4.49'a göre, ÖV1'in kısmen yeterli düzeyde olduğu ders saati de olmasına rağmen genel olarak yeterli düzeyde ders saatinin daha fazla olduğu tespit edilmiştir. Bununla birlikte ÖV1'in, AÖB'yi kullanma düzeyine ilişkin yetersiz olduğu ders saatinin olmadığı da bulunmuştur.

ÖV1'in AÖB'nin bileşenlerinden “*Konuya ve öğrenciye özgü, etkili öğretim için yöntem ve teknikleri belirleyebilmeye*” ilişkin 2 DS için kısmen yeterli düzeyde kullanım, 4 DS için ise yeterli düzeyde AÖB kullandığı bulunmuştur. Aşağıda ÖV1'in ders içi

öğretim aktivitelerinde yeterli ve kısmen yeterli düzeyde AÖB kullandığı süreçlere yönelik alıntılara yazılmıştır.

ÖV1'in yeterli düzeyde AÖB kullanımına ilişkin ders içi öğretim süreci;

ÖV1: Şimdi bugün alt küme sayısının kümenin içindeki elemanlara göre olan durumu üzerinde biraz duralım. Bunun için $A=\{a, b, c, d, e\}$ kümesi verilsin. A kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde,

- a) a elemanı bulunur?*
- b) b elemanı bulunmaz?*
- c) a bulunur, b bulunmaz?*
- d) a ve b bulunur?*
- e) a veya b bulunur?*

ifadelerini beraber inceleyelim. İlk olarak A kümesinin tüm alt kümelerini yazarak soruyu bulalım. Daha sonra pratik olarak verilen ifadeleri bulacağız. A kümesinin alt kümelerini ... bu şekilde yazdık.

Şimdi yukarıda istenilen durumlara göre alt kümeleri yazalım. İlk olarak " a " elemanı bulunan kaç alt kümesi var bakalım. Daha sonra...

Arkadaşlar yukarıda kullandığımız yöntem uzun olan yöntemdi. Kümenin eleman sayısı arttıkça bu yöntem kullanılamaz. Ve de bu yöntem bize vakit kaybettirir. Şimdi beraber daha pratik ve kullanışlı bir yöntem kullanalım.

Önce a şıkkını yapalım: a şıkkı ne diyor?

A kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde, " a " elemanı bulunur?

Biz burada A kümesini yazıyoruz. $A=\{a, b, c, d, e\}$ Sonra " a " elemanı bulunur dediği için " a " elemanını kümeden çıkarıyoruz. Daha sonra kalan eleman sayısı 4 olur. O halde 4 elemanlı kümenin alt küme sayısı kaç olur? Hemen $2^4=16$ diyoruz. Şimdi yöntemimiz şu:

Bu 16 tane alt kümenin içinde " a " elemanı var mı?

ÖĞR: Yok hocam. a 'yı çıkardık o yüzden olmaz hocam.

ÖV1: Evet yok. O halde bu 16 tane alt kümeye " a " elemanını ekliyorum. Ne oldu? İçinde " a " elemanı olan 16 tane alt küme oldu...

ÖV1'in yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, "*Alt küme*" kavramı içerisindeki "*bulunur-bulunmaz*" şeklindeki sorulara ilişkin konuya ve öğrenciye özgü öğretim yöntem ve tekniklerini belirleyebilmeye ilişkin yeterli düzeyde AÖB kullandığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte ÖV1, "*boş küme*" kavramına ilişkin ders içi öğretim sürecinde kısmen yeterli düzeyde AÖB kullandığı bulunmuştur. ÖV1'in "*boş küme*" kavramının kısmen yeterli düzeyde kullanımına ilişkin ders içi öğretim süreci şu şekildedir;

ÖV1: $C = \{x : x > 0 \text{ ve } x \text{ negatif tam sayı}\}$

Tahtada verilen C kümesini yorumlayalım. x öyle ki x hem negatif tam sayı olacak hem de sıfırdan büyük olacak. Bu küme ne oldu o zaman?

ÖĞR: Boş küme.

ÖV1: *İşte boş kümenin tanımını vermiş olduk o zaman. Yani, elemanı olmayan kümeye boş küme denir.*

ÖV1, “boş küme” kavramını öğrencilere açıklarken soyut örneklerden yararlanmıştır. Bunun yerine ÖV1 öğrencilere daha somut örnekler yazarak veya ders kitabında yer aldığı şekliyle günlük yaşamla ilişkili herhangi bir küme belirleyip, o kümeden tüm elemanları hiçbir eleman kalmayacak şekilde teker teker çıkararak “boş küme” kavramını açıklayabilirdi.

Tablo 4.49 incelendiğinde, ÖV1’in AÖB’nin bileşenlerinden “Öğrencilerin sıklıkla yapabileceği kavram yanlışlarının bilinmesine” yönelik 6 DS sürecinde yeterli düzeyde AÖB kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda ÖV1’in ders içi öğretim aktivitelerinde yeterli düzeyde AÖB kullandığı süreçlerden birine yönelik alıntılar yazılmıştır.

ÖV1: *...boş kümeyi nasıl gösteriyoruz? Boş küme “{ }” veya “ $\emptyset$ ” notasyonlarından biriyle gösterilir. Peki $s(\emptyset) = ?$ Nedir diye sorsam hemen bilirsiniz. Söyleyin.*

ÖĞR: Sıfır hocam.

ÖV1: *Doğru. Peki şuna ne dersiniz? $A = \{\emptyset\}$ ise A kümesinin eleman sayısı kaçtır?*

ÖĞR: Sıfır hocam. Hocam bir elemanlıdır.

ÖV1: *Arkadaşlar bir elemanlıdır. Niye A kümesinin içerisinde boş küme eleman olarak bulunuyor...*

ÖV1’in yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, “ $A = \{\emptyset\}$ ise $s(A) = ?$ ” ifadesine yönelik öğrencilerin sıklıkla kavram yanlışısına sahip olduklarını bilerek ders içi öğretim sürecini şekillendirdiğinden ÖV1’in yeterli düzeyde AÖB kullandığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte, DGF’nin açıklama kısmında ÖV1’in “Alt küme sayısını bulmayı öğretirken, $2^6 = 12$ şeklinde öğrencilerin yanlışya düştüğünü bilerek ders içi öğretim sürecinde hatırlatmalar yaptığı” şeklinde not yazılmıştır. Ayrıca ÖV1’in ortak özellik yöntemiyle gösterimi açıklarken, öğrencilerin sayı kümelerine ilişkin sıklıkla yanlışlarının olduğunu bilerek “N, Z, Q ve R” sayı kümelerine ilişkin ÖV1’in tekrarlar yaptığına ilişkin not yazılmıştır.

Tablo 4.49 incelendiğinde, ÖV1'in AÖB'nin bileşenlerinden “Öğrencilerin özelliklerine uygun uygulama/örnek kullanabilmeye” yönelik 6 DS sürecinde yeterli düzeyde AÖB kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda ÖV1'in ders içi öğretim aktivitelerinde yeterli düzeyde AÖB kullandığı süreçlerden birine yönelik alıntılar yazılmıştır.

ÖV1: Peki her kümeyi ortak özelliklerle yazabilir miyim? Mesela “Pazar, pazartesi, ocak, 1,2” elemanlarının kümesini nasıl yazarım?

...

ÖV1: Peki şöyle örnek verelim. Bir önceki derste örnek vermiştik. 9/K sınıfı öğrencilerinin kümesi. 9/K sınıfının öğrencileri hangi okulun öğrencisi. Tabi ki de K.A.L'nin öğrencileri. Peki aynı şekilde 9/D, 9/A, 9/F öğrencileri de K.A.L'nin öğrencileri mi. Evet. O halde K.A.L evrensel küme olur mu?

ÖĞR: Evet., Olur.

ÖV1: Peki, devam edelim. Türkiye'nin ırmakları, dağları vs. bizim kümelerimiz olursa Türkiye ne olur?

ÖĞR: Evrensel küme olur hocam.

...

ÖV1: ...mesela 9/K sınıfının öğrencileri küme belirtir mi? Belirtir. Ben bu kümeyi tek tek sizin isimlerinizi yazarak da oluşturabilirdim. Sizin resimlerinizin olduğu bir küme de oluşturabilirdim. Ama o zaman uzun uzun yazmak zorunda kalırdım. Hangisi daha kolay?...

ÖV1'in yukarıdaki ders içi öğretim süreçleri incelendiğinde, öğrencilerin özelliklerine ve konuya uygun olacak şekilde, gerek öğrencinin içinde yaşadığı ortamdan gerekse öğrencinin duyduğu, bildiği örnekler doğrultusunda öğretim yaptığı dolayısıyla AÖB'sini yeterli düzeyde kullandığı söylenebilir.

Tablo 4.49 incelendiğinde, ÖV1'in AÖB'nin bileşenlerinden “Öğrenci güçlüklerini dikkate alma ve düzeltmeler yapmaya” ilişkin 2 DS için kısmen yeterli düzeyde, 4 DS için ise yeterli düzeyde AÖB kullandığı bulunmuştur. Aşağıda ÖV1'in ders içi öğretim aktivitelerinde yeterli ve kısmen yeterli düzeyde AÖB kullandığı süreçlere yönelik alıntılar yazılmıştır. ÖV1'in yeterli düzeyde AÖB kullanımına ilişkin ders içi öğretim süreci;

ÖV1: Şimdi eşit küme ile ilgili örnek yapalım.

$A=\{x: 0 \leq x < 5, x \in \mathbb{Z}\}$, $B=\{x: x < 6, x \in \mathbb{N}\}$ ise bu kümeleri liste yöntemiyle beraber yazalım. Önce siz yazın.

ÖĞR: Hocam yazdım. $A=\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $B=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ olur. Eleman sayıları aynı, eşit kümelerdir hocam.

ÖV1: A kümesi güzel doğru yazdın. A kümesinde x elemanlarını tam sayılardan seçtik değil mi? Tamsayılar neydi hatırlayalım...

B kümesinde eksikler var. Doğal sayılar neydi arkadaşlar? Ben yazayım.

$N=\{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ şeklinde sıfırdan başlayıp sonsuza kadar gidecek. B kümesinde sıfırı almadık, dolayısıyla sıfırı yazmamız gerekirdi. Bir de B kümesindeki işaret "<" küçüktür işareti. Yani "6" elemanını almayacağız. O halde $B=\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ oldu. A kümesi ile aynı.

Arkadaşlar eşit küme olması için eleman sayılarının aynı olması yeterli değil. Elemanlarının hepsi de birbirinin aynı olacak...

ÖV1'in yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, "Eşit küme, sayı kümeleri ve bazı notasyonlara" ilişkin öğrencilerin öğrenme güçlüklerini dikkate alarak öğrencilere gerekli düzeltmeleri yapmaya ilişkin yeterli düzeyde AÖB kullandığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte DGF'nin açıklama kısmında ÖV1'in ders içi öğretim sürecinde eşit küme kavramı ile alt küme kavramını yüzeysel olarak ilişkilendirdiği ve " $A \subset B$ ve $B \subset A$ ise $A=B$ " tanımını açıklamadığına ilişkin not yazılmıştır. Bu durum ÖV1'e sorulduğunda, öğrencilerin seviyesinin yeterli olmadığından dolayı bu ifadeleri fazla açıklamaya gerek olmadığı şeklinde açıklamalar yazmıştır. Bu durum ÖV1'in öğrenci güçlüklerini dikkate aldığı şeklinde yorumlanabilir. ÖV1'in kısmen yeterli düzeyde AÖB kullanımına ilişkin ders içi öğretim süreci yazılmıştır;

ÖV1: Şeker bir nevi sayılabilir. 20 gramını alıp sayarsın. Daha sonra tahmini olarak 1 tonun yaklaşık değeri bulunur.

ÖĞR: Hocam mikropolar... Atom parçaları... Dünyadaki arabalar hocam.

ÖV1: Arabalar sayılabilir. Dünya nüfusu sayılabildiğine göre. Esas şeyi düşünmüyor sunuz? Uzay! Uzay! Sayın bakalım uzayı, yıldızları. Sayamazsınız. Başka ne olur? Saçımızdaki teller, sayın bakalım hadi.

ÖĞR: Hocam ama az önce şekeri saydık. Şekeri sayarsak saçımızın tellerini de sayabiliriz.

ÖV1: Şekeri ağırlıkla sayacan. Peki saç nasıl sayacaksın? Hımm.. Gerçi şimdi bir nevi sayılabilir dedik şeker. Tamam saçta bir nevi sayılabilir.

ÖV1'in yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, sonlu/sonsuz küme kavramının öğretim sürecinde gerek örneklerde gerekse açıklamalarda öğrenci güçlüklerini yeterli düzeyde dikkate almadığı bulunmuştur. Bununla birlikte ÖV1, "saç tellerinin de sayılabileceğine" ilişkin öğrencileri tatmin edecek şekilde düzeltme yapamadığından kısmen yeterli düzeyde AÖB kullandığı söylenebilir.

ÖV2'nin Ders İçi Öğretim Sürecinde AÖB'yi kullanma düzeyine ilişkin bulgular

Tablo 4.50.

ÖV2'nin AÖB'yi Kullanma Düzeyine İlişkin Bulgular

		Yeterli	Kısmen Yeterli	Yetersiz
1.	Konuya ve öğrenciye özgü, etkili öğretim için yöntem ve teknikleri belirleyebilme	2	4	0
2.	Öğrencilerin sıklıkla yapabileceği kavram yanılgılarının bilinmesi	6	0	0
3.	Öğrencilerin özelliklerine uygun uygulama/örnek kullanabilme	4	2	0
4.	Öğrenci güçlüklerini dikkate alma ve düzeltmeler yapma	4	2	0
	Toplam	16	8	0

Tablo 4.50’de ÖV2’nin AÖB’yi kullanma düzeyine ilişkin ulaşılan bulgular yazılmıştır. Tablo 4.50’ye göre, ÖV2’nin kısmen yeterli düzeyde olduğu ders saati de olmasına rağmen genel olarak yeterli düzeyde ders saatinin daha fazla olduğu bulunmuştur. Bununla birlikte ÖV2’nin, AÖB’yi kullanma düzeyine ilişkin yetersiz olduğu ders saatinin olmadığı da tespit edilmiştir.

ÖV2’nin AÖB’nin bileşenlerinden “*Konuya ve öğrenciye özgü, etkili öğretim için yöntem ve teknikleri belirleyebilmeye*” ilişkin 4 DS için kısmen yeterli düzeyde kullanım, 2 DS için ise yeterli düzeyde AÖB kullandığı bulunmuştur. Aşağıda ÖV2’nin ders içi öğretim aktivitelerinde yeterli ve kısmen yeterli düzeyde AÖB kullandığı süreçlere yönelik alıntılar yazılmıştır. ÖV2’nin yeterli düzeyde AÖB kullanımına ilişkin ders içi öğretim süreci;

ÖV2: ...kümeler A, B, C gibi büyük harflerle gösterilir. Peki sizin sınıfı bir küme olarak kabul edebilir miyiz?

ÖĞR: Evet...

ÖV2: Peki sizin sınıfta her kişiden iki tane var mı?

ÖĞR: Yok hocam...

ÖV2: Doğru. Kümelerde her eleman yalnız bir kere yazılır...

ÖV2’nin yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, öğrencilere soru-cevap yöntemiyle kümedeki her elemanın sadece bir kez yazılabileceğini açıklayarak konuya ve öğrenciye özgü öğretim yöntem ve tekniklerini belirleyebilmeye ilişkin yeterli

düzeyde AÖB kullandığı bulunmuştur. Bununla birlikte ÖV2'nin ders içi öğretim sürecine ilişkin DGF'nin açıklama kısmında “soyut kavramlar anlatılırken sözel bir dil kullanıldığı ve bu kavramlar somut hale getirilmediği için öğrenciler bazı kavramları anlamada güçlükler yaşıyorlar.” şeklinde not yazılmıştır. Bu durum ÖV2'nin konuya ve öğrenciye özgü öğretim yöntem ve teknikleri belirleyebilmeye ilişkin kısmen yeterli düzeyde AÖB kullanımı olarak değerlendirilmiştir. ÖV2'nin kısmen yeterli düzeyde AÖB kullanımına ilişkin ders içi öğretim süreçlerinden biri;

ÖV2: $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinin kaç tane alt kümesinde “3” bulunmaz?
Ne yapacağız. “3” elemanını siliyoruz. Geriye dört eleman kaldı. Alt küme sayısını bulalım. $2^4=16$ olur. Yani 16 tanesinde “3” elemanı yoktur.

Tablo 4.50 incelendiğinde, ÖV2'nin AÖB'nin bileşenlerinden “Öğrencilerin sıklıkla yapabileceği kavram yanlışlarının bilinmesine” yönelik 6 DS sürecinde yeterli düzeyde AÖB kullandığı bulunmuştur. Aşağıda ÖV2'nin ders içi öğretim aktivitelerinde yeterli düzeyde AÖB kullanımı sergilediği süreçlerden birine yönelik alıntılar yazılmıştır.

ÖV2: ...ortak özellik yöntemi de şudur arkadaşlar. Örnek üzerinde görelim.
 $A=\{x: 2 < x < 7, x \in \mathbb{Z}\}$ olsun. Şimdi burada şunlara dikkat ediyoruz. Öncelikle A kümesi öyle x elemanlarından oluşuyor ki diye başlıyoruz. Daha sonraki kısımda x elemanlarının özellikleri neler ona bakıyoruz. x , 2 ile 7 arasında olacak doğru mu? 2 ve 7 dahil değil dikkat edin.

ÖĞR: Evet hocam.

ÖV2: Doğru. Birde ne olacak, x tamsayı olacak. Özellikle buraya dikkat ediyoruz. Burada başka sayı kümeleri de olabilirdi. Mesela Q kümesi olsaydı A kümesi sonsuz elemanlı bir küme olurdu...

ÖV2'nin yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, “<, >” notasyonları ve “ N, Z, Q, R ” sayı kümelerine yönelik öğrencilerin sıklıkla kavram yanlışlığına sahip olduklarını bilerek ders içi öğretim sürecini şekillendirdiğinden ÖV2'nin yeterli düzeyde AÖB kullandığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte, DGF'nin açıklama kısmında ÖV2'nin “Eşit küme kavramını öğretirken, öğrencilerin denk küme kavramıyla karıştırdığını bilerek ders içi öğretim sürecinde hatırlatmalar yaptığı” şeklinde not yazılmıştır. Yine ÖV2'nin “ $A=\{\emptyset\}$ ” veya “ $B=\{\{\}\}$ ” kümelerini öğrencilerin boş küme olarak gördüğünü ve eleman sayılarını bir (1) olarak aldıklarını önceki deneyimleri doğrultusunda bilerek boş küme gösterimi ve eleman sayısı üzerinde ÖV2'nin tekrarlar yaparak öğretim yaptığı DGF'nin açıklama kısmında belirtilmiştir.

Tablo 4.50 incelendiğinde, ÖV2'nin AÖB'nin bileşenlerinden “Öğrencilerin özelliklerine uygun uygulama/örnek kullanabilmeye” yönelik 4 DS sürecinde yeterli düzeyde 2 DS sürecinde ise kısmen yeterli düzeyde AÖB kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda ÖV2'nin ders içi öğretim aktivitelerinde yeterli düzeyde AÖB kullanımı sergilediği süreçlerden birine yönelik alıntılar yazılmıştır.

ÖV2: ...eşit kümelere geldik. Sizin sınıf 35 kişi 9/B sınıfı da 35 kişi. O halde eşit misiniz?

ÖĞR: Evet...

ÖV2: Hayır değilsiniz. Elemanlar aynı değil...şu örneğe bakalım. $A=\{2, 3, 5, 7\}$ elemanlarından oluşan küme olsun. $B=\{2, 3, 5, 7\}$ kümesi olsun. A ile B kümesi ne olur o zaman?

ÖĞR: Eşit kümeler hocam.

ÖV2: Doğru. Peki $C=\{x : 1 < x < 8, x \in \mathbb{N}\}$ kümesi verilsin. $D=\{x : x < 10, x \text{ asal sayı}\}$ kümesi olsun. Bu durumda C ve D kümeleri nasıl kümeler olur? Önce kümeleri yazın bakalım...

ÖV2'nin yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, öğrencilerin özelliklerine ve konuya uygun olacak şekilde, gerek öğrencinin yaşadığı ortamdan gerekse öğrencinin duyduğu, bildiği somut örneklerden soyut örneklerle doğru öğretim yaptığı dolayısıyla AÖB'sini yeterli düzeyde kullandığı söylenebilir. Bununla birlikte ÖV2'nin “ortak özelliklerle gösterim yöntemine” ilişkin kısmen yeterli düzeyde AÖB kullanımına ilişkin ders içi öğretim süreci şu şekildedir;

ÖV2: $B = \{x, y : x=2y, x \text{ ve } y \text{ rakam}\}$ kümesini ele alalım. Bu kümeyi ortak özelliklerle gösterebilir misiniz?

ÖĞR: Hayır hocam. Hocam bu nasıl küme?

ÖV2: Arkadaşlar bu da ortak özellik yöntemiyle verilmiş bir küme. Sadece x ve y gibi iki değişkenden oluşuyor. Bu iki değişken arasında $x=2y$ ilişkisi var. Ve bunlar rakam olacak. Yazalım beraber...

O halde $B=\{(0,0), (2, 1), (4, 2), (6, 3), (8, 4)\}$ şeklinde...

ÖV2'nin yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, “ortak özelliklerle gösterim yöntemine” ilişkin öğrencilerin özelliklerine ve sınıfın seviyesine uygun olmayan örnek yazdığı tespit edilmiştir. Dolayısıyla ÖV2'nin “ortak özelliklerle gösterim yöntemine” ilişkin kısmen yeterli düzeyde AÖB'ye sahip olduğu söylenebilir.

Tablo 4.50 incelendiğinde, ÖV2'nin AÖB'nin bileşenlerinden “*Öğrenci güçlüklerini dikkate alma ve düzeltmeler yapmaya*” ilişkin 2 DS için kısmen yeterli düzeyde 4 DS için ise yeterli düzeyde AÖB kullandığı bulunmuştur. Aşağıda ÖV2'nin ders içi öğretim aktivitelerinde yeterli ve kısmen yeterli düzeyde AÖB kullandığı süreçlere yönelik alıntılar yazılmıştır. ÖV2'nin yeterli düzeyde AÖB kullanımına ilişkin ders içi öğretim süreci;

ÖV2: ...iyi tanımlanmış nesneler topluluğuna küme denir. Bu tanımda iyi tanımlanmış olmaya dikkat edeceksiniz. Mesela sınıfımızdaki gözlüklü öğrenciler küme oluşturur mu?

ÖĞR: Evet hocam.

ÖV2: Peki sınıfımızdaki güzel öğrenciler küme oluşturur mu?

ÖĞR: Evet hocam. Hayır hocam.

ÖV2: Küme oluşturmaz. Niye iyi tanımlanmış değil. Kime göre güzel? Neye göre güzel? Bir de herkesin güzellik algısı farklı olduğu için herkes bu kümeyi farklı kişilerden oluşturacaktır...

ÖV2'nin yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, “Küme” kavramına ilişkin öğrencilerin öğrenme güçlüklerini dikkate alarak öğrencilere gerekli düzeltmeleri yapmaya ilişkin yeterli düzeyde AÖB kullandığı bulunmuştur. ÖV2'nin “alt küme” kavramının kısmen yeterli düzeyde kullanımına ilişkin ders içi öğretim süreci şu şekildedir;

ÖV2: ...şimdi şu soruyu çözelim. Alt küme sayısı ile öz alt küme sayısı toplamı 255 olan küme kaç elemanlıdır? Evet soruyu bir düşünün.

ÖĞR: Hocam tersten mi yapıyoruz?

ÖV2: Yani bir nevi tersten yapacaksınız.

ÖĞR: Hocam ama 255 herhangi bir sayının üssü değil.

ÖV2: Tamam beraber yapalım. Burada alt küme sayısı formülü ile öz alt küme sayısı formülünü kullanacağız. Yani 2^n ve $2^n - 1$. Bunların toplamı 255 yapacak...

ÖV2'nin yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, alt küme kavramının öğretimini yaparken alt küme ve öz alt küme sayısına yönelik sorulan örnekte öğrenci güçlüklerini yeterli düzeyde dikkate almadığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte ÖV2, öğrencilerin “hocam ama 255 herhangi bir sayının üssü değil” ifadesine ilişkin tatmin edici düzeltme yapmadan doğrudan soruyu çözmeye yöneldiğinden kısmen yeterli düzeyde AÖB kullandığı söylenebilir.

ÖV3'ün Ders İçi Öğretim Sürecinde AÖB'yi kullanma düzeyine ilişkin bulgular

Tablo 4.51.

ÖV3'ün AÖB'yi Kullanma Düzeyine İlişkin Bulgular

		Yeterli	Kısmen Yeterli	Yetersiz
1.	Konuya ve öğrenciye özgü, etkili öğretim için yöntem ve teknikleri belirleyebilme	2	4	0
2.	Öğrencilerin sıklıkla yapabileceği kavram yanlışlarının bilinmesi	6	0	0
3.	Öğrencilerin özelliklerine uygun uygulama/örnek kullanabilme	6	0	0
4.	Öğrenci güçlüklerini dikkate alma ve düzeltmeler yapma	6	0	0
	Toplam	20	4	0

Tablo 4.51’de ÖV3’ün AÖB’yi kullanma düzeyine ilişkin bulgular yazılmıştır. Tablo 4.51’e göre, ÖV3’ün kısmen yeterli düzeyde olduğu ders saati de olmasına rağmen genel olarak yeterli düzeyde ders saatinin daha fazla olduğu bulunmuştur. Bununla birlikte ÖV3’ün, AÖB’yi kullanma düzeyine ilişkin yetersiz olduğu ders saatinin olmadığı da tespit edilmiştir.

ÖV3’ün AÖB’nin bileşenlerinden “*Konuya ve öğrenciye özgü, etkili öğretim için yöntem ve teknikleri belirleyebilmeye*” ilişkin 4 DS için kısmen yeterli düzeyde, 2 DS için ise yeterli düzeyde AÖB kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda ÖV3’ün ders içi öğretim aktivitelerinde yeterli ve kısmen yeterli düzeyde AÖB kullandığı süreçlere yönelik alıntılar yazılmıştır. ÖV3’ün yeterli düzeyde AÖB kullanımına ilişkin ders içi öğretim süreci;

ÖV3: ...A={a, b, c, d} kümesi için

Boş küme her kümenin alt kümesidir. O halde 0 elemanlı alt kümesi $\emptyset$ dir.

1 elemanlı alt kümelerini yazalım. {a}, {b}, {c}, {d} kümeleri 1 elemanlı alt kümeleridir.

2 elemanlı alt kümeleri...

3 elemanlı alt kümeleri...

4 elemanlı alt kümesi de kendisi olur. Bunlar A kümesinin alt kümeleridir.

Bunları topladığımız zaman kaç yapar?

ÖĞR: 16 hocam.

ÖV3: Evet. A kümesinin alt küme sayısı 16'dır deriz. Her zaman böyle yapmıyoruz tabiki de. Niye? Eleman sayısı çok olursa yazmak zor olur. Bunun için n elemanlı bir kümenin alt küme sayısını bulmak için kullandığımız...

ÖV3'ün yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, öğrencilere “alt küme sayısını” bulmaya yönelik somut örnekler doğrultusunda soru-cevap yöntemini kullanarak nihayetinde “n elemanlı bir kümenin alt küme sayısının 2^n ” olduğunu açıkladığı tespit edilmiştir. Dolayısıyla ÖV3'ün konuya ve öğrenciye özgü öğretim yöntem ve tekniklerini belirleyebilmeye ilişkin yeterli düzeyde AÖB kullandığı söylenebilir. Bununla birlikte ÖV3'ün ders içi öğretim sürecine ilişkin DGF'nin açıklama kısmında “Bu derste öncelikle günlük hayatla ilişkilendirilmiş, daha somut örneklerle yer verildi. Daha sonra soyut örneklerle konu pekiştirildi.” şeklinde not yazılmıştır. Bu durum da ÖV3'ün konuya ve öğrenciye özgü öğretim yöntem ve teknikleri belirleyebilmeye ilişkin yeterli düzeyde AÖB kullandığının bir göstergesi olarak değerlendirilebilir. ÖV3'ün kısmen yeterli düzeyde AÖB kullanımına ilişkin ders içi öğretim süreçlerinden biri;

ÖV3: Boş Küme: Elemanı olmayan kümeye boş küme denir. $\emptyset$ veya $\{ \}$ ile gösterilir.

ÖV3'ün yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, “boş küme” kavramına ilişkin öğrencilere tanım yazarak kavramı açıkladığı bulunmuştur. Bu durum ÖV3'ün “Sonlu Küme, Sonsuz Küme ve Alt Küme” kavramlarında da tespit edilmiştir. Dolayısıyla ÖV3'ün konuya ve öğrenciye özgü öğretim yöntem ve tekniklerini belirleyebilmeye ilişkin kısmen yeterli düzeyde AÖB kullandığı tespit edilmiştir.

Tablo 4.51 incelendiğinde, ÖV3'ün AÖB'nin bileşenlerinden “Öğrencilerin sıklıkla yapabileceği kavram yanılgılarının bilinmesine” yönelik 6 DS sürecinde yeterli düzeyde AÖB kullandığı bulunmuştur. Aşağıda ÖV3'ün ders içi öğretim aktivitelerinde yeterli düzeyde AÖB kullandığı süreçlerden birine yönelik alıntılar yazılmıştır.

ÖV3: ...alt kümeyi yazalım. Alt küme: A ve B gibi herhangi iki kümeden A kümesindeki her eleman aynı zamanda B kümesinde de var ise A kümesi B kümesinin alt kümesidir. Ya da B kümesi A kümesini kapsar. Peki A, B kümesinin alt kümesi ise Venn şeması ile gösterirken hangisi içte hangisi dışta olacak?

ÖĞR: A kümesi içte, B kümesi dışta. B kümesi içte, A kümesi dışta.

ÖV3: Tabi ki de A kümesi içte, B kümesi dışta olacak şekilde iki kümeyi göstereceğiz. Bu durumu Venn şemasıyla gösterelim...

ÖV3'ün yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, alt küme kavramının Venn şeması ile gösterim yöntemine ilişkin öğrencilerin sıklıkla yanılgıya düşeceklerini bilerek ders içi öğretim sürecini şekillendirdiğinden ÖV3'ün yeterli düzeyde AÖB kullandığı bulunmuştur. Bununla birlikte, DGF'nin açıklama kısmında ÖV3'ün “Boş küme kavramı anlatılırken $\{\emptyset\}$ ve $\{\{\}\}$ kümelerinin $\emptyset$ olmadığı öğrencilere anlatılarak bu yanılgıya düşmemeleri söylendi” şeklinde not yazılmıştır. Yine ÖV3'ün ders içi öğretim süreçlerinden birine yönelik, “Öğrencilerin nerelerde kavram yanılgısı yaşayacakları biliniyor. Öğretmenimiz ona göre örnekler seçiyor ve öğrencileri uyarıyor.” şeklinde açıklamalar yazılarak ÖV3'ün öğrencilerin sık yaşayacakları kavram yanılgılarını öğretim öncesinde bildiği belirtilmiştir.

Tablo 4.51 incelendiğinde, ÖV3'ün AÖB'nin bileşenlerinden “Öğrencilerin özelliklerine uygun uygulama/örnek kullanabilmeye” yönelik 6 DS sürecinde yeterli düzeyde AÖB kullandığı bulunmuştur. Aşağıda ÖV3'ün ders içi öğretim aktivitelerinde yeterli düzeyde AÖB kullandığı süreçlerden birine yönelik alıntılar yazılmıştır.

ÖV3: Nesnelerin ortak özelliklerini belirterek kümenin elemanlarını belirttiğimiz zaman ortak özellik yöntemi kullanmış oluruz.

$A = \{x: x, 9/C \text{ sınıfının erkek öğrencileri}\}$ yani A kümesi burda $A = \{\text{Ali, Ahmet, Faruk, Mehmet, Hüseyin, Kazım}\}$ olur.

Biraz daha örneğimizi değiştirelim.

$B = \{x: 0 \leq x < 5, x \in N\}$ kümesi bize ne diyor?

ÖĞR: Sıfır ile beş arasındaki sayılar hocam...

ÖV3: Doğru ama tam olarak öyle değil de. Şöyle diyelim. Sıfır dahil, sıfır ile beş arasındaki doğal sayıların kümesi. O halde B kümesi ne olur?

ÖĞR: 0, 1, 2, 3, 4, 5 olur hocam...

ÖV3'ün yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, öğrencilerin özelliklerine ve konuya uygun olacak şekilde, gerek öğrencinin yaşadığı ortamdan gerekse öğrencinin duyduğu, bildiği somut örneklerden soyut örneklerle doğru öğretim yaptığı dolayısıyla AÖB'sini yeterli düzeyde kullandığı söylenebilir.

Tablo 4.51 incelendiğinde, ÖV3'ün AÖB'nin bileşenlerinden “Öğrenci güçlüklerini dikkate alma ve düzeltmeler yapmaya ” ilişkin 6 DS için yeterli düzeyde AÖB kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda ÖV3'ün ders içi öğretim aktivitelerinde yeterli

düzeyde AÖB kullandığı süreçlerden birine yönelik alıntılar yazılmıştır. ÖV3'ün yeterli düzeyde AÖB kullanımına ilişkin ders içi öğretim süreci;

ÖV3: Örnekle devam edelim. Alt küme sayısı ile öz alt küme sayısı toplamı 15 olan kümenin eleman sayısı kaçtır? n'i soruyor yani. Nasıl yapacağız?

ÖĞR: 2^n formülünü kullanalım hocam.

ÖV3: Doğru. Yapalım o halde. Aynı zamanda öz alt küme sayısı formülünü de kullanalım. Neydi hatırlayan var mı?

ÖĞR: 2^{n-1} hocam.

ÖV3: Arkadaşlar buraya dikkat ediyoruz. Öz alt küme neydi? Kümenin kendisi hariç alt kümelerinin sayısı? O halde formülümüz 2^n-1 şeklinde olacak. Şimdi devam edelim. $2^n+2^n-1=15$ olacak. Bu ifade ne çağrıştırıyor size? Üslü denklemler değil mi? Şimdi ne yapıyoruz. Bilinenler bir tarafa bilinmeyenler bir tarafa. Yani $2^n+2^n=16$ olacak. Şimdi 2^n , 2^n daha ne yapar?

ÖĞR: 4^n hocam.

ÖV3: Yani şöyle düşünün. Bir elma bir elma daha kaç elma yapar? İki elma yapar. O halde 2^n , 2^n daha ne yapar? 2 tane 2^n yapar. O da 2×2^n yapar. İşlemi devam ettirelim. $2 \times 2^n = 16$ ise...

ÖV3'ün yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, “Alt Küme” kavramına ilişkin öğrencilerin öğrenme güçlüklerini dikkate alarak gerekli düzeltmeleri yapmaya ilişkin yeterli düzeyde AÖB kullandığı tespit edilmiştir. Bu durumu destekler nitelikte DGF'nin açıklama kısmında ÖV3'ün öğretim süreci için “Alt küme sayısını bulmaya yönelik sorulan bulunur-bulunmaz ifadeleri öğrencilerin zorlukları dikkate alınarak, kolaydan zora doğru anlatıldı.” şeklinde not yazılmıştır.

Aşağıda Tablo 4.52'de ders içi öğretim süreçleri DGF ile takip edilen öğretmenlerin ÖMB'nin bileşenlerinden AÖB'ye ilişkin Küme düzeyleri sunulmuştur. Tabloya göre öğretmenlerin AÖB bileşenine ilişkin genel olarak yeterli düzeyde Küme bilgisine sahip olduğu görülmektedir.

Tablo 4.52

Öğretmenlerin ÖMB'nin Bileşenlerinden AÖB'ye İlişkin Küme Düzeyleri

Alan ve Öğrenci Bilgisi	ÖV1	ÖV2	ÖV3
1. Konuya ve öğrenciye özgü, etkili öğretim için yöntem ve teknikleri belirleyebilme	Yİ	KY	KY
2. Öğrencilerin sıklıkla yapabileceği kavram yanılgılarının bilinmesi	Yİ	Yİ	Yİ
3. Öğrencilerin özelliklerine uygun uygulama/örnek kullanabilme	Yİ	Yİ	Yİ
4. Öğrenci zorluklarını dikkate alma ve düzeltmeler yapma	Yİ	Yİ	Yİ
Yİ: Yeterli, KY: Kısmen yeterli			

4.2.2. Alan ve öğretme bilgisine ilişkin elde edilen bulgular ve yorumlar

ÖMB modelinin “Pedagojik Alan Bilgisi” bileşeninin ikinci bileşeni olan ve “Matematik öğretmenlerinin, Kümelerde Temel Kavramlar konusuna ilişkin alan ve öğretme bilgileri yeterli midir?” şeklinde sorulan araştırmanın dördüncü alt problemine yönelik bulgu ve yorumlar Tablo 4.53’de görüldüğü üzere AÖtB’nin “*etkin öğretim için konuya özel ders planlayabilme*” bileşeni doğrultusunda yazılmıştır.

Tablo 4.53.

Alan ve Öğretme Bilgisine İlişkin Hazırlanan Tema ve Kod Listesi

TEMALAR	KODLAR
Etkin öğretim için konuya özel ders planlayabilme	Küme kavramı
	Evrensel Küme
	Boş Küme
	Sonlu ve sonsuz küme
	Alt Küme
	Eşit Küme

4.2.2.1. Etkin öğretim için konuya özel ders planlayabilme

ÖKBT doğrultusunda öğretmenlerle yapılan görüşmelerde, “Kümelerde Temel Kavramlar” konusu kapsamında “Küme, Evrensel Küme, Boş Küme, Sonlu-Sonsuz Küme, Alt Küme, Eşit Küme” kavramlarına ilişkin etkin öğretim için konuya özel ders planlayabilme bilgilerini incelemek amacıyla öğretmenlere altı soru sorulmuştur. Öğretmenlerden bu altı sorunun içerisinde yer alan dört öğretim tekniklerinden kendilerine göre uygun olan birini seçmesi ve seçtikleri öğretim tekniğini “Neden?” seçtiğine dair açıklama yapmaları istenmiştir. Devamında ise öğretmenlere öğretim tekniklerinden herhangi birini daha önceki ders deneyimleri doğrultusunda kullanıp kullanmadıklarını ve bu öğretim yöntem ve tekniklerinden başka ne tür yöntem ve teknikler olabileceğini belirtmeleri istenmiştir.

Soru 1: “Ahmet Öğretmen, 9.sınıf öğrencilerine “Küme Kavramını” ilk defa anlatırken, konuya özgü birçok öğretim tekniği aklına gelmekte; fakat en uygun tekniğin hangisi olabileceği noktasında kararsız kalmaktadır. Sizce, Ahmet öğretmenin aşağıdaki öğretim tekniklerinden hangisini kullanması etkin öğretim için en uygun olan yöntem olabilir?” sorusu kapsamında öğretmenlere, “Küme” kavramının öğretimi için kullanılabilecek dört öğretim yöntemi sorulmuştur. Bu yöntemlere ilişkin araştırmaya katılan öğretmenlerin cevapları Tablo 4.54’de yazılmıştır:

Tablo 4.54.

Küme Kavramının Öğretim Yöntemlerine İlişkin Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar

ÖĞRETİM YÖNTEMLERİ		ÖĞRETMENLER
ÖY1.	“Küme Kavramını” tanımlarım ve ardından öğrencilere “Küme Kavramına” yönelik örnekler veririm. Örnekleme yaparken somut örneklerden yola çıkarak soyut örneklerle geçerim.	Ö5
ÖY2.	Önce “İyi tanımlanmış nesneler topluluğu küme belirtir” şeklinde giriş yaparım. Ülkeler bir küme oluşturur, sınıfımızdaki öğrenciler bir kümedir şeklinde örnekler veririm. Ardından “Küme kavramını” sınıflandırma ve gruplandırma ile ilişkilendiririm, birkaç somut örnek daha verir ve öğrencilerden örnek beklerim.	Ö2, Ö4
ÖY3.	“Küme Kavramını” tanımlamadan önce, günlük hayatta “Küme” kelimesinin nerelerde kullanıldığını ifade eder; öğrencilere sorular sorarım; “Küme” ile ilgili günlük hayatla neleri ilişkilendirdiklerine dair dönütler alırım ve “Küme Kavramının” tanımını yaparım.	Ö1, Ö3, Ö6, Ö9, Ö11, Ö14, ÖV2, ÖV3
ÖY4.	Öncelikle öğrencilere “Kümenin” gerçekte bir tanımının olmadığını, “Kümeyi” sezgisel olarak tanımlayabildiğimizi anlatırım. Ardından “Küme Kavramının” tanımını veririm. Örneklerle de bu tanıma pekiştiririm.	Ö7, Ö8, Ö10, Ö12
ÖY5.	Yukarıdakilerin hepsi, “Küme kavramını” anlatmak için etkili öğretim yöntemidir.	Ö13, Ö15, ÖV1
ÖY = Öğretim Yöntemi		

Tablo 4.54’de görüldüğü üzere, öğretmenler “Küme” kavramının öğretimine ilişkin kullanılabilecek dört yöntem arasından ÖY3 ifadesinin dokuzuncu sınıfta öğrenim gören öğrenciye uygun olduğunu belirtmiştir. Bununla birlikte, ÖY1 ifadesini uygun olarak belirten bir, ÖY2 ifadesini uygun olarak belirten bir, ÖY4 ifadesini uygun olarak belirten dört ve ÖY5 ifadesini uygun olarak belirten üç öğretmen olduğu tespit edilmiştir.

Tablo 4.54’deki öğretim yöntemleri incelendiğinde, ÖY1 ve ÖY2 ifadeleri öğretmenin merkezde olduğu “*kavramın tanımı→kavrama ilişkin örnek*” şeklinde düz anlatım yöntemleridir. ÖY4 ifadesi ise “Küme” kavramının anlatımı için etkin öğretim yöntemleri olmasına rağmen dokuzuncu sınıf öğrencisinin seviyesine uygun olacak bir

yöntem değildir. ÖY3 ifadesi ise “Küme” kavramının etkin öğretimi için en uygun yöntem olarak görülebilir. Bu bağlamda, 1.soru için Ö1, Ö3, Ö6, Ö9, Ö11, Ö14, ÖV2 ve ÖV3’ün etkin öğretim için yöntem ve tekniklerin seçimine ilişkin yeterli düzeyde, Ö13, Ö15 ve ÖV1’in de kısmen yeterli düzeyde oldukları söylenebilir.

Tablo 4.54’deki öğretim yöntemlerine ilişkin bazı öğretmenlerin gerekçeleri şu şekildedir:

Ö5: ÖY1’in uygun olduğunu düşünüyorum.

Öğrencinin somut kavramlarla soyut kavramlar arasındaki ilişkiyi kolay kavramasını sağlarım. Böylelikle kümenin günlük hayat ve soyut kavramı arasındaki ilişkiyi öğrenci daha iyi anlar.

Ö2: ÖY2’nin uygun olduğunu düşünüyorum.

Küme kavramının tanımı kavratmak çok önemlidir. Bu yüzden öncelikle tanımla başlamak gerekir. Ardından örneklerle konu pekiştirilir. Sınıflama ve gruplama fikri küme için somut örnekler oluşturmaktadır.

Ö6: ÖY3’ün uygun olduğunu düşünüyorum.

Çünkü öğrenci merkezli bir öğrenme hem dikkat çekici hem de kalıcı bir öğrenme sağlar. Yanlış durumlar düzeltilir ve kavramın tanımı daha sonra verilirse eğer, öğrenci kavramları zihninde canlandırır.

Ö10: ÖY4’ün uygun olduğunu düşünüyorum.

Çünkü küme kavramını matematikte tam olarak tanımlayamıyoruz. Kümeyi çevremizden örnekler vererek öğrenciye sezdirmeliyiz.

Ö13: ÖY5’in uygun olduğunu düşünüyorum.

İlk defa anlattığım öğrenciye ÖY2, ÖY3 ve ÖY4’ü bir arada kullanırdım. Ama ikinci veya daha fazla anlatışında ÖY1’i kullanırdım. Pratiklik açısından.

Öğretmenlerin yukarıdaki açıklamaları incelendiğinde, öğretmenlerin hepsinin gerekçesinin doğru olduğu fakat etkin öğretim için uygun olan yöntemi belirleyebilmede Ö6 haricinde diğer öğretmenlerin güçlüklerinin olduğu söylenebilir.

Öğretmenlere, “Küme” kavramının öğretimine ilişkin Tablo 4.54’de görülen dört yöntemden herhangi birini daha önceki ders deneyimlerinde kullanıp-kullanmadığı sorulmuştur. Bu bağlamda ulaşılan sonuçlar Tablo 4.55’de yazılmıştır.

Tablo 4.55.

Öğretmenlerin Küme Kavramına İlişkin Daha Önceki Ders Deneyimlerinde Kullandığı Yöntemler

ÖĞRETİM YÖNTEMLERİ	ÖĞRETMENLER
ÖY1	Ö4, Ö5, Ö6, Ö9, Ö10, Ö14, ÖV1
ÖY2	Ö1, Ö2, Ö11, Ö14, Ö15
ÖY3	Ö1, Ö2, Ö3, Ö11, Ö13, Ö14, Ö15, ÖV1, ÖV2, ÖV3
ÖY4	Ö7, Ö8, Ö10, Ö12

Tablo 4.55 incelendiğinde, öğretmenlerden bazısının daha önceki sınıf içi deneyimlerinde birden fazla öğretim yöntemini kullandığı bulunmuştur. Bununla birlikte, Tablo 4.54’de etkin öğretim için ÖY3 yöntemini işaretleyen Ö1, Ö11, Ö14, Ö15 ve ÖV1’in Tablo 4.55’de ÖY3’ün dışında başka öğretim yöntemlerini de kullandığı tespit edilmiştir. Bu durum öğretmenlerin sınıf içi deneyimlerinin zamanla değişmesinden kaynaklı olabileceği şeklinde düşünülebilir.

Çalışmada öğretmenlerden ÖY1, ÖY2, ÖY3 ve ÖY4’ün dışında etkin öğretim için başka ne tür yöntem ve teknikler olabileceğini de belirtmeleri istenmiştir. Etkin öğretim bağlamında öğretmenlerin açıklamaları şu şekildedir:

ÖV3: Küme konusuna başlamadan önce, sınıfta öğrencileri belli 2-3 gruba ayırıp, bu gruplara isim veririm. Ve bu isimler küme ismi, öğrencilerde kümenin elemanları olur. Küme kavramı bitinceye kadar bu şekilde grupları bölmeden anlatmaya devam ederim.

Ö13: Görsel doküman ve materyaller kullanılabilir.

ÖV3 ve Ö13’ün açıklamaları incelendiğinde, “Küme” kavramının etkin öğretimi için kullanılabilecek yöntem ve teknikler olduğu fakat öğretmenlerin hiçbirinin teknolojik materyal veya program kullanmaya ilişkin açıklama yazmadığı tespit edilmiştir.

Soru 2: “Aylin Öğretmen, 9.sınıf öğrencilerine “Evrensel Kümeyi” ilk defa anlatırken, konuya özgü birçok öğretim tekniği aklına gelmekte; fakat en uygun tekniğin hangisi olabileceği noktasında kararsız kalmaktadır. Sizce, Aylin öğretmenin aşağıdaki

öğretim tekniklerinden hangisini kullanması etkin öğretim için en uygun olan yöntem olabilir?” sorusu kapsamında öğretmenlere, “Evrensel Küme” kavramının öğretimi için kullanılabilecek dört öğretim yöntemi sorulmuştur. Bu yöntemlere ilişkin öğretmenlerin cevapları Tablo 4.56’da yazılmıştır:

Tablo 4.56.

Evrensel Küme Kavramının Öğretim Yöntemlerine İlişkin Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar

ÖĞRETİM YÖNTEMLERİ	ÖĞRETMENLER
ÖY1. “Evrensel Küme Kavramını” tanımlarım ve ardından öğrencilere “Evrensel Küme” kavramına yönelik örnekler veririm. Örnekleme yaparken somut örneklerden yola çıkarak soyut örneklerle geçerim. Mesela, okulumuzun sınıfları küme ise; okulumuz evrensel kümedir dedikten sonra soyut örneklerle geçerim.	Ö8, Ö9, Ö13
ÖY2. Konuya somut örneklerle başlarım. Örnek olarak, “Dünya Haritasında ülkeleri küme olarak kabul edersek, Dünya Haritasını evrensel küme olarak görebiliriz.” Ardından evrensel kümeyi tanımlarım ve öğrencilere soyut örnekler sunarım.	-
ÖY3. “Evrensel Küme” kavramını tanımlarım ve ardından öğrencilere “Evrensel Küme” kavramına yönelik örnekler veririm. Daha sonra öğrencilerden, “Evrensel Küme” kavramına yönelik örnekler vermesini isterim.	Ö4, Ö6, Ö11, Ö12
ÖY4. “Evrensel Küme” kavramını tanımlamadan önce, öğrencilere evrensel küme ile ilişkilendirebilecekleri somut örnekler veririm. Örnek olarak, “Sınıfların her birini birer küme olarak düşünürsek, okulumuzu evrensel küme olarak kabul edebiliriz. Ardından, “Evrensel Küme” kavramını tanımlarım ve farklı türde örnekler veririm.	Ö1, Ö2, Ö3, Ö5, Ö7, Ö10, Ö14, ÖV2
ÖY5. Yukarıdakilerin hepsi, “Evrensel Küme” kavramını anlatmak için etkili öğretim yöntemidir.	Ö15, ÖV1, ÖV3

Tablo 4.56’da görüldüğü üzere, öğretmenler “Evrensel Küme” kavramının öğretimine ilişkin kullanılabilecek dört yöntem arasından ÖY4 ifadesinin dokuzuncu sınıfta öğrenim gören öğrenciye uygun olduğunu belirtmiştir. Bununla birlikte ÖY1 ifadesini uygun olarak belirten üç, ÖY3 ifadesini uygun olarak belirten dört ve ÖY5

ifadesini uygun olarak belirten üç öğretmen olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca ÖY2 ifadesini hiçbir öğretmenin işaretlememişti de bulunmuştur.

Tablo 4.56'daki öğretim yöntemleri incelendiğinde, ÖY1 ve ÖY3 ifadeleri öğretmenin merkezde olduğu “*kavramın tanımı→kavrama ilişkin örnek*” şeklinde düz anlatım yöntemidir. ÖY2 ifadesinin ise ancak görsel materyallerle desteklendiğinde “Evrensel küme” kavramının etkin öğretimine ilişkin uygun öğretim yöntemi olacağı düşünülmektedir. ÖY4 ifadesi ise “Evrensel küme” kavramının etkin öğretimi için en uygun yöntem olarak görülebilir. Bu bağlamda, 2.soru için Ö1, Ö2, Ö3, Ö5, Ö7, Ö10, Ö14 ve ÖV2'nin etkin öğretim için yöntem ve tekniklerin seçimine ilişkin yeterli düzeyde, Ö15, ÖV1 ve ÖV3'ün de kısmen yeterli düzeyde oldukları söylenebilir.

Tablo 4.56'daki öğretim yöntemlerine ilişkin bazı öğretmenlerin gerekçeleri şu şekildedir:

Ö8: ÖY1'in uygun olduğunu düşünüyorum.

Somuttan soyuta doğru bir anlatım yönteminin her zaman etkili olduğu kanaatindeyim. Bununla birlikte elimizdeki imkanlar derste daha çok tanım, örnek şeklinde ders işlemeye elverişli.

Ö12: ÖY3'ün uygun olduğunu düşünüyorum.

Çünkü evrensel kümeye bir sınır koymak doğru değildir. O yüzden farklı örnekler vererek evrensel kümenin istenildiği kadar geniş alınabileceğini öğrenciye sezdiririm.

Ö5: ÖY4'ün uygun olduğunu düşünüyorum.

Çünkü günlük yaşadığı hayatın içinden örnekler vererek öğrencilerin konuyla ilgili kavramları kolay anlamasını ve akılda canlı tutulması sağlanır.

ÖV1: ÖY5'in uygun olduğunu düşünüyorum.

Yöntemlerin hepsi bence uygundur. Herhangi birini kullanabiliriz. Çünkü hepsinde evrensel küme tanımlanıyor ve de örneklendiriliyor. Burada önemli olan öğrencinin tekrar etmesidir.

Öğretmenlerin yukarıdaki açıklamaları incelendiğinde, öğretmenlerin hepsinin de gerekçesinin doğru olduğu fakat etkin öğretim için uygun olan yöntemi belirleyebilmede Ö5 haricinde diğer öğretmenlerin güçlüklerinin olduğu söylenebilir.

Öğretmenlere, “Evrensel Küme” kavramının öğretimine ilişkin Tablo 4.56’da belirtilen dört yöntemden herhangi birini daha önceki ders deneyimlerinde kullanıp-kullanmadığı sorulmuştur. Bu bağlamda ulaşılan sonuçlar Tablo 4.57’de yazılmıştır.

Tablo 4.57.

Öğretmenlerin evrensel küme kavramına ilişkin daha önceki ders deneyimlerinde kullandığı yöntemler

ÖĞRETİM YÖNTEMLERİ	ÖĞRETMENLER
ÖY1	Ö2, ÖV1, Ö8, Ö9, Ö13, Ö15
ÖY2	Ö11, Ö15, ÖV1, ÖV3
ÖY3	Ö4, Ö6, Ö12, Ö11, ÖV1
ÖY4	Ö1, Ö2, Ö3, Ö5, Ö7, Ö10, Ö11, Ö13, Ö14, ÖV1, ÖV2, ÖV3

Tablo 4.57 incelendiğinde, öğretmenlerden Ö2, Ö11, Ö13, Ö15, ÖV1 ve ÖV3’ün daha önceki sınıf içi deneyimlerinde birden fazla öğretim yöntemini kullandığı bulunmuştur. Bununla birlikte, Tablo 4.57’de etkin öğretim için ÖY4 yöntemini işaretleyen Ö2’nin Tablo 4.56’da ÖY1 yöntemini de kullandığı tespit edilmiştir. Bu durum, ÖY1 ve ÖY4 yöntemlerinin öğrencinin hazırbulunuşluk durumuna göre birbirlerinin yerine sınıf içi öğretim sürecinde kullanılabilecek yöntemler olabileceği şeklinde düşünülebilir.

Öğretmenlerden ÖY1, ÖY2, ÖY3 ve ÖY4’ün dışında etkin öğretim için başka ne tür yöntem ve teknikler olabileceğini de belirtmeleri istenmiştir. Etkin öğretim bağlamında öğretmenlerin açıklamaları şu şekildedir:

ÖV2: *Somut örnekler vermek, öğrencilerin düşüncelerini ve anlamalarını daha netleştirecektir. Ayrıca evrensel kümenin ne olduğunu iyi kavratacaktır. Evrensel kümenin ne olacağını başlangıçta saptamak gerekir. Evrensel kümeyi o andaki çalışmamıza konu olacak bütün elemanları içerecek kadar büyük, o anda gereksiz elemanları dışlayacak kadar küçük seçmeliyiz ki öğrenci kullandığımız örnekleri iyi anlasın.*

Ö12: *Evrensel küme kavramı açıklandıktan sonra sınıf içi tartışma ortamları oluşturulabilir. Mesela boş küme evrensel küme olabilir mi şeklinde.*

Ö11: *Akıllı tahta yardımıyla görseller kullanılabilir. Ayrıca öğrencileri öğrenmeye doğrudan dâhil etmek adına, tüm öğrencilerden grup grup*

kümeler oluşturup tartışma ortamı içerisinde soru-cevap şeklinde evrensel küme kavramı açıklanabilir.

ÖV2, Ö11 ve Ö12'nin açıklamaları “Evrensel Küme” kavramının etkin öğretimi için kullanılabilecek farklı yöntem ve tekniklerin olduğunu göstermektedir. Bu bağlamda Ö11 ve Ö12, sınıf içi tartışma grubu ortamlarının öğrencilerin etkin öğrenim sürecinde kullanılabileceğini ifade etmişlerdir. Bununla birlikte Ö11'in sınıf içi öğretim sürecinde teknolojik materyal veya program kullanarak öğretim yapılmasını ifade ettiği belirlenmiştir.

Soru 3: “Berrin Öğretmen, 9.sınıf öğrencilerine “Boş Küme” kavramını ilk defa anlatırken, konuya özgü birçok öğretim tekniği aklına gelmekte; fakat en uygun tekniğin hangisi olabileceği noktasında kararsız kalmaktadır. Sizce, Berrin öğretmenin aşağıdaki öğretim tekniklerinden hangisini kullanması etkin öğretim için en uygun olan yöntem olabilir?” sorusu kapsamında öğretmenlere, “Boş küme” kavramının öğretimi için kullanılabilecek dört öğretim yöntemi sorulmuştur. Bu yöntemlere ilişkin çalışmaya katılan öğretmenlerin cevapları Tablo 4.58’de yazılmıştır.

Tablo 4.58.

Boş Küme Kavramının Öğretim Yöntemlerine İlişkin Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar

ÖĞRETİM YÖNTEMLERİ	ÖĞRETMENLER
ÖY1. “Boş Küme” kavramını tanımlarım ve ardından öğrencilere “Boş Küme” kavramına yönelik örnekler veririm. Mesela, sınıfımızda boyu 3,5 metre olan öğrencilerin kümesi boş kümedir derim. Ardından birkaç örnek daha vererek konuyu pekiştiririm.	Ö2, Ö4, Ö5
ÖY2. Konuya örnek vererek başlarım. Örnek olarak; $A=\{x: x, \text{ karesi negatif olan tam sayılar}\}$ kümesini inceleyerek, bu kümenin elemanlarını yazalım derim. Ardından boş kümeyi tanımlarım ve örneklerle devam ederim.	Ö3, Ö7
ÖY3. “Boş Küme” kavramı kolay anlaşılacak bir kavram olduğundan doğrudan tanımını yaparak örnekler veririm. Daha sonra öğrencilerden, “Boş Küme” kavramına yönelik örnekler vermesini isterim.	Ö1, Ö8, Ö9, Ö15, ÖV1

Tablo 4.58. (Devamı)

ÖY4.	“Sizce en az elemana sahip küme nedir?” şeklinde giriş yaparım. Soru-cevap şeklinde, öğrencilere sınıfımızı bir küme olarak görelim derim. Bu sınıftaki her şeyi tek tek dışarıya çıkaralım. Eleman çıkarma işlemi nereye kadar devam eder diye sorarım. Öğrencilerden boş sınıf cevabı almaya çalışırım. Daha sonra “Boş küme” kavramına ilişkin örnekler vererek, tanım yaparım. Birkaç örnek daha vererek kavramı pekiştiririm.	Ö6, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, ÖV2, ÖV3
ÖY5.	Yukarıdakilerin hepsi, “Boş Küme Kavramını” anlatmak için etkili öğretim yöntemidir.	-

Tablo 4.58’de görüldüğü üzere, öğretmenler “Boş küme” kavramının öğretimine ilişkin kullanılabilecek dört yöntem arasından ÖY4 ifadesinin dokuzuncu sınıfta öğrenim gören öğrenciye uygun olduğunu belirtmiştir. Bununla birlikte, ÖY1 ifadesini uygun olarak belirten üç, ÖY2 ifadesini uygun olarak belirten iki ve ÖY3 ifadesini uygun olarak belirten beş öğretmen olduğu bulunmuştur. Ayrıca ÖY5 ifadesini hiçbir öğretmenin işaretlememiştiği tespit edilmiştir.

Tablo 4.58’deki öğretim yöntemleri incelendiğinde, ÖY1 ve ÖY3 ifadeleri öğretmenin merkezde olduğu “*kavramın tanımı→kavrama ilişkin örnek*” şeklinde düz anlatım yöntemidir. ÖY2 ifadesi ise, konuya örnek vererek giriş yapmak açısından etkili bir yöntem olmasına rağmen verilen örneğin soyut içerikli olmasından dolayı “Boş küme” kavramının etkin öğretimine ilişkin uygun öğretim yöntemi olmadığı söylenebilir. ÖY4 ifadesinde ise, soru-cevap tekniği günlük hayatla ilişkilendirilerek kullanıldığı için “Boş küme” kavramının etkin öğretimi için uygun yöntem olarak görülebilir. Bu bağlamda, 3.soru için Ö6, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, ÖV2 ve ÖV3’ün etkin öğretim için yöntem ve tekniklerin seçimi noktasında yeterli düzeyde, Ö3 ve Ö7’nin de kısmen yeterli düzeyde oldukları söylenebilir.

Tablo 4.58’deki öğretim yöntemlerine ilişkin bazı öğretmenlerin gerekçeleri şu şekildedir:

Ö4: ÖY1’in uygun olduğunu düşünüyorum.

Elimizdeki imkanlar tanım yapıp örnek vermeye elverişlidir. Bununla birlikte zor bir kavram olmadığı için öğrenciler zaten anlıyorlar.

Ö7: ÖY2'nin uygun olduğunu düşünüyorum.

Öğrenciler boş küme kavramına zaten daha önceden aşık oluyorlar. Zamanın az olması da dikkate alındığında doğrudan zor olacak örnekler seçerim. Boş küme için fazla örnek vermeye gerek yok.

Ö9: ÖY3'ün uygun olduğunu düşünüyorum.

Boş küme kavramı öğrencilerin bildiği bir kavram. Boş küme dediğimizde bile öğrenciler hemen tanımlamasını yapıyorlar. Bizim farklı yöntemler kullanmamıza fırsat bile bırakmıyorlar. Ben de olağan haline bırakıyorum.

Ö14: ÖY4'ün uygun olduğunu düşünüyorum.

Boş küme kavramı her zaman elemanı olmayan küme şeklinde tanımlanıp geçiliyor. Hâlbuki boş kümenin nasıl bir küme olduğu öğrencilere sezdirilmelidir. Öğrencilerle beraber boş küme oluşturulmalıdır.

Öğretmenlerin yukarıdaki açıklamaları incelendiğinde, hepsinin de gerekçesinin doğru olduğu fakat etkin öğretim için uygun olan yöntemi belirleyebilmede Ö14 haricinde diğer öğretmenlerin güçlüklerinin olduğu söylenebilir. Bununla birlikte Ö4, Ö7 ve Ö9'un gerekçelerinde ortak ifade olarak, öğrencilerin “Boş küme” kavramını daha önceki deneyimlerinden bildikleri ve boş kümenin çok da zor bir kavram olmadığı için doğrudan düz anlatımla öğretilabilir olduğunu belirttikleri tespit edilmiştir.

Öğretmenlere, “Boş Küme” kavramının öğretimine ilişkin Tablo 4.58’de görülen dört yöntemden herhangi birini daha önceki ders deneyimlerinde kullanıp-kullanmadığı sorulmuştur. Bu bağlamda ulaşılan sonuçlar Tablo 4.59’da yazılmıştır.

Tablo 4.59.

Öğretmenlerin Boş Küme Kavramına İlişkin Daha Önceki Ders Deneyimlerinde Kullandığı Yöntemler

ÖĞRETİM YÖNTEMLERİ	ÖĞRETMENLER
ÖY1	Ö2, Ö4, Ö5, Ö13, Ö14, Ö15, ÖV2
ÖY2	Ö3, Ö7, Ö10, Ö11, Ö12, Ö15, ÖV1, ÖV3
ÖY3	Ö1, Ö6, Ö8, Ö9, Ö11, Ö12, Ö15, ÖV1
ÖY4	Ö6, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, ÖV2

Tablo 4.59 incelendiğinde, öğretmenlerden Ö6, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, ÖV1 ve ÖV2'nin daha önceki sınıf içi deneyimlerinde birden fazla öğretim yöntemini kullandığı görülmektedir. Bununla birlikte, Tablo 4.59'da etkin öğretim için ÖY4 yöntemini işaretleyen öğretmenlerin tamamının, sınıf içi deneyimlerinde diğer yöntemlerden herhangi birini de kullandığı tespit edilmiştir. Bu bulgu, öğretmenlerin etkin öğretim için ÖY4 yöntemini uygun olarak belirlemiş olmalarına rağmen, ders içi deneyimlerinde ÖY4'ün dışındaki diğer yöntemleri de kullanıyor olabilecekleri şeklinde yorumlanabilir. Bu durumun nedeni öğretmenlerin sınıf içi deneyimlerinin zamanla değişmesi şeklinde düşünülebilir.

Öğretmenlerden ÖY1, ÖY2, ÖY3 ve ÖY4'ün dışında etkin öğretim için başka ne tür yöntem ve teknikler olabileceğini de belirtmeleri istenmiştir. Etkin öğretim bağlamında öğretmenlerin açıklamaları şu şekildedir:

Ö10: *Teknolojik materyallerle boş küme kavramı desteklenerek daha etkin bir öğretim yapılabilir. Fakat boş küme kavramı öğrencilerin yeterince anladığı bir kavram olduğu için verilen yöntemlerden herhangi biri de kullanılabilir. Bu şekilde daha fazla örnek ve soru üzerinde çalışılabilir.*

Ö13: *Boş küme kavramını anlatmak için değişik öğretim yöntemlerine gerek yoktur. Verilen yöntemler boş küme kavramını anlatmak için etkili yöntemlerdir. Akıllı tahta veya teknolojik materyal kullanımı boş küme kavramı için zaman alıcı yöntemler olacaktır.*

Ö10 ve Ö13'ün açıklamaları incelendiğinde “Boş Küme” kavramının etkin öğretimi için soruda verilen yöntemlerin yeterli olacağı yönündedir. Bununla birlikte öğretmenlerin neredeyse tamamı “Boş Küme” kavramını öğrencilerin her halükarda anladıkları bir kavram olarak gördükleri için, sınıf içi öğretim süreçlerinde farklı yöntem ve teknik kullanmaya gerek duymadıkları tespit edilmiştir. Hatta Ö13'ün açıklamaları bağlamında, öğretmenlerin bir kısmının “Boş Küme” kavramına yönelik sınıf içi öğretim sürecinde teknolojik materyal veya program kullanmanın gereksiz ve zaman alıcı olduğu şeklinde düşünceye sahip oldukları bulunmuştur.

Soru 4: “Necla Öğretmen, 9.sınıf öğrencilerine “Sonlu ve sonsuz küme” arasındaki farkı ilk defa anlatırken, konuya özgü, öğrencilerde anlamlı öğrenme sağlayabilecek örneklerle konuya giriş yapmak istemekte; fakat bu konuda kararsız kalmaktadır. Sizce, Necla öğretmenin aşağıdaki örneklerden hangisini kullanması etkin

öğretim için en uygun örnek olabilir?” sorusu kapsamında öğretmenlere, “Sonlu ve sonsuz küme” kavramlarının öğretimi için kullanılabilecek dört öğretim tekniği sorulmuştur. Bu tekniklere ilişkin öğretmenlerin cevapları Tablo 4.60’da yazılmıştır:

Tablo 4.60.

Sonlu ve Sonsuz Küme Kavramının Öğretim Yöntemlerine İlişkin Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar

ÖĞRETİM YÖNTEMLERİ	ÖĞRETMENLER
ÖY1. Yeryüzündeki ağaçların yapraklarının sayısı	Ö4, Ö5, Ö9, Ö14, ÖV2, ÖV3
ÖY2. Doğal sayılar kümesi	Ö6, Ö10
ÖY3. Herhangi iki doğal sayı arasındaki doğal sayıların oluşturduğu küme	Ö1, Ö7, Ö11, Ö13
ÖY4. Herhangi iki rasyonel sayı arasındaki rasyonel sayıların oluşturduğu küme	Ö2, Ö12,
ÖY5. Yukarıdakilerin hepsi, “Sonlu ve sonsuz küme” kavramlarını anlatmak için etkili örneklerdir.	Ö3, Ö8, Ö15, ÖV1

Tablo 4.60’da görüldüğü üzere, öğretmenler “Sonlu ve sonsuz küme” kavramlarının öğretimine ilişkin kullanılabilecek dört yöntem arasından ÖY1 ifadesinin dokuuncu sınıfta öğrenim gören öğrenciye uygun olduğunu belirtmiştir. Bununla birlikte, ÖY2 ifadesini uygun olarak belirten iki, ÖY3 ifadesini uygun olarak belirten dört, ÖY4 ifadesini uygun olarak belirten iki ve ÖY5 ifadesini uygun olarak belirten dört öğretmen olduğu tespit edilmiştir.

Tablo 4.60’daki öğretim yöntemleri incelendiğinde, ÖY2 ve ÖY4 ifadeleri sonsuz küme kavramına ilişkin kullanılabilecek örneklerdir. Bununla birlikte bu örneklerin sonsuz küme kavramının tanımından sonra verilmesi etkin öğretim için uygun olacaktır. Ayrıca öğrencilere sonsuz küme kavramından önce sonlu küme kavramının öğretimi yapılarak, sonlu küme üzerinden sonsuz küme kavramı öğretilmesinin daha uygun olacağı düşünülmektedir. ÖY3 ifadesi, konuya örnek vererek giriş yapmak açısından etkili bir yöntem olmasına rağmen verilen örneğin soyut içerikli olmasından dolayı “Sonlu küme” kavramının etkin öğretimine ilişkin uygun öğretim yöntemi olmadığı

düşünülmektedir. ÖY4 ifadesi ise “Sonlu ve sonsuz küme” kavramlarının etkin öğretimi için uygun yöntem olarak görülebilir. Çünkü okuldaki, mahalledeki, şehirdeki, ülkedeki ve dünyadaki ağaçların sayılabilir olduğundan veya ağaç sayısının yeryüzü ile sınırlı olma durumu doğrultusunda sonlu küme kavramı açıklanabilir. Akabinde ise bir kümenin sayılamayacak kadar çok elemanı olmasının o kümeyi “Sonsuz küme” yapmayacağı öğrencilere sezdirilebilir. Bu bağlamda, 4.soru için Ö4, Ö5, Ö9, Ö14, ÖV2 ve ÖV3’ün etkin öğretim için yöntem ve tekniklerin seçimi noktasında yeterli düzeyde, Ö6 ve Ö10’un da kısmen yeterli düzeyde oldukları söylenebilir.

Tablo 4.60’daki öğretim yöntemlerine ilişkin bazı öğretmenlerin gerekçeleri şu şekildedir:

Ö9: ÖY1’in uygun olduğunu düşünüyorum.

Yaprakların sayısı çok fazla olsa da yine bir doğal sayı olacağından ve de sonu bilinen bir küme olduğu için sonlu küme olduğu belirtilir. Buradan hareketle sınıf içi mini tartışma ortamlarında bu örnekle sonlu ve sonsuz küme arasındaki ilişki ortaya konulabilir.

Ö6: ÖY2’nin uygun olduğunu düşünüyorum.

Sonlu sonsuz küme kavramlarına gelinceye kadar zaten sayı kümelerini öğrencilere ifade etmiş oluyoruz. Yine aynı şekilde sayı kümeleri üzerinden anlatmak daha pratik olur. Bol örnekle pekiştirmeye daha çok zaman kalır.

Ö7: ÖY3’ün uygun olduğunu düşünüyorum.

Çünkü iki doğal sayı arasında sonlu doğal sayı vardır. Fakat doğal sayılar kümesi dediğimiz zaman sonsuz olur. Önce sonlu kümeyi kavratmak gerekir.

Ö2: ÖY4’ün uygun olduğunu düşünüyorum.

Sonsuz küme kavramını daha matematiksel olarak anlatmak için uygun olan yöntemdir. Öğrenciler sonlu kümede sıkıntı yaşamıyorlar zaten. O yüzden sonsuz kümeyi iyi kavratmak gerekiyor.

Ö8: ÖY5’in uygun olduğunu düşünüyorum.

Ne kadar fazla örnek verilirse bu kavramlar o kadar iyi anlaşılır. Herhangi bir yöntem kullanılabilir. Önemli olan bol örnekle pekiştirmek.

Öğretmenlerin yukarıdaki açıklamaları incelendiğinde, hepsinin gerekçesinin doğru olduğu fakat etkin öğretim için uygun olan yöntemi belirleyebilmede Ö9 haricinde diğer öğretmenlerin güçlüklerinin olduğu söylenebilir.

Öğretmenlere, “Sonlu ve sonsuz küme” kavramlarının öğretimine ilişkin Tablo 4.60’da belirtilen dört yöntemden herhangi birini daha önceki ders deneyimlerinde kullanıp-kullanmadığı sorulmuştur. Ulaşılan sonuçlar Tablo 4.61’de yazılmıştır.

Tablo 4.61.

Öğretmenlerin Sonlu ve Sonsuz Küme Kavramlarına İlişkin Daha Önceki Ders Deneyimlerinde Kullandığı Yöntemler

ÖĞRETİM YÖNTEMLERİ	ÖĞRETMENLER
ÖY1	Ö2, Ö4, Ö5, Ö8, Ö9, Ö11, Ö14, ÖV3
ÖY2	Ö1, Ö3, Ö6, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö13, Ö14, ÖV1, ÖV2, ÖV3
ÖY3	Ö1, Ö3, Ö7, Ö11, Ö13, Ö14, ÖV1
ÖY4	Ö2, Ö3, Ö12, Ö15, ÖV1

Tablo 4.61 incelendiğinde, öğretmenlerden Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö8, Ö9, Ö11, Ö13, Ö14, ÖV1 ve ÖV3’ün daha önceki sınıf içi deneyimlerinde birden fazla öğretim yöntemini kullandığı görülmektedir. Bununla birlikte, etkin öğretim için ÖY4 yöntemini işaretleyen öğretmenlerin tamamının, sınıf içi deneyimlerinde diğer yöntemlerden herhangi birini de kullandığı bulunmuştur. Ayrıca ÖY4 yöntemini etkin öğretim olarak gören ÖV2’nin sınıf içi öğretim sürecinde ÖY2’yi kullandığı tespit edilmiştir. Bu durum, öğretmenlerin etkin öğretim için her ne kadar ÖY4 yöntemini uygun olarak belirlemiş olmalarına rağmen, ders içi deneyimlerinde ÖY4’ün dışındaki diğer yöntemleri de kullanıyor olabilecekleri şeklinde yorumlanabilir. Bu bağlamda öğretmenlerin “Sonlu ve sonsuz küme” kavramlarının öğretimi sürecinde genellikle sayı kümelerinden (özellikle N, Z, Q ve R) faydalanan olmalarının bir sonucu olarak ÖY2, ÖY3 ve ÖY4 yöntemlerinden herhangi birini tercih ettikleri söylenebilir.

Öğretmenlerden ÖY1, ÖY2, ÖY3 ve ÖY4’ün dışında etkin öğretim için başka ne tür yöntem ve teknikler olabileceğini de belirtmeleri istenmiştir. Etkin öğretim bağlamında öğretmenlerin açıklamaları şu şekildedir:

Ö8: *Kavramları iyi tanımlayarak çok fazla örnekleme yoluna giderdim.*

- Ö10: *Konuya somut örneklerle başlarım. Bir koyunun ayak sayısı sonlu küme belirtirken, koyunun kolları sonsuz küme belirtir. Bu şekilde somut örneklerle devam ederim.*
- Ö11: *Akıllı tahta yardımıyla dünya, gezegenler, yıldızlar, uzay gibi dikkat çekici öğelerle hazırlanmış kısa video sunumu ve ardından kavramlara ilişkin tanımları yaparım ve örneklerle konuyu derinlemesine açıklarım.*
- Ö12: *Sonsuz küme kavramını anlatırken tam sayıların, rasyonel sayıların ve rrel sayıların sonsuz kümeler olduğunu vurgulamak gerekir. Daha sonra öğrencilerle “Evren bizim için sonlu mudur, sonsuz mudur?” şeklinde beyin jimnastiği yaparım.*

Öğretmenlerin yukarıdaki açıklamaları incelendiğinde, Ö8, Ö11 ve Ö12’nin öğretim yöntemlerinin geçerli olduğu; fakat Ö10’un GAB’in eksik olması sonucu olarak kullandığı öğretim yönteminin de geçersiz olduğu bulunmuştur. Bu durum, Ö10’un “Sonsuz küme” kavramına ilişkin yaptığı tanımlamada görülmektedir. Nitekim Ö10, “*elemanları sayılamayan kümeyi*” sonsuz küme olarak tanımlamıştır. Öğretmenlerin açıklamaları incelendiğinde, Ö11 hariç diğer öğretmenlerin sınıf içi öğretim süreçlerinde teknolojik materyal ve uygulama kullanmaya yakın durmadıkları tespit edilmiştir.

Soru 5: “Mert Öğretmen, 9.sınıf öğrencilerine “Alt Küme” kavramını ilk defa anlatırken, konuya özgü, öğrencilerde anlamlı öğrenme sağlayabilecek örneklerle veya materyallerle konuya giriş yapmak istemekte; fakat bu konuda kararsız kalmaktadır. Sizce, Mert öğretmenin aşağıdaki örneklerden veya materyallerden hangisini kullanması etkin öğretim için en uygun örnek olabilir?” sorusu kapsamında öğretmenlere, “Alt Küme” kavramının öğretimi için kullanılabilecek dört öğretim tekniği sorulmuştur. Bu tekniklere ilişkin öğretmenlerin cevapları Tablo 4.62’de yazılmıştır.

Tablo 4.62.

Alt Küme Kavramının Öğretim Yöntemlerine İlişkin Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar

ÖĞRETİM YÖNTEMLERİ	ÖĞRETMENLER
ÖY1. Birbirlerinin içine yerleştirilebilen matruşka bebekleri	Ö4, Ö5, ÖV1
ÖY2. Dünya'mız - Güneş sistemi - Samanyolu galaksisi	Ö11, Ö13
ÖY3. Doğal sayılar, tam sayılar ve rasyonel sayılar arasındaki ilişki	Ö3, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10
ÖY4. Öğrenciler – Sınıfımız – Okulumuz arasındaki ilişki.	Ö1, Ö12, Ö14, ÖV2
ÖY5. Yukarıdakilerin hepsi, “Alt Küme” kavramını anlatmak için etkili örneklerdir.	Ö2, Ö15, ÖV3

Tablo 4.62’de görüldüğü üzere, öğretmenler “Alt küme” kavramının öğretimine ilişkin kullanılabilecek dört yöntem arasından ÖY3 ifadesinin 9.sınıfta öğrenim gören öğrenciye uygun olduğunu belirtmiştir. Bununla birlikte, ÖY1 ifadesini uygun olarak belirten üç, ÖY2 ifadesini uygun olarak belirten iki, ÖY4 ifadesini uygun olarak belirten dört ve ÖY5 ifadesini uygun olarak belirten üç öğretmen olduğu tespit edilmiştir.

Tablo 4.62’deki öğretim yöntemleri incelendiğinde, ÖY1 somut bir materyal olmasına rağmen dokuzuncu sınıf öğrencisinin seviyesinin altında olduğu için uygun olmayacaktır. ÖY2 ve ÖY3 ifadeleri alt küme kavramına ilişkin kullanılabilecek soyut örneklerdir. Bununla birlikte ÖY2 ifadesi her ne kadar somut bir örnek olarak görülse de öğrencinin yaşadığı çevreden uzaklığı hususunda soyut olarak düşünülmüştür. Bununla birlikte ÖY4 ifadesi hem konuya örnek vererek giriş yapmak hem de öğrencilerin içinde yaşadıkları, bildikleri kavramlar doğrultusunda somut örnekler içermesinden dolayı “Alt küme” kavramının etkin öğretimi için uygun yöntem olarak görülebilir. Bu bağlamda, 5.soru için Ö1, Ö12, Ö14 ve ÖV2’nin etkin öğretim için yöntem ve tekniklerin seçimi noktasında yeterli düzeyde, Ö3, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9 ve Ö10’un da kısmen yeterli düzeyde oldukları söylenebilir.

Tablo 4.62’deki öğretim yöntemlerine ilişkin bazı öğretmenlerin gerekçeleri şu şekildedir:

Ö5: ÖY1’in uygun olduğunu düşünüyorum.

Öğrenci somut kavramı görerek, kafasındaki alt küme tanımıyla ilişkilendirerek daha kolay anlar. Çünkü matruşka bebekler görsellik açısından öğrencilere hitap ediyor.

Ö11: ÖY2'nin uygun olduğunu düşünüyorum.

Çünkü uzay gibi bir yerin öğrencilerde dikkat çekici, merak uyandırıcı bir yönü olduğunu düşünüyorum. Dolayısıyla gezegenler arasındaki ilişkilerden hareketle kavramı örneklemek daha anlamlı öğrenme sağlayacaktır.

Ö8: ÖY3'ün uygun olduğunu düşünüyorum.

Matematik dersi olduğu için matematiksel terimlerle anlatmak daha etkilidir. Öğrenciler zaten öncesinde sayı kümelerini öğrenmiş oluyorlar. Unutanlar için de sayı kümeleri açısından tazelenme oluyor.

Ö14: ÖY4'ün uygun olduğunu düşünüyorum.

Çünkü verilen örnek diğerlerine göre daha somuttur. Ayrıca öğrencinin gözünün önünde her an içinde olduğu devamlı hatırlayabileceği bir örnektir.

ÖV3: ÖY5'in uygun olduğunu düşünüyorum.

Sınıfta her türlü seviyede öğrenci olduğu için bütün yöntemleri aynı derste kullanmak gerekir. Öyle ki ortaokul seviyesinde olan matruşka bebek örneği bile verebiliyorsunuz bazen.

Öğretmenlerin yukarıdaki açıklamaları incelendiğinde, hepsinin de gerekçesinin doğru olduğu fakat etkin öğretim için uygun olan yöntemi belirleyebilmede Ö14 haricinde diğer öğretmenlerin güçlüklerinin olduğu söylenebilir. Ayrıca ÖV3'ün açıklamalarına dikkat edildiğinde, “matruşka bebek” örneğinin ortaokul seviyesinde bir örnek olduğunu belirtmiştir.

Öğretmenlere, “Alt küme” kavramının öğretimine ilişkin Tablo 4.62’de görülen dört yöntemden herhangi birini daha önceki ders deneyimlerinde kullanıp-kullanmadığı sorulmuştur. Bu bağlamda ulaşılan sonuçlar Tablo 4.63’de yazılmıştır.

Tablo 4.63.

Öğretmenlerin Alt Küme Kavramına İlişkin Daha Önceki Ders Deneyimlerinde Kullandığı Yöntemler

ÖĞRETİM YÖNTEMLERİ	ÖĞRETMENLER
ÖY1	Ö2, Ö4, Ö5, ÖV1
ÖY2	Ö13, ÖV2, ÖV3
ÖY3	Ö3, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, ÖV2, ÖV3
ÖY4	Ö1, Ö3, Ö6, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, ÖV2, ÖV3

Tablo 4.63 incelendiğinde, öğretmenlerden Ö3, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, ÖV2 ve ÖV3'ün daha önceki sınıf içi deneyimlerinde birden fazla öğretim yöntemini kullandığı görülmektedir. Bununla birlikte, Tablo 4.63'de etkin öğretim için ÖY4 yöntemini işaretleyen öğretmenlerden Ö1 haricinde hepsi, sınıf içi deneyimlerinde diğer yöntemlerden herhangi birini de kullanmıştır. Ayrıca ÖY2 yöntemini etkin öğretim olarak gören Ö11 ile ÖY3 yöntemini etkin öğretim gören Ö6'nın sınıf içi öğretim sürecinde ÖY4'ü kullandığı tespit edilmiştir. Bu durum, bu öğretmenlerin ders içi aktivitelerinde farkında olmadan bazı durumlarda etkin öğretim için uygun yöntemler kullandıkları şeklinde düşünülebilir. Ayrıca Tablo 4.63'de görüldüğü üzere öğretmenlerin genellikle ÖY3 ve ÖY4 yöntemlerini ders içi aktivitelerinde kullandıkları belirlenmiştir. Bu durumun nedeni öğretmenlerin sayı kümeleri ve öğretim yaptığı okula aşina olmaları şeklinde yorumlanabilir.

Öğretmenlerden ÖY1, ÖY2, ÖY3 ve ÖY4'ün dışında etkin öğretim için başka ne tür yöntem ve teknikler olabileceğini de belirtmeleri istenmiştir. Etkin öğretim bağlamında öğretmenlerin açıklamaları şu şekildedir:

Ö11: *Alt küme kavramı için daha eğlenceli, zihinde kalıcı örnekler verilebilir. Ama genel olarak verilen yöntemlerin yeterli olduğunu düşünüyorum.*

ÖV2: *İlk olarak konuya günlük yaşamdan somut örneklerle başlarım. Ardından tahtaya iç içe geçmiş Venn şemaları çizerek şemaların içini doldururum. Daha sonra bu şekil üzerinden alt kümeyi açıklarım.*

ÖV3: *Öncelikle örnekler veririm. Sonrasında ise şema çizerek alt küme kavramını anlatmaya çalışırım. Çünkü alt kümeyi Venn şemasında çizerek göstermek daha etkilidir.*

Öğretmenlerin açıklamaları incelendiğinde, Ö11, ÖV2 ve ÖV3'ün öğretim yöntemlerinin geçerli olduğu; ÖV2 ve ÖV3'ün, "Alt küme" kavramının öğretimine ilişkin Venn şemasıyla gösterim yönteminin etkin öğrenim sürecinde kullanılabileceğini belirttikleri tespit edilmiştir. Öğretmenlerin teknolojik materyal ve uygulama kullanımına yakın durmadıkları da belirlenmiştir.

Soru 6: "Kaan Öğretmen, 9.sınıf öğrencilerine "Eşit küme" kavramını ilk defa anlatırken, konuya özgü birçok öğretim tekniği aklına gelmekte; fakat en uygun tekniğin hangisi olabileceği noktasında kararsız kalmaktadır. Sizce, Kaan öğretmenin aşağıdaki öğretim tekniklerinden hangisini kullanması etkin öğretim için en uygun olan yöntem olabilir?" sorusu kapsamında öğretmenlere, "Eşit küme" kavramının öğretimi için kullanılabilecek dört öğretim tekniği sorulmuştur. Öğretmenlerin cevapları Tablo 4.72'de yazılmıştır:

Tablo 4.64.

Eşit Küme Kavramının Öğretim Yöntemlerine İlişkin Öğretmenlerin Yazdıkları Cevaplar

ÖĞRETİM YÖNTEMLERİ	ÖĞRETMENLER
ÖY1. Konuya $A = \{\text{pazartesi, salı, çarşamba, perşembe, cuma, cumartesi, pazar}\}$ ve $B = \{\text{Haftanın günleri}\}$ şeklinde iki örnek vererek giriş yaparım. Bu iki küme arasında nasıl bir ilişki olduğunu sorarım. Daha sonra "Eşit Küme kavramının" tanımı yaparım.	Ö4, Ö5, Ö10, Ö13
ÖY2. "Eşit Küme kavramını" anlatmak için "Alt Küme Kavramını" kullanırım. A ve B şeklinde verilen iki küme, birbirlerinin alt kümesi ise ($A \subset B$ ve $B \subset A$) bu kümeler eşit kümelerdir derim ve başka örneklerle konuyu pekiştiririm.	Ö6, Ö8
ÖY3. Konuya $A = \{\text{pazartesi, salı, çarşamba, perşembe, cuma, cumartesi, pazar}\}$ ve $B = \{\text{Haftanın günleri}\}$ şeklinde iki örnek vererek giriş yaparım. Bu iki küme arasında nasıl bir ilişki olduğunu sorarım. Daha sonra "Eşit Küme" kavramının tanımı yaparım ve "Alt Küme kavramı" ile ilişkilendiririm. Farklı örneklerle konuyu pekiştiririm.	Ö1, Ö7, Ö11, ÖV1

Tablo 4.64. (Devamı)

“Eşit Küme” kavramını tanımlarım ve ardından öğrencilere “Eşit Küme” kavramına yönelik örnekler veririm. Örnekleme yaparken somut örneklerden yola çıkarak soyut örneklerle geçerim. ÖY4. $A = \{\text{pazartesi, salı, çarşamba, perşembe, cuma, cumartesi, pazar}\}$ ve $B = \{\text{Haftanın günleri}\}$ kümelerini somut örnekler olarak verdikten sonra, $M = \{x \mid x, 2 \text{ ile } 6 \text{ arasındaki doğal sayılar}\}$ ve $N = \{x \mid 5 \leq x^2 \leq 27 \text{ ve } x \text{ doğal sayı}\}$ kümelerini soyut örnekler olarak veririm.	Ö3, Ö12, ÖV2, ÖV3
ÖY5. Yukarıdakilerin hepsi, “Eşit Küme” kavramını anlatmak için etkili örneklerdir.	Ö2, Ö9, Ö14, Ö15

Tablo 4.64’de görüldüğü üzere, öğretmenler “Eşit küme” kavramının öğretimine ilişkin kullanılabilecek dört yöntem arasından ÖY2 dışında diğer yöntemlerin hepsinin eşit derecede dokuzuncu sınıfta öğrenim gören öğrenciye uygun olduğunu belirtmiştir. Bununla birlikte, ÖY1 ifadesini uygun olarak belirten dört, ÖY2 ifadesini uygun olarak belirten iki, ÖY3 ifadesini uygun olarak belirten dört, ÖY4 ifadesini uygun olarak belirten dört ve yine ÖY5 ifadesini uygun olarak belirten dört öğretmen olduğu tespit edilmiştir.

Tablo 4.64’deki öğretim yöntemleri incelendiğinde, ÖY1 ve ÖY4 ifadeleri “Eşit küme” kavramına ilişkin kullanılabilecek yöntemler olmasına rağmen “Eşit küme” kavramı ile “Alt küme” kavramını ilişkilendirmediği için etkin öğretim için uygun olmayacağı düşünülmektedir. ÖY2 ifadesinin “eşit küme” kavramı ile “Alt küme” kavramını ilişkilendirmesine rağmen somut örnekler yazmadan düz anlatım yöntemini kullandığı için uygun olmayacağı düşünülmektedir. ÖY3 ifadesi ise “Eşit küme” kavramının etkin öğretimi için uygun yöntem olarak görülebilir. Çünkü, ÖY3 ifadesinde kavrama ilişkin somut örnekler yazılmış ve örneklerden sonra “Eşit küme” kavramı “Alt küme” kavramı ile ilişkilendirilerek tanımı yazılmıştır. Bu bağlamda, 6.soru için Ö1, Ö7, Ö11 ve ÖV1’in etkin öğretim için yöntem ve tekniklerin seçimi noktasında yeterli düzeyde, Ö6 ve Ö8’in de kısmen yeterli düzeyde oldukları söylenebilir.

Tablo 4.64’deki öğretim yöntemlerine ilişkin bazı öğretmenlerin gerekçeleri şu şekildedir:

Ö5: ÖY1’in uygun olduğunu düşünüyorum.

Günlük hayattan bilinen örneklerle konuya giriş yapmak uygun yöntemdir. Öğrencilerin kolay anlamasını sağlar.

Ö6: ÖY2'nin uygun olduğunu düşünüyorum.

Tanım yaparak konuya giriş yapmak uygun olur. Eşit küme adı üzerinde eşit. Yani bir bakıma ne olduğu belli olan net bir kavram. Kavramı tanımlayıp direk özellik olarak da alt küme ile ilişkilendiririm.

Ö7: ÖY3'ün uygun olduğunu düşünüyorum.

İlk olarak örnekle başlanılınca daha kalıcı ve anlaşılır oluyor. Arkasından da tanımlı vermek konuyu açıyor. Bir de eşit küme kavramını alt küme ile mutlaka ilişkilendirmek gerekiyor. Bu şekilde birbirinin tıpatıp aynısı olan kümelerin eşit olacağı daha çabuk kavranıyor.

Ö3: ÖY4'ün uygun olduğunu düşünüyorum.

Eşit küme anlaşılması kolay bir kavram olduğu için tanım verdikten sonra somuttan soyuta doğru örneklendirmek daha anlaşılır olacaktır.

Ö14: ÖY5'in uygun olduğunu düşünüyorum.

Eşit küme kavramı rahat anlaşılabilir bir konudur. Öğrencilerin karıştırmaması için örnekler verilir. Ayrıca karıştırılacağı noktalar da verilerek herhangi bir yöntem kullanılarak anlatılabilir.

Öğretmenlerin yukarıdaki açıklamaları incelendiğinde, hepsinin gerekçesinin doğru olduğu fakat etkin öğretim için uygun olan yöntemi belirleyebilmede Ö7 haricinde diğer öğretmenlerin güçlüklerinin olduğu söylenebilir. Ö3, Ö6 ve Ö14 “Eşit küme” kavramı için kolay anlaşılacak bir kavram olduğunu belirtmişlerdir.

Öğretmenlere, “Eşit küme” kavramının öğretimine ilişkin Tablo 4.64’de belirtilen dört yöntemden herhangi birini daha önceki ders deneyimlerinde kullanıp-kullanmadığı sorulmuştur. Bu bağlamda ulaşılan sonuçlar Tablo 4.65’de yazılmıştır.

Tablo 4.65.

Öğretmenlerin Eşit Küme Kavramına İlişkin Daha Önceki Ders Deneyimlerinde Kullandığı Yöntemler

ÖĞRETİM YÖNTEMLERİ	ÖĞRETMENLER
ÖY1	Ö2, Ö5, Ö9, Ö10, Ö11, Ö13, Ö14, ÖV2
ÖY2	Ö4, Ö8, Ö9, Ö14, Ö15,
ÖY3	Ö1, Ö3, Ö7, Ö11, ÖV1
ÖY4	Ö3, Ö6, Ö9, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, ÖV2, ÖV3

Tablo 4.65 incelendiğinde, öğretmenlerden Ö3, Ö9, Ö11, Ö13, Ö14, Ö15, ÖV2 ve ÖV3'ün daha önceki sınıf içi deneyimlerinde birden fazla öğretim yöntemini kullandığı belirlenmiştir. Bununla birlikte, Tablo 4.65'de etkin öğretim için ÖY4 yöntemini işaretleyen öğretmenlerden Ö3 ve Ö11'in, sınıf içi deneyimlerinde diğer yöntemlerden herhangi birini de kullandığı bulunmuştur. Ayrıca ÖY4 yöntemini etkin öğretim olarak gören Ö3'ün sınıf içi öğretim sürecinde ÖY3'ü kullandığı belirlenmiştir. Bu durum, Ö3'ün etkin öğretim için ÖY4 yöntemini uygun görmesine rağmen, ders içi deneyimlerinde ÖY4'ün dışındaki ÖY3 yöntemini de kullandığı şeklinde yorumlanabilir. Tablo 4.65'de görüldüğü üzere çalışmaya katılan öğretmenler ders içi deneyimlerinde çoğunlukla ÖY1 ve ÖY4 yöntemlerini kullanmışlardır.

Öğretmenlerden ÖY1, ÖY2, ÖY3 ve ÖY4'ün dışında etkin öğretim için başka ne tür yöntem ve teknikler olabileceğini de belirtmeleri istenmiştir. Etkin öğretim bağlamında öğretmenlerin açıklamaları şu şekildedir:

- Ö6: *Verilen yöntemlerin yeterli olduğunu düşünüyorum. Zaten genel geçer yöntemler bunlar.*
- Ö10: *Daha somut ve daha anlaşılır basit örneklerle ve eşit olmayan küme örnekleri de vererek eşit kümeyi açıklarım. Yani her örnek eşit küme örneği olmamalıdır.*
- Ö11: *Fotokopi makinesine eşitlik makinesi diyerek güncel hayatta rastladığımız materyallerden örnek veririm. Fotokopi makinesi ister ters ister düz çekilsin aynı elemanları kâğıda basacağını anlatırdım.*

Öğretmenlerin yukarıdaki açıklamaları incelendiğinde, Ö6 ve Ö10'nun öğretim yöntemlerinin geçerli olduğu; fakat Ö11'in öğretim yönteminde eksikliklerin olduğu

dolayısıyla kullandığı öğretim yönteminin de geçersiz olduğu belirlenmiştir. Çünkü fotokopi makinesi sadece kâğıtla işlem yapılması nedeniyle sınırlı bir örnek olmasıyla birlikte makineye renkli baskı gönderdiğimiz zaman makineden siyah-beyaz olarak çıkacaktır. Bu bağlamda girdi ve çıktı birbirinin aynısı olmayacaktır. Yani eşit küme olmayacaktır. Bununla birlikte, öğretmenlerin hiçbirinin sınıf içi öğretim süreçlerinde teknolojik materyal ve uygulama kullanımına yakın durmadıkları belirlenmiştir.

4.2.2.2. Ders Gözlem Formu ile takip edilen öğretmenlerin ders içi aktivitelerinde AÖtB'lerini kullanma düzeyi

Bu bölümde ÖKBT uygulanan ve ders içi öğretim süreçleri DGF ile takip edilen üç öğretmene ilişkin ulaşılan bulgular yazılmıştır. Bunun için, üç öğretmenin “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin altı ders saati takip edilmiş ve her iki ders saati (40+40) “yeterli, kısmen yeterli, yetersiz” şeklinde işaretlenerek AÖtB kullanma düzeyleri belirlenmiştir. Bununla birlikte, her derse yönelik DGF'nin açıklama kısmına ders içi öğretim sürecine yönelik notlar yazılmıştır.

ÖV1'in Ders İçi Öğretim Sürecinde AÖtB'yi kullanma düzeyine ilişkin bulgular

Tablo 4.66.

ÖV1'in AÖtB'yi Kullanma Düzeyine İlişkin Bulgular

		Yeterli	Kısmen Yeterli	Yetersiz
1.	Konuya özgü ders planlayabilme ve konuyu somut hale getirebilme	6	0	0
2.	Teknolojik materyalleri veya programları kullanabilme	0	6	0
3.	Konuya özgü bir kavramı farklı temsillerle gösterebilme	2	4	0
4.	Konuya özgü öğretim materyalleri seçebilme ve uygulayabilme	0	6	0
Toplam		8	16	0

Tablo 4.66'da ÖV1'in AÖtB'yi kullanma düzeyine ilişkin bulgular yazılmıştır. ÖV1'in yeterli düzeyde olduğu ders saati de olmasına rağmen genel olarak kısmen yeterli düzeyde ders saatinin daha fazla olduğu bulunmuştur. Bununla birlikte ÖV1'in, AÖtB'yi kullanma düzeyine ilişkin yetersiz olduğu ders saatinin olmadığı da tespit edilmiştir.

ÖV1'in AÖtB'nin bileşenlerinden “*Konuya özgü ders planlayabilme ve konuyu somut hale getirebilme*” noktasında 6 DS için yeterli düzeyde AÖtB kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda ÖV1'in ders içi öğretim aktivitelerinde yeterli düzeyde AÖtB kullanım süreçlerinden birine yönelik alıntılar yazılmıştır. ÖV1'in yeterli düzeyde AÖtB kullanımına ilişkin ders içi öğretim süreci;

ÖV1: ...Peki şöyle örnek verelim. Bir önceki derste örnek vermiştik. 9/K sınıfı öğrencilerinin kümesi. 9/K sınıfının öğrencileri hangi okulun öğrencisi. Tabi ki de K.A.L'nin öğrencileri. Peki aynı şekilde 9/D, 9/A, 9/F öğrencileri de K.A.L'nin öğrencileri mi. Evet. O halde K.A.L evrensel küme olur mu?

ÖĞR: Evet., Olur.

ÖV1: Peki, devam edelim. Türkiye'nin ırmakları, dağları vs. bizim kümelerimiz olursa Türkiye ne olur?

ÖĞR: Evrensel küme olur hocam.

ÖV1: O halde evrensel kümeyi beraber tanımlayalım...

ÖV1'in yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, “Evrensel küme” kavramına ilişkin önce öğrencilere somut örnekler verdiği daha sonra kavramı tanımladığı tespit edilmiştir. Ayrıca ÖV1 öğrencilerin yaşadığı ortamdan veya bildiği kavramlar doğrultusunda örnekler yazmıştır. Bununla birlikte, DGF'nin açıklama kısmında ÖV1'in “*Örnekleri kolaydan zora doğru çözüyordu. Somut örneklerle ve ifadelere bolca yer verildi.*” şeklinde not yazılmıştır.

Tablo 4.66 incelendiğinde, ÖV1'in AÖtB'nin bileşenlerinden “*Teknolojik materyalleri veya programları kullanabilmeye*” yönelik 6 DS sürecinde kısmen yeterli düzeyde AÖtB kullandığı tespit edilmiştir. DGF'nin araştırmacı notlarında bu durum şu şekilde ifade edilmiştir:

“ÖV1 ders içi öğretim aktivitelerinde devamlı olarak akıllı tahta kullanıyordu. Fakat akıllı tahta kullanımı sadece ders içi kavramları, örnekleri vs. yazıya dökmek için kullanılmıştır. Bu şekilde zaman tasarrufu yapılmış ve fazla örnek çözülmüştür.”

Yukarıdaki açıklama doğrultusunda ÖV1'in akıllı tahta kullanımının sadece yazma sürecinde kullanılmasıyla sınırlı olduğu bulunmuştur. Bununla birlikte ÖV1, ders içi aktivitelerinde akıllı tahta kullanımı sayesinde birçok farklı örnek türüne de yer verebilmiştir. Bu bağlamda ÖV1'in teknolojik materyal ve program kullanımı kısmen yeterli düzeyde olarak değerlendirilmiştir.

Tablo 4.66 incelendiğinde, ÖV1'in AÖtB'nin bileşenlerinden “*Konuya özgü bir kavramı farklı temsillerle gösterebilmeye*” yönelik 4 DS sürecinde kısmen yeterli düzeyde 2 DS sürecinde ise yeterli düzeyde AÖtB kullandığı tespit edilmiştir. Aşağıda ÖV1'in ders içi öğretim aktivitelerinde yeterli düzeyde AÖtB kullandığı süreçlerden birine yönelik alıntılar yazılmıştır.

ÖV1: Arkadaşlar bu dersimize sayı kümelerini, tekrar olması için belki hatırlamayan arkadaşlar vardır, öğrenerek başlayalım. Çünkü gerek küme konusunda gerekse diğer konularda sayı kümeleri ile çok sık karşılaşacağız. İlk olarak N kümesini görelim. Hatırlayan var mı?

ÖĞR: Doğal sayılar hocam.

ÖV1: Peki, doğal sayıları gösterelim.

$N=\{0, 1, 2, 3, \dots\}$ şeklinde devam eden sayıların kümesi doğal sayılardır.

Şimdi de tamsayıları gösterelim...

$Z=\{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ şeklinde sayıların oluşturduğu kümedir.

...

Bu şekilde sayı kümelerini gördükten sonra bunları bir de sayı doğrusu üzerinde görelim. Bunun için sayı doğrusu çizerek sayı kümelerini gösterelim.

...

...Dikkat ederseniz pozitif tam sayılar aynı zamanda doğal sayılardır. Bunu Venn şeması ile de gösrebiliriz. Beraber yapalım. İleride alt küme kavramını anlatırken de yine bu noktaları hatırlayacağız...

ÖV1'in yukarıdaki ders içi öğretim süreçleri incelendiğinde, sayı kümelerinin gösterimine ilişkin sayı doğrusu ve Venn şeması yöntemini de kullandığı belirtilmektedir. Ayrıca ÖV1, sayı doğrusu ve Venn şeması yöntemiyle daha ileriki konulardan olan alt küme kavramını öğrencilere sezdirmeye çalıştığı da tespit edilmiştir.

ÖV1'in kısmen yeterli düzeyde AÖtB kullanımına ilişkin ders içi öğretim süreçlerden birine yönelik alıntılar yazılmıştır.

ÖV1: ... Tahtada verilen C kümesini yorumlayalım. x öyle ki x hem negatif tam sayı olacak hem de sıfırdan büyük olacak. Bu küme ne oldu o zaman?

ÖĞR: Boş küme.

ÖV1: İşte boş kümenin tanımını vermiş olduk o zaman. Yani, elemanı olmayan kümeye boş küme denir...

ÖV1'in yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, “boş küme” kavramına ilişkin kavramın tanımını yazarak düz anlatım yolunu tercih ettiği bulunmuştur. Bunun

yerine, 9. Sınıf Matematik ders kitabında “boş küme” kavramına ilişkin dersin giriş kısmında kullanılabilecek şekilde,

“Oluşturabileceğimiz en az elemana sahip küme nedir? Üç elemanlı bir küme düşünün. Bu kümenin elemanlarından birisini bu kümeden çıkartın. Elinizde nasıl bir küme kaldı? Benzer şekilde eleman çıkarma işlemini daha ne kadar devam ettirebilirsiniz?” (MEB, 2016)

farklı temsiller kullanması AÖtB açısından yeterli düzeyde olurdu. Bu bağlamda ÖV1’in “boş küme” kavramına ilişkin AÖtB’yi kısmen yeterli düzeyde kullandığı tespit edilmiştir.

Tablo 4.66 incelendiğinde, ÖV1’in AÖtB’nin bileşenlerinden “Konuya özgü öğretim materyalleri seçebilme ve uygulayabilmeye ” ilişkin 6 DS için kısmen yeterli düzeyde AÖtB kullandığı bulunmuştur. Bu durum, DGF’nin açıklama kısmında şu şekilde yazılmıştır:

DGF: ÖV1 her günkü dersin sonunda 15 dakikalık bir sürede öğrencilere konu ile alakalı testler dağıtıyor. Öğrenciler bu testleri tek başlarına çözüyorlar. Süre bitiminde testlere evde devam ediliyor. Bir sonraki derste öğrencilerin çözemedikleri sorular üzerinde duruluyor. ÖV1’in test soruları dışında herhangi bir öğretim materyali kullanmadığı görülmüştür. Bunun yanı sıra ders kitabını da ders içi öğretim aktivitelerinde çok nadiren kullandığı görülmüştür.

Yukarıdaki açıklamalar doğrultusunda, ÖV1’in ders içi öğretim sürecinde öğretim materyali olarak testleri kullanması ve ders kitabını öğretim sürecinde kullanmamış olmasından dolayı, ÖV1’in AÖtB’yi kısmen yeterli düzeyde kullandığı söylenebilir.

ÖV2'nin Ders İçi Öğretim Sürecinde AÖtB'yi kullanma düzeyine ilişkin bulgular

Tablo 4.67.

ÖV2'nin AÖtB'yi Kullanma Düzeyine İlişkin Bulgular

		Yeterli	Kısmen Yeterli	Yetersiz
1.	Konuya özgü ders planlayabilme ve konuyu somut hale getirebilme	2	4	0
2.	Teknolojik materyalleri veya programları kullanabilme	0	0	6
3.	Konuya özgü bir kavramı farklı temsillerle gösterebilme	0	6	0
4.	Konuya özgü öğretim materyalleri seçebilme ve uygulayabilme	0	6	0
	Toplam	2	16	6

Tablo 4.67’de ÖV2’nin AÖtB’yi kullanma düzeyine ilişkin bulgular yazılmıştır. ÖV2’nin yeterli düzeyde olduğu ders saati de olmasına rağmen genel olarak kısmen yeterli düzeyde ders saatinin daha fazla olduğu bulunmuştur. Bununla birlikte ÖV2’nin AÖtB’yi kullanma düzeyine ilişkin 6 DS sürecinde yetersiz olduğu da tespit edilmiştir.

ÖV2’nin AÖtB’nin bileşenlerinden “*Konuya özgü ders planlayabilme ve konuyu somut hale getirebilmeye*” ilişkin 2 DS için yeterli düzeyde, 4 DS için ise kısmen yeterli düzeyde AÖtB kullandığı belirlenmiştir. Aşağıda ÖV2’nin ders içi öğretim aktivitelerinde yeterli düzeyde AÖtB kullandığı süreçlerden birine yönelik alıntılar yazılmıştır:

ÖV2: ...kümeler A, B, C gibi büyük harflerle gösterilir. Peki sizin sınıfı bir küme olarak kabul edebilir miyiz?

ÖĞR: Evet...

ÖV2: Peki sizin sınıfta her kişiden iki tane var mı?

ÖĞR: Yok hocam...

ÖV2: Doğru. Kümelerde her eleman yalnız bir kere yazılır...

ÖV2’nin yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, “*Küme içerisinde her eleman sadece bir kez yazılır.*” (MEB, 2016) ifadesini öğrencilere kavratmak için öğrencilerin yaşadığı ortamdan veya bildiği kavramlar doğrultusunda somut örnekler yazdığı tespit edilmiştir.

ÖV2'nin kısmen yeterli düzeyde kullanımına ilişkin ders içi öğretim süreci;

ÖV2: ...sonlu kümedir dedik. Şimdi sonsuz kümeye bakalım. Şu kümeyi yazın bakalım. $A=\{x: x>100, x \in N\}$ kümesi için ne dersiniz?

ÖĞR: Hocam 100'den büyük doğal sayılar. Sonu yok yani. Sonsuza kadar gider...

ÖV2: Doğru. Bu kümede sonsuz sayıda çokluk var değil mi? O halde sonsuz kümeyi tanımlayalım. Sonsuz küme: Eleman sayısı sonsuz olan kümedir....

ÖV2'nin yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, “sonlu/sonsuz küme” kavramlarına ilişkin “kavramın tanımı→örnek” şeklinde düz anlatım yöntemiyle dersi tasarlayarak öğretim sürecini devam ettirdiği belirlenmiştir. Bununla birlikte ÖV2'nin konuya özgü somut örnekler vermediği ve “sonlu küme” ile “sonsuz küme” kavramını birbirinden ayrı tutarak ders tasarladığı tespit edilmiştir. Bunun yerine, 9.sınıf matematik ders kitabında geçtiği haliyle bir bölümü yazılan:

Biyolojiye ilgi duyan Duygu annesine “anne seni yeryüzündeki tüm ağaçların yaprakları kadar çok seviyorum” diyor.

Astronot olmak isteyen Enes annesine “anne seni gökyüzündeki yıldızlar kadar çok seviyorum” diyor.

Sizce Duygu ve Enes'in kıyas olarak kullandıkları kümelerden en çok elemana sahip olanı hangisidir?

Matematiği çok seven birisi olarak siz annenizi çok sevdiğinizi belirtmek için nasıl bir cümle kurarsınız? (MEB, 2016)

şeklinde konuya özgü somut örneklerle ders tasarlaması AÖtB açısından yeterli düzeyde olurdu. DGF'nin araştırmacı notlarında bu durum “Sonlu küme için daha somut örnekler ve farklı yöntemler kullanılabilirdi.” şeklinde ifade edilmiştir. Bu bağlamda ÖV2'nin “Sonlu/sonsuz küme” kavramına ilişkin AÖtB'yi kısmen yeterli düzeyde kullandığı tespit edilmiştir.

Tablo 4.67 incelendiğinde, ÖV2'nin AÖtB'nin bileşenlerinden “Teknolojik materyalleri veya programları kullanabilmeye” yönelik 6 DS sürecinde yetersiz düzeyde AÖtB kullandığı tespit edilmiştir. DGF'nin araştırmacı notlarında bu durum şu şekilde ifade edilmiştir:

“ÖV2 ders içi öğretim aktivitelerinde hiçbir şekilde teknolojik materyal veya program kullanmamıştır. Sınıf içerisinde akıllı tahta olmasına rağmen altı ders saati öğretim sürecinde akıllı tahta kullanılmamıştır.”

Yukarıdaki ifade doğrultusunda ÖV2'nin ders içi öğretim sürecinde akıllı tahta da dahil hiçbir teknolojik materyal veya program kullanmadığı bulunmuştur. Bu bağlamda ÖV2'nin teknolojik materyal ve program kullanımı yetersiz olarak değerlendirilmiştir.

Tablo 4.67 incelendiğinde, ÖV2'nin AÖtB'nin bileşenlerinden “*Konuya özgü bir kavramı farklı temsillerle gösterebilmeye*” yönelik altı DS sürecinde kısmen yeterli düzeyde kullanım sergilediği gözlenmiştir. Aşağıda ÖV2'nin ders içi öğretim aktivitelerinde kısmen yeterli düzeyde AÖtB kullanımı sergilediği süreçlerden birine yönelik alıntılara yer verilmiştir.

ÖV2: İyi tanımlanmış nesneler topluluğuna küme denir. Sınıftaki gözlüklü öğrenciler küme belirtir. 9-A sınıfındaki güzel öğrenciler küme belirtmez. Çünkü kesin ifade yoktur. İyi tanımlanmış değildir. Sizin sınıfı bir küme olarak kabul edebilir miyiz?...

ÖĞR: Evet..

ÖV2'nin yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, “Küme” kavramına ilişkin kavramın tanımını yaparak düz anlatım yolunu tercih ettiği belirlenmiştir. Bunun yerine ÖV2'nin, 9. Sınıf Matematik ders kitabında “Küme” kavramına ilişkin dersin giriş kısmında kullanılabilecek şekilde,

“Küme” kelimesi günlük kullanımda, “tümsek biçimindeki yığın” anlamında kullanıldığı gibi, “birbirine benzer veya aynı cinsten olan şeylerin oluşturduğu bütün, takım, öbek, grup” anlamlarına da gelmektedir... (MEB, 2016)

günlük hayattan kesitler sunularak farklı temsiller kullanması AÖtB açısından yeterli düzeyde olduğunu belirtirdi. Bu bağlamda ÖV2'nin “Küme” kavramına ilişkin AÖtB'yi kısmen yeterli düzeyde kullandığı tespit edilmiştir.

Tablo 4.67 incelendiğinde, ÖV1'in AÖtB'nin bileşenlerinden “*Konuya özgü öğretim materyalleri seçebilme ve uygulayabilmeye*” ilişkin 6 DS için kısmen yeterli düzeyde AÖtB kullandığı tespit edilmiştir. Bu durum, DGF'nin açıklama kısmında şu şekilde ifade edilmiştir:

DGF: ÖV2 derse gelmeden önce öğrencilere test soruları hazırlıyor. Öğretim materyali olarak testler yoğun bir şekilde kullanılıyor. Bununla birlikte ders kitabından konu takibi yapılıyor. Her günkü ilk derste öğrencilerin çözemediği sorular tahtada tüm öğrencilere çözülüyor.

Yukarıdaki açıklamalar doğrultusunda, ÖV2'nin ders içi öğretim sürecinde öğretim materyali olarak testleri kullanması ve ders kitabını öğretim sürecinde konu takibi amaçlı kullanmış olmasından dolayı, ÖV2'nin AÖtB'yi kısmen yeterli düzeyde kullandığı söylenebilir.

ÖV3'ün Ders İçi Öğretim Sürecinde AÖtB'yi kullanma düzeyine ilişkin bulgular

Tablo 4.68.

ÖV3'ün AÖtB'yi Kullanma Düzeyine İlişkin Bulgular

		Yeterli	Kısmen Yeterli	Yetersiz
1.	Konuya özgü ders planlayabilme ve konuyu somut hale getirebilme	6	0	0
2.	Teknolojik materyalleri veya programları kullanabilme	0	0	6
3.	Konuya özgü bir kavramı farklı temsillerle gösterebilme	6	0	0
4.	Konuya özgü öğretim materyalleri seçebilme ve uygulayabilme	6	0	0
	Toplam	18	0	6

Tablo 4.68'de ÖV3'ün AÖtB'yi kullanma düzeyine ilişkin bulgular yazılmıştır. Tablo 4.68'e göre, ÖV3'ün yetersiz düzeyde olduğu ders saati de olmasına rağmen genel olarak yeterli düzeyde ders saatinin daha fazla olduğu belirtilmiştir. Bununla birlikte ÖV3'ün AÖtB'yi kullanma düzeyine ilişkin kısmen yeterli olduğu ders saatinin olmadığı da tespit edilmiştir.

ÖV3'ün AÖtB'nin bileşenlerinden “*Konuya özgü ders planlayabilme ve konuyu somut hale getirebilmeye*” ilişkin 6 DS için yeterli düzeyde AÖtB kullandığı bulunmuştur. Aşağıda ÖV3'ün ders içi öğretim aktivitelerinde yeterli düzeyde AÖtB kullandığı süreçlerinden birine yönelik alıntılar yazılmıştır.

ÖV3: ...Yeryüzündeki tüm ağaçların yaprak sayısını sayabilir misiniz?...

Gökyüzündeki yıldızların sayısı mı fazladır yoksa bildiğimiz doğal sayılar mı fazladır?... Ne yaptığımızı sanırım az çok anladınız. Şimdi sonlu ve sonsuz küme kavramlarını inceleyelim. Sizce sonlu küme ne olabilir?

ÖĞR: Sayılacak kadar elemanı olması gerekir. Belli bir yere kadar olan demek.

ÖV3: Doğru. O halde bir kümenin elemanlarının sayısı bir doğal sayıya eşitse yani sayılabilir çoklukta ise bu kümeye sonlu küme denir. $A=\{1,2,3,4,5\}$ ise $s(A)=5$ olduğundan A kümesi sonludur.

ÖV3'ün yukarıdaki ders içi öğretim süreci incelendiğinde, “Sonlu ve sonsuz küme” kavramlarının öğretiminde hem tartışma ortamı içerisinde merak uyandırdığı hem de öğrencilerin yaşadığı çevreden veya bildiği kavramlar doğrultusunda somut örnekler yazdığı tespit edilmiştir.

Tablo 4.68 incelendiğinde, ÖV3'ün AÖtB'nin bileşenlerinden “Teknolojik materyalleri veya programları kullanabilmeye” yönelik 6 DS sürecinde yetersiz düzeyde olduğu bulunmuştur. Bu durum DGF'nin araştırmacı notlarında şu şekilde yazılmıştır:

“ÖV3 ders içi öğretim aktivitelerinde hiçbir şekilde teknolojik materyal veya program kullanmamıştır. Sınıf içerisinde akıllı tahta olmasına rağmen altı ders saati öğretim sürecinde akıllı tahta kullanılmamıştır.”

Yukarıdaki ifade doğrultusunda ÖV3'ün ders içi öğretim sürecinde akıllı tahta da dahil hiçbir teknolojik materyal veya program kullanmadığı bulunmuştur. Bu bağlamda ÖV3'ün teknolojik materyal ve program kullanımı yetersiz olarak değerlendirilmiştir.

Tablo 4.68 incelendiğinde, ÖV3'ün AÖtB'nin bileşenlerinden “Konuya özgü bir kavramı farklı temsillerle gösterebilmeye” yönelik 6 DS sürecinde yeterli düzeyde AÖtB kullanımı olduğu tespit edilmiştir. Aşağıda ÖV3'ün ders içi öğretim aktivitelerinde yeterli düzeyde AÖtB kullandığı süreçlerden birine yönelik alıntılar yazılmıştır:

ÖV3: ... sayı kümelerini yazalım.

$N=\{0, 1, 2, 3,4...\}$

$Z=\{..., -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4...\}$

Q , rasyonel sayıların kümesi. $Q=\{a,b \in \mathbb{Z} : \frac{a}{b} \text{ ve } b \neq 0\}$ şeklinde ifade ediyoruz.

R , reel sayılar kümesi diyoruz.

Yukarıdaki kümelere göre $N \subset Z \subset Q \subset R$ kümesi diyoruz. Bu durumu Venn şeması ile de gösterebiliriz. Nasıl yapıyoruz. Birbiri içinde daireler çizeceğiz. Beraber çizelim...

...

Aynı şekilde bu sayı kümelerini sayı doğrusu üzerinde de gösterebiliriz...

ÖV3'ün yukarıdaki ders içi öğretim süreçleri incelendiğinde, sayı kümelerinin gösterimine ilişkin hem Venn şeması yöntemi hem de sayı doğrusunu kullandığı tespit

edilmiştir. Bununla birlikte sayı kümelerinden birbirlerinin alt kümesi olanları Venn şeması yöntemiyle gösterdiği de belirlenmiştir.

Tablo 4.68 incelendiğinde, ÖV3'ün AÖtB'nin bileşenlerinden “*Konuya özgü öğretim materyalleri seçebilme ve uygulayabilmeye*” ilişkin 6 DS için yeterli düzeyde AÖtB kullandığı belirlenmiştir. Bu durum DGF'nin açıklama kısmında şu şekilde yazılmıştır:

DGF: ÖV3 ders sonunda ders kitabından öğrettiği kavramlara ilişkin alıştırma ve problem türünden soru çözümü yapıyor. Öğretim materyali olarak ders kitabı ders esnasında aktif olarak kullanılıyor. Öğrenciler ders kitabını her derse getiriyorlardı. Müfredata uygun sırada ders işleniyordu. Çoğu zaman kitaptaki örneklerden faydalanıldı. Kümelerde Temel kavramlar konusu sonunda o ana kadar öğretilen kavramlara ilişkin test dağıtıldı. 1 DS boyunca öğrencilerle beraber test çözüldü.

Yukarıdaki açıklamalar doğrultusunda, ÖV3'ün ders içi öğretim sürecinde ders kitabını öğretim sürecinde aktif olarak kullanmasından dolayı AÖtB'yi yeterli düzeyde kullandığı söylenebilir.

Aşağıda Tablo 4.69'da ders içi öğretim süreçleri DGF ile takip edilen öğretmenlerin ÖMB'nin bileşenlerinden AÖtB'ye ilişkin Küme düzeyleri sunulmuştur. Tabloya göre öğretmenlerin AÖtB bileşenine ilişkin genel olarak kısmen yeterli ve yetersiz düzeyde Küme bilgisine sahip olduğu görülmektedir.

Tablo 4.69.

Öğretmenlerin ÖMB'nin Bileşenlerinden UAB'ye İlişkin Küme Düzeyleri

Alan ve Öğretme Bilgisi	ÖV1	ÖV2	ÖV3
1. Konuya özgü ders planlayabilme ve konuyu somut hale getirebilme	Yİ	KY	Yİ
2. Teknolojik materyalleri veya programları kullanabilme	KY	YZ	YZ
3. Konuya özgü bir kavramı farklı temsillerle gösterebilme	KY	KY	Yİ
4. Konuya özgü öğretim materyalleri seçebilme ve uygulayabilme	KY	KY	Yİ
Yİ: Yeterli KY: Kısmen Yeterli YZ: Yetersiz			

4.3. Ders Gözlem Formuyla Takip Edilen Öğretmen ve Öğrencilerin Küme Bilgilerine Yönelik Elde Edilen Bulgular ve Yorumlar

Bu bölümde araştırmanın üçüncü alt problemi olan “Matematik öğretmenlerinin “Öğretim için Küme Bilgi (ÖKB)” eksiklikleri öğrencilere yansımakta mıdır?” sorusu kapsamında Ders Gözlem Formu, Öğrenci Başarı Testi ve öğrenci ders notları doğrultusunda ulaşılan bulgu ve yorumlar yazılmıştır. Bu bağlamda öncelikle DGF ile takip edilen ÖV1, ÖV2 ve ÖV3’ün ÖMB modeline göre “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin düzeyleri “Yeterli (Yİ), Kısmen Yeterli (KY)” ve “Yetersiz (YZ)” olarak sınıflandırılmıştır. Devamında ÖKB testi uygulanan 210 öğrencinin başarı durumları belirlenmiştir. Ardından bu öğrencilerden 15’inin ders notları incelenerek araştırma problemine ilişkin veriler yorumlanmıştır.

Tablo 4.70’de ÖV1, ÖV2 ve ÖV3’ün ÖMB modeline göre “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin KAB ve PAB düzeylerinin sınıflandırılması yazılmıştır.

Tablo 4.70.

ÖMB Modeline Göre ÖV1, ÖV2 ve ÖV3'ün Kümelerde Temel Kavramlara İlişkin Konu ve Pedagojik Alan Bilgi Düzeyleri

	ÖV1	ÖV2	ÖV3
Genel Alan Bilgisi			
1. Matematiksel tanımları doğru olarak kullanabilme	Yİ	Yİ	Yİ
2. Öğrencilerin yanlış cevaplarını fark edebilme	Yİ	Yİ	Yİ
3. Öğrencilerin eksik matematiksel tanımlarını fark edebilme	Yİ	Yİ	Yİ
4. Matematiksel terimleri ve terminolojileri doğru olarak kullanabilme	KY	Yİ	Yİ
Uzmanlık Alan Bilgisi			
1. Matematiksel ifadelerin, işlemlerin ve kavramların “Neden” ve “Niçin”ini ortaya koyabilme	KY	Yİ	Yİ
2. Belirli bir matematiksel noktaya dikkat çekmek için örnekler/temsiller bulma	Yİ	Yİ	Yİ
3. Etkinlikleri hem kolay hem de zor olacak biçimde düzenleyebilme	Yİ	Yİ	Yİ
4. Konuya özgü üretken matematiksel sorular sorabilme	Yİ	KY	Yİ
5. Ders kitaplarındaki matematiksel içeriği derse uyarlayabilme	Yİ	Yİ	Yİ
6. Öğrencilerin öneri veya çözümlerini hızlı bir şekilde değerlendirebilme	Yİ	Yİ	Yİ
Alan ve Öğrenci Bilgisi			
1. Konuya ve öğrenciye özgü, etkili öğretim için yöntem ve teknikleri belirleyebilme	Yİ	KY	KY
2. Öğrencilerin sıklıkla yapabileceği kavram yanlışlarının bilinmesi	Yİ	Yİ	Yİ
3. Öğrencilerin özelliklerine uygun uygulama/örnek kullanabilme	Yİ	Yİ	Yİ
4. Öğrenci zorluklarını dikkate alma ve düzeltmeler yapma	Yİ	Yİ	Yİ
Alan ve Öğretme Bilgisi			
1. Konuya özgü ders planlayabilme ve konuyu somut hale getirebilme	Yİ	KY	Yİ
2. Teknolojik materyalleri veya programları kullanabilme	KY	YZ	YZ
3. Konuya özgü bir kavramı farklı temsillerle gösterebilme	KY	KY	Yİ
4. Konuya özgü öğretim materyalleri seçebilme ve uygulayabilme	KY	KY	Yİ

ÖV1 ve öğretim yaptığı öğrencilere ilişkin ulaşılan bulgu ve yorumlar şu şekildedir:

Tablo 4.70 incelendiğinde, ÖV1'in ÖMB modelinin AÖB bileşenine ilişkin yeterli düzeyde "Küme" bilgisi olduğu belirlenmiştir. Yani ÖV1'in konuya ve öğrenciye özgü, etkili öğretim için yöntem ve teknikleri belirleyebilme, öğrencilerin sıklıkla yapabileceği kavram yanlışlarını bilme ve öğrencilerin özelliklerine uygun örnek kullanmaya ilişkin yeterli düzeyde olduğu söylenebilir. Yine Tablo 4.70 incelendiğinde, ÖV1'in ÖMB modelinin AÖtB bileşenine ilişkin yeterli veya kısmen yeterli düzeyde olduğu belirlenmiştir. Yani ÖV1 konuya özgü ders planlayabilme ve konuyu somut hale getirebilmeye ilişkin yeterli düzeyde iken, teknolojik materyalleri veya programları kullanabilme ve konuya özgü bir kavramı farklı temsillerle gösterebilmeye ilişkin ise kısmen yeterli düzeyde olduğu tespit edilmiştir.

ÖV1'in GAB bileşeni doğrultusunda bulgular incelendiğinde, ÖV1'in "Küme" kavramının tanımlanmasına ilişkin eksikliklerinin olduğu Tablo 4.20'de belirtilmiştir. Bununla birlikte ÖV1'in "Sonsuz Küme" kavramının tanımlanmasına ilişkin de yanlış açıklama belirttiği Tablo 4.20'de yazılmıştır. Bununla birlikte ÖV1'in, GAB bileşenlerinden olan matematiksel terimleri ve notasyonları doğru olarak kullandığı belirlenmiştir.⁸

ÖV1'in UAB bileşeni doğrultusunda bulgular incelendiğinde, matematiksel ifadelerin, işlemlerin ve kavramların "Neden" ve "Niçin"ini açıklamaya yönelik, *"Kümenin elemanları arasında ortak bir özellik olmasına gerek yoktur"* ve *"A ve B kümelerinin eşit olabilmesi için $A \subset B$ ve $B \subset A$ olmalıdır"* ifadelerine ilişkin yanlış açıklama yazdığı Tablo 4.28'de vardır. Bununla birlikte ÖV1'in *"Tek elemanlı bir küme evrensel küme oluşturabilir"* ve *"Boş küme her kümenin alt kümesidir"* ifadelerine ilişkin kısmen doğru açıklama, *"Yeryüzündeki tüm ağaçların yaprak sayısı sonlu bir küme belirtir"* ifadesine ilişkin ise doğru açıklama yazdığı da yine Tablo 4.28'de vardır.

ÖV1'in ders içi öğretim faaliyetlerinin DGF ile takip edilmesi doğrultusunda ulaşılan yukarıdaki bulgular, ÖV1'in ders içi öğretim faaliyetlerini gerçekleştirdiği öğrencilere uygulanan ÖBT sonuçları ile karşılaştırıldığında yakın sonuçlar olduğu

⁸ Bulgular Bölüm 4.1.1.2'de vardır.

düşünülmektedir. Bunun için öncelikle Tablo 4.71’de ÖV1’in öğretim yaptığı sınıflardaki öğrencilerin ÖBT sonuçlarına ilişkin genel başarı durumları incelenmiştir.

Tablo 4.71.

ÖV1’in Öğretim Yaptığı Sınıflardaki Öğrencilerin ÖBT Sonuçları

Öğrenci Sayısı	Min	Max	$\bar{X}$	Standart sapma
70	32,00	88,00	59,37	4,24

Tablo 4.71’de görüldüğü üzere ÖBT uygulanan 70 öğrencinin not ortalamaları yüz (100) tam puan üzerinden 59,37 olarak bulunmuşken; standart sapma değeri de 4,24 olarak bulunmuştur. Bu durum öğrencilerin kısmen yeterli düzeyde “Küme” bilgisine sahip olduğu şeklinde değerlendirilmiştir. Öğrencilerin cevap kâğıtları incelendiğinde, ÖV1’in yetersiz veya kısmen yeterli düzeyde olduğu kavramlara ilişkin öğrencilerde de benzer sonuçlara ulaşılmıştır. Bu durum Tablo 4.72’de öğrencilerin genellikle yanlış cevap yazdığı soru maddeleri üzerinden açıklanmıştır.

Tablo 4.72.

ÖV1’in Öğretim Yaptığı Sınıflardaki Öğrencilerin ÖBT’de Çoğunlukla Yanlış Yazdığı Soru Maddeleri

SORU İFADELERİ	f	
	D	Y
İ1. Bir kümeyi oluşturan elemanların ortak bir özelliğinin olma şartı yoktur.	48	22
İ2. Sonsuz kümenin eleman sayısı bir doğal sayıdır.	25	45
İ3. $T = \{1, x, \{\emptyset\}, \text{Adana, Kimya}\}$ bir kümedir.	47	23
İ4. Evrensel küme “1” elemanlı olabilir.	44	26
İ5. “Dünyadaki elma ağaçları” ifadesi sonsuz küme belirtir.	29	41
İ6. $\emptyset \subset A$ ’dır.	54	16
İ7. $A \subset B$ ve $B \subset A$ ise $A = B$ ’dir.	35	35
İ8. “Dünyadaki tüm öğrenciler” ifadesi sonlu küme belirtir.	56	14

Tablo 4.72 incelendiğinde, ÖBT’de sorulan İ2 ve İ5 ifadelerine öğrencilerin büyük çoğunluğunun yanlış cevaplar yazdığı belirlenmiştir. Bu durum ÖV1’in “sonsuz küme” kavramına ilişkin her ne kadar ÖKBT’nin UAB oturumunda yeterli düzeyde performansının olmasına rağmen, ders içi öğretim sürecinde ve GAB oturumunda kısmen yeterli düzeyde performansının olmasının sonucu olarak düşünülmektedir. Bununla birlikte, ÖV1’in yeterli düzeyde performansının olmadığı ÖKBT’nin UAB oturumunda yazılan “*Bir kümenin elemanları arasında ortak özellik olmasına gerek yoktur*” ifadesine ilişkin öğrencilerin (İ1 ve İ3 ifadelerinde de görüldüğü üzere) yeterli düzeyde performanslarının olduğu belirlenmiştir. Yine ÖV1’in kısmen yeterli düzeyde performansının olduğu UAB oturumunda yer alan “*Tek elemanlı bir küme evrensel küme oluşturabilir*” ve “*Boş küme her kümenin alt kümesidir*” ifadelerine ilişkin öğrencilerin (İ4 ve İ6 ifadelerinde de görüldüğü üzere) yeterli düzeyde performanslarının olduğu belirlenmiştir. Yine Tablo 4.72’de görüldüğü üzere öğrenciler İ7 ifadesine ilişkin kısmen yeterli; İ8 ifadesine ilişkin ise yeterli düzeyde cevap yazabilmişlerdir. Bu bağlamda ÖV1’in UAB’inde eksiklikler olmasına rağmen, GAB ve AÖB açısından yeterli düzeyde olması öğrencilerin başarısına yansımış olabileceği şeklinde düşünülebilir.

ÖV1’in GAB bileşeni göstergelerinden matematiksel terimleri ve notasyonları kullanmaya ilişkin yeterli düzeyde olduğu Şekil 4.3’de belirtilmiştir. Bu durum ÖV1’in öğretim yaptığı sınıftaki altı öğrencinin ders notlarında da tespit edilmiştir. Öğrencilerden biri hariç diğerleri özellikle diğer öğretmenlerin de yanlış olarak kullandıkları “{ }” notasyonunu genellikle doğru olarak kullandıkları belirlenmiştir. Bununla birlikte ÖV1’in kısmen doğru veya yanlış olarak açıkladığı tanımlar, öğrenci ders notlarında da benzer biçimde kısmen doğru veya yanlış olarak yazıldığı tespit edilmiştir.

ÖBT’nin soru maddelerinden yedincisinde, $C = \{k \mid -4 \leq k < 6 \text{ ve } k \in \mathbb{N}\}$ kümesinin elemanlarını Venn şeması yöntemiyle öğrencilerin göstermeleri istenmiştir. Bu bağlamda soru içerisinde, C kümesinin elemanlarını yazabilecekleri büyüklükte bir yamuk şekli çizilmiştir. Soruyu doğru olarak cevaplayan 34 öğrenci arasından 12 öğrenci, C kümesinin elemanlarını kendilerine çizilen yamuk şekli içerisine yazmak yerine, Venn şeması ile gösterim yönteminde yaygın olarak kullanılan ve yumurta biçimindeki şekil (Nesin, 2008) olarak bilinen kapalı eğri çizerek kümenin elemanlarını yazmışlardır. Bu

durum, ÖV1'in ders içi öğretim sürecinde Venn şeması yöntemini açıklarken yumurta biçimindeki kapalı eğriyi kullanmış olmasının sonucu şeklinde düşünülebilir.⁹

ÖV2 ve öğretim yaptığı öğrencilere ilişkin elde edilen bulgu ve yorumlar şu şekildedir:

Tablo 4.70 incelendiğinde, ÖV2'nin ÖMB modelinin AÖB bileşenine ilişkin genel olarak yeterli düzeyde “Küme” bilgisine sahip olduğu belirlenmiştir. Yani ÖV2 konuya ve öğrenciye özgü, etkili öğretim için yöntem ve teknikleri belirleyebilmeye ilişkin kısmen yeterli düzeyde iken, öğrencilerin sıklıkla yapabileceği kavram yanılgılarını bilme ve öğrencilerin özelliklerine uygun örnek yazmaya ilişkin yeterli düzeydedir. Yine Tablo 4.70 incelendiğinde, ÖV2'nin ÖMB modelinin AÖtB bileşenine ilişkin yeterli, kısmen yeterli veya yetersiz düzeyde olduğu belirlenmiştir. Yani ÖV2, konuya özgü ders planlayabilme ve konuyu somut hale getirebilme, konuya özgü bir kavramı farklı temsillerle gösterebilme hususlarında kısmen yeterli düzeyde iken; teknolojik materyalleri veya programları kullanabilmeye ilişkin yetersizdir.

ÖV2'nin GAB bileşenine ilişkin bulgular incelendiğinde, “Küme, Sonsuz Küme” ve “Eşit küme” kavramlarının tanımlanmasına ilişkin eksikliklerin olduğu Tablo 4.20’de vardır. Ayrıca ÖV1'in yanlış açıklama yaptığı kavram olmadığı da Tablo 4.20’de belirtilmiştir. Bununla birlikte ÖV2'nin, GAB bileşenlerinden olan matematiksel terimleri ve notasyonları doğru olarak kullandığı tespit edilmiştir.¹⁰

ÖV2'nin UAB bileşenine ilişkin bulgular incelendiğinde, matematiksel ifadelerin, işlemlerin ve kavramların “Neden” ve “Niçin”ini açıklamaya yönelik, “*Kümenin elemanları arasında ortak bir özellik olmasına gerek yoktur*” ve “*Tek elemanlı bir küme evrensel küme oluşturabilir*” ifadelerine yanlış açıklama yazdığı Tablo 4.28’de vardır. Bununla birlikte ÖV2'nin “*Boş küme her kümenin alt kümesidir*” ve “*A ve B kümelerinin eşit olabilmesi için $A \subset B$ ve $B \subset A$ olmalıdır*” ifadelerine ilişkin kısmen doğru açıklama, “*Yeryüzündeki tüm ağaçların yaprak sayısı sonlu bir küme belirtir*” ifadesine ilişkin ise doğru açıklama yazdığı da yine Tablo 4.28’de vardır.

⁹ ÖV2'nin Venn şeması kullanımına ilişkin bulgular sayfa 133’de vardır.

¹⁰ Bulgular Bölüm 4.1.1.2’de vardır.

ÖV2'nin ders içi öğretim faaliyetlerinin DGF ile takip edilmesi doğrultusunda ulaşılan yukarıdaki bulgular, ÖV1'in ders içi öğretim faaliyetlerini gerçekleştirdiği öğrencilere uygulanan ÖBT sonuçları ile karşılaştırıldığında yakın sonuçlar olduğu düşünülmektedir. Bunun için öncelikle Tablo 4.73'de ÖV2'nin öğretim yaptığı sınıflardaki öğrencilerin ÖBT sonuçlarına ilişkin genel başarı durumları incelenmiştir.

Tablo 4.73.

ÖV2'nin Öğretim Yaptığı Sınıflardaki Öğrencilerin ÖBT Sonuçları

Öğrenci Sayısı	Min	Max	$\bar{X}$	Standart sapma
70	20,00	88,00	59,48	6,39

Tablo 4.73'de görüldüğü üzere ÖBT uygulanan 70 öğrencinin not ortalamaları yüz (100) tam puan üzerinden 59,48 olarak bulunmuşken; standart sapma değeri de 6,39 olarak bulunmuştur. Bu durum öğrencilerin kısmen yeterli düzeyde “Küme” bilgisine sahip olduğu şeklinde değerlendirilmiştir. Öğrencilerin cevap kâğıtları incelendiğinde, ÖV2'nin yetersiz veya kısmen yeterli düzeyde olduğu kavramlara ilişkin öğrencilerde eksikliklerin olduğu tespit edilmiştir. Bu durum Tablo 4.74'de soru maddeleri doğrultusunda yazılmıştır.

Tablo 4.74.

ÖV2'nin Öğretim Yaptığı Sınıflardaki Öğrencilerin ÖBT'de Çoğunlukla Yanlış Yazdığı Soru Maddeleri

SORU İFADELERİ	<i>f</i>	
	D	Y
İ1. Yılın bazı mevsimleri 4 elemanlı bir küme belirtir.	10	60
İ2. Bir kümeyi oluşturan elemanların ortak bir özelliğinin olma şartı yoktur.	15	55
İ3. Sonsuz kümenin eleman sayısı bir doğal sayıdır.	20	50
İ4. “Dünyadaki elma ağaçları” ifadesi sonsuz küme belirtir.	29	41
İ5. Oluşturabileceğimiz en az elemana sahip küme boş kümedir.	25	45

Tablo 4.74 incelendiğinde, ÖBT’de sorulan İ1, İ2, İ3, İ4 ve İ5 ifadelerine öğrencilerin büyük çoğunluğunun yanlış cevaplar yazdığı bulunmuştur. İ1 ifadesine dikkat edildiğinde öğrencilerin “Küme” kavramının tanımlanmasına ilişkin eksikliklerinin olduğu bulunmuştur. Fakat ÖV2’nin Tablo 4.4’deki ders içi öğretim süreci incelendiğinde “Küme” kavramına ilişkin yazdığı tanımlamada “kesin ifade” belirtmiyorsa küme oluşturmayacağını belirttiği ve bu durumu örnekle de açıkladığı tespit edilmiştir. Bu durum ÖV2’nin “konuya ve öğrenciye özgü, etkili öğretim için yöntem ve teknikleri belirleyebilmeye” ilişkin AÖB’sinin kısmen yeterli düzeyde olmasının bir sonucu olarak görülebilir. ÖKBT’nin UAB oturumunda yer alan ve ÖV2’nin yeterli düzeyde performansının olmadığı “*Bir kümenin elemanları arasında ortak özellik olmasına gerek yoktur*” ifadesine ilişkin öğrencilerin de eksikliklerinin olduğu tespit edilmiştir. Yine ÖV2’nin yeterli düzeyde performansının olmadığı “sonsuz küme” kavramına ilişkin İ3 ve İ4 soru maddelerinde öğrencilerin büyük çoğunluğunun da eksikliklerinin olduğu Tablo 4.74’de belirtilmiştir. ÖV2’nin hem GAB hem de UAB oturumunda “boş küme” kavramına ilişkin yeterli düzeyde performansı olmasına rağmen, öğrencilerin İ5 ifadesine çoğunlukla yanlış cevaplar yazdıkları tespit edilmiştir. Bu durum yine ÖV2’nin “konuya ve öğrenciye özgü, etkili öğretim için yöntem ve teknikleri belirleyebilmeye” ilişkin AÖB’sinin kısmen yeterli düzeyde olmasının bir sonucu olarak görülebilir.

ÖV2’nin GAB bileşeni göstergelerinden olan matematiksel terimleri ve notasyonları kullanmaya ilişkin yeterli düzeyde olduğu Şekil 4.3’de belirtilmektedir. Bu durum ÖV2’nin öğretim yaptığı sınıftaki altı öğrencinin ders notlarında da tespit edilmiştir. Ders notları incelenen öğrencilerin “{ }” ve “x |” notasyonunu hatalı kullandıkları yerler olsa da genellikle doğru olarak kullandıkları belirlenmiştir. Bununla birlikte ÖV2’nin ders içi öğretim sürecinde yazdığı tanımlamalar ve örnekler öğrenci ders notlarında da aynen yazıldığı tespit edilmiştir.

ÖBT’nin soru maddelerinden yedincisinde, $C = \{k \mid -4 \leq k < 6 \text{ ve } k \in \mathbb{N}\}$ kümesinin elemanlarını öğrencilerin Venn şeması yöntemiyle yazmaları istenmiştir. Bu bağlamda soru içerisinde, C kümesinin elemanlarını yazabilecekleri büyüklükte bir yamuk şekli çizilmiştir. Soruyu doğru olarak cevaplayan 41 öğrenciden 4 öğrenci, C kümesinin elemanlarını yamuk şekli içerisine yazmak yerine (ÖV1’de olduğu gibi) öğrenciler yumurta biçimindeki şekil (Nesin, 2008) olarak bilinen kapalı eğri çizerek kümenin

elemanlarını yazmıştır. Bu durum, ÖV2'nin ders içi öğretim sürecinde Venn şeması yöntemini açıklarken yumurta biçimindeki kapalı eğriyi kullanmış olmasının sonucu şeklinde düşünülebilir.¹¹

ÖV3 ve öğretim yaptığı öğrencilere ilişkin ulaşılan bulgu ve yorumlar şu şekildedir:

Tablo 4.70 incelendiğinde, ÖV3'ün ÖMB modelinin AÖB bileşenine ilişkin genel olarak yeterli düzeyde “Küme” bilgisine sahip olduğu belirlenmiştir. Yani ÖV3'ün konuya ve öğrenciye özgü, etkili öğretim için yöntem ve teknikleri belirleyebilmeye ilişkin kısmen yeterli düzeyde, öğrencilerin sıklıkla yapabileceği kavram yanılgılarını bilme, öğrencilerin özelliklerine uygun örnek kullanma ve öğrenci öğrenme güçlüklerini dikkate almaya ilişkin yeterli düzeyde olduğu bulunmuştur. Yine Tablo 4.70 incelendiğinde, ÖV3'ün ÖMB modelinin AÖtB bileşenine ilişkin ÖV1 ve ÖV2'den farklı olarak yeterli veya yetersiz düzeyde performansının olduğu tespit edilmiştir. Yani ÖV3 konuya özgü ders planlayabilme ve konuyu somut hale getirebilme, konuya özgü bir kavramı farklı temsillerle gösterebilmeye ilişkin yeterli düzeyde, teknolojik materyalleri veya programları kullanabilme hususunda ise yetersiz düzeydedir.

ÖV3'ün GAB bileşenine ilişkin bulgular incelendiğinde, ÖV3'ün “Küme” ve Sonsuz Küme” kavramlarının tanımlanmasında eksikliklerinin olduğu Tablo 4.20'de belirtilmiştir. Bununla birlikte ÖV3'ün yanlış açıklama yazdığı kavram olmadığı da Tablo 4.20'de belirtilmiştir. Fakat ÖV3'ün, GAB bileşenlerinden matematiksel terim ve notasyonların kullanımına ilişkin ÖV1 ve ÖV2'den farklı olarak “{ }” notasyonunu yanlış olarak kullandığı durumlar tespit edilmiştir.¹²

ÖV3'ün UAB bileşenine ilişkin bulgular incelendiğinde, matematiksel ifadelerin, işlemlerin ve kavramların “Neden” ve “Niçin”ini açıklamaya yönelik, “*Kümenin elemanları arasında ortak bir özellik olmasına gerek yoktur*” ifadesine yanlış açıklama yazdığı Tablo 4.28'de belirtilmiştir. Bununla birlikte ÖV3'ün “*Tek elemanlı bir küme evrensel küme oluşturabilir*”, “*Boş küme her kümenin alt kümesidir*” ve “*A ve B kümelerinin eşit olabilmesi için $A \subset B$ ve $B \subset A$ olmalıdır*” ifadelerine ilişkin kısmen

¹¹ ÖV3'ün Venn şeması kullanımına ilişkin bulgular sayfa 133'de vardır.

¹² Bulgular Bölüm 4.1.1.2'de vardır.

doğru açıklama, “Yeryüzündeki tüm ağaçların yaprak sayısı sonlu bir küme belirtir” ifadesine ilişkin doğru açıklama yazdığı da yine Tablo 4.28’de belirtilmiştir.

ÖV3’ün ders içi öğretim faaliyetlerinin DGF ile takip edilmesi doğrultusunda ulaşılan yukarıdaki bulgular ÖV3’ün ders içi öğretim faaliyetlerini gerçekleştirdiği öğrencilere uygulanan ÖBT sonuçları ile karşılaştırıldığında yakın sonuçlar olduğu düşünülmektedir. Bunun için öncelikle Tablo 4.75’de ÖV3’ün öğretim yaptığı sınıflardaki öğrencilerin ÖBT sonuçlarına ilişkin genel başarı durumları incelenmiştir.

Tablo 4.75.

ÖV3’ün Öğretim Yaptığı Sınıflardaki Öğrencilerin ÖBT Sonuçları

Öğrenci Sayısı	Min	Max	$\bar{X}$	Standart sapma
70	28,00	72,00	53,94	5,63

Tablo 4.75’de görüldüğü üzere ÖBT uygulanan 70 öğrencinin not ortalamaları yüz (100) tam puan üzerinden 53,94 olarak bulunmuşken; standart sapma değeri de 5,63 olarak bulunmuştur. Bu ortalama ÖV1 ve ÖV2’nin öğretim yaptığı sınıflardaki öğrencilerin ortalamasından düşük olmakla birlikte ÖV3’ün öğretim yaptığı sınıflardaki öğrencilerin kısmen yeterli düzeyde “Küme” bilgisi olduğu şeklinde değerlendirilmiştir. Öğrencilerin cevap kâğıtları incelendiğinde, ÖV3’ün yetersiz veya kısmen yeterli düzeyde olduğu kavramlara ilişkin öğrencilerde de benzer sonuçlara ulaşılmıştır. Bu durum Tablo 4.76’da soru maddeleri doğrultusunda yazılmıştır.

Tablo 4.76.

ÖV3’ün Öğretim Yaptığı Sınıflardaki Öğrencilerin ÖBT’de Çoğunlukla Yanlış Yazdığı Soru Maddeleri

SORU İFADELERİ	f	
	D	Y
İ1. Yılın bazı mevsimleri 4 elemanlı bir küme belirtir.	6	64
İ2. Bir kümeyi oluşturan elemanların ortak bir özelliğinin olma şartı yoktur.	15	55
İ3. Sonsuz kümenin eleman sayısı bir doğal sayıdır.	25	45
İ4. “Dünyadaki elma ağaçları” ifadesi sonsuz küme belirtir.	26	44
İ5. Evrensel küme “ 1 ” elemanlı olabilir.	19	51

Tablo 4.76 incelendiğinde, ÖBT’de sorulan İ1, İ2, İ3, İ4 ve İ5 ifadelerine öğrencilerin yanlış cevaplar yazdığı bulunmuştur. İ1 ifadesine dikkat edildiğinde, öğrencilerin “Küme” kavramının tanımlanmasına ilişkin eksikliklerinin olduğu belirlenmiştir. Bu durum Tablo 4.5’e ilişkin bulgulara belirtildiği üzere, ÖV3’ün “küme” tanımlamasındaki eksikliklerin sonucu olarak düşünülebilir. ÖKBT’nin UAB oturumunda ÖV3’ün yeterli düzeyde olmadığı “*Bir kümenin elemanları arasında ortak özellik olmasına gerek yoktur*” ifadesine ilişkin öğrencilerin de (İ2 ifadesi) eksikliklerinin olduğu belirlenmiştir. Bununla birlikte İ3 ve İ4 ifadelerine öğrencilerin yanlış cevaplar yazdığı tespit edilmiştir. Bu durum ÖV3’ün “sonsuz küme” kavramına ilişkin ders içi öğretim sürecinde ve GAB oturumunda kısmen yeterli düzeyde olmasının sonucu olarak düşünülmektedir. Ayrıca ÖV3’ün kısmen yeterli düzeyde performansının olduğu UAB oturumunda “*Tek elemanlı bir küme evrensel küme oluşturabilir*” ifadesine ilişkin öğrencilerin (İ5 ifadesi) eksikliklerinin olduğu belirlenmiştir. Bu durum ÖV3’ün hem UAB ve AÖB’sinin kısmen yeterli düzeyde olmasının bir sonucu olarak görülebilir.

ÖV3’ün GAB bileşeni göstergelerinden olan matematiksel terimleri ve notasyonları kullanımına ilişkin kısmen yeterli düzeyde olduğu Şekil 4.4’de görülmektedir. Bu durum ÖV3’ün öğretim yaptığı sınıftaki altı öğrencinin ders notlarında da görülmüştür. Ders notu alınan öğrencilerden üçü “{ }” notasyonunu genellikle gelişigüzel ve yanlış olarak kullanmışlardır. ÖV3’ün kavramlara ilişkin yazdığı tanımlar ve örneklerin, öğrenci ders notlarında da benzer şekilde yazıldığı yani ÖV3’ün tanımlamalarındaki eksiklikler öğrenci ders notlarında da görüldüğü belirlenmiştir.

ÖBT’nin soru maddelerinden yedincisinde, $C = \{k \mid -4 \leq k < 6 \text{ ve } k \in \mathbb{N}\}$ kümesinin elemanlarını öğrencilerin Venn şeması yöntemiyle yazmaları istenmiştir. Bu bağlamda soru içerisinde, C kümesinin elemanlarını yazabilecekleri büyüklükte bir yamuk şekli çizilmiştir. Soruyu doğru olarak cevaplayan 36 öğrenci C kümesinin elemanlarını yamuk şekli içerisine yazmıştır. Bu durum, ÖV3’ün (ÖV1 ve ÖV2’den farklı olarak) ders içi öğretim sürecinde Venn şeması ile gösterim yönteminde “kapalı eğri” olma ifadesini farklı şekillerde eğriler kullanarak öğretim sürecinde kullanmasının sonucu şeklinde düşünülebilir.¹³

¹³ ÖV3’ün Venn şeması kullanımına ilişkin bulgular sayfa 133’de vardır.

BEŞİNCİ BÖLÜM

5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

5.1. Tartışma

Bu bölümde araştırmanın bulguları doğrultusunda ilgili literatürle yapılan tartışmalara yer verilmiştir. Tartışmalar sunulurken alt problemlerin sırası takip edilmiştir.

5.1.1. Matematik Öğretmenlerinin Genel Alan Bilgilerine İlişkin Tartışma

Araştırmada ilk olarak, ÖMB modelinin “Genel Alan Bilgisi” bileşeni kapsamında değerlendirilmek amacıyla çalışmaya katılan öğretmenlerden, “Kümelerde Temel Kavramlara” konusu kapsamında “Küme, Evrensel Küme, Boş Küme, Sonlu Küme, Sonsuz Küme, Alt Küme” ve “Eşit Küme” kavramlarını tanımlamaları ve bu kavramlar hakkında örnekler vermeleri istenmişti. Davis’e (2003) göre, öğretmenin alana özgü bilgisi denilince öğretmenin konuya ilişkin temel kavramlara, tanımlara, sembollere ve örneklerle ilişkin yeterlilikleri akla gelmelidir. Bu bağlamda, “Evrensel Küme” ve “Sonsuz Küme” kavramlarına ilişkin öğretmenlerin genel olarak yanlış tanımlar verdikleri, “Boş Küme, Sonlu Küme, Alt Küme” ve “Eşit Küme” kavramlarına ilişkin öğretmenlerin tamamının doğru cevaplar verdikleri ve “Küme” kavramına ilişkin öğretmenlerin kısmen doğru cevaplar verdikleri tespit edilmiştir. Bu durumu biraz daha açarak incelersek; öğretmenlerin “Küme” kavramı için “*iyi tanımlanmış*” veya “*elemanlarının birbirinden farklı nesneler*” olması şartlarına tanımlarda yer vermemiş veya eksik olarak yazdıkları görülmüştür. Benzer şekilde Linchevski ve Vinner (1988) yaptıkları çalışmada öğretmenlerin “Küme” kavramının tanımlanmasına yönelik eksiklikler yaşadıklarını ifade etmişlerdir.

“Evrensel Küme” kavramı için, öğretmenlerin bütün kümeleri içine alması veya çok büyük bir küme olması gerekliliği şeklinde yaptıkları tanımlamalar neticesinde,

öğretmenlerin “Evrensel Küme” için çok büyük bir küme olması gerektiği yanlışlığı içerisinde oldukları tespit edilmiştir. Diğer bir kavram olan “Sonsuz Küme” kavramı için öğretmenlerin, elemanlarının sayılamayacak kadar çok olması gerekliliği şeklindeki açıklamaları, MEB’in (2015), “*Saymakla bitmez şekilde nitelendirdiğimiz şeylere sonsuz diyemeyiz*” açıklaması ile çelişki oluşturmaktadır. Öğretmenlerdeki “Sonsuz Küme” kavramına ilişkin yanlış tanımlama, Gür (2009) tarafından yapılan çalışmada öğrenciler için bulunmuştur. Bu durum öğretmenlerin sınıf içi öğretim sürecinde kavramların tanımlanmasına ilişkin eksikliklerin öğrencilere de yansıdığı şeklinde düşünülebilir. Bununla birlikte öğretmenlerin çok az bir kısmının ise “Sonsuz Küme” kavramını MEB (2016) matematik ders kitabında geçtiği haliyle “Sonlu Küme” kavramı ile ilişkilendirerek açıkladığı gözlenmiştir.

“Eşit Küme” kavramına ilişkin öğretmenlerin yazdıkları tanımların tümü doğru olmasına rağmen “Eşit Küme” kavramını “Alt Küme” kavramı ilişkilendirerek tanım yapan öğretmen sayısının çok az olduğu görülmüştür. Bu durum öğretmenlerin ders içi öğretim sürecinde ders kitabını öğretim materyali olarak kullanmamalarının bir sonucu olarak değerlendirilebilir. Çünkü ders içi öğretim sürecinde öğretim materyali olarak ders kitabını aktif bir şekilde kullanan ÖV3’ün, “Eşit Küme” kavramını “Alt Küme” kavramı ile ilişkilendirdiği gözlenmiştir. Buna karşın ders kitabını ders içi öğretim sürecinde kullanmayan ÖV1 ve ÖV2’nin “Alt Küme” kavramı ile ilişkilendirmeden “Eşit Küme” kavramını açıkladığı gözlenmiştir.

Araştırmaya katılan öğretmenlerin “Kümelerde Temel Kavramlar” kapsamında istenilen tanımlara ilişkin yanlış veya eksik açıklamalar yapmış olmalarına rağmen, öğretmenlerin tümünün kavramlara ilişkin doğru örnekler verdikleri görülmüştür. Bu durum, öğretmenlerin “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin tanımlamalarında eksikliklerinin olduğu şeklinde açıklanabilir.

Araştırmada ders kaydı yapılarak DGF ile ders içi öğretim süreçleri takip edilen ÖV1, ÖV2 ve ÖV3’ün “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin ders esnasında yaptıkları tanımlamalar ile ders içi öğretim sürecinden üç hafta sonra kendilerine uygulanan ÖKBT formunda yaptıkları tanımlamaların birbirleriyle aynı tanımlamalar oldukları gözlenmiştir. Bu durumun neticesi olarak, çalışmaya sadece ÖKBT uygulanarak katılan

15 öğretmenin “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin yaptıkları tanımlamaları ders içi öğretim sürecinde de aynı şekilde yapacakları söylenebilir.

Araştırmaya katılan öğretmenlerin “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin matematiksel terim ve notasyonların kullanımına özen gösterdikleri söylenebilir. Bununla birlikte öğretmenlerin kullanım esnasında daha az dikkat ettikleri veya hatalı kullandıkları notasyon, açan ve kapatan küme parantezleri olarak bilinen “{ }” notasyonu olmuştur. Öğretmenlerin, “{ }” notasyonu hariç diğer notasyonları eksiksiz ve doğru olarak kullandıkları tespit edilmiştir. Ayrıca bu çalışma için öğretmenlerin notasyon kullanımında yaşadıkları eksiklikler, öğrenci ders notlarında da gözlenmiştir.

Sonuç olarak, öğretmenlerin ÖKBT sorularına vermiş oldukları cevaplar ve ders kayıtları incelendiğinde, “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin GAB’nde eksikliklerin olduğu tespit edilmiştir. Bu durumun da öğretmenlerin ders içi öğretim sürecine olumsuz olarak yansıtacağı düşünülmektedir. Nitekim Li (2011) de GAB’ın öğretmenlerin ders öğretim süreci üzerinde etkili olduğunu ifade etmiştir.

5.1.2. Matematik Öğretmenlerinin Uzmanlık Alan Bilgilerine İlişkin Tartışma

Araştırmada, öğretmenlere “Konu Alan Bilgisi” altında “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin daha detaylı bilgi edinmek amacıyla, araştırmacı tarafından “Uzmanlık Alan Bilgisinin” içeriğine göre ve “Neden?” ve “Niçin?” şeklinde sorularla da kapsamı genişletilecek şekilde hazırlanmış beş adet soru yöneltilmişti. Burada amaç, sorulan sorulara ilişkin öğretmenlerin farklı temsillerle veya örneklerle açıklamalar yapmalarının yanı sıra “Neden?” ve “Niçin?” soruları üzerinden öğretmenlerden “Kümelerde Temel Kavramlar” konusu kapsamında derinlemesine bilgiler elde etmektir. Bu amaç doğrultusunda bu çalışma için, öğretmenlerin yöneltilen sorulara genel olarak yüzeysel ya da eksik cevaplar verdikleri, sorulara matematiksel açıklamalar getirmekten ziyade genel bir matematik bilgisi ile açıklamalar yaptıkları ve çoğu yerlerde de yanlış cevaplar verdikleri tespit edilmiştir. Zehir, Işık ve Zehir’in (2008) yaptıkları çalışmada, bu durumu destekler nitelikte matematik öğretmen adaylarının “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin kavramsal öğrenmeleri gerçekleştiremediklerini ifade ettikleri görülmektedir. Bu durumu biraz daha genişleterek incelersek öğretmenlerin özellikle

“Küme, Evrensel Küme, Sonsuz Küme” ve “Eşit Küme” kavramlarına yönelik yüzeysel bilgilere sahip oldukları gözlenmiştir. Daha açık bir ifadeyle öğretmenlerin “*Kümenin elemanları arasında ortak bir özellik olmasına gerek yoktur.*” ifadesi kapsamında kendilerine sorulan, “*1, a, Ankara, Japonya, Mayıs, Salı*” elemanlarının küme oluşturmayacağını veya küme olup-olmaması konusunda emin olmadıklarını belirttikleri gözlenmiştir. Öğretmenlerin, küme oluşması için aynı özelliğe sahip nesnelerden oluşması veya elemanlar arasında belirli ve ortak bir özellik bulunması şartının gerektiği şeklinde yanlışlara sahip oldukları gözlenmiştir. Benzer durum Linchevski ve Vinner (1988) yaptıkları çalışmada öğretmenlerin “*Kümenin elemanları arasında belirli bir özellik olması gerektiği*” şeklinde yanlışlarında da görülmektedir. Bunun yanı sıra çalışmaya katılan öğretmenlerden ÖV2, “*1, a, Ankara, Japonya, Mayıs, Salı*” elemanlarının ilk bakışta ortak özellik göstermediğini ama uzun cümleler yazılarak ortak bir özellik bulunarak bu elemanlardan küme oluşturulabileceğini belirterek yanlış açıklama yapmıştır. Bu durumun ÖV2’nin küme tanımlamasında geçen “iyi tanımlanmış nesneler topluluğu” ifadesinde nesneler topluluğunun iyi tanımlanmış olmasının ancak nesnelerin ortak özellik göstermesiyle mümkün olabileceği şeklindeki yanlışdan kaynaklandığı düşünülmektedir. Benzer durum Baki ve Şahin’in (2004) öğretmen adaylarının “küme” denilince benzer özellikte elemanları bir araya getirdikleri çalışmada görülmektedir.

Öğretmenlerden “*Tek elemanlı bir küme evrensel küme oluşturabilir.*” ifadesine yalnızca üç öğretmenin doğru açıklama yapabildiği gözlenmiştir. Doğru açıklama yapan öğretmenler açıklama yaparken incelenen duruma göre evrensel kümenin değişebileceğini, dolayısıyla evrensel kümenin tek olmadığını belirtmişlerdir. Yanlış açıklama yapan öğretmenlerin evrensel kümenin çok büyük bir küme olması veya her şeyi kapsaması gerektiği şeklinde yanlışlar taşıdıkları görülmüştür. Bu yanlışlar öğretmenlerin GAB kapsamında kendilerine sorulan “evrensel küme” kavramını tanımlamalarında da görülmüştür. Bu durumu, öğretmenlerin “Sonsuz Küme” için sayılamayacak kadar çok elemandan oluşan bir küme olması gerektiği şeklindeki açıklamalarında da görmek mümkündür. Yani, GAB kapsamında “Sonsuz küme” kavramına ilişkin yanlış ya da eksik tanımlama yapan öğretmenlerin UAB gerektiren “*Yeryüzündeki tüm ağaçların yaprak sayısı sonlu bir küme belirtir.*” ifadesine ilişkin yanlış açıklama yaptıkları gözlenmiştir. Ayrıca öğretmenler, “Eşit Küme” kavramı için

elemanları ve eleman sayıları birbirinin aynısı olan kümeler olması gerektiğini ifade etmiş ama hiçbir öğretmen “Alt Küme” kavramı ile ilişkilendirerek ($A=B \square A \subset B$ ve $B \subset A$) açıklama yapmamıştır. Bu bağlamda GAB ve UAB birbirleriyle ilişkili kavramlar olduğu ve GAB yeterli düzeyde olmayan öğretmenlerin UAB’lerinin de yeterli düzeyde olmadığı söylenebilir. Benzer şekilde Bayram (2016) yaptığı çalışmada UAB’nin GAB’yi tamamlayıcı nitelikte bir bilgi olduğunu ifade etmiştir. Ayrıca Provasnik vd.’e (2009) göre de öğretmenlerin belirli görevler üzerinde yaptıkları çalışmada GAB ve UAB arasında öğretime dönük bağlantılar olduğu gözlenmiştir.

DGF ile takip edilen ÖV1, ÖV2 ve ÖV3’ün ders içi aktivitelerinde UAB’lerini kullanma düzeylerinin genel olarak kısmen yeterli düzeyde olduğu gözlenmiştir. Öğretmenler ders içi etkinlikleri yerine göre kolay ya da zor olacak şekilde düzenleyebildikleri, özellikle ders kitabını aktif olarak kullanan ÖV3’ün ders kitabındaki içeriği derse uyarladığı gözlenmiştir. Fakat bu öğretmenlerin, ders içi aktivitelerinde matematiksel ifadelerin veya işlemlerin nedenini açıklamada yetersiz kaldıkları gözlenmiştir. Bu durumun temel nedeni olarak da bu öğretmenlerin “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin kavramsal anlamalarının yani GAB’lerinin yetersiz olması düşünülmektedir. Bu durumu destekler nitelikte ÖV1, “sonsuz küme” kavramına ilişkin ders içi öğretim sürecinde “1 ton şekerin” sonlu küme olduğunu doğru olarak belirtmiş olmasına rağmen bir sonraki örnekte “insanın saçındaki kılların” sonsuz küme oluşturacağını ifade etmiştir. Sürecin devamında öğrencilerin 1 ton şeker sonlu küme ise insan saçının kılları da sonlu küme olmalıdır şeklinde ifadelerine ÖV1 herhangi bir gerekçe ortaya koyamamış ve saç kılı örneğini değiştirerek sayı kümeleri üzerinden soyut örnekler vermiştir. Bu durumun ÖV1’in “sonsuz küme” kavramını sayılamaz çokluktaki küme olarak görmesinin yani yanlış tanımlamasının bir sonucu olduğu söylenebilir. Bu durumu Li (2007) konu alan bilgisi yeterli düzeyde olan öğretmenlerin konuya ait bir problem karşısında çözüme ilişkin kullanacağı örnek, temsil veya stratejiyi belirlemede daha etkin davranış gösterdiklerini belirtmiştir. Yine Li (2011) başka bir çalışmada öğretmenin alan bilgisi yeterliliği sayesinde öğretime dönük tüm sınıfın etkin katılım sağladığı tartışma ortamları meydana getirdiğini ifade etmiştir. Elde edilen bu bulgular bağlamında UAB’nin sıradan bir matematik bilgisi olmadığı ve sınıf içi aktivitelerde öğretmenin etkili bir matematik eğitimi yapabilmesi için sahip olması gereken bir bilgi türü olduğu söylenebilir. Benzer şekilde Speer, King ve Howell’de (2015) GAB’nin

ortalama matematik bilgisine sahip herkeste olan bir bilgi türü olduğu; fakat UAB üst seviyede matematik bilgisi gerektirdiği ve matematik bilen herkesin sahip olmadığı bir bilgi türü olduğunu ifade ettikleri görülmüştür.

Provasnik vd. (2009) yaptıkları çalışmada da benzer şekilde, öğretmenlerin “Kümelerde Temel Kavramlar” konusu kapsamında UAB’lerini belirlemeye yönelik hazırlanan soru maddelerine önce GAB ile yaklaşım sergiledikleri yani kavramlara ilişkin tanımları kullandıkları, kavramları birbirleriyle ilişkilendirdikleri ve GAB dâhilinde bilinen kavramlardan akıl yürütme ile UAB kapsamındaki kavramlara ulaşmaya çalıştıkları gözlenmiştir.

Sonuç olarak GAB ve UAB bileşenlerine ilişkin elde edilen bulgular incelendiğinde, öğretmenlerin “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin konu alan bilgilerinde eksikliklerin olduğu tespit edilmiştir. Yapılan birçok araştırma, “Küme” kavramının öğrenciler tarafından zor kazanılan matematikteki soyut kavramlardan biri olduğunu (Baki ve Şahin, 2004) ve öğrencilerin “Küme” kavramına ilişkin yüzeysel anlamalara ve kavram yanılgılarına sahip olduklarını (Uğurel ve Morali 2010; Gür, 2009) ve bu sebeple “Küme” kavramının öğretimi esnasında farklı temsillerle, somut örneklerle öğrencilerin zorluklarının azaltılabilesinin (Baykul, 1999) mümkün olacağını ortaya koymaktadır. Ayrıca, öğretmenlerin, “Kümeler” konusuna ve bununla ilişkili diğer konulara bir bütünlük içerisinde, geniş bir bakış açısıyla bakabilmeleri ve de “Kümeler” konusunu ve matematikteki diğer konuları öğretirken birbirleri ile ilişkilendirebilmeleri ancak derinlemesine konu alan bilgisine sahip olmasıyla mümkündür. Li (2007) öğretmenlerin öğrencilerin sahip oldukları öğrenme zorluklarını fark etmede yetersiz kaldıklarını dolayısıyla konuya ilişkin alan bilgilerini geliştirmenin etkili öğretim için gereklilik olduğunu belirtmiştir. Bu sebeple, Ball, Thames ve Phelps’inde (2008) ortaya koymuş olduğu gibi öğreteceği herhangi bir konu hakkında derinlemesine bilgi sahibi olmayan öğretmenin, öğrencilerin öğrenmelerine katkısının da yeterli olamayacağı aşikârdır.

5.1.3. Matematik Öğretmenlerinin Alan ve Öğrenci Bilgilerine İlişkin Tartışma

Araştırmada öğretmenlere öncelikle ÖKBT doğrultusunda “Kümelerde Temel Kavramlar” konusu kapsamında “*Rasyonel sayılar kümesini ifade edebilme, evrensel küme kavramını ifade edebilme, sonlu ve sonsuz küme kavramları arasındaki ilişkiyi ifade edebilme, alt küme sayısını bulma*” ve “*iki kümenin eşitliğini ifade edebilme*” konularına ilişkin öğrenci ve konuya uygun öğretim yöntem ve tekniklerini incelemek amacıyla beş soru yöneltilmişti. Ardından ders kaydı yapılan öğretmenlere ilişkin de ders içi öğretim aktivitelerinde AÖB’yi kullanma düzeyleri belirlenmeye çalışılmıştı. Burada amaç, AÖB’nin öğretime dönük bir bilgi olmasından dolayı öğretmenlerin AÖB’sini yalnızca ÖKBT üzerinden sınırlandırmamak ve daha detaylı bilgiler elde etmektir. Bu bağlamda araştırmadan elde edilen bulgular çalışmaya katılan öğretmenlerin “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin AÖB’lerinin genel olarak kısmen yeterli düzeyde olduğunu göstermektedir. Bu sonucu biraz daha detaylı incelediğimizde, çalışmaya katılan öğretmenlerin çoğunluğu AÖB’nin bir göstergesi olan öğrenci ve konuya uygun öğretim yöntem ve tekniklerinin seçimi noktasında kısmen yeterli düzeyde performans sergiledikleri gözlenmiştir. Buna karşın öğretmenlerin öğrencilerin sıklıkla yaşayabileceği zorlukların neler olabileceğine dair yeterli düzeyde AÖB’ye sahip oldukları söylenebilir. Bu bağlamda öğretmenlerin bir kısmının rasyonel sayılar kümesini öğrencilere açıklarken ilköğretim düzeyinde olan sayı doğrusu ile gösterim yöntemini tercih ettikleri gözlenmiştir. Buna karşın kavrama ilişkin doğru gösterim yöntemlerini belirleyen öğretmenlerin aynı zamanda öğrencilerin yaşadıkları eksiklikleri tespit edebildiği de gözlenmiştir. Öğrencilerde görülen eksiklikler genel olarak “rasyonel sayıları sadece kesirli ifadeler olarak düşünme” ve “iki sayı arasında sonsuz sayıda rasyonel sayı olabileceğini anlamakta zorlanma” şeklinde ifade edilmiştir. Evrensel küme kavramına ilişkin öğretmenlerin bir kısmının GAB bileşeninde olduğu gibi “üzerinde çalışılan” veya “incelenen duruma göre değişen” ifadelerine açıklamalarında yer vermediği görülmüştür. Buna karşın kavrama ilişkin doğru açıklama yapan öğretmenler, evrensel kümeyi öğrencilerin, ya çok büyük bir küme ya da tüm kümeleri kapsayan bir küme olarak algıladıklarını belirtmiştir. Öğretmenler bu durumun sonucu olarak öğrencilerin “az elemanlı veya bir tek elemandan oluşan kümenin evrensel küme olabileceğini” anlamakta zorlandıklarını belirtmişlerdir.

Sonsuz küme kavramına ilişkin öğretmenler, öğrencilerin sayamadıkları her kümeyi sonsuz küme olarak gördüklerini belirtmiştir. Benzer şekilde bu durum Gür'ün (2009) yaptığı çalışmada, öğrencilerin sonsuz kümeyi açıklarken “*elemanları sayamayacağımız kadar çoktur*” ifadesine sıklıkla başvurdıkları şeklinde belirtilmiştir. Bununla birlikte öğretmenlerin bir kısmı öğrencilerin sonlu ve sonsuz küme kavramlarını daha çok “*sayılabilme ve sayılamama*” kavramları üzerinden öğrendiklerini dolayısıyla sınırlı olma ya da olmama durumlarını düşünmediklerini belirtmiştir. Bu durum öğretmenlerin konuya uygun öğretim yöntem ve tekniklerinin seçimi noktasında kısmen yeterli düzeyde performans ortaya koymalarının bir sonucu olarak düşünülebilir. Eşit küme kavramına ilişkin öğretmenlerin yüksek çoğunluğunun, eşit kümeyi alt küme kavramı ile ilişkilendirmeden açıkladıkları belirlenmiştir. Öğretmenler bu durumu “öğrencilerin alt küme kavramına yönelik eksik öğrenmeleri ve öğrencilerin matematiksel dile yeterince uyum sağlayamamış olmaları” şeklinde ifade etmişlerdir. Fakat ders içi öğretim süreçleri kaydedilen öğretmenlere bakıldığında öğretmenlerin eşit küme kavramı üzerinde yeterince durmadıkları gözlenmiştir. Hatta öğretmenlerin bir kısmının eşit kümenin öğrencilerin rahat anlayabilecekleri bir kavram olduğu dolayısıyla alt küme ile ilişkilendirmenin gereksiz olduğu şeklinde açıklama yaptıkları gözlenmiştir. Bu durum öğretmenlerin Konu Alan Bilgisindeki eksikliklerin ders içi öğretime yansması şeklinde düşünülebilir. Benzer şekilde Wagner, Speer ve Rossa (2007) yaptıkları çalışmada, öğretmenlerin konuya özgü alan bilgisi eksikliğinin öğretim hedeflerini gerçekleştirme yeteneklerini olumsuz etkilediğini ifade etmişlerdir.

Araştırma bulgularında, öğretmenlere yöneltilen yukarıdaki ifadeler arasından konuya özgü öğretim yöntem ve tekniklerinden uygun olanı işaretleyen öğretmenlerden az bir kısmı ders içi öğretim sürecinde işaretlediklerinden farklı bir yöntem kullandıklarını belirtmişlerdir. Bu durumun kaynağı öğretmenlerin konuya özgü öğretim yöntemini öğretmenlik tecrübeleriyle bilmelerine rağmen ya konu alan bilgisindeki eksiklik ya da AÖB'yi uygulamada yaşadıkları eksiklikler olarak düşünülebilir. Benzer şekilde Li (2007) yaptığı çalışmada öğretmenin öğreteceği konuya özgü mesleki tecrübesinin yeterli düzeyde olmasına bağlı olarak sergilediği performansın arttığı, fakat genel olarak öğretmenlik tecrübesinin fazla olmasının konuya özgü performansına etkisinin olmadığını belirtmiştir.

Ders Gözlem Formu ile takip edilen öğretmenlerin ders içi aktivitelerinde AÖB'lerini kullanma düzeyi incelendiğinde ÖKBT uygulanan öğretmenlerle benzer sonuçlara ulaşılmıştır. DGF ile takip edilen ÖV1, ÖV2 ve ÖV3'ün AÖB'ye yönelik düzeyleri, “konuya ve öğrenciye özgü, etkili öğretim için yöntem ve teknikleri belirleyebilme, öğrencilerin sıklıkla yapabileceği kavram yanlışlarını bilme, öğrencilerin özelliklerine uygun uygulama/örnek kullanabilme ve öğrenci zorluklarını dikkate alma” göstergeleri doğrultusunda incelenmiştir. Öğretmenlerin ders içi öğretim sürecinde konuya ve öğrenciye özgü, etkili öğretim için yöntem ve teknikleri belirleyebilme ve öğrenci zorluklarını dikkate alma noktasında genel olarak AÖB'lerinin kısmen yeterli düzeyde olduğu belirlenmiştir. Buna karşın öğrencilerin sıklıkla yapabileceği kavram yanlışlarını bilme ve öğrencilerin özelliklerine uygun örnek kullanabilme noktasında çoğunlukla AÖB'lerinin yeterli düzeyde olduğu görülmüştür. Ayrıca konu alan bilgisi yeterli düzeyde olmayan öğretmenlerin AÖB'lerini etkin olarak kullanamadıkları görülmüştür. Örneğin konu alan bilgisinde temel kavramlara ilişkin eksiklikleri olan ÖV1'in ders içi öğretim sürecinde aynı kavramların öğretiminde AÖB'sini yeterli düzeyde kullanmadığı gözlenmiştir. Bu durumu destekler nitelikte Wilkie'nin (2014) yaptığı çalışmada çalışmaya katılan öğretmenlerin yarıdan fazlasının üzerinde çalıştıkları konuya ilişkin yeterli düzeyde konu alan bilgisine sahip oldukları; buna karşın öğretmenlerin çok az bir kısmının konuya özgü öğretim yöntem ve teknikleri uygulama noktasında yeterli düzeyde AÖB'ye sahip oldukları görülmüştür. Bu bağlamda Hill vd. (2008) tarafından yapılan çalışmaya benzer olarak matematik öğretmenlerinin konu alan bilgilerinin öğretecekleri konuya ilişkin temel kavramların öğretiminde önemli olduğu şeklinde düşünülebilir.

5.1.4. Matematik Öğretmenlerinin Alan ve Öğretme Bilgilerine İlişkin Tartışma

Araştırmada hazırlanan ÖKBT doğrultusunda öğretmenlerle yapılan görüşmelerde, “Kümelerde Temel Kavramlar” konusu kapsamında “Küme, Evrensel Küme, Boş Küme, Sonlu-Sonsuz Küme, Alt Küme, Eşit Küme” kavramlarına ilişkin AÖtB kapsamında etkin öğretim için konuya özel ders planlayabilme bilgilerini incelemek amacıyla öğretmenlere altı soru içerisinde dört farklı öğretim tekniği yöneltilmişti. Öğretmenlerden kendilerine uygun olan öğretim tekniğini gerekçesiyle

birlikte açıklaması beklenmekteydi. Bu bağlamda araştırma bulguları öğretmenlerin genel olarak kısmen yeterli düzeyde AÖtB'ye sahip olduklarını göstermektedir. Bu sonucu detaylı olarak incelediğimizde, öğretmenlerin öğretim yöntemleri arasından daha çok öğretmenin merkezde olduğu “*kavramın tanımı→kavrama ilişkin örnek*” şeklinde düz anlatım yöntemini içeren seçenekleri işaretledikleri görülmüştür. Benzer şekilde Wagner, Speer ve Rossa (2007) yaptıkları çalışmada, öğretime ilişkin geleneksel öğretim anlayışından ziyade öğrenci merkezli ve araştırmaya dayalı öğretim bilgisinin AÖtB kapsamında etkin öğretim için matematik eğitimcisinin sahip olması gereken yeterlilik olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca öğretmenler sınıf içi öğretim aktivitelerinde de devamlı olarak sunuş yoluyla öğretim stratejisini kullandıklarını belirtmişlerdir. Bu bulgu kısmen yeterli düzeyde konu alan bilgisine sahip olan öğretmenlerde görülmesinin yanı sıra konu alan bilgileri yeterli olan öğretmenlerde de görülmüştür. Bu bağlamda tek başına konu alan bilgisi veya pedagojik alan bilgisinin etkin öğretim için yeterli olmayacağı söylenebilir. Nitekim Koponen vd. (2016) yaptıkları çalışmada etkili öğretmenlik için yalnızca konuya özgü matematiksel içeriği bilmenin yeterli olmadığını; içerikle birlikte pedagojik alan bilgisi boyutunda da öğretmenlerin gelişim göstermelerinin gerekli olduğunu belirtmişlerdir.

Araştırmada aynı öğretmenlerin her bir kavrama ilişkin kendilerine yöneltilen dört yöntemden birden fazla yöntemi ders içi öğretim süreçlerinde değişik zamanlarda kullandıklarını belirttikleri gözlenmiştir. Bu durum öğretmenlerin meslek tecrübelerinin artmasıyla sınıf içi deneyimlerinin zamanla değişmesinden kaynaklanacağı şeklinde düşünülebilir. Bu sonuç Wagner vd.'nin (2007) mesleğe yeni başlayan öğretmenlerin belirli öğretim hedeflerini formüle edip bu hedefler doğrultusunda materyal seçme, konuyu detaylandırma, öğretim yöntemi belirleyebilme vb. konularda zorlandıklarını fakat zamanla öğretime dair pedagojik bilgilerini geliştirdiklerini ifade ettiği çalışmayla benzer niteliktedir. Ayrıca Coddington (2014) öğretmenlerin ÖMB'lerinin artmasıyla farkındalık düzeylerinde artış olduğu ve bu farkındalığın mesleki gelişimleri arttıkça daha da devam ettiğini ifade etmiştir.

Ders Gözlem Formu ile takip edilen öğretmenlerin ders içi aktivitelerinde AÖtB'lerini kullanma düzeyi incelendiğinde ÖKBT uygulanan öğretmenlere yakın sonuçlara ulaşılmıştır. DGF ile takip edilen ÖV1, ÖV2 ve ÖV3'ün AÖtB'ye yönelik düzeyleri, “Konuya özgü ders planlayabilme ve konuyu somut hale getirebilme,

teknolojik materyalleri veya programları kullanabilme, konuya özgü bir kavramı farklı temsillerle gösterebilme ve konuya özgü öğretim materyalleri seçebilme ve uygulayabilme” göstergeleri doğrultusunda incelenmiştir. Öğretmenlerin ders içi öğretim sürecinde konuya özgü ders planlayabilme ve konuyu somut hale getirebilme AÖtB’lerinin kısmen yeterli düzeyde olduğu belirlenmiştir. Bu durumu biraz daha detaylı incelersek, öğretmenlerin temel kavramların öğretiminde soyut örnekleri daha çok kullandıkları, somut örneklerle çok nadir yer verdikleri gözlenmiştir. Bu bağlamda öğretmenlerin özellikle “Evrensel küme, sonlu küme, sonsuz küme” ve “Alt küme” kavramlarının öğretiminde sayı kümelerinden (özellikle N, Z, Q ve R) hareketle soyut örnekler verdikleri gözlenmiştir. Kümeler konusu matematikteki soyut kavramlardan biridir (Baki ve Şahin, 2004) ve bu soyut kavramların öğretimi sırasında, ancak öğrencinin zihninde yer edecek somut ifadeler veya örnekler kullanılarak, öğrencinin kümelerle ilişkin zorlukları azaltılabilir (Baykul, 1999). Buradan hareketle öğretmenlerin konuya özgü AÖtB’lerini geliştirmelerinin etkili öğretim için bir gereklilik olduğu söylenebilir.

Araştırmada DGF ile ders içi öğretim süreçleri takip edilen öğretmenlerin konuya özgü bir kavramı farklı temsillerle gösterebilme ve konuya özgü öğretim materyalleri seçebilme ve uygulayabilme noktasında kısmen yeterli düzeyde AÖtB’ye sahip oldukları gözlenmiştir. Bu durumu biraz daha detaylı incelersek, öğretmenlerin ders içi öğretim sürecinde öğretim materyali olarak çoktan seçmeli testleri kullandıkları ve ders kitabını genel olarak ne alıştırmak yapmak ne de öğrencilere ödev vermek için kullanmadıkları gözlenmiştir. Ayrıca öğretmenlerin sadece sayı kümeleri ve alt küme kavramına ilişkin Venn şeması, sayı doğrusu gibi farklı temsiller kullandıkları görülmüştür. Bu bağlamda öğretmenlerin geleneksel anlayıştan henüz daha sıyrılamadıkları söylenebilir. Bu açıdan bakıldığında öğretmenlerin AÖtB’lerini geliştirmelerinin gereklilik olduğu görülmektedir. Benzer şekilde Silverman ve Thompson (2008) yaptıkları çalışmada matematik eğitimcilerinin devamlı olarak ÖMB’lerini geliştirmelerini ve ÖMB gelişimi sağlayacak mesleki uygulamalara katılımlarının gerekliliği üzerinde durmuşlardır.

Araştırmada DGF ile ders içi öğretim süreçleri takip edilen öğretmenlerin “Kümeler” konusu kapsamında teknolojik materyalleri veya programları ders içi aktivitelerinde kullanmadıkları dolayısıyla bu bileşene ilişkin AÖtB’lerinin yetersiz düzeyde olduğu söylenebilir. ÖV1’in diğer öğretmenlerden farklı olarak akıllı tahtayı

sadece konuya ilişkin kavramları yazma sürecinde kullandığı görülmüştür. Bununla birlikte araştırma bulguları öğretmenlerin özellikle “Boş küme, eşit küme ve sonlu küme” kavramlarını öğrencilerin her halükarda anladıkları bir kavram olarak gördükleri dolayısıyla bu kavramlara yönelik sınıf içi öğretim süreçlerinde farklı yöntem ve teknik kullanmaya yakın durmadıklarını göstermektedir. Bu duruma ek olarak öğretmenlerin “boş küme” kavramına yönelik sınıf içi öğretim sürecinde teknolojik materyal veya program kullanmanın gereksiz ve zaman alıcı olduğu şeklinde düşünceye sahip oldukları görülmüştür.

Sonuç olarak AÖB ve AÖtB bileşenlerine ilişkin elde edilen bulgular incelendiğinde, öğretmenlerin “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin pedagojik alan bilgilerinde eksikliklerin olduğu tespit edilmiştir. Yapılan araştırmalar, öğretim için gerekli olan matematik bilgisinin (konu alan bilgisi) sınıf içi öğretim sürecinde yapılacak olan matematik bilgisinden (pedagojik alan bilgisi) daha ileri bir bilgi olduğunu ancak tek başına yeterli olmadığını ortaya koymuştur (Padinjarekkara 2007, Provasnik, 2009; Zazkis, R ve Zazkis, D, 2011; Sleep ve Eskelson, 2012; Koponen vd., 2016). Bu nedenle matematik alan bilgisine ek olarak öğretmenlerin ÖMB modelinin pedagojik alan bilgisi bileşeninde yer alan öğrencinin zorluklarını fark edebilme, öğrencilerin dikkatini çekecek gösterim, benzetme ve açıklamalar yapabilme noktasında bilgi ve deneyim sahibi olması gerekmektedir (Zazkis, R ve Zazkis, D, 2011). Bu durumu destekler nitelikte Koponen vd. (2016) yaptıkları çalışmada etkili öğretmenlik için, yalnızca matematiksel içeriği (GAB ve UAB) bilmenin yeterli olmadığını; bununla birlikte ÖMB modelinin pedagojik alan bilgisi boyutunda yer alan “Alan ve Öğrenci Bilgisi” (AÖB) ve “Alan ve Öğretme Bilgisi” (AÖtB) bileşenleri doğrultusunda da öğretmenlerin gelişim göstermelerinin gerekli olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca yapılan birçok araştırmada öğrencilerin matematiksel ilerleme gösterememesinin bir sonucu olarak öğretmenlerin eğitiminde, geleneksel yolla matematiksel konularını öğretimden ziyade zengin içeriğe sahip öğretim yöntemlerini kullanarak öğretim yapma anlayışının geliştirilmesinin gerekliliği ortaya konulmuştur (Kloosterman and Lester 2007; Provasnik vd., 2009; National Center for Education Statistics, 2012). Bununla birlikte öğretime ilişkin geleneksel öğretim anlayışından ziyade öğrenci merkezli ve araştırmaya dayalı öğretim bilgisinin profesyonel bir matematik eğitimcisi için gerekli olduğu da birçok araştırmada

ortaya konulmuştur (Brink, 2007; Wagner, Speer ve Rossa, 2007; Stylianides ve Ball, 2008; Provasnik vd., 2009).

5.1.5. Öğretmenlerin Öğretim için Küme Bilgileri ile Öğrencilerin Küme Bilgileri Arasındaki İlişkiye Dair Tartışma

Bu bölümde araştırmanın problemlerinden “Matematik öğretmenlerinin Öğretim için Küme Bilgisi ile öğrencilerin küme bilgileri arasında nasıl bir ilişki vardır?” ifadesi kapsamında ulaşılan sonuçlara yer verilmiştir. Bu bağlamda DGF ile ders içi öğretim süreçleri takip edilen öğretmenlerin ÖMB düzeyleri, öğrencilerine uygulanan ÖBT sonuçları ve ders notları ile kıyaslandığında yakın olarak düşünülen bazı sonuçlara ulaşıldığı anlaşılmaktadır. Bu durumu biraz daha detaylı incelersek öğretmenlerin ÖMB modelinin GAB, UAB, AÖB ve AÖtB bileşenlerine ilişkin yaşadıkları eksikliklerin öğrencilerde kavramlara ilişkin yanılgılar, hatalar veya hatalı öğrenmeler şeklinde ortaya çıktığı söylenebilir. Örneğin ÖV3’ün sonsuz küme kavramına ilişkin kısmen yeterli düzeyde performans ortaya koymasının bir sonucu olarak, ÖV3’ün öğretim yaptığı sınıftaki öğrencilerin çoğunluğunun da sonsuz küme kavramına ilişkin yanlış anlamalar gösterdikleri düşünülmektedir. Ayrıca ÖV3’ün GAB bileşenlerinden olan matematiksel terim ve notasyon kullanımına ilişkin “{ }” notasyonunu sınıf içerisinde genellikle hatalı kullanmasının bir sonucu olarak öğretim yaptığı sınıflardaki öğrencilerin de “{ }” notasyonunu genel olarak hatalı kullandıkları görülmüştür. Fakat bu durum “{ }” notasyonunu sınıf içerisinde kullanırken daha dikkatli olan ÖV1 ve ÖV2’nin öğretim yaptığı sınıflardaki öğrencilerde daha az hatalı kullanım şeklinde kendini göstermiştir. Bu bulgu öğretmenlerin GAB’ndeki eksikliklerin öğrencilere de yansıtacağı şeklinde düşünülebilir. Bu sonuca benzer şekilde Kar (2014), yaptığı çalışmada öğretmenlerin sınıf içi öğretim sürecinde yapmış oldukları kavramsal hataları öğrencilerinde benzer şekilde yapmış olduğunu belirtmiştir. Bu sonuç Hill, Rowan ve Ball (2005), Padinjarekkara (2007), Gür (2009) ve Wilkie (2014) tarafından yapılan araştırma sonuçlarıyla örtüşmektedir. Örneğin öğretmenlerdeki “Sonsuz Küme” kavramına ilişkin yanlış tanımlama, Gür (2009) tarafından yapılan çalışmada öğrenciler için bulunmuştur.

DGF ile takip edilen öğretmenlerden ÖV3, ÖV1 ve ÖV2’den farklı olarak ders içi öğretim sürecinde Venn şeması ile gösterim yöntemini açıklarken öğrencilere “kapalı

eğri” ifadesini farklı şekillerde eğriler kullanarak konuya ilişkin AÖB’sini yeterli düzeyde kullanmıştır. Bu durumun sonucu olarak ÖV1 ve ÖV2’nin öğrencilerinin ÖBT testinde Venn şemasına yönelik sorulan soruda yamuk şeklinde verilen kapalı eğri yerine kendilerinin yumurta biçiminde eğri çizerek elemanları yerleştirdikleri dolayısıyla ÖV1 ve ÖV2’nin AÖB’deki eksikliklerin öğrencilerde de görüldüğü söylenebilir. Bu sonucun Wilkie’nin (2014) yaptığı çalışmada öğrencilerin matematiksel kavramlara ilişkin gelişim gösterebilmeleri için öğretmenlerin profesyonel öğretim noktasında ÖMB modeli bağlamında ele alınan KAB ve PAB’lerini geliştirmeleri gerektiği şeklinde ulaştığı sonuçla benzer olduğu düşünülmektedir.

Sonuç olarak öğretmenlerin öğretim için matematiksel bilgilerinin öğrenci başarısına olumlu ya da olumsuz olarak yansıdığı söylenebilir. Bu durumu destekler nitelikte Hill, Rowan ve Ball (2005), yaptıkları çalışmada öğretmenlerin öğretim için matematiksel bilgilerinin öğrenci başarısına üzerindeki etkilerine yönelik yaptıkları çalışmada öğretmenlerin matematiksel bilgilerinin, öğrenci başarı kazanımlarıyla anlamlı düzeyde ilişkili olduğunu belirtmiştir. Benzer şekilde Hill vd. (2008) öğretmenlerin ÖMB seviyeleri ile öğretimin matematiksel kalitesi arasında anlamlı, güçlü ve pozitif bir ilişki olmasına rağmen, öğretmenlerin uygulamada bilgi kullanımını destekleyen veya engelleyen ve bu ilişkiye aracılık eden müfredat materyalleri kullanımı, matematik hakkındaki inançlar ve tutumlar gibi birtakım önemli faktörlerin de olduğunu belirtmiştir. Ayrıca Padinjarekkara (2007) yaptığı çalışmada öğretmenlerin alana yönelik bilgi birikiminin, sosyal ve eğitsel geçmişleri ile ilişkili olduğu ve sağlam bilgiye sahip öğretmenlerin daha donanımlı öğrenci yetiştirdiklerini belirttiği görülmüştür.

5.2. Sonuçlar

Bu bölümde araştırmanın bulguları doğrultusunda ulaşılan sonuçlara yer verilmiştir. Sonuçlar sunulurken alt problemlerin sırası takip edilmiştir.

5.2.1. Matematik Öğretmenlerinin Genel Alan Bilgilerine İlişkin Ulaşılan Sonuçlar

Araştırma sonucunda öğretmenlerin genel alan bilgilerinde eksikliklerin olduğu tespit edilmiştir. Bununla bağlamda öğretmenlerin “Evrensel Küme” ve “Sonsuz Küme”

kavramlarına ilişkin genel olarak yanlış tanımlamalar yaptıkları bulunmuştur. Ayrıca “Boş Küme, Sonlu Küme, Alt Küme” ve “Eşit Küme” kavramlarına ilişkin tanımlamaların tamamının doğru yapıldığı; “Küme” kavramına ilişkin ise öğretmenlerin kısmen doğru tanımlamalar yaptıkları tespit edilmiştir.

Araştırmada ders içi öğretim süreçleri DGF ile takip edilen ÖV1, ÖV2 ve ÖV3’ün “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin ders esnasında yaptıkları tanımlamalar ile ÖKBT formunda yaptıkları tanımlamaların birbirleriyle aynı tanımlamalar oldukları tespit edilmiştir. Bu sonuç, sadece ÖKBT uygulanan 15 öğretmenin “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin yaptıkları tanımlamaları ders içi öğretim sürecinde de aynı şekilde yaptıklarını göstermektedir.

Araştırmada öğretmenlerin, “{ }” notasyonu hariç diğer notasyonları eksiksiz ve doğru olarak kullandıkları tespit edilmiştir. Ayrıca araştırmada öğretmenlerin notasyon kullanımında yaşadıkları eksiklikler, öğrenci ders notlarında da bulunmuştur. Bu durum öğretmenlerin ders içi öğretim sürecine olumsuz olarak yansıtacağı şeklinde düşünülmektedir.

5.2.2. Matematik Öğretmenlerinin Uzmanlık Alan Bilgilerine İlişkin Ulaşılan Sonuçlar

Araştırma sonucunda öğretmenlerin UAB kapsamındaki sorulara yüzeysel ya da eksik cevaplar verdikleri ve sorulara matematiksel açıklamalar yazmaktan ziyade genel bir matematik bilgisi ile açıklamalar yazdıkları tespit edilmiştir. Dolayısıyla öğretmenlerin UAB’lerinde eksikliklerin olduğu bulunmuştur.

Araştırmada GAB ve UAB’nin birbirleriyle ilişkili kavramlar olduğu ve GAB yeterli düzeyde olmayan öğretmenlerin UAB’lerinin de yeterli düzeyde olmadığı sonucu bulunmuştur. Bu bağlamda GAB kapsamında “Sonsuz küme” kavramına ilişkin yanlış ya da eksik tanımlama yapan öğretmenlerin UAB gerektiren “*Yeryüzündeki tüm ağaçların yaprak sayısı sonlu bir küme belirtir.*” ifadesine ilişkin yanlış açıklama yaptıkları tespit edilmiştir. Ayrıca öğretmenlerin, “Eşit Küme” kavramını “Alt Küme” kavramı ile ilişkilendirerek ($A=B \square A \subset B$ ve $B \subset A$) açıklama yapmadığı da tespit edilmiştir.

DGF ile takip edilen ÖV1, ÖV2 ve ÖV3'ün ders içi aktivitelerinde UAB'lerini kullanma düzeylerinin genel olarak kısmen yeterli düzeyde olduğu tespit edilmiştir. Öğretmenlerin GAB'lerinin yetersiz olması sonucu ders içi etkinlikleri yerine göre kolay ya da zor olacak şekilde düzenleyebilmelerine rağmen ders içi aktivitelerinde matematiksel ifadelerin veya işlemlerin nedenini açıklamada yetersiz kaldıkları bulunmuştur.

Araştırmada UAB'nin sıradan bir matematik bilgisi olmadığı ve sınıf içi aktivitelerde öğretmenin etkili bir matematik eğitimi yapabilmesi için sahip olması gereken bir bilgi türü olduğu sonucu bulunmuştur. GAB ve UAB bileşenlerine ilişkin elde edilen bulgular incelendiğinde, öğretmenlerin “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin konu alan bilgilerinde eksikliklerin olduğu tespit edilmiştir.

5.2.3. Matematik Öğretmenlerinin Alan ve Öğrenci Bilgilerine İlişkin Ulaşılan Sonuçlar

Araştırma sonucunda öğretmenlerin “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin AÖB'lerinin genel olarak kısmen yeterli düzeyde olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca öğretmenlerin çoğunluğunun öğrenci ve konuya uygun öğretim yöntem ve tekniklerinin seçimi noktasında kısmen yeterli düzeyde; öğrencilerin sıklıkla yaşayabileceği öğrenme güçlüklerinin neler olabileceğine dair ise yeterli düzeyde AÖB'ye sahip oldukları tespit edilmiştir.

Araştırmada yine AÖB bileşenine ilişkin ÖKBT'de sorulan, konuya özgü öğretim yöntem ve tekniklerinden uygun olanı işaretleyen öğretmenlerin ders içi öğretim sürecinde etkin öğretim için uygun olmayan farklı bir yöntemi kullandıkları tespit edilmiştir. Bu durumun kaynağı öğretmenlerin konuya özgü öğretim yöntemini öğretmenlik tecrübeleriyle bilmelerine rağmen ya konu alan bilgisindeki eksiklik ya da AÖB'yi uygulamada yaşadıkları eksiklikler olarak düşünülebilir.

Araştırma sonucunda öğretmenlerin KAB eksikliklerin ders içi öğretim sürecine yansıdığı tespit edilmiştir. Bu durumu örnekler nitelikte eşit küme kavramına ilişkin öğretmenlerin çoğunun, eşit kümeyi alt küme kavramı ile ilişkilendirmeden açıkladıkları tespit edilmiştir. Ayrıca ders içi öğretim süreçleri takip edilen öğretmenlerin eşit küme

kavramına yeterince vermedikleri ya da yüzeysel açıklamalar yaptıkları da tespit edilmiştir.

Ders Gözlem Formu ile takip edilen öğretmenlerin ders içi aktivitelerinde AÖB'lerini kullanma düzeyi incelendiğinde ÖKBT uygulanan öğretmenlerle benzer sonuçlara ulaşılmıştır. Örneğin konu alan bilgisinde temel kavramlara ilişkin eksiklikleri olan ÖV1'in ders içi öğretim sürecinde aynı kavramların öğretiminde AÖB'sini yeterli düzeyde kullanamadığı tespit edilmiştir.

5.2.4. Matematik Öğretmenlerinin Alan ve Öğretme Bilgilerine İlişkin Ulaşılan Sonuçlar

Araştırma sonucunda öğretmenlerin kısmen yeterli düzeyde AÖB'ye sahip oldukları tespit edilmiştir. Bu sonucu detaylı olarak incelediğimizde, öğretmenlerin ÖKBT sorularında belirtilen öğretim yöntemleri arasından daha çok öğretmenin merkezde olduğu “*kavramın tanımı→kavrama ilişkin örnek*” şeklinde düz anlatım yöntemini içeren seçenekleri tercih ettikleri bulunmuştur.

Araştırmada öğretmenlerin sınıf içi öğretim aktivitelerinde devamlı olarak sunuş yoluyla öğretim stratejisini kullandıkları tespit edilmiştir. Ayrıca bu sonuç kısmen yeterli düzeyde konu alan bilgisine sahip olan öğretmenlerde görülmesinin yanı sıra konu alan bilgileri yeterli olan öğretmenlerde de bulunmuştur. Bu bağlamda tek başına konu alan bilgisi veya pedagojik alan bilgisinin etkin öğretim için yeterli olmayacağı sonucuna ulaşılabilir. Ayrıca araştırmada öğretmenlerin mesleki tecrübelerinin artmasıyla sınıf içi deneyimlerinin zamanla değişim gösterdiği sonucu tespit edilmiştir.

Ders Gözlem Formu ile takip edilen öğretmenlerin ders içi aktivitelerinde AÖB'lerini kullanma düzeyi incelendiğinde ÖKBT uygulanan öğretmenlerle benzer sonuçlara ulaşılmıştır. Öğretmenlerin temel kavramların öğretiminde soyut örnekleri daha çok kullandıkları, somut örneklere çok nadir yer verdikleri tespit edilmiştir. Özellikle öğretmenlerin “Evrensel küme, sonlu küme, sonsuz küme” ve “Alt küme” kavramlarının öğretiminde sayı kümelerinden (özellikle N, Z, Q ve R) hareketle soyut örnekler verdikleri sonucu bulunmuştur. Bu doğrultuda öğretmenlerin AÖB'lerini geliştirmelerinin gereklilik olduğu görülmektedir.

AÖB ve AÖtB bileşenlerine ilişkin elde edilen sonuçlar, öğretmenlerin “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin pedagojik alan bilgilerinde eksikliklerin olduğunu belirtmektedir.

5.2.5.Öğretmenlerin Öğretim için Küme Bilgileri ile Öğrencilerin Küme Bilgileri Arasındaki İlişkiye Dair Ulaşılan Sonuçlar

Araştırma sonucunda öğretmenlerin ÖMB modelinin GAB, UAB, AÖB ve AÖtB bileşenlerine ilişkin eksikliklerinin öğrencilerde “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin yanılgılar, hatalar veya hatalı öğrenmeler şeklinde ortaya çıktığı tespit edilmiştir.

Araştırmada DGF ile takip edilen öğretmenlerden ÖV3’ün, ÖV1 ve ÖV2’den farklı olarak ders içi öğretim sürecinde Venn şeması ile gösterim yöntemini açıklarken öğrencilere “kapalı eğri” ifadesini farklı şekillerde eğriler kullanarak konuya ilişkin AÖB’sini yeterli düzeyde kullandığı tespit edilmiştir. Bu durumun sonucu olarak ÖV1 ve ÖV2’nin öğrencilerinin ÖBT testinde Venn şemasına yönelik sorulan soruda yamuk şeklinde verilen kapalı eğri yerine kendilerinin yumurta biçiminde eğri çizerek elemanları yerleştirdikleri dolayısıyla ÖV1 ve ÖV2’nin AÖB’deki eksikliklerinin öğrencilere de yansıdığı sonucu bulunmuştur.

5.3. Öneriler

Araştırma sonuçları doğrultusunda aşağıdaki öneriler yazılabilir;

- Öğretmenlerin “Kümeler” konusunu ve “Kümeler” konusu ile ilişkili olabilecek diğer kavramları öğretirken birbirleri ile ilişkilendirebilmeleri ancak derinlemesine konu alan bilgisine sahip olmalarıyla mümkün olabilecektir. Bu sebeple, öğretmenlerin konu alan bilgilerini derinleştirmeleri, yüzeysel açıklamalardan ziyade matematiksel açıklama yapabilecek seviyede konu alan bilgisine sahip olmaları gereklidir. Bunun için matematik öğretmeni adayların hizmet öncesi eğitim sürecinde matematikteki temel kavramlara ilişkin konu alan bilgileri ve pedagojik bilgi düzeylerinin artırılmasına yönelik uygulamalara daha fazla zaman ayrılması önerilmektedir.

- Öğretmenlerin, “Kümelerde Temel Kavramlara” ilişkin doğru örnekler verdikleri fakat tanımlarında eksikliklerin olduğu görülmüştür. Bu sebeple, öğretmenlerin matematiksel tanımlara hâkim olması da konu alan bilgisinin derinleşmesinde önem arz

etmektedir. Ayrıca Öğretmenlerin konu alan bilgileri ve pedagojik alan bilgileri zenginleştirilerek matematikteki kavramlara farklı bakış açısıyla yaklaşabilmeleri, farklı gösterimler kullanabilmeleri ve de farklı temsillerle kavramları anlatabilmeleri sağlanmalıdır. Bunun için öğretmenlerin öğretecekleri konuyla ilgili yapılan gerek ulusal gerekse uluslararası akademik araştırmaları inceleyerek öğrencilerin konuya ilişkin öğrenme güçlükleri, öğretim yöntemleri, farklı örnekler ve farklı yaklaşımlara ilişkin detaylı analizler sonucu ÖMB düzeylerini arttırmaları önerilmektedir.

Araştırma bulguları ve yukarıda sayılan öneriler ışığında, matematikteki tüm tanımları ve kavramları kapsayacak şekilde tanımlara ve kavramlara eleştirel bakabilme, tanımları ve kavramları farklı açılardan yorumlayabilme, kavram yanlışlarını tanıyabilme, konuya ve öğrenciye özgü öğretim yöntemlerini belirleyebilme, ders tasarlayabilme ve teknolojik materyalleri kullanabilme yetisi öğretmen adaylarına lisans eğitimi sürecinde verilecek derslerle, görevde olan öğretmenlere ise hizmet içi eğitim programları ile kazandırılması önerilmektedir.

Araştırmacılara yönelik olarak, yapılan bu araştırmanın kapsamı genişletilerek matematikteki diğer konulara ilişkin öğretmenlerin ÖMB düzeylerinin belirlenmesi önerilmektedir.

KAYNAKÇA

- Akkoç, H., Özmantar, M.F., Bingölbalı E., Demir, S., Baştürk S. ve Yavuz, İ. (2011). *Matematik öğretmen adaylarına teknolojiye yönelik pedagojik alan bilgisi kazandırma amaçlı program geliştirme*. Tubitak Projesi, Proje No: 107K531
- Aksoy, E. (2013). *ABD (New York), Finlandiya, Singapur ve Türkiye’de öğretmen eğitimindeki dönüşümler (2000-2010)*. Yayımlanmamış doktora tezi. Ankara Üniversitesi, Ankara.
- Alacacı, C. (2009). *Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanlışları*. Bingölbalı, E. ve Özmantar, M. F. (Edt.), İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri. Ankara:PegemA Yayıncılık.
- Appleton, K. (2003). How do beginning primary school teachers cope with science? *Toward an Understanding of Science Teaching Practice. Research in Science Education*, 33, 1–25.
- Aslan-Tutak, F. ve Köklü, O. (2016). Öğretmek için matematik bilgisi. E. Bingölbalı, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat (Editörler), *Matematik eğitiminde teoriler* (s.701-719). Ankara: PegemA Yayıncılık.
- Azar, A. (2011). Türkiye’deki öğretmen eğitimi üzerine bir söylem: Nitelik mi, nicelik mi?, *Yükseköğretim ve Bilim Dergisi*, 1(1), 36-38.
- Baki, A. (2001). Bilişim teknolojisi ışığı altında matematik eğitiminin değerlendirilmesi. *Milli Eğitim Dergisi*, 149, 26-31.
- Baki, A. ve Şahin, S. M. (2004). Bilgisayar destekli kavram haritası yöntemiyle öğretmen adaylarının matematiksel öğrenmelerinin değerlendirilmesi. *Turkish Online Journal of Educational Technology*, 3(2).
- Ball, D. L. and Bass, H. (2003). *Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching*. In B. Davis and E. Simmt (Eds.), *Proceedings of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group* (pp. 3–14). Edmonton, AB, Canada: CMESG/GCEDM.

- Ball, D. L., Hill, H. H. and Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, pp. 14-46.
- Ball, D. L., Thames, M. H. and Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Ball, D., Bass, H. and Hill, H. (2004). Knowing and using mathematical knowledge in teaching: Learning what matters. In *Proceedings for the 12th Annual Conference of the South African Association for Research in Mathematics, Science and Technology Education*. Durban. SAARMSTE
- Ball, D.L. and McDiarmid, G.W. (1990). *The subject matter preparation of teachers*, Handbook for Reseach on Teacher Education, In R.Houston (Ed), Newyork:Macmillan, 437-449.
- Başkan, G. A. (2001). Öğretmenlik mesleği ve öğretmen yetiştirmede yeniden yapılanma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20(20).
- Baştürk, S. (2009). Ortaöğretim matematik öğretmen adaylarına göre fen edebiyat fakültelerindeki alan eğitimi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* 10(3), ss. 137-160.
- Bayazıt, İ. ve Aksoy, Y. (2010). Öğretmenlerin fonksiyon kavramı ve öğretimine ilişkin pedagojik görüşleri. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 9(3), 697-703.
- Baykul, Y. (1999). *İlköğretimde Matematik Öğretimi*, Öğretmen El Kitabı: Modül 6. Ankara: Milli Eğitim Yayınları.
- Bayram, E. (2016). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin ölçme öğrenme alanı bağlamında uzmanlık alan bilgilerinin mahiyeti*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Mevlana Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Biber, A. Ç. ve Yapıcıoğlu Ulaş, M. (2013). Öğrencilerinin küme problemlerinde sergiledikleri modelleme becerilerinin incelenmesi. *Electronic Turkish Studies*, 8(8).

- Brink, D. J. (2007). *Mathematical knowledge for teaching and collaborative coaching for secondary school professional development*. Unpublished master's thesis. Graduate Faculty of the University of Georgia. Doctor Of Philosophy , Athens, Georgia
- Canbazoğlu, S., Demirelli, H. ve Kavak, N. (2010). Investigation of the relationship between pre-service science teachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge regarding the particulate nature of matter. *Elementary Education Online*, 9(1), 275-291.
- Cengiz, N. (2005). *Kümeler*. Sağel, M.K. ve Aktaş, M. (Edt.), *Genel matematik 1*. Ankara: PegemA Yayıncılık.
- Coddington, Lorelei R. (2014). *An Investigation of Teachers' Noticing, Cognitive Demand, and Mathematical Knowledge for Teaching: Video Reflections in an Elementary Mathematics Context*. CGU Theses and Dissertations, 88. http://scholarship.claremont.edu/cgu_etd/88. doi: 10.5642/cguetd/88
- Coffey, A. and Atkinson, P. (1996). *Making sense of qualitative data: Complementary research strategies*. Sage Publications, Inc.
- Cohen, D. K., McLaughlin, M. W. and Talbert, J. E. (1993). *Teaching for understanding: Challenges for policy and practice*. San Francisco: Jossey- Boss.
- Cohen, L., Manion, L. and Morrison, K. (2007). *Research methods in education (6th Ed.)*. London: Routledge-Falmer
- Cole, Y. A. (2011). *Mathematical knowledge for teaching: Exploring its transferability and measurement in Ghana*. Unpublished master's thesis, The University of Michigan.
- Connel, R. (2009). Good teachers on dangerous ground: Towards a new view of teacher quality and professionalism, *Critical Studies in Education*, 50: 3, 213-229.
- Creswell, W. J. (2007). *Qualitative inquiry and research design choosing among five traditions*. California: Sage Publications.

- Çakıroğlu, E. (2013). *Matematik kavramlarının tanımlanması*. Zembat, İ.Ö; Özmantar, M.F; Bingölbalı E; Şandır H ve Delice, A (Edt.), Tanımları ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar. Ankara:PegemA Yayıncılık.
- Çıkrıkçı F. H. (2015). *Ortaokul matematik öğretmen adaylarının cebir öğrenme alanına ilişkin alan ve pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Davis, C. E. (2003). Prospective teachers subject matter knowledge of similarity. Mathematics educations. *PhD Thesis*, Raleigh.
- Demir, G. (2012). *Küme kavramına ilişkin öğrenci, öğretmen algısı ve ders kitaplarında küme kavramının ele alınış biçimi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Gaziantep Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Denzin, N.K. (1970). *The research act: A theoretical introduction to sociological methods*. Chicago: Aldine.
- Ertaş, F.G. (2014). *A way to compare mathematics teachers candidates' mathematical knowledge for teaching: Teds-M released tests*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Boğaziçi Üniversitesi, İstanbul.
- Fischbein, E. and Baltsan M. (1999). The mathematical concept of set and the collection model, *Educational studies in mathematics*, 37, s. 1-22.
- Flores, M. A., Hilton, G., Klonari, A., Nilsen, E. and Snoek, M. (2008). *Identifying teacher quality: Theoretical backgrounds of a reflection toolbox. Local and global perspectives on change in teacher education*. International yearbook on teacher education. Proceedings of the 53rd world assembly of the International Council on Education for Teaching.
- Gavalas, D. (2005). Conceptual mathematics: An application to education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 36(5), 497-516.
- Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. New York: Teachers College Press.

- Gür, H. (2009). 8. ve 9. sınıf öğrencilerinin kümeler konusundaki temel hataları ve kavram yanlışlarının belirlenmesi. *e-Journal of New World Sciences Academy Education Sciences*, 1C0051, 4, (3), 678-694.
- Güven, Y. (2000). *Erken çocukluk döneminde sezgisel düşünme ve matematik*. İstanbul: YA-PA Yayın Pazarlama.
- Hacıoğlu, F. ve Alkan, C. (1997). *Öğretmenlik uygulamaları öğretim teknolojisi*. Ankara: Alkım Yayınevi.
- Hacısalıhoğlu, H. H. (1998). *Diferansiyel Geometri, Cilt I-II*. Ankara: Hacısalıhoğlu Yayıncılık.
- Hill, H. C. (2007). Mathematical knowledge of middle school teachers: Implications for the No Child Left Behind policy initiative. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 29(2), 95-114.
- Hill, H. C., Blunk, M. L., Charalambous, C. Y., Lewis, J. M., Phelps, G. C., Sleep, L. and Ball, D. L. (2008). Mathematical knowledge for teaching and the mathematical quality of instruction: An exploratory study. *Cognition and instruction*, 26(4), 430-511.
- Hill, H. C., Rowan, B. and Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American educational research journal*, 42(2), 371-406.
- Hoover, M., Mosvold, R., Ball, D. L. and Lai, Y. (2016). Making progress on mathematical knowledge for teaching. *The Mathematics Enthusiast*, 13(1/2), 3.
- Işıksal Bostan M. ve Osmanoglu A. (2016). Pedagojik alan bilgisi. Bingölbalı, E; Arslan S; Zembat İ.Ö. (Edt.). *Matematik Eğitiminde Teoriler*. Ankara:Pegem Yayıncılık.
- İpek, A, Albayrak, M. ve Işık, C . (2012). Sınıf öğretmeni adaylarının küme kavramıyla ilgili algıları. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11 (1), 221-230.

- Kar, T. (2014). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin öğretim için matematiksel bilgisinin problem kurma bağlamında incelenmesi: Kesirlerle toplama işlemi örneği*. Yayınlanmamış doktora tezi. Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Karal Eyüboğlu, I.S. (2011). *Fizik Öğretmenlerinin Pedagojik Alan Bilgi (PAB) Gelişimi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Kavcar, C. (2002). Cumhuriyet döneminde dal öğretmeni yetiştirme. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 35(1-2).
- Khakasa, M. M. O. C. and Berger, M. (2016). Status of teachers' proficiency in mathematical knowledge for teaching at secondary school level in Kenya. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14(2), 419-435.
- Kim, Y. (2013). *Teaching mathematical knowledge for teaching: Curriculum and challenges*, Doctoral dissertation, The University of Michigan.
- Kim, Y. (2016). Interview prompts to uncover mathematical knowledge for teaching: focus on providing written feedback. *The Mathematics Enthusiast*, 13(1/2), 71.
- Kimchi, J., Polivka, B. and Stevenson, J.S. (1991). Triangulation: Operational definitions. *Nursing Research*, 40(6), 364-366.
- Kleene, S. C. (2002). *Mathematical logic*. New York: Courier Corporation.
- Kloosterman, P. and Lester, F. K. Jr. (Eds.). (2007). *Results and interpretations of the 2003 mathematics assessment of the National Assessment of Educational Progress*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Koponen, M., Asikainen, M. A., Viholainen, A. and Hirvonen, P. E. (2016). Teachers and their Educators-Views on Contents and their Development Needs in Mathematics Teacher Education. *The Mathematics Enthusiast*, 13(1/2), 149.
- Krippendorff, K. (2004). *Content analysis: An introduction to its methodology*. New York: Sage Publication.

- Küçükahmet, L. (2008). Etkili öğretimin ilkeleri. *Türkiye Özel Okullar Birliği Dergisi*, 3, 28-35.
- Li, X. (2007). *An investigation of secondary school algebra teachers' mathematical knowledge for teaching algebraic equation solving*. ProQuest. Doctor of Philosophy The University of Texas at Austin August.
- Li, X. (2011). Mathematical knowledge for teaching algebraic routines: A case study of solving quadratic equations. *Journal of Mathematics Education*, 4(2), 1-16.
- Linchevski, L. and Vinner, Sh. (1988). The naive concept of sets in elementary teachers, *Proceedings of the 12th International Conference, Psychology of Mathematics Education, Vol 11, Vezprem, Hungary*, s.471-478
- Loewenberg Ball, D., Thames, M. H. and Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special?. *Journal of teacher education*, 59(5), 389-407.
- Magnusson, S., Krajcik, J. and Borko, H. (1999). Nature, sources, and development of pedagogical content knowledge for science teaching. *In Examining Pedagogical Content Knowledge: The Construct and Its Implications for Science Education*, 6, 95.
- Marks, R. (1990). Pedagogical content knowledge: From a mathematical case to a modified conception. *Journal of teacher education*, 41(3), 3-11.
- Maxwell, J.A. (1996). *Qualitative research design: An interactive approach*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- McMillan, J. H. and Schumacher, S. (2010). *Research in education*. Pearson Education Inc. New Jersey. USA.
- MEB, (2016). *Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı Ortaöğretim Matematik Dersi (9. 10. 11. ve 12. Sınıflar) Öğretim Programı*, <http://ttkb.meb.gov.tr/www/guncellenen-ogretim-programlari/> adresinden 5 Ocak 2016 tarihinde indirilmiştir.
- MEB. (2016). *Ortaöğretim (9. Sınıf) Ders Kitabı*, Ankara: Dikey Yayıncılık.

- Mete, Y. A. (2013). Güney Kore, Japonya, Yeni Zelanda ve Finlandiya’da öğretmen yetiştirme ve atama politikaları. *Turkish Studies-International Periodical For The Languages, Literature and History of Turkish or Turkic*, 8, 12.
- Miles, M. B. and Huberman, A.M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook. (2nd Edition)*. California: SAGE Publications.
- National Center for Educational Statistics. (2012). *International data explorer*. <http://nces.ed.gov/surveys/international/ide/>. Erişim tarihi: 02 Şubat 2017.
- Nesin, A. (2008). *Matematiğe Giriş, I Sezgisel Kümeler Kuramı*, İstanbul: Nesin Vakfı Yayınları.
- Neuman, W. L. ve Özge, S. (2008). *Toplumsal araştırma yöntemleri: Nitel ve nicelik yaklaşımlar*. Yayın Odası Yayınları.
- O’Connor, J. J and Robertson, E. F. (1992). *A history of set theory*. http://www.history.mcs.st-andrews.ac.uk/Beginnings_of_set_theory.html. (22.05.2015 tarihinde indirilmiştir.)
- Öner, D. (2010). Öğretmenin bilgisi özel bir bilgi midir? Öğretmek için gereken bilgiye kuramsal bir bakış. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 27 (2), 23-32.
- Özdemir H. (2015). *Gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımının ortaöğretim 9. Sınıf kümeler ünitesi öğretiminde öğrenci başarısına etkisi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Padinjarekkara, J. (2007). Elementary mathematics teaching in India's Jharkhand: Mathematical knowledge and social status. *Dissertations (1962 - 2010) Access via Proquest Digital Dissertations*. AAI3298509. <http://epublications.marquette.edu/dissertations/AAI3298509>
- Patton, Q. M. (2002). *Qualitative evaluation an research methods*. London: Sage Pub.

- Provasnik, S., Gonzales, P. and Miller, D. (2009). US performance across international assessments of student achievement: Special supplement to the condition of education. Washington, DC: US Department of Education.
- Schmidt, W. H., Houang, R. and Cogan, L. S. (2011). Preparing future math teachers. *Science*, 332(6035), 1266-1267.
- Schmidt, W. H., Tatto, M. T., Bankov, K., Blömeke, S., Cedillo, T., Cogan, L. and Santillan, M. (2007). The preparation gap: Teacher education for middle school mathematics in six countries. *MT21 Report. East Lansing: Michigan State University*.
- Senemoğlu, N. (2000). *Gelişim öğrenme ve öğretim*. Ankara: Gazi Kitapevi.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: foundation of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57 (1), 1-21.
- Shulman, L.S. (1986). Those who understand; Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Silverman, J. and Thompson, P. W. (2008). Toward a framework for the development of mathematical knowledge for teaching. *Journal of mathematics teacher education*, 11(6), 499-511.
- Skemp, R.R., (1993). *The psychology of learning mathematics*. England: Penguin Books.
- Speer, N. M., King, K. D. and Howell, H. (2015). Definitions of mathematical knowledge for teaching: using these constructs in research on secondary and college mathematics teachers. *Journal of mathematics teacher education*, 18(2), 105-122.
- Stylianides, A. J. and Ball, D. L. (2008). Understanding and describing mathematical knowledge for teaching: Knowledge about proof for engaging students in the activity of proving. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(4), 307-332.
- Suh, Y. (2005). *Pedagogical content knowledge development in teaching science: a case study of elementary school teacher in an urban classroom*, PhD Thesis, Columbia University, USA.

- Şişman, M. (2009). Öğretmen yeterlilikleri:Modern bir söylem ve retorik. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(3).
- Şişman, M. (2011). *Eğitim bilimine giriş*. Ankara: Pegem Akademi
- Tamir, P. (1988). Subject matter and related pedagogical knowledge in teacher education. *Teaching and teacher education*, 4(2), 99-110.
- Thumound, V. A. (2001). The point of triangulation. *Clinical Scholarship*. 33 (3), 253-258.
- Toluk Uçar, Z. (2009). Developing pre-service teachers understanding of fractions through problem posing. *Teaching and Teacher Education*, 25(1), 166–175.
- Uğurel, I. ve Moralı, S. (2010). Ortaöğretim öğrencilerinin kümeler konusundaki öğrenmelerinin değerlendirilmesi-1. *Akademik Bakış Dergisi*, 22, 1-25.
- URL-1, www.umich.edu/~lmtweb/files/lmt_sample_items.pdf
- Usiskin, Z. and Griffin, J. (2008). *The classification of quadrilaterals: A study of definition*. Charlotte, NC: Information Age Publishing, Inc.
- Uygun, S., Ergen, G. ve Öztürk, İ. H. (2011). Türkiye, Almanya ve Fransa'da öğretmen eğitimi programlarında uygulama eğitiminin karşılaştırılması. *İlköğretim Online*, 10(2).
- Wagner, J. F., Speer, N. M. and Rossa, B. (2007). Beyond mathematical content knowledge: A mathematician's knowledge needed for teaching an inquiry-oriented differential equations course. *The Journal of Mathematical Behavior*, 26(3), 247-266.
- Wilkie, K. J. (2014). Upper primary school teachers' mathematical knowledge for teaching functional thinking in algebra. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 17(5), 397-428.
- Yıldırım, A ve Şimşek, H. (2008). *Nitel araştırma yöntemleri*. Ankara:Seçkin Yayıncılık

- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2005). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yin, R. (1984). *Case study research: Design and methods* (1.baskı) Beverly Hills, CA: Sage Publishing
- Yücesan, C. (2011). *Bilgisayar destekli öğretimin 6. sınıf kümeler konusunda öğrenci başarısına etkisi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Rize Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Rize.
- Zazkis, R. and Zazkis, D. (2011). The significance of mathematical knowledge in teaching elementary methods courses: perspectives of mathematics teacher educators. *Educational Studies in Mathematics*, 76(3), 247-263.
- Zehir, H., Işık, A. ve Zehir, K. (2008). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kümeler konusundaki kavramsal bilgi düzeyleri. *Bayburt Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 3, 61-75.

EKLER

EK 1. VALİLİK OLURU



T.C.
KAHRAMANMARAŞ VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 35776031-605.01-E.9930877
Konu : Anket İzni (Nurullah YAZICI)

20.09.2016

ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı)
ERZURUM

İlgi: a) 23/08/2016 tarihli ve 88179374-302.08.01-E.1600193693 sayılı yazınız.
b) Millî Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü'nün 07/03/2012 tarihli ve B.08.0.YET.00.20.00.0-3616 sayılı Araştırma Yarışma ve Sosyal Etkinlik İzinleri hakkındaki 2012/13 nolu Genelgesi.

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitim Anabilim Dalı, Matematik Programı doktora öğrencisi Nurullah YAZICI'nın "**Matematik Öğretmenlerinin Öğretim İçerik Matematik Bilgilerinin Kümeler Konusunda İncelenmesi ve Değerlendirilmesi**" konulu tez çalışması, Araştırma Değerlendirme Formunda belirtilen Liselerde görev yapan 9.sınıf Matematik öğretmenlerine, 2016-2017 Eğitim-Öğretim Yılında, eğitim öğretimi aksatmamak kaydıyla uygulanması Müdürlüğümüz Araştırma Değerlendirme Komisyonu tarafından uygun görülmüştür.

Söz konusu anket çalışması sonucunun, Müdürlüğümüze CD ortamında gönderilmesini arz ederim.

Mehmet Emin AKKURT
Millî Eğitim Müdürü

EKLER:

- 1- Araştırma Değerlendirme Formu (1 adet)
- 2-Taahhütname Tutanağı (2 adet)

Güvenli Elektronik İmza
Aslı ile Aynıdır 21.09.2016
Sunay ÖZKAN
V.H.K.I.

Yenişehir Mahallesi Cahit Zarifoğlu Caddesi
46100 KAHRAMANMARAŞ
e-posta: arge46@meh.gov.tr

Ayrıntılı bilgi için: Ramazan ŞİŞMAN (Öğretmen)
Tel: 344 216 46 91
GSM: 531 597 65 17

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <http://evraksorgu.meh.gov.tr> adresinden 2949-2774-316c-987e-3bf0 kodu ile teyit edilebilir.

EK 2. ÖMB MODELİ ÖĞRETMEN KÜME BİLGİSİ TESTİ 1. OTURUM

Merhaba,

Kıymettar vaktinizi bu görüşmeye ayırıp katıldığınız için teşekkür ederim. Erzurum Atatürk Üniversitesi'nde "Matematik Öğretmenlerinin Öğretim İçin Matematik Bilgilerinin Kümeler Konusunda İncelenmesi" adlı doktora tezi üzerinde araştırma yapıyorum. Bu doğrultuda, hem sizi daha yakından tanımak hem de matematik öğrenme ve öğretme süreçleri ile ilgili genel düşüncelerinizi öğrenmek amacıyla görüşlerinize başvurmak istiyorum.

Verdiğiniz bilgilerde tamamen gizlilik esastır. Yani; araştırmacının dışında herhangi bir kimsenin bu çalışmadaki bilgileri görmesi mümkün değildir. Bununla birlikte, araştırma sonuçlarının yazımında isimleriniz kesinlikle rapora yansıtılmayacaktır. Gönülden katılımınız için teşekkür ederim.

Nurullah YAZICI

Kişisel Bilgileriniz

Adı, Soyadı:

Öğretmenlik Meslek Tecrübesi: ☐ 0-2 Yıl ☐ 3-5 Yıl ☐ 6-10 ☐ 10 ve üstü

Eğitim Durumu

Lisans Eğitimi

☐ Eğitim Fakültesi Mezunuyum ☐ Fen Edebiyat Fakültesi Mezunuyum ☐ Diğer

Lisansüstü Eğitim

☐ Herhangi bir lisansüstü eğitim yapmıyorum.
☐ Yüksek Lisans yapmaktayım. ☐ Yüksek Lisans bitirdim.
☐ Doktora yapmaktayım. ☐ Doktorayı bitirdim.

Şu ana kadar kaç yıl 9. Sınıfta matematik dersi anlattınız?

..... Yıl ☐ Hiç anlatmadım.

Gelecek dönem hangi sınıf/sınıfların dersine girmeyi planlıyorsunuz?

☐ 9. Sınıf ☐ 10. Sınıf ☐ 11.Sınıf ☐ 12. Sınıf

Çalışmaya gönüllü katılıyorum.

İmza

BÖLÜM A

Soru 1: Küme kavramını açıklayınız ve bir örnek veriniz.

.....

.....

.....

Soru 2: Evrensel Küme kavramını açıklayınız ve bir örnek veriniz.

.....

.....

.....

Soru 3: Boş Küme kavramını açıklayınız ve bir örnek veriniz.

.....

.....

.....

Soru 4: Sonlu Küme kavramını açıklayınız ve bir örnek veriniz.

.....

.....

.....

Soru 5: Sonsuz Küme kavramını açıklayınız ve bir örnek veriniz.

.....

.....

.....

Soru 6: Alt Küme kavramını açıklayınız ve bir örnek veriniz.

.....

.....

.....

Soru 7: Eşit Küme kavramını açıklayınız ve bir örnek veriniz.

.....

.....

.....

BÖLÜM B

Soru 1: Bora isimli bir öğrenci, “*I, a, Ankara, Japonya, Mayıs, Salı*” elemanları arasında ortak bir özellik bulunmadığını ve bu yüzden bu elemanların bir küme oluşturmayacağını iddia etmiştir. Bora’nın iddiası için aşağıda verilen uygun seçeneği işaretleyiniz ve gerekçesini açıklayınız.

Bora’nın iddiası;		
A. Doğrudur ()	B. Yanlıştır ()	C. Emin Değilim ()
Gerekçeniz:	Gerekçeniz:	Sizi tam olarak neyin muallakta bıraktığımı açıklayınız.

Soru 2: Esin isimli bir öğrenci, “*Tek elemanlı bir kümenin evrensel küme oluşturmayacağını*” iddia etmektedir. Esin’in iddiası için aşağıda verilen uygun seçeneği işaretleyiniz ve gerekçesini açıklayınız.

Esin’in iddiası;		
A. Doğrudur ()	B. Yanlıştır ()	C. Emin Değilim ()
Gerekçeniz:	Gerekçeniz:	Sizi tam olarak neyin muallakta bıraktığımı açıklayınız.

EK 3. ÖMB MODELİ ÖĞRETMEN KÜME BİLGİSİ TESTİ 2. OTURUM

Merhaba,

Kıymetli vaktinizi bu görüşmeye ayırıp katıldığınız için teşekkür ederim. Erzurum Atatürk Üniversitesi'nde "Matematik Öğretmenlerinin Öğretim İçin Matematik Bilgilerinin Kümeler Konusunda İncelenmesi" adlı doktora tezi üzerinde araştırma yapıyorum. Bu doğrultuda, hem sizi daha yakından tanımak hem de matematik öğrenme ve öğretme süreçleri ile ilgili genel düşüncelerinizi öğrenmek amacıyla görüşlerinize başvurmak istiyorum.

Verdiğiniz bilgilerde tamamen gizlilik esastır. Yani; araştırmacının dışında herhangi bir kimsenin bu çalışmadaki bilgileri görmesi mümkün değildir. Bununla birlikte, araştırma sonuçlarının yazımında isimleriniz kesinlikle rapora yansıtılmayacaktır. Gönülden katılımınız için teşekkür ederim.

Nurullah YAZICI

(2. Oturum)

Kişisel Bilgileriniz

Adı, Soyadı:

HATIRLATMA:

Arka sayfada bulunan soruların her birini kendi içerisinde bağımsız olarak cevaplayınız.

Her soruya cevap vermeniz beklenmektedir.

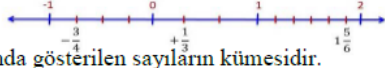
Çalışmaya gönüllü katılıyorum.

İmza

Soru 1:

Esin Öğretmenin öğrencileri, “*Rasyonel Sayılar Kümesini*” ifade etmek amacıyla rasyonel sayıların gösterim yöntemleri üzerinde değişik stratejiler ortaya koymaya çalışmaktadırlar.

Aşağıdakilerden hangilerini, 9.sınıfta öğrenim gören bir öğrencinin “*Rasyonel Sayılar Kümesini*” ifade etmek için kullanabileceği bir strateji olarak görmeyi beklersiniz?

	Evet	Hayır	Emin Değilim
1. Rasyonel sayılar kümesi= $\{..., -1/2, -1/3, ..0, ..1/4, 1/3, 1/2, ...1, ... \}$			
2. Rasyonel sayılar  şeklinde sayı doğrusunda gösterilen sayıların kümesidir.			
3. Rasyonel sayılar kümesi $= \mathbb{Q} = \{ \frac{a}{b} a, b \in \mathbb{Z} \wedge b \neq 0 \}$			
4. Denk kesirlerin oluşturduğu her kümeye bir rasyonel sayı denir. Bu sayıların oluşturduğu kümeye de rasyonel sayılar kümesi denir.			

Daha önceki öğretmenlik deneyimlerinize dayanarak öğrencilerin verdiği yukarıdaki ifadelerden herhangi biri ile karşılaştınız mı?

Cevabınız <u>EVET</u> ise;	Cevabınız <u>HAYIR</u> ise;
Yukarıdaki ifadelerden hangisi ya da hangileri ile karşılaştınız?	“ <i>Rasyonel Sayılar Kümesini</i> ” kavramını <u>9.sınıf</u> öğrencisine ifade etmek için nasıl bir strateji kullanırdınız?
Yukarıdaki ifadelerden herhangi biri <u>yanlış</u> sa veya <u>eksik</u> se sizce öğrenciler ne tür zorluklar yaşamaktadırlar?	

Sizce, “Küme kavramını” öğrencilerinize anlatırken, öğrencilerinizin yaşayabileceği zorluklar neler olabilir?

A)

B)

C)

Soru 2:

Emre Öğretmenin öğrencileri, “Evrensel Küme” kavramını ifade etmek için değişik stratejiler ortaya koymaya çalışmaktadırlar.

Aşağıdakilerden hangilerini, 9.sınıfta öğrenim gören bir öğrencinin, “Evrensel Küme” kavramını ifade etmek için kullanabileceği bir strateji olarak görmeyi beklersiniz?

	Evet	Hayır	Emin Değilim
1. Üzerinde çalışılan konu ile ilgili tüm elemanları içeren kümedir. Örneğin, sayılar kümesi üzerinde çalışıyorsak, Reel sayılar kümesi evrensel küme olabilir.			
2. Evrensel küme, tüm kümeleri kapsayan bir küme olduğundan büyük bir küme olmalıdır.			
3. Evrensel küme, üzerinde çalışılan duruma göre değişir. Bu sebeple, boş küme de olabilir, 1 elemanlı da olabilir, sonsuz küme de olabilir vb...			
4. Evrensel küme, tüm kümeleri içine alan ve eleman sayısı çok fazla olan kümedir.			

Daha önceki öğretmenlik deneyimlerinize dayanarak öğrencilerin verdiği yukarıdaki ifadelerden herhangi biri ile karşılaştınız mı?

Cevabınız <u>EYET</u> ise;	Cevabınız <u>HAYIR</u> ise;
Yukarıdaki ifadelerden hangisi ya da hangileri ile karşılaştınız?	“Evrensel küme” kavramını <u>9.sınıf</u> öğrencisine ifade etmek için nasıl bir strateji kullandınız?
Yukarıdaki ifadelerden herhangi biri <u>yanlışsa</u> veya <u>eksikse</u> sizce öğrenciler ne tür zorluklar yaşamaktadırlar?	

Sizce, “Evrensel Küme ve Boş Küme kavramlarını” öğrencilerinize anlatırken, öğrencilerinizin yaşayabileceği zorluklar neler olabilir?

A)

B)

C)

Soru 3:

Ferda Öğretmen, öğrencilerinden, “*Sonlu ve sonsuz küme*” kavramları arasındaki ilişkiyi ya da farkı ifade etmelerini istemiştir.

Aşağıdakilerden hangilerini, 9.sınıfta öğrenim gören bir öğrencinin, “*Sonlu ve sonsuz küme*” kavramlarını ifade etmek için kullanabileceği bir strateji olarak görmeyi beklersiniz?

	Evet	Hayır	Emin Değilim
1. Elemanlarını sayabildiğimiz kümelere sonlu küme denilirken; aksine elemanları saymakla bitmez şeklinde nitelendirdiğimiz kümelere sonsuz küme denir.			
2. Doğal sayılar kümesi = $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$ sonsuz küme olarak düşünülebilir. Burada “...” elemanların daha devam ettiğini ifade etmektedir. Ama $A = \{0, 1, 2, 3\}$ kümesi ise sonlu kümedir.			
3. Elemanlarını tek tek sayabildiğimiz kümelere sonlu küme denir. Elemanlarını tek tek sayamadığımız kümelere ise sonsuz küme denir.			
4. Elemanlarını bildiğimiz, fakat elemanlarını sayamadığımız kümelere ya da bir sayı ile ifade edemediğimiz kümelere sonsuz küme denir. Elemanları sayılabilen kümeler ve boş küme sonlu kümelerdir.			

Daha önceki öğretmenlik deneyimlerinize dayanarak öğrencilerin verdiği yukarıdaki ifadelerden herhangi biri ile karşılaştınız mı?

Cevabınız <u>EVET</u> ise;	Cevabınız <u>HAYIR</u> ise;
Yukarıdaki ifadelerden hangisi ya da hangileri ile karşılaştınız?	“ <i>Sonlu ve sonsuz küme</i> ” kavramını <u>9.sınıf</u> öğrencisine ifade etmek için nasıl bir strateji kullanırdınız?
Yukarıdaki ifadelerden herhangi biri <u>yanlışsa</u> veya <u>eksikse</u> sizce öğrenciler ne tür zorluklar yaşamaktadırlar?	

Sizce, “*Sonlu ve Sonsuz Küme kavramlarını*” öğrencilerinize anlatırken, öğrencilerinizin yaşayabileceği zorluklar neler olabilir?

A)

B)

C)

Soru 4:

Aydın Öğretmen öğrencilere, “ $A = \{a, b, c, d, e\}$ kümesinin alt kümelerinin kaçında c elemanı bulunur?” şeklinde bir soru yöneltmiş ve öğrencilerden üç tanesinin çözüm yöntemi dikkatini çekmiştir.

Aşağıdaki çözüm yöntemlerinden hangilerini, 9.sınıfta öğrenim gören bir öğrencinin, “Alt küme sayısını bulmaya” yönelik kullanabileceği bir yöntem olarak görmeyi beklersiniz?

	Evet	Hayır	Emin Değilim
1. A kümesinin alt kümelerini teker teker yazalım: 0 elemanlı: $\emptyset$ 1 elemanlı: $\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{e\}$ 2 elemanlı: $\{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{b, e\}, \{c, d\}, \{c, e\}, \{d, e\}$ 3 elemanlı: $\{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, b, e\}, \{a, c, d\}, \{a, c, e\}, \{a, d, e\}, \{b, c, d\}, \{b, c, e\}, \{b, d, e\}, \{c, d, e\}$ 4 elemanlı: $\{a, b, c, d\}, \{a, b, c, e\}, \{b, c, d, e\}, \{a, b, d, e\}, \{a, c, d, e\}$ 5 elemanlı: $\{a, b, c, d, e\}$ olur ki, içinde “c” elemanı bulunanları toplarsak 16 alt küme de “c” vardır.			
2. A kümesinin tüm alt kümelerinden c elemanı bulunmayan alt kümeleri çıkarılırsa geriye c elemanının bulunduğu alt kümeleri kalır. Yani; $2^5 - 2^4 = 32 - 16 = 16$ alt kümede “c” elemanı bulunur.			
3. $B = \{a, b, d, e\}$ kümesinin alt kümelerinin her birine c elemanını eklersek, c elemanı olan alt kümeleri oluşturmuş oluruz. $2^4 = 16$ alt kümede c elemanı yoktur. Bunların her birine c elemanı eklediğimizde c elemanı olan alt kümeler oluşmuş olur. Yani 16 alt kümede c elemanı bulunur.			

Daha önceki öğretmenlik deneyimlerinize dayanarak öğrencilerin kullanmış olduğu çözüm yöntemlerinden herhangi biri ile karşılaştınız mı?

Cevabınız <u>Evet</u> ise;	Cevabınız <u>Hayır</u> ise;
Yukarıdaki ifadelerden hangisi ya da hangileri ile karşılaştınız?	“Alt küme sayısını bulmayı” 9.sınıf öğrencisine ifade etmek için nasıl bir strateji kullandınız?
Yukarıdaki ifadelerden herhangi biri <u>yanlışsa veya eksikse</u> sizce öğrenciler ne tür zorluklar yaşamaktadırlar?	

Sizce, “Alt Küme kavramını” öğrencilerinize anlatırken, öğrencilerinizin yaşayabileceği zorluklar neler olabilir?

A)

B)

Soru 5:

Kaan Öğretmen öğrencilerine, “İki kümenin eşitliği” ifadesinden ne anladıklarını sormuş ve öğrenciler bu soru karşısında değişik stratejiler kullanarak soruyu açıklamışlardır.

Aşağıdakilerden hangilerini, 9.sınıfta öğrenim gören bir öğrencinin, “İki kümenin eşitliği” kavramını ifade etmek için kullanabileceği bir strateji olarak görmeyi beklersiniz?

	Evet	Hayır	Emin Değilim
1. Birbirinin kopyası, yani tıpatıp aynısı olan iki küme eşit kümedir.			
2. Aynı elemanlara sahip olan kümelere eşit kümeler denir.			
3. İki küme ele alalım. Ele aldığımız bu iki kümede, birbiri ile aynı elemanlar var ise, bu iki kümeye eşit kümeler deriz.			
4. $A \subset B$ ve $B \subset A$ ise A ve B kümeleri eşit kümelerdir.			

Daha önceki öğretmenlik deneyimlerinize dayanarak öğrencilerin verdiği yukarıdaki ifadelerden herhangi biri ile karşılaştınız mı?

Cevabınız EVET ise;	Cevabınız HAYIR ise;
Yukarıdaki ifadelerden hangisi ya da hangileri ile karşılaştınız?	“İki kümenin eşitliği” kavramını 9.sınıf öğrencisine ifade etmek için nasıl bir strateji kullanırdınız?
Yukarıdaki ifadelerden herhangi biri yanlışsa veya eksikse sizce öğrenciler ne tür zorluklar yaşamaktadırlar?	

Sizce, “Eşit Küme kavramını” öğrencilerinize anlatırken, öğrencilerinizin yaşayabileceği zorluklar neler olabilir?

A)

B)

C)

EK 4. ÖMB MODELİ ÖĞRETMEN KÜME BİLGİSİ TESTİ 3. OTURUM

Merhaba,

Kıymettar vaktinizi bu görüşmeye ayırıp katıldığınız için teşekkür ederim. Erzurum Atatürk Üniversitesi'nde "Matematik Öğretmenlerinin Öğretim İçin Matematik Bilgilerinin Kümeler Konusunda İncelenmesi" adlı doktora tezi üzerinde araştırma yapıyorum. Bu doğrultuda, hem sizi daha yakından tanımak hem de matematik öğrenme ve öğretme süreçleri ile ilgili genel düşüncelerinizi öğrenmek amacıyla görüşlerinize başvurmak istiyorum.

Verdiğiniz bilgilerde tamamen gizlilik esastır. Yani; araştırmacının dışında herhangi bir kimsenin bu çalışmadaki bilgileri görmesi mümkün değildir. Bununla birlikte, araştırma sonuçlarının yazımında isimleriniz kesinlikle rapora yansıtılmayacaktır. Gönülden katılımınız için teşekkür ederim.

Nurullah YAZICI

(3. Oturum)

Kişisel Bilgileriniz

Adı, Soyadı:

HATIRLATMA:

Arka sayfada bulunan sorulardan size uygun olan seçeneği işaretleyiniz ve "Neden?" o seçeneği işaretlediğinizi açıklayınız.

Her soruya cevap vermeniz beklenmektedir.

Çalışmaya gönüllü katılıyorum.

İmza

Soru 1:

Ahmet Öğretmen, 9.sınıf öğrencilerine “Küme Kavramını” ilk defa anlatırken, konuya özgü birçok öğretim tekniği aklına gelmekte; fakat en uygun tekniğin hangisi olabileceği noktasında kararsız kalmaktadır.

Sizce, Ahmet öğretmenin aşağıdaki öğretim tekniklerinden hangisini kullanması etkin öğretim için en uygun olan yöntem olabilir? Neden?

- a) “Küme Kavramını” tanımlarım ve ardından öğrencilere “Küme Kavramına” yönelik örnekler veririm. Örnekleme yaparken somut örneklerden yola çıkarak soyut örneklere geçerim.
- b) Önce “İyi tanımlanmış nesneler topluluğu küme belirtir” şeklinde giriş yaparım. Ülkeler bir küme oluşturur, sınıfımızdaki öğrenciler bir kümedir şeklinde örnekler veririm. Ardından “Küme kavramını” sınıflandırma ve gruplandırma ile ilişkilendiririm, birkaç somut örnek daha verir ve öğrencilerden örnek beklerim.
- c) “Küme Kavramını” tanımlamadan önce, günlük hayatta “Küme” kelimesinin nerelerde kullanıldığını ifade eder; öğrencilere sorular sorarım; “Küme” ile ilgili günlük hayatla neleri ilişkilendirdiklerine dair dönütler alırım ve “Küme Kavramının” tanımını yaparım.
- d) Öncelikle öğrencilere “Kümenin” gerçekte bir tanımının olmadığını, “Kümeyi” sezgisel olarak tanımlayabildiğimizi anlatırım. Ardından “Küme Kavramının” tanımını veririm. Örneklerle de bu tanıma pekiştiririm.
- e) Yukarıdakilerin hepsi, “Küme kavramını” anlatmak için etkili öğretim yöntemidir.

Nedenini açıklayınız.

Yukarıdaki öğretim yöntemlerinden herhangi birini daha önceki ders deneyimlerinizde kullandınız mı? Hangisi?

Sizce, yukarıdaki öğretim teknik ve yöntemlerinden başka “Küme Kavramının” etkin öğretimi için başka yöntem olabilir mi? Açıklayınız.

Soru 2:

Aylin Öğretmen, 9.sınıf öğrencilerine “Evrensel Kümeyi” ilk defa anlatırken, konuya özgü birçok öğretim tekniği aklına gelmekte; fakat en uygun tekniğin hangisi olabileceği noktasında kararsız kalmaktadır.

Sizce, Aylin öğretmenin aşağıdaki öğretim tekniklerinden hangisini kullanması etkin öğretim için en uygun olan yöntem olabilir? Neden?

- a) “Evrensel Küme” kavramını tanımlarım ve ardından öğrencilere “Evrensel Küme” kavramına yönelik örnekler veririm. Örnekleme yaparken somut örneklerden yola çıkarak soyut örneklerle geçerim. Mesela, okulumuzun sınıfları küme ise; okulumuz evrensel kümedir dedikten sonra soyut örneklerle geçerim.
- b) Konuya somut örneklerle başlarım. Örnek olarak, “Dünya Haritası’nda ülkeleri küme olarak kabul edersek, Dünya Haritası’nı evrensel küme olarak görebiliriz.” Ardından evrensel kümeyi tanımlarım ve öğrencilere soyut örnekler sunarım.
- c) “Evrensel Küme” kavramını tanımlarım ve ardından öğrencilere “Evrensel Küme” kavramına yönelik örnekler veririm. Daha sonra öğrencilerden, “Evrensel Küme” kavramına yönelik örnekler vermesini isterim.
- d) “Evrensel Küme” kavramını tanımlamadan önce, öğrencilere evrensel küme ile ilişkilendirebilecekleri somut örnekler veririm. Örnek olarak, “Sınıfların her birini birer küme olarak düşünersek, okulumuzu evrensel küme olarak kabul edebiliriz. Ardından, “Evrensel küme” kavramını tanımlarım ve farklı türde örnekler veririm.
- e) Yukarıdakilerin hepsi, “Evrensel Küme” kavramını anlatmak için etkili öğretim yöntemidir.

Nedenini açıklayınız.

Yukarıdaki öğretim yöntemlerinden herhangi birini daha önceki ders deneyimlerinizde kullandınız mı? Hangisi?

Sizce, yukarıdaki öğretim teknik ve yöntemlerinden başka “Evrensel Küme Kavramını” etkin öğretimi için başka yöntem olabilir mi? Açıklayınız.

Soru 3:

Berrin Öğretmen, 9.sınıf öğrencilerine “Boş küme” kavramını ilk defa anlatırken, konuya özgü birçok öğretim tekniği aklına gelmekte; fakat en uygun tekniğin hangisi olabileceği noktasında kararsız kalmaktadır.

Sizce, Berrin öğretmenin aşağıdaki öğretim tekniklerinden hangisini kullanması etkin öğretim için en uygun olan yöntem olabilir? Neden?

- “Boş Küme” kavramını tanımlarım ve ardından öğrencilere “Boş Küme” kavramına yönelik örnekler veririm. Mesela, sınıfımızda boyu 3,5 metre olan öğrencilerin kümesi boş kümedir derim. Ardından birkaç örnek daha vererek konuyu pekiştiririm.
- Konuya örnek vererek başlarım. Örnek olarak, $A = \{x: x, \text{ karesi negatif olan tam sayılar} \}$ kümesini inceleyerek, bu kümenin elemanlarını yazalım derim. Ardından boş kümeyi tanımlarım ve örneklerle devam ederim.
- “Boş Küme” kavramı kolay anlaşılacak bir kavram olduğundan doğrudan tanımını yaparak örnekler veririm. Daha sonra öğrencilerden, “Boş Küme” kavramına yönelik örnekler vermesini isterim.
- “Sizce en az elemana sahip küme nedir?” şeklinde giriş yaparım. Soru-cevap şeklinde, öğrencilere sınıfımızı bir küme olarak görelim derim. Bu sınıftaki her şeyi tek tek dışarıya çıkaralım. Eleman çıkarma işlemi nereye kadar devam eder diye sorarım. Öğrencilerden boş sınıf cevabı almaya çalışırım. Daha sonra “Boş küme” kavramına ilişkin örnekler vererek, tanım yaparım. Birkaç örnek daha vererek kavramı pekiştiririm.
- Yukarıdakilerin hepsi, “Boş Küme Kavramını” anlatmak için etkili öğretim yöntemidir.

Nedenini açıklayınız.

Yukarıdaki öğretim yöntemlerinden herhangi birini daha önceki ders deneyimlerinizde kullandınız mı? Hangisi?

Sizce, yukarıdaki öğretim teknik ve yöntemlerinden başka “Sonlu ve sonsuz küme kavramlarının” etkin öğretimi için başka yöntem olabilir mi? Açıklayınız.

Soru 4:

Necla Öğretmen, 9.sınıf öğrencilerine “Sonlu ve sonsuz küme” arasındaki farkı ilk defa anlatırken, konuya özgü, öğrencilerde anlamlı öğrenme sağlayabilecek örneklerle konuya giriş yapmak istemekte; fakat bu konuda kararsız kalmaktadır.

Sizce, Necla öğretmenin aşağıdaki örneklerden hangisini kullanması etkin öğretim için en uygun örnek olabilir? Neden?

- a) Yeryüzündeki ağaçların yapraklarının sayısı
- b) Doğal sayılar kümesi
- c) Herhangi iki doğal sayı arasındaki doğal sayıların oluşturduğu küme
- d) Herhangi iki rasyonel sayı arasındaki rasyonel sayıların oluşturduğu küme
- e) Yukarıdakilerin hepsi, “Sonlu ve sonsuz küme” kavramlarını anlatmak için etkili örneklerdir.

Nedenini açıklayınız.

Yukarıdaki örneklerden herhangi birini daha önceki ders deneyimlerinizde kullandınız mı? Hangisi?

Sizce, yukarıdaki örneklerden başka “Sonlu ve sonsuz küme kavramlarının” etkin öğretimi için başka örnekler olabilir mi? Açıklayınız.

Soru 5:

Mert Öğretmen, 9.sınıf öğrencilerine “Alt Küme Kavramını” ilk defa anlatırken, konuya özgü, öğrencilerde anlamlı öğrenme sağlayabilecek örneklerle veya materyallerle konuya giriş yapmak istemekte; fakat bu konuda kararsız kalmaktadır.

Sizce, Mert öğretmenin aşağıdaki örneklerden veya materyallerden hangisini kullanması etkin öğretim için en uygun örnek olabilir? Neden?

- a) Birbirlerinin içine yerleştirilebilen matruşka bebekleri
- b) Dünya'muz - Güneş sistemi - Samanyolu galaksisi
- c) Doğal sayılar, tam sayılar ve rasyonel sayılar arasındaki ilişki
- d) Öğrenciler – Sınıfımız – Okulumuz arasındaki ilişki.
- e) Yukarıdakilerin hepsi, “Alt Küme Kavramını” anlatmak için etkili örneklerdir.

Nedenini açıklayınız.

Yukarıdaki örneklerden herhangi birini daha önceki ders deneyimlerinizde kullandınız mı? Hangisi?

Sizce, yukarıdaki örneklerden başka “Alt Küme Kavramının” etkin öğretimi için başka örnekler olabilir mi? Açıklayınız.

Soru 6:

Kaan Öğretmen, 9.sınıf öğrencilerine “Eşit küme” kavramını ilk defa anlatırken, konuya özgü birçok öğretim tekniği aklına gelmekte; fakat en uygun tekniğin hangisi olabileceği noktasında kararsız kalmaktadır.

Sizce, Kaan öğretmenin aşağıdaki öğretim tekniklerinden hangisini kullanması etkin öğretim için en uygun olan yöntem olabilir? Neden?

- Konuya $A = \{\text{pazartesi, salı, çarşamba, perşembe, cuma, cumartesi, pazar}\}$ ve $B = \{\text{Haftanın günleri}\}$ şeklinde iki örnek vererek giriş yaparım. Bu iki küme arasında nasıl bir ilişki olduğunu sorarım. Daha sonra “Eşit Küme” kavramının tanımını yaparım.
- “Eşit Küme” kavramını anlatmak için “Alt Küme” kavramını kullanırım. A ve B şeklinde verilen iki küme, birbirlerinin alt kümesi ise ($A \subset B$ ve $B \subset A$) bu kümeler eşit kümelerdir derim ve başka örneklerle konuyu pekiştiririm.
- Konuya $A = \{\text{pazartesi, salı, çarşamba, perşembe, cuma, cumartesi, pazar}\}$ ve $B = \{\text{Haftanın günleri}\}$ şeklinde iki örnek vererek giriş yaparım. Bu iki küme arasında nasıl bir ilişki olduğunu sorarım. Daha sonra “Eşit Küme” kavramının tanımını yaparım ve “Alt Küme” kavramı ile ilişkilendiririm. Farklı örneklerle konuyu pekiştiririm.
- “Eşit Küme” kavramını tanımlarım ve ardından öğrencilere “Eşit Küme” kavramına yönelik örnekler veririm. Örnekleme yaparken somut örneklerden yola çıkarak soyut örneklerle geçerim.
 $A = \{\text{Pazartesi, salı, çarşamba, perşembe, cuma, cumartesi, pazar}\}$ ve $B = \{\text{Haftanın günleri}\}$ kümelerini somut örnekler olarak verdikten sonra, $M = \{x \mid x, 2 \text{ ile } 6 \text{ arasındaki doğal sayılar}\}$ ve $N = \{x \mid 5 \leq x \leq 27 \text{ ve } x \text{ doğal sayı}\}$ kümelerini soyut örnekler olarak veririm.
- Yukarıdakilerin hepsi, “Eşit Küme” kavramını anlatmak için etkili örneklerdir.

Nedenini açıklayınız.

Yukarıdaki örneklerden herhangi birini daha önceki ders deneyimlerinizde kullandınız mı? Hangisi?

Sizce, yukarıdaki öğretim teknik ve yöntemlerinden başka “Eşit Küme” kavramının etkin öğretimi için başka yöntem olabilir mi? Açıklayınız.

EK 5. KÜMELERDE TEMEL KAVRAMLARA İLİŞKİN ÖĞRENCİ BAŞARI TESTİ

<i>ADI - SOYADI</i>	<i>ÖĞRENCİ NO</i>
<i>SINIF</i>	<i>TARİH</i>



Sınav süresi 25 dakikadır.



Sınava başlamadan önce soru kâğıdının en üst kısmında istenilen bilgileri yazınız.

SORULAR

Soru 1) Aşağıda verilen ifadelerden doğru olanları “D” ile yanlış olanları “Y” ile belirtiniz.

- i. Yılın bazı mevsimleri 4 elemanlı bir küme belirtir. (.....)
- ii. Bir kümeyi oluşturan elemanların ortak bir özelliğinin olma şartı yoktur. (.....)
- iii. Sonsuz kümenin eleman sayısı bir doğal sayıdır. (.....)
- iv. “Dünyadaki elma ağaçları” ifadesi sonsuz küme belirtir. (.....)
- v. $T = \{1, x, \{\emptyset\}, Adana, Kimya\}$ bir kümedir. (.....)
- vi. Evrensel küme “1” elemanlı olabilir. (.....)
- vii. Boş küme $\{\emptyset\}$ ile gösterilir. (.....)
- viii. Her küme, bir öz alt kümeye sahiptir. (.....)

Soru 2)

$H = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, a\}\}$ kümesinin, 3 elemanlı olan alt kümeleri aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak gösterilmiştir?

- A) $\{\emptyset, \{\{\emptyset\}\}, \{\{\emptyset, a\}\}$ B) $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{a\}\}$ C) $\{\emptyset, \{\{\emptyset, a\}\}, \{\emptyset\}, \{\emptyset, a\}\}$
D) $\{a, \{\emptyset\}, \{a\}\}$ E) $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, a\}\}$

Soru 3)

Bir A kümesinin alt kümelerinin sayısı ile öz alt kümelerinin sayısının toplamı 127’dir. Bu kümenin eleman sayısı kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 32 E) 64

Soru 4)

$A = \{a, b, c, d, e\}$ kümesinin alt kümelerinin kaçında “a” elemanı bulunur, “c” elemanı bulunmaz?

- A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 24



Soru 5) Aşağıdaki kümelerden, "Boş küme" belirtenlerin yanına boş kümenin simgesi olan " $\emptyset$ " notasyonunu koyunuz. Boş küme olmayanların yanına "x" işareti koyunuz.

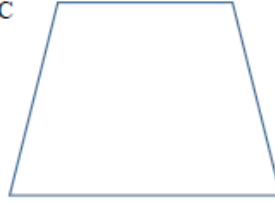
- i. $A = \{x \mid x \text{ hem tek sayı hem de çift sayıdır}\}$ (.....)
- ii. 0'dan küçük doğal sayılar kümesi (.....)
- iii. Oluşturabileceğimiz en az elemana sahip küme (.....)

Soru 6) A ve B herhangi iki küme olsun. E kümesi de, A ve B kümesi üzerinde işlem yapılan evrensel küme olmak üzere, aşağıda yer alan boşlukları " $\subset$ ", " $\supset$ " ve " $=$ " sembollerinden birisi ile doldurun.

- i. $\emptyset \dots A$ dir.
- ii. $A \dots B$ ve $B \dots A$ ise $A = B$ dir.
- iii. $A \dots E$ dir.

Soru 7) $C = \{k \mid -4 \leq k < 6 \text{ ve } k \in \mathbb{N}\}$ kümesinin elemanlarını Venn şeması içerisinde gösteriniz. Bu kümenin, alt küme sayısını bulunuz.

C



Alt Küme Sayısı = ...

Soru 8) Aşağıda verilen kümeleri, "Sonlu" ya da "Sonsuz" küme diye sınıflandırınız.

- a. 3 ile bölünebilen doğal sayılar kümesi (.....)
- b. 0 ile 10^{10} arasındaki doğal sayılar kümesi (.....)
- c. Dünyadaki tüm öğrenciler (.....)
- ç. Tamsayılar kümesi (.....)
- d. Birbirinden farklı iki tamsayı arasındaki rasyonel sayıların oluşturduğu küme (.....)

Başarılar Dilerim.

EK 6. DERS GÖZLEM FORMU

DERS GÖZLEM FORMU

<i>ÖĞRETMEN</i>		<i>OKUL</i>	
<i>SINIF</i>		<i>TARİH</i>	

(Yİ) : Yeterli (KY): Kısmen Yeterli (YZ): Yetersiz

KONU ALAN BİLGİSİ

GENEL ALAN BİLGİSİ

		Yİ	KY	YZ	AÇIKLAMA
1.	Problemleri doğru olarak çözebilme				
2.	Öğrencilerin yanlış cevaplarını fark edebilme				
3.	Öğrencilerin eksik matematiksel tanımlarını fark edebilme				
4.	Matematiksel terimleri ve terminolojileri doğru olarak kullanabilme				

UZMANLIK ALAN BİLGİSİ

		Yİ	KY	YZ	AÇIKLAMA
1.	Matematiksel ifadelerin, işlemlerin ve kavramların "Neden" ve "Niçin"ini ortaya koyabilme				
2.	Belirli bir matematiksel noktaya dikkat çekmek için örnekler/temsiller bulma				
3.	Etkinlikleri hem kolay hem de zor olacak biçimde düzenleyebilme				
4.	Konuya özgü üretken matematiksel sorular sorabilme				
5.	Ders kitaplarındaki matematiksel içeriği derse uyarlayabilme				
6.	Öğrencilerin öneri veya çözümlerini hızlı bir şekilde değerlendirebilme				

PEDAGOJİK ALAN BİLGİSİ

ALAN VE ÖĞRENCİ BİLGİSİ

		Yİ	KY	YZ	AÇIKLAMA
1.	Konuya ve öğrenciye özgü, etkili öğretim için yöntem ve teknikleri belirleyebilme				
2.	Öğrencilerin sıklıkla yapabileceği kavram yanlışlarının bilinmesi				
3.	Öğrencilerin özelliklerine uygun uygulama/örnek kullanabilme				
4.	Öğrenci zorluklarını dikkate alma ve düzeltmeler yapma				

ALAN VE ÖĞRETME BİLGİSİ

		Yİ	KY	YZ	AÇIKLAMA
1.	Konuya özgü ders planlayabilme ve konuyu somut hale getirebilme				
2.	Teknolojik materyalleri veya programları kullanabilme				
3.	Konuya özgü bir kavramı farklı temsillerle gösterebilme				
4.	Konuya özgü öğretim materyalleri seçebilme ve uygulayabilme				

ÖZGEÇMİŞ

NURULLAH YAZICI

Binevler Mahallesi Tuğra Apt Kat 5 No:14 Onikişubat/ K.MARAŞ

Cep Telefonu : (505) 946 42 05

E-mail: yazicinurullah@gmail.com

KİŞİSEL BİLGİLER

Uyruğu : T.C
Doğum Yeri : ANTAKYA
Doğum Tarihi : 15.01.1987

EĞİTİM DURUMU

2014 – 2017 : Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü
OFMAE Matematik Eğitimi, Doktora
Matematik Öğretmenlerinin Öğretim İçin Matematik Bilgisi: Kümelerde Temel Kavramların Analizi

2012 – 2013 : Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Bölümü, Tezli Yüksek Lisans
Başarının Ölçülmesinde SOLO Taksonomiye Dayalı Hazırlanan Rubrik Kullanımının Etkisinin Karşılaştırmalı Olarak İncelenmesi

2006 – 2011 : Karadeniz Teknik Üniversitesi, OFMAE Matematik Öğretmenliği
Tezsiz Yüksek Lisans

2006 – 2011 : Karadeniz Teknik Üniversitesi
Lisans, OFMAE Matematik Öğretmenliği

2001 – 2005 : Kahramanmaraş Anadolu Öğretmen Lisesi
(İngilizce Hazırlık + 3 Yıl)

YAYINLAR

A) Ulusal hakemli dergilerde yayımlanan makaleler

1) Çetin B., Boran A., Yazıcı, N., (2014). “Fizik Eğitiminde Başarının Ölçülmesinde Solo Taksonomisine Göre Hazırlanan Rubriklerin İncelenmesi”, Bayburt Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, Cilt:IX, Sayı II, Bayburt.

B) Uluslararası hakemli dergilerde yayımlanan makaleler

1) Yazıcı N., Kültür M. N., (2017). “Matematik Öğretmenlerinin Kümeler Ünitesinde Yer Alan Temel Kavramlara İlişkin Matematiksel Bilgilerinin İncelenmesi”. *Journal of Computer and Education Research*, 5(9). ss 100-124. DOI: 10.18009/jcer.69718

2) Albayrak, M., Yazıcı N. & Şimşek, M. (2017). “Relating the Learned Knowledge and Acquired Skills to Real Life: Function Sample”. *Higher Education Studies*; 7(3). pp. 148-160. DOI:10.5539/hes.v7n3p148

C) Ulusal Bilimsel Toplantılarda Sunulan ve Bildiri Kitaplarında Basılan Bildiriler

1) Yazıcı, N., (2015). Açık Uçlu Soru Tekniğiyle Başarının Ölçülmesinde SOLO Taksonomiye Dayalı Hazırlanan Rubrik Kullanımının İncelenmesi, II. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu, ss. 284, 16-18 Mayıs, Adıyaman Üniversitesi, Adıyaman.

D) Uluslararası Bilimsel Toplantılarda Sunulan ve Bildiri Kitaplarında Basılan Bildiriler

1) Albayrak, M, Şimşek, M & Yazıcı, N. (2016). An Analysis of the Daily Life Examples of the Mathematics Teaching Preservice Teachers about the Function Types. International Conference on Mathematics and Mathematics Education (ICMME-2016), Fırat University, Elazığ, 12-14 May 2016

E) Katıldığı Bilimsel Faaliyetler

1) Tübitak-Ulakbim, “Bilimsel Yayınlarında Kaliteye Ulaşmak”, Yazar ve Editörler İçin 5.Eğitim Semineri, 4 Mayıs 2015, Dicle Üniversitesi, Diyarbakır.