



**MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN ÖTELEME DÖNÜŞÜMÜNÜ
KAVRAMSAL OLARAK ANLAMALARININ İNCELENMESİ**

Sümeyye MERTBEY

Yüksek Lisans Tezi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı

Doç. Dr. Murat AKARSU

AĞRI-2025

(Her hakkı saklıdır.)

T.C.
AĞRI İBRAHİM ÇEÇEN ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

Sümeyye MERTBEY

MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN ÖTELEME DÖNÜŞÜMÜNÜ
KAVRAMSAL OLARAK ANLAMALARININ İNCELENMESİ
YÜKSEK LİSANS TEZİ

TEZ YÖNETİCİSİ

Doç. Dr. Murat AKARSU

JÜRİLER

Doç. Dr. Murat AKARSU

Doç. Dr. Muhammet ARICAN

Dr. Öğrt. Üyesi Halil ZEHİR

AĞRI-2025

TEZ KABUL ONAY TUTANAĞI

	LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ TEZ KABUL VE ONAY TUTANAĞI	Doküman No	FR-211
		İlk Yayın Tarihi	26.02.2024
		Revizyon Tarihi	
		Revizyon No	00
		Sayfa No	1/1

MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN ÖTELEME DÖNÜŞÜMÜNÜ KAVRAMSAL OLARAK ANLAMALARININ İNCELENMESİ

Doç. Dr. Murat AKARSU danışmanlığında, Sümeyye MERTBEY tarafından hazırlanan bu Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalında yüksek lisans tezi olarak **oybirliği / oy çokluğu (.../...)** ile kabul edilmiştir.

Başkan : Doç. Dr. Muhammet ARICAN İmza :
Üye : Doç. Dr. Murat AKARSU İmza :
Üye : Dr. Öğrt. Üyesi Halil ZEHİR İmza :

Yukarıdaki sonuç;

Enstitü Yönetim Kurulu .../.../... tarih ve / numaralı kararı ile onaylanmıştır.

Prof. Dr. MEHMET TEYFUR
Enstitü Müdürü

Not: Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaklardan yapılan bildiriş, çizelge, şekil ve fotoğrafların kaynak olarak kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.

HAZIRLAYAN	KONTROL EDEN	ONAYLAYAN

TEZ BENZERLİK RAPORU

	LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ TEZ BENZERLİK RAPORU	Doküman No	FR-213
		İlk Yayın Tarihi	26.02.2024
		Revizyon Tarihi	
		Revizyon No	00
		Sayfa No	1 / 2

BenzerlikOranlarına Dair Beyannamedir		
ÖğrenciAdıSoyadı	Sümeyye MERTBEY	
Numarası	226052249	
Ana BilimDah	Matematikve Fen Bilimleri Eğitimi	
BilimDah	Matematik Eğitimi	
Programı	Matematik Eğitimi	
DanışmanUnvanıAdıSoyadı	Doç. Dr. Murat AKARSU	
Tez Başlığı	Matematik Öğretmenlerinin Öteleme Dönüşümünü Kavramsal Olarak Anlamalarının İncelenmesi	
Bölümler	Turnitin Sonucu	En Yüksek Değer
Giriş	% 4	% 25
KuramsalTemeller/KavramsalÇerçeve	% 2	% 30
MateryalveYöntem	% 15	% 30
AraştırmaBulguları	% 0	% 20
Sonuç/Tartışma/Öneri	% 0	% 20
TEZ (GENEL)	% 3	% 25

30/07/2025

Turnitin

Yukarıda bilgileri yazılı tez çalışmasının benzerlik oranları raporundan alındığı haliyle yazılmış olup tüm bilgilerin doğru olduğunu, aksi halde doğacak hukuki sorumlulukları

Kabul ve beyan ederiz.

İmza
Sümeyye MERTBEY

İmza
Doç. Dr. Murat AKARSU

--

HAZIRLAYAN	KONTROL EDEN	ONAYLAYAN
------------	--------------	-----------

ÖZET
YÜKSEK LİSANS TEZİ
MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN ÖTELEME DÖNÜŞÜMÜNÜ
KAVRAMSAL OLARAK ANLAMALARININ İNCELENMESİ

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Murat AKARSU

2025, 144 sayfa

Jüri: Doç. Dr. Murat AKARSU

Doç. Dr. Muhammet ARICAN

Dr. Öğrt. Üyesi Halil ZEHİR

Bu araştırmanın amacı, ortaokul ve lise düzeyinde görev yapan matematik öğretmenlerinin öteleme dönüşümüne ilişkin alan bilgilerini incelemek, sahip oldukları perspektifleri (hareket ve eşleştirme perspektifi) belirlemek ve bu perspektifler arasında gerçekleşen geçiş süreçlerini ortaya koymaktır. Araştırma, nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseniyle yürütülmüştür. Katılımcılar, amaçlı örnekleme yönteminin kolay ulaşılabilir örnekleme stratejisiyle seçilen üç ortaokul ve iki lise matematik öğretmeninden oluşmaktadır. Veriler, uzman görüşleri doğrultusunda geliştirilen ve pilot çalışma ile son hâlini alan "Öteleme Dönüşümü Değerlendirme Soruları" adlı yarı yapılandırılmış görüşme formu aracılığıyla toplanmıştır. Yedi bölümden oluşan bu formda uygulamalı sorulara da yer verilmiştir. Görüşmeler ses kaydı alınarak gerçekleştirilmiş, veriler yazılı hâle getirilip kodlanarak içerik analizi yapılmıştır. Bulgular, öğretmenlerin öteleme dönüşümüne ilişkin anlayışlarının farklılık gösterdiğini; bazı öğretmenlerin hareket perspektifinde kaldığını, bazılarının ise eşleştirme perspektifine geçebildiğini ortaya koymuştur. Bu süreçte bireysel geçmiş ve kavramsal birikimin etkili olduğu görülmüştür. Sonuç olarak, öğretmen eğitiminde dönüşüm kavramlarının çok yönlü ve sorgulama temelli yaklaşımlarla ele alınması önerilmektedir.

2025, 144 sayfa

Anahtar sözcükler: Öteleme Dönüşümü, Kavramsal Anlama, Ortaöğretim Matematik Öğretmenleri, İlköğretim Matematik Öğretmenleri, Hareket Perspektifi, Eşleştirme Perspektifi.

ABSTRACT
MASTER’S THESIS
AN INVESTIGATION OF MATHEMATICS TEACHERS’ CONCEPTUAL
UNDERSTANDING OF TRANSLATION TRANSFORMATION

Advisor: Assoc. Prof. Dr. Murat AKARSU

2025, Page:144

Jury: Assoc. Prof. Dr. Murat AKARSU

Assoc. Prof. Dr. Muhammet ARICAN

Asst. Prof. Dr. Halil ZEHİR

The aim of this study is to examine the content knowledge of middle and high school mathematics teachers regarding geometric translation, to identify the perspectives they adopt (motion and mapping perspectives), and to explore the transition processes between these perspectives. The research was conducted using a qualitative case study design. The participants consisted of three middle school and two high school mathematics teachers, selected through convenience sampling, a strategy of purposive sampling. Data were collected through a semi-structured interview form titled “Questions for Assessing Teachers’ Conceptual Understanding of Translation,” developed based on expert feedback and finalized through pilot interviews. The form included seven sections with both conceptual and application-based questions. Interviews were audio-recorded, transcribed, and analyzed using content analysis. The findings revealed that teachers exhibited varying levels of understanding of translation; while some remained within the motion perspective, others demonstrated a shift toward the mapping perspective. These transitions were influenced by individual backgrounds and conceptual understanding. The results suggest that teacher education programs should address geometric transformations through multifaceted and inquiry-based approaches that integrate both functional and algebraic representations.

2025, 144 Pages

Keywords: Mapping View, Motion View, Translation, Conceptual Understanding, High School Mathematics Teachers, Middle School Mathematics Teachers .

ÖN SÖZ

Bu çalışmanın tamamlanmasında bana rehberlik eden, bilgi ve tecrübeleriyle yol gösteren değerli danışmanım Sayın Doç. Dr. Murat AKARSU'ya en içten teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca süreç boyunca desteğini ve katkılarını esirgemeyen Sayın Sema NACAR'a teşekkür ederim. Onların kıymetli görüşleri ve destekleri olmadan bu çalışmanın şekillenmesi mümkün olamazdı.

Yüksek lisans sürecim boyunca bana her zaman güvenen ve destek olan anne ve babam Sayın Zeynep FIRAT ve Yahya FIRAT'a, bana sevgi, moral ve her türlü desteği sağlayan, her zaman yanımda olan sevgili eşim Sayın Selçuk MERTBEY'e, gönülden teşekkür ederim. Onların sabrı, anlayışı ve desteği bu yolculuğu benim için anlamlı kıldı.

Tez çalışmamın her aşamasında yanımda olan ve bana değerli önerilerde bulunan tüm hocalarıma ve yakın çevreme teşekkürlerimi sunarım. Bu süreçteki katkıları, hem akademik hem de kişisel anlamda bana büyük fayda sağladı.

28 / 07 / 2025

Sümeyye MERTBEY

İÇİNDEKİLER

TEZ KABUL ONAY TUTANAĞI.....	i
TEZ ETİK VE BİLDİRİM SAYFASI.....	ii
ÖZET	iii
ABSTRACT.....	iv
ÖN SÖZ	v
İÇİNDEKİLER	vi
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	x
TABLOLAR LİSTESİ	xiii
KISALTMALAR LİSTESİ	xiv
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Problem Durumu	1
1.2. Araştırmanın Amacı.....	5
1.3. Araştırmanın Önemi.....	6
1.4. Sınırlılıklar.....	7
1.5. Sayıtlılar	8
1.6. Tanımlar	8
2. KURAMSAL TEMELLER	10
2.1. Öteleme Dönüşümü	10
2.2. Perspektifler: Hareket ve Eşleştirme.....	11
2.2.1. Hareket perspektifi	12
2.2.2. Eşleştirme perspektifi	14
2.3. Öğretmen Alan Bilgisi	16
2.4. İlgili Araştırmalar	20
2.4.1. Öteleme dönüşümü ile ilgili araştırmalar	20

2.4.2. Öteleme dönüşümünde öğretmen alan bilgisi ile ilgili araştırmalar
28

3. MATERYAL VE YÖNTEM.....	30
3.1. Araştırma Deseni	30
3.2. Çalışma Grubu	30
3.3. Veri Toplama Araçları	31
3.4. Verilerin Toplaması ve Analizi	35
3.5. Geçerlik ve Güvenirlik.....	35
4. BULGULAR	38
4.1. Öğretmenlerin Bireysel Olarak Öteleme Dönüşümünü Anlamalarının İncelenmesi – Hasan Ali	41
4.1.1. Hasan Ali öğretmenin öteleme dönüşümü anlayışına ilişkin ilk bulgular: 41	
4.1.2. Hasan Ali öğretmenin öteleme dönüşümünün parametresi (vektör) algısına ilişkin bulgular	42
4.1.3. Hasan Ali öğretmenin düzlem kavrayışına ilişkin bulgular:	45
4.1.4. Hasan Ali öğretmenin öteleme dönüşümü fonksiyonuna yönelik algısı: 48	
4.2. Öğretmenlerin Bireysel Olarak Öteleme Dönüşümünü Anlamalarının İncelenmesi – Fadime	50
4.2.1. Fadime öğretmenin öteleme dönüşümü anlayışına ilişkin ilk bulgular: 50	
4.2.2. Fadime öğretmenin öteleme dönüşümünün parametresi (vektör) algısına ilişkin bulgular:	52
4.2.3. Fadime öğretmenin düzlem kavrayışına ilişkin bulgular:	55
4.2.4. Fadime öğretmenin öteleme dönüşümü fonksiyonuna yönelik algısı: 57	

4.3. Öğretmenlerin Bireysel Olarak Öteleme Dönüşümünü Anlamalarının İncelenmesi – Ebru	58
4.3.1. Ebru öğretmenin öteleme dönüşümünü anlayışına ilişkin ilk bulgular:	59
4.3.2. Ebru öğretmenin vektör algısına ilişkin bulgular:.....	60
4.3.3. Ebru öğretmenin düzlem kavrayışına ilişkin bulgular:	63
4.3.4. Ebru öğretmenin öteleme dönüşümü fonksiyonuna yönelik algısı:	66
4.4. Öğretmenlerin Bireysel Olarak Öteleme Dönüşümünü Anlamalarının İncelenmesi – Hanife	68
4.4.1. Hanife öğretmenin öteleme dönüşümünü anlayışına ilişkin ilk bulgular:	68
4.4.2. Hanife öğretmenin vektör algısına ilişkin bulgular:.....	69
4.4.3. Hanife öğretmenin düzlem kavrayışına ilişkin bulgular:	73
4.4.4. Hanife öğretmenin öteleme dönüşümü fonksiyonuna yönelik algısı:	79
4.5. Öğretmenlerin Bireysel Olarak Öteleme Dönüşümünü Anlamalarının İncelenmesi – Şeyma	80
4.5.1. Şeyma öğretmenin öteleme dönüşümünü anlayışına ilişkin ilk bulgular:	81
4.5.2. Şeyma öğretmenin vektör algısına ilişkin bulgular:.....	82
4.5.3. Şeyma öğretmenin düzlem kavrayışına ilişkin bulgular:	84
4.5.4. Şeyma öğretmenin öteleme dönüşümü fonksiyonuna yönelik algısı:	86
4.6. Öğretmenlerin Bulgularının Genel Olarak Karşılaştırmalı Değerlendirilmesi.....	88
4.6.1. Öğretmenlerin öteleme dönüşümüne ilişkin ilk bulgularının karşılaştırmalı olarak değerlendirilmesi	88

4.6.2. Öğretmenlerin öteleme dönüşümünün parametresine (vektör) ilişkin algısına yönelik bulgularının karşılaştırmalı olarak değerlendirilmesi ...	90
4.6.3. Öğretmenlerin düzlem algısına yönelik bulgularının karşılaştırmalı olarak değerlendirilmesi	92
4.6.4. Öğretmenlerin Öteleme Dönüşümü Fonksiyonu Algısına Yönelik Bulgularının Karşılaştırmalı Olarak Değerlendirilmesi	95
5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER	98
5.1. Öğretmenlerin Alan Bilgileri.....	98
5.2. Öğretmenlerin Perspektifleri	101
5.3. Bilgi ve Perspektiflerdeki Değişimler	103
5.4. Sonuç ve Öneriler	105
KAYNAKÇA.....	108
EKLER	116
ÖZGEÇMİŞ	143

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1. <i>Jeff'in öteleme dönüşümüne ilişkin hareket perspektifiyle verdiği cevap (Yanık, 2006, s. 61).</i>	12
Şekil 2.2. <i>Jenifer'in öteleme dönüşümüne ilişkin hareket perspektifiyle verdiği cevap (Flanagan, 2001, s. 86).</i>	13
Şekil 2.3. <i>Bir arabanın düz bir zeminde hareketi (Zembat, 2015).</i>	14
Şekil 2.4. <i>Görüntü ve tanım kümeleri arasındaki ilişki (Yanık, 2006, s. 34).</i> ..	15
Şekil 2.5. <i>Bir araba modeli ve bu modelin QR vektörlü bir öteleme dönüşümü altındaki karşılık gelen görüntüsü (Zembat, 2015).</i>	15
Şekil 2.6. <i>Jeff'in ABC üçgeninin verilen öteleme vektörü altındaki çizimi (Yanık & Flores, 2009)</i>	24
Şekil 2.7. <i>Jeff'in öğrenme yörüngesi (Yanık & Flores, 2009)</i>	25
Şekil 2.8. <i>Dönme hareketi olarak öteleme (Yanık, 2011)</i>	26
Şekil 2.9. <i>Öteleme hareketi olarak öteleme (Yanık, 2011)</i>	26
Şekil 2.10. <i>Kuvvet olarak vektör (Yanık, 2013).</i>	27
Şekil 2.11. <i>Simetri doğrusu olarak vektör (Yanık, 2013)</i>	27
Şekil 3.1. <i>Vektör Algısını İncelemeye Yönelik Uygulama Soruları</i>	34
Şekil 3.2. <i>Düzlem Algısını İncelemeye Yönelik Uygulama Soruları</i>	34
Şekil 4.1. <i>Hasan Ali öğretmenin öteleme dönüşümü yerine yansıma dönüşümü uygulanması</i>	42
Şekil 4.2. <i>Hasan Ali öğretmenin öteleme dönüşümü uygularken yanılğı yaşaması</i>	43
Şekil 4.3 <i>Hasan Ali öğretmenin çapraz yönlü vektörle öteleme dönüşümü uygulaması</i>	44
Şekil 4.4. <i>Hasan Ali öğretmenin cebirsel olarak noktanın ötelenmesi sorusuna cevabı</i>	45
Şekil 4.5. <i>Hasan Ali öğretmenin düzlem ile ilişkili ilk uygulama sorusu</i>	46
Şekil 4.6. <i>Hasan Ali öğretmenin düzlem ile ilişkili ikinci uygulama sorusu</i> ..	46
Şekil 4.7. <i>Düzlem ile ilişkili üçüncü uygulama sorusu</i>	47
Şekil 4.8. <i>Düzlem ile ilişkili beşinci uygulama sorusu</i>	47
Şekil 4.9. <i>Fadime öğretmenin öteleme dönüşümüne ilişkin tanımına yönelik cevabı</i>	50

Şekil 4.10. Fadime öğretmenin vektör algısına ilişkin ilk uygulama sorusu..	52
Şekil 4.11. Fadime öğretmenin vektör algısına ilişkin ikinci uygulama sorusu	
.....	53
Şekil 4.12. Fadime öğretmenin vektör algısına ilişkin üçüncü uygulama sorusu	
.....	53
Şekil 4.13. Fadime Öğretmenin Vektör Tanımına Yönelik İfadeleri.....	54
Şekil 4.14. Fadime öğretmenin düzlem algısına ilişkin ilk uygulama sorusu	55
Şekil 4.15. Ebru öğretmenin vektör algısına ilişkin ilk uygulama sorusu.....	60
Şekil 4.16. Ebru öğretmenin vektör algısına ilişkin üçüncü uygulama sorusu	
.....	61
Şekil 4.17. Ebru öğretmenin vektör tanımına yönelik çizimi	61
Şekil 4.18. Ebru öğretmenin düzlem algısına ilişkin ilk uygulama sorusu	63
Şekil 4.19. Ebru öğretmenin düzlem algısına ilişkin ikinci uygulama sorusu	63
Şekil 4.20. Düzlem ile ilişkili üçüncü uygulama sorusu	64
Şekil 4.21. Düzlem algısına ilişkin dördüncü uygulama sorusu	65
Şekil 4.22. Düzlem ile ilişkili beşinci uygulama sorusu	65
Şekil 4.23. Hanife öğretmenin yer-yön ifadeleri kullanarak 2 br sağa öteleme dönüşümü uygulaması.....	71
Şekil 4.24. Hanife öğretmenin yer-yön ifadeleri kullanarak 5 br sağa, 4 br aşağı öteleme dönüşümü uygulaması.....	71
Şekil 4.25. Hanife öğretmenin vektör algısına ilişkin üçüncü uygulama sorusu	
.....	72
Şekil 4.26. Hanife öğretmenin düzlem algısına ilişkin ilk uygulama sorusu..	73
Şekil 4.27. Hanife öğretmenin düzlem algısına ilişkin ikinci uygulama sorusu	
.....	74
Şekil 4.28. Hanife öğretmenin düzlem algısına ilişkin üçüncü uygulama sorusu	
.....	75
Şekil 4.29. Düzlem algısına ilişkin dördüncü uygulama sorusu	75
Şekil 4.30. Düzlem algısına ilişkin beşinci uygulama sorusu	76
Şekil 4.31. Şeyma öğretmenin yer-yön ifadeleri kullanarak 2 br sağa öteleme dönüşümü uygulaması.....	83

Şekil 4.32. Şeyma öğretmenin yer-yön ifadeleri kullanarak 5 br sağa, 4 br aşağı öteleme dönüşümü uygulaması.....	83
Şekil 4.33. Şeyma öğretmenin düzlem algısına ilişkin ilk uygulama sorusu ..	84
Şekil 4.34. Şeyma öğretmenin öteleme dönüşümü fonksiyonunu yazarken vektörü sözel olarak tanımlaması	87



TABLolar LİSTESİ

Tablo 3.1. Katılımcıların Demografik Bilgileri	31
Tablo 3.2. Görüşme Formunun Bölümleri ve Amaçları	33
Tablo 4.1. Hareket Perspektifine Yönelik Oluşturulan Kodlar ve Tanımları	38
Tablo 4.2. Eşleştirme Perspektifine Yönelik Oluşturulan Kodlar ve Tanımları	40
Tablo 4.3. Katılımcıların Öteleme Tanımı Algılarına Yönelik Kodlar	90
Tablo 4.4. Katılımcıların Öteleme Dönüşümünün Parametresine (Vektör) İlişkin Algısına Yönelik Kodlar	92
Tablo 4.5. Katılımcıların Düzlem Algısına Yönelik Kodlar	94
Tablo 4.6. Katılımcıların Öteleme Dönüşümü Fonksiyonu Algısına Yönelik Kodlar	96

KISALTMALAR LİSTESİ

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

PAB: Pedagojik Alan Bilgisi



1. GİRİŞ

1.1. Problem Durumu

Geometri matematik öğrenmenin önemli bir bileşenidir. Bu bileşeni; nokta, düzlem, doğru, uzay, şekiller, uzamsal şekiller ve bunlar arasındaki ilişkilerle ilgilenen bir matematik dalı olarak tanımlayabiliriz (Biber, 2013; Clements&Battista, 1992). Cooke (2007)'a göre geometri, iki boyutlu ve üç boyutlu şekillerle de ilgilenen bir bilimdir. Uzay ve şekillerle ilgilenen bu bilim, matematikte ve diğer alanların birçoğunda öğrenmenin temelini oluşturur (Clements, 1998). Geometri, öğrencilerin yaşadıkları dünyayı tanımlayıp sınıflandırmalarına (Copley, 2000) ve analiz edip yorumlamalarına olanak sağlayarak, matematiğin diğer alanlarında uygulama yapmalarını da mümkün kılacak bir donanım sunar (Özerem, 2012).

Bu bağlamda, geometri içerisinde önemli bir alt alan olan dönüşüm geometrisi, fonksiyonlar, vektörler, gruplar, matrisler, karmaşık sayılar ve lineer cebir gibi matematiksel alanların anlaşılmasına katkı sağlamaktadır (Brown, 1973). Dönüşüm geometrisi, öğrencilerin çeşitli matematiksel kavramları keşfetmeleri için bir dizi fırsat sunar (Yanık, 2013). Örneğin, geometrinin farklı dallarından (topoloji, izdüşümlü geometri, afin geometri, Öklid geometrisi gibi) türeyen matematiksel özellikler, dönüşüm geometrisi içeren manipülatif etkinlikler yoluyla tanımlanabilir (Williford, 1972). Bu tür etkinlikler, matrisler, vektörler, geometrik şekiller ve cebirsel eşitliklerin birlikte kullanılmasına olanak sağlayarak (Flanagan, 2001), öğrencilerin matematiksel ilişkileri daha derinlemesine anlamalarını mümkün kılar. Sonuç olarak dönüşüm geometrisi, öğrencilerin matematikteki anahtar kavramlar (örneğin fonksiyon, simetri, eşlik ve benzerlik) üzerinde düşüncelerini teşvik ederek (Köse, 2015), onların matematiğe yönelik bakış açılarının genişlemesine katkı sunmaktadır (Flanagan, 2001).

Dönüşüm geometrisi matematiksel olarak sunduğu avantajların yanı sıra, günlük yaşamımızda yer alması yönüyle de oldukça önemlidir. Geometrik dönüşümlerin (dönme, öteleme, yansıma ve genişleme gibi) uzaklık ve özellik korumaları sebebiyle; mimari tasarımlarda, sanatta ve teknolojiye de sıkça karşımıza çıkar (Zembat, 2015). Öğrenciler dönüşüm geometrisi konusunda edindikleri bilgi ve

deneyimler ışığında (örneğin bir kilim deseninde tekrar eden geometrik şekillere bakarken) matematik ve sanat arasında bağ kurabilir, hatta günlük yaşantıda ve iş dünyasında ne denli önemli olduğunu kavrayabilirler (Ersoy & Duatepe, 2003).

Dönüşüm geometrisinin sunduğu avantajlar neticesinde, araştırılması ve öğrenilmesinin önem arz ettiğini söylemek mümkündür. Bu doğrultuda National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1989, 1991, 1998) dönüşüm geometrisi öğretiminin ilköğretim ve ortaöğretim matematik programında yer alması gerektiğini belirtir. Türkiye’de 2005 yılında müfredat değişikliği nedeni ile yayınlanan eğitim programı incelendiğinde dönüşüm geometrisi (yansıma, öteleme, dönme ve ötelemeli yansıma konularını içeren) ortaokul kademesindeki her sınıf düzeyinde yer almıştır. Ardından 2013 yılında yapılan müfredat değişikliğinde dönüşüm geometrisi alt öğrenme alanına yalnızca yedinci ve sekizinci sınıf düzeylerinde yer verilmiştir. 2018 yılında yürürlüğe giren programda ise daha köklü bir değişikliğe gidilerek dönme dönüşümü tamamen kaldırılmış, yansıma ve öteleme dönüşümlerine ise yalnızca sekizinci sınıf düzeyinde yer verilmiştir. Bu değişiklik neticesinde yapılan araştırmalara göre, Yıldırım (2020) öğrencilerin dönüşüm geometrisini öğrenirken yaşadıkları zorlukları dikkate alarak 2018 programında dönüşüm geometrisinin seyrletilmesini yerinde bir karar olarak değerlendirirken, Demir ve Kurtuluş (2019) ise bu durumun öğrencilerin ileri öğrenmelerinde bazı eksikliklere yol açabileceğini vurgulamaktadır. Son olarak, 2024 yılında kamuoyuna açıklanan Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli kapsamında dönüşüm temaları yeniden ele alınmış ve ortaokulda yalnızca yedinci ve sekizinci sınıflara yerleştirilmiştir. Buna göre yedinci sınıfta yalnızca yansıma dönüşümü işlenecek, sekizinci sınıfta ise koordinat düzlemi uygulamalarını da içeren yansıma ve öteleme dönüşümleri öğretilecektir. Programda ötelemeye ilişkin,

“... şekiller arasındaki eşlik, eşit uzaklık ve yöne dayalı ilişkileri belirlemeleri için uygun öğrenme ortamı oluşturulur. İnceleme sonunda öteleme dönüşümü tanıtılarak şekillere ait noktalar ve görüntüleri arasında bir eşleme yapıldığı, öteleme dönüşümünün belirleyicilerinin aynı yön ve eşit uzaklık olduğu vurgulanır.”

(MEB, 2024, s.215)

ifadesiyle eşleştirme perspektifine göndermede bulunmakla birlikte, uygulama örneklerinde bu yönelimi destekleyecek ayrıntılara henüz rastlanmamaktadır. Ayrıca ötelemenin vektör üzerinden parametreleştirilmesine ya da fonksiyonel bir temsile dayalı anlayış geliştirilmesine programda yer verilmemektedir. Bu nedenle, yeni müfredatın uygulamaya geçmesiyle birlikte ders kitaplarının ve öğretim süreçlerinin yönlendirmelerinin nasıl olacağı önemli bir araştırma konusu olarak görülmektedir.

İlköğretim düzeyinde öğrencilerin geometrik dönüşümler ile ilgili edindikleri bilgi ve deneyimler ileri öğrenmelerin yapılandırılabilmesi için önem arz eder. Bu bilgi ve deneyimler, ortaöğretimde matematik alanında mantık yürütme becerilerine katkı sağlayacak ve başarılı olmalarında belirleyici bir rol oynayacaktır (Carroll, 1998). Öğrencinin ön bilgileri yeterli olursa, öğrenci problem çözme becerisi kazanması noktasında daha başarılı olur. Soon (1989) tarafından tanımlanan dönüşüm geometrisi düşünme düzeyleri dikkate alındığında, ortaokul öğrencilerinin ikinci düzeyde (dönüşümün özelliklerini fark etmek, koordinat sistemini kullanarak dönüşümleri birbiri ile ilişkilendirmek, simetri eksenini, öteleme vektörü ve dönme merkezini konumlandırabilmek, vb.) olmaları beklenmektedir (Van de Walle vd., 2012). Fakat Demir ve Kurtuluş (2019)' un yaptığı araştırmaya göre, yedinci sınıf öğrencilerinin bu düzeyin altında kaldıkları sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmenlerin geometri öğretirken öğrencilerin ön bilgilerine başvurmaya ihtiyaç duyacağı için (Damastuti, 2021), öğrencilerin ortaokul kademesinde gerçekleştirdiği geometri öğrenimindeki eksiklikler ileri kademelerde büyük sorun teşkil edecektir (Porter, 1989).

Müfredatın zor ve soyut konuları arasında kabul edilen dönüşüm geometrisi (Mashingaidze, 2012), sadece öğrencilerin yetersizliklerine bağlı olarak değerlendirilmemelidir. Alan yazında öğretmenlerin ve aday öğretmenlerin dönüşüm geometrisi konusu hakkında bilgi düzeylerindeki yetersizlikleri belirten çalışmalar (Ada & Kurtuluş, 2010; Akarsu&İler, 2022; Akarsu & Öcal, 2022; Law, 1991; Yanık & Flores, 2009; Yanık, 2011; Yanık, 2013) mevcuttur. Öğretmenlerin kendilerine anlamlı gelmeyen soyut bilgileri öğrencilere öğretmeye çalışmaları oldukça zordur (Foster, 2007). Fakat alanyazın incelendiğinde dönüşüm geometrisi genellikle bir bütün olarak ele alınmış; yansıma, öteleme ve dönme hareketlerine yönelik yapılan az sayıdaki spesifik çalışmalar ise daha çok önceki müfredat değişiklikleri bağlamında gerçekleştirilmiştir. Güncel olarak uygulanmakta olan ya da yakın dönemde

yayımlanan öğretim programlarına yönelik ise alan yazında sınırlı sayıda araştırma bulunmaktadır (Bulut&Yavuz, 2016; Yıldırım, 2020).

Dönüşüm geometrisi alt öğrenme alanına dair alan yazında bulunan araştırmalardan, ortaokul öğrencilerinin dönüşüm geometrisi konuları arasında (yansıma, öteleme, dönme, genişletme) en iyi öteleme dönüşümünü kavrayabildiğine yönelik sonuçlar sunan çalışmalar (Glass, 2001) mevcuttur. Fakat daha güncel yapılmış araştırmalar öğrencilerin öteleme dönüşümünün cebirsel anlamını bildiklerini fakat geometrik olarak anlamak konusunda problem yaşadıklarını ortaya koymuştur (Ada & Kurtuluş, 2010). Aynı zamanda, öteleme dönüşümünün yer değiştirme hareketi olduğunun öğrenciler tarafından kavranabildiği fakat dönüşümün yönünü (x eksenini boyunca veya y eksenini boyunca) bulurken ve öteleme dönüşümüne uğramış bir şeklin noktalarını eşleştirirken zorlandığı belirtilmiştir (Aktaş&Ünlü, 2017).

Öteleme dönüşümü tanım itibarı ile de ortaokul düzeyinde bir öğrenci için soyut bir konudur. Bir düzlem boyunca kaydırma işlemini içeren öteleme -uzaklık ve özellik koruyan (Zembat,2015)- şeklin sadece konumunda yapılan bir değişikliktir (Demir & Kurtuluş, 2019). Öteleme dönüşümüne yönelik öğrenci görüşleri hareket ve eşleştirme perspektifi olarak iki farklı şekilde düşünülebilir (Edwards, 2003; Hollebrands, 2003; Yanık, 2013). Ötelemenin hareket perspektifinde, düzlemdeki tüm noktalar, yön ve büyüklük adlı iki parametreye dayalı olarak düzlemdeki yeni noktalara ötelenebilir (Yanık, 2013). Bu parametre genellikle öteleme vektörü olarak tanımlanır. Öte yandan, eşleştirme perspektifinde, öteleme düzlemdeki tüm noktaları belirli bir yön ve büyüklüğe dayalı olarak düzlemdeki diğer noktalara eşleştiren özel fonksiyonlar olarak kabul edilir (Yanık, 2013;). Zembat, (2015) bu özel fonksiyonu, tanım kümesi düzlemdeki tüm noktalar ve değer kümesi yine aynı düzlemde karşılık gelen tüm noktalar olan birebir ve örten bir fonksiyon olarak tanımlar. Fakat bu tanımlar ortaokul kademesinde kullanıldığında, öğrenciler için anlamlı olmayacağından dolayı öteleme dönüşümü öğretilirken matematiksel ve pedagojik boyutların bir arada düşünülmesi gerekir (Sünker&Zembat, 2012).

İlköğretim ve ortaöğretim müfredatı incelendiğinde öteleme dönüşümü, ilköğretim düzeyinde hareket perspektifi ile öğretilirken, ortaöğretim düzeyinde eşleştirme perspektifi ile ele alınmaktadır (MEB, 2018). İlköğretim kademesinde

yalnızca sekizinci sınıfta toplam iki ders saati ayrılan öteleme dönüşümü, hareket perspektifi ile işlenmekte ve öğrenciler bu perspektifin parametresi olan vektörden haberdar edilmemektedir. Alan yazında yapılan çalışmalar, bu durumun öğrencilerin kavramsal öğrenmelerinde yetersizliklere yol açtığını göstermektedir. Nitekim Demir ve Kurtuluş'un (2019) araştırmasında, yedinci sınıf öğrencilerinin öteleme dönüşümüne yönelik dönüşüm geometrisi düşünme düzeylerinin beklenenin altında olduğu ortaya çıkmıştır. Benzer şekilde, sekizinci sınıf öğrencileriyle yapılan bir çalışmada öğrencilerin öteleme hareketini yaparken eksen gördüklerinde yansıma hareketi yaptıkları belirlenmiştir (Öksüz&Gürefe, 2019). Yanık ve Flores (2009) ise öğretmen adaylarının da benzer şekilde ötelemenin parametresini anlamlandıramadıklarını ve yansıma hareketi ile karıştırdıklarını ortaya koymuştur. Bu bağlamda, öteleme dönüşümüne ilişkin kavramsal zorlukların yalnızca öğrencilerle sınırlı kalmadığı, öğretmen adaylarında da benzer biçimde gözlemlendiği anlaşılmaktadır.

Literatürde, öğretmenlerin dönüşüm geometrisine ilişkin alan bilgilerinin çoğunlukla işlemsel düzeyde sınırlı kaldığı ve kavramsal anlayışın geri planda olduğu bulgulanmaktadır (Gülbüz&Durmuş, 2009; Yıldırım, 2020). Gülbüz ve Durmuş'un (2009) çalışmasında, ilköğretim matematik öğretmenlerinin dönüşüm geometrisi, geometrik cisimler ve örüntü-süslemeler alt öğrenme alanlarındaki yeterliklerinin istenilen düzeyde olmadığı ortaya konmuştur. Benzer şekilde, Yanık (2011) öğretmen adaylarının öteleme dönüşümünü çoğunlukla şekil kaydırma olarak ele aldıklarını ve fonksiyonel yaklaşımı ihmal ettiklerini vurgulamıştır. Yıldırım'ın (2020) araştırmasında da öğretmenlerin dönüşüm geometrisi kazanımlarını genellikle işlemsel yönüyle ele aldıkları, kavramsal anlamaya yeterince vurgu yapmadıkları görülmektedir. Bu bulgular, öğretmenlerin öteleme dönüşümüne ilişkin alan bilgilerinin hem kavramsal hem de temsil boyutlarında güçlendirilmesine ihtiyaç duyulduğunu göstermektedir.

1.2. Araştırmanın Amacı

Alan yazında yapılan araştırmalar (Flanagan, 2001; Gülkılık, 2020; Sünker&Zembat, 2012; Öksüz&Gürefe, 2019; Yanık & Flores, 2009; Yanık, 2013), öğrencilerin ve öğretmen adaylarının öteleme dönüşümünü ağırlıklı olarak hareket perspektifinden ele aldıklarını göstermektedir. Bu nedenle, öteleme dönüşümünü

verilen noktalara uygulayabilseler de, öteleme dönüşümü uygulanmış görsellerde noktaları doğru şekilde eşleştirmekte güçlük yaşadıkları belirlenmiştir. Ayrıca, öteleme dönüşümünün temel parametresi olan öteleme vektörüne ilişkin farkındalıklarının düşük olduğu da ortaya konulmuştur.

Bu araştırmanın amacı, ortaokul ve lise düzeyinde görev yapan matematik öğretmenlerinin öteleme dönüşümüne ilişkin alan bilgilerini incelemek, sahip oldukları perspektifleri (hareket ve eşleştirme perspektifleri) belirlemek ve bu perspektifler arasında gerçekleşen olası geçiş süreçlerini ortaya koymaktır.

Alanyazın incelendiğinde, matematik öğretmenlerinin öteleme dönüşümünü hangi perspektiften ele aldığını inceleyen bir çalışmanın bulunmadığı görülmektedir. Bu eksiklikten hareketle, bu çalışmada aşağıdaki sorulara yanıt aranacaktır.

- 1) Matematik öğretmenleri öteleme dönüşümüne ilişkin hangi alan bilgilerine sahiptirler?
- 2) Matematik öğretmenleri öteleme dönüşümü hakkında hangi perspektife sahiptirler?
- 3) Matematik öğretmenlerinin öteleme dönüşümüne ilişkin perspektif ve bilgileri, klinik mülakat sürecinde nasıl gelişim göstermektedir?

1.3. Araştırmanın Önemi

Dönüşüm geometrisi, öğrencilerin matematikte farklı alanlar arasında ilişki kurmalarını sağlayan kritik bir öğrenme alanıdır. Mevcut araştırmalar göstermektedir ki, öğretmenler ve öğrenciler öteleme dönüşümünü çoğunlukla işlemsel düzeyde ele almakta; kavramsal ve temsile dayalı boyutlar ise genellikle ihmal edilmektedir (Gürbüz & Durmuş, 2009; Yıldırım, 2020; Sünker&Zembat, 2015; Demir & Kurtuluş, 2019). Ayrıca, öğretmen adaylarının öteleme dönüşümüne yaklaşımı çoğunlukla şekil kaydırma düzleminde kalmakta ve fonksiyonel temsiller göz ardı edilmektedir (Yanık & Flores, 2009; Yanık, 2011). Bu çerçevede, sadece öğretmenlerin sahip oldukları bilgi türü değil, aynı zamanda öteleme kavramına dair perspektiflerinin de ayrıntılı biçimde incelenmesi gereği ortaya çıkmaktadır.

Literatürde, öteleme dönüşümünü öğretmen perspektifinden kavramsal olarak inceleyen çalışmalar sınırlıdır. Bu araştırma, öğretmenlerin bilgi türleri ile perspektiflerini birlikte ele alarak bu boşluğu doldurmayı amaçlamaktadır.

Ayrıca çalışmada kullanılan klinik mülakat yöntemi, öğretmenlerin düşünce süreçlerine dair derinlemesine içgörüler sağlar. Piaget'in geliştirdiği bu yöntem, bireyin zihinsel süreçlerini adım adım açığa çıkaran esnek, açık uçlu soru yapısı içerir ve geleneksel test veya gözlemin ötesine geçer (Clement, 2000). Eğitim bağlamında yapılan çalışmalarda ise klinik mülakatların, öğretmenlerin öğrenci düşüncesini yönlendirecek soru tekniklerini geliştirmelerine ve öğrencilerin matematiksel düşünce süreçlerini izleme ve analiz etme becerilerini güçlendirmelerine katkı sağladığı görülmüştür (Groth, vd., 2016). Ayrıca, klinik mülakat becerilerinin öğretmenlerde “noticing” (öğrencinin düşüncesini fark etme) yetkinliğiyle olumlu ilişkisi olduğu da bildirilmektedir (Lee, 2021). Bu nedenle, klinik mülakat yöntemi, öğretmenlerin kavramsal ve temsil boyutundaki anlayışlarını tespit etmek ve analiz etmek için güçlü ve uygun bir araç sunmaktadır.

Sonuç olarak, bu araştırma hem alanyazındaki boşluğu kapatmayı hem de öğretmen eğitimi, pedagojik gelişim ve hizmet içi eğitim süreçlerine katkı sağlamayı amaçlamaktadır. Elde edilecek bulgular, öğretmenlerin kavramsal bilgi ve temsil becerilerini geliştirmeye yönelik müdahalelere ışık tutabilir.

1.4. Sınırlılıklar

Bu araştırma, belirli sınırlılıklar çerçevesinde yürütülmüş olup elde edilen bulgular bu sınırlılıklar dikkate alınarak değerlendirilmelidir.

İlk olarak, çalışma grubu yalnızca belirli sayıda ortaokul ve lise matematik öğretmeni ile sınırlıdır. Örneklemin büyüklüğü ve çeşitliliği farklı bölgelerden, okul türlerinden veya öğretim kademelerinden öğretmenleri kapsamamaktadır. Bu durum, araştırma sonuçlarının genellenebilirliğini kısıtlamaktadır. Küçük ve homojen örneklemle yürütülen nitel araştırmalarda genelleme yerine derinlemesine anlama öncelik taşır; dolayısıyla bu çalışma bağlamında elde edilen bulgular, yalnızca araştırma grubunu temsil etmektedir (Creswell, 2014; Yıldırım & Şimşek, 2021).

İkinci olarak, araştırmada yalnızca öteleme dönüşümü konusu ele alınmış, diğer dönüşüm türleri (yansıma, dönme, ötelemeli yansıma vb.) kapsam dışında

bırakılmıştır. Bu durum, öğretmenlerin dönüşüm geometrisine ilişkin bütüncül alan bilgilerini değil, yalnızca ötelemeye yönelik perspektiflerini ortaya koymaktadır. Dolayısıyla, farklı dönüşüm türlerine ilişkin kavramsal zorluklar ve temsil tercihleri bu çalışmanın kapsamına dahil edilmemiştir. İleride yapılacak araştırmalarda, farklı dönüşüm türlerinin birlikte incelenmesi öğretmenlerin kavramsal bilgi yapısına dair daha geniş bir bakış sağlayabilir.

Son olarak, araştırma bulguları yalnızca çalışmaya katılan öğretmenlerin görüşleriyle sınırlıdır. Sonuçlar, geniş bir öğretmen kitlesine genellenme amacı taşımamakta; ancak bu çalışmanın ortaya koyduğu bulgular, dönüşüm geometrisi öğretimi konusunda yapılacak daha geniş ölçekli araştırmalar için önemli bir başlangıç noktası ve yol gösterici nitelik taşımaktadır.

1.5. Sayıtlılar

Araştırmada bazı sayıtlılardan hareket edilmiştir. Öncelikle katılımcıların araştırmaya verdikleri yanıtların samimi ve doğru olduğu kabul edilmektedir. Bunun yanı sıra, hazırlanan mülakat sorularının öğretmenlerin öteleme dönüşümüne ilişkin alan bilgilerini ve sahip oldukları perspektifleri ortaya koymak için yeterli olduğu varsayılmaktadır. Ayrıca katılımcıların geçmiş öğrenim deneyimleri ve mevcut öğretim uygulamalarının, öteleme dönüşümüne yönelik bilgi ve görüşlerini etkileyebileceği düşünülmektedir.

1.6. Tanımlar

Dönüşüm geometrisi

Geometrik dönüşümler (öteleme, dönme, yansıma vb.) çerçevesinde şekiller üzerinde gerçekleşen değişiklikleri inceleyen bir geometri alanıdır. Dönüşüm geometrisi, öğrencilerin matematiğin farklı alanları (geometri, cebir, fonksiyonlar, vektörler) arasında ilişki kurmalarını sağlayan kritik bir öğrenme alanı olarak görülmektedir (Hollebrands, 2003; Flanagan, 2001).

Öteleme dönüşümü

Milli Eğitim Bakanlığı (2018) ortaöğretim matematik öğretim programında öteleme, “bir şeklin düzlem üzerinde yönü ve biçimi değişmeden belirli bir doğrultuda kaydırılması” olarak tanımlanmaktadır. Benzer biçimde, Sünker ve Zembat (2015) ötelemeyi, “düzlemdeki tüm noktaların aynı yön ve aynı uzaklıkta taşınması” şeklinde

açıklamaktadır. Flanagan (2001) ötelemeyi yalnızca hareket olarak değil, aynı zamanda vektörler aracılığıyla cebirsel olarak ifade edilebilen bir dönüşüm biçimi olarak ele alırken; başka bir ifade ile, düzlemdeki tüm noktaları belirli bir yön ve uzaklığa bağlı olarak yeni noktalara eşleyen birebir ve örten bir fonksiyon şeklinde tanımlamaktadır.

Hareket perspektifi

Flanagan'ın (2001) sınıflandırmasına göre hareket perspektifi, öteleme dönüşümünün şekillerin düzlem üzerinde fiziksel olarak kaydırılması şeklinde algılanmasıdır. Bu perspektifte öteleme, daha çok görsel ve işlemsel bir hareket olarak tanımlanır.

Eşleştirme perspektifi

Flanagan'ın (2001) tanımladığı eşleştirme perspektifinde öteleme, düzlemdeki tüm noktaların aynı yön ve aynı uzaklıkta başka noktalara eşlenmesini sağlayan bir fonksiyon olarak görülmektedir. Bu yaklaşım, ötelemeyi cebirsel ve yapısal boyutuyla ele alır.

Alan bilgisi

Shulman (1986) tarafından tanımlanan alan bilgisi (contentknowledge), öğretmenlerin öğrettikleri konuya ilişkin sahip oldukları bilgi düzeyini ifade eder. Matematik öğretmenleri açısından alan bilgisi, kavramların doğru tanımını bilme, matematiksel ilişkileri anlama ve bunları temsil edebilme yeterliklerini içerir.

Öğretim programı

Milli Eğitim Bakanlığı tarafından yayımlanan resmi doküman olup, ortaokul ve lise matematik derslerinde işlenecek kazanımları, içerikleri ve öğretim yaklaşımlarını belirlemektedir (MEB, 2018, 2024).

2. KURAMSAL TEMELLER

2.1. Öteleme Dönüşümü

Geometrinin bir parçası olan dönüşüm geometrisi öğrencilerin matematiğin dalları arasındaki ilişkiyi kurmasına imkân sağlayan önemli bir alandır. Geometri ve cebirin harmanlamasını sağlar (Flanagan, 2001). Alan yazındaki tanımlarından yola çıkarak da, bu ilişkiyi görmek mümkündür. Martin (1982), dönüşüm geometrisini bir düzlemdeki bütün noktaların yine aynı düzlemdeki bütün noktalarla birebir ve örten şekilde eşleştirmesi olarak, Hollebrands (2003) da birebir ve örten bir fonksiyon olarak ele alır. Yani dönüşüm geometrisi; tanım kümesi, görüntü kümesi ve fonksiyon gibi cebirsel kavramları; denklemler ve matrisler gibi cebirsel metotları barındırır (Flanagan, 2001). Öte yandan dönüşüm geometrisini hareket anlayışı ile yorumlayarak, düzlem üzerindeki geometrik şekillerin fiziksel hareketleri olarak da tanımlamak mümkündür (Edwards, 2003). Bu tanımdan yola çıkarak da geleneksel geometrinin bir parçası olan, noktalar, doğrular, doğru parçaları ve çokgenler karşımıza çıkar (Flanagan, 2001). Dolayısıyla dönüşüm geometrisi analitik (matrisler, denklemler, koordinatlar), sentetik (aksiyomlar, tanımlar, teoremler) ve dinamik olması yaklaşımları ile öğrencilerin matematiği birbirine bağlı bir disiplin olarak görmesini sağlar (Flanagan, 2001).

Milli Eğitim Bakanlığı'nın (2018) ortaöğretim matematik öğretim programında öteleme, bir geometrik şeklin düzlem üzerinde yönü ve biçimi değişmeksizin belirli bir doğrultuda kaydırılması olarak açıklanmaktadır. Benzer biçimde Zembat (2015), ötelemeyi düzlemdeki tüm noktaların aynı yön ve aynı uzaklıkta taşınması şeklinde tanımlayarak yalnızca şekillerin değil, düzlemin bütün noktalarının bu dönüşüme tabi tutulduğunu vurgulamaktadır. Flanagan (2001) ise ötelemeyi yalnızca görsel bir hareket olarak ele almakla sınırlı kalmayıp, bu dönüşümün vektörler aracılığıyla cebirsel olarak tanımlanabileceğini belirtmektedir. Buna göre öteleme, düzlemdeki her bir noktayı belirli bir doğrultu ve uzaklığa bağlı olarak başka bir noktaya taşıyan, birebir ve örten özelliklere sahip bir fonksiyon biçiminde ifade edilmektedir.

Bu bağlamda öteleme, matematiksel olarak

$$T_{(a,b)}: (x, y) \mapsto (x + a, y + b)$$

şeklinde gösterilmektedir (Yanık, 2006). Ötelemeyi bir fonksiyon çerçevesinde ele alan tanımlarda, dönüşümün birebir ve örten özellik taşıdığı; yani düzlemdeki her bir noktanın başka bir noktaya karşılık geldiği ve hiçbir noktanın dışarıda kalmadığı vurgulanmaktadır (Flanagan, 2001; Yanık, 2006). Fonksiyonel bağlamda ötelemenin tanım kümesi, yalnızca bir geometrik şeklin noktalarıyla sınırlı olmayıp, düzlemdeki tüm noktaları kapsamaktadır. Dolayısıyla her bir nokta dönüşüm için girdi olarak kabul edilmekte, öteleme sonrası elde edilen karşılığı ise çıktı olarak tanımlanmaktadır (Yanık, 2006). Dönüşümün karakterini belirleyen parametre, ötelemeyi tanımlayan vektördür. Bu vektör hem doğrultuyu hem de taşınma miktarını belirleyerek ötelemenin cebirsel yönünü oluşturmaktadır (Yanık, 2006).

Ötelemeye ilişkin tanımlarda vurgulanan bir diğer kavram ise düzlemdir. Yanık'ın (2006) aktardığı üzere, düzlem sonsuz sayıda noktadan oluşur ve ötelemenin gerçekleştiği temel ortamı oluşturur. Doğrular, doğru parçaları ve çokgenler gibi geometrik varlıklar bu düzlem üzerinde ötelemeye tabi tutulmaktadır. Ayrıca öteleme, bir katı dönüşüm olduğundan şekillerin uzunluk, açı ve paralellik gibi temel özelliklerini korumakta; yalnızca konumlarını değiştirmektedir (Yanık, 2006).

Bu tanımlar ışığında öteleme dönüşümü, yalnızca şekillerin yer değiştirmesini açıklayan sezgisel bir hareket olarak değil, aynı zamanda fonksiyonel özellikleri, parametreleri ve düzlem ilişkisiyle matematiğin farklı kavramlarını birleştiren çok yönlü bir yapı olarak görülmelidir. Dolayısıyla literatürde ötelemeye ilişkin farklı perspektiflerin (hareket ve eşleştirme) ele alınması, kavramın öğretiminde karşılaşılan güçlüklerin anlaşılması açısından önem kazanmaktadır.

2.2. Perspektifler: Hareket ve Eşleştirme

Öteleme dönüşümünün doğası gereği iki farklı biçimde yorumlanabileceği literatürde vurgulanmaktadır: hareket perspektifi ve eşleştirme perspektifi. Flanagan (2001), bu iki yaklaşımı kavramın öğrenciler ve öğretmen adayları tarafından nasıl algılandığını açıklamak üzere kuramsallaştırmıştır. Hareket perspektifi ötelemeyi yalnızca bir şeklin düzlemde yönü değişmeden kaydırılması olarak görürken, eşleştirme perspektifi ötelemeyi düzlemdeki tüm noktaları belirli bir vektör

aracılığıyla başka noktalara eşleyen birebir ve örten bir fonksiyon olarak ele almaktadır. Bu iki perspektif yalnızca kavramın farklı boyutlarını görünür kılmakla kalmayıp, aynı zamanda öğrencilerin ve öğretmen adaylarının yaşadıkları kavramsal güçlükleri açıklamada da işlevsel bir çerçeve sunmaktadır.

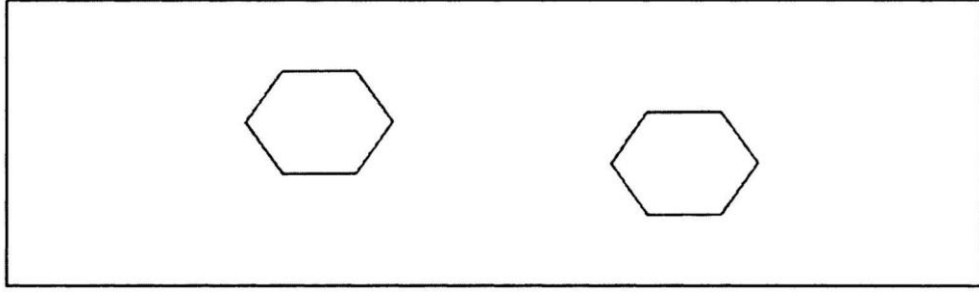
2.2.1. Hareket perspektifi

Hareket perspektifinde "öteleme" kavramı, günlük yaşamda sıkça karşılaşılan "kaydırma" ya da "yer değiştirme" anlamlarıyla örtüşmektedir. Bu bakış açısında, yalnızca ilgili şeklin yeni konumu dikkate alınmakta, oysa düzlemdeki tüm noktaların bu dönüşümden etkilendiği gerçeği çoğunlukla göz ardı edilmektedir (Flanagan, 2001; Yanık, 2006). Bu nedenle hareket perspektifi, ötelemeyi yüzeysel ve sezgisel bir biçimde ele alma eğilimindedir.

Bu yaklaşımda öteleme, bir şeklin düzlem üzerinde yönü değişmeden bir konumdan başka bir konuma taşınması olarak tanımlanır (Flanagan, 2001). Şeklin görünür bir şekilde yer değiştirmesi, öğrencilerin bu dönüşümü kolayca gözlemleyip anlamlandırmasına olanak sağlar. Örneğin, koordinat düzleminde A(1,2), B(3,2), C(2,4) noktalarından oluşan bir üçgenin sağa doğru üç birim ötelenmesi, öğrenciler tarafından genellikle "şeklin sağa kaydırılması" şeklinde ifade edilir. Bu açıklama, öğrencilerin kavramı sezgisel düzeyde yorumladığını göstermektedir.

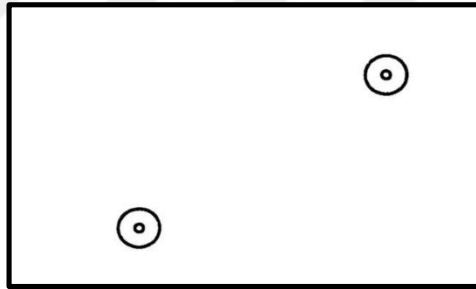
Flanagan'ın (2001) yaptığı çalışmalarda da bu eğilim açıkça görülmektedir. Lise öğrencilerinin öteleme dönüşümünü tanımlarken çoğunlukla yalnızca şeklin kaydırılmasına odaklandıkları, buna karşın düzlemin tamamının bu dönüşümden nasıl etkilendiğini dikkate almadıkları rapor edilmiştir. Benzer bir durum Yanık'ın (2006) doktora tezinde de gözlemlenmiştir. Öğretmen adaylarından Jeff, ötelemeyi yalnızca bir altıgenin yer değiştirmesi olarak betimlemiş ve bu dönüşümün düzlem üzerindeki daha geniş etkisini göz ardı etmiştir (Şekil 2.1). Bu örnek, hareket perspektifinin özellikle öğretmen adayları arasında ne denli yaygın olarak benimsendiğini ortaya koymaktadır.

Şekil 2.1. Jeff'in öteleme dönüşümüne ilişkin hareket perspektifiyle verdiği cevap (Yanık, 2006, s. 61).



Aynı şekilde, Flanagan'ın (2001) çalışmasında yer alan Jennifer'in cevabı da bu yaklaşıma tipik bir örnek sunmaktadır. Jennifer, öteleme dönüşümünü açıklarken yalnızca şeklin konumunun değişmesine odaklanmış ve dönüşümün fonksiyonel yapısını dikkate almamıştır (Şekil 2.2). Her iki örnek de, öğrencilerin ötelemeyi sezgisel bir hareket olarak yorumlayarak kavramın fonksiyonel doğasını göz ardı ettiklerini ortaya koymaktadır.

Şekil 2.2.*Jenifer'in öteleme dönüşümüne ilişkin hareket perspektifiyle verdiği cevap (Flanagan, 2001, s. 86).*

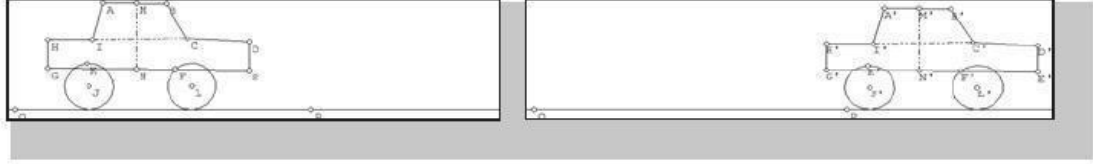


Bu bağlamda, hareket perspektifinin önemli bir sınırlılığı dikkat çekmektedir: Bu yaklaşım, ötelemenin yalnızca şekillere uygulanabileceği gibi bir yanılgıyı beraberinde getirmektedir. Öğrenciler, düzlemdeki her bir noktanın dönüşüm altında bir eşleşmeye sahip olduğunu fark edemediklerinde, ötelemenin matematiksel temellerini tam anlamıyla kavrayamamaktadırlar. Bu durum, kavramın derinlemesine anlaşılmasını engellemektedir.

Zembar'in (2015) çalışmasında yer alan araba örneği, hareket perspektifinin sunduğu bu yaklaşımı somutlaştırmak açısından dikkat çekicidir. Örnekte, bir araba düz bir zeminde hareket ettirilmiş ve yalnızca bu hareketin görsel temsili üzerinde durulmuştur (Şekil 2.3). Ancak bu görselleştirme, tıpkı öğrencilerin yaklaşımlarında

olduğu gibi, yalnızca şeklin hareketine odaklanmakta ve düzlemin geri kalanındaki dönüşüm etkisini ihmal etmektedir.

Şekil 2.3. Bir arabanın düz bir zeminde hareketi (Zembat, 2015).



Sonuç olarak, hareket perspektifi öğrenciler için ötelemeyi sezgisel ve erişilebilir kılarken, aynı zamanda kavramın matematiksel derinliğinin gözden kaçmasına da neden olabilmektedir. Bu nedenle, öteleme kavramının öğretiminde yalnızca şekil odaklı anlatımlar yerine, tüm düzlemi kapsayan dönüşüm anlayışının da vurgulanması büyük önem taşımaktadır.

2.2.2. Eşleştirme perspektifi

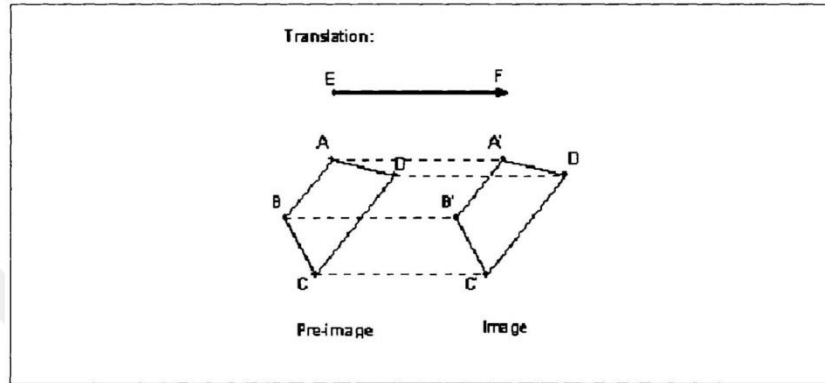
Eşleştirme perspektifinde öteleme, yalnızca bir şeklin kaydırılması olarak değil, düzlemdeki tüm noktaların belirli bir vektör aracılığıyla başka noktalara taşınması süreci olarak ele alınmaktadır. Bu yaklaşım, ötelemeyi birebir ve örten bir fonksiyon şeklinde yorumlamakta ve kavramın cebirsel yapısını ön plana çıkarmaktadır (Flanagan, 2001; Yanık, 2006; Zembat, 2015). Bu yönüyle eşleştirme perspektifi, ötelemenin matematiksel doğasına daha sistematik bir yaklaşım sunar.

Bu bakış açısında, öteleme yalnızca tek bir nesnenin konum değiştirmesiyle sınırlı değildir; aksine, düzlemdeki her bir noktanın, belirli bir vektör doğrultusunda başka bir nokta ile birebir eşleşmesi gereklidir. Bu bağlamda, ötelemenin fonksiyonel yapısı —tanım kümesi, görüntü kümesi ve parametre olarak kullanılan vektör— daha açık ve kavranabilir bir şekilde ortaya konmaktadır. Böylece, öğrenciler yalnızca görsel bir kaydırma işleminden ziyade, matematiksel bir dönüşüm olarak ötelemeyi anlamaya yönlendirilirler.

Yanık'ın (2006) çalışmasında sunduğu örnek (Şekil 2.4), bu perspektifin temel özelliklerini yansıtmaktadır. Şekilde, tanım kümesindeki noktaların her birinin, vektör doğrultusunda görüntü kümesindeki karşılıklarıyla nasıl eşleştiği gösterilmiştir. Bu

örnek, ötelemenin yalnızca bir şeklin hareketiyle sınırlı kalmadığını, düzlemdeki tüm noktaların dönüşümden etkilendiğini açık bir biçimde ortaya koymaktadır. Bu durum, ötelemenin tüm düzlemde sabit bir vektör aracılığıyla birebir ve örten bir eşleme gerçekleştirdiğini göstermektedir.

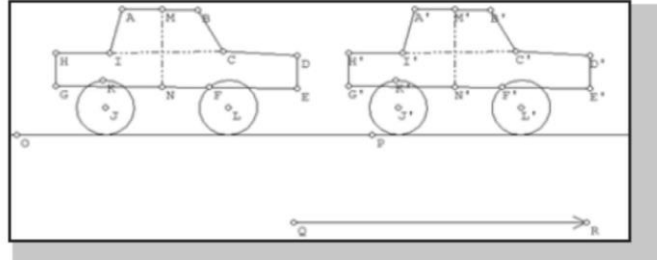
Şekil 2.4. Görüntü ve tanım kümeleri arasındaki ilişki (Yanık, 2006, s. 34).



Bu şekilde, öteleme yalnızca bir şeklin yer değiştirmesi değil, düzlemdeki her noktanın belirli bir vektörle taşındığı yapısal bir dönüşüm olarak anlaşılmaktadır. Eşleştirme perspektifinin temel varsayımlarından biri olan bu yapı, öğrencilerin dönüşüm kavramını yalnızca görsel değil, fonksiyonel olarak da kavramalarına zemin hazırlar.

Benzer şekilde, Zembat'ın (2015) çalışmasında yer alan araba modeli ve bu modelin bir QR vektörü altında elde edilen görüntüsü (Şekil 2.5), eşleştirme perspektifini somutlaştıran başka bir örnektir. Burada yalnızca bir arabanın hareketi söz konusu değildir; tanım kümesinde yer alan tüm noktalar, QR vektörü doğrultusunda hareket ederek görüntü kümesindeki noktalarla birebir eşleşmektedir. Böylece, öteleme işlemi yalnızca görsel bir hareket olmaktan çıkarak, tüm düzleme yayılan sistematik bir dönüşüm halini alır.

Şekil 2.5. Bir araba modeli ve bu modelin QR vektörlü bir öteleme dönüşümü altındaki karşılık gelen görüntüsü (Zembat, 2015).



Bu örnekler ışığında değerlendirildiğinde, hareket perspektifinin öğrenciler açısından daha sezgisel ve görsel bir giriş noktası sunduğu; ancak öteleme kavramının cebirsel ve fonksiyonel yönlerini yeterince yansıtmadığı görülmektedir. Buna karşılık, eşleştirme perspektifi kavramın matematiksel doğasını daha bütünlüklü bir şekilde ortaya koymakta, ötelemeyi yalnızca şekil düzeyinde değil, tüm düzlem düzeyinde ele alarak öğrencilerin kavramsal anlayışını derinleştirmektedir.

Ancak literatürde yapılan çalışmalar, öğrencilerin ve öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun genellikle hareket perspektifine yöneldiğini, eşleştirme perspektifine ise sınırlı düzeyde yer verdiklerini ortaya koymuştur (Flanagan, 2001; Yanık, 2006; Zembat, 2015). Bu durum, öğretim sürecinde yalnızca sezgisel yaklaşımların değil, aynı zamanda kavramın matematiksel yapısını açıklayan yaklaşımların da vurgulanması gerektiğini göstermektedir.

Sonuç olarak, öteleme dönüşümünün öğretiminde hem hareket hem de eşleştirme perspektiflerinin birbirini tamamlayacak şekilde kullanılması önem arz etmektedir. Böylece öğrenciler, bir yandan ötelemeyi görsel olarak tanıyabilirken, diğer yandan bu dönüşümün altında yatan matematiksel yapıyı da anlayarak kavramı çok boyutlu bir biçimde içselleştirebilirler.

2.3. Öğretmen Alan Bilgisi

Matematik öğretiminin niteliği, büyük ölçüde öğretmenlerin sahip olduğu alan bilgisine bağlıdır. Shulman'ın (1986) ortaya koyduğu çerçeveye göre öğretmen bilgisi, yalnızca konu alanı bilgisinden ibaret değildir; aynı zamanda bu bilginin nasıl öğretileceğini kapsayan pedagojik alan bilgisi ile ele alınmalıdır. Dönüşüm geometrisi ve özelinde öteleme dönüşümü hem geometri hem de cebir bilgisini içeren çok boyutlu bir kavram olduğundan, öğretmenlerin bu konuda güçlü bir alan bilgisine sahip olmaları kritik önem taşımaktadır. Öğretmenlerin öteleme dönüşümünü yalnızca

şekillerin kaydırılması bağlamında değil, fonksiyonel ve cebirsel yönleriyle birlikte kavrayabilmeleri, öğrencilerin de kavramı derinlemesine anlamaları açısından belirleyici bir unsurdur. Bu bağlamda öğretmenlerin ötelemeye ilişkin alan bilgilerini ortaya koyan çalışmalar, öğretim sürecindeki güçlü ve zayıf yönleri anlamak için önemli ipuçları sunmaktadır.

Öğretmen alan bilgisine ilişkin literatürdeki genel eğilim, pedagojik alan bilgisinin (PAB) öğretim sürecindeki belirleyici rolünü vurgulamaktadır. Arı ve Işık'ın (2022) Türkiye'de matematik eğitimi alanındaki pedagojik alan bilgisi çalışmalarını inceledikleri içerik analizinde, özellikle öğretmenlerin konu alanı bilgisi ile pedagojik bilgi arasında kurdukları ilişkiye dikkat çekilmektedir. Çalışmada, öğretmenlerin yalnızca matematiksel kavramları bilmesinin yeterli olmadığı; bu kavramları öğrencilerin anlayabileceği şekilde dönüştürme becerisinin de kritik öneme sahip olduğu vurgulanmaktadır. Bu durum, dönüşüm geometrisi gibi hem geometrik hem de cebirsel boyutları barındıran çok katmanlı konular için daha da önem kazanmaktadır.

Benzer biçimde, Kul ve Aksu'nun (2016) Türkiye, Singapur ve Güney Kore ortaokul matematik dersi öğretim programlarını PAB bileşenleri bağlamında karşılaştırdıkları çalışmaları, Türkiye'deki öğretim programının güçlü ve zayıf yönlerini ortaya koymaktadır. Araştırma bulguları, Türkiye'deki programın dönüşüm geometrisi gibi kavramların öğretiminde pedagojik alan bilgisi açısından sınırlı yönleri sahip olduğunu, özellikle de kavramların fonksiyonel ve cebirsel boyutlarının öne çıkarılmadığını göstermektedir. Dolayısıyla öğretmenlerin öteleme dönüşümünü derinlemesine kavrayabilmeleri için, yalnızca hareket anlayışını değil; eşleştirme ve fonksiyonel boyutları da içeren çok yönlü bir alan bilgisine ihtiyaçları olduğu anlaşılmaktadır.

Öteleme dönüşümünün fonksiyonel boyutunu kavrayabilmek, öğretmenlerin alan bilgisinin kritik unsurlarından biridir. Bu noktada Beyazıt ve Aksoy'un (2010) öğretmenlerin fonksiyon kavramı ve öğretimine ilişkin pedagojik görüşlerini inceledikleri çalışma dikkat çekicidir. Araştırmada öğretmenlerin fonksiyon kavramını öğrencilerine nasıl aktardıkları ve bu süreçte hangi güçlüklerle karşılaştıkları ele alınmıştır. Bulgular, öğretmenlerin önemli bir bölümünün fonksiyonu yalnızca girdi-çıkı ilişkisiyle sınırlı olarak yorumladığını, fonksiyonun birebir ve örten özelliklerini

ise yeterince vurgulamadıklarını ortaya koymuştur. Oysa öteleme dönüşümünü eşleştirme perspektifinden anlamak, fonksiyon kavramının bu özelliklerini kavrayabilmeyi zorunlu kılmaktadır. Dolayısıyla öğretmenlerin fonksiyon bilgisindeki sınırlılıklar, ötelemenin yalnızca şekillerin kaydırılması olarak görülmesine yol açmakta; düzlemdeki tüm noktaların birebir ve örten şekilde eşleştirilmesi gerektiği gerçeğinin göz ardı edilmesine neden olmaktadır.

Öteleme dönüşümünün en temel unsurlarından biri olan vektör hem doğrultuyu hem de taşınma miktarını belirlemesi bakımından dönüşümün cebirsel boyutunu temsil eder. Ancak öğretmen adaylarının vektör bilgisi konusundaki sınırlılıkları, ötelemenin fonksiyonel ve eşleştirme perspektiflerinden anlaşılmasını güçleştirmektedir. Güzel ve Yılmaz'ın (2022) ilköğretim matematik öğretmenliği lisans öğrencilerinin vektörel çarpım konusundaki alan bilgilerini inceledikleri çalışmada, adayların vektör kavramını anlamada çeşitli güçlükler yaşadıkları ortaya konmuştur. Bulgular, katılımcıların önemli bir kısmının vektörleri yalnızca yönlü doğru parçaları olarak gördüklerini, vektörün büyüklük, yön ve doğrultu gibi bileşenlerini ilişkilendirmekte zorlandıklarını göstermektedir. Bu sınırlılıkların öteleme dönüşümünde parametre olarak kullanılan vektörün doğru biçimde anlamlandırılmasını engellediği; dolayısıyla öğretmen adaylarının büyük ölçüde hareket perspektifinde kaldığı ve eşleştirme perspektifine geçişte zorlandıkları söylenebilir.

Vektör bilgisinin öğretiminde kullanılan yöntemlerin öğretmen adaylarının kavrayışları üzerindeki etkisini ortaya koyan bir diğer çalışma Selçuk, Karabey ve Çalışkan'a (2011) aittir. Araştırmacılar, probleme dayalı öğrenmenin matematik öğretmeni adaylarının ölçme ve vektör konularındaki başarıları üzerindeki etkisini incelemişlerdir. Çalışmanın bulguları, probleme dayalı öğrenme yaklaşımının öğretmen adaylarının vektör bilgisini daha derinlemesine kavramalarını ve vektörün matematiksel bağlamdaki rolünü daha iyi anlamalarını sağladığını göstermektedir. Bu sonuç, öteleme dönüşümünde vektörün yalnızca görsel bir araç değil, aynı zamanda dönüşümün cebirsel parametresi olduğunu fark etmenin, öğretmen adaylarının hareket perspektifinden eşleştirme ve fonksiyon perspektifine yönelmelerine katkı sağlayabileceğini ortaya koymaktadır. Dolayısıyla, vektör bilgisinin öğretiminde

kullanılan yöntemlerin, öteleme dönüşümüne ilişkin kavramsal gelişim üzerinde doğrudan etkili olduğu söylenebilir.

Öteleme dönüşümünün kavranabilmesi için yalnızca vektörün değil, aynı zamanda düzlemin ve düzlem üzerindeki temel geometrik unsurların (nokta, doğru, doğru parçası, açı) doğru biçimde anlaşılması gerekmektedir. Kılıç, Temel ve Şenol'un (2015) öğretmen adaylarının bu temel kavramlara ilişkin bilgi düzeylerini ve kavram yanlışlıklarını inceledikleri çalışmada, adayların özellikle nokta, doğru ve düzlem kavramlarını soyut düzeyde anlamakta güçlük yaşadıkları belirlenmiştir. Bulgular, birçok katılımcının düzlemi yalnızca şekillerin yerleştirildiği bir arka plan olarak gördüklerini, düzlemin ötelemenin gerçekleştiği sonsuz noktalar kümesi olduğunu kavrayamadıklarını ortaya koymuştur. Benzer şekilde doğru ve açı kavramlarına ilişkin yanlış anlamalar da adayların dönüşüm geometrisini kavramsal boyutta ele almalarını zorlaştırmaktadır. Bu durum, ötelemenin yalnızca nesnelerin hareketi olarak algılanmasına yol açmakta; düzlemdeki tüm noktaların birebir ve örten biçimde eşleşmesi gerektiği yönündeki eşleştirme perspektifinin gelişmesini engellemektedir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının temel geometrik kavramlara ilişkin alan bilgileri, öteleme dönüşümünü anlama biçimlerini doğrudan şekillendirmektedir.

Genel olarak incelenen araştırmalar, öğretmen ve öğretmen adaylarının öteleme dönüşümüne ilişkin alan bilgilerinde ortak sınırlılıklar bulunduğunu ortaya koymaktadır. Bulgular, öğretmenlerin ötelemeyi çoğunlukla şekillerin kaydırılması bağlamında, yani hareket perspektifi ile sınırlı biçimde kavradıklarını; buna karşılık ötelemenin fonksiyonel boyutunu oluşturan eşleştirme perspektifinin yeterince gelişmediğini göstermektedir. Özellikle ötelemenin temel parametresi olan vektörün anlamlandırılmasında ve ötelemenin gerçekleştiği ortam olan düzlemin kavramsallaştırılmasında ciddi güçlükler yaşanmaktadır. Ayrıca öğretmenlerin fonksiyon kavramına ilişkin sınırlı alan bilgileri, ötelemenin birebir ve örten bir eşleme olarak anlaşılmasını engellemektedir. Türkiye'de yapılan çalışmalar da göstermektedir ki, dönüşüm geometrisi öğretiminde öğretmenlerin alan bilgisi öğrencilerin kavramsal gelişimlerini doğrudan etkilemektedir. Dolayısıyla öğretmenlerin öteleme dönüşümünü yalnızca hareket bağlamında değil, aynı zamanda vektör, fonksiyon ve düzlem gibi matematiksel boyutlarıyla birlikte kavrayabilmeleri, öğrencilerin

dönüşüm geometrisini derinlemesine anlamalarını destekleyecek kritik bir unsur olarak değerlendirilmektedir.

2.4. İlgili Araştırmalar

Öteleme dönüşümüne ilişkin literatür incelendiğinde, öğrencilerin ve öğretmen adaylarının bu kavramı kavramsal düzeyde anlamakta çeşitli güçlükler yaşadıkları görülmektedir. Özellikle öteleme vektörünün tanımlanması ve fonksiyonel yönünün kavranması noktasında önemli eksiklikler rapor edilmiştir (Flanagan, 2001; Yanık & Flores, 2009; Ada & Kurtuluş, 2010; Yanık, 2011; Xistouri, vd., 2014; Xistouri & Pitta-Pantazi, 2011; Sünker & Zembat, 2012; Yanık, 2013; Öksüz & Gürefe, 2019; Gülkılık, 2020). Bu zorlukların nedenlerini ortaya koyabilmek amacıyla yapılan çalışmalarda, hem öğretmen adayları ve öğrencilerle gerçekleştirilen mülakatlardan hem de matematik öğretim programında dönüşüm geometrisine ilişkin düzenlemelerden yararlanılmıştır (Sünker & Zembat, 2012; Bulut, vd., 2016; Yıldırım, 2020). Program düzeyinde yapılan incelemeler, dönüşüm geometrisi öğrenme seviyeleri çerçevesinde öğrencilerin beklenen düzeyin altında kaldıklarını göstermektedir (Demir & Kurtuluş, 2019).

Literatürde yapılan çalışmalar incelendiğinde, ötelemenin anlaşılmasında hem kavramsal hem de öğretimsel açıdan çeşitli güçlüklerin bulunduğu görülmektedir. Bu güçlükler, kimi zaman öğrencilerin kavramsal öğrenme süreçlerinde ortaya çıkarken, kimi zaman da öğretmenlerin alan bilgisi ve öğretim yaklaşımlarıyla ilişkilendirilmektedir. Bu nedenle, öteleme dönüşümüne ilişkin araştırmaları iki temel boyutta ele almak mümkündür: öğrencilerin ve öğretmen adaylarının kavramsal anlayışlarını inceleyen çalışmalar ile öğretmenlerin alan bilgisine odaklanan çalışmalar.

2.4.1. Öteleme dönüşümü ile ilgili araştırmalar

Öteleme dönüşümüne ilişkin literatürde öğrenciler ve öğretmen adaylarıyla yürütülen çalışmalar, kavramın öğrenilmesinde çeşitli güçlükler yaşandığını ve farklı perspektiflerin öne çıktığını göstermektedir. Bu bölümde, ötelemenin kavramsal boyutuna ve öğrenme süreçlerine odaklanan araştırmalara yer verilmektedir.

Flanagan (2001), lise öğrencilerinin öteleme, yansıma ve dönme dönüşümlerini nasıl anladığını teknolojik bir bağlamda inceleyerek öteleme

dönüşümüne ilişkin iki farklı perspektif ortaya koymuştur: hareket perspektifi ve eşleştirme perspektifi. Çalışmada öğrencilerin başlangıçta dönüşümleri yalnızca şekillerin düzlem üzerindeki hareketi olarak yorumladıkları, yani hareket perspektifi ile sınırlı kaldıkları görülmüştür. Katılımcılar dönüşümleri tek bir nesne üzerinden açıklamış, ötelemenin bir fonksiyon olarak tüm düzlemi kapsadığını ifade edememiştir. Bununla birlikte araştırmanın ilerleyen aşamalarında bazı öğrencilerin düzlemin bütün noktalarının belirli bir vektör aracılığıyla eşleştiğini fark etmeye başladıkları ve böylelikle eşleştirme perspektifine yöneldikleri belirlenmiştir. Flanagan, ayrıca ötelemenin temel parametresi olan vektörün öğrenciler tarafından anlaşılmasının oldukça güç olduğunu ve bu kavrama öğrencilerin yeterince aşına olmadıklarını vurgulamıştır.

Öksüz ve Güreffe (2019) ise öteleme ve yansıma dönüşümleri hakkında bilgi sahibi olan sekizinci sınıf öğrencilerinin bu kavramları nasıl tanımladıklarını ve uyguladıklarını araştırmıştır. Çalışmada öteleme ile ilgili bulgular üç boyutta incelenmiştir: ötelemenin tanımı, öteleme hareketi ve ötelemede şekil ile görüntü arasındaki ilişki. Bulgulara göre öğrencilerin büyük çoğunluğu ötelemeyi “hareket” ve “yer değiştirme” terimleriyle açıklamış, yani ağırlıklı olarak hareket perspektifine sahip oldukları gözlemlenmiştir. Bununla birlikte öğrencilerin önemli bir kısmı verilen şekilleri koordinat düzlemi üzerinde yanlış şekilde ötelemiş, hatta bazıları eksenleri yansıma doğrusu gibi kullanmıştır. Öğrencilerin ötelemenin parametresi olan vektörü dikkate almamaları, yapılan hataların temel nedeni olarak değerlendirilmektedir (Sünker&Zembat, 2012). Ayrıca öteleme sonucunda şekil ile görüntü arasındaki ilişkiyi açıklamaları istendiğinde birçok öğrencinin bu soruyu yanıtsız bırakması, onların eşleştirme perspektifine geçmekte zorlandıklarını göstermektedir. Bu durum Soon’un (1989) modeline göre öğrencilerin çoğunun birinci düzeyde (hareket/sezgisel düzey) kaldığını, yalnızca az sayıda öğrencinin ikinci düzeye ilerleyebildiğini ortaya koymaktadır.

Sünker ve Zembat (2012) öteleme dönüşümünün kavramsal olarak öğrenilebilmesi amacıyla geliştirdikleri öğretim müfredatını altıncı sınıf öğrencileriyle uygulamışlardır. Bu çalışmada ötelemenin yalnızca şekillerin kaydırılması şeklinde görsel bir etkinlik olarak öğretilmesi yerine, öteleme vektörünün anlamına vurgu

yapılmıştır. Araştırmacılar, vektörlerin yön ve büyüklüğe sahip doğru parçaları olarak öğrencilere sunulmasının ötelemeyi kavramsal düzeyde anlamayı kolaylaştıracağını ve bu nedenle müfredatta vektör kavramına açıkça yer verilmesi gerektiğini belirtmiştir. Uygulanan dört aşamalı öğretim süreci sonucunda öğrencilerin yalnızca hareket perspektifi ile sınırlı kalmadıkları, ötelemeyi fonksiyonel bağlamda tanımlamaya ve eşleştirme perspektifine yönelmeye başladıkları gözlemlenmiştir.

Öğrencilerin öteleme dönüşümüne ilişkin kavrayışları yalnızca perspektifler üzerinden değil, aynı zamanda öğrenme süreçleri bağlamında da incelenmiştir. Bu süreçlerin temelinde Van Hiele'nin geometri öğrenme düzeyleri yer almaktadır. Van Hiele modeline göre öğrenciler, geometrik düşünmeyi görsel sezgiden başlayarak giderek daha soyut ve mantıksal düzeylere ilerleyen basamaklar halinde geliştirmektedirler. Bu yaklaşım daha sonraki çalışmalara zemin oluşturmuş ve dönüşüm geometrisine özgü öğrenme süreçlerinin geliştirilmesine katkı sağlamıştır.

Bu doğrultuda Soon (1989), öğrencilerin dönüşüm geometrisini üç aşamada kavradığını belirtmiştir. İlk aşamada öğrenciler dönüşümleri yalnızca şekillerin görsel hareketleri olarak algırlar. İkinci aşamada, dönüşüm sonrası şeklin bazı özelliklerinin (örneğin uzunluk veya açı ölçülerinin) korunduğunu fark ederler, ancak dönüşümün fonksiyonel doğasını kavrayamazlar. Son aşamada ise dönüşümün düzlemdeki tüm noktaları başka noktalara eşleyen matematiksel bir fonksiyon olduğu anlaşılır.

Benzer biçimde Hollebrands (2003), özellikle teknolojik araçların kullanımına odaklanarak öğrencilerin dönüşümleri nasıl kavradığını incelemiş ve birçok öğrencinin ötelemeyi yalnızca hareket olarak gördüğünü, fonksiyonel bağlamda eşleme ilişkisini fark etmekte güçlük yaşadığını ortaya koymuştur. Xistourive arkadaşları (2014), ise öğrencilerin dönüşüm geometrisiyle ilgili öğrenme süreçlerini Van Hiele düzeyleri ile ilişkilendirmiş ve özellikle ötelemeye ilişkin kavram yanlışlarının, öğrencilerin hareket perspektifinden eşleştirme perspektifine geçişte zorlanmalarından kaynaklandığını vurgulamıştır.

Bu önceki modelleri temel alan Fifeve arkadaşları (2019), dönüşüm geometrisini fonksiyonel bir yapı olarak görmenin önemini esas alarak beş seviyeden oluşan ayrıntılı bir öğrenme süreci önermiştir. Araştırmacılar, matematik müfredatını

da dikkate alarak öğrencilerin hangi sınıf düzeyinde dönüşüm geometrisini ne ölçüde kavradıklarını ve her düzeyde karşılaşılan kavram yanlışlarını belirlemişlerdir.

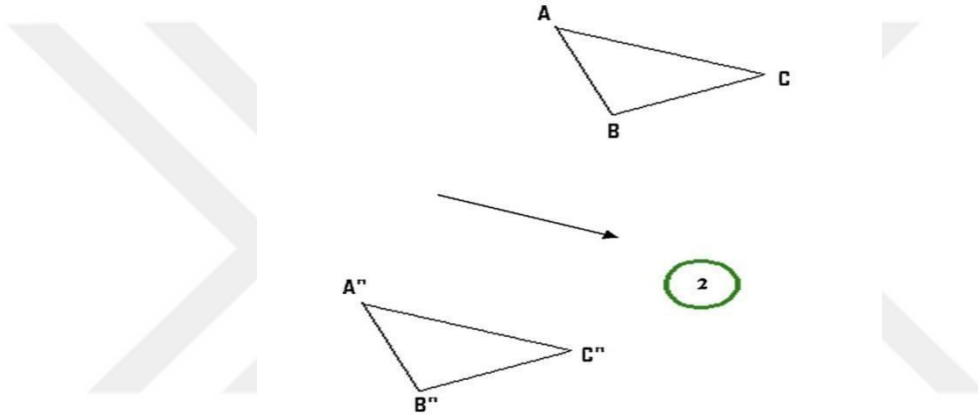
- 1. Seviye (Sezgisel Düzey): Öğrenciler dönüşümleri yalnızca görsel hareketler olarak tanımlar. Örneğin, ötelemeyi “şekli sağa kaydırmak” şeklinde yorumlarlar.
- 2. Seviye (Yer Değiştirme Düzeyi): Öğrenciler dönüşümleri nesnelerin bir konumdan başka bir konuma taşınması olarak görür, ancak bu süreci fonksiyonel bir eşleme olarak açıklayamazlar.
- 3. Seviye (Eşleme Düzeyi): Öğrenciler dönüşümlerin birer eşleme prensibine sahip olduğunu fark etmeye başlar. Ötelemeye tüm noktaların belirli bir vektör aracılığıyla taşındığı anlaşılır.
- 4. Seviye (Fonksiyonel Düzey): Lise öğrencilerinde gözlenen bu düzeyde dönüşümler fonksiyon olarak ele alınmakta, öteleme vektörlerle ilişkilendirilmektedir.
- 5. Seviye (İleri Fonksiyonel Düzey): Lisans başlangıcındaki öğrencilerin bulunduğu bu basamakta dönüşüm geometrisi cebirsel temsillerle (denklem, matris, koordinat sistemi) ilişkilendirilir.

Araştırmacılar, bu sürecin ilk üç seviyesinin ortaokul ve lise geçiş döneminde, son iki seviyesinin ise lise ve yükseköğretim düzeyinde öne çıktığını belirtmiştir. Bu bulgular, öteleme dönüşümünün kavramsal öğrenilmesinin yalnızca görsel hareket düzeyinde bırakılmaması, öğrencilerin eşleştirme ve fonksiyonel düzeylere yönlendirilmesi gerektiğini açıkça göstermektedir.

Öğretmen adaylarının öteleme dönüşümünü nasıl kavradıklarını ortaya koyan önemli çalışmalardan biri, Yanık ve Flores (2009) tarafından yürütülmüştür. Araştırmada, ikisi sınıf öğretmeni aday, ikisi ise matematik bölümü yüksek lisans öğrencisi olmak üzere dört katılımcının geometrik dönüşümleri nasıl anladığı incelenmiş; özellikle sınıf öğretmeni aday olan Jeff’in bilgisayar tabanlı bir öğrenme ortamında öteleme dönüşümüne ilişkin bilgisinin gelişim süreci ayrıntılı biçimde analiz edilmiştir.

Çalışmanın başlangıcında Jeff'in ötelemeyi hareket perspektifiyle tanımladığı ve dönüşüme ait herhangi bir parametre belirtmediği gözlemlenmiştir. Kendisine verilen bir vektör yardımıyla ABC üçgenini ötelemesi istendiğinde (Şekil 2.6), yaptığı çizimde vektörü ötelemenin yönü ve büyüklüğüyle ilişkilendiremediği, yani parametre kavramını henüz içselleştiremediği tespit edilmiştir. Bu durum, Jeff'in ötelemeyi yalnızca şeklin kaydırılması olarak yorumladığını ve dönüşümün matematiksel yapısını henüz kavrayamadığını göstermektedir.

Şekil 2.6.Jeff'in ABC üçgeninin verilen öteleme vektörü altındaki çizimi (Yanık & Flores, 2009)



Ancak süreç içerisinde Jeff'in düşüncelerinde kademeli bir gelişim yaşandığı gözlemlenmiştir. Şekil 2.7'de gösterilen "Jeff'in öğrenme yörüngesi", bu gelişimi aşamalı olarak ortaya koymaktadır. Başlangıçta Jeff'in yalnızca tekil nesnelerin tanımsız hareketine odaklandığı, ardından parametrelere (yani vektöre) dikkat etmeye başladığı, sonrasında ise tanım kümesi ve düzlem üzerindeki tüm noktaların hareketine odaklandığı bir ilerleyiş sergilediği görülmektedir. En üst düzeyde ise ötelemenin, düzlemin kendisi üzerinde yapılan bir eşleme –yani tüm düzlemin kendisine birebir ve örten biçimde yansıtılması– olarak kavrandığı bir anlayışa doğru ilerleme hedeflenmektedir.

The diagram illustrates the hierarchy of levels in a system, starting from the bottom and moving upwards. The levels are:

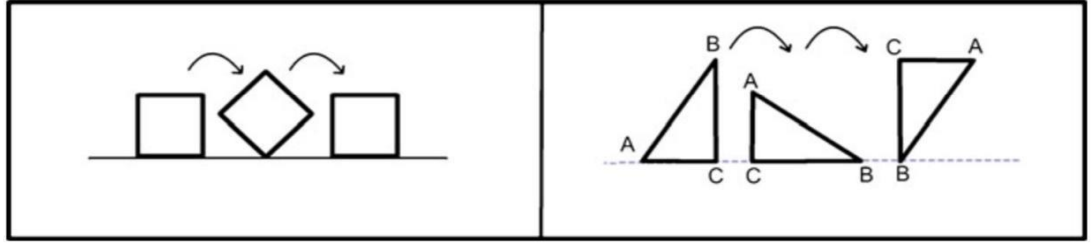
- Tekil Nesnelerin Tanımsız Hareketi
- Parametrelere Odaklanma
- Tekil Nesnelerin Tanımlı Hareketi
- Tanım Kümesine Odaklanma
- Düzlemdeki Tüm Noktaların Tanımlı Hareketi
- Düzlem Odaklanma (marked with a question mark)
- Düzlemin Kendisine Eşlenmesi

A dashed line connects the bottom level to the top level, indicating a progression or relationship between the levels.

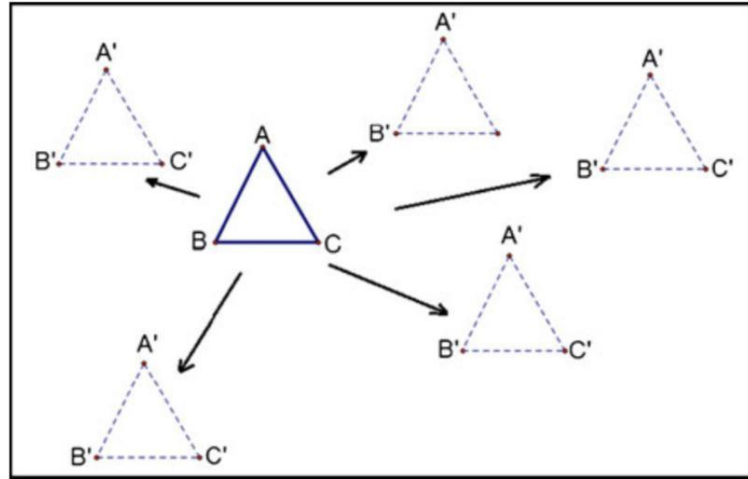
Yanık (2011), daha geniş katılımcı grubuyla yürüttüğü çalışmada 44 ortaokul matematik öğretmeni adayının katı geometrik dönüşümler, özellikle de öteleme dönüşümü hakkındaki ön bilgilerini analiz etmiştir. Bulgular öğretmen adaylarının ötelemeyi tanıma, tanımlama ve ifade etmede önemli güçlükler yaşadıklarını ortaya koymuştur. Katılımcıların ötelemeyi farklı şekillerde yorumladıkları belirlenmiştir: (1) ötelemeyi bir dönme hareketi olarak görenler (Şekil 2.8), (2) ötelemeyi yalnızca bir kaydırma ya da hareket olarak görenler (Şekil 2.9) ve (3) ötelemeyi eşleme olarak tanımlayanlar. 44 öğretmen adayından 20'si fizik derslerinden edindikleri deneyimlere dayanarak ötelemeyi dönme hareketiyle açıklamış, dönüşüm sonucunda şeklin boyutlarının ve biçimlerinin korunduğunu, yalnızca konum ve yönünün değiştiğini belirtmiştir. 22 öğretmen adayı ise ötelemeyi “bir nesneyi döndürmeden kaydırmak veya taşımak” biçiminde ifade etmiş, düzlemi yalnızca arka plan olarak görerek nesnenin herhangi bir yöne hareket edebileceğini vurgulamıştır. Katılımcıların büyük bir çoğunluğu dönüşümü tanımlarken yön veya mesafe bilgisi vermemiş, yani ötelemeyi tanımsız bir hareket olarak görmüştür. Sadece bir katılımcı ötelemeyi eşleştirme perspektifinden tanımlamış ve bir şeklin noktalarının belirli bir mesafe ve yöne göre düzlemdeki diğer noktalarla eşleşmesi gerektiğini belirtmiştir. Ayrıca araştırmada öteleme vektörünün öğretmen adayları tarafından farklı biçimlerde

yorumlandığı ortaya çıkmıştır: (1) kuvvet, (2) simetri doğrusu, (3) yön göstergesi ve (4) yer değiştirme. Adayların vektörün büyüklüğe ve yöne sahip olduğunu bilmelerine rağmen, bu bilgi onların vektörlerin ötelemeyi tanımlayan temel parametre olduğuna ulaşmalarını sağlamamıştır.

Şekil 2.8. Dönme hareketi olarak öteleme (Yanık, 2011)



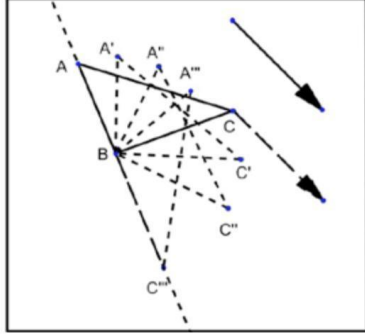
Şekil 2.9. Öteleme hareketi olarak öteleme (Yanık, 2011)



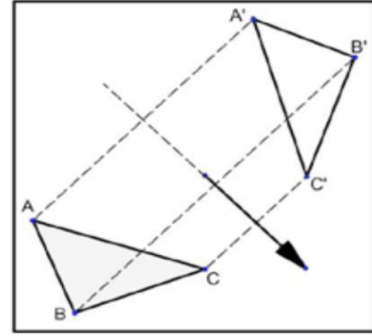
Yanık (2013) ise dinamik geometri ortamında dört ortaokul matematik öğretmeni adayının öteleme dönüşümüne ilişkin öğrenme süreçlerini incelemiştir. Çalışmanın başlangıcında katılımcıların ötelemeyi, Yanık (2011)'in çalışmasında olduğu gibi, dönme hareketi veya öteleme hareketi olarak yorumladıkları görülmüştür. Ayrıca öteleme vektörünü de benzer biçimde yanlış yorumlamışlardır: vektörü kimi zaman bir simetri doğrusu (Şekil 2.11), kimi zaman bir kuvvet (Şekil 2.10), kimi zaman ise soyut bir araç olarak değerlendirmişlerdir. Bu bulgular, öğretmen adaylarının hareket perspektifinde kaldığını ve ötelemenin parametresi olan vektör kavramını kavramsal düzeyde anlamakta zorlandıklarını ortaya koymuştur.

Dolayısıyla bu araştırma, öğretmen adaylarının başlangıçta Flanagan'ın (2001) tanımladığı hareket perspektifi ile sınırlı olduklarını, eşleştirme perspektifine geçişin ise yoğun öğretimsel destek gerektirdiğini göstermektedir.

Şekil 2.10.*Kuvvet olarak vektör*
(Yanık, 2013).



Şekil 2.11.*Simetri doğrusu olarak vektör* (Yanık, 2013)



Benzer bulgulara Gülkılık'ın (2022) ilköğretim matematik öğretmeni adaylarıyla yürüttüğü araştırmada da ulaşılmıştır. Çalışmada katılımcıların ötelemeyi çoğunlukla yalnızca “şeklin hareket etmesi” ya da “yer değiştirmesi” biçiminde tanımladıkları belirlenmiştir. Bununla birlikte adayların önemli bir kısmı ötelemenin matematiksel boyutlarını —vektör, koordinat sistemi ve fonksiyon ilişkisi— kavrayamamış; dolayısıyla ötelemeyi düzlemdeki tüm noktaların eşleştirilmesi olarak görememiştir. Araştırma, öğretmen adaylarının büyük ölçüde hareket perspektifinde kaldığını, buna karşılık eşleştirme ve fonksiyon perspektiflerini göz ardı ettiklerini ortaya koymuştur. Bu sonuç, öğretmen adaylarının öteleme dönüşümüne ilişkin kavramsal eksikliklerinin, ileride öğrencilerin kavramsal gelişim süreçlerini olumsuz yönde etkileyebilecek potansiyele sahip olduğunu göstermektedir.

Genel olarak, literatürdeki araştırmaların ortak bulguları şu şekilde özetlenebilir:

- Hem öğrenciler hem de öğretmen adayları ötelemeyi çoğunlukla hareket perspektifi ile sınırlı biçimde anlamaktadır.
- Vektör kavramı ötelemeyi anlamada en önemli güçlüklerden biri olarak öne çıkmaktadır.
- Öteleme zaman zaman yansıma veya dönme dönüşümleri ile karıştırılmaktadır.

- Ötelemenin yalnızca şekle uygulanabileceği düşüncesi yaygın olup, düzlemdeki tüm noktaların eşleştirilmesi gerektiği göz ardı edilmektedir.

Bu bulgular, dönüşüm geometrisinin öğretiminde ötelemenin yalnızca şekillerin kaydırılması bağlamında ele alınmasının yetersiz olduğunu ortaya koymaktadır. Dolayısıyla, kavramın cebirsel ve fonksiyonel boyutlarının vurgulanması hem öğrenciler hem de öğretmen adayları için daha derinlemesine bir kavramsal anlayışın gelişmesini destekleyecek kritik bir unsur olarak görülmektedir.

Literatürdeki araştırmalar ışığında öğrenciler ve öğretmen adayları ile gerçekleştirilen çalışmalarda onların öteleme dönüşümünü hangi perspektiflerle kavradıklarını ortaya koyan çok sayıda bulgu bulunmaktadır. Ancak öğretmenlerin perspektiflerini doğrudan inceleyen araştırmaların sınırlı olduğu görülmektedir. Bu durum, öğretmenlerin öteleme dönüşümüne ilişkin alan bilgilerini anlamaya yönelik çalışmaların önemini ortaya koymaktadır.

2.4.2. Öteleme dönüşümünde öğretmen alan bilgisi ile ilgili araştırmalar

Öğretmenlerin öteleme dönüşümüne ilişkin alan bilgileri, öğrencilerin kavramsal gelişimlerini doğrudan etkilemektedir. Bu nedenle literatürde, öğretmenlerin dönüşüm geometrisine ve öteleme kavramına yönelik bilgi ve görüşlerini inceleyen çeşitli araştırmalar bulunmaktadır. Bu bölümde söz konusu araştırmalar ele alınmaktadır.

Gürbüz ve Durmuş'un (2009) çalışması, ilköğretim matematik öğretmenlerinin dönüşüm geometrisi, geometrik cisimler, örüntü ve süslemeler alt öğrenme alanlarındaki yeterliklerini inceleyerek öğretmen alan bilgisine doğrudan ışık tutmaktadır. Araştırmada öğretmenlerin dönüşüm geometrisine ilişkin kavrayışlarının büyük ölçüde sınırlı olduğu; özellikle öteleme, yansıma ve dönme dönüşümlerini tanıma, tanımlama ve uygulama süreçlerinde kavram yanlışlarına sahip oldukları belirlenmiştir. Çalışma bulguları, öğretmenlerin çoğunlukla ötelemeyi yalnızca şekillerin kaydırılması olarak gördüklerini, düzlemdeki tüm noktaların eşleştirilmesi gerektiğini vurgulamakta zorlandıklarını ortaya koymuştur. Ayrıca ötelemenin temel parametresi olan vektörün anlamlandırılmasında da önemli eksiklikler olduğu gözlemlenmiştir. Bu sonuçlar, öğretmenlerin öteleme dönüşümüne ilişkin alan

bilgilerinin hareket perspektifi ile sınırlı kaldığını, eşleştirme perspektifinin ise öğretim sürecinde yeterince temsil edilmediğini göstermektedir. Dolayısıyla bu araştırma, dönüşüm geometrisinin öğretiminde öğretmenlerin sahip oldukları alan bilgisinin öğrencilerin kavramsal gelişimleri üzerinde doğrudan etkili olduğunu ortaya koyması bakımından kritik bir öneme sahiptir.

Yıldırım'ın (2020) çalışması, öğretmenlerin dönüşüm geometrisi ve özellikle öteleme dönüşümüne yönelik görüşlerini ortaya koyması bakımından literatürde önemli bir yere sahiptir. Araştırmada ortaokul matematik öğretmenlerinin 2018 yılında güncellenen öğretim programında dönüşüm geometrisi alt öğrenme alanında yapılan değişikliklere ilişkin değerlendirmeleri incelenmiştir. Bulgular, öğretmenlerin büyük bir kısmının müfredatta dönüşüm geometrisi konularının daha fazla yer almasını olumlu karşıladıklarını, ancak öteleme dönüşümünün öğretiminde öğrencilerin kavramsal anlamalarının sınırlı kaldığını vurguladıklarını göstermektedir. Özellikle öğrencilerin ötelemeyi çoğunlukla şekillerin kaydırılması bağlamında algıladıkları, vektör ve fonksiyonel boyutları kavramakta zorlandıkları dile getirilmiştir. Bu bulgular, öğretmenlerin kendi alan bilgilerindeki sınırlılıkların öğrencilerin kavramsal gelişim süreçlerini doğrudan etkilediğini düşündüklerini ortaya koymaktadır. Dolayısıyla Yıldırım'ın (2020) araştırması, öğretmenlerin öteleme dönüşümüne ilişkin alan bilgilerini geliştirmeye yönelik ihtiyaçların halen devam ettiğini göstermekte ve bu konuda yapılacak çalışmaların önemini ortaya koymaktadır.

Öğrencilerin ve öğretmen adaylarının öteleme dönüşümüne ilişkin kavrayışlarında görülen sınırlılıklar, öğretmenlerin bu konudaki alan bilgilerini ve sahip oldukları perspektifleri daha yakından incelemeyi gerekli kılmaktadır. Literatürde, öteleme dönüşümünün genellikle hareket perspektifiyle ele alındığı, eşleştirme perspektifinin ise yeterince temsil edilmediği görülmektedir. Ancak öğretmenlerin hangi perspektife sahip olduklarını ve bu perspektifler arasında nasıl geçiş yaptıklarını inceleyen çalışmalara rastlanmamaktadır. Bu bağlamda, mevcut araştırma, matematik öğretmenlerinin öteleme dönüşümüne ilişkin alan bilgilerini ve sahip oldukları perspektifleri derinlemesine analiz etmeyi ve klinik mülakat sürecinde bu bilgilerin nasıl bir gelişim gösterdiğini ortaya koymayı amaçlamaktadır. Araştırma sürecinde izlenen yöntemsel yaklaşım ve kullanılan veri toplama teknikleri ise bir sonraki bölümde, materyal ve yöntem başlığı altında ayrıntılı olarak sunulacaktır.

3. MATERYAL VE YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın deseni, çalışma grubu, veri toplama araçları, veri toplama süreci ve verilerin analizi ile ilgili detaylı bilgilere yer verilecektir.

3.1. Araştırma Deseni

Bu çalışmada, matematik öğretmenlerinin öteleme dönüşümüne ilişkin perspektiflerinin belirlenmesi ve hareket perspektifinden eşleme perspektifine geçiş süreçlerinin analiz edilmesi amacıyla nitel araştırma desenlerinden biri olan durum çalışması kullanılmıştır. Nitel araştırma, olgu ve olayların kendi doğal bağlamı içerisinde bütüncül biçimde anlaşılmasını amaçlayan; gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi yöntemlerle, araştırılan durumu çevresel koşullarıyla birlikte ele alarak anlam oluşturmayı hedefleyen bir yaklaşım olarak tanımlanmaktadır (Creswell & Poth, 2018; Yıldırım & Şimşek, 2011).

Durum çalışması ise, belirli bir olgu, olay veya sürecin ilgili bağlam, aktörler ve çevresel faktörlerle birlikte derinlemesine ve kapsamlı bir biçimde incelendiği bir nitel araştırma yöntemidir (Stake, 1995; Yıldırım & Şimşek, 2011). Bu desende, araştırma konusu olan durumun ortaya çıkış biçimi, onu etkileyen faktörler ve çevresindeki unsurlar üzerindeki etkiler bütüncül bir şekilde analiz edilir.

Bu araştırmada durum çalışması deseninin tercih edilmesinin temel nedeni, matematik öğretmenlerinin öteleme dönüşümüne ilişkin sahip oldukları perspektifleri ve bu perspektifler arasındaki geçiş süreçlerini kendi doğal bağlamları içinde derinlemesine ortaya koyma amacıdır. Öğretmenlerin öteleme dönüşümüne dair kavramsal bilgilerini ve perspektif değişimlerini anlamak, yalnızca nicel verilerle ölçülebilecek bir durum değildir; bağlam, deneyim ve yorumların bütüncül olarak ele alınmasını gerektirir. Bu nedenle durum çalışması deseni, araştırma sorularının doğası gereği, elde edilen verilerin ayrıntılı analizine ve sürecin çok yönlü olarak açıklanmasına olanak sağlamaktadır (Merriam & Tisdell, 2016).

3.2. Çalışma Grubu

Bu araştırmanın çalışma grubunu, Ağrı ilinde Millî Eğitim Bakanlığı'na bağlı farklı devlet okullarında görev yapan ve çeşitli üniversitelerden mezun olmuş beş

matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Katılımcılardan ikisi lise, üçü ise ortaokul düzeyinde görev yapmaktadır. Katılımcılar, nitel araştırmalarda sıkça tercih edilen amaçlı örnekleme yöntemiyle belirlenmiştir. Amaçlı örnekleme, araştırmanın amacına uygun olarak bilgi bakımından zengin bireylerin bilinçli bir şekilde seçildiği ve böylece derinlemesine veri elde edilmesini sağlayan bir örnekleme yaklaşımıdır (Baltacı, 2018; Patton, 2015; Yıldırım&Şimşek, 2011).

Araştırmada ayrıca amaçlı örnekleme türlerinden biri olan kolay ulaşılabilir (elverişli) örnekleme stratejisi uygulanmıştır. Bu strateji, araştırmacının zaman, maliyet ve erişilebilirlik açısından avantaj sağlaması amacıyla ulaşımı en kolay olan bireyleri seçmesine olanak tanır; ancak seçim, bilgiye ulaşma hedefi doğrultusunda bilinçli bir şekilde yapılır ve katılımcıların çalışmanın amacına katkı sağlayabilecek özelliklere sahip olmasına özen gösterilir (Baltacı, 2018; Palinkas, vd., 2015). Bu bağlamda, araştırmada öteleme dönüşümüne ilişkin belirli düzeyde bilgi ve deneyime sahip öğretmenler ile görüşmeler gerçekleştirilmiş ve çalışmanın amaçları doğrultusunda nitelikli ve derinlemesine veri elde edilmiştir. Araştırmada etik ilkelere titizlikle uyulmuş; katılımcıların kimlik bilgileri gizli tutulmuş, gerçek isimler yerine takma isimler kullanılmıştır (Orb, vd., 2001). Katılımcıların demografik bilgileri Tablo 3.1’de sunulmaktadır.

Tablo 3.1. Katılımcıların Demografik Bilgileri

Katılımcı	Öğretim Düzeyi	Öğretmenlik Süresi (MEB)	Toplam Öğretmenlik Süresi
Hasan Ali	Lise	2 yıl	12 yıl
Fadime	Ortaokul	5 yıl	5 yıl
Ebru	Ortaokul	5 yıl	5 yıl
Hanife	Lise	4 yıl	12 yıl
Şeyma	Ortaokul	6 yıl	6 yıl

3.3. Veri Toplama Araçları

Bu araştırmada veri toplama aracı olarak klinik mülakat kullanılmıştır. Klinik mülakat, esnek sorular aracılığıyla katılımcıların düşünce süreçlerini ve bu düşüncelerin ardındaki nedenleri belirlemeye yönelik bir yöntemdir (Clement, 2000). Bu yöntem, katılımcıların yalnızca düşüncelerini ifade etmelerini sağlamakla kalmaz,

aynı zamanda bu düşüncelerin uygulanabilirliğini ve gerçek süreçlerde nasıl işlediğini ortaya koyar (Eryılmaz Toksoy & Akdeniz, 2015).

Öğretmenlerin öteleme dönüşümüne ilişkin kavramsal anlayışlarını derinlemesine ve sistematik biçimde incelemek amacıyla, yarı yapılandırılmış bir görüşme formu hazırlanmış ve klinik mülakat yöntemi ile uygulanmıştır. Bu sayede hem katılımcıların düşüncelerinin ardındaki nedenler açığa çıkarılabilmiş, hem de önceden belirlenmiş sorularla sistematik veri toplanabilmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşme, önceden belirlenmiş sorulara dayansa da araştırmacıya ek sorular yöneltebilme esnekliği sağlar ve hem standartlık hem de derinlik kazandırır (Yüksel, 2020).

Veri toplama sürecinde öğretmenlerin yanıtlarının ayrıntılı biçimde kaydedilebilmesi için ses kayıtları alınmış, ayrıca öğretmenlerden belirli sorulara ilişkin çizim ve çözümlemeler yapmaları istenmiştir. Bu uygulamalar, hem öğretmenlerin kavramsal düşüncelerini somut hâle getirmelerini sağlamış hem de verilerin güvenilirliğini ve derinliğini artırmıştır.

Görüşme formunun hazırlanmasında iki temel kaynaktan yararlanılmıştır. Katılımcıların kişisel bilgilerini tanımlamaya yönelik sorular, Akarsu ve İler'in (2022) öğretmenlerin yansıma dönüşümüne ilişkin perspektiflerini belirlemeye yönelik çalışmalarından uyarlanmıştır. Katılımcıların öteleme dönüşümüne ilişkin perspektiflerini ortaya çıkarmaya yönelik sorular ise, ilgili alan yazın taranarak ve öteleme dönüşümüne dair kavramsal anlayışları ele alan çalışmalar doğrultusunda geliştirilmiştir.

Formun çalışmanın amacına uygunluğunu ve soruların yeterliliğini değerlendirmek için bir uzman görüşüne başvurulmuş; uzman geri bildirimleri doğrultusunda sorular revize edilmiştir. Ardından, biri ortaokulda diğeri lisede görev yapan iki öğretmenle pilot görüşmeler gerçekleştirilmiş ve elde edilen gözlemler doğrultusunda form yeniden düzenlenmiştir. Nihai revizyonlar, uzmanın son değerlendirmeleri sonrasında tamamlanmış ve görüşme formu katılımcılara uygulanmıştır.

Araştırmada kullanılan görüşme formu, "Öteleme Dönüşümü Değerlendirme Soruları" başlığı altında yedi bölümden oluşmaktadır. Formun bölümleri ve işlevsel amaçları Tablo 3.2’de gösterilmiştir.

Tablo 3.2. Görüşme Formunun Bölümleri ve Amaçları

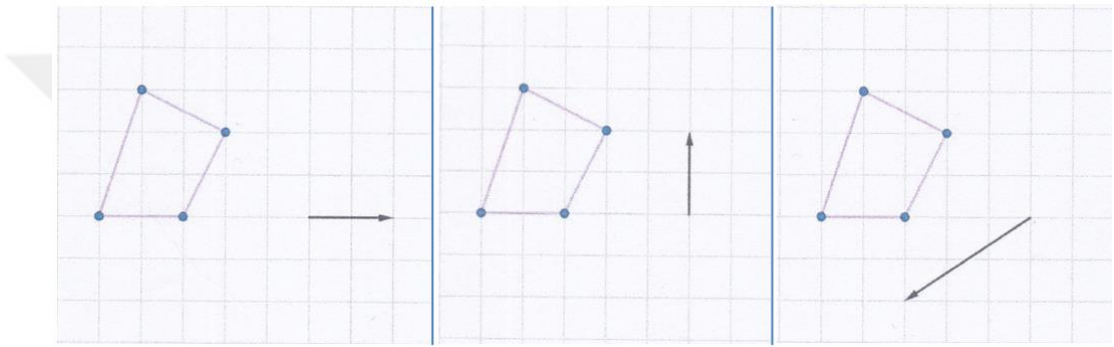
Bölüm No	Bölüm Başlığı	Bölümün Amacı
1	Kavramsal Açıklamalar ve Tanımlar	Öğretmenlerin öteleme dönüşümüne ilişkin mevcut bilgi ve kavramsal algılarını ortaya koymak.
2	Öteleme Dönüşümünün Parametresi: Vektör	Vektörün öteleme dönüşümündeki rolünü öğretmenlerin nasıl kavradıklarını belirlemek
3	Vektör Kavramı ve Vektörün Görevi	Vektör kavramına yönelik öğretmenlerin derinlemesine sorgulama ve anlamlandırmalarını sağlamak.
4	Düzlemde Öteleme Dönüşümü Uygulamaları	Uygulamalı sorularla öğretmenlerin öteleme kavramına yönelik farkındalıklarını ve bilgi düzeylerini gözlemlemek.
5	Düzlemde Ötelemeyi Yorumlama	Öğretmenlerin öteleme dönüşümüne ilişkin düşünsel sorgulamalar yapmalarını sağlamak.
6	Öteleme Dönüşümünün Fonksiyon Olarak İfade Edilmesi	Öteleme dönüşümünü fonksiyonel bir yapı olarak ele alıp almadıklarını ortaya koymak.
7	Öteleme Dönüşümü Fonksiyonu Kavramını Derinleştirme	Öğretmenlerin fonksiyon kavramı ile öteleme dönüşümünü ilişkilendirme düzeylerini derinleştirmelerini sağlamak.

Formun 1., 2., 4. ve 6. bölümleri, öğretmenlerin mevcut bilgi düzeylerini, kavramsal algılarını ve öğretme stratejilerini gözlemlemeye yönelik tasarlanmıştır. Bu bölümlerdeki uygulama soruları, öğretmenlerin yalnızca bilgilerini yansıtmakla kalmayıp, aynı zamanda farkındalık geliştirmelerine ve düşünsel sorgulamalar yapmalarına imkân tanır. Formun 3., 5. ve 7. bölümleri ise daha derinlemesine düşünmeyi teşvik eder; öğretmenlerin kavramları sorgulamasına ve anlamlarını yeniden yapılandırmasına olanak sağlayan açık uçlu sorular içerir.

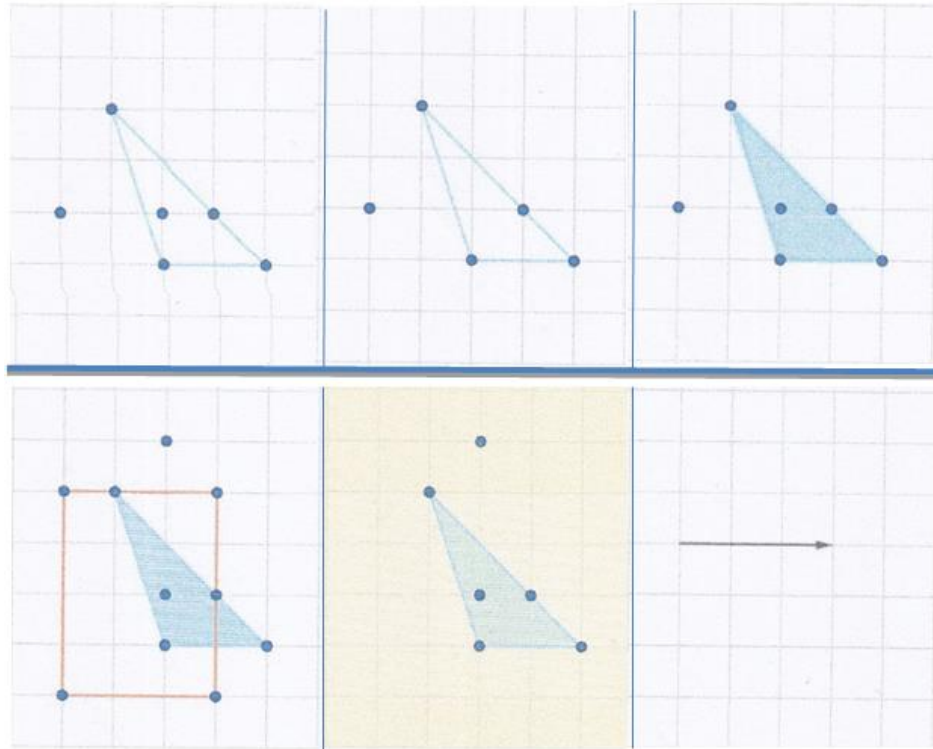
Ayrıca, formun belirli bölümlerinde öğretmenlerin vektör kavramı ve düzlem algısına ilişkin değerlendirmeler yapabilmeleri için uygulama soruları ve görsel destekler kullanılmıştır. Bu yapı, görüşme formunun hem öğretmenlerin mevcut bilişsel yapısını tanımlamasına hem de kavramsal sorgulamalarını teşvik etmesine olanak sağlayan bütüncül bir araç olarak işlev görmesini sağlamıştır.

İlgili uygulama sorularına ait örnekler, aşağıda sırasıyla Şekil 12 ve Şekil 13'te sunulmuştur.

Şekil 3.1. Vektör Algısını İncelemeye Yönelik Uygulama Soruları



Şekil 3.2. Düzlem Algısını İncelemeye Yönelik Uygulama Soruları



3.4. Verilerin Toplaması ve Analizi

Veri toplama sürecinde, öğretmenlerle yüz yüze görüşmeler gerçekleştirilmiş ve her bir öğretmenin ders programına uygun bir takvim oluşturulmuştur. Görüşmeler, öğretmenlerin görev yaptıkları okullarda yapılmış ve katılımcıların onayı alınarak ses kayıt cihazı ile kaydedilmiştir. Her bir görüşme yaklaşık altmış dakika sürecek şekilde planlanmış, araştırmacı belirlenen takvime göre yarı yapılandırılmış mülakat sorularını yöneltmiş ve gerekli durumlarda öğretmenlerden çizim yaparak uygulama gerçekleştirmelerini istemiştir. Tüm görüşmelerin transkriptleri hazırlanarak analiz sürecine dahil edilmiştir. Elde edilen veriler, içerik analizi yöntemi ile değerlendirilmiştir. İçerik analizinin temel amacı, toplanan verileri açıklamaya yardımcı olacak kavram ve temalar çerçevesinde düzenlemek ve yorumlamaktır (Karataş, 2015).

Veri analizi sürecinde, yarı yapılandırılmış mülakat dokümanları, ses kayıtları, öğretmen çizimleri ve sözel yanıtlar bir arada değerlendirilmiş; transkriptlerden elde edilen veriler doğrultusunda kodlamalar yapılmıştır. Kodlama süreci, öğretmenlerin sahip oldukları perspektifleri, bu perspektiflerin oluşum nedenlerini ve hareket perspektifinden eşleştirme perspektifine geçiş süreçlerini ortaya koymayı amaçlamıştır. Kodlar yalnızca verilerden türetilmemiş, aynı zamanda alan yazındaki nitel araştırmalardan — özellikle Flanagan (2001), Yanık (2011, 2013) ve Yanık & Flores (2009) — yararlanılarak yapılandırılmıştır. Böylece kodlama süreci tümevarımsal ve tümdengelimsel yaklaşımlar temel alınarak yürütülmüştür. Ayrıca, kodlama sürecinin güvenilirliğini artırmak amacıyla kodlamalar bağımsız bir araştırmacı ile birlikte gerçekleştirilmiş; elde edilen kodlar karşılaştırılarak görüş birliği sağlanmıştır.

3.5. Geçerlik ve Güvenirlik

Bu araştırmada nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenilirliği sağlamak amacıyla Lincoln ve Guba (1985)'nin önerdiği dört kriter temel alınmıştır: güvenilirlik, transfer edilebilirlik, doğrulanabilirlik ve onaylanabilirlik.

Güvenirlik düzeyini artırmak için, öğretmenlerle gerçekleştirilen görüşmeler ses kayıt cihazı ile kaydedilmiş ve tüm görüşmeler transkript edilmiştir. Ayrıca, öğretmenlerden belirli sorulara ilişkin çizim ve uygulama yapmaları istenerek verilerin derinliği ve bütünlüğü artırılmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşme formunun hazırlanması aşamasında uzman görüşüne başvurulmuş, pilot uygulamalar yapılmış ve geri bildirimler doğrultusunda form revize edilmiştir. Bu süreç, katılımcı yanıtlarının doğru ve güvenilir biçimde yansıtılmasını sağlamıştır (Creswell, 2014). Veri analizi sürecinde, kodlamaların güvenilirliğini artırmak amacıyla bağımsız bir araştırmacı ile birlikte kodlama yapılmış, elde edilen kodlar karşılaştırılarak uzlaşa sağlanmıştır. Araştırmacılar arası tutarlılık, verilerin nesnelliğini ve yorumların doğruluğunu destekleyici bir unsur olarak değerlendirilmiştir (Miles & Huberman, 1994).

Transfer edilebilirlik, elde edilen bulguların benzer bağlamlarda geçerliliğinin değerlendirilmesine işaret eder. Araştırmada katılımcı öğretmenlerin görev yaptıkları okul türleri, eğitim geçmişleri ve deneyim süreleri açıkça tanımlanmış; veri toplama süreci detaylı bir biçimde belgelenmiştir. Bu sayede, bulguların başka bağlamlara uygulanabilirliği konusunda okuyucuya yeterli bilgi sunulmuştur (Yıldırım & Şimşek, 2011).

Doğrulanabilirlik, araştırma sürecinin tutarlılığı ve sistematikliğini ifade eder. Kodlama sürecinde hem tümevarımsal olarak katılımcı yanıtlarından hem de tümdengelimsel olarak literatür temelli ön kodlardan yararlanılmıştır. Kodlama ve analiz süreçleri sistematik biçimde belgelenmiş, süreç boyunca araştırmacının aldığı kararlar ve gözlemler kaydedilmiştir. Böylece analiz sürecinin izlenebilirliği ve tutarlılığı sağlanmıştır (Denzin, 1978).

Son olarak, onaylanabilirlik, bulguların araştırmacı önyargılarından bağımsızlığını gösterir. Bu araştırmada, farklı veri türlerinin bir arada kullanıldığı veri çeşitliliği (triangülasyon) yaklaşımıyla; yarı yapılandırılmış görüşme transkriptleri, ses kayıtları ve öğretmen çizimleri birlikte analiz edilmiştir. Araştırmacı sürecin her aşamasında kendi gözlemlerini ve kararlarını detaylı biçimde ortaya koyarak, verilerin nesnel olarak yorumlanmasına zemin hazırlamıştır (Lincoln & Guba, 1985).

Bu dört kriter doğrultusunda alınan önlemler, araştırmanın nitel olarak geçerlik ve güvenirliğini güçlendiren temel stratejiler olarak değerlendirilmiştir.



4. BULGULAR

Bu bölümde, araştırma kapsamında elde edilen nitel verilerin çözümlenmesi sonucunda ulaşılan bulgular ayrıntılı biçimde sunulmaktadır. Bulgular, öğretmenlerle gerçekleştirilen yarı yapılandırılmış görüşmelerden elde edilen verilerin içerik analizi yoluyla ortaya konmuştur. Analiz sürecinde öncelikli olarak katılımcıların öteleme dönüşümüne ilişkin verdikleri yanıtlar incelenmiş ve bu yanıtlar, kavramsal anlamlandırmaları doğrultusunda sınıflandırılmıştır. Elde edilen verilerin değerlendirilmesi sonucunda, öğretmenlerin öteleme dönüşümünü kavramsallaştırmalarının iki ana perspektif altında toplandığı belirlenmiştir. Bunlardan ilki hareket perspektifi, diğeri ise eşleştirme perspektifidir. Kodlama sürecinde, hareket perspektifine dayalı ifadeler MP kodlarıyla, eşleştirme perspektifine dayalı ifadeler ise EP kodlarıyla temsil edilmiştir. Analiz sonucunda, hareket perspektifine ilişkin toplam on altı adet MP kodu oluşturulmuştur. Bu kodlar dört ana tema altında toplanmıştır: öteleme dönüşümünü tanımlama, vektör algısı, düzlem algısı ve fonksiyon algısı. Her bir tema altında dörder alt kod yer almaktadır. Öte yandan, eşleştirme perspektifine ilişkin olarak toplam dokuz adet EP kodu belirlenmiştir. Bu kodlardan üçü öteleme dönüşümünü tanımlama ile, ikişer tanesi ise vektör, düzlem ve fonksiyon algısı temalarıyla ilişkilendirilmiştir. Bu doğrultuda, öğretmenlerin öteleme dönüşümüne ilişkin sahip oldukları farklı bakış açıları ve kavramsal anlamlandırmaları kodlar ve temalar çerçevesinde sistematik olarak ortaya konmuştur. Elde edilen bulgulara ilişkin detaylı sınıflandırma Tablo 4.1 ve Tablo 4.2’te sunulmaktadır.

Tablo 4.1. *Hareket Perspektifine Yönelik Oluşturulan Kodlar ve Tanımları*

Tema	Kod	Tanım
Öteleme Dönüşümünü Tanımlama	MP1	Sezgisel Tanım Üretme: Katılımcı ötelemeyi sezgisel olarak tanımlar; teknik, fonksiyonel ya da cebirsel bir yapıdan söz etmez.
	MP2	Hareket/Taşıma/Yer Değiştirme İfadesi: Öteleme bir şeklin fiziksel olarak bir yerden başka bir yere gitmesi gibi tanımlanır.

	MP3	Yer/Yön İfadesi: Öteleme sadece yön (sağa, sola, yukarı) ve miktar (2 birim gibi) üzerinden tanımlanır.
	MP4	Yalnızca Şekil/Görsel Odaklı Düşünebilme: Katılımcı yalnızca çizili şekli ötelet, noktaları ya da düzlemi dikkate almaz.
Vektör Algısı	MP5	Vektör Hakkında Bilgi Eksikliği: Katılımcı vektörün ne olduğu veya nasıl kullanıldığı hakkında yorum yapamaz.
	MP6	Vektörün Öteleme Dönüşümündeki Görevini Bilmemek: Vektörün yön ve miktar belirleyici işlevi fark edilmez.
	MP7	Vektör Hakkında Kavram Yanılgısı Yaşamak: Vektörü simetri eksenini, dönme merkezi gibi yanlış kavramlarla karıştırmak.
	MP8	Vektör Yerine Yer/Yön İfadeleri Beklemek: Katılımcı, vektör verince onu “sağa git, 2 birim oynat” gibi yorumlar.
Düzlem Algısı	MP9	Düzlem Hakkında Bilgi Eksikliği: Düzlemi sadece görsel bir alan olarak algılayıp, $\mathbb{R}^2$ gibi cebirsel anlamını bilmemek.
	MP10	Parça-Bütün Ayrımı Kuramamak: Şekli bütün olarak değil, parça parça (örneğin tek bir nokta ya da kenar) taşımak.
	MP11	Sınırlı Algılama / Kapsamı Sınırlama: Dönüşümün sadece çizilen şekli etkilediğini, tüm düzleme uygulanmadığını düşünmek.
	MP12	Düzlemi Tanım Kümesi ve Görüntü Kümesi Olarak Tanımlamamak: $\mathbb{R}^2$ üzerinde tanımlanmış fonksiyon ifadesi verilemez.
Fonksiyon Algısı	MP13	Fonksiyon Hakkında Bilgi Eksikliği: Fonksiyon nedir, nasıl işler, dönüşümle ne ilgisi vardır, bilinmez.
	MP14	Öteleme Dönüşümünü Fonksiyon Olarak Tanımlamamak / Tanımlayamamak: $f(x, y) = (x+a, y+b)$ gibi yapı yazılamaz.

	Öteleme Dönüşümünün Birebir / Örtlenliğini
MP15	Sorgulayamamak: Fonksiyonun her elemanı başka bir elemana gönderdiği fark edilmez.
MP16	Öteleme Dönüşümünün Tersini Alamamak: Ters vektörle dönüşün geri alınabileceği fark edilmez.

Tablo 4.2. Eşleştirme Perspektifine Yönelik Oluşturulan Kodlar ve Tanımları

Tema	Kod	Tanım
Öteleme Dönüşümünü Tanımlama	EP1	Fonksiyonel Tanım (Cebirsel): $f(x, y) = (x+a, y+b)$ biçiminde açık fonksiyonel tanım yapılır.
	EP2	Nokta Eşleştirmesi Söylemi: “Her nokta başka bir noktaya eşleştirilir” gibi ifadelerle birebir eşleştirme vurgulanır.
	EP3	Cebirsel Olarak Öteleme Yapabilme: Belirli bir nokta için $(x, y) \rightarrow (x+a, y+b)$ uygulaması yapılır.
Vektör Algısı	EP4	Vektörün Cebirsel Tanımını Yapabilme: Vektörü (a, b) biçiminde büyüklük ve yön taşıyan yönlü sayı çifti olarak ifade eder.
	EP5	Vektörü Öteleme Dönüşümünün Parametresi Olarak Tanımlama: Vektör, dönüşümün yön ve miktar belirleyicisi olarak kullanılır.
Düzlem Algısı	EP6	Düzlemdeki Bütün Noktaların Ötelenmesi: “Tüm düzlem ötelenir” ya da “boşluk oluşmaz” gibi açıklamalarla dönüşümün genellenmesi.
	EP7	Tanım ve Görüntü Kümesi Farkındalığı: “Tanım kümesi $\mathbb{R}^2$, görüntü kümesi $\mathbb{R}^2$ ” gibi cebirsel açıklamalar yapılır.
Fonksiyon Algısı	EP8	Öteleme Dönüşümünün Birebir ve Örtlenliğini Tanımlama: Fonksiyonun her girdiyi yalnızca bir çıktıya götürdüğü ve tüm çıktıların kapsandığı ifade edilir.
	EP9	Öteleme Dönüşümünün Tersini Alabilme: “Ters vektörle geri götürürüz” ya da “negatif vektörle geri alınabilir” gibi açıklamalar yapılır.

4.1. Öğretmenlerin Bireysel Olarak Öteleme Dönüşümünü Anlamalarının İncelenmesi – Hasan Ali

Lise matematik öğretmeni olan Hasan Ali, öteleme dönüşümüne ilişkin kavrayışının derinlemesine incelenmesi amacıyla araştırmaya dahil edilmiştir. Klinik mülakat sürecinde öğretmenin tanım yapma biçimi, vektör kavrayışı, düzlem algısı ve fonksiyon anlayışı olmak üzere dört temel boyutta görüşleri alınmıştır.

4.1.1. Hasan Ali öğretmenin öteleme dönüşümü anlayışına ilişkin ilk bulgular:

Mülakat sürecinde öğretmen ötelemeyi bir fonksiyon olarak gördüğünü açıkça ifade etmiş ve “Dönüşümün fonksiyonu vardır.” sözleriyle bu kavrayışını dile getirmiştir. Bu durum, EP1 (Öteleme Dönüşümünü Fonksiyonel Tanım Olarak Görmek) kodunu işaret etmektedir. Bununla birlikte, MP14 (Öteleme Dönüşümünü Fonksiyon Olarak Tanımlamamak / Tanımlayamamak) kodunun da gösterdiği gibi, fonksiyon kavramını ötelemenin somut matematiksel temsiline (örneğin, $f(x, y) = (x+a, y+b)$ biçiminde) aktarmakta zorlandığı belirlenmiştir. Öğretmen, öteleme dönüşümünü açıklarken “Öteleme dönüşümünün fonksiyonu var hocam. Bir fonksiyon olsa üzerinde gösterirdim. Fonksiyonu öğrencilere direkt veriyoruz.” ifadelerini kullanmış; bu açıklamalar, kavramı işlevsel düzeyde fark ettiğini (EP1) ancak matematiksel olarak açık ve net bir biçimde ortaya koymakta güçlük yaşadığını (MP14) göstermektedir. Diğer bir ifadeyle, öğretmenin ötelemeyi fonksiyonel bir çerçevede düşündüğü açıktır; ancak bu çerçeveyi matematiksel tanımla somutlaştırmada belirsizlik yaşadığı görülmektedir. Ayrıca, ötelemeyi tanımlarken dönme dönüşümü ile ilişkilendirdiği ve iki dönüşümü ayrı yapılar olarak ele aldığı da gözlenmiştir.

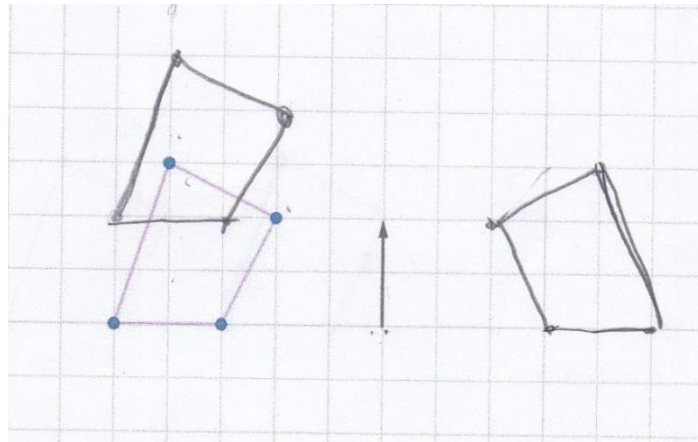
Öğretmen, öteleme dönüşümünü cebirsel olarak ifade etme girişiminde bulunmuş ve “R’de α ile çarpıyoruz. Yanlış söyleyebilirim. İkili veriyoruz. $(x.\sin\alpha - y.\cos\alpha)$ gibi. Tabi ezberden söylüyorum. R^2 çalışıyoruz. Döndürmenin fonksiyonunu veriyoruz. Öteleme de $y+\alpha$, $x+\alpha$ şeklinde. R^2 ’deki öteleme bu.” şeklinde açıklamalarda bulunmuştur. Bu ifadeler, öğretmenin dönüşümleri formel düzlemde tanımlamaya çalıştığını ancak zaman zaman hatalı ya da eksik açıklamalar yaptığına işaret etmektedir. Ayrıca, MP4 (Yalnızca Şekil/Görsel Odaklı Düşünebilme) kodunun

karşılığı olarak, öğretmen dönüşümü diğer izometrik dönüşümlerle karşılaştırması istendiğinde ötelemeyi “görsel olarak daha fazla” olduğunu belirterek açıklamış ve bu yaklaşımı, ötelemeye ilişkin kavrayışında görsel odaklı bir düşünme biçiminin de etkili olduğunu göstermiştir.

4.1.2. Hasan Ali öğretmenin öteleme dönüşümünün parametresi (vektör) algısına ilişkin bulgular

Hasan Ali öğretmenin öteleme dönüşümüne ilişkin kavramsal temsillerinde, dönüşümün parametresi olan vektöre dair MP5 (Vektör Hakkında Bilgi Eksikliği)'nin belirgin olduğu görülmüştür. Katılımcı tanımlama aşamasında ötelemenin belirleyici unsuru olan vektörden bahsetmemiş ve bu unsurun dönüşüm üzerindeki rolünü kavrayamadığını ifade etmiştir (MP6 (Vektörün Öteleme Dönüşümündeki Görevini Bilmemek)). Dikey yönde 2 birimlik bir vektör verildiğinde, bu vektörü yansıma dönüşümündeki simetri eksenine karıştırarak öteleme yerine yansıma dönüşümü uygulamıştır (Şekil 4.1). Bu durum öğretmenin MP7 (Vektör Hakkında Kavram Yanılgısı Yaşamak) yaşadığını göstermektedir. Ayrıca, y eksenine göre “öteleme” yaptığını belirtirken “y değerleri değişmedi, x değerleri değişti” şeklindeki cebirsel açıklaması yüzeysel düzeyde kalmış, dönüşümü fonksiyonel bir yapı olarak ele almasını engellemiştir.

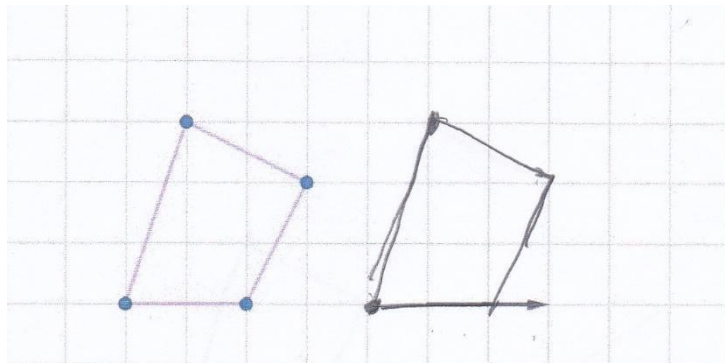
Şekil 4.1. Hasan Ali öğretmenin öteleme dönüşümü yerine yansıma dönüşümü uygulanması



Benzer şekilde, yatay yönde sağa doğru 2 birimlik bir vektör verildiğinde Hasan Ali öğretmenin dönüşümü doğru uygulama konusunda tereddüt yaşadığı gözlenmiştir. Katılımcının “doğrusal mı alacağız, yoksa ışın olarak mı alacağız?” şeklindeki sorgulaması, vektörü hâlâ bir parametre olarak konumlandıramadığını ve MP8 (Vektör Yerine Yer/Yön İfadeleri Beklemek) davranışını ortaya koymaktadır. Araştırmacının dönüşümlerin farkını sorması üzerine ise öğretmen, aslında yansıma yaptığını kabul etmiş ve bu durumu “verilen ışın” ifadesiyle açıklamıştır. Bu noktada öğretmen, “Şu an yansıma dönüşümünden bir farkı yok ki. Ben yansıma yapmışım. Bu ışını görünce kavram yanlışlığı yaşıyoruz. Direkt yansıma yapmışız.” şeklinde ifade kullanarak MP7 (Vektör Hakkında Kavram Yanılgısı Yaşamak) kapsamındaki kavramsal yanlışlığını dile getirmiştir.

Şekil 4.2’de yer alan uygulamada, yatay yönde sağa doğru 2 birimlik bir vektör verilmesine rağmen Hasan Ali öğretmenin öteleme dönüşümünü 4 birim olarak yaptığı görülmüştür. Öğretmen dönüşümün yönünü doğru belirlemiş olsa da büyüklüğün hatalı olması, vektörün büyüklüğünün kavramsal olarak yeterince içselleştirilmediğini ve MP8 (Vektör Yerine Yer/Yön İfadeleri Beklemek) davranışının sürdüğünü göstermektedir. Ayrıca bu durum, EP5 (Vektörü Öteleme Dönüşümünün Parametresi Olarak Tanımlama)’nın gerektirdiği vektörel ifadenin bileşenlerini işlem düzeyinde hatalı kullanma örneğini de ortaya koymaktadır.

Şekil 4.2. Hasan Ali öğretmenin öteleme dönüşümü uygularken yanlış yaşaması

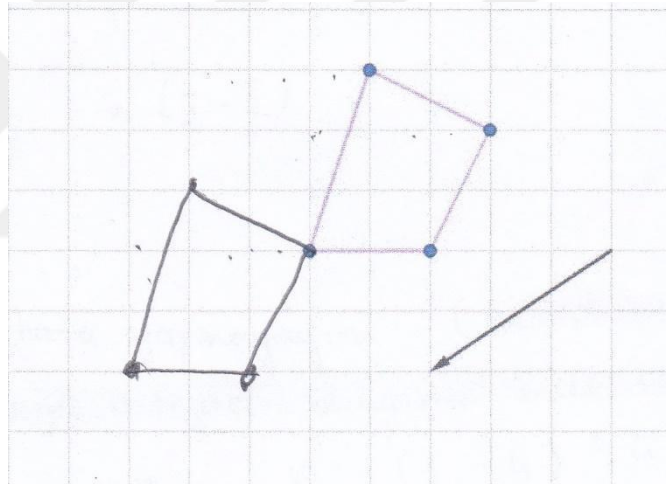


Hasan Ali, uygulama sürecinde kavram yanlışlıklarını fark ederek doğru ötelemeyi MP1 (Sezgisel Tanım Üretme) kapsamında sezgisel biçimde gerçekleştirmiştir. Bu süreçte MP3 (Yer/Yön İfadesi)’ne uygun şekilde yön ve yönelimi ayırt etme becerisinin gelişmekte olduğu, ancak MP6 (Vektörün Öteleme

Dönüşümündeki Görevini Bilmemek)'e işaret edecek şekilde vektörü dönüşümün temel parametresi olarak tanımlama ve bileşenlerini doğru kullanma konusunda sorunlar yaşadığı gözlenmiştir. Öğretmen, sürecin sonunda “Vektör olarak düşünürüm. 2 br aşağı, 3 br sola şeklinde. Hatamı fark ettikten sonra vektöre dikkat etmem gerektiğini anladım.” ifadesini kullanmıştır (MP1, MP6).

Çapraz şekilde verilen bir vektörle (Şekil 4.3) karşılaştığında Hasan Ali öğretmenin, vektörü yön ve büyüklük bakımından bir parametre olarak ilişkilendirebildiği görülmüştür. Bu durumda katılımcı, öteleme dönüşümünün parametresine dair soruya “vektör” yanıtını vermiş ve önceki MP6, MP7, MP8 kodlarıyla tanımlanan yanlışlarının yerini kısmen EP5 (Vektörü Öteleme Dönüşümünün Parametresi Olarak Tanımlama)'ya bırakmıştır.

Şekil 4.3 Hasan Ali öğretmenin çapraz yönlü vektörle öteleme dönüşümü uygulaması

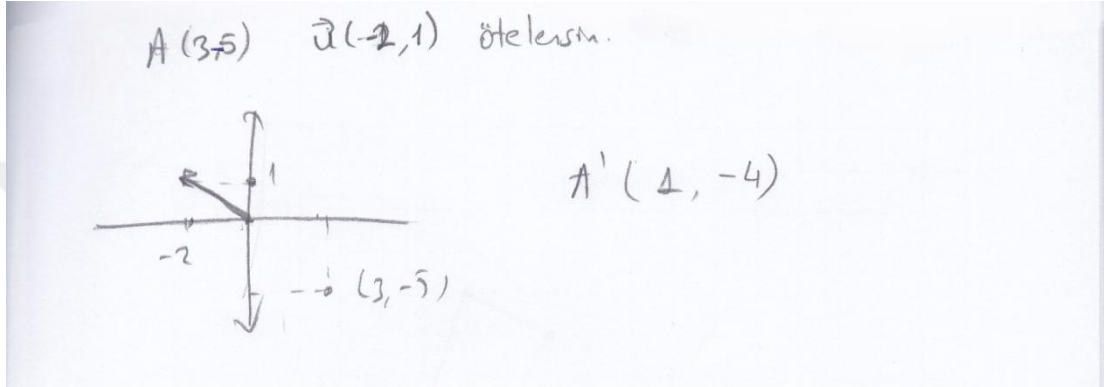


Hasan Ali öğretmenin yanıtları, konuya dair bilgi düzeyinin güncel olmadığını ve uzun süredir bu içeriği öğretmediği için kavramsal temsillerin pasif durumda kaldığını göstermektedir. Katılımcı, geçmişte vektörleri derslerde işlediğini belirtmiş, ancak sorular sırasında vektörün yön, büyüklük ve doğrultu gibi temel bileşenlerini hatırlamakta güçlük çekmiştir (MP5). Bununla birlikte öğretmenin EP3 (Cebirsel Olarak Öteleme Yapabilme) becerisine kısmen sahip olduğu gözlenmiştir.

Dikkat çekici bir bulgu, Hasan Ali öğretmenin cebirsel öteleme işlemine başlamadan önce mutlaka koordinat düzlemi çizmek istemesi (Şekil 4.4) olmuştur. Katılımcı, “Görselleştireyim, hata yapmayayım” ifadesiyle işlem hatası yapma

kaygısını azaltmak amacıyla görsel bir temsil üzerinden hareket ettiğini belirtmiştir. Bu durum öğretmenin MP4 (Yalnızca Şekil/Görsel Odaklı Düşünebilme) yaklaşımını sürdürdüğünü göstermektedir. Ancak buna rağmen koordinat düzlemi üzerinde nokta koordinatlarını öteleyerek uygulamayı tamamlamış ve EP3 (Cebirsel Olarak Öteleme Yapabilme) kodunun gerektirdiği cebirsel aktarımı gerçekleştirmiştir.

Şekil 4.4. Hasan Ali öğretmenin cebirsel olarak noktanın ötelenmesi sorusuna cevabı

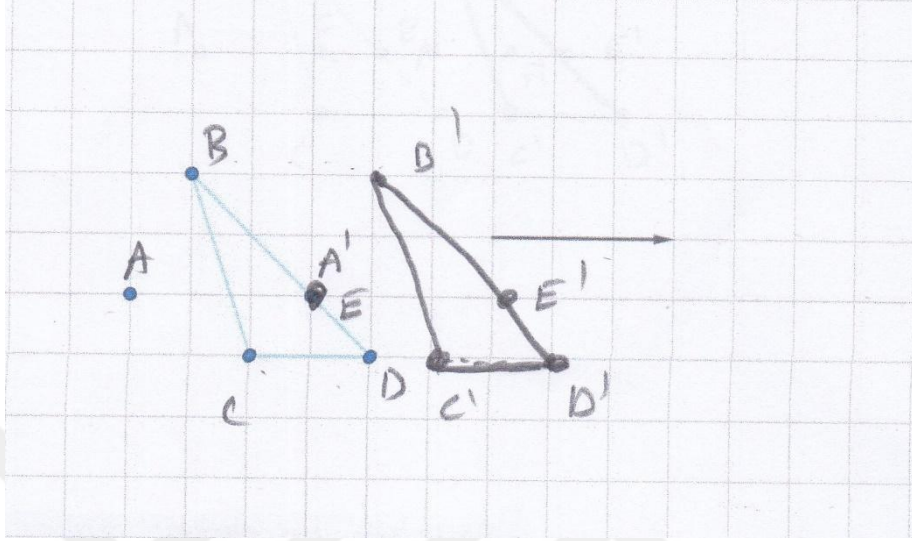


4.1.3. Hasan Ali öğretmenin düzlem kavrayışına ilişkin bulgular:

Hasan Ali öğretmenin öteleme dönüşümüne ilişkin düzlem kavrayışı incelendiğinde, kavramsal düzeyde çeşitli sınırlılıkların bulunduğu görülmüştür. Bu kapsamda, öğretmene düzlem üzerinde tasarlanan beş farklı senaryo sunulmuş ve düzleme dair bilişsel yaklaşımları sorgulanmıştır. İlk senaryoda (Şekil 4.5) üçgenin dışında yer alan bir nokta ile birlikte verilen üçgenin ötelenmesi istendiğinde, öğretmen dış noktayı da taşıyıp taşınmaması gerektiğini sorgulayarak MP10 (Parça-Bütün Ayrımı Kuramamak) davranışı sergilemiş ve parçaları bütünden bağımsız değerlendirme eğilimi göstermiştir. Bu durum, öğretmenin öteleme işlemini yalnızca şeklin kendisine odaklanarak gerçekleştirdiğini ortaya koymaktadır. Öteleme sürecinde kararsızlığını da dile getiren öğretmen, üçgenin üzerinde yer alan noktayı neden sorgulamadığına ilişkin olarak “A noktasını da mı öteleyeceğim? E noktası zaten üstünde olduğu için onu öteliyorum. Şekle dahil sonuçta.” ifadesini kullanmıştır. Ardından araştırmacının yönelttiği “Üçgenin üzerindeki noktayı neden sorgulamadınız?” sorusuna ise “O zaten şekle dahil, üçgenin üzerinde.” cevabını vermiştir. Bu ifadeler, öğretmenin şeklin bütünlüğü ile parçaları arasında bağ kurmaya

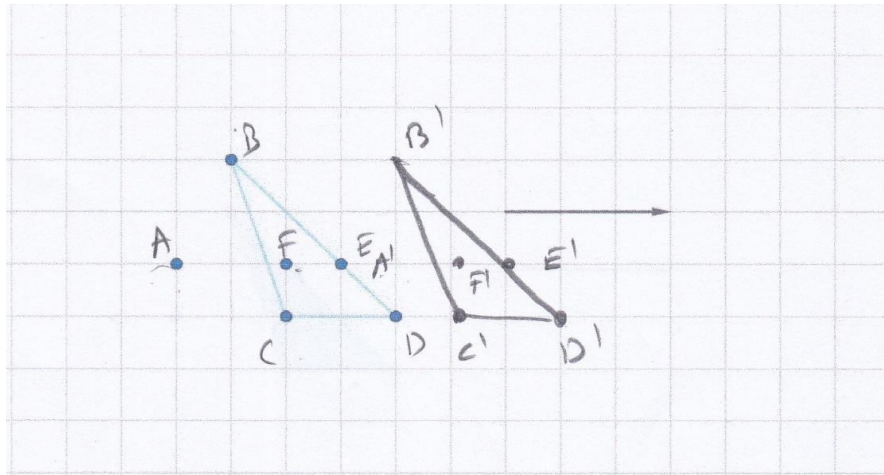
çalıştığını, ancak aynı zamanda öteleme işlemini gerçekleştirirken dış noktaya ilişkin karar verme konusunda kararsızlık yaşadığını göstermektedir.

Şekil 4.5. Hasan Ali öğretmenin düzlem ile ilişkili ilk uygulama sorusu



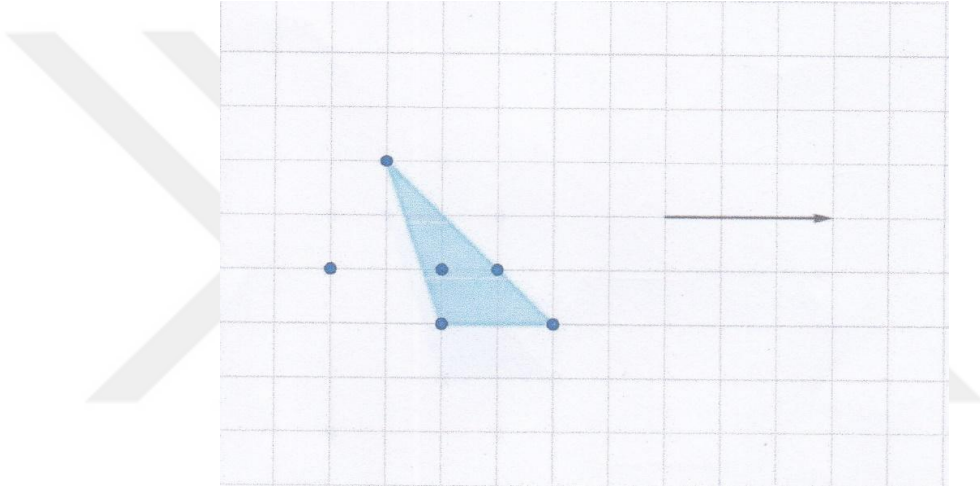
Devamında, üçgenin iç bölgesine ayrı bir nokta eklenerek sunulan senaryoda (Şekil 4.6), Hasan Ali öğretmen yine gördüğü tüm elemanları birlikte ötelediğini belirtmiş ve bu durumu “sadece üçgenin sınırlarını öteledim, burada alan değil sınır var” ifadesiyle açıklamıştır. Bu açıklama, öğretmenin dönüşümün kapsamını yalnızca görsel şekilde sınırlı tuttuğunu ve MP11 (Sınırlı Algılama / Kapsamı Sınırlama) davranışı sergilediğini, düzlemin tümünü dikkate almadığını göstermektedir.

Şekil 4.6. Hasan Ali öğretmenin düzlem ile ilişkili ikinci uygulama sorusu



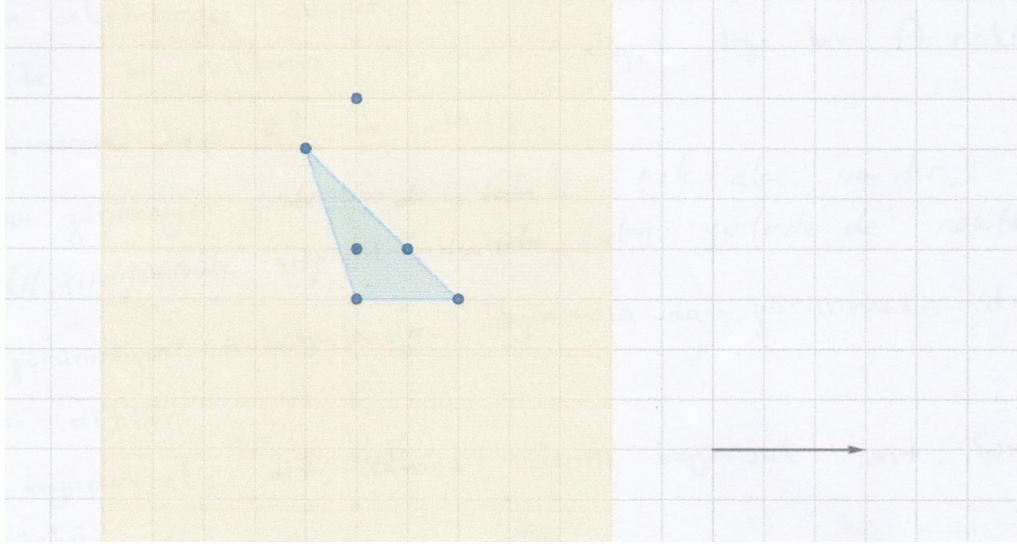
İç i boyalı biçimde verilen üçgen örneğinde (Şekil 4.7), Hasan Ali öğretmen “zaten maviye boyalı olduğu için bütün iç bölge ötelenecek” ifadesini kullanmıştır. Bu ifade, öğretmenin boyama durumunu tüm alanın ötelenmesi gerektiğine dair sezgisel bir genelleme aracı olarak gördüğünü ortaya koymaktadır. Ancak bu yaklaşım, dönüşümün yalnızca şekil üzerindeki noktalarla sınırlı olmadığını, düzlemdeki tüm noktaları kapsaması gerektiğini tam olarak fark edemediğini ve öteleme işlemini sınırlı bir uzamla ilişkilendirdiğini göstermektedir. Bu durum, EP6 (Düzlemdeki Bütün Noktaların Ötelenmesi) kavrayışının eksikliğine işaret etmektedir.

Şekil 4.7. Düzlem ile ilişkili üçüncü uygulama sorusu



Düzlemin tamamının sarıya boyalı olduğu senaryoda (Şekil 4.8), düzlemin ötelenemeyeceğini, çünkü iki boyutlu bir yapının bütünüyle taşınamayacağını ifade etmiş; bu noktada düzlemi yalnızca görsel bir yüzey olarak ele almış ve MP12 (Düzlemi Tanım Kümesi ve Görüntü Kümesi Olarak Tanımlamamak) ile EP7 (Tanım ve Görüntü Kümesi Farkındalığı) kodlarının işaret ettiği öteleme dönüşümünün tanım ve görüntü kümesi farkındalığını ortaya koyamamıştır. Sürecin ilerleyen aşamalarında, düzlemin sınırsızlığı, noktaların sonsuzluğu ve boşluk oluşmaması gibi temel kavramlar üzerine sorular yöneltildiğinde, öğretmen başta yalnızca şeklin ötelenebileceğini belirtmiş, ancak sorgulamalar ilerledikçe dönüşümün yalnızca görünen şekilleri değil, düzlem üzerindeki tüm noktaları kapsadığına dair bir farkındalık geliştirmeye başlamıştır.

Şekil 4.8. Düzlem ile ilişkili beşinci uygulama sorusu



Araştırmada düzlem algısına ilişkin soruların son aşamasında, Hasan Ali öğretmenin düzlem kavrayışı ve öteleme dönüşümünün fonksiyonel yapısına yönelik anlayışı daha derinlemesine incelenmiştir. Bu aşamada düzlemin sınırsızlığı, noktaların sonsuzluğu ve öteleme uygulandığında boşluk oluşmaması gibi temel kavramlar üzerinde durulmuştur. Öğretmen, düzlemin boyalı ve boyasız alanlarındaki sonsuz sayıdaki noktanın ötelenmesi gerektiğini kısmen fark etse de, hangi noktaların ötelenip hangilerinin ötelenmeyeceği konusunda kararsızlık yaşamış ve “Yalnızca şeklin ötelendiğini düşünüyorum.” ifadesiyle dönüşümün kapsamını sınırlı bir uzamla ilişkilendirmeye devam etmiştir. Bu ifade, MP11 (Sınırlı Algılama / Kapsamı Sınırlama) davranışını sürdürdüğünü gösterir. Ancak sorgulamalar ilerledikçe bu sınırlı yaklaşımın yerini, öteleme dönüşümünün yalnızca görünür şekilleri değil, düzlem üzerindeki tüm noktaları kapsadığına yönelik EP6 (Düzlemdeki Bütün Noktaların Ötelenmesi) kapsamında daha kapsamlı bir bakış açısına bıraktığı gözlemlenmiştir. Sonuç olarak, Hasan Ali öğretmenin düzlem kavrayışının başlangıçta sınırlı bir görsel anlayışa dayandığı, ancak süreç içerisinde giderek genişleyerek dönüşüm fonksiyonunun kapsamına ilişkin daha bütüncül bir farkındalığa dönüştüğü söylenebilir.

4.1.4. Hasan Ali öğretmenin öteleme dönüşümü fonksiyonuna yönelik algısı:

Bu bölümde Hasan Ali öğretmene yöneltilen sorularla, öteleme dönüşümünün fonksiyonel bir yapı olup olmadığı, fonksiyonun tanım ve görüntü kümeleri, birebirlik ve örtenlik özellikleri ile terslenebilirlik gibi temel kavramlara yönelik algısı

incelenmiştir. Araştırmacının dolaylı ve doğrudan sorularıyla öğretmenin zihinsel temsilleri ortaya çıkarılmış, süreç boyunca sergilediği yaklaşımlar kaydedilmiştir.

Öteleme dönüşümünün fonksiyonel yapısı ve tanım kümesindeki tüm noktalara etki etmesi gerektiği sorulduğunda, Hasan Ali öğretmen ilk kez tüm düzlemin ötelenmesi gerektiği fikrine ulaşmıştır. Özellikle “öteleme dönüşümünün bir fonksiyon oluşu” ve “noktaların eşleştirmesi” gibi konular konuşulurken, öğretmen şu ifadeyi kullanmıştır:

“Eşleşme oluşturunuz. Ama biz sınırı eşleştiriyoruz. Düzlem diye tanımlasanız tamam ama şekil diye verince üçgen tanımlıyoruz. Hatta haklısınız, fonksiyon olmaz sadece üçgendeki noktaların eşleşmesi dersem, fonksiyona uymuyor. Bağıntı olurdu. Fonksiyon olduğu için, haklısınız bütün düzlem ötelenir. Çizmediğimiz noktalar da ötelenir.”

Bu açıklamalar, öğretmenin başlangıçta yalnızca belirli bir şekil içerisindeki noktaların ötelenmesi gerektiğini düşündüğünü (MP11- Sınırlı Algılama / Kapsamı Sınırlama) ve bu süreçte öteleme kavramını nokta eşleştirmeleri üzerinden dile getirdiğini (EP2- Nokta Eşleştirmesi Söylemi) ortaya koymaktadır. Ancak süreç ilerledikçe, fonksiyon tanımının gerekliliklerini fark ederek dönüşümün tüm düzlemdeki noktaları kapsaması gerektiğine yöneldiği ve EP6 (Düzlemdeki Bütün Noktaların Ötelenmesi) kavrayışına ulaştığı görülmüştür. Bu kavramsal ilerlemenin ardından, araştırmacının yönlendirmeleriyle öğretmen öteleme fonksiyonunun EP8 (Öteleme Dönüşümünün Birebir ve Örtlenliğini Tanımlama) ve EP9 (Öteleme Dönüşümünün Tersini Alabilme) özelliklerini sorgulamış ve bu süreçte ilgili kodlara ulaşmıştır.

Sürecin bütününde Hasan Ali öğretmenin başlangıçta öteleme dönüşümünü hareket perspektifi (MP) bağlamında sezgisel (MP1- Sezgisel Tanım Üretme) ve görsel odaklı (MP4- Yalnızca Şekil/Görsel Odaklı Düşünebilme) bir yaklaşımla ele aldığı görülmüştür. Ancak ilerleyen aşamalarda, çeşitlendirilmiş sorular ve yönlendirmeler aracılığıyla bu sezgisel yaklaşımı kısmen cebirsel temsillerle ilişkilendirmeyi başarmış; EP5 (Vektörü Öteleme Dönüşümünün Parametresi Olarak Tanımlama), EP6 (Düzlemdeki Bütün Noktaların Ötelenmesi), EP7 (Tanım ve Görüntü Kümesi Farkındalığı) ve öteleme dönüşümünün EP8 (Birebir ve Örtlenlik) ile

EP9 (Tersini Alabilme) özelliklerini kavramaya başlamıştır. Ayrıca süreçte öğretmenin çeşitli kavramsal sınırlılıklar ve yanılgılar (MP6 (Vektörün Öteleme Dönüşümündeki Görevini Bilmemek), MP7 (Vektör Hakkında Kavram Yanılgısı Yaşamak), MP8 (Vektör Yerine Yer/Yön İfadeleri Beklemek), MP10 (Parça-Bütün Ayrımı Kuramamak), MP11 (Sınırlı Algılama / Kapsamı Sınırlama), MP12 (Düzlemi Tanım Kümesi ve Görüntü Kümesi Olarak Tanımlamamak)) sergilediği, ancak sorgulamalar ilerledikçe bu sınırlılıkların kademeli olarak azaldığı tespit edilmiştir.

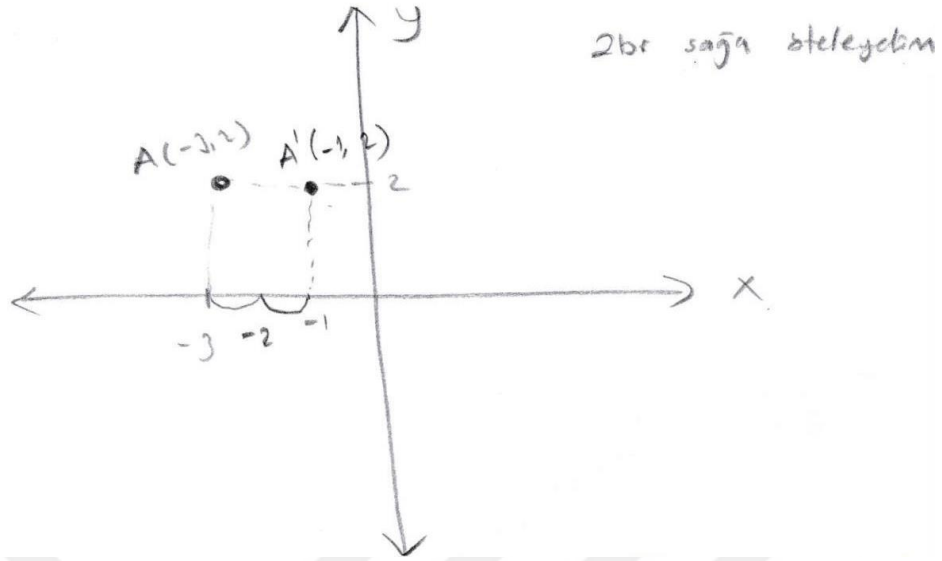
4.2. Öğretmenlerin Bireysel Olarak Öteleme Dönüşümünü Anlamalarının İncelenmesi – Fadime

Fadime öğretmen, ortaokul düzeyinde görev yapan deneyimli bir matematik öğretmenidir. Araştırma kapsamında yapılan klinik mülakat ile Fadime öğretmenin öteleme dönüşümüne ilişkin kavrayışı farklı boyutlarıyla incelenmiştir. Bu bölümde öğretmenin öteleme dönüşümüne dair tanımlama biçimi, vektör algısı, düzlem algısı ve fonksiyon algısı başlıkları altında elde edilen bulgular sunulmaktadır.

4.2.1. Fadime öğretmenin öteleme dönüşümü anlayışına ilişkin ilk bulgular:

Fadime öğretmen, öteleme dönüşümünü tanımlarken ağırlıklı olarak hareket perspektifi (MP) odaklı sezgisel bir yaklaşım sergilemiştir. Mülakatın ilk aşamasında öğretmen, dönüşümü açıklamak için doğrudan bir koordinat sistemi çizmiş (Şekil 4.9) ve belirlediği bir A noktasını 2 birim sağa öteleyerek yeni A' noktasını görsel olarak işaretlemiştir. Bu durum öğretmenin dönüşümü şekil ve nokta düzeyinde görselleştirerek tanımladığını ve MP4 (Yalnızca Şekil/Görsel Odaklı Düşünebilme) davranışını sergilediğini göstermektedir. Ayrıca sağa öteleme durumunda x eksenini, yukarı-aşağı ötelemelerde ise y eksenini temel alacağını ifade etmiştir. Böylece öteleme dönüşümünü yön ve miktar temelli açıklamış ve bu yönüyle MP3 (Yer/Yön İfadesi) kodunu destekleyen bir yaklaşım sergilemiştir.

Şekil 4.9. *Fadime öğretmenin öteleme dönüşümüne ilişkin tanımına yönelik cevabı*



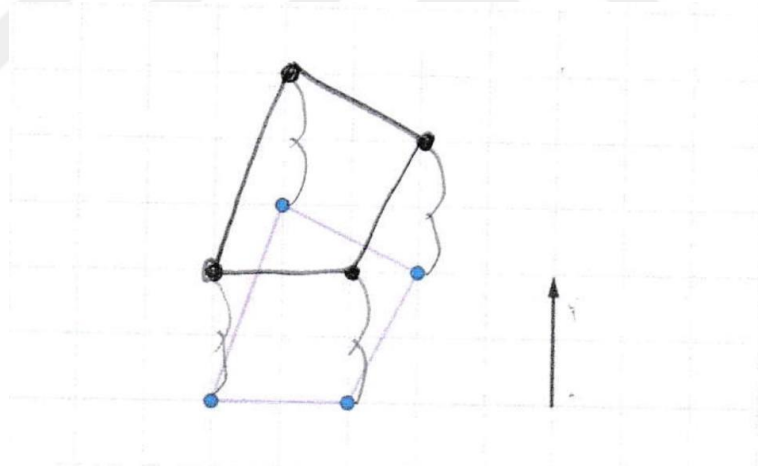
Fadime öğretmen, öteleme dönüşümünü “bir şeklin kendisinin değişime uğramadan belli bir yönde yer katetmesi” şeklinde tanımlamıştır. Bu tanım, öğretmenin ötelemeyi MP4 (Yalnızca Şekil/Görsel Odaklı Düşünebilme) ve MP2 (Hareket/Taşıma/Yer Değiştirme İfadesi) bağlamında kavradığını ortaya koymaktadır. Öğretmen ayrıca, öteleme dönüşümüne örnek olmayan bir duruma ilişkin olarak “Yansıma değildir. Ayna görüntüsüdür. Ötelemede ise yer değiştirme vardır.” ifadesini kullanmıştır. Bu açıklama, ötelemeyi MP1 (Sezgisel Tanım Üretme) çerçevesinde "bir yer değiştirme" olarak algıladığını göstermekte; aynı zamanda yansımayı “ayna görüntüsü” olarak nitelendirmesi, ötelemeyi diğer dönüşümlerle sezgisel düzeyde karşılaştırarak aralarındaki farkı ayırt edebildiğini ortaya koymaktadır.

Araştırmacının öteleme dönüşümünün diğer dönüşümlerden farkını sorması üzerine öğretmen, ötelemenin dönme ve yansımaya göre daha sınırlı bir dönüşüm olduğunu belirtmiştir. Bu bulgu, öğretmenin dönüşüm türlerinin birbirine göre kapsamına dair sezgisel bir farkındalığa sahip olduğunu, ancak bu farkı cebirsel bir temsille ilişkilendirmekte zorlandığını göstermektedir. Genel olarak değerlendirildiğinde, Fadime öğretmenin öteleme dönüşümünü şekil temelli, yer değiştirme odaklı ve hareket perspektifi bağlamında (MP1, MP2, MP4) ele aldığı; dönüşümü cebirsel bir fonksiyon olarak değil, görsel bir yer değiştirme işlemi olarak kurguladığı sonucuna ulaşılmıştır.

4.2.2. Fadime öğretmenin öteleme dönüşümünün parametresi (vektör) algısına ilişkin bulgular:

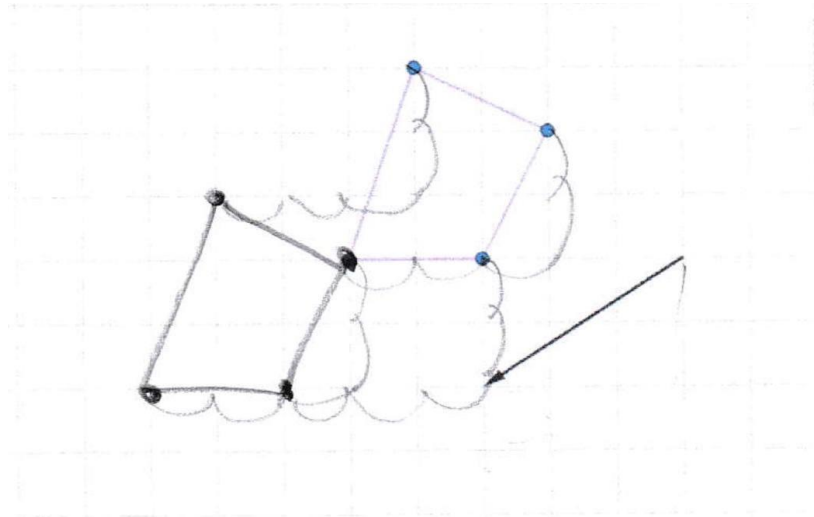
Fadime öğretmenin öteleme dönüşümünün belirleyici parametresi olan vektör kavramına yaklaşımı incelendiğinde, kavramı tanımlama ve işleviyle ilişkilendirme noktasında güçlükler yaşadığı görülmüştür. Tanımlama aşamasında öğretmen öteleme dönüşümünden söz ederken parametreyi dile getirmemiştir. Bir dörtgen şekil için dikey yönde 2 birimlik bir vektör verilerek gerçekleştirilen uygulamada (Şekil 4.10), öğretmen ilk olarak soruya yanıt verememiş ve “bana doğrultuyu vermemiş, nereye öteleyeceğim?” ifadesini kullanmıştır. Bu durum, öğretmenin vektörü cebirsel ve yönlü bir parametre olarak görmek yerine yer-yön ifadelerini sözel biçimde beklediğini ve MP8 (Vektör Yerine Yer/Yön İfadeleri Beklemek) davranışını sergilediğini göstermektedir. Daha sonra ardışık sorular aracılığıyla çıkarımda bulunarak doğru cevaba ulaşabilmiştir.

Şekil 4.10. Fadime öğretmenin vektör algısına ilişkin ilk uygulama sorusu



Öğretmenin, yatay doğrultuda verilen 2 birimlik vektörle gerçekleştirilen uygulamada (Şekil 4.11) “oka göre hareket edebilirim, ok 2 birim sağ yönde” ifadesini kullanması, vektörü yalnızca geometrik bir gösterim (ok) olarak algıladığını, ancak kavramın cebirsel boyutunu içselleştiremediğini ve MP8 (Vektör Yerine Yer/Yön İfadeleri Beklemek) davranışını sürdürdüğünü ortaya koymaktadır. Benzer şekilde, çapraz doğrultuda verilen vektörle yapılan uygulamada (Şekil 4.12) öteleme dönüşümünü teknik olarak doğru biçimde uygulayabilmiş; ancak bu bileşenlerin bir vektör oluşturduğunu açıkça ifade edememiştir. Nitekim araştırmacının öteleme dönüşümünü sağlayan parametreye ilişkin sorusuna verdiği “Verilen yer-yön bilgisidir

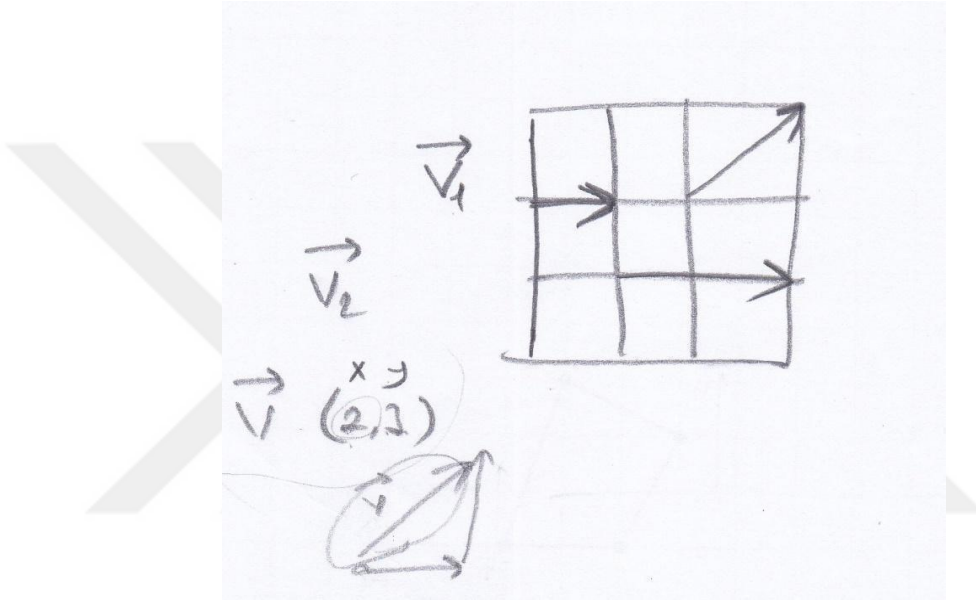
Şekil 4.12. *Fadime öğretmenin vektör algısına ilişkin üçüncü uygulama sorusu*



53

(Yalnızca Şekil/Görsel Odaklı Düşünebilme) koduna uygun şekilde sezgisel ve görselleştirmeye dayalı biçimde işlem gördüğüne işaret etmiştir. Nitekim öğretmenin “Vektör küçük bir ok, belli bir doğrultuda hareket eden ışın gibi.” ifadesi, kavramı cebirsel boyutlarıyla netleştirmekten ziyade fiziksel benzetmelere dayalı açıklamalarla sınırlandırdığını ve MP7 (Vektör Hakkında Kavram Yanılgısı Yaşamak) davranışı sergilediğini göstermektedir.

Şekil 4.13. *Fadime Öğretmenin Vektör Tanımına Yönelik İfadeleri*



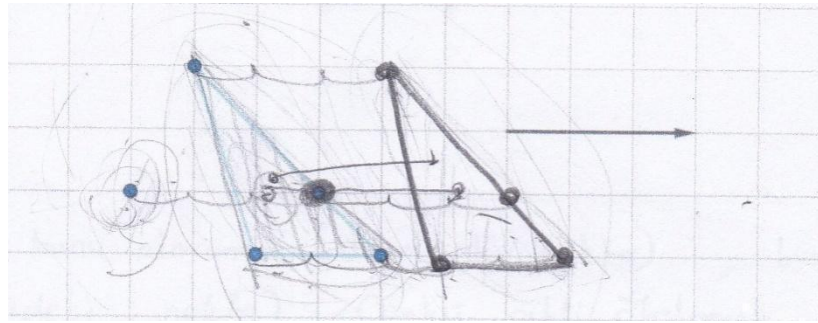
Süreç içerisinde öğretmenin kendi düşünce hatalarını fark ederek kavramsal farkındalık geliştirdiği görülmüştür. Özellikle “ok olarak bahsettiğim öteleme dönüşümü yaptıran şey o halde vektörmüş” şeklindeki çıkarımı, sezgisel ifadesini cebirsel karşılığına dönüştürme çabasını göstermektedir. Bu noktada öğretmen, araştırmacının yönlendirmeleri ve kendi benzetmeleri aracılığıyla öteleme dönüşümünün parametresinin vektör olduğunu ifade ederek EP4 (Vektörün Cebirsel Tanımını Yapabilme) ve EP5 (Vektörü Öteleme Dönüşümünün Parametresi Olarak Tanımlama) kodlarına ulaşmıştır. Ancak bu ifadelerden, öğretmenin dönüşümün vektör temelli cebirsel yapısını biçimsel olarak ifade edebilmesinin kavramın kendisinden ziyade görselleştirmeye dayalı işlem stratejileri aracılığıyla mümkün olabildiği anlaşılmaktadır.

Süreç sonunda Fadime öğretmenin başlangıçta vektörün öğrenciler için kavranmasının zor olacağını ifade etmesine rağmen, sonrasında “aslında öğrenciler sıralı ikilileri tanıyor, boyutlarını da görüp vektörü parametre olarak kullanabilir” diyerek görüşünü değiştirdiği belirlenmiştir. Bu bulgu, öğretmenin kavramsal farkındalığının zamanla güçlendiğini ve öğretim yaklaşımına da yansıdığını göstermektedir.

4.2.3. Fadime öğretmenin düzlem kavrayışına ilişkin bulgular:

Fadime öğretmenin düzlem kavrayışı incelendiğinde, öteleme dönüşümüne ilişkin açıklamalarında parça-bütün ilişkisi, tanım kümesi-görüntü kümesi farkındalığı ve kapsam sınırlandırması açısından belirgin kavramsal eksiklikler olduğu görülmüştür. İlk soruda (Şekil 4.14) verilen üçgen ve üçgenin dışında yer alan bir nokta karşısında yaşadığı tereddüt, dış noktayı öteleme veya ötelememe konusundaki belirsizliği ve kararsız açıklamaları, öğretmenin parça-bütün ayrımını net bir biçimde yapamadığını ortaya koymaktadır (MP10- Parça-Bütün Ayrımı Kuramamak). Bu durum, öğretmenin “Şekli ötelemek demek, şeklin içinde ve sınırlarında olan her şeyi ötelemek demek; dış nokta şeklin sınırlarında değil, o nedenle ötelemem.” ifadesinde açıkça gözlenmiştir. Bu ifade aynı zamanda, öğretmenin düzlemi soyut bir uzam olarak değil, somut bir "şekil" ile sınırlı olarak algıladığını ve MP9 (Düzlem Hakkında Bilgi Eksikliği) yaşadığını göstermektedir.

Şekil 4.14. *Fadime öğretmenin düzlem algısına ilişkin ilk uygulama sorusu*



Klinik mülakat sürecinde, araştırmacının açık uçlu ve öğretmenin düşünme sürecini derinlemesine ortaya çıkarmaya yönelik yönlendirici soruları sonucunda, öğretmenin şeklin iç bölgesine nokta eklemesi üzerine bu kez iç noktayı kesinlikle öteleyeceğini belirtmiş, “iç noktayı almazsam şeklin yapısı bozulur” ifadesiyle

kararını gerekçelendirmiştir. Bu durum öğretmenin MP11 (Sınırlı Algılama / Kapsamı Sınırlama) davranışının güçlü bir göstergesi olmuştur. Ardışık sorgulamalarda üçgenin iç bölgesinin boyalı olduğu senaryoda öğretmenin, boyalı alanların tüm noktalarını dahil etme eğiliminde olduğu görülmüştür. “İçi boyandığı için içi de gider, içindeki nokta da alınır” açıklaması bu eğilimi açıkça ortaya koymaktadır ve düzlemi tanım kümesi olarak kavrayamadığını gösteren MP12 (Düzlemi Tanım Kümesi ve Görüntü Kümesi Olarak Tanımlamamak) koduna işaret etmektedir.

Şeklin boyalı olduğu durumdan hareketle iç noktaları öteleme kararını netleştiren öğretmen, dış noktaları ise kapsam dışında bırakmaya devam etmiştir. Böylece ötelemenin $\mathbb{R}^2$ üzerinde tanımlanan bir fonksiyon olarak tüm noktaları eşlemesi gerektiği kavrayışına ulaşamadığı belirlenmiştir. Ancak araştırmacının tüm düzlemin boyandığı senaryo üzerinden yönelttiği sorular sonucunda, öğretmen şekil odaklılıktan kısmen uzaklaşarak tüm düzlemin ötelenebileceğini ifade etmiştir. Buna rağmen bu açıklama boyama üzerinden kavramsallaştırıldığı için düzlemin sınırsız yapısına dair soyut bir farkındalık geliştirilmemiştir.

Düzlem kavrayışına yönelik sorgulamalar sırasında öğretmen “düzlem vektörel sınırları olan bir şekil” ifadesini kullanmış, bu durum düzlemin sonlu ve kapalı bir geometrik şekil olarak yanlış algılandığını ve MP9 (Düzlem Hakkında Bilgi Eksikliği) yaşadığını göstermiştir. Ayrıca “kare de bir düzlemdir” veya “duvar düz bir düzlemdir, top düzlem değildir, kavisli zemin olmaz” gibi açıklamaları, düzlemi fiziksel yüzeylere indirgeme eğiliminin göstergesi olmuştur. Araştırmacının düzlem üzerindeki çizilmeyen kısımlarda sonsuz sayıdaki noktaların varlığını sorgulaması üzerine öğretmen, çevresel örnekler üzerinden düzlemi açıklamaya çalışmıştır. “Duvar bir düzlem, bayrak da duvar üzerinde küçük bir düzlem” şeklindeki açıklaması, düzlemi alt-üst ilişkiler üzerinden somut nesnelerle tanımlama eğilimini ortaya koymuştur.

Bu süreçte öğretmen, dış bölgelerdeki noktaların varlığı konusunda kararsızlık yaşamış, çember–daire ayrımı üzerinden kafa karışıklığını ifade etmiştir. Buna karşın, araştırmacının hatırlatmasıyla “çizilmeyen yerlerde de boşlukta noktalar vardır” çıkarımına ulaşabilmiş ve dönüşüm sırasında düzlemdeki bütün noktaların ötelenmesi gerektiği fikrine (EP6- Düzlemdeki Bütün Noktaların Ötelenmesi) yaklaşmıştır. Ancak dış noktaların kapsamına dair kavramsal bir netlik geliştirememiş ve MP10

(Parça-Bütün Ayrımı Kuramamak) ile MP12 (Düzlemi Tanım Kümesi ve Görüntü Kümesi Olarak Tanımlamamak) davranışlarını sürdürmüştür.

Öğretmenin kararsızlığını yansıtan “Kafam karıştı, düzlemde ben oradan o şekli çıkardığımda orası ne olacak? Boşluk olursa düzlem nasıl olur?” ifadesi, dönüşümün sadece şeklin fiziksel yer değiştirmesi olmadığını kavramakta zorlandığını göstermektedir. Böylece öğretmenin düzlemin bütüncül ve sınırsız yapısını kavrayamadığı; düzlemi sezgisel, sınırlandırılmış ve somut nesneler üzerinden tanımlama eğiliminde kaldığı anlaşılmaktadır.

Sonuç olarak Fadime öğretmen, düzlemi parça-bütün ayrımı, tanım kümesi ve görüntü kümesi kavrayışı açısından sınırlı bir biçimde ele almış; düzlemin soyut ve sınırsız yapısını kavramakta güçlük yaşamıştır (MP9, MP10, MP11, MP12). Bununla birlikte sorgulamalar ilerledikçe iç noktaların ötelenmesi gerekliliğini fark ederek EP6 (Düzlemdeki Bütün Noktaların Ötelenmesi) koduna ulaşması, kavramsal değişim potansiyeline işaret etmektedir.

4.2.4. Fadime öğretmenin öteleme dönüşümü fonksiyonuna yönelik algısı:

Fadime öğretmenin öteleme dönüşümünü kavrayış sürecinde, hareket perspektifinden eşleştirme perspektifine geçişin sınırlı düzeyde gerçekleştiği görülmüştür. Araştırmacının yönlendirmesiyle fonksiyonel kavramları hatırlamaya çalıştığı bölümde, katılımcı öteleme dönüşümünün cebirsel temsili olan $f(x,y) = (x+a, y+b)$ biçimini doğru şekilde ifade edebilmiştir. Bu durum, öğretmenin ötelemenin nokta düzeyinde bileşenlerinin nasıl değiştiğini anladığını göstermekte ve EP1 (Fonksiyonel Tanım (Cebirsel)) kodu kapsamında değerlendirilmektedir. Ancak katılımcı, her noktanın yalnızca bir karşılığı olması gerektiği vurgulandığında birebirlik ve örtenlik kavramlarını (EP8- Öteleme Dönüşümünün Birebir ve Örtenliğini Tanımlama) açık bir biçimde ortaya koyamamıştır.

Fonksiyonel kavramın birebir-örtenlik boyutunun yanı sıra, tanım kümesi ve görüntü kümesi farkındalığı (EP7- Tanım ve Görüntü Kümesi Farkındalığı) da katılımcı tarafından net bir şekilde ifade edilememiştir. Araştırmacının tanım kümesinin $\mathbb{R}^2$, görüntü kümesinin de yine $\mathbb{R}^2$ olduğu yönündeki sorusuna öğretmenin “ $\mathbb{R}^2$ ’den $\mathbb{R}^2$ ’ye” ifadesini net olarak verememesi, bu farkındalığın sınırlı düzeyde kaldığını ortaya koymuştur.

Fadime, fonksiyon kavramına ilişkin önceki bilgisini “ $f(x)$ ’in bir karşılığı vardır ve örneğin $f(2) = 3$ gibi, başka karşılığı olmaz” şeklinde ifade ederek birebir fonksiyon tanımını kısmen geri çağırabilmiştir. Ancak bu ifade, örtenlik veya ters fonksiyon kavramına yönelik bilinçli bir açıklama içermemektedir. Nitekim “öteleme dönüşümünün tersini çizmek” sorusuna verdiği yanıt, ters fonksiyon ilişkisini ortaya koymak yerine, geometri düzleminde fiziksel bir geri hareket algısına dayalı olmuş ve MP16 (Öteleme Dönüşümünün Tersini Alamamak) davranışını sergilemiştir.

Bu süreçte öğretmenin hareket perspektifi ve görsel odaklı yaklaşımının (MP4-Yalnızca Şekil/Görsel Odaklı Düşünebilme) baskın olduğu görülmüştür. Vektörün parametre olarak işlevi, ötelemenin düzlemde tüm noktalarla birlikte birebir ve örten bir fonksiyon olarak tanımlanması gibi konularda öğretmenin bilgi derinliği sınırlı kalmıştır (EP6, EP7, EP8, EP9). Araştırmacı rehberliğinde yürütülen sorgulamalarda öğretmenin “uçuk olur diye söylemedim” gibi ifadeleri, bazı kavramların sezgisel olarak çağrıldığını ancak net bir biçimde akademik doğrulukla bütünleştirilemediğini göstermiştir.

Sonuç olarak, Fadime öğretmenin öteleme dönüşümüne ilişkin fonksiyonel kavrayışının parçalı ve sezgisel düzeyde kaldığı; tanım kümesi–görüntü kümesi ilişkisini ve fonksiyonel özellikleri bütüncül bir cebirsel yapı içerisinde yorumlama düzeyine ulaşamadığı belirlenmiştir.

4.3. Öğretmenlerin Bireysel Olarak Öteleme Dönüşümünü Anlamalarının İncelenmesi – Ebru

Ortaokul matematik öğretmeni olan Ebru, öteleme dönüşümüne ilişkin düşüncelerinin incelenmesi amacıyla araştırmada yer almıştır. Klinik mülakat sürecinde öğretmenin öteleme dönüşümünü tanımlama, vektör algısı, düzlem algısı ve fonksiyon algısı boyutlarındaki görüşleri ele alınmış; her bir boyut ayrı başlıklar altında analiz edilmiştir.

4.3.1. Ebru öğretmenin öteleme dönüşümünü anlayışına ilişkin ilk bulgular:

Ebru öğretmenin öteleme dönüşümüne ilişkin ilk açıklamaları, kavramsal olarak hareket perspektifi temelli bir anlayışı ortaya koymaktadır. Katılımcı öteleme dönüşümünü tanımlarken:

“Öteleme dönüşümü, herhangi bir düzlem üzerinde veya koordinat sistemi üzerinde verilen şekillerin ya da nokta, doğru, doğru parçası gibi geometrik nesnelerin hareket etmesidir.”

şeklinde bir ifade kullanmıştır. Bu açıklama, ötelemenin MP1 (Sezgisel Tanım Üretme) ve MP2 (Hareket/Taşıma/Yer Değiştirme İfadesi) kapsamında hareket ve taşıma temelli bir anlamlandırma süreciyle ilişkilendirildiğini göstermektedir. Ayrıca öğretmenin yalnızca şekillerden söz etmeyip “nokta, doğru, doğru parçası” gibi farklı geometrik nesneleri de tanım içine katması, MP4 (Yalnızca Şekil/Görsel Odaklı Düşünebilme) koduna uygun görsel odaklı sezgisel bir yaklaşımın yanında farklı geometrik nesneleri dikkate aldığını göstermektedir. Öğretmen, ötelemenin neden bu şekilde tanımlandığına ilişkin olarak: “Bir doğrultu üzerinde hareket ettiği için ötelemedir.” ifadesini kullanmıştır. Bu açıklama, ötelemenin bir parametreye bağlı olarak gerçekleştiğine dair örtük bir farkındalığın bulunduğunu ve MP3 (Yer/Yön İfadesi) kodunu desteklediğini ortaya koymaktadır. Ancak parametreyi vektör kavramı yerine “doğrultu” olarak dile getirmesi, öğretmenin kavramı cebirsel bir gösterimden çok yön-yönelim odaklı bir anlatımla açıkladığını göstermektedir.

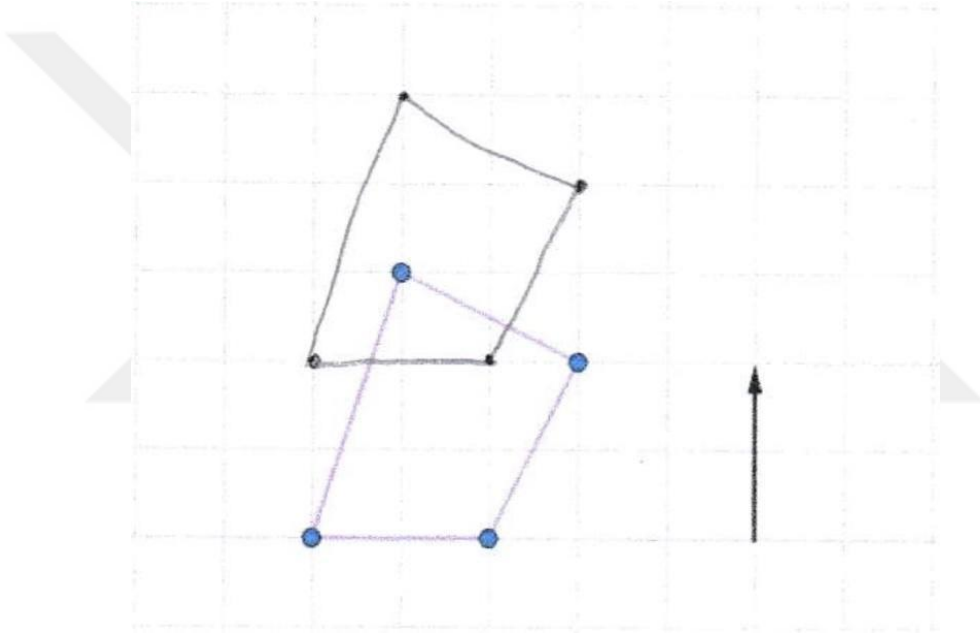
Öğretmen, ötelemeyi diğer dönüşümlerden ayırırken de “yansıma direkt karşı taraftaki görüntüsü, fakat ötelemede adım adım bir ilerleme var” ifadesini kullanmıştır. Bu bulgu, öğretmenin dönüşümleri ayırırken hareketin gözlenebilir niteliğini esas aldığını ve sınıflandırmayı bu bakış açısıyla yaptığını göstermektedir.

Genel olarak, Ebru öğretmenin öteleme dönüşümünü tanımlarken kullandığı ifadelerin hareket perspektifine (MP1, MP2, MP3, MP4) dayandığı; ancak kavramı açıklarken farklı geometrik nesneleri de sürece dahil ederek parçalı biçimde eşleştirme perspektifine yönelim işaretleri gösterdiği belirlenmiştir. Bununla birlikte, parametre–vektör ayrımı ve dönüşümlerin cebirsel yapısına dair açıklamaların sınırlı düzeyde kaldığı görülmüştür.

4.3.2. Ebru öğretmeninin vektör algısına ilişkin bulgular:

Ebru öğretmeninin öteleme dönüşümünde vektör kavramına yönelik bilgi düzeyi uygulamalı sorular aracılığıyla incelenmiştir. Katılımcıya dikey doğrultuda 2 birimlik bir vektörle dörtgeni ötelemesi istendiğinde (Şekil 4.15), “yukarı doğru öteleneceğini anlıyorum fakat kaç birim, sanırım 2 br anlamalıyım” ifadesini kullanmıştır. Bu durum, öğretmenin vektörün yön ve büyüklük parametrelerini sezgisel çıkarımla ele aldığını ve MP5 (Vektör Hakkında Bilgi Eksikliği) ile MP6 (Vektörün Öteleme Dönüşümündeki Görevini Bilmemek) davranışlarını sergilediğini ortaya koymaktadır.

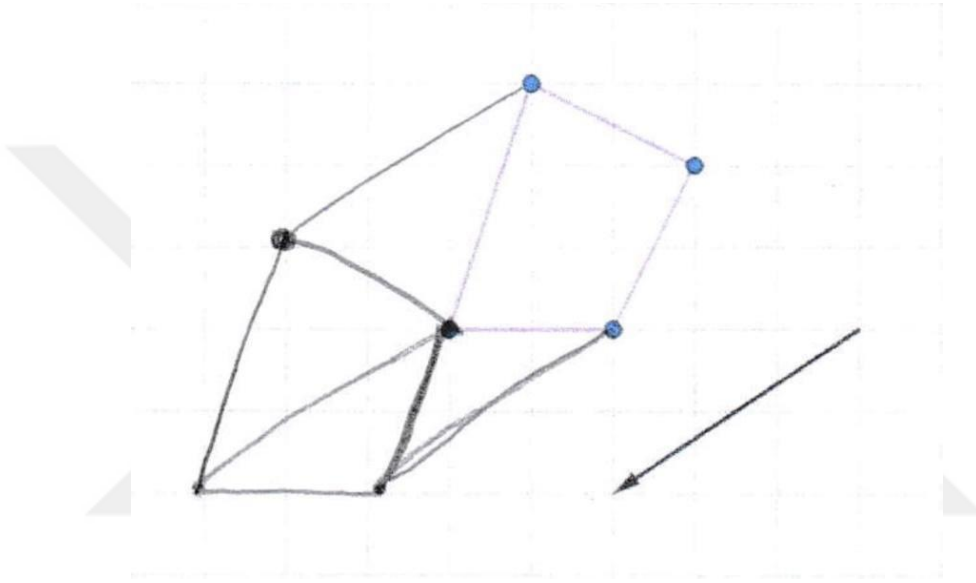
Şekil 4.15. Ebru öğretmeninin vektör algısına ilişkin ilk uygulama sorusu



Öğretmenin “verilen vektörün uzunluğu kadar ötelemeye çalıştım” açıklaması, vektörü yön ve büyüklüğü belirleyen bir nesne olarak tanıdığını ve EP5 (Vektörü Öteleme Dönüşümünün Parametresi Olarak Tanımlama) kapsamında vektörün hareketi yönlendiren bir parametre işlevi gördüğünü göstermektedir. Bu anlayış doğrultusunda, dikey ve yatay doğrultuda verilen vektörlerle yapılan uygulamalarda Ebru öğretmeninin öteleme dönüşümünü doğru ve hızlı biçimde tamamladığı gözlemlenmiş; bu durum katılımcının EP3 (Cebirsel Olarak Öteleme Yapabilme) becerisi ile vektörün yönsel kullanımını iki boyutlu koordinat sistemine aktarabildiğini ortaya koymaktadır.

Buna karşın çapraz yönde verilen vektörle yapılan öteleme uygulamasında (Şekil 4.16) öğretmenin tereddüt yaşadığı belirlenmiştir. Katılımcının vektörü iki bileşenli bir yönlü sayı çifti olarak kullanamadığı; bunun yerine vektörü her köşe noktasına ayrı ayrı uygulayarak işlem yaptığı görülmüştür. Bu durum, öğretmenin vektörü parçalı bir işlem stratejisiyle ele aldığını ve MP8 (Vektör Yerine Yer/Yön İfadeleri Beklemek) davranışını sergilediğini göstermektedir.

Şekil 4.16. Ebru öğretmenin vektör algısına ilişkin üçüncü uygulama sorusu

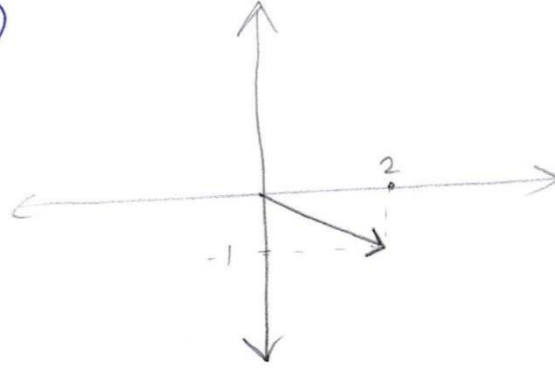


Sözel ifadeler de öğretmenin vektör kavramını nasıl algıladığını ortaya koymaktadır. Katılımcı vektörü “belli bir yönü ve doğrultusu olan, belli bir uzunluğu olan büyüklük” olarak tanımlamış, ayrıca “ışına benzetirim; ışıktan farkı, ışın sonsuza gider, vektörün ise belli bir uzunluğu olur” şeklinde açıklama yapmıştır. Bu ifadeler, öğretmenin yön ve büyüklük özelliklerini fark ettiğini, ancak kavramı görsel benzetimlerle açıkladığını ve MP4 (Yalnızca Şekil/Görsel Odaklı Düşünebilme) davranışını sürdürdüğünü göstermektedir.

Öğretmenin vektörü “orijinden başlatma” yaklaşımı da dikkat çekmiştir (Şekil 4.17). Vektörü mutlak bir başlangıç noktasına sabitlemesi, kavramı serbest bir parametre olarak ele almakta zorlandığını ve MP5 (Vektör Hakkında Bilgi Eksikliği) ile MP6 (Vektörün Öteleme Dönüşümündeki Görevini Bilmemek) davranışlarını sergilediğini göstermektedir.

Şekil 4.17. Ebru öğretmenin vektör tanımına yönelik çizimi

$$\vec{u} = (2, -1)$$



Cebirsel öteleme işlemleri sırasında öğretmenin “önce noktayı bulurum, x noktasını bir birim sağa, y’yi iki birim aşağı olarak düşünürüm, buraya ötelerim” ifadesi dikkat çekicidir. Bu açıklama, katılımcının cebirsel toplama/çıkarma yerine birim adım hareketlerini tercih ettiğini ve işlemleri görselleştirmeye dayalı olarak gerçekleştirdiğini, ancak sonuçta doğru işlem yapabildiğini göstererek EP3 (Cebirsel Olarak Öteleme Yapabilme) becerisini sergilediğini göstermektedir.

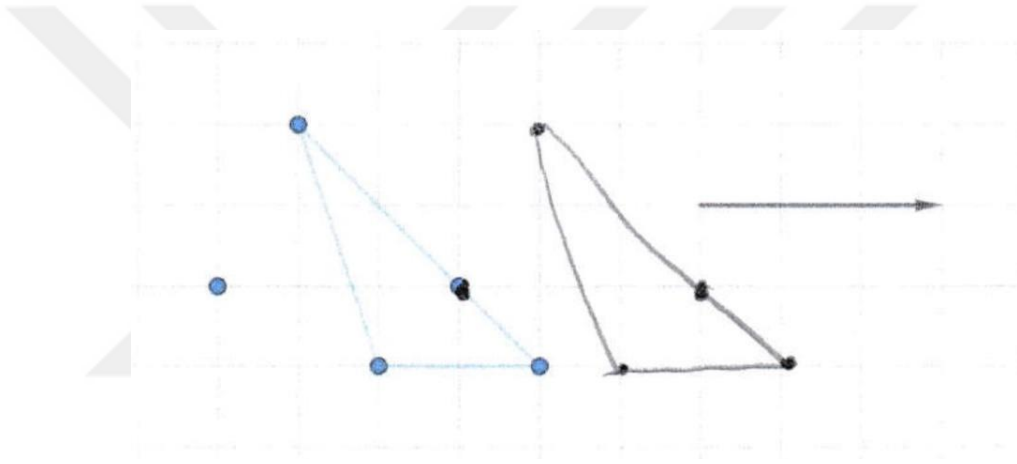
Vektörün öteleme dönüşümündeki rolüne ilişkin olarak öğretmenin “vektör bize hangi yönde, hangi uzunlukta öteleme yapacağımızı gösterir” ifadesi, kavramın parametre işlevinin farkında olduğunu ve EP5 (Vektörü Öteleme Dönüşümünün Parametresi Olarak Tanımlama) kapsamında değerlendirilebileceğini göstermektedir. Ancak araştırmacının öteleme dönüşümünün parametresine ilişkin sorusuna “vektör kullanıyorsak vektör, kullanmıyorsak yer yön olur” cevabını vermesi, parametre kavramının sözel ifadelerle açıklanmaya devam ettiğini ve MP8 (Vektör Yerine Yer/Yön İfadeleri Beklemek) davranışının sürdüğünü ortaya koymaktadır.

Genel olarak elde edilen bulgular, Ebru öğretmenin vektör kavramını yön ve büyüklük özellikleriyle sezgisel düzeyde tanıdığını; dikey ve yatay doğrultularda işlemleri doğru biçimde gerçekleştirebildiğini; ancak çapraz vektörlerde ve cebirsel temsillerde zorlandığını göstermektedir. Katılımcının vektör bilgisini ağırlıklı olarak görsel ve hareket temelli açıklamalarla yapılandığı, cebirsel eşleme perspektifine ise kısmen yaklaşabildiği belirlenmiştir.

4.3.3. Ebru öğretmenin düzlem kavrayışına ilişkin bulgular:

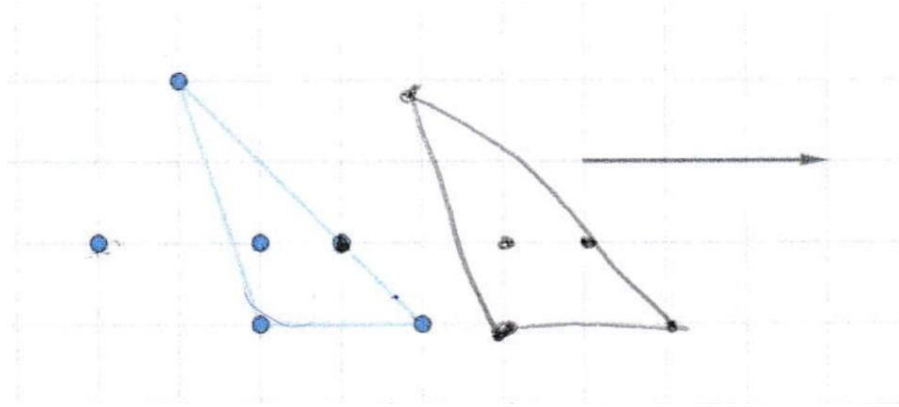
Ebru öğretmenin düzlem kavrayışı, farklı görsel düzenlemelerle desteklenen beş aşamalı uygulamalı sorular üzerinden incelenmiştir. İlk soruda, öğretmen bir üçgenin yanında verilen dış noktayı görerek ötelenmesi gerektiğini belirtmiş; ancak yalnızca çizilmiş veya boyanmış öğeleri dikkate almıştır (Şekil 4.18). Bu durum, öğretmenin MP9 (Düzlem Hakkında Bilgi Eksikliği) koduna uygun şekilde, düzlemi soyut bir matematiksel uzam olarak değil, somut ve görsel öğelerle sınırlı bir alan olarak algıladığını göstermektedir.

Şekil 4.18. Ebru öğretmenin düzlem algısına ilişkin ilk uygulama sorusu



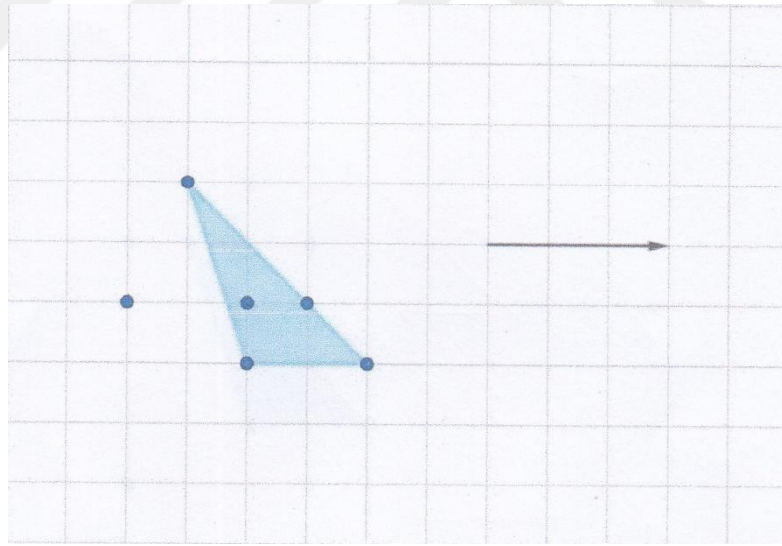
İkinci soruda (Şekil 4.19) üçgenin içine eklenen nokta ile birlikte hem iç hem dış noktaları, şekil sınırlarını göz önünde bulundurarak ötelediğini ifade etmesi, düzlemdeki noktaların varlığını yalnızca görünürlük koşuluna bağladığını ve MP10 (Parça-Bütün Ayrımı Kuramamak) davranışını sergilediğini ortaya koymaktadır. Bu durum, öğretmenin düzlemi bir bütün olarak değil, yalnızca görsel olarak algılanan parçalar üzerinden değerlendirdiğini göstermektedir.

Şekil 4.19. Ebru öğretmenin düzlem algısına ilişkin ikinci uygulama sorusu



Üçüncü soruda, iç bölgesi boyalı bir üçgen sunulduğunda (Şekil 4.20) öğretmen, boyalı alanın “sonsuz sayıda noktaya” karşılık geldiğini ve bu bölgenin tamamen ötelenmesi gerektiğini vurgulamıştır. Bu ifade, örtüklük kavramının sezgisel olarak fark edildiğini ancak düzlemin sınırsızlığına genellenmediğini ve MP11 (Sınırlı Algılama / Kapsamı Sınırlama) davranışının sürdüğünü göstermektedir.

Şekil 4.20. Düzlem ile ilişkili üçüncü uygulama sorusu



Dördüncü soruda, iki geometrik cismin (biri boyalı üçgen, diğeri kesişen içi boyasız dikdörtgen) verilmesi (Şekil 4.21), öğretmenin yalnızca boyalı kısımlar ve çizilmiş sınırlar içinde noktaları ötelediğini ortaya koymuştur. Bu durum, şekil ve düzlem kavramlarının ayrışık algılandığını ve örtüklükle ilgili sistematik kavrayışın sınırlı olduğunu göstererek MP11 (Sınırlı Algılama / Kapsamı Sınırlama) ve MP12 (Düzlemi Tanım Kümesi ve Görüntü Kümesi Olarak Tanımlamamak) kodlarını desteklemektedir.

A diagram on a grid showing a square with a shaded triangle. The square is defined by orange lines and has blue dots at its vertices. The shaded triangle is formed by a blue dot at the top-left corner of the square, a blue dot at the bottom-right corner of the square, and a blue dot at the midpoint of the right side of the square. An arrow points to the right from the square.

Şekil 4.22. Düzlem ile ilişkili beşinci uygulama sorusu

65

tekrar gündeme geldiğinde, yalnızca görünen noktaları ötelemeyi ifade etmiş ve tanım kümesi ile fonksiyonel boyutu ilişkilendirememiştir (EP6- Düzlemdeki Bütün Noktaların Ötelenmesi).

Daha ileri sorgulamalarda, düzlemde noktaların yer değiştirmesi ve boşluk oluşup oluşmayacağı sorulduğunda öğretmen, “Düzlem noktaları sabit, şeklin noktaları bir yapboz gibi düzlem üzerinde hareket ediyor” diyerek düzlemi sabit, şekli hareket eden katman olarak kavradığını belirtmiştir. Bu bulgu, dönüşümün tanım kümesi ile fonksiyonel bağıntı kurmakta zorlanıldığını ve MP10 (Parça-Bütün Ayrımı Kuramamak), MP11 (Sınırlı Algılama / Kapsamı Sınırlama), MP12 (Düzlemi Tanım Kümesi ve Görüntü Kümesi Olarak Tanımlamamak) kodlarında kısmi ilerleme olduğunu, ancak EP6-EP9 gibi eşleşme perspektifi gerektiren kavramsal derinliğe ulaşamadığını göstermektedir.

Araştırmacının tanım kümesine yönelik yönlendirmelerine rağmen öğretmen, “Gördüğümüz her şeyi ötelediğimiz için tek bir tanımı yoktur” yanıtını vererek öteleme dönüşümünün tüm düzleme uygulanabilirliğini matematiksel olarak sabitleyememiştir. Bu yanıt, dönüşümü $\mathbb{R}^2$ 'den $\mathbb{R}^2$ 'ye birebir ve örten bir fonksiyon olarak tanımlama boyutunda bilgi eksikliğini göstermektedir.

Genel olarak, Ebru öğretmenin düzlem kavrayışının güçlü yönü, çizilmiş veya boyanmış bölgelerde noktaların sonsuzluğu ve örtüklüğü konusunda sezgisel farkındalık göstermesi; sınırlı yönü ise bu farkındalığı tanım kümesine ve fonksiyonel özelliklere bağlama konusunda kavramsal bütünlüğü geliştirememesidir. Ayrıca, somut nesneler üzerinden düzlemi tariflemesi, hareket perspektifine bağlı sezgisel yaklaşımın sorular farklı bağlamlarda tekrar ortaya çıkmasına neden olmuştur.

Sonuç olarak, uygulamalı sorular ve derinlemesine görüşmeler, Ebru öğretmenin düzlem kavrayışının çizim ve görünürlük temelli sezgisel bir yapıyla sınırlı olduğunu ve hareket perspektifinden tam anlamıyla eşleşme perspektifine geçişin henüz gerçekleşmediğini göstermektedir. Örtüklüğün fonksiyon kavramına aktarılması için ek bağlamlar veya somut cebirsel gösterimlerin gerekli olduğu anlaşılmaktadır.

4.3.4. Ebru öğretmenin öteleme dönüşümü fonksiyonuna yönelik algısı:

Ebru öğretmenin öteleme dönüşümü fonksiyonuna ilişkin algısı, görüşmelerin son aşamasında incelenmiştir. Öğretmen başlangıçta öteleme dönüşümünü şekil veya

geometrik nesnelerin hareketi olarak tanımlamış ve düzlem üzerindeki hareket algısını kullanmıştır (MP1- Sezgisel Tanım Üretme, MP2- Hareket/Taşıma/Yer Değiştirme İfadesi). Bu aşamada, öğretmenin bazı örtüklük farkındalıkları (MP11- Sınırlı Algılama / Kapsamı Sınırlama) gözlemlenmiş, ancak eşleşme perspektifine geçiş için henüz kavramsal bütünlük geliştiremediği belirlenmiştir.

Fonksiyonel sorgulamalar derinleştirildiğinde, Ebru öğretmenin öteleme dönüşümünü matematiksel olarak ifade etme yetisinin sınırlı olduğu görülmüştür. Başlangıç ve dönüşüm sonrası noktalar arasındaki ilişki sorulduğunda, öğretmen “sadece noktaların yeri değişiyor, noktalar aynı noktalar” yanıtını vermiştir. Bu durum, hareket perspektifinin şekil odaklı ve sezgisel düzeyde devam ettiğini (MP4- Yalnızca Şekil/Görsel Odaklı Düşünebilme) ve her noktanın birebir ve örten biçimde eşleştiği anlayışının (EP8- Öteleme Dönüşümünün Birebir ve Örtenliğini Tanımlama) henüz kazanılmadığını göstermektedir.

Öteleme dönüşümünün tersinin düşünülüp düşünülemeyeceği sorulduğunda, öğretmen soyut bir kabulde bulunmuş ancak fonksiyonun tersine dair kavramsal bir açıklama sunamamıştır (MP16- Öteleme Dönüşümünün Tersini Alamamak). Birebirlik ve örtenlik kavramlarının somutlaştırılması sırasında kavramsal bağlantı kurulamamış, EP6 (Düzlemdeki Bütün Noktaların Ötelenmesi), EP7 (Tanım ve Görüntü Kümesi Farkındalığı), EP8 (Öteleme Dönüşümünün Birebir ve Örtenliğini Tanımlama) ve EP9 (Öteleme Dönüşümünün Tersini Alabilme) kodlarına geçilememiştir. Fonksiyon kavramına dair genel bilgi düzeyi yetersiz kalmış, “fonksiyon nedir?” sorusuna net bir tanım verilememiştir (MP13- Fonksiyon Hakkında Bilgi Eksikliği). Bununla birlikte araştırmacının cebirsel formu ($f(x_n, y_n) = (x_n + a, y_n + b)$) sunduğu durumda, öğretmen işlemsel düzeyde doğru yanıt vermiş ve “ $x_n + a, y_n + b$ şeklinde ötelenir” ifadesini kullanmıştır (EP1- Fonksiyonel Tanım (Cebirsel), EP3- Cebirsel Olarak Öteleme Yapabilme). Bu bulgu, öğretmenin fonksiyonel ilişkileri uygulayabildiğini, ancak bağımsız şekilde üretmede güçlük çektiğini göstermektedir.

Görüşme boyunca, öğretmenin başlangıçtaki hareket perspektifi odaklı tanımı (MP1, MP2), düzlemin örtüklüğüne dair kısmi sezgisel farkındalığı (MP11) ve bazı somut örneklerle dayalı doğru yorumları, eşleşme perspektifine geçiş potansiyelini işaret etmiştir. Bununla birlikte süreç ilerledikçe, kavramlar arası bütünlük kurma,

dönüşümün fonksiyonel özelliklerini tanımlama ve tanım ile görüntü kümesi arasındaki bağıntıyı anlama konusunda sınırlılıklar gözlenmiştir.

Öğretmenin şekil odaklı yaklaşımı (MP4), ötelemenin tüm düzleme uygulanan birebir ve örten bir fonksiyon olduğunu kavrayamamasına yol açmıştır. Bu durum, Ebru öğretmenin hareket perspektifinde (MP1, MP2, MP4, MP11, MP13, MP16) kalmasına, eşleşme perspektifine (EP6, EP7, EP8, EP9) geçememesine neden olmuştur.

Sonuç olarak, Ebru öğretmenin öteleme dönüşümüne ilişkin güçlü yanları, şekil odaklı görsel uygulamaları doğru yapabilmesi ve örtüklük kavramını sezgisel düzeyde fark edebilmesidir (MP11). Ancak bu güçlü yönler fonksiyonel kavrayışa taşınmamış; kavramsal soyutlama ve bağıntısal düşünme eksik kalmıştır. Araştırma bağlamında soruların kavramsal geçişi destekleyecek yeterlilikte olmadığı veya öğretmenin bilgi eksiklikleri (MP13) nedeniyle soyut düzeyde derinlemesine işlenemediği gözlenmiştir. Bu bulgular, öteleme dönüşümünün öğretiminde fonksiyonel eşleşme, örtüklük ve birebirlik gibi soyut özelliklerin kavramsal bütünlükle kurgulanmasının önemini ve öğretmenlerin bu konularda desteklenme ihtiyacını ortaya koymaktadır.

4.4. Öğretmenlerin Bireysel Olarak Öteleme Dönüşümünü Anlamalarının İncelenmesi – Hanife

Lise matematik öğretmeni olan Hanife, araştırmada öteleme dönüşümüne ilişkin kavramsal anlayışının derinlemesine incelenmesi amacıyla değerlendirilmiştir. Klinik mülakat sürecinde öğretmenin öteleme dönüşümünü tanımlama, vektör algısı, düzlem algısı ve fonksiyon algısı boyutlarındaki düşünceleri ayrı başlıklar altında sunulmuş; bölüm sonunda ise genel bakışın ardından Hanife öğretmenin görüşme öncesi ve sonrası perspektiflerindeki değişimi gösteren bir tabloya yer verilmiştir.

4.4.1. Hanife öğretmenin öteleme dönüşümünü anlayışına ilişkin ilk bulgular:

Görüşmenin başlangıcında Hanife öğretmen, öteleme dönüşümünü “Öteleme dönüşümü bir cismin, şekli boyutu duruşu değişmeden sağa sola yukarı aşağı olacak şekilde ilerletmek.” ifadesiyle tanımlamıştır. Bu açıklama, öğretmenin ötelemeyi sezgisel düzeyde ve fiziksel bir hareket olarak gördüğünü (MP1, MP2) ortaya koymaktadır. Öğretmenin, yön belirlemede “sağa sola yukarı aşağı olacak şekilde”

ifadesini kullanması, ötelemenin yönünü yalnızca basit yer-yön kavramlarıyla sınırlı tuttuğunu ve bu düzeyde ifade ettiğini (MP3) göstermektedir.

Öğretmen ayrıca, öğrencilerin ötelemeyi simetriyle karıştırdığını ifade etmiş ve iki dönüşüm arasındaki farkı şu şekilde açıklamıştır: “Öğrenciler ötelemeyi simetri ile karıştırıyorlar, simetri değildir. Çünkü simetride şeklin duruşu değişiyor ama ötelemde şeklin duruşu değişmez.” Bu açıklama, öğretmenin ötelemeyi diğer dönüşümlerden ayırt etme eğiliminde olduğunu ve bu ayrımı yaparken yine hareket ve şeklin fiziksel özellikleri odağında kaldığını (MP2) göstermektedir.

Bununla birlikte, öğretmenin açıklamalarında vektör kavramına ilişkin herhangi bir vurguya rastlanmamış olması (MP5), önemli bir eksiklik olarak öne çıkmaktadır. Ayrıca parametre kavramı, eşleşme ilişkisi, tanım kümesi, fonksiyonel yapı veya cebirsel temsil (ör. $f(x,y) = (x+a, y+b)$) gibi teknik ifadelerle yer vermemiş olması, onun düzlemi tanım ve görüntü kümesi olarak kavrayamadığının (MP12), fonksiyon kavramı hakkında bilgi eksikliği yaşadığının (MP13) ve öteleme dönüşümünü bir fonksiyon olarak tanımlayamadığının (MP14) göstergesidir. Ötelemeyi yalnızca şekil üzerinden düşünmüş ve düzlemi kapsayıcı bir dönüşüm olarak genellememiş olması ise onun görsel odaklı düşünme eğiliminin (MP4) ve dönüşümün kapsamını sınırlı algılayışının (MP11) bir sonucudur. Ayrıca, ötelemeyi açıklarken herhangi bir cebirsel örnek ya da nokta temelli uygulamaya başvurmamış olması, öğretmenin kavramı daha çok şekil hareketiyle sınırlı biçimde ele aldığını göstermektedir.

Sonuç olarak Hanife öğretmenin öteleme dönüşümünü sezgisel ve hareket odaklı bir perspektifte tanımladığı, diğer dönüşümlerle temel bir karşılaştırma yapabildiği, ancak kavramı vektör, düzlem ya da fonksiyonel bağlamda teknik düzeyde genişletemediği görülmektedir. Onun yaklaşımı büyük ölçüde MP1, MP2, MP3, MP4, MP5, MP11, MP12, MP13 ve MP14 kodlarıyla tanımlanan hareket perspektifi içinde kalmış, eşleştirme perspektifine dair herhangi bir işaret gözlemlenmemiştir.

4.4.2. Hanife öğretmenin vektör algısına ilişkin bulgular:

Bu bölümde Hanife öğretmenin öteleme dönüşümünde vektör kavramını nasıl ele aldığına ilişkin bulgular sunulmaktadır. Öncelikle katılımcıya bir dörtgen ve yukarı

yönlü 2 birimlik bir vektör verilerek dörtgeni ötelemesi istenmiştir. Hanife öğretmen bu duruma “Sağa mı sola mı kaç birim ötelenecek bilmiyoruz, o yüzden öteleyemem.” yanıtını vermiştir. Bu yanıt, öğretmenin vektörün yön ve miktar bileşenlerini bütüncül olarak ele almakta zorlandığını ve vektör hakkında temel bir bilgi eksikliği (MP5) olduğunu ortaya koymakta, aynı zamanda onun vektörün dönüşümdeki belirleyici görevini kavrayamadığını (MP6) da göstermektedir.

Benzer şekilde, dörtgen sağ yönlü 2 birimlik bir vektörle verildiğinde öğretmen, “Yönü belli ama kaç birim bilmiyoruz. Eksenler de yok zaten.” şeklinde açıklama yapmıştır. Bu bulgu, öğretmenin vektörü bir parametre olarak değil, somut yer-yön komutları bekleyerek değerlendirdiğini (MP8) gösterir. Ayrıca eksenlerin olmamasına yaptığı vurgu, dönüşümü görsel referanslar ve çizimler olmadan düşünmekte güçlük çektiğini işaret etmektedir.

Daha karmaşık bir durumda dörtgen çapraz yönlü bir vektör ($v=(-3,-2)$) ile verildiğinde öğretmen, “Burada da kaç birim bilmiyoruz.” ifadesini kullanmış ve “Çapraz şekilde öteleme yapabiliyor muyduk? Çapraz olunca açı da gerekli olacaktır.” açıklamasında bulunmuştur. Bu yanıt, öteleme ve dönme dönüşümleri arasında bir kavram yanılgısı yaşadığını (MP7) ortaya koymaktadır.

Sözel sorgulamalarda öğretmenin vektör bilgisinin daha açık biçimde incelendiği görülmüştür. Araştırmacının “Vektör nedir?” sorusuna öğretmen, “Aşına değilim. Vektör yönlü ilerleme. Belirli bir yön veriyor, o şekilde cismi hareket ettiriyoruz.” şeklinde yanıt vermiştir. Bu yanıt, öğretmenin vektörü matematiksel bir nesne yerine hareket aracı olarak ele aldığını ve bu durumun MP5 ve MP6 kodlarıyla uyumlu olduğunu göstermektedir. Vektörü “yönlü ilerleme” ifadesiyle tanımlaması, onun cebirsel temsili kullanmadığını ortaya koymaktadır.

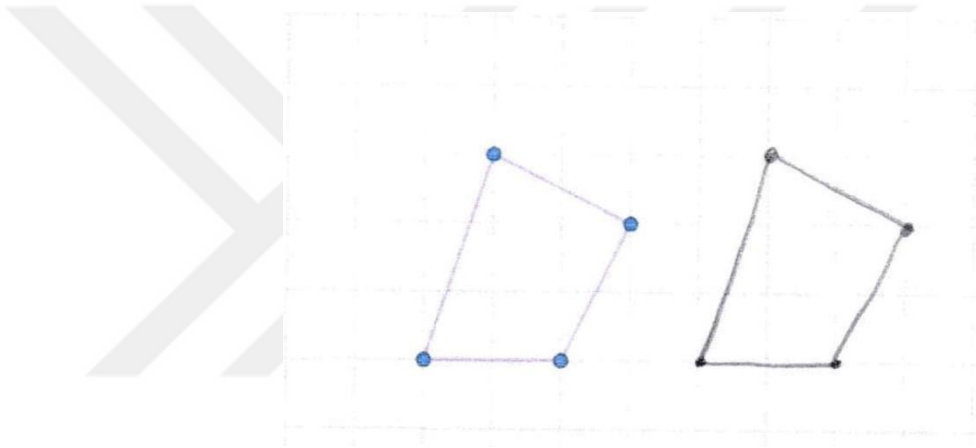
Araştırmacının koordinat düzleminde vektörün gösterilmesini istemesi üzerine öğretmen bu gösterimi yapmakta zorlanmış ve “Matematiksel gösterimini hatırlamıyorum.” ifadesini kullanmıştır. Bu aşamada, araştırmacının hatırlatmasıyla öğretmen vektörün cebirsel gösterimini yeniden kurmaya çalışmıştır.

Öğretmen, uygulamalı sorularda yer/yön ifadelerinin bulunduğu soruları daha anlaşılır bulduğunu belirtmiştir. Örneğin, “Bir dörtgeni 2 birim sağa öteleyiniz.” sorusunda (Şekil 4.23) doğru çözüm yapmıştır. Bu durum, onun vektör yerine

doğrudan yer-yön ifadelerini tercih etme eğilimini (MP8) net bir şekilde ortaya koymaktadır.

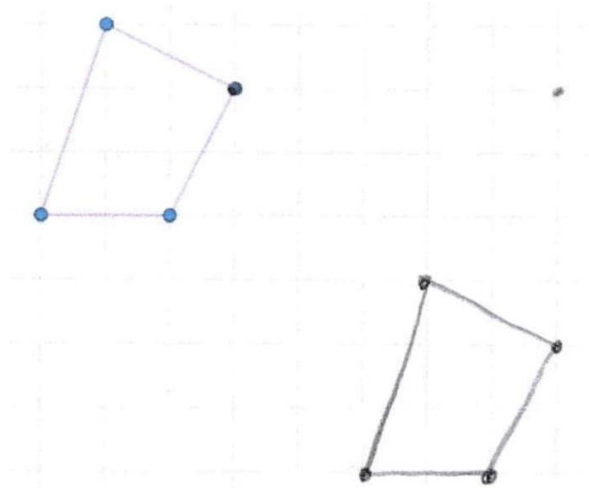
Özetle Hanife öğretmenin vektör kavramına ilişkin bulguları; vektörün soyut cebirsel temsilini içselleştiremediğini, sezgisel yer/yön ifadelerine bağımlı kaldığını ve görsel referanslara duyduğu ihtiyaç nedeniyle dönüşümün bütünsel yapısını sınırlı kavradığını göstermektedir. Bu durum, öğretmenin öteleme dönüşümünü fonksiyonel boyuta taşıma potansiyelini de zayıflatmakta ve daha derinlemesine bir kavramsal destek ihtiyacını ortaya koymaktadır.

Şekil4.23. Hanife öğretmenin yer-yön ifadeleri kullanarak 2 br sağa öteleme dönüşümü uygulaması



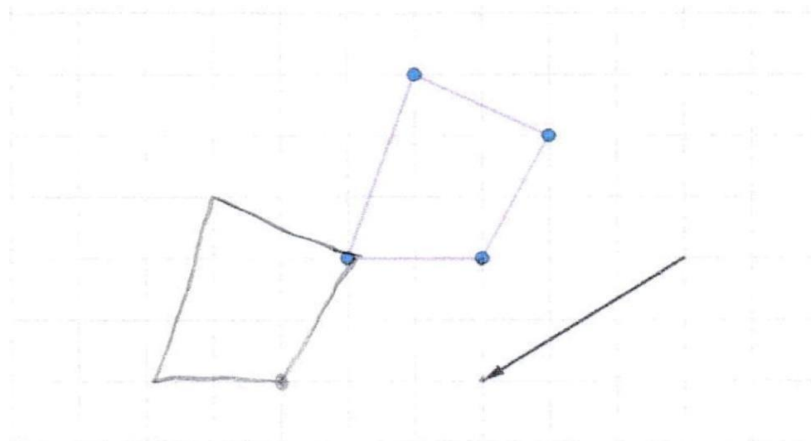
Daha karmaşık bir durumda, “Bir dörtgeni 5 birim sağa, 4 birim aşağı öteleyiniz.” sorusunda (Şekil 4.24) öğretmen bir noktadan başlayarak işlemi gerçekleştirmiştir. Bu çözüm, çapraz ötelemeyi vektörün bileşenleri yerine, ayrı ayrı yer-yön komutları üzerinden ele aldığını göstermektedir. Bu yaklaşım, öğretmenin vektörü birleşik bir parametre olarak değil, iki ayrı yön talimatı olarak yorumlama eğiliminde olduğunu ortaya koymakta ve bu durum MP8 (Vektör Yerine Yer/Yön İfadeleri Beklemek) davranışı ile tutarlıdır. Ayrıca, işlemi bir noktadan başlatarak ilerletmesi, onun soyut bir cebirsel işlem yerine, somut ve görsel bir stratejiye bağımlı kaldığını teyit etmektedir. Bu bulgu, öğretmenin vektörü yönlü bir sayı çifti olarak kullanmakta ve çapraz ötelemelerin cebirsel temsilde zorluk yaşadığını göstermektedir.

Şekil 4.24. Hanife öğretmenin yer-yön ifadeleri kullanarak 5 br sağa, 4 br aşağı öteleme dönüşümü uygulaması



Araştırmacının “Önceki çözemediğiniz sorularda eksik olan neydi?” sorusu üzerine öğretmen, “Haa burada da varmış aslında, (çapraz olan (Şekil 4.25)) bu 3 birim sola, 2 birim aşağı demek istiyormuş. Ama ben sayı doğrusunu hiç öyle düşünmemiştim.” yanıtını vermiştir. Bu açıklama, öğretmenin vektör yerine yer-yön ifadeleri bekleme eğiliminden (MP8) kısmen sıyrılarak, vektörü öteleme dönüşümünün parametresi olarak yorumlamaya (EP5) doğru bir gelişim sergilediğini göstermektedir. Öğretmenin bu farkındalığı, vektör gösteriminin bileşenlerini anlamlandırabilme potansiyeline işaret etmekle birlikte, "sayı doğrusunu hiç öyle düşünmemiştim" ifadesi, bu kavrayışın halen yeni ve tam olarak içselleştirilmemiş olduğunu da ortaya koymaktadır. Bu anlık kavrayış, onun hareket perspektifinden eşleştirme perspektifine geçiş için gerekli olan zihinsel dönüşümün başlangıcı olarak değerlendirilebilir.

Şekil 4.25. Hanife öğretmenin vektör algısına ilişkin üçüncü uygulama sorusu



Son olarak, A (3,-5) noktasının (-2,1) vektörü ile ötelenmesi istendiğinde öğretmen, çizim yapmadan cebirsel işlemlerle “x’i 2 birim azaltırım, y’yi 1 birim artırırım.” diyerek A'(1,-4) sonucuna ulaşmıştır. Bu çözüm, öğretmenin EP3 (Cebirsel Olarak Öteleme Yapabilme) düzeyine ulaştığını ortaya koymaktadır.

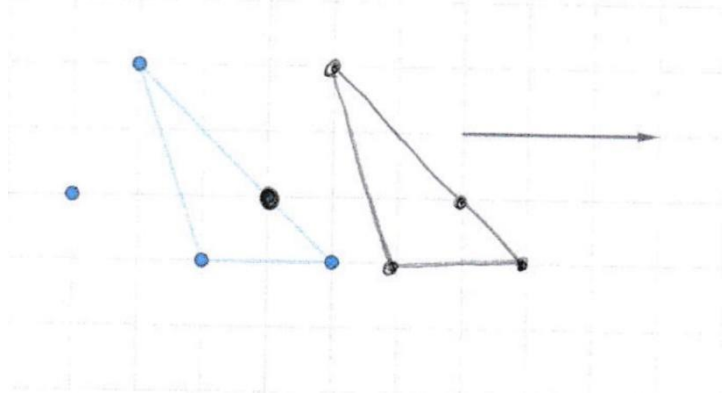
Genel olarak Hanife öğretmenin vektör algısına ilişkin bulgular, öğretmenin başlangıçta vektörü yer/yön ifadeleriyle ele aldığını (MP8 – Vektör Yerine Yer/Yön İfadeleri Beklemek), cebirsel temsili hatırlamakta zorlandığını (MP5 – Vektör Hakkında Bilgi Eksikliği) ve eksenlere dayalı görsel referanslara ihtiyaç duyduğunu (MP4 – Yalnızca Şekil/Görsel Odaklı Düşünebilme) göstermektedir.

Ancak araştırmacının yönlendirmeleriyle birlikte öğretmen, öteleme dönüşümünü cebirsel düzeyde uygulamaya yönelik adımlar atmış (EP3 – Cebirsel Olarak Öteleme Yapabilme) ve sınırlı da olsa EP5 (Vektörü Öteleme Dönüşümünün Parametresi Olarak Tanımlama) ve EP3 düzeylerine doğru ilerleme kaydetmiştir.

4.4.3. Hanife öğretmenin düzlem kavrayışına ilişkin bulgular:

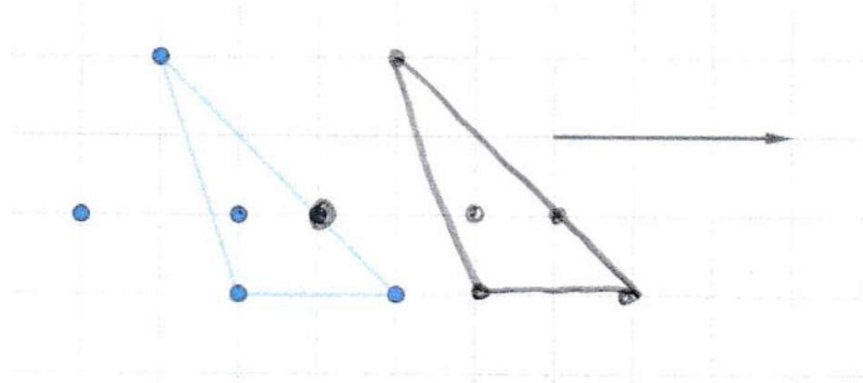
Hanife öğretmenin öteleme dönüşümüne ilişkin düzlem kavrayışı, ardışık ve kademeli olarak yapılandırılan beş farklı uygulamalı senaryo üzerinden incelenmiştir. İlk soruda (Şekil 4.26) düzlem üzerinde bir üçgen ve bu üçgenin dışında bir nokta verilmiş, öğretmenden bunları ötelemesi istenmiştir. Bu durumda öğretmen yalnızca gördüğü üçgeni ve açıkça işaretlenmiş dış noktayı ötelemiş, geri kalan düzlemde görünmeyen noktaların ötelenmesine dair bir kavramsal genelleme yapmamıştır. Bu bulgu, katılımcının ötelemeyi yalnızca somut şekillerle sınırlı tuttuğunu (MP4 – Yalnızca Şekil/Görsel Odaklı Düşünebilme) ve düzlemin tamamını kapsayan bir kavrayış geliştiremediğini (MP11 – Sınırlı Algılama / Kapsamı Sınırlama) göstermektedir.

Şekil 4.26. Hanife öğretmenin düzlem algısına ilişkin ilk uygulama sorusu



İkinci soruda (Şekil 4.27) üçgene ek olarak hem iç hem dış noktalar yerleştirilmiş ve öğretmenin iç bölgeyi de sorgulaması sağlanmıştır. Bu aşamada öğretmen, iç noktayı görünür olduğu için ötelediğini belirtmiş, görünmeyen diğer noktaların ötelenip ötelenmeyeceği konusunda ise ilk kez tereddüt yaşamıştır. Bu durum, öğretmenin örtüklük kavramına dair sezgisel fakat sınırlı bir farkındalık geliştirdiğini (MP11 – Sınırlı Algılama / Kapsamı Sınırlama) göstermektedir. Görünmeyen noktaların ötelenmesine yönelik düşüncesi ise araştırmacının yönlendirici soruları sonrasında ortaya çıkmıştır.

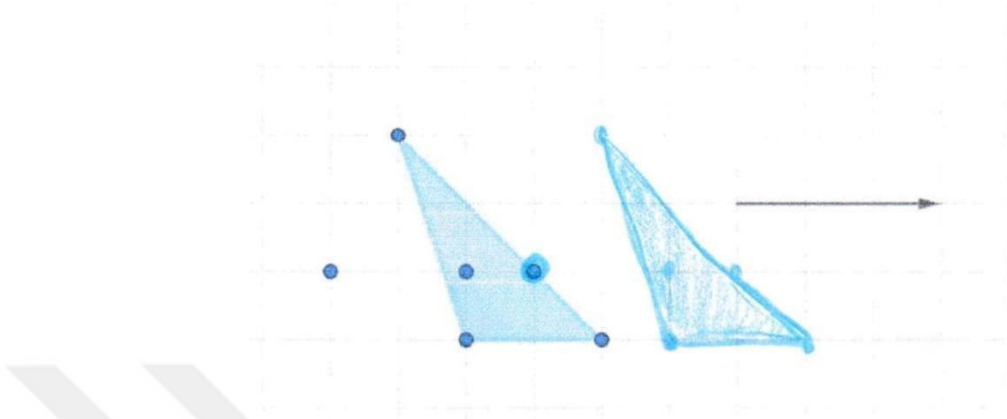
Şekil 4.27. Hanife öğretmenin düzlem algısına ilişkin ikinci uygulama sorusu



Üçüncü soruda (Şekil 4.28) iç bölgesi mavi ile boyanmış bir üçgen, iç ve dış noktalarla birlikte verilmiştir. Hanife öğretmen bu kez boyalı bölgeyi tamamen ötelediğini ve boyalı olmasının iç bölgeyi kapsadığı için daha net bir şekilde ötelenmesine imkân tanıdığını ifade etmiştir. Bu yaklaşım, öğretmenin düzlemin iç bölgelerine dair farkındalığını genişlettiğini (MP11 – Sınırlı Algılama / Kapsamı Sınırlama) ancak hâlâ görsel işaretlere (boyalı olma durumu) bağlı kalarak kavramsal

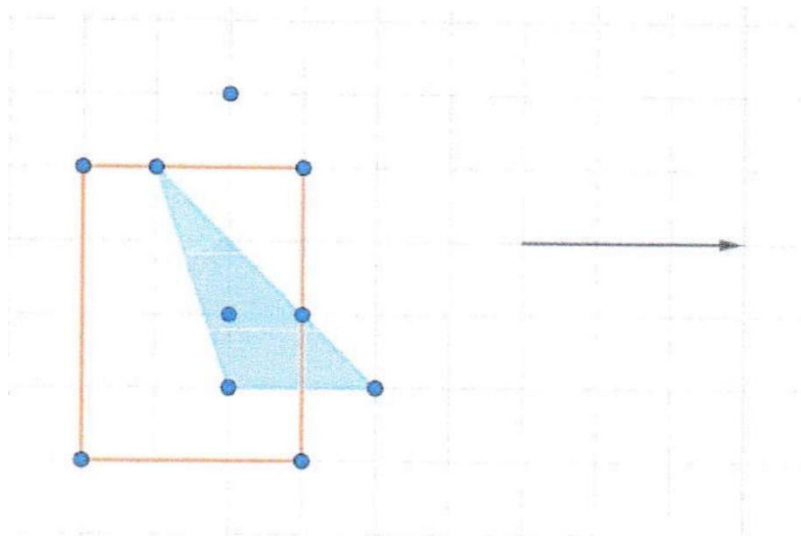
genellemeyi sınırlı tuttuğunu (MP4 – Yalnızca Şekil/Görsel Odaklı Düşünebilme) göstermektedir.

Şekil 4.28. Hanife öğretmenin düzlem algısına ilişkin üçüncü uygulama sorusu



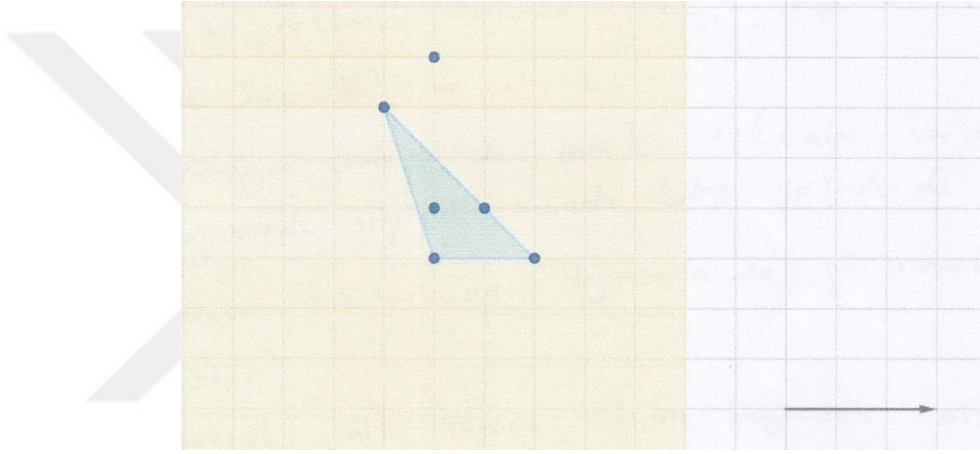
Dördüncü soruda (Şekil 4.29) içi boyalı üçgenle kesişen, içi boyasız bir dikdörtgen ve iç-dış noktalar verilmiştir. Bu karma yapıda öğretmen, hem şekillerin hem de görünen noktaların ötelenmesini sürdürmüş, fakat düzlemin tamamını bir tanım kümesi olarak kavrayamamıştır (MP12 – Düzlemi Tanım Kümesi ve Görüntü Kümesi Olarak Tanımlamamak). Ayrıca, görünmeyen noktaların ötelenmesine dair içselleştirilmiş bir anlayış geliştirememesi, parça-bütün ayrımını netleştirmekte zorlandığını ortaya koymaktadır (MP10 – Parça-Bütün Ayrımı Kuramamak).

Şekil 4.29. Düzlem algısına ilişkin dördüncü uygulama sorusu



Beşinci ve son soruda (Şekil 4.30) düzlemin tamamı boyalı olarak sunulmuş ve öğretmenin bu duruma yaklaşımı incelenmiştir. Bu senaryoda öğretmen, tüm yüzeyin boyalı olması nedeniyle gördüğü her şeyi ötelediğini belirtmiş ve ilk kez tüm düzlemin ötelenebileceğine dair bir genellemeye yaklaşmıştır (EP6 – Düzlemdeki Bütün Noktaların Ötelenmesi). Ancak boyalı olma koşuluna aşırı vurgu yapması, düzlemdeki noktaların soyut varlığını ve tanım kümesi olarak $\mathbb{R}^2$ 'nin tamamını kavrayamadığını göstermektedir (MP12 – Düzlemi Tanım Kümesi ve Görüntü Kümesi Olarak Tanımlamamak).

Şekil 4.30. Düzlem algısına ilişkin beşinci uygulama sorusu



Uygulamalı sorular sonrasında yapılan görüşmelerde, görünmeyen bölgelerin ötelenmesine ilişkin araştırmacı soruları öğretmeni zaman zaman düşünmeye sevk etse de özellikle dış bölgenin boyasız olduğu durumlarda kararsız kalmıştır. Bu durum, öğretmenin öteleme dönüşümünü bir fonksiyon olarak tanım kümesi ve görüntü kümesi bağlamında kavramakta güçlük yaşadığını (MP12 – Düzlemi Tanım Kümesi ve Görüntü Kümesi Olarak Tanımlamamak) göstermektedir. Örneğin, “İç boyalı olmayan bir düzlemin dışı neden ötelenmesin?” sorusuna verdiği “Bilmiyorum” yanıtı, bu belirsizliği açıkça ortaya koymaktadır. Bulgular, katılımcının EP6 – Düzlemdeki Bütün Noktaların Ötelenmesi düzeyine tam olarak ulaşamadığını; örtüklük kavramını sezgisel düzeyde fark etse de (MP11 – Sınırlı Algılama / Kapsamı Sınırlama) bunu sistematikleştiremediğini göstermektedir. Ayrıca, öğretmenin “Ötelenmiş hali daha belirgin olsun diye rengi değiştirerek çizerim” ifadesi, öteleme dönüşümünü hâlâ şekil bazlı ve görsel odaklı bir işlem olarak algıladığını (MP4 – Yalnızca Şekil/Görsel

Odaklı Düşünebilme) ortaya koymaktadır. Katılımcının ötelemeyi fonksiyonel bir yapı yerine yeniden çizim temelli somut bir işlem olarak görmesi dikkat çekici bir bulgudur.

Genel olarak Hanife öğretmenin düzlem kavrayışı, öteleme dönüşümünü başlangıçta ağırlıklı olarak hareket ve yer değiştirme temelli (MP2 – Hareket/Taşıma/Yer Değiştirme İfadesi) ve şekil odaklı (MP4 – Yalnızca Şekil/Görsel Odaklı Düşünebilme) bir bakış açısıyla sınırlamaktadır. Uygulamalı soruların çeşitlendirilmesi ve araştırmacının yönlendirici sorgulamaları, öğretmenin bazı sorularda iç bölgeye dair algısını genişletmesine (MP11 – Sınırlı Algılama / Kapsamı Sınırlama) ve görünmeyen noktaların ötelenmesine dair sezgisel bir farkındalık geliştirmesine imkân sağlamıştır. Ancak bu gelişim sınırlı kalmıştır; öğretmen genellikle öteleme dönüşümünü tüm düzleme genelleyerek tanımlamak yerine, gördüğü şekil ve boyalı alanlara indirgemeyi (MP4) tercih etmiştir. Bulgular, katılımcının öteleme dönüşümünü fonksiyonel bir yapı olarak kavrayıp bütüncül bir örtüklük bilincine ulaşmada sınırlı kaldığını göstermektedir.

Tüm bulgular bir arada değerlendirildiğinde, Hanife öğretmenin düzlem kavrayışının, öteleme dönüşümünü başlangıçta hareket ve şekil odaklı bir bakış açısıyla ele aldığı görülmektedir (MP2, MP4). Uygulamalı soruların çeşitlendirilmesi ve araştırmacının yönlendirici sorgulamaları sayesinde öğretmen, zaman zaman örtüklük kavramını sezgisel düzeyde fark etmiş (MP11), görünmeyen noktaların da ötelenebileceğine dair fikir yürütmüş ve böylece eşleşme perspektifine (EP6 – Düzlemdeki Bütün Noktaların Ötelenmesi) geçişin ilk ipuçlarını vermiştir. Ancak bu geçiş tam anlamıyla kavramsal bir bütünlükle desteklenememiş, özellikle tanım kümesi ve görüntü kümesi gibi fonksiyonel yapılar Hanife öğretmen için soyut kalmıştır (MP12 – Düzlemi Tanım/Görüntü Kümesi Olarak Tanımlamamak, EP7 – Tanım ve Görüntü Kümesi Farkındalığı). Öğretmenin yer yer “rengi değiştirerek göstermek” gibi somutlaştırıcı öneriler sunması da bu şekil odaklı yaklaşımı pekiştirmiştir (MP4).

Hanife öğretmenin düzleme ilişkin kavrayışı, uygulamalı soruların ardından yürütülen sözel sorgulama bölümünde daha ayrıntılı olarak ortaya çıkmıştır. Düzlemi tanımlaması istendiğinde öğretmen, bu kavramı öncelikle koordinat sistemiyle özdeşleştirmiştir (MP9 – Düzlem Hakkında Bilgi Eksikliği). Ders pratiğinde koordinat

düzlemini sıkça kullanmasının etkisiyle, düzlemi bu somut yapı üzerinden düşündüğünü ifade etmiştir. Öğretmen, düzlemin görünmeyen yerlerinde de noktaların varlığını kabul ederek örtüklük kavramını sezgisel düzeyde fark etmiştir (MP11). Çizili şekillerin dışında kalan alanlarda da boyanmasa dahi noktaların var olduğunu kabul etmesi, öğretmenin başlangıçta yalnızca şekil odaklı bir bakış açısına sahipken (MP4), zamanla tüm düzlemi kapsayacak şekilde düşünmeye yöneldiğini göstermektedir. Bu durum, örtük noktaların da dönüşümün kapsamına dahil edilmesiyle öğretmenin eşleşme perspektifine (EP6 – Düzlemdeki Bütün Noktaların Ötelenmesi) geçişine işaret etmektedir.

Bununla birlikte, öğretmenin “aslında baştaki gibi düşününce sadece şeklin etrafında belirlediğimiz noktalar yer değiştirir, ama bu konuştuklarımız bizi sanki bütün düzlem yer değiştirir fikrine götürüyor” ifadesi, kavrayışında hâlâ bir belirsizlik ve geçiş süreci yaşadığını göstermektedir. Bu noktada öğretmenin dönüşümü hâlâ fiziksel bir hareket olarak tasavvur ettiği söylenebilir (MP2 – Hareket/Taşıma/Yer Değiştirme İfadesi). Araştırmacının “düzlemde boşluk oluşur mu?” sorusuna verdiği cevap da bu süreci desteklemektedir. Öğretmen, bir noktalar kümesini bir yerden alıp başka bir yere götürmekten söz ederek başlangıçta boşluk oluşabileceğini düşündüğünü ifade etmiş, ardından düzlemde sonsuz sayıda nokta olduğunu belirterek bu boşluğun diğer noktalar tarafından doldurulabileceğini dile getirmiştir. Bu açıklama, öğretmenin hareket perspektifinden tam anlamıyla çıkamasa da dönüşümün tüm düzlemi kapsayacak biçimde genellenmesi gerektiğine ilişkin sezgisel bir farkındalık geliştirdiğini göstermektedir (MP11). Öğretmenin “nasıl bir tanım koysak da bütün düzlemi kastetsek bilemedim” şeklindeki ifadesi ise, öteleme dönüşümünün cebirsel anlamda tanım kümesi ve görüntü kümesiyle ilişkilendirilmesine dair bilgisinin sınırlı olduğunu ortaya koymaktadır (MP12, EP7).

Genel olarak bakıldığında, Hanife öğretmenin düzlem kavrayışı, sözel sorgulama sürecinde uygulamalı bölümlere göre önemli ölçüde genişlemiştir. Öğretmen, dönüşümün yalnızca şekli değil, görünmeyen noktalarla birlikte tüm düzlemi de kapsaması gerektiğine ilişkin sezgisel bir farkındalık geliştirmiştir (MP11, EP6). Ancak bu farkındalık, henüz fonksiyonel bir temele ve tanım-görüntü kümesi ayırımına dayalı sistematik bir yapı kazanmamıştır (MP12, EP7). Dolayısıyla Hanife

öğretmenin düzleme ilişkin algısı, hareket perspektifinden (MP2, MP4) eşleşme perspektifine (EP6, EP7) geçişin sınırında kalmış görünmektedir.

4.4.4. Hanife öğretmenin öteleme dönüşümü fonksiyonuna yönelik algısı:

Hanife öğretmenle yürütülen görüşmede, öteleme dönüşümünü cebirsel ve fonksiyonel düzlemde ifade etme kapasitesi incelenmiştir. Sürecin başında, öteleme dönüşümünün matematiksel olarak nasıl ifade edilebileceği sorulduğunda öğretmen herhangi bir kavram veya başlık hatırlayamadığını belirtmiştir. Bu durum, öğretmenin dönüşümü fonksiyon olarak yapılandırma konusunda bilgi eksikliğine işaret etmektedir (MP13 – Fonksiyon Kavrayışı Eksikliği, MP14 – Cebirsel Gösterim Bilgisi Eksikliği). Araştırmacının, her noktanın yalnızca bir karşılığı olup olmadığını sorması üzerine öğretmen sezgisel düzeyde her noktanın yalnızca bir karşılığı olduğu yanıtını vermiştir. Böylece, öğretmen ötelemenin birebir bir eşleme olduğunu fark etmiştir. Bu bulgu, öğretmenin hareket perspektifinden (MP) kısmen eşleşme perspektifine (EP) geçiş yaptığını göstermektedir (EP2 – Nokta Eşleşmesi Farkındalığı, EP8 – Birebirlik/Örtenlik İlkesi Sezgisel). Ancak öğretmenin birebirlik ve örtenlik kavramlarını bağımsız olarak ifade etmekte zorlandığı, bu ilişkiyi yalnızca araştırmacının yönlendirmesiyle kurabildiği görülmüştür.

Fonksiyonel gösterim aşamasında öğretmen, öteleme dönüşümünü $f(x,y)$ biçiminde yazmaya başlamıştır; fakat vektör ifadesini doğru şekilde fonksiyon içine yerleştirememiş ve $f(x,y) = f(x+1, y+2)$ şeklinde hatalı bir ifade kullanmıştır. Bu durum, öğretmenin cebirsel gösterim ile kavramsal anlam arasında kopukluk yaşadığını ortaya koymaktadır (MP12 – Kavramsal ve Cebirsel Bağlantı Eksikliği, EP1 – Fonksiyonel Gösterim Yetersizliği). Benzer şekilde, ters fonksiyon kavramına yönelik sorulara verdiği yanıtlar da sınırlı kalmıştır; öğretmen ters vektör mantığını kabul etmiş olsa da bunu sistematik bir cebirsel yapıyla ilişkilendirememiştir (MP16 – Ters Vektör Anlayışı, EP9 – Ters Fonksiyon/Fonksiyon İnşası Sezgisel Eksikliği). Tanım ve görüntü kümelerini ifade etme aşamasında ise “tüm düzlem kümemdir” ve “ $\mathbb{R}^2$ ’den $\mathbb{R}^2$ ’ye” gibi genel ifadeler kullanabilmiştir. Bu, öğretmenin temel boyutlar hakkında sezgisel farkındalık geliştirdiğini göstermektedir; ancak farkındalık henüz net bir fonksiyon tanımına dönüşmemiştir.

Bununla birlikte, öğretmenin cebirsel öteleme sorularında doğru cevaplar verdiği gözlenmiştir. Örneğin, (2,3) noktasının $v = (3,-2)$ vektörüyle ötelenmesi istendiğinde doğru cevabı (5,1) biçiminde ifade etmiştir. Bu bulgu, öğretmenin cebirsel işlemleri sezgisel düzeyde gerçekleştirebildiğini ortaya koymaktadır (EP3 – Cebirsel İşlem Başarısı). Görüşmenin sonunda öğretmen, günlük hayattan tren rayları örneği ile öteleme dönüşümünü açıklamaya çalışmıştır. Bu örnek, öğretmenin dönüşümü hâlâ fiziksel hareket bağlamında düşündüğünü, ancak araştırmacının yönlendirmesiyle bu hareketin matematiksel olarak nokta eşleşmelerine dayandığını kabul etmeye başladığını göstermektedir.

Süreç sonunda, öğretmenin başlangıçta hareket odaklı bir bakışa (MP2, MP13) sahip olduğu; ilerleyen kısımlarda ise eşleşme perspektifine (EP2, EP3, kısmen EP8) yöneldiği gözlenmiştir. Genel olarak klinik mülakat süreci, Hanife öğretmenin öteleme dönüşümünü öncelikle hareket ve yer-yön odaklı bir bakış açısıyla tanımladığını; sürecin ilerleyen aşamalarında ise nokta eşleşmesi, birebirlik-örtenlik, ters dönüşüm ve tanım-görüntü kümeleri gibi kavramlarla kademeli olarak yüzleştirdiğini göstermiştir. Özellikle düzlem ve fonksiyon bölümlerinde, öğretmenin başlangıçtaki hareket odaklı perspektiften eşleşme perspektifine kısmen ilerleyebildiği, ancak bu ilerlemenin kavramsal düzeyde tam olarak yerleşemediği tespit edilmiştir. Vektör kavrayışı da benzer şekilde yer-yön ifadelerinden cebirsel temsile geçişte sınırlı kalmış, kavramları bağımsız bir şekilde sistemleştirmekte güçlük yaşadığı görülmüştür (MP2, MP12, MP16, EP1, EP9).

4.5. Öğretmenlerin Bireysel Olarak Öteleme Dönüşümünü Anlamalarının İncelenmesi – Şeyma

Ortaokul matematik öğretmeni Şeyma'nın öteleme dönüşümüne ilişkin tanım, vektör kavrayışı, düzlem algısı ve fonksiyonel bakış açısı detaylı olarak incelenmiştir. Görüşme sürecinde öğretmenin başlangıçtaki sezgisel ve hareket odaklı bakış açısı ile sürecin sonunda kazandığı eşleşme perspektifi arasındaki değişim analiz edilmiş; bölüm sonunda bu değişimleri özetleyen bir tablo sunularak öğretmenin görüşme öncesi ve sonrası perspektif değişimleri açık biçimde gösterilmiştir.

4.5.1. Şeyma öğretmenin öteleme dönüşümünü anlayışına ilişkin ilk bulgular:

Şeyma öğretmenin öteleme dönüşümüne yönelik ilk açıklamaları, kavramı günlük yaşam deneyimleri ve fiziksel hareket temelli örnekler üzerinden tanımladığını göstermektedir. Görüşme başlangıcında öteleme dönüşümünü “aklımıza bir noktanın bir şeklin konumunun değişmesi geliyor” biçiminde ifade etmesi, dönüşümü teknik ya da cebirsel bir yapıdan ziyade sezgisel düzeyde ele aldığını (MP1 – Sezgisel Tanım Üretme) ortaya koymaktadır.

Dönüşümler arasında yaptığı karşılaştırmalarda ötelemenin yalnızca şeklin konumunu değiştirdiğini, şeklin kendisinde herhangi bir bozulma veya yön değişimi olmadığını vurgulaması, öğretmenin ötelemeyi simetri ve dönmeden ayırt edebildiğini göstermektedir. Bu bulgu, katılımcının dönüşümün tanımlayıcı özelliklerinden bazılarını fark ettiğini, ancak bu farkındalığın cebirsel ya da fonksiyonel bir yapı ile ilişkilendirilmediğini ortaya koymaktadır.

Öğretmenin örneklerinde yer-yön ifadelerini (sağa, sola, bir yerden bir yere geçme vb.) sıklıkla kullanması, ötelemeyi adres tarifleri veya beden eğitimi derslerinde pas atma gibi fiziksel hareket durumları üzerinden açıklaması, kavramı bir taşıma veya hareket etme eylemi olarak gördüğünü (MP2 – Hareket/Taşıma/Yer Değiştirme İfadesi) ve bu hareketi temel yer/yön kavramlarıyla sınırlandırdığını (MP3 – Yer/Yön İfadesi) göstermektedir.

Araştırmacının yönlendirmesiyle öteleme dönüşümüne örnek olmayan bir durumu ifade ederken yansımanın, ötelemekten farklı olarak şeklin bakış yönünü değiştirdiğini vurgulaması, öğretmenin görsel odaklı düşünme eğilimini (MP4 – Yalnızca Şekil/Görsel Odaklı Düşünebilme) ortaya koymuştur. Bu bağlamda dönüşümleri ayırt ederken şeklin fiziksel özellikleri ve görünümü üzerinden ilerlediği, soyut cebirsel yapı veya fonksiyonel tanımlamaya dair bir ifade kullanmadığı gözlenmiştir.

Genel olarak bu ilk aşamada Şeyma öğretmenin öteleme dönüşümüne ilişkin bilgisinin sezgisel tanımlama (MP1), yer-yön ifadesi (MP3) ve hareket/taşıma temelli açıklamalarla (MP2) sınırlı kaldığı belirlenmiştir. Ayrıca dönüşümün yönlendirici nesnesi olan vektör veya fonksiyonel doğasına dair herhangi bir kavramsal yapının bu aşamada ortaya çıkmadığı görülmüştür. Bu bulgular, öğretmenin ötelemeye ilişkin

başlangıç anlayışının tamamen hareket perspektifi (MP1, MP2, MP3, MP4) odaklı olduğunu göstermektedir. Eşleştirme perspektifine dair herhangi bir işaret gözlemlenmemiştir.

4.5.2. Şeyma öğretmenin vektör algısına ilişkin bulgular:

Şeyma öğretmenin öteleme dönüşümüne yönelik ilk açıklamaları, kavramı günlük yaşam deneyimleri ve fiziksel hareket temelli örnekler üzerinden tanımladığını göstermektedir. Görüşme başlangıcında öteleme dönüşümünü “aklımıza bir noktanın bir şeklin konumunun değişmesi geliyor” biçiminde ifade etmesi, dönüşümü teknik ya da cebirsel bir yapıdan ziyade sezgisel düzeyde ele aldığını (MP1 – Sezgisel Tanım Üretme) ortaya koymaktadır.

Dönüşümler arasında yaptığı karşılaştırmalarda ötelemenin yalnızca şeklin konumunu değiştirdiğini, şeklin kendisinde herhangi bir bozulma veya yön değişimi olmadığını vurgulaması, öğretmenin ötelemeyi simetri ve dönmeden ayırt edebildiğini göstermektedir. Bu bulgu, katılımcının dönüşümün tanımlayıcı özelliklerinden bazılarını fark ettiğini, ancak bu farkındalığın cebirsel ya da fonksiyonel bir yapı ile ilişkilendirilmediğini ortaya koymaktadır.

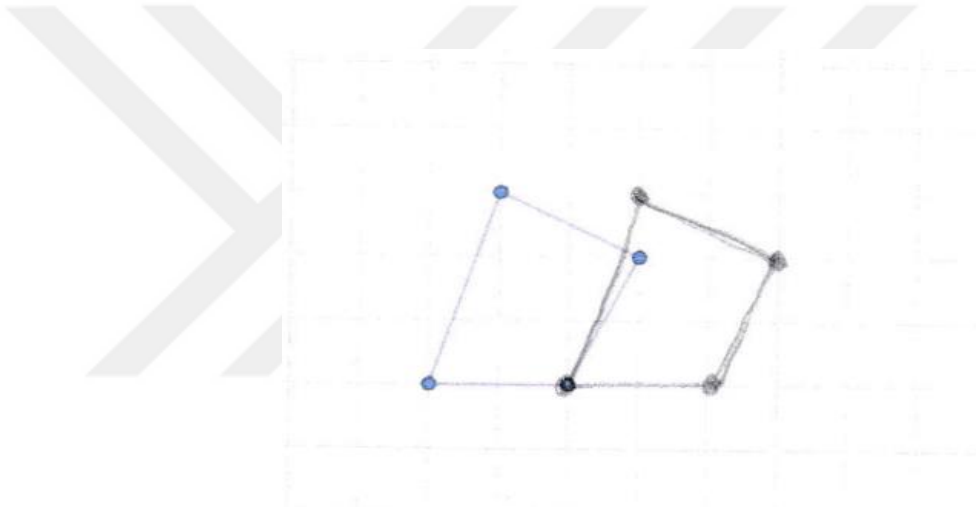
Öğretmenin örneklerinde yer-yön ifadelerini (sağa, sola, bir yerden bir yere geçme vb.) sıklıkla kullanması, ötelemeyi adres tarifleri veya beden eğitimi derslerinde pas atma gibi fiziksel hareket durumları üzerinden açıklaması, kavramı bir taşıma veya hareket etme eylemi olarak gördüğünü (MP2 – Hareket/Taşıma/Yer Değiştirme İfadesi) ve bu hareketi temel yer/yön kavramlarıyla sınırlandırdığını (MP3 – Yer/Yön İfadesi) göstermektedir.

Araştırmacının yönlendirmesiyle öteleme dönüşümüne örnek olmayan bir durumu ifade ederken yansımanın, ötelemekten farklı olarak şeklin bakış yönünü değiştirdiğini vurgulaması, öğretmenin görsel odaklı düşünme eğilimini (MP4 – Yalnızca Şekil/Görsel Odaklı Düşünebilme) ortaya koymuştur. Bu bağlamda dönüşümleri ayırt ederken şeklin fiziksel özellikleri ve görünümü üzerinden ilerlediği, soyut cebirsel yapı veya fonksiyonel tanımlamaya dair bir ifade kullanmadığı gözlenmiştir.

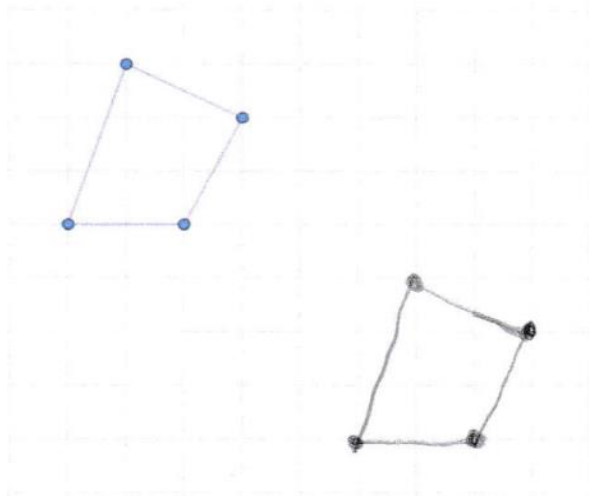
Uygulama soruları, öğretmenin vektör kavrayışındaki dönüşümü anlamak açısından önemli ipuçları sunmuştur. Bir dörtgenin 2 birim sağa ötelenmesi

istendiğinde (Şekil 4.31) öğretmen bunu “açık ve net” bularak kolayca çözebileceğini ifade etmiştir. Benzer şekilde dörtgenin 5 birim sağa ve 4 birim aşağı ötelenmesi (Şekil 4.32) istendiğinde de işlemi rahatlıkla gerçekleştirmiştir. Bu aşamada öğretmenin yer-yön ifadeleriyle tanımlanmış soruları kolaylıkla çözebilmesi, kavrayışının yön ve mesafe bilgisine dayalı sezgisel bir düzlemde şekillendiğini göstermektedir. Bu durum, öğretmenin MP8 – Vektör Yerine Yer/Yön İfadeleri Beklemek kodunu sürdürdüğünü ancak sorunun diline uygun verildiğinde işlevsel bir işlem gerçekleştirebildiğini ortaya koymaktadır.

Şekil4.31. Şeyma öğretmenin yer-yön ifadeleri kullanarak 2 br sağa öteleme dönüşümü uygulaması



Şekil 4.32. Şeyma öğretmenin yer-yön ifadeleri kullanarak 5 br sağa, 4 br aşağı öteleme dönüşümü uygulaması

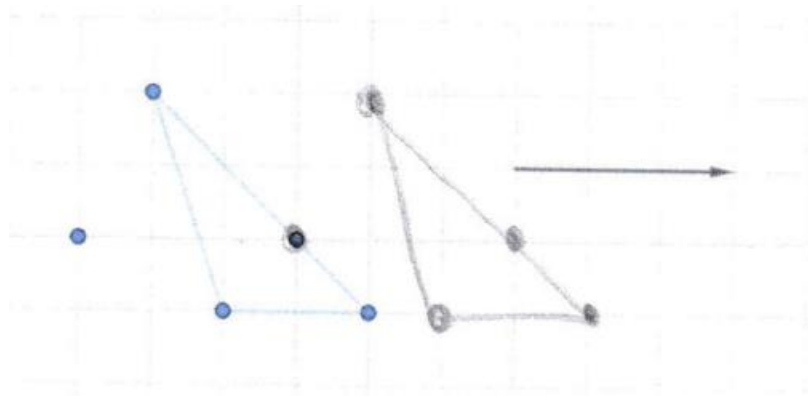


Genel olarak bu ilk aşamada Şeyma öğretmenin öteleme dönüşümüne ilişkin bilgisinin sezgisel tanımlama (MP1), yer-yön ifadesi (MP3) ve hareket/taşıma temelli açıklamalarla (MP2) sınırlı kaldığı belirlenmiştir. Ayrıca dönüşümün yönlendirici nesnesi olan vektör veya fonksiyonel doğasına dair herhangi bir kavramsal yapının bu aşamada ortaya çıkmadığı görülmüştür. Bu bulgular, öğretmenin ötelemeye ilişkin başlangıç anlayışının tamamen hareket perspektifi (MP1, MP2, MP3, MP4) odaklı olduğunu göstermektedir. Eşleştirme perspektifine dair herhangi bir işaret gözlemlenmemiştir.

4.5.3. Şeyma öğretmenin düzlem kavrayışına ilişkin bulgular:

Şeyma öğretmenin öteleme dönüşümünde vektörün rolüne ilişkin kavrayışını ortaya koymak amacıyla yöneltilebilir uygulamalı sorular, öğretmenin bu kavrama dair bilgi eksikliğini ve sezgisel bakış açısının sınırlarını ortaya koymuştur. İlk uygulamada, yukarı yönlü 2 birimlik bir vektör ve bir dörtgen verilerek öteleme dönüşümü sonrasında oluşacak görüntünün bulunması istendiğinde (Şekil 4.33), öğretmen verilen vektörü yalnızca bir yön oku olarak algılamış ve işlemi gerçekleştiremeyeceğini belirtmiştir. Bu durum, öğretmenin vektörün öteleme dönüşümündeki yön ve miktar belirleyici işlevini fark edemediğini göstermektedir (MP6 – Vektörün Yön ve Miktar İşlevini Kavrayamama, MP8 – Sezgisel Vektör Algısı).

Şekil 4.33. Şeyma öğretmenin düzlem algısına ilişkin ilk uygulama sorusu



Benzer şekilde ikinci soruda dörtgen sağ yönlü 2 birimlik bir vektör ile verilmesine rağmen öğretmen yalnızca yön ifadesine odaklanmış, kaç birim ötelenmesi gerektiğini anlayamadığını ifade etmiştir. Kendi eğitim sürecinde yön ve

birim bilgilerinin birlikte verildiğini belirterek geçmiş öğrenme deneyimlerinin hala yer-yön ifadelerine dayalı sezgisel yaklaşımı pekiştirdiğini dile getirmiştir. Bu bulgu, katılımcının vektörü cebirsel bir yönlü büyüklük yerine yalnızca hareket yönünü gösteren bir işaret gibi değerlendirdiğini ortaya koymaktadır.

Dikkat çekici bir diğer bulgu ise öğretmenin öteleme dönüşümünde vektörü anlamlandıramazken, yansıma dönüşümünde eksenin somut bir referans sağladığını ve bu nedenle işlem yapabileceğini belirtmesidir. Bu durum, öğretmenin kavramsal bilgisinin somut nesneler üzerinden şekillendiğini, vektörün soyut yapısını kavramakta zorlandığını göstermektedir (MP5 – Somut Nesneye Dayalı Kavrama, MP7 – Soyut Vektör Algısı Zayıf).

Çapraz yönde verilen vektörler öğretmenin kısmi bir kavrayış geliştirmesine yol açmıştır. Örneğin $(-3, -2)$ vektörü ile sorulduğunda öğretmen daha önce kavrayamadığı birim bilgisini sezgisel olarak “2 birim aşağı, 3 birim sola” şeklinde yorumlamıştır. Bu bulgu, öğretmenin vektörün yatay ve dikey bileşenlerini yer-yön ilişkisi bağlamında anlamlandırabildiğini, ancak bu bilgiyi cebirsel düzeye taşıyamadığını göstermektedir. Ayrıca öğretmen, bu tür gösterimlerin öğrenciler için anlaşılabilir olmayabileceğini belirterek pedagojik bir kaygı da dile getirmiştir.

Sözel sorgulamalarda ise öğretmenin vektör kavramına ilişkin sezgisel bilgi dağarcığı daha görünür hale gelmiştir. “Vektör nedir?” sorusuna öğretmen, lise fizik derslerinden hatırladığını söyleyerek vektörü “bir cismin ya da noktanın konumunu değiştirirken kullandığımız bir büyüklük” olarak tanımlamıştır. Bu tanım, vektörü yer değiştirme ile ilişkilendirdiğini göstermektedir (MP2 – Yer/Yön İfadesi, MP5 – Somut Kavrama, MP6 – Sezgisel Vektör Tanımı). Bununla birlikte, öğretmen vektörü matematiksel olarak yönlü sayı çifti biçiminde ifade edememiştir.

Uygulamalarda ise öğretmenin kavrayışında farklılıklar gözlenmiştir. Bir dörtgenin 2 birim sağa ötelenmesi istendiğinde öğretmen bunu doğru biçimde uygulamış, benzer şekilde dörtgenin 5 birim sağa ve 4 birim aşağı ötelenmesi gerektiğinde de işlemi gerçekleştirmiştir. Bu bulgu, öğretmenin yer-yön ifadeleriyle tanımlanmış sorularda işlem yapabildiğini, ancak bu yaklaşımının sezgisel düzeyde kaldığını göstermektedir (MP8 – Yer-Yön İfadesiyle Başarı).

Öğretmenin önceki başarısız uygulamalara dönerek geriye dönük farkındalık geliştirdiği de gözlenmiştir. Daha önce “ok” olarak yorumladığı ifadenin aslında yön ve birim bilgisini içeren bir vektör olduğunu fark etmiş ve öteleme dönüşümünün parametresinin vektör olduğunu belirtmiştir. Bu bulgu, öğretmenin hareket perspektifinden soyut eşleme bakışına doğru sınırlı da olsa bir geçiş yapabildiğini göstermektedir (EP5 – Soyut Eşleme Perspektifine Geçiş).

Bununla birlikte öğretmenin vektörün cebirsel temsilde bilgi eksikliği devam etmiştir. Vektörü $v = (3,2)$ biçiminde yönlü sayı çifti olarak yazamadığını ya da hatırlamadığını ifade etmesi, vektörü cebirsel bir nesne olarak içselleştiremediğini göstermektedir (MP5 – Cebirsel Temsil Eksikliği, MP6 – Soyut Vektör Eksik Kavrama). Katılımcı, vektörü hâlâ yer-yön ifadeleri üzerinden açıklamış ve yalnızca çapraz yönde verildiğinde yatay ve dikey bileşenleri sezgisel olarak tanımlayabilmiştir. Bu durum, öğretmenin vektörü sayısal bir parametre olarak sistematik biçimde kullanma düzeyine ulaşamadığını göstermektedir (EP4 – Sistematik Parametre Kullanamama, EP5 – Kısmi Soyutlama).

Genel olarak bulgular, Şeyma öğretmenin öteleme dönüşümünde vektörü soyut bir matematiksel yapı olarak kavrayamadığını, yön ve yer ifadelerine dayalı sezgisel yaklaşımları sürdürdüğünü göstermektedir. Öğretmen, araştırmacının yönlendirmeleriyle kısmi farkındalık geliştirmiş olsa da vektörün cebirsel parametre işlevini içselleştirmekte güçlük yaşamıştır.

4.5.4. Şeyma öğretmenin öteleme dönüşümü fonksiyonuna yönelik algısı:

Şeyma öğretmenin öteleme dönüşümünü fonksiyonel boyutta kavrama süreci, mülakat boyunca ortaya çıkan kavramsal geçişler ve sınırlılıklarla birlikte gözlenmiştir. Öğretmen ötelemeyi başlangıçta “bir noktanın veya şeklin konumunun değişmesi” şeklinde tanımlamış ve bu değişimin şekli dönüştürmediğini vurgulamıştır. Bu tanım, öğretmenin ötelemeyi daha çok fiziksel hareket temelli bir kavrayışla ele aldığını göstermektedir.

Sürecin ilerleyen aşamalarında, ötelemenin matematiksel olarak nasıl ifade edileceğine dair sorular öğretmeni daha ayrıntılı açıklamalara yönlendirmiştir.

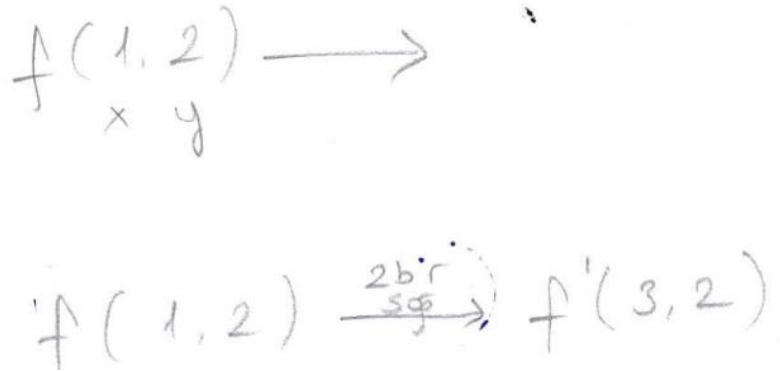
Öğretmen, “bir düzlemde nokta ya da şekil olarak verilen görsellerin düzlemde yapmış olduğu hareketlerin vektör ya da sağ-sol şeklinde belirtilmesiyle o düzleme ait olan belirtilmiş ya da belirtilmemiş tüm noktaların tüm düzlemin hareketliliği söz konusu oluşan yeni bir durum” ifadesini kullanarak ötelemeyi açıklamıştır. Bu açıklamada öğretmenin, vektör, düzlem ve tüm noktalar gibi kavramları kullanmaya başladığı görülmektedir. Bu durum, dönüşümün tüm düzleme uygulanması gerektiğine dair bir kabul geliştirdiğini göstermektedir. Ancak öğretmenin tanımı formel bir fonksiyon ifadesi yerine sözel betimleme düzeyinde kalmıştır.

Araştırmacının yönlendirmesiyle birebirlik, örtenlik ve ters fonksiyon kavramları hatırlatıldığında, öğretmen bu kavramları kabul ederek ötelemeyi birebir ve örten bir dönüşüm olarak ifade edebilmiştir. Ayrıca dönüşümün tersinin de var olduğunu belirtmiştir. Bununla birlikte, öğretmenin vektörün cebirsel ifadesine yönelik sınırlılıkları dikkat çekmektedir. Örneğin A noktasının cebirsel olarak vektör

$$v = (3, 2)$$

ile ötelenmesi yerine, “2 birim sağ” gibi sözel yön belirten açıklamalar yapmıştır (Şekil 4.34). Bu bulgu, öğretmenin vektörü kavramsal bir parametre olarak gördüğünü ancak cebirsel düzeyde ifade etmekte zorlandığını göstermektedir (EP5 – Fonksiyonel Kavrayışta Vektörün Parametre Rolü).

Şekil 4.34. Şeyma öğretmenin öteleme dönüşümü fonksiyonunu yazarken vektörü sözel olarak tanımlaması



The image shows handwritten mathematical notation. The top part shows a function $f(x, y)$ with an arrow pointing to the right. Below this, there is a specific example: $f(1, 2)$ with an arrow labeled "2 birim sağ" (2 units right) pointing to $f'(3, 2)$.

Mülakat süreci boyunca öğretmenin ifadelerinde, öteleme dönüşümünü fonksiyonel bir yapıdan ziyade fiziksel bir hareket olarak algıladığına dair göstergeler ortaya çıkmıştır. Örneğin, “Görüntüler matematiksel olabilir” ve “küme mi acaba, fonksiyon mu?” şeklindeki ifadeleri, öğretmenin bu kavramları sezgisel düzeyde düşündüğünü, ancak bunları net bir matematiksel model ile ifade etmekte zorlandığını göstermektedir.

Elde edilen bulgular, Şeyma öğretmenin öteleme dönüşümünü başlangıçta hareket temelli bir bakış açısıyla ele aldığını, süreç içerisinde ise eşleme temelli bir yaklaşıma doğru kısmi bir ilerleme gösterdiğini ortaya koymaktadır. Öğretmen, ötelemenin tüm düzleme uygulanması gerektiğini kabul etmiş; dönüşümün birebirlik ve örtenlik özelliklerini sezgisel olarak açıklayabilmiş ve ayrıca ters dönüşümün varlığını da dile getirmiştir.

Bununla birlikte, öğretmenin vektörün cebirsel ifadesi ve dönüşümün fonksiyonel eşleme biçiminde yazılması konularında sınırlılıklar yaşadığı görülmüştür. Bu bulgular, öğretmenin öteleme dönüşümüne ilişkin zihinsel modelinde, hareket perspektifi ile eşleme perspektifi arasında bir geçiş süreci yaşadığını, ancak bu iki yaklaşımı tam olarak bütünleştiremediğini göstermektedir (MP1 – Sezgisel Tanım Üretme, MP6 – Vektörün Rolünü Kavrama, EP2 – Fonksiyonel Özelliklerin Farkındalığı, EP5 – Fonksiyonel Kavrayışta Vektörün Parametre Rolü).

4.6. Öğretmenlerin Bulgularının Genel Olarak Karşılaştırmalı Değerlendirilmesi

4.6.1. Öğretmenlerin öteleme dönüşümüne ilişkin ilk bulgularının karşılaştırmalı olarak değerlendirilmesi

Beş öğretmenin öteleme dönüşümüne ilişkin kavrayışları karşılaştırıldığında, sürecin başlangıcında tüm katılımcıların sezgilere dayalı tanımlamalar yaptığı görülmektedir. Bu durum, MP1 (Sezgisel Tanım Üretme) kodu çerçevesinde ortak bir özellik olarak öne çıkmaktadır. Öğretmenler, ötelemeyi genellikle “şeklin yönü değişmeden taşınması”, “yer değiştirme” ya da “sağa-sola ilerleme” gibi ifadelerle

açıklamışlardır. Bununla birlikte, bu sezgisel açıklamalar farklı yönelimler sergilemiştir: bazı öğretmenler (ör. Hanife, Şeyma) hareket ve yer-yön odaklı tanımlarla (MP2, MP3) süreci betimlerken, bazıları (ör. Fadime) bu açıklamaları koordinat sistemi üzerinden çizimlerle desteklemiş ve daha görselleştirilmiş bir yaklaşım ortaya koymuştur (MP4).

Ebru öğretmenin açıklamaları da şekil odaklı olmakla birlikte, yalnızca şekli bütün olarak değil, aynı zamanda geometrik nesneler (nokta, doğru, doğru parçası) düzeyinde ele alınmış ve böylece şekil odaklılığın kapsamı genişletilmiştir. Ayrıca Ebru öğretmen, yer-yön ifadelerinin ötesine geçerek vektörün parametre ve doğrultu bilgisine dikkat çekmeye çalışmış, ancak bu bilgiyi cebirsel ya da fonksiyonel bir düzeye taşımakta güçlük yaşamıştır. Hasan Ali öğretmen ise diğerlerinden ayrılarak ötelemeyi fonksiyon olarak tanımlayan tek katılımcı olmuştur. Bu yönelimi EP1 (Fonksiyonel Tanım Üretme) koduna işaret etse de açıklamaları sezgisel düzeyde kalmış ve fonksiyon kavramı teknik bir kesinlik kazanmamıştır.

Ortak temalardan biri, vektörün parametre rolünün katılımcılar tarafından yeterince içselleştirilememiş olmasıdır. Öğretmenler, vektörün ötelemedeki belirleyici rolünü ya hiç vurgulamamış (ör. Hanife, Şeyma) ya da yalnızca yüzeysel biçimde ele almışlardır (ör. Ebru). Bununla birlikte Hasan Ali'nin fonksiyonel açıklama eğilimi, Ebru'nun parametre ve doğrultuya dikkat çekmesi ve Fadime'nin koordinat düzlemine dayalı çizimleri, öğretmenlerin kavramsal gelişiminde farklı yönelimlerin bulunduğunu göstermektedir. Öte yandan, katılımcıların hiçbirinde görüşmenin başlangıç bulgularında EP2 (Nokta Eşlemesi) söylemine rastlanmamıştır. Bu durum, ötelemenin fonksiyonel yapısının ve tanım-görüntü kümesi ilişkilerinin öğretmenler tarafından başlangıç düzeyinde yeterince temsil edilemediğini ortaya koymaktadır.

Sonuç olarak, tüm katılımcılar ötelemeyi sezgisel ve hareket odaklı bir bakış açısıyla tanımlamış; görsel destekler, şekil odaklılık, yer-yön ifadeleri ve taşıma metaforları bu sürece eşlik etmiştir. Bununla birlikte, Ebru'nun vektör parametresine yönelimi ve geometrik nesnelere vurgu yapması, Fadime'nin çizim temelli açıklamaları ve Hasan Ali'nin fonksiyonel söyleme yönelik girişimi, katılımcılar arasında farklılaşan yönelimler olarak öne çıkmıştır. Ancak genel olarak değerlendirildiğinde, öğretmenlerin öteleme dönüşümünü fonksiyonel boyutta ve

cebirsel temsiller düzeyinde tanımlamakta sınırlı kaldıkları, kavramı daha çok sezgisel ve görsel temsiller üzerinden inşa ettikleri anlaşılmaktadır. Bu bulgulara dair ayrıntılı kodlamalar için bkz. Tablo 4.3.

Tablo 4.3. *Katılımcıların Öteleme Tanımı Algılarına Yönelik Kodlar*

Katılımcılar	Başlangıç Kodları	Bitiş Kodları
Hasan Ali	MP1, MP3, MP4, EP1	MP3(Gelişim), MP4, EP1, EP2, EP3
Fadime	MP1, MP2, MP3, MP4	EP1, EP3
Ebru	MP1, MP2, MP3, MP4	MP4, EP1, EP3
Hanife	MP1, MP2, MP3, MP4	MP2, MP4, EP1(Kısmen), EP2, EP3
Şeyma	MP1, MP2, MP3, MP4	EP2

4.6.2. Öğretmenlerin öteleme dönüşümünün parametresine (vektör) ilişkin algısına yönelik bulgularının karşılaştırmalı olarak değerlendirilmesi

Öğretmenlerin tamamında, öteleme dönüşümünün parametresi olan vektör kavramına ilişkin doğrudan ve yerleşik bir farkındalık bulunmadığı görülmüştür. Başlangıçta tüm katılımcılar vektörü “ok”, “ışın” ya da yalnızca “yer-yön ifadesi” ile açıklamış; bu durum vektörün dönüşümdeki işlevinin kavramsallaştırılmadığını ortaya koymuştur. Bu bağlamda, özellikle MP5 (Vektör Hakkında Bilgi Eksikliği), MP6 (Vektörün Öteleme Dönüşümündeki Görevini Bilmemek) ve MP8 (Vektör Yerine Yer/Yön İfadeleri Beklemek) kodları tüm katılımcılarda gözlemlenmiştir.

Bununla birlikte, öğretmenler arasında farklılaşan yönelimler de dikkat çekmektedir. Hasan Ali, dikey vektörleri yanlış yorumlamış ve farklı geometrik nesnelerle ilişkilendirmiş olsa da çapraz yönlü vektörlerle karşılaştığında nesneyi doğrudan “vektör” olarak adlandırmış ve bileşenlerine ayırarak açıklayabilmiştir. Bu durum, onun süreç içinde EP5 (Vektörü Öteleme Dönüşümünün Parametresi Olarak Tanımlama) eğilimini geliştirdiğini göstermektedir. Fadime ise başlangıçta vektörü yalnızca “ok” şeklinde tanımlamış, hatta bu temsili öğrenciler için karışık bulduğunu ifade etmiştir. Ancak sorgulamalar ilerledikçe vektörün parametre rolünü kabul etmiş ve cebirsel işlemleri doğru biçimde uygulayarak (EP3 – Cebirsel Olarak Öteleme Yapabilme) diğer katılımcılardan daha güvenli bir uygulama sergilemiştir.

Ebru, vektörün işlevini daha çok yön belirleme ve adım sayısı verme düzeyinde değerlendirmiş, ancak cebirsel yapısını sistematikleştirmekte zorlanmıştır. Çapraz yönlü ötelemelerde yaşadığı tereddüt, bileşen fikrinin zihinsel olarak tam yapılandırılmadığını göstermektedir. Ayrıca vektörün başlangıç noktasını sabitleme eğilimi, onun bu nesneyi serbest bir parametre olarak değil, sabitlenmiş bir yönlendirici olarak algıladığını ortaya koymuştur. Hanife ise yön ve miktar bileşenlerini ayırabilmiş, fakat açıklamalarında yoğun olarak yer-yön ifadelerine bağlı kalmıştır. Çapraz yönlü vektörlerde ilk etapta karışıklık yaşasa da, araştırmacının yönlendirmeleriyle parametre rolünü kısmen fark etmiş (EP5) ve sınırlı da olsa cebirsel uygulamalar yapabilmiştir (EP3). Şeyma da benzer şekilde vektörün bileşenlerini ayrı ayrı düşünmüş, cebirsel gösterime mesafeli durmuş ve daha çok yer-yön ifadelerine dayalı açıklamalar yapmıştır. Ancak o da yönlendirmelerle birlikte vektörün parametre rolüne kısmen yaklaşabilmiştir.

Özellikle çapraz yönlü vektörler, tüm öğretmenler için belirleyici bir dönüm noktası olmuştur. Bu tür sorular, katılımcıları “ok”, “ışın” ya da yer-yön odaklı düşünme biçimlerinden uzaklaştırmış; parametre rolüne dair sezgisel bir farkındalık kazandırmıştır. Klinik sorgulamalar sonucunda öğretmenlerin hepsi cebirsel işlemleri (EP3, EP4) uygulayabilmiş olsa da bu beceriler genellikle görselleştirme desteğiyle gerçekleşmiş ve MP4 (Yalnızca Şekil/Görsel Odaklı Düşünebilme) kodunun belirginliği süreç boyunca korunmuştur.

Sonuç olarak, tüm öğretmenlerde vektör algısı başlangıçta parçalı ve sezgisel düzeyde kalmış, araştırmacının ardışık sorgulamalarıyla kademeli biçimde gelişmiştir. Hasan Ali'nin çapraz vektörde parametre farkındalığı göstermesi, Fadime'nin cebirsel işlemleri güvenle yapabilmesi, Ebru'nun yön ve adım odaklı yaklaşımı, Hanife'nin yer-yön ifadelerine bağlı kalması ve Şeyma'nın bileşenleri ayrı ayrı düşünmesi, öğretmenlerin ortak zorluklar yaşamakla birlikte farklı yönelimler sergilediklerini ortaya koymaktadır. Genel olarak, başlangıçta MP5, MP6, MP7, MP8 kodları baskınken; süreç ilerledikçe EP3, EP4 ve EP5 kodlarına geçişler gözlemlenmiş ve öğretmenlerde kısmi farkındalıkların geliştiği belirlenmiştir. İlgili kodlamalar için bkz. Tablo 4.4.

Tablo 4.4. *Katılımcıların Öteleme Dönüşümünün Parametresine (Vektör) İlişkin Algısına Yönelik Kodlar*

Katılımcılar	Başlangıç Kodları	Bitiş Kodları
Hasan Ali	MP5, MP6, MP7, MP8, EP4	EP4, EP5
Fadime	MP5, MP6, MP7, MP8	EP4, EP5
Ebru	MP5, MP6, MP8	EP5
Hanife	MP5, MP6, MP7, MP8	EP5
Şeyma	MP5, MP6, MP8	EP5 (Kısmen)

4.6.3. Öğretmenlerin düzlem algısına yönelik bulgularının karşılaştırmalı olarak değerlendirilmesi

Çoğu öğretmende ortak olarak görülen durum, düzlemin soyut ve sınırsız bir yapı ($\mathbb{R}^2$) olarak kavranamaması ve bunun yerine düzlemin somut, sınırlı ve görsel

nesneler üzerinden algılanmasıdır. Katılımcılar, öteleme dönüşümünü genellikle “şekil” düzeyinde ele almış, düzlemin tamamını tanım-görüntü kümesi bağlamında düşünmekte zorlanmıştır. Bu nedenle, bulgulara MP9 (Düzlem Hakkında Bilgi Eksikliği), MP10 (Parça-Bütün Ayrımı Kuramamak), MP11 (Sınırlı Algılama/Kapsam Sınırlama) ve MP12 (Düzlemi Tanım Kümesi ve Görüntü Kümesi Olarak Tanımlamamak) kodları tüm öğretmenlerde gözlemlenmiştir.

Bununla birlikte, öğretmenler arasında önemli farklılaşmalar da ortaya çıkmıştır. Hasan Ali, öteleme dönüşümünü parça-bütün ilişkisi bağlamında sınırlı biçimde yorumlamış, üçgenin dışındaki noktaların ötelenip ötelenmeyeceği konusunda kararsız kalmıştır. Üçgenin içinin boyalı verilmesi durumunda tüm noktaları genelleylebilmiş, fakat düzlemin tamamı boyalı olduğunda “düzlemi öteleyemeyiz” ifadesiyle düzlemin soyut yapısını kavrayamadığını açık biçimde göstermiştir. Fadime ise düzlemi çoğunlukla somut nesneler (duvar, kare, bayrak) üzerinden algılamış, bu nedenle düzlemin tanım kümesi/görüntü kümesi olarak kavranması yerine sınırlı şekil parçalarıyla ilişkilendirmiştir. Bu durum onda parça-bütün ayrımını (MP10) belirgin kılmıştır.

Ebru, düzlemi “masa yüzeyi” gibi sınırlı alanlarla özdeşleştirmiş, görünmeyen bölgelerde de nokta olabileceği sezgisini dile getirirse de bu düşüncüyü ötelemenin tanım kümesi/görüntü kümesi anlayışına taşıyamamıştır. Bu yönüyle Ebru’da, soyut düzlem kavrayışına dair örtük ipuçları olsa da bu ipuçları sistematikleşmemiştir. Hanife, şekil odaklı bir düzlem algısıyla hareket etmiş, özellikle boyalı alan senaryolarında yalnızca görünen kısmı ötelenebilir kabul etmiştir. Ancak araştırmacının yönlendirmeleriyle görünmeyen noktaların da ötelenebileceğine dair sınırlı bir farkındalık geliştirebilmiştir. Şeyma ise en belirgin biçimde şekil/görsel odaklı düşünme sergilemiş, başlangıçta yalnızca görünen şekil ve noktaları öteleyebilmiş; görünmeyen noktaların ötelenmesine direnç göstermiştir. Sonraki aşamalarda kısmen farkındalık geliştirse de, düzlem kavrayışı parçalı ve sistematiklikten uzak kalmıştır.

Özellikle iç ve dış noktalar, şekil sınırları ve boyalı alan senaryoları, öğretmenlerin düzlem kavrayışındaki sınırlılıkları ortaya çıkarmıştır. Öğretmenlerin çoğu, şeklin ötelenmesiyle dış noktaların durumunu ayırt edememiş; kimisi “çizilen her şey ötelenecek” yaklaşımıyla sınırlı bir kapsama yönelmiş, kimisi de düzlemin

öteleneyeğini hiç dikkate almamıştır. Klinik sorgulamalar sonucunda, araştırmacının “düzlemde boşluk var mı, görünmeyen noktalar ötelenir mi, tanım kümesi nedir?” gibi yönlendirmeleriyle öğretmenlerde sınırlı da olsa EP6 (Düzlemdeki Bütün Noktaların Ötelenmesi) ve EP7 (Tanım ve Görüntü Kümesi Farkındalığı) kodlarına geçiş gözlemlenmiştir. Ancak bu geçiş oldukça zayıf kalmış ve öğretmenlerin çoğu düzlemin tanım–görüntü kümesi boyutunu sistematik olarak içselleştirememiştir.

Sonuç olarak, tüm öğretmenler başlangıçta şekil odaklı ve somut düzlem anlayışına sahiptir. Hasan Ali’nin parça-bütün vurgusu, Fadime ve Ebru’nun düzlemi somut yüzeylerle ilişkilendirmesi, Hanife’nin yalnızca görünen kısımları dikkate alması ve Şeyma’nın dirençli görsel odaklı yaklaşımı, öğretmenlerin ortak kavram yanılgılarını farklı yönelimlerle sergilediklerini göstermektedir. Her ne kadar klinik sorgulamalarla kısmi farkındalıklar ortaya çıksa da, düzlemi tanım ve görüntü kümesi olarak kavrama süreci tüm katılımcılar için sınırlı kalmıştır. Düzlem algısına yönelik katılımcı kodları Tablo 4.5’te sunulmuştur.

Tablo 4.5. Katılımcıların Düzlem Algısına Yönelik Kodlar

Katılımcılar	Başlangıç Kodları	Bitiş Kodları
Hasan Ali	MP10, MP11, MP12	EP6, EP7
Fadime	MP9, MP10, MP11, MP12	EP6, EP7
Ebru	MP9, MP10, MP11, MP12	MP9, MP12
Hanife	MP9, MP10, MP11, MP12	EP6, EP7

4.6.4. Öğretmenlerin Öteleme Dönüşümü Fonksiyonu Algısına Yönelik Bulgularının Karşılaştırmalı Olarak Değerlendirilmesi

Öğretmenlerin öteleme dönüşümünü fonksiyon kavramı bağlamında ele alışları incelendiğinde, katılımcıların tamamında çeşitli bilişsel sınırlılıklar gözlenmiştir. Özellikle ortaokul düzeyinde görev yapan öğretmenlerde fonksiyon bilgisine ilişkin temel eksiklikler (MP13 – Fonksiyon Hakkında Bilgi Eksikliği) belirgin şekilde ortaya çıkmıştır. Bu eksiklik, birebirlik, örtenlik ve ters fonksiyon gibi ötelemeyle doğrudan ilişkilendirilebilecek özelliklerin (MP15 – Birebirlik/Örtenliği Sorgulayamamak; MP16 – Tersini Alamamak) kavranmasını önemli ölçüde zorlaştırmıştır. Bu nedenle birçok öğretmen, ötelemeyi fonksiyonel bir eşleme olarak tanımlamakta başarısız olmuş (MP14 – Ötelemeyi Fonksiyon Olarak Tanımlayamamak) ve sorular karşısında sessiz kalma veya yalnızca sezgisel düzeyde yanıt verme eğilimi göstermiştir.

Fonksiyonel farkındalığa daha kolay ulaşan öğretmenler ise lise düzeyinde görev yapan katılımcılar olmuştur. Hasan Ali öğretmen ötelemeyi en başta fonksiyon kavramıyla ilişkilendiren tek katılımcı olmuş; bu nedenle EP1 (Fonksiyonel Tanım) ve EP2 (Nokta Eşleştirmesi Söylemi) kodlarına diğer öğretmenlere göre çok daha hızlı bir biçimde ulaşmıştır. Hanife öğretmen ise doğrudan fonksiyonel tanımla başlamamış olsa da, örtük sorularla desteklendiğinde ötelemeyi fonksiyon bağlamında düşünebilmiş ve birebirlik–örtenlik özelliklerine yönelik farkındalık geliştirmiştir (EP8). Bu durum lise öğretmenlerinin, eğitim geçmişleri ve kavramsal ön bilgileri sayesinde fonksiyonel bakış açısına daha hızlı yaklaşabildiklerini göstermektedir.

Ortaokul düzeyinde görev yapan öğretmenlerde ise fonksiyonel bakış açısına ulaşmak çok daha güç olmuştur. Katılımcılar genellikle ötelemeyi şekillerin taşınması veya görsel bir hareket olarak ele almış; düzlemin tüm noktalarını kapsayan sistematik bir eşleme fikrine (EP6 – Düzlemdeki Bütün Noktaların Ötelenmesi, EP7 – Tanım ve Görüntü Kümesi Farkındalığı) bile sınırlı şekilde yaklaşabilmişlerdir. Bu nedenle EP8

(Birebirlik/ Örtelik) ve EP9 (Tersini Alabilme) gibi kavramlara ilişkin sorular çoğunlukla yanıtsız kalmış ya da yalnızca yüzeysel sezgisel ifadelerle geçirilmiştir. Fonksiyonel gösterimlerde (ör. cebirsel tanım, vektörün rolü) yapılan hatalar ve eksiklikler, öğretmenlerin kavramı cebirsel düzeyde bütünleştiremediklerini açıkça ortaya koymaktadır.

Tüm katılımcılar açısından bulgular değerlendirildiğinde, öğretmenlerin öteleme dönüşümünü başlangıçta ağırlıklı olarak hareket perspektifine dayalı, görsel ve şekil odaklı biçimde kavradıkları; fonksiyonel bakış açısına geçişte ise ciddi güçlükler yaşadıkları görülmektedir. Dönüşümün tüm düzleme uygulanması gerektiği fikri, çoğu öğretmen için ancak araştırmacının yönlendirmeleriyle sorgulamalar sonucu fark edilebilmiş; birebirlik, örtelik ve terslenebilirlik özellikleri ise genellikle parçalı ve sezgisel biçimde ifade edilmiştir.

Hasan Ali öğretmenin fonksiyonel kavrayışa en yakın gelişimi sergilemesi, sorgulayıcı ve yapılandırılmış klinik mülakatların öğretmenlerin perspektif geçişlerini destekleyebileceğini göstermektedir. Buna karşılık, Fadime, Ebru, Hanife ve Şeyma öğretmenlerin deneyimleri, fonksiyon kavramının dönüşüm geometrisiyle bütünleştirilmesinde öğretmenlerin alan bilgisi eksikliklerinin ve şekil odaklı algılarının önemli bir engel oluşturduğunu ortaya koymaktadır.

Sonuç olarak, öğretmenlerin fonksiyonel bakış açısına yönelik sınırlılıkları, dönüşüm geometrisinin cebirsel ve fonksiyonel temellerle ilişkilendirilerek öğretilmesi gerekliliğini vurgulamaktadır. Çoklu temsillerin, dinamik yazılımların ve kavramsal tartışmaya dayalı etkinliklerin kullanımı, öğretmenlerin öteleme dönüşümünü yalnızca bir “şekil hareketi” olarak görmekten çıkarıp, tüm düzlemi kapsayan fonksiyonel bir eşleme olarak kavramalarına katkı sağlayabilir. Katılımcıların öteleme dönüşümünü fonksiyon olarak nasıl tanımladıklarını ortaya koyan kodlar Tablo 4.6’da yer almaktadır.

Tablo 4.6. *Katılımcıların Öteleme Dönüşümü Fonksiyonu Algısına Yönelik Kodlar*

Katılımcılar	Başlangıç Kodları	Bitiş Kodları
--------------	-------------------	---------------

Hasan Ali	MP14	EP8, EP9
Fadime	MP14, MP16	EP8
Ebru	MP13, MP16	EP8 (Kısmen), EP9 (Kısmen)
Hanife	MP13, MP14, MP16	EP8 (Kısmen)
Şeyma	MP13, MP14	EP8

5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu araştırmada matematik öğretmenlerinin öteleme dönüşümüne ilişkin kavrayışları dört temel boyutta –tanım, vektör algısı, düzlem algısı ve fonksiyon algısı– incelenmiş; bulgular, öğretmenlerin kavramsal yapıları anlamlandırma biçimlerinin hem ortak yönler hem de bireysel farklılıklar içerdiğini göstermiştir. Araştırma sorularına dayalı olarak ulaşılan sonuçlar, öğretmenlerin öteleme dönüşümüne ilişkin bilgi ve perspektiflerinin, öğrenme geçmişleri, pedagojik yönelimleri ve klinik mülakat sürecinde verilen yönlendirmeler doğrultusunda şekillendiğini ortaya koymaktadır.

5.1. Öğretmenlerin Alan Bilgileri

Araştırmanın bulguları, öğretmenlerin öteleme dönüşümüne ilişkin alan bilgilerinin başlangıçta büyük ölçüde hareket temelli bir perspektife dayandığını göstermektedir. Katılımcıların çoğu ötelemeyi şeklin fiziksel olarak yer değiştirmesi üzerinden açıklamış, bu yaklaşım Flanagan (2001) ve Yanık (2011)’in öğretmen ve öğretmen adaylarında yaygın olarak gözlemlendiği hareket perspektifi ile uyumludur. Ancak, öğretmenlerin bu perspektifi ifade etme biçimleri farklılık göstermektedir. Örneğin Hanife öğretmenin çizimsel açıklamalar yapması, Fadime öğretmenin ise günlük yaşam örneklerine başvurması, ötelemenin soyut bir matematiksel yapıdan ziyade gözlenebilir olgularla ilişkilendirildiğini ortaya koymaktadır.

Hasan Ali öğretmen başlangıçta ötelemeyi yalnızca şeklin kaydırılması olarak yorumlamış, vektörün parametre rolünü göz ardı etmiştir. Bu durum, Flanagan (2001)’in öğrencilerde gözlemlendiği eşleme anlayışının geri planda kalmasıyla örtüşmektedir. Ancak süreç ilerledikçe Hasan Ali öğretmenin çapraz vektörleri bileşenlerine ayırarak koordinat düzleminde doğru ötelemeler yapabilmesi, pedagojik yönlendirmelerle fonksiyonel bakışa doğru bir gelişim gösterdiğini ortaya koymaktadır. Benzer şekilde Fadime öğretmen de başlangıçta ötelemeyi “taşıma/yer değiştirme” olarak tanımlamış, ancak araştırmacı sorgulamaları sonucunda vektörün ötelemenin parametresi olduğu yönünde farkındalık geliştirmiştir. Bu bulgular, Yanık

(2011, 2013) ve Yanık & Flores (2009)'un öğretmen adaylarının vektörün parametre rolünü başlangıçta göz ardı ettiklerini ortaya koyan çalışmalarını destekler niteliktedir.

Vektör kavrayışı açısından katılımcıların çoğu, vektörü yalnızca yön veya doğrultu belirleyen bir araç olarak tanımlamış, cebirsel temsil biçimlerini başlangıçta kavrayamamıştır. Özellikle Ebru ve Şeyma öğretmenler, vektörün yön ve büyüklük bileşenlerine dair sezgisel bir farkındalığa sahip olsalar da cebirsel temsillerden uzak durmuş, açıklamalarında daha çok yer-yön ifadelerine başvurmuşlardır. Bu durum Yanık (2013)'ün, öğretmen adaylarının vektörü çoğunlukla yalnızca yön göstergesi olarak algıladıklarını ortaya koyan bulgularıyla örtüşmektedir. Ayrıca Hasan Ali öğretmenin dikey vektörü yansıma eksenine karıştırmayı, Öksüz ve Güreffe (2019)'un öğrencilerde belirlediği yansıma-öteleme karışıklığını doğrulamaktadır.

Süreç içerisinde Hasan Ali ve Fadime öğretmenlerin vektörün parametre rolünü kavramaları, vektör temelli bir öğretimin kavramsal geçişi destekleyebileceğine işaret etmektedir (Sünker&Zembat, 2012). Literatürde son yıllarda yapılan çalışmalar da bu sonucu destekler niteliktedir. Örneğin, GeoGebra gibi dinamik geometri yazılımlarının kullanıldığı öğretim süreçlerinin öğrencilerin vektör kavrayışını, cebirsel temsilleri ve parametrik ilişkiyi anlamalarını anlamlı düzeyde geliştirdiği bulunmuştur (Aliu, vd; 2025). Bu bulgu, özellikle vektörün yalnızca görsel bir hareket aracı olarak algılanmasının kavramsal öğrenmeyi sınırladığını göstermektedir.

Düzlem algısı açısından, öğretmenlerin çoğu başlangıçta düzlemi sınırlı bir yüzey gibi değerlendirmiştir. Özellikle Ebru ve Hanife öğretmenler, yalnızca şekil içerisindeki noktaların ötelenmesi gerektiğini düşünmüş; bu da ötelemenin kapsamını şekille sınırlandırdıklarını göstermektedir. Buna karşın Hasan Ali ve Fadime öğretmenler, yönlendirmeler sonrasında düzlemin tüm $\mathbb{R}^2$ üzerinde tanımlanması gerektiğini fark etmişlerdir. Bu bulgu, Flanagan (2001) ve Yanık (2013)'ün öteleme dönüşümünün fonksiyonel doğasının kavranabilmesi için düzlem algısının genişletilmesi gerektiğine yönelik vurgularını desteklemektedir.

Sonuç olarak, öğretmenlerin öteleme dönüşümüne ilişkin alan bilgileri başlangıçta çoğunlukla hareket perspektifine dayalıdır. Vektörün parametre rolü ve cebirsel temsiller konusundaki eksiklikler, düzlemin kapsayıcı doğasının yeterince kavranamamasıyla birleştiğinde, öğretmenlerin fonksiyonel bakış açısından uzaklaştığını göstermektedir. Ancak Hasan Ali ve Fadime öğretmenlerin süreçte geliştirdikleri kavramsal farkındalık, uygun pedagojik desteklerle öğretmenlerin alan bilgilerinin derinleştirilebileceğini ortaya koymaktadır. Bu bulgular literatürde de benzer sonuçlar rapor edilmiştir.

Öğretmenlerin öteleme dönüşümüne ilişkin alan bilgilerinin hareket temelli perspektifle sınırlı kalması, yalnızca bu araştırmada değil, literatürde de sıklıkla vurgulanan bir durumdur. Nitekim Gürbüz ve Durmuş'un (2009) çalışması, öğretmenlerin dönüşüm geometrisinde özellikle öteleme, dönme ve yansıma yönelik kavrayışlarının sınırlı olduğunu, çoğunlukla yalnızca şekillerin kaydırılması bağlamında düşündüklerini ortaya koymuştur. Bu durum, katılımcı öğretmenlerimizin de ötelemeyi başlangıçta hareket temelli olarak algılamalarıyla paralellik göstermektedir. Ayrıca söz konusu araştırmada öğretmenlerin ötelemenin fonksiyonel boyutunu ve vektörün parametre rolünü kavramakta zorlandıkları bulgusu, Hasan Ali ve Fadime öğretmenlerin süreç başındaki açıklamalarında da açıkça gözlemlenmiştir. Dolayısıyla mevcut bulgular, Gürbüz ve Durmuş'un (2009) öğretmenlerin alan bilgisi eksikliklerine yönelik tespitlerini destekler niteliktedir.

Benzer şekilde Yıldırım'ın (2020) öğretmen görüşlerine dayalı çalışması, öğretmenlerin öteleme dönüşümünü öğretirken karşılaştıkları güçlüklerin büyük ölçüde kendi alan bilgileriyle ilişkili olduğunu vurgulamaktadır. Yıldırım'ın bulgularında öğretmenler, öğrencilerin ötelemeyi çoğunlukla şekillerin kaydırılması olarak algıladıklarını ve vektörün işlevini anlamakta zorlandıklarını dile getirmişlerdir. Bu gözlemler, Ebru ve Şeyma öğretmenlerin vektörü yalnızca yön belirleyici bir araç olarak yorumlamalarıyla örtüşmektedir. Ayrıca Yıldırım'ın (2020) çalışmasında öğretmenlerin program değişikliklerine rağmen öteleme öğretiminde kavramsal eksikliklerin sürdüğüne dair değerlendirmeleri, bu araştırmadaki öğretmenlerin

düzlem algısı ve cebirsel temsil konusundaki sınırlılıklarıyla büyük ölçüde benzerlik göstermektedir.

Bu bağlamda, mevcut araştırmanın bulguları yalnızca bireysel öğretmenlerin öteleme dönüşümüne ilişkin alan bilgisi sınırlılıklarını ortaya koymakla kalmamakta, aynı zamanda Gürbüz ve Durmuş (2009) ile Yıldırım'ın (2020) çalışmalarında vurgulanan yapısal sorunların günümüzde de geçerliliğini sürdürdüğünü göstermektedir. Özellikle hareket perspektifinin baskınlığı, vektörün parametre rolünün geri planda kalması ve düzlemin kapsayıcı doğasının göz ardı edilmesi, hem geçmiş araştırmaların hem de bu çalışmanın ortak bulguları olarak öne çıkmaktadır. Bununla birlikte, Hasan Ali ve Fadime öğretmenlerin süreç içerisinde vektörün parametre rolünü kavramaya başlamaları, literatürde yeterince tartışılmayan bir boyut olarak, pedagojik yönlendirmelerin öğretmen alan bilgisi gelişimini destekleyebileceğine işaret etmektedir.

5.2. Öğretmenlerin Perspektifleri

Araştırmanın bulguları, öğretmenlerin öteleme dönüşümüne ilişkin perspektiflerinin başlangıçta büyük ölçüde hareket odaklı olduğunu; ancak süreç içerisinde bazı öğretmenlerde eşleştirme perspektifine doğru anlamlı ve kısmi geçişler yaşandığını göstermektedir. Katılımcıların büyük çoğunluğu ötelemeyi, şeklin fiziksel olarak kaydırılması veya görsel bir değişim olarak yorumlamış; düzlemi yalnızca görünen noktalar, boyalı alanlar veya şekillerle sınırlı bir uzay olarak algılamıştır. Bu yaklaşım, Soon (1989) ve Flanagan (2001)'in tanımladığı görsel/hareket düzeyi ile doğrudan uyumludur. Bu bulgu, öğretmenlerin başlangıçta sezgisel düşünceye dayalı, yüzeysel bir anlayışla hareket ettiklerini ve fonksiyonel özelliklere ilişkin kavrayışlarının oldukça sınırlı olduğunu ortaya koymaktadır.

Araştırmacı yönlendirmeleri, özellikle Hasan Ali ve Fadime öğretmenlerde anlamlı bir kavramsal dönüşüm başlatmış; bu iki öğretmen, ötelemeyi başlangıçta yalnızca şekil üzerinde gerçekleşen bir kaydırma olarak yorumlarken, süreç içerisinde vektörün parametre rolünü fark ederek birebir ve örten bir fonksiyon anlayışına kısmen

ulaşmışlardır. Hasan Ali öğretmenin, başlangıçta yalnızca x ve y koordinatlarındaki değişime odaklanan yüzeysel açıklamalardan, $\mathbb{R}^2$ üzerindeki tüm noktaların ötelenmesi gerektiğini fark etmeye yönelmesi, tanım-görüntü kümesi farkındalığının gelişmeye başladığını göstermektedir (EP6, EP7). Fadime öğretmen ise başlangıçta günlük yaşamdan aldığı nesneler üzerinden şekillenen somut düzlem algısını aşmaya çalışmış; ancak birebirlik, örtenlik ve terslenebilirlik gibi kavramları bütüncül biçimde ilişkilendirmekte zorlanmıştır. Bu durum, Battista (2007)'nin dönüşüm geometrisinin fonksiyonel boyutunun öğretimde sıklıkla ihmal edildiği yönündeki tespitleriyle uyumlu görünmektedir.

Ebru, Hanife ve Şeyma öğretmenlerde ise eşleştirme perspektifine geçiş daha sınırlı düzeyde gerçekleşmiştir. Ebru öğretmenin düzlemi “masa yüzeyi” gibi somut örnekler üzerinden açıklaması, ötelemeyi yalnızca şekle bağlı bir işlem olarak gördüğünü göstermektedir. Hanife öğretmen, başlangıçta şekil odaklı bir bakış açısına sahip olsa da, ötelemeyi simetri ile karıştırmaması yönüyle diğer katılımcılardan ayrılmaktadır. Şeyma öğretmen ise görünmeyen noktaların ötelenmesine direnç göstermiş; ancak boyalı alan senaryoları üzerinden sınırlı düzeyde tanım-görüntü kümesi farkındalığı geliştirebilmiştir. Bununla birlikte bu üç öğretmende de birebirlik, örtenlik, ters dönüşüm ve fonksiyonel ilişki gibi temel kavramların zihinsel olarak bütünleştirilemediği görülmektedir. Bu durum, Gülkılık (2022) ve Yanık (2013)'in öğretmen adaylarının dönüşüm geometrisini anlamada karşılaştıkları kavramsal eksiklikleri vurgulayan bulgularıyla da örtüşmektedir.

Bu sonuçlar, öğretmenlerin kavramsal anlamalarının başlangıçta nesne odaklı ve yerel bir çerçevede şekillendiğini göstermektedir. Ötelemeyi yalnızca bir şekil veya bölge ile sınırlı bir işlem olarak algılamaları, $\mathbb{R}^2$ düzleminin bütünselliğini kavramakta yaşanan güçlüklerin temel kaynağıdır. Literatürde bu durum, kavramsal şemaların eksikliğinden ve fonksiyonel özelliklerin öğretimde yeterince vurgulanmamasından kaynaklanan yaygın bir problem olarak rapor edilmiştir (Battista, 2007; Clements&Battista, 1992; Duval, 1999). Ayrıca, literatürde eşleştirme perspektifi çerçevesinde, ötelemeyi bir birebir eşleme olarak görebilmenin, kavramsal düzeyde

tanım kümesi, görüntü kümesi ve ters dönüşüm gibi bileşenlerin bütünleştirilmesini gerektirdiği vurgulanmaktadır (Yanık, 2013; Gülkılık, 2022). Bu bağlamda, öğretmenlerin yaşadığı zorluklar yalnızca işlemsel bilgi eksikliği değil, aynı zamanda kavramsal yapıların eksik bütünleşmesinden kaynaklanmaktadır.

Sonuç olarak, bulgular öğretmenlerin öteleme dönüşümüne ilişkin başlangıç perspektiflerinin büyük ölçüde hareket odaklı olduğunu ve ötelemeyi fiziksel bir kaydırma ya da görsel bir değişim olarak değerlendirdiklerini göstermektedir. Araştırmacı yönlendirmeleri, bazı öğretmenlerde (özellikle Hasan Ali ve kısmen Fadime) eşleştirme perspektifine doğru anlamlı bir ilerleme sağlamış; ancak katılımcıların çoğunda fonksiyonel özelliklerin kavramsal düzeyde bütüncül olarak içselleştirilemediği görülmüştür. Bu durum, literatürde (Soon, 1989; Flanagan, 2001; Duval, 1999; Battista, 2007; Yanık, 2013; Gülkılık, 2022) ortaya konan biçimde, dönüşüm geometrisinin öğretiminde hareket temelli yaklaşımdan eşleştirme bakış açısına geçişin kritik ama zorlayıcı bir süreç olduğunu ortaya koymaktadır.

5.3. Bilgi ve Perspektiflerdeki Değişimler

Araştırmanın bulguları, öğretmenlerin öteleme dönüşümüne ilişkin kavrayışlarının süreç boyunca sabit ve tek boyutlu olmadığını; aksine, yönlendirmeler, sorgulamalar ve bireysel bilgi altyapısı doğrultusunda dinamik bir gelişim gösterdiğini ortaya koymaktadır. Başlangıçta tüm katılımcılar ötelemeyi büyük ölçüde hareket perspektifi üzerinden, şekillerin fiziksel kaydırılması ve görsel değişimler çerçevesinde açıklamışlardır. Ancak araştırmacı yönlendirmeleriyle birlikte bazı öğretmenlerde, özellikle Hasan Ali, Fadime ve kısmen Hanife ile Şeyma'da, vektörün parametre rolüne ve ötelemenin fonksiyonel özelliklerine ilişkin farkındalıkların kademeli olarak geliştiği görülmüştür. Bu durum, Yanık ve Flores (2009)'un da vurguladığı gibi, uygun sorgulamalar ve hedefe yönelik öğretimsel desteklerle öğretmenlerin hareket perspektifinden eşleştirme perspektifine geçiş yapabildiklerini göstermektedir.

Hasan Ali öğretmen, başlangıçta yalnızca sezgisel ve şekil odaklı açıklamalar yaparken, süreç içerisinde tanım kümesi, görüntü kümesi, birebirlik, örtenlik ve terslenebilirlik gibi temel fonksiyonel kavramları tartışabilecek düzeye ulaşmıştır. Bu durum, Fife, James ve Bauer (2019)'ın ileri düzey fonksiyonel kavrayışların yapılandırılmış sorgulamalarla desteklenebileceğine dair bulgularıyla tutarlıdır. Fadime öğretmen ise başlangıçta yalnızca şekil hareketine odaklanmış, ancak yönlendirmeler sayesinde vektörün parametre rolünü kısmen fark edebilmiştir. Bununla birlikte, birebirlik ve örtenlik gibi kavramlara yönelik farkındalığı sistematik bir düzeyde gelişmemiştir. Bu bulgu, Sünker ve Zembat (2012)'ın ötelemenin vektör kavramı merkeze alınarak işlendiğinde öğrencilerin eşleme perspektifine daha kolay ulaştıklarını ortaya koyan çalışmalarıyla da paralellik taşımaktadır.

Hanife ve Şeyma öğretmenlerde de benzer bir eğilim gözlenmiştir. Hanife öğretmen, başlangıçta yalnızca görünen noktalarla sınırlı bir düzlem algısına sahipken, araştırmacı yönlendirmeleriyle görünmeyen noktaların da ötelenmesi gerektiğini fark etmiş; ayrıca vektörü ötelemenin parametresi olarak ifade etmeye yönelmiştir. Şeyma öğretmen ise süreç boyunca daha sınırlı bir perspektif değişimi yaşamış; vektörün parametre rolünü kısmen fark etmiş, ancak bu farkındalık bütüncül bir fonksiyonel anlayışa dönüşmemiştir. Bu gelişmeler, Sünker ve Zembat (2012)'ın, uygun öğretimsel destek sağlandığında perspektif geçişlerinin mümkün olduğunu ortaya koyan bulgularıyla uyumludur.

Ebru öğretmen ise diğerlerinden ayrılmaktadır. Görselleştirmeyi etkin bir araç olarak kullanarak ötelemeyi çizimler üzerinden açıklaması, hata kontrolünü kolaylaştırmış; ancak soyut temsillere geçişini sınırlamıştır. Düzlemin sınırsız yapısına sezgisel olarak işaret etmesine rağmen, bu farkındalık kavramsal bir düzeyde gelişmemiştir. Literatürde, benzer şekilde, görsel temsillere aşırı bağımlılığın öğrencilerin ve öğretmen adaylarının kavramsal düzeydeki genellemelerini zorlaştırdığı vurgulanmaktadır (Duval, 1999; Clements&Battista, 1992).

Öte yandan, bazı öğretmenlerin düzleme ilişkin özgün yorumları dikkat çekmektedir. Özellikle Şeyma öğretmenin düzlemi “kişiye göre değişen bir alan” olarak yorumlaması ya da Ebru ve Hanife öğretmenlerin düzlemi yalnızca çizili alanlarla sınırlı görmeleri, literatürde nadiren rastlanan bulgular arasında yer almaktadır. Bu durum, kavramsal gelişimin yalnızca araştırmacı yönlendirmeleriyle değil, öğretmenlerin bireysel öğrenme deneyimleri ve bilgi altyapılarıyla da yakından ilişkili olduğunu göstermektedir (Yanık, 2013).

Sonuç olarak, öğretmenlerin bilgi ve perspektiflerindeki değişim kısmi ve bireysel bir karakter taşımaktadır. Çoğu öğretmen, süreç boyunca hareket temelli, şekil odaklı açıklamalardan, vektörün parametre rolüne ve fonksiyonel özelliklere yönelik farkındalıklara doğru ilerleme kaydetmiş; ancak bu geçişler sınırlı düzeyde kalmış ve kalıcı, bütüncül bir fonksiyonel perspektife dönüşmemiştir. Bulgular, literatürde (Yanık, 2013; Yanık & Flores, 2009; Fife, vd., 2019; Duval, 1999; Sünker&Zembat, 2012, 2015) vurgulanan biçimde, dönüşüm geometrisinin öğretiminde hareket perspektifinden eşleştirme perspektifine geçişin kritik fakat zorlayıcı bir süreç olduğunu ortaya koymaktadır.

5.4. Sonuç ve Öneriler

Bu araştırmada öğretmenlerin süreç boyunca sergiledikleri gelişimler ortak bir eğilim göstermektedir: hareket odaklı ve sezgisel açıklamalardan başlayarak yönlendirmelerle birlikte vektörün parametre rolünü fark etmeye ve kısmen fonksiyonel özelliklere yönelmeye çalışmışlardır. Bununla birlikte, bu geçiş çoğu öğretmen için sınırlı düzeyde kalmış; kavramsal farkındalıklar ortaya çıkmış olsa da kalıcı ve bütüncül bir fonksiyonel perspektife dönüşmemiştir. Bu durum, öğretmenlerin dönüşüm geometrisi bilgisi açısından geçici ya da parçalı ilerlemeler kaydedebildiklerini, ancak yapılandırılmış öğretimsel destekler olmadan kalıcı kavramsal değişimlerin gerçekleşmediğini göstermektedir.

Genel olarak bu çalışma, öğretmenlerin öteleme dönüşümüne ilişkin bilgi ve perspektiflerinin homojen olmadığını, aksine bireysel geçmiş, pedagojik yönelim ve

sorgulama sürecine açıklık düzeyi doğrultusunda farklı biçimlerde yapılandığını ortaya koymuştur. Bulgular, öğretmenlerin başlangıçta ötelemeyi hareket temelli olarak algıladıklarını; ancak bazı öğretmenlerin süreç içerisinde eşleme perspektifine geçiş yapabildiklerini göstermektedir. Bu bağlamda, öğretmen eğitimi programlarında dönüşüm kavramlarının yalnızca tanımsal düzeyde değil, fonksiyonel ve cebirsel yapılarıyla birlikte bütüncül bir biçimde ele alınması; kavramsal geçişleri destekleyen yapılandırılmış ve sorgulama temelli yaklaşımlara yer verilmesi önem arz etmektedir.

Araştırmanın bulguları doğrultusunda, matematik öğretmenliği lisans ve hizmet içi eğitim programlarında dönüşüm geometrisi konularının yalnızca şekillerin hareketi üzerinden değil, aynı zamanda vektör, düzlem ve fonksiyon kavramlarıyla ilişkilendirilerek bütüncül biçimde ele alınması gerektiği önerilmektedir. Öğretmenlerin hareket perspektifinden eşleştirme perspektifine geçişini desteklemek amacıyla, adım adım yapılandırılmış ve sorgulamaya dayalı öğrenme etkinliklerine yer verilmesi önemlidir. Bu süreçte, vektörün cebirsel temsili, tanım ve görüntü kümesi kavramı, birebirlik, örtenlik ve terslenebilirlik gibi yapılar somut örneklerle ele alınmalı; ayrıca dinamik geometri yazılımları gibi teknolojik araçların kullanımı teşvik edilmelidir.

Bunun yanı sıra, araştırmacılara yönelik olarak farklı eğitim kademelerindeki öğretmenler ve öğretmen adayları üzerinde benzer klinik mülakat çalışmaları yürütülmesi önerilmektedir. Böylelikle perspektif geçiş süreçlerinin kademeler arası benzerlik ve farklılıkları ortaya konulabilir. Ayrıca bu tür çalışmaların boylamsal olarak tasarlanması, öğretmenlerin kavramsal gelişimlerinin zaman içerisindeki değişimini izlemeye olanak sağlayacaktır. Öteleme dönüşümü dışındaki diğer dönüşüm türleri (yansıma, dönme vb.) üzerine yapılacak benzer analizler de dönüşüm geometrisine dair daha bütüncül bir öğretmen profili ortaya koyacaktır.

Uygulama süreci açısından ise öğretmenlerin derslerinde yalnızca şekil üzerinde hareket eden noktalarla değil, tüm düzlemdeki noktalarla çalışabilecekleri etkinliklere yer verilmesi önerilmektedir. Öğrencilerin ve öğretmenlerin öteleme

dönüşümünü hem görsel-hareket hem de cebirsel-fonksiyonel açıdan anlamlandırmalarını desteklemek amacıyla çoklu temsil (grafik, tablo, cebirsel ifade, sözlü açıklama vb.) kullanımının teşvik edilmesi önemli görülmektedir. Ayrıca, kavramsal yanlış anlamaların açığa çıkarılabilmesi için sınıf içinde klinik mülakat tarzında kısa sorgulama etkinliklerinin tasarlanması, öğrenme sürecini destekleyici bir yaklaşım olarak değerlendirilebilir.

Sonuç olarak, bu çalışma Flanagan (2001), Yanık (2011, 2013) ve Yanık & Flores (2009) gibi literatürde öne çıkan araştırmalarla büyük ölçüde örtüşmekle birlikte, özellikle düzlem ve fonksiyon algısına dair ortaya çıkan özgün gözlemlerle literatüre katkı sağlamaktadır. Klinik mülakatların, öğretmenlerin perspektifler arası geçişlerini destekleyici bir araç olarak işlev görmesi dikkate alındığında, hem öğretmen eğitimi programlarında hem de sınıf içi uygulamalarda bu tür sorgulama süreçlerine daha sistematik biçimde yer verilmesi, dönüşüm geometrisine yönelik derinlemesine ve bütüncül bir anlayışın geliştirilmesine katkı sağlayacaktır.

KAYNAKÇA

- Ada, T. & Kurtuluş, A. (2010) Students' misconceptions and errors in transformation geometry, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41:7, 901-909, DOI: 10.1080/0020739X.2010.486451
- Akarsu, M., & İler, K. (2022). Matematik öğretmenlerinin yansıma dönüşümünün tanım kümesini hareket ve eşleştirme perspektiflerine göre anlamalarının incelenmesi. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23(Özel Sayı), 561-611.
- Aliu, E. R., Jusufi Zenku, T., Iseni, E., & Rexhepi, S. (2025). The advantage of using GeoGebra in the understanding of vectors and comparison with the classical method. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 20(2), em0824. <https://doi.org/10.29333/iejme/16007>
- Arı, A. A., & Baydar Işık, B. (2022). Türkiye’de matematik eğitimi alanındaki pedagojik alan bilgisi çalışmalarının içerik analizi. *Kocaeli Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 5(1), 33-50. <http://doi.org/10.33400/kuje.1034647>
- Baltacı, A. (2018). Nitel araştırmalarda örnekleme yöntemleri ve örnek hacmi sorunsalı üzerine kavramsal bir inceleme. *Bitlis Eren Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 7(1), 231–274.
- Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 843–908). Information Age Publishing.
- Bayazıt, İ., & Aksoy, Y. (2010). Öğretmenlerin fonksiyon kavramı ve öğretimine ilişkin pedagojik görüşleri. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 9(3), 697–723. <http://sbe.gantep.edu.tr>

- Boz, B., Bulut, S., & Yavuz, F. D. (2016). 7. sınıf matematik ders kitaplarında dönüşüm geometrisi işlenişinin öğretim programları açısından değerlendirilmesi. *İlköğretim Online*, 15(4), 1164–1190. <https://doi.org/10.17051/io.2016.86316>
- Carroll, W. M. (1998). Geometric knowledge of middle school students in a reform based mathematics curriculum. *School Science and Mathematics*, 98(4), 188-197.
- Clements, D. H. (1998). *Geometric and spatial thinking in young children* (Report no. NSF-MDR-8954664). Arlington, VA: NATIONAL Science Foundation. (ERIC No. ED436232).
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 420–464). Macmillan Publishing Co, Inc.
- Clement, J. (2000). Analysis of clinical interviews: Foundations and model viability. Lesh, R., Kelly, A. (Ed.) *Handbook of research methodologies for science and mathematics education*, içinde (s. 341-385)
- Cooke, H. (2007). Mathematics for primary and early years. London: Open University
- Copley, J. V. (2000). Geometry and spatial sense in the early childhood curriculum. *The Young Juanita V. Copley (Ed.), Child and mathematics (3rd Ed.)* (s. 105-124). National Association for the Education of Young Children.
- Creswell, J. W. (2014). Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches (4th ed.). SAGE Publications.
- Creswell, J. W., & Poth, C. N. (2018). Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches (4th ed.). Sage Publications.

Damastuti, A.S., Triyanto, & Nurhasanah, F. (2021). Students' Reflective Thinking Ability Based on Their Prior Knowledge in Solving Geometry Problems. *Advances in Social Science, Education and Humanities Research*.

Demir, Ö. & Kurtuluş, A. (2019). Dönüşüm Geometrisi Öğretiminde 5E Öğrenme Modelinin 7. Sınıf Öğrencilerinin Van Hiele Dönüşüm Geometrisi Düşünme Düzeylerine Etkisi .*Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi* , *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi Armağan Özel Sayısı*, 1279-1299. DOI: 10.17494/ogusbd.555483

Denzin, N. K. (1978). *The research act: A theoretical introduction to sociological methods* (2nd ed.). McGraw-Hill.

Edwards, L. D. (2003, February). The nature of mathematics as viewed from cognitive science. *Paper presented at the third congress of the European Society for Research in Mathematics, Bellaria*. Retrieved from https://www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/CERME3/Groups/TG1/TG1_edwards_cerme3.pdf

Ersoy, Y., & Duatepe, A. (2003). Teknoloji destekli matematik öğretimi. *Matematik Köşesi*.

http://www.matder.org.tr/index.php?option=com_content&view=article&catid=8:matematik-kosesi-makaleleri&id=46:teknoloji-destekli-matematik-ogretimi-&temid=38

Eryılmaz Toksoy, S., Akdeniz, A. R., (2015), Öğrencilerin Kuvvet ve Hareket Ünitesi ile İlgili Problemleri Çözerken Güçlük Çektikleri Noktaların İpucu Kartlarıyla Belirlenmesi. *Eğitim ve Bilim*. 40(180), 343-362.

- Fife, J. H., James, K., & Bauer, M. (2019). *A learning progression for geometric transformations* (Research Report No. RR-19-01). Princeton, NJ: Educational Testing Service. doi: 10.1002/ets2.12236
- Flanagan, K. (2001). High school student' understandings of geometric transformations in the context of a technological environment. Ph.D Thesis, *The Pennsylvania State University*.
- Glass, B. (2001). Students' reification of geometric transformations in the presence of multiple dynamically-linked representations (Unpublished doctoral dissertation). *University of Iowa, Iowa City*.
- Groth, R. E., Bergner, J., & Burgess, C. R. (2016). An exploration of prospective teachers' learning of clinical interview techniques. *Mathematics Teacher Education and Development*, 18(2).
- Gülkılık, H. (2022). Pre-service mathematic teachers' understanding of translation. *International Journal of Research in Education and Science*, 8(3), 580–603. <https://doi.org/10.46328/ijres.2820>
- Gürbüz, K., & Durmuş, S. (2009). İlköğretim matematik öğretmenlerinin dönüşüm geometrisi, geometrik cisimler, örüntü ve süslemeler alt öğrenme alanlarındaki yeterlikleri. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Dergisi*, 9(1).
- Güzel, S., & Yılmaz, S. (2022). İlköğretim matematik öğretmenliği lisans öğrencilerinin vektörel çarpım konusundaki alan bilgilerinin incelenmesi. *International Journal of Active Learning*, 7(1), 23–58.
- Hollebrands, K. F. (2003). High school students' understandings of geometric transformations in the context of a technological environment. *Journal of Mathematical Behavior*, 22(1), 55–72. doi: 10.1016/S0732-3123(03)00004-X

Jones, K. (2002). Issues in the teaching and learning of geometry. In *Aspects of Teaching Secondary Mathematics*. Routledge.

Karataş, Z. (2015). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri. *Sosyal Hizmet E-Dergi, Manevi Temelli Sosyal Hizmet Araştırmaları Dergisi*, 1(1), 62–80.

Kılıç, A. S., Temel, H., & Şenol, A. (2015). Öğretmen adaylarının “nokta, doğru, düzlem ve açı” kavramları hakkında bilgi düzeyleri ve kavram yanılgılarının incelenmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 26, 205–229.

Köse, N. (2015). Geometrik Dönüşümlerden Biri: Yansıma Dönüşümünü Anlamak. *Tanımları ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar*. sf. 611-628

Kul, Ü., & Aksu, Z. (2016). Türkiye, Singapur, Güney Kore ortaokul matematik dersi öğretim programlarının pedagojik alan bilgisi bileşenleri bağlamında karşılaştırılması. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(2). <https://doi.org/10.17556/jef.35203>

Lee, M. Y. (2021). The potential relationship between clinical interview skills and teacher noticing: An exploratory study. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19, 793–814.

Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). *Naturalistic inquiry*. Sage.

Martin, G. (1982). *Transformation geometry: An introduction to symmetry*. New York: Springer.

Merriam, S. B., & Tisdell, E. J. (2016). *Qualitative research: A guide to design and implementation* (4th ed.). Jossey-Bass.

- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2013). İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2018). İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2024). *Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı*. Ankara: MEB.
- Orb, A., Eisenhauer, L., & Wynaden, D. (2001). Ethics in qualitative research. *Journal of Nursing Scholarship*, 33(1), 93–96. <https://doi.org/10.1111/j.1547-5069.2001.00093.x>
- Öksüz, H. & Güreffe, N. (2019). Ortaokul 8. Sınıf Öğrencilerinin Öteleme ve Yansıma Konusunda Sahip Olduğu Bilgiler. *4th International Symposium of Turkish Computer and Mathematics Education*, 26-28 September 2019, İzmir. sf. 1082-1090.
- Palinkas, L. A., Horwitz, S. M., Green, C. A., Wisdom, J. P., Duan, N., & Hoagwood, K. (2015). Purposeful sampling for qualitative data collection and analysis in mixed method implementation research. *Administration and Policy in Mental Health and Mental Health Services Research*, 42(5), 533–544. <https://doi.org/10.1007/s10488-013-0528-y>
- Patton, M. Q. (2015). *Qualitative research & evaluation methods* (4th ed.). Sage Publications.
- Porter, A.C. (1989). A Curriculum out of Balance. *Educational Researcher*, 18, 15 - 9.

Sarpkaya Aktaş, G. & Ünlü, M., (2017). Understanding of Eight Grade Students about Transformation Geometry: Perspectives on Students' Mistakes. *Journal of Education and Training Studies* , vol.5, no.5, 103.

Sezgin Selçuk, G., Karabey, B., & Çalışkan, S. (2011). Probleme-dayalı öğrenmenin matematik öğretmen adaylarının ölçme ve vektörler konularındaki başarıları üzerindeki etkisi. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 8(15), 313–322.

Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.

Soon, Y. (1989). An investigation of van Hiele-like levels of learning in transformation geometry of secondary school students in Singapore (Unpublished doctoral dissertation). Florida State University, Tallahassee, FL.

Sünker, S. & Zembat, İ. Ö. (2012). Öteleme Dönüşümünün Wingeom-tr Ortamında Vektörler Yardımıyla Öğretimi . *İlköğretim Online* , 11 (1) , 173-194 . Retrieved from <https://dergipark.org.tr/tr/pub/ilkonline/issue/8590/106767>

Stake, R. E. (1995). The art of case study research. Sage Publications.

Yanık, H. B. (2006). Prospective elementary teachers' growth in knowledge and understanding of rigid geometric transformations [Unpublished doctoral dissertation]. Arizona State University.

Yanık, H. B. (2011). Prospective middle school mathematics teachers' preconceptions of geometric translations. *Educational Studies in Mathematics*, 78(2), 231–260. doi: 10.1007/s10649-011-9324-3

Yanık, H. B. (2013). Learning geometric translations in a dynamic geometry environment. *Education and Science*, 38(168), 272–287.

- Yanık, H. B. & Flores, A. (2009). Understanding rigid geometric transformations: Jeff's learning path for translation. *The Journal of Mathematical Behavior*, 28(1), 41–57. doi: 10.1016/j.jmathb.2009.04.003
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. M. (2012). İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim, (Çev. Ed. Soner Durmuş, Çev: Elementary and middle school mathematics teaching developmentally) Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.
- Xistouri, X. & Pitta-Pantazi, D. (2011). Elementary students' transformational geometry abilities and cognitive style. Paper presented at CERME 7: Working Group 4, European Research in Mathematics Education VII. Rzeszów, Poland.
- Xistouri, X. & Pitta-Pantazi, D. & Gagatsis, A. (2014). Primary school students' structure and levels of abilities in transformational geometry. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 17. 149-164. 10.12802/reime.13.1747.
- Zembat, İ.Ö. (2015). Geometrik Dönüşümlerden Öteleme ve Farklı Anlamları. *Tanımları ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar*. sf. 629-64.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (8. baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım-Yakar, Z. (2020). Investigation of the conformity of program change in transformational geometry sub-learning in terms of teachers. *Trakya Journal of Education*, 10(3), 881-896.
- Yüksel, A. N. (2020). Nitel bir araştırma tekniği olarak: Görüşme. Selçuk Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Aile Danışmanlığı ve Eğitimi Anabilim Dalı.

EKLER

Ek 1. Etik Kurul Kararı



T.C.
AĞRI İBRAHİM ÇEÇEN ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Hukuk Müşavirliği



Sayı : E-95531838-050.99-127594
Konu : Etik Kurul Kararı

28.02.2025

Sayın Doç. Dr. Murat AKARSU

İlgi : Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürlüğünün 11.02.2024 tarih ve 125404 sayılı yazısı

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürlüğünün ilgi yazısına istinaden Doç. Dr. Murat AKARSU'nun danışmanlığında yüksek lisans öğrencisi Sümeyye MERTBEY'in "**Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin Öteleme Dönüşümünü Kavramsal Olarak Anlamalarının İncelenmesi**" başlıklı bilimsel araştırması Ağrı İbrahim Çeçen Üniversitesi Bilimsel Araştırmalar Etik Kurulunca incelenmiş olup, 27.02.2025 tarih ve 48 sayılı karar ile söz konusu araştırmaya izin verilmiştir.

Bilgilerinizi rica ederim.

Prof. Dr. Ebubekir BAKAN
Etik Kurulu Başkanı

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Kodu : *BSRBUHFA00* Pin Kodu : 78342

Belge Takip Adresi : https://ebys.agri.edu.tr/en/Vision/Validate_Doc.aspx?

Adres : Fırat Mah. Yeni Üniversite cad. No:2 AE/1 04100 Merkez, Ağrı – Türkiye

Telefon : 0472 215 98 63 Faks:0472 216 20 08

e-Posta : hukukmurusu@agri.edu.tr Web : www.agri.edu.tr

Kap. Adresi : agriibrahimcecenuniversitesi@hs01.kap.tr

Bilgi için : Yılmaz SABUNCU

Unvanı : Şube Müdürü

Tel No : 1280



Ek 2. Uygulama İzinleri



**T.C.
MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI
ARAŞTIRMA UYGULAMA İZNİ BELGESİ**



Başvuru No: MEB.TT.2025.020842.01

T.C. Kimlik No: 29*****24

Adı Soyadı: SÜMEYYE MERTBEY

Araştırmacının Adı: Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin Öteleme Dönüşümünü Kavramsal Olarak Anlamalarının İncelenmesi

Araştırmacının Niteliği: Yüksek Lisans Tezi

Araştırmacının Örneklem / Çalışma Grubu: Öğretmen

Veri Toplama Aracının Başlığı: Öğretmenlerin Öteleme Dönüşümünü Kavramsal Olarak Anlamalarını Ölçme Soruları

Araştırma Uygulama İzninin Kabul Tarihi: 11.03.2025

Araştırma Uygulama İzninin Bitiş Tarihi: 11.03.2026

Yukarıda kimliği yazılı araştırmacı "Araştırma Uygulama İzinleri Genelgesine (2024/41)" göre belirtilen kapsamda araştırmasını yapmayı taahhüt etmiştir. Araştırmacının bilgi ve belgelerinin uygunluğu kontrol edilmiş olup aşağıda ifade edilen bilgiler kapsamında araştırma uygulama izni Millî Eğitim Bakanlığı ilgili birimleri tarafından onaylanmıştır.

Uygulama Yapılacak İller	Uygulama Yapılacak Birimler	Uygulama Yapılacak MEB Teşkilatları	Uygulama Yapılacak MEB Teşkilatının Kurum Kodu
AĞRI	Ortaokul	Hasan Çöktin Cumhuriyet Ortaokulu	714795
AĞRI	İmam Hatip Ortaokulu	Zafer Koyuncu İmam Hatip Ortaokulu	774727
AĞRI	İmam Hatip Ortaokulu	Halife Yusuf İmam Hatip Ortaokulu	724793
AĞRI	Anadolu Lisesi	Doğubeyazıt Rıza Ertuğrul Eryılmaz Anadolu Lisesi	964313
AĞRI	Anadolu Lisesi	A Takımı-Savaş Ay Anadolu Lisesi	974803
AĞRI	Anadolu Lisesi	Dr. Reşat Erden Anadolu Lisesi	750678

Doğrulama Kodu: 9e38efeabf8e3a5f2b59f35cb249132d2c150d96bd1f76ea6f1cd1eee8b9ef
Doğrulama Adresi: arastirmaiznleri.meb.gov.tr/belge-dogrula
Serhat Mah. 1290. Sokak No:8/B 06374 Yenimahalle/Ankara TÜRKİYE
Telefon No: (0312) 413 43 00, Belgegeçer No: (0312) 413 45 12
e-posta: ttkb.egitimarastirmalari.arastirmaiznleri@meb.gov.tr, internet adresi: ttkb.meb.gov.tr

Sayfa 1/2





T.C.
MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI
ARAŞTIRMA UYGULAMA İZNİ BELGESİ



Uygulama Yapılacak İller	Uygulama Yapılacak Birimler	Uygulama Yapılacak MEB Teşkilatları	Uygulama Yapılacak MEB Teşkilatının Kurum Kodu
AĞRI	Anadolu Lisesi	Ahmedi Hani Anadolu Lisesi	972785
AĞRI	Ortaokul	Hüseyin Celal Yardımcı Kurtuluş Ortaokulu	748507
AĞRI	Ortaokul	14 Nisan Ortaokulu	748508

Not: Okul/kurum yöneticileri tarafından "Araştırma Uygulama İzni" belgesinin ve veri toplama araçlarının (araçlardaki maddelerinin) modülde yer alan belge ve araçlarla aynı olduğu kontrol edilmelidir. Belgeler aynı olmadığı durumda araştırma uygulama izni verilmeyecektir.

Doğrulama Kodu: 9e38efeabf8e3af5f2b59f35cb249132d2c150d96bd1f76ea6f1cd1eee89ef

Doğrulama Adresi: arastirmaiznleri.meb.gov.tr/belge-dogrula

Serhat Mah. 1290. Sokak No.8/B 06374 Yenimahalle/Ankara TÜRKİYE

Telefon No: (0312) 413 43 00, Belgegeçer No: (0312) 413 45 12

e-posta: ttkb.egitimarastirmalari.arastirmaiznleri@meb.gov.tr, internet adresi: ttkb.meb.gov.tr

Sayfa 2/2



Ek 3. Görüşme Formu

I. BÖLÜM (Kavramsal Açıklamalar ve Tanımlar)

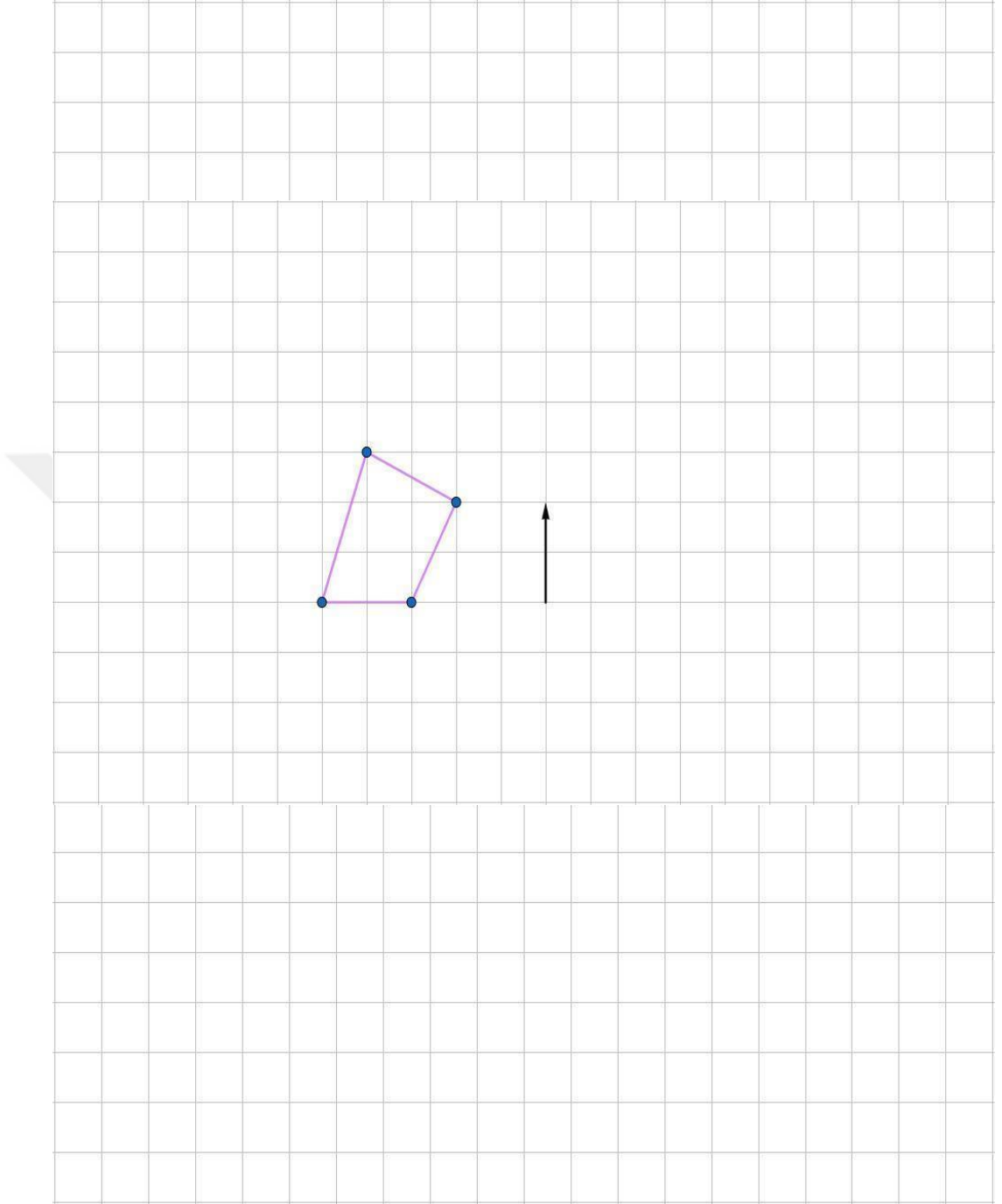
1. Öteleme dönüşümünü örnek vererek açıklayınız.
 - a. Neden öteleme dönüşümü olduğunu düşündünüz? (Hangi kriterleri/özellikleri göz önünde bulundurdunuz?)
2. Öteleme dönüşümüne örnek olmayan bir durumu örnek vererek açıklayınız.
 - a. Neden öteleme dönüşümü olmadığını düşündünüz? (Hangi kriterleri/özellikleri göz önünde bulundurdunuz?)
3. Öteleme dönüşümünün tanımını yapar mısınız?
4. Öteleme dönüşümünün diğer dönüşümlerden (yansıma ve dönme) farkı nedir?

II. BÖLÜM (Öteleme Dönüşümünün Parametresi: Vektör)

5. Öteleme dönüşümü sonrasında oluşan görüntüyü bulunuz.

- a. Öteleme dönüşümü sonrasında oluşan görüntüyü nasıl bulduğunuzu açıklayınız?
- b. Öteleme dönüşümü sonrasında oluşan görüntüyü bulurken hangi özellikler önemlidir? / Hangi özellikleri kullanarak öteleme dönüşümünü uyguladınız?
- c. Öteleme dönüşümü yaparken ne/neler değişti, ne/neler değişmedi?

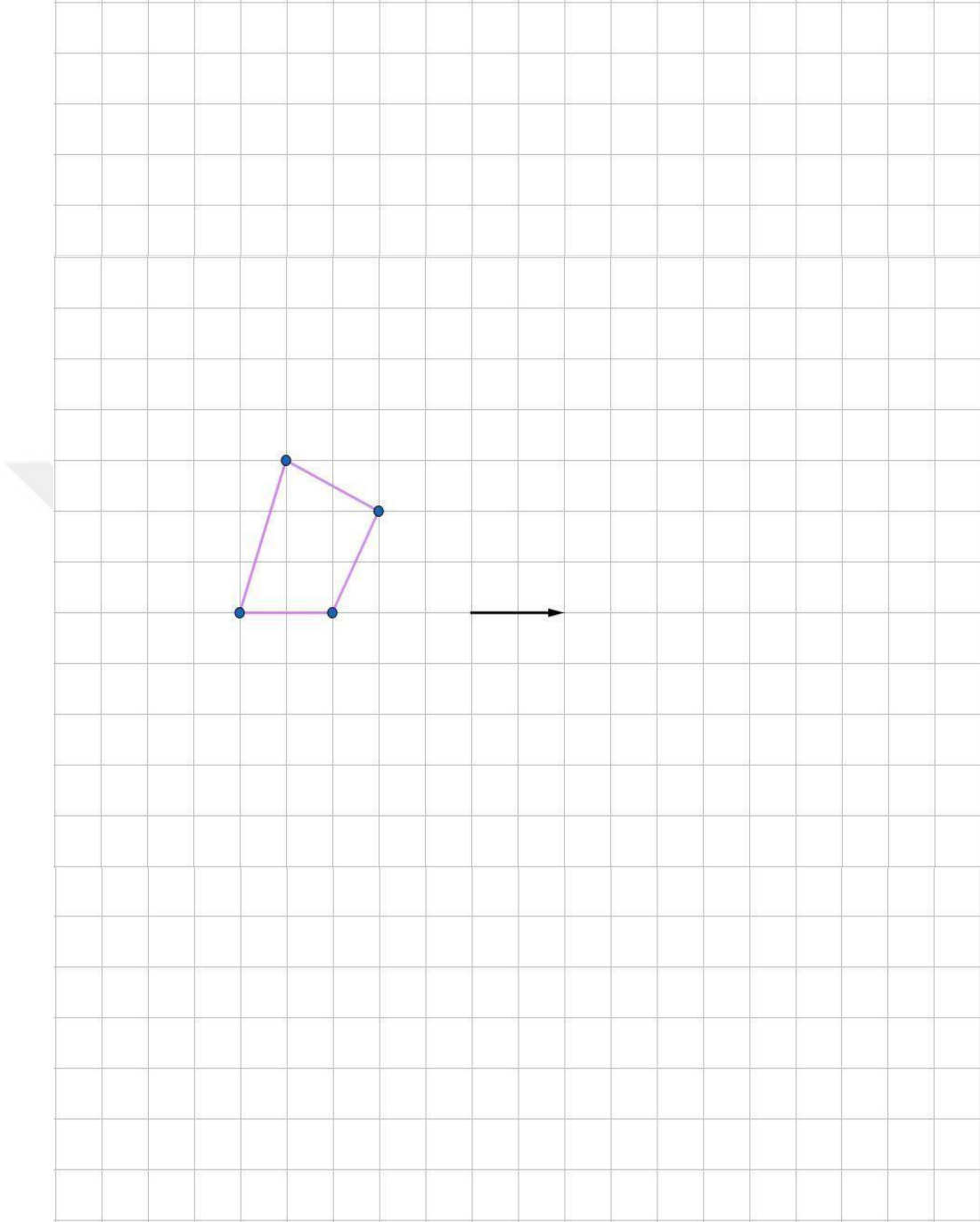
Soru 5: Öteleme dönüşümü sonrasında oluşan görüntüyü bulunuz.



6. Öteleme dönüşümü sonrasında oluşan görüntüyü bulunuz.
- a. Öteleme dönüşümü sonrasında oluşan görüntüyü nasıl bulduğunu açıkla mısın?
 - b. Hangi özellikleri kullanarak öteleme dönüşümünü uyguladınız?
 - c. Öteleme dönüşümü yaparken ne/neler değişti, ne/neler değişmedi?



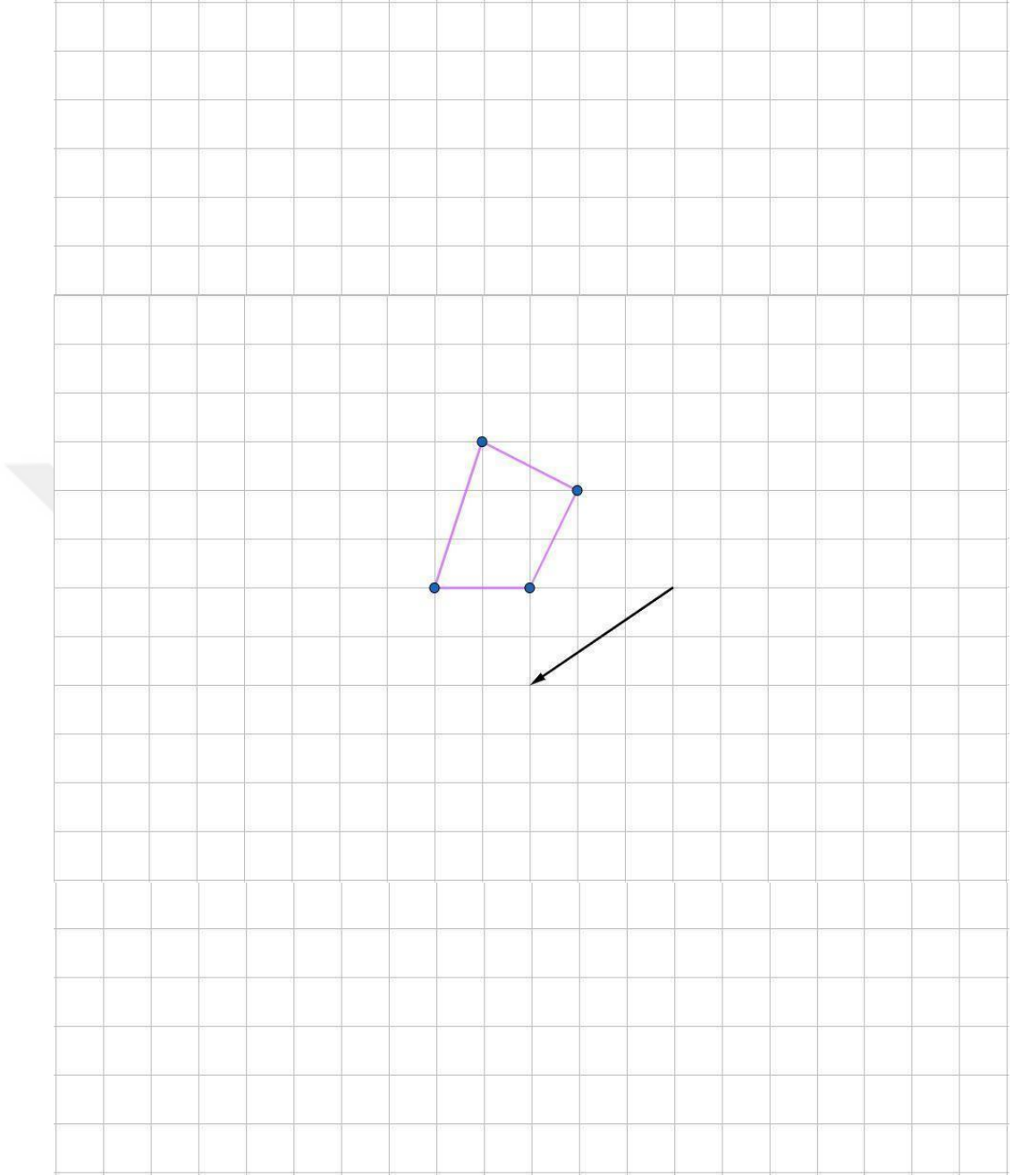
Soru 6: Öteleme dönüşümü sonrasında oluşan görüntüyü bulunuz.



7. Öteleme dönüşümü sonrasında oluşan görüntüyü bulunuz.
- a. Öteleme dönüşümü sonrasında oluşan görüntüyü nasıl bulduğunuzu açıklayınız?
 - b. Hangi özellikleri kullanarak öteleme dönüşümünü uyguladınız?
 - c. Öteleme dönüşümü yaparken ne/neler değişti, ne/neler değişmedi?
8. Sizce öteleme dönüşümünü sağlayan parametre nedir?



Soru 7: Öteleme dönüşümü sonrasında oluşan görüntüyü bulunuz.



III. BÖLÜM (Vektör Kavramı ve Vektörün Görevi)

(II. bölümde bulunan sorulara katılımcıdan beklenen yeterli cevabın gelmemesi durumunda, katılımcıya III. Bölümde bulunan sorular sorulur. Eğer yeterli cevap gelmişse IV. Bölümden devam edilir.)

9. Vektörün tanımını yapar mısınız?

- a. Vektörün yön ve büyüklük özelliklerini nasıl tanımlarsınız?
- b. Vektörü düzlemde nasıl gösteririz?
- c. Vektörü matematiksel olarak nasıl ifade edersiniz?

10. Verilen şekli 2 birim sağa öteleyiniz.

11. Verilen şekli 5 birim sağa 4 birim aşağı öteleyiniz.

12. 10. ve 11. soruların her birinde şekli ne kadar ve hangi yöne ötelediniz?

13. 5,6 ve 7. sorularda sorulurken ifade edilmeyen yön ve miktarı ifade eden şey ne olabilir?

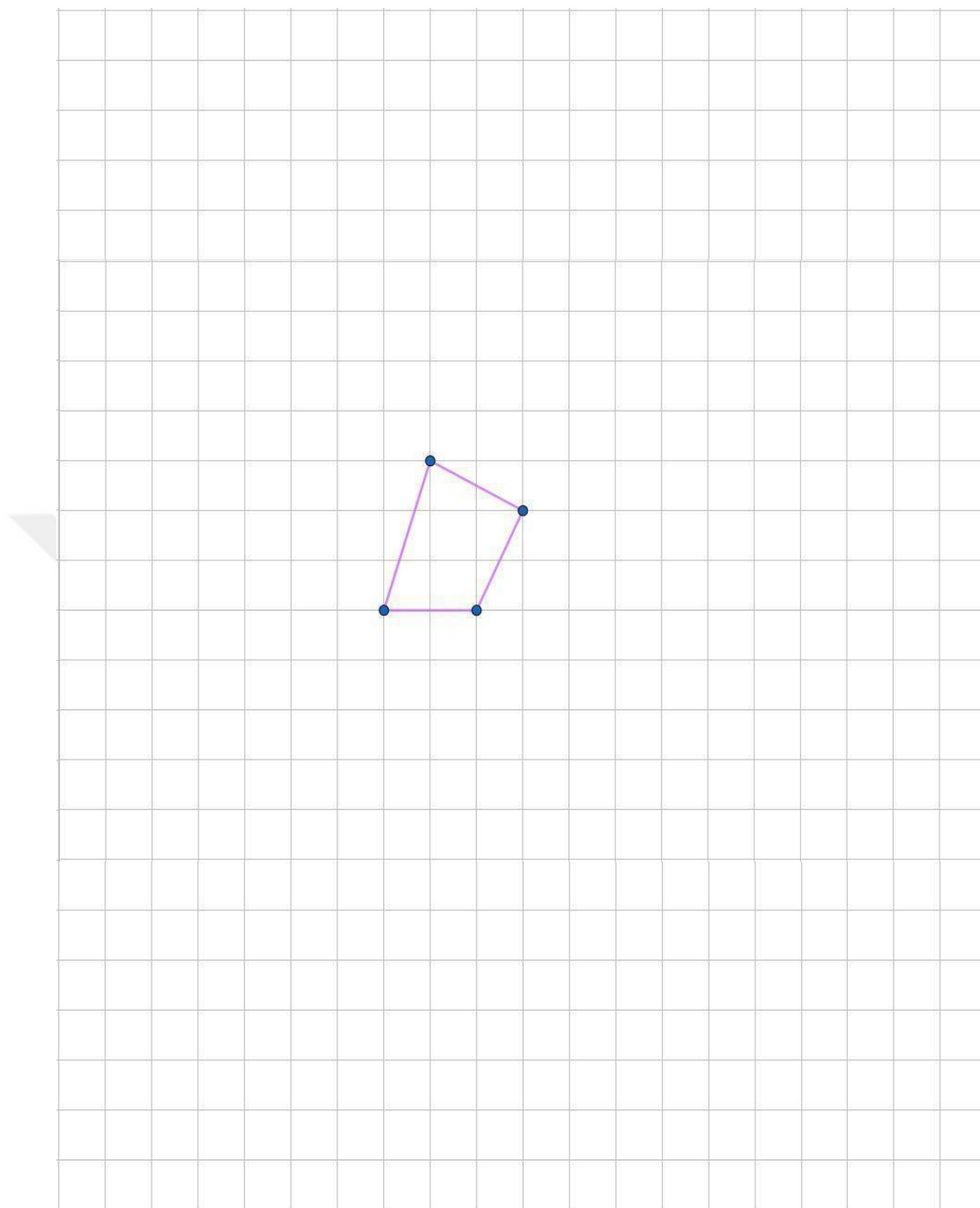
14. 5,6 ve 7. soruları (verilen cevap hatalı ise) yeniden cevaplandırınız.

15. Şimdi vektörün öteleme dönüşümündeki görevini açıkla mısınız?

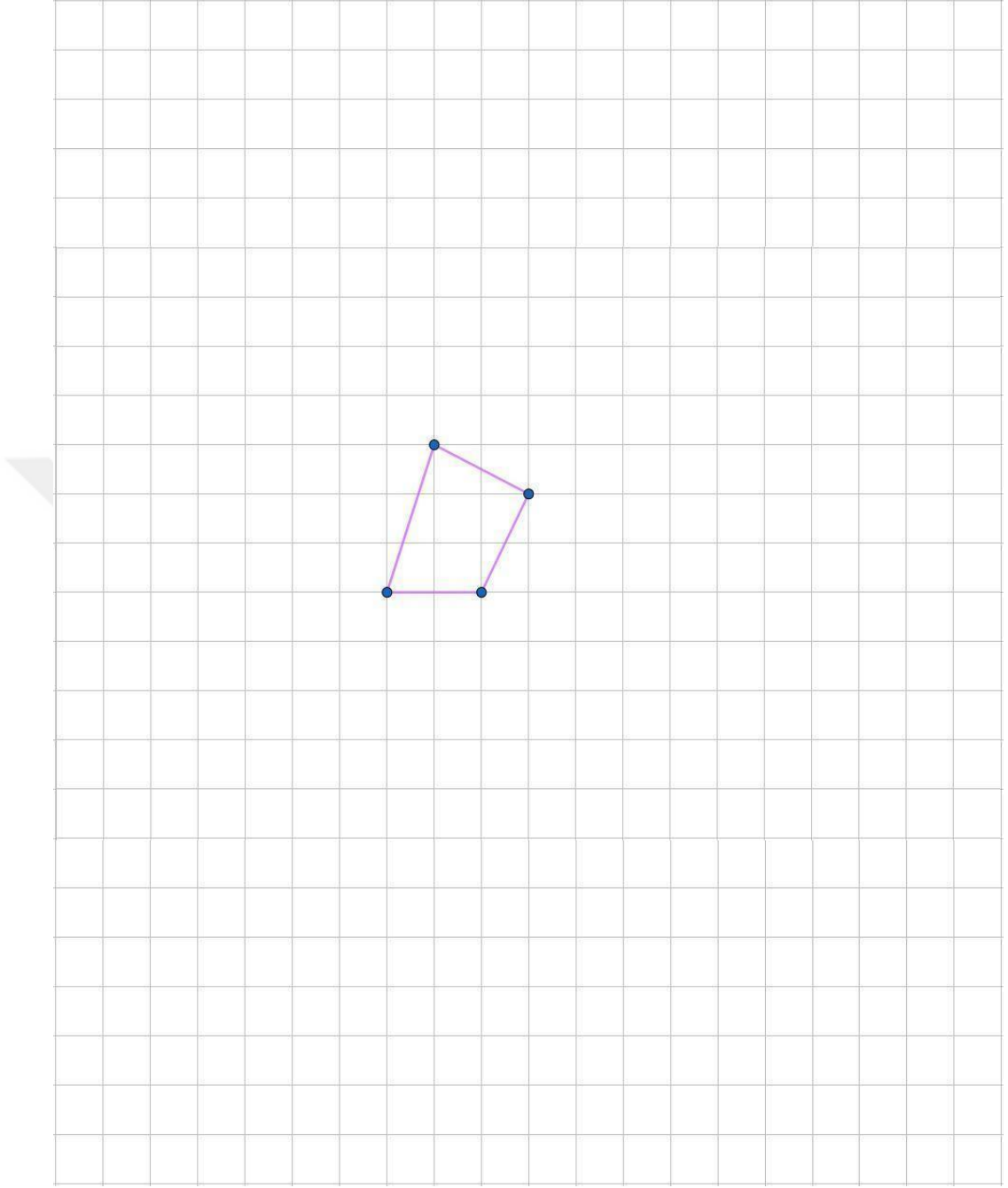
16. Peki, daha önce verdiğiniz hatalı cevaplar neden kaynaklanmış olabilir?

17. $A(3,-5)$ noktasını, $(-2,1)$ vektörü ile öteleyiniz.

- a. -2 hangi yönü ifade eder?
- b. 1 hangi yönü ifade eder?



Soru 11: Verilen şekli 5 birim sağa 4 birim aşağı öteleyiniz.



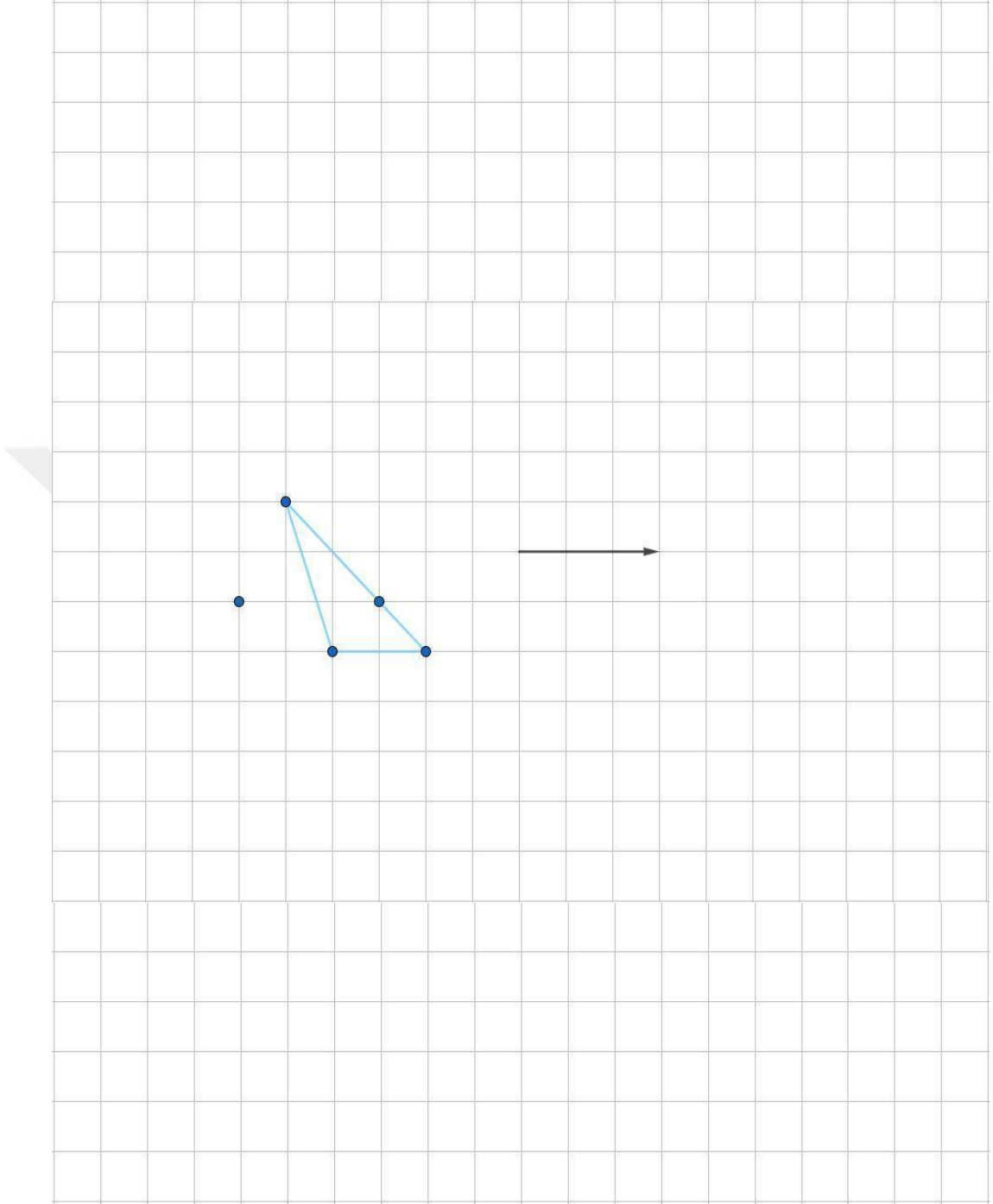
IV. BÖLÜM (Düzlemde Öteleme Dönüşümü Uygulamaları)

18. Öteleme dönüşümü sonrasında oluşan görüntüyü bulunuz.

- a. Verilen şekli ötelerken neyi ötelediniz? (Cevap: ...)
- b. Bu ... dışında başka bir şeyi ötelediniz mi?



Soru 18: Öteleme dönüşümü sonrasında oluşan görüntüyü bulunuz.



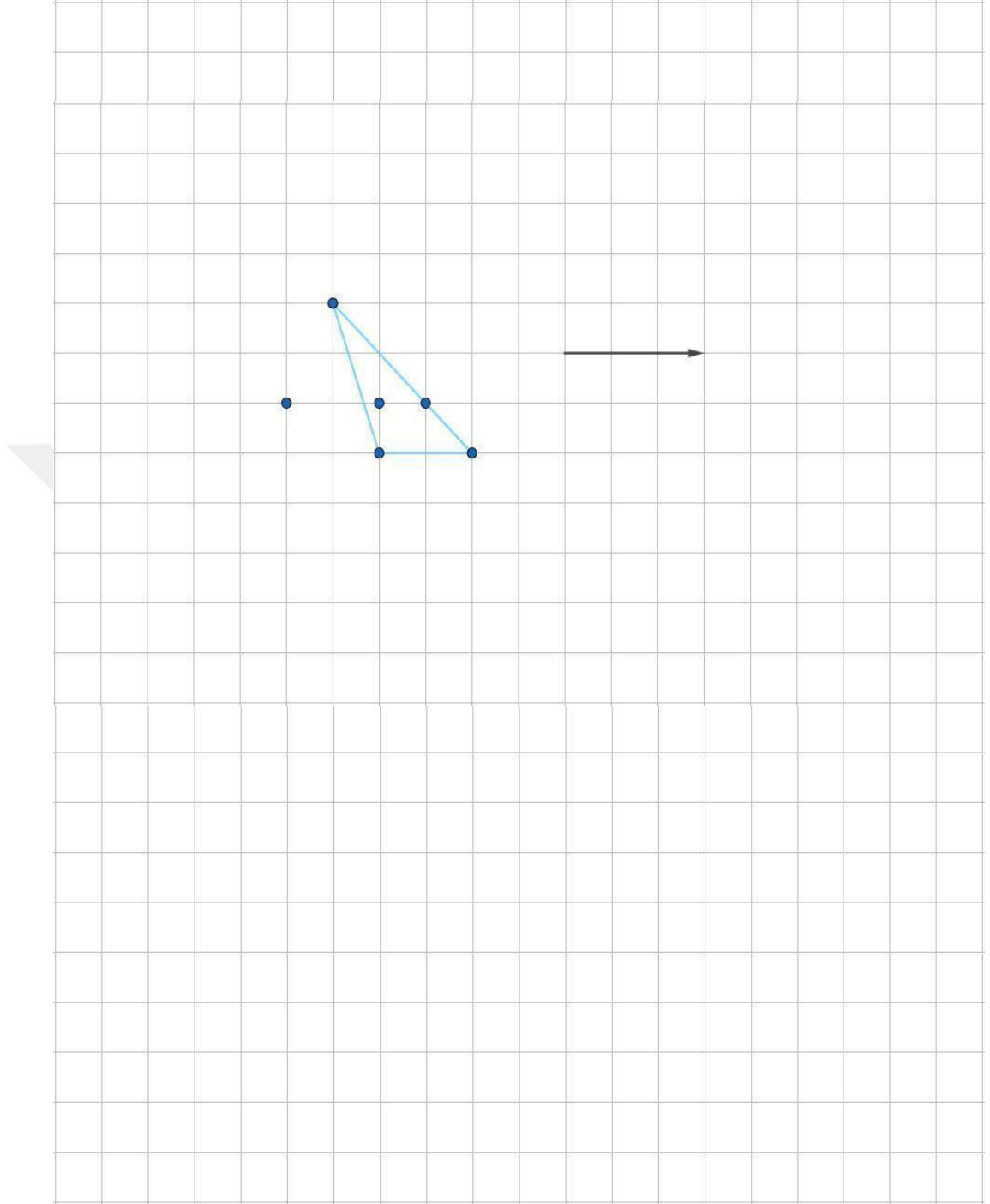
19. Öteleme dönüşümü sonrasında oluşan görüntüyü bulunuz.

a. Verilen şekli ötelerken neyi ötelediniz? (Cevap: ...)

b. Bu ... dışında başka bir şeyi ötelediniz mi?



Soru 19: Öteleme dönüşümü sonrasında oluşan görüntüyü bulunuz.



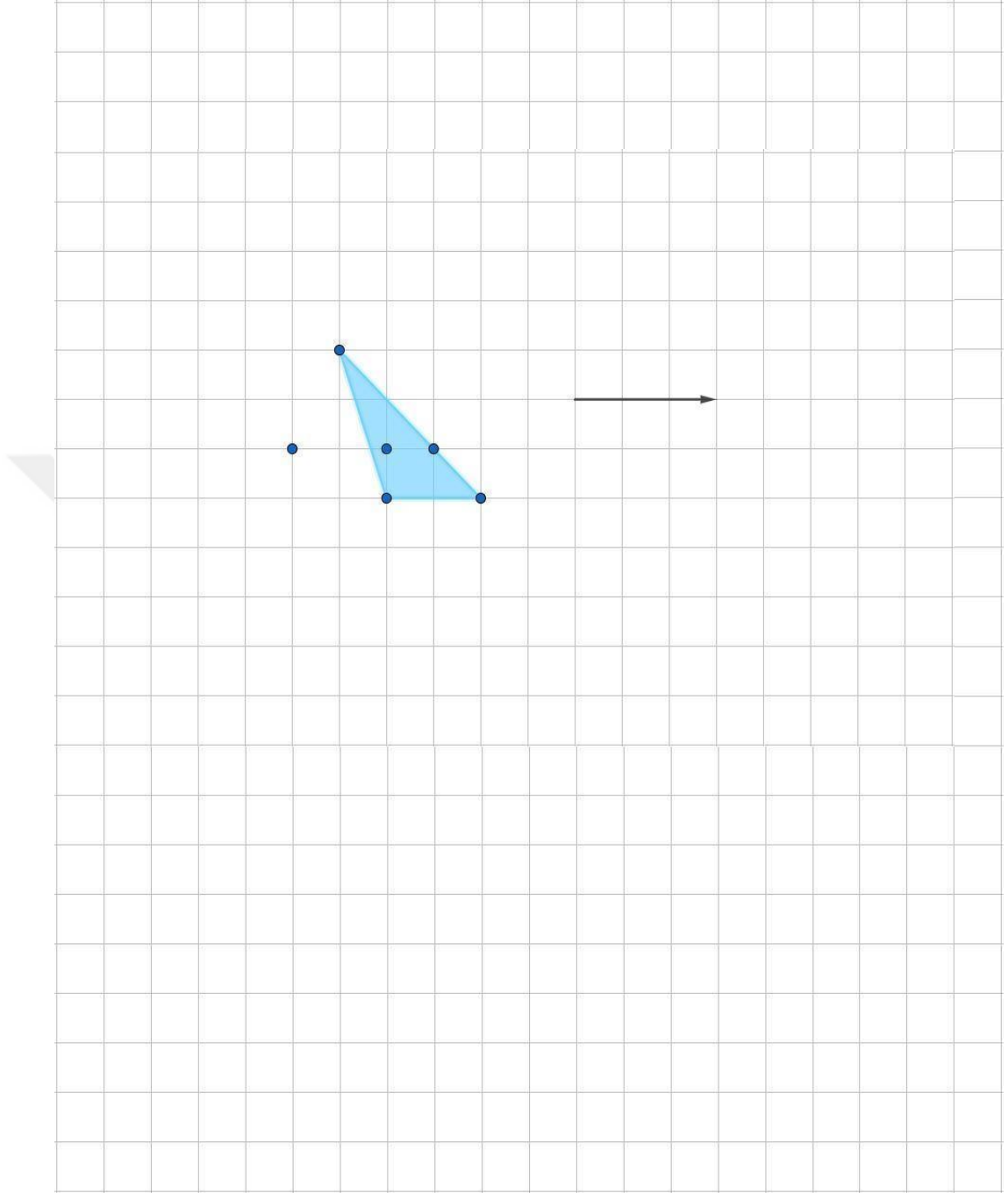
20. Öteleme dönüşümü sonrasında oluşan görüntüyü bulunuz.

a. Verilen şekli ötelerken neyi ötelediniz? (Cevap: ...)

b. Bu ... dışında başka bir şeyi ötelediniz mi?



Soru 20: Öteleme dönüşümü sonrasında oluşan görüntüyü bulunuz.



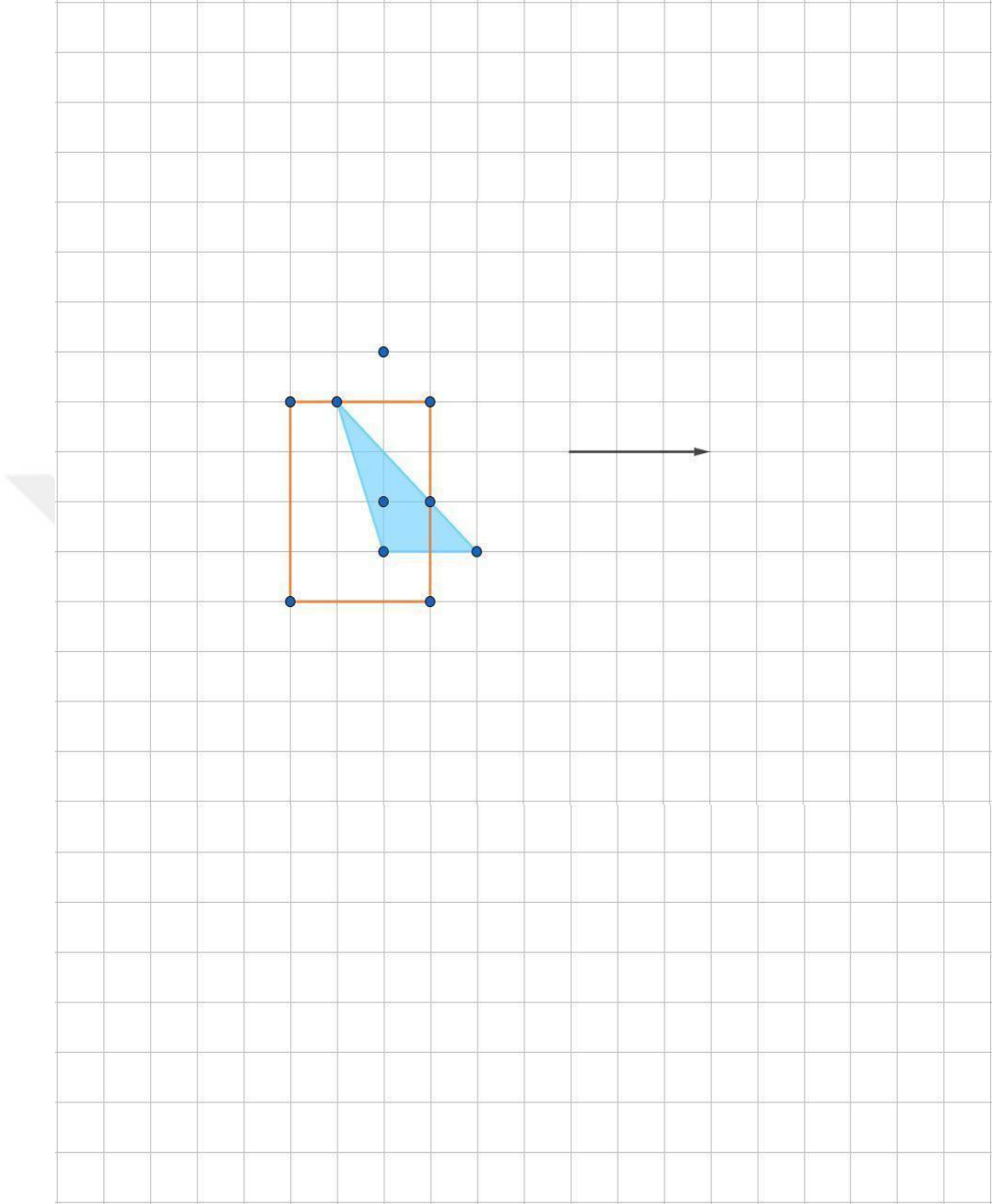
21. Öteleme dönüşümü sonrasında oluşan görüntüyü bulunuz.

a. Öteleme dönüşümü uygularken neyi/neleri ötelediniz? (Cevap: ...)

b. Bu ... dışında başka bir şeyi ötelediniz mi?



Soru 21: Öteleme dönüşümü sonrasında oluşan görüntüyü bulunuz.



22. Öteleme dönüşümü sonrasında oluşan görüntüyü bulunuz. (Tüm düzlemin taralı olarak verildiği varsayıldığı ifade edilir.)

a. Verilen şekli ötelerken neyi ötelediniz? (Cevap: ...)

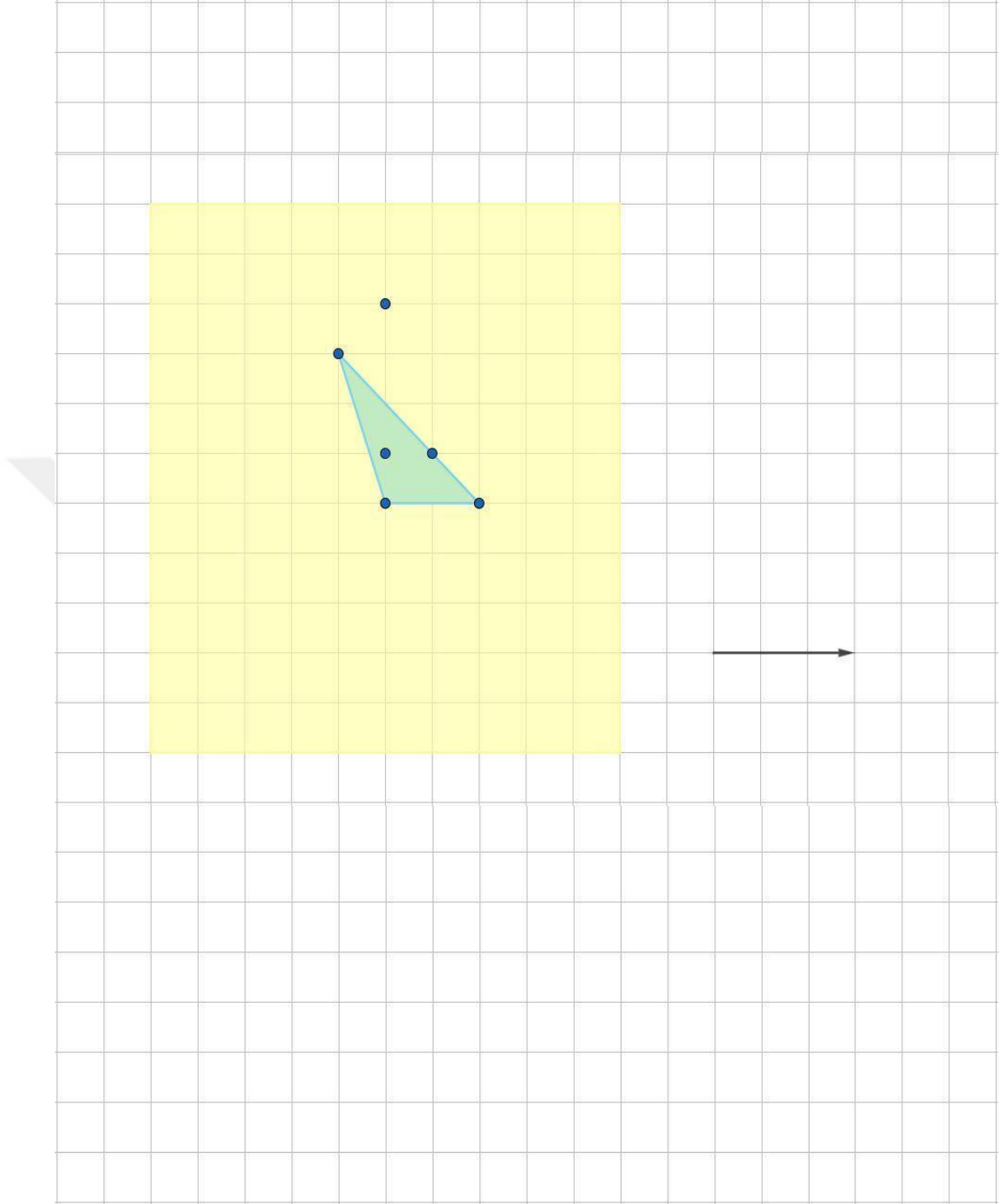
b. Bu ... dışında başka bir şeyi ötelediniz mi?

23. Öteleme işlemi sırasında düzlemde hareket etmeyen noktalar var mı? Eğer varsa bu hangi noktalar olabilir?



(Bu bölümde bulunan sorulara katılımcıdan beklenen yeterli cevabın gelmemesi durumunda, katılımcıya V. Bölümde bulunan sorular sorulur. Eğer yeterli cevap gelmişse VI. Bölümden devam edilir.)

Soru 22: Öteleme dönüşümü sonrasında oluşan görüntüyü bulunuz.



V. BÖLÜM (Düzlemde Ötelemeyi Yorumlama)

24. Düzlem nedir? Hangi elemanlardan oluşur?

25. Düzlemde bir noktanın konumu nasıl ifade edilir?

26. Düzlemde noktalar sadece gördüğümüz yerlerde mi vardır, yoksa görünmeyen yerlerde de noktalar olduğunu kabul eder miyiz?

a. Bir şekil çizdiğimizde, çizginin dışında kalan düzlemde başka noktalar var mıdır?

i. Düzlemde görünür bir şekil dışında kalan boş alanlar matematiksel olarak var mıdır?

b. Bu noktalar şeklin içinde görünmese bile o bölgeye ait midir?

c. Çizdiğimiz bir şeklin içini boyamadığımızda, iç bölgede noktalar yine var mı?

d. Çizmediğimiz bir alanın da düzleme ait olduğunu kabul eder miyiz?

27. Bir düzlem çizerken tüm noktaları gösterebilir miyiz? Neden?

a. Şekiller çizerken aslında düzlemin hangi noktalarını kullanıyoruz?

b. Sadece şekil değil, düzlemin tümünde sonsuz sayıda görünmeyen nokta olduğunu söyleyebilir miyiz?

28. Bir öteleme dönüşümünde sizce hangi noktalar yer değiştirir?

a. Bu işlem sadece boyalı ya da çizili şekillerin noktalarını mı etkiler?

b. Düzlemin dışında kalan diğer görünmeyen noktalar da bu ötelemeden etkilenir mi? Neden?

c. Öteleme sonucunda düzlemde herhangi bir “boşluk” oluşur mu?

29. Eğer düzlemin tüm noktaları öteleniyorsa ama biz hepsini çizemiyorsak, bu dönüşümü nasıl ifade ederiz?

- a. Sence bu yüzden mi öteleme dönüşümünün tanım kümesi tüm düzlemdir ($\mathbb{R}^2$)?

30. Öyleyse boyalı veya çizili olsun olmasın, tüm noktalar ötelemeye dahil midir?

- a. Düzlemde görünmeyen noktalar ötelenmiyorsa, bu durumda dönüşümün tam ve geçerli bir dönüşüm olduğunu söyleyebilir miyiz? Neden?



VI. BÖLÜM (Öteleme Dönüşümünün Fonksiyon Olarak İfade Edilmesi)

31. Öteleme dönüşümü matematiksel olarak nasıl ifade edilebilir?

32. Öteleme dönüşümünün özelliklerini göz önünde bulundurduğunuzda neler söyleyebilirsiniz?

- a. Öteleme dönüşümünde başlangıçtaki noktalar ve dönüşüm sonrası elde edilen noktalar nasıl bir ilişki içindedir?
- b. Öteleme dönüşümünde her noktanın yalnızca bir karşılığı var mıdır?

Bunu nasıl açıklarsınız?

- i. Matematiksel olarak hangi kavram/ konu ile ilişkilendirebilirsin?
- c. Öteleme dönüşümü, düzlemdeki her noktayı bir noktaya taşır mı?

Bunu nasıl gösterirsiniz?

- ii. Matematiksel olarak hangi kavram/ konu ile ilişkilendirebilirsin?
- d. Öteleme dönüşümü uygulanmış bir şeklin, öteleme dönüşümüne uygulanmadan önceki şeklini çizmek mümkün müdür? Eğer mümkünse, nasıl yapılır?
- iii. Öteleme dönüşümünün tersi mümkün müdür?
- iv. Matematiksel olarak hangi kavram/ konu ile ilişkilendirebilirsin?

(Bu bölümde bulunan sorulara katılımcıdan beklenen yeterli cevabın gelmemesi durumunda, katılımcıya VII. Bölümde bulunan sorular sorulur.)

VII. BÖLÜM (Öteleme Dönüşümü Fonksiyonu Kavramını Derinleştirme)

33. Fonksiyon kavramını açıklayınız.

a. Örnek veriniz.

34. Hangi fonksiyonlar bire bir olur?

35. Bir fonksiyonun örten olması ne demektir?

36. Bir fonksiyon tersinir olmak için hangi şartları sağlamalıdır?

37. Öteleme dönüşümü bir fonksiyon mudur? (Yaptığınız tanımı göz önünde bulundurarak açıklayınız.)

38. Öteleme dönüşümünde tanım ve görüntü kümeleri nelerdir?

39. Öteleme dönüşümü bire-bir fonksiyon mudur? (Yaptığınız tanımı göz önünde bulundurarak açıklayınız.)

40. Öteleme dönüşümü örten fonksiyon mudur? (Yaptığınız tanımı göz önünde bulundurarak açıklayınız.)

41. Öteleme dönüşümünün tersi var mıdır? (Yaptığınız tanımı göz önünde bulundurarak açıklayınız.)

42. Öteleme dönüşümü uygulayarak bir noktayı belirli bir vektör kadar konumlandırabilir misiniz?

a. Uyguladığınız öteleme dönüşümünü matematiksel olarak ifade eder misiniz?

b. Uyguladığınız öteleme dönüşümünün tanım ve görüntü kümeleri nelerdir?

c. Uyguladığınız öteleme dönüşümünün bire bir ve örten özelliklerini açıklayınız.

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler	
Adı Soyadı	Sümeyye MERTBEY
Doğum Yeri Tarihi	
Lisans Öğrenimi	Boğaziçi Üniversitesi
Yüksek Lisans Öğrenimi	Ağrı İbrahim Çeçen Üniversitesi
Bildiği Yabancı Diller	İngilizce
Bilimsel Faaliyetler	
Stajlar	
Projeler	
Çalıştığı Kurumlar	
E-Posta Adresi	