

**T.C.
GİRESUN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**MATEMATİKSEL DÜŞÜNMENİN SINIF
ORTAMINA YANSIMALARI: 8. SINIF ÖRNEĞİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Öğrencinin Adı SOYADI : Koray BAHADIR
ORCID : 0000-0002-6795-6029
Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 12/11/2020

Enstitü Ana Bilim Dalı : Matematik Eğitimi

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Cemalettin YILDIZ
ORCID : 0000-0002-6107-1369

Ekim 2020

GİRESUN

**T.C.
GİRESUN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**MATEMATİKSEL DÜŞÜNMENİN SINIF
ORTAMINA YANSIMALARI: 8. SINIF ÖRNEĞİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Koray BAHADIR

Enstitü Ana Bilim Dalı : Matematik Eğitimi

Bu tez 12/10/2020 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oybirliği ile kabul edilmiştir.

**Doç. Dr.
Serdal BALTACI
Jüri Başkanı**

**Doç. Dr.
Cemalettin YILDIZ
Üye**

**Doç. Dr.
Hasan Hüseyin AKSU
Üye**

**Doç. Dr.
Bahadır KOZ
Enstitü Müdürü**

BEYAN

Tez içindeki tüm verilerin akademik kurallar çerçevesinde tarafımdan elde edildiğini, görsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uygun şekilde sunulduğunu, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapılmadığını, başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunulduğunu, tezde yer alan verilerin bu üniversite veya başka bir üniversitede herhangi bir tez çalışmasında kullanılmadığını beyan ederim.

Koray BAHADIR

21/09/2020

TEŞEKKÜR

Tez çalışması sürecinde danışmanlığımı üstlenen, yoğun çalışma temposuna rağmen yardım ve desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen, bilgisi ve tecrübesiyle bana yol gösteren, çalışma azmiyle bana örnek olan saygıdeğer hocam Doç. Dr. Cemalettin YILDIZ'a saygı ve şükranlarımı sunarım.

Tez savunma jürimde yer alarak değerli fikirleriyle tezimin niteliğinin artmasına vesile olan değerli hocalarım Doç. Dr. Serdal BALTACI'ya ve Doç. Dr. Hasan Hüseyin AKSU'ya teşekkürlerimi sunarım.

Tez yazım sürecinde görüşlerini benimle paylaşan, pilot uygulama aşamasında yardımlarını esirgemeyen değerli arkadaşlarım Matematik Öğretmeni Saadettin Okan ÇOLAK'a, Cihan ZORLU'ya, Murat GÖKSU'ya; tezimi dil bilgisi açısından inceleyen Türkçe Öğretmeni Tuba YILMAZ GENÇ'e; İngilizce çalışmaların çevirilerinde desteklerini esirgemeyen İngilizce Öğretmeni Pelin KESKİN'e teşekkürü bir borç bilirim.

Yüksek lisans yapabilmem için bana gerekli kolaylığı sağlayan değerli Okul Müdürüm Adil KIR'a, Okul Müdür Yardımcımız Erdoğan KESKİN'e ve tüm mesai arkadaşlarıma teşekkürlerimi sunarım.

Yüksek lisans eğitimim boyunca yanımda olan ve bu süreçte beni cesaretlendiren sevgili eşim Pelin Nuriye BAHADIR'a, tez çalışması boyunca oyun oynamak için beni sabırla bekleyen sevgili oğlum Poyraz BAHADIR'a ve bu süreçte her zaman yanımda olan kayınvalidem Leyla TIĞLI'ya, kayınpederim Şükrü TIĞLI'ya, annem Ayşe BAHADIR'a, babam Fikri BAHADIR'a ve kardeşim Serdar BAHADIR'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Bu tezi biricik oğlum Poyraz BAHADIR'a ithaf ediyorum.

İÇİNDEKİLER

BEYAN.....	II
TEŞEKKÜR	III
İÇİNDEKİLER	IV
SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ.....	XI
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	XIII
TABLolar LİSTESİ.....	XVI
ÖZET.....	XVIII
SUMMARY	XIX

BÖLÜM 1. GİRİŞ	1
1.1. Araştırmanın Amacı	6
1.2. Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi	6
1.3. Araştırmanın Sınırlılıkları	9
1.4. Araştırmanın Varsayımları.....	10

BÖLÜM 2. KAYNAK ARAŞTIRMASI	11
2.1. Kuramsal Çerçeve	11
2.1.1. MD'nin Tanımı	11
2.1.2. MD'nin Bileşenleri	12
2.1.2.1. Özelleştirme	13

2.1.2.2. Genelleme	14
2.1.2.2.1. Örüntüler	15
2.1.2.3. Varsayımda Bulunma.....	16
2.1.2.4. İspat.....	18
2.2. Konu İle İlgili Çalışmalar	19
2.2.1. MD'nin Bileşenleri ile İlgili Yapılan Çalışmalar.....	19
2.2.2. MD Süreci ve MD'ye Yönelik Tutum ve Görüşler ile İlgili Yapılan Çalışmalar.....	23
2.3. Literatür Taramasının Sonucu.....	29
BÖLÜM 3. MATERYAL VE YÖNTEM.....	31
3.1. Araştırmanın Deseni.....	31
3.2. İdari Düzenlemeler.....	33
3.3. Çalışma Grubu	33
3.4. Geçerlilik ve Güvenilirlik	34
3.5. Araştırmacının Rolü	36
3.6. Araştırmacının MD'ye Yönelik Deneyimleri	38
3.7. Veri Toplama Araçları	38
3.7.1. Mülakat	39
3.7.2. Gözlem.....	41
3.7.3. Çalışma Yaprakları	41
3.7.4. MD'ye Yönelik Görüş Ölçeği.....	46
3.7.4.1. Ölçeğin Kapsam ve Görünüş Geçerliliğinin İncelenmesi	46
3.7.4.2. Ölçeğin Yapı Geçerliliğinin İncelenmesi.....	47
3.7.4.2.1. Açıklayıcı Faktör Analizi.....	47
3.7.4.2.2. Doğrulayıcı Faktör Analizi	57

3.7.4.3. Ölçeğin Güvenilirliğinin İncelenmesi	60
3.8. Verilerin Toplanması	61
3.8.1. Pilot Uygulama Süreci	61
3.8.2. Asıl Uygulama Süreci	63
3.9. Verilerin Analizi.....	64
3.9.1. Mülakat Verilerinin Analizi	64
3.9.2. Gözlem Verilerinin Analizi.....	65
3.9.3. Çalışma Yapraklarının Analizi.....	65
3.9.3.1. Özelleştirme Bileşenine Yönelik Değerlendirme Ölçütleri	66
3.9.3.2. Genelleme Bileşenine Yönelik Değerlendirme Ölçütleri	68
3.9.3.3. Varsayımda Bulunma Bileşenine Yönelik Değerlendirme Ölçütleri.....	72
3.9.3.4. İspat Bileşenine Yönelik Değerlendirme Ölçütleri	74
3.9.4. Ölçek Verilerinin Analizi.....	77

BÖLÜM 4. ARAŞTIRMA BULGULARI..... 80

4.1. MD Etkinlikleriyle Zenginleştirilmiş Öğrenme Ortamlarında Öğretmen Öğrenci ve Öğrenci-Öğrenci Etkileşiminden Elde Edilen Bulgular	80
4.1.1. İpi Parçalara Bölme Etkinliğinde Yaşananlar	81
4.1.2. Geometrik Kubbe Etkinliğinde Yaşananlar	87
4.1.3. Desenli Örtü Etkinliğinde Yaşananlar	92
4.1.4. Hanoi Kuleleri Etkinliğinde Yaşananlar	97
4.1.5. Bayramlaşma Etkinliğinde Yaşananlar	103
4.1.6. Satranç Tahtası Etkinliğinde Yaşananlar	108
4.1.7. Restorana Gidelim Etkinliğinde Yaşananlar	114

4.2. MD Etkinlikleriyle Zenginleştirilmiş Çalışma Yapraklarından Elde Edilen Bulgular.....	120
4.2.1. İpi Parçalara Bölme Etkinliğine İlişkin Bulgular.....	120
4.2.1.1. Özelleştirme Bileşenine Ait Bulgular	120
4.2.1.2. Genelleme Bileşenine Ait Bulgular	123
4.2.1.3. Varsayımda Bulunma Bileşenine Ait Bulgular.....	126
4.2.1.4. İspat Bileşenine Ait Bulgular	129
4.2.2. Geometrik Kubbe Etkinliğine İlişkin Bulgular	135
4.2.2.1. Özelleştirme Bileşenine Ait Bulgular	135
4.2.2.2. Genelleme Bileşenine Ait Bulgular	138
4.2.2.3. Varsayımda Bulunma Bileşenine Ait Bulgular.....	141
4.2.2.4. İspat Bileşenine Ait Bulgular	145
4.2.3. Desenli Örtü Etkinliğine İlişkin Bulgular	149
4.2.3.1. Özelleştirme Bileşenine Ait Bulgular	149
4.2.3.2. Genelleme Bileşenine Ait Bulgular	151
4.2.3.3. Varsayımda Bulunma Bileşenine Ait Bulgular.....	154
4.2.3.4. İspat Bileşenine Ait Bulgular	157
4.2.4. Hanoi Kuleleri Etkinliğine İlişkin Bulgular	161
4.2.4.1. Özelleştirme Bileşenine Ait Bulgular	161
4.2.4.2. Genelleme Bileşenine Ait Bulgular	163
4.2.4.3. Varsayımda Bulunma Bileşenine Ait Bulgular.....	166
4.2.4.4. İspat Bileşenine Ait Bulgular	169
4.2.5. Bayramlaşma Etkinliğine İlişkin Bulgular.....	173
4.2.5.1. Özelleştirme Bileşenine Ait Bulgular	173
4.2.5.2. Genelleme Bileşenine Ait Bulgular	176

4.2.5.3. Varsayımda Bulunma Bileşenine Ait Bulgular	178
4.2.5.4. İspat Bileşenine Ait Bulgular	182
4.2.6. Satranç Tahtası Etkinliğine İlişkin Bulgular	186
4.2.6.1. Özelleştirme Bileşenine Ait Bulgular	186
4.2.6.2. Genelleme Bileşenine Ait Bulgular	189
4.2.6.3. Varsayımda Bulunma Bileşenine Ait Bulgular	193
4.2.6.4. İspat Bileşenine Ait Bulgular	195
4.2.7. Restorana Gidelim Etkinliğine İlişkin Bulgular	199
4.2.7.1. Özelleştirme Bileşenine Ait Bulgular	199
4.2.7.2. Genelleme Bileşenine Ait Bulgular	201
4.2.7.3. Varsayımda Bulunma Bileşenine Ait Bulgular	204
4.2.7.4. İspat Bileşenine Ait Bulgular	207
4.2.8. MD Etkinlikleriyle Zenginleştirilmiş Çalışma Yapraklarından Elde Edilen Bulgulara Genel Bir bakış	212
4.3. Öğrencilerin MD'ye Yönelik Görüşlerindeki Değişimi	214
4.3.1. Öğrencilerin MD'yi Davranış Haline Getirme Boyutuna Yönelik Görüşlerindeki Değişimi	215
4.3.2. Öğrencilerin MD'ye Değer Verme Boyutuna Yönelik Görüşlerindeki Değişimi	219
4.3.3. Öğrencilerin MD' de Problem Çözmenin Önemi Boyutuna Yönelik Görüşlerindeki Değişimi	222
4.3.4. Öğrencilerin MD'nin Özgüvene Olumlu Etkisi Boyutuna Yönelik Görüşlerindeki Değişimi	224
4.3.5. Öğrencilerin MD'de İspatın Önemi Boyutuna Yönelik Görüşlerindeki Değişimi	227
4.3.6. Öğrencilerin MD Ölçeğinin Tamamına Verdiği Cevaplardan Elde Edilen Bulgulara Genel Bir Bakış	229

BÖLÜM 5. TARTIŞMA VE SONUÇ 232

5.1. MD Etkinlikleri ile Zenginleştirilmiş Öğrenme Ortamlarında Öğretmen-Öğrenci ve Öğrenci-Öğrenci Etkileşimine İlişkin Tartışma ve Sonuç	232
5.1.1. Öğretmen-Öğrenci Etkileşimine İlişkin Tartışma ve Sonuç	232
5.1.2. Öğrenci-Öğrenci Etkileşimine İlişkin Tartışma ve Sonuç	234
5.2. MD Etkinlikleri İçeren Çalışma Yapraklarına İlişkin Tartışma ve Sonuç	236
5.2.1. Özelleştirme Bileşenine İlişkin Tartışma ve Sonuç	236
5.2.2. Genelleme Bileşenine İlişkin Tartışma ve Sonuç	237
5.2.3. Varsayımda Bulunma Bileşenine İlişkin Tartışma ve Sonuç	238
5.2.4. İspat Bileşenine İlişkin Tartışma ve Sonuç	239
5.3. Öğrencilerin MD'ye Yönelik Görüşlerindeki Değişime İlişkin Tartışma ve Sonuç	241
5.3.1. Öğrencilerin MD'yi Davranış Haline Getirme Boyutuna Yönelik Görüşlerindeki Değişime İlişkin Tartışma ve Sonuç	241
5.3.2. Öğrencilerin MD'ye Değer Verme Boyutuna Yönelik Görüşlerindeki Değişime İlişkin Tartışma ve Sonuç	243
5.3.3. Öğrencilerin MD'de Problem Çözmenin Önemi Boyutuna Yönelik Görüşlerindeki Değişime İlişkin Tartışma ve Sonuç	244
5.3.4. Öğrencilerin MD'nin Özgüvene Olumlu Etkisi Boyutuna Yönelik Görüşlerindeki Değişime İlişkin Tartışma ve Sonuç	246
5.3.5. Öğrencilerin MD'de İspatın Önemi Boyutuna Yönelik Görüşlerindeki Değişime İlişkin Tartışma ve Sonuç	248

BÖLÜM 6. ÖNERİLER 251

6.1. Araştırma Sonuçlarına Dayalı Öneriler	251
6.2. Araştırmacılara Yönelik Öneriler	253

KAYNAKLAR	255
EKLER.....	269
ÖZGEÇMİŞ.....	300



SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

MD: Matematiksel Düşünme

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics (Matematik Öğretmenleri
Ulusal Konseyi)

AYSE: Araştırma, Yarışma ve Sosyal Etkinlik

YÖK: Yükseköğretim Kurumu

TDK: Türk Dil Kurumu

TÜBİTAK: Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu

Ö1, Ö2,..... Ö27: Öğrenci 1, Öğrenci 2,... Öğrenci 27

M1, M2,....., M25: Madde 1, Madde 2, ..., Madde 25

LGS: Liselere Giriş Sınavı

TYÇ: Türkiye Yeterlilikler Çerçevesi

1DB: 1. Dönem Başı

1DS: 1. Dönem Sonu

2DB: 2. Dönem Başı

2DS: 2. Dönem Sonu

ÇO: Çok Olumlu

O: Olumlu

ODO: Orta Düzeyde Olumlu

ço: Çok Olumsuz

o: Olumsuz

f: Frekans

p: Anlamlılık Düzeyi

r: Korelasyon Katsayısı

SPSS: Statistical Package for the Social Sciences (Sosyal Bilimler için İstatistik
Paketi)

AMOS: Analysis of Moment Structures (Moment Yapılarının Analizi)

AFA: Açımlayıcı Faktör Analizi

DFA: Doğrulayıcı Faktör Analizi

KMO: Kaiser-Meyer-Olkin

AGFI: Adjusted Goodness of Fit Index (Düzeltilmiş İyilik Uyum İndeksi)

CFI: Comparative Fit Index (Karşılaştırmalı Uyum İndeksi)

GFI: Goodness of Fit Index (İyilik Uyum İndeksi)

IFI: Incremental Fit Index (Artırmalı Uyum İndeksi)

NFI: Normed Fit Index (Normlaştırılmış Uyum İndeksi)

RFI: Relative Fit Index (Göreceli Uyum İndeksi)

RMR: Root Mean Square Residual (Ortalama Hataların Karekökü)

RMSEA: Root Mean Square Error of Approximation (Yaklaşık Hataların Ortalama Karekökü)

χ^2 : Ki-kare

df: Serbestlik Derecesi

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1.1. MD'nin işleyiş yapısı (Alkan ve Bukova-Güzel, 2005)	4
Şekil 2.1. MD'nin bileşenleri	12
Şekil 2.2. Özelleştirme ve genelleme süreçleri arasındaki ilişki (Hacısalıhoğlu ve ark., 2003)	14
Şekil 2.3. Varsayımda bulunma süreci (Mason, Burton ve Stacey, 2010).....	17
Şekil 2.4. İspat süreci (Baki, 2008)	19
Şekil 3.1. Aksiyon araştırması süreci (Gall, Gall ve Borg, 2003).....	32
Şekil 3.2. “İpi Parçalara Bölelim” etkinliğine ait problem durumu	42
Şekil 3.3. “Geometrik Kubbe” etkinliğine ait problem durumu	43
Şekil 3.4. “Desenli Örtü” etkinliğine ait problem durumu.....	43
Şekil 3.5. “Hanoi Kuleleri” etkinliğine ait problem durumu	44
Şekil 3.6. “Bayramlaşma” etkinliğine ait problem durumu	44
Şekil 3.7. “Satranç Tahtası” etkinliğine ait problem durumu	45
Şekil 3.8. “Restorana Gidelim” etkinliğine ait problem durumu	45
Şekil 3.9. Ölçeğin faktör sayısını gösteren çizgi grafiği	50
Şekil 3.10. DFA sonucunda elde edilen path diyagramı.....	59
Şekil 3.11. Tezden çıkarılan “Yavru Tavşanlar” isimli çalışma yaprağı	62
Şekil 3.12. Araştırma kapsamında kullanılan özelleştirme türleri	67
Şekil 3.13. Özelleştirme bileşeni ile ilgili soru örneği	68
Şekil 3.14. Araştırma kapsamında kullanılan genelleme türleri	69
Şekil 3.15. Aritmetik genelleme süreci (Radford, 2008)	70
Şekil 3.16. Cebirsel genelleme süreci (Radford, 2008)	70
Şekil 3.17. Genelleme bileşeni ile ilgili soru örneği	71
Şekil 3.18. Araştırma kapsamında kullanılan varsayımda bulunma türleri	73
Şekil 3.19. Varsayımda bulunma bileşeni ile ilgili soru örneği	74
Şekil 3.20. Araştırma kapsamında kullanılan ispat türleri	75
Şekil 3.21. İspat bileşeni ile ilgili soru örneği.....	76
Şekil 4.1. Araştırmacının “İpi Parçalara Bölelim” etkinliği için sınıfa getirdiği malzemeler	81
Şekil 4.2. Öğrencilere Erzurum Ulu Camiinin tanıtımı	88
Şekil 4.3. “Desenli Örtü” etkinliğine ait çalışma yaprağının uygulanması süreci	93
Şekil 4.4. Araştırmacı ve öğrencilerin Hanoi kulesi oyununu oynarken görünüşleri	98
Şekil 4.5. Ö4'ün kâğıttan oluşturduğu disk modelleri	99
Şekil 4.6. Bayramlaşma merasimini canlandıran öğrencilerin görünüşleri.....	103
Şekil 4.7. Öğrencilerin satranç oynarken görüntüleri	109

Şekil 4.8. Okulun yemekhanesinde yapılan etkinlikten görüntüler	115
Şekil 4.9. Ö10'un "İpi Parçalara Bölelim" etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt ..	121
Şekil 4.10. Ö23'ün "İpi Parçalara Bölelim" etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt	122
Şekil 4.11. Ö12'nin "İpi Parçalara Bölelim" etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt	123
Şekil 4.12. Ö18'in "İpi Parçalara Bölelim" etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt .	124
Şekil 4.13. Ö24'ün "İpi Parçalara Bölelim" etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt	125
Şekil 4.14. Ö7'nin "İpi Parçalara Bölelim" etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt .	126
Şekil 4.15. Ö16'nın "İpi Parçalara Bölelim" etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt	127
Şekil 4.16. Ö6'nın "İpi Parçalara Bölelim" etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt .	128
Şekil 4.17. Ö17'nin "İpi Parçalara Bölelim" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt	130
Şekil 4.18. Ö14'ün "İpi Parçalara Bölelim" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt	131
Şekil 4.19. Ö6'nın "İpi Parçalara Bölelim" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt .	132
Şekil 4.20. Ö2'nin "İpi Parçalara Bölelim" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt .	133
Şekil 4.21. Ö9'un "Geometrik Kubbe" etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt.....	135
Şekil 4.22. Ö23'ün "Geometrik Kubbe" etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt.....	136
Şekil 4.23. Ö17'nin "Geometrik Kubbe" etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt.....	137
Şekil 4.24. Ö5'in "Geometrik Kubbe" etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt.....	139
Şekil 4.25. Ö23'ün "Geometrik Kubbe" etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt.....	140
Şekil 4.26. Ö8'in "Geometrik Kubbe" etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt.....	140
Şekil 4.27. Ö13'ün "Geometrik Kubbe" etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt.....	142
Şekil 4.28. Ö7'nin "Geometrik Kubbe" etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt.....	143
Şekil 4.29. Ö15'in "Geometrik Kubbe" etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt.....	144
Şekil 4.30. Ö19'un "Geometrik Kubbe" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt.....	145
Şekil 4.31 Ö10'un "Geometrik Kubbe" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt.....	146
Şekil 4.32. Ö2'nin "Geometrik Kubbe" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt.....	147
Şekil 4.33. Ö15'in "Desenli Örtü" etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt.....	149
Şekil 4.34. Ö24'ün "Desenli Örtü" etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt	150
Şekil 4.35. Ö11'in "Desenli Örtü" etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt	152
Şekil 4.36. Ö16'nın "Desenli Örtü" etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt.....	152
Şekil 4.37. Ö6'nın "Desenli Örtü" etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt.....	154
Şekil 4.38. Ö25'in "Desenli Örtü" etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt.....	155
Şekil 4.39. Ö17'nin "Desenli Örtü" etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt.....	156
Şekil 4.40. Ö22'nin "Desenli Örtü" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt.....	157
Şekil 4.41. Ö27'nin "Desenli Örtü" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt.....	158
Şekil 4.42. Ö1'in "Desenli Örtü" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt.....	159
Şekil 4.43. Ö3'ün "Hanoi Kuleleri" etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt.....	162
Şekil 4.44 Ö19'un "Hanoi Kuleleri" etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt.....	162
Şekil 4.45. Ö15'in "Hanoi Kuleleri" etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt	164
Şekil 4.46. Ö21'in "Hanoi Kuleleri" etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt	165
Şekil 4.47. Ö6'nın "Hanoi Kuleleri" etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt	166
Şekil 4.48. Ö11'in "Hanoi Kuleleri" etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt	167
Şekil 4.49. Ö15' in "Hanoi Kuleleri" etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt	168

Şekil 4.50. Ö16'nın "Hanoi Kuleleri" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt.....	169
Şekil 4.51. Ö10'nun "Hanoi Kuleleri" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt.....	170
Şekil 4.52. Ö1'in "Hanoi Kuleleri" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt	171
Şekil 4.53. Ö5'in "Bayramlaşma" etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt	173
Şekil 4.54. Ö13'ün "Bayramlaşma" etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt	174
Şekil 4.55. Ö22'nin "Bayramlaşma" etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt	175
Şekil 4.56. Ö6'nın "Bayramlaşma" etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt	176
Şekil 4.57. Ö12'nin "Bayramlaşma" etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt	177
Şekil 4.58. Ö8'in "Bayramlaşma" etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt	179
Şekil 4.59. Ö14'ün "Bayramlaşma" etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt	180
Şekil 4.60. Ö17'nin "Bayramlaşma" etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt	181
Şekil 4.61. Ö14'ün "Bayramlaşma" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt	182
Şekil 4.62. Ö6'nın "Bayramlaşma" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt	183
Şekil 4.63. Ö1'in "Bayramlaşma" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt	184
Şekil 4.64. Ö10'un "Satranç Tahtası" etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt.....	186
Şekil 4.65. Ö11'in "Satranç Tahtası" etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt.....	187
Şekil 4.66. Ö26'nın "Satranç Tahtası" etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt.....	188
Şekil 4.67. Ö5'in "Satranç Tahtası" etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt.....	190
Şekil 4.68. Ö15'in "Satranç Tahtası" etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt.....	191
Şekil 4.69. Ö9'un "Satranç Tahtası" etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt.....	191
Şekil 4.70. Ö4'ün "Satranç Tahtası" etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt.....	193
Şekil 4.71. Ö15'in "Satranç Tahtası" etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt.....	194
Şekil 4.72. Ö20'nin "Satranç Tahtası" etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt.....	194
Şekil 4.73. Ö8'in "Satranç Tahtası" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt.....	196
Şekil 4.74. Ö6'nın "Satranç Tahtası" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt.....	197
Şekil 4.75. Ö23'ün "Restorana Gidelim" etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt	199
Şekil 4.76. Ö27'nin "Restorana Gidelim" etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt ...	200
Şekil 4.77. Ö20'nin "Restorana Gidelim" etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt ...	201
Şekil 4.78. Ö16'nın "Restorana Gidelim" etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt ...	202
Şekil 4.79. Ö13'ün "Restorana Gidelim" etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt	203
Şekil 4.80. Ö3'ün "Restorana Gidelim" etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt	204
Şekil 4.81. Ö11'in "Restorana Gidelim" etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt	205
Şekil 4.82. Ö14'ün "Restorana Gidelim" etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt	206
Şekil 4.83. Ö17'nin "Restorana Gidelim" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt ...	207
Şekil 4.84. Ö6'nın "Restorana Gidelim" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt	208
Şekil 4.85. Ö4'ün "Restorana Gidelim" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt	209
Şekil 4.86. Ö1'in "Restorana Gidelim" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt	210
Şekil 4.87. Öğrencilerin MD'ye yönelik görüşlerindeki değişimi	229

TABLolar LİSTESİ

Tablo 3.1. Veri toplama araçlarının kullanım amaçları ve uygulama zamanları	39
Tablo 3.2 Ölçeğin faktör analizi için uygunluğunun incelenmesi	48
Tablo 3.3. Ölçek maddelerine ait yük ve korelasyon değerleri.....	51
Tablo 3.4. Madde ayırt ediciliği ile ilgili yapılan t testi sonuçları	53
Tablo 3.5. Ölçeğe ait faktörlerin korelasyon ölçümü.....	54
Tablo 3.6. DFA uyum indeks değerleri.....	58
Tablo 3.7. DFA sonucunda elde edilen model uyum değerleri.....	58
Tablo 3.8. Ölçeğin Cronbach Alpha güvenilirlik katsayısı.....	60
Tablo 3.9. Ölçek maddelerinin niteliklerinin belirlenmesi	78
Tablo 4.1. MD etkinlikleri ve uygulama zamanları	80
Tablo 4.2. “Parçalara Bölelim” etkinliğinde kullanılan özelleştirme türleri.....	122
Tablo 4.3. “İpi Parçalara Bölelim” etkinliğinde kullanılan genelleme türleri	126
Tablo 4.4. “İpi Parçalara Bölelim” etkinliğinde kullanılan varsayımda bulunma türleri	129
Tablo 4.5. “İpi Parçalara Bölelim” etkinliğinde kullanılan ispat türleri	134
Tablo 4.6. “İpi Parçalara Bölelim” etkinliğinin MD’nin bileşenlerine göre analizi	134
Tablo 4.7. “Geometrik Kubbe” etkinliğinde kullanılan özelleştirme türleri.....	138
Tablo 4.8. “Geometrik Kubbe” etkinliğinde kullanılan genelleme türleri.....	141
Tablo 4.9. “Geometrik Kubbe” etkinliğinde kullanılan varsayımda bulunma türleri	144
Tablo 4.10. “Geometrik Kubbe” etkinliğinde kullanılan ispat türleri.....	148
Tablo 4.11. “Geometrik Kubbe” etkinliğinin MD’nin bileşenlerine göre analizi....	148
Tablo 4.12. “Desenli Örtü” etkinliğinde kullanılan özelleştirme türleri.....	151
Tablo 4.13. “Desenli Örtü” etkinliğinde kullanılan genelleme türleri	153
Tablo 4.14. “Desenli Örtü” etkinliğinde kullanılan varsayımda bulunma türleri....	156
Tablo 4.15. “Desenli Örtü” etkinliğinde kullanılan İspat türleri.....	160
Tablo 4.16. “Desenli Örtü” etkinliğinin MD’nin bileşenlerine göre analizi.....	160
Tablo 4.17. “Hanoi Kuleleri” etkinliğinde kullanılan özelleştirme türleri.....	163
Tablo 4.18. “Hanoi Kuleleri” etkinliğinde kullanılan genelleme türleri.....	165
Tablo 4.19. “Hanoi Kuleleri” etkinliğinde kullanılan varsayımda bulunma türleri.	168
Tablo 4.20. “Hanoi Kuleleri” etkinliğinde kullanılan ispat türleri.....	172
Tablo 4.21. “Hanoi Kuleleri” etkinliğinin MD’nin bileşenlerine göre analizi	172
Tablo 4.22. “Bayramlaşma” etkinliğinde kullanılan özelleştirme türleri	176
Tablo 4.23. “Bayramlaşma” etkinliğinde kullanılan genelleme türleri.....	178
Tablo 4.24. “Bayramlaşma” etkinliğinde kullanılan varsayımda bulunma türleri... 181	

Tablo 4.25. “Bayramlaşma” etkinliğinde kullanılan ispat türleri	185
Tablo 4.26. “Bayramlaşma” etkinliğinin MD’nin bileşenlerine göre analizi	185
Tablo 4.27. “Satranç Tahtası” etkinliğinde kullanılan özelleştirme türleri.....	189
Tablo 4.28. “Satranç Tahtası” etkinliğinde kullanılan genelleme türleri.....	192
Tablo 4.29. “Satranç Tahtası” etkinliğinde kullanılan varsayımda bulunma türleri	195
Tablo 4.30. “Satranç Tahtası” etkinliğinde kullanılan ispat türleri.....	198
Tablo 4.31. “Satranç Tahtası” etkinliğinin MD’nin bileşenlerine göre analizi.....	198
Tablo 4.32. “Restorana Gidelim” etkinliğinde kullanılan özelleştirme türleri	201
Tablo 4.33. “Restorana Gidelim” etkinliğinde kullanılan genelleme türleri	204
Tablo 4.34. “Restorana Gidelim” etkinliğinde kullanılan varsayımda bulunma türleri	207
Tablo 4.35. “Restorana Gidelim” etkinliğinde kullanılan ispat türleri	211
Tablo 4.36. “Restorana Gidelim” etkinliğinin MD’nin bileşenlerine göre analizi ..	211
Tablo 4.37. Özelleştirme türlerinin etkinliklere göre dağılımı	212
Tablo 4.38. Genelleme türlerinin etkinliklere göre dağılımı.....	213
Tablo 4.39. Varsayımda bulunma türlerinin etkinliklere göre dağılımı.....	213
Tablo 4.40. İspat türlerinin etkinliklere göre dağılımı	214
Tablo 4.41. Öğrencilerin MD’yi davranış haline getirme boyutuna yönelik görüşlerindeki değişimi.....	215
Tablo 4.42. Öğrencilerin MD’ye değer verme boyutuna yönelik görüşlerindeki değişimi	219
Tablo 4.43. Öğrencilerin MD’ de problem çözmenin önemi boyutuna yönelik görüşlerindeki değişimi.....	222
Tablo 4.44. Öğrencilerin MD’ nin özgüvene olumlu etkisi boyutuna yönelik görüşlerindeki değişimi.....	224
Tablo 4.45. Öğrencilerin MD’de ispatın önemi boyutuna yönelik görüşlerindeki değişimi	227

MATEMATİKSEL DÜŞÜNMENİN SINIF ORTAMINA YANSIMALARI: 8. SINIF ÖRNEĞİ

ÖZET

Bilginin ilerlemesi, teknolojik gelişmeler ve günlük yaşantıdaki hızlı değişim ışığında, öğrencileri sosyal, ekonomik, bilimsel ve teknolojik alanlara ayak uydurmaya hazırlamak gerekir. Bu bağlamda öğrencileri düşünen, sorgulayan, yorumlayan bireyler olarak yetiştirmek önem kazanmıştır. Matematik eğitimi alanında da öğrencilerin matematiksel becerilerini geliştirmek için farklı düşünme becerileri edinmesi hayati önem taşımaktadır. Bu düşünme becerilerinden biri de matematiksel düşünme becerisidir. Bu araştırmanın amacı, sekizinci sınıf matematik derslerinde kullanılan matematiksel düşünme etkinliklerinin öğrenme ortamlarını nasıl etkilediğini belirlemektir. Çalışmada, aksiyon araştırması yöntemi kullanılmıştır. Araştırmanın katılımcılarını, 2018-2019 eğitim-öğretim yılında, Ordu İli, Altınordu İlçesinde bulunan bir ortaokulun 8. sınıfındaki 27 öğrenci oluşturmaktadır. Çalışmanın verileri çalışma yapıtları, matematiksel düşünmeye yönelik görüş ölçeği, yarı yapılandırılmış mülakatlar ve gözlemler aracılığıyla toplanmıştır. Nitel veriler, betimsel ve içerik analiz yöntemleri kullanılarak, nicel veriler ise tablo, grafik, ortalama gibi yöntemler kullanılarak analiz edilmiştir. Araştırmanın sonucunda, matematiksel düşünme etkinlikleriyle zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarının öğretmen-öğrenci ve öğrenci-öğrenci etkileşimini artırdığı gözlenmiştir. Öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerindeki başarılarının özelleştirme aşamasından ispat aşamasına doğru gidildikçe azaldığı ortaya çıkmıştır. Ayrıca, öğrencilerin matematiksel düşünmeye yönelik görüş ölçeğine ilişkin ortalama puanlarında matematiksel düşünme ile zenginleştirilmiş öğretim uygulamalarından sonra artış olduğu görülmüştür. Çalışma kapsamında elde edilen sonuçlar ışığında, matematiksel düşünme etkinliklerinin derslerde nasıl kullanılabileceğine, ortaokul matematik dersi öğretim programına ispat ile ilgili çalışmaların eklenmesine ve ileride yapılabilecek araştırmalara ilişkin önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar kelimeler: Matematik Eğitimi, Matematiksel Düşünme, Ortaokul Öğrencileri, Aksiyon Araştırması.

REFLECTIONS OF MATHEMATICAL THINKING ON THE CLASSROOM ENVIRONMENT: THE CASE OF 8TH GRADE

SUMMARY

In the light of the progress of knowledge, technological developments and rapid change in the daily life, it is required to prepare students to adapt to social, economic, scientific, and technological areas. In this context it has become important to raise students as individuals who think, question, and make interpretations. Also in the area of mathematics it is important for students to acquire a variety of thinking skills in order to develop their mathematical skills. One of these thinking skills is the mathematical thinking skill. The purpose of this study is to determine how the mathematical thinking activities used in grade eight mathematics lessons affect the learning environments. Action research method was used in the study. The participants of the study comprised 27 grade eight students from a middle school in the province of Ordu district of Altınordu in the 2018-2019 school year. The data of the study were collected via worksheets, views about mathematical thinking scale, semi-structured interviews, and observations. The qualitative data was analyzed using descriptive and content analysis methods, while the quantitative data was analyzed using methods such as tables, diagram and mean. As a result of the study it was observed that the learning environments enriched with mathematical thinking activities, enhanced the teacher-student and student-student interaction. It was found that the success of the students in their mathematical thinking skills decreased as it went from the specializing stage toward the proving stage. In addition, the mean scores of the students regarding the views about mathematical thinking scale had increased after the teaching applications enriched with mathematical thinking. In the light of the results obtained from the study; some suggestions were made about how to use the mathematical thinking activities in lessons, adding proof-related studies to the secondary mathematics curriculum and the future studies.

Keywords: Mathematics Education, Mathematical Thinking, Middle School Students, Action Research.

BÖLÜM 1. GİRİŞ

Kur'an-ı Kerim'de "düşünme" eyleminin ne kadar önemli olduğu üzerinde durulmuştur. Kur'an-ı Kerim, insanların düşünmesini, düşünerek yaşadıklarından dersler çıkarmasını, sorarak sorgulayarak hayatına yön vermesi gerektiğini tüm insanlığa bildirmiştir (Bayrakdar, 2017). Hal böyleyken düşünme eyleminin ne kadar önemli ve hassas olduğunu söyleyebiliriz. Türk Dil Kurumu (TDK) ise düşünmek kavramını; zihin yardımı ile arayıp bulmak, bir sonuca varmak için incelemek, bir duruma karşı ilgili ve titiz davranmak, akıldan geçirmek, göz önüne getirmek, tasarlamak, akıl etmek, olabilecek durumları tahmin etmek biçiminde tanımlamıştır (TDK, 2019).

Matematik kavramı TDK'de (2019) cebir, geometri ve aritmetik gibi sayı ve ölçü temeline dayanarak niceliklerin özelliklerini inceleyen bir bilim dalı olarak ifade edilmiştir. Baykul'a (2009) göre ise matematik 4 farklı biçimde tanımlanmıştır:

1. Matematik, günlük yaşamda karşılaşılan problemleri çözmede kullanılan hesaplama, sayma, ölçme ve çizmedir.
2. Matematik, içerisinde sembolleri barındıran ve sembollerle inşa edilen bir dildir.
3. Matematik, bireyin mantıklı düşünmesini sağlayan ve onu geliştiren mantıksal bir düzendir.
4. Matematik, dünyayı anlamlandırmada ve yaşanılan çevreyi geliştirmede başvurulan bir yardımcıdır.

Altun'a (2005) göre matematik, yaşamın soyutlanmış biçimidir. Bu cümleden problem durumlarında verilen olayların, olguların cebirsel ifadeler yardımıyla modellenmesi ve

soyutlaştırılması anlaşılabilir. Bu haliyle matematiğin soyut kavramlar içerdiği söylenebilir. Bu soyutluk durumu bazı öğrencilerde matematikten uzaklaşma durumunu ortaya çıkarmaktadır. Bu uzaklaşmanın sonucu olarak da matematik, çoğu öğrencilerin çoğu tarafından seilmeyen ve korkulan bir ders hâline gelmektedir (Civelek, Meder, Tüzen ve Aycan, 2003; Ufuktepe, 2003; Tözluyurt, 2008; Yıldız, 2013). Dreyfus (1991) yapmış olduğu çalışmasında, bazı öğrencilerin matematik derslerinde sadece formül öğrendiğini ancak bir matematikçi gibi çalışma prensibini öğrenmediğini ifade etmiştir. Bu tür öğrencilerin sadece formül ezberleyen bireyler olmasını engelleyerek matematiğe karşı olumsuz tutumlarını ortadan kaldırmak için onlara matematiğin bir düşünce ürünü olduğunu, düşünme becerisine sahip herkesin kolay bir biçimde matematiği anlayabileceğini ve bir matematikçi gibi çalışma prensibine sahip olabileceğini aşılamamız gerekmektedir.

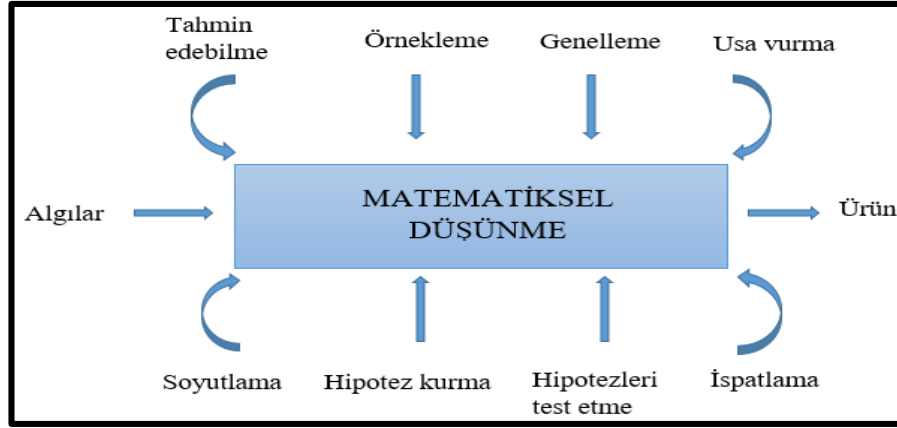
Bilginin ilerlemesi, teknolojik gelişmeler ve günlük yaşantımızdaki hızlı değişim neticesinde öğrencilerin sosyal, ekonomik, bilimsel ve teknolojik alanlara ayak uydurmaya hazırlanması gerekmektedir (Yıldırım, 2019). Bu bağlamda öğrencileri düşünen, sorgulayan, yorumlayan bireyler olarak yetiştirmenin önem kazandığı söylenebilir. Burada amaç, öğrencilerin zihinlerini bilgilerle doldurmak değildir. Aksine, öğrencilere nasıl öğrenebileceklerini ve nasıl düşüneceklerini öğretmek olduğunu söyleyebiliriz. Matematik eğitimi alanında öğrencilerin matematiksel becerilerini geliştirmek için çok çeşitli düşünme becerileri edinmeleri hayati önem taşımaktadır. Bu düşünme becerilerinden biri Matematiksel Düşünme (MD) becerisidir.

MD'nin, okul öncesi ve ilköğretim yıllarında önemli bir gelişim göstermeye başladığı düşünüldüğünde bu dönemde öğretmenler, çocukların doğal merakını ve MD'lerini teşvik eden esnek, ilgi çekici, öğrenci merkezli ortamlar hazırlayarak sınıflarında öğrencilerin MD'lerinin etkili kullanımını en iyi bir biçimde nasıl destekleyeceğini ortaya koyması gerekir (Unutkan, 2007). Çünkü MD'nin doğasını anlamak, eğitim ortamlarında hangi içeriğin, becerilerin ve bilişsel süreçlerin teşvik edilmesi gerektiğini ve bu becerilerin en iyi bir biçimde nasıl teşvik edileceğini bilmektir (Fisher, Hirsh-Pasek ve Golinkoff, 2012).

Bir asır boyunca matematik, büyük ölçüde kurallar ve algoritmalar yoluyla sayıların kullanılmasını içeren sabit bir kurallar dizisi olarak görülmüştür (Battista, 2002). Ancak matematik, içerisinde sadece sayılar ve işlemler barındıran bir bilim olmamakla beraber düşünme, olaylar arası ilişki kurma, mantık yürütme, tahminde bulunma ve problem çözme gibi becerilere önemli katkılar sağlayarak yaşantımıza yön vermektedir (Umay, 2003). Buradan hareketle matematik ve düşünme kavramlarını birbiriyle ilişkili olan iki kavram olarak düşünebiliriz.

Yeryüzündeki tüm insanlar günlük yaşam koşullarını yürütmek için matematik kullanırlar (Yıldırım, 2019). Genel olarak matematik öğrenmek, insan olarak ihtiyacımız olan önemli olgulardan biridir (Aljaberi, 2014). Ayrıca matematik, düşünme yeteneğinin oluşumunu sağlayan bir bilimdir (Samo, Darhim ve Kartasasmita, 2017). Oluşan bu düşünme biçimini ise MD olarak ifade edebiliriz. MD, yalnızca belirli problem türünün nasıl çözüleceğini bilmenin aksine, günlük yaşamda karşılaştığımız yeni, karmaşık sorunlara çözüm üretmemize yardımcı olan bir düşünce biçimidir (Fisher ve ark., 2012).

MD'nin kesin bir tanımı yoktur (Breen ve O'Shea, 2011). Farklı araştırmacılar MD ile ilgili farklı tanımlara yer vermiştir. Alkan ve Bukova-Güzel (2005) çalışmalarında, MD'yi, ihtiyaçların giderilmesinde ve problemlerin çözümünde üretken ve yararlı olması ile fayda sağlayan nitelikteki düşünme olarak tanımlamışlardır. Sevgen (2002), MD'nin insanların günlük hayatlarında karşılaştıkları durumlara sistematik, doğru ve hızlı bir yaklaşım ortaya koymalarına imkân sağladığını belirtmektedir. Yıldırım (2019), MD'nin bilimsel düşünmeden bir farkının olmadığını, sadece MD'nin belirli bir yöne doğru gelişen bir biçimi olduğunu ve düzeyi ne olursa olsun MD'nin bir problem çözme aktivitesi olduğunu belirtmiştir. Liu ve Niess (2006) de, MD'yi “özelleştirme, tahmin etme, tümevarım, tümdengelim, genelleme, analoji, muhakeme yapma ve doğrulamayı içinde barındıran karmaşık süreçlerin bir bütünü” biçiminde tanımlamıştır. Buradan hareketle farklı araştırmacıların MD ile ilgili yaptıkları tanımlardaki bileşenler bir araya getirildiğinde MD'nin Şekil 1.1. deki işleyiş yapısı ortaya çıkmaktadır.



Şekil 1.1. MD'nin işleyiş yapısı (Alkan ve Bukova-Güzel, 2005)

MD, matematikteki terimlerin, kavramların veya formüllerin ezberlenmesi yoluyla desteklenmez; daha ziyade yargılama, yorumlama becerilerinin ve zaman içinde biriken bilişsel yetkinliklerin dinamik etkileşimi yoluyla gelişir (Fisher ve ark., 2012). Mason, Burton ve Stacey (2010), MD'nin gelişimi için aşağıdaki hipotezleri ortaya koymuştur:

1. Herkes MD becerisine sahip olabilir.
2. MD, farklı problem durumları üzerinde uğraşarak ve problem çözümündeki aşamalarda derinlemesine düşünerek geliştirilebilir.
3. MD, ansızın ve şaşırtıcı durumlarla karşılaşıldığında ortaya çıkar.
4. MD, sorgulamayla ve derinlemesine düşünmeyle geliştirilebilir.
5. MD'nin desteklenmesi, bireyin yaşadığı çevreyi ve dünyayı anlamasına katkı sağlar.

Devlin'e (2012) göre MD, nesne ve olaylar hakkında düşünmenin özel bir hali olmakla beraber MD'de algılarımızdan hareket ederek bir sonuca ulaşma gayreti vardır. Dolayısıyla bireyler, yaşamlarının her döneminde karşılaştıkları problem durumlarında bilinçli olarak ya da olmayarak MD'yi kullanırlar (Arslan ve Yıldız, 2010). Buradan hareketle MD'nin sadece matematikle uğraşan insanlara ait değil, bütün insanların hayat boyu gereksinim duyacakları bir düşünme biçimi (Blitzer, 2003) olduğu söylenebilir.

MD becerisi, bir problemi çözmekle uğraşma, edinilen tecrübeler üzerinde düşünme ve tasarlanan bir problem sürecini çalışma gibi çeşitli etkinlikler sonucunda geliştirilebilir (Hacısalihoglu, Mirasyedioğlu ve Akpınar, 2003). Buradan hareketle, MD'nin en temel özelliğinin problem çözme olduğu söylenebilir. Problem çözme, öğrencilerin soyutlama, ifade etme, sembolleştirme, genelleme, ispatlama ve yeni problem durumu oluşturma gibi genel matematiksel yöntemler konusunda tecrübe edinmesini sağlar (Busbridge ve Özçelik, 1997). Bu bağlamda problem çözmenin söz konusu olduğu her durumda MD de gerçekleşmektedir (Yeşildere, 2006). Bu sebeple, öğrencilerin matematiksel bir problemle uğraşırken nasıl düşündüklerini ve nasıl çıkarımda bulunduklarını anlamak, MD'nin alt bileşenleri hakkında ipuçları verebilir (Arslan ve Yıldız, 2010).

Hacısalihoglu ve arkadaşları (2003), Alkan ve Bukova-Güzel (2005) MD'nin bir süreç olduğunu ve MD'yi oluşturan bileşenlerinin birbirini takip eden aşamalar içerdiğini ifade etmişlerdir. Gerçekten de birey, herhangi bir problem durumuyla karşılaştığında öncelikle özel durumları inceledikten sonra genellemeler yapmakta ve ardından varsayımlar ortaya koyarak bu varsayımları ispatlama yoluna gitmektedir (Yıldız, 2016). MD'nin yukarıda belirtilen aşamalarının ortaya çıkış sırası, süreci yaşayan bireyin kişisel özelliklerine ve problem durumuna göre farklılık gösterebilir. Aynı problem durumu karşısında bir birey bütün aşamalardan sırayla geçerken, bir başka birey bazı aşamaları atlayarak bir sonraki aşamaya geçip sonuca ulaşabilir (Arslan ve Yıldız, 2010).

Yukarıda ifade edilen bilgiler ışığında, araştırmanın temel problemi, MD etkinlikleriyle zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarında öğretmen-öğrenci ve öğrenci-öğrenci etkileşimi ile 8. sınıf öğrencilerinin MD'ye yönelik becerileri ve görüşleri nasıldır? biçimindedir. Çalışmanın alt problemleri ise şu şekildedir:

1. MD etkinlikleriyle zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarında öğretmen-öğrenci ve öğrenci-öğrenci etkileşimi nasıl gerçekleşmektedir?

2. MD etkinlikleri ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarında sekizinci sınıf öğrencilerinin MD becerileri özelleştirme, genelleme, varsayımında bulunma ve ispat bağlamında nasıldır?
3. MD etkinlikleri ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamları sekizinci sınıf öğrencilerinin MD'ye yönelik görüşlerini nasıl etkilemektedir?

1.1. Araştırmanın Amacı

Çalışmada MD etkinlikleriyle zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarında öğretmen-öğrenci ve öğrenci-öğrenci etkileşiminin nasıl gerçekleştiğini ve 8. sınıf öğrencilerinin MD'ye yönelik becerilerini ve görüşlerini ortaya koymak amaçlanmıştır. Araştırma ile öğretmen, tasarladığı öğrenme ortamına ve bu ortamdaki öğretmen-öğrenci rollerine eleştirel olarak yaklaşarak deneyimlerini paylaşmayı, böylece öğrenme ortamlarının MD etkinlikleriyle nasıl zenginleştirilebileceğine yönelik örnek teşkil etmeyi amaçlamıştır. Bu bağlamda, MD etkinlikleriyle zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarında öğretmen-öğrenci ve öğrenci-öğrenci etkileşiminin, öğrencilerin MD becerilerinin ve MD'ye yönelik görüşlerinin nasıl etkilendiği ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır.

1.2. Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi

Matematik eğitiminin en önemli amaçlarından biri öğrencilerin MD'yi gerçekleştirebilmesi ve problem çözerken MD'yi kullanabilmesidir (Stacey, 2006). Ayrıca matematik öğretiminin iyi bir seviyede yapılabilmesi için öğrencilerin MD süreçlerine önem vermesi gerekir (MEB, 2005; Hughes, 2006; Stacey, 2006). MEB'in 2018 yılında yayımladığı programda yetiştirilmek istenen bireylere ait özelliklerle ilgili aşağıdaki ifadelerle yer vermiştir:

“Türk eğitim sistemi yetkinliklerde bütünleşmiş bilgi, beceri ve davranışlara sahip karakterde bireyler yetiştirmeyi hedeflemektedir. Öğrencilerin hem ulusal hem de uluslararası düzeyde; kişisel, sosyal, akademik ve iş hayatlarında ihtiyaç duyacakları beceri yelpazeleri olan yetkinlikler, Türkiye Yeterlilikler Çerçevesinde (TYÇ) ortaya

konulmuştur. Bu yetkinliklerden biri matematiksel yetkinliktir. Matematiksel yetkinlik, günlük hayatta karşılaşılan bir problemi çözmek için MD tarzını geliştirme ve uygulamadır.” (MEB, 2018, s.5).

Türkiye’de MEB tarafından 2005 yılında uygulamaya konulan yapılandırmacı yaklaşıma dayalı matematik öğretim programları matematik öğretimine farklı bir boyut katmış ve öğrenciyi eğitimin merkezine almıştır. Aynı programda matematik eğitiminin genel amaçları arasında matematiksel düşünebilen bireylerin yetiştirilmesi amaçlanmış ve matematik eğitiminin genel amaçları arasında aşağıdaki ifadeler yer verilmiştir:

“Matematiksel düşüncelerini mantıklı bir şekilde açıklamak ve paylaşmak için matematiksel terminoloji ve dili doğru kullanabilecektir. Matematiksel problemleri çözme sürecinde kendi matematiksel düşünce ve akıl yürütmelerini ifade edebilecek, başkalarının matematiksel akıl yürütmelerindeki eksiklikleri veya boşlukları görebilecektir.” (MEB, 2005, s.8).

Bunun yanı sıra 2009, 2013, 2017 ve 2018 yıllarında yayımlanan matematik öğretim programlarında da MD’nin önemi vurgulanmıştır. Ayrıca MD’nin bileşenlerinden tahmin (varsayımda bulunma) ile ilgili ifadeler de 2018 yılında güncellenen matematik öğretim programında yer bulmuştur. Bu programda tahmin (varsayımda bulunma) ile ilgili aşağıdaki ifadeye yer verilmiştir:

“Tahmin etme ve zihinden işlem yapma becerilerini etkin bir şekilde kullanabilecektir.” (MEB, 2018, s.8).

Son yıllarda değişen sınav sistemi ile üniversite sınavları ve ortaöğretime giriş için yapılan sınavlarda artık ezbere dayalı, sadece bilgi ölçen sorular yerine; öğrencileri düşünmeye, yorumlamaya yönlendiren sorular yer almaya başlamıştır. Dolayısıyla bu tür sınavlarda öğrenci başarısını artırmak için öğrencileri düşünmeye ve yorumlamaya yöneltici soru tarzlarıyla sıkça karşı karşıya getirmek gerekir. Bu vesile ile öğrencilerin MD becerilerinin farkına varılması ve bu becerilerin geliştirilmesi hedeflenmelidir. Ayrıca MEB’in her sınıf seviyesinde yayımladığı öğretim programları incelendiğinde,

MD ile ilgili kavramlara yer verildiği ve MD'nin öğrencilere kazandırılması gereken bir düşünme biçimi olduğu (MEB, 2005; 2009; 2013; 2017; 2018) görülmektedir. MD, bir beceri olarak ele alındığında bu becerinin gelişmesini sağlayacak en önemli unsur problem çözmedir. Problem çözme, MD'nin tam manasıyla ortaya çıkabilmesi için önemli bir yere sahiptir. Ancak her problem için bu durum geçerli değildir. MD'deki tüm süreçlerin ortaya çıkması ve gelişimi sadece rutin olmayan, yani standart bir çözüm yolu olmayan problemler için geçerlidir. Bu tür problemler sayesinde birey, karşılaştığı problemi anlamaya yönelik bir takım hamleler yaparak özelleştirme bileşeni ile sürece başlamış olacaktır. Sonraki süreçlerde ise problemin çözümüne yönelik hamlelerde bulunacak ve çözüm için gerekli olan genellemelere ulaşmaya çalışacaktır. Öğrenciler problemin çözümü için elde ettiği genellemeler ile ilgili gerekli tahminler yaparak varsayımda bulunma sürecine girecektir. Son aşamada ise problemin çözümü için bulduğu genellenenin doğruluğunu test edecek ve her zaman geçerliliğini koruduğunu kanıtlayarak MD sürecini tamamlamış olacaktır. Her ne kadar MEB'in (2018) yayımladığı öğretim programlarında MD becerisinin öğrencilere kazandırılması gerektiğinden bahsedilse de ders kitaplarında öğrencilerin sorgulayacağı, yorum yapacağı, MD'lerini açığa çıkarmayı sağlayacak problem durumlarına yeterince yer verilmemektedir.

Alman matematikçi Carl Friedrich Gauss'un "Matematik tüm bilimlerin kraliçesidir." sözü matematiğin tüm bilimler arasındaki konumunu apaçık ortaya koymaktadır. Buradan hareketle tüm bilimlerin temelinde matematik olduğu, matematik içermeyen bir bilim dalından bahsedilemeyeceği yorumu yapılabilir. Hal böyle iken MD'nin de sadece matematikle uğraşan insanlara özgü bir düşünme biçimi olmadığı (Blitzer, 2003), her alanda MD'ye sahip bireylere ihtiyaç olduğu söylenebilir. Bu durum, MD ile ilgili çalışmaların artırılması gerekliliğini ortaya çıkarmaktadır (Alkan ve Bukova-Güzel, 2005).

Alan yazın incelendiğinde MD ile ilgili yapılan çalışmalarda genellikle özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispat bileşenleri ile ilgili olarak süreçten çok sonuç odaklı değerlendirmelerin olduğu (Arslan ve Yıldız, 2010; Keskin ve ark., 2013; Tuncay, 2015; Yıldız, 2016) öğrencilerin MD sürecinde yaşadıklarına yer verilmediği

(Yıldırım, 2015; Uzun ve ark., 2019) görülmüştür. Bazı çalışmalarda ise MD ile ilgili katılımcıların görüşlerinin alındığı, MD ölçeğine verilen cevapların incelendiği (Öztürk, 2013; Ersoy ve Güner, 2014; Koyuncu 2018; Baş, 2019) ancak süreçte yaşanan olaylara yer verilmediği gözlenmiştir. Bazı çalışmalarda da MD'nin oluşumu, gelişimi ve doğası (Tall, 1995; Bell ve Yetkin, 2003; Alkan ve Bukova-Güzel, 2005; Cengiz, Kline ve Grant, 2011) ile ilgili kavramlara yer verilmiştir. Buradan hareketle MD ile ilgili hem sürecin izlendiği hem mülakatlar ve hazırlanan MD ölçeği vasıtasıyla öğrenci görüşlerinin alındığı hem de MD bileşenlerini hazırlanan çalışma yapıları ile incelemeyi amaçlayan çalışmaya rastlanılmamıştır.

Yukarıda ifade edilen eksiklikler doğrultusunda bu çalışmada; MD etkinlikleri ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarında yaşanan süreçleri, öğrencilerin MD'nin bileşenleri ile ilgili genel durumları ve yapılan etkinliklerin öğrencilerin MD'ye yönelik görüşleri üzerinde nasıl bir değişim meydana getirdiği yansıtılmaya çalışılmıştır. Özetle araştırmacı öğretmenin sınıf ortamında yaptığı gözlemlerine ve deneyimlerine dayanarak sunduğu yansımaların, öğrencilerin MD becerilerine ve MD ile ilgili görüşlerindeki değişimlere ilişkin gerçekçi yansımalar ortaya koyacağı öngörülmektedir. Uygulanan MD etkinlikleri ile öğrencilerden hangi etkinlikte ne gibi davranışlar beklenildiği ortaya konulmaya çalışılmıştır. Ayrıca araştırmacı öğretmenin yaptığı uygulamaların sonunda kazandığı deneyimlerin, mesleki gelişim bağlamında kendisine katkı sunacağı düşünülmektedir.

1.3. Araştırmanın Sınırlılıkları

1. Hazırlanan ölçek maddelerinin uygulanması 4 farklı zaman dilimi ile sınırlandırılmıştır.
2. Etkinlikler 7 adet çalışma yaprağı ile sınırlandırılmıştır.
3. Etkinlikler MD sürecinin özelleştirme, genelleme, varsayımında bulunma ve ispat bileşenleri ile sınırlı tutulmuştur.
4. Yapılan araştırma 2018-2019 eğitim-öğretim yılı ile sınırlandırılmıştır.

1.4. Araştırmanın Varsayımları

1. Araştırmaya katılan öğrencilerin veri toplama araçlarına verdikleri yanıtlarda gerçek duygu ve düşüncelerini yansıttıkları varsayılmıştır.
2. Araştırmaya katılan öğrencilerin, süreç boyunca araştırmacının sınıfta bulunmasından etkilenmeyip gözlem yapılmayan derslerdeki gibi etkinliklerini yaptıkları varsayılmıştır.
3. Araştırma boyunca kullanılan veri toplama araçlarının hazırlanması aşamasında alınan uzman görüşlerinin yeterli olduğu varsayılmıştır.



BÖLÜM 2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

2.1. Kuramsal Çerçeve

Bu bölümde araştırmanın teorik alt yapısını oluşturmak amacıyla MD'nin tanımı ve bileşenleri tanıtılmıştır.

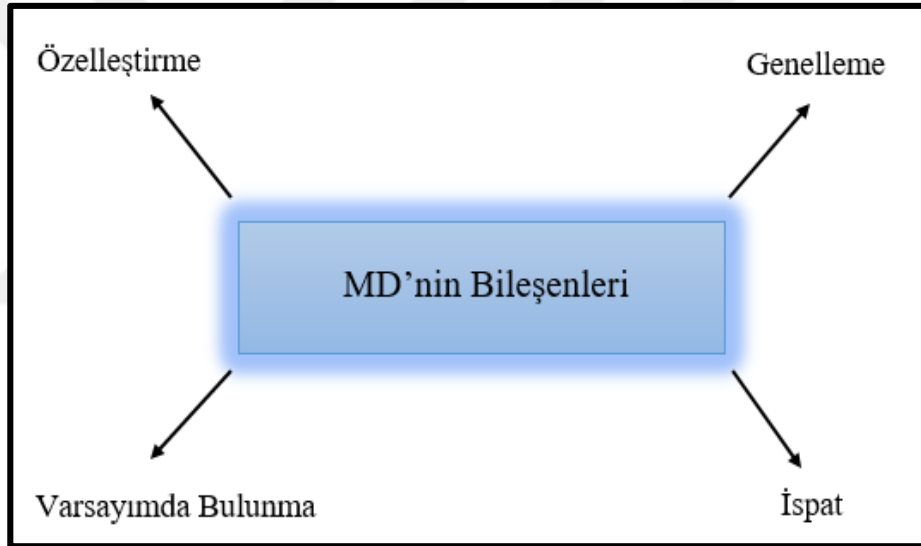
2.1.1. MD'nin Tanımı

Matematik eğitimi alanında, öğrencilerin matematiksel becerilerinin gelişimi için birçok düşünme biçimine sahip olması büyük önem taşımaktadır. Bu düşünme biçimlerinden en önemlisi ise MD'dir (Schoenfeld, 1992). MD, insanların günlük yaşamlarında karşılaştıkları durumlara amaçlı, sistemli, kesin ve en kısa yoldan anlam kazandıran önemli bir kavramdır (Sevgen, 2002). MD soyut kavramlar içermektedir. Araştırmacılar MD'yi "somutlaştırmak" amacıyla MD'nin özelliklerini, bileşenlerini ve MD'yi diğer düşünme türlerinden ayıran özellikleri incelemişlerdir (Arslan ve Yıldız, 2010). Alkan ve Bukova-Güzel (2005) MD'nin özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma, ispatlama ve yeni bir kavrama ulaşma özellikleriyle diğer düşülmelerden ayrılacağını ortaya koymuştur.

Diğer taraftan alan yazın incelendiğinde, farklı araştırmacıların MD'nin bileşenlerini ortaya koymaya çalıştıkları görülmektedir. Örneğin; Tall (2002) MD'nin soyutlama (abstraction), sentezleme (synthesizing), genelleme (generalizing), modelleme (modelling), problem çözme (problem solving) ve ispat (proof) gibi bileşenleri içerdiğini belirtmiştir. Mason, Burton ve Stacey (2010) de MD'nin özelleştirme (specializing), genelleme (generalizing), varsayımda bulunma (conjecturing), doğrulama ve ikna etme (justifying and convincing) bileşenlerini incelemiştir.

Hacısalihoğlu, Mirasyedioğlu ve Akpınar (2003) ise Mason, Burton ve Stacey'nin çalışmalarına paralel olarak MD'nin özelleştirme, genelleştirme, tahmin etme ve ikna etme bileşenlerinden oluştuğunu belirtmiştir. Liu (2003) MD'yi "tahmin edebilme, tümevarım, tümdengelim, örnekleme, genelleme, analogi, doğrulama ve benzeri karmaşık süreçlerin bir bütünü" biçiminde tanımlamıştır.

Görüldüğü üzere birçok araştırmacı MD ile ilgili farklı tanımlar ve görüşler bildirmiştir. Ancak araştırmacıların MD'yi açıklarken kullandığı kavramlar incelendiğinde belli başlı bileşenlerinden bahsettikleri görülmektedir. Bu bileşenler, Şekil 2.1.'de gösterilmiştir:



Şekil 2.1. MD'nin bileşenleri

Bu çalışma kapsamında MD özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispat bileşenlerinin bir bütünü olarak tanımlanmıştır.

2.1.2. MD'nin Bileşenleri

MD'nin özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispat bileşenleri aşağıda açıklanmıştır:

2.1.2.1. Özelleştirme

Özelleştirme, bir genellemeye varmayı sağlayacak durumları bir araya getirme işlemidir (Mason ve ark., 2010). Özelleştirme, MD'nin diğer süreçlerini de etkileyen ve gelişimini sağlayan bir işlemdir. Buradan hareketle özelleştirme, MD sürecinin temel yapı taşıdır (Mason, Burton ve Stacey, 2010). Literatürde özelleştirme kavramı ile ilgili yapılmış birçok tanım mevcuttur. Keskin ve arkadaşlarına (2013) göre özelleştirme, bir problem durumunu kavrayabilmek için belirli ve sistematik bir biçimde örnekleri seçmek ve problem durumunda bu örnekleri uygulamak anlamına gelmektedir. Lane'e (2011) göre özelleştirme, bireyin karşılaştığı sorunun bireye daha tanıdık hale geldiği ve bir tahmin veya genellemeye imkan sağlayan süreçtir. Burton'a (1984) göre özelleştirme, herhangi bir problemle karşılaşıldığında problemi çözmek için soruyla ilgili özel örnekleri incelemektir.

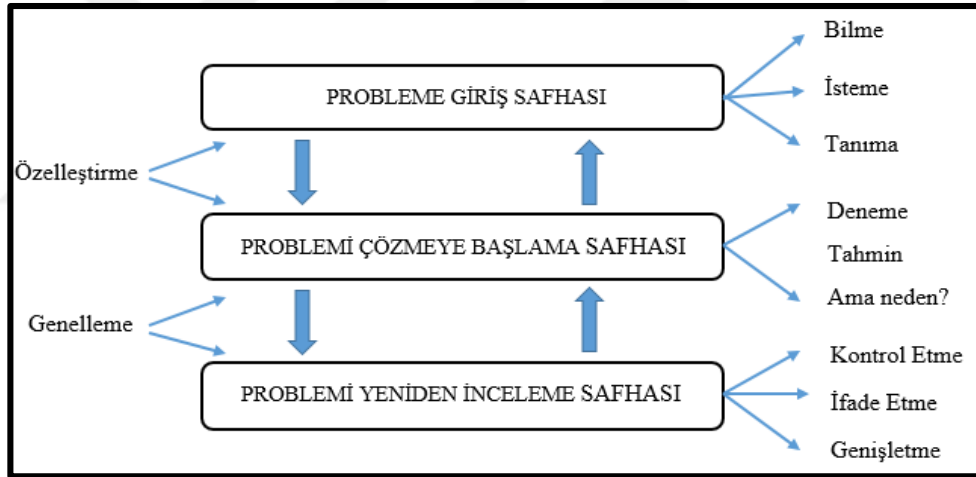
Arslan ve Yıldız'a (2010) göre özelleştirmede bir veya birden fazla örnek verme; bir örneği açıklama, gösterme, seçme veya çizme; verilen herhangi bir problem durumu için aykırı veya o problem durumuyla ilgili örnek bulma ve problemde istenilenleri doğru bularak sonucu farklı biçimlerde ifade etme gibi eylemler söz konusudur.

Özelleştirme bileşeninde örnekleri rastgele seçmek verilen problemde ne anlatılmak istendiği ile ilgili fikir sahibi olmada, bir ifade veya tahminin doğruluğunu veya yanlışlığını ortaya çıkarmada kullanılabilecek bir yöntem olabilirken, sistematik olarak örnekler seçmek ise MD'nin bir üst aşamasına geçişi kolaylaştırabilir (Mason ve ark., 1985; Göl, 2017). Herhangi bir örüntünün oluşmadığı durumlarda ise özelleştirme verilen problemi anlama, kavrama ve problemi daha belirli bir duruma getirme anlamına gelir (Mason ve ark., 2010).

Özelleştirme bileşeni sadece verilen problem durumuyla ilgili bir süreç olmayıp problem durumuyla ilgilenen bireyi de kapsayan bir süreçtir (Göl, 2017). Bu süreçte bazı bireyler için bir tane örnek incelemek problemin anlaşılması açısından yeterli olabilirken bazıları için ise birden fazla örnek incelemek gerekebilir (Lane, 2011).

2.1.2.2. Genelleme

Matematik öğrenmenin en önemli amaçlarından biri de genelleme yapmayı öğrenmektir (Olkun ve ark., 2009). Genelleme, belli bir durum veya olaydaki örüntüyü ortaya çıkarıp bir düşüncede toplama işidir ve aynı zamanda bu haliyle bir soyutlamadır (Baki, 2008). Arslan ve Yıldız'a (2010) göre matematiksel genellemelerde belli sayıdaki adımlardan hareketle yapılan varsayım hakkında karar verilmeye çalışılır. Mason ve arkadaşları (2010) ile Lane (2011) ise birçok örnekte ortak olan özellikleri fark etme ve diğerlerini göz ardı etmenin genelleme sürecinin bir parçası olduğunu ifade etmişlerdir. Buradan hareketle genelleme süreçlerinde de özelleştirmeye başvurulduğu görülmektedir. Özelleştirme ve genelleme süreçleri arasındaki ilişki Şekil 2.2.'de verilmiştir:



Şekil 2.2. Özelleştirme ve genelleme süreçleri arasındaki ilişki (Hacısalıhoğlu ve ark., 2003)

Lane'e (2011) göre genelleme süreci, özelleştirme yapılırken incelenmiş olan örneklerdeki ilişkiyi ve örüntüleri fark etmeyi içerir. Ayrıca genellemeye ulaşmanın en önemli yollarından biri de onu genişleyen fiziki örüntülerle elde etmeye çalışmaktır (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2010). Buna ek olarak öğrencilerin sayı veya şekillerdeki örüntüler arasında ilişki kurmaları, onların MD'lerinin gelişimine katkı sağlayacaktır (NCTM, 1989). Tanışlı'ya (2013) göre, MD sürecinin temelinde genelleme yer alırken genelleme yapmanın temelinde ise örüntüler vardır. Buradan hareketle genelleme kavramının oluşmasında üzerinde durulması gereken en önemli

kavram örüntüdür (Bağdat, 2013). Genelleme esnasında örüntü oluşturma, sınıflandırma, sıralama, eşleştirme, karşılaştırma yapma, benzerlik ve farklılıkları ortaya koyma, iki değişken arasındaki ilişkiyi sözel veya matematiksel olarak ifade etme, ortaya çıkabilecek bütün ihtimalleri tanımlama gibi eylemler söz konusudur (Arslan ve Yıldız, 2010). Buradan hareketle MD becerilerinin gelişiminde örüntülerin önemli bir yere sahip olduğu söylenebilir (Olkun ve Toluk-Uçar, 2006). Dolayısıyla öğrencilerin erken yaşlardan itibaren örüntü oluşturma etkinliklerinde yer alarak şekil veya sayı örüntülerini genelleme süreçlerinde bulunmaları, tahminlerini doğrulamaları, elde ettiği örüntüyü sözcüklerde, tablolarda ve grafiklerde göstermelerine olanak sağlanması gerektiği ifade edilmiştir (NCTM, 2000).

2.1.2.2.1. Örüntüler

Yaman'a (2010) göre örüntü; nesne, şekil veya sayıların belli bir sistematik içerisinde matematiksel bir formül ile ifade edilebilen düzenli dizisi biçiminde tanımlanmıştır. TDK'de (2019) ise örüntü kavramı; olay veya nesnelerin düzenli bir biçimde birbirini takip ederek gelişmesi olarak ifade edilmiştir.

Öğrencilerin örüntülerdeki ilişkileri keşfetmeleri ve bunları genelleme yapmaları, onların yaşadıkları dünyayı daha iyi anlamlandırabilme ve algılayabilme becerilerinin gelişmesine olanak sağlar (Akkan ve Çakıroğlu, 2012). Bu nedenle 2013, 2017, 2018 matematik öğretim programlarında örüntüler konusuna yer verilmiştir.

Yaman ve Umay (2013), örüntüyü tekrarlı örüntüler ve genişleyen örüntüler olmak üzere iki ana başlık altında incelemişlerdir.

a) Tekrarlı Örüntüler: Örüntüdeki belli bir kısmın büyüklük, şekil, boyut ve yön gibi özelliklere bağlı olarak tekrar tekrar uygulanması sonucu genellenebileceği dairesel bir yapıya sahiptir (Liljedahl, 2004). Papic'e (2007) göre ise tekrarlayan örüntüler; bir tekrar birimine sahip olan ve sürekli kendini tekrar eden örüntüler biçiminde tanımlanmıştır. Bu örüntü çeşidine ait birkaç örnek verecek olursak: ABABABAB....,

örneğinde AB, AABAABAABAABAAB... örneğinde AAB ve son olarak ABCCABCC... örneğinde ise ABCC biçiminde bir grup eleman tekrar etmektedir (Warren ve Cooper, 2006).

b) Genişleyen Örüntüler: Bu tür örüntülerde, örüntüyü devam ettirmenin yanında genelleme ya da cebirsel bir ilişki aranmaktadır (Tanışlı ve Olkun, 2009). Bir başka tanımda ise genişleyen örüntüler, terimler arası ilişkilerin genişleyen ya da daralan bir ilerleyiş izlediği örüntülerdir (Olkun ve Yeşildere, 2007). Bu örüntü çeşidine ait 4 farklı durum söz konusudur:

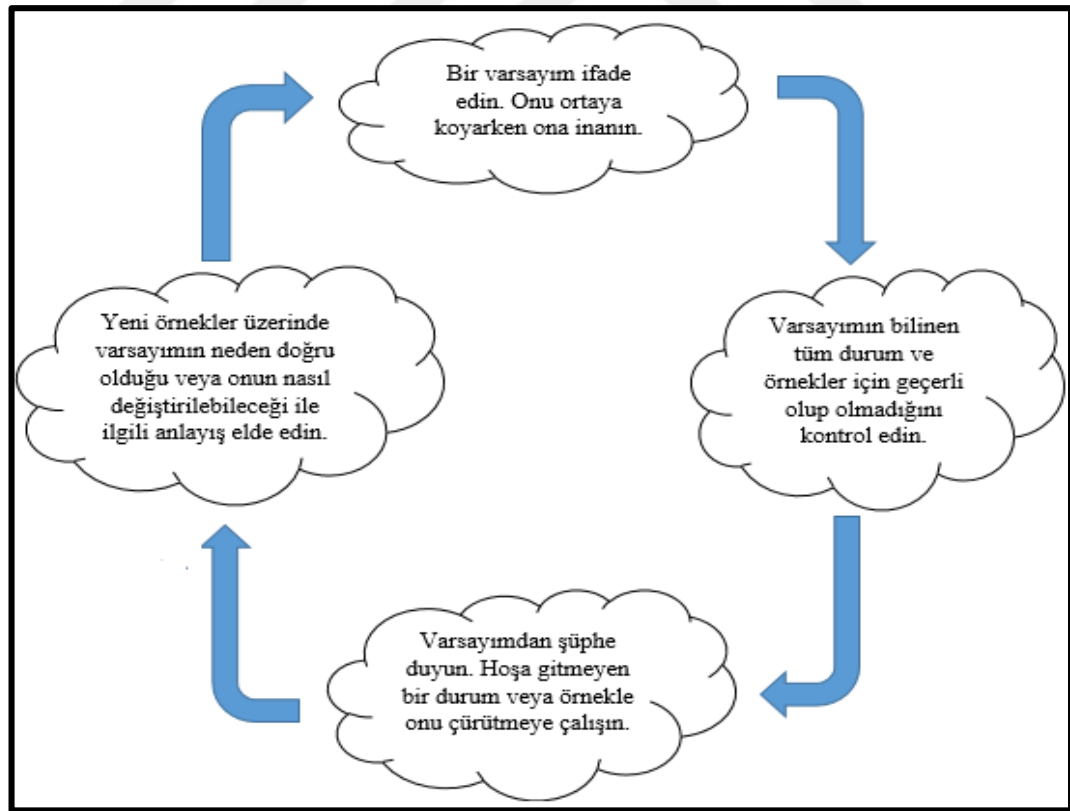
1. Doğrusal genişleyen örüntüler; bir önceki terime sabit bir sayı eklenerek bir sonraki terimin elde edildiği örüntüler olarak adlandırılmaktadır (Yaman, 2010). Bu tür örüntülerdeki terimler arasında doğrusal bir ilişki vardır.
2. Geometrik genişleyen örüntüler; ardışık terimler arasında sabit bir oran bulunan örüntülerdir (Dündar, 2015). Bu tür örüntülerdeki ilişki, üslü ifade şeklinde açıklanabilir (Akkan ve Çakıroğlu, 2012).
3. Artarak genişleyen örüntüler; terimleri arasındaki farkların sabit olmadığı, ardışık terimleri arasındaki farkların giderek arttığı ya da azaldığı örüntülerdir. Bu tür örüntülerdeki ilişki ikinci veya üçüncü dereceden denklemle açıklanabilir (Yaman, 2010).
4. Diğer örüntüler; terimleri belli bir düzen içinde değişen ancak aritmetik, geometrik ve artarak genişleyen örüntü sınıfına girmeyen örüntülerdir. Bu tür örüntülere Fibonacci sayıları, Hayyam üçgeni örnek olarak gösterilebilir (Yaman, 2010).

2.1.2.3. Varsayımda Bulunma

TDK (2019) varsayım kavramını, deneylerle henüz yeterli seviyede doğrulanmamış ancak doğrulanacağı inanılan teorik düşünce olarak tanımlamıştır. Yani varsayım,

mantıklı görünen fakat doğruluğu henüz ispatlanmamış bir durum olmakla birlikte ispatlanabileceği düşünülen yargıdır (Karasar, 2016). Mason ve arkadaşları (2010) ise varsayımı, bir problemde bilinmeyen durumun ne olduğunu açıklayabilecek olası bir örüntü hakkında bilgiye dayalı bir tahmin biçiminde tanımlamıştır. Ancak varsayım için sadece örnekleri sistematik bir biçimde bir araya getirmek ve bir örüntünün ortaya çıkmasını beklemek yeterli değildir. Varsayımına ulaşmak için soruyla tam olarak meşgul olma ve onu içselleştirme gerekir (Göl, 2017).

Arslan ve Yıldız (2010) özelleştirme ve genelleme süreçlerinde kendiliğinden ortaya çıkan varsayımda bulunma sürecini, bir önermenin doğru olabileceğini tahmin ederek doğruluğunu araştırma süreci olarak ifade etmiştir. Varsayımda bulunma sürecinde sözel veya matematiksel olarak tahminde bulunma, matematiksel iddiaları formülle ifade etme, önermelerden sonuç çıkarma, hipotez kurma ve hipotezi test etme gibi eylemler söz konusudur.



Şekil 2.3. Varsayımda bulunma süreci (Mason, Burton ve Stacey, 2010)

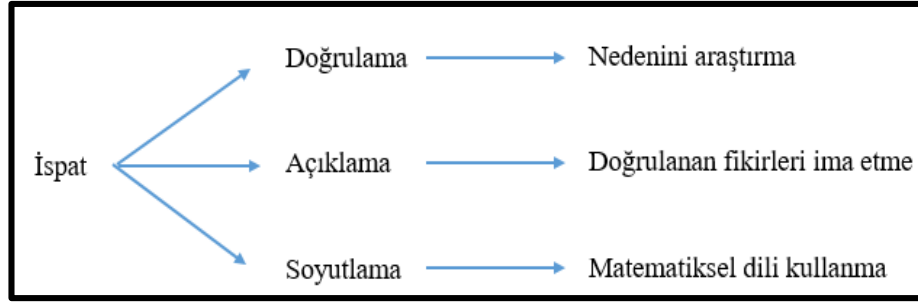
Varsayımda bulunma süreci Şekil 2.3.'te görüldüğü gibi sürekli devam eden döngüsel bir süreç olarak resmedilebilir. Bu süreçte bir varsayımda bulunmak ve ona inanmak gerekir. Sonrasında varsayımın doğruluğu kontrol edilir ve varsayım çürütülmeye çalışılır. Bu süreçte varsayımın doğruysa neden doğru olduğu, yanlış ise nasıl değiştirilebileceği üzerinde durulur ve bu döngü varsayım doğrulanıncaya kadar devam eder.

2.1.2.4. İspat

İspat, birçok öğrencinin zorlandığı bir kavramdır (Güler ve Dikici, 2012). Öğrenciler tarafından bu kadar çok korkulan bir kavram olmasına karşın ispat, matematik için oldukça önemli bir yere sahiptir. İspat, öğrencilerin kavramları daha iyi kavrayıp elde edilen sonuçlara inanmasını sağladığı ve MD'yi geliştirdiği için matematiğin temel yapı taşlarından biri olarak kabul edilir (Gökkurt ve Soylu, 2012). TDK'ye (2019) göre ispat, kanıt göstererek bir olgunun gerçek yönünü ortaya çıkarma biçiminde tanımlanmıştır. Yıldırım'a (2016) göre ise ispat, sadece matematiğe ait bir kavram gibi görülse de genel olarak elde edilen bir hüküm veya sonucun doğruluğunun çeşitli kanıtlarla kabul ettirilmesi çabası anlamına gelmektedir.

Uğurel ve Moralı'ya (2010) göre ispat hem üst düzey MD'nin geliştirilmesinde hem de matematik yapmada, matematiksel bilginin yapısını, doğasını, tarihsel gelişimini anlamada çok önemli bir konuma sahiptir. Diğer bir ifadeyle doğruluğu ispatlanmış matematiksel bilgiler dünyanın hiçbir yerinde değişmediği için matematikte ispatlar çok önemlidir ve bu durum matematik ile diğer bilimler arasındaki en önemli farklılıklardan biridir (Güler ve Dikici, 2012).

İspat sürecinde bir önermeyi ortaya koyma, neden doğru veya yanlış olduğunu açıklama, farklı mantıksal düşünme yollarını kullanma (tümdengelimsel ve tümevarımsal düşünme) ve ispat çeşitlerini seçme gibi eylemler söz konusudur (Arslan ve Yıldız, 2010). Baki'ye (2008) göre matematiksel ispatlar doğrulama, açıklama ve soyutlama olmak üzere üç aşamada gerçekleşir.



Şekil 2.4. İspat süreci (Baki, 2008)

Şekil 2.4. incelendiğinde ispat sürecinde birey, önce iddianın doğruluğunu araştırır. İkinci aşamada iddianın neden doğru olduğunu araştırır ve açıklar. Üçüncü aşamada ise matematiksel dil kullanarak, genelleme koşullarını kontrol edip soyutlamayı gerçekleştirir (Arslan ve Yıldız, 2010).

2.2. Konu İle İlgili Çalışmalar

Bu bölümde MD ile ilgili çalışmalar iki başlık altında incelenmiştir. Birinci başlık altında MD'nin bileşenlerini ele alan çalışmalara, ikinci başlık altında ise MD sürecinin ve MD'ye yönelik tutum ve görüşlerin araştırıldığı çalışmalara yer verilmiştir.

2.2.1. MD'nin Bileşenleri ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Bu başlık altında MD'nin bileşenleriyle ilgili yapılan çalışmalara yer verilmiştir. Bu çalışmalara ilişkin daha ayrıntılı bilgiler ekte sunulmuştur (Bkz. 6).

Mubark (2005) çalışmasında, MD'nin 6 önemli bileşenini (genelleme, sembol kullanımı, tümdengelim, tümevarım, mantıksal düşünme ve ispat) açıklamış, MD ve matematik başarısı ile okulun bulunduğu kesime (şehir, varoş, kırsal) ve cinsiyete bağlı farklılıkları incelemiştir. Çalışmanın sonucunda, matematiksel ispatın en zor, mantıksal düşünmenin ise en kolay bileşen olduğu ifade edilmiştir. Kız öğrencilerin mantıksal düşünme, matematiksel ispat ve toplam MD puanlarının erkek öğrencilere göre daha yüksek olduğu görülmüştür. Ayrıca genelleme, tümevarım, tümdengelim ve

sembol kullanımında kız ve erkek öğrenciler arasında anlamlı bir fark tespit edilmemiştir. Son olarak varoş okullarında okuyan öğrencilerin sembol kullanımı ve toplam MD puanlarının, şehir ve kırsaldaki öğrencilere göre daha fazla olduğu belirlenmiştir.

Scusa (2008) çalışmasında, yedinci sınıf öğrencilerinin MD'lerini iletişim kurma, problem çözme ve çözümü sunma, ilişki kurma, muhakeme ve ispat yapma bileşenleri bağlamında incelemiştir. Öğrencilere bu bileşenlerin öğretimi ve bu bileşenleri kullanan öğrencilerin çözümlerini değerlendirme imkânı sağlanmıştır. Çalışmanın sonucunda yazılı ya da sözel olarak iletişim kurma, problem çözme ve çözümü sunma, ilişki kurma, muhakeme ve ispat yapma bileşenlerini değerlendirme imkânı sunuldukça öğrencilerin MD'lerinin geliştiği görülmüştür.

Arslan ve Yıldız (2010) çalışmalarında, on birinci sınıf öğrencilerinin MD'nin özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispatlama bileşenleri ile ilgili yaşantılarını ortaya çıkarmaya çalışmışlardır. MD'nin belirtilen bileşenleri dikkate alınarak oluşturulan çalışma yaprakları 24 lise öğrencisine uygulanmıştır. Çalışmanın sonucunda, MD aşamaları ilerledikçe öğrenci başarısının giderek düştüğü görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin özelleştirmede iyi performans ortaya koydukları, ispat bileşeninde ise oldukça zorlandıkları tespit edilmiştir. Bunun yanı sıra öğrencilerin genelleme ve varsayımda bulunma bileşenlerindeki cevaplarının sözel ve cebirsel, ispatlama bileşenindeki cevaplarının ise aritmetik, geometrik ve cebirsel kodları altında toplandığı belirlenmiştir.

Lane (2011) çalışmasında, üniversite öğrencilerinin MD'lerini özelleştirme, tahmin, genelleme ve ispat bileşenleri bağlamında incelenmiştir. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin en başarılı oldukları bileşen özelleştirme iken en başarısız oldukları bileşenin ispat olduğu tespit edilmiştir.

Keskin ve arkadaşları (2013) çalışmalarında, sekizinci ve on birinci sınıf öğrencilerinin MD'nin özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispatlama

bileşenlerindeki yaşantı farklılıklarını ortaya çıkarmayı amaçlamışlardır. Öğrencilere MD'nin özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispat bileşenlerini içeren 2 adet çalışma yaprağı uygulanmıştır. Çalışmanın sonucunda hem sekizinci sınıf öğrencileri ve hem de on birinci sınıf öğrencilerinde ispat bileşenine doğru ilerledikçe kendilerini hem matematiksel hem de sözel olarak ifade etmede zorlandıkları görülmüştür. Özellikle sekizinci sınıf öğrencilerinin on birinci sınıf öğrencilerine göre daha çok zorlandığı anlaşılmıştır.

Aljaberi (2014) çalışmasında, sınıf öğretmeni adaylarının MD'lerini ve matematiğe yönelik tutumlarını incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmanın verileri MD testi ve matematik envanterine yönelik tutum ölçeği ile toplanmıştır. Çalışmanın sonucunda, öğretmen adaylarının MD ile matematiğe karşı tutumları arasında pozitif bir korelasyon olduğu görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin modelleme ve özelleştirme bakımından gayet iyi seviyede oldukları ancak genelleme ve ispat alanlarında oldukça zayıf oldukları görülmüştür.

Tuncay (2015) çalışmasında, matematik öğretmeni adaylarının, farklı kıdem ve eğitim düzeyindeki öğretmenlerin ve bir akademisyenin problem çözme sürecindeki MD bileşenlerini incelemeyi amaçlamıştır. Çalışmanın sonucunda akademisyen, öğretmen ve öğretmen adaylarının MD süreçlerinin eğitim seviyesi ve mesleki deneyim değişkenleri boyutunda farklılaşmadığı, akademisyenin problemlerin çözümünde ispat bileşenini diğer katılımcılara göre daha fazla kullandığı görülmüştür. Öğretmen adaylarının özelleştirme bileşeni açısından diğer katılımcılara oranla daha fazla çözüm ürettiği ortaya çıkmıştır.

Göl (2017) çalışmasında, on ikinci sınıfta öğrenim gören fen lisesi öğrencilerinin MD becerilerini özelleştirme, varsayımda bulunma, ispat ve genelleme bileşenleri bağlamında incelemiştir. Araştırmanın verileri araştırmacı tarafından hazırlanan çalışma yaprakları ve mülakatlar aracılığıyla toplanmıştır. Çalışmanın sonucunda, problemlerin zorluk seviyesi arttıkça öğrencilerin özelleştirme eğilimlerinin arttığı ancak genelleme ve ispat bileşenlerindeki başarılarının düştüğü görülmüştür. Ayrıca

öğrencilerin gerçekleştirdiği bileşenlerin en çoktan en aza sırasıyla özelleştirme, varsayımda bulunma, genelleme ve ispat biçiminde olduğu belirlenmiştir.

Yıldırım ve Yavuzsoy-Köse (2018) çalışmalarında, sekizinci sınıf öğrencilerinin MD becerilerini özelleştirme ve genelleme bileşenleri bağlamında incelemeyi amaçlamışlardır. Araştırmada öğrencilere çokgenler ile ilgili genellemeye ulaşmaları beklenen problemler verilmiş, elde edilen veriler tematik olarak analiz edilmiştir. Çalışmanın sonucunda, öğrencilerin özelleştirme sürecinde bilindik problemleri anladıkları ancak farklı bir geometrik problem ile karşılaştıklarında zorlandıkları belirlenmiştir. Başarı düzeyi yüksek öğrencilerin tıkanma sürecine girseler dahi atak sayılarının diğer öğrencilere göre daha fazla olduğu ve farklı stratejilere yöneldikleri gözlenmiştir. Ayrıca beklenen genellemeye ulaşip bunu sözel olarak ifade edebilen öğrencilerin çoğu, genellemeyi cebirsel olarak ifade etmede oldukça zorlanmışlardır. Geometrik yaklaşım kullanarak genelleme yapan öğrencilerin ulaştıkları genellemelere ilişkin daha kolay açıklama yapabildikleri, sadece sayısal yaklaşım kullanan öğrencilerin ulaştıkları genellemelerin nedenlerini açıklamada ise zorlandıkları tespit edilmiştir.

Kükey (2018) çalışmasında, ortaokul öğrencilerinin MD biçimlerini incelemiştir. Araştırmada ortaokul öğrencilerinin, matematik öğretmen adaylarının ve matematik öğretmenlerinin MD biçimlerini ve tahminlerini belirleyebilmek için MD'nin bileşenleri ile ilgili 4 adet rutin olmayan problem durumu kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda MD'nin özelleştirme bileşeni kapsamında öğrencilerin genellikle belirli değerler kullanarak problemin çözümüne ulaşmaya çalıştıkları gözlenmiştir. Varsayımda bulunma bileşeni kapsamında ortaokul öğrencilerinin, bütün olasılıklara ulaşmadan sadece birkaç örnek vererek problemin çözümünü tamamladıkları görülmüştür. Doğrulama ve ikna etme bileşeni kapsamındaki problemde ise öğrencilerin az bir bölümünün farklı durumları uygulamaya çalıştığı görülse de büyük çoğunluğunun daha önce öğrendiği formülleri uygulamaya çalıştığı belirlenmiştir.

Yıldız ve Bahadır (2018) çalışmalarında, MD ve bileşenleri (özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispatlama) ile ilgili yapılan araştırmaları meta sentez yönteminden faydalanılarak analiz etmeyi amaçlamışlardır. Araştırmaya 2000-2017 yılları arasında yayınlanmış ve amaçlı örnekleme yöntemiyle seçilen 82 Türkçe çalışma dahil edilmiştir. Çalışmanın sonucunda incelenen araştırmaların çoğunun akademisyenlerin, öğretmenlerin, öğretmen adaylarının, ortaöğretim veya ortaokul öğrencilerinin MD becerilerini özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispatlama bileşenleri bağlamında incelemek amacıyla yapıldığı ortaya çıkmıştır. Ayrıca, çalışmaların çoğunda katılımcıların ispatlama becerilerinin düşük çıktığı belirlenmiştir.

Uzun ve arkadaşları (2019) çalışmalarında, ortaokul matematik öğretmeni adaylarının MD süreçlerini incelemişlerdir. Araştırmanın verileri, öğretmen adaylarını MD süreçlerinden geçmeye teşvik edecek biçimde düzenlenmiş açık uçlu bir problem yardımıyla toplanmıştır. Çalışmanın sonucunda, öğretmen adaylarının özel durumlar üzerinde çalışma sürecinde sadece problemde verilen özel durumlarla sınırlı kaldıkları görülmüştür. Ayrıca öğretmen adaylarının birçoğunun incelediği örnek durumlardan hareketle problemin içerdiği örüntüyü ortaya koymaya yönelik genellemeler yaptığı belirlenmiştir. Son olarak bazı öğretmen adayların birden çok varsayımda bulunduğu ancak öğretmen adaylarının hiçbirisinin ispat bileşenini yapamadığı görülmüştür.

2.2.2. MD Süreci ve MD'ye Yönelik Tutum ve Görüşler ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Bu başlık altında MD süreci ve MD'ye yönelik tutum ve görüşler ile ilgili yapılan çalışmalara yer verilmiştir. Bu çalışmalara ilişkin daha ayrıntılı bilgiler ekte sunulmuştur (Bkz. 7).

Cai (2000) çalışmasında, Çin ve Amerika Birleşik Devletlerinde öğrenim gören altıncı sınıf öğrencilerinin açık uçlu ve açık uçlu olmayan problemlerde ortaya koydukları MD süreçlerini incelemiştir. Çalışmanın sonucunda, Çin'de öğrenim gören altıncı sınıf

öğrencilerinin açık uçlu olmayan sorulardaki ortalama puanlarının daha yüksek olduğu, ABD’de öğrenim gören altıncı sınıf öğrencilerinin ise açık uçlu sorularda Çin’deki öğrencilere göre daha yüksek ortalama puanlar elde ettikleri görülmüştür. ABD’li öğrenciler tablo çizme, liste oluşturma gibi daha somut yöntemleri, Çinli öğrenciler ise problemlerde genelleme yolunu daha çok tercih etmişlerdir.

Liu ve Niess (2006) çalışmalarında, tarihsel yaklaşımla zenginleştirilmiş analiz derslerinin üniversite öğrencilerinin MD’ye yönelik görüşlerine etkisini incelemişlerdir. Çalışmanın sonucunda, öğrencilerin matematiği bir ürün olarak görmekten ziyade bir süreç olarak görmeye başladıkları, matematik yapmada yaratıcılık ve zihin gücüne daha fazla değer verdikleri ve matematiksel bilginin kesinliğine yönelik katı tutuma daha ılımlı baktıkları tespit edilmiştir.

Yeşildere (2006) çalışmasında, farklı matematiksel güce sahip 6-8. sınıf öğrencilerinin MD süreçlerini karşılaştırmayı amaçlamıştır. Öğrencilere matematiksel güç ölçeği ve açık uçlu problemler içeren çalışma yaprakları uygulanmıştır. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin matematiksel güçlerinin düşük olduğu, farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin MD süreçlerinde izledikleri stratejiler arasında farklılıkların olduğu ortaya çıkmıştır. Düşük matematiksel güce sahip öğrencilerin bilgiyi oluşturma aşamasında yavaş oldukları ve sıkıntılı bir süreçten geçtikleri gözlenirken, yüksek matematiksel güce sahip öğrencilerin ise önceden oluşturulan bilgileri tanımada, kullanmada ve oluşturmada daha başarılı oldukları görülmüştür.

Hughes (2006) çalışmasında, matematik öğretmeni adaylarının öğrenme laboratuvarı dersinin öncesinde ve sonrasında ders planlarında öğrencilerin MD’leri ile ilgilenmeye yer verip vermediklerini incelemiştir. Çalışmanın sonucunda öğretmen adaylarının ders planlamada öğrencilerin MD’leri ile ilgilenmeyi öğrendikleri, öğrenme laboratuvarı dersinin öncesinde ve sonrasında öğrencilerin MD’leriyle ilgilenme yetenekleri bakımından kayda değer bir gelişme gösterdikleri belirlenmiştir.

Alkan ve Tataroğlu-Taşdan (2011) çalışmalarında, farklı sınıf düzeylerindeki matematik öğretmeni adaylarının MD ile ilgili görüşlerini belirlemeyi ve karşılaştırmayı amaçlamışlardır. Çalışmanın sonucunda, matematik öğretmeni adaylarının MD'nin çok boyutlu yapısını genel hatlarıyla ortaya koyabildikleri ve problem çözme ile MD arasındaki ilişkiyi kurabildikleri görülmüştür. Ayrıca dördüncü sınıftaki öğretmen adaylarının MD'nin tanımına ve problem çözme ile ilişkisine yönelik görüşlerinin diğer sınıflara kıyasla daha olumlu olduğu gözlenmiştir.

Öztürk (2013) çalışmasında, MD odaklı öğretim uygulamasının ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının matematik öğretimini planlama becerilerine etkisini ve öğretmen adaylarının bu uygulama ile ilgili görüşlerini belirlemeyi amaçlamıştır. Çalışmanın sonucunda, MD odaklı öğretim uygulamasının öğretmen adaylarının öğrencilerin MD'lerini önemseyen planlar yapma becerilerine olumlu etkisinin olduğu görülmüştür. Ayrıca öğretmen adaylarının öğretim uygulaması hakkındaki görüşlerinin olumlu olduğu ortaya çıkmıştır.

Tataroğlu-Taşdan ve arkadaşları (2013) çalışmalarında, matematik öğretmeni adaylarının MD ve öğrencilerin MD'lerinin geliştirilmesi ile ilgili görüşlerini incelemişlerdir. Çalışmanın sonucunda, öğretmen adaylarının MD'nin geliştirilmesi için okullarda günlük hayatla ilişkilendirme, problem çözme, etkili soru sorma gibi konuların üzerinde durulması gerektiğini düşündükleri belirlenmiştir.

Ersoy ve Güner (2014) çalışmalarında, sınıf öğretmeni adaylarının problem çözme becerilerini ve MD becerilerini incelemişlerdir. 13 hafta boyunca yürütülen çalışmada problem çözme becerilerini geliştirmek için öğrencilere Polya'nın problem çözme aşamaları ile ilgili bilgiler verilmiş ve problem çözme stratejileri tanıtılmıştır. Araştırmada veri toplama aracı olarak MD ölçeği kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda, öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin geliştiği, uygun stratejiyi seçebilme ve uygulayabilme becerilerinde olumlu yönde artış olduğu ortaya çıkmıştır. Ayrıca öğrencilerin problem çözme becerilerinin MD becerisi üzerinde olumlu etkisinin olduğu görülmüştür.

Tataroğlu-Taşdan (2014) çalışmasında, matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerini geliştirmeyi amaçlayan bir öğretim tasarımı ortaya koymuştur. Oluşturulan öğretim tasarımı öncesinde ve sonrasında MD'yi destekleyen öğretime ne ölçüde yer verdiklerini ve MD'ye yönelik görüşlerini belirlemeye çalışmıştır. Çalışmanın sonucunda, matematik öğretmenlerinin uygulama öncesindeki öğretimlerinde MD'yi destekleyen işlenişe yeterince yer vermedikleri, uygulama sonrasında ise matematik öğretmenlerinin derslerde MD'yi destekleyen işlenişe daha fazla yer verdikleri belirlenmiştir.

Toptaş (2014) çalışmasında, 195 sınıf öğretmeni adayının ayırt terimini MD'nin gelişim aşamalarına göre nasıl açıkladıklarını incelemiştir. Çalışmanın sonucunda öğretmen adaylarının 84'ünün ayırt terimini üç aşamada doğru açıkladıkları ve ayırt kavramı ile ilgili çalışma yaprağını da doğru oluşturduğu görülmüştür. Ayrıca öğretmen adaylarından 6'sının ayırt terimi ile ilgili soruya hiçbir cevap yazmadığı, 12'sinin ise ayırt terimini yanlış tanımladığı ve çalışma yaprağını da yanlış oluşturduğu tespit edilmiştir.

Karslıgil-Ergin (2015) çalışmasında, 4-6. sınıf öğrencilerinin problem çözerken ve kurarken geçirdikleri MD süreçlerini incelemeyi amaçlamıştır. Bu amaç doğrultusunda öğrencilere problem çözme ve problem kurma etkinlikleri içeren çalışma yaprakları uygulanmıştır. Çalışmanın sonucunda, öğrencilerin büyük çoğunluğunun problem çözme ile ilgili stratejileri doğru belirleyemediği, problem kurma süreçlerinde ise zorlandıkları tespit edilmiştir. Ayrıca sınıf düzeyi arttıkça öğrencilerin problem çözme ve kurma yeterliliğinin arttığı belirlenmiştir.

Öztürk ve Akyüz (2016) çalışmalarında, ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının öğretmenlik uygulaması dersi kapsamındaki okul uygulamalarında MD odaklı öğretimi planlama becerilerini incelemiştir. Öğretmen adaylarının hazırladıkları planlar ders planlama öğeleri rubriği ile analiz edilerek puanlanmıştır. Çalışmanın sonucunda, öğretmen adaylarının ders planlama öğeleri rubriğindeki dersin matematiksel amacını belirleme, öğrencilerin doğru çözümlerini ve hatalı çözümlerini

öngörme, öğrencilerin düşüncelerini geliştirecek sorular hazırlama, öğrencilerin MD'lerini geliştirecek tartışma ortamları düzenleme öğelerinden yüksek puan aldıkları ortaya çıkmıştır.

Kocaman (2017) çalışmasında, on birinci sınıf öğrencilerinin MD becerileri ile matematiğe yönelik tutumları ve başarıları arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. Araştırmada veri toplama aracı olarak MD testi ve matematik tutum ölçeği kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda, öğrencilerin MD testinden ve matematiğe yönelik tutum ölçeğinden yüksek puanlar aldıkları görülmüştür. MD testinden alınan puanlar ile matematiğe yönelik tutum puanları arasında pozitif yönde ve anlamlı bir ilişki olduğu ortaya çıkmıştır. Ayrıca MD puanları ile başarı değişkeni arasında pozitif yönde ve anlamlı bir ilişki olduğu ortaya konulmuştur.

Bozkurt ve Polat (2018) çalışmalarında, altıncı sınıf öğrencilerinin MD'lerini ortaya çıkarmaya yönelik öğretmenin sorduğu soru tipleri ile öğrenci cevapları arasındaki ilişkiyi incelemeyi amaçlamışlardır. Çalışmanın sonucunda, öğretmenin öğrenci cevaplarındaki eksiklikleri, hataları ve belirsizlikleri gidermek amacıyla daha çok özel soru tipini kullandığı, yönlendirici soru tipini ise daha az kullandığı görülmüştür. Ayrıca, öğrencilerin MD'lerini ortaya çıkarmak amacıyla öğretmenin sürekli soru sorduğu, bu sorular yardımıyla öğrencileri düşüncelerini açıklama ve detaylandırma konusunda desteklediği görülmüştür.

Koyuncu (2018) çalışmasında, matematik felsefesi etkinliklerinin dokuzuncu sınıf öğrencilerinin MD becerilerine, matematiğe yönelik tutumlarına ve inançlarına etkisini belirlemeyi amaçlamıştır. Çalışmanın sonucunda, matematik felsefesi etkinliklerinin öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarını ve inançlarını olumlu yönde artırdığı, MD becerileri üzerinde ise istatistiksel olarak herhangi bir anlamlı farklılığa sebep olmadığı görülmüştür.

Akarsu-Yakar (2019) çalışmasında 6-8. sınıf öğrencilerinin MD süreçlerini incelemiştir. Araştırmada veri toplama aracı olarak “Cebirsel Düşünme Düzey

Belirleme Testi” ve “Geometrik Düşünme Düzeyleri Ölçeği” kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda, ortaokul öğrencilerinin geometrik ve cebirsel düşünme düzeylerinin çoğunlukla birinci seviyelerde yer aldığı görülmüştür. Ayrıca geometrik ve cebirsel düşünme düzeylerinin MD sürecini geliştirmede etkili olduğu belirlenmiştir.

Baş (2019) çalışmasında, lise öğrencilerinin MD’ye, problem çözmeye ve matematiğe yönelik tutumları arasındaki ilişkinin incelenmesini amaçlamıştır. Araştırmanın verileri MD ölçeği, matematik problem çözme tutum ölçeği ve matematiğe karşı tutum ölçeği ile toplanmıştır. Çalışmanın sonucunda, ortaöğretim öğrencilerin MD’ye, problem çözmeye ve matematiğe yönelik tutumlarının orta düzeyin üzerinde olduğu görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin MD’ye, problem çözmeye ve matematiğe karşı tutumlarının cinsiyete göre farklılık göstermediği sınıf düzeyine göre ise farklılaştığı görülmüştür.

Yılmaz (2019) çalışmasında, 9. sınıfta öğrenim gören üstün yetenekli öğrencilerin MD becerilerini ve problem kurma süreçlerini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmanın verileri tanıtıcı bilgi formu, görüşmeler ve MD ölçeği ile toplanmıştır. Çalışmanın sonucunda, MD ölçeğinden düşük, orta ve yüksek düzeyde puan alan öğrencilerin kurdukları problemler sınıf seviyelerine göre karşılaştırıldığında; düşük ve orta düzeyde puan alan öğrencilerin oluşturdukları problemlerin nitelikleri, yüksek düzeyde puan alan öğrencilerden öğretim programındaki kazanım ve açıklamalara göre daha düşük seviyede olduğu belirlenmiştir.

Çelik ve arkadaşları (2019) çalışmalarında, matematik öğretmeni adaylarının adidaktik öğrenme ortamlarındaki MD süreçlerini incelemeyi amaçlamıştır. Çalışmanın sonucunda, tasarlanan adidaktik öğrenme ortamının öğrencilerin MD süreçlerinden geçmelerini sağladığı görülmüştür.

2.3. Literatür Taramasının Sonucu

MD ile ilgili yapılan literatür taraması sonucunda öğrencilerin özelleştirme bileşeninde başarılı oldukları, bir üst bileşene geçişlerde sıkıntı yaşadıkları görülmüştür (Lane, 2011; Keskin ve ark., 2013; Aljaberi, 2014; Topal, 2015; Tuncay, 2015; Yıldırım ve Köse, 2018). Çalışmalarda öğrencilerin genelleme ile ilgili olarak sayılar veya değişkenler arasındaki ilişkiyi daha çok sözel olarak ifade etmeye yöneldiği ve bu ilişkiyi matematiksel sembol kullanarak göstermede zorluklar yaşadıkları vurgulanmıştır (Tall, 2008; Arslan ve Yıldız, 2010). Bununla birlikte MD'nin ispat bileşeninde öğrencilerin yetersiz olduğu ve konu hakkında yeterince bilgi sahibi olmadıkları belirlenmiştir (Lane, 2011; Keskin ve ark., 2013; Aljaberi, 2014; Tuncay, 2015; Uzun ve ark., 2019). Ayrıca çalışmalarda ispatla ilgili sorulara cevap vermeye çalışan öğrencilerin genelde matematiksel olarak yeterli olmayan yollar izledikleri (özelleştirme yaptıkları) görülmüştür (Arslan ve Yıldız, 2010; Keskin ve ark., 2013).

MD ile ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışmasına daha sık yer verildiği gözlenmiştir (Yeşildere, 2006; Arslan ve Yıldız, 2010; Öztürk, 2013; Ersoy ve Güner, 2014; Tuncay, 2015; Kükey, 2018; Akarsu-Yakar, 2019). Yapılan çalışmaların yöntemleri incelendiğinde aksiyon araştırması yöntemine bazı çalışmalarda rastlanılmıştır (Tataroğlu-Taşdan, 2014; Aylar, 2014). Tataroğlu-Taşdan (2014) çalışmasında, matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerini MD'yi destekleme bağlamında geliştirmeyi amaçlayan bir öğretim tasarımı planlamış ve çalışmanın yöntemini aksiyon araştırması olarak belirlemiştir. Aylar (2014) ise çalışmasında, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin ispata yönelik algı ve becerilerinin geliştirmeyi hedefleyen bir öğretim süreci sonunda ispata yönelik algı ve becerilerini ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Bu bağlamda öğretim sürecini yakından takip etmek, süreci düzenlemek ve öğrencilerin ispata yönelik yaklaşımını betimlemek için yaptığı çalışmanın yöntemini aksiyon araştırması olarak belirlemiştir. Aylar (2014) çalışmasında MD'nin bileşenlerinden biri olan ispat ile ilgili öğrencilerin düşüncelerindeki değişimi izlerken, öğrencilerin MD'nin diğer bileşenleri olan özelleştirme, genelleme ve varsayımda bulunma bileşenlerine yönelik görüşlerindeki değişimi incelememiştir. Ayrıca literatürde özelleştirme, genelleme, varsayımda

bulunma ve ispat bileşenleri ile ilgili öğrenci görüşlerindeki değişimleri ortaya çıkarmayı amaçlayan bir aksiyon araştırmasına rastlanılmamıştır. Bu doğrultuda mevcut çalışmada aksiyon araştırması yöntemi kullanılarak MD'nin bileşenlerinin bir süreç içerisinde izlenmesine karar verilmiştir.

Yapılan çalışmalar incelendiğinde, MD ile ilgili öğrenci görüşlerine ve süreç içerisinde öğrencilerin MD ile ilgili görüşlerindeki değişimin araştırıldığı çalışmalara rastlanılmamıştır. Bu sebeple araştırmacı tarafından geliştirilen “MD'ye Yönelik Görüş Ölçeği” ile öğrencilerin Birinci Dönem Başı (1DB), Birinci Dönem Sonu (1DS), İkinci Dönem Başı (2DB) ve İkinci Dönem Sonu (2DS) olmak üzere bir eğitim-öğretim yılı süresince MD ile ilgili görüşlerindeki değişim incelenmiş, belli aralıklarla öğrencilerle mülakatlar yapılmış ve ortaya çıkan sonuçlar harmanlanmıştır. Bu doğrultuda mevcut çalışma, literatürde MD ile ilgili yapılan çalışmalardan farklılık göstermektedir.

Yapılan çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin MD etkinlikleri içeren çalışma yapraklarını çözme sürecinde yaşadıklarına ayrıntılarıyla değinen çalışmalar oldukça azdır. Ayrıca bu süreç içerisinde elde edilen verileri mülakat ve gözlemlerle destekleyen çalışmaya rastlanmamıştır. Buradan hareketle mevcut çalışmanın alandaki bu eksikliği gidereceği düşünülmektedir.

BÖLÜM 3. MATERYAL VE YÖNTEM

Araştırmanın bu bölümünde materyaller ve yöntem hakkında bilgiler verilmiştir.

3.1. Araştırmanın Deseni

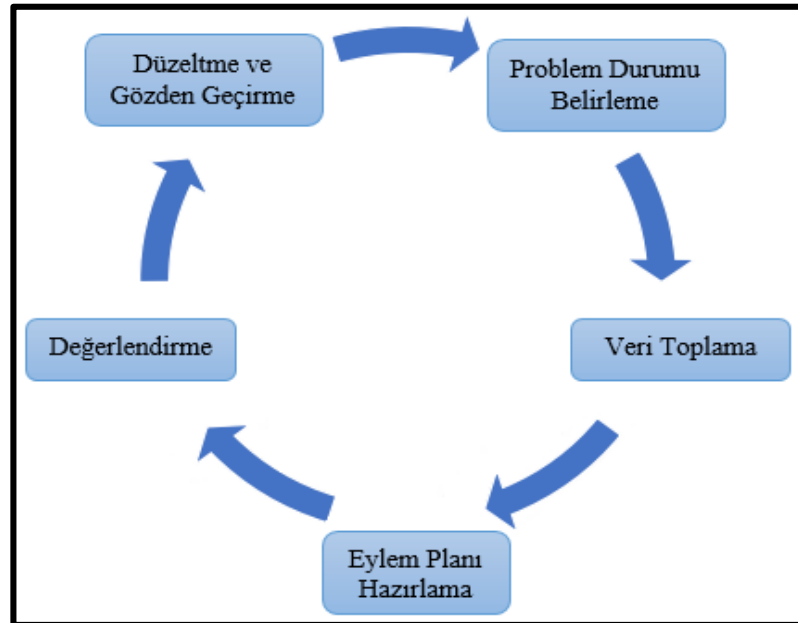
Bu çalışmada aksiyon araştırması yöntemi kullanılmıştır. Aksiyon araştırması, uygulayıcıların karşlarına çıkan bir problem durumunda problemi ortadan kaldırmak veya var olan bir uygulamayı daha iyi hale getirerek iyileştirmek için kullanılan bir yöntemdir (Mills, 2003). Aksiyon araştırması yöntemini diğer araştırma yöntemlerinden ayıran en önemli özellik; sınıf içi sorunlarla ilgilenilmesine olanak sağlaması ve bir öğretmenin sınıfındaki öğretimin kalitesini en üst seviyeye çıkarmayı hedefleyen araştırmacı öğretmeni ön plana çıkarmasıdır (Ekiz, 2003). Bu araştırma yönteminde araştırmacı uygulamayı doğrudan kendisi gerçekleştirerek uygulama sürecine ilişkin sorunların ortaya çıkarılmasına ya da ortaya çıkmış sorunların çözümüne yönelik sistemli bir biçimde veri toplar ve analiz eder (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Johnson'a (2014) göre ise aksiyon araştırması, eğitim sürecinin kalitesini arttırmak ve bir okulun veya sınıfın içinde bulunduğu durumu anlamak için geçen süreç olarak tanımlanmıştır. Bu bağlamda araştırmacının bir ortaokulda matematik öğretmeni olması ve öğretmenin kendi sınıfında yürütebileceği bir çalışma olması sebebiyle mevcut araştırmada aksiyon (eylem) araştırması yönteminin kullanılması uygun görülmüştür.

Literatürde aksiyon araştırması ile ilgili farklı tanımlara ulaşmak mümkündür. O'Brain'e (2003) göre aksiyon araştırması, ortaya çıkan problemlerin çözümü için çaba sarf edildiği, sonrasında yapılan uygulamanın amacına ne kadar ulaştığının belirlendiği ve sonucun istenilen düzeyde olmadığı durumlarda ise yeniden uygulama yapıldığı bir süreçtir. Karasar'a (2016) göre ise aksiyon araştırmaları uzman araştırmacıların önderliğinde, uygulayıcıların ve araştırılan kişilerin de katılımıyla,

var olan uygulamanın eleştirel bir değerlendirilmesini yaparak, durumu iyileştirmek için alınması gereken tedbirleri belirlemeyi amaçlayan araştırmalardır. Ayrıca aksiyon araştırması kuram ile uygulama arasında köprü görevi üstlenen ve bir diğer adıyla öğretmen araştırması olarak da bilinen bir araştırma yöntemidir (Kuzu, 2009).

Uzuner (2005) aksiyon araştırmalarının, hem teori ve uygulama arasındaki boşluğu doldurduğunu hem de öğretmenin sürece aktif katılımını sağlayarak öğretmenleri yetkili ve kuvvetli kıldığını ifade etmiştir. Son zamanlarda eğitim sisteminde yapılandırmacı yaklaşımın ön plana çıkmasıyla birlikte “araştırmacı öğretmen” kimliği giderek önem kazanmıştır. Bu sebeple aksiyon araştırmalarının gerekliliği gün geçtikçe daha çok önem arz etmektedir. Öğretmenlerin derslerini nasıl planlayacaklarını, etkinlikleri yapılandırmacı yaklaşıma uygun olarak nasıl geliştireceklerini ve uygulayacaklarını, araç-gereçler geliştirip görsel olarak konulara nasıl uygun hale getirebileceklerini bilmeleri iyi bir “araştırmacı öğretmen” olmaktan geçmektedir (Artvinli, 2010).

Aksiyon araştırması döngüsel bir süreçtir. Bu döngüsel süreç Şekil 3.1.’de gösterilmiştir:



Şekil 3.1. Aksiyon araştırması süreci (Gall, Gall ve Borg, 2003)

Şekil 3.1.'e göre döngüsel süreç içerisinde bir problem durumunu ortaya koyma, verileri toplama, problemin çözümüne yönelik eylem planı hazırlama, değerlendirme, düzeltme ve gözden geçirme aşamaları mevcuttur. Mevcut çalışmada da öncelikle araştırmanın problem durumu belirlendikten sonra verilerin hangi araçlarla nasıl toplanacağı ile ilgili çalışmalar yapılmıştır. Sonuç olarak mülakat, gözlem, çalışma yaprağı ve Likert tipi ölçek olmak üzere 4 çeşit veri toplama aracı kullanılmasına karar verilmiştir. Eylem planı hazırlama sürecinde ise verilerin, belirlenen veri toplama araçlarıyla 1. dönem başı (1DB), 1. dönem sonu (1DS), 2. dönem başı (2DB) ve 2. dönem sonu (2DS) olmak üzere 4 farklı zamanda toplanması kararlaştırılmıştır. Ayrıca mülakat ve gözlemlerin nasıl yapılacağı ile ilgili alanında uzman üç akademisyenin de görüşleri alınmıştır. Değerlendirme sürecinde çalışmadan elde edilen verilerin analizlerinin nasıl yapılacağı belirlenmiştir. Mülakat verilerinin analizinde mülakat dökümleri, gözlem verilerinin analizinde alan notları, çalışma yapraklarının analizinde içerik ve betimsel analiz yöntemi ve ölçek verilerinin analizinde ise nicel veri analizi yöntemlerinden olan tablo, grafik ve aritmetik ortalama kullanılmıştır.

3.2. İdari Düzenlemeler

Çalışma kapsamında hazırlanan MD etkinliklerinin, MD ölçeğinin ve yarı yapılandırılmış mülakat sorularının öğrencilere uygulanabilmesi; sınıf içinde gözlemlerin yapılabilmesi için Ordu ili Milli Eğitim Müdürlüğü ile gerekli yazışmalar yapılmıştır (Bkz. Ek-1.). Katılımcıların yaş aralığı 13-14 yaş olduğu için ailelerden çocuklarının araştırmaya katılmasına yönelik “Veli Onama Formu” kullanılarak izin alınmıştır (Bkz. Ek-2.). MEB’in Araştırma, Yarışma ve Sosyal Etkinlik (AYSE) sitesindeki (<https://ayse.meb.gov.tr/basvurudev/>) veli onama formu uzman görüşleri dikkate alınarak yeniden düzenlenmiştir.

3.3. Çalışma Grubu

Bu çalışma 2018-2019 eğitim-öğretim yılında Ordu ili Altınordu ilçesinde bir ortaokulun sekizinci sınıfında öğrenim gören 27 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Çalışma grubunun belirlenmesinde amaçlı örnekleme çeşitlerinden biri olan kolay

ulaşılabilir durum rneklemeği uygun görülmüştür. Bu rnekleme yönteminin belirlenmesinin amacı araştırmacının kendi çalıştığı okulda bu çalışmayı yürütecek olmasıdır. Kolay ulaşılabilir durum rneklemeği, araştırmacının çalışma boyunca hızlı ve pratik olmasını sağladığından kendisine yakın ve erişilmesi kolay olan bir durumu seçmesidir (Yıldırım ve şimşek, 2016). Çalışmaya katılan öğrencilerin 15'i kız, 12'si ise erkektir. Çalışma boyunca ğrenci isimleri gizli tutulmuş ve öğrenciler 1, 2, 3,....., 27 biçiminde kodlanmıştır.

Araştırmanın yapıldığı okulun bulunduğu bölge, sürekli g alan ve Ordu ilinin nüfus olarak en kalabalık kırsal yerleşim yeridir. Sosyo-ekonomik durum olarak genellikle düşük seviyede ailelerin bulunduğu bu bölgede öğrencilerin çoğu taşımalı eğitim kapsamında okula devam etmektedir.

Araştırmacının bulunduğu okul, kırsal yerleşim yerlerinde bulunan okullar arasında başarı olarak daha iyi bir konumdadır. Okulun sekizinci sınıftaki 2 ğrencisi parasız yatılılık ve bursluluk sınavında gösterdikleri başarıdan dolayı burs almaya hak kazanmıştır. Ayrıca her iki ğrenci 2018-2019 ve 2019-2020 eğitim-ğretim dönemlerinde, TBTAK tarafından düzenlenen “Ortaokul ğrencileri Araştırma Projeleri Yarışmasında” Samsun bölge sergisine katılmaya hak kazanmıştır. Öğrencilerin yarıya yakını matematik dersine karşı oldukça ilgilidir ve matematik ile ilgili yapılan etkinliklerden oldukça zevk almaktadır. Ancak sınıftaki bazı öğrencilerin matematik başarısının oldukça düşük olduğu, ayrıca bu öğrencilerin matematiğe karşı olumsuz düşünceler ve davranışlar sergilediği bilinmektedir.

3.4. Geçerlilik ve Güvenilirlik

Araştırmada elde edilen bulguların doğruluğu araştırmanın i geçerliliğiyle (inandırıcılık) ilgiliyken, araştırma sonuçlarının benzer ortamlara ve durumlara aktarılabilirliği ise dış geçerlilikle ilgilidir (Yıldırım ve şimşek, 2016). Bu bağlamda çalışmada i geçerliliği sağlamak için öğrencilerle yapılan mülakatlar, sınıf ortamında yapılan gözlemler ve öğrencilerin çalışma yapraklarındaki çözümleri vasıtasıyla veri

çeşitlemesi yapılmış ve uzman görüşlerine başvurulmuştur. Bununla beraber çalışmada iç geçerliliği artırmak için elde edilen sonuçlara nasıl ulaşıldığı açık bir biçimde ortaya konulmuştur. Dış geçerlilikte ise elde edilen sonuçların diğer durumlar üzerine ne kadar genellenebileceği sorusuna vurgu yapılır (Çepni, 2014). Buradan hareketle bu çalışmanın geçerliliğini sağlamak için yapılan işlemler aşağıda sunulmuştur:

1. Araştırmanın yöntem bölümünde araştırmanın deseni, çalışma grubu, veri toplama araçları, verilerin toplanması, verilerin analizi, araştırmacının rolü süreçlerinin nasıl gerçekleştirildiği detaylı bir biçimde açıklanmıştır.
2. Araştırmada farklı veri toplama araçları kullanılarak alt problemlere ilişkin detaylı ve zengin veriler elde edilmiştir.
3. Araştırma süresince gözlemler araştırmacı tarafından ve doğrudan olayın gerçekleştiği doğal ortam içerisinde gerçekleştirilmiştir.
4. Araştırma süresince kullanılan Likert tipi ölçek, çalışma yapıları ve mülakat soruları uzman görüşüne sunulmuştur.

Güvenilirlik ise elde edilen bulguların ne kadar tekrarlanabileceğini açıklamak için kullanılan bir kavramdır (Çepni, 2014). Yapılan çalışmalarda aynı süreçlerin takip edilmesi ile aynı sonuçlara ulaşılması beklenir (Ergin, 1995).

Araştırmalarda geçerliliği artırmaya yönelik yapılan işlemler araştırmanın güvenilirliğini de artırmaktadır. Bu bilgiler ışığında araştırmanın güvenilirliğini sağlamak için yapılan işlemler aşağıda verilmiştir:

1. Çalışmada farklı veri toplama araçları kullanılarak veri çeşitlemesi yapılmıştır.
2. Araştırmanın yöntem bölümünde araştırmacının rolleri ayrıntılı bir biçimde açıklanmıştır.

3. Araştırmadan elde edilen veriler, nesnel olarak okuyucuya sunulmuştur.
4. Araştırmada diyaloglara ve doğrudan alıntılara yer verilmiştir.
5. Veri toplama araçlarından elde edilen işlenmemiş ham veriler (ölçek verileri, çalışma yaprakları, mülakatlar, ses kayıtları, gözlem verileri) arşivlenerek saklanmıştır.
6. Araştırma süresince kullanılan Likert tipi ölçek, çalışma yaprakları ve mülakat soruları uzman görüşüne sunulmuştur.

3.5. Araştırmacının Rolü

Nitel araştırmada araştırmacının rolü oldukça önemli bir yere sahiptir. Bu rollerden biri, kavramlar ve kavramlar arasındaki ilişkileri benzer alanlarda çalışan araştırmacıların deneyimleri ile test etmektir (Onat-Kocabıyık, 2015). Yıldırım ve Şimşek (2016) nitel araştırmalarda araştırmacının rolünü bizzat araştırma ortamında zaman harcayan, araştırma kapsamındaki kişilerle etkileşim halinde olan, alanda kazandığı bakış açısını ve deneyimini verilerin analizinde kullanan kişi olarak açıklamışlardır.

Araştırmacı, çalışma ile ilgili yapılacak etkinliklerin öğrencilere not verme gibi bir amacı olmadığını belirtmiştir. Araştırma süresince yapılan gözlemlerin öğrencilerin dikkatini dağıtmaması amacıyla sınıfın arka sıralarından gerçekleştirilmesi kararlaştırılmıştır. Ayrıca çalışmada elde edilen verilerin araştırmanın dışında kullanılmayacağı ve kişisel verilerin kesinlikle korunacağı ifade edilerek öğrencilerin araştırmacıya güven duyması amaçlanmıştır. Ayrıca araştırma süresince gerçekleştirilen görüşmelerde öğrencilerin sorulara daha içten cevaplar verebilmeleri için araştırmacı, öğrencilere samimi bir biçimde davranmıştır.

MD ile ilgili etkinliklerde öğretmenlerin dikkat etmesi gereken bir takım hususlar bulunmaktadır. Bu hususlar aşağıda belirtilmiştir (MEB (2007)):

1. Etkinlikler uygulanırken konunun dağılmasına izin verilmemelidir.
2. Önemsiz ve göreceli konular üzerinde çok uzun tartışmalardan kaçınılmalıdır.
3. Öğrenciler, kendi düşüncelerini oluşturmaya teşvik edilmelidir.
4. Öğrencilerin kendi varsayımlarını fark etmeleri sağlanmalıdır.
5. Öğrenciler, kendi düşünceleri ile bulduğu sonuçları karşılaştırmaya teşvik edilmelidir.
6. MD ile ilgili kavramları ve aşamaları harekete geçirecek sorular sorulmalıdır.
7. Öğrenciler matematiksel tartışmaya teşvik edilmelidir.
8. “Evet”, “hayır”, “doğru” veya “yanlış” gibi kısa cevaplar içeren soru kalıplarından olabildiğince kaçınılmalıdır.
9. Soruların bir kişi ya da gruba yönelmemesine dikkat edilmelidir.

Yukarıda verilen bilgiler ışığında araştırmacı, çalışma boyunca öğrencilerin MD'lerini harekete geçirmek için soru kalıplarını kullanmaya özen göstermiştir. Araştırmacı, özelleştirme bileşeni için “Problemi kendi cümlelerinle nasıl tanımlarsın?”, “Neyi bulmaya ihtiyacın var?”, “Hangi bilgiye sahipsın?” soru kalıplarını; genelleme bileşeni için “Genelde ne olur?”, “Bu sonuç her durum için geçerli midir?”, “Sence bu diğer adımları da sağlar mı?”, “Niçin ve nerede doğrudur?” soru kalıplarını kullanmıştır. Ayrıca araştırmacı varsayımda bulunma bileşeni için “Olabilecek tüm ihtimalleri düşündün mü?”, “Sonucun nasıl bir şey olacağını düşünüyorsun?”, “Bir sonraki adımda ne olacağını öngörüyorsun?” soru kalıplarını; ispat bileşeni için ise “Her zaman doğru mudur?”, “Bunu nasıl ispatlarsın?”, “Nedenini nasıl açıklarsın?” soru kalıplarını kullanarak öğrencilere rehberlik etmiş ve öğrencilerin MD'lerini harekete geçirmeye çalışmıştır.

3.6. Araştırmacının MD'ye Yönelik Deneyimleri

Matematik ile ilgili çalışmalara ilgi duyan araştırmacı, matematik eğitimi alanında rutin olmayan problem durumları içeren kitaplar yazmıştır. Araştırmacı, yüksek lisans sürecinde danışmanının yaptığı çalışmaları incelemiş ve danışmanının verdiği MD derslerine 1 dönem boyunca gözlemci olarak katılmıştır. Ayrıca danışmanının MD alanında yaptığı çalışmalar ilgisini çekmiştir. Sonrasında MD üzerine çalışmaya karar vermiş ve konu ile ilgili araştırmalar yapmıştır. Araştırmacı, danışman hocası ile “MD ve Aşamalarıyla İlgili Yapılan Çalışmaların Analizi” isimli bir bildiri hazırlamış ve bu bildiriye 27-29 Haziran 2018 tarihleri arasında Ordu Üniversitesinde düzenlenen Uluslararası Matematik ve Matematik Eğitimi Konferansında (International Conference on Mathematics and Mathematics Education) sunmuştur. Ayrıca araştırmacı bu bildiriye hazırlama sürecinde birçok makale, tez ve bildiriye okuma fırsatı bulmuştur.

3.7. Veri Toplama Araçları

Nitel araştırmalarda güvenilirlik ve geçerliliğin sağlanmasında kullanılan yöntemlerden biri çeşitlemedir (Tataroğlu-Taşdan, 2014). Araştırmacı, bir olayın farklı yönlerini ve oluşumlarını ortaya çıkarabilmek için araştırılan duruma ilişkin farklı görüşleri, göstergeleri ve kaynakları kullanmalıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2016).

Ferrance'e (2000) göre aksiyon araştırmalarında farklı veri kaynakları, farklı veri toplama araçları ve farklı veri analiz yöntemlerinin kullanılması önerilmektedir. Araştırmacı bu çalışmada gözlem, mülakat, Likert tipi ölçek, çalışma yaprakları gibi çeşitli veri toplama araçları kullanarak veri çeşitliliğini sağlamaya çalışmıştır. Bu doğrultuda araştırma için MD süreçlerini içeren çalışma yaprakları oluşturulmuş, MD ölçeği hazırlanmış, öğrenme ortamları gözlemlenmiş ve öğrencilerle süreç içerisinde görüşmeler gerçekleştirilmiştir.

Veri toplama araçları 1DB, 1DS, 2DB ve 2DS olmak üzere 4 farklı zamanda uygulanmıştır. Veri toplama araçlarının ne amaçla kullanıldıkları ve uygulama zamanları Tablo 3.1.'de gösterilmiştir:

Tablo 3.1. Veri toplama araçlarının kullanım amaçları ve uygulama zamanları

Veri Toplama Araçları	Veri Toplama Araçlarının Kullanım Amaçları	Veri Toplama Araçlarının Uygulama Zamanları
Mülakat	Öğrencilerin etkinlik sürecindeki ve sonrasındaki görüşlerinin belirlenmesi	1DB, 1DS, 2DB, 2DS
	Öğrencilerin MD'yi davranış haline getirme boyutuna yönelik görüşlerinin belirlenmesi	1DB, 1DS, 2DB, 2DS
	Öğrencilerin MD'ye değer verme boyutuna yönelik görüşlerinin belirlenmesi	1DB, 1DS, 2DB, 2DS
	Öğrencilerin MD'de problem çözmenin önemi boyutuna yönelik görüşlerinin belirlenmesi	1DB, 1DS, 2DB, 2DS
	Öğrencilerin MD'nin özgüvene olumlu etkisi boyutuna yönelik görüşlerinin belirlenmesi	1DB, 1DS, 2DB, 2DS
	Öğrencilerin MD'de ispatın önemi boyutuna yönelik görüşlerinin belirlenmesi	1DB, 1DS, 2DB, 2DS
Gözlem	Öğrencilerin rutin uygulamaları hakkında bilgi sahibi olunması	1DB
	MD etkinliklerinin öğrenme ortamlarına etkisinin belirlenmesi	1DB, 1DS, 2DB, 2DS
Çalışma Yaprakları	Öğrencilerin çalışma yapraklarındaki problemlere verdikleri yanıtların MD'nin bileşenlerine göre incelenmesi	1DB, 1DS, 2DB, 2DS
Ölçek	Öğrencilerin MD'ye yönelik görüşlerindeki değişimin incelenmesi	1DB, 1DS, 2DB, 2DS

Tablo 3.1.'de belirtilen veri toplama araçları 1DB, 1DS, 2DB, 2DS zamanlarında kullanılmıştır. Veri toplama araçları aşağıda ayrıntılı bir biçimde açıklanmıştır:

3.7.1. Mülakat

Bu çalışmada yarı yapılandırılmış ve ayaküstü mülakatlardan yararlanılmıştır. Yarı yapılandırılmış mülakatta, sorular önceden belirlenmiş olsa bile; araştırmacıya soruların yerlerini değiştirme ve soruyu açıklama imkânı verilmektedir (Çepni, 2007). Dolayısıyla araştırmacıya gereken kolaylığı ve esnekliği sağlaması nedeniyle yarı yapılandırılmış mülakatlardan yararlanılmıştır. Bu araştırmada yararlanılan diğer mülakat türü de ayaküstü mülakatlardır. Yapılan etkinlikler sonrasında sınıftaki

öğrencilerle ayaküstü mülakatlar yapılırken araştırmacı, daha sağlıklı veri toplayabilmek için öğrencilere bir arkadaş gibi davranmış ve öğrencilerin duygu ve düşüncelerini ifade etmelerini sağlamaya çalışmıştır. Araştırmacı öğretmen, bu sayede öğrencilere doğrudan soru sormadan çoğunlukla onların etkinliklerle ilgili duygu ve düşüncelerinden ortaya çıkan konuşmalardan verilerini elde etmiştir. Bu konuşmalar, genellikle etkinlik sonrasında ya da teneffüslerde, koridorda yapılan sohbetler biçiminde gerçekleştirilmiştir.

Bu araştırma kapsamında kullanılan mülakat soruları hazırlanırken literatürden faydalanılmıştır. Ayrıca alanında uzman üç kişinin ve dört ortaokul matematik öğretmenin görüşlerine başvurulmuştur. Alanında uzman akademisyen ve öğretmenlerin görüşleri alınarak mülakatlarda yer alan soruların kapsam ve yordama geçerlilikleri sağlanmaya çalışılmıştır. Sonrasında hazırlanan mülakat soruları pilot uygulama sürecinde iki Türkçe öğretmenine okutturulmuştur. Türkçe öğretmenleri soruları dilbilgisi ve anlaşılabilirlik açısından incelemişlerdir.

Mülakatlardan önce öğrencilere isimlerinin gizli tutulacağı, mülakatlar esnasında konuşulanların hiçbir biçimde bu çalışmanın dışında başka bir amaç için kullanılmayacağı belirtilmiştir. Ayrıca mülakatlar süresince öğrenci velilerinden ses kayıt cihazının kullanılmasıyla ilgili gerekli izinler alınmıştır. Öğrencilerin mülakat için hazır olduğu anlaşıldığında mülakat soruları öğrencilere yöneltilmiş ve öğrencilere duygu ve düşüncelerini ifade edebilmeleri için gerekli zaman tanınmıştır. Mülakatlar boş bir sınıfta ve bilişim teknolojileri sınıfında gerçekleştirilmiştir.

Öğrencilerin MD'ye yönelik görüşlerinin altında yatan ana gerekçeleri ortaya çıkarmak için araştırmacı öğretmen tarafından geliştirilen ve toplam 30 adet açık uçlu sorudan oluşan yarı yapılandırılmış bir mülakat formu kullanılmıştır (Bkz. Ek-4). Bu mülakat formunda MD'yi davranış haline getirmeye yönelik on, MD'ye değer vermeye, MD'de problem çözmenin önemine, MD'nin özgüvene olumlu etkisine ve MD'de ispatın önemine yönelik ise beşer açık uçlu soru bulunmaktadır. Mülakat formundaki sorular MD'ye yönelik görüş ölçeğindeki maddelere paralel olacak

biçimde hazırlanmıştır. Oluşturulan mülakat soruları 1DB, 1DS, 2DB ve 2DS’de öğrencilere sorulmuştur.

3.7.2. Gözlem

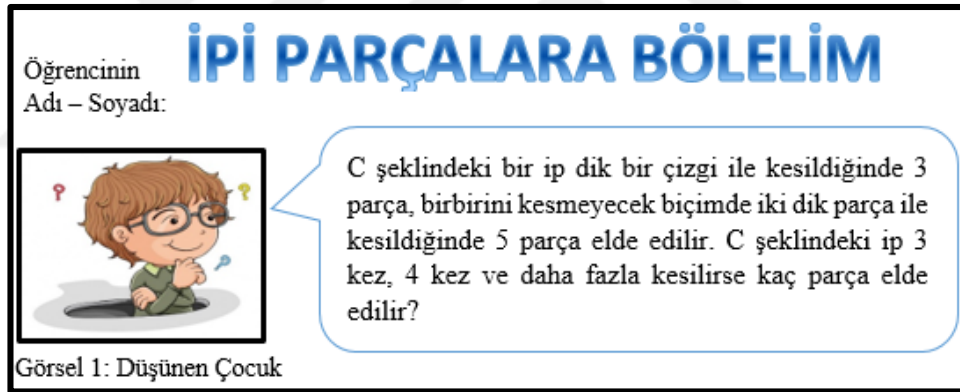
Araştırmacı, gözlem tekniğini kullanarak doğal ortamlarda olayların gerçekleşme biçimine yönelik bilgi toplayabilir (Çepni, 2007). Araştırmacının herhangi bir ortamdaki davranışa yönelik detaylı bir bilgi edinebilmesi için kullanılması gereken en uygun yöntem gözlem tekniğidir (Bailey, 1982). Buradan hareketle, araştırma ortamında birinci elden veri topladığından katılımcı gözlem tekniği kullanılması kararlaştırılmıştır. Araştırmacı, sınıf içinde gözlemlediği olumlu-olumsuz bütün davranışları kaydetmiş ve alan notları tutmuştur. Öğrencilerin doğal davranışlarının gözlenmesi amaçlandığından derslerde video kaydı yapılmamıştır. Çünkü video kaydı yapılması öğrencileri tedirgin ederek kendilerini videodan başkalarının izleyeceğini düşünmesine, rahat davranamamasına ve kendilerini olduğundan farklı göstermeye çalışmasına neden olmaktadır. Bu bağlamda araştırmacının öğretmen olması, araştırma sürecinde doğrudan bulunması ve aktif rol alması araştırma ortamında kimliğini gizlemesi sorunlarını ortadan kaldırmıştır.

3.7.3. Çalışma Yaprakları

Çalışma yaprakları, öğrencilerin öğretmenin hazırladığı planı izlemeleri ve sınıftaki bütün öğrencilerin etkinliğe katılımını sağlaması için kullanılan materyallerdir. biçiminde tanımlanmıştır (Yükseköğretim Kurumu [YÖK], 1998). Buradan hareketle çalışma yaprakları; tüm eğitim-öğretim kademelerinde kullanılabilen, herhangi bir konuyla ilgili kazanımlar kazandırmaya yönelik bilgiler içeren, öğrencilerin işlem yaparak aktif öğrenmeyi sağladıkları, ders içi ve ders dışı faaliyetlerde kullanılabilen öğretim materyalleri olarak tanımlanabilir (Demircioğlu ve Kaymakçı, 2010). Araştırmacı ilgili alan yazında MD ile ilgili çalışmaları inceleyerek öğrencilerin MD’lerini özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispat bileşenleri bağlamında incelemek amacıyla 7 ayrı problemten oluşan 7 adet çalışma yaprağı hazırlamıştır.

Problemlerin oluşturulma aşamasından sonra hazırlanan çalışma yaprakları alanında uzman 3 öğretim üyesi, 4 matematik öğretmeni ve 2 Türkçe öğretmenine gösterilerek soruların sınıf seviyesine uygunluğunun, Türkçesinin sade ve anlaşılır olduğunun ve kapsam geçerliliğinin teyidi alınmıştır. Oluşturulan çalışma yaprakları Arslan ve Yıldız'ın (2010) yaptığı çalışmaların paralelinde hazırlanmıştır. Ayrıca çalışma yapraklarındaki sorular öğrencilerin özelleştirme yapabilecekleri, yaptıkları özelleştirmeler sonucu genellemelere ulaşabilecekleri, sonuçlarla ilgili varsayımda bulunabilecekleri ve elde ettikleri formülü ispatlayabilecekleri türden problemler içermektedir.

Hazırlanan 7 adet çalışma yaprağı Kasım 2018-Nisan 2019 tarihleri arasında öğrencilere uygulanmıştır. Oluşturulan çalışma yapraklarına ait problem durumları aşağıda açıklanmıştır.



Şekil 3.2. “İpi Parçalara Bölelim” etkinliğine ait problem durumu

Araştırmacının birinci etkinliği olan “İpi Parçalara Bölelim” isimli çalışma yaprağındaki problem, Posamentier ve Krulik'den (2016) alınmış olup probleme öğrencilerin MD'lerini özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispat bileşenleri bağlamında incelemeye yönelik alt sorular ilave edilmiştir. Bu problemde öğrencilerden n “ipi dik kesen çizgi sayısı” olmak üzere $2n+1$ cebirsel ifadesine ulaşmaları ve son olarak buldukları formülü ispatlamaları beklenmektedir (Bkz. Ek-5.1.).

GEOMETRİK KUBBE

Öğrencinin
Adı – Soyadı:



Görsel 2: Kırılma Kubbe

Kubbe ortaya çizilen karenin etrafına dışarı doğru büyüyerek çizilen karelerden oluşmaktadır. Dıştaki karenin kenarlarının orta noktası içteki karenin köşe noktalarıdır. Poyraz kubbe hangi geometrik şekillerin olduğunu ve bunların sayısını merak eder. Hadi Poyraz'a yardım edelim...

8. sınıf öğrencisi Poyraz ailesiyle Ordu'dan Kars'a giderken Erzurum'da mola verirler. Saltuklular Beyliği döneminde yapılan Erzurum Ulu Camii'ne giderler. Camiye girer girmez Poyraz'ın dikkatini caminin kubbesi çeker. Kubbenin Poyraz'ın dikkatini çekme sebebi ise kubbenin ahşaptan ve geometrik bir düzen içinde yapılmasıdır.



Görsel 3: Kırılma Örtü Detayı

Şekil 3.3. “Geometrik Kubbe” etkinliğine ait problem durumu

Araştırmacının ikinci etkinliği olan “Geometrik Kubbe” isimli çalışma yaprağındaki problem, öğrencilerin MD’lerini özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispat bileşenleri bağlamında incelemeye yönelik oluşturulan bir diğer problemdir. Bu problemde öğrencilerden n “iç içe çizilen kare sayısı” olmak üzere $5n-4$ cebirsel ifadesine ulaşmaları ve son olarak buldukları formülü ispatlamaları beklenmektedir (Bkz. Ek-5.2.).

DESENLİ ÖRTÜ

Öğrencinin
Adı – Soyadı:



Görsel 4: Kitap okuyan çocuk

Aşağıda tamamı eş kare motiflerle süslenmiş bir masa örtüsünün masadan sarkan parçası gösterilmiştir. Bu parçanın yan kenarlarında bulunan karelerin içi dolu, diğerlerinin içi ise boştur. Buna göre n . aşamadaki masa örtüsünün sarkan parçasındaki boş kare sayısını hesaplayınız.

Şekil 3.4. “Desenli Örtü” etkinliğine ait problem durumu

Araştırmacının üçüncü etkinliği olan “Desenli Örtü” isimli çalışma yaprağındaki problem, öğrencilerin MD’lerini özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispat bileşenleri bağlamında incelemeye yönelik oluşturulan bir başka problemdir. Bu

problemde öğrencilerden n “boş kare sayısı” olmak üzere ikinci dereceden n^2 ifadesine ulaşmaları ve son olarak buldukları formülü ispatlamaları beklenmektedir (Bkz. Ek-5.3.).

Öğrencinin Adı – Soyadı:		HANOİ KULELERİ
	Hanoi kulesi oyunu, 1883 yılında Fransız matematikçi Edouard Lucas tarafından geliştirilmiştir. Oyunun ortaya çıkışı Hint inanışlarına dayanmaktadır. Hint inanışına göre, Benares şehrinde dünyanın merkezi olduğuna inanılan tapınağın kubbesinin altında yaşayan Brahma, evini yaparken 3 elmas iğneye büyükten küçüğe doğru sıraladığı 64 altın tekeri geçirmiştir. Bu durumu gören rahipler 64 altın tekeri gece gündüz hiç durmadan başka bir iğneye geçirmeye çalışmışlar (büyük teker, daha küçük bir tekerin üzerine yerleşemiyor) ancak bir türlü başarılı olamamışlardır. Bu nedenle rahipler, dünyanın sonunun geleceğine ve kıyametin kopacağına inanmışlardır.	
Bu oyundaki amaç, sol tarafta üst üste duran diskleri, her seferinde bir disk hareket ettirmek şartıyla, sağ taraftaki çubuklardan birine taşımaktır. Bu sırada hiçbir disk, kendinden küçük olanın üstüne konulamaz. Mümkün olan en az hamle sayısı ile oyun tamamlanmalıdır. N tane diskin sağ tarafa aynı sırada geçirilmesi için en az kaç hamle yapmak gerekir?		

Şekil 3.5. “Hanoi Kuleleri” etkinliğine ait problem durumu

Araştırmacının dördüncü etkinliği olan “Hanoi Kuleleri” isimli çalışma yaprağındaki problem, öğrencilerin MD’lerini özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispat bileşenleri bağlamında incelemeye yönelik oluşturulan başka bir problemidir. Bu problemde öğrencilerden n “disk sayısı” olmak üzere $2^n - 1$ cebirsel ifadesine ulaşmaları ve son olarak buldukları formülü ispatlamaları beklenmektedir (Bkz. Ek-5.4.).

Öğrencinin Adı – Soyadı:		BAYRAMLAŞMA
	Poyraz, Kurban bayramında babaannesinin evinde ailenin tüm fertleri ile bir araya gelmiştir. Bayramlaşma sırasında her kişi bir başka kişiyle toplamda 2 kez kafa tokuşturur. Poyraz, bu eve n kişi geldiğinde toplam kaç kez kafa tokuşturacaktır?	
Görsel 6: Aile Fotoğrafı		

Şekil 3.6. “Bayramlaşma” etkinliğine ait problem durumu

Araştırmacının beşinci etkinliği olan “Bayramlaşma” isimli çalışma yaprağındaki problem, öğrencilerin MD’lerini özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispat bileşenleri bağlamında incelemeye yönelik oluşturulan bir problemidir. Bu problemde öğrencilerden n “kişi sayısı” olmak üzere ikinci dereceden $n^2 - n$ ifadesine ulaşmaları ve son olarak buldukları formülü ispatlamaları beklenmektedir (Bkz. Ek-5.5.).

Öğrencinin
Adı – Soyadı:

SATRANÇ TAHTASI



Görsel 7: Satranç Tahtası

Satranç tahtası 64 küçük kareden oluşan 8 x 8’lik büyük bir karedir. 8x8’lik satranç tahtasında toplam kaç kare vardır? $n \times n$ ’lik bir satranç tahtasının içerisinde toplam kaç tane kare olduğunu bulunuz.

Şekil 3.7. “Satranç Tahtası” etkinliğine ait problem durumu

Araştırmacının altıncı etkinliği olan “Satranç Tahtası” isimli çalışma yaprağındaki problem, öğrencilerin MD’lerini özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispat bileşenleri bağlamında incelemeye yönelik oluşturulan bir problemidir. Bu problemde öğrencilerden $n \times n$ ’lik birim karelerden oluşan bir şekilde n “birim cinsinden kenar uzunluğu” olmak üzere ikinci dereceden $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + (n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 = n(n+1)(2n+1)/6$ ifadesine ulaşmaları ve son olarak buldukları formülü ispatlamaları beklenmektedir (Bkz. Ek-5.6.).

Öğrencinin
Adı – Soyadı:

RESTORANA GİDELİM



Görsel 8: Restoran Fotoğrafi

Kuzey, hafta sonu anne ve babasıyla bir restorana yemek yemeye gitmeye karar verir. Gittikleri restoranda kare şeklindeki eş boyutlardaki masaların uç uca eklenerek farklı boyutlarda masalar elde edildiği ve bu masalara koyulmuş farklı sayıdaki sandalyeler Kuzeyin dikkatini çeker. Kuzey anne ve babasına masa sayısı ile sandalye sayısı arasında bir ilişki olup olmadığını sorar. Hadi Kuzeye yardım edelim.

Şekil 3.8. “Restorana Gidelim” etkinliğine ait problem durumu

Araştırmacının yedinci etkinliği olan “Restorana Gidelim” isimli çalışma yaprağındaki problem, öğrencilerin MD’lerini özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispat bileşenleri bağlamında incelemeye yönelik oluşturulan bir problemidir. Bu problemde öğrencilerden n “masa sayısı” olmak üzere $2n+2$ cebirsel ifadesine ulaşmaları ve son olarak bu cebirsel ifadeyi ispatlamaları beklenmektedir (Bkz. Ek-5.7.).

3.7.4. MD’ye Yönelik Görüş Ölçeği

Araştırma kapsamında öğrencilerin MD’ye yönelik görüşlerini belirlemek amacıyla “MD’ye Yönelik Görüş Ölçeği” geliştirilmiştir. Ölçeğin geliştirilmesi aşamasında ilk olarak MD ile ilgili araştırmalara (Lutfiyya, 2001; Liu ve Niess, 2006; Tall, 2008; Mason ve ark., 2010; Göl, 2017) yönelik literatür taraması yapılmıştır. Daha sonra MD ve aşamaları ile ilgili Ersoy ve Başer (2013), Doruk ve Güler (2014), Keçeli-Bozdağ, Uğurel ve Bukova-Güzel (2014) tarafından geliştirilen ölçekler incelenmiştir. Sonrasında MD’ye ve MD’nin özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispat bileşenlerine yönelik toplam 40 madde oluşturularak Likert tipi ölçeğin taslak hali ortaya çıkarılmıştır.

3.7.4.1. Ölçeğin Kapsam ve Görünüş Geçerliliğinin İncelenmesi

Kapsam geçerliliğini incelemek için kullanılması gereken yollardan biri uzman görüşüne başvurmaktır (Büyüköztürk ve ark., 2018). Bir konu ile ilgili kapsamın belirlenmesi bir yargılamayı gerektirdiğinden uzmanlar ile ölçme aracını geliştiren araştırmacıların ortak tanımlarının olması gereklidir (Tavşancıl, 2010). DeVellis (2003) çalışmasında, kapsam geçerliliğinin sağlanması için ölçülmek istenen yapının farklı boyutlarını ortaya çıkarmak amacıyla yazılan maddelerin, belirlenen boyut ile ilgili olup olmadığının uzmanlardan tarafından değerlendirilmesi gerektiğini ifade etmiştir. Görünüş geçerliliğinde ise ölçme aracının, ölçülmek istenen özelliği ölçebilme derecesinin ortaya konulmasının yanı sıra ölçekteki başlığın, madde düzeninin, kenar boşluklarının vb. özelliklerin ele alınması gerekmektedir (Ercan ve

Kan, 2004; Büyüköztürk, 2013). Hazırlanan ölçeğin kapsam geçerliliğinin sağlanması için MD alanında çalışmalar yapmış alanında uzman üç akademisyenin, 4 matematik öğretmenin görüşlerine başvurulmuştur. Maddeler oluşturulurken aşağıdaki hususlar dikkate alınmıştır.

1. Ölçek maddeleri sade ve anlaşılır bir dille ifade edilmiştir.
2. Ölçek maddelerinin yarısı olumlu madde, yarısı olumsuz madde olacak biçiminde düzenlenmiştir.

Ölçek maddeleri, iki Türkçe öğretmeni tarafından dilbilgisi ve anlaşılabilirlik yönünden de incelenmiştir. Uzman ve öğretmen görüşleri alındıktan sonra ölçek, önceden belirlenen 4 okul için pilot uygulama sürecine hazır hale getirilmiştir.

3.7.4.2. Ölçeğin Yapı Geçerliliğinin İncelenmesi

Ölçeğin yapı geçerliliğini incelemek amacıyla Açımlayıcı ve Doğrulayıcı faktör analizi yapılmıştır.

3.7.4.2.1. Açımlayıcı Faktör Analizi

Öğrencilerin MD'ye yönelik görüşlerini belirlemek için hazırlanan 40 maddelik taslak ölçek sekizinci sınıfta öğrenim gören 515 öğrenciye uygulanmıştır. Araştırmacılar çalışma grubunun büyüklüğünün ne kadar çok olursa o kadar iyi olacağını kabul etseler de bu konuda ortak bir görüş yoktur (Harrington, 2009). Kline (2014), faktör analizi için 200 kişilik katılımcı sayısının yeterli olduğunu ifade etmiştir. Tabachnick ve Fidell, (2013) ise faktör analizi için çalışma grubunun büyüklüğünün gözlenen değişken sayısının en az beş katı kadar olması gerektiğini belirtmişlerdir. Comrey ve Lee (1992) ise faktör analizi yapılacak bir örneklemin büyüklük ölçütünü; “50” çok kötü, “100” kötü, “200” orta, “300” iyi, “500” çok iyi ve “1000 ve fazlası” mükemmel olarak belirtilmiştir. Buradan hareketle örneklem büyüklüğünün çok iyi olduğu

söylenebilir. Elde edilen verilerin faktör analizi için uygunluğu KMO (Kaiser-Meyer-Olkin) katsayısı ve Bartlett testi ile (Büyüköztürk, 2013; Tabachnick ve Fidell, 2013; Karagöz ve Kösterelioğlu, 2008) yorumlanmıştır. Bartlett testi sonucu ve KMO değeri Tablo 3.2.'de gösterilmiştir:

Tablo 3.2 Ölçeğin faktör analizi için uygunluğunun incelenmesi

Kaiser-Mayer-Olkin (KMO) Katsayısı		0,856
Bartlett Testi Değeri	χ^2	3098,580
	Serbestlik Derecesi	300
	Anlamlılık Düzeyi (p)	0,000

KMO testi değerinin 0,7 ve üzeri olması örneklem büyüklüğünün iyi olduğunu, 0,5-0,7 arası olması örneklem büyüklüğünün yeterli olduğunu ve 0,5'in altı olması ise yeterli ilişkiyi sağlayacak örnekleme ihtiyaç duyulduğunu ifade etmektedir (Can, 2017). Tablo 3.2. incelendiğinde KMO katsayısının 0,856 çıkması örneklem büyüklüğünün iyi olduğunu ve Bartlett testi elde edilen veri setinin Açıklayıcı Faktör Analizi (AFA) için uygun olduğunu göstermektedir.

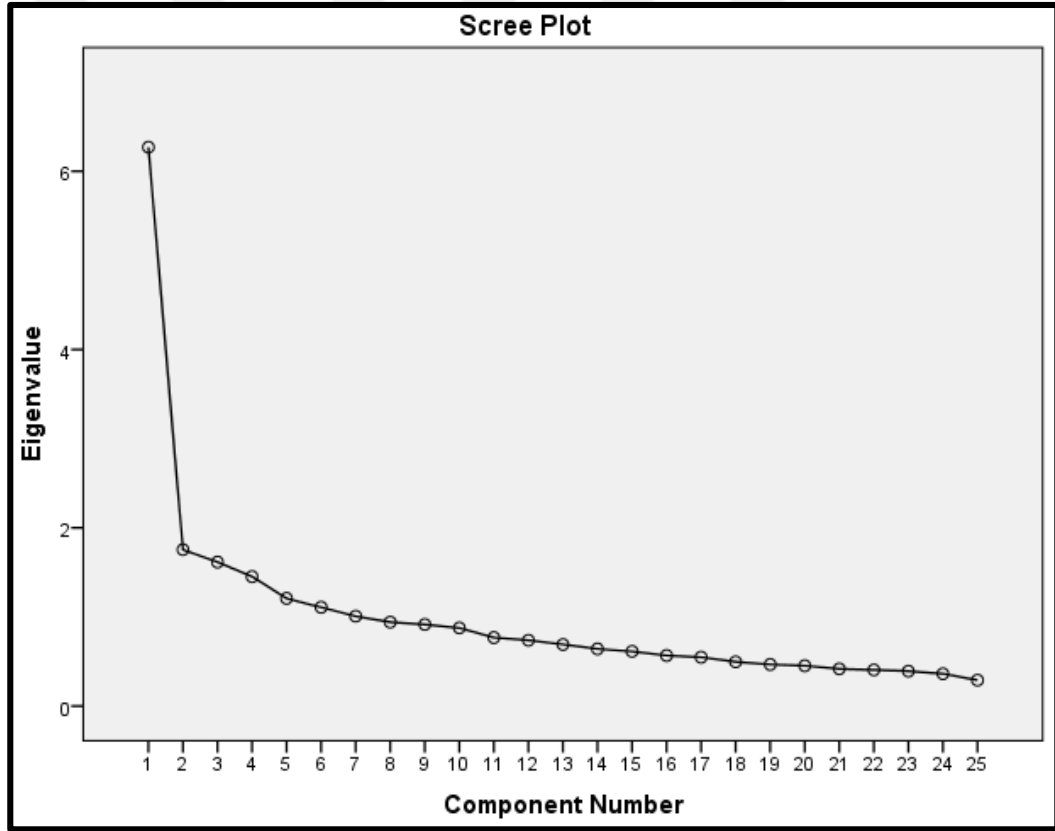
Bir özelliğin içinde yer aldığı faktör ile arasındaki ilişki, faktör yükü olarak adlandırılır (Patır, 2009). Faktör analizinde benzer özellikleri ölçtükleri için bir araya getirilen maddelerden bir faktör belirlenirken, belirlenen faktörle yüksek düzeyde ilişkisi olan ancak diğer faktörlerdeki yük değeri düşük olan maddeler bir araya getirilmeye çalışılır (Can, 2017). Belli bir özelliği ölçen maddenin ölçeğe kalabilmesi için faktör yük değerinin belli bir değerin üzerinde olması gerekir. Faktör yük değerinin 0,45 olması iyi olarak kabul edilirken, bazı araştırmacılar ise ölçeğe az sayıda madde varsa faktör yüklerinin 0,30'a kadar düşmesinin sıkıntı olmayacağını belirtmektedir (Ho, 2006; Büyüköztürk, 2013). Ayrıca faktör yük değerinin en az 0,40 olması gerektiği yönünde de görüşler vardır (Çokluk, Şekercioğlu ve Büyüköztürk, 2016). Ayrıca yükleri arasındaki fark 0,1'ten daha az olan maddeler binişik maddeler olarak kabul edilmektedir (Çokluk ve ark., 2016). Bu doğrultuda literatürde verilen ölçütler dikkate alınarak ölçek üzerinde dört kez faktör analizi uygulanmış ve bu sayede ölçekteki faktör yük değeri 0,40'tan düşük olan maddeler ve binişik maddeler ölçekten

çıkarılmıştır. Birinci faktör analizi sonucu faktör yük değeri 0,40'ın altında olan 8 madde ölçekten çıkarılmıştır. Kalan 32 madde üzerinde 2. faktör analizi yapılmış ve 4 binişik maddeye rastlanmıştır. Belirlenen 4 madde ölçekten çıkarılıp tekrar faktör analizi uygulanmıştır. 3. kez uygulanan faktör analizi sonucunda ise 3 madde binişik olduğundan ölçekten çıkarılmış ve son haliyle ölçekte 0,40 yük değerinin altında ve binişik madde kalmamıştır. Ölçekten çıkarılan 15 madde aşağıda verilmiştir.

1. Bir problemi çözerken, başlangıçta rastgele değerler vererek problemi anlamaya çalışırım.
2. Bazı problemlerin çözümünde deneme – yanılma yolunu kullanmayı zaman kaybı olarak görüyorum.
3. Problemde anlatılmak istenen bilgileri bir başkasına kendi cümlelerimle anlatabilirim.
4. Bir problem çözümünde öğrendiğim bilgileri başka bir problemin çözümünde kullanabilirim.
5. Problem çözerken tahminde bulunmanın çözüm sürecini uzatacağını düşünüyorum.
6. Bir örüntüdeki sayılar ile değişkenler arasındaki ilişkiyi matematiksel sembollerle ifade etmede zorlanırım.
7. Bir örüntünün kuralını deneme yanılma yöntemi ile bulurum.
8. Bir örüntüye ait kuralı sözel olarak ifade edebilirim.
9. Bir problemin çözümünün neden doğru olduğunu açıklayabilirim.
10. İspat, matematik dersini sıkıcı hale getirir.
11. Benimle aynı fikirde olmayan bir arkadaşımı problem çözümünün doğruluğu konusunda ikna edebilirim.
12. MD'nin zihinsel gelişim için önemli olduğunu düşünüyorum.
13. MD, yeni bir bilgi öğrenme süreci değildir.
14. MD'ye her zaman ihtiyaç duyacağımı zannetmiyorum.
15. MD'nin sabır gerektiren bir düşünme biçimi olduğunu düşünüyorum.

Kalan 25 madde üzerinde yapılan dördüncü faktör analizi sonuçlarına göre ölçek, öz değeri 1’den büyük beş faktör altında toplanmıştır. Elde edilen beş faktör ölçek varyansının %49,262’sini açıklamaktadır. Madde toplam korelasyonlarının ise 0,423 ile 0,773 arasında değiştiği tespit edilmiştir. Sonuç olarak Likert tipi ölçeğin 25 maddeden oluştuğu görülmüş ve ölçek bileşenlerini belirlemek üzere aşağıdaki adımlar izlenmiştir:

a. Ölçeğin Faktör Sayısının Belirlenmesi: Faktör sayısını belirlemek için öz değerler ve çizgi grafiği incelenmiştir. 25 madde için elde edilen çizgi grafiği Şekil 3.9.’da gösterilmiştir:



Şekil 3.9. Ölçeğin faktör sayısını gösteren çizgi grafiği

Şekil 3.9’deki çizgi grafiği incelendiğinde faktör sayısının 2 ile 6 arasında bir değer alabileceği görülmüştür. Mevcut ölçeğin yapısı gereği faktör sayısının 5 alınmasının uygun olacağı kararlaştırılmıştır.

b. Ölçeğin Faktör Değişkenlerinin Belirlenmesi: Ölçekten elde edilen döndürülmüş faktör yükleri, faktör yük değerleri, öz değerler, faktör varyans değerleri ve madde toplam korelasyon değerleri Tablo 3.3.'te verilmiştir:

Tablo 3.3. Ölçek maddelerine ait yük ve korelasyon değerleri

Madde No	Döndürülmüş Faktör Yük Değerleri					Madde Toplam Korelasyon Değerleri
	Faktör 1	Faktör 2	Faktör 3	Faktör 4	Faktör 5	
Madde 1	0,672					0,672
Madde 16	0,655					0,655
Madde 11	0,630					0,630
Madde 10	0,613					0,613
Madde 18	0,552					0,552
Madde 12	0,525					0,525
Madde 4	0,523					0,523
Madde 19	0,520					0,520
Madde 6	0,514					0,514
Madde 21		0,747				0,747
Madde 22		0,727				0,727
Madde 25		0,651				0,651
Madde 24		0,606				0,606
Madde 2			0,698			0,698
Madde 3			0,676			0,676
Madde 5			0,543			0,543
Madde 9			0,466			0,466
Madde 17				0,678		0,678
Madde 20				0,640		0,640
Madde 8				0,631		0,631
Madde 23				0,548		0,548
Madde 14					0,773	0,773
Madde 15					0,759	0,759
Madde 13					0,547	0,547
Madde 7					0,423	0,423
Öz Değerler	6,269	1,762	1,607	1,461	1,215	12,314
Açıklanan Varyans Oranı	%14,105	%9,510	%8,781	%8,538	%8,328	%49,262

Öz değerleri 1'den büyük olan faktörler anlamlı olarak kabul edilebilir (Bryman ve Cramer, 1999). Bu doğrultuda çalışma kapsamında öz değeri 1'den büyük olan 5 faktör olduğu belirlenmiştir. İlk faktör toplam varyansın %14,105'ini, ikinci faktör %9,510'unu, üçüncü faktör %8,781'ini, dördüncü faktör %8,538'ini, beşinci faktör ise %8,328'ini açıklamaktadır. Öz değerler için birikimli varyans miktarının toplam varyansın %49,262'sini açıkladığı görülmektedir. Sosyal bilimlerde yapılan çalışmalarda toplam varyans oranının %40 ile %60 arasında olması ölçeğin faktör

yapısının güçlü olduğunu göstermektedir (Büyüköztürk, 2013). Bu sebeple ölçeğin toplam varyans oranının yeterli olduğu söylenebilir.

Faktörlerdeki madde sayıları incelendiğinde birinci faktörde dokuz maddenin yer aldığı görülmektedir. Birinci faktörde bulunan maddelerin faktör yükleri 0,514 ile 0,672 arasındadır. İkinci faktörde dört madde yer almaktadır. İkinci faktörde bulunan maddelerin faktör yükleri 0,606 ile 0,747 arasındadır. Üçüncü faktörde dört madde bulunmaktadır. Üçüncü faktörde bulunan maddelerin faktör yükleri 0,466 ile 0,698 arasındadır. Dördüncü faktörde dört madde bulunmaktadır. Dördüncü faktörde bulunan maddelerin faktör yükleri 0,548 ile 0,678 arasındadır. Son olarak beşinci faktörde ise dört madde yer almaktadır. Beşinci faktörde bulunan maddelerin faktör yükleri 0,423 ile 0,773 arasındadır. Elde edilen bulgular neticesinde her maddeye ilişkin faktör yük değerlerinin kabul edilebilir değerlerin üzerinde olduğu anlaşılmaktadır.

Madde toplam korelasyon değerleri ölçek maddelerinin ayırt edicilik gücünü belirlemek için hesaplanmıştır. Tablo 3.3.' e bakıldığında beş alt faktörde bulunan maddelerin madde toplam korelasyon değerlerinin 0,423 ile 0,773 arasında olduğu görülmektedir. Çokluk ve arkadaşları (2016) ölçek maddelerinin korelasyon değerlerinin en az 0,40 olabileceğini ifade etmişlerdir. Bu bağlamda ölçek maddelerinin ayırt edicilik gücünün kabul edilebilir düzeyde olduğu söylenebilir.

Ölçekte yer alan maddelerin ayırt edicilik güçlerini belirlemeye yönelik, her bir madde için üst grup ve alt grupların madde ortalama puanları arasındaki farkın t değeri hesaplanmıştır. Bunun için madde ortalama puanları en yüksekten en düşüğe doğru sıralanmış ve tüm anketlerin %27'sini oluşturan 139 kişi alt ve üst grubu oluşturmuştur. Tablo 3.4.'te madde ortalamalarına ait t testi sonuçları gösterilmiştir:

Tablo 3.4. Madde ayırt ediciliği ile ilgili yapılan t testi sonuçları

Madde No	Grup	N	Ortalama	Standart Sapma	Alt / Üst Grup Ortalamalar Arası Farkın t Değeri	p
1	Alt Grup	139	2,87	1,15	-12,594	0,000
	Üst Grup	139	4,38	0,82		
2	Alt Grup	139	2,92	1,13	-10,735	0,000
	Üst Grup	139	4,22	0,86		
3	Alt Grup	139	3,21	1,21	-8,002	0,000
	Üst Grup	139	4,28	0,99		
4	Alt Grup	139	2,53	1,12	-10,607	0,000
	Üst Grup	139	3,96	1,12		
5	Alt Grup	139	2,64	1,00	-10,564	0,000
	Üst Grup	139	3,77	0,78		
6	Alt Grup	139	2,58	1,18	-12,939	0,000
	Üst Grup	139	4,17	0,83		
7	Alt Grup	139	3,30	0,98	-9,997	0,000
	Üst Grup	139	4,36	0,78		
8	Alt Grup	139	3,15	1,20	-9,039	0,000
	Üst Grup	139	4,37	1,03		
9	Alt Grup	139	2,99	1,13	-7,021	0,000
	Üst Grup	139	3,92	1,06		
10	Alt Grup	139	2,55	1,01	-17,001	0,000
	Üst Grup	139	4,38	0,76		
11	Alt Grup	139	2,46	1,14	-15,319	0,000
	Üst Grup	139	4,28	0,79		
12	Alt Grup	139	2,69	1,04	-13,456	0,000
	Üst Grup	139	4,37	1,03		
13	Alt Grup	139	2,66	1,19	-13,671	0,000
	Üst Grup	139	4,43	0,94		
14	Alt Grup	139	3,16	1,18	-11,794	0,000
	Üst Grup	139	4,58	0,76		
15	Alt Grup	139	2,95	1,20	-6,942	0,000
	Üst Grup	139	3,92	1,10		
16	Alt Grup	139	2,50	1,08	-11,671	0,000
	Üst Grup	139	3,92	0,93		
17	Alt Grup	139	3,71	1,22	-10,419	0,000
	Üst Grup	139	4,84	0,39		
18	Alt Grup	139	2,88	1,15	-11,188	0,000
	Üst Grup	139	4,25	0,86		
19	Alt Grup	139	2,53	1,10	-8,455	0,000
	Üst Grup	139	3,71	1,20		
20	Alt Grup	139	3,38	1,15	-11,003	0,000
	Üst Grup	139	4,61	0,64		
21	Alt Grup	139	2,86	1,19	-8,683	0,000
	Üst Grup	139	4,04	1,06		
22	Alt Grup	139	3,13	1,03	11,440	0,000
	Üst Grup	139	1,74	0,98		

Tablo 3.4. (Devamı)

Madde No	Grup	N	Ortalama	Standart Sapma	Alt / Üst Grup Ortalamalar Arası Farkın t Değeri	p
23	Alt Grup	139	3,63	1,00	-9,894	0,000
	Üst Grup	139	4,66	0,69		
24	Alt Grup	139	2,85	1,06	-10,914	0,000
	Üst Grup	139	4,20	0,99		
25	Alt Grup	139	2,96	1,27	-11,707	0,000
	Üst Grup	139	4,48	0,86		

Tablo 3.4. incelendiğinde %27'lik alt ve %27'lik üst grupların madde puanlarındaki farklara ilişkin t değerlerinin ise -17,001 ile 11,440 arasında değiştiği ve elde edilen t değerlerinin $p < 0,01$ düzeyinde anlamlı olduğu anlaşılmaktadır. Buradan hareketle elde edilen değerler ölçekteki maddelerin geçerliliklerinin yüksek olduğunu, yöntemsel yeterlik yönünden ayırt edici ve aynı davranışı ölçmeye ilişkin maddeler olduğunu ortaya koymuştur (Büyüköztürk, 2013).

Ölçeğe ait 5 faktörün birbirleri arasındaki korelasyon ölçümü Tablo 3.5. 'te verilmiştir:

Tablo 3.5. Ölçeğe ait faktörlerin korelasyon ölçümü

	Faktör 1	Faktör 2	Faktör 3	Faktör 4	Faktör 5
Faktör 1	1	0,551**	0,491**	0,554**	0,576**
Faktör 2	0,551**	1	0,548**	0,536**	0,631**
Faktör 3	0,491**	0,548**	1	0,516**	0,686**
Faktör 4	0,554**	0,536**	0,516**	1	0,796**
Faktör 5	0,576**	0,631**	0,686**	0,796**	1

**p < 0,01

Tablo 3.5.'e göre, ölçek maddelerine ait beş ana faktör arasında pozitif yönde orta ve kuvvetli düzeyde (Büyüköztürk ve ark., 2018) bir ilişki bulunduğu anlaşılmaktadır. Ayrıca Tablo 3.5.'te faktörlerin birbirleriyle aralarındaki ilişkinin $p < 0,01$ düzeyinde anlamlı olduğu gözlenmiştir.

c. Ölçeğin Faktörlerinin İsimlendirilmesi: Tablo 3.3. incelendiğinde, birinci faktör altında toplanan maddelerin (1, 4, 6, 10, 11, 12, 16, 18, 19) MD'nin özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispat bileşenlerini problem çözme süreçlerinde kullanarak bu beceriye sahip olma ile ilgili olduğu tespit edilmiş, bu faktör “MD’yi Davranış Haline Getirme” olarak isimlendirilmiştir. Birinci faktör ile ilgili maddeler aşağıda verilmiştir:

1. Problemde verilen bilgileri tablo yardımıyla görsel hale getirebilirim. (Madde-1)
2. Bir problem durumunda çözüme nasıl başlayacağımı bilmiyorum. (Madde-4)
3. Problem çözerken sonuçlarla ilgili tahminde bulunmada zorlanırım. (Madde-6)
4. Örüntüleri formüllerle ifade etme konusunda kendimi yetersiz hissediyorum. (Madde-10)
5. Şekil örüntülerinde genel kuralı cebirsel olarak bulabilirim. (Madde-11)
6. Bir örüntünün kuralını bulmak için ne yapmam gerektiğini bilmiyorum. (Madde-12)
7. Yaptığım ispatın doğru olup olmadığına karar veremiyorum. (Madde-16)
8. İspatın nasıl yapılacağını bilmiyorum. (Madde-18)
9. Bir problemin çözümünde birçok ihtimali göz önünde bulundururum. (Madde-19)

Tablo 3.3. incelendiğinde ikinci faktör altında toplanan maddelerin (21, 22, 24, 25) MD becerisine kıymet verme ve önemseme ile yakından ilişkili olduğu tespit edilip bu faktör “MD’ye Değer Verme” olarak isimlendirilmiştir. İkinci faktör ile ilgili maddeler aşağıda verilmiştir:

1. MD ile ilgili etkinliklerin öğrencilere MD becerisi kazandıracağını düşünüyorum. (Madde-21)
2. MD sürecinin sıkıcı olduğunu düşünüyorum. (Madde-22)
3. Günlük yaşamda karşılaştığım sorunlarda MD'ye ihtiyaç duymam. (Madde 24)
4. MD ile ilgili etkinliklere katılmaktan zevk alırım. (Madde-25)

Tablo 3.3. incelendiğinde üçüncü faktör altında toplanan maddeler (2, 3, 5, 9) MD'nin problem çözme becerisi ve problem çözmenin önemi ile ilişkisi nedeniyle bu faktör "MD'de Problem Çözmenin Önemi" olarak isimlendirilmiştir. Üçüncü faktör ile ilgili maddeler aşağıda verilmiştir:

1. Verilen bir problem durumuna uygun başka bir problem yazabilirim. (Madde-2)
2. Bazı problemleri şekil çizerek daha rahat çözebilirim. (Madde-3)
3. Bir problem durumuna karşıt bir problem bulabilirim. (Madde-5)
4. Bir problemin sonuçlarını tahmin etmede başarılı olduğumu düşünüyorum. (Madde-9)

Tablo 3.3. incelendiğinde dördüncü faktör altında toplanan maddelerin (8, 17, 20, 23) MD'nin bireyin özgüvenine katkısı ile ilişkili olduğu tespit edilmiş ve bu faktör "MD'nin Özgüvene Olumlu Etkisi" olarak isimlendirilmiştir. Dördüncü faktör ile ilgili maddeler aşağıda verilmiştir:

1. Bir problemi çözerken yaptığım tahminlerin doğruluğunu araştırmaya gerek duymam. (Madde-8)
2. Bir problemin doğruluğunu ispatlamak beni mutlu eder. (Madde-17)

3. MD problem çözerken farklı çözüm yolları bulmama yardımcı olur. (Madde-20)

4. Farklı türde problemler çözmek MD'yi geliştirir. (Madde-23)

Tablo 3.3. incelendiğinde beşinci faktör altında toplanan maddeler (7, 13, 14, 15) ispatın önemi ile ilgili duygu ve düşünceler içerdiğinden bu faktör “MD’de İspatın Önemi” olarak isimlendirilmiştir. Beşinci faktör ile ilgili maddeler aşağıda verilmiştir:

1. İspat yapmanın MD'yi geliştireceğini düşünüyorum. (Madde-7)
2. İspat yapmayı sevmem. (Madde-13)
3. İspatın matematik için gerekli olduğunu düşünüyorum. (Madde-14)
4. Matematik derslerinde ispata daha fazla yer verilmesi gerektiğini düşünüyorum. (Madde-15)

3.7.4.2.2. Doğrulayıcı Faktör Analizi

Doğrulayıcı Faktör Analizi (DFA), ölçme modellerinin geliştirilmesinde sıklıkla kullanılan ve önemli kolaylıklar sağlayan bir analiz yöntemidir (Aytaç ve Öngen, 2012). Bu analiz yöntemi, önceden oluşturulan bir model yardımıyla gözlenen değişkenleri kullanarak faktör oluşturma işlemi olmanın yanı sıra genellikle ölçek geliştirme sürecinde kullanılmakta veya önceden belirlenmiş bir yapının doğrulanmasını amaçlamaktadır (Yaşlıoğlu, 2017). Bu sebeple bu çalışmada AFA ile elde edilmiş olan 25 maddelik ve beş faktörlü MD'ye yönelik görüş ölçeğinin bir model olarak doğrulanıp doğrulanmadığını test etmek için DFA kullanılmıştır.

DFA, çok sayıda gözlenen veya ölçülen değişken tarafından temsil edilen faktörleri içeren ve çok değişkenli istatistiksel bilgiyi açıklamak amacıyla kullanılan bir yöntemdir (Bayram ve Bilgel, 2008). Açıklanan bu bilgiler, araştırılan modelin uyum

indeks değerlerini gösterir. Bu uyum indekslerinde modelin kabul edilebilir bir uyum düzeyinde olduğunu, mükemmel uyum düzeyinde olduğunu ya da uygun olmadığını gösteren değer aralıkları vardır. Bu araştırmada DFA’da kullanılan model uyum indeksleri ve değer aralıkları Tablo 3.6.’da gösterilmiştir:

Tablo 3.6. DFA uyum indeks değerleri

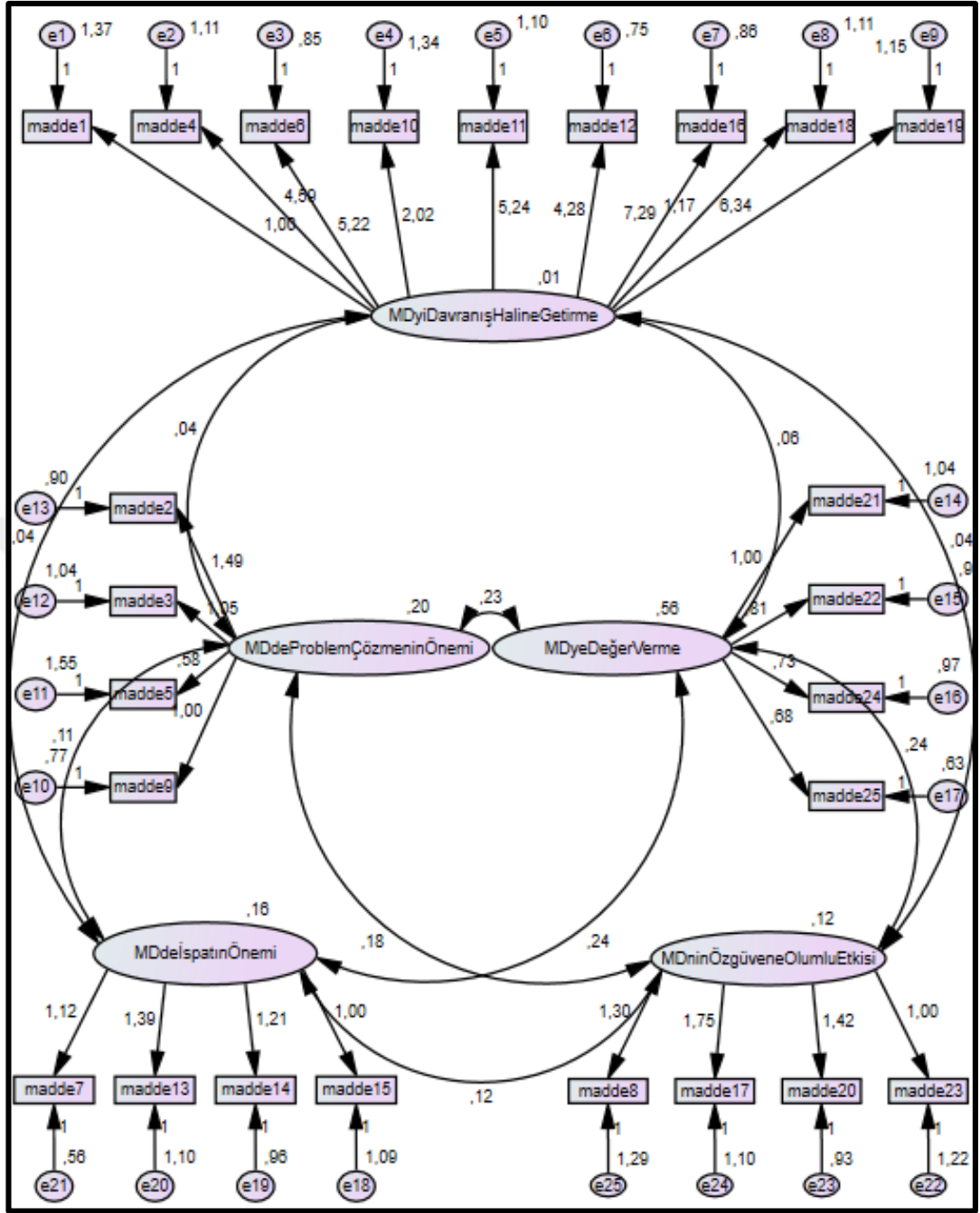
Uyum İndeksi	Mükemmel Uyum	Kabul Edilebilir Uyum	Kaynak
χ^2/df	$0 \leq \chi^2/df \leq 3$	$3 < \chi^2/df \leq 5$	Seçer (2015)
RMSEA	$0 \leq RMSEA \leq 0,05$	$0,05 < RMSEA \leq 0,08$	Schermelleh, Moosbrugger ve Müller (2003)
CFI	$0,95 \leq CFI < 1,00$	$0,90 \leq CFI < 0,95$	Şimşek (2009)
AGFI	$0,85 \leq AGFI < 1,00$	$0,80 \leq AGFI < 0,85$	Çelik ve Turunç, 2011
GFI	$0,90 \leq GFI < 1,00$	$0,85 \leq GFI < 0,90$	Meydan ve Şeşen (2015)
RMR/SRMR	$0 < RMR \leq 0,05$	$0,05 < RMR \leq 0,08$	Schermelleh, Moosbrugger ve Müller (2003)

DFA sonucunda elde edilen model uyum değerleri Tablo 3.6.’daki uyum indeksleri tablosuna bakılarak değerlendirilmiştir. Model uyum değerleri Tablo 3.7.’de gösterilmiştir:

Tablo 3.7. DFA sonucunda elde edilen model uyum değerleri

Uyum İndeksi	Yapısal Eşitlik Modeli	Mükemmel Uyum Kriterleri	Kabul Edilebilir Uyum Kriterleri	Değerlendirme
χ^2/df	2,619	$0 \leq \chi^2/df \leq 3$	$3 < \chi^2/df \leq 5$	Mükemmel Uyum
RMSEA	0,058	$0 \leq RMSEA \leq 0,05$	$0,05 < RMSEA \leq 0,08$	Kabul Edilebilir Uyum
CFI	0,905	$0,95 \leq CFI < 1,00$	$0,90 \leq CFI < 0,95$	Kabul Edilebilir Uyum
AGFI	0,877	$0,85 \leq AGFI < 1,00$	$0,80 \leq AGFI < 0,85$	Mükemmel Uyum
GFI	0,901	$0,90 \leq GFI < 1,00$	$0,85 \leq GFI < 0,90$	Mükemmel Uyum
RMR	0,065	$0 < RMR \leq 0,05$	$0,05 < RMR \leq 0,08$	Kabul Edilebilir Uyum

Uyum indekslerinden χ^2/df değerinin 2,619 olduğu görülmektedir. Belirtilen değer 3’ten küçük olması mükemmel uyum düzeyinde olduğunu göstermektedir. RMSEA değerinin 0,058, CFI değerinin 0,905, RMR değerinin 0,065 olması kabul edilebilir değer aralığında bulunduğunu ifade etmektedir. Ayrıca AGFI değerinin 0,877 ve GFI değerinin 0,901 olması mükemmel uyum düzeyinde olduğunu ortaya koymaktadır.



Şekil 3.10. DFA sonucunda elde edilen path diyagramı

AMOS 22 (Analysis of Moment Structures) programı üzerinde AFA sonucunda elde edilen 5 alt boyutlu ve 25 maddeli ölçek maddeleri göz önüne alınarak Şekil 3.10.' da gösterilen Path diyagramı oluşturulmuştur. Path diyagramında oval daireler ölçeğin alt boyutlarını, kare şekiller ölçek maddelerini, küçük daireler ise hata payını ve açıklanmayan varyansı göstermektedir (Çapık, 2014). Bu çalışma, 5 faktör ve 25

değişkenle açıklanmıştır. Ölçekten elde edilen faktörlerde MD'yi davranış haline getirme ile ilgili 9 madde, MD'ye değer verme ile ilgili 4 madde, MD'de problem çözmenin önemine yönelik 4 madde, MD'nin özgüvene olumlu etkisi ile ilgili 4 madde ve MD'de ispatın önemi boyutuna yönelik 4 madde bulunmaktadır.

3.7.4.3. Ölçeğin Güvenilirliğinin İncelenmesi

25 maddelik ölçekte yapılan güvenilirlik analizleri sonucunda Cronbach Alpha güvenilirlik katsayısı 0,839 olarak bulunmuştur. Ölçeğin Cronbach Alpha güvenilirlik katsayısı Tablo 3.8.'de gösterilmiştir:

Tablo 3.8. Ölçeğin Cronbach Alpha güvenilirlik katsayısı

Güvenilirlik İstatistikleri		
Cronbach's Alpha	Standart Maddelere Dayalı Cronbach's Alpha	Madde sayısı
0,839	0,843	25

Tüm faktörler ve ölçeğin tamamı için elde edilen Cronbach Alpha iç tutarlılık katsayılarının 0,70 ve üzerinde olması, ölçeğin güvenilir kabul edilmesi için yeterlidir (Şencan, 2005; Büyüköztürk, 2013). Buna göre geliştirilen ölçeğin Cronbach Alpha katsayısının 1'e yakın olması yüksek bir güvenilirliği olduğunu göstermektedir.

Ölçeğin kararlılığını ortaya koymak için ise 544 öğrenciye eğitim araştırmaları için uygun olduğu belirtilen iki aylık zaman aralığı (Fraenkel ve Wallen, 2008) ile ölçek tekrar uygulanmıştır. İki aylık zaman aralığı öncesi ve sonrasında alınan puanlar arasındaki kararlılığı test etmek için veri türüne uygun olarak Pearson momentler çarpım korelasyon katsayısı incelenmiştir (Karasar, 2009). Korelasyon değerinin, 0,30'dan küçük olması ilişkinin düşük, 0,30 ile 0,70 arasında olması orta ve 0,70'den büyük olması ise ilişkinin yüksek olduğu anlamına gelir (Büyüköztürk, 2013). Ölçeğin tamamı için elde edilen değerler iki uygulama arasında yüksek düzeyde, pozitif ve anlamlı bir ilişki olduğunu göstermektedir ($r(544) = 0,87, p < 0,01$). Bu bağlamda

ölçeğin belirli bir zaman aralığında kararlı bir yapıya sahip olduğu sonucuna ulaşılabilir (Erkuş, 2005). Ölçeğin son hali Ek-3'te verilmiştir.

3.8. Verilerin Toplanması

Araştırmanın bu bölümünde pilot uygulama ve asıl uygulama sürecinden bahsedilmiştir.

3.8.1. Pilot Uygulama Süreci

Pilot uygulama, çalışmanın uygulanması aşamasında ortaya çıkabilecek olumsuz durumların engellenmesi, etkinliklerin uygulanması için gereken sürenin belirlenmesi, araştırmacı tarafından hazırlanan çalışma yapraklarından hangilerinin çalışmada kullanılacağı, araştırmacı tarafından yapılan gözlemlerdeki sıkıntıların giderilmesi, oluşturulan ölçek maddelerindeki ve mülakat sorularındaki eksikliklerin tespit edilmesi amacıyla yapılmıştır.

Araştırmacı tarafından geliştirilen ve MD süreçlerini içeren 8 adet çalışma yaprağının pilot uygulaması 2018-2019 eğitim-öğretim yılının birinci dönemi başında Ordu Altınordu ilçesine bağlı Bayadı Ortaokulu, Eyüplü Ortaokulu, Ordu Büyükşehir Belediyesi Anadolu İmam Hatip Ortaokulu, Giresun İli merkez ilçesine bağlı 15 Temmuz Şehitler İmam Hatip Ortaokulu ve Giresun İli Yağlıdere ilçesine bağlı Yağmurlu Ortaokulunda gerçekleştirilmiştir. Sekiz adet çalışma yaprağının pilot uygulaması okullardaki eğitim-öğretim faaliyetlerinin aksamaması için her okulda 1 veya 2 tane çalışma yaprağı uygulanacak biçimde planlanmıştır. Pilot uygulama yapılan okullardaki öğrenci seviyesinin araştırmacının bulunduğu okuldaki öğrenci seviyesine yakın olmasına dikkat edilmiştir. Pilot uygulama sonucu elde edilen bulgular ışığında 8 adet çalışma yaprağından 7 tanesinin gerekli düzeltmeler yapılarak uygulanmasına karar verilmiştir. “Yavru Tavşanlar” isimli çalışma yaprağı ise pilot uygulama sürecinde öğrencilerin çoğu tarafından yapılamamış bu nedenle de asıl uygulamada kullanılmamıştır (Bkz. Ek-5.8.).



Şekil 3.11. Tezden çıkarılan “Yavru Tavşanlar” isimli çalışma yaprağı

Pilot uygulama süresince her bir çalışma yaprağının tamamlanma süresi belirlenmiştir. “İpi Parçalara Bölelim”, “Geometrik Kubbe”, “Desenli Örtü” ve “Bayramlaşma” isimli etkinliklerin uygulama süresi birer ders saati olarak, “Hanoi Kuleleri”, “Satranç Tahtası” ve “Restorana Gidelim” isimli etkinliklerin uygulama süresi ikişer ders saati olarak belirlenmiştir.

Öğrencilerin MD ile ilgili görüşlerini almak amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilen 40 soruluk “MD’ye Yönelik Görüş Ölçeği”nin pilot uygulaması 2018-2019 eğitim-öğretim yılının ilk dönemi sonunda Ordu Altınordu ilçesine bağlı Bayadı Ortaokulu, Eyüplü Ortaokulu, Ordu Büyükşehir Belediyesi Anadolu İmam Hatip Ortaokulu, Giresun İli merkez ilçesine bağlı 15 Temmuz Şehitler İmam Hatip Ortaokulu ve Giresun İli Yağlıdere ilçesine bağlı Yağmurlu Ortaokulunda gerçekleştirmiştir. Araştırmacı tarafından geliştirilen “MD’ye Yönelik Görüş Ölçeği”nde pilot uygulama aşamasında öğrenciler tarafından anlaşılmayan kısımların olduğu, bazı ölçek maddelerinde dil ve anlatım bakımından öğrencilerin anlamayabileceği ifadelerin bulunduğu belirlenerek gerekli düzeltmeler iki Türkçe öğretmeninin görüşleri doğrultusunda yapılmıştır. Elde edilen verilerin analizi sonucunda bazı maddeler ölçekten çıkarılmış ve 25 maddeden oluşan Likert tipi bir ölçek elde edilmiştir (Bkz. Ek-3.).

Öğrencilerle yapılması planlanan mülakatlarda kullanılacak soru türlerindeki anlaşılmayan kısımların tespiti, mülakat sorularında bulunan ifade bozuklukları, yanlış sözcükler pilot uygulama sürecinde tespit edilmiş ve düzeltilmiştir.

Pilot uygulama sürecinde araştırmacının yaptığı gözlemlerde de bazı sıkıntılar yaşanmıştır. Özellikle etkinliklerin pilot uygulaması sürecinde araştırmacının sınıfta en önünde durması, bazı öğrencilerin sürekli araştırmacıya bakmasına ve dikkatlerinin dağılmasına sebep olmuştur. Bu yüzden araştırmacı asıl uygulama sürecinde bu hususu göz önünde bulundurmuş ve etkinlikleri genellikle sınıfın arka tarafından takip etmiştir.

3.8.2. Asıl Uygulama Süreci

Yapılan pilot uygulama neticesinde çalışma yaprakları ve MD ölçeğinde ortaya çıkan eksiklikler giderilerek ve gerekli düzeltmeler yapılarak ölçek ve çalışma yapraklarına son hali verilmiştir. Ordu ili Altınordu ilçesine bağlı bir ortaokulun sekizinci sınıf öğrencilerine her bir etkinlik için pilot uygulama aşamasında belirlenen ders saati kadar süre verilmiştir. Her uygulamanın sonunda süreçte gözlemlenen bazı öğrencilerle görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Ayrıca öğrencilerin duygu ve düşünceleri not alınmıştır. Görüşmeler sonunda öğrencilerden elde edilen cevaplar düzenlenerek diyalog biçiminde sunulmuştur.

Araştırmacı tarafından geliştirilen “MD’ye Yönelik Görüş Ölçeği”nin uygulanması için öğrencilere bir ders saati süre verilmiştir. Ölçek 1DB, 1DS, 2DB ve 2DS olmak üzere 4 kez uygulanmıştır.

Araştırma süresince araştırmacının çalışma ortamında bulunması birinci elden veri toplamasından dolayı katılımlı gözlem tekniği kullanılmıştır. Bu sayede sınıfta MD etkinliklerinin oluşturduğu öğrenme ortamlarında öğrencilerin davranışları ve MD

süreçleri gözlemlenmiştir. Araştırmacı, etkinlikler süresince genelde sınıfın arka tarafında bekleyerek öğrencilerin dikkatlerinin dağılmasını önlemeye çalışmıştır.

3.9. Verilerin Analizi

Gözlem ve mülakatlardan elde edilen verilerin analizinde betimsel, çalışma yapraklarından elde edilen verilerin analizinde ise betimsel ve içerik analizi yöntemleri kullanılmıştır. MD ölçeği ve çalışma yapraklarından elde edilen verilerin analizinde ise nicel veri analiz yöntemlerinden tablo, grafik ve aritmetik ortalama kullanılmıştır. Ayrıca ölçekten elde edilen bulguları desteklemek için öğrenci görüşlerine yer verilmiştir.

3.9.1. Mülakat Verilerinin Analizi

Ayaküstü yapılan mülakatlar ve yarı yapılandırılmış mülakatlar ses kayıt cihazı ile kaydedilmiştir. Sonrasında ses kayıtları dinlenmiş ve öğrencilerin mülakat sorularına verdikleri yanıtlar bilgisayar ortamına aktararak mülakat dökümleri oluşturulmuştur. Mülakat kayıtları, yazılı belge hâline getirilme sürecinde mümkün olduğunca değiştirilmeden birebir aktarılmaya çalışılmıştır. Ancak öğrencilerin kullandığı kelimelerdeki hatalar, eksiklikler ana fikri bozmayacak biçimde düzeltilerek yazıya dökülmüştür. Mülakattan elde edilen dökümler, betimsel olarak analiz edilerek okuyucuya sunulmuştur. Betimsel analiz, veri toplama aracından elde edilen verilerin önceden belirlenen temalara göre düzenlenmesine, ortaya çıkan sonuçların incelenerek doğrudan alıntılarla sunulmasına imkân veren bir analiz türüdür (Kutluca ve Zengin, 2011). Bu bağlamda ölçek verilerinin analizinde öğrenci görüşlerinden doğrudan alıntılar verilmiştir. Ayrıca MD etkinlikleri ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarındaki yansımalar aktarılırken öğretmen ve öğrenciler arasında geçen diyaloglara yer verilmiştir. Doğrudan alıntılarda ve diyaloglarda alt problemlerle alakası olmayan veriler atılarak yerine “...” kullanılmıştır. Son olarak çalışma yaprakları analiz edilirken öğrencilerin MD’nin bileşenlerinde nasıl düşündüklerini ortaya koymak için öğrencilerin görüşlerine yer verilmiştir.

3.9.2. Gözlem Verilerinin Analizi

Araştırmacı tarafından sekizinci sınıfta yürütülen MD etkinliklerinin uygulanma sürecinin gözlenmesi ile öğrencilerin MD'ye yönelik görüşlerinin öğrenme ortamındaki yansımalarının tespit edilmesi amaçlanmıştır. Bu bağlamda yapılacak olan gözlemler, araştırmanın en önemli aşamalarından birini oluşturmaktadır. Araştırmacı, süreç boyunca alan notları tutmuş ve sonradan bu notları tekrar gözden geçirmiştir. Araştırmanın alt problemleri ile ilgili olmadığı düşünülen notlar silinerek yerine “...” konulmuştur. Gözlemler esnasında sınıfta yaşanan olaylara, araştırmacı ve öğrenci arasında geçen konuşmalara ve öğrenme sürecine yer verilerek öğrencilerin MD sürecinde yaşadıklarına yönelik ipuçları elde edilmeye çalışılmıştır.

Gözlemler sonucu elde edilen bulguları desteklemek amacı ile öğretmen-öğrenci ve öğrenci-öğrenci arasında gerçekleşen diyaloglardan yararlanılmıştır. Ayrıca MD etkinlikleri ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarındaki görüntülere yer verilmiştir.

3.9.3. Çalışma Yapraklarının Analizi

Çalışma yapraklarının analizinde içerik ve betimsel analizi yöntemleri kullanılmıştır. İçerik analizi, veri toplama araçlarıyla toplanan verilerin detaylı bir biçimde incelenmesini sağlayan, önceden belli olmayan durumların ortaya çıkarılmasında kullanılan bir analiz yöntemidir (Çerçi ve Semerci, 2005). Betimsel analiz yönteminde ise toplanan veriler önceden belirlenen çerçeveye göre yorumlanır ve araştırma bulgularını desteklemek amacıyla doğrudan alıntılara yer verilir (Çomarlı, 2018). Betimsel analiz kapsamında öğretmen-öğrenci arasında gerçekleşen diyaloglara yer verilmiştir.

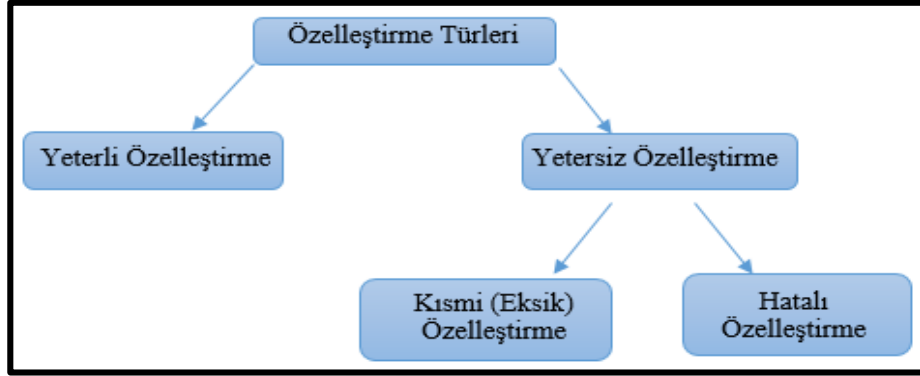
Çalışma yapraklarındaki sorular özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispat bileşenlerini içeren 4 farklı bölümden oluşmaktadır. Bu aşamalar kategori olarak kabul edilmiştir. İçerik analizine başlamadan önce öğrencilerin muhtemel cevaplarını içeren bir cevap anahtarı oluşturulmuştur. Ardından öğrencilerin aynı soruya

verdikleri cevaplar bir araya getirilmiştir. Daha sonra bir araya getirilen cevaplar araştırmacı tarafından birçok kez okunmuş ve çalışma yapraklarındaki her bir soru için taslak kodlar oluşturulmuştur. Aynı durumu ifade eden cevaplar ortak bir kod altına yerleştirilmiştir. Kodlamanın güvenilirliği için başka bir araştırmacıdan yardım alınmış ve öğrencilerin cevapları iki araştırmacı tarafından ayrı ayrı kodlanmıştır. İki araştırmacının oluşturduğu kodlar arasındaki tutarlılık hesaplaması için “Güvenilirlik = [Görüş Birliği / (Görüş Birliği + Görüş Ayrılığı)]” formülü kullanılmıştır (Miles ve Huberman, 1994). Bu formül yardımıyla araştırmacılar arası uyum %91,2 olarak hesaplanmıştır. İki araştırmacının uyuşmadığı kodlar üzerinde tartışılmış, bu tartışma ile kodlar üzerinde uyuşma sağlanmış ve ortak kodlar tablolar halinde okuyucuya sunulmuştur. Yapılan literatür taraması sonucunda MD etkinlikleri içeren çalışma yapraklarının değerlendirme ölçütleri oluşturulmuştur. Değerlendirme ölçütleri kod olarak kabul edilmiştir. Bu ölçütler aşağıda ayrıntılı bir biçimde açıklanmıştır.

3.9.3.1. Özelleştirme Bileşenine Yönelik Değerlendirme Ölçütleri

Bu bölümde, özelleştirme bileşeni ile ilgili değerlendirme ölçütleri ortaya konmuştur. Arslan ve Yıldız (2010) çalışmalarında, özelleştirme bileşeni ile ilgili “sistemik bir şekil çizme”, “özel durumlar için istenenleri doğru bulma”, “özelleştirmeyi atlama” biçiminde 3 farklı kod oluşturmuştur. Lane (2011) çalışmasında “yetersiz özelleştirme”, “rastgele özelleştirme” ve “sistemik özelleştirme” olmak üzere özelleştirme bileşeni için 3 farklı kod belirlemiştir. Keskin ve arkadaşları (2013) çalışmalarında, özelleştirme için “istenilenleri özel durum için doğru bilme” ve “verilen değerler için yanlış sonuçlar bulma ya da soruyu boş bırakma” olmak üzere 2 farklı kod tespit etmiştir. Yıldız (2016) çalışmasında, özelleştirme bileşenine yönelik “sistemik şekillerin hepsini doğru çizme” ve “istenilenleri özel durumlar için doğru bulma” kodlarını kullanmıştır. Göl (2017) ise çalışmasında, özelleştirme bileşeni ile ilgili “yeterli özelleştirme” ve “yetersiz özelleştirme” olmak üzere iki farklı değerlendirme ölçütü belirlemiştir. Yetersiz özelleştirme ölçütünü ise iki alt ölçüte ayırarak “kısmi (eksik) özelleştirme” ve “hatalı özelleştirme” olarak isimlendirmiştir. Bu çalışmada öğrencilerin MD etkinlikleri içeren çalışma yapraklarına verdikleri

yanıtlar incelendikten sonra Şekil 3.12.'deki özelleştirme türlerinin kullanılmasına karar verilmiştir:



Şekil 3.12. Araştırma kapsamında kullanılan özelleştirme türleri

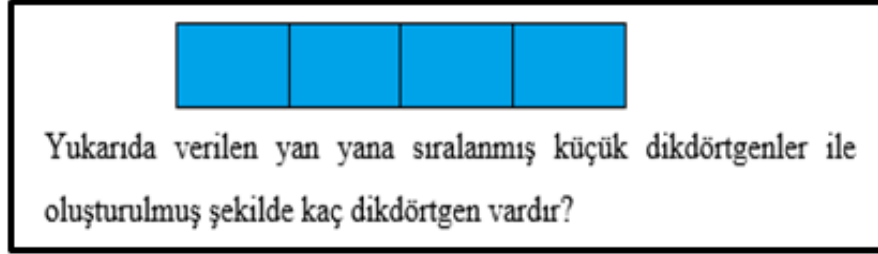
Yeterli Özelleştirme: Öğrencinin soruda verilen ve istenenleri doğru olarak anladığı ve çözüme döktüğü özelleştirme türüdür (Göl, 2017). Bu özelleştirme türünde soruda istenen adımlardaki şekilleri doğru bir şekilde çizme ve istenenleri özel durumlar için doğru bulma süreçleri söz konusudur.

Yetersiz Özelleştirme: Öğrencilerin soruda verilen ve istenen ifadeleri anlayamadığı, çözüme aktaramadığı, sorunun ayrıntılarını incelemeyen yapılan özelleştirme türüdür (Göl, 2017). Bu özelleştirme türünde öğrencilerin şekilleri çizmede, hesaplamalarda ve verdikleri örneklerde eksiklikler veya hatalar gözlenir. Dolayısıyla yetersiz özelleştirme, kısmi (eksik) özelleştirme ve hatalı özelleştirme olarak iki alt grupta incelenmiştir.

a) Kısmi (Eksik) Özelleştirme: Soruda verilen yönergelerin çözüme tam olarak aktarılamadığı, soruda anlatılanların sadece bir kısmının göz önünde bulundurulduğu ya da unutulduğu küçük ama sonucu etkileyen hataların yapıldığı özelleştirme türüdür (Göl, 2017).

b) Hatalı Özelleştirme: Soruda verilen yönergelerin tam olarak anlaşılmamış olduğu, sorunun detayına inilmeden akla ilk gelen haliyle çözümün gerçekleştirildiği ve

gerçekleştirilen çözümde soruda istenilene göre büyük sapmaların olduğu özelleştirme türüdür (Göl, 2017).



Şekil 3.13. Özelleştirme bileşeni ile ilgili soru örneği

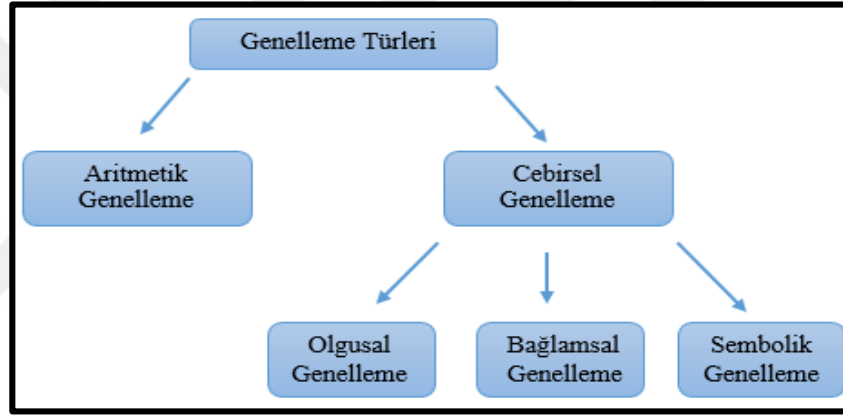
Örneğin dikdörtgenlerle oluşturulmuş Şekil 3.13.'te 4 tane küçük dikdörtgenin yan yana dizilmesiyle kaç dikdörtgen şeklin oluşacağına ait cevabı bulmak isteyen öğrenci, aşağıdaki aşamalardan geçebilir:

1. Öğrenci, oluşan dikdörtgen sayısını eksiksiz bir biçimde söylerse yeterli özelleştirme yapmış sayılır. (Örn. 1×1 'lik 4 adet, 2×2 'lik 3 adet, 3×3 'lük 2 adet ve 4×4 'lük 1 adet olmak üzere toplamda 10 adet dikdörtgen oluşur.)
2. Öğrenci, oluşan dikdörtgen sayısını hesaplarken doğru bir çözüm stratejisi izlemesine rağmen çözümünde hesaplama hataları, dikkatsizlik vb... gibi durumlar yaşarsa kısmi özelleştirme yapmış sayılır. (Örn. 1×1 'lik 4 adet, 2×2 'lik 3 adet, 3×3 'lük 2 adet olmak üzere toplam 9 adet dikdörtgen oluşur.)
3. Öğrenci, problemde istenen durumu tam manasıyla anlamayıp yanlış çözüm gerçekleştirirse hatalı özelleştirme yapmış sayılır. (Örn. 4 tane dikdörtgen vardır.)

3.9.3.2. Genelleme Bileşenine Yönelik Değerlendirme Ölçütleri

Bu bölümde MD ile ilgili yapılan çalışmalar incelenerek genelleme bileşeni ile ilgili değerlendirme ölçütleri belirlenmiştir. Arslan ve Yıldız (2010) çalışmalarında,

genelleme bileşenine yönelik “sözel genelleme” ve “matematiksel genelleme” olmak üzere iki farklı kod kullanmışlardır. Akkan ve Çakıroğlu (2012) çalışmalarında, genelleme stratejilerini “parçaları sayma veya modelleme”, “yinelemeli veya eklemeli”, “fark ile çarpma”, “orantı”, “tahmin ve kontrol”, “içeriksel” ve “fonksiyonel veya kesin” olmak üzere yedi farklı durumda incelemişlerdir. Yıldız (2016) çalışmasında, genelleme bileşeni ile ilgili “sözel genelleme yapma”, “matematiksel genelleme yapma” ve “sözel ve matematiksel genelleme yapma” biçiminde 3 farklı kod oluşturmuştur. Radford ve Peirce (2006) ise çalışmalarında, örüntü içeren etkinliklerde öğrencilerin genelleme sürecinde kullandıkları yöntemleri Şekil 3.14.’teki gibi ifade etmiştir:

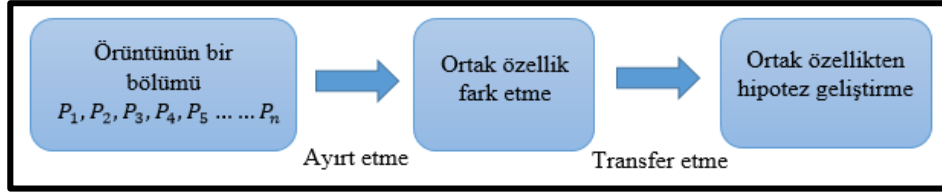


Şekil 3.14. Araştırma kapsamında kullanılan genelleme türleri

Pilot uygulamadan sonra genelleme bileşenine ait veriler analiz edildiğinde, öğrencilerin Radford ve Peirce’in (2006) çalışmasındaki genelleme türlerine yer verdikleri tespit edilmiştir. Bu nedenle mevcut çalışmada Radford ve Peirce’nin genelleme türlerinin kullanılmasına karar verilmiştir.

Aritmetik Genelleme: Bu genelleme türünde, sonuçta elde edilen kural herhangi bir varsayımın doğru kabul edilmesi sonucu ortaya çıkmaz ve bu süreçte belirsiz sayılarla hesaplama gerçekleşmez (Radford, 2008). Aritmetik genellemede genellikle sayı örüntüsünün bütünü yerine belirli bir bölümüne odaklanıldığından elde edilen genelleme herhangi bir terimi bulmaya yönelik değildir (Radford ve Peirce, 2006).

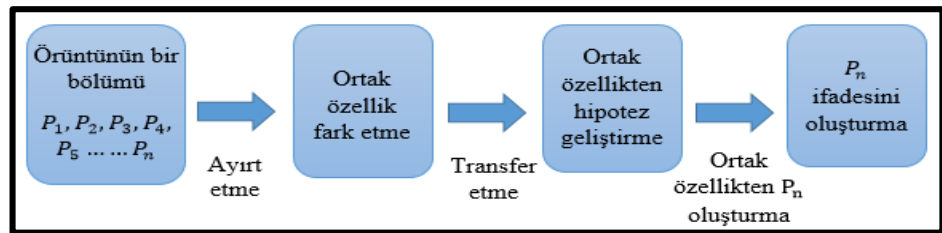
Dolayısıyla elde edilen genellenmenin cebirsel bir özelliği yoktur (Yeşildere-İmre ve ark., 2017). Bu tür genellemelerde, ardışık terimler arasındaki ortak bir ilişki genellenmeye çalışılır. Aritmetik genelleme sürecinde yaşanan durumlar Şekil 3.15.'te gösterilmiştir:



Şekil 3.15. Aritmetik genelleme süreci (Radford, 2008)

Şekil 3.15. incelendiğinde aritmetik genellemede verilen bir örüntü durumuna ait terimler arasındaki ilişkinin sayılarla belirtilmesi ve ardışık terimin bulunması gibi süreçler mevcuttur.

Cebirsel Genelleme: Bu tür genellemede, bazı terimleri inceleyerek ortak bir özellik bulma ve bu özelliğin tüm terimler için sağlanıp sağlanmadığını inceleme, sonrasında örüntünün herhangi bir terimini bulmak için aynı özelliği kullanabilme süreci vardır (Radford ve Peirce, 2006). Cebirsel genelleme sürecinde yaşanan durumlar Şekil 3.16.'da gösterilmiştir:



Şekil 3.16. Cebirsel genelleme süreci (Radford, 2008)

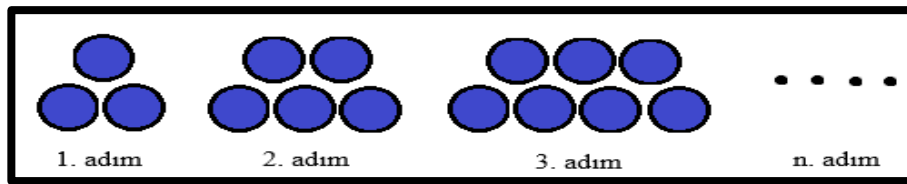
Şekil 3.16.'da görüldüğü üzere cebirsel genelleme sürecinin ilk üç aşaması aritmetik genelleme süreci ile aynıdır. Ancak cebirsel genelleme sürecinde aritmetik genelleme sürecine ek olarak geliştirilen hipotezden sonra genel bir terim oluşturma süreci

mevcuttur. Cebirsel genelleme; olgusal, bağlamsal ve sembolik genelleme olmak üzere üç başlık altında incelenmiştir.

a) Olgusal Genelleme: Cebirsel genelleme sürecinin en başında ortaya çıkan basit düzeyde bir genelleme biçimidir. Radford (2010) çalışmasında, bu genelleme türüne olgusal genelleme adını vermiştir. Olgusal genelleme sürecinde şekillerden çok terimler arasındaki sayısal ilişkilere dayalı genellemeler söz konusudur (Radford, 2002).

b) Bağlamsal Genelleme: Bağlamsal genelleme sürecinde daha çok sayısal ilişkiler yerine şeklin kendisi ve bir sonraki şekilden bahsedilir (Göl, 2017). Olgusal genelleme sürecinde ortaya çıkan sayısal ilişkiler ve sayılar üzerinden gerçekleştirilen eylemler, bağlamsal genelleme türünde yerini “şekil ve bir sonraki şekil, üst sıra, vb...” gibi ifadelerle bırakır (Radford, 2010).

c) Sembolik Genelleme: Bu tür genellemede öğrenciler elde ettiği formülü cebirsel olarak ortaya koyarlar (Radford, 2010). Olgusal ve bağlamsal genellemelerde şeklin kendisi ve bir sonraki şekilden bahsedilir. Sembolik genellemede ise sayılar ve cebirsel dili kullanmak gerekir (Zazkis, Liljedahl ve Chernoff, 2008).



Şekil 3.17. Genelleme bileşeni ile ilgili soru örneği

Örneğin dairelerle oluşturulmuş Şekil 3.17.’deki örüntüde n. adımda kullanılan daire sayısını veren formül istendiğinde cevabı bulmaya çalışan bir öğrenci, Radford’a (2001) göre aşağıdaki aşamalardan geçebilir:

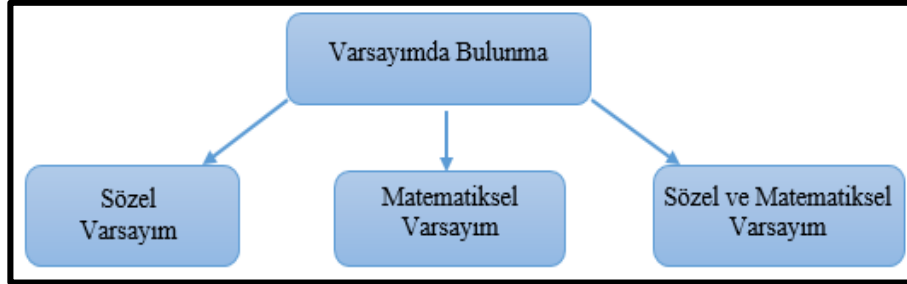
1. Adım sayısı ile adım sayısının 1 fazlasının toplamı olarak tahmin ettiğinde olgusal genelleme yapmış olur. (Örn. 3. adım için $3+4$).
2. Adım sayısı ve kendisinden sonra gelen adım sayısının toplamı biçiminde tahminde bulunduğunda bağlamsal genelleme yapmış olur. (Bu genelleme türünde sayılardan çok adım sayısı ve önceki, sonraki vb... gibi kavramlardan bahsedilir. Örn. 3. adım için; 3. adımın numarası olan 3 + bir adım sonraki adım sayısı olan 4).
3. Verilen ifadeyi cebirsel ifade kullanarak $n + (n+1)$ biçiminde tahminde bulunduğunda ise sembolik genelleme yapmış olur. Bu genelleme türünde artık semboller kullanılmaya başlanmıştır.
4. Çözümünü “Her defasında daire sayısı iki artar” biçiminde ifade ettiğinde ise aritmetik genelleme yapmış olur. (Örn. 3. adım için 2. adımın daire sayısı + 2, 4. adım için 3. adımın daire sayısı + 2 vb.)

3.9.3.3. Varsayımda Bulunma Bileşenine Yönelik Değerlendirme Ölçütleri

Bu bölümde MD ile ilgili yapılan çalışmalar incelenerek varsayımda bulunma bileşeni ile ilgili değerlendirme ölçütleri ortaya konmuştur.

Cañadas ve arkadaşları (2007) çalışmalarında; “sonlu sayıda ayrık durumlardan empirik tümevarım”, “dinamik durumlardan empirik tümevarım”, “algıya dayalı tahmin”, “analoji” ve “abdüksiyon” olmak üzere 5 çeşit tahmin türünü ortaya koymuşlardır. Arslan ve Yıldız (2010) ise çalışmalarında, varsayımda bulunma bileşenine yönelik “sözel varsayım” ve “matematiksel varsayım” olmak üzere iki farklı değerlendirme ölçütünü kullanmışlardır. Yıldız (2016) ise çalışmasında, varsayımda bulunma bileşenine yönelik “sözel varsayım”, “matematiksel varsayım”, “sözel ve matematiksel varsayım” biçiminde değerlendirme ölçütleri belirlemiştir. Yapılan bu çalışmada da öğrencilerin çalışma yapraklarındaki varsayımda bulunma bileşenine ait sorulara verdikleri cevaplar incelendiğinde değerlendirme ölçütü olarak

Yıldız'ın (2016) çalışmasında kullandığı değerlendirme ölçütlerinin kullanılması kararlaştırılmıştır.

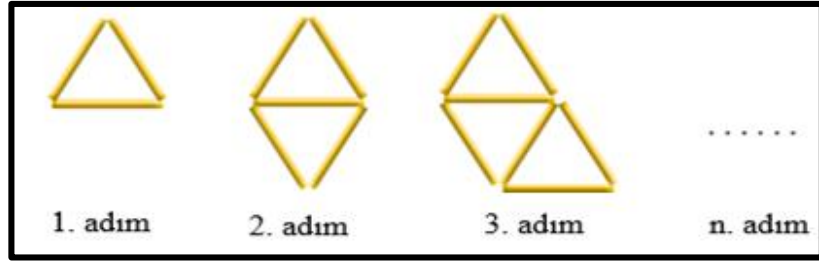


Şekil 3.18. Araştırma kapsamında kullanılan varsayımda bulunma türleri

Sözel Varsayım: Öğrencilerin yaptıkları çözümlerde, varsayımların sözel olarak ifade edilmesiyle ilgili oluşturulan değerlendirme ölçütüdür (Yıldız, 2016). Bu değerlendirme ölçütünde öğrencilerin verdikleri cevapların doğruluğuna bakılmaksızın yaptıkları sözel değerlendirmeler, sözel varsayım olarak değerlendirilmiştir.

Matematiksel Varsayım: Öğrencilerin yaptıkları çözümlerde, varsayımların matematiksel olarak ifade edilmesiyle ilgili oluşturulan değerlendirme ölçütüdür (Yıldız, 2016). Bu değerlendirme ölçütünde öğrencilerin verdikleri cevapların doğruluğuna bakılmaksızın yaptıkları varsayımlarda sayılar arasındaki ilişkileri ve cebirsel ifadeleri kullanmaları matematiksel varsayım olarak değerlendirilmiştir.

Sözel ve Matematiksel Varsayım: Öğrencilerin yaptıkları çözümlerde, varsayımların hem sözel hem de matematiksel olarak ifade edilmesiyle ilgili oluşturulan değerlendirme ölçütüdür (Yıldız, 2016). Bu değerlendirme ölçütünde öğrencilerin verdikleri cevapların doğruluğuna bakılmaksızın yaptıkları varsayımlarda hem sözel açıklamaları hem de sayılar arasındaki ilişkileri ve cebirsel ifadeleri kullanmaları sözel ve matematiksel varsayım olarak değerlendirilmiştir.



Şekil 3.19. Varsayımda bulunma bileşeni ile ilgili soru örneği

Örneğin Şekil 3.19.’da çubuklarla oluşturulan örüntüde n. şekilde kullanılan çubuk sayısını veren formül ile ilgili varsayımda bulunmaları istendiğinde öğrenciler, Yıldız’a (2016) göre aşağıdaki aşamalardan geçebilir:

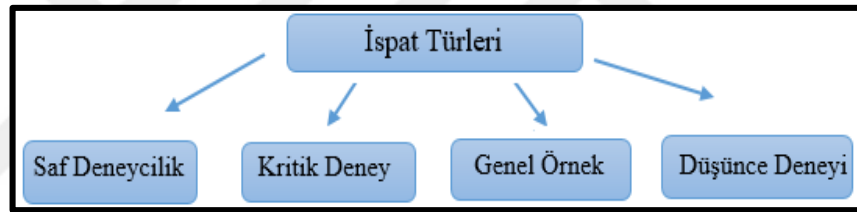
1. Öğrenci verilen örüntünün kuralı ile ilgili “Her seferinde 2 çubuk artıyor. Adım sayısı 2 ile çarpılıp, çıkan sonuca 1 eklediğimizde toplam çubuk sayısını bulmuş oluruz.” biçiminde bir açıklama yaparsa “sözel varsayım” yapmış olur.
2. Öğrenci verilen örüntünün kuralı ile ilgili “1. adımda $(1 \times 2) + 1 = 3$, 2. adımda $(2 \times 2) + 1 = 5$, ..., n. adımda $2n + 1$ ” biçiminde cebirsel semboller kullanıp varsayımını bu şekilde ifade ederse “matematiksel varsayım” yapmış olur.
3. Öğrenci verilen örüntünün kuralı ile ilgili “Her seferinde ikişer ikişer artıyor. Dolayısıyla n. adımdaki çubuk sayısını $2n + 1$ ile gösterebiliriz.” biçiminde hem cebirsel ifade kullanarak hem de varsayımını sözel olarak ifade ederse “sözel ve matematiksel varsayım” yapmış olur.

3.9.3.4. İspat Bileşenine Yönelik Değerlendirme Ölçütleri

Bu bölümde MD ile ilgili yapılan çalışmalar incelenerek ispat bileşeni ile ilgili değerlendirme ölçütleri belirlenmiştir. Arslan ve Yıldız (2010) çalışmalarında; ispat ile ilgili “aritmetik ispat”, “geometrik ispat” ve “cebirsel ispat” olmak üzere 3 farklı kod belirlemişlerdir. Keskin ve arkadaşları (2013) çalışmalarının ispat boyutunda “cebirsel ispat (tümevarımla)” ve “aritmetik ispat” kodlarını tercih etmişlerdir. Yıldız

(2016) ise çalışmasında, ispata yönelik “cebirsel ispat yapma”, “aritmetik ispat yapma” biçiminde 2 farklı kod kullanmıştır.

Görüldüğü üzere literatürde ispatın sınıflandırılması ile ilgili farklı nitelikte birçok çalışma bulunmaktadır. Bu çalışmalardan bir diğeri de Balacheff’in (1988) çalışmasıdır. Balacheff (1988), ispatı pragmatik (gerçekçi) ve kavramsal doğrulamalar olmak üzere iki kategoriye ayırmıştır. Pragmatik doğrulamalar, örneklerin kullanımına dayanan ve gösterimler içeren bir ispat türü iken kavramsal doğrulamalar ise; pragmatik doğrulamanın aksine, özelliklerin soyut formülasyonlarına ve özellikler arasındaki ilişkilere dayanan bir ispat türüdür (Balacheff, 1988). Balacheff matematiksel ispatın sınıflandırılması hususunda, bu ayrımları yaparken 4 önemli ispat türünü ön plana çıkarmıştır. Bu ispat türleri Şekil 3.20.’de gösterilmiştir:



Şekil 3.20. Araştırma kapsamında kullanılan ispat türleri

Saf Deneycilik (Naive Empiricism): Balacheff’in ispat ile ilgili ortaya koyduğu basamakların ilk ve temel seviyesidir. Bu ispat seviyesinde öğrenci, problemi çözerken bir veya birkaç örnek durumu inceler ve bununla ilgili tahminlerde bulunup, elde ettiği önermenin doğru olduğu sonucuna ulaşır (Balacheff, 1991).

Kritik Deney (The Crucial Experiment): Balacheff’in ispat ile ilgili ortaya koyduğu basamakların ikinci seviyesidir. Bu seviyede öğrencinin bilinçli olarak seçtiği sıra dışı bir örnek üzerinden genellemeye ulaşması söz konusudur (Aylar, 2014). Kritik deney türünden ispatı, saf deneycilik türünden ispattan ayıran en önemli etken; öğrencinin bilinçli bir biçimde seçilmiş ve sıra dışı bir örnek kullanıyor olmasıdır (Göl, 2017).

Genel Örnek (The Generic Example): Balacheff'in ispat ile ilgili ortaya koyduğu basamakların üçüncü seviyesidir. Bu ispat seviyesinde öğrenci bir iddianın doğruluğunu, bir sınıfa özgü olan özelliklerini ve yapısını temsil eden bir örneği inceleyerek ispat yapar (Balacheff, 1988).

Düşünce Deneyi (The Thought Experiment): Balacheff'in ispat ile ilgili ortaya koyduğu basamakların dördüncü ve son seviyesidir. Bu ispat seviyesinde öğrenci, kendini işlemlerden uzak tutar ve sadece özellikler ile ilişkilere dayalı olarak mantık temelinde sonuçlara ulaşabilir (Varghese, 2011). Ayrıca öğrenci, yaptığı işlemleri içselleştirir ve herhangi bir örnek üzerinden ispatı gerçekleştirme yolunu seçmez (Balacheff, 1988).



Şekil 3.21. İspat bileşeni ile ilgili soru örneği

Örneğin Şekil 3.21.'de verilmiş ispat ile ilgili bir soruyu çözmeye çalışan öğrenci Balacheff'e (1988) göre aşağıdaki aşamalardan geçebilir:

1. Öğrenci üçgen, dörtgen veya beşgen gibi rastgele birkaç çokgen üzerinden bir kural oluştursa "Saf Deneycilik" türünden ispat yapmış olur (Varghese, 2011).
2. Öğrenci bulduğu kuralı sıra dışı bir örnek üzerinde (Örn. 15-gen) test edip doğru sonuca ulaştığında diğer çokgenlerde de aynı sonucu sağlar biçiminde düşünürse "Kritik Deney" türünde ispat yapmış olur (Balacheff, 1988).

3. Öğrenci bulduğu kuralı, beşgen gibi çokgenlerin karakteristik özelliklerini taşıyan sıra dışı bir örneğin incelenişiyle elde ederse ve bu örnekten yola çıkarak köşe sayısı ile köşegen sayısı arasında bir ilişkiyi kurup, kuralın doğruluğu ispat etmeye çalışılırsa “Genel Örnek” türünden ispat yapmış olur (Varghese, 2011).
4. Öğrenci bulduğu $\frac{n.(n-3)}{2}$ kuralında hiçbir örnek kullanmadan her bir köşenin neden (n-3) adet köşegeni olması gerektiğini ve çıkan sonucu neden 2 ile böldüğünü açıklarsa “Düşünce Deneyi” türünde ispat yapmış olur (Balacheff, 1988).

3.9.4. Ölçek Verilerinin Analizi

Ölçekten elde edilen veriler tablo, grafik ve ortalama gibi nicel betimsel yöntemler kullanılarak analiz edilmiştir. Ayrıca ölçekten elde edilen bulguları desteklemek için öğrenci görüşlerine yer verilmiştir. MD’ye yönelik görüş ölçeğindeki aralıkların eşit olduğu varsayılarak puan aralığı katsayısı [Puan Aralığı = (En Yüksek Değer - En Düşük Değer) / 5] (Güneş, 2008) formülü kullanılarak $4/5=0,80$ olarak hesaplanmıştır. Bu katsayıdan yararlanılarak ölçekte bulunan maddelere ait ortalama puan aralığı belirlenmiştir.

Ölçekteki olumlu maddeler; “Kesinlikle Katılmıyorum=1”, “Katılmıyorum=2”, “Orta Düzeyde Katılıyorum=3”, “Katılıyorum=4” ve “Kesinlikle Katılıyorum=5” seçenekleri ile 1’den 5’e doğru puanlanarak ortalama puan hesaplanmıştır. Öğrencilerin belirtilen olumlu maddeye ilişkin ortalama puanları; $1,00 \leq x \leq 1,79$ arasında ise “Kesinlikle Katılmıyorum”, $1,80 \leq x \leq 2,59$ arasında ise “Katılmıyorum”, $2,60 \leq x \leq 3,39$ arasında ise “Orta Düzeyde Katılıyorum”, $3,40 \leq x \leq 4,19$ arasında ise “Katılıyorum” ve $4,20 \leq x \leq 5,00$ arasında ise “Kesinlikle katılıyorum” biçiminde cevap verdikleri anlaşılmıştır.

Ölçekteki olumsuz maddeler ise; “Kesinlikle Katılıyorum=1”, “Katılıyorum=2”, “Orta Düzeyde Katılıyorum=3”, “Katılmıyorum=4” ve “Kesinlikle Katılmıyorum=5” seçenekleri ile 1’den 5’e doğru puanlanarak ortalama puan hesaplanmıştır. Öğrencilerin belirtilen olumlu maddeye ilişkin ortalama puanları; $1,00 \leq x \leq 1,79$ arasında ise “Kesinlikle Katılıyorum”, $1,80 \leq x \leq 2,59$ arasında ise “Katılıyorum”, $2,60 \leq x \leq 3,39$ arasında ise “Orta Düzeyde Katılıyorum”, $3,40 \leq x \leq 4,19$ arasında ise “Katılmıyorum” ve $4,20 \leq x \leq 5,00$ arasında ise “Kesinlikle Katılmıyorum” biçiminde cevap verdikleri anlaşılmıştır.

Olumlu ve olumsuz maddelere verilen cevaplar belirlendikten sonra Tablo 3.9. kullanılarak öğrencilerin ölçek maddelerine yönelik görüşleri tespit edilmiştir:

Tablo 3.9. Ölçek maddelerinin niteliklerinin belirlenmesi

Madde Niteliği	Verilen Cevap	Görüş
Olumlu Maddeler	Kesinlikle Katılıyorum	Çok Olumlu (ÇO)
	Katılıyorum	Olumlu (O)
	Orta Düzeyde Katılıyorum	Orta Düzeyde Olumlu (ODO)
	Katılmıyorum	Olumsuz (o)
	Kesinlikle Katılmıyorum	Çok Olumsuz (ço)
Olumsuz Maddeler	Kesinlikle Katılıyorum	Çok Olumsuz (ço)
	Katılıyorum	Olumsuz (o)
	Orta Düzeyde Katılıyorum	Orta Düzeyde Olumlu (ODO)
	Katılmıyorum	Olumlu (O)
	Kesinlikle Katılmıyorum	Çok Olumlu (ÇO)

Tablo 3.9.’da görüldüğü üzere, olumlu özellikteki bir maddeye “Kesinlikle Katılıyorum” biçiminde cevap verilmişse maddeye yönelik düşüncenin “Çok Olumlu”, “Kesinlikle Katılmıyorum” biçiminde cevap verilmişse maddeye ilişkin düşüncenin “Çok Olumsuz” olduğu anlaşılmıştır. Benzer biçimde olumsuz özellikteki bir maddeye “Kesinlikle Katılıyorum” biçiminde cevap verilmişse maddeye yönelik düşüncenin “Çok Olumsuz”, “Kesinlikle Katılmıyorum” biçiminde cevap verilmişse maddeye ilişkin düşüncenin “Çok Olumlu” olduğu anlaşılmıştır.

MD ölçeği 1DB, 1DS, 2DB ve 2DS’de öğrencilere uygulanmış, ölçekteki olumlu ve olumsuz maddeler dikkate alınarak ortalama puanlar hesaplanmıştır. Faktörlere

yönelik ortalama puan hesaplanırken olumlu maddeler “Kesinlikle Katılıyorum=5”, “Katılıyorum=4”, “Orta Düzeyde Katılıyorum=3”, “Katılmıyorum=2”, “Kesinlikle Katılmıyorum=1” biçiminde puanlanırken; olumsuz maddeler “Kesinlikle Katılıyorum=1”, “Katılıyorum=2”, “Orta Düzeyde Katılıyorum=3”, “Katılmıyorum=4”, “Kesinlikle Katılmıyorum=5” biçiminde puanlanmıştır. Bu puanlara göre ortalama puan hesaplanmış ve ortalama puan; $1,00 \leq x \leq 1,79$ arasında ise öğrencinin görüşünün “Çok Olumsuz”, $1,80 \leq x \leq 2,59$ arasında ise öğrencinin görüşünün “Olumsuz”, $2,60 \leq x \leq 3,39$ arasında ise öğrencinin görüşünün “Orta Düzeyde Olumlu”, $3,40 \leq x \leq 4,19$ arasında ise öğrencinin görüşünün “Olumlu” ve $4,20 \leq x \leq 5,00$ arasında ise öğrencinin görüşünün “Çok Olumlu” olduğu tespit edilmiştir.

BÖLÜM 4. ARAŞTIRMA BULGULARI

Araştırma boyunca elde edilen bulgular 3 başlık altında sunulmuştur. Birinci başlık altında MD sürecinde yaşanan ve araştırmacının gözlemlerini içeren notlar yer almaktadır. İkinci başlık altında araştırmacı tarafından hazırlanan ve MD'nin özelleştirme, genelleme, varsayımında bulunma ve ispat bileşenlerini içeren 7 adet çalışma yaprağına öğrencilerin verdikleri cevapların analizleri yer almaktadır. Üçüncü başlık altında ise MD'ye yönelik öğrenci görüşlerindeki değişimi incelemeyi amaçlayan MD ölçeğinden elde edilen bulgular yer almaktadır.

4.1. MD Etkinlikleriyle Zenginleştirilmiş Öğrenme Ortamlarında Öğretmen Öğrenci ve Öğrenci-Öğrenci Etkileşiminden Elde Edilen Bulgular

Öğrencilere uygulanan çalışma yaprakları, araştırmacı tarafından genel olarak kolaydan zora doğru düzenlenip öğrencilere belirli aralıklarla uygulanmıştır. Bu sayede öğrencilerin yapılan etkinliklerden sıkılmaması, etkinlikleri severek yapması ve başarıma duygusunu hissederek diğer etkinliklerdeki motivasyonlarının artması hedeflenmiştir. Öğrenme sürecinde yapılan 7 etkinliğin isimleri ve etkinliklerin uygulama tarihleri Tablo 4.1.'de gösterilmiştir:

Tablo 4.1. MD etkinlikleri ve uygulama zamanları

Etkinlik No	Sınıf	Ders Saati	Tarih	MD ile İlgili Etkinlikler
1	8	1	18.11.2018	İpi Parçalara Bölelim
2	8	1	10.12.2018	Geometrik Kubbe
3	8	1	15.01.2019	Desenli Örtü
4	8	2	19.03.2019	Hanoi Kuleleri
5	8	1	12.04.2019	Bayramlaşma
6	8	2	19.04.2019	Satranç Tahtası
7	8	2	10.05.2019	Restorana Gidelim

Tablo 4.1. incelendiğinde araştırmacı tarafından hazırlanan MD bileşenlerini içeren etkinliklerin 3 tanesi 2018-2019 eğitim-öğretim yılının birinci dönemi içerisinde, 4

tanesi ise ikinci dönem içerisinde olmak üzere toplam 7 etkinlik sekizinci sınıf öğrencilerine belirli aralıklarla uygulanmıştır. Etkinlikler, genellikle öğrencilere sınav haftalarından sonraki hafta uygulanmıştır. Bu sayede öğrencilerin yapılan etkinlik süresince akıllarının sınavlarda kalmaması ve kendilerini etkinliğe vermeleri amaçlanmıştır. Ayrıca etkinliklerin uygulanma sırası öğrencilerin yapılan etkinliklerden sıkılmalarını önleyecek biçimde ayarlanmıştır. Zor etkinlikler genelde ikinci dönemde uygulanırken kolay etkinlikler genellikle ilk dönem uygulanmıştır. Ancak “Restorana Gidelim” isimli etkinlik kolay olmasına rağmen araştırmacı, sekizinci sınıf öğrencilerinin girecekleri Liselere Giriş Sınavı (LGS) öncesinde matematiğe karşı olumsuz bir tutum sergilemelerini önlemek amacıyla öğrencilere ikinci dönem uygulamıştır.

Etkinliklerin uygulanması esnasında araştırmacı, süreci yakından takip ederek alan notları tutmuş, etkinliklerde anlaşılamayan kısımlarda öğrencilere rehberlik etmiş ve gerekli açıklamalarda bulunmuştur.

4.1.1. İpi Parçalara Bölelim Etkinliğinde Yaşananlar

Bu etkinlik uygulanmaya başlamadan önce araştırmacı, öğrencilerin dikkatini çekmek amacıyla bir makas ve yaklaşık 20 cm uzunluğunda bir ip ile sınıfa girmiştir. Sınıfta herkes başka bir şey ile ilgilenirken sınıfa araştırmacı girdikten sonra sınıftaki tüm öğrenciler dikkatini araştırmacıya yoğunlaştırmıştır. Sonrasında araştırmacı, öğrencilerden gelen soruları cevaplamış ve yapılacak etkinlik ile ilgili bilgi vermiştir.



Şekil 4.1. Araştırmacının “İpi Parçalara Bölelim” etkinliği için sınıfa getirdiği malzemeler

Bu süreçte araştırmacı ile Ö1, Ö7, Ö10, Ö12 ve Ö26 arasında geçen diyalog aşağıda belirtilmiştir:

Ö1: Hocam dikiş kursuna mı yazıldınız? (gülüşmeler)

Araştırmacı: Hayır... Peki, sizce sınıfa elimde neden bir makas ve ipe geldim?

Tahmininiz var mı? (sessizlik)

Ö12: Çember ve daire ile ilgili etkinlik mi yapacağız öğretmenim?

Araştırmacı: Hayır çocuklar. Yapacağımız etkinlik elimde getirdiğim nesneler ile ilgili.

Ö7: İpe düğüm atma ile ilgili bir örnek mi hocam?

Araştırmacı: Hayır değil. Çocuklar şimdi elimde görmüş olduğunuz makasla, ipi belli bir kural doğrultusunda keseceğiz. Kesim sonucu kaç parçanın ortaya çıkacağını bulacağız. Yapacağımız etkinlik bununla ilgili olacak.

Ö26: Hocam hepimize ip ve makas verecek misiniz?

Araştırmacı: Hayır çocuklar. Size birazdan çalışma yaprakları dağıtacağım ve siz çalışma yaprağındaki etkinlikte istenenleri yapacaksınız. Benim etkinliği uygulamalı olarak göstermemin nedeni, yapacağınız etkinliği aklınızda daha iyi canlandırmanız içindir.

Yukarıdaki diyalog öğrencileri daha da meraklandırmıştır. Araştırmacı, öğrencileri daha fazla meraklandırmadan öncelikle yanında getirdiği 20 cm uzunluğundaki ip ve makasla neler yapacağını öğrencilere uygulamalı olarak göstermiştir. Ardından “İpi Parçalara Bölelim” isimli çalışma yapraklarını sınıfa dağıtmış ve etkinliğe başlamıştır.

Etkinlikte öğrencilerden bir sonraki adımda oluşan kesim sayısı ile oluşan parça sayısını doğru bir biçimde oluşturmaları, genellemeler yapmaları, sonuçlarla ilgili tahminlerde bulunmaları beklenmektedir. Ayrıca öğrencilerden C şeklindeki bir ipi dikey biçimde birbirine paralel doğrultuda olacak şekilde birkaç kez kestiğimizde oluşacak parça sayıları ile ilgili bir kurala ulaşmaları ve bu kuralı ispatlamaları istenmektedir.

Etkinlik süresince araştırmacı, öğrenciler arasında dolaşmış ve notlar tutmuştur. Öğrencilerden etkinlik ile ilgili gelen sorulara cevap vererek onlara yol gösterici olmuştur. Araştırmacı, bazı öğrencilerin ipi bölme şeklini anlamadığını fark edince

gerekli uyarılarda ve hatırlatmalarda bulunmuştur. Bu süreçte araştırmacı ile Ö13 arasında yaşanan diyalog aşağıda verilmiştir:

Araştırmacı: *Sanki sen ipi katlama yapmadan kesip, hesaplamaları ona göre yapıyorsun gibi geldi. Yanılıyor muyum?*

Ö13: *Nasıl yani?*

Araştırmacı: *Etkinliğin ilk bölümünde, ipi C şeklinde tutup o şekilde kesilmesi gerektiği belirtiliyor. (Öğretmen eliyle C şekli yapar.)*

Ö13: *Hmm... Şimdi anladım.*

Araştırmacının etkinlik sonunda bir öğrencinin ipin kesildiğinde oluşan parça sayısını yanlış saydığını fark etmiş ve etkinlik sonunda öğrenciyle bir diyalog gerçekleştirmiştir. Bu süreçte araştırmacı ile Ö7 arasındaki konuşma aşağıda verilmiştir:

Araştırmacı: *İpi kesme modellerini doğru çizmiş olmana rağmen, oluşan parça sayılarını yanlış saymışsın.*

Ö7: *Nasıl yani?*

Araştırmacı: *Tekrar saymak ister misin?*

Ö7: *1,2,3,4..... (Öğrenci çizdiği ip parçalarını sayıyor.) Ben yine 8 saydım ama.*

Araştırmacı: *Şurada kaç tane ip parçası var? (C şeklindeki ipin sol kısmını gösteriyor.)*

Ö7: *2 tane*

Araştırmacı: *Neden 2 tane? O kısımdaki ip kesilmiş mi? Yoksa bütün mü?*

Ö7: *Bütün. (Öğrenci gülüyor.)*

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde Ö7, ipi kesme işlemleri sonrasında C şeklindeki ipin sol tarafında kalan parçanın da 2 parçaya ayrıldığını ifade etmiş ve cevabını buna göre verdiği görülmüştür.

Etkinliğin genelleme bileşeni ile ilgili sorusunda öğrencileri gözlemleyen araştırmacı, Ö21'in C şeklindeki ipin n kez parçalanması sonucu ortaya çıkan parça sayısı ile ilgili genelleme yaparken zorlandığını ve yanlış genelleme yaptığını fark etmiştir. Etkinlik sonrası araştırmacı ile Ö21 arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir:

Araştırmacı: Etkinliğin genelleme ile ilgili üçüncü sorusunda ne düşündün? Anlatmak ister misin?

Ö21: C şeklindeki (Öğrenci eliyle C şeklini gösteriyor.) ipi dik bir şekilde kestiğimizde 3 parça çıkıyordu. İki kez kestiğimizde ise 6 parça çıkıyordu...

Araştırmacı: Peki 6 parça olduğunu çizerek mi buldun?

Ö21: Hayır. İlk kesimde 3 parça oluşuyordu. Sonraki kesimde tekrar 3 parça oluşacağını düşündüm. Biraz hızlı düşünmek istedim. Yanlış mı düşünmüşüm? (Öğrenci gülüyor.).

Araştırmacı: Yanlış demeyelim de acele ettiğin için dikkat etmemişsin diyelim. Şimdi sakın bir kafayla acele etmeden C şeklindeki bir ip iki kez belirtilen şekilde kesildiğinde toplam kaç parça olacağını düşünmeni istiyorum.

Ö21: Aklımdan yapmak istemiyorum. Bir kağıt alıp çizebilir miyim?

Araştırmacı: Tabi ki.

Ö21: (Öğrenci çantasından bir kağıt ve kalem alıp geliyor). Şimdi C şeklinde bir ip çizeyim. Sonrasında dik bir şekilde 2 tane doğru ile ipi keseyim. Hmm...(Öğrenci düşünüyor). 5 tane oluyor galiba. Bir daha sayacağım. 1, 2, 3, 4 ve 5. Evet 5 tane.

Yukarıda verilen diyalog incelendiğinde, öğrenci zamandan kazanmak için genelleme ile ilgili soruda ilk kesim işlemini gerçekleştirdikten sonra ikinci kesim işlemini gerçekleştirmemiş ve ilk kesim işleminden çıkan parça sayısından genellemeye ulaşmaya çalışmıştır. Etkinlik sonrasında ise araştırmacıyla yaptığı görüşme sonucunda yaptığı yanlışın farkına varmıştır.

Etkinlikteki varsayımda bulunma bileşenine ait soruda ise öğrenciler, ne yapmaları gerektiğini tam anlamamış ve araştırmacıya bununla ilgili sorular sormuşlardır. Bu süreçte araştırmacı ile Ö15 ve Ö27 arasında yaşanan diyalog aşağıdaki gibidir:

Ö15: Öğretmenim varsayımda bulunmak ne demek?

Araştırmacı: Bir olayın olacağını öngörmek, tahmin etmek biçiminde ifade edebiliriz.

Ö27: Hocam o bölümü nasıl yapacağız peki?

Araştırmacı: İpin kesilme sayısı ile oluşan parça sayısına yönelik bir tahminde bulunmanız gerekiyor.

Araştırmacının etkinlik süresince ispat bileşenine ilişkin tuttuğu alan notları aşağıda verilmiştir:

“Öğrenciler ispat bölümünde oldukça fazla vakit harcamışlardır. Öğrenciler yaptıkları çözümden emin olmadığından çözümü birkaç kez silip tekrar yazmışlardır. Öğrenciler çoğu ispatı sayısal değerleri formülde yerine yazarak gerçekleştirmiştir.”

Yukarıda verilen alan notlarına göz atıldığında öğrencilerin etkinliğin ispat ile ilgili bölümünde diğer bölümlere oranla daha fazla zaman geçirdiği gözlenmiştir. Özellikle bazı öğrencilerin ispat bölümünde yaptıkları çözümleri birkaç kez silip yeniden yaptıkları ve çözümden emin olamadıkları gözlenmiştir. Bu süreçte öğrencilerin birçoğunun buldukları formülleri özel değerler kullanarak doğrulama yolunu seçtiği görülmüştür. Etkinlik sonrasında doğrulama yoluyla ispat yapan Ö23 ile araştırmacı arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir:

***Araştırmacı:** Etkinliğin dördüncü sorusunda ne düşündün? Anlatmak ister misin?*

***Ö23:** Bizden bulduğumuz formülü ispatlamamız isteniyor. Ben de bulduğum formülde bir sayı denedim. Sonra denediğim sayıya ait kesim sayısını ip üzerinde çizdiğimde aynı sayıya ulaştığımı gördüm.*

***Araştırmacı:** Peki bu yaptığın geneli destekler mi?*

***Ö23:** Nasıl yani? Anlamadım.*

***Araştırmacı:** Yaptığın bu yöntemle bütün ihtimalleri doğrulamış oluyor musun?*

***Ö23:** Evet. Zaten bulduğum formülü birinci soruda verilen 4 adımda da denedim orada da doğru sonucu verdi.*

Yukarıda verilen diyalog incelendiğinde Ö23 bulduğu formülü 4-5 kez denediğini belirtmiş ve bu denemeler sonucunda ise elde ettiği formülü ispatladığını düşünmüştür.

Etkinliğin sonunda araştırmacı, öğrencilere etkinlikle ilgili görüşlerini sormuş ve sınıftan bazı öğrenciler de söz alarak cevap vermiştir. Bu süreçte yaşanan bir diyalog aşağıda verilmiştir:

***Araştırmacı:** Yapılan bu etkinlikle ilgili herhangi bir görüşü olan var mı?*

***Ö2:** Bence güzel bir etkinlikti. Zevk alarak yaptım.*

***Ö12:** Bence biraz zordu. Düşünme gerektiren bir etkinlikti.*

***Ö11:** Eğer başlangıçta nasıl yapılacağını uygulamalı olarak göstermeseydiniz etkinliğin anlaşılması biraz zor olabilirdi.*

Yapılan etkinlik genel olarak değerlendirildiğinde araştırmacı, sınıfa elinde ip ve makasla girerek öğrencilerin dikkatini çekmeye çalışmıştır. Öğrencilerin dikkatini çekmeyi başaran araştırmacı yapılacak olan “İpi Parçalara Bölelim” etkinliği ile ilgili öğrencilere gerekli bilgilendirmeleri yapıp sınıfa getirdiği ip ve makas ile uygulamalı olarak yapılacak etkinliği anlatmıştır. Araştırmacı daha sonra çalışma yapraklarını dağıtıp etkinliği başlattıktan sonra sınıfta öğrencilerin arasında gezerek anlaşılmayan kısımlarda öğrencilere rehberlik etmiş ve öğrencilere yol gösterici bir görev üstlenmiştir. Araştırmacı bu sırada etkinlik sürecinde yaşananları not almıştır. Özelleştirme ile ilgili birinci soruda bazı öğrencilerin etkinlikte belirtilen ipi kesme şeklini yanlış anladığı görülmüş ve öğrencilere gerekli rehberlik yapılmıştır. Bu süreçte birkaç öğrenci hatasını fark edip çözümünü düzeltme yoluna gitmiştir. Ayrıca öğrencilerin çoğunun özelleştirme, genelleme ve varsayımında bulunma bileşenlerine ait soruları yapabildiği gözlenmiştir. Ancak bir öğrencinin genelleme ile ilgili soruda zamandan tasarruf etmek için bazı çözümleri kafadan yapmaya çalıştığı ve yanlış genellemelere ulaştığı görülmüştür. Araştırmacının “İpi Parçalara Bölelim” isimli etkinlik süresince yazdığı alan notlarından bir diğeri aşağıda verilmiştir:

Derste çekingen davranışlar sergileyen öğrenciler, etkinlik süresince oldukça aktif olmuşlar ve sürece katılmışlardır...”

Araştırmacının alan notuna göz atıldığında, matematik derslerinde çekingen davranan ve kendilerini ifade etmede zorlanan öğrencilerin araştırmacının etkinlik ile ilgili oluşturduğu tartışma ortamında daha aktif oldukları, fikirlerini açıkça ifade ettikleri görülmüş ve bu durumun öğretmen-öğrenci ve öğrenci-öğrenci etkileşimine olumlu yansıdığı gözlenmiştir.

Görüldüğü gibi; araştırmacı “öğrencilerin MD becerilerini geliştirmek, öğrencilerin derse aktif katılımını sağlamak, öğrencilerde ilgi ve merak uyandırmak, dersi eğlenceli hale getirmek, derste farklı öğretim yöntemleri kullanmak, öğrencilere rehberlik etmek, öğrencilere matematiğin günlük hayatın bir parçası olduğunu göstermek, öğrencilerin iletişim ve sosyal becerilerini geliştirmek, öğrencilerin yorum yapma

becerisini geliştirmek” amaçlarıyla dersinde “İpi Parçalara Bölelim” etkinliğine yer vermiştir. Bu etkinlik ile öğrencilere; “matematiksel düşünmek, özelleştirme yapmak, genelleme yapmak, varsayımında bulunmak ve ispat yapmak, matematik dersini sevmek, günlük yaşamda karşılaşılan problemlere çözüm üretebilmek, derse aktif katılmak, yorum yapmak” rolleri yüklenmiştir.

Etkinlik sonrası yapılan ayaküştü görüşmede öğrenciler, araştırmacının sınıfta ip ve makas ile etkinliği uygulamalı olarak anlatmasının önemli olduğunu ve etkinliği bu sayede daha iyi anladıklarını ifade etmiştir. Ayrıca anlaşılmayan kısımlarda araştırmacıya sorular sorduklarını ve bu sayede etkinlikteki bazı kısımların daha iyi anlaşılabildiğini belirtmiştir. Bazı öğrenciler ise etkinlikte belirtilen ipin kesilme şeklini anlamadığını ve yanlış sonuca ulaştıklarını söylemişlerdir. Genel olarak öğrenciler, yapılan etkinlikten zevk aldığını ve etkinlik süresince hiç sıkılmadıklarını ifade etmiştir. Ayrıca bu tür etkinlikler sayesinde farklı çözüm yolları üretebilme yeteneklerinin gelişebileceğini belirtmişlerdir. Ancak çoğu öğrenci ispat bileşeninde yaptıkları çözümün doğruluğundan emin olmadıklarını, önceden ispat ile ilgili bir yaşantılarının olmamasının bu durumda etkili olduğunu söylemişlerdir. Sonuç olarak öğrencilerin MD’yi davranış haline getirmeye yönelik görüşlerinin çok olumlu olduğu, MD’ye değer verme ve MD’de problem çözmenin önemi boyutuna yönelik görüşlerinin olumlu olduğu, MD’nin özgüvene olumlu etkisi boyutu ve MD’de ispatın önemi boyutuna yönelik görüşlerinin ise orta düzeyde olumlu olduğu görölmüştür.

4.1.2. Geometrik Kubbe Etkinliğinde Yaşananlar

Etkinliğe başlamadan önce araştırmacı, öğrencilere Saltuklular Beyliği döneminde Erzurum’da yapılmış olan Ulu Cami, diğer adıyla Atabey Cami ile ilgili bilgiler vermiş ve bu cami ile ilgili video izletmiştir.



Şekil 4.2. Öğrencilere Erzurum Ulu Camiinin tanıtımı

Öğrencilere Erzurum Ulu Caminin en önemli özelliğinin mihrap önünde ahşaptan yapılmış kırlangıç biçiminde bir kubbesinin olduğu söylenmiştir. Erzurum Ulu camiinin kubbesinin görünümü öğrencilerin dikkatini çekmiş ve videodan sonra sınıftaki bazı öğrencilerle araştırmacı arasında şu diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Çocuklar, izlediğimiz video ile ilgili sorusu olan var mı?

Ö17: Öğretmenim bu videoyu neden izledik?

Ö22: Hocam okul gezisi mi yapılacak?

Araştırmacı: Hayır çocuklar. Yapacağımız etkinlik ile ilgili bir videoydu. Kubbe ile ilgili ne söylemek istersiniz?

Ö5: O kubbe nasıl yapılmış? Çok farklı bir görüntüsü vardı.

Araştırmacı: Birazdan yapacağımız etkinlikte bu sorunun cevabını bulacaksınız...

Yukarıdaki diyalogdan sonra araştırmacı, “Geometrik Kubbe” isimli çalışma yaprağını sınıfa dağıtmış ve etkinliği başlatmıştır. Etkinlik, verilen bir kare bölge içerisine, köşeleri kare bölgenin kenarlarının orta noktasından geçen başka bir kare çizerek oluşturulan ve bu şekilde devam eden bir örüntü ile ilgilidir. Etkinlikte öğrencilerden bir sonraki adımda oluşan üçgen, kare ve toplam geometrik şekil sayısını doğru bir biçimde oluşturmaları, toplam geometrik şekil sayısı ile ilgili genellemeler yapmaları beklenmektedir. Ayrıca öğrencilerden sonuçlarla ilgili tahminlerde bulunmaları ve belli bir adımdan sonra oluşacak toplam geometrik şekil sayıları ile ilgili bir kurala ulaşmaları ve bu kuralı ispatlamaları istenmektedir.

Etkinlik süresince araştırmacı, öğrenciler arasında dolaşmış ve notlar tutmuştur. Araştırmacının etkinlik süresince yazdığı alan notlarından bazıları aşağıda verilmiştir:

“Öğrenciler çalışma yaprağındaki okuma parçalarını okumamıştır. Öğrencilerden bazıları iç içe çizilen karelerde oluşan toplam geometrik şekil sayılarını yanlış saymıştır...”

Araştırmacının alan notlarına göz atıldığında, öğrencilerin bir kısmının etkinlikte verilen okuma parçasını atlayıp hemen çözüme başladığı görülmüştür. Olası basit hataların önüne geçmek için öğrenciler, metnin okunması hususunda uyarılmıştır. Etkinlik devam ederken birkaç öğrencinin iç içe çizilen kare bölgelerde oluşan toplam geometrik şekil sayısını yanlış saydığını fark etmiş ve etkinlik sonunda öğrenciyle bir görüşme yapmıştır. Ö9 ile araştırmacı arasında geçen konuşma aşağıda belirtilmiştir:

Araştırmacı: Oluşan kare sayısı ve üçgen sayısını doğru bulmana rağmen toplam geometrik şekil sayısını yanlış hesaplamışsın. Ne düşündün o bölümde?

Ö9: Baştan hepsini sayarak yaptım. Keşke bulduğum kare sayısı ile üçgen sayısını toplayaydım. Öyle de oluyordu değil mi öğretmenim?

Araştırmacı: Evet oluyordu. Verilen aşamalardaki adımları takip etseydin. 1. ve 2. adımlardaki toplam şekil sayısı sana bir ipucu verebilirdi.

Ö9: Haklısınız öğretmenim. Ben sayarken eksik saymışım demek ki..

Ayrıca etkinlikte sadece toplam geometrik şekil sayılarına yönelik genelleme, varsayım ve ispat sürecine ait çözüm istenmesine rağmen Ö2, kare sayıları ile üçgen sayıları için de ayrı ayrı MD süreçlerini uygulamaya çalıştığı gözlenmiştir. Araştırmacı, zamanın dikkatli kullanılması gerektiğini aksi takdirde etkinliğin yetiştiremeyeceğini öğrencilere söylemiştir. Etkinlik sonrası Ö2 ile araştırmacı arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir:

Araştırmacı: Etkinlikte hızını alamadın. Neredeyse bütün şekillerin ayrı ayrı kuralını bulup ispatlayacaktın.

Ö2: (Öğrenci gülüyor.). Galiba evet. Bu etkinlikleri çok sevdim.

Araştırmacı: Uyarmasaydım yapman gereken sorulara vakit yetiştiremeyecektin.

Ö2: Evet haklısınız hocam.

Araştırmacı: Peki bu etkinlikte seni en çok zorlayan bölüm hangisiydi?

Ö2: Beni zorlayan bölüm olmadı ama ispat bölümünde biraz vakit harcadım diyebilirim.

Etkinliğin genelleme ve varsayımda bulunma bileşenleri ile ilgili sorusunda Ö6'nın çözümünü oldukça hızlı tamamlayıp ispat bölümüne geçtiği gözlenmiştir. Etkinlik sonrası Ö6 ile araştırmacı arasında geçen konuşma aşağıda verilmiştir:

Araştırmacı: 2. ve 3. soruyu çok hızlı cevapladın. Ne düşündün o sorularda? Anlatmak ister misin?

Ö6: Zaten 1. soruda şekilleri çizerken bir yandan da nasıl bir ilişki olduğunu düşündüm. Sonrasında her aşamada beşer arttığını fark ettim.

Araştırmacı: Peki kuralı nasıl hızlı bir şekilde buldun?

Ö6: Biz bununla ilgili geçen sene örüntüler konusunda bayağı bir soru çözmüştük. Özellikle ben bu tür sorularda kural bulmakta çok zorlanıyordum. Sonra o konuyla ilgili bol bol soru çözerek kendime bir yöntem geliştirdim. Genellikle bu tür formül bulma sorularında o yöntemi kullanıyorum.

Araştırmacı: Özel değilse bulduğun yöntemi benimle paylaşır mısın?

Ö6: Tabi ki. Ben öncelikle artış miktarını buluyorum sonra onu n ile yani adım sayısı ile çarpıyorum. Sonrasında ise ilk adımdaki sayıya denk gelecek şekilde ekleme veya çıkarma yaparak sağlamaya çalışıyorum.

Araştırmacı, etkinlik süresince sıraların arasında dolaşırken Ö1'in ispat ile ilgili dördüncü soruya verdiği yanıtı incelemiş ve etkinlik sonrasında Ö1 ile bir görüşme gerçekleştirmiştir. Etkinlik sonrasında Ö1 ile araştırmacı arasında geçen konuşma aşağıda belirtilmiştir:

Araştırmacı: Bu etkinliğin ispat ile ilgili sorusunda nasıl düşündün?

Ö1: Önce artış miktarını buldum. Sonra formülle gösterdim. Sonrasında ise n . adımdaki toplam geometrik şekil sayısını buldum ve bunun 5 fazlası da bir sonraki adımı veriyor mu diye baktım.

Araştırmacı: Güzel... Sonra?

Ö1: Sonrasında işte bulduğum cebirsel ifadeyi düzenledim ve $(n+1)$. adımdaki geometrik şekil sayısını verdiğini gördüm.

Araştırmacı: Peki nasıl aklına geldi böyle bir ispat yapmak?

Ö1: İp kesme ile ilgili etkinlik yapmıştık (Öğrenci “İpi Parçalara Bölme” etkinliğini kastediyor). O etkinlikten sonra Ö2 ile sorular hakkında konuşurken ispatı nasıl yaptığını sormuştum.

Araştırmacı: Onun yaptığı ispat bu tarz değildi sanki? Ardışık adımlar arasındaki farkın sabit olduğunu gösteren bir ispatı diye hatırlıyorum.

Ö1: Evet hocam. Onun yaptığı ispat ile benim yaptığım biraz farklı gibi. Yani o farkın sabit olduğunu göstermeye çalışmıştı. Ben de farklı ne yapabilirim diye düşündüğümde herhangi bir adıma sabit farkı ekleyerek bir sonraki adımı göstermeye çalıştım.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde, Ö1’in yapılan etkinlikler sonrasında Ö2 ile etkinlikleri tartıştığı, birbirlerinin cevaplarını inceleyip karşılaştırma yaparak özümseme yaptığı ve bu sayede kendine bir ispat anlayışı geliştirdiği anlaşılmaktadır.

Yapılan etkinlik genel olarak değerlendirildiğinde araştırmacı, yapılacak etkinliklerle ilgili öğrencilere bilgiler vererek derse başlamıştır. Sonrasında sınıfa Erzurum Ulu Camii ile ilgili videoyu izletmiş ve ardından “Geometrik Kubbe” isimli çalışma yaprağını tüm sınıfa dağıtarak etkinliği başlatmıştır. Araştırmacı bu sırada öğrencilerin arasında gezerek anlaşılmayan kısımlarda öğrencilere rehberlik etmiştir. Bu sırada araştırmacı etkinlik sürecinde yaşananları not almıştır. Araştırmacının alan notlarına göz atıldığında, bazı öğrencilerin okuma parçalarına gereken önemi vermediği ve etkinlikteki okuma bölümünü atlayıp hızlı bir biçimde birinci soruyu çözmeye çalıştığı gözlenmiştir. Araştırmacı ise duruma müdahale ederek öğrencileri okuma parçasını okumaları hususunda uyarmıştır. Ayrıca araştırmacı bazı öğrencilerin toplam geometrik şekil sayısını sayarken hata yaptığını fark etmiş ve öğrencileri dikkat etmeleri konusunda motive etmeye çalışmıştır. Ayrıca araştırmacı, bazı öğrencilerin “İpi Parçalara Bölelim” etkinliğinin ispat bölümündeki çözümünde, bir önceki etkinliğin ispat bölümündeki çözümüne göre farklılaşmanın olduğunu gözlemiştir. Bir öğrenci ile etkinlik sonrası yapılan görüşmede öğrenci bir önceki etkinlikten sonra arkadaşlarıyla etkinlik hakkında fikir alışverişinde bulunduğunu ve oradan elde ettiği bilgilerle farklı bir çözüm yolu geliştirdiğini ifade etmiştir. Bu durumun öğrenci-öğrenci etkileşimine olumlu katkı sağladığı görülmüştür.

Görüldüğü gibi araştırmacı “öğrencilerin MD’lerinin gelişimini sağlamak, matematik dersini sevdirmek, derse dikkat çekmek, merak uyandırmak, öğrencilere özgüven kazandırmak, matematiği günlük yaşamla ilişkilendirmek, öğrencilere rehberlik yapmak, öğrencileri araştırmaya yönlendirmek, farklı öğretim teknikleri kullanmak, dersi zevkli hale getirmek” amaçlarıyla dersinde “Geometrik Kubbe” etkinliğini kullanmıştır. Araştırmacı bu uygulama ile öğrencilere “matematiksel düşünmek, özelleştirme yapmak, genelleme yapmak, varsayımda bulunmak ve ispat yapmak, araştırma yapmak, yorum kabiliyeti kazanmak, derse etkin katılmak ve problem çözmek” rolleri yüklemiştir.

Ders sonrası yapılan ayaküstü görüşmede öğrenciler, Erzurum Ulu Camii ile ilgili izledikleri videoyu beğendiklerini ve ilgi çekici bulduklarını ifade etmişlerdir. Öğrenciler, etkinlik süresince anlaşılmayan kısımlarda araştırmacıya sorular sorduklarını ve bu sayede etkinlikteki bazı kısımların daha iyi anlaşıldığını belirtmişlerdir. Ayrıca öğrenciler, “Geometrik Kubbe” isimli etkinliği ilginç bulduklarını, etkinlikteki cami kubbесinin nasıl yapıldığını merak ettiklerini ve yapılan etkinlikten hoşlandıklarını açıklamışlardır. Bu bağlamda öğrencilerin MD’yi davranış haline getirme, MD’ye değer verme, MD’de problem çözmenin önemi, MD’nin özgüvene olumlu etkisi ve MD’de ispatın önemi boyutuna yönelik görüşlerinin olumlu olduğu görülmüştür.

4.1.3. Desenli Örtü Etkinliğinde Yaşananlar

Araştırmacı, etkinliğin yapılacağı sınıfa gitmiş ve yapılacak etkinlik ile ilgili öğrencilere açıklamalar yapmıştır. Bu süreçte araştırmacı ve bazı öğrenciler arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir:

***Araştırmacı:** Çocuklar bugün yapacağımız etkinliğin ismi “Desenli Örtü”dür. Peki, bu etkinliğin içeriği ile ilgili bir fikri olan var mı?*

***Ö8:** Bence yapacağımız etkinlik, farklı desen çizimleri ile ilgili...*

Ö22: Bence örtü deseninde bazı geometrik şekiller var ve biz de bu desenin içindeki geometrik şekil sayılarını bulmaya çalışacağız.

Ö16: Böyle iç içe çizilmiş sonsuza kadar giden şekiller mi çizeceğiz?

Araştırmacı: Hayır çocuklar. Ancak ifade ettiğiniz fikirler çok güzel. Bu söylediklerinizle de başka bir etkinlik tasarlanabilir. Bugünkü etkinlikte bir masa örtüsünün masadan sarkan bölümündeki boyalı ve boş kare sayılarını bulmaya yönelik bir çalışma yapacağız.

Araştırmacı, öğrencilerle gerçekleştirdiği diyalogdan sonra öğrencilere çalışma yapraklarını dağıtmış ve etkinliği başlatmıştır. Etkinlik boyunca araştırmacı, süreci takip etmiş ve notlar almıştır.



Şekil 4.3. “Desenli Örtü” etkinliğine ait çalışma yaprağının uygulanması süreci

Bu etkinlikte tamamı eş kare motiflerle işlenmiş bir masa örtüsünün masadan sarkan kısmının modeli verilmiştir. Bu örtünün masadan sarkan parçasının yan kenarlarında bulunan karelerin içi dolu, diğerlerinin ise boştur. Öğrencilerden adım sayısı ilerledikçe boyalı karelerin arasında kalan boş kareleri bir sonraki adımda oluşturmaları, bu durum ile ilgili genellemeye ulaşmaları, sonuçlarla ilgili tahminde bulunmaları beklenmektedir. Ayrıca boş kare sayısını bulmaya yarayan bir formül bulmaları ve buldukları formülü ispatlamaları istenmektedir.

Araştırmacının gözlemleri sonucunda elde ettiği alan notlarından biri aşağıda sunulmuştur:

Boş kare sayıları sayılırken sadece kenar kısımlardaki boş kareler sayılmış, ortada kalan kareler sayılmamıştır.

Araştırmacının alan notuna göz atıldığında, bazı öğrencilerin boş kare sayılarını hesaplarken boyalı karelerin arasında kalan tüm boş kareleri değil de boyalı karelerle ortak kenara sahip olan boş kareleri saydıkları gözlemlenmiş ve öğrenciler, araştırmacı tarafından dikkat etmeleri konusunda uyarılmıştır. Bu hususta araştırmacı ile Ö24 arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir:

Araştırmacı: Boş olan kare sayısını hesaplarken dikkat ettin mi? Özellikle 1. ve 2. adımlardaki boş kare sayılarına... Orada kaç yazılmıştı?

Ö24: 1. adımda bir, 2. adımda dörttü galiba.

Araştırmacı: Peki sen üçüncü adımda kaç yaptın?

Ö24: 7 yapmıştım.

Araştırmacı: Şu kağıt üzerine tekrar çizip sayar mısın? (Öğretmen, öğrenciye boş bir kağıt ve bir kalem veriyor.)

Ö24: Çizebilirim.

Araştırmacı: Eğer senin dediğin gibi olsaydı 2. adımda 4 tane boş kare olmazdı. Tekrar 2. adımda çizilen boş kare sayısını şekil üzerinde sayarak gösterir misin?

Ö24: 1, 2... (Öğrenci sayıyor.). 4 tane var.

Araştırmacı: Peki senin söylediğine göre kaç oluyor?

Ö24: Şimdi anladım. Ortadakileri saymamışım.

“İpi Parçalara Bölelim” ve “Geometrik Kubbe” etkinliğinin sonunda elde edilen örüntünün kuralı birinci dereceden bir cebirsel ifade $(ax + b)$ biçiminde iken “Desenli Örtü” etkinliğinin sonunda elde edilen formülün ikinci dereceden bir cebirsel ifade $(ax^2 + bx + c)$ içermesi, öğrencileri biraz zorlamıştır. Etkinliğin özelleştirme bileşeni ile ilgili birinci sorusunu hızlı bir biçimde çözen öğrenciler, bir sonraki aşama olan genelleme bileşeninde zorlanmışlardır. Bu süreçte araştırmacı, öğrencilere rehberlik edip, gerekli yönlendirmeler yaparak öğrencileri doğru cevaba ulaştırmaya çalışmıştır. Genelleme bileşeninde zorlanan öğrencilerin, varsayımda bulunma sürecinde de yeterli cevapları veremediği gözlenmiştir. Bu süreçte öğrenciler genellemeyi matematiksel olarak ifade edemediklerinden varsayımlarını sözel olarak

ifade etme yolunu seçtiği gözlenmiştir. Etkinlik sonunda Ö11 ile araştırmacı arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir:

Araştırmacı: Etkinliğin ikinci sorusu ile ilgili düşüncelerin neler?

Ö11: Örüntünün kuralını soruyordu. Artış miktarı sabit olmadığından kuralı yazarken çok zorlandım. Siz kuralın farklı bir biçimde olabileceği ile ilgili bilgi verdikten sonra tam formülü bulamasam da bazı ilişkiler keşfettim.

Araştırmacı: Bu ilişkileri açıklar mısın?

Ö11: Aşamalar arasındaki fark ile ilgili bazı bilgilere ulaştım.

Araştırmacı: Peki varsayımını nasıl ifade ettin?

Ö11: Aşamalar arasındaki ilişkiye yönelik tahminlerde bulundum. Ancak matematiksel olarak yazamadım. Sözel olarak yazdım.

İspat bileşeni ile ilgili soruda ise öğrencilerin ilk üç etkinliğe oranla daha fazla zorlandığı ve bazı öğrencilerin bu bölümü boş bıraktığı, çoğu öğrencinin ise saf deneycilik türünde ispat gerçekleştirdiği görülmüştür. Tüm bu zorluklara rağmen öğrencilerin çoğunun, etkinlik süresince etkinliğe gereken önemi verdiği ve etkinliği zevkle yaptığı gözlemlenmiştir. Bazı öğrencilerin de matematiğe karşı göstermiş oldukları olumsuz tutum, matematiği yapamama duygusu neticesinde etkinliğe pek önem vermediği ve etkinliklerde gereken ciddiyeti ve özveriyi göstermediği görülmüştür.

Yapılan etkinlik genel olarak değerlendirildiğinde araştırmacı, öğrencileri yapacakları etkinlikten haberdar ederek derse giriş yapmış ve etkinlikle ilgili bilgiler vermiştir. Sonrasında çalışma yapraklarını sınıfa dağıtmış ve etkinliği başlatmıştır. Araştırmacı bu esnada öğrencilerin arasında dolaşarak etkinlikteki anlaşılmayan kısımlarda öğrencilere rehberlik etmiş ve etkinlik sürecinde yaşananları not almıştır. Bazı öğrencilerin etkinlikte belirtilen şekilleri doğru çizmesine rağmen boş kare sayılarını yanlış saydığı gözlenmiş ve araştırmacı tarafından öğrenciler dikkat etmeleri konusunda uyarılmıştır. Ayrıca bazı öğrencilerin boş kare sayılarına ait genel formülü bulmakta zorlandıkları görülmüş ve bu durum etkinliğin MD ile ilgili diğer bileşenlerini de olumsuz etkilemiştir. Araştırmacının etkinlik süresince öğretmen-öğrenci etkileşimi ile ilgili yazdığı alan notlarının bir kısmı aşağıda verilmiştir:

“Öğrencilerin etkinlik ile ilgili görüşlerini beyan ettikleri ve öğretmen ile fikir alışverişinde bulundukları gözlemlenmiştir...”

Araştırmacının alan notlarına bakıldığında, yapılan etkinliklerin öncesinde ve sonrasında araştırmacının sınıfta öğrencilerle etkinlik ile ilgili fikir alışverişinde bulunmasının öğretmen-öğrenci etkileşimini artırdığı görülmüştür. Bu etkileşimin öğrencilerin hem dikkatini çektiği hem de öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyelerini ortaya çıkardığı gözlenmiştir.

Görüldüğü gibi araştırmacı; “öğrencilerin MD’lerini ve problem çözme becerilerini geliştirmek, derse aktif katılım sağlamak, dersi eğlenceli hale getirmek, öğrencilere yorum yapma kabiliyeti kazandırmak, öğrencilerde ilgi ve merak uyandırmak, matematiği günlük yaşamla ilişkilendirmek, öğrencilerin iletişim ve sosyal becerilerini geliştirmek” amaçlarıyla dersinde “Desenli Örtü” etkinliğini kullanmıştır. Araştırmacı; bu etkinlik ile öğrencilere “matematiksel düşünmek, özelleştirme yapmak, genelleme yapmak, varsayımda bulunmak, ispat yapmak, araştırma yapmak, yorum yapmak, derse etkin katılmak ve problem çözmek” rolleri yüklemiştir.

Etkinlik sonrası yapılan ayaküstü görüşmede öğrenciler, “Desenli Örtü” etkinliğinin bundan önce yapılan 3 etkinliğe oranla biraz daha zor olduğunu, genel formülü bulmada zorlandıklarını ancak biraz zaman alsa da bulduklarını ifade etmişlerdir. Bazı öğrenciler ise boş kare adedini sayarken ortadaki boş kareyi saymadığını sadece kenarlardaki boş kareleri saydığını belirtmiş ve formülün birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olduğunu söylemişlerdir. Yapılan etkinlikteki problem durumunun günlük yaşamla ilişkili olması öğrencilerin dikkatlerini çekmiş ve bu sayede etkinliğe odaklanmalarını sağlamıştır. Derslerde aktif olmayan, soru sormaya çekinen birkaç öğrenci de “Desenli Örtü” etkinliğinde anlayamadığı kısımları araştırmacıya sormuş ve sürece katılmaya gayret göstermiştir. Etkinliğin ispat bölümünde ise öğrencilerin çoğunun zorlandığı görülmüştür. Buradan hareketle araştırmacı, öğrencilerin ispat ile ilgili olumsuz düşüncelere kapılmaması için etkinlik

sonlarında ispat ile ilgili tarihsel sözlere yer vermiş ve ispatın önemi üzerinde durmuştur. Bununla beraber etkinlikteki soruları doğru yapan öğrenciler zevk aldıklarını belirtmiş ve bu tür etkinliklerin devam etmesi temennisinde bulunmuştur. Bu bağlamda öğrencilerin MD'yi davranış haline getirme, MD'ye değer verme, MD'nin özgüvene olumlu etkisi, MD'de problem çözmenin önemi, MD'de ispatın önemi boyutuna yönelik görüşlerinin olumlu olduğu görülmüştür.

4.1.4. Hanoi Kuleleri Etkinliğinde Yaşananlar

Araştırmacı, elinde Hanoi kulesi oyunu ile birlikte sınıfa gelmiştir. Hanoi kulesi oyununu gören öğrenciler bu oyunu daha önce hiç görmedikleri ve bu oyunla ilgili bilgi sahibi olmadıkları için araştırmacıyı dikkatle izlemeye başlamıştır. Öğrencilerin dikkatini çekmeyi başaran araştırmacı, yapılacak etkinlik öncesi öğrencilerin merakını gidermek için öğrencilere Hanoi Kulesi oyunu ile ilgili açıklamalar yapmaya başlamıştır. Sınıftaki öğrenciler ile araştırmacı arasında geçen konuşma aşağıda verilmiştir:

Ö14: Hocam o elinizdeki nedir?

Araştırmacı: Çocuklar bu elimde gördüğünüz yapının adı Hanoi kulesi. 1883 yılında Fransız matematikçi Edouard Lucas tarafından bulunmuş bir zeka oyunudur.

Ö8: Aaaa... Şimdi oyun mu oynayacağız?

Ö21: Hocam bu nasıl bir oyun? Ben ilk defa görüyorum bunu. Nasıl oynanıyor?

Ö6: Öğretmenim bize nasıl oynandığını öğretir misiniz?

Araştırmacı: Çocuklar şimdi zeka oyunu oynayacağız. Oyunu ilk defa duyduğunuz ve oyunun kuralını bilmediğiniz için öncelikle size oyunun kurallarından bahsedeyim...

Öğrenciler: Evet...(hep bir ağızdan)

Araştırmacı: Bu oyunun amacı, herhangi bir sütunda üst üste duran diskleri...(öğretmen oyunun kurallarını anlatıyor).

Yukarıda verilen diyalog incelendiğinde, öğrencilerin Hanoi kulesi oyunu ile ilgili bilgi sahibi olmadığı görülmüştür. Araştırmacı tarafından öğrencilere önce oyunun tarihçesinden bahsedilmiş ve sonrasında oyun kuralları anlatılmıştır.

Araştırmacının girdiği sınıfta Hanoi kulesi oyununu hiçbir öğrencinin daha önce görmemiş olması, yapılacak olan etkinlik için bir dezavantaj oluşturmıştır. Oyunun kuralını bilmeyen ve oyunla ilgili geçmişi olmayan öğrencilerin etkinlikte zorlanacağı, en az hamle sayısını hesaplama ile ilgili bir mantık yürütemeyeceği öngörülmüştür. Bu bağlamda araştırmacı, bu dezavantajı ortadan kaldırmak için yapılacak olan “Hanoi Kulesi” etkinliğini bir süreliğine ertelemiş ve öğrencilerle elinde getirmiş olduğu Hanoi kulesi oyununu oynamıştır. Sınıfta iki hafta süreyle her gün belli aralıklarla Hanoi kuleleri oyunu oynanmış ve öğrencilerin oyunu kavramaları, mantığını çözebilmeleri için fırsatlar tanınmıştır. Araştırmacı bu süreçte birbiriyle çok iletişimi olmayan öğrencileri bir araya getirmiş ve bu öğrencilerin Hanoi kulesi oyununu birlikte oynamalarını sağlamıştır. Bu sayede öğrencilerin birbiriyle etkileşimini artırmayı amaçlamıştır. İki hafta sonunda öğrencilerin Hanoi kuleleri oyununun kurallarını öğrendiği, dikkat edilmesi gereken durumları kavradığı gözlenmiştir. Araştırmacı da bu durumu göz önüne alarak Hanoi kuleleri etkinliğini yapmaya karar vermiştir.

Hanoi kuleleri etkinliğinde; öğrencilerden disk sayısı 3 ve 4 olduğunda en az hamle sayısı ile sol tarafta üst üste duran diskleri her seferinde bir disk hareket ettirmek kaydıyla sağ tarafa taşıyıp yapıyı oluşturmaları, disk sayısı arttıkça yapılan hamle sayısının en az kaç olması gerektiği ile ilgili genellemeler yapması istenmektedir. Sonrasında elde edilen sonuçlarla ilgili tahmin yapması, disk sayısına bağlı yapılan en az hamle sayısı arasındaki ilişkinin kuralını bulup bulduğu kuralı ispatlaması beklenmektedir.



Şekil 4.4. Araştırmacı ve öğrencilerin Hanoi kulesi oyununu oynarken görüntüleri

Öğrencilerin Hanoi kulesi oyununun mantığını kavradığını gözlemleyen araştırmacı, etkinliği 2 hafta geçtikten sonra yapmaya karar vermiştir. Sınıfa girip çalışma yapraklarını dağıtan araştırmacı, öğrencilerin arasında dolaşarak anlaşılmayan kısımlarda öğrencilere rehberlik görevini üstlenmiştir ve süreçle ilgili bazı notlar tutmuştur. Bazı öğrencilerin disk sayısı arttıkça hamle sayısını zihninde canlandıramadığını fark etmiş ve gerekli yönlendirmeleri yaparak öğrencilere yol göstermiştir. Bu süreçte araştırmacı ile öğrenciler arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir:

Ö21: Hocam hamle sayısını bulmakta zorlanıyoruz. Zihinde canlandıramıyoruz.

Ö17: Evet ben de bayağı zorlanıyorum.

Araştırmacı: Anladım. Çocuklar disk modellerini bir kağıt veya yanınızdaki bir nesne yardımıyla modelleyebilirsiniz.

Ö14: Nasıl modelleyeceğiz ki?

Araştırmacı: Mesela bir kağıdı farklı boyutlarda dairesel biçimde keserek diskleri modelleyebilirsiniz.

Ö14: Evet, iyi olur hocam. Yoksa hamle sayısını bulmada bayağı zorlanırsınız.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde öğrencilerin hamle sayısını bulmada oldukça zorlandığı ve zihinlerinde hamle sayısını canlandıramadığı görülmüştür. Araştırmacı, kâğıtların dairesel biçimde kesilip disk modellerinin oluşturabileceğini öğrencilere söyleyerek çözüm için yol gösterici bir görev üstlenmiştir. Bunun sonucunda öğrencilerin bir kısmının kâğıttan elde ettikleri disk modellerini kullanarak hamle sayısını kolaylıkla hesapladığı görülmüştür.



Şekil 4.5. Ö4'ün kâğıttan oluşturduğu disk modelleri

Etkinliğin genelleme ile ilgili ikinci sorusunda öğrencilerin çoğunun zorlandığı gözlenmiştir. Özellikle etkinliğin ilk sorusunda çok zaman harcayan öğrencilerin 3 ve 4 disk için en az hamle sayısına ait cevaplarının yanlış olması, genelleme bileşenine geçişte sıkıntı oluşturmuştur. Bu sıkıntıyı yaşayan Ö17 ile araştırmacı arasında etkinlik sonrası gerçekleşen diyalog aşağıda verilmiştir:

Araştırmacı: Oyunda 3 disk olduğunda yapılacak en az hamle sayısını kaç buldun?

Ö17: 5 olması lazım.

Araştırmacı: Bunu neye dayanarak söylüyorsun?

Ö17: 1 disk olduğunda 1 hamlede karşıya geçirebiliyorum. 2 disk olduğunda ise 3 hamlede karşıya geçirebiliyorum. Yani hep 2 artıyor. O zaman 3 disk olduğunda da 5 hamlede karşıya geçirebilirim.

Araştırmacı: Peki kâğıttan disk modelleri oluşturup bunu denedin mi?

Ö17: Gerek duymadım ben. Çünkü mantığını anladım.

Araştırmacı: Peki bana şu 3 diski 5 hamlede karşı tarafa götürebilir misin? (araştırmacı elindeki Hanoi kulesi oyununu göstererek)

Ö17: Tabi... (Öğrenci Hanoi kulesini eline alıp düşünmeye başlıyor.) Bunu buraya, bunu buraya, bunu buraya koyarsak... Hmm... Olmadı. 9 hamle oldu. (Öğrenci birkaç kez deniyor.) Şimdi bunu buraya, bunu buraya, bunu şuraya... Hmm... Şimdi 7 oldu. 5 nasıl olabilir? (öğrenci yine düşünüyor). Galiba 7'den daha az olmuyor. (Öğrenci gülüyor.)

Araştırmacı: Evet, en az 7 olmalı. Keşke etkinlik sırasında disk modelleri oluşturup yapsaydın doğru cevaba ulaşabilecektin.

Etkinliğin özelleştirme ve genelleme bileşenlerinde disk modelleri ile en az hamle sayısı arasında ilişki kuramayan öğrencilerin varsayımda bulunma ve ispat bileşenlerinde de oldukça zorlandığı gözlenmiştir. Ayrıca bu bölümler çoğu öğrenci tarafından boş bırakılmıştır. Bu süreçte kuralı bulabilen bazı öğrencilerin ise en temel seviye olan saf deneycilik türünde ispat yaptığı görülmüştür. Etkinlik sonunda saf deneycilik türünde ispat gerçekleştiren Ö14 ile araştırmacı arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir:

Araştırmacı: Disk sayısı ile en az hamle sayısı arasındaki ilişkiyi bulabildin mi?

Ö14: Uzun uğraşlar sonucu bulabildim. (Öğrenci gülüyor.)

Araştırmacı: Peki bulduğun ilişkinin doğru olduğunu nasıl ispatladın?

Ö14: 6 tane disk modeli yaptım ve uygulamalı olarak diskleri 63 hamlede karşı çubuğa geçirebildiğimi gördüm. Formül yardımıyla da 63 sayısına ulaştım. Sonrasında 7 disk için bakacaktım. Ancak sürem yetmedi.

Araştırmacı: Bu yaptığın tüm durumları kapsar mı? Yani her zaman için geçerli olur mu?

Ö14: Bence olur. Çünkü ilk 5 adımda sağlıyor. Altıncı adımda da denedim. Onda da sağlıyor. Demek ki diğer adımlarda sağlar.

Yukarıda verilen diyalog incelendiğinde Ö14, bulduğu formülün ilk 5 adımda sağladığını görmüş ve 6. adımda da sağlarsa ispatın gerçekleşeceğini düşünmüştür. Araştırmacı ise sorduğu sorularla Ö14'ün yaptığı ispat ile ilgili görüşlerini açık bir biçimde ifade etmesini amaçlamıştır.

Yapılan etkinlik genel olarak değerlendirildiğinde araştırmacı, elinde Hanoi kulesi oyunu ile sınıfa girerek öğrencilerin dikkatini çekmeye çalışmıştır. Öğrencilerin Hanoi kulesi oyunu ile daha önceden hiç karşılaşmadığı ve bilgi sahibi olmadığı görülmüştür. Araştırmacı, öğrencilerin ilgilerini çeken etkinlik ile ilgili gerekli bilgilendirmeleri yapmış ve sınıfa getirdiği Hanoi kulesi ile 2 hafta süreyle belirli aralıklarla öğrencileriyle oynamıştır. Öğrencilerin Hanoi kulesi oyununun mantığını kavradığını gören araştırmacı, iki hafta sonra “Hanoi Kulesi” isimli çalışma yaprağını uygulamaya karar vermiştir. Etkinlik esnasında öğrencilerin arasında dolaşarak anlaşılmayan kısımlarda öğrencilere rehberlik etmiş ve etkinlik sürecinde yaşananları not almıştır. Araştırmacı, özelleştirme ile ilgili birinci soruda öğrencilerin en az hamle sayısına dikkat etmediğini gözlemlemiş ve öğrencilere gerekli açıklamalar yapmıştır. Ayrıca çoğu öğrencinin “Hanoi Kulesi” etkinliğini yaparken zorlandığı gözlenmiştir. Etkinlikteki soruları zihninde canlandıramayan öğrenciler için kâğıt modeller kesip bunlarla uygulama yapabilecekleri, araştırmacı tarafından öğrencilere söylenmiştir. Öğrencilerin çoğu, bu tavsiyeyi dikkate alarak Hanoi kulesi oyunundaki disk modellerini kâğıtlarla oluşturmuş ve bu modelleri kullanarak soruları cevaplamaya çalışmıştır. Sınıftaki öğrencilerin bir kısmı etkinliğin birinci sorusunu model yardımıyla doğru cevaplamayı başarmıştır. Ancak öğrencilerin çoğunun genelleme, varsayımda bulunma ve ispat bileşenlerine ait sorularda oldukça zorlandığı ve çoğu öğrencinin ispat bölümündeki soruları boş bıraktığı gözlenmiştir. Araştırmacının

etkinlik süresince öğrenci-öğrenci etkileşimi ile ilgili yazdığı alan notlarının bir kısmı aşağıda verilmiştir:

“Öğrenciler yapılan etkinlikle ilgili birbirleriyle fikir alışverişinde bulunmuştur. Hanoi kulesi etkinliğinde öğrenciler materyalleri kullanarak diskleri en az hamlede karşıya geçirme ile ilgili birbirleriyle iletişim kurmuşlardır...”

Araştırmacının alan notları incelendiğinde, öğrencilerin yapılan uygulama ve öğretim materyalleri hakkında birbirleriyle konuştukları, fikir alışverişinde bulundukları ve bu materyalleri kullanarak arkadaşlarıyla iletişim kurdukları görülmüştür.

Görüldüğü gibi araştırmacı; “öğrencilerin MD’lerini geliştirmek, öğrencilere matematik dersini sevdirmek, öğrencilere matematiğin günlük hayatın bir parçası olduğunu göstermek, öğrencilerin derse etkin katılımını sağlamak, dersi zevkli hale getirmek, derste farklı öğretim yöntemleri kullanmak, öğrencilere rehberlik yapmak” amaçlarıyla dersinde “Hanoi Kulesi” etkinliğine yer vermiştir. Böyle bir uygulama ile öğrencilere; “matematiksel düşünmek, özelleştirme yapmak, genelleme yapmak, varsayımda bulunmak, ispat yapmak, meraklı olmak, araştırma yapmak, derse karşı ilgili olmak” rolleri yüklenmiştir.

Etkinlik sonrası yapılan ayaküstü görüşmede öğrenciler, “Hanoi Kulesi” oyunu ile daha önceden hiç karşılaşmadıklarını ifade etmişlerdir. Bazı öğrenciler etkinliği yaparken oyunu zihninde canlandıramadığını belirtmiş ve kâğıt kullanarak yapılan modeller yardımıyla etkinlikteki sorulara daha rahat cevap verdiğini söylemiştir. Ayrıca öğrencilerin çoğu, “Hanoi Kulesi” etkinliğinin zor olmasına rağmen zevkli ve eğlenceli olduğu ve etkinliğin zihin gelişimi açısından oldukça önemli bir yere sahip olduğu konusunda fikir belirtmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin MD’yi davranış haline getirme, MD’ye değer verme, MD’nin özgüvene olumlu etkisi, MD’de problem çözmenin önemi, MD’de ispatın önemi boyutuna yönelik görüşlerinin olumlu olduğu görülmüştür.

4.1.5. Bayramlaşma Etkinliğinde Yaşananlar

“Bayramlaşma” isimli etkinlik öncesi araştırmacı sınıftaki öğrencilere genel olarak bayramlarını nasıl geçirdiklerini, bayramlarda neler yaptıklarını sorarak derse giriş yapmıştır. Söz alan öğrenciler ile araştırmacı arasında geçen konuşma aşağıda verilmiştir:

Araştırmacı: Çocuklar bayramları genellikle nasıl geçirirsiniz? Bayramlarda ne yaparsınız?

Ö4: Hocam biz bayramda en az 10-15 akraba ziyareti gerçekleştiririz.

Ö11: Büyüklerimin elini öperim (Öğrenci gülüyor.) Ne kadar para alırsam kar...

Araştırmacı: Çocuklar bugün bayramlaşma ile ilgili bir etkinlik yapacağız. Öncelikle bayramlarda bir başkasıyla nasıl bayramlaşırız?

Ö10: Çok samimi olmadığımız kişilerle bayramlaşırken sadece el tokalaşması olur.

Araştırmacı: Peki samimi olduğumuz bir kişi ile bayramlaşırken nasıl yaparız?

Ö10: O zaman el tokalaşması ve ayrıca yanaktan öpme (Öğrenci kafa tokuşturma gibi gösteriyor.) gerçekleşir.

Araştırmacı: Peki çocuklar iki kişi arasında geçen bayramlaşma merasimini canlandırmak isteyen arkadaşımız var mı?

Öğrenciler: Ben... Ben... Ben.... (Öğrenciler hep bir ağızdan “ben” diyor.)

Araştırmacı: Evet gel bakalım... Sen de gel... Bir de arkadaki 2 kişi gelsin...

Araştırmacı, öğrencilerle bayramlaşma ile ilgili yaklaşık 5 dakikalık bir sohbet gerçekleştirdikten sonra sınıftan 5-6 kişi ile bayramlaşma esnasında yapılan selamlaşma ortamını canlandırmıştır.



Şekil 4.6. Bayramlaşma merasimini canlandıran öğrencilerin görünümü

Araştırmacı, sonrasında yanında getirdiği “Bayramlaşma” isimli çalışma yaprağını sınıfa dağıtmış ve etkinliği başlatmıştır. Etkinlik sürecinde öğrencilerin arasında dolaşan araştırmacı öğrencilere rehberlik etmiş ve alan notları tutmuştur. Araştırmacı, öğrencilere etkinliğin birinci sorusunda “kişiler” bölümünün olduğu bölüme model, şekil vb. işlemler yapabileceklerini söylemiştir. Araştırmacının bu bilgilendirmesinden sonra bazı öğrenciler harf ile modelleme yaparken, bazı öğrenciler ise çöp adam modeli çizerek soruyu çözmeye çalışmışlardır.

Bu etkinlikte öğrencilerden toplulukta 5 ve 6 kişi olduğunda toplam kaç kafa tokuşturmanın gerçekleşmesi gerektiğini bulmaları, kişi sayısı arttıkça ortaya çıkan kafa tokuşturma sayısı ile ilgili genellemelere ulaşmaları beklenmektedir. Sonrasında öğrencilerden ortaya çıkan sonuçlarla ilgili tahminde bulunmaları ve elde ettikleri formülü ispatlamaları istenmektedir.

Etkinliğin birinci sorusunda öğrencilerin model yardımıyla çözüme ulaşmaya çalıştıkları gözlenmiştir. Araştırmacı, öğrencilerin dikkatini dağıtmayacak biçimde sıraların arasında dolaşırken birkaç öğrencinin çözümlerine göz atmış ve etkinlik sonrası öğrencilere soracaklarıyla ilgili notlar tutmuştur. Etkinlik sonrası Ö3 ile araştırmacı arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir:

***Araştırmacı:** Etkinliğin birinci sorusunda nasıl düşündün?*

***Ö3:** Kişileri a, b, c ... gibi harflerle gösterdim. Sonrasında iki kişi arasındaki kafa tokuşturmayı da iki harf arasına doğru parçaları çizerek göstermeye çalıştım.*

***Araştırmacı:** Güzel düşünmüşsün. Peki, bunun sana bir faydası oldu mu?*

***Ö3:** Tabi ki oldu. Bu sayede eşleşmeleri ve kafa tokuşturmaları sayarken çok işime yaradı.*

***Araştırmacı:** Çizmiş olduğun çizgiler eşleşme sayısı mı?*

***Ö3:** Evet. Eşleşme sayısını bulup iki ile çarpıyorum. İki kez kafa tokuşturma gerçekleşeceği için.*

Yukarıda verilen diyalog incelendiğinde Ö3 kafa tokuşturma sayılarını bulabilmek için kişileri harfler ile modellediği ve harfler arasına çizdiği çizgilerle tüm eşleşmeleri oluşturduğu görülmüştür. Sonrasında eşleşme sayısının iki katını alarak kafa

tokuşturma sayısına ulaştığı anlaşılmıştır. Ö3 çözümlünü bu şekilde gerçekleştirerek hem sistematik bir yol izlemiş hem de hata yapma riskini en aza indirmiştir.

Etkinliğin genelleme ve varsayımda bulunma ile ilgili bölümlerinde ise özellikle ilk soruda zorlanan ve model ile ilişkiyi kuramayan öğrencilerin zorlandığı gözlenmiştir. Ancak model yardımıyla çözümlü kolaylaştıran ve sonuca ulaşan öğrencilerin ise genelleme ve varsayımda bulunma süreçlerinde diğer öğrencilere oranla daha hızlı çözüme ulaştığı görölmüştür. Etkinlik sonunda genelleme ve varsayımda bulunma süreçlerini diğer öğrencilere göre hızlı tamamlayan Ö1 ile araştırmacı arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir:

***Araştırmacı:** Etkinlikteki ikinci ve üçüncü sorularda oldukça hızlıydın. Daha önceden karşılaştığın bir etkinlik miydi?*

***Ö1:** Hayır. Daha önce böyle bir etkinlik ile karşılaşmadım. Ama etkinliğin birinci sorusunda modeller kullanırken modellerin arasına çizdiğim çizgiler bana geçen sene öğrendiğimiz çokgenler konusunu hatırlattı.*

***Araştırmacı:** Söylediğini biraz daha açıklar mısın?*

***Ö1:** Tabi ki. Yani şöyle: Geçen sene çokgenler konusunda köşegen sayılarını bulurken kullandığımız bir formöl vardı. Hatta siz unutmayalım diye bizlere üçgenden başlayarak birkaç tane çokgensel bölgeyi incelememizi ve köşegen sayısına ait formölü düşünmemizi söylüyordunuz. Oradan biraz çağrışım yaptı. Bende 3 kişi için, 4 kişi için ve 5 kişi için modeller yardımıyla, sanki kişilerin arasında köşegenler var gibi düşünerek hatırlamaya çalıştım. Ancak yaptığımız etkinlikte köşegenler ile birlikte kenarların da hesaba katılması gerekiyordu.*

***Araştırmacı:** Peki köşegen formölünü hatırladın mı?*

***Ö1:** Evet. Köşegen formölü $n(n-3)/2$ biçimindeydi.*

***Araştırmacı:** Peki “Bayramlaşma” etkinliğindeki ikinci ve üçüncü soru için neler düşündün? Yani köşegen formölüyle nasıl ilişkilendirdin buradaki formölü?*

***Ö1:** Burada iki kişi arasında gerçekleşen kafa tokuşturma sayısı 2 olduğundan köşegen sayısı 2 ile arpılacaktı. Ayrıca köşegen sayısından hariç olarak komşu durumdaki kişiler de kendi arasında kafa tokuşturacağı için onları da ilave ettim. Yani sonuç olarak $n.(n-3)$ ile 2n'yi topladım ve $n(n-1)$ i elde ettim.*

Yukarıda verilen diyalog incelendiğinde Ö1, bayramlaşma etkinliğindeki kafa tokuşturma problemini yedinci sınıfta öğrendiği çokgenlerin köşegenleri formölü ile

ilişkilendirdiği ve buradan çıkarım yaparak genellemede ve varsayımda bulunduğu görülmüştür.

Etkinliğin ispat ile ilgili bölümünde, öğrencilerin diğer bölümlere oranla daha az başarılı olduğu gözlenmiştir. Özelleştirme bileşenini tamamlayamayan öğrenciler ispat bileşenine ulaşamamış ve bu bölümü boş bırakmıştır. Özelleştirme bileşenini tamamlayan az sayıdaki öğrenci ise ispat ile ilgili bölümü kısmen yapabilmiştir. Araştırmacının etkinliğin ispat bölümü ile ilgili tuttuğu alan notu aşağıdaki gibidir:

“Ö2 ispata başlarken kişi sayısı ve kafa tokuşturma sayısını yazmıştır. Ö2 ispatını adımlar arası farka dikkat ederek gerçekleştirmeye çalışmıştır.”

Yukarıda verilen alan notları incelendiğinde, Ö2’in ispat bölümünde kişi sayısına bağlı olarak kafa tokuşturma sayısını yazdığı ve ardışık adımlar arasındaki farklara odaklanarak ispatını gerçekleştirmeye çalıştığı görülmüştür. Etkinlik sonrası Ö2 ile araştırmacı arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir:

Araştırmacı: Varsayımını nasıl ispatladın? Anlatır mısın?

Ö2: Yedinci sınıftayken cebirsel ifadeler konusunda örüntünün kuralını bulma ile ilgili sorularda kuralın doğruluğunu ispatlamak için herhangi bir adıma, adımlar arasındaki artış miktarı eklendiğinde bir sonraki adımın elde edileceğinden bahsetmiştiniz. Hatta farklı yöntemlerin de olduğunu belirtmiştiniz.

Araştırmacı: Evet. Hatırlamana sevindim. Ancak bu söylediğimi unuttuğunuzu düşünüyordum.

Ö2: Diğerlerini bilmem ancak benim unutmayacağım kesin. Çünkü ispat ile ilgili soruyu ben sormuştum. (Öğrenci gülüyor.) Siz de anlatmıştınız.

Araştırmacı: Peki yaptığın ispatı açıklar mısın?

Ö2: Ben biraz daha farklı bir ispat denedim. Önce kişi sayısını ve kaç kafa tokuşturma olacağını yan yana yazdım. Sonra her birinin arasındaki farklara odaklandım. Farkların hep 2’nin katları şeklinde ilerlediğini gördüm ve biraz inceledikten sonra kişi sayısının bir eksiğinin 2 katı kadar arttığını anladım. Kuralı önceden bulmuştum. Sonrasında bulduğum kuralı kullanarak herhangi iki adım arasındaki farkın yine aynı olacağını göstermek istedim.

Yukarıda verilen diyalog incelendiğinde Ö2'nin, geçen sene örüntüler konusunda araştırmacının ispat ile ilgili verdiği bilgilerden çıkarım yaparak ispat stratejisi belirlediği ve bu doğrultuda ispatını gerçekleştirdiği görülmüştür.

Yapılan etkinlik genel olarak değerlendirildiğinde araştırmacı, sınıfta öğrencilerle bayramlaşma ile ilgili bir sohbet gerçekleştirerek yapılacak olan etkinlik öncesi öğrencilerin dikkatini çekmeyi amaçlamıştır. Ayrıca sınıftan 4 öğrenci ile bayramlaşma esnasında yapılan selamlaşma ortamı canlandırılmıştır. Bu sayede öğrencilerin dikkatini çekmeyi başaran araştırmacı, yapılacak “Bayramlaşma” etkinliği ile ilgili öğrencilere gerekli bilgilendirmeleri yapmış ve çalışma yapraklarını dağıtıp etkinliği başlatmıştır. Ardından araştırmacı, sınıfta öğrencilerin arasında gezerek anlaşılmayan kısımlarda öğrencilere rehberlik etmiştir. Araştırmacı bu esnada etkinlik sürecinde yaşananları not almıştır. Etkinliğin özelleştirme ile ilgili birinci sorusunda öğrencilerin, kişi sayısı arttığında toplam kaç kafa tokuşturma sayısı olacağını hesaplamada zorlandıkları gözlenmiş ve araştırmacı tarafından öğrencilere, kişileri harflerle veya şekillerle modelleyebilecekleri söylenmiştir. Araştırmacının tavsiyelerini dikkate alan öğrencilerin çoğu, modeller vasıtasıyla özelleştirme bileşenindeki soruyu çözmüşlerdir. Özelleştirme bileşenini geçen öğrencilerin genelleme ve varsayımda bulunma bileşenlerine ait soruları kısmen yapabildiği gözlenmiştir. İspat bölümünde ise çoğu öğrencinin zorlandığı ve en alt düzeyde ispat gerçekleştirdiği görülmüştür. Etkinlik sürecinde araştırmacı, öğrencilerin etkinliği severek yaptığını ve mutlu olduğunu gözlemlemiştir. Etkinliklerden önce ve sonra araştırmacı tarafından oluşturulan tartışma ortamında öğrencilerin fikirlerini birbirlerine sundukları gözlenmiştir. Özellikle çekingen davranışlar sergileyen öğrencilerin etkinlikler sürecinde arkadaşlarıyla daha çok etkileşime girdiği ve arkadaşlarının etkinlikle ilgili fikirlerini yorumlayarak sürece katkı sağladığı gözlenmiştir. Araştırmacı tarafından gözlenen bir başka durum ise etkinlik öncesinde öğrenciler fikirlerini ortaya koyduktan sonra aynı fikirde olmayan bazı öğrencilerin bu duruma itiraz etmeleri ve bu fikirleri eleştirmeleridir.

Görüldüğü gibi, araştırmacı “öğrencilerin MD’lerini geliştirmek, matematiği günlük yaşamla ilişkilendirmek, dersi zevkli hale getirmek, öğrencilere matematik dersini

sevdirmek, derse dikkat çekmek, merak uyandırmak, öğrencilere özgüven kazandırmak, öğrencilere rehberlik yapmak, öğrencileri araştırmaya yönlendirmek, farklı öğretim teknikleri kullanmak” amaçlarıyla dersinde “Bayramlaşma” etkinliğini kullanmıştır. Araştırmacı bu uygulama ile öğrencilere “matematiksel düşünmek, özelleştirme yapmak, genelleme yapmak, varsayımda bulunmak, ispat yapmak, araştırma yapmak, yorum yapmak, derse etkin katılmak ve problem çözmek” rolleri yüklemiştir.

Etkinlik sonrası yapılan ayaküstü görüşmede öğrenciler, yapılan etkinliği genel olarak beğendiklerini, etkinliğin özelleştirme bölümünün modeller yardımıyla rahat çözülebildiğini ifade etmişlerdir. Model yardımıyla soruyu çözmeyen öğrenciler ise özelleştirme bölümünde oldukça zorlandıklarını ve bu bölümde çok zaman harcadıklarını söylemişlerdir. Ayrıca bazı öğrenciler, ilk soruda çöp adam modeli çizerek bazıları ise harflerle modelleme yaparak soruyu daha kolay çözdüklerini belirtmişlerdir. Bununla beraber çoğu öğrenci kuralı bulmakta zorlandığını, varsayımda bulunma ve ispat bileşenlerine geçemediğini açıklamıştır. Bu bağlamda öğrencilerin MD’yi davranış haline getirme, MD’ye değer verme, MD’nin özgüvene olumlu etkisi, MD’de problem çözmenin önemi, MD’de ispatın önemi boyutuna yönelik görüşlerinin olumlu olduğu görülmüştür.

4.1.6. Satranç Tahtası Etkinliğinde Yaşananlar

Etkinliğin başlangıcında araştırmacı elinde satranç tahtasıyla sınıfa giriş yapınca öğrenciler, satranç oynayacaklarını zannettiler. Bu süreçte yaşanan diyalog aşağıda belirtilmiştir:

Ö1: Oleeey! Satranç oynayacağız...

Ö2: Hocam benimle bir maç yapar mısınız? Çok iddialıyım.

Ö3: Hocam sınıfta en iyi o oynuyor. Geçen ki turnuvada sınıf birincisi oldu.

Ö4: Hocam bende sınıf ikincisi oldum. Benle de maç yapar mısınız?

Öğrenciler: Hocam benle de satranç oynar mısınız? (Öğrenciler hep bir ağızdan benle de oynar mısınız dediler.)

Araştırmacı: Evet çocuklar. Hepinizle oynamam mümkün değil. Üzgünüm.

Ö18: Ama öğretmenim neden getirdiniz o zaman satranç takımını sınıfa?

Araştırmacı: Peki, çocuklar size şöyle bir güzellik yapabilirim. Okulun satranç takımlarını buraya getirip sizin kendi aranızda maç yapmanızı sağlayabilirim.

Öğrenciler: Oleyy... (Öğrenciler hep bir ağızdan oley dediler.)

Ö6: Hocam sizi çok seviyoruz. Teşekkür ederiz.

Öğrencilerin istekli tavrını kırmayan araştırmacı, yapacağı etkinliği bir gün erteleyerek öğrencilerin kendi arasında satranç maçı yapmalarına izin vermiştir. Araştırmacı, bu uygulama ile yapılacak olan “Satranç Tahtası” isimli etkinlik öncesi öğrencilerin heveslerini kırmamıştır. Okula ait olan 13 adet satranç takımını sınıfa getirterek öğrencilerin bir ders boyunca kendi arasında maç yapmasını sağlamıştır.



Şekil 4.7. Öğrencilerin satranç oynarken görüntüleri

Araştırmacı bu süreçte birbiriyle çok iletişimi olmayan öğrencileri bir araya getirmiş ve bu öğrencilerin karşılıklı satranç oynamasını sağlamıştır. Bu sayede öğrencilerin birbiriyle etkileşimini artırmayı amaçlamıştır. Öğrencilerin bir ders boyunca maç yapmasına izin veren araştırmacı, bir sonraki derste öğrencilere satranç oyununun tarihçesi ile ilgili bazı bilgiler vererek öğrencileri yapılacak olan etkinlik öncesi hazırlamaya çalışmıştır. Bu süreçte araştırmacı ile öğrenciler arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir:

Araştırmacı: Yapacağımız etkinlik satranç tahtası ile ilgili. Öncelikle satrancın tarihçesini anlatayım. MÖ 2000'li yıllara dayanan bir oyun olan satrancın... (Öğretmen satrancın tarihçesini anlatıyor.)

Ö16: Peki oyunu kim icat etmiş öğretmenim?

Araştırmacı: Satranç oyununun icadı ile şöyle bir rivayet vardır: Satrancı bulan kişi, dönemin Şah'ına bir ders vermek istemiş. "Sen ne kadar önemli bir insan olursan ol, adamların, vezirlerin, askerlerin olmadan hiçbir işe yaramazsın" demek istemiş...(öğretmen anlatmaya devam ediyor.)

Etkinliği bir gün erteleyen araştırmacı, öğrencilerin yapılacak etkinlik öncesi heveslerini kırmamış ve isteklerini göz ardı etmemiştir. Ertesi gün sınıfa gelerek "Satranç Tahtası" isimli çalışma yapraklarını dağıtmış ve etkinliği başlatmıştır. Bu etkinlikte öğrencilerden dördüncü ve beşinci adımdaki şekilleri oluşturmaları ve oluşan şekillerdeki kare sayılarını bulmaları, kare sayılarının oluşturduğu örüntüyü inceleyip genelleme yapmaları, ortaya çıkan sonuçlarla ilgili tahminlerde bulunmaları ve kare sayısını bulmaya yarayan formülü ispatlamaları beklenmektedir.

Etkinlik süresince araştırmacı, öğrencileri gözlemlemiş ve alan notları tutmuştur. Araştırmacının özelleştirme bileşeni ile ilgili tuttuğu alan notu aşağıda verilmiştir:

"Bazı öğrenciler kareleri sayarken şeklin tamamını oluşturan kareyi hesaba katmamışlardır."

Araştırmacının alan notu incelendiğinde, bazı öğrencilerin kareleri sayarken şekli oluşturan büyük kareyi saymadığı fark edilmiştir. Etkinlik sonrasında ise bu öğrencilerle bir görüşme gerçekleştirilmiştir. Bu süreçte araştırmacı; Ö6, Ö18 ve Ö23 arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir:

Araştırmacı: İlk soruda şekildeki toplam kare sayısını soruyordu? Hatırlayabildiniz mi?

Ö18: Evet hatırlıyorum.

Ö23: Ben de...

Araştırmacı: Peki buradaki kareleri nasıl saydınız? (Öğretmen tahtaya 4x4'lük bir kare çizer.)

Ö6: Hocam önce 1x1'lik kareleri saydım. Sonra 2x2'lik, 3x3'lük kareleri saydım.

Ö18: Ben de bu şekilde saydım hatta 4, 9, 16 oluyor. Toplamı da 29 oluyor.

Ö23: Ben de bu şekilde bir şey bulmuştum.

Araştırmacı: Tamam doğru bulmuşsunuz ama hepsini bulamamışsınız. Tahtaya çizdiğim karenin boyutlarına dikkat ettiniz mi?

Ö6: 1, 2... (Öğrenci sayıyor.). 4x4'lük çizdiniz hocam.

Ö23: Ben anladım. Bulduğumuz sayı cevaptan 1 eksik arkadaşlar. Hepimiz en dıştaki kareyi saymayı unutmuşuz.

Araştırmacı: Evet çocuklar neyi unuttuğunuzu anladınız sanırım. Gördüğünüz gibi en dıştaki kareyi saymayı unutmuşsunuz.

Yukarıda verilen diyalog incelendiğinde Ö6, Ö18 ve Ö23'ün etkinliğin özelleştirme bileşeni ile ilgili sorusunda toplam kare sayısını belirlerken en dıştaki kareyi hesaba katmadığı ve sonucu bulması gerekenden 1 eksik hesapladığı görülmüştür. Etkinlik sonrası yapılan görüşmede ise öğrenciler yaptığı hatayı fark etmiş ve sonucun bir fazla olması gerektiğini ifade etmişlerdir.

Etkinliğin genelleme ve varsayımda bulunma bileşenleri ile ilgili sorusunda öğrencilerin çok zaman harcadıkları görülmüştür. Çoğu öğrencinin birinci soruda elde ettiği toplam kare sayıları arasındaki ilişkileri belirlemek için adımlar arasındaki artış miktarına odaklandığı ancak doğru sonuca ulaşan öğrenci sayısının oldukça az olduğu görülmüştür. Ayrıca doğru sonuca ulaşan öğrenciler, adımlar arasındaki farkın karesel sayı biçiminde olacağı varsayımında bulunmuşlardır. Etkinlik sonunda doğru sonuca ulaşan öğrencilerden biri olan Ö3 ve araştırmacı arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir:

Araştırmacı: İkinci soruda toplam kare sayısının oluşturduğu örüntüyü nasıl ifade ettin? Açıklamak ister misin?

Ö3: İlk beş adımda oluşan kare sayılarını yan yana yazdım ve aralarındaki artış miktarına baktım. Artışlar 1, 4, 9, 16, 25 biçiminde oluyordu. Bu sayılar aklıma tam kare sayıları getirdi. Sonrasında n. adımda oluşacak toplam kare sayılarının $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$ formülü ile hesaplanabileceğini buldum.

Araştırmacı: Önceden böyle bir soru çözmüş müydün?

Ö3: Bu tarz bir soru çözmedim. Ancak sosyal medyada bu tarz sorular görmüştüm.

Araştırmacı: Nasıl bir soruydu? Hatırlıyor musun?

Ö3: Evet. 6x6'lık birim karelerden oluşmuş bir şekilde kaç tane kare vardır şeklinde sorular var sosyal medyada. Herkes cevabına 6, 7 falan yazıyordu. (Öğrenci gülümsüyor.)

Araştırmacı: Demek ki o kişiler matematiksel düşünememişler. (Araştırmacı gülüyor.)

Yukarıda verilen diyalog incelendiğinde Ö3, toplam kare sayısı ile ilgili ispat içeren bir soruyla daha önceden karşılaşmadığını ancak sosyal medyada 6x6'lık birim karelerden oluşan şekildeki toplam kare sayısını bulmaya yönelik soruların mevcut olduğunu ifade etmiştir.

Etkinliğin ispat bölümünde ise tüm öğrencilerin zorlandığı ve ispat yapabilen öğrencilerin de en alt düzeylerde ispat gerçekleştirdiği gözlenmiştir. Etkinlik sonrası Ö7 ile araştırmacı arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir:

Araştırmacı: Etkinliğin son sorusunda bulduğun ilişkiyi nasıl ispatladın?

Ö7: Karenin bir kenarındaki birim kare sayısı arttıkça toplam kare sayısı bir önceki adım sayısının karesi şeklinde artıyordu.

Araştırmacı: Söylediklerini biraz daha açıklar mısın?

Ö7: Şöyle ki, 4x4'lük birim karelerden oluşan şekildeki toplam kare sayısı 3x3'lük birim karelerden oluşan şekildeki toplam kare sayısından $4-4=16$ fazla olacaktır. Bende 6x6'lık birim karelerden oluşan bir şekil çizdim ve önce sayma yoluyla toplam kare sayısını buldum. Sonrasında ise belirlediğim yöntemle hesapladım sonuç aynı çıktı. Bu yüzden bulduğum ilişki doğru diyebilirim.

Araştırmacı: Peki bulduğun bu ilişki tüm durumlar için geçerli midir? Mesela şöyle düşün. $2+2$ 'nin sonucu ile 2.2 'nin sonucu 4'tür ve birbirine eşittir. Bu durumun diğer sayılar için de doğru olduğu anlamına gelir mi? Mesela 13×13 ile $13+13$ işlemlerinin sonuçları aynı mıdır?

Ö7: Hayır. Bu sadece 2 için özel bir durum diyebiliriz.

Araştırmacı: Güzel söyledin. Özel bir durum. Peki, 6x6'lık birim karelerden oluşan şekildeki kare sayılarının sayma yoluyla ve formülle hesaplandığında aynı gelmesi de bunun gibi özel bir durum olamaz mı? Belki 7x7 için veya 13×13 için sağlamayacak. Bunun doğruluğunu nasıl sağlayabiliriz.

Ö7: Hmm... Anladım. Ama bunu nasıl sağlayacağım hakkında bir fikrim yok.

Yukarıda verilen diyalog incelendiğinde Ö7, toplam kare sayısı ile ilgili varsayımını ispatlarken 6x6'lık birim karelerden oluşan şekli incelemiş ve bulduğu ilişkiyi bu şekil üzerinde uygulamıştır. Etkinlik sonunda ise araştırmacı ile arasında geçen diyalogdan sonra yaptığı çözümün ispat için yeterli olmayacağını fark etmiştir.

Yapılan etkinlik genel olarak değerlendirildiğinde araştırmacı, satranç tahtası ile sınıfa girerek öğrencilerin dikkatini çekmeyi başarmıştır. Sonrasında öğrencilerden gelen yoğun istek üzerine okulun satranç takımları ile sınıfa bir ders boyunca satranç maçı yaptırmıştır. Öğrencilerin oldukça mutlu olduğunu gözlemleyen araştırmacı bir sonraki derste öğrencilere satranç ile ilgili tarihsel bilgiler vermiş ve çalışmayı ertesi gün yapmaya karar vermiştir. Araştırmacı, ertesi gün çalışma yapraklarını sınıfa dağıtarak etkinliği başlatmıştır. Etkinlik süresince araştırmacı, öğrencilerin arasında dolaşarak etkinlikteki anlaşılmayan kısımlarda öğrencilere yol gösterici bir görev üstlenmiştir. Bu sırada araştırmacı etkinlik sürecinde yaşananları not almıştır. Bu esnada bazı öğrencilerin kareleri sayarken en dıştaki büyük kareyi hesaba katmadığı, bazı öğrencilerin ise kareleri sayarken 1x1'lik kareleri unuttuğu görülmüş ve araştırmacı tarafından gerekli uyarılar yapılmıştır. Ayrıca birkaç öğrencinin kareleri sayarken düzensiz bir biçimde saydığı gözlenmiş ve araştırmacı, öğrencilere kareleri sistematik biçimde saymalarının karışıklığa sebebiyet vermeyeceğini ifade etmiştir. Etkinliğin özelleştirme bileşeni ile ilgili birinci sorusunu sınıftaki öğrencilerin yarısının doğru çözdüğü görülmüş, bazı öğrencilerin ise genelleme ve varsayımında bulunma bileşenlerine ait sorularda zorlandığı gözlenmiştir. İspat bileşenine ait soruda ise öğrencilerin genelde en alt düzey olan ispat türünü çözümlerine aktardığı belirlenmiştir. Araştırmacının etkinlik süresince öğrenci-öğrenci etkileşimine yönelik aşağıdaki alan notlarını yazmıştır:

“Bazı öğrenciler birbirleriyle iletişim kurmaktan kaçınmıştır. Birbirlerine soru sormaktan çekinen öğrenciler olduğu gözlenmiştir...”

Araştırmacının alan notları incelendiğinde, bazı öğrencilerin sınıf içerisinde birbirleriyle iletişim kurmaktan kaçındığı görülmüştür. Araştırmacı, bu öğrencilerin

birbiriyle etkileşimlerini artırmak amacıyla etkinlikte bazı planlamalar yapmıştır. Araştırmacı, “Satranç Tahtası” etkinliğinde birbiriyle çok iletişimi olmayan öğrencileri karşılıklı oynatmış ve bu sayede öğrencilerin etkileşimlerini artırmıştır.

Görüldüğü gibi araştırmacı; “öğrencilerin MD’lerinin gelişimini sağlamak, matematiği günlük yaşamla ilişkilendirmek, dersi zevkli hale getirmek, öğrencilere matematik dersini sevdirmek, derse dikkat çekmek, merak uyandırmak, öğrencilere rehberlik yapmak, farklı öğretim teknikleri kullanmak” amaçlarıyla dersinde “Satranç Tahtası” etkinliğini kullanmıştır. Araştırmacı bu uygulama ile öğrencilere; “matematiksel düşünmek, özelleştirme yapmak, genelleme yapmak, varsayımda bulunmak, ispat yapmak, araştırma yapmak, yorum yapmak, derse etkin katılmak ve problem çözmek” rolleri yüklemiştir.

Etkinlik sonrası yapılan ayaküstü görüşmede öğrenciler, “Satranç Tahtası” etkinliğinde çok eğlendiklerini ve etkinliği zevk alarak yaptıklarını ifade etmişlerdir. Ayrıca satranç oynamanın MD’yi geliştirebileceğini ve matematik için önemli bir yere sahip olduğunu söylemişlerdir. Bazı öğrenciler ise etkinlikteki kare sayılarını hesaplarken sistematik bir yol izlemediklerinden zorlandıklarını belirtmişlerdir. Bununla beraber bazı öğrenciler örüntünün kuralı ile ilgili yaptıkları çözümün doğruluğundan emin olmadıklarını ifade etmişlerdir. Ayrıca bazı öğrenciler ispat bölümündeki soruları boş bıraktıklarını açıklamışlardır. Bu bağlamda öğrencilerin MD’yi davranış haline getirme, MD’ye değer verme, MD’de problem çözmenin önemi, MD’nin özgüvene olumlu etkisi ve MD’de ispatın önemi boyutuna yönelik görüşlerinin olumlu olduğu görülmüştür.

4.1.7. Restorana Gidelim Etkinliğinde Yaşananlar

Haziran ayında yapılacak LGS öncesi çoğu öğrencinin sınav stresi yaşadığını, karamsar olduğunu gözlemleyen araştırmacı; öğrencilerin özgüvenlerini yerine getirmek, onlara moral vermek ve bir nebze olsun sınav stresini öğrencilere

unutturmak amacıyla kolay bir etkinlik olan “Restorana Gidelim” isimli etkinliği yapmaya karar vermiştir. Yapılacak etkinlik öncesi araştırmacı, okul idaresinden gerekli izinlerin alınması neticesinde öğrencileri sınıf ortamından uzaklaştırarak okulun yemekhanesine götürmeye karar vermiştir. Araştırmacı ile öğrenciler arasında geöen diyalog aşağıda verilmiştir:

Araştırmacı: Çocuklar toplanın bakalım. Yemekhaneye gidiyoruz.

Ö11: Öğretmenim daha öğle yemeğine 2 ders saati var.

Araştırmacı: Çocuklar yemek yemeye gitmiyoruz. Herkes öantasını bıraksın. Sadece kalemlerinizi ve silginizi almanız yeterlidir.

Ö13: Öğretmenim ne yapacağız yemekhanede?

Araştırmacı: Çocuklar bugün yine bir etkinlik yapacağız. Yapacağımız etkinliğin adı “Restorana gidelim.” Bu etkinlikte masalar ve sandalyelerle oluşturulmuş düzende masa sayısı ile sandalye sayısı arasındaki ilişkiyi bulmaya öalışacağız.

Yukarıdaki diyalogdan sonra araştırmacı, sınıftaki öğrencilerle birlikte okulun yan tarafında bulunan yemekhaneye gitmiştir. Yemekhanede tüm öğrencilerin görebileceği biçimde yerleşim planı yapan araştırmacı, sonrasında etkinliği uygulamalı olarak öğrencilere anlatmaya başlamıştır.

Araştırmacı öncelikle yemekhanedeki bir masayı almış ve masanın 4 tarafına birer sandalye yerleştirmiştir. Sonrasında masa sayısını artırmak koşuluyla masaları uç uca getirmiş ve yanlarına da sandalyeler koyarak öğrencilerin masa sayısı ile sandalye sayısı arasındaki ilişkiyi yaparak-yaşayarak öğrenmelerini sağlamaya öalışmıştır.



şekil 4.8. Okulun yemekhanesinde yapılan etkinlikten görüntüler

Araştırmacı, öğrencilerin yapılacak etkinliğe hazır olduğunu hissettikten sonra yemekhanedeki masaları eski konumuna getirmiş ve öğrencilere çalışma yapraklarını dağıtarak etkinliği başlatmıştır.

Yapılan bu etkinlikte öğrencilerden üçüncü ve dördüncü adımlardaki masa ve sandalye sayılarını bulmaları, masa sayıları ile sandalye sayılarının oluşturduğu örüntüyü inceleyip genelleme yapmaları beklenmektedir. Ayrıca öğrencilerden, buldukları sonuçlar hakkında tahminde bulunmaları, buldukları formülü ispatlamaları istenmektedir.

Etkinlik süresince öğrencileri gözlemleyen araştırmacı, süreçte yaşananlar ile ilgili notlar tutmuştur. Araştırmacının etkinlik süresince özelleştirme bileşenine yönelik alan notları aşağıda verilmiştir:

“Öğrenciler özelleştirme bileşenine ait soruyu hızlı çözmüşlerdir. Bir öğrenci özelleştirme bileşenindeki soruda sistematik bir çözüm yolu geliştirmiştir...”

Araştırmacının tuttuğu alan notlarına göz atıldığında, öğrencilerin özelleştirme bileşeni ile ilgili soruda oldukça hızlı davrandıkları ve kısa süre içinde bu bölümü tamamladıkları görülmüştür. Etkinlik sonrasında MD'nin özelleştirme bileşeni ile ilgili sorusunda sistematik çözüm yolu izleyen Ö8 ile araştırmacı arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir:

Araştırmacı: Üçüncü ve dördüncü aşamadaki masa ve sandalye sayılarını bulduktan sonra diğer soruya geçmedin. Çözüme ilave işlemler ekledin? Orada ne yapmak istedin? Biraz anlatmak ister misin?

Ö8: Masa sayılarının 1 arttığını, sandalye sayılarının ise 2 arttığını gösterdim.

Araştırmacı: Neden böyle bir şeye ihtiyaç duydun?

Ö8: Etkinliğin başında uygulama yaparken dikkatimi çekti. Bir kişi yeni bir masayı taşıyıp masaları uç uca eklediğinde diğer iki kişi de sandalye getiriyordu. Yani her 1 adet masaya karşılık 2 adet sandalye ekleniyordu. Bunu unutmamak için çözümde artışları gösterdim. Bu durum da örüntünün kuralını bulmamda kolaylık sağladı.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde Ö8, özelleştirme ile ilgili soruda uygulama esnasında fark ettiği durumu çözümünde göstermiş ve verilmeyen aşamalardaki sandalye sayılarını bulduktan sonra sandalye sayıların arasındaki artış miktarını belirtmiştir. Ayrıca Ö8'in çözümünü bu şekilde gerçekleştirmesi, masa sayısı ile sandalye sayısı arasındaki ilişkiyi bulmada kendisine kolaylık sağladığını ifade etmiştir.

Etkinliğin genelleme ve varsayımda bulunma bileşenleri ile ilgili sorularında öğrencilerin diğer etkinliklerdeki aynı bölümlere oranla daha hızlı olduğu ve çözümü tamamladığı görülmüştür. Etkinlik sonrası Ö14 ile araştırmacı arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir:

Araştırmacı: Masa sayısı ile sandalye sayısı arasındaki ilişkiyi nasıl buldun? Açıklar mısın?

Ö14: Masa sayısı ve sandalye sayısı ile ilgili bir tablo yaptım. Sonra aralarındaki artış miktarını belirledim ve kuralı buldum.

Araştırmacı: Hatırladığım kadarıyla sen bundan önceki etkinliklerde genelde etkinliği en son bitiren 4-5 öğrenciden biriydin. Ancak bu etkinlikte ise biraz daha hızlıydın. Bu durum ile ilgili düşüncen nedir?

Ö14: (Öğrenci gülüyor.). Hiç farkında değilim. Ama bu etkinliği erken bitirmemin sebebi, örüntüler arasındaki ilişkileri daha kolay bulabilmem olabilir. İlk etkinliklerde kuralı bulurken zorlanıyordum. Ancak şu an kendimi iyi hissediyorum.

Araştırmacı: Peki masa ve sandalye sayısı arasındaki ilişkiye ait varsayımını nasıl ifade edersin?

Ö14: Kuralda da belirttiğim gibi masa sayısı 1 arttıkça sandalye sayısı da hep iki artacak.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde Ö14, bundan önceki etkinliklerde genellikle sona kaldığının farkında olmadığını ifade etmiş, “Restorana gidelim” isimli etkinlikte ise masa sayısı ile sandalye sayısı arasındaki ilişkiyi kolaylıkla bulabildiğini ve bu sayede erken bitirebildiğini belirtmiştir. Masa sayısı ve sandalye sayısı arasındaki ilişkiye ait varsayımını ise masa sayısına bağlı olarak her seferinde 2 artacağını söyleyerek açıklamıştır.

Etkinliğin ispat ile ilgili bölümü ise öğrencilerin tüm etkinliklerde olduğu gibi en fazla zaman ayırdığı, çözüm üzerinde düşüncelerin daha fazla gerçekleştiği bölüm olarak göze çarpmıştır. Yapılan etkinlik kolay olmasına rağmen öğrencilerin ispat bölümünde diğer bölümlere oranla daha fazla zorlandığı gözlenmiştir. Araştırmacının süreç boyunca tuttuğu alan notlarından birinde Ö4'ün ispat bölümünde masa ve sandalye çizerek ispatını farklı yollarla göstermeye çalıştığı görülmüş ve etkinlik sonrası Ö4 ile araştırmacı arasında aşağıda verilen diyalog yaşanmıştır:

Araştırmacı: “Restorana Gidelim” isimli etkinliğin ispat bölümünde ne yapmak istedin? Açıklar mısın?

Ö4: Tabi ki. Önceki sorularda masa sayısı ile sandalye sayıları arasındaki ilişkiyi buldum ve masa sayısı 1 artınca sandalye sayısının da 2 artacağını gördüm. İspat bölümünde ise k. adımdaki masa ve sandalye düzenini çizdim. Çizimimi şu şekilde yaptım. (Öğrenci, eline kağıt, kalem alıyor ve çizmeye başlıyor.) İlk iki masayı çizdim sonra araya noktalar koydum ve son iki masayı çizdim. Sonrasında bir sonraki yani $(k+1)$. adımdaki masa ve sandalye düzenini çizmeye çalıştım. Orada ise k. adımda çizdiğim masa ve sandalye düzenine bir tane masanın nasıl eklenmesi gerektiği ile ilgili çizimimi gösterdim. Bu şekilde her bir masa eklendiğinde sandalye sayısının da 2 artacağını göstermiş oldum.

Araştırmacı: Farklı ve güzel bir çözüm yolu düşünmüşsün. Aferin.

Ö4: Teşekkür ederim öğretmenim.

Yukarıda verilen diyalog incelendiğinde Ö4, ispat bölümünde masa sayısının 1 arttığında sandalye sayısının da 2 artacağını şekil yardımıyla göstermeye çalışarak farklı bir ispat yolu denediğini açıklamıştır.

Yapılan etkinlik genel olarak değerlendirildiğinde araştırmacı, öğrencileri sınıf ortamından biraz olsun uzaklaştırarak öğrencilerin daha rahat olmalarını, yapılacak etkinlik öncesi öğrencilerin motivasyonunu arttırmalarını sağlamayı amaçlamıştır. Bu sebeple gerekli izinlerin alınması sonucu öğrencileri okulun yemekhanesine götürmüştür. Araştırmacı, öğrencilerin ilgisini çeken etkinlik ile ilgili gerekli bilgilendirmeleri yapmış ve yemekhanedeki masa ve sandalyelerin nasıl düzenlenmesi gerektiği hususunda birkaç öğrenciyi görevlendirmiştir. Uygulama sonrası masa ve sandalyeler eski konumuna getirilmiş, “Restorana Gidelim” isimli çalışma yaprağı

öğrencilere dağıtılmış ve etkinlik başlatılmıştır. Etkinlik esnasında araştırmacı, öğrencilerin arasında dolaşarak anlaşılmayan kısımlarda öğrencilere yol gösterici bir görev üstlenmiştir ve etkinlik sürecinde yaşananları not almıştır. Alınan notlar incelendiğinde öğrencilerin yapılan etkinlikte çok zorlanmadığı, diğer etkinliklere nazaran öğrencilerin daha doğru cevaplar verdiği gözlenmiştir. Etkinliğin özelleştirme bileşeni ile ilgili birinci sorusuna öğrencilerin tamamına yakınının doğru cevap verdiği ve özelleştirme bileşeninin öğrenciler tarafından diğer bileşenlere göre daha erken tamamlandığı görülmüştür. Bu etkinlikte öğrencilerin genelleme ve varsayımda bulunma bileşenlerine ait sorularda iyi performans sergiledikleri ve soruları çözebildikleri, ispat bileşenine ait soruda ise öğrencilerin genelinin zorlandığı gözlenmiştir. “Restorana Gidelim” etkinliğinin okulun yemekhanesinde yapılması ve etkinliğin somut örneklerle basitleştirilmesi öğrencilerin etkinliği daha kolay kavramasını ve öğrenci-öğrenci etkileşimine olumlu katkı sağlamıştır.

Görüldüğü gibi araştırmacı; “öğrencilerin MD’lerinin gelişmesini sağlamak, matematiği günlük yaşamla ilişkilendirmek, dersi zevkli hale getirmek, yaparak yaşayarak öğrenmek, derse dikkat çekmek, merak uyandırmak, öğrencilere özgüven kazandırmak, öğrencilere rehberlik yapmak, farklı öğretim teknikleri kullanmak, öğrencileri araştırmaya yönlendirmek” amaçlarıyla dersinde “Restorana Gidelim” etkinliğini kullanmıştır. Araştırmacı bu uygulama ile öğrencilere; “matematiksel düşünmek, özelleştirme yapmak, genelleme yapmak, varsayımda bulunmak, ispat yapmak, araştırma yapmak, yorum yapmak, derse etkin katılmak ve problem çözmek” rolleri yüklemiştir.

Etkinlik sonrası ayaküstü yapılan görüşmede öğrenciler, “Restorana Gidelim” isimli etkinliğin eğlenceli olduğunu kısa bir süre de olsa sınıftan uzaklaşmanın, farklı bir ortamda bulunmalarının kendilerini rahatlattığını söylemişlerdir. Bazı öğrenciler “Restorana Gidelim” etkinliğinin araştırmacı tarafından yapılan son etkinlik olmasına oldukça üzüldüklerini, liseye geçtiklerinde böyle bir uygulama ile belki karşılaşmayacaklarını ifade etmişlerdir. Birkaç öğrenci ise “Restorana Gidelim” isimli etkinliğin “Hanoi Kulesi”, “Bayramlaşma” ve “Satranç Tahtası” etkinliklerine göre

daha kolay olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca öğrenciler yaptıkları uygulama sayesinde özelleştirme ile ilgili soruyu hızlı biçimde algılayabildiklerini, bu sayede genelleme ve varsayımda bulunma bileşenlerinde pek zorlanmadıklarını açıklamışlardır. Ancak ispat bölümünde tam olarak ne yapmaları gerektiği ile ilgili bilgi sahibi olmadıkları için gerçekleştirdikleri çözümlerin doğruluğu hakkında emin olmadıklarını söylemişlerdir. Bununla beraber ispat bölümlerinde oldukça zorlanan öğrencilerin ispatın önemli olduğunu, ispat yapabilmeyi istediklerini ifade etmişlerdir. Bu bağlamda öğrencilerin MD'yi davranış haline getirme, MD'ye değer verme, MD'nin özgüvene olumlu etkisi, MD'de problem çözmenin önemi ve MD'de ispatın önemi boyutuna yönelik görüşlerinin olumlu olduğu görülmüştür.

4.2. MD Etkinlikleriyle Zenginleştirilmiş Çalışma Yapraklarından Elde Edilen Bulgular

Öğrencilerin tamamına uygulanan çalışma yaprakları, araştırmacı tarafından tek tek incelenmiş ve aynı soruya ait çözümler bir araya getirilerek analiz için hazırlanmıştır. İncelenen bütün çalışma yapraklarını aktarmak mümkün olmadığından sadece bir öğrencinin cevabı örnek olarak sunulmuştur. Yapılan analizde öğrencilerin çözümlerinin doğruluğu veya yanlışlığı incelenmemiş olup sadece yapılan çözümler belirlenen ölçütlere göre irdelenmiş ve analiz gerçekleştirilmiştir.

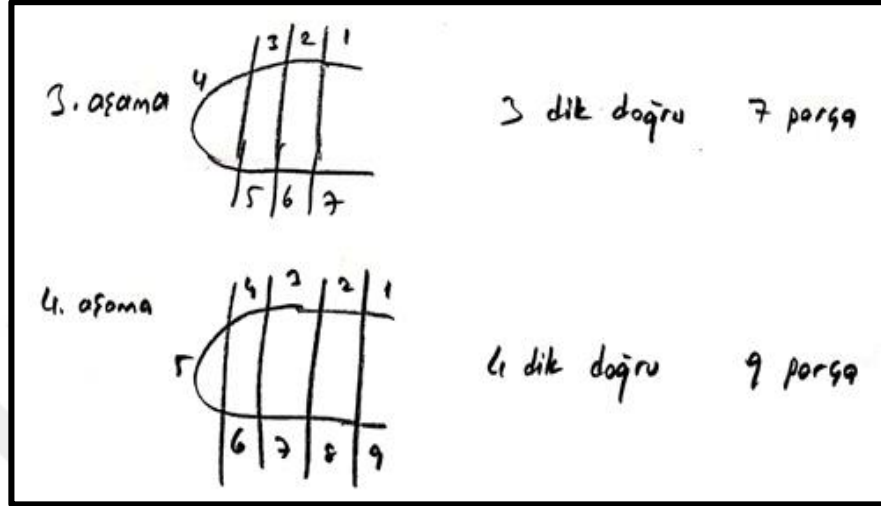
4.2.1. İpi Parçalara Bölme Etkinliğine İlişkin Bulgular

“İpi Parçalara Bölme” etkinliğinin MD'nin bileşenlerine göre değerlendirilmesinden elde edilen bulgular aşağıda sunulmuştur:

4.2.1.1. Özelleştirme Bileşenine Ait Bulgular

“İpi Parçalara Bölme” etkinliğinde özelleştirme türlerine ait iki örnek belirlenmiştir. Bu özelleştirme türlerine ait örnekler aşağıda sunulmuştur:

Yapılan etkinlikte çalışmaya katılan 26 öğrenciden 20'sinin çözümü, “Yeterli Özelleştirme” kapsamında değerlendirilmiştir. “Yeterli Özelleştirme” kapsamında değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.9.'da gösterilmiştir:



Şekil 4.9. Ö10'un “İpi Parçalara Bölme” etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt

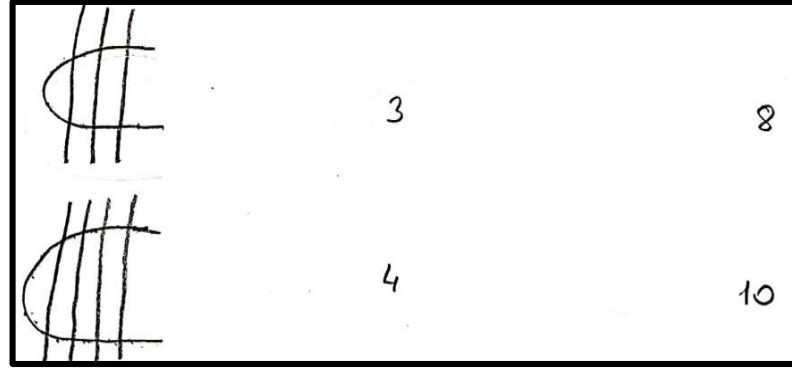
Etkinlik sonrası Ö10 ile araştırmacı arasında Ö10'un özelleştirme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö10: C şeklinde bir ip çizdim ve önce 3 tane sonra 4 tane dik doğruyla kesiştirdim ve oluşan parçaları sayarak üzerine yazdım yanlış yapmayayım diye.

Ö10'un verdiği cevap incelendiğinde, üçüncü ve dördüncü adımda boş bırakılan bölümdeki ip kesimlerini doğru çizdiği ve ipi kesme işleminin sonucunda elde edilen parçaları üzerine yazarak doğru saydığı tespit edilmiştir. Dolayısıyla Ö10'un soruda verilen ve istenen bilgileri anladığı, yani “Yeterli Özelleştirme” yaptığı görülmüştür.

26 öğrenciden 6'sının çözümü ise “Hatalı Özelleştirme” kapsamında değerlendirilmiştir. “Hatalı Özelleştirme” kapsamında değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.10.'da gösterilmiştir:



Şekil 4.10. Ö23'ün "İpi Parçalara Bölme" etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö23 ile araştırmacı arasında Ö23'ün özelleştirme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: İlk soruda ne düşündün? Açıklar mısın?

Ö23: Mesela bir tahtayı 1 kez kestiğimizde 2 parça, 2 kez kestiğimizde 3 parça, 3 kez kesersek 4 parça oluşuyor. Burada da bir ipi 3 kez kestiğimizde 4 parça oluşur. Ancak ipi üst üste katlayacak biçimde (Öğrenci eliyle C şekli yapıyor.) kesersek 4 üst kısımdan 4 alt kısımdan olmak üzere toplam 8 parça elde edilir. Aynı işlemi 4 kez kestiğimizde de yaptığımızda 5 parça yukarıdan 5 parça ise aşağıdan olmak üzere toplam 10 parça elde edilmektedir.

Ö23'ün çözümü incelendiğinde soruda istenen şekilleri doğru bir şekilde çizdiği ancak oluşan parça sayılarını yanlış hesapladığı gözlemlenmiştir. Dolayısıyla Ö23'ün çözümü "Hatalı Özelleştirme" kapsamında değerlendirilebilir.

"İpi Parçalara Bölme" isimli çalışma yaprağının özelleştirme bileşenine ait bulguları Tablo 4.2.'de gösterilmiştir:

Tablo 4.2. "Parçalara Bölme" etkinliğinde kullanılan özelleştirme türleri

Özelleştirme Türleri	f
Yeterli Özelleştirme	20
Hatalı Özelleştirme	6
Kısmi Özelleştirme	0

Tablo 4.2. incelendiğinde 20 öğrenci tarafından etkinliğin birinci sorusunda verilen ve istenen bilgilerin anlaşıldığı, C şeklindeki ipin doğru bir şekilde kesilip elde edilen parça sayılarının doğru hesaplandığı, dolayısıyla “Yeterli özelleştirme” yapıldığı gözlemlenmiştir. Altı öğrencinin ise oluşan parça sayılarını yanlış saydığı yani “Hatalı Özelleştirme” yaptığı görülmüştür.

4.2.1.2. Genelleme Bileşenine Ait Bulgular

“İpi Parçalara Bölelim” etkinliğinde üç genelleme türüne ait örneklerle karşılaşmıştır. Bu genelleme türlerine ait örnekler aşağıda sunulmuştur:

Yapılan etkinlikte çalışmaya katılan 26 öğrenciden 15’inin çözümü “Sembolik Genelleme” kapsamında değerlendirilmiştir. “Sembolik Genelleme” kapsamında değerlendirilen çalışma yapraklarından birine ait örnek Şekil 4.11.’de gösterilmiştir:

Kesim sayısı	parça sayısı
1	3 →
2	5 → 3+2 → 3+2.1
3	7 → 3+2+2 → 3+2.2
4	9 → 3+2+2+2 → 3+2.3
...	
n	3+(n-1).2

Şekil 4.11. Ö12’nin “İpi Parçalara Bölelim” etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt

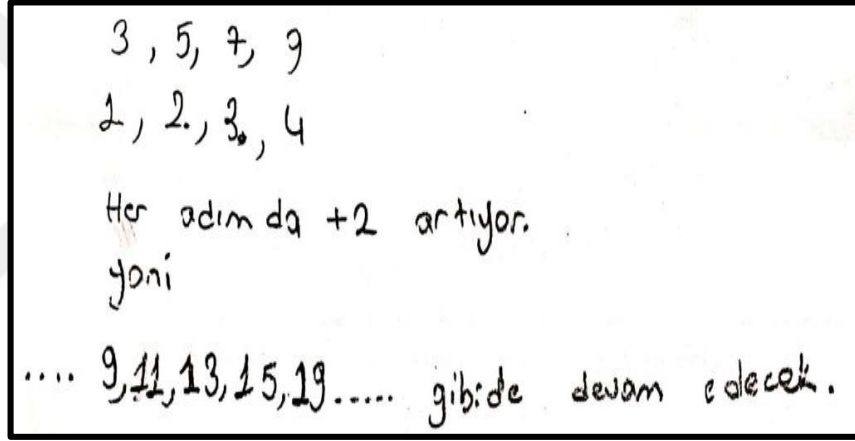
Etkinlik sonrası Ö12 ile araştırmacı arasında Ö12’nin genelleme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Genelleme aşamasında ne düşündün?

Ö12: Adım sayıları ile parça sayılarını yazdım. Sonrasında parça sayılarını bir önceki adımda elde edilen parça sayısının üzerine ekledim. Yani 1. adımda 3, 2. adımda 3+2, 3. adımda 3+2+2 biçiminde yazdım. Burada parça sayısının ilk duruma göre adım sayısının 1 eksiği kadar 2 olacak biçimde arttığını gördüm ve kuralı $3+2(n-1)$ şeklinde yazdım.

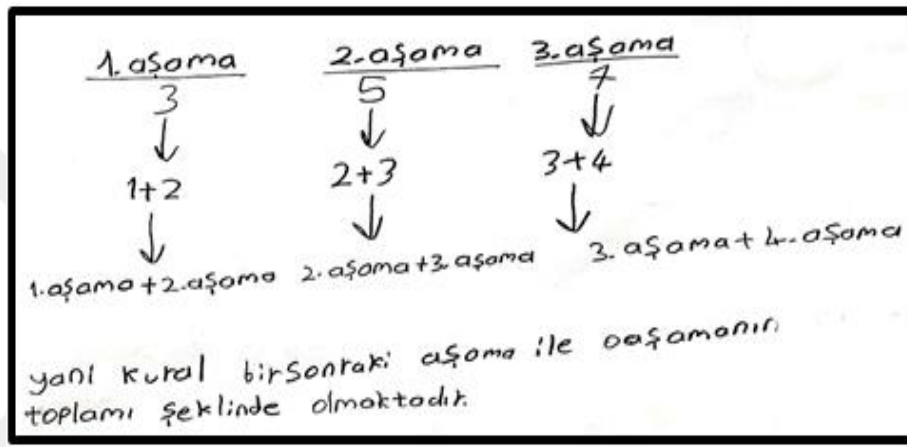
Ö12'nin "İpi Parçalara Bölelim" etkinliğinin genelleme bileşeni ile ilgili ikinci sorusuna verdiği yanıt incelendiğinde parça sayısını bir önceki adımda elde edilen parça sayısına 2 ekleyerek elde etmeye çalıştığı görülmüştür. Sonrasında ise n. adımda başlangıçtaki parça sayısına kaç defa 2 eklenmesi gerektiğini cebirsel olarak ifade etmiştir. Dolayısıyla Ö12'nin yaptığı genelleme "Sembolik Genelleme" bağlamında değerlendirilebilir.

Etkinlikte dokuz öğrencinin çözümü "Aritmetik Genelleme" kapsamında değerlendirilmiştir. "Aritmetik Genelleme" kapsamında değerlendirilen çalışma yapraklarından birine ait örnek Şekil 4.12.'de verilmiştir:



arasındaki farkın sabit olduğunu belirtip “Her adımda +2 artıyor” biçiminde ifade ettiği anlaşılmaktadır. Buradan hareketle yapılan çözüm “Aritmetik Genelleme” olarak değerlendirilebilir.

Yapılan etkinlikte 2 öğrencinin çözümü “Bağlamsal Genelleme” kapsamında değerlendirilmiştir. 2 öğrencinin yaptığı çözümlerde “Bağlamsal Genelleme” kapsamında değerlendirilen çalışmalardan birine ait örnek Şekil 4.13.’te gösterilmiştir:



Şekil 4.13. Ö24’ün “İpi Parçalara Bölelim” etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö24 ile araştırmacı arasında Ö24’ün genelleme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: İkinci soruyu nasıl çözdün? Anlatır mısın?

Ö24: Önce her bir aşamada oluşan parçaları saydım ve not ettim. Sonra sayıları incelediğimde hep o aşama ile bir sonraki aşamanın toplamı şeklinde ilerliyordu. Mesela 3. aşamadaki parça sayısı 3. aşama + 4. aşama biçiminde oluşuyordu.

Ö24’ün verdiği yanıt incelendiğinde oluşan parça sayılarını belirtmiş ve sonrasında “O aşama ile sonraki aşamanın toplamı olarak ilerliyordu” biçiminde çözümünü ifade etmiştir. Ö24’ün oluşan parça sayılarını genelleme yaparken bir önceki aşama ve bir sonraki aşama kavramlarını kullanarak örüntüyü ifade etmeye çalıştığından Bağlamsal Genelleme yaptığı söylenebilir.

“İpi Parçalara Bölelim” isimli çalışma yaprağının genelleme bileşenine ait bulguları, Tablo 4.3.’te gösterilmiştir:

Tablo 4.3. “İpi Parçalara Bölelim” etkinliğinde kullanılan genelleme türleri

Genelleme Türleri	f
Sembolik Genelleme	15
Aritmetik Genelleme	9
Bağlamsal Genelleme	2
Olgusal Genelleme	0

Tablo 4.3. incelendiğinde öğrencilerin genelleme bileşenindeki çözümlerinde cebirsel ifadeleri kullanmaya yöneldiği görülmektedir. Sonuç olarak 15 öğrencinin sembolik genelleme, 9 öğrencinin aritmetik genelleme ve 2 öğrenci ise bağlamsal genelleme türlerine çözümlerinde yer verdiği anlaşılmaktadır:

4.2.1.3. Varsayımda Bulunma Bileşenine Ait Bulgular

“İpi Parçalara Bölelim” etkinliğinde üç varsayımda bulunma türüne ait örnekler karşılaşılmıştır. Bu genelleme türlerine ait örnekler aşağıda sunulmuştur.

Yapılan etkinlikte çalışmaya katılan 26 öğrenciden 12’sinin çözümü “Sözel ve Matematiksel Varsayım” kapsamında değerlendirilmiştir. “Sözel ve Matematiksel Varsayım” kapsamında değerlendirilen çalışma yapraklarından birine ait örnek Şekil 4.14.’te gösterilmiştir:

Ağım Sı.	Parça Sı.	
1. ağım	3	} 2
2. ağım	5	
3. ağım	7	
$n = \text{ağım sayısı}$		
2-2 artışı için kuralımız $2n, n$ ağım sayısı olduğu için n ’nin yerine 1’i koyduğumuzda $2, 1=2$ olur. Birinci ağımda parça sayısı 3 olduğu için $+1$ ekliyoruz, kuralımız $2n+1$ oluyor.		

Şekil 4.14. Ö7’nin “İpi Parçalara Bölelim” etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt

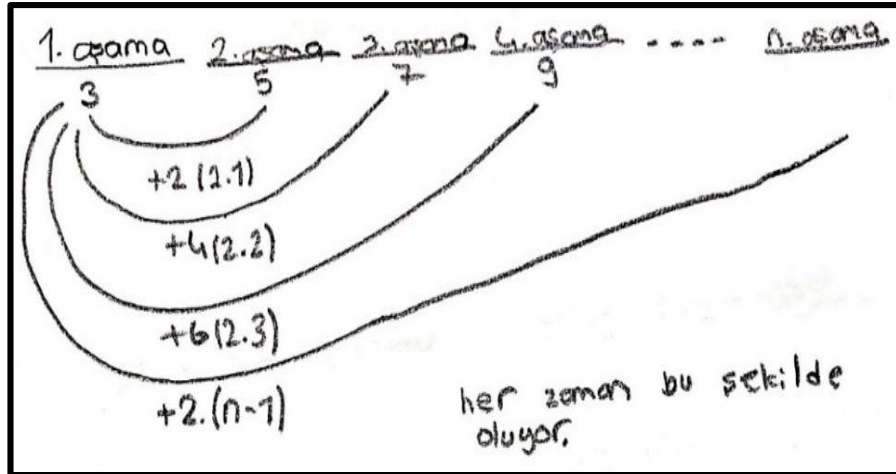
Etkinlik sonrası Ö7 ile araştırmacı arasında Ö7'nin varsayımda bulunma bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün? Anlatır mısın?

Ö7: Parça sayılarının iki arttığını fark ettim. Yani adım sayısını 2 ile çarpmam gerektiğini anladım. Sonra 1. adımda 3 olması için 1 ilave edileceğini düşündüm ve çözümü tamamladım.

Ö7'nin etkinliğin üçüncü sorusuna verdiği yanıt incelendiğinde adım sayısı ile parça sayısını tablo yardımıyla gösterdiği ve adımlar arasındaki artış miktarını belirlediği anlaşılmaktadır. Ayrıca Ö7'nin oluşacak parça sayılarını sözel olarak çözümüne aktardığı ve elde ettiği formülü matematiksel olarak ifade ettiği görülmüştür. Dolayısıyla Ö7'nin çözümü sözel ve matematiksel varsayım olarak değerlendirilmiştir.

Dokuz öğrencinin çözümü ise “Matematiksel Varsayım” olarak değerlendirilmiştir. Bu kapsamda değerlendirilen çalışma yapraklarından birine ait örnek Şekil 4.15.’te gösterilmiştir:



Şekil 4.15. Ö16'nın “İpi Parçalara Bölme” etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö16 ile araştırmacı arasında Ö16'nın varsayımda bulunma bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu sorudaki varsayımını nasıl ifade ettin? Anlatır mısın?

Ö16: Birinci aşamadan itibaren aşamalar arasında hep 2, 4, 6, 8 biçiminde artış olmaktadır. Yani hep 2'nin katı biçiminde artmaktadır. Mesela 4. aşamadaki parça sayısı, ilk aşamadaki parça sayısının $2(4-1)$ fazlası olacak biçimde artmıştır. Bundan dolayı n. aşamada da ilk aşamadaki parça sayısından $2(n-1)$ fazlası olacak biçimde artacaktır.

Ö16 cevabında, her bir kesimde kaç parça oluştuğunu gösterip ilk aşamadaki parça sayısını temel alarak diğer aşamalardaki parça sayılarını elde etme yoluna gittiği gözlenmiştir. Buradan hareketle n. aşamadaki parça sayısını elde etmek için ilk aşamadaki parça sayısına $2(n-1)$ ekleneceğini ifade etmiştir. Sonuç olarak Ö16'nın çözümü, matematiksel varsayım olarak değerlendirilmiştir.

Yapılan etkinlikte 5 öğrencinin çözümü ise “Sözel Varsayım” olarak değerlendirilmiştir. Bu kapsamda değerlendirilen çalışma yapraklarından birine ait örnek Şekil 4.16.'da gösterilmiştir:



Şekil 4.16. Ö6'nın “İpi Parçalara Bölme” etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö6 ile araştırmacı arasında Ö6'nın varsayımda bulunma bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö6: Kesim sayısı ile oluşan parça sayıları arasındaki ilişkiyi inceledim ve parça sayıları arasındaki artışın hep 2 olduğunu gördüm. Şekil ile bunu gösterdim her kesim oluştuğunda sağ tarafa 2 fazladan parça oluştuğunu gösterdim.

Ö6’ün üçüncü soruya verdiği yanıt incelendiğinde her bir kesimde 2 parçanın artacağını ifade etmiştir. Sonrasında C şeklinde bir ip modeli çizip kesim yapıldığında her seferinde 2 parça artacağını görselleştirmiştir. Ö6 yaptığı çözümde cebirsel ifadeye yer vermediğinden çözümü sözel varsayım olarak değerlendirilmiştir.

“İpi Parçalara Bölelim” isimli çalışma yaprağının varsayımda bulunma bileşenine ait bulguları Tablo 4.4.’te gösterilmiştir:

Tablo 4.4. “İpi Parçalara Bölelim” etkinliğinde kullanılan varsayımda bulunma türleri

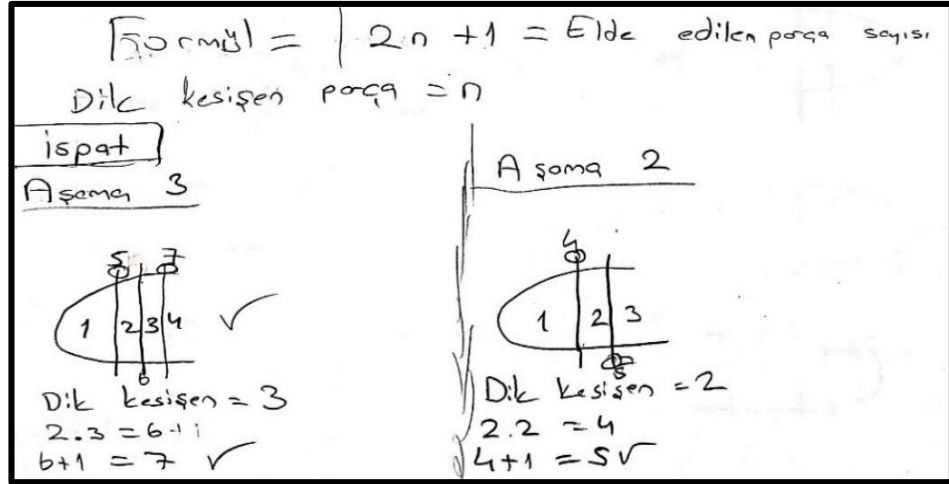
Varsayımda Bulunma Türleri	f
Sözel ve Matematiksel Varsayım	12
Matematiksel Varsayım	9
Sözel Varsayım	5

Tablo 4.4. incelendiğinde 12 öğrenci çözümlerinde sözel ve matematiksel varsayımda bulunduğu anlaşılmaktadır. Ayrıca 9 öğrencinin matematiksel varsayımda, 5 öğrencinin ise sözel varsayımda bulunduğu görülmüştür.

4.2.1.4. İspat Bileşenine Ait Bulgular

“İpi Parçalara Bölelim” etkinliğinde dört farklı ispat türüne ait örneklerle karşılaşılmıştır. Bu ispat türlerine ait örnekler aşağıda sunulmuştur:

Yapılan etkinlikte çalışmaya katılan 26 öğrenciden 13’ünün çözümü “Saf Deneycilik” kapsamında değerlendirilmiştir. “Saf Deneycilik” kapsamında değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.17.’de gösterilmiştir:



Şekil 4.17. Ö17'nin "İpi Parçalara Bölüm" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt

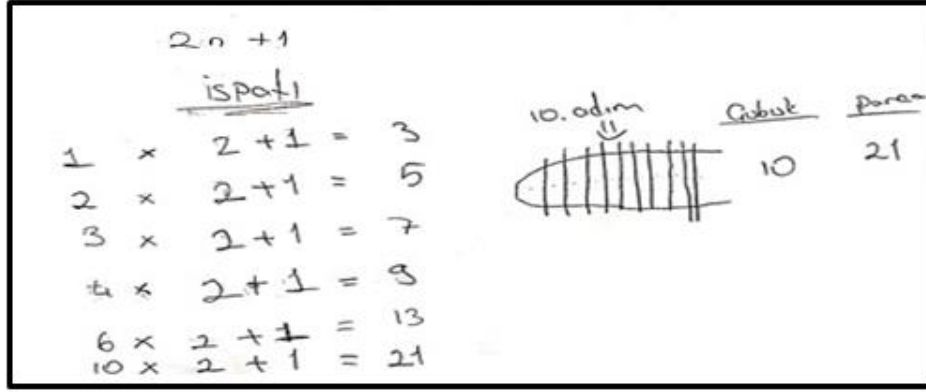
Etkinlik sonrası Ö17 ile araştırmacı arasında Ö17'nin ispat bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: İspatını nasıl yaptın? Anlatır mısın?

Ö17: Bir önceki soruda formülü $2n+1$ biçiminde bulmuştum. Bulduğum formülü ispatlamak için 2. ve 3. aşamadaki ip kesme modellerini çizdim ve saydım. Sonrasında bulduğum formül ile hesapladım. Sonuçların aynı çıktığını gördüm. Sonunda formülü doğru bulduğuma emin oldum.

Ö17, bulduğu formülü çözümünde belirtmiş ve sonrasında ikinci ve üçüncü aşamalar üzerinden örnek vererek bulduğu formülü ispatlamaya çalışmıştır. Ayrıca ikinci ve üçüncü aşamadaki şekilleri de çizdiği gözlenmiştir. Buradan hareketle Ö17'nin çözümü incelendiğinde "Saf Deneycilik" türünde ispat yaptığı ifade edilebilir.

Altı öğrencinin çözümü ise "Kritik Deney" kapsamında değerlendirilmiştir. "Kritik Deney" kapsamında değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.18.'de gösterilmiştir:



Şekil 4.18. Ö14'ün "İpi Parçalara Bölme" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt

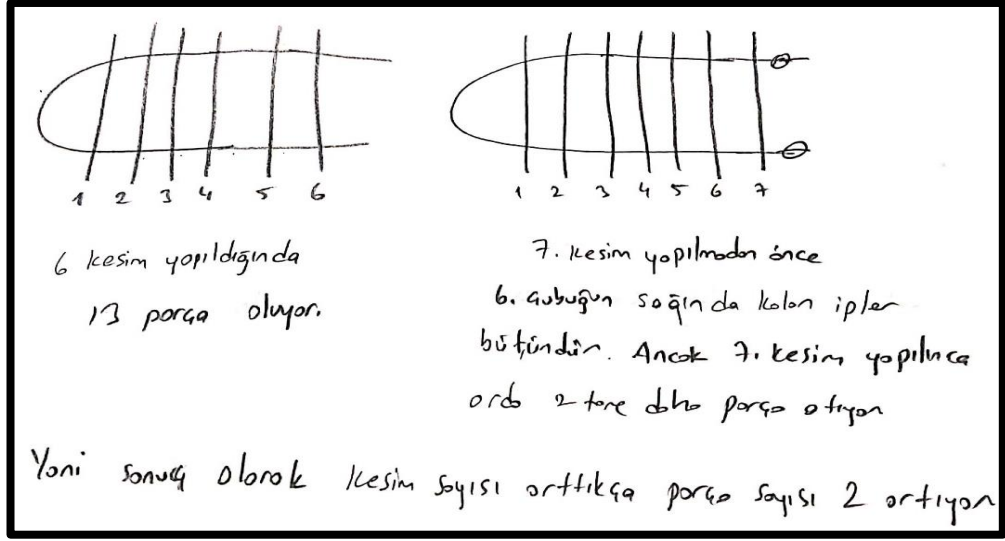
Etkinlik sonrası Ö14 ile araştırmacı arasında Ö14'ün ispat bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün? Anlatır mısın?

Ö14: Bulduğum kuralı 1, 2, 3, 4, 6 ve 10. aşamalar için baktım. Zaten ilk 4 aşama birinci soruda verilmiştir. Ben de 10. aşama için doğru olup olmadığına bakmak istedim ve C şeklinde bir ip modeli çizerek 10 adet kesim yaptım. Sonrasında 21 parça çıktığını gördüm. Formülle de hesaplayınca 21 çıkıyordu zaten.

Ö14'ün verdiği cevap incelendiğinde bulduğu kuralı yazmış ve sonrasında sırasıyla 1, 2, 3, 4, 6 ve 10. aşamalardaki parça sayılarını hesaplamıştır. Ardından 10. aşamadaki parça sayısının, formül kullanarak elde ettiği sonuçla aynı olduğunu göstermek için C şeklinde bir ip çizmiş ve bunu 10 parçaya bölmüştür. Bu doğrultuda Ö14'ün yaptığı ispat "Kritik Deney" olarak değerlendirilebilir.

Yapılan etkinlikte 1 öğrencinin çözümü ise "Genel Örnek" kapsamında değerlendirilmiştir. "Genel Örnek" kapsamında değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.19.'da gösterilmiştir:



Şekil 4.19. Ö6'nın "İpi Parçalara Bölelim" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö6 ile araştırmacı arasında Ö6'nın ispat bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö6: Burada ipi kestiğimizde her seferinde sağ ucunda fazladan 2 parça ortaya çıktığını göstermek istedim. Altı kesim yaptığımda 13 parça ortaya çıkıyor. Yedinci kesim yapılmadan önce 6. çubuğun sağ tarafında kalan kısım bütün bir ip parçasıdır. Ancak 7. kesim yapıldığında oradaki ipler de bölünüp 2 ip daha ortaya çıkıyor. Yani sonuç olarak kesim sayısı 1 arttığında parça sayısı da buna bağlı olarak bir artacaktır.

Ö6'nın dördüncü soruya verdiği yanıt incelendiğinde C şeklindeki ipi 6 kez kesip oluşan parça sayılarını belirtmiş ve 7. kesim işlemini uygulamadan 6. kesimden sonra oluşan parçaların durumu ile ilgili bilgi vermiştir. Sonrasında 7. kesim yapıldığında 6. kesimden sonra sağ tarafta oluşan parçaların tekrar ikiye bölüneceğini ve parça sayısının 2 artacağını ifade etmiştir. Sonuç olarak ise kesim sayısı arttıkça parça sayısının da 2 artacağını söyleyerek ispatını tamamlamıştır. Ö6'nın çözümünde 6. aşama ve 7. aşamayı kullanarak kesim işlemi ile ilgili özelliklerin sonuçlarından yola çıkıp genel bir kanıya varmaya çalışması "Genel Örnek" türünden ispat yaptığını göstermektedir.

Yapılan etkinlikte 1 öğrencinin çözümü ise “Düşünce Deneyi” kapsamında değerlendirilmiştir. “Düşünce Deneyi” kapsamında değerlendirilen çalışma yaprağı Şekil 4.20.’de gösterilmiştir:

$$\begin{array}{l} 2 \cdot 0 + 1 \\ 2 \cdot 1 + 1 = 3 \\ 2 \cdot 2 + 1 = 5 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} 2 \cdot 1 + 1 = 3 \\ 2 \cdot 2 + 1 = 5 \end{array}} \right\} + 2$$
$$\begin{array}{l} 2 \cdot k + 1 = 2k + 1 \\ 2 \cdot (k+1) + 1 = 2k + 2 + 1 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} 2 \cdot k + 1 = 2k + 1 \\ 2 \cdot (k+1) + 1 = 2k + 2 + 1 \end{array}} \right\} + 2$$

Şekil 4.20. Ö2’nin “İpi Parçalara Bölme” etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö2 ile araştırmacı arasında Ö2’nin ispat bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: İspat sorusundaki düşüncelerini anlatır mısın?

Ö2: Burada her bir aşama arasındaki farkın 2 olduğunu göstermeye çalıştım. Yani 1. aşama ile 2. aşama arasında 2 fark olduğundan cebirsel olarak k . aşama ile $k+1$. aşama arasındaki farkın da 2 olması gerektiğini göstermeye çalıştım. Bunun için cebirsel olarak $k+1$. aşamadaki parça sayısı ile k . aşamadaki parça sayılarının farkını aldım.

Ö2’nin ispat bileşeni ile ilgili dördüncü soruya verdiği yanıt incelendiğinde önce oluşacak parça sayılarına ait formülü belirlediği, sonra bu formülü kullanarak birinci ve ikinci aşamalarda oluşan parça sayılarını bulduğu görülmüştür. Daha sonra ardışık aşamalar arasındaki farkın 2 olduğunu göstermiş, k . ve $(k+1)$. aşamalarındaki parça sayılarının farkının 2 olmasını gerektiğini cebirsel işlemler yardımıyla bulmuştur. Dolayısıyla Ö2’nin ispatı “Düşünce Deneyi” kapsamında değerlendirilebilir.

Son olarak dört öğrencinin etkinliğin ispat ile ilgili dördüncü sorusunu boş bıraktığı görülmüş ve herhangi bir analiz yapılmamıştır. “İpi Parçalara Bölme” isimli çalışma yaprağının ispat bileşenine ait bulguları Tablo 4.5.’te gösterilmiştir:

Tablo 4.5. “İpi Parçalara Bölelim” etkinliğinde kullanılan ispat türleri

İspat Türleri	f
Saf Deneycilik	13
Kritik Deney	6
Genel Örnek	1
Düşünce Deneyi	1
Cevapsız	5

Tablo 4.5. incelendiğinde sınıftaki 13 öğrenci tarafından etkinliğin dördüncü sorusunda saf deneycilik kapsamında ispat yapıldığı görülmektedir. Altı öğrencinin kritik deney, 1 öğrencinin genel örnek ve 1 öğrencinin ise düşünce deneyi türünde ispat yaptığı ortaya çıkmaktadır. Beş öğrenci ise ispat ile ilgili soruları boş bıraktığı anlaşılmaktadır.

“İpi Parçalara Bölelim” isimli çalışma yaprağı özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispat bileşenlerine göre genel olarak incelendiğinde Tablo 4.6.’daki bulgulara ulaşılmıştır:

Tablo 4.6. “İpi Parçalara Bölelim” etkinliğinin MD’nin bileşenlerine göre analizi

Özelleştirme Türleri	f
Yeterli Özelleştirme	20
Hatalı Özelleştirme	6
Kısmi Özelleştirme	0
Genelleme Türleri	f
Sembolik Genelleme	15
Aritmetik Genelleme	9
Olgusal Genelleme	0
Bağlamsal Genelleme	2
Varsayımda Bulunma Türleri	f
Sözel ve Matematiksel Varsayım	12
Matematiksel Varsayım	9
Sözel Varsayım	5
İspat Türleri	f
Saf Deneycilik	13
Kritik Deney	6
Genel Örnek	1
Düşünce Deneyi	1
Cevapsız	5

Tablo 4.6. incelendiğinde, sınıftaki öğrencilerin neredeyse tamamına yakınının “İpi Parçalara Bölelim” isimli çalışma yaprağındaki özelleştirme bileşeni ile ilgili birinci

sorusunda yeterli özelleştirme yaptığı görülmektedir. Genelleme bileşeni ile ilgili ikinci soruda ise öğrencilerin çözümlerinde sembolik genellemeye daha fazla yer verdiği anlaşılmaktadır. Varsayımda bulunma bileşeni ile ilgili üçüncü soruda ise öğrencilerin geneli varsayımlarını sözel ve matematiksel olarak ifade ettikleri belirlenmiştir. Son olarak ispat bileşeni ile ilgili dördüncü soruda öğrencilerin çoğunun saf deneycilik kapsamında ispat yaptığı görülmüştür.

4.2.2. Geometrik Kubbe Etkinliğine İlişkin Bulgular

Bu bölümde “Geometrik Kubbe” etkinliğinin MD’nin bileşenlerine göre değerlendirilmesinden elde edilen bulgular incelenmiştir.

4.2.2.1. Özelleştirme Bileşenine Ait Bulgular

“Geometrik Kubbe” etkinliğinde özelleştirme türlerine ait 3 örnek belirlenmiştir. Bu özelleştirme türlerine ait örnekler aşağıda sunulmuştur:

Yapılan etkinlikte çalışmaya katılan 27 öğrenciden 18’inin çözümü “Yeterli Özelleştirme” kapsamında değerlendirilmiştir. “Yeterli Özelleştirme” kapsamında değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.21.’de gösterilmiştir:

Aşamalar	Sekiller	Kare sayısı	Üçgen sayısı	Toplam Geometrik Sekil sayısı
1. aşama		1	0	1
2. aşama		2	4	6
3. aşama		3	8	11
4. aşama		4	12	16

Şekil 4.21. Ö16’nın “Geometrik Kubbe” etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö16 ile araştırmacı arasında Ö16'nın özelleştirme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda nasıl düşündün?

Ö16: Üçüncü ve dördüncü adımdaki şekilleri çizdim ve kare sayısı ile üçgen sayılarını sayarak toplam şekil sayısını belirledim. Sonrasında ise toplam şekil sayılarının 5 arttığını fark ettim.

Ö16'nın etkinliğin birinci sorusuna verdiği yanıt incelendiğinde üçüncü ve dördüncü adımlardaki şekilleri doğru biçimde çizdiği ve kare sayısı, üçgen sayısı, oluşan toplam geometrik şekil sayılarına ait tabloyu doğru bir biçimde doldurduğu gözlemlenmiştir. Ayrıca Ö16'nın oluşan toplam geometrik şekil sayıları arasındaki artış miktarını bulduğu görülmüştür. Dolayısıyla Ö16'nın yaptığı çözüm “Yeterli Özelleştirme” olarak değerlendirilebilir.

İki öğrencinin çözümü ise “Kısmi Özelleştirme” kapsamında değerlendirilmiştir. 3 öğrencinin yaptığı çözümlerde “Kısmi Özelleştirme” kapsamında değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.22.'de gösterilmiştir:

<u>Aşamalar</u>	<u>Şekiller</u>	<u>Kare sayısı</u>	<u>Üçgen sayısı</u>	<u>Toplam Geometrik Şekil sayısı</u>
1. aşama		1	0	1
2. aşama		2	4	6
3. aşama		3	8	10
4. aşama		4	12	14

Şekil 4.22. Ö9'un “Geometrik Kubbe” etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö9 ile araştırmacı arasında Ö9'un özelleştirme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

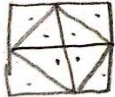
Ö9: Şekilleri çizdikten sonra üçgen, kare ve bütün çokgenleri saydım.

Araştırmacı: Üçgen ve kare sayılarını doğru bulmuşsun ancak toplam geometrik şekil sayısını hesaplarken hata yapmışsın.

Ö9: Hmm... Toplasaydım oluyordu. (Öğrenci gülüyor). Ben baştan hepsini sayarak yaptım. Hiç aklıma gelmedi toplayıp yapmak.

Ö9'un oluşturduğu şekiller aracılığıyla kare ve üçgen sayılarını doğru hesapladığı ve toplam geometrik şekil sayısını geometrik şekilleri sayarak bulduğu görülmektedir. Ö9, çözümünde hesaplama hatası ve dikkatsizlik yaptığı için çözümü "Kısmi Özelleştirme" kapsamında değerlendirilebilir.

Yedi öğrencinin çözümü ise "Hatalı Özelleştirme" kapsamında değerlendirilmiştir. "Hatalı Özelleştirme" kapsamında değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.23.'te gösterilmiştir:

<u>Aşamalar</u>	<u>Sekiller</u>	<u>Kare sayısı</u>	<u>Üçgen sayısı</u>	<u>Toplam Geometrik Şekil sayısı</u>
1. aşama		1	0	1
2. aşama		2	4	6
3. aşama		8	8	16
4. aşama		16	12	28

Şekil 4.23. Ö17'nin "Geometrik Kubbe" etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö17 ile araştırmacı arasında Ö17'nin özelleştirme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö17: Şekli çizdim. Kare içine kare çizdim ve köşegenleri çizdim. Oluşan üçgen sayısını saydım. Kare sayısı ise 2'nin kuvveti biçiminde oluyordu. Toplam şekil sayısını da ikisini toplayarak buldum.

Ö17'nin yaptığı çözüm incelendiğinde belirtilen kurala göre çizilmesi gereken kareleri yanlış çizdiği ve oluşan şekil sayılarını yanlış hesapladığı görülmektedir. Dolayısıyla Ö17'nin çözümü “Hatalı Özelleştirme” kapsamında değerlendirilmiştir.

“Geometrik Kubbe” isimli çalışma yaprağının özelleştirme bileşenine ait bulguları Tablo 4.7.’de gösterilmiştir:

Tablo 4.7. “Geometrik Kubbe” etkinliğinde kullanılan özelleştirme türleri

Özelleştirme Türleri	f
Yeterli Özelleştirme	18
Hatalı Özelleştirme	7
Kısmi Özelleştirme	2

Tablo 4.7. incelendiğinde 18 öğrenci tarafından etkinliğin birinci sorusunda verilen ve istenen bilgilerin anlaşıldığı, kare, üçgen ve toplam geometrik şekil sayılarının doğru hesaplandığı ve yeterli özelleştirme yapıldığı gözlenmiştir. 2 öğrenci kare ve üçgen sayılarını doğru hesapladığı halde oluşan toplam geometrik şekil sayısını yanlış saymış yani kısmi özelleştirme yapmıştır. Yedi öğrencinin ise belli bir kurala göre çizilmesi gereken kareleri yanlış bir biçimde çizdiği ve sonuca ulaşamayıp yetersiz özelleştirme yaptığı görülmüştür.

4.2.2.2. Genelleme Bileşenine Ait Bulgular

“Geometrik Kubbe” etkinliğinde üç genelleme türüne ait örneklerle karşılaşılmıştır. Bu genelleme türlerine ait örnekler aşağıda sunulmuştur:

Yapılan etkinlikte çalışmaya katılan 27 öğrenciden 17 öğrencinin çözümü “Sembolik Genelleme” kapsamında değerlendirilmiştir. “Sembolik Genelleme” kapsamında değerlendirilen çalışma yapraklarından birine ait örnek Şekil 4.24.’te gösterilmiştir.

The image shows a handwritten student response. At the top, it says "Oluşan top geo. şekil sayısı" (Number of geometric shapes that appear). Below this, there is a horizontal line. Under the line, the numbers 1, 6, 11, and 16 are written, each followed by "+5". To the right of these numbers, the formula "5n-4" is written.

Şekil 4.24. Ö5’in “Geometrik Kubbe” etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö5 ile araştırmacı arasında Ö5’in genelleme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu çözümü nasıl gerçekleştirdin? Anlatır mısın?

Ö5: Toplam geometrik şekil sayılarının arasında 5 fark vardı. Her bir adımda 5 artacağından kuralı 5n biçiminde yazdım. Sonrasında ise 4 eksilmesi gerektiğini buldum. Yani kural 5n-4.

Ö5’in “Geometrik Kubbe” etkinliğinin genelleme bileşeni ile ilgili ikinci sorusuna verdiği yanıt incelendiğinde oluşan toplam geometrik şekil sayısını alt alta yazarak sayılar arasındaki artış miktarını belirlediği ve sonrasında bulduğu ilişkiyi cebirsel ifadeler kullanarak gösterdiği anlaşılmaktadır. Dolayısıyla Ö5’in yaptığı genelleme sembolik genelleme bağlamında değerlendirilebilir.

Altı öğrencinin çözümü “Aritmetik Genelleme” kapsamında değerlendirilmiştir “Aritmetik Genelleme” olarak değerlendirilen çalışma yapraklarından birine ait örnek Şekil 4.25.’te gösterilmiştir:

1, 6, 11, 16 Beşer beşer olarak artmaktadır.
 $+5$ $+5$ $+5$

Şekil 4.25. Ö13'ün "Geometrik Kubbe" etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö13 ile araştırmacı arasında Ö13'ün genelleme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu sorudaki örüntüyü matematiksel olarak nasıl ifade edersin?

Ö13: Toplam şekil sayısı 1, 6, 11, 16 biçiminde gidiyor. Aralarındaki artış miktarı hep 5'dir. Yani beşer beşer artıyor.

Ö13, oluşan toplam geometrik şekil sayılarını yan yana yazmış ve her bir adım arasındaki artış miktarının sabit olduğunu ifade etmiştir. Buradan hareketle Ö13'ün yaptığı genelleme, aritmetik genelleme kapsamında değerlendirilmiştir.

Yapılan etkinlikte 2 öğrencinin çözümü ise "Bağlamsal Genelleme" kapsamında değerlendirilmiştir. "Bağlamsal Genelleme" kapsamında değerlendirilen çalışma yapraklarından birine ait örnek Şekil 4.26.'da gösterilmiştir:

1. aşama	2. aşama	3. aşama	4. aşama
1	6	11	16
1	$2+4.1$	$3+4.2$	$4+4.3$

Yani her hangi bir aşamadaki toplam şekil sayısı
 Aşama sayısı + 4. (bir önceki aşama sayısı) biçiminde ifade edilir.

Şekil 4.26. Ö8'in "Geometrik Kubbe" etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö8 ile araştırmacı arasında Ö8'in genelleme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu sorudaki genelleme bölümünde ne düşündün?

Ö8: Aşama sayıları ile toplam şekil sayı arasında ilişki bulmaya çalıştım. Belli bir aşamadaki toplam şekil sayısını bulurken (aşama sayısı) + 4x(bir önceki aşama sayısı) kuralını buldum. Mesela 5. aşamadaki toplam şekil sayısı 5 + (4x4) olarak bulunur.

Ö8'in verdiği yanıt incelendiğinde, toplam geometrik şekil sayılarını o aşama sayısı ve bir önceki aşama sayısı ile ilişkilendirmiş ve o aşamada oluşacak toplam geometrik şekil sayısının hesaplanacağını ifade etmiştir. Burada Ö8, elde ettiği ilişkiyi bir önceki aşama ilişkilendirdiği için yapılan genelleme bağlamsal genelleme kapsamında değerlendirilebilir.

“Geometrik Kubbe” isimli çalışma yaprağının genelleme bileşenine ait bulguları Tablo 4.8.’de gösterilmiştir:

Tablo 4.8. “Geometrik Kubbe” etkinliğinde kullanılan genelleme türleri

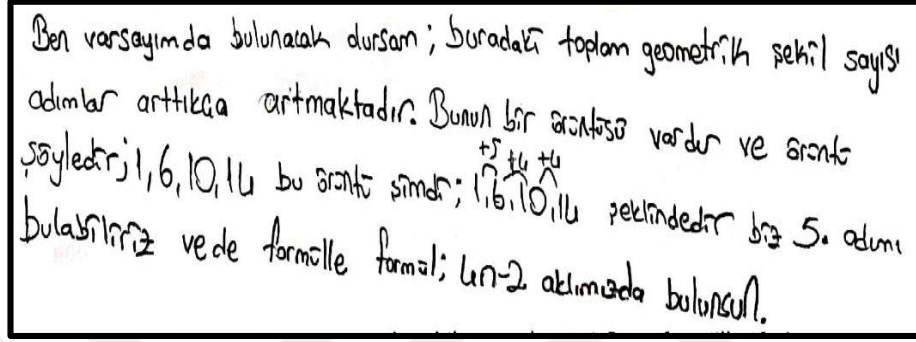
Genelleme Türleri	f
Sembolik Genelleme	17
Aritmetik Genelleme	6
Bağlamsal Genelleme	2
Olgusal Genelleme	0
Cevapsız	2

Tablo 4.8. incelendiğinde 17 öğrenci sembolik genelleme, 6 öğrenci aritmetik genelleme, 2 öğrenci ise bağlamsal genelleme türlerine çözümlerinde yer verdiği görülmektedir. İki öğrencinin ise genelleme ile ilgili 2. soruyu boş bıraktığı anlaşılmaktadır.

4.2.2.3. Varsayımda Bulunma Bileşenine Ait Bulgular

“Geometrik Kubbe” etkinliğinde varsayımda bulunma türüne ait üç örnekle karşılaşılmıştır. Bu genelleme türlerine ait örnekler aşağıda sunulmuştur:

Yapılan etkinlikte çalışmaya katılan 27 öğrenciden 14'ünün çözümü “Sözel ve Matematiksel Varsayım” kapsamında değerlendirilmiştir. “Sözel ve Matematiksel Varsayım” kapsamında değerlendirilen çalışma yapraklarından birine ait örnek Şekil 4.27.’de gösterilmiştir:



Ben varsayımında bulunarak dursam; buradaki toplam geometrik şekil sayısı adımlar arttıkça artmaktadır. Bunun bir arantısı vardır ve arantı şöyledir; 1, 6, 10, 14 bu arantı simdi; $1, 6, 10, 14$ şeklinde bir 5. adımı bulabiliriz ve de formülle formül; $4n-2$ aklımızda bulmuş.

Şekil 4.27. Ö10’un “Geometrik Kubbe” etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt

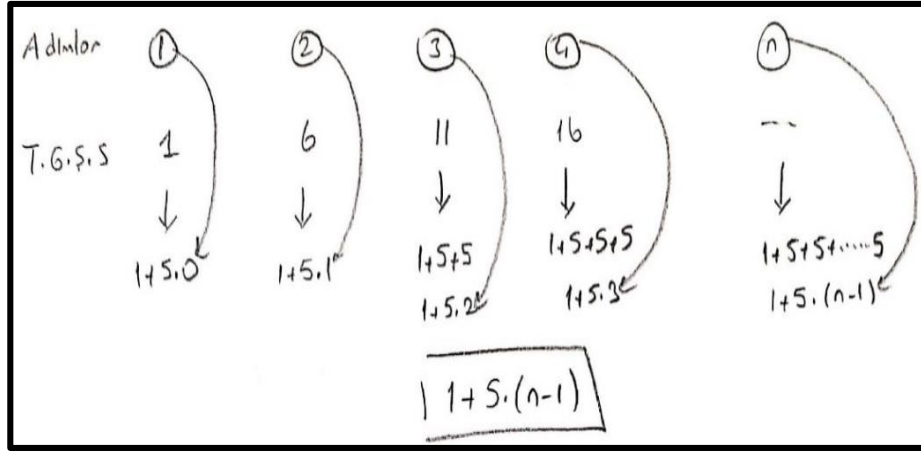
Etkinlik sonrası Ö10 ile araştırmacı arasında Ö10’un varsayımında bulunma bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö10: Adım sayısı arttıkça toplam şekil sayısı da artmaktadır. Toplam şekil sayısına ait örüntü 1, 6, 10, 14 biçiminde ilerliyor. Bu örüntüye ait formül de $4n-2$ biçiminde oluyor.

Ö10, cevabında adım sayısı ilerledikçe toplam geometrik şekil sayısının artacağını ifade etmiştir. Sonrasında örüntünün kuralını cebirsel ifade kullanarak göstermiş ve artış miktarını belirlemiştir. Buradan hareketle Ö10’un çözümü, varsayımında bulunma bileşenine göre incelendiğinde sözel ve matematiksel varsayım olarak değerlendirilmiştir.

Altı öğrencinin çözümü “Matematiksel Varsayım” bileşeninde değerlendirilmiştir. Bu çalışmalardan birine ait örnek Şekil 4.28.’de gösterilmiştir:



Şekil 4.28. Ö7'nin "Geometrik Kubbe" etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt

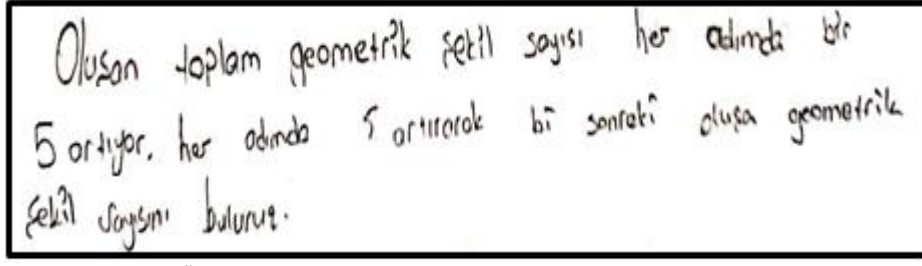
Etkinlik sonrası Ö7 ile araştırmacı arasında Ö7'nin varsayımda bulunma bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö7: Her bir adımdaki artış miktarını, 1. adımdaki toplam şekil sayısı ile karşılaştırdım ve her seferinde adım sayısının 1 eksiği kadar 5 arttığını gördüm. O yüzden toplam şekil sayısı $1 + 5(n-1)$ biçiminde olacaktır.

Ö7'nin verdiği cevap incelendiğinde aşamalarda oluşan toplam geometrik şekil sayılarını ve artış miktarını yazdığı görülmektedir. Sonrasında yazmış olduğu örüntüdeki artış miktarını 1. aşamadaki toplam geometrik şekil sayısı ile ilişkilendirmiş ve ilk duruma göre aşama sayısının bir eksiğinin 5 katı biçiminde artış gerçekleşeceğini cebirsel olarak göstermiştir. Buradan hareketle Ö7'nin yaptığı çözüm matematiksel varsayım olarak değerlendirilebilir.

Yapılan etkinlikte dört öğrencinin çözümü ise "Sözel Varsayım" olarak değerlendirilmiştir. Bu kapsamdaki örneklerden biri Şekil 4.29.'da gösterilmiştir:



Şekil 4.29. Ö15'in "Geometrik Kubbe" etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö15 ile araştırmacı arasında Ö15'in varsayımda bulunma bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö15: Toplam şekil sayısı her seferinde 5 artıyor. Zaten ilk aşamalarındaki toplam şekil sayısı 1. soruda verilmişti. Verilen sayıları incelediğimizde her aşamada 5 artarak ilerlediği görülüyor. Yani bir sonraki aşamayı bulmak için bir sonraki aşamaya 5 eklememiz gerekir.

Ö15'in verdiği yanıt incelendiğinde, oluşan toplam geometrik şekil sayısının her aşamada 5 arttığını belirttiği görülmüştür. Ö15, yaptığı çözümü sözel olarak ifade ettiğinden dolayı sözel varsayımda bulunduğu söylenebilir.

"Geometrik Kubbe" isimli çalışma yaprağının varsayımda bulunma bileşenine ait bulguları Tablo 4.9.'da gösterilmiştir:

Tablo 4.9. "Geometrik Kubbe" etkinliğinde kullanılan varsayımda bulunma türleri

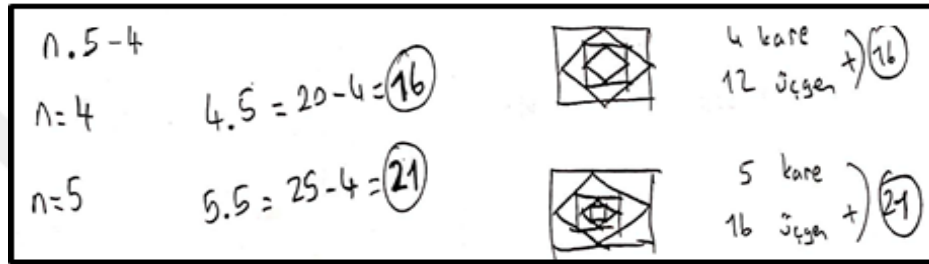
Varsayımda Bulunma Türleri	f
Sözel ve Matematiksel Varsayım	14
Matematiksel Varsayım	6
Sözel Varsayım	4
Cevapsız	2

Tablo 4.9. incelendiğinde 14 öğrencinin çözümlerinde sözel ve matematiksel varsayımda bulunduğu anlaşılmaktadır. Ayrıca 6 öğrencinin matematiksel varsayımda, 4 öğrencinin ise sözel varsayımda bulunduğu görülmektedir.

4.2.2.4. İspat Bileşenine Ait Bulgular

“Geometrik Kubbe” etkinliğinde üç farklı ispat türüne ait örneklerle karşılaşılmıştır. Bu ispat türlerine ait örnekler aşağıda sunulmuştur.

Yapılan etkinlikte çalışmaya katılan 27 öğrenciden 15’inin çözümü “Saf Deneycilik” olarak değerlendirilmiştir. “Saf Deneycilik” kapsamında değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.30.’da gösterilmiştir:



Şekil 4.30. Ö19’un “Geometrik Kubbe” etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö19 ile araştırmacı arasında Ö19’un ispat bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

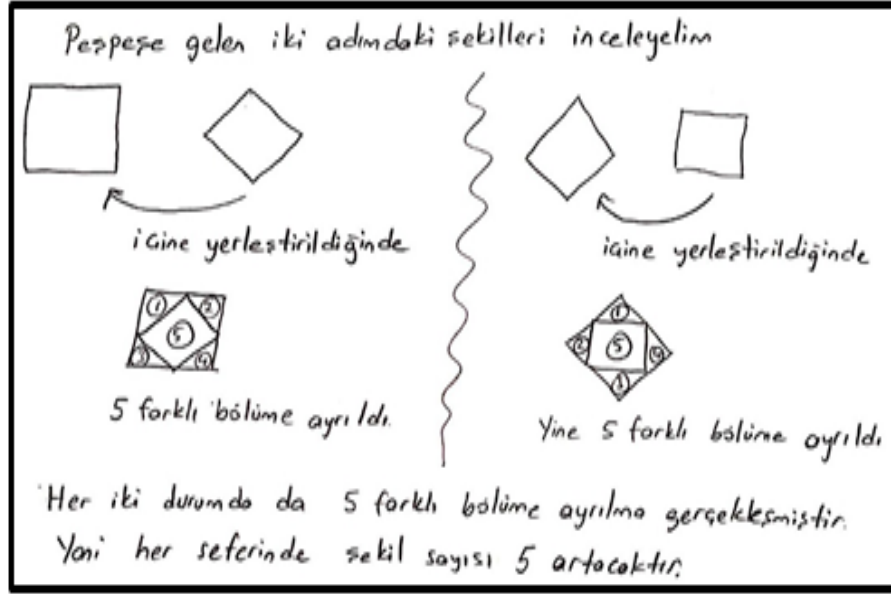
Araştırmacı: İspatı yaparken nasıl düşündün? Anlatır mısın?

Ö19: Bulduğum formül ile 4. ve 5. adımda oluşan toplam şekil sayılarını hesapladım.

Sonrasında 4. ve 5. adımdaki şekilleri çizip kare ve üçgenleri sayarak aynı sonuca ulaştığımı gördüm.

Ö19, bulduğu formülü çözümünde belirtmiş ve sonrasında 4. ve 5. aşamalardaki şekli çizerek her iki durumda da sonuçların aynı olduğunu gösterip ispat yapmaya çalışmıştır. Buradan hareketle Ö19’un “Saf Deneycilik” türünde ispat yaptığı ifade edilebilir.

İki öğrencinin çözümü ise “Genel Örnek” kapsamında değerlendirilmiştir. “Genel Örnek” kapsamında değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.31.’de gösterilmiştir:



Şekil 4.31 Ö12'nin "Geometrik Kubbe" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö12 ile araştırmacı arasında Ö12'nin ispat bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö12: Önce kare içine eşkenar dörtgen gibi olan şekli yerleştirdim ve 5 farklı bölüme ayrıldığını gördüm. Sonrasında ise eşkenar dörtgen gibi olan şeklin içine kare yerleştirdim. Yine 5 farklı bölüme ayrıldığını gördüm. Yani her iki durumda da şekil içine şekil eklendiğinde 5 farklı bölümün oluşacağını ve şekil sayısının 5 artacağını anladım.

Ö12'nin verdiği cevap incelendiğinde iç içe çizilen ardışık karelerin oluşturduğu örüntüyü ayrı ayrı incelemiş ve iki durumda da ortaya çıkan bölüm sayılarının aynı olduğunu göstermiştir. Ö12 çözümünde "bölüm sayısı" kavramını kullandıktan sonra bunu şekil sayısı ile bağdaştırmış ve her seferinde şekil sayısının 5 artacağını ifade etmiştir. Ö12, ispat yaparken şeklin geometrik özelliklerini kullanmış ve geometrik özellikler üzerinden dönüşüm yapmıştır. Dolayısıyla yapılan çözüm "Genel Örnek" kapsamında değerlendirilmiştir.

İki öğrencinin çözümü ise "Düşünce Deneyi" olarak ele alınmıştır. "Düşünce Deneyi" kapsamında değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.32.'de gösterilmiştir:

$$\begin{aligned}
&5n-4 \rightarrow 5' \text{er } 5' \text{er artıyor} \\
&n. \text{ adımda} \rightarrow 5.n-4 \text{ olur. Bir sonraki adım } 5 \text{ fazlası} \\
&\text{olacağından } 5.n-4+5 \text{ olur. Bulduğumuz ifadeyi biraz} \\
&\text{düzenlersek, } 5n+5-4 = 5.(n+1)-4 \text{ olur. Bu da } n+1. \text{ terim olur.}
\end{aligned}$$

Şekil 4.32. Ö2'nin "Geometrik Kubbe" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö2 ile araştırmacı arasında Ö2'nin ispat bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu sorudaki çözümünü nasıl gerçekleştirdin?

Ö2: Örüntüdeki sayılar beşer beşer artıyordu. Yani herhangi ardışık iki adım arasındaki farkın da 5 olması gerektiğini düşündüm. Mesela, n . adımda elde edilen sayıya 5 eklendiğinde $(n+1)$. adımın elde edilmesi gerekir. Cebirsel olarak $5n-4$ ifadesine 5 ekleyip düzenlediğimde aslında $(n+1)$. adımın olduğunu gördüm.

Ö2'nin ispat bileşeni ile ilgili dördüncü soruya verdiği yanıt incelendiğinde önce oluşacak geometrik şekil sayılarına ait formülü belirlediği, sonra bu formülü kullanarak n . adımda oluşan geometrik şekil sayısını bulduğu görülmüştür. Daha sonra, bir sonraki adımda oluşan geometrik şekil sayısını bulmak için, n . adımda bulunduğu cebirsel ifadeye 5 eklemiştir. Sonrasında gerekli düzenlemeleri yaparak son durumda elde ettiği cebirsel ifadenin $(n+1)$. adımda oluşan geometrik şekil sayısına eşit olduğunu göstermiştir. Dolayısıyla Ö2'nin ispatı, "Düşünce Deneyi" olarak değerlendirilmiştir.

Yapılan etkinlikte 8 öğrencinin de etkinliğin ispat ile ilgili dördüncü sorusunu boş bıraktığı görülmüş ve herhangi bir analiz yapılmamıştır. "Geometrik Kubbe" isimli çalışma yaprağının ispat bileşenine ait bulguları Tablo 4.10.'da gösterilmiştir:

Tablo 4.10. “Geometrik Kubbe” etkinliğinde kullanılan ispat türleri

İspat Türleri	f
Saf Deneycilik	15
Genel Örnek	2
Düşünce Deneyi	2
Kritik Deney	0
Cevapsız	8

Tablo 4.10. incelendiğinde etkinliğin dördüncü sorusunda 15 öğrencinin saf deneycilik düzeyinde ispat yaptığı görülmektedir. Ayrıca 2 öğrencinin genel örnek ve 2 öğrencinin düşünce deneyi türünde ispat yaptığı ortaya çıkmıştır. Sekiz öğrencinin ise ispat ile ilgili soruları boş bıraktığı görülmüştür.

“Geometrik Kubbe” isimli çalışma yaprağı özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispat bileşenlerine göre genel olarak incelendiğinde Tablo 4.11.’deki bulgulara ulaşılmıştır:

Tablo 4.11. “Geometrik Kubbe” etkinliğinin MD’nin bileşenlerine göre analizi

Özelleştirme Türleri	f
Yeterli Özelleştirme	18
Hatalı Özelleştirme	7
Kısmi Özelleştirme	2
Genelleme Türleri	f
Sembolik Genelleme	17
Aritmetik Genelleme	6
Bağlamsal Genelleme	2
Olgusal Genelleme	0
Cevapsız	2
Varsayımda Bulunma Türleri	f
Sözel ve Matematiksel Varsayım	14
Matematiksel Varsayım	6
Sözel Varsayım	4
Cevapsız	2
İspat Türleri	f
Saf Deneycilik	15
Genel Örnek	2
Düşünce Deneyi	2
Kritik Deney	0
Cevapsız	8

Tablo 4.11. incelendiğinde öğrencilerin çoğu “Geometrik Kubbe” isimli çalışma yaprağının özelleştirme bileşeni ile ilgili birinci sorusunda yeterli özelleştirme

yapmıştır. Genelleme bileşeni ile ilgili ikinci soruda ise öğrencilerin çözümlerinde sembolik genelleme türüne ağırlık verdiği görülmüştür. Varsayımda bulunma bileşeni ile ilgili üçüncü soruda ise öğrencilerin birçoğunun varsayımlarını sözel ve matematiksel olarak ifade ettikleri belirlenmiştir. Son olarak ispat bileşeni ile ilgili dördüncü soruda ise öğrencilerin yarıya yakınının saf deneycilik kapsamında ispat gerçekleştirdiği görülmüştür.

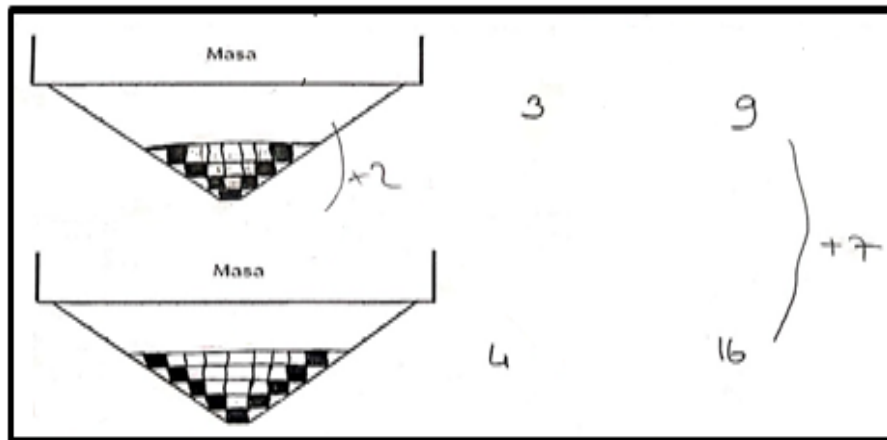
4.2.3. Desenli Örtü Etkinliğine İlişkin Bulgular

“Desenli Örtü” etkinliğinin MD’nin bileşenlerine göre değerlendirilmesinden elde edilen bulgular aşağıda sunulmuştur:

4.2.3.1. Özelleştirme Bileşenine Ait Bulgular

“Desenli Örtü” etkinliğinde özelleştirme türüne ait iki örnek belirlenmiştir. Bu özelleştirme türlerine ait örnekler aşağıda sunulmuştur:

Yapılan etkinlikte çalışmaya katılan 27 öğrenciden 18’inin çözümü “Yeterli Özelleştirme” kapsamında değerlendirilmiştir. “Yeterli Özelleştirme” kapsamında değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.33.’te gösterilmiştir:



Şekil 4.33. Ö15’in “Desenli Örtü” etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt

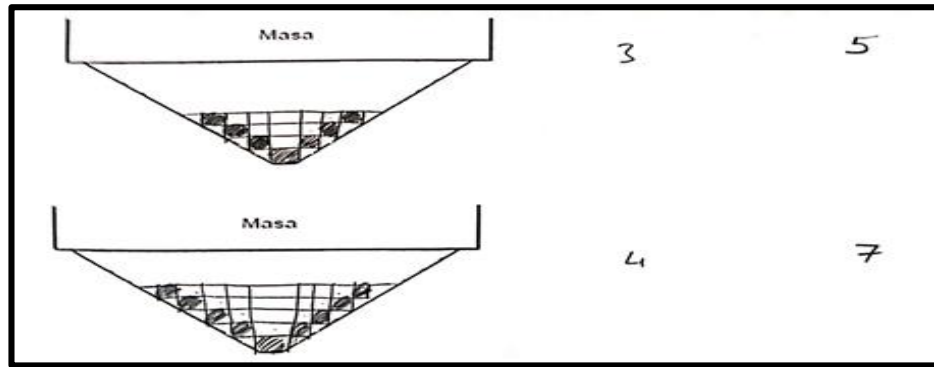
Etkinlik sonrası Ö15 ile araştırmacı arasında Ö15’in özelleştirme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö15: Örtü desenini çizdim ve ortada oluşan boşlukları saydım. 3. aşamada 9, 4. aşamada 16 boş kare oluyordu. Birinci aşamadan itibaren boyalı kare sayısı 2 artarken boş kare sayısı ise 3, 5, 7, 9... biçiminde artıyor.

Ö15’in etkinliğin birinci sorusuna verdiği yanıt incelendiğinde üçüncü ve dördüncü aşamalarda çizilen masalara ait örtü desenlerini oluşturduğu ve sonrasında boş kare sayılarını yazdığı görülmüştür. Ayrıca boş kare sayıları arasındaki artış miktarının 3, 5, 7 biçiminde arttığını çözümünde ifade etmiş ve her seferinde dolu kare sayılarının 2 arttığını belirtmiştir. Dolayısıyla Ö15’in yaptığı çözümü “Yeterli Özelleştirme” bağlamında değerlendirilebilir.

Yapılan etkinlikte 9 öğrencinin çözümü “Yetersiz Özelleştirme” kapsamında değerlendirilmiştir. “Yetersiz Özelleştirme” kapsamında değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.34.’te gösterilmiştir:



Şekil 4.34. Ö24’ün “Desenli Örtü” etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö24 ile araştırmacı arasında Ö24’ün özelleştirme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruyu nasıl çözdün? Anlatır mısın?

Ö24: Örtü desenlerini çizdim ve sonrasında boyalı karelerin yanındaki boş kareleri saydım. Boş kare sayıları hep iki artıyordu. O şekilde düşünmüştüm. Ama ortada kalan boş kareleri saymak aklıma gelmedi. Onları da saymalıydım.

Ö24'ün verdiği cevap incelendiğinde üçüncü ve dördüncü aşamalardaki masa örtüsü desenlerini doğru bir şekilde çizdiği görülmüş ancak boş birim kare sayılarını hesaplarken sadece dolu birim karelerle ortak kenara sahip olan boş birim kare sayılarını hesapladığı anlaşılmıştır. Buradan hareketle Ö24'ün yaptığı çözüm “Hatalı Özelleştirme” kapsamında değerlendirilmiştir.

“Desenli Örtü” isimli çalışma yaprağının özelleştirme bileşenine ait bulguları Tablo 4.12.’de gösterilmiştir:

Tablo 4.12. “Desenli Örtü” etkinliğinde kullanılan özelleştirme türleri

Özelleştirme Türleri	f
Yeterli Özelleştirme	18
Hatalı Özelleştirme	9
Kısmi Özelleştirme	0

Tablo 4.12. incelendiğinde 18 öğrenci tarafından etkinliğin birinci sorusunda verilen ve istenen bilgilerin anlaşıldığı, masa örtüsü deseninin çizilip boş kare sayılarının doğru bir biçimde hesaplandığı ve yeterli özelleştirme yapıldığı görülmektedir. Dokuz öğrencinin çözümü ise hatalı özelleştirme kapsamında değerlendirilmiştir.

4.2.3.2. Genelleme Bileşenine Ait Bulgular

“Desenli Örtü” etkinliğinde genelleme türlerine ait iki örnek belirlenmiştir. Bu genelleme türlerine ait örnekler aşağıda sunulmuştur:

Yapılan etkinlikte çalışmaya katılan 27 öğrenciden 14'ünün çözümü “Sembolik Genelleme” kapsamında değerlendirilmiştir. “Sembolik Genelleme” olarak değerlendirilen çalışma yapraklarından birine ait örnek Şekil 4.35.’te gösterilmiştir:

Adım	Sayı	Boş birim kare	
1		1	$= 1^2$
2		4	$= 2^2$
3		9	$= 3^2$
4		16	$= 4^2$

formül = n^2

Şekil 4.35. Ö11'in "Desenli Örtü" etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö11 ile araştırmacı arasında Ö11'in genelleme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö11: Adım sayısına bağlı olarak boş kare sayılarını buldum. Sonrasında karşıma 1, 4, 9, 16 sayıları çıktı. Kareköklü ifadeler konusunda tam kare sayıları anlatırken bu sayıları kafamıza kazıdınız. (Öğrenci gülüyor). Bu sayıları görür görmez aklınıza tam kare sayılar gelecek diye söylemişsiniz. Bende görür görmez hemen tam kare sayı olduğunu fark ettim ve adım sayısının karesi biçiminde yazdım.

Ö11'in "Desenli Örtü" etkinliğinin genelleme bileşeni ile ilgili ikinci sorusuna verdiği yanıt incelendiğinde adım sayısı ile boş birim kare sayısını çözümünde gösterdiği ve bulduğu ilişkiyi boş birim karelerin yan tarafına yazdığı görülmüştür. Sonrasında bulduğu ilişkiyi cebirsel ifadeler kullanarak ifade ettiği anlaşılmıştır. Dolayısıyla Ö11'in yaptığı genelleme "Sembolik Genelleme" bağlamında değerlendirilebilir.

Altı öğrencinin çözümü ise "Aritmetik Genelleme" kapsamında değerlendirilmiştir. "Aritmetik Genelleme" kapsamında değerlendirilen çalışma yapraklarından birine ait örnek Şekil 4.36.'da gösterilmiştir:

Adım s.	boş b.k.s	
1	1	
2	4	+3
3	9	+5
4	16	+7

boş kare sayısı herhangi bir sayı ise ardışık tek sayı halinde artar. Örneğin; 3 ise bin sonraki terim 5 olur, 9 ise 11 olur.

Şekil 4.36. Ö16'nın "Desenli Örtü" etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö16 ile araştırmacı arasında Ö16'nın genelleme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö16: Adım sayısı ile kendisini çarptığımızda boş kare sayısını buluyoruz. Aynı zamanda boş kare sayısı 3, 5, 7 biçiminde artıyor. Yani adımlar arasında ardışık tek sayı biçiminde artış olur.

Ö16'nın verdiği cevap incelendiğinde adım sayısı ile boş birim kare sayılarını çözümünde göstermiş ve boş birim kare sayıları arasındaki artış miktarını 3, 5, 7... olacak biçimde belirtmiştir. Sonrasında bu çözümünü “Ardışık tek sayı biçiminde artış olur.” biçiminde genellemiştir. Buradan hareketle Ö16'nın yaptığı genelleme, “Aritmetik Genelleme” kapsamında değerlendirilmiştir.

Yapılan etkinlikte 7 öğrencinin etkinliğin genelleme ile ilgili ikinci sorusunu boş bıraktığı görülmüş ve herhangi bir analiz yapılmamıştır.

“Desenli Örtü” isimli çalışma yaprağının genelleme bileşenine ait bulguları Tablo 4.13.'te gösterilmiştir:

Tablo 4.13. “Desenli Örtü” etkinliğinde kullanılan genelleme türleri

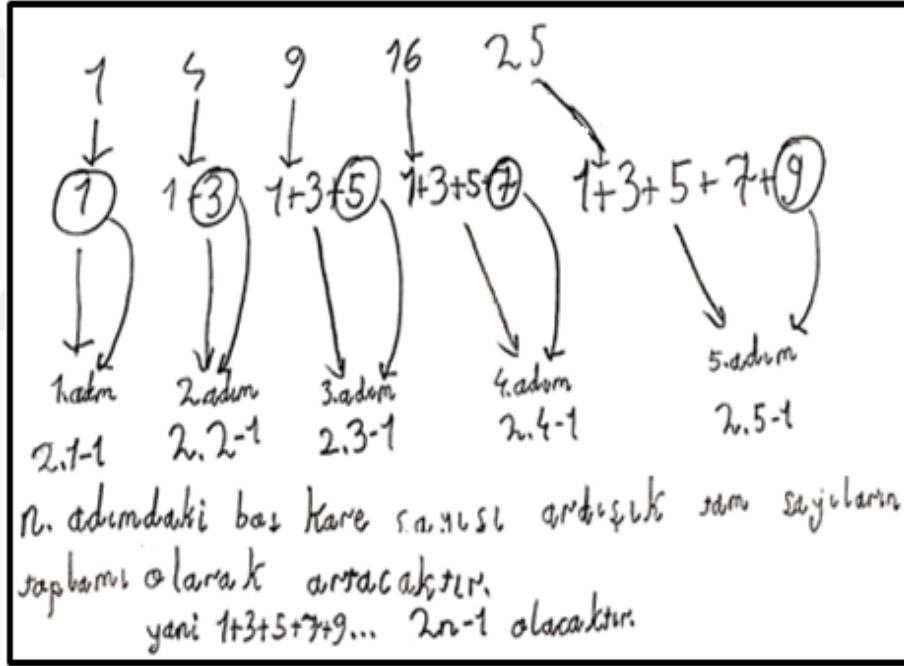
Genelleme Türleri	f
Sembolik Genelleme	14
Aritmetik Genelleme	6
Olgusal Genelleme	0
Bağlamsal Genelleme	0
Cevapsız	7

Tablo 4.13. incelendiğinde 14 öğrencinin çözümlerinde sembolik genellemeye, 6 öğrencinin ise aritmetik genellemeye yer verdiği görülmüştür. Çözümlerinde olgusal ve bağlamsal genellemeye yer veren öğrenciye ise rastlanılmamıştır.

4.2.3.3. Varsayımda Bulunma Bileşenine Ait Bulgular

“Desenli Örtü” etkinliğinde varsayımda bulunma türüne ait üç örnek belirlenmiştir. Bu genelleme türlerine ait örnekler aşağıda sunulmuştur:

Yapılan etkinlikte çalışmaya katılan 27 öğrenciden 13’ünün çözümü “Sözel ve Matematiksel Varsayım” kapsamında değerlendirilmiştir. “Sözel ve Matematiksel Varsayım” olarak değerlendirilen çalışma yapraklarından birine ait örnek Şekil 4.37.’de gösterilmiştir:



Şekil 4.37. Ö6’nın “Desenli Örtü” etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö6 ile araştırmacı arasında Ö6’nın varsayımda bulunma bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö6: Boş kare sayılarını incelediğimde 1 den başlayıp ardışık tam sayıların toplamı biçiminde oluştuğunu fark ettim. Adım sayısının 2 katının 1 eksiği olan tek tam sayıya

kadar olan toplam o adımdaki boş kare sayısını veriyor. Mesela 4. adımdaki boş kare sayısı $(4 \times 2) - 1 = 9$ olduğundan $1 + 3 + 5 + 7 = 16$ oluyor.

Ö6 cevabında boş birim kare sayısının bir önceki adımdaki boş birim kare sayılarına ardışık tek sayıların eklenmesiyle elde edileceğini sözel olarak açıklamıştır. Ayrıca çözümünde varsayımını cebirsel olarak gösterdiği görülmüştür. Buradan hareketle Ö6'nın çözümü sözel ve matematiksel varsayım olarak değerlendirilmiştir.

Dört öğrencinin çözümü matematiksel varsayım kapsamında değerlendirilmiştir. Ö20'nin yaptığı matematiksel varsayım Şekil 4.38.'de gösterilmiştir:

Handwritten text in a box:

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & - & 4 & - & 9 & - & 16 & - & 25 & - & 36 & \dots & n^2 = \text{boş kare sayısı} \\ 1^2 & & 2^2 & & 3^2 & & 4^2 & & 5^2 & & 6^2 & \dots & \downarrow \\ & & & & & & & & & & & & (\text{adım sayısının karesi}) \end{array}$$

Şekil 4.38. Ö20'nin “Desenli Örtü” etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö20 ile araştırmacı arasında Ö20'nin varsayımda bulunma bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö20: Boş kare sayısı 1, 4, 9, 16, 25, 36 biçiminde ilerliyor. Yani her biri adım sayısının karesi oluyor. Dolayısıyla n . adımda n^2 olması lazım.

Ö20'nin verdiği cevap incelendiğinde boş birim kare sayılarını yan yana yazıp her birinin adım sayısının karesi olduğunu ifade ettiği görülmüştür. Ö20, çözümünü gerçekleştirirken cebirsel ifadelerden yararlanmış matematiksel varsayımda bulunmuştur.

Yapılan etkinlikte 3 öğrencinin çözümü ise “Sözel Varsayım” bağlamında değerlendirilmiştir. Ö17'nin yaptığı sözel varsayım Şekil 4.39.'da gösterilmiştir:

Handwritten student work showing the sequence 1, 4, 9, 16. Below the sequence, the differences are written: +3, +5, +7. Further down, the squares are written: $1^2=1$, $2^2=4$, $3^2=9$, $4^2=16$. The text "olarak ordmıslar" is written to the right of the sequence.

Şekil 4.39. Ö17'nin "Desenli Örtü" etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö17 ile araştırmacı arasında Ö17'nin varsayımda bulunma bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda nasıl düşündün?

Ö17: Boş kare sayıları 1, 4, 9, 16 oluyor. Buradaki artışlar hep 3, 5, 7, 9 gibi oluyor.

Yani ardışık tek tam sayılar biçiminde artış oluyor. Bu da o sayıların kareleri olduğu anlamına geliyor.

Ö17'nin üçüncü soruya verdiği yanıt incelendiğinde boş birim kare sayılarının aralarındaki artış miktarından söz etmiş ve adım sayısının karesinin boş birim kare sayısını vereceğini ifade etmiştir. Ö17 yaptığı çözümü sözel olarak ifade ettiğinden sözel varsayımda bulunduğu söylenebilir.

Yedi öğrencinin etkinliğin genelleme ile ilgili üçüncü sorusunu ise boş bıraktığı görülmüş ve herhangi bir analiz yapılmamıştır. "Desenli Örtü" isimli çalışma yaprağının varsayımda bulunma bileşenine ait bulguları Tablo 4.14.'te gösterilmiştir:

Tablo 4.14. "Desenli Örtü" etkinliğinde kullanılan varsayımda bulunma türleri

Varsayımda Bulunma Türleri	f
Sözel ve Matematiksel Varsayım	13
Matematiksel Varsayım	4
Sözel Varsayım	3
Cevapsız	7

Tablo 4.14. incelendiğinde 13 öğrencinin çözümlerinde sözel ve matematiksel varsayımda bulunduğu görülmektedir. Dört öğrencinin matematiksel varsayımda, 3 öğrencinin ise sözel varsayımda bulunduğu anlaşılmaktadır.

4.2.3.4. İspat Bileşenine Ait Bulgular

“Desenli Örtü” etkinliğinde üç farklı ispat türüne ait örnek belirlenmiştir. Bu ispat türlerine ait örnekler aşağıda sunulmuştur:

Yapılan etkinlikte çalışmaya katılan 27 öğrenciden 12’sinin çözümü “Saf Deneycilik” kapsamında değerlendirilmiştir. “Saf Deneycilik” olarak değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden birisi Şekil 4.40.’da gösterilmiştir:



$n^2 = \text{boş kare sayısı mesela}$ 1. adım = $1^2 = 1$
2. adım = $2^2 = 4$
3. adım = $3^2 = 9$

Şekil 4.40. Ö22’nin “Desenli Örtü” etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt

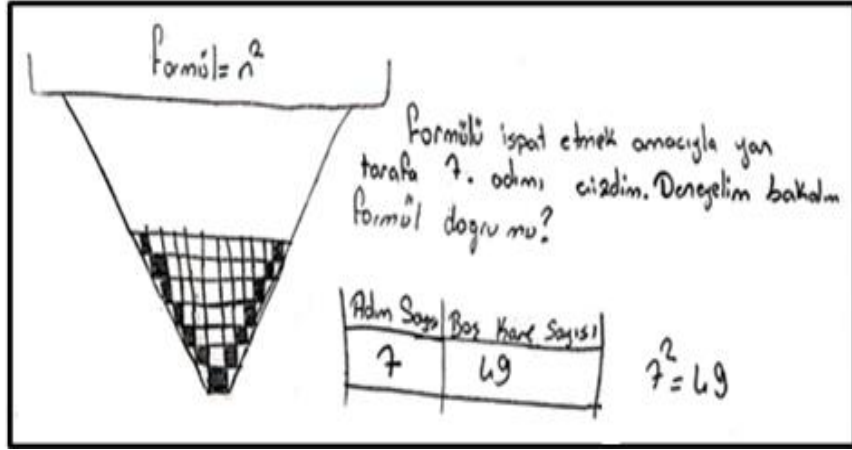
Etkinlik sonrası Ö22 ile araştırmacı arasında Ö22’nin ispat bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: İspat sorusunda ne düşündün?

Ö22: Bulduğum formülü ispatlamak için 1, 2 ve 3. adımdaki boş kare sayılarını formülde yerine koydum ve sonuçları yapılan çizimlerle karşılaştırdım. Aynı olduğunu gördüm.

Ö22, bulduğu formülü çözümünde belirtmiş, sonrasında birinci, ikinci ve üçüncü adımlardaki boş birim kare sayısını formül yardımıyla hesaplayıp ispatlamaya çalışmıştır. Buradan hareketle Ö22’nin “Saf Deneycilik” türünde ispat yaptığı ifade edilebilir.

Dört öğrencinin çözümü ise “Kritik Deney” kapsamında değerlendirilmiştir. “Kritik Deney” kapsamında değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.41.’de gösterilmiştir:



Şekil 4.41. Ö8'nin "Desenli Örtü" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö8 ile araştırmacı arasında Ö8'in ispat bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ispatı nasıl yaptın?

Ö8: Formülü n^2 olarak bulmuştum. Sonra 7. aşamadaki boş kare sayısı $7^2 = 49$ oluyor.

Sonrasında masa örtüsü desenini çizdim ve boş kare sayısının 49 olduğunu gördüm.

Ö8 cevabında boş birim kare sayısına ait formülü yazmış, sonrasında formülü ispat etmek için yedinci adımdaki masa örtüsü desenini çizerek boş kare sayılarını hesaplamaya çalışmıştır. Ayrıca formül kullanarak yedinci adımda ortaya çıkan boş birim kare sayısını göstermiştir. Buradan hareketle Ö8, bilinçli olarak seçtiği bir örnek üzerinden yola çıkarak bu durumun diğer durumlar için de geçerli olacağını düşündüğü için Ö8'in çözümü "Kritik Deney" olarak değerlendirilebilir.

Yapılan etkinlikte çalışmaya katılan 27 öğrenciden 2'sinin çözümü "Düşünce Deneyi" kapsamında değerlendirilmiştir. "Düşünce Deneyi" olarak değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.42.'de gösterilmiştir:

Adım sayısı	Kare Sayısı	Artış
1	1	3
2	4	5
3	9	7
4	16	...
...	...	...
n	n^2	$2n+1$
n+1	$(n+1)^2$	

$(n+1)^2 - n^2 = (n^2 + 2n + 1) - (n^2)$
 $\cancel{n^2} + 2n + 1 - \cancel{n^2}$ artış miktarı elde edildi.

Şekil 4.42. Ö1'in "Desenli Örtü" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö1 ile araştırmacı arasında Ö1'in ispat bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu sorudaki ispatı nasıl yaptın? Ne düşündün bu soruda?

Ö1: Bir önceki soruda boş kare sayısının adım sayısının karesi biçiminde olacağını anlamıştım. Sonrasında adım sayısı ile boş kare sayılarını alt alta yazarak art arda gelen boş kare sayıları arasındaki farkın da ardışık tek sayı biçiminde olduğunu gördüm. Mesele 4. adımdaki boş kare sayısı 16, 5. adımdaki boş kare sayısı ise 25'dir. $25-16 = 9$ yapar. Buradan elde edilen farkın 4. adımdan yola çıkarak $(2 \times 4) + 1$ biçiminde olduğunu gördüm. Bu farkın $2n+1$ biçiminde olduğunu gördükten sonra n. adım ile $(n+1)$. adımın farkının $2n+1$ olması gerektiğini cebirsel ifade kullanarak göstermeye çalıştım.

Ö1'in ispat bileşeni ile ilgili dördüncü soruya verdiği yanıt incelendiğinde adım sayısı, kare sayısı ve artış miktarını belirlemeye yönelik bir tablo oluşturduğu görülmüştür. Tabloda elde ettiği veriler yardımıyla cebirsel ifadeler kullanarak artış miktarının $2n+1$ olması gerektiğini belirtmiştir. Sonrasında $(n+1)$. terim ile n. terimin farkını alarak sonucun artış miktarına eşit olduğunu gösterdiği anlaşılmıştır. Dolayısıyla Ö1'in ispatı, "Düşünce Deneyi" olarak değerlendirilmiştir.

Son olarak dokuz öğrencinin etkinliğin ispat ile ilgili dördüncü sorusunu boş bıraktığı görülmüş ve herhangi bir analiz yapılmamıştır.

“Desenli Örtü” isimli çalışma yaprağının ispat bileşenine ait bulguları Tablo 4.15.’te gösterilmiştir:

Tablo 4.15. “Desenli Örtü” etkinliğinde kullanılan İspat türleri

İspat Türleri	f
Saf Deneycilik	12
Kritik Deney	4
Düşünce Deneyi	2
Genel Örnek	0
Cevapsız	9

Tablo 4.15. incelendiğinde 12 öğrenci tarafından etkinliğin dördüncü sorusunda saf deneycilik bağlamında ispat yaptığı görülmektedir. Dört öğrencinin kritik deney, 2 öğrencinin ise düşünce deneyi türünde ispat yaptığı ortaya çıkmıştır.

“Desenli Örtü” isimli çalışma yaprağı özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispat bileşenlerine göre genel olarak incelendiğinde Tablo 4.16.’daki bulgulara ulaşılmıştır:

Tablo 4.16. “Desenli Örtü” etkinliğinin MD’nin bileşenlerine göre analizi

Özelleştirme Türleri	f
Yeterli Özelleştirme	18
Hatalı Özelleştirme	9
Kısmi Özelleştirme	0
Genelleme Türleri	f
Sembolik Genelleme	14
Aritmetik Genelleme	6
Olgusal Genelleme	0
Bağlamsal Genelleme	0
Cevapsız	7
Varsayımda Bulunma Türleri	f
Sözel ve Matematiksel Varsayım	13
Matematiksel Varsayım	4
Sözel Varsayım	3
Cevapsız	7

Tablo 4.16. (Devamı)

İspat Türleri	f
Saf Deneycilik	12
Kritik Deney	4
Düşünce Deneyi	2
Genel Örnek	0
Cevapsız	9

Tablo 4.16. incelendiğinde öğrencilerin çoğunun “Desenli Örtü” isimli çalışma yaprağındaki özelleştirme bileşeni ile ilgili birinci sorusunda yeterli özelleştirme yaptığı anlaşılmaktadır. Genelleme bileşeni ile ilgili ikinci soruda ise öğrencilerin çözümlerinde ağırlıklı olarak sembolik genelleme türüne ağırlık verdiği görülmüştür. Varsayımda bulunma bileşeni ile ilgili üçüncü soruda ise öğrencilerin çoğunluğu varsayımlarını sözel ve matematiksel olarak ifade etmişlerdir. Son olarak ispat bileşeni ile ilgili dördüncü soruda ise öğrencilerin çoğunun zorlandığı ve saf deneycilik düzeyinde ispat yaptığı görülmüştür.

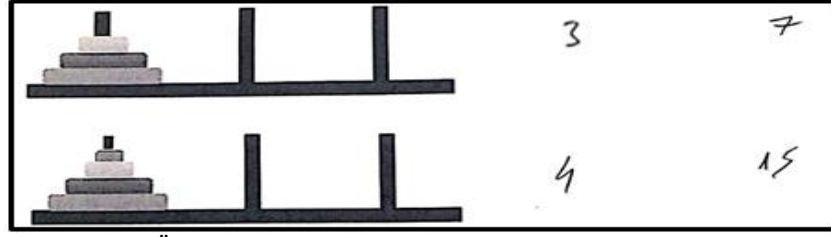
4.2.4. Hanoi Kuleleri Etkinliğine İlişkin Bulgular

Bu bölümde “Hanoi Kuleleri” etkinliğinin MD’nin bileşenlerine göre değerlendirilmesinden elde edilen bulgular sunulmuştur.

4.2.4.1. Özelleştirme Bileşenine Ait Bulgular

“Hanoi Kuleleri” etkinliğinde özelleştirme türüne ait iki örnek belirlenmiştir. Bu özelleştirme türlerine ait örnekler aşağıda sunulmuştur:

Yapılan etkinlikte çalışmaya katılan 24 öğrenciden 11’inin çözümü “Yeterli Özelleştirme” kapsamında değerlendirilmiştir. “Yeterli Özelleştirme” kapsamında değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.43.’te gösterilmiştir:



Şekil 4.43. Ö3'ün "Hanoi Kuleleri" etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt

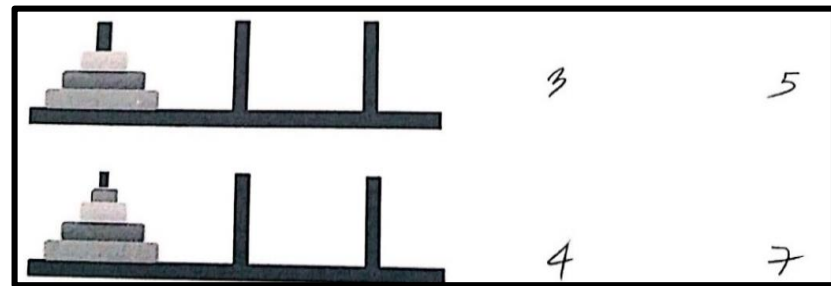
Etkinlik sonrası Ö3 ile araştırmacı arasında Ö3'ün özelleştirme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda nasıl düşündün?

Ö3: Kağıttan disk modelleri yaptım. 3 ve 4 disk olduğunda en az kaç hamlede taşımam gerektiğini düşündüm. Yani şöyle en üstteki diski, disklerin en son toplanacağı yere koyuyorum. Bir altındaki diski ise diğer boş yere alıyorum. Daha sonra küçük olan diski onun üstüne koyup en son toplanacak bölümü boşaltıyorum ve bu şekilde devam ediyorum.

Ö3'ün "Hanoi Kuleleri" etkinliğinin birinci sorusuna verdiği cevap incelendiğinde üçüncü ve dördüncü aşamalardaki diskleri karşı tarafa geçirmek için gerekli olan en az hamle sayısını doğru bulduğu anlaşılmaktadır. Ö3, çözümlerini gerçekleştirirken kağıt parçaları ile diskleri modellediğini ve en az hamle sayısını bu yolla bulduğunu ifade etmiştir. Buradan hareketle Ö3'ün yeterli özelleştirme yaptığı söylenebilir.

13 öğrencinin çözümü ise "Hatalı Özelleştirme" olarak değerlendirilmiştir. "Hatalı Özelleştirme" kapsamında değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.44.'te gösterilmiştir:



Şekil 4.44 Ö19'un "Hanoi Kuleleri" etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö19 ile araştırmacı arasında Ö19’un özelleştirme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda nasıl düşündün?

Ö19: Disk sayısı 1 olduğunda 1 hamlede, disk sayısı 2 olduğunda 3 hamlede oyun tamamlanıyordu. Hamle sayıları 1, 3, 5, 7 gibi ilerliyor. Üç disk olduğunda 5 hamle ve 4 disk olduğunda ise 7 hamle olacak.

Ö19’un çözümü incelendiğinde en az hamle sayısını ardışık tek sayılar olacak biçimde ifade ettiği görülmektedir. Ayrıca sınıftaki öğrencilerin çoğu kağıt parçaları ile modelleme yapmışken, Ö19’un bu yolu seçmeyip sadece sayılar arasındaki ilişkiye odaklanması ve yanlış sonuca ulaşması hatalı özelleştirme yaptığıının bir göstergesidir.

“Hanoi Kuleleri” isimli çalışma yaprağının özelleştirme bileşenine ait bulguları Tablo 4.17.’de gösterilmiştir:

Tablo 4.17. “Hanoi Kuleleri” etkinliğinde kullanılan özelleştirme türleri

Özelleştirme Türleri	f
Yeterli Özelleştirme	11
Hatalı Özelleştirme	13
Kısmi Özelleştirme	0

Tablo 4.17. incelendiğinde 11 öğrenci tarafından etkinliğin birinci sorusunda verilen ve istenen bilgilerin anlaşıldığı, disk sayısının artmasıyla oluşacak en az hamle sayısını doğru hesaplandığı ve “Yeterli Özelleştirme” yapıldığı gözlemlenmiştir. 13 öğrencinin ise en az hamle sayısını yanlış hesapladığı yani “Hatalı Özelleştirme” yaptığı görülmüştür.

4.2.4.2. Genelleme Bileşenine Ait Bulgular

“Hanoi Kuleleri” etkinliğinde genelleme türüne ait iki örnek tespit edilmiştir. Bu genelleme türlerine ait örnekler aşağıda sunulmuştur:

Yapılan etkinlikte çalışmaya katılan 24 öğrenciden 10'unun çözümü "Sembolik Genelleme" kapsamında değerlendirilmiştir. "Sembolik Genelleme" kapsamında değerlendirilen çalışma yapraklarından birine ait örnek Şekil 4.45.'te gösterilmiştir:

Disk sayısı	1	2	3	4	5	...	n
E.A.H.S	1	3	7	15	31	...	$2^n - 1$
		+2	+4	+8	+16		
Formül $2^n - 1 \rightarrow \text{E.A.H.S}$							

Şekil 4.45. Ö15'in "Hanoi Kuleleri" etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö15 ile araştırmacı arasında Ö15'in genelleme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö15: Disk modelleriyle en az hamle sayısını belirledikten sonra hamle sayıları arasındaki ilişkiyi inceledim. 2'nin kuvvetinin 1 eksiği biçiminde formül buldum. Yani 4 disk olduğunda en az $2^4 - 1 = 15$ hamle olması gerekir.

Ö15'in "Hanoi Kuleleri" etkinliğinin genelleme bileşeni ile ilgili ikinci sorusuna verdiği yanıt incelendiğinde, disk sayısını ve en az hamle sayısını çözümünde belirtmiş ve en az hamle sayıları arasındaki artış miktarını ifade etmiştir. Sonrasında disk sayısı ile en az hamle sayısı arasındaki ilişkiyi cebirsel ifade kullanarak göstermiştir. Dolayısıyla Ö15'in yaptığı genelleme "Sembolik Genelleme" bağlamında değerlendirilebilir.

Altı öğrencinin çözümü ise "Aritmetik Genelleme" kapsamında değerlendirilmiştir. "Aritmetik Genelleme" olarak değerlendirilen çalışma yapraklarından birine ait örnek Şekil 4.46.'da gösterilmiştir:

Adım sayısı	Hamle	
1	1	2
2	3	4
3	7	8
4	15	16
5	31	32
6	63	

Hamle sayısı 2'nin kuvveti olacak biçimde artmış.

Şekil 4.46. Ö21'in "Hanoi Kuleleri" etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö21 ile araştırmacı arasında Ö21'in genelleme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö21: Hamle sayıları 1, 3, 7, 15, 31, 63 biçiminde oluyor. Yani iki hamle sayısındaki fark ise 2, 4, 8, 16, 32 olduğundan 2'nin kuvveti biçiminde olacak.

Ö21'in verdiği cevap incelendiğinde adım sayısına ve hamle sayısına ait bilgileri tablo biçiminde göstermiş, sonrasında hamle sayıları arasındaki artış miktarını çözümünde belirtmiştir. Ayrıca Ö21, çözümünü "Hamle sayısı 2'nin kuvveti olacak şekilde artıyor." ifadesiyle açıklamıştır. Buradan hareketle yapılan çözüm "Aritmetik Genelleme" bağlamında değerlendirilmiştir.

Son olarak sekiz öğrencinin etkinliğin genelleme ile ilgili ikinci sorusunu boş bıraktığı görülmüş ve herhangi bir analiz yapılmamıştır. "Hanoi Kuleleri" isimli çalışma yaprağının genelleme bileşenine ait bulguları Tablo 4.18.'de gösterilmiştir:

Tablo 4.18. "Hanoi Kuleleri" etkinliğinde kullanılan genelleme türleri

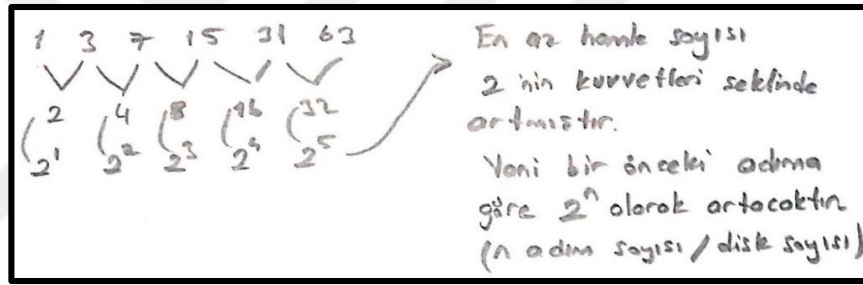
Genelleme Türleri	f
Sembolik Genelleme	10
Aritmetik Genelleme	6
Olgusal Genelleme	0
Bağlamsal Genelleme	0
Cevapsız	8

Tablo 4.18. incelendiğinde 10 öğrencinin çözümlerinde sembolik genellemeye, 6 öğrencinin ise aritmetik genellemeye yer verdiği görülmektedir.

4.2.4.3. Varsayımda Bulunma Bileşenine Ait Bulgular

“Hanoi Kuleleri” etkinliğinde varsayımda bulunma türüne ait üç örnek belirlenmiştir. Bu varsayımda bulunma türlerine ait örnekler aşağıda sunulmuştur:

Sekiz öğrencinin çözümü “Sözel ve Matematiksel Varsayım” kapsamında değerlendirilmiştir. “Sözel ve Matematiksel Varsayım” olarak değerlendirilen çalışma yapraklarından birine ait örnek Şekil 4.47.’de gösterilmiştir:



Şekil 4.47. Ö6'nın “Hanoi Kuleleri” etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö6 ile araştırmacı arasında Ö6'nın varsayımda bulunma bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö6: En az hamle sayıları arasındaki farklara baktığımızda 2, 4, 8, 16 biçiminde artıyordu. Yani bu sayılar 2'nin kuvvetleri oluyor. Burada n disk sayısı dersek, hamle sayısını 2ⁿ biçiminde buluruz.

Ö6'nın etkinliğin üçüncü sorusuna verdiği yanıt incelendiğinde elde ettiği en az hamle sayıları arasındaki artış miktarını matematiksel olarak göstermiş ve cebirsel olarak çözümüne aktarmıştır. Ayrıca bulduğu artış miktarını çözümünde sözel olarak açıklamıştır. Dolayısıyla Ö6'nın çözümü sözel ve matematiksel varsayım olarak değerlendirilmiştir.

Beş öğrencinin çözümü ise “Matematiksel Varsayım” olarak değerlendirilmiştir. Ö11’in matematiksel varsayımı Şekil 4.48.’de gösterilmiştir:

<u>Disk</u>	<u>Hamle</u>
1	1) +2
2	3) +4
3	7) +8
4	15) +16
5	31) +32
	...) +64
	...) 2^n

Şekil 4.48. Ö11’in “Hanoi Kuleleri” etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö11 ile araştırmacı arasında Ö11’in varsayımda bulunma bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö11: Disk sayıları arttıkça hamle sayısı da artıyordu. 1, 3, 7, 15, 31... biçiminde. Buradaki artışlar ise 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 biçiminde ilerliyordu. Yani 2’nin n . kuvvetinden 1 eksik olacak şekilde örüntü oluşturur.

Ö11 cevabında disk sayısı ile hamle sayısını karşılaştırmış ve aralarındaki artış miktarını belirlemiştir. Sonrasında artış miktarları arasındaki örüntüye odaklanmış ve bu durumu 2’nin kuvvetleri olarak göstermiştir. Ö11, hamle sayıları ile ilgili varsayımında sadece matematiksel ve cebirsel ifadeler kullandığından yapılan çözüm matematiksel varsayım olarak değerlendirilmiştir.

Üç öğrencinin çözümü ise “Sözel Varsayım” kapsamında değerlendirilmiştir. Bu çalışma yapraklarından birine ait örnek Şekil 4.49.’da gösterilmiştir:

Disk sayısı her arttığında hamle sayısı
2'nin kuvveti olarak artacaktır.

Şekil 4.49. Ö15' in “Hanoi Kuleleri” etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö15 ile araştırmacı arasında Ö15'in varsayımda bulunma bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö15: Disk modelleriyle ilgili varsayımım; disk sayısı arttıkça hamle sayısı da 2'nin kuvveti biçiminde artacaktır. Yani 4 tane diski karşıya geçirmek için yapılması gereken hamle sayısı 3 diski karşıya geçirmek için yapılması gereken hamle sayısından 2^3 fazladır.

Ö15'in üçüncü soruya verdiği yanıt incelendiğinde disk sayısı ile hamle sayısı arasındaki ilişkiyi sözel olarak ifade etmiş ve hamle sayısı ile ilgili olarak “2'nin kuvveti olarak artar.” biçiminde sözel bir varsayımda bulunmuştur.

Son olarak sekiz öğrencinin etkinliğin genelleme ile ilgili ikinci sorusunu boş bıraktığı görülmüş ve herhangi bir analiz yapılmamıştır. “Hanoi Kuleleri” isimli çalışma yaprağının varsayımda bulunma bileşenine ait bulguları Tablo 4.19.'da gösterilmiştir:

Tablo 4.19. “Hanoi Kuleleri” etkinliğinde kullanılan varsayımda bulunma türleri

Varsayımda Bulunma Türleri	f
Sözel ve Matematiksel Varsayım	8
Matematiksel Varsayım	5
Sözel Varsayım	3
Cevapsız	8

Tablo 4.19. incelendiğinde 8 öğrenci çözümlerinde sözel ve matematiksel varsayımda bulunmuştur. Ayrıca 5 öğrencinin matematiksel varsayımda, 3 öğrencinin ise sözel varsayımda bulunduğu görülmüştür. 8 öğrenci ise varsayımda bulunma bileşeni ile ilgili üçüncü soruyu boş bırakmıştır.

4.2.4.4. İspat Bileşenine Ait Bulgular

“Hanoi Kuleleri” etkinliğinde üç farklı ispat türüne ait örnek tespit edilmiştir. Bu ispat türlerine ait örnekler aşağıda sunulmuştur:

Yapılan etkinlikte çalışmaya katılan 24 öğrenciden 9’unun çözümü “Saf Deneycilik” kapsamında değerlendirilmiştir. “Saf Deneycilik” olarak değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.50.’de gösterilmiştir:

3 disk olduğunda 7 hamlede karşı tarafa
geçirebiliyoruz
 $n=3$ ise $2^n - 1 = 2^3 - 1 = 7$ ✓

4 disk olduğunda ise 15 hamlede karşı tarafa
geçirebiliyoruz
 $n=4$ ise $2^n - 1 = 2^4 - 1 = 15$ ✓

Şekil 4.50. Ö16’nın “Hanoi Kuleleri” etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt

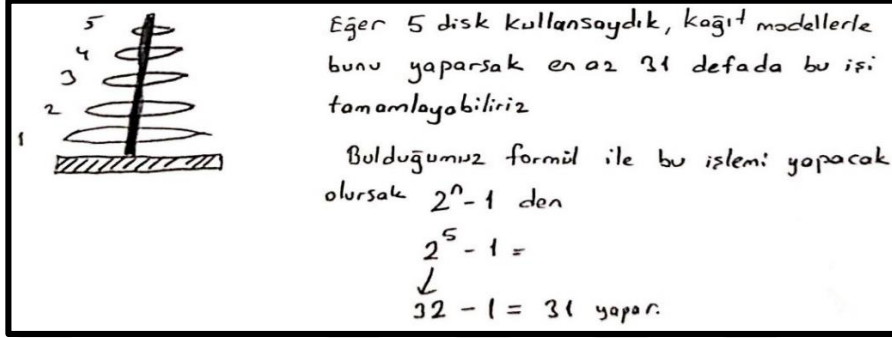
Etkinlik sonrası Ö16 ile araştırmacı arasında Ö16’nın ispat bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö16: En az hamle sayısını bulmak için $2^n - 1$ oluyor. Yani 3 disk olduğunda 7 hamlede karşı tarafa geçirebiliyoruz. Formülde yerine yerleştirdiğimizde yine 2 üssü 3 eksi 1’den 7 yapıyor. Emin olmak için 4 disk olduğunda 15 hamle sayısını da denedim. Oldu.

Ö16’nın verdiği yanıt incelendiğinde disk sayısının 3 ve 4 olduğunda en az kaç hamle gerekeceğini belirtmiş ve sonrasında bulduğu formülü kullanarak hamle sayılarını hesaplama yoluna gitmiştir. Ö16’nın ispatını yaparken örnek üzerinden hareket etmesi saf deneycilik türünde ispat yaptığının bir göstergesidir.

Üç öğrencinin çözümü ise “Kritik Deney” kapsamında değerlendirilmiştir. “Kritik Deney” olarak değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.51.’de gösterilmiştir:



Şekil 4.51. Ö10’nun “Hanoi Kuleleri” etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö10 ile araştırmacı arasında Ö10’nun ispat bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne yaptın? Nasıl düşündün?

Ö10: Önce kağıttan 5 tane disk modeli oluşturdum. Beş tane disk ile hamleleri bir kağıda yazarak en az 31 hamlede karşıya geçireceğimi gördüm. Daha sonra bulduğum formül ile 5 disk olduğunda en az hamle sayısını yine 31 buldum.

Ö10’un yaptığı çözüm incelendiğinde disk sayısı 5 olduğunda hamle sayısını bulmak için hazırladığı kağıt modellerini kullanmış ve en az 31 hamlede disklerin karşıya geçirilebileceğini ifade etmiştir. Sonrasında bulduğu formülü kullanarak bu sayıya ulaşmaya çalışmıştır. Ö10 ispatını gerçekleştirirken bilinçli olarak seçtiği bir örnekten genellemeye ulaşarak ispat yapmıştır. Dolayısıyla yapılan ispat kritik deney olarak değerlendirilmiştir.

Bir öğrencinin çözümü ise “Düşünce Deneyi” kapsamında değerlendirilmiştir. “Düşünce Deneyi” olarak değerlendirilen çalışma yaprağı Şekil 4.52.’de gösterilmiştir:

$\textcircled{1}$ $\textcircled{2}$ $\textcircled{3}$ $\textcircled{4}$
 1 3 7 15
 $\xrightarrow{2}$ $\xrightarrow{2^2}$ $\xrightarrow{2^3}$

Peşpeşe olan adımlar arasındaki artış miktarı küçük olan adım sayısı 2 sayısının kuvveti olarak yazılır.

Yani, $3.\text{adım} - \textcircled{2}.\text{adım} = 7 - 3 = 4 = 2^2$
 $4.\text{adım} - \textcircled{3}.\text{adım} = 15 - 7 = 8 = 2^3$
 $n+1.\text{adım} - \textcircled{n}.\text{adım} = (2^{n+1} - 1) - (2^n - 1)$
 $= 2^{n+1} - 1 - 2^n + 1$
 $= 2^1 \cdot 2^n - 1 \cdot 2^n = 2^n$

Şekil 4.52. Ö1'in "Hanoi Kuleleri" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö1 ile araştırmacı arasında Ö1'in ispat bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda nasıl düşündün?

Ö1: Önce adımlar arasındaki artış miktarına odaklandım. Burada ardışık adımlar arasındaki farklar 2, 4, 8, 16, diye gidiyordu. Bu sayıların 2'nin kuvvetleri olduğunu anladım. Mesele 4. adım ile 3. adım arasındaki fark 8 idi. Yani 2'nin küpü. Buradaki küpün nereden geldiğini incelediğimde, küçük olan adım sayısına eşit olduğunu gördüm. Bende $(n+1).$ adım ile $n.$ adım arasındaki farkın 2^n olması gerektiğini düşündüm ve cebirsel olarak gösterdim.

Ö1'in ispat bileşeni ile ilgili dördüncü soruya verdiği yanıt incelendiğinde ardışık adımlar arasındaki farkın 2'nin kuvveti şeklinde yazılabileceğini ifade etmiş ve $(n+1).$ adım ile $n.$ adım arasındaki farkın 2^n olması gerektiğini belirtmiştir. Sonrasında $(n+1).$ ve $n.$ adımlardaki hamle sayısını cebirsel ifadeler kullanarak ispatlamıştır. Dolayısıyla Ö1'in ispatı, düşünce deneyi bileşeninde değerlendirilmiştir.

Son olarak 11 öğrencinin etkinliğin ispat ile ilgili dördüncü sorusunu boş bıraktığı görülmüş ve herhangi bir analiz yapılmamıştır.

“Hanoi Kuleleri” isimli çalışma yaprağının ispat bileşenine ait bulguları Tablo 4.20.’de gösterilmiştir:

Tablo 4.20. “Hanoi Kuleleri” etkinliğinde kullanılan ispat türleri

İspat Türleri	f
Saf Deneycilik	9
Kritik Deney	3
Düşünce Deneyi	1
Genel Örnek	0
Cevapsız	11

Tablo 4.20. incelendiğinde 9 öğrenci tarafından etkinliğin dördüncü sorusunda saf deneycilik düzeyinde ispat yaptığı görülmektedir. Ayrıca 3 öğrencinin kritik deney, 1 öğrencinin ise düşünce deneyi türünde ispat yaptığı ortaya çıkmıştır.

“Hanoi Kuleleri” isimli çalışma yaprağı özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispat bileşenlerine göre genel olarak incelendiğinde Tablo 4.21.’deki bulgulara ulaşılmıştır:

Tablo 4.21. “Hanoi Kuleleri” etkinliğinin MD’nin bileşenlerine göre analizi

Özelleştirme Türleri	f
Yeterli Özelleştirme	11
Hatalı Özelleştirme	13
Kısmi Özelleştirme	0
Genelleme Türleri	f
Sembolik Genelleme	10
Aritmetik Genelleme	6
Olgusal Genelleme	0
Bağlamsal Genelleme	0
Cevapsız	8
Varsayımda Bulunma Türleri	f
Sözel ve Matematiksel Varsayım	8
Matematiksel Varsayım	5
Sözel Varsayım	3
Cevapsız	8
İspat Türleri	f
Saf Deneycilik	9
Kritik Deney	3
Düşünce Deneyi	1
Genel Örnek	0
Cevapsız	11

Tablo 4.21. incelendiğinde sınıftaki öğrencilerin yarıya yakını “Hanoi Kuleleri” isimli çalışma yaprağının özelleştirme bileşeni ile ilgili birinci sorusunda yeterli özelleştirme yapmıştır. Genelleme bileşeni ile ilgili ikinci soruda öğrencilerin çözümlerinde sembolik genellemeye yer verdiği görülmüştür. Varsayımda bulunma bileşeni ile ilgili üçüncü soruda ise öğrencilerin geneli varsayımlarını sözel ve matematiksel olarak ifade etmişlerdir. Son olarak ispat bileşeni ile ilgili dördüncü soruda öğrencilerin çoğunun zorlandığı ve 9 öğrencinin en alt düzeyde ispat gerçekleştirdiği görülmüştür.

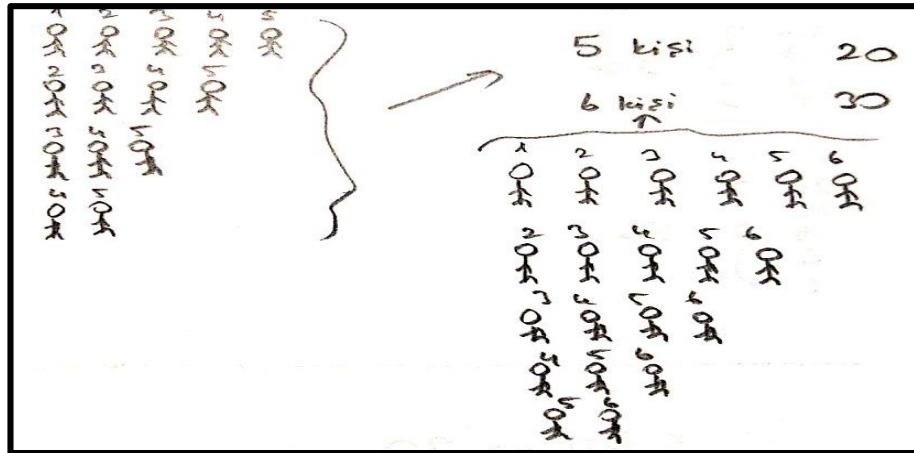
4.2.5. Bayramlaşma Etkinliğine İlişkin Bulgular

“Bayramlaşma” etkinliğinin MD’nin bileşenlerine göre değerlendirilmesinden elde edilen bulgular aşağıda sunulmuştur:

4.2.5.1. Özelleştirme Bileşenine Ait Bulgular

“Bayramlaşma” etkinliğinde özelleştirme türlerine ait 2 örnek belirlenmiştir. Bu özelleştirme türlerine ait örnekler aşağıda sunulmuştur:

Yapılan etkinlikte çalışmaya katılan 25 öğrenciden 13’ünün çözümü “Yeterli Özelleştirme” kapsamında değerlendirilmiştir. “Yeterli Özelleştirme” olarak değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.53.’te gösterilmiştir:



Şekil 4.53. Ö5’in “Bayramlaşma” etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt

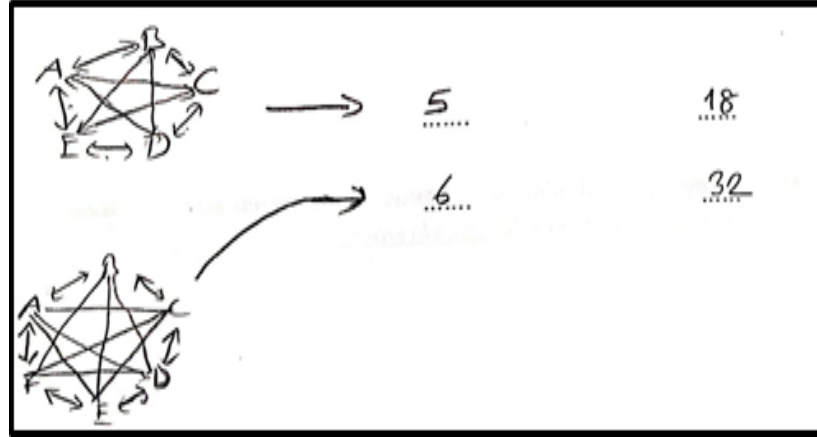
Etkinlik sonrası Ö5 ile araştırmacı arasında Ö5'in özelleştirme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö5: Burada modelleyerek yaptım. Mesela 5 kişi için kaç kez kafa tokuşturma olacağını göstermek istedim. Yani 1. kişi, 4 kişi ile 2. kişi, 3 kişi ile 3. kişi 2 kişi ile 4. kişi 1 kişi ile kafa tokuşturduğunda toplam 10 kez çarpı 2 den 20 kafa tokuşturma olur.

Ö5'in etkinliğin birinci sorusuna verdiği yanıt incelendiğinde çöp adam modelleri çizip kaç kez kafa tokuşturma gerçekleşeceğini bulmaya çalışmıştır. Dördüncü ve beşinci adımlardaki kısımları da çizdiği modeller yardımıyla hesaplayıp çözümünde doğru biçimde göstermiştir. Dolayısıyla Ö5'in yaptığı çözümü “Yeterli Özelleştirme” bağlamında değerlendirilebilir.

İki öğrencinin çözümü ise “Kısmi Özelleştirme” kapsamında değerlendirilmiştir. “Kısmi Özelleştirme” olarak değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.54.'te gösterilmiştir:



Şekil 4.54. Ö7'nin “Bayramlaşma” etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö7 ile araştırmacı arasında Ö7'nin özelleştirme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö7: Kişileri A, B, C, ... biçiminde modelledim ve onları beşgen ve altıgen bölge olacak şekilde dizdim. Sonra her birinin kafa tokuşturmasını aralarına doğru parçası çizerek gösterdim. Sonra saydım ve sonucu yazdım.

Ö7'nin verdiği cevap incelendiğinde kişileri A, B, C,... biçiminde modellediği ve kişiler arasındaki kafa tokuşturmayı aralarına bir doğru parçası çizerek gösterdiği görülmüştür. Yaptığı modelleme çözüm için yeterince uygun olmasına rağmen, çizdiği doğru parçalarını hatalı sayması sonucu yanlış bulmasına neden olduğu gözlenmiştir. Buradan hareketle Ö7'nin yaptığı çözüm “Kısmi Özelleştirme” kapsamında değerlendirilebilir.

Yapılan etkinlikte 10 öğrencinin çözümü ise “Hatalı Özelleştirme” kapsamında değerlendirilmiştir. “Hatalı Özelleştirme” olarak değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.55.'te gösterilmiştir:

2	2) 4
3	6) 6
4	12) 10
5	22) 16
6	

Şekil 4.55. Ö22'nin “Bayramlaşma” etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö22 ile araştırmacı arasında Ö22'nin özelleştirme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö22: Kafa tokuşturma sayısı 2, 6, 10 biçiminde gidiyor. Buradaki artışları inceledim ve önce 4 sonra 6 olarak artıyor. Yani sonrakilerde 10 ve 16 biçiminde artmaya devam edecek. 5 kişi olduğunda 22 kafa tokuşturma gerçekleşecektir. 6 kişi olduğunda ise 38 olacaktır.

Ö22'nin verdiği cevap incelendiğinde dördüncü ve beşinci adımlarda verilen boşlukları hesaplamak için modelleme yapmadığı gözlenmiştir. Ö22'nin önceki

adımlarda verilen sayılar arasında ilişki aradığı ve yanlış sonuca ulaştığı görülmüştür. Dolayısıyla Ö22'nin çözümü “Hatalı Özelleştirme” kapsamında değerlendirilmiştir.

“Bayramlaşma” isimli çalışma yaprağının özelleştirme bileşenine ait bulgular Tablo 4.22.’de gösterilmiştir:

Tablo 4.22. “Bayramlaşma” etkinliğinde kullanılan özelleştirme türleri

Özelleştirme Türleri	f
Yeterli Özelleştirme	13
Hatalı Özelleştirme	10
Kısmi Özelleştirme	2

Tablo 4.22. incelendiğinde 13 öğrenci tarafından etkinliğin birinci sorusunda verilen ve istenen bilgilerin anlaşıldığı ve yeterli özelleştirme yapıldığı gözlenmiştir. Ayrıca 2 öğrencinin çözümü kısmi özelleştirme, 10 öğrencinin çözümü ise hatalı özelleştirme kapsamında değerlendirilmiştir.

4.2.5.2. Genelleme Bileşenine Ait Bulgular

“Bayramlaşma” etkinliğinde genelleme türlerine ait iki örnek belirlenmiştir. Bu genelleme türlerine ait örnekler aşağıda sunulmuştur:

Yapılan etkinlikte çalışmaya katılan 25 öğrenciden 10’unun çözümü “Sembolik Genelleme” kapsamında değerlendirilmiştir. “Sembolik Genelleme” olarak değerlendirilen çalışma yapraklarından birine ait örnek Şekil 4.56.’da gösterilmiştir:

Kişi sayısı	Kafa tokuşturma
2	$2 \rightarrow 2 \cdot 1 \rightarrow 2 \cdot (2-1)$
3	$3 \rightarrow 3 \cdot 2 \rightarrow 3 \cdot (3-1)$
4	$4 \rightarrow 4 \cdot 3 \rightarrow 4 \cdot (4-1)$
5	$5 \rightarrow 5 \cdot 4 \rightarrow 5 \cdot (5-1)$
$\vdots$	
n	$n \cdot (n-1)$ kafa tokuşturma olur.

Şekil 4.56. Ö6'nın “Bayramlaşma” etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt

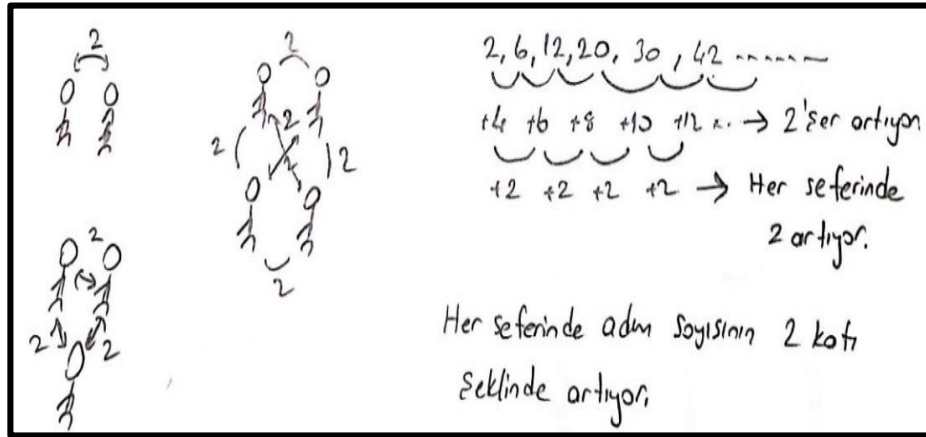
Etkinlik sonrası Ö6 ile araştırmacı arasında Ö6'nın genelleme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda nasıl düşündün?

Ö6: Kafa tokuşturma sayıları 2, 6, 12, 20 biçiminde ilerliyordu. Burada kişi sayısı ile kafa tokuşturma sayıları arasında ilişki aradım. Kişi sayısı ile kişi sayısının 1 eksiğini çarpınca kafa tokuşturma sayısı ortaya çıkıyor. Mesela 2 kişi olduğunda $2(2-1)$ kafa tokuşturma oluyor. Ya da 5 kişi olduğunda $5(5-1)$ kafa tokuşturma oluyor. O zaman n kişi olduğunda da $n(n-1)$ kafa tokuşturma olur.

Ö6'nın "Bayramlaşma" etkinliğinin genelleme bileşeni ile ilgili ikinci sorusuna verdiği yanıt incelendiğinde kişi ve kafa tokuşturma sayıları arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak ifade ettiği görülmüştür. Dolayısıyla Ö6'nın yaptığı genelleme "Sembolik Genelleme" bağlamında değerlendirilebilir.

Yedi öğrencinin çözümü ise "Aritmetik Genelleme" kapsamında değerlendirilmiştir. "Aritmetik Genelleme" olarak değerlendirilen çalışma yapraklarından birine ait örnek Şekil 4.57.'de gösterilmiştir:



Şekil 4.57. Ö12'nin "Bayramlaşma" etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö12 ile araştırmacı arasında Ö12'nin genelleme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö12: *Çöp adam modeli çizdim ve aralarındaki kafa tokuşturma sayılarını ok işareti üzerine 2 yazarak gösterdim. 2 defa kafa tokuşturma gerçekleştiği için. Kafa tokuşturma sayısı 2, 6, 12, 20, 30, 42 olarak devam ediyordu. Aralarında sırayla 4, 6, 8, 10, 12 olarak artış oluyordu. Bu yüzden her seferinde 2'nin katı biçiminde arttığına karar verdim.*

Ö12, çözümünde modelleme yaparak kişiler arasındaki kafa tokuşturmaları göstermiştir. Sonrasında kafa tokuşturma sayıları arasındaki ilişkiyi inceleyip her bir adımdaki artış miktarını belirlemiş ve çözümünü “Her seferinde adım sayısının 2 katı şeklinde artıyor.” ifadesiyle sonlandırmıştır. Buradan hareketle Ö12'nin yaptığı genelleme, “Aritmetik Genelleme” kapsamında değerlendirilmiştir.

Son olarak 8 öğrencinin etkinliğin genelleme ile ilgili ikinci sorusunu boş bıraktığı görülmüş ve herhangi bir analiz yapılmamıştır. “Bayramlaşma” isimli çalışma yaprağının genelleme bileşenine ait bulguları Tablo 4.23.’te gösterilmiştir:

Tablo 4.23. “Bayramlaşma” etkinliğinde kullanılan genelleme türleri

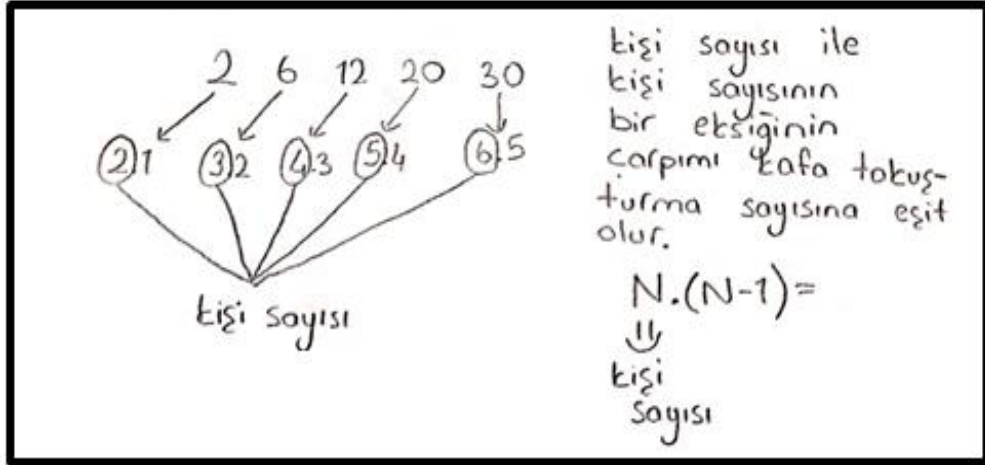
Genelleme Türleri	f
Sembolik Genelleme	10
Aritmetik Genelleme	7
Olgusal Genelleme	0
Bağlamsal Genelleme	0
Cevapsız	8

Tablo 4.23. incelendiğinde 10 öğrencinin çözümlerinde sembolik genellemeye, 7 öğrencinin ise aritmetik genellemeye yer verdiği görülmüştür. Çözümlerinde bağlamsal genellemeye yer veren öğrenciye rastlanılmamıştır.

4.2.5.3. Varsayımda Bulunma Bileşenine Ait Bulgular

“Bayramlaşma” etkinliğinde varsayımda bulunma türlerine ait 3 örnek belirlenmiştir. Bu varsayımda bulunma türlerine ait örnekler aşağıda sunulmuştur:

Yapılan etkinlikte çalışmaya katılan 25 öğrenciden 9'unun çözümü "Sözel ve Matematiksel Varsayım" kapsamında değerlendirilmiştir. "Sözel ve Matematiksel Varsayım" olarak değerlendirilen çalışmalardan birine ait örnek Şekil 4.58.'de gösterilmiştir:



Şekil 4.58. Ö8'in "Bayramlaşma" etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö8 ile araştırmacı arasında Ö8'in varsayımda bulunma bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö8: Bu soruda kafa tokuşturma sayılarını kişi sayısı ile ilişkilendirerek düşündüm. Mesela kafa tokuşturma sayısı $2=2 \times 1$, kafa tokuşturma sayısı $6=3 \times 2$, kafa tokuşturma sayısı $12=4 \times 3$... Yani kişi sayısı ile kişi sayısının bir eksiğinin çarpımı kafa tokuşturma sayısına eşit oluyor.

Ö8 cevabında kafa tokuşturma sayılarını yan yana yazarak her bir sayıyı kişi sayısı ile ilişkilendirme yoluna gitmiştir. Sonrasında kişi sayısı ile kişi sayısının bir eksiğinin çarpımının kafa tokuşturma sayısına eşit olduğunu sözel olarak ifade etmiştir. Buradan hareketle Ö8'in çözümü, sözel ve matematiksel varsayım kapsamında değerlendirilmiştir.

Beş öğrencinin çözümü ise “Matematiksel Varsayım” olarak değerlendirilmiştir. Bu kapsamdaki örneklerden biri Şekil 4.59.’da gösterilmiştir:

<u>K.S</u>	<u>K.T.S</u>	
2	2.	
3	6 → 2+4	K.T.S = 2+4+6+8+...+2n
4	12 → 2+4+6	Şeklinde elde edilir
5	20 → 2+4+6+8	
6	30 → 2+4+6+8+10	

Şekil 4.59. Ö14’ün “Bayramlaşma” etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö14 ile araştırmacı arasında Ö14’ün varsayımda bulunma bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö14: Kafa tokuşturma sayılarını bir önceki kafa tokuşturma sayıları ile ilişkilendirerek toplam biçiminde yazdım. Mesela 5 kişi olduğunda $2 + 4 + 6 + 8$ kafa tokuşturma gerçekleşir. Yani kafa tokuşturma sayısı $2 + 4 + 6 + \dots + 2n$ olarak hesaplanır.

Ö14’ün verdiği cevap incelendiğinde kişi ve kafa tokuşturma sayılarını alt alta yazıp kafa tokuşturma sayılarını, bir önceki kafa tokuşturma sayıları ile ilişkilendirerek toplam biçiminde yazdığı görülmüştür. Sonrasında kafa tokuşturma sayılarının nasıl elde edileceğine yönelik varsayımını matematiksel ifadeler ile açıklamıştır.

Üç öğrencinin çözümü ise “Sözel Varsayım” olarak değerlendirilmiştir. Ö17’nin bu bağlamdaki ifadeleri Şekil 4.60.’da verilmiştir:

Kafa tokuşturma sayıları ile ilgili varsayımda bulunacak olursam; kişi sayısı arttıkça kafa tokuşturma sayısı 2'nin katı olacak şekilde olacaktır.

şekil 4.60. Ö17'nin “Bayramlaşma” etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö17 ile araştırmacı arasında Ö17'nin varsayımda bulunma bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme geręekleřtirilmiřtir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö17: Kafa tokuşturma sayıları 2, 6, 12, 20, 30 biçiminde ilerliyordu. Her birinin arasındaki fark 2, 4, 6, 10 olarak artıyor. Dolayısıyla artış miktarı 2'nin katı biçiminde olacaktır.

Ö17'nin üçüncü soruya verdiği yanıt incelendiğinde kafa tokuşturma sayısına yönelik varsayımını kişi sayısına bağlı olarak 2'nin katı olacak biçimde artacağını sözel olarak ifade etmiştir. Dolayısıyla Ö17'nin çözümü sözel varsayım olarak değerlendirilmiştir.

Son olarak sekiz öğrencinin etkinliğin varsayımda bulunma ile ilgili üçüncü sorusunu boş bıraktığı görülmüş ve herhangi bir analiz yapılmamıştır.

“Bayramlaşma” isimli çalışma yaprağının varsayımda bulunma bileşenine ait bulguları Tablo 4.24.'da gösterilmiştir:

Tablo 4.24. “Bayramlaşma” etkinliğinde kullanılan varsayımda bulunma türleri

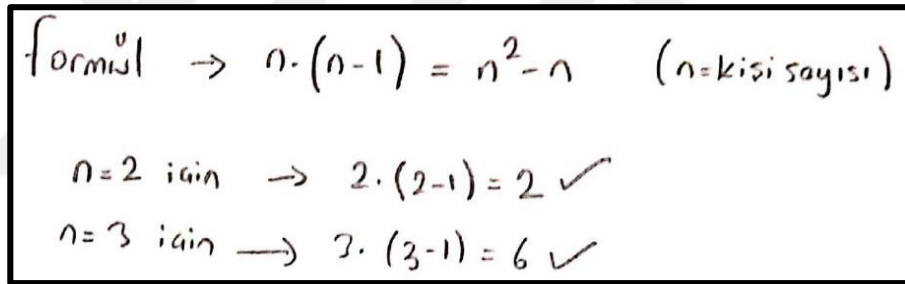
Varsayımda Bulunma Türleri	f
Sözel ve Matematiksel Varsayım	9
Matematiksel Varsayım	5
Sözel Varsayım	3
Cevapsız	8

Tablo 4.24. incelendiğinde 9 öğrenci çözümlerinde sözel ve matematiksel varsayımda bulunmuştur. 5 öğrencinin matematiksel varsayımda, 3 öğrencinin ise sözel varsayımda bulunduğu görülmüştür.

4.2.5.4. İspat Bileşenine Ait Bulgular

“Bayramlaşma” etkinliğinde üç farklı ispat türüne ait örnek belirlenmiştir. Bu ispat türlerine ait örnekler aşağıda sunulmuştur:

Yapılan etkinlikte çalışmaya katılan 25 öğrenciden 10’unun çözümü “Saf Deneycilik” kapsamında değerlendirilmiştir. “Saf Deneycilik” olarak değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.61.’de gösterilmiştir:


$$\begin{aligned} \text{Formül} &\rightarrow n \cdot (n-1) = n^2 - n \quad (n = \text{kişi sayısı}) \\ n=2 \text{ için} &\rightarrow 2 \cdot (2-1) = 2 \checkmark \\ n=3 \text{ için} &\rightarrow 3 \cdot (3-1) = 6 \checkmark \end{aligned}$$

Şekil 4.61. Ö8’in “Bayramlaşma” etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt

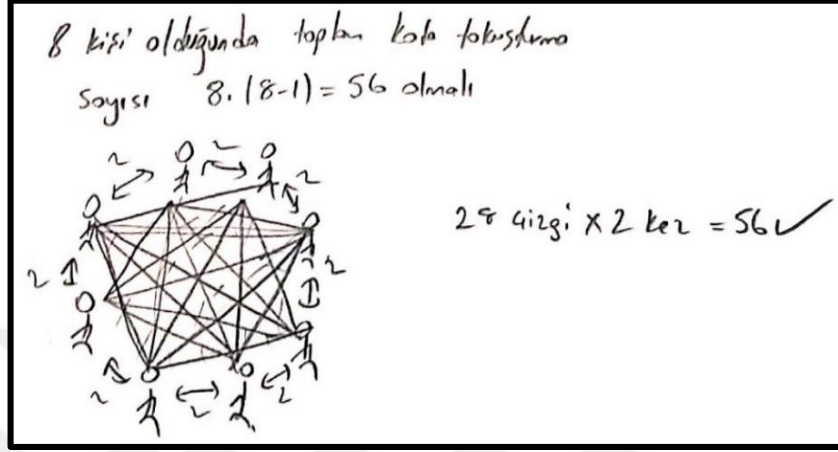
Etkinlik sonrası Ö8 ile araştırmacı arasında Ö8’in, varsayımda bulunma bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö8: Formülü $n^2 - n$ olarak buldum. Sonra 2. ve 3. adımda kaç olduğunu bulmak için formülde yerine koydum ve doğruluğunu gösterdim.

Ö8, bulduğu formülü çözümünde belirtmiş, sonrasında kişi sayısı 2 ve 3 olduğunda toplam kafa tokuşturma sayılarını formül yardımıyla hesaplayıp ispatlamaya çalışmıştır. Ö8’in çözümü incelendiğinde saf deneycilik türünde ispat yaptığı söylenebilir.

Üç öğrencinin çözümü ise “Kritik Deney” kapsamında değerlendirilmiştir. “Kritik Deney” olarak değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.62.’de gösterilmiştir:



Şekil 4.62. Ö6’nın “Bayramlaşma” etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö6 ile araştırmacı arasında Ö6’nın ispat bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö6: Formülü 8 kişi üzerinde hem formül hem de çizerek göstermek istedim. Formülle hesapladığımda toplam 56 kafa tokuşturmanın olması gerektiğini buldum. Sonrasında ise 8 kişiyi modelledim ve kafa tokuşturmaları çizerek göstermeye çalıştım.

Ö6, cevabında 8 kişinin kaç kez kafa tokuşturacağını formül yardımıyla hesaplamış ve sonrasında 8 kişiyi modelleyerek eşleştirme yöntemi yardımıyla formülle elde ettiği sayıya ulaşmıştır. Ö6, bilinçli olarak bir örnek seçmiş ve seçtiği örneğe ait modeli çizerek verilerini desteklemiştir. Buradan hareketle yapılan çözüm kritik deney olarak değerlendirilmiştir.

İki öğrencinin çözümü ise “Düşünce Deneyi” kapsamında değerlendirilmiştir. “Düşünce Deneyi” olarak değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.63.’te gösterilmiştir:

2, 6, 12, 20, 30 formül $n \cdot (n+1)$

+4 +6 +8 +10

terimler arası fark $2n$ dir

$$\begin{array}{rcl} (n+1) \text{ kişi} & \rightarrow & (n+1) \cdot (n) \Rightarrow n^2+n \\ n \text{ kişi} & \rightarrow & n \cdot (n-1) \Rightarrow n^2-n \\ \hline & & (n^2+n) - (n^2-n) \\ & & \cancel{n^2}+n - \cancel{n^2}+n \\ & & 2n \end{array}$$

Şekil 4.63. Ö1'in "Bayramlaşma" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö1 ile araştırmacı arasında Ö1'in ispat bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö1: Terimler arasındaki fark 2'nin katları biçiminde oluyordu. Bunu cebirsel olarak $2n$ olarak gösterebiliriz. Yani $(n+1)$ kişi olduğunda kafa tokuşturma sayısı ile n kişi olduğundaki kafa tokuşturma sayılarını bulduğum formülle yazıp farkını aldığımda $2n$ elde edip edemeyeceğimi gördüm.

Ö1'in ispat bileşeni ile ilgili dördüncü soruya verdiği yanıt incelendiğinde kafa tokuşturma sayıları arasındaki artış miktarını belirlemiş ve ardışık terimler arasındaki farkın $2n$ olduğunu göstermiştir. Sonrasında $n+1$ kişinin kafa tokuşturma sayısı ile n kişinin kafa tokuşturma sayısı arasındaki farkın $2n$ olması gerektiğini matematiksel olarak ifade etmiştir. Dolayısıyla Ö1'in yaptığı ispat, düşünce deneyi olarak değerlendirilmiştir.

Son olarak 10 öğrencinin etkinliğin ispat ile ilgili dördüncü sorusunu boş bıraktığı görülmüş ve herhangi bir analiz yapılmamıştır. "Bayramlaşma" isimli çalışma yaprağının ispat bileşenine ait bulguları, Tablo 4.25.'te gösterilmiştir:

Tablo 4.25. “Bayramlaşma” etkinliğinde kullanılan ispat türleri

İspat Türleri	f
Saf Deneycilik	10
Kritik Deney	3
Düşünce Deneyi	2
Genel Örnek	0
Cevapsız	10

Tablo 4.25. incelendiğinde sınıftaki 10 öğrenci tarafından etkinliğin dördüncü sorusunda saf deneycilik düzeyinde ispat yaptığı gözlenmiştir. 3 öğrencinin kritik deney, 2 öğrencinin ise düşünce deneyi türünde ispat yaptığı ortaya çıkmıştır.

“Bayramlaşma” isimli çalışma yaprağı özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispat bileşenlerine göre genel olarak incelendiğinde Tablo 4.26.’daki bulgulara ulaşılmıştır:

Tablo 4.26. “Bayramlaşma” etkinliğinin MD’nin bileşenlerine göre analizi

Özelleştirme Türleri	f
Yeterli Özelleştirme	13
Hatalı Özelleştirme	10
Kısmi Özelleştirme	2
Genelleme Türleri	f
Sembolik Genelleme	10
Aritmetik Genelleme	7
Olgusal Genelleme	0
Bağlamsal Genelleme	0
Cevapsız	8
Varsayımda Bulunma Türleri	f
Sözel ve Matematiksel Varsayım	9
Matematiksel Varsayım	5
Sözel Varsayım	3
Cevapsız	8
İspat Türleri	f
Saf Deneycilik	10
Kritik Deney	3
Düşünce Deneyi	2
Genel Örnek	0
Cevapsız	10

Tablo 4.26. incelendiğinde sınıftaki öğrencilerin yarıya yakını “Bayramlaşma” isimli çalışma yaprağının özelleştirme bileşeni ile ilgili birinci sorusunda yeterli özelleştirme

yapmıştır. Genelleme bileşeni ile ilgili ikinci soruda ise öğrencilerin çözümlerinde sembolik ve aritmetik genelleme türüne ağırlık verildiği görülmüştür. Varsayımda bulunma bileşeni ile ilgili üçüncü soruda ise öğrencilerin geneli varsayımlarını sözel ve matematiksel olarak ifade etmişlerdir. Son olarak ispat bileşeni ile ilgili dördüncü soruda öğrencilerin çoğunun zorlandığı ve en alt düzeyde ispat gerçekleştirdiği görülmüştür.

4.2.6. Satranç Tahtası Etkinliğine İlişkin Bulgular

“Satranç Tahtası” etkinliğinin MD’nin bileşenlerine göre değerlendirilmesinden elde edilen bulgular aşağıda sunulmuştur:

4.2.6.1. Özelleştirme Bileşenine Ait Bulgular

“Satranç Tahtası” etkinliğinde özelleştirme türlerine ait üç örnek belirlenmiştir. Bu özelleştirme türlerine ait örnekler aşağıda sunulmuştur:

Yapılan etkinlikte çalışmaya katılan 26 öğrenciden 12’sinin çözümü “Yeterli Özelleştirme” kapsamında değerlendirilmiştir. “Yeterli Özelleştirme” olarak değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.64.’te gösterilmiştir:

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
4.4			

16	9	4	1
}			
30			

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
5.5				

25	16	9	4	1
}				
55				

Şekil 4.64. Ö10’un “Satranç Tahtası” etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt

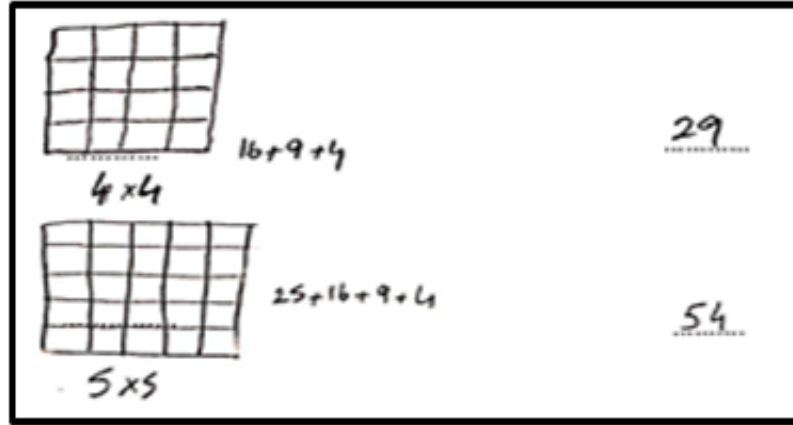
Etkinlik sonrası Ö10 ile araştırmacı arasında Ö10'un özelleştirme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö10: Önce kenarı 1 br olan kareleri saydım. Bundan sonraki kareleri sayarken karıştırmamak için her birinin ortasını işaretleyerek saydım. Sonra hepsini topladım.

Ö10'un etkinliğin birinci sorusuna verdiği yanıt incelendiğinde dördüncü ve beşinci adımlardaki şekilleri doğru biçimde çizdiği ve oluşan $n \times n$ 'lik bütün kareleri doğru saydığı gözlenmiştir. Ayrıca şekil içindeki kareleri sayarken kare sayıları fark etmiş ve çözümünde göstermiştir. Dolayısıyla Ö10'un yaptığı çözüm "Yeterli Özelleştirme" bağlamında değerlendirilebilir.

Dört öğrencinin çözümü ise "Kısmi Özelleştirme" kapsamında değerlendirilmiştir. "Kısmi Özelleştirme" kapsamında değerlendirilen çalışmalara ait örneklerden biri Şekil 4.65.'te gösterilmiştir:



Şekil 4.65. Ö11'in "Satranç Tahtası" etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt

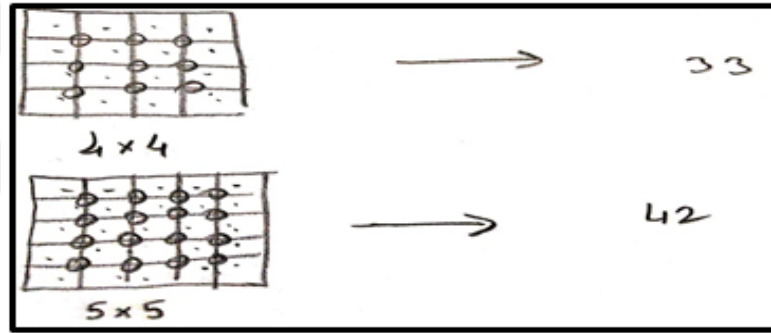
Etkinlik sonrası Ö11 ile araştırmacı arasında Ö11'in özelleştirme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö11: Bütün kareleri saydım. 1×1 'lik 16 kare var 2×2 'lik 9 tane var. 3×3 'lük ise 4 tane olacak. Yani toplam 29 tane oluyor.

Ö11, oluşturduğu şekiller doğrultusunda oluşan kare sayısını hesaplarken 1×1 'lik karelerden başlayarak saymış ancak en dıştaki kareyi hesaba katmadığı görülmüştür. Ö11, çözüm aşamasında doğru bir strateji izlemesine rağmen en dıştaki kare bölgeyi çözümünde kullanmadığından kısmi özelleştirme yapmıştır.

On öğrencinin çözümü “Hatalı Özelleştirme” kapsamında değerlendirilmiştir. “Hatalı Özelleştirme” olarak değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.66.’da gösterilmiştir:



Şekil 4.66. Ö26'nın “Satranç Tahtası” etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö26 ile araştırmacı arasında Ö26'nın özelleştirme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö26: Kareleri sol taraftan başlayarak teker teker saymaya çalıştım. Önce 1 br^2 'lik karelerden 4. adımda 16, 5. adımda ise 25 tane var. 4 br^2 'lik karelerden 4. adımda 10, 5. adımda ise 8 tane var. 9 br^2 'lik karelerden 4. adımda 8 tane, 5. adımda ise 5 tane var. 16 br^2 'lik karelerden 4. adımda 1 tane, 5. adımda ise 3 tane, son olarak 25 br^2 'lik karelerden 5. adımda 1 tane kare var.

Ö26'nin yaptığı çözüm incelendiğinde üçüncü ve dördüncü adımlarda oluşturduğu şekillerdeki kare sayılarını yanlış hesapladığı görülmüştür. Dolayısıyla Ö26'nın çözümü “Hatalı Özelleştirme” kapsamında değerlendirilmiştir.

“Satranç Tahtası” isimli çalışma yaprağının özelleştirme bileşenine ait bulguları Tablo 4.27.’de gösterilmiştir:

Tablo 4.27. “Satranç Tahtası” etkinliğinde kullanılan özelleştirme türleri

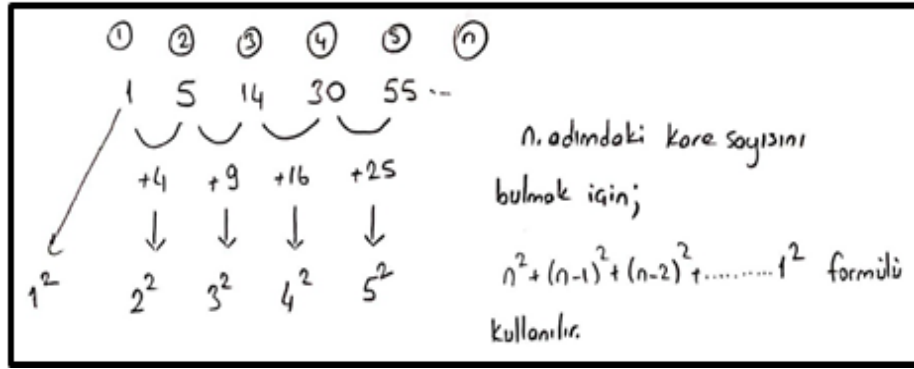
Özelleştirme Türleri	f
Yeterli Özelleştirme	12
Hatalı Özelleştirme	10
Kısmi Özelleştirme	4

Tablo 4.27. incelendiğinde 12 öğrenci tarafından etkinliğin birinci sorusunda verilen ve istenen bilgilerin anlaşıldığı, birim karelerden oluşmuş şekildeki toplam kare sayısını doğru hesaplandığı ve yeterli özelleştirme yapıldığı gözlenmiştir. 4 öğrencinin çözümü ise kısmi özelleştirme olarak değerlendirilmiştir. 10 öğrencinin ise birim karelerden oluşan toplam kare sayısını yanlış saydığı ve sonuca ulaşamadığı görülmüştür.

4.2.6.2. Genelleme Bileşenine Ait Bulgular

“Satranç Tahtası” etkinliğinde genelleme türlerine ait üç örnek tespit edilmiştir. Bu genelleme türlerine ait örnekler aşağıda sunulmuştur:

Yapılan etkinlikte çalışmaya katılan 26 öğrenciden 11'inin çözümü “Sembolik Genelleme” kapsamında değerlendirilmiştir. “Sembolik Genelleme” olarak değerlendirilen çalışma yapraklarından birine ait örnek Şekil 4.67.’de gösterilmiştir:



Şekil 4.67. Ö5'in "Satranç Tahtası" etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö5 ile araştırmacı arasında Ö5'in genelleme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö5: Burada kare sayıları 1, 5, 14, 30 ve 55 biçiminde ilerliyordu. Önce her birinin arasındaki farkı belirledim. Artış miktarının tam kare sayılar olduğunu gördüm. Yani kaçınıcı adım soruluyorsa 1'den başlayarak o adım sayısına kadar olan sayıların karelerinin toplamı alındığında kare sayısı ortaya çıkar.

Ö5'in "Satranç Tahtası" etkinliğinin genelleme bileşeni ile ilgili ikinci sorusuna verdiği yanıt incelendiğinde kare sayıları arasındaki artış miktarını belirlediği ve artış miktarlarını bir sayının karesi olacak biçimde düzenlediği görülmüştür. Buradan yola çıkarak n. adımdaki kare sayısını 1'den n'ye kadar olan sayıların karelerinin toplamı biçiminde bulunabileceğini çözümünde cebirsel ifadeler kullanarak göstermiştir. Dolayısıyla Ö5'in yaptığı genelleme sembolik genelleme bağlamında değerlendirilebilir.

Altı öğrencinin çözümü ise "Aritmetik Genelleme" kapsamında değerlendirilmiştir. "Aritmetik Genelleme" olarak değerlendirilen çalışma yapraklarından birine ait örnek Şekil 4.68.'de gösterilmiştir:

Kare şekli	Kare sayısı	
1x1	1	
2x2	1+4	→
3x3	1+4+9	↗
4x4	1+4+9+16	↘

Görüldüğü gibi her seferinde bir sayının karesi şeklinde artar.

Şekil 4.68. Ö15'in "Satranç Tahtası" etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö15 ile araştırmacı arasında Ö15'in genelleme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö15: Burada kare sayıları hep 1, (1+4), (1+4+9), (1+4+9+16) biçiminde oluyor. Yani her seferinde bir sayının karesi olacak şekilde artış gerçekleşiyor diyebiliriz.

Ö15, çözümünde hangi şekillerden kaç tane kare oluştuğunu belli bir düzende göstermiş ve her bir adımdaki artış miktarını bulmuştur. Sonrasında her bir adımdaki artış miktarını "Her seferinde bir sayının karesi şeklinde artıyor." cümlesiyle genellemiştir. Buradan hareketle Ö15'in yaptığı genelleme, aritmetik genelleme kapsamında değerlendirilmiştir.

İki öğrencinin çözümü "Bağlamsal Genelleme" kapsamında değerlendirilmiştir. "Bağlamsal Genelleme" olarak değerlendirilen çalışma yapraklarından birine ait örnek Şekil 4.69.'da gösterilmiştir:

Mesela, 3. adındaki kare sayısı 14'tür.
4. adındaki kare sayısı 30'dur.
14 + 16
4x4
Yani kare sayısını bulmak için;
Bir önceki kare sayısı + bulurmak istenen adının karesi

Şekil 4.69. Ö9'un "Satranç Tahtası" etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö9 ile araştırmacı arasında Ö9'un genelleme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö9: Burada bir önceki adımda elde edilen kare sayısı ile ilişkilendirmeye çalıştım. Mesela 3. adımdaki kare sayısı 14'tür. 4. adımdaki kare sayısı ise 30 olacak. Burada $14 + 16$ biçiminde ayırdım. Sonrasında 16 sayısının 4×4 olarak yazılabileceğini gördüm ve 4. adım olduğu için onunla ilişkilendirdim. Yani n. adımdaki kare sayısını bulurken bir önceki adımdaki kare sayısı ile o adım sayısının karesinin toplanması gerekir.

Ö9'un ikinci soruya verdiği yanıt incelendiğinde çözüme örnekler vererek başladığı görülmüştür. Üçüncü adımdaki kare sayısını verip dördüncü adımdaki kare sayısını bir önceki adımla ilişkilendirerek hesaplamaya çalışmıştır. Ö9, genellemeyi ifade ederken “bir önceki adım ve adım sayısı” kavramlarını kullanarak ortaya çıkan kare sayısını bir önceki adımla ilişkilendirdiği için yapılan çözüm bağlamsal genelleme kapsamında değerlendirilmiştir.

Son olarak yedi öğrencinin etkinliğin genelleme ile ilgili ikinci sorusunu boş bıraktığı görülmüş ve herhangi bir analiz yapılmamıştır.

“Satranç Tahtası” isimli çalışma yaprağının genelleme bileşenine ait bulguları Tablo 4.28.'de gösterilmiştir:

Tablo 4.28. “Satranç Tahtası” etkinliğinde kullanılan genelleme türleri

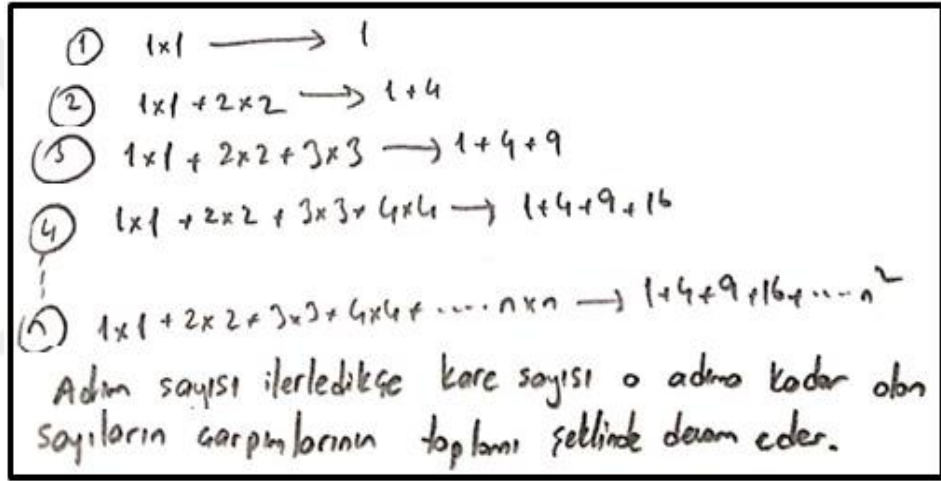
Genelleme Türleri	f
Sembolik Genelleme	11
Aritmetik Genelleme	6
Bağlamsal Genelleme	2
Olgusal Genelleme	0
Cevapsız	7

Tablo 4.28. incelendiğinde 11 öğrenci çözümlerinde sembolik genelleme, 6 öğrenci aritmetik genelleme ve 2 öğrenci ise bağlamsal genelleme türlerine yer verdiği görülmüştür.

4.2.6.3. Varsayımında Bulunma Bileşenine Ait Bulgular

“Satranç Tahtası” etkinliğinde varsayımında bulunma türlerine ait üç örnek belirlenmiştir. Bu genelleme türlerine ait örnekler aşağıda sunulmuştur:

Yapılan etkinlikte çalışmaya katılan 26 öğrenciden 9’unun çözümü “Sözel ve Matematiksel Varsayım” kapsamında değerlendirilmiştir. “Sözel ve Matematiksel Varsayım” olarak değerlendirilen çalışma yapraklarından birine ait örnek Şekil 4.70.’te gösterilmiştir:



① $1 \times 1 \longrightarrow 1$
② $1 \times 1 + 2 \times 2 \longrightarrow 1 + 4$
③ $1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 3 \longrightarrow 1 + 4 + 9$
④ $1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 3 + 4 \times 4 \longrightarrow 1 + 4 + 9 + 16$
⑤ $1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 3 + 4 \times 4 + \dots + n \times n \longrightarrow 1 + 4 + 9 + 16 + \dots + n^2$
Adım sayısı ilerledikçe kare sayısı o adama kadar olan sayıların çarpımının toplamı şeklinde devam eder.

Şekil 4.70. Ö4’ün “Satranç Tahtası” etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö4 ile araştırmacı arasında Ö4’ün varsayımında bulunma bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

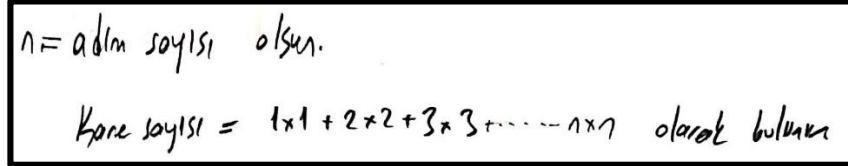
Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö4: Burada 1×1 ’lik, 2×2 ’lik, 3×3 ’lük ve 4×4 ’lük kare sayılarını gösterdim. Kare sayıları toplamı o sayıların çarpımı şeklinde ilerliyor. Mesela 3×3 ’lük karede toplam $(1 + 4 + 9)$ olmak üzere 14 tane kare bölge oluşuyor. Yani $n \times n$ ’lik kare bölgede ise $(1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 3 + \dots + n \times n)$ tane kare bölge oluşur.

Ö4 cevabında, birinci adımdan başlayarak her bir adımdaki kare sayısının nasıl bulunacağını ayrıntılı bir biçimde matematiksel olarak ifade etmiş ve sonrasında

çözümünü sözel verilerle desteklemiştir. Ö4'ün çözümü, sözel ve matematiksel varsayım olarak değerlendirilmiştir.

Altı öğrencinin çözümü ise “Matematiksel Varsayım” olarak değerlendirilmiştir. Ö15’in matematiksel varsayımı Şekil 4.71.’de gösterilmiştir:



Handwritten text in a box: $n = \text{adım sayısı olsun.}$
 $\text{Kare sayısı} = 1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 3 + \dots + n \times n \text{ olarak bulunur}$

Şekil 4.71. Ö15’in “Satranç Tahtası” etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt

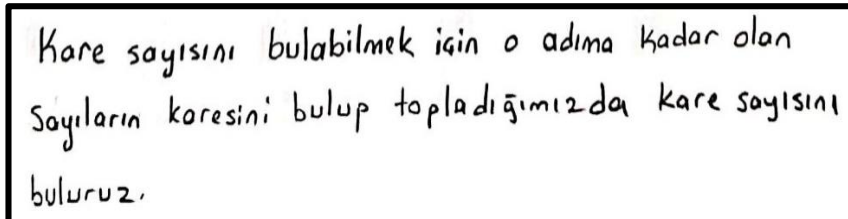
Etkinlik sonrası Ö15 ile araştırmacı arasında Ö15’in varsayımda bulunma bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö15: Kare sayısı 1’den başlayıp n. adıma kadar olan sayıların kendileriyle çarpımlarının toplamıyla bulunur.

Ö15’in verdiği cevap incelendiğinde kare sayılarına ait formülü cebirsel olarak gösterip çözümünü sonlandırmıştır. Dolayısıyla Ö15’in matematiksel varsayımda bulunduğu söylenebilir.

Dört öğrencinin çözümü ise “Sözel Varsayım” olarak değerlendirilmiştir. Ö20’nin sözel varsayımı Şekil 4.72.’de gösterilmiştir:



Handwritten text in a box: $\text{Kare sayısını bulabilmek için o adıma kadar olan sayıların karesini bulup topladığımızda kare sayısını buluruz.}$

Şekil 4.72. Ö20’nin “Satranç Tahtası” etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö20 ile araştırmacı arasında Ö20'in varsayımda bulunma bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö20: Toplam kare sayısını bulmak için 1'den başlayarak adım sayısına kadar olan sayıların karesinin alınıp toplanması gerekir.

Ö20'nin üçüncü soruya verdiği yanıt incelendiğinde kare sayısının, adım sayısına kadar olan sayıların karelerinin toplamıyla hesaplanabileceğini sözel olarak çözümüne aktarmıştır. Dolayısıyla Ö20'nin yaptığı çözüm sözel varsayım olarak değerlendirilmiştir.

Son olarak 7 öğrencinin etkinliğin varsayımda bulunma ile ilgili üçüncü sorusunu boş bıraktığı görülmüş ve herhangi bir analiz yapılmamıştır. “Satranç Tahtası” isimli çalışma yaprağının varsayımda bulunma bileşenine ait bulguları Tablo 4.29.’da gösterilmiştir:

Tablo 4.29. “Satranç Tahtası” etkinliğinde kullanılan varsayımda bulunma türleri

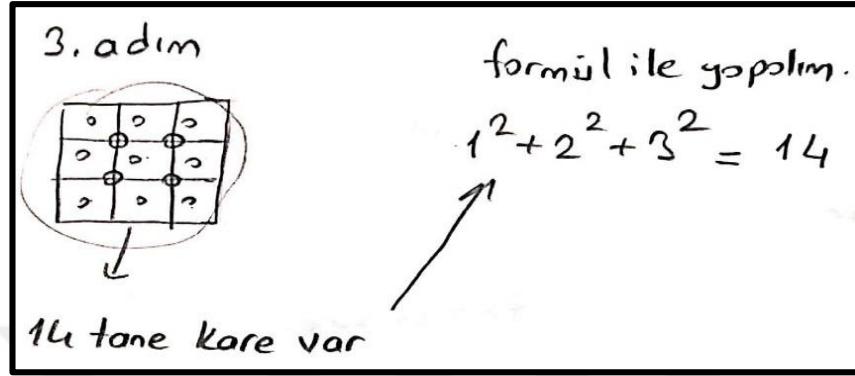
Varsayımda Bulunma Türleri	f
Sözel ve Matematiksel Varsayım	9
Matematiksel Varsayım	6
Sözel Varsayım	4
Cevapsız	7

Tablo 4.29. incelendiğinde 9 öğrenci çözümlerinde sözel ve matematiksel varsayımda bulunmuştur. Ayrıca 6 öğrencinin matematiksel varsayımda, 4 öğrencinin ise sözel varsayımda bulunduğu görülmüştür.

4.2.6.4. İspat Bileşenine Ait Bulgular

“Satranç Tahtası” etkinliğinde iki farklı ispat türüne ait örnek belirlenmiştir. Bu ispat türlerine ait örnekler aşağıda sunulmuştur:

Yapılan etkinlikte çalışmaya katılan 26 öğrenciden 10'unun çözümü "Saf Deneycilik" kapsamında değerlendirilmiştir. "Saf Deneycilik" olarak değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.73.'te gösterilmiştir:



Şekil 4.73. Ö16'nın "Satranç Tahtası" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt

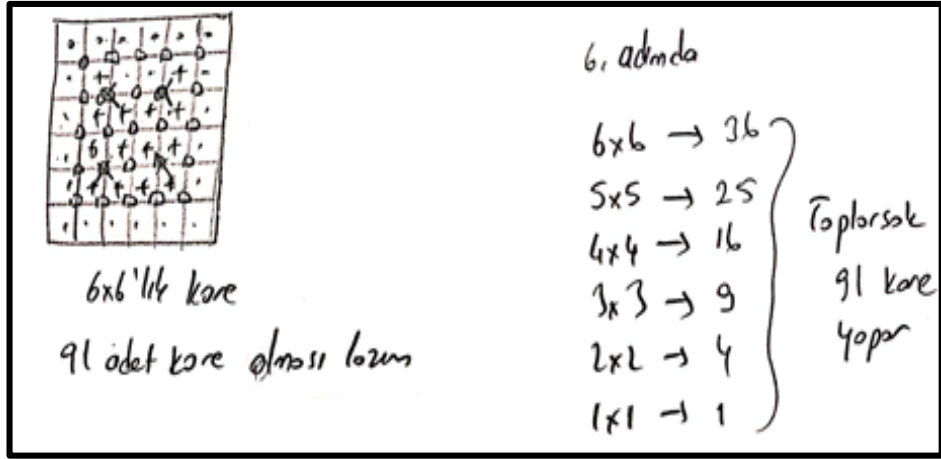
Etkinlik sonrası Ö16 ile araştırmacı arasında Ö16'nın ispat bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö16: 3x3'lük bir kare içindeki tüm kareleri çizdim ve saydım. 1x1'lik karelerin iç bölgesini, 2x2'lik karelerin ise tam orta noktasını işaretledim. 3x3'lük ise 1 tane var onu da yuvarlak içine aldım toplamda 14 tane kare oluyor. Formül ile hesapladığımızda da $(1^2 + 2^2 + 3^2 = 14)$ oluyor.

Ö16, üçüncü adımdaki şekli çizmiş ve şekildeki kare sayılarını "14 tane kare var" biçiminde ifade etmiştir. Sonrasında formül kullanarak kare sayısını elde etmeye çalışmış ve sonuçların aynı olduğunu gösterip ispatlama yolunu seçmiştir. Buradan hareketle Ö16'nın "Saf Deneycilik" türünde ispat yaptığı ifade edilebilir.

Beş öğrencinin çözümü "Kritik Deney" kapsamında değerlendirilmiştir. "Kritik Deney" olarak değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.74.'te gösterilmiştir:



Şekil 4.74. Ö6'nın "Satranç Tahtası" etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö6 ile araştırmacı arasında Ö6'nın ispat bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö6: 6x6'lık kare bölgede toplam kaç kare olduğunu çizerek gösterdim. 91 kare olarak saydım. Sonrasında formül yardımıyla 6x6'lık kare bölgede olması gereken kare bölge sayısının yine 91 olması gerektiğini gördüm ve sonucumdan emin oldum.

Ö6, cevabında 6x6'lık birim karelerden oluşan şekli çizmiş ve toplam kare sayısını sayarak hesaplamıştır. Sonrasında bulduğu sonucu, kural yardımıyla elde ederek doğrulama yolunu seçmiştir. Buradan hareketle Ö6, bilinçli olarak seçtiği bir örnek üzerinden genellemeye ulaşmaya çalıştığından yapılan çözüm "Kritik Deney" olarak değerlendirilmiştir.

Son olarak 11 öğrencinin etkinliğin ispat ile ilgili dördüncü sorusunu boş bıraktığı görülmüş ve herhangi bir analiz yapılmamıştır.

"Satranç Tahtası" isimli çalışma yaprağının ispat bileşenine ait bulguları Tablo 4.30.'da gösterilmiştir:

Tablo 4.30. “Satranç Tahtası” etkinliğinde kullanılan ispat türleri

İspat Türleri	f
Saf Deneycilik	10
Kritik Deney	5
Genel Örnek	0
Düşünce Deneyi	0
Cevapsız	11

Tablo 4.30. incelendiğinde 10 öğrenci tarafından etkinliğin dördüncü sorusunda saf deneycilik düzeyinde ispat yaptığı gözlenmiştir. 5 öğrencinin kritik deney türünde ispat yaptığı ortaya çıkmıştır.

“Satranç Tahtası” isimli çalışma yaprağı özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispat bileşenlerine göre genel olarak incelendiğinde Tablo 4.31.’deki bulgulara ulaşılmıştır:

Tablo 4.31. “Satranç Tahtası” etkinliğinin MD’nin bileşenlerine göre analizi

Özelleştirme Türleri	f
Yeterli Özelleştirme	12
Hatalı Özelleştirme	10
Kısmi Özelleştirme	4
Genelleme Türleri	f
Sembolik Genelleme	11
Aritmetik Genelleme	6
Bağlamsal Genelleme	2
Olgusal Genelleme	0
Cevapsız	7
Varsayımda Bulunma Türleri	f
Sözel ve Matematiksel Varsayım	9
Matematiksel Varsayım	6
Sözel Varsayım	4
Cevapsız	7
İspat Türleri	f
Saf Deneycilik	10
Kritik Deney	5
Genel Örnek	0
Düşünce Deneyi	0
Cevapsız	11

Tablo 4.31. incelendiğinde öğrencilerin yarıya yakını “Satranç Tahtası” isimli çalışma yaprağının özelleştirme bileşeni ile ilgili birinci sorusunda yeterli özelleştirme yapmıştır. Genelleme bileşeni ile ilgili ikinci soruda ise öğrencilerin çözümlerinde

sembolik genelleme türüne ağırlık verildiği görülmüştür. Varsayımda bulunma bileşeni ile ilgili üçüncü soruda ise öğrencilerin üç farklı varsayım çeşidini de çözümlerinde kullandığı gözlenmiştir. Son olarak ispat bileşeni ile ilgili dördüncü soruda öğrencilerin çok zorlandığı ve genelde alt düzey ispat gerçekleştirdiği görülmüştür.

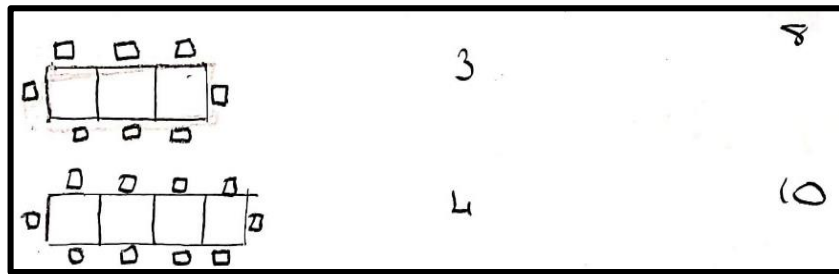
4.2.7. Restorana Gidelim Etkinliğine İlişkin Bulgular

“Restorana Gidelim” etkinliğinin MD’nin bileşenlerine göre değerlendirilmesinden elde edilen bulgular aşağıda sunulmuştur:

4.2.7.1. Özelleştirme Bileşenine Ait Bulgular

“Restorana Gidelim” etkinliğinde özelleştirme türlerine ait iki örnek tespit edilmiştir. Bu özelleştirme türlerine ait örnekler aşağıda sunulmuştur:

Yapılan etkinlikte çalışmaya katılan 27 öğrenciden 19’unun çözümü “Yeterli Özelleştirme” kapsamında değerlendirilmiştir. “Yeterli Özelleştirme” olarak değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.75.’te gösterilmiştir:



Şekil 4.75. Ö23’ün “Restorana Gidelim” etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt

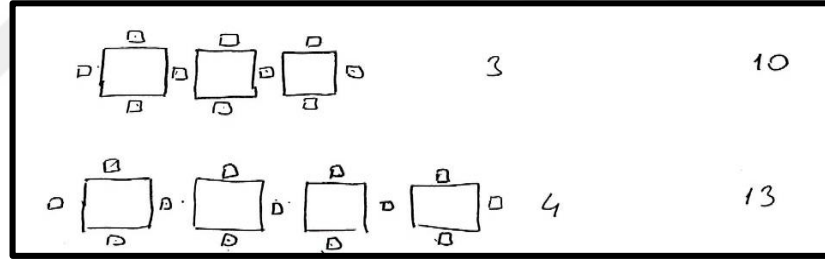
Etkinlik sonrası Ö23 ile araştırmacı arasında Ö23’ün özelleştirme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö23: Masa sayının 3 ve 4 olduğunda etrafına kaçar sandalye koyulacağı soruluyordu. Burada çizimleri yaptım ve 3 masa için 8 sandalye, 4 masa için 10 sandalye gerektiğini buldum.

Ö23'ün "Restorana Gidelim" etkinliğinin birinci sorusuna verdiği cevap incelendiğinde 3. ve 4. aşamalarda boş bırakılan sandalye ve masaları doğru bir şekilde çizdiği ve sandalye sayıları bölümündeki boşlukları doğru bir biçimde doldurduğu tespit edilmiştir. Dolayısıyla Ö23'ün çözümü yeterli özelleştirme kapsamında değerlendirilmiştir.

Sekiz öğrencinin çözümü ise "Hatalı Özelleştirme" kapsamında değerlendirilmiştir. Bu bağlamda Ö27'nin yaptığı hatalı özelleştirme birine ait örnek Şekil 4.76.'da gösterilmiştir:



Şekil 4.76. Ö27'nin "Restorana Gidelim" etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö27 ile araştırmacı arasında Ö27'nin özelleştirme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö27: Burada 3 tane masa çizdim önce sonra masaların her bir köşesine sandalye yerleştirdim ve 10 tane sandalyeye ihtiyaç olduğunu gördüm. Daha sonra 4 tane masa çizdim ve her bir tarafına sandalyeleri yerleştirdim ve 13 tane sandalye olması gerektiğini gördüm.

Ö27'nin birinci soruya verdiği cevap incelendiğinde masaları bitişik çizmediği ve iki masa arasında kalan bölüme bir sandalye çizdiği görülmüştür. Etkinlikte belirtilen

yönergeye göre çözümü gerçekleştiremeyen Ö27'nin çözümü hatalı özelleştirme kapsamında değerlendirilmiştir. “Restorana Gidelim” isimli çalışma yaprağının özelleştirme bileşenine ait bulguları Tablo 4.32.’de gösterilmiştir:

Tablo 4.32. “Restorana Gidelim” etkinliğinde kullanılan özelleştirme türleri

Özelleştirme Türleri	f
Yeterli Özelleştirme	19
Hatalı Özelleştirme	8
Kısmi Özelleştirme	0

Tablo 4.32. incelendiğinde 19 öğrenci tarafından etkinliğin birinci sorusunda verilen ve istenen bilgilerin anlaşıldığı, çözümün doğru bir biçimde yapıldığı görülmüştür. Sınıftaki 8 öğrenci soruda istenen bilgileri yanlış yorumlayıp yanlış sonuca ulaşmış ve yapılan çözümler “Hatalı Özelleştirme” olarak değerlendirilmiştir.

4.2.7.2. Genelleme Bileşenine Ait Bulgular

“Restorana Gidelim” etkinliğinde genelleme türlerine ait üç örnek belirlenmiştir. Bu genelleme türlerine ait örnekler aşağıda sunulmuştur:

Yapılan etkinlikte çalışmaya katılan 27 öğrenciden 17’sinin çözümü “Sembolik Genelleme” kapsamında değerlendirilmiştir. “Sembolik Genelleme” olarak değerlendirilen çalışma yapraklarından birine ait örnek Şekil 4.77.’de gösterilmiştir:

Adım S.	Masa S.	Sembolize S.
1. adım	1	4
2. adım	2	6
3. adım	3	8

$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} +2$
 $\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} +2$
 $2n+2$

Şekil 4.77. Ö20'nin “Restorana Gidelim” etkinliğindeki 1. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö20 ile araştırmacı arasında Ö20'nin genelleme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö20: Masa sayısı ile sandalye sayısı arasındaki ilişkiyi incelediğimde 2 artışın olduğunu gördüm ve kuralı 2'nin katı olacak biçimde yazdım.

Ö20'nin yaptığı çözüm incelendiğinde masa sayıları ve sandalye sayılarını tablo yardımıyla göstermiş ve sandalye sayıları arasındaki artış miktarını belirlemiştir. Sonrasında bulduğu ilişkiyi cebirsel ifade kullanarak çözümüne aktarmıştır. Dolayısıyla Ö20'nin yaptığı genellemeyi “Sembolik Genelleme” bağlamında değerlendirilebilir.

Yedi öğrencinin çözümü ise “Aritmetik Genelleme” olarak değerlendirilmiştir. Bu kapsamda değerlendirilen çalışma yapraklarından birine ait örnek Şekil 4.78.'de gösterilmiştir:



Şekil 4.78. Ö16'nın “Restorana Gidelim” etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö16 ile araştırmacı arasında Ö16'nın genelleme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

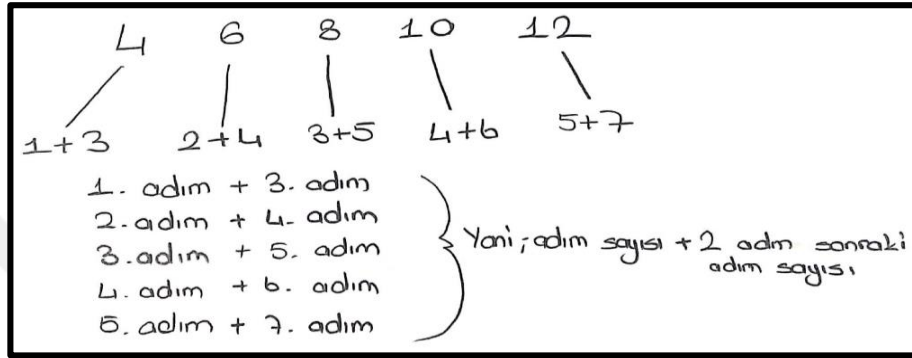
Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö16: Sandalye sayıları 4, 6, 8, 10 diye ilerliyor. Her birinin arasındaki artış miktarı 2'dir. Örüntü ikişer ikişer artacaktır.

Ö16'nın yaptığı çözüm incelendiğinde sandalye sayılarının oluşturduğu örüntüyü, “Hepsinde ikişer ikişer sandalye artmıştır.” biçiminde ifade ederek açıklamıştır.

Burada Ö16, yaptığı genellemeyi aritmetik temeller üzerine inşa ettiğinden Ö16'nın çözümü aritmetik genelleme kapsamında değerlendirilmiştir.

Üç öğrencinin çözümü ise “Bağlamsal Genelleme” olarak değerlendirilmiştir. Bu kapsamda değerlendirilen çalışma yapraklarından birine ait örnek Şekil 4.79.’da gösterilmiştir:



Şekil 4.79. Ö13'ün “Restorana Gidelim” etkinliğindeki 2. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö13 ile araştırmacı arasında Ö13'ün genelleme bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö13: Sandalye sayıları 4, 6, 8, 10 oluyor. Burada adım sayısı ile ilişkilendirdim. Mesela $4 = 1. \text{ adım sayısı} + 3. \text{ adım sayısı}$ gibi. Yani sonuç olarak sandalye sayısını bulurken adım sayısı ile 2 sonraki adım sayısının toplamı hesaplanır.

Ö13'ün verdiği yanıt incelendiğinde sandalye sayılarını adım sayısı ve sonraki adım sayılarıyla ilişkilendirerek açıklamıştır. Ö13 çözümünde “bir sonraki” kavramını kullandığından bağlamsal genelleme yapmıştır.

“Restorana Gidelim” isimli çalışma yaprağının genelleme bileşenine ait bulguları Tablo 4.33.’de gösterilmiştir:

Tablo 4.33. “Restorana Gidelim” etkinliğinde kullanılan genelleme türleri

Genelleme Türleri	f
Sembolik Genelleme	17
Aritmetik Genelleme	7
Bağlamsal Genelleme	3
Olgusal Genelleme	0

Tablo 4.33. incelendiğinde 17 öğrenci tarafından etkinliğin ikinci sorusunda sembolik genelleme yaptığı gözlenmiştir. 7 öğrencinin ise çözümlerinde aritmetik genellemeye yer verdikleri görülmüştür. Sınıftaki 3 öğrencinin ise etkinliğin ikinci sorusuna verdiği yanıtlar, bağlamsal genelleme olarak değerlendirilmiştir.

4.2.7.3. Varsayımında Bulunma Bileşenine Ait Bulgular

“Restorana Gidelim” etkinliğinde varsayımında bulunma türlerine ait üç örnek tespit edilmiştir. Bu varsayımında bulunma türlerine ait örnekler aşağıda sunulmuştur:

Yapılan etkinlikte çalışmaya katılan 27 öğrenciden 14’ünün çözümü “Sözel ve Matematiksel Varsayım” kapsamında değerlendirilmiştir. “Sözel ve Matematiksel Varsayım” olarak değerlendirilen çalışma yapraklarından birine ait örnek Şekil 4.80.’de gösterilmiştir:

Masa Sayısı	Sandalye Sayısı	$2n+2$
1	4	Masa Sayısı arttıkça
2	6	Sandalye Sayısı
3	8	2’şer 2’şer artıyor
4	10	

Şekil 4.80. Ö3’ün “Restorana Gidelim” etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö3 ile araştırmacı arasında Ö3’ün varsayımında bulunma bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö3: Masa sayısı arttıkça sandalye sayısı ikişer artıyor. Kuralı masa sayısı ile ilişkilendirecek olursak $2n+2$ biçiminde ifade edilebilir.

Ö3, cevabında masa sayısı ve sandalye sayısı arasındaki ilişkiyi matematiksel olarak incelemiş, sonrasında çözümünü sözel olarak açıklamıştır. Dolayısıyla Ö3'ün yaptığı çözüm “Sözel ve Matematiksel Varsayım” olarak değerlendirilebilir.

Sekiz öğrencinin çözümü ise “Matematiksel Varsayım” olarak değerlendirilmiştir. Bu kapsamda değerlendirilen çalışma yapraklarından birine ait örnek Şekil 4.81.’de gösterilmiştir:

<u>Masa sayısı</u>	<u>Sandalye sayısı</u>
1) +1	4) +2
2) +1	6) +2
3) +1	8) +2
4) +1	10) +2
⋮	⋮
⋮	⋮
⋮	⋮
n	$2 \cdot (n+1)$

Şekil 4.81. Ö11’in “Restorana Gidelim” etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö11 ile araştırmacı arasında Ö11’in varsayımda bulunma bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

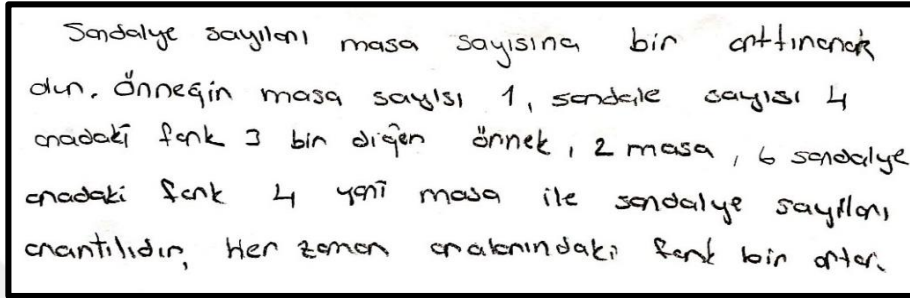
Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö11: Burada masa sayıları bir artarken, sandalye sayıları 2 artıyor. Arasındaki ilişki ise masa sayısının 1 fazlasının 2 katı biçiminde oluyor.

Ö11 verdiği cevapta masa sayılarını ve sandalye sayılarını alt alta yazarak masa sayılarının 1 arttığında sandalye sayılarının da 2 artacağını matematiksel olarak ifade

etmiş ve masa sayısı “n” olduğunda sandalye sayısının $2(n+1)$ olacağını cebirsel olarak göstermiştir. Buradan hareketle Ö11’in matematiksel varsayım yaptığı söylenebilir.

Beş öğrencinin çözümü ise “Sözel Varsayım” olarak değerlendirilmiştir. Bu kapsamda değerlendirilen çalışma yapraklarından birine ait örnek Şekil 4.82.’de gösterilmiştir:



Sandalye sayısını masa sayısına bir arttıranak
dun. Örneğin masa sayısı 1, sandalye sayısı 4
aradaki fark 3 bir diğer örnek, 2 masa, 6 sandalye
aradaki fark 4 yani masa ile sandalye sayıları
oranlıdır, her zaman aradaki fark bir artar.

Şekil 4.82. Ö14’ün “Restorana Gidelim” etkinliğindeki 3. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö14 ile araştırmacı arasında Ö14’ün varsayımda bulunma bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö14: Masa sayıları ile sandalye sayılarını karşılaştırdığımızda aradaki farkın her seferinde bir arttığını görürüz. Yani masa sayısı 1 iken sandalye sayısı 4’tür. Aradaki fark 3 olur. Masa sayısı 2 iken sandalye sayısı 6’dır. Aradaki fark 4 olur. Bir sonrakinde fark 5 olacak. Bu biçimde devam edecek.

Ö14’ün etkinliğin üçüncü sorusuna verdiği yanıt incelendiğinde masa ve sandalye sayıları arasındaki ilişkiyi sözel olarak ifade ettiği ve çözümüne aktardığı görülmüştür. Dolayısıyla Ö14’ün çözümü sözel varsayım olarak değerlendirilmiştir.

“Restorana Gidelim” isimli çalışma yaprağının varsayımda bulunma bileşenine ait bulguları Tablo 4.34.’de gösterilmiştir:

Tablo 4.34. “Restorana Gidelim” etkinliğinde kullanılan varsayımda bulunma türleri

Varsayımda Bulunma Türleri	f
Sözel ve Matematiksel Varsayım	14
Matematiksel Varsayım	8
Sözel Varsayım	5

Tablo 4.34. incelendiğinde 14 öğrenci tarafından etkinliğin ikinci sorusunda sözel ve matematiksel varsayım kullanıldığı gözlenmiştir. 8 öğrencinin ise çözümlerinde matematiksel varsayıma yer verdikleri görülmüştür. Sınıfta bulunan 5 öğrencinin ise etkinliğin ikinci sorusuna verdiği yanıtlar, sözel varsayım olarak değerlendirilmiştir.

4.2.7.4. İspat Bileşenine Ait Bulgular

“Restorana Gidelim” etkinliğinde 4 farklı ispat türüne ait örnek belirlenmiştir. Bu ispat türlerine ait örnekler aşağıda sunulmuştur:

Yapılan etkinlikte çalışmaya katılan 27 öğrenciden 15’inin çözümü “Saf Deneycilik” kapsamında değerlendirilmiştir. “Saf Deneycilik” olarak değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.83.’te gösterilmiştir:

masa sayısı	1	2	3	4	kuralı = $2n + 2$
Sondalye	4	6	8	10	
1. örüntü	$\Rightarrow 2 \cdot 1 + 2 = 4$				
2. örüntü	$\Rightarrow 2 \cdot 2 + 2 = 6$				
3. örüntü	$\Rightarrow 2 \cdot 3 + 2 = 8$				
4. örüntü	$\Rightarrow 2 \cdot 4 + 2 = 10$				

Şekil 4.83. Ö17’nin “Restorana Gidelim” etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö17 ile araştırmacı arasında Ö17’nin ispat bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö17: Masa sayısı “n” olduğunda sandalye sayısına bulmak için “ $2n+2$ ” kuralını kullanmamız gerektiğini buldum. Sonra formülün doğru olup olmadığını adımları yerine koyarak test ettim.

Ö17, masa sayısı ve sandalye sayısını tablo yardımıyla göstermiş ve bulduğu formülü çözümünde kullanmıştır. Sonrasında formüldeki değişkenin yerine masa sayılarını sırayla yazmış ve sandalye sayılarını hesaplamıştır. Dolayısıyla yapılan çözüm saf deneycilik kapsamında değerlendirilmiştir.

Beş öğrencinin çözümü ise “Kritik Deney” olarak değerlendirilmiştir. “Kritik Deney” kapsamında değerlendirilen çalışma yapraklarına ait örneklerden biri Şekil 4.84.’te gösterilmiştir:



Şekil 4.84. Ö6’nın “Restorana Gidelim” etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö6 ile araştırmacı arasında Ö6’nın ispat bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

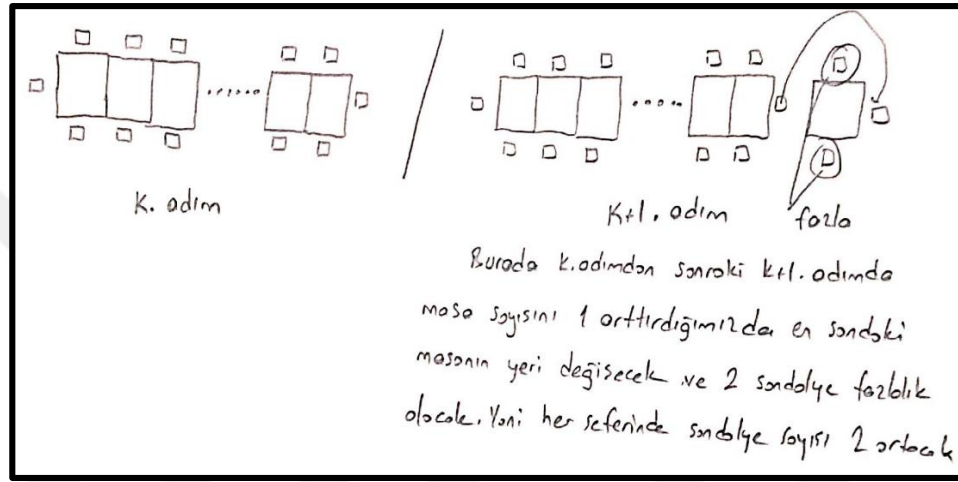
Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö6: Yan yana 7 tane masa çizdim ve sandalyeleri yerleştirdim. Toplam 16 sandalye olması gerektiğini buldum. Formül ile de kontrol ettim ve 16 sayısına ulaştım.

Ö6’nın dördüncü soruya verdiği yanıt incelendiğinde yedinci adımda oluşacak masa ve sandalye düzenini çizmiş ve 16 sandalye koyulması gerektiğini bulmuştur. Sonrasında bulduğu formüldeki değişkenin yerine masa sayısını yazarak yedinci

adımdaki sandalye sayısının 16 olması gerektiğini teyit etmiştir. Burada Ö6'nın yaptığı çözüm, kritik deney kapsamında değerlendirilmiştir.

İki öğrencinin çözümü ise “Genel Örnek” olarak değerlendirilmiştir. “Genel Örnek” kapsamında değerlendirilen çalışma yapraklarından birine ait örnek Şekil 4.85.’te gösterilmiştir:



Şekil 4.85. Ö4'ün “Restorana Gidelim” etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö4 ile araştırmacı arasında Ö4'ün ispat bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

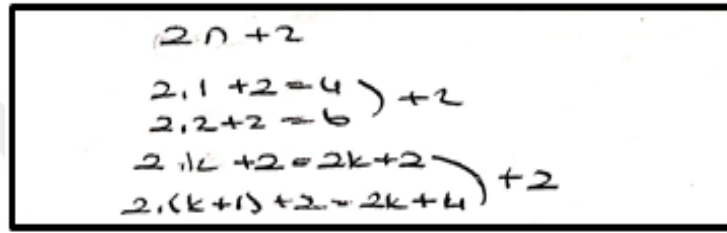
Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö4: Önce masa sayısının 1 arttığında sandalye sayısının 2 arttığını fark ettim. Sonrasında bu artışın neden kaynaklandığına odaklandım. Şekle her bir masa ilave edildiğindeki çizimlerde gördüm ki masa ilave etmeden masanın baş kısmında bulunan sandalye, yeni masanın eklenmesi ile birlikte sadece yer değiştiriyor. Yani burada sandalye sayısında bir değişiklik olmuyor. Ancak eklenen masanın üst ve alt kenarına 2 tane sandalye eklemek gerekiyor her seferinde. Dolayısıyla her masa eklendiğinde 2 sandalye artmış oluyor.

Ö4'ün dördüncü soruya verdiği yanıt incelendiğinde k. adımdaki masa ve sandalye düzenini, (k+1). adımdaki masa ve sandalye düzeniyle ilişkilendirmiştir. Yaptığı ilişkilendirmeye göre masa sayısı 1 arttığında sandalye sayısının her seferinde 2

artacağını yaptığı çizimlerle desteklemeye çalışmıştır. Dolayısıyla Ö4, herhangi bir doğrulama yapmadan şekiller ve çizimler vasıtasıyla çözümünü desteklediğinden yapılan çözüm “Genel Örnek” kapsamında değerlendirilmiştir.

İki öğrencinin çözümü ise “Düşünce Deneyi” olarak değerlendirilmiştir. “Düşünce Deneyi” kapsamında değerlendirilen çalışma yapraklarından birine ait örnek Şekil 4.86.’da gösterilmiştir:


$$\begin{array}{l} 2n+2 \\ 2,1+2=4 \quad) +2 \\ 2,2+2=6 \quad) +2 \\ 2,k+2=2k+2 \quad) +2 \\ 2,(k+1)+2=2k+4 \quad) +2 \end{array}$$

Şekil 4.86. Ö1’in “Restorana Gidelim” etkinliğindeki 4. soruya verdiği yanıt

Etkinlik sonrası Ö1 ile araştırmacı arasında Ö1’in ispat bileşeninde yaptığı çözüm ile ilgili aşağıdaki görüşme gerçekleştirilmiştir:

Araştırmacı: Bu soruda ne düşündün?

Ö1: Masa sayısı n olduğunda sandalye sayısının $2n+2$ olduğunu görmüştüm. Sonrasında sandalye sayılarının arasındaki artış miktarının her seferinde 2 olduğunu anladıktan sonra $2n+2$ ’ye 2 eklendiğinde masa sayısının $n+1$ olması gerektiğini göstermeye çalıştım.

Ö1’in ispat bileşeni ile ilgili dördüncü soruya verdiği yanıt incelendiğinde bulduğu formülü çözümünde belirtmiş, sonrasında ardışık iki adım arasındaki farkın 2 olduğunu birinci ve ikinci adımlardaki sandalye sayılarını hesaplayarak göstermiştir. Sonrasında n . adımdaki sandalye sayısına 2 ilave ederek sandalye sayılarının $(2n+4)$ ve masa sayısının da $(n+1)$ olması gerektiğini cebirsel işlemler yardımıyla göstermeye çalışmıştır. Bu nedenle Ö1’in yaptığı ispat “Düşünce Deneyi” kapsamında değerlendirilebilir.

Son olarak üç öğrencinin etkinliğin ispat ile ilgili dördüncü sorusunu boş bıraktığı görülmüş ve herhangi bir analiz yapılmamıştır. “Restorana Gidelim” isimli çalışma yaprağının ispat bileşenine ait bulguları Tablo 4.35.’te gösterilmiştir:

Tablo 4.35. “Restorana Gidelim” etkinliğinde kullanılan ispat türleri

İspat Türleri	f
Saf Deneycilik	15
Kritik Deney	5
Genel Örnek	2
Düşünce Deneyi	2
Cevapsız	3

Tablo 4.35. incelendiğinde 15 öğrenci tarafından etkinliğin dördüncü sorusunda saf deneycilik düzeyinde ispat yaptığı gözlenmiştir. 5 öğrencinin kritik deney, 2 öğrencinin genel örnek ve 2 öğrencinin ise düşünce deneyi türünde ispat yaptığı görülmüştür.

“Restorana Gidelim” isimli çalışma yaprağı özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispat bileşenlerine göre genel olarak incelendiğinde Tablo 4.36.’daki bulgulara ulaşılmıştır:

Tablo 4.36. “Restorana Gidelim” etkinliğinin MD’nin bileşenlerine göre analizi

Özelleştirme Türleri	f
Yeterli Özelleştirme	24
Hatalı Özelleştirme	3
Kısmi Özelleştirme	0
Genelleme Türleri	f
Sembolik Genelleme	16
Aritmetik Genelleme	7
Bağlamsal Genelleme	4
Olgusal Genelleme	0
Varsayımda Bulunma Türleri	f
Sözel ve Matematiksel Varsayım	14
Matematiksel Varsayım	8
Sözel Varsayım	5
İspat Türleri	f
Saf Deneycilik	15
Kritik Deney	5
Genel Örnek	2
Düşünce Deneyi	2
Cevapsız	3

Tablo 4.36. incelendiğinde öğrencilerin geneli “Restorana Gidelim” isimli çalışma yaprağının özelleştirme bileşeni ile ilgili birinci sorusunda yeterli özelleştirme yapmıştır. Genelleme bileşeni ile ilgili ikinci soruda ise öğrencilerin çözümlerinde sembolik genelleme türüne ağırlık verildiği görülmüştür. Varsayımda bulunma bileşeni ile ilgili üçüncü soruda ise öğrencilerin geneli varsayımlarını sözel ve matematiksel olarak ifade etmişlerdir. Son olarak ispat bileşeni ile ilgili dördüncü soruda öğrencilerin genelde alt düzey ispat gerçekleştirdiği görülmüştür.

4.2.8. MD Etkinlikleriyle Zenginleştirilmiş Çalışma Yapraklarından Elde Edilen Bulgulara Genel Bir bakış

Bu başlık altında bütün çalışma yapraklarından elde edilen bulgular özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispat bileşenleri bağlamında ayrı ayrı incelenmiş ve tablolastırılmıştır. Özelleştirme türlerinin etkinliklere göre dağılımı Tablo 4.37.’de gösterilmiştir:

Tablo 4.37. Özelleştirme türlerinin etkinliklere göre dağılımı

Etkinlikler	İpi Parçalara Bölme	Geometrik Kubbe	Desenli Örtü	Hanoi Kulesi	Bayramlaşma	Satranç Tahtası	Restorana Gidelim	Toplam
Yeterli Özelleştirme	20	18	18	11	13	12	19	111
Hatalı Özelleştirme	6	7	9	13	10	10	8	63
Kısmi Özelleştirme	0	2	0	0	2	4	0	8

Tablo 4.37. incelendiğinde öğrencilerin “Restorana Gidelim” isimli etkinlikte daha fazla yeterli özelleştirme yaptığı görülmüştür. “Satranç Tahtası” etkinliğinde ise öğrencilerin zorlandığı, yeterli özelleştirme ve hatalı özelleştirme yapan öğrenci sayılarının birbirine yakın olduğu gözlenmiştir. Ayrıca “Hanoi Kulesi” etkinliğinde hatalı özelleştirme yapan öğrenci sayısının yeterli özelleştirme yapan öğrenci

sayısından fazla olduğu anlaşılmıştır. Genelleme türlerinin etkinliklere göre dağılımı Tablo 4.38.'de gösterilmiştir:

Tablo 4.38. Genelleme türlerinin etkinliklere göre dağılımı

Etkinlikler	İpi Parçalara Bölelim	Geometrik Kubbe	Desenli Örtü	Hanoi Kulesi	Bayramlaşma	Satranç Tahtası	Restorana Gidelim	Toplam
Sembolik Genelleme	15	17	14	10	10	11	16	93
Aritmetik Genelleme	9	6	6	6	7	6	7	47
Bağlamsal Genelleme	2	2	0	0	0	2	4	10
Olgusal Genelleme	0	0	0	0	0	0	0	0
Cevapsız	0	2	7	8	8	7	0	32

Tablo 4.38. incelendiğinde öğrencilerin çözümlerinde sembolik genellemeye daha fazla yer verdiği görülmüştür. Sembolik genellemeden sonra öğrencilerin en çok başvurduğu genelleme türünün ise aritmetik genelleme olduğu anlaşılmaktadır.

Varsayımda bulunma türlerinin etkinliklere göre dağılımı Tablo 4.39.'da gösterilmiştir:

Tablo 4.39. Varsayımda bulunma türlerinin etkinliklere göre dağılımı

Etkinlikler	İpi Parçalara Bölelim	Geometrik Kubbe	Desenli Örtü	Hanoi Kulesi	Bayramlaşma	Satranç Tahtası	Restorana Gidelim	Toplam
Sözel ve Matematiksel Varsayım	12	14	13	8	9	9	9	74
Matematiksel Varsayım	9	6	4	5	5	6	5	40
Sözel Varsayım	5	4	3	3	3	4	3	25
Cevapsız	0	2	7	8	8	7	8	40

Tablo 4.39. incelendiğinde öğrencilerin varsayımlarını genelde sözel ve matematiksel olarak ifade ettiği görülmüştür. Sözel ve matematiksel varsayımdan sonra öğrencilerin en çok başvurduğu varsayım türünün ise matematiksel varsayım olduğu anlaşılmaktadır. İspat türlerinin etkinliklere göre dağılımı Tablo 4.40.'ta gösterilmiştir:

Tablo 4.40. İspat türlerinin etkinliklere göre dağılımı

Etkinlikler	İpi Parçalara Bölelim	Geometrik Kubbe	Desenli Örtü	Hanoi Kulesi	Bayramlaşma	Satranç Tahtası	Restorana Gidelim	Toplam
Saf Deneycilik	13	15	12	9	10	10	15	84
Kritik Deney	6	0	4	3	3	5	5	26
Düşünce Deneyi	1	1	2	1	2	0	2	9
Genel Örnek	1	2	0	0	0	0	2	5
Cevapsız	5	9	9	11	10	11	3	58

Tablo 4.40. incelendiğinde öğrencilerin etkinliklerdeki ispat bölümlerinde genelde saf deneycilik türüne yer verdiği görülmüştür. Bazı öğrencilerin ise ispat bölümlerini boş bıraktığı gözlenmiştir.

4.3. Öğrencilerin MD'ye Yönelik Görüşlerindeki Değişimi

Aşağıda; sekizinci sınıf öğrencilerinin MD'yi davranış haline getirme, MD'ye değer verme, MD'de problem çözmenin önemi, MD'nin özgüvene olumlu etkisi ve MD'de ispatın önemi boyutuna yönelik görüşlerindeki değişim sunulmuştur. MD ölçeğinin uygulanma zamanları 1DB, 1DS, 2DB ve 2DS olarak belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilere uygulanan ölçek, mülakat verileri ile desteklenmiş ve elde edilen veriler arasında nasıl bir değişimin olduğu ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır.

4.3.1. Öğrencilerin MD'yi Davranış Haline Getirme Boyutuna Yönelik Görüşlerindeki Değişimi

Öğrencilerin MD'yi davranış haline getirme boyutuna yönelik maddelere 1DB, 1DS, 2DB ve 2DS'de verdikleri yanıtlara ilişkin ortalama puanlar Tablo 4.41.'de gösterilmiştir:

Tablo 4.41. Öğrencilerin MD'yi davranış haline getirme boyutuna yönelik görüşlerindeki değişimi

Madde No	MD'yi Davranış Haline Getirme Boyutu ile İlgili Maddeler	Ölçeğin Uygulama Zamanları			
		1DB	1DS	2DB	2DS
M1	Problemde verilen bilgileri, tablo yardımıyla görsel hale getirebilirim.	4,33	4,07	3,81	4,18
M4	Bir problem durumunda çözüme nasıl başlayacağımı bilmiyorum.*	4,29	4,18	3,85	4,14
M6	Problem çözerken sonuçlarla ilgili tahminde bulunmada zorlanırım.*	4,18	3,92	3,81	4,11
M10	Örüntüleri formüllerle ifade etme konusunda kendimi yetersiz hissediyorum.*	4,40	4,07	3,81	4,18
M11	Şekil örüntülerinde genel kuralı cebirsel olarak bulabilirim.	4,25	4,07	3,92	4,07
M12	Bir örüntünün kuralını bulmak için ne yapmam gerektiğini bilmiyorum.*	4,33	4,25	3,96	4,11
M16	Yaptığım ispatın doğru olup olmadığına karar veremiyorum.*	4,03	3,88	3,59	3,81
M18	İspatın nasıl yapılacağını bilmiyorum.*	4,03	3,85	3,55	3,74
M19	Bir problemin çözümünde birçok ihtimali göz önünde bulundururum.	4,33	4,11	3,96	4,18
Ortalama Puanlar		4,24	4,04	3,80	4,05
		ÇO	O	O	O

* : Olumsuz maddeleri göstermektedir.

1DB'deki MD'yi davranış haline getirme boyutuna yönelik ortalama puan dikkate alındığında öğrencilerin genel olarak çok olumlu görüşe sahip oldukları anlaşılmaktadır. 1DB'de yapılan mülakatta Ö4'ün M10'a ilişkin çok olumlu görüşü aşağıda belirtilmiştir:

Ö4: *Yedinci sınıftayken cebirsel ifadeler konusunda sayılar arasındaki ilişkiyi nasıl bulacağımızı bize öğretmiştiniz. O yüzden örüntünün kuralını bulma konusunda iyi olduğumu düşünüyorum.*

Görüldüğü üzere Ö4, yedinci sınıfta öğrendiği cebirsel ifadeler konusunu unutmadığını ve örüntüleri formüllerle gösterebildiğini ifade etmiştir. Ayrıca 1DB'deki MD'yi davranış haline getirme boyutuna yönelik maddeler incelendiğinde M10'un en fazla ortalama puana sahip olduğu görülmüştür. 1DB'de yapılan başka bir mülakatta ise Ö17, M18'e ilişkin olumlu görüşünü şöyle açıklamıştır:

Ö17: *Bir kuralın doğruluğunu ispatlamak için ona bazı değerler veririm ve bu şekilde ispatlamış olurum.*

Görüldüğü üzere Ö17, elde edilen formüle bazı özel değerler vererek ispatı yapabileceğini belirtmiştir.

1DS'deki MD'yi davranış haline getirme boyutuna yönelik ortalama puan dikkate alındığında öğrencilerin genel olarak olumlu görüşe sahip oldukları anlaşılmaktadır. Öğrencilerin özellikle ispat ile ilgili M16 ve M18'e ilişkin görüşlerindeki ortalama puanlarında düşüş olduğu gözlenmiştir. 1DS'de yapılan mülakatta Ö19, M18'e ilişkin olumlu görüşünün orta düzeyde olumlu olarak değişimini şöyle ifade etmiştir:

Ö19: *Dönem başında uyguladığınız ölçekte ispatın nasıl yapılacağını kafamda az çok canlandırabiliyordum. O yüzden dönem başında olumlu cevap vermiştim. Ancak yaptığımız etkinliklerdeki son soruda bizden bulduğumuz formülün ispatı isteniyordu. Düşündüğüm şeyi nasıl yapacağımı belirleyemedim. O yüzden ispat ile ilgili görüşümü orta düzeyde olumlu olarak değiştirdim.*

Görüldüğü üzere Ö19, etkinlikler yapılmadan önce M18'e yönelik görüşünün olumlu olduğunu, etkinliklerin yapılmasıyla ölçeğin ispat ile ilgili bu maddeye ilişkin görüşünün orta düzeyde olumlu olarak değiştiğini ifade etmiştir.

1DS'de, MD'yi davranış haline getirme boyutuna yönelik maddeler incelendiğinde M12'nin en fazla ortalama puana sahip olduğu görülmüştür. 1DS'de yapılan mülakatta Ö6, M12'ye ilişkin çok olumlu görüşünü şöyle açıklamıştır:

Ö6: *Örüntünün kuralını bulma konusunda iyi olduğumu düşünüyorum. Örüntülerde bazen artış miktarına odaklanırım ve adım sayısı ile ilişkilendirmeye çalışırım. Sabit artışın olmadığı örüntülerde ise özellikle ikinci dereceden kurallar oluşturmaya çalışırım.*

Görüldüğü gibi Ö6, örüntünün çeşidine göre kuralın nasıl bulunacağını açıkça ifade etmiştir.

2DB'deki MD'yi davranış haline getirme boyutuna yönelik ortalama puan dikkate alındığında öğrencilerin genel olarak olumlu görüşe sahip oldukları anlaşılmaktadır. 2DB'deki ortalama puanlar, 1DS'deki ortalama puanlarla karşılaştırıldığında bütün maddelere ait ortalama puanlarda belirgin düşüşlerin olduğu gözlenmiştir. 2DB'de yapılan mülakatta Ö20, M10'a ilişkin olumlu görüşünün olumsuz olarak değişimini aşağıdaki gibi açıklamıştır:

Ö20: *İlk zamanlar yaptığımız etkinlikler daha kolaydı. Örüntünün kuralını hemen bulabiliyordum. Sonraki etkinlikler ilkine göre oldukça zordu. Bazı etkinliklerde kuralı bulmakta bayağı zorlandım. Doğru bulup bulmadığımdan emin değilim.*

Görüldüğü gibi Ö20, ilk dönem yapılan etkinliklerde örüntünün kuralını bulmada sıkıntı yaşamadığını, ancak son yapılan etkinliklerin giderek zorlaştığını ve bazı etkinliklerde kuralı bulmakta zorlandığını ifade etmiştir. Ayrıca 2DB'deki MD'yi davranış haline getirme boyutuna yönelik maddelerin ortalama puanları, 1DS'deki ortalama puanlarla karşılaştırıldığında en çok düşüşün M4'te olduğu görülmüştür. 2DB'de yapılan mülakatta Ö24, M4'e yönelik orta düzeyde olumlu görüşünün olumsuz olarak değişimini aşağıdaki gibi dile getirmiştir:

Ö24: *İlk dönem yaptığımız etkinliklerde sorular biraz kolaydı. Çözüm aşamasında ne yapacağımı az çok kestirebiliyordum. Çünkü daha önceden karşılaştığım soru tarzlarına benziyordu. Ancak "Hanoi Kulesi" etkinliğinde çok zorlandım. Çözümüne nasıl ve nereden başlayacağımı bilemedim.*

Görüldüğü üzere Ö24, ilk yapılan etkinliklerin önceden karşılaştığı türden sorular içerdiğini ve bu yüzden zorlanmadığını belirtmiş ancak özellikle “Hanoi Kulesi” etkinliğinde çözüme nasıl başlayacağını bilemediğini ifade etmiştir.

2DS’deki MD’yi davranış haline getirme boyutuna yönelik ortalama puan dikkate alındığında öğrencilerin genel olarak olumlu görüşe sahip oldukları anlaşılmaktadır. 2DS’deki ölçek maddelerine ait ortalama puanlarda 2DB’deki ölçek maddelerine ait ortalama puanlara göre artış olduğu gözlenmiştir. 1DS’de elde edilen ortalama puana yakın bir puan elde edildiği görülmüştür. 2DS’de yapılan mülakatta Ö10, M10’a yönelik orta düzeyde olumlu görüşünün olumlu olarak değişimini aşağıdaki cümleleriyle açıklamıştır:

Ö10: *Etkinlikler yapıldıkça kendimi geliştirdiğimi düşünüyorum. Toplam 8 etkinlik yaptık. Dönem ortasında yaptığımız bazı etkinliklerde zorlandım. Etkinliklerden sonra arkadaşlarımla fikir alışverişinde bulundum. Birbirimize yaptıklarımızdan bahsederiz. Bu sayede kendimi geliştirdiğimi düşünüyorum özellikle formülü bulma konusunda...*

Görüldüğü gibi Ö10, her etkinlikten sonra arkadaşlarıyla fikir alışverişinde bulunduğunu ve bu sayede kendisini özellikle sayılar arasındaki ilişkiyi formüllerle ifade etme hususunda geliştirdiğini ifade etmiştir. 2DS’de yapılan mülakatta Ö23, M18’e yönelik çok olumsuz görüşünü şöyle ifade etmiştir:

Ö23: *Dönem başından beri yaptığımız etkinliklerdeki ispat sorularında hep zorlandım. Ne yapmam gerektiğini tam bilemedim. Ne yapınca ispat oluyor bu konuda pek bilgim yok sanırım. Bulduğum formülün doğru olduğuna eminim ama ispatlama kısmını yapamadım.*

Görüldüğü üzere Ö23, ispatın nasıl yapılacağını bilmediğini, ispat ile ilgili yeterince bilgisi olmadığını belirtmiş ve etkinliklerdeki ispat bölümlerinde zorlandığını dile getirmiştir.

4.3.2. Öğrencilerin MD'ye Değer Verme Boyutuna Yönelik Görüşlerindeki Değişimi

Öğrencilerin MD'ye değer verme boyutuna yönelik maddelere 1DB, 1DS, 2DB ve 2DS'de verdikleri yanıtlara ilişkin ortalama puanlar Tablo 4.42.'de gösterilmiştir:

Tablo 4.42. Öğrencilerin MD'ye değer verme boyutuna yönelik görüşlerindeki değişimi

Madde No	MD'ye Değer Verme Boyutu ile İlgili Maddeler	Ölçeğin Uygulama Zamanları			
		1DB	1DS	2DB	2DS
M21	MD ile ilgili etkinliklerin, öğrencilere MD becerisi kazandıracağını düşünüyorum.	3,77	4,25	3,88	4,14
M22	MD sürecinin sıkıcı olduğunu düşünüyorum.*	3,74	4,25	3,88	4,03
M24	Günlük yaşamda karşılaştığım sorunlarda MD'ye ihtiyaç duymam.*	3,66	3,88	4,00	4,22
M25	MD ile ilgili etkinliklere katılmaktan zevk alırım.	3,48	3,85	4,03	3,96
Ortalama Puanlar		3,66	4,05	3,94	4,08
		O	O	O	O

* : Olumsuz maddeleri göstermektedir.

1DB'deki MD'ye değer verme boyutuna yönelik ortalama puan dikkate alındığında öğrencilerin genel olarak olumlu görüşe sahip oldukları anlaşılmaktadır. 1DB'de yapılan mülakatta Ö17, M24'e yönelik olumlu görüşünü aşağıdaki cümleleriyle ifade etmiştir:

Ö17: Bence hayatın birçok alanında matematik vardır. Günlük hayatta sürekli matematikle karşılaşırsınız. Mesela markete girdiğimizde aldığımız ürünlerin toplamını bilmek zorundayız. Paramızın yetip yetmediğini anlayabilmemiz için. Bir başka örnek ise evde yemek yaparken annelerimiz karışım miktarlarını belirlemede yine matematiği kullanması gerekir.

Görüldüğü üzere Ö17'nin günlük hayatta karşılaşılan sorunlarda MD'ye ihtiyaç duyulması hususunda olumlu görüş belirttiği anlaşılmıştır. Ö17 bu görüşünün nedenini, hayatta karşılaşılan bazı sorunların çözümünde matematik gerektiğini belirterek ifade etmiştir. Ayrıca 1DB'deki MD'ye değer verme boyutuna yönelik maddeler incelendiğinde M21'in en fazla ortalama puana sahip olduğu görülmüştür.

1DS'deki MD'ye değer verme boyutuna yönelik ortalama puan dikkate alındığında öğrencilerin genel olarak maddelere ilişkin olumlu görüşe sahip oldukları anlaşılmaktadır. 1DB ve 1DS'deki ölçek maddelerine ait ortalama puanlar karşılaştırıldığında M21 ve M22'ye ait ortalama puanlarda önemli bir artışın olduğu görülmüştür. 1DS'de yapılan mülakatta Ö5, M21'e ilişkin çok olumlu görüşünü aşağıdaki cümleleriyle ortaya koymuştur:

Ö5: *Sınav ağırlıklı çalıştığımız için özellikle matematik derslerinde etkinlik yapmaya pek vakit bulamıyoruz. Aslında matematik dersi saatlerinin artırılıp etkinlikler için zaman ayrılması gerekir. Matematik dersinde ne kadar çok etkinlik yapılırsa öğrencilerin MD gelişimi o kadar iyi olur.*

Görüldüğü gibi Ö5, matematik derslerinde etkinliklere daha fazla yer verilmesi gerektiğini ve bu sayede öğrencilerin MD becerilerinin daha fazla gelişeceğini ifade etmiştir. Ö3 ise M22'ye ilişkin olumlu görüşünü aşağıdaki cümleleriyle dile getirmiştir:

Ö3: *MD sürecinin sıkıcı olduğunu düşünmüyorum. Çünkü MD süreci öğrencilerin zeka gelişimi açısından önemlidir. MD sürecini benimsememiz, yaşamda bize bazı kolaylıklar sağlar.*

Görüldüğü üzere Ö3, MD sürecinin sıkıcı olmadığını, MD sürecinin öğrencilerin zeka gelişimine katkısı olduğunu ve MD'nin bireye yaşamda kolaylıklar sağladığını belirtmiştir.

2DB'deki MD'ye değer verme boyutuna yönelik ortalama puan dikkate alındığında öğrencilerin genel olarak olumlu görüşe sahip oldukları anlaşılmaktadır. Ayrıca en fazla ortalama puana sahip ölçek maddesinin M40 olduğu görülmektedir. 2DB'de yapılan mülakatta Ö7, M25'e yönelik olumlu görüşünü aşağıdaki cümleleriyle ifade etmiştir:

Ö7: “Hanoi Kulesi” etkinliği çok zevkliydi. Yeni bir oyun öğrenmiş oldum. Daha öncesinde böyle bir oyunla karşılaşmamıştım. Gerçekten etkinliği yaparken çok keyif aldım. Matematik derslerinde bu tür etkinliklerin yapılması öğrencilerin keyif almasına sebep olur ve öğrencilerin matematiğe olan olumsuz düşüncelerini biraz yumuşatur diye düşünüyorum.

Göröldüğu gibi Ö7, MD ile ilgili etkinliklere katılmaktan zevk aldığını ve bu etkinliklerin, öğrencilerin matematiğe olan bakış açılarını olumlu biçimde değiştirebileceğini belirtmiştir.

2DS’deki MD’ye değer verme boyutuna yönelik ortalama puan dikkate alındığında öğrencilerin genel olarak olumlu görüşe sahip oldukları anlaşılmaktadır. Ayrıca en fazla ortalama puana sahip ölçek maddesinin M24 olduğu görölmüştür. 2DS’de yapılan mülakatta Ö4, M24’e yönelik olumlu görüşünü aşağıdaki cümleleriyle dile getirmiştir:

Ö4: *Dönem başında etkinlikler yapılmadan önceki görüşlerim orta düzeyde olumlu idi. Ancak yapılan etkinlikleri gördükçe MD ile ilgili görüşlerimde olumlu anlamda değişimler oldu. Günlük hayatta matematiğe, MD’ye pek ihtiyaç duyulacağını düşünmüyordum. Oysaki MD’yi günlük hayatta farkında olmadan da kullandığımızı anladım. Yaptığımız etkinlikler, günlük yaşamda karşımıza çıkabilecek türden olaylar aslında. Yani MD sadece matematik derslerinde olması gereken bir düşünme çeşidi değil. Her durumda kullanılabilir bir düşünme çeşididir.*

Göröldüğu üzere Ö4, MD’nin sadece matematik dersinde değil, günlük hayatta her yerde kullanılabildiğini ifade etmiştir.

4.3.3. Öğrencilerin MD’de Problem Çözmenin Önemi Boyutuna Yönelik Görüşlerindeki Değişimi

Öğrencilerin MD’de problem çözmenin önemi boyutuna yönelik maddelere 1DB, 1DS, 2DB ve 2DS’de MD ölçeğine verdikleri yanıtlara ilişkin ortalama puanlar Tablo 4.43.’te gösterilmiştir:

Tablo 4.43. Öğrencilerin MD’ de problem çözmenin önemi boyutuna yönelik görüşlerindeki değişimi

Madde No	MD’ de Problem Çözmenin Önemi Boyutu ile İlgili Maddeler	Ölçeğin Uygulama Zamanları			
		1DB	1DS	2DB	2DS
M2	Verilen bir problem durumuna uygun başka bir problem yazabilirim.	4,18	4,03	3,81	3,96
M3	Bazı problemleri şekil çizerek daha rahat çözebilirim.	4,11	4,00	3,96	4,07
M5	Bir problem durumuna karşıt bir problem bulabilirim.	4,18	4,03	3,85	4,00
M9	Bir problemin sonuçlarını tahmin etmede başarılı olduğumu düşünüyorum.	4,07	3,88	3,81	3,92
Ortalama Puanlar		4,13	3,98	3,85	3,99
		O	O	O	O

1DB’deki MD’de problem çözmenin önemi boyutuna yönelik ortalama puan dikkate alındığında öğrencilerin genel olarak olumlu görüşe sahip oldukları anlaşılmaktadır. 1DB’de yapılan mülakatta Ö9, M3’e yönelik olumlu görüşünü aşağıdaki cümlelerle açıklamıştır:

Ö9: *Bazı problemler biraz karmaşık olabiliyor. Bu tür problemlerde gerek şekil çizerek gerek tablo yaparak soruda verilenleri düzenli hale getiriyorum. Bu sayede soruda istenen bilgiyi daha rahat görebiliyorum.*

Görüldüğü gibi Ö9, karmaşık problemleri çözerken şekil çizdiğini ve bu sayede soruyu daha rahat çözebildiğini belirtmiştir.

1DS’deki MD’ de problem çözmenin önemi boyutuna yönelik ortalama puan dikkate alındığında öğrencilerin genel olarak olumlu görüşe sahip oldukları anlaşılmaktadır. Tablo 4.43. incelendiğinde en düşük ortalama puana sahip ölçek maddesinin M9

olduğu görülmüştür. 1DS’de yapılan mülakatta Ö14, M9’a yönelik olumlu görüşünü şu cümlelerle dile getirmiştir:

Ö14: *Aslında tahmin yeteneğimin iyi olduğunu düşünüyorum. Ancak yaptığımız etkinliklerin sonuçlarını tahmin etmede biraz zorlandım. Ama yine de etkinliklerde yaptığım tahminlerin doğru olduğunu düşünüyorum.*

Görüldüğü üzere Ö14, tahmin yeteneğinin iyi olduğunu ancak yapılan etkinliklerin tahmin ile ilgili sorularında biraz zorlandığını ifade etmiştir.

2DB’deki MD’ de problem çözmenin önemi boyutuna yönelik ortalama puan dikkate alındığında öğrencilerin genel olarak olumlu görüşe sahip oldukları ancak ortalama puanlarda diğer zamanlara göre düşüş olduğu anlaşılmaktadır. 2DB’de yapılan mülakatta Ö12, M9’a yönelik olumlu görüşünün olumsuz olarak değişimini aşağıdaki cümlelerle açıklamıştır:

Ö12: *1DB’de yaptığımız etkinliklerde biraz daha iyiydim. Sonrasında etkinlikler gitgide zorlaştı. Özellikle “Hanoi Kulesi” etkinliği çok zordu. O etkinlikte yapacağım hamleleri kestirmekte zorlandım.*

Görüldüğü gibi Ö17, ilk yapılan etkinliklerde daha iyi tahminler yapabildiğini ancak etkinliklerin giderek zorlaşmasıyla birlikte özellikle “Hanoi Kulesi” etkinliğinde tahmin yapmada zorlandığını dile getirmiştir.

2DS’deki MD’ de problem çözmenin önemi boyutuna yönelik ortalama puan dikkate alındığında öğrencilerin genel olarak olumlu görüşe sahip oldukları anlaşılmaktadır. Tablo 4.43. incelendiğinde en fazla ortalama puana sahip ölçek maddesinin M3 olduğu görülmüştür. 2DS’de yapılan mülakatta Ö1, M3’e yönelik çok olumlu görüşünü aşağıdaki cümlelerle ifade etmiştir:

Ö1: Bazı soruları şekil çizdiğimde daha iyi anlayabiliyorum. Modelleme gerektiren sorularda şekil çizmek sorunun çözümünü kolaylaştırıyor. Özellikle “Bayramlaşma” etkinliğini şekil çizerek yaptım.

Görüldüğü üzere Ö1, şekil çizerek soruları daha anlaşılır hale getirdiğini ve çözümü kolaylaştırdığını bu sayede “Bayramlaşma” isimli etkinliği yapabildiğini ifade etmiştir.

4.3.4. Öğrencilerin MD’nin Özgüvene Olumlu Etkisi Boyutuna Yönelik Görüşlerindeki Değişimi

Öğrencilerin MD’ nin özgüvene olumlu etkisi boyutu ile ilgili maddelere 1DB, 1DS, 2DB ve 2DS’de MD ölçeğine verdikleri yanıtlara ilişkin ortalama puanlar Tablo 4.44.’te gösterilmiştir:

Tablo 4.44. Öğrencilerin MD’ nin özgüvene olumlu etkisi boyutuna yönelik görüşlerindeki değişimi

Madde No	MD’ nin Özgüvene Olumlu Etkisi Boyutu ile İlgili Maddeler	Ölçeğin Uygulama Zamanları			
		1DB	1DS	2DB	2DS
M8	Bir problemi çözerken yaptığım tahminlerin doğruluğunu araştırmaya gerek duymam.*	3,33	3,98	4,11	4,03
M17	Bir problemin doğruluğunu ispatlamak beni mutlu eder.	3,18	4,09	3,93	4,00
M20	MD, problem çözerken farklı çözüm yolları bulmama yardımcı olur.	3,18	4,00	3,96	4,03
M23	Farklı türde problemler çözmek MD’yi geliştirir.	3,81	4,03	3,62	4,16
Ortalama Puanlar		3,37	4,02	3,90	4,05
		ODO	O	O	O

* : Olumsuz maddeleri gösterir.

1DB’deki MD’nin özgüvene olumlu etkisi boyutu ile ilgili ortalama puan dikkate alındığında öğrencilerin genel olarak orta düzeyde olumlu görüşe sahip oldukları anlaşılmaktadır. Ayrıca 1DB’de ortalama puanı en az olan maddenin M17 olduğu görülmüştür. 1DB’de yapılan mülakatta Ö15, M17 ile ilgili orta düzeyde olumlu görüşünü aşağıdaki cümleler ile dile getirmiştir:

Ö15: *Şu zamana kadar ispat yapmamı gerektiren bir şey olmadı. Gerek yazılılarda olsun gerekse MEB'in sınavlarında olsun ispatı gerektirecek bir durum yok. O yüzden ispat yapmanın benim için nasıl bir duygu oluşturacağı konusunda bir fikrim yok.*

Görüldüğü üzere Ö15, şu anki eğitim sisteminin ölçme değerlendirme aşamalarında ispata yer verilmediği için ispat yapma konusundaki duygularını kestiremediğini ve bu yüzden M17'ye orta düzeyde olumlu görüş belirttiğini ifade etmiştir.

1DS'deki MD' nin özgüvene olumlu etkisi boyutu ile ilgili ortalama puan dikkate alındığında öğrencilerin genel olarak olumlu görüşe sahip oldukları anlaşılmaktadır. 1DB'de M17'ye ait ortalama puanda, diğer ölçek maddelerine oranla daha fazla artışın olduğu belirlenmiştir. 1DS'de yapılan mülakatta Ö2, M17'ye yönelik orta düzeyde olumlu görüşünün olumlu olarak değişimini aşağıdaki cümlelerle açıklamıştır:

Ö2: *Etkinliklerden önce ispat ile hiç karşılaşmadığımdan ispat ile ilgili düşüncelerim ne olumlu ne de olumsuzdu. Etkinlikler yapıldıkça Ö1 ile etkinlikteki soruları tartışıp fikir alışverişi yapıyoruz. Bu sayede ispat ile ilgili bilgi sahibi olmaya başladım. İspat bölümündeki sorulara cevap verebildiğimi gördüm ve ispatı yapabildiğimi gördükçe mutlu olmaya başladım.*

Görüldüğü gibi Ö2, daha önce ispatla hiç karşılaşmadığını, bu yüzden ispata yönelik olumlu veya olumsuz duygulara sahip olmadığını belirtmiş sonrasında etkinlikler yapıldıkça Ö1 ile ispat hakkında fikir alışverişi yaptıklarını, ispat ile ilgili sorulara cevap verebildiğini ve ispat yapmaya yönelik görüşlerinde olumlu değişim olduğunu ifade etmiştir.

2DB'deki MD'nin özgüvene olumlu etkisi boyutu ile ilgili ortalama puan dikkate alındığında öğrencilerin genel olarak olumlu görüşe sahip oldukları anlaşılmaktadır. Tablo 4.44. incelendiğinde 2DB'de ortalama puanı en yüksek olan ölçek maddesinin M8 olduğu görülmüştür. 2DB'de yapılan mülakatta Ö11, M8'e yönelik olumsuz görüşünün olumlu olarak değişimini aşağıdaki cümlelerle dile getirmiştir:

Ö11: *Önceden problem çözerken sonuçla ilgili tahminde bulunduğumda yaptığım tahminin doğru olup olmadığını kontrol etmeye gerek duymazdım. Ancak son yaptığımız etkinlikler bayağı zordu. Özellikle “Bayramlaşma” ve “Hanoi Kulesi” etkinliklerinde yaptığım tahminlerin doğruluğundan emin olamadım ve doğru olup olmadığını kontrol ettim.*

Görüldüğü üzere Ö11, önceden bir problemin sonuçlarıyla ilgili yaptığı tahminlerin kesin doğru olduğunu ve dolayısıyla doğruluğunu araştırmaya gerek duymadığını belirtmiş, sonrasında zor etkinliklerle karşılaşınca yaptığı tahminlerin doğruluğunu kontrol etmeye başladığını ifade etmiştir.

2DS’deki MD’nin özgüvene olumlu etkisi boyutu ile ilgili ortalama puan dikkate alındığında öğrencilerin genel olarak olumlu görüşe sahip oldukları anlaşılmaktadır. Tablo 4.44. incelendiğinde 2DS’de MD’nin özgüvene olumlu etkisi boyutuna ilişkin ortalama puanın, 2DB’deki bu boyuta yönelik ortalama puana göre arttığı anlaşılmaktadır. Ayrıca 2DB’de en fazla ortalama puana sahip ölçek maddesinin M23 olduğu görülmüştür. 2DB’de yapılan mülakatta Ö1, M23 ile ilgili çok olumlu görüşünü aşağıdaki cümlelerle açıklamıştır:

Ö1: *Özellikle Hanoi kulesi, Satranç tahtası ve Bayramlaşma etkinlikleri çok eğlenceli idi. Etkinlikler öncesinde Hanoi kulesi oyunu ve satranç oynamak, bayramlaşma merasimini canlandırmak çok keyifli idi. Bu etkinlikler bize matematiğin her zaman gerekli olduğunu, matematiğin her zaman karşımıza çıkabileceğini göstermiştir. Bu tarz zevkli etkinliklerle uğraşmak insanların MD’lerini geliştirebilir diye düşünüyorum.*

Görüldüğü üzere Ö1, yapılan etkinliklerden zevk aldığını, matematiğin her zaman gerekli olduğunu, hayatın her anında insanların karşısına çıkabileceğini belirtmiş ve yapılan etkinliklerin insanların MD’lerini geliştireceğini ifade etmiştir.

4.3.5. Öğrencilerin MD’de İspatın Önemi Boyutuna Yönelik Görüşlerindeki Değişimi

Öğrencilerin MD’de ispatın önemi boyutuna yönelik maddelere 1DB, 1DS, 2DB ve 2DS’de MD ölçeğine verdikleri yanıtlara ilişkin ortalama puanlar Tablo 4.45.’te gösterilmiştir:

Tablo 4.45. Öğrencilerin MD’de ispatın önemi boyutuna yönelik görüşlerindeki değişimi

Madde No	MD’de İspatın Önemi Boyutuna Yönelik Maddeler	Ölçeğin Uygulama Zamanları			
		1DB	1DS	2DB	2DS
M7	İspat yapmanın MD’yi geliştireceğini düşünüyorum.	3,14	3,91	3,74	3,92
M13	İspat yapmayı sevmem.*	3,37	3,94	3,76	3,96
M14	İspatın, matematik için gerekli olduğunu düşünüyorum.	3,48	3,96	3,73	3,88
M15	Matematik derslerinde ispata daha fazla yer verilmesi gerektiğini düşünüyorum.	3,44	3,83	3,75	3,90
Ortalama Puanlar		3,35	3,91	3,74	3,91
		ODO	O	O	O

* : Olumsuz maddeleri göstermektedir.

1DB’deki MD’de ispatın önemi boyutuna yönelik ortalama puan dikkate alındığında öğrencilerin genel olarak orta düzeyde olumlu görüşe sahip oldukları anlaşılmaktadır. Ayrıca 1DB’de MD’de ispatın önemi boyutuna yönelik ölçek maddelerinden ortalama puanı en az olan maddenin M7 olduğu görülmüştür. 1DB’de yapılan mülakatta Ö13, M7 ile ilgili orta düzeyde olumlu görüşünü aşağıdaki cümlelerle dile getirmiştir:

Ö13: *Bu zamana kadar çözdüğüm soruların hiçbirinde ispat ile ilgili sorular yer almadığından, ispatın MD ile ilişkisi hakkında olumlu veya olumsuz bir düşüncem olmadı. Kısacası bu konu hakkında bir fikrim yok.*

Görüldüğü üzere Ö13, ispat ile daha önceden hiç karşılaşmadığı için ispat ve MD arasındaki ilişki ile ilgili fikir sahibi olmadığını ifade etmiştir.

1DS’deki MD’de ispatın önemi boyutuna yönelik ortalama puan dikkate alındığında öğrencilerin genel olarak olumlu görüşe sahip oldukları anlaşılmaktadır. Tablo 4.45.

incelendiğinde 1DB’de MD’de ispatın önemi boyutuna yönelik maddelerinin ortalama puanlarında artış olduğu görülmüştür. Ayrıca ortalama puan artışının en fazla M7’de olduğu belirlenmiştir. 1DS’de yapılan mülakatta Ö5, M7’ye yönelik orta düzeyde olumlu görüşünün olumlu olarak değişimini şu cümleleriyle açıklamıştır:

Ö5: İspat ve matematik birbiriyle ilişkili kavramlardır. Yeni bulduğumuz bir şeyin neden doğru olduğunu araştırmak bizi ezberden uzaklaştırır ve düşünmeye odaklanırsınız. Bu süreç ise MD’nin gelişimini sağlar.

Görüldüğü gibi Ö5, ispatın matematik ile olan ilişkisinden bahsetmiş ve ispat sürecinin MD gelişimini sağlayacağını ifade etmiştir.

2DB’deki MD’de ispatın önemi boyutuna ait ortalama puan dikkate alındığında öğrencilerin genel olarak olumlu görüşe sahip oldukları anlaşılmaktadır. Tablo 4.45. incelendiğinde 2DB’de MD’de ispatın önemi boyutuna yönelik maddelerin ortalama puanlarının birbirine yakın olduğu görülmüştür. 2DB’de yapılan mülakatta Ö8, M14 maddesi ile ilgili olumlu görüşünü aşağıdaki cümlelerle dile getirmiştir:

Ö8: İspat, matematik için olmazsa olmazdır. İspat sayesinde yaptığımız çözümlerin doğruluğu ortaya koymuş oluruz ve yaptığımız çözümün doğruluğu sadece bize göre değil herkese göre olmuş olur. Dolayısıyla ispat, matematik için gereklidir.

Görüldüğü üzere Ö8, ispatın yapılan çözümün doğruluğunu evrenselleştirdiğini belirtmiş ve ispatın matematik için ne kadar gerekli olduğunu ifade etmeye çalışmıştır.

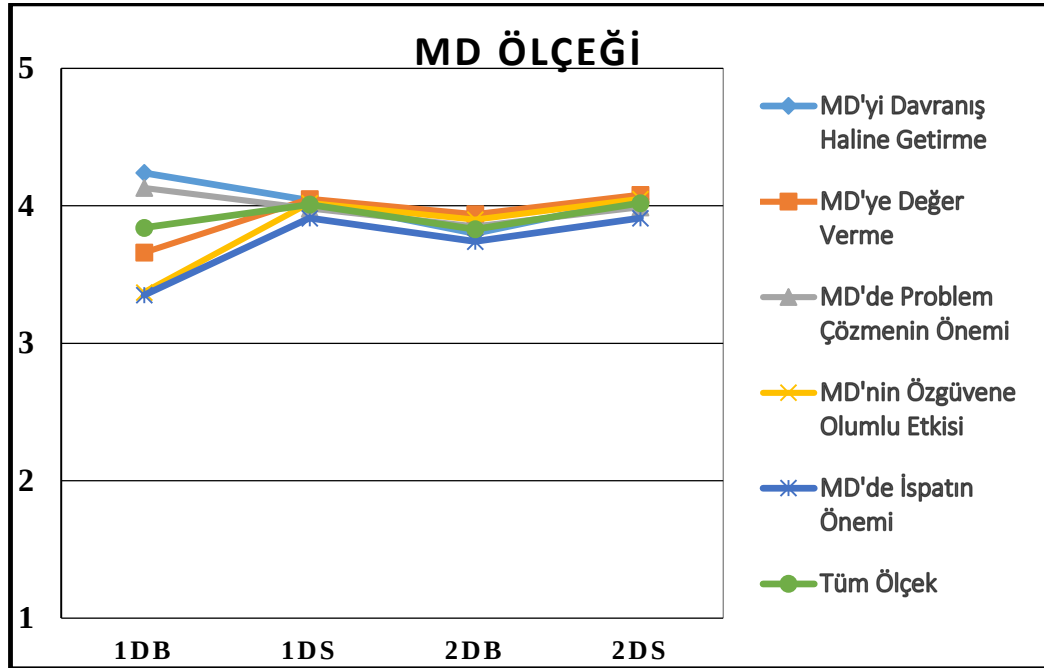
2DS’deki MD’de ispatın önemi boyutuna yönelik ortalama puan dikkate alındığında öğrencilerin genel olarak olumlu görüşe sahip oldukları anlaşılmaktadır. Tablo 4.45. incelendiğinde 2DS’de M13’ün MD’de ispatın önemi boyutuna yönelik diğer maddelere göre daha fazla ortalama puana sahip olduğu görülmüştür. Ayrıca M13’ün 2DS’deki ortalama puanının, 2DB’deki ortalama puanına göre artış gösterdiği anlaşılmaktadır. 2DS’de yapılan mülakatta Ö2, M13 ile ilgili görüşünü aşağıdaki cümleler ile açıklamıştır:

Ö2: *Daha önce ispatla karşılaşmamıştım. Ancak dönem başından beri yaptığımız etkinliklerde ispat bölümlerindeki soruları yapabildiğimi fark ettim. Zamanla ispat yaparken mutlu olmaya başladım. Dönem başına kadar ispat ile ilgili bir düşüncem yok iken şu an ispat ile ilgili görüşlerim bayağı olumlu seviyede.*

Görüldüğü üzere Ö2, etkinlikler yapılana kadar ispat ile hiç karşılaşmadığını, etkinliklerin yapılmaya başlanmasıyla birlikte ispata yönelik düşüncelerinde olumlu değişimler yaşandığını ifade etmiştir.

4.3.6. Öğrencilerin MD Ölçeğinin Tamamına Verdiği Cevaplardan Elde Edilen Bulgulara Genel Bir Bakış

Bu bölümde öğrencilerin MD ölçeğine yönelik görüşlerindeki değişime ait genel bir değerlendirme yapılmıştır. Şekil 4.87.'de öğrencilerin MD'yi davranış haline getirme, MD'ye değer verme, MD'de problem çözmenin önemi, MD'nin özgüvene olumlu etkisi, MD'de ispatın önemi boyutuna ve tüm ölçeğe yönelik görüşlerine ilişkin 1DB, 1DS, 2DB ve 2DS'deki ortalama puanlarına ait grafik verilmiştir:



Şekil 4.87. Öğrencilerin MD'ye yönelik görüşlerindeki değişimi

Şekil 4.87.'de görüldüğü gibi öğrencilerin 1DB'de MD'yi davranış haline getirme boyutuna yönelik görüşü diğer boyutlara göre çok olumlu düzeydedir. Ayrıca öğrencilerin 1DS'de MD'de ispatın önemi, MD'ye değer verme, MD'nin özgüvene olumlu etkisi boyutlarına ait ortalama puanlarında artış olduğu görülmektedir. Ayrıca 1DS'de MD'yi davranış haline getirme ve MD'de problem çözmenin önemi boyutlarına ait ortalama puanlarında 1DB'ye göre düşüş olduğu belirlenmiştir. Ö6, 1DS'de yapılan mülakatta belirtilen boyutlara ilişkin puanlardaki azalmayı aşağıdaki cümleleriyle ifade etmiştir:

Ö6: *Önceden çalışma yapraklarıyla hiç etkinlik yapmamıştık. Bu nedenle ölçekte bazı sorularda biraz iyimser davrandım. 1DS'de yaptığımız ölçekten önce ise 3-4 tane çalışma yaprağı yapma imkanımız oldu. Bu yüzden kendimi daha doğru ve gerçekçi değerlendirdiğim için ortalama puan düşmüş olabilir.*

Ö6'nın yukarıdaki cümleleri incelendiğinde, 1DB'de uygulanan ölçekteki maddelere verdiği cevaplarda iyimser cevaplar verdiğini, sonraki zamanlarda uygulanan ölçek maddelerinde ise kendini daha nesnel değerlendirdiğini ifade etmiştir.

Grafik incelendiğinde 1DB'de her bir boyutun farklı ortalama puana sahip olduğu, sonraki dönemlerde ortalama puanların birbirine yaklaştığı görülmüştür. Son olarak, Şekil 4.87.'de 2DS'de bütün ortalamaların 3,35 ila 4,24 arasında olduğu yani öğrencilerin görüşlerinin genelde olumlu olduğu görülmüştür. Ayrıca MD'yi davranış haline getirme ve MD'de problem çözmenin önemi boyutlarına yönelik 1DB'deki ortalama puanların yüksek olduğu ve sonraki dönemlerde bir miktar düşüşe geçtiği gözlenmiştir. Bunun yanı sıra 2DB'deki ölçeğin tüm boyutlarına yönelik ortalama puanlarında düşüş yaşanmıştır. 2DB'de yapılan mülakatta Ö9, ölçeğin tüm boyutlarına ait ortalama puanlarının 1DB ve 1DS'ye göre azalmasını aşağıdaki cümleleriyle ifade etmiştir:

Ö9: *Başlangıçta yaptığımız birkaç etkinlik oldukça kolaydı. Ancak etkinlikler giderek zorlaşmaya başladıkça bazı problemlerde zorlandığımı hissettim. Bu da ölçekte*

verdiğim bazı cevapların değişmesine neden oldu. Yani ölçeği cevaplarlarken biraz daha objektif davrandığımı söyleyebilirim.

Görüldüğü gibi Ö9, etkinliklerin zorlaşmaya başlamasıyla birlikte görüşlerinde değişimlerin olduğunu belirtmiştir. Ayrıca etkinliklerin yapılmaya başlaması ile 1DS, 2DB ve 2DS’de kendisini değerlendirirken biraz daha gerçekçi davrandığını ifade etmiştir.

MD’de ispatın önemi, MD’nin özgüvene olumlu etkisi ve MD’ye değer verme boyutlarına yönelik ortalama puanlarında 1DB’den sonra artış olmuştur. Etkinlikler yapılmaya başladıkça öğrencilerin MD ve ispat ile tanışması bahsedilen boyutlara yönelik öğrencilerin 1DB’ye göre görüşlerinde olumlu değişimler meydana getirmiştir. Ayrıca öğrenciler ile araştırmacının etkinlik sürecinin dışında MD ve ispat ile ilgili sohbetleri ve araştırmacının sohbet esnasında bilim insanlarının ispat ile ilgili özlü sözleri öğrencilerle paylaşmasıyla öğrencilerin MD’ye olan bakış açılarının olumlu manada değiştiği gözlenmiştir.

Şekil 4.87. incelendiğinde 2DB’de en düşük ortalama puana sahip boyutun, MD’de ispatın önemi boyutuna yönelik olduğu anlaşılmaktadır. 2DB’de yapılan mülakatta Ö21, ispat boyutuna yönelik ortalama puanın düşük çıkmasıyla ilgili görüşünü aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

Ö21: *İspat, sürekli karşılaştığımız bir kavram değil. Bence ispat ile ilgili ortalama puanın düşük çıkması normal. Kendi adıma konuşacak olursam etkinlikler zor olduğu için ispat bölümlerine zamanımı pek ayıramadım. O yüzden ispat ile ilgili görüşlerimde olumsuz manada değişim olmuş olabilir.*

Görüldüğü gibi Ö21, öğrencilerin ispat ile ilgili çok fazla yaşantısının olmamasının ölçekteki ispat boyutuna ait ortalama puanın düşük olmasına neden olduğunu ifade etmiştir. Ayrıca kendisi ile ilgili görüşünde, yapılan etkinliklerin zorluk seviyesinin yüksek olması neticesinde ispatla ilgili sorulara zaman ayıramadığını belirtmiş ve ispat ile ilgili görüşlerinde olumsuz yönde değişim olduğunu söylemiştir.

BÖLÜM 5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Verilerin analizi sonucu elde edilen bulgular, çalışmanın alt problemlerine bağlı olarak aşağıdaki gibi tartışılmıştır:

5.1. MD Etkinlikleri ile Zenginleştirilmiş Öğrenme Ortamlarında Öğretmen-Öğrenci ve Öğrenci-Öğrenci Etkileşimine İlişkin Tartışma ve Sonuç

Bu bölümde, MD etkinlikleri ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarındaki öğretmen-öğrenci ve öğrenci-öğrenci etkileşiminden elde edilen bulgular tartışılmıştır.

5.1.1. Öğretmen-Öğrenci Etkileşimine İlişkin Tartışma ve Sonuç

Öğretmen-öğrenci etkileşiminin en önemli unsurlarından biri karşılıklı soru sormadır (Özgenç, 2010). Öğrencilerin soruları anlamadığı durumlarda öğretmene sorular sorması bu etkileşimin bir parçasıdır. Araştırmacı da bu süreçte öğrencilere doğru cevabı söylemek yerine, öğrencilerin MD'lerini harekete geçirecek soru kalıplarını kullanarak öğrencilere rehberlik etmiştir. Ayrıca araştırmacı, etkinlik sonlarında öğrencilerle gerçekleştirdiği görüşmelerde öğrencilere etkinliklerdeki eksikliklerini ve yanlışlarını fark ettirmek amacıyla onlara sorular sormuş, öğrencilerin MD'lerini ortaya çıkarmaya çalışmıştır. Araştırmacının öğrencilere yönlendirdiği sorularla öğrencilerin MD'lerine yönelik bilgi sahibi olduğu görülmüştür. Bu bağlamda araştırmacının MD bileşenlerinin her biri için kullandığı soru kalıplarının öğrencilerin MD'lerini ortaya koyma hususunda kendisine katkı sağladığı söylenebilir. Bozkurt ve Polat (2018) çalışmalarında, öğretmenlerin derslerde sordukları soruların öğrencilerin MD'lerini ortaya koymada önemli bir yere sahip olduğunu dile getirmişlerdir. Benzer şekilde Franke ve arkadaşları (2009) da çalışmalarında öğrencilerin MD'lerini ortaya

çıkarmak amacıyla öğretmenlerin sürekli soru sorduklarını ve sordukları sorularla, öğrencileri düşüncelerini açıklama ve detaylandırma konusunda desteklediklerini ortaya koymuştur. Sfard ve Kieran (2001) da çalışmalarında, öğretmenlerin öğrencilerin düşüncelerini ortaya çıkarmak için soruları etkili bir araç olarak kullanabilecekleri sonucuna ulaşmışlardır. Buradan hareketle soru sorma sürecinin öğrencilerin MD'lerini ortaya çıkarma hususunda önemli olduğu ve öğretmen-öğrenci etkileşimine katkı sağladığı düşünülmektedir.

Etkinliklerin öncesinde ve sonrasında araştırmacının sınıfta öğrencilerle etkinlikler ile ilgili fikir alışverişinde bulunması, öğrencilerin hem dikkatini çekmeyi sağlaması hem de hazırbulunuşluk seviyelerinin ortaya konulması açısından önemli olduğu gözlenmiştir. Araştırmacının özellikle “Hanoi Kuleleri” etkinliğinde sınıfa getirdiği Hanoi kulesinin, öğrencilerin daha önceden hiç karşılaşmadığı materyallerden biri olmasından dolayı öğrencilerin ilgisini çektiği ve öğrencilerin bu materyal ile ilgili araştırmacıya soru sordukları görülmüştür. Kılıç ve arkadaşları (2013) çalışmalarında, derslerde materyal kullanımının öğrencilerin matematiksel kavramları daha iyi anlayıp MD'lerinin gelişimine olumlu katkı sağladığını ifade etmiştir. Dolayısıyla öğretim materyallerinin öğretmen-öğrenci etkileşimini artırması açısından önemli olduğu düşünülmektedir.

Matematik derslerinde çekingen davranan ve kendilerini ifade etmede zorlanan öğrencilerin araştırmacının MD etkinlikleri ile ilgili oluşturduğu tartışma ortamında daha aktif oldukları ve fikirlerini açıkça ifade ettikleri görülmüştür. Özgenç (2010)'in oyun temelli matematik etkinlikleriyle yürüttüğü çalışmasında da öncesinde çekingen davranışlar sergileyen öğrencilerin yapılan etkinliklerden hoşlandıkları ve etkinlik ile ilgili araştırmacı ile iletişime geçtiği gözlenmiştir. Mevcut çalışmada da bazı etkinliklerde zorlanan öğrencilerin etkinliklerden sonra araştırmacıdan çalışma yapraklarındaki soruların çözümleriyle ilgili bilgi istedikleri gözlenmiştir. MD etkinliklerinin uygulanmadığı matematik derslerinde soru çözerken hata yapan veya sorunun çözümünü yapamayan öğrencilerin araştırmacıdan destek istemeyip, MD ile ilgili etkinliklerdeki bazı sorularda takıldıklarında araştırmacıdan destek almak

istemeleri kayda değer bir gelişme olarak görülebilir. Buradan hareketle uygulanan MD etkinliklerinin öğretmen-öğrenci etkileşimine olumlu katkı yaptığı söylenebilir.

Bu bölümü özetlemek gerekirse, MD etkinlikleri ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarında öğretmen ile öğrenci arasındaki etkileşimin olumlu yönde geliştiği görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin MD etkinlikleri sürecinde kendilerini daha rahat hissettikleri ve öğretmenle daha çok iletişime geçtiği gözlenmiştir. Özellikle etkinliklerin uygulanması sürecinde öğretmenin öğrencilere rehberlik etmesinin bu duruma katkı sağladığı düşünülmektedir.

5.1.2. Öğrenci-Öğrenci Etkileşimine İlişkin Tartışma ve Sonuç

MD süreçlerini içeren etkinlikler uygulanmadan önceki derslerde, matematik dersi başarısı orta düzeyde olan öğrencilerin süreçte çok aktif olmadıkları ve öğretmenin sorduğu sorulara cevap vermeye çalışan öğrenci sayısının az olduğu görülmüştür. MD etkinlikleri ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarının hazırlanması ile bu öğrencilerin süreçte daha aktif olmaya başladıkları ve birbirleriyle fikir alış-verişinde bulundukları tespit edilmiştir. Matematik dersi başarısı düşük olan, içe kapanık, yalnız yapmaktan korkan ve bu korkusu sebebiyle matematik dersine karşı olumsuz duygular geliştiren öğrencilerin ise MD etkinliklerinin uygulanma sürecinde biraz daha aktif oldukları, anlamadıkları kısımları arkadaşlarına daha rahat bir biçimde sorabildikleri, etkinliklerde sıkılmadıkları ve özgüvenlerinin arttığı gözlenmiştir. Ayrıca MD etkinlikleri ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamında öğrencilerin çalışma yapraklarıyla ve sınıfa getirilen araç-gereçlerle etkileşim halinde oldukları, etkinlikler ve araç-gereçlerle ilgili kendi aralarında bilgi alış-verişinde bulundukları görülmüştür. Özellikle “Satranç Tahtası” ve “Hanoi Kulesi” etkinliklerinin ve bu etkinliklerde kullanılan materyallerin öğrenci-öğrenci etkileşiminde somut deneyimlerin yaşanmasına sebep olduğu düşünülmektedir. Bu durum öğrencilerin çalışmaya gönüllü katılıyor olması ve yapılan etkinlik ile ilgili farklı fikirler edinme ihtiyacından kaynaklanıyor olabilir.

Etkinlikler öncesinde araştırmacı tarafından gözlenen durumlardan bir diğeri ise bazı öğrencilerin arasında yaşanan iletişim eksikliğidir. Özellikle bazı öğrencilerin sınıf içerisinde birbirleriyle iletişim kurmaktan kaçındığı, sınıfta bazı kızlar arasında gruplaşmaların olduğu araştırmacı tarafından fark edilmiştir. Araştırmacı bu öğrencilerin birbiriyle etkileşimlerini artırmak amacıyla etkinliklerde bazı düzenlemeler yapmıştır. “Satranç Tahtası” ve “Hanoi kuleleri” etkinliklerinde araştırmacının birbirleriyle çok iletişimi olmayan öğrencileri birlikte oynattığı ve bu sayede öğrencilerin etkileşim içerisinde oldukları gözlenmiştir. Buradan hareketle uygulanan MD etkinliklerinin öğrenci-öğrenci etkileşimine olumlu katkı sağladığı düşünülmektedir.

Etkinliklerden sonra öğrencilerin kendi aralarında yapılan etkinlikleri tartıştıkları, etkinliklerle ilgili fikir alışverişinde bulundukları ve uygulanan çalışma yaprakları sonrasında öğrencilerin sorulara verdikleri yanıtları karşılaştırma ve değerlendirme amacıyla arkadaşlarıyla iletişime girdikleri gözlenmiştir. Araştırmacı tarafından yapılan sonraki etkinliklerde ise bu durumun etkileri net bir biçimde görülmüştür. Öğrencilerin cevaplarında bir önceki etkinliklerdeki cevaplara göre farklılaşmaların olduğu ve farklı çözüm yollarına başvurduğu belirlenmiştir. Buradan hareketle öğrencilerin etkinlikler sonrasında bir araya gelip problem durumunu tartışmalarının, MD’lerini ortaya koymalarının, arkadaşlarının fikirlerini dinlemelerinin MD becerilerinin gelişimine katkı sağladığı söylenebilir. Scusa (2008) yaptığı çalışmanın sonucunda, öğrencilerin kendi aralarında MD’lerini ifade etmelerinin, birbirlerinin MD’lerini dinlemelerinin ve farklı çözüm yollarını ortaya koymalarının MD’lerini geliştireceğini belirtmiştir. Ayrıca Çelik ve arkadaşları (2015) çalışmalarında öğrenciler arasında yapılan tartışmaların, öğrencilere kendi MD’lerini ortaya koyma şansının yanı sıra, matematiksel varsayımlarını savunma imkânı verdiğini belirtmiş ve bu durumun MD’yi geliştireceğini ifade etmiştir.

Bu bölümü özetlemek gerekirse, MD etkinlikleri ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarında öğrencilerin özgüvenlerinin arttığı ve birbirleriyle etkinlik sonrasında fikir alış-verişinde bulunduğu gözlenmiştir. Buradan hareketle MD etkinlikleri ile

zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarının öğrenci-öğrenci etkileşimine olumlu katkı sağladığı düşünülmektedir. Ayrıca etkinliklerin uygulandığı öğrenme ortamlarında uygulama süreçlerinin çeşitli araç-gereçlerle zenginleştirilmesinin de öğrenciler arasındaki etkileşimin olumlu gelişimine katkı sağladığı düşünülmektedir.

5.2. MD Etkinlikleri İçeren Çalışma Yapraklarına İlişkin Tartışma ve Sonuç

Bu bölümde çalışma yapraklarındaki özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispat bileşenlerinden elde edilen bulgular tartışılmıştır.

5.2.1. Özelleştirme Bileşenine İlişkin Tartışma ve Sonuç

Çalışma yapraklarının analizi sonucu elde edilen bulgulara göz atıldığında, öğrencilerin çoğunun etkinliklerdeki özelleştirme ile ilgili birinci soruda problem yaşamadıkları ve gerekli özelleştirmeleri yaptıkları görülmüştür. Bu durum öğrencilerin özelleştirme bağlamında başarılı olduğunu göstermektedir. Tall (2008), Arslan ve Yıldız (2010), Keskin ve arkadaşları (2013), Yıldırım (2015), Yıldırım ve Yavuzsoy Köse (2018) ve Kükey (2018) de çalışmalarında özelleştirme bileşenine ait sorularda öğrencilerin genellikle problem yaşamadığı sonucuna ulaşmışlardır. Öğrencilerin çoğunun özelleştirme bileşeninde gösterdiği bu başarıda, ilköğretim ve ortaöğretimde işlemsel becerilerin kazanılmasını ve pekiştirilmesini amaçlayan, kavrama ve uygulama seviyesindeki sorulara ağırlık verilmesinin (Arslan ve Yıldız, 2010; Keskin ve ark., 2013) etkili olduğu düşünülmektedir. Ayrıca etkinliklerin uygulanması sürecinde bazı öğrencilerin doğru stratejiyle problem çözümüne başlamalarına rağmen yanlış sonuca ulaştıkları belirlenmiştir. Bu durum öğrencilerin problemin mantığını anladıkları, ancak işlemsel beceri noktasında sıkıntı yaşadıkları biçiminde yorumlanabilir. Öğrencilerin yaşadığı bu durum farklı araştırmalarda da ifade edilmektedir (Rudder, 2006; Erbaş ve Okur, 2012; Ersoy ve Güner, 2014).

Bu bölümü özetlemek gerekirse, öğrencilerin çoğunun özelleştirme bileşeni ile ilgili soruları doğru cevapladığı gözlenmiştir. Özelleştirmenin MD'nin temelini oluşturduğu

ve sonraki aşamaların inşası için önemli bir süreç olduğu düşünüldüğünde, öğrencilerin özelleştirme süreçlerinde genelde başarılı olduğu ve yapılan özelleştirmenin MD'nin genelleme basamağına geçişi kolaylaştırdığı görülmüştür. Bu duruma sebep olarak öğrencilerin MD'nin özelleştirme boyutu ile ilgili soruları doğru çözüp hızlı bir biçimde genelleme basamağına geçmesi gösterilebilir.

5.2.2. Genelleme Bileşenine İlişkin Tartışma ve Sonuç

Öğrencilerin etkinliklerdeki genelleme ile ilgili bazı sorularda sorun yaşadıkları görülmüştür. Formülü birinci dereceden bir bilinmeyenli cebirsel ifade içeren etkinliklerde öğrenciler çok fazla zorlanmaz iken, formülü ikinci dereceden bir bilinmeyenli cebirsel ifade içeren etkinliklerinde öğrencilerin oldukça zorlandığı gözlenmiştir. Bu durum, öğrencilerin ikinci dereceden bir bilinmeyenli cebirsel ifadeler konusunda sıkıntı yaşadıklarını göstermektedir. Nitekim Akkan ve Çakıroğlu (2012) da çalışmasında, ortaokul öğrencilerinin doğrusal örüntü içeren etkinliklerde, ikinci dereceden örüntü içeren etkinliklere göre daha başarılı oldukları sonucuna ulaşmıştır. Öğrencilerin aralarındaki artış miktarı sabit olmayan ikinci dereceden örüntülerle yeterince karşılaşmamış olması, özellikle 7. sınıf konusu olan örüntüler konusunda öğrencilerin genellikle artış miktarı sabit olan doğrusal örüntüler ile çalışması bu durumun ortaya çıkmasına sebep olmuş olabilir. Bu durumun aşılabilmesi için derslerde doğrusal ve ikinci dereceden örüntüler ile ilgili problemlere ağırlık verilmesi önerilmektedir.

Genelleme bileşenine cevap veren öğrencilerin çoğu, çözümlerinde daha çok sembolik genellemeye yer vermiştir. Bu durum Keskin ve arkadaşları (2013) ile Coşkun'un (2012) bulgularıyla uyusmaktadır. Ancak bu çalışma Aslan ve Yıldız'ın (2010) çalışmasıyla çelişmektedir. Aslan ve Yıldız (2010) çalışmasında, genelleme bileşenini sözel olarak ifade eden on birinci sınıf öğrencilerin sayısının, matematiksel sembollerle ifade eden öğrencilerden daha fazla olduğu sonucuna ulaşmıştır. Bu durumun ortaya çıkmasındaki ana etkenlerden birisi, sekizinci sınıf öğrencilerinin sözel anlatım noktasında kendilerini yetersiz hissetmesi olabilir. Bir başka ana etken olarak da araştırmacının matematik derslerinde matematiksel kavramlara,

matematiksel dile gereken önemi göstermesi sonucu öğrencilerin araştırmacıyı örnek almaları gösterilebilir. Bu yönüyle düşünüldüğünde, öğrencilerin matematiksel dili iyi kullanabilmesi için öğretmenlerin derslerde matematiksel kavram ve dile gereken önemi göstermesi gerektiği anlaşılmaktadır.

Bu bölümü özetlemek gerekirse, öğrencilerin genelleme ile ilgili doğrusal örüntü içeren etkinliklerde, ikinci dereceden örüntü içeren etkinliklere göre daha başarılı olduğu gözlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin genelleme sorularında sembolik genellemeye daha fazla yer verdiği görülmüştür. Bu durum öğrencilerin matematiksel kavramları kullanarak kendilerini daha iyi ifade edebildiklerini düşüncelerinden kaynaklanıyor olabilir.

5.2.3. Varsayımda Bulunma Bileşenine İlişkin Tartışma ve Sonuç

Öğrencilerin etkinliklerin üçüncü sorusu olan varsayımda bulunma bileşenine ait cevapları incelendiğinde, etkinliklerin zorluk seviyesine göre verdikleri cevapların değiştiği gözlenmiştir. Öğrenciler etkinlikler zorlaştıkça matematiksel olarak ifade edemedikleri varsayımları genellikle sözel olarak ifade etmişlerdir. Bu sonuçtan hareketle öğrencilerin varsayımda bulunma konusunda yeterli olmadığı söylenebilir. Öğrencilerin varsayımlarını genellikle sözel biçimde ifade etmeleri Arslan ve Yıldız'ın (2010), Keskin ve arkadaşlarının (2013), Yıldırım'ın (2015) ve Kükey'in (2018) çalışmalarıyla örtüşmektedir. Oysaki ilköğretim ve ortaöğretimdeki öğrencilerden varsayım oluşturabilmeleri ve varsayımları değerlendirebilmeleri, elde edilen varsayımları formülle göstererek tümdengelimli ve tümevarımsal muhakemeyi kullanabilmeleri, muhakeme becerilerini geliştirmeleri ve sürdürmeleri beklenmektedir (Altıparmak ve Öziş, 2005). Bazı öğrenciler varsayımda bulunmanın ne anlama geldiğini bilmediğini ve etkinliklerdeki varsayımda bulunma ile ilgili sorularda neler yapacaklarını anlamadıklarını ifade etmişlerdir. Öğrencilerin etkinliklerin varsayımda bulunma ile ilgili sorularında tam olarak ne yapacaklarını bilmemeleri, daha önceden tahmin etme gerektiren etkinlikler ile yeterince karşılaşmamış olmalarından kaynaklanıyor olabilir. Arslan ve Yıldız (2010)

çalışmalarında, öğretmenlerin derslerde yer verdiği problemler ile ilgili öğrencilerin tahmin yürütmelerine ve tahminlerini test etmelerine imkân sağlayan şartlar oluşturması gerektiğini ifade etmişlerdir. Bu sayede öğrencilerin varsayımda bulunma becerilerinin gelişebileceği düşünülmektedir. Bazı öğrencilerin de varsayımlarını hem sözel hem de matematiksel olarak ifade ettikleri görülmüştür. Bu sonuç öğrencilerin çözüm için oluşturdukları matematiksel ifadelerin yetersiz olduğunu düşünüp sözel olarak da ifade etme ihtiyacı duydukları biçiminde ifade edilebilir. Kükey ve arkadaşları (2019) da yaptıkları çalışmada benzer sonuçlara ulaşmıştır.

Bu bölümü özetlemek gerekirse, MD etkinlikleri sürecinde öğrencilerin varsayımlarını genellikle sözel olarak ifade ettikleri görülmüştür. Bazı öğrencilerin de varsayımlarını hem sözel hem de matematiksel olarak ifade ettikleri anlaşılmıştır. Bu durum eğitim-öğretim süreçlerinde varsayımda bulunma ile ilgili MD becerilerine yeterince yer verilmemesinden kaynaklanıyor olabilir.

5.2.4. İspat Bileşenine İlişkin Tartışma ve Sonuç

Öğrencilerin etkinliklerin dördüncü sorusu olan ispat bileşeni ile ilgili cevapları incelendiğinde, genellikle saf deneycilik türünde ispatlar yaptıkları görülmüştür. Bu durum Çalışkan (2012), Uğurel ve Moralı (2010), Özer ve Arıkan (2002) tarafından yapılan araştırmalarda da ortaya konulmuştur. İlgili araştırmalarda öğrencilerin teoremlerdeki matematiksel ifadeyi özel sayısal değerler kullanarak ispat etmeye çalıştıkları ifade edilmiştir. Ayrıca çözümlerinde düşünce deneyi türünde ispat yapan öğrenci sayısının oldukça az olduğu belirlenmiştir. Bu durum öğrencilerin ispatlamayı sayısal değerler vererek örneklendirme olarak görmelerinden kaynaklanıyor olabilir. Ateş-Alpay (2018) da çalışmasında, öğrencilerin çoğunun ispat yaparken tek örnek durumuyla doğrulama yolunu seçtiğini ifade etmiştir. Buradan hareketle öğrencilerin ispat ile ilgili yeterince bilgi sahibi olmadığı ve bu eksikliklerinin giderilmesi için MD ile ilgili etkinliklere ağırlık verilmesi gerektiği ifade edilebilir.

Etkinliklerden sonra öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmelerde, çoğu öğrenci ispat yapmayı bilmediğini, ispatın ne olduğu hakkında fikir sahibi olmadığını dile getirmiştir. Bazı öğrenciler ise yapılan görüşmelerde ispatla daha önce hiç karşılaşmadığını, derslerde ispatlara çok yer verilmediğini belirtmiştir. Keçeli-Bozdağ (2012) yaptığı çalışmada öğrencilerin matematik derslerinde ispatla yeterince karşılaşmamalarının ispat yapmalarını zorlaştırdığını sonucuna ulaşmıştır. Ayrıca öğrencilerin çoğu, kolay olan etkinliklerde daha üst düzey ispatlar gerçekleştirirken, zor etkinliklerde daha alt düzeylerde ispat yapmışlardır. Bu durum öğrencilerin zor etkinliklerdeki ikinci dereceden örüntüleri ispatlamada sıkıntı yaşadıklarını göstermektedir. Kükey (2018) çalışmasında, öğrencilerin cebirsel ifadeleri anlamada ve uygulamada sorun yaşamasının ispata yönelik performanslarını olumsuz yönde etkilediğini ifade etmiştir. Öğrencilerin ispat yapmada başarısız olmaları yorum gerektiren, rutin bir çözümü olmayan problem tarzı sorularla yeterince karşılaşmamış olmalarından kaynaklanabilir. Ayrıca matematiksel kavramların öğrenciler tarafından tam olarak özümsememesi de ispat yapmayı olumsuz etkileyebilir. Yeşildere ve Tünnüklü (2007) çalışmalarında öğrencilerin matematiksel bilgileri kavramsal olarak edinmemiş olmalarının problemleri çözme süreçlerinde sıkıntı yaşamalarına sebep olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Bu bölümü özetlemek gerekirse; etkinliklerin zorluk seviyesi arttıkça öğrencilerin çoğunun ispat ile ilgili soruları boş bıraktığı, çözüm yapan öğrencilerin ise genellikle saf deneycilik türünde ispat yaptıkları ortaya çıkmıştır. Bu durumun ortaya çıkmasında öğrencilerin bundan önceki eğitim yaşantısında ispat ile ilgili yeterince bilgi sahibi olmaması etkili olabilir.

Çalışma yapraklarından elde edilen bulgular genel olarak değerlendirildiğinde, özelleştirme bileşeninden başlayıp sırasıyla genelleme, varsayımda bulunma ve ispat bileşenine doğru gidildikçe başarının düştüğü ve yeterli çözümlerin yapılamadığı gözlenmiştir. Etkinliklerin uygulanması sürecinde, etkinliği tamamlamakta zorluk çeken bazı öğrencilerin çözüme başlarken verilen metinlerini ve yönlendirmeleri okumadığı, hemen sorunun çözümüne geçtikleri görülmüştür. Bu durum, ortaokul

öğrencilerinin okumaya yönelik tutumlarının yeterli seviyede olmadığına göstergesi olabilir. Etkinliklerdeki açıklama metinlerini okumayan öğrencilerin etkinliklerde zorlandıkları ve bazı önemli hususları gözden kaçırdıkları gözlenmiştir. Özellikle “Geometrik Kubbe”, “Desenli Örtü” ve “Bayramlaşma” isimli etkinliklerde bazı öğrencilerin açıklama metinlerinde belirtilen uyarıları okumadan çözümü gerçekleştirdiği ve hatalı sonuçlara ulaştığı görülmüştür. Etkinliği tamamlamayı başaran öğrencilerin ise genelde etkinliklerdeki metinleri ve yönlendirmeleri dikkatlice okudukları ve sonrasında çözüme başladıkları gözlenmiştir. Son olarak, problem çözme aşamalarının (problemi anlama, çözüm için plan hazırlama, planı uygulama ve değerlendirme) sırayla uygulanması, etkinliklerdeki yönergelerin takip edilmesi öğrencilerin MD süreçlerinden geçerek sonuca ulaşmasında fayda sağlayabilir.

5.3. Öğrencilerin MD’ye Yönelik Görüşlerindeki Değişime İlişkin Tartışma ve Sonuç

Bu bölümde, öğrencilerin MD ölçeğine verdikleri yanıtların zaman içerisindeki değişimleri ele alınmıştır. Öğrencilerin MD ile ilgili görüşleri incelenirken MD’yi davranış haline getirme, MD’ye değer verme, MD’de problem çözmenin önemi, MD’nin özgüvene olumlu etkisi ve MD’de ispatın önemi boyutları üzerine odaklanılmıştır. Aşağıda bu boyutlar ayrı ayrı ele alınmış ve boyutlardaki değişim literatür eşliğinde tartışılmıştır.

5.3.1. Öğrencilerin MD’yi Davranış Haline Getirme Boyutuna Yönelik Görüşlerindeki Değişime İlişkin Tartışma ve Sonuç

MD sürecini davranış haline getirme boyutuna yönelik 1DB’deki ortalama puan dikkate alındığında, öğrencilerin genel olarak çok olumlu görüşe sahip oldukları tespit edilmiştir. Bu durum, öğrenciler her ne kadar problem çözme süreçlerinde MD’ye yeteri kadar yer vermeseler de (Özsoy, 2005) MD’yi davranış haline getirdikleri yönünde görüş belirttiklerini göstermektedir. Ayrıca öğrencilerin derslerde MD’ye

yeterince yer verilmemesine rağmen MD'yi önemsedikleri bu sonucun bir göstergesi olabilir.

Öğrencilerin MD'yi davranış haline getirme boyutuna yönelik 1DS'deki ortalama puanının, 1DB'deki ortalama puanına göre biraz düştüğü ve ancak genel olarak olumlu görüşe sahip oldukları görülmüştür. Öğrencilerin MD becerilerinin ne düzeyde olduğunu yavaş yavaş fark etmeleri bu düşüşe neden olmuş olabilir. Özellikle öğrencilerin, MD etkinlikleri içeren çalışma yapraklarıyla karşılaştıktan sonra ispat yapma ile ilgili ölçek maddelerine yönelik görüşlerinde daha gerçekçi davrandıkları düşünülmektedir.

Öğrencilerin MD'yi davranış haline getirme boyutuna yönelik 2DB'deki ortalama puanı, 1DB ve 1DS'deki ortalama puana göre biraz düşüş göstermiştir. Bu düşüşün sebebi, araştırmacı tarafından yapılan çalışma yapraklarındaki etkinliklerin giderek zorlaşması sonucu öğrencilerin görüşlerinin olumsuz anlamda değişmesi olabilir. Ayrıca 1DS'de uygulanan ölçek ile 2DB'de uygulanan ölçek arasında ara tatilin olmasından dolayı öğrencilerin okul ortamından uzaklaşmaları görüşlerinin değişmesine sebep olmuş olabilir.

Öğrencilerin MD'yi davranış haline getirme boyutuna yönelik 2DS'deki ortalama puanlarında bir miktar artış yaşandığı görülmüştür. Bu puan artışında, araştırmacının 2DS'ye doğru etkinliklerin zorluk seviyesini azaltıp öğrencilerin girecekleri LGS sınavı öncesi moral ve motivasyonlarını üst düzeyde tutma amacının etkili olduğu söylenebilir.

Özetle, öğrencilerin MD'yi davranış haline getirme boyutuna yönelik 1DB'deki çok olumlu görüşlerinin 1DS'de olumlu olduğu ve öğrencilerin ölçek maddelerine ilişkin ortalama puanlarında bir miktar azalma olduğu görülmüştür. 2DB'de ise ortalama puanlarda biraz daha azalma yaşandığı, 2DS'de ise ortalama puanların tekrar 1DS'deki seviyelere geldiği gözlenmiştir. Öğrencilerin görüşlerindeki değişimlere sebep olarak yapılan etkinliklerin zorluk seviyesinin önemli rol oynadığı söylenebilir. Ayrıca

derslerde MD etkinliklerine yer verilmesinin öğrencilerin MD'yi davranış haline getirme boyutuna yönelik görüşleri üzerinde olumlu bir etkiye sahip olduğu düşünülmektedir. Diğer taraftan araştırmacının matematik derslerini MD etkinlikleriyle zenginleştirmesinin, öğrencilerin MD'yi davranış haline getirme boyutu ile ilgili görüşlerinin dönem boyunca olumlu olarak devam etmesinde önemli rol oynadığı söylenebilir.

5.3.2. Öğrencilerin MD'ye Değer Verme Boyutuna Yönelik Görüşlerindeki Değişime İlişkin Tartışma ve Sonuç

MD'ye değer verme boyutuna yönelik 1DB'deki ortalama puan dikkate alındığında, öğrencilerin genel olarak olumlu görüşlere sahip oldukları anlaşılrsa da 1DS, 2DB ve 2DS'deki ortalama puanlarla karşılaştırıldığında en düşük puana sahip olduğu görülmüştür. 1DB'de öğrencilerin MD ile ilgili yeterince bilgi ve deneyim sahibi olmamalarına rağmen ölçek boyutlarına yönelik görüşlerinin olumlu olduğu gözlenmiştir. Araştırmacının sınıfındaki öğrencilerin çoğunun matematik dersini sevmesi, matematik dersine karşı olumsuz duygular beslememesi ve matematiğe değer vermesi bu durumun ortaya çıkmasına sebep olmuş olabilir.

MD'ye değer verme boyutuna yönelik 1DS'de yapılan mülakatlarda bazı öğrencilerin MD ile ilgili yeteri kadar bilgi ve tecrübe sahibi olmadığı için ölçekteki M24 ve M25'e orta düzeyde olumlu görüş belirttikleri belirlenmiştir. MD hakkında yeterli bilgi ve yaşantıya sahip olmayan öğrencilerin MD ile ilgili bu maddelere orta düzeyde olumlu görüş belirtmeleri beklenen bir durumdur. Bu durumun oluşmasına öğrencilerin MD'lerini ortaya çıkaracak problem durumlarıyla karşılaşmamaları, derslerde problemlerin genellikle formül kullanılarak çözülmesi, ders ortamındaki soruların öğrencileri düşünmeye ve yorum yapmaya yönlendirmemesi neden olmuş olabilir.

MD'ye değer verme boyutuna yönelik 2DB'deki ölçekten elde edilen puanlarda bir miktar azalma olduğu belirlenmiştir. Yapılan etkinliklerin giderek zorlaşması

puanlardaki azalmanın sebebi olabilir. Ancak genel olarak öğrencilerin MD etkinliklerinden sonra görüşlerinin olumlu olduğu söylenebilir.

Araştırmacı öğretmen tarafından çalışma yapraklarının uygulanması ile 2DS’de öğrencilerin MD’ye değer verme boyutuna yönelik puanlarında artışlar yaşandığı görülmüştür. Bu puan artışının yaşanmasında araştırmacı tarafından uygulanan çalışma yapraklarının öğrenciler tarafından sevilmesinin ve öğrencilerin ilgilerini çekmesinin olumlu etkisi olabilir. Ayrıca MD etkinlikleriyle zenginleştirilen matematik derslerinde öğrencilerin ilgilerinin arttığı ve MD’ye değer verdiği gözlenmiştir. Buradan hareketle, ölçekteki MD’ye değer verme boyutu ile ilgili maddelere olumsuz veya orta düzeyde olumlu görüş bildiren öğrencilerin görüşlerinin olumlu veya çok olumlu olarak değişmesi bunun bir sonucu olabilir.

Özetle, öğrencilerin MD’ye değer verme boyutuna yönelik 1DB’deki görüşlerinin genel olarak olumlu olduğu, 1DS, 2DB ve 2DS’de uygulanan ölçeklerden elde edilen ortalama puanlarında artışlar yaşandığı gözlenmiştir. Matematik derslerinin MD etkinlikleri ile zenginleştirilmesinin, öğrencilerin MD’ye değer verme boyutu ile ilgili görüşlerinin dönem boyunca ve sonrasında olumlu olarak devam etmesinde önemli bir rol üstlendiği söylenebilir.

5.3.3. Öğrencilerin MD’de Problem Çözmenin Önemi Boyutuna Yönelik Görüşlerindeki Değişime İlişkin Tartışma ve Sonuç

MD’de problem çözmenin önemi boyutuna yönelik 1DB’deki ortalama puanların, 1DS, 2DB ve 2DS’deki ortalama puanlara göre daha yüksek olduğu görülmüştür. Değişen sınav sistemiyle öğrencilerin özellikle rutin olmayan problemleri anlamının ve çözebilmenin önemli olduğunu fark etmeleri, MD’nin gelişiminde problem çözmenin önemli olduğunu anlamaları, 1DB’deki ölçek maddelerine olumlu görüş belirtmelerinde etkili olmuş olabilir. Dreyfus ve Eisenberg (1996) da çalışmalarında MD’nin pratik yaparak geliştirilebilen bir beceri olduğunu ve bunu başarmanın en iyi yolunun da problem çözmek olduğunu ifade etmiştir.

Öğrencilerin MD’de problem çözmenin önemi boyutuna yönelik 1DS’deki görüşlerinin genel olarak olumlu olduğu görülse de, ortalama puanların 1DB’deki ortalama puana göre düşüş gösterdiği gözlenmiştir. Bu duruma sebep olarak etkinliklerdeki problem durumlarının giderek zorlaşması neticesinde öğrencilerin problemleri çözmeye yönelik görüşlerinde az da olsa olumsuzluk oluşması gösterilebilir. Fong (1997) çalışmasında, birçok öğrencinin MD stratejilerini yeterince kullanamadıklarından veya bu aşamada yetersiz olduklarından problem çözme süreçlerinde sıkıntı yaşadıklarını ifade etmiştir.

MD’de problem çözmenin önemi boyutuna yönelik 2DB’deki öğrenci görüşlerine ait ortalama puanlar dikkate alındığında, süreç içerisindeki en düşük ortalama puanın bu boyutta olduğu görülmüştür. Etkinliklerin giderek zorlaşması nedeniyle öğrencilerin etkinliklerdeki bölümleri çözerken sıkılmaları ve bazı etkinliklerde çoğu öğrencinin sonuca ulaşamaması bu durumun ortaya çıkmasına sebep olmuş olabilir. Ayrıca 2DB’deki görüşlerden elde edilen ortalama puanların düşük çıkması, öğrencilerin problem çözme ile ilgili sorun yaşadığını göstermektedir. Karslıgil-Ergin (2015) çalışmasında öğrencilerin büyük çoğunluğunun çözüm stratejilerini doğru belirleme ve problemi çözme konusunda yeterli olmadığı sonucuna ulaşmıştır. Bu yönüyle mevcut çalışmanın sonuçları, Karslıgil-Ergin’in (2015) çalışması ile uyumaktadır. Öğretmenler bu bağlamda öğrencilerin MD becerilerini geliştirmeye yönelik etkinlikler hazırlayabilirler. MD’nin bileşenlerini içeren etkinliklerin öğrencilerin problemleri anlama ve çözme becerilerini geliştirmede etkili olabileceği söylenebilir. Benzer biçimde Taşdemir (2008) de çalışmasında, MD etkinliklerini içeren yapılandırmacı temelli öğretimin öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmede ve bunun devamının sağlanmasında önemli bir etkisinin olduğunu ortaya koymuştur.

MD’de problem çözmenin önemi boyutuyla ilgili ölçek maddelerine 2DS’de verilen yanıtlar incelendiğinde, çoğu öğrencinin ölçek maddelerine genel olarak çok olumlu görüş bildirmediği gözlenmiştir. Bu durumun ortaya çıkmasındaki etkenlerden birinin araştırmacının müfredatı yetiştirmede zorluk çekmesinden dolayı derslerde MD etkinliklerine yeterince zaman ayıramaması olduğu düşünülmektedir. Ayrıca

araştırmanın çalışma grubunun LGS'ye hazırlanan 8. sınıf öğrencilerinden oluşması ve öğrencilerin önceliğinin LGS olması bu sonucun ortaya çıkmasına neden olan bir başka etken olarak değerlendirilebilir.

Özetle, öğrencilerin MD'de problem çözmenin önemi boyutuna yönelik 1DB'de uygulanan ölçeğe ilişkin ortalama puanlarının 1DS, 2DB ve 2DS'ye göre daha fazla olduğu ve görüşlerinin genel anlamda olumlu olduğu gözlenmiştir. Mevcut çalışmadaki öğrencilerin LGS'ye hazırlanması ve sınav zamanının giderek yaklaşması öğrencilerin MD'nin problem çözme boyutu ile ilgili duygu ve düşüncelerindeki değişimlerin nedeni olabilir.

5.3.4. Öğrencilerin MD'nin Özgüvene Olumlu Etkisi Boyutuna Yönelik Görüşlerindeki Değişime İlişkin Tartışma ve Sonuç

MD'nin özgüvene olumlu etkisi boyutu ile ilgili 1DB'de elde edilen ortalama puanlar dikkate alındığında, öğrencilerin genel olarak orta düzeyde olumlu görüşe sahip oldukları anlaşılmaktadır. Yapılan görüşmelerde öğrenciler sınav sisteminin değişmesiyle düşünme ve yorum gerektiren matematik sorularıyla ilk kez karşılaştıklarını, bu soruları çözmeye zorlandıklarını ifade etmişler ve problemlerde farklı çözüm yolları üretemediklerini dile getirmiştir. Bunun sebebi, öğrencilerin daha önceden MD süreçlerini kullanmayı gerektiren problem durumlarıyla karşılaşmaması olabilir. Ayrıca MD'ye yönelik yeterince bilgi sahibi olmayan öğrencilerin MD ile ilgili görüşlerinde orta düzeyde olumlu görüşler belirtmesi de bu sonucun ortaya çıkmasına neden olmuş olabilir. Özellikle ispat kavramı ile hiç karşılaşmamış bir öğrencinin ispat yaptığında yaşayacağı duygu ile ilgili görüşlerinde kararsız olması beklenen bir durumdur. Bu durumun ortadan kaldırılması için öğretmenlere büyük sorumluluk düşmektedir. Çelik ve arkadaşları (2015) çalışmalarında, MD'nin öğrencilere kazandırılması sürecindeki en büyük rolün öğretmenlere ait olduğunu ve öğretmenlerin de bu görevi yerine getirebilmesi için matematiksel düşünen bireyler olmaları yani rol model olmaları gerektiğini belirtmişlerdir. Ayrıca derslerde ispat ile ilgili tarihsel sözlere yer vererek, bilim insanlarının ya da matematikçilerin ispat

konusundaki görüşleri öğrencilere yansıtılabilir. Böylece öğrencilerin ispatın önemini kavramaları sağlanabilir.

MD'nin özgüvene olumlu etkisi boyutu ile ilgili 1DS'de elde edilen ortalama puanlar dikkate alındığında, 1DB'deki ortalama puana göre artış yaşandığı görülmüştür. Etkinliklerin uygulanması ile birlikte öğrencilerin MD süreçlerinde yaşadıklarını arkadaşlarıyla paylaşmaları ve fikir alışverişinde bulunmalarının özgüvenlerinin gelişimine katkı sağladığı düşünülmektedir.

MD'nin özgüvene olumlu etkisi boyutu ile ilgili 2DB'deki ortalama puan, 1DS'de elde edilen ortalama puana göre biraz azalmıştır. 1DS'den sonra öğrencilerin 15 günlük ara tatile girmesinin dolayı okuldan ve matematik derslerinden ayrı kalmaları, bu süreç zarfında da LGS'ye odaklanmaları duygu ve düşüncelerinde değişimlere sebep olmuş olabilir.

Öğrencilerin MD'nin özgüvene olumlu etkisi boyutu ile ilgili görüşlerinin 2DS'de genel olarak olumlu olduğu ve 2DS'deki ortalama puanın 2DB'ye göre biraz arttığı görülmektedir. Özellikle MD süreçlerini içeren çalışma yapraklarının kullanılması, etkinliklerin yapılması ve çekingen birçok öğrencinin süreçte aktif rol alması bu sonucun ortaya çıkmasını sağlamış olabilir. Ayrıca çalışma yapraklarıyla MD sürecini yaşayan ve MD ile ilgili bilgi sahibi olan öğrencilerin görüşlerinde olumlu değişimlerin olduğu söylenebilir.

Özetle, öğrencilerin MD'nin özgüvene olumlu etkisi boyutu ile ilgili orta düzeyde olumlu görüşlerinin süreç boyunca olumlu görüşe dönüştüğü gözlenmiştir. Bu süreçte araştırmacı derslerde oldukça sessiz, içe kapanık ve soru sormaktan çekinen, özellikle rutin problemlerde başarısız olması sonucunda özgüvenlerini kaybeden öğrencilerin MD etkinliklerinin uygulanmasıyla kendisiyle iletişime geçtiklerini ve sorular sorduklarını gözlemiştir. Özellikle MD ile ilgili etkinliklerde ve etkinlikler sonrası yapılan görüşmelerde bazı öğrencilerin özgüvenlerinin arttığı görülmüştür. Buradan

hareketle MD'nin öğrencilerin özgüvenleri üzerinde olumlu etki oluşturduğu söylenebilir.

5.3.5. Öğrencilerin MD'de İspatın Önemi Boyutuna Yönelik Görüşlerindeki Değişime İlişkin Tartışma ve Sonuç

MD'de ispatın önemi boyutuna yönelik 1DB'de elde edilen ortalama puanlar dikkate alındığında, öğrencilerin orta düzeyde olumlu görüşe sahip oldukları anlaşılmaktadır. Buradan hareketle öğrencilerin 1DB'de ispat boyutuna yönelik görüşlerinin istenilen seviyede olmadığı söylenebilir. Bu durumun ortaya çıkmasındaki en önemli etken, öğrencilerin derslerde ispat kavramıyla karşılaşmamış olmaları, müfredatta ispat ile ilgili çalışma, etkinlik vb. uygulamalara yer verilmemesi ve öğrencilerin ispat yapmanın matematik için önemini kavrayamamış olması olabilir. Morali ve arkadaşları (2006) çalışmalarında, öğrencilerin kendilerini ispat yapma açısından pek tanımadıkları, kendi becerilerinin farkında olmadıkları ve ispat yapmanın gereksiz olduğunu düşündükleri sonucuna ulaşmışlardır. Bu sonuç mevcut araştırmanın sonuçlarıyla paralellik göstermektedir. Benzer şekilde Knuth (2002) çalışmasında, ispat kavramının öğrenciler tarafından gereksiz bulunduğu sonucuna ulaşmıştır. Gökkurt ve Soylu (2012) ise çalışmasında öğrencilerin ispat yapmaya yönelik görüşlerinin istenilen düzeyde olmadığını ifade etmiştir. Öğrencilerin ispat yapmanın matematik ve matematik öğretimi açısından ne kadar önemli olduğunu bilmemelerinden dolayı bu durum ortaya çıkmış olabilir. Oysaki matematiksel ispat, hem matematiğin hem de matematik eğitiminin önemli bileşenlerinden biridir (Güven, Çelik ve Karataş, 2005).

MD'de ispatın önemi boyutuna yönelik 1DS'de elde edilen ortalama puanın 1DB'deki ortalama puana göre arttığı ve öğrencilerin görüşlerinde olumlu yönde değişim olduğu görülmüştür. Etkinlikler yapıldıkça öğrencilerin ispat konusunda daha fazla deneyim kazanmaları ve ispatın ne kadar önemli olduğunun yavaş yavaş farkına varmaları orta düzeyde olumlu olan görüşlerinin olumluya dönmesine sebep olmuş olabilir. 1DS, 2DB ve 2DS'de öğrencilerle yapılan görüşmelerde öğrencilerin ispata yönelik bakış açılarının olumlu düzeyde olduğu görülmesine rağmen, çalışma yapıkları

incelendiğinde ispat yapma becerilerinin aynı düzeyde olmadığı gözlenmiştir. Bu durum öğrencilerin ispatın öneminin farkında oldukları ancak ispatın nasıl yapılacağı hakkında fikir sahibi olmamalarından kaynaklanıyor olabilir. Buradaki en önemli husus, öğrencilerin ispat becerilerinin yeterli düzeyde olmasa bile ispatın öneminin farkında olmalarıdır. Morali ve arkadaşları (2006) çalışmalarında, öğrencilerin ispat yapmayı gereksiz ve önemsiz bulduklarını belirlemiştir. Ancak bu sonuç mevcut çalışmanın sonucuyla çelişmektedir.

MD’de ispatın önemi boyutuna yönelik 2DB ve 2DS’deki ortalama puanlarda, 1DB’de elde edilen ortalama puana göre artış olmuştur. Yapılan MD etkinliklerinin bu durum üzerinde etkisi olduğu düşünülmektedir. Aylar (2014) çalışmasında öğrencilerin ispat yapma becerilerini geliştirmek üzere uygulanan öğretimin ardından öğrencilerin bir bölümünün ispata yönelik algılarında olumlu bir gelişmenin olduğu sonucuna ulaşmıştır. Ayrıca öğrencilerin ispatın MD için önemini yavaş yavaş kavramaları ve ispat becerilerindeki eksiklerini fark etmeleri ispat yapmayı öğrenme konusundaki isteklerini arttırmış olabilir. Bu sonuç öğrencilerin ispat ile ilgili görüşlerinin olumlu olarak değişmesinin bir göstergesi olabilir. Öğrencilerle yapılan mülakatlar da bu sonucu destekler niteliktedir. Öğrenciler, özellikle matematik derslerinde ispata daha fazla yer verilmesi gerektiğini ifade etmişlerdir. Keçeli-Bozdağ (2012) da yaptığı çalışmada öğrencilerin derslerinde ispatla yeterince karşılaşmamalarının ispat ile ilgili etkinliklerde zorlanmalarına sebep olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Özetle, öğrencilerin MD’de ispatın önemi boyutuna yönelik görüşlerinin 1DB’de orta düzeyde olumlu olduğu; 1DS, 2DB ve 2DS’de ise görüşlerinin olumlu olarak değiştiği anlaşılmaktadır. Özellikle ispat ile ilgili yeterince bilgiye sahip olmayan öğrencilerin 1DB’deki görüşlerinin orta düzeyde olumlu olması beklenen bir durumdur. Sonraki süreçlerde öğrencilerin ispatın önemini kavraması neticesinde görüşlerinin orta düzey olumludan olumluya dönüştüğü söylenebilir.

MD’ye yönelik öğrenci görüşlerindeki değişim genel olarak incelendiğinde, 1DB’de uygulanan ölçekten elde edilen ortalama puanların tüm boyutlarda farklılaştığı

gözlenmiştir. Özellikle MD'ye değer verme, MD'de ispatın önemi ve MD'nin özgüvene olumlu etkisi boyutları ile ilgili öğrenci görüşlerinin orta düzeyde olumlu olduğu, MD'yi davranış haline getirme, MD'de problem çözmenin önemi boyutlarına yönelik öğrenci görüşlerinin ise çok olumlu olduğu anlaşılmaktadır. 1DS'den itibaren öğrencilerin ölçekten elde edilen ortalama puanlarının tüm boyutlarda birbirine yaklaştığı ve öğrenci görüşlerinin genel olarak olumlu seyrettiği görülmüştür. Öğrencilerin 2DB'de tüm boyutlara ilişkin ortalama puanlarında bir miktar azalma olmasına rağmen, olumlu görüşlerin devam ettiği tespit edilmiştir. 2DS'de ise öğrencilerin tüm boyutlara ilişkin ortalama puanlarının genel olarak 1DS'de elde edilen ölçek puanlarına yaklaştığı gözlenmiştir. Sonuç olarak MD etkinlikleri ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarının öğrencilerin MD'ye yönelik görüşlerinde genel olarak olumlu izler bıraktığı görülmektedir.

BÖLÜM 6. ÖNERİLER

Bu bölümde, hem araştırmanın sonuçlarına yönelik hem de araştırmacılara yönelik önerilerde bulunulmuştur.

6.1. Araştırma Sonuçlarına Dayalı Öneriler

Bu bölümde, çalışmadan elde edilen sonuçlara dayalı olarak yapılan öneriler aşağıda sunulmuştur.

- 1- Etkinlik sonlarında öğrencilerin bir araya gelerek etkinlikteki sorular hakkında fikir alışverişinde bulundukları ve bu sayede öğrencilerin MD'lerinin farklılaştığı görülmüştür. Bu durum bir sonraki etkinlikte uygulanan çalışma yapraklarındaki öğrenci cevaplarından anlaşılmaktadır. Farklı çözüm yollarını birbirlerine anlatan öğrencilerin bu sayede bir problem durumunun çözümü için farklı çözüm yollarını görme imkânına kavuştuğu tespit edilmiştir. Bu nedenle MD bileşenlerini içeren etkinliklerin uygulanması öğrenciler arasında gruplar oluşturularak gerçekleştirilebilir.
- 2- Çalışmanın sonucunda elde edilen bulgulara göre, MD'nin bileşenleri arasındaki geçişlerde öğrenci başarısının düştüğü görülmüştür. Bu nedenle, okullarda öğrencilerin MD'lerini ortaya çıkaracak türden rutin olmayan problemlere yer verilmesi gerekir. Ayrıca varsayımda bulunma ve ispat bileşenlerine okullarda daha fazla önem verilmesi ve öğretmenler tarafından öğrencilere problemlerin olası sonuçları hakkında tahmin çalışmaları yaptırmaları önerilmektedir. Bununla beraber matematik ders kitaplarına MD'nin bileşenleri ile ilgili etkinlikler eklenebilir.

- 3- Eğitim-öğretim faaliyetlerinin vazgeçilmezi olan öğretmenlere öğrencilerin MD becerilerinin geliştirilmesi konusunda büyük sorumluluklar düşmektedir. Öğretmenler MD'nin önemi üzerinde durmalı, problemlerin farklı çözüm yollarını öğrencileri ile tartışmalıdır. Bu nedenle öğretmenlere, öğrencilerinin MD becerilerinin farkında olmalarını ve bu becerileri değerlendirebilmelerini sağlayacak eğitim verilmesi öğrencilerin MD'lerinin geliştirilmesi açısından yarar sağlayabilir.
- 4- Çalışmanın sonucunda öğrencilerin varsayım kelimesinin ne anlama geldiğini bilmediği, etkinliklerdeki varsayımda bulunma ile ilgili kısımlarda ne yapacaklarını anlamadıkları ve bununla ilgili araştırmacıya soru sordukları gözlenmiştir. Buradan hareketle varsayım kelimesinin anlamının açık bir biçimde örneklerle açıklanması ve matematik eğitimi sürecinde varsayımda bulunma etkinliklerine yer verilmesi önerilmektedir.
- 5- Çalışmanın diğer bir sonucu ise, öğrencilerin büyük çoğunluğunun ispat ile ilgili sorularda oldukça zorlandıkları biçimindedir. Ayrıca ispatla ilgili sorularda öğrencilerin matematiksel olarak yeterli olmayan yöntemler izledikleri (özellikle ispat kavramına daha fazla yer verilmeli, ispatın öneminden yeterince bahsedilmeli ve öğrencilerin ispat becerilerini pekiştirmeyi sağlayan ortamlar oluşturulmalıdır).
- 6- Özellikle matematik başarıları düşük olan öğrencilerde görülen çekingen davranışlar ve özgüven eksikliği MD etkinliklerinin uygulanması sürecinde azalma göstermiş, bu öğrencilerin süreçte daha aktif oldukları, araştırmacıya sorular sordukları ve fikirlerini çekinmeden ortaya koydukları gözlenmiştir. Öğrencilerin bu kazanımları daha fazla edinebilmesi için MD etkinlikleri öğrencilerin tek başlarına başarabilecekleri ve özgüven kazanabilecekleri biçimde hazırlanıp uygulanabilir.

- 7- Etkinliklerden sonra öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmelerde, çoğu öğrenci ispat yapmayı bilmediğini, ispatın ne olduğu hakkında fikir sahibi olmadığını dile getirmiştir. Bu bağlamda öğretmenlerin ders esnasında ispata daha fazla yer vermesi, ispatın önemine vurgu yapması önerilmektedir.

6.2. Araştırmacılara Yönelik Öneriler

Çalışmanın bu bölümünde, çalışma süresince araştırmacının kazandığı deneyimler dikkate alınarak gelecekte yapılabilecek araştırmalara yönelik öneriler sunulmuştur.

- 1- Bu çalışmada araştırmacının öğretmen olması sebebiyle çalışmanın yöntemi aksiyon araştırması olarak seçilmiştir. Benzer çalışma yapacak olan araştırmacılar, MD'yi temel alarak deneysel çalışmalar yapabilir.
- 2- Benzer çalışma yapacak araştırmacıların öğrencilerin MD ile ilgili görüşlerine daha fazla yer vermeleri, çalışmalarda daha uzun süreli gözlem yapmaları MD ile ilgili elde edilecek sonuçlar açısından faydalı olabilir. Bu sayede MD'nin bileşenlerinde yaşanan süreçler daha objektif yorumlanabilir.
- 3- Bu çalışmada, öğrencilerin MD'ye yönelik görüşlerini belirlemek için 25 maddeden oluşan bir ölçek geliştirilmiştir. Bu ölçeğe MD'nin önemi ve bileşenleri ile ilgili yeni maddeler ilave edilebilir.
- 4- Bu çalışma kapsamında yapılan etkinlikler öğrenci merkezli olup bireyseldir. İleride yapılacak olan çalışmalarda öğrencilerin MD becerilerini ortaya çıkarmak için yapılan etkinlikler işbirlikli öğrenme ortamları oluşturularak gerçekleştirilebilir.
- 5- Yapılan gözlemler sonucunda öğrencilerin ikinci dereceden cebirsel ifade içeren örüntüleri matematiksel olarak göstermede zorlandıkları görülmüştür.

Öğrencilerin sözel olarak ifade ettikleri genellemeyi cebirsel olarak ifade etmede neden zorlandıkları başka bir araştırma konusu olabilir.

- 6- Çalışma sonucunda öğrencilerin ispat ile ilgili görüşlerinin genel manada olumlu olduğu görülmüştür. İlerde yapılacak çalışmalarda araştırmacıların bilim insanlarının ispat ile ilgili özlü sözlerine yer vererek öğrencilerin ispat ile ilgili görüşlerinin daha da olumlu olmasına katkı sağlayabilir.
- 7- Araştırma kapsamında geliştirilen MD ölçeği, örneklem sayısının fazla olduğu gruplara uygulanarak elde edilen verilerin analizinde parametrik testler kullanılabilir.
- 8- MD'nin özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispat bileşenleri dışındaki bileşenlerle ilgili yeni çalışmalar yapılabilir.

KAYNAKLAR

- Akarsu-Yakar, E. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünme süreçlerinin ve matematiksel dil becerilerinin matematiğin üç dünyası kuramsal çerçevesi açısından incelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Akkan, Y. ve Çakıroğlu, Ü. (2012). Doğrusal ve ikinci dereceden örüntüleri genelleştirme stratejileri: 6-8. sınıf öğrencilerinin karşılaştırılması. *Eğitim ve Bilim*, 37(165), 104-120.
- Aljaberi, N. M. (2014). Pre-service elementary school teachers' level of mathematical thinking and their attitudes toward mathematics. *Journal of Education and Human Development*, 3(3), 181-195.
- Alkan, H. ve Güzel, E. B. (2005). Öğretmen adaylarında matematiksel düşünmenin gelişimi. *Gazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(3), 221-236.
- Alkan, H. ve Tataroğlu-Taşdan, B. (2011). Farklı sınıf düzeylerindeki matematik öğretmen adaylarının gözünden matematiksel düşünme. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(2), 107-137.
- Altıparmak, K. ve Öziş, T. (2005). Matematiksel ispat ve matematiksel muhakemenin gelişimi üzerine bir inceleme. *Ege Eğitim Dergisi*, 6(1), 25-37.
- Altun, M. (2005). *Matematik öğretimi*. Bursa: Aktüel Yayınları.
- Arslan, S. ve Yıldız, C. (2010). 11. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünmenin aşamalarındaki yaşantılarından yansımalar. *Eğitim ve Bilim*, 35(156), 17-31.
- Artvinli, E. (2010). Coğrafya derslerini yapılandırmak: Aksiyon (eylem) araştırmasına dayalı bir ders tasarımı. *Marmara Coğrafya Dergisi*, 21, 184-218.
- Ateş-Alpay, Ü. (2018). *Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin kanıt imajının incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Aydın, Z. (2011). *İlköğretim 6. sınıf matematik dersinde kullanılan aktif öğrenme temelli etkinliklerin öğrencilerin matematik dersine karşı tutumlarına, akademik başarı ve yaratıcı düşünme düzeylerine etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gaziantep Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Gaziantep.

- Aylar, E. (2014). *7. sınıf öğrencilerinin ispata yönelik algı ve ispat yapabilme becerilerinin irdelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Aytaç, M. ve Öngen, B. (2012). Doğrulayıcı faktör analizi ile yeni çevresel paradigma ölçeğinin yapı geçerliliğinin incelenmesi. *İstatistikçiler Dergisi: İstatistik ve Aktüerya*, 5(1), 14-22.
- Bağdat, O. (2013). *İlköğretim öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin solo taksonomisi ile incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Bailey, K. D. (1982). *Methods of social research* (2nd Ed.). New York: The Free Press.
- Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Ankara: Harf Eğitim Yayıncılık.
- Balacheff, N. (1988). *Aspects of proof in pupils' practice of school mathematics*. In D. Pimm (Ed.), *Mathematics, teachers and children* (pp. 216-230). London: Hodder and Stoughton.
- Balacheff, N. (1991). *Treatment of refutations: Aspects of the complexity of a constructivist approach to mathematics learning*. In E. von Glasersfeld (Ed.), *Radical constructivism in mathematics education* (pp. 89-110). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Baş, A. (2019). *Ortaöğretim öğrencilerinin matematiksel düşünmeye problem çözmeye ve matematiğe yönelik tutumları arasındaki ilişkinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Bülent Ecevit Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Zonguldak.
- Battista, M. T. (2002). Learning geometry in a dynamic computer environment. *Teaching Children Mathematics*, 8(6), 333-339.
- Baykul, Y. (2009). *İlköğretimde matematik öğretimi (6-8. sınıflar)*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Bayrakdar, N. (2017). Düşünmeye Teşvik Eden Kur'an Ayetlerinin Eğitsel Değeri (Ğaşiye Suresi 17. Ayet Örneği). *İnsan ve Toplum Bilimleri Dergisi*. 6(3), 1998-2018.
- Bayram, N. ve Bilgel, N. (2008). *Yapısal eşitlik modelleri ile İsveç'te yaşayan Türk göçmenlerin yaşam kalitelerinin değerlendirilmesi*. 9. Ekonometri Sempozyumu, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Blitzer, R. (2003). *Thinking mathematically*. New Jersey: Prentice Hall.
- Bozkurt, A. ve Polat, S. (2018). Öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ortaya çıkarmaya yönelik öğretmen sorularının incelenmesi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 9(1), 72-96.

- Breen, S., & O'Shea, A. (2011). *The use of mathematical tasks to develop mathematical thinking skills in undergraduate calculus courses – a pilot study*. Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 31(1), 43-48.
- Brousseau, G. (2002). *Theory of didactical situations in mathematics*. London: Kluwer Academic Publisher.
- Bryman, A. and Cramer, D. (1999). Quantitative data analysis with SPSS release 8 for windows: A Guide for Social Scientists, London: Routledge.
- Burton, L. (1984). Mathematical thinking: The struggle for meaning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(1), 35-49.
- Busbridge, J. ve Özçelik, D. A. (1997). *İlköğretim matematik öğretimi*. YÖK/DÜNYA Bankası Milli Eğitimi Geliştirme Projesi, Hizmet Öncesi Öğretmen Eğitimi, Ankara: Ajans-Türk Basın ve Basım A.Ş.
- Büyüköztürk, Ş. (2013). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı istatistik, araştırma deseni SPSS uygulamaları ve yorum* (Genişletilmiş 18. Baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç-Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2018). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (25.Baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Cai, J. (2003). Singaporean students' mathematical thinking in problem solving and problem posing: An exploratory study. *International Journal Mathematic Education Science Technology*. 34(5), 719-737.
- Can, A. (2017). *SPSS ile bilimsel araştırma sürecinde nicel veri analizi*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Cañadas, M. C., Deulofeu, J., Figueiras, L., Reid, D., & Yevdokimov, O. (2007). The conjecturing process: Perspectives in theory and implications in practice. *Journal of Teaching and Learning*, 5(1), 55-72.
- Cankoy, O. ve Darbaz, S. (2010). Problem kurma temelli problem çözme öğretiminin problemi anlama başarısına etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 38, 11-24.
- Cengiz, N., Kline, K., & Grant, T. J. (2011). Extending students' mathematical thinking during whole-group discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14(5), 355-374.
- Civelek, Ş., Meder, M., Tüzen, H. ve Aycan, C. (2003). *Matematik öğretiminde karşılaşılan aksaklıklar*. <http://www.matder.org.tr/> adresinden 13 Kasım 2019 tarihinde edinilmiştir.
- Comrey, A. L., & Lee, H. B. (1992). *A first course in factor analysis* (2th Edition). Hillsdale, Lawrence Erlbaum Associates Publishers, New Jersey.

- Coşkun, S. (2012). *Üst düzey matematiksel düşünme süreçlerinin sorgulayıcı problem çözme ve öğrenme modeline göre tasarlanmış çalışma yaprakları yardımıyla incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Çalışkan, Ç. (2012). *8.sınıf öğrencilerinin matematik başarılarıyla ispat yapabilme seviyelerinin ilişkilendirilmesi*. Yayınlanmamış yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bursa.
- Çapık, C. (2014). Geçerlik ve güvenirlik çalışmalarında doğrulayıcı faktör analizinin kullanımı. *Anadolu Hemşirelik ve Sağlık Bilimleri Dergisi*, 17(3), 196-205.
- Çelik, D., Güler, M., Bülbül, B. Ö. ve Özmen, Z., M. (2015). Reflections from a learning setting designed to investigate mathematical thinking. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 1, 11-23.
- Çepni, S. (2014). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş* (7. Baskı). Trabzon: Celepler Matbaacılık.
- Çerçi, A. ve Semerci, N. (2005). Öğretmen yetiştirmede tezsiz yüksek lisans programı ve gelecekte beklenenler, *Eğitim Bilim*, 30(136), 52-60.
- Çokluk, Ö., Şekercioğlu, G. ve Büyüköztürk, Ş. (2016). *Sosyal bilimler için çok değişkenli istatistik SPSS ve LISREL uygulamaları* (4. Baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Çomarlı, S. K. (2018). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin veri işleme öğrenme alanına ilişkin problem kurma becerilerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Bartın Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bartın.
- Demircioğlu, İ. H. ve Kaymakçı, S. (2010). Tarih öğretmenlerinin çalışma yaprakları hakkındaki görüşleri: Trabzon örneği. *Karadeniz Araştırmaları Dergisi*, 27, 141-159.
- DeVellis, R. F. (2003). *Scale development: Theory and applications*. Newbury Park: Sage Publications.
- Devlin, K. (2012). *Introduction to mathematical thinking*. California, USA: Keith Devlin.
- Dreyfus, T. & Eisenberg, T. (1996). On different facets of mathematical thinking. In R. J. Sternberg & T. Ben-Zeev (Eds.), *The nature of mathematical thinking* (pp. 253-284). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Dreyfus, T. (1991). *Advanced mathematical thinking processes*. In Tall D. (Ed) *Advanced mathematical thinking*. New York: Kluwer Academic Publishers.
- Dündar, S. (2015). An analysis on the pattern generalizations of the Turkish pre-service mathematics teachers that are presented in a different structure and presentation. *Educational Research and Reviews*, 10(2), 210-224.

- Ekiz, D. (2003). *Eğitimde araştırma yöntem ve metotlarına giriş: Nitel, nicel ve eleştirel kuram metodolojileri*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Erbaş, A. K. ve Okur, S. (2012). Researching students' strategies, episodes, and metacognitions in mathematical problem solving. *Quality and Quantity: International Journal of Methodology*, 46(1), 89-102.
- Ercan, İ., Kan, İ. (2004). Ölçeklerde Güvenirlik ve Geçerlik. *Uludağ Üniversitesi Tıp Fakültesi Dergisi*, 30(3), 211-216.
- Ergin, Y. D. (1995). Ölçeklerde geçerlik ve güvenilirlik. *Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 7(7), 125-148.
- Erkuş, A. (2005). *Bilimsel araştırma sarmalı*. Ankara: Seçkin Yayınları.
- Ersoy, E. ve Başer, N. (2013). Matematiksel düşünme ölçeğinin geliştirilmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 21(4), 1471-1486.
- Ersoy, E. ve Güner, P. (2014). Matematik öğretimi ve matematiksel düşünme. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 3(2), 102-112.
- Ferrance, E. (2000). *Action research: Themes in education*. Northeast and Islands Regional Educational Laboratory at Brown University, USA.
- Fisher, K., Hirsh-Pasek, K., & Golinkoff, R. M. (2012). Fostering mathematical thinking through playful learning. In E. Reese & S. P. Segate (Eds.), *Contemporary debates on child development and education* (pp. 81-92). New York: Routledge.
- Fong, H. K. (1997). Mathematical thinking strategies for solving challenging problems. *Teaching and Learning*, 18(1), 54-63.
- Fraenkel, J. R. & Wallen, N. E. (2008). *How to design and evaluate research in education* (7th Ed.). New York: McGraw-Hill.
- Franke, M. L., Webb, N. M., Chan, A. G., Ing, M., Freund, D., & Battey, D. (2009). Teacher questioning to elicit students' mathematical thinking in elementary school classrooms. *Journal of Teacher Education*, 60(4), 380-392.
- Gall, M. D., Gall, J. P., & Borg, W. R. (2003). *Educational research an introduction* (Seventh Edition). Boston: Pearson Education, Inc.
- Gökkurt, B. ve Soylu, Y. (2012). Üniversite öğrencilerinin matematiksel ispat yapmaya yönelik görüşleri. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 1(4), 56-64.
- Göl, R. (2017). *12. sınıf fen lisesi öğrencilerinin matematiksel düşünme becerilerinin özelleştirme, tahmin, ispat ve genelleme basamakları bağlamında incelenmesi*, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Uşak Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Uşak.

- Güler, G. ve Dikici, R. (2012). Ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel ispat hakkındaki görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 20(2), 571-590.
- Güneş, G. (2008). *Yeni ilköğretim matematik dersi öğretim programının öğretme öğrenme ortamına yansımaları*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Güven, B., Çelik, D., & Karataş, İ. (2005). Ortaöğretimdeki çocukların matematiksel ispat yapabilme durumlarının incelenmesi, *Çağdaş Eğitim Dergisi*, 30, 319.
- Hacısalıhoğlu, H., Mirasyedioğlu, Ş. ve Akpınar, A. (2003). *Matematik öğretimi: Matematikte yapılandırıcı öğrenme ve öğretme*. Ankara: Asil Yayın Dağıtım.
- Harrington, D. (2009). *Confirmatory factor analysis*. New York: Oxford University Press.
- Ho, R. (2006). *Handbook of univariate and multivariate data analysis and interpretation with SPSS*. London & New York: Chapman & Hall/ CRC Taylor and Francis Group.
- Hughes, E. K. (2006). *Lesson planning as a vehicle for developing pre-service secondary teachers' capacity to focus on students' mathematical thinking*. Doctor of Philosophy Dissertation, University of Pittsburg.
- İlgar, L. ve Gülten, D. Ç. (2013). Matematik konularının günlük yaşamda kullanımının öğrencilere öğretilmesinin gerekliliği ve önemi. *İstanbul Sabahattin Zaim Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 2(3), 119-128.
- İnan, C. (2014). Developing a valid and reliable scale for measuring secondary education students' attitudes towards mathematics. *Turkish Studies International Periodical for the Languages, Literature and History of Turkish or Turkic*, 9(12), 381-398.
- Johnson, A. P. (2014). *Eylem araştırması el kitabı* (Çeviri Editörleri: Uzuner Y., Özten-Anay, M.). Ankara: Anı Yayıncılık.
- Kaleli-Yılmaz, G. (2012). *Matematik öğretiminde bilgisayar teknolojisinin kullanımına yönelik tasarlanan hizmet içi eğitim kursunun etkililiğinin incelenmesi: Bayburt ili örneği*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Karagöz, Y. ve Kösterelioğlu, İ. (2008). İletişim becerileri değerlendirme ölçeğinin faktör analizi metodu ile geliştirilmesi. *Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 21, 81-98.
- Karasar, N. (2016). *Bilimsel araştırma yöntemi*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

- Karşılıgil-Ergin, G. (2015). *Öğrencilerin problem çözme ve kurma süreçlerindeki matematiksel düşüncelerin etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gaziantep Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Gaziantep.
- Katagiri, S. (2004). *Mathematical thinking and how to teach it*. Tokyo: University of Tsukuba.
- Katrancı, Y. ve Şengül, S. (2019). Ortaokul öğrencilerinin matematik problemi oluşturma, matematik problemi çözme ve matematiğe yönelik tutumları arasındaki ilişkiler, *Eğitim ve Bilim*, 44(197), 1-24.
- Keçeli-Bozdağ, S. (2012). *Matematik öğretmen adaylarının ispat yapmaya yönelik tutumları ile ispatlama becerileri arasındaki ilişki*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Keskin, M., Dağ, S. A. & Altun, M. (2013). Comparison of 8th and 11th grade students behaviours at mathematical thinking. *Journal of Educational Science*, 1(1), 33-50.
- Kline, P. (2014). *An easy guide to factor analysis*. New York: Routledge.
- Knuth, E. J. (2002). Secondary school mathematics teachers' conceptions of proof. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(5), 379-405.
- Kocaman, M. (2017). *Lise 11. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve akıl yürütme becerilerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Balıkesir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.
- Koyuncu, M. K. (2018). *Matematik felsefesi etkinliklerinin öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerine, matematiğe yönelik tutum ve inançlarına etkisinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Kutluca, T. ve Zengin, Y. (2011). Matematik öğretiminde Geogebra kullanımı hakkında öğrenci görüşlerinin değerlendirilmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17, 160-172.
- Kuzu, A. (2009). Öğretmen yetiştirme ve mesleki gelişimde eylem araştırması. *Uluslararası Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 2(6), 1202-1215.
- Kükey, E. (2018). *Ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünme biçimleri ile öğretmen ve öğretmen adaylarının bu konudaki görüşlerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, İnönü Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Malatya.
- Kükey, E., Tutak, T., & Aslaner, R. (2019). A review of studies on mathematical thinking in Turkey. *Social Sciences and Education Research Review*, 6(1), 30-47.

- Lane, C. P. (2011). *Mathematical thinking and the process of specializing*. Unpublished Doctoral Dissertation, University of Cincinnati, Cincinnati.
- Liljedahl, P. (2004). Repeating pattern or number pattern: The distinction is blurred. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 26(3), 24-42.
- Liu, P. H., & Niess, M. L. (2006). An exploratory study of college students' views of mathematical thinking in a historical approach calculus course. *Mathematical Thinking and Learning*, 8(4), 373-406.
- Liu, P. H. (2003). Do teachers need to incorporate the history of mathematics in their teaching? *The Mathematics Teacher*, 96(6), 416-421.
- Lutfiyya, L. A. (2001). Mathematical thinking of high school students in Nebraska. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 29(1), 55-64.
- Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). *Thinking mathematically* (2nd Ed.). Harlow England: Pearson Education Limited.
- Mert-Cüce, A. P. (2012). *Etkinlik temelli matematik öğretimi yapılan sınıf ortamından yansımalar: Aksiyon araştırması*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis* (2nd Ed.). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. 13 Kasım 2019 tarihinde <http://mufredat.meb.gov.tr/Dosyalar/201813017165445> adresinden alındı.
- Milli Eğitim Bakanlığı (2017). *Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2005). *İlköğretim matematik dersi öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basım Evi.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2009). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basım Evi.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basım Evi.
- Mills, G. E. (2003). *Action research: A guide for the teacher researcher* (2nd Ed.). New Jersey: Pearson Education, Inc.
- Moralı, S., Uğurel, I., Türnüklü, E. ve Yeşildere, S. (2006). Matematik öğretmen adaylarının ispat yapmaya yönelik görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 14(1), 147-160.

- Mubark, M. (2005). *Mathematical thinking and mathematics achievement of students in the year 11 scientific stream in Jordan*. Unpublished Doctoral dissertation, The University of Newcastle, Newcastle, Australia.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. London: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- O'Brien, R. (2003). *An overview of the methodological approach of action research*. 13.11.2019 tarihinde <http://www.web.ca/~robrien/papers/arfinal.html>. adresinden alınmıştır.
- Obay, M. (2002). *Matematik öğretiminde klasik öğretim metodu ile etkinliklerle öğretimin mukayesesi üzerine bir çalışma*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Van.
- Olkun, S. ve Toluk-Uçar, Z. (2006). *İlköğretimde matematik öğretimine çağdaş yaklaşımlar*. Ankara: Ekinoks Yayıncılık.
- Olkun, S. ve Yeşildere, S. (2007). *Sınıf öğretmeni adayları için temel matematik 1*. Ankara: Maya Akademi.
- Olkun, S., Şahin, Ö., Akkurt, Z., Dikkartın, F. T. ve Gülbağcı, H. (2009). Modelleme yoluyla problem çözme ve genelleme: İlköğretim öğrencileriyle bir çalışma. *Eğitim ve Bilim*, 34(151), 65-73.
- Onat-Kocabıyık, O. (2015). Olgubilim ve gömülü kuram: bazı özellikler açısından karşılaştırma. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 6(1), 55-66.
- Özer, Ö. ve Arıkan, A. (2002, Eylül). *Lise matematik derslerinde öğrencilerin ispat yapabilme düzeyleri*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Bildirileri içinde (ss. 1083-1089) Ankara: ODTÜ Kültür ve Kongre Merkezi.
- Özgenç, N. (2010). *Oyun temelli matematik etkinlikleriyle yürütülen öğrenme ortamlarından yansımalar*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Özsoy, G. (2005). Problem çözme becerisi ile matematik başarısı arasındaki ilişki. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(3), 179-190.
- Öztürk, G. (2013). *Matematiksel düşünme odaklı öğretim: Ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının planlama becerileri ve görüşleri*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Balıkesir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.
- Öztürk, G. ve Akyüz, G. (2016). Ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının okul uygulamalarında matematiksel düşünme odaklı öğretimi planlama becerileri.

Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 10(2), 292-319.

Pape, S. J., Bell, C. V., & Yetkin, I. E. (2003). Developing mathematical thinking and self-regulated learning: A teaching experiment in a seventh-grade mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 53(3), 179-202.

Papic, M. (2007). Promoting repeating patterns with young children. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 12(3), 8-13.

Patır, S. (2009). Faktör analizi ile öğretim üyesi değerlendirme çalışması. *Atatürk Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 23(4), 69-86.

Polya, G. (1957). *How to solve it* (2nd Ed.). Princeton: Princeton University Press.

Posamentier, A., S. ve Krulik, S. (2016). *Matematikte problem çözme: 3-6. sınıflar için* (Çev. L. Akgün, T. Kar ve M. F. Öçal). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Radford, L. (2002). Generalizing geometric-numeric patterns: Metaphors, indexes and other students' semiotic devices. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 1(2), 63-72.

Radford, L. (2008). Iconicity and contraction: A semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* [The International Journal on Mathematics Education], 40(1), 83-96.

Radford, L. (2010). Layers of generality and types of generalization in pattern activities. *Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática* [Journal of Investigation in Didactics of Mathematics], 4(2), 37-62.

Radford, L., & Peirce, C., S. (2006, January). *Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective*. In Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, North American Chapter (Vol. 1, pp. 2-21).

Rudder, C. A. (2006). *Problem solving: case studies investigating the strategies used by secondary American and Singaporean students*. Unpublished Doctoral Dissertation, Florida State University, Florida.

Samo, D. D., Darhim, D. & Kartasasmita, B. (2017). Developing contextual mathematical thinking learning model to enhance higher-order thinking ability for middle school students. *International Education Studies*, 10(2), 17-29.

Schoenfeld, A. H. (1992). *Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics*. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-371). New York: Macmillan.

- Scusa, T. (2008). *Five processes of mathematical thinking*. Unpublished Master's Thesis, University of Nebraska-Lincoln, Lincoln, USA.
- Seçer, İ. (2015). *Psikolojik test geliştirme ve uyarlama süreci: SPSS ve LISREL uygulamaları*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Sevgen, B. (2002, Eylül). *Matematiksel düşünce yapısı ve gelişimi*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Sfard, A., & Kieran, C. (2001). Cognition as communication: Rethinking learning-by-talking through multi-faceted analysis of students' mathematical interactions. *Mind, Culture, and Activity*, 8(1), 42-76.
- Songur, A. (2006). *Harfli ifadeler ve denklemler konusunun oyun ve bulmacalarla öğrenilmesinin öğrencilerin matematik başarı düzeylerine etkisi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems. *Educational Studies in Mathematics*, 20(2), 147-164.
- Stacey, K. (2006). What is mathematical thinking and why is it important. *Progress report of the APEC project: collaborative studies on innovations for teaching and learning mathematics in different cultures (II)—Lesson study focusing on mathematical thinking*.
- Şencan, H. (2005). *Sosyal ve davranışsal ölçümlerde güvenirlik ve geçerlilik*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Tabachnick, B. G. & Fidell, L. S. (2013). *Using multivariate statistics* (6th Ed.). Boston: Pearson Education, Inc.
- Tall, D. (1998). The cognitive development of proof: is mathematical proof for all or for some? In Z. Usiskin (Ed.), *Developments in school mathematics education around the world*, (pp. 117-136), Chicago.
- Tall, D. (2002). *Advanced mathematical thinking*. USA: Kluwer Academic Publishers.
- Tall, D. (2008). *The historical and individual development of mathematical thinking: Ideas that are setbefore and met-before*. Plenary presented at Colóquio de História e Tecnologia no Ensino Da Matemática, Brazil.
- Tan, M. N. (2015). *Ortaokul öğrencilerinin matematik kaygısı öğrenilmiş çaresizlik ve matematiğe yönelik tutum düzeyleri arasındaki ilişkilerin incelenmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Tanışlı, D. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının genelleme sürecindeki bilişsel yapıları: Bir öğretim deneyi. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 12(44), 255-283.

- Tanışlı, D. ve Olkun, S. (2009). *Basitten karmaşığa örüntüler*. Ankara: Maya Akademi.
- Taşdemir, A. (2008). *Matematiksel düşünme becerilerinin ilköğretim öğrencilerinin fen ve teknoloji dersindeki akademik başarıları, problem çözme becerileri ve tutumları üzerine etkileri*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Tataroğlu-Taşdan, B. (2014). *Matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerini matematiksel düşünmeyi destekleme bağlamında geliştirmeyi amaçlayan bir öğretim tasarımı*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Tataroğlu-Taşdan, B., Çelik, A. ve Erduran, A. (2013). Matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme ve öğrencilerin matematiksel düşüncelerinin geliştirilmesi hakkındaki görüşlerinin incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 21(4), 1487-1504.
- Tavşancıl, E. (2010). *Tutumların Ölçülmesi ve SPSS ile Veri Analizi*, Ankara: Nobel yayın dağıtım.
- Toptaş, V. (2014). Analyzes of pre-service primary school teachers' explanations of 'edge' term according to the mathematical thinking development phases. *International Journal of Science Culture and Sport, Special Issue 1*, 255-265.
- Tözluyurt, E. (2008). *Sayılar öğrenme alanı ile ilgili matematik tarihinden seçilen etkinliklerle yapılan dersler hakkında lise son sınıf öğrencilerinin görüşleri*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Tuncay, H. A. (2015). *Matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi*, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Cumhuriyet Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Sivas.
- Türk Dil Kurumu Sözlüğü [TDK]. (2019). *Türkçe sözlük*. Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları.
- Ufuktepe, Ü. (2003). *Bir eğlenceli matematik deneyimi*. 13 Kasım 2019 tarihinde <http://www.matder.org.tr/> adresinden edinilmiştir.
- Uğurel, I. ve Moralı, S. (2010). Bir ortaöğretim matematik dersindeki ispat yapma etkinliğine yönelik sınıf içi tartışma sürecine öğrenci söylemleri çerçevesinde yakından bakış. *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 135-154.
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234-243.
- Unutkan, Ö. P. (2007). Okul öncesi dönem çocuklarının matematik becerileri açısından ilköğretime hazır bulunuşluğunun incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 32(2007), 243-254.

- Uyangör, S. M. (2019). Investigation of the mathematical thinking processes of students in mathematics education supported with graph theory. *Universal Journal of Educational Research*, 7(1), 1-9.
- Uzun, N., Topan, B., Demir, A. ve Çelik, D. (2019). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 38(1), 266-282.
- Uzuner, Y. (2005). Özel eğitimden örneklerle eylem araştırmaları. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Özel Eğitim Dergisi*, 6(2), 1-12.
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally*. Boston, MA: Pearson Education, Inc.
- Varghese, T. (2011). Possible student justification of proofs. *School Science and Mathematics*, 111(8), 409-415.
- Warren, E. & Cooper, T. (2006). Using repeating patterns to explore functional thinking. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 11(1), 9-14.
- Yaman, H. (2010). *İlköğretim öğrencilerinin matematiksel örüntülerdeki ilişkileri algılayışları üzerine bir inceleme*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Yaman, H. ve Umay, A. (2013). İlköğretim öğrencilerinin sunum biçimlerine göre matematiksel örüntüleri algılayışları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28(1), 405-416.
- Yaşlıoğlu, M. (2017). Sosyal bilimlerde faktör analizi ve geçerlilik: keşfedici ve doğrulayıcı faktör analizlerinin kullanılması. *İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Dergisi*, 46, 74-85.
- Yeşildere, S. (2006). *Farklı matematiksel güce sahip ilköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Yeşildere, S., & Türnüklü, E. B. (2007). Examination of students' mathematical thinking and reasoning processes. *Ankara University. Journal of Faculty of Educational Sciences*, 40(1), 181-213.
- Yeşildere-İmre, S., Akkoç, H. ve Baştürk-Şahin, B. N. (2017). Ortaokul öğrencilerinin farklı temsil biçimlerini kullanarak matematiksel genelleme yapma becerileri. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 8(1), 103-129.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (9. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, C. (2019). *Matematiksel düşünme* (15. Baskı). İstanbul: Remzi Kitabevi.

- Yıldırım, D. (2015). *Ortaokul öğrencilerinin geometri problemlerindeki matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Yıldırım, D. ve Yavuzsoy-Köse, N. (2018). Ortaokul öğrencilerinin çokgen problemlerindeki matematiksel düşünme süreçleri. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(1), 605-633.
- Yıldız, C. & Bahadır, K. (2018, June). *An analysis of studies investigating mathematical thinking and its stages*. International Conference on Mathematics and Mathematics Education, Ordu University, Ordu.
- Yıldız, C. (2013). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin matematik tarihini derslerinde kullanma durumlarının incelenmesi: HİE'den yansımalar*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Yıldız, C. (2016). Comparing the mathematical thinking experiences of students at faculty of education and faculty of arts and sciences. *TOJET: The Turkish Online Journal of Educational Technology-Special Issue for INTE 2016*, 480-488.
- Yılmaz, K. (2019). *Üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerine göre problem kurma süreçlerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Kırşehir.
- Yiğit, N., Alev, N., Altun, T., Özmen, H. ve Akyıldız S. (2005). *Öğretim teknolojileri ve materyal geliştirme*. Trabzon: Derya Kitabevi.
- Yükseköğretim Kurumu [YÖK]. (1998). *Fakülte-okul işbirliği milli eğitimi geliştirme projesi*. Ankara: Öğretmen Eğitimi Dizisi.
- Zazkis, R., Liljedahl, P., & Chernoff, E. J. (2008). The role of examples in forming and refuting generalizations. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* [The International Journal on Mathematics Education], 40(1), 131-141.

EKLER

Ek-1. Ordu İl Milli Eğitim Müdürlüğünden Alınan İzin Belgesi



T.C.
ORDU VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 18802389-44-E.2354368
Konu : Araştırma İzni

04.02.2019

VALİLİK MAKAMINA

- İlgi : a) Milli Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 22.08.2017 tarihli ve 12607291 sayılı yazısı (Genelge 2017/25)
b) Giresun Üniversitesi Rektörlüğünün 17.01.2019 tarihli ve 2819 sayılı yazısı.

Giresun Üniversitesi Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Yüksek Lisans öğrencisi Koray BAHADIR'ın "Matematiksel Düşünme ile Zenginleştirilmiş Sınıf Ortamlarından Yansımalar" adlı çalışması Müdürlüğümüz Araştırma Değerlendirme Komisyonu tarafından ilgi (a) genelge hükümleri doğrultusunda incelenmiş olup uygulanmasında sakınca görülmemiştir.

Söz konusu çalışmanın Giresun Üniversitesi Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Yüksek Lisans öğrencisi Koray BAHADIR tarafından; eğitim öğretim faaliyetlerini aksatmamak, uygulamalarda olur ekinde yer alan mühürlü formun kullanılması, öğrencilere ait çalışmaların veli izni doğrultusunda ve elde edilen verilerin herhangi bir haber, resmi özel web sayfaları, yerel ve ulusal basında paylaşılması kaydıyla, İlimiz Altınordu İlçesi Kayabaşı Ortaokulunda öğrenim gören öğrencilerine 2018 - 2019 Eğitim Öğretim Yılı içerisinde okul ve kurum müdürlüğünün sorumluluğunda gönüllülük esasına göre uygulanması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde Olur 'larınıza arz ederim.

Mustafa ÖZTÜRK
Müdür a.
Şube Müdürü

Ek : Anket Formu (36 Sayfa)

OLUR
04.02.2019

Kutlu Tekin BAŞ
Vali a.
İl Milli Eğitim Müdürü

Adres: Saray Mah. Ulu Konak Cad.No:5 52089 Altınordu/ORDU
Dahili : 1431
Elektronik Ağ: ordu.meb.gov.tr
e-posta: stratejigelistirme52@meb.gov.tr

Bilgi için: Mustafa KURUL VHKİ (Strateji Geliştirme Şub.Müd.)

Tel: 0 (452) 223 16 29
Faks: 0 (452) 225 01 44

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 6cb0-2b04-362e-aad5-4a36 kodu ile teyit edilebilir.

Ek-2. Veli Onama Formu

Sayın Veli;

Çocuğunuzun katılacağı bu çalışma, “Matematiksel Düşünmenin Sınıf Ortamına Yansımaları: 8. Sınıf Örneği” adıyla, 2018-2019 eğitim-öğretim döneminde yapılacaktır.

Bu araştırmada MD etkinlikleriyle zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarında öğretmen-öğrenci ve öğrenci-öğrenci etkileşiminin nasıl gerçekleştiğini ve 8. sınıf öğrencilerinin MD’ye yönelik becerilerini ve görüşlerini ortaya koymak amaçlanmıştır. Bu çalışmada veri toplama araçları olarak MD’ye yönelik görüş ölçeği, mülakat, çalışma yaprağı ve gözlem kullanılmıştır. Elde edilen veriler tamamen bilimsel amaçlarla kullanılacaktır.

Araştırma Ordu İl Milli Eğitim Müdürlüğü’nün ve okul idaresinin izni ile yapılmaktadır. Bu çalışmaya katılım isteğe bağlıdır. Öğrencinin araştırmaya katılmak istememesi veya katıldıktan sonra ayrılmak istemesi çocuğunuza hiçbir sorumluluk yüklemeyecektir.

Çalışmada öğrencilerin kimlik bilgileri gizli tutulacaktır. Çalışmanın sonuçları sizlerle paylaşılacaktır.

Katılıma izin vermeden önce sormak istediğiniz herhangi bir soru olursa araştırmacıya telefon veya e-posta ile ulaşarak bilgi alabilirsiniz.

Araştırmacı: Koray BAHADIR
Cep Telefonu: 05544695311
E-mail: pln_kry@hotmail.com

Velisi bulunduğum 8-A sınıfı numaralı öğrencisi
.....’in yukarıda açıklanan
araştırmaya katılmasına izin veriyorum.

...../...../.....
İsim-Soy İsim
İmza

Ek-3. MD'ye Yönelik Görüş Ölçeği

MATEMATİKSEL DÜŞÜNME ÖLÇEĞİ

Değerli katılımcı,

Bu çalışmanın amacı, sekizinci sınıf öğrencilerinin MD'ye yönelik görüşlerini belirlemektir. Ölçekteki maddelere vereceğiniz cevaplar tarafımda saklı tutulacak ve tamamen bilimsel amaçlı olarak kullanılacaktır. Ölçekten elde edilecek sonuçların güvenilir olması için maddeleri samimi ve doğru bir biçimde yanıtlamanız gerekmektedir.

Lütfen ölçekteki maddeleri dikkatlice okuyunuz ve “**Kesinlikle Katılmıyorum**”, “**Katılmıyorum**”, “**Orta Düzeyde Katılıyorum**”, “**Katılıyorum**”, ve “**Kesinlikle Katılıyorum**” seçeneklerinden birine çarpı işareti (X) koyarak görüşünüzü belirtiniz.

MADDE NO	MADDELER	Kesinlikle katılmıyorum	Katılmıyorum	Orta Düzeyde Katılıyorum	Katılıyorum	Kesinlikle katılıyorum
1	Problemde verilen bilgileri, tablo yardımıyla görsel hale getirebilirim.					
2	Verilen bir problem durumuna uygun başka bir problem yazabilirim.					
3	Bazı problemleri şekil çizerek daha rahat çözebilirim.					
4	Bir problem durumunda çözüme nasıl başlayacağımı bilmiyorum.					
5	Bir problem durumuna karşıt bir problem bulabilirim.					
6	Problem çözerken sonuçlarla ilgili tahminde bulunmada zorlanırım.					
7	İspat yapmanın matematiksel düşünmeyi geliştireceğini düşünüyorum.					
8	Bir problemi çözerken yaptığım tahminlerin doğruluğunu araştırmaya gerek duymam.					
9	Bir problemin sonuçlarını tahmin etmede başarılı olduğumu düşünüyorum.					
10	Örüntüleri formüllerle ifade etme konusunda kendimi yetersiz hissediyorum.					

MADDE NO	MADDELER	Kesinlikle katılmıyorum	Katılmıyorum	Orta Düzeyde Katılıyorum	Katılıyorum	Kesinlikle katılıyorum
11	Şekil örüntülerinde genel kuralı cebirsel olarak bulabilirim.					
12	Bir örüntünün kuralını bulmak için ne yapmam gerektiğini bilmiyorum.					
13	İspat yapmayı sevmem.					
14	İspatın, matematik için gerekli olduğunu düşünüyorum.					
15	Matematik derslerinde ispata daha fazla yer verilmesi gerektiğini düşünüyorum.					
16	Yaptığım ispatın doğru olup olmadığına karar veremiyorum.					
17	Bir problemin doğruluğunu ispatlamak beni mutlu eder.					
18	İspatın nasıl yapılacağını bilmiyorum.					
19	Bir problemin çözümünde birçok ihtimali göz önünde bulundururum.					
20	Matematiksel düşünme problem çözerken farklı çözüm yolları bulmama yardımcı olur.					
21	Matematiksel düşünme ile ilgili etkinliklerin, öğrencilere matematiksel düşünme becerisi kazandıracağını düşünüyorum.					
22	Matematiksel düşünme sürecinin sıkıcı olduğunu düşünüyorum.					
23	Farklı türde problemler çözmek matematiksel düşünmeyi geliştirir.					
24	Günlük yaşamda karşılaştığım problemleri çözerken matematiksel düşünmeye ihtiyaç duymam.					
25	Matematiksel düşünme ile ilgili etkinliklere katılmaktan zevk alırım.					

Ek-4. Mülakat Soruları

1- MD'yi davranış haline getirme boyutuna yönelik görüşlerinizde herhangi bir değişim olduğunu düşünüyor musunuz? Neden?

- a) Bir problemde verilen bilgileri tablo yardımıyla görsel hale getirebilir misin? Neden?
- b) Bir problem durumunda çözüme nasıl başlayacağını biliyor musun? Neden?
- c) Bir örüntüdeki sayılar ile değişkenler arasındaki ilişkiyi matematiksel ifade edebilir misin? Neden?
- d) Örüntüleri formüllerle ifade edebilir misin? Neden?
- e) Şekil örüntülerinde genel kuralı cebirsel olarak bulabilir misin? Neden?
- f) Bir örüntünün kuralını bulmak için neler yapman gerektiğini biliyor musun? Neden?
- g) Yaptığın ispatın doğru olduğuna karar verebilir misin? Neden?
- h) İspatın nasıl yapılacağını biliyor musun? Neden?
- i) Bir problemin çözümünde birçok ihtimali göz önünde bulundurur musun? Neden?

2- MD'ye değer verme boyutuna yönelik görüşlerinizde herhangi bir değişim olduğunu düşünüyor musunuz? Neden?

- a) MD ile ilgili etkinliklerin MD becerisine katkısı olduğunu düşünüyor musun? Neden?
- b) MD sürecinin sıkıcı olduğunu düşünüyor musun? Neden?
- c) Günlük yaşamda karşılaştığın bir problemi çözerken MD'ye ihtiyaç duyar mısın? Neden?
- d) MD ile ilgili etkinliklere katılmaktan zevk alır mısın? Neden?

3- MD’de problem çözmenin önemi boyutuna yönelik görüşlerinizde herhangi bir değişim olduğunu düşünüyor musunuz? Neden?

- a) Verilen bir problem durumuna uygun başka bir problem yazabilir misin? Neden?
- b) Bazı problemlerde şekil çizme ihtiyacı duyar mısın? Neden?
- c) Bir problem durumuna karşıt bir problem bulabilir misin? Neden?
- d) Bir problemin sonuçlarını tahmin etmede başarılı olduğunu düşünüyor musun? Neden?

4- MD’nin özgüvene olumlu etkisi boyutuna yönelik görüşlerinizde herhangi bir değişim olduğunu düşünüyor musunuz? Açıklayınız.

- a) Bir problemi çözerken tahminlerde bulunabilir misiniz? Neden?
- b) Bir problemin doğruluğunu ispatlama seni mutlu eder mi? Neden?
- c) MD, problem çözerken farklı çözüm yolları bulmana yardımcı olur mu? Neden?
- d) Farklı türde problemler çözmek MD’yi geliştirir mi? Neden?

5- MD’de ispatın önemi boyutuna yönelik görüşlerinizde herhangi bir değişim olduğunu düşünüyor musunuz? Açıklayınız.

- a) İspat yapmanın MD’yi geliştireceğini düşünüyor musun? Neden?
- b) İspat yapmayı sever misin? Neden?
- c) İspatın matematik için gerekli olduğunu düşünüyor musun? Neden?
- d) Matematik derslerinde ispata daha fazla yer verilmesi gerektiğini düşünüyor musun? Neden?

Ek-5.1. “İpi Parçalara Bölelim” İsimli Çalışma yaprağı

Öğrencinin
Adı – Soyadı:

İPİ PARÇALARA BÖLELİM



C şeklindeki bir ip dik bir çizgi ile kesildiğinde 3 parça, birbirini kesmeyecek biçimde iki dik parça ile kesildiğinde 5 parça elde edilir. C şeklindeki ip 3 kez, 4 kez ve daha fazla kesilirse kaç parça elde edilir?

Görsel 1: Düşünen Çocuk

Yapacağınız etkinlik sayesinde bu soruya cevap bulacaksınız. Bunun için aşağıdaki etkinlikte verilen soruları cevaplayınız.

<u>Aşamalar</u>	<u>Sekiller</u>	<u>Dik Çizgi Sayısı</u>	<u>Elde Edilen Parça Sayısı</u>
1. Aşama		1	3
2. Aşama		2	5
3. Aşama			
4. Aşama			

1) 3. ve 4. Aşamalardaki şekilleri çizin ve boşlukları doldurunuz.

2) Parça sayılarının oluşturduğu örüntüyü matematiksel olarak nasıl ifade edersiniz? Açıklayınız.

3) Parça sayıları ile ilgili varsayımda bulunabilir misiniz? Açıklayınız.



4) C şeklindeki ipi n tane dik parça keserse elde edilen parça sayısı kaç olur? Bunu formülle ifade ediniz. Matematiksel olarak bu formülü nasıl ispatlarsınız?

Kaynaklar:

Görsel 1: <https://tr.depositphotos.com/vectorimages/d%C3%BC%C5%9F%C3%BCneninsan-karikat%C3%BCr.html?qview=11163299>. Erişim Tarihi: 20.09.2018.

İçerik: Posamentier, A., S. ve Krulik, S. (2016). *Matematikte problem çözme: 3-6. sınıflar için* (ev. L. Akgün, T. Kar ve M. F. al). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Ek-5.2. “Geometrik Kubbe” İsimli Çalışma Yaprağı

GEOMETRİK KUBBE

Öğrencinin
Adı – Soyadı:



Görsel 2: Kırkları Kubbeye

8. sınıf öğrencisi Poyraz ailesiyle Ordu’dan Kars’a giderken Erzurum’da mola verirler. Saltuklular Beyliği döneminde yapılan Erzurum Ulu Camii’ne giderler. Camiye girer girmez Poyraz’ın dikkatini caminin kubbesi çeker. Kubbenin Poyraz’ın dikkatini çekme sebebi ise kubbenin ahşaptan ve geometrik bir düzen içinde yapılmasıdır.

Kubbe ortaya çizilen karenin etrafına dışarı doğru büyüyerek çizilen karelerden oluşmaktadır. Dıştaki karenin kenarlarının orta noktası içteki karenin köşe noktalarıdır. Poyraz kubbede hangi geometrik şekillerin olduğunu ve bunların sayısını merak eder. Hadi Poyraz’a yardım edelim...



Görsel 3: Kırkları Örtü Detayı

Yapacağınız etkinlik sayesinde bu soruya cevap bulacaksınız. Bunun için aşağıdaki etkinlikte verilen soruları cevaplayınız.

<u>Aşamalar</u>	<u>Şekiller</u>	<u>Kare sayısı</u>	<u>Üçgen sayısı</u>	<u>Toplam Geometrik Şekil sayısı</u>
1. aşama		1	0	1
2. aşama		2	4	6
3. aşama				
4. aşama				

1) 3 ve 4. aşamalardaki şekilleri çizin ve boşlukları doldurunuz.

2) Toplam geometrik şekil sayısını veren örüntüyü matematiksel olarak nasıl ifade edersiniz? Açıklayınız.

3) Toplam geometrik şekil sayısı ile ilgili bir varsayımda bulunabilir misiniz? Açıklayınız



4) n. adımda oluşan toplam geometrik şekil sayısı kaçtır? Bunu formülle ifade ediniz. Bu formülü nasıl ispatlarsınız?

Kaynaklar:

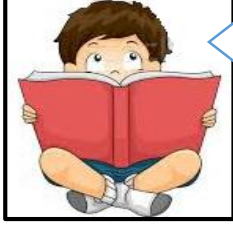
Görsel 2: https://www.tripadvisor.com.tr/LocationPhotoDirectLink-g297996-d5973617-i167069691-Ulu_Cami-Erzurum.html. Erişim Tarihi: 20.09.2018.

Görsel 3: Atak, E. (2016). Tokat'tan kırlangıç örtülü bir cami örneği: Kızılcaören köyü camii, *Ekev Akademi Dergisi*, 20(67), 121-136.

Ek-5.3. “Desenli Örtü” İsimli Çalışma Yaprağı

Öğrencinin
Adı – Soyadı:

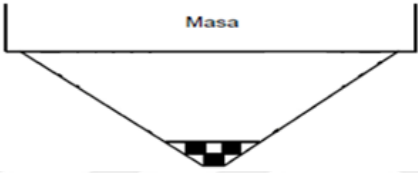
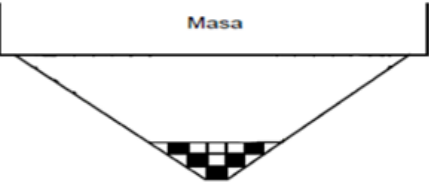
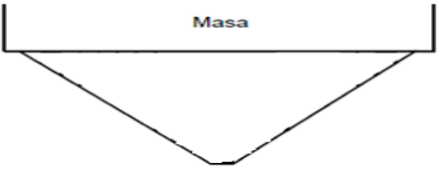
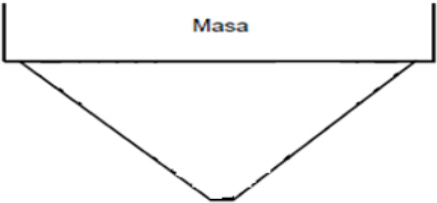
DESENLİ ÖRTÜ



Görsel 4: Kitap okuyan çocuk

Aşağıda tamamı eş kare motiflerle süslenmiş bir masa örtüsünün masadan sarkan parçası gösterilmiştir. Bu parçanın yan kenarlarında bulunan karelerin içi dolu, diğerlerinin içi ise boştur. Buna göre n. aşamadaki masa örtüsünün sarkan parçasındaki boş kare sayısını hesaplayınız.

Yapacağınız etkinlik sayesinde bu soruya cevap bulacaksınız. Bunun için aşağıdaki etkinlikte verilen soruları cevaplayınız.

<u>Aşamalar</u>	<u>Masa Örtüsü</u>	<u>Boş Kare Sayısı</u>
1. Aşama		1
2. Aşama		4
3. Aşama		
4. Aşama		

1) 3. ve 4. aşamalardaki şekilleri çizin ve boşlukları doldurunuz.

2) Boş birim kare sayılarının oluşturduğu örüntüyü matematiksel olarak nasıl ifade edebilirsiniz? Açıklayınız.

3) Boş birim kare sayıları ile ilgili varsayımda bulunabilir misiniz? Açıklayınız.



4) n. adımdaki toplam boş kare sayısını bulunuz. Bunu formülle ifade ediniz. Matematiksel olarak bu formülü nasıl ispatlarsınız?

Kaynaklar:

Görsel 4: <https://pixers.com.tr/cikartmalar/bir-kitap-okuma-karikatur-cocuk-vektor-cizim/>. Erişim Tarihi: 20.09.2018

İçerik: <https://matematik.academy/sayisal-mantik/kpss-sayisal-mantik-denemesi-pdf-ales/>. Erişim Tarihi: 20.09.2018.

Ek-5.4. “Hanoi Kuleleri” İsimli Çalışma Yaprağı

Öğrencinin
Adı – Soyadı:

HANOİ KULELERİ



Görsel 5: Hanoi Kulesi

Hanoi kulesi oyunu, 1883 yılında Fransız matematikçi Edouard Lucas tarafından geliştirilmiştir. Oyunun ortaya çıkışı Hint inanışlarına dayanmaktadır. Hint inanışına göre, Benares şehrinde dünyanın merkezi olduğuna inanılan tapınağın kubbesinin altında yaşayan Brahma, evini yaparken 3 elmas iğneye büyükten küçüğe doğru sıraladığı 64 altın tekeri geçirmiştir. Bu durumu gören rahipler 64 altın tekeri gece gündüz hiç durmadan başka bir iğneye geçirmeye çalışmışlar (büyük teker, daha küçük bir tekerin üzerine yerleşmiyor) ancak bir türlü başarılı olamamışlardır. Bu nedenle rahipler, dünyanın sonunun geleceğine ve kıyametin kopacağına inanmışlardır.

Bu oyundaki amaç, sol tarafta üst üste duran diskleri, her seferinde bir disk hareket ettirmek şartıyla, sağ taraftaki çubuklardan birine taşımaktır. Bu sırada hiçbir disk, kendinden küçük olanın üstüne konulamaz. Mümkün olan en az hamle sayısıyla oyun tamamlanmalıdır. N tane diskin sağ tarafa aynı sırada geçirilmesi için en az kaç hamle yapmak gerekir?

Yapacağınız etkinlik sayesinde bu soruya cevap bulacaksınız. Bunun için aşağıdaki etkinlikte verilen soruları cevaplayınız.

Aşamalar	Şekiller	Disk Sayısı	En Az Hamle Sayısı
1. Aşama		1	1
2. Aşama		2	3
3. Aşama			
4. Aşama			

1) 3. ve 4. aşamalardaki boşlukları doldurunuz.

2) En az hamle sayılarının oluşturduğu örüntüyü matematiksel olarak nasıl ifade edersiniz? Açıklayınız.

3) En az hamle sayıları ile ilgili bir varsayımda bulunabilir misiniz? Açıklayınız.

4) n tane disk ile oluşturulan kulenin sağ tarafa aynı sırada geçirilmesi için en az hamle sayısı kaç olur? Bunu formülle ifade ediniz? Matematiksel olarak bu formülü nasıl ispatlarsınız?

Kaynaklar:

Görsel 5: <https://www.ciceksepeti.com/hanoi-kuleleri-hanoi-kulesi-5385-423>. Erişim Tarihi: 20.09.2018.

İçerik: <https://www.matematikciler.com/hanoi-kulesi/>. Erişim Tarihi: 20.09.2018.

Ek-5.5. “Bayramlaşma” İsimli Çalışma Yapağı

Öğrencinin
Adı – Soyadı:

BAYRAMLAŞMA



Görsel 6: Aile Fotoğrağı

Poyraz, Kurban bayramında babaannesinin evinde ailenin tüm fertleri ile bir araya gelmiştir. Bayramlaşma sırasında her kişi bir başka kişiyle toplamda 2 kez kafa tokuşturur. Poyraz, bu eve n kişi geldiğinde toplam kaç kez kafa tokuşturacaktır?

Yapacağınız etkinlik sayesinde bu soruya cevap bulacaksınız. Bunun için aşağıdaki etkinlikte verilen soruları cevaplayınız.

<u>Aşamalar</u>	<u>Kişi Sayısı</u>	<u>Kafa Tokuşturma Sayısı</u>
1. Aşama	2	2
2. Aşama	3	6
3. Aşama	4	12
4. Aşama		
5. Aşama		

1) 4. ve 5. aşamalardaki boşlukları doldurunuz.

2) Kafa tokuşturma sayılarının oluşturduğu örüntüyü matematiksel olarak nasıl ifade edersiniz? Açıklayınız.

3) Kafa tokuşturma sayıları ile ilgili matematiksel bir varsayımda bulunabilir misiniz? Açıklayınız.



4) n kişi toplam kaç kez kafa tokuşturur? Bunu formülle gösteriniz? Bulduğunuz formülü nasıl ispatlarsınız?

Kaynak:

Görsel 6: <https://tr.depositphotos.com/vector-images/aile-karikat%C3%BCr.html>. Erişim Tarihi: 20.09.2018

Ek-5.6. “Satranç Tahtası” İsimli Çalışma Yaprağı

SATRANÇ TAHTASI

Öğrencinin
Adı – Soyadı:



Görsel 7: Satranç Tahtası

Satranç tahtası 64 küçük kareden oluşan 8 x 8’lik büyük bir karedir. 8x8’lik satranç tahtasında toplam kaç kare vardır? $n \times n$ ’lik bir satranç tahtasının içerisinde toplam kaç tane kare olduğunu bulunuz.

Yapacağınız etkinlik sayesinde bu soruya cevap bulacaksınız. Bunun için aşağıdaki etkinlikte verilen soruları cevaplayınız.

<u>Aşamalar</u>	<u>Kare Boyutu</u>	<u>Toplam Kare Sayısı</u>
1. Aşama		1
2. Aşama		5
3. Aşama		14
4. Aşama		
5. Aşama		

1) 4. ve 5. aşamalardaki şekilleri çizin ve boşlukları doldurunuz.

2) Toplam kare sayılarının oluşturduğu örüntüyü matematiksel olarak nasıl ifade edersiniz? Açıklayınız.

3) Toplam kare sayıları ile ilgili bir varsayımda bulunabilir misiniz? Açıklayınız.



4) $n \times n$ 'lik bir satranç tahtasında toplam kaç kare vardır? Bunu formülle ifade ediniz. Bulduğunuz formülü nasıl ispatlarsınız?

Kaynaklar:

Görsel 7: <https://www.yeniguntavla.com/detay/satranc-tahtasi-ceviz>. Erişim Tarihi: 20.09.2018.

İçerik: <https://www.matematiksel.org/aslinda-sadece-bir-kare-sihirli-karelerden-sudokuya-yolculuk/>. Erişim Tarihi: 20.09.2018.

Ek-5.7. “Restorana Gidelim” İsimli Çalışma Yaprağı

Öğrencinin
Adı – Soyadı:

RESTORANA GİDELİM



Görsel 8: Restoran Fotoğrafı

Kuzey, hafta sonu anne ve babasıyla bir restorana yemek yemeye gitmeye karar verir. Gittikleri restoranda kare şeklindeki eş boyutlardaki masaların uç uca eklenerek farklı boyutlarda masalar elde edildiği ve bu masalara koyulmuş farklı sayılardaki sandalyeler Kuzeyin dikkatini çeker. Kuzey anne ve babasına masa sayısı ile sandalye sayısı arasında bir ilişki olup olmadığını sorar. Hadi Kuzeye yardım edelim.

Yapacağınız etkinlik sayesinde bu soruya cevap bulacaksınız. Bunun için aşağıdaki etkinlikte verilen soruları cevaplayınız.

<u>Aşamalar</u>	<u>Sekil</u>	<u>Masa Sayısı</u>	<u>Sandalye Sayısı</u>
1. Aşama		1	4
2. Aşama		2	6
3. Aşama			
4. Aşama			

1) 3 ve 4. aşamalardaki şekilleri çizin ve boşlukları doldurunuz.

2) Sandalye sayılarının oluşturduğu örüntüyü matematiksel olarak nasıl ifade edersiniz? Açıklayınız.

3) Elde edilen sandalye sayıları ile ilgili bir varsayımda bulunabilir misiz? Açıklayınız.

4) n tane masanın etrafına koyulacak olan sandalye sayısını formülle gösteriniz. Bunu formülle gösteriniz. Bulduğunuz formülü nasıl ispatlarsınız?

Kaynak:

Görsel 8: https://safamobilya.com/portex_portfolio/newotel-restoran-tasarimi. Erişim Tarihi: 20.09.2018.

Ek-5.8. Çalışmadan Çıkarılan “Yavru Tavşanlar” Etkinliği

Öğrencinin
Adı – Soyadı:

YAVRU TAVŞANLAR



Görsel 9: Leonardo Fibonacci

Bir çiftçi dört bir yanı duvarlarla çevrili bir alana bir çift yavru tavşan koymuştur. Her çift tavşanın 1 ay içerisinde yeni bir çift tavşanı olduğu, her yeni çiftin de erginleşmesi için bir ay gerektiği ve tavşanların ölmediği varsayılırsa n. ayın sonunda kaç çift tavşan olur?

Yapacağınız etkinlik sayesinde bu soruya cevap bulacaksınız. Bunun için aşağıdaki etkinlikte verilen soruları cevaplayınız.

<u>Aşamalar</u> <u>(Aylar)</u>	<u>Tavşan Görseli</u>	<u>Tavşan çiftlerinin</u> <u>sayısı</u>
1. ay		1
2. ay		1
3. ay		2
4. ay		3
5. ay		5
6. ay		
7. ay		

1) 6. ve 7. aylardaki tavşanları çizin ve boşlukları doldurunuz?

2) Tavşan çiftlerinin sayısının oluşturduğu örüntüyü matematiksel olarak nasıl ifade edersiniz? Açıklayınız.

3) Tavşan çiftlerinin sayıları ile ilgili bir varsayımda bulunabilir misin? Açıklayınız.

4) n. ay sonunda toplam kaç çift tavşan olur? Bunu formülle ifade ediniz. Matematiksel olarak bu formülü nasıl ispatlarsınız?

Kaynaklar:

Görsel 9: https://tr.wikipedia.org/wiki/Leonardo_Fibonacci. Erişim Tarihi: 20.09.2018.

İçerik: Yıldız, C. (2013). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin matematik tarihini derslerinde kullanma durumlarının incelenmesi: HİE'den yansımalar*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Ek-6. MD' nin Bileşenleri ile İlgili Yapılan Çalışmaların Genel Özeti

Yazarlar (Yıl)	Çalışmanın Amacı	Yöntem	Örneklem	Veri Toplama Araçları	Çalışmanın En Önemli Sonuçları
Mubark (2005)	Çalışmada MD'nin 6 önemli bileşeni (genelleme, sembol kullanımı, tümdengelim, tümevarım, mantıksal düşünme ve ispat) açıklamak, MD ve matematik başarısı ile okulun bulunduğu bölgeye ve cinsiyete bağlı farklılıkları incelemek amaçlanmıştır.	Özel durum çalışması	Lise öğrencileri	Çalışma yapıkları	Çalışmanın sonucunda, matematiksel ispatın en zor, mantıksal düşünmenin ise en kolay bileşen olduğu ifade edilmiştir. Kız öğrencilerin mantıksal düşünme, matematiksel ispat ve toplam MD puanlarının erkek öğrencilere göre daha yüksek olduğu görülmüştür. Ayrıca genelleme, tümevarım, tümdengelim ve sembol kullanımında kız ve erkek öğrenciler arasında anlamlı bir fark tespit edilmemiştir. Son olarak varoş okullarında okuyan öğrencilerin sembol kullanımı ve toplam MD puanlarının, şehir ve kırsaldaki öğrencilere göre daha fazla olduğu belirlenmiştir.
Scusa (2008)	Çalışmada 7. sınıf öğrencilerinin MD' lerini iletişim kurma, problem çözme ve çözümü sunma, ilişki kurma, muhakeme ve ispat yapma süreçleri bağlamında incelemek amaçlanmıştır.	Özel durum çalışması	Ortaokul öğrencileri	Çalışma yapıkları	Çalışmanın sonucunda yazılı ya da sözel olarak iletişim kurma, problem çözme ve çözümü sunma, ilişki kurma, muhakeme ve ispat yapma bileşenlerini değerlendirme imkanı sunuldukları öğrencilerin MD' lerinin geliştiği görülmüştür.
Arslan ve Yıldız (2010)	Çalışmada 11. sınıf öğrencilerinin MD'nin özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispat aşamalarıyla ilgili yaşantılarını ortaya çıkarmak amaçlanmıştır.	Özel durum çalışması	Lise öğrencileri	Çalışma yapıkları	Çalışmanın sonucunda, MD aşamaları ilerledikçe öğrenci başarısının giderek düştüğü görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin özelleştirmede iyi performans ortaya koydukları, ispat bileşeninde ise oldukça zorlandıkları tespit edilmiştir. Bunun yanı sıra öğrencilerin genelleme ve varsayımda bulunma bileşenlerindeki cevaplarının sözel ve cebirsel, ispatlama bileşenindeki cevaplarının ise aritmetik, geometrik ve cebirsel kodları altında toplandığı belirlenmiştir.

Ek-6'nın Devamı

Yazarlar (Yıl)	Çalışmanın Amacı	Yöntem	Örneklem	Veri Toplama Araçları	Çalışmanın En Önemli Sonuçları
Lane (2011)	Çalışmada, üniversite öğrencilerinin MD'lerini özelleştirme, tahmin, genelleme ve ispat bileşenleri bağlamında incelemek amaçlanmıştır.	Özel durum çalışması	Üniversite öğrencileri	Çalışma yaprakları	Çalışmanın sonucunda öğrencilerin en başarılı oldukları bileşen özelleştirme iken en başarısız oldukları bileşenin ispat olduğu tespit edilmiştir.
Keskin, Akbaba Dağ ve Altun (2013)	Çalışmada, 8. ve 11. sınıf öğrencilerinin MD'nin özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispatlama bileşenlerindeki yaşantı farklılıklarını ortaya çıkarmak amaçlanmıştır.	Özel durum çalışması	Ortaokul ve lise öğrencileri	Çalışma yaprakları	Çalışmanın sonucunda hem sekizinci sınıf öğrencileri ve hem de on birinci sınıf öğrencilerinde ispat bileşenine doğru ilerledikçe kendilerini hem matematiksel hem de sözel olarak ifade etmede zorlandıkları görülmüştür. Özellikle sekizinci sınıf öğrencilerinin on birinci sınıf öğrencilerine göre daha çok zorlandığı anlaşılmıştır.
Aljaberi (2014)	Çalışmada, sınıf öğretmeni adaylarının MD'lerini ve matematiğe yönelik tutumlarını incelemek amaçlanmıştır.	Özel durum çalışması	Sınıf öğretmeni adayları	MD testi ve matematik envanterine yönelik tutum ölçeği	Çalışmanın sonucunda, öğretmen adaylarının MD ile matematiğe karşı tutumları arasında pozitif bir korelasyon olduğu görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin modelleme ve özelleştirme bakımından gayet iyi seviyede oldukları ancak genelleme ve ispat alanlarında oldukça zayıf oldukları görülmüştür.
Tuncay (2015)	Çalışmada, matematik öğretmeni adaylarının, farklı kıdem ve eğitim düzeyindeki öğretmenlerin ve bir akademisyenin problem çözme sürecindeki MD bileşenlerini incelemek amaçlanmıştır.	Özel durum çalışması	Öğretmenler ve öğretmen adayları	Ses kaydı ve çalışma yaprakları	Çalışmanın sonucunda akademisyen, öğretmen ve öğretmen adaylarının MD süreçlerinin eğitim seviyesi ve mesleki deneyim değişkenleri boyutunda farklılaşmadığı, akademisyenin problemlerin çözümünde ispat bileşenini diğer katılımcılara göre daha fazla kullandığı görülmüştür. Öğretmen adaylarının özelleştirme bileşeni açısından diğer katılımcılara oranla daha fazla çözüm ürettiği ortaya çıkmıştır.

Ek-6'nın Devamı

Yazarlar (Yıl)	Çalışmanın Amacı	Yöntem	Örneklem	Veri Toplama Araçları	Çalışmanın En Önemli Sonuçları
Göl (2017)	Çalışmada, 12. sınıfta öğrenim gören fen lisesi öğrencilerinin MD becerilerini özelleştirme, varsayımda bulunma, ispat ve genelleme bileşenleri bağlamında incelemek amaçlanmıştır.	Özel durum çalışması	Lise öğrencileri	Çalışma yaprakları ve mülakat	Çalışmanın sonucunda, problemlerin zorluk seviyesi arttıkça öğrencilerin özelleştirme eğilimlerinin arttığı ancak genelleme ve ispat bileşenlerindeki başarılarının düştüğü görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin gerçekleştirdiği bileşenlerin en çoktan en aza sırasıyla özelleştirme, varsayımda bulunma, genelleme ve ispat biçiminde olduğu belirlenmiştir.
Yıldırım ve Köse (2018)	Çalışmada 8. sınıf öğrencilerinin MD becerilerini özelleştirme ve genelleme bileşenleri bağlamında incelemek.	Temel nitel araştırma	Ortaokul öğrencileri	Çalışma yaprakları ve klinik görüşme	Çalışmanın sonucunda, öğrencilerin özelleştirme sürecinde bilindik problemleri anladıkları ancak farklı bir geometrik problem ile karşılaştıklarında zorlandıkları belirlenmiştir. Başarı düzeyi yüksek öğrencilerin tıkanma sürecine girseler dahi atak sayılarının diğer öğrencilere göre daha fazla olduğu ve farklı stratejilere yöneldikleri gözlenmiştir. Ayrıca beklenen genellemeye ulaşip bunu sözel olarak ifade edebilen öğrencilerin çoğu, genellemeyi cebirsel olarak ifade etmede oldukça zorlanmışlardır. Geometrik yaklaşım kullanarak genelleme yapan öğrencilerin ulaştıkları genellemelere ilişkin daha kolay açıklama yapabildikleri, sadece sayısal yaklaşım kullanan öğrencilerin ulaştıkları genellemelerin nedenlerini açıklamada ise zorlandıkları tespit edilmiştir.
Kükey (2018)	Çalışmada, ortaokul öğrencilerinin MD bileşenlerini incelemek amaçlanmıştır.	Özel durum çalışması	Ortaokul öğrencileri, matematik öğretmenleri ve matematik öğretmeni adayları	Çalışma yaprakları ve mülakat	Çalışmanın sonucunda MD'nin özelleştirme bileşeni kapsamında öğrencilerin genellikle belirli değerler kullanarak problemin çözümüne ulaşmaya çalıştıkları gözlenmiştir. Varsayımda bulunma bileşeni kapsamında ortaokul öğrencilerinin, bütün olasılıklara ulaşmadan sadece birkaç örnek vererek problemin çözümünü tamamladıkları görülmüştür. Doğrulama ve ikna etme bileşeni kapsamındaki problemde ise öğrencilerin az bir bölümünün farklı durumları uygulamaya çalıştığı görülse de büyük çoğunluğunun daha önce öğrendiği formülleri uygulamaya çalıştığı belirlenmiştir.

Ek-6'nın Devamı

Yazarlar (Yıl)	Çalışmanın Amacı	Yöntem	Örneklem	Veri Toplama Araçları	Çalışmanın En Önemli Sonuçları
Yıldız ve Bahadır (2018)	Çalışmada, MD ve bileşenleri (özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispatlama) ile ilgili yapılan araştırmalar meta sentez yönteminden faydalanılarak analiz etmek amaçlanmıştır.	Meta- sentez	Ulusal düzeydeki tez, makale ve bildiriler	Doküman inceleme formu	Çalışmanın sonucunda incelenen araştırmaların çoğunun akademisyenlerin, öğretmenlerin, öğretmen adaylarının, ortaöğretim veya ortaokul öğrencilerinin MD becerilerini özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispatlama bileşenleri bağlamında incelemek amacıyla yapıldığı ortaya çıkmıştır. Ayrıca, çalışmaların çoğunda katılımcıların ispatlama becerilerinin düşük çıktığı belirlenmiştir.
Uzun ve arkadaşları (2019)	Çalışmada, ortaokul matematik öğretmeni adaylarının MD süreçlerini incelemek amaçlanmıştır.	Özel durum çalışması	Öğretmen adayları	Çalışma yaprakları ve mülakatlar	Çalışmanın sonucunda, öğretmen adaylarının özel durumlar üzerinde çalışma sürecinde sadece problemde verilen özel durumlarla sınırlı kaldıkları görülmüştür. Ayrıca öğretmen adaylarının birçoğunun incelediği örnek durumlardan hareketle problemin içerdiği örüntüyü ortaya koymaya yönelik genellemeler yaptığı belirlenmiştir. Son olarak bazı öğretmen adayların birden çok varsayımda bulunduğu ancak öğretmen adaylarının hiçbirisinin ispat bileşenini yapamadığı görülmüştür.

Ek-7. MD Becerisi, MD'ye Yönelik Tutum, İnanç ve Görüşler ile İlgili Çalışmaların Genel Özeti

Yazarlar (Yıl)	Çalışmanın Amacı	Yöntem	Örneklem	Veri Toplama Araçları	Çalışmanın En Önemli Sonuçları
Cai (2000)	Çalışmada Çin ve ABD'de öğrenim gören 6. sınıf öğrencilerinin açık uçlu ve açık uçlu olmayan problemlerde ortaya koydukları MD süreçlerini incelemek amaçlanmıştır.	Özel durum çalışması	Ortaokul öğrencileri	Çalışma yaprakları	Çalışmanın sonucunda, Çin'de öğrenim gören altıncı sınıf öğrencilerinin açık uçlu olmayan sorulardaki ortalama puanlarının daha yüksek olduğu, ABD'de öğrenim gören altıncı sınıf öğrencilerinin ise açık uçlu sorularda Çin'deki öğrencilere göre daha yüksek ortalama puanlar elde ettikleri görülmüştür. ABD'li öğrenciler tablo çizme, liste oluşturma gibi daha somut yöntemleri, Çinli öğrenciler ise problemlerde genelleme yolunu daha çok tercih etmişlerdir.
Liu ve Niess (2006)	Çalışmada tarihsel yaklaşımla zenginleştirilmiş analiz derslerinin üniversite öğrencilerinin matematiğe ve MD'ye yönelik görüşlerine etkisini incelemek amaçlanmıştır.	Tarihsel yöntem	Üniversite öğrencileri	Anket ve mülakat	Çalışmanın sonucunda, öğrencilerin matematiği bir ürün olarak görmekten ziyade bir süreç olarak görmeye başladıkları, matematik yapmada yaratıcılık ve zihin gücüne daha fazla değer verdikleri ve matematiksel bilginin kesinliğine yönelik katı tutuma daha ılımlı baktıkları tespit edilmiştir.
Yeşildere (2006)	Çalışmada farklı matematiksel güce sahip 6-8. sınıf öğrencilerinin MD süreçlerini karşılaştırmak amaçlanmıştır.	Özel durum çalışması	Ortaokul öğrencileri	Ölçek ve çalışma yaprakları	Çalışmanın sonucunda öğrencilerin matematiksel güçlerinin düşük olduğu, farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin MD süreçlerinde izledikleri stratejiler arasında farklılıkların olduğu ortaya çıkmıştır. Düşük matematiksel güce sahip öğrencilerin bilgiyi oluşturma aşamasında yavaş oldukları ve sıkıntılı bir süreçten geçtikleri gözlenirken, yüksek matematiksel güce sahip öğrencilerin ise önceden oluşturulan bilgileri tanımada, kullanmada ve oluşturmada daha başarılı oldukları görülmüştür.

Ek-7'nin Devamı

Yazarlar (Yıl)	Çalışmanın Amacı	Yöntem	Örneklem	Veri Toplama Araçları	Çalışmanın En Önemli Sonuçları
Hughes (2006)	Çalışmada matematik öğretmeni adaylarının öğrenme laboratuvarları dersinin öncesinde ve sonrasında ders planlarında öğrencilerin MD'leri ile ilgilenmeye yer verip vermediklerini incelemek amaçlanmıştır.	Özel durum çalışması	Matematik öğretmeni adayları	Gözlem	Çalışmanın sonucunda öğretmen adaylarının ders planlamada öğrencilerin MD'leri ile ilgilenmeyi öğrendikleri, öğrenme laboratuvarı dersinin öncesinde ve sonrasında öğrencilerin MD'leriyle ilgilenme yetenekleri bakımından kayda değer bir gelişme gösterdikleri belirlenmiştir.
Alkan ve Tataroğlu-Taşdan (2011)	Çalışmada farklı sınıf düzeylerindeki matematik öğretmeni adaylarının MD ile ilgili görüşlerini belirlemek ve karşılaştırmak amaçlanmıştır.	Özel durum çalışması	Matematik öğretmeni adayları	Yarı yapılandırılmış görüşme formu ve mülakat	Çalışmanın sonucunda, matematik öğretmeni adaylarının MD'nin çok boyutlu yapısını genel hatlarıyla ortaya koyabildikleri ve problem çözme ile MD arasındaki ilişkiyi kurabildikleri görülmüştür. Ayrıca dördüncü sınıftaki öğretmen adaylarının MD'nin tanımına ve problem çözme ile ilişkisine yönelik görüşlerinin diğer sınıflara kıyasla daha olumlu olduğu gözlenmiştir.
Öztürk (2013)	Çalışmada MD odaklı öğretim uygulamasının, ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının matematik öğretimini planlama becerilerine etkisini ve öğretmen adaylarının bu uygulama ile ilgili görüşlerini öğretmen adaylarının görüşlerini belirlemek amaçlanmıştır.	Karma yöntem	Matematik öğretmeni adayları	Çalışma yapıtları ve mülakat	Çalışmanın sonucunda, MD odaklı öğretim uygulamasının öğretmen adaylarının öğrencilerin MD'lerini önemseyen planlar yapma becerilerine olumlu etkisinin olduğu görülmüştür. Ayrıca öğretmen adaylarının öğretim uygulaması hakkındaki görüşlerinin olumlu olduğu ortaya çıkmıştır.
Tataroğlu-Taşdan, Çelik ve Erduran (2013)	Çalışmada, matematik öğretmeni adaylarının MD ve öğrencilerin MD'lerinin geliştirilmesi ile ilgili görüşlerini belirlemek amaçlanmıştır.	Özel durum çalışması	Matematik öğretmeni adayları	Görüşme formu	Çalışmanın sonucunda, öğretmen adaylarının MD'nin geliştirilmesi için okullarda günlük hayatla ilişkilendirme, problem çözme, etkili soru sorma gibi konuların üzerinde durulması gerektiğini düşündükleri belirlenmiştir.

Ek-7'nin Devamı

Yazarlar (Yıl)	Çalışmanın Amacı	Yöntem	Örneklem	Veri Toplama Araçları	Çalışmanın En Önemli Sonuçları
Ersoy ve Güner (2014)	Çalışmada sınıf öğretmeni adaylarının problem çözme becerilerini ve MD becerilerini incelemek amaçlanmıştır.	Özel durum çalışması	Üniversite öğrencileri	MD ölçeği ve çalışma yaprakları	Çalışmanın sonucunda, öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin geliştiği, uygun stratejiyi seçebilme ve uygulayabilme becerilerinde olumlu yönde artış olduğu ortaya çıkmıştır. Ayrıca öğrencilerin problem çözme becerilerinin MD becerisi üzerinde olumlu etkisinin olduğu görülmüştür.
Tataroğlu- Taşdan (2014)	Çalışmada matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerini geliştirmeyi amaçlayan bir öğretim tasarımı öncesinde ve sonrasında MD'yi destekleyen öğretime ne ölçüde yer verdiklerini ve MD'ye yönelik görüşlerini belirlemek amaçlanmıştır.	Aksiyon araştırması	Matematik öğretmenleri	Video kaydı, görüşme ve yazılı dokümanlar	Çalışmanın sonucunda, matematik öğretmenlerinin uygulama öncesindeki öğretimlerinde MD'yi destekleyen işlenişe yeterince yer vermediği, uygulama sonrasında ise katılımcı matematik öğretmenlerinin derslerde MD'yi destekleyen işlenişe daha fazla yer verdiği belirlenmiştir.
Toptaş (2014)	Çalışmada sınıf öğretmeni adaylarının 'ayrıt' terimini MD gelişim aşamalarına göre nasıl açıkladıklarını incelemek amaçlanmıştır.	Özel durum çalışması	Sınıf öğretmeni adayları	Çalışma yaprakları	Çalışmanın sonucunda öğretmen adaylarının 84'ünün ayrıt terimini üç aşamada doğru açıkladıkları ve ayrıt kavramı ile ilgili çalışma yaprağını da doğru oluşturduğu görülmüştür. Ayrıca öğretmen adaylarından 6'sının ayrıt terimi ile ilgili soruya hiçbir cevap yazmadığı, 12'sinin ise ayrıt terimini yanlış tanımladığı ve çalışma yaprağını da yanlış oluşturduğu tespit edilmiştir.
Karlıgil- Ergin (2015)	Çalışmada 4-6. sınıf öğrencilerinin problem çözerken ve kurarken geçirdikleri MD süreçlerini incelemek amaçlanmıştır.	Tarama yöntemi	İlkokul ve ortaokul öğrencileri	Çalışma yaprakları	Çalışmanın sonucunda, öğrencilerin büyük çoğunluğunun problem çözme ile ilgili stratejileri doğru belirleyemediği, problem kurma süreçlerinde ise zorlandıkları tespit edilmiştir. Ayrıca sınıf düzeyi arttıkça öğrencilerin problem çözme ve kurma yeterliliğinin arttığı belirlenmiştir.

Ek-7'nin Devamı

Yazarlar (Yıl)	Çalışmanın Amacı	Yöntem	Örneklem	Veri Toplama Araçları	Çalışmanın En Önemli Sonuçları
Öztürk ve Akyüz (2016)	Çalışmada ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının öğretmenlik uygulaması dersi kapsamındaki okul uygulamalarında MD odaklı öğretimi planlama becerilerini incelemek amaçlanmıştır.	Özel durum çalışması	Matematik öğretmeni adayları	Ders planları	Çalışmanın sonucunda, öğretmen adaylarının ders planlama öğeleri rubriğindeki dersin matematiksel amacını belirleme, öğrencilerin doğru çözümlerini ve hatalı çözümlerini öngörme, öğrencilerin düşüncelerini geliştirecek sorular hazırlama, öğrencilerin MD'lerini geliştirecek tartışma ortamları düzenleme öğelerinden yüksek puan aldıkları ortaya çıkmıştır.
Kocaman (2017)	Çalışmada 11. sınıf öğrencilerinin MD becerileri ile matematiğe yönelik tutumları ve başarıları arasındaki ilişkiyi araştırmak amaçlanmıştır.	Karma yöntem	Lise öğrencileri	MD testi ve tutum ölçeği	Çalışmanın sonucunda, öğrencilerin MD testinden ve matematiğe yönelik tutum ölçeğinden yüksek puanlar aldıkları görülmüştür. MD testinden alınan puanlar ile matematiğe yönelik tutum puanları arasında pozitif yönde ve anlamlı bir ilişki olduğu ortaya çıkmıştır. Ayrıca MD puanları ile başarı değişkeni arasında pozitif yönde ve anlamlı bir ilişki olduğu ortaya konulmuştur.
Bozkurt ve Polat (2018)	Çalışmada 6. sınıf öğrencilerinin MD'lerini ortaya çıkarmaya yönelik öğretmenin sorduğu soru tipleri ile öğrenci cevapları arasındaki ilişkiyi incelemek amaçlanmıştır.	İçerik analizi yöntemi	Ortaokul öğrencileri	Video kaydı	Çalışmanın sonucunda, öğretmenin öğrenci cevaplarındaki eksiklikleri, hataları ve belirsizlikleri gidermek amacıyla daha çok özel soru tipini kullandığı, yönlendirici soru tipini ise daha az kullandığı görülmüştür. Ayrıca, öğrencilerin MD'lerini ortaya çıkarmak amacıyla öğretmenin sürekli soru sorduğu, bu sorular yardımıyla öğrencileri düşüncelerini açıklama ve detaylandırma konusunda desteklediği görülmüştür.
Koyuncu (2018)	Çalışmada matematik felsefesi etkinliği kavramını tanımlayıp bu etkinliklerin ortaöğretim 9. sınıf öğrencilerin matematiğe yönelik tutum, inanç ve MD becerileri üzerine etkisini belirlemek.	Fenomenolojik araştırma, özel durum çalışması	Lise öğrencileri	Mülakat, çalışma yapıtları, MD ölçeği, matematiğe yönelik tutum ölçeği ve matematik inanç ölçeği	Çalışmanın sonucunda, matematik felsefesi etkinliklerinin öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarını ve inançlarını pozitif yönde artırdığı, MD becerileri üzerinde ise istatistiksel olarak herhangi bir anlamlı farklılığa sebep olmadığı görülmüştür.

Ek-7'nin Devamı

Yazarlar (Yıl)	Çalışmanın Amacı	Yöntem	Örneklem	Veri Toplama Araçları	Çalışmanın En Önemli Sonuçları
Akarsu- Yakar (2019)	Çalışmada 6-8. sınıf öğrencilerinin MD süreçlerini incelemek amaçlanmıştır.	Özel durum çalışması	Ortaokul öğrencileri	Cebirsel düşünme düzey belirleme testi ve geometrik düşünme düzeyleri ölçeği	Çalışmanın sonucunda, ortaokul öğrencilerinin geometrik ve cebirsel düşünme düzeylerinin çoğunlukla birinci seviyelerde yer aldığı görülmüştür. Ayrıca geometrik ve cebirsel düşünme düzeylerinin MD sürecini geliştirmede etkili olduğu belirlenmiştir.
Baş (2019)	Çalışmada lise öğrencilerinin MD'ye, problem çözmeye ve matematiğe yönelik tutumları arasındaki ilişkiyi incelemek amaçlanmıştır.	Nedensel-karşılaştırma yöntemi	Lise öğrencileri	MD ölçeği, matematik problem çözme tutum ölçeği ve matematiğe karşı tutum ölçeği	Çalışmanın sonucunda, ortaöğretim öğrencilerin MD'ye, problem çözmeye ve matematiğe yönelik tutumlarının orta düzeyin üzerinde olduğu görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin MD'ye, problem çözmeye ve matematiğe karşı tutumlarının cinsiyete göre farklılık göstermediği sınıf düzeyine göre ise farklılaştığı görülmüştür.
Yılmaz (2019)	Çalışmada 9. Sınıfta öğrenim gören üstün yetenekli öğrencilerin MD becerileri ve problem kurma süreçlerini incelemek amaçlanmıştır.	Tarama modeli	Ortaokul öğrencileri ve lise öğrencileri	Tanıtıcı bilgi formu, MD ölçeği, mülakat	Çalışmanın sonucunda, MD ölçeğinden düşük, orta ve yüksek düzeyde puan alan öğrencilerin kurdukları problemler sınıf seviyelerine göre karşılaştırıldığında; düşük ve orta düzeyde puan alan öğrencilerin oluşturdukları problemlerin nitelikleri, yüksek düzeyde puan alan öğrencilerden öğretim programındaki kazanım ve açıklamalara göre daha düşük seviyede olduğu belirlenmiştir.
Çelik, Güler, Bülbül ve Özmen (2019)	Çalışmada matematik öğretmen adaylarının adidaktik MD ortamlarındaki MD süreçlerini incelemek amaçlanmıştır.	Betimsel yöntem	Matematik öğretmeni adayları	Dokümanlar, kamera kayıtları, alan notları	Çalışmanın sonucunda, tasarlanan adidaktik öğrenme ortamının öğrencilerin MD süreçlerinden geçmelerini sağladığı görülmüştür.

ÖZGEÇMİŞ

Koray BAHADIR, 1988 yılında Ordu’da doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Ordu’da tamamladı. 2006 yılında Ordu Anadolu Öğretmen Lisesinden mezun oldu. 2006 yılında başladığı Marmara Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümünü 2010 yılında bitirdi. 2010 yılında Gürgentepe ilçesindeki Bahtiyarlar Şehit Birol Çelik Ortaokuluna atandı. Beş yıl Gürgentepe ilçesinde görev yaptıktan sonra Altınordu ilçesindeki Kayabaşı Ortaokuluna tayin oldu. 2015 yılından beri Kayabaşı Ortaokulunda öğretmenlik görevini sürdürmektedir. 2017 yılında Giresun Üniversitesi Matematik Eğitimi Anabilim Dalında yüksek lisans eğitimine başladı. Evli ve bir erkek çocuğu sahibidir.